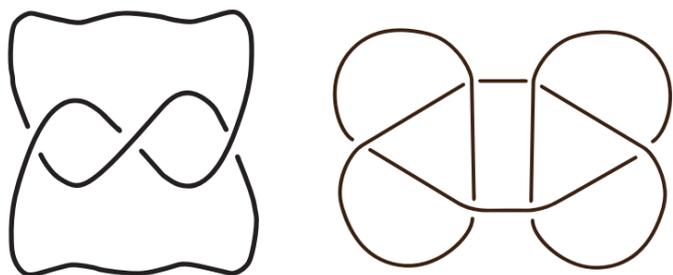


# TEORIA DOS NÓS E ENLACES

## DESAFIO

Os nós abaixo estão na tabela? Se achar que algum deles está, então qual é? Se achar que não está, por que não está?



## POLINÔMIOS DE JONES

Na tabela ao lado, cada nó vem acompanhado de seu *polinômio de Jones*, que tem potências inteiras positivas ou negativas.

Esse polinômio não tem nada a ver com a parametrização da curva. Sua relação com o nó é de outra natureza: ele é um *invariante* do nó, pois independentemente da projeção do nó utilizada para calculá-lo, o resultado será sempre o mesmo.

Vaughan Jones (medalha fields em 1990) descobriu esse invariante em 1984, e após isso vários outros invariantes polinomiais foram descobertos.

Assim como os outros invariantes, o polinômio de Jones não é um invariante completo. *Existem nós diferentes com o mesmo polinômio de Jones*. Ou seja, polinômios diferentes demonstram a diferença entre dois nós, mas polinômios iguais não demonstram que dois nós são iguais.

Uma curiosidade: o polinômio de Jones da imagem especular de uma projeção é o polinômio da projeção com os sinais das potências trocados. Isto mostra, por exemplo, que o *nó trifólio* ( $3_1$ ) não é equivalente a sua imagem especular. Por outro lado, nós equivalentes a suas imagens especulares têm polinômio de Jones palindrômicos. Um exemplo é o *figura-oito* ( $4_1$ ).

Uma das áreas mais fascinantes da Matemática é a **Teoria dos Nós**, cuja origem remonta ao final do século XIX e modernamente se insere no campo da **Topologia Algébrica**. Chama a atenção o fato de que alguns conceitos, demonstrações e problemas em aberto possam ser enunciados em linguagem simples, permitindo a leigos o acesso a vastas porções da teoria.

A Teoria dos Nós estuda as **curvas no espaço, fechadas e sem autointersecções**. Duas dessas curvas (ou nós) são consideradas **equivalentes** se uma pode ser **deformada continuamente** de forma a ficar idêntica à outra. No processo de deformação, não podem ocorrer autointersecções, rompimentos ou colapsos (como um nó tão apertado que desaparece).

A preocupação não é com a forma exata das curvas. Por exemplo, qualquer curva que puder ser deformada até se tornar um **círculo** pode ser chamada de **nó trivial**.

O problema central da **Teoria dos Nós** é classificá-los. **Classificar** significa saber listá-los todos (mesmo que sejam em número infinito, como é o caso) e saber dizer, para cada curva dada, qual nó dessa lista ela representa.

A **tabela ao lado** mostra os nós mais simples, ordenados pelo número mínimo de cruzamentos (em "X") que eles podem ter quando "achatados" num plano. Não estão nela os **nós compostos**, obtidos rompendo-se dois nós e grudando-se as pontas de um com as pontas de outro. Os nós que não são compostos são chamados de **primos**, em analogia à indecomponibilidade dos números primos em fatores multiplicativos.

Nós com "poucos" cruzamentos já foram classificados, mas não todos os nós existentes. A classificação dos nós ainda é um problema aberto da Matemática.