

13

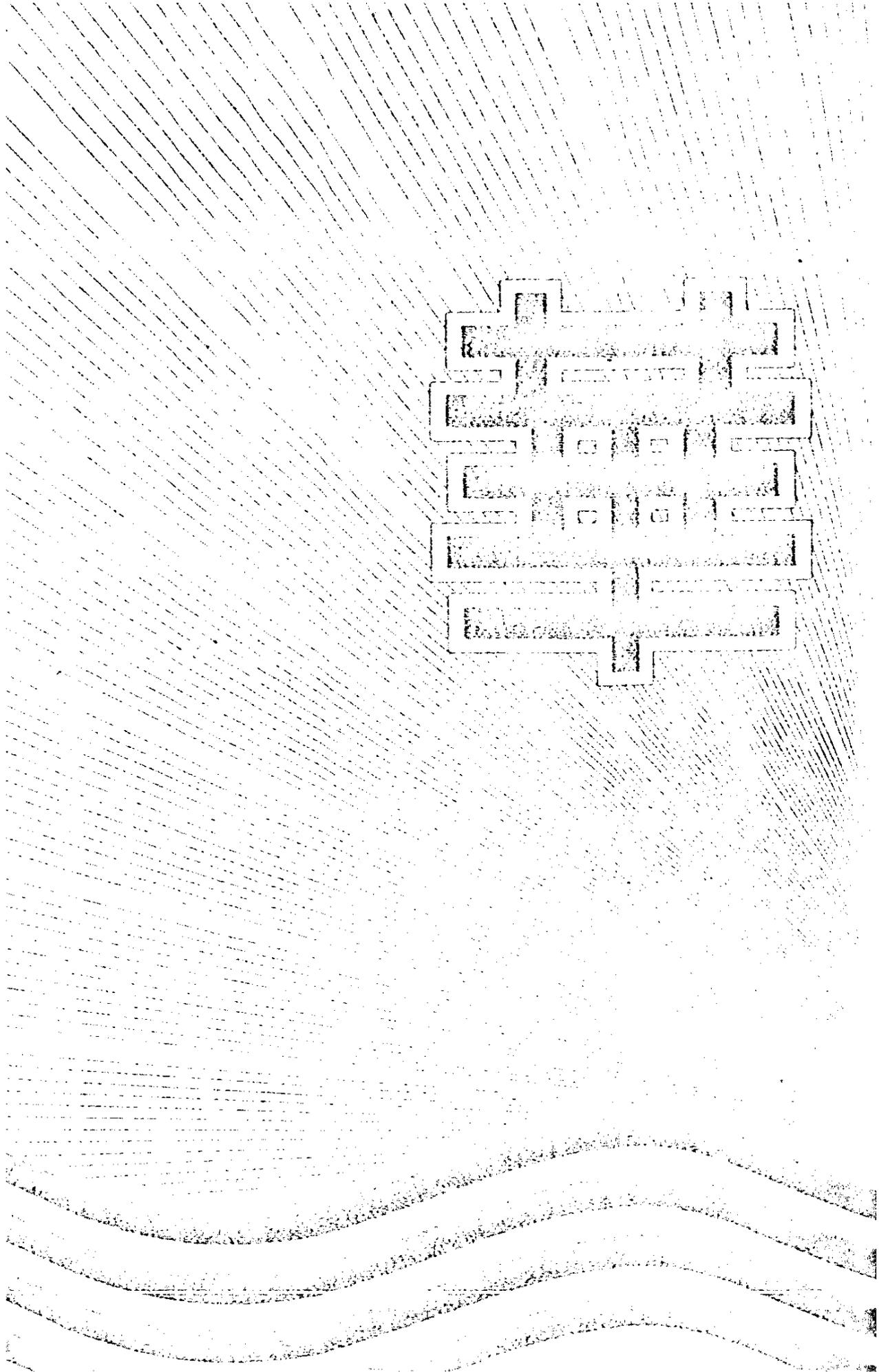
張

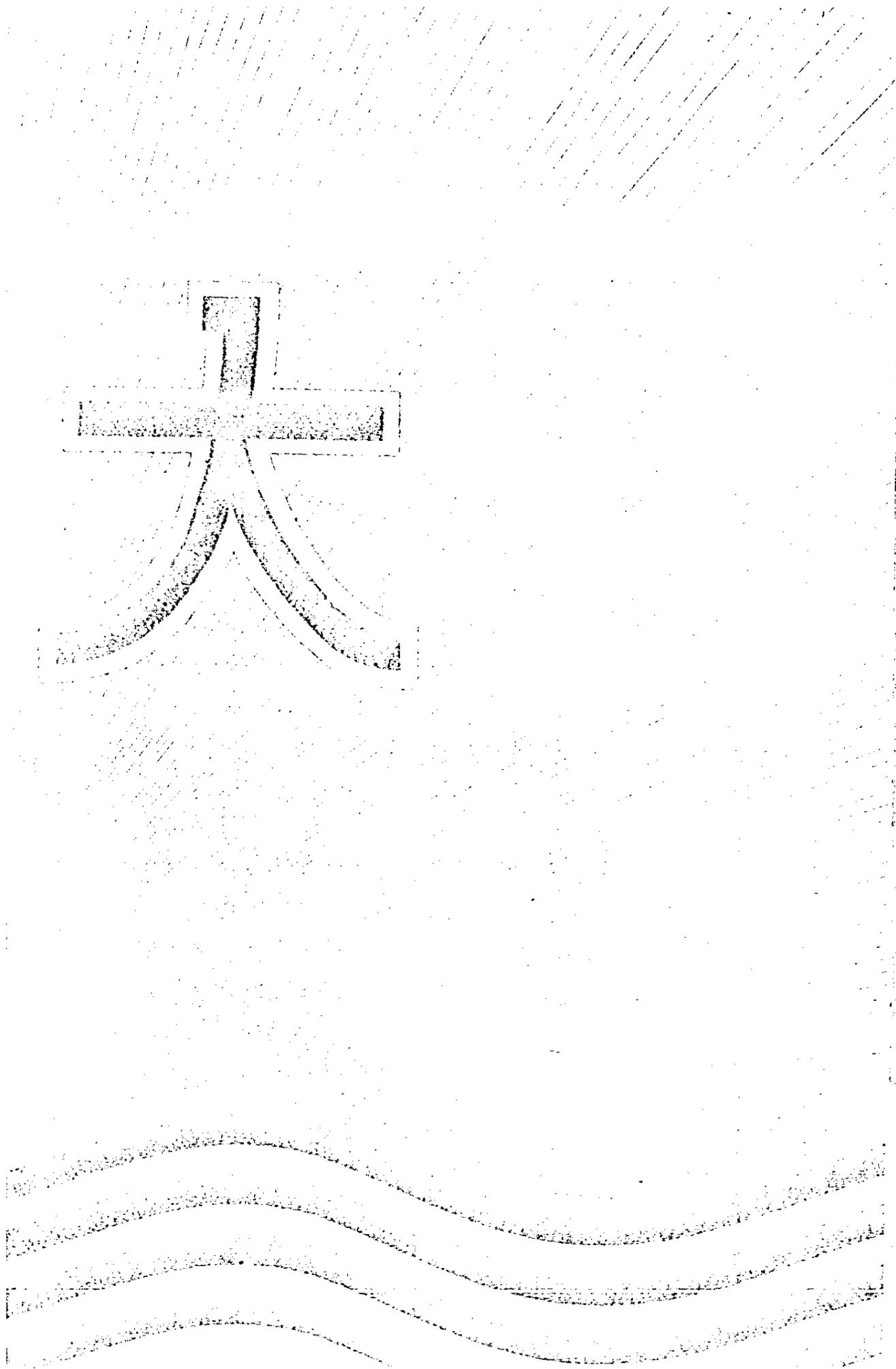
匡著

小學算術教學法

呈繳

大華書局出版
世界書局發行





編輯旨趣

這一套教科書，是供給簡易師範學校，鄉村師範學校，縣立師範學校，及師範講習科等而編輯的，師範課程中，應有的科目，大致具備。

本局同人鑒於各書肆所出的師範教科書，大都僅合於高中師範，而沒有注意到上列的各項學校，即有一二種出版的，也已成爲陳跡，不適用於現時的應用，所以本局特邀請各專家，編輯此項教科書，以應時需。

現今教育界，又注重師範教育了，可是爲國民教育之母的上列各項學校，所用的教科書，或勉強應用高中師範課本，或以別種教育參考書雜湊之，實爲教育界的矛盾現象，因此本局特編輯此項書籍，以貢獻於師範教育界。

本局立意編輯這套教科書，爲時已久，務使各書的內容，材豐而辭約，文淺而義深；俾教者有發揮之餘地，學者得應用之機會。但粗率之處，或所難免，還望教育界明達之士，進而教之，則本局幸甚，教育界幸甚。

大華書局編輯部謹啓

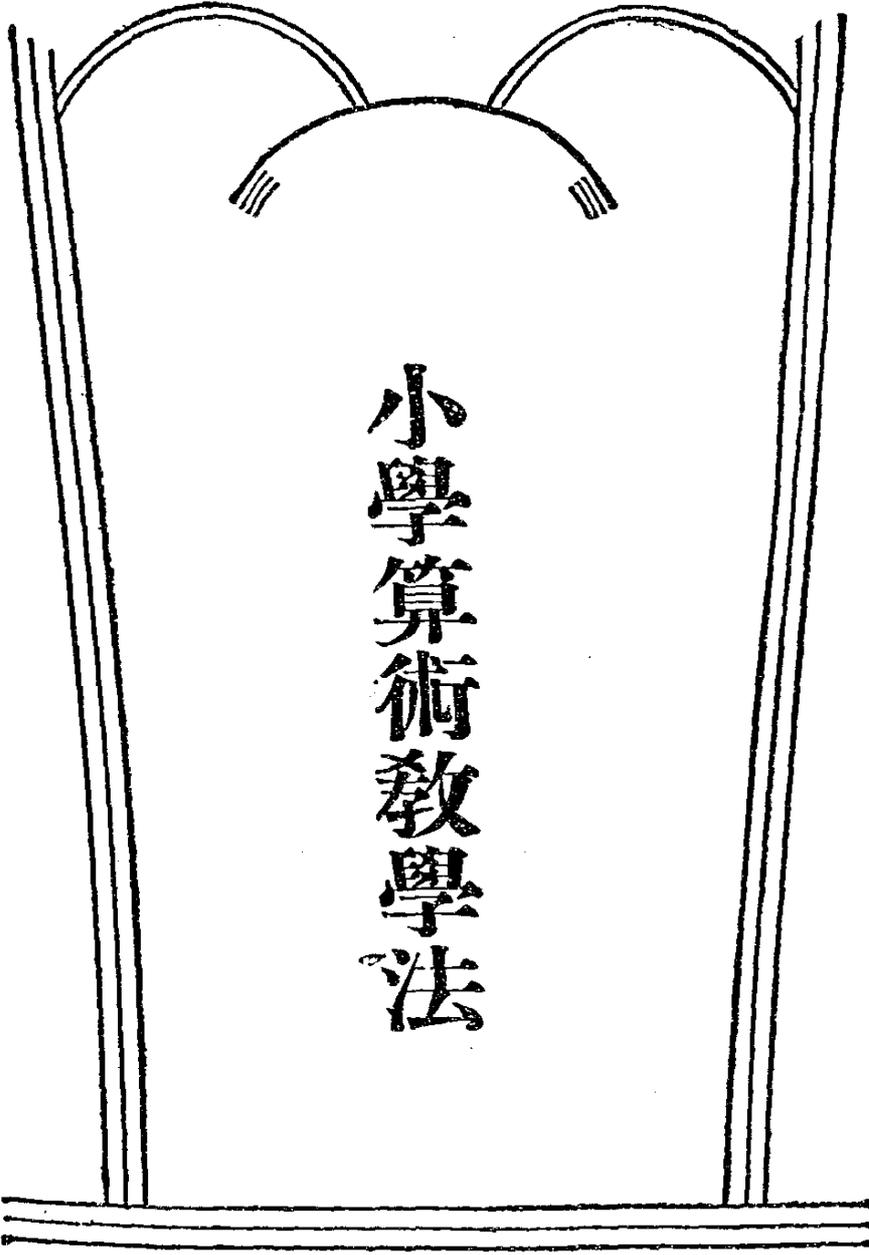
中華民國二十二年五月

大華書局出版世界書局發行

師範學校教科書

國論	語理	與學	國概	文論	杜天	六册
教教	育育	學心	概理	論論	宋克	一册
兒教	育童	心心	理理	學學	陶知行	一册
教小	育各	科語	測統	學驗	晏繼平	一册
小小	學國	術術	教教	計法	余文偉	一册
小小	學算	術術	教教	法法	湯鴻翥	一册
低小	年級	級級	行行	法法	湯鴻翥	一册
小小	學學	組訓	織育	政法	傅彬然	一册
小小	學學	訓訓	育育	法法	顧子言	一册
兒鄉	童文	學學	概概	論論	張 匡	一册
民幼	村衆	教教	教教	育育	孫慕基	一册
地西	稚稚	行行	行行	育育	曹鵠雛	一册
比現	方教	育育	政政	史史	尤 澧	一册
教	洋較	教教	史史	育育	孫一芬	一册
	代教	育育	潮潮	論論	呂伯攸	一册
	學做	合一	概概		方與嚴	一册
					商 達	一册
					孫銘勳	一册
					潘吟閣	一册
					馮品蘭	一册
					陳作樑	一册
					馮品蘭	一册
					白 桃	一册

◎每章之後均有研究問題或練習題◎



小學算術教學法

編輯大意

- (一) 本書內容,完全根據教育部最近公布的小學算術課程標準及個人的教學經驗,編輯而成。
- (二) 本書不尚高深的理論,而注重實際應用。所以對於課程,教材,教法,教具,成績考查等,均有簡明的敘述,并均舉例,以供師範生或小學算術教師研究之用。
- (三) 本書根據新課程標準編輯,亦可稱為新課程算術科的說明書,凡研究新課程算術科者,均可以此為參攷。
- (四) 本書參攷各種論文及教科書,再各加以批評,研究及介紹,且對於算術科的教學方面,均有相當的說明,可供實地教學之用。
- (五) 本書在教法方面,對於低年級尤為詳明,蓋在低年級時的基本穩固以後,將來學習便容易了。
- (六) 本書採用各家論著及專籍,謹此誌謝!
- (七) 本書卷末附錄教育部頒布的小學算術

課程標準全文,以供學者參考.

小學算術教學法

目 次

第一章 算術課程的研究

第一節 課程的產生	1	明	8
第二節 目標的解釋	6	第四節 教學方法要點的	
第三節 作業要項的說		規定	13

第二章 算術教材的研究

第一節 教材的類別	17	2. 排列的方法	36
1. 式題	17	3. 折衷的排列	37
2. 應用題	17	第三節 教材的編輯	47
3. 測驗題	18	1. 機械練習	47
4. 速算題	30	2. 指導學習	48
第二節 教材的排列	35	3. 自己學習	49
1. 排列的原則	35		

第三章 算術教學的研究

第一節 教學的方式	51	5. 欣賞	54
1. 新授	51	第二節 教學的步驟	57
2. 練習	51	1. 數的常識的認識	57
3. 遊戲	52	2. 數目的認識	59
4. 建造	53	3. 加法	77

4. 減法.....87	14. 分數.....133
5. 乘法.....96	15. 百分法.....141
6. 除法.....109	16. 利息.....143
7. 小數.....120	第三節 教學的過程...144
8. 複名數.....125	1. 新授的過程.....144
9. 里丈.....129	2. 練習的過程.....144
10. 擔斤兩.....130	3. 遊戲的過程.....145
11. 畝分釐毫.....132	4. 表演的過程.....145
12. 立方丈立方尺...132	5. 故事的過程.....145
13. 各種形體的認識 132	

第四章 算術教具的研究

第一節 屬於紙片的...149	第四節 屬於模型的...153
第二節 屬於掛圖的...150	第五節 屬於器械的...153
第三節 屬於實物的...153	第六節 屬於玩具的...155

第五章 算術成績法的研究

第一節 標準測驗.....163	第三節 練習測驗.....172
第二節 診斷測驗.....168	第四節 普通測驗.....173

附錄 小學算術課程標準

第一章 算術課程的研究

第一節 課程的產生

溯自民國十一年十月全國教育聯合會訂定新學制課程標準綱要，經教育部通過施行，以應我國實行新學制之需要，一直通行了好多年。直至民國十六年南京國民政府成立以後，對於一切政制，均有改革，教育事業尤為重要，乃由大學院公布中小學暫行條例，將課程略加增刪，如三民主義和黨童子軍兩科，原來的課程中是沒有的，於是將他添進去，但並非根本的改革，論者皆以為不合時代潮流，有重行改訂的需要；於是民國十七年五月大學院舉行全國教育會議時，有人提出重訂中小學課程標準之議案，其理由有三：

(一) 科目變更 —— 大學院公布之暫行條例小學三民主義與黨童子軍兩科，是新學制中所沒有的，此時有人主張三民主義為一切

課程的根本，不必單獨設立一科，可以融化於公民，歷史，國語等科中間，但不論科目應否變更，而舊的課程標準中的內容，發生變化，不適用於新時代的潮中，已很明瞭。

(二) 各科目的不合——舊課程標準綱要，各科有各科的目的，查該項目的，如公民，歷史，地理，國語各科，完全不合三民主義的教育，書中無隻字提及三民主義教育的意義，和精神，當然不適用於今日，更觀大學院所頒布的中小學暫行條例中，小學“有各科要旨另定之”等語，足見有另訂之需要。

(三) 課程的內容要改

(甲) 縱的方面未能顧及現在和將來，未免有許多過去的廢棄的糟粕在內，歷史方面今古並重，而帝國主義者，侵略我國的事實，以及我國應如何努力進求獨立自由等問題，都很忽略，地理方面，雖注重現在，而減少過去的沿革，但對於將來應如何改善的計劃，絕不注意。

(乙) 橫的方面未能顧到社會的實際需要，雖注重衣，食，住，行的物質生活，仍有許多關

於知識的理論未經淘汰，例如公民，史，地仍以理論爲本，而忽略了事實或實地工作。

總之，舊課程標準綱要，有許多抄襲外國，帶有重掌故，重理論的貴族性質，而不適合現時我國一般人所需要的實際生活，所以爲適應我國現時需要起見，應速訂新的課程標準。

於是民國十七年十月由教育部聘任專家組織委員會，主持其事，中間經過四個時期，至民國二十一年十月，才編訂完畢，大概情形如下：

一 起草整理時期——由教育部聘任各專家，組織中小學課程標準起草委員會，於十七年十月起，約集幼稚園及小學各科研究有素者，分別擔任起草，整理，審查，修訂，到十八年八月起草整理完成，由教育部令行各省，市，作爲暫行標準，試驗推行。

二 試驗研究時期——由教育部訓令各省，市教育廳，局，組織研究會，並指定學校，研究試驗，限期十九年六月以前，開具意見呈部，以供參攷。其後各省，市，都遵令試驗研究，但到了十九年七月，各省，市，並無意見呈部，且有請延

展試驗研究期限的，乃由部通令延長試驗時期一年，限二十年六月以前，將結果呈部備考。

三 修改訂正時期——教育部以前中小學課程標準起草委員會有變更必要，乃於二十年另行聘任專家，改組為中小學課程及設備標準編訂委員會，從事彙集各方意見，研究修訂，將幼稚園和小學各科標準，大致決定；並將未完工作，分別推定擔任，然後開會審查，議決後交常務委員整理。

四 編訂完成時期——課程修改訂正後，本可頒行，因教育部方面覺得課程標準，關係重要，還須加以整理編訂，於是又重行聘定委員，加以審核修改，開會討論，最後始將課程標準決定。

算術一科當然亦在編訂之中，茲將與舊課程不同之點，略述如下：

I. 每週教學時間的不同

		舊 課 程	新 課 程
低 年	第一學年	108	60
	第二學年	108	150

中 年	第三學年	126	180
	第四學年	126	240
高 年	第五學年	140	210
	第六學年	140	210

舊課程每週教學的分數以百分比計算，所以往往有小數，或者不能合成每節適當的時間。如第一二學年每週教學時間為 108 分，設 30 分為一節，分成三節則有餘；分成四節則不足。其他各學年，同病。新課程的教學時間都成 30 的倍數，所以沒有舊時的弊病。

2. 各學年教學時間的增減 —— 第一學年的教學時間特少：因近來美國一般教育家，都不贊成將有系統的算術，很早的教給兒童，有的主張在第二學年開始；有的主張在第三學年開始的；甚至有幾位學者想將牠從第四學年才開始教學。他們的理由，因為有系統的算術，在幼年時不容易明瞭和領悟，等到理解力稍強，再來教學，方為有效，所以課程內的教學時間也須酌量改少。且在教學方法要點內說明必須寄托於遊戲之中，利用競爭，比賽，或開

店演習等方法而教學。到了第二學年開始，兒童對於數量的觀念漸漸明確，乃正式教學算術。第三學年的教學時間，較第二學年為多，而第四學年的教學時間較第三學年更多。到了五六學年稍為減少，這因為其他各種科目增加的緣故。

第二節 目標的解釋

新課程小學算術科的目標有三：

(一) 增進兒童生活中關於數的常識和經驗——兒童對於具體的事物，容易明瞭；而對於抽象的名稱，不易了解。數目是抽象的名稱，而非具體的實物，低年兒童不容易明瞭。所以教師對於小學生在未正式學習算術以前，應先使兒童有一種關於數的陶冶，就兒童日常生活的最簡易的，如數各人的顏面，器官，教室內的黑板數目，窗上的玻璃數目等等，用實物來說明，使兒童關於數的常識，漸漸豐富。數的經驗，漸漸擴大。這樣以後，關於數目的觀念確切明瞭，學習算術，便不覺困難。好像基礎打堅固了，蓋起房屋來一定也是堅固的。這是學習

算術的最基本最重要的工作。

(二) 培植兒童解決日常生活中的問題的實力——近來頗有一般教師,感覺有許多兒童對於算術一科缺乏興味,竟至厭棄。他們常常覺得所學的算術,與日常生活毫無關係,與他們的生活漠不相關,無怪他們要乏味厭棄了。所以目標上第二條主張所解決的問題,不是成人生活中的問題,須為兒童自己生活中的問題。兒童對於自己生活中的問題,當然有自求解決的需要,有自求解決的興味。如每天零用帳的收入和付出,購買書籍用品費的計算,儲蓄帳的計算,以及各種遊戲時所需要的計算等等。教師應善為誘導,用種種方法,培植此種能力。

(三) 養成兒童計算敏捷和準確的習慣——單學了各種算法,(如:加,減,乘,除,整數,小數,分數,以及其他等等,)如計算得都不正確,則學了有什麼用呢?學習算術的目的,在解決正確的數量問題,所以應當於平時注意養成正確的習慣。能穀正確了,再進一步要使兒童計算得敏捷。因處今之世,一切要經濟化,時間當

然也要經濟。假如一個很簡單的算術問題，要費了許多時間才能解決，那麼有什麼可貴呢？所以應當多方練習，以期達到正確和敏捷的習慣。

第三節 作業要項的說明

第一學年每週教學時間為60分，其作業要項如下：

- (一) 大小，長短的認識。
- (二) 輕重厚薄的認識。
- (三) 1到9各數目的認識和應用。
- (四) 日，星期，月，年的認識。
- (五) 每天出席人數的計算。
- (六) 10到19各數目的認識。
- (七) 尺寸，寸的認識和應用。
- (八) 銅元，銀元的認識。
- (九) 三角形，圓形，方形的認識。
- (十) 各種算術遊戲的練習（如拍皮球，擲籐環等。）
- (十一) 和不過9的加法基本練習。

第二學年每週教學時間為150分，其作業要項如下：

- (十二) 9 以內各數的減法基本練習。
- (十三) 關於 0 的加減九九的練習。
- (十四) 二十以內不進位的加法的練習。
- (十五) 二十以內不退位的減法的練習。
- (十六) 積在 18 以內的乘法的練習。
- (十七) 20—100 各數目的認識。
- (十八) 進位的加法基本九九的練習。
- (十九) 減法基本九九的練習。
- (二十) 升,斗的認識和應用。
- (二十一) 元,角的應用。
- (二十二) 兒童生活中所用物品的調查和估價。
- (二十三) 正方形,長方形的認識。
- (二十四) 關於 2,3,4,5 的乘法九九的練習。
- (二十五) 關於 2,3,4,5 的除法九九的練習。
- (二十六) 法數一位不進位的乘法的練習。
- (二十七) 時,刻,分的認識和應用。
- (二十八) 法數一位不退位的除法的練習。
- (二十九) 寒暑表的使用。

第三學年每週教學時間為 180 分,其作業要項如下:

- (一) 千以內數目的認識。

- (二) 丈和尺的認識和應用。
- (三) 進位的加法。
- (四) 退位的減法。
- (五) 石和斗的認識和應用。
- (六) 圓和橢圓的認識。
- (七) 6,7,8,9 和0的乘法九九的練習。
- (八) 6,7,8,9 除法九九的練習。
- (九) 不盡數的除法九九的練習。
- (十) 方寸,方尺的認識和應用。
- (十一) 法數一位的進位乘法的練習。
- (十二) 法數一位的退位除法練習。
- (十三) 法數10或10的倍數的乘法的練習。
- (十四) 同上的除法的練習。
- (十五) 小數(名數)的練習。
- (十六) 斤,兩的認識和應用。

第四學年每週教學時間 240 分,其作業要項如下:

- (十七) 萬以內數目的認識。
- (十八) 菱形,梯形,平行,四邊形的認識和應用。
- (十九) 方分,方丈的認識和應用。
- (二十) 畝,分,釐毫的認識和應用。

- (二十一) 法數二位的乘法的練習。
- (二十二) 同上的除法的練習。
- (二十三) 簡易的四則的練習。
- (二十四) 日,星期,月,年的計算。
- (二十五) 元,角,分,釐的應用。
- (二十六) 合的應用。
- (二十七) 秒的應用。
- (二十八) 法數三位的乘法的練習。
- (二十九) 同上的除法的練習。
- (三十) 里的實測計算。
- (三十一) 擔的認識和應用。
- (三十二) 磅和噸的計算。
- (三十三) 整數乘有名小數的練習。
- (三十四) 整數除有名小數的練習。
- (三十五) 票據的認識和計算。
- (三十六) 帳摺的認識和計算。
- (三十七) 家庭學校所用物品的成本,工價,時值的估計調查。

第五學年每週教學時間爲 210 分,其作業要項如下:

- (一) 萬到萬萬各數目的認識。
- (二) 整數四則的應用。

- (三) 兩,錢,分,釐的應用.
- (四) 十進複名數和小數的關係的認識和計算.
- (五) 非十進複名數的加,減,乘,除的練習.
- (六) 面積和地積的關係的實測和計算.
- (七) 方里的認識和應用.
- (八) 圓周的長和圓面積的計算.
- (九) 立方寸,立方尺,立方丈的認識和應用.
- (十) 小數(不名數)加減法的練習.
- (十一) 小數(不名數)乘法的練習.
- (十二) 小數(不名數)各式除法的練習.
- (十三) 小數,整數的四則應用.
- (十四) 分數的初步練習.
- (十五) 折扣,成分的初步練習.
- (十六) 單利息的初步練習.

第六學年每週教學時間為 210 分,其作業要項如下:

- (十七) 分數和小數的關係的認識和計算.
- (十八) 分數和複名數的關係的認識和計算.
- (十九) 分數和成分的關係的認識和計算.
- (二十) 淺易分數的四則練習.
- (二十一) 百分的應用.

- (二十二) 日常應用的利息的計算。
- (二十三) 合作商店的研究和實習。(課外作業)
- (二十四) 物價漲落的調查和計算。(課外作業)
- (二十五) 關於度,量,衡,市制和公制的比較和應用,
- (二十六) 中英度量衡的比較計算。
- (二十七) 家用簿記的練習。
- (二十八) 簡易統計圖表的認識製作和計算。

第四節 教學方法要點的規定

(一) 第一二學年的算術,應隨機施教而不特定正式時間,或和別的設計聯絡,或特定正式時間教學,第二學年或如第一學年,或定正式時間教學,由各校各依自己的方便而施行。

(二) 第三四學年以下的算術,應充分和別的設計聯絡教學,在每節的教學時間內,三四年應抽出五分鐘到十分鐘,五六年級應抽出十分鐘,單獨練習計算技能;四年級起並且應當使用算術練習測驗。

(三) 取材:第一二學年,以日常衣,食,用品等問題為範圍;第三四學年,以衣,食,住,行和學校作業,家庭經濟等問題為範圍;第五六學年,以

衣,食,住,行,學校,家庭,社會,國際等經濟問題爲範圍;特別注重買賣,找錢,折扣,等的練習,但須就本地情形,兒童興趣隨時活用之。

(四) 第一二學年的作業,必須寄托於遊戲之中,利用競爭比賽或開店演習等的方法而教學;第三學年以後,也須時常應用此種方法,使兒童因興趣而努力。

(五) 問題要具體而有興趣;低年級應充分用表演的方法,將問題演成事實,讓兒童直觀;稍進,也應使問題故事化,幫助兒童想像事實。

(六) 用文字寫示問題,要力求清楚淺顯,內容事實,不可曲折多而使兒童不易一貫的領會。

(七) 新的方法,原理,應從實在的需要出發,先使兒童明白方法的功用,用歸納法一步一步的進行,切忌用演繹法推求。

(八) 解決問題的計算法,不必多用論理的分析,而須訴諸兒童的經驗和常識。

(九) 心算是算術的基礎,尤須練習得十分純熟。

(十) 日常生活中所用的短數(就是千以內

的數目的算法,尤應注意練習。

(十一) 筆算,珠算都是幫助心算的工具,各校當然可以兼教,珠算因有五進的關係,比十進的筆算,較爲難學;教學時應與筆算充分聯絡,並注意於手指的熟習。

(十二) 速算等習慣的養成,是逐漸而來,不可一蹴即幾的,所以應該細細的劃定了步驟,按步就班的應用練習的方法,以求由生疏而漸進於純熟。

(十三) 練習的方法應多方變化,並應利用兒童的“成功的興味”使兒童自行努力。

(十四) 概算,驗算等,應從低年級最初教學時起,時時注意。

(十五) 五六年級宜注重日常生活需要的四則應用題的練習,惟以淺易者爲原則。

[本章研究問題]

- (一) 新課程中算術科有何特點?
- (二) 對照新舊課程標準比較其異同之點。
- (三) 將各學年的作業要項中的教材做一簡單的說明,并各舉例題。

- (四) 將現在各家根據新課程編輯的教科書,審查其教材,是否適合新的標準;並批評各書的優劣.
- (五) 發表對於新課程有何意見.

第二章 算術教材的研究

第一節 教材的類別

教材的種類可分成下列四種：

(一) 式題 —— 式題有橫式豎式兩種。橫式如 $3+5=$, $6+4=$, 豎式如 $\begin{array}{r} 3 \\ +5 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{r} 6 \\ +4 \\ \hline \end{array}$ 。在小學第一學年祇要心算,不用算式,到了第二學年,開始用豎式,再等到認識了等號以後,可以用橫式。至於算式的寫法,各有不同的主張:有人主張祇寫豎式;有人主張豎式橫式一律要寫;有人主張除掉寫了豎式橫式之外,還要寫答數。其實寫了豎式,可以無須再寫橫式;或寫了橫式,無須再寫豎式。大都是寫豎式,而不寫橫式,因為橫式計算起來不及豎式的容易。答數也不必一定要寫,如 $\begin{array}{r} 6人 \\ +2人 \\ \hline 8人 \end{array}$, 答數已經寫在下面,不必另外再寫答數。總之演算要用最經濟的時間,求得準確的效果,不必拘拘豎式橫式的寫法。

(二) 應用題 —— 應用題就是用文字寫出

題目來,使學生看了文字,運用他的思致,布出算式,算出答數來.實在這個名詞有些不妥.應用題的材料大概可分為練習中心和方法中心兩種,分別說明如下:

(A) 方法中心——此法應用於新授,譬如目下新授乘法的九九,乃專出關於乘法九九的應用題,使學生計算.目的在使學生明瞭乘法的計算和應用.等到練習得有了相當的程度以後,才算結束.

(B) 練習中心——練習中心便是事實中心,如單元設計的聯絡,低年級的聽故事計算等.在一個事實中有許多方法不同的題目,使學生計算.學生看了題目應運用其思致,用各種不同的方法解決此等問題,不如前者的容易,可以一律用一種方法來解決.故此種以事實做中心的應用問題,用之於複習最為適宜.

(三) 測驗題——本節所說的測驗題,係指練習測驗而言,其他如標準測驗,診斷測驗,及普通攷查成績用的測驗,在末章討論.

課程上教學方法要點一項內說“四年級起應當使用算術練習測驗,”其實練習測驗

是非常重要的，非但從四年級應當使用，便是四年以下也當應用，其目的在養成兒童正確而敏捷的習慣，最普通應用的有：

(甲) 克的斯練習測驗片——克的斯(Carties)算術練習片，經俞子夷先生修改過，又稱俞子夷算術練習片，由商務印書館發行，內分六十課，其中除十三，三十，四十一，五十四課為測驗，和五十九，六十兩測驗答數外，均為供小學四上到初中二年級學生練習應用的，關於此片的各種說明，詳見算術練習測驗說明書內。現在將施行的手續，約略說一下：

(a) 發成績摺——將學生自記成績摺發給學生每人一張，說：“將封面上的級名，姓名，年，月，日，等填好。”

(b) 發練習片——教師在課前預備練習片和演算紙，到施行練習時分發兒童，每人一份。

(c) 說明——使學生翻開摺子將練習片演算紙放在上面，同時說：“答數寫在洞裏，切不可寫在片子上，因為片子還要給別人用的，做的時候，要用左右手將片子按住，不好移動，做的時候從左至右，從上至下做起，依著次序一個一個的做，將摺子擺好，用左手拿了摺子的右下角，右手拿了鉛筆，等我喊起時，翻開摺子做，我喊停時，就將鉛筆立

刻放下。現在大家將左手拿了摺子，右手拿起鉛筆，預備一起。”

(d) 練習

(1) 喊起之後，各人看了練習片練習到了規定的時間叫停，叫學生將鉛筆放在桌上。

(2) 做的時候，教師巡視兒童，有沒有不對的，有的就叫他們改正。

(e) 批評

(1) 喊了停後，叫兒童拿片子翻過來放在紙上，使得片子上的洞，正對做的答數，然後叫學生自己對答數，在錯的答數上打個×的記號，正的不要做記號。

(2) 答數對好了，各人在片子的上面一排洞中寫姓名，課數，類別，次數，做的題數，做正題數，挨了次序，從左面填到右面。

(f) 記載

(1) 叫做完練習題完全做正的立起將摺子片子交給教師，由教師檢核後記載。

(2) 叫沒有做完或沒有做正的兒童在摺子上記載自己的成績，那時教師巡視，看各人記載得對不對，兒童用的記載摺如下：

第幾天	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
第幾課										
做的										
正的										
第幾天	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46

(3) 收集全體兒童的摺子和片子,各行從最末一人,傳到最前一人,然後交給教師.

教師用的記載片如下:

姓名 手號	趙	錢	孫	李	周

練習片舉例 (見原材料第三十八課)

正 面

第三十八課 除法	算 術 練 習 測 驗	甲 類
	□ □ □ □ □	□
$84 \div .6$	$92 \div .4$	$.511 \div .07$
□	□	□
$.072 \div .08$	$161 \div 2.3$	$.78 \div 1.2$
□	□	□
$12.1 \div 11$	$.168 \div 42$	$3 \div 60$
□	□	□

(註) 片上所示的除法,是練習測驗題目。

兒童做的算式,就寫在方洞下面的紙上。

片長七寸闊五寸用厚紙印成。

反 面

姓 名	第三八課	甲 類	次 類	做 的	正 的
.14 □		230 □		7.3 □	(3)
.9 □		70 □		.65 □	(6)
1.1 □		.4 □		.05 □	(9)

(註) 這片便是前片的反面,上印答案,以備學生自己對的。

(3),(6),(9) 表明題目的個數,如此可省學生數題目的麻煩,并不致弄錯。

(乙) 低年級用練習測驗片 三年級以下的練習測驗材料,各校自編的甚多,現在有兒童書局出版算術練習測驗片一套,馬靜軒編這套片子,專供小學一二三年練習基本四則用的,用完這套,可以接用俞氏算術練習測驗片。

這套測驗共計九十張,內中除第六,十二,十八,二十四,三十,三十七,四十四,五十一,五十八,

六十五,七十一,七十七,八十三,九十各課測驗題外,餘均為練習題,題目的排列,根據學習心理的難易做次序,實施時可以一課一課的練習下去,每隔六七課插測驗材料一課,用以診斷兒童學習後的缺點,以便再從其缺點注意練習。

現在祇將練習的方法介紹如下:

(A) 準備 兒童各備算術練習測驗片一套,練習簿一本,成績記載摺一份,教師備算術練習測驗片一套,教學法一冊,

(B) 練習 練習時,將印有練習題的一面向上,放在練習簿半透明紙下,使兒童可以看得出題目,答數即寫在半透明紙上,題目不要抄,俾得節省時間,各課題目的多少,是按照題目的難易編定的,所以練習的時間各課宜一律,大約三年級的兒童,每課須三分半鐘。

(C) 批評 學期開始的第一天,應當先做測驗,測驗時,教師先說明做第六課測驗一,測驗後,可以決定那一個兒童必須從第一張學習的,那一個兒童可以免去幾張,(測驗完全正確的,可從第七課起,不完全正確的,從第一課起。)

練習好了,反轉練習片,將印有答數的一面向上,仍舊放

完全及格兒童百分比																			
免去第()課到第()課練習的兒童																			
免去第()課到第()課練習的兒童百分比																			
測驗以前的效率																			
測驗後增進的效率																			

教師成績記載表

學校 年級 教師

姓名	課數		成績					各課及格次數					成績		各科及格次數					成績							
	6 ₁	6 ₂	1	2	3	4	5	6 ₁	6 ₂	7	8	9	10	11	83 ₁	83 ₂	84	85	86	87	88	89	90 ₁	90 ₂			
1																											
2																											
3																											
4																											
5																											
6																											
7																											
8																											

(E) 時間 練習時,教師應當預備碼錶或有秒針的錶一只,教師要保持正確的時間,倘使每次練習的時間不

能一致，則兒童的成績，便不能正確將完全失掉這練習片的效力。兒童預備好了，教師看秒針指到60的時候叫“做。”到了規定的間叫“停。”

各級規定時間如下：

一下——六分

三上——四分

二上——五分

三下——三分半

二下——四分半

開始時，如嫌時間太短，可酌量增加。

測驗片材料舉例：

正 面

反 面

第一課 加 法						
2	3	4	5	7	4	6
1	2	1	2	2	3	1
5	4	7	5	6	4	7
3	1	2	4	1	2	1
5	6	8	4	5	6	3
1	2	1	4	1	3	1
7	4	3	8	5	1	2
1	3	3	1	2	1	2 (28)

3	5	5	7	9	7	7 (7)
8	5	9	9	7	6	8 (14)
6	8	9	8	6	9	4 (21)
8	7	6	9	7	2	4 (28)
第 課，第 次，做 題，正 題，						

(註) 正面右邊中間「1」字，表示第一張右邊下面「(28)」，表示本片共有二十八題。

反面係答數,每行後註(7), (14), (21), (28), 等字表明題目數,下面一行第 一 課等預備校正後填入。

(丙) 亞定練習片

亞定氏練習片現在應用他的學校絕少,此片係亞定氏發明,故稱亞定氏練習片(The“Andum” Arithmetic Practice Card) 祇須用一張練習片,便可練習加減乘除各法,辦法簡便,而有實效,此文登於 Child Education Vol 7, 14, November, 1930. 由編者譯出載教育雜誌第二十三卷第三號茲將其優點及用法說明如下:

亞定氏練習片之優點有三:

- (一) 這種練習,專門為練習而練習,練習時沒有其他問題纏擾。
- (二) 這種練習能使學生有興味肯努力。
- (三) 練習加減乘除可以平均發展。

雖然有許多練習片也是專為練習而練習的,而對於第二,第三兩點,沒有顧及。桑戴克(Thorndike)統計許多有名的練習簿,在這個統計裏,顯然可以證明有機會在內,(題目發現的次數有多少,不是平均的)他說“沒有一個作者能將 $2+2$ 和 $8+8$ 有同樣的四次,或 2×2 和

9×8 有同樣的八次,或 $2-2$ 和 $17-8$ 有同樣的十一次,或 $2 \div 2$ 和 $75 \div 8$, $75 \div 9$ 同樣有四十次以上。亞定氏的練習片自 0 到 9, 所見的次數是相同的,在練習此片時,一個加法題發見六次,而在練習減法時,也有同樣的六次,如此練習以後,兒童易於記憶,下面說明練習片的用法:

設現在叫兒童練習 7 的乘法除法,先叫兒童將練習片(如第一表)放在紙上,叫兒童做 7 的乘法,乘片子上各數,將答數寫在下面空格裏(如第二表。)從第一行做起,一直做到末一行爲止,每做過一行,恐怕有錯誤,可以復看一遍,比較起來,雖然要浪費一些時間,但是比較完全做好了,然後再從頭到底看一遍要經濟得多,完全做了的如第三表,乘法練習好了,將練習片移去,在自己的紙上做 7 的除法得商 1, 2, 3, 4, 5, 等,必定要寫在被除的下面一行,(如第四表)。完全做好了(如第五表),再將練習片放在紙上,(如第六表),叫兒童自己校閱所做的算題,有無錯誤,倘使紙上的數字和練習片上的數字是相同的,便是做得對了;否則,便錯了,要自己去改正。

第一表

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	4	4	9	8	6	7	2	4	9
5	8	3	7	5	0	6	7	0	8
7	4	2	8	3	5	9	9	1	2
6	2	1	5	0	1	6	3	5	6
2	8	8	0	4	1	7	0	4	7
2	9	0	1	6	3	5	3	1	9

第二表

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
3	4	4	9	8	6	7	2	4	9
5	8	3	7	5	0	6	7	0	8
7	4	2	8	3	5	9	9	1	2
6	2	1	5	0	1	6	3	5	6
2	8	8	0	4	1	7	0	4	7
2	9	0	1	6	3	5	3	1	9

第三表

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
3	4	4	9	8	6	7	2	4	9
21	28	28	63	56	42	49	14	28	63
5	8	3	4	5	0	6	7	0	8
35	56	21	28	35	0	42	49	0	56
7	4	2	8	3	5	9	9	1	2
49	28	14	56	21	35	63	63	7	14
6	2	1	5	0	1	6	3	5	6
42	14	7	35	0	7	42	21	35	42
2	8	8	0	4	1	7	0	4	7
14	56	56	0	28	7	49	0	28	49
2	9	0	1	6	3	5	3	1	9
14	63	0	7	42	21	35	21	7	63

第四表

0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
21	28	28	63	56	42	49	14	28	63
35	63	21	49	35	0	42	49	0	56
49	28	14	56	21	35	63	63	7	14
42	14	7	35	0	7	42	21	35	42
14	56	56	0	28	7	49	0	28	49
14	63	0	7	42	21	35	21	7	63

第五表

0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
21	28	28	63	56	42	49	14	28	36
3	4	4	9	8	6	7	2	4	9
35	56	21	49	35	0	42	49	0	56
5	8	3	7	5	0	6	7	0	8
49	28	14	56	21	35	63	63	7	14
7	4	2	8	3	5	9	9	1	2
42	14	7	35	0	7	42	21	35	42
6	2	1	5	0	1	6	3	5	6
14	56	56	0	28	7	49	0	28	49
2	8	8	0	4	1	7	0	4	7
14	63	0	7	42	21	35	21	7	63
2	9	0	1	6	3	5	3	1	9

第六表

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	4	4	9	8	6	7	2	4	9
3	4	4	9	8	6	7	2	4	9
5	8	3	7	5	0	6	7	0	8
5	8	3	7	5	0	6	7	0	8
7	4	2	8	3	5	9	9	1	2
7	4	2	8	3	5	9	9	1	2
6	2	1	5	0	1	6	3	5	6
6	2	1	5	0	1	6	3	5	6
2	8	8	0	4	1	7	0	4	7
2	8	8	0	4	1	7	0	4	7
2	9	0	1	6	3	5	3	1	9
2	9	0	1	6	3	5	3	1	9

(四) 速算題——速算是筆算的基本工作,對於筆算很有幫助的,茲就加,減,乘,除各法,分別述之如下:

(A) 加法

(1) 適當分解加數中的一數,然後照平常的加法做,如:

原 法	速算法
$\begin{array}{r} 895 \\ +328 \\ \hline 1223 \end{array}$	$\begin{array}{r} 900 \\ +323 \\ \hline 1223 \end{array}$

(2) 將兩數適當加減後,然後照平常的加法做,如:

原 法	速算法
$\begin{array}{r} 390 \\ +180 \\ \hline 570 \end{array}$	$\begin{array}{r} 400 \\ +200 \\ \hline 600 \\ - 30 \\ \hline 570 \end{array}$

(3) 加數被加數相近時,視為同相加如:

原 法	速算法	
$\begin{array}{r} 134 \\ +137 \\ \hline 271 \end{array}$	$\begin{array}{r} 134 \\ 134 \\ + 3 \\ \hline 271 \end{array}$	或
		$\begin{array}{r} 134 \\ \times 2 \\ \hline 268 \\ + 3 \\ \hline 271 \end{array}$

(4) 將適當的數目組合成整數,然後照平常加法做,如:

原 法	速算法
$\begin{array}{r} 99 \\ +198 \\ \hline 297 \end{array}$	$\begin{array}{r} 100 \\ +200 \\ \hline 300 \\ - 3 \\ \hline 297 \end{array}$

(5) 將兩個數目合成爲10然後相加如:

原 法	速算法
$\begin{array}{r} 28 \\ 12 \\ 12 \\ 5 \\ 15 \\ \hline 72 \end{array}$	$\begin{array}{r} 28 \\ 12 \} 10 \\ 12 \\ 5 \\ 15 \} 10 \\ \hline 72 \end{array}$

(6) 將兩個或兩個以上的數目,先合成10然後相加,如:

原 法	速算法
$\begin{array}{r} 4 \\ 2 \\ 5 \\ 3 \\ 6 \\ 8 \\ 4 \\ 1 \\ 1 \\ +1 \\ \hline 34 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ 2 \\ 5 \\ 3 \\ 6 \\ 8 \\ 4 \\ 1 \\ 1 \\ +1 \\ \hline 34 \end{array}$ <div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="margin-right: 10px;"> $\left. \begin{array}{l} 2 \\ 5 \\ 3 \end{array} \right\} 10$ </div> <div style="margin-right: 10px;"> $\left. \begin{array}{l} 6 \\ 8 \end{array} \right\} 10$ </div> <div> $\left. \begin{array}{l} 4 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right\} 10$ </div> </div>

(B) 減法

(1) 減數上減了適當的數目,照平常減法做,求得後再修正.如:

原 法	速算法
$\begin{array}{r} 214 \\ -120 \\ \hline 94 \end{array}$	$\begin{array}{r} 214 \\ +114 \\ \hline 100 \\ -6 \\ \hline 94 \end{array}$

(2) 減數上加了適當的數目,照平常減法做,求得後再修正.如:

原 法	速算法
$\begin{array}{r} 256 \\ -13 \\ \hline 153 \end{array}$	$\begin{array}{r} 256 \\ -100 \\ \hline 156 \\ -3 \\ \hline 153 \end{array}$

(3) 被減數上減了適當的數目,照平常減法做,求得後再修正.如:

原 法	速算法
$\begin{array}{r} 343 \\ -127 \\ \hline 216 \end{array}$	$\begin{array}{r} 327 \\ -127 \\ \hline 200 \\ +16 \\ \hline 216 \end{array}$

(4) 被減數上加了適當的數目,照平減法做求得後再修正.如:

原 法	速算法
$\begin{array}{r} 425 \\ -250 \\ \hline 175 \end{array}$	$\begin{array}{r} 450 \\ -250 \\ \hline 200 \\ - 25 \\ \hline 175 \end{array}$

(5) 將減數適當的分解:

原 法	速算法
$\begin{array}{r} 480 \\ -58 \\ \hline 422 \end{array}$	$\begin{array}{r} 480 \\ -50 \\ \hline 430 \\ - 8 \\ \hline 422 \end{array}$

(C) 乘法——乘法之速算法甚多,略舉如下:

(1) 法數爲 5,則以 10 乘實數,以 2 除.如:

原 法	速算法
$\begin{array}{r} 27 \\ \times 5 \\ \hline 135 \end{array}$	$2 \overline{) 270} \quad (27 \times 10)$ $\underline{135}$

(2) 法數爲 50,則以 100 乘實數,以 2 除.如:

原 法	速算法
$\begin{array}{r} 42 \\ \times 50 \\ \hline 2100 \end{array}$	$2 \overline{) 4200} \quad (42 \times 10)$ $\underline{2100}$

(3) 法數爲25,則以100乘實數,以4除如:

原 法	速 算 法
$\begin{array}{r} 32 \\ \times 25 \\ \hline 160 \\ 64 \\ \hline 800 \end{array}$	$4 \overline{) 3200} \quad (32 \times 100)$ $\underline{800}$

(4) 法數爲125,則以1000乘實數,以8除如:

原 法	速 算 法
$\begin{array}{r} 27 \\ 125 \\ \hline 135 \\ 54 \\ 27 \\ \hline 3375 \end{array}$	$8 \overline{) 27000} \quad (27 \times 1000)$ $\underline{3375}$

(5) 法數爲75,則以100乘實數,由乘積減去 $\frac{1}{4}$ 如:

原 法	速 算 法
$\begin{array}{r} 12 \\ \times 75 \\ \hline 60 \\ 84 \\ \hline 900 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1200 \quad (12 \times 10) \\ - 300 \quad (1200 \text{ 之 } \frac{1}{4}) \\ \hline 900 \end{array}$

(6) 法數爲9,則以10乘實數,而減去實數.凡19,29,39等可類推.如:

原 法	速 算 法
$\begin{array}{r} 23 \\ \times 9 \\ \hline 207 \end{array}$	$\begin{array}{r} 23 \\ \times 10 \\ \hline 230 \\ - 23 \\ \hline 207 \end{array}$

(7) 法數爲11,則以10乘實數,而加以實數,凡21,31,41等可類推,如:

原 法	速 算 法
$\begin{array}{r} 42 \\ \times 11 \\ \hline 42 \\ 42 \\ \hline 462 \end{array}$	$\begin{array}{r} 42 \\ \times 10 \\ \hline 420 \\ + 42 \\ \hline 462 \end{array}$

(D) 除法——除法即乘法的速算,只須用上面乘法各法的速算便得,茲舉一例,餘類推.

$5 \overline{) 2850} \\ \underline{570}$	$10 \overline{) 2850} \\ \underline{285} \\ \times 2 \\ \hline 570$
--	---

第二節 教材的排列

(甲) 排列的原則

(1) 難易的程度——算術教材的排列和別的教材一樣,也根據由淺入深的原則進行.舊時的排列,往往加法居減法之前,減法居乘法之前,但有時的加法難於減法,減法難於乘法,以致難易顛倒.

(2) 多少的程度——當根據由簡入繁的原則進行,在初學時題目少而易,待兒童練習

得成熟而正確以後，乃漸漸加多，更注意其速度。

(3) 適合時令 —— 國語常識等教材應當適合時令，算術科的教材排列，也當適合時令，這是同樣的理由。

(乙) 排列的方法

(1) 論理的排列 —— 舊式算術教材的排列，完全根據論理的，而絕對不注意心理方面，這是一個很大的缺點。茲就整數的加減乘除來說明其排列的步驟。

a 整數的認識及讀法寫法 —— 自 1 認識起至 10000，或竟至 100000，或 1000000 這種數目已超出兒童的數量觀念以外。

b 整數的加法 —— 自 $1+1$ 起至 $1268+675$ 或 3804 等，自最簡單以致於最複雜的。

c 整數的減法 —— 自 $2-1$ 起至 $14878-7693$ 等，亦自最簡單以致於最複雜的。

d 整數的乘法 —— 自 2×2 等最簡易的至 464×253 等最複雜的算式。

e 整數的除法 —— 自 $4 \div 2$ 等最簡易的至 $46524 \div 376$ 等最複雜的算式。

這種排列的缺點甚多：第一，在未學加法之先，必學習許多大數目，一刹那自一至萬，既不合兒童經驗，又不切實用。試問萬萬以上的數目，在小學生有何用處？第二，減法必在加法之後，乘法必在減法之後，除法必在乘法之後，如 $3-2$ 必在 $1864+2839$ 之後； 3×2 必在 $17568-6217$ 之後； $4\div 2$ 必在 356×179 之後；這不是難易倒置，不合心理的排列麼？

(2) 心理的排列 —— 大家都感覺到論理的排列不合心理，於是有相反的改變，將加減乘除同時學習。如下列的排列：

第一組 $1+1$ $2\div 1$ 1×2 $2\div 1$ $2\div 2$

第二組 $1+2$ $2+1$ $3-1$ $3-2$ 1×3 $3\div 3$

$1\div 1$

照這樣辦法，每組數目都要做到加減乘除法，似乎合於心理的排列，但學生練習時茫無頭緒，既要習加減，還要學習乘除，以致手忙腳亂，學習時的困難，和以前一樣，而效果反而減退，所以這種排列，實在是矯枉過正的辦法。

(丙) 折衷的排列 —— 上述兩種排列的方法都不適用，乃有人提用折衷的排列，折衷排

列,一方面採取論理的排列的辦法,一方面又採取心理排列的精神,兩者兼而有之,取其長而舍其短,現在新課程中各學年作業綱要的分配,便是根據折衷的排列法,請詳細參攷第一章第三節內作業要項的說明,便可明瞭,茲不贅述。

整數加減乘除的式題排列法,根據心理學家測驗統計研究結果,其排列次序如下,亦可供參攷。

a 加法

第一步	$\begin{array}{r} 2 \\ +2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ +1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ +5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ +5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 0 \\ +0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ +4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ +1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ +4 \\ \hline \end{array}$
第二步	$\begin{array}{r} 1 \\ +1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ +5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ +6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ +7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ +1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ +8 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ +2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ +3 \\ \hline \end{array}$
第三步	$\begin{array}{r} 4 \\ +2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ +8 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ +4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ +1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ +1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ +4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ +4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ +9 \\ \hline \end{array}$
第四步	$\begin{array}{r} 4 \\ +5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ +2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ +6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ +1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ +3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ +6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ +3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ +1 \\ \hline \end{array}$
第五步	$\begin{array}{r} 7 \\ +3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ +5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ +1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ +2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ +7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ +0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ +4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ +2 \\ \hline \end{array}$
第六步	$\begin{array}{r} 3 \\ +6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 0 \\ +6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ +2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ +0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ +0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ +2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ +0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ +7 \\ \hline \end{array}$

第七步 $\begin{array}{r} 6 \\ +3 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 5 \\ +2 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 0 \\ +2 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 0 \\ +6 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 0 \\ +8 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 0 \\ +4 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 3 \\ +0 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 5 \\ +0 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 0 \\ +5 \\ \hline \end{array}$

第八步 $\begin{array}{r} 4 \\ +0 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 0 \\ +9 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 4 \\ +3 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 0 \\ +7 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 1 \\ +0 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 0 \\ +3 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 0 \\ +1 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 7 \\ +0 \\ \hline \end{array}$

進位的基本九九加法

第九步 $\begin{array}{r} 3 \\ +8 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 6 \\ +6 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 7 \\ +7 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 2 \\ +9 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 9 \\ +9 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 6 \\ +5 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 9 \\ +2 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 8 \\ +8 \\ \hline \end{array}$

第十步 $\begin{array}{r} 7 \\ +4 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 8 \\ +2 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 5 \\ +6 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 4 \\ +7 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 9 \\ +5 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 4 \\ +8 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 8 \\ +3 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 7 \\ +4 \\ \hline \end{array}$

第十一步 $\begin{array}{r} 3 \\ +9 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 7 \\ +6 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 9 \\ +4 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 9 \\ +3 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 8 \\ +6 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 8 \\ +5 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 8 \\ +7 \\ \hline \end{array}$

第十二步 $\begin{array}{r} 9 \\ +6 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 4 \\ +9 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 5 \\ +9 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 6 \\ +7 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 6 \\ +9 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 5 \\ +8 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 8 \\ +9 \\ \hline \end{array}$

第十三步 $\begin{array}{r} 7 \\ +8 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 7 \\ +9 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 9 \\ +8 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 5 \\ +7 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 9 \\ +7 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 6 \\ +8 \\ \hline \end{array}$

十以上的各種進位加法

第十四步 $\begin{array}{r} 12 \\ +6 \\ \hline \end{array}$ 個位和十位相加不進位。

第十五步 $\begin{array}{r} 23 \\ +8 \\ \hline \end{array}$ 個位和十位相加要進位。

第十六步 $\begin{array}{r} 3 \\ +8 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 13 \\ +8 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 43 \\ +8 \\ \hline \end{array}$ 逐步行進的加法。

第十七步 $\begin{array}{r} 14 \\ +22 \\ \hline \end{array}$ 兩位數加兩位數不進位。

第十八步
$$\begin{array}{r} 1312 \\ + 534 \\ \hline \end{array}$$
 兩位數以上的加法不進位。

第十九步
$$\begin{array}{r} 72 \\ + 53 \\ \hline \end{array}$$
 十位數和十位數相加,十位數要進位。

第二十步
$$\begin{array}{r} 28 \\ + 17 \\ \hline \end{array}$$
 十位數和十位數相加,個位數要進位。

第二十一歩
$$\begin{array}{r} 78 \\ + 56 \\ \hline \end{array}$$
 十位數和十位數相加,都要進位的。

第二十二歩
$$\begin{array}{r} 5 \\ 6 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$
 三基數相加。

第二十三歩
$$\begin{array}{r} 27 \\ 36 \\ + 43 \\ \hline \end{array}$$
 三個十位數相加。

第二十四歩
$$\begin{array}{r} 306 \\ + 254 \\ \hline \end{array}$$
 兩個百位數相加。

第二十五歩
$$\begin{array}{r} 7 \\ 0 \\ 8 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$
 四個單位數相加。

第二十六歩
$$\begin{array}{r} 432 \\ 800 \\ 768 \\ + 910 \\ \hline \end{array}$$
 四個百位數相加。

第二十七歩
$$\begin{array}{r} 43 \\ 186 \\ 3427 \\ 3 \\ + 4561 \\ \hline \end{array}$$
 大小各數相加,這是加法中最複雜難算法,這種加法會算了,一切加法,都會計算了。

(b) 減法

第一步	$\begin{array}{r} 0 \\ -0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ -4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ -8 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 12 \\ -6 \\ \hline \end{array}$
第二步	$\begin{array}{r} 11 \\ -6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ -6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline \end{array}$
第三步	$\begin{array}{r} 7 \\ -4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ -5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 16 \\ -8 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ -5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ -4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ 15 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ -4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ -2 \\ \hline \end{array}$
第四步	$\begin{array}{r} 3 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ -4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 10 \\ -5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 10 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ -5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ -6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ -3 \\ \hline \end{array}$
第五步	$\begin{array}{r} 8 \\ -7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ -5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 10 \\ -9 \\ \hline \end{array}$
第六步	$\begin{array}{r} 12 \\ -9 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 10 \\ -8 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ -6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 10 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 10 \\ -6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 10 \\ -4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ -9 \\ \hline \end{array}$
第七步	$\begin{array}{r} 10 \\ -7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 14 \\ -7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 14 \\ -8 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ -7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ -4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ -2 \\ \hline \end{array}$
第八步	$\begin{array}{r} 12 \\ -8 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ -6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 10 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 12 \\ -5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 11 \\ -5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 18 \\ -9 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 11 \\ -9 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ -8 \\ \hline \end{array}$
第九步	$\begin{array}{r} 4 \\ -0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ -0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ -0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ -7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 11 \\ -7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ -0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ -0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 14 \\ -5 \\ \hline \end{array}$
第十步	$\begin{array}{r} 17 \\ -6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 11 \\ -8 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ -0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ -0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ -0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ -0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 12 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 11 \\ -2 \\ \hline \end{array}$
第十一步	$\begin{array}{r} 13 \\ -9 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 12 \\ -7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 16 \\ -7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 15 \\ -7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 13 \\ -7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 13 \\ -6 \\ \hline \end{array}$	

第十二步 $\begin{array}{r} 12 \\ -4 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 11 \\ -4 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 17 \\ -9 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 15 \\ -6 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 11 \\ -3 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 13 \\ -4 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 14 \\ -9 \\ \hline \end{array}$

第十三步 $\begin{array}{r} 13 \\ -5 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 13 \\ -8 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 15 \\ -9 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 14 \\ -6 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 16 \\ -9 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 15 \\ -8 \\ \hline \end{array}$

第十四步 $\begin{array}{r} 16 \\ -2 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 78 \\ -3 \\ \hline \end{array}$ 兩位數減一位數,不借位.

第十五步 $\begin{array}{r} 88 \\ -11 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 67 \\ -25 \\ \hline \end{array}$ 兩位數減兩位數,不借位.

第十六步 $\begin{array}{r} 53 \\ -7 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 44 \\ -9 \\ \hline \end{array}$ 兩位數減一位數,要借位的.

第十七步 $\begin{array}{r} 63 \\ -25 \\ \hline \end{array}$ 兩位數減兩位數,要借位的.

第十八步 $\begin{array}{r} 460 \\ -38 \\ \hline \end{array}$ 三位數減兩位數,個位要借位的.

第十九步 $\begin{array}{r} 724 \\ -68 \\ \hline \end{array}$ 三位數減兩位數,個位十位都要借位.

第二十步 $\begin{array}{r} 138 \\ -129 \\ \hline \end{array}$ 三位數減三位數,減剩一位.

第二十一步 $\begin{array}{r} 478 \\ -105 \\ \hline \end{array}$ 三位數減三位數,不借位而有0的減法

第二十二步 $\begin{array}{r} 604 \\ -372 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 453 \\ -405 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 207 \\ -109 \\ \hline \end{array}$ 三位數減三位數,要借位
的,有0的減法.

(c) 乘法

- 第十三步 $\begin{array}{r} 1 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 2 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 9 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 6 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 8 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 4 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$
- 第十四步 $\begin{array}{r} 8 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 6 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 9 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 8 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 7 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 7 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$
- 第十五步 $\begin{array}{r} 21 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 52 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$ 兩位數和一位數相乘,無須進位.
- 第十六步 $\begin{array}{r} 213 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 612 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$ 三位數和一位數相乘,無須進位.
- 第十七步 $\begin{array}{r} 2004 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$ 不進位而有 0 的乘法.
- 第十八步 $\begin{array}{r} 316 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$ 三位數和一位數相乘,第一位要進位.
- 第十九步 $\begin{array}{r} 105 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$ 同上一步,不過中間與 0 相乘.
- 第二十步 $\begin{array}{r} 3906 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 5367 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$ 法數一位進位的乘.
- 第二十一歩 $\begin{array}{r} 21 \\ \times 13 \\ \hline \end{array}$ 兩位數乘兩位數,不進位.
- 第二十二歩 $\begin{array}{r} 67 \\ \times 43 \\ \hline \end{array}$ 兩位數乘兩位數,要進位的.
- 第二十三歩 $\begin{array}{r} 60 \\ \times 36 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 25 \\ \times 20 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 60 \\ \times 60 \\ \hline \end{array}$ 兩位數乘兩位數,數目中有 0 的.
- 第二十四歩 $\begin{array}{r} 268 \\ \times 73 \\ \hline \end{array}$ 三位數和兩位數相乘.

第二十五步 $\begin{array}{r} 360 \\ \times 36 \end{array}$ $\begin{array}{r} 708 \\ \times 37 \end{array}$ $\begin{array}{r} 204 \\ \times 38 \end{array}$ $\begin{array}{r} 267 \\ \times 40 \end{array}$ $\begin{array}{r} 709 \\ \times 50 \end{array}$ 三位數和兩位數相乘,數中有0.

第二十六步 $\begin{array}{r} 748 \\ \times 326 \end{array}$ 三位數和三位數相乘

第二十七步 $\begin{array}{r} 765 \\ \times 230 \end{array}$ 同上,法數末位有0.

第二十八步 $\begin{array}{r} 546 \\ \times 200 \end{array}$ 同上,法數末二位是0.

第二十九步 $\begin{array}{r} 206 \\ \times 300 \end{array}$ 同上,法數末二位及實數中間一位均是0.

第三十步 $\begin{array}{r} 426 \\ \times 302 \end{array}$ 同上,法數中間一位是0.

第三十一步 $\begin{array}{r} 5760 \\ \times 325 \end{array}$ 四位數和三位數相乘,實數末位是0.

第三十二步 $\begin{array}{r} 9060 \\ \times 470 \end{array}$ 同上,實數,法數中各有0.

第三十三步 $\begin{array}{r} 4500 \\ \times 3200 \end{array}$ 四位和四位相乘,末二位各是0.

第三十四步 $\begin{array}{r} 7664 \\ \times 4001 \end{array}$ 同上,法數的中間兩位是0.

第三十五步 $\begin{array}{r} 64030 \\ \times 1080 \end{array}$ 五位數和四位數相乘,各有0數.

(d) 除法

第一步 $5\sqrt{20}$ $3\sqrt{18}$ $2\sqrt{4}$ $5\sqrt{25}$ $4\sqrt{12}$ $3\sqrt{15}$ $7\sqrt{21}$ $4\sqrt{20}$

第二步 $6\sqrt{12}$ $2\sqrt{14}$ $4\sqrt{16}$ $3\sqrt{9}$ $2\sqrt{12}$ $2\sqrt{8}$ $1\sqrt{1}$ $7\sqrt{28}$

第三步 $5\sqrt{45}$ $5\sqrt{15}$ $2\sqrt{16}$ $5\sqrt{30}$ $9\sqrt{18}$ $8\sqrt{32}$ $4\sqrt{4}$ $1\sqrt{4}$

第四步 $8\sqrt{16}$ $8\sqrt{72}$ $2\sqrt{10}$ $1\sqrt{7}$ $7\sqrt{14}$ $3\sqrt{24}$ $1\sqrt{9}$ $7\sqrt{56}$

第五步 $6\sqrt{36}$ $6\sqrt{24}$ $3\sqrt{12}$ $6\sqrt{30}$ $7\sqrt{35}$ $3\sqrt{6}$ $5\sqrt{5}$ $6\sqrt{6}$

第六步 $9\sqrt{81}$ $8\sqrt{8}$ $1\sqrt{8}$ $3\sqrt{3}$ $5\sqrt{35}$ $7\sqrt{42}$ $9\sqrt{27}$

第七步 $9\sqrt{45}$ $4\sqrt{8}$ $3\sqrt{21}$ $2\sqrt{6}$ $6\sqrt{18}$ $9\sqrt{9}$ $7\sqrt{7}$

第八步 $5\sqrt{10}$ $1\sqrt{5}$ $4\sqrt{24}$ $1\sqrt{6}$ $6\sqrt{54}$ $7\sqrt{63}$ $8\sqrt{0}$

第九步 $7\sqrt{49}$ $2\sqrt{0}$ $6\sqrt{0}$ $8\sqrt{40}$ $5\sqrt{0}$ $5\sqrt{40}$ $4\sqrt{0}$

第十步 $4\sqrt{32}$ $1\sqrt{0}$ $9\sqrt{36}$ $3\sqrt{27}$ $2\sqrt{2}$ $3\sqrt{0}$ $8\sqrt{64}$

第十一步 $9\sqrt{72}$ $1\sqrt{3}$ $4\sqrt{28}$ $6\sqrt{42}$ $8\sqrt{24}$

第十二步 $9\sqrt{0}$ $6\sqrt{48}$ $8\sqrt{56}$ $8\sqrt{48}$ $7\sqrt{0}$

第十三步 $2\sqrt{248}$ 各位數均能除盡。

第十四步 $5\sqrt{355}$ 同上,從二位數開始

第十五步 $2\sqrt{406}$ 同上,中間一位是0

第十六步 $4\sqrt{840}$ 同上,末位是0。

第十七步 $6 \overline{)636}$ 同上,答數中間一位是0.

2...1

第十八步 $2 \overline{)5}$ 被除數一位,有餘數.

5...2

第十九步 $7 \overline{)37}$ 被除數兩位,有餘數.

51...1

第二十步 $3 \overline{)154}$ 被除數三位,有餘數.

90...3

第二十一步 $5 \overline{)453}$ 同上,答數末位是0.

510...3

第二十二步 $5 \overline{)2553}$ 被除數四位,答數末位是0.

第二十三步 $4 \overline{)648}$ 第一位被除後有餘,併入第二位同除.

第二十四步 $3 \overline{)462}$ 第一位被除後有餘,併入第二位同除,第

二位除後有餘,併入第三位同除.

141...2

第二十五步 $7 \overline{)989}$ 同上,答數有餘.

其他小數等方法,可以類推.

第三節 教材的編輯

(甲) 機械練習——此種編法,最爲陳舊,舊式之教科書,大多用此法編輯.其編法凡教學一種新方法,祇先教授一個例題,並不說明理由,亦不一定用驗算法或其他辦法證明,祇教

兒童明瞭如此做法而已。例題教過以後，即出許多同類的題目，叫學生照著例題，依樣畫葫蘆的練習。此法的缺點，在完全由教師注入，學生無自動學習的餘地。

(乙) 指導學習 —— 此法較前法進步，現在各教科書，多用此法編輯。其編法凡新授一種方法，其所舉的例題，並不如上述這樣的用注入式教學。教師根據學生的舊經驗而指導學習新方法。舉例如下：

如開始教學法數二位的乘法 $\begin{array}{r} 24 \\ \times 12 \\ \hline \end{array}$ 照上法教學，則 $\begin{array}{r} 24 \\ \times 12 \\ \hline 48 \\ 24 \\ \hline 288 \end{array}$ 祇須將此算式列出，教學生依法

泡製好了。現在則不然，用已經學習過²的乘法和10的乘法引入，如 $\begin{array}{r} 24 \\ \times 2 \\ \hline 48 \end{array}$ $\begin{array}{r} 24 \\ \times 10 \\ \hline 240 \end{array}$ 相加 $\begin{array}{r} 240 \\ + 48 \\ \hline 288 \end{array}$

乃進一步要將此三式聯在一起，叫學生試作，結果得 $\begin{array}{r} 24 \\ \times 12 \\ \hline 48 \\ 24 \\ \hline 288 \end{array}$ 如此教學，學生自己

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 12 \\ \hline 48 \text{ (} 24 \times 2 = 48 \text{)} \\ 24 \text{ (} 24 \times 10 = 240 \text{)} \\ \hline 288 \end{array}$$

可以多思考,想方法,教師從旁指導,效果比上法好得多.此法即稱為自學輔導主義.

(丙) 自己學習 —— 此種方法最為新穎,教育家華虛朋 (Carleton Washburne) 所編之算術練習書,即用此法.其編法凡新授一種方法,上面做了許多不同的例子,非常顯明,學生看明白了,即可演算下面的練習題,無須教師指導,故此法最適用於自修.茲舉華氏所著之算術第一冊第一頁為例,此頁共有式題八行,第一行之式題均有答數,學生先將此一行詳細看明,然後自第二行起,自己填寫答數,如做不出,則看上面之例題,在其中去找同樣的算式,找得後便知其答數,蓋此頁第二行起之題目,即為第一行之題目,但排列重複與顛倒耳.第二頁起,則漸漸加深.

〔本章研究問題〕

(一) 式題練習和應用題練習,何者重要,或宜並重?試說明其理由.

(二) 應用練習測驗有何優點?參看俞氏的練習測驗片及說明書,并試用一次.

(三) 速算方法除上述以外,如有漏落,再補出數種.

(四) 舊式的教材如何排列?有何缺點?

(五) 新課程中的教材如何排列?有何優點?

(六) 檢閱現在各書局出版的算術教科書,應用何法編輯?

第三章 算術教學的研究

第一節 教學的方式

教學的方式各有不同,大概看各種材料的需要而定,看需要那一種,便應用那一種,並無一定規則,又因年級的關係,一二年級偏重遊戲化,三四年級重故事化,至五六年級則偏重事實方面的問題練習,其重要的方式,大概可分爲(一)新授,(二)練習,(三)遊戲,(四)建造,(五)欣賞,茲分別討論之如下:

(一) 新授——新的方法原理,應從實在的需要出發,先使兒童明白方法的功用,用歸納法一步一步的進行,切忌用演繹法推求。

(二) 練習——將已學習的新方法,練習純熟,練習的方法,可分成下列數種:

(a) 練習測驗——如應用克爾斯的練習片(見第二章內)

(b) 診斷測驗——調查學生的缺點所在而加以

指導,其辦法及說明參看第五章。

(c) 普通練習——即用普通式題或應用題等來練習。

(d) 口述練習——教師口述問題,兒童演算在練習簿上。

(三) 遊戲——用各種遊戲方法來練習,最適宜於低年級應用,遊戲的種類甚多,約舉數例:

(a) 唱歌遊戲——如五只小麻雀 (材料見本章第二節)

(b) 山歌——如十兒歌:阿大阿二挑薺菜,阿三阿四做餛飩,阿五阿六吃餛飩,阿七阿八舐缸盆,阿九阿十哭了一黃昏,唱此歌目的在練習一到十的數法。

(c) 急口令——數數: 1—1
 12—21
 123—321
 1234—4321
 12345—54321
 123456—654321
 1234567—7654321
 12345678—87654321
 123456789—987654321 (反複練習10的數法)

逐行依次讀下,先看了讀,再背誦目的在練習一到十的數數。

(d) 其他各種遊戲為跳繩,跳遠,拋籃球,拍

皮球,踢毽子等均可利用做算術方面的遊戲,第四章所舉的各種遊戲教具,均可應用。

(四) 建造——表演是屬於建造方面,教學方法要點上謂低年級應充分用表演的方法,將問題演成事實,讓兒童直觀,可見用表演來教學是非常有價值的,茲舉三個實例如下:

(a) 郵局

局員: (拿包裹) 包裹裏是什麼?

孫先生: 是貨品,沒有別的東西在內。

局員: (稱包) 2斤7兩共39兩。

孫先生: 要多少郵票?

局員: 這是外埠的,算第二資,該——分

孫先生: 我要買——分郵票。(拿出大洋一元給局員)

局員: 這是——分,還有找大洋——

孫先生就拿郵票貼上寄包,收錢。

(第二第三人可繼續表演)

(b) 米店

店裏人: 畢師母,你早呀!

畢師母: 早,今天我要三升頂好的白米。(這白米每升一角大洋,現在給他一元,還有多少可以找出?)

店裏人等了一刻: 金先生,你早呀。

金先生：早，請你給我一升頂便宜的米。（這米每升八分大洋，金先生給大洋二角，還有多少可以找出？）

（注意 這個米店遊戲，很好玩的，全班的學生，都可以玩。玩的時候，注意實測升斗，貨幣的算法，再鼓勵學生要求表演別種店。）

(c) 文具店

現在拿了錢，到文具店裏去買東西。這東西的價錢如下：

紙每張銅元	3枚	橡皮每塊銅元	7枚
書釘每隻	3枚	毛筆每枝	5枚
鉛筆每枝	6枚	墨每錠	8枚

（注意 表演買賣，每人用去的錢，不要超過五十個銅元。）

(五) 欣賞——故事一類的材料屬於欣賞方面。一二年級裏當然應用，便是三四年級，也應使問題故事化，幫助兒童想像事實。算術故事，可由教師擬作，但至少要注意下列各條件：

(a) 不要太重故事——常見算術故事，洋洋數千言，而內容不過有一兩個算題，未免太違反本旨了。須故事與算術並重為最妥。

(b) 不要太重興味——以前的人教算術太呆笨，以致學生毫無興味。現在往往矯枉過正，太注意興味了，每講一故事，說得天花亂墜。

引得哄堂大笑,算術的本身,反而不注意了。

(c) 不要太爲複雜——敘述的故事要簡明,一貫,切忌多轉灣,曲折,使學不易思考。

(d) 內容不要消極——故事的取材也宜注意,如敘述迷信的,戲謔的,強暴的,恐怖的,不合時代精神的,均在除棄之列。

(e) 不要和事實不符——故事中有關係的數目,不可與事實不符,如米每石價十二元,故事說十元則可,因相差無幾;而不能說每石二元或三十元,與事實距離太遠。

能根據上述各項編故事,大概不會發生問題了,再舉兩個實例來做結束!

(1) 幻術——有一個變戲法的人,他手裏拿了一個花布的袋,走上臺來,他說“這袋裏有許多寶貝,倘使諸位不信可以拿出來給諸位看看。”他把袋翻出來一些也沒有,他又把袋翻過去,還是一些也沒有。他用右手伸到袋裏去一摸,就摸了三個雞蛋出來,大家正在奇怪,他又摸了三個出來。(一共有幾個)又摸了三個出來,(幾個)這許多雞蛋,放在一個大碟子裏,他再想到袋裏去摸,袋裏沒有了。他去看碟子裏的雞蛋,碟子打翻了,雞蛋也不見了。現在碟子裏只賸三個雞蛋,不見了幾個?他連說奇怪,他面上

現出生氣的樣子，他把帽子一丟，他的帽子剛才丟到雞蛋上，這三個雞蛋，變成三只小雞了。

他把三隻小雞拿在手裏，向上丟去，小雞變成鐵蛋了，再丟，再丟，一個變兩個，三個，變幾個？再丟，再丟一個又變兩個，共有幾個？他說“飛飛飛飛到高山喫白米”鐵蛋變成燕子飛起來了，飛去一半，還有多少？他說“燕子燕子樑上棲，此地卻有白米”六只燕子好像懂的，躲在樑上一動也不動。

他又對大眾說“一尺長的紙，可以變二尺，七尺長，變幾尺？”大家說“十四尺”他便量出一條七尺長的紙，把他吹了一口氣，再用尺量，再也量不完了，後來用疊的方法疊起來，疊成二丈長的六層，有多長？

他又用寶劍一柄，他說“這寶劍多亮呀！”說時，用手在寶劍上一按，忽而劍頭上瀉下三個銅元來，他再按又是三個，他共按了五按，掉下的銅元有幾個？倘使他按了六按，七按，八按呢？

他變完了戲法，說一聲再會，走下檯去，看的人都拍手稱贊。

(2) 鐘的故事——有兩個運動員，在運動場上要比賽12碼的賽跑，一個的身材很長，一個很短，長的跑一圈12碼，短的才跑一碼，長的跑二圈，短的跑幾碼？短的跑十二碼，長的已經跑了幾圈？一日一夜，短的可以跑二十四碼，長的

要跑幾圈？

(3) 猜謎亦可屬於欣賞範圍以內，如：

大哥山上坐（老虎） 二哥水裏摸田螺（鴨）

三哥買雞不帶秤（黃狼） 四哥糴米不帶籬（老鼠）

第二節 教學的步驟

無論教學那一種功課，都有一定的步驟，按步就班的進行，絲毫不容紊亂，尤其是教小學裏的算術，最要注意教學步驟。一則因算術是最科學化的東西，不能雜亂；二則因小學生對於抽象的數目，最不易明瞭。下面按照教學時進行的步驟一一說明。

(甲) 數的常識的認識——在未認識數目以前，先宜學習關於數的常識，就是作業第一第二兩項上說大小，長短的認識。輕重，厚薄的認識。教學時就兒童日常習見的實物加以辨別：

(一) 辨別大小——如大狗和小狗比較，大貓和小貓比較，次將大狗和大貓比較。先就同類的東西相比，然後就不同類的東西相比。一物在甲處相比為大，在乙處相比為小。如大狗

和小貓相比，則大狗當然大，而大貓和大狗相比，則大貓小了。從這種地方，讓兒童明瞭大小原無一定標準，全由比較而得。可講孔融讓梨的故事，也是認識大小的好材料。

(二) 辨別長短——此處之所謂長短，包含高低而言。按長短高低可依位置而分。平行於水平面的為長短，垂直於水平面的為高低。但在南方一帶，往往通用。如指人體的長短，北方人稱為‘高低’（或矮，）此種情形當隨各地習慣而異，無一定的用法。教學時可將毛筆，鉛筆，教鞭以及其他易於分別長短的實物比較。其他如各人比手指，同學和同學比長短，教師和學生比長短（或稱高矮）均可。

(三) 辨別輕重——輕重的認識，有的一見即可分辨，有的僅靠目測不能辨別，須用手估量才行。最易使學生明瞭的，便是蹺蹺板，因為小學校裏大概有這種遊戲設備，且兒童都非常歡喜玩的。輕則向上，重則向下，便於說明。如用天平秤等，輕方向上，重方向上，亦是說明輕重的好材料。其他如兩兩相比，亦可辨別輕重。如一人推一滿載貨物的小車，一人推一睡小

孩的搖籃，即可知推小車重而推搖籃輕了。又如數人拖一石柱，一小孩推一紙燈，即可知拖石柱重而推紙燈輕。以上所舉，因輕重相差過多，祇須一看便足辨別，有時不易用目測的，如輕重相差不多，則須至少以手估量，因有許多東西祇靠目測，而將輕重淆混，以輕誤為重，以重誤為輕。如一大包棉花，和一小塊鉛相比，往往誤棉重於鉛，孰知鉛重於棉，所以便非估量不可了。

(四) 辨別厚薄——教學時先以同類之厚薄相比，次以不同類的東西相比與大小相比之理相同，所用教材如厚書和薄書相比，厚的餅乾和薄的餅乾相比等。

(乙) 數目的認識——關於數的常識的觀念明瞭以後，便進一步認識數目，年齡較小的兒童對於抽象的數觀念，茫然不知，所以認識數目，當從具體的經驗出發，漸漸渡入抽象的數目，先數實物，然後用言語來表示，再後用文字來表示，認識，分下面幾個階段進行（新課程標準內也是如此分階段。）

(一) 1到9數目的認識——以教室內的

實物,如鉛筆粉筆等,或兒童日常遊戲的實物,如皮球,毬子等.如教師執三枝粉筆示兒童,叫兒童數一,二,三.唱罷,說有三枝粉筆.目的在認識具體的實物,稍進,教師示三個皮球叫兒童說出數目來,訓練他們不要一個一個的數,一看便得說出.說錯了,再一個一個的數,再進,叫兒童聽了聲音說出數目來,如教師打鈴三下,或擊桌三下,叫兒童聽了說出數目來,這個方法由視的經驗轉變到聽的經驗.數的範圍漸漸擴充由 3 至 5,至 7,至 9 爲止.

上面所說的關於數數和認數的兩個步驟,這兩步明白了便要認識寫數了.如教師示三個毬子在黑板上寫 3,叫兒童一齊讀「三」.示七枝筆在黑板上示 7 字,叫兒童一齊讀「七」.再用 9 張卡片,上面繪各種實物自一至九,反面寫 1 到 9 各數字,卡片可用硬紙片,做長 3

吋闊 2 吋,最爲適當,如:



(卡片之製法見第四章)先示實物,讓學生說“四隻蘋果,”再反過來讓學生說“4.”又發

各兒童自 1 到 9 的數字片一套，教師示繪實

物的卡片，如



令兒童選出 3 的卡片

來。兒童能將實物與數字結合以後，乃可練習數字的寫法，開始時再用繪實物的卡片，如



(兩隻茶杯)叫學生寫 2 字。或教師擊

桌三下，叫兒童寫 3 字。練習的步驟，分述於下：
第一步示範字。所寫的範字祇須簡單，切不要寫花體，講美觀，我們第一步要求其像，寫得像以後，兒童不期然而然會得講究美觀，最適當的，示範如下：

1 2 3 4 5 6 7 8 9

第二步要指示筆次，可說明如下：

1 2 3 4 5 6 7 8 9

第三步教兒童開始練習,先用描空法,叫兒童把空填實,如下法:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

第四步教兒童把虛線連起來,如下法:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

第五步依了 1 到 9 次序臨寫。

第六步揀難的字提出來特別練習,兒童往往把 4 字作 \perp , 9 寫作 ρ , 所以當揀難的字特別加以訓練。

練習寫數字是在寫算式以前,應有的準備,否則數字的形體不認識或不會寫,都可以阻礙學習的,但是上面所舉的都是機械的練習,容易使兒童發生厭倦,所以當多用遊戲法練習寫數字,以副目的來培養正目的。

下面介紹幾則關於認識 9 以內各數遊戲。

(a) 小雀子唱遊教材,見社會化算術教授書第二冊)

(1) A $\frac{3}{4}$ 五隻小雀子

<u>5 5 5</u>	<u>5 5 5</u>	<u>6 6 6 6</u>
五隻小	雀子	在 樹
6——	<u>7 7 7</u>	<u>7 6</u>
上	一雀飛去	還 剩四
6——	<u>5 5 6</u>	<u>5 5 3</u>
隻——	小雀子	小雀子 飛去
<u>2</u> ——	<u>5 5 2</u>	<u>2 5</u>
了!	小雀子	小雀子 飛去了!

(2) 四隻小雀子在樹上;一隻飛去,還剩三隻,小雀子,小雀子,飛去了!小雀子,小雀子,飛去了!

(3) 三隻小雀子在樹上;一隻飛去,還剩二隻,小雀子,小雀子,飛去了!小雀子,小雀子飛去了!

(4) 二隻小雀子在樹上;一隻飛去,還剩一隻,小雀子,小雀子,飛去了!小雀子,小雀子,飛去了!

(5) 一隻小雀子在樹上;一隻飛去一隻飛去,沒有了,小雀子,小雀子,飛去了!小雀子,小雀子飛去了!

(b) 報數遊戲 —— 全級學生坐成圓形輪流報數,自 1 到 9,週而復始,報錯者站起,看誰不站起的為最勝。

(c) 猜謎語遊戲 —— 一隻腳,滴塔滴 (鐘擺),二隻腳叫天明, (公雞),三隻腳廳上坐, (香爐),四隻腳守後門, (狗),什麼花有五瓣? (梅花),什麼蟲有六足? (蜘蛛,蟋)

蟀等)。一星期有幾天? (七天)。

9以內各數認識以後,即可認識日和星期的關係,每天出席人數的計算,(出席人數以行計,如第一行有八人,第二行有十人,則第一行多二人,並非計算全體人數,因全體人數必超過目下所學的數觀念以外。)及九以內加減法的心算,(不用算式。)

(二) 0 的認識

(0) 算術中讀如[零],不是[圈],0的意義不易說明,對於小學生尤其難講,最簡易的說明方法有二:

(1) 加法中說明——譬如兩個或數個兒童比賽擲籐環,每人擲四次,每擲中一次得一分,擲不中沒有分,擲完後結算分數,設王兒第一次得一分,第二次未擲中,無分,第三,第四次各得一分,其算式可寫成
$$\begin{array}{r} 1 \\ +1 \\ \hline 3 \end{array}$$
 共得三分,答數

並不錯,但從此式上看來,似祇擲過三次,而非四次,好像錯掉了一次的機會,在此式內表示不出,若用了0,便可以表示得明白確切了,如

$$\begin{array}{r} 1 \\ 0 \\ +1 \\ \hline 3 \end{array}$$

表明第二次是擲不中,故無分,並非錯

失機會,如此寫法,兒童對於 0 的意義,格外明白了。

(2) 在減法中說明——譬如說王兒袋裏有三個銅元,現在把三個銅元一起拿了出來,袋裏還有幾個銅元?算式寫如 $\overset{3}{\underline{\quad}} - 3$ 三減三是完了,完了沒有數目可寫,但是不寫了,好像你沒有計算,或是你不會計算,對於這個算式一定要有個辦法表示才行,所以應當寫個 0 表示袋裏銅元是沒有了,而我對於這個題目,已經計算過,這樣說法,兒童對於 0 的意義,更可了解。

(三) 10 到 19 各數的認識——學過了 1 到 9 的認識,0 的認識,接下去學習 10 到 19 的認識,開始教學時,仍舊和 1 到 9 的認識法一樣,用直觀法,根據實際的經驗出發,使兒童對於 10 以上各數的觀念尤見明瞭。教學時先溫習 1 到 9 的認識,如問一枝筆加一枝筆是幾枝筆?二枝筆加一枝筆是幾枝筆?…一直到九枝筆加一枝筆是幾枝筆?一直到 19 為止,所用步驟和 1 到 9 的認識法相同,教寫法的時候,祇要將十寫做 10,十二寫做 12,切不要講位子,將

兩個數字拆散,使兒童知道10或13等是整個的數目,等到將來純熟了以後,再分析的解釋數目位子。二十以內的各數認識以後可以教一些和在二十以內不進位的加減法,如 $\begin{array}{r} 0 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{r} 10 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{r} 13 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{r} 16 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{r} 15 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{r} 17 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{r} 18 \\ - 10 \\ \hline \end{array}$ 等題目,最後把已認識的各數有系統的整理一下,作一個結束。

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9。

10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19。

(四) 20到100的認識——20到100成一個段落,教學時仍照上法由實際的數觀念入手,不要講位子,認識時由複習上節引起,如發問誰能數1到10。學生回答得對了,可再問誰能從10數到19,學生再回答對了,再問19加1是多少?先指名回答,然後共同訂正,此時可以實物教學,使學生數觀念更明瞭。用牙籤或竹籌或筷,每十隻一束教學生照下法數數:大家來數筷 1, 2...9, 10 束成一束共10只,在黑板上寫10;再來數 1, 2...9, 10 束,成第二束,問共有幾只?乃在黑板寫20,再數 1, 2...9, 10 束成第三束,問共有幾只?在黑板寫30。照此進行到10

束100隻爲止。教師乃指在黑板上教學生順讀
10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,倒讀100,90,80,70,60,

50,40,30,20,10.順讀時像做加10, $\begin{array}{r} 10 \\ +10 \\ \hline 20 \end{array}$, $\begin{array}{r} 02 \\ +10 \\ \hline 30 \end{array}$, $\begin{array}{r} 03 \\ +10 \\ \hline 40 \end{array}$

$\begin{array}{r} 40 \\ +10 \\ \hline 50 \end{array}$ $\begin{array}{r} 50 \\ +10 \\ \hline 60 \end{array}$ $\begin{array}{r} 60 \\ +10 \\ \hline 70 \end{array}$ $\begin{array}{r} 70 \\ +10 \\ \hline 80 \end{array}$ $\begin{array}{r} 80 \\ +10 \\ \hline 90 \end{array}$ $\begin{array}{r} 90 \\ +10 \\ \hline 100 \end{array}$ 倒讀時像做減

10, $\begin{array}{r} 100 \\ -10 \\ \hline 90 \end{array}$ $\begin{array}{r} 90 \\ -10 \\ \hline 80 \end{array}$ $\begin{array}{r} 80 \\ -10 \\ \hline 70 \end{array}$ $\begin{array}{r} 70 \\ -10 \\ \hline 60 \end{array}$ $\begin{array}{r} 60 \\ -10 \\ \hline 50 \end{array}$ $\begin{array}{r} 50 \\ -10 \\ \hline 40 \end{array}$ $\begin{array}{r} 40 \\ -10 \\ \hline 30 \end{array}$ $\begin{array}{r} 30 \\ -10 \\ \hline 20 \end{array}$ $\begin{array}{r} 20 \\ -10 \\ \hline 10 \end{array}$

10,20...100 都認識明白了,教師進一步教幾十幾的讀法和寫法.先示筷兩束,每束十隻,問共有幾隻?在旁邊再加一隻問一起有多少?指名回答然後共同訂正,板示21,照此練習22,23,24,25,...28,29,的讀法和寫法.再示筷三束,四束,五束...八束,九束,同上法說明31,32...38,39.41,42,...48,49.51,52...58,59.61,62...68,69.71,72,...78,79.81,82,...88,89.91,92,...98,99.的讀法和寫法.

上面所舉的方法,注重於數法和讀法,乃再進一步要練習寫法,教師口述,兒童聽了寫,第一步先寫10,20,30,...90,100.第二步寫30,31,32,33,...39,第三步寫5,15,25,35,45,55,65,75,85,95,或7,17,27,37,47,57,67,77,87,97.第四步寫11,22,33,44,55,

66,77,88,99,第五步寫 38,83,64,46,52,25,71,17,59,95.
照此多方變化多多練習.使兒童完全明瞭為止.最後立一表做結束:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

此表可先示空格,讓學生逐格填入,填對後,再用種種方法複習,除上述數種,再可加以變化.

用遊戲法練習100以內各數認識。

(a) 報數——全級兒童輪流報數,週而復始,先自1到30,然後漸漸擴充至40,50,60……100.

(b) 搶三十——將全級兒童分成兩組,每組推一

代表，輪流說數自 1 到 30，（每次最多說 2 個數目）看誰先說到 30 為勝。再由 30 擴充至 40, 50, 60, …… 100（每次說的數目亦可漸漸加多）或由 31 起，說到 60 亦可；61 起說到 100 亦可。

(c) 猜牙籤 —— 教師手握牙籤一束，（數目不得超過 100，）叫學生猜多少根，看誰猜中，或猜得最近的算勝。

(五) 千以內數目的認識 —— 千以內數目的認識，大概在第三學年開始教學，教時從 100 出發，說明 2 個 100 是 200, 3 個 100 是 300, 4 個 100 是 400 …… 9 個 100 是 900, 在黑板上寫 100, 200, 300 …… 800, 900, 教學生順讀 100, 200, …… 900. 倒讀 900, 800, …… 100. 數目大了，直觀實物，感覺到有些困難，但是 100 以內各數的觀念，已經明瞭，100 以外各數，也可想像得來。如若十分需要觀察實物，則可以計算格紙簿，每張劃一百格，九張便可代表九百格了。或用實物用想像法來想像。如一個禮堂內可容一百人，則二個禮堂可容二百人，三個禮堂可容三百人 …… 九個禮堂可容九百人。或每人每日食米一升，十日食米十升，一年食米三百六十五升。100, 900 認識了，乃要練習幾百幾十幾，及幾百幾十及

幾百零幾等讀法和寫法。

先數幾百幾十幾，如 125 可用火柴說明一匣內裝一百根，表明 100，匣外二十根一束表明 20，另外再有散開的 5 根，共 125 根，此時可以講明位子了。

百 位	十 位	個 位
1	2	5

百位上的 1 就是 100

十位上的 2 就是 20

個位上的 5 就是 5

共 125 讀一百二十五。

次教幾百幾十，如 120 仍用火柴說明，一匣有一百表明 100 根，二十根一束表明 20 根，另外散開的沒有。位子的說明如下：

百 位	十 位	個 位
1	2	0

百位上的 1 就是 100

十位上的 2 就是 20

個位上沒有記個 0

共 120 讀一百二十。

後教幾百零幾,如 105,仍用火柴說明,一匣表明 100 根,束起來的沒有,另散的有五根表明 5.位子的說明如下:

百位	十位	個位
1	0	5

百位上的 1,就是 100

十位上沒有記個 0

個位上的 5 就是 5

共 105 讀一百另五.

位子明白了,練習各種讀法和寫法:

第一步 100,200,300 900,1000.

第二步 110,120,130 180,190.

第三步 110,210,310 810,910.

第四步 101,102,103 108,109.

第五步 101,201,301 801,901.

第六步 140,240,340 840,940.

第七步 110,220,330 880,990.

第八步 111,112,113 118,119.

第九步 136,236,336 836,936.

第十步 116,126,136 186,196.

第十一步 111,222,333 888,999.

第十二步 121,222,323828,929.

第十三步 112,222,332882,992.

第十四步 313,323,333838,939.

以上十四步,並非步步緊接,教者應知共有這許多種變化,應一一設法使兒童認識明白.

(六) 萬以內各數的認識——萬以內各數目的認識,在第四學年時,從複習千以內各數引起從 100,200,..... 數到 1000. 2 個 1000 是多少? 3 個 1000 是多少? 4 個 1000 是多少? 5 個 1000 是多少? 6 個 1000 是多少? 7 個 1000 是多少? 8 個 1000 是多少? 9 個 1000 是多少? 講起位子來也容易說明,右邊第一位是個位,第二位是十位,第三位是百位,第四位便是千位了.現在且把各種讀法和寫法列舉如下:

1234——讀一千二百三十四.

1230——讀一千二百三十.

1204——讀一千二百零四.

1034——讀一千零三十四.

1200——讀一千二百.

1004——讀一千零零四.

1030——讀一千零三十.

滿了千以上再要用直觀證明,頗覺困難,所以祇好仍用推想方法來補救,如房屋的高度應用的磚數,各人的年齡化爲日記算等等,其實千以內數觀念明瞭以後,萬以內無需用直觀證明了。

至於練習讀法和寫法略舉如下:

第一步 1000,2000,..... 9000.

第二步 1241,1242,..... 1249.

第三步 4610,4620,.....4690.

第四步 2100,2200,.....2900.

第五步 7001,7002,.....7009.

第六步 3010,3020,.....3090.

第七步 1043,2043,.....9043.

以上七步,並非各步緊接,不過舉例而已,其他還可用加減法來認識數目,其目的並非學加減法,而在認識數目如:

$$1000 + 200 + 50 + 6 = ?$$

$$3000 + 100 + 2 = ?$$

$$2000 + 200 + 40 = ?$$

$$1000 + 20 = ?$$

$$6000 + 400 = ?$$

$$6000 + 8 = ?$$

$$5674 - 1236 = ?$$

$$4321 - 1804 = ?$$

$$8754 - 5400 = ?$$

$$4327 - 2025 = ?$$

$$4728 - 2010 = ?$$

$$8724 - 6001 = ?$$

(七) 萬到萬萬各數的認識——萬到萬萬的認識,在五年級開始學習,兒童已有了千的數觀念,不難由千而更進一位便是萬,教學時由複習十個一百是一千;引至十個一千便是一萬,寫做10000,再由10000,20000,...讀到90000.次教各種數目的讀法和寫法.

12345 —— 讀一萬二千三百四十五.

10345 —— 讀一萬零三百四十五.

10045 —— 讀一萬零零四十五.

12045 —— 讀一萬二千零四十五.

12040 —— 讀一萬二千零四十.

12004 —— 讀一萬二千零零四.

12000 —— 讀一萬二千.

10040 —— 讀一萬零零四十.

10004 —— 讀一萬零零零四.

12300 —— 讀一萬二千三百.

12340 —— 讀一萬二千三百四十.

10340 —— 讀一萬零三百四十.

10045 —— 讀一萬零零四十五.

凡數目中有0,讀起來加[零]字,數目中間有一個0,讀時亦加[零]字,有二個0,讀時加[零零]

倘使有三個 0, 則不必讀爲[零零零]只須讀兩個[零]好了. 就是數目中有四個或五個零也只須讀兩個[零]好了. 凡 0 字後面 (即右面) 無數目字, 則此 0 字不要讀出來的.

以前所教學的, 凡滿了十便進一位, 換一個新名稱, 如十個十爲百, 十個百爲千, 十個千爲萬, 而十個萬, 便稱十萬, 沒有新的名稱, 這好比釐, 分, 角, 元, 元以上便稱十元, 百元, 千元, 萬元, 一樣, 萬以上十萬, 百萬, 千萬, 萬萬, 其寫法如下:

1	0	0	0	0	0	0	0	0	.	0
萬	千	百	十	萬	千	百	十	個		
萬	萬	萬	萬	位	位	位	位	位		

萬萬以內的各數變化甚多, 這裏恕不列舉了. 實在萬以上的應用不多了, 不重在計算, 祇要教學生認識好了. 認識萬萬以內各數的材料有:

我國人口——470000000

上海人口——3200000

南京人口——640000 (以上均根據最近調查)

亞洲人口 94100 0000

歐洲人口 45800 0000

北美人口 14400 0000

南美人口 6500 0000
 澳洲人口 800 0000
 非洲人口 13800 0000

民國十五年洋貨進口價值1124221253兩,土貨出口價值364294771兩.

民國十六年洋貨進口價值1012931924兩,土貨出口價值318619662兩.

民國十七年洋貨進口價值1195969271兩,土貨出口價值391354988兩.

民國十八年洋貨進口價值1265778821兩,土貨出口價值3015687318兩.

萬萬舊稱爲億,萬億,舊稱爲兆,現在億兆的名字都廢止了,萬萬以上稱爲十萬萬,百萬萬,千萬萬萬萬,十萬萬萬萬……一直以至無窮,其萬萬以上的數目,已不常用,且都超出兒童數量觀念以外,儘可不教.還有一個撇節問題,也附帶說明中國習慣每四位一撇,因以萬爲標準,萬以下千,百,十,個,萬以上十萬,百萬,千萬,萬萬,上十萬萬,百萬萬,千萬萬,萬萬萬,都是四位.如421,2500一看便知四百二十一萬二千五百.但西洋習慣,每三位一撇,因爲西洋無萬字祇有

千字爲標準,(十千,百千,千千爲密林(million),十密林,百密林,千密林爲別林 (billion),別林以上爲十別林,百別林,但實際上已不大應用。)如 15,3600 我國讀起來十五萬三千六百,而照西洋寫法則 15,3600 讀起來成一百五十三千六百了,所以撇節問題,究竟如何是好,尙未統一。便於我國實際應用,當然是四位一撇,但與世界各國統一起見,當用三位一撇,以現在情形而論,當以三位爲是。

【加法】本節爲便利說明起見,將加法中的各種教法按步就班的分別說明如下。至於教材的排列須根據課程中作業要項進行。

和不過 9 的加法基本九九——在第一學期內教學 9 以內的加法,無須先用算式,仍用實物計算及用遊戲法練習,如用銅元 3 枚示學生後投入匣內,再示 2 枚投入匣內,問共有銅元幾枚?然後拿出來數,學生明白了以後再渡到算式,銅元 3 枚寫 3,再有銅元 2 枚,在 3 下寫 2 如
$$\begin{array}{r} 3 \\ +2 \\ \hline \end{array}$$
 一起有 5 枚,在一劃下寫 5,如
$$\begin{array}{r} 8 \\ +2 \\ \hline 5 \end{array}$$
 答 5,同時就教學生做驗算法,加法的

驗算法可用倒加法,如 $\overset{8}{+2}$ 現在反過來 $\overset{8}{+3}$ 也答 5,證明不錯這種方法養成學生對於自己的作業,負完全的責任,實為良好的習慣,所以教學方法要點上也說明“驗算應從低年級最初教學時起便特別注意。”因為是要把兩數加起來,應當在數字旁邊寫個加字,但是覺得加字的筆劃有五劃,太覺不便,所以用「十」來代替,如 $\overset{8}{+2}$ 或現在不說「十」號,等到了教減法後再教亦可,9 以內的加法共有三十六個可以混合練習。

$\overset{8}{+1}$	$\overset{7}{+1}$	$\overset{7}{+2}$	$\overset{6}{+1}$	$\overset{6}{+2}$	$\overset{6}{+3}$	$\overset{5}{+1}$	$\overset{5}{+2}$	$\overset{5}{+3}$
$\overset{5}{+4}$	$\overset{4}{+1}$	$\overset{4}{+2}$	$\overset{4}{+3}$	$\overset{4}{+4}$	$\overset{4}{+5}$	$\overset{3}{+1}$	$\overset{3}{+2}$	$\overset{3}{+3}$
$\overset{3}{+4}$	$\overset{3}{+5}$	$\overset{3}{+6}$	$\overset{2}{+1}$	$\overset{2}{+2}$	$\overset{2}{+3}$	$\overset{2}{+4}$	$\overset{2}{+5}$	$\overset{2}{+6}$
$\overset{2}{+7}$	$\overset{1}{+1}$	$\overset{1}{+2}$	$\overset{1}{+3}$	$\overset{1}{+4}$	$\overset{1}{+5}$	$\overset{1}{+6}$	$\overset{1}{+7}$	$\overset{1}{+8}$

學過了 9 以內的加法,可學 9 以內的連加,其實,連加便是兩個或兩個以上的加法併合而成,如 $\overset{4}{+1}$ 便是 $\overset{4}{+1}$ $\overset{5}{+2}$ 合成的,教學時仍和 9 以內的加法一樣,從實物入手,讓兒童明

白了連加的意義，然後過渡到算式上。教學算式時，有的學生用手指來計數，有的學生在紙上劃點子計數，這兩個弊病，都要極力革除。這種弊病的發生，由於數的觀念不明瞭，所以要革除此弊，在實物教學時，使學生確切明瞭，便不生問題了。

開始計算算式，使學生聚精會神，不要分心。如 $\begin{array}{r} 4 \\ +1 \\ \hline \end{array}$ 一題，計算時祇要說 5, 7。絕對不許說四加一是五，五加二是七。學了三個數的連加以後，四個或五個數的連加，亦可同時練習，祇要答在九以內。加出了答數，也要用倒加法來驗算，便以上題為例，自上而下如 5, 7。倒加自下而上為 3, 7。答數都是 7 證明不錯。

(a) 二十以內不進位的加法練習——認識了二十以內各數以後，可以練習二十以內的加法，教學時仍從實物入手，以正確兒童的數觀念，然後過渡到算式。算式的種類有：

第一類 $\begin{array}{r} 10 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 6 \\ + 10 \\ \hline \end{array}$

第二類 $\begin{array}{r} 12 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 4 \\ + 15 \\ \hline \end{array}$

第三類	$\begin{array}{r} 11 \\ 2 \\ \hline + 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10 \\ 2 \\ \hline + 5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ 1 \\ \hline + 12 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ 4 \\ \hline + 10 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ 10 \\ \hline + 4 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ 12 \\ \hline + 5 \end{array}$
-----	--	--	--	--	--	--

開始教算式時，可由九以內加法引起。如 2 個銅元加 3 個銅元是幾個銅元？現在要算 12 個銅元加 3 個銅元是幾個？由 $\begin{array}{r} 2 \\ \hline + 3 \end{array}$ 的算式渡到 $\begin{array}{r} 12 \\ \hline + 3 \end{array}$ 的算式，12 是兩位數，但在教學時，不要說明十位或個位，祇要知道一個整個的數目而已。寫起答數和上面要齊整。

第一類的題目有 $\begin{array}{r} 10 \\ \hline + 1 \end{array}$, $\begin{array}{r} 10 \\ \hline + 2 \end{array}$, $\begin{array}{r} 10 \\ \hline + 3 \end{array}$, $\begin{array}{r} 10 \\ \hline + 4 \end{array}$, $\begin{array}{r} 10 \\ \hline + 5 \end{array}$, $\begin{array}{r} 10 \\ \hline + 6 \end{array}$,

$\begin{array}{r} 10 \\ \hline + 7 \end{array}$, $\begin{array}{r} 10 \\ \hline + 8 \end{array}$, $\begin{array}{r} 10 \\ \hline + 9 \end{array}$ 共有九個，再將兩數倒列亦有九個。

$\begin{array}{r} 1 \\ \hline + 10 \end{array}$, $\begin{array}{r} 2 \\ \hline + 10 \end{array}$, $\begin{array}{r} 3 \\ \hline + 10 \end{array}$, $\begin{array}{r} 4 \\ \hline + 10 \end{array}$, $\begin{array}{r} 5 \\ \hline + 10 \end{array}$, $\begin{array}{r} 6 \\ \hline + 10 \end{array}$, $\begin{array}{r} 7 \\ \hline + 10 \end{array}$, $\begin{array}{r} 8 \\ \hline + 10 \end{array}$, $\begin{array}{r} 9 \\ \hline + 10 \end{array}$,

第二類的題目有 $\begin{array}{r} 18 \\ \hline + 1 \end{array}$, $\begin{array}{r} 17 \\ \hline + 1 \end{array}$, $\begin{array}{r} 17 \\ \hline + 2 \end{array}$, $\begin{array}{r} 16 \\ \hline + 1 \end{array}$, $\begin{array}{r} 16 \\ \hline + 2 \end{array}$, $\begin{array}{r} 16 \\ \hline + 3 \end{array}$,

$\begin{array}{r} 15 \\ \hline + 1 \end{array}$, $\begin{array}{r} 15 \\ \hline + 2 \end{array}$, $\begin{array}{r} 15 \\ \hline + 3 \end{array}$, $\begin{array}{r} 15 \\ \hline + 4 \end{array}$, $\begin{array}{r} 14 \\ \hline + 1 \end{array}$, $\begin{array}{r} 14 \\ \hline + 2 \end{array}$, $\begin{array}{r} 14 \\ \hline + 3 \end{array}$, $\begin{array}{r} 14 \\ \hline + 4 \end{array}$, $\begin{array}{r} 14 \\ \hline + 5 \end{array}$,

$\begin{array}{r} 13 \\ \hline + 1 \end{array}$, $\begin{array}{r} 13 \\ \hline + 2 \end{array}$, $\begin{array}{r} 13 \\ \hline + 3 \end{array}$, $\begin{array}{r} 13 \\ \hline + 4 \end{array}$, $\begin{array}{r} 13 \\ \hline + 5 \end{array}$, $\begin{array}{r} 13 \\ \hline + 6 \end{array}$, $\begin{array}{r} 12 \\ \hline + 1 \end{array}$, $\begin{array}{r} 12 \\ \hline + 2 \end{array}$, $\begin{array}{r} 12 \\ \hline + 3 \end{array}$,

$\begin{array}{r} 12 \\ \hline + 4 \end{array}$, $\begin{array}{r} 12 \\ \hline + 5 \end{array}$, $\begin{array}{r} 12 \\ \hline + 6 \end{array}$, $\begin{array}{r} 12 \\ \hline + 7 \end{array}$, $\begin{array}{r} 11 \\ \hline + 1 \end{array}$, $\begin{array}{r} 11 \\ \hline + 2 \end{array}$, $\begin{array}{r} 11 \\ \hline + 3 \end{array}$, $\begin{array}{r} 11 \\ \hline + 4 \end{array}$, $\begin{array}{r} 11 \\ \hline + 5 \end{array}$,

$\begin{array}{r} 11 \\ \hline + 6 \end{array}$, $\begin{array}{r} 11 \\ \hline + 7 \end{array}$, $\begin{array}{r} 11 \\ \hline + 8 \end{array}$ 共三十六個，再將以上各題中的兩數

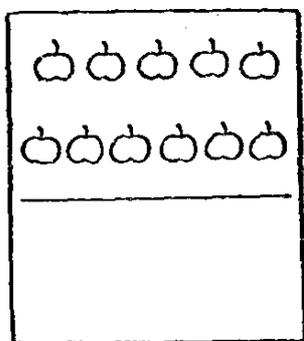
倒列，亦有三十六題。

第三類變化甚多,再可加上四個或五個數相加那更多了,這裏不能一一列出,祇好從略。

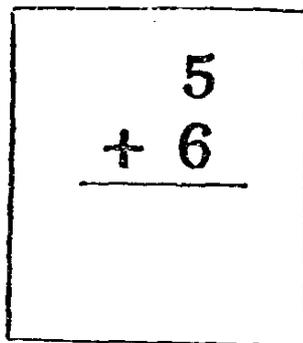
還有一點須要說明,在成人之心理觀察,此種十位數和單位數相加,宜列在進位的基本九九以後。(如 $\begin{array}{r} 7 \\ +6 \\ \hline \end{array}$) 但根據兒童心理的實驗的結果,此種 $\begin{array}{r} 12 \\ +2 \\ \hline \end{array}$ 的加法,比了 $\begin{array}{r} 7 \\ +6 \\ \hline \end{array}$ 的加法容易。所以應列在前。

(b) 進位的加法基本九九的練習——教學時仍從觀察實物入手, (照學習 9 以內各數的加法) 或用卡片練習亦好。如下圖:

正 面



反 面



正面畫實物,反面寫算式,先將圖揭示給學生答然後翻轉來看算式,也是由實物渡到算式的一法。這一類題目均在十一以上,答數,都是十位數,但仍可無須講位,祇要說明答數的算法,右邊要齊,如 $\begin{array}{r} 5 \\ +6 \\ \hline 11 \end{array}$ 不要寫成 $\begin{array}{r} 5 \\ +6 \\ \hline 11 \end{array}$ 就是了。做好了仍用倒加法驗算。

有些教科書上，將這一類的加法分析了教，如 $\begin{array}{r} 8 \\ +5 \end{array}$ 分析為 $\begin{array}{r} 8 \\ 2+3 \\ \hline 10+3 \end{array}$ ，實在是一種不聰明的方法，而且浪費時間，須要革除，使學生明白 8 和 5 各是個整的數目，兩個整個的數目，加得一個整個的數目，用不到分析的。倘使學生對於這種方法，不甚明瞭，仍舊要用實物來證明。

此類題目共有三十六個，可以混合練習。

$\begin{array}{r} 9 \\ +2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ +3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ +4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ +5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ +6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ +7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ +8 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ +9 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ +3 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 8 \\ +4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ +5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ +6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ +7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ +8 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ +9 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ +4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ +5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ +6 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 7 \\ +7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ +8 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ +9 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ +5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ +6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ +7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ +8 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ +9 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ +6 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 5 \\ +7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ +8 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ +9 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ +7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ +8 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ +9 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ +8 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ +9 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ +9 \\ \hline \end{array}$

進位的基本九九加法練習過了，便可練習連加。其實這一類的連加，也是兩個或兩個以上的加法合併而成。如 $\begin{array}{r} 3 \\ 5 \\ +7 \\ \hline \end{array}$ 乃是 $\begin{array}{r} 3 \\ +5 \\ \hline \end{array}$ 和 $\begin{array}{r} 8 \\ +7 \\ \hline \end{array}$ 兩個加法合成。前者是九以內的加法；後者為進位的基本九九加法。又如 $\begin{array}{r} 8 \\ 7 \\ +3 \\ \hline \end{array}$ 乃是 $\begin{array}{r} 8 \\ +7 \\ \hline \end{array}$ 和 $\begin{array}{r} 15 \\ +3 \\ \hline \end{array}$ 兩個加法合成。前者為進位基本九九的加法；後者為二十以內不進位的加法。所以練習此種在十一以上二十以內的加法，實是總複習。

以前所學過的各種加法，至於教學時注意各點，與九以內各數的連加法同。

三個數的連加學過了，可學四個或五個數的連加，或將 0 的加法插入，如

$$\begin{array}{r} 7 \\ 0 \\ +8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ 0 \\ 4 \\ +0 \\ \hline 13 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ 0 \\ 2 \\ +5 \\ \hline 13 \end{array} \text{ 等.}$$

練習時用立方體的積木如  九塊，上面寫了 1 到 9 各數，（或用十八塊亦好，每數各兩塊，）隨意疊起，便可做出種種不同的算式來。還有一個玄妙方形圖（magic square），無論橫豎或對角相加，其答數都是十五，也是一個很有趣的練習材料。圖如下：

2	7	6
9	5	1
4	3	8

(c) 進位的加法——普通應用的進位的加法，變化很多，分別說明如下：

(一) $\begin{array}{r} 15 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$ 兩位數和一位數相加，祇有單位上要進位，這是進位加法中最簡單的，教學時由

複習進位的基本九九引起,由 $\begin{array}{r} 6 \\ +8 \\ \hline \end{array}$ 引渡到 $\begin{array}{r} 16 \\ +8 \\ \hline \end{array}$
 基本九九 $\begin{array}{r} 6 \\ +8 \\ \hline 14 \end{array}$ 加出後,即完全寫出,現在則須

將 14 的 4 寫出 1 和十位的 1 再加 2 答 24. 學生倘使不明白仍可用實物來證明. 演算時學生易誤為 $\begin{array}{r} 16 \\ +8 \\ \hline 114 \end{array}$ 將十四的十不加至十位上而

另外寫出,教師應詳細說明.

(二) $\begin{array}{r} 7 \\ 8 \\ +9 \\ \hline \end{array}$ 這個進位的連加,其實便是一個進

位的基本九九,和一個上述進位的加法合併而成,可分析為 $\begin{array}{r} 7 \\ +8 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 15 \\ +9 \\ \hline \end{array}$. 其較上法困難之處在第一次加出之 15 須全部暗記,再與第三數相加. 最要注意第一次所加出之數不可忘記. 三個數連加成熟後,可增至四個或五個數連加,其方法與上述相同. 但多一個數,則多一些困難. 如 $\begin{array}{r} 9 \\ 8 \\ +8 \\ \hline \end{array}$ 實則一個進位的基本九九和兩個

上述進位的乘法併合而成,可分析為 $\begin{array}{r} 9 \\ +8 \\ \hline 17 \end{array}$ $\begin{array}{r} 17 \\ +6 \\ \hline 23 \end{array}$

$\begin{array}{r} 23 \\ +8 \\ \hline 31 \end{array}$ 要有兩次的暗記,若到第二次算出來了,

旋又忘記，則全功盡棄，又要重新從頭做起。所以練習此種加法，必須精神灌注，不可分心，漸漸訓練起來到完全成熟為止。因為這種加法，日用上非常需要，非耐心練熟不可。並且這種連加法，是學習進位加法的基本練習。能熟習以後，一切加法便可迎刃而解。

(三) $\begin{array}{r} 25 \\ +18 \\ \hline \end{array}$ 十位數和十位數相加，個位要進位，十位不進位。教法和（一）法相同，但十位上均有數目。演算時學生最易犯的錯誤，將上式做成 $\begin{array}{r} 25 \\ +18 \\ \hline 313 \end{array}$ 將十三的十不和十位相加，應注意

糾正。

(四) $\begin{array}{r} 35 \\ +66 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{r} 38 \\ +87 \\ \hline \end{array}$ 均十位數和十位相加，前者個位是要進位的，十位本不進位，因個位進位而致進位；後者個位十位都要進位，教法和（一）法同，不過十位上加了要進至百位上。學生容易將上面式演成 $\begin{array}{r} 35 \\ +66 \\ \hline 911 \end{array}$ $\begin{array}{r} 38 \\ +87 \\ \hline 1115 \end{array}$ 的錯誤。

(五) $\begin{array}{r} 78 \\ 34 \\ +13 \\ \hline \end{array}$ 兩位數的連加法，個位和個位加，十位和十位加，個位上加，得15寫5記進1，十位和十位相加及加進1得12，寫2，1進至百位

上答 125. 四個數連加如
$$\begin{array}{r} 38 \\ 76 \\ 41 \\ +53 \\ \hline \end{array}$$
 中間有 0 的連

加如
$$\begin{array}{r} 26 \\ 50 \\ 34 \\ +70 \\ \hline \end{array}$$
 中間有個位的連加如
$$\begin{array}{r} 86 \\ 7 \\ 28 \\ +15 \\ \hline \end{array}$$
 教法是

相同的。

(六)
$$\begin{array}{r} 278 \\ +145 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{r} 789 \\ +435 \\ \hline \end{array}$$
 三位數和三位數相加,前者個位和十位要進位,百位不進位,後者三位均要進位,教法祇需由兩位擴充至三位,前者至百位而止,後者再須進至千位,其中尙有個位進位而十位百位不進位,或個位不進位,十位百位均要進位等,教法相同。

(七)
$$\begin{array}{r} 1256 \\ +2876 \\ \hline \end{array}$$
 四位數相加,教法再由三位擴充至四位數,有時亦可由四位進至五位,但萬以上的應用不多,尤其關於兒童生活中應用的更少。

(八)
$$\begin{array}{r} 1241 \\ 245 \\ 37 \\ 886 \\ 5 \\ 3 \\ 105 \\ + 40 \\ \hline \end{array}$$
 將上面各種合併練習,人生日用

上最爲需要,最爲應用,需多多練習,教法同進

位的連加法,但須由個位擴充至千位,個位和個位相加,如 6,13,19,24,27,32.一口氣加下,所加出的數目一起要暗記起來,一直加到末尾得 32,將 2 寫下,將 3 進至十位上,再加 7,11,14,22,26.各數仍要暗記,加到末了寫 6,將 2 進至百位上再加 4,6,14,15.仍照上法寫 5,將 1 進至千位上再加 2,將 1 寫下答 2562.此數的困難在各位加時,都要暗記,倘使精神不能一貫,便容易失敗.但能多多練習,亦不難收效.

小學校中所應用的各種加法,大概不外上列各種變化耳.教師須循序漸進,指導學生練習,便應用無窮.

【減法】學了和不過 9 的加法基本九九,便可以學 9 以內的減法基本九九;學了進位的加法,便可以學退位的減法.其排列次序當然照課程中的作業要項.在教學減法之前,先要使學生明瞭減的意義,普通從兩方面入手:

(a) 用求餘數來說明——一隻盤裏放五個銅元(或用其他實物均可)示學生看.由盤內拿出三個,問學生盤內還有幾個,讓學生回答出來了,看盤內的數目和回答的數目是

否相同。(盤內的數目,不要讓學生數,一看便說出來,和做加法一樣,在學加法時已訓練好了,學習減法,一定不成問題了。)大家明白了乃引渡到算式上去,教師盤內示五個銅元,在黑板上寫 5,拿出三個,在 5 字下寫 3,如 $\begin{array}{r} 5 \\ -3 \end{array}$ 在下面加一劃,如 $\begin{array}{r} 5 \\ -3 \\ \hline \end{array}$ 學生回答出來了,在一劃下寫 2 如 $\begin{array}{r} 5 \\ -3 \\ \hline 2 \end{array}$

(b) 用求相較數來說明——用兩隻盤,一隻盤裏放五個銅元,一隻盤裏放三個銅元,問學生那一隻盤裏多幾個?大家明白了引渡到算式,一隻盤裏五個銅元,在黑板上寫 5,一隻盤裏有三個,在 5 字下寫 3 再加一劃,答數 2 寫在一劃下面,寫法和上法同,其次便說明求餘和,相比都是減法,減法在算術中用 $-$ 代替,加法是用 $+$ 來代替,切不可弄錯的,在教加法時未說明 $+$ 號的意義,便在此地一併說明最好;如已經說明了,那麼此地祇要說明減號的意義,而加號也應溫習一下,以資分別。

(c) 9 以內各數的減法——開始先用實物教學,漸漸渡到算式(教學法見上節)并

多用遊戲法練習.九以內減法共有三十六個:

$\begin{array}{r} 2 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ -2 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 4 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ -3 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ -4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ -4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ -4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ -4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ -4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ -5 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 7 \\ -5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ -5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ -5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ -6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ -6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ -6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ -7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ -7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ -8 \\ \hline \end{array}$

演算時學生有的數指頭,劃點子等習慣,都
要注意改革.做出來了,指導學生驗算檢答.其
法將答數和減數相加,加出的數目和被減數
相等,便可證明不錯.如 $\begin{array}{r} 5 \\ -3 \\ \hline 2 \end{array}$ 2 + 3 答 5.

二十以內不退位的減法——此類題目共
有三十六個.如下:

$\begin{array}{r} 12 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 13 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 14 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 15 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 16 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 17 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 18 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 19 \\ -1 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 13 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 14 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 15 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 16 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 17 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 18 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 19 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	
$\begin{array}{r} 14 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 15 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 16 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 17 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 18 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 19 \\ -3 \\ \hline \end{array}$		
$\begin{array}{r} 15 \\ -4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 16 \\ -4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 17 \\ -4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 18 \\ -4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 19 \\ -4 \\ \hline \end{array}$			
$\begin{array}{r} 16 \\ -5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 17 \\ -5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 18 \\ -5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 19 \\ -5 \\ \hline \end{array}$				

$$\begin{array}{r} 17 \\ - 6 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 \\ - 6 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 19 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ - 7 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 19 \\ - 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

此法當在二十以內不進位加法之後學習。教學時仍可用求餘數法，求相較數法來說明。也不要加位子，根據實際的經驗做出發。其他說明可參看二十以內不進位的加法。

(d) 減法基本九九——此法在進位的加法基本九九練習之後學習，共有三十六個，如下：

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ - 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ - 4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ - 5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ - 6 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ - 7 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ - 8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ - 4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ - 5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ - 6 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ - 7 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ - 8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ - 4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 13 \\ - 5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 13 \\ - 6 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 13 \\ - 7 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 13 \\ - 8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 13 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ - 5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 14 \\ - 6 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 14 \\ - 7 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 14 \\ - 8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 14 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

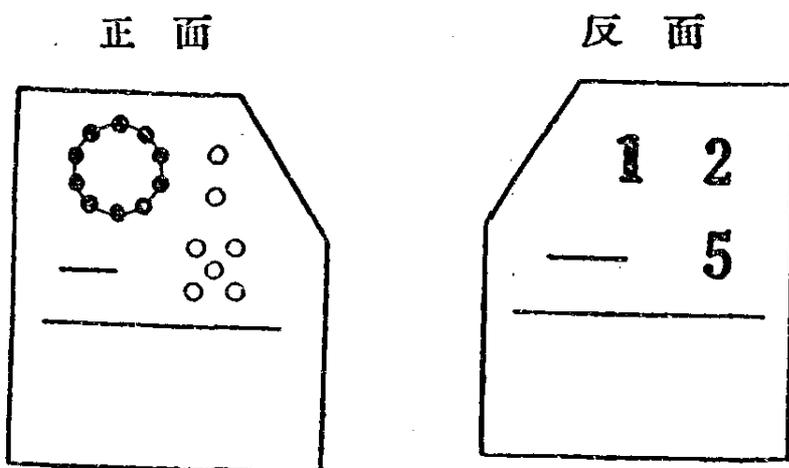
$$\begin{array}{r} 15 \\ - 6 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \\ - 7 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \\ - 8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ - 7 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 16 \\ - 8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 16 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ - 8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

教學時仍從實物入手，或用圖片練習，渡入算式亦好。圖片的作法如下：



正面上行有珠子十二粒，下行有珠子五粒，相比之下，上行多幾粒？揭示給學口答，然要示反面的算式，仍無須講位子，寫算式時只要說明寫的數目，右邊要齊 $\underline{\quad}^{12}_5$ 不能寫成 $\underline{\quad}_5^{12}$ 答數也要寫得齊，如 $\underline{\quad}^{12}_5$ 不能寫成 $\underline{\quad}_5^{12}$ 做好了也要自檢答數，檢答法和上同。7 + 5 答 12，證明無錯。有些地方將這一類的算式分析了減如 $\underline{\quad}^{12}_5$ 分析 $\underline{\quad}^{10+2}_5$ ，手續麻煩而時間浪費，須要

廢除，只要學生明白整個的數目相減，倘有懷疑，更用實物說明好了。

(e) 退位的減法——退位減法的運算方法，通常分爲四種：第一種借位法，第二種進位法，第三種加借法，第四種加進法，先將四種的運算方法分述如下：

$$42 - 27 = ?$$

用第一法做，2不能減7，須從左邊4裏面借1變12，12減7得5，4被借去了1變3，3減2得1，答15。

用第二法做，2不能減7，要12才能減7，即7上湊了5得12，故得5，將此1（即10）進位於左邊之2得3，4不變，減了得1，答15。

用第三法5加7成12，此1（即10）從左邊4（即40）裏去借，4被借去得3，3減2得1，答15。

用第四法5加7成12，此1（即10）進位左邊之2（即20）爲3（即30），4不變，減3得1，答15。

這四種方法，究竟那一種方法最優，實在難以判別，因爲各有利弊，成熟了都不成問題，現

在大體看來，用第三第四種的甚少，姑且不談，祇談第一第二兩種：這兩種之中，普通用第一法較多於第二法。茲據裴賴德 (Ballard) 曾從英國六十一個學校之中，舉行四則測驗，發見三十八個學校用第一法，二十三個學校用第二法，其結果則第二法優於第一法，約為百分之十至百分之四十。不過這一個結果，有一點可以令凡注意的，就是優越的總數，和兒童年齡有關係，大概年齡小的優越愈大，年齡大的比較小些。據裴氏的解釋，以為第二法之所以優越的原因，因第一法的借位，其被減的改變，要等到第一行減好以後，然後再能注意到，所以在這一個時期內，兒童必須牢記被減數的改變，倘使忘記了其數的改變，便要錯誤。第二法的進位在第一行減好以後，等要改變減數的時候適為兒童進位的時候，這個進上去的數目，適為兒童所需要的數目，所以不致容易忘記改變其數目。關於兒童用第一法而致忘記其被減數的改變，以致錯誤，實在往往有之。所以從此看來，用第二法為是。再有一種，凡被減數中有 0 的，用第一法往往發生困難，而用第

二法,則可免除,如 $\begin{array}{r} 304 \\ -128 \end{array}$ 用第一法 4 不能減 8,向十位借,而 04 不能變成 14,因 0 上不能借出 1,於是方法窮了,祇得往百位上去借,1 在十位作 10,再借給個位上 1 成 14,須要牽涉三位才行.而借來借去,最使學生忘記而發生錯誤,用第二法則清楚得多,如 $\begin{array}{r} 304 \\ -128 \end{array}$ 14 減 8 餘 6 進 1,2 加 1 得 3,10 減 3 得 7 進 1,1 加 1 得 2,3 減 2 得 1,答 176.

(f) 各種退位減法的方式:

(1) $\begin{array}{r} 45 \\ -7 \end{array}$ 兩位數減一位數,此式為退位中的最初步的,開始仍用實物教學,以明數的觀念,由複習退位的基本九九引起,如做 $\begin{array}{r} 15 \\ -7 \end{array}$, $\begin{array}{r} 25 \\ -7 \end{array}$, $\begin{array}{r} 35 \\ -7 \end{array}$, $\begin{array}{r} 45 \\ -7 \end{array}$, 讓學生完全明白了,乃用上述的第二法演算(用第一法亦可.)

(2) $\begin{array}{r} 68 \\ -16 \end{array}$ 兩位數和兩位數相減,個位要退.用第二法第一法演算均可.

(3) $\begin{array}{r} 70 \\ -34 \end{array}$ 兩位數和兩位數相減,但被減數的個位是 0.用第一第二法演算均可.

(4) $\begin{array}{r} 82 \\ -73 \end{array}$ 兩位數和兩位數相減,答數只有個位.要說明數目之前的 0 可省,而數目之後的

0 不可省,如 09 和 9,則此 0 對於數目不但無影響反覺討厭;90 和 9 則相差十倍了,用第一第二法均可。

(5) $\begin{array}{r} 281 \\ -83 \\ \hline \end{array}$ 三位數和二位數相減,個位和十位都要退位,用第一第二法演算均可。

(6) $\begin{array}{r} 181 \\ -83 \\ \hline \end{array}$ 同上,但答數祇有兩位,用第一第二法演算均可。

(7) $\begin{array}{r} 732 \\ -515 \\ \hline \end{array}$ 三位數和三位數相減,個位要退位,用第一第二法演算均可。

(8) $\begin{array}{r} 925 \\ -478 \\ \hline \end{array}$ 三位數和三位數相減,個位和十位都要退位,用第一第二法演算均可。

(9) $\begin{array}{r} 523 \\ -307 \\ \hline \end{array}$ 三位數和三位數相減,但減數的十位是 0,用第一第二法演算均可。

(10) $\begin{array}{r} 730 \\ -368 \\ \hline \end{array}$ 三位數和三位數相減,但被減數的個位是 0,用第一第二法演算均可。

(11) $\begin{array}{r} 804 \\ -365 \\ \hline \end{array}$ 三位數和三位數相減,但被減數的十位上是 0,用第二法演算甚清楚,用第一法演算便發生困難,舉例見前,茲不贅。

(12) $\begin{array}{r} 800 \\ -432 \\ \hline \end{array}$ 三位數和三位數相減,但被減數的十位和個位都是 0,用第一法發生困難,情

形和上條相同。

(13) 其他四位數的、五位數的變化甚多。如

$$\begin{array}{r} 1245 \\ - 786 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 1200 \\ - 456 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 14890 \\ - 3705 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 16800 \\ - 1678 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 48000 \\ - 13508 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 60000 \\ - 17205 \\ \hline \end{array}$$

……數目雖大，做法是一樣的，祇要以前各法明瞭以後，也可以應付如慣用第二法演算尤好，更可以省掉不少的困難。

【乘法】正式教學乘法，大概須在第二學年的下半學年開始，但在第二學年的上半學年，便可約略學一些關於乘法的觀念，以備下半學年開始的基礎。

(a) 積在18以內的乘法練習——教學時當然仍用數實物入手無須用算式祇不過是乘的初步訓練而已，並非正式的學習乘法。練習的材料有：(1)一個人有兩隻手，計算兩個人有幾隻手？五個人有幾隻手？不必依著次序從二的二倍，一直問到二的九倍，或者練習了二的九九的前半部亦好（ $\begin{array}{r} 2 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 2 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 2 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 2 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$ 。）後面半部，至正式教乘法時練習亦好。(2)一塊三角板有三隻角，二塊有幾隻角？三塊有幾隻角？(3)一隻桌子有四隻腳，二隻桌子有幾

隻腳？三隻桌子有幾隻腳？(4)一隻手有五隻手指，兩隻手有幾隻手指？(5)一星期上課六天，兩星期上課幾天？(6)一星期共有七天，兩星期共有幾天？教師口問，及示物，由兒童口答即可。其他亦可利用遊戲法練習乘法的觀念及應用，詳乘法九九的教法中。

(b) 2, 3, 4, 5 的乘法九九——學習乘法，先要將乘法九九的口訣讀熟，這是不二法門，但如何練熟口訣，實是一個問題。據克伯屈氏 (Kirkpatrick) 曾做關於學習乘法的實驗，他從三種方法比較：(1)先記熟九九表，然後再練習；(2)看了九九表做；(3)尋出兒童已熟知的積數中然後再加以計算。其實驗結果，得一個結論，他以爲練習專用記憶而無聯想，或不講求應用的那一種練習方法，實在是浪費而不經濟的方法。所以學生學習計算，必須從已習過的計算中加以證驗或推求，並時常計算。我們舊時教學乘法，便是先教學生死記自 1×1 到 9×9 ，背熟了再計算，其缺點在學生不會應用。譬如 $\begin{array}{r} 7 \\ \times 8 \end{array}$ 一式，學生必自 $\begin{array}{r} 7 \\ \times 1 \end{array}$ 背至 $\begin{array}{r} 7 \\ \times 8 \end{array}$ 不能 $\begin{array}{r} 7 \\ \times 8 \end{array}$ 便計算出 7 和 8 不能直接發

生關係。後來有人主張要把將九九混合排列 1×1 和 9×9 可以同時教，教了 3×2 不必逕教 3×3 。在理論上可以講得過去，但在事實有許多不便，所以現在大多數人的主張，將 2, 3, 4, 5 分成一段，6, 7, 8, 9 又分成一段，每個九九之中有人主張從頭至尾教，如 2×2 …… 2×9 ；也有人主張不要順次序教，也有人主張折衷把 2×2 …… 2×5 分成一段， 2×6 …… 2×9 又分成一段。在 2, 3, 4, 5 一段乘法九九中，關於教學的先後問題，也有許多人討論過。有人主張依著次序教，先教 2，再教 3，教 4，教 5。也有人主張先教 5，因為 5 的倍數的用途甚多，如數銅元時 5, 10, 15, 20, …。教了 5 再教 2，因為凡是成雙的東西都是 2 的倍數。如一雙手，一雙鞋，一雙筷。教了 2 再教 4，因為 4 是 2 的倍，容易說明。最後教 3，普通教起來，大概是依著次序。2 的數目最小，5 最大。由簡入繁，也是一個教學上的原則。

現在將 2, 3, 4, 5 的教學法說明如下：

教 2 的乘法九九，用筷來說明，教 3 的乘法九九，用三角板來說明，教 4 的乘法九九，用桌

子的腳來說明,教 5 的乘法九九,用手指來說明,教學時教師示一雙筷,問有幾隻?示三雙筷問有幾隻?同時寫示算式,一雙筷有二隻,在黑板上寫 2,三雙筷有幾隻?在 2 字下寫 3,如 $\begin{array}{r} 2 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$,下面加一劃如 $\begin{array}{r} 2 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$ 學生回答了有六隻,乃在一劃下寫 6,如 $\begin{array}{r} 2 \\ \times 3 \\ \hline 6 \end{array}$ 做好了用加法檢答 $\begin{array}{r} 2 \\ 2 \\ +2 \\ \hline 6 \end{array}$ 證

明不錯,進一步教師黑板上繪了圖,教學生寫出式子來,如  一朵梅花有五瓣,兩朵有幾瓣?最好單用式子教學生做,此時把乘的意義及乘的記號 \times 教學生,并且要和加法,減法的意義分別說明,加法減法的記號,比較辨別,

3, 4, 5 的乘法九九的入手法和上法相同.

(c) 6, 7, 8, 9 和 0 的乘法九九——在第三學年,便可繼續第二學年學下半段的乘法九九,仍用實物入手,教起來當然比較以前容易,教 6 的乘法九九,用一隻蜜蜂有六隻腳,一個星有六隻角,一星期上課六天來說明,教 7 的乘法九九,用一副七巧板,有七塊來說明,教 8 的乘法九九,用一隻蜘蛛有八隻腳,一個八角形有八隻角來說明,教 9 的乘法九九,用一

副九連環有九個環來說明，教學方法同上節，但可進行得快一些。

2 到 9 的乘法九九教過以後，還可教 1 的乘法九九，但課程上沒有，這裏可以補充。教學時用下法來說明：月餅每個賣五個銅元，現在我買一個要幾個銅元？算式便寫成 $\begin{array}{r} \times 1 \\ \hline \end{array}$ 又如香蕉糖每粒賣一個銅元，我買五粒要幾個銅元？算式便寫成 $\begin{array}{r} \times 5 \\ \hline \end{array}$ 還有一個關於 0 的乘法九

九，教學時可用遊戲來說明。如王兒和張兒玩擲環遊戲，每中一環得三分，王兒投中兩次得幾分？算式寫成 $\begin{array}{r} \times 2 \\ \hline \end{array}$ 得六分。張兒一次也沒有

投中得幾分？算式寫成 $\begin{array}{r} \times 0 \\ \hline \end{array}$ 得 0 分。又如馬兒

和申兒做遊戲，馬兒玩了四次，每次得一分，共得幾分？算式寫成 $\begin{array}{r} \times 1 \\ \hline \end{array}$ 得四分。申兒也玩四次

一次也沒有得分，共得幾分？算式寫成 $\begin{array}{r} \times 0 \\ \hline \end{array}$ 得 0 分。

如此練習以後，乘九九的各種方法都完備了。凡一個九九學完了以後，便可做成練習片，

每次練習數分鐘教了2的乘法九九,便做 2×2 2×9 各片,教了3的乘法九九,便做 3×2 3×9 的各片,加入混合練習,千萬不要依著次序,教了4,5,6,7,8,9以後漸漸加入,直至完全加入為止,照此練習,久而久之,自然而然成熟起來了.茲將乘法九九中所有各種列下:

<u>0</u>									
<u>$\times 0$</u>	<u>$\times 1$</u>	<u>$\times 2$</u>	<u>$\times 3$</u>	<u>$\times 4$</u>	<u>$\times 5$</u>	<u>$\times 6$</u>	<u>$\times 7$</u>	<u>$\times 8$</u>	<u>$\times 9$</u>
<u>1</u>									
<u>$\times 0$</u>	<u>$\times 1$</u>	<u>$\times 2$</u>	<u>$\times 3$</u>	<u>$\times 4$</u>	<u>$\times 5$</u>	<u>$\times 6$</u>	<u>$\times 7$</u>	<u>$\times 8$</u>	<u>$\times 9$</u>
<u>2</u>									
<u>$\times 0$</u>	<u>$\times 1$</u>	<u>$\times 2$</u>	<u>$\times 3$</u>	<u>$\times 4$</u>	<u>$\times 5$</u>	<u>$\times 6$</u>	<u>$\times 7$</u>	<u>$\times 8$</u>	<u>$\times 9$</u>
<u>3</u>									
<u>$\times 0$</u>	<u>$\times 1$</u>	<u>$\times 2$</u>	<u>$\times 3$</u>	<u>$\times 4$</u>	<u>$\times 5$</u>	<u>$\times 6$</u>	<u>$\times 7$</u>	<u>$\times 8$</u>	<u>$\times 9$</u>
<u>4</u>									
<u>$\times 0$</u>	<u>$\times 1$</u>	<u>$\times 2$</u>	<u>$\times 3$</u>	<u>$\times 4$</u>	<u>$\times 5$</u>	<u>$\times 6$</u>	<u>$\times 7$</u>	<u>$\times 8$</u>	<u>$\times 9$</u>
<u>5</u>									
<u>$\times 0$</u>	<u>$\times 1$</u>	<u>$\times 2$</u>	<u>$\times 3$</u>	<u>$\times 4$</u>	<u>$\times 5$</u>	<u>$\times 6$</u>	<u>$\times 7$</u>	<u>$\times 8$</u>	<u>$\times 9$</u>
<u>6</u>									
<u>$\times 0$</u>	<u>$\times 1$</u>	<u>$\times 2$</u>	<u>$\times 3$</u>	<u>$\times 4$</u>	<u>$\times 5$</u>	<u>$\times 6$</u>	<u>$\times 7$</u>	<u>$\times 8$</u>	<u>$\times 9$</u>
<u>7</u>									
<u>$\times 0$</u>	<u>$\times 1$</u>	<u>$\times 2$</u>	<u>$\times 3$</u>	<u>$\times 4$</u>	<u>$\times 5$</u>	<u>$\times 6$</u>	<u>$\times 7$</u>	<u>$\times 8$</u>	<u>$\times 9$</u>

$$\begin{array}{cccccccccc}
 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \\
 \times 0 & \times 1 & \times 2 & \times 3 & \times 4 & \times 5 & \times 6 & \times 7 & \times 8 & \times 9 \\
 \hline
 \\
 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \\
 \times 0 & \times 1 & \times 2 & \times 3 & \times 4 & \times 5 & \times 6 & \times 7 & \times 8 & \times 9 \\
 \hline
 \end{array}$$

(d) 法數一位不進位的乘法——此節可在學過 2, 3, 4, 5 的乘法九九後學習, 係實數二位, 法數一位的不進位乘法, 教學時仍用實物入手, 如示一打鉛筆有 12 枝, 2 打有幾枝! 黑板寫 $\begin{array}{r} 12 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$ 的算式說明 2 乘 2 得 4, 寫作 $\begin{array}{r} 12 \\ \times 2 \\ \hline 4 \end{array}$, 2

再乘 1 得 2, 寫作 $\begin{array}{r} 12 \\ \times 2 \\ \hline 24 \end{array}$ 答 24, 用加法檢答 12 +

12 = 24, 證明不錯。

此類題目共有二十九題:

$$\begin{array}{cccccccc}
 11 & 12 & 13 & 14 & 21 & 22 & 23 & 24 \\
 \times 2 & \times 2 \\
 \hline
 \\
 31 & 32 & 33 & 34 & 41 & 42 & 43 & 44 \\
 \times 2 & \times 2 \\
 \hline
 \\
 11 & 12 & 13 & 21 & 22 & 23 & 31 & 32 & 33 \\
 \times 3 & \times 3 \\
 \hline
 \\
 11 & 12 & 21 & 22 \\
 \times 4 & \times 4 & \times 4 & \times 4 \\
 \hline
 \end{array}$$

亦可做成練習片, 和乘九九混合練習。

(e) 法數一位進位的乘法——做進位乘法,要注意的就是第一數進位的數目要暗記.等到了第二數乘好以後,才可併上去.有的學生,往往把要進的數忘記了併入,或進位的數目弄錯了.應當進 4,他去進 3.有的學生,爲便利記憶,往往把要進的數目記在旁邊.這個方法,在暫時看來,尙無害處,但常久之後,便養成了依賴的習慣,將來脫離記數便做不起來,即使能做,一定做得很慢,所以當從開始的時候就禁止才是.

法數一位的進位乘法的變化如下:

(1)
$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$
 被乘數兩位算法,2 乘 6 得 12 寫 2,記進 1, 2

乘 1 得 2,加進 1 得 3 寫 3,答 32.做好了用連加來檢答,

$$\begin{array}{r} 16 \\ +16 \\ \hline 32 \end{array}$$
 證明不錯.凡法數一位的乘,均可用連加法檢答.

(2)
$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$
 同上法,但答數要進至百位.

(3)
$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$
 同上法,但十位本可不進至百位,因受個位進

位的影響,以致也要進位.

(4)
$$\begin{array}{r} 46 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$
 十位上本來只要進 2.因受個位的影響而須進了.

(6)
$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$
 被乘數三位,個位要進位.

(6)
$$\begin{array}{r} 142 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$
 同上,十位要進位.

(7)
$$\begin{array}{r} 153 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$
 同上,個位,十位,都要進位.

(8)
$$\begin{array}{r} 276 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$
 同上,百位十位個位都要進位.

(9)
$$\begin{array}{r} 704 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$
 同上,中間有0.

各種的變化,不能列舉,而計算的方法是相同的,只要乘法九九的計算方法及上列九種計算都明白,其他也可應付了.倘使學生不明白仍可用直觀法,但乘積在百以內容易辦到,百以外感覺麻煩,其實理由是一樣的,祇要百以內的道理明白了,百以外就是不用直觀也明白了.到了法數二位和三位的乘法,用直觀來證明更覺爲難了.實在只要法數一位的明白了,法數二位三位的也可以明白了.

(f) 法數10及10的倍數乘法——此節列在法數一位的乘法以後學習,形式上是法數二位的乘法,其實祇要明白了0的乘法意義,便無異於一位的乘法.(0的乘法九九以前學過,此刻祇複習而已,決無困難.)其各種變

化有:

(一) $\begin{array}{r} 5 \\ \times 10 \\ \hline \end{array}$ 說明先用 0 乘得 0, 寫作 $\begin{array}{r} 5 \\ \times 10 \\ \hline 0 \end{array}$ 然後照普通

乘法做 1 乘 5 得 5, 寫作 $\begin{array}{r} 5 \\ \times 10 \\ \hline 50 \end{array}$ 答 50.

(二) $\begin{array}{r} 6 \\ \times 30 \\ \hline \end{array}$ (十的倍數指 20.....90 及 100900 等

均是) 先說明 0 的乘法, 然後照普通乘法做寫作 $\begin{array}{r} 6 \\ \times 30 \\ \hline 180 \end{array}$

答 180.

(三) $\begin{array}{r} 25 \\ \times 10 \\ \hline \end{array}$ 先說明 0 的乘法, 然後照普通方法做, 但此題被

乘數為二位 0, 應乘二次, 如 $\begin{array}{r} 25 \\ \times 10 \\ \hline 00 \end{array}$ 然後照普通方法 $\begin{array}{r} 25 \\ \times 10 \\ \hline 00 \\ 25 \\ \hline 250 \end{array}$

結果和 $\begin{array}{r} 25 \\ \times 10 \\ \hline 250 \end{array}$ 一樣, 而簡便一些.

(四) $\begin{array}{r} 28 \\ \times 40 \\ \hline \end{array}$ 做法同上, 第一步 $\begin{array}{r} 28 \\ \times 40 \\ \hline 0 \end{array}$ 第二步 $\begin{array}{r} 28 \\ \times 40 \\ \hline 1120 \end{array}$

(五) $\begin{array}{r} 30 \\ \times 10 \\ \hline \end{array}$ 做法同上, 第一步 $\begin{array}{r} 30 \\ \times 10 \\ \hline 0 \end{array}$ 第二步 $\begin{array}{r} 30 \\ \times 10 \\ \hline 300 \end{array}$

(六) $\begin{array}{r} 40 \\ \times 70 \\ \hline \end{array}$ 做法同上, 第一步 $\begin{array}{r} 40 \\ \times 70 \\ \hline 0 \end{array}$ 第二步 $\begin{array}{r} 40 \\ \times 70 \\ \hline 2800 \end{array}$

(七) $\begin{array}{r} 126 \\ \times 10 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{r} 143 \\ \times 70 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{r} 480 \\ \times 10 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{r} 250 \\ \times 50 \\ \hline \end{array}$, 做法同上.

(八) $\begin{array}{r} 40 \\ \times 100 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{r} 58 \\ \times 700 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{r} 287 \\ \times 100 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{r} 357 \\ \times 400 \\ \hline \end{array}$, 此等題目,乘積

過大,已不合兒童需要,可省去.

(g) 法數二位的乘法——二位的乘法,除了記進位數目以外,要有一種算式上的位置寫法,容易弄錯.如 $\begin{array}{r} 36 \\ \times 14 \\ \hline \end{array}$ 第一步說明用 4 乘 36 如 $\begin{array}{r} 36 \\ \times 14 \\ \hline 144 \end{array}$ 這是法數一位的乘法,大家早已明白

了,第二步用 1 去乘 36,如 $\begin{array}{r} 36 \\ \times 14 \\ \hline 144 \\ 36 \end{array}$ 因十位上的 1

便是 10,用 10 乘出來的數目要寫在十位下,所以應當縮進一格才對.兩數相加得 504. 便可用下面一式來證明

$\begin{array}{r} 36 \\ \times 14 \\ \hline 144 \\ 360 \\ \hline 504 \end{array}$ 以上兩積之和,算

好後,可用倒乘法檢答.如 $\begin{array}{r} 14 \\ \times 36 \\ \hline 84 \\ 42 \\ \hline 504 \end{array}$

錯.凡法數二位,三位的乘法均可用倒乘法來檢答.

法數二位的乘法的變化甚多,略舉如下:

- (1) $\begin{array}{r} 24 \\ \times 18 \\ \hline \end{array}$ 兩位和兩位相乘,算法見前:
- (2) $\begin{array}{r} 20 \\ \times 15 \\ \hline \end{array}$ 同上,但被乘數的個位是0.
- (3) $\begin{array}{r} 124 \\ \times 18 \\ \hline \end{array}$ 被乘數三位.
- (4) $\begin{array}{r} 270 \\ \times 34 \\ \hline \end{array}$ 同上,但被乘數的個位是0.
- (5) $\begin{array}{r} 305 \\ \times 24 \\ \hline \end{array}$ 同上,但被乘數的十位是0.
- (6) $\begin{array}{r} 500 \\ \times 38 \\ \hline \end{array}$ 同上,但被乘數十位個位均為0.

(7) 其他變化甚多,不必盡述.

(h) 法數三位的乘法——法數三位數和二位數,教法相同,但須多乘一位便是,如 $\begin{array}{r} 12 \\ \times 365 \\ \hline \end{array}$

第一步 5 乘 12,如 $\begin{array}{r} 12 \\ \times 365 \\ \hline 60 \end{array}$ 即法數一位的乘法.

第二步 6 乘 12 $\begin{array}{r} 12 \\ \times 365 \\ \hline 60 \\ 72 \end{array}$ 即法數二位的乘法.第三步

是新方法,3 乘 12,如 $\begin{array}{r} 12 \\ \times 365 \\ \hline 60 \\ 72 \\ 36 \end{array}$ 根據上法,法數在十

位上的,所乘出的數當寫在十位下,現在法數 3 在百位下,所乘出的數,當寫在百位下,相加起來得 4380. 仍用上法證明

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 365 \\ \hline 60 = 12 \times 5 \\ 720 = 12 \times 60 \\ 3600 = 12 \times 300 \\ \hline 4380 \end{array} \text{ 以上三積之}$$

和,也用倒乘法檢答 $\begin{array}{r} 365 \\ \times 12 \\ \hline 730 \\ 335 \\ \hline 4380 \end{array}$ 證明不錯.

$$\begin{array}{r} 730 \\ 335 \\ \hline 4380 \end{array}$$

法數三位的乘法變化也多,略舉如下:

(1) $\begin{array}{r} 35 \\ \times 126 \\ \hline \end{array}$ 被乘數二位,算法見前.

(2) $\begin{array}{r} 30 \\ \times 145 \\ \hline \end{array}$ 同上,算法與上法亦同.

(3) $\begin{array}{r} 53 \\ \times 240 \\ \hline \end{array}$ 同上,但法數的個位是 0,算法稍有不同,猶

$$\begin{array}{r} 53 \\ \times 40 \\ \hline \end{array} \text{ 寫成 } \begin{array}{r} 58 \\ \times 40 \\ \hline 2120 \end{array} \text{ 再 } \begin{array}{r} 53 \\ \times 200 \\ \hline \end{array} \text{ 寫成 } \begin{array}{r} 58 \\ \times 240 \\ \hline 2120 \\ 10600 \\ \hline \end{array} \text{ 相加得}$$

12720. 仍用上法證明 $\begin{array}{r} 53 \\ \times 240 \\ \hline \end{array}$

$$\begin{array}{r} 2120 = 53 \times 40 \\ 10600 = 53 \times 200 \\ \hline \end{array}$$

12720 = 以上兩積之和,檢答法同前.

(4) $\begin{array}{r} 57 \\ \times 102 \\ \hline \end{array}$ 同上,但法數的十位是 0,算法亦同.猶 $\begin{array}{r} 57 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$

寫成 $\begin{array}{r} 57 \\ \times 2 \\ \hline 114 \end{array}$ 再 $\begin{array}{r} 57 \\ \times 100 \\ \hline \end{array}$ 算式寫成 $\begin{array}{r} 57 \\ \times 102 \\ \hline 114 \\ 5700 \\ \hline 5814 \end{array}$ 仍用上法

證明 $\begin{array}{r} 57 \\ \times 102 \\ \hline 114 = 57 \times 2 \\ 5700 = 57 \times 100 \\ \hline 5814 = \text{以上兩積之和,檢答法同前.} \end{array}$

(5) $\begin{array}{r} 126 \\ \times 437 \\ \hline \end{array}$ 被乘數三位,算法同上.

(6) $\begin{array}{r} 106 \\ \times 347 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{r} 120 \\ \times 347 \\ \hline \end{array}$ 同上,但被乘數上有 0,算法同上節.

(7) $\begin{array}{r} 245 \\ \times 205 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{r} 207 \\ \times 380 \\ \hline \end{array}$ 同上,但法數上有 0,被乘數上也有

0.算法和第三第四節同.

【除法】除法是乘法的相反方法,學了乘法再學除法,可以互相參證,互相輔助,當然得效較多.除法的一切排列順序,須照課程中作業要項.茲為便利說明起見,按步敘述如下:

(a) 2, 3, 4, 5 的除法九九——學過 2, 3, 4, 5 的乘法九九以後,便可繼續學 2, 3, 4, 5 的除法九九,應用乘法九九來做除法九九.開

始先用觀察實物入手，然後引渡到算式。(1) 教師準備鉛筆六枝，找三個學生立在前面，先每人給一枝，第一次輪過了，再來第二次，到所有的鉛筆派完為止，看各人有幾枝，各人的枝數是否相等，分得平均了才行，大家完全明瞭，乃渡到算式，有六枝鉛筆，在黑板上寫 6，三個小朋友分，寫 3，結果每人得兩枝 $\overset{2}{3)6}$ 答每人得 2 枝，算好了用乘法檢答 2×3 答 6，證明不錯。這是最初步，最呆笨的方法，進一步便可利用乘法口訣來解答。如教師手中拿十二本書，找四個小朋友立在前面，預備把十二本書分給他們，叫大家算每人應得幾本才能平均？乃利用三四十二的口訣，表明每人要有三本。教師乃把書發給四個小朋友，每人發三本（一起發三本，不是一本一本輪流發）到發完為止，看是否剛剛發完，然後證明所用口訣不錯。乃再寫算式，共有十二本書，在黑板上寫 12，四個小朋友分，寫 4，每人得 3 本，寫 $\overset{3}{4)12}$ 。說明答數 3 字要寫在 2 上，不必說明位子檢答法同上。2, 3, 4, 5 的除法九九，都可用此直觀證明。

(b) 6, 7, 8, 9 的除法九九——學過 6, 7,

8, 9 的乘法九九, 便可學習 6, 7, 8, 9 的除法九九, 其理與上節同, 教學時亦可用上節方法, 如學生對於上節已十分明瞭, 則逕可利用乘法口訣來解決, 省去前半段所述的笨方法。

2 到 9 的除法九九教完以後, 再補充 1 的除法九九及 0 的除法九九, 課程標準雖然沒有說, 但為完成除法九九的系統起見, 也不可備。

凡一個九九學完以後, 便可做成練習片, 每次練習數分鐘, 教了 2 的除法九九, 便做 $2 \div 2$ $2 \div 9$ 各片, 教了 3 的乘法九九便做 $3 \div 2$ $3 \div 9$ 的各片加入混合練習, 千萬不要依次序, 以後漸漸加入, 直到完全加入為止, 照此慢慢練習, 自然便會成熟起來, 茲將除法九九中所有各題列之如下:

$$\begin{array}{l}
 0 \overline{)1} \quad 1 \overline{)1} \quad 2 \overline{)2} \quad 3 \overline{)3} \quad 4 \overline{)4} \quad 5 \overline{)5} \quad 6 \overline{)6} \quad 7 \overline{)7} \quad 8 \overline{)8} \quad 9 \overline{)9} \\
 0 \overline{)2} \quad 1 \overline{)2} \quad 2 \overline{)4} \quad 3 \overline{)6} \quad 4 \overline{)8} \quad 5 \overline{)10} \quad 6 \overline{)12} \quad 7 \overline{)14} \quad 8 \overline{)16} \quad 9 \overline{)18} \\
 0 \overline{)3} \quad 1 \overline{)3} \quad 2 \overline{)6} \quad 3 \overline{)9} \quad 4 \overline{)12} \quad 5 \overline{)15} \quad 6 \overline{)18} \quad 7 \overline{)21} \quad 8 \overline{)24} \quad 9 \overline{)27} \\
 0 \overline{)4} \quad 1 \overline{)4} \quad 2 \overline{)8} \quad 3 \overline{)12} \quad 4 \overline{)16} \quad 5 \overline{)20} \quad 6 \overline{)24} \quad 7 \overline{)28} \quad 8 \overline{)32} \quad 9 \overline{)36} \\
 0 \overline{)5} \quad 1 \overline{)5} \quad 2 \overline{)10} \quad 3 \overline{)15} \quad 4 \overline{)20} \quad 5 \overline{)25} \quad 6 \overline{)30} \quad 7 \overline{)35} \quad 8 \overline{)40} \quad 9 \overline{)45}
 \end{array}$$

$$0)\overline{6} \quad 1)\overline{6} \quad 2)\overline{12} \quad 3)\overline{18} \quad 4)\overline{24} \quad 5)\overline{30} \quad 6)\overline{36} \quad 7)\overline{42} \quad 8)\overline{48} \quad 9)\overline{54}$$

$$0)\overline{7} \quad 1)\overline{7} \quad 2)\overline{14} \quad 3)\overline{21} \quad 4)\overline{28} \quad 5)\overline{35} \quad 6)\overline{42} \quad 7)\overline{49} \quad 8)\overline{56} \quad 9)\overline{63}$$

$$0)\overline{8} \quad 1)\overline{8} \quad 2)\overline{16} \quad 3)\overline{24} \quad 4)\overline{32} \quad 5)\overline{40} \quad 6)\overline{48} \quad 7)\overline{56} \quad 8)\overline{64} \quad 9)\overline{72}$$

$$0)\overline{9} \quad 1)\overline{9} \quad 2)\overline{18} \quad 3)\overline{27} \quad 4)\overline{36} \quad 5)\overline{45} \quad 6)\overline{54} \quad 7)\overline{63} \quad 8)\overline{72} \quad 9)\overline{81}$$

(c) 法數一位的不退位的除法——此節列在法數一位不進位的乘法學習,俾得互相參證,收效尤大.開始教學,仍用實物入手.如教師示書 36 本,分給 3 人,每人得幾本?算式寫成

$3 \overline{)36}$, 說明 3 人先分 30 本,每人得 10 本,3 人再分六本,每人得 2 本.演算步驟如下:第一步

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3 \overline{)36} \\ \underline{3} \end{array} \quad \text{一三得三,在 3 字上寫 1. 第二步} \quad \begin{array}{r} 12 \\ 3 \overline{)36} \\ \underline{3} \\ 6 \\ \underline{6} \\ 6 \\ \underline{6} \end{array}$$

二三得六,在 6 字上寫 2,答 12.用乘法來檢答, $12 \times 3 = 36$,證明不錯.

此類題目,共有二十九個:

$$2)\overline{22} \quad 2)\overline{24} \quad 2)\overline{26} \quad 2)\overline{28} \quad 2)\overline{42} \quad 2)\overline{44} \quad 2)\overline{46} \quad 2)\overline{48}$$

$$2)\overline{62} \quad 2)\overline{64} \quad 2)\overline{66} \quad 2)\overline{68} \quad 2)\overline{82} \quad 2)\overline{84} \quad 2)\overline{86} \quad 2)\overline{88}$$

$$\begin{array}{cccccccc} 3\overline{)33} & 3\overline{)36} & 3\overline{)39} & 3\overline{)63} & 3\overline{)66} & 3\overline{)69} & 3\overline{)93} & 3\overline{)96} \\ 3\overline{)99} & 4\overline{)44} & 4\overline{)48} & 4\overline{)84} & 4\overline{)88} & & & \end{array}$$

可做成練習片,和除九九混合練習.

(d) 不盡數的除法九九——不盡數除九九,亦自成一系統.在學過除九九以後,開始學習,最為適當,教學仍和除九九的入手法一樣.7枝筆分給三個小朋友,每人得幾枝?算式寫成 $\begin{array}{r} 2\cdots 1 \\ 3\overline{)7} \\ \underline{6} \\ 1 \end{array}$, 每人得2枝餘1枝.餘的意思是多

1枝,不彀分了.只好留下來,餘的數寫在答數下,……是代表餘字.不盡數的除九九,有下列許多,做成練習片,漸漸練習,漸漸加多,至完全成熟為止.

$$\begin{array}{ll} 2\overline{)3}, 2\overline{)5} \cdots \cdots \cdots 2\overline{)19}. \\ 3\overline{)4}, 3\overline{)5} \cdots \cdots \cdots 3\overline{)29}. \\ 4\overline{)5}, 4\overline{)6} \cdots \cdots \cdots 4\overline{)39}. \\ 5\overline{)6}, 5\overline{)7} \cdots \cdots \cdots 5\overline{)49}. \\ 6\overline{)7}, 6\overline{)8} \cdots \cdots \cdots 6\overline{)59}. \end{array}$$

$$7\overline{)8}, 7\overline{)9} \dots\dots\dots 7\overline{)69}.$$

$$8\overline{)9}, 8\overline{)10} \dots\dots\dots 8\overline{)79}.$$

$$9\overline{)10}, 9\overline{)11} \dots\dots\dots 9\overline{)89}.$$

學完後,便可應用到法數一位的各種除式上.

(e) 法數一位的退位除法——除九九,及不盡數的除九九學過以後,便可學退位的除法練習.開始教學時,數目凡在一百以內,仍用實物入手,一百以外最好也用,但覺太麻煩了.不過一百以內的退位除法的觀念明瞭以後,一百以外可以推測了.退位的除法有各種不同,茲舉例如下:

(一) $2\overline{)32}$ 被除數二位.2先除3得1,寫在3上面,餘1和下位合併成12,再以2除之得6,寫在2字上面適盡.答16.用乘法來檢答, $16 \times 2 = 32$,證明不錯.

(二) $5\overline{)365}$ 被除數三位.除時以二位入手,餘數併入下位再除,算法五七三十五,在6字上寫7,(注意不要寫在3字上)餘1和下位合併成15,三五十五,在5字上寫3,除盡,答73.用乘法來檢答, $73 \times 5 = 365$,證明不錯.

(三) $4\overline{)452}$ 同上.但第一位除無餘,第二位有餘,併入第三位適除盡.算法及檢答法同上.

(四) $3\overline{)456}$ 同上.但第一位有餘,併入第二位除無餘,再除第三位除盡.

(五) $7\overline{)952}$ 同上.但第一位有餘,併入第二位除,再有餘,併入第三位除盡.

(六) $4\overline{)428}$ 同上.但除第一位適盡,第二位 2 不設除, (2 被 4 除不設) 在 2 字上寫個 0, 乃和第三位合併, 成 28 得 7, 在 8 字上寫 7, 答 107. 答數中的 0 要注意, 如不寫了變成 28, 檢驗答數時便不對了. 如學生對於 0 的意義不明白. 可用分解法說明: $4\overline{)428}$ 便是 $4\overline{)400}$ 和 $4\overline{)28}$ 兩式合成, 答 100 和 7 便是 107.

(七) $6\overline{)840}$ 同上.但第一位有餘,併入第二位除盡,末位有個 0, 在答數上加 0. 要注意此 0 字, 因無 0 便錯了. 用於檢答法可證明, 並可用分解法說明, 分成 $6\overline{)600}$ 和 $6\overline{)240}$ 兩式, 答 100 和 40, 便是 140.

其他當被除數四位或五位的變化, 大概和上列各種差不多, 因四位和五位的除數, 在學生實際應用上甚少, 茲不列.

(f) 法數 10 及 10 的倍數的除法——此節列在法數 10 及 10 的倍數的乘法後學習, 因為是乘法的反對方法, 其主要方法要明瞭 0 的除法意義. 入手時須用實物, 然後引渡到算式.

如示火柴50根,要分成10紮,每紮有幾根?算式寫成 $10\overline{)50}$. 說明10中有幾個50?有5個,乃在0字上寫5,如 $10\overline{)50}$ 答5.用乘法檢答, $5 \times 10 = 50$,證明不錯.

此法之各種變化甚多,舉例如下:

(一) $10\overline{)40}$ 說明詳上.

(二) $30\overline{)60}$ 算法同上.

(三) $10\overline{)200}$ 算法10除20得2,在第一個0字上寫2,10除0得0,在第二個0上寫0,答20.用乘法檢答 $20 \times 10 = 200$,證明不錯.答數上有0,恐學生不明瞭,須用實物證明.

(四) $20\overline{)800}$ 同上.

(五) $10\overline{)120}$, $30\overline{)360}$ 算法同上.但第一位有餘,和下位合併而除盡.

(六) $10\overline{)2560}$, $40\overline{)5840}$ 算法同上.但被除數變四位.

(七) $10\overline{)27810}$, $60\overline{)24060}$ 算法同上.但被除數太大,兒童不實用,可以刪去不教.

此法學完全後,可和不盡數的除九九合併練習.

(g) 法數二位的除法——法數二位的除法,比一位的除法困難的地方較多,述之如下:

(一)答數不能隨便求得,先要試商;(二)商出的

答數太大了減不盡(三) 商的答數太小了,減下來的數目,比法數大亦不對,所以一定要將法數和商數相乘的積比被除數,而減出來的數目,比法數小,這裏將試商的各種方法說明。

(一) $12 \overline{)696}$ 法數 12 近於 10, 用 10 去試商 69 得 6, $12 \times 6 = 72$, 69 不能盡減去 72, 乃將答數減少 1 答 5, $12 \times 5 = 60$, 69 上減 60 餘 9, 9 比 12 小證明不錯, 乃寫答數在 9 字上寫 5, 9 和下位合併成 96, 10 試商 96 得 9, $12 \times 9 = 108$, 96 不能盡減 18 乃將答數減少 1 答 8, $12 \times 8 = 96$, 適除盡, 乃寫答數在 6 字上寫 8, 答 58, 用乘法檢答 $58 \times 12 = 696$, 證明不錯, 算式寫成如下:

第一步	第二步	第三步
$12 \overline{)696}$	$\begin{array}{r} 5 \\ 12 \overline{)696} \\ \underline{60} \\ 96 \end{array}$	$\begin{array}{r} 58 \\ 12 \overline{)696} \\ \underline{60} \\ 96 \\ \underline{96} \\ \hline \hline \end{array}$

(二) $79 \overline{)1817}$ 法數 79 近於 80, 用 80 去試商 181 (由三位入手) 得 2, $79 \times 2 = 158$, 181 減去 158 餘 23, 23 比 79 小, 證明不錯, 乃寫答數在 1 字上寫 2, 23 和下位 7 合併, 成 237, 80 試商 237 得 3, $79 \times 3 = 237$ 適除盡, 乃寫答數 3 字在 7 字上答 23, 用乘法檢答 $23 \times 79 = 1817$, 證明不錯, 算式寫法:

第 一 步	第 二 步	第 三 步
$79 \overline{)1817}$	2	23
	$79 \overline{)1817}$	$79 \overline{)1817}$
	158	158
	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>
	237	237
		237
		<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>

(三) $65 \overline{)4810}$ 法數 65 既不近乎 60, 又不近於 70, 在乎 60 和 70 之間商數也在 60 和 70 的試商數中間, 推想出來, 現在先假定法數近乎 60, 以 60 試商 481 得 8. 再假定法數近乎 70, 以 70 試商 481 得 6. 現在所需要的商數, 大概在 8 和 6 之間得 7. $65 \times 7 = 455$, 481 減 455 餘 26, 26 較小於 65, 證明不錯, 乃寫答數在 1 字上寫 7 字. 26 和下位合併成 260, 再照上法試商, 以 60 商 260 得 4. 70 商 260 得 3. 先假定答 4, $65 \times 4 = 260$ 適除盡. 乃寫答數在 0 字上寫 4, 答 74. 用乘法來檢答, $74 \times 65 = 4810$, 證明不錯. 算式寫法如下:

第 一 步	第 二 步	第 三 步
	7	74
$65 \overline{)4810}$	$65 \overline{)4810}$	$65 \overline{)4810}$
	455	455
	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>
	260	260
		260
		<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>

法數二位的試商辦法概括言之, 可分為三類: (一) 法數個位數為 1, 2, 3, 則以十位數的數目去試商 (如 11, 12, 13 則以 10 去試商); (二)

法數個位數的數目為 7, 8, 9, 則以進一至十位的數目而行試商, (如 17, 18, 19, 則以 20 去試商) (三) 法數個位數的數目為 4, 5, 6, 則以十位數的前後兩數來試商, 然後再取其適當之數, (14, 15, 16, 則以 10 和 20 去試商, 取二商之中間數.)

(h) 法數三位的除法——法數三位的除法的困難之點, 也在試商, 但數目較二位為大, 所以也較為麻煩. 茲舉例說明如下:

(一) $308 \overline{)7392}$ 法數 308 近於 300, 以 300 試商, $739 \div 300$ 得 2, $308 \times 2 = 616$, 739 減 616 餘 123, 123 小於 308, 證明不錯. 乃寫答數在 9 字上寫 2 字, 餘 123 和下位合併成 1232. 再以 300 試商得 4, $308 \times 4 = 1232$, 適除盡. 乃寫答數在 2 字上寫 4 字. 答 24. 用乘法檢答, $24 \times 308 = 7392$, 證明不錯. 算式寫法如下:

第 一 步	第 二 步	第 三 步
$308 \overline{)7392}$	$\begin{array}{r} 2 \\ 308 \overline{)7392} \\ \underline{616} \\ 123 \end{array}$	$\begin{array}{r} 24 \\ 308 \overline{)7392} \\ \underline{616} \\ 1232 \\ \underline{1232} \\ \hline \hline \end{array}$

(二) $198 \overline{)3168}$ 法數 198 近於 200, 故以 200 試商 316 得 1, $198 \times 1 = 198$, 316 減去 198 餘 118, 118 比 198 小, 知道不錯, 118

和下位8合併,成1188,200試商1188得5, $198 \times 5 = 990$.1188減去990餘198,適與法數相同,知道答數可以增多1爲6, $198 \times 6 = 1188$ 適除盡,乃寫答數在8字上寫6字.答16.用乘法檢答, $198 \times 16 = 3168$,證明不錯.

(三) $365 \overline{)4380}$ 法數365在300和400之間,先用300試商438得1,再用400試商亦得1,可知答數大概是1了. $365 \times 1 = 365$ 438減去365餘73.73比365小,可知不錯.乃寫答數1在8字上,73和下位0合併成730,用300試商730得2,用400試商730得1.大概答數非2即1.先假定2, $365 \times 2 = 730$ 適除盡.乃寫答數2在0字上寫2.答12.用乘法檢答, $365 \times 12 = 4380$,證明不錯.

(i) 整數四則的應用,——學過加減以後,便可加減混合練習;學過乘法以後,便可加減乘混合練習;學過除法以後,便可加減乘除混合練習.

【小數】整數最小的數目是1,而1以下再有再小的數目,便是小數了.日用上頗繁,茲分述如下:

(a) 小數的寫法——由複習十進複名數元,角,分,釐;石,斗,升,合;丈,尺,寸,分的寫法,引入小數點的寫法.如3元5角6分,1石6斗2升,

4丈7尺5寸。如用小數點則只要寫成3.56元,1.62石,4.75丈,比較上法便利得多。這小數以元,石,丈爲單位,凡元以下,石以下,丈以下均成小數,元,石,丈以上仍是整數,但單位可以移動,亦可以角,斗,尺爲單位。如3.56元變爲35.6角,1.62石變爲16.2斗,4.75丈變爲47.5尺。惟下面的名數不可弄錯。

(b) 小數的讀法——凡一位小數稱十分之幾或點幾,二位小數稱百分之幾,或點幾十幾,三位小數稱千分之幾百幾十幾或點幾百幾十幾,小數既教十分之幾,百分之幾,則此處亦可應用,否則逕讀點幾,點幾十幾,可免一曲折。(三位以下,普通不大用)列表如下:

0.1——點一,或稱十分之一,點以前的0表示整數上沒有。

0.21——點二十一,或稱百分之二十一。

0.231——點二百三十一,或稱千分之二百三十一。

如小數前有整數,則整數照整數讀,小數照小數讀,但中間加一個[又]字。如12.45元,則讀爲十二又點四十五元或十二又百分之四十五元。

(c) 有名小數的加減法——做法和整數的加減一樣,但有幾點要注意:(一)單位要相同,如 $\begin{array}{r} 6.4\text{元} \\ +2.8 \end{array}$ 不能寫成 $\begin{array}{r} 3.52\text{元} \\ +4.2\text{角} \end{array}$, 42角必須使單位相同,須將 3.52元變為 35.2角或將 42角變為 0.42元,然後再加,如 $\begin{array}{r} 35.2\text{角} \\ +4.2 \end{array}$ 或 $\begin{array}{r} 3.52\text{元} \\ +0.42 \end{array}$ 。(二)算式中及答數上的小數點都要對齊,如 $\begin{array}{r} 4.54\text{石} \\ +2.8 \end{array}$ 不能寫成 $\begin{array}{r} 4.54 \\ +2.8 \end{array}$ 減法算法和加法相同。

(d) 有名小數的乘除法——做法和整數乘除法相同,但關於小數方面加以說明:(一)答數上小數點的位數,視被乘數和乘數的位數而定,如 $\begin{array}{r} 2.6\text{元} \\ \times 4 \\ \hline 10.4\text{元} \end{array}$, 被乘數一位小數,答數也一

位小數, $\begin{array}{r} 1.46\text{元} \\ 4\overline{)5.84\text{元}} \\ \underline{4} \\ 18 \\ \underline{16} \\ 24 \\ \underline{24} \end{array}$ 被除數二位小數,答數也二位

小數;(二)乘法小數位子不設時,用 0 補足,如 $\begin{array}{r} .015\text{元} \\ \times 3 \\ \hline 45\text{元} \end{array}$ 答數只有二位,而被乘數上的小數有三

位,答數也一定要有一位,須用 0 去補,如 $\begin{array}{r} .015\text{元} \\ \times 3 \\ \hline .045\text{元} \end{array}$

(三) 除法除至末位而尚未除盡,可加 0 再除

如 $\begin{array}{r} 1.8 \\ 2 \overline{)3.7} \text{元} \\ \underline{2} \\ 17 \\ \underline{16} \\ 1 \end{array}$ 餘 1 上再添了 0 再除,如 $\begin{array}{r} 1.85 \text{元} \\ 2 \overline{)3.7} \\ \underline{2} \\ 17 \\ \underline{16} \\ 10 \\ \underline{10} \\ \underline{\quad} \end{array}$

如再除不盡再可加 0,大概小數以後三位,便可四捨五入。

(e) 無名小數的加減法——由有名小數的加減法引渡到無名小數的加減法,算法相同,對於以前第二項注意點,仍要留意,如:

$$\begin{array}{r} 12.4 \\ \quad .86 \\ 345.6 \\ 21.0 \\ + \quad .004 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 576.4 \\ - 12.504 \\ \hline \end{array} \text{小數點要對齊.}$$

(f) 無名小數的乘除法——由有名小數的乘除法引渡到無名小數的乘除法,其算法相同,乘法如 $\begin{array}{r} 2.35 \\ \times \quad 5 \\ \hline 11.75 \end{array}$ 又如 $\begin{array}{r} 3.26 \\ \times \quad 25 \\ \hline 1630 \\ 652 \\ \hline 81.5 \end{array}$ 被乘數上有兩

位小數,答數上也有兩位小數,但末位的 0 可以劃去,因 50 等於 0.5,再進一步,學習法數亦為

小數的乘法,如 $\begin{array}{r} 12.4 \\ \times 1.6 \\ \hline 744 \\ 124 \\ \hline 19.84 \end{array}$ 算式上共有兩位小數,

$$\begin{array}{r} 12.4 \\ \times 1.6 \\ \hline 744 \\ 124 \\ \hline 19.84 \end{array}$$

所以答數也有兩位小數. 除法,如 $5 \overline{)3.75}$ 被除數

$$\begin{array}{r} .75 \\ 5 \overline{)3.75} \\ \underline{35} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

上有兩位小數,所以答數也有兩位小數.

再進一步,學習法數亦為小數的除法,如

$$\begin{array}{r} 2.3 \\ 2.4 \overline{)5.52} \\ \underline{48} \\ 72 \\ \underline{72} \\ 0 \end{array}$$

照上法,則小數點放在 2 之前,現在

因法數上也有一位小數要移後一位,所以寫在 2,3 之間.或將法數上的小數點移去再除,可將兩數上的小數點,大家移後一位,(即大家用 10 乘之.)

如 $2.4 \overline{)5.52}$,或將兩數上的小數

$$\begin{array}{r} 2.3 \\ 2.4 \overline{)5.52} \\ \underline{48} \\ 72 \\ \underline{72} \\ 0 \end{array}$$

完全變為整數,然後照整數做.做至末位再加

0, 答數上再加小數點, 如 $240 \overline{)552}$ 倘遇 $1.42 \overline{)64.5}$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \hline 240 \overline{)552} \\ \underline{480} \\ 720 \\ \underline{720} \\ 0 \end{array}$$

則變為 $142 \overline{)6450}$, 被除數不彀, 用 0 補足, 再照整數除法做, 做到末位再加 0, 乃在答數加小數點, 如 45.4225 , 小數點第四位可用四捨五

$$\begin{array}{r} 45.4225 \\ \hline 142 \overline{)6450} \\ \underline{568} \\ 770 \\ \underline{710} \\ 600 \\ \underline{568} \\ 320 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 320 \\ \hline 284 \\ \hline 360 \\ \hline 284 \\ \hline 760 \\ \hline 710 \\ \hline 50 \end{array}$$

入法, 答 45.423.

【複名數】複名數有十進的非十進的, 十進的丈尺寸等, 非十進的擔斤兩等, 以前複名數自成一個系統教學, 覺得有許多不妥, 現在課程裏, 將十進的複名數混合組織在整數分數中, 非十進的在第五學年內成一系統教學.

(甲) 十進的複名數

(1) 丈尺寸分——在第一學年先學尺寸的關係, 然後擴至丈, 再於寸後加出分來, 應用的時候, 大概丈尺連用, 尺寸連用, 寸分連用, 三位連用的不多, 如計算丈的時決不計及寸了,

更不計及分了，所以四位連用的簡直沒有。

開始教學時，先用實物證明其各單位間的關係及進率，如量布長，量牆長，走廊等，可以明瞭丈尺的觀念；量桌子黑板等可以明瞭尺寸的觀念；量筆，墨，書等可以明瞭寸分的觀念。有了正確的觀念然後計算加減乘除各法，均和小數聯絡練習。

石斗升合——先教斗升的認識和應用，由斗擴充至石，再由升推論至合，應用時石斗連用，斗升連用，升合連用，三位四位連用的甚少。如論石的時候決不會計較升，論斗的時候，也不會計較及合的。

開始教學時，先示斗和升，教學生認識，再用沙泥或木屑等物，教學生量，證明 $1 \text{ 斗} = 10 \text{ 升}$ 。合也有一個量器，形體和升相似，不過俱體而微，但不常看見，因為實際應用起來不多。如找得也可給學生看，量沙泥，證明 $10 \text{ 合} = 1 \text{ 升}$ 。石是不容易實驗，可以參觀米店各種量器的關係都明白了，便可做開米店表演，以資練習。至於加減乘除各法，仍可和小數聯絡教學，便利而見效。

圓角分釐——我國幣制很複雜，教學時非常為難。在第一學年時，祇教銅元和銀元，但不兌換。銅元和銅元加減，銀圓和銀圓加減。稍進，教元角的應用，祇要教 $1 \text{ 元} = 10 \text{ 角}$ ，不要教小洋貼水等事。分釐是虛的單位，無具體貨幣，教角分可用郵票說明。普通元角分三位最多，釐不常用，除非銀行結帳，官廳計算漕糧。

開始教學時，先讓學生認識銀元，銀角，銅元。乃教些銅元銀元的加減。稍進，學銀元，銅元，銀角的兌換方法。如銅元換銀元的市價，小洋和大洋的貼水等等。其他加減乘除的計算，仍和小數聯絡教學。

(乙) · 非十進的複名數

年月星期日——先教日和星期的關係，再年月的關係。最後教年月星期日的關係及月大月小閏年平年。以及國曆等。教學時叫學生計算生年月，及暑假寒假的起訖等做材料。

時刻分秒——先教時刻的認識，再教分，再教秒。時刻分和我們無時不發生關係，教學時，叫學生計算何時起身，何時睡覺，一天上課幾時幾刻，遊玩幾時幾刻，算上課時間表，每日作

息預定表,及輪船火車開行時刻表,都是切合實用的好材料,至於秒,需用甚少,但亦有實際需用之處,如每人的脈搏每分鐘跳動80次,每秒約跳動一次有餘,舉行短距離賽跑以秒計,舉行簡單的測驗,亦有應用秒計的,年,月,星期,日,和時,刻,分,秒,雖然同為計算時間,而大概劃分為兩段教學,各單位間的名稱及關係及進率明瞭以後,便可練習加減乘除,十進的複名數和小數聯絡,非十進的複名數卻不能與十進的相同,另有計算方法,舉例如下:

$$\begin{array}{r} 5\text{時} \quad 42\text{分} \\ + 4 \quad \quad 28 \\ \hline 10\text{時} \quad 10\text{分} \end{array}$$

時歸時加分歸分加,42分加28分為70分,因60分為1時,所以直接進1至時上,故分位上為10,而時位5加4為9加進1亦得10.答10時10分.

$$\begin{array}{r} 13\text{星期} \quad 3\text{日} \\ - 6 \quad \quad 5 \\ \hline 6\text{星期} \quad 5\text{日} \end{array}$$

星期與星期減,日與日減.3日不能減5日,故把1星期化為日,則10日減5日得5日,13星期化去1星期餘12星期,12減6得6.答6星期5日.

$$\begin{array}{r} 4\text{時} \quad 12\text{分} \\ \times \quad \quad 12 \\ \hline 48 \quad 24 \\ \quad \quad 12 \\ \hline 48 \quad 60 \quad 144 \\ \quad \quad 2 \quad \quad 2 \dots 24 \\ \hline 50 \end{array}$$

乘亦分列,分位上乘得144,因60分為一時,所以60除之,得2時餘24分.時位上得48,加所進之2得50,答50小時24分,或2日2時24分.(因24小時為1日)

$$\begin{array}{r}
 1\text{月} \quad 9\text{日} \\
 \hline
 5\text{) } 6\text{月} \quad 15\text{日} \\
 \quad 5 \\
 \hline
 \quad 1 \quad 30 \\
 \quad \quad 45 \\
 \quad \quad \underline{45}
 \end{array}$$

除亦分列, 5 除 6 得 1 餘 1, 把餘 1 化爲日, 和下位日合併。(一個月普通作爲 30 日) 所以日位上寫 30, 和 15 相加, 共 45, 除 5 得 9. 答 1 月 9 日.

【里丈】丈尺寸成一段落, 是十進的. 丈以上爲里, 丈里亦成一段落, 係非十進的. 應用亦不同. 如買布論丈尺寸, 未聞以里計; 論道路之遠近以里丈計, 從來不以尺寸來計算的. 教學時, 由實測街道家庭與學校的距離, 學校與城市的距離等引起, 重在實測, 使兒童確切明瞭里的觀念. 在鄉間的學校, 最易測驗, 每量十丈, 站一兒童, 至一百五十丈, 站立第十五個兒童, 讓大家一看便知. $\frac{1}{4}$ 里大概多少遠? 半里大概多少遠? $\frac{3}{4}$ 里大概多少遠? 一里大概多少遠? 養成目測的能力. 里丈的觀念及關係明瞭以後, 可以開始計算. 茲就加減乘除四法, 各舉一例:

$$\begin{array}{r}
 3\text{里} \quad 145\text{丈} \\
 + 5 \quad \quad 95 \\
 \hline
 9\text{里} \quad 90\text{丈}
 \end{array}$$

里與里加, 丈和丈加, 145 丈加 95 爲 240 丈. 因 150 丈爲里, 逕進 1 至里位, 里位 3 加 5 爲 8, 加進 1 爲 9. 答 9 里 90 丈.

$$\begin{array}{r}
 31\text{里} \quad 45\text{丈} \\
 - 26 \quad \quad 28 \\
 \hline
 5\text{里} \quad 17\text{丈}
 \end{array}$$

里與里減, 丈與丈減, 照普通減法做. 如遇丈位不敷減, 則向上位 (里) 借 1, 化成丈, 照上節星期, 日減法的例子做.

$$\begin{array}{r}
 16\text{里} \quad 84\text{丈} \\
 \times \quad \quad 2 \\
 \hline
 32 \quad 150 \quad |168 \\
 + 1 \quad \quad \quad |1 \dots 18 \\
 \hline
 33
 \end{array}$$

乘亦分列,丈位得168.以150除之得1,進至里,餘18丈.里位得32加進1得33.答33里18丈.

$$\begin{array}{r}
 3\text{里} \quad 45\text{丈} \\
 7 \overline{)23\text{里}} \quad 15\text{丈} \\
 \underline{21} \quad \quad +300 \\
 2 \quad \quad \quad 315 \\
 \quad \quad \quad \underline{28} \\
 \quad \quad \quad 35 \\
 \quad \quad \quad \underline{35} \\
 \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

除亦分列,7除23是得3餘2,把2化為丈和下位合併得315.用7除得45.答3里45丈.

【擔斤兩】先教斤兩的認識和應用,再擴充至擔.普通稱東西用的秤大概是斤和兩二位.擔則須稱笨重之物,如米,棉花等.現在市上稱西洋的各品往往用磅秤.和外國交接的地方應用甚多,內地較少.還有煤鐵等笨重之物,用噸來計算,差不多很普遍了.兩以下還有錢,分,釐幾等,都是逢十進位的,稱貴重的物品才應用.(如稱金銀珠寶及藥料等)普通不常用.

教學時.主要的教斤兩,其次及擔,普通擔斤連用,斤兩連用.內地不用磅的地方,磅可不教.噸是稱煤鐵都用的,須學習,并須明瞭噸和市斤的換算法.至於錢,分,釐分量太輕,小學生於實用上不多,可不甚注意.開始教斤兩時當先

教秤的各部分的名稱及用法,普通秤上有三個紐,初學時,祇要教一個做代表,俟明白後,做開店表演,賣出各種物品店夥稱物,店夥稱畢,買客複稱,檢查有無錯誤,稱擔用的秤,校裏沒有備,可參觀米店醬園等處稱貨物,秤的進率及用法等都明白了,可學習加減乘除各法。

$$\begin{array}{r} 7\text{斤} \quad 12\text{兩} \\ + 8 \quad \quad 5 \\ \hline 16\text{斤} \quad 1\text{兩} \end{array}$$

斤和斤加,兩和兩加.12兩加5兩得17兩.因16為1斤故進1,餘1.7斤加8斤,得15斤加進1得16斤.答15斤1兩.

$$\begin{array}{r} 26\text{斤} \quad 7\text{兩} \\ -18 \quad \quad 15 \\ \hline 7\text{斤} \quad 8\text{兩} \end{array}$$

兩和兩減,斤和斤減.7兩不設減15兩,在斤位上取下1斤,化為兩,共得23兩,減15得8.斤位26減去取下的1餘25,25減18得7.答7斤8兩.

$$\begin{array}{r} 5\text{擔} \quad 40\text{斤} \\ \times \quad \quad 4 \\ \hline 20\text{擔}100\text{斤} \quad 160\text{斤} \\ + 1 \quad \quad \quad 1:60 \\ \hline 21 \end{array}$$

乘亦分列.斤位得160,以100除之,進1餘60.擔位得20加進1得21,答21擔60斤.

$$\begin{array}{r} 53\text{斤} \\ 26)13\text{擔} \quad 78\text{斤} \\ \quad \underline{1300} \\ \quad \quad 1378 \\ \quad \quad \underline{130} \\ \quad \quad \quad 78 \\ \quad \quad \quad \underline{78} \\ \quad \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

除亦分列.擔位13不設給26除,故13擔一起化為斤,和下位合併再除.併得1378斤除得53,答53斤.

【方丈方尺方寸方分】 先教方尺方寸的關

係，次擴充至方丈，再補充方分，用積木及圖解作說明。（製法可參看第四章）量教室操場以計算。

【畝分釐毫】 我國人論田地的大小以畝計，教學生把方丈，方尺，化爲畝，分，釐，毫方法便是。領學生去量校舍，校園，公園，家庭，田園，荒地，牧場等，實際計算方丈，方尺，再化爲畝分釐毫。

畝分釐毫是十進的，故既化成以後，便可和小數聯絡教學加減乘除，百畝爲頃，但應用不多，可不教，但在計算以前務使兒童確切明瞭畝，分，釐，毫的觀念，更進一步，可學習方里，但方里不能直觀，祇好和地理科聯絡教學了。

【立方丈立方尺】 教立方體至早在第五學年開始，教學時，應用圖解或立體積木（積木製法見第四章）來證明，教學生量教室，臥室，計算空氣的體積及計算沙泥等積體，都是很相當的材料。

【各種形體的認識】 課程中規定認識的幾何形體有下列數種：

（一）三角形，圓形，方形。——這三個形體同時教學，在第一學年內教學。

(二) 正方形,長方形.——這二個形體同時教學,俾可聯絡比較,在第二學年內教學.

(三) 圓和橢圓.——這二個形體同時教學,目的在比較其不同之點,在第三學年內教學.

(四) 菱形,梯形,平行四邊形.——這三個形體都屬四邊形,要聯在一起教學,在第四學年內教學.

教學時祇要教學生認識各圖形,並叫得出名稱,舉得出實例.(如三角板是三角形,銅圓銀圓是圓形.)及簡易的作圖法,其他關於原理方面的,可以一概不教.

【分數】外國的諸等數,非十進的較多,所以外國人多用分數;中國人不常用分數,而常用小數.近來我國的學校中也將分數列入算術課程中了.

(一) 教學分數時,先要使學生明白分數的觀念及讀法等.

1

 明表整數1.

1	2
---	---

 表明每段是 $\frac{1}{2}$, 2是分母, 1是分子, 讀二分之一.

1	2	3
---	---	---

 表明每段是 $\frac{1}{3}$, 讀三分之一

1	2	3	4
---	---	---	---

 表明每段是 $\frac{1}{4}$, 讀四分之一。

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

 表明每段是 $\frac{1}{5}$, 讀五分之一。

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

 表明每段是 $\frac{1}{6}$, 讀六分之一。

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

 表明每段是 $\frac{1}{7}$, 讀七分之一。

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

 表明每段是 $\frac{1}{8}$, 讀八分之一。

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

 表明每段是 $\frac{1}{9}$, 讀九分之一。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

 表明每段是 $\frac{1}{10}$, 讀十分之一。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----

 表明每段是 $\frac{1}{11}$, 讀十一分之一。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----

 表明每段是 $\frac{1}{12}$, 讀十二分之一。

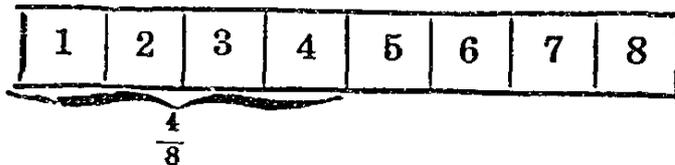
其他幾十, 幾分之幾, 可以此類推。

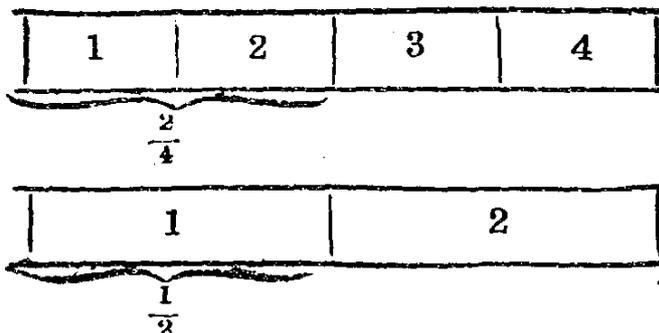
(二) 約分的解釋, 也要用圖解來說明。

如證明 $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ 算法 $\frac{4}{8} = \frac{4 \div 4}{8 \div 4} = \frac{1}{2}$

圖解

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---


 $\frac{4}{8}$

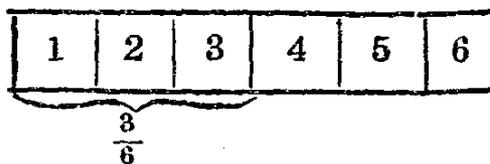
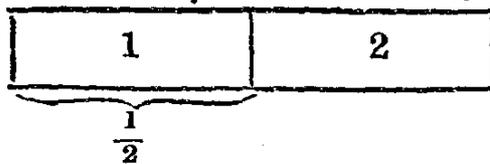


(三) 通分的解釋.分母不同的分數,要知道其大小,須用通分法。

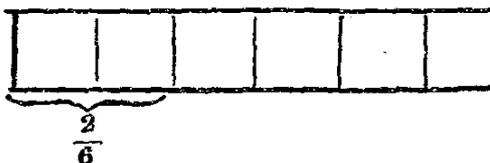
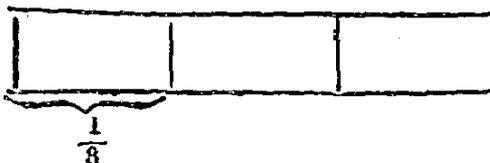
如證明 $\frac{1}{2}$ 比 $\frac{1}{3}$ 大

算式 $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$, $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$ 故 $\frac{3}{6}$ 大於 $\frac{2}{6}$

圖解 $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

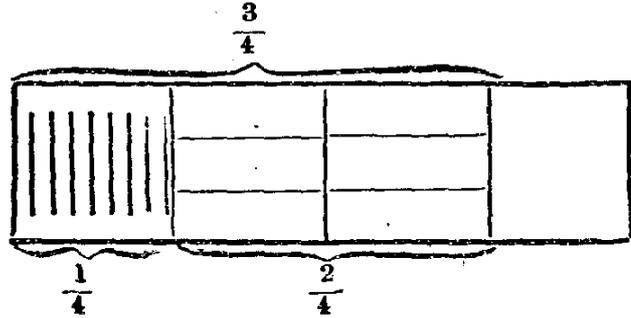


$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$



取 $\frac{3}{6}$ 和 $\frac{2}{6}$ 再比,知道 $\frac{3}{6}$ 比 $\frac{2}{6}$ 大 $\frac{1}{6}$. 並且要使兒童知 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{2}$ 爲什麼不能比,要變 $\frac{3}{6}$ 和 $\frac{2}{6}$ 才能相比的緣故。

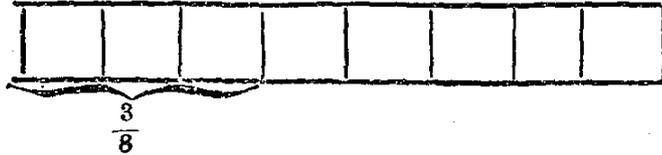
(四) 同分母的加法,如 $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$, 算法甚簡便,祇須分子相加,以原母為分母便得.若兒童又不明瞭,可用圖解說明:



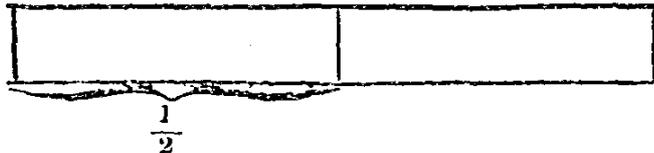
(五) 異分母的加法,如 $\frac{3}{8} + \frac{1}{2} =$. 上面通分一節上說,分母不同的分數不能相比.加法也不能相加.因同分母的加法以原分母為分母,現在兩個各異,究竟照那一個好呢?必定要用通分法,使兩數的分母相同,然後分子相加.

$$\text{證明 } \frac{3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{3}{8} + \frac{4}{8} = \frac{7}{8}$$

圖解 $\frac{3}{8}$



$\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$

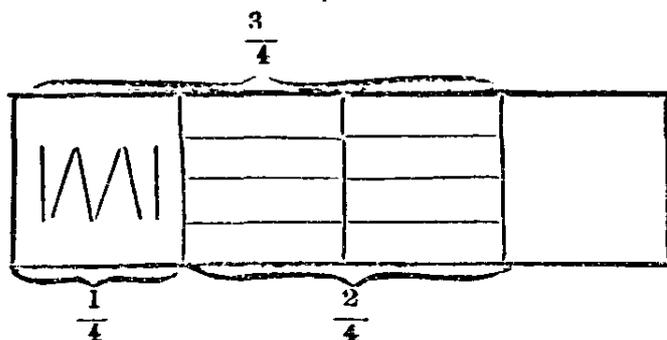


$\frac{1}{2}$ 加大四倍得 $\frac{4}{8}$, $\frac{4}{8}$ 可和 $\frac{3}{8}$ 相加得 $\frac{7}{8}$. (第一圖中之三

格,和第三圖中四格相加)

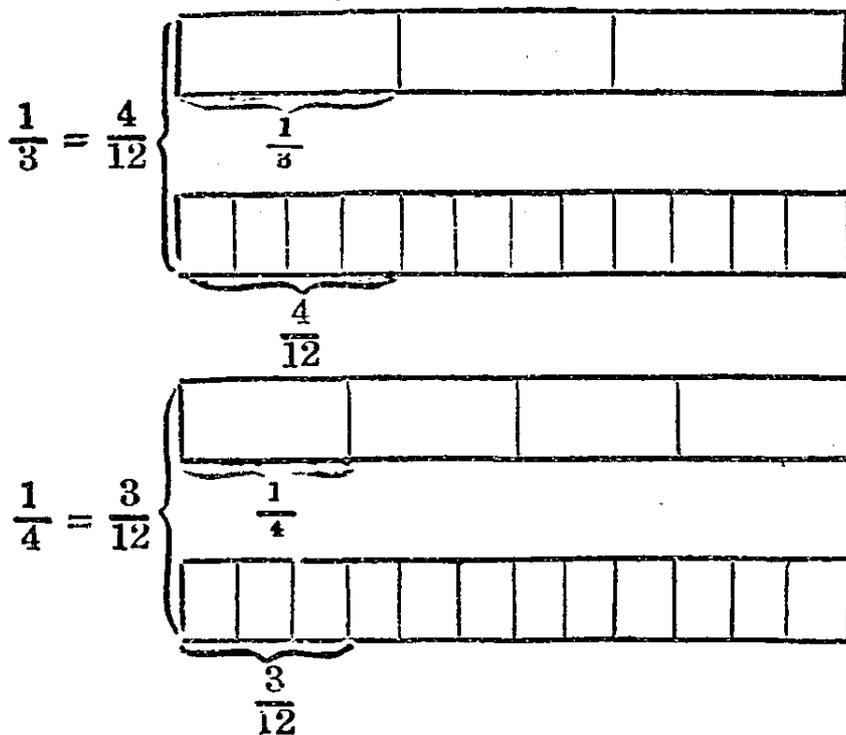
(六) 同分母減法做法和同分母加法相同。

證明 $\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$



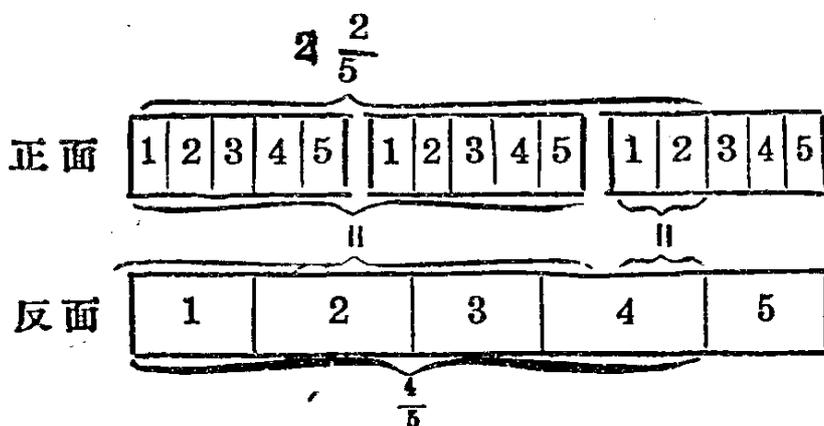
(七) 異分母減法做法,和異分母加法相同。
先要通分,使分母相同,然後分子相減。

證明 $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$

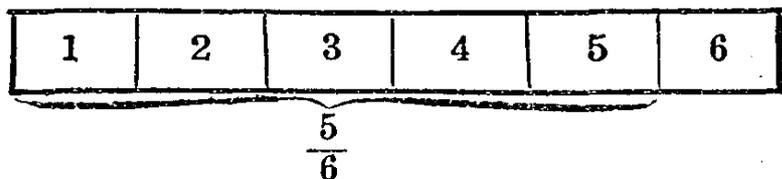


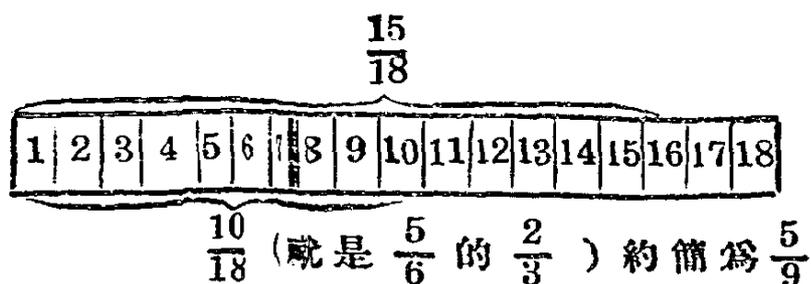
(八) 分數乘法

(a) 分數乘整數——譬如說 $\frac{4}{5}$ 乘 3 是多少？教師用五等分的木條三根將他反面朝上接起來，用粉筆把接在一起的平分爲五，拿出他的四份來，則得到整個的二條多一些，把第三條翻過來看，這一段就是 $\frac{2}{5}$ ，所以答爲 $2\frac{2}{5}$ 。如下圖：



(b) 分數乘分數——譬如說 $\frac{5}{6}$ 的 $\frac{2}{3}$ 是多少？教師用六等分的木條，拿出五份，和十八等分的木條相比，得到 $\frac{15}{18}$ ，拿 $\frac{15}{18}$ 再分爲三，每分是 $\frac{5}{18}$ ，然後再拿出兩份，得到 $\frac{10}{18}$ ，所以 $\frac{5}{6}$ 的 $\frac{2}{3}$ 是 $\frac{10}{18}$ 。還可以約成 $\frac{5}{9}$ 。如下圖：





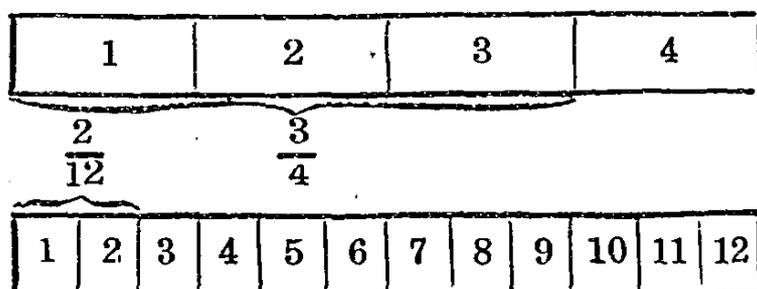
其餘如帶分數乘整數,帶分數乘分數,及帶分數乘帶分數,都要依此類推。照上二個例題,就可以證明用分數去乘,答數比被乘數小;並且可以證明分數乘法是什麼意思。用實物去證明算式演算的結果,則兒童會真正認識分數乘法的意義。

(九) 分數除法是什麼意義?計算時為什麼要將除數的分母分子顛倒了去乘?為什麼答數反比被除數大?這許多問題,都是學習時必須討論到的,教師抽象的和兒童討論,結果兒童只會勉強的記憶這方法,他們並沒有真正的相信這方法,所以教師非用具體的事物來證明不可。

(a) 分數除整數,如 $\frac{2}{5}$ 除 2 是多少?就是說 2 中間有幾個 $\frac{2}{5}$,教師用五等分的木條截下 $\frac{2}{5}$ 到二條整個的木條上去量,量到有五個 $\frac{2}{5}$ 。

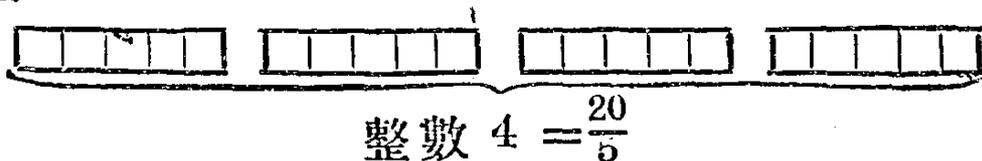
因爲 2 中間有五個 $\frac{2}{5}$ ，所以商數就是 5。

(b) 分數除分數。如 $\frac{2}{12}$ 除 $\frac{3}{4}$ 是多少？就是問 $\frac{3}{4}$ 中間有幾個 $\frac{2}{12}$ ，教師祇要把 12 等分的木條截下 $\frac{2}{12}$ 到 $\frac{3}{4}$ 的木條上去量，量到四個多一點，這多下來的一段是 $\frac{2}{12}$ 的一半，併起來， $\frac{3}{4}$ 中間有四個半 $\frac{2}{12}$ ，所以 $\frac{2}{12}$ 除 $\frac{3}{4}$ 答 $4\frac{1}{2}$ 。如下圖：



用這一段去量上圖的 $\frac{3}{4}$ ，答 $4\frac{1}{2}$ 。

(c) 整數除分數。如 4 除 $\frac{2}{5}$ 是多少？用五等分的木條四根，接在一起，去和 $\frac{2}{5}$ 相比，知道 4 比 $\frac{2}{5}$ 大十倍，所以 4 除 $\frac{2}{5}$ 答 $\frac{2}{20}$ ，約簡成 $\frac{1}{10}$ 。如下圖：



$\frac{2}{5}$ 用這段去量上圖，知是 4 是 $\frac{2}{20}$ 便是 $\frac{1}{10}$ 。

【百分法】關於折扣,成分,保險,匯兌,忙漕,關稅,佣金,損益等項,均屬於百分法範圍以內,茲擇其較重要而應用較廣的數項,述之如下:

(一) 折扣——折扣的意思,就是買東西可照定價減少若干成或若干分,普通爲九折便是減少原價的十分之一,即百分之十,原價一元,現在祇須九角,八五折,便是減少原價的百分之十五,原價一元,現在祇須八角五分了等。

百分記號的寫法爲%,九折便寫作10%讀百分之十,八五折便寫作85%,讀百分之八十五,七折便寫作70%,讀百分之七十,對折(即五折)寫作50%,對折以下爲四折,三折,普通用的不多,寫作60%,70%,亦有稱爲倒六折倒七折的。

尙有雙折扣的,便是兩個同樣的折扣,如雙九折即兩個九折,等於八一折,雙八折即兩個八折,等於六四折,我國有一部份商店俗禮,平日購物爲九折或八折,等到逢節或逢初一,十五,便打雙九雙八折了,其他爲雙七折,即四九折,雙六折即三六折,但事實上已不多用了。

還有九五折寫做95%,八五折寫做85%,七

三折寫作73%，六八折寫做68%。

意義，名稱，讀法，寫法都明白了，開始教學，先計算教科書及文具等折扣，以兒童實際經驗做出發點，然後再計算抽象的問題，與小數的乘除法聯絡。如字典本定價為五元，今以八五折出售，實價多少？算式寫成 $5^{\text{元}} \times 85 = 4.25$ 元，答 4 元 2 角 5 分。

(二) 成分——成分的意義和折扣相同，但折扣專用於賣買方面，而成分可指各方面言。如本年某農夫受天災的影響，收成僅及去年的八成，其意即收成照去年打個八折。去年收一石米，今年祇好收八斗了。又如某商店今年因受時局影響，營業不盛，獲利僅及上年的六成五分，（或稱六成半）其意即獲益照去年打個六五折，譬如去年賺一百元，今年祇好賺六十五元。

所用符號亦為% 其他讀法，寫法，算法均和上節同。

總之，關於百分法的種種方法，祇要明瞭小數的乘除法，便都可計算了。百分的三個公式在最後列出，不要在開始時就講原理原則，以

致兒童茫然不知。

【利息】——利息的意義，便是借貸銀錢要付的酬報。其計算法實和百分法相同，但多時期一項。利息有年利，月利，日利等分別，茲略舉如下：

年利——年利以年為單位，每年結算一次。年利一分寫作 0.1，每年八釐寫作 0.08。如本銀五百元，年利八釐，則一年可得利四十元。算式寫成 $500 \times .08 = 40$ 。

月利——月利以月為單位，每月結算一次。月利一分寫作 0.01，月利八釐寫作 0.008。如本銀五百元，月利八釐，則一年可得利四十八元。算式寫成 $500 \times .008 \times 12 = 48$ 。月利每年以十二個月計，年利每年以十個月計，此其不同也。

六釐法——六釐法是現在銀行最通用的方法。用年利 6% 做單位，而去計算月利，日利，也很便利。譬如兩個月的利率是 1%，六日的利率是 .1%；故求 8 個月的利息，祇要將二個月的利息乘 4 即得；故求 18 天的利息只要將 6 天的利息乘 3 即得。如遇利息並非六釐，亦可用六釐計算，如果比 6% 大的，那末先減去

6%，然後將餘數做 6 的分子，這一個分數，就是大的倍數。如 8%：比 6% 大，先在 8% 中減去 6%，除 2%，將 2 做 6 的分子，就是 $\frac{2}{6}$ ，即 $\frac{1}{3}$ ，這 $\frac{1}{3}$ 就是 8% 的利息比 6% 的利息大 $\frac{1}{3}$ 。倘使比 6% 小的，則在 6% 中減去，將餘數做 6 的分子，這個餘數，就是小的倍數，如 4.5% 是比 6% 小，於是 6% 減去 4.5% 得 1.5%，將 1.5 做 6 的分子，就是 $\frac{1.5}{6}$ 即 $\frac{1}{4}$ ，這 $\frac{1}{4}$ 就是 4.5 的利息比 6% 的利息少 $\frac{1}{4}$ 。

其他過於複雜的計算，可以刪去。

第三節 教學的過程

教學的過程，就學的方式而異，現可分成下列數種：

(一) 新授的過程

(一)談話 (二)提出事實題 (三)推攷理由 (四)討論計算方法 (五)試算 (六)訂正 (七)提供類題 (八)共同試練 (九)提出練習 (十)巡視訂正

(二) 練習的過程

(一)口述問題 (二)訂正 (三)提出練習題 (四)全體練習 (五)收集訂正

(三) 遊戲的過程

- (一)動機和目的 (二)討論方法 (三)實行 (四)結算
(五)訂正

(四) 表演的過程

- (一)動機和目的 (二)說明方法 (三)分別表演 (四)批評訂正

(五) 故事的過程

- (一)動機和目的 (二)講述故事 (三)計算 (四)批評訂正

[本章研究問題]

- (一) 考查各書局出版的算術教科書,對於上述的各種教學方式,是否完全應用?
- (二) 試作一篇算術故事,及搜集關於算術科應用的遊戲教材。
- (三) 試將加減乘除各法自最易至最難(指小學課程範圍內言)各舉一例題,井排列前後,以示進程。
- (四) 小數和分數有何關係?實際應用上何者更爲需要?
- (五) 根據本書所列的教學過程,各作教案。

第四章 算術教具的研究

算術科要應用的教具很多,其最大目的有二:

(一) 教學新方法——凡開始教學一種新方法,必使兒童完全明瞭新方法的意義,然後從事於計算。如教學斗,升的認識和應用,必先觀察斗,升的實物和實驗證明斗和升的關係,然後計算;不能便將 $10\text{升} = 1\text{斗}$ 的一個原則,教了他們,他們便開始計算,以致茫然不知什麼叫斗,什麼叫升,這就是所謂不能由具體著手的缺點,此一層很要注意。

(二) 練習新方法——算術用一種練習課業,當然練習得愈多愈好,但是機械的練習最易使學生發生厭倦和乏味,尤其在低年級的學生最易感到。要解決這個困難,祇有練習的時候,怎樣能使兒童發生興味,惟有多用遊戲化的算術教具,才能解決此種困難。

從上面兩點看來,教具是非常需要的,但現

在市上備售的甚少，不敷應用，且價值甚貴，太不經濟，最好各校教師自己製作，茲將製作的條件列後，以供參攷。

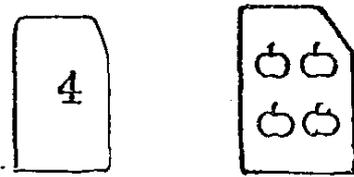
1. 價值不甚貴——所用原料要注意價格，如木板的價格還貴，可用厚紙替代。
2. 不費時間——教具之構造不甚複雜，製造時間不致十分浪費。
3. 便於應用——祇要教師略加說明，學生便知應用。
4. 容易成功——學生遊戲要容易有結果，如擲籐環，學生站立過遠，均擲不進，則大家無分可得，既無分數，那末何從計算呢？
5. 有永久性——不可暫圖一時的應用，當為將來留餘地，如用練習片，不要貪一時便宜，用紙太劣，不久便破，以至第二次重做，浪費時間，寧可買好一點的紙，做得牢固一些。
6. 供多數人用——凡一種教具，最好能供全級共同應用，至少亦須多數能用，切忌供三五人應用。
7. 要正確——算術的教具或用品，最要注意正確，如同為五寸長的練習片，不要參差，

非但不正確,而又不整齊,譬如一尺闊的木板,不要做了一尺零半寸。

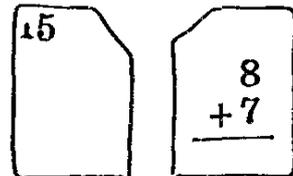
8. 無賭具形式——凡有賭具形式的,如:骰子,牌,籤等,皆當力避。

第一節 屬於紙片的

(1) 認數片——每片正面繪了各種不同的實物,反面寫數字,如正面繪兩個皮球,反面寫2字,此片共九張,自一至九,這種卡片的適當尺寸是2吋×2吋,可用一種硬質的紙片做成,最好在上端的左角上,離角約半吋處切去一角,這樣可使兒童將一套卡片,常常放得整齊不亂,如下圖:



(2) 閃爍片——把各種加減乘除的算法,(如和不過九的加法和在二十以內的相加,進位的基本九九加法,進位的各種加法,九以內的減法,二十以內不退位的減法,退位的基本九九減法,各進退位的減法,乘法九九,進位的乘除法九九,及不盡數的除法退位的除法,均可應用)製成閃爍片,每課叫學生練習數分鐘,卡片式如下:反面 正面



正面示學生，反面教師看答數，以便檢查學生所口答的答數對不對。

第二節 屬於掛圖的

(1) 補充教科書的——因教科書上所有的太小或不甚明瞭，則須另用掛圖，如長短，大小的認識，輕重厚薄的認識，分數的解釋及通分的意義等，須用掛圖說明，更為明顯。

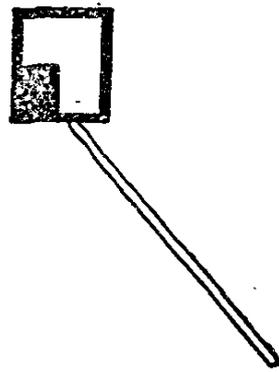
(2) 找不到實物的——如各國貨幣或其他不易找覓的實物，只有用掛圖來代替。

(3) 網格練習掛圖——此圖可供加減乘法應用，掛圖用紙製或布製均可，題目框用厚紙或鉛皮作，下連竹柄，圖形如下：

第一圖（九以內加法練習）

1	4	3	2	5	3
2	5	4	3	2	1
2	3	2	6	6	8
4	2	7	1	2	1
4	1	1	5	5	3
1	7	6	4	1	3
1	2	3	3	4	5

將題目框變為



便可做兩位數和一位數相加。

第二表 進位基本九九加法

6	8	9	5	1
6	2	2	5	9
8	9	8	9	3
8	9	4	7	7
9	8	7	5	8
4	3	7	7	6
8	8	6	9	4
5	7	7	6	9
6	3	4	9	5
5	9	6	1	8

也可做兩位數和一位數相加，

但題目框變為右形。



又可做兩位數和兩位數相加，
但題目框變為下形。



第三表 九以內的減法

8	9	7	7	9	8	6	7	9
2	1	5	4	6	3	4	7	8
1	1	0	3	3	0	4	2	0
9	9	6	8	7	8	9	9	6
2	4	1	8	3	7	3	5	2
2	2	0	1	1	0	2	5	0
8	9	9	7	6	8	5	8	5
4	7	9	6	5	6	3	5	4
2	1	0	4	1	0	3	2	0

也可做兩位數減一位數，

又可做兩位數減兩位數。

表上有雙線處，表示不能跨格演算。

第四表 兩位數減一位數

3	0	2	1	3	4	0
5	4	7	2	4	5	0
7	6	8	9	7	6	5
1	2	1	0	1	2	0
7	3	4	2	5	6	1
9	8	9	8	9	8	9
1	1	2	3	1	2	0
8	6	5	6	3	4	3
9	9	8	7	9	8	7

也可做三位數減兩位數
和四位數減三位數。
表上有雙線處,表示不能
跨格演算。

第五表 乘法九九練習表

6	5	1	2	3	5	8	9	2
9	8	2	9	7	3	2	6	2
8	6	4	2	8	9	6	4	3
7	2	6	8	4	3	1	9	4
6	7	3	3	1	3	4	7	5
5	4	5	1	6	8	7	5	5
1	8	7	7	7	9	1	4	2
8	5	3	7	9	1	9	4	1
8	6	6	2	9	1	4	3	5
1	6	8	5	5	3	2	2	9

也可做法數一位乘實數
二位的乘法。

第三節 屬於實物的

1. 銅元,銀元,銀角.
2. 尺,皮帶尺,英尺(Foot).
3. 斗,升,英升(Pint).
4. 寒暑表.
5. 鐘,表.
6. 日曆.
7. 秤,戥子.
8. 磅.
9. 各項票據,帳摺等.

第四節 屬於模型的——有的實物,不易搜集

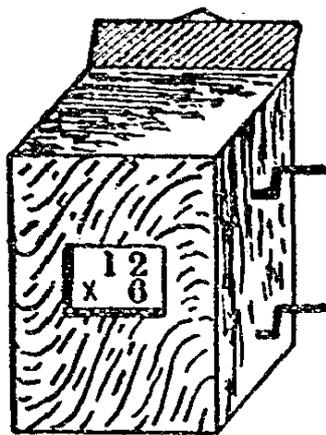
可製模型來代替,如外國的度量衡器等

第五節 屬於器械的

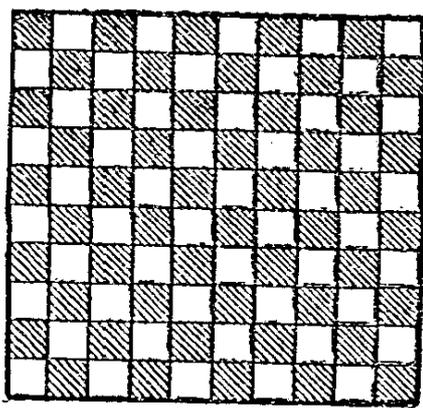
(1) 計數器——用以認識數目和計算加減法的,商務印書館出售.

(2) 手搖速算器——做一只小箱,前面開一個洞,上下各做一軸,外各裝一柄可使軸旋轉.箱洞對外,中間軸上繞著寫算式的布.一方面搖,一方面洞口現出各種算式.可以練習加減乘除各法,教師一面搖,學生一面做.起始開得慢

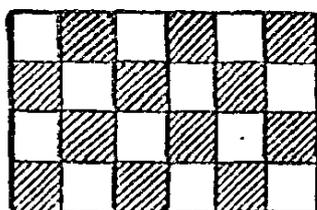
些,以後漸漸以可加快.



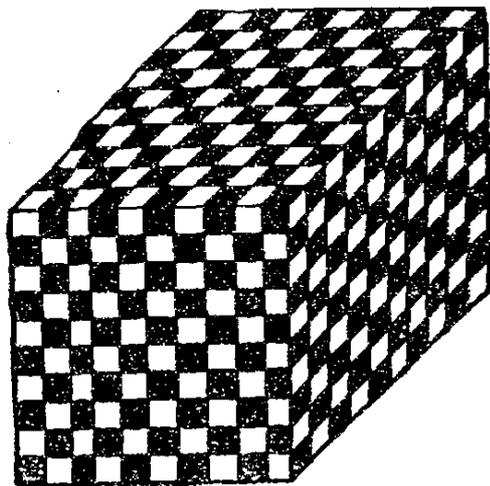
(3) 正方形證明器——用木板(或厚紙)製成一寸見方形的木塊半塗藍色,半塗白色,(顏色不拘,只要有兩色)列成顏色相間的正方形,(如下圖)證明 $100 \text{ 方寸} = 1 \text{ 方尺}$.



(4) 長方形證明器——製法和上同,可說明長方形面積的求法.



(5) 立方體證明器——用木製成一寸見方的立方體一千塊,亦用兩種不同顏色以示分別,搭成下列圖形,證明 1000 立方寸 = 1 立方尺,圖如下,並可說明立方體體積的求法.



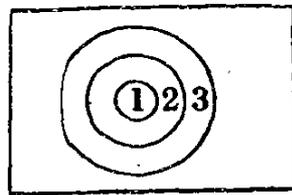
(6) 分數證明器——將第三節分數教學內的各圖,製成一寸闊,半寸厚,二十寸長的木板,分成若干藍白相間的等分,每段上用顯明的顏色證明.

第六節 屬於玩具的

(1) 擲藤環——備藤環數個,有髓柱一個,如玩時先在距離木柱數尺(距離遠近,看情形而定)劃一界線,玩的

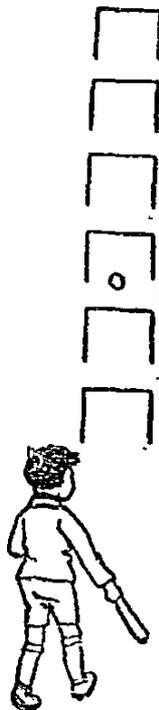
人拿了藤圈立在線外向柱丟去,各人丟的次數,和每丟中一次所得的分數,均可隨時決定,可練習加減乘法.

(2) 擲豆囊——黑板上繪三個(或四個)同心圓,自內至外寫1,2,3,(或4)或自外向內寫亦可,學生距離黑板數尺,用豆囊投擲距離遠近可以伸縮,連投數次總結所得分數,再各人比較多少,可練習加減法,如下圖:



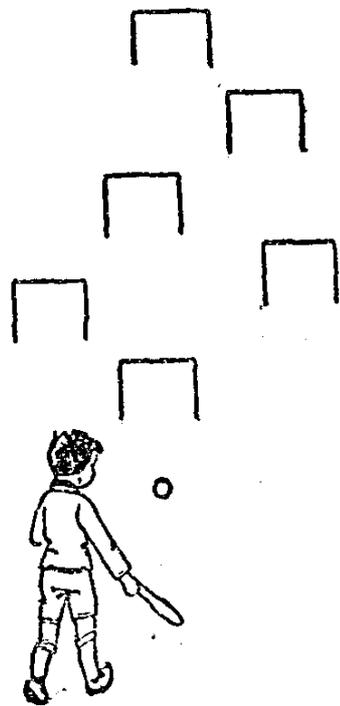
(3) 在操場上裝門形的鉛絲架六七個,(架數在十以

第一法

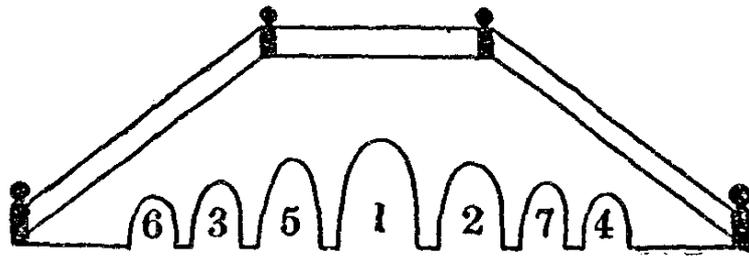


內)排成一直線,學生立在距離數步,手執木棍,把木球向鉛絲架擊打,每人打一次,每打進一門得一分.每人輪流遊玩,然後比較分數多少.鉛絲架亦可曲線排列,每人打二三次計分,可練習加減法.遊玩法如左右圖:

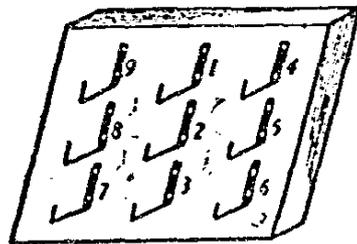
第二法



(4) 木球過橋 —— 用木或厚紙做成橋形，下分數孔，內註數字。（數字可臨時決定）學生站立相當距離，用木球向橋洞投擲，木球入第幾洞便得幾分。可以練習加減法。遊玩法如下圖：



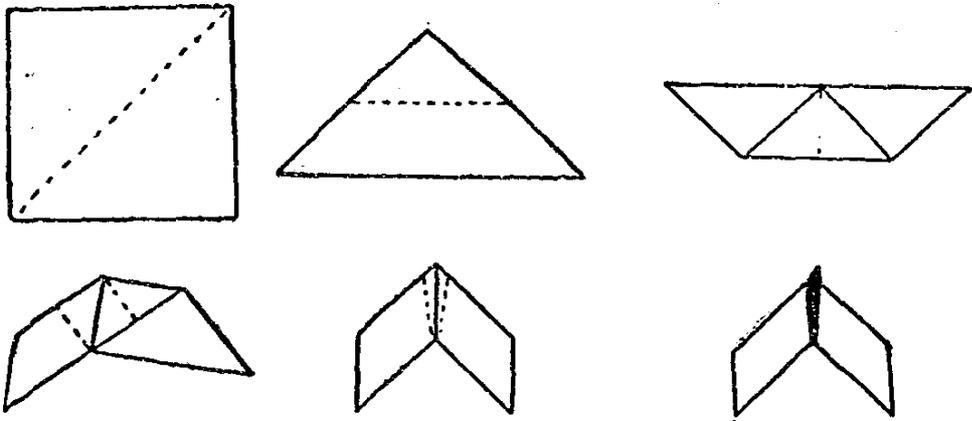
(5) 擲環 —— 做木板一塊，（或厚紙做）板上釘九個鈎如右圖：鈎旁註 1 到 9 各數字。學



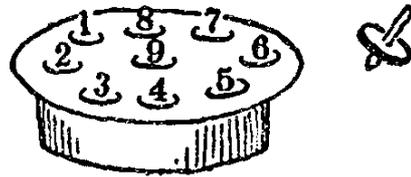
生站在距離二三步以外，用小環投擲，投上何鈎即以鈎旁的數字，為所得的分數。每人連擲三次總結其分數，然後再互相比較，可練習加減法。

(6) 擲皮球 —— 學生一隊，每人輪流擲皮球一次，用皮帶尺量長短互相比較，練習尺寸的應用。

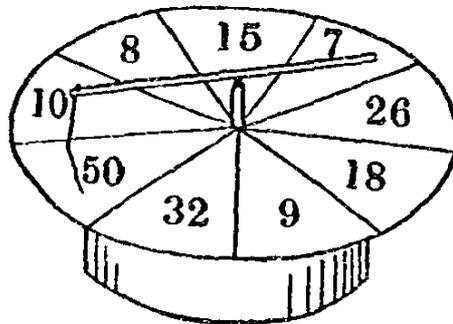
(7) 飛紙鳥 —— 用紙摺鳥，每人飛一次，然後量尺寸，計勝負。紙鳥摺法如下：



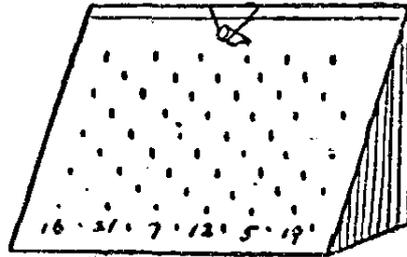
(8) 轉陀螺 —— 做一木盤，其直徑約一尺，中有九凹，註 1 到 9 各數，用一陀螺在盤內旋轉，陀螺上可在 1 到 9 各數中，隨意寫一個。如陀螺上寫 5，轉到 6 的凹處內得 30 分。如此可練習乘法九九。反之盤內凹處註 2, 4, 6, …… 18，陀螺上寫 2，則可做 2 的除法九九或各種除法九九。盤如下圖：



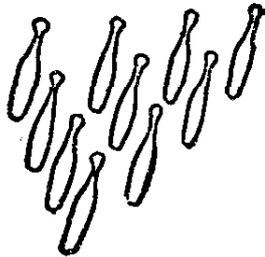
(9) 轉盤 —— 盤上註各數目，轉到何格，便得何分。轉盤圖如下：



(10) 滾木球——備一木板,作傾斜形,板上釘作交叉形的小釘,兒童手執木球自上滾下,經過小釘以至底下木球漏下之處,註數目字,可演加減乘除各法,玩具圖如下:



(11) 打積木——排列積木若干,學生站在相當的距離處,用木球擲,玩法如下:



各種變化:

- a. 每擲倒一塊算得一分,投兩三次總結。
- b. 積木上註數字,如擲倒註 5 字的一塊,便得 5 分,擲倒註 6 字及註 8 字的各一塊,便得 14 分。
- c. 積木上不註字,每擲倒一塊得 2 分,(最多九塊)多則照乘,練習 2 的乘法九九改爲擲中每塊得 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 分,便可練習 3 …… 9 的乘法九九。

(12) 打獵板——做圓形木板一塊,中分數格,每格內繪

各種動物，旁註數目，懸於壁上，學生站在相當距離處，用雞毛箭射上，射中格內何數，便算所得的分數，可練習加減法，亦可練習乘除九九。

(13) 摸木球——木球上寫了加減乘除的算式，藏在布袋內，叫學生摸出來算，或木球祇寫一數叫學生摸兩個，兩數相加相減相乘均可，即除亦可練習不盡數的除法九九。

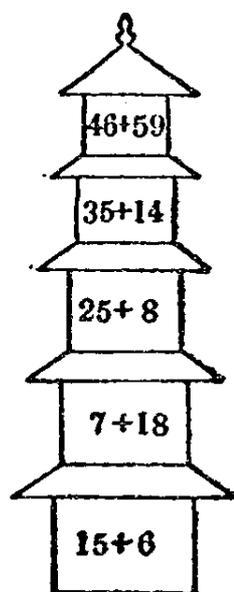
(14) 廻旋盤——做木盤一個，盤的周圍，釘著小釘，釘邊寫數字，再做一方形的木架，中間立一桿將木盤釘在縱桿上，又在縱桿的上端做一牛筋指針，使用時，把旋盤撥動，盤受指針的阻力而停止，即看旁邊的數目為所得的分數，每人玩兩次，可練習加減乘法。

(15) 拍七——無需教具的遊戲，自一說到七十，全級兒童輪流，說數逢到7的倍數則拍手，否則受罰，其他拍八，拍九，亦可同樣練習，等到兒童較為成熟後可做七，八，九連起來的遊戲，叫七拍八笑九搖頭，逢七的倍數則拍手，八的倍數則笑，九的倍數則搖頭。

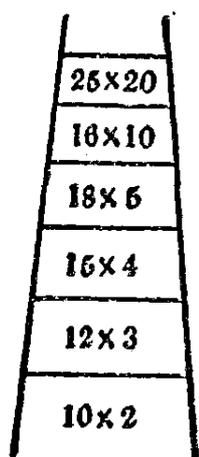
(15) 搶三十——此法亦無須用教具兒童兩三人輪流說數自一到三十，誰到三十為勝，目的在數數，其他四十，五十，亦可照樣練習。

(16) 登塔遊戲——此係黑板遊戲，須黑板上繪塔形，（級數臨時定）每級內填寫算式（加減乘除均可）令

學生輪流演算,每做對一個,作為登高一級,全級分三組或四組比賽,圖形如下;

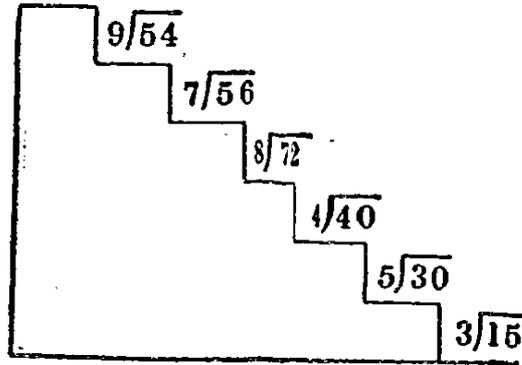


(17)登梯遊戲——此亦黑板遊戲,無需教具,祇在黑板上繪一梯圖,格內寫加減乘除各式,遊戲法與上同,圖形如下:

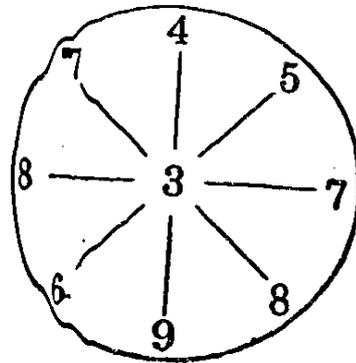


(18)登樓遊戲——此亦黑板遊戲,在黑板上繪樓梯形,遊

戲法與上相同,圖如下:



其他如算輪練習等,如圖



亦可在黑

板上練習加減乘除各法.

[本章研究問題]

- (一) 算術教具在教科上如何重要?
- (二) 參攷各雜誌上所載各種算術教具是否都適用?
- (三) 評前列各種教具是否都適用有何優點及缺點?
- (四) 試各搜集教具數種.
- (五) 試各創製或改造教具數種.

第五章 算術攷績法的研究

攷績法在教學法中非常重要,因爲祇教而不去攷查成績,則對於所教的毫無結果;且對於教得合法與否,亦全然不知,所以攷查成績,是無論如何缺不了的一件手續,舉行攷查以後,至少有下面幾種好處.

(一) 教師可明白學生的程度.

(二) 教師可明白學生的缺點所在,從事補救.

(三) 兒童自己知道自己的成績,便肯努力.

(四) 教師自己知道教法上有缺點,從事改良及研究.

攷查成績的方法有下列四種,茲分述如下:

第一節 標準測驗

標準測驗的材料,用科學方法編造而成.(編造方法很繁,這裏不能多說.)用以測驗兒童的計算能力到若何程度.因爲可從兒童做

正的題目中,求得 T 分數和 G 分數,好像一枝標準尺,用以量學生的程度的長短,現在已經出版的有:

- (一) 小學算術混合四則測驗 (俞氏)
- (二) 初小算術四則測驗 (俞氏)
- (三) 小學算術應用題測驗 (俞氏)
- (四) 初小算術應用題測驗 (俞氏)
- (五) 德爾滿算術四則測驗 (德爾滿)

各舉一例如下:

(一) 小學算術四則混合測驗——本測驗共分兩類,每類三十四題,內容包括整數四則,小數四則,分數四則及複名數,從小學三年起,至初中一年止,最為適用,此兩類可以輪流應用,內容舉例如下:

$$25,091 + 100.4 + 25 + 98.28 + 19,3614$$

$$3\frac{7}{8} - 1\frac{5}{8} = \quad \begin{array}{r} 27 \\ \times 15\frac{5}{8} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 23 \overline{)469} \\ \hline \end{array} \quad 62,501 \div \frac{1}{4} =$$

$$2\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} = \quad \begin{array}{r} 987\frac{3}{4} \\ \times 25\frac{4}{4} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} .0953\frac{1}{3} \\ \times .084 \\ \hline \end{array}$$

(二) 初小算術四則測驗——本測驗共有四類可以輪流應用，係根據崑山各小學學生的成績求出的標準，專供初小應用。內容包括整數四則，加減乘除各法分列不若混合測驗之混合排列。其他和混合測驗，大致相同，不再舉例。

(三) 小學算術應用題測驗——本測驗共分四類，每類各有三十二題，可以輪流應用。內容包括整數四則，小數四則，分數，百分法，面積，體積，容量等。自小學三年起至初中一年級止，最為適用。茲把第一類中抽舉幾個作例子。

(1) 25個錢買5隻桃子，一隻桃子要幾個錢？答_____。

(2) 七月31天，八月31天，九月30天。這三個月共有幾天？
答_____。

(3) 十月31天，十一月30天，十二月31天，這三個月共有幾天？
答_____。

~~~~~

(30) 有長方形田兩塊，一塊長9.4丈，闊5.7丈。又一塊長7.5丈，闊4.63丈，兩田相差幾何？ 答\_\_\_\_\_。

(31) 圓桶的直徑2尺，高3尺，該桶的容量有幾立方尺？  
答\_\_\_\_\_。

(32) 地形像圖  若每尺地，要種大豆1.54升。這塊地共須豆幾升？ 答\_\_\_\_\_。

(四) 初小應用題測驗——本測驗共分四類，可以輪流

應用內容包括整數四則為主，也有一部分關於簡易的分數，小數複名數等。本測驗係根據崑山小學校學生的成績做出來的標準，其標準並不高，可作為國內一般小學作測驗用。舉例如下：

|                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>(1) “拍皮球，先拍(2)個再拍(1)個，一起拍幾個？”</p> <p style="text-align: center;">板書 2,1.</p> <p style="text-align: center;">10秒</p>                                    | <p>(2) “昨天讀書(3)課，今天讀書(2)課，一起讀幾課？”</p> <p style="text-align: center;">板書 3,2.</p> <p style="text-align: center;">10秒</p>                             |
| <p>(6) “剪(3尺)布做一件短衫，再剪(3尺)布做一條褲子，一共用幾尺布？”</p> <p style="text-align: center;">板書 3尺, 3尺.</p> <p style="text-align: center;">10秒</p>                        | <p>(7) “學生出去釣魚，上午釣得(7)條，下午釣得(12)條，一共釣得幾條？”</p> <p style="text-align: center;">板書 7,12.</p> <p style="text-align: center;">10秒</p>                   |
| <p>(11) “(1尺)是幾寸？”</p> <p style="text-align: center;">“(1丈)是幾尺？”</p> <p style="text-align: center;">板書 1尺, 1丈.</p> <p style="text-align: center;">20秒</p> | <p>(12) “王兒住在學校東面，離開學校(1里半)路。李兒住在學校西面，離開學校(1里)路。他們倆離開幾里路？”</p> <p style="text-align: center;">板書 1里半, 1里</p> <p style="text-align: center;">20秒</p> |

此類測驗不發印就的題目紙，由教師口述，兒童另做在散紙上。每題下有板書，表示要寫在黑板上。末行秒數，指該

題應做的時間。

(五) 德爾滿算術四則測驗——本測驗共有兩類,可以輪流應用。每類有八十題,加減乘除二十題,除整數四則外,兼有小數四則。小學各級均可應用。此類題目排列,以難易度為根據。每兩個題目代表一階級。如下列:

$$\begin{array}{r} 3 \\ +4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ +2 \\ \hline \end{array}$$

為一組  $\begin{array}{r} 7 \\ +5 \\ \hline \end{array}$   $\begin{array}{r} 7 \\ +9 \\ \hline \end{array}$  又為一組。減乘除亦然。舉例如下:

|   |                                                  |                                                  |                                                  |                                                  |   |
|---|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---|
|   | ( 1 )                                            | ( 2 )                                            | ( 3 )                                            | ( 4 )                                            |   |
| 加 | $\begin{array}{r} 3 \\ +4 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 6 \\ +2 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 7 \\ +5 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 7 \\ +9 \\ \hline \end{array}$ | 加 |

|   |                                                  |                                                  |                                                  |                                                  |   |
|---|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---|
|   | ( 5 )                                            | ( 6 )                                            | ( 7 )                                            | ( 8 )                                            |   |
| 減 | $\begin{array}{r} 6 \\ -3 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 8 \\ -4 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 9 \\ -5 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 8 \\ -6 \\ \hline \end{array}$ | 減 |

|   |                                                       |                                                       |                                                    |                                                    |   |
|---|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|---|
|   | ( 9 )                                                 | ( 10 )                                                | ( 11 )                                             | ( 12 )                                             |   |
| 加 | $\begin{array}{r} 3 \\ 1 \\ +7 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 8 \\ 6 \\ +5 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 24 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 50 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$ | 加 |

|   |                                                    |                                                    |                                                    |                                                    |   |
|---|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|---|
|   | ( 13 )                                             | ( 14 )                                             | ( 15 )                                             | ( 16 )                                             |   |
| 減 | $\begin{array}{r} 20 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 74 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 76 \\ -32 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 92 \\ -21 \\ \hline \end{array}$ | 減 |

|   |                                                        |                                                        |                                                        |                                                        |   |
|---|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|---|
|   | ( 17 )                                                 | ( 18 )                                                 | ( 19 )                                                 | ( 20 )                                                 |   |
| 乘 | $\begin{array}{r} 4 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 3 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 7 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 8 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$ | 乘 |

|   |                                                    |                                                    |                                                    |                                                    |   |
|---|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|---|
|   | (21)                                               | (22)                                               | (23)                                               | (24)                                               |   |
| 除 | $2 \overline{) 6}$                                 | $8 \overline{) 8}$                                 | $4 \overline{) 36}$                                | $8 \overline{) 48}$                                | 除 |
|   | (25)                                               | (26)                                               | (27)                                               | (28)                                               |   |
| 加 | $\begin{array}{r} 32 \\ +25 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 72 \\ +26 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 69 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 58 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$ | 加 |
|   | (29)                                               | (30)                                               | (31)                                               | (32)                                               |   |
| 減 | $\begin{array}{r} 34 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 44 \\ - 7 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 41 \\ -26 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} 86 \\ -19 \\ \hline \end{array}$ | 減 |

各類測驗的施行手續及校閱記分方法,詳見說明書,茲不贅。

## 第二節 診斷測驗

診斷這個名詞,本來是醫生用的,醫生診斷病人的疾病所在,俾得對症下藥。現在用到教學上來,就是教師診斷學生對於各學科的缺陷所在,然後從缺陷之處著手補救。美國方面關於讀,寫,算的診斷測驗,已有很多的材料,中國則尚付缺如。茲將美國 G. F. Buswell 和 Lenonre John 編的算術四則診斷測驗,略為介紹如下:

他們所做的四則診斷測驗,加減乘除各各分列,並且每一種裏排著難易度。每次舉行一種,所以加減乘除四種,要分四次舉行,每次測

驗時間約二十分鐘最為相宜。這種測驗是個別舉行的，教師在受測驗者旁邊，細細觀察，看學生用何法演算，一一記載下來，如見學生有時停頓，或不明白他用什麼方法演算的，教師便可詳細詢問後記下，以便測驗完畢後，憑此記載加以研究，為將來校正學生的根據。

總之，診斷測驗與標準測驗，性質不同。標準測驗注重求結果，得 T 分數 G 分數；而診斷測驗反是，不重在結果，而重在考察其過程，（即演算時所用的方法）俾便校正其錯誤之處。兩種測驗目的，根本不同之點在此。

茲將除法的診斷測驗題錄下：

|                                               |                                                       |                                                      |
|-----------------------------------------------|-------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| (1)<br>$2 \overline{) 8}$ $6 \overline{) 54}$ | (2)<br>$4 \overline{) 1,684}$ $3 \overline{) 1,869}$  | (3)<br>$3 \overline{) 693}$ $2 \overline{) 46}$      |
| (4)<br>$5 \overline{) 5}$ $1 \overline{) 21}$ | (5)<br>$3 \overline{) 18,300}$ $2 \overline{) 8,040}$ | (6)<br>$3 \overline{) 1,209}$ $8 \overline{) 5,608}$ |
| (7)<br>$8 \div 1 =$<br>$6 \div 2 =$           | (8)<br>$2 \overline{) 19}$ $5 \overline{) 48}$        | (9)<br>$23 \overline{) 483}$ $32 \overline{) 992}$   |

|      |                                                     |      |                                                     |
|------|-----------------------------------------------------|------|-----------------------------------------------------|
| (10) | $3 \overline{)1,000}$ $9 \overline{)80,000}$        | (11) | $2 \overline{)964}$ $7 \overline{)31,542}$          |
| (12) | $2 \overline{)6,140}$ $6 \overline{)54,036}$        | (13) | $9 \overline{)41,670}$ $3 \overline{)17,385}$       |
| (14) | $16 \overline{)576}$ $25 \overline{)925}$           | (15) | $21 \overline{)1,491}$ $34 \overline{)16,354}$      |
| (16) | $5 \overline{)35,156}$ $8 \overline{)196,506}$      | (17) | $5 \overline{)151}$ $6 \overline{)204,189}$         |
| (18) | $17 \overline{)359}$ $78 \overline{)62,644}$        | (19) | $37 \overline{)15,133}$ $46 \overline{)231,104}$    |
| (20) | $400 \overline{)295,600}$ $530 \overline{)332,840}$ | (21) | $924 \overline{)580,272}$ $395 \overline{)302,175}$ |

教師用的記載表如下：

算術四則診斷測驗

(個別用)

姓名\_\_\_\_\_學校\_\_\_\_\_年級\_\_\_\_\_年齡\_\_\_\_\_IQ\_\_\_\_\_

診斷日期: \_\_\_\_\_; 加 \_\_\_\_\_; 減 \_\_\_\_\_; 乘 \_\_\_\_\_; 除 \_\_\_\_\_  
 測驗前教師診斷 \_\_\_\_\_

學生計算時如發生某種習慣,則於該項習慣前寫一記號.

- |                     |                           |
|---------------------|---------------------------|
| 1. 算法錯誤.            | 19. 倒讀算式.                 |
| 2. 減錯.              | 20. 不將被除數中的數字寫下,就用餘數做被除數. |
| 3. 乘錯.              | 21. 用已知數求未知數.             |
| 4. 餘數大於除數.          | 22. 答數不錯,但誤用另一餘數.         |
| 5. 用乘法試得商數.         | 23. 每除得一商數,所用被除數的位數太多.    |
| 6. 忘記餘數.            | 24. 讀錯數字.                 |
| 7. 脫落商數中的 0.        | 25. 以被除數或除數為商.            |
| 8. 算法誤用.            | 26. 用加法求商數.               |
| 9. 忘記被除數中的一位.       | 27. 被除數與除數互掉.             |
| 10. 用數數法求得商數.       | 28. 將除數分開來算.              |
| 11. 背乘法表.           | 29. 將餘數合起來寫在題後.           |
| 12. 縮短算式.           | 30. 誤解乘法表.                |
| 13. 將餘數寫在題中.        | 31. 被除數裏一數算兩遍.            |
| 14. 被除數含 0 時忘記商數 0. | 32. 祇用除數的第二數來求商數.         |
| 15. 脫落末位餘數.         | 33. 從單位做起.                |
| 16. 短的算式用長算式的方法來做.  | 34. 分解被除數.                |
| 17. 用數數來減.          | 35. 從被除數的末位數求商數. (大的數目)   |
| 18. 乘得積數太大.         |                           |

教師斷定了兒童犯什麼習慣,加以特殊的教學,使兒童免除不正當的習慣,而代以適當的習慣,算術成績的進步,便可以立見。

本測驗詳細情形,可參閱盛振聲著診斷測驗及其補救辦法一文,載教育雜誌23卷第4,5,6,7期。

### 第三節 練習測驗

練習測驗的目的和標準測驗不同,標準測驗,用以攷查絕對的能力,作為升級和分班等應用;練習測驗,以練習為目的,使計算的技能熟練敏捷,故製成卡片每日練習,按步就班,循序漸進,能力高的學生進行得快,能力低的學生進行得慢,隨著各人的力量,儘量的發展,倘使發見有的兒童停滯在某一階段,不能向前進時,教師便詳察困難之處,加以訂正,故此片亦有診斷性質在內。

現在小學校已採用的練習有俞子夷改編克的斯的練習片,供小學第四年用起,近來新的尚有兒童算術練習測驗一套,供小學一二三年級用,惜排列的方法不甚合於科學,不能認為完美之作品,此兩種練習片的式樣及用

法已詳見本書的第二章。

#### 第四節 普通測驗

普通測驗，便是教師用了測驗的方式，擬了題目，去考查學生的成績，即普通所謂月考，學期考便是。但和舊式考試有兩點最大的不同：

(一) 舊式考試題目太少，不能普遍，學生湊巧碰機會。譬如出五個題目，每題二十分，錯一題要扣二十分，錯兩題要扣四十分，倘使以六十分為合格，則恰巧合格。若做錯了三題，便不合格了。現在應用新的測驗方式，題目加多，各方面都要顧及。譬如題目一百個，則每題一分，也以六十分為合格，則做錯了四十個以上方始不合格，這樣攷查起來，至少可以正確一些。

(二) 舊式的攷試，無時間的規定。譬如甲乙兩人與試，做對的題數相等，而所費時間相差甚多。照舊法計算起來，分數是相等。這顯然是不正確的，因為這兩人的能力並不相等。新的考試也和測驗一樣，有時間的規定。普通每次三十分鐘最為適當，中高年級，可增至四十五分鐘，再多則可分為兩次舉行。本測驗應用的

材料及方法,請參閱各書局出版的小學算術教學法,書末所附的測驗材料。

### [本章研究問題]

- (一) 標準測驗的應用何在?參閱各書詳細說明之
- (二) 診斷測驗是什麼意義?有何應用?
- (三) 現在普通應用的成績致查,應用什麼方法?有何優點?
- (四) 舊式致查成績所用的方法,有何缺點?
- (五) 查閱各書局出版的算術教學法書末所附的測驗材料,有何不合?

### 參攷用書

- (一) 教育雜誌 (商務版)
- (二) 中華教育界 (中華版)
- (三) 兒童教育 (兒童書局版)
- (四) 小學算術教學法 (俞子夷編,商務版)
- (五) 小學算術科教學法 (俞子夷編,萬有文庫之一)
- (六) 小學各科教學法 (王駿聲編,世界版)
- (七) 教育測驗與統計 (潘之厝編,世界版)
- (八) 新課程小學算術教學法 (張匡編,世界版)
- (九) 新學制小學算術教學法 (沈百英編,商務版)
- (十) 社會化小學算術教科書 (俞子夷編,商務版)
- (十一) 小學課程標準 (教育部)

# 附 錄

---

## 小學算術課程標準

民國二十一年十月教育部頒布

### 第一 目標

- (一) 增進兒童生活中關於數的常識和經驗。
- (二) 培養兒童解決日常生活問題的計算能力。
- (三) 養成兒童計算敏速和準確的習慣。

### 第二 作業類別

- (一) 心算 包括在筆算,珠算中,是算術的基礎,第一學年應純用心算為作業;其餘各學年也應和筆算珠算並重,並可於每次算術教學時,至少作五分鐘的心算練習。
- (二) 筆算 各學年級順次教學。
- (三) 珠算 從第四學年起教學,應常和筆算聯絡,相互參證。

## 第三 各學年作業要項

| 類<br>別<br>學<br>年      | 筆                                                                                                                                                                                                                  | 算                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 第<br>一<br>學<br>年      | 一 大小，長短的認識。<br>二 輕重，厚薄的認識。<br>三 1到9各數目的認識和應用。<br>四 日、星期、月、年的認識。<br>五 每天出席人數計算。<br>六 10到19各數目的認識。<br>七 尺、寸的認識和應用。<br>八 銅元、銀元的認識。<br>九 三角形、圓形、方形的認識。<br>十 各種算術遊戲的練習（如拍皮球擲彈圈等）<br>一一 和不過9的加法基本練習。<br>一二 9以內各數的減法基本練習。 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 及<br>第<br>二<br>學<br>年 |                                                                                                                                                                                                                    | 一三 關於0的加減九九的練習。<br>一四 二十以內不進位的加法的練習。<br>一五 二十以內不退位的減法的練習。<br>一六 積在18以內的乘法練習。<br>一七 20到100各數目的認識。<br>一八 進位的加法基本九九的練習。<br>一九 減法基本九九的練習。<br>二〇 升、斗的認識和應用。<br>二一 元、角的應用。<br>二二 兒童生活中所用物品的調查和估價。<br>二三 正方形、長方形的認識。<br>二四 關於2、3、4、5的乘法九九的練習。<br>二五 關於2、3、4、5的除法九九的練習。<br>二六 法數一位不進位的乘法的練習。<br>二七 時、刻、分的認識和應用。<br>二八 法數一位不退位的除法的練習。<br>二九 寒暑表的使用。 |
| 每<br>週<br>時<br>間      | 一<br>年<br>級<br>6<br>0<br>分                                                                                                                                                                                         | 二<br>年<br>級<br>1<br>5<br>0<br>分                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |

|                                                   |                                 |                                 |
|---------------------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 第<br>三<br>學<br>年<br><br>及<br><br>第<br>四<br>學<br>年 | 一                               | 千以內數的認識。                        |
|                                                   | 二                               | 丈和尺的認識和應用。                      |
|                                                   | 三                               | 進位的加法。                          |
|                                                   | 四                               | 減位的減法。                          |
|                                                   | 五                               | 石和斗的認識和應用。                      |
|                                                   | 六                               | 圓和橢圓的認識。                        |
|                                                   | 七                               | 6,7,8,9,和0的乘法九九的練習。             |
|                                                   | 八                               | 6,7,8,9,除法九九的練習。                |
|                                                   | 九                               | 不盡數的除法九九的練習。                    |
|                                                   | 一〇                              | 方寸方尺的認識和應用。                     |
|                                                   | 一一                              | 乘數一位的進位乘法的練習。                   |
|                                                   | 一二                              | 法數一位的退位除法的練習。                   |
|                                                   | 一三                              | 法數10或10的倍數的乘法的練習。               |
|                                                   | 一四                              | 同上的除法的練習。                       |
|                                                   | 一五                              | 小數(名數)的練習。                      |
|                                                   | 一六                              | 斤兩的認識和應用。                       |
| 一七                                                | 萬以內數目的認識。                       |                                 |
| 一八                                                | 菱形、梯形、平行四邊形的認識和應用。              |                                 |
| 一九                                                | 方分方丈的認識和應用。                     |                                 |
| 二〇                                                | 畝、分、釐、毫的認識和應用。                  |                                 |
| 二一                                                | 法數二位的乘法的練習。                     |                                 |
| 二二                                                | 同上的除法的練習。                       |                                 |
| 二三                                                | 簡易的四則的練習。                       |                                 |
| 二四                                                | 日、星期、月、年的計算。                    |                                 |
| 二五                                                | 元、角、分、釐的應用。                     |                                 |
| 二六                                                | 合的應用。                           |                                 |
| 二七                                                | 秒的應用。                           |                                 |
| 二八                                                | 法數三位的乘法的練習。                     |                                 |
| 二九                                                | 同上的除法的練習。                       |                                 |
| 三〇                                                | 里的實測計算。                         |                                 |
| 三一                                                | 擔的認識和應用。                        |                                 |
| 三二                                                | 磅和噸的計算。                         |                                 |
| 三三                                                | 整數乘有名小數的練習。                     |                                 |
| 三四                                                | 整數除有名小數的練習。                     |                                 |
| 三五                                                | 票據的認識和計算。                       |                                 |
| 三六                                                | 錢摺的認識和計算。                       |                                 |
| 三七                                                | 家庭學校所用物品的成本，工價，時值的估計調查。         |                                 |
| 每<br>週<br>時<br>間                                  | 三<br>年<br>級<br>1<br>8<br>0<br>分 | 四<br>年<br>級<br>2<br>4<br>0<br>分 |

|             |                 |                    |
|-------------|-----------------|--------------------|
| 第五學年及第六學年   | 一               | 萬到萬萬各數的認識。         |
|             | 二               | 整數四則的應用。           |
|             | 三               | 兩、錢、分、釐的應用。        |
|             | 四               | 十進複名數和小數的關係的認識和計算。 |
|             | 五               | 非十進複名數的加減乘除的練習。    |
|             | 六               | 面積和地積的關係的實測和計算。    |
|             | 七               | 方里的認識和應用。          |
|             | 八               | 圓周的長和圓面積的計算。       |
|             | 九               | 立方寸、立方尺、立方丈的認識和應用。 |
|             | 一〇              | 小數(不名數)加減法的練習。     |
|             | 一一              | 小數(不名數)乘法的練習。      |
|             | 一二              | 小數(不名數)各式除法的練習。    |
|             | 一三              | 小數整數的四則應用。         |
|             | 一四              | 分數的初步練習。           |
|             | 一五              | 折扣、成分的初步練習。        |
|             | 一六              | 簡易利息的初步練習。         |
| 第六學年        | 一七              | 分數和小數的關係的認識和計算。    |
|             | 一八              | 分數和複名數的關係的認識和計算。   |
|             | 一九              | 分數和成分的關係的認識和計算。    |
|             | 二〇              | 淺易分數的四則練習。         |
|             | 二一              | 百分的應用。             |
|             | 二二              | 日常應用的利息的計算。        |
|             | 二三              | 合作商店的研究和實習(課外作業)。  |
|             | 二四              | 物價漲落的調查和計算(課外作業)。  |
|             | 二五              | 關於度量衡市制和公制的比較和應用。  |
|             | 二六              | 中英度量衡的比較計算。        |
| 二七          | 家用簿記的練習。        |                    |
| 二八          | 簡易統計圖表的認識製作和計算。 |                    |
| 每 週 時 間     | 2 1 0           |                    |
| 珠           | 一               | 撥珠的方法。             |
|             | 二               | 定位的方法。             |
|             | 三               | 加法的練習。             |
|             | 四               | 減法的練習。             |
|             | 五               | 法數一位的乘法的練習。        |
|             | 六               | 法數二位的乘法的練習。        |
| 四 級 年 6 0 分 |                 |                    |
| 一           | 復習加法。           |                    |
| 二           | 復習減法。           |                    |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 算  | 三 復習乘法。<br>四 法數一位的除法。<br>五 萬以內數目的記法和讀法。<br>六 法數三位以上的乘法。<br>七 法數兩位的除法。<br>八 整小數加減法。<br>九 整小數乘法。<br>一〇 整小數除法。<br>一一 四則的應用。<br>一二 斤兩法。                                                                                                                                                                                        |
|    | 五六年級各30分                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 附註 | 一 筆算第一二學年的一到十一各項，在第一學年教學，不用算式，只須隨機給以算術的知識，所以時間每週只定六十分，十二以下在第二學年教學，第三四學年的一到十六各項，可列在第三學年，十七以下可列在第四學年；第五六學年的一到十六各項可列在第五學年，餘可列入第六學年。珠算從第四學年開始。<br>二 在鄉村或偏僻的地方，一二學年的兒童年齡較長，沒有入學以前，已經有了不少的數量經驗和常識，以及計算的習慣，所以宜把一二年各項和三四年一到一五各項的作業，重行分配，大約分做二年學完。<br>三 外國度量衡及外國貨幣，各地方倘有需要，可酌量增加，例如 <u>青島南滿</u> 等處，可加 <u>中日</u> 制的比較。餘類推。內地不需者，可不用。 |

#### 第四 教學方法要點

(一) 第一學年的算術應隨機教學而不特定正式時間，或和別的設計聯絡教學。第二學年，或如第一學年，或特定正式時間教學，由各校各依自己的方便而施行。

(二) 第三四學年以下的算術，應充分和別的設計聯絡教學。在每節的教學時間內，三四年應抽出五分鐘到十分鐘，五六年應抽出十分鐘，單獨練習計算技能；四年級起並且應當使用「算術練習測驗。」

(三) 取材：第一二學年以日常食、衣、用品等問題為範圍；第三四學年以食、衣、住、行、和學校作業、家庭經濟等問題為範圍；第五六學年以食、衣、住、行、學校、家庭、社會、國際等經濟問題為範圍；特別注重賣買、找錢、折扣等的練習，但須就本地情形，兒童興趣而隨時活用。

(四) 第一二學年的作業，必須寄託於遊戲，利用競爭比賽或開店演習等的方法而教學；第三學年以後，也須時常應用此種方法，以使兒童因興趣而努力。

(五) 問題要具體而有興趣；低年級應充分用表演的方法，把問題演成事實讓兒童直觀；至三四年級，也應使問題故事化，幫助兒童想像事實。

(六) 用文字寫示問題，要力求清楚淺顯，內容事實，不可曲折多而使兒童不易領會。

(七) 新的方法原理，應從實在的需要出發，先使兒童明白方法的功用，用歸納法一步一步的進行，切忌用演繹法推求。

(八) 解決問題的計算法，不必多用論理的分析，而須訴諸兒童的經驗和常識。

(九) 心算是算術的基礎，尤須練習得十分純熟。

(十) 日常生活所用的短數（就是千以內的數目）的算法，尤應注意練習。

(十一) 筆算珠算都是幫助心算的工具,各校當然可以兼教;珠算因有五進的關係,比十進的筆算,較為難學;教學時應與筆算充分聯絡,並注意於手指的熟習。

(十二) 速算等習慣的養成,是由漸而來,不可一蹴即成的,所以應該細細的劃定了步驟,按步就班的應用練習的方法,以求由生疏而漸進於純熟。

(十三) 練習的方法,應多方變化,並應利用兒童的「成功的興趣」使自努力。

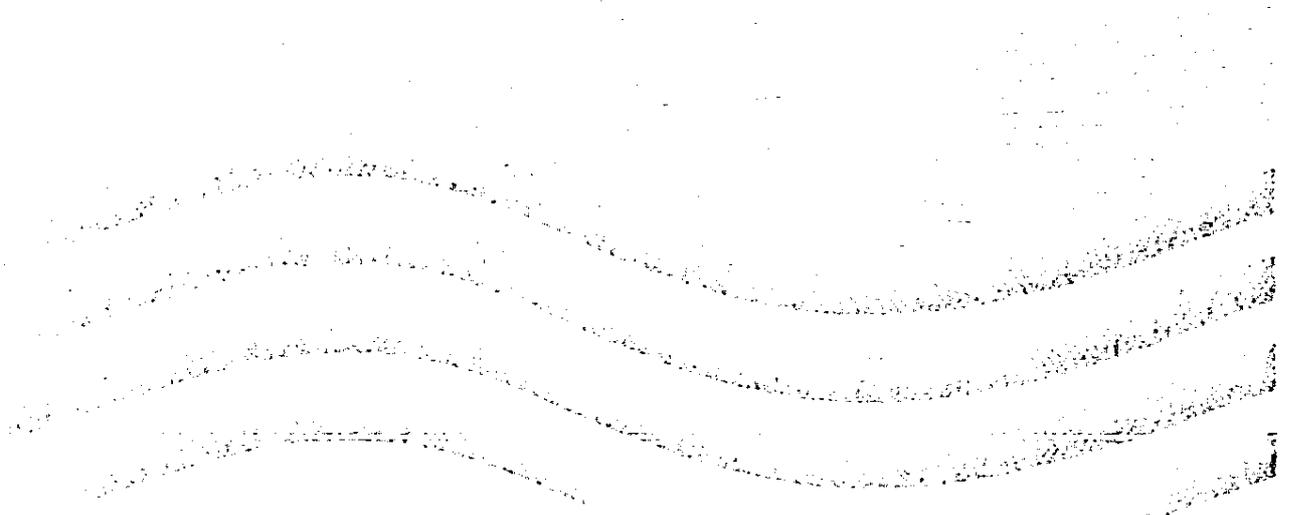
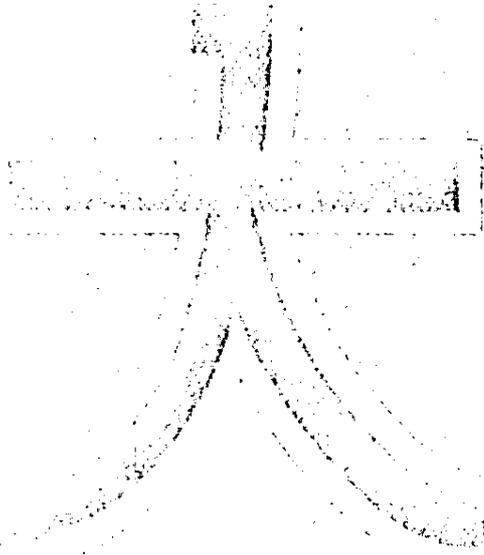
(十四) 概算驗算等,應從低年級最初教學時起便時時注意。

(十五) 五六年級宜注重日常生活需要的四則應用問題的練習,惟以淺易者為原則。

中華民國廿四年拾月四日 收到



(149)



本書有著作權及版權不准抄襲及翻印

|      |                              |
|------|------------------------------|
| 書名   | 小學算術教學法                      |
| 編著者  | 張 匡                          |
| 出版者  | 上海公平路三十四號<br>大 華 書 局         |
| 印刷者  | 上海新大沽路南成都路口<br>國 光 印 書 局     |
| 出版日期 | 中華民國二十二年九月初版<br>中華民國二十 年 月 版 |
| 裝訂冊數 | 平 裝 一 冊                      |
| 定價   | 大 洋 六 角                      |
| 發行者  | 上海公平路三十四號<br>大 華 書 局         |
| 發行所  | 上海 及 各 省 世 界 書 局             |
| 本書編號 | 135                          |

