



08757

幾何原本第二卷之首

泰西利瑪竇



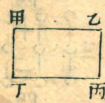
口譯

吳淞徐光啓筆受

第一界

第一界

凡直角形之兩邊。函一直角者。為直角形之矩線。



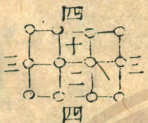
戊
巳

如甲乙偕乙丙。函甲乙丙直角。得此兩邊。即知直角形大小之度。今別作戊線。己線。與甲乙乙丙各等。亦即知甲乙丙丁直角形大小

幾何原本 卷二之首

一 海山仙館叢書

之度。則戊偕己。兩線。為直角形之矩線。



此例與算法通。如上圖。一邊得三。一邊得四。相乘得十二。則三偕四。兩邊為十二之矩數。

凡直角諸形之內四角。皆直。故不必更言四邊及平行線。止名為直角形。省文也。

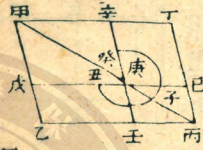
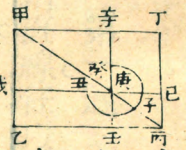
凡直角諸形。不必全舉四角。止舉對角二字。即指全形。如甲乙丙丁直角形。止舉甲丙。或乙丁。亦省文也。

第二界

諸方形有對角線者。其兩餘方形。任偕一角線方形。為

罄折形

甲乙丙丁、方形任直、斜角作甲丙對角線從庚點作
 戊己辛壬兩線與方形邊平行而分本形
 為四方形其辛己庚乙兩形為餘方形辛
 戊己壬兩形為角線方形一卷界兩餘方
 形任借一角線方形為罄折形如辛己庚
 乙兩餘方形借己壬角線方形同在癸子
 丑圓界內者是癸子丑罄折形也用辛戊
 角線方形倣此



幾何原本 卷二之首

二 海山仙館叢書

幾何原本第二卷之首終

幾何原本第二卷

本篇論線

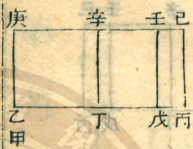
計十四題

泰西利瑪竇口譯

吳淞徐光啓筆受

第一題

兩直線任以一線任分爲若干分其兩元線矩內直角形與不分線偕諸分線矩內諸直角形并等



解曰甲與乙丙兩線如以乙丙三分之爲

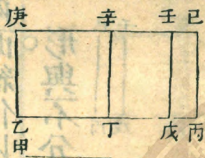
乙丁丁戊戊丙題言甲偕乙丙矩線內直
角形與甲偕乙丁甲偕丁戊甲偕戊丙三

幾何原本 卷二

海山仙館叢書

矩線內直角形并等

論曰試作乙巳直角形在乙丙偕等甲之



已丙矩線內作法于乙界作庚乙丙界作
已丙兩垂線俱與甲等爲平行次作庚巳直
線與乙丙平行次於丁戊兩點作辛丁壬

與庚乙壬戊與己丙既平行則辛丁與壬戊亦平行而

辛丁壬戊與己丙等一卷
冊四如此則乙辛直

角形在甲偕乙丁矩線內丁壬直角形在甲偕丁戊矩

線內戊巳直角形在甲偕戊丙矩線內并之則三矩內

直角形與甲偕乙丙兩元線矩內直角形等

注曰二卷前十題皆言線之能也。能者謂其上能為直角形也如

十尺線其上能為百尺方形之類其說與筭數最近故九卷之十

四題俱以數明此十題之理今未及詳因題意難

顯畧用數明之如本題設兩數當兩線為六為十

以十任三分之為五為三為二六乘十為六十之

一六實與六乘五為三十及六乘三為十八六乘

二為十二之三小實并等

第二題

幾何原本 卷二 二 海山仙館叢書

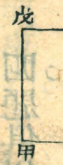
一直線任兩分之其元線上直角方形與元線偕兩分

線兩矩內直角形并等

解曰甲乙線任兩分於丙題言甲乙上直角方形與

乙甲乙偕甲丙甲乙偕丙乙兩矩線內直角

形并等



論曰試於甲乙線上作甲丁直角方形從

丙點作已丙垂線與甲戊乙丁平行一卷其甲戊與

甲乙既等一卷則甲已直角形在甲乙甲丙矩線內

乙丁與甲乙既等則丙丁直角形在甲乙丙乙矩線

內而此兩形并與甲丁直角方形等

又論曰。試別作丁線與甲乙等。其甲乙線既任

分於丙。則甲乙偕丁。矩線內直角形。即甲乙上
直角方形

與甲丙偕丁。丙乙偕丁。兩矩線內直角形并等

本篇

注曰。以數明之。設十數。任兩分之。為七。為三十。乘

七為七十。及十乘三為三十。之兩小實。與十自之

百一大羣等

第三題

幾何原本 卷二

三 海山仙館叢書

一直線任兩分之。其元線任偕一分線。矩內直角形。與
分餘線偕一分線。矩內直角形。及一分線上直角方
形并等

解曰。甲乙線。任兩分於丙。題言元線甲

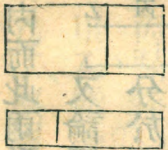
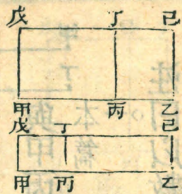
乙。任偕一分線。如甲丙。矩內直角形。不
論

甲丙為長。與分餘丙乙偕甲丙。矩線內

直角形。及甲丙上直角方形并等

論曰。試作甲丁直角方形。從乙界作乙

已垂線。與甲戊平行。一卷
卅一而於戊丁引



長之遇於己其甲戊與甲丙等則甲己直角形在元
 線甲乙借一分線甲丙矩內丙丁與甲丙等則丙己
 直角形在一分線甲丙借分餘線丙乙矩內而甲己
 直角形與甲丙丙乙矩線內丙己直角形及甲丙上
 甲丁直角方形并等

又論曰試別作丁線與一分線甲丙等其甲乙
 線既任分於丙則甲乙借丁矩線內直角形甲即
 乙借甲丙矩線內直角形與丁借丙乙即甲丙借丙乙
 丁借甲丙即甲丙上直兩短線內直角形并等本篇

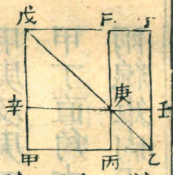
幾何原本卷二 四 海山仙館叢書

注曰以數明之設十數任兩分之為七為三如前
 圖則十乘七為七十與七乘三之實二十一及七
 自之羈四十九并等如後圖十乘三為三十與七
 乘三之實二十一及三之羈九并等

第四題

一直線任兩分之其元線上直角方形與各分上兩直
 角方形及兩分互借矩線內兩直角形并等
 解曰甲乙線任兩分於丙題言甲乙線上直角方形
 與甲丙丙乙線上兩直角方形及甲丙借丙乙丙乙

借甲丙矩線內兩直角形并等



論曰。試於甲乙線上作甲丁直角方形。次作乙戊對角線。次從丙作丙己線。與乙丁

平行。遇對角線於庚。末從庚作辛壬線。與甲乙平行。

而分本形為四直角形。卽甲乙戊角形之甲乙甲戊

兩邊等。而甲乙戊與甲戊乙兩角亦等。一卷夫甲乙

戊形之三角并與兩直角等。二卷而甲為直角。卽甲

乙戊甲戊乙皆半直角。一卷依顯丁乙戊角形之

丁乙戊丁戊乙兩角亦皆半直角。則戊己庚外角與

幾何原本 卷二 五 海山仙館叢書

丙角丁等為直角。一卷而已戊庚既半直角。則己庚

戊等為半直角矣。角既等。則己庚己戊兩邊亦等。一卷

六庚辛辛戊亦等。二卷而辛己為直角方形也。依顯

丙壬亦直角方形也。又庚辛與甲丙兩對邊等。二卷

而乙丙與庚丙俱為直角方形邊亦等。則辛己為甲

丙線上直角方形。丙壬為丙乙線上直角方形也。又

甲庚及庚丁兩直角形。各在甲丙丙乙矩線內也。則

甲丁直角方形與甲丙丙乙兩線上兩直角方形及

兩線矩內兩直角形并等矣。

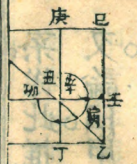
系從此推知。凡直角方形之角線形。皆直角方形。又論曰。甲乙線既任分於丙。則元線甲乙上直角方形。與元線偕各分線。矩內兩直角形并等。本篇又甲乙偕甲丙。矩線內直角形。與甲丙偕丙乙。矩線內直角形。及甲丙上直角方形并等。本篇甲乙偕丙乙。矩線內直角形。與丙乙偕甲丙。矩線內直角形。及丙乙上直角方形并等。本篇則甲乙上直角方形。與甲丙丙乙上兩直角方形。及甲丙偕丙乙丙乙偕甲丙。矩線內兩直角形并等。

幾何原本 卷二 六 海山仙館叢書

注曰。以數明之。設十數。任兩分之。為七。為三。十之羈百。與七之羈四十九。三之羈九。及三七互乘之。實兩二十一。并等。

第五題

一直線。兩平分之。又任兩分之。其任兩分線。矩內直角形。及分內線上直角方形。并與平分半線上直角方形等。



解曰。甲乙線。兩平分於丙。又任兩分於丁。其丙丁為分內線。丙丁線者。丙乙所以大於丁乙之較。又甲丁所

戊
丙
以大於甲丙之
較故曰分內線
題言甲丁丁乙矩線內直

角形及分內線丙丁上直角方形并與丙

論曰試於丙乙線上作丙己直角方形次作乙戊對

角線從丁作丁庚線與乙己平行遇對角線於辛次

從辛作壬癸線與丙乙平行次從甲作甲子線與丙

戊平行末從壬癸線引長之遇於子夫丁壬癸庚皆

直角方形本篇四而辛丁與丁乙兩線等

之系而辛丁與丁乙兩線等則甲辛直角形

幾何原本 卷二

七 海山仙館叢書



戊
丙
在任分之甲丁丁乙矩線內而癸庚為分

內線丙丁上直角方形也今欲顯甲辛直

角形及癸庚直角方形并與丙己直角方

形等者於丙辛辛己相等之兩餘方形一卷每加一

丁壬直角方形即丙壬及丁己兩直角形等矣而甲

癸與丙壬兩形同在平行線內又底等即形亦等卷一

六則甲癸與丁己亦等也即又每加一丙辛直角形

則丑寅卯罄折形豈不與甲辛等次於罄折形又加

一癸庚直角方形豈不與丙己直角方形等也而甲

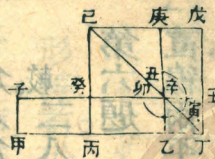
辛癸庚兩形并亦與丙已等也。則甲丁丁乙矩線內
 直角形及丙丁上直角方形并與丙乙上直角方形
 等。

注曰以數明之。設十數兩平分之各五。又任分之
 為八為三。則三為分內數。三者五所以大於二之
 較。又八所以大於五之
 較。二八之實十六。三之羈九。與五之羈二十五等。

第六題

一直線兩平分之。又任引增一直線。共為一全線。其全
 線。借引增線。矩內直角形。及半元線上直角方形并。

與半元線借引增線。上直角方形等。



解曰。甲乙線兩平分於丙。又從乙引長之。
 增乙丁。與甲乙通為一全線。題言甲丁借
 乙丁矩線內直角形。及半元線丙乙上直
 角方形并。與丙丁上直角方形等。

論曰。試於丙丁上作丙戊直角方形。次作丁已對角
 線。從乙作乙庚線。與丁戊平行。遇對角線於辛。次從
 辛作壬癸線。與丙丁平行。次從甲作甲子線。與丙已
 平行。末從壬癸線引長之。遇於子。夫乙壬癸庚皆直

角方形本篇四而乙丁與丁壬兩線等一卷丙乙兩線等則甲壬直角形在甲丁偕乙丁矩線內

而癸庚為丙乙上直角方形也今欲顯甲壬直角形

及癸庚直角方形并與丙戊直角方形等者試觀甲

癸與丙辛兩直角形同在平行線內又底等即形亦

等一卷而丙辛與辛戊等一卷則辛戊與甲癸亦等

即又每加一丙壬直角形則丑寅卯罄折形與甲壬

等夫罄折形加一癸庚形本與丙戊直角方形等也

即甲壬癸庚兩形并亦與丙戊等也則甲丁乙丁矩

線內直角形及丙乙上直角方形并豈不與丙丁上

直角方形等

注曰以數明之設十數兩平分之各五又引增二

共十二二乘之為二十四及五之幕二十五與七

之幕四十九等

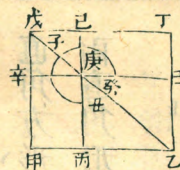
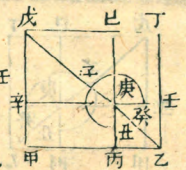
第七題

一直線任兩分之其元線上及任用一分線上兩直角

方形并與元線偕一分線矩內直角形二及分餘線

上直角方形并等

幾何原本 卷二 九 海山仙館叢書



解曰甲乙線任分於丙。題言元線甲乙上

及任用一分線如甲丙上兩直角方形并

不論甲丙爲長分爲短分與甲乙偕甲丙矩內直角形

二及分餘線丙乙上直角方形并等

論曰試於甲乙上作甲丁直角方形次作

乙戊對角線從丙作丙己線與乙丁平行

遇對角線於庚末從庚作辛壬線與甲乙平行夫辛

己丙壬皆直角方形本篇四而辛庚與甲丙等一卷

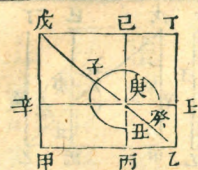
卽辛己爲甲丙上直角方形也又甲戊與甲乙等卅四卽

幾何原本

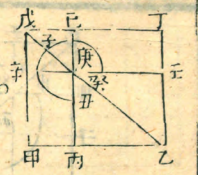
卷二

十

海山仙館叢書



甲己直角形在甲乙偕甲丙矩線內也又戊丁丁壬與甲乙甲丙各等卽辛丁直角形亦在甲乙偕甲丙矩線內也夫甲己巳壬兩直角形卽癸子丑及丙壬直角方形并本與甲丁直角方形等今於甲己辛丁兩直角形并加一丙壬直角方形卽與甲丁直角方形加一辛己直角方形等矣則甲乙甲丙矩線內直角形二及丙乙上直角方形并與甲乙上直角方形及甲丙上直角方形并等也

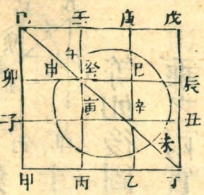
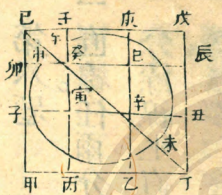


注曰。以數明之。設十數。任分之。爲六。爲四。如前圖。十之羈百。及六之羈三十六。并與十六五乘之。兩實百二十。及四之羈十六。等如後圖。十之羈百。及四之羈十六。并與十四五乘之。兩實八十。及六之羈三十六。等。

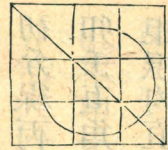
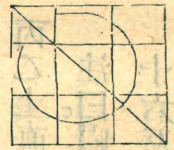
第八題

一直線。任兩分之。其元線。偕初分線。矩內直角形四。及分餘線。上直角方形。并與元線。偕初分線。上直角方形。等。解曰。甲乙線。任分於丙。題言元線甲乙。偕初分

幾何原本 卷二 土 海山仙館叢書



線丙乙。矩內直角形四。不論丙乙爲長。尙爲短分。及分餘線甲丙。上直角方形。并與甲乙。偕丙乙。上直角方形。等。論曰。試以甲乙線。引增至丁。而乙丁。與丙乙。等於全線上。作甲戊。直角方形。次作丁巳。對角線。從乙作乙庚線。與丁戊。平行。遇對角線於辛。次從丙作丙壬線。與甲巳。平行。遇對角線於癸。次從辛作子丑線。與甲丁。平行。遇丙壬。於寅。末從



癸作卯辰線與戊己平行遇乙庚於己其卯壬寅己乙丑俱角線方形一卷卅四之系而卯癸與甲丙兩線等一卷卅四卽卯壬爲

甲丙上直角方形又寅辛與丙乙兩線等一篇卅四卽寅己爲丙乙上直角方形與

乙丑等丙乙與乙丁等故又乙辛辛己兩線亦

各與丙乙等而甲辛子己兩直角形各在甲乙丙乙矩線內卽等子辛與甲乙等故寅庚辛戊兩直角形亦各在

甲乙丙乙矩線內卽又等寅辛辛丑與丙乙乙丁等辛庚丑戊與等甲乙之子

幾何原本 卷二

上海山仙館叢書

辛等故寅己既與乙丑等而每加一癸庚卽乙丑癸庚并與寅庚又等是甲辛一子己二辛戊三乙丑四癸庚五五直角形并爲午未申罄折形與元線甲乙偕初分線丙乙矩內直角形四等而午未申罄折形及卯壬直角方形本與甲戊直角方形等則甲乙乙丙矩線內直角形四及甲丙上直角方形并與甲乙偕丙乙上直角方形等

注曰以數明之設十數任分之爲六爲四如前圖十六互乘之實四爲二百四十及四之幕十六共

二百五十六與十六之冪等。如後圖。十四互乘之
 與實四爲一百六十及六之冪三十六共一百九十
 六。與十四之冪等。

第九題

一直線兩平分之。又任兩分之。任分線上兩直角方形
 并倍大於平分半線上及分內線上兩直角方形并。



解曰。甲乙線平分於丙。又任分於丁。題言
 甲丁丁乙上兩直角方形并倍大於平分
 半線甲丙上分內線丙丁上兩直角方形并。

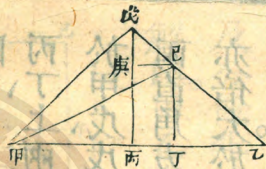
幾何原本 卷二

三

海山仙館叢書

論曰。試於丙上作丙戊垂線與甲丙等。次
 作甲戊戊乙兩腰。次從丁作丁己垂線。遇戊乙於己。
 從己作己庚線與甲乙平行。遇戊丙於庚。未作甲己
 線。其甲丙戊角形之甲丙丙戊兩腰等。卽丙戊甲丙
 甲戊兩角亦等。而甲丙戊爲直角。卽餘兩角皆
 半直角。一卷卅二之系 依顯丙戊乙亦半直角。又戊庚己角
 形之戊庚己角爲戊丙乙之外角。卽亦直角。一卷廿九 而
 庚戊己半直角。卽庚己戊亦半直角。一卷卅二之系 又庚戊
 己庚己戊兩角等。卽庚戊庚己兩腰亦等。一卷卅六 依顯

丁乙己角形之丁乙丁己兩腰亦等。夫甲丙戊角形之丙爲直角。卽甲戊線上直角方形。與甲丙丙戊線上兩直角方形并等。一卷而甲丙丙戊上兩直角方形自相等。卽甲戊上直角方形倍大於甲丙上直角



方形矣。又戊庚己角形之庚爲直角。卽戊己線上直角方形。與庚戊庚己線上兩直角方形并等。一卷而庚戊庚己上兩直角方形自相等。卽戊己上直角方形倍大於等庚己之丙丁上直角方形矣。庚己丙丁爲丙己直角形之對邊故見一

幾何原本 卷二

海山仙館叢書

卷卅 四 則是甲戊戊己上兩直角方形并倍大於甲丙丙丁上兩直角方形并也。又甲己上直角方形既等於甲戊戊己上兩直角方形并。又等於甲丁丁己上兩直角方形并。一卷則甲丁丁己上兩直角方形并亦倍大於甲丙丙丁上兩直角方形并矣。而丁己與丁乙等。則甲丁丁乙上兩直角方形并豈不倍大於甲丙丙丁上兩直角方形并也。

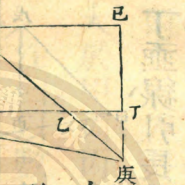
注曰。以數明之。設十數兩平分之。各五。又任分之。爲七。爲三分內數二。其七之羈四十九。及三之羈

九倍大於五之冪二十五及二之冪四

第十題

一直線兩平分之。又任引增一線。共為一全線。其全線上及引增線上兩直角方形并倍大於平分半線上及分餘半線偕引增線上兩直角方形并。

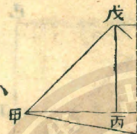
解曰。甲乙直線平分於丙。又任引增為乙丁。題言甲



丁線上及乙丁線上兩直角方形并倍大於甲丙線上及丙丁線上兩直角方形并。

幾何原本卷二

五 海山仙館叢書



論曰。試於丙上作丙戊垂線。與甲丙等。自戊至甲。至乙。各作腰線。次從丁作己

丁垂線。引長之。又從戊乙引長之。遇於庚。次作戊己線。與丙丁平行。末作甲庚線。依前題論。推顯甲戊乙

為直角。而丙戊乙為半直角。即相對之戊庚己亦半

直角。一卷又己為直角。一卷即己戊庚亦半直角。一卷

二冊而已。戊己庚兩腰必等。一卷依顯乙丁丁庚兩腰

亦等。夫甲戊上直角方形等於甲丙丙戊上兩直角

方形并。一卷必倍大於甲丙上直角方形。而戊庚上

直角方形等於戊己庚上兩直角方形并一卷必

倍大於對戊己邊之丙丁上直角方形一四則甲戊

戊庚上兩直角方形并倍大於甲丙丙丁上兩直角

方形并也又甲庚上直角方形等於甲戊戊庚上兩

直角方形并亦等於甲丁丁庚上兩直角方形并則

甲丁丁庚上兩直角方形并亦倍大於甲丙丙丁上

兩直角方形并也而甲丁乙丁上兩直角方形并倍

大於甲丙丙丁上兩直角方形并矣丁庚與乙

注曰以數明之設十數平分之各五又任增三為

幾何原本卷二 六 海山仙館叢書

十三十三之羈一百六十九及三之羈九倍大於

大五之羈二十五及八之羈六十四也庚與丁

第十一題

一直線求兩分之而元線偕初分線矩內直角形與分

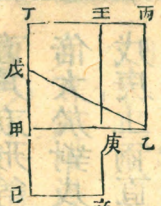
餘線上直角方形等

法曰甲乙線求兩分之而元線偕初分

小線矩內直角形與分餘大線上直角

方形等先於甲乙上作甲丙直角方形

次以甲丁線兩平分於戊次作戊乙線



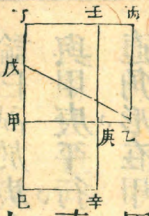
次從戊甲引增至己而戊己線與戊乙等未於甲乙線截取甲庚與甲己等即甲乙偕庚乙矩線內直線形與甲庚上直角方形等如所求

論曰試於庚上作壬辛線與丁己平行次作己辛線與甲庚平行其壬庚與丙乙等即與甲乙等而庚丙直角形在甲乙偕庚乙矩線內也又甲庚與甲己等而甲為直角即己庚為甲庚上直角方形也

欲顯庚丙直角形與己庚直角方形等者試觀甲丁兩平分於戊而引增一甲己是丁己偕甲己矩線內

幾何原本 卷二

七 海山仙館叢書



直角形即丁辛直角形及甲戊上直角方形并與等戊己之戊乙上直角方形等

夫戊乙上直角方形等於甲戊甲乙上兩直角方形并

甲戊上直角方形并與甲戊甲乙上兩直角方形并等矣次各減同用之甲戊

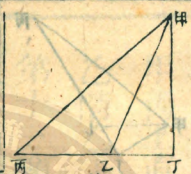
甲乙上甲丙直角方形等乎此二率者又各減同用之甲壬直角形則所存己庚直角方形與庚丙直角形等而甲乙偕庚乙矩線內直角形與甲庚上直

方形等也

注曰。此題無數可解。說見九卷十四題。
第十二題

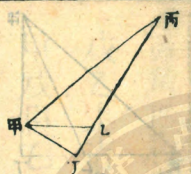
三邊鈍角形之對鈍角邊上直角方形。大於餘邊上兩
直角方形并之較。為鈍角旁任用一邊。借其引增線
之與對角所下垂線相遇者。矩內直角形。二并與

解曰。甲乙丙三邊鈍角形。甲乙丙為鈍角。
從餘角如甲。下一垂線與鈍角旁一邊如
丙乙之引增線。遇於丁。為直角。題言對鈍



幾何原本 卷二

六 海山仙館叢書

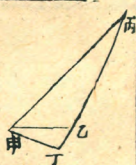


角之甲丙邊上直角方形大於甲乙乙丙。
邊上兩直角方形并之較。為丙乙借乙丁
矩線內直角形。二反說之。則甲乙乙丙上
兩直角方形及丙乙借乙丁矩線內直角形。二并與
甲丙上直角方形等。

論曰。丙丁線。既任分於乙。即丙丁上直角方形與丙乙



乙丁上兩直角方形及丙乙借乙丁矩線
內直角形。二并等。本篇此二率者。每加一
甲丁上直角方形。即丙丁甲丁上兩直角



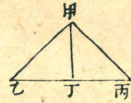
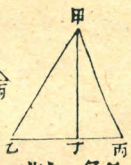
方形并與丙乙乙丁甲丁上直角方形三
 及丙乙偕乙丁矩線內直角形二并等也
 夫甲丙上直角方形等於丙丁甲丁上兩直角方形
 并一卷即亦等於丙乙乙丁甲丁上直角方形三及
 丙乙偕乙丁矩線內直角形二并也又甲乙線上直
 角方形既等於乙丁甲丁上兩直角方形并一卷即
 甲丙上直角方形與甲乙乙丙乙上兩直角方形及丙
 乙偕乙丁矩線內直角形二并等矣

第十三題

幾何原本 卷二

九 海山仙館叢書

三邊銳角形之對銳角邊上直角方形小於餘邊上兩
 直角方形并之較為銳角旁任一邊偕其對角所
 下垂線旁之近銳角分線矩內直角形二



解曰甲乙丙三邊銳角形從一角如甲向
 對邊乙丙下一垂線分乙丙於丁題言對
 甲丙乙銳角之甲乙邊上直角方形小於
 乙丙甲丙邊上兩直角方形并之較為乙
 丙偕丁丙矩線內直角形二反說之則乙
 丙甲丙上兩直角方形并與甲乙上直角

方形及乙丙偕丁丙矩線內直角形二并

等

論曰乙丙線既任分於丁卽乙丙丁丙上

兩直角方形并與乙丙偕丁丙矩線內直

角形二及乙丁上直角方形并等本篇此

二率者每加一甲丁上直角方形卽乙丙丁丙甲丁

上直角方形三與乙丙偕丁丙矩線內直角形二及

乙丁甲丁上兩直角方形并等也又甲丙上直角方

形等於丁丙甲丁上兩直角方形并一卷卽乙丙甲

幾何原本

卷二

三

上海山仙館叢書

丙上兩直角方形并與乙丙偕丁丙矩線內直角形

二及乙丁甲丁上兩直角方形并等也又甲乙上直

角方形等於乙丁甲丁上兩直角方形并一卷卽乙

丙甲丙上兩直角方形并與乙丙偕丁丙矩線內直

角形二及甲乙上直角方形并等反說之則甲乙上

直角方形小於乙丙甲丙上兩直角方形并者為乙

丙偕丁丙矩線內直角形二也

注曰題中止論銳角形不言直角鈍角形而直角

鈍角形中俱有兩銳角一卷十卽對銳角邊上形



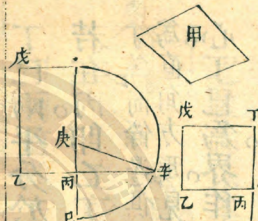
亦同此論。如第二第三圖是但三銳角形所作垂線。任用

一角。而直角形必用直角。鈍角形必用鈍角。此為

異耳。直角鈍角形不用直
角鈍角不能作垂線

第十四題

有直線形。求作直角方形。與之等。



法曰。甲直線無法四邊形。求作直角

方形。與之等。先作乙丁形。與甲等。而

直角。一卷四五次任用一邊引長之。如丁

丙引之至己。而丙己與乙丙等。次以

幾何原本 卷二

三 海山仙館叢書

丁己兩平分於庚。其庚點或在丙點。或在丙點之外。

若在丙。即乙丁是直角方形。與甲等矣。蓋丙己與乙
丙等。又與丙

丁等。而餘邊俱相等。故乙丁為直角方形。見一卷卅四。若庚在丙外。即以庚為

心。丁己為界。作丁辛己半圓。末從乙丙線引長之。遇

圓界於辛。即丙辛上直角方形。與甲等。

論曰。試自庚至辛。作直線。其丁己線既兩平分於庚。

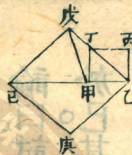
又任兩分於丙。則丁丙偕丙己。矩內直角形。即乙丁
直角形

蓋丙己與乙丙等。故及庚丙上直角方形。并與等庚己之庚辛

上直角方形等。本篇五夫庚辛上直角方形。等於庚丙。

丙辛、上兩直角方形并。一卷即乙丁直角形、及庚丙
 上直角方形并。與庚丙、丙辛、上兩直角方形并等。次
 各減同用之。庚丙上直角方形。則丙辛上直角方形。
 與乙丁直角形等。

增題。凡先得直角方形之對角線、所長於本形邊
 之較。而求本形邊。



法曰。直角方形之對角線、所長於本形邊
 之較。為甲乙。而求本形邊。先於甲乙上、作

甲丙直角方形。次作乙丁對角線。又引長之、為丁

幾何原本 卷二
 三 海山仙館叢書

戊線。而丁戊與甲丁等。即得乙戊線。如所求

論曰。試於乙戊作戊己垂線。從乙甲線引長之。遇

於己。其乙戊已既直角。而戊乙己為半直角。一卷

即戊己乙亦半直角。而戊乙與戊己兩邊等。一卷

次作己庚與戊乙平行。作乙庚與戊己平行。即戊

庚形。為戊乙邊上直角方形也。未作戊甲線。即丁

戊甲、丁甲戊兩角等也。一卷夫乙戊己、丁甲己既

兩皆直角。試每減一相等之。丁戊甲、丁甲戊角。即

所存己戊甲、己甲戊兩角必等。而已戊己甲兩邊

必等六卷。則乙巳對角線大於乙戊邊之較。爲甲乙矣。此增不在本書。因其方形。故類附於此。

幾何原本第二卷終

幾何原本 卷二

三 海山仙館叢書



了矣。此卷不在本書。因其式法。姑懸附於此。
必等六卷。則乙巳對角線大於乙戊邊之較。爲甲乙矣。此增不在本書。因其方形。故類附於此。

幾何原本第三卷之首

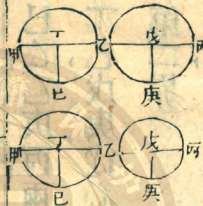
泰西利瑪竇口譯

吳淞徐光啟筆受

界說十則

第一界

凡圓之徑線等。或從心至圓界線等。為等圓。



三卷將論圓之情。故先為圓界說。此解圓之等者。如上圖。甲乙乙丙兩徑等。或丁己戊庚。從心至圓界等。即甲

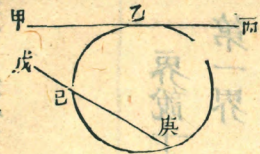
幾何原本 卷三之首

海山仙館叢書

己乙乙庚丙兩圓等。若下圖。甲乙乙丙兩徑不等。或丁己戊庚。從心至圓界不等。則兩圓亦不等矣。

第二界

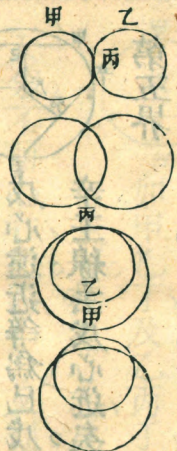
凡直線切圓界過之而不與界交。為切線。



甲乙線切乙己丁圖之界。乙又引長之。至丙而不與界交。其甲丙線全在圖外。為切線。若戊己線先切圖界而引之。至庚入圖內。則交線也。

第三界

凡兩圖相切而不相交為切圖。



甲、乙兩圖不相交而相切於丙。或切於外。如第一圖。或切於內。

如第三圖。其第二、第四圖則交圖也。

第四界

凡圖內直線從心下垂線。其垂線大小之度。即直線距心

遠近之度。

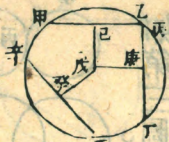


凡一點至一直線上。惟垂線至近。其他即

幾何原本卷三之首

二 海山仙館叢書

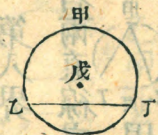
遠。垂線一而已。遠者無數也。故欲知點與線相去遠近。必用垂線為度。試如前圖。甲點與乙丙線相去遠近。必以甲丁垂線為度。為甲丁一線。獨去直線至近。他若甲戊、甲己諸線。愈大愈遠。乃至無數。故如後圖。



設甲乙丙丁圖內之甲乙丙丁兩線。其去戊心遠近等。為己庚戊兩垂線等。故其辛壬線去戊心近矣。為戊癸垂線小故。

第五界

凡直線割圖之形。為圖分。



甲乙丙丁圓之乙丁直線任割圓之一分
 如甲乙丁及乙丙丁兩形皆為圓分。凡分
 有三形。其過心者為半圓分。函心者為圓

大分。不函心者為圓小分。又割圓之直線為絃。所割
 圓界之一分為弧。

第六界

凡圓界借直線內角為圓分角。



以下三界論圓角三種。本界所言雜
 圓也。其在半圓分內為半圓角。在大

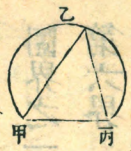
幾何原本 卷三之首

三 海山仙館叢書

分內為大分角。在小分內為小分角。

第七界

凡圓界任於一點出兩直線作一角為負圓分角。



甲乙丙圓分。甲丙為底。於乙點出兩直線
 作甲乙丙角形。其甲乙丙角為負甲乙丙

第八界

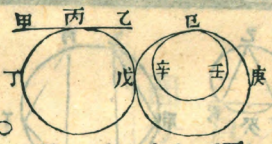
第八界

若兩直線之角乘圓之一分為乘圓分角。



甲乙丙丁圓內。於甲點出甲乙甲丁兩線。其

乙甲丁角為乘乙丙丁圖分角



圓角三種之外。又有一種為切邊角。或直線切圓。或兩圓相切。其兩圓相切者。又或內。或外。如上圖。甲乙線切丙丁戊圖於丙。即甲丙丁乙丙戊兩角為切邊角。又丙丁戊己戊庚兩圓外相切於戊。及己戊庚己辛壬兩圓內相切於己。即丙戊己戊己辛壬己庚三角俱為切邊角。

第九界

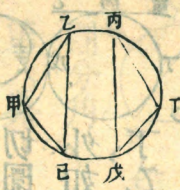
凡從圓心以兩直線作角。借圖界作三角形為分圖形。



幾何原本卷三之首
四 海山仙館叢書
甲乙丙丁圖。從戊心出戊甲戊丙兩線。借甲丁丙圖界作角形為分圖形。

第十界

凡圓內兩負圓分角相等。即所負之圖分相似。



甲乙丙丁圓內有甲乙己與丁丙戊兩負圓分角等。則所負甲乙丁己與丁丙甲戊兩圖分相似。



又有兩圓或等或不等。其負圓分角等。即圖分

俱相似如上三圖三圖之甲乙丙丁戊己庚辛壬
 三負圖分角等即所負甲乙丙丁戊己庚辛壬三
 圖分相似相似者如云同爲幾分圖之幾也

幾何原本第三卷之首終

幾何原本 卷三之首

五 海山仙館叢書



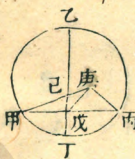
圖分相似幾分圖之幾也

三負圖分角等即所負甲乙丙丁戊己庚辛壬三
 圖分相似

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啟筆受

第一題

有圓求尋其心



法曰甲乙丙丁圓求尋其心先於圓之兩
界任作一甲丙直線次兩平分之於戊卷一
十次於戊上作乙丁垂線兩平分之於己即己為圓
心

幾何原本 卷三 一 海山仙館叢書

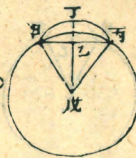


論曰如云不然令言心何在彼不得言在己之上下
何者乙丁線既平分於己離平分不能為心故必言
心在乙丁線外為庚即令自庚至丙至戊
至甲各作直線則甲庚戊角形之甲戊既
與丙庚戊角形之丙戊兩邊等戊庚同邊而庚甲庚
丙兩線俱從心至界宜亦等即對等邊之庚戊甲庚
戊丙兩角宜亦等一卷而為兩直角矣一卷界說十夫乙
戊甲既直角而庚戊甲又為直角不可也
系因此推顯圓內有直線分他線為兩平分而作直

角卽圓心在其內。

第二題

圓界任取二點。以直線相聯。則直線全在圓內。



解曰。甲乙丙圓界上。任取甲丙二點。作直線相聯。題言甲丙線全在圓內。

論曰。如云在外。若甲丁丙線。令尋取甲乙丙圓之戊心。本篇次作戊甲戊丙兩直線。次於甲丁丙線上作

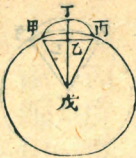
戊乙丁線。而與圓界遇於乙。卽戊甲丁丙當為三角形。以甲丁丙為底。戊甲戊丙兩腰等。其戊甲丙戊丙

甲兩角宜等。一卷而戊丁甲為戊丙丁之外角。宜大

於戊丙丁角。卽亦宜大於戊甲丁角。一卷則對戊丁

甲大角之戊甲線宜大於戊丁線矣。一卷夫戊甲與

戊乙本同圓之半徑等。據如所論。則戊乙亦大於戊丁。不可通也。若云不在圓外。而在圓界。依前論。令戊甲大於戊乙。亦不可通也。



第三題

直線過圓心。分他直線為兩平分。其分處必為兩直角。為兩直角。必兩平分。



解曰。乙丙丁圖有丙戊線過甲心分乙丁
 線為兩平分於己。題言甲己必是垂線。而
 己旁為兩直角。又言己旁既為兩直角。則甲己分乙
 丁必兩平分。

先論曰。試從甲作甲乙、甲丁兩線。即甲乙己角形之
 乙己與甲丁己角形之丁己兩邊等。甲己同邊。甲乙、
 甲丁兩線俱從心至界。又等。即兩形等。則其對等邊
 之甲己乙、甲己丁亦等。一卷而為兩直角矣。
 後論曰。如前作甲乙、甲丁兩線。甲乙丁角形之甲乙、

幾何原本 卷三

三 海山仙館叢書

甲丁兩邊既等。則甲乙丁、甲丁乙兩角亦等。一卷又

甲乙己角形之甲己乙、甲乙己兩角與甲丁己角形

之甲己丁、甲丁己兩角各等。而對直角之甲乙、甲丁

兩邊又等。則己乙、己丁兩邊亦等。一卷欲顯次論之

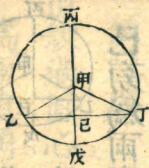
旨。又有一說。如甲丁上直角方形與甲己己丁上兩

直角方形并等。一卷而甲乙上直角方形與甲己己乙

己上兩直角方形并亦等。即甲己己乙、上

兩直角方形并與甲己己丁、上兩直角方

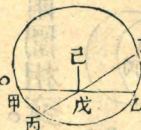
形并亦等。此二牽者。每減一甲己上直角



方形則所存乙己丁上兩直角方形自相等而兩邊亦等

第四題

圓內不過心兩直線相交不得俱為兩平分



解曰甲丙乙丁圓內有甲乙丙丁兩直線俱不過己心若一過心一不過心即兩線而交不得俱為兩平分其理易顯而交

於戊題言兩直線或有一線為兩平分不得俱為兩平分

論曰若云不然而甲乙丙丁能俱兩平分於戊試令尋本圓心於己本篇從己至戊作甲乙之垂線其已

幾何原本 卷三

四 海山仙館叢書

戊既分甲乙為兩平分即為兩直角本篇而又能分

丙丁為兩平分亦宜為兩直角是己戊甲為直角而

己戊丙亦直角全與其分等矣

第五題

兩圓相交必不同心



解曰甲乙丁戊乙丁兩圓交於乙於丁題言兩圓不同心

直線其丙乙至圓交而丙甲截兩圓之界於戊於甲

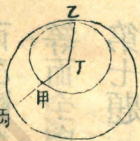
甲論曰若言丙為同心令自丙至乙至甲各作



夫丙既為戊乙丁圖之心。則丙乙與丙戊等。而又為甲乙丁圖之心。則丙乙與丙甲又等。是丙戊與丙甲亦等。而全與其分等也。

第六題

兩圓內相切。必不同心。



圖不同心。

解曰。甲乙丙乙兩圓內相切於乙。題言兩

作直線。其丁乙至切界。而丁丙截兩圓之界於甲。於

丙

論曰。若言丁為同心。令自丁至乙。至丙。各

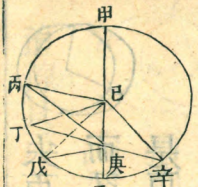
幾何原本 卷三

五 海山仙館叢書

丙。夫丁既為甲乙圖之心。則丁乙與丁甲等。而又為丙乙圖之心。則丁乙與丁丙又等。是丁甲與丁丙亦等。而全與其分等也。

第七題

圖徑離心。任取一點。從點至圖界。任出幾線。其過心線最大。不過心線最小。餘線愈近心者愈大。愈近不過



心線者愈小。而諸線中止兩線等。

解曰。甲丙丁戊乙圖。其徑甲乙其心已。離心任取一點為庚。從庚至圖界任出

幾線。為庚丙、庚丁、庚戊。題先言從庚所出諸線。惟過心庚甲最大。次言不過心庚乙最小。三言庚丙大於庚丁。庚丁大於庚戊。愈近心愈大。愈近庚乙愈小。後言庚乙兩旁。止可出兩線等。



先論曰。試從己心出三線。至丙。至丁。至戊。其丙己庚角形之丙己已庚。兩邊并大於丙庚一邊。一卷二十而丙己已庚等於甲己已庚。則庚甲大於庚丙。依顯庚丁、庚戊俱小於庚甲。是庚甲最大。

幾何原本 卷三

六 海山仙館叢書

次論曰。己庚戊角形之己戊一邊小於己庚。庚戊兩邊并。一卷二十而已戊與己乙等。則己乙小於己庚。庚戊并矣。次各減同用之己庚。則庚乙小於庚戊。依顯庚戊小於庚丁。庚丁小於庚丙。是庚乙最小。

三論曰。丙己庚角形之丙己與丁己庚角形之丁己兩邊等。己庚同邊。而丙己庚角大於丁己庚角。全大於分則對大角之庚丙邊大於對小角之庚丁邊。一卷二十四依顯庚丁大於庚戊。而愈近心愈大。愈近庚乙愈小。

後論曰。試依戊己乙作乙己辛相等角。而抵圍界為

已辛線次從庚作庚辛線其戊己庚角形之戊己腰與庚己辛角形之辛己腰既等己庚同腰兩腰間角又等則對等角之庚戊庚辛兩底亦等一卷而庚乙兩旁之庚戊庚辛等矣此外若有從庚出線在辛之上即依第三論大於庚辛在辛之下即小於庚辛故云庚乙兩旁止可出庚戊庚辛兩線等

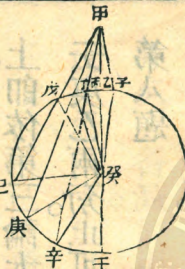
第八題

圓外任取一點從點任出幾線其至規內則過圓心線最大餘線愈離心愈小其至規外則過圓心線為徑

幾何原本 卷三

七 海山仙館叢書

之餘者最小餘線愈近徑餘愈小而諸線中止兩線等



解曰乙丙丁戊圓之外從甲點任出幾線其一為過癸心之甲壬其餘為甲辛為甲庚為甲己皆至規內規內線者如車輻之指牙題先言過心之甲壬最大次言近心之甲辛大於離心之甲庚甲庚又大於甲己三反上言規外之甲乙為乙壬徑餘者規外線者如車輻之湊載最小四言甲丙近徑餘小於甲丁甲丁又小於甲戊後言甲

乙兩旁止可出兩線等

先論曰。試從癸心至丙、丁、戊、己、庚、辛。各出直線。其甲

癸辛角形之甲癸、癸辛兩邊并大於甲辛一邊。一卷二十

而甲癸、癸辛與甲壬等。則甲壬大於甲辛。依顯甲壬

更大於甲庚、甲己。而過心之甲壬最大。

次論曰。甲癸辛角形之癸辛與甲癸庚角形之癸庚

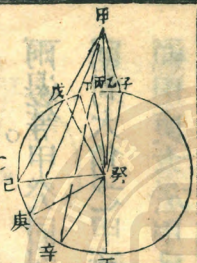
兩邊等。甲癸同邊。而甲癸辛角大於甲癸庚角。全大於分

則對大角之甲辛邊大於對小角之甲庚邊。一卷廿四依

顯甲庚大於甲己。而規內線愈離心愈小。

幾何原本 卷三

八 海山仙館叢書



三論曰。甲癸丙角形之甲癸一邊

小於甲丙、丙癸兩邊并。一卷二十次每

減一相等之乙癸、丙癸。則甲乙小

於甲丙矣。依顯甲乙更小於甲丁、甲戊。而規外甲乙

最小。

四論曰。甲丁癸角形之內。從甲與癸。出甲丙、丙癸兩

邊并小於甲丁、丁癸兩邊并。一卷廿一此二率者。每減一

相等之丙癸、丁癸。則甲丙小於甲丁矣。依顯甲丙更

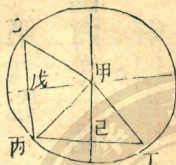
小於甲戊。而愈近徑餘甲乙者愈小。

後論曰。試依乙癸丙作乙癸子相等角。抵圓界。次作甲子線。其甲子癸角形之甲癸。癸子兩腰。與甲癸丙角形之甲癸。癸丙兩腰。各等。而兩腰間角又等。則對等角之甲子。甲丙兩底亦等也。一卷此外若有從甲出線。在子之上。即依第四論。小於甲丙。在子之下。即大於甲丙。故云甲乙兩旁。止可出甲丙。甲子兩線等。
第九題

圓內從一點至界作三線以上皆等。即此點必圓心。

解曰。從甲點至乙丙丁。圖界作甲乙。甲丙。甲丁。三直

幾何原本 卷三 九 海山仙館叢書



線若等。題言甲點為圓心。三以上等者。更不待論。

論曰。試於乙丙丙丁界作乙丙丙丁兩

直線相聯。此兩線各兩平分於戊。於已。

從甲出兩直線。為甲戊。為甲已。其甲乙

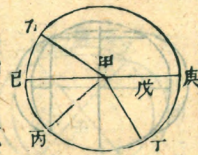
戊角形之甲乙。與甲戊丙角形之甲丙。

兩腰既等。甲戊同腰。乙戊。戊丙兩底又等。即甲戊乙

與甲戊丙兩角亦等。一卷為兩直角。依顯甲已丙甲

已丁亦等。為兩直角。則甲戊。甲已。之分乙丙。丙丁。俱



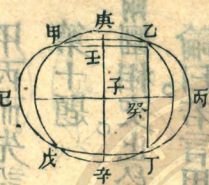


平分爲直角。而此兩線俱爲函心線。本篇之
 定相遇於甲。甲爲圖心矣。交甲乙乙

又論曰。若言甲非心。心在於戌者。令戊甲
 相聯引作己庚徑線。卽甲是戊心。外所取一點。而從
 甲所出線愈近心者。宜愈大矣。本篇則甲丁宜大於
 甲丙。而先設等。何也。丁癸長丁丙皆兩平分而各

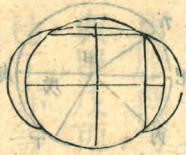
第十題

兩圓相交止於兩點。兩圓各兩平分於壬癸
 論曰。若言甲乙丙丁戊己圓與甲庚乙丁辛戊圓三

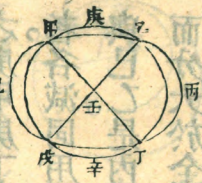


相交於甲。於乙。於丁。令作甲乙乙丁兩
 直線相聯。此兩線各兩平分於壬。於癸。
 次從壬癸作于壬子癸兩垂線。其子壬

爲兩直角。卽子壬子癸兩線。俱爲甲庚乙丁辛戊圓
 之函心線。本篇一而子爲其心矣。依顯甲乙丙丁戊



又論曰。若言兩圓三相交於甲。於乙。於
 得同心。本篇何緣得有三交。
 又已圖亦以子爲心也。夫兩交之圖。尙不



丁令先尋甲庚乙丁辛戊圖之心於壬

本篇次從心至三界作壬甲壬乙壬

丁三線此三線等也。一卷界說十五又甲乙丙

丁戊己圖內有從壬出之壬甲壬乙壬

丁三相等線則壬又為甲乙丙丁戊己圖之心。本篇九

不亦交圖同心乎。本篇五

其甲乙與庚辛之與

第十一題

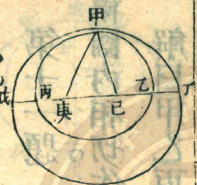
命曰圓天不至甲而據兩圖欲心丁戊

兩圖內相切作直線聯兩心引出之必至切界。

解曰甲乙丙甲丁戊兩圖內相切於甲而已為甲乙

幾何原本 卷三

十一 海山仙館叢書



丙之心庚為甲丁戊之心題言作直線聯庚己兩心引抵圖界必至甲。

論曰如云不至甲而截兩圖於乙丁及

丙戊令從甲作甲己甲庚兩線其甲己庚角形之庚

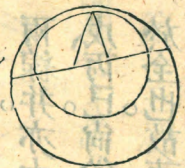
己己甲兩邊并大於庚甲一邊。一卷二十而同圖心所出

之庚甲庚丁宜等即庚己己甲大於庚丁矣此二率

者各減同用之庚己即己甲亦大於己丁矣夫己甲

與己乙是內圖同心所出等線則己乙亦大於己丁

而分大於全也可乎若曰庚為甲乙丙心己為甲丁



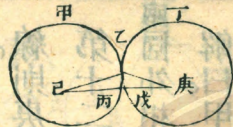
戊心亦依前轉說之甲已庚角形之已庚庚甲兩邊并大於甲已一邊。一卷而二十而同圓心所出之已甲已戊宜等即已庚

庚甲大於已戊矣。此二牽者各減同用之已庚即庚甲大於庚戊矣。夫庚甲與庚丙是內圓同心所出等線則庚丙亦大於庚戊而分大於全也可乎。

第十二題

兩圓外相切以直線聯兩心必過切界。

解曰甲乙丙丁乙戊兩圓外相切於乙其甲乙丙心



為已丁乙戊心為庚題言作已庚直線必過

論曰如云不然而已庚線截兩圓界於戊於

丙令於切界作乙已乙庚兩線其乙已庚角

形之已乙乙庚兩邊并大於已庚一邊而乙庚與庚

戊乙已與已丙俱同心所出線宜各等即庚戊丙已

兩線并亦大於庚已一線矣。一卷夫庚已線分為庚

戊丙已尚餘丙戊而云庚戊丙已大於庚已則分大

於全也故直線聯已庚必過乙

第十三題

圓相切。不論內外。止以一點。

先論曰。甲乙丙丁與甲戊丙己兩圓內

相切。若云有兩點相切於甲。又於丙。令

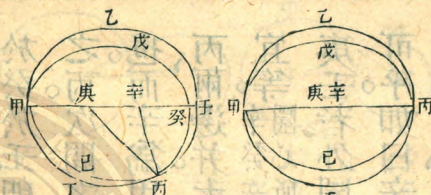
作直線。函兩圓心庚辛引出之。如前圖。

宜至相切之甲之丙。本篇十一則甲丙為兩

圓之同徑矣。而此徑線者。兩平分於庚。

又兩平分於辛。何也。一直線止以若云

庚辛引出直線。一抵甲。一截兩圓之界



幾何原本 卷三

三 海山仙館叢書

於癸於壬。即如後圖。合從兩心。各作直線。至又相切之丙。次間之。甲乙丙丁圓之心。為庚邪辛邪。如曰庚也。而辛為甲戊丙己之心。則丙庚辛角形之庚辛辛丙兩邊并大於庚丙一邊。一卷而庚辛辛丙與庚癸宜等。辛癸辛丙同即庚癸亦大於庚丙矣。夫庚丙與庚壬者。外圓同心所出等線也。將庚癸亦大於庚壬可乎。如曰辛也。而庚為甲戊丙己之心。則丙庚辛角形之辛庚庚丙兩邊并大於辛丙一邊。一卷而辛丙與辛甲宜等。即辛庚庚丙亦大於辛甲矣。二卷此二率者。

各減同用之辛庚。卽庚丙亦大於庚甲也。夫庚甲與庚丙者亦同圓心所出等線也。而安有大小。



後論曰。甲乙與乙丙兩圓外相切於己。從甲乙之丁心。丙乙之戊心。作直線相聯。必過己。本篇若云。又相切於乙。令自乙至丁至戊。各作直線。其丁乙乙戊并宜與丁戊等。而爲角形之兩腰。又宜大於丁戊。一卷則兩圓相切。安得兩點。

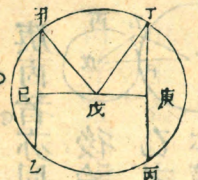
又後論曰。更令於兩相切之乙之己。作直線幾何原本 卷三 十四

相聯。其直線當在甲乙圓內。本篇又當在乙丙圓內。何所置之。

第十四題 二支

圓內兩直線等。卽距心之遠近等。距心之遠近等。卽兩

直線等



先解曰。甲乙丙丁圓。其心戊。圓內甲乙丁丙兩線等。題言兩線距戊心遠近亦

論曰。試從戊心向甲乙作戊己。向丁丙作戊庚。各垂

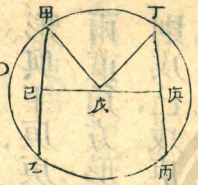
線次自丁自甲至戊各作直線其戊己戊庚既各分
 甲乙丁丙線爲兩平分本篇而甲乙丁丙等則平分
 之甲己丁庚亦等夫甲戊上直角方形與甲己己戊
 上兩直角方形并等一卷等甲戊之丁戊上直角方
 形與丁庚庚戊上兩直角方形并等而甲己丁庚上
 兩直角方形既等卽戊己戊庚上兩直角方形亦等
 則戊己戊庚兩線亦等是甲乙丁丙兩線距心之度
 等本卷界

後解曰甲乙丁丙兩線距戊心遠近等題言甲乙丁

幾何原本 卷三 五 海山仙館叢書

丙兩線亦等

論曰依前論從戊作戊己戊庚兩垂線本卷界既等說四



而分甲乙丁丙各爲兩平分本篇其甲
 戊上直角方形與甲己己戊上兩直
 方形并等一卷等甲戊之丁戊上直
 方形與丁庚庚戊上兩直角方形并等卽甲己己戊

上兩直角方形并與丁庚庚戊上兩直角方形并亦
 等此二率者每減一相等之己戊戊庚上直角方形
 卽所存甲己丁庚上兩直角方形亦等是甲己丁庚

兩線等也。夫甲乙倍甲巳。丁丙倍丁庚。其半等。其全必等。

第十五題

徑為圓內之大線。其餘線者。近心大於遠心。

解曰。甲乙丙丁戊己圓。其心庚。其徑甲巳。其近心線為辛壬。遠心線為丙丁。題言甲巳最大。辛壬近心。大於丙丁。遠心。論曰。試從庚向丙丁。作庚癸。向辛壬。作庚子。各垂線。其丙丁距心。遠於辛壬。即庚癸大於庚子。



幾何原本 卷三 七六 海山仙館叢書

子。本卷界說四次於庚癸線。截庚丑。與庚子等。次從丑作

乙戊為庚癸之垂線。末於庚乙。庚丙。庚丁。庚戊。各作

直線相聯。其庚丑。既等於庚子。即乙戊。與辛壬。各以

垂線距心。遠近等。本卷界說四而兩線亦等。本篇十四夫庚乙

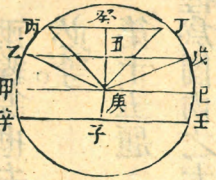
庚戊。并大於乙戊。一卷而與甲巳等。即甲巳大於乙

戊。亦大於辛壬矣。依顯甲巳大於他線。

則甲巳最大。又乙庚戊角形之乙庚。庚

戊。兩腰。與丙庚丁角形之丙庚。庚丁。兩

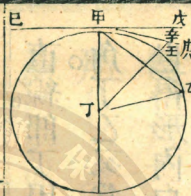
腰等。而乙庚戊角。大於丙庚丁角。則乙



戊底大於丙丁底。一卷廿四故等乙戊之辛壬亦大於丙丁也。是近心線大於遠心線也。

第十六題 三支

圓徑末之直角線全在圖外。而直線偕圖界所作切邊角不得更作一直線入其內。其半圓分角大於各直線銳角。切邊角小於各直線銳角。

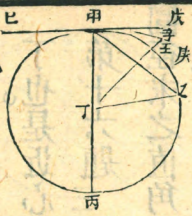


先解曰。甲乙丙圖丁爲心。甲丙爲徑。從丙甲作甲丙之垂線。題言此線全在圖外。論曰。若言在內。如甲乙令自丁至乙作

幾何原本 卷三

七 海山仙館叢書

直線。卽丁甲乙與丁乙甲兩角等。一卷五丁甲既爲直角。丁乙又爲直角乎。夫角形三角并等兩直角。一卷十七豈得形內自有兩直角也。則垂線必在圖外。若已戊必不在圖內。若甲乙又不在圖界之上。如云在界。亦依此論。故曰全在圖外。



次解曰。題又言戊甲垂線偕乙甲圖界所作切邊角不得更作一直線入其內。論曰。若云可作。如庚甲令從丁心向庚甲作丁辛爲庚甲之垂線。一卷十二夫丁甲辛角形之丁

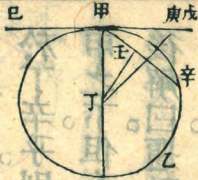
甲辛、丁辛、甲兩角并小於兩直角。一卷而丁辛、甲為
 直角。即對小角之丁辛線。小於對大角之甲丁線矣。
一卷甲丁者與丁壬為同圖相等者也。將丁壬亦大
 於丁辛乎。則戊甲乙角之內不得更作一直線。而戊
 甲之下。但有直線。必入本圖之內也。
 後解曰。題又言丁甲垂線。偕乙甲圖界。所作丙甲乙
 圖分角。大於各直線銳角。而戊甲垂線。偕乙甲圖界。
 所作切邊角。小於各直線銳角。

論曰。依前論。甲戊下有直線。既云必入圖內。即此直
 幾何原本 卷三

七
 海山仙館叢書

線偕戊甲。所作各直線銳角。皆小於圖分角。而切邊
 角。小於各直線銳角。

系已甲線。必切圖以一點。



增先解曰。甲乙丙圖。其心丁。其徑甲丙。
 從甲作戊甲。為甲丙之垂線。題言戊甲
 全在圖外。

增正論曰。試於甲戊線內。任取一點為庚。自庚至

直丁作直線。其甲丁庚角形之丁甲庚。丁庚甲兩角。

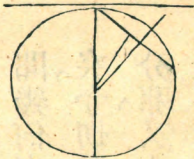
小於兩直角。一卷而丁甲庚為直角。即丁庚甲小

於直角對大角之丁庚線大於對小角之丁甲線

矣。一卷十九則庚點在圖之外也。凡戊甲以

內作點皆依此論。故戊甲線全在圖外。

增次解曰。從甲作甲辛線。在戊甲之下。



題言甲辛必割圖為分。

增正論曰。試作甲丁壬角與戊甲辛角等。其甲丁

壬辛甲丁兩角并等於戊甲丁直角。必小於兩直

角。而丁壬甲辛兩線必相遇。公論十一其相遇又必在

圖之內。如壬何者。壬甲丁壬丁甲兩角既與一直

幾何原本 卷三

九 海山仙館叢書

角等。即甲壬丁必為直角。一卷卅二而對大角之甲丁

線必大於對小角之丁壬線矣。一卷十九夫甲丁線僅

至圍界。則丁壬不能抵圍界。必在圍之內也。

後支前已正論

或難曰。切邊角有大有小。何以畢不得兩分。向者

聞幾何之分。不可窮盡。如莊子尺極之義。深著明

矣。今切邊之內有角。非幾何乎。此幾何何獨不可

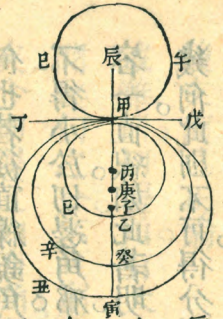
分邪。又十卷第一題。言設一小幾何。又設一大幾

何。若從大者半減之。減之又減。必至一處。小於所

設小率。此題最明。無可疑者。今言切邊之角。小於直線銳角。是亦小幾何也。彼直線銳角。是亦大幾何也。若從直線銳角半減之。減之又減。何以終竟不得小於切邊角邪。既本題推顯切邊角中。不得容一直線。如此著明。便當并無切邊角。無角則無幾何。此則不可得分耳。且幾何原本書中。無有至大不可加之率。無有至小不可減之率。若切邊角不可分。豈非至小不可減乎。答曰。謬矣。子之言也。有圖有線。安得無切邊角。且既言直線銳角。大於

幾何原本 卷二

切邊角。卽有切邊角矣。苟無角。安所較大小哉。且子言直線與圓界并無切邊角。則兩圓外相切。亦無角乎。曰。然。曰。試如作甲乙圖。其心丙。而丁戊



爲切線。卽丁甲巳爲切邊角。次移心於庚。又作甲辛癸圖。卽丁甲辛爲切邊角。而小於丁甲巳。次移心於子。又作甲丁甲巳。次移心於子。又作甲丑寅圖。卽丁甲丑爲切邊角。而又小於丁甲辛。如是小之又小。疑無角焉。次又於切線之外。以辰爲

心作甲巳午圓。而與前圓外相切於甲。依子所說。疑無角焉。然兩圓外相切。而以丁戊線分之。不可分乎。更自辰至寅作直線。截兩圓之界。而分丁戊為兩平分。不可分乎。兩圓兩直線。交羅相遇於甲也。能不皆以一點乎。如以一點也。卽此一點之外。不能無空。卽不能不為四切邊角矣。子所據尺極之分無盡。又言幾何原本書中。無至小不可減之率也。是也。夫切邊角。但不可以直線分之耳。若用圓線。則可分矣。如甲乙庚圓。與丙甲丁直線相切。

幾何原本 卷三

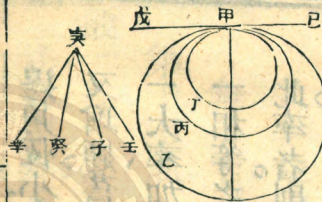
三 海山仙館叢書



於甲作丁甲庚切邊大角。若移一心。作甲戊辛圓。又得丁甲辛切邊角。卽小於丁甲庚也。又移一心。作甲巳壬圓。又得丁甲壬切邊小角。卽又小於丁甲辛也。如此以至無窮。則切邊角分之無盡。何謂不可減邪。若十卷第一題所言。元無可疑。但以圓角分圓角。則與其說合矣。彼所言大小兩幾何者。謂夫能相較為大。能相較為小者也。如以直線分直線角。以圓線分圓線角。是已。此切邊角。與直線角。豈能相較為大。

小哉

增題有兩種幾何。一大一小。以小率半增之。遞增至於無窮。以大率半減之。遞減至於無窮。其元大者恆大。元小者恆小。



解曰。戊甲乙切邊角為小率。壬庚辛直線銳角為大率。今別作甲丙甲丁等圓。俱切戊己線於甲。其切邊角愈增愈大。如前論。別以庚癸庚子線作角。分壬庚辛角於庚。愈分愈小。然直線角恆大。切

幾何原本 卷三

三

海山仙館叢書

邊角恆小。乃至終古不得相比。

又增題。舊有一說。以一小率加一大率之上。或以一大率加一小率之上。不相離。逐線漸移之。必至一相等之處。又一說。有率大於此率者。有率小於此率者。則必有率等於此率者。昔人以爲皆公論也。若用以律本題。即不可得。故今斥不爲公論。



解曰。甲乙丙圖。其徑甲丙。令甲丙之甲界。定在於甲。而引丙線。逐線漸移之。向已。其所經丁戊己。及中間逐線。所經無

數。然依本題論。則甲丙所經。凡割圓時。皆為銳角。即小於半圓分角。纔離銳角。便為直角。即大於半圓分角。是所經無數線。終無有相等線。可見前一舊說。未為公論。又直線銳角。皆小於半圓分角。直角。與鈍角。皆大於半圓分角。是有大者。有小者。終無等者。可見後一舊說。未為公論也。

第十七題

設一點一圓。求從點作切線。

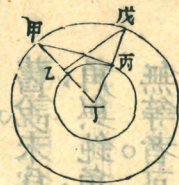
法曰。甲點。求作直線。切乙丙圓。其圓心丁。先從甲作

幾何原本 卷三

三 海山仙館叢書



甲丁直線。截乙丙圓於乙。次以丁為心。甲為界。作甲戊圓。次從乙作甲丁之垂線。而遇甲戊圓於戊。次作戊丁直線。而截乙丙圓於丙。末作甲丙直線。即切乙



丙圓於丙。論曰。乙戊丁角形之戊丁。丁乙兩腰。與

甲丙丁角形之甲丁。丁丙兩腰各等。一卷界說十五。丁角同

即甲丙。乙戊兩底亦等。四。而戊乙丁為直角。即甲

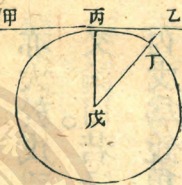
丙丁亦直角。則甲丙倍乙丙圓之半徑。丁丙為一直

角矣。豈非圓之切線。本篇十卷之系

第十八題

直線切圓。從圓心作直線。至切界。必為切線之垂線。

解曰。甲乙直線。切丙丁圓於丙。從戊心。至切界。作戊丙線。題言戊丙為甲乙之垂線。



論曰。如云不然。令從戊別作垂線。如至乙。而截丙丁圓於丁。其丙戊乙角形之戊乙丙。既為直角。即宜大於乙丙戊角。一卷而對大角之戊丙邊。宜大於對小角之戊乙邊。

幾何原本 卷三 三 海山仙館叢書

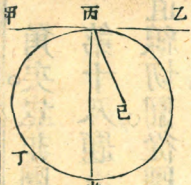
矣。一卷十九夫戊丙與戊丁等也。戊丙大於戊乙。則戊丁亦大於戊乙乎。

又論曰。若云丙非直角。即其兩旁角。一銳一鈍。令乙丙戊為銳角。則銳角乃大於半圓分角乎。本篇十六

第十九題

直線切圓。圓內作切線之垂線。則圓心必在垂線之內。

解曰。甲乙線。切丙丁戊圓於丙。圓內作戊丙。為甲乙之垂線。題言圓心在戊丙



線丙。

論曰。如云不然。心在於己。令從己作己丙直線。即己丙亦為甲乙之垂線。本篇十八而已。丙甲與戊丙甲等為直角。是全與其分等矣。

第二十題

負圓角與分圓角所負所分之圓分同。則分圓角必倍

大於負圓角。

解曰。甲乙丙圓。其心丁。有乙丁丙分圓角。乙甲丙負圓角。同以乙丙圓分為底。題言乙丁丙角倍大於乙甲丙角。

幾何原本 卷三

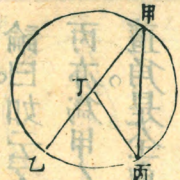
三 海山仙館叢書



先論分圓角。在乙甲甲丙之內者。曰如上圖。試從甲過丁心作甲戊線。其甲丁乙角形之丁甲丁乙等。即丁甲乙丁乙

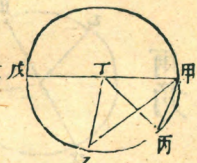
甲兩角等。一卷而乙丁戊外角與內相對兩角并等。冊二即乙丁戊倍大於乙甲丁矣。依顯丙丁戊亦倍

大於丙甲丁。則乙丁丙全角亦倍大於乙甲丙全角。



次論分圓角不在乙甲甲丙之內。而甲乙線過丁心者。曰如上圖。依前論推顯乙丁丙外角等於內相對之丁甲丙丁

丙甲兩角并一卷而丁甲丁丙兩腰等。即甲丙兩角亦等。五則乙丁丙角倍大於乙甲丙角。

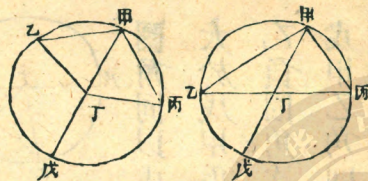


後論分圓角在負圓角線之外而甲乙截丁丙者曰如上圖。試從甲過丁心作甲戊線。其戊丁丙分圓角與戊甲丙負圓角同。以戊乙丙圓分爲底。如前次論戊丁丙角倍大於戊甲丙角。依顯戊丁乙分圓角亦倍大於戊甲乙負圓角。次於戊丁丙角。減戊丁乙角。戊甲丙角減戊甲乙角。則所存乙丁丙角必倍大於乙甲丙角。

幾何原本 卷三

三

海山仙館叢書



增。若乙丁丁丙。不作角於心。或爲半圓。或小於半圓。則丁心外餘地。亦倍大於同底之負圓角。

論曰。試從甲過丁心。作甲戊線。即丁心外餘地。分爲乙丁戊。戊丁丙。兩角。依前論推顯。此兩角倍大於乙甲丁丁甲丙。

兩角

第二十一題

凡同圓分內所作負圓角俱等

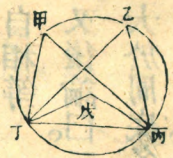
解曰。甲乙丙丁圓。其心戊。於丁甲乙丙圓分內任作

丁甲丙、丁乙丙、兩角。題言此兩角等

先論函心大分所作。曰。試從戊作戊丁

戊丙線。其丁戊丙分圓角。既倍大於丁

甲丙角、丁乙丙角。本篇即甲乙兩角自相等。公論



後論半圓分、不函心小分所作。曰。丁甲

乙丙。或為半圓分。或為不函心小分。俱

從甲、從乙過戊作甲己、乙庚兩線。若不

函心更從戊作戊丁、戊丙兩線。其丁戊已分圓角。既



幾何原本 卷三

三 海山仙館叢書

倍大於丁甲己負圓角。本篇依顯丙戊

已分圓角。亦倍大於丙甲己負圓角。而

丁戊庚庚戊己兩角。與丁戊己一角等。

則丁戊庚、庚戊己、已戊丙、三角。必倍大於丁甲丙。依

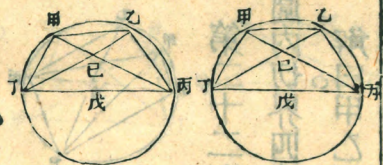
顯此三角。亦倍大於丁乙丙。則丁甲丙、丁乙丙兩角

自相等

又後論曰。二十題增。言分圓不作角。其心外餘地。倍

大於同底各負圓角。即各角自相等。

又後論曰。甲丙乙丁線。交羅相遇為己。試作甲乙線

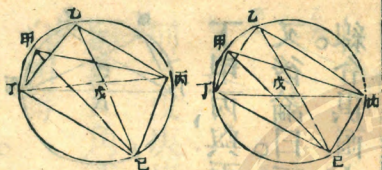


丁甲丙與丙乙丁亦等

又後論曰。丁丙之外。任取一界為己。作丁己丙己兩線。令俱函心。而丁甲乙丙己與丙乙甲丁己俱為大

相聯。其甲丁己角形之三角并與乙丙己角形之三角并等。一卷次每減一交角相等之甲己丁乙己丙。一卷即己甲丁己丁甲兩角并與己丙乙己乙丙兩角并等矣。而甲丁乙乙丙甲兩角同在甲丁丙乙函心大分內。又等。本題第一論則

幾何原本 卷三 三 海山仙館叢書



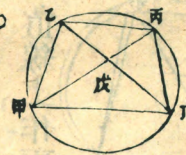
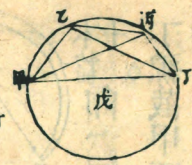
分。次於甲己乙己。各作直線相聯。其丁甲己與丁乙己兩角同負丁甲乙丙己圓界。即等。本題第一論依顯丙乙己與丙甲己兩角同負丙乙甲丁己圓界。又等。此二相等率并之。則丁甲丙丁乙丙兩全角亦等。甲兩角并與丙兩角并

第二十二題

圓內切界四邊形。每相對兩角并與兩直角等。

解曰。甲乙丙丁圓。其心戊。圓內有甲乙丙丁四邊形。

題言甲乙丙、丙丁甲、兩角并。乙丙丁、甲乙、兩角并。各與兩直角等。



論曰。試作甲丙、乙丁、兩對角線。其甲乙

丁、甲丙、丁、兩角。同負甲乙丙丁圖分。卽

等。本篇 廿一 依顯丙甲丁、丙乙丁、兩角亦等。

則甲乙丁、丙乙丁、兩角并爲甲乙丙一

角。與甲丙丁、丙甲丁、兩角并等。次每加一丙丁甲角。

卽甲乙丙、丙丁甲并。與甲丙丁、丙甲丁、丙丁甲、三角

并等。此三角并元與兩直角等。一卷 卅二 則甲乙丙、丙丁

幾何原本 卷三 元 海山仙館叢書

甲、相對兩角并。與兩直角等。依顯乙丙丁、丁甲乙、并亦與兩直角等。

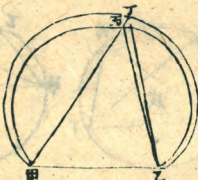
第二十三題

一直線上作兩圖分。不得相似而不相等。

論曰。如云不然。令於甲乙線上作同方

兩圖分。相似而不相等。必作甲丙乙。又

作甲丁乙。其兩圖相交。止於甲乙兩點。



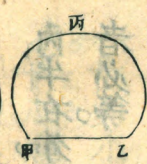
本篇 卽一圖分全在內。一圖分全在外矣。次令作甲

丁線。截甲丙乙。圖於丙。末令作丙乙丁乙。兩線相聯。

夫兩圓分相似者其負圓角宜等。本卷界說十卷則乙丙甲外角與相對之乙丁甲內角等乎。一卷十六卷

第二十四題

相等兩直線上作相似兩圓分必等。



解曰。甲乙丙丁兩線上作甲丙乙丙己

丁相似兩圓分。題言兩圓分等。

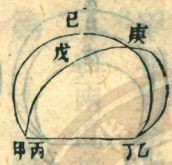
論曰。甲乙丙丁兩線既等。試以甲乙線

加丙丁線上。兩線必相合。即甲丙乙丙

己丁兩圓分相加。亦相合。如云不然。必

幾何原本 卷三

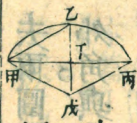
三 海山仙館叢書



兩圓分相加。或在內。或在內。或半在內。半在外矣。若在外。即一直線上。有兩圓分相似而不相等也。本篇廿三若半在內。半在外。即兩圓三相交也。本篇兩俱不可。故相似者必等。

第二十五題

有圓之分。求成圖。



法曰。甲乙丙圖分。求成圖。先於分之兩端。作甲丙線。次作乙丁。為甲丙之垂線。次作甲乙

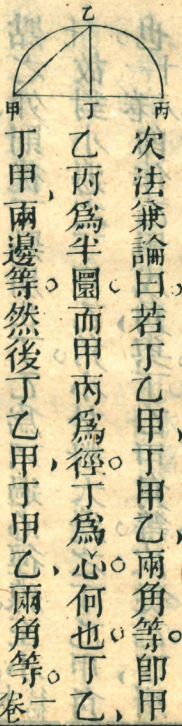
線相聯。其丁乙甲角。或大於丁甲乙角。或等。或小。若大。即甲乙丙當爲圓之小分。何也。乙丁分甲丙爲兩平分。即知圓之心。必在乙丁線內。本篇一而心在丁點之外。則從丁點所出丁乙爲不過心徑線。至小。本篇故對小邊之丁甲乙角。小於對大邊之丁乙甲角也。一卷即作乙甲戊角。與丁乙甲角等。次從乙丁引出一線。與甲戊線遇於戊。即戊爲圓心。本篇

論曰。試從戊作戊丙線。其甲丁戊角形之甲丁線。與丙丁戊角形之丙丁線等。丁戊同線。而甲丁戊。丙丁

幾何原本 卷三

三 海山仙館叢書

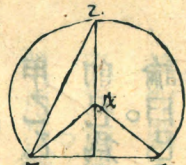
戊兩皆直角。即對直角之甲戊。與戊丙兩線等。一卷夫甲戊與乙戊。以對角等故。既等。一卷戊丙與甲戊又等。則從戊至界。三線皆等。而戊爲心。本篇



次法兼論曰。若丁乙甲。丁甲乙兩角等。即甲乙丙爲半圓。而甲丙爲徑。丁爲心。何也。丁乙甲。丁甲兩邊等。然後丁乙甲。丁甲乙兩角等。一卷

今丁乙甲。丁甲乙兩角既等。即丁乙。丁甲兩線必等。一卷丁丙。元與丁甲等。則從丁所出三線等。而丁

爲圓心。本篇



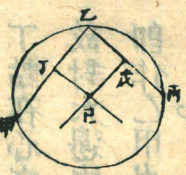
後法曰。若丁乙甲。小於丁甲乙。即甲乙
 丙。當爲圓大分。何也。乙丁分甲丙爲兩
 平分。即知圓心在乙丁線內。本篇一而
 之系。本篇

丁點在心之外。則所出丁乙爲過心徑線。至大。本篇
 故對大邊之下甲乙。大於對小邊之丁乙甲也。十八
 即作乙甲戊角與丁乙甲角等。而甲戊線與乙丁線
 遇於戊。即戊爲圓心。本篇

論曰。試從戊作戊丙線。其甲丁戊角形之甲丁線與
 丙丁戊角形之丙丁線等。丁戊同線。而甲丁戊丙丁

幾何原本 卷三
 三
 海山仙館叢書

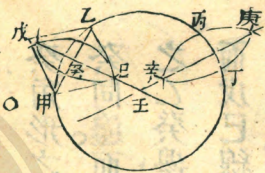
戊兩皆直角。即對直角之甲戊。戊丙兩線亦等。一卷
 夫乙戊與甲戊以對角等故。既等。一卷戊丙與甲戊
 亦等。則從戊至界三線皆等。而戊爲心。本篇



增求圖分之心。有一簡法。於甲乙丙圓
 分任取三點於甲。於乙。於丙。以兩直線
 聯之。各兩平分於丁。於戊。從丁。從戊。作

甲乙乙丙之各垂線。爲已丁。爲已戊。而相遇於已。
 即已爲圓心。
 論曰。已丁。已戊。既各以兩直角平分甲乙。乙丙。兩

線。卽圖之心。當在兩垂線內。本篇而相遇於己。卽已爲圖心。



王爲圖心

其用法。圖界上。任取四點。爲甲、爲乙、爲丙、爲丁。每兩點。各自爲心。相向。各任作圖分。四圖分。兩兩相交於戊。於己。於庚。於辛。從戊己。從庚辛。各作直線。引長之。交於壬。卽壬爲圖心。

論曰。試作甲戊。乙己。丙丁。四直線。此四線。各爲同圖等圖之半徑。各等。卽甲戊己角形之甲戊己。甲己戊兩角等。而乙己丙角形之乙己丙。乙己丙兩角亦等。次作甲乙直線。分戊己於癸。卽甲己癸角形之甲己癸。與乙己癸角形之乙己癸等。己癸同邊。而對甲己癸角之甲癸邊。與對乙己癸角之乙癸邊亦等。一卷則甲癸己乙癸己。俱爲直角。而戊己線必過心。本篇依顯庚辛線亦過心。而相遇於壬爲圖心。

幾何原本 卷三

三 海山仙館叢書

己甲己戊兩角等。而乙己丙角形之乙己丙。乙己丙兩角亦等。次作甲乙直線。分戊己於癸。卽甲己癸角形之甲己癸。與乙己癸角形之乙己癸等。己癸同邊。而對甲己癸角之甲癸邊。與對乙己癸角之乙癸邊亦等。一卷則甲癸己乙癸己。俱爲直角。而戊己線必過心。本篇依顯庚辛線亦過心。而相遇於壬爲圖心。

第二十六題 二支

等圖之乘圖分角。或在心。或在界等。其所乘之圖分亦

等。

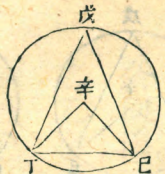


先解在心者。曰甲乙丙丁戊己兩圖等。其心為庚為辛。有甲庚丙與丁辛己兩乘圖角等。題言所乘之甲丙丁己兩圖分亦等。

論曰。試於甲乙丙丁戊己兩圖分之上。任取兩點於乙於戊。從乙作乙甲乙丙。從戊作戊丁戊己各兩線。次作甲丙丁己兩線相聯。其乙與戊兩角。既各半於庚辛兩角。即乙與戊自相

幾何原本 卷三

海山仙館叢書



等。本篇二十而所負甲乙丙與丁戊己兩圖分相似。本卷界說十。又甲庚丙角形之甲庚庚丙兩邊與丁辛己角形之丁辛辛己兩邊各等。庚角與辛角又等。即甲丙與丁己兩邊亦等。一卷而相似之甲乙丙與丁戊己兩圖分在等線上亦等。本篇廿四。夫相等圖減相等圖分。則所存甲丙丁己兩圖分亦等。故云等角所乘之圖分等。後解在界者。曰兩圖之乙與戊兩乘圖角等。題言所

乘之甲丙丁巳兩圖分亦等。

論曰乙戊兩角既等而庚辛兩角各倍於乙戊即庚

辛自相等。本篇依前論甲丙丁巳兩邊亦自相等而

甲乙丙與丁戊巳兩圖分亦等。本篇今於相等圖減

相等圖分則所存甲丙丁巳兩圖分亦等。

注曰後解極易明蓋庚辛角既各倍於乙戊則依

先論甲丙丁巳自相等。在心之乘圖角即分圖角隨類異名

第二十七題 二支

等圖之角所乘圖分等則其角或在心或在界俱等

幾何原本 卷三

三 海山仙館叢書



先解在心者曰甲乙丙丁戊己兩圖等其
心為庚為辛若甲庚丙乘圖角所乘之甲
丙分與丁辛巳所乘之丁巳分等題言甲



庚丙丁辛巳兩角等
論曰如云不然而庚大於辛令作甲庚壬
丁角與丁辛巳角等即甲壬圖分宜與丁巳



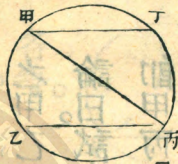
圖分等。本篇而甲丙與丁巳元等則甲壬
與甲丙亦等乎。廿六後解在界者曰甲丙丁巳兩圖分等題言



其上乙戊兩角亦等。

論曰。如云不然。而乙大於戊。令作甲乙壬角與戊角等。其甲乙壬與丁戊己若等。即

所乘之甲壬丁己宜等。本篇廿六而甲丙與丁己元等。則甲壬與甲丙亦等乎。



等。

增題。從此推顯。兩直線不相交。而在一圓之內。若兩線界相去之圓分等。則兩線必平行。若兩線平行。則兩線界相去之圓分

幾何原本 卷三

三 海山仙館叢書

先解曰。甲乙丙丁圓內有甲丁乙丙兩線。其相去之甲乙丁丙兩圓分等。題言兩線必平行。

論曰。試自甲至丙。作直線相聯。其甲乙丁丙既等。即甲丙乙與丙甲丁兩乘圓角亦等。本題既內相對

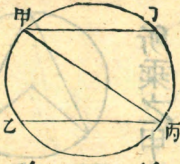
之兩角等。即兩線必平行。一卷廿七

後解曰。甲丁乙丙為平行線。題言甲乙丁

丙兩圓分必等。

論曰。試作甲丙線。其甲丁乙丙既平行。即

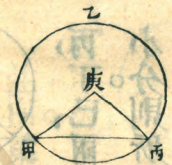
內相對之兩角甲丙乙丙甲丁必等。一卷廿七而所乘



圓分甲乙丁丙亦等。本篇廿六

第二十八題

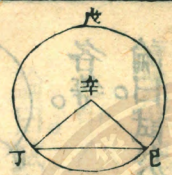
等圓內之直線等。則其割本圓之分大與大小與小各等。



解曰。甲乙丙丁戊己兩圓等。其心為庚。為辛。圓內有甲丙丁己兩直線等。題言甲乙丙與丁戊己兩大分。甲丙與丁己兩小分各等。

論曰。試於甲庚庚丙丁辛辛己各作直線。其甲庚丙

幾何原本 卷三 三 海山仙館叢書



角形之甲丙與丁辛己角形之丁己兩底既等。而甲庚庚丙兩腰與丁辛辛己兩腰。又等。即庚辛兩角亦等。一卷八其所乘之甲

丙丁己兩小分必等。本篇廿六次減相等之甲丙丁己兩

小分。則所存甲乙丙丁戊己兩大分亦等。

第二十九題

等圓之圓分等。則其割圓分之直線亦等。大小與小



解曰。依前題。兩圓之甲乙丙丁戊己兩圓分等。而甲丙丁己兩

圖分亦等。題言甲丙、丁己，兩線必等。



論曰。依前題作四線。其甲庚丙角形之甲庚、庚丙、兩腰與丁辛己角形之丁辛、辛己、兩腰等。而庚辛兩角所乘之甲丙、丁己、兩圖分等。即庚辛兩角亦等。本篇廿七而對等角之甲丙、丁己、兩線必等。一卷

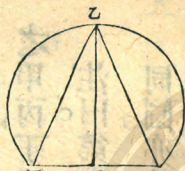
注曰。第二十六至二十九、四題所說俱等圖。其在同圖亦依此論。

第三十題

幾何原本 卷三

海山仙館叢書

有圖之分，求兩平分之。



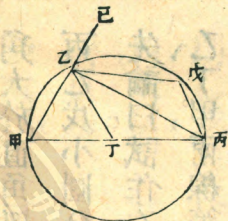
法曰。甲乙丙圖分。求兩平分。先於分之兩界作甲丙線。次兩平分於丁。從丁作乙丁為甲丙之垂線。即乙丁分甲乙丙圖分為兩平分。

論曰。從乙作乙甲、乙丙、兩線。其甲乙丁角形之甲丁、與丙乙丁角形之丙丁、兩腰等。丁乙同腰。而甲丁乙、與丙丁乙、兩直角又等。即對直角之甲乙、乙丙、兩底亦等。一卷而甲乙、與乙丙、兩圖分亦等。本篇十八則甲乙

丙圖界兩平分於乙矣

第三十一題 五支

負半圓角必直角。負大分角小於直角。負小分角大於直角。大圓分角大於直角。小圓分角小於直角。



解曰。甲乙丙圖其心丁。其徑甲丙。於半圓分內。任作甲乙丙角形。即甲乙丙角。負甲乙丙半圓分。乙甲丙角。負乙甲丙大分。又任作乙戊丙角。負乙戊丙小分。題先言負半圓之甲乙丙為直角。二言負

幾何原本 卷三

堯 海山仙館叢書

大分之乙甲丙角。小於直角。三言負小分之乙戊丙角。大於直角。四言丙乙甲大圓分角。大於直角。後言丙乙戊小圓分角。小於直角。

先論曰。試作乙丁線。次以甲乙線引長之。至己。其丁

乙丁甲兩線等。即丁乙甲丁甲乙兩角等。一卷 依顯

丁乙丙丁丙乙兩角亦等。而甲乙丙全角與乙甲丙

甲丙乙兩角并等。又己乙丙外角亦與相對之乙甲

丙甲丙乙兩內角并等。一卷 則己乙丙與甲乙丙等

為直角。

二論曰。甲乙丙角形之甲乙丙。既為直角。則乙甲丙。小於直角。一卷

三論曰。甲乙戊丙四邊形。在圓之內。其乙甲丙、乙戊

丙、相對兩角并。等兩直角。本篇而乙甲丙、小於直角。

則乙戊丙、大於直角。

四論曰。甲乙丙直角。為丙乙甲大圓分角之分。則大

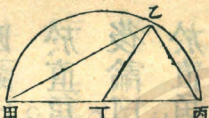
於直角。

後論曰。丙乙戊小圓分角。為己乙丙直角之分。則小

於直角。

幾何原本 卷三

四 海山仙館叢書



丙此題別有四解四論。先解曰。甲乙丙半圓。其

心丁。其上任作甲乙丙角。題言此為直角。

論曰。試作乙丁線。其丁乙、丁甲、兩線既等。即

甲丁乙甲、丁甲乙、兩角亦等。一卷而乙丁丙外

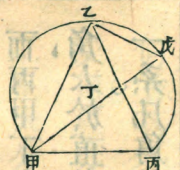
角。既與丁乙甲、丁甲乙、相對之兩內角并等。二卷即

倍大於丁乙甲角。依顯乙丁甲外角。亦倍大於丁乙

丙角。即乙丁甲、乙丁丙、兩角并。亦倍大於甲乙丙角。

夫乙丁甲、乙丁丙、并。等兩直角。一卷則甲乙丙為直

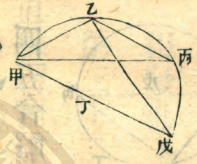
角。



二解曰。甲乙丙大圓分。其心丁。任作甲乙丙角。題言此小於直角。

論曰。試作甲丁戊徑線。次作乙戊線相聯。其甲乙戊。既為直角。一本題論。即甲乙丙為其分。而小於

直角。



三解曰。甲乙丙小圓分。其心丁。任作甲乙

丙角。題言此大於直角。

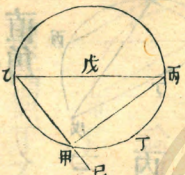
論曰。試作甲丁戊徑線。而引乙丙圓界至戊。次作乙戊線。其甲乙戊。既負半圓之直角。而為甲

幾何原本 卷三

望 海山仙館叢書

乙丙角之分。則甲乙丙大於直角。

四五合解曰。甲乙丙大圓分。丙丁甲小圓分。其心戊。



題言丙甲乙大圓分角。大於直角。丙甲

丁小圓分角。小於直角。

論曰。試作乙戊丙徑線。次作乙甲線。引

長之。至己。其乙甲丙直角。為丙甲乙大圓分角之分。

而丙甲丁小圓分角。又為己甲丙直角之分。則大分

角。大於直角。小分角。小於直角。

一系。凡角形之內。一角與兩角并等。其一角必直角。

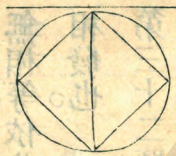
何者。其外角與內相對之兩角等。則與外角等之內
 交角。豈非直角。
 二系大分之角。大於直角。小分之角。小於直角。終無
 有角等於直角。又從小過大。從大過小。非大即小。終
 無相等。依此題四五論。甚明。與本篇十六題增注互
 相發也。

第三十二題

直線切圓。從切界。任作直線。割圓為兩分。分內各任為
 負圓角。其切線與割線。所作兩角。與兩負圓角。交互

相等。

解曰。甲乙線。切丙丁戊圓於丙。從丙任作丙戊直線。



割圓為兩分。兩分內任作丙丁戊。丙庚
 戊。兩負圓角。題言甲丙戊角。與丙庚戊
 角。乙丙戊角。與丙丁戊角。交互相等。

先論割圓線過心者。曰。如前圖。甲丙戊。

乙丙戊。兩皆直角。一卷而丙庚戊。丙丁

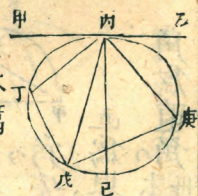
戊。兩負半圓角。亦皆直角。本篇一則交互

相等。

幾何原本 卷二

聖 海山仙館叢書

後論割圖線不過心者曰如後圖試作



丙已過心直線次作戊己線相聯其已
丙為甲乙之垂線一卷而丙戊己為直

角本篇即戊丙己戊己丙兩角并等於一直角亦等

於甲丙己角矣此兩率者各減同用之戊丙己角即

所存戊己丙與甲丙戊等也夫戊己丙與丙庚戊元

等本篇則甲丙戊與丙庚戊交互相等又丙丁戊庚

四邊形之丙丁戊丙庚戊兩對角并等兩直角本篇

而甲丙戊乙丙戊兩交角亦等兩直角一卷此二率

幾何原本 卷三 聖 海山仙館叢書

者各減一相等之甲丙戊丙庚戊則所存丙丁戊乙

丙戊亦交互相等

第三十三題

一線上求作圖分而負圖分角與所設直線角等

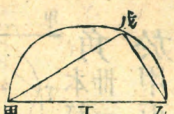
先法曰設甲乙線丙角求線上作圖分而負

圖分角與丙等其丙角或直或銳或鈍若直

角先以甲乙兩平分於丁次以丁為心甲乙

為界作半圖圖分內作甲戊乙角即負半圖

角為直角本篇如所求



次法曰。若設丙銳角。先於甲點上。作丁甲乙銳角。與

丙等。次作戊甲。為甲丁之垂線。於甲

乙之上。次作己乙甲角。與己甲乙角

等。而己乙線。與甲戊線。遇於己。即己

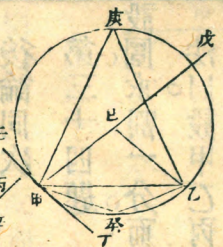
乙己甲兩線等。一卷末以己為心。甲

為界。作甲庚圓。必過乙。即甲庚乙圓分內。甲乙線上。

所作負圓角。必為銳角。而與丙等。

論曰。試作甲庚乙角。其甲己戊線。過己心。而丁甲又

為戊甲之垂線。即丁甲線。切甲庚乙圓於甲。本篇十



幾何原本 卷三

墨 海山仙館叢書

則丁甲乙。與甲庚乙。兩角交互相等。本篇如所求。

後法曰。若設辛鈍角。依前作壬甲乙鈍角。與辛等。次

作戊甲。為壬甲之垂線。餘做第二法。而於甲乙線上

作甲癸乙角。即與辛等。

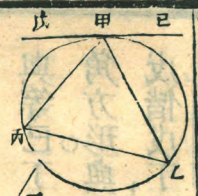
後論同次

第三十四題

設圖求割一分。而負圖分角。與所設直線角等。

法曰。設甲乙丙圓。求割一分。而負圖分角。與丁等。先

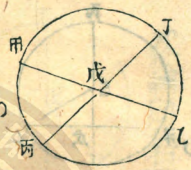
作戊己直線。切圓於甲。本篇次作己甲乙角。與丁等。



第三十五題

卽割圓之甲乙線上所作甲丙乙角。負甲丙乙圓分。而與丁等。何者。已甲乙角。與丁等。亦與甲丙乙交互相等。故本篇卅二

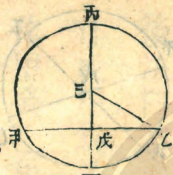
圓內兩直線交而相分。各兩分線。矩內直角形等。



解曰。甲丙乙丁圓內有甲乙丙丁兩線。交而相分於戊。題言甲戊偕戊乙。與丙戊偕戊丁。兩矩內直角形等。其兩線或俱過心。或一過心。一不過心。或俱不過心。若俱過心。

幾何原本 卷三 聖 海山仙館叢書

者其各分四線等。卽兩矩內直角形亦等。



先論曰。圓內線獨丙丁過已心者。又有二種。其一丙丁平分甲乙線於戊。卽丙戊線在甲乙上。爲兩直角。本篇試作已

乙線相聯。其丙丁線。既兩平分於已。又任兩分於戊。

卽丙戊偕戊丁。矩內直角形。及已戊上直角方形。并

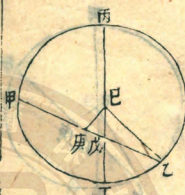
與等。已丁之已乙上直角方形等。二卷 夫已乙上直

角方形。與已戊戊乙上兩直角方形并等。一卷 卽丙

戊偕戊丁。矩內直角形。及已戊上直角方形。并與已

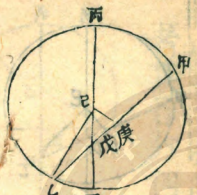
戊、戊乙、上兩直角方形并亦等矣。次每減同用之已
 戊上直角方形。則所存丙戊偕戊丁矩內直角形。不
 與戊乙上直角方形等乎。戊乙與甲戊既等。即甲戊
 偕戊乙矩內直角形與丙戊偕戊丁矩內直角形亦
 等。

次論曰。若丙丁任分甲乙線於戊。即以甲乙線兩平



分於庚。次於庚己已乙各作直線相聯。即已庚為甲乙之垂線而成兩直角。三其丙戊偕戊丁矩內直角形及已戊

幾何原本 卷三 吳海山仙館叢書



上直角方形并與等已丁之已乙上直
 角方形等。二卷而已戊上直角方形與
 已庚庚戊上兩直角方形并等。一卷已

乙上直角方形與已庚庚乙上兩直角方形并亦等。
 則丙戊偕戊丁矩內直角形及已庚庚戊上兩直
 角方形并與已庚庚乙上兩直角方形并等。次每減同用
 之已庚上直角方形。即所存丙戊偕戊丁矩內直
 角形及庚戊上直角方形。不與庚乙上直角方形等乎。
 夫甲戊偕戊乙矩內直角形及庚戊上直角方形并

亦與庚乙上直角方形等。二卷此二相等率者每減

同用之庚戊上直角方形則丙戊偕戊丁與甲戊偕

戊乙兩矩內直角形等矣。

後論曰。圓內兩線俱不過心者。又有二

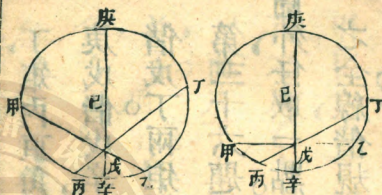
種。或一線平分。或兩俱任分。皆從己心。

與戊相聯作直線。引長之為庚辛線。依

上論甲戊偕戊乙。矩內直角形。不論甲

乙線平分。任分。皆與過心之庚戊偕戊

辛。矩內直角形等。又依上論。丙戊偕戊



幾何原本 卷三

是 海山仰館叢書

丁。矩內直角形。不論丙丁線。平分。任分。亦與過心之

庚戊偕戊辛。矩內直角形等。則甲戊偕戊乙。與丙戊

偕戊丁。兩矩內直角形等。

第三十六題

圓外任取一點。從點出兩直線。一切圓。一割圓。其割圓

之全線。偕規外線。矩內直角形。與切圓線上直角方

形等。

解曰。甲乙丙圓外。任取丁點。從丁作丁乙線。切圓於

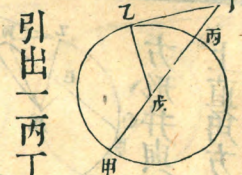
乙。本篇作丁甲線。截圓界於丙。題言甲丁偕丙丁。矩

十七

丙內直角形與丁乙上直角方形等。

先論丁甲過戊心者。曰。試作乙戊線。為丁

乙之垂線。本篇十八其甲丙線平分於戊。又



引出一丙丁線。即甲丁偕丙丁。矩內直角形。及等戊

丙之戊乙上直角方形。并與戊丁上直角方形等。二卷

六。而戊丁上直角方形。與戊乙丁乙上兩直角方形

并等。一卷四七即甲丁偕丙丁。矩內直角形。及戊乙上直

角方形。與戊乙丁乙上兩直角方形并等。此兩率者。每減同用之。戊乙上直角方形。則所存甲丁偕丙丁。

幾何原本 卷三 吳海山仙館叢書

矩內直角形。與丁乙上直角方形等。

後論丁甲不過戊心者。曰。試以甲丙線。

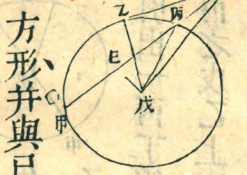
兩平分於己。次從戊心作戊己戊丙戊

丁戊乙四線。即戊乙為丁乙之垂線。本篇

十。戊己為甲丙之垂線。本篇三其甲丙線。

既兩平分於己。又引出一丙丁線。即甲

丁偕丁丙。矩內直角形。及己丙上直角



方形。并與己丁上直角方形等。二卷六次每加一戊己上直角方形。即甲丁偕丁丙。矩內直角形。及己丙戊



二系從圓外一點作兩直線切圓此兩
 丁線等如甲點作甲乙甲丙兩切圓線即
 甲丙與甲乙等何者試從甲作甲丁線

截圓界於戊其甲乙甲丙上兩直角方形各與甲丁
 偕甲戊矩內直角形等本題則此兩直角方形自相等



三系從圓外一點止可作兩直線切圓
 若言從甲既作甲乙甲丙兩線切圓又
 可作甲丁線亦切圓令從戊心作戊乙
 戊丁兩線即甲乙戊為直角而甲丁戊亦宜等為直

幾何原本 卷三

五 海山仙館叢書

角本篇十八試作甲戊直線則甲乙戊角形內有甲丁戊

角應大於甲乙戊角一卷安得為直角也又甲乙甲

丁若俱切圓即兩線宜等本題試作甲戊線截圓於

已則甲丁為近已線甚小當小於遠已之甲乙線本篇

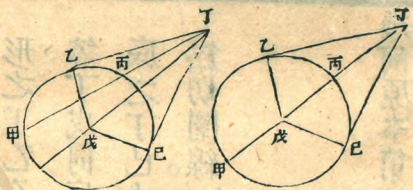
又安得相等也故一點上止可作切圓線兩也

第三十七題

圓外任於一點出兩直線一至規外一割圓至規內而

割圓全線偕割圓之規外線矩內直角形與至規外

之線上直角方形等則至規外之線必切圓



解曰。甲乙丙圓其心戊。從丁點作丁乙

至規外之線。遇圓界於乙。又作丁甲割

圓至規內之線。而截圓界於丙。其丁甲

偕丁丙。矩內直角形。與丁乙上直角方

形等。題言丁乙為切圓線。

論曰。試從丁作丁巳線。切圓於巳。本篇十七

次作戊乙戊巳。兩線相聯。若丁甲不過

戊心者。又作丁戊直線。其丁巳上直角方形。與丁甲

偕丁丙。矩內直角形等。本篇廿六而丁乙上直角方形。與

幾何原本卷三
至 海山仙館叢書

丁甲偕丁丙。矩內直角形。亦等。則丁乙。丁巳。上兩直

角方形。自相等。而丁乙。丁巳。兩線亦等。夫丁乙戊角

形之丁乙。乙戊。與丁巳戊角形之丁巳。巳戊。各兩腰

等。丁戊同底。即兩角形之三角各等。一卷八而對丁戊

底之丁巳。戊為直角。本篇十八即丁乙戊亦直角。故丁乙

為切圓線。本篇十六之系

08757

幾何原本第三卷終

番禺孟鴻光校

