或は又 $$\tan\delta h=\frac{\rho\sin P\cos\varphi'}{\sin\Delta}\sin h\Big/\left(1-\frac{\rho\sin P\cos\varphi'}{\sin\Delta}\cos h\right)\ \ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

次ぎに(2)より

$$\frac{\cot\Delta}{\sin h}-\frac{\cot\Delta'}{\sin h'}=\frac{\cot\Delta-\cot\Delta'}{\sin h}+\frac{2\sin\frac{\delta h}{2}\cos\left(h+\frac{\delta h}{2}\right)}{\sin h\sin h'}.\cot\Delta'$$

$$=\frac{\rho\sin P\sin\varphi'}{\sin\Delta\sin h};$$

然るに $$\sin\frac{\delta h}{2}=\frac{\sin\delta h}{2\cos\frac{\delta h}{2}}=\frac{\rho\sin P\cos\varphi'}{\sin\Delta}.\ \frac{\sin h'}{2\cos\frac{\delta h}{2}}$$

$$\therefore\ \frac{\sin\delta\Delta}{\sin h\sin\Delta\sin\Delta'}=\frac{\rho\sin P\sin\varphi'}{\sin\Delta\sin h}-\frac{\rho\sin P\cos\varphi'\cot\Delta'}{\sin h\sin\Delta}\ \frac{\cos\left(h+\frac{\delta h}{2}\right)}{\cos\frac{\delta h}{2}}$$

$$\therefore\ \sin\delta\Delta=\rho\sin P\left\{\sin\varphi'\sin\Delta'-\cos\varphi'\cos\Delta'.\ \frac{\cos\left(h+\frac{\delta h}{2}\right)}{\cos\frac{\delta h}{2}}\right\}\ \ldots\ldots\ldots(a)$$

$$=\rho\sin P\sin\varphi'(\sin\Delta\cos\delta\Delta+\cos\Delta\sin\delta\Delta)$$

$$-\rho\sin P\cos\varphi'\frac{\cos\left(h+\frac{\delta h}{2}\right)}{\cos\frac{\delta h}{2}}(\cos\Delta\cos\delta\Delta-\sin\Delta\sin\delta\Delta)$$

$$\therefore\ \tan\delta\Delta=\rho\sin P\left\{\sin\varphi'\sin\Delta-\cos\varphi'\cos\Delta\frac{\cos\left(h+\frac{\delta h}{2}\right)}{\cos\frac{\delta h}{2}}\right\}\Big/$$
$$\left[1-\rho\sin P\left\{\sin\varphi'\cos\Delta+\cos\varphi'\sin\Delta\frac{\cos\left(h+\frac{\delta h}{2}\right)}{\cos\frac{\delta h}{2}}\right\}\right]$$

$$=\rho\sin P\sin\varphi'\sin\Delta\left\{1-\frac{\cot\Delta}{\tan\varphi'}\ \frac{\cos\left(h+\frac{\delta h}{2}\right)}{\cos\frac{\delta h}{2}}\right\}\Big/$$
$$\left[1-\rho\sin P\sin\varphi'\cos\Delta\left\{1+\frac{\tan\Delta}{\tan\varphi'}\ \frac{\cos\left(h+\frac{\delta h}{2}\right)}{\cos\frac{\delta h}{2}}\right\}\right]\ \ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

$$=\rho\sin P\sin\varphi'\sin\Delta\left\{1-\frac{\cot\Delta}{\tan\varphi'}\frac{\cos\frac{h'+h}{2}}{\cos\frac{h'-h}{2}}\right\}\Big/\left[1-\rho\sin P\sin\varphi'\cos\Delta\left\{1+\frac{\tan\Delta}{\tan\varphi'}\frac{\cos\frac{h'+h}{2}}{\cos\frac{h'-h}{2}}\right\}\right]$$

今更に

$$\tan\Psi=\cot\varphi'\frac{\cos\left(h+\frac{\delta h}{2}\right)}{\cos\frac{\delta h}{2}},\quad Q=\frac{\rho P\sin\varphi'}{\cos\Psi}$$

と置けば

$$\delta\Delta=\frac{Q\sin\Delta\cos\Psi(1-\cot\Delta\tan\Psi)}{1-Q\sin1''\cos\Delta\cos\Psi(1+\tan\Delta\tan\Psi)}$$

$$=\frac{Q\sin(\Delta-\Psi)}{1-Q\sin1''\cos(\Delta-\Psi)}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\beta)$$

(4)より

$$=\frac{\rho P\cos\varphi'}{\sin\Delta}\sin h\Big/\left\{1-\frac{\rho\sin P\cos\varphi'}{\sin\Delta}\sin h\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(\gamma)$$

依て更に

$$\frac{\rho\sin P\cos\varphi'}{\sin\Delta}=\mu$$

と置けば

$$\delta h=\mu\sin h+\frac{1}{2}\mu^2\sin2h+\cdots\cdots\cdots$$

是等の公式によりて視時角及視北極距離を得、從て視赤經視赤緯とを計算し得可し。次ぎに月の視半徑は地心より見たる時と地球表面上より見たる場合と異なるを以て第七章に述べたる所により ′ を計算せよ。以上の方法によりて半時間毎に太陽及月の視位置を計算し、然る後挿入法によりて毎五分毎の位置を求めなば太陽に對する月の比較的位置を順次に書くことを得ん。若し其際太陽及月の中心間の距離が是等の視半徑の和或は差に等しき點を見出せば月と太陽とは其緣邊相切觸す可し。其內中心間の距離が兩視半徑の和に等しき時は日蝕の始め及終にして差に等しき場合は皆既食の始めの時刻と終の時刻とを與ふ。但し其地より見たる月の視半徑S′が太陽の視半徑Sよりも大なる場合に限る。若し反對に $S'<S$ なる場合には金環食の始終を示すものなり。

今Tが視位置を計算せる時の內太陽と月とが最初及最後に切觸せる時に最も接近せる時刻とし $T+t$ が切觸する時刻なりとし、又太陽及月の視赤經の差を a、

視赤緯の差をdにて表はし、cを視半經の和とすれば

$$c^2 \doteqdot d^2 + \sin\Delta \sin D . a^2$$

にしてΔ及DはT$+t$に於ける太陽及月の北極距離なり。偖aとdとはtの函數にして

$$a = m + m't + m''t^2$$

$$d = n + n't + n''t^2$$

と書くを得可し。從てc^2は次ぎの如く書くを得可きものなり。

$$c^2 = e + ft + gt^2 + ht^3$$

依て、

$$k = \frac{c^2 - e - ht^3}{g}$$

と置けば

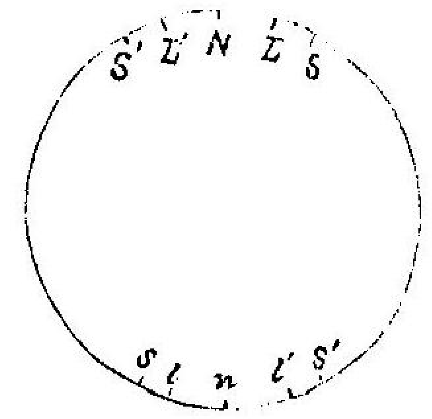
$$t = -\frac{f}{2g} \pm \sqrt{\left(\frac{f}{2g}\right)^2 + k}$$

故に第一次の計算にはt^3を度外視してtの概略値を求め、然る後相當なる修正を施せば精密なるtを求め得可し。吾等は上の計算にてcを視半徑の和と考へしが、若之を差とすれば同様なる計算法にて皆既食又は金環食の始終を求め得可し。

食の數

食の數。圖に於て圓を黄道とし、Nnを月の交點とし、NL, NL', nl, nl'を何れも月食の黄道界限に等しく取り、NS, NS', ns, ns'を日食の黄道界限に等しく取れば SS' 又は ss' の最小値は三十度四十二分にして此は二新月間に太陽が交點に比較して動く距離三十度三十六分よりも大なり。從て太陽が SS' を運動する間に少くとも一個の新月あり、或場合には二個ある可し。故に太陽が交點の近傍にあれば一個又は二個の日食あるべし。

第四十一圖



LL', ll' の最大値は二十四分十分にして相續く二滿月の間に太陽が交點に對して動く角度よりも著しく小なり。從て太陽が LL' を動く間に一個より以上の滿月なし。故に太陽が交點の近傍にある際には一個以上の月食なく時としては全く月食を缺くことあり。

最も多く食の現るゝ場合

食の出現に最も好都合なる場合は太陽が日食の黄道界限に入れる時即ちS點に近づきたる後間もなく新月となれる際なり。其際には勿論一個の日食を現はすべし。其後殆ど十四日四分の三を經過せば滿月にして太陽はN點の近傍

にあるべし。されば一個の月食を現はすべし。次いで新月となれば太陽は未だS′點に達せざる可し。從て再び日食を生ずべし。

偖最初の日食より六太陰月を經過すれば太陽は殆ど百八十度を動きてss'なる界限に入りSに近き所にある可し。從て第三の日食を現出す。是より半太陰月を經れば月は滿ち太陽はn點の近傍に來るを以て第二の月食あり。次いで新月となれば太陽はs'點に近き尙界限以内にあるを以て第四の日食あり。又最初の日食より十二太陰月を經過せば太陽は三百六十八度を行き最初の位置を去る八度の所にあるを以て矢張り界限ss'以内にあり乃ち第五の日食を生ず。其後半太陰月にして滿月となり太陽はLL′以内に來るを以て第三の月食を呈す。

以上五日食三月食の現るゝ間に要する時は十二太陰月半なるを以て殆ど三百六十九日即ち一年と四日なり。されば一年に八個の食を見ること能はずとするも尙七食を見るを得可し。

最も不都合なる場合

次ぎに最も不都合なる場合を考ふれば太陽がLに於て界限に入る前に月が滿月となれる場合なり。其後新月となれば太陽はN點に近く來りて日食の現象を呈す。次ぎの滿月には太陽は既にL′を去れるを以て月食なし。其後六太陰月を經るも太陽はlに到着せざるべし。其次ぎの新月には太陽が界限以内に來るを以て第二の日食あり。之に次ぐ滿月には太陽は既にl'を經過せる後なるを以て食なし。十二太陰月の後の滿月にも太陽が未だLに達せざるを以て食を見ず。其次ぎの新月に漸く第三の日食あり。而して第一の日食と第三との間に經過せる日數は三百五十四日にして若し最初の日食が一月十一日以後にあれば第三のは翌年ならでは見ることを得ず。從て一年に食の數の最も少きは二にして何れも日食たり。

サロス週期。交點の會合週期は大略346.62日なるを以て

19×(交點の會合週期)=6585.78日

223×(太陰月)　　　=6585.32日

然るに

從て大凡十八年と十一日の後には太陽に比較して月の交點が十九回丈週轉するを以て月は殆ど精密に二百二十三週轉をなす。之を以て太陽と月との比較

的位置は殆ど其始めと相等しかる可く、食は六千五百八十五日半を週期として順次繰返さる可し。其週期はカルデアの天文學者サロスによりて發見せられたるを以てサロス週期と稱せらる。

サロス週期

月の長軸の會合週期は411.74日なるを以て其十六倍は6587.87日にしてサロス週期より長きこと殆ど二日なり。されば日食の種類も各サロス週期に殆ど同一なり、即ち皆既又は金環等の順序は殆ど一定せり。一サロス週期の間に起る食の數は殆ど七十にして紀元前千二百七年より紀元二千百六十二年に至る間の食を平均すれば二十日食と十三月食の比をなす。

經過

經過。既に惑星を論ぜる所に金星及水星が太陽の面を經過することあるを述べしが、此は實に食の一種なりとす。若し是等の天體が地球より見て月程大なるものならんか、恰かも日食の如き現象を呈すべし。

掩蔽

掩蔽。掩蔽とは地球面上にある人々に恒星が月の爲め掩はれ見えざる現象にして、換言すれば恒星の月食なり。今月の中心と星とを結べる線を軸とし、星を頂點とせる圓錐形を畫けるものと想像し、此形と地球表面との交れる曲線を求むれば、星の距離は殆ど無限なるを以て、此曲線上にある凡ての觀測者は同時に掩蔽を見る可し。

若しπを以て月の地平赤道視差を、α δを以て月の中心の赤經赤緯を、a dを以て星の赤經赤緯を表はし、μを以て觀測の際の恒星時を表はし、地球の中心を基點とせる軸系を取りてz軸を星と月の中心とを結べる線に平行ならしめxを$90+a$なる赤經を有する方向、yを$90+d$なる赤緯の方向とし、ξ η ζを觀測者の座標、x y zを月心の座標とし、ξ η及x yを考ふれば直ちに次式を得。

$$(1)\quad \begin{cases} \xi = \rho\cos\varphi' \sin(\mu-a) \\ \eta = \rho\{\sin\varphi' \cos d - \cos\varphi' \sin d \cos(\mu-a)\} \end{cases}$$

$$(2)\quad \begin{cases} x = \dfrac{1}{\sin\pi}\{\cos\delta \sin(\alpha-a)\} \\ y = \dfrac{1}{\sin\pi}\{\sin\delta \cos d - \cos\delta \sin d \cos(\alpha-a)\} \end{cases}$$

xyの面は月を圍繞する圓錐の軸と直角をなすを以て月の半徑をkにて表はせば

$$(3)\quad k^2 = (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2$$

$a-\alpha$ は小なる角、δ は殆ど d に等しきを以て(2)の第二を次ぎの如く書くを便利とす。

$$y=\frac{1}{\sin\pi}\left\{\sin(\delta-d)\cos^2\tfrac{1}{2}(a-\alpha)+\sin(\delta+d)\sin^2\tfrac{1}{2}(a-\alpha)\right\}$$

k は地球の半徑を單位と考ふれば 0.2729 にして既知のものなり。故に各時間に對する x y ξ η を計算し $(x-\xi)^2+(y-\eta)^2$ を求め之が k^2 に等しき時を見出せば即ち掩蔽の始終の時を得可し。

第十七章　萬有引力

太陽系。以上吾等は太陽系に屬する天體の中其重なるものにつき述べ終りたれば、茲に太陽系全體につきて述ぶる所あらんとす。

昔時未だ天文學の幼稚なりし時には地球を宇宙の中心と考へしを以て、惑星の運動は甚だ複雜なるものとなり、之を說明するも勢ひ六ヶしき否今日より見れば不自然と思はるゝ想像を加へしが、近世科學の進步と共に太陽が中心をなし惑星及小惑星等は其周圍を橢圓上に進行するものにして、衞星は惑星の周圍を週轉しつゝ惑星に伴はれて太陽を週るものなるを知るに至れり。是れ實にコ

パルニカスの一大創見にして天文學否人類社會の一大革命を現せるものなり。

今太陽より各惑星に至る距離を考ふるに一見何等の法則あるが如く思はれざるも、ボード氏は是等を比較して一種の法則を發見せり。其法則は甚だ簡にして第 n 番目の惑星の距離は $\dfrac{4+3\times2^{(n-2)}}{10}$ にて表はすを得ると云ふにあり。但し地球の距離を單位とす。此法則の發見せられし頃は未だ小惑星も天王星海王星も發見せられざりしが此法則より與へらるゝ距離と觀測より得るものとを比較すれば次ぎの如し。

	水星	金星	地球	火星	小惑星(平均)	木星	土星	天王星	海王星
計算	0.4	0.7	1.0	1.6	2.8	5.2	10.0	19.6	38.8
觀測	0.387	0.723	1.000	1.523	2.650	5.202	9.539	19.183	30.054
差	−0.013	+0.023	0.000	−0.077	−0.150	+0.002	−0.461	−0.417	−8.746

即ち海王星を除けば何れも可なり一致するを見る可し。而かもボードの法則は全然觀測より導けるものにして是れが學理的說明は未だ知られざるなり。太陽が是等の天體を統轄する所以を考ふるに蓋し其故なくんばあらず。而か

萬有引力

もニュートンが萬有引力說を發見するに至るまでは要するに只實驗的に之が運動を(吾等が是までなせし如く)論ぜしのみ。ニュートンの引力說一度現はれて以來天地間物質の運動は何れも統一せる一法則の下に說明せらるゝに至れり。

萬有引力。 ニュートンの運動の第一定律によれば或一物體が v なる速度を以て或方向へ運動する時に全然他の影響なければ、其物體は常に v なる速度を以て永遠に同方向へ運動す。即ち其物體が t 時間に運動せる距離を s とすれば

$$s=vt$$

なる關係あり。然るに若し物質が第一定律に從はざる時は、必ず他の影響を受けたるものにして、速度が變化を來すものなり。此の如く物體に作用して速度を變化せしむる原因を力と稱す。又速度の單位時間に變化する割合を加速度と稱するを以て吾等は次ぎの定律を得可し。即ち力が物體に作用すれば加速度を生ず。然るに同一の力を加ふるも之を受くる物體の質量が異なれば加速度が變化す。從て力は物體の質量と加速度との連乘積に比例するものなり。

球狀體が外點に及ぼす引力

故に F を以て力を表はせば

$$F=\frac{dv}{dt}=\frac{d^2s}{dt^2}$$

實驗に徵するに地球上にある物質は必ず引き合ふ。今 m m' なる質量を有する二個の物體ありとし、其距離を ρ なりとすれば其間に作用する引力は $\frac{mm'}{\rho^2}$ にて表さる。即ち m の物體を組成する分子が何れも $\frac{m'}{r^2}$ なる力を受くると同時に m' の各分子が $\frac{m}{\rho^2}$ なる力を受く。

觀測の示す所によれば天體は何れも殆ど球形をなすを以て先づ一樣なる密度を有する球狀が他の點に對して有する引力を硏究せん。

球の中心と引かるゝ點とを結びて一直線を引けば球の質量は此線に對して對稱的なる故球の此點に及す引力は此線に沿ふて作用す。dm を球の質量の分子とし、ρ を dm と引かるゝ點との距離とすれば $\frac{dm}{\rho^2}$ は dm の引かるゝ點に及ぼす引力なり。若し球の中心を基點とし、直角軸を引きて dm 點の座標を求むれば

$$x=r\cos\varphi\cos\theta,\quad y=r\cos\varphi\sin\theta,\quad z=r\sin\varphi$$

然るに

$$dm=dx\,dy\,dz$$

從て

$$dm=r^2\cos\varphi\,dr\,d\varphi\,d\theta$$

故に

$$df=\frac{r^2\cos\varphi\,dr\,d\varphi\,d\theta}{\rho^2}$$

若し z 軸を球心と被引點とを結べる線とすれば其點の座標は

$$x'=0,\quad y'=0,\quad z'=a$$

にして a とは中心と此點との距離なり。然るに

$$\rho^2=(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2$$

$$\therefore\quad \rho^2=a^2-2ar\sin\varphi+r^2$$

今 z 軸の方向に於ける df の分力を $df\cos\gamma$ とすれば

$$a=z+\rho\cos\gamma,\qquad \therefore\quad \cos\gamma=\frac{a-r\sin\varphi}{\rho}$$

然るに

$$\frac{d\rho}{da}=\frac{a-r\sin\varphi}{\rho},\qquad \therefore\quad \frac{d\rho}{da}=\cos\gamma$$

故にAにて球の引力を表はせば

$$dA=\frac{r^2\cos\varphi\,dr\,d\varphi\,d\theta}{\rho^2}\cdot\frac{d\rho}{da}$$

或は

$$dA=-r^2\cos\varphi\,dr\,d\varphi\,d\theta\frac{d}{da}\left(\frac{1}{\rho}\right)$$

然るに r φ θ が a と無關係なるを以て次ぎの如く書くを得。

$$dA=\frac{d\dfrac{r^2\cos\varphi\,dr\,d\varphi\,d\theta}{\rho}}{da}$$

今更に

$$dV=\frac{r^2\cos\varphi\,dr\,d\varphi\,d\theta}{\rho}$$

と置けば

$$dA=-\frac{dV}{da}$$

dV を θ に就きて $\theta=0$ より $\theta=2\pi$ まで積分し ρ を常數と考ふれば

$$V=2\pi\iint\frac{r^2\cos\varphi\,dr\,d\varphi}{\rho}$$

更に $\varphi=\frac{1}{2}\pi$ より $\varphi=-\frac{1}{2}\pi$ まで積分せざる可からず。然るに ρ^2 より

$$r\cos\varphi\,d\varphi=-\frac{\rho}{a}d\rho$$

$$\therefore\quad V=-\frac{2\pi}{a}\iint r\,dr\,d\rho$$

從て φ の極限に對し $\rho=a-r$ より $\rho=a+r$ まで積分す可し。即ち

$$V=-\frac{4\pi}{a}\int r^2 dr$$

最後に $r=0$ より $r=r'$ まで積分して

$$V=-\frac{4}{3}\frac{\pi r'^3}{a}$$

を得。r' は球の半徑なるを以て m を其質量と考ふれば $V=-\frac{m}{a}$ なり。

故に

$$A=-\frac{dV}{da}=\frac{m}{a^2}$$

由是觀之、等質の球形體が外部の點に作用する引力は全體の質量が恰かも中心に密聚せるが如く、然り。若し r を $r=r'$ より $r=r''$ まで積分すれば

$$A=\frac{4}{3}\frac{\pi(r''^3-r'^3)}{a^2}$$

故に半徑 r'' と r' との間にある球狀殼の質量を m_0 とすれば $A=\frac{m_0}{a^2}$。從て殼の質量全體が其中心に密聚せると同一の作用を呈す。

之を天體につきて考ふるに是等は等質の球狀體と見ること能はずとするも尙等質の同心球殼よりなれるものと想像するも可なり。されば天體の運動は著しく簡略せられ、只質點の運動を論ずれば即ち足れり。然りと雖も太陽系の運

動は決して簡易なるものにならず。之を全體より見れば數多の天體の一系統なるを以て是等は其重心の周圍に複雜なる運動をなすものとす。而かも現今吾人の智識を以てすれば三個の物點が互に作用を及ぼす場合には之が運動を完全に解すること能はず、況んや尙一層多くの天體が一系をなせる場合に於てをや。從て現今吾等の求め得る解釋は單に其近似のものたるや明なり。

二天體の運動。今太陽及惑星の一が何れも其重心に凝集して質點をなせりと想像し且つ其他の惑星が甚だ遠くして其影響零なりと考ふれば所謂二天體の運動となる可し。此場合にありては數學上完全なる解義を求め得可し。

太陽の質量Mと惑星の質量 m とが圖に於てSとPとに凝集せりと考へ、ox oy oz なる軸系に照せる是等の坐標を α β γ 及 x y z とす。偖二天體の引力は上に述べたる所により $\frac{fMm}{r^2}$ なり。但し式中 f は常數にして r は兩體間の距離なりとす。從て太陽の受くる引力を三軸の方向に分解すれば

$$\frac{fMm}{r^2}\cdot\frac{x-\alpha}{r},\quad \frac{fMm}{r^2}\cdot\frac{y-\beta}{r},\quad \frac{fMm}{r^2}\cdot\frac{z-\gamma}{r}$$

にして惑星の受くるものはニユートンの第三定律により是と等しく只其符號

二天體の重心の運動

を變化せるものに等し。故に太陽及惑星の運動を示す式は次ぎの如し

$$(S)\begin{cases} M\dfrac{d^2\alpha}{dt^2}=\dfrac{fMm}{r^2}\cdot\dfrac{x-\alpha}{r}, \\ M\dfrac{d^2\beta}{dt^2}=\dfrac{fMm}{r^2}\cdot\dfrac{y-\beta}{r}, \\ M\dfrac{d^2\gamma}{dt^2}=\dfrac{fMm}{r^2}\cdot\dfrac{z-\gamma}{r}, \end{cases} \qquad (P)\begin{cases} m\dfrac{d^2x}{dt^2}=\dfrac{fMm}{r^2}\,\dfrac{\alpha-x}{r} \\ m\dfrac{d^2y}{dt^2}=\dfrac{fMm}{r^2}\,\dfrac{\beta-y}{r} \\ m\dfrac{d^2z}{dt^2}=\dfrac{fMm}{r^2}\,\dfrac{\gamma-z}{r} \end{cases}$$

但し

$$r^2=(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2+(z-\gamma)^2$$

若し(S)の第一と(P)第一の式とを加へ同樣に第二第三を加ふれば

$$(1)\quad M\frac{d^2\alpha}{dt^2}+m\frac{d^2x}{dt^2}=0,\ \cdots\cdots\cdots\cdots$$

然るに太陽及惑星の重心の坐標を$\xi\ \eta\ \zeta$にて表せば　$\xi=\dfrac{M\alpha+mx}{M+m},\cdots\cdots\cdots$　なるを以て(1)は次ぎの如く書き得るものなり。

$$(2)\quad \frac{d^2\xi}{dt^2}=0,\quad \frac{d^2\eta}{dt^2}=0,\quad \frac{d^2\zeta}{dt^2}=0$$

依て重心は等速にて直線運動をなすものなるを知るべし。

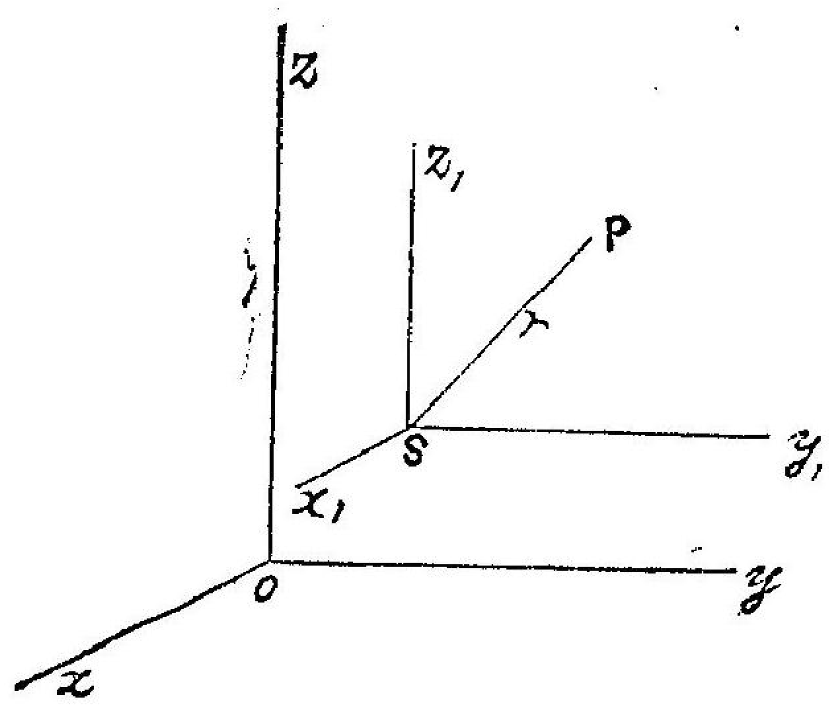
次ぎに惑星の太陽に對する關係運動を考ふる爲め前の三軸に平行にしてSを點基とせるSx₁ Sy₁ Sz₁軸系を考ふればPの座標は次の如し。

$$x_1=x-\alpha,\quad y_1=y-\beta,\quad z_1=z-\gamma$$

故に(S)(P)の相當式を互に引きて次式を得可し。

$$(3)\begin{cases} \dfrac{d^2x_1}{dt^2}=-\dfrac{f(M+m)}{r^2}\,\dfrac{x_1}{r}, \\ \dfrac{d^2y_1}{dt^2}=-\dfrac{f(M+m)}{r^2}\,\dfrac{y_1}{r}, \\ \dfrac{d^2z_1}{dt^2}=-\dfrac{f(M+m)}{r^2}\,\dfrac{z_1}{r}. \end{cases}$$

第四十二圖



是等の式を考ふるに$x_1\ y_1\ z$なる點がSに對して運動するを示す。且つ其場合にSが固定し其質量がMにあらずして$M+m$となり、其引力がPを引きて運動せしむるものと考ふるを得。即ち引力は$\dfrac{fMm}{r^2}$にあらずして$\dfrac{f(M+m)m}{r^2}$なり。

(3)を積分すれば六個の任意常數を導く必要あり。是等の常數が知るれば吾等は完全にSに對するPの關係運動を決定し得可し。

軌道面の方程式

(3)の第一に y_1 を第二に x_1 を乘じて互に引き合ひ得たる結果を積分すれば

$$\frac{x_1dy_1-y_1dx_1}{dt}=c_1$$

同様に $\frac{y_1dz_1-z_1dy_1}{dt}=c_2,\quad \frac{z_1dx_1-x_1dz_1}{dt}=c_3$ を得。c_1 c_2 c_3 は常數なり。

今第一に z_1 第二に x_1 第三に y_1 をかけ得たる結果を加ふれば

$$c_1z_1+c_2x_1+c_3y_1=0$$

を得可し。此式はSを通過する平面を表はすものにして惑星の太陽に對する運動は平面曲線を畫き且つ其の平面は太陽の中心を過ぐるを示すものなり。

次ぎに(3)の第一第二第三に夫れ々々に $2dx_1$, $2dy_1$, $2dz_1$ を乘じて之を加へ得たる結果を積分すれば次式を得可し。

$$\frac{(dx_1)^2+(dy_1)^2+(dz_1)^2}{(dt)^2}+2f(\mathrm{M}+m)\int\frac{x_1dx_1+y_1dy_1+z_1dz_1}{r^3}=0$$

然るに $r^2=x_1^2+y_1^2+z_1^2$ なるを以て

$$rdr=x_1dx_1+y_1dy_1+z_1dz_1$$

故に

$$\frac{(dx_1)^2+(dy_1)^2+(dz_1)^2}{(dt)^2}-\frac{2f(\mathrm{M}+m)}{r}+h=0\text{............}(4)$$

h は任意の常數を示す。

ケプレルの第二定律

若し吾等が上に求めたる c_1 c_2 c_3 を自乘し加へたるものを $4k^2$ と置けば

$$\frac{(x_1^2+y_1^2+z_1^2)\{(dx_1)^2+(dy_1)^2+(dz_1)^2\}-(x_1dx_1+y_1dy_1+z_1dz_1)^2}{(dt)^2}=4k^2$$

或は

$$r^2\frac{(dx_1)^2+(dy_1)^2+(dz_1)^2}{(dt)^2}-\frac{r^2(dr)^2}{(dt)^2}=4k^2\text{............}(5)$$

今 dv にて動徑が r より $r+dr$ まで變化する間に畫ける角とすれば

$$(dx_1)^2+(dy_1)^2+(dz_1)^2=dr^2+r^2dv^2$$

故に此關係を(4)に入るれば次の如く簡單なるものとなる。

$$r^2dv=2kdt\text{............}(6)$$

(6)の左邊にある量は dt の間に動徑の畫ける面積の二倍にして k は所謂面積速度と稱するものなり、從て(6)はケプレルの第二定律を示すものなり。

(4)及(5)より消去法によりて次式を得

$$dt=\frac{rdr}{\sqrt{2rf(\mathrm{M}+m)-hr^2-4k^2}}\text{............}(7)$$

更に(6)よりdtを計算し之を(7)に入れて

$$dv=\frac{2k\,dr}{r\sqrt{2rf(\mathrm{M}+m)-hr^2-4k^2}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

を得、今rの極大極小を求むる爲め$\frac{dr}{dv}$を零と置けば次式あり

$$\frac{dr}{dv}=\frac{r\sqrt{2rf(\mathrm{M}+m)-hr^2-4k^2}}{2k}=0$$

$$\therefore\quad 2rf(\mathrm{M}+m)-hr^2-4k^2=0$$

從てrの極大極小を求むれば夫れ々々に

$$\frac{f(\mathrm{M}+m)}{h}+\sqrt{-\frac{4k^2}{h}+\frac{f^2(\mathrm{M}+m)^2}{h^2}},\qquad \frac{f(\mathrm{M}+m)}{h}-\sqrt{-\frac{4k^2}{h}+\frac{f^2(\mathrm{M}+m)^2}{h^2}}$$

を得可し。依て前者を$a(1+e)$後者を$a(1-e)$と置き更に$p=a(1-e^2)$とすれば

$$h=\frac{f(\mathrm{M}+m)}{a},\quad 4k^2=af(\mathrm{M}+m)(1-e^2)=fp(\mathrm{M}+m)$$

從て(8)は次ぎの如く變化せらる

$$dv=\frac{\sqrt{p}\,dr}{r\sqrt{2r-\frac{1}{a}r^2-p}}=-\frac{\frac{p}{e}d\left(\frac{1}{r}\right)}{\sqrt{1-\left(\frac{p}{e}\cdot\frac{1}{r}-\frac{1}{e}\right)^2}}$$

依て之を積分し、ϖを任意の常數とすれば

$$v=\varpi+\cos^{-1}\frac{1}{e}\left(\frac{p}{r}-1\right)$$

$$\therefore\quad r=\frac{p}{1+e\cos(v-\varpi)}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

ケプレルの第一定律

(9)は基點を焦點とせる楕圓一般に二次曲線を表はすを以て、吾等は次ぎの結論を得可し。即ち太陽の周圍にある惑星の運動は太陽を焦點の一に有する楕圓の軌道に於てす。是れ實にケプレルの第一定律なり。

(7)に既に見出せるh及$4k^2$の値を入れ更ふれば

$$dt=\sqrt{\frac{a}{f(\mathrm{M}+m)}}\cdot\frac{r\,dr}{\sqrt{a^2e^2-(a-r)^2}}$$

を得、更に變化して

$$dt=-\frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{f(\mathrm{M}+m)}}\cdot\frac{\left(1-\frac{a-r}{a}\right)d\left(\frac{a-r}{ae}\right)}{\sqrt{1-\left(\frac{a-r}{ae}\right)^2}}$$

ケプレルの第三定律

或は

$$dt=\frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{f(\mathrm{M}+m)}}\left\{\frac{-d\left(\frac{a-r}{ae}\right)}{\sqrt{1-\left(\frac{a-r}{ae}\right)^2}}+e\frac{\frac{a-r}{ae}d\left(\frac{a-r}{ae}\right)}{\sqrt{1-\left(\frac{a-r}{ae}\right)^2}}\right\}$$

故に之を $r=a(1-e)$ より $r=a(1+e)$ まで積分し、惑星が近日點を出發し再び同一點に歸へるに要する時間即ち惑星の週期をTにて表せば

$$\mathrm{T}=2\pi\cdot\frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{f(\mathrm{M}+m)}}\qquad\therefore\quad \mathrm{T}^2=4\pi^2\frac{a^3}{f(\mathrm{M}+m)}$$

若し長徑がa'質量がm'なる他の惑星につきて同一の研究をなし、其週期をT′とすれば

$$\mathrm{T}'=2\pi\cdot\frac{a'^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{f(\mathrm{M}+m')}}\qquad\therefore\quad \mathrm{T}'^2=4\pi^2\frac{a'^3}{f(\mathrm{M}+m')}$$

故に

$$\frac{(\mathrm{M}+m)\mathrm{T}^2}{(\mathrm{M}+m')\mathrm{T}'^2}=\frac{a^3}{a'^3}\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

然るにm及m'はMに比すれば甚だ小なるを以てMを單位とすればm及m'は殆ど省みざるも可なり。故に(10)はケプレルの第三定律に當るものなり。只一層

彗星

彗星の運動

精密なる研究をなす時にはケプレルの第三定律は(10)の如く修正せざる可からざるものなり。

彗星。以上論ずる所にては積分せし際導ける任意の常數に何等の制限を附せざりし故eが如何なる値を有するとも(9)の方程式が成立するものとす。從て太陽を週轉する天體は一般に二次の曲線を畫き其焦點に太陽を有するものなり。$e=1$又は$e>1$の場合には軌道は拋物線又は双曲線にして實に彗星に於て之が例を見出すべし。されば昔時人々を恐怖せしめたる彗星も今日にては太陽の引力に引がれて運動する一天體に過ぎざるを知るに至れり。

彗星の大なるものは甚だ稀有の現象なるも小なるものに至りては年々數個を見る。而かも其多數は拋物線又は双曲線の軌道を畫くものなり。されど離心率の大なる橢圓を軌道とせるものも亦稀ならずとす。其種類に屬するものは太陽の周りに細長き軌道を畫きて週轉するものなり。彗星の軌道は此の如く離心率の大なるによりて容易に惑星の軌道と區別するを得可し。又惑星にありては軌道の傾斜が何れも小なるに反し、彗星にありては甚だ大なる傾斜をな

すものあり。例へばフインレー彗星は〇、七二三の離心率を有し、三度の傾斜をなす。又タットル彗星は〇、八二二の離心率と五十四度半の傾斜をなすが如し。

二個以上の天體

二個以上の天體が相互に引力を及ぼして運動する問題は之を數學上完全に解すること能はず。例へば月の運動の如きは地球の引力のみならず、其他太陽及他の惑星によりて作用せらる。從て獨り地球のみによりて引かるゝ場合の如く簡單に橢圓を畫かずして複雜なる軌道を示すものとす。而かも太陽系の場合には重なる天體の外は何れも比較的小なる引力を及ぼすものなる故、其軌道は橢圓の多少變化せる形ちをなす。故に多數の天體が相互に引力を及ぼして運動する時には先づ重なる引力を與ふる天體と吾等が其運動を究めんと欲する天體とを取り之を二天體の運動として之を解き、他天體の作用をば之が修正値と考ふるなり。吾等が月の運動を論ぜし際導ける攝動は實に此一例にして其橢圓の軌道は地球と月との二體運動を解きて求めたるもの、攝動は他天體の引力より起る修正値たるなり。此の如く、橢圓の軌道を亂す力を攪亂力と稱し月の場合にては重に太陽の引力より起るものなり。

萬有引力の特性

萬有引力の特性。此の如くニユートンによりて唱道せられたる萬有引力を用ふれば天體の運動を遺憾なく說明するを得可し。茲に於て再び萬有引力の特性を考ふるに此は其物體を作る物質の物理學的狀態及化學的狀態に關係なきものとす。何となれば太陽の如きは白熱の狀態にあり、且つ流體を呈するも、其引力は比輕的寒冷にして其質がより密なる惑星の引力と異なるを見ず。只其大小は一に是等天體の質量の多寡によるものたり。

吾等が現今の智識にては萬有引力の傳達は即時のものにして一所より他所に及ぶに光線又は熱等の如く時間を要せざるものゝ如し。よし速度を有するものとするも光線の速度の數千萬倍たる可しとはラプラースの論結せる所なり。既に本章の始めに論じたるが如く、ニユートンの萬有引力は其實地球の表面に於て吾等の日々目擊する引力即ち重力を次第に擴張して得たる法則に外ならず。蓋し重力のものたるや、物體に作用して重さなる觀念を生し、空間に於けるも其作用を變ずることなく、此遮蔽物を以てするも之が作用を止むること能はず。地球の內部に深く進むも存し、空中に高く上るも尚之を認むるを得可く、其

加速度gは地心よりの距離の自乘に反比例す。ニュートンは月の距離に於ける重力を計算し之を觀測より得たる引力と比較せしに全然相等しきを見たり。故に萬有引力と重力とは同一のものなり。即ちfは太陽系にて常數なり。其他聯星の觀測が矢張り楕圓の軌道上に運動することを示すに至れるを以て未だ充分に其動力が太陽系に於けると等しき重力なるか如何即ち其場合にもfが應用せらるゝかは未だ明言し難しと雖も恐らくニュートンの發見せる法則が宇宙全體を司配するものならん。

月の質量

太陽系に屬する天體の質量。 先づ月の質量と地球のとの比を求めん。mを地球の質量m'を月の質量fを重力の常數dを地球と月との距離、gを地球表面上地心よりρなる距離にある地の重力、Tを恒星月とすれば

$$g=\frac{fm}{\rho^2},\quad f(m+m')=4\pi^2\cdot\frac{d^3}{T^2}$$

$$\therefore\quad 1+\frac{m'}{m}=\frac{4\pi^2 d^3}{g\rho^2 T^2}$$

而かも右邊は計算又は觀測より見出すことを得るもの故$\frac{m'}{m}$を計算し得可し。

地球の質量

次ぎに太陽の質量と地球の質量との比を求めん。今Mを太陽の質量とし、rを地球と太陽との距離、Yを一年とすれば月に於ける地球の加速度は$=\frac{f(m+m')}{d^2}$にして地球に於ける太陽の加速度は$\frac{f(M+m+m')}{r^2}$なり。而して

$$f(M+m+m')=4\pi^2\frac{r^3}{Y^2},\quad f(M+m)=4\pi^2\frac{d^3}{T^2}$$

$$\therefore\quad \frac{M+m}{M+m+m'}=\left(\frac{d^3}{T^2}\right)\cdot\left(\frac{Y^2}{r^3}\right)$$

故に既に見出せるm'を用ふれば$\frac{m}{M}$を計算し得可し。

衛星を伴ふ惑星の質量

次ぎに衛星を有する惑星の質量を定めんと欲せば、矢張り前法を應用するを得可し。乃ち是まで用たる記號の外、m_1、m_1'を惑星及其衛星の質量d_1'を其間の距離、r_1を太陽との距離T_1 Y_1を衛星及惑星の週期とすれば概略次式あり。

$$\frac{4\pi^2}{f}=\frac{MY^2}{r^3}=\frac{mT^2}{d^3}=\frac{m_1T_1^2}{d_1^3}=\frac{MY_1^2}{r_1^3}$$

又一層精密に記載すれば

$$\frac{4\pi^2}{f}=\frac{(m_1+m_1')T_1^2}{d_1^3}=\frac{(M+m_1+m_1')Y_1^2}{r_1^3}$$

$$=\frac{(M+m+m')Y^2}{r^3}=\frac{(m+m')T^2}{d^3}$$

即ち此式より惑星と衛星との質量の和を太陽の質量にて計算し得。

水金星の質量

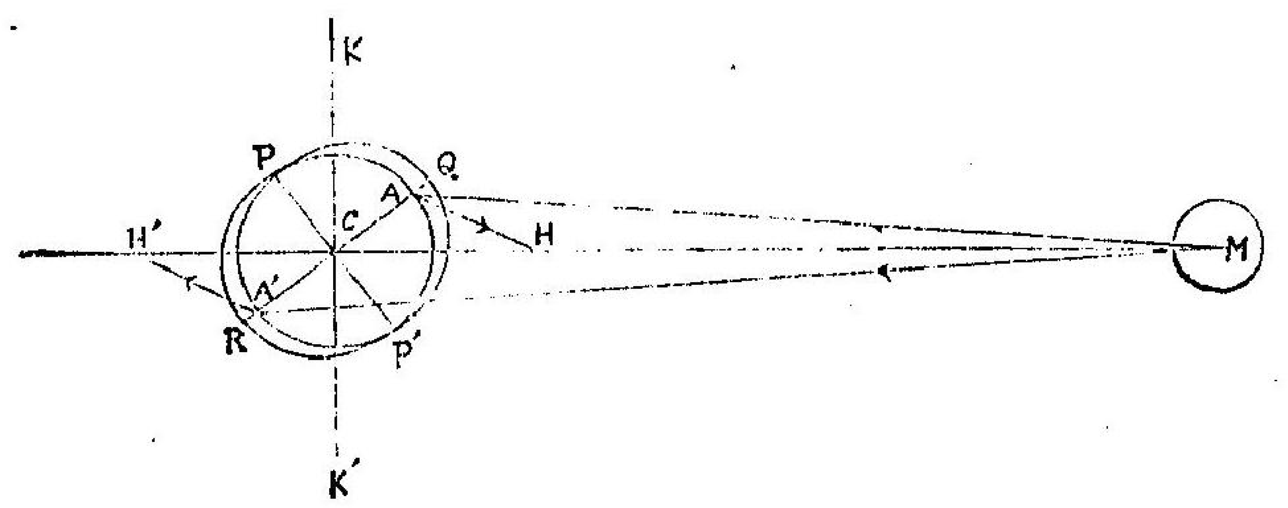
衛星を有せざる惑星の質量は容易に之を決定すること能はず。只吾等の採用し得可きは是等の惑星即ち水星と金星とが他の惑星に及ぼす攪亂力を計算し、學理的に求むることなり。

第十八章　歲差、章動

月日歲差

月日歲差。吾等は既に第八章に於て所謂歲差に就きて一言せり。今其原因を尋ぬるに地球が球形をなさずして廻轉楕圓體なるが故太陽及月の引力が之に作用して攪亂偶力を生ずるによるものなり。圖に於て紙の面が地球の軸と月の中心とを含むものとし、月の南赤緯が最大となれる時を考ふるものとす。偖地球の內部に球を書き兩極に於て其表面に接すとせよ。然る時は其球の外部にある環狀の部分は月の引力を受け、月の方向に向ふ赤道直徑QRと共に之に引かる。而かも球の內部にある部分に及ぼす月の引力は前章に論じたる結果

第四十三圖



によりて全く地心cを通過するを以て何等の偶力を生ぜず。依てA及A'點に於ける攪亂力(AH, A'H'にて表はす)はAQ, A'Rなる攪亂部に作用して偶力を生じAA'なる直徑をCMの方向に廻轉せんとつとむ。獨りA及A'の二點に於て此の如きのみならずHCK, H'CK'なる兩部にある二對點に於ける攪亂力は何れも同一の作用を呈すべし。之に反してHCK'及H'CKなる部分は之と正反對なる作用を與ふるも素より其大さ前者と匹敵す可きにあらねば其合力は無論AA'をCMの方向に廻轉せしめんとするや明なり

然るに月が軌道の對點に來り、北赤緯が最大となれば、其攪亂力は再び地球の赤道部をHH'の方向に引かんとす可し。月が是等の中間にある時は偶力はより小なる可く、若し月が赤道上にある時は全く消滅す。而かも全體より之を見れば

月の攪亂力は常に地球の赤道面を絕へず月の軌道面に引くが如き現象あり。以上は是れ月の攪亂力につきて考へしものなるも太陽の攪亂力も同一に說明するを得可きを以て太陽の攪亂作用は絕へず地球の赤道面を黃道の方向に引かんとす。

既に月の論に於て見たるが如く、月の軌道面即ち白道の交點が廻轉するを以て白道は固定せるものにあらず。而かも之と黃道との傾斜は大凡五度にして黃道と赤道とは尙大なる角即ち二十三度半の傾斜をなせり。されば月の攪亂偶力の平均作用は地球の赤道を黃道の方向に引くものなり。而して月の作用と太陽の作用とを比較すれば7に對する3なり。

若し地球が自轉せざれば此偶力は赤道面を黃道と一致せしむるならん。されど地球が迅速なる自轉をなす故全然其現象を變化す。即ち廻轉する獨樂に於て見るが如く、地軸と黃道との傾斜を變化せずして赤道面が次第に其位置を變ずべし。かくして赤道黃道の交なる分點線は黃道面上に黃徑を計ると反對の方向へ、靜かに動く可し。是れ實に天體力學の結論なるが、其結果として凡ての星の黃經が一般に增加す。之を月日歲差と名く。而して之を觀測に徵するに力學の理論と能く一致す。之を要するに月日歲差は黃道上に赤道の移動する結果たり。

惑星歲差

惑星歲差。次ぎに惑星及地球の相互作用は絕へず地球を引きて之を軌道面の外に逸せしめんとす。即ち單に惑星歲差のみに就きて之を考ふれば地球の赤道が變化せずして黃道が其位置を變ず。而して其結果分點線が赤道面上赤徑の增加する方向に廻轉することとなる可し。從て凡ての星の赤經が年々減少せんとする傾向あり。之を稱して惑星歲差と云ふ。一言にして之を言へば惑星歲差とは赤道上に黃道が運動する結果なり。

偕月日歲差は星の黃緯を變化せざれど黃經に變化を來すが故、星の赤經及赤緯に變化を及ぼすや必せり。又惑星歲差は赤緯を變ぜざるも赤經黃經及黃緯を變ずべし。

黃道の斜角の變化

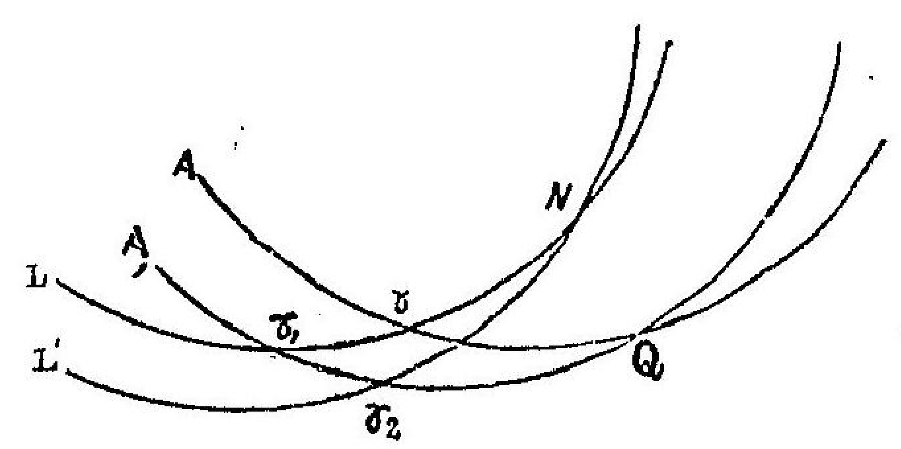
黃道の斜角。惑星の相互作用により、赤道が變化せざる間に黃道が其位置を變ずるを以て是等兩面の傾斜即ち黃道の斜角 ω が變化す可し。月日歲差を生ず

る太陽及月の作用は直接に斜角に變化を生ぜざるも惑星の作用の結果太陽及月の作用を變化し斜角に變動を生ずるに至るを以て彼れと是れと相和して斜角を變化せしむ。

黄經に於ける歲差の影響。第四十四圖に於て LN を基本黄道即ち千八百年の始めに於ける平均黄道の位置、AQ を同じ時刻に於ける平均赤道の位置とすれば其會點 γ は即ち千八百年の始めに於ける平均春分點なり。(何故に平均の二字を冠するか。赤道及黄道が歲差の影響を受くる外章動と稱する週期的變化を受くるを以て吾等は最初章動を除き單に歲差と稱する所謂長期變化のみを考ふ。從て今吾等の考ふる黄道及赤道は章動に變化せらるゝ平均位置たり。)黄經を測るには γ より N に向ふものとす。$\gamma\gamma_1$ を t なる時間に黄經に影響せる月日歲差とし A_1Q を $1800+t$ に於ける平均赤道とせよ。又此時間內に惑星の影響により黄道は其位置を變じ L_1N に來れりとせば $\gamma_1\gamma_2$ は t 時間に於ける惑星歲差にして γ_2 は $1800+t$ なる時の平均春分點なり。N は基本黄道に於ける平均黄道の昇交點と稱せられ、$N\gamma_2-N\gamma$ は黄經に於ける一般歲差と稱せらる。

今 $\omega_0=N\gamma Q$, $\omega_1=N\gamma_1Q$, $\omega=N\gamma_2Q$, $\theta=\gamma_1\gamma_2$, $\psi=\gamma\gamma_1$, $\psi_1=N\gamma_2-N\gamma$, $\Pi=\gamma N$, $\pi=\gamma_1N\gamma_2$ とすれば是等の內最初の五個は天體力學の研究によりて知らるゝものにしてストルーベ及ペーターに從へば

第四十四圖



$$\omega_0=23°27'54''.22$$
$$\omega_1=\omega_0+0''.00000735t^2$$
$$\omega=\omega_0-0''.4738t-0''.0000014t^2$$
$$\theta=0''.15119t-0''.000024186t^2$$
$$\psi=50''.3798t-0''.0001084t^2$$

偖球面三角形 $N\gamma_1\gamma_2$ を注意すれば其六要素は次ぎの如し

$$\pi=\gamma_1N\gamma_2 \qquad \theta=\gamma_1\gamma_2$$
$$180°-\omega=N\gamma_2\gamma_1 \qquad \pi+\psi=N\gamma_1$$
$$\omega_1=N\gamma_1\gamma_2 \qquad \pi+\psi_1=N\gamma_2$$

依てドランブルの公式を應用すれば次ぎの四式を得

$$(2)\quad\begin{cases} \cos\frac{1}{2}\pi\ \sin\frac{1}{2}(\psi-\psi_1)=\sin\frac{1}{2}\theta\ \cos\frac{1}{2}(\omega+\omega_1) \\ \cos\frac{1}{2}\pi\ \cos\frac{1}{2}(\psi-\psi_1)=\cos\frac{1}{2}\theta\ \cos\frac{1}{2}(\omega-\omega_1) \\ \sin\frac{1}{2}\pi\ \sin(\Pi+\frac{1}{2}\psi+\frac{1}{2}\psi_1)=\sin\frac{1}{2}\theta\ \sin\frac{1}{2}(\omega+\omega_1) \\ \sin\frac{1}{2}\pi\ \cos(\Pi+\frac{1}{2}\psi+\frac{1}{2}\psi_1)=\cos\frac{1}{2}\theta\ \sin\frac{1}{2}(\omega-\omega_1) \end{cases}$$

然るに $\frac{1}{2}\theta$ 及 $\frac{1}{2}(\omega-\omega_1)$ なる角が甚だ小なるを以て其餘弦は常に一と置換するを得可きもの、$\frac{1}{2}\pi$ 及 $\frac{1}{2}(\psi-\psi_1)$ に於ても亦然り。且正弦は弧を以て置換せらるゝ故

$$\therefore\ \psi-\psi_1=\theta\cos\frac{1}{2}(\omega+\omega_1)$$

然るに

$$\cos\frac{1}{2}(\omega+\omega_1)\fallingdotseq\cos(\omega_0-0''.2369t)\fallingdotseq\cos\omega_0+0''.2369t\ \sin1''\sin\omega_0$$

$$\therefore\ \psi-\psi_1=0''.1387t-0''.0002218t^2$$

一般歲差を求むる公式

$$(3)\qquad \psi_1=50''.2411t+0''.0001134t^2$$

次ぎに(2)の第三第四を自乘して加ふれば次式あり

$$\pi^2=\theta^2\ \sin^2\frac{1}{2}(\omega+\omega_1)+(\omega-\omega_1)^2;$$

然るに

$$\sin^2\frac{1}{2}(\omega+\omega_1)=\sin^2\omega_0-0''.2369t\ \sin1''\sin2\omega_0$$

$$\therefore\ \pi^2=0''.22811t^2-0''.000003323t^3$$

基本黃道と平均黃道との傾斜

$$(4)\qquad \pi=0''.4776t-0''.0000035t^2$$

又(2)の第三を第四にて除せば

$$\tan(\Pi+\frac{1}{2}\psi+\frac{1}{2}\psi_1)=\frac{\theta}{\omega-\omega_1}\sin\frac{1}{2}(\omega+\omega_1)$$

然るに

$$\frac{\theta}{\omega-\omega_1}=\frac{0.15119t-0.00024186t^2}{-0.4738t-0.0000875t^2}=-0.3191+0.00051636t$$

及

$$\sin\frac{1}{2}(\omega+\omega_1)=\sin\omega_0-0''.2369t\ \sin1''\cos\omega_0$$

$$\therefore\ \tan(\Pi+\frac{1}{2}\psi+\frac{1}{2}\psi_1)=-0.127062+0.00020595t$$

依て $\tan\Pi_0=-0.127062$ 即 $\Pi_0=172°45'31''$ 及 $\Pi_1=\Pi+\frac{1}{2}\psi+\frac{1}{2}\psi_1$ と置けば

$$\tan\Pi_1-\tan\Pi_0=(\Pi_1-\Pi_0)\sin1''\cos_2\Pi_0=0.00020595t$$

$$\Pi_1-\Pi_0=\frac{0.00020595t\ \cos^2\Pi_0}{\sin1''}=41''.805t$$

$$\therefore\ \Pi_1=\Pi+\frac{1}{2}\psi+\frac{1}{2}\psi_1=172°45'31''+41''.805t$$

平均黃道の昇交點の黃經

$$(5)\quad\therefore\ \Pi=172°45'31''-8''.505t$$

即ち吾等は(3)によりて一般歲差を得(4)及(5)によりて平均黃道の位置を求め得可し。

赤經赤緯に於ける影響。 是より $1800+t$ なる時の平均赤經赤緯を知りて $1800+t'$ なる時の平均赤經赤緯を計算する公式を求めん。第四十四圖に於て $\gamma_1\gamma_1'$ を 1800 の基本黄道、$\gamma_1 Q$ を $1800+t$ なる時の平均赤道、$\gamma_1' Q$ を $1800+t$ なる時の平均赤道とし、Q を其交點とすれば此點の位置は次ぎの如く求むることを得ん。從て(1)に於て t の代りに t' を置きて得る $\gamma_1\gamma_1'$ は $t'-t$ 時間に於ける月日歳差なり。 量に何れも $'$ を附すれば球面三角形 $Q\gamma_1\gamma_1'$ にて

$$\gamma_1\gamma_1'=\psi'-\psi,\quad Q\gamma_1\gamma_1'=180^\circ-\omega_1,\quad Q\gamma_1'\gamma_1=\omega_1'$$

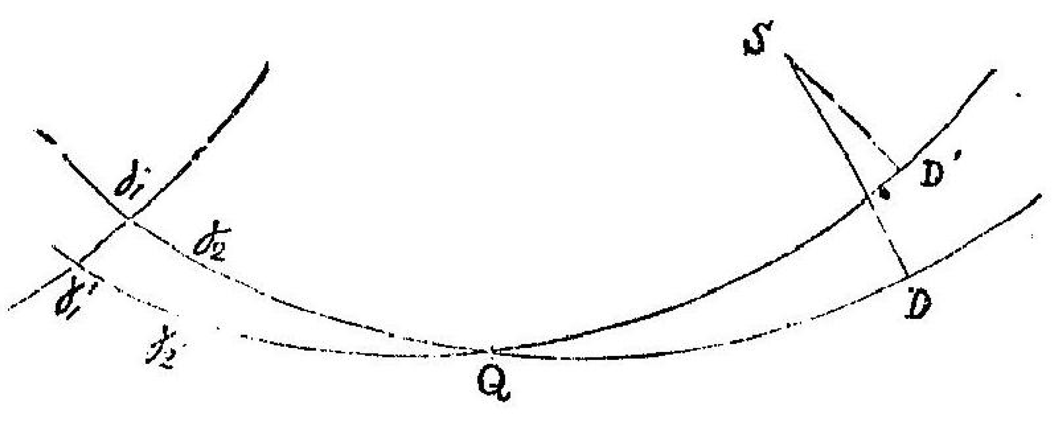
依て $Q\gamma_1=90^\circ-z$, $Q\gamma_1'=90^\circ+z'$, $\gamma_1 Q\gamma_1'=\Theta$ と置けば

$$(6)\left\{\begin{aligned}
\cos\tfrac{1}{2}\Theta\sin\tfrac{1}{2}(z'+z)&=\sin\tfrac{1}{2}(\psi'-\psi)\cos\tfrac{1}{2}(\omega_1'+\omega_1)\\
\cos\tfrac{1}{2}\Theta\cos\tfrac{1}{2}(z'+z)&=\cos\tfrac{1}{2}(\psi'-\psi)\cos\tfrac{1}{2}(\omega_1'-\omega_1)\\
\sin\tfrac{1}{2}\Theta\sin\tfrac{1}{2}(z'-z)&=\cos\tfrac{1}{2}(\psi'-\psi)\sin\tfrac{1}{2}(\omega_1'-\omega_1)\\
\sin\tfrac{1}{2}\Theta\cos\tfrac{1}{2}(z'-z)&=\sin\tfrac{1}{2}(\psi'-\psi)\sin\tfrac{1}{2}(\omega_1'+\omega_1)
\end{aligned}\right.$$

$\frac{1}{2}(\omega_1'-\omega_1)$ 及 $\frac{1}{2}(z'-z)$ は甚だ小なる角にして餘弦は1にて置換せられ正弦は弧を以て置換するを得可し。依て

$$(7)\left\{\begin{aligned}
\tan\tfrac{1}{2}(z'+z)&=\tan\tfrac{1}{2}(\psi'-\psi)\cos\tfrac{1}{2}(\omega_1'+\omega_1)\\
\tfrac{1}{2}(z'-z)&=\frac{\tfrac{1}{2}(\omega_1'-\omega_1)}{\tan\tfrac{1}{2}(\psi'-\psi)\sin\tfrac{1}{2}(\omega_1'+\omega_1)}\\
\sin\tfrac{1}{2}\Theta&=\sin\tfrac{1}{2}(\psi'-\psi)\sin\tfrac{1}{2}(\omega_1'+\omega_1)
\end{aligned}\right.$$

第四十五圖



圖に於て $\gamma_2\gamma_2'$ を夫れ々々に $1800+t$ 及 $1800+t'$ の平均春分點の位置とすれば $\gamma_1\gamma_2$, $\gamma_1'\gamma_2'$ は是等の時に於ける惑星歳差なり。是等を θ θ' にて表はせば

$$\gamma_2 Q=90^\circ-z-\theta$$

$$\gamma_2' Q=90^\circ+z'-\theta'$$

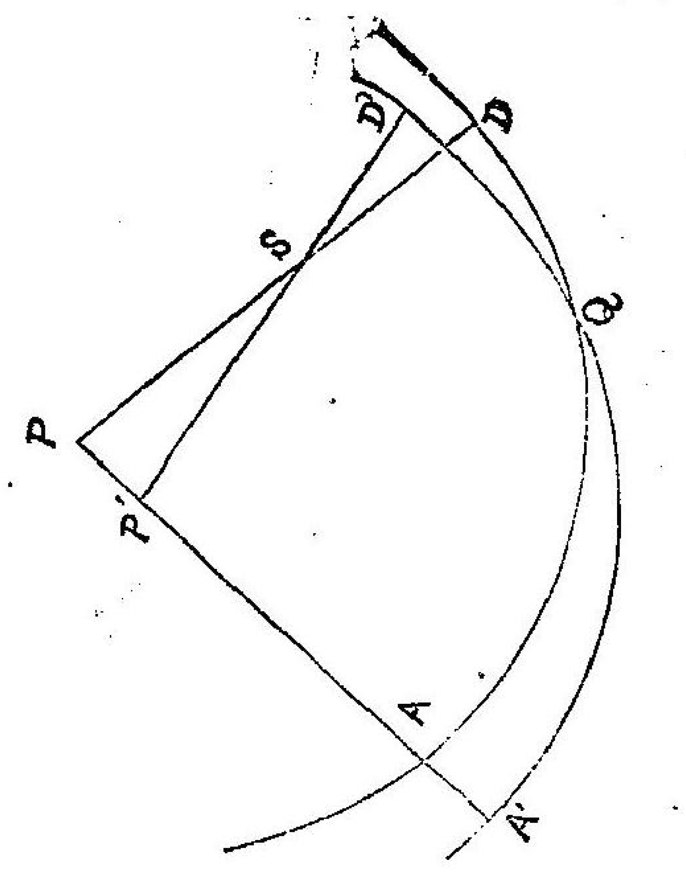
更に $\alpha\ \delta$ を $1800+t$ の $\alpha'\ \delta'$ を $1800+t'$ の時に於てSなる星の平均赤經平均赤緯とすれば圖に於て $\alpha=\gamma_2 D$, $\alpha'=\gamma_2' D'$ なり故に

$$QD=\gamma_2 D-\gamma_2 Q=\alpha+z+\theta-90^\circ$$

$$QD'=\gamma_2' D'-\gamma_2' Q=\alpha'-z'+\theta'-90^\circ$$

今第四十六圖にてPとP'とを $1800+t$, $1800+t'$ なる時に於ける赤道の極、AQ, A'Q を赤道とし、Sを星とすればQはPP'A'なる大圓の極なり。故に

第四十六圖



$$PP' = AA' = AQA' = \Theta$$

三角形 PP′S に於て

$$PS = 90^\circ - \delta, \quad P'S = 90^\circ - \delta', \quad PP' = \Theta$$

$$SPP' = \quad AD = 90^\circ + QD = \quad \alpha + z + \theta$$

$$SPP' = 180^\circ - A'D' = 90^\circ - QD' = 180^\circ - (\alpha' - z' + \theta')$$

故に

$$(8) \quad \begin{cases} \cos\delta' \sin(\alpha' - z' + \theta') = \cos\delta \sin(\alpha + z + \theta) \\ \cos\delta' \cos(\alpha' - z' + \theta') = \cos\delta \cos(\alpha + z + \theta) \cos\Theta - \sin\delta \sin\Theta \\ \sin\delta' = \cos\delta \cos(\alpha + z + \theta) \sin\Theta + \sin\delta \cos\Theta \end{cases}$$

されば(7)によりて Θ z z' を計算し置けば(8)によりて α' δ' を求め得可し。今更に $A = \alpha + z + \theta$, $A' = \alpha' + z' + \theta'$ と置けば(8)の第一第二より次式を得

$$\cos\delta' \sin(A' - A) = \cos\delta \sin A \sin\Theta \,[\tan\delta + \tan\tfrac{1}{2}\Theta \cos A]$$

$$\cos\delta' \cos(A' - A) = \cos\delta - \cos\delta \cos A \sin\Theta \,[\tan\delta + \tan\tfrac{1}{2}\Theta \cos A]$$

故に $p = \sin\Theta\,(\tan\delta + \tan\tfrac{1}{2}\Theta \cos A)$ と置けば

$$(9)_1 \quad \tan(A' - A) = \frac{p \sin A}{1 - p \cos A}$$

又ナペールの公式を用ふれば

$$(9)_2 \quad \tan\tfrac{1}{2}(\delta' - \delta) = \tan\tfrac{1}{2}\Theta \frac{\cos\tfrac{1}{2}(A' + A)}{\cos\tfrac{1}{2}(A' - A)}$$

故に(9)を用ふるも可なり。

次ぎに歳差の影響によりて α δ の一年の變化を求む。此場合には Θ の自乘を省略するも差支なきを以て

$$A' - A = \alpha' - \alpha - (z' + z) + \theta' - \theta = \Theta \sin\alpha \tan\delta$$

然るに(7)より

$$\begin{cases} z' + z = (\psi' - \psi) \cos\omega_1 \\ \Theta = (\psi' - \psi) \sin\omega_1 \end{cases}$$

を得るを以て之を上の式に置換し $t' - t$ を以て除せば

$$\frac{\alpha' - \alpha}{t' - t} = \frac{\psi' - \psi}{t' - t} \cos\omega_1 - \frac{\theta' - \theta}{t' - t} + \frac{\psi' - \psi}{t' - t} \sin\omega_1 \sin\alpha \tan\delta$$

$$(10)_1 \quad \therefore \quad \frac{d\alpha}{dt}=\frac{d\psi}{dt}\cos\omega_1-\frac{d\theta}{dt}+\frac{d\psi}{dt}\sin\omega_1\sin\alpha\tan\delta$$

$(9)_2$ より同樣なる變化をなせば次式あり

$$(10)_2 \quad \frac{d\delta}{dt}=\frac{d\psi}{dt}\sin\omega_1\cos\alpha$$

依て

$$(11) \quad m=\frac{d\psi}{dt}\cos\omega_1-\frac{d\theta}{dt}, \quad n=\frac{d\psi}{dt}\sin\omega_1$$ と置けば、

$$\frac{d\psi}{dt}\cos\omega_1=(50''.3798-0''.0002168t)\cos\omega_1=46''.2135-0''.0001988t$$

$$\frac{d\theta}{dt}= \qquad\qquad = 0''.1512-0''.0004837t$$

なるを以て

$$(12) \quad \begin{cases} m=46''.0623+0''.0002849t \\ n=20''.0607-0''.0000863t \end{cases}$$

依て $1800+t$ なる時に於て歳差の赤經及赤緯に及ぼす一年の影響は

$$(13) \quad \begin{cases} \dfrac{d\alpha}{dt}=m+n\sin\alpha\tan\delta \\ \dfrac{d\delta}{dt}=n\cos\alpha \end{cases}$$

なる式を以て表さる。數年間に亘る時間に加はる歳差の影響も其中間の時刻に於ける $\frac{d\alpha}{dt}$ $\frac{d\delta}{dt}$ を(12)にて計算し、是に其間の年數を乘じて求め得可し。

平均位置の計算

されど $1900+t_0$ と $1800+t$ との間に歳差を見出さんとする場合に $t-t_0$ が餘り大なる時は是のみにては不充分なり。若し星が極より遠ければ更に $\frac{d^2\alpha}{dt^2}$ $\frac{d^2\delta}{dt^2}$ を見出し次ぎの如き公式を用ふれば $1800+t$ の位置 α δ を $1800+t_0$ の位置 α_0 δ_0 及其他の項にて計算することを得

$$(14) \quad \begin{cases} \alpha=\alpha_0+\left(\dfrac{d\alpha}{dt}\right)_0(t-t_0)+\frac{1}{2}\left(\dfrac{d^2\alpha}{dt^2}\right)_0(t-t_0)^2 \\ \delta=\delta_0+\left(\dfrac{d\delta}{dt}\right)_0(t-t_0)+\frac{1}{2}\left(\dfrac{d^2\delta}{dt^2}\right)_0(t-t_0)^2 \end{cases}$$

一年の長さ

一年の長さ。ベッセルに依れば一千八百年一月零日(即ち三十一日の正午)巴里の正午に太陽の平均黄經は $279°54'1''.36$。又太陽が 365.25 平均太陽日中に恒星に對して動くこと $360°-22''.617656$ なり。而して恒星に對する運動は黄道上の一定點に照らして測りたるもの、平均黄經は變化する春分點に照らして測れるものなり。故に或時に於ける平均黄經の變化は其時に於ける恒星に對する運動

回歸年の長さ

恒星年の長さ

と一般歳差とを加へたるものに等し。故にベッセルの常數を用ふれば

$$365^{日}.25 \text{ 中の對恒星運動} = 360^\circ - 22''.617656$$

$$\text{一般歳差} = +50''.22350 + 0''.00024361t$$

$$365^{日}.25 \text{ 中の平均運動} = 360^\circ + 27''.605844 + 0''.00024361t$$

t とは千八百年以降の年數なり。此を $365^{日}.25$ にて除する時は

$$\text{平均黄經の一日の變化} = 59'8''.3302 + 0''.0000006902t$$

右邊の第二項の長期變化は回歸年の長さの長期變化を生ず。偖回歸年とは太陽の平均黄經が三百六十度丈變化するに要する時間なり、依て3.60を平均黄經一日の平均運動にて除せば次ぎの如く回歸年の長さを求め得可し。即ち

$$\text{回歸年の長さ} = 365^{日}.24220027 - 0.00000006886t$$

右の式にて一世紀に回歸年の短縮する割合を求むれば0.565秒のみ。

一恒星年は恒星に對する太陽の運動が三百六十度丈變化するに要する時間なるを以て $365^{日}.25$ と太陽が $22''.617656$ 丈恒星に對して運動する時を加へたるものなるを以て次ぎの如く計算せられ常に變化せざるものなり。

$$\text{一恒星年} = 365.25637416 \text{ 平均太陽日} = 366.25637416 \text{ 恒星日}$$

章動

月章動

半年週章動

章動。歳差を論ずるに當りて吾等は地球の極が黄道の極の周圍に等速度を以て半球二十三度半の圓を畫くものとせり。然るに太陽及月の攪亂偶力が次ぎの三原因によりて常に其大さを等うせず。從て地球の極は常に直接に黄道の極の方向へ引かるゝことなく、其結果地球の極が吾等が既に考へたる圓の兩側へ小なる波動狀の曲線を畫く可し。此現象を名けて章動と云ふ。

白道と黄道とが同一平面上にあらずて殆ど五度の傾斜をなせるは既に知る所なり。然るに又白道の交點が殆ど十九年に黄道上を一週するを以て、地球の中心より各時刻に白道に立つる垂直線が地球の中心より黄道へ立てたる垂直線と一致することなく、十九年を週期として前者は後者の周圍に小なる圓形を畫く可し。從て月の攪亂偶力は此週期即ち一層精密に言へば六千七百九十八日餘に漸々其大さを變化するを以て地球の軸は歳差の外此原因よりする所謂月章動を伴ふ。

太陽が一年に黄道を一週し、次第に赤緯を變化するを以て、太陽攪亂偶力も之に

伴ふて變化を來す。若し太陽が赤道にあれば偶力は消滅し、赤緯が増加すれば次第に増大す。依て春分には偶力は消滅し之より夏至までは増加し夏至よりは減少して秋分に再び零となる。秋分より冬至までは矢張り増加して極大に達し、是より春分までに減じて消滅するは第四十三圖によりて會得するを得可し。されば太陽赤緯の變化は一年に二回即ち六月を週期とする振動を生ずべし。之を半年週章動と稱す。

半月週章動

月の赤緯の變化も同様に攪亂偶力に變化を與ふるを以て亦一種の章動を起す可し。月の赤緯は一ヶ月に一週轉するか故、此原因によりて起る章動の週期は半月週なり。依て之を半月週章動と稱す。

以上は是れ天體力學の研究によりて得たる結果の重なるものを略説せるものなり。今☊を以て白道昇交點の黄經、☾を月の眞黄經、☉を太陽の眞黄經とすれば章動によりて起るωの變化 $\Delta\varepsilon$ と黄經に影響する章動 $\Delta\lambda$ とは次ぎの式を以て表さるべし。但し千八百年に於ける値とす。

$$\Delta\omega = 9''.2231\cos ☊ - 0''.0897\cos 2☊ + 0''.0886\cos 2☾ + 0''.5510\cos 2☉$$

$$\Delta\lambda = 17''.2405\sin ☊ + 0''.2073\sin 2☊ - 0''.2041\sin 2☾ - 1''.2694\cos 2☉$$

太陽と月の引力は黄道の位置を變ずることなく赤道及赤道と黄道との交りを變ずるのみなるが故、章動は星の黄緯に感ぜず。黄經に對しては何れにも等しく $\Delta\lambda$ を加ふれば足れり。

星の赤經赤緯に於ける章動

星の赤經赤緯に於ける章動。 今 $\alpha\ \delta$ を與へられたる時に於ける星の平均赤經赤緯を表はし、$\alpha'\ \delta'$ を以て章動の修正を加へたる位置とせよ。然る時は先づ α δ ω を用ひて黄經 λ、黄緯 β とを計算したる後 λ に $\Delta\lambda$ を加へて眞黄經 $\lambda+\Delta\lambda$ 眞黄緯 β とを求め、更に ω に $\Delta\varepsilon$ を加へて眞斜角 $\varepsilon+\Delta\varepsilon$ とを　むれば是等の三値より $\alpha'\ \delta'$ を求め得可し。されど $\Delta\varepsilon$ と $\Delta\lambda$ とが小なるを以て微分公式を用ひて近似解法をなすも充分に精確なる結果を得可し。

第八章黄經及黄緯の項にある式にて β を其儘にし λ と ω とを $\Delta\lambda$, $\Delta\varepsilon$ 丈變化する時は

$$\begin{cases} \alpha' - \alpha = \Delta\lambda \dfrac{\cos\eta\cos\beta}{\cos\delta} - \Delta\omega\cos\alpha\tan\delta \\ \delta' - \delta = \Delta\lambda\sin\eta\cos\beta + \Delta\omega\sin\alpha \end{cases}$$

視位置の計算

但し η は星の位置角とす。依て $\cos\eta\cos\beta$ 及 $\sin\eta\cos\beta$ の値を代用せば

$$\begin{cases}\alpha'-\alpha=\Delta\lambda(\cos\omega+\sin\omega\sin\alpha\tan\delta)-\Delta\omega\cos\alpha\tan\delta\\ \delta'-\delta=\Delta\lambda\sin\omega\cos\alpha+\Delta\omega\sin\alpha\end{cases}$$

を得可し。

視位置の計算。 是まで述べ來れる種々の修正と次章に論ずる光行差を計算して之を加へたる星の位置を視位置と云ふ。章動の修正を加へざるものを平均位置と稱す。今 $\alpha_0\ \delta$ を千八百年の平均位置を表はすものとし、$1800+t$ に於ける視赤經視赤緯を求むる時は次の如き式を得。但し光行差は之を省く

$$\begin{cases}\alpha=\alpha_0+(m+n\sin\alpha\tan\delta)t+\mu t+(\cos\omega+\sin\omega\sin\alpha\tan\delta)\Delta\lambda-\cos\alpha\tan\delta\,\Delta\omega\\ \delta=\delta_0+n\cos\alpha+\mu' t+\sin\omega\cos\alpha\,\Delta\lambda+\sin\alpha\,\Delta\omega\end{cases}$$

然るに $(10)_1$ によりて

$$m+n\sin\alpha\tan\delta=-\frac{d\theta}{dt}+(\cos\omega_1+\sin\omega_1\sin\alpha\tan\delta)\frac{d\psi}{dt}$$

此式に於て ω_1 の代りに ω_0 を代用するも感ずる程の差を起さゞるが故

依て

$$\alpha=\alpha_0+\mu t+(m+n\sin\alpha\tan\delta)t+\left(m+n\sin\alpha\tan\delta+\frac{d\theta}{dt}\right)\frac{\Delta\lambda}{\frac{d\psi}{dt}}-\cos\alpha\tan\delta\,\Delta\omega$$

$$=(\alpha_0+\mu t)+(m+n\sin\alpha\tan\delta)\left(1+\frac{\Delta\lambda}{\frac{d\psi}{dt}}\right)-\cos\alpha\tan\delta\,\Delta\omega+\frac{\Delta\lambda}{\frac{d\psi}{dt}}\frac{d\theta}{dt}$$

と置き最後の項を棄てゝ省みざれば

$$\begin{cases}c=m+n\sin\alpha\tan\delta\\ d=\cos\alpha\tan\delta\end{cases}\qquad\begin{cases}=t+\frac{\Delta\lambda}{\frac{d\psi}{dt}}\\ D=\Delta\omega\end{cases}$$

$$\alpha=\alpha_0+\mu t+Cc+Dd$$

と書くことを得可し。

又同樣に $(10)_2$ より $n\cos\alpha=\frac{d\psi}{dt}\sin\omega\cos\varepsilon$ を得るが故

$$c'=n\cos\alpha,\qquad d'=-\sin\alpha$$

と置けば δ の式次ぎの如きものとなるべし。

$$\therefore\ \delta=\delta_0+\mu' t+Cc'+Dd'$$

次ぎに光行差の影響は次ぎに論ずる所によりて

赤經に於ける光行差 $= -20''.47 \sec\delta(\cos\odot \cos\omega \cos a + \sin\odot \sin a)$

赤緯に於ける光行差 $= -20''.47 \cos\odot(\sin\omega \cos\delta - \cos\omega \sin\delta \sin a)$

$-20''.47 \sin\odot \sin\delta \cos a$

なるを以て更に之を書き更ふれば

赤經の光行差 $= -20''.47 \cos\omega \cos\odot \cos a \sec\delta - 20''.47 \sin\odot \sin a \sec\delta$

赤緯の光行差 $= -20''.47 \cos\omega \cos\odot(\tan\omega \cos\delta - \sin a \sin\delta) - 20''.47 \sin\odot \sin\delta \cos a$

故に

$a = \cos a \sec\delta,\quad a' = \tan\omega \cos\delta - \sin a \sin\delta,\quad A = -20''.47 \cos\omega \cos\odot$

$b = \sin a \sec\delta,\quad b' = \sin\delta \cos a,\qquad B = -20''.47 \sin\odot$

と置けば

赤經の光行差 $= Aa + Bb$

赤緯の光行差 $= Aa' + Bb'$

を得可し。依て光行差を加ふれば星の視位置は次式の如きものとなるべし。

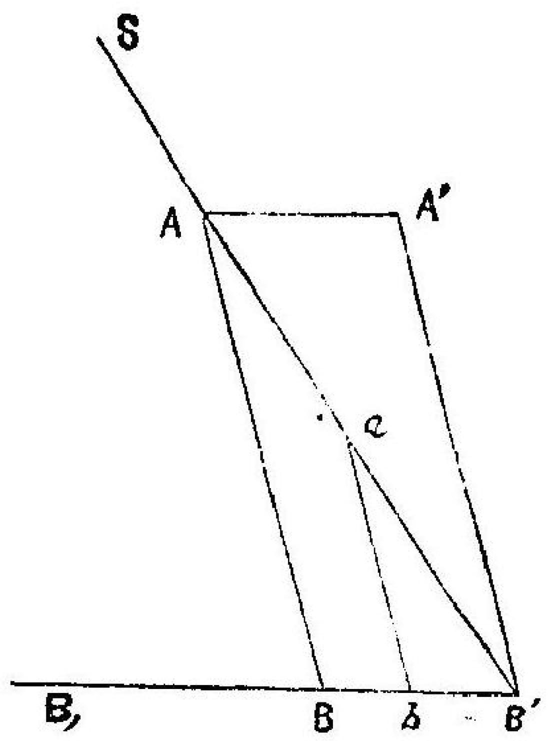
$$\begin{cases} a = a_0 + \mu t + Aa + Bb + Cc + Dd \\ \delta = \delta_0 + \mu' t + Aa' + Bb' + Cc' + Dd' \end{cases}$$

光行差

第十九章　光行差及年週視差

地球より見たる星の視方向は之を觀測するに用ふる望遠鏡の方向によりて決定せらるゝものなり。而かも光線は速度を有するものなるを以て之と地球の運動と結合して星の眞方向と視方向とに差を生ず。之を稱して光行差と云ふ。今星の光線が望遠鏡の軸の接物端に達せる時刻を t、接眼端に達せし時刻を t' とし第四十六圖に於てABを t に於ける望遠鏡の接物及接眼端とし、A′B′を t' に於ける是等の位置とし BB′ を $t'-t$ 時間にせる地球の運動、又同一時間に星より來る光線が AB′ 丈進行せりとせよ。然る時は星の眞方向が B′A なるにも係はらず、望遠鏡によりて與へらるゝ方向は

第四十七圖



觀測者の運動する方向に於ける光行差

B'A' なり。若し $t'-t$ なる甚だ小さき時間中地球が等速の直線運動をなし光線も亦等速運動をなすと考ふれば BA, B'A' は平行にして光線が A より B' に進む間絶へず望遠鏡の軸上にあり、何となれば望遠鏡が ba なる位置に來れば光線は a に達し $Aa : Bb = AB' : BB'$ なる關係あるを以てなり。

光行差に依りて起さるゝ星の全移動は星と觀測者の運動方向にて決定せらるる平面內に存し、星が恰かも觀測者の運動方向に前方になげられたるが如き現象を呈す。圖に於て光行差は SB'A' なり。依て今 SB', BB' にて作らるゝ面を延長し天球に會せしめたりと想像すれば一個の太圓をなすを以て星の移動は此大圓上に SB'A' 角を含む可し。

觀測者の運動方向に於てする星の光行差。 第四十七圖に於て $\theta=AB'B$, $\theta'=ABB'$, とし V を光線の速度、v を觀測者の速度とすれば $A'B'A=B'AB=\theta'-\theta$ なるを以て三角形 ABB' より次ぎの關係を得

$$\frac{\sin(\theta'-\theta)}{\sin\theta'}=\frac{BB'}{AB'}=\frac{v}{V}$$

然るに $\theta'-\theta$ は小なるを以て正弦を弧にて置換し更に

赤經緯に及ぼす年週光行差の影響

$$k=\frac{v}{V\sin 1''}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

と置けば

$$\theta'-\theta=k\sin\theta'\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

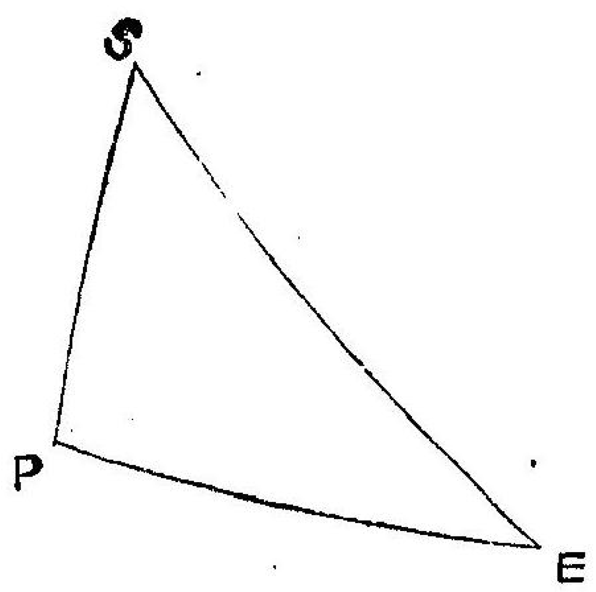
k なる常數は光線及觀測者の速度が知るれば直ちに計算し得るものなり。

偖觀測者の運動を考ふるにそは地球の軌道上に於てする運動と地球の自轉より起る觀測者の移動とよりなる。依て之等を別々に論ずれば年週光行差と日週光行差との區別を生ず。

赤經緯に及ぼす年週光行差の影響。 第四十八圖に於てSを星の眞位置、Eを地球が是より移動する樣に見ゆる天球上の一點、Pを天球の極とすれば球面三角形 PSE に於て $PE=90°-D$, $PS=90°-\delta$, $SE=\theta$ 又 SE の對角は $A-\alpha$ なり。依て今 θ が $d\theta$ 丈變化せりと見れば角 E 及 $90°-D$ が不變するを以て三角形より得る式を微分して

$$(3)\quad\begin{cases}\cos\delta\, d\alpha=-d\theta\sin C\\ d\delta=-d\theta\cos C\end{cases}$$

第四十八圖



c とは星に於ける角を示すものなり。然るに

$$\sin\theta\sin C=\cos D\sin(A-\alpha)$$

$$\sin\theta\cos C=\cos\delta\sin D-\sin\delta\cos D\cos(A-\alpha)$$

依て(2)に於て $\sin\theta'$ の代りに $\sin\theta$ を置くを得可き故(3)に於て $d\alpha=\alpha'-\alpha$, $d\delta=\delta'-\delta$ と置けば(3)を變化して次式を得可し。

$$(4)\quad\begin{cases}\alpha'-\alpha=-k\sec\delta\cos D\sin(A-\alpha)\\ \delta'-\delta=-k[\cos\delta\sin D-\sin\delta\cos D\cos(A-\alpha)]\end{cases}$$

然るに又E點の黄經は $\odot+90^\circ$ なるを以てADと $\odot$ ω との關係を求むれば

$$\cos D\cos A=-\sin\odot$$

$$\cos D\sin A=\quad\cos\odot\cos\omega$$

$$\sin D=\quad\cos\odot\sin\omega$$

之を(4)に代用すれば次ぎの如きものを得。

$$(5)\quad\begin{cases}\alpha'-\alpha=-k\sec\delta(\cos\odot\cos\omega\cos\alpha+\sin\odot\sin\alpha)\\ \delta'-\delta=-k\cos\odot(\sin\omega\cos\delta-\cos\omega\sin\delta\sin\alpha)-k\sin\odot\sin\delta\cos\alpha\end{cases}$$

k は今日まで観測によりて種々の結果を得未だ一致せざるもの多しと雖も現今普通に採用するものをあぐれば $20''.47$ なり。

黄經黄緯に對する光行差の影響

黄經黄緯に對する光行差の影響。第四十八圖に於てPEを黄道の一部としSPを之に直角に引けるもの λ β を星の黄經緯と考ふれば直三角形にて

$$SP=\beta,\quad PE=90^\circ+\odot-\lambda,\quad SE=\theta$$

今角Eを γ にて表はせば

$$(6)\quad\begin{cases}\sin\theta\sin\gamma=\sin\beta\\ \sin\theta\cos\gamma=\cos\beta\cos(\odot-\lambda)\\ \cos\theta=-\cos\beta\sin(\odot-\lambda)\end{cases}$$

若し星が光行差の爲め SE なる大圓上に少しく移動し θ が θ' となり其視位置が λ' β' となれりとすれば

$$(7)\quad\begin{cases}\sin\theta'\sin\gamma=\sin\beta'\\ \sin\theta'\cos\gamma=\cos\beta'\cos(\odot-\lambda')\\ \cos\theta'=-\cos\beta'\sin(\odot-\lambda')\end{cases}$$

(6)と(7)とに由りて直ちに

$$\sin\theta'\cos\theta\cos\gamma=-\cos\beta\cos\beta'\sin(\odot-\lambda)\cos(\odot-\lambda')$$

$$\sin\theta\cos\theta'\cos\gamma=-\cos\beta\cos\beta'\cos(\odot-\lambda)\sin(\odot-\lambda')$$

依て其差を求むれば

$$\sin(\theta'-\theta)\cos\gamma=-\cos\beta\cos\beta'\sin(\lambda'-\lambda)$$

$$(8)\qquad \therefore\quad \lambda'-\lambda=-\frac{(\theta'-\theta)\cos\gamma}{\cos\beta\cos\beta'}=-\frac{k\sin\theta'\cos\gamma}{\cos\beta\cos\beta'}=-\frac{k\cos(\odot-\lambda')}{\cos\beta}$$

次ぎに又(6)(7)より次式を得.

$$\tan\beta'-\tan\beta=\tan\beta'\left[\frac{\cos(\odot-\lambda')-\cos(\odot-\lambda)}{\cos(\odot-\lambda')}\right]$$

$$\therefore\quad \sin(\beta'-\beta)=\frac{2\sin\frac{1}{2}(\lambda'-\lambda)\sin[\odot-\frac{1}{2}(\lambda'+\lambda)]\sin\beta'\cos\beta}{\cos(\odot-\lambda')}$$

依て　$2\sin\frac{1}{2}(\lambda'-\lambda)=\sin(\lambda'-\lambda)$　と置けば

$$(9)\qquad \beta'-\beta=-k\sin[\odot-\tfrac{1}{2}(\lambda'+\lambda)]\sin\beta'$$

(8)(9)は全然精確なる式なり、然かも k は既記の如く小なるを以て右邊に於て λ β' の代りに λ β を用ふるも尚充分に精確なり依て次式を得。

$$(10)\qquad \begin{cases}\lambda'-\lambda=-k\cos(\odot-\lambda)\sec\beta\\ \beta'-\beta=-k\sin(\odot-\lambda)\sin\beta\end{cases}$$

光行差の橢圓

光行差の橢圓。今星の眞位置に於て天球に接する平面を引き此點を通過する等黄緯線と等黄經線とが此平面と交る兩線を x y の二軸となし、星の視位置の坐標を x y とすれば直ちに次式を得

$$(11)\qquad x=k\cos(\odot-\lambda),\quad y=a\sin\beta\sin(\odot-\lambda)$$

$$\therefore\quad \frac{x^2}{k^2}+\frac{y^2}{k^2\sin^2\beta}=1$$

是れ即ち橢圓の公式にして其長軸は k 短軸は $k\sin\beta$ なり。故に星は光行差の影響を受け一年を週期として橢圓運動をなす。而して其星が $\beta=90°$ 即ち黄道の極にあれば畫く道は圓形となり黄道上にある時は x の如何なる値に關せず y が零となる。

日週光行差

日週光行差の赤經赤緯に及ぼす影響。v' を以て地球の自轉より起る地球赤道

の上にある一點の速度を表さしめ、$k'=\dfrac{v'}{V\sin 1''}=k\dfrac{v'}{v}$とすれば赤道上にある觀測者が認むる日週光行差の赤經赤緯に及ぼす影響は、年週視差の黄緯黄經に及ぼす影響と全然類似せるを以て彼の所に於て黄道とせるを赤道とし、黄經黄緯とあるを赤經赤緯に改め、Eを天底と考へ、從て$\odot$の代りに$180+\Theta$を用ふる時は、直ちに(11)より次ぎの式を得可し。但しΘは天頂の赤經なり。

$$\alpha'-\alpha=k'\cos(\Theta-\alpha)\sec\delta,\quad \delta'-\delta=k'\sin(\Theta-\alpha)\sin\delta$$

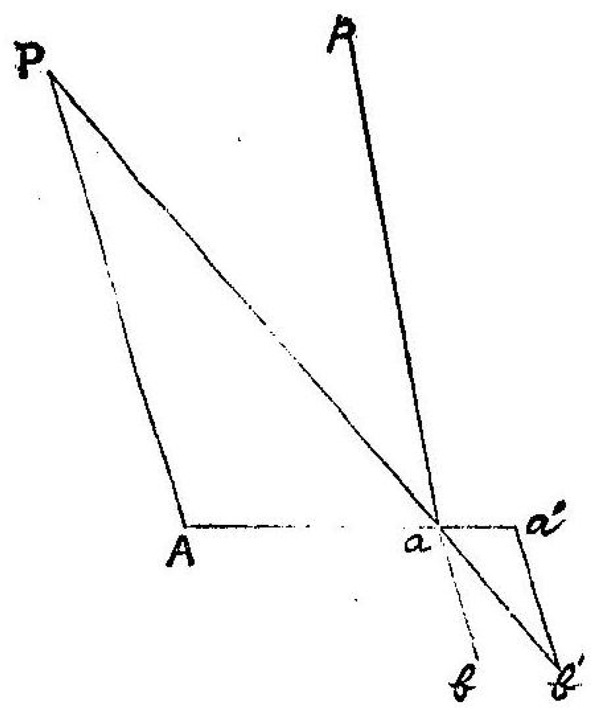
されど緯度φの地にありては、觀測者の速度はv'にあらずして$v'\rho\cos\varphi'$なり從て

$$\alpha'-\alpha=k'\rho\cos\varphi'\cos(\Theta-\alpha)\sec\delta,\quad \delta'-\delta=k'\rho\cos\varphi'\sin(\Theta-\alpha)\sin\delta$$

是等の式を見れば一見直ちに知らるゝが如く、年週視差の場合に似て星は此現象の爲め其眞位置の周圍に小なる橢圓を畫く可し。而かも此場合は其週期只一日のみ。

惑星光行差。 若し吾等の觀測する天體が惑星なりとすれば此は地球に對して一種の運動をなすを以て是まで考へたる光行差は其實完全なるものと云ふ可からず。却て吾等は更に光線が惑星より地球に來る爲めに要する時間を考へざる可からず、如何となれば惑星は此時間中に幾分か其位置を變化せしを以てなり。今Tなる時刻に惑星を出發せる光線がtなる時刻に望遠鏡に達せりとし、PをTに於ける惑星の位置、pをtに於ける位置とし、又AをTに於ける望遠鏡の接物端、aをtに於ける其位置abをtなる時に向けたる望遠鏡の軸の方向、$a'b'$を光線が望遠鏡の接眼端に達せし時即ちt'なる時刻の方向を表はすものとすれば直ちに次の事實あるを見るべし。

第四十九圖



第一、APはTなる時刻に於ける惑星の眞方向を示す。

第二、apはtなる時刻に於ける眞方向を示す。

第三、ba或は$b'a'$はt又はt'なる時刻に於ける星の視方向を示す。

第四、$b'a'$なる直線は星の光行差を受けざるtなる時刻の視方向なり。

倘P$a$$b'$は一直線上にありてP$a$ ab'なる部分は$t-T$, $t'-t$に比例す。而して光線

年週視差

の速度が甚だ大なるを以て$t-T$は甚だ小なる時間なり、從て吾等は其間に地球が等速の直線運動をなすものと考ふるを得可し。故にAa a'も亦一直線をなす可く、Aa aa'亦$t-T$, $t'-t$に比例す。さればAPと$b'a'$とが平行をなし、Tなる時刻に於ける惑星の眞方向とtなる時刻の視方向が互に相等し。

$t-T$は光線が惑星より地球に來るに要する時故Paなる距離を地球と太陽との距離を單位として測り之に $8^m17^s.78=497^s.78$ を乘じたるものに等し。故に今$\alpha\delta$をtなる時刻に於ける惑星の眞位置とし$\alpha'\delta'$を同時刻の視位置としr'を地球との距離(單位は前述の如し)$\Delta\alpha$, $\Delta\delta$を一時間に於ける惑星の位置の變化とすれば次式を得可し。

$$\alpha'-\alpha=-r'k''\Delta\alpha,\quad \delta'-\delta=-r'k''\Delta\delta,\quad k''=\frac{497.78}{3600}$$

年週視差。 年週視差は光行差と同様に、地球が太陽を週轉する證明の一にしてコペルニカスが地動説を唱へし以後幾多の天文學者によりて探求せられしもベッセルの頃まで年週視差の例を見ることとなかりき。而かも遂に之を發見するを得たり。玆に於て地動説も益々確實になり、恒星が著しく遠方に存する天

年週視差の定義

體なるを知るに至れり。

星の年週視差とは之を地球より見たる時と太陽より見たる時との眞位置の差なり。故に地球が太陽の周りに軌道を畫けば星が測り得可き距離にある場合に限り、其位置を變ず可し。今地球が太陽の周りに圓形の軌道を畫くものとすれば現差の最大なる場合は、即ち地球の動徑と地球と星とを結べる線とが直角をなす際にして、所謂地平地心視差に當り、吾等が普通年週視差と稱するは實に此最大角を指すものなりとす。

今pを年週視差、aを地球と太陽との平均距離、Δを地球より星に至る距離とすれば定義によりて $\sin p=\frac{a}{\Delta}$ なり。若しaを距離の單位とし、pを弧の秒數を以て表はせば

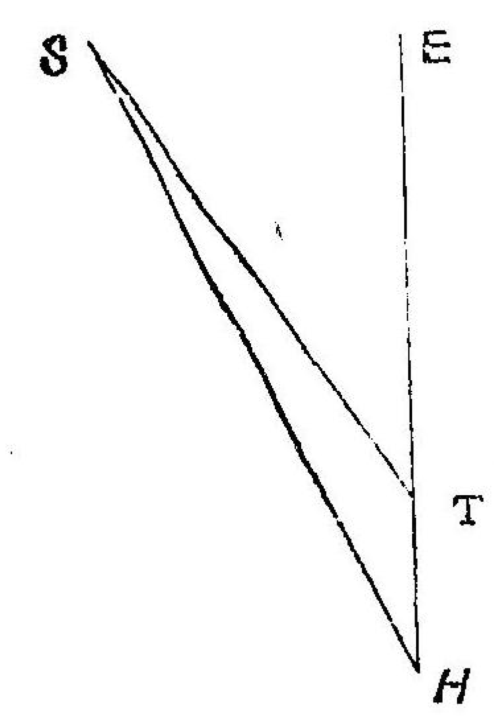
$$p=\frac{1}{\Delta\sin 1''}$$

年週視差の星の位置に及ぼす影響。 第五十圖に於てTを其軌道上に於ける位置、Hを太陽の位置とし、HTとSとを含む平面を想像すれば此平面と黄道面と

赤經緯に及ぼす年週視差

の交りは HT なり。今 HT を延長すればそはEにて天球を切る。E は實に黄道上 $\odot+180^\circ$ の點なり、依て r を與へられたる時刻に於ける太陽と地球との距離、θ を SHE 角、$'$ を STE 角とすれば三角形 SHT より

第五十圖



$$\sin(\theta'-\theta)=\frac{r}{\Delta}\sin\theta'$$

即ち

$$\theta'-\theta=pr\sin\theta'$$

を得可し。然るに此式は光行差の(3)と相當するものなり。但し彼場合にてはE點の位置は $90^\circ+\odot$ なりしが此場合は $180^\circ+\odot$ なり。依て(5)に於て k の代りに pr、$\odot$ の代りに $90^\circ+\odot$ を置けば赤徑赤緯に於ける年週視差の影響を求め得可し。即ち

$$\alpha'-\alpha=-pr\sec\delta(\cos\odot\sin\alpha-\sin\odot\cos\omega\cos\alpha)$$

$$\delta'-\delta=-pr\sin\odot(\cos\omega\sin\delta\sin\alpha-\sin\omega\cos\delta)-pr\cos\odot\sin\delta\cos\alpha$$

なり。次ぎに黄徑黄緯に對する影響も同様に(10)に於て k を pr に $\odot$ を $\odot+90^\circ$ に

黄經緯に於ける年週視差

變更すれば求め得可し。即ち次ぎの如し。

$$\lambda'-\lambda=-pr\sin(\lambda-\odot)\sec\beta$$

$$\beta'-\beta=-pr\cos(\lambda-\odot)\sin\beta$$

由是觀之、年週視差と光行差との影響は其符號相反し其一が正なる時に他が負の變化を與ふ。又若し他の影響を除き單に視差のみに就きて之を考ふれば星が矢張り一年を週期として其眞位置の周圍に楕圓を畫く可し。

以上論ぜし所は何れも k 又は p が與へられたるものと見て、夫れが星の位置を變化せしむる影響を計算せるものなり。若し之に反して k 又は p を決定せんと欲せば $d\lambda, d\beta$ 又は $d\alpha, d\delta$ を觀測より求め、前と逆に k 又は p を未知量として取扱へば宜し。此の如くにして得たる星の年週視差は著しく小なるものにして今日までに發見せられたる最大のものも僅かに一秒の四分の三に過ぎず。されば　即ち星と地球との距離が著しく大なるを知るに足れり。倘 p が一秒なる時には此距離は光線が 3.26 年を費して其星より地球に達するものなるが故、此最近の星にても光が其星を發してより四、四年を經て始めて其光線を見るを

若干の星の年週視差

得可きなり。今若干の星の年週視差及之を光年に直せるものを左に掲ぐ。

星	p	光年	星	p	光年
αセントウリ	0″.75	4″.4	αタウリ	0.116	28.2
シリウス	0.39	8.4	αアウリゲー	0.107	30.4
プロクヨン	0.27	12.1	αレオニス	0.093	35.1
αアクイレー	0.20	16.3	北極星	0.074	44.
βカッセオペー	0.16	20.4	αカッセオペー	0.071	46.
αライレー	0.16	20.4	βゼミノルム	0.068?	48.

第二十章　太陽の距離

これまで諸々の計算に於いて地球の中心と太陽の中心との距離を單位として屢々引用せり。然るに吾等は未だ之が眞の長さを測定する方法を論ぜざりき。此距離を知らんと欲せば所謂太陽の赤道地平視差を決定せざる可からず。依て之を計る方法につきて少しく述ぶる所あらんとす。

太陽の視差の直接觀測

太陽の視差は月の場合に於てなせるが如く、地球面上緯度の差著しく大なる兩地より太陽の視赤緯を觀測し其差より直接に之を求め得可しと雖も、元來視差其ものが小なるにも係らず、觀測の誤差は稍大にして此方法によりて定めたる値が餘り價値なし。蓋し吾等が此際用ゐ得可き基礎の長さが決定せんとする距離の一萬二千分の一に過ぎざるを以てなり。

故に直接に之を決定する代りに間接の方法を取るを可とす。既に論じたる所によりて、太陽系中諸惑星の軌道の直徑の比はケプレルの第三定律によりて知られたるものなり。而して與へられたる時刻に於ける惑星地球間の距離と太陽地球間の距離との比も亦天體力學によりて知るを得可きものなり。從て或時刻に於て惑星と地球の距離を觀測すれば觀測と理論とによりて太陽の地球よりの距離を見出し得可し。語を換へて之を言へばある惑星の視差を知れば太陽の視差を求め得可きものなり。

惑星の視差を子午線觀測より求む

惑星の視差を子午線觀測より求むる法。今殆ど同一子午線上にありて而かも其緯度著しく異なる兩地に於て、同日に子午線經過の際一惑星の中心を觀測し

て其天頂距離を求め之に濛氣差の修正を施したる結果を南北の兩地にて夫れ々々にζ' ζ_1'とし、又地心天頂距離をζ ζ_1、ζ ζ_1なる天頂距離に對する視差をp p_1、觀測の時に於ける赤道地平視差をπ π_1、是等の時刻に於ける惑星の地心距離をΔ Δ_1、同時刻に於ける惑星の地心赤緯をδ δ_1にて表はし、π_0を太陽の平均赤道地平視差、Δ_0を地球太陽間の平均距離、Rを地球の赤道直徑となし、更に兩地の緯度をφ φ_1、其地心緯度をφ' φ_1'、兩地の地球半徑をρ ρ_1にて表はせば

$$\sin\pi = \frac{R}{\Delta},\quad \sin\pi_1 = \frac{R}{\Delta_1},\quad \sin\pi_0 = \frac{R}{\Delta_0}$$

$$\therefore\quad \sin\pi = \frac{\Delta_0}{\Delta}\sin\pi_0,\quad \sin\pi_1 = \frac{\Delta_0}{\Delta_1}\sin\pi_0$$

偖Δ Δ_1は暦よりΔ_0を單位として直接に求め得る量なり、依て勿論$\frac{\Delta}{\Delta_0}$ $\frac{1}{\Delta}$を知り得可し。乃ち上式に$\Delta_0=1$と置きπ_0 π πが小なるを以て正弦の代に弧を代用すれば

$$\pi = \frac{\pi_0}{\Delta},\quad \pi_1 = \frac{\pi_0}{\Delta_1}$$

然る時は第十四章(B)によりて

$$(1)\quad \begin{cases} p = \rho\pi\sin 1''[\zeta' - (\varphi - \varphi')] = \dfrac{\rho\pi_0}{\Delta}\sin 1''[\zeta' - (\varphi - \varphi')] \\ p' = \rho_1\pi_1\sin 1''[\zeta_1' - (\varphi_1 - \varphi_1')] = \dfrac{\rho_1\pi_0}{\Delta_1}\sin 1''[\zeta_1' - (\varphi_1 - \varphi_1')] \end{cases}$$

然るに　$\zeta = \varphi - \delta,\quad \zeta_1 = \varphi_1 - \delta_1$　なるを以て

$$\zeta - \zeta_1 = (\zeta' - p) - (\zeta_1' - p_1) = \varphi - \varphi_1 - (\delta - \delta_1)$$

依て

$$p - p_1 = \zeta' - \zeta_1' - (\varphi - \varphi_1) + (\delta - \delta_1)$$

故に

$$(2)\quad \begin{cases} n = \zeta' - \zeta_1' - (\varphi - \varphi_1) + (\delta - \delta_1) \\ a = \dfrac{\rho}{\Delta}\sin 1''[\zeta' - (\varphi - \varphi')] - \dfrac{\rho_1}{\Delta_1}\sin 1''[\zeta_1' - (\varphi_1 - \varphi_1')] \end{cases}$$

と置けばn及aが計算し得べきもの故、(1)の兩式の差より

$$a\pi_0 = n$$

を得。從てπ_0を求め得るなり。

惑星中此方法を應用して良結果を收め得可きものは火星と金星となり。火星は衝の時に最も地球に接近す。されど何れの衝にも常に一樣に地球に近くも

のにあらず。即ち地球の平均距離を一とすれば火星のは 1.524 其離心率は =0.0933 地球のは =0.017 なるを以て火星が近日點に來り地球が遠日點に來れる時の衝は地球と火星とが最も接近する場合にして 0.365 となり、火星が遠日點地球が近日點に來れる場合の衝には兩者 0.683 の距離を保持す。

エロスの利用

近來エロスが發見せられてより、惑星の代りに此小惑星を用ふ。蓋し此天體は既に記せるが如く月を除いては最も我地球に接近し來るものなり。

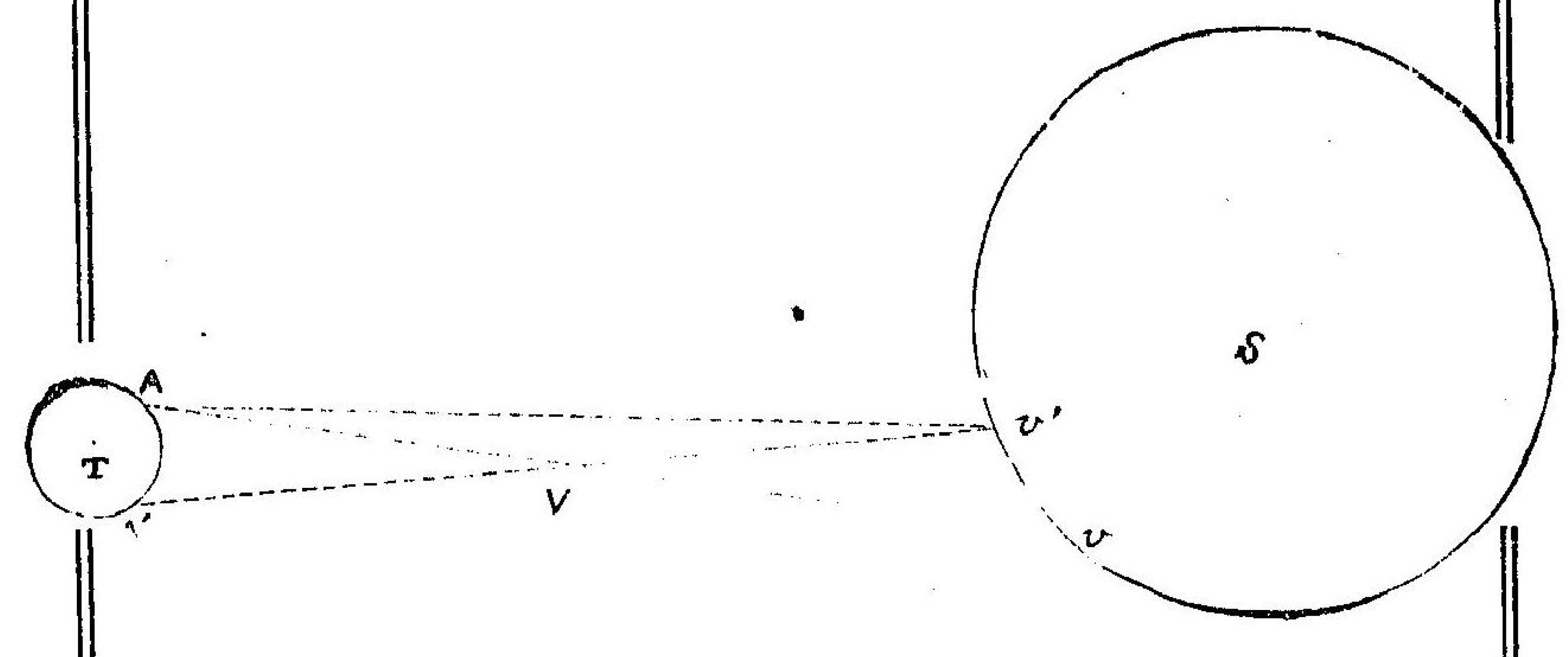
金星經過を利用する法

金星の太陽經過によりて視差を求む。 金星が退合の或場合には太陽の面上に投影するとあり。然かも金星の軌道が殆ど圓形をなし其半經が 0.723 なるを以て金星が太陽面を經過する際には地球との距離 0.277 に過ぎざるなり。されば此際太陽面上に黑點の如く表はるゝを以て其觀測容易なり。一度此現象の有望なるとがハッレーに依りて公にせらるゝや世界の學者競ふて之を觀測せり。金星の軌道が黄道と傾斜を有するを以て退合の際常に經過をなすものにあらず。經過の起る爲めには退合の際惑星か交點の一に近からんことを要す。此の如きは一世紀に大凡二回ありて此等は八ヶ年を隔てゝ起る。今其二三を列擧すれば次ぎの如し。

1631 年 12 月 7 日	ケプレル氏之を豫言す
1639 〃 〃 4 〃	觀測なし
1761 〃 6 〃 5 〃	諸國の天文學者之を觀測せり
1769 〃 〃 3 〃	諸國の天文學者之を觀測せり
1874 〃 12 〃 9 〃	〃 〃 〃
1882 〃 〃 6 〃	觀測せらる
2004 〃 6 〃 8 〃	將來の豫言
2012 〃 〃 6 〃	將來の豫言

今其距離大なる A A′ なる兩地に各一人の觀測ありて彼等は同じ時刻に V なる金星が夫れ々々に太陽面上 v 及 v' に投射せられたるを觀測せりとすれば vv' なる距離を生ぜしは視差の爲めなり。然るに太陽が有限の所にあるを以て矢張り視差を有す。即ち v' 點にては $Av'A'$ は其視差なり。若し又吾等が V 點より AA′ を見れば V なる角を含む。此角と $Av'A'$ との差は $v'Av$ にして太陽面上の觀

第五十一圖



測より得るものなり。依て圖より直ちに次式あり。

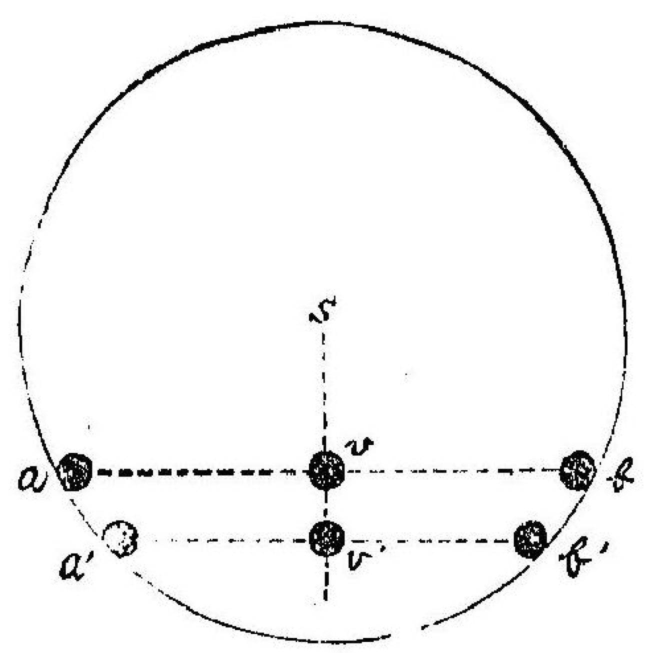
$$\frac{\sin vv'}{\sin vAv'}=\frac{AV}{Vv'}$$

vAv'は直接に得ること能はざるもの故、ハッレーは次ぎの如き方法を用ゐたり。Aにある觀測者は金星が太陽面を運動し數時間を經てabなる弦を書くを見る可く、A'にある觀測者は$a'b'$なる弦を書くを見る。依て各地にて太陽面と金星とが切する時刻を觀測すれば金星が是等の弦を書くに要せし時間を求め得可し。從て太陽に對する金星の角運動が明瞭に知られ居るが故容易にabの長さを計算し得可し。今Δを太陽の視角とすれば太陽の中心よりabに至る距離は

$$\frac{1}{2}\sqrt{(\Delta)^2-(ab)^2}$$

なり。更に$a'b'$につきても同一の計算をなせばab,

第五十二圖



$a'b'$間の距離を得可し。是れ實にハッレーの提出せし方法なるが、同氏は之を實地に應用せる結果を見るに先ちて此世を去れり。而かも彼は之に依りて精密なる太陽視差を得可しと信ぜり。然るに千七百六十一年及九年に實地觀測せしに兩天體が切する頃所謂黑滴なる現象の爲め、其時刻を充分精確に決定すること能はざりき。

力學的方法。惑星又は衞星の攝動は是等相互の距離と、惑星と太陽との距離に依りて變化するものなり。從て是等の結果を數學的に研究して太陽の視差を求め得ることは極めて自然のこととす。

第一、月の視差的均差。月の理論に於て月の運動の第三階級の均差が

$$\frac{0.24123}{\left(1-\frac{1n^2}{6m'^2}\right)\frac{a}{a'}}\;\frac{1-\frac{m'}{m}}{1+\frac{m'}{m}}\sin(\text{月の平均近點距離}-\text{太陽の平均近點距離})$$

を以て表さる。但し n n' は太陽及月の平均運動、m m' は太陽及月の質量とすればm' は m の殆ど八十一分の一なるを以て其均差を觀測より求むれば $\frac{a}{a'}$ を決定するを得可し。然るに π を以て太陽の視差 π' を以て月の視差を表せば

$$\frac{a}{a'}=\frac{\frac{\rho}{a'}}{\frac{\rho}{a}}=\frac{\sin\pi'}{\sin\pi}$$

を得。依て π' を知れば π を求め得可し。

第二、地球の月均差。理論によりて地球の月均差は次ぎの如き形に書かる

$$\frac{a}{a'}\,\frac{\frac{m'}{m}}{1+\frac{m'}{m}}\sin(☾-☉)$$

依て第一の場合の如く π を求め得べし。

第三、地球が金星又は水星に及ぼす攝動によりて又 π を求め得可し。これ是等の攝動は地球の質量に正比するが故なり。

物理的の方法

物理學の方法。以上の外豫め光線が地球太陽間を通過するに要する時間を決定すれば之によりて太陽の視差を知り得可し。

以上吾等は太陽の視差を求むる種々の方法を大略說明し終れるを以て種々の觀測より求め得たる平均赤道地平視差をあぐれば次ぎの如し。

幾何學的	火星の視差より	8".85
	1769 年の金星經過より	8.79
	1874 〃 〃 〃	8.71
	小惑星フロラの視差より	8.87
	〃 ユノンの視差より	8.79
	〃 エロスの視差より	8.80
力學的	月の視差の均差より	8.81
	地球の月均差より	8.85
	火星金星の攝動より	8.83
物理的	フィゾー の方法にて光線の速度より	8.799
	フーコーの方法にて 〃 〃 〃	8.813

我日本國にては自ら東洋の英國と稱せども未だ航海曆を編せず、西洋諸國の餘惠を受く。

從て太陽の距離は大略九千二百九十萬哩なる可きか。

第二十一章　天體曆

天體曆とは與へられたる各時刻に於ける天體の現狀態を數にて表明せるものなり。 即ち主要なる各天體につき各時刻の位置を赤經赤緯又は黃經黃緯にて記載し、且つ坐標軸の基點を變化するに依りて起る天體位置の變化をも掲ぐ。

天體曆は其外太陽月惑星等の視半經日々の値等、要するに時間の函數と考ふるを得可き現象等を洩れなく表示するものなり。

世界各國中此種の曆を出版するもの數國あり、就中英國にて每年出版する航海曆 (Nautical Almanac)、米國の米國天體曆 (American Ephemeris)、佛の佛國天體曆 (La Connaissance des Temps)、獨の伯林天體曆 (Berliner Astronomisches Jahrbuch) 等は最も著名なるものにして、是等は何れも其國の標準子午線又綠威子午線に照らして天體の位置を計算せるものなり。 以下吾等の論ずる所は凡て綠威子午線を基礎として計算せるものを用ふ。 故に他の地の地方標準時に於ける天體の位置

單純挿入法

を求めんと欲せば豫め之に相當する綠威時を計算す可し。

斯の如くにして得たる時刻が曆にある時刻と等しき時は該時刻に記せる天體の位置を直ちに採用するのみにて、甚だ簡單なる事たり。 然るに多くの場合には該時刻は曆に記載せる二連續時刻の中間にあるものなり、さる場合にありては挿入法を以て之が値を求めざる可からず。 之を簡單に行ひ得る樣、曆には單位時間に於ける此等の量の變化の割合をも記載せり。

單純挿入法。 多くの場合にては其量の差を時に正比して變化すると考へ挿入を行ふも充分精密なる値を得。 されど實際に於ては決して此の如く簡單なるものにあらず。 只曆の單位時間が小なれば小なる程實際に近きものを得る筈なり。 玆を以て天體曆は月の赤經赤緯の如き變化の烈しきものにありては時の單位を一時間とし、每時間の値を掲げ、又月の視差視半徑等の如きは十二時毎に其値を掲げ、太陽の赤經赤緯其他のものは一日每の値、恒星の位置は十日毎に其値を掲げ、成丈單純挿入法を以て稍精確なる値を求め得る樣に排置せられあり。 今單純挿入法にて計算せる數量の誤差の最大値を左に示す。 依て是より

以上精密なる値を要せざる際は此方法を採用するも可なり。

天體	赤經の誤差	赤緯の誤差
太陽	$0^s.1$	$3''.5$
月	0.1	1.5
木星	0.1	0.6
火星	0.4	2.4
金星	0.2	5.4

第二差を考へたる挿入法

第二差を考へたる挿入法。先づ天體暦に掲載せる量を時の函數と考へ其の相連續せる量の差を求めて之を第一差と稱す。次ぎに相連續せる第一差の差を求め之を第二差と稱し、以下同樣に第三第四差を求めたりと想像せよ。然る時は單純挿入法にありては求むる量を時の一次の函數と考へたるものなり。即ち其場合には第一差が常數にして第二差が零となるべし。されど若し此量を時に對し二次の函數と考ふれば第一差が時の一次函數にして第二差が常數となり、第三差が零となるべし。此の如く第二差を常數と見て挿入法を行へば稍

精密なる値を得、多くの場合には之にて充分なり。

今 $T, T+w, T+2w, T+3w,$ .... なる時刻に於て或量の値を夫れ夫れに $F, F', F'', F''',$ .... とし、上表に於けるが如く、第一第二第三の差を見出せりとし、$T+nw$ なる時刻に於ける函數 $F^{(n)}$ を求めんと欲す。

時刻	函數	第一差	第二差	第三差
T	F			
		a		
$T+w$	F'		b	
		a'		c
$T+2w$	F''		b'	
		a''		
$T+3w$	F'''			

然るに上の定義により

$$F'=F+a,$$
$$F''=F'+a',$$
$$a'=a+b,$$
$$\therefore\ F''=F+2a+b,$$

同樣に　$F'''=F+3a+3b+c$

茲を以て右方の式が二項式定理の係數を有することを推量するに難からず。即ち差の代數學の定理を應用して

$$(A)\quad F^{(n)}=F+na+\frac{n(n-1)}{1.2}b+\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}c+\ldots\ldots$$

を得可し。依て n が與へらるれば $F^{(n)}$ の値が定まるものとす。偖前に述べた

るが如く第三の差を零と考ふれば $F^{(n)}$ は簡單に

$$F^{(n)}=F+na+\frac{n(n-1)}{1.2}b$$

なる式にて計算せらる可し。

されど之のみにて精密なる値を求め得ざる時は更に第三第四の差をも考へざる可からず。

太陽の推算表

英國航海暦掲載の事項。 英暦は本邦の航海者の普く使用する所なるを以て今之に掲載せる事項の概略を擧げん。巻頭第一頁に見るものは各十日毎に章動(即ち分點の眞位置と視位置の差)太陽の地平視差、太陽の光行差即ち太陽の眞黄經と視黄經との差なり。之に次ぎて各月の重要なる事項を掲げたり。即ち各月の第一頁には太陽の中心が綠威の子午線を通過する時即ち眞正午の太陽の視赤經視赤緯及び是等の一時間の變化、太陽の半徑が子午線を經過するに要する恒星時間、時差及其一時間の變化を掲載せり。是等は何れも太陽の觀測を整約する際必要なる事項なり。

各月の第二頁には平均太陽時の正午に於ける太陽の視位置、太陽の視半徑、時差

(即ち平均太陽時を眞太陽時に直す修正數)、平均正午に於ける恒星時等を掲ぐ。

第三頁には平均正午に於ける太陽の視黄經視黄緯、太陽地球間の平均距離を單位とせる(一日毎の)太陽地球間の距離の對數眞分點が綠威子午線を經過する時に於て、平均太陽の子午線よりの距離、月の視半徑及地平視差の十二時間毎の値等を掲載せり。

月の推算表

第四頁には月の黄經黄緯を毎十二時間に擧げ其他朔の後經過せる平均時即月の齢及月の中心が綠威子午線を上及下經過をなす綠威平均時等を掲げ、第五頁より第十二頁に亘りて一時毎の月の赤經赤緯及び十分時間に是等の變化する割合、之に加ふるに月の朔弦望の時刻をも載せたり。

惑星の推算表

各月の第十三頁より第十八頁までは後に述べんとする方法にて經度を測定する爲め、毎三時間に於ける月の中心と太陽又は大なる惑星の中心又は恒星との距離即ち太陰距離と稱するものを掲げたり。以上にて各月の記事終りを告げ、是より惑星の推算表となり順次に水星金星火星木星土星天王星海王星の視赤經視赤緯、其半徑が子午線を通過するに要する恒星時間、地平視差、地球との距離

太陽の地心坐標推算表

の對數、其中心が綠威子午線を經過する際の平均時、及太陽の中心を基點とせる日心黃經黃緯と動徑とを一日每に計算せり。

之に次ぎて太陽の中心の地心坐標を揭載せり。其際採用せる軸は次の如し。Xを其日の春分點の方向、Yを赤道面上Xと直角に引き、赤經六時の所を正にす。又Z軸は赤道に直角をなし北方を正に取るものとす。然る時は其日の太陽の眞黃經眞黃緯を☉及βにて表はし、ωを黃道の斜角、Rを地球の動徑、Δ☉を年の始より以來歲差章動の爲め黃經が受く可き整約數、$\Delta\omega$を平均斜度を其日の視斜度に直す整約數、tを年の始め以後の時を年の分數とせるものとすればXYZなる坐標及其年の始めの平均分點に整約する量ΔX, ΔY, ΔZは次式にて推算せらる。

$$X = R\cos\odot$$

$$Y = R\sin\odot\cos\omega - 19.3R\beta$$

$$Z = R\sin\odot\sin\omega + 44.5R\beta$$

$$\Delta X = Y\Delta\odot\sin 1''\sec\omega$$

$$\Delta Y = -X\Delta\odot\sin 1''\cos\omega + Y\Delta\omega\sin 1''\tan\omega - 9.1tR\sin(\odot + 186^\circ)$$

$$\Delta Z = -X\Delta\odot\sin 1''\sin\omega - Y\Delta\omega\sin 1'' + 21.0tR\sin(\odot + 186^\circ)$$

恆星の位置表

次ぎなるものは歲差及章動の表にして每日の黃經に於ける歲差及章動の影響及び斜角に及ぼす章動等をあぐ。

是より以後は恆星四百六十個の平均位置歲差固有運動光度等を表示し進んでベッセルの日々常數即ち第十八章の終に揭げたるABCDの每日の値を揭げ更に之を變化せるf g h G H i等を揭げたる後四百餘個の星の視位置を每日(極に近き星のみ)又は十日每に計算して之を記載せり。

是に次ぎて太陰中星の事項につきて記せり。太陰中星とは月と殆ど赤緯を等しくし其赤經が月のと餘り異ならざるものにして月と共に觀測することを得る星なり。此等の星は矢張り經度測量に用ひらる。

次ぎは食の要素、掩蔽の現象を呈する星の平均位置、掩蔽の要素、綠威にて見るを得可き掩蔽の表、衞星の推算表、月の天平動、潮汐推算表を揭載せり。されば航海者及天文學者の缺く可からざる座右の書たり。

第二十二章　時の測定法

吾等は是より天文學の應用につき二三のことを述べんと欲す。依て先づ第一に時の決定法を述べん。既に記載せる所によりて若し吾等が恒星時を知れば其時刻に相當する平均太陽時を計算し得可し。故に時を決定せんと欲せば恒星の觀測をなし恒星時を知るを最も簡單とす。

時計

時計。時を計るに用ふる器械を時辰儀及天文用振子時計とす。時辰儀は其形大にして且つ其構造精巧なる懷中時計に過ぎず。後者は振子時計の精巧なるものにして前者よりも精密なる時間を指示するも我日本の如き地震多き地にては之を標準の時計とすること能はず。故に現今我國にては時辰儀を標準とす。

如何なる測時器と雖も常に精密なる時を表はし難し。故に之が修正値を加ふる必要あり。若し其時計が後るれば其修正値が正にして進み居れば負なり。

普通時計の進率と稱するものは修正値の一日の變化にして之れが日々一樣なれば其時計は良好なるものなり。今 ΔT_0 を T_0 なる時の時計修正數、ΔT を T の修正數 δT を進率とすれば

$$\Delta T=\Delta T_0+\delta T(T-T_0)$$

然るに此式は進率が $T-T_0$ 時間常數なる場合にのみ應用し得可きも是れが數日以上に亘れば良好なる時辰儀と雖も常數と考ふること能はず。從て精密なる時を知らんと欲せば觀測を出來る丈屢行ひ進率の變化を定めざる可らず。

子午線經過によりて修正數を求む

第一子午線經過によりて時の修正値を求むる法。或星が子午線經過をなす瞬時に時計面の時刻を記錄し之をTにて表はし其星の赤經を α とすれば子午線經過の際には其時角零なるを以て地方恒星時(之を T' とす)が α に等しきものなり。故に時計を地方恒星時に直さんとせば

$$\Delta T=T'-T=\alpha-T$$

なる修正値を加へざる可からず。

恒星の等高觀測によりて ΔT を求む

第二等高度の觀測によりて。若し子午儀を用ふること能はざる場合には星の高度が子午線の東及西に於て等しき高度に達せる二時刻を觀測し其平均を取

りて之に更ふることを得。之が觀測に用ふ可き器械は六分儀又は經緯儀の如き高度を測るに用ふる器械なり。

太陽の等高觀測より ΔT を求む

若し恒星の代りに太陽を午前及午後の二回等高度をなせる時觀測すれば矢張り ΔT を求め得可し。されどより面倒なる計算を要す。今 φ を觀測地の緯度、δ を地方正午に於ける太陽の赤緯、$\Delta\delta$ を δ が子午線より東西の觀測に至るまでに變化せる量、h を太陽の眞高度、T_0 を午前午後觀測をなせる時の時計面の時刻の平均、ΔT_0 を T_0 を眞正午に直す修正、t を二觀測間に經過せる時間の半分とすれば

$t+\Delta T_0=$ 東の方へ算へたる午前に於ける觀測の時角

$t-\Delta T_0=$ 午後觀測の時角

$\delta-\Delta\delta=$ 午前觀測の赤緯

$\delta+\Delta\delta=$ 午後觀測の赤緯

なるを以て天頂、北極及星よりなる球面三角形を考へて次式を得、

$$\sin h=\sin\varphi\sin(\delta-\Delta\delta)+\cos\varphi\cos(\delta-\Delta\delta)\cos(t+\Delta T_0)$$

然るに

$$\sin h=\sin\varphi\sin(\delta+\Delta\delta)+\cos\varphi\cos(\delta+\Delta\delta)\cos(t-\Delta T_0)$$

$$\sin(\delta\pm\Delta\delta)=\sin\delta\cos\Delta\delta\pm\cos\delta\sin\Delta\delta$$

$$\cos(\delta\pm\Delta\delta)=\cos\delta\cos\Delta\delta\mp\sin\delta\sin\Delta\delta$$

$$\cos(t\pm\Delta T_0)=\cos t\cos\Delta T_0\mp\sin t\sin\Delta T$$

依て是等を上の式に置換し第二より第一の式を引けば

$$0=2\sin\varphi\cos\delta\sin\Delta\delta-2\cos\varphi\sin\delta\sin\Delta\delta\cos t\cos\Delta T_0+2\cos\varphi\cos\delta\sin t\cos\Delta\delta\sin\Delta T_0$$

之を變化すれば

$$\sin\Delta T_0=-\frac{\tan\Delta\delta.\tan\varphi}{\sin t}+\frac{\tan\Delta\delta.\tan\delta}{\tan t}\cos\Delta T_0$$

然るに $\Delta\delta$, ΔT_0 は小なるを以て $\Delta\delta$ の正切を $\Delta\delta$ にて、ΔT_0 の正弦を ΔT_0、餘弦を一にて置き換ふるも感ずる程の誤りなし。故に次式を得

$$\Delta T_0=-\frac{\Delta\delta.\tan\varphi}{15\sin t}+\frac{\Delta\delta.\tan\delta}{15\tan t}$$

玆に於て T_0 に之を加ふれば即ち太陽が子午線經過をなす場合の時計面の時刻を得可し。依て眞正午に正しき時間が示すべき時刻 T' を計算すれば

$$\Delta T=T-(T_0+\Delta T_0)$$

次ぎに兩觀測に於て高度が Δh 丈異なる時に ΔT_0 に及ぼす修正數を求む。今

$$\sin h=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos t$$

に於て φ と δ とを常數と見て微分すれば

$$\cos h\,\Delta h=-\cos\varphi\cos\delta\sin t\,15\Delta t$$

若し西の觀測が Δh 丈大なれば時角は Δt 丈增加す可く平均時刻は $\frac{1}{2}\Delta t$ 丈增加すべし。從て高度の差の修正は $-\frac{1}{2}\Delta t$ なり。依て之を $\Delta'T_0$ にて表はせば

$$\Delta'T_0=\frac{\Delta h\cos h}{30\cos\varphi\cos\delta\sin t}$$

單一高度より ΔT を求む

第三、**單一高度を測定して ΔT を求む**。今赤緯が δ なる星の高度或は天頂距離を六分儀又は經緯儀を以て觀測し。之と同時に時計面の時刻を記錄せよ。此際觀測地の緯度 φ が精密に決定せられ居るものと假定し、天頂距離を ζ、時角を t にて表はせば此頂に於けると等しく次式を得。

$$(\mathrm{A})\quad \cos\zeta=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos t$$

$$\therefore\quad \cos t=\frac{\cos\zeta-\sin\varphi\sin\delta}{\cos\varphi\cos\delta}$$

即ち

$$\sin\tfrac{1}{2}t=\sqrt{\left(\frac{\sin\frac{1}{2}[\zeta+(\varphi-\delta)]\sin\frac{1}{2}[\zeta-(\varphi-\delta)]}{\cos\varphi\cos\delta}\right)}$$

依て t を得可く從て地方時を見出し得。乃ち之を觀測せる時計の時刻と比較すれば修正値を求め得可し。

上の式にて重符號あるを以て t の二價を得。其正なるは西方觀測、負なるは東方にて觀測せる場合のなり。

若し吾等が觀測せるものが星にあらずして太陽、月又は惑星ならんか、觀測の時に於ける之が赤緯は天體曆より求めらる可し。然るに此時こそ觀測によりて求めんとするものなれば最初は之が近似値を假定して赤緯を求め、其赤緯を用ひて計算を行へば t の稍近き値を得。從て是より一層精密なる時を計算し、今一度此時に當る赤緯を取り同一の計算を行ふ時は次第に精密なる時を得可し。

$d\zeta, d\delta, d\varphi$ の Δt に及ぼす影響

單一高度を測定して時の修正値を求むるには δ φ の値が豫め精密に知られ居る必要あり、且つ ζ が正しき觀測なる可し。されど之に反して是等の量の凡て或は一二が不正なる時は dt に影響を及ぼすこと必せり。依て是等が $d\delta, d\varphi, d\zeta$ なる誤差を有する時に t の受くる修正値 dt を求めん。今北極、天頂及星を頂角

とする球面三角形にて星の角をqにて天頂の外角をAにて表はせば

$$(B)\left\{\begin{aligned} &\frac{\sin t}{\sin\zeta}=\frac{\sin A}{\cos\delta}=\frac{\sin q}{\cos\varphi}\\ &-\sin\zeta\cos A=\sin\delta\cos\varphi-\sin\varphi\cos\delta\cos t\\ &\sin\zeta\cos q=\sin\varphi\cos\delta-\sin\delta\cos\varphi\cos t \end{aligned}\right.$$

$d\zeta$ の影響

今(A)を微分し(B)を參考すれば

$$-\sin\zeta\, d\zeta=(\cos\varphi\sin\delta-\sin\varphi\cos\delta\cos t)d\varphi+(\sin\varphi\cos\delta-\cos\varphi\sin\delta\cos t)d\delta$$
$$-\cos\varphi\cos\delta\sin t\, dt$$
$$=-\sin\zeta\cos A\, d\varphi+\sin\zeta\cos q\, d\delta-\sin\zeta\sin A\cos\varphi\, dt$$
$$=-\sin\zeta\cos A\, d\varphi+\sin\zeta\cos q\, d\delta-\sin\zeta\cos\delta\sin q\, dt$$
$$\therefore\ \sin q\cos\delta\, dt=d\zeta-\cos A\, d\varphi+\cos q\, d\delta=\sin A\cos\varphi\, dt$$

故にφ及δが誤差なく單に觀測にのみ$d\zeta$丈の誤差あればdt(時間にて表はす)は

$$dt=\frac{d\zeta}{15\sin q\cos\delta}=\frac{d\zeta}{15\cos\varphi\sin A}$$

となる。されば$\sin A=\pm1$即ち卯酉線にて觀測をなせば觀測に$d\zeta$の誤差あるも其影響を最小ならしむることを得ん。

$d\varphi$ の影響

次ぎに緯度が能く決定せられざる地にて觀測せし際φに$d\varphi$の誤差ありとすれば

$$dt=\frac{d\varphi}{15\cos\varphi\tan A}$$

從て此場合にても卯酉線の近傍にて觀測すれば$d\varphi$の影響を最小となすを得。若し精密に卯酉線上にて觀測すれば$d\varphi$の影響を受けず。

$d\delta$ の影響

最後に$d\delta$のみ存在して$d\varphi=d\zeta=0$なる時には

$$dt=\frac{d\delta}{15.\cos\delta\tan q}$$

從て此際にも星が卯酉線上にあれば矢張り$d\delta$の影響を最小ならしむるを得。山是觀之、單一高度を觀測してdtの精密なるものを得んとすれば卯酉線にて觀測するを可とす。然れども緯度の高き地にては卯酉線上に於ける星の高度甚だ小にして濛氣差の爲め高度を精確に觀測することを得ず。故に勢ひ卯酉線より多少隔たれる所にて觀測を行はざるを得ず。さればΔTは$d\zeta$, $d\varphi$, $d\delta$の影響を受け多少不精密なるものとなるべし。

等高度觀測の利益

然るに同一の星を(第二の場合に於けるが如く)子午線の東西等高度に於て觀測すれば $sinA$, $tanA$, $tanq$ が一方にて正他方にて負となり。時の修正數が一方が大に失する丈他方にて小なる故之を平均すれば殆ど dt なし。是れ實に等高度觀測の利益ある所以なり。されど同一の星を東西にて觀測するには數時間を待たざる可からざる不便あり。依て第四の方法を生ず。

異なる二星の等高度觀測よりΔTを求む

第四異なる二星を高度が相等しき時子午線の東西にて觀測し之よりΔTを求む。今高度を h,兩星の赤緯を δ δ' にて觀測の際の時角を t t' にて表はせば兩觀測より次ぎの二式を得可し。

$$\sin h=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos t$$

$$\sin h=\sin\varphi\sin\delta'+\cos\varphi\cos\delta'\cos t'$$

是等を引き合へば

$$0=\sin\varphi(\sin\delta-\sin\delta')+\cos\varphi(\cos\delta\cos t-\cos\delta'\cos t')$$

$$\therefore\quad \tan\varphi(\sin\delta-\sin\delta')=\cos\delta\cos t-\cos\delta'\cos t'$$

或は之を多少變化して次式あり

$$\tan\varphi(\sin\delta-\sin\delta')=\cos t'(\cos\delta+\cos\delta')-\cos\delta(\cos t+\cos t')$$

$$\tan\varphi(\sin\delta-\sin\delta')=-\cos t(\cos\delta+\cos\delta')\times\cos\delta'(\cos t+\cos t')$$

依て是等を加へて

$$2\tan\varphi(\sin\delta-\sin\delta')=(\cos\delta+\cos\delta')(\cos t'-\cos t)+(\cos\delta'-\cos\delta)(\cos t+\cos t')$$

$$\therefore\quad \tan\varphi\sin\frac{\delta-\delta'}{2}\cos\frac{\delta+\delta'}{2}=\cos\frac{\delta+\delta'}{2}\cos\frac{\delta-\delta'}{2}\sin\frac{t+t'}{2}\sin\frac{t-t'}{2}$$
$$+\sin\frac{\delta+\delta'}{2}\sin\frac{\delta-\delta'}{2}\cos\frac{t+t'}{2}\cos\frac{t-t'}{2}$$

今TT'を觀測の際の時刻,α α' を兩星の赤經とすれば

$$t=T+\Delta T-\alpha,\quad t'=T'+\Delta T-\alpha'$$

$$\therefore\quad t+t'=T+T'-(\alpha+\alpha')+2\Delta T$$

$$t-t'=T-T'-(\alpha-\alpha')$$

依て　$2\mu=(T+T')-(\alpha+\alpha')$,　$2\lambda=(T-T')-(\alpha-\alpha')$　と置けば μ 及 λ は既知の量なり。

而して　$\frac{1}{2}(t+t')=\mu+\Delta T$,　$\frac{1}{2}(t-t')=\lambda$　を得。依て

$$\frac{\tan\varphi\tan\frac{1}{2}(\delta-\delta')}{\sin\lambda}=\sin(\mu+\Delta T)+\tan\frac{1}{2}(\delta+\delta')\tan\frac{1}{2}(\delta-\delta')\cot\lambda\cos(\mu+\Delta T)$$

如何に星を撰ぶ可きか

更に

$$\tan p=\tan\tfrac{1}{2}(\delta+\delta')\tan\tfrac{1}{2}(\delta-\delta')\cot\lambda$$

と置けばpは計算より決定し得らる可きものなり。而して前の式は次ぎの如く變化するを得

$$\frac{\tan\varphi\tan\frac{1}{2}(\delta-\delta')}{\sin\lambda}=\sin(\mu+\Delta T)+\tan p\cos(\mu+\Delta T)$$

$$\therefore\quad \sin(\mu+p+\Delta T)=\frac{\tan\varphi\tan\frac{1}{2}(\delta-\delta')\cos p}{\sin\lambda}$$

此式の右邊は既知の量のみを含む故$\mu+p+\Delta T$を計算し得可し。其際此値に二個ある可きもμの値に照らして其何れかを取る可し。

次ぎに如何なる二星を撰ぶ時最も良好なる結果を得るかを判定する爲め、最初の二式を微分すれば前と同樣に

$$dh=-\cos A\,d\varphi+\cos q\,d\delta-\cos\varphi\sin A\,dt$$

$$dh=-\cos A'\,d\varphi+\cos q'\,d\delta'-\cos\varphi\sin A'\,dt'$$

是等を引き合ひ赤經が誤差を含まざるか或は其誤差をdT, dT'に含めたる時$dt=dT+d(\Delta T)$, $dt'=dT'+d(\Delta T)$なることを注意すれば

赤經の測定

$$d(\Delta T)=\frac{\tan\frac{1}{2}(A+A')}{\cos\varphi}d\varphi+\frac{\sin A}{\sin A'-\sin A}dT-\frac{\sin A'}{\sin A'-\sin A}dT'$$
$$-\frac{\cos q}{\cos\varphi(\sin A'-\sin A)}d\delta+\frac{\cos q'}{\cos\varphi(\sin A'-\sin A)}d\delta'$$

此式を吟味するに$d\varphi$, dT, dT', $d\delta$, $d\delta'$等の影響を最も小ならしめんと欲せば星が夫れ々々に一が子午線の東他が西に於て等高度に達し、且つ其際各の方法角が相等しき大さと反對の符號を有する樣に是等を撰擇せざる可からず。即ち兩星の赤緯が殆ど相等しきこと必要なり。

赤經の測定。若し時計面の時の修正數を知ればΔTを見出せし時と反對の途行にて星の赤經を測定し得可し。赤經の測定にはΔTを用ふる故成可く進率が常數と考へらるゝ程良好なる天文用時計又は時辰儀を用ひ、子午儀を以て星の子午線經過を觀測す可し。其他の方法にても測定し得ざるにあらねど、種々の誤差を生じ精確なるものを望み難し。

第二十三章　緯度の測定法

單一高度より緯度を求む

第一、**單一高度の觀測より緯度を求む。** 今時計の修正値が精密に知られ、觀測地の眞地方時Θが與へられたりとすれば赤緯αの星の時角tが$\Theta-\alpha$なるを以て計算せられ得可きものなり。依てtなる時角を有する時に此星の高度hを觀測せば屢々考へたる球面三角形より

(A)　$\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos t=\sin h$

を得。然るに此式に於て未知量はφのみなる故容易に計算し得可し。今

$$d\sin D=\sin\delta$$

$$d\cos D=\cos\delta\cos t$$

と置けばdとDとは既知量より計算し得可きものにして上の式は

$$d\cos(\varphi-D)=\sin h$$

となる。從て$\varphi-D$を得可く之に依りてφを求め得可し。此際$\varphi-D$の値が二個あるべし。從てφの値も二個あり。されど若し是等の内一が九十度以上なれば他の一のみ採用し得可きものなり。若し又兩方とも正九十度と負九十度との間にある場合には其内φの近似値(豫め知れる)にて其何れを取る可きかを判斷し得可し。

誤差の研究

次ぎにδ t h又はζの誤差がφに及ぼす影響を考へん。即ち最初の式より

$$d\varphi=\frac{d\zeta}{\cos A}-\frac{\sin\varphi\cos\delta}{\cos A}dt+\frac{\cos\varphi}{\cos A}d\delta$$

或は

$$d\varphi=-\sec A\,dh-\cos\varphi\tan A\,dt+\cos\varphi\sec A\,d\delta$$

此式を注意するにAが零度又は百八十度の時即ち子午線にてはdh dtの影響が最も小さくなり、卯酉線にて觀測する場合に最大となる。若し同一の星を子午線の兩側にて觀測し且つ子午線よりの距離を等しからしむればdtの係數が兩觀測に於て其符號を反對にす可し、依て其平均を取ればdtの小なる誤差を消去することを得可し。又天頂の南を經過する星と北を經過する星とは$\sec A$が反對の符號を有するを以て天頂の南北兩方に星を取り、之を子午線に近く觀測し其平均を求むればdhの影響を多少減少するを得ん。$d\delta$の影響は之に反し

$\varphi=90°$ にして $\sec A$ が無限大とならざる時のみ其係數が零となる。此の如きは獨り週極星を最大離隔の時に觀測せば現はるものなり。依て赤緯の誤差をの誤差と共に除去せんと欲せば成丈極に近き星を撰び之を子午線の兩側に於て最大離隔の頃觀測すべし。

子午線經過の際天頂距離を觀測して緯度を求む

第二、子午線經過の際天頂距離を觀測して。第一の特別の場合にて赤緯の能く決定せられたる星の高度又は天頂距離を子午線經過の際觀測せば矢張り緯度を決定することを得可し。(A)に於て t を零とすれば

$$\cos(\varphi-\delta)=\cos\zeta$$

$$\therefore\quad \varphi-\delta=\pm\zeta,\quad \varphi=\delta\pm\zeta$$

正負の兩符號に附きて考ふるに正は上經過の場合にして負なるは下經過の場合に應用せらる可きものなり。依て上經過の時の天頂距離を ζ 赤緯を δ とし下經過の時のを ζ' δ にて表はせば $\delta'=180-\delta$ にして次ぎの二式を得可し。

上經過 $\quad\varphi=\delta+\zeta$

下經過 $\quad\varphi=\delta'-\zeta'$

若し觀測せる星が週極星なる時は同一の星を上及下經過の二度觀測すれば星の赤緯に無關係に緯度を決定し得可し。即ち

$$\varphi=\tfrac{1}{2}(\zeta-\zeta')+90°$$

されど一方のみを用ふる際は星の赤緯が直接に影響するを以て δ の能く知れたる星を觀測すべし。

タルコット法

第三、タルコット法。天頂距離は濛氣差の影響を受くるを以て、之より來る差を考ふるに殆ど同じ時に殆ど同じ高度の星を觀測すれば其影響も亦殆ど等しかる可し。依て今一は子午線を南にて經過し他の一は北にて經過し其天頂距離の差が甚だ小にして測微尺を以て測り得る程なる二星を撰擇し、且つ此等の赤經の差も大ならざるものと假定せよ。然る時は天頂儀の如き鉛直線との傾きを亂すことなく順次に是等兩星へ向くるとを得可き器械を用ふれば測微尺にて天頂距離の差を精密に測ることを得可し、之に由りて緯度を精密に決定し得。即ち是等の星の赤緯を δ δ' とし、子午線經過の際の天頂距離を ζ, ζ' とすれば

$$\varphi=\delta+\zeta,\quad \varphi=\delta'-\zeta'$$

北極星によりて

$$\therefore\quad \varphi=\tfrac{1}{2}(\delta+\delta')+\tfrac{1}{2}(\zeta-\zeta')$$

にして $\tfrac{1}{2}(\zeta-\zeta')$ は假定により甚だ小なるもの故南北の星に影響する濛氣差は平均の際殆ど消去せらる可し。依て星の赤緯が精密なるものならんか、此方法によりて良好なる結果を得可し。但し第一の星と第二の星との觀測が十五分以内たるべし。然らざれば器械が其位置を變化し誤差を來す恐あればなり。

第四、北極星によりて。　北極星を觀測すれば其高度より緯度を精密に求め得可し。之を計算するには第一法によるを得可きも順次に幾多の觀測をなせる場合にては次ぎの如くするを可とす。

今 p を北極距離とすれば

$$\sin h=\sin\varphi\cos p+\cos\varphi\sin p\cos t$$

p は小なるを以て φ は p の昇級數に展開することを得可し。若し又

$$\varphi=h-x$$

と置けば x は p の如く小なるものなり故に

$$\sin\varphi=\sin(h-x)=\sin h-x\cos h-\tfrac{1}{2}x^2\sin h+\tfrac{1}{6}x^3\cos h+\cdots\cdots$$

$$\cos\varphi=\cos(h-x)=\cos h+x\sin h-\tfrac{1}{2}x^2\cos h-\tfrac{1}{6}x^3\sin h+\cdots\cdots$$

$$\sin p=p-\tfrac{1}{6}p^3+\cdots\cdots$$

$$\cos p=1-\tfrac{1}{2}p^2+\cdots\cdots$$

依て是等を $\sin h$ の式に代用すれば次式あり

$$\sin h=\sin h-x\cos h+p\cos t\cos h-\tfrac{1}{2}(x^2-2xp\cos t+p^2)\sin h+\cdots\cdots$$

$$\begin{aligned}\therefore\quad x=&\,p\cos t-\tfrac{1}{2}(x^2-2xp\cos t+p^2)\tan h\\&+\tfrac{1}{6}(x^3-3x^2p\cos t+3xp^2-p^3\cos t)\\&+\tfrac{1}{24}(x^4-4x^3p\cos t+6x^2p^2-4xp^3\cos t+p^4)\tan h\cdots\cdots(\alpha)\end{aligned}$$

先づ第一近似數を求むるに

$$x=p\cos t$$

と置き、此値を (α) の第二項に代用すれば更に精密なる x を得。即ち

$$x=p\cos t-\tfrac{1}{2}p^2\sin^2 t\tan h$$

更に此値を (α) の第二項及第三項に入るれば

$$x=p\cos t-\tfrac{1}{2}p^2\sin^2 t\tan h+\tfrac{1}{3}p^3\cos t\sin^2 t$$

となりて次第に精密なるものとなる。若し x を弧の秒數にて求めんと欲せば p^2, p^3 …… に $\sin 1''$, $\sin^2 1''$ …… を乘ず可し。若し一秒以内の緯度を求めんとすれば次ぎの公式にて充分なる可し。

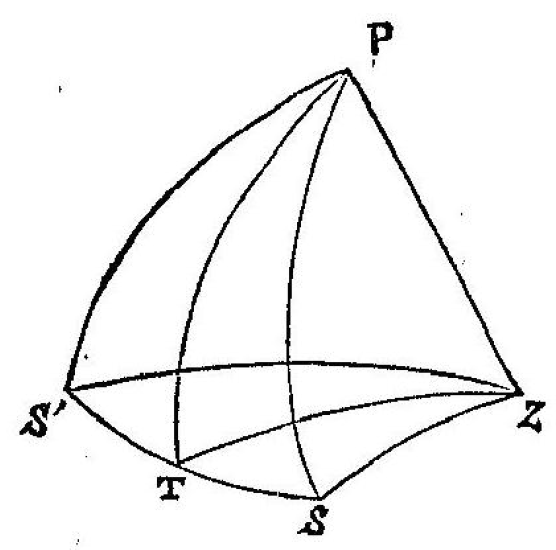
$$\varphi = h - p\cos t + \tfrac{1}{2}p^2 \sin 1'' \sin^2 t \tan h + \cdots\cdots\cdots\cdots (b)$$

t は例の如く觀測の時の恒星時 Θ と星の赤經 α との差なり。(b) を簡單に計算し得る樣英暦及獨逸暦には必要なる表を掲げあり。

同じ星の高度を二度測りて

第五、同一星の二高度と觀測の間に經過せる時とを知りて。第五十三圖に於て

第五十三圖



P を北極、z を天頂、S S′ を $\alpha\ \delta$ なる位置を有する星が T T′ に於て占むる位置とし、$h\ h'$ を以て濛氣差其他の修正を加へたる眞高度 $\Delta T, \Delta T'$ を T T′ に於ける時計の修正値、$t\ t'$ を觀測の時の時角、λ を其差とすれば

$$t = T + \Delta T - \alpha$$

$$t' = T' + \Delta T' - \alpha$$

$$\lambda = (T' - T) + (\Delta T' - \Delta T)$$

故に其差は

今更に SS′ を結び之を T にて二等分し、PT, ZT を結び ST 又は S′T を C にて、T の赤緯を D にて T の高度を H にて表はし其他 P＝∠PTS, Q＝∠ZTS, q＝∠PTZ と置けば球面三角形 PTS が T に於て直角なるを以て

$$\sin C = \cos\delta \sin\tfrac{1}{2}\lambda, \qquad \sin D = \frac{\sin\delta}{\cos C}$$

又三角形 ZTS ZTS′ より

$$\begin{cases} \sin h = \sin H \cos C + \cos H \sin C \cos Q \\ \sin h' = \sin H \cos C - \cos H \sin C \cos Q \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} 2\sin H \cos C = \sin h + \sin h' \\ 2\cos H \sin C \cos Q = \sin h - \sin h' \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} \sin H = \dfrac{\sin\frac{1}{2}(h+h')\cos\frac{1}{2}(h-h')}{\cos C} \\ \cos Q = \dfrac{\cos\frac{1}{2}(h+h')\sin\frac{1}{2}(h-h')}{\cos H \sin C} \end{cases}$$

PTZ なる三角形に於て ∠PTZ＝q＝90－Q なるを以て τ＝∠ZPT とせば

$$\sin\varphi = \sin D \sin H + \cos D \cos H \sin Q$$
$$\cos\varphi \cos\tau = \cos D \sin H - \sin D \cos H \sin Q$$
$$\cos\varphi \sin\tau = \cos H \cos Q$$

依て次ぎの如くβ及γを取れば

$$\left\{\begin{aligned}\cos\beta \sin\gamma &= \cos H \sin Q\\ \cos\beta \cos\gamma &= \sin H\\ \sin\beta &= \cos H \cos Q\end{aligned}\right.$$

即ち

$$\left\{\begin{aligned}\sin\beta &= \frac{\cos\frac{1}{2}(h+h')\sin\frac{1}{2}(h-h')}{\sin C}\\ \cos\gamma &= \frac{\sin\frac{1}{2}(h+h')\cos\frac{1}{2}(h-h')}{\cos\beta \cos C}\end{aligned}\right.$$

然る時は

$$\left\{\begin{aligned}\sin\varphi &= \cos\beta \sin(D+\gamma)\\ \cos\varphi \cos\tau &= \cos\beta \cos(D+\gamma)\\ \cos\varphi \sin\tau &= \sin\beta\end{aligned}\right.$$

卯酉線經過によりて

従てφとτとを見出し得可し。

第六、卯酉線經過によりて。吾等は子午儀を用ゐて如何なる垂圏に於ける星の經過を観測し得可し。今其際必要なる種々の修正を加へたる上にて方位角がAなる垂圏を或星が通過せる時計面の時刻をTとし、時の修正値をΔTとすればば星の時角は$t=T+\Delta T-\alpha$なり。而して星の高度をζにて表はせば

$$\left\{\begin{aligned}\sin\zeta \cos A &= -\cos\varphi \sin\delta + \sin\varphi \cos\delta \cos t\\ \sin\zeta \sin A &= \cos\delta \sin t\end{aligned}\right.$$

$$\therefore \quad \cos t \sin\varphi - \tan\delta \cos\varphi = \sin t \cot A$$

故にAが豫め決定せられ居れば此式よりφを計算し得可し。茲に於て一歩を進めAが如何なる値の時に最も精確なる結果を求め得るかを研究せん。上式を微分し例の如くqを星に於ける角を表はすものとせば

$$d\varphi = \frac{\cos q \cos\delta}{\cos\zeta \sin A}dt - \frac{\tan\zeta}{\sin A}dA + \frac{\sin q}{\cos\zeta \sin A}d\delta$$

此式を見るに$d\varphi$を小ならしめんが爲めには$\sin A$, $\cos\zeta$を成可く大にするを必要とす。従て最も良好なる結果を與ふる場合は垂圏が卯酉線にして星の赤緯

が求むる緯度と甚しき差なき際なり。即ち此時には $A=90°$ にして ζ は小なるを以て分母は大となる。而して又

$$\cos\varphi\cos\delta=\sin\zeta\sin\varphi+\cos\zeta\cos\varphi\cos A$$

なるが故是等の値は dt の係數の分子をも小くすべし。故に卯酉線經過を觀測すれば大に精密なる結果を得可し。此場合には $\cot A=0$ なるを以て上の公式は

$$\tan\varphi=\tan\delta\sec t$$

と變化せらる。

以上述べたるもの丶外尚種々の方法あれども、そは凡て之を省き、次ぎに經度の測定に就きて述ぶる所あらんとす。

第二十四章　經度の測定法

地球表面上或地の經度とは其地の子午線と標準子午線とが極に於てなす角なり。萬國普通に採用する標準子午線は英國線威天文臺を通過するものにして實に東京天文臺の西方九時十九分弱の所にあり。又地球表面上二點の經度の

差は此等二點の子午線が極に於て含む角なり。從て經度又は經度の差を決定することたるや、天文學上より見れば單に同一時刻に於て是等兩地の地方時の差を求むるに過ぎず。併同一瞬間に於ける地方時を比較するに數法ありて其或ものが精密に行はれ、他はより不精密を免れず。今其重なるもの丶二三を次に記さんとす。

第一、時辰儀運搬法。 經度の差を定めんとする兩地をE及Wにて表はし、EをWの東方にあるものと考ふ。先づE地に於て時辰儀の修正値及進率を定めたる後Wに運び其地にて定めたる地方時に照らして其誤差を定めよ。然る時はWにて觀測より得たる時と同じ瞬間に時辰儀より與へらる丶E地の地方時との差は即ち求むる經度の差なり。今 ΔT_e をTなる時にEに於ての時辰儀修正値、δt を時計の進率、ΔT_w を T_w なる時辰儀面上の時がWの地方時に照らして受く可き修正値とし、Lを經度の差とすれば

$T_w+\Delta T_w=$ 時計が T_w を示す際のWの地方時

$T_w+\Delta T_e+\delta t(T_w-T_e)=$ 同じ瞬時に於けるEの地方時

故に

$$L=\Delta T_w-[\Delta T_e+\delta t(T_w-T_e)]$$

旅行進率

然るに時辰儀を運搬するや、其進率も變化し所謂旅行進率なるものを生ずるを以てEにて定めたるδtを以て滿足すること能はず。されば之を見出さんが爲め次ぎの如くにす。T_e, T_w, T_w', T_e'を夫れ々々にEを出發する時Wに達せし時、Wを出發せし時、再びEに到達せし時の時刻を表はすものとし、Δ_e, Δ_w, Δ_w', Δ_e'を夫れ々々に上の各時刻に於て觀測より得たる時辰儀の修正値とし、mを旅行進率とすれば

$$L=\Delta_w-\Delta_e-m(T_w-T_e)$$

$$L_1=\Delta_w'-\Delta_e'-m(T_e'-T_w')$$

$$\therefore\ m=\frac{(\Delta_e'-\Delta_e)-(\Delta_w'-\Delta_w)}{(T_w-T_e)+(T_e'-T_m')}$$

mを知れば上の式の何れかにてLを求め得可し。

此方法にて成可く精密にLを求めんと欲せば數個の時辰儀を用ゐて幾回か上の方法を繰返へし其平均を求む可し。

電信法

第二、電信法。一地Eに於ける地方時と他の地Wの地方時とを最も便利に且つ最も精密に比較せんと欲せば電信を利用す可し。之を用ゐて比較を簡單に行はんとせば次の如くするを可とす。即ちE地の人が時辰儀の秒と一致してキーを打ち、W地にては其音を聞きつゝ之をW地の時辰儀と比較し、次きにW地にてキーを打ちE地にて之を己が時辰儀と比較す可し。之を數十回行ひて兩地の時辰儀を充分に比較し得たりとせよ。兩地の時辰儀の修正は比較の前後觀測より求め得可きを以て、今T_e, ΔTをEにて電信を送る時の時計面の時刻及其修正、T_w, ΔT_wをWにて之を受くる時の時計面の時刻及其修正とし、T_w', $\Delta T_w'$をWにて電信を送る時、T_e', $\Delta T_e'$をEにて此電信を受くる時の時計時刻と修正なりとし、更にLを兩地經度の差μを電流がEW間を走るに要する時間とすれば

$$L-\mu=(T_e+\Delta T_e)-(T_w+\Delta T_w)=L_e$$

$$L+\mu=(T_e'+\Delta T_e')-(T_w'+\Delta T_w')=L_w$$

$$\therefore\ L=\tfrac{1}{2}(L_e+L_w)$$

$$\mu=\tfrac{1}{2}(L_e-L_w)$$

即ち此の如くにして電信傳達の時間を消去することを得可し。普通の場合に

は之にて充分精確なる結果を得可きも、若し非常に良き結果を收めんとせば更に第一ＥＷ兩地の觀測者が時の修正を決定する場合の比較的人差、第二信號を送受することに關する人差、第三信號を送る地にて指がキーに觸れてより輪道をなすに必要なる時間、第四受信地にて渡しが電氣の爲め上下する小なる空間を動くに要する時間等につき、綿密なる注意を拂ひ、是等を消去する方法を講ぜざる可からず。

前法より稍〻大仕掛なれども恒星信號法を用ふればより精密なる結果を得可し。蓋しＥＷ兩地の經度差はある一星がＥの子午線を經過してよりＷの子午線を經過するまでに要せし時間に過ぎず。而かも該時間は一個の時辰儀を輪道內に置き同一輪道をして兩地を通らしめ、各觀測地のクロノグラフ及キーを過ぐる樣に裝置せば次の如くにして決定し得可きものなり。即ちＥＷ兩地に善良なる子午儀を供へ、星がＥの望遠鏡に見るや觀測者は豫め信號をなしてＥＷ兩所の助手をしてクロノグラフを働かしめ、星が望遠鏡の糸を經過する每にキーを打ちてＥＷ兩地のクロノグラフにて其時刻を記錄せしめ、星が全然必要なる部分を過ぎなば更に信號を與へ助手をしてクロノグラフを止めしめ、且つ必要なる事項を記載せしむ。次いで此星かＷの子午線に到達せば他の觀測者がＥに於てせしと同樣に其經過を兩地のクロノグラフに記錄せしむ。斯くてＥにて觀測せる子午線經過がＥのクロノグラフに記錄されたる時刻をT_1、Ｗのクロノグラフに感ぜしものをT_2、又Ｗにて觀測しＥに感ぜしをT_1'、Ｗに記錄されたるをT_2'にて表はし、e e'を夫れ〻〻にＥＷに於ける觀測者の人差、τ τ'をT_1及T_1'(或はT_2及T_2')の修正、δTを$T_1'-T$時間に時辰儀の進率より起る修正、αを信號傳達の時間Ｌを經度差とすれば次ぎの二式を得可し。

$$L=T_1'+\delta T+\tau'+e'-\alpha-(T_1+\tau+e)$$　Ｅ地のクロノグラフより

$$L=T_2'+\delta T+\tau'+e'+\alpha-(T_2+\tau+e)$$　Ｗ　〃　〃

故に之を平均すれば

$$L=[\tfrac{1}{2}(T_1'+T_2')+\tau']-[\tfrac{1}{2}(T_1+T_2)+\tau]+\delta T+e'-e=L_1+e'-e$$

今觀測者の比較的人差を無視すればL_1は求むる經度なり。されど今觀測者が其位置を交換し更に初めの如き觀測を行へば比較的人差は其符號を變ず可し。

故に人差を無視せる經度をL_2にて表はせば$L=L_2+e-e'$を得。故に是等を平均して人差を消去することを得可し。即ち

$$L=\frac{1}{2}(L_1+L_2)$$

太陰子午線經過法

第三、太陰子午線經過法。電信術の發見以前經度を測定するに最も用ゐられしものは月の運動にして今之を應用せる重なる方法を擧ぐれば第一日食及星の掩蔽の利用、第二太陰子午線經過法、第三月距離の法、第四月の方位角又は高度の測定等にして是等は何れも同一の原理に基くものなり。即ち月の運動は速かにして二十七日三分の一にて地球を一週轉す、而かも其軌道の要素及攪亂力の影響等が知れ居るを以て各時刻に於ける月の位置を計算することを得可し。されば英米の航海暦には綠威の各一時間毎に月の赤經赤緯を計算し居れり。故に今經度を測定せんと欲する地に於て適當なる方法により月の位置を測定せりと想像せよ。然る時は更に地方時を觀測すれば既記の暦を用ゐ、此位置に相當する綠威時刻を見出すを得可し。依て之を觀測せる地方時と比較して經度を得。吾等は其一例として先づ太陰子午線經過法を述べん。

月の運動は既に述べたるが如く甚だ速なるを以て、之が一地の子午線を經過してより他地の子午線經過をなすまでに其赤經が變化すべし。而かも其赤經は其近傍にある星の赤經を知れば彼れと是れとが經過をなす間の時間を觀測すれば容易に決定することを得。故に暦には所謂太陰中星と稱する星の赤經を揭ぐ。揭ぐる星の數は每日四個以上にして其赤緯の平均は殆ど月のと等しく赤經も著しく異ならざるものを撰びたるなり。暦には此外每日綠威にて月が上下の子午線經過をなす時刻に於て輝ける緣邊の有する赤經と、是れが一時間の經度差を有する兩地の經過をなす間に變化する割合をも記入せり。但し此割合は一樣ならざるを以て暦には綠威子午線經過の際の値を載す。今經度差を定めんとする兩地經度の近似値をL_1、L_2にて表はし、其差をLとし、兩地にて子午線經過の際月の輝く緣邊の赤經がα_1 α_2赤經の一時間に變化する割合がH_0なりとすれば

$$L=\frac{\alpha_2-\alpha_1}{H_0}$$

故に兩地の經度の差を時間及其分數にて見出すことを得可し。若しLが二時

以下の量なる時はH_0を常數と考ふるを得可し。依て暦より$L_0=\frac{1}{2}(L_1+L_2)$に相當する値を挿入法にて見出し之をH_0とす。

經度の差が二時間以上なる場合

若し經度の差が二時間以上なる時は經度の近似値に相當する月の緣邊の赤經を暦より第四差までを考に入れて計算す。之を夫れ々々にL_1 L_2に對しA_1 A_2とすれば若しL_2-L_1が正しく假定せられ居ればA_2-A_1が觀測より得たる値a_2-a_1と等しかる可し。若し然らざれば是等の差をrとせよ。然る時はΔLを吾等がL_2と想像せるものゝ修正値とすればrは月がΔLなる經度の弧を畫く間に變化せる赤經の量なり。依て

$$\Delta L=\frac{r}{H}=\frac{(a_2-a_1)-(A_2-A_1)}{H}$$

HはL_2に於ける値を採用す可し。

太陰距離法

第四、**太陰距離法**。此方法は重に航海者が永く海中にありて最早や時辰儀の指示する所に信頼すること能はざる際行ふものにして六分儀又は他の適當なる器械を以て月の緣邊と太陽の緣邊又は近傍の大なる星との距離を測定し、其際の時辰儀の時刻を記錄し、又之と殆ど同時に太陽又は星の高度を測定すれば經度を求め得可し。觀測せる距離に要用なる修正を加へたる後、暦を取りて此距離に相當する綠威時を求め、記錄せる時辰儀の時刻との差を求むればそは綠威時を得る爲めに時辰儀の指示する時に加減す可き誤差なり。又一方に於て高度の觀測より地方時の誤差を求め得可きを以て是等二誤差の差を取ればそは求むる經度の差なること明かなり。

今太陽と月との距離を測れるものと假定し、地方平均時Tの時月と太陽の緣邊の視距離d''、月の中心の視高度h'、太陽の中心の視高度H'を觀測し、且つ濛氣差を計算する爲め晴雨計及寒暖計をも觀測せりとせよ。然る時は想像せる經度を用ゐて先づ概略の綠威時を得、依て其時刻を利用し暦より月及太陽の半徑s Sを取り、d'を月の中心と太陽の中心との視距離とし、S′を地球面上より見たる月の視半徑とすれば次式を得

$$d'=d''\pm s'\pm S$$

此式の上の符號は兩方の相接近せる緣邊を、下のは最も遠き緣邊を觀測せる時に用ふ可きものなり。

然るに太陽又は月の高度が五十度以下なる時は、濛氣差の爲め是等の天體は楕圓形を呈するを以て此響影をも考へざる可からず、即ち s' S の代りに月距離の方向に於ける半徑を用ゐざる可からず。今第五十三圖にてZを天頂S′M′を太陽月の觀測されし位置とし、$q=ZM'S'$, $Q=ZS'M'$, Δs, ΔS を h' H' の高度にある時月と太陽との鉛直なる半徑が濛氣差の爲め起る縮少とすれば求むる方向の半徑は $s'-\Delta s\cos^2 q$, $S-\Delta S\cos^2 Q$ なり。然るに $ZM'S'$ にて d' を其近似値 $d'\pm s'\pm S$ にて置き換へば他の二邊が $90^\circ-h'$, $90^\circ-H'$ なるを以て

$$\sin^2\tfrac{1}{2}q=\frac{\cos m\sin(m-H')}{\sin d'\cos h'},\qquad \sin^2\tfrac{1}{2}Q=\frac{\cos m\sin(m-h')}{\sin d'\cos H'}$$

但し此式に於て $m=\frac{1}{2}(h'+H'+d')$ と置きたり。然る時は月の中心と太陽の中心との視距離は次式にて計算すべきものなり。

$$d'=d''\pm(s'-\Delta s\cos^2 q)\pm(S-\Delta S\cos^2 Q)$$

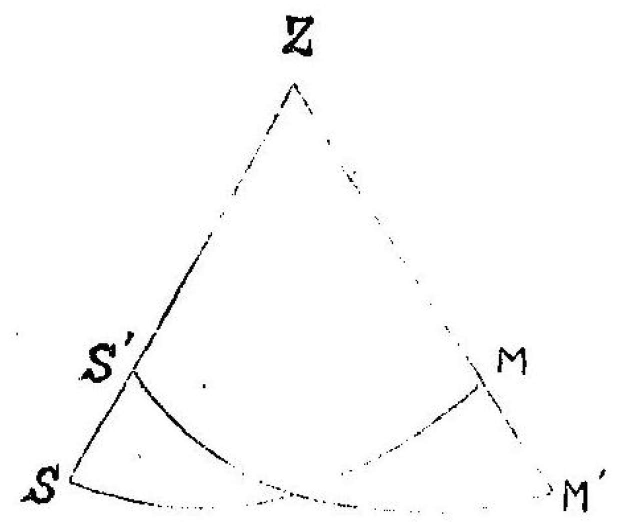
次ぎに此距離を地球の中心に直さんには先づ第一に觀測者の鉛直線と地軸とが會合する點(之をOにて表はす)に直すを便とす。今之に直せる距離及び兩天體の高度を夫れ々々に d_1 h_1 H_1、h_1 H_1 の濛氣差を r、R、月と太陽との赤道地平視差を π、P とせよ。Ｏ點に於ける月の視差を π_1 に表はし $\pi_1=\pi+\Delta\pi$ と置けば $\Delta\pi$ は第五章に依りて求めらる可し。依て

$$h_1=h'-r+\pi_1\cos(h'-r)\qquad H_1=H'-R+P\cos(H'-R)$$

第五十四圖に於てMSを月と太陽とをO點に直せる位置となし、天頂に於ける角をZと置けば三角形 $M'ZS'$ にて三邊が d', $90^\circ-h'$, $90^\circ-H'$ なるを以て

$$\cos^2\tfrac{1}{2}Z=\frac{\cos\frac{1}{2}(h'+H'+d')\cos\frac{1}{2}(h'+H'-d')}{\cos h'\cos H'}$$

第五十四



又三角形 MZS に於て $90^\circ-h_1$, $90^\circ-H_1$ なる二邊とZとを知るを以て

$$\sin^2\tfrac{1}{2}d_1=\cos^2\tfrac{1}{2}(h_1+H_1)-\cos h_1\cos H_1\cos^2\tfrac{1}{2}Z$$

計算を簡にする爲め、$m=\frac{1}{2}(h'+H'+d')$ と置きZの値を代用せば

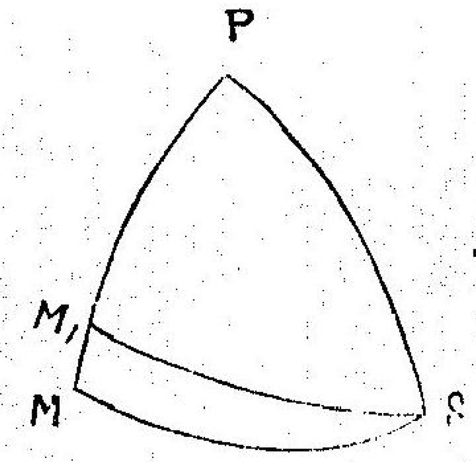
$$\sin^2\tfrac{1}{2}d_1=\cos^2\tfrac{1}{2}(h_1+H_1)-\frac{\cos h_1\cos H_1}{\cos h'\cos H'}\cos m\cos(m-d')$$

更に
$$\sin^2\tfrac{1}{2}M=\frac{\cos h_1\cos H_1}{\cos h'\cos H'}\ \frac{\cos m\cos(m-d')}{\cos^2\frac{1}{2}(h_1+H_1)}$$
と置けば

遂に
$$\sin^2\tfrac{1}{2}d_1=\cos\tfrac{1}{2}(h'+H_1)\cos M$$

最後にO點より地球の中心に直さんが爲め、圖にてPを天球の極、Mを月の地心位置、M_1をOより見たる月の位置、Sを太陽の位置とすればOは天球の軸上にある一點故M_1, Mは等赤經線PM_1M内にあり。依て$d=SM$, $d_1=SM_1$, $\delta=90°-PM$, $\delta_1=90°-PM_1$, $\Delta=90°-PS$と置けば三角形PMS, M_1MSにて
$$\cos PMS=\frac{\cos d_1-\cos(\delta_1-\delta)\cos\delta}{\sin(\delta_1-\delta)\sin\delta}=\frac{\sin\Delta-\sin\delta\cos d}{\cos\delta\sin d}$$
然るに$\delta_1-\delta$が小なる故。$\cos(\delta_1-\delta)\doteqdot 1$　故に
$$\cos d_1-\cos d=\frac{\sin(\delta_1-\delta)}{\cos\delta}(\sin\Delta-\sin\delta\cos d)$$

第五十五圖



然るにd_1-dも亦小なるを以て$\cos d_1-\cos d=\sin(d-d_1)\sin d_1$と置かる。乃ち之を上式に代用すれば次ぎの如く書くも充分に精密なり。
$$d-d_1=\frac{\delta_1-\delta}{\cos\delta}\left(\frac{\sin\Delta}{\sin d_1}-\frac{\sin\delta}{\tan d_1}\right)$$

次ぎに第五章の終に見出せる$\delta_1-\delta$を入るれば
$$d-d_1=\Delta\pi\sin\varphi\left(\frac{\sin\Delta}{\sin d_1}-\frac{\sin\delta}{\tan d_1}\right)$$
φは觀測地の緯度なり。斯の如く長き計算を經て遂に太陽と月との地心距離を得たるを以て是より經度を見出さんにはdなる月距離に相當する綠威平均太陽時T_0を見出し、此觀測を行ひし地方時との差を求むれば可なり。即ち
$$L=T_0-T$$

第二十五章　方位角の測定

方位角

地球表面上にある點の方位角とは子午面及此點と觀測者の目とを含む鉛直面がなす角なり。然るに吾等は鉛直面を決定するに其地に於ける重力の方向を以てするが故、之によりて得たるものは地球の面の法線と一致せざることあり。

天文方位角

從て吾踳は先づ第一に天文方位角と地理方位角とを區別せざる可からず。一點の天文方位角とは觀測地の重力の方向及地軸を含める平面と、其重力の方向を含み且つ(其方位角を決定せんとする)點をも含む平面とがなす角をさし、地理

地理方位角

方位角とは其地に於ける地球面の法線及地軸を含める平面が法線と點とによりて決定せらるゝ平面となす角をさす。而して吾等が本章に於て論ぜんと欲するものは前者にのみ關し、後者には及ばず。偖方位角を算ふるには通例地平面の南又は北よりするも天文學上には既に記せるが如く、南より西方に向ひ零度より三百六十度に及ぼすを便利とす。

方位角を測るに用ふる器械は經緯儀及子午儀等なり。器械は他の測定に於ける場合と等しく充分に整調し、之より起る誤差を研究す可きは勿論なりとす。今或觀測地より種々の方向にある點の方位角を定めんと欲せば觀測地より充分遠き所に便利なる標的を固定し、此標的の方位角を決定し置けば他の點の方位角は地上測量により標的との方位角の差を測定するによりて精密に求めらる可し。故に要は標的の方位角を天體觀測によりて決定するにあり。

週極星の最大離隔

第一、週極星が最大離隔の近傍にある時、之を觀測して方位角を求むる法。 星が最大離隔をなす頃は其方位角の變動甚だ小なるを以て、此位置が方位角の測定に特に有望なり。勿論最大離隔には只一度しか觀測し得ざるも其前後に幾回か之を觀測し、之を最大離隔に於けるものに直すことを得可し。最大離隔の時に於ける星の方位角及時角は天頂、極及星よりなる直三角形より計算せらるゝものにして、今 $-a_e$, t_e を離隔時の方位角及時角とし、星の赤經赤緯を α δ, Θ を恒星時とすれば

$$-\sin a_e=\cos\delta\sec\varphi,\quad \cos t_e=\cot\delta\tan\varphi$$

故に δ と φ とを知れば t_e を知るを得、從て $\Theta=\alpha\pm t_e$ を知るべし。故に豫め計算せる Θ なる時刻の少しく以前に望遠鏡を此星に向けて其影を鏡の中心に來らしめ其時刻及び水平板上の示數とを記錄し、再び望遠鏡を見て影を中心に持ち來したる時再び時刻と板の示數を讀み、之を繰返へすこと數十回星が最大離隔を經過せし後暫時にして之を止め、次ぎに望遠鏡を標的に向け數十回鏡の中心に持ち來し其度每に水平板上の示數を記錄せば是等の兩記錄より標的の方位角を決定し得可し。何となれば星の觀測を殘らず最大離隔の時のものに直し其際得たる水平板の平均示數を s とすれば計算より得たる星の方位角 $-a$ と s との差は北の方向の示數なり。依て更に標的の觀測より得たる示數の平均を m

最大離隔外にて測れる方位角を是に直すこと

とし、標的の方位角をAとすればmより北の方向の示數を引けばAを得可し。即ち

$$A=m-(s+a)=m-s+a$$

次ぎに最大離隔にあらざる時に觀測せしものを直す方法に移らん。或方位角の時天頂、極、星の三角形を考ふれば

$$\begin{cases} \cos h\cos a=\sin\delta\cos\varphi-\cos\delta\sin\varphi\cos t \text{ ......(a)} \\ \cos h\sin a=-\cos\delta\sin t \text{ ......(b)} \end{cases}$$

又最大離隔の場合を考ふれば

$$\begin{cases} -\sin a_e=\dfrac{\cos\delta}{\cos\varphi}=\dfrac{\sin\delta\cos t_e}{\sin\varphi} \text{ ......(c)} \\ \cos a_e=\sin\delta\sin t_e \text{ ......(d)} \end{cases}$$

(a)と(c)(b)と(d)を乘じて

$$\begin{cases} -\cos h\cos a\sin a_e=\sin\delta\cos\delta-\sin\delta\cos\delta\cos t\cos t_e \\ \cos h\sin a\cos a_e=\quad-\sin\delta\cos\delta\sin t\sin t_e \end{cases}$$

是等を加へを次式を得

$$-\cos h\sin(a_e-a)=\sin\delta\cos\delta-\sin\delta\cos\delta\cos(t_e-t)$$

$$\therefore\quad \sin(a_e-a)=-\frac{\sin\delta\cos\delta}{\cos h}2\sin^2\tfrac{1}{2}(t_e-t)$$

更に此式に於て$\cos h=-\cot a_e\cot\delta$を置換ふれば

$$\sin(a_e-a)=\tan a_e\sin^2\delta\,2\sin^2\tfrac{1}{2}(t_e-t)$$

を得。即ち此式を用ゐて最大離隔の時と時角tの時との方位角の差を計算し得べし。されど吾等は最大離隔に近き星のみに應用するが故にt_e-tが小なる量なり。故に之を級數に展開する方遙かに便利なり。即ち

$$a_e-a=\tan a_e\sin^2\delta\frac{\sin^2\frac{1}{2}(t_e-t)}{\sin 1''}+\tfrac{1}{6}(\tan a_e\sin^2\delta)^3\frac{[2\sin^2\frac{1}{2}(t_e-t)]^3}{\sin 1''}$$

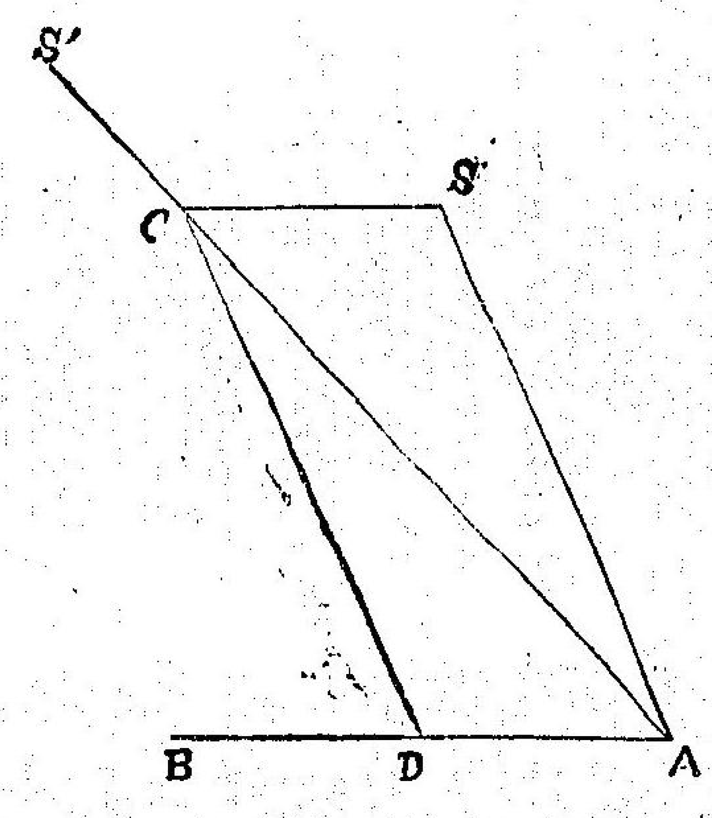
若し極に近き星に應用すれば$\sin^2\delta$は殆ど一に近く右邊の第二項は之を無視するも可なり。依て次式を得

$$a_e-a=\tan a_e\frac{2\sin^2\frac{1}{2}(t_e-t)}{\sin 1''}$$

次ぎに吾等は器械より起る誤差の外、光行差より起因する修正を考ふる必要あ

日週光行差の修正

第五十六圖



り。

今觀測をなす點が地球の自轉に伴はれ圖にてABなる方向に進むものとし、SAを星より來る光線の眞方向とせば光行差の爲めに星がAS′なる方向に見ゆべし。ACを光線が一秒間に通過する距離Vに等しく取り、ADを地球上の一點が矢張り一秒間に進む距離vに取り、$SAB=\theta$, $S'AB=\theta'$ とすれば $ACD=\theta-\theta'=\Delta\theta$ にして

$$\frac{\sin\Delta\theta}{\sin\theta}=\frac{v}{V},\qquad \Delta\theta=\frac{v}{V}\sin\theta$$

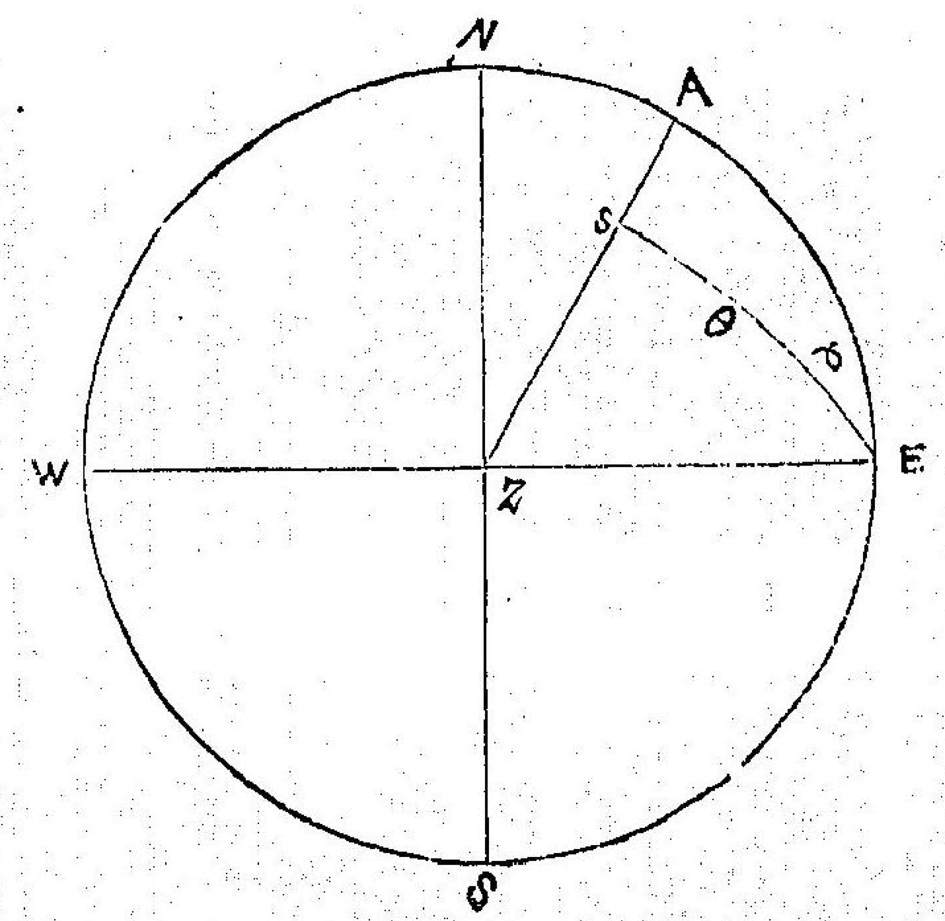
然るに

$$\frac{v}{V}=0''.319\cos\varphi$$

$$\therefore\quad \Delta\theta=0''.319\cos\varphi\sin\theta$$

左圖にてsを或星の位置、NSを子午線NESWを地平線とし、sAを地平線に直角に引けばNAは方位角に等しきものなり。又Eの角をγとせよ。觀測者の占むる點が觀測の際地平面のE點に動くが故sEはθに等しきものなり。依てsEAなる三角形より次式を得

第五十七圖



$$\begin{cases}\cos h\cos a=\sin\theta\cos\gamma\\ \cos h\sin a=\cos\theta\end{cases}$$

是等を微分して次式あり。

$$\begin{cases}-\cos h\sin a\,da-\sin h\cos a\,dh=\cos\theta\cos\gamma\,d\theta\\ \cos h\cos a\,da-\sin h\sin a\,dh=-\sin\theta\,d\theta\end{cases}$$

依て是等を多少變化しdhを消去して次式を得可し。

$$da=-\frac{\cos a}{\sin\theta\cos h}d\theta$$

故に$d\theta$の代に上に得たるものを置きて

$$\delta a=\frac{0''.319\cos\varphi\cos a}{\cos h}$$

若し極に近き星なれば次式を用ふるも可なり

$$\delta a=0''.319\cos a$$

子午儀を用ゐて

第二、**子午儀を用ゐて**。今子午儀を取りて之を整調したる後、方位角を測定せん

とする標的に望遠鏡の視線を精密に向はしめて之が水平軸を固定す。偖望遠鏡を水平軸の周りに廻轉して之を天空に向け、或星が視線を經過する時刻を觀測せりと考へよ。然る時は觀測せる該時刻より星の時角を決定し得。依て之と星の赤緯及觀測地の緯度とを知れば標的の方位角を決定し得可し。但し器械の誤差の存する場合には稍趣きを異にし之が修正を加へざる可からず。若し是等を充分に修正すれば此方法は最も簡單に精密なる方位角を與ふるものなり。標的は成可く子午線に近く之を設け、普通北極星を觀測す。若し時の修正値 ΔT が充分に決定せられ居る時には星が既設の標的の上に來る時觀測するを得るも然らずして ΔT の測定が不充分なる場合には前の如く最大離隔に於て觀測すれば ΔT の差より起る誤差を少からしむるを得ん。但し其場合にありては標的を設置するに當りて豫め北極星の最大離隔の方位角の近似値を求め標的の方位角を之と畧ぼ等しからしめざるべからず。

斯くて接眼測微尺を有する子午儀を用ふれば始め鏡內にある故多の線を星が經過する時刻を觀測せし後測微尺にて星と標的との距離を比較すれば甚だ精

密なる結果を求め得可し。

太陽又は星を任意の時觀測して

第三、**任意の時角に於ける太陽又は星の觀測より**。陸地の測量又は磁力觀測等をなすに當り餘り精密にあらざる方位角を要する場合には地方時を知らずとも太陽又は星を經緯儀にて觀測し水平板と鉛直板との示數を記錄して容易に之を求め得可し。今 ζ を天頂距離、φ を緯度、δ を天體の赤緯、a を方位角とすれば例の三角形より

$$\sin\delta = \cos\zeta\sin\varphi + \sin\zeta\cos\varphi\cos a$$

を得可し。此式にて δ と φ とが豫め知れたるものとすれば ζ も亦觀測より濛氣差視差等を加減して知り得可きもの故 a を計算し得可し。之を對數式になさんとせば $\cos a = 1 - 2\sin^2\frac{1}{2}a$ 又は $= 2\cos^2\frac{1}{2}a - 1$ を置き多少變化して次式を得可き

$$\sin\tfrac{1}{2}a = \sqrt{\frac{\cos\frac{1}{2}(\zeta+\varphi+\delta)\sin\frac{1}{2}(\zeta+\varphi-\delta)}{\sin\zeta\cos\varphi}}$$

$$\cos\tfrac{1}{2}a = \sqrt{\frac{\sin\frac{1}{2}(\zeta-\varphi+\delta)\cos\frac{1}{2}(\zeta-\varphi-\delta)}{\sin\zeta\cos\varphi}}$$

を以て其何れかを以て a を得。

$$\tan\tfrac{1}{2}a=\sqrt{\frac{\cos\frac{1}{2}(\zeta+\varphi+\delta)\sin\frac{1}{2}(\zeta+\varphi-\delta)}{\sin\frac{1}{2}(\zeta-\varphi+\delta)\cos\frac{1}{2}(\zeta-\varphi-\delta)}}$$

高等天文學 終

高等天文學奥附並製

明治三十九年一月廿五日印刷
明治三十九年一月廿九日發行

定價金四拾錢

著者 一戸直藏

發行者 東京市日本橋區本町三丁目八番地 大橋新太郎

印刷者 東京市牛込區市ヶ谷加賀町一丁目十二番地 飯田三千太郎

印刷所 東京市牛込區市ヶ谷加賀町一丁目十二番地 株式會社秀英舍第一工場

發兌元 東京市日本橋區本町三丁目 博文館

每編各專門
諸大家執筆

帝國百科全書

定價

並製（一冊四拾錢・十冊參圓七十錢・二十五冊八圓八拾錢・五十冊拾七圓・百冊參拾參圓・全部二百冊六拾五圓）郵稅一冊八錢

特製（一冊五拾五錢・十冊五圓・二十五冊拾貳圓・百冊四拾五圓・全部二百冊八拾八圓）郵稅一冊拾錢

全部二百冊
每卷紙數約三百廿頁
總紙數約六萬五千頁

第一編 世界文明史
第二編 日本新地理
第三編 東洋西洋倫理學史
第四編 肥料學
第五編 宗教哲學
第六編 新撰算術
第七編 農產製造學
第八編 萬國新地理
第九編 支那文學史
第十編 農學汎論
第十一編 修辭學
第十二編 論理學
第十三編 栽培汎論
第十四編 植物營養論
第十五編 邦語英文典
第十六編 法律汎論
第十七編 新撰代數學
第十八編 地質學
第十九編 新撰幾何學
第二十編 森林學
第二十一編 民法親族編相續編釋義
第二十二編 國際私法
第二十三編 國際公法
第二十四編 倫理學
第二十五編 日本歷史
第二十六編 民事訴訟法釋義
第二十七編 法理學
第二十八編 日用化學
第二十九編 商法汎論
第三十編 民法總則編物權編釋義
第三十一編 財政學
第三十二編 西洋哲學史
第三十三編 日本帝國憲法論
第三十四編 近世美學
第三十五編 哲學汎論
第三十六編 商工地理學
第三十七編 提要造林學
第三十八編 商業經濟學
第三十九編 氣候及土壤論
第四十編 最新統計學
第四十一編 西洋歷史
第四十二編 分析化學
第四十三編 民法債權編釋義
第四十四編 稅關及倉庫論
第四十五編 東洋西洋教育史
第四十六編 政治史
第四十七編 政治汎論
第四十八編 日本風俗史
第四十九編 運送法
第五十編 社會學
第五十一編 日本法制史
第五十二編 支那文明史
第五十三編 畜產汎論
第五十四編 畜產各論
第五十五編 森林保護學
第五十六編 國法學

第五十七編 黴菌學
第五十八編 船舶論
第五十九編 應用化學
第六十編 星學
第六十一編 農用器具學
第六十二編 新撰三角法
第六十三編 有機化學
第六十四編 邦語獨逸文典
第六十五編 無機化學
第六十六編 新撰微分積分學
第六十七編 世界宗教史
第六十八編 栽培各論
第六十九編 農業經濟學
第七十編 經濟汎論
第七十一編 應用機械學
第七十二編 植物學新論
第七十三編 近世氣象學
第七十四編 教育學
第七十五編 農政學
第七十六編 農藝化學
第七十七編 第七十八編 新撰解析幾何學
第七十九編 解說批評日本文典上下
第八十編 議會及政黨論
第八十一編 土地改良論
第八十二編 第八十三編 邦語獨逸文章論
第八十四編 邦語佛蘭西文典上下
第八十五編 東洋歷史
第八十六編 行政裁判法論
第八十七編 行政法汎論
第八十八編 養蠶及製絲論
第八十九編 心理學
第九十編 銀行新論附外國爲替
第九十一編 行政法各論
第九十二編 家禽學
第九十三編 支那哲學史
第九十四編 園藝通論
第九十五編 衛生化學
第九十六編 刑事訴訟法論
第九十七編 第九十八編 新撰動物學上下
第九十九編 保險通論
第百編 世界宗教制度論
第百一編 日本文明史
第百二編 水產學
第百三編 議院法提要
第百四編 支那法制史
第百五編 露國侵畧史
第百六編 最近外交史
第百七編 政治地理學
第百八編 現代露西亞
第百九編 金融論
第百十編 稻作改良論
第百十一編 工業政策
第百十二編 新撰應用重學
第百十三編 世界殖民史
第百十四編 植物病理學
第百十五編 地文學
第百十六編 比較神話學
第百十七編 日本儒學史
第百十八編 日本佛教史
第百十九編 園藝各論
第百二十編 食物論
第百廿一編 兒童心理學
第百廿二編 第百廿三編 世界美術史上下
第百廿四編 經濟政策概論
第百廿五編 政治學史
第百廿六編 獸醫學汎論
第百廿七編 應用定量分析
第百廿八編 宗教進化論
第百廿九編 朝鮮史
第百三十編 佛教哲學汎論
第百卅一編 社會倫理學
第百卅二編 進化論
第百卅三編 鑛物學
第百卅四編 韓國新地理
第百卅五編 清國商業地理
第百卅六編 西洋音樂史

- 第百卅七篇 近世美術史
- 第百卅八編 日本文學史
- 第百卅九編 普通人類學
- 第百四十編 高等天文學
- 第百四十一編 普通物理學上
- 第百四十二編 普通物理學下

以下續出（略之）

▲分類目錄▼　●ハ既刊ノ分　○ハ續刊ノ分

◎法科　政治、經濟、法律、

- ● 政治汎論　法學士 永井惟直君著
- ● 日本帝國憲法論　法學士 田中次郎君著
- ● 議會及政黨論　法學士 菊地學而君著
- ● 政治史　法學士 森山守次君著
- ● 政治學　法學士 津田欽一郎君著
- ○ 國家學　法學士 南弘君著
- ● 國法學　法學士 岸崎昌君・故法學士 中村孝君著
- ● 日本法制史　法學士 三浦菊太郎君著
- ● 支那法制史　文學士 淺井虎夫君著
- ● 國際公法　法學士 北條元篤君・法學士 熊谷直太君譯
- ● 國際私法　法學士 中村太郎君著
- ● 最近外交史　法學士 原田豐次郎君著
- ● 行政法汎論　法學士 小原新三君著
- ● 行政法各論　法學士 小原新三君著
- ● 行政裁判法論　法學士 小林魁郎君著
- ● 議院法提要　法學士 工藤重義君著
- ● 經濟汎論　法學士 池袋秀太郎君著
- ● 經濟政策概論　法學士 守屋源次郎君著
- ○ 家事經濟學　法學士 河津暹君著
- ○ 日本經濟史　法學士 柳田國男君著
- ● 財政學　法學士 笹川潔君著
- ● 最新統計學　法學士 夏秋龜一君著
- ● 法律汎論　法學士 熊谷直太君著
- ● 法理學　法學士 丸山長渡君著
- ● 民法親族編相續編釋義　法學士 上田豐君著
- ● 民法總則編物權編釋義　法學士 丸尾昌雄君著
- ● 民法債權編釋義　法學士 丸尾昌雄君著
- ● 民事訴訟法釋義　法學士 梶原仲治君著
- ● 刑事訴訟法論　法學士 溝淵孝雄君著
- ○ 新刑法論　法學士 島田鐵吉君著
- ○ 英米法　法學士 永井亨君著
- ○ 獨逸法　法學士 宮內國太郎君著
- ● 保險論　理學士 奧村英夫君著
- ● 運送法　法學士 菅原大太郎君著
- ○ 社會政策　法學士 小野儀一君著
- ○ 殖民政策　法學士 兒玉秀雄君著

◎商科

- ● 金融論　法學士 佐々木雄二郎君著
- ● 商法汎論　法學士 添田敬一郎君著
- ● 商業經濟學　法學士 清水泰吉君著
- ● 銀行新論 附外國爲替　法學士 野口弘毅君著
- ● 税關及倉庫論　法學士 岸崎昌君著
- ● 船舶論　法學士 赤松梅吉君著

◎文科　歷史、文學、哲學、美術、宗教、教育、

- ● 日本歷史　文學士 木寺柳次郎君著
- ● 東洋歷史　文學士 幸田成友君著
- ● 朝鮮歷史　文學士 久保天隨君著
- ● 西洋歷史　文學士 吉國藤吉君著
- ● 露國侵略史　法學士 須崎芳三郎君著
- ● 現代露西亞　法學士 須崎芳三郎君著
- ● 世界文明史　文學博士 高山林次郎君著
- ● 日本文明史　文學士 大町芳衛君著
- ● 支那文明史　文學士 白河次郎君・文學士 國府種德君著
- ● 日本風俗史　文學士 阪本健一君著
- ● 世界殖民史　法學士 山內正瞭君著
- ○ 史學　文學士 阪本健一君著
- ● 日本儒學史　文學士 久保天隨君著
- ○ 近世文學史　文學士 久保天隨君著
- ● 日本儒學史　文學士 林森太郎君著
- ● 支那文學史　文學士 笹川種郎君著
- ○ 世界文學史　文學士 橋本忠夫君著
- ○ 英國文學史　文學士 藤澤周二君著
- ○ 獨逸文學史　文學士 中村鄧次郎君著
- ○ 日本文章史　文學士 大町芳衛君著
- ● 批評解說 日本文典（上下二冊）　文學士 岡田正美君著
- ● 邦語英文典　文學士 畔柳都太郎君著
- ● 邦語獨逸文典　文學士 青木昌吉君著

27/8/39

●邦語獨逸文章論 文學士 青木昌吉君著
●邦語佛蘭西文典（上下二册） 文學士 松井知時君著
●修辭學 文學士 武島又次郎君著
●哲學汎論 文學士 藤井健治郎君著
●西洋哲學史 文學博士 蟹江義丸君著
●支那哲學史 文學士 中內義一君著
●近世美學 文學博士 高山林次郎君著
●世界美術史（上下二册） 文學士 小川銀次郎君著
●近世美術史（上下二册） 文學士 小川銀次郎君著
●西洋音樂史 文學士 石倉小三郎君著
●論理學 文學博士 高山林次郎君著
●社會學 文學士 十時彌君著
●比較神話學 文學士 高木敏雄君著
●進化論 文學士 十時彌君著
○認識論 文學士 藤井健治郎君著
●倫理學 文學博士 蟹江義丸君著
●東洋西洋倫理學史 文學博士 井上哲次郎君閱 文科大學卒業 木村鷹太郎君著
●社會倫理學 文學士 德谷豐之助君著
●心理學 文學士 速水滉君著

●兒童心理學 文學士 松本孝次郎君著
●世界宗教制度論 法學士 工藤重義君著
●日本佛教史 文學士 石原即聞君著
●世界宗教史 文學士 加藤玄智君著
●宗教進化論 文學士 融道玄君著
●宗教哲學 文學博士 姉崎正治君著
●佛教哲學汎論 文學士 石原即聞君著
●教育學 文學士 熊谷五郎君著
●東洋西洋教育史 文學士 中野禮四郎君著
○普通教育學 文學士 小西重遠君著

◎理科 理化、天文、博物、數學、地理

●有機化學 理學士 龜高德平君著
●無機化學 理學士 眞島利行君著
●衛生化學 一名飲食物日用品檢査法 仙臺醫學專門學校教授 須田勝三郎君著
●普通物理學（上下二册） 理學士 福井政一君著
●近世氣象學 理學士 岡田武松君著
●高等天文學 理學士 一戸直藏君著
●應用定量分析 仙臺醫學專門學校教授 須田勝三郎君著

●植物學新論 理學士 飯塚啓君著
●新撰動物學（上下二册） 理學士 會田龍雄君著
●鑛物學 理學士 大築佛郎君 理學士 八谷彪一君著
●新撰算術 理學博士 高木貞治君著
●新撰代數學 理學博士 高木貞治君著
●新撰幾何學 理學士 林鶴一君著
○近世幾何學 理學士 藤田外次郎君著
●新撰三角法 理學士 松村定次郎君著
●新撰微分積分學 理學士 松村定次郎君著
●新撰解析幾何學 理學士 松村定次郎君著
●日本新地理 理學士 佐藤傳藏君著
●萬國新地理 理學士 佐藤傳藏君著
●政治地理 法學士 山本信博君著
●商工地理 法學士 永井惟直君著
●星學 理學士 須藤傳治郎君著
●地文學 理學士 吉田弟彥君著
●地質學 理學士 佐藤傳藏君著
○地震學 理學博士 大森房次郎君著
○測地學 理學士 芦野敬三郎君著

●普通人類學 理學博士 坪井正五郎君閱 理學士 八木奘三郎君著

◎農科 農業、栽培、園藝、家畜、畜産、森林

●農政學 農學士 石坂橘樹君著
●農學汎論 農學士 恩田鐵彌君著
●農業經濟學 農學博士 横井時敬君 農學博士 澤村眞君著
●土地改良論 農學士 上野英三郎君 農學士 有働良夫君著
●植物病理學 農學博士 大森順造君 農學士 山田玄太郎君著
●植物營養論 農學博士 稻垣乙丙君著
●肥料學 農學士 木下義道君著
●黴菌學 農學士 井上正賀君著
●氣候及土壤論 理學士 佐々木祐太郎君著
○農業植物學 農學博士 大森順造君著
●農藝化學 農學士 井上正賀君著
●日用化學 農學士 井上正賀君著
●栽培汎論 農學博士 横井時敬君著
●增訂補正栽培各論 農學士 田中節三郎君著
●稻作改良論 農學博士 横井時敬君著
●園藝通論 農學士 高橋久四郎君著

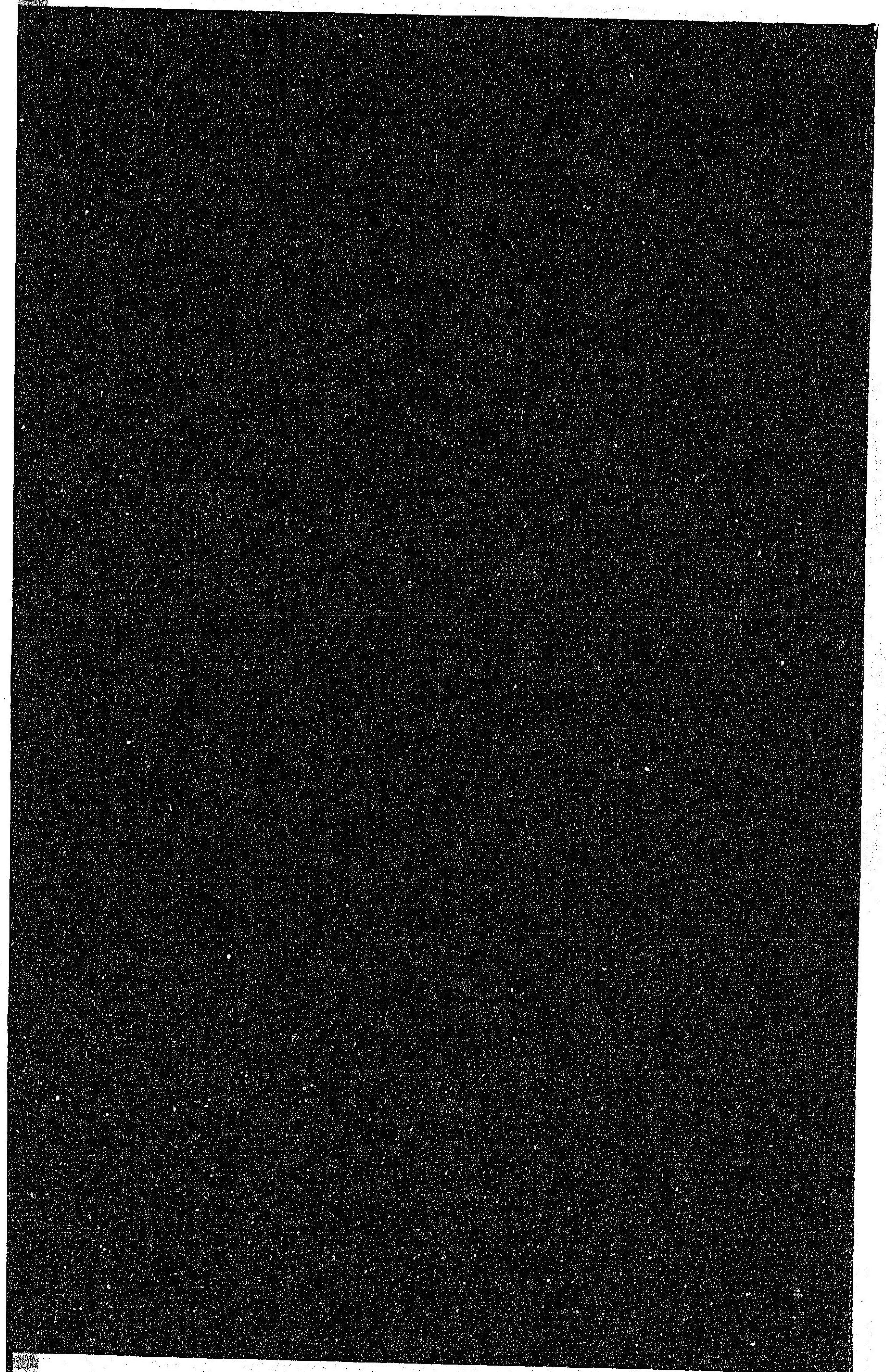
- 園藝各論　農學士　高橋久四郎君著
- 農產製造學　農學士　楠　巖君著
- 農用器具學　農學士　西村榮十郎君著
- 食物論　農學士　井上正賀君著
- 養蠶及製絲論　農學士　井上正賀君著
- 畜產汎論　農學士　高見長恒君著
- 畜產各論　農學士　田口晋吉君著
- 家禽學　農學士　月田藤三郎君著
- 水產學　農學士　塚本道遠君　農學士　井上正賀君　著
- 獸醫學汎論　獸醫學士　小倉鉀太郎君著
- 森林學　林學士　奧田貞衛君著
- 提要造林學　林學博士　本多靜六君著
- 森林保護學　林學士　新島善直君著

◎工科

- 分析化學　工學士　内藤游君　工學士　藤井光藏君　著
- 應用化學　工學士　蜂屋貞興君著
- 應用機械學　工學士　重見道之君著
- 新撰應用重學　理學士　刈谷他人次郎君著
- 工業政策　法學士　維田隆次郎君著

以下工業書類は工業叢書中に又醫學書類は醫學新書中に收む

帝國百科全書發刊當時の計畫は全部一百冊を以て完結の豫定なりしも、出版進行の結果各科必要の科學多くして豫定の卷冊に到底網羅し難きを以て、其醫科と工科に屬するものを中途に分割したり、然れ共尙各科其半にして既に一百冊に滿ちたるを以て、本館は更に一百冊を續刊するの盛運に到りぬ、是續刊一百冊は每月一回若くは二回出版して、來る明治四十年我館創立滿二十週年に達するの時までに完成すべし。



高等天文学

一戸　直蔵／著