



撮影測量學概要

中華民國二十年九月

廣東陸地測量局編印

攝影測量學概要目錄

第一章	導言	-----	1-4
第二章	攝影測量概史	-----	5-6
第三章	鏡頭之改良	-----	7-15
第一節	攝影器之鏡頭	-----	7-9
第二節	景深及景像	-----	9-10
第三節	感光	-----	10-12
第四節	節光片	-----	12-13
第五節	光行差	-----	13-15
第四章	攝影物體之複製	-----	16-20
第一節	原理	-----	16-17
第二節	實例	-----	17-19
第三節	攝影照片上像角之測定	-----	19-20
第五章	地面攝影之儀器	-----	21-24
第一節	攝影經緯儀	-----	21-22
第二節	攝影儀器之檢查	-----	23-24
第六章	攝影測量定點法	-----	25-27
第一節	攝影測距法	-----	25-26
第二節	攝影後方交會法	-----	26-27
第三節	攝影前方交會法	-----	27-27

第七章	交會攝影測量	28—33
第一節	攝影	28—28
第二節	製圖	28—31
(一)	計算的方法	28—29
(二)	圖解的方法	29—30
(三)	方法之優劣	31—31
第三節	主光線精確定點法	31—33
第八章	航空測量	34—57
第一節	空中影像之製圖	35—39
(一)	攝影儀器概說	35—36
(二)	威特手提攝影器及座架	36—39
第二節	平地攝影之製圖	40—42
第三節	線束製圖法(四點法或紙條法)	42—43
第四節	線網法	43—46
(一)	普通網	43—44
(二)	正方網	44—46
第五節	機械糾正法(傾斜糾正器)	46—48
第六節	主要之圖解	49—55
(一)	像之水平視向,及水平旋角之確定	49—53
(A)	集合點法	49—50
(B)	十字片法	50—51

	(C)	計算定水平法	51—53
	(二)	飛機高度及傾斜角之定法	53—54
	(三)	圖與像天頂點之定法	55—55
第七節		山地攝影之製圖	55—56
第八節		求圖上天頂點實驗法	56—57
第九章		實體攝影測量	58—64
第一節		視覺深度範圍之擴大	59—60
第二節		攝影測量之基本原理	60—62
第三節		交會攝影與實體攝影之區別	62—64
第十章		實體攝影測量之理論	65—74
第一節		主要攝影	65—66
	(一)	水平主軸	65—65
	(A)	普通式	65—65
	(B)	偏移式	65—65
	(C)	交會式	65—65
	(二)	傾斜主軸	66—66
第二節		主要攝影之定點法	66—70
	(一)	橫長及高程位置	66—66
	(二)	攝影距離定法	66—70
	(A)	普通式	67—67
	(B)	偏移式	67—68
	(C)	交會式	68—69

(D) 傾斜主軸	-----	69—70
第三節 等視差之曲線	-----	71—74

(完)

第一章 導言

處今日之世界，無論人口繁盛與稀少之處，對於精確地圖，均有逼切之需要。但對於此種需要，迄今尚難完滿供給，蓋製成精確地圖，手續甚繁，需時頗久，而價值甚昂。故吾人在事前須加以致慮，此種地圖究於何時始為需要。大凡一種精確之地圖，必能滿足其各種需要之條件，始能副精確之名。至其條件則各隨情形而不同，視其所需精確之程度及縮尺之大小而定。一種地圖之精確與其縮尺之標準，實與擬測地區本身之價值為正比。蓋文化閉塞之區，如沙漠沼澤荒地及兩極之處，其價值恆極低。倘因軍事之需要，及寶藏之關係，其價值亦得與之俱增也。

普通對於專為軍用小縮尺之地圖所要求者，在能明白表示其地形，如河流實在之位置，山嶺層巒之地勢，道路紆迴之形狀，他如人煙稠密，屋舍比櫛之處，或為實業發達之國家，或礦產豐富之區域，皆需要大縮尺之地圖。其比例尺恆為百分之一至五千分之一。俾所有道路森林礦山境界等，均能畢呈無遺矣。

以今日鏡頭精確之程度，故能應用於陸地撮

影測量之工作。蓋現在之鏡頭可隨所期之焦距，製至十分一米厘之精確。即在不同之鏡頭，亦可使其製成上述之分數。此所以攝影術之用於陸地攝影測量與空中攝影測量當中，而以陸地測量術尤著成效也。

於多山之區，陸地攝影測量較航空測量為優。但為經濟起見，吾人不能到達之地，或山疫瘴氣盛行之區，則可借飛機之功用，求得若干之觀測。故在人煙稀少之處，如欲傾斜攝影時，則空中攝影術最為通用。關於攝影及製圖所需之先決條件，列舉如下：

- (一) 三角測量之基礎
- (二) 攝影器械
- (三) 製圖器械
- (四) 飛機場之設置
- (五) 測量應用之飛機
- (六) 適當之人才

凡欲製攝影測量之地圖，必先有三角測量之預備，如測量標點之規定及標記，不能藉攝影求得者，實為攝影測量第一步之工作。此外無論何處三角測量亦極為重要。

照相器之發明較之攝影測量，自具較久之歷

史。最近有空中攝影器之發明，攝影測量始有極大之進步。陸地與空中照像，俱為數理精確之圖形。在不同二點所撮之像，即可配成空間之實體。且無須顧慮氣候如何，而可在室內製圖。緣所得之實體像，既與實地相同，則對於該圖可如實地中任意測其角度也。

從透視法中，可知吾人欲解決透視圖問題，則應預知各種之要素，如主點，主橫線，主縱線，鏡頭與照片中心之距離是也。既知以上之要素，則可決定任何像點之坐標。將來吾人於攝影測量課程中，尚有許多機會之練習。

往昔由照片而製成圖者，皆須按部就班，逐一推進，今則完全藉製圖機自動製圖。製圖機之主要者，為歐雷爾上尉 (Autograph von Hauptmann von Orel) 發明之自動製圖器，但祇能由陸地照片製成地圖。虎格爾斯賀夫 (Prof. Dr. Hugerhoff) 之自動製圖儀 (Autokartograph)，實為普通最適用之器具。蓋藉此航空陸地之照片，俱可製成地圖也。此外大概相同之器械，如蔡司廠所出之立體製圖儀 (Stereoplanigraph von Zeiss)，虎格爾斯賀夫發明之第二種自動製圖儀 (Aerokatograph)，及威特廠所出之自動製圖器 (Wild-Autograph)，皆頗適用。

應用上述器械，可製五千分一至五萬分一之圖。倘能應用適當之器械，尚可擴大上述縮尺之限制。對於測量飛機之要求，當視其地方情形與工作方法而變更。大抵吾人普通測量應用之飛機，須能飛八小時至十小時，飛行高程約六千公尺，能容納三人至四人，有暗室裝置及能貯藏需要之燃料，洗片器具，無線電器，指南針，地圖，測量應用材料等等。吾人可知攝影測量之先預備工作頗為重要，欲求攝影測量之精度優良，必先有良好之三角測量而後可。其餘製圖工作，只由人員之實體視覺良否，而定其成效之優劣耳。

第二章 攝影測量概史

最近幾年來，攝影測量在測量事業中，實佔重要之地位。蓋其能將照得之物像，經過簡單之方法，即可製成地圖也。

對於此項專門科學，在照相器未發明前，其簡單之情形，已由楮力士 (Zürich) 大學教授林伯德氏 (Lambert) 所探得，故其『無誤差透視論』著作中曾詳論之。

一八五一年至一八五九年，法人勞賽達德 (Laussedat) 從事實際之工作，並將照片第一次製成平面圖，故該氏可謂創作實際工作之第一人。但當時所製之圖形，僅限于建築物及地基等類。迄至波羅 (Porro) 及德國建築家邁登鮑爾 (Myedenbauer) 始從事於攝影測量實際之工作。

其最足述者，自一九〇〇年以後，攝影測量之理論，復由德國多數著名科學家，如朱爾典 (Jordan) 戈培 (Koppe) 史吐母 (Sturm) 豪克 (Hauck) 及芬斯特華路底 (Finstenwalder) 之研究，益臻昌明。

故當時從事此種科學者，皆用簡單攝影測量交會法 (Messtisch Photogrammetrie) 及至蒲路非里斯 (Pulferich) 教授發明立體坐標鏡 (Stereoko-

mparator) 應用於立體測量 (Stereoskopie) 更有極大之進步。

上述所謂交會法及立體法攝影測量，直至歐戰之際，吾人始認識其莫大之利益，進而推廣至航空測量，從此攝影測量之成效更較完善。

奧國維也納軍事陸地測量科歐雷爾上尉，(Hauptmann von Orell) 應用立體生標鏡之動作及計算，因以發明自動製圖之儀器。於一九〇八年在蔡司廠 (依歐雷爾之發明) 製成第一架儀器。

迨一九一八年，凡關於普通測量之問題，俱由虎格爾斯賀夫發明之自動製圖儀以完成之。

至一九二三年，有鮑爾非發明他種式樣製圖儀 (Stereo Planigraph) 一九二五年，威特氏發明威特製圖儀 (Autograph von Wild) 一九二六年，虎格爾斯賀夫改造其原有之儀器為空中製圖儀 (Aerokatograph) 而後攝影測量之事業，遂蒸蒸日上矣。

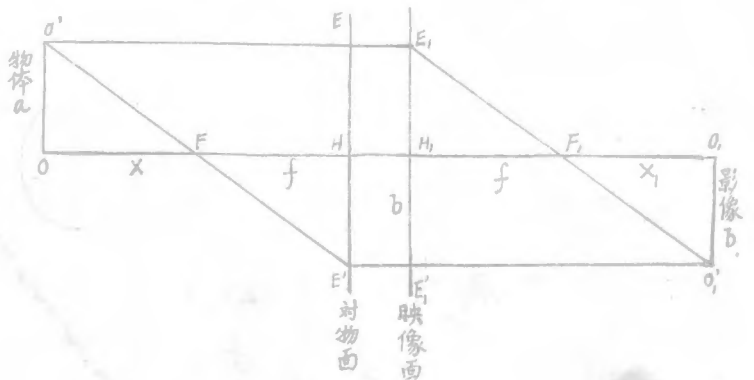
第三章 鏡頭之改良

第一節 攝影器之鏡頭

假定攝影器之鏡頭，無誤差之發生，則經過鏡頭所射出及投入之光線，應為直線形。透鏡系統之中心，即應為攝影透視之中心。惟透鏡可視為二平面所組成，一為對物面，一為映像面。則光軸與此二平面之交點有二， H 及 H_1 ，即其主點也。

然因普通試驗上，二主平面可疊合為一平面，使二主點併成一點，在攝影系統上求得互等焦距之最簡單式樣。因透鏡前後之空氣，俱為同等之媒介物也。觀圖可知透鏡之像距及物距成相似三角形。

第一圖



$$\triangle FOO' \sim \triangle FHE$$

故 $a:b = x:f$

$$a:b = f:x'$$

得 $x:f = f:x'$

此為關於 F, F'

二焦點構像之公式。設以比例尺之分母為 M ,

則 $\underline{\underline{a:b = M:1}}$

由是得 X 及 X' 之值。

$$\underline{X = Mf} \quad \underline{X' = \frac{f}{M}}$$

再主點與物源之距曰物距，與像點之距曰像距。其關係之方程式如次：

設 $OH = A$, $H, O_1 = A_1$

則 $A = OH = HF + FO = (M+1)f$

$$A_1 = H, O_1 = H, F + F, O = \frac{M+1}{M}f$$

使 $\frac{A}{A_1} = \frac{M}{1}$ 得 $\underline{\underline{\frac{1}{A} + \frac{1}{A_1} = \frac{1}{f}}}$

若於無窮遠處在 W 角度下所顯之物體，可以下式示之：

$$b = F, F_1'$$

$$\underline{\underline{b = ftgW}}$$

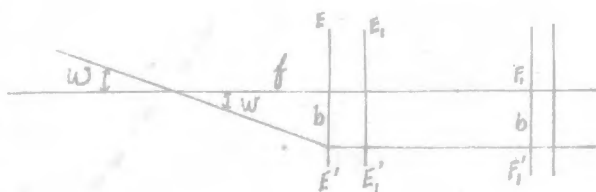
第 二 圖

此處所謂攝影鏡頭之主點，係將其在一透鏡頂點者於其中心合成一點也，故上述公式，多半常用之。茲舉例以明之如下：

設一鏡頭 $f = 40 \text{ cm}$, 像須縮小 $\frac{1}{3}$

依公式 $A = (M+1)f$ 即 $A = (3+1)40 \text{ cm} = 160 \text{ cm}$

又像距 $A' = \frac{M+1}{M}f$ 即 $A' = \frac{3+1}{3}40 \text{ cm} = 53 \text{ cm}$

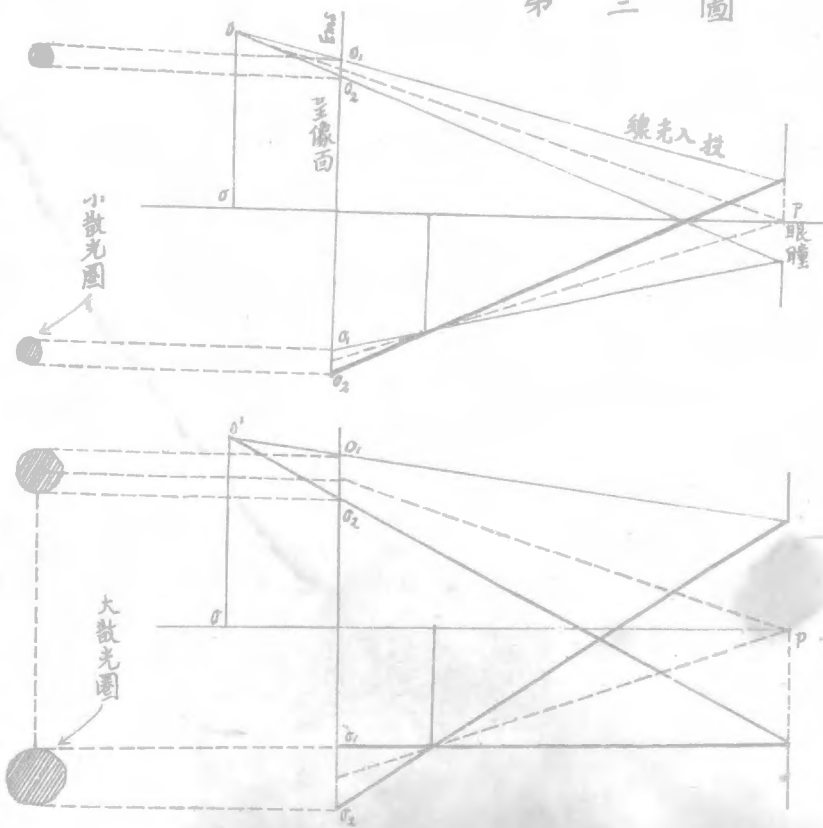


設須放大其距離，則 M 為一真分數，由是 A 比 A' 較小。

第二節 景深及景像 (Tiefe und Perpektive)

設物體有一終止之景深，則於感光片上便有景像之表現，即物體之構像合乎比例尺是也。若鏡頭組織為有限之光孔，物點僅於呈像平面 (Einstellebene) 內，有明確構像之可能，在呈像平面前後所現之物像，不復為點而為散光圈。(Zerstreuungskreise) 至散光圈之大小，則與光孔 (Eintrittspupille) 之距離及大小

第三圖



有開，假定鏡頭固定不動，縮小光孔，則散光圈便為之縮小矣。散光圈全徑小至目力尚可能辨者，此像始稱為明晰。若由散光之點為一實點。

其理與每一攝影，須求中心投影者同。此情形常見於普通攝影測量。設影像面位於無窮遠，依公式：

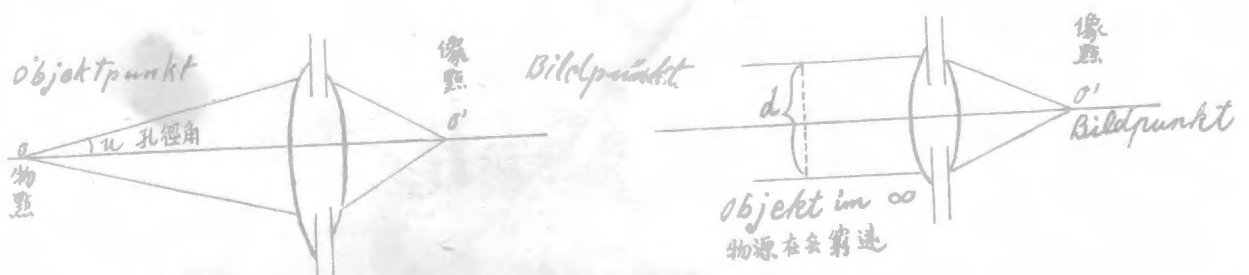
$$b = f \operatorname{tg} \omega \quad \text{則像距與焦距相等}$$

空間深遠景物之攝影，其投影作用之理，於攝影測量學上極為重要。即現在吾人攝影，以圖解或機械法，從二不同之立腳點，所照空間深遠景物，複製成可靠比例尺之圖者，皆賴其助也。

第三節 感光 (Beleuchtung)

攝影器鏡頭之透光力 (Lichtstärke) 其於空中攝影有重大之關係。質言之，凡一攝影感光之強度，端賴曝光時間及鏡頭孔徑比例為如何也。吾人試於中心系統及垂直於主軸之一光源上思之，所有投射過光孔之光線，其數目概可從孔徑角 (Offnungswinkel) 正弦之平方量得之

第四圖



Beleuchtungsstärke 感光力 $J = \sin^2 u$

u 為由物點射入光孔光線之半角。

設將物源向遠處移動，則實際上光孔僅有平行光線通過，由是透光力可用 $(\frac{d}{f})^2$ 表示。

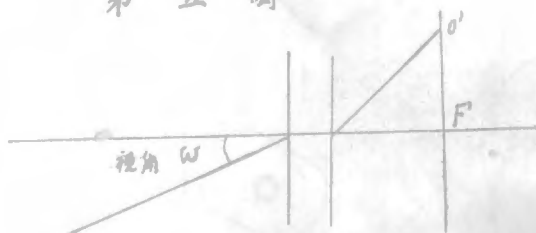
$$J = \left(\frac{d}{f}\right)^2 = \left(\frac{\text{光孔全徑}}{\text{系統上焦距}}\right)^2$$

分數 $(\frac{d}{f})$ 表明孔徑與焦距之比(相對孔徑)普通化分子為一之分數以表之，如 1:4.5 ; 1:6.3 等類。

上示透光力之公式，於實際究不完全符合，須知光線經空氣而達於鏡頭，所配合之有限平面，其間有散失者，有屈折而反射者，有為空間所吸收者。惟因攝影時光線不經鏡頭而反射散失者為量甚少，故吾人在法則上可以孔徑之比例為鏡頭透射平面之定數也。

攝影鏡頭前所投射光線之情形，非僅有主軸成平行之光線，亦應注意其有斜射者。即物源光線之投射成一角度(視角)也。(如第五圖所示)

第五圖



故對透光力可加入一視角 w ，為充分之接近數，如下式求之。

$$J = \left(\frac{d}{f}\right)^2 \cos^4 w$$

由上式推論之，可知透光力因視角 w 之傾斜，及乾片邊緣之透光力，為之銳減。當其俯角在 33° 時，則乾片緣邊透光力之作用，僅有中央所射透光力之半。

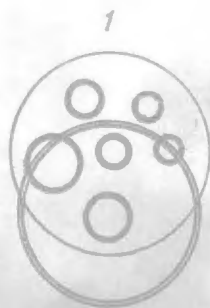
第四節 節光片

孔徑比例及感光時間，在攝影方法上有一定之關係，

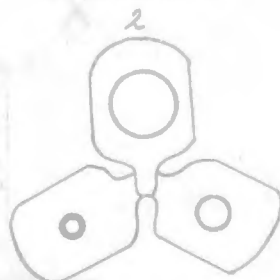
$$\left(\frac{d}{f}\right)^2 \times T$$

即孔徑比例(相對孔徑)之平方乘感光時間，以定乾片變黑之程度。若孔徑比例縮小一半，感光時間須四倍之。孔徑比例之選定，係以節光片在可能之範圍內，隨意定之。節光片在製造上約分數種如下圖：

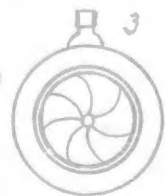
Rotationsblende
輪轉式節光片



Schieberblende
推移式節光片



Irisblende
虹彩式節光片



第 六 圖

在普通常用最久者為輪轉式及推移式二種，但近日應用最廣者為虹彩式。

第五節 光行差

於此先論及關於色行差 (Farb-Fehler) 透鏡製造之材料，其主要者名曰光學鏡，此鏡之製造於光學上之要件，在屈折力之均勻，及色行差之消除。光線屈折，可由黃色光線之屈折率量得之，其關係式如下：

$$\text{屈折率} = \frac{\text{空氣內黃色之光波長}}{\text{鏡內黃色光之光波長}}$$

通用之玻璃屈折率之變動在 1.49 與 1.65 之間，惟顏色之分散不同，則屈折率因之而有增減，但由紅光變至青光，則為較短之光波，普通光線則較長。故光線傳播能力 (Zerstreuungsvermögen) 之定義為：

$$\text{傳播能力} = \frac{\text{由紅至青屈折率之差}}{\text{屈折率} - 1}$$

無窮遠來之光線，經過透鏡依其屈折率而各異其焦點。設紅光線之焦點為 F_r ，青光線之焦點為 F_b ，紅光線焦點 F_r 其光學中心之距離 (焦距) 可由下式計得之。

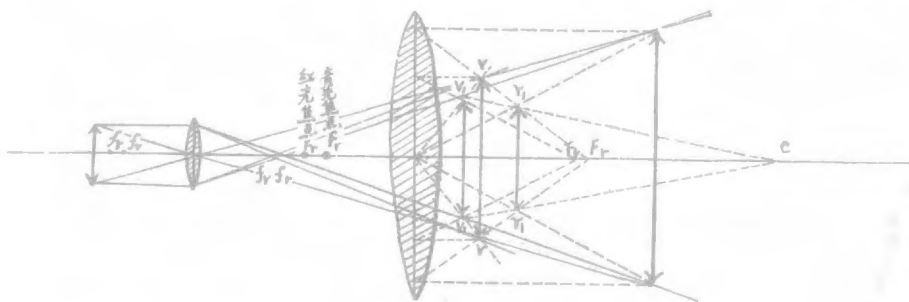
$$\frac{1}{f_r} = (n_r - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

式內 f_r 為紅光線焦點之焦距, n_r 為其屈折率。

[按] R_1, R_2 為雙凸透鏡兩面之曲率半徑。
紫色光之計法亦同此例。

第七圖

Achromatische Linse 無色行差之透鏡

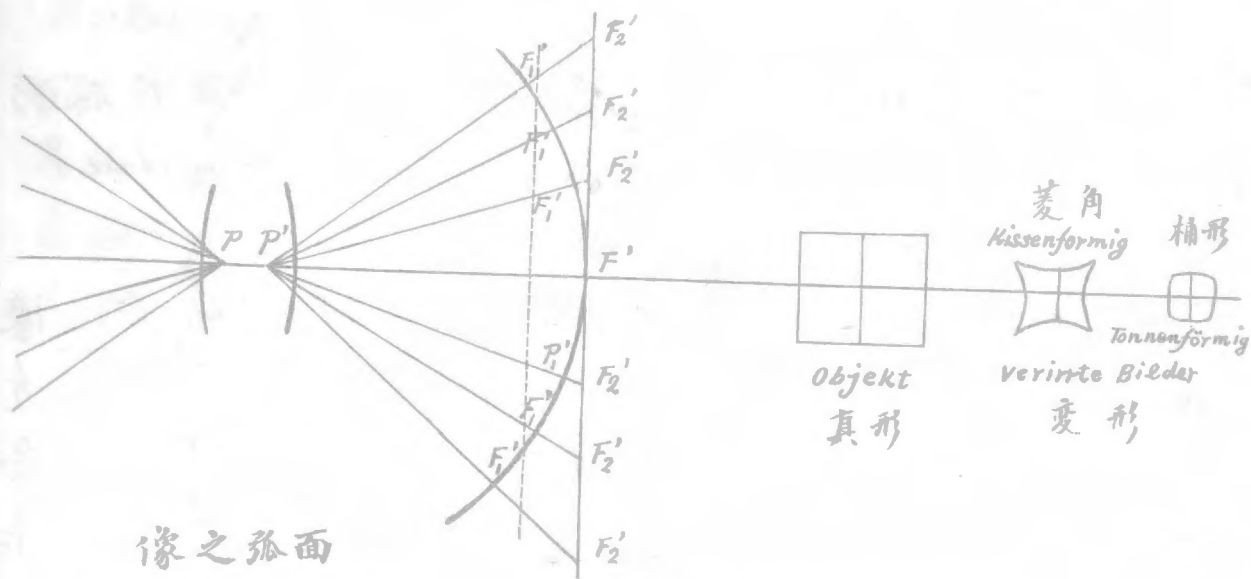


欲消去色行差,則須製造無色行差透鏡,即此種透鏡須用冕號玻璃(Chromaglas)之凸透鏡,及火石玻璃(Flintglas)之凹透鏡(Konvexlinse),連合組成,或由雙凸透鏡組成之。

其次尚有縱橫差,即所構之像,呈扭曲之狀也。第八圖所示,係其所呈之狀態,投射之諸光線,其焦距離約為等大,故各光線之構像點不在 $F'_2 F'_2$ 同一之像平面內,乃在 F, F' 球面之弧面上。此種誤差,可由節光片節制其邊部光線,則此誤差可減至極小。

第八圖

(有縱橫差透鏡所成之現象)

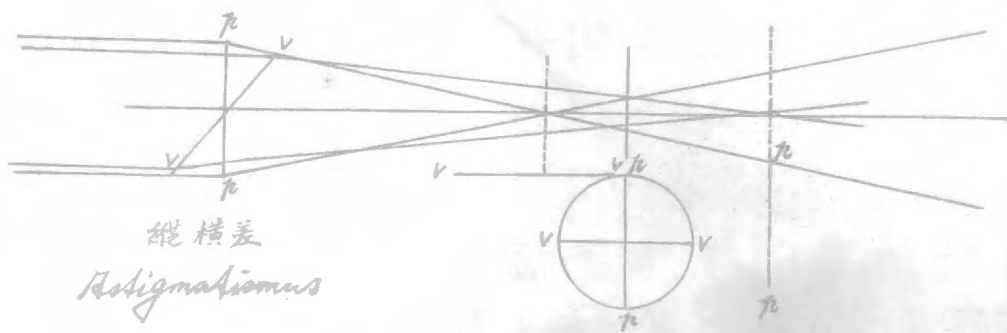


像之弧面

Bildfeldkrümmung anastigmatischer Objective 縱橫差透鏡所成之像之弧面

在像之中部，尚須注意球行差 (Sphärische = Aberration) 所引起之誤差，其原因由無數平行射入之光線，所截之焦點，非同在一點故也。此種現象亦可由節光片改正之，較佳之法，係以二透鏡使其凹面相對，而位節光片於其間配合而成，即可免除此弊。此種組成之透鏡，曰速直透鏡 (Aplanat)

第九圖 (縱橫差)



第四章 攝影物體之複製〔單片攝影測量〕(Emplattenphotogrammetrie)

第一節 原理

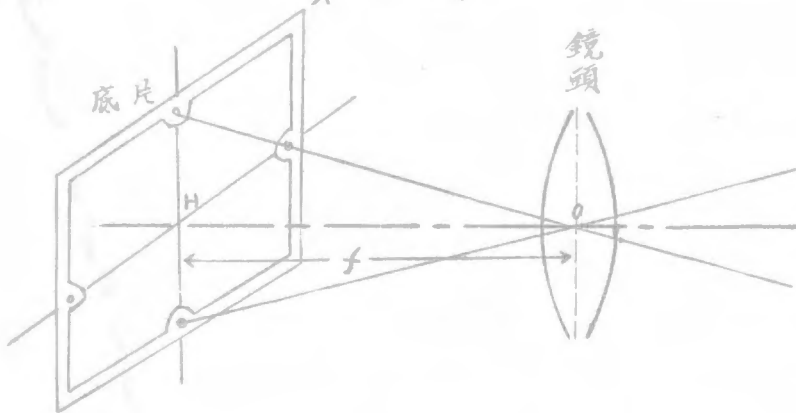
設攝影器之鏡頭無誤差之發生，則所攝之像即為真確之景像，於攝影測量所規定無誤差之透鏡，在今日製造完全之工廠，殆均能滿足此種之要求。此類鏡頭係由多數透鏡所組成，投射之光束集於透鏡系統之前主點，復由後主點於同一角度下射出，透鏡之主點可視為投影之中心 (Projektions-Zentrum) 構成物體之實像之平面，曰像平面。平面之位置，距投影中心，謂之像距，但攝影器普通像距等於焦距，鏡頭主點投影于片上者，即像主點也。又鏡頭主點與像主點之聯線曰攝影軸 (或稱主軸) (Aufnahmeachse)。

假令景像內部條理(秩序)不変，則像之投射必集合在垂直於攝影軸之平面，而構成物體之實像。於是單片攝影製圖之問題，可用圖解法或計算法以解決之。惟普通上二鏡頭主點成為一點與鏡頭中心疊合。

地形攝影測量，應用攝影經緯儀，即為攝影器與經緯儀所合成之器械，其乾片緣邊有回記號，

(Marken)此記號固定于攝影箱內，當曝光時四記號可連同攝影得之。四記號聯合之直線，即為互相垂直之二直線。其交點即為像主點，或簡稱主點 (Bildhauptpunkt)。如十圖所示，鏡頭中心為 O ，像主點為 H 。普通攝影器像距等於焦距，以 f 表之。

第十圖

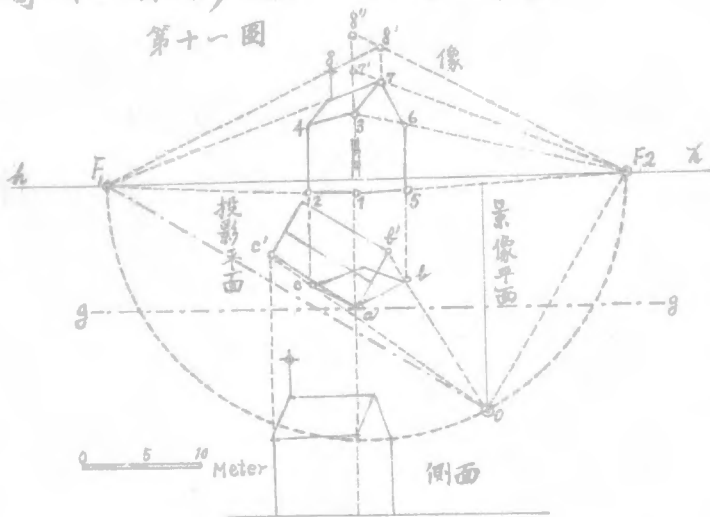


第二節 實例

調製物體之平面圖及側面圖，極為簡單，其法與建築圖案之繪製無異，普通之法單片已足。若欲調製物體上部平面任意之形狀，則至少須有兩照片。至單片製圖之物體，在實際上其表面須有水平及垂直之界線，又其周邊界角須為直角。至其外部判定之要素，須認識像之水平位置，及其比例尺。為簡單起見，置像平面於垂直，主橫綫過主點。所謂主橫綫 (Bildhorizont) 者，即經過鏡頭主點之水平面與照片之交線也。

第十一圖 $h-h$ 為主橫綫，全時亦為像(屋)水平， H 為像主點。設想過鏡頭中心 O 之水平面，對主橫綫 $h-h$ 旋轉，而平外於像平面上， HO 垂直于 $h-h$ 而等於攝影器之焦距 f 。

第十一圖



在實際上物體平行之直線，於像內必互交於集合點。(Fluchtpunkt) 如圖引長水平之屋邊 $1-2$, $3-4$ 則互交於 F_1 。再引長 $1-5$, $3-6$ 而交

於 F_2 。設想作一平面經過景像中心 O ，而與屋角 $3-4$ 平行，亦必交於 F_1 。同樣經 O 而與 $1-5$ 平行者，又必交于 F_2 ，但 OF_1 及 OF_2 為各平行於互相垂直之兩屋邊之平面圖，故 $F_1 O F_2$ 必為直角。

欲擴展平面圖，必於攝影水平之下選適合之水平面，此平面與像平面之交線為 $g-g$ ，由是其側面圖可用平行於像平面之任意垂直面求得，如下側面圖以屋邊 $1-3$ 求得其一部是也。

像之屋角點於所選水平面之位置，必在垂直屋邊之引長線中，又其平面上各邊之引長線必交於集合點，如 ab 及 ac 之延長線交於 F_1, F_2 是也。次投

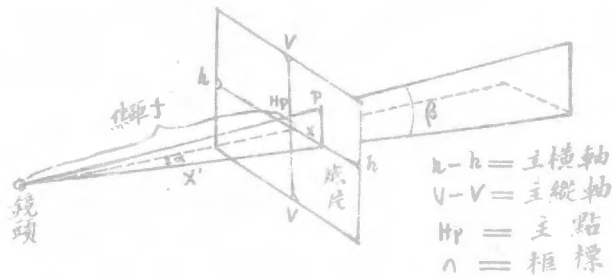
影平面乃將此景像平面以 $g-g$ 為軸，平伏於像平面上，而投影平面之屋角點，必在過 O 及 a, b, c 諸點之延長線中，又平面圖中之屋邊平行於 Of_1 及 Of_2 ，由是即可繪出 b', c' 等點矣。

側面位於垂直屋角 $1-3$ 之延長線中，以側面屋角之大小與像上相等，但其餘一切之比例尺尚未知也。為利便起見，於攝影時將屋邊 $1-3$ 之比例尺求得，建築物上任意點之高程，可以 1 點為零點起算，又引長 $1-3$ 線，使所求各點與原點同高而同一水平直線上。例如作一線過 7 點而與 $1-5$ 平行則必交于 f_2 ，其引長線交於 $7'$ 點，由是 1 至 $7'$ 之高度可由比例尺求得。避雷桿尖鋒之第 8 點，係與 7 點全在一垂直面內，故 $8'$ 點易以求得。再使 $8'$ 點如上之理求得在 $1-3$ 延線上之 $8''$ 點，則雷桿之高度可直接讀出矣。

第三節 攝影照片上像角之測定

攝影器通常具有框標 (Rahmenmarken) 即為橫標及縱標，縱橫標之聯線，互相垂直，其交點為主點。假定乾片垂直於主軸，則經框標及像主點所定之十字軸 (Axenkreuz) 即可定像點之位置，參看十二圖便可明瞭。設 $O H_p$ 為像距，在地面攝影時，像距等

第十二圖



於焦距，由是水平角及垂直角均易以下式計算之。

$\alpha =$ Horizontal Winkel
水平角

$\beta =$ Vertikal Winkel
垂直角

$$Agd = \frac{x}{f} \quad \quad \quad lgp = \frac{y}{\sqrt{x^2 + f^2}} \quad \text{或} \quad \frac{y \cos \alpha}{f}$$

於是吾人在照片內，可直接測得水平角及垂直角。若為傾斜攝影，則其像角之計算法較複雜矣。

第五章 地面攝影之儀器

第一節 攝影經緯儀

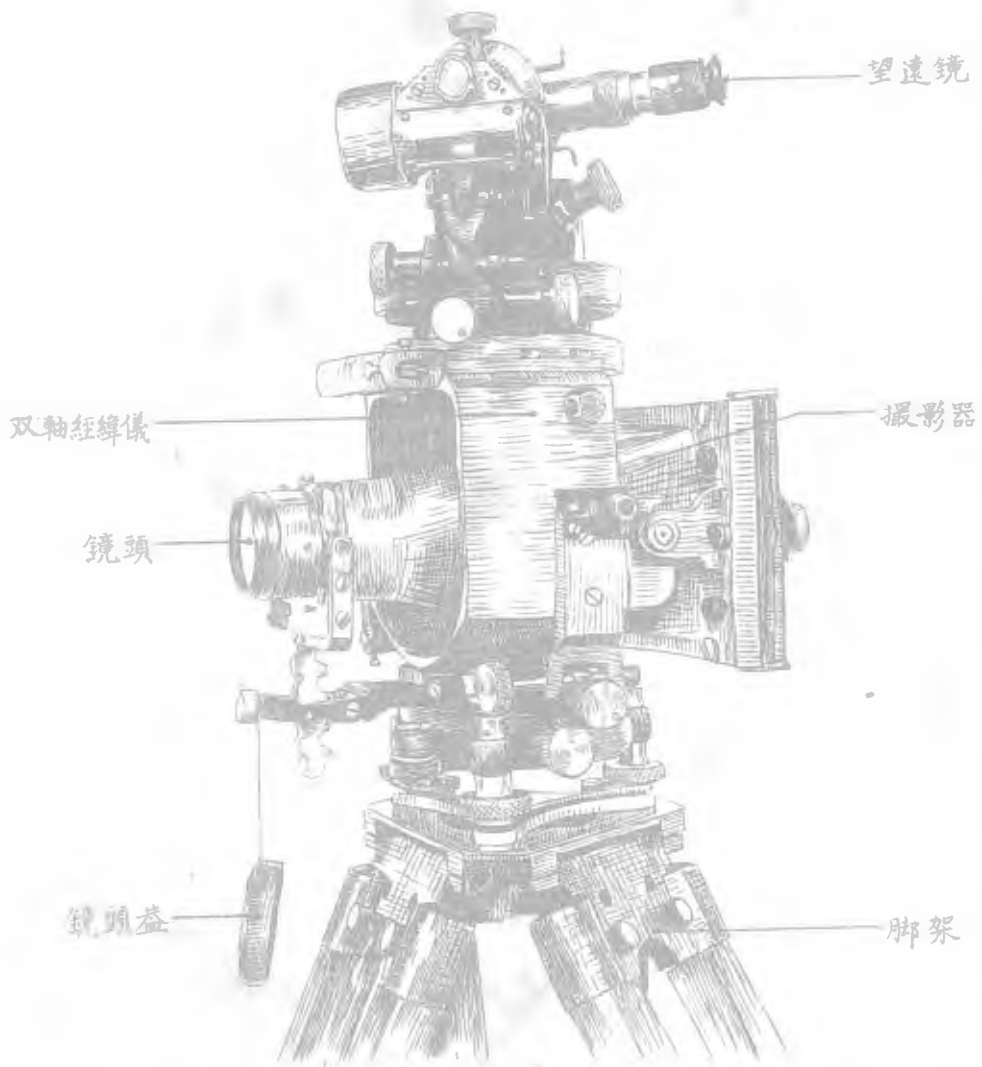
攝取照片，須藉特別構造精密之儀器（*Präzisionsgerate*）此種儀器之構造，係金屬質且充分堅固之暗箱，箱之背面為琢磨平坦之方框，以供安置照片之用，像之十字軸，於攝影時由箱邊固定之框標記聯連同撮得。欲乾片垂直安置，可以攝影經緯儀上之水準定之。攝影器鏡頭以極精密者為可用，攝影物體普通距離甚遠，故像距須皆固定于無窮遠之位置與焦距等。焦距變動之界限，在 $100-1000\text{ mm}$ 之間。今日之攝影器普通均與一測角儀（*Winkelmeßgerät*）相聯合，故曰攝影經緯儀（*Phototheodolit*）茲特將威特式攝影經緯儀一述之。

攝影經緯儀其攝影器可更換，片式為 $10 \times 15\text{ cm}$ ，每一攝影經緯儀有二種攝影器，即其焦距為 161 mm 及 237 mm 兩種是也。為便於變換起見，故此種儀器分為三部，即雙軸經緯儀，攝影器，三腳架是也。

攝影器普通具有 161 mm 之焦距，其攝影距離可達八公里，若欲達到二十公里距離之攝影則用 237 mm 焦距之大攝影器為佳。海德（*Heyde*）及野那蔡司（*Zeiss in Jena*）工廠，均照最新原則製造成最

優良之攝影經緯儀。

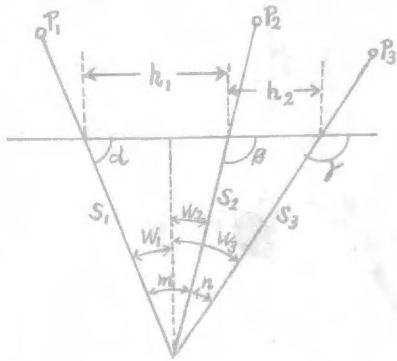
第十三圖 威特攝影經緯儀



第二節 攝影器之檢查

攝影器之像主點，縱橫軸，及焦距諸位置，須均無誤差，然後用之以工作，始能無所窒礙，所以此點有檢查之必要。蓋像主點之位置，係主軸與照片之交點，此點至鏡心之長，等於焦距之長，故可用如下之檢查方法以檢驗之。於一點整置經緯儀，先測各點所夾之角再行攝影。但所攝之像須使三點最好在片上位置均勻，由下圖可得下列諸關係。

第十四圖



$$S_2 = \frac{h_1}{\sin m} \sin \alpha = \frac{h_2}{\sin n} \sin \gamma$$

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{h_1}{h_2} \cdot \frac{\sin n}{\sin m} = \tan \lambda$$

$$\tan \frac{\alpha + \gamma}{2} = \tan \frac{\alpha - \gamma}{2} \cdot \tan(45^\circ + \lambda)$$

因 $\gamma - \alpha = m + n$

故 α 及 γ 易於確定

$$\beta = \alpha + m = \gamma - n$$

由此則 $S_1 = \frac{h_1}{\sin m} \sin \beta$ $S_2 = \frac{h_2}{\sin n} \sin \alpha$

$$S_3 = \frac{h_2}{\sin n} \sin \beta$$

$$\begin{aligned} \text{再者} \quad \alpha &= 90^\circ - W_1 \\ \beta &= 90^\circ + W_2 \\ \gamma &= 90^\circ + W_3 \end{aligned}$$

如是焦距便可依下列諸式求得之。

$$f = S_1 \sin \alpha = S_2 \sin \beta = S_3 \sin \gamma$$

$$\text{或} \quad f = S_1 \cos W_1 = S_2 \cos W_2 = S_3 \cos W_3$$

$$f = \frac{h_1 \cos W_1 \cos W_2}{\sin(W_2 - W_1)} = \frac{h_2 \cos W_2 \cos W_3}{\sin(W_3 - W_2)}$$

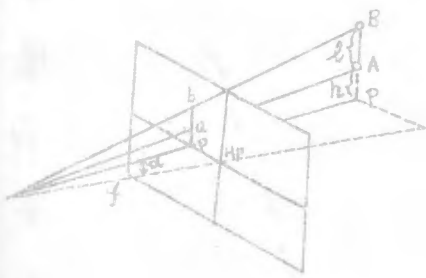
故當攝影時，攝影經緯儀非絕對真確整置不可，如經緯儀照準軸及攝影器主軸須相符合，垂直軸及傾斜軸等誤差均不應存在，水準汽泡須改正準確，乾片須緊接於攝影器框上等，皆須依普通之法則檢點之。

第六章 攝影測量定點法

第一節 攝影測距法

此處所引舉之方法無他，祇以光學之原則，應用於攝影測量而已。在所擬測各點上，可豎立垂直或水平之標桿，則點之位置可依如下公式求得。如圖設

第十五圖



$$OP = D, \quad \angle HOP = d,$$

b 點之坐標為 y_b, x_b

a 點之坐標為 y_a, x_a

$$\operatorname{tg} d = \frac{x_a}{f}$$

$$D = \sqrt{\frac{x_a^2 + f^2}{y_b - y_a}} \cdot l = \sqrt{\frac{x_a^2 + f^2}{d}} \cdot l$$

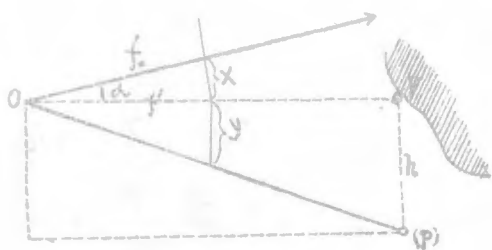
式內 d 為縱差 $(y_b - y_a)$ ， l 為視標尺之長度
 $h =$ 為 O, A 之高程差 $= AP$

$$h = \frac{y_a}{y_b - y_a} \cdot l = \frac{y_a}{d} \cdot l$$

此乃定所求點極坐標 d, D 之法也，即點之高程差 h 亦可同時求得。若於海濱河岸少傾斜之地，用此法定點，則攝影鏡頭離海面之高度 h 為既知，而海岸點之極坐標 d, D 極易求得。

$$D = \frac{h \cdot f'}{y} \quad \text{內 } f' = \sqrt{f^2 + x^2} \quad \operatorname{tg} d = \frac{x}{f}$$

第十六圖



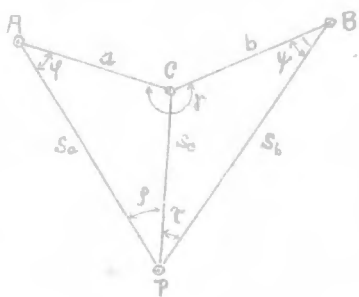
h 即視準標尺處之基点，離海面之高。

此間所用之繪圖法，頗適合於實用上之作業。

第二節 攝影後方交會法

士尼留斯(Snellius)或波田納(Pothenot)之後方交會法，諸君於測量學中，已有明白的了解。茲將攝影後方交會法再述之：設 P 為未知點， A, B, C 為已知點，並於 P 點測得 ρ 及 τ 角，如圖則：

第十七圖



$$\frac{\rho + \phi}{2} = \frac{360^\circ - (\rho + \tau + \gamma)}{2}$$

$$\frac{\sin \phi}{\sin \tau} = \frac{b}{a} \cdot \frac{\sin \rho}{\sin \tau} = \cot u$$

u 為補助角，由此關係可

得下式：

$$\operatorname{tg} \frac{\rho - \phi}{2} = \operatorname{tg} \frac{\rho + \phi}{2} \cotg (u + 45^\circ)$$

由上式可得 $\frac{\rho + \phi}{2}$ 及 $\frac{\rho - \phi}{2}$ ，即得 ρ 及 ϕ 角。而 s_a, s_b, s_c 邊可由下式得之。

$$S_a = \frac{a}{\sin \varphi} \cdot \sin(\varphi + \rho), \quad S_b = \frac{b}{\sin \varrho} \cdot \sin(\varphi + \varrho)$$

$$S_c = \frac{a}{\sin \rho} \cdot \sin \varphi = \frac{b}{\sin \varrho} \cdot \sin \varphi$$

設在像上三點為既知，則攝影之基點可以求得，若像面垂直時，(主軸水平)即基點之高程亦可定矣。且該點對像內一既知點之高程差，可由下式求得。

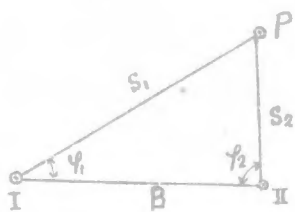
$$h = S_b \operatorname{tg} \beta$$

如無須最高精度之要求，可用圖解以求基點。

第三節 攝影前方交會法

前方交會法，於攝影測量實用頗著成效，設由兩既知點求一新點 P，其 γ_1, γ_2 兩角及基線為實測，則用正弦定則，可得其二邊之值：

第十八圖



$$S_1 = \frac{B \cdot \sin \gamma_2}{\sin(\gamma_1 + \gamma_2)}$$

$$S_2 = \frac{B \cdot \sin \gamma_1}{\sin(\gamma_1 + \gamma_2)}$$

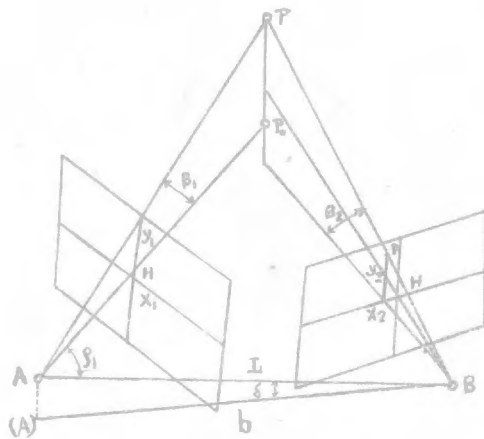
交會攝影測量基本工作，與測板及眼鏡測斜照準儀之工作相合，不過所攝地區之像為天然之位置，故常利用之以求定點所需之角度。

第七章 交會攝影測量

第一節 攝影 (Die Aufnahmen)

選擇最適宜兩基點 A, B, 其距離 AB 用布捲尺, 多邊形法, 或三角測量法, 精密測定, 於兩端用既

第十九圖



整置之照像器各照一像。其 AB 基線之平均距離, 不能小於攝影距離三分之一, 兩像軸之交角, 最好在 60° 至 90° 之間。欲定攝影方向及其位置, 須用經緯儀測其所夾之角 β_1, β_2 。製圖上重要之點, 則可由前方攝影交會求得。惟兩攝影

之像未必同時極佳, 故於同地區內, 能得第三或第四測站, 再行攝影, 以供檢較為妙。

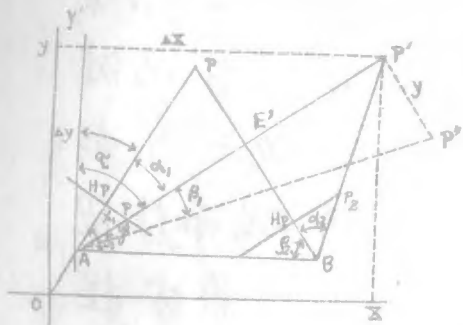
第二節 製圖 (Die Auswertung)

(一) 計算的方法

若僅少數點需要最高精度時, 則計算法極為便利計。算時須設定 X Y 坐標軸, 如圖測站 A, 按左邊攝影軸方位角, 可定新點 P 之位置, 及其縱橫距

$\Delta X \Delta Y$ 。

第二十圖



$$\Delta Y = E_1 \cos \tau$$

$$\Delta X = E_1 \sin \tau$$

但 $\tau = \tau_0 + \alpha_1$, 而 α_1 可由

$$\text{tg} \alpha_1 = \frac{x_1}{f} \text{ 式求得之。}$$

至未知邊 E_1 , 可依正弦定則以求之:

$$E_1 = B \frac{\sin(\rho_2 + \alpha_2)}{\sin(\rho_1 + \rho_2 + \alpha_2 - \alpha_1)}$$

其中 α_1 及 α_2 , 由 $\text{tg} \alpha_{1,2} = \frac{x_{1,2}}{f}$ 求得。基線 B 及 ρ_1, ρ_2 兩角, 係自野外實測者。P 點對 A 測站之高程差, 可於過 E_1 之垂直面上之三角形之關係求得。

$$y = \frac{E_1 \cos \alpha_1 \cdot f}{f}$$

(二) 圖解的方法

若欲定多量之點, 則用圖解法甚易達到, 按所定之比例尺, 將 I 及 II 兩端點, (即基線 B) 縮於圖紙上, 及以實測 ρ_1, ρ_2 兩角, 描繪主軸。乃於主軸上自基點起各取焦距 f , 截作標準片 $Pl_1 - Pl_1$ 至 $Pl_2 - Pl_2$, 將橫距 x_1, x_2 依縮尺繪於其上, 則其所定之方向線, 俱相交於新點 P。如欲得較佳之精度, 可將 x 及 f 之比例尺放大數倍, P 點對左端點 I 之高程差, 可於

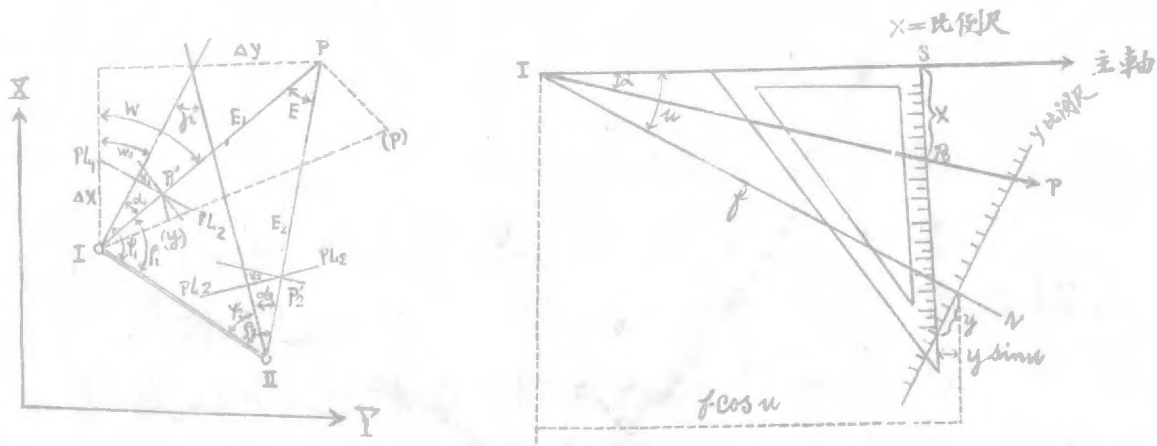
P_1 點作縱距 y 垂直於 E_1 (亦同樣放大數倍) 再作 $I(P)$ 與自 P 點垂直於 E_1 之線相交, 即可截得 y 值矣。

若主軸傾斜, 則先作對主軸傾斜 u 角之 IN 線, 自 I 點截取焦距 f , 即於該處作垂線, 並以 y 比例尺截取 y 值, 以三角板勾股沿主軸而移動, 至 y 截值之點上而止, 即於其勾股上截取 X 值 RS , 而作 IR 線, 即得所求 P 之方向。此圖解法構成水平角方程式如下:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{RS}{SI} = \frac{x}{f \cos u \pm y \sin u}$$

第二十一圖

(在圖中 y 值表示為負)



由上圖既求得 IP 線, 今再由基點 II 作同樣之圖解, 則兩視線互交, 可得新點之位置於平面圖上。欲定其高程, 可依縱距計算之變形, 將垂直片之位

置，如水平主軸而描畫之，此種移寫法頗為迅速。

(三) 方法之優劣

測像法較諸野外直接角測量(交會攝影測量)其第一之優點，即用唯一之像，自攝影點可定像內所含之一切方向。故昂貴之野外工作，可因此而減少。至氣候之良否，亦與工作無關。換言之，即所攝地區可攜入室中從事測像，並隨時增補檢查及完成測量之未足也。

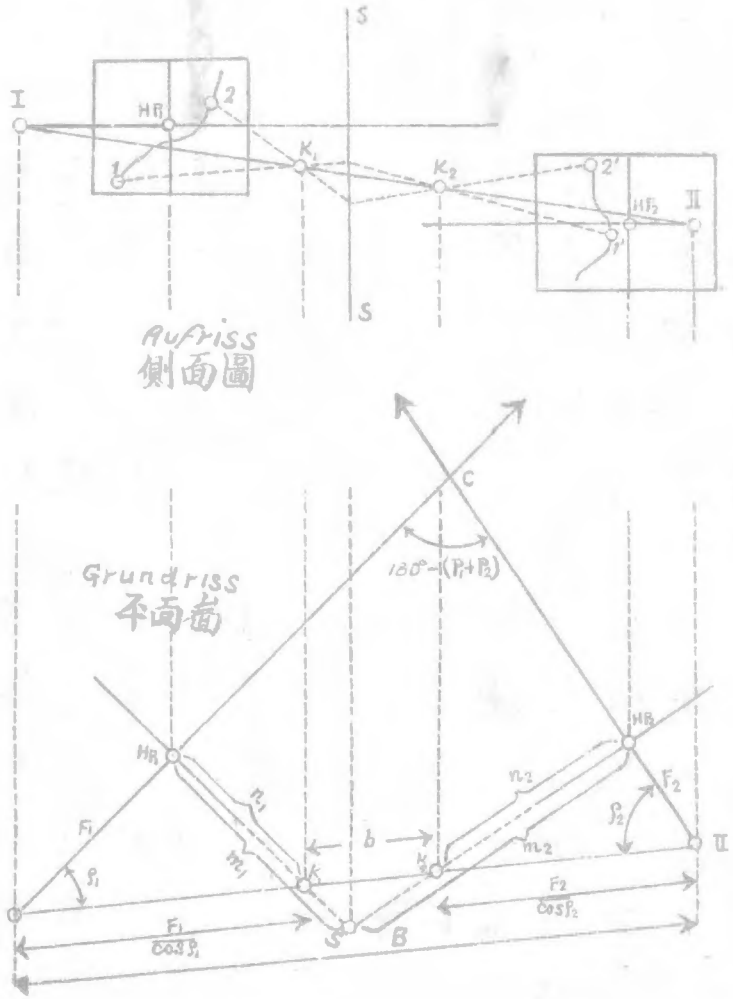
欲使交會進行順利，則基線對於攝影距離之比例頗大。換言之，即基線不可小於攝影距離三分之一。故因基線之長度，常使兩照片呈不同之像景，而發生辨認同點之困難。於此情形，欲使其相屬之點一致，尤為困難。故常用垂直照片位置，將其既知之符合點，以主光線推行之。

第三節 主光線精確定點法

下圖為攝影測量之平面圖及側面圖，例如道路上不清晰之點 I，應在他片上找出相應之點 I'，由他一片上之道路像可得對於該點之幾何位置。以空間點 P 及攝影基線形成一平面(主平面)兩照片平面與主平面切成兩線，即主光線也。主光線經過

第二十二圖

基線與影片平面之交點 K_1, K_2 (主點) 相遇于兩影片平面之交線 SS 上。由是自左照片道路點 1 作線過主點 K_1 得主光線 K_1-1 ，而與 SS 相截後與主點 K_2 相連，引長之，則此主線與右片道路相交，而得所求點 $1'$ 矣。



實際運用

此法時，乃以攝影元素(即水平基線長度 B ，焦距 f_1 及 f_2 ，以及 ρ_1, ρ_2 ，基線對水平面傾角 δ 等)求出點之位置及兩底片面之交截線。由圖可得如下公式可計算主點 K_1, K_2 之橫距值及與 I, II 兩站之高程差。

$$n_1 = f_1 \cdot \operatorname{tg} \rho_1, \quad n_2 = f_2 \cdot \operatorname{tg} \rho_2$$

$$h_2 = \frac{f_2}{\cos \rho_2} \cdot \operatorname{tg} \delta, \quad h_1 \text{ 同理求得。}$$

切線 SS 之距離，由像之垂直線計之：

$$M_1 = f_1 \cdot \operatorname{tg} \rho_1 + \frac{b \cdot \cos \rho_2}{\sin(\rho_1 + \rho_2)},$$

$$M_2 = f_2 \cdot \operatorname{tg} \rho_2 + \frac{b \cdot \cos \rho_1}{\sin(\rho_1 + \rho_2)}, \text{ 其中 } b = B \frac{f_1}{\cos \rho_1} - \frac{f_2}{\cos \rho_2}.$$

對於相同攝影之焦距 ($f_1 = f_2$)，其符合之式可從簡略，不再贅述。

此法僅於像上既有點之幾何位置者，如道路、森林界、文化區域，及其他形狀能清晰現出者，方可用之，在此狀況之下，實不得已時才應用之，加之由此所得像之縱橫軸，繪圖之最高精度，僅約為 $\frac{1}{10}$ mm 耳。

在像上找點之困難，在交會攝影測量中，成為主要之問題，故不常實用，但其他種之優點，尚有期望之可能也。

第八章 航空測量

吾人於異常迅速振蕩之空氣中，尚能討論及地物地貌諸問題，豈非利用飛機以攝影得地景之實像，以供製圖之用乎。在歐戰時，攝影測量學之實用教育，既有許多驚人之效力，蓋其能發現敵人之真確位置，或缺之地圖之地方，可藉此以資改正，或調製新圖。則此飛行攝影之探索，有重大之意義焉。

此種攝影測量之工作，實際上與地面攝影測量之差異者，即空中攝影測量對於照片位置，攝影基點，常呈缺乏與極不安定之狀況。換言之，主觀之判定 (*innere Orientierung*) (如焦距主點) 雖屬可能，而客觀之判定 (*äußere Orientierung*) (如攝影基點之位置，片之傾斜，水平旋角) 則時呈缺乏之虞。在攝影上許多位置，常依已知點描畫而成，因此空中景像，利用此種固定點及既知之內要素構成中心投影，(*Zentral Projektion*) 於圖內，形成此種平行投影，(*Orthogonal Parallel Projektion*) 同樣攝得無數相同之地區，以供製圖之使用。

像之製圖者，即以像之內容移寫於圖上。精確之航空影片，實際與地上交會攝影相符。

第一節 空中影像之製圖 (Luftbildauswertung)

(一) 攝影儀器概說

於飛機或氣球上攝影，須有特別構造平衡之照相器具，有透光力強大之鏡頭，及迅速快門，方為合式。照像器通常以木質或金屬製成，片之式樣為 $9 \times 12 \text{ cm}$ 或 $13 \times 18 \text{ cm}$ 。透鏡之焦距在 10 至 75 之間，最大光孔比例 ($\frac{\text{有效孔徑}}{\text{焦距}}$) 為 1:6.5 至 1:4.5，在較小之焦距能至 1:3.5。因此種攝影高度甚大，故鏡頭無伸縮蛇腹之裝置，而作常為無窮之固定式。攝影時常利用黃色濾光鏡以增加底像之明度，快門在今日供給於航空攝影器者，多為在透鏡中間配置虹彩式快門 (Zentralverschluss) 也。雖其感光時間不及切口式快門之迅速，但其能開關自由，且其主點可望能如攝影經緯儀以框標表出，底片對鏡頭焦距真正之位置，則有壓板之設置，可使其緊附於平坦光滑之框架上焉。

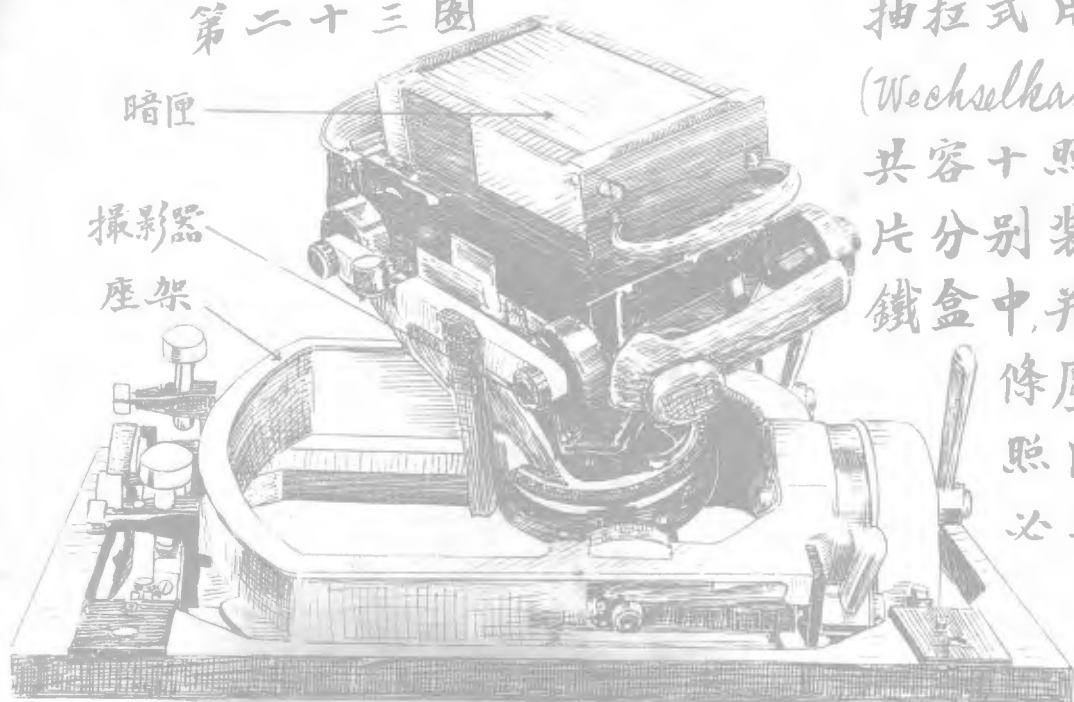
小攝影器常用較短之焦距，可供飛機上手提之用。至較大之儀器特有座架 (Aufhängearrichtung) 之設備。對於巨大地段之攝影，特於飛機中設自動攝影器 (Reihenbild Kamera) 以其近似向下垂直之主軸，依自動攝影之性質，將飛行所及之地區，攝於

捲片上。若飛行於曲線中時，則像列常附有頗大之誤差，於製圖目的上全不用之，即有用之者，亦常須極大的戒懼，學者固不可不慎也

(二) 威特手提攝影器及座架。

威特手提攝影器，具有 161mm 之焦距(即像距)有中心式快門，感光時間約 1/50 秒，虹彩式節光片全開時，透光之孔徑為 33mm, (= $f/5$ 至 $f/8$) 乾片式樣與攝經緯儀同，即 $10 \times 15 \text{ cm}$ 是也。(間有 $13 \times 13 \text{ cm}$) 於攝影器傍連一瞄準框，(Zielvorrichtung) 其暗箱水準器，可定各種傾斜角近似之位置，底片之數目，由計數片(Zählwerk) 自動記之。

第二十三圖



抽拉式片盒(暗匣)
(Wechselkassette)
共容十照片，每片分別裝於白鐵盒中，并以彈條壓緊之，照片曝光必要之動作如下：

- I.) 以右手掌壓抽拉式暗匣於框架上，並達於禁錮之位置。
- II.) 扣引退之扳動機（開快門之機關）並持以照準所撮之目標。
- III.) 放扳動機即使曝光及抽拉式暗匣向後彈退。
- IV.) 換片即抽出暗匣而再推進之。

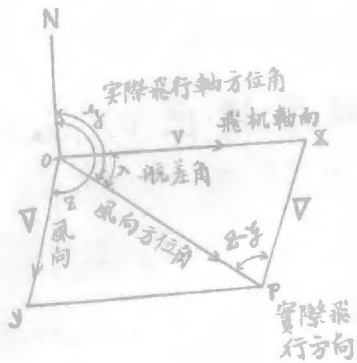
如上動作錯誤可免發生，蓋若抽拉暗匣之簾未開，則暗匣不能壓下，扳動機亦不能引動。若暗匣未完全推入，則照片之互換自動停止，其在簾未啟時，及十照片既曝光時亦如之。此外簾未閉時，抽拉暗匣亦不能於撮影器中取出。

傾斜撮影利用座架之優點，能定暗箱軸所定的方向，因此對於不安定之撮影，既得較妥的辦法。座架固定於飛機中撮影孔口之上，暗箱裝於樹膠联接機座架傍具有三種機桿，以供禁錮暗箱活動之用，同時最外機桿，亦能制止一切的轉動，其傍有兩個明顯彈擊螺旋，以定飛行方向中偏差之用，座架縱軸橫過飛機軸，前部機桿用以節制一定的橫傾斜，後部機桿以定暗箱圍繞光軸旋轉之用。

飛行方向常因受任何原動力之牽動，則暗箱須繞主軸而旋轉，故必有航差之改正及規定之設

備以適應之。航差可依風向、風速、飛機速度及相應之方向以計之如下：

第十四圖



$V =$ 風之速度

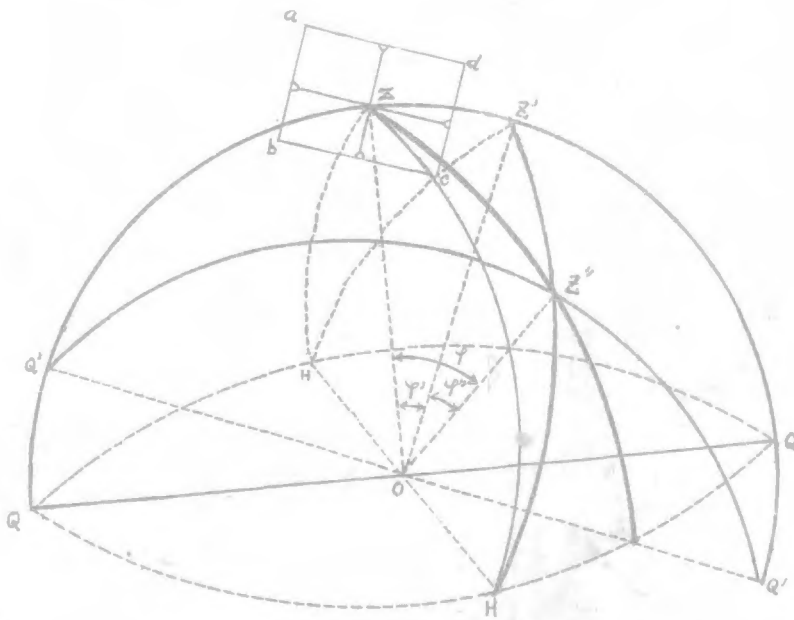
$v =$ 飛行速度

$Z =$ 風向方位角

$\lambda =$ 實際飛行方位角

$$\sin \lambda = \frac{V}{v} \sin (Z - \lambda)$$

第二十五圖



設航差既經設定，則於圖內形成各種關係。如圖先於航向中繪出攝影軸對垂線之傾斜，攝影器在座架軸上之設置亦當計及。此處

應注意者，其二互相垂直之軸 H-H，仍為水平。吾人設一補助球面，以軸之交點 O 為中心，陰片旋轉之平面暫假定於 Z (影片長軸位於航向中) 於航向中

前後傾斜，即對交會軸 $H-H$ 生左右傾角 φ' ，及發生 φ' 角後之橫軸 $Q-Q$ 變為 $Q'-Q'$ 。後再前後傾斜 φ'' 至 Z'' 。(若先作 φ'' 角之前後傾斜，再作 φ' ，則其 Z 點位置于平行圈上移至 Z'') 則 $Z Z' Z''$ 成直角球面三角形，按納氏法則而得下式：

$$\operatorname{tg} \varphi' = \operatorname{tg} \varphi \cos \lambda \quad \text{及} \quad \sin \varphi'' = \sin \varphi \sin \lambda$$

設 Z 點直接移至 Z'' ，則易知影片短軸仍水平而無左右傾斜。

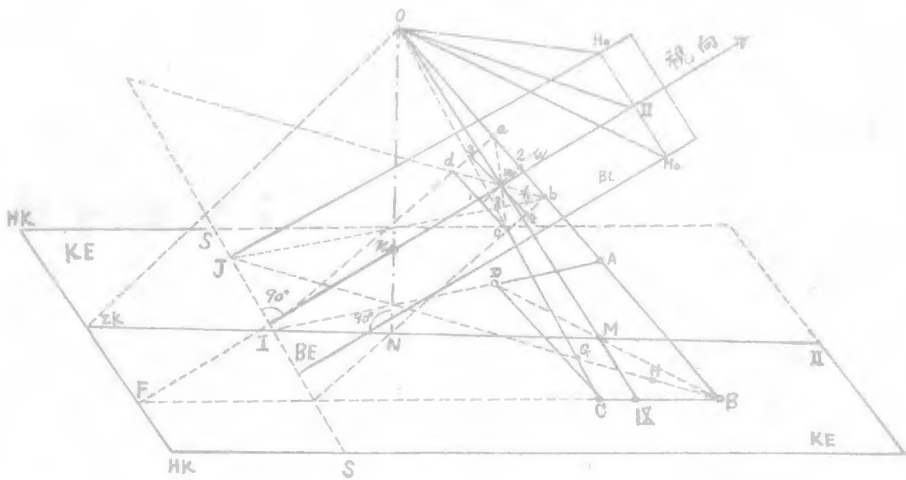
φ' 及 φ'' 之位置，對於各種航差角度，可依全傾角 φ 列表計定。新式之座架，具有左右傾斜之彈壓螺子，(Anschlagschrauben) 以便迅速制定攝影器之用。彈壓螺子可制定 φ' 及 φ'' 之值，與觀測定者相符。攝影器之再行制定，僅釋放主柄 (Haupthebel) 推過對面之彈壓螺子，移動 φ' 、 φ'' ，復抽回主柄。

座架之構造，須十分平衡及簡單，易於把持。其對於他種構造之主要分別，即其照片主線與相平行之左右傾斜軸，永久不變，且能以一手柄制止各種運，是其優點也。

第二節 平地攝影之製圖

假定攝影地區，僅有少許之高程差，則此地面部份實際可作為平面，而地圖可作為比例尺縮小之地區看待，則像與地表面關係，可視為像與地圖之關係。

第二十六圖



於圖中， O 為攝影鏡頭之位置，(投影中心) $abcd$ 為照片，為直接側面觀察，自鏡頭至 f 距離處垂直排列者。像軸 OM 交圖平面於主點 M ，延長之像面 $BE-BE$ ，與圖面 $KE-KE$ 切成直線 $S-S$ ，過 O 點及像軸之垂直面 $V-V$ ，交像面於 $1-2$ ，曰視向 (Blickrichtung) 其圖上相應方向為 $I-II$ 。過 O 點作一水平面與像平面截得水平線 (Bildhorizont) H_0-H_0 ，且平行於像片水平線 $3-4$ 。而 $3-4$ 與視向 $1-2$ 直交于 m ，最後過

O 而平行於像平面之平面，與圖平面相截得圖水平 (Kartenhorizont) H_k-H_k ，像十字軸對視向水平旋轉角，曰平旋角 (Kantungs Winkel)。由像面及圖面 (過 O 點) 相夾之角，為前後傾角 (Neigungs Winkel)

自 O 作垂線，交像平面於像底點 (Bildnadir) n ，交圖平面於圖底點 (Karten: nadir) N 。一切成像之地上物體 (煙筒，塔，屋緣，樹木等) 引垂線，則其一切過 O 之垂直平面，必相交于 ON 線，此線段即攝影高度也。

像片周界 $abcd$ 與圖上 $ABCD$ 四角形相應，設過 O 與地上直線如 $G-H$ 同在一平面，又其延線相交 SS 於 T ，但 $G-H$ 與像平面及圖平面相屬，故其交點 T 亦必在兩平面之截線上。其他任一直線均同此理，故得下列定則。

(I) 每一像上之直線與圖上相應直線交於像平面與圖平面之截線 SS 上，是謂像與圖之投影關係，像亦可作為由地面倒投影而成 (此種倒投影之定理，屬於投影幾何之範圍)

(II) 引一像點之光線，至他像點，並畫其圖上相應之光線，此二線切於圖平面及像平面之切線。

(III) 一光束所割直線之諸交點，與圖內之點列相應，反之亦同理。

(IV) 照片位置若為傾斜，則像內平行之直線，

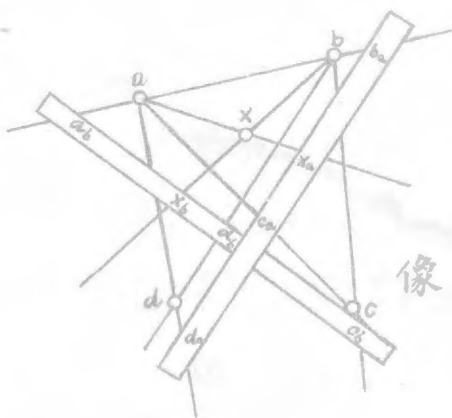
於圖內則為交會線，倒之，相反，交會點在圖平面及像平面，依透視學語名曰集合點。

(V) 由視向及水平所成所直交之像十字軸，投射於圖上，仍為直交之十字軸。(因兩軸垂直或平行於像面圖面之交線 $S-S$ 。)

第三節 線束製圖法 (Auswerten nach Strahlenbüscheln) (四點法或紙條法)

根據圖典像之投影原理，能將一像點移寫於圖內，假定圖典像中四既知點全相符合，如 a, b, c, d 為像內之既知者， A, B, C, D 為其圖上相應之點，求第五像點 x 在圖上之位置。

第二十七圖



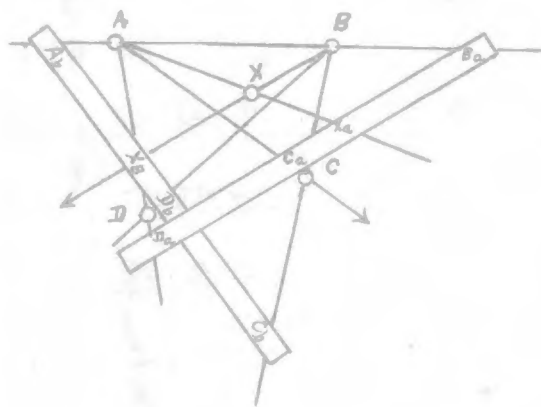
圖解 (Konstruktion):

於像上由四點中之一點如 a ，引線至 b, c, d, x 各點，於圖上可引由 A 點至 B, C, D 之直線，尚缺少至所求點 x 之線，可由光束投影法求之，光線束為任一直線所截，其與光線所成

之四截點成為投影點列，將諸點移寫於紙條上，疊于圖中，推移之，使 da, ca, ba 諸點全在其相應線 AD ,

AC, AB 中, 由是連結 Xa 與 A 之直線, 即得圖上 X 之光線。若於四點中他點如 b, 作第二光線束, 如前法移寫於圖中, 又可得所求點。第二之幾何位置, 此二求出之直線如圖加以簇矢者, 其交點即所求點 X。再由 c 點作第三光束, 可以檢驗圖解正確與否。

第二十八圖



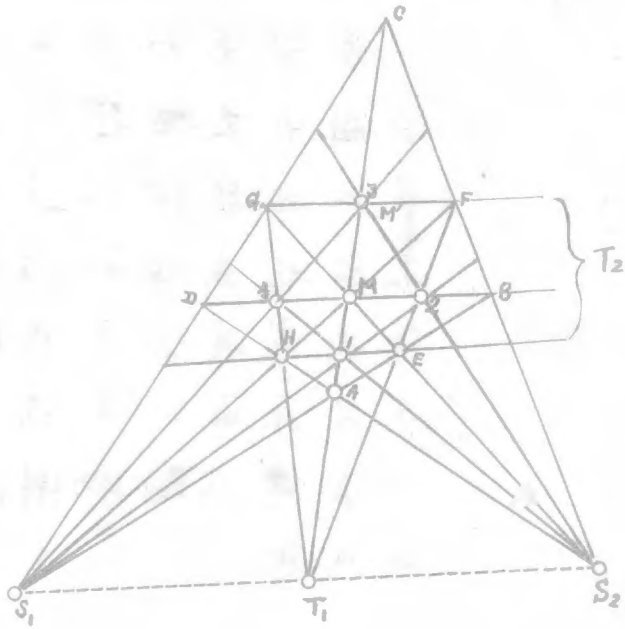
第四節 線網法 (Das Netzverfahren)

對點數較多或聯成線狀之物體, 如道路, 森林界等, 若單獨應用線束法以製圖, 太覺煩冗, 如欲易於達到, 可於像及圖內加以網格, 網格密度之選定, 宜使像上網格內一切單獨點, 依目測移寫於圖內, 須適於所需之精度。此處僅於各種網格圖解中, 擇述其最重要而且實用者, 述之於下:

(一) 普通線網 (Das allgemeine Bezugsmetz)

設像及圖中有四既知點為 a, b, c, d 與 A, B, C, D 。其圖解法, 在像與圖內繪法一致, 故二十九圖, 僅繪出對於圖上者, 其法如下:

第二十九圖



將既知四角形 A, B, C, D 之邊, 各延長之相交於 S_1, S_2 。由此二點各向對角線交點 M 引直線, 則於四邊上得新點 E, F, G, H。此四新點之連線, 復於對角線上得四個截點 1, 2, 3, 4。再引 1-2, 3-4, 2-3, 及 1-4 線, 則網格分成更

小矣。1-2 及 3-4 直線須交于 S_1 , 2-3 及 1-4 直線須交於 S_2 , 由此可得畫圖的檢驗。同樣直線 E-F 及 G-H 相交於 T_1 , G-F 及 H-E 交於 T_2 , 與 S_1-S_2 直線相交最後之四角形邊上。由直線 S_1-1-2 ; S_1-4-3 ; S_2-2-3 ; S_2-1-4 新定之點, 復可繼續展繪網格。由此每直線有上述之檢驗, 故網格之精度甚大

於像上亦同樣繪成相應之網格, 則可將像與圖相應之網格中地物依目測移繪之。

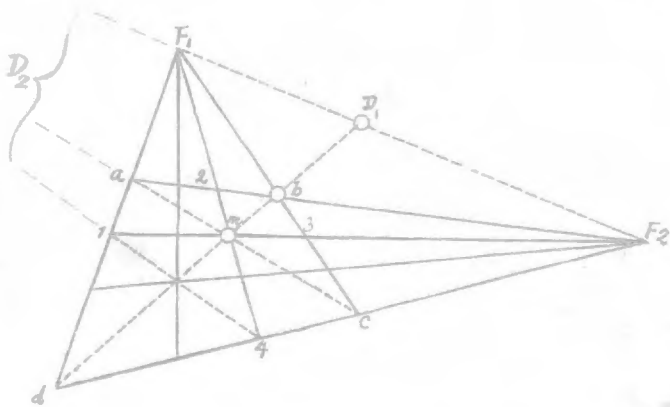
(二) 正方網 (Das Quadratnetz) (Möbins)

摩布氏之網法無他, 即圖內一定邊長之正方

使與上之景像網相應也。此類之網以景像之比例尺印入像中，則可於像中直接估量其近似距離。

設四已知點於像及圖紙中。於圖中繪一正方形，將四角點依線束法移寫于像上，(與線束繪圖法情形相同)由是於像上可得四角形，而與圖中正方形相應者。若欲施以圖解試驗，一如前法，至少須用三線束，但於諸角點位置上不免發現有多少偏差耳。依景像之原則，實際上平行之直線，於構像時互交于集合點(Fluchtpunkt)，所謂集合點者，即構像中水平直線上所置之點也。茲述其描繪像上網格之法如下：

第三十圖

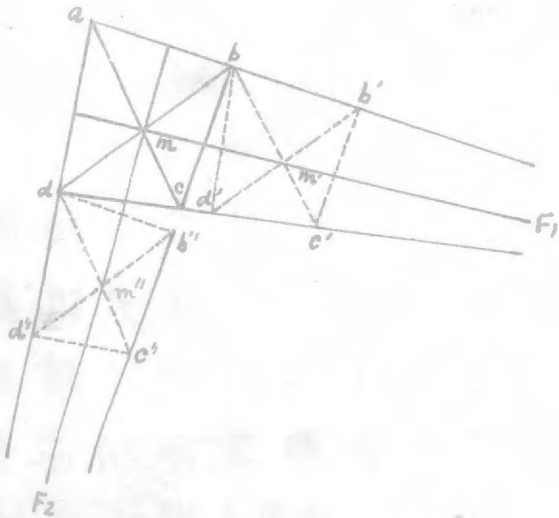


於像內引長四角形之各邊， $a-b$ ， $d-c$ ； $d-a$ ， $c-b$ ，而得集合點 F_1, F_2 。並假設其聯線為水平，由是於圖一切平行網邊俱交於所屬之集

合點。假如 F_1 及 F_2 相屬之光線經過對角線 m 以分此四角形，可得新四角形，即 $a_2 m 1$ ， $2 b 3 m$ ， $m 3 c 4$ 及 $1 m 4 d$ 。依同樣之方法，可連續分割地圖內層疊平行之對角線，可以 D_1, D_2 為檢查點，如是同法像之

四角形亦可任意分之，而得無數之小四角形焉。

第三十一圖



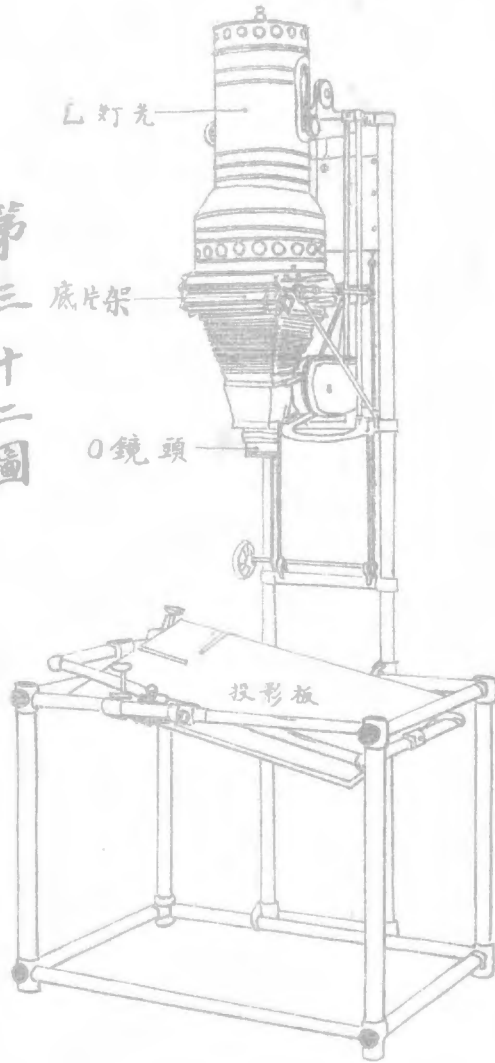
若網圖表中之集合點在圖廓外，則可與對角線或四角形之邊平行之直線，經過適合之角點，如圖所示，經過 b 點作平行於 a-d 之直線得 d' 點。復於 d' 點平行于 d-b 線得 b' 點。再過 b' 點作平行於 b-c

線得 c' 點。c' 與 b 相聯得交點 m，m 與 m' 相聯引長之，可交於集合點。同樣作其餘，可分成多數之網格。

第五節 機械糾正法(傾斜糾正器)

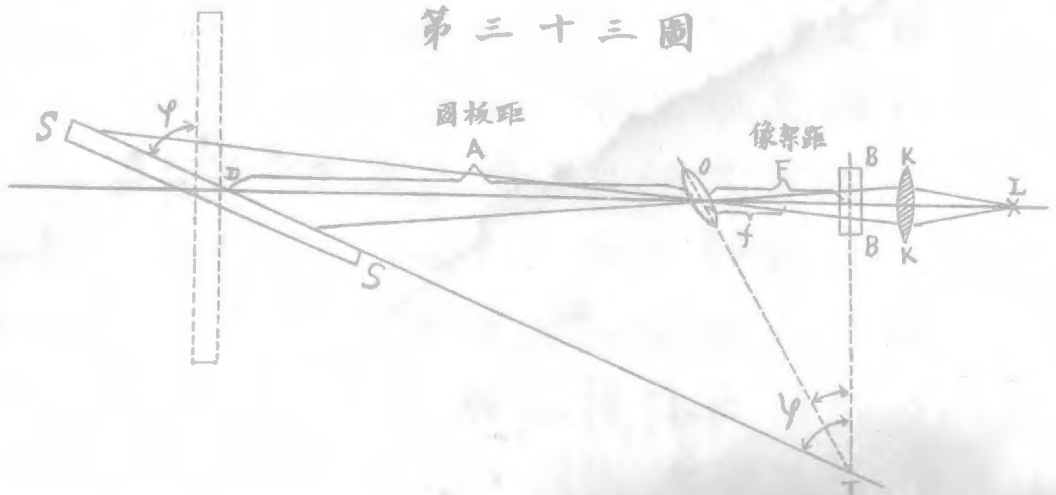
機械糾正法，在光學方法上，應用特別裝置之投影器 (Projektionsapparates)，把像移於圖中。如攝影之傾斜角及水平旋角為既知，則用此糾正器可投射成為一種有比例尺的照像圖。茲將此器械構造之格式，作一圖形以說明之。由光源 L 出發之光線，經集光三稜鏡而透過架中所置之底片，由此再經鏡頭 O，而倒置其像於 s-s 投影板上，一如攝影之作用焉。由是可利用感光紙即得其像矣。

第三十二圖

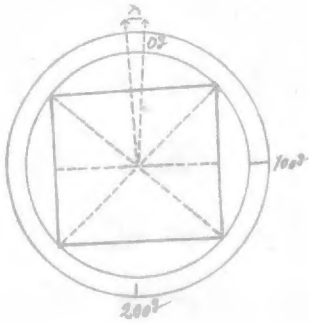


以攝影方法，將像之相應位置，達於圖平面，則因圖板能繞垂直軸 D 而旋轉，可使攝影之傾角 γ 向像架 $B-B$ 而傾斜，再使像架依度數而旋轉，如三十四圖所示。但其中應注意水平旋角 α ，與面板對像架傾斜，而呈各種像不同之明度。然因鏡頭能繞垂直軸而傾

第三十三圖



第三十四圖



擺又可以定所需之清晰像景，總而言之，必使圖板 (Schirm)，鏡頭 (Objektiv)，像 (Bild)，三平面，交於 T 點即可。

鏡頭與像架之距離等於攝影器之焦距，使經過鏡頭之光束與攝影時成同樣之作用，圖板距離對於投影鏡頭之焦距，依物體對像距關係之簡單透鏡公式，得式如下：

$$A = \frac{F \cdot f}{F - f}$$

式內攝影器之焦距 F (= 像距)，及投影鏡頭之焦距 f 。茲舉其例：

$$F = 25 \text{ cm}, \quad f = 27 \text{ cm},$$

$$\text{圖板距離 } A = \frac{25 \times 27}{25 - 27} = 1.37 \text{ m}.$$

圖板上所投之像，可以改正其野外之比例尺。設知任兩點真確之距離，則能將板上之圖放大，與縮小，但不能超過所希望比例尺之外。前所述之像架，係假定前後傾角與水平旋角之學理，及攝影器之焦距，由工廠自由刻製，因對於攝影器內所具之傾角及水平旋角指針之報告常不可靠，每大於所要之數，此種重要之圖解，以後當述及之。

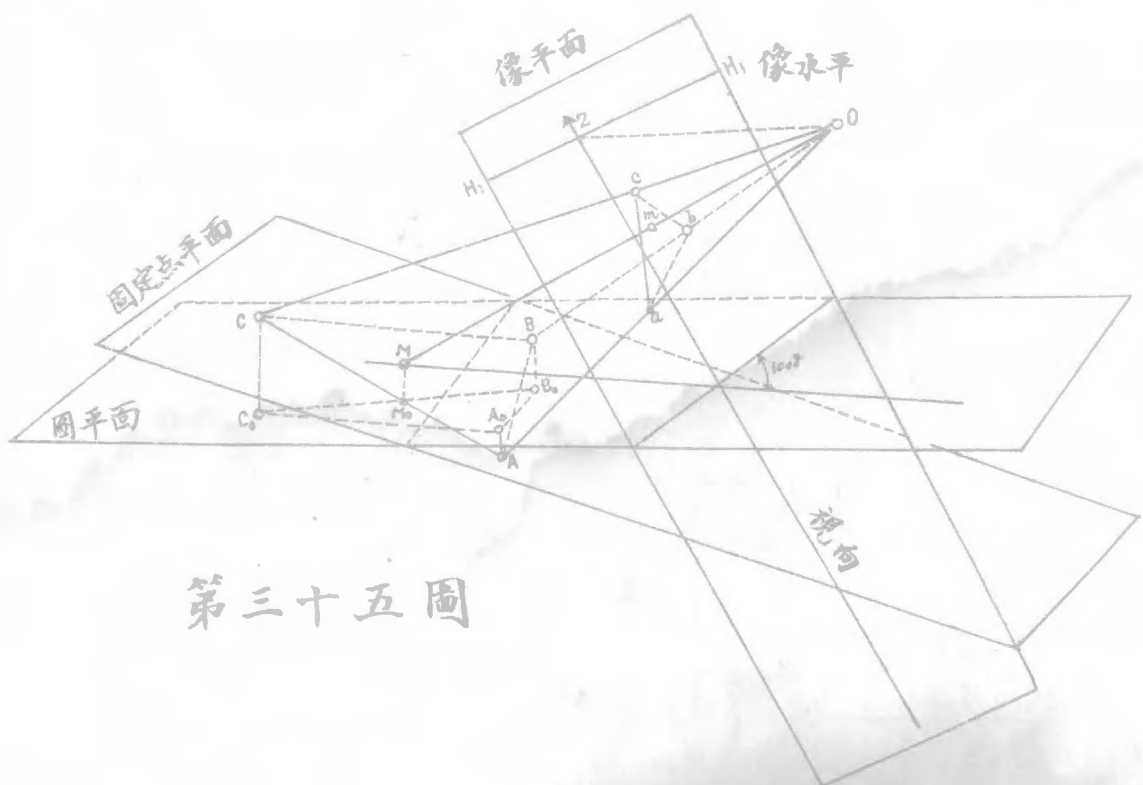
第六節 主要之圖解

(一) 像之水平視向, 及水平旋角之確定。

(A) 集合點法 (Verfahren mit Fluchpunkten)

像水平尋求法, 於移繪正方網于像中時, 集合點既於圖解內得之。即於圖內選適宜之正四角形, 依線束法畫於像內, 由是地圖內正方形之平行邊, 於像內成為集合點, 集合點之聯線, 是為像水平 (Bild-horizont)。

反之, 以像內之正方形, 移於圖內, (亦用線束法) 延長四角形之邊, 則相交得地圖水平之集合點,

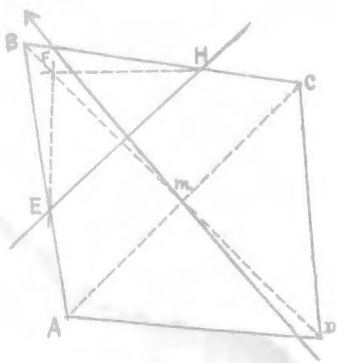


第三十五圖

(*Fluchtpunkte*) 而圖水平亦可得矣。設像水平及圖水平既經尋獲，則由像軸主點，作一垂直於像水平之垂線，而得視向。像主點或為框標記號之交點，或為對角線之交點，在地圖內則與像上相應之四角形對角線之交點為主點。(卅五圖係表明各種平面之關係)

設集合點出乎圖廓之外，可用下法確定像水平及視向，*A, B, C, D* 為用線束法將圖內之矩形，移繪於像內，或以同樣的關係，由像內移繪圖內。任於對角線上取一點 *F*，引與 *D-C* 及 *A-D* 邊之平行線，又聯其在邊上所截之點 *E, H*，而得水平方向 (*Horizont-richtung*)。過對角線之交點 *m*，作垂直於水平方向者，即為視向。

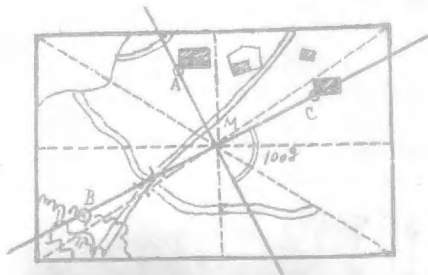
第三十六圖



trichtung)。過對角線之交點 *m*，作垂直於水平方向者，即為視向。

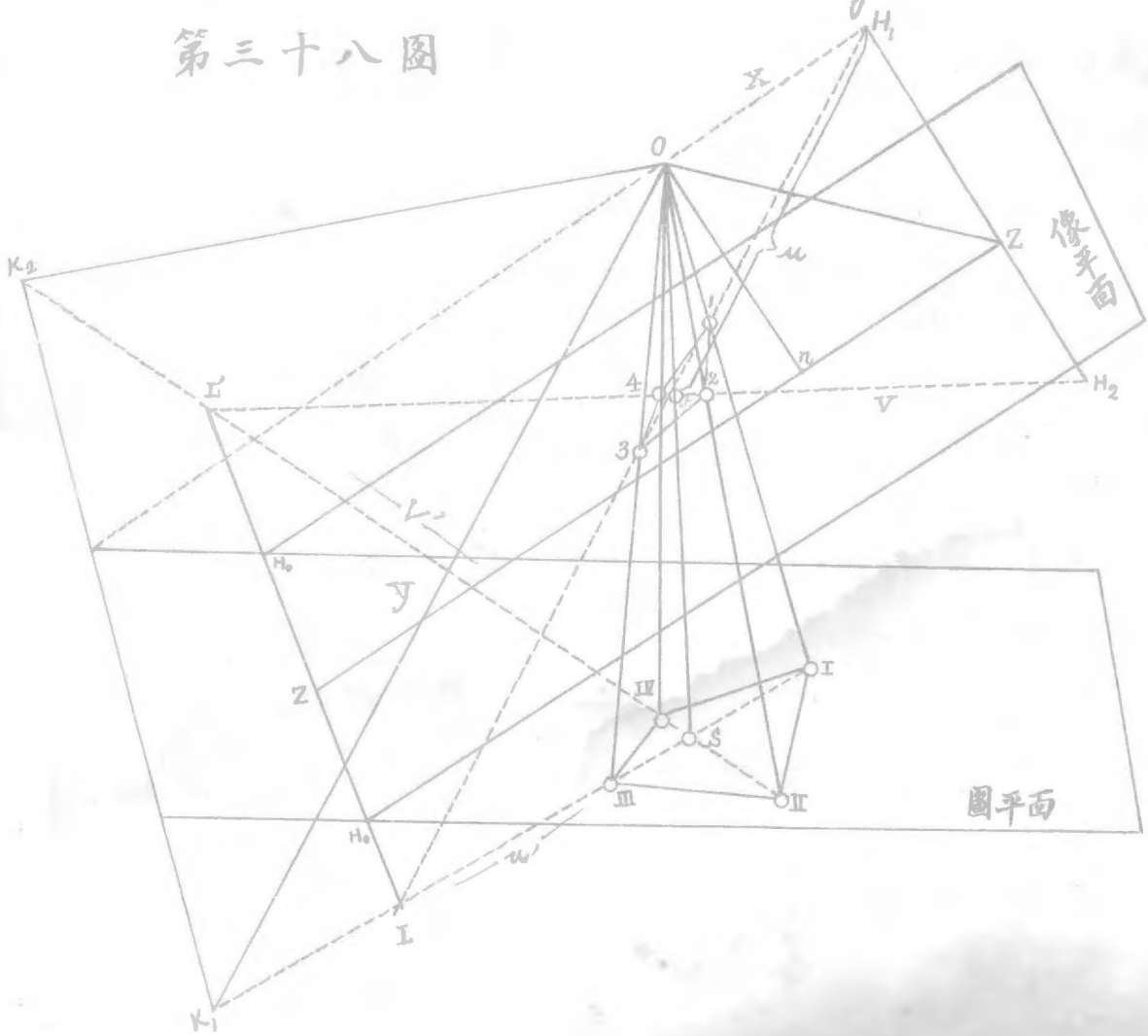
(B) 十字片法 (*Verfahren mit Kreuzscheiben*)

第三十七圖



像十字軸之直角投影不生變化，若再用光線法將圖上之點展於像域，於透明紙上作兩個直角形之十字軸，繞主點 m, M 而旋轉於像及圖上，使相應之點 (a, A, b, B, c, C) 落於相同之十字軸上。例如第三十七圖可尋出其概約之位置。

(C) 計算定水平法 (Rudel)
Rechnerische Horizontbestimmung
 第三十八圖



設像與圖內有四個相應之點，為 1, 2, 3, 4 與 I, II, III, IV。如上圖，聯其相對之點 1-3, I-III, 2-4, II-IV，使其聯線交切于 S, S', 引長 3-1 線與像水平交于 H₁ 點，及 I-III 與圖水平交於 K₁ 點，又使 $SH_1 = u$, $SK_1 = u'$, u 及 u' 值，可由像及圖內之既知值 a 及 c , a' 及 c' 計算以確定之。

$$\text{設 } S1 = a, \quad S2 = b, \quad S3 = c, \quad S4 = d,$$

$$SI = a', \quad SII = b', \quad SIII = c', \quad SIV = d',$$

O, H, K, 1, 3, I, III, S, S' 諸點同在一平面構成如下之相似三角形。

$$\triangle OH_1S \sim \triangle OK_1S, \quad \triangle OH_13 \sim \triangle OK_1III, \quad \triangle OH_11 \sim \triangle OK_1I。$$

按邊比例之原理可得下之等式：

$$x \cdot y = u \cdot u'$$

$$x \cdot y = (u+c)(u'-c')$$

$$x \cdot y = (u'+a')(u-a)$$

由上三方程式，略變其形而得求 u 及 u' 之式：

$$u = \frac{a'+c'}{\frac{a'}{a} - \frac{c'}{c}}, \quad u' = \frac{a+c}{\frac{c}{c'} - \frac{a}{a'}}$$

再求 4-2 延長線中，自 S 至像水平之距離：

$$V = \frac{b'+d'}{\frac{b'}{b} - \frac{d'}{d}}$$

自 IV-II 延線中自 S 點與圖水平之距離:

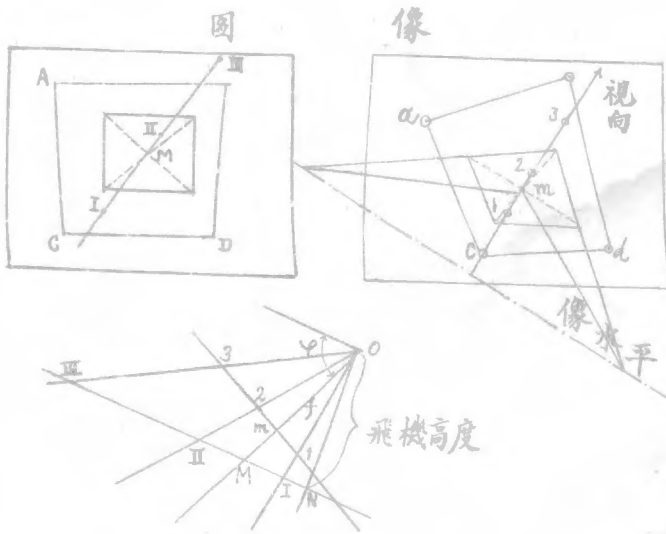
$$V' = \frac{b+d}{\frac{d}{d'} - \frac{b}{b'}}$$

由上求得之截點, 便可得像水平 H_1-H_2 及圖水平 K_1-K_2 之聯線矣。

(二) 飛機高度及傾斜角之定法

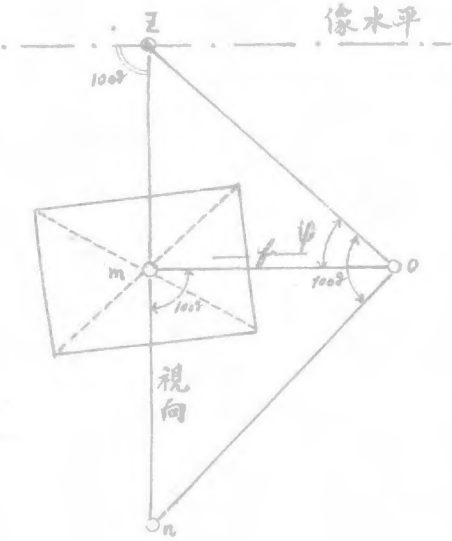
設像與圖有三以上之相應點, 依前述之法, 可求得像與圖上相應之截形, 並於像內求得視向及水平。今依下述之方法, 更可求得飛機高度及傾斜角度。

在透明紙上作一作線 OM , 令其長等於攝影焦距, 又於 m 作垂線, 依像視向內之 1, 2, 3 點向 m 之距離, 截定 m_1, m_2 , 及 m_3 , 再作 o_1, o_2, o_3, OM 之聯線, 置諸圖上檢驗之, 使圖點 I, II, III 落於 o_1, o_2, o_3 諸線中。則 O 為於



第三十九圖

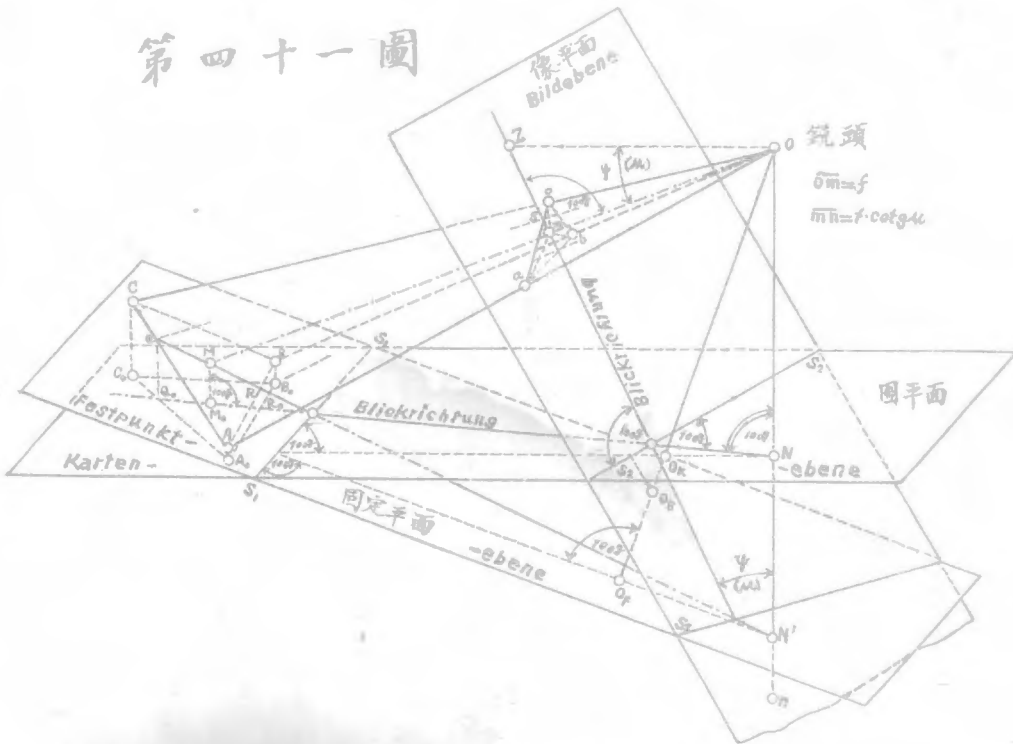
第四十圖



圖平面內平伏之攝影位置，故自 O 作視向之垂線，即為圖比例尺之飛機高度，而 OMN 角為對水平之攝影傾斜角也。

設像水平之方向及與主點之距離為既知，則傾角可如下法定之，較為簡單。於主點 m 作一視向之垂線 Om ，令其長等於焦距，並將此端點與水平視向之交點 Z 聯一線，則 MOZ 等於傾角 ψ 矣。

第四十一圖



(三) 圖與像天頂點之定法

按第四十圖以推想，自 O 向下之垂足在視向中者，為圖上之天頂點位置。

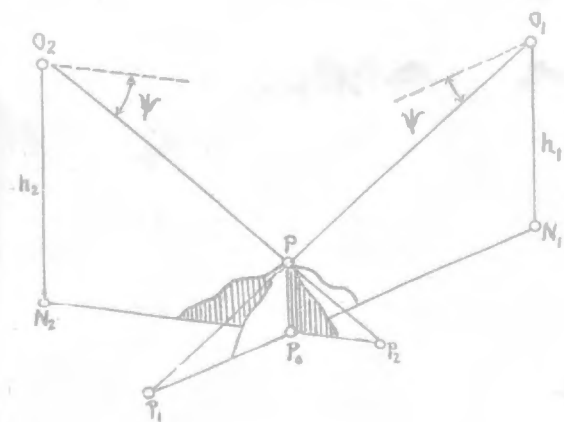
再設想第四十一圖之 NOZ 在像平面內如何情形，及第四十圖之傾角 ψ 如何構造，則於 O 點覺有一垂直於 $O-Z$ 直線，由是所求之像上天頂點 n ，便發現於視向中矣。

天頂點之尋求亦可用實驗方法，即由各種垂直物體如屋角，煙囪，樹木之類之引長線集中交點，即得所求之天頂點矣。

第七節 山地攝影之製圖

以前所述均屬假定地面為平面，若在多山之地，則情形不復相似，比較圖平面為高之一點 P ，其底點為 P_0 ，則於 O 攝影時，像之光線向 P_1 而推移，並

第四十二圖



於使用以前關乎平面之方法時，產生 $P_0 P_1$ 一段之錯誤，此故不難明瞭。故在多山之地，其由高程差發生之推移 $P_1 - P_0$ ，必與 $P_1 N_1$ 同在一直綫內，即同過鏡頭 O 及圖上天頂點 N_1 之

垂直面中之點，遂可作為直線而行描繪圖上之位
置矣。但錯誤之點 P_1 ，與圖上天頂點之聯線，僅可作
一種幾何位置，欲求 P 點實在之位置，必須其點周
圍有高程差之點既知，則可由觀察繪出該地形，并
確定高度 H ，與 P_1 、 P_0 改良之位置也。

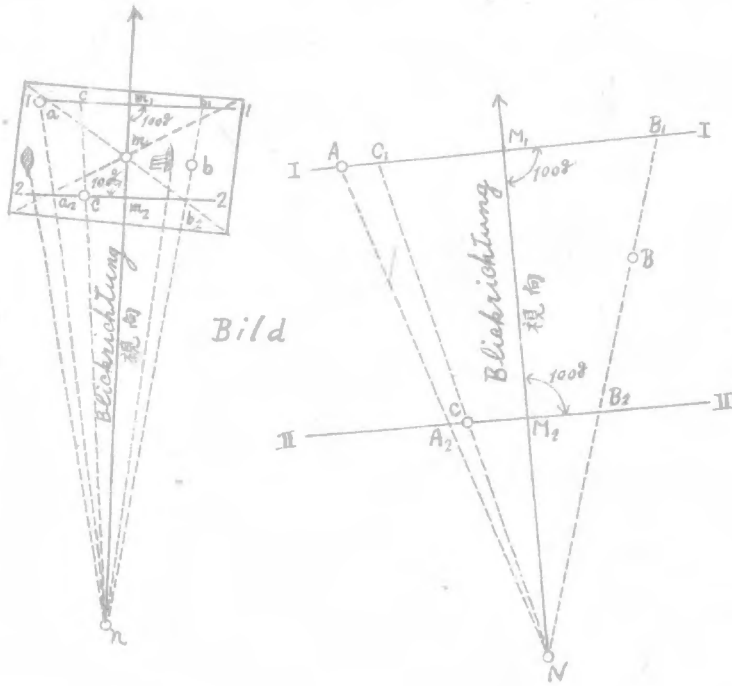
最良之法，即於第二處 O_2 攝影，與第一攝影成
直角之視向，由是 N_2-P_2 之直線成為第二之幾何
位置，其與 N_1-P_1 相交，遂成 P_0 點，是即 P 之基點矣。
側面圖中點對於圖平面之高程 H ，易於明瞭，
至此中之原素，如圖及像之天頂點與視向均有重
大之意義，苟欲探其究竟，亦不如攝影於平面者之
輕易也。

第八節 求圖上天頂點實驗法

地上之垂線在像上咸向天頂點集中，前節既
經述及，苟有真正垂直之線，即可就其伸長，尋出像
上天頂點之所在，并作天頂點與主點之聯線，視向
亦連全求得。圖內之天頂及視向之尋求法，即使垂
直於視向之線段，由像內之比例得之，但此直線必
須具有一致之比例尺，方能以比例求出，而其對於
視向之直角，雖稍有偏差，則無關緊要。如四十三圖
像上之點 a, b, c ，在圖上相應之點為 A, B, C ，首將視

向依像中估量展入圖上,例如由 A 作垂直於視向之線,其次由像中作天頂點線 na, nb, nc , 所得之線

第四十三圖



段 m_1a, m_1b_1, m_1c_1 , 依此比例展入圖上,而得 B_1 及 C_1 。此二點與 B, C 相聯,相交於 N , 則 N 為天頂點之幾何位置, 依同樣情形, 過 C 作垂線 $I-I$, 利用一切可能之性質, 於各線

段中, 作無數交 N 之光線, 形成以天頂點為重心之圈, 但此法對於傾斜攝影不甚精確, 因從天頂點投射之光線太短故也, 此外較為迅速精確於理想毫無錯誤, 而手續却極繁雜者, 錐體法是也。

第九章 實體攝影測量

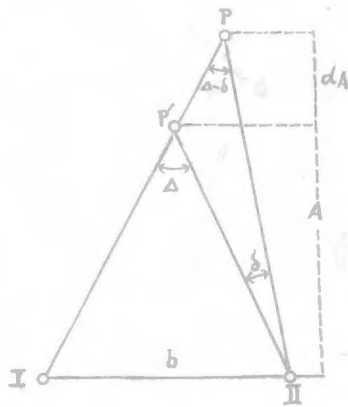
實體攝影測量之意義，乃以人類天賦兩眼視察實體的本能，應用於測量術上。諸物像觸入眼膜，因眼距之關係，有微細之參差，此即吾人感覺上之遠近差也。人類所具遠近差辨別之能力 (Tiefenunterscheidungsvermögen)，異常精細，普通人眼明晰之程度，大概相若，假使眼軸於估量兩點(第四十四圖之 P 及 P')之遠近時，兩眼交換瞄準某點，則覺兩眼軸之交會位置，約有小於 $\frac{1}{2}'$ 角度之變化。即目力良好者，視察明顯之目標尚有 $10''$ 至 $5''$ 角度之差值。設繪一圖，作其兩眼軸之交角，以 b 為兩眼之距離(平均約 65 mm) 平均深晰的角度為 $\delta = \frac{1}{2}'$ ，(化為弧度約 $\frac{1}{6800}$)，距離為 A ，則 $A = \frac{b}{\delta}$ ，因遠近誤差而生錯誤 $dA = \frac{b}{\delta^2} \delta$ ，或 $dA = \frac{A \cdot \delta}{b} = \frac{A^2 \delta}{b}$ 。設其 \triangle 角入到界角值 δ ，則失遠近差之知覺，吾人稱其所屬之距離為立體視界之半徑，并如下法計算之：

$$r = \frac{b}{\delta} = \frac{65 \times 6800}{1} \text{ mm}, \text{ 或 } r = 450 \text{ m},$$

若出乎此界限之外，則不復為立體，而成平面圖矣。

由下圖可以察出絕對誤差 dA 與 A 之乘方之大小以定其增減也，換言之， A 愈小則精度愈大， A 愈大，則精度愈劣也。

第四十四圖



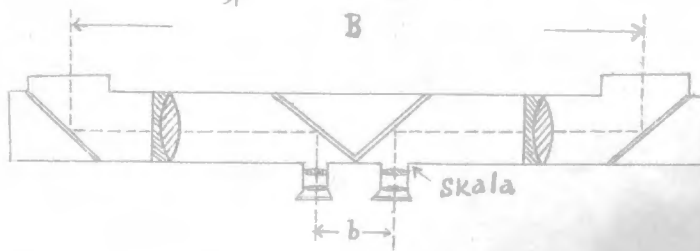
第一節 視覺深度範圍之擴大

普通視覺深度之範圍約為 450m, 但可以人工技術擴大之, 而擴大之程度, 係由立體像之比例 $\frac{\text{鏡頭距離}}{\text{眼力距離}} = \frac{B}{b}$, 及擴大率 V (放大百分之幾) 而定, 由下式可得立體視界之擴大半徑 R 之值。

$$R = r \cdot \frac{B}{b} V$$

其中 $\frac{B}{b}$ 之值, 亦可稱為全立體 (Totale Plastik) 立體距離測量, 亦根據此種原理, 故海姆何司 (Helmholz) 之實體鏡擴大法, 亦根據此理而成。

第四十五圖

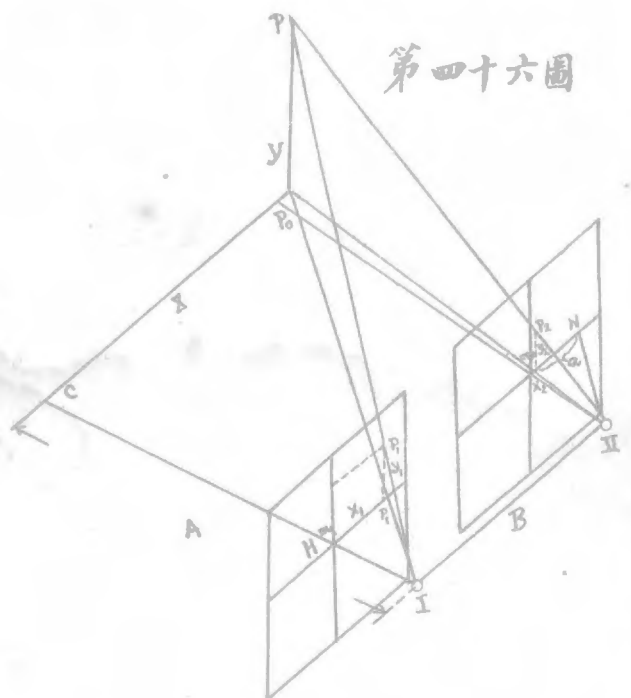


此種器械之像域空間中，有一深度表，以供測像之用。上法擴大之程度，因工程上之原則，範圍頗小，即就頗難之器械而論，其基線為 144 cm ，放大 23 倍，在二千公尺中，其估量誤差，為十八公尺，此於軍事方面已為合適，但於測量工程尚嫌其不足也。

攝影學中有一方法，可使達到任意擴大之程度，即擬測之物體，由基線兩端點撮取其像是也，反之，交會攝影基線對於攝影距離之比例常小，使兩照片僅呈微小之差異，而有合成立體之可能，此固按此器械而論者也。

第二節 攝影測量之基本原理

第四十六圖為最簡單之普通式攝影，即兩水平主軸垂直于基線。設空間所定之點為 P ，欲定其位置，則須作空間正交之坐標軸，即左水平攝影軸，垂直於左軸之水平軸 X ，及過 I 投影中心之垂線是也。圖內所示， A, X, Y 為



其實地上之座標軸，像中 P_1, P_2 之坐標，即該點位置上互垂直之 X_1, Y_1 及 X_2, Y_2 是也。設於端點 I 作 IP_1 之平行線 IN ，則可得相似三角形 $IP_1I, NI P_2'$ ，由是 A 可以下式求出：

$$A = \frac{B \cdot f}{a}$$

式內 B 為野外所測之基線， f 為既知之攝影焦距， a 為立體視差 ($a = X_1 - X_2$)。

X 軸之邊長，可由 ICP_1 及 P_1IH 相似三角形求得：

$$X = \frac{A \cdot X_1}{f}$$

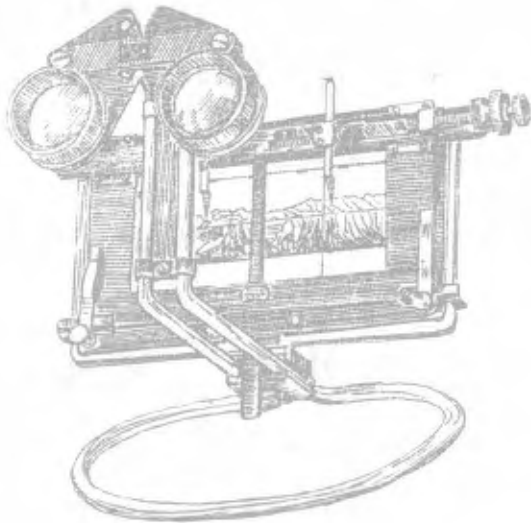
依同理，該點離攝影器水平之高度，亦可求得：

$$Y = \frac{A \cdot Y_1}{f}$$

在此二式中， A 由上式求出， X_1, Y_1 可於左照片用立體坐標鏡求得， f 則為既知者。

測像法之証明，Pulferich 教授特製造一極簡之器械，即所謂立體測微器是也。該器具有二個直角的孔口，及適合於普通像片大小之金屬框，孔口中有實體鏡之裝置，所測一對照片上橫距方向中，有一滑板，可按比例以推動，他一為在該板之上。此二滑板若轉動微動螺子，則各向總滑板動作，總滑

第四十七圖



蔡司(Zeiss)立體測微器

板及副滑板均於高處設有比例尺綫，若各部整置就緒，及像之明視距離亦既設定時，不但像之立體了然在目，而且兩測標之尖端行將合併，至一定之深度，發生浮動現象。當移動測微器時，即變動標尖之

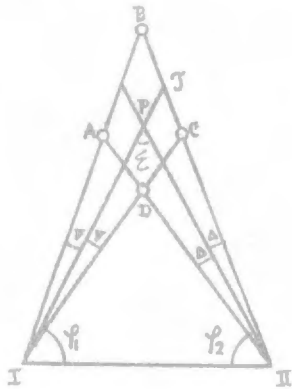
距離，測標或向前移或向後退，故吾人在原則上稱之為游標。若游標向像推移適當，則由測微器上之讀數，可得橫坐標，縱坐標，視差諸值，一如標桿在野外時，隨指任何點，而得其讀數者焉。

此種簡單之器械，自然不十分完備，如游標滑行像上所生之誤差，及引導滑板以定像十字軸時，器械之缺乏，皆予測量精度極大之不利，但皆可借新式製圖儀以消除之也。

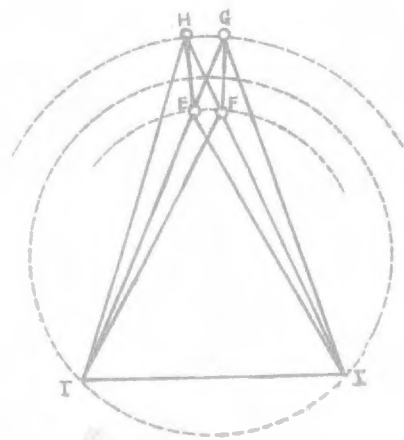
第三節 交會攝影與立體攝影之區別
交會攝影與立體攝影之比較，兩者係同根據前方交會之原則，於基線兩端點，用固定光線之描

射而得所求之新點，但根本上究有不同之點，簡單式之測像，以描準線之方向，從各像中定出一定之角度，換言之，即於基線上將 γ_1, γ_2 兩角構成交會式之三角形，兩角 γ_1, γ_2 俱應有 $\pm \Delta$ 之誤差，遂使因此而生之集合誤差，集於基線所對之尖角 ε ，($\varepsilon = 200^\circ - (\gamma_1 + \gamma_2)$) 即尖角 ε 有 $\pm 2\Delta$ 之誤差。如圖中點位置不確之誤差四邊形，甚為尖銳。(△在圖中描畫過甚)

第四十八圖



第四十九圖



立體攝影測量，描準線之方向，係於左端點中由左邊像橫距 (Bildabzisse) 以定之，由是基線 I 中之夾角，亦有誤差 $\pm \Delta$ 。定距離之實體視差測量，往往於定橫距時發生該差，至游標之陷入與帶有框標記號之立體像，全無關係。

視差測量按原理上，可直接於交會三角形之尖角中求得，此直接所定之尖角，祇有 $\pm \Delta$ 誤差，而其

基線上二夾角之各個誤差，則併成三角之總誤差 $\pm 2\Delta$ ，猶如交會測量之狀況也。立體像測量之誤差範圍，以四角形 H E F G 表之，大抵立體測量之基線須小於交會測量，蓋選擇適宜之短基線，可使立體像精細明確，恰合人目之深度視覺，尖角尚可測量也。若于測定距離時，欲得最良精度之要求，則他方縮短基線，而由立體鏡之觀察，尖角之精度，可至 $10'' - 30''$ 。

第十章 實體攝影測量之理論

第一節 主要攝影

立體攝影，因其主軸對於基線之位置及水平之地位，可別為下列數種：

(一) 水平主軸 (Wagrechte Bildachsen)

(A) 普通式 (Normalfall)

主軸互相平行，並垂直於基線，諸垂直片同在一平面中。

(B) 偏移式 (Verschwenkungsfall)

諸主軸互相平行，但向垂直位置偏移 γ 角，垂直之像平面，仍互平行，但不在同一之平面中耳。基線在主軸上之投影，以 $B \sin \gamma$ 為差段 (Ausrückung)，以兩主軸距離 $B \cos \gamma$ 為基幹，偏移分兩種，向左者 γ 為正，向右 γ 為負。

(C) 交會式 (Konvergenzfall)

交會式亦名分離式，交會式係兩水平軸互向移轉 γ 角成為交會，分離式則各自分散，愈離愈遠，(分離即交會之反面)。吾人可先作一普通或偏移式，然後將右主軸移動角度即成為交會，(此種關乎製圖機之構造)。

(二) 傾斜主軸

a.) 主軸相平行,但其對於水平均有一致之傾斜,傾斜角在製圖機與實際相反,向下為正,向上為負(即普通式與偏移式主軸附有傾斜者)。

b.) 各主軸斜對分立,可任意調動,且有傾斜者。

第二節 主要攝影之定點法

左端點新點之位置,乃由距離 A , 側面截線 X 及離攝影器水平線之高度 Y 得之。

(一) 橫長及高程位置

假定距離 A 為既知,若欲定橫長及高程之位置,則祇須左端攝影已足,無論何種主要攝影,在圖上可知無須讀其他之關係值,

$$X = \frac{A \cdot X_1}{f}, \quad Y = \frac{A \cdot Y_1}{f}$$

在此式中, A 距離各依其不同之主要攝影,而用下列之方程式以測定之, f 為焦距,左片之 X_1 及 Y_1 為既知值,

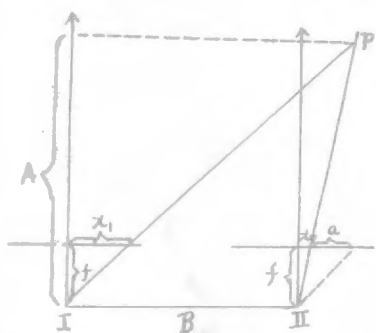
(二) 攝影距離之定法

攝影距離依主軸之位置而各異其值。

(A) 普通式

關於最簡單之情形，即使片之位置，在一平面中，測量原則下之距離公式中，既經說明，由圖可得如下簡單之關係：

第五十圖



$$A = \frac{B \cdot f}{a}$$

式中 B 為攝影基線(基線之水平投影)， f 為焦距， $a = x_1 - x_2$ 為由立體坐標鏡(即第四十七圖之立體測微器)所讀得之視差。

(B) 偏移式

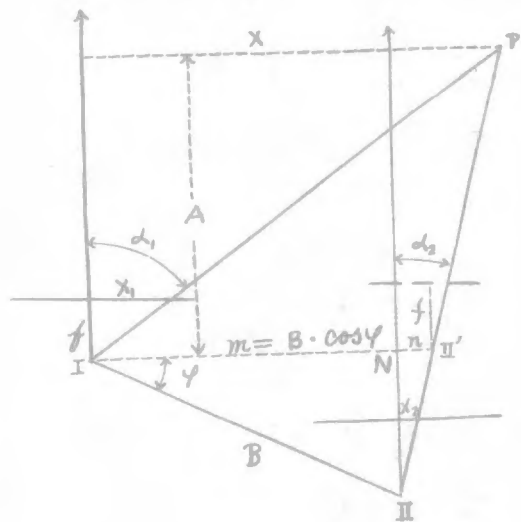
視差偏斜之情形，當先回溯普通式中之狀況，圖中為一偏移 φ 攝影之平面圖，設右端點移至 II' 點，而行攝影，則由一法線垂直於 $I-II'$ 基線，作相同之像橫距以填補之，可得距離之方程式：

$$A = \frac{I-II'}{a} f$$

式中 $I-II'$ 為變數，為由 IP 光線方向相關之基線所構成。該圖對於補充基線，有如下之關係：

$$\begin{aligned} I-II' &= m+n = B \cos \varphi + B \sin \varphi \operatorname{tg} \alpha \\ &= B \left(\cos \varphi + \frac{x_2}{f} \sin \varphi \right) \end{aligned}$$

第五十一圖



此值在上之方程為代入前求 A 之式得偏移式之距離, 可由下式求得:

$$A = \frac{B}{a} (f \cos \gamma + X_2 \sin \gamma),$$

其中 X_2 由 $X_2 = X_1 - a$,

求得括弧內與 X_2 有關者, 吾人稱之為變形焦距, 而以 f' 代之, 則其方程式與普通式類似:

$$A = \frac{B \cdot f'}{a}, \quad f' = f \cos \gamma + X_2 \sin \gamma.$$

如向右偏移, 則 γ 角為負, 其方程式可變之如下:

$$A = \frac{B}{a} (f \cos \gamma - X_2 \sin \gamma).$$

(C) 交會式

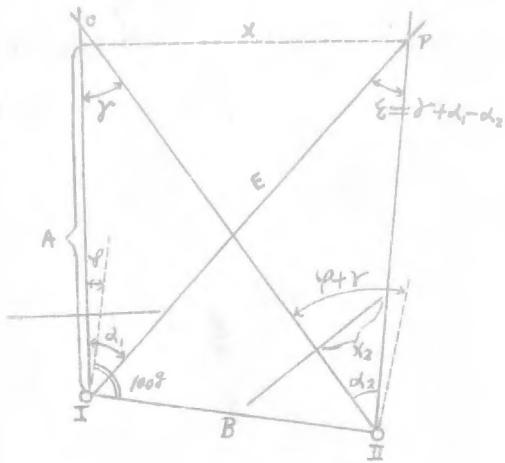
交會式距離公式, 於實際上較為繁雜:

$$A = B \cdot f \frac{\cos(\gamma + r) + \operatorname{tg} d_2 \sin(\gamma + r)}{a \cos r + (X_1 \operatorname{tg} d_2 + f) \sin r},$$

式內 $\operatorname{tg} d_2 = \frac{X_2}{f}$, γ 為左主軸之偏移角, r 為交會角, 如欲易以求得, 將既知關係之方向角 $\operatorname{tg} r = \frac{X_1}{f}$

及 $\tan d_2 = \frac{x_2}{f}$ ，作前方交會，但須注意右橫距之值，不得就其本身測得，必由兩像上橫距差之方程式以求之，蓋必如此而後能保持其精度也。(即云 x_2 須從 $x_2 = x_1 - a$ 求得) 應用正弦定則，由圖可得其直接之水平距離：

第五十二圖



$$E_1 = \frac{\cos(\varphi+r-d_2)}{\sin(r+d_1-d_2)}$$

由是左主軸之距離 A，亦可測得：

$$A = E_1 \cos d_1 = B \cdot \frac{\cos(\varphi+r-d_2)}{\sin(r+d_1-d_2)} \cos d_1$$

(D) 傾斜像軸

此種之攝影像軸不復為水平，乃於左邊及右邊發生對水平之傾角 μ_1 及 μ_2 ，最好使底片橫距為垂直位置，則可適用左右兩底片之公式：

$$\tan d_1 = \frac{x_1}{f} = \frac{x \cos \rho}{f \cos(\rho - \mu_1)}$$

，式中變形之底片橫距，

$$x'_{1,2} = \frac{x_{1,2} \cos \rho_{1,2}}{\cos(\rho_{1,2} - \mu_{1,2})}$$

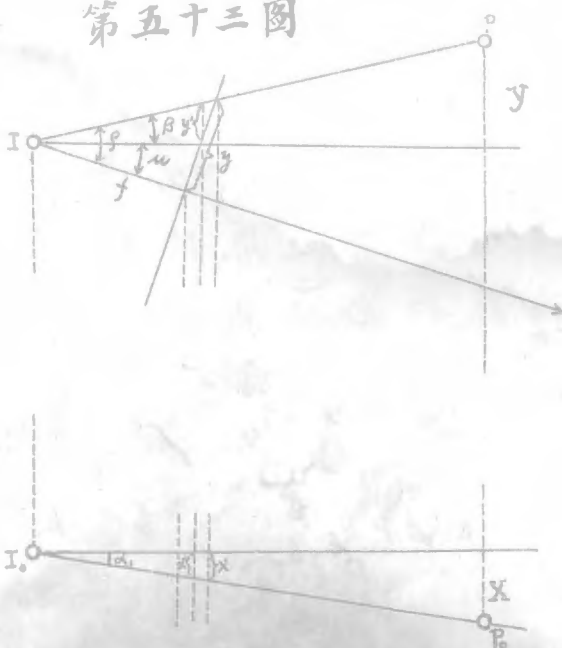
求未知角 $\rho_{1,2}$ 之簡單方法,可由主橫線上,之縱距及焦點距離以得之:

$$\tan \rho_{1,2} = \frac{y_{1,2}}{f}$$

再加入基線之投影 B,則由左主軸與垂直於基線之線所夾之水平角, γ 為偏移角,主軸之水平投影所夾之角 ι 為交會角,並能利用 $X'_{1,2} = \frac{X_{1,2} \cos \rho_{1,2}}{\cos(\rho_{1,2} - \iota_{1,2})}$ 公式變像之橫距,作他種之預備工作,如水平主軸中所呈述者,至右底片縱距 y_2 ,可用坐標鏡 (Komparator) 以測得。

如其軸互相平行,並傾斜一致,則其基線對水平傾角 δ ,于左端點中可以求得。如用何斯坦 (Hochsteiner) 之公式,則無須知 y_2 值,即可直接求得:

第五十三圖



距離 $A = \lambda \cdot X_1 \cot \delta_1$

橫長 $X = \lambda \cdot X_1$

高程 $Y = \lambda \cdot \cos \mu (y_1 - f \tan \mu)$

由是 $\lambda = \frac{B}{a} (\cos \gamma + X_2 K)$

其中 $K = \frac{\sin \gamma \cos \mu + \tan \delta \sin \mu}{f}$

及

$$\cot \delta_1 = \frac{\sin \mu}{X_1} (y_1 + f \cot \mu)$$

第三節 等視差之曲線

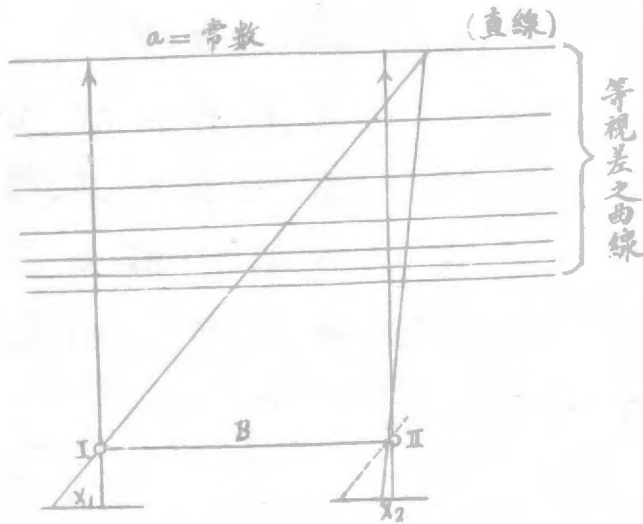
大凡條件繁雜之立體像，其同視差之空間點所成之面積，皆有特殊之異點。試引立體坐標鏡 (Stereokomparator) 之測標於不變而且相對之像視差 a 不變，惟 x 橫距變化，則經過空間之像 (Raumbild)，發見所過之點，均在一平面。此平面吾人以目力視之，以為與諸像平行，實則其底片當光照平面時，(即垂直時) 而後其距離始各相等，否則立體像發生歪扭，雖及測標疊合似乎距離相等，實際上則不然，近似相同距離之點，於曲扭平面中，此平面對於底片之垂直位置，一如插入垂直玻璃管 (Zylinder) 之面積焉。此種截線與水平面，吾人名之為等視差曲線，其形狀對於攝影之主要方法，甚為特別，據上之說，即將距離 A 於視線方向變更時，即 x_1 及 x_2 對定量 (Konstante) 視差構曲線。

於普通式中，則與 x 無關係之距離方程式，直接與等視差之曲線相吻合，蓋其于 A 距離中平行於基線之直線也。(看第五十四圖)

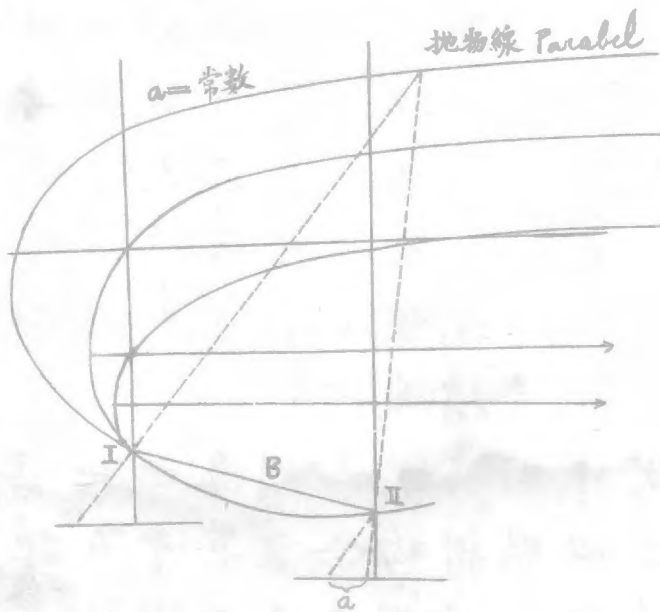
若為偏移式，與 x 之距離有連帶之關係，欲得曲線方式，必將距離公式中變數值 x_2 由

$$x_1 - a = \frac{x_1}{A} - a \quad \text{以填補之。}$$

第五十四圖



第五十五圖

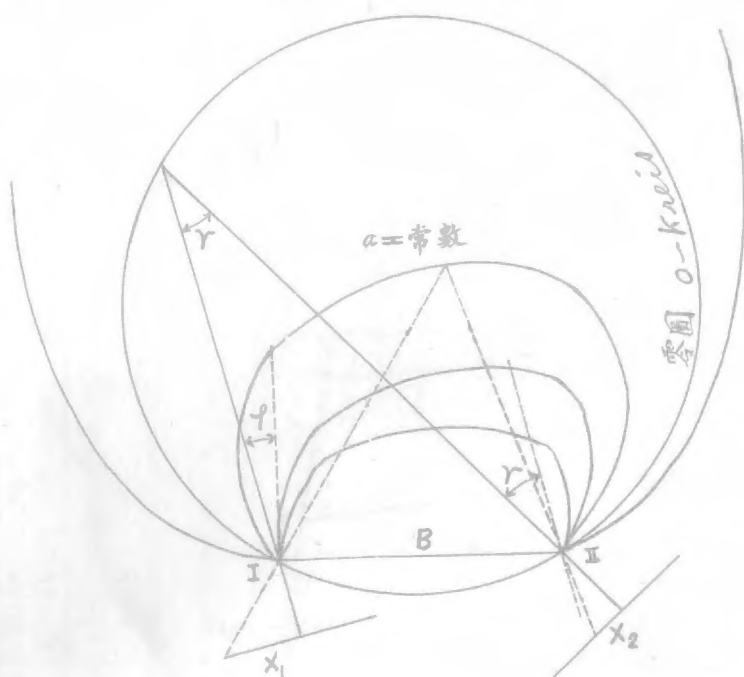


依 A 及 X 排列之順序, 即得下列之曲線方程式:

$$aA^2 - B(f \cos \varphi - a \sin \varphi)A - Bf \sin \varphi X = 0$$

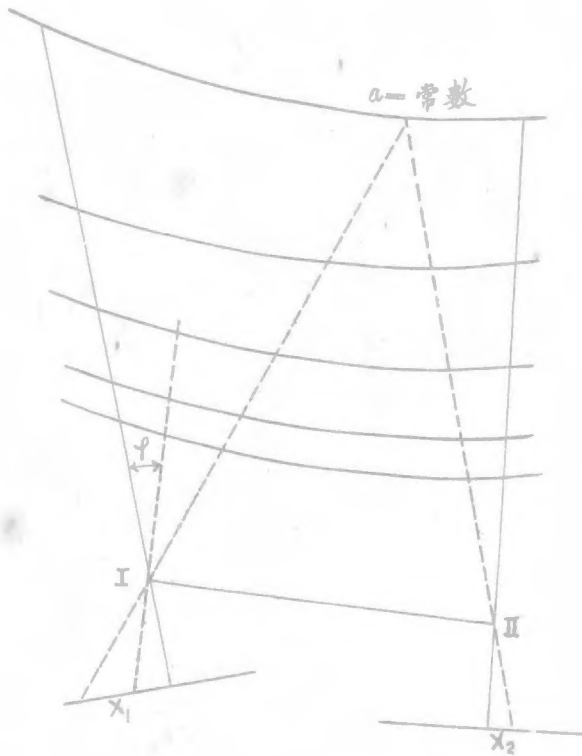
上列之方程式，構成拋物線經過兩端點，且其軸垂直于攝影軸，如第五十五圖所示為向左偏移一斑之曲線。

第五十六圖



對於交會式，可用相似之方法，使水平軸構成等視差曲線方程式，復為圓錐體之切面，從方程式之解釋，平常實用時 ($f > a$) 交會式中之曲線過兩端點者為橢圓 (Ellipsen)，若攝影軸在分離式之狀況時，則為雙曲線 (Hyperbeln)，而 $a = 0$ 者，即橢圓對於交會點成一圓圈，所謂零圓者是矣。

第五十七圖



M7