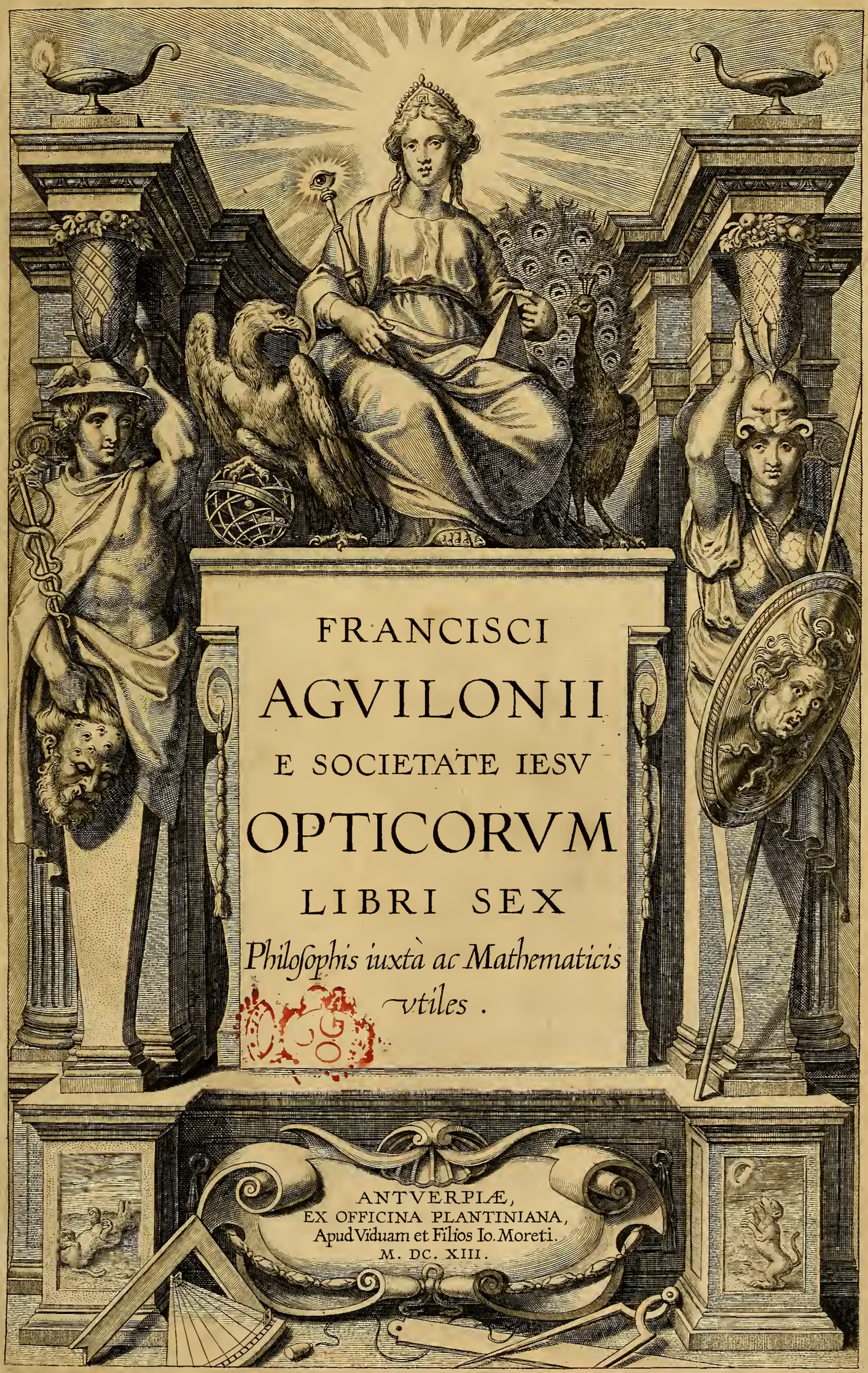

NEC ADVERSA
RETORQUENT
G P C

OPTICA
AGVILONII.

Caroli de Caluigni emptus
Cincinnati Ohio



FRANCISCI

AGVILONII

E SOCIETATE IESV

OPTICORVM

LIBRI SEX

Philosophis iuxtà ac Mathematicis vtiles.

ANTVERPIÆ,
EX OFFICINA PLANTINIANA,
Apud Viduam et Filios Io. Moreti.
M. DC. XIII.

ILLVSTRISSIMO

D. INIGO DE BORGIA,

REGI CATHOLICO

A CONSILIIS BELLI,

MILITVM HISPANORVM

CHILIARCHÆ,

ARCIS ANTVERPIENSIS

SVMMO PRÆFECTO.

ACIENDA est nobis, VIR ILLVSTRISSIME, pænè dixerim inuitis, existimationis alea; dum OPTICA hæc sub Illustrissimi Nominis tui splendore oculorum arbitrio committimus, æqua atque iniqua variorum iudicia non iniquo animo præstolaturi. Et latuissent illa sanè cum suo auctore, nisi pertinax amicorũ importunitas, quotidiano pænè conuitio de manibus extorsisset: quorum ego si auctoritatem æquè ac rationes eneruare potuissem, dubio procul obfirmassem animum, priuatáq; delectatione contentus illud Antigenidæ vsurpassem: *Intus cano mihi & Musis*. Nam quod nonnulli commemorabant, vestigium aliquod re-

linquendum esse, quo me poste ritati vixisse testarer, *ne totus morerer, magnaq; pars mei vitaret Libitinam*; nihil admodum me commouebat, cui sola nominis immortalitas nimis exile præmium tantorum laborum semper est visa. Memineram etiam præclarè illud à Seuerino Boëtio sapientérq; pronuntiatum:

Quòd si putatis longiùs vitam trahi
Mortalis aura nominis;
Cùm sera vobis rapiet hoc etiam dies,
Iam vos secunda mors manet.

Porrò si gloriæ posteritatísque recordationi velificandum est, aliud à Propheta Regio viris religiosis æquor aperitur, vt assidua virtutum solidarum exercitatione numquam interituram nominis immortalitatẽ consectentur: in memoria enim æterna iustum fore, diuino illius vaticinio multò iam antè didicimus. Plus igitur aliquantò eorum rationes habere videbantur momenti, qui neminem sibi vni natum esse contendebant; ac proinde quæ quis assecutus esset publica luce aliorum iudicio non indigna, non esse publico inuidenda. Fateor lubens, me istiusmodi semper mystas scientiarum auersatum fuisse, qui si quid ingenio nacti fuerint haud ita passim vulgi pedibus obtritum, non secùs habent, atque si Cereris essent mysteria. Sed habebam tamen non pauca quæ his opponerem. Ac primùm quidem tenuitatis meæ conscius non satis incorruptum iudicem esse arbitrabar

trabar amicorum in me beneuolentiam. Et occurrebat illud, quis leget hæc? Neque enim ignorabam acria Criticorum ætatis huius ingenia, & Aristarchis suis hoc sæculum abundare. nam, si presso pede Mathematicorum vestigiis institero, styli barbariem seuerioribus obeliscis iugulabunt: sin aliquantò liberiùs in Philologiæ campos excurrero, Mathematici ampullas projicere me dictitabunt. Hisce rationibus hoc agebam apud amicos, vt nihil agerem: plus illorum poterat expostulatoria exhortatio, blandiens auctoritas, armata deprecatio, & amica quædam vis: omnes potentes exactores; quibus agentibus perfectum est, vt ego qui popularem auram numquam magno æstimaui, ne maledicentiæ quidem fluctus declinare latendo potuerim: & cùm negotij nihil fuerit silendo sapientem videri, nunc in eam me palæstram dederim, in qua non rarò, vt cum Comico loquar, existimationis damno desudascitur. Sed me reficit ac recreat Illustrissimi Nominis tui patrocinium; cuius eximio splendore frontem huius operis vt insignirẽ, variis sum rationibus adductus. In primis ea, cuius me nutibus addixi, hoc à me summo suo iure SOCIETAS exegit, cui auspicatissimum esse nomen BORGIAE nemo ignorat, nisi qui SOCIETATEM ipsam ignorat, quæ FRANCISCVM auum tuum

(Illuſtriſſimum Gandiæ Ducem dicerem, niſi ipſe titulorum abdicatione nobilitari maluiſſet) virum inquam præcipua religione ac pietate pænè alterum ſuum parentem agnoſcit; tantum ſcilicet ſplendoris atque ornamenti ex eius ſeu ſanctimonia ſeu virtutibus accepit. Te verò quid memorem? ordines in Italia, Sabaudia, Gallia, Belgio terra maríque duxiſti: & manent etiamnum factorum vbique fortium veſtigia, quæ animum meum ſuapte ſponte inclinatum, multò maioribus incitamentis eodem impulerunt: ac præcipuè Antuerpia noſtra, quæ non modò nobiliſſimæ arci ſuæ te præeſſe gratulatur, verùm etiam ſalutem ac incolumitatem ciuium ſuorum virtuti auſpiciiſque tuis ſecundùm Deum refert acceptam; cùm nuper diu à Batauis meditata, ac propè ad exitum deducta nobiliſſimi emporij certa pernicies, tua prouidentia armíſque decuſſa eſt; & ſtant etiam aggeres hoſtili pingues ſanguine, retroactis nauibus, & qua via venerant, citatiore fuga quàm procurſu redire iuſſis. Deinde ſeria ſeduláque illa Illuſtriſſimæ D. T. opera Mathematicis diſciplinis impenſè nauata, non iniucundum fore hoc munus mihi perſuaſit: præſertim quòd ſi quid ad rem militarem præſidij Matheſis confert, ſiue in caſtrorum metatione, ſiue in aciei inſtructione, ſiue in propugnaculorum, machinarum,

rum, tormentorum collocatione, id omne longè maiori compendio, magísque perſpicua ratione ex OPTICA deduci poſſit. Macte igitur animo non degener auorum maiorúmque virtuti: hiſce tam felicibus initiis ad ſumma ſternitur via, cùm militari robori eruditio & pietas iungitur. Vóſque ite milites, & à BORGIANO vertice bellicam laudem decerpite. Nulla verior, laus nulla maior quàm coniuncta militi ſuo eruditio & pietas. Ad hæc rationum momenta poſtremò acceſſit ſingularis tuus in SOCIETATEM noſtram affectus, cui tametſi ex æquo me reſpondere poſſe diffido, in parte tamen gratiarum reponendum eſt, non ingratum eſſe conari. Quare offero Illuſtriſſimæ D. T. has curarum mearum ſubſeciuarum primitias, quæ ſanè non exigui muneris inſtar habere poterunt, ſi non pretio ſuo, ſed animo affectúque æſtimentur: & affectus quidem plenus eſt gratiarum ſignificatione; animus verò hoc meum ſymbolum in communem vtilitatem conferendi. Cuius fructus quò ad plures dimanaret, non exiſtimaui mihi crudis illis & inſipidis Mathematicorum demonſtrationibus, quæ ad pauciſſimorum palatum faciunt, ſemper eſſe inſiſtendum: ſed interdum è naturalis Philoſophiæ fontibus ſcatebram hauſi: interdum etiam Conſectariis ipſas demonſtrationes locupletaui, & familiare

quod-

quoddam commercium cum iis rebus inſtitui, quas aliæ ſibi ſcientiæ poſſunt vindicare, ne eoſdem ſemper propolas A & B, nimis, meo quidem iudicio, ieiunos, in forum producerem. Neque tamen idcircò verborum lenocinia, fucóſque, & calamiſtra ſum conſectatus: hanc hederam ſcriptis ſuis appẽdant licet, qui re tota ſunt deſtituti; nobis OPTICE natiuo ſuo cultu caſtiùs videtur nitere. Occurret quidem ſubinde nomen aliquod recentis monetæ, ſed indulgebit hoc facilè quilibet æquus rerum æſtimator mihi non per omnia tritam axibus orbitam ingredienti, ſi nouitate rei exigente ſignatum præſente nota nummum procudo. Et verò non potui non interdum à communibus Philoſophorum placitis declinare. Dicam enim ingenuè quod ſentio: res indigna mihi ſemper eſt viſa, hominem natura ſua ad indagationem veritatis impulſum, ad alienum arbitrium ingenium ſemper torquere; in ea præſertim facultate, in qua rationi plurimum, minimum verò aliorum præiudicio aut præſcriptioni tribuendum eſt. Quod ſi mihi quiſpiam crimini vertendum putabit, tuo, VIR ILLVSTRISSIME, ſuffragio contentus (quem idem mecum ſentire nihil ambigo) fructum me laboris mei non exiguum conſecutum putabo. DEVS te Illuſtriſſimæ familiæ tuæ decus atque ornamentum quàm diutiſſimè ſeruet incolumem. Vale.

LE-

LECTORI S.

VLLA omnino res eſt, amice Lector, quæ magis intuenti obuia ſit, & tamen minùs perſpecta, ſuauior cognitu, & parciùs guſtu delibata, denique quæ ad Mathematicas diſciplinas plus adferat momẽti, quàm eximia illa ac propè diuina OPTICE, regina omnium quas Matheſis complectitur ſcientiarum. Cuius enim in re omni, quam agimus, frequentior eſt vſura, imò neceſſitas maior, quàm aſpectus, quàm oculorum, *qui lucis vſu vitam diſtinguunt à morte?* Dixerim veriſſimè tamen, non rudioribus modò ac plebeiis tantùm hominibus, ſed acutiſſimis etiam philoſophis OPTICA nihil minùs eſſe exploratum. Quam rem ego quidem admirari quàm maximè ſoleo, quando apud me ſtatuo plurima maximaque eius commoda eſſe ad perfectam omnis reliquæ Matheſeos, philoſophiæque cognitionem aſſequendam: quippe quæ ſola adinſtar perennis ſcaturiginis ſeſe in duos maximarum ſcientiarum amnes effundit, vt quos illæ fundos tenuibus ratiunculis aſpergunt ſingulos, hæc libero campo exſpatiata, pleno, vt ſic dicam, rationum flumine perfundat vniuerſos. Nec his limitibus circumſcribi ſe patitur, nec iſto

Riparum clauſas margine finit aquas;

verùm ruptis aggeribus in ſecretiorum naturæ indagationem ſe proripit. In hoc itaque tam vaſtum, támque periculoſum huius ſcientiæ pelagus, magnorum ingeniorum bolide numquam non tentatum, at numquam exploratum, candoris ac fauentiæ tuæ aura prouectus inuehor. Facile negotium, niſi plurima me deficerent eorum præſidia, qui multùm etiam in iis rebus volutati ſunt, quarum cognitio neceſſaria inſtituto meo. Quis enim eſt, qui in hoc ſcriptionis curſu non dicam Caſtoris aut Pollucis mihi vicem lucebit; ſed viam etiam ſuapte natura moleſtam, vano conatu non efficiet difficiliorem

Plin. l. XI. cap. 37.

liorem? Absit dicto inuidia: non vehementiùs loquor quàm veriùs; neque vt laboris aut ingenij famam maiorem colligam, argumento meo quæsitam appendo difficultatem. Ita res habet, &, quod video, omnes propè quodā veluti impetu, *non quà eundum est, sed quà itur*, vt Seneca loquitur, rapi se sinunt: sic nimirum absque rerum perueſtigatione prima dux gregis ceteras oues in præcipitiū traxit, altera alterius vestigiis cæco passu insistente. Quam imprudentiam lubens plerisq; ignoscerem, nisi illorum etiam simplicior fides peccasset, qui cùm summæ eruditionis nomen acceperint, frequentes tamen paralogismos pro veris sinceriſque demonstrationibus orbi obtruserunt: Pythagoricos fortassis nos esse arbitrati, qui ipsorum dictis tamquam oraculis fidem adhiberemus, iisque velut mysteriis illud identidem acclamaremus, Αὐτὸς ἔφα. Sed desinant aliquando hanc nobis credendi legem imponere, vt pueri conuitium nobis faciant scitissimo illo Tulliano: *Primò quidem decipi, incommodum est; iterùm, stultum; tertiùm, planè turpe.* Incumbam igitur in hoc vnum, vt quæ sola quorumdam auctoritate hactenus pro veris accepta sunt, quæque obscuriùs tradita, personis detractis fidem apud omnes recipiant, & integritatem. Cuius quidem prouinciæ, quamuis immensos labores non ignorem; sciámque quàm arduum sit doctorum hominum receptas sententias falsitatis conuincere, obscuras in veram scientiæ lucem vindicare; facit tamen OPTICES ipsius quædam incredibilis dignitas cum fructu summo ac voluptate coniuncta, vt molestias omnes difficultatéſque nihil perhorrescam. Illa sanè quanta sit, quàm eximia, quàm aliis rebus omnibus præstans, natura ipsa ostendit, cùm oculos, *corporis pretiosissimam partem*, vni OPTICÆ tamquam famulos mancupio dedit. Nemo est enim qui ignoret, cùm scientiarum omnium inuentio humano ingenio transcribatur, oculos potissimùm in huius gloriæ communionem velut emissitios mentis exploratores, & perspicaces rerum indagatores esse adscisendos. Hinc cæcis postulare & nouum petere Magistratum, legi-

Cicero de Inuent.

Plin. l. xi. cap. 37.

Gloss. L. Cæcus, π. de Iudicis.

legibus interdictum; quia quem oculorum dignitate casus priuauit, ei non conuenit Magistratus gerere dignitatem. Nec alia de causa vocatum est in controuersiam priuandúsne sacerdotio esset Metellus, vir alioqui sanctissimus, quàm quòd oculos, quamuis religiosissima causa amisisset. Quare nihil iam miror, à nonnullis Roscio histrioni cetera præstantissimo hoc vnum vitio datum fuisse, quòd personatus veniret in scenam, vitámque omnem actioni eriperet oculorum obuelatione. Quid? an illustrius aliquid ad OPTICES probandam dignitatem excogitari potest, quàm illud ipsum acuminis oculorúmque discrimen, quod in cælestibus rebus ac terrenis contemplandis obseruamus? Si enim in cælum vultum erigimus, totum illud quod stellas inter terrámque quantum est spatium intercedit, inoffenso obtutu perlustramus, neque eius hebescit acies etiam remotissimorum siderum immani interuallo. At verò, quàm breui terrarum intercapedine acies obrumpitur, si Horizontem versus oculos intendamus? summum dixero, si quadraginta passuum milia visu complecti quem posse affirmaro. Terram subiectáque humiliùs loca, si profundiùs dehiscant, nec conantes videamus quidem. Nimirum vult Deus eo argumento diuinam prorsus ac cælestem esse OPTICEN demonstrare, longissimeque ab inferiorum rerum contagione familiaritatéque positam. Quamquam quid longè eius è cælo dignitatem arcesso, cùm eam Ægyptij ac Græci nobiscum iuxtà commendarint? Illi sanè præfixo regum sceptris oculo, Deum ipsum veluti hieroglyphico quodã expresserunt: hi nihil Deo se facturos acceptius arbitrati sunt, quàm si ab aspectus perspicuitate nominis illi etymon deriuarent. Non committam vt Græcorum mihi potior quàm Latinorum sit auctoritas. Vmber ille Comœdus aurem vellit, atque è Menæchmis quid nescio insusurrat de religioso per oculos iuramento; *Si voltis*, inquit, *per oculos iurare*. Nec patitur Plinij cura, qui idemtidem suggerit illud: *Morientibus oculos operire, rursusq; in rogo patefacere, Quiritium magno ritu sacrum*;

Seneca l. 4. Controuersia 2.

Cælius l. 14 cap. 17.

Cæl. Rhodig. lib. 15. cap. 4.

Cyrill. l. 9. contra Iulianũ Apostatam.

Plutarch. in Iside & Osiri.

Plaut. in Menæchmis.

Plin. l. XI. cap. 37.

crum; ita more condito, vt neque ab homine supremùm eos spectari fas sit, & cælo non ostendi nefas. Sed quid etiamnum cæcutimus in meridiana luce? Apud omnes omnino homines in moribus positum est, præstantissimas quasque res oculi nomine designare. An non ratio, quæ potior homini pars est, oculus appellatur? An non solem principem cæli lucem, mundi oculum nuncupamus? Hoc certè (si Macrobio credimus) vult ea Argi fabula, quem Poëtæ oculis plenum comminiscuntur. *Argus,* inquit, *est cælum stellarum luce distinctum, quibus inesse quædam species videtur oculorum. Cælum autem Argum vocari placuit à candore & velocitate, παρὰ τὸ ἀργὸν & ταχύ, & videtur terram desuper obseruare, quam Ægyptij hieroglyphicis litteris cùm signare volunt, ponunt bouis figuram. Is ergo ambitus cæli, stellarum luminibus ornatus, tunc existimatur enectus à Mercurio, cùm sol diurno tempore obseruando, sidera velut enecat; vi luminis sui conspectum eorum auferendo mortalibus.* Hæc licet ingeniosè à Macrobio dicta sint; id tamen existimo potiùs, Argum illum luminibus nobilem, quorum media pars somno indulgebat, ceteris peruigilantibus, ea ratione cælum innumeris stellis ceu oculis insignitum repræsentare, qua pars illarum altera supra Horizontem tamquam in statione excubat, altera subtus procumbit velut consopita. Videor pro scientiæ nostræ dignitate dixisse satis, illique qui eam non videt, audeo exprobrare, quod cuidam Plautinus Pyrgopolynices;

Lib. 1. Saturn. c. 19.

In milite glorioso, actu 4.

— Naso, pol! iam hæc quidem plus videt,
Quàm oculis. —

Superest, vt quæ innumeræ eius existunt commoditates aliquando dicam: quas ita sigillatim percensere deliberatum mihi non est, vt earum nullam præteream, quæ Mathematicis disciplinis præsidio esse possit. Prætermittam enim quæcumque ex ea in rem Architectorum bona emanant. Silebo quæ eius vnius ignoratione in ædificiorum distributionibus ex malè coagmentatis partibus monstra, velut præcocium ingeniorum abortiui fœtus pronascuntur, quantæ scaporum cum basibus, quantæ superiorum ordinum cum inferioribus,

quantæ

quantæ proiecturarum & intercolumniorum aſymmetriæ. Nihil dicam de Pictorum erroribus, cùm præfractos toties, abruptoſque, quæ ſenſim cogi debebant, ſpatiorum pingunt anfractus. Nihil de illorum ineptia, qui quas res procul velut à conſpectu ſubmotas effingere conantur, eas aërio quidem colore offundunt, tamen ita magnam partem accuratè effingunt, vt homulorum pilos numeres, & à quercu fagum, platanúmque ex fronde diſcernas. Ridiculè profectò ac ſtolidè. Conſtat enim multò antè rerum imagines ac formas quàm colores aſpectui noſtro deperire. Illas præcipuè vtilitates attingam, quas in rebus maximis iuxtà ac minimis, vnius OPTICES beneficio quotidie experimur. Opinor enim omnino nihil eſſe ſiue in priuatis ſiue publicis negotiis, ſiue domi ſiue foris, ſiue militiæ ſiue in vrbe, quod abſque ſcientiæ huius cognitione rectè atque ordine geri poſſit. Nam quid eſt, vt de domeſticis priùs dicam, quo decenter corporibus ſuis homines veſtimenta inducunt, domeſticam ſupellectilem componunt, mēſas quotidianas honeſtè inſtruunt, niſi quoddam quaſi inſitum naturæ iudicium ab hac arte acceptum? Quid foris in Magnatum congreſſibus decenti nos docet diſtare interuallo? quid in ambulationibus atque itineribus mutuas obuiorum corporum offenſiones, quid lapſus, quid præcipitia declinare, niſi matura cautio oculorum? Militiæ verò, quid caſtrorū metatores? quid exploratores in ſpeculis? quid excubitores in vigiliis? quid in poſcendis teſſeris circitores? quid per diem ſublimè erecti dracones à δαρκεῖν ſeu à videndo dicti, quid Aquilæ, quid vexilla? quid noctu in pharis diſpoſitæ faces, niſi quidam velut oculi diſciplinæ militaris? Quis tela vibrare in hoſtem? quis mœnia pulſare baliſtis? quis vrbium portas catapultis effringere niſi aſpectus adminiculo poſſit, certiſſimoque Optici radij præſidio? E diuerſo etiam, quàm acerbæ clades acceptę neglectu contemptúq; opportuniſſimi inſtituti! Numquid Mithridatico bello, cùm in noctē pugna incidiſſet, & *luna Ponticis à tergo, à facie Romanis ſe præbuiſſet; Pontici* Florus l. 3. cap. 5.

per errorem longiùs cadentes, umbras suas quasi hostiũ corpora petebant? Numquid Romana classis Archimedéo speculo deflagrauit, satagente nequidquam Marcello, quibus artibus incendia amoliretur? Quod quamuis illi peracerbum, militibus funestũ planè acciderit; Syracusas tamen euersurus fertur eam fleuisse priùs, & ante ciuium sanguinẽ suas vrbi lacrymas impendisse. Tantum nempe apud hostes etiam suos valuit vrbis illius memoria, in qua culta fuerat OPTICES nobilissima disciplina. Superuacaneum fuerit, & prorsus inutile, si plura de OPTICES vtilitate disputaro. Rem enim adeò clarã & domi videant Lamiæ, atque ipse vno oculo Polyphemus. Ad eam igitur partem, quæ & facillima & iucundissima est, OPTICES nempe voluptatem accedo, quam ego tantam esse semper mihi habui persuasum, vt qui scientiæ eius bona expertus non sit, eum putarim nullum vmquam veræ solidæque iucunditatis sensum habuisse. OPTICEN vnicam esse Astronomiæ viam, Oryge picto (quo Mathematicum notant) Ægyptij indicarunt. Est ea feræ illius natura vt Sothen Ægyptiorum Deam, nos Caniculam appellamus, quadam veluti συμπαθείᾳ exoriri sentiat. Eam igitur iam ortam ex aduerso Oryx exultabundus intuetur, & perinde quasi numine conspecto (sic illi interpretantur) venerabundus procũbit, festóq; gestu ostendit, qua tandem via in Astronomiæ cognitionẽ veniatur. Et cynocephalus miro quodam consensu ipsa lunæ solísq; coniunctione visu deficit, quasi nulla manifestiore ratione lunæ defectionem dolere possit, quàm aspectus orbitate, quo sub nouæ lunæ principium redeunte ipsa fera erecto corpore, manibúsq; in altum sublatis primum eius exortũ gratulatur. In hac porrò OPTICES scientia illud magni momenti mihi semper est visum, quòd non solùm compendio ad destinatam animo metam perducat; sed etiam adeò perspicua methodo, vt animus eius luce perfusus incredibili voluptate pascatur. Ita enim natura comparatum est, vt intellectus noster sciendi quàm maximè cupidus, quemadmodum tenebris sibi offusis discruciatur, ita rebus

Plutarch. in Marcello.

Aug. l. 1. de ciuitate Dei, cap. 6.

Plutarch. lib. Vtra animantium, &c.

Pierius l. 6. hieroglyph.

bus clarè repræsentatis penitúsque perspectis non sine grata oblectatione conquiescat. Accedit ad hunc voluptatis cumulum, quòd ipsamet huic operi substrata materia abundè suo condimento sapit. Multa enim nouitate prima in lucem proferemus, multa etiam ipso genere singularia, & quæ vel curiosissimi cuiuslibet ingenij sitim explere queant. Desinam aliquando de affecta lite contendere, ne anxiè nimiùm laudes omnes colligendo, quam commendandam scientiam suscepi, in vilitatis suspicionem adducam. Proponam eam igitur qualis est absque fuco, ne id mihi obueniat, quod Veneri accidisse scribit Philostratus, Momo eam quidem fuisse placituram, si sandalias crepitantes non habuisset. OPTICE igitur certissima quædam ratio est ad omnem Matheseos disciplinam breuiter complectendam; fax est obscurioribus eius partibus illustrandis, ceterisque molitionibus sustinendis fundamentum. denique vt in exploranda operum suorum fide faber

Epistola ad vxorem.

—— *oculo rubricam dirigit vno*:

Persius.

ita accuratus esse Mathematicus nemo potest, qui tamquam oculum, tamquam amussim & obrussam OPTICEN non vsurpat. Stimulaui iam credo desiderium tuum, erudite Lector, splendoris tanti, tantorúmque commodorum vtilitatúmque commemoratione, vt scire aueas, qua via nobilissimæ huius scientiæ tractationem ingressurus sim. Aduerte paulisper animum, oppidò noueris voluntatem meam. Nec sum, mihi crede, is, qui condicam multa, paucorum liberem fidem: repræsentatione soluere consueui; & ne diutiùs te morer, en velut in tabella operis totius instar delineatum.

Continetur omnis OPTICE triplici ferè videndi ratione, quam Franciscus Verinus triplici etiam modo, quo Deum creaturæ cognoscunt, ingeniosè profectò comparauit. Prima directa, quæ est oculi nostri, sic, vt in rem propositam intendit, cum illa cognitione componitur qua beatorum mentes præsentem Deum, facie ad faciem, vt D. loquitur Paulus, contemplantur. Altera repercussa, siue earum rerum perceptio, quarum à

Libro de Philosophiæ præstantia aduersus detractatores, cap. 3.

ſpeculis ad nos imagines reuertuntur, cui non abſimilis eſt illa cognitio, qua Deum per fidem in rebus creatis, veluti quodam ſpeculo aut ænigmate videmus. Tertia denique, quam infractam vocant, ea eſt, qua rerum ſpecies per diſſimilia diaphana tranſmiſſæ, & ab iiſdem quaſi deformatæ ac fractæ in oculos immittuntur. Sic Ethnici diuinitatis notionem aliquam, ſed multis erroribus vitiatam, naturæ ſolius lumine aſſecuti ſunt.

Hos tres vidēdi modos pluribus libris cōplexusſum

Primus, qui & reliquorum erit veluti fundamentum, & prolegomenôn loco, agit de organi ſiue oculi conſtructione, partibus, & varia qualitate. Atque hæc quidem partem maximam ex propria inueſtigatione ac ſenſu, magnam etiam de principum Anatomicorum ſententia diſſeremus. Cetera de obiecto, vt loquuntur, ac natura aſpectus, è vera atque interiore philoſophia accepta ſunt.

Alter diuerſas iuxtà ac periucundas Optici radij & Horopteris proprietates explanat.

Tertius, qui de communibus obiectis internoſcendis inſcribitur, docet, qua ratione ea quæ pluribus aliis ſenſibus percipiuntur, qualia ſunt Magnitudo, Diſtantia, Figura, Situs, Locus, Continuitas, Diſcretio, Numerus, Motus & Quies, viſu cognoſcantur.

Quartus oculorum illuſiones, quæ in communibus præcipuè obiectis vſu veniunt, exponit.

Quintus naturam declarat effectúſque Luminoſi & Opaci. Huius quinque iſtæ ſunt partes: De luminis profuſione: De luminum concurſu & occurſu: De luminis illapſu: De vmbris: De luminis traiectu.

Sextus complectitur triplex Proiectionis genus, Orthographicen, Stereographicen, & Scenographicen, ex quibus compendio præcipuas Mathematicæ partes addiſcere poſſis.

Atque hi OPTICORVM ſunt libri. Quatuor proximi in CATOPTRICORVM tractatione verſantur, alterúmque videndi modum, qui radiorum repercuſſione fit, declarant.

Septi-

Septimus, qui & CATOPTRICORVM primus, ea tradit, quæ ſpeculis vniuerſè conueniunt.

Octauus agit de ſpeculis planis.

Nonus de conuexis.

Decimus de cauis.

Qui ſequuntur DIOPTRICORVM libri, infractionis naturam, ac varios modos quibus ea fit depromunt. Hinc omne conſtruemus Dioptrarum genus, illúdque præcipuè nuper inuentum, quo res immani interuallo diſtantes, atque adeò extra aſpectus vim conſtitutas, velut intra præfinitos naturæ terminos poſitas, ipſiſque propemodum oculis cohærentes videmur intueri. Planè vt Argonautam illum qui ob intuitus perſpicuitatem Lyncei cognomen accepit, orbi reſtitutum eſſe poſſis ſuſpicari.

Poſtremus denique de iis agit, quæ ſublimè euenniunt, ſolaris radij partim repercuſſione, partim infractione. Hîc Irides, Halones, Parelia, aliaque id genus Meteora ex ſcientiæ huius Poriſmatibus explicantur.

Hæc omnia quia conſtringi in tomum vnum non potuerunt, in duos partitus ſum. Et eccum tibi priorem ſex OPTICORVM libris conflatum, qui omnes in ea, quæ per directos radios fit, viſione verſantur. Reliqui alterum tomum conficient, qui ex his principiis deductus ad alia ſubtilioris inueſtigationis arcana maiori cum voluptate deſcendet: ea verò vt ex OPTICORVM cognitione dependent, ita hoc tomo quaſi in radice ac ſemine fuere præmittenda, vt perceptis rerum principiis, procliuior ad earum tractationem via ſterneretur. Illud poſtremò te moneo, non eſſe quod mireris propoſitiones plurimas, quas alij ferè ſingulariis litteris exponere conſueuerunt, à nobis faciliori quadam iucundioríque ratione demonſtratas eſſe. Nonnullis enim adeò moroſum ac tetricum illud videtur ſcriptionis genus, vt faciliùs [a] Lacedæmonum Scytalen, [b] aut Epheſias litteras, aut [c] Tironis notas, quàm characteres illos toties repetitos expedire ſe poſſe arbitrentur. Conſulto igitur conſilio à me mutata res, & vbi occaſio tulit, vel

[a] *Auſonius ep. ad Paulinum.*
A. Gellius lib. 17. c. 9.
[b] *Cæl. Rhodeginus.*
[c] *A. Gellius lib. 17. c. 9.*

ab ipſius naturæ intimo receſſu, vel ab experientia rationes deprompſi, vt à te gratiam inirem maiorem; alia etiam cauſa non parua, quòd rei, quam tractandam ſuſcepi, ea conditio ſit, vt plerumque connubiali materiæ lege vinciri gaudeat. Non enim facilè Platoni calculum adiecero, qui niſi quod à materia ſeiunctum eſſet, Mathematicum cenſebat nihil: artemque machinalem, & organicum demonſtrandi modum aduerſus Eudoxum & Architam Matheſeos nomine indigna reputabat. Nimis profectò ieiunè: cùm vix appareat, quo pacto quis à turpi otio vindicari poſſit, ſi nihil vmquam ad communem vſum ex illa tetrica ſterilique contemplatione producat. Saniùs hac de re Archimedes, qui rerũ cum materia copulationem non modò nihil Matheſi derogare, ſed verò exornare eam etiam ac perficere exiſtimauit. Cuius nos auctoritate freti hanc Matheſeos partem, quæ vtrumque genus, Philoſophicum ſcilicet & Mathematicum comprehendit, ſuſcepimus excolendam. Quod qui ſeriò etiam atque etiam expenderit, non quouis loco, vt opinor, exangues illas atque exſuccas Euclidis demonſtrationes deſiderabit: ſed pro rerum diuerſitate varios vſurpari explanandi modos maximopere comprobabit. Fruere igitur hiſce lucubrationibus meis: quas ſi laudaris, animos dederis ad CATOPTRICORVM & DIOPTRICORVM libros perficiendos; ſi reprehenderis, audiam cum Apelle poſt tabulam, & pergam porrò alterius tomi ſcriptione meliùs ſtudere palato tuo. Vale.

Plutarch. in Marcello.

ELEN-

ELENCHVS OPERIS.

OPTICORVM LIBER I.

DE ORGANO, OBIECTO, NATVRAQ. VISVS.

DE ORGANO VISVS PROPOSITIONES.

DE OBIECTO VISVS.

visus

OBIECTI VISVS CONDITIONES.

DE NATVRA VISVS.

94. Rem

OPTICORVM LIBER II.

DE RADIO OPTICO ET HOROPTERE.

DEFINITIONES.

HYPOTHESES.

DE RADIO OPTICO.

PROPOSITIONES.

DE HOROPTERE.

OPTICORVM LIBER III.

DE COMMVNIVM OBIECTORVM COGNITIONE.

HYPOTHESIS.

DE DISTANTIÆ COGNITIONE.

PROPOSITIONES.

DE QVANTITATIS COGNITIONE.

*** *Apparen-*

CONSECTARIVM I.

CONSECTARIVM II.

CONSECTARIVM III.

DE FIGVRÆ COGNITIONE.

DE LOCI COGNITIONE.

DE SITVS COGNITIONE.

DE

OPTICORVM LIBER IV.

DE FALLACIIS ASPECTVS.

LEMMATA.

Loca

29. *Loca in recta linea designare, è quibus immota magnitudo à visu moto, quandoque æqualis, aliàs inæqualis conspiciatur.* 249.

30. *Possibile est, æquales magnitudines visu translato æquales nihilominùs apparere.* 251.

31. *Est locus, è quo inæquales magnitudines aspectu æquales videntur, quem demonstrare oporteat.* 253.

32. *Postulantur etiam loca, è quibus inæquales magnitudines in idem compositæ, æquales vtrique inæqualium appareant.* 253.

33. *Locum assignare, ex quo data magnitudo appareat alterius pars aut multiplex in postulata ratione, qua quidem angulum secare vel augere concedi-tur.* 254.

34. *Loca inuenire è quibus eadem magnitudo appareat suiipsius pars, aut multiplex, in data proportione.* 255.

FALLACIÆ ASPECTVS CIRCA SITVM.

35. *Ob immoderatam distantiam contingit obiecti obliquitatē non perpendi.* 256.

CONSECTARIVM.

Quæ à perpendiculo desciscunt, ex interuallo spectata, seu quà aduersum imminent, seu quà in diuersum propendent, recta iudicantur. 256.

36. *Quæ radiis sublimioribus cernuntur, sublimiora; & humiliora, quæ humilioribus videntur: idem verò, de iis quæ in dexteram aut in sinistram vergunt, iudicium esto.* 257.

37. *Rerum in anteriora expositarum remotiores partes, quæ à dextris sunt in sinistram; & quæ sunt à sinistris in dexteram educi videntur.* 257.

38. *Eorum quæ directè oculis obijciuntur remotiores partes, quæ à dextris dextrouersum magis; quæ verò à sinistris, propiùs in sinistram accedere videntur.* 258.

39. *Planorum sub oculo iacentium remotiores à visu partes in altum efferri videntur.* 258.

CONSECTARIVM I.

Templorum pauimenta ingredientibus fastigiata videntur. 259.

CONSECTARIVM II.

Horizon editiori loco spectatur, quàm sit reuerà. 259.

CONSECTARIVM III.

Maris conuexitas gibbi in morem protuberare videtur. 259.

40. *Planorum verò, quæ supra visum incumbunt, remotiores partes ad ima prolabi videntur.* 260.

CONSECTARIVM I.

Contignationes domorum tanto altiori constituendæ sunt loco, quanto ampliora subtus loca habent. 260.

CONSECTARIVM II.

Porticus, longæq; arborum series ab extremitate inspectæ, stringi in angustum videntur. 260.

41. *Aequalium magnitudinum, quæ sub visu erectæ consistunt, remotiores altiùs euectæ apparent.* 261.

42. *Aequalium item magnitudinum quæ supra visum propendent, remotiores propinquiorū comparatione depressæ videntur.* 261.

CONSECTARIVM.

Planæ superficies libellâ expensæ, cùm visus altitudinem superant, alueolatæ apparent. 261.

43. *Parallela interualla è distantia spectata, si æqualia sint inæqualia apparent, & maiora semper ea, quæ propiùs oculo adiacent.* 264.

44. *Parallelæ rectæ lineæ, quò longiùs à visu protenduntur, eò semper propiùs coire videntur.* 264.

45. *Punctum designare in quod parallelæ videntur.* 266.

46. *Possibile est locum visui assignare, vnde non parallelæ rectæ lineæ sic appareāt, quemadmodum veræ parallelæ lineæ spectari solent.* 266

47. *Admirabilius erit oculo in sublimi dato duas lineas subiecto plano inscribere, quarum intercapedo æqualis vbi appareat.* 269.

FALLACIÆ ASPECTVS CIRCA FIGVRAM.

ANGVLVS.

48. *Si in altera linearum angulum continentium punctum quodcumque assumptum fuerit, ab eoq; perpendicularis excitetur ipsius anguli plano: dico è quouis eius perpendicularis lineæ puncto, angulum, si rectus est, rectum videri; si acutus, acutum; & obtusum, si obtusus est.* 272.

49. *Eadem porrò anguli phantasia obueniet, si in altera earum, quæ angulum continent, exteriùs producta perpendicularis constituatur.* 273.

50. *Si autem perpendicularis, in qua oculus, per lineas angulum continentes atque ex vtraque parte productas incedat; rectus quidem angulus semper rectus apparebit; at acutus accessu minui, recessu augeri videbitur: obtusus verò contrà, accessu augeri, recessu minui conspicietur.* 274.

51. *Si recta quædam linea angulum per verticem bifariàm secet; per hanc autem demissa ab oculo perpendicularis transferatur: dico in vertice angulum videri minimum, & quò hinc perpendicularis longiùs dimouetur, eò semper angulum maiorem spectari.* 276.

52. *Si ei, quæ propositum angulum bifariàm secat, perpendicularis ducatur: aio contrarium euenire, hoc est oculo communi vtriusque sectioni insidente angulum maximum videri; hinc verò semper minorem.* 277.

53. *Circum anguli* A B C *verticem* B *circuculus describatur, in eúmque incedat perpendicularis, in cuius fastigio est oculus: dico in* F *&* G, *vbi arcus* A C L N, *angulúsque secantur bifariàm, angulum maximum videri; minimum verò in* H *&* K, *vbi* H K *ipsi* F G *normalis est; ac deinceps recessu ab* H *vel* K *angulum semper augeri, accessu verò minui.* 278.

54. *Si à vertice spectati anguli per oculi centrum recta infinitè producatur, è quouis eius lineæ signo æqualis ipse angulus conspicitur.* 279.

55. *Motus quo visus à subiecto plano altiùs subleuatur, ei respondet motui, quo in eadem altitudine oculus ad spectati anguli verticem propiùs adducitur: & contrà, oculi depressio proportione respondet abscessui.* 279.

56. *Angulares formæ ex interuallo spectatæ circulares apparent.* 280.

CIRCVLVS.

57. *Si in eodem plano, in quo & oculus, circulus positus fuerit, recta linea ipsius circuli ambitus è longinquo apparebit.* 280.

58. *Oculus in caua circularis perimetri parte constitutus vniuersum ambitum contuetur.* 281.

CONSECTARIVM.

Circularis forma theatro aptissima est. 281.

59. *Visu in conuexa circularis perimetri parte constituto, nulla eius portio spectabilis est.* 282.

60. *Si oculus in eodem quidem plano, in quo & circulus, at extra circuli ambitum constitutus fuerit, pars minor hemicyclo videbitur.* 282.

61. *Loco visui extra circulum assignato, eam circuli portionem quæ videtur, definire.* 283.

62. *Visu existente in linea, quæ circuli centro perpendiculariter insistit, omnes diametri æquales apparent.* 283.

63. *Et si quæ ex centro excitatur, non fuerit ad angulos rectos ipsi plano, æqualis autem fuerit ei quæ ex centro; dimetientes nihilominùs æquales apparent.* 284.

64. *Sed iam* A G, *in cuius fastigio est oculus, neque æqualis sit ei quæ ex centro, neque sit ad angulos rectos ipsius circuli plano; illæ tamen omnes dimetientes æquales apparebunt, cum quibus illa æquales angulos ad centrum facit.* 284.

65. *Si verò quæ ab oculo ad centrum procidens circuli, neque ad angulos fuerit rectos ipsius circuli plano, neque etiam ei, quæ ex centro, fuerit æqualis, neque æquos cum his quæ ex centro comprehenderit angulos, diametri ipsæ inæquales apparebunt.* 285.

66. *Circulus obliquè conspectus vt ellipsis apparet: oportet autem eam quæ à visu in centrum circuli procidit, semidiametro inæqualem esse.* 286.

CONSECTARIVM.

Curruum rotæ quandoque circulares, quandoque contractæ & velut ellipses apparent. 289.

67. *In circulo obliquè spectato punctum designare, quod centrum appareat ellipsis.* 289.

68. *In eodem circuli aspectu, quæ ad* B D *ordinatim applicantur, sunt quidem ipsi* A C *reipsa parallelæ, sed & videntur.* 290.

69. *Et quæ ex* K *ad circuli peripheriam educuntur, non sunt quidem, videntur autem & ipsi* B D *& inter se parallelæ.* 291.

70. *Omnium item quæ intra circuli peripheriam ipsi* B D *ad rectos angulos applicantur, aio maximam videri* A C, *quæ per* H *centrum apparentis ellipseos transit.* 292.

71. *Visui locum designare, vnde datus circulus ellipsis appareat, centrum habens intra*

QVADRATVM.

SPHÆRA.

LEMMATION.

CYLINDRVS.

LEMMATION.

secus aspectatæ minus medietate apparet. 316.

99. *Si distantia oculorum æqualis fuerit cylindri diametro, semicylindri conuexum videbitur: si maior, maius; si minor, minus.* 316.

100. *Aspectu appropinquante cylindri conuexo, minus quidem est quod apparet, videtur autem maius esse.* 317.

101. *Si visus per lineam axi parallelam incedat, æqualem semper cylindri portionem complectetur.* 318.

102. *Visu cum axe cylindri in rectam lineam incidente, sola conspicua est basis.* 319.

103. *Si radius opticus, qui vel axi parallelus est, vel eamdem cum ipso rectam lineam efficit, intra cylindrum cadat, tota cylindri caua superficies apparet.* 320.

CONVS.

LEMMATION.

Radij, qui ab oculo ad coni superficiem tangentes euocantur, omnes vtrimque in rectis lineis tactiones faciunt. 320.

104. *In cono similes sunt omnium circulorum portiones, quas oculus vnico aspectu contuetur.* 321.

105. *In cono vt se habet vnius circuli portio quæ videtur, ad eam quæ latet; sic visa superficies coni, ad reliquam quæ non apparet.* 322.

106. *Si radius opticus ab externo oculo ad verticem coni destinatus cum axe acutum angulum effecerit, minor pars medietate coni videbitur.* 322.

107. *Si radius opticus axi ad verticem normalis fuerit, medietas superficiei conicæ excepta basi conspicua erit.* 323.

108. *Si radius opticus ad verticem coni pertinens obtusum cum axe angulum fecerit, nec in conum productus inciderit, maior pars medietate coni apparebit.* 324.

109. *Si axis coni sursum productus centrum visus attingat, vniuersa superficies coni excepta basi spectabitur; apparebit autem circulus.* 324.

110. *Si latus coni supernè productum in centrum visus incurrat, tota coni superficies sub aspectum cadet; videbitur autem ellipsis.* 325.

111. *Si radius opticus ad coni verticem ductus in basin inciderit, hæc sola videbitur; apparebit autem nunc circulus, nunc ellipsis.* 326.

112. *Oculo per planum, in quo est basis coni, propiùs accedente, minor conicæ superficiei portio conspicitur; videtur autem maior.* 326.

113. *Oculus per eumdem radium opticum ad verticem coni exporrectum incedens, eamdem semper conicæ superficiei portionem intuetur.* 327.

114. *Quò radius opticus ab externo oculo ad verticem coni destinatus maiorem cum axe angulum fecerit, nisi in conum ipsum inciderit, eò maior erit conicæ superficiei portio, quæ sub aspectum cadet.* 328.

CONSECTARIVM.

Aequali à cono distantia quò sublimiùs oculus attollitur, eò maiorem coni portionem videt; sed ea minor apparet: quò verò humiliùs deprimitur, eo minus est coni, quod spectatur; apparet autem maius. 329.

FALLACIÆ ASPECTVS

CIRCA LOCVM.

115. *Res quælibet in ea horopteris parte conspicitur, vbi ipsum radius per rem ductus attingit.* 330.

116. *Vno oculo, res vna vnico spectatur loco.* 331.

117. *Plura vno spectata radio, eodem apparent loco.* 331.

118. *Vnumquodque eorum, quæ in horoptere existunt, vno cernitur loco.* 331.

116. *Res vna extra horopterem constituta, vtroque visu geminis locis distincta apparet.* 332.

120. *Duo signa extra horopterem in axibus opticis constituta, duobus visibus tribus numerantur locis; quorum medius in axium concursum incidit, è duobus effectus vnus.* 332.

121. *Res duæ in eumdem incidentes radium extra horopterem assumptæ, tribus locis conspiciuntur, è quibus alter extremorum ex duobus efficitur vnus.* 333.

122. *Duo signa extra horopterem assumpta, nisi vel ambo in eumdem, vel singuli in concurrentes ad horopterem radios incidāt, quatuor numerātur locis.* 334.

123. *Si communis radius ei quæ centra visuum connectit normalis fuerit, & in eo statuta res vna duobus appareat locis, phantasiæ æquali spatio ab axium concursu reipsa distabunt, & distare videbuntur.* 334.

124. *At obliquato aspectu, cùm res vna in communi existens radio duobus apparet locis, phantasiæ pari quidem interuallo ab axium concursu distant; at minus*

FALLACIÆ ASPECTVS CIRCA NVMERVM.

CONSECTARIVM I.

CONSECTARIVM II.

CONSECTARIVM III.

CONSECTARIVM IV.

FALLACIÆ ASPECTVS CIRCA MOTVM ET QVIETEM.

FALLACIÆ ASPECTVS CIRCA TRANSPARENTIAM ET OPACITATEM.

OPTI-

OPTICORVM LIBER V.

DE LVMINOSO ET OPACO.

DEFINITIONES.

1. CORPVS *luminosum id esse dicimus, à quo vtcumque lumen profunditur.* 357.
2. *Diaphanum corpus dicitur, quod lumini peruium est.* 358.
3. *Adiopton siue opacum dicitur corpus, quod lumini imperuium est.* 358.
4. *Lux dicitur quæ fulgenti corpori congenita est.* 358.
5. *Lumen est aspectabilis qualitas à luce prognata, ac per diaphanum medium longè lateq; diffusa.* 358.
6. *Splendor est lumen à terso politoq; corpore repercussum.* 359.
7. *Lumen primum dicitur, quod immediatè à corpore lucido proficiscitur; lumen secundum, quod à lumine primo est; tertium, quod à secundo, atque eodem ordine cetera.* 360.
8. *Lumen perfectum illud dicitur, quod ab omnibus partibus luminosi procidit; quod verò à parte tantùm, imperfectum.* 360.
9. *Radius luminosus recta est luminis profluentia.* 360.
10. *Pyramis luminosa est figura luminis à corpore fulgido ad vnum aliquod externum punctum collecti.* 360.
11. *Illuminationis verò pyramis figura est euibrati luminis, quod à puncto corporis luminosi ad superficiem corporis illustrati diffunditur.* 361.
12. *Vmbra est lumen imminutum, maioris quod circumstat luminis comparatione.* 361.
13. *Vmbra prima est absentia primi luminis, secunda secundi, ac sic deinceps.* 361.
14. *Vmbra plena seu perfecta illa dicitur, ad quam nullus radius corporis luminosi pertinet.* 362.
15. *Vmbra diminuta seu imperfecta est, in quam aliqui dumtaxat radij à corpore luminoso procidunt.* 362.

LEMMATA.

1. *In homogeneis corporibus luminosis ea est proportio totius luminis ad totum corpus, quæ est partis luminis ad partem corporis proportionatam.* 363.
2. *Eadem quoque est proportio virtutis totius luminis ad totum lumen, quæ partis virtutis ad luminis partem.* 363.
3. *Plura luminaria iuxta se posita, eam virtutis rationem habent, quam partes vnius proportionatæ.* 364.
4. *Si ad vnum trianguli latus parallela adiuncta fuerit recta quædam linea, abscissum triangulum toti æquiangulum erit.* 364.
5. *Si duæ rectæ lineæ circulum tangant concurrentes in idem aliquod punctum; quæ tactus iungit recta linea, abscindit à tangentibus portiones æquales, & cum eisdem triangulum Isosceles constituit.* 365.
6. *Si duæ rectæ lineæ circulum contingant concurrentes in vnum aliquod punctum; quæ à concursu ad centrum circuli ducitur, eam quæ tactus iungit, bifariàm secat.* 365.
7. *Si recta quædam linea duos circulos tangat, erunt, quæ à centris ad contactus educuntur rectæ lineæ, inter se parallelæ.* 366.
8. *Si duæ rectæ lineæ duos circulos contingant, erunt eæ quæ tactus iungunt, parallelæ.* 366.
9. *Si duæ rectæ lineæ duos circulos tangant, erunt tangentes inter se æquales.* 367.
10. *Si duæ rectæ lineæ duos circulos tangant, quæ tactiones iungunt, diuidunt circulos in segmenta proportionalia.* 378.

CONSECTARIVM.

Si inæquales sint circuli quos duæ rectæ lineæ contingunt, erunt & quæ tactus iungunt inæquales. 368.

11. *Quæ duos circulos inæquales contingunt rectæ lineæ, productæ ad partes circuli minoris tandem concurrunt.* 368.
12. *Si duæ rectæ lineæ duos inæquales circulos tangant, productæ concurrent in eodem puncto eius lineæ, quæ per vtriusque circuli centrũ transit.* 369.
13. *Quæ inæquales circulos tactu complectuntur rectæ lineæ, citiùs concurrunt cùm propinquiores sunt ipsi circuli quàm cùm sunt remotiores.* 369.
14. *Quæ inæquales parallelas connectunt rectæ lineæ, si producantur, ad partes minoris*

HYPOTHESES.

DE LVMINIS PROFVSIONE.

PROPOSITIONES.

CONSECTARIVM.

DE LVMINVM CONCVRSV ET OCCVRSV.

CONSECTARIVM.

DE LVMINIS ILLAPSV.

****

Quæ

37. *Quæ à luminoso æqualiter distant, ea pari illustrantur vigore, propinquiora vberiùs, remotiora parciùs.* 404.

38. *Possibile est opacum corpus ex inæquali distantia signi luminosi radiis ex æquo perfundi.* 405.

39. *Radiosum signum in centro, vel peripheria sphæræ constitutum, totam cauam superficiem æquali nitore perfundit.* 405.

40. *Fieri & id potest, vt radiosum punctum è propinquiori loco rem obiectam minùs illuminet, quàm è remotiori.* 406.

41. *Opacum planum à puncto lucido illic apprimè illustratur, vbi radius ad normam incidit; hinc verò quò longiùs abducuntur, eò semper obscuriùs.* 406.

42. *Sit lucida sphæræ portio hemisphærio minor, è cuius medio perpendicularis excitetur: dico circa hanc præcipuũ lumen existere, inde verò semper minus.* 407.

43. *A sphæra luminosa ad externum signum remotius plures radij attingunt quàm ad propinquius.* 408.

44. *Externum signum luminosum maiorem partẽ sphæræ remotioris irradiat quàm propinquioris.* 408.

45. *Si sphæra luminosa sphæræ opacæ æqualis fuerit, media pars opacæ à media luminosa collustrabitur.* 409.

46. *Si sphæra luminosa maior fuerit opacâ, à minore parte luminosæ maior pars opacæ illustrabitur.* 410.

CONSECTARIVM I.

Sol maiorem portionem corporis lunaris illuminat. 410.

CONSECTARIVM II.

Terræ maiorem medietate plagam Sol perlustrat. 410.

CONSECTARIVM III.

Sol ante exortum & post occubitum etiam tum spectabilis est. 411.

47. *Si sphæra luminosa minor fuerit opacâ, à maiore parte luminosæ ad minorem opacæ lumen proueniet.* 411.

CONSECTARIVM.

Luna oriens non videtur, & ante occubitum disparet. 411.

48. *Sphæroides luminosum maius è propinquo ampliorem partem opaci irradiat quàm è remoto.* 412.

CONSECTARIVM.

Luna numquam illustratur minùs quàm cùm est plena. 412.

49. *Contrà sphæroides luminosum minus, si propinquius est opaco, minorem portionem illustrat, quàm si remotius existat.* 413.

50. *Si pars sphæræ collustrata, pársque visa bases habuerint parallelas, lumen aspectatum circulare & erit, & apparebit.* 413.

51. *Si pars sphæræ quæ illuminatur non fuerit parallela parti visæ, nec se mutuò secent; sit autem quod videtur, minus; pars luminis visa circulo continebitur, & vt circulus apparebit.* 414.

CONSECTARIVM.

Apparens lunæ fulgor non statim ab oppositione decrescit. 415.

52. *Si rursus pars sphæræ illustrata, & ea quæ videtur non fuerint parallelæ, nec se mutuò secent, sit verò pars visa maior; erit quidem ambitus spectati luminis circularis, videbitur autem ellipsis.* 415.

53. *Si hemisphærij illustrati, partisq; visæ bases se mutuò secundùm normam secent; quod de lucido hemisphærio cernitur, sector quidem est sphæricæ superficiei, at semicirculus apparet.* 416.

54. *Si rursus partium, luminosæ & aspectatæ, bases se mutuò normaliter secent, sit autem pars illustrata hemisphærio minor; quod de fulgido segmento conspicitur, sector quidem est superficiei sphæricæ, at* μηνοειδὲς *schema repræsentat mixtum ab arcu circulari & arcu ellipseos intus curuato.* 416.

55. *Si denuò basis partis sphæricæ illustratæ basin portionis visæ ad normam secet, sit autem hac illa maior; quod de splendido segmento cernitur, sector est sphæricæ superficiei: at mixta figura apparet ex circulari ambitu, & ellipseos peripheria exteriùs curuata.* 417.

CONSECTARIVM I.

Apparens lunæ splendor in quadrato aspectu semicirculo maior est. 418.

CONSECTARIVM II.

Fulgida lunæ portio, quæ sub aspectum cadit, in quadrato situ, ob ingentem distantiam semicircularis apparet. 418.

56. *In sphæra si bases partis illustratæ, partisq; visæ, se mutuò obliquè secent, portio luminis, quæ sub aspectum cadit, mixta è circulo & ellipsi apparebit.* 419.

DISPVTATIO.

Quo pacto luna à sole lumen accipiat, susceptumq; ad nos transmittat. 419.

DE VMBRIS.

57. *Radius vmbrosus, cum radio luminoso à quo procedit, in directum extenditur.* 423.

Vmbra

incedat, duæ conicæ superficies ad centrum sphæræ ceu ad communem verticem conuenient; vna luminosa ex radio circumacto, altera opaca ex ea vmbra quam centrum profundit. 442.

DE LVMINIS TRAIECTV.

85. *Radius luminis à puncto lucido per orbiculare foramen traiectus, coni figuram induit.* 443.

86. *Lumen à puncto per multilaterum foramen transfusum pyramis est.* 443.

87. *Lumen à puncto lucido per foramẽ transmissum vnius est intensionis, si in eadẽ distãtia à prima origine assumatur.* 443.

88. *Lumen quod à corpore lucido per foramen in oppositum planum profunditur, in medio quàm in ambitu impensiùs nitet.* 444.

89. *Qui ab extremitatibus corporis lucidi, per oppositas extremitates foraminis radij procidunt, inter foramen corpusq; lucidum se mutuò secant.* 444.

90. *Si pari interuallo à foramine distent, hinc corpus lucidum, illinc directè obuersum planum, erit lumen plano exceptum corpore luminoso maius.* 445.

91. *Luminis per foramen in oppositum directè planum transfusi perimetrus ambitu foraminis semper est maior.* 445.

92. *Perfectum lumen in obiectum planum per idem foramen translapsum, ab æquali corpore luminoso, æquale est; à maiore minus, & à minore, maius.* 446.

93. *Si planũ foramini parallelum fuerit, erit lumẽ puncti luminosi quod plano excipitur, eiusdẽ cum foramine figuræ.* 447

94. *Si planum obliquum fuerit, erit figura luminis à puncto emissi obliqua sectio coni vel pyramidis.* 448.

95. *Si foramen corpusq; luminosum diuersæ fuerint figuræ, lumen plano exceptum foraminis simul ac corporis figuram imitabitur.* 449.

CONSECTARIVM.

Sol per quadrilatera profluens, non rectis lineis figuram describit; sed circulum propiùs æmulatur. 449.

96. *Si foramen corpusq; luminosum figuram quidem eamdem habuerint, at non eumdem situm, erit luminis plano excepti figura mixta.* 450.

97. *Si foramen corpusq; luminosum figura dissideant, quò propiùs erit foramen luminari, planumq; remotiùs, eò perfectiùs transmissum lumen figuram lucidi corporis æmulabitur.* 450.

98. *Formæ per foramen transparentes, inuersæ cernuntur.* 451.

99. *Formæ quæ post trans foramen apparent, interdum rebus ipsis æquales, aliàs vel maiores vel minores existunt.* 451.

OPTICORVM LIBER VI.

DE PROIECTIONIBVS.

LEMMATA.

1. *Si recta quædam linea in rectas quotcumq; parallelas lineas incidat, erunt omnes in vno eodemq; plano.* 458.

2. *Si à circuli peripheria ad diametrum perpendicularis ducatur, hæc inter diametri segmenta mediam proportionem habebit.* 458.

3. *Si recta quædã linea sit media proportionalis inter eius, cui secundùm normam adiungitur, segmenta, adiunctæ extremitas in circulum cadet, cuius diametrus illa est, ad quam applicatur.* 458.

4. *Cùm recta linea è sublimi in planum obliquè incidit, propositum sit extremas illas lineas in plano inuenire, ad quarum alteram incidens linea ad rectos est angulos, ad alteram maximè obliqua.* 459.

5. *Si sint quotcumque magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quæ binæ in maiore aut minore proportione sumantur; & ex æqualitate in maiore aut minore proportione erunt.* 459.

6. *Si duo semicirculi similiter secentur; à locis autem sectionum ad diametros perpendiculares ducantur: dico & diametrorum segmenta proportionalia esse: & contrà, si hæc proportionalia sint, ipsorum quoque semicirculorum segmenta esse proportionalia.* 460.

7. *Si duo circuli inæquales ex eodem centro descripti duabus rectis lineis parallelis secentur: dico arcum minoris circuli parallelis comprehensum ad totum sui circuli ambitum maiorem rationem habere, quàm habeat arcus maioris circuli ad totam sui circuli peripheriã.* 461.

Si

8. *Si duo circuli inæquales non ex eodem centro descripti, duabus rectis lineis secentur, cùm inter se, tum ei quæ centra circulorum connectit parallelis: dico minoris circuli interceptam portionem portione maioris circuli ad totum ambitum, maiorem rationem habere.* 462.

9. *Parallelæ rectæ lineæ quæ æquales circuli peripherias intercipiunt, quò à centro sunt remotiores, eò minori interuallo ab inuicem disiunguntur.* 462.

10. *Parallelæ rectæ lineæ æquali interuallo dispositæ, quò sunt à centro remotiores, eò maiores arcus de circuli peripheria intercipiunt.* 463.

11. *Datæ rectæ lineæ sectæ vtcumque adiungere oporteat eiusmodi augmentũ, vt tota ad adiunctam ita se habeat, quemadmodum primitiuæ lineæ maius segmentum ad minus.* 464.

12. *Si duæ rectæ lineæ similiter secentur, erit vt quadratum primæ ad quadratum secundæ, ita rectangulum quod fit è primæ partibus, ad id quod è secundæ segmentis fit rectangulum, & contrà.* 464.

13. *Si duo æquales circuli se mutuò per centra secent, eorumq; peripheriæ in similes partes diuidantur, quæ vnius partes partibus alterius connectunt rectæ lineæ, sunt inter se parallelæ.* 464.

14. *In ellipsi ea recta linea, iuxta quam possunt, quæ ordinatim ad diametrum adiunguntur, tertia est proportionalis, cui primo loco proportionalis est illa diametrus, ad quam rectæ ordinatim applicantur; secundo verò loco reliqua.* 465.

15. *Si in ellipsi sit vt vna diametrus* AC *ad alteram diametrum* BD, *ita hæc ad quamdam* AE *ipsi* AC *perpendicularem; iunctâ* CE, *ductâque* FK, *quæ ipsam* AC *ordinatim secet in* G: *dico quadratũ* FG *rectangulo* AGK *æquale esse.* 467.

16. *Iisdem repositis quæ suprà, dico rectangulum* AGC *ad rectangulum* AGK, *seu ad quadratum* FG *eamdem rationem habere, quam diametrus* AC *ad* AE. 467.

17. *Si maxima diametrus ellipsis in quotcumque partes secetur, à punctis autem sectionum rectæ ordinatim educantur, erunt harum quadrata, vt à diametri segmentis rectangula, ea ratione, quæ vocatur minoris ad maius.* 467.

18. *Si circum extremam diametrum ellipsis circulus describatur, rectæ omnes lineæ quæ à circuli peripheria ad diametrum rectis angulis protenduntur, à peripheria ellipsis secundùm eamdem rationem dissecantur.* 468.

CONSECTARIVM I.

Si vt EI *ad* IG, *ita sit* FK *ad* KH, *sitq;* K *in ellipsi: dico &* I *in ellipsin incidere.* 469.

CONSECTARIVM II.

Vt EG *ad* IG, *vel* FH *ad* KH, *ita maxima diametrus* AC *ad minimã* BD. 469.

19. *Si extremæ diametri ellipsis in eamdem rationem secentur; quæ ab vna diametro ad ellipsin perpendiculares excitantur, æquales sunt iis, quæ à reciprocis punctis alterius diametri ad circuli peripheriam rectis angulis protenduntur.* 469.

20. *Si in ellipsi extremæ diametri se mutuò bifariàm & ad normã secent, & ab aliquo puncto circumferentiæ ad minorem diametrum recta adiungatur dimidio maioris æqualis; hæc à maiore diametro ita secabitur, vt segmentum puncto in circumferentia assumpto proximũ dimidio minoris diametri sit æquale.* 470.

21. *Si in ellipsi extremæ diametri se mutuò bifariàm & ad normam secent; à quopiam autem puncto minimæ recta educatur dimidio minoris æqualis, de qua maxima diametrus portionem abscindat dimidio minoris æqualem: dico eius extremũ punctũ in ellipsin cadere.* 471.

22. *Circa extremas diametros datas ellipsin describere.* 471.

23. *Data maxima diametro, & alio quopiam puncto per quod ellipsis incedat, minimam diametrum reperire.* 477.

24. *Data minima diametro, & alio quouis puncto per quod ellipsis incedat, maximam diametrum inuenire.* 478.

25. *Datis quibuscumque diametrorum coniugationibus ellipsis circulo inscribendæ, extremas diametros seu axes inuestigare.* 479.

26. *Data ellipsi, vnaq; eius diametro, alteram ei coniugatam assignare.* 480.

27. *Datum conum scalenum subcontrariè secare.* 480.

28. *Si coni scaleni basis circulus sit, & subcontraria sectio circulum exhibebit.* 481.

29. *Si conus scalenus, cuius basis circulus, alio secetur plano basi subcontrario: dico omnia triãgula quæ aguntur per axem ab his planis subcõtrariè dissecari.* 482.

30. *Si subcontrariarum sectionum diametri à lateribus trianguli per axem æquales portiones abscindant, erunt ipsæ diametri*

PRÆNOTATIONES.

AXIO-

AXIOMA.

Ibi est locus rei, vbi radius opticus per rem ductus planum attingit. 502.

DE ORTHOGRAPHICE PRIMO PROIECTIONIS GENERE EX INFINITA OCVLI DISTANTIA.

PROPOSITIONES.

1. *In Orthographicis proiecturis radios ducere conuenit parallelos.* 504.
2. *Punctum semper in vnum aliquod subiecti plani punctum orthographicè profunditur.* 505.
3. *Recta linea perpendiculariter aspectata semper proijcitur in punctum.* 505.
4. *Recta linea directè intuita in rectam proijcitur lineam, eamq; maximam.* 506.
5. *Linea recta obliquè obuersa proijcitur in rectam lineam, sed contractam.* 506.
6. *Exceptam plano lineam in partes repræsentando secare.* 506.
7. *Secta vtcumq; rectæ lineæ proiectura similiter secare prototypam.* 507.
8. *Plana superficies perpendiculariter aspectata proijcitur in rectam lineam, cuius magnitudo tangentibus parallelis continetur.* 507.
9. *Superficies plana directè aut obliquè proposita in superficiem proijcitur.* 507.
10. *Circulus perpendiculariter expositus, in rectam proijcitur lineam, circuli diametro æqualem.* 508.
11. *Circulum perpendiculariter exhibitum in planum transcribere.* 508.
12. *Lineam à circulo proiectam in partes orthographicè secare, quæ circuli partes repræsentent.* 509.
13. *Bina puncta dissecti circuli, quæ ab altero extremorum pari interuallo distant, in vnum punctum linearis proiecturæ incidunt.* 509.
14. *Recta linea secta vtcumq; circulum quem illa repræsentat, in partes reciprocè distribuere.* 510.
15. *Circulus directè aspectui obuersus in circulum proijcitur.* 510.
16. *Circulus ex directo aspectu in planum orthographicè proiectus, primitiuo circulo est æqualis.* 511.
17. *Circulum directè spectatum in planum transcribere.* 511.
18. *Circuli proiecti centrum idem & verum est, & apparens.* 511.
19. *Cùm circulus ex directo aspectu in circulum proijcitur, vtriusque partes quæ parallelis radiis continentur, sunt inter se æquales.* 512.
20. *Circulum ex directo aspectu proiectum in partes distribuere, quæ partes circuli primitiui repræsentent, & contrà.* 512.
21. *Circulus obliquatus in formam ellipseos plano exceptus commutatur.* 512.
22. *Circulum ex obliquo aspectu in planum consignare.* 513.
23. *Circuli obliqui partes in ellipsin repræsentando transcribere.* 514.
24. *Partes datæ ellipseos ad circulum primitiuum reuocare.* 515.
25. *Ellipsis perpendiculariter exposita semper quidē in rectam proijcitur lineam, sed quæ maiorem diametrum non excedat, nec à minore vincatur.* 516.
26. *Ellipsis ex directo aspectu in ellipsin proijcitur primitiuæ æqualem ac similē.* 516.
27. *Ellipsis vno quidem obliquo situ in circulum proijcitur; aliàs in dissimilem ellipsin transmutatur.* 517.
28. *Proposita ellipsi eam situs obliquitatem inuenire, qua vt circulus in planum traducatur.* 519.
29. *Parallelæ rectæ lineæ, nisi in eamdem incidant, in parallelas rectas lineas profunduntur.* 519.
30. *Parallelæ superficies perpendiculariter expositæ in parallelas rectas lineas proijciuntur.* 519.
31. *Si visus secundùm communē intersectionem plurium superficierū incedat, hæ in rectas lineas producentur, quæ sese in illo puncto secabunt, in quod communis omniū superficierū sectio procidit.* 520.
32. *Similes figuræ ex parallelis planis in similes incidunt proiecturarū formas.* 520.

ORTHOGRAPHICA SPHÆRÆ DESCRIPTIO

Visu per Aequinoctia & Horizontis planum incedente.

33. *Meridianum in plano decircinare.* 522.
34. *Horizontem in plano delineare.* 522.
35. *Poli altitudinē in plano inuestigare.* 523.
36. *Vtrumque Colurum in planum conijcere.* 523.
37. *Aequatorem, Tropicos, & Polares designare.* 523.
38. *Eclipticam proprio loco annotare.* 524.

CONSECTARIVM.

Hinc Solis ascensiones descensionesq; cognoscere. 525.

39. *Eclipticam in duodecim signa & gradus partiri.* 526.
40. *Parallelos diurnos propriis sedibus orthographicè collocare.* 527.

CONSECTARIVM.

Latitudinem Solis ortiuam occiduámque expiscari. 527.

ORTHOGRAPHICA SPHÆRÆ PROIECTIO

Visu per vtrumque mundi Polum procidente.

ORTHOGRAPHICA SPHÆRÆ EXPLANATIO

Aspectu per verticem ac sphærę centrũ translapso.

RELIQVORVM CORPORVM REGVLARIVM ORTHOGRAPHICÆ PROIECTIONES.

pendiculariter transeunte, in hexagonum proïcitur, cuius alterni anguli rectis coniunguntur, quæ triangulum æquilaterum efficiunt. 557.

65. *Octaëdrum per oppositas planorum commissuras spectatum in rhombum proïcitur, cuius minor diametrus ad maiorem eam rationem habet, quam quadrati latus ad diametrum.* 558.

66. *Si per oppositos angulos visus incedat, octaëdrum in quadrati formam proïcitur, quod duabus dimetientibus ceu decussi in quatuor triangula dispescitur.* 558.

67. *Dodecaëdrum, visu per oppositas sedes directè translapso in Decagonum producitur, sex Pentagonis constans, è quibus id quod medio existit loco, æquiangulum & æquilaterum est.* 558.

68. *Si visus per opposita latera directè incedat, Dodecaëdri proiecta forma Sexagona erit, ex quatuor Pentagonis composita, neque æquilateris, neque æquiangulis.* 559.

69. *Visu per oppositos angulos Dodecaëdri traiecto, ipsum in Dodecagonum proïcitur, cuius alterna latera æqualia sunt.* 559.

70. *Icosaëdrum ex superficie directè spectatũ in Hexagonum proïcitur decem triangulis distinctum, è quibus id, quod medium locum obtinet, æquilaterum est & æquiangulum.* 560.

71. *Ex directo oppositorum laterum aspectu Icosaëdrũ in Hexagonum proïcitur ex octo triangulis compactum, quod neque æquilaterũ est, neque æquiangulũ.* 560.

72. *Icosaëdrum per oppositos angulos spectatum, in Decagonum proïcitur, inscriptum habens Pentagonum, in quo quinque triangula similia ad centrum conueniunt, totidemq; extrà procurrunt & ipsa inter se similia.* 361.

73. *Aedificij frontem ex aduerso spectatam orthographicè in plano describere.* 561.

VMBRARVM PROIECTIONES.

74. *Si Sol Horarium quempiam circulum ex iis qui horas à Meridiano auspicantur, attigerit, erit proiecta axis vmbra recta linea, in eodem cum circulo existens plano.* 563.

75. *Sole in Horario quopiam existente ex iis qui ab Horizonte horarum initium ducunt, centri proiecta vmbra punctum est, in eodem cum circulo existens plano.* 563.

76. *Cùm Sol in diuersis partibus eiusdem Horarij successiuè existit, proiectæ à centro vmbræ in rectam lineam plani distenduntur, quæ communis est plani atque Horarij intersectio.* 564.

CONSECTARIVM.

Scioterica non necesse est in mundi centro collocari. 565.

77. *In sciotericis Horolabiis gnomon qui longitudine horam signat, axem mundi; qui sola extremitate, centrum repræsentat.* 565.

78. *Parallelorum gnomonum proiecta vmbræ sunt inter se parallelæ, nisi ambæ in eamdẽ rectam lineam incidant.* 566.

CONSECTARIVM.

Plurima scioterica vni corpori breuissimo tẽpore accuratissimeq; inscribere. 566.

79. *In Astronomicis horis si axis mundi planum horologij secet, omnes vmbrarum proiecturæ in communi axis & plani sectione, quæ centrum horologij nuncupatur, conuenient.* 567.

80. *Si horologij planum axi parallelum fuerit, erunt proiectæ vmbræ inter se parallelæ.* 568.

81. *Sol per circuli maximi ambitum circumactus, vmbram à centro in rectam plani lineam profundit.* 568.

82. *Si sol per circulum Aequatori parallelum incedat, sitq; horologij planum eidem Aequatori parallelũ, erit centri vmbra ex solis motu in plano descripta circulus, centrum habens in axe mundi.* 569.

83. *Si Sol per circulum Aequatori parallelum incedat, sitq; horologij planum circulo maximo, quo vtramque basin conicarũ superficierũ contingit, parallelum, erit vmbra à centro in planũ proiecta sectio coni, quæ Parabola nuncupatur.* 570.

84. *Si Sol per circulum Aequatori parallelum incedat, sitq; horologij planum circulo maximo qui vtrumque conum secat parallelum, erit proiecta centri vmbra Hyperbole.* 570.

85. *Si Sol per circulũ Aequatori parallelũ incedat, sitq; horologij planum æquidistans circulo maximo, qui neque basibus conorum parallelus sit, neque eas tangat, neque secet, erit proiecta centri vmbra Ellipsis.* 571.

DE STEREOGRAPHICE ALTERO PROIECTIONIS GENERE EX OCVLI CONTACTV.

86. *Punctum omnifariàm propositum stereographicè in punctum proïcitur.* 575.

87. *Linea quæ producta per oculum transit, in punctum proïcitur.* 575.

Linea

STEREOGRAPHICA SPHÆRÆ DESCRIPTIO

Oculo in communi sectione Horizontis & Æquatoris constituto.

Decli-

STEREOGRAPHICA
SPHÆRÆ TRANSFVSIO
Oculo in altero Polorum constituto.

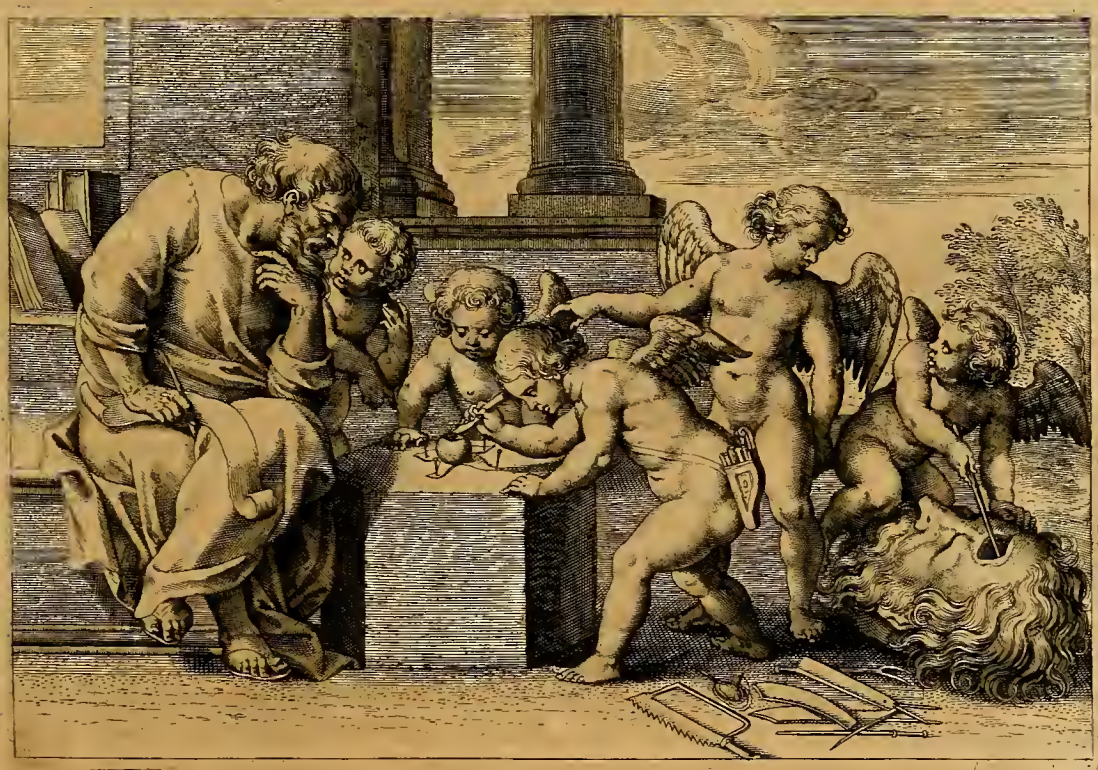
STEREOGRAPHICA
SPHÆRÆ EXPLANATIO
Ex vario oculi situ.

DE SCENOGRAPHICE
TERTIO PROIECTIONIS GENERE
Ex iusto oculi interuallo.

in

FRAN-

FRANCISCI AGVILONII
E SOCIETATE IESV
OPTICORVM
LIBER PRIMVS
DE
ORGANO, OBIECTO, NATVRAQ. VISVS.



ARGVMENTVM.

ISVS contemplatio tametsi ad naturalis philosophi institutum propriè spectet, cuius est de animæ instrumentis, ac facultatibus, functionibusque ex naturæ principiis disputare; tamen quia permulta in hac Optices scientia occurrunt, quorum causa vel ab organo, vel ab obiecto, vel à natura visus peti debet, non alienum à proposita materia fore existimaui, de his primum hunc librum inscribere: medicorum exemplo, qui dum morbos partium enumerare instituunt, priùs partes ipsas corporis describunt, sine quarum prænotione morborum definitiones, principia, causæ atque symptomata solidè cognosci nequeunt. Igitur singula eodem

quo antè proposita sunt ordine, diuina aspirante gratia prosequemur; sumendo initium ab organo: cuius primò quidem partes, deinde singularum vsum functionemque exponemus, ea plurimùm vtentes demonstrandi ratione, quæ vel ab intima naturæ proprietate, vel ab experientia, vel à sectionis administratione desumitur; quorum auctoritas, siquis rectè æstimet, in re præsenti præcipuum momentum habet. Proprietas enim, cuiusque rei naturam per se ostendit. Dissectio verò, tum ea quæ oculis insunt, manifestat; tum in actionis facultatisque notitiam deducit. Experientia denique prima rerum magistra scientiam in hominibus efficit, Philosopho teste lib. 1. *Metaph. c.* 1. *imperitia verò, vt rectè Polus, casum. Quare verissimè dixit Plinius lib.* 17. *c.* 3. *optimè experimentis credi. Est enim experientia quiddam scientiæ simile, ad plurimarum rerum exactam cognitionem apprimè necessaria. Nam vt Aristot. scribit lib.*10. *Ethicor. c.* 9. qui rempublicam gerunt experientia potiùs quàm mente id faciunt, & medici non ex libris *sed ab experientia* fiunt. *Itaque quod & gratius & vtilius fore putauimus, hispidas illas demonstrationum formas, quæ singulariis fiunt litteris, pluribus in locis consulto prætermisimus, ab ipsius potiùs naturæ intimo recessu propriisque principiis, quàm ex alieno penu veritates eliciendas esse rati, vt vnà cum effectu etiam causa perspecta habeatur.*

DE ORGANO VISVS.

PROPOSITIO I. THEOREMA.

Septem tunicæ oculum constituunt, humores tres intus complexæ.

OCVLI, pars corporis pretiosissima, tamquam speculatores altissimum locum obtinent; vnde eminus, quæcumque nocitura aut profutura sunt, prospiciunt. Tunicis septenis ac ternis humoribus constant. Musculis porrò exceptis, vti & pericranio, pinguedine, glandulis, palpebris, tarsis, ciliis, ac superciliis, quas rectè externas oculi partes appellaueris.

Prima tunica (*Adnatam* vocant) maiorem oculi partem contegit, atque ex pericranio originem ducit. Altera *Cornea* huic proximè adhærescit, in anteriore oculi parte conspicua, & vitri more pellucida. Hæc à *Sclerode*, quæ adnatæ subest; vtraque verò à dura meninge proficiscitur, qua etiam durior est, vniuersumque oculum vndique cingit.

Sub cornea tunica primus humor *Aqueus* concluditur, qui & *Albugineus*. Hic quarta tunica *Vuea* subtus coërcetur; sic vt in anteriore parte, vbi in planitiem subsidit, pertusa sit exiguo foramine, quod *Pupilla* nuncupatur, per quod rerum spectra intromittuntur. Nascitur autem hæc tunica à *Choroide*, & vtraque à tenui meninge, corneâ multò subtilior, intus omnino nigra, exteriùs sæpè subuiridis, quandoque glauca, interdum cæsia. Pupillæ, facultas Sphincteris inest; qua dilatari possit atque constringi, non pro arbitratu, sed cùm necessitas impellit. In tenebris longè maximè dilatatur, vt rerum visibilium formas vberiùs admittat; coarctatur verò ad intensum lumen, ne eius affluentia lædatur.

Choroidem intus *Retina* tunica maiore parte succingit, à cerebro profecta, eaq; subtilissima. Retina *Araneam* tunicam progignit omnium tenuissimam, quæ Choroidis cauum intersepit, *Crystallinumq; humorem* circumcircà complectitur. Hanc inter & vueam breui spatio albugineus humor continetur, cum illo, quem inter vueam & corneam esse diximus, communis, ita vt distinctis sedibus vnus idemq; humor discretus solo pupillæ hiatu sibi cohæreat.

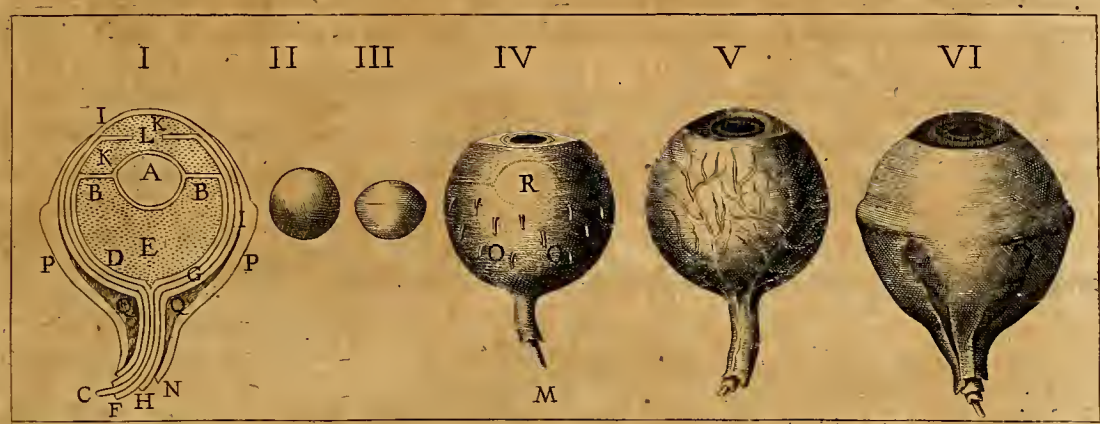
Subtus

A Subtus, quod reliquum eſt ſpatium *vitreo* humore completur, cui cryſtallinus ſeu glacialis humor ſtabilis conſtanſque innatat, non vt quidam voluere ſphærulæ inſtar propria mole conſiſtens; ſed tunica, quam araneam diximus, arctiſſimè coërcitus. Poſitus autem eſt is non in vitrei medio, ſed parte eius priore pupillæ obiectus, membrana illa, quæ velut diaphragma vitreum humorem ab albugineo diſcriminat, complexus.

Eſt porrò glacialis humor non perfectè ſphæricus, ſed parte anteriore aliquantò compreſſior ad inſtar lentis. Alitur per venas à cerebro cum aranea tunica deriuatas.

Hæc quæ de oculorum ſtructura breuiter dicta ſunt, vt illuſtriora euadant, hac tabella explicatiùs ſpectanda proponimus. In qua ea quæ primo loco ponitur figura,

B



C

ſectionem oculi exhibet, quæ per pupillæ, glacialiſq; humoris, ac nerui optici centra tranſit, vniuerſaſq; oculi partes vno aſpectu repræſentat. A quidem glacialem humorem, B araneam membranam, quam retinæ ſobolem eſſe diximus, glaciali humori obductam, C neruum opticum, D retinam tunicam, ex neruo optico progenitam, E vitreum humorem, F tenuis meningis portionem, G choroidem tunicam, quam tenuis cerebri membrana, ſeu pia mater gignit, H duræ meningis portionem, vnde

D I ſclerodes & cornea tunicæ originem habent, K humorem aqueum, L pupillam, qua vuea pertunditur, P muſculos oculum mouentes, Q pinguedinem, qua muſculorum caua opplentur.

Secunda figura glacialis humoris formam continet, qua is ab anteriori oculi parte conſpicitur, detractis tunicis, quibus obtegitur.

Tertia figura, eumdem cryſtallinum humorem à latere viſendum proponit.

Quarta externam choroidis tunicæ ſuperficiem demonſtrat, vt ex latere cernitur; è cuius ima parte nerui optici portiuncula eminet littera M ſignata, N pupilla eſt, O venarum arteriarumque præſegmina, à dura oculi tunica in vueam pertinentium, R cryſtallini humoris ſedes eſt.

E Quinta figura corneæ tunicæ lateralem faciem exprimit, venis arteriiſq; perfuſam.

Sexta totius oculi formam à latere conſpicuam præbet, cum adnata tunica, ac muſculis oculum cientibus, quos interiecta pinguedo fulcit, vti ſuprà eſt commemoratum.

Hactenus ſuccinctam habes enumerationem partium, è quibus totius oculi fabrica conſurgit: nunc ſingulæ paulò accuratiùs ſunt enucleandæ. Nulla enim ſuperuacanea, nullaque ad perfectam viſionem non neceſſaria cenſeri debet.

F

Tunicarum numerus.

ATque in primis de numero tunicarum non vna eſt omnium ſententia. Nam alij ſeptem, quidam ſex, nonnulli quinque, alij quatuor, ſunt qui tres, & qui duas ponant. Septem hæ numerantur, adnata, cornea, vuea, aranea, ſclerodes, choroides, retina. Qui pauciores cenſent, ex his alij alias prætermittunt. Sed re ſalua atque integra ſolis certant nominibus. Nam aliqui adnatam inter externas oculi partes connumerant, & ſex dumtaxat reliquas proprie oculo tribui volunt. Rurſus cornea & ſclerodes vt verè vna eſt continuataque ſubſtantia, ita vno tantùm corneæ nomine à multis nuncupatur: ſic & vuea cum choroide, & aranea cum retina continuatione ſubſtantiæ vnitatem obtinent; tamen quia officiis, figura, ac ſitu diſcrepant, vt & cornea à ſclerode, vſus loquendi,

atque intelligentiæ ratio diuersam in iis nomenclaturam postulat, ne sub vno nomine A
vna pro altera accipiatur.

Neque verò eæ solùm partes, quæcumque sibi quantitate cohærent, vno nomine designantur: sed eæ omnes, quas vel ob peculiarem in corpore situm, vel ob insignem figuram, vel ob proprium munus functionemq; sæpè vsuvenit nominare; ne sub vno nomine, nunc vna nunc alia pars intelligatur, totaq; doctrinæ ratio pessum eat. Et sanè si quantitatis vnitas vnum nomen obtineat, nec aranea, nec retina, nec neruus opticus, sed cerebrum solùm nominari oporteret: siquidem hæc omnia vna quantitas copulat. Rursus neque ragoides, neque choroides, sed pia tantùm mater: imò verò nec caput, nec venter, nec manus, nec pes; sed omnia vnico corporis humani nomine appellaren- B
tur, cùm vna sit totius corporis quantitas, quæ partes omnes sibi inuicem sociat. Quod quàm sit à ratione alienum, nemo non videt. Sunt ergo vel à situ, vel à figura, vel ab officiis potissimùm indita nomina: ob quas etiam causas consentaneum iudicamus partes illas distinctis nominibus appellari, ne dum sæpiùs nominantur, identitas nominis confusionem inducat. Quare septem numero tunicas, quæ tribus humoribus coërcendis opitulantur, vti situ, figurâ, atque officiis, ita propriis nominibus distinctas admittimus, quas modò singulas lubet accuratiùs discutere, ne quidquam, quod ad rem propositam faciat, quódque iure desiderari possit, prætermissum esse videatur.

Adnata tunica. C

EXtima oculi tunica, quæ supra scleroticam consistit, & aspectui cum cornea sese offert, à pericranio porrigitur, totumq; exteriùs oculum ad corneam vsque inuestit; quo loco in eam inseritur, atque ei in orbem adnectitur. Hæc alligat firmatque oculum, tum ossibus, tum palpebris, tum ceteris tunicis, vt & in sua cauitate contineatur, & liberè moueri possit. Exteriùs, quà spectabilis est, insignem habet albedinem, quæ ad corneæ ambitum terminatur: posteriori verò parte musculis, glandulis, pinguedineque obuoluitur, vt oculi benigno humore irrigati motui promptiores reddantur. Variis nominibus appellatur, Adnata, Alba, Adhærens, Coniunctiua, ὑπεφυκὼς, quæ vna vox multis Latinis respondet. D

Cornea & Sclerotica.

KEρατοειδὴς, id est cornea, seu cornicularis, aut corniformis tunica, eam dumtaxat significat, quæ ab alba circumscribitur, dura, lenta, densa, diaphana, tenuis, perpolita, ac tensa, cornu laternarum attenuato persimilis.

Dura est, vt incursantibus corpusculis obsistat.
Lenta, ne leui ictu in partes dissiliat.
Densa, ne per eam humor aqueus exsudet.
Diaphana, vt lumini rerumq; formis peruia sit. E
Tenuis, ne exigua eius opacitas luminis partem excludat.
Perpolita ac tersa, ne asperitas transparentiam impediat.
Tensa, ne corrugata asperitatem induat, sicq; eminentiis pariter & cauitatibus exasperata diaphani naturam deperdat.

Hæc eadem adnatæ in circuitu modicè incumbit, forma in primis circulari, tum in medio oculi nonnihil protuberans. Vnde ea maxima consequitur vtilitas, quòd plurimi vndique radij ad pupillam perueniant, ac latiùs visus pateat.

Corneæ ea continuatur tunica, quæ reliquum oculum inuestit, à dura cerebri membrana profecta. Ab insigni duritie, quam ei confert pia mater, appositè Σκληροειδὴς & F
Σληρωτικὴ nuncupatur. Hæc etsi à nonnullis candida dicatur, quòd nonnihil candoris habeat, nec ita, vti cornea, transparens sit; tamen longè diuersa est, ab illa Alba, quæ corneæ continuari videtur. Nam alba à perioſtio, & à tendinibus musculorum oculos mouentium enascitur, cui ista succumbit, subijciturque dura siue sclerotica nuncupata, quæ corneæ continuatur, atque cum ea vniuersum oculum cingit.

Vsus eius præcipuus isque maximus est, totum oculum, omnesque intus humores, atque imbecilliores tunicas stipare, ne fluxæ, figuram situmve mutent. Insuper propagines venarum arteriarumque suscipit, quas posteà choroidi communicat, vt illarum ope in omnes partes alimentum distribuatur.

A

Vuea & Choroides.

PΑχοειδὴς quasi vuea dicitur ea tunica, quæ acino vuæ detracto pedunculo per similis est: cuius hiatus, qui pupilla nuncupatur, in hominibus quidem semper exactè rotundus est; in plurimis verò animantibus, vt felibus & equis, oblongus, & velut incisio quędam à summo deorsum inflicta, quamuis piscibus nonnullis eius longitudo in latera protendatur. A choroide vuea proficiscitur, atque inter corneam & crystalloidem sita albugineum humorem intersecat, sic vt neque corneam neque crystalloidem attingat. Χοροειδὴς, siue implexa tunica, reliquam partem indicat, quam vuea à tenui meninge
B communem accepit. Vtraque plurimas venarum immissiones suscipit: diceres eas velut in alimenti emporium missas esse. In vtraque etiam maximè conspicua est impensa nigredo, præsertim ex interna facie, quà crystallinum respicit. Estque in primis hic color ad splendorem colligendum vtilis, & vt lux debilis in crystalloide magis conspicua sit; nam lux in obscuro loco magis apparet. Galenus lib. 10. de part. vsu, colorem hunc medicamentosum oculo esse ait; vbi scilicet à vehementi luce prauè affectus, ad fuscum hunc spectandum clausis palpebris se conuertit, recreatur, reficitur, atque à molesto occursu egregiè releuatur. Et Cælius Rhodiginus antiquarum lectionum l. 3. c. 28. perituram omnino fuisse rationem videndi arbitratur, ni artificis sapientia post id quod mirè pellucet, nigricans quidpiam appinxisset.

C Quemadmodum vuea cum choroide intus, quà crystallinum spectat, nigra est, ita exterius, quà corneam respicit, diuersicolor apparet. Nam modò atrum, modò fuluum, modò glaucum, modò cæsium, modò alium colorem refert. Vnde is locus, qui spatio illo comprehenditur, quod inter pupillam & album oculi interiacet, *Iris* appellatur. Est enim, inquit Galen. lib. 10. de vsu part. *adeò Iridi similis, vt ne si velis quidem hunc locum aliter quàm Iridem appellare queas*. Hanc colorum diuersitatem, etsi Aristotelis l. 1. histor. animal. c. 10. hominis propriam esse affirmet; tamen in ceteris quoque animantibus eam reperire est. Nam equi nonnulli & canes cæsios oculos habent, quibus tamen plurimùm sunt nigri. Non est autem in his ea, quæ in hominibus spectatur, varietas. Infantibus, mirum est oculi Iridem pupulamque ea magnitudine
D adesse, qua adultis, quod & plerisque animantibus vsu venire comperimus. An eam ob causam quòd visus eis ab initio perfectus sit, ideoque & organum absolutum esse oporteat? Sanè licet reliqua pars oculi iusta portione minor sit, hæc tamen quæ potissimùm visioni conducit iustam magnitudinem est adepta. vnde eam videmus totum pænè palpebrarum hiatum occupare. Sunt etiam puerorum oculi statim à partu cæsiusculi; pòst verò mutantur in eam naturam, quæ futura est: cuius rei causa est humiditas & partium teneritudo; quamobrem & cæsaries ipsis primò subalbida, posteà flauescit, ac temporis decursu in atrum transit.

Aranea & Retina.

E ARanea à retina producitur, totumque crystallinum humorem in circuitu inuestit: non verò, vt Galenus, anteriorem tantùm eius partem. Leuissima, tenuissima, densissimaque est, atque egregiè pellucida, telæ aranearum simillima. Vnde ἀραχνοειδὴς nuncupatur. Hæc ita arctè crystallino adhæret, vt rectè eam crystallini superficiem vocaueris, Ruffo auctore: qui eam, ex quorumdam sententia, nec tunicam quidem, sed membranosam quamdam congelationem esse dixit. Tunica tamen est reuerà crystallinique operimentum atque amiculum, quod vndequaque ad vueam vsque expanditur, ac velut interseptum aqueum humorem à vitreo disterminat.

Non differt ab hac, quam nonnulli Ciliarem vocant. Nam hæc ipsa quasdam pro-
F ductiones suscipit ciliorum pilis similes, ita dispositas, vt omnes in vnum velut centrum dirigantur.

Posterior eius pars, quæ vitreum humorem complectitur, Retina dicitur, non quòd in retis modum contexta sit, cùm sit densa ac solida, sed quòd hemisphæricæ peripheriæ figuram referat, quale est quoddam retis genus, quod ex ligneo circulo, cui circùm circà assuitur, dependet, perticaq; affixum, piscibus captandis in aquam mittitur.

Crystallinus humor.

A Transparentia cum quadam albedine, κρυσταλλοειδὴς; à condensatione verò, glacialis nuncupatur. Nam suapte mole consistit, aquam cōgelari cœptam repręsentans. Hæc præstantissima esse videtur oculi pars, & cuius gratia factæ sunt ceteræ, ita vt singulæ

gulæ earum aliquam seorsum functionem eius causa nactæ sint, vel vt contineant, vel vt A
foueant, vel vt nutriant, vel vt tueantur, vel vt vires rōburque subministrent; vt ex iis, quæ de singulis diximus, liquidò constat.

Crystallini substantia ceteris densior est crassiorque, ac minùs diaphana, præsertim in parte posteriore. Ea sanè de causa, vt lux in ipso commoriatur, ne longiùs progressa, vitreumq; præteruecta, ad retinam redeat, ab eaque ad crystallinum resiliens noua affectione visum perturbet.

Aqueus ac vitreus humor.

CRystallinum humorē aqueus vitreusq; velut molle stratum vtrimque sustinet. Ille B
impensè diaphanus, atque albumini oui simillimus, vnde & albugineus dicitur; hic verò crassior minusque diaphanus, ceu vitrum fusum, vnde nomen ὑαλοειδὴς accepit.

Per albugineum rerum formæ cum lumine infractæ ad pupillæ cauum perueniunt, indeq; ad centrum crystalloidis porriguntur. Vitreum autem post crystalloidēm natura collocauit, vt si quid luminis crystallinum prætergressum fuerit in eo hebetetur, ne, vt iam antè dictum est, ab opaco coloratoq; retinæ corpore fœdatum ad crystallinum reflectatur. Ad quod crystallini quoque postica conuexitas, & vitrei amplitudo non mediocriter conducit. Illa enim luminis radios propiùs finiri cogit: hæc verò transmissos absorbet. Cùm ergo eam luminis repercussionem visioni penitus repugnantem natura prospiceret, ita humores forma, magnitudine, diaphaniq; proportione temperauit, vt C
lumen oculum subiens in vitreo humore omnino depereat, ne vltrà, quàm fas est, progredi concedatur.

PROPOSITIO II. THEOREMA.

Oculi à cerebro originem ducunt.

AB anteriore cerebri parte bini hinc inde nerui procedunt, duplici membrana contecti: Optici dicuntur, quòd eam dignoscendi facultatem de- D
ferant, cuius gratia oculi sunt instituti. Hos nonnulli circa medium frontis locum in vnum neruum opticum coire arbitrati sunt, & in progressu iterùm in duos discedere mutato priore situ, sic vt sese decussatim intersecent, & dexter modò sinister sit, & sinister dexter. Sed non ita se res habet: nam ita dumtaxat coniunguntur, vt sese mutuò contingant, latiores tamen in contactu effecti; vnde rursus discedentes, dexter dextrum, sinister sinistrum oculum adit.

In hunc ergo modum, nerui optici à cerebro, velut à communi principio sentiendi facultatem trahentes, in diuersas partes distracti, recta in caua ossium, quibus oculi continentur, traijciuntur; vbi expansi, atque ampliorem molem ab insertis humoribus adepti, varias tunicas constituunt, porriguntque: sic vt oculos neruorū opticorum apo- E
physes rectè possis appellare. Atque in primis intima pars, per quam sentiendi vis spiritusq; prosiliunt, à cerebri substantia profecta in retinam atque araneam tunicam desinit: proxima verò interiorque membrana, quam suggerit pia mater, in choroidem & vueam commutatur: extima autem à dura meninge deriuata, tandē finitur in corneam.

Itaque externis dumtaxat oculi partibus exceptis, internæ omnes, quæ ex proprio munere huic functioni deseruiunt, à cerebro eiusque membranis proficiscuntur; quod præter dissectionis experimentum, etiam ratio ipsa luculenter confirmat. Cùm enim cerebrum sit rationis sedes; ratio autem sensus adminiculo indigeat, ex philosophi sententia; fit vt cerebro vim quoque sentiendi inesse existimemus. At cùm neque obiecta F
ad cerebrum, multoq; minùs cerebrum ad obiecta moueri possit, natura sapientissimè neruorum propagines instituit, sentiendi vi præditas, quibus velut brachiis animus externa sensibilia, quæ ad exteriora organa foris appellunt, apprehenderet, atque acceptam ab eis notionem intrò assumeret, inq; cerebrum consignaret.

Duos porrò ad hanc functionem oculos natura cōcessit, triplici potissimùm de causa. Prima, vt vno defuncto superstes alter tam necessario munere perfungatur. Secunda, vt visio à duobus perspicacior eliciatur. Tertia, vt rerum distantias coniuncti percipiant, quas vnus solus non dignoscit. Accedit faciei ornatus, quem etiam naturæ architectum in tam eximia fabrica prospexisse credendum est.

PRO-

A

PROPOSITIO III. THEOREMA.

Oculum septem motibus totidem agitant musculi.

QVI oculum mouent, septem omnino musculi numerantur; quatuor recti, qui sursum, deorsum, dextrorsum, sinistrorsum mouent; duo obliquè positi illum circumagunt; septimus opticus obtutum defigit. Omnes ab exiguo, sed carnoso principio originem trahunt, plurima obducti pin-
B guedine, glandulisque suffulti. Musculi recti admodum lati sunt, & velut quædam oculi inuolucra, suntq; iidem circa oculum latiores, versus principium verò exiliores, vt simul omnes suo principio iuncti pyramidem turbinatamque figuram referre videantur. Musculus item superior inferiore maior est, quia validiore motu opus est ad attollendum, quàm ad deprimendum, cùm grauia quæque, nisi contineantur, sponte decidant.

Eam actionem, qua obtutus defigitur, nonnulli à rectis musculis simul omnibus agentibus fieri volunt, vt alio musculo opus non sit, qui oculum defixum teneat. ita circularem motionem, ab iisdem musculis vicissim laxatis ac tensis, quidam perfici asserunt. At cùm præter quatuor rectos, tres insuper alij reperiantur, quibus iam dictæ
C actiones conueniant, necessum est has illis functiones tribuere, ne in superfluis abundasse naturam temerè affirmemus. Præterea hos musculos, dum aliorum actionem iuuant, vel suscipiunt, vtilissimos esse concedendum est; vt à continuo labore fessi, alterna requie perfruantur.

Antrorsum retrorsumque moueri oculus nequit: sed eius defectum supplet motus animalis progressiuus. Cùm enim momento temporis obiecta ad visum perueniant, non est cur visus ad obiecta ferri debeat; quare motus antrorsum inutilis visui censeri debet: si verò obiecta aliqua longiùs dissita sint, quàm vt ad visum peruenire possint, satius est vt eò corpus progrediatur, cùm oculos tanto spatio extra corpus efferri sit impossibile. estq; omnino æquitati consonum, vt quemadmodum oculus in multis cor-
D pori, ita vicissim corpus in paucis oculo inseruiat.

Quamobrem oculos in anteriore capitis parte rectè à natura constitutos fuisse ait Simon Portius lib. de coloribus oculorum cap. 2. eam ob causam, quòd motus progressiuus animalis in anteriorem partem fiat: *Eò enim*, inquit, *oculi spectare debuerunt, quò motus agitur*. & Sapiens monet Prouerb. 4. *Oculi tui recta videant, & palpebræ tuæ præcedant gressus tuos*. Quam ob causam hominum oculi minimo quoque distant interuallo proportione magnitudinis, & ceterorum animalium respectu. Quæ verò in posteriorem partem deflectunt, limis oculis cernuntur; quorum defectus à motu capitis ac totius corporis, qui in gyrum fit, suppletur.

Sunt animantia nonnulla, quibus emissitios oculos natura concessit, quos ad arbi-
E trium exerunt, & ad obiecta exporrectos tenent: impendente verò mali periculo, in quasdam cauitates eos, velut in domos, recipiunt, vbi ab iniuriis tuti conquiescunt. Sic & limacibus oculos in extremitate cornuum datos aliqui arbitrantur, non fine probabili coniectura: habent enim in summitate productiones quasdam in sphæræ modum diductas, atque in eis velut quasdam oculorum efformationes: aut certè illis à natura cæcis cornua pro baculis sunt. vnde Plinius lib. 11. natural. hist. cap. 37. ita scribit: *Cochleis oculorum vicem cornicula bina prætentatu implent?* Nam & in singulis manuum digitis depicti oculi cæcitatis sunt hieroglyphicum, teste Pierio lib. 33. propterea quòd cæci tentabundi manibus oculorum vice vtantur. Sed motus ille cùm breui spa-
F tio definiatur, eam tantum modò ob causam institutus videtur, quòd hisce animalibus adeò breuis sit obtutus, vt nihil videant, nisi quòd oculos pænè contingat.

Exemptitios porrò oculos si quis desideret, ad lunarem regionem proficiscatur, vbi se vidisse homines Lucianus commentatur, qui cùm velint exemptos oculos apud se ser- *Lib. 1. verarum historiarum.*
uent, donec illis ad visum egeant, eosq; cùm reposuerint, videant. Imò & locupletes esse quosdam, qui plures habeant, occultos quidem & reconditos.

Caio principi rigentes oculos fuisse scribit Plinius loco proximè citato: cuius causa fuisse videtur in musculorum concretione, vel in præpedita motrice facultate; vel certè dicendum naturam illi piscium fuisse, quibus plurimùm immoti sunt oculi: quemadmodum Tiberio Cæsari natura fuit cattorum, qui nocte vident.

A

PROPOSITIO IV. THEOREMA.

Cetera externa oculi partes tutelæ gratia sunt institutæ.

EXTERNAE oculi partes duorum sunt generum : vnum musculos comprehendit, &, quæ illos fulcit, pinguedinem, ac glandulas, quæ omnes cum adnata tunica à pericranio proueniunt, & motui oculorum, vti iam dictum est, deseruiunt. Alterum continet frontem, malas, genas, palpebras, tarsos, cilia, & supercilia, quas modò dicimus ad oculi tutamen institutas esse. Nullum enim alterius sensus organum tot externis iniuriis expositum est, B neque ita facilè nocumentum accipit, vti oculus. Quare præter tot tunicas, easq; validas ac præduras, quibus cernendi interna facultas velut loricata, externis iniuriis obsistit; alia etiam esse debuere munimenta, quæ oculum ipsum tuerentur.

Quæ oculis continuò occursant mala hæc sunt, vehemens lumen, fumus, puluisculi, ictus, & si quid aliud tandem extrinsecus illapsum noxam adferre potest : quibus omnibus occurrit in primis hinc frontis cliuosa protuberatio, malarum inde decens tumor, quibus velut duobus vtrimque propugnaculis oculos natura communiuit, & duplici genarum obtentu tamquam valuis geminis conclusit. Accedit ad hæc salubre palpebrarum tegumen. quo etiam arcetur externus ipse aër, qui oculorum humorem perpetuò exsugit, nisi crebrò palpebrarum motu identidem humectentur. C

Superiore palpebra oculi obteguntur pro arbitrio (nam inferior, preterquam in nonnullis auibus, immobilis est) ne quid obiter incidat, nitidissimaque lumina oblimet. Inferior item imbricis in morem lacrymosum humorem excipit, & per angulos emittit. Palpebrarum extrema cilia dicuntur, dura cartilagine ceu toro firmata (tarsos vocant) quibus pili validè inserti sunt aduersus leuiorum incursum. Supercilia pili quoque sunt supra oculum constituti. qui velut *geminæ sepes* (inquit D. Ambr. lib. 6. hexameron cap. 9.) *oculis munimenta prætendunt, prætexunt gratiam : vt & venustas decoris arrideat, & diligentia protectionis assistat. Si quid enim de capite sordium decidat, aut arenæ puluis, aut ros nebulæ, aut humescentis verticis sudor, excipitur supercilio, ne teneras offensa acie visiones mollium perturbet oculorum.* His igitur ac tot muniti præsidiis oculorum orbes, ab omni externa iniuria tuti naturæ beneficio effecti sunt. D

Verùm cùm tot mala oculis continuò impendeant, diceret fortasse aliquis satius esse eum perpetuò tectum esse, quemadmodum in somnis. At cùm hoc nil aliud sit, quàm perpetuas illi tenebras offundere, omnemque eius vsum de medio tollere, prouidentissima natura mirabili quodam modo vtrique prospexit, vt scilicet perfectus videndi actus cum custodia habeatur, & neque à videndo, neque à protegendo oculus reuocetur. Id quod per celeritatem & crebritatem motus palpebrarum factum est. Nam quòd continuo tempore natura non potuit, id celeritate & crebritate compensauit : vt quamuis vicissim nunc pateat, nunc occludatur oculus; numquam tamen perennis visio, quantum postulat necessitas, intermittatur. Quamobrem tenuissimæ illæ effectæ sunt, ne E moles celeritati officiat.

Quemadmodum ad comminationem nictare est naturale, quòd palpebrarum motum aduersus incursantia mala natura concesserit, ita quibus id moris est, vt nictare non cessent, hi pauidiores iudicantur, Plinio auctore l. 11. nat. hist. c. 37. Vbi & hoc adiungit: In Caij Principis ludo xx. gladiatorum paria fuisse, atque in iis duos omnino, qui contra cõminationem aliquam non conniuerent, & ob id inuictos. Tantæ hoc difficultatis est homini, tantum verò potuit aspectus constantia vsu atque animo corroborata.

In somnis clauduntur lumina, tum quia nulla eo tempore occurrit videdi necessitas, tum quia arbitrium deest aperiedi claudendiq; cùm lubet. Sunt tamen, vti lepores, ita & F homines λαγόφθαλμοι qui apertis oculis dormiunt (quod Corybantiam Græci nominant) nil tamẽ tunc vident, quòd facultas sit consopita. Ex vitio id etiam accidit, cùm superior palpebra non satis deprimitur, ac tum præcipuè, cùm & inferior Ectropia laborat.

Pisces palpebris destituti, quia eo loco naturaliter degunt, vbi perpetuo humore illorum oculi proluuntur, & vbi nec fumus, nec puluis, nec vehemẽs lumen, nec, quod præcipuum censeri debet, exsiccans aër, nec aliud quidquam occursat mali. Quare eis aqua pro palpebris est aduersus externas iniurias circumfusa. Crustacea etiam testaceaq; non claudunt lumina, nec palpebras habent; hæc proinde oculos nacta sunt præduros, qui nec atteri, nec transfodi facilè possint, vt sunt cancri, aliaque animalia quamplurima.

PRO-

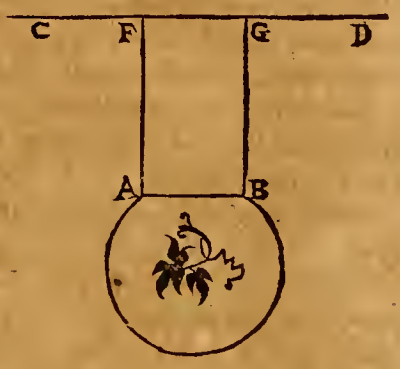
A

PROPOSITIO V. THEOREMA.

Visus organum sphæricum esse conuenit.

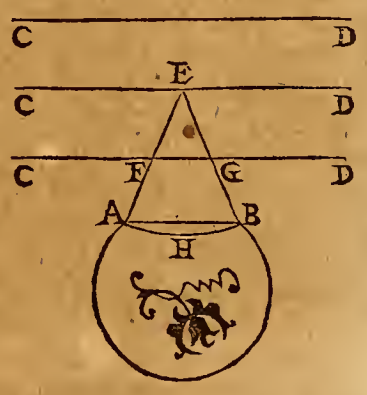
SCRIPTORES quidam Optices ex necessariis concludere se arbitrantur, oculi figuram non aliam quàm sphæricam esse oportere, quia si alia esset, capiendis rerum magnitudinibus minùs foret idoneus. Id quod in hunc modum ex geometriæ principiis demõstrare nituntur: Si superficies visus plana esset, non maius obiectum cõprehenderet, quàm esset magna
B ipsa oculi superficies per quam rerũ formæ intromittuntur. nam breuissimis lineis visionem fieri necesse est, vt, quoad fieri potest, obiecta ad oculum propiùs accedant. At omnium, quæ à puncto quopiam ad planam superficiem ducuntur, linearum breuissima est perpendicularis, per 21. lib. 1. Vitell. Igitur nullum maius obiectum videri poterit, quàm quod intra perpendiculares à circumferentia superficiei visus ductas comprehenditur.

Vt si plana visus superficies sit A B, & res visibilis C D, ita constituta, vt superficiei visus sit parallela: ex punctis verò A & B, quæ in circumferentia visus existunt, perpendiculares excitentur A F, B G, quæ æquales inter se erunt per 25. primi Vitell. Palàm igitur est,
C non maiorem partem obiecti C D conspici, quàm sit F G: sed F G, & A B, cùm æquales & parallelas connectant, nempe A F, & B G, erunt per 33. primi Euclid. & ipsæ inter se æquales. Non igitur comprehendet visus ex obiecto C D maiorem partem, quàm F G sibi æqualem, quod probandum erat.

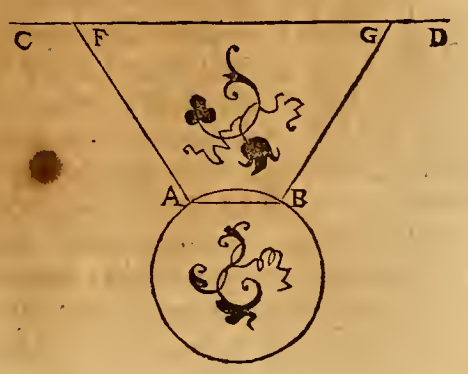


Simili demonstrandi forma probari poterit organum visus multò minùs concauum esse posse. Nam eo dato visus breuissimo spatio terminaretur. Vnde fieret, vt vel nullam obiecti partem attingeret, vel punctum dumtaxat, aut partem aliquam sua omnino superficie minorem conspiceret.

D Vt si visus superficies sit A H B, res visibilis C D, ex A verò, & B perpendiculares superficiei visus euocentur A E, & B E; has concurrere necesse est in idem aliquod punctum, quod sit centrum arcus per A & B descripti. Nam si A & B connectantur per rectam A B, erit rectilineus angulus B A E minor recto, cùm mixtus ex recta & curua linea H A E rectus sit, & quouis rectilineo intra ipsum contento maior per 16. lib. 3. Euclid. Similiter & angulus A B E rectilineus minor est recto, eamdem ob causam. Ergo per 11. communem notio-
E nem Euclid. rectæ A E & B E concurrent. Hoc punctum concurrentium linearum, si in obiecti superficiem incidat, hoc solùm visus comprehendet; si verò citra obiectum consistat, nullam eius partem oculus conspiciet, cùm totum obiectum virtutis sphæram excedat. Si denique radiorum concursus vltra obiectum procurrat, eam dumtaxat eius partem visus complectetur, quam radij intercipient, puta F G. hæc verò superficie visus minor est.



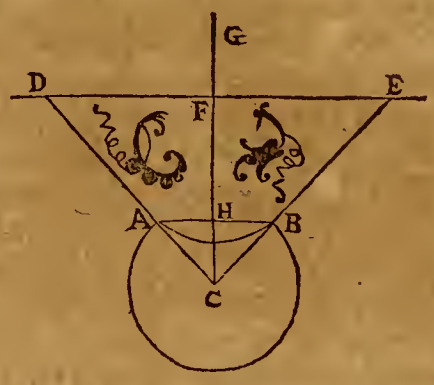
Cùm igitur neque plana, neque concaua esse queat visus superficies, reliquum est, vt conuexam, seu sphæricam eam esse dicamus. Sic enim
F maiora se oculus conspiciet, vt adiuncta figura manifestè ostendit. Nam si A B ponatur superficies visus conuexa, atque ab eius extremitatibus perpendiculares ducantur A F & B G; eæ ab obiecto C D, intercipient portionem F G, vtique maiorem, quàm sit A B visus superficies.



Hæ quibusdam necessariæ videntur demonstrationes. Sunt autem insignes paralogismi, falso nitẽtes principio. Quod enim initio assumptum fuit, visionem breuissimis lineis fieri oportere, vt eo propiùs obiecta ad oculos accedant,

dant, futile omnino est. Nam tum per longissimas, tum per breuissimas lineas visio celebratur; etsi non æquè clarè & manifestè per longiores, ac per breuiores. A

Sit enim in primis superficies visus plana A B, centrum autem visus C, in quod radij optici terminantur, resque visibilis D E: quid obstat, quo minùs D & E perspicuè videantur, cùm ex eis ad centrum visus radij visuales pertineant? Dices obstare radiorum longitudinem; quòd scilicet longiùs distent D & E à visus superficie, quàm distet punctum F terminans perpendicularem H F à superficie visus excitatam: visiones autem fieri lineis breuissimis debere. Respondeo distantiam minimè obstare. Producatur enim H F in G, vt sit H G multò quàm A D, vel B E longior. Quæro an punctum G sub aspectum cadat, nec ne? Inficiari absurdum est, cùm sit in perpendiculari, nec sphæram actiuitatis opticæ excedat: admittere autem absurdius, cùm longiùs à superficie visus distet, quàm D aut E, quæ hanc solam ob causam extra conspectum consistere affirmantur. Haud igitur visioni obest radiorum longitudo, aut rerum à visu distantia, dummodò intra actiuitatis ambitum contineantur, liceatque ab illis, ad superficiem visus, qualiscumque tandem illa sit, rectam lineam ducere, quæ ad centrum visus pertingat. B C



Dices obesse angulorum obliquitatem, quos radij D C & E C cum A B superficie visus efficiunt. Dicendum eam obliquitatem, hoc quidem efficere vt minùs distinctè ac manifestè puncta D & E videantur, quàm punctum F, aut punctum G, quæ in perpendiculari existunt, & oculi robustissimam aciem terminant: at vt omnino aspectum fugiant, nihil est, quod persuadeat, cùm ex eis ad centrum visus per planam licet eius superficiem radij possint peruenire.

Sit deinde caua ipsius visus superficies, ceteraq; omnia eodem modo reposita quo suprà, rursus ostendentur puncta D & E organum visus afficere posse, ac proinde ab eo conspici, quòd ab eis ad centrum visus, per cauam etiam superficiem radij optici accessum habeant. Hoc tamen fateri oportet numquam tam latè posse patere aspectum, si plana aut concaua sit eius superficies, quàm si conuexa. Ideoque beneficum naturæ auctorem hanc ei potiùs figuram tribuisse. D

Reliquam verò, eamque maximam oculi partem, globosam etiam fieri rationi consentaneum fuit. Primò, quia ea figura omnium isoperimetrarum longè capacissima est. Secundò, quia continendis humidis corporibus aptissima. Sic enim videmus molles vtres humore distentos omni ex parte sphæricam figuram affectare. Tertiò, cùm ea figura nullum habeat prominentem angulum, minimè omnium læsioni obnoxia est. Quartò, denique quia motui, qui in loco fit, omnium maximè est accommodata.

E

PROPOSITIO VI. THEOREMA.

Glacialis humor non est exactè sphæricus, neque in oculi medio constitutus.

AD formam porrò quod attinet situmque glacialis humoris, numquam satis mirari potui, quî factum sit, vt in parte tam principali, tanta opinionum discrepantia inter tam expertos iuxtà ac doctos viros existeret. Galenus enim, eorum qui in humani corporis cura versati fuere facilè princeps, figuram ex vtraque parte compressiorem, ac situm in medio oculi ponit. Hunc per omnia secutus est Andreas Vesalius, multique alij: plures verò, qui alterum tantùm admiserunt, aut situm medium cum figura sphærica, aut figuram vtrimque pressam cum situ in anteriora proiecto. quibus studio prætermissis, F

Nobis cum doctissimo Ioanne Farnelio, accuratissimoq; Hieronymo Fabricio, placet forma anterior compressa lentis in morem, posterior verò magis sphærica, ac situs pupillæ obiectus. Adstipulantur Alhazen & Vitello clarissimi Optici. Hic enim lib. 3. prop. 4. ille verò lib. 1. numero 4. disertè asserunt, anteriorem glacialis superficiem nonnihil

A nihil compressam esse, maioriſq; ſphæræ portionem esse, quàm ſit pars posterior. Rursus ex propoſit. 7. & 11. lib. 3. Vitellonis: & ex 10. & 11. numero lib. 1. Alhazenis facilè colligitur, glacialem humorem nõ in medio oculi, ſed ad anteriorem partem ſitum esse.

Accedit omnium ferè peritiorum anatomicorum experientia: ac rem ita ſe habere nullo negotio deprehendet, cuicumque lubebit ſectione periculum facere.

Cur autem non ſit effectus abſolutè ſphæricus (esto; ea figura naturæ ſit amiciſſima) rationem hanc dat Galenus lib. 10. de vſu part. quia alioquin, *in violento ac vehementi motu, aut plaga, quæ oculo nonnumquam accidunt, in periculum fuiſset adductus, ne ex vitreo humore exturbaretur.* Fuit etiam conuenientiſſimum, vt non in oculi totius me-
B dio collocaretur, ſed potiùs in anteriori parte, vt pupillæ obiectus, eâ tamquam feneſtellâ rerum imagines latiùs vndique patentiuſque exciperet.

PROPOSITIO VII. THEOREMA.

Oculus totus, & cornea ſuperficies, cryſtallinuſq; humor, centris differunt.

C 

VITTELLO Optices lib. 3. prop. 7. atque Alhazen lib. 1. numero 12. demonſtrare ſe arbitrantur idem esse dictarum ſuperficierum centrum. Ratiocinatio ipſorum in ſummam collecta hæc eſt: Si centris differrent (per 75. prop. lib. 1. Vitell.) vna dumtaxat recta linea duci poſſet à re viſa normaliter in vtramque, corneæ ſcilicet tunicæ & cryſtallini humoris ſuperficiem incidens, per quam ſolum punctum rei viſæ diſtinctè comprehenderetur: ceteræ verò obiecti partes, perturbatè, atque à propriis ſedibus diſtractæ, ſine ordine ſituque ac tumultuariè in oculum incurrerent, quòd videlicet ab illis ad ſuperficiem corneæ orthogonaliter ductæ rectæ lineæ non etiam in ſuperficiem glacialis humoris perpendiculariter incidant. Id verò cùm manifeſtæ experientiæ aduerſetur, fateri neceſſum eſt, corneæ tunicæ, ſeu oculi totius, & glacialis humoris idem centrum esse.

D At Corneæ in primis non idem esse centrum ac totius oculi, adeò patens eſt, vt nemo inficiari poſſit. Quis enim alterius oculum intuens non manifeſtè videt corneam ſupra adnatam protuberare, & minoris omnino ſphæræ portionem repræſentare, quàm ſit totius oculi? Quare centrum eius à centro oculi totius diuerſum, & anterius esse oportet.

Deinde ſi anteriorem ſuperficiem cryſtallini corneæ ſuperficiei parallelam esse conuenit ex Vitellonis & Alhazeni ſententia, idemq; centrum habere; neceſſariò ſequitur huius quoque centrum aliud esse à centro totius oculi, ipſoque anterius.

Rurſus cùm ex anatomica ſerie conſtet hanc glacialis ſuperficiem admodum parum depreſſam esse, nec multùm à ſphærica figura diſcrepare, conſequens eſt, vt eius centrum, neque cum centro oculi, neque cum corneæ centro conueniat: ſed vtroque ma-
E gis ad anteriorem partem accedat.

Demum cùm poſterior glacialis ſuperficies ſphærica ſit, erit centrum eius adhuc pupillæ vicinius quàm centrum anterioris partis. Eſt enim poſterior glacialis facies minoris ſphæræ portio, quàm anterior. Eius itaque centrum propius pupillæ adiacet.

Quæ omnia in adiuncto ſchemate diſtinctiùs exhibentur, vbi quatuor in oculo centra annotantur. A totius oculi, B extantis corneæ, C anterioris ſuperficiei humoris cryſtallini, D poſterioris, quod idem viſus ipſius centrum esse dicimus. Quæ veritas nulla potiore demonſtratione aſtrui poteſt, quàm anato-
F mica oſtenſione, qua ſingularum tunicarum figuræ ac flexus diſſimiles apertiſſimè oſtenduntur.

Ad argumentum porrò Vitellonis & Alhazeni, quo demonſtrare ſe arbitrantur corneæ tunicæ & glacialis humoris (de anteriore ſuperficie loquuntur) idem centrum esse, reſpondetur; admiſſa infractione per albugineum humorem, non ſequi, rerum imagines permixtas atque confuſas ad oculum peruenire. Infractio enim non obſtat, quo minùs rerum formæ ad centrum viſus ordinatè dirigantur; ſiue ea ad perpendicularem fiat, vt quidam, ſiue, vt alij, à perpendiculari: de qua re nos poſteà latiùs lib. 2. cùm de radiis opticis ex inſtituto agemus. Radij enim qui à ſuperficie corneæ ad centrum viſus fracti penetrant, dum anteriorem faciem

faciem glacialis humoris pertranseunt, eumdem seruant ordinem ac situm, quem in re- A
ipsa, vnde profectę sunt, habebant. Deinde idem Vitello lib. 3. prop. 21. & Alhazen lib. 2.
num. 2. aiunt formas rerum in centrum glacialis humoris non coire: sed priùs quàm
eò perueniant, à medio infringi, & rectà posteà ad cauitatem nerui optici proficisci, vbi
spiritus animalis eas ordinatè excipit, & prima notione persentiscit. Si hæc infractio non
obstat, quo minùs visibilium rerum species ordinatè percipiantur, vt ostendit Vitello
lib. 3. prop. 22. cur quæso ea infractio, quæ fit per albugineum humorem, radiorum
dispositionem, atque ordinatum specierum appulsum obturbabit, cùm æquè, imò lon-
gè perfectiùs, radij, qui in centrum crystallini congregantur, ordinentur in superficie
anteriore glacialis humoris, quàm in cauitate nerui optici? quæ vix manifesta est, vt su- B
prà diximus, adeoq; exigua, vt sagacissimi quique, nisi in magnis animalibus, eam
dignoscere non potuerint.

PROPOSITIO VIII. THEOREMA.

Omnium tum membranarum, tum humorum centra in directum iacent.

CVM experientia doceat vnum semper aliquod punctum rei visibilis, in C
quod acies dirigitur, manifestissimè videri; cetera autem ab hoc dissita,
quò remotiora, eò obscuriùs, æqualiter verò distantia æquè obscurè ap-
parere: fateri omnino necessum est, lineam illam, per quam acies in
obiecta dirigitur (axis nuncupatur) robustissimè in omnes oculi superfi-
cies incurrere; quod fieri nequit, nisi per omnium centra transeat. Sic enim fit, primò vt
æqualiter ab hac distantes radij æquales semper inter se sint: deinde vt æquali obliqui-
tate superficiem corneæ ac glacialis humoris intersecent: denique, quod hinc conse-
quens est, vt paribus angulis per oculi densitatem frangantur.

PROPOSITIO IX. THEOREMA. D

Corneæ tunicæ & glacialis humoris supremæ superficies non æquè distant; sed in medio sibi, quàm in ambitu, sunt viciniores.

SEPTIMA propositione ostensum fuit, corneę tunicę & glacialis humoris
extimas superficies centris differre, esseq; centrum glacialis humoris ante-
rius. Sit igitur externa visus superficies A B C, eiusq; centrum D. Rursus sit anterior superficies humo-
ris crystallini E F G, eiusque centrum H. Ex H
rectæ quotcumque lineæ ducantur H B, H I, & H C, omnes
quidem ad corneæ superficiem pertinentes, sed ita, vt vna illa-
rum puta H B per D centrum producta transeat. Cùm H non
sit centrum circuli A B C, erit per 7. tertij Euclid. H B breuissima
omnium illarum, quæ ex puncto H ad circumferentiam A B C
ducuntur, rectarum linearum, & quæ illi vicinior H I ipsâ H C, &
subsequentes remotioribus semper minores: at quæ ex centro H ad glacialis circum-
ferentiam ducuntur, sunt inter se æquales, vtpote eiusdem circuli semidiametri per de-
finit. 15. libri primi Euclidis. Hæ ergo portiones, si ab inæqualibus iam ostensis lineis F
auferantur, quæ remanebunt, inæquales erunt per quintam communem notionem Eu-
clidis. Sunt porrò B F, I K, & C L, breuissimæ lineæ, quæ à punctis B, I, C, ad circulum
E F G duci possunt, per 8. tertij Euclid. quòd omnes in centrum H conueniant. Lon-
giùs igitur distat punctum I à circulo glacialis humoris quàm punctum B, & C pun-
ctum longiùs quàm punctum I. Quare glacialis humoris & corneæ tunicæ supremæ
superficies non æquè distant, sed in medio sibi, quàm in ambitu, sunt viciniores; quod
propositum fuit demonstrare.

E

Quanta porrò vtilitas ex hac inæqualitate tunicarum visui accidat non est huius loci
proprium explicare: id verò postulat libri secundi propositio 8. & 9. qua, Deo promo-
uente

A uente conatus nostros, diffusè ostendemus radios omnes obliquè in extimam visus superficiem A B C procidentes à linea B D, quæ per vtriusque tunicæ centrum incedit, infringi, priusquam in centrum visus illabantur; atque eam potissimùm ob causam aspectum nostrum quàm latissimè sese expandere, licet per angustum pupillæ hiatum formæ rerum porrigantur: quod in præsenti monuisse sufficiat; cùm oculi solùm partes describere propositum habeamus.

PROPOSITIO X. THEOREMA.

B *Recta connectens centra totius oculi & glacialis humoris vtrimque producta, medium pupillæ neruíque optici pertransit: eademq; omnibus oculi superficiebus normaliter insistit.*

CVM pupilla sit velut patens ostium quo rerum spectra oculum subeunt, necesse omnino est, eam ad glacialem humorem ita se habere, vt centris respondeant. Sic enim axis opticus dum per medium pupillæ transit, æqualem aditum speciebus relinquit, nec patitur oculum à directo aspectu aciem deflectere. Quibus autem hoc vitij est, vt recta quæ per centra C crystallini ac totius oculi ducitur, non etiam per pupillæ centrum transeat, hos strabones nuncupamus; qui omnia quidem vt nos vident, sed distorto atque ab alterius societate distracto illo oculo cui vitium inest.

Rursus cùm centro glacialis principium sensus sit attributum, vt infrà ostendemus; imò ex plurimorum sententia etiam primaria cernendi facultas illi insit, necesse est, vt illi cauitas nerui optici, qua spiritus animalis erumpit, directò opponatur. Tantò enim maiore impetu ea oculi pars, cuius gratia factæ sunt ceteræ attestante Galeno, sensifico spiritu afflabitur, quantò directiùs spiritus in eam impinget. Igitur non sola tunicarum atque humorum, verùm etiam pupillæ neruiq; optici centra in vnam rectam lineam constituta sunt.

D Hinc fit, vt eadem linea quæ axis nuncupatur, omnibus oculi superficiebus orthogonaliter insistat. Quæ namque recta linea per centrum ad circuli peripheriam ducitur, ea circuli diametrus est circulum secans bifariàm, per 17. definitionem lib. 1. Euclid. At semicirculi anguli æquales sunt inter se vtpote recti, per 16. & 31. tertij Euclid. Igitur axis per omnium sphærarum centra transiens, omnium etiam superficiebus orthogonaliter insistit; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XI. THEOREMA.

Per poros neruorum opticorum sensificus spiritus in oculorum
E *orbes deriuatur, vim illis dignoscendi impertiens.*

NERVOS *opticos vtrimque manifestè perforatos esse*, inquit Galenus lib. 7. de Hippocr. & Plat. decretis, *& quà è superiore origine emanant, & quà oculis committuntur, in magnorum animalium dissectionibus videre licet: quamquam foramen, quod est in inferiore parte, vbi oculos attingunt, plerique dissectionis artifices perspectum habent; quod verò in suprema origine latet, omnibus ferè ignotum est.*

Per hos meatus, quos poros Galenus vocat, spiritum animalem deferri, haud aliter F quàm per arterias spiritus vitalis, aut sanguis per venas decurrit, constans est omnium sententia. Quæ hinc etiam comprobatur, quòd nulla alia pars corporis acutiori sensu prædita sit, quàm neruus, nec vllibi magis sensus vigeat in corpore, quàm vbi spiritus animales sunt vberiores. quod & subsequentes effectus confirmant. Neruis enim punctura cæsis acerbissima sequuntur symptomata, primò torpor in membro affecto, deinde peracutus dolor, acris inflammatio, grandis tumor, febris continua, ac cerebri consensu sæpè delirium, conuulsionesque, ac tandem, nisi salubri medicamine occurratur, citus interitus.

Lucidum esse animalem hunc spiritum, tum ipse Galenus, tum alij plures attestantur, quorum sententiæ nos quoque libenter subscribimus. Atque hinc prouenire existi-

mamus illam luminis phantasiam, quæ compresso circa angulum oculo perspicuè ap- A
paret. Hinc etiam illud, quod refert Galen. lib. 7. de Hippocratis & Plat. Decretis, his verbis: *Noui & ego quemdam, qui cùm eodem hoc malo*, agit de neruorum opticorum obstructione, spirituumque prohibitione, *affectus esset, narrabat nobis, se priùs, quàm in eam calamitatem incidisset, in somnis, patefactis repentè palpebris magnam ante oculos lucem solitum videre, (quod scilicet & mihi & aliis multis euenit) atque ita videndi sensum sibi obscuratum simili modo penitus interiisse*. Accidit & nobis aliquando in somnis hunc spiritum præter consuetum morem vehementiùs accendi, sic vt impetu quodam eruptura flamma, ac simul vita etiam ipsa videretur, ni soluto somno vigilatia succurrisset, quemadmodum in Ephialte vsuvenit. Arteriæ mirum in modum oppletæ B
erant, ac pulsu validissimo concitatæ, respiratio creberrima & pænè suppressa, sibilus in auribus acutissimus, denique, quod in ædium incendiis fieri videmus, tota corporis respublica perturbata. Quod autem maximè ad rem præsentem facit, perspicua lux oculis offusa videbatur, quæ etiam expergefacto aliquantisper inhærebat, quoad subsidente sensim tempestate ipsa pariter extinguebatur. Erat porrò illa eiusmodi, qua nihil eorum, quæ foris essent, discerni posset, sed nebulæ instar lucidæ externa omnia obtegebat. Vnde colligas eam in oculis tantùm delituisse, non aliunde conceptam, quàm à spiritu quo caput vniuersum ipsique oculi distenti erant.

Est enim fulgoris illius causa effectrix flamma, quam spiritus à prima origine cōcepit. hunc namque perpetuo igne flagrare cum peritissimis medicis arbitramur. Nulla enim C
alia aptior causa reddi potest, qua perennetur in nobis viuificus ille ac salutaris calor, quo omnia quecumque viuunt seruantur, alimenta sumunt, conficiunt, iisque nutriuntur, augescunt, sentiunt, ac mouentur. Siquidem oportet hunc vitæ calorem præstantioris cuiusdam esse originis, quàm sit ille elementi naturam redolens, qui ex temperamenti
Lib. 4. c. 1. mixtione consurgit. Quare, vt rectè Farnelius adnotauit, eximia quadam mentis agitatione videtur Aristoteles lib. de respiratione mortem definiens vitali huic calori non frigus tamquam contrarium opposuisse, sed extinctionem, quæ eius est priuatio.

Atqui cùm nequeat simplex calor in qualitatis genere constitutus sine vehiculo in omnes corporis partes permeare, fuit necessarium hunc corpore fluxo, substantia tenuissimo, pernicitate veloci contineri, ac omnino tali, quod ætheris modo incensum D
semper arderet, vt simul esset caloris & vehiculum & pabulum. Et quemadmodum fumus in flamma caloris ignisque pabulum, vehiculum & sedes est; ita hic spiritus calorem natiuum vehit, tuetur, ac fouet.

Cùm verò corpus omne quod inflammari potest, olei cuiusdam sit particeps, vt multis ostenditur argumentis, necessarium est hunc quoque spiritum caloris capacem à pingui quadam substantia resolui. Spiritus namque quem in nobis esse constat, tenuis atque æthereæ substantiæ, calore natiuo perfusus, ei proportione respondet quæ flamma nuncupatur; hunc autem alit sustinetque pinguis quædam oleoq; perquam similis humor, non adeps ille, quo plurimæ corporis partes respergunturs, sed alius in substantiam penitus consertus, omnem effugiens oculorum aciem, spiritus atque innati E
caloris fundamentum, quem humidum primogenium appellant, vulgò humidum radicale. Huius pabulum atque vicarius est humor alimentarius, resarciens quidquid à primogenio in spiritum resoluitur. Vterque adeò est necessarius; vt licet vitam etiamnum agente animali, aqueus seu alimentarius humor absorbeatur sicceturque; hic tamen numquam funditus, sed neq; maiori ex parte deperdi possit. Nam cùm in id discrimen res venit, calor, spiritusque, ac totum viuens marcescit, vitamq; naturæ reddit.

PROPOSITIO XII. THEOREMA. F

Neruus opticus communis non est verè vnus, sed duo simul concreti.

OMNES neruorum coniugationes, quæ septem numerantur, ad duas reuocantur origines: quarum vna cerebrum est, vnde sensifici omnes; altera est cerebellum, ac spinalis medulla, vnde motores propagantur. Sensifici quidem motoribus & ampliores & molliores sunt, eam puto ob causam, quòd ampla mollities sensioni sit aptior, vti in motoribus tenuitas agilitati confert, durities violentiæ motricis facultatis obsistit. Inter sensificos primi sunt optici,

A optici; per quos animalis ſpiritus, vt iam proximè dictum eſt, defertur, cernendi vim efficaciamque oculis impertiens. Hi cùm primùm à cerebro hinc inde proſiliunt, verſus mediam frontis regionem iter capeſſunt; vbi ex Galeni quidem ſententia ita coniunguntur, vt verè in vnum coaleſcant, vnuſque fiat vtrique communis porus.

Coniunctionem hanc neceſſariam fuiſſe probat Galenus lib. de oculis part. 2. cap. 4. his rationibus. Prima, vt ſi vnus lędatur, alter ſubuenire poſſit: quæ tamen ratio non conuincit; cùm etiamſi nerui optici penitus diſiuncti ſint, vt nerui aliorum ſenſuum, vno oculo euerſo, alterius facultas nihilominùs integra perſeueret. Secunda, vt vno oculo clauſo totus ſpiritus in alterum transfundatur, quo duplicata aliquando virtute acutior
B fiat viſio. Experientia enim demonſtrare nititur, vno oculo clariùs euidentiuſque nos cernere, quàm vtroque. At hæc ratio non ſubſiſtit, cùm ei manifeſta experientia repugnet, vt infrà propoſitione 76. oſtendemus. Tertia, quam ex neceſſariis vocat; quia aliàs eadem res gemina appareret, quod ex Galeni ſententia ita proculdubiò accideret, ni viſibilium rerum ſimulacra in communi ſpirituum conceptaculo ſimul conuenirent. Sed hæc ratio in aliis ſenſibus fallax reperitur. Etſi enim auditorij nerui in vnum minimè coëant, non tamen vnius ictus geminus ſonus auditur. quod ipſum & in odorandi ratione locum habet. De gemino porrò aſpectu, quo pacto is fiat, latiùs lib. 4. in falliciis quæ circa locum & numerum obueniunt, exponemus. Eiuſdem generis eſt & hæc ratio, quòd omnis ſenſus ab vno principio ac fundamento procedere
C debeat. Sat enim ſi à cerebro, aut ab anima communi principio, ſenſum omnem emanare dicamus. Nec valet hæc ratio, vt mutua coniunctione roborentur, & vt Galenus loquitur, ne, ſi ab inuicem diſiungantur, propter itineris longinquitatem facilè rumpantur. Nam id quidem non impoſſibile eſt: ſed tamen non eſt via tam longa, vt, niſi coëant, rumpi debeant.

Igitur noſtra quidem ſententia nerui optici ſeſe mutuò dumtaxat contingunt, latiores in contactu effecti: non verò ſic, vt pori inter ſe communicent, quemadmodum Galenus ſcribit. Quæ theſis ex inciſione probatur, quam Hieronymus Fabricius in oculorum ſectione expertiſſimus ſe diligenter obſeruaſſe lib. de viſu, voce, & auditu profitetur. Et ipſe Andreas Veſalius lib. 4. anatom. c. 4. quemdam ſe Patauij diſſecuiſſe
D aſſerit, cuius nerui optici à cerebro ad oculos perpetuò diſiuncti erant: qui tamen cùm in viuis eſſet, ſingularia omnia, ac more ceterorum ſimplicia videre ſolitus erat.

Neque verò, vt Vitello lib. 3. prop. 4. decuſſatim ſeſe interſecant, ita vt ab eo contactu diſcedentes dexter ſiniſtrum, & ſiniſter dextrum oculum petat: ſed mox à communi congreſſu diſcapedinati dexter neruus oculum dextrum, ſiniſter ſiniſtrum adit, vt ex ipſa quoque anatome manifeſtè deprehenditur. Quare non vnus neruus, ſed duo reuerà ſunt; ſimul tamen concreti, vt mutuo ſeſe contactu foueant roborentque. Qua in re nobis ipſe conſentit Galenus lib. 10. de part. vſu, ita ſcribens: *Non enim eos commutauit*, loquitur de neruis opticis, *illum quidem qui ex dextris emergit ad oculum ſiniſtrum; eum verò, qui ex ſiniſtris oritur, ad dextrum ducens: ſed horum neruorum figu-*
E *ra X Græcæ litteræ eſt ſimillima. Quos ſi quis negligentiùs diſſecuerit, alternare fortè eos putauerit, & ſeſe mutuò conſcendere: at non eſt ita. Cùm enim ſibiipſi mutuò intra cranion occurrerint, meatuſq; ſuos vnierint: protinus denuò ſeparantur, apertè indicantes, ſe ob aliud nihil conueniſſe, niſi vt meatus ſuos coniungerent.*

PROPOSITIO XIII. THEOREMA.

F

Nullum humano oculo inſitum eſſe à natura lumen opinandum eſt.

OMNIVM pænè veterum conſenſus eſt, ſimilibus cognoſci ſimilia, ex illo Empedoclis verſu;

Terrea pars terras, pars vndea conſpicit vndas,
Aethera dium æther, vis ignea percipit ignes.

Vnde & de innato oculorum lumine celebris eſt Platonis in Timæo ſententia, cui ſubſcribit Galenus lib. de oculis part. 2. cap. 1. & lib. 7. de decret. Hippoc. & Platon. vbi ait, quòd *ſicut auditus organum aërium eſt, & olfactus organum vaporoſum,*

& gustus humidum, & tactus corporeum, ita visus organum lucidum esse debeat. Quod & Empedocles, inquit, *significare volebat his versibus:* A

Conspicimus terram tellure, liquore liquorem,
Aëre naturam aëriam, igni cernimus ignem.

Necessarium esse ad visionem hoc lumen ex D. Basilio cognosci potest lib. de vera virginitate, vbi huius luminis vsum his verbis docet: *Iactis*, inquit, *luminum radiis, veluti quibusdam corporeis manibus, quæcumque voluerit eminus tangit: & quæ corporeis manibus attingere in potestate non habet, ea oculorum iactibus passiuè complectitur.* Deinde feles non alio modo cernunt, quàm luce quadam ex ipsorum oculis ad res aspectabiles diffusa, & rursus earum rerum simulacris affecta ad oculos redeunte. Tiberium quoque B Cæsarem emissitio oculorum lumine noctu videre solitum narrat Suetonius, & Plinius lib. 11. nat. histor. cap. 37. *Ferunt*, inquit, *Tiberio Cæsari, nec alij genitorum mortalium, fuisse naturam, vt expergefactus noctu paulisper, haud alio modo, quàm luce clara contueretur omnia, paulatim tenebris sese obducentibus.* Huic similes apud Plinium habes lib. 7. cap. 2. in Albania olim prognatos glauca oculorum acie, qui noctu plusquam interdiu cernant, auctore Isogono. Et auctor cursus Academiæ Conimbricensis Societatis IESV in lib. 2. de anima c. 7. quæst. 9. narrat ciuem quemdam Brigantinæ vrbis sua ætate noctu adeò clarè accurateque videre solitum, vt minutissima quæque distingueret. Idipsum Cælius Rhodiginus lib. 15. Antiquarum lectionum sibi quandoque accidisse sub Numinis attestatione sanctè asseuerat. C

Præterea à compresso iuxta angulos oculo lux quædam emicare videtur, circularis peripheriæ imaginem referens, quam profectò intra oculum esse necesse est, cùm clausis æquè atque patentibus palpebris appareat.

Rursus quæ pupillæ proximè admouentur non apparent; idque propterea accidit, quia radius luminosus prohibetur, quo minùs extra sese effundat. Denique sicuti cor mundi sol lumen ex se, & per lumen cælestes vires in hæc inferiora effundit; ita in nobis cor perenni suo motu spiritum agitans vnà cum illo quasdam luminum scintillas ceteris membris oculisque vel maximè impertit. ad surrectas siquidem partes spiritus insita leuitate contendit. Igitur oculis lumen quoddam familiare inest, quod inde ad exteriora longè lateque dimanat. D

Hæc quia veri similitudinem præ se ferunt, diligentiori studio perueſtigandum nobis est, num quod lumen oculis insitum sit? Id enim si habeatur, continuò sequitur vt emittatur, quando hæc luminis est natura, vt omnia diaphana corpora permeet, emissumq; externo lumini permisceatur.

Contineri quidem eiusmodi lumen in iis animantibus quæ noctu vident, perspicuum est: ea autem sunt, quæ noctu alimoniam venantur. Hominibus eam lucem non inesse argumento est, quòd in obscuro loco quantumuis prope oculum res aliqua sit sita, nullo tamen modo cernatur: deinde quòd in densissimis tenebris nullum lumen in oculis hominum appareat, cùm tamen minimæ scintillæ procul videantur. Illorum igitur oculis lux inest, quibus noctu vtilior est visio, vt felibus, noctuis, aliisque nonnullis animantibus: hominibus verò quibus nox quieti, dies negotiationi concessus est, frustrà insitum esset à natura lumen, cuius noctu nullus vsus existeret. E

Itaque ad oppositæ sententiæ argumenta sic respondebitur. Veteres in primis, qui cum Empedocle volunt omnia similibus cognosci, Deum facere ignorantissimum, vt Themistius lib. 1. de anima c. 30. ingeniosè annotauit. Deo siquidem nil esse potest simile.

Deinde quemadmodum auditus organum aërium est, vt sonus per externum aërem ad internum perueniat, itaque in ceteris: sic visus instrumentum diaphanum esse oportet, vt lux rerum coloribus affecta per continuum transparens corpus ad glacialem vsque humorem pertingat. Nec verò rectè Plato lucidum oculum ex eo esse conclusit, F quòd externa lux per internam, hoc est simile per simile cognosci debeat. Ita enim colore quoque imbutum dicere debuisset, vt scilicet externus color interni coloris ope dignoscatur. Quod sanè longè à ratione dissitum fuisset. Nam tot colores oculo inesse debuissent, quot illorum distinctæ species sub aspectum cadunt, vt nempe *simile per simile in affectionis commutationem societatemq; transire posset.*

Ratio Platonis ex necessariis quidem constare videtur; in hypothesi tamen error detegitur. nam præcipuum oculi obiectum non tam color est, quàm lumen colore affectum, vt inferiùs dicturi sumus. Vt color à visu dignoscatur, omnino necessum est visus organum lucidum esse: siquidem quod colore afficitur lumen est; at non rectè inde

conclu-

A concluditur ab insito lumine oculum illustrari, sed ab eodem qui colores vehit externo lumine oculos subeunte. Vt autem à visu percipiatur, sufficit organum diaphanum, cùm id sit proprium luminis subiectum, per quod ab externo diaphano in centrum visus commeat.

Ad secundum, negandum omnino est visionem fieri ab interni luminis cum externo commistione. Nam si qua oculis lux inest, ea perexigua est, & quæ facilè ab externo solis fulgore vincatur. Qualis etiam in nonnullis rebus apparet, vt fungis, sepia, ligno putri, & piscium squamis cincindelisque, quas propter nitorem terrestres stellulas liceat appellare: quibus omnibus id commune est, quòd illorum splendor humori potiùs succoque,
B quàm solidæ substantiæ insertus sit. Quod in dactylis notauit Plinius lib. 9. cap. 61. de his ita scribens: *Concharum è genere dactyli sunt, ab humanorum vnguium similitudine appellati. His natura in tenebris fulgore clarere quanto magis humorem habeant, lucere in ore mandentium, lucere in manibus, atque etiam in solo ac veste decidentibus guttis: vt proculdubiò pateat succi illam naturam esse, quam miremur in corpore.* Huc quoque illud accedit, quòd ea omnia absumpto humore siccataque lucere desinant.

Neque feles, & quæ noctiuaga vocantur animalia, interdiu quidquam præsidij ab interno lumine accipiunt, vt res obiectas cernant, cùm hoc illarum lumen adeò exiguum sit, vt ab externo penitus opprimatur; sat verò illis est externum lumen, quod visibiles rerum species longè perfectiùs, quàm insitum, defert: noctu verò, absente solis splendo-
C re, ab interno iuuantur, quantum eis natura concedit. Quòd autem quibusdam hominibus insitum fuisse quemdam fulgorem historiæ referant, mirandum quidem, sed minimè diffitendum est. Fieri enim potest, vt hominum oculi ad oculos beluarum quadam ex parte accedant, qui visum ipsum cum illis communem habent.

Ad tertium. Lux illa nequaquam ex eo prouenit, quòd oculi sint polita & læuia corpora, vt cum multis philosophis censet auctor cursus Conimbricensis lib. 2. de anima cap. 7. q. 5. art. 3. qui eamdem etiam ob causam piscium capita in tenebris fulgere autumat. Sanè tersa læuigataque corpora numquam per se splendent in tenebris; sed externo tantùm præsente lumine, cuius fulgor à terso corpore repercussus ad oculos transfundi potest. Neque vt Alexand. Aphrodisæus lib. probl. 1. q. 60. ex eadem id causa
D fit, qua ex attritis quassatisq; silicibus ignis quidam excitatur, solis in tenebris conspicuus. Nam hic ignis in solis præduris corporibus contingit, ex quorum collisione particulę decidunt, quæ ex vehementi attritu eousq; incalescunt vt accendantur. Neque per se insita est ea lux oculorum orbibus, vt piscium squamis, lignoq; putri, ceterisq; rebus, quę suapte natura in tenebris lucent; sed ab animali spiritu prouenit, quem prop. 11. lucidum esse à flamma, quam ab origine concepit, ostendimus. Compresso etenim oculo spiritus lacessitus vberiùs erumpit, totamq; intus acinalem tunicam illustrat, & qua parte fulgor ad centrum visus per aragnoidem remittitur, ea quidem perspicuè videtur. Est autem ea pars solus pupillæ internus ambitus circuli figuram referens. Nam in primis à pupillæ hiatu nulla fieri potest repercussio: quæ verò fit ab interiori parte acinalis tunicę,
E præter solum ambitum, ea ad visum non pertingit. Consequens igitur est, vt à solo pupillæ interno ambitu luminis reuerberatio ad centrum visus contingat, ipsiusq; luminis phantasia circularis perimetri speciem exhibeat, cuius medium spatium lumine vacans pupillæ hiatum repræsentat.

Est porrò hoc lumen tenuissimum, vti & spiritus cui insidet; ac proinde soli illi, cuius oculo inest, conspicuum.

Neque visionis gratia institutum esse hoc lumen videtur, cùm non sit oculo proprium, sed illis omnibus partibus commune, quibus animalis aut vitalis spiritus inest, quem innati caloris vehiculum & pabulum esse, atque à prima sui origine perenni flam-
F ma succensum prop. 11. ostendimus.

Illud quoque rationabiliter asserere audeo, in iis animantibus, quæ nocte vident, eam tantùm partem splendidam ac luminosam esse, quæ iris appellatur: non verò, vt Galenus, crystallinum humorem. Si enim crystallinus lumen habeat, ipsum extra oculum prosiliet, idemq; reflexum denuò ad crystallinum redibit, quare idem ab eodem patietur. At si iris dumtaxat lumen habeat, illo velut prætenta facula res externæ perfundentur, indeq; ad crystallinum cum rerum coloribus ac formis resultabit.

Præterea cùm videndi facultas ex Galeni sententia crystalloidi præcipuè insit; si eidem insit lumen, omnia luminosa videbit. Rursus lumen à crystallino emissum, aut iam fortius redibit, quàm sit lumen ipsum oculo insitum, sicq; hoc obruetur, ac frustrà

erit; aut debilius, & ita ab innato lumine vincetur, & sic nihil vmquam oculus perspi- A
ciet. Experientia demum probat iridem solam splendescere. Nam intuentibus cattorum oculos latum apparet lumen, nigra in medio macula insignitum, quæ pupilla est crystallino obiecta; hæc autem sola coruscaret, si ab intimis oculi recessibus lumen prosiliret. Non igitur crystallinus humor, sed sola iris in his animalibus splendet. Ad quartum argumentum dicendum, aliam omnino causam esse, ob quam proximè oculis admota minùs exactè cernantur, quòd scilicet nullum sit interiectum spatium per quod species traduci queant, vt infrà docebimus propositione 59.

Ad vltimum denique respondendum, hoc argumento nil aliud probari, quàm lumen illud oculis inesse, quod à spiritibus natura accensis proficiscitur. At ostensum iam est B
hoc lumen intra oculum penitus occultari, nec ad videndi rationem quidquam per se conducere.

PROPOSITIO XIV. THEOREMA.

Humores oculi coloris omnis sunt expertes.

QVEMADMODVM superiore propositione ostensum est nullam crystallino humori lucem insitam esse posse, quòd ita omnia lucida apparerent: ita dicimus humores oculi, præsertim glaciali obiectos, nullo colore tin- C
ctos esse posse: sic enim omnia colore eodem respersa viderentur. Id in ictericis animaduertere licet, quibus omnia flaua apparent, propter bilis flauedinem, qua illorum oculi perfunduntur. Rursus dum per vitra infecta prospicimus, eorum colore tincta omnia videntur: lumen siquidem dum rerum formas per vitrum defert, eius colore fœdatur, & ad oculos prouectum, eorum humores tunicasq; inficit; ex quo tandem fit, vt eadem affectio rebus ipsis, quæ cernuntur, adspersa esse videatur. Vt igitur natiuo colore res obiectæ cernantur, oportet oculorum humores tunicasque coloris omnis expertes esse, quod erat propositum.

D

PROPOSITIO XV. THEOREMA.

Oculorum temperamentum humidum est & frigidum.

PLATO igneum oculum dixit, tum ob motus velocitatem, qua omnem in partem se vertit, tum propter lumen, quod ipsi ingenitum à natura existimabat. Aqueus porrò factus est, ac proinde frigidus, ne calore, qui magnam suscipit incrementi ac decrementi varietatem, nimiùm subinde exarescat. Quamobrem pleræq; eius partes exangues effectæ sunt multoq; humore distentę, eius potissimùm vtilitatis gratia, vt diaphanus esset. At cur non E
aërius? Quia aër facilè dissipatur, nec susceptas rerum formas ita retinet vt aqua. Deinde vt per aqueum humorem, cuius minùs perlucida est natura quàm aëris, infractio radiorum ad crystalloidem fieret, de qua secundo libro diffusiùs agemus. Itaque pluribus iisq; diuersis humoribus constare oculus debuit. Aqueo in primis, qui ouorum albumini similis est, ac mira perspicuitate tenuitateque præditus: deinde crystallino aquam referente, quæ mediocriter sit in glaciem concreta: demum vitreo, qui liquato vitro simillimus est. Sic enim dum vario modo humores oculi crassescunt, varias radiorum infractiones præstant. Per albugineum lux primùm ab aëre fracta ingreditur, in crystallino firmatur & vnitur, in vitreo tandem languescit, penitusq; emoritur. F

Scire hîc fortè non nemo volet, quo pacto oculi adeò volubiles sint, cùm eorum temperamentum sit frigidum. Id enim Plato in argumentum adduxit, quo igneæ naturæ oculos esse probauit; & certè videmus homines, in quibus abundat calor sanguisq; viuidus, citatiores habere membrorum agitationes. Respondeo duplicem eius motus causam esse: alteram spirituum, quibus afflantur copiam; alteram musculos prægrandes ac vegetos, qui eis ad motionem obseruiunt.

PRO-

A

PROPOSITIO XVI. THEOREMA.

Cryſtallinus humor non à vitreo, ſed à ſanguine alimentum capeßit.

SVNT qui cryſtalloidem à vitreo alimentum ſumere arbitrantur; Albugineum autem nil aliud eſſe, quàm aqueum excrementum ab ea nutritione ſecretum, poſtquam nempe glacialis ſolidiorem ſibi portionẽ aſſumpſit, quod proinde in partem oppoſitam, hoc eſt in remotiorem à cerebro, vnde alimentum prouenit, amandatur. Hanc ſententiam dilucidè exponit Galenus lib. 10. de part. vſu, his verbis: *Comparatumq; ei* (cryſtallino) *à natura fuit alimentum accommodatum, humor vitreus, qui quanto craßior eſt ſanguine, atque albus magis, tanto à cryſtallino humore humiditate atque albedine relinquitur.* Et paulò pòſt: *Ex quo intelligi poteſt vtrumque per diadoſin, id eſt tranſumptionem nutriri: cryſtallinum quidem à vitreo; vitreum autem à corpore ipſum ambiente, hoc eſt à retina.*

B

Verùm probabilius credo, cryſtallinum à ſanguine nutriri per venas retinæ in aragnoidem deriuato, qui inibi ex craſſo & atro in aqueam pellucidamque ſubſtantiam commutatur. Quod mirum non videbitur, ſi, vt res habet, dicamus ſanguinem per venas non tamquam per canales deferri, ſed à facultatibus partium trahi & prolectari. Sic enim, qui mora ſepiamque eſitant, candidum chylum gignunt. Dici quoque poteſt, nigredinem eſſe excrementum craſſioris ſanguinis; à quo pura pellucidaq; ſubſtantia alendo cryſtallino ſit ſeparata: excrementum inquam familiare, & ad opportuniorem vſum à natura deſtinatum.

C

PROPOSITIO XVII. THEOREMA.

D

Pupillæ ambitus conſtringitur, & dilatatur, non pro arbitrio, ſed cùm neceßitas impellit.

VEHEMENS lux offendit oculos, tenuis verò non ſatis cernendi facultatem excitat, atque ita duobus extremis viſus nihil aut parum dignoſcere valet. Quocircà natura ſolers modum adinuenit, quo pupillę conſtrictione, vehementioris luminis parum; dilatatione verò, debilioris plurimum oculus admitteret; vt modica lux vehemens videri ſine offenſa, ac multa debilis oculum mouere poſſit. Ergo pupillam ad vehementiores quidem luces aſtringi, ad debiliores verò ampliari natura voluit. Sic enim neque valẽtiores offendere poſſunt, cùm earum affluentia ſit minor; neque debiliores non mouere, cùm maior copia intus ſuſcipiatur. Itaque pro lucis vehementis ac debilis viciſſitudine, modò in vnam, modò in alteram conſtitutionem pupilla velociſſimè commutatur, vt admirationem ſpectantibus moueat. Sicque ſatis vtrique neceſſitati factum eſſe naturæ beneficio experimur.

E

Alioquin ſi pupillæ conſtrictio, quam oculi ſuapte vi præſtare poſſunt, non ſufficiat arcendo lumini, palpebras repentè claudimus, ad naturale remedium properantes; aut certè conniuentibus oculis, aut etiam per digitorum rimas illud contuemur, vt ſic tandem fractum debilitatumque ſine noxa ſuſcipiatur. Quamobrem inter Myopes Nero perpetuò oculis conniuebat. nam vt Plinius refert, Nat. hiſt. lib. 11. cap. 37. niſi cùm conniuerent, ad propè admota hebetes oculos habebat. Contrà aquilis adeò firmus eſt obtutus, vt ſolem fixis oculis contueantur.

F

In hominum pupillis magna ſpectatur varietas. Quibuſdam enim ea in obſcuro loco iridis amplitudinem pænè exæquat: aliis perexigua eſt; nec omnino maior, quàm aliis in exquiſita luce. Quod ſanè non ex pupillę ipſius conſtitutione obuenire arbitror; ſed ex araneæ ſenſibilitate. Quibus enim delicatius eſt hoc membrum, ij perpetuò pupillam aſtringunt: ſiquidem in his ſenſus acutior eſt. Quibus autem organum eſt durius, ac ſenſus obtuſior, hi nimirum pupillam liberiùs diducunt: quare & firmiori acie conſtantiuſque & accuratiùs vident, vtpote minùs externi luminis moleſtia laceſſiti. Hanc porrò genuinam eſſe eius inæqualitatis cauſam, illud experimentum confirmat,

quòd quibus plurimùm & quasi ex habitu latior est pupilla, ij exquisitum fulgorem A
faciliùs admittant: sic vt nonnulli eorum directos solis radios intrò aliquantisper sine noxa excipiant, quos ne quidem à candido corpore repercussos alij absque insigni dolore sustinere possunt.

Altero etiam oculorum contecto, alterius pupilla dilatatur. Cùm enim omnino dimidia lux ex altero occluso euanescat, proculdubiò exigua alteri ad videndum superest nisi dilatetur. Vnde in suffusis, si altero oculo obducto, affecta alterius pupilla diducatur, certissimum indicium id est saluam adhuc inspiciendi facultatem esse; si autem non mutetur, penitus interiisse eam certò constat.

Porrò cùm hæc constrictio ac dilatatio non subsit mouentis arbitrio, neutiquam B
existimandum est, eam à sphinctere seu annulari musculo concitari; sed cordis agitationi similem esse, quæ à parte fit musculi vim facultatemq; obtinente. Non verò, vt Galeno placet, fit pupillæ dilatatio ab vberiore spiritu vueam distendente. Si enim ita esset, in magna dilatatione dolor, nullus autem sensus in constrictione perciperetur. At, vt experientia docet, constrictio pupillæ dolorem infert, dilatatio verò anodyna est.

Quibus ex vitio pupilla præter morem dilatatur, nec adstringendi vis adest, cùm volunt (id malum μυδρίασιν Græci nominant) his propter assiduum luminis influxum obtutus fit breuior, cunctaque minora, quàm sint, apparent. vnde eis visus quandoque in totum adimitur. Causa verò diductionis est humor circa pupillæ ambitum coaceruatus, qui vires dissoluit. Causa verò mutati aspectus est aquei humoris diminutio. Hic C
enim dum sensim externo calore exsugitur, tenuiorem relinquit eam oculi partem, quæ crystallino directè obijcitur, ac myoptræ similiorem: quòd specilli genus est in medio quàm in ambitu tenuius, resque minores spectandas offerens. Quare ij qui hoc vitio laborant, specillis opus habent, quæ res adaugent: cuiusmodi illa sunt, quæ à crassitudine, qua in medio extuberant, ὀμφαλόπτρας rectè dici possunt.

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA.

In totius oculi seu motu, seu quiete, situs partium stabilis perseuerat. D

OCVLI tunicæ quamplurimis venarum arteriarumq; fibris aspersæ sunt, quarum ope tam firmo nexu sibi mutuò colligantur, vt ab inuicem salua incolumitate diuelli nequeant. Vnde necessariò sequitur, vt, vnâ motâ, ceteræ omnes consequantur. Humores quoque quoniam tunicis arctissimè impacti sunt, situs illorum firmus constansque permanet. Musculi ergo, qui externæ tunicæ sunt adnati, dum oculum mouent, totum simul ducunt; soluśq; opticus, vnde oculus dependet, neruus mollis ac flexibilis, prope eam ossis partem, qua in cauum traijcitur, circumagitur. E

Necessaria autem ad perfectam functionem fuit hæc partium constantia: siquidem in firmitate axis optici, qui omnia tunicarum atque humorum centra pertransit, exquisitæ visionis ratio essentiaque consistit. vt pluribus hactenus propositionibus ostensum est.

PROPOSITIO XIX. THEOREMA.

Oculi ita inter se sociati sunt, vt vno moto alterum pariter moueri sit necesse. F

ETSI liberum sit oculos mouere, aut continere, pro arbitrio; tamen necessitate quadam simul in eamdem partem moueri compelluntur. Seorsum enim alterum in dextrum aut sinistrum latus, aut deorsum vnum, sursúmve alterum, aut quauis alia ratione distrahere in diuersas partes oculos numquam possumus: at simul attollendi demittendive, aut simul in vnum aliquem situm conuertendi facultas datur; quod sanè multis explicauit Aristoteles in Problematis sectione 31. q. 7. Remque ita se habere per se notissimum est,

at

A at propriam eius causam proferre non ita facile. Nam vario modo fit, vt membrorum motus se muruò comitentur. Aut enim quòd musculi sese contingentes diuturna quiete quodammodò coalescant. ita in multis plicato auriculari digito proximus etiam suapte sponte sequitur, neque priùs singulos per se inflectere licebit, quàm assiduo conatu ea musculorum concretio dissoluta fuerit. Interdum quædam intercedit sympathia, qua alterum membrum alterius motum studet imitari. Sic vna manu circumacta, altera in eumdem cursum ita prona fertur, vt facilè contrario motu circumagi non possit, nisi longo vsu ac tempore consuescat. Quæ causa est, vt in iis qui rudes ad musicorum organorum exercitium accedunt, motum vnius manus statim excipiat altera,
B pariterque moueatur.

Simili quadam ratione conuersiones oculorum sibi respondent. Nam vno moto alter necessariò mouetur, ita quidem, vt amborum axes vel vnà contrahantur, vel vnà distrahantur, vel simul ad vnam quamcumq; partem deflectant. Cuius rei causa in musculorũ concretionem nequaquam referri potest, cùm vtriq; oculo proprij sint musculi, longè ab alterius oculi musculis disiuncti. Quare vel in eam, quam diximus, sympathiam, vel in neruorum opticorum coitionem causa conijcienda est. Nerui enim optici à cerebro, vnde primùm profecti, circa medium frontis locum congrediuntur, priusquam in caua ossium distrahantur. Ab hoc congressu animalis spiritus, qui vim motricem musculis impertit, ex æquo distribuitur, ita vt non modò æquali affluenria
C vtrumque perfundat, verùm etiam eadem facultate similiq; operatione animet. Vnde posteà ille, quem in oculorum motu cernimus, consensus exoritur.

Huius societatis ea præcipua est vtilitas, quòd directâ in vnum idemque punctum amborum luminum acie, idem obiectum in vtrumque oculum, vno tempore, simili radiorum inflexione subingrediatur, quo vnus fiat distinctus sensus, atque exacta dignotio; quam causam adfert Aristot. lib. problem. sect. 31. q. 7. quamobrem oculos pariter moueri sit necesse. Si enim in diuersas partes oculi axes dirigerentur, sequeretur vel eamdem rem geminam apparere, vel diuersa obiecta æquè distinctè ac manifestè simul videri, quòd mortali oculo est denegatum. Neque enim equidem existimo aues quæ plurimùm non iungunt axes, vno oculo cælum, altero terram distinctè contueri,
D sed alterius semper oculi vim alternis vicibus vel omnino vel ex parte feriari.

Furiosis subinde oculi in oppositas partes, nempe dexter in dextrum, sinister in sinistrum latus conuelluntur. vti cogitabundis grauique curæ intentis oculi interdum nares versus contrahuntur. Quoties verò simili conuulsione globi oculorum ita distrahuntur, vt illorum axes producti non concurrant, impossibile est rem aliquam distinctè videri. Quare ita sunt à natura oculi comparati vt in eas tantùm partes inflecti possint, quibus axes simul in vnum aliquem locum concurrunt: omnem verò illum motum respuant, quo axes nimiùm diuaricantur, siue quòd dexter dextrum, sinister verò sinistrum latus petat; siue quòd vnus sursum, deorsum alter contendat, axibus enim adeò à se mutuò diuulsis nil cerni exactè potest.

E

PROPOSITIO XX. THEOREMA.

Motum oculorum interna animæ facultas persentiscit.

F 

CVM enim ab animæ vi motus oculorum imperetur, & ad imperantis arbitrium, non autem necessaria naturæ lege à motrice facultate musculis insita concitetur, necesse est aliquam eius notionem ad internum sensum peruenire. Nisi enim motum anima sentiat, quî fieri poterit, vt aliquando ab imperio conquiescat? cùm penitus ignoret, an id quod imperatum est, sit executioni mandatum. Deinde ipsa motrix facultas exercitationis otiique discrimen percipit, at non alia ratione, quàm motus & quietis perceptione. Ergo cùm oculos agitat, motum; cùm feriatur, quietem agnoscit. Hæc enim si non sentiat, non poterit motum excitatum continere, neque cùm opus fuerit à motione cessare. Ergo motum oculorum interna, animæ facultas persentiscit, quod propositum fuit ostendere.

PRO-

A

PROPOSITIO XXI. THEOREMA.

Differentias motuum, quibus oculi concitantur, internus sensus distinguit.

AD perfectam oculorum motionem, præter eam facultatem quæ imperat, eamq; quæ mouet, opus omnino esse moderatrice perspicuum est. Hæc sitne ab imperante & motrice diuersa, modò non lubet pluribus discutere: satis autem esse existimamus verbo indicasse, placere nobis, vt vna sit quæ imperet tum motum tum eius moderationem, alia verò quæ vtrumque exequatur. B

Porrò fieri non potest, vt facultas animæ oculorum agitationem moderetur, nisi differentias motuum, quibus oculi cientur, cognoscat. Quomodo enim poterit oculos in partem imperatam inflectere, obtutum in rem vnam defigere, lentum motum accelerare, præcipitem cohibere, nisi has differentias persentiat? Id igitur quandoquidem fieri nequeat, fateri omnino necesse est, internum sensum differentias motuum, quibus hi subijciuntur, perspectas habere.

C

PROPOSITIO XXII. THEOREMA.

Nerui optici longitudine sunt pares.

HANC nonnulli rationem astruunt, vt probent neruos opticos pares longitudine esse debere, ne scilicet res singulæ geminatæ appareant. Quæ sanè ratio minùs nobis probatur. Nam quemadmodum si axes optici in rem aliquam ad latus sitam defigantur; tametsi tum impares sint longitudine, non tamen confestim sequitur rem illam geminam apparere. Itaque neque si nerui optici inæquales sint, rerum obiectarum phantasiæ duplicatæ conspicientur. Par enim vtrorumque ratio hac in parte esse videtur, sicque se habere nerui optici, vt axes, nisi quòd per axes rerum formæ ab vno puncto ad distantes oculos distrahantur, per neruos verò, notiones rerum à diuersis oculis rursus in vnum principium conueniant. D

Igitur pares longitudine neruos opticos natura est machinata, sicut & pares crassitie, vt sensificus spiritus ex æquo in vtrumque oculum distribueretur. At enim quamuis nulla peculiaris ac necessaria esset huius æqualitatis vtilitas, duo saltem comperta & contestata sunt, vnde neruorum æqualitas probari facilè potest, hos scilicet neruos in medio frontis loco congressionem facere, & oculos in capite parem vndique à medio situm obtinere, sic vt non tantùm à medio nasi, aut oris, aut menti, sed etiam à medio cerebri, ac proinde & à frontis medio pari interuallo disiungantur. Ex quo necessariò consequitur, neruos opticos triangulum Isosceles constituere: cuius quidem basis sit ea linea, quæ neruorum extremitates, qua in sphærulæ modum dilatantur, connectit; reliqua verò latera sint nerui ipsi, qui Æquicrurium absoluunt clauduntque. E

PROPOSITIO XXIII. THEOREMA.

Crystallinus humor non est præcipuum visionis organum. aduersus Galenum.

F

HVMORI crystallino videndi facultatem inesse Galenus tribus de causis affirmat. Prima, *quia crystalloides in oculo ea pars est, cui similem in toto corpore reperire non est*, quare visionis præcipuam partem sibi vendicat. At hæc ratio sufficiens non est. Nam neque vitreo, neque albugineo similis in corpore pars reperitur, quibus tamen facultatem videndi eam ob causam nemo concesserit.

Secunda ratio Galeni hæc est, quia crystallinus solus inter partes oculi perspicuus est,

A est, vnde fit vt à coloribus facilè alteretur. At vitreus & albugineus non minùs perspicui sunt quàm glacialis. Non igitur hac ratione prerogatiuam aliquã glacialis obtinet.

Tertia, quia solus crystallinus inter reliquas oculi partes est luminosus. Verùm iam luculenter ostensum est propos. 13. nullum humano oculo lumen à natura insitum esse. Si quispiam contendat Galenum intellexisse oculum aliunde illuminari, ille in primis à Galeni placito recedet, nam ipse Platonis sententiæ de ingenito lumine subscribit. Deinde quid obsecro peculiare adferet, quo glaciali faueat? cùm & ceteri humores, præsertim aqueus, ab externo lumine collustrentur.

Vitello lib. 3. prop. 4. & 18. & Alhazen lib. 1. num. 16. humorem crystallinum B præcipuum esse visionis instrumentum disertis verbis affirmant. Atque Alhazen duobus id argumentis probat. Primum est, quia destructis anterioribus humoribus non statim perit visus, vt destructo glaciali. Secundum, quia suffusione glaciali obiecta impeditur visus, qui mox redit suffusione ablata.

Verùm hæc argumenta nihil aliud probant, quàm quòd sine ope crystallini visio perfici nequeat: quod sanè mirum non est, non modò enim organo destructo, sed etiam ceteris præsidiis denegatis visio tollitur. Quare non crystallino tantùm, verùm etiam albugineo funditus euerso visus extinguitur: quòd hæc omnia de numero eorum sint, quibus velut adminiculis anima externas res apprehendit. Vnde nullo modo sequitur crystallinum potiùs esse visus instrumentum, quàm sit albugineus vel vitreus, aut quæ- C piam tunicarum. Suffusio etiam, quòd pupillæ obiecta tenebras oculo offundat, nullo modo crystallinum præ ceteris oculi partibus commendat; sed solùm argumento est, primarium visus instrumentum intra vueam delitescere.

Nunc ergo, quòd crystallinus non sit primarium visus organum, hoc modo demonstratur. Anima, cui propria est videndi facultas, corpore vtitur quamdiu in hac mortali vita degit. Igitur omnes partes oculi ceu instrumenta quædam animæ ministrant, atque ad visionem opis aliquid conferunt. Instrumenti verò ea est natura atque conditio, vt vim ab agente accipiat. Quare inter oculi partes, ea potioris instrumenti rationem obtinet, cui anima maiorem vim efficaciamque impertit, hoc est cui vberiorem spirituum animalium affluentiam communicat; eiusmodi autem est vel neruus opti- D cus, vel spiritus ipse animalis, vel retina, aut aragnoides, aut aliud quidpiam proximè à cerebro profectum; non verò humorum aliquis, quòd ij omnes ex plurimorum philosophorum sententia probabilique ratione sensus omnis vitæque sint expertes. Non igitur crystalloides primarium est visionis instrumentum, quod Galenus putauit.

PROPOSITIO XXIV. THEOREMA.

Neque neruo optico communi primaria facultas cernendi inest. contrà quàm Alhazen & Vitello.

E ALHAZEN lib. 1. num. 25. & Vitello lib. 3. propos. 20. visionem tum primùm compleri aiunt, cùm forma visibilis humore crystallino recepta ad neruum opticum communem peruenerit, hoc potissimùm argumento, quòd nulla alia ratione fieri possit, vt à duobus oculis vnius obiecti vna fiat dignotio. Quod in hunc modum ex illorum auctorum sententia explicatur. Cùm duobus oculis vna eademque res conspiciatur, nec fieri possit, vt vna vniusque numeri forma ad duos visus perueniat; vti duos oculos, ita geminas formas admittere necessum est; quarum vna ad vnum, altera ad alterum oculum proficiscatur. Si igitur visio compleretur, priusquam hæ formæ ad communem neruum F pertingant, duplex fieret dignotio ac duplex sensus: quare non vna, sed duæ res viderentur. Non igitur ita se res habet; sed quàm primùm visibiles formæ cum lumine ad superficiem visus appellunt, irrefractæ versus centrum visus (quod idem & crystallini est) directò contendunt; ita tamen, vt priusquam eò perueniant, propter dissimilem crystalloidis & vitrei transparentiam ac densitatẽ, à medio ceu centro visus deflectant, & rectà cauitates neruorum opticorum petant, per quas, eumdem semper situm partium atque ordinem seruantes, quem res ipsæ habent, progrediuntur; ac tandem in communi neruo ceu fida statione conquiescunt. Vbi insuper ita sibi mutuò incumbunt, vt exactè congruant, atque in vnam formam coalescant. Sicque fit, inquit Vitello propos. 20. *vt propter communis nerui vnitatem, ambobus visibus, vnam & eamdem rem accidat videri.*

Alhazen l. 2. n. 2. 4. 5 Vitello l. 3. propos. 21. & 22.

Non

Non pauca ſunt quæ huic doctrinæ obijci poſſunt: ac primò quidem illud, quòd A
nerui optici ex multorum opinione pertuſi non ſint; aut ſi verè caui ſint, adeò exiguus ſit meatus, vt multorum obtutum fugerit.

Secundò, quòd iidem nerui non verè in vnum communem neruum concreſcant; ſed tantùm ſeſe contingant, vt prop. 12. oſtendimus. Vbi etiam retulimus, Andream Veſalium Patauij quemdam diſſecuiſſe, cuius nerui optici à cerebro ad oculos perpetuò diſiuncti erant. Hic ergo vel nihil omnino vel omnia gemina conſpicere ex Alhazeni & Vitellonis ſententia debuiſſet; at probè cuncta ſimpliciaq; ceterorum more antè videre ſolitus erat.

Tertiò, ea eſt viſibilium formarum conſtans natura, vt rectis ſemper lineis ferantur, B
quam proprietatem cum lumine, quo vehuntur, communem habent. Neque vlla vmquam vi ab ea rectitudine dimoueri ſe ſinunt, niſi ob cauſam alterius diaphani, vel à perpendiculari, vel ad perpendicularem deflectere cogantur. Fieri ergo omnino non poteſt, vt rerum formæ, vbi ad neruos opticos peruenerint, longiùs progrediantur. Siquidem nerui optici cum opticis axibus numquam in directum iacent. Vnde neceſſarium foret, viſibiles formas, quàm primùm per axes delatæ cauitates neruorum opticorum ſubeunt, mox à cœpto itinere abduci, atque per obliquos ſinus tandem ſeſe in communem neruum inſinuare.

Quartò, nerui optici non minùs ſenſu præditi ſunt, quàm ea illorum pars, qua in vnum neruum coëunt. Ergo ſtatim ac formæ rerum ad neruos opticos pertigerint, fiet C
perfectus ſenſus, etiamſi necdum ſint ad communem neruum delatæ.

Quintò, ſi formæ viſibiles per neruos opticos ad communem neruum proficiſci valent, quid obſtat quo minùs hinc vlteriùs ad cerebrum vſque per eaſdem neruorum cauitates peruadant? Quod ſi fieri concedatur (vti neceſſarium eſt) iam duplex inconueniens ſubſequetur. Vnum eſt, quòd iterùm ex vna forma duæ fient, atque adeò duplex ſenſus, cùm hæ neruorum portiones non minùs ſentiant, quàm neruus communis, imò eò exquiſitiùs quò propiùs ad cerebrum accedunt: alterum, quòd dextra forma fiet ſiniſtra & contrà, atque ita inuerſo ſitu res ſpectandas exhibebunt. Quapropter iidem qui ſuprà Alhazen & Vitello, hic lib. 3. prop. 21. ille lib. 2. num. 2. nullo pacto admittunt radios viſibilium rerum ſeſe in oculi centro interſecare, nempe ne producti D
inuerſum ſitum adquirant, ſicque rei pars dextra ſiniſtra, & ſuperior inferior, contraq; appareat. Quam præcipuè ob cauſam radios illos priùs quàm in centrum oculi conueniant, reſilire à perpendiculari comminiſcuntur, vt eumdem ſemper ſitum obſeruantes, proprio ordine res obiectas communi neruo repræſentent.

Ex his liquidò conſtare videtur, neruum communem non eſſe propriè ac præcipuè viſionis inſtrumentum, vt ſentiunt Vitello & Alhazen. Quo verò pacto contingat, à duobus oculis rem vnam ſingularem & non geminam videri, dicemus prop. 79.

PROPOSITIO XXV. THEOREMA. E

Neque, vt multi exiſtimarunt, ſpiritui animali ea vis tribuenda eſt.

NON pauci, præſertim ex recentioribus philoſophis, primariam cernendi vim ſpiritui animali tribuerunt. Inter quos reperiuntur Hieronymus Fabricius lib. de viſu, voce, & auditu, aliiq́ue complures.

Magna eſt, fateor, in humano corpore ſpirituum vis atque poteſtas. iis namque facultates omnes excitantur & gubernantur: quæ tres F
omnino cum ſint, naturalis, vitalis, & animalis, tota ſpecie diſcluſæ; totidem ſpiritus, qui illarum ſint adiutores, pari interuallo diſiungere oportet. Hos ſanè eæ partes, quæ in corpore principatum obtinent, iecur, cor, ac cerebrum ſubminiſtrant: quæ non tantùm ſpiritu præpotente valent, vt ſeipſas dumtaxat gubernent; ſed etiam alios de ſe ſpiritus fundunt, & tamquam iugi de fonte in ceteras corporis partes propriis ductibus deriuant. Igitur præter ſpiritus illos, qui in vnaquaque parte corporis ſtabiles ac fixi ſunt, tres alij numerantur fluentes ac mobiles, propriis ductibus in eas partes, quibus neceſſarij ſunt, illabentes. Vnus naturalis è iecinore per venas ad extrema vſque corporis diffuſus: alter vitalis, quem cor aſſiduè per arterias impellit: tertius animalis, qui ex vitali in

cerebri

A cerebri ventriculis genitus, hinc per neruos prolapsus, non omnes corporis partes, vt naturalis & vitalis; sed eas dumtaxat irrigat, quæ sensus motusq; sunt compotes.

Cùm igitur animalis spiritus mobilis sit fluxusque, fieri nequit, vt illi præcipuè insit cernendi facultas, quæ firma est & constans. Deinde vt altrix, auctrix, & quibus corpus spirat facultates non insunt sanguini, aut vitali spiritui, ceu propriæ materiæ; sed firmæ solidæque substantiæ, cui spiritus robur efficaciamque confert: ita potentia intuendi solidiori alicui parti insidet, quam spiritus animalis roborat atque confirmat. Rursus vis intuitiua ei tantummodò parti inest, quam anima viuificat. Nam virtus omnis primò insita est animæ, deinde illi corporis membro, quod tamquam idoneum
B instrumentum animæ subseruit. Nequit autem pars vlla, nisi anima informetur, instrumenti rationem habere: siquidem sensus organo tamquam brachio, non autem vt fuste res externas attingit. Igitur soli membro anima informato vis aspiciendi inesse potest: at animalis spiritus viuat, nécne, anceps est inter philosophos disceptatio: qui vero propiùs accedunt, negant. ergo ille non est primarium visionis instrumentum.

Hoc tamen animali spiritui tribuendum videtur, quod solis radio. vti enim sol æstiuo tempore rebus omnibus, quas brumæ algor torpentes ac velut emortuas reddidit, vitam quodammodò restituit, nouamque agendi vim confert, ob id solùm, quòd suo calore eas aptiores ad agendum efficiat: ita animalis spiritus viuifico ac salutari calore partes omnes, quibus assistit, fouet, atque insitas rebus facultates excitat, effica-
C cesque ac promptas reddit.

Itaque cùm ab animali spiritu non minima actionis pars dependeat, fit, vt eius affectio in ipsam quoque actionem pertranseat. Vnde si motu is concitetur, res quoque obiectæ agitari videntur: quod in vertigine euidenter apparet, iisq; qui se plusculum inuitarunt. His enim larga vini copia volubiles fumos in cerebrum transmittit, qui priùs, quàm temporis spatium concoctionem exhibeat, per cerebrum voluuntur, atque visoriis spiritibus confusi permixtique in oculos prolabuntur, quos & vertigine tantisper tentant, & omnia gemina apparere faciunt, quòd axes firmari minimè patiantur. Vnde est illud Iuuenalis lib. 2. Satyra 6.

Cùm bibitur concha, cùm iam vertigine tectum
Ambulat, & geminis exsurgit mensa lucernis.

D Hinc illis difficile certò pedem figere, & vocalia instrumenta ad arbitrium mouere, & digitorum congressionem facere. Sic & phreneticis, si sanguis in caput conscenderit, omnia cruore respersa cernuntur. Deliri prætereà, è quorum cerebro desiliunt spiritus nebulis obducti ac minùs puri, varias patiuntur phantasias, quibus illorum aspectus miris modis illuditur.

Demum illi etiam, qui nulla perturbatione laborant, quasdam interdum præter naturam affectiones sentiunt, vt ille apud Horat. Epistola 2. lib. 2.

—— haud ignobilis Argis
Qui se credebat miros audire Tragœdos;
In vacuo lætus sessor plausorq; theatro.
E *Cetera qui vitæ seruaret munia recto*
More, ——
Hic vbi cognatorum opibus, curisq; refectus,
Expulit elleboro morbum, bilemq; meraco,
Et redit ad sese: Pol me occidistis amici,
Non seruastis, ait, cui sic extorta voluptas,
Et demptus per vim mentis gratissimus error.

Sic & ij qui diu circumaguntur cadunt, propter spirituum motionem, quæ visum per-
F turbat, & facultatem animalem à propria functione auocat. Sic ob spirituum inopiam quidam parum, aut nihil vident. Alij ob volubilitatē obtutum defigere diu nequeunt. Alij propter crassitiem hebetem patiuntur aciem. Qui aquam bibere consueuerunt, vt notat Aphrodisæus lib. 2. Problem. q. 55. acutiùs vident. Quibus autem lucidus est & constans spiritus, eaq; affluentia quæ ad perfectam functionem est necessaria, his visus est perspicax, & firma oculorum acies. Contrà verò *vti pinguis venter*, inquit D. Basilius, *non quia ita naturaliter affectus est, sed in quem pinguedo per gulæ intemperantiam affatim fluxit, perturbans & impinguans animam, non gignit sensum tenuem: ita & qui per imbecillitatem nimiam fuerit exilis & gracilis, in emortuo corpore tenuem quoque iam genitum prorsus extinguit.* Libro de vera Virginitate.

A

PROPOSITIO XXVI. THEOREMA.

Glaciali humori inest principium sensus.

DVOBVS præcipuè organis visio perficitur: alterum est quod formas rerum suscipit, vt centrum visus, & vertex pyramidis opticæ; alterum quod harum imaginum ope res ipsas dignoscit. Quæ in hunc modum clariùs exponentur. A quolibet obiecti puncto infiniti radij vndique prosiliunt. ex quo fit vt cuiusque illorum forma ad omnes partes superficiei visus B perueniat, nec non in quoduis punctum superficiei visus omnium punctorum obiecti species concurrant. Quare si eo ordine ac situ res obiectæ perspicerentur, quo ipsarum imagines ad superficiem visus appellunt, omnia perturbata atque confusa conspicerentur, nec vna ab alia discerni posset. Nam quodlibet punctum superficiei visus à quolibet obiecti puncto afficitur. Quocircà per pyramidem omnia videri necesse est, ita vt illarum rerum dumtaxat notiones accipiantur, quarum formæ in vnum aliquod oculi punctum, quod centrum visus, seu vertex pyramidis opticæ nuncupatur, conueniant. Id in crystalloidis medio situm esse dicimus. Sic enim fiet, vt quandoquidem vnius puncti visibilis innumeri sint radij, per vnum dumtaxat ex illis omnibus, qui ad superficiem visus pertinent, conspiciatur, per illum nempe qui ad centrum visus perueniat; C per ceteros autem non item.

Hac ergo ratione dicimus crystalloidi principium sensus inesse, non quòd verè dignoscat; sed quòd recipiat tantùm, & ceu vertex opticæ pyramidis omnium rerum imagines terminet, dignoscentique facultati præscribat, per quas ex infinitis quæ ad superficiem visus vnà appellunt, vnaquæque res comprehendi debeat.

Cumq; sit ad visionem apprimè necessaria hæc crystalloidis functio, atque præ ceteris nobilissima, eius consideratione existimo Vitellonem lib. 3. prop. 4. & Alhazenum lib. 1. num. 16. liberiùs pronuntiasse eam oculi partem primarium esse visionis instrumentum. Siquidem non solùm disertè docent auctores illi in neruo communi vt in principali sede visionem celebrari, vt suprà retulimus propos. 24. verùm etiam Vitello D lib. 3. propos. 22. & Alhazen. lib. 2. num. 3. apertè asserunt crystalloidi principium tantùm sensus inesse. Hoc tamen diuersum à nobis sentiunt, quòd dicant radios à perpendiculari priùs infringi, quàm in centrum visus conueniant; vt ita ad neruum communem, præcipuam visionis officinam, peruenire possint. Quam sententiam quia suprà reiecimus, reliquum est, vt verè sentientem oculi partem, hoc est primarium visus organum, ex propria sententia exponamus.

PROPOSITIO XXVII. THEOREMA.

Præcipuum visus organum est ea pars nerui optici quæ Aranea nuncupatur. E

CVM visio quædam sit passio, illud maximè quod patitur erit præcipuum visus instrumentum. Hoc autem est neruus opticus. Ita enim in ceteris corporis partibus sensum omnem à neruis prouenire manifestè deprehendimus. Nam & olfactus à graui odore, & auditus à vehementi sono, & ab acri sapore gustatus, & ab impenso calore aut frigore quæuis pars corporis, propter sentientem neruorum vim & facultatem læditur ac labefactatur. F Quod igitur patitur, idem & sentit; vnumquodque quidem secundùm suæ naturæ atque ingenitæ dispositionis modum. Vnde vnius sensus passióve, tactus, alterius gustatus, alterius olfactio, aurium auditio, oculorum visio nuncupatur. Eidem igitur dignoscendi & patiendi facultas inest. Nec aliam ob causam neruus opticus patitur, quàm propter dignoscentem, quæ ipsi inest, facultatem.

Rursus quod patitur, susceptione nociuæ qualitatis molestatur. Quare necessum est videndi facultatem non ad totum neruum opticum, sed ad aliquam dumtaxat eius partem, quæ extima sit, primò pertinere. Eamdem profectò ob causam, ob quam tactus potissimùm in digitorum extremitatibus viget; vt videlicet inde instantis mali

prænotio

A prænotio ad internum ſenſum deriuetur, priuſquam ceterę corporis partes in diſcrimen adducantur. Ita ergo aranea præcipuè tunica, quæ nerui optici apophyſis eſt, cernendi ſenſu pollere debuit. Deinde cùm ſola corpora diaphana lumen rerumq; formas ſuſcipiant; oportet eam nerui optici partem quæ ſentit eiuſmodi eſſe, vt ad eam rerum imagines ordinatè perueniant, hoc eſt eumdem partium ſitum obſeruantes, quem res ipſæ habent. Demum cùm cryſtalloides colligendis in vnum velut centrum radiis opticis præcipuè deſeruiat, neceſſe eſt ſentientem nerui optici partem magnam inſuper cum eo ſocietatem habere. Eiuſmodi autem eſt aranea tunica, quæ à retina primùm, inde à neruo optico, denique ab ipſa cerebri ſubſtantia producitur. Eademque impensè dia-
B phana eſt, atque glacialem humorem arctiſſimè complectitur.

Quare araneam tunicam primarium viſionis organum eſſe pronuntiamus. Siquidem quà diaphana, rerum formas, quæ cum lumine oculum ſubeunt, primò ſuſcipit; non quidem vt cryſtalloides, in cuius medium omnes conueniunt, ſed vt pars ſentiens, cùm ſit de cerebri ſubſtantia propagata. Deinde cùm eadem tunica cryſtalloidi obuoluatur, fit, vt rerum figuræ araneam priùs ordinatè pertranſeant, quàm in medium glacialis concurrant. Quapropter res ipſas diſtinctè atque ordinatè dignoſcit, non verò permixtas atque confuſas. Præterea cùm cryſtalloidi ita arctè adnata ſit, teſte Ruffo, vt ſalua incolumitate ſeparari nequeat, fit, vt humor ipſe cryſtallinus ſpiſſamentum potiùs quoddam araneæ eſſe videatur, lumini rerumque figuris in vnum colligendis ac-
C commodatũ, quàm quidpiam ab ea diſtinctum. Vnde mirabilis ille conſenſus prognaſcitur araneam inter & cryſtalloidem, vt earum rerum dumtaxat notionem aranea accipiat, quarum radij in medium cryſtalloidis conueniunt. Igitur ſola aranea verè lucis affectiones & ſuſcipit vt diaphana, & quatenus à neruo optico cerebrique ſubſtantia proficiſcitur etiam ſentit; qui ſenſus per retinam neruumq; opticum delatus, tandem pertingit ad cerebrum.

Supereſt modò perpendendum, quomodo ex lucis & araneæ contactu actio, hoc eſt viſio, conſequatur. Id ſanè non alia ratione fit, quàm quòd lumen araneam natura diaphanam perfundat, cuius receptione patitur. At eiuſmodi paſſio non ſtatim viſio eſt: nam & cryſtallinus & albugineus ſola luminis ſuſceptione patiuntur, etiam dum quis
D apertis oculis dormit. Præter hæc ergo aranea ex cerebro dignoſcentem vim obtinet, qua (niſi ſomno ſopita conquieſcat) ſuſcepti luminis notionem efformat, quam mox per retinam atque neruum opticum, ad cerebrum, vbi ſenſus communis viget, tranſmittit. Eſt autem hæc non puri luminis notio, ſed rerum formis, hoc eſt colore, figura, quantitate, ſitu, ac ceteris proprietatibus quæ ſub aſpectum cadunt, affecti. Sic igitur poſtquam lux rerum viſibilium proprietatibus affecta oculum ſubiit, neruo optico, qua parte is in araneam deſinit, congreditur; ſicque ſentientis ſubſtantiæ contactu inſitaq; animæ vi ac facultate dignotio ſeu viſio tandem efficitur. A cauitatibus porrò neruorum opticorum, quas poros Galenus vocat, ſpiritus animales continuò efflantur, qui hanc facultatem excitent ac roborent.

E

His perſpicuè explicatam exiſtimo partem oculi principem, cuius gratia inſtitutæ ſunt ceteræ, ac totius etiam oculi fabrica. Quocircà ad ea quæ oculis obijciuntur, quæq; ſub aſpectum cadunt, gradum facimus. Horum enim cognitio, non minùs quàm organi ipſius compoſitio, ad naturam affectioneſque viſus enucleatè explicandas eſt neceſſaria. Accedunt ea quoque ſine quorum præſidio viſio perfici non poteſt, quas alij obiecti viſilis conditiones, alij conferentia nominant.

F

A

DE OBIECTO VISVS.

PROPOSITIO XXVIII. THEOREMA.

Lux & color proprium sunt obiectum visus: lux quidem per se primò: color autem, lucis accessione.

B

ISIBILE bipartitò diuiditur. Vnum enim per se aspectum mouet, alterum ex accidente. Id quod per se, aliud proprium, aliud commune. Proprium quidem illud, quod nullo alio sensu percipitur: commune verò, quod aliis quoque sensibus sui notionem impertit, vt sunt magnitudo, figura, locus, situs, numerus, & reliqua, de quibus mox sequenti propositione agemus. Rursus proprium visibile aliud primò & per se visum mouet, vt lux; aliud per se quidem, sed lucis tantùm accessione, vt color. Ex accidente videri dicuntur corporeæ substantiæ; quæ nisi aspectabili qualitate obsignentur, nullo per se modo sub visum cadunt: vt si album Cleonis sit filius, album quidem per se, at Cleonis filius per accidens videbitur. C Rectè quidem. nam sensus ipse ab huiusmodi sensilibus nihil omnino patitur quà talia sunt, sed tantùm quà spectabili qualitate obteguntur. Quæ Nemesius (lib. de natura hominis) nos intelligentia potiùs quàm sensu percipere caloris exemplo declarat: *Primo quidem aspectu solùm colorem & figuram ignis accipimus; at tactu accedente & calidum esse cognoscimus, quod à tactu accipiens memoria conseruat. Post igitur, cùm ignem spectabimus, nil aliud cernemus quàm figuram & colorem ignis: at intelligentia, cum his rebus quas videt, caliditatem quoque per memoriam concipit.* Et paulò post: *Cùm ergo pomum cereum verum esse pomum arbitramur, non visus vtique sed intelligentia fallitur.*

Communia igitur visibilia, inter propria, & ea quæ ex accidente dicuntur, medium locum obtinent. nam cum propriis id commune habent, quòd verè sensum immutent; quòd verò nullam speciem à propriorum visibilium forma reipsa distinctam sensiterio inurant, hoc ad ea, quæ per accidens visibilia sunt, propiùs accedunt. Hæc enim suopte ingenio penitus visum latent. Cerni autem ex accidente dicuntur, quia iis, quæ per se sensum feriunt, naturali necessitudine cohærent. Inter propria igitur, & ea quæ ex accidenti videntur, communia spectabilia versantur; non tamen in illo exacto medio, quod ab extremis pari interuallo distat. nam cum propriis, quàm cum iis quæ ex accidenti, maiorem cognationem habent. Hæc enim verè non videntur, neque vllam sui similitudinem in organum inferunt: sed corporeis accidentibus obuoluta penitus delitescunt. Cùm verò externa accidentia percipimus, latentem quoque substantiam videre dicimur, improprio loquendi modo: quemadmodum ciuitatem E nos videre existimamus, cùm summas turrium cuspides è longinquo cernimus.

Hic metitò quæret aliquis, quo pacto vnius sensus plura obiecta esse queant; nempe lux & color, atque insuper ea quæ communia sensibilia nuncupantur. hæc enim etsi non vni sensui astricta sint, tamen non ex accidente, sed per se, ingenitaq; proprietate videndi potentiam ad munus suum obeundum excitant. Respondemus, hęc quæ enumerata sunt, ad materiam visiuæ potentiæ obiectam per se attinere. quæ tametsi multiplex esse possit; ratio tamen, quam formalem vocant, & ob quam cuncta spectabilia sunt, semper est vna. Hanc nonnulli visibilitatem nominari volunt: at rectius visibilitatis principium esse dixeris. fluit enim visibilitas à quopiam innominato, quod lumi- F ni, colori, ceterisq; quæ sub aspectum cadunt commune est. Hoc ergo innominatum, est ratio formalis, ob quam ea omnia quibus inest, à visu dignosci queant. cetera verò omnia, vt sunt opacitas, collustratio, magnitudo, oppositio, distantia, medium diaphanum, & si quæ alia, eiusmodi sunt, sine quorum ope atque prędidio visio actu non celebratur. Colorata enim in tenebris constituta, suapte quidem natura visibilia habentur, quandoquidem etiam tum colores seruent, quorũ naturam visibilitas comitatur; tamen actu videri non possunt, nisi illustrentur: ita nec lumine prædita sub aspectum venire, nisi quoad natura postulat compacta addensataq; sint. Quapropter aër lumine actu collustratus, est quidem per se visibilis, tametsi à nobis non conspiciatur, ob defectum necessa-

A necessariæ densitatis. Eademque est in ceteris demonstratio, quam in opportuniorem locum remittimus.

Dices, vt video, colores qui spectantur in iride, & qui in triangulari vitro apparent, & quos solares radij per infecta vitra in oppositum parietem transmittunt, omnem denique colorum varietatem, quam pauonum plumæ non sine voluptate ostentant, à solo visu hauriri, qui tamen neque luces neque colores verè ac proprie dici possunt. Igitur non sola lux solusque color sub proprio obiecto visus continentur. Respondendum colores illos quos apparentes vocant, aut luces veras esse, aut veros colores, aut quidpiam ex his mixtum. Quod enim nihil verum est, nihil est omnino; quod B autem nihil est, nequit reali immutatione sensum, qui ex se est indeterminatus, ad agendum stimulare. Vtrùm autem, lux ne an color verè sint colores illi apparentes, infrà suo loco dicemus, propos. 41. Nunc ad propositam obiectionem diluendam satis erit dicere, colores illos qui in iride, & qui in triangulari vitro conspiciuntur, veras esse luces; illos verò qui in pauonum plumis visuntur, veros esse colores; qui denique per tincta vitra luminis ope transuehuntur, medium quid esse ex lumine ac colore mistum.

Rursus nobis obijcies D. Augustinum qui libro vltimo de ciuitate Dei, cap. 29. de beatorum statu ita disserit: *Vis*, inquit, *præcellentior oculorum erit illorum, non vt acutiùs videant, quàm quædam perhibentur videre serpentes vel aquilæ; quantalibet enim acrimonia cernendi ea animalia vigeant, nihil aliud possunt videre quàm corpora; sed vt* C *videant etiam incorporalia.* Quibus verbis apertè indicat D. Doctor visum beatorum proprio cernendi actu percepturum etiam spiritualia, quæ extra metas obiecti visus posita esse videntur. Ex eodem capite soluitur hic nodus: beatos ex refulgentia diuinæ claritatis in corporibus apparente, Dei præsentiam singulari intellectus perspicuitate cognituros. Quæstionem enim mouet D. August. his verbis: *Dico igitur quòd visuri sint Deum* (beati) *in ipso corpore: sed vtrùm per corpus, non parua quæstio est. Durum est dicere, quòd Sancti talia corpora tum habebunt, vt non possint oculos claudere atque aperire, cùm velint: durius autem, quòd ibi Deum, quisquis oculos clauserit, non videbit.* Ac tandem sic concludit: *Sancti in corpore videbunt Deum spiritu, quemadmodum* (4. Reg. 5.) *Helizæus puerum suum Giezi absens corpore vidit accipientem munera, quæ dedit ei Naa-* D *man Syrus, quem propheta à lepræ deformitate mundauerat.*

PROPOSITIO XXIX. THEOREMA.

Communia obiecta visus sunt: quantitas, figura, locus, situs, distantia, continuitas, discretio, motus, & quies.

ARISTOTELES lib. 2. de anima cap. 6. tex. 64. quinque sensibilia communia enumerat, nempe motum, quietem, numerum, figuram, & magnitudinem.

E Quæ pauciora probent; hæc argumenta adferri possunt. Motus in primis natura inconstans perpetuo fluxu labitur, nec vsquam consistit. Igitur comprehendi nequit sine præteritarum partium memoria, & futurarum prospectione, quas posteà mens cum præsenti momento componat. Hæc autem sublimioris sunt facultatis, & non externorum sensuum, qui circa præsentia tantùm negotiantur. Secundò, quies nihil est, cùm sit motus priuatio, nullo igitur sensu percipitur. Tertiò, humanus visus non differt essentiâ à visu beluarum; sed brutæ animantes nequaquam numerant, cùm id soli homini competat. Igitur numerus non comprehenditur sensu, sed solo intellectu, quo homines à beluis distinguntur. Quartò demum, figura à F magnitudine reipsa non differt, nec alio sensu quàm magnitudo dignoscitur. Igitur figura non est peculiare obiectum commune distinctum à magnitudine. Quare hæc sola relinquitur ex obiectis communibus ab Aristotele commemoratis.

Plura, quàm quinque superiùs ab Aristotele recensita, hæc argumenta inducunt. Primum, idem Aristoteles capite citato textu 63. ait sensum circa proprium sensile non posse errare, at contingere non rarò, vt circa vbi seu locum rei, visus hallucinetur. Igitur vbi seu locus est inter obiecta communia adnumerandum. Secundum, lib. 4. Physicorum c. 11. textu 98. ait Aristoteles tempus sensibus percipi. ergo æquè ac motus, cuius mensura est, inter communia sensibilia censeri debet. Tertium, accedunt distantia, situs, continuitas, discretio, asperitas, læuitas, æqualitas, inæqualitas, & cetera, quæ

nonnulli ſcriptores Optices ſuperioribus annectunt; quòd tum viſu tum aliis nonnullis A
ſenſibus per ſe, non verò ex accidenti percipiantur. Hæc igitur omnia in eamdem tribum cum Ariſtotelicis obiectis communibus iure referri debent.

Pro Ariſtotele dici poteſt, eum non omnia communia ſenſibilia ſigillatim enumerare voluiſſe, ſed quinque tantùm ſumma capita, ad quæ cetera reuocari poſſint. Quare iis qui motum tollunt, reſpondendum, motum perfectè ab intellectu cognoſci, imperfectè verò & quodammodò materialiter ab externo ſenſu, citra vllam partium inter ſe collationem. Neque aliud exiſtimo voluiſſe Galenum de dignoſcendis pulſibus, vbi ſtatuit motum ratione non ſenſu dignoſci. agit enim de motu arteriæ, ex cuius differentiis ſymptomata affectioneſque cordis deprehenduntur. Quis enim neget arteriæ B
motu tactum cieri, cùm medicus manum admouerit? quin imò motus & quietis viciſſitudinem ſenſus percipit; at vtriuſque diſcrimina, varietates, ac mutationes, à quibus pulſus velox, creber, conſtans, durus, validus, tenuis, ſerratus, formicans, capriſans, vermicularis, vndoſus, vocitantur, ſummam animi attentionem, longamq; experientiam requirunt; vt ipſemet Galenus lib. 1. de dignoſcendis pulſibus ingenuè fateatur, ad abſolutiſſimam pulſuum cognitionem totam humanam vitam requiri.

Iis qui quietem tollunt, reſpõdetur, quietem non ita ſenſu percipi, quaſi ipſa peculiari actione ſenſum moueat atque immutet; ſed negatiuè, more aliarum negationum ac priuationũ, nempe quatenus res eodem ſemper loco conſtans firmaq; ſubſiſtere cernitur.

Iis qui numerum reijciunt, idem reſpondendum quod de motu diximus. Nam ſo- C
lius mentis opus eſt numerare, & per vnitatum incrementa ac decrementa numeros augere atque minuere. Senſus autem externus confuſam multitudinem percipit, hoc eſt plura velut diſcreta, non quatenus vnum quidpiam indiſtinctum faciunt.

Nunc quid de numero communium ſenſibilium opinandum ſit, ita accipe. Neque pauciora quàm Ariſtoteles poſuit, neque omnia quę à perſpectiuis ingeruntur, ſtatuenda eſſe exiſtimamus: ſed hæc nouem. *Quantitatem*, ſub qua magnum paruum, craſſum tenue, longum latum, æquale & inæquale, & cetera eiuſmodi continentur. *Figuram*, ſub qua rectum curuum, aſperum læue, obtuſum acutum, conuexum concauum. *Locum* ſeu *vbi*, ſub quo ſupernum infernum, dextrum ſiniſtrum, anterius poſterius. *Situm*, ſub quo ſeſſio, ſtatio, ordo, diſpoſitio. *Diſtantiam*, ſub qua longinquum, pro- D
pinquum, altum, profundum. *Continuitatem*, ſub qua vnitas. *Diſcretionem*, ſub qua numerus, multitudo, paucitas. *Motum*, ſub quo tempus. ac demum *Quietem*.

Ad primum igitur argumentum illorum qui plura aſtruere conantur quàm quinque; admittimus vbi ſeu locum, inter ſenſibilia communia.

Ad ſecundum, dicendum tempus quidem ſenſu dignoſci; ſed quia (vt Ariſtotelis verbis vtar) *ſimul motus ac temporis ſenſum habemus*, idcircò tempus ſub motu comprehẽdimus, vt magnum & paruum ſub quantitate. Qui enim rei quantitatem cognoſcit, ſimul magnitudinis & paruitatis notionem accipit: at quantitatis notitiam, non neceſſariò diſtantiæ, aut ſitus, aut continuationis ſenſus comitatur; ſed ſi attentiùs immoreris, confeſtim ſubſequetur. Eſtque hæc non improbabilis ratio, vt ea ſenſibilia com- E
munia diſtinguantur, quorum plerumque diſtinctæ ſunt notiones: ea verò, quorum cognitio ſimul ferè accipitur, in vnum caput redigantur.

Ad tertium iam manifeſta eſt ratio cur aſperitas læuitas, æqualitas inæqualitas diſtincta ſenſilium capita non conſtituant, quòd videlicet ſimul cum quantitate cognoſcantur. Item ad quartum patet, cur figura diſtinctum viſile ſit à quantitate.

Porrò non leuis error illorum eſt, qui ſimilitudinem & diſſimilitudinem in ordinem ceterorum ſenſibilium communium redigunt, cùm non parum inter hæc & illa interſit. Nam eiuſdem rei quantitas, figura, ac ſitus, viſu tactuque percipiuntur: at ſimili- F
tudo quæ in coloribus reperitur, ſolo viſu; & quæ in ſonis, ſolo auditu; & quæ in odoribus, ſolo odoratu: ſicq; in ceteris, quæcumque vna in re exiſtit ſimilitudo, vnico dumtaxat ſenſu dignoſcitur; nulla autem eſt, quę pluribus. Itaque ſimilitudo ac diſſimilitudo media ſunt ſenſilia inter propria & communia. nam cum propriis conueniunt, quòd in ſingulis rebus vniuſcuiuſq; ſimilitudo aut diſſimilitudo vni tantùm ſenſui congruat; conueniunt verò cum communibus, quòd in genere ſimilitudo ac diſſimilitudo pluribus ſenſibus dignoſcatur.

Maior verò illorum eſt error, qui tranſparentiam, opacitatem, (quam Alhazenus corporeitatem vocat) obſcuritatem, & vmbram ad hanc claſſem referunt. Hæc enim quo alio ſenſu percipiuntur, quàm viſu?

Maximus

A Maximus autem error illorum est qui pulchritudinem & deformitatem huc sistere non verentur. Nam pulchritudo in harmonica mediatione consistit, quam vix ratio ipsa humana dignoscit; turpitudo verò, in occulta quadam lineamentorum qualitatumque asymmetria. Ex quo fit, vt quod vnus pulchrum, id alter turpe esse iudicet; quamuis vterque omnium partium conformationem, qualitatumque attemperationem, ac physiognomiam vniuersam externo visu accuratissimè intueatur. Vnde non sensu, sed iudicio ac crisi laborare ij dicuntur, qui hac in re præter communem peritiorum opinionem pronuntiant.

B *Hæc de obiecto visus vniuersè dicta sint: nunc vt de eodem in particulari nonnulla explicemus, ratio visus exposcit. Si verò ita compertum est, vt color sine lumine visilis esse non possit, nihil agimus, nisi priùs quàm ad colores explicandos accedamus, de natura luminis commentemur. Nobis autem propositum hoc loco non est, de luminis propagatione, concursu occursuque agere: sed de iis tantùm quæ ad ipsius naturam definitionemque propriè spectant; hæc enim ad rationem visus necessaria esse omnium testimonio comprobantur. De ceteris verò luminis proprietatibus quintus Opticorum liber inscribetur. Porrò ante omnia explicanda est natura diaphani, sine quo nec lu-*
C *minis nec colorum formæ ad aspectum nostrum porriguntur.*

PROPOSITIO XXX. THEOREMA.

Diaphanum rectè definitur, quod lumini rerumq; formis impunè est peruium.

D PERSPICVVM vno modo accipitur pro corpore luminoso, quod nempe luminis est particeps: alio modo dicitur idem, quod Diaphanum. Hoc, perspicuum indefinitum seu interminatum vocari solet, quòd nimirum aspectus in illius extremitate non subsistat, sed vlteriùs videndo commeet, ac totum peruadat. Rectè enim Diaphanum definitur, *quod lumini peruium est.* Illud verò vocatur perspicuum terminatum, sub quo comprehendi etiam potest omne corpus colore infectum, vt sit idem perspicuum atque conspicuum.

Magna est perspicui siue diaphani varietas, ex ea latitudine quæ secundùm magis & minùs æstimatur, proueniens. Nam omnium maximè diaphanum est cælum, secundo loco supernus ignis, si tamen aliquis sit supra aëris regionem constitutus; hinc aër, demum aqua, eodemque ordine quæ ex horum permixtione constant, vt crystallus, vitrum, ac gemmæ quamplurimæ. Eius ordinis ratio est, quoniam ab terrena crassitie &
E opacitate longissimè abest natura cælestis, tum ignis, inde aër, ac deinceps cetera.

Quemadmodum lumini, ita quoque coloribus rerumq; aspectabilium formis peruium est diaphanum; quo fit vt visioni accommodatissimè obseruiat. Rerum namque imagines cum lumine per corpus diaphanum ad oculos transmissæ id efficiunt, vt res etiam ipsæ per interiectum licet densissimum corpus transpareant. Quod neutiquam accideret, si densitas corporum rerum simulachris obsisteret.

PROPOSITIO XXXI. THEOREMA.

F *Lux & color corporis opaci sunt proprietates.*

ARISTOTELES libro de sensu ac sensili cap. 3. ait lumen quidem in indefinito esse, colorem verò in definito. Vnde non pauci philosophi in eam sententiam prolapsi sunt, lucem quidem corpori inesse diaphano, colorem verò opaco. At huic sententię in primis aduersantur cincindelę, & putres quercus, & pisces, ignisque ipse, & quæcumque demum in sublunaribus suapte vi splendent. Hæc enim omnia si vel extinguantur, vel maiore lumine absorbeantur, corpus opacum exhibent. Deinde cùm diaphanum illud iam esse constet, quòd lumen coloresque transmittit, perspicuum est, fieri non posse, vt in eo

quidpiam lucis vel coloris subsistat. Igitur in solo opaco hæc sedem firmare possunt. A
Cuius rei hoc quoque indicium est, quòd lumen ipsum per medium diaphanum effusum, quamuis inter cetera visibilia sit maximè conspicuum, tamen eo minùs cernatur, quo medium purius, atque ab omni opacitatis contagione liberius existit. Præterea si per singula discurrere velimus, comperiemus omne corpus, quod vel proprio nitet fulgore, vel quod colore aliquo infectum est, opacum esse; nullumque corpus opacum extare, quod non vel luce, vel colore conspicuum sit. Ita vt lucidum & coloratum cum opaco reciprocentur.

Cùm verò Aristoteles asserit, lumen quidem in indefinito esse, colorem verò in definito, ex decursu sermonis manifestè constat, per indefinitum, corporis profunditatem; B
per definitum verò, extimam eius superficiem intelligi debere. Agens enim de iis, quæ actu videntur, ait eorum, quæ suapte natura fulgent, nitorem in profunditate conspicuum esse; colorem verò in extima dumtaxat corporis superficie.

Aduertendum autem in sublunaribus nullum corpus existere perfectè diaphanum, sed vnumquodque opaco permixtum esse, aliud quidem magis, aliud verò minùs. Quà opaca sunt, lumen coloresq; admittunt, & eorum ope sub aspectum cadunt; quà verò diaphana, his omnibus peruia sunt. Rursus quæ eiusmodi sunt, vt nec lumen, nec rerum imagines transmittant, ea absolutè opaca nuncupamus, vt sunt ligna, terræ, ac plurimi lapides. Quæ verò tum lumen, tum spectra rerum accuratè traijciunt, ea diaphana censemus, vt sunt aër, aqua, crystallus, vitrum, & gemmæ non paucæ; quæ demum C
lumen quidem, sed non perfectas rerum formas reddunt, media dicimus, &, si placet, nebulosa possunt appellari, cuiusmodi sunt cornu in laminas extenuatum, charta oleo perlita, & inter gemmas chalcedonius, agates, pluresque aliæ.

Eorum quæ absolutè diaphana appellamus, nil ita exquisitè perspicuum reperitur, vt omnino opacitate careat. Quinimò non pauca etiam manifestum colorem ingenitum habent, vt carbunculus, smaragdus, sapphyrus, hyacinthus, aliæque gemmæ; quarum proinde color non in summa tantùm superficie, sed etiam in profunditate conspicitur. Nam cùm in his rebus tinctura pertenuis sit, in profundiore quidem corpore copiosior apparet, & color saturatior; in minùs profundo verò dilutior ac proinde minùs conspicuus. Sic aquæ tinctæ in amplo vase colorem robustum, in angusto languidum exhi- D
bent. Eademque causa est cur aër, non eumdem cominùs, quem eminus colorem referat, quòd eius color in magna tantùm profunditate conspiciatur. Sic mare cùm illud intuemur, —— *admittit in altum*

Claud. de raptu Proserp. lib. 2.

Cernentes oculos, & latè peruius humor
Ducit inoffensos liquido sub gurgite visus,
Imaq; perspicui prodit secreta profundi.

Nullus igitur color in superficie horum corporum apparere potest; quæ per se indiuidua est. Accedit quòd nullus color appareat nisi lumine à colorato ad visum repercusso: at lumen ab horum corporum extremitate remitti non potest, nisi velut à speculo, igitur nec vllus in ea color potest apparere. In profunditate autem conspicuus est color, E
quia lumen, à parte opaca quantulacumq; ea est, colorem refert ad sensum. Eodemque modo lumen in horum corporum profunditate spectatur, eoque magis quo corpus aut profundius aut opacius fuerit. Perfectè autem atque omni ex parte diaphanum dicimus videri non posse, quòd nec lumen, nec colorem vllum retinere possit. Confirmat autem hanc nostram sententiam, quòd marina aqua, cui insitus est quidam fulgor, tum primùm splendeat cùm fuerit validè agitata: non sanè eam ob causam, quòd motus calorem, hic verò ignem lucemq; producat, vt quidam voluere: nam motus in siccis quidem ac duris corporibus calorem excitat, in humidis verò mollibusq; frigiditatem. Hinc aër impulsu frigescit, & aqua æstiuo tempore non ita incalescit agitata, vt dum F
quiescit. Non igitur quòd motu calefiat, idcircò marina aqua in tenebris nitet, sed quòd agitatione in spumam acta deponat naturam diaphani, in qua insitus fulgor spectari non poterat. Sunt igitur lux & color opaci corporis proprietates, quod fuerat propositum.

Verùm sitne opacitas peculiaris qualitas, qua corpora, quibus insidet, lumini rerumque formis, ceu vi quadam obsistant; an verò omne corpus suapte natura perspicuum sit atque pellucens, fiat autem opacum lucis aut coloris velut infectione, non leuis quæstio est. In qua tametsi vtrumque rectè dici posse videam; id tamen vero similius mihi videtur: omne corpus suopte ingenio diaphanum esse, quod Aristoteles lib. de

sensu

A sensu & sensili cap. 3. his verbis confirmat: *Quod autem perspicuum nuncupamus, id non aëri, aut aquæ, aut vlli elementorum proprium est: sed est facultas quædam & natura communis, quæ separabilis quidem non est; sed in illis est atque in ceteris corporibus, aliis plus, aliis minùs.* Igitur corpus omne per se diaphanum est; visibiles autem qualitates per se opacæ, quæ proinde ea quibus insunt corpora opaca efficiunt: quod sanè non abs re ita natura comparatum est, vt in hisce qualitatibus visus terminaretur, qui si permearet, nullam illarum aspiceret: nunc verò, quæ propter translucidam naturam visum per se fugiunt, his qualitatibus sistuntur, & spectabilia fiunt: sublato autem colore innataq; luce, ab iis quibus hæc à natura insunt, diaphana omnia relinquentur.

B

PROPOSITIO XXXII. THEOREMA.

Lumen est actus corporis perspicui.

ARISTOTELES lib. 2. de anima cap. 7. textu 69. lumen ait esse velut colorem corporis perspicui seu lucidi. Nam sicut colorata colore, ita lucida fulgore cõspicua fiunt. Ex quo fit, vt, eodem philosopho definitore, *lumen sit actus corporis perspicui, quà perspicuum est*, hoc est, actus quo formaliter corpus aliquod perspicuum seu lucidum efficitur.

C Definiri etiam hoc modo lumen potest: *Lumen est quod per se absque alterius præsidio sui est diffusiuum.* Hæc enim præcipua esse videtur luminis proprietas, vt etiam in tenebris radiet, seu potiùs fugatis tenebris per se primò colluceat. Quam proprietatem nos lib. 5. Deo fauente, definitione prima diffusiùs exponemus: vbi ostendemus id lumini proprium esse, vt missis vndique sui similibus radiis, sese amplissimum in orbem propria facultate effundat.

PROPOSITIO XXXIII. THEOREMA.

Malè Empedocles lumen corpus esse dixit.

D

ARISTOTELES lib. 2. de anima c. 7. tex. 70. refellit eorum sententiam, qui lumen corpus esse existimabant. Primùm, quia in eodem medio plura sæpè lumina conueniunt. si igitur corpora essent, ea sese penetrarent: quod idem accideret cùm lumen solis per cælos densissimos aut per vitrum translucet. atqui fieri nequit, vt plura corpora se mutuò intimè peruadant; atque eodem coërcita loco societatem ineant. Ergo, lumen non est corpus. Secundò, tenebræ sunt priuatio actus ex præsentia corporis lucidi in perspicuo nati. Igitur lumen est forma quædam accidentaria, & non corpus. Tertiò, omne corpus loco moueri est natum, at loci mutatio tempus exigit, quo mobile ex vno loco in alium

E commeet. Lumen igitur non est corpus, cum illud videamus ocyssimè, & velut momento temporis, longissima spatia emetiri. *Neque rectè dixit Empedocles, & si quis itidem censuit, lumen ferri atque extendi, nosq; id ipsum latere. Hoc enim & rationis metas excedit, & est præter ea quæ apparent. In paruo namque spatio motus fortasse lateret, propter velocitatem; sed ab ortu solis vsque ad occasum, tanti corporis motum latere magna profectò est postulatio.* Hæc Aristoteles loco superiùs citato.

Prætereà si lumen corpus esset, tardiùs ferretur per durum medium quàm per molle: at quo momento temporis penetrat molle diaphanum, eodem transuerberat vel durissimum, cuiusmodi sunt cælestia corpora, & crystallus, & vitrum. Incorporeum igitur

F est lumen, cui duritia corporis non obsistit.

Neminem autem conturbet, quòd dicamus lucem moueri ac ferri, item accedere & recedere, contrahi ac dilatari: tametsi enim corpus sit quod mouetur, & in tempore quodlibet moueatur; lux verò incorporea sit, & simul tota; non propterea damnandus est hic loquendi modus, cùm potiorem non habeamus, quo lucis naturam manifestemus, cùm dicendum potiùs esset, simul atque præsente diaphano lucidum corpus exponitur, mox illic lumen existere, illicque agere.

PRO-

A

PROPOSITIO XXXIV. THEOREMA.

Sed neque lumen corporea est qualitas. rectè autem intentionalis vocari potest.

LVMEN duplicem habet existendi modum, vnum naturalem, intentionalem alterum. Naturalis est, quo in corpore, cui congenitum est, existit; vt in astris: in quibus subiecti extensione distenditur, nec ab vlla externa causa pendens, per se firmum ac constans permanet. Hæc lux propriè nun- B
cupatur, de qua noster modò sermo non est. Alter modus existendi luminis intentionalis est, quo extra proprium subiectum, instar spiritualis substantiæ totum existit simul, vt in aëre, aliòve corpore impunè peruio, in quo sese plura lumina penetrant, & momento temporis immensa spatia transcurrunt, more spirituum. Adeò vt in his quòque symptomatis, quæ cetèroquin corporum propria sunt, quamdam spiritualis essentiæ similitudinem ementita esse natura videatur, quæ à corporea mole soluta liberiùs euagetur.

Et sanè si lumen corporeum esset, proprio cuipiam subiecto esset congenitum, in quo proinde restaret ad tempus absente corpore lucido: deinde propriam elementi qualitatem in subiecto requireret: at neque momento quidem temporis in subiecto perseuerat C
sublato corpore luminoso; neque præuiam aliquam in subiecto dispositionem requirit, vt adsit; sed *puritatem cælo, animæq; persimilem*, (vt Marsilius Ficinus loquitur in librum primum Enneadis secundæ Plotini) *hoc est perspicuitatem, totumq; subitò prorsus illuminat, & sine offensione totum implet, pluraq; statim absque resistentia in vnum coëunt, nec sordibus inquinatur. Idemq; absque collisione, condensatione, rarefactione, mora tam facilè per spatium se fundit amplissimum, quàm refundit se protinus in angustum.*

PROPOSITIO XXXV. THEOREMA.

Nullum lumen omnis coloris est expers. D

EST enim lux corporis opaci proprietas, vt prop. 31. diximus: vbi etiam ostensum est corpus omne opacum colore aliquo tale effectum esse. Igitur color lumini permiscetur, ceu quædam eius affectio, vnde quamplurimæ luminum differentiæ exoriuntur. Nisi enim vnumquodque lumen colore aliquo affectum sit, nihil superest, quo vnum ab altero distingui possit, cùm lumen qualitas sit, quam præter nihil in rebus ipsis aspectabile sit. Necessum igitur est, quod propositum erat demonstrare, natiuum colorem corporis cum lumine in vnam speciem vnumq; aspectum coalescere, ex qua quidem concretione & contemperatione pro colorum varietate multiplex luminis differētia procreatur. Hinc E
enim lux solis aurea est, lunæ argentea, mercurij rubicunda, flammæ sulphureæ cærulea, æruginis accensæ viridis. Nec obstat, quod lib. de coloribus cap. 1. Aristoteles inquit: *Lux ignis color est, nullus enim alius præter hunc ignis color inuenitur, & ob id solus hic visibilis existit, cùm cetera visibilia euadant huius beneficio, nulliq; alteri possimus ignis aspectum ferre acceptum, nisi luci.* Hæc enim rectè ab Aristotele dicuntur, cùm nec color ignis sine lumine, nec lumen nisi colore affectum videri possit.

Marsilius Ficinus in librum primum Enneadis 2. Plotini omnem colorum varietatem, quam in diuersis luminibus cernimus, in materiæ raritatem & densitatem reponit. Sic enim ait: *Scimus ignis lumen, quo purius est, eo esse nitidius. contrà verò rubet in ma-* F
teria crassa, pallet in media, sed in tenuissima nitet. Et paulò inferiùs: *Quod autem diuersis in stellis aliter aliterq; lux fulgeat, non alia quidem & alia mistione contingit, sicut in coloribus nostris accidere solet; sed propriis quibusdam raritatis, densitatis, distantiæq; gradibus. Sic & croci color congregatus quidem rubet, diffusus verò pallet, diffusissimus denique nitet. Mitto quantum in his è longinquo, & per media diuersa nos fallat aspectus. Sed præter lumina cælestibus adde virtutes quoque diuersas, ex quibus & colores ibi varij, & actiones inde proueniant: non quales ab elementis, sed proprietate quadam occultiore, scilicet speciali fermè, quali ferrum trahitur à magnete. Nam quæ apud nos sic agunt, agere dicuntur virtute cælesti.*

Equidem

A Equidem existimo Marsilium id potissimùm expendisse, quòd cælesti substantiæ nullus color possit esse congenitus, propterea quòd omnis color ex mixtilium temperamento originem ducat. Causam igitur diuersorum luminum in mixtis perquirendam ratus, reperit in igne aliquam luminis varietatem ex maiore vel minore materiæ diductione. Quapropter hanc cælestibus quoque astris accommodauit. quæ proinde dixit eâdem causâ variè fulgere, qua croci color congregatus quidem rubet, diffusus verò pallet, diffusissimus denique nitet.

Verùm materiæ raritas ac densitas hoc solummodò præstare possunt, vt color dilutior sit aut saturatior; non verò vt speciem immutet. Quare numquam fiet vt croci color cæruleus euadat, quantumuis materia diducatur aut constipetur. Vnde igitur B quarumdam rerum flammæ aureæ, aliarum rubicundæ, aliarum purpureæ, aliarum cæruleæ, aliarum virides? sanè ex proprio colore materiæ inflammabilis, qui lumini permistus vnà fulget nitetque.

At cælestia corpora, queis propter naturæ simplicitatem nullus color inesse potest, quonam pacto variè coruscant? Respondeo fulgentibus astris proprios colores inesse, non quidem ex mixtilium concretione oriundos, sed puriores ac lumini familiares. Omne enim quod opacum est, colorem aliquem habere oportet; nec magis repugnat corporum cælestium simplicitati color, quàm opacitas. Ex horum igitur colorum contagione fit, vt astrorum lumina vario colore infecta appareant.

C

PROPOSITIO XXXVI. THEOREMA.

Exquisitum lumen diutiùs spectatum, visus organum labefactat.

NEMINEM esse arbitror, cui perspectum non sit oculos ab exquisito splendore offendi, atque interdum etiam penitus occæcari. Id enim manifesta docet experientia: quam in primis testatam facit Galenus lib. 10. D de vsu partium, asserens multos per eclipsin solis visu destitutos fuisse, dum eam explicatis oculis fixiùs intueri conati sunt. Deinde quotidianum est intensioris lucis aspectu ita retundi atque hebetari oculorum aciem, si diutiùs immorentur, vt aliquanto post tempore nihil discernant, donec quiete ac temporis mora in pristinum statum restituantur. Pretereà qui ad accensas fornaces opus faciunt, quales sunt qui ferrum cudunt, aut vitra conflant, aut metalla secernunt, aliúdve quid præstant simile, plurimùm visu hebetantur propter continuum ignei fulgoris aspectum, qui post aliquot annorum spatium organum quoque ipsum insitamque organo facultatem pessumdat.

Ex his atque sexcentis aliis tametsi constet ab excellenti actione vires patientis hebe- E tari atque dissolui; non tamen satis apertum esse videtur, qua id peculiari vi ac causa fieri contingat. Non placet in primis ea ratio, quòd vehementioris luminis appulsu pupilla supra vires constringatur, vnde dolor cõsequatur, ac tandem etiam vires fatiscant. Nam, vt propos. 17. ostendimus, idcircò pupilla astringitur, vt ingruenti lumini, quod organo perniciem machinatur, obsistat. Quare dolor, quem gignit pupillæ coarctatio, grauioris mali arcendi causa suscipitur; non secùs ac manus propriâ contemptâ læsione lapidi incidenti promptè opponitur, ne caput, pars corporis nobilior, nocumentum accipiat. Multò verò minùs existimo hanc ob causam intensum lumen exactam organi harmoniam pessumdare, quòd facta in centrum visus radiorum collectione per infra- F ctionem, quæ accidit in humore aqueo, calor quidam excitetur, qui spiritus animales dissipet, & crystalloidis substantiam exsugat. Nam licet infractionem radiorum versus centrum crystalloidis fieri suprà propos. 9. & 26. demonstrauimus; ea tamen refractio à perpendiculari est, vt ex propos. 9. constat, & lib. 2. diffusiùs ostendemus; ac proinde illi, quæ calorem accendere nata est, prorsus contraria.

Geminam autem rationem huius effectus hanc adfert Aristoteles lib. 2. de anima, cap. 12. textu 123. quòd sensibilis exuperatio superet vires. Ex quo fit, vt ratio instrumenti dissoluatur, non secùs atque concentus nimia fidium intensione. Apta enim organi compositio, quam propria functio postulat, non solùm in figura idonea; sed etiam in exquisita quadam primarum secundarumq; qualitatum symmetria ac moderatione,

quam

quam instrumenti rationem appellat philosophus, consistit: hanc verò cùm excellens A
sensibile penitus, aut ex parte labefactat, fit vt facultas ipsa organo insidens pariter vitietur. Quod Themistius in lib. 2. de anima cap. 42. suæ paraphrasis pulchrè edisserit his verbis: *Constat*, inquit, *exuperantiam sensibilis perniciem afferre sensorio. Nam si vis maior ingruat, quàm vt sustineri à sensu possit, necessarium est eius partis interitum sequi; quia temperamentum & ratio soluitur desuitúrque. Nihil enim aliud temperamentum est, quàm mensurata quædam & modificata medietas. Omne verò moderatum ab immoderato dissoluitur; vt modulatio in fidibus atque cantu, si chordæ voceſq; aut validiùs obgrauescant, aut impensiùs euibrissent, quàm intensionis & concentus ratio postulat, protinus dissidere incipit, mox & conspiratio tota confunditur*. Hæc ille. B

Fortè hîc quispiam naturæ auctorem prauæ institutionis redarguet, quòd à propriis obiectis organa sauciari permiserit, in quæ sensus ipsi natiua propensione feruntur. Absonum enim omnino videtur, vt quidquam naturali impetu perniciem sibi adsciscat, cùm potiùs naturæ legibus consentaneum sit, vt omnia propriam incolumitatem ament, ac persequantur. Verùm iniqua est ista expostulatio, cùm in eiusmodi obiecta, à quibus organum prauè afficitur, sensus nulla ratione propendeant, sed potiùs velut interitum refugiant: nec sensibilia ipsa per se organum lædunt; sed tantùm ex accidenti, cùm nimirum ad exuperantiam deflectunt, ceu vinum immodicè sumptum.

PROPOSITIO XXXVII. THEOREMA. C

Color est, quod mouet actu perspicuum.

HANC coloris definitionem tradit Aristoteles lib. 2. de anima cap. 7. textu 73. quæ eam habet explicationem: Color mouet medium diaphanum, quod iam actu lumine illustratur. Distinguitur ergo color à lumine, quòd lumen dum medium diaphanum mouet, facit ipsum perspicuum seu luminosum; at color supponit medium actu illuminatum, vt illud moueat. Aduerte autem non supponi medium prius tempore collustratum, quàm à colore moueatur: sed vno eodemque tempore quo inficitur colore, etiam lumine col- D
lustratur, illo inquam lumine, quod à corpore colore conspicuo ad visum remittitur, secumque coloris imaginem ac formam defert. Nam formas rerum aspectabilium luminis ope ad visum transportari infrà planè demonstrabitur.

Huic definitioni nihil officit altera ex eodem philosopho lib. de sensu & sensili cap. 3. petita, quæ sic habet: Color est terminus perspicui in corpore definito, seu terminato. Hæc enim de colore, quà spectabilis est, intelligitur; non autem absolutè, quemadmodum Pythagoras colorem esse extimam corporis superficiem censuit, hanc ob causam, quòd color sectilem naturam habeat; non tamen sit corpus, aut linea: superficiem ergo esse conclusit, non quamuis, sed extimam, quæ se palàm in conspectum dat. Veriùs itaque Aristoteles ea dumtaxat ratione colorem ad superficiem corporis E
retulit, quà spectabilis est. Solus namque visibilis color in termino corporis inhabitat. Quare etsi color intimè totam corporis substantiam peruadat, eò quòd ex primarum qualitatum permixtione consurgat; tamen is solùm est proximè aptus videri, qui extimam illius superficiem occupat.

Si quis objiciat multarum gemmarum colores etiam in profunditate conspicuos esse: itemque in succinis inclusas muscas, & culices, ac formicas, aliaque eiusmodi, subinde spectari, quæ, dum recens ac fluida etiamnum materia esset, lentore capta temporis decursu pariter siccata constrictaq; fuere, ac velut perpetuæ sepulturæ mandata. Dicito id fieri, quòd corpora illa non penitus opaca sint, sed parte aliqua diaphana, quamobrem F
etiam ex profunditate illorum colores emergunt & spectabiles fiunt.

Ex his sanè perspicuè constat, colorem cum lumine magnam cognationem habere. Vti namque lumen, ita & color similem sui sobolem progignit, ac per transparens medium circumcircà latè diffundit. Quæ vis nulli alteri inesse comperitur. Si quæ enim effectum aliquem ex se fundunt, ea ferè aut sursum, aut deorsum, aut in vnam tantummodò rectam lineam vim facultatemque exerunt. Differt verò color à lumine, quòd lumen per sese, at color non nisi luminis adminiculo per suæ virtutis sphæram deportetur, vt infrà dicemus propos. 42.

PRO-

A

PROPOSITIO XXXVIII. THEOREMA.

Non rectè Plato colorem, lumen esse pronuntiauit.

TRIPARTITA est eorum sententia, qui colorem nil aliud quàm lumen esse existimarunt. Plato in Timæo, colorem genus quoddam luminis absolutè pronuntiauit, cùm eum his verbis descripsit: *Est autem color veluti flammula quædam, fulgorq; è singulis corporibus emicans, partes*
B *habens visui ad sentiendum accommodatas.* Deinde Auempace apud Auerroëm lib. 2. de anima comm. 67. asserit absente externo lumine nullum superesse colorem in corporibus, sed luminis tantùm appulsu colores suscitari. quò etiam spectare videtur illud Poëtæ lib. 6. Æneid.

——— *Rebus nox abstulit atra colorem.*

Tertia est sententia Magni Alberti, lib. de sensu ac sensili tractatu 2. cap. 1. qui à ceteris hoc discrepat, quòd sublato lumine putet in corporibus superstitem manere qualitatem quamdam, ex primis qualitatibus oriundam, quæ coloris veluti materia sit, eius verò forma actusque lux.

Colorem nil aliud esse quàm lumen, his argumentis probari potest. Primò, quia
C colores qui in nubibus conspiciuntur, præsertim circa solis ortum atque occubitum, non aliam habere causam videntur, quàm diuersam solis irradiationem; vnde nunc albæ, nunc obscuræ, nunc rubentes ac velut sanguineæ apparent. Mare item ob eamdem causam nunc purpurascit, nunc canescit, & eminus album, propiùs ex obscuro viridem colorem repræsentat. Videmus etiam columbarum ceruices, & pauonum caudas, diuerso lucis aspectu colores mirum in modum variare. Ex quibus omnibus hoc necessariò educi videtur, nil differre colores à lumine; sed vnam eamdemque rem esse, quæ diuerso aspectu omnem hanc varietatem producat.

Secundò, ex omnibus coloribus nullus ita officit visui sicuti albus: hunc enim si diutiùs oculi aspexerint, fatiscunt; nec sanè aliam ob causam, quàm quia candor multum
D habet de lumine, quo potissimùm censent philosophi organum visus dissipari. Igitur & ceteri pro rata portione, alij plus, alij minùs, de natura luminis acceperunt.

Tertiò, absente lumine vniuersa corpora delitescunt, nec vllum eorum suapte vi speciem aliquam exerit, qua cerni possit. Ergo nullus color in rebus ante appulsum luminis conspicuus existit: sed tantùm, vt Albertus Magnus volebat, prima quædam coloris materies, quæ ex luminis consortio in diuersis corporibus omnem hanc, quæ nunc extat, colorum varietatem exhibet. Quare verus perfectusque color nil differt à luce; quæ eius perfectio, actus, ac forma, iure optimo dici potest & debet.

Colores quidem illos quibus sensus illuditur, apparentes vocant, à lumine non differre perspicuum certumq; habeo; cùm à solo lumine secundùm diuersum modum
E inflexo infractóve consurgant, & velut penduli in medio diaphano oberrantes: non verò, vti sinceri illi qui in corpore solido & opaco cernuntur, firmi stabilesque consistant.

Veros tamen colores diuersam à luce naturam habere, his rationibus demonstratur. Prima, si veri colores aliud nihil essent quàm lumen, eadem in illis accideret phænomenon diuersitas, quæ in apparentibus cerni consueuit; siquidem vnius conceduntur esse naturæ: at hi maximè versatiles sunt, cùm ad omnem pænè aspectus diuersitatem perspicuè mutentur; illi autem firmi ac stabiles, cùm non à luce, sed à primarum qualitatum societate atque complexu gignantur. non sunt igitur colores de natura lucis.
F Deinde, quis dicere audeat, nigrorem, qui ab albedine tota natura distat, lumen esse, cùm nil lumini aduersetur. Dicere autem nigrorem tenebras esse, longè absurdius est, & à communi philosophantium sensu quàm maximè dissitum. Ergo nec nigror nec candor lumina dici possunt. Quod verò Aristoteles lib. de sensu & sensili c. 3. ita scribit: *Quemadmodum in aëre modò lumen, modò tenebræ insunt, ita in ipsis corporibus albor & nigror innasci assolent:* id solùm per similitudinem dictum est. Rursus lux vnius dumtaxat speciei est: at colores, cyaneus, luteus, puniceus, ceterique specie differunt. Igitur hi aliud sunt quàm lux. Demum color mouet diaphanum actu illustratum. igitur non est idem quod lux. aliàs enim idem ab eodem moueretur, quod inter absurda numerari solet.

Nunc illa argumenta diluamus, quæ colorem à luce minimè distinguendum esse suadebant. Ad primum, dicendum colores illos qui in nubibus densatisque vaporibus, & qui in mari atque auium plumis sole radiante visuntur, veros colores esse, vt infrà demonstrabitur: ac proinde eos aliam causam habere, quàm solis aspectum vel irradiationem. Et vt de genere illorum essent, qui apparentes vocantur, nil tamen aliud concluderet argumentum, quàm quòd hi solùm à lumine minimè distinguantur. A

Ad secundum, fatendum è veris coloribus albedinem similitudine quadam, at non proprietate naturæ, ad lucem proximè accedere; vnde neutiquam sequitur, eamdem colorum ac lucis naturam esse, cùm ea similitudo ad speciem constituendam nihil omnino conducat. Qua autem ratione candor visum hebetet, organumq; labefactet, infrà dicemus, propos. 40. vbi de colorum sympathia & antipathia, quam erga visum habent, sermo instituetur. B

Ad tertium, non mirum est absente lumine colores obliteſcere, & veluti oculis eripi, cùm tunc illorum imagines de medio tollantur. sicque intelligendum illud Poëtæ, quòd nox colorem ab oculis, non ex rebus ipsis sustulerit. Non enim concedimus abscessu lucis colores funditus interire, aut ex se visibiles non esse, tametsi, nisi lucis consortio, actu non videantur. Quæ proinde externa quidem ipsorum forma dici potest, quatenus sui perfusione illos actu aspectabiles facit: non verò interna, quasi ex ipsa colores, ceu ex proprio atque essentiali actu componantur, cùm lux & color species sint in suo quæque genere perfectæ atque completæ, quæ proinde in naturam vnam coire minimè possunt. C

Si quis ex Alberti sententia dixerit, colorem ex luce, & qualitate illa quæ ex primis nascitur, non tamquam ex actu & potentia, sed velut ex mixtilibus componi; non secùs atque ex luteo & ceruleo fit viridis, itemque ex rubro cyaneoque purpureus: id profectò de colore, quà spectabilis est, concessero, absolutè autem non item. Nam qualitas illa ex primis oriunda, quam Albertus coloris materiam facit, verè ac propriè color est, per se quidem spectabilis remota potentia, actu verò solùm lucis appulsu.

Et sanè dicere tum solùm colores existere cùm luce perfunduntur, absente verò lumine deperire, perinde est ac si quis dicat, orientia quidem astra succendi, occidentia verò extingui; quod Epicurei opinabantur; aut quod Democritus, tum solùm colores esse, cùm illos quis videt, ac sublato aspectu interire. Hæc verò commenta quid aliud sunt, quàm dicere (si modò sit quispiam qui affirmet) quos videas, homines esse; quos videre desinas, mori: aut eumdem colorem, dum ab vno videtur, alterum verò latet, eodem simul tempore generari & corrumpi. D

PROPOSITIO XXXIX. THEOREMA.

Quinque sunt simplicium colorum species, ac tres compositæ.

Hic præmonendus est Lector, ne in æquiuoco versetur oratio, nos hoc loco non agere de coloribus concretis, quales sunt, minium, purpurissum, lacca, cinnabaris, indicum, ochra, auripigmentum, cerussa, ac ceteris quos pictores tabulis inducunt, sed de iis quæ his insunt visibilibus qualitatibus. E

Rursus per simplices colores non intelligi à nobis illos qui elementorum sunt proprij, nec per compositos, illos qui ex primarum qualitatum concursu gignuntur. Quo pacto Aristoteles eos vsurpat libello de coloribus cap. 1. est enim ea colorum consideratio pars scientiæ naturalis. Quare ad physicum spectat primas colorum causas reddere, quo inquam pacto ex primarum qualitatum congressione vniuersa colorum numerositas in rebus singulis oriatur. Exempli gratia, cur fumus lignorum ater sit, stibij albus, argenti viui sulphure mixti ruber: cur coralla per se rubra igne albescant, cerussa alba è contrario vstulata rubescat: qua ex causa gallarum & chalcanthi diluta per se seorsum clara atque perspicua, si confundantur, momentanea conuersione impensissimam nigredinem contrahant: simili modo cur violarum infusum, iniecta guttula olei ex fæce vini, confestim ex puniceo in viridem colorem mutetur: prætereà cupri tinctura insigni viriditate conspicua, cur iniecto sale ammoniaco, euadat cyanea: rara omnino spectacula. Demum quis non iure miretur in hominum capillis insignem varietatem colorum, præsertim cùm nigerrimi niueam canitiem induunt: ac in eodem etiam animali, F

A mali, veluti tauro nigerrimo candidissimas maculas. Quid? dicésne contrarias temperamenti rationes partibus inesse, ex quibus contrarij colores proueniunt? Difficilis omnino est persuasio. His adde, quod summum naturæ miraculum videri debet, multiformem, ac propemodum infinitam colorum varietatem, quam in floribus, idem herbæ viror, eademque tellus vbere fœtu progignit; qui omnes cum tempore ac rempestiuitate, pro ingenio suæ naturæ, hi quidem ocyùs, illi tardiùs colorem permutant. Arduum sanè est hoc negotium, & in quo plura esse existimo, quæ sub occultioribus causis latent, quàm quæ sciuntur; pluraque quæ dubitationem, quàm quæ cognitionem pariant. Quamobrem sapientissimè Plato in Timæo de elementorum permistione, ex qua varij colores obueniunt, ita scribit: *Quo autem mensuræ modo singula singulis*
B *misceantur, etiam si quis nouerit, narrare prudentis non est; præsertim cùm neque necessariam, neque verisimilem de his rationem adferre vllo modo possit.* Ea sanè est mentis nostræ imbecillitas, vt philosopho teste 2. Metaphys. c. 1. *quemadmodum vespertilionum oculi se habent ad lumen diei, ita intellectus animæ nostræ ad ea quæ omnium sunt manifestissima.*

Hoc igitur doctiores agant philosophi; nos ea, quæ nostri instituti sunt propria, repetamus. Agimus, inquam, hoc loco de coloribus qui nunc in rerum natura extant: inter quos simplices illos vocamus, ex quorum permixtione ceteri manifestè gignuntur; compositos verò, qui ex simplicibus.

Præterea hoc prænotandum est, colores tribus modis componi; scilicet reipsa, quoad intentionem, & quoad aspectum. Primus compositionis modus fit in materia,
C secundus in medio peruio, tertius in oculo.

Realis compositio colorum tunc accidit, cùm materiæ coloribus affectæ inter se permiscentur: tunc enim ex ipsis quoque coloribus pariter commixtis vnus fit ex omnibus cinnus, quem reipsa compositum dicimus. Vt si auripigmento indicum interatur, color compositi viridis erit, nempe ex flauo cæruleoque mixtus.

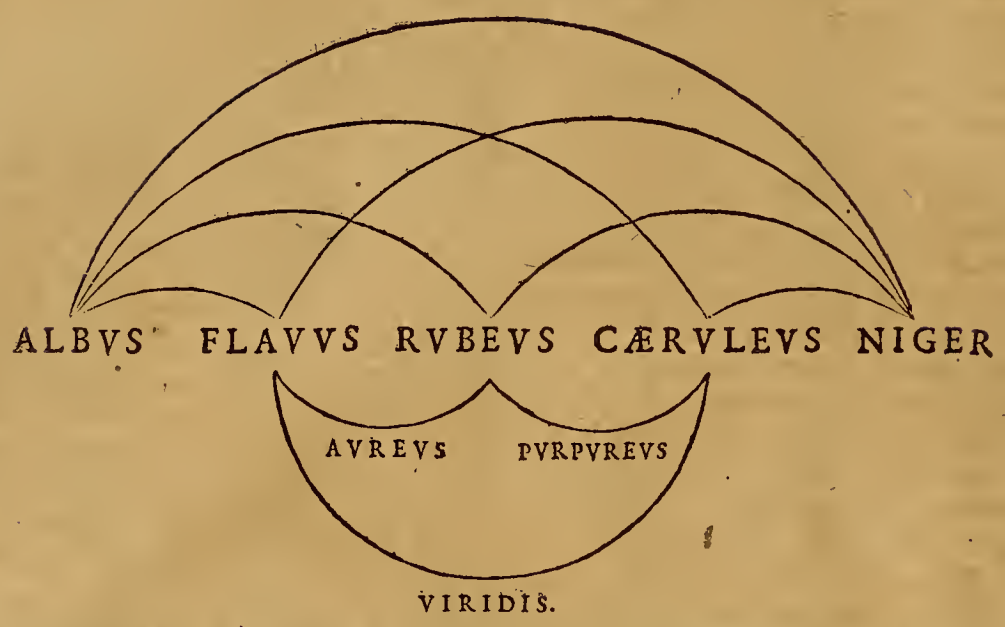
Intentionalis compositio est, cùm in medio diaphano intentionales colores congrediuntur, vt si picturæ flauæ indicum, quod quadamtenus perspicuum est, tenui litura inducatur, neuter quidem color reipsa commiscetur; tamen alter per alterum transparet: vnde fit, vt in medio peruio flaui coloris intentio, quæ indicum penetrauit, cærulei coloris intentioni permixta colorem viridem repræsentet, compositum quidem se-
D cundùm intentiones, non autem reipsa. Idem euenit cùm crocus, aut curcumæ radix cæruleo panno affricatur: nam qui antè cæruleus erat, nunc viridis apparet, sic quoque cæruleum lumine candelæ perfusum subuiride cernitur: flauedo enim luminis, mixta intentione cærulei, viridis speciem refert. Hinc etiam pictores, cùm sub aquis repræsentare aliquid volunt, aut velut per caliginem transparens, aqueum vel nebulosum colorem rei priùs depictæ inducunt.

Tertia compositio, notionalis dici potest; veluti cùm pannus maculis diuersorũ colorum respersus est, ita exiguis vt visum fugiant. Tum enim etsi singulorũ intentiones distinctę per mediũ deferantur, tamen in oculo quoad sensum cõueniunt, ita vt ex omni-
E bus mixtus quidam color resultet, à singulis per se communi oculorũ notione receptus.

His præcognitis, doctrinæ ordo postulat, vt tandem aliquando, quot sint colorum species ac differentiæ vltimæ, exponamus.

Duo in primis sunt extremi colores, candor & nigror, maximo ab inuicem interuallo disiuncti: ex quibus candor præstantior est, quia luci similior; nigror verò deterior, quia vicinior tenebris. Hæ namque speciem nigri præ se ferunt, vt & vmbræ, & opaca corpora si luce priuentur, & color ille qui in tersò læuigatoque corpore apparet eò loci vnde nulla fit luminis reuerberatio, quem ζοφερὸν & ὀρφνὸν propriè nuncupari voluit Aristoteles libro de coloribus. Ea denique omnia à quibus parum aut nihil luminis ad
F visum reflectitur, vt aquæ leuiter crispatæ, ac densæ nubes: quæ omnia, propter lucis absentiam, nigrorem quemdam referre videntur. Quamobrem Aristoteles lib. de sensu sensilique cap. 3. colorem hunc priuationi comparauit; non quòd verè sit candoris absentia, sed quòd tenebris persimilis sit. Quæcumque verò in rara materia plurimum lucis obtinent, ea candida sese aspectui offerunt, vt sunt galaxia, nebulæ, vapores, ac raræ nubes. Ex hac candoris luciſque cognatione consequitur ea proprietas, quam ex Aristotele passim schola philosophantium celebrat; nempe albedinem, tametsi non æquè ac lumen, præ ceteris tamen coloribus visum dissipare.

Medij autem colores tres dumtaxat numerantur, flauus, rubeus, & cæruleus, qui cum albedine atque nigredine quinarium numerum simplicium colorum implent.



Porrò ex tribus mediis ter combinatis totidem nascuntur compositi. Nempe *Aureus* ex flauo & rubeo, *Purpureus* ex rubeo ac cæruleo, demum ex flauo cyaneoque *Viridis*; ex trium verò simplicium mediorum permixtione ingratus quidam color enascitur, liuidus luridusque, & velut cadauerosus. Sic vt præter iam dictas tres compositionum species (quas flammeas vocat Aristoteles libro de coloribus, Plinius autem floridas libro 35. cap. 6.) nulla alia dari possit aspectu iucunda ac venusta: sunt enim ceteræ omnes sordidæ, atque, vt Plinius loquitur, austeræ. His enim idem accidit quod consonantiis. Vnde Philosophus diuino quodam mentis acumine colorum symmetrias ita describit libro de sensu ac sensili, cap. 3. *Colores*, inquit, *misceri videntur, quemadmodum soni: ita enim qui eximium quoddam proportionis genus seruant, hi consonantiarum more omnium suauissimi sunt, ceu purpureus & puniceus. Atque eiusmodi paucos oportet esse eâdem, qua concentus pauci sunt, causâ.* Hæc Aristoteles.

Extremi colores cum mediis omnibus tam simplicibus quàm compositis amicam societatem ineunt. Videntur tamen speciem illorum, quibus permiscentur, minimè immutare; sed tantùm illos intendere ac remittere. Albus enim cùm sit omnium intensissimus, ceteros, quibus adiungitur, attollit. niger verò infimus ac tenebris proximus alios suapte natura offuscat, & obscuros atroque reddit; seruata tamen singulorum specie atque essentia. Vnde forte putabit nonnemo candorem atque nigredinem veros colores non esse, sed tantùm quosdam colorum gradus, quibus singuli secundùm magis ac minùs euariant Hinc enim illa multiplex colorum diuersitas, quæ in vnaquaque specie reperitur: sub flauo quidem luteus, citrius, ruffus, mustelinus, ferrugineus, pullus, roanus, tanatus, regius, leonatus. Sub rubeo, roseus, rubidus, rubicundus, rutilus, sanguineus, giluus, spadix, igneus, flammeus. Sub cæruleo, cæsius seu glaucus, plumbeus, venetus. quæ omnes differentiæ potiùs ex quadam intensione & remissione, quàm ex specifica ratione seu naturæ principiis originem ducunt.

Et quemadmodum simplices, ita compositi colores suas habent accidentarias differentias. Nam aureo competunt arantius, croceus, fuluus. Ad viridem spectant ærugineus, herbaceus, prasinus, cymatilis seu marinus, à κῦμα dictus, id est vnda, illumque colorem significat, qui in aqua marina cernitur ex cæruleo tendens in viridem. Purpureus comites habet rosaceum, balasium, amethystinum, puniceum, violaceum: inter quos primo loco censeri debet is, qui proprius est conchylij, ad mouendum aspectum viuacissimus, deinde qui ex cocco baphica seu grano tinctorio prouenit, tum qui ex coccinilla fit (vermiculi genus est, nuper ex India asportari cœptum:) denique ceteri quos enumerauimus. Hæ compositorũ colorum differentiæ non tantùm ex albi nigriq; varia aspersione, verùm etiam ex inæquali mixtilium proportione obueniunt. Herbaceus enim viror plus habet flaui coloris, quàm ærugineus; & puniceus plus cyanei, quàm amethystinus; & plus rubedinis croceus, quàm fuluus: itaque in ceteris. Nomina verò plurimùm à rebus, in quibus primò inuenti fuerunt, aut in quibus excellunt, acceperunt.

Quæ

A Quæ de varia colorum permixtione hactenus proposita sunt, ita omnino se habent, vti diximus: at solæ illæ simplicium colorum species intelligendæ sunt, quas sola mens nostra à materia secretas assequitur; non verò illæ, quas rebus insertas videmus. quod initio quoque huius propositionis obiter monuimus. Nam, vt exemplis vtar. rubei instar sunt lacca factitia, cinnabaris, & cerussa vstulata; quam hoc tempore minium plumbi vocant. Quæ verò his insunt qualitates, non omnes æquè ad simplicem ruborem pertinent. Lacca siquidem nonnihil habet admixtum cærulei, quo purpureum imitatur: cerussa verò vsta flaui habet plusculum, quo in aureum tendit: cinnabaris autem medio loco constituta ad exquisitam rubedinem proximè accedere videtur,
B quare & laccæ, & cerussæ vstæ concinnè admiscetur. Plurimùm verò interest an lacca, an cerussa vsta in aurei purpureive compositionem adsumatur. Sandaraca namque cerussæ tostæ indita aureum iucundum gignit, non item verò commista laccæ, quòd hæc cærulei portionem habeat, quæ iuncta natiuo rubori, flauaéque sandaracæ, trium simplicium miscellam producit austeram ac inuenustam. Rursus laccæ rubedo, quæ cærulei quadamtenus est particeps, adiuncto quidem indico in viuidum purpureum commutatur; sandaracæ verò intrita, ob trium simplicium congressionem, liuescit, & prorsus austera euadit. His similia exempla, numero propemodum infinita, adferri possent ad ostendendas colorum permutationes, quæ ex simplicium commistione oriuntur. At nulli hæc ita accuratè vt pictores norunt; quibus proinde hoc caput diffusiùs explican-
C dum relinquimus.

PROPOSITIO XL. THEOREMA.

Colores omnes propriis facultatibus pollent, quibus obtutum variè afficiunt.

OMNIVM experientia compertum est, extremos duos colores album atque atrum non mediocriter aspectui officere. Nam candor in primis mirum in modum visum disgregat, offendit, ac sauciat: quod luculenter
D testatum faciunt illustria illa exempla; quæ refert Galenus lib. 10. de vsu part. militum in primis Xenophontis, qui per multam niuem iter facientes, non leuem iacturam oculorum acceperunt: deinde illorum, qui à Dionysio Siciliæ Tyranno ex obscurissimo carcere in splendidissimam domum calce illitam & læuigatam adducti, subitò occæcati fuerunt; minimè ferentes repentinum luminis atque exquisiti candoris occursum.

Habet autem candor hanc facultatem cum lumine communem, tum propter naturæ similitudinem, tum propterea, quòd quantumuis excellens sit, numquam tamen vllum sensui nocumentum sit allaturus, nisi insigniter illustretur. Ac tunc organum, cui cernendi facultas inhæret, duarum simul ingruentium qualitatum excessu, luminis sci-
E licet atque candoris, euerti contingit.

Est porrò visus disgregatio, confusio quædam ac dissipatio functioni cernendi obueniens, quòd lux vel impensus candor internas oculi partes occupet, quo minùs enucleatè ac distinctè res obiectas aspiciat. Oportet enim, vt propos. 13. & 14. docuimus, cauum oculi quod choroide & vuea continetur, omni tum lumine, tum colore liberum esse, vt sensus vigeat, & ritè proprio munere defungatur. Nam si lumine vel colore pars illa oculi præter naturæ modum sit affecta, omnia confusa quadam luce; vel tenui colore respersa conspiciuntur: quod sanè accidit insignis obiecti appulsu. Si autem interna illa oculi collustratio etiam vires patientis organi excedat, non modò videndi actum
F dissipari continget; verùm etiam instrumentum ipsum dissolui, ac vniuersam facultatem euerti, animum denique ipsum nimia luce lucis vsura priuari.

Nigredo etsi visum per se colligat; tamen vt rectè annotauit Albert. Magnus lib. 2. de anima tract. 4. cap. 9. etiam suo modo aspectui officit. quatenus longiore eius intuitu spiritus sese in intima abdunt, ac nimia frigiditate partes oculi coguntur & constipantur. Hanc ob causam quosdam vidimus obscuro carcere paucorum annorum tantam hebetudinem oculorum contraxisse, vt vix quidquam perspicerent.

Rubedo peculiari actione oculos accendit propter igneæ naturæ similitudinem; quamobrem eius aspectus ac frequens vsus, iis qui ophthalmia laborant, noxius esse comprobatur. Quòd verò hic color leonibus terrori sit, multis experimentis constat.

vnde leones conspecto gallo gallinaceo, præsertim albo, fugere scribit Lucretius lib. 4. A
de Natura:

Nimirum, quia sunt gallorum in corpore quædam
Semina, quæ cùm sunt oculis immissa leonum
Pupillas interfodiunt, acremq; dolorem
Præbent, vt nequeant contrà durare leones.

Hæc semina ait Pierius lib. 1. Hieroglyphicorum esse occultam speciem diuinitatis; nos dicimus rutilantem esse cristæ rubedinem, in corpore albo maximè conspicuam, quæ occulta quadam proprietate & velut igneo quodam mucrone leonum oculos perstringit. Cui haud penitus absimile est illud, quòd qui lippos, aut phlegmone laboran- B
tes aliorum oculos attentiùs inspiciunt, eodem morbo corripiantur, contagione tetroq; vapore admisso, qui ex affectis oculis exhalat, & occulto quodam impetu contuentium oculos inuadit.

Flauus ac cæruleus color suapte vi aspectum attemperant, quod Galenus in primis testatur lib. 10. de vsu partium, exemplo illorum qui in albis coriis depingunt, à quibus visus offendi solet. Hi enim, inquit, colores fuscos & cæruleos iuxtà ponunt, in quos dum subinde oculos conuertunt, recreantur, & à labore ac fatigatione releuantur; quod non aliunde, quàm ex arcana quadam facultate prouenire existimandum est.

In compositis verò hoc præcipuè admiratione dignum videtur, quòd iis, ex quibus conflantur, suauiores existant. Illis porrò exceptis, qui ex trium simplicium permixtione C
conflantur. hi namque, vti superiore propositione diximus, imperfecti sunt atque austeri, nec eam habent venustatem, quam ij qui è duobus tantùm constant, vt aureus, purpureus ac viridis, quos dico simplicibus gratiores esse; hanc fortè ob causam, quia inter simplices ex quibus fiunt, medij cõsistunt. Nam simplices, exempli gratia, flauus & rubeus, extremi quodammodò sunt; flauus quidem æquo pallidior, at rubeus quàm par est obscurior; inter quos mediocritatem obtinet aureus flauo obscurior, atque intensior rubeo, ac proinde vtroque, flauo nempe rubeoque, iucundior. Sic rubeum inter ac cæruleum medius consistit purpureus, iisdem, quibus constituitur, suauior. Demum qui ex flauo cæruleoque componitur, viridis, omnium tum simplicium tum mixtorum longè gratissimus est, quòd excluso pernicioso rubore è duobus tantùm consurgat, quo- D
rum neuter visui aduersatur. Hic planè ad voluptatem datus videtur, vt illo sese homines oblectent, atque oculos pascant; quamobrem herbæ ac plantæ, quas præcipuè oblectamenti causa naturæ auctor instituit, iucundissimo virore perfusæ conspiciuntur. Et verò quemadmodum inter compositos viridis, ita inter simplices cyaneus præstat. Vnde & cælum cæruleum est, vt ad sui aspectum & contemplationem homines alliciat.

Quærat non immeritò aliquis quo pacto albedo visum dissipet, nigredo colligat, rubedo inflammet, ceteri oblectent, cùm hæc non nisi per species præstare possint, quæ ex se nullam realem actionem edunt, propterea quòd imperfectam tantùm ac diminutam essentiam habeant, quam nulli realem, sed alij intentionalem, alij notionalem E
vocant, vtpote quæ inter realium ac rationis entium naturam media sit. Respondendum, colorum species, vt infrà planè demonstrabitur, sensibiles qualitates esse, atque agendi vi præditas, minore tamen, quàm qualitates ipsæ à quibus deciduntur. Quis enim neget lumen à sole sparsum per aëra, itemque calorem ab igne effusum excalfaciendi vim habere? Est autem lumen imago & species solis, sicut calor forma vicaria ignis. Nil igitur obstat quo minùs obiecta per species, tamquam per proprias ac naturales virtutes, organa sensuum realiter immutent, atque interdum etiam pessumdent. Deinde id etiam facit occulta quædam erga nonnullos colores aspectus sympathia, erga alios antipathia, qua hos quidem velut perniciem auersatur, illos verò tamquam fami- F
liare ac vtile quoddam bonum amplectitur.

Ergo albedo visum dissipat, tum quia eius aspectu pupillæ ambitus arctissimè stringitur, sic vt nequeant rerum species in propriam visionis officinam liberè commeare; tum quia exquisita albedo, dum oculi cauitatem implet, ceu lumen quoddam, aliarum rerum formas minùs per se efficaces ita offuscat, vt illas velut obuolutas obrutasq; ab aspectu surripiat. At nigredo contraria quadam ratione visum colligit firmatque. Nam eius aspectu oculus quodammodò obtenebrescit. Quocircà tamquam in opaco constitutus, liberiùs cetera contuetur.

PRO-

A

PROPOSITIO XLI. THEOREMA.

Colores, qui apparentes vocantur, à veris subiecto & effectrice causa distinguuntur.

B PERMVLTI sunt colores, qui à variis in numerum illorum censentur quos philosophi phantasticos seu apparentes vocant; recténe an secùs, hoc loco inuestigandum est. Id verò haud erit difficile, si ad certa capita omnes reuocentur.

Primo loco occurrunt illi, qui sub auroram solisque occasum in nubibus apparent, quas interdum rutilas, interdum flauas, interdum cinereas, interdum obscuras ac velut opacas, alias alio colore imbutas videre licet. Hos porrò colores veros esse perspicuum est, cùm proprio corpori insint, nempe exhalationi quæ permixta vapori vnà cum lumine transparet. Illa enim si pinguis sit & caumatica, rubicundæ quidem nubes si copia adsit; sin minùs, subflauæ cernuntur. at, si exhalatio terrea sit, subcinericiæ nubes videntur: pallidæ quidem, si rara constent materia; si copiosa, obscuræ. His enim idem per omnia accidit, quod aquarum infectionibus. Si aqua modico
C croco tingatur, color flauus quidem sed pallidior erit; si verò tinctura vberior sit, color quoque saturatior euadet, atque ad rubedinem verget. Rursus si terra aquæ inspergatur, eaque modica, cinericius color, at pallidus nascetur; si multa, iam in obscurum color mutabitur. Sunt igitur hi, qui trans nubes apparent, veri colores, atque exhalationibus congeniti; non autem de genere illorum qui apparentes vocantur. Vt enim per aquam infectio, ita natiuus exhalationis color in nubibus per medium vaporem sole aduerso translucet.

Deinde qui in auium plumis per solis irradiationem spectantur, à multis de genere apparentium esse creduntur, eam maximè ob causam, quòd ad omnem pænè aspectus diuersitatem in aliam speciem commutentur; ac tum maximè, cum insignis lux afful-
D get, conspicui sint. Sed hi quoque veri colores sunt, auium plumis connatutales. Cùm autem mutato aspectu, ipsi quoque variant; id ex eo euenit, quòd plumarum villi non vno vndique colore respersi sint, sed vna parte vnum, alia alium exhibeant: quod ars naturę æmula, sagaciores quòsdam homines qui hoc naturę opus curiosiùs sunt perscrutati, docuit imitari. Nam hac tempestate multæ extant sericæ texturæ ex diuersorum colorum staminibus tramisque intertextis ita compositæ, vt vno oculi situ quæ vnius coloris sunt filamenta appareant, ac vicissim visu translato, ea in conspectũ prodeant, quæ priùs latebant; vnde eadem consequitur colorum varietas ex oculi permutatione, quam natura columbarum & pauonum plumis inseuit. Quòd verò hi exquisito lumine spectabiliores fiant, id ea causa fit, quòd minutæ illæ plumarum superficies, quibus sin-
E guli colores insident, exactè planæ sint, à quibus proinde ad spectantium oculos repercussum lumen colores deuehit; quamobrem deserta statione pariter viuidi coloris aspectus euanescit, nouaque admissa luminis repulsione nouus itidem color tepræsentatur, qui anteà aliarum partium occursu fuerat adumbratus.

Prætereà qui per vitrum tinctum solaris radij præsidio transmittuntur, atque in opposito pariete conspicui cernuntur, nullam veritatem habere videntur, cùm nullum appareat idoneum agens, quod tam subitò illos possit ad effectum peducere. Nam vitrum nullum colorem ex se proferre potest, lumen verò, aut lumen tantùm, aut apparentes colores producit, quos à lumine ipso reipsa non distingui superiùs prop. 38. do-
F cuimus. Igitur cùm nulla in promptu causa sit, cuius efficaciæ adscribi possint, inter phantasticos hi saltem colores numerandi sunt. Atque eiusdem sortis esse videntur illi, qui ab infecto panno cum lumine in vicinum parietem reflectuntur; cùm hoc solùm distent à prioribus, quòd hi inflexione, illi traiectu luminis signi videantur. Sed nec hi nec illi ad apparentium classem detrudendi sunt. Etsi enim materialem essendi modum non habeant, habent tamen intentionalem, qui medius est inter eum quo veri ac materiales colores propriis subiectis fixi inhærent, eumque quo apparentes in aëre diaphano velut penduli oberrant, nullius solidioris corporis nixi præsidio.

Rursus mare sole incidente quandoque canum, quandoque cæruleum, quandoque subuiride, quandoque purpureum spectatur, qui colores veri esse non possunt, cùm

nullus eorum marinæ aquæ propriè insit. Igitur ex apparentium genere sint, necesse est. A
At veros illos esse omnino existimandum est, ac partim proprios, partim ex illis qui in medio congredientes vnà confusi permixtique sub aspectum cadunt. Nam subuiridis color non planè herbaceus sed cæruleus virore permixtus, aquæ proprius est & naturalis, qui proinde à κῦμα, id est vnda, cymatilis nuncupatur, Latinè marinus seu vndosus. Hic mare pacatum cominus adspectantibus sese offert, ex ea parte qua nulla sit luminis repercussio ad oculos, etsi in lacubus quàm in mari saturatior sit: eminus verò ex auersa solis parte cæruleum magis conspicitur propter aërem interiectum. Est enim aër natura subcæruleus, vt mare subuiride. Non dico aërem, pythagoricum illud inane, aut puram illam atque sinceram essentiam ex materia primogenia ac propria forma cõstan- B
tem, vti nec aquam purum elementum; (nam tale in rerum natura extare haud existimo) sed quàm minimè mixtum, quemadmodum ab origine ex chao indigestaq; mole vtrumque diuino imperio secretum legimus. Hoc, inquam, pacto dico aquarum congeriem, quam naturæ auctor à cælestibus aquis diuisit, & inter extantem aridam fluitare iussit, subuiridem esse: aërem verò hunc nostrum, quem haurimus, subcæruleum. Cui nostræ sententiæ ipse in primis subscribit Aristot. lib. de coloribus. Nam de aëre primò c. 3. ita disserit: *Aër quidem per se inspectus nullum videtur colorem habere. Nam propter raritatem à fulgore peruincitur, ab eo diuisus ac secretus. Est enim fulgor densior ac per aërem perspicuus, qui in profundo prospectus ex proximo videtur cyaneo, raritatis gratia. Qua enim parte lux deficit, eadem aër caligine defunctus, coloris cyanei repræsen-* C
tatur. De aqua deinde cap. 4. sic habet: *Omnes aquæ vetustescentes à principio sanè virides sunt*: quare ait, *hunc primum in omnibus ex terra nascentibus colorem constare.* Fortè autem rectiùs dixerimus puriorem aquæ portionem cæruleam esse, eaq; de causa aërem talem videri, quòd tenuioribus aquæ vaporibus confertus sit: terram verò suapte natura luteum colorem affectare, qualis est argillæ, qualisque sese altiùs sub terra fodientibus vbique ferè locorum purior ostendit. Hinc enim crassiores aquæ ex flaui cæruleique congressione virescunt, cùm scilicet partes non fortuitò, sed naturali quadam societate vniuntur. Hinc etiam herbæ initiò quidem virides, pòst verò cùm maturitatem prætergrediuntur, humore absumpto rursus terræ instar flauescunt. Hinc denique vitrum, quod aliud nil est quàm aqua terreæ portiunculæ admixtione densata, hoc eo- D
dem colore infectum prodit. Quamobrem ὑάλινος à Poëta hic color dicitur 4. Georgicorum: —— *Milesia vellera Nymphæ*
Carpebant hyali saturo fucata colore.

Et Horat. lib. 1. Carminum Oda 17. vitream canit Circen. Prætereà ab aëris colore arbores, & rupes, & quæcumque demum remotiora sunt, cærulea videntur: cælum verò tanto impensiùs, quanto maiore à nobis interuallo distat, vnde hunc colorem à cælo nomen accepisse testatur Antonius Thylesius libello quem de coloribus inscripsit, qui cæruleum pro cæluleo dictum putat. Hinc pictores, qui naturæ vestigia proximè sequuntur, cùm ea quæ longè dissita sunt repræsentare moliuntur, non solùm minora omnia, vt illos opticus radius edocet, sed etiam cærulea pingunt. Perspicua igitur E
iam causa habetur, ob quam mare quandoque cæruleum, quandoque viride appareat. Canescit verò cùm spumantes vndæ è longinquo cernuntur: tunc enim cùm nil præter extantes vndarum cristas conspicuum sit, continuus quidam candor visui occurrit. Est enim spuma omnis candida, vt & nix, propter aërem aquæ insertum. Cùm demum ex aduerso solis radio eminus mare prospicitur, purpurascit. Tum enim cæruleo rubedo miscetur, quæ ab exhalatione aëri permixta cum sole translucet. quare occiduo potissimùm hic color in mari conspicitur, cùm plurima exhalatio diurno calore in sublime euecta nubes occupauit.

De chamelæonte scripsere probati auctores (inter quos Plinius lib. 8. naturalis histo- F
riæ cap. 33. & Aristoteles lib. 2. hist. animal. cap. 11.) hunc mutare colorem subinde inflatum & oculis, & cauda, & toto corpore, quod Ouid. cecinit his versibus:

Id quoque quod ventis animal nutritur & aura,
Protinus assimilat tetigit quoscumque colores.

reddit namque semper quemcumque proximè attingit, præter rubrum & candidum. Quam subitam colorum productionem putaret nonnullus phantasticam seu apparentem esse, quòd nihil in illis firmum ac stabile reperiatur. Sed veros esse genuina ipsorum causa demonstrat. Ita enim generantur quemadmodum in hominibus metu perculsis pallor, & in pudibundis rubor. Cùm enim sanguis in interiora recipitur, fit pallor;

rubor

A rubor verò cùm exteriora petit. Ita nimirum ex animi affectione, quæ in chamæleonte multiplex ac frequens est, concitatur humor, vnde necesse est extimam corporis partem colore mutari. Quod autem homini in sola facie vsu venire solet, id chamæleonti toto in corpore. Cur verò non rubeat, causa est sanguinis inopia: modico enim præditus est, eoque circa cor firmiùs persistente. Sed neque candicat, quòd nullum in corpore humorem habeat, cui is color natiuus sit. Ceterùm vt homo sanguinem rubicundum, & flauam bilem; ita chamæleon varios humores continet propriis distinctos coloribus, ex quorum vario concursu & occursu multiformes colores secundùm varias animi affectiones exoriuntur: qui licet repentè sub aspectum prodeant, ocyusque occi-
B dant; veros tamen esse dubitandum non est, cùm propriis singuli humoribus congeniti sint.

Supersunt colores illi, quos triangulare vitrum in modum prismatis efformatum, maximè viuaces exhibet; deinde quos in Iride, tum quos in Halone, atque Pareliis, similibusque luminis infractionibus cernimus. Hos omnino phantasticos seu apparentes esse oportet, cùm nulli proprio subiecto insint. neque enim vitro, aut nubi, aut aëri connaturales sunt: sed penduli in medio diaphano oberrant, ceu extemporaneæ quædam, vti verè sunt, lucis affectiones, ex certa quadam radiorum infractione prognatæ.

Porrò quot numero sint huiusmodi colorum species, & quo ordine ac situ appareant, & qua ratione exoriantur, dicemus in dioptricis, cùm de Iride fiet sermo. Nunc
C id ostendisse sufficiat, hos colores ex illis esse, quos phantasticos vocant seu apparentes.

Pro cuius veritatis planiore intelligentia triplex colorum genus distinguendum est. Primum illorum, qui veri ac reales vocantur, quos rectiùs materiales aut corporeos appellabimus, quandoquidem qui secundo genere continentur etiam veri atque reales sunt. Corporeos igitur colores illos dicimus, qui vel ex primarum qualitatum congressione gignuntur, vel quos formæ singulæ speciales propriæ naturæ indices ex se producunt: qui proinde formis, à quibus proueniunt, ita adhærent, vt nulla vi è corporum substantia eradi possint, nisi formæ ipsæ vnà depereant. Eiusmodi sunt in creta albedo, in minio rubedo. Quare nil aliud est laterem lauare, quàm oleum operamque perdere, cùm priùs atteratur, quàm natiuum colorem deponat. Secundum genus illos com-
D plectitur colores, quos intentionales seu notionales appellant. Quemadmodum enim à corpore lucido per se lumen emanat, ac trans medium diaphanum fertur; item vt à calore igni insidente, calor alius vndequaque propagatur; ita à coloribus corporeis, quos proximè exposuimus, colores alij velut exuuiæ decidunt, ac luminis ope feruntur, quocumque luminis radij penetrant. Sunt verò hi colores longè tenuioris essentiæ, quàm corporei illi à quibus proueniunt; vt & lumen, quod per medium diaphanum oberrat, subtilius primæuo illo, quod in corpore lucido firmum fixumque natura constituit. Neque diutiùs in perspicuo corpore perseuerant, quàm lumen adsit, cuius præsidio labilis illorum natura fulciatur. Hæc propria est ipsorum nota, qua à corporeis seu materialibus dignoscuntur. Vocantur autem intentionales seu notionales, quòd sint velut
E imagines rebus visu dignoscendis idoneę, de quibus in sequentibus copiosior erit tractatio. Ad tertium genus spectant colores phantastici seu apparentes, ita vocati, quòd præter lumen nullam aliam veritatem habeant; quo potissimùm defectu à superioribus duobus colorum generibus discriminantur: conueniunt autem cum mediis, quòd in solo corpore perspicuo versentur, nec vmquam à lumine secreti subsistere aut cerni possint.

His ita prælibatis, facile erit ostendere colores iridis ac similes, quos censuimus hac tertia classe contineri. Duo enim in his spectantur, nempe quòd soli insint corpori diaphano, & quòd à nullo alio corpore simili colore imbuto proueniant. Nulli autem
F alteri corpori quàm diaphano colores iridis inesse ex eo probatur, quòd nihil aliud sint, quàm lumen; hoc autem corpori opaco inesse non potest, nisi illi cui congenitum est. ergo colores iridis in solo corpore perspicuo versantur. Rursus quòd colores isti non sint propagines alterius corporis simili qualitate affecti, per se patet, cùm nullum tale præstò sit, à quo iridis colores proficiscantur; & vt tale corpus aliquod adesset, illud profectò priùs sub aspectum caderet, quàm colores ab ipso decisi: at nullum comparet. igitur colores iridis, & qui similem habent productionem, vt halonum & pareliorum, & qui per vitrum triquetra figura cælatum visuntur; quales etiam polyedres exhibent adamantes; omnes de genere apparentium censeri debent. Quam verò habeant hi colores sui ortus causam, arduum sanè explicatu est, cùm nil appareat, cui ea vis efficaciaque

adscri-

adſcribi poſſit. Igitur in re tam ſublimi & ardua, ne à vero longiùs quàm deceat aberremus, cum D. Auguſtino epiſt. 3. ad Voluſianum, diuinam potiùs admiremur ſapientiam; *demuſq; Deum aliquid poſſe, quod nos fateamur inueſtigare non poſſe: atque in talibus rebus tota ratio facti ſit potentia facientis.* A

PROPOSITIO XLII. THEOREMA.

Lumen colores otioſos ſuſcitat, & ceu propria hypoſtaſis deciſos ab obiectis vehit. B

DIXIMVS ſæpè, & ſæpè dicemus, eam eſſe naturam luminis, vt quemcumque colorem attigerit, mox illo tingatur; ac iam non purum, ſed affectum per medium diaphanum propagetur. Id verò hoc loco paulò accuratiùs explicandum, argumentiſque firmandum eſt. Lux igitur, quæ primò ineſt corpori lucido, eiuſdem colore imbuitur, vt propoſ. 35. eſt demonſtratum: quæ verò à corpore lucido emanat, etſi longe debilior ſit, tenuioriſque eſſentiæ, ipſum tamen colorem, quem à fonte accepit, perpetuò retinet; niſi quòd hic quoque attenuetur, & pari gradu, vti lumen, paulatim langueſcat, eò ſemper magis, quò longiùs ab origine recedit: & ſanè niſi ita colore lumen affici dicamus, nulla exiſtet probabilis ratio, qua lumen à lumine diſcrepare oſtendamus, cùm tamen certò conſtet, vnum albidum, aliud flauum, aliud rubicundum, aut alio colore affectum eſſe. Vti igitur per lumen, quod à corpore lucido deciditur, ipſum corpus lucidum; ita per colorem luminis, color proprius corporis lucidi, velut per propriam imaginem conſpicitur. Qua in re id notandum videtur, colorem corporis admodum coruſcantis minùs ſpectabilem eſſe, quàm cuius lux minor eſt. Nam fulgor oculos perſtringens, colorem obruit, quo minùs viſum feriat. C

Non modò à propria materia, vnde profluit, lumen colores mutuatur; ſed etiam ab illis ipſis corporibus, in quæ impingit. A quocumque enim repulſum fuerit, eius colore fœdatur. Sic vt deciſus color per medium diaphanum cum lumine deportetur, eodemque peruadat, quò ipſum lumen: D

Lucret. lib. 4.

Et volgò faciunt id lutea, ruſſaq; vela
Et ferruginea, cùm magnis intenta theatris
Per malos volgata, trabeſq; trementia fluitant.
Namque ibi conſeſſum caueai ſubter & omnem
Scenai ſpeciem patrum, matrumq;, deorumq;
Inficiunt, coguntq; ſuo fluitare colore.

Suntque hæ colorum exuuiæ multo tenuioris eſſentiæ, quàm colores ipſi; nec minùs differunt à veris, quàm lumen directum à reflexo, hoc eſt primum à ſecundo. His autem minimè aduerſatur Ariſtoteles libro de ſenſu ac ſenſili cap. 3. ita ſcribens: *Porrò dicere, perinde vt antiqui, colores eſſe defluuia, & tali de cauſa videri, abſurdum eſt: nam ipſis neceſſum eſt attactu ſentiri omnia ſtatuant.* mox enim ita concludit: *Quare præſtat dicamus ſenſum fieri, quòd à ſenſibili medium moueatur, quàm attactu aut defluxibus.* Quibus verbis ſignificat haudquaquam colores ipſos corporeos ab obiectis decidi, ſed medium tantummodò ab ipſis ſimili affectione alterari, non aliter quàm à corpore lucido medium illuſtratur, & ab ignis calore vicinus aër incaleſcit. Sic enim à colore, qui in rebus exiſtit, mouetur actu perſpicuum, hoc eſt primò quidem ipſum lumen, deinde luminis beneficio aër, qua tandem alteratione ad oculos delata facultas videndi ad propriam functionem obeundam excitatur. E F

Huius rei luculentiſſimum experimentum lubet adſcribere, ex quo etiam ſpectator non mediocrem hauriet voluptatem. Conclaue ita occluſum ſit, vt nullum omnino lumen admittat, præter orbiculare foramen, quo feneſtra pertuſa ſit. Huic aptetur vitrum circulare in medio paulò craſſius quàm in ambitu, quales ſunt vulgares dioptræ, quæ ad res augendas conficiuntur; qualia item vitra illa, quibus ignis excitari ſolet radiorum ſolarium tranſmiſſione. His ita comparatis, charta candida intus vitro obijciatur, ea diſtantia qua radij ſolares nati ſunt in vnum locum coire. Hîc enim quæcumque foris ſunt, propriis velut coloribus depicta in charta conſpicientur, non ſine magna aſpectus illecebra, atque animi oblectatione, nihilq; à reipſa imago diſcrepabit, niſi ſola

magni-

A magnitudine ac ſitu. Hic enim ex neceſſitate inuerſus erit; illa verò eo ſemper minor, quo res à vitro fuerit remotior.

Ita plebem imperitam circumuenire ſolent vani quidam præſtigiatores, qui vt ſe Necromantiæ peritos oſtendant, cuius vix nomen ſciunt, iactant ſe poſſe dæmonum ſpectra ab inferis euocare, & adſpectantium oculis ſiſtere. Introducunt illi curioſos rerum occultiorum in obſcurum conclaue, quò nullum omnino lumen adſpirat, niſi tantillum, quantulum exilis vitri orbis immittit. Ibi ſilentio ſeuerè indicto, ſimulatiſque myſteriis rerum ac verborum, atque adeò expectatione ipſa, dæmonem mox affuturum denuntiant. Intereà clanculùm de eorum ſodalibus vnus dæmonis perſonam induit,
B qua is vulgò pingi ſolet, vultu horrido ac monſtroſo, cornibus è fronte ſurgentibus, lupina pelle & cauda, manicis calceiſq; vngulatis; tum is foris meditabundus eo obambulat loco, ex quo ſuus & color & figura per vitreum orbem in conclaue transfundi poteſt. Rebus ita callidè comparatis ſilentium ſeueriùs imperatur, quaſi proditurus quiſpiam ſit è machina Deus. Hîc pallere alij, alij ſudare metu rei euenturæ. Profertur chartacea tabula, opponiturque radio luminis in conclaue immiſſi. Prodit in ea dæmonis ſimulachrum obumbulantis ſpecie, cernunt timidi, intuentur, comtemplantur. Ita rudes illi homines, vt vmbram videant hiſtrionis, operam perdunt & pecuniam; nihilo profectò infantibus doctiores

—— qui credunt ſigna omnia ahena
C *Viuere & eſſe homines.* *Lucil. Satyr. lib. 20.*

Porrò colores, qui hîc apparent, non alij profectò ſunt, quàm illi ipſi quos ſuprà à veris reſecari, atque vnà cum lumine per medium diaphanum deferri diximus. Hi enim vitri ipſius denſitate infracti, tamquam per anguſtum foramen in obiectam chartam dilabuntur, in qua proinde conſpicui apparent, qui aliàs in medio peruio nullo modo perſpici poterant propter eſſentiæ tenuitatem. Sunt enim hi colores tantùm intentionales, non verò corporei, eiuſdem omnino naturæ cum illis, qui à coloratis rebus cum lumine in vicinos parietes remittuntur; tametſi in his ob vicinitatem vis maior deprehendatur, ac tanta etiam, vt in aëre illuſtrato ſubinde cernantur, alioquin longè efficaciùs in tenebris.

D Petet aliquis, cur colores, qui in rebus exiſtunt, ſui ſimiles non profundant ſine luminis præſidio? Cauſa eſt, quòd lumen ſit velut colorum forma, ſine qua ſub obſcura poteſtate illi deliteſcunt; ea verò accedente, ad actum aſpectumque educuntur.

Rurſus petes, cur non niſi in tenebris hæ colorum imagines perſpiciantur? Reſpondeo, quia lumen, quo velut hypoſtaſi ſuſtentantur, vti eſt pertenue, ita à maiore lumine facilè deuincitur; quo ſuperato, ipſæ colorum intẽtiones pariter obliteſcunt. Non enim ea vis ineſt coloribus quæ ſolari aſtro. Hoc etenim luminis affatim ex ſe fundit, ita vt etiam ſecundum ac tertium, & quartum ad ciendum aſpectum noſtrum efficax ſit: at colores adeò ſunt imbecilles, vt prima intentio, hoc eſt ea quæ proximè à primo colore præciditur, minimo lumine obruatur, nec aliud lumen maius patiatur, quàm illud
E quod repulſum à corporibus eam ad aſpectum noſtrum traducit.

Eaſdem rerum imagines, quas ſuprà per dioptram tranſmiſſas ſpectauimus, per ſolum etiam foramen exiguum contueri licet; non tamen æquè perſpicuè, atque per vitrum. Illic enim præter ſimplicem radiorum traiectum, accedit etiam infractio qua ſpecies verſus medium colliguntur, ac proinde viuaciores illuſtrioreſque euadunt; fit hinc etiam, vt per dioptram non niſi certo vno loco conſtituta charta formas diſtinctas admittat, illo nempe, quo ignem accendere vitrum eſt natum. At per ſolum foramen charta, quocumque loco conſtiterit, ſpecies recipit; interdum re ipſa minores, cùm videlicet charta foramini propinquior eſt, quàm res vera; aliàs maiores, quod per
F 4. propoſ. lib. 6. Eucl. cuiuis facile erit demonſtrare. vti illud etiam, cur ſitus neceſſariò commutetur. Radij enim qui colorum formas vehunt, primùm ab re ipſa profecti mox ſeſe iuxta foramen interſecant, ac inde præteruecti ſitum priorem permutant. Igitur vbi chartam attingunt, ibi res ſitu inuerſo exhibent, quod libro 5. accuratiùs erit demonſtrandum, cùm de luminis traiectu erit ſermo. In præſenti verò ſat nobis eſt, hanc apparentiam certiſſimo experimento comprobaſſe. Nam ſpecies magis aſtruere nitimur, quàm hæc arcana penitiùs inueſtigare.

PRO-

A

PROPOSITIO XLIII. THEOREMA.

Dantur visibilium rerum species.

EX iis quæ iam proximè ostensa sunt, constat species quasdam rerum aspectabilium existere, per quas veri colores, eorumq; magnitudo, figura, locus, situs, distantia, ceteræq; visibiles proprietates repræsentantur, tamquam per naturales accuratasque imagines; quarum proinde ope visionem celebrari inferiùs demonstrabimus. Nunc vtile fuerit argu- B menta quædam in medium afferre, quæ totam specierum rationem in discrimen adducant, vt ex illorum solutione specierum natura atque vsus clariùs elucescat.

Primum est ex Durando desumptum, qui in 2. dist. 3. q. 6. specierum vsum de medio tollit, hoc potissimùm argumento: Si species dentur, cùm sint rationes cognoscendi, oportet eas à sensu cognosci. Nam quod incognitum est, in alterius cognitionem ducere non potest; at liquidò cõstat, præter rem oculis obiectam, nullam præterea speciem à nobis videri. Igitur inane est specierum commentum. Cuius argumenti vis hac similitudine augetur: quemadmodum Cæsarem ex imagine cognoscere non possumus, nisi imaginem ipsam priùs cognoscamus; ita nisi species ipsas priùs cernamus, fieri nequit, vt per illas quidquam cognoscatur. Respondebitur, instrumentaria signa, cuiusmodi C est expressa Cæsaris effigies, priùs accepta esse debere, quàm per ea res ipsæ cognoscantur: at species formales non item. Hæ namque naturales sunt, & ad aliarum rerum notitiam comparatæ; illas autem ars ex rerum prænotione elaborauit. Et quemadmodum sonus in remoto loco excitatus cognoscitur per sonum qui ad aures appellit, cùm tamen non hic præcipuè, sed is potiùs qui remotus est, audiatur: aut sicut icterici, quorum oculos flaua bilis occupauit, non eam quæ in oculis est flauedinem cernunt, sed ea res ceteras aspersas esse arbitrantur: ita species, quas lumen à rebus depromptas ad oculos vehit, propriè ac præcipuè non videntur; per illas tamen colores qui in rebus sunt, ceu per naturales formas dignoscuntur. Porrò an & quonam pacto species sentiantur, propos. sequenti explicabimus. D

Secundum: Species quæruntur præcipuè ob similitudinem, quam cum obiectis eas habere necessum est: sed inter obiecta ac species nulla similitudo intercedit, cùm essentia differant, totaque natura pugnent. Igitur inutilis est specierum positio. Minor ex eo probatur, quòd species non ita cõstantes sint, vti res ipsæ; nam præsente lumine gignuntur, eodemq; sublato occidunt; res autem stabiles semper perseuerant. Respondendum, species ab obiectis natura quidem longissimè distare: at repræsentando maximam cum illis similitudinem cognationemque habere: quo pacto Cæsaris imago, etsi ab ipso toto genere dissideat, eum tamen expressa similitudine repræsentat.

Tertium: Candoris atque nigroris species contrarias esse oportet, quia contrariæ causæ contrarios gignunt effectus. Atenim ex alia parte contrariæ esse non possunt: siquidem E in eodem oculo simul conueniunt. Species igitur si dentur, contrariæ erunt & non contrariæ; quod cùm pugnet, fictitiæ prorsus existimandæ sunt. Respondemus haudquaquam necessum esse, vt contrariæ causæ, si æquiuocæ sint, contrarios effectus edant. etsi id vniuocis causis proprium esse concedamus. Nam calor & frigus pariter exsiccant, & album nigrumque dissimilitudinis relationes producunt, quæ non modò non sunt contrariæ, sed etiam sunt inter se similes.

Quartum: Species neque diuiduæ sunt, neque diuisionis expertes. Igitur nihil omnino sunt. Quòd non sint diuiduæ, probatur ex eo quòd pyramis optica in quouis puncto medij terminetur, vbi & tota res conspicitur. ergo in omni puncto medij sunt perfectæ F species, & nequaquam secundùm medij distensionem expansæ. Deinde si quantitatis mole affectæ essent, & ad materiæ ingenium accommodatæ, nec temporis momento, nec sine præuia dispositione producerentur. Siquidem ex materiæ gremio eas educi necesse esset, quam priùs successiua transmutatione alterari oporteret. Quod cùm nullo modo admittendum videatur, consequens est, vt species prorsus indiuiduæ sint. Altera verò antecedentis pars, quòd diuisibiles sint, hinc probatur, quòd subiecto extenso inhæreant. Respondetur, species secundùm naturam diuiduas esse, vtpote per medium perspicuum diffusas: at repræsentandi vi, diuisionis expertes. vocantur autem à D. Augustino lib. 12. super Genes. ad litteram c. 16. spiritales eo modo, quo ab Aristot. lib. 2.

de

A de anima c. 11. textu 121. vocantur formæ ſine materia, qua proprietate prorſus cum lumine conueniunt. Eſt enim lumen, vt ſæpè à nobis dictum eſt, ſpecies corporis luminoſi, ſicut intẽtionalis color eſt ſpecies coloris corporei: differunt verò & à natura caloris, qui non ſine igneo vapore per aërem defertur; & ab odore, qui exhalatione quadam ſubnixus expirat, quorum proinde motiones tempore perficiuntur: ſpecierum autem productiones, lationeſq; momentaneæ ſunt. Quod non obſtat, quo minùs ſine vllo præcedente apparatu, è materiæ ſinu excitentur, diuiduæq; ſint, cùm extenſo ſubiecto formaliter inſint, ad cuius naturam ſeſe accommodant. Quod de radioſa pyramide allatum fuit, id ſolùm probat repræſentandi vi ſpecies indiuiſibiles eſſe. Quod ita eſt accipiendum, vt ſpecies, quæ ab obiecto ad viſum porriguntur, figuram pyramidis habere
B intelligantur, cuius quidem baſis ſit res ipſa oculo obiecta, vertex autem puncto indiuiſibili terminetur. Hoc ergo punctum cùm in centro viſus exiſtat, atque cum oculo circumferatur, ſic vt immota baſi ad omnem oculi motionem tota pyramis vertexq; mutentur, quocumque autem loco pyramis terminetur, ſemper viſio conſequatur, hinc fit vt repræſentandi vim cuiuis puncto ſpecierum ineſſe dicamus, ac proinde ſpecies ipſas repræſentando indiuiduas.

Quintum: Species nobiliores ſunt obiectis, quippe mediæ inter materialia & ſpiritualia accidentia; craſſioris quidem naturæ quàm hæc, ſed defæcatioris quàm illa. Deinde ſunt inſtrumenta vitalium facultatum & functionum, quæ accidentibus non viuentium excellentiora ſunt. Non igitur ſpecies ab obiectis gigni poſſunt, alioquin effectus
C propriam cauſam dignitate ſuperaret: ſed neque aliam in rerum natura cauſam habent; vnde tandem ſequitur ſpecies omnino fictitias eſſe. Negandum ſpecies dignioris naturæ eſſe, quàm ſint obiecta. Re enim vera perfectius quiddam eſt color, quàm eius imago; & lux, quàm lumen. Neque mediæ inter materialia & ſpiritualia accidentia ſpecies dicuntur, quaſi medium dignitatis locum obtineant, cùm potiùs diminutam & imperfectam eſſentiam habeant: ſed quod paululùm è materia emergant. Neque magna dignitas eſt vitalium functionum inſtrumenta eſſe, præſertim cùm ad eas non concurrãt, niſi tamquam formæ vicariæ obiectorum, quorum vicem munuſq; ſubeunt.

Sextum: Haud veriſimile videtur tot rerum ſpectra, quæ vno intuitu complectimur, ſimul oculis illabi poſſe, tantamque affluentium idolorum copiam pupillæ anguſtias
D poſſe ſubire, quin illa ſibi mutuò officiant, ſeque perturbent atque impediant, præſertim cùm nullius imperio excitæ in ordinem cogantur ac ſuſtineantur, ne in turbatam congeriem miſceantur. Reſpondetur nihil omnino obſtare, quo minùs omnium ſimul occurſantiũ rerum imagines pariter atque ordine quodam oculo illabantur. Non enim multitudo obeſſe poteſt, cùm neque contrarietate pugnent, neque vt corpora propria ſe mole extrudant. Sed nec obeſt pupillæ anguſtia quæ oppidò parua eſt, quia per pyramidem in oculum confluunt, cuius vertex in centro viſus terminatur. Neque facultatis imbecillitas cauſari debet, cùm potentiam nullo modo degrauent. Nec verenda confuſio eſt ac perturbatio. vbicumque enim exiſtunt, naturæ ſuæ diſtinctionem
E & ſignificandi vim retinent. Sunt verò eiuſmodi formæ perpetuò in diaphano actu illuſtrato, quia naturaliter ac ſponte ab obiectis porriguntur: nec temere huc atque illuc oberrant, ſed lumen ſequuntur, cuius adminiculo ſuſtinentur. Quòd verò vnico ictu tantam formarum multitudinem oculus accipiat, genuina hæc cauſa eſt, quòd iis plenum ſit totum medium actu illuſtratum. Quocumque igitur loco oculus conſtiterit, ea omnia ſimul cõplectitur, à quibus ad ipſum ſpecies rectis lineis pertinere poſſunt.

Septimum: Vel eiuſmodi ſimulachra à rebus proſiliunt dumtaxat, cùm quiſpiam adeſt, qui illas videat; vel vltrò, etiam cùm nullus aſpicit. Si primum dicatur, cuius tunc imperio euocantur illæ, & confeſtim accurrunt? ſi ſecundum, perenni igitur fluxu ab
F obiectis emanant, non ſine magno illorum diſpendio: quo nomine Ariſtoteles libro de ſenſu ac ſenſili cap. 3. Democriticos reprehendit, quòd ſpecies defluuia colorum eſſe dicerent, eaque de cauſa videri. Dicendum formas viſibiles perpetuò à corporibus emitti, non tamquam Democriticorum defluxus, qui veros corporeoſq; colores in minima ſeu atomos reſolui putabant, atque attenuatos per medium diaphanum nullo ordine paſſim oberrare:

Aut quaſi membranas ſummo de corpore rerum
Dereptas volitare vltroq; citroq; per auras,
Robora ceu fumum mittunt igneſq; vaporem,
Et vituli cùm membranas de corpore ſummo

Lucretius lib. 4. de Natura.

Nascentes mittunt; & item cùm lubrica serpens A
Exuit in spinis vestem.

Ita enim vniuersa corpora breui dissoluta abiuissent in aëra. Sed velut lumen à corpore lucido perenni fluxu emanat, sine vlla corporis lucidi imminutione; sic à coloratis corporibus, alterius essentiæ colores produci, quos haurit visus citra materiam. Sicut enim cera sine auro aut ære symbolum excipit, ita oculus colorem sine creta aut minio.

Octauum: In speculis facies spectatorem suum aduersa respicit, quæ tamen, si rectà ab ipso proficisceretur, posteram sui partem deberet ostendere. Non igitur à rebus vlla eiusmodi spectra emitti existimandum est, quibus tam manifesta experientia aduersatur. Nihil hoc argumentum conuincit. Non enim sunt species, vt laruæ seu fictæ quæpiam B personæ, quæ aliud obuersa, auersa aliud facie repræsentant: sed sunt repræsentando indiuisibiles, sic vt singulæ earum particulæ rem totam exhibere sint natæ, etsi non semper actu exhibeant, quòd præterea oppositio requiratur. Rectis siquidem lineis ab obiectis protenduntur, ad eum ferè modum quo in radice filicis neruos diuersorum colorum secundùm longitudinem extensos videmus, qui, radice in transuersum secta, geminam vtrimque aquilam ostendunt, mutato tantum modò dextri ac sinistri situ: ita namque facies hominis, qui alterum respicit, pars dextra læua apparet. Quia verò à speculis eodem modo simulachra redeunt, quo profecta fuerunt, fit vt repercussa ita res exhibeant, quemadmodum ab eis prodierunt, mutata dumtaxat positionis differentia quæ in dextra sinistraq; consistit. Sed de hac re fusiùs in commentatione de speculis. C

His ita explicatis, species dari à natura concedendum est, quibus obsignatæ potentiæ rerum notiones effingant. Harum porrò vsus patebit, cùm de visionis modo infrà agemus.

PROPOSITIO XLIV. THEOREMA.

Communia sensilia proprias species sensiteriis inurunt.

Hoc iam constat ex iis quæ hactenus proposita sunt, sensilia communia per se, hoc est propria vi atque insita proprietate sensum mouere qua potissimùm nota, ab iis quæ per accidens sensibilia vocantur, distinguuntur. D Igitur propria imagine sensiterio inusta sensum excitant. Si enim alienâ, iam non per se, sed ex accidenti sensibilia forent, quod antè ostensum est. A propriis verò sensilibus distinguuntur, quòd hæc vnico dumtaxat sensu, illa pluribus dignoscantur. Deinde res dum mouetur, vel aliquid amplius transmittit ad sensum, quàm dum quiescebat, vel non: si illud concesseris, erit quod volumus, propriam speciem à motu prouenire: si verò negaueris, sequetur nos rei motum non percipere, & an res moueatur an non, penitus ignorare.

Præterea aliter Trapezium, aliter Rhombus sensui sese offert. Si enim eodem modo, nulla superest ratio, qua hîc Rhombum illic Trapezium visus aspiciat. Igitur præter coloris formam quæ ab vtroque eadem proficiscitur, necessum est propriis, iisq; diuer- E sis typis visus organum obsignari, quibus hîc Rhombus, illic Trapezium conspiciatur.

Fateor speciem communium sensibilium à specie sensibilis proprij reipsa non distingui. Nam quemadmodum figura (si exemplo vti licet) ab albo non distinguitur reipsa, quasi per se consistere queat; sed tantùm velut modus, quo album exteriùs afficitur: ita figuræ imago, quam propriam dicimus, nihil reipsa diuersum est à forma albi, sed huius tantùm modus ipsam exteriùs definiens atque determinans. Tamen vti figura non est ipsum album, sed eius modus: ita species figuræ non est ipsius albi species & imago, sed eius quidam modus. sic vt species albi propria sit albo, soli visui congruens, at modus quo species albi exteriùs definitur propria sit imago figuræ, quæ aliis etiam sensibus F dignosci potest. Hoc ergo pacto dicimus obiecta communia, quæ velut appendices sunt propriorum, proprias species sensibus imprimere, quòd ab illis necessum sit aliquid manare in sensus, quo & proprij sensibilis species quodammodò attemperetur, & commune sensibile verè ac per se dignoscatur.

Scot. in 4. d. 12. q. 3. D. Thom. p. 1. q. 78. a. 3. Ex his per facile est, inter Scotum affirmantem, & D. Thomam negantem sensibilia communia proprias imagines producere, fœdus constituere. Ille enim astruit veras illorum sensilium formas, non autem vel fictas vel nullas: at D. Thomas negat à speciebus propriorum sensibilium reipsa distinctas: quorum vtrumque rationi ac veritati consonum est.

PRO-

A

PROPOSITIO XLV. THEOREMA.

Species ſunt virtuales rerum ſimilitudines, non autem formales.

FORMALIS ſimilitudo vocatur imago in qua rei forma, ac figura, propriaque lineamenta expreſſa continentur. Qualis eſt Cæſaris effigies, ſiue picta, ſiue ſculpta, ſiue cælata, ſiue plana, ſiue bullæ aut ſtatuæ in modum conficta; ſiue ea magna ſit ſiue parua, dummodò lineamenta
B veritati proportione reſpondeant. Huius generis non eſſe viſibiles ſpecies demonſtratur. Nam cùm neceſſe ſit eiuſmodi ſpecies magnitudine aliqua præditas eſſe, non modò vt illarum eſſentia integra ſit, verùm etiam vt rem totam repræſentent, ſequitur per eas viſionem fieri non poſſe. Siquidem, vt propoſ. 26. oſtenſum eſt, eius quod videtur ſpecies debet in centrum glacialis humoris peruenire: at magnitudo aliqua centro viſus, quod ſolum punctum eſt, exæquari non poteſt: igitur per ſpecies formales, quarum repræſentandi vis in magnitudine poſita eſt, nequit viſio celebrari. Quare ſpecies viſibiles non ſunt formales, ſeu expreſſæ rerum ſimilitudines.

Erunt ergo virtuales, hoc eſt eius naturæ qualitates, vt non in illis, ſed per illas obiecta cernantur. Ita quidam philoſophi rem obſcuram haud ſanè impropriè paucis verbis
C elucidarunt. Nam in formali atque expreſſa imagine res ita apparet, vt imago primò ac per ſe viſui ſpectanda exhibeatur, res verò interno tantùm ſenſu ex apparente ſimilitudine colligatur: at per virtualem ſimilitudinem, res ipſa vti primarium obiectum oculis ſiſtitur, ita vt imago, licet in oculo ſit, facultatemque moueat, tamen ignoretur, niſi ratio intelligentiaque accedat, quæ obiectum non per ſe, ſed vicaria aliqua ſui ſimilitudine videri argumento perſuadeat.

PROPOSITIO XLVI. THEOREMA.

Species ſunt omnino formæ ſenſibiles.

D

QVI ſpecies ſenſu percipi negant, id primò experientia comprobare nituntur; nuſquam enim illas videmus, & præter corpora luce coloribuſque affecta nil vſpiam apparet: igitur quæ nuſquam cernuntur ſpecies, omnino ſenſum fugiunt.

Rationem quoque addunt. Quoniam ſi ſenſibiles eſſent, viſioni officerent potiùs, quàm conducerent. Idcircò enim flaua bilis, quę oculi humorem occupauit, omnia ſuo colore perfundit, quia ipſa per ſe primò ad ſui adſpectum ſenſum allicit: deinde per eius diaphanum, ceu per tinctum vitrum cetera flauedine reſperſa apparent. Sic & qui ſuffuſione laborant, nihil præter ipſam vident. Ita ergo ſi ſpecies oculo inſi-
E dentes, per ſe ſenſibiles ſunt, viſus ab ipſis præſidij nihil, impedimenti autem plurimum accipiet.

Rurſus quemadmodum habitus qualitates quædam ſunt vſu comparatæ, quas quidem facultas non percipit, iis tamen ad obeunda munia velut opportunis inſtrumentis vtitur: ſic & ſpecies ad videndi actum apprimè neceſſariæ ſunt, etſi ipſas facultas non perſentiat. Hinc colligas ſpecies non per ſe, at per ipſas cetera ſpectari.

Verùm ſpecies ſenſibiles eſſe, ac viſu quidem tum occultè percipi, tum etiam manifeſtè internoſci, & ratio & experientia conuincunt. Cùm enim viſio, ac vniuersè omnis ſenſio quædam ſit paſſio, quis neget (illos interrogo, qui ſpecierum vſum admittunt)
F ab obiecto remotè, proximè autem à ſpecie ſenſum pati? hanc igitur faculras ſentit, etſi nondum perfectè dignoſcat. Deinde ſpecies coloris verus eſt color, non ſecùs ac lumen à corpore lucente emiſſum verè eſt lùmen, deque lucis natura prognatum, etſi defæcatioris eſſentiæ, quàm ſit vel lux vel color materiæ congenitus. Quid ni igitur intentionalis hic color, æquè ac lumen, ſub aſpectum venire poterit?

Prætereà hanc maximè ob rem ſpecies repræſentandi vim habent, quòd veri colores ſint: hi enim dum ἀεραγωγοειδῆν, cui principem cernendi vim ineſſe diximus, afficiunt, quidquid eis exteriùs reſpondet intra pyramidis opticæ latera comprehenſum, id omne ſimili colore perfuſum videtur, ac talis etiam figuræ, qualem ſimulachrum in aranea obtinet; magnitudine verò maiore vel minore, pro amplitudine anguli in quem vertex

pyramidis opticæ terminatur. Igitur quod tinctum vitrum, hoc idem præstat sensorio A
inusta species; quæ proinde iuxtà ac vitrum proximè, obiectum autem per ipsam remotè
sed primariè sentitur. Idemque confirmat philosophi auctoritas lib. 2. de anima cap. 11.
textu 121. vbi sensum id esse ait, *quod sensibiles sine materia formas suscipere potest, perinde atque annuli signum sine ferro vel auro suscipit cera.*

Nunc, quo pacto etiam manifestè species dignoscantur adinstar obiectorum primariorum, certissima docent experimenta. In primis nemo, vt arbitror, inficias ibit lumen à corpore lucido profectum, atque in res quaslibet opacas receptum videri, nisi oculos occæcatos habeat. Hinc enim lucis vsura priuatos dicimus non eos tantùm, qui solem ipsum aut lucernæ flammam non dignoscunt: sed illos etiam, qui lucis intentionem B
rebus omnibus affusam non perspiciunt. Et quis obsecro aërem lumine collustratum à tenebricoso & obscuro non discernit? Habet enim aër nonnihil de substantiâ opaci, quo luminis portiunculam retinet, quam proinde in aëre manifestè contuemur. Est verò, vt iam sæpè diximus, intentionale lumen vera species atque imago corporis lucidi. vnde non semel Plato in Timæo lumen appellat solis imaginem. ergo negari omnino non potest, species, quas natura ad visum comparauit, formas esse sensibiles. Eademq; proprietas inest coloribus, quorum intentiones, etsi propter imbecillitatem non ita conspicuæ sint, quemadmodum lumen; tamen secluso impensiori lumine, manifestè videntur, vt propositione 42. luculenter ostendimus: vbi insigni spectaculo species per dioptram transmissæ in charta conspicuæ à nobis exhibitæ sunt. Cuius etiam generis C
esse diximus illam colorum phantasiam, quæ repercussione ab infectis corporibus, in vicinos parietes transmissa conspicuè apparet.

Sed an etiam illa imago quæ in speculo cernitur, species sit, an res ipsa? Alij aiunt, alij negant. Speciem esse his argumentis probari videtur. Primò, quia id quod in speculi profunditate oberrat, non tam verum aliquod corpus, quàm phantasticum atque imaginabile esse potest. Vnde illud ab Apostolo Iacobo in epistola vsurpatum cap. 1. *Si quis auditor est verbi, & non factor; hic comparabitur viro consideranti vultum natiuitatis suæ in speculo: consideruit enim se, & abiit, & statim oblitus est qualis fuerit.* Deinde res vera minimè ibi est, vbi idolum apparet. Est igitur hoc aliud à reipsa; at nihil aliud esse potest quàm species. Ergo quod in speculo cernitur species est, non autem res vera. D

Contrà, non speciem, sed rem ipsam in speculo videri, argumento est, quòd phantasia in profunditate speculi immersa appareat: si autem species esset, ea in speculi superficie, vbi terminatur, necessariò videretur. Non est ergo species, sed res ipsa, quam in speculo cernimus. At quomodo res intra speculum videtur, cùm ibi non sit? Respondeo in omni specierum inflexione rem alio loco, quàm reuerà sit, apparere. Rursus cur adeò, debilis figura ostenditur? Respondeo, quia repercussione languescit. Vnde secunda inflexio obscurior est prima, & tertia quàm secunda, atque eodem ordine ceteræ. Sed de his ista sufficiant, cùm fusiùs in Catoptricis sint pertractanda: quod & Deo dante facturi sumus, si vita sit comes.

Quæ de imaginibus in speculo apparentibus diximus, de illa quoque phantasia, E
quam in alterius pupilla cernimus, sunt intelligenda; est enim illa velut à conuexo speculo repercussum intuentis simulachrum: cornea siquidem tunica propter leuorem formas rerum obiectarũ remittit; at rebus ipsis minores, propter sphericam conuexitatem.

PROPOSITIO XLVII. THEOREMA.

Species sunt formæ homogeniæ.

QVI asserunt diuersa lumina in eodem medio concurrentia, in vnum lu- F
men coire intensius quàm sint singula, non autem se mutuò distincta penetrare; ij hoc idem de colorum speciebus sentiunt, eos nempe in eodem medio diaphano in vnam speciem vniri, non quidem essentiæ vnitate, cùm formæ diuersorum colorum essentiâ differant; sed partim quantitatis continuatione, partim intensionis augmento, adeò vt ex omnibus simul colligatis, vna species heterogenia confletur: quam quidem ita ab obiectis omnibus pariter agentibus prouenire asserunt, vt non pars vna ab vno, alia ab alio, sed tota à singulis, singulorumque partibus obueniat; ad eum modum quo boues coniugati singuli totum aratrum vti concausæ trahunt.

Verisi-

A Verisimilius autem nobis videtur notionalia lumina se mutuò distincta penetrare, cùm iam sint suo modo à materiæ crassitie libera atque seiuncta. Non aliter quàm corpora beatorum sublata mole ac densitate, qua se mutuò extrudunt quæuis corpora, nullo obsistente, peruadent. Idem igitur de colorum formis sentiendum est, ac præsertim de illis, quæ essentia distinguuntur. Vt enim nemo dixerit, calorem, & sonum, & lumen, cùm in eodem medio concurrunt, in vnam heterogeniam qualitatem coire; ita nec diuersorum colorum species inter se, aut cum notionali lumine, dum in eodem medio conueniunt, vniri, atque vnam speciem efficere existimandæ sunt.

Hoc tamen lubens concessero, vnius continuati coloris speciem continuam esse.
B Non enim minùs possibile est species, quàm colores ipsos quantitatis beneficio continuari. Si ergo colores, quamuis essentia diuersi, quantitate copulantur; cur non etiam illorum species?

At quamuis omnium rerum aspectabilium species in vnam conflarentur, quemadmodum alij contendunt; necdum tamen ea species heterogenia esset. Non etenim heterogenium illud vocatur, quod ex diuersis natura mixtilibus constat; sic enim præter simplicia elementa, corporaque cælestia, quidquid reliquum est, dici heterogenium posset, & deberet; sed illud, quod ex integris partibus diuersarum naturarum coagmentatur, vt homo, belua, arbor: homogenium autem illud dicitur, cuius partes vnius sunt naturæ atque essentiæ, vt sunt metalla, lapides: hæc enim quamuis simplicibus
C constent natura diuersis, ea tamen ita sunt diuisa, atque permixta, vt nullam sit partem assignare, quæ non ex omnibus mixtilibus constet. Eodem prorsus modo, secundùm aliorum sententiam, species intentionalis ex omnium colorum speciebus conflatur, ita permixtis, vt omni in parte omnium colorum species reperiantur. Cùm enim quiuis color in omnem partem medij sui speciem mittat, necessum est, vt vicissim in quamuis medij partem omnium colorum species concurrant; atque ita omnium colorum species per totum medium diaphanum, quod sphæra actiuitatis continetur, confusæ erunt, nullamque eius partem disignare licebit, quæ non sit pariter mixta vt ceteræ. Erit igitur hæc mixta species perfectissima partium similitudine homogenia, quod propositum erat demonstrare.

D

PROPOSITIO XLVIII. THEOREMA.

Ex omni parte corporis aspectabilis, in omnem partem medij circumfusi species prosiliunt.

QVEMADMODVM à quauis parte corporis luminosi, ad omnem partem medij perspicui radij lucidi protenduntur, modò nullum corpus opacum rectæ luminis profluentiæ obuium occurrat: ita à quouis puncto corporis colorati, color decisus vehitur luminis ope ad quodlibet punctum me-
E dij diaphani, modò nullum item corpus interpositum viam obsepiat.

Agentia enim naturalia necessitate quadam naturæ in proprias actiones feruntur, nec sublatis impedimentis possunt non agere, in omne illud spatium quod eis natura concessit, (sphæram dicunt actiuitatis.) Igitur vnaquæque pars corporis colorati aget, & quidem in omnem partem medij circumfusi, quousque tandem positis à natura finibus terminetur.

Et sanè nisi in omnem partem medij quæcumque pars rei visibilis sui imaginem destinaret, sed vel omnes obiecti partes in aliquam medij, vel aliquæ partes obiecti in omnem partem medij; consequens esset, vt non ex quauis medij parte omnes obiecti par-
F tes perciperentur: sed vel ex aliqua tantùm parte medij, vel aliquæ tantùm obiecti partes ad visum pertinerent, quod manifesta euertit experientia. Igitur ex omni rei visibilis parte, in omnem partem medij actio deriuatur.

Hinc fit, vt corpora tam lucida, quàm colore infecta, quo maiora sunt, eo longiùs actionem protendant. Namque cùm secundùm omnes suas partes, in quoduis punctum medij actionem intendant, quanto plures illæ atque ampliores vnà conspirant, tanto qualitas in singulis partibus excitata maiorem vim obtinet, vt longiùs progrediatur.

Sed & illud hinc consequitur, quòd grandiora corpora è remotiori loco conspici valeant quàm minora; siue ea à lumine, siue à colore aspectabilia sint, quòd illarum actio longiùs excurrat.

A

PROPOSITIO XLIX. THEOREMA.

Species medium traijciunt in instanti.

SÆPE iam dictum à nobis est, magnam esse specierum ac luminis cognationem: ex qua permultæ affectiones vrrique communes obueniunt, inter quas hæc quoque meritò connumerari debet, quòd species æquè ac lumen quantauis spatia, temporis momento emetiantur. Idque ex eo demonstrari potest, quòd species nusquam sine lumine subsistant; lumen B autem, vt per se notissimum est, instanti temporis vniuersam actiuitatis sphæram peruadit: igitur & species. Hoc argumento vsus est Lucret. lib. 4. naturalis hist.

Et quasi multa breui spatio submittere debet
Lumina sol, vt perpetuò sint omnia plena:
Sic à rebus item simili ratione necesse est
Temporis in puncto rerum simulacra ferantur.

Deinde eadem qua lumen causa, & ipsæ species instantanea motione totum spatium implent: quia nempe ipsis nil est contrarium, quod illarum productionem remoretur.

Rursus præter lumen nihil adeò ad spiritualium accidentium naturam accedit, quàm notionalis color, seu visibilis species. Oporter ergo huius emanationem, quæ simpli- C cissima est, momentaneam esse; ac nulla mora per amplissima spatia diffundi. Vnde D. August. lib. 12. super Genes. ad litteram cap. 16. eam ob causam species sensuum spirituales vocat, quòd medium traijciant in instanti.

Idem demum experienria confirmat: etenim proposito obiecto, mox visio subsequitur; nec perinde vt in auditu, qui latione soni fit, sic inter obiecti propositionem actumq; cernendi temporis aliquid intercedere deprehenditur, quantauis intercapedine obiectum visusque dissideant. Igitur species iuxta lumen instantaneos processus habent.

PROPOSITIO L. THEOREMA.

D

Species rectis semper lineis protenduntur.

VTI superior, ita hæc quoque proprietas in lumine atque coloribus communem causam habet. cùm enim nec lumen nec species qualitates firmæ sint, nec de illarum genere quæ semel productæ suapte vi consistunt; sed sint potiùs perennes quædam actiones à luminosis coloratisq; corporibus effusæ; necesse est eas à continuo causæ influxu ita pendere, vt eo obsepto, vel sublata de medio causa, ipsæ confestim intereant. At omnis actio secundùm naturæ leges breuissimis semper lineis intentatur, vt eò sit efficacior quò breuior. nam longiùs effusa languescit. Igitur rectis lineis, quæ breuissimæ sunt, & lumen & co- E lorum species porriguntur, nisi rectæ illorum influentiæ corpus aliquod opacum interponatur, quod actionem intercipiat.

Simile quiddam, at longè admirabilius videre est in Herculeo lapide, cuius actio vnicadumtaxat recta linea perreptat penetratque, cuius extrema polorum vim obtinent, vt illis haud ignotum est, qui eius naturam inuestigarunt. Eodemque modo ignis propria actione sursum contendit, terra verò deorsum. At color iuxtà ac lux impetum suæ actionis vndequaque diffundunt, rectis tamen, vti dictum est, lineis.

Propositione 48. dictum est, in quauis parte medij omnium circùm iacentium rerum formas arque imagines permixras contineri. vnde oritur non leuis dubitario, quonam F pacto confusa illa atque indigesta specierum miscella, res omnes distinctè queat repræsentare? Cuius solutionem facile est ex hac proposit. elicere. Tametsi namque per vniuersum medium species omnes vagentur, vis tamen earum quæ in visum agunt secundùm rectas tantùm lineas ab obiecto ad centrum visus extensas, diffusa est, vt iam iam ostendimus. Ex quo fit, vt quidquid sub aspectum cadit, ordinatè priùs ἀεραγωγοῦν pertranseat, quàm eius actio in centrum visus definiatur, vt mox proposit. sequente perspicuè demonstrabimus.

Hinc etiam corroboratur illa nostra sententia, quam propos. 47. explicauimus; species nempe diuersorũ obiectorum in eamdem partem medij ita conuenire, vt tamen in

vnam

A vnam ſpeciem minimè coaleſcant. Etſi enim propter exactam mixtionem non liceat ſingulas ſpecierum entitates reipſa diſtinguere; poſſunt tamen mente diſiungi, quòd vnaquæque propriam actionem habeat. Nam ſolæ illæ ex omnibus facultatem immutant, quarum actio per rectas productiones in centrum viſus terminatur. Sicut & lumina quamuis in eadem parte medij plurima conueniant, diſtingui nihilominùs ea dicimus, quòd ab eodem opaco corpore diuerſas vmbras proijciant, vt fuſiùs l. 5. explicabimus.

Hinc facile eſt cauſam elicere, cur res à tergo ſitæ non videantur. nequeunt enim inde ad viſus ſuperficiem rectæ lineæ duci, propter corporis interiecti denſitatem.

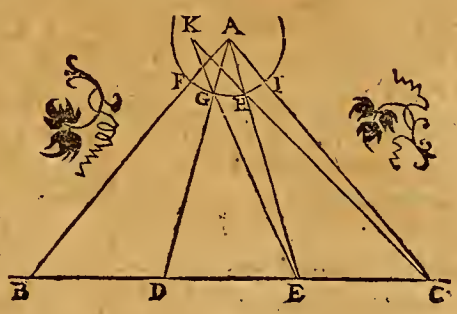
PROPOSITIO LI. THEOREMA.

B

Species ordinatè ad viſum perueniunt.

CVM iam oſtenſum ſit viſibilium rerum actiones rectis lineis efferri; perſpicuè ſequi videtur, ex omnibus ſpeciebus, quæ circumquaque ſparguntur, ſolas illas viſum ſtimulare; quæ ab obiectis ad centrum cryſtalloidis attingunt. Ex quo vlteriùs fit, vt quamuis in eodem medio exiſtat omnium ſpecierum confuſio; illæ tamen quæ potentiam excitant, minimè permiſceantur: ſed ſeruata diſtinctione, quam res ipſæ habent, ſenſim contrahantur, quouſque tandem in centrum viſus ſimul omnes illabantur.

C Quod ex adiuncta figura clariùs elucescet. Eſto in ea cryſtalloidis centrũ A, obiectum verò B C, cuius pars B D flauo, pars D E rubro, pars E C cæruleo colore conſpicua ſit. Dico punctum B, etſi infiniti radij ab eo exeant, vnico tantùm, qui nempe in A pertingit, videri, quòd aliorum radiorum actio viſum minimè feriat. Idemque de ceteris punctis D, E, & C, iudicium eſto. Rurſus dico partem B D ſolis radiis B A, D A, ceteriſque in A pertinentibus conſpici: iis verò, qui ab ea-



D dem parte B D infiniti omnem in partem producuntur, non item; eamdem ob cauſam, quam modò diximus, quòd videlicet hi nullam actionem in viſum intendant, quod & in ceteris partibus D E, E C, facile erit demonſtrare. Præterea cùm F I araneæ tunicæ portio omnes lineas B A, D A, E A, & C A interſecet, palàm eſt ſpecies partium B D, D E, E C, ita in ſuperficie araneæ ordinari, vt ſingulæ partes tunicæ ſingulis obiecti partibus reſpondeant.

Et quamuis in eamdem partem araneæ, verbi gratia, G H, præter D E, aliarum quoque partium obiecti ſpecies concurrant, ac pariter confundantur; hinc tamen nulla perturbatio in oculi functione obuenire poteſt, quòd per ſpecies, quæ in centrum cry-

E ſtalloidis non diriguntur, vt ſunt E K & C K, videndi facultas neutiquam immutetur.

PROPOSITIO LII. THEOREMA.

Rerum imagines oculo impreſſæ, amoto obiecto illicò euaneſcunt.

F SPECIES quæ in viſum conſignantur, non ita ab obiectorum præſentia pẽdere, vt iis amotis illicò extinguantur, cenſuerunt nonnulli interpretes Ariſtotelis in librum de ſenſu & ſenſili, & in librum de inſomniis. Aiunt enim ſublato ſenſibili relinqui adhuc ſenſationes quaſdam perbreues elicitas ex ſpeciebus nondum extinctis. Quæ ſententia probari poteſt, primò, quia ſpecies acuuntur & hebetantur ratione ſubiectæ materiæ. Habent enim quoſdam incrementi & decrementi gradus ſecundùm eam latitudinem, quæ ex intenſione & remiſſione deſumitur, quibus ſucceſſiuè augeri ac minui poſſunt. Ex quo fit, vt viſibili ſubitò ablato, etiamnum ſecundùm aliquam huius latitudinis partem in organo perſeuerent. Poterit igitur viſus ad continuandam functionem his tantiſper vti, dum ſenſim deficiant, ac tandem etiam penitus euaneſcant. Aſſumptio probatur, quia obiectum quò propinquius eſt (non tamen quàm par eſt) eò efficaciorem ſpeciem iacit.

Hinc enim viciniora magis dearticulantur, distinctiusque secundùm omnes partes cernuntur, quia nimirum species quæ cum lumine in oculum importantur robustiores sunt: remotiora videntur obscuriùs, quòd tanto imbecilliores species euadant, quanto longiùs ab origine discedunt. Igitur species visibiles eam latitudinem admittunt, quæ secundùm intensionem & remissionem vocatur. A

Secundò, color, odor, sapor, ceteræq; sensibiles qualitates, prohibita effectrice causa in propriis subiectis perseuerant. Poterunt ergo & species, quarum par ratio est, aliquanto saltem temporis spatio in potentiis perdurare, sublatis obiectis à quibus producuntur.

Tertiò, sæpè quæ in vigilia præcepta fuerunt, postmodum in somniis ita clarè repræsentantur, vt nemo dubitare iure possit, quin ea exterinis sensibus præsentia sint: at res ipsæ verè absunt. Igitur sola specie in sensorio asseruata coràm assistunt. B

Quartò, certiora accedunt experimenta à vigilantibus deprompta. In primis D. Augustinus libro 11. de Trinitate cap. 2. ita scribit: *Cùm diusculè attenderimus quæcumque luminaria & inde oculos clauserimus, quasi versantur in conspectu quidam lucidi colores variè sese commutantes, & minùs minusq; fulgentes, donec omnino desistant: quos intelligendum est reliquias esse formæ illius, quæ facta erat in sensu, dum corpus lucidum videretur.* Idemque confirmat communis hominum sensus. Igitur ablato luminoso remanet illius species in sensu. Audi etiam, si placet, philosophum de eadem re ita scribentem lib. 5. de generat. animalium cap. 1. *Qui conspectum à colore validiore, aut de sole in opacum transtulerint, non cernunt. Motio enim quæ iam vehemens inest, impedit eam quæ extrinsecus accidit.* Et lib. de insomniis cap. 2. *Sensibilia*, inquit, *ipsa in nobis per singula sensoria sensionem efficiunt: & affectio, quam ea inuehunt, non modò in sensoriis inest, cùm sensus agunt, sed etiam cùm ab opere discessere.* Et mox: *Si sensum de sole in opacum conuertamus, comitatur eum affectio: euenit enim vt nihil cernat, propterea quòd commotio, quæ à lumine profecta est, oculos adhuc possideat. Item si quid album aut viride diutiùs aspexerimus, ad quodcumque aspectum nostrum deferamus, concolor illi videtur.* Eadem Themistius lib. de insomniis pulchrè describit his verbis: *Si quis aspectum ab aliquo, quod intentissimè obtutus sit, conuerterit, comitabitur nihilominùs eum forma rei quam spectauerit, quasi affectis possessisq; priore pulsu oculis. Proinde qui de sole in opacum se conferunt, confutatis præ nimio splendore luminibus non cernunt. Item si quid præcandidum aut viride diutiùs aspexeris, quidquid oculis inciderit, videbitur concolor. Sed & si oculos contra solem, aut aliquid quod fulgeat, tendas, deinde conniueas, primùm aliquis color videbitur, qualis albedo, aut viriditas est, tum is se in puniceum conuertet, proximè in purpureum, atque ita deinceps in alios, postremò in atrum, à quo euanescit, exolescitq;. Eodem modo quæ motu cito mouentur, obtutus nostros confringunt, vt si in profluentem rapidum direxeris, facit porrò æstuatio & vertigo, vt quæ stant, moueri videantur.* Illustrius verò illud est, quod in insertis cancellatisque fenestris ex transennarum aspectu percipimus. Has enim si aliquamdiu firmiùs intuiti fuerimus, etiam figura distinctioque solidi & vacui oculis clausis inhærebit, ratione tamen contraria. Nam vacua per quæ lumen translapsum aspeximus, obscura apparebunt; solida autem, luminosa. Ex his ergo omnibus concludi posse videtur, ea quæ in sensuum organa inuehuntur moram quamdam in illis trahere, non modò cùm in actu sunt, verùm etiam cùm sublatis exteriùs rebus ab opera discessere. C D E

Contraria tamen opinio, quæ asserit sensuum externorum species non nisi præsentibus sensibilibus etiam breuissimo tempore conseruari; & communior, & verisimilior videtur: potestq; ex eo demonstrari, quòd species non tam sint qualitates firmæ, quàm perennes quædam actiones, atque obiectorum conatus, quibus continuò potentias ad agendum existimulant: quamobrem earum productiones non simpliciter fiunt, sicut aliarum qualitatum, quæ proinde ibi consistunt, vbi eas effectrix causa ponit; sed rectis semper lineis, ac temporis momento protenduntur. At sublato obiecto, intercidit actio; igitur & species ipsæ, quæ nil aliud sunt quàm protractæ perennatæque actionis affectiones, amoto obiecto illicò euanescunt. Deinde *species*, inquit D. August. loco citato, *sunt velut in aqua impressum vestigium, quod tamdiu est, donec ipsum corpus, quod imprimitur, inest; quo ablato, nullum erit.* Et sanè si perdurarent aliquantisper amotis obiectis, id semper aut maiori parte, & alicuius vtilitatis gratia eueniret; non accidit autem neque semper, neque pro maiori parte: si quando verò simile quidpiam experimur, vt superiora argumenta ostendunt, id nullo emolumento, sed potiùs magno organi dispendio fit, atque aliam ob causam, quàm nunc tempestiuum est explicare. F

Ad

A Ad argumenta contraria. Et ad primum neganda est consecutio: iam enim proximè ostendimus eam esse specierum naturam ac conditionem, vt quantumlibet intensæ fuerint, sine perenni effectricis causæ influxu, ne momento quidem temporis possint subsistere.

Ad secundum eadem est responsio. Hoc enim inter species & firmas qualitates interest, quòd hæ firmum existendi modum accipiant; illæ verò à continua emanatione ac causæ præsentia dependeant.

Ad tertium respondeo, eam affectionē non inde prouenire, quòd, vt Auerroës comminiscitur, cōtingat nos in somniis verè sentire sensibilia per sensus externos, licet absen-
B tia sint; qui tractatu de somno & vigilia, id ait accidere redeuntibus ab internis sensibus ad externos absentium rerum imaginibus. Sicut enim, inquit, sensibilia externa mouent sensus externos, & hi sensum communem, is imaginatiuam: sic inter somniandum, conuerso ordine imaginatio mouet sensum communem, hic sensus externos. Non inquam ita se res habet. nam species quę ab obiectis in sensus externos proueniunt, altiùs non prouehuntur, cùm ab his sensus communis alias species altioris ordinis efformet, quas mox imaginatiuæ impertit. Prouenit ergo id ex eo tantùm, quòd sæpè tam efficaciter internus sensus sibi quædam effingat, vt ea se externo sensu percipere arbitretur. Nam teste D. Augustino suprà cap. 4. *tanta sæpè est similitudo externæ speciei cum ea quæ intus ex memoria exprimitur, vt nec ipsa ratio discernere possit vtrúmne foris corpus*
C *ipsum videatur, an intus tale quid cogitetur.* Hoc autem non tantùm in somnis, iisque præcipuè quos ephialtes inuadit, sed etiam in vigilia interdum contingit, vt cogitatione occupata voluntas sese auertat à sensibus, sicque formet animi aciem variis imaginibus sensibilium rerum, vt ipsa sensibilia coràm assistere existimentur. Fiunt porrò istæ impressiones imaginum, & cùm appetendo in talia voluntas intenditur, & cùm deuitandi causa rapitur animus in ea contuenda, quæ fugiat; idque siue sopitis sensibus, vt sunt dormientium, siue ab interiore compage turbatis, sicut sunt furentium. Quibus ipse quoque philosophus adstipulatur libro de insomniis cap. 2. asserens *facilè decipi circa sensus homines in aliqua affectione positos, vt meticulosum in metu, amatorem in amore, adeò vt ex tenui similitudine alter hostes se videre putet, alter quem amat. Et quò quis*
D *vtique arctiùs ipso affectu possidetur, eò leuiori similitudine talia sese illi offerunt. Eodem modo & qui ira, & qui demum quacumque alia cupiditate rapiuntur, facilè circumscribi solent, ac tanto quidem procliuiùs, quanto magis libidine ipsa ducuntur. Vnde etiam fit vt febrientes interdum animalia quædam in parietinis videre videantur exigua similitudine permoti, quam lineamenta quædam congesta prætendunt.* Hæc ille.

Pro quarti argumenti solutione, sciendum est obiecta duobus modis in externos sensus agere: vno intentionaliter, cùm scilicet propriam imaginem in organum obsignant; altero realiter, cùm violenta motione organum concitant. Prior illa actio obiecto sublato pariter occidit: hæc verò etiam causa cessante aliquamdiu perseuerat. Quod lationis atque alterationis exemplis idem philosophus superiùs citatus explanat his verbis:
E *Etenim quæ lationem subeunt, eo quod propulit non ampliùs tangente, cientur. Consimiliter & hoc quoque in alteratione fieri putandum est. Illud enim quod calentis rei opera incaluit, quod sibi vicinum est calefacit, penetratq; successio hæc ad id vsque quod primùm calefieri potest. Quare & ei cui sentiendi facultas commissa est, hoc idem accidere necesse est, cùm sensum, qui in actu constitutus sit, alterationem esse quamdam constet.* Vnde eadem ex causa hæc mox idem subnectit philosophus: *Qui obtutum ab hisce quæ mouentur, vt ab amnibus ocyßimè labentibus, aliò transferunt, iis quæ stant, moueri videntur; & ab ingentibus sonis surdastri redduntur, & ab odoribus vehementibus ægerrimè olfaciunt:* ita inquam ab impenso lumine affectio quædam in sensiterio relinquitur, vehementi motu conci-
F tata, qua interdum sensus etiam ipse funditus euertitur. Vnde fit, vt cancellorum vacua, per quæ lumen in oculum receptum fuit, eo occluso obscura appareant; quòd nempe eas organi partes quæ vacuis respondebant, lumen hebetauerit. Praua siquidem affectio, tenebrarum speciem refert: vti incolumitas aliarum partium, quæ solidis obiectæ fuerant, speciem præ se fert luminis, ob spirituum animalium affluxum, quos propositione 11. lucidos esse diximus.

OBIE-

A

OBIECTI VISVS CONDITIONES.

IN *ceteris naturæ actionibus, præter effectricem causam quæ agit, obiectamque materiam quæ patitur, nonnullæ conditiones postulantur, quibus ambæ ad propria munia ritè obeunda disponuntur. Ignis namque, exempli gratia, præter eam, quam ex essentiæ principiis obtinuit agendi potentiam, requirit insuper calorem quemdam instrumentarium, quo appositam materiam alteret; ac præterea nisi magnitudine aliqua ac densitate præditus sit, nihil omnino efficere poterit: materia verò nisi sit pinguis, atque igni vtcumque vicina, nullam actionem formamque suscipiet. Ita oculus, atque res aspectabilis, ad visionem præstandam proprium exigunt apparatum. Ac de oculi quidem proprietatibus huc vsque dictum est satis: nunc de iis, quibus obiectum instructum esse oportet, pauca dicenda restant. Sex porrò dumtaxat eiusmodi conditiones numerantur; videlicet, opacitas, magnitudo, oppositio, distantia, medium, atque illustratio: quas rectè* Conditiones *nuncupamus, quòd sine eis res aspectabiles sub obtutum venire omnino nequeunt. Plotinus Enneadis 4. lib. 5.* Conferentia *nominat, quòd ad visionem plurimum conferant ac conducant.* B C

PROPOSITIO LIII. THEOREMA.

Imperuium esse oportet quidquid sub aspectum cadit.

PERMVLTA sunt quæ huic propositioni aduersari videntur. In primis gemmæ non paucæ, etiam quæ inter perspicuas censentur, vt carbunculus, smaragdus, sapphyrus, hiacynthus; vitrum item, crystallus, aqua, atque alia eiusdem generis plurima videntur, quæ tamen peruia sunt. Deinde aër ipse impensè diaphanus, sub aqua conspicuus est: quo pacto etiam corpus, quamuis summè pellucidum, cerni posset. Nullo igitur iure hæc proprietas in obiecto visus exigitur: quod quantumuis transparens, nihilo tamen minus videri atque internosci potest. D

Verùm opacum esse oportere omne quod videtur, ex natura tum obiecti tum visus ipsius demonstrari potest. Nam ea in primis extra controuersiam est obiecti conditio, vt vel lumine vel colore affectum esse debeat: at lumen & color solius corporis opaci sunt proprietates, vt propositione 31. ostendimus. Igitur omne quod videtur, opacum sit necesse est. Deinde hæc quoque visus natura est, vt in eo quod cernit terminari debeat; sed in diaphano obtutus terminari non potest, cùm eiusmodi corpus & lumini & speciebus impunè sit peruium. Igitur in solo opaco oculorum acies figi terminarique potest, quod proinde solum videri est aptum. Accedit & ab incommodo desumpta argumentatio. Si enim perspicua corpora æquè atque opaca cerni possent, omnis pænè visio confusa ac perturbata foret. Nam vno corpore post aliud diaphanum existente (quod sanè frequentissimum est) æquè quod posterius, ac quod prius est, videretur; cùm posterioris dignotio ab anteriore diaphano non intercipiatur. Vtrumque ergo eamdem oculi partem eodem simul tempore, atque ex æquo afficiet; sicque confusa erit vtriusque imago, atque indistincta cognitio. E F

Huic grauissimo incommodo sapientissimus naturę architectus hoc modo prouidit, vt perspicua corpora visibiles qualitates transmitterent, opaca verò easdem sisterent, ac velut sufflaminatas transitu prohiberent. Ita enim per illa velut per idonea media lucem opaca recipiunt, quam per eadem propriis iam coloribus affectam ad oculos refundunt. Ex quo visionem aptè celebrari contingit.

Hinc illud fit, vt nec lux nec color in diaphano corpore recepta appareant, nisi fortè portiunculam aliquam opacitatis admixtam habeat, quæ lumen ac species colorum sistat, atque aciem oculorum firmet. Quam ob causam propositione 31. diximus, gemmas quæ diaphanæ habentur, vti & vitrum, & crystallum, aliaque eiusmodi ita videri,

vt

A vt etiam profunditatem illorum visus attingat. Si autem aspectabile corpus minùs opacum fuerit, quàm medium, tunc velut per quamdam priuationem illud conspicietur, vt sub aqua aër natura simplicior. Atque ita explicandę sunt obiectiones initio positę.

PROPOSITIO LIV. THEOREMA.

Visibilia quadam ob paruitatem delitescunt.

B PRÆTEREA obiectum vt iusta magnitudine diductum atque expansum sit, ad veram perfectamque visionem exigitur. nam certa experientia discimus, res quasdam ob paruitatem conspectum omnino effugere. Cuius rei primatem causam non tam obiecti, quàm visiuæ facultatis natura in se continet. Cùm enim visio per pyramidem fiat (vt non semel est demonstratum) cuius vertex centrum sit visus, basis verò res ipsa, necessarium est, vt ex anguli verticalis amplitudine rerum magnitudines dignoscantur. sic vt maiores illæ appareant, quarum anguli qui ad verticem maiores sunt; minores verò illæ videantur, quarum ad verticem anguli sunt minores. Quare si tandem eousque attenuentur angulorum spatia, vt sub sensum non cadant, & res ipsæ visibiles, quæ his angulis ceu bases subtenduntur, omnino oblitescent.

C Datur ergo in iis quæ videntur, quidam paruitatis status, infra quem discerni ampliùs res nequeant; at vagus incertusque, quandoquidem non minor distantiæ quàm magnitudinis habenda sit ratio. Vnde quod iusta dimensione præditum est, vt è propinquo exactè videatur, è longinquo spectatum vim omnem obtutus effugiet; nihilque tanta mole distentum animo concipi poterit, quod non acutissimam oculorum aciem excedat, si infinito propemodum interuallo obsistat.

PROPOSITIO LV. THEOREMA.

Visibile in sola oppositione videtur.

D OPPOSITVM id esse definitur, à quo ad superficiem visus rectà duci potest, quæ inde ad centrum glacialis humoris infringatur. Quare quæcumque visui opposita sunt, ea omnia intra maximam pyramidem opticam continentur: cetera verò quæ extra hanc vagantur, nec visui opponuntur, nec in oculum actionem aliquam inferre possunt.

Ratio porrò huius oppositionis ex eo ducitur, quòd rerum aspectabilium formæ rectis semper lineis protendantur, vt propos. 50. est demonstratum. Inde enim hoc velut consectarium infertur, nihil omnino conspici, nisi quod visui oppositum sit, hoc est eò loci constitutum, vnde sui similitudinem rectà in centrum glacialis humoris euibrare possit, quæ dignoscendi facultatem ad sui obtutum excitet atque alliciat. Quæ etiam
E causa est, cur ea quæ à tergo sunt, non cernantur; non enim visui opposita, ibique locata sunt vnde illorum actionem visus excipiat.

PROPOSITIO LVI. THEOREMA.

Visus suapte natura infinitè extenditur.

SI emissione visio fieret, quemadmodum Stoici volebant, & qui de Platonis secta fuerunt, profectò non modò spatio aliquo, sed etiam breuissimo
F definiretur. At cùm ex Peripateticorum doctrina, partim susceptione, partim interna atque immanente actione visio perficiatur, eaque sententia vero simillima sit, vt pòst, cùm de natura visus agemus, perspicuum fiet; consequens est, vt visionem infinitè extendi suapte vi posse, nulloque ex se termino definiri statuamus. Siquidem non minùs aptum promtumque est visus organum ad suscipiendum formas rerum è longinquo promissas, quàm è propinquo: nec cùm specie visibili obsignatum fuerit sensiterium, disquirit animus, priusquàm in actionem erumpat, an res, vnde illæ proueniunt, vicina sit, an longè dissita. Hæc enim abs re esse videntur, cùm ad actionem facultas sufficiat, obiectique per vicariam speciem præsentia. Igitur visus potentia ex sese in infinitum protenditur, nec vllis distantiæ finibus coërcetur: quod probasse oportuit.

PRO-

A

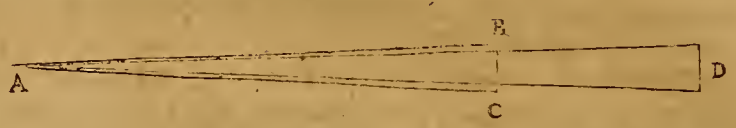
PROPOSITIO LVII. THEOREMA.

Vnumquodque obiectum ſpatio definitur, vltra quod videri non poteſt.

TAMETSI aſpectus, vt proximè oſtenſum eſt, nullo coërcitus termino in immenſum protendi ſuapte natura poſſit; nequit tamen obiectum ad quamcumque diſtantiam ſui imaginem ex ſe effundere: ſed iiſdem ex cauſis actio eius definitur, quas velut obiecti conditiones paulò antè recen- B ſuimus.

Atque in primis nebuloſus aër obiecti diſtantiam celeriùs terminat. Perſpicuum eſt enim non æquè per nebuloſum aërem, ac per ſudum, res è longinquo ſpectari. Deinde obiectum qualitate minùs conſpicua affectum, aut infirmiore lumine colluſtratum, ſegniùs agit, ac proinde minùs longè actionem diffundit. Quare è remotiori loco videtur, quod vel propria luce fulget, vel aliena colluſtratur, quàm quod ſubobſcurum eſt, aut offuſum tenebris. Rurſus è remotiori interuallo aſpicitur color rutilus, quàm fuſcus. Igitur non tantùm medij impedimenta, verumetiam ipſæ primæ viſibiles qualitates, quarum beneficio res omnes ſub viſum cadunt, definitam actionem habent, quamobrem res ipſæ non ex quauis diſtantia cerni poſſunt. C

Præterea ex ipſa quoque magnitudine argumentum ſumi poteſt; quæ eò ſemper minor apparet,



quò res longiùs abeſt, quoad tandem ob paruitatem oculorum aciem penitus fugiat. Eſto namque B A C minimus angulus, ſub quo obiectum B C videri poteſt: dimoueaturque B C in D. Dico illud iam videri non poſſe. Si enim videretur, ſub minori vtique angulo comprehenderetur, quàm in priori ſtatu: at cùm poſitus ſit angulus B A C minimus, ſub quo B C ſpectari poſſit; erit angulus, quo D videtur, minor minimo, quod abſurdum eſt: ergo omnino inſenſibilis eſt, quod probare nitimur: ac proinde D obiectum in D conſtitutum cerni ex loco A nequit. Omne igitur obiectum ſpatio definitur, vltra quod videri non poteſt, quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO LVIII. THEOREMA.

Perfecta viſio non minorem obiecti diſtantiam poſtulat, quàm quæ axibus continetur, cum quibus nerui optici angulos normales efficiunt.

E

NONNVLLI ea quæ viſui ſuperpoſita, aut omnino propinqua ſunt, videri quodammodò hiſce argumentis perſuadere nituntur. Primò, humor corneam inter & cryſtalloidem congeſtus cernitur. Nam quibus ille partem dumtaxat pupillæ occupauit, iis videtur macula quædam, ceu muſca continuò ob oculos verſari; quæ phantaſia nil aliud eſt, quàm humoris obiecti contuitio. Secundò, non aliam ob cauſam ictericis omnia flaua oſtenduntur, niſi quia inſperſam oculis bilem primò percipiunt, quæ deinde affectio ad externa pertranſit, & cuncta ſimili illuuie coinquinat. Tertiò, lumen quod oculo compreſſo excitatur, intra oculum exiſtit: videri autem illud nemo, qui viſum habeat, inficias ibit. Nil F igitur propinquitas cernendi facultati officit, nec quidquam obſtat, quin res etiam ſuperpoſita viſui conſpiciatur.

Pro huius proprietatis planiori intelligentia, notandum in primis eſt diſtinctè id ſolùm internoſci, in quod axes optici vnà concurrunt: reliqua verò omnia obſcurè atque confuſè, & velut ἀδιατύπωτα, aut, vt Sophoclis verbo vtar, ἀμόρφωτα.

Deinde triplex eorum quæ in oculo ſunt propinquitatis locus diſtinguendus eſt. Primus in ipſo eſt glaciali humore, quem interdum glaucoma inuadit, immedicabile malum, hoc eſt natiui coloris in alienum mutatio: quibus id vitij adeſt, ij per fumum, aut nebulam, ſe videre arbitrantur. Secundus eſt in humore aqueo, vbi ſuffuſio inter vueam

tunicam,

A tunicam & humorem cryſtallinum enaſci ſolet, id eſt, humoris præter naturam concretio, à cerebro per neruum opticum prolapſa. Tertius in cornea eſt tunica. Hanc caligo, nubecula, atque hallucinatio committit. Eſt porrò caligo, tenebroſa viſio ex denſiore facta cornea tunica. Rarum hoc vitium ex morbo; ex ſenectute frequens, quà membranæ & vngues craſſeſcunt. Nubecula, tenuis eſt humor corneæ inhærens, quo quis per medium non omnino diaphanum ſe videre putat. Hallucinatio eſt, qua omnia foris tincta videntur, ex alieno colore tunicæ corneæ offuſo, vt in ictero citrina, in phlegmone rubra.

In his omnibus affectionibus, ſi impactus humor perfectè opacus ſit totamque pu-
B pillam obtegat, planè cernendi functionem impedit; etſi facultatem ipſam, quæ in anima reſidet, non tollat. Hoc probat omnium philoſophantium conſenſus, ac medicorum experientia. Ratio etiam ipſa demonſtrat: nam humor qui in oculo delitescit, nullo lumine colluſtratus, perſpici non poteſt; vt argumentatur Ariſtot. lib. 2. de anima cap. 7. text. 73. ſed neque res ceteras videri patitur, cùm viſibilibus formis, quæ ab externis rebus in oculum deſtinantur, viam occludat. Idem enim præſtat quod palpebræ clauſæ, aut velum oculis obductum, per quæ, cùm opaca ſint, nullus ſpeciebus tranſitus conceditur. At ſi partem dumtaxat pupillæ occupat humor ille opacus, rerum quoque obiectarum partem offuſcabit, quaſi macula illis inducta, quæ ſuffuſionis obtineat figuram. Quod neutiquam ex eo prouenire credendum eſt, quaſi ipſa ſuffuſio cer-
C natur, ſed quòd cernendi actum ex parte præpediat. Pars namque obiecti, quam contegit, dum per humoris opacitatem non percipitur, oſtenſionem quamdam facit maculæ rebus inuſtæ, quæ interdum muſcæ oberranti, aliàs telæ aranearum ſimilis eſt; non quòd verè illa phantaſia ſit alicuius rei conſpectio, ſed quòd potiùs ſit viſionis priuatio, quæ obſcuritatis ſpeciem præ ſe fert.

Si autem perſpicuus eſt humor qui oculum vitiat, vt bilis in icterici, in ophthalmicis ſanguis, is neque cernendi facultatem imminuit, neque actionem impedit; res tamen externas proprio colore infectas exhibet, colore nempe qui in oculo eſt, ſpeciei vim obtinente. Vti enim ſpecies haud per ſe diſtinctè in oculo dignoſcitur, per ipſam tamen, quidquid ei opponitur ita exhibetur, vt eiuſdem colore, figura, magnitudine,
D ceteriſque aſpectabilibus proprietatibus affectum cernatur: ita ſi color aliquis oculum inuaſit, qui perſpicuus ſit, aut tinctum vitrum oculo proximum teneatur; colores ipſi propinqui, ſiue qui in oculo inſidet, ſiue qui in vitro eſt, diſtinctè non percipiuntur; at rebus externis affuſi putantur. Cuius quidem hanc rationem eſſe exiſtimo, quòd tum propter vicinitatem, tum propter tranſparentiam nihil ſit in coloribus illis quod viſum terminet. Quare eò vſque affectio, quam oculo inferunt, peruadit, dum corpus aliquod opacum in iuſta diſtantia occurrat, in quod impingant, quodque illos pariter ac viſum definiat, ſiſtatque: tale enim eſſe oportere omne quod videtur, propoſ. 53. oſtendimus. Vnde colligas infirmam eſſe rationem illam, qua nonnulli probare nituntur inter viſum ac rem viſibilem ſpatium aliquod intercedere debere; quòd viſio per ſpecies fiat, ſpecies
E autem ſine medio ab obiectis non reſoluantur. Non ſubſiſtit inquam hæc ratio, quia ſpecies ſunt diſtantium rerum vicariæ formæ, tum minimè opportunæ, cùm obiecta oculo præſentia ſunt.

Denique ſi inſertus oculo humor mediam naturam obtinet, quæ neque opaca omnino ſit, neque exactè diaphana, nebuloſam viſionem efficit, qua quis velut per caliginem res obiectas ſe conſpicari exiſtimat.

Præter triplicem hunc propinquitatis gradum, quem in oculo deſignauimus, quartum quoque extra oculum conſiderare licet. Continetur porrò is ſpatio illo quod ab oculo ad id vſque punctum, vbi neruis opticis axes ad rectos angulos inſiſtunt, exporri-
F gitur. Quo loco viſionem quidem fieri contingit, ſed indiſtinctam tantò magis, quantò res oculo vicinior fuerit. Cùm enim ex ipſius organi ſtructura conſtet propinquiùs oculorum aciem terminari non poſſe, quàm vbi coniuncti axes neruis opticis normales exiſtunt, erit hoc punctum terminus minimæ diſtantiæ, in qua viſio diſtincta perfici poteſt; reliquo ergo ſpatio ad oculum vſque viſionem omnem confuſam turbidamq; eſſe oportet, quòd in eo nullus axium concurſus obueniat.

Ex his facile eſt colligere propoſitæ proprietatis demonſtrationem. Namque proximum illum, quem iam diximus, axium concurſum extra oculum fieri neceſſe eſt, vti neruorum opticorum fabrica demonſtrat Igitur diſtincta accurataque inſpectio, non niſi ex certa ac iuſta diſtantia elici poteſt: cuius quidem breuiſſimum ſpatium puncto

illo terminatur, in quo concurſantes axes cum opticis netuis angulos rectos efficiunt. A
Quò verò deinceps res obiectæ oculo viciniores exiſtunt, eò grandiores apparent; proximæ autem adeò augeſcunt, vt tenebras oculo ſua mole offundant, ac velut indigeſtum chaos repræſentent.

Faceſſat nunc quorumdam opinio, qui huius rei cauſam in ſpecies viſibiles conijciendam volunt, quarum natura odoribus ſit quodammodò ſimilis. Vt enim, inquiunt, Moſchi odor è proximo grauis eſt propter admixtam craſſam fæculentamque ſubſtantiam, quæ iniucundum odorem reddit; è longinquo verò depoſita parte craſſiore purior effectus nares ſuauiùs ferit: ita ſpecies è proximo oculorum aciem retundunt; interuallo autem proportione quadam attenuatæ res diſtinctiùs ſpectandas exhibent. B

Hæc cùm ita ſint, obiectis initio argumentis nullo negotio fiet ſatis. Dicendum enim omnem opacitatem cryſtalloidi impactam diſcernendi functionem abolere; tollitur enim hoc vitio facultas radios in centrum colligendi, quam propoſit. 26. viſui apprimè neceſſariam eſſe diximus. Quæcumq; verò araneæ tunicæ intra oculum obijciuntur, ea nequaquam videntur, non ſolùm ob propinquitatem, verùm etiam quòd nullo lumine illuſtrentur, ſine quo nihil in rebus aſpectabile eſſe poteſt. Si verò lumine perfunderentur, hoc ipſum ita oculos oppleret, vt res obiecta dignoſci non poſſet: ſed nil præter confuſum quoddam lumen extra oculos indefinito loco conſpiceretur, vt oculo compreſſo accidit: quod tertium argumentum proponebat. De hac re conſule propoſit. 13. vbi diximus fulgorem illum ab interna parte vueæ tunicæ ad araneam humoremque C cryſtallinum remitti, atque ita videri: apparere autem orbicularem circuli in modum, quòd à ſolo ambitu pupillæ repellatur. quà enim patet pupilla, hinc nihil remitti poteſt. Videtur quoque extra oculum obuerſari, propterea quòd nequeat oculus certam ei diſtantiam propriumque locum aſſignare. quod idem ſuffuſionibus euenire, plurimorum hominum experimenta teſtantur.

PROPOSITIO LIX. THEOREMA.

Inter viſum & viſile neceſſe eſt medium intercedere diaphanum. D

PERSPICVA eſt huius propoſitionis demonſtratio ex ſuperiore. Cùm enim ſpatio aliquo diſtare ab inuicem debeant viſus, reſque aſpectabilis; ſi inane fiat hoc interuallum, non modò non exactiſſimè, (quod Democritus credebat, quem eo nomine reprehendit Ariſtoteles lib. 2. de anima cap. 7. textu 74.) ſed nequidquam nos viſuros conſtat, cùm nulla actio ab obiecto ad oculos per vacuum traduci queat. Deinde, *ſi nullus eſſet vſus intermedij corporis* (inquit Themiſtius lib. 2. de anima cap. 25.) *per quod colores veherentur ad ſenſum, ſumma ratio eſſet, quamobrem, quantò propiùs accederent imminerentq; oculis,* E *tantò clariùs & exquiſitiùs cernerentur.* Oportet ergo plenum hoc interſtitium conſtituere, non quidem opaco aliquo ac denſo corpore, quod lumini rerumq; ſpectris imperuium ſit: igitur diaphano, per quod vnà cum lumine emiſſitiæ rerum imagines, in omnem circùm partem diſtribuantur, tandemque ad aſpectum vſque, quocumque in loco ille conſtiterit, pertinere poſſint. Prætereà viſus ſpirituali naturæ proximus eſt, obiectum verò quod videtur, nimis materiam reſipit. Igitur duo hæc per ſe haudquaquam coire poſſunt, vt notionem aliquam perficiant: ſed medio quodam opus eſt veluti ſpirituali, quod inuicem iſta conciliet. Hoc profectò eſt diaphanum, inter craſſam ac ſpiritualem naturam medio loco conſtitutum. F

In iis qui aquileges nuncupantur, reperiri quoſdam aiunt, qui profitentur ſe aquas ſub terra latẽtes contueri. Id verò ita ſe habere, ac reipſa fieri, non ignobiles noſtræ ætatis philoſophi arbitrantur, non tam rationibus quàm experientia in eam ſententiam adducti. Fuiſſe enim, atque etiamnum extare narrantur, qui variis in locis oculari inſpectione vberes aquarum prouentus inuenerunt. neque operam dæmonum huic negotio interueniſſe credunt, quòd illorum hominum probitas publici iudicij auctoritate pro vtroque tribunali fuerit explorata & comprobata.

Deinde lynces naturali oculorum acie poſt trans parietes videre perhibentur, cur non id poterunt homines aliqui extraotdinatia cernendi facultate præditi? An id longiùs

A giùs fidei metas excedit, quàm res in tenebris perspicere? quod potuit Tiberius Cæsar, sicut & brutæ illæ animantes quæ noctu alimoniam venantur, vt feles, noctuæ, vespertiliones, &c. Argonautam scribit Plinius lib. 2. cap. 17. non solùm terra interposita videre solitum: sed etiam exeuntem à Carthagine classem Punicam, numerumque nauium ex specula Libycana manifestissimè notasse: vnde illud Martialis;

Scit quota de Libyco littore puppis eat.

nec non primam lunam in signo arietis eodem die conspexisse; quamobrem Lyncei cognomen obtinuit. His longè etiam admirabiliora leguntur apud naturalium rerum scriptores: quæ modò non lubet enarrare, ne longiùs à proposito recedamus.

B Præterea terra porosa est. per hos igitur meatus poterit lumen aliquousque terræ crassitiem penetrare, indeque latentium subtus aquarum visibiles formas per eosdem poros reuehere, verùm ita attenuatas, vt communi cernendi facultati minimè congruant; sed ei, qua prædita sunt aquileges. Vnde aquam exploraturi meridianam lucem quærunt, & insignem solis splendorem, quo nimirum è profundo species hauriant & ad aspectum euocent.

Hæc ferè sunt ex quibus præcipuum huius sententiæ momentum pendet. qui verò contrariè sentiunt, experimenta illa aiunt esse vel veneficia vel mendacia. Cùm enim vsitatis signis, quæ referunt Plinius lib. 31. cap. 3. & Vitruuius lib. 8. cap. 1. aquarum loca tacitè explorauerint, ea designantes, aquas se videre ementiuntur. Neque par ratio C in iis est qui noctu vident: hi enim non vident in tenebris, sed emissitio oculorum lumine res, quas vident, illustrant, quarum tum species cum lumine ad oculum reuehuntur. Æquè verò absonum est dicere, sine lumine visionem fieri, eamdemque opacum corpus penetrare, cùm vtrumque naturæ visionis aduersetur: nec enim sine lumine, nec trans corpus opacum species deferuntur.

Quod verò de poris terræ adducebatur, non sapit philosophum. Quomodo enim species, quæ suapte vi rectis lineis proficiscuntur, per sinuosos terræ anfractus traduci possunt? Facessat ista philosophandi ratio. Ac nostra quidem sententia eiusdem generis habeatur aquarum inuentio per inspectionem, cuius est metallorum sub terra latentium inquisitio per virgulam furcatam: de qua scribit Georgius Agricola lib. 2. de re D metallica, multas ac magnas contentiones inter metallicos existere, cùm alij asserant in venis inueniendis sibi maximo vsui fuisse, alij negent. Nonnulli furcam resecant colurnam, quam præ ceteris idoneam censent, præsertim si corylus supra venam aliquam creuerit. Alij pro varietate metalli diuersis virgulis ad venas inquirendas vtuntur. etenim coryli virgulas adhibent ad argenti venas; fraxini ad æris; piceastri ad plumbi maximè candidi; ferream ad auri. Vsus porrò earum sic se habet: Cornua virgulæ pugnis apprehendunt, ita vt digiti compressi cælum spectent, vtque virgula erigatur ea parte qua cornua coëunt: tum huc atque illuc passim per loca montosa vagantur; simul atque verò supra venam pedem posuerint, aiunt statim virgulam occulto quodam impulsu versari, motuque venam prodere: at vbi pedem retulerint, & ab ea recesserint, E rursum virgulam immobilem permanere. Cuius rei fides sit penes illos, qui eius aliquando periculum fecerunt.

Id tantùm nostræ rationi adiungere placet: Si acies oculi nostri corpora opaca penetraret, oporteret illa peruia esse rerum simulacris; quapropter non iam opaca, sed transparentia essent, quod in primis hypothesi repugnat. Deinde eo dato, duorum alterum consequens foret, aut quòd nihil omnino in rerum natura occultum esset, aut quòd nihil penitus cerneretur. Vtrum absurdius sit, tecum ipse lector expende. Occultum fore nihil, hinc probatur; quia nullum corpus, nec vlla aduersa qualitas rerum formis obsisteret, quò minùs liberè ad oculos peruenirent. Si autem quæ in rerum natura sunt F fœda atque abominanda cunctis paterent, perpetuo horrore hominum animi percellerentur, siquidem nullo loco possent à turpissimarum rerum aspectu esse liberi. Illis enim idem eueniret quod Marsil. Ficinus oratione 6. cap. 18. futurum monet, suum alloquens Socratem, his verbis: *Si oculos tibi lynceos natura dedisset mi Socrates, & aspectu quælibet occurrentia penetrares, formosissimum illud extrinsecus Alcibiadis tui corpus turpissimum tibi videretur.* Rectè igitur sapientissimus vniuersitatis architectus, qui tum propter vitæ honestatem, tum propter humanæ societatis vsum plurima latentia esse voluit, corporum opacitatem induxit, qua tamquam velo, quæ latere oportebat, occulerentur.

Verùm probabilius equidem existimo, sublata à corporibus opacitate, aut indita

oculis nostris tanta perspicacitate vt opaca corpora visu penetrarent, nihil omnino in A rebus distinctum fore, quia omnium rerum imagines simul permixtæ atque confusæ in oculos tumultuariè irruerent. Nam plurium rerum formæ per eumdem radium incederent, atque ad superficiem visus productæ sibi mutuò ita incumberent, vt vna præ alia dignosci non posset; quod ostensum est suprà proposit. 53. & apertiùs infrà lib. 2. cùm de radio optico agemus.

PROPOSITIO LX. THEOREMA.

Visibile nisi lumine illustretur non apparet. B

EIVS rei duæ sunt primates causæ. Prima est, quòd lumen velut colorum hypostasis decisas ab obiectis species sustineat, atque ad oculum vehat: vt proposit. 42. est demonstratum. Altera est, quòd eædem colorum formæ dignoscendi facultatem suapte vi excitare non possint, nisi cum lumine permisceantur, vnamque cum eo velut mixtam qualitatem efficiant. Quamobrem proposit. 38. lucem colorum esse formam diximus; non internam, sed externam; non essentiæ, sed integritatis partem, quatenus sui perfusione illos actu spectabiles facit, quandoquidem nisi lucis consortio actu non videantur. Et D. Thomas lib. contra gentes primo, cap. 76. ait colorem esse obiectum materiale visus, lumen C verò formale. vnde, inquit, eadem visione intuemur colorem & lucem, qua color fit actu visibilis.

Etsi nemo adeò lucis vsura orbatus sit, vt putet lucem ad cernendi actionem minimè necessariam esse; non desunt tamen, inter quos Auerroës, qui putent illam non obiecti causa, sed tantummodò ratione medij postulari. Quæ sententia primò probari potest, ex eo quòd color proprium habeatur obiectum visus, vtpote per se visibilis, non autem aliena vi, cùm, teste Aristotele lib. 2. de anima cap. 7. textu 66. *in se causam habeat, vt visibilis sit.* Secundò sonus, odor, sapor, ceteraque aliorum sensuum obiecta nullius alterius ope proprias species ad organa transmittunt; ergo & color, qui longiùs, ac proinde maiore efficacitate suam speciem diffundit. D

Verùm respondere his argumentis perfacile est. Primò, colorem habere quidem in se causam cur videatur, non tamen sine lumine actu videri. Secundò, peculiare id concedi debuisse coloribus, qui nobilissimam facultatem per spatia longissima moturi erant, vt ad species emittendas promouendasque lumen requirerent, huic sanè negotio aptissimum, cùm longissimè protendatur, maximamque, vt propos. 38. diximus, cum coloribus cognationem societatemque habeat.

Igitur obiecti gratia lumen exigitur, vt illius species excipiat promoueatque. Sed an etiam medij ergò sit necessarium lumen, maior est controuersia. Negat Auicenna libro 6. nat. part. 3. cap. 1. solius obiecti causa lumen requiri ex eo probans, quòd obiectum ex obscuro loco, si ipsum affusum sit lumine, procul videatur, imò eò clariùs quò E medium interiectum obscurius est: contrà verò si obiectum in obscuro sit, non cernatur, esto oculus in loco illustrato consistat. Deinde felium oculi, nitedulæ, & robusti caudices vetustate putres interlucent in tenebris, medio autem illustrato obliteſcunt. Lumen ergo ex parte tantùm obiecti est necessarium, cùm in medio officiat potiùs quàm prosit. Dicet fortè quispiam, ab his rebus semper aliquid luminis per medium diffundi. At contrà non videtur fieri posse, vt ad oculum vsque longissimè dissitum, hoc tam exiguum lumen pertingat. Igitur non illud quod per medium oberrat lumen, sed quod propter obiectum versatur, ad visionem conducit. Præterea cùm medium diaphanum sit, lumen, si quod in eo est, non apparet. Frustrà ergo exigitur medij causa F cùm nihil visui conferat.

Affirmant alij non tantùm ratione obiecti, sed etiam ratione medij lumen necessarium esse, vt visio perficiatur. Quorum sententiæ philosophi inprimis auctoritas suffragatur lib. 2. de anima cap. 7. textu 73. Deinde ratio quoque in promptu est. Cùm enim agentia non in quoduis indiscriminatim agant, sed oporteat inter id quod agit, & id quod patitur, proportionem quamdam & reciprocam aptitudinem dari; vti quantitas prima præcipuaque dispositio est, quam agentia naturalia in patiente exigunt, & cuius defectu nulla physica alteratio procedit: ita dispositio, quam color in medio diaphano requirit, lux est, sine qua non potest in eo speciem gignere, neque ad oculum eam destinare,

A destinare, cùm nihil in medio sit, quod eam fulciat. Eam namque rationem habet lumen ad species visibiles, quam quantitas ad corporeas qualitates. Quemadmodum enim grauitas, leuitas, calor, frigus, sapor, color, ceteræque qualitates, quas vniuscuiusq; corporis natura ex se profert, primò insunt quantitati, ac huius beneficio materiæ: ita colorum species suapte natura primùm insunt lumini, ceu proximo subiecto ac basi, deinde luminis ope per medium diaphanum deferuntur. Ex quo fit vt eædem fermè sint specierum ac luminis proprietates. Nam & medium perspicuum exigunt, & instanti illud traijciunt, ac rectis lineis, longiusque prouectæ sensim languescunt, &c.

Ad argumentum Auicennæ constabit solutio ex propos. sequente, qua causam dabi-
B mus ob quam res impensiùs illustratæ optimè videantur è tenebris.

Ad secundum eiusdem sententiæ aptè respondebatur; ad responsionis verò confutationem dicendum erit, quantumuis minimi luminis amplissimam esse sphæram, quam actiuitatis vocant. Etsi enim lumen, quod res illæ ex se fundunt, in toto medio palàm à nobis non dignoscatur propter eius diaphaniam; negandum tamen non est, luminis intentionem vniuersum medium ad oculum vsque complere, cùm per illam velut per propriam speciem atque imaginem ipsum corpus lucidum sentiatur.

Ad tertium dicendum, non postulari in medio lumen vt cernatur, sed vt speciem obiecti vehat. Et certè si obiectum ad primam speciei productionem lumen exigit, quod eam excipiat, multò magis medium id requirit ad eam vlteriùs extendendam.

C

PROPOSITIO LXI. THEOREMA.

Oculus quàm optimè videt è tenebris.

NEVTIQVAM existimandum est, lumen, quod species in medio exposcunt, illud esse quod immediatè à corpore luminoso procedit; sed hoc quod à corpore non perpolito ad visum repercutitur. Illud enim quia obiecti colore minimè tingitur, nihil omnino visioni conducit; quin etiam triplici de causa plurimum officere solet: primò si excellens sit, secundò
D si magnam portionem medij occupat: tertiò si oculo sit vicinum. Nam quò excellentius est, eò magis sua affluentia lumen, quod colorum formis affectum ad oculum repercutitur, offuscat. quod idem præstat, cùm magnam partem medij implet; ac multò magis, quando oculo est vicinum: tunc etenim & cum speciebus concurrit, quas longinqua profectio debiliores effecit; & visum ita offundit, vt liberè nequeat cernendi actum exercere. Quamobrem oculus maiori lumine collustratus, minùs videt.

Quò verò medium obscurius est, atque à primo immediatoque lumine liberius, eò clarius lumen cum rerum formis repercussum elucescit, viuaciusque obiectum oculis repræsentat. Cui rei multa suffragantur experimenta, quæ fidem faciant. Hac enim ex causa fit, vt è profundissimis puteis stellæ interdiu conspiciantur, teste Galeno lib. 10. de
E vsu part. & vt lucernam gestantes accuratiùs res obuias distinguant, qui manum lumini opponunt, ne in oculos illabatur: & vt ij, quibus oculi profundiores, acutiùs videant.

DE NATVRA VISVS.

PROPOSITIO LXII. THEOREMA.

Cernendi facultas ceteris sensibus externis dignitate præstat.

F

VISVM omnium sensuum externorum præstantissimum esse, demonstrant, in primis organum, quod nobilissimum est; deinde obiectum, quod præcipuas qualitates comprehendit, lucem & colores; tum cognitionis modus, qui tenuioribus & à materiæ fæce liberioribus vtitur imaginibus, nullamq; realem immutationem ab obiecto suscipit, sed tantummodò notionalem: nec enim, verbi gratia, conspecta albedine oculus exalbescit. Præterea actio cernendi velocissima est, quippe momentanea, & è longiore tractu res attingit. Demum plurimas rerum differentias complectitur, omnem scilicet colorum varietatem, corporum magnitudinem, figuram, numerum, proportionem, situm, motum, & quietem; mundum

denique vniuersum, ac cælos ipsos oculus contuetur. Vnde maiores nostri statuam Ioui A
posuere tribus insignem oculis, quibus triplicem eius prouidentiam significabant, qua cælestia, maritima terrestriaque, & inferna curare putabatur. Eius mentio est apud Pausaniam in Corinthiacis.

Vt verò ad capessendas disciplinas auditus, ita visus ad inueniendas aptissimus est. Quare in Timæo Plato visui philosophiam acceptam refert. Siquidem homines ex iis quæ oculis viderunt capti admiratione, cœperunt philosophari, causasque rerum inuestigare. Et Philo Iudæus lib. de specialibus legibus, *Defluxit*, inquit, *philosophia è cælo in hominum animos, sed oculis sequestris deducta est in hospitium. Nam hi primi conspexerunt vias quæ à cælo ad nos tendunt regias.* B

Eodem Philone auctore libro de mundi opificio, *quod mens in animo est, id oculus in corpore.* Nam profectò in oculis animus inhabitat. Vnde eos cùm osculamur, animum ipsum videmur attingere. Neque vlla ex parte, quàm ex oculis, luculentiora animi indicia habentur. Ex multiformi enim contuitu cernuntur truces, torui, flagrantes, limi, transuersi, graues, submissi, blandi. Ardent, intenduntur, conniuent, arrident, derident, pauent, irascuntur, comminantur, promittunt. Sic in aliis, modestia, clementia, mansuetudo, hilaritas, misericordia, amor; in aliis contrà, fastus, arrogantia, versutia, mœstitia, odium, & indignatio, sese oculis produnt. Quin etiam lacrymas his natura mentis indices dedit (inquit Quintilianus lib. 11. cap. 3. de pronuntiatione) quæ aut erumpunt dolore, aut lætitia manant. Ad ingenium quoque indicandum oculi C
magnam vim habent. Hinc enim, qui oculos paruos, aut valdè nigros habent, è signo timidi & pusillanimes iudicantur: qui ad flauum declinantes, boni animi: qui concauos, malefici: qui eminentes, fatui: qui igneos, iracundi: qui glaucos, crudeles. Vnde D. Augustus natura mitissimus cui oculi glauci, diligentiùs eos inspectari indignè ferebat, vt refert Plin. lib. 11. cap. 37. Plura de hac re vide apud Aristot. lib. 1. de hist. animal. cap. 9. & 10.

Inest præterea oculis quoddam libertatis vestigium, ceteris externis sensibus denegatum. Nam palpebrarum vsu, cùm volumus videmus; cùm nolumus, obseratis foribus omnem prospectum arcemus. Rursus manuum obiectu, ea tantùm quæ lubet, cernimus, ceteris obductis atque ab aspectu diremptis. Quæ omnia mirum in modum D
hunc sensum commendant.

Actionum omnium duces sunt oculi, artiumque magistri, ac soli lucis vsura vitam distinguunt à morte. Vnde apud Pierium lib. 33. homo indice oculum demonstrans, præstantiæ est hieroglyphicum, quòd oculo nil sit in vita præstantius cariusque. Rectè igitur (vt Galenus scribit libro de cognoscendis curandisque animi morbis) seruus ille, cui Adrianus Cæsar furore percitus oculum eruerat, sciscitanti posteà quid repeteret amissi luminis talione, non aliud, respondit, quàm oculum de capite auulsum, cui nil par esse, nil etiam secundum, quod in vicem reponeres, Imperator, sum arbitratus. Digna sanè vox quam liberi oris homo pronuntiasset. Et Macrobius lib. 7. Saturnalium, scommata quibus corporis vitia tanguntur tantò ait leuioris esse doloris, quantò E
defectus ipsi minoris sunt infortunij: at oculorum orbitatem numquam sine excitatione commotionis obijci posse affirmat. Sed illud multò maximè oculorum commendat dignitatem, quod Zaleucus Locrensium seuerissimus iudex prudenti sanè facinore designauit. Hic filium adulterij compertum, ne vtroque oculo (quod lege cautum erat) multaret, sibi alterum euelli iussit, vt patris simul clementiam, & iudicis præstaret integritatem. Qua obsecro gratia, nisi ne filio oculorum vsum voluptatemque totam auferret? ratus eius etiam vnam solummodò partem vel maximè esse necessariam.

Cicero 2. de legibus, & Stobæus serm. 42.

PROPOSITIO LXIII. THEOREMA. F

Non æqua est omnibus cernendi potestas.

QVI humanum aspectum omnium præstantissimum esse contendunt, ij sententiam suam ita exponunt, vt neque de visus essentia, quam omnibus communem agnoscunt; neque de accidentibus, hoc est quadam perspicacitate vel acrimonia cernendi, quibus

Nos aper auditu, lynx visu, simia gustu,
Vultur odoratu, præcedit, aranea tactu;

sed de proprio visionis modo intelligi debeat. Verùm quem modum hi philosophi animo

A animo concipiant, nec ipsi explicant, nec equidem intelligo. Si de visus essentia agatur, eam ipsimet hominibus cum brutis animantibus communem esse, neque specie aut genere distare hominum visum & beluarum fatentur. Quæcumque igitur aspectuum discrimina reperiuntur, ea vel ab organo, vel à spiritibus animalibus, vel à facultate ipsa prouenire necesse est. Quare illis acutior visus inest, quibus vel organum clarius est, vel spiritus animalis vegetior aut vberior, vel ipsa cernendi vis acrior: contrà illis visus obtusior, quibus vel organum obscurius, vel spiritus animalis parcior crassiórve, vel facultas segnior est. Et quidem ex organi spirituumque diuersitate inæqualem visionem prouenire perspicuum videtur: sed ex ipsa etiam facultate ac vi id ipsum euenire, iisdem at-
B gumentis concludi potest, quibus non pauci graues philosophi potentiam intellectualem non omnibus parem esse probant, non modò ex ea diuersitate quam accidentia inducunt, sed etiam ex ea quam facultati inesse ostendunt. Sunt enim potentiæ omnes de genere illorum, quæ secundùm magis & minùs euariant.

Porrò quòd aquilæ fixis oculis solem contueantur, id non ex eo prouenit, quòd perspicaciùs videant: sed potiùs ex quadam duritie, ob quam à vehementiore lumine organum minùs dissipatur. Vnde in his sæpè segnior est visus propter sensorij ignobilitatem, vt in cattis, ac gallinis, aliisque quamplurimis, quibus frequens est obtutum in solem defigere. Et sanè in ipsis hominibus magnum cernitur huius generis discrimen, è quibus alij aliis exquisitum fulgorem leuiùs ferunt. Inter quos insignes fuere philosophi
C (si Plinio credere libeat lib. 7. cap. 2.) quos Gymnosophistas nuncuparunt, in ea Indiæ parte quæ Æthiopiæ adiacet. hi à primo solis exortu ad occasum vsque perstabant, alternis pedibus feruidæ arenæ insistentes, ac solem toto die immotis oculis contuentes, in quo & mira quædam se videre arbitrabantur.

De talpis, quos oculis captos vulgus prædicat, varij variè scripsere: quorum sententiis nobis subscribere omnino non licet. Nam alij videre illos aiunt, alij negant. & Plinius lib. 30. cap. 3. perpetua cæcitate damnatos, defossos, sepultisque similes esse tradit. Oculorum item compositionem illos habere multi absolutè negant, asserunt alij: inter hos Aristoteles lib. 4. de hist. animal. cap. 8. illorum oculos ita describit: *Non enim oculos in aperto habent: cute tamen detracta, quæ crassiuscula obtenta sedem luminum*
D *opacat, oculi intus lacessiti imperfectiq; visuntur; sed ita, vt partes easdem habeant omnes, quibus oculi integri constant. Habent enim nigricantem illum orbiculum, & quod intra eum continetur, quam pupillam vocant, atque etiam portionis albidæ ambitionem: sed non tam liquidò, quàm oculi conspecti & eminentes.*

Quare minùs sibi constare videntur qui oculorum effigiem talpis concedunt, at visum derogant. ita enim in illis visus inest, vti organum. Rectiùs verò Aristoteles postquam variis in locis negasset talpas exactè perfecteque discernere, perfectum quoque organum iisdem inesse lib. 1. de hist. animal. cap. 9. his verbis pernegauit: *Habent profectò oculos, tum cetera animalium genera omnia, præterquam testa intecta, & si quid imperfectum aliud est; tum ea quæ animal generant, omnia, præter talpam, quem modo*
E *quodam habere dixerim, cùm tamen habere omnino negem: quippe cùm omnino quidem nec videat, nec perspicuos habeat oculos. Verùm si quis prætentam membranam detrahit, locus oculorum apparet, & pars nigra eorumdem: situs denique & descriptio eadem, quam legitimam conspicui oculi obtinent.*

Ex quibus confici posse videtur, talpis visum aliquem inesse. Neque enim fieri potest, vt frustrà sub cute oculos natura sit fabricata. Per eam ergo cutem operantur quidem, verùm obscurè admodum, & tamquam per nebulam. Sicque conciliari possunt discrepantes philosophorum sententiæ, quæ de talparum cæcitate celebrantur. Vti namque perfectum atque articulatum visum nemo talpis concesserit, propterea quòd organum
F habeant, densiore cuticula obtectum: ita spectata latentis oculi fabrica, nefas erit omnem eis sensum visus denegare.

Nos in tantis opinionum ambagibus veritatis cupidine incitati, non semel talparum oculos curiosiùs sumus perscrutati; cumque id semel atque iterùm irrito conatu aggressi fuissemus, obsistente pilorum densitate quæ lanuginis in modum oculis aggesta erat, subiit in mentem talpam aquis immergere: quod cùm fecissemus, vidimus non longè supra rictum hinc inde pilos madore coactos in orbem abscedere, ac velut radios aut ciliorum titu circulum facere; in cuius vmbilico cutis tenuissimo foramine pertusa cernebatur, eique subiectus nitidissimus orbiculus perexiguus, prædurus, atque impensa nigredine præditus, quales esse solent cancrorum extantes oculi. Rem sanè adeò mani-

festam qui viderit, eum puto in posterum de talparũ aspectu numquam posse dubitare. A

Perfectum igitur visum talpæ habent, nostra quidem sententia, cuiusmodi & oculos. Sapientissimè autem illos à rerum opifice paruos, reconditos, præduros, pilosos fabricatos esse arbitramur, vt hisce præsidiis communiti perpetuam terræ impressionem tutiùs perferrent; & tenebris assueti, cùm in lucem subinde prodeunt, minùs læderentur.

Balenam quoque plurimùm occlusos oculos habere ferunt, siue à natura, siue superciliorum mole ac pondere pressis palpebris, siue quòd visus ei obtusior sit ac minùs vsui: cui proinde arcta cum musculo societas intercedit: pisciculi id genus est quem illa sequitur prænatantem, ne in scopulos & vada incauta ruat: qua de re hos versus cecinit Claudianus lib. 2. in Eutropium: B

Sic ruit in rupes amisso pisce sodali
Bellua: sulcandas cui præuius edocet vndas;
Immensumq; pecus paruæ moderamine caudæ
Temperat, & tanto coniungit fœdera monstro.

PROPOSITIO LXIV. THEOREMA.

Visus non est irradiatio; sed vis organo ingenita.

GALENVS libro 7. de decretis Hippocratis & Platonis; aliique è veteribus complures medici opinati sunt externos sensus non esse virtutes facultatesque organis ingenitas; sed quamdam irradiationem, hoc est defluxum, qui à cerebro in organa dilabitur, quoties quis videt, quoties audit. Et quemadmodum à solis splendore in ambientem aërem, quædam qualitas in totum eius corpus, solis substantia immota permanente, diffunditur; ita quamdam sine substantia vim in sensiteria influere dixerunt: feriari autem hunc influxum in somnis, eoque subsistente omnem actionem tolli. C

Probatur hic influxus ex eo primùm, quòd fieri possit, vt non desit in oculo spirituum animalium copia, vt in somnis, nec tamen quidquam perspiciat; igitur quidpiam aliud est, ob cuius defectum torpet visus: id verò irradiationem appellarunt; seu influxum, qui cùm ad sensoria deuehitur, omnes functiones, tamquam immediatum earum principium exequitur. In oculis namque cernẽdi actum edit, in auribus audiendi, atq; ita in ceteris organis ceteras functiones. Deinde non secùs atque vna virtus plures musici instrumenti chordas quatit, & vnus spiritus plures fistulas animat, ex quibus vnus concentus, grataque harmonia consurgit: præterea vti eadem solis influentia hic hordeum, illic triticum progignit, pro vario materiæ apparatu: ita vna virtus à cerebro communi sentiendi principio delapsa, pro varia organorum dispositione, diuersas functiones elicit, vt præter hanc, nulla alia vi membro insita opus esse videatur. Vnde Galen. loco citato, proprietatem hanc omnibus sensificis facultatibus, quæ à cerebro oriuntur, communem esse ait, vt per neruos ad propria vsque instrumenta deferantur. D

Nunc ea proponamus, quibus hoc medicorum placitum infirmetur, visusque potentia organo insita esse demonstretur. Primò, si quemadmodum lux à sole, ita sentiendi facultas à cerebro proficisceretur, consequens sanè esset, vt alia in priore, alia in posteriore capitis parte, alia denique in ipso organo sensitiuæ potentiæ portio existeret. vti enim lumen aliud semper atque aliud in succedentibus sibi mutuò partibus medij diaphani gignit: ita prima cernendi facultas quam cerebro tribuunt, secundam, hæc tertiam; atque ita deinceps antecedens semper proximè subsequentem ad organum vsque produceret, quæ omnes inter se quadam continuatione coalescerent: atque adeò multæ vnius speciei sentientes facultates numerarentur; aut si partes dumtaxat dici velis, iam non integra facultas organo inesset, quod non minùs à ratione alienum censeri debet. E F

Secundò, si ad modum radiantis splendoris vis sentiens à cerebro erumperet; profectò longiùs ab origine prouecta sensim languesceret. Ita enim assolent eiusmodi qualitates, quæ ab vno principio propagãtur, vniformi difformitate imminui, quoad sphæra actiuitatis ad nihilum terminentur, ac penitus euanescant. Ex quo fieret, vt in partibus à cerebro remotioribus minùs sensus vigeret. At contrà se res habet. Nam ex medicorum doctrina, & quotidiana experientia constat, tactum in extremis manuum digitis quàm in reliqua parte brachij exquisitiorem esse. Non igitur vis sentiens ad modum irradiationis à cerebro deriuatur.

Tertiò,

A Tertiò, sensus sunt animæ vires ac facultates, non verò corporis; ab ipsa igitur manant: cùm verò eis anima vti nequeat sine instrumentorum ope, his statim à primo ortu insederunt, atque etiamnum fixæ stabilesque hærent. Non igitur luminis instar continua vicissitudine euibrantur, atque identidem extinguuntur solo fomite in cerebro asseruato.

Quartò, irradiatio rectis necessariò lineis fieri debet; ea est enim radiorum natura; fieri autem nequit, vt rectis lineis radij sensuum porrigantur, nisi per media ossa, perque carnem, & musculos, & quodcumque aliud interiacet corpus opacum pertranseant: quod luminis quidem conditioni repugnat; ergo & sensuum, qui lumini similes esse in
B propagationis modo perhibentur.

Quintò, luminis promotio in omnem medij circumfusi partem extenditur. Frustrà autem visorius, exempli gratia, influxus aliò, quàm ad oculos deriuaretur. Ergo commentitia est eiusmodi sensuum irradiatio; quæ si daretur, maxima sui parte superuacanea foret.

Equidem existimo veteres illos philosophos in ea constitutione influxus partim à vero aberrasse quidem, partim autem rectè sensisse. Nam præter ea quæ oculo insunt, aliud quidpiam ad exactam visionem necessarium esse rectè iudicarunt. Organicus enim siue externus visus vniuersalem dumtaxat obiecti rationem percipit, nempe colorem quà visibilis est, lumen item quà visibile: nihil verò distinguit aut comparat. Hæc
C igitur alterius cuiusdam facultatis sunt, quam nos sensum communem, illi irradiationem dixerunt, incognitæ rei nomen minùs proprium accommodantes, sicut Ephesij aram ignoto Deo.

Atque hinc facile est ipsorum argumenta dissoluere. Omnia enim vel spiritum animalem ad visionem necessarium esse probant, vel sensum communem astruunt, de quo nos inferiùs suo loco. Quòd verò in somnis oculus nihil videat, quamuis apertus & spiritibus animalibus affluens, id ex eo euenit, quòd anima tum temporis quiescat: non verò conuincit irradiationem perenni influxu à cerebro subministrari debere ad videndi actionem, quæ cesset intercepto irradiationis commeatu.

D

PROPOSITIO LXV. THEOREMA.

Visio non fit sola obiecti præsentia.

SOLA obiecti præsentia facultatem cernendi excitari opinati sunt inter Peripateticos philosophos Durandus in 2. distinct. 3. q. 6. Ochamus in 2. q. 17. & 18. Gabriel q. 2. Gregorius in 1. dist. 3. q. 1. & in 2. dist. 7. q. 3. Thomas Garbius in sua summa lib. 1. tract. 5. q. 63. & alij plurimi, quos longum foret recensere. Hi, vt sensus in obiecta sua ferantur, sat esse putant, si hæc intra iusti interualli terminos constituta sint: duabus verò præcipuè ratio-
E nibus in eam sententiam adducti sunt. Prima, quòd neque emissione, neque introsusceptione visio fieri possit. multa enim aduersus vtramque thesin obiectant, quibus se illam funditus euertere arbitrantur. Secunda, quòd ea sit visus conditio, vt præsente obiecto, suopte nutu in actum prorumpat, nec quidquam requirat aliud præter seipsum, cùm natura sua sit virtus, quæ rerum præsentium notiones ex se format, & ad internos sensus traducit.

At non sola obiecti præsentia visionem fieri ita demonstratur. Vel enim obiectum ad visionis actum concurrit effectiuè, vel non. Si effectiuè dixeris, cùm illud sæpè à dignoscente facultate longiùs absit, nihilque primò in rem dissitam agere possit, quin priùs
F egerit in medium; aut actio in distans concedenda erit, aut in medio aliquid ab obiecto profectum admittere oportebit, quo tandem eius actio ad facultatem pertineat: atque ita non sola obiecti præsentia visionem efficiet, sed ea actio, quæ per medium ad potentiam vsque successiuè deriuatur. Si non effectiuè, sed extrinsecè, & quasi formaliter concurrere dixeris, actum scilicet potentiæ terminando, sequetur aspectum neque tenebris, neque quantauis spatij intercapedine impeditum iri. Ideò enim res in tenebris non videntur, quia lumine indigent, quo species colorum subnixæ ad obtutum deferantur. Item quia species per longa interualla debilitatæ languescunt, ac tandem etiam dispereunt, hinc fit, vt non ex quauis distantia res aspectabiles sint. Præterea si nil efficiendo obiecta aspectum definiant ac terminent, cur quæso ad visus functionem potiùs

quàm

quàm ad actionem intellectricis aut imaginatiuæ facultatis oppositio postulatur? Cur A
etiam rectis solùm lineis visio emicat? Cur non plura simul æquè enucleatè cernuntur? Cur visus non infinitè extenditur? Cur opaci corporis interpositione prohibetur, cùm siue illud intersit, siue absit, nihilo minùs obiectum sit præsens?

Sanè his obiectionibus nihil habent quod reponant, præter id solùm, EA EST VISVS NATVRA. Aiunt enim non sensum à sensilibus moueri; sed sensilia id agere, vt sine iis sentiri non possit. Sensum inquam araneis esse persimilem volunt, quæ muscas, culices, & asilos in pedicas telarum incidentes irretitasque aggrediuntur. Id verò non bestiolarum, inquiunt, facit infelix accessus, quamquam sine accessu illo non grassantur aranei; sed vis insita, & cibi cupiditas. Equidem fateor in omni causarum inuestigatione B
ad vnam tandem, quæ ipsa natura est, veniendum esse. Vt si quispiam quæritet, cur sol humentem terræ glebam obdurauit? aptè respondebitur, quia humorem absumpsit. Iterùm si causam postulet, qua sol humorem exsugat? rectè dabitur calor. Rursus si interroget, sol vnde excalfaciendi vim habeat? Alius dicet, quia igneus est; alius, quia lucidus. At hæc tandem vnde? Ex solis NATVRA. Ita tum maximè cuiuis dubitanti factum satis existimatur, cùm proxima semper causa ad primam vsque ordine assignatur: non item verò cùm mediis prætermissis ad primam velut ad sacram anchoram recurritur. Nihil enim adeò reconditum in rebus latet, cuius genuinam causam, hoc est NATVRAM, indoctissimus quisque reddere non possit. Itaque sic se habet omnis causarum series, in quarum vltima etsi cesset disputatio, non tamen semper quiescit animus, C
propterea quòd naturæ rerum nobis sint ignotissimæ, vtpote à sensibus quàm maximè remotæ. Quare num quæ alia visionis causa vicinior reperiri possit, perquiramus.

PROPOSITIO LXVI. THEOREMA.

Neque sola compassione fieri intuitus potest.

AMPLIVS quiddam præter solam obiecti præsentiam reperisse videtur Plotinus lib. 5. Enneadis 4. cùm visionem compassione seu consensu fieri arbitratur. Namque actionem aliquam agnoscit, non illam quidem manifestam, qualis est ignis in obiectam materiam: sed aliam quamdam, quæ ex occultiore prorumpat instinctu, ad quam nullam quidem postulat qualitatis traductionem per medium; exigit tamen corporum continuationem, ad eum modum, quo patiente digito pedis compatiuntur inguina, & hæc quidem potiùs quàm genua, quamuis remotiora sint. similiter ad passionem cerebri ventriculus patitur, atque vicissim: sunt enim hæc præcipuè inter se conformia. Ita ergo quòd sensus etiam longè dissitis sensilibus annuant medio non patiente, *efficit*, inquit, *vna mundi inter hæc continuata natura.* sicut continuitas longissimi intentique nerui facit, vt vibrata parte vel infima, statim vibretur & summa. Hinc quoque contingit, vt sæpè rerum series cælitus imminentes, priusquam eueniant, præsentiamus, & amicum vel consanguineum è lon- E
ginqua regione reuertentem nescij præueniamus, aut vita abeuntem mœstitia ac lacrymis prosequamur, sympathia quadam, occultioreque sensu. Quo etiam modo in testudinibus, si vna vibratur chorda, & altera quæ in eodem tensa sit tono, vibrissat, contremitque, & consonat. Sic oscitante vno & alter oscitat. Demum toto fermè illo 5. libro Enneadis quartæ hoc vnicum molitur Plotinus, vt probet tantam esse compatiendi conformitatem inter visum atque visile, vt satis circa se moueant, ac moueantur, etiamsi nulla passio contingat in medio.

Hæc Plotini ratiocinatio verum intuitus modum ex parte attingit. Nam præter obiecti præsentiam, quam omnes, qui de visu scripsere, necessariam ad id muneris esse F
iudicarunt, vim etiam aliquam obiecti deposcit, qua ad sensum delata, ipse insita propensione consentiat. Ita sanè quæ sympathia mouentur, non fortuitò, sed impetu quodam, licet nobis occulto, concitantur. Quæ enim ex se indifferentia sunt, nisi ad arbitrium vrgere seipsa possint, alio incitamento opus habent, quo impellantur & ad agendum excitentur. Hæc porrò vis cùm nos latet, recepto vsu dicere solemus compassione talia in actionem prorumpere. Quam ergo Plotinus occultam esse ait vim efficaciamque sensuum motricem, hanc nos vlterius ex naturæ principiis inuestigemus.

PRO-

A

PROPOSITIO LXVII. THEOREMA.

Neque emiſſitiis radius cernendi facultas obiecto coniungitur.

CEREBRO præcipuam cernendi vim ineſſe, à nobis quidem ſuperiùs eſt demonſtratum propoſ. 27. At cùm illi ſenſibilia præſtò non ſint, ſed ab eo diſſita ſeparataque, quaſdam ex ſe propagines porrigit, neruos, tamquam adminiſtros, & rerum appellentium ſolertiſſimos exploratores. Hi; B ex actione & munere cernendi quo potiſſimùm funguntur; Græcis ὀπτικοὶ dicuntur. Et quamuis hoc inter tactum reliquoſque ſenſus diſcrimen Ariſtoteles ponat; quòd ille nullo fiat medio interiecto, ſed re ſenſibili proximè ſenſui admota; tamen ſine contactu, ſaltem virtutis, etiam reliquæ ſenſiones non fiunt. Quare neceſſe eſt, vt vnum ad alterum, nerus ſcilicet ad ſenſile, vel contrà ſenſile ad neruum; vel ad aliquam vſque partem vtrumque moueatur. Vnde inter celebratiſſimos philoſophos tres præcipuæ natæ ſunt de viſionis modo ſententiæ:

Verùm cùm ipſe etiam neruus opticus ab omni re aſpectabili ſeiunctus ſit, imò etiam iuſta inter hæc diſtantia ad perfectam dignotionem exigatur; hinc ſaniores philoſophi, non ſine medio peruio viſionem fieri poſſe, ratum ſanctumque habuerunt: ſed an à C neruo ad viſibile aliquid prodeat, an verò contrà à viſibili ad neruum quidpiam mittatur, hîc omnis ambiguitas & concertatio. Neruis duo inſunt, ſpiritus & ſentiendi facultas: Plato etiam tertium adiungit; ſcilicet lumen.

Stoici ſpiritum ad rem videndam efferri dixerunt. an eam ob cauſam, quòd cernendi efficaciam illi ineſſe exiſtimarent? ſanè aduerſus hanc hypotheſin diſputatum eſt ſuprà propoſ. 25. Nunc verò etiam hoc fieri non poſſe, vt ſpiritus ad obiecta effundatur, efficaciſſimis rationibus oſtendamus. Primò quidem, quia viſio in tempore fieri deberet, cùm ſpiritus, qui corpora ſunt, momento temporis deferri ad res obiectas nequeant; eſt autem viſio momentanea, imò velocior propemodum oculus quàm animus. Igitur à ſpirituum emiſſione viſio nequaquam dependet. Secundò, obiecta D oculis cryſtallo non prohibetur obtutus: at quonam pacto quæſo tam denſum corpus ſine dimenſionum confuſione ſpiritus corporeus penetrare poteſt? Tertiò, impoſſibile omnino eſt tantam ſpirituum affluentiam promere, vt omne id, quod vno intuitu conſpicimus, impleatur: præſertim ſi obiectum longiſſimè diſtet, aut ex edito quidquid circumfuſum eſt ad vſque horizonta oculus contempletur. tum enim omne interiectum ſpatium iis impleri oporteret: quod fieri nequit, cùm non poſſit anguſtum cerebrum maiorem ſpirituum prouentum ſuppeditare, quàm ipſum capere valeat.

Denique quid hoc aliud eſſet quàm commentitia Stoicorum gutta, quæ toti mari; mox vt illud attigit, commiſcetur? Quomodo etiam; dum continuata actione in eamdem rem oculos intendimus, euntes reduceſque ſpiritus perenni occurſu mutuas fun- E ctiones non impediunt? Quis item credat ſubtiliſſima corpora, & quæ aërem ipſum tenuitate ſuperant, maximis ventorum procellis à recto tramite non diſturbari? obſerato præſertim oculo, cùm ſcilicet animæ vis qua ſuſtinebantur, intus cohibetur. Rurſus noctu præcluſis oculorum foribus, vbi gentium ſpiritus illi demorantur? ſi dicas occluſo oculo illos deperire; (nec enim obſiſtente palpebrarum denſitate in oculum relabi poſſunt.) dic quò ſaltem ipſorũ materia, quæ corruptioni obnoxia non eſt, ſeſe recipiat? Dicere eam ad oculum reuerti, cùm is denuò apertus fuerit, fictitium eſt; vt & illud; quouis oculi ictu vniuerſam ſpirituum molem quæ aërem antè occupauit ſubitò euaneſcere, nouoque commeatu totam mundi amplitudinem ex anguſtiſſimo oculi penu F rurſum impleri. Hæ namque tam veloces, tamque immanes lationes, & tam ſubitæ ortus interituſq; viciſſitudines corporum craſſitiei repugnare videntur: faceſſant igitur hæc commenta.

Alij de Stoicorum ſecta; propterea quòd hæc minùs conſentanea iudicarentur; non ſpiritum aut corpus aliquod, ſed ipſam dignoſcentem vim ac facultatem ad res obiectas transferri pronuntiarunt. non aliter quàm magnes incorpoream quamdam vim ex ſe fundit, qua ferrum rapit.

Pro huius ſententiæ confutatione; notandum duplicem rebus ineſſe poteſtatem: vnam principalem, alteram inſtrumentariam. Ignis, verbi gratia, ſuapte natura excalfacere eſt natus, eaque poteſtas primaria eſt, quæ cum natura ignis reciprocatur, eique

ſemper

ſemper inhæret, vt indiuidua proprietas: verùm actu calfacere non poteſt, niſi calore, A
ceu inſtrumentaria virtute præditus ſit. Hæc enim qualitas foras exeritur, tamquam administra ad illum effectum producendum, in quem natura ignis prona ſemper inclinat. Sic magnes inſatiabilem habet ferri appetentiam, illudque ad ſe alliciendi poteſtatem, quam tamen non niſi emiſſa quadam inſtrumentaria virtute exequitur. At iis rebus quarum actio immanens eſt, præter eam quæ ex naturæ principiis manat agendi aptitudinem, nulla alia inſtrumentaria vis neceſſaria eſt ad actum eliciendum, cùm eum intra ſe ſuapte vi edat: neque vmquam virtus illa primaria, aut naturam deſerere, aut alteri communicari poteſt, cùm proprium illud dicatur, quod omni, ſoli, ac ſemper conuenit. Igitur principalis cernendi facultas, naturæ illorum quæ videre ſunt nata, in- B
tegra ſemper, inſeparabiliſque inhæret; nec extra id, cui maximè propria eſt, effundi poteſt. Alioquin enim viſio extra oculum fieret; quippe facultas extra oculum egreſſa inibi ageret, propriamque functionem ederet: quod planè à ratione abhorret, cùm hanc maximè ob cauſam oculus videre perhibeatur, quòd ei inſit poteſtas videndi, in eoque operetur.

Quare Plato eiuſque ſequaces, nec ſpiritum, nec facultatem, ſed lumen ex oculis emicare decreuerunt. Sic enim Plato, illius ignis, qui non vrit, ſed illuminando ſuauiter diem inuehit mundo, participes oculorum orbes effectos, diis primò acceptum refert: deinde hunc ignem, ſeu lucem quæ in oculis continetur, foras extra oculos ad res obiectas dimanare, atque cum diurno lumine coniungi cenſuit, reſultareque ex illa coniun- C
ctione & concurſu paſſionem, quæ ad animam protinus euolet, & ipſam intus moueat. Verba eius in Timæo rem planiorem facient, quæ proinde ſic accipe: *Itaque cùm diurnum lumen applicat ſe viſus radio, tunc ea duo inter ſe ſimilia concurrentia atque commixta, quò oculorum acies diriguntur, ibi in vnius iam domeſtici corporis cohærent ſpeciem; vbicumq; videlicet tam intimi, quàm externi luminis fit concurſus. Totum igitur hoc propter ſimilitudinem, paſſionem eamdem ſortitum, cùm quid aliud tangit, vel ipſum ab alio tangitur, motum huiuſmodi ad corpus omne, perq; id ad animam vſque diffundens, ſenſum efficit qui viſus vocatur. At poſtquam in noctem diſceſſerit cognatus ignis, viſionis radius euaneſcit. Nam in aërem ſibi diſſimilem erumpens permutatur, atque extinguitur, cùm nullam habeat cum proximo aëre, vtpote ignis ſplendore carente, naturæ communionem.* D

Eamdem ſententiam ſecutus eſt Galenus, tum plurimis aliis in locis, tum præcipuè lib. 7. de Hippocratis & Platonis decretis, vbi diſertis verbis, cùm oſtendiſſet obiectum non partem aliquam ſui, aut facultatem, aut ſimulachrum, aliámve qualitatem emittere, qua propriam ſui dignotionem nobis oſtendat; neque ſpiritum, aut vim aliquam intuitiuam ab oculis ad obiecta tranſcribi; ſuam de viſionis modo ſententiam ita exponit: *Reſtat igitur, vt aër circumfuſus tale inſtrumentum nobis ſit, quo tempore videmus, quale eſt ſemper neruus in corpore. Siquidem eodem pacto aër nos ambiens à ſpiritus viſiui occurſu, quo à ſolis fulgore, affici videtur. Nam & ille ſupremo aëris termino contacto ſtatim vim ſuam fulgidam in totum diſpergit, & noſtra per viſorios neruos acies progreſſa ſpiritali ſubſtantia prædita, cùm in aërem incidit, primo appulſu in eum alteratio- E
nem inducit; quæ longè lateq; in continuum ſcilicet nos ambiens corpus ſparſa, repentè in totum diffunditur.*

Probat hanc ſententiam idem Galenus loco proximè citato in hunc modum: Corpus quod videtur duorum alterum, vel ex ſe ipſo ad nos aliquid mittit, aut vim aliquam ſenſitiuam à nobis ad ſe vſque prouenire expectat. Vtrum verius ſit, ita iudicabimus: Per pupillæ exiguum foramen inſpicimus. Quòd ſi à corporibus extrinſecus obiectis quidpiam accederet, veluti ſimulachrum, rerum magnitudinem nullo modo perciperemus, verbi cauſa, vaſti alicuius montis; tam magnum ſiquidem ſpectrum, quantus ipſe mons eſt, in oculos noſtros ingredi oporteret, quod penitus eſt abſurdum; vt omit- F
tam interim, quòd vel in vno eodemque temporis momento, etiamſi innumerabiles eſſent, qui viderent, ad ſingulos eædem imagines deferrentur. Si contrà ſpiritus intuitiuus ex oculis exiret, nulla ratione poſſet tanta diffuſione dilatari, vt omnes viſui expoſitas res circumfuſus complecteretur. Conſequens igitur eſt, vt lumen ex oculis efferri credatur.

Deinde non aliam ob cauſam videtur natura oculis igneum lumen accendiſſe, quàm vt illius emiſſione, & cum externo lumine commiſtione viſio perficiatur.

Mathematici denique, qui opticam profitentur, quorum præcipua videtur eſſe debere in hac re auctoritas, lineas ab oculo ad res aſpectabiles ducunt, quos radios

vocant,

A vocant, quorum auxilio, ea quæ circa visum contingunt, explicant atque demonstrant. His igitur visio efficitur. At qui hos radios sincerè exponunt, neutiquam illos imaginabiles faciunt, vt imprudentes quidam existimarunt: sed aiunt nil aliud illos esse, quàm lumen rectis lineis quaquauersum extensum. Igitur, quod caput est, visio luminis emissione perficitur.

Quamquam Plato, & quotquot eius sententiæ subscripsere, liberè pronuntient, internæ lucis euibratione visionem fieri; non tamen satis enucleatè rationem modumq; explicant, quo lux illa rebus aspersa suo eas contactu visibiles efficiat. Sat scio non deesse qui asserant, eam lucem, posteaquam res externas attigit, refundi ad oculum proprieta-
B tibus rerum visibilium iam affectam; vbi verò in pupilla consederit, visionem consequi. At quid hoc aliud est, quàm susceptione visionem fieri? Si enim lux emissitia externarum rerum proprietates secum reportat, non iam lux ipsa, vtpote oculo familiaris, sed aduectæ proprietates inertem naturâ visum excitabunt: & vnaquæque quidem earum, quæ in oculum iam receptæ sunt, similem foris oberrantem repræsentabit. nisi mauis dicere visum partim emissione, partim admissione fieri. Quod etiam Galenus superiùs insinuat, cùm ait cernendi potentiam proprium obiectum medio aëre, non quasi baculo, sed quasi conformi sibi attingere: conformem autem visui aërem fieri asserit affluente à cerebro lucido spiritu. Hic enim in aërem incurrens, *eum velut quadam percussione*, vt Galeni verbis vtar, sibi similem reddit. & eodẽ loco clariùs rem exponit his ver-
C bis: *Ipse siquidem neruus cerebri pars cùm sit, sicut arboris virga aut ramus, efficit vt membrum in quo inseritur, vi eius in totum recepta, habile ad omnia, quæ ipsum attigerint, sentienda reddatur. Simile etiam quid in ambiente nos aëre euenit. Vbi enim illustratus à sole fuerit, tale continuò visus instrumentum efficitur, qualis est is, qui à cerebro proficiscitur spiritus. Priùs verò quàm lucem receperit, ex alteratione videlicet, quæ ex emissione ictuq; spirituum causatur, consentiens cognatumq; instrumentum non euadit. Desinant igitur dicere Stoici, per circumfusum aërem quasi per baculum visionem nostram fieri. Renitentia enim corpora eo modo cognoscuntur; at oculorum sensus non soliditatem, aut duritiem, aut mollitiem, sed colorem, sed magnitudinem, sed situm corporis percipit, quorum nihil baculo dignosci potest.*

D Hæc sanè explicatio Platonis sententiam nonnihil iam vero similiorem reddit. Nisi enim hoc sit, dicere necesse est, lumen, quod nec per se videt, nec visui quidquam ab externis rebus acceptum confert, foris otiari, aut cum diurno lumine in aëre tantisper colludere, dum ingruentibus tenebris in domum se recipiat, somno conciliando opportunum.

Aduersus emissitios Platonis radios hoc maximè pugnare videtur, quòd nullum oculo lumen insitum esse propos. 13. à nobis sit demonstratum, quod quidem ad visionem vtile esse possit. Porrò animalis spiritus, quem ipsi etiam fulgidum esse diximus, nullo pacto valet ad tam immensum spatium, quantum hinc ad cælos vsque expanditur, lumen suum euibrare. Est enim illud adeò tenue, vt ne ex propinquo quidem, ac
E densissimis tenebris circumseptum animaduerti à quoquam possit, præterquam ab ipso, cui inest, oculo, ex quo iuxta angulos compresso, circulari forma emicat.

PROPOSITIO LXVIII. THEOREMA.

Neque per συναγκείαν aspectus efficitur.

F ONNVLLI, vt Alhazenus lib. 1. numero 24. aliique media incedentes via, per *συναγκείαν* seu coagentiam visionem fieri voluerunt, asserentes ad aliquod spatium ab oculo aliquid, & vicissim aliquid ab obiecto ad oculum commeare, quæ sibi occurrant, & se mutuis qualitatibus alterent, hancq; communem affectionem ad internum organum efferri, ceu ad primariam visionis officinam, omniumque rerum aspectabilium emporium. Quam sententiam eo maximè nomine complexi sunt, quòd eam Galeni esse existimarint.

Verùm hi mentẽ Galeni non sunt assecuti. Etsi enim ille spiritũ à cerebro ad vniuersum oculum deriuari, eiusq; vim in vicinum vsque aërem efferri millies dixerit; hoc tamen etiam disertè asserit, fulgorẽ quidem, qui à spiritu manat, longè lateq; per omnem circumfusum aërem diffundi, etsi ipse spiritus septa oculi minimè prætergrediatur.

G Neque

Neque verò hi opinati sunt quod ratio suadebat, sed quod ipsis collibitum fuit. Nam A
si ad cælos vsque lumen oculorum, aut cæli imago ad oculum pertingere valeat; iam non est, cur vtrimque aliquid excurrere fingatur, cùm satis esse videatur, vt vel lumen ad obiectum, vel obiectum per vicariam speciem ad oculum perueniat. Si dicas nec oculi splendorem, nec speciem obiecti, ad tantum spatium posse attingere; terminum vtriusque definiri postulo. Et si quidem obiectum remotius sit, quàm vt cum fulgore emicante ex oculis occursare possit, tum illud nullo modo aspectabile erit, quantauis mole distentum sit: quod nemo prudens concesserit. Si verò intra mutuos terminos conscribantur, rursus quod priùs eueniet, vt nulla potior sit causa, ob quam vtrumque, scilicet & lumen ad obiectum efferri, & obiectum ad oculum aduentare debeat, cùm B
alterum sufficiat, quando se visus obiectumque mutua virtute contingunt. Commentitia est igitur prorsus hæc assertio, quæ mutuum occursum visus atque obiecti astruit.

PROPOSITIO LXIX. THEOREMA.

Visio fit per species, rerumq; formas intus susceptas.

INTER eos, qui visionem susceptione alicuius rei ab obiecto immissæ fieri maluerunt, duæ fuere discrepantes sectæ. Vna Epicureorum, qui ab obiectis corporeum aliquid, quod obtutum ciendi vi polleat, resolui & ad C
oculos vsque efferri censuerunt: ad eum modum, quo ab odoriferis rebus spiritus quidam exhalat, odorem deferens, odoratumque pulsans. Hi sanè in eam sententiam adducti sunt, quòd physico attactu actionem omnem fieri existimarent.

Verùm hæc sententia iisdem difficultatibus obnoxia est, quibus ea quæ spiritum ab oculis effundi statuebat. neque enim à cælis ad nos vsque tam immensum corpus concedendum videtur: neque salua incolumitate possunt visibilia corpora, tanto tempore, tantam vaporum copiam expromere. Idcircò enim odorifera omnia, quamuis non longè odorem spirent, citò tamen corrugantur, quia nonnihil semper de illorum substantia decedit. Ita si visibilium corporum materia indefinenter exhalaret, iamdudum emar- D
cuissent, ac penitus exhausta fuissent. Quid verò de iis, quæ corruptioni obnoxia non sunt? An & cælos ipsos defluere, ac sensim in hæc inferiora delabi asserere non dubitabunt? Difficilis sanè est ista postulatio. Prætereà visio temporis momento absoluitur, fiet autem in tempore, si Epicureorum defluuia admittamus. Igitur cùm id visionis naturæ aduersetur, neutiquam putandum est corporeum aliquid ab obiectis effluere, quod illorum notionem sensui repræsentet.

Altera Peripateticorum est, qui non corporeum simulachrum, sed qualitatem quamdam cum externo lumine per circumfusum aërem à rebus ad intuitum vsque nostrum prouenire tradunt. Quæ etsi diuini Platonis decreto aduersetur; liceat tamen nobis in
præsenti ab ipsius sententia recedere, atque Aristotelis placitum vti rationi magis con- E
sentaneum, ita verius pronuntiare. Hic enim lib. 2. de anima cap. 12. textu 121. & 124. docet sensum esse id, quod sensibiles absque materia formas suscipere potest. Et eodem libro cap. 7. textu 74. aduersus Democritum, qui putabat, si medium spatium vacuum fiat, formicam, etiamsi in cælo sit, exactè perfecteq; videri posse, sic arguit: Visio non fit sine passione: at ab obiecto tam remoto visus pati nequit: ergo à medio patitur. quare, inquit, si vacuum sit medium spatium, non modò non exactè, sed nequidquam omnino videbitur. His consentanea scribit tum multis aliis in locis, tum lib. 3. de anima cap. 1. 2. & 3. rursus lib. de sensu ac sensili cap. 2.

Aërem eius esse naturæ, vt in colores quodammodò mutetur, eosdemque non tan- F
tùm ab obiectis ad oculos, sed etiam ab vno ad aliud corpus traducat, plurima fidem faciunt. Nam charta candida luci obiecta obscurum locum vicinum suo candore illustrat: & ea quæ colore aliquo infecta sunt, cùm lumini opponuntur, vicina loca suo colore imbuunt. Cuius generis sunt etiam illa, quæ Galenus refert lib. 7. de Hippocr. & Plat. decretis: *Videre*, inquit, *est dum aër maximè purus est nitidusq;, si sub arbore aliqua recubuerit quispiam, arboris colore eum totum perfundi. Quin etiam sæpenumerò accidit, vt aër clarus; vbi parietis colorem alicuius attigerit, eum subitò recipiat, atque in alterum corpus etiam transferatur. Quod præcipuè fit si color vel cæruleus sit, vel flauus, aliquóve alio modo floridus extiterit.* Neque ea aëris immutatio aliter fit, quàm tactu & conta-

A contagione quadam; luminis tamen ope, & aëris perspicuitate concurrente. Si enim tenebricosus ille sit, nullos colores recipiet; si autem turbidus, receptos non transmittet. Vnde idem Galenus: *Sicut à solari splendore solo ipso attactu totus aër repentè assimilatur, eodem pacto à colore statim immutationem accipit.*

Sic igitur natura prouida, vt colores in aëre consignari impressiq; ad visum perferrentur, medium diaphanum fecit, & qualitatem quamdam adinuenit, quæ quodcumque corpus attigerit, ab ipso protinus alteretur; hæc lux est, quæ si colorem rerigerit, colorarur; si magnitudinem, hanc ipsam suscipit; si numerum; si figuram, hæc iridem refert. Cùm ergo neque materiam neque qualitatem à materia auellar, non aliud B quàm rerum imagines assumit, quam siue formam, siue simulachrum, siue idolum, siue speciem aut spectrum appelles, nihil interest, si modò id solum, quod rem repræsentat, intelligas.

Porrò species eiusmodi ab obiectis emitti, atque per vniuersum aërem circumquaque luminis beneficio deportari propos. 42. dilucidè est demonstratum. Nunc propositum sit ostendere easdem oculis inuectas cernendi facultatem ad propriam actionem excitare, sicq; tandem visionem consequi, omniumque rerum, quibus aut color aut lumen inest, dignotionem.

Primò, facultas cernendi est ex se indeterminata non modò ad agendum & non agendum; verùm etiam ad hoc vel illud particulare sensibile percipiendum. Ergo ab C alio aliquo determinari in hanc vel in illam partem debet. Hoc verò solùm obiectum per se præstare non valet, vt superiùs ostensum est, & ipse etiam Aristoteles lib. 2. de anima cap. 5 textu 52. exemplo docet: *Quemadmodum enim combustibile non ignescit sponte sua, sed opera ac vi alterius, quod possit vrere. Vreret enim seipsum, quod fieri nequit, cùm tantùm sit potestate, non actu.* Igitur aliud quidpiam ad id requiritur ab obiecto profectum, eiusque vicarium quod proinde similitudinem aliquam cum ipso habeat. Quare iam obiecti species formaque, quam astruimus, haberur, per quam potentia cernendi adactu euocatur.

Secundò, non est alia ratio cur in tenebris res non appareant, quàm quia lumen deest, cuius præsidio rerum species ad visum efferri debent. Neque cur certa requiratur obiecti D distantia, quàm quia species longiore tractu prouectæ languescunt. Neque cur aliqui inspicillis clariùs videant, nisi quia species per illorum densitatem infractæ, pro visus conditione vel colligunrur, vel dissipanrur. Igitur specierum ope visio efficitur.

Tertiò, oculus seipsum vider in speculo, alias non. Quid ita? quia ab obiecto ad speculum proficiscitur eius imago, quæ inde ad oculum repercussa ipsum ad suiipsius dignotionem excitat.

Quarto, in interno sensu species dantur, quarum ope cognoscimus res quas antè præcepimus, modò autem absunt: & specierum refricatione in memoriam redeunr eriam ea, quorum formæ iam obliteratæ esse videbantur. vnde Aristoteles lib. de memoria cap. 1. cùm quæsiisser qua ratione contingat nos rei absentis recordari, respondet E id fieri ob simulachra rerum in interno sensu asseruata. Ergo & in externo sensu species admittendæ erunt, tanto quidem magis ad visum, quàm ad reliquos sensus necessariæ, quanto ille à suo obiecto longiùs distat.

Quinrò, hoc differunt apprehensiuæ potentiæ ab appetentibus, quòd hæ in obiecta ferantur, illæ verò obiecta ad se alliciant. Cùm verò neque obiecta ipsa, neque corporeum quiddam ab ipsis decisum ad visum perueniat, restat, vt vicariæ quædam qualitates, quas species nominamus, eorum munere fungantur, propriaque obiecta oculis sistant ac repræsentent.

Sextò, D. August. lib. 11. de Trinit. cap. 2. ex eo hanc sententiam probat, quod quæ-F dam nonnumquam gemina conspicianrur: *Nisi*, inquit, *fieret in sensu nostro quædam imago simillima rei eius, quam cernimus, non secundùm oculorum numerum rei species geminaretur, cùm quidam cernendi modus adhibitus fuerit qui possit concursum separare radiorum.*

His iraque dilucidè, vt opinor, satis ostensum est, quo pacto visilia in machinamenta sensuum, seu partes sensorias incurrant, & tamquam irritamenta quædam eos ad comprehensionem sui prouocent aduocenrque animum.

Aduersus autem hoc Peripatericorum dogma duo obiectare identidem solet Galenus: nempe non posse ex illorum principiis elici idoneam causam, ob quam rerum magnitudines oculus discernat, cùm fieri nequeat, vt vel res ipsæ, vel earum imagines

tanta mole distentæ pupillæ angustiam subeant. Alterum est, non posse satis intelligi A
quonam pacto tam innumerabilis aspectantium multitudo eamdem rem simul contueatur, cùm non possit res vna formam suam tam multis simul oculis impertiri.

Obiectiones istæ facillimam habent explicationem ex iis quæ de specierum origine & propagatione superiùs sunt demonstrata. Etenim species à coloratis rebus sponte emanant, vt à lucentibus splendor, quod ipse Galenus agnoscit, cuius verba iam paulò antè sunt recitata. Deinde vt lux à fulgido corpore emissa in medium diaphanum, ita coloris species in medium lucidum, ceu proprium subiectum excipitur. Vnde philosophus colorem id esse definit, quod mouet actu perspicuum, & sanè opacus locus nullis colorum imaginibus afficitur, vt ipse Galenus iisdem verbis superiùs recitatis profite- B
tur. Rursus vt lumen, ita colorum species per omnem circumcircà diffusum aerem propagantur: sed hoc quoque eadem Galeni verba significant. Quid tandem? His colorum formis visum cieri Galenus negat: sed neque ab emisso ex fulgenti corpore splendore potentiam visus excitari concedit. Quo igitur? Interno lumine, quod dum externo miscetur, *simile per simile in affectionum commutationem societatemq; peruenit.* At ex ea luminum confusione nullam visionem sequi iam præcedente propos. est ostensum, quòd videlicet lumina non obtineant eam sentiendi facultatem, quam neruis inesse & ratione & experimentis constat.

Nos igitur, qui Aristotele duce visionem fieri dicimus obiectarum rerum imaginibus in organum destinatis, ostẽdamus oportet, quonam pacto ipsas etiam magnitudines nos C
visu capere contingat. Profectò si visibiles species essent expressæ imagines, quales sibi Galenum proposuisse equidem existimo, nulla ratione fieri posset, vt magnitudinem alicuius rei dignosceremus, nisi eius, cuius imago tanta, quanta esset res ipsa, oculum subintraret. Nunc verò cùm eas virtute repræsentandi indiuiduas esse propos. 45. ostenderimus, poterit quæcumque speciei pars, rem totam ac tantam quanta est visui repræsentare. Nec hoc solùm, sed eadem imagine cõtinget eamdem rem è propinquo maiorem, è longinquo verò minorem apparere: cuius discriminis germanam causam numquam daturum fuisse Galenum ex Platonis sententia certò mihi persuadeo. Si enim idcircò ex Galeni placitis rei magnitudo percipitur, quia attingitur ab oculi lumine, per quod dignotio primùm ad oculum, & inde per neruum opticum ad cerebrum perre- D
ptat; reuerà cùm opticum lumen semper obiectum contingat, dum videt, numquam non veram eius magnitudinem, quanta in se est, perspiciet. Nos verò hanc dabimus causam, quòd species turbinatim à rebus ad oculum pertingant, coni verticem in crystalloidis centro constituentes. Cùm igitur ob vicinitatem angulus qui ad verticem est augetur, etiam res ipsa maior apparet; at minor, cùm propter distantiam idem angulus coarctatur. qua de re planiùs, cùm de deceptionibus visus libro 4. sermo erit.

Nunc alteram Galeni obiectionem diluamus, quæ ex eodem falso principio originem ducit: putat enim ille, vt iam dictum est, species esse quasdam expressas imagines, quarum singulæ ab vnaquaque re producantur ea magnitudine, quam res ipsæ habent. Eiusmodi vtique species ad plures simul aspicientes destinari non possunt, vt rectè Ga- E
lenus. At non ita se res habet. Ab vnaquaque verò eiusdem obiecti parte, in omnem partem medij species diriguntur; sic vt nulla circumfusi medij pars existat, in quam non alicuius coni optici vertex terminetur. vnde haud dubiè sequitur, ad quotcumque intuentes vnius rei speciem pertinere, si nullum corpus opacum eius profluentiæ obsistat.

Superest alius priscorum scrupulus, qui emissione radiorum visionem fieri persuasit: nempe quòd perspicuè intelligere non possent, quomodo si species, quæ proximè visum mouent, in oculo sint, fieri possit, vt rem proprio in loco constitutam exhibeant; non verò potiùs omnia oculo inesse videantur. Respondeo visibilem speciem, non tantùm rem ipsam, sed etiam rei distantiam exhibere, sicut & magnitudinẽ & figuram, & situm, F
ac denique omnes quæ sub aspectum cadere possunt affectiones. Eam sane ob causam, quòd non tantùm color, sed & ceteræ omnes aspectabiles proprietates propriam speciem organo inferant, per quam dignoscantur, vt proposit. 44. est demonstratum. Deinde hoc peculiare est iis rebus quæ oculo insunt, vt non in oculo, sed foris esse videantur: quod in suffusis, iisque quorum oculi infectione quapiam laborant, manifestè experimur. Hi namque concretionem humoris oculo impactam non tamquam in oculo vident: sed eâ, quidquid primò occurrit, respersum arbitrantur. Eo siquidem loci vnumquodque perspicitur, vbi iugati axes congrediuntur, quemadmodum suprà non semel diximus, & libro 2. ex instituto docebimus, cùm de horoptere sermo erit.

Idem

A Idem verò & ſpeciebus accidit, vt nimirum in oculum transfuſæ facultatem quidem ipſi inſitam ad ſuam ipſarum dignotionem incitent; hæc tamen ipſas non tamquam idola quædam intus latentia, ſed vt res veras foris exiſtentes contemplatur, tales per omnia, quales ipſæ ſunt ſpecies, colore, magnitudine, figura, loco, ſitu, ac ceteris proprietatibus, quas viſus ſuapte natura perſequitur.

PROPOSITIO LXX. THEOREMA.

Species ad viſionem formaliter, non autem effectiuè concurrunt.

B 

PECIES ad videndi actum formaliter concurrere ex eò conuincitur, quòd dum potentia in actum prorumpit, ipſæ obiecti vice perfungantur. Eſt enim duplex obiecti munus, vnum inſtar propoſiti ſcopi functionem potentiæ terminare ac ſiſtere, ne longiùs progrediatur; alterum propriæ eſſentiæ differentiam actioni quodammodò impertiri. Vtrumque verò ſpecies viſibiles præſtant: etenim potentiam, quæ ſuapte natura ad agendum & non agendum indifferens eſt, ſola ſui præſentia ad eliciendum actum inducunt, non vtique efficiẽdo aliquid, ſed ſolùm obiecti abſentiam, vicemq; ſupplendo. Deinde ipſam actionem, cuius nulla adhuc eſt propria differentia, ſic determinant, vt illi propriam eſſen-
C tiam, ſpecificamque, vt vocant, rationem tribuant. Quæ cauſandi ratio formalis obiectiua in ſcholis nuncupatur.

Non autem effectiuè ſpecies cum ſentiente facultate concurrunt, quia actio vitalis à ſolo vitæ principio effectiuè proficiſcitur. ſpecies igitur, quæ extrinſecùs obueniunt, nullam actionis partem viſioni inferre poſſunt. Deinde partiales cauſæ effectrices ita ſunt comparatæ, vt vna ſine altera partem aliquam ſuæ virtuti proportionatam efficere queat: at ſpecies ſolæ nullam viſionis partem ex ſe proferre poſſunt. ergo non effectiuè concurrunt.

Non defuere tamen, qui vim effectricem ſpeciebus attribuerint, quorum rationes hoc loco proponere atque diſſoluere opportunum fuerit.

D Prima ratio: Per ſpeciem conſtituitur viſus in actu primo ad agendum, ſicuti ignis per calorem ad calefaciendum. ergo vt calor cum igne, ita ſpecies cum viſu effectiuè concurrit. Reſpondetur hoc diſcriminis eſſe inter calorem & ſpeciem, quòd calor ſit virtus quædam igni ad agendum data, ſicut ipſe viſus facultas quædam eſt animæ ad intuendum conceſſa: at ſpecies ſolùm determinat potentiam, vti vicaria obiecti, in quod videndi actio intenditur.

Secunda: Ea forma agentis effectiuè concurrit, cui aſſimilatur effectus; vt forma equina ad equi productionem, leonina ad generationem leonis, itaque in ceteris: ſed formæ rei viſibilis aſſimilatur notio, ſeu ſpecies ſenſus interni, quæ viſione producitur. ergo ſpecies rei viſibilis effectiuè ad viſionem concurrit. Reſpondendum non omnem
E formam habere rationem effectricis cauſæ, ſed illam tantummodò, cui effectus ſimilis ſecundùm ſubſtantiam euadit: ſpecies verò viſibilis, internæ notioni ſola repræſentatione ſimilis exiſtit. igitur non vt efficiens cauſa, ſed vt vicaria tantùm obiecti forma viſionem producit.

Tertia: Habitus vnà cum potentiis, quibus inſunt, efficiendo coagunt. ergo & ſpecies, quarum eſt par ratio. Reſponde longè diſparem eſſe ſpecierum & habituum conſiderationem: habitus enim ſunt ſupplementa potentiarum, quæ promptè agere per ſe non valent: at ſpecies obueniunt perfectæ facultati ad inſtar obiecti præſentis; quare maiorem cum obiecto, quàm cum habitibus, cognationem habent.

F Quarta: Nulla ſubſtantia creata poteſt per ſe ſola operari, cùm id proprium ſit diuinæ eſſentiæ ab omni materialium accidentium inquinatione ſecretæ. ergo ſpecies pariter cum anima effectiuè ad videndi actum concurrunt. Neganda eſt huius argumenti illatio. Etſi enim efficientia ſpeciebus derogetur, non tamen his ſubmotis adeò vacua ac naturæ bonis ſpoliata relinquitur animæ ſubſtantia, vt per ſe ſola operari debeat, ſiquidem ſpeciebus ablatis ipſa adhuc accidentariis facultatibus (quibus efficientis cauſæ ratio propria eſt) abundè inſtructa relinquitur.

Coronidis loco hoc addam, non magis ſpeciem quàm obiectum effectiuè ad viſionem concurrere. Nam cùm ſpecies in eum tantummodò finem ab obiecto producatur, vt eius munere in organo perfungatur, profectò ſpecieiactio ipſi obiecto vti primario

visus scopo tribuenda est. At nefas est dicere obiectum effectiuè videndi actum elicere, ergo nec species eo causandi genere concurrit: sed extrinsecè tantùm obiecti loco visionem, quæ ad aliquid est, terminando. A

PROPOSITIO LXXI. THEOREMA.

Visio non sola est passio, sed etiam actio ab interno vitæ principio elicita.

PHILOSOPHVS multis passim locis asserit visum potentiam esse passiuam: vnde nonnulli occasionem nacti, dicere sunt ausi visionem non in actione aliqua, sed in sola speciei susceptione consistere, sic vt nil omnino sit aliud videre, quàm obiecti similitudinem admittere. Quod nec aliunde efficaciùs probare possunt, quàm ex eo quòd simul atque species obiecti in oculum recepta est, confestim visionem fieri experiamur. B

At his aduersatur, quòd lepores, quibus mos est apertis oculis dormire, rerum species oculis hauriant, cùm tamen nihil videant. Rursus in aëre & in speculo formæ rerum elucent; cur igitur hæc non æquè atque oculus vident, cùm illis causa videndi insit? Nulla sanè alia causa reddi potest, quàm quia non idem est sentire ac speciem rei sensibilis accipere: sed prætereà opus est vt anima effectiuè concurrat. C

Prætereà ex eo etiam sententiam suam confirmare nituntur, quòd potentiæ actiuæ exercitatione perficiantur, comparatisque habitibus promptiores ad agendum reddantur: at visus longiore vsu non modò non perficitur, sed potiùs atteritur consumiturque: igitur non ad actionem, sed ad solam passionem comparatus videtur. Respondendum idcircò visum non perfici habitibus exercitatione comparatis, quia eius actio non subest voluntatis arbitrio; ideoque atteri, quia ab iis rebus patitur, quæ offendunt ac lauciant.

Cùm verò Aristoteles visum ait esse potentiam passiuam, non procul à vero aberrat. nam verè patitur ille quidem ab immissa extrinsecus specie, at non propriè; quia hæc ita passionem organo infert, vt cum potentia ad dignoscendi actum nullo modo effectiuè concurrat. Eam etiam ob causam, quòd, vt Themistius loquitur lib. 2. de anima cap. 42. *ita forma rei cieat impellatq; instrumentum, vt materia forinsecus sedeat; at corpora cùm franguntur, cæduntur, cremantur, non nisi ingressu & accessu materiæ patiuntur. Cædit enim non acies sola aut mucro, sed gladius, id est, acies cum ferro: item deurit ignis, non forma ignis speciésve. Quamobrem isthæc propria pressaq; passio est, quia in mutationem & conuersionem aliquam decumbit.* Et Aristoteles lib. 12. de diuina sapientia secundùm Ægyptios cap. 13. *Neque*, inquit, *sensus reipsa sentiendo similis efficitur ei, quod sentitur: alioquin oculus candorem videndo candidus efficeretur. Quare sentiens à simili non patietur, sed à reipsa perfectionem accipiet. nec erit necesse animum, quia corpora cognoscit, corpus quoddam existere.* D E

Quòd autem visio actio quædam sit, non verò sola passio, ipse inprimis Aristoteles disertis verbis testatur lib. 2. de anima c. 4. textu 36. vbi docet animam triplicis causæ rationem habere: primò formalis, quia corporis appetitum explet, totumque viuens constituit: deinde finalis, quia eius gratia omnis materiæ ornatus, atque membrorum compositio instituta est: tertiò effectricis, quia omnes functiones viuentibus proprias exequitur & administrat. Deinde hoc differt visus à rerum inanimatarum passionibus; quòd non simpliciter obiecti speciem recipiat, sed eam etiam persentiscat, quæ est propria quædam animæ actio, quam in se producit, vt vitæ principium: ea porrò sensione excitata distinctiua potentia exactam posteà rei propositæ notionem elicit, quo tandem pacto visio perficitur atque completur. Est igitur visio non sola passio, qua organum obiecti actionem recipit: sed actio quædam ab interno vitæ principio manans. F

Confirmatur autem hoc ex iis, qui animo delinquunt. hos enim solo spirituum animalium commeatu intercepto nihil omnino videre contingit, quantumuis eorum oculi salui & integri obiectarum rerum speciebus perfectè obsignentur. Cuius rei nulla alia probabilis causa reddi potest, quàm quòd naturali vigore efficaciaque destituti vitalem illum actum, in quo visio consistit, proferre nequeant.

PRO-

A

PROPOSITIO LXXII. THEOREMA.

Perperàm nonnulli visum agentem inducere sunt conati.

NONNVLLI ex iis qui visum in passione constituunt, addunt visum agentem, quo ille ad actum excitetur; ad similitudinem intellectus agentis. Oportet enim, inquiunt, omne quod in potentia est, per aliquid aliud ad actum deduci. Si quis obijciat potentiam visus ab obiecto ad actum
B perduci: negant id quidem fieri posse, quòd obiectum sit materiale, visus autem spiritualis, ideoque speciem requiri tenuioris essentiæ non ab obiecto, sed à visu agente productam; quam dum visui patienti impertit, is hoc solo, quòd ab ea patiatur, videat.

At cùm externi sensus non minùs beluis, quàm hominibus insint, palàm est eos ex materiæ gremio, atque organorum potestate educi, ac proinde nequaquam spirituales; sed corporeos esse: Nil igitur obstat, quin ab obiectis patiantur, vt proinde nullo visu agente opus sit. Aliàs enim, & auditus agens, & sensus communis agens, & phantasia agens, & quæcumque demum facultas ex iis quæ apprehẽsiuæ vocantur, gemina existeret. Quare solus intellectus agens rectè à philosopho constituitur lib. 3. de anima; quòd
C constet ratiocinandi potentiam spiritualem esse, nullamque cum materia necessitudinem habere, ac proinde nec posse rerum corporearum alias species in eum consignari; nisi quas intellectus agens priùs efformauerit; propriæ naturæ accommodatas.

Deinde species ab obiectis produci, atque per omne medium diaphanum ad oculos vsque deportari, iam suprà demonstratum est propos. 43. Quis igitur neget visus potentiam his excitari? nisi in superfluis abundasse naturæ auctorem etiam audeat affirmare.

PROPOSITIO LXXIII. THEOREMA.

Visus suapte vi nihil exteriùs operatur.

D

INTER eos qui visum in actione ponunt, non defuere qui eum extra se agere aliquid sunt arbitrati, ex nonnullis effectis quæ circa oculum eueniunt; atque in primis ex verbis philosophi lib. de insomniis cap. 2. quæ sic se habent: *Et insuper ex eodem facilè constat, visum vt pati, ita etiam agere aliquid solere. Nam cùm mulieres tempore mensium speculum aliquod probè tersum inspectant, tunc superficies speculi quadam velut nebula sanguinis obducitur. Causa autem est, sicut iam diximus, quòd non solùm ab aëre visus quidpiam patiatur, sed etiam in aërem quidpiam agat.* Et paulò pòst: *Ab ipsis autem mensibus; qui ad oculos penetrarunt, aër mouetur & inficitur: aër infectus alium aërem, qui speculo proximus est, sibi*
E *hærentem, talem qualis ipse est, reddit; à quo postremùm speculo eluuiecula quædam illinitur.* Cùm verò indelebiles esse maculas illas eodem loco asserit, scito eum non de vitreis speculis agere, sed de metallicis (quæ olim sola in vsu fuerunt) hæc verò à corrosiuo vapore facilè corroduntur, & æruginem contrahunt ac maculas quæ minimè delentur, nisi cotibus exterantur, ac denuò tergentibus puluisculis læuigentur.

Deinde qui oculos illorum contuentur, qui vel lippitudine vel ophthalmia infestantur, facilè idem malum contrahunt. Vnde est illud poëtæ:

Dum spectant oculi læsos; læduntur & ipsi;
Multaq; corporibus transitione nocent.

F Prætereà quorumdam oculis vis quædam inesse creditur, qua rebus conspectis varia nocumenta inferant: vt basilisco, qui solo venenato aspectu homines interimit. Eiusdem quoque generis homines in Triballis & Illyriis esse ex Isigono tradit Plinius lib. 7. cap. 2. qui visu effascinent, interimantque, quos diutiùs intueantur, iratis præcipuè oculis. Et Hieron. Vidas lib. Bombycum 2. similem quemdam senem his versibus describit:

Quandoquidem memini Tusci alta in rupe Viterbi,
Ipse senem vidisse ferum, cui dira vigebant
Ora, graueq; oculi suffecti sanguine circùm,
Fronsq; obscæna situ, hirtiq; in vertice cani;
Ille truci (scelus) obtutu genus omne necabat,

Reptantum, tenues animas, paruasq; volantes: A
Quin etiam si quando hortos ingressus, vbi annus
Exuit expleto turpem nouus orbe senectam,
Floribus & passim per agros incanuit arbor;
Ille hortis stragem dedit, arboribusq; ruinam,
Spemq; anni agricolæ mœsti fleuere caducam.
Nam quocumque aciem horribilem intendisset; ibi omnes
Cernere erat subitò afflatos languescere flores..

Sic quibus naturæ vitio gemina pupilla in eodem oculo obtigit, iis fascinandi vis inesse existimatur, ex eadem causa noxia, quæ geminam pupillam præter naturæ ordinem B induxit, quod naturale esse quibusdam hominibus Plinius refert loco superiùs citato.

Verùm hos effectus nequaquam ex sola inspectione seu actu cernendi prouenire inde constat, quòd visio actus vitalis sit, ac proinde immanens, vtpote ab interno vitæ principio elicitus. Non igitur foras exeritur, ad alicuius externi effectus euocationem.

Quæ verò allata sunt exempla, hanc causam habent: Vti ex inanimatis rebus odores continuò expirant, ita euaporationes quædam perennes in animantium corporibus fiunt, per occultos meatus, quibus externa cutis vndique pertusa est; longè autem vberiores eæ obueniunt in illis animantibus, quorum spiritus propter calorem & motum veluti pulsum quemdam, (vt Plutarchus loquitur) & concussionem habet. Id quod in iis manifestè apparet, quibus menses fluunt, aut quorum oculi phlegmone vel lippitu- C dine vexantur: his enim acris calidusque humor inest, qui dum oculos inuadit, eos accendit; concitati autem eo calore spiritus confertim erumpunt, & proxima quæque inficiunt; maximè autem ea, in quæ oculorum acies defixæ fuerint, propter pupillarum, ex quibus illi vberiùs efflantur, conuersiones.

Hinc igitur illa speculo inusta labes, hinc morbi traductio, hinc à basilisci aspectu interitus: neque enim ab ipsa visione, quà visio est, fieri istiusmodi alterationes possunt; sed à tetro vapore, quem vitiata temperies, aut deprauatus habitus, aut putrescentes in corpore humores suggerunt. Ille siquidem à calore oculorum concitatus, foras prosilit, vicinumque aërem virulentus inficit, & hic alium, vsque dum in rem aliquam offendat, cui solo adhæsu calamitatem affert. D

Addit tamen Richardus, tum maximè eiusmodi obtutum nocere, cùm is qui morbidos oculos inspexerit opinatur se lædi; plurimùm enim ad morborum contagium valet imaginatio. quod minimè improbatur, cùm id etiam in epidemicis morbis perfrequens sit.

Quæ autem de admirandis ac portentosis quibusdam effectibus tum à Plinio lib. 7. cap. 15. & lib. 28. cap. 7. tum ab aliis conscripta leguntur, vt & illud ex Vida superiùs allatum, vel fabulosa vel magica esse existimamus. De eo autem fascini genere, quo assolent aliqui varias affectiones, puta amoris alteriúsve cupiditatis in aliorum animos solo intuitu concitare, hoc vero similius dici videtur, ex imaginatione potiùs eiusmodi passiones, quàm ex illicio seu qualitate aliqua lasciuis oculis insita prouenire. Plura de E his qui desiderat, legat apud Martinum Delrium libro magicarum disquisitionum tertio, part. 1. q. 3. sect. 2.

PROPOSITIO LXXIV. THEOREMA.

Visio per simplex medium rectis fit lineis.

HÆC propositio non aliam demonstrationem habet, quàm eam ipsam, qua species rectis lineis ferri proposit. 50. docuimus. Cùm enim visionem re- F ctis lineis fieri dicimus, nequaquam volumus visionem extra oculum celebrari, aut per visionem aliquid extra organum foras erumpere, quod recta incedere via intelligatur; sed tantùm species ipsas recto tramite ad oculos peruenire. Ita enim sæpè loquendi modo minùs vero res obscuræ clariùs elucescunt: vt cùm dicimus species aut lumen moueri ac ferri, appositè quidem loquimur, quòd hæc rem dilucidè explicent, non tamen verè. Etenim species ac lumen de subiecto in subiectum non commigrant: sed in successiuis partibus medij, alia semper qualitas, numero atque intensionis gradu à priore distincta excitatur. Sic quosdam dicimus longiùs videre, aliorum visum breuiori spatio terminari, visionem non infinitè extendi,

A extendi, aliaque similia, quæ, vti iam dictum est, contrariam habent interpretationem. Nam de speciebus quidem ista veriùs, at de visu accommodatiùs secundùm captum proferuntur.

Rectis ergo lineis fit visio, ea inquam quæ per simplex traijcitur medium: si quidem quæ per diuersa media pertransit, infringitur, vt in Dioptricis docebimus. Quare in eum locum hæc consultò asseruamus.

PROPOSITIO LXXV. THEOREMA.

B *Oculorum acies in vnum dumtaxat punctum defigi potest, quod distinctè conspiciatur; cetera autem indistinctè.*

DVO hac propositione demonstranda sunt: primum illud est, oculorum aciem in vnum dumtaxat signum posse terminari: alterum, id solùm, in quod axes conueniunt, distinctè videri.

Primum quidem demonstrari potest ex indiuidua illa societate, quam propos. 19. musculis oculos mouentibus inesse docuimus. Illi enim sic à natura sunt comparati, vt oculos pariter moueant, pariterque defixos teneant: cumq; ita diuaricari nequeant, vt paralleli firmentur; consequens est, vt in vnum aliquod pun-
C ctum indefinitè semper concurrant, vbi mutuam actionem iuuent, ac terminum visioni constituant.

Alterum verò ita etiam demonstrabitur. Quemadmodum in ceteris rebus fortior est actio, quæ per lineam perpendicularem in subiectam materiam dirigitur; ita visum res illæ efficaciùs mouent, quæ per axem, hoc est per lineam superficiei visus orthogonalem, oculum subeunt. At punctum, in quod axes visuales conueniunt, eum situm ad oculos habet, vt eius species perpendicularibus lineis ad visum producatur. Igitur hoc punctum ceteris clariùs, distinctiùs, certiusq; dignoscitur. Cetera verò quæ circumstant, quò sunt ab illo remotiora, eò obscuriùs percipiuntur, quòd illorum species obliquioribus radiis in visum irrepant.

D Tametsi secundùm subtilissimam loquendi rationem, quam Mathematicam vocant, solum punctum distinctè videatur, quòd vnica tantùm indiuisibilis linea à re visa ad centrum glacialis humoris secundùm rectos angulos per visus superficiem duci queat, quæ axis nuncupatur; tamen quoniam species eorum, quæ axem proximè circumstant, angulis nil pænè à rectis discrepantibus ad oculos perueniunt, ea ita perfectè videntur, vt confusio in illis vix vlla appareat. Id quod portioni ferè tantillæ magnitudinis, quantula est pupillæ amplitudo, contingit. Ac deinceps quò longiùs ab axe res absunt, eò cernuntur obscuriùs imperfectiusque; sic vt ex inæqualitate distantiæ vniuersa imperfectionis latitudo in gradus distribuatur.

Quare, vt summatim rem propositam complectar, distincta visio ea dicetur, quâ id
E cernitur, quod oculo directè, seu ad normam opponitur: confusa verò, quâ id, cuius species obliquo radio in superficiem visus illabitur.

PROPOSITIO LXXVI. THEOREMA.

Robustior est visio ab vtroque oculo, dum simul in rem vnam conspirant, quàm ab altero tantùm.

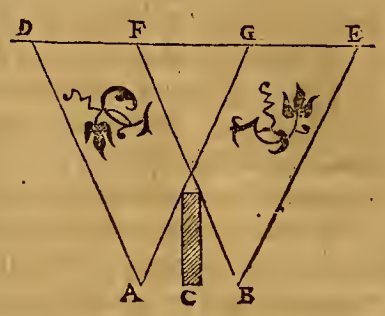
F HVIC propositioni obstare videtur Aristotelis & Galeni auctoritas. ille lib. Problem. sect. 31. q. 2. hic verò libro de oculis parte 2. cap. 4. vbi inter ceteras causas, quibus varij asserunt neruos opticos, priusquam ossium caua subeant, coniungi debuisse, hanc probat & amplectitur, vt scilicet vno oculo obducto totus spiritus in alterum influat, fiatque in vno efficacior intuitus, quàm in vtroque simul. Quod idem hoc experimento confirmat: *Si*, inquit, *aliquod corpus super nasum ponatur, vtroque oculo ad videndum directo, fit visio debilior & obscurior: sed vno clauso fit visus in altero fortior, quàm in vtroque fuerat. Et quod vtrique cernere nequiuerant, vnus solus clarissimè aspicit. Hoc ideò, quia spiritus qui in vtroque fuerat, ad vnum conuertitur: altero enim clauso, alterius pupilla clarior efficitur.*

Respon-

Respondeti in primis posset exigui ponderis esse huius libri auctoritatem, quòd inter spurios numeretur. Plus verò tribuendum libris de vsu partium, in quorum decimo ita concludit: *Quapropter minùs obscurum est, quod ambobus oculis simul videtur, quàm si altero dumtaxat (vterlibet eorum is sit) spectes.* Ad Atistotelis testimonium dici potest ipsum in plerisque Problematis vulgi opinionem secutum fuisse. A

Deinde, quoniam nonnulli experimento proximè ex Galeno allato inducti fuere, vt crederent iunctis luminibus minùs perspicuam visionem fieri, quàm disiunctis alteroq; tantùm: opetæ etiam pretium erit, eius experimenti modum explicare, erroremq; detegete, ac demum hoc ipso aliisque tum experimentis, tum rationibus demonstrare ab vttoque oculo efficacissimam visionem prouenire. B

Manum naso ita imponunt, vt ipsius expansæ digiti omnes erecti sint, solusque pollex secundùm longitudinem naso incumbat, totaque manus velut septum oculorum acies disterminet. Aut si mauis, loco manus asserculum finge C, intet vtrumque oculum A & B constitutum: rem verò obiectam D E, cuius partes D F, G E ab altero dumtaxat oculorum; media autem F G ab vtroq; visu cernatur, vt ducti ab oculis radij commonstrant. Quibus sic expositis dico partem quidem mediam ab vtroque lumine spectatam omnium maximè conspicuam esse; secundò dein loco extremas, si alter oculorum claudatur; tum demum easdem, si vterque oculus pateat, quamuis ab vno tantùm singulæ videantur.



C

Primum illud, nempe F G pattem obiecti mediam, quæ ad vtrumque oculum pertingit distinctissimè videti, plurimorum, quos ad hanc fidem astruendam exactissimos exploratores adhibuimus experientia testatum facit: alterum autem extremam quamcumque partem, verbi gratia D F, ab oculo A clariùs videri B tecto, quàm aperto eadem experientia confitmat. At cuius consequentiæ vi hinc inferunt illi obiectum clarius altero oculorum, quàm vttoque dignosci? An portionem D F vtroque oculo videri arbitrantur, quia vtetque patulus in visionem adlaborat? Absit. namque intetseptum C, actionem prohibet, quam oculus B in partem D F intendit. Tolle autem obstaculum C iam D F clariùs cernetur vtroque oculo, quàm solo A patente. Palàm igitur est non ob eam causam partem D F clariùs videri ab oculo A clauso B, quòd tum vberior spiritus in A confluat: sed quod interseptum C impedimenti quidpiam perspicuitati visus adferat, quò minùs accuratè vtroque oculo aperto pats D F videatur. Eam enim cuiusq; rei causam rectè definimus, qua posita effectus ponitut, qua sublata ille pariter tollitur. At posito intet vtrumque oculum obstaculo C, fit, vt pars D F oculo B clauso, ab A solo clariùs cernatur, quàm si oculus B pateat: sublato vetò C id numquam contingit, sed quantumuis B clauso maior fiat spirituum ptouentus in A; semper tamen D F à solo A obscuriùs, quàm ab vtroque oculo dignoscitut. Igitur cotpus C inter vtrumq; oculum positum impedimento est, cur minùs perspicua fiat visio ab vno oculo si vterque pateat, quàm si alter occludatut. D E

Sed age nunc, quid tandem impedimenti C corpus affette potest? Nam mitum id quidem videtur, cùm numquam D F nisi à solo A conspiciatur, siue B oculus pateat, siue non. Impedimentum hoc accipe. Propos. 39. ostendimus opaca corpora tenebrarum naturam affectare: hæ verò dum lumini permiscentut ipsum minùs conspicuum reddunt, non secùs ac nigror admixtus candori obscuriorem colotem gignit. Quate corpus C velut tenebras parti D F offundit, quas oculus B dum patens est conspicari videtur, illi lumini permixtas, quo eamdem pattem D F oculus A affectam manifestè videt; sicque obscurior pars D F redditur, quàm si oculus B occludatur. tum enim oculus A partem D F liberè intuetur, minùs tamen euidenter, quàm si subducto obstaculo vtriusque oculi axes iungerentur. F

Nunc vniuersè demonstremus visionem, quæ ab vttoque oculo est, fortiorem, clarioremque ac vndequaque perfectiorem esse illa, quæ fit ab altero tantùm. Id in primis hoc experimentum conuincit: si quis minutos characteres, aut etiam maiotes eminus nunc altero, nunc vttoque oculo diligentiùs intueatut, comperiet ex interuallo aliquo legi quidem illos vtroque oculo sat commodè posse, altero autem tantùm non modò non legi: sed ne vix quidem posse internosci.

Quod autem fertut luscos quos altero oculo casus priuauit nunc perspicaciùs videre, quàm

A quàm priùs, dum incolumem vtrumque oculum haberent; equidem diiudicare nequeo, cùm diuina bonitate eam calamitatem non sim expertus: illi autem non semel rogati, planè fatentur se prioris status recentem memoriam non habere, nec posse aliquid de hac re certò affirmare, quòd iam nequeant de vtroque visionis modò periculum facere.

Quod item obijciunt alij, eos qui collimant alterum oculum claudere, vt euidentiùs scopum aspiciant, id nihil ad rem facit: non enim vt clariùs, sed vt certiùs scopum videant, alterum claudunt oculum. Fieri siquidem nequit, vt vtriusque oculi radius per diauliscum in signum vnum directò feratur. Nam si vnius oculi radius per diauliscum B ducatur, necesse est alterius oculi radium, aut non in scopum incidere, aut non per diauliscum transire: atque adeò ob distractam luminum societatem, aut scopus aut diauliscus geminus apparebit; quod ne accidat, alter oculus obseratur, vt alterius axis certiùs in scopum dirigatur.

Ratione etiam confirmare licet exquisitiorem visionem ab vtroque oculo esse, quàm ab altero tantùm. Etenim vtrique oculo propria cernendi facultas inest, cuius robur & efficaciam sequitur visionis perfectio, sic vt robustior visus præstantiorem visionem eliciat, quemadmodum omnino excellentior virtus excellentiorem effectum producit. Oportet enim effectum propriæ causæ quadam proportione ac similitudine respondere: at duæ causæ simul iunctæ vnam intensiorem exæquant: igitur duorum oculo- C rum virtutes dum in vnam simul visionem conspirant, alterius solius oculi virtute potentiores sunt; quare ab vtroque oculo perspicacior intuitus proueniet, quàm ab altero tantùm. Quod & plurima alia exempla corroborant: nam duæ manus grandiora præstant molimina, quàm vna; & plus duæ lucernæ, quàm vna illuminant; & duo ignes impensiùs aërem excalfaciunt, quàm eorum alter: ita ergo quod in prouerbio est, plus vident oculi, quàm oculus. Cuius sententiæ veritas ad oculos mentis translata, ab ea quæ in corporibus est, originem sumpsit. Quapropter inter ceteras causas, cur geminum visus organum esse oportuit, hanc non postremam censeo, vt nimirum excellentiorem visionem duo oculi, quàm vnus, præstarent.

Superest præcipuum aduersariorum argumentum diluere. Aiunt illi ex Galeno, alte- D ro oculo clauso maiorem spirituum affluentiam in alterum deriuari; totum nempe spiritum qui ad occlusum oculum mittebatur, per communem neruorum opticorum congressionem ad alterum diuertere; ex quo posteà visio præstantior consequitur. Antecedens duplici argumento ex eodem Galeno probant. Primum est, quòd eam ob causam natura opticorum neruorum poros in vnum coniunxerit, vt spiritus ab vno in alterum oculum traduci possent. Alterum est, quòd pupillæ dilatatio fiat à spirituum copia acinalem tunicam intus distendente: at vno oculo clauso, alterius pupilla manifestè dilatatur: igitur iam vberior spiritus in hunc oculum confluxit, quàm antè. Ex quo necessariò efficitur, vt visio excellentior sequi debeat. Verùm poros neruorum opticorum in vnum minimè coalescere, proposit. 12. ex dissectionibus sententiisque peritissimo- E rum virorum ostendimus. Pupillæ item dilatationem à compressione spirituum haudquaquam excitari, proposit. 17. apertè est demonstratum. Quare neganda est vtriusque argumenti assumptio. Et certè minorem potiùs spirituum copiam in oculum apertum destinari altero clauso, argumento est, quòd si quis diutiùs perseueret vno oculo contuendo, sentiet visum sensim obscurari, ac velut in tenebras abire. Esto verò, concedatur duplicari in altero oculo spirituum prouentum; necdum tamen sequitur excellentiorem visionem ab altero oculo tantùm, quàm à duobus prouenire. Numquam enim visionis præstantia mensuram spirituum superabit; at vno oculo clauso non fit in altero maior spirituum prouentus, quàm sit in vtroque dum ambo vident. Igitur summum F erit, si visio vnius oculi, vtriusque simul oculi visionem exæquet.

His stabilitam esse arbitror propositam veritatem, atque etiam aduersariorum argumentis factum abundè satis. Id tantùm scire forsitan quispiam volet, ex quo principio communis illa sententia originem duxerit: non enim leuis fuisse videtur causa, quæ præcipuorum philosophorum Aristotelis & Galeni ingenia occupauit. Sanè non aliam inuenio, quàm eam quæ ex diauliscis sumitur. Viderunt inquam philosophi eos, qui in scopum collimarent, alterum oculum obuelare; cùm verò ipsi nec in scopum iacularentur, nec illius aspectus experientiam haberent, arbitrati sunt idcircò id fieri, quòd alterius oculi obductione alterius exquisitissima visio redderetur.

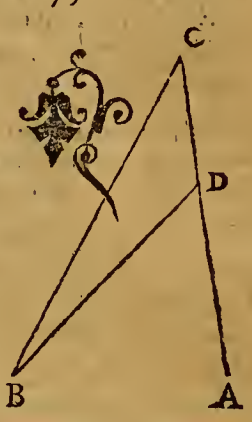
PRO-

A

PROPOSITIO LXXVII. THEOREMA.

Visile, quod vno tantùm spectatur oculo, cùm in id occlusi etiam alterius oculi acies tacitè dirigitur, acutiùs videtur, quàm cùm in diuersa contendunt.

PARADOXVM fortassis id cuipiam videbitur, quòd vix appareat, quî fieri possit, vt res vna, vno oculo ac radio eodem, nunc clariùs, nunc B obscuriùs cernatur. Sanè forma rei per eumdem radium delata eamdem semper notionem ingerit, præsertim si per axem oculum subeat: tum enim perfectissimam visionem efficit, vt propositione 75. ostendimus. Vt si, gratia exempli, alter oculus sit A, alter B, hic occlusus, apertus verò ille, cui C visile directè opponatur, ita vt eius notionem per opticum axem accipiat: ex iis quæ propos. 75. diximus, constat C punctum ab oculo A perfectissimè videri, quod per axem eius imaginem hauriat. Igitur siue oculi occlusi B axis tacitè in C quoque, siue aliò intendatur, vt in D, æquè semper clarè atque perspicuè C ab oculo A videbitur.



C

Hæc profectò ratio non leue momentum esset habitura, nisi eam manifesta experientia confutaret. At verò cùm alterum oculum nempe A, in signum quoddam, vtputa C, defixum tenemus; alterum verò scilicet B nunc in C nunc in D sub clausis palpebris conuertimus, perspicuè deprehendimus signum C ab oculo A tum accuratiùs euidentiusque dignosci, cùm in idem signum C oculi etiam B licet obtecti acies occultè contendit, quàm cùm deflectit in D, ac tantò etiam obscuriùs videri punctum C, quantò longiùs ab eo oculi B acies abscedit.

Huius porrò rei non aliam esse arbitror causam, quàm quòd eò semper feratur animus, quò & acies oculorum diriguntur. Externus siquidem visus, nisi animus præsens D adsit, nullam perfectam visionem elicit. Itaque insita naturæ vi, ac velut sympathia quadam occultiore, interna facultas externam perpetuò comitatur, non quidem ad id omne percipiendum, quod quouis oculi radio indiscriminatim attingitur: sed ad id tantùm, in quod amborum luminum iugati axes conuertuntur. Hîc enim, vt paulò antè dicebamus, perfecta fit visio. Cùm igitur extra hunc concursum radiorum, iugatosq; axes, res omnes minùs perspicuè cernantur, consequens est, vt ab vtrouis etiam oculo sigillatim id perfectiùs cernatur, in quod alterius simul oculi fortissimus mucro intenditur, licet oculus ipse obductus sit, atque ab aspectu propositi obiecti prohibitus.

PROPOSITIO LXXVIII. THEOREMA. E

Vnus oculus plura simul obiecta videt.

PERFACILIS est huius propositionis demonstratio, ex iis quæ hactenus non semel dicta sunt. Atque inprimis ex propos. 48. qua ostensum est rerum aspectabilium formas ab omni obiecti parte ad omnem partem medij diaphani prosilire. Inde enim necessariò fit, vt plurimarum rerum imagines in idem centrum glacialis humoris vnà conueniant, quas proinde simul omnes videri est necesse. Siquidem, vt vulgatum habet axioma, id omne sub aspectum cadit, à quo ad centrum visus recta linea duci potest. Igitur vnus oculus plura F simul obiecta videt.

Porrò quo pacto fiat, vt innumerabilis illa specierum multitudo nullam perturbationem in visum inducat, ex ea demonstratione liquidò patet, qua propos. 51. probauimus aspectabiles formas ordinatè ad eam oculi partem peruenire, cui primò ac præcipuè dignoscendi facultas inest.

Quamuis ex his constet, res plurimas ordinatè, non autem confusè ac tumultuariè simul ab vno oculo videri; non tamen æquè omnes perspicuè atque explanatè dignoscuntur, cùm propos. 75. ostensum sit, vnum solum punctum distinctè videri, in quod amborum luminum acies concurrunt.

A

PROPOSITIO LXXIX. THEOREMA.

Duobus oculis idem obiectum distinctè videtur.

EX eodem principio elicitur huius propositionis demonstratio, vnde & præcedentis. Nam cùm proposit. 48. sit demonstratum, à quauis obiecti parte, in omnem partem medij species diffundi: quocumque loco oculus constiterit, semper ad ipsum imago obiecti pertinget, dummodò non
B extra oppositionem fuerit, quam propos. 55. ad visionem prorsus necessariam esse ostendimus. Igitur duobus, imò quotcumque oculis idem obiectum videri potest.

Quod verò etiam distinctè à pluribus oculis res eadem spectari queat, ex eadem proposit. 75. facilè colligi potest. si enim omnium oculorum axes in eam destinentur, ab omnibus distinctè perspicietur.

Magna hoc loco quæstio à quibusdam moueri solet, quî fiat, vt duobus oculis res vna non appareat gemina: id enim necessarium esse videtur. Siquidem duæ sunt species, & duæ internæ notiones, cur non ergo & duæ externæ phantasiæ? Si quis dixerit ideò rem non geminam, sed vnam apparere, quòd verè vna sit, non autem gemina; non faciet
C dubitanti satis. Etenim compresso iuxta angulos oculo res gemina conspicitur, etsi vnà sit, non verò duplex. Non igitur obiecti vnitas simplicis phantasiæ vera causa esse potest.

Alhazenus lib. 1. num. 25. & 27. item lib. 3. num. 9. Vitello lib. 3. proposit. 20. & 28. huius difficultatis vitandæ causâ, statuerunt visionem in neruo optico communi absolui, vbi aiunt species quæ vtrumque oculum subierunt, ita vniri, vt exactè sibi mutuo incumbant. tum verò rem vnam geminam apparere, cùm species ab ea vnitate distrahuntur. Quæ ratio nequaquam subsistit, cùm fateri oporteat quod res est, neruos opticos in congressu tantùm sese contingere, non autem verè in vnum neruum coire, quod nos proposit. 12. & ratione & experientia ostendimus. Deinde proposit. 24. visionem in communi neruorum concursu fieri non posse demonstrauimus: non igitur
D propter specierum vnitatem res vna pluribus oculis singularis apparet. Alij causam in facultatem cernendi referunt, quæ vna est. Quod etiam facilè refellitur. Si enim ita est, cùm facultas semper sit vna, numquam contingere poterit, vt res vna duplex appareat, quod tamen interdum fieri adeò notum est, vt nemo inficiari possit.

Nobis ea causa magis arridet, quòd plures formæ vnius rei, tametsi in multis oculis numero sint distinctæ, tamen vim habeant eamdem rem repræsentãdi, propter exactam similitudinem, quam à rebus, vnde profectæ sunt, acceperunt. Quare internus sensus seu facultas superior, quæ externum visum complet, duabus, vel etiam pluribus speciebus excitata (vt in polyophthalmicis) vnius tantùm rei notionem effingit: ad eum ferè modum quo pluribus inspectis imaginibus, vnum tantùm Cæsarem mente concipimus:
E & duabus auribus eamdem soni notionem haurimus, quamuis externi soni, qui sese ad aures appellunt, numero sint diuersi, neruique auditorij nullibi congrediantur.

Quod verò res vna presso oculo gemina appareat, hoc inter deceptiones erroresque visus censeri debet. Non enim tum duæ notiones à sensu formantur: sed vna eiusdem rei, quæ gemina putatur, quòd luminum societate distracta duobus illa locis existere videatur. sicut dum res vna & intra & extra speculum simul conspicitur; eadem quidem res est quæ cernitur; sed propter repercussionem diuersis in locis apparet, quæ proinde gemina falsò existimatur.

F

PROPOSITIO LXXX. THEOREMA.

Fieri nequit, vt plura simul æquè perspicuè videantur.

HÆC propositio, velut consectarium ex septuagesimaquinta deducitur. Nec alia indiget demonstratione. Quare ne idem sæpiùs sine causa repetamus, præstat institutum prosequi.

Obiter tamen hoc loco notari volumus, plurima breuissimo tempore distinctè accurateque videri posse, oculorum ocyssima circumuolutione. Admiranda enim vis est, quam eis natura indidit, vt momento ferè temporis amplissi-

H marum

marum rerum partes omnes perlustrent, sola motus pernicitate, qua coniunctos axes in quamcumque rem celerrimè transferunt: sicque cùm solum punctum simul perspicuè oculus videre possit, angustiam hanc defectumque, musculorum agilitate natura compensauit. A

DEFINITIONES.

Visio fit vel simplici aspectu, vel intuitu seu obtutu. Aspectum simplicem dicimus illum actum, quo imperfectè res percipiuntur, vt primò in oculum incurrunt, quem proinde primò primum alij appellant. Hic in illis etiam esse potest, qui, quod vident, non aduertunt. Intuitus verò seu obtutus est actus ille, quo visus exactam rei comprehensionem profunda indagatione, diligentique inspectione perquirit. Obtutu res minutissimæ internoscuntur, ac illæ etiam, quas simplex aspectus assequi non potest. hic enim rem simplicissimè tantùm cernit; ille verò partes omnes lustrat, componit, ac distinguit. B

Obtutus alius simplex, alius ex prænotione, seu, vt quibusdam placet, ex anticipata notione. C

Simplex obtutus aut sola fit visione, aut, quod frequentius est, etiam ratione & syllogismo. Obtutus, qui sola visione fit, in iis tantùm rebus versatur, quæ sub proprio obiecto visus continentur, vt sunt lux & color. Qui verò syllogismo, ea etiam examinat, quæ sola ratiocinatiua potentia dignoscit; cuiusmodi sunt similitudo dissimilitudo, æqualitas inæqualitas, magnitudo paruitas, propinquum dissitum, & quæcumque eius generis dicuntur ad aliquid, quæ sub externum sensum per se non cadunt. Nam videntur quidem oculis ipsa alba, ipsaque rubra; at eorum similitudo & dissimilitudo sola comparatione vel distinctione cognoscitur, quæ functiones ex ratione sunt per discursum seu syllogismum. D

Ex prænotione obtutus est, quo ea cognoscimus, quorum antè notionem accepimus, vt cùm hominem videmus nobis antè notum. Et sanè multa sunt, quorum exactam notitiam habere non possumus sine anticipata notione. Vnde Aristoteles inquit: Si quis fugitiuum seruum insequitur, quem antè non nouit, occurrentem sibi non agnoscet, nec, si inuenerit, reperisse se sciet: sic quoque obuium nobis factum non modò esse hominem, verùm etiam hoc esse indiuiduum visu cognoscimus, at Socratem esse aut Platonem, non nisi ex anticipata notione. Est verò intuitus ex prænotione ille ipse, quem Nemesius philosophus lib. de natura hominis ex memoria appellat. E

Si res antè præcepta insigniter sit immutata, vt si virgultum in arborem excreuerit, aut iuuenis impubes in virum πολυπώγονα sit mutatus, haud erit facilè eam perfectè dignoscere, quòd præsens status non fuerit priùs cognitus: ea ergo quæ antecessit qualiscumque cognitio non sat præsidij adferre potest, ad hanc rem quæ in præsenti occurrit exactè cognoscendam. F

Rursus, si in antecedente cognitione notabilis aliqua circumstantia cognoscentem subterfugerit, vt in homine conspicua cicatrix, cùm is occurret, ob eam, quæ se modò offert, intentionem numquam antè perspectam, fortè non cognoscetur, quòd huic visioni non satis præcognitio opituletur.

Demum si notio priùs accepta temporis decursu è memoria exciderit, sequens visio non erit ex antecedente notione. Hanc enim reminiscentia excitat, quæ esse non potest, vbi ea quæ priùs accepta fuerat rei forma, penitus est obliterata.

Ita

A *Ita igitur se habet visio quæ ex anticipata fit notione. Ea porrò duplex est, vna assuetorum, altera insuetorum. Assueta obiecta vocantur, quæ oculus sæpè anteà vidit, & quorum formæ in memoria repositæ quiescunt. Insueta sunt, quæ tametsi aliquando fuerint cognita, perfectæ tamen eorum formæ non asseruantur. Extraneà verò sunt, quæ vel oculus numquam antè percepit, vel certè quorum imagines ex animo penitus exciderunt.*

B

PROPOSITIO LXXXI. THEOREMA.

Simplex aspectus fit per quemlibet pyramidis opticæ radium; obtutus verò per solum axem.

HOC visionis discrimen, ex iis quæ proximè antè sunt definita, ceu consectarium colligitur: quod perspicuum fiet, si vtriusque visionis, hoc est, simplicis aspectus atque obtutus definitiones paulò explanatiùs repetamus. Quemadmodum in actibus voluntatis subitæ illæ lationes, quibus in rem aliquam appetitus fertur (actus primò primos scholæ nominant)
C imperfectæ sunt & inuoluntariæ; posteaquàm verò in deliberationem venerunt, perficiuntur, & absolutam voluntarij rationem nanciscuntur: ita simulatque rei cuiuspiam forma oculis sese ingerit, prima illa affectio, qua illius appulsu facultas animæ concitatur, simplex dicitur aspectus; cùm autem diutiùs propositæ rei oculi inhærent, partes eius omnes perlustrando atque accuratiùs contuendo, aspectus ille simplex in obtutum perfectamque inspectionem transit.

Quoniam igitur simplex aspectus imperfectissimum visionis gradum significat; obtutus verò in absolutissima videndi actione est positus; perspicuè sequitur visionem, quocumque tandem radio fiat, posse simplicis aspectus rationem habere: at solam illam, quę omni ex parte excellentissima est, obtutus nomenclaturam sibi vindicare: visio autem
D numeris omnibus absoluta esse non potest, nisi per axem formæ rerum admittantur; quandoquidem id solùm distinctè atque perspicuè videri, propos. 75. est demonstratum, in quod per axem oculi vis deriuatur; cetera autem quæ obliquis spectãtur radiis, obscurè atque confusè. Itaque aspectus simplex per quemcumque fit radium pyramidis opticæ; obtutus verò per solum axem, quod erat ostendendum.

PROPOSITIO LXXXII. THEOREMA.

Simplex aspectus momento fit temporis.

E PRIMO quidem demonstrari potest hæc propositio ex natura specierum: Nam proposit. 42. ostensum est, species rerum per lumen ad oculos transmitti: sed lumen momento temporis omnem suæ actiuitatis sphæram peruadit: ergo & species in instanti ad visum deferuntur, quod & suprà proposit. 49. est demonstratum: at verò simul atque species organo obsignatæ sunt, cernendi facultas operatur ac sentit: igitur simplex aspectus temporis momento perficitur.

Deinde, si in tempore aspectus fieret, ad ea quæ remotiora sunt percipienda plus temporis exigeretur, quàm ad ea quæ propiùs sunt constituta: nam pro ratione spatij seu
F distantiæ, ocyùs tardiúsve formæ rerum ad oculum perducerentur. Exempli causa, posito visu in A, si tempore opus esset quamuis exiguo ad obiecti in B constituti dignotionẽ, vtique ad obiecti C, quod duplo interuallo distat, perceptionem, duplum omnino tempus postularetur; ad D verò triplum; ad E autem quadruplum, atque ita deinceps. Quare qui ad stellas oculos conuerteret, longissimo tempore exspectaret, priusquam eas videret: quod manifestæ experientiæ aduersatur. nam æquè citò stellas remotissimas, atque res oculo propemodum adhærentes visus assequitur. Igitur simplex visio non in tempore fit, sed in instanti.

A B C D E

A

PROPOSITIO LXXXIII. THEOREMA.

Visio per obtutum in tempore fit.

INTVITVM tempus postulare, ipsa eius natura definitioque commonstrat. Nam cùm in perfectissima ratione cernendi consistat, necesse est vt per intuitum singulas obiecti partes oculi percurrant; inspiciendo non simplici illa visione, quę quocumque fit radio; sed distincta perspicuaque, quæ fit per cõiunctos axes. Hos autem ad omnes obiecti partes sigillatim B conuertere temporis momento oculi non possunt, propterea quòd motus nequeat fieri in instanti: igitur tempore ad id opus est: quo verò plures partes erunt, eæq; minutiores, quarum omnium accurata inspectione obtutus perfici debet, eò plus temporis exigetur. Vt si quis progredientem centipedam contempletur, primò quidem figuram animalis, deinde pedum agitationem motumque, tum pedum numerum, post hæc magnitudinem, denique figuram intercapedinemque explorabit: verùm tantò longiore tempore singula attentiùs inspectando distinebitur, quantò fuerint cognitu difficiliora.

Hæc profectò fuisse videtur mens illorum, qui visionem motu fieri sunt opinati: nam verissima quidem ea sententia est, si de perfecta visione agatur, quæ diligenti intuitu peragitur. Fieri enim omnino nequit, vt omnes partes rei accurate dignoscantur, nisi per C coniugatorum axium motionem, qua aliæ semper atque aliæ partes obiecti distinctè videntur. Si autem de simplici aspectu intelligatur, vera non est. Hoc enim visionis modo totum simul obiectum temporis momento percipitur. Est porrò adeò breue tempus illud, quo res perfectè exacteque cernuntur, vt non ratò simul spectari putentur, visibus celerrimè delatis. Ob nimiam autem festinationem contingit subinde exile quidpiam, quod diligenter perquiritur, aspectum fugere, ceteris omnibus quæ circumstant accuratè inspectis. quod opificibus aliquando accidit, qui vnum è multis instrumentis subinde inuenire non possunt, licet id quod quærunt, maximè in conspectu versetur.

PROPOSITIO LXXXIV. THEOREMA. D

Visio ex prænotione fit per collationem rei præsentis cum forma rei præcognitæ.

VISIO enim est ex præcedente scientia, iterata eiusdem rei cognitio, vel certè intuitus rei cuiuspiam, similis illi quam antè animus percepit, & cuius formam etiamnum retinet. Quocircà re quapiam visui obiecta, diiudicare animus nequit hanc eamdem esse, quam antè vidit, nisi collatione eius facta cum forma rei priùs visæ, inuenerit illam per omnia similem esse, ac ne minimo quidem puncto discrepare. Verbi causa, obuiàm facto Diagora, E quem quispiam antè ex visu cognouit, non definit externus visus hunc hominem Diagoram esse, sed animus; nec hic priùs quàm fuerit memor formæ antè acceptæ, eamque cum hoc homine contulerit, ac planè similem esse animaduerterit. Ex hac verò collatione, velut syllogismo ac ratiocinatione, mens concludit hunc hominem, quem oculi contuentur, Diagoram esse.

Fit igitur visio, quam ex prænotione nuncupamus, per rationem quæ rem in præsenti visam confert cum forma rei præcognitæ intus asseruatæ. Quod egregiè explicat Nemesius philosophus lib. de natura hominis: *In quibus*, inquit, *visibile maius est, quàm vt vna possit repercussione* (hoc est simplici aspectu) *comprehendi, in his ad rem vi- F sam memoria & intelligentia opus est. Per partes enim ipsam cernentes, quod priùs visum est, id custodit memoria: vtrumque autem cogit & componit intelligentia, & quod visu perceptum est, & quod memoria custoditum.* Ex quo satis constare arbitror quantum adferat momenti ad exactam rerum dignotionem antecedens cognitio, seu priùs cognitorum recordatio. Vnde & D. August. lib. 12. super Genesin ad litteram cap. 16. *In auditu*, inquit, *nisi auribus perceptæ vocis imaginem continuò spiritus in seipso formaret, ac memoria retineret, ignoraretur secunda syllaba, vtrùm secunda esset, cùm iam prima vtique nulla esset, quæ percussa aure transiret: ac sic omnis locutionis vsus, omnis cantandi suauitas, omnis postremò in actibus corporalis motus dilapsus concideret, neque vllum pro-*

gressum

A *greſſum nanciſceretur, ſi tranſactos corporis motus memoriter ſpiritus non retineret, quibus conſequentes in agendo connecteret.*

PROPOSITIO LXXXV. THEOREMA.

Viſio ex anticipata notione in tempore fit; minore tamen quàm intuitus.

B PROXIME antecedente propoſitione oſtenſum eſt, viſionem ex anticipata notione fieri per collationem: at collatio tempore perficitur: ergo & ipſa, quæ ex præcognitione eſt, viſio.

Dico autem hoc tempus minus eſſe illo, quò fit intuitus. Nam intuitus omnes rei obiectæ proprietates & viſibiles intentiones ſucceſſiuè ac ſigillatim perluſtrat, quas (ſi quidem promptè occurrant) viſioni ex prænotione memoria breuiſſimo tempore ſuggerit, & quaſi ſimul omnes repræſentat. Deinde ſæpè dum vna aliqua intentio obiecti propria viſui offertur, ſtatim animus rem totam, adiutus præcedente ſcientia, perfectè comprehendit. Sic qui homines videre ſolitus eſt, viſa in obiecto humana facie, mox hominem eſſe pronuntiat, hoc eſt eiuſmodi rem cui talis forma propriè conuenit, idque priuſquam ceteras partes videat. Sic exercitatus le-
C ctor ex paucis litteris totam colligit dictionem, & ex paucis dictionibus orationem. Ergo viſio ex anticipata notione breuiori fit tempore, quàm obtutus: ac omnium breuiſſimo illa, quæ in rebus familiaribus contingit, quibus nimirum animus ab initio aſſueuit, vel in quibus diu multumque eſt exercitatus. Hæc enim minimo tempore, & velut vnico oculi iactu mens vniuerſè complectitur.

PROPOSITIO LXXXVI. THEOREMA.

Viſus rerum formas primo aſpectu exactè non comprehendit.

D QVM enim res omnes aſpectabiles magnitudine aliqua præditæ ſint, atque ex ſingularum partium inſpectione perfecta illarum cognitio dependeat; fieri nullo modo poteſt, vt primo aſpectu perfectè comprehendantur. Nam ſolùm punctum quod per axem videtur, in inſtanti manifeſtè apparet; ceteræ autem circum axem partes obſcurè. Vt ergo eæ omnes perſpicuè videantur, & ſingularum circumſtantiæ innoteſcant, totaque res perfectè comprehendatur, non ſufficit aſpectus ſimplex: ſed diligenti obtutu opus eſt, qui ſingulas per ſe accurata conſideratione peruideat.

PROPOSITIO LXXXVII. THEOREMA.

E

Abſoluta rei comprehenſio fit vel diligenti intuitu, vel ſyllogiſmo, vel anticipata notione.

QVONIAM propoſitione præcedente oſtenſum eſt, ſimplici aſpectu perfectam rei comprehenſionem obtineri non poſſe, quòd ea omnium proprietatum exactam dignotionem requirat: palàm eſt vel diligenti obtutu opus eſſe, quo, vt ſuprà diximus, viſus ſagaci indagatione omnes obiecti partes perluſtret; vel ſyllogiſmo, quo ſingulas inter ſe comparet, & diſtin-
F guat; vel certè antecedente notione. Si enim anteà illius rei veram comprehenſionem animus aliquando accepit, cùm eadem denuò aſpectui repræſentabitur, leuiori obtutu exactam eius cognitionem ex prænotione depromet. nam facilè omnes partium notiones memoria ſubminiſtrabit. Igitur illarum rerum, quas numquam anteà vidimus, aut quarum ſpecies è memoria exciderunt, perfecta cognitio, ſolo diligenti obtutu, vel etiam ſyllogiſmo obtineri poteſt: ad exactam verò cognitionem illarum, quas antè præcepimus, leuis obtutus opitulante præſcientia ſufficiet.

PROPOSITIO LXXXVIII. THEOREMA. A

Præter externum visum necessaria est facultas quædam alia, quæ circa omnia sensibilia in communi versetur.

ARISTOTELES lib. 2. de anima cap. 2. præter visum externum necessariam esse aliam aliquam internam facultatem; quæ circa omnia sensibilia occupetur, in hunc ferè modum demonstrat. Duas actiones circa res sensibiles experimur, præter eas quæ cuique sensui propriæ sunt, nam B verbi gratia, in visu; præter eam functionem qua album intuemur, alia quædam operatio in nobis est, qua nos videre sentimus, hoc est; qua visionem ipsam percipimus; alia item; qua album à dulci distinguimus. Quæ duæ actiones, cùm à simplici illa colorum perceptione longè diuersæ sint, necesse, inquit, est, vt ad aliam aliquam internam facultatem attineant. Assumptionem inprimis, quoad priorem partem probat: si visus ipsam visionem sentit, eam videt, cùm sentire visu nil sit aliud quàm videre: at visio, cùm nec luce nec colore imbuta sit, videri nullo modo potest, vt ipse etiam Plato in Charmide argumentatur: ergo visus proprium suum actum, hoc est visionem non percipit. Est igitur alia operatio qua coloratum; alia verò qua visio dignoscitur. Deinde alteram quoque partem assumptionis sic probat: cùm album & dulce ad pro- C pria obiecta distinctorum sensuum spectent, fieri nequit, vt aut visus, aut gustus vtrumq; simul percipiat; quare nec ea discernere aut distinguere hi sensus possunt, cùm oporteat vnum eumdemque arbitrum vtriusque partis causam cognoscere; ne de re ignota sententiam ferat; plures enim sensus perinde se habent ac multi homines; qui de rebus inter se discrepantibus, rectè iudicare nequeunt, quarum vnam singuli norunt: ita nullus externus sensus alterius obiectum à proprio distinguere valet, cùm vnusquisque illorum circa vnam rem occupetur. Quod Themistius in libro 2. de anima cap. 7. suæ paraphrasis pulchrè his verbis edisserit: *Quemadmodum licet multi magistratibus libelliones atque exceptores pragmatici assideant, vnus tamen est qui ius habet sententiæ ferendæ: ita & in corpore animalis, tametsi multa instrumenta machinamentaq; sint, in quæ rerum simulacra recipiantur; vna tamen vis arbitra esse debet, quæ de omnibus sciscat, iudicet, pro- D nuntiet.* Igitur alterius erit facultatis, actionem sensus percipere, & diuersorum sensuum propria obiecta distinguere. Huic etiam somnus & vigilia propriè accidunt. Quare hac sopita ceteri quoque sensus feriantur. Non enim omnis externorum sensuum impotentia est propriè somnus; etsi in somno omnes reddantur impotentes: nec somnus erit si quis animo linquitur (quod genus λιπόψυχίαν, id est, animæ defectionem vocant:) quamquam enim & hoc nexus quidam & impotentia sensuum videtur, non tamen dici somnus potest. Præterea iugularibus venis validè exteriùs apprehensis collabuntur homines sensibus destituti; nec tamen dormire dicuntur; sed tum solummodò, cùm principem hunc sensum frigidus vapor naturaliter occupauit. E

Quæ his obijci possunt, nunc accipe. Primum: visio, cùm sit ad aliquid, nempe ad obiectum, cognosci ea nullo modo potest, quin eodem actu obiectum eius, nempe color, dignoscatur: at coloris perceptio est visio; ergo functio, quæcumque demum illa est, qua visio sentitur, erit visio. Aut certè si quæpiam alia facultas, præter externum visum, etiam colorem perciperet; iam duæ potentiæ circa idem obiectum versarentur, quod fieri nequit. Non est igitur alius sensus inuehendus, cui proprium sit externorum sensuum actiones cognoscere; cùm visio per visionem, & per auditionem auditio; itaque per singulas singulæ externorum sensuum functiones percipiantur.

Secundum: nisi aspectus, atque eodem modo ceteri externi sensus, suas singuli fun- F ctiones persentiant, infinita quædam potentiarum series admittenda erit. Vt enim alius ad externorum sensuum actiones, ita ad huius functionem percipiendam alius, sicque interminata progressione alius atque alius sensus dabitur; qui alterius semper actionem dignoscat, quod sanæ veræque philosophiæ aduersatur. Igitur occurrendum principiis, nec concedendum externorum sensuum actiones alio sensu percipi; quàm visionem aspectu, auditu auditionem, & sic de ceteris.

Tertium: nulla extat species, quæ functiones externorum sensuum propriè repræsentet: non igitur alio sensu eæ actiones dignoscuntur, cùm non minùs necessarium sit hunc, quàm alios sensus specie obiecti vicaria ad actum excitari.

Quartum:

A Quartum: intellectus proprios suos actus percipit; igitur & sensus externi, quorum par ratio est.

Quintum: externi sensus ex conuenientium obiectorum perceptione delectantur, ex aliorum verò offenduntur. Ergo singuli suas perceptiones seu actiones sentiunt, à quibus, nisi eas sentirent, nullo modo afficerentur.

Primum argumentum non tam solidè quàm lepidè Claudianus Mamertus l. de statu animæ ita illudit: *Si gustare posset gustus, nemo posset esse ieiunus; nec extrinsecus adhibenda forent in quæ semet sensus exerceret, si se ipse sentiret.* Verùm vt etiam propositæ difficultati fiat satis, negandum est omnem actionem, qua color dignoscitur, visionem esse.

B Namque illa dumtaxat visio est, quæ colorem intuetur vt visibilis est; quæ verò eum percipit vt sensibilem, sensio est, propria nempe functio eius facultatis, quam præter externos sensus circa sensibilia versari proximè est demonstratum. Quæ demum eumdem colorem cognoscit vt intelligibilem, intelligentia dicitur, supremę facultatis actio. Neque absurdum videri debet, plures potentias circa idem obiectum diuersa ratione versari: nam hominem physica, medicina, ethica, & plures aliæ scientiæ considerant; physica, vt naturalibus principiis & causis constat; medicina, vt morbis obnoxius est; ethica, vt morum est capax. Ita colorem, vt visibilem, visio; vt sensilem, internus sensus; vt intelligibilem, intellectus dignoscit. Imò secundùm eamdem rationem, puta visibilitatis, ab his potentiis color percipitur: sed licet ea consideratione sit totale obiectum

C visus, est tamen solum partiale potentiæ sensitiuæ aut intellectiuæ. Nam sub intelligibili sensibile, & sub hoc visibile, vt pars subiecta continetur.

Ad secundum dicendum, progressionem illam non fore infinitam, quia tandem in intellectu consistet, qui suam operationem inflexione dignoscit.

Ad tertium respondetur, quòd sicut visibilis species in organum recepta, non per aliam speciem, sed per seipsam sentitur, quòd præsens sit visui, vimque habeat eum excitandi non solùm ad obiecti, sed etiam ad sui ipsius perceptionem; ita rei visæ notio, hoc est visio, cùm sensui interno sit præsens, eum & ad sui & ad obiecti sensationem suapte vi prolectat.

Ad quartum: Quoniam proprium obiectum intellectus omne ens complectitur, ne-

D cesse est & intellectum ipsum, eiusque actionem, & speciem, & quidquid demum in rebus existit, sub ipsius obiecto contineri. vnde fit vt reciproca actione se supra se, supraq; proprium actum reflectat, quod alteri nulli potentiæ conceditur. Aliarum enim actiones sub proprio ipsarum obiecto non comprehenduntur: quare nec visio visione, nec auditione auditio, sed omnium externorum sensuum functiones superiore alia virtute cognoscuntur.

Ad quintum: Oblectationes illæ non sunt in externis sensibus, sed in appetitu, qui per phantasiam cognatione quadam & sympathia concitatur. Cùm verò dicimus externos sensus conuenientium obiectorum perceptione oblectari, id per consensum est intelligendum; quemadmodum ventriculi dolorem cardialgiam medici nominant;

E quòd ea ventriculi passione propter consensum cor dolere videatur. Sic verò, quæ in appetitu est delectatio, externis sensibus vsitato loquendi modo adscribitur. ex quo tamen non rectè inferas externos sensus suas percipere sensiones.

PROPOSITIO LXXXIX. THEOREMA.

Rectè facultas iam explicata sensus communis nuncupatur.

F 

VPERIORE demonstratione geminam operationem circa res sensibiles ostendimus, vnam qua externorum sensuum functiones sentimus, alteram qua illorum obiecta distinguimus; quæ cùm nullo externo sensui congruant, necessariò sunt ad altiorem aliquam facultatem referendæ, *quæ*, vt Themistius loquitur lib. 3. de anima cap. 8. *cùm externi sensus suis officiis perfuncti, ea quæ cognouerunt intus annuntiant, ipsa expers corporis, & tamquam pro tribunali sedens, & spiritu illo curuli inuecta, vnde omnia instrumenta portionem suam carpunt hauriuntq;, quantum ad explendum vitæ vsum & obeundum munus sit satis; ex quo, vt dixi, quinque interpretes, siue exploratores, & nuntij sensus, tamquam apparitores & ministri procedunt; illa inquam virtus eo suggestu posita non patitur ipsas contrarias qualitates, sed ante se positas & ad pedes genuaq; aduolutas contemplatur: ita*

demum iudicium suum promit, & dulce ab amaro incernit, & album à dulci discriminat. A

Hanc D. Nemesius lib. de hominis natura cap. 7. item Plutarchus apud Philoponum in lib. 2. de anima textu 103. putant esse intellectricem potentiam. Quæ sententia minùs nobis probatur, quòd functiones illæ, quarum effectricem causam perquirimus, facultatem animæ sensitiuæ non excedant; cùm alia præstantiora munia à brutis animantibus administrentur, quibus nonnulla illorum, vt simiæ & elephanti, non longè ab humano ratiocinandi modo abesse videantur.

Alij, vt Michael Ephesius lib. 9. & Philoponus loco citato, eas operationes sensui cuidam attribuunt, quem θεωρητικὸν, id est, attendentem appellant; nos verò commentitium potiùs appellandum iudicamus. Est enim ea quæ attendere fingitur potentia omnino superflua, cùm nil sit aliud attendere, quàm in obiectum tendere; quod sanè vnaquæque facultas præstat, dum in propriam actionem incumbit. B

Nobis igitur cum plerisque philosophis placet, vnam illam communemque vim, ad quam sese omnes referunt exteriores potentiæ, nomine sensus communis honestare; tum quòd omnibus operam suam in commune elocet, dissimilia illorum obiecta distinguendo; tum quòd velut interstitium quoddam internorum externorumque sensuum ad vtrosque pertineat, quatenus externorum actiones notionesque percipit, & easdem ad internos transmittit.

Hanc sensus communis mediationem philosophus centri exemplo appositè explicauit l. 3. de anima c. 2. textu 149. quod & plura dicitur, & vnum. Plura quatenus in multas lineas ductas ad circumferentiam dispescitut, vnum quatenus multæ à peripheria ductæ in illud vniuntur; ita sensus communis vnus in se, consideratione in plures se fundit. vnus quidem dicitur, quatenus omnes externorum sensuum notiones ad eum velut ad commune tribunal per species deferuntur; multiplex verò, prout vis eius sensifica in omnes externos sensus distribuitur. Vt igitur in circulo centrum in se quidem vnum, at cum peripheria collatum quodammodò multiplex est, quòd omnes radios copulet, quos ambitus multos facit; ita sensus communis secundùm se vnus, plurium sensuum notiones in vnam cogit, & dum singuli circa propria obiecta versantur, ipse in eorumdẽ dignotionẽ ita occupatur, vt de ipsorum discrepantibus proprietatibus sententiam ferat. C D

PROPOSITIO XC. THEOREMA.

Organum sensus communis est cerebrum.

ARISTOTELES pluribus in locis, ac non pauci alij illustres philosophi hunc sensum in corde statuerunt, quòd crederent spiritum animalem neruosque à corde originem ducere.

At medici horum sententiam validissimis arietibus impetunt, demonstrantque ex humani corporis dissectione aliisque rationibus, neruos spirituum animalium latores à cerebro proximè emanare. E

Si de remoto principio agatur, illud haud dubiè cor est, vti remotissimum iecur; proximum autem ipsa substantia cerebri. Naturalis enim spiritus, qui sanguinis speciem gerit, ex alimento vi iocinori ingenita procreatur, & per venę cauæ ramum in cor sublatus illic denuò elaboratur, haustoq; per pulmones aëre attemperatus, fit spiritus vitalis, reliqua verò spiritus naturalis seu sanguinis portio per venas in omnes corporis partes diffunditur: vitalis autem spiritus è corde per arterias partim in vniuersum corpus distribuitur, partim in cerebri basim euectus, contextuq; admirabili attenuatus, conuersione alia fit spiritus animalis, ad sensum motumque comparatus, qui inde per neruos profectus partes omnes sensus motusque compotes irrigat, benignoque calore fouet, ac insita vi animat. F

Cor vitalis facultatis sedes, eiusdem ope ac vi, perpetua assiduitate mouetur. Neque enim hic motus ab animali facultate proficisci potest, vt cuius motus omnis est ad arbitrium, qui & defatigatione molestatur: cordis autem & arteriarum agitatio arbitrij excedit imperium, neque vllo vmquam tempore intermitti potest. Non igitur cor animalis facultatis sensuumque est sedes.

Deinde in ossibus & cartilagine nulla inest animalis facultas, cùm nec sentiant; nec per se moueantur, vitalis tamen inest. Alia est igitur animalis facultas à vitali, atque adeò alia eius sedes: sed vitalis vis cordi primò insita est: ergo animalis virtus alteri alicui

A cui parti tribuenda est; at nulli aptiùs quàm cerebro, ex quo nerui spirituum animalium latores propagantur. Huic igitur velut proprio subiecto sensus omnes sunt assignandi.

Præterea lethargus totam vim animæ sentientem stupidam torpentemque reddit, vt & paralysis: cordis tamen agitatio, ac facultas vitalis perseuerat. Cor itaque sentientis facultatis sedes propria esse non potest; sed cerebrum, cuius oppletione & lethargus, & paralysis, & epilepsia, & apoplexia, ac omnes denique morbi; quibus sensus motúsve intercipitur, pronascuntur. Sed neque à naturali vi effici potest cordis agitatio, vt quæ alendo corpori dumtaxat incumbit; quare in stirpibus hic motus minimè reperitur.

Vt igitur iecur naturalis virtutis sedes est; ita cor vitalis; animalis verò cerebrum.
B Vtque vis naturalis per venas, ita vitalis per arterias, & animalis per neruos ad vniuersas corporis partes propagatur: porrò qui sensus ipsos animat, spiritus animalis est, per neruos à cerebro profectos in externa organa effusus: igitur nulla pars corporis aptior sedes communis sensus esse potest, quàm cerebrum.

PROPOSITIO XCI. THEOREMA.

Externus visus sine ope sensus communis perfectam visionem non producit.

C Hoc ita breuiter demonstratur: Visio perfecta non est, quæ rerum aspectabilium differentias non discernit: at externus visus non percipit albi & nigri, ceterorumque colorum distantias, cùm id proprium esse munus sensus communis ostensum iam sit: igitur externus visus per se solus sine ope communis sensus perfectam visionem non producit. Quare sensus communis perfectio quædam est & complementum sensuum externorum. Mox enim vt species organa subeunt, sese vltrò communi sensui præsentant, qui illarum vi excitus eodem temporis puncto res suo modo dignoscit. sic vt externorum sensuum actiones sint velut rudes quædam adumbrationes, quas sensus communis perficit absoluitque. Vnde Aristoteles non semel hanc potentiam vltimum sentiens nuncupauit, quòd vlti-
D mam formam sensionibus exteriorum organorum inducat. Alij primum, scilicet officio, quòd sensuum internorum munia primus incipiat, suamq; deinde notionem phantasiæ proximè impertiat: vnde posteà ad superiores sensus acceptæ passiones naturali quodam ordine necessitudineque dimanant. Alij principem hunc sensum appellant, quòd externis omnibus dignitate præstet, iisque ceu princeps aut arbiter altiori subsellio euectus præsideat. Alij vtramque ob causam primariũ vocant; est enim & inter internos primus, & inter externos præcipuus. Hinc illa sensus communis cum externis consensio, vt nihil ad externos perueniat, quin illicò internus præstò præsidioque sit omnibus; ita tamen vt pluribus simul æquè subseruire atque adminiculari nequeat. Vnde est vulgatum illud:

E *Pluribus intentus minor est ad singula sensus.*

Quod sanè de communi sensu est accipiendum. Externi siquidem pluribus attendere non possunt, cùm sint vni obiecto ac simplici operationi adstricti. At sensus communis omnibus intendit, cuius functionem proximè phantasia excipit, ac huius deinceps actionem ordine quodam potentiæ ceteræ, quæ ita inter se connexæ sunt, vt catenæ in morem vna ex altera pendeat.

PROPOSITIO XCII. THEOREMA.

F *Externus internusq; visus ab obiecti pendent præsentia.*

EXTERNVM quidem visum ab obiecto præsente dependere ita demonstratur: Visio fit per species intus susceptas, vt propos. 69. ostendimus: igitur sublatis speciebus, & visio tollitur. at species amoto obiecto illicò euanescunt, vt propos. 52. est demonstratum: igitur absente obiecto externa visio pariter extinguitur.

Quòd etiam internus sensus nihil absque obiecto præsente operari queat, ex eo patet, quòd is sit complementum sensus externi, cum eodem in idem obiectum dignoscendum incumbens. Cessante igitur externo sensu, internum pariter otiari necesse est.

Deinde

Deinde ſenſus communis non alia ſpecie ad agendum excitatur, quàm illa ipſa quæ A
ab obiecto in externum organum infertur: at ſemoto obiecto ſpecies illa ſubitò interit: ergo & actio interni ſenſus, obiecto remoto, vnà occidit. Præterea ſi internus hic ſenſus abſque externorum ſenſuum adminiculo functionem aliquam exercere poſſet, oporteret eum reminiſcentiæ vi per ſpecies memoriæ commendatas ad agendum excitari. ſpecies enim quas memoria retinemus, in locum earum quæ amotis obiectis extinctæ fuerant, tamquam vicarias ad id muneris natura ſubſtituit. Quod ſi ita eſſet, nullum inter hunc ſenſum & imaginatiuam facultatem diſcrimen exiſteret. Hæc namque reminiſcentis potentiæ vi aſſeruatas in memoria ſpecies ad arbitrium euocat, atque earum obiectu in res abſentes fertur, perinde ac ſi præſentes eſſent. Id verò ſi communi quoque B
ſenſui concedatur, nil ab imaginatiua potentia diſcrepabit; niſi fortè dicere quiſquam audeat, ſenſum communem propriis ſpeciebus vti, non verò iis, quas memoria ſubminiſtrat. At gratis omnino id, ac nullo fundamento dicetur. Nam ſi ſpecies illæ ablatis externis obiectis etiamnum ſuperſtites manent, oportebit facultatem quamdam aſtruere, quæ illas retineat, ſeruetque ad vſum opportunas. hæc autem memoria erit; & quæ ipſas commodo tempore euocabit, reminiſcentia; ſenſus autem communis, imaginatio quædam, vti iam oſtendimus, atque ita potentiarum numerus in infinitum augebitur. Quod ne fiat, dicere neceſſum eſt, internum hunc ſenſum, quem communem nuncupamus, vti & externũ, ab obiecti pręſentia pendere: quod fuit propoſitum demonſtrare.

C

PROPOSITIO XCIII. THEOREMA.

Externo viſu res abſens videri vt præſens poteſt, aſſeruata in eo per diuinam potentiam ſpecie.

PRÆMITTERE hoc loco oportet vtriuſque notitiæ, intuitiuæ ſcilicet & abſtractiuæ, definitiones; vt ex propriis differentiis, quid inter vtramque interſit, perſpicuum fiat. Notitiam intuitiuam, quæ & viſionis dicitur, definiunt cognitionem rei præſentis vt præſens eſt: id eſt, qua ita potentia in rem fertur, vt per eam cernatur obiecti præſentia, idque ex vi cognitionis, D
non verò quia præſens eſſe aliunde comprobatur. Eiuſmodi eſt viſio candoris in pariete re vera exiſtentis, & qua beati diuinam intuebuntur naturam, quam D. Paulus 1. Cor. cap. 13. appellat facie ad faciem. Debet verò cognitio intuitiua eſſe immediata, vt res non in alio percipiatur, velut Cæſar in imagine. Nam per intuitiuam notitiam cernitur res in ſe, quod eſſe non poſſet ſi alio aliquo mediante cognoſceretur. Abſtractiua cognitio, cui nonnulli ſimplicis intelligentiæ nomen indiderunt, eſt qua res cognoſcitur non vt præſens, ſed vt abſens: exempli gratia, qua Aſtrologus domi ſuæ conſiderat præſentem ecclipſin, quam tamen non intuetur, & qua mortales ex creaturis Deum agnoſcunt.

His prænotatis dico, aſſeruata per diuinam potentiam viſibilis ſpecie in organo, abſente obiecto, oculum intuiturum rem verè abſentem, ſed tamquam præſentem. Sic E
legimus in ſacroſancto Euchariſtiæ Sacramento, quandoque puerum, quandoque carnem, quandoque aliud quidpiam oculis fuiſſe exhibitum, producta in viſu talium rerum ſpecie, cùm tamen eiuſmodi res præſentes non fuerint. Sic Iſaias cap. 6. narrat ſe vidiſſe Dominum ſedentem ſuper ſolium: quod D. Thomas 1. p. q. 12. art. 3. ad 3. intelligendum ait de viſione imaginaria Deum ſecundùm aliquem modum corporeæ ſimilitudinis repræſentante. In has verò res ita fertur aſpectus, ac ſi præſentes eſſent; vnde & intellectus, niſi aliunde edoctus iudicium cohibeat, eas præſentes iudicat.

Ex quorumdam philoſophorum opinione non eſt hæc verè intuitiua cognitio, ſed talis tantùm eſſe videtur, quia obiectum præſens eſſe putatur, quod verè eſt abſens: F
intuitiua autem cognitio in rem præſentem vt præſentem fertur. Quare viſio, inquiunt, non erit, ſi vel obiectum præſens reuerà non ſit, etſi vt præſens cognoſcatur; vel ſi non vt præſens cognoſcatur, etſi reipſa ſit præſens.

Aliis placet magis hanc verè eſſe intuitiuam cognitionem. Non enim abſtractiua eſſe poteſt, cuius eſt obiectum vt abſens cognoſcere, quantumuis præſens ſit. Erit ergo intuitiua, quia obiectum cognoſcitur vt præſens, & quamuis non reipſa, tamen per vicariam ſpeciem præſens eſt.

Hæ duæ ſententiæ ſolidis rationibus mutuò pugnant. Prior ſiquidem rectè oſtendit, non eſſe eam notitiam verè perfecteque intuitiuam, cùm nihil extet quod vt præſens cerna-

A cernatur. Altera verò firmissimè probat non posse eam cognitionem esse abstractiuam, quòd sit rei tamquam præsentis notitia. Vnde consequi videtur, eam (vt verè est) fallacem quamdam notitiam esse visioni simillimam, quam fascinationem siue præstigias licet appellare, quòd rem quæ abest, vel quæ omnino non est, præsentem esse supremæ facultati, cui omnia nosse conuenit, falsò attestetur.

PROPOSITIO XCIV. THEOREMA.

Rem absentem vt absentem videri, essentiæ visionis penitus aduersatur.

B

NAM externus sensus suapte natura fertur in obiectum, vt hîc & nunc, colore, figura, situ, magnitudine, ceterisque corporeis proprietatibus affectum est, atque adeò quatenus tamquam præsens repræsentatur.

Intellectus quidem latissimum campum habet, in quem sese effundat. Namque in rem omnem fertur siue absentem siue præsentem, siue vniuersalem siue singularem. Phantasia autem in rem singularem tantùm, sed tam absentem, quàm præsentem. At externus sensus, & qui huic opitulatur sensus communis, in infimo cognoscentium facultatum gradu constitutus, in rem tantùm singularem eamq; C præsentem. Cùm ergo ex his constet visionem natura sua eiusmodi cognitionem esse, quæ in obiectum, vt præsens est, fertur; fieri omnino non potest, vt res tamquam absens, visu seu intuitiua notitia cognoscatur. Id enim vti definitioni, ita quoque visioni definitæ aduersari necesse est, quod ostendisse oportuit. Et sanè qui senserunt rem absentem vt absentem videri posse, ij naturam intuitus vel non considerarunt, vel penitus ignorarunt: si enim ea cognitio per speciem fiat, quam memoria per reminiscentiam subministrat, non erit visio, sed abstractiua cognitio: si verò fiat per speciem rei priùs visæ, nunc autem absentis, in oculis diuina potentia asseruatam, cognitio erit rei tamquam præsentis: ea namque omnes rei circumstantias exhibet, atque adeò ipsam etiam præsentiam. Hanc igitur si à specie seu forma visibili tollas, quam ea pariet cognitionem, non D visio erit; sed abstractiua, vt philosophi loquuntur, notitia.

PROPOSITIO XCV. THEOREMA.

Substantia corporea aspectu per se dignosci non potest, sed ex accidenti tantùm.

QVIDQVID cernitur, id omne sub obiecto visus contineri necesse est; at substantia corporea sub obiecto visus non continetur; siquidem lux & E color obiectum visus exæquant, quemadmodum propos. 28. est dictum: igitur substantia corporea per se sub aspectum non cadit.

Deinde, si substantia visu perciperetur, necesse esset ab ipsa propriam aliquam imaginem resolui, & ad aspectum deportari: at nulla imago potest à sola substantia produci: omnes siquidem creatæ substantiæ per se inertes sunt, atque actionis expertes, quò fit vt accidentium ope vnaquæque illarum agat, idque moliatur, quod propriæ naturæ est consentaneum. Igitur neque videri vlla substantia per se potest, cùm propos. 69. ostensum sit visionem per species fieri intus susceptas, nullumque posse existere proprium substantiæ simulacrum, quo per se videri possit.

F Nec obstat huic veritati passim receptus loquendi modus, quo nos turres, montes, campos, arbores, domos, homines, & quæcumque extant corpora cernere dicimus. Quamquam enim hæc non per se aspectum moueant, neque propriam sui similitudinem in oculos inferant; tamen ex accidenti videre illa perhibemur, quòd iis, quæ per se conspiciuntur, naturali quadam necessitudine coniuncta sint, iisdem tamquam bases substratæ, sine quarum præsidio nec illa quæ per se videntur subsistere vllo modo possent. Sic & in aliorum sensuum obiectis ipsas substantias sensibilibus qualitatibus subiectas sentire nos arbitramur, cùm ipsa accidentia percipimus quibus illæ subijciuntur, vt gustare mel, olfacere pomum, ac lapidem tangere; quorum tamen nil præter dulcedinem, vel odorem, vel tactilem qualitatem ad sensum propriè pertinet.

PRO-

A

PROPOSITIO XCVI. THEOREMA.

Essentiam rei, seu quid res sit, visus non cognoscit, nisi acceptæ priùs notionis præsidio.

EX iis quæ hucusque sæpiùs repetita sunt, satis, vt opinor, constat, quantum præsidij adferat ad perfectam rerum cognitionem accepta priùs scientia. Hæc enim excitis per reminiscentiam speciebus denuò quodammodò suscitatur, haud secùs ac si res ipsæ priùs visæ eædem numero restituerentur. B Quare ex similitudine specierum præsentium ac priùs acceptarum facilè mens colligit, rem oblatam ex genere illius esse, quam similem illi antè præcepit. Itaque proposita re quapiam, vt primùm visus colorem, magnitudinem, figuram, totamque eius externam formam apprehendit; mox interna vis animæ, quæ phantasia nuncupatur, perquirit in memoriæ conceptaculo imaginem aliquam, ei, quæ in præsenti obijcitur, similem. Hac porrò inuenta cognoscit rem propositam non tantùm ex illorum genere esse, quibus talem imaginem communem esse experientiâ didicit, vt puta hominum, beluarum, plantarum: verùm etiam illam ipsam esse iudicat, quam anteà aliquando vidit, & cuius simulachrum etiamnum memoria retinet. Si verò omnibus formis, quæ in memoria reconditæ asseruantur, perlustratis, nullam ei similem C reperiat, planè rei propositæ genus ignorabit, nec quid illa sit perspectum habebit: sed de nouo eam cum aliis similibus rebus conferet, vt quoad fieri possit, eam ad aliquod genus aut speciem reducat, atque in ordinem cum ceteris formis memoriæ commendatis redigat, vt eius ope, si denuò res eadem occurrat, quid illa sit, promptè cognoscat. Si res quæ occurrunt eæ sint, quas numquam antè oculus vidit, vt leones, tigrides, elephanti, ad primam harum dignotionem magnam vim obtinent species à pictis illarum imaginibus acceptæ. Hæ siquidem perinde ac illæ, quæ à rebus veris subministrantur, rerum ipsarum vicariæ esse possunt, quandoquidem & expressæ ad viuum imagines rerum vicem supplent. Est verò plurimùm vsitatum ac perfrequens, rerum absentium similitudines seu pictas seu sculptas domi asseruare, vt illarum inspectione excitetur so- D pitus animus, iucundaque recordatione oblectetur.

PROPOSITIO XCVII. THEOREMA.

Essentiæ rerum tempore cognoscuntur.

RERVM namque essentiæ anticipatæ notionis præsidio cognoscuntur, vt proximè est demonstratum; at visio ex prænotione tempore absoluitur, vt proposit. 85. ostendimus: ergo rerum essentiæ tempore cognoscuntur. Deinde rerum essentiæ per genus propriasque differentias definiuntur, E iisdem ergo cognosci debent: at genus per assimilationem eorum quibus plura conueniunt, differentiæ verò per distinctionem eorum quibus discrepant, solent perueſtigari; hæc verò tempus postulant, vt constat: fit igitur necessariò, vt rerum essentiæ mora aliqua temporis percipiantur.

Hoc autem tempus quod essentiis rerum dignoscendis impenditur, non semper æquale est. Nam quæ ex plurium rerum præcognitione pendent, his percipiendis longiore temporis interuallo est opus. Tales porrò sunt species generum comparatione, & genera media, quæ subalterna vocantur, cum superioribus collata, & hæc cum summis. vltima verò in hoc ordine censetur entis ratio, quæ cùm supremo loco sit constituta F omniaque peruadat, nec ab aliis rebus pendeat, facillima cognitu est, ac proinde tempore breuissimo comprehenditur. Quod ipsa etiam experientia confirmat. Nam oblata re qualibet, nil magis in promptu nobis est, quàm quod sit ens quoddam indefinitè acceptum, iudicare, vt infrà explanatiùs ostendemus.

PRO-

A

PROPOSITIO XCVIII. THEOREMA.

Confusa cognitio naturâ antecedit distinctam.

ID in primis argumento est, quòd omnes progressus ab imperfecto ad perfectum fieri debeant per medium: at cōfusa cognitio inter ignorationem & perfectam notitiam media existit: igitur confusa cognitio naturâ antecedit distinctam. Hinc porrò est quòd homines, qui ad perquirendam ex-
B actam alicuius rei cognitionem animum appellunt, primò rudem quamdam confusamque inspectionem accipiant, deinde ex rei partitione, ad singulas proprietates progrediantur, quoad nihil supersit omnino, quod non perspectum cognitumque habeatur.

Deinde in huius rei confirmationem, omnium tam naturalium, quàm arte-factarum rerum experientiæ conspirant. Quod certè, vt de multis naturæ operibus vnum exemplum accipiam, in animalium procreatione animaduertere possumus. fœtus namque materno in vtero primùm quidem vegetat, cùm adhuc nil præter rudem atque indigestam molem in eo videre licet, virtute scilicet materna in confusam seminum massam à prima conceptione transfusa, qua etiam vi, decursu temporis, secretionē aliquam facit,
C ac principum partium rudimenta quædam propriis in locis constituit. Hæc verò cùm sensim perficiuntur, ceteraq; membra conformantur, licet nondum sint consummata, sentire tamen iam fœtus incipit, ac tandem etiam moueri: atque ita per gradus in perfectum statum conscēdit. Idem omnino liquet in iis rebus quę artis industria elaborantur. Statuarij enim, qui signa faciunt, rudem priùs lapidem deligunt, quem detractione facta sensim expoliunt, ac denique ita efformant, vt rei propositæ imaginem referat. Pictores item ea quæ animo concepere, primò rudioribus lineamentis in tabula designant: deinde crassiori penicillo, emortuisque coloribus velut prima inducta forma adumbrant: postremò tandem vltima adhibita manu, singula perficiunt, donec exactam similitudinem sint adepta. Hoc igitur pacto naturæ instinctu intellectus noster, quem Aristoteles
D lib. 3. de anima cap. 4. textu 14. tabulæ rasæ ingeniosè comparauit, leuiorem primò conceptum rerum obiectarum accipit, quem deinde diligentiore animaduersione distinguit atque enucleat, donec eas tandem vndique perspectas habeat. Confusa ergo cognitio naturâ antecedit distinctam, quod ostendisse oportuit.

PROPOSITIO XCIX. THEOREMA.

E visibilibus proprietatibus vnam per se solam visus apprehendere non potest.

E QVÆ visibiles proprietates vocantur, sunt color, magnitudo, situs, locus, distantia, ac ceteræ naturales corporum affectiones, quas propos. 29. enumerauimus. his corpora omnia velut terminis quibusdam definiuntur, vt sensibus nostris sint accommodata. Sunt verò visibilium rerum formæ compositæ atque ex pluribus coagmentatæ, quarum multitudo vniuersa rem ipsam definit, atque visui symmetram facit. quocirca visus, obiectum percipit non vna, sed omnibus visibilibus proprietatibus affectum: Quæ quidem cognitio confusa est: at cùm interna facultas singulas distinguit, pedetentim cognitio ipsa graduum accessione perficitur.

F Deinde eæ, quas modò diximus, proprietates, arctissimo quodam naturæ vinculo inter se sociatę sunt, itaque cohęrent, vt seiungi ab inuicem nulla vi possint. Nullus enim color existere in rebus potest, cuius nulla sit magnitudo certis limitibus definita, nulla figura, nullus partium situs atque responsus, nullus locus, nulla distantia, aut nihil ceterorum. Rursus nec magnitudo expers figuræ esse potest, nec figura sine magnitudine subsistere, nec quidquam à proprio abesse loco, aut ceteris proprietatibus vacare omnino potest. Hæc igitur omnia mutuis adminiculis fulciuntur: ex quo id manifestē conficitur, nihil horum per se solum aspectu comprehendi posse: ergo qui colorem videt, simul eodemque intuitu & magnitudinem, & figuram, & locum, & situm, & ceteras omnes naturæ proprietates videat necesse est.

PROPOSITIO C. THEOREMA. A

Visus, post simplicem rei singularis aspectum, primò omnium essentiam lucis & coloris dignoscit.

QVONIAM lux & color sunt per se ipsa ac primò visibilia, & quorum ope videntur cetera, necesse est, vt quod primò in visum incurrit, sit essentia lucis & coloris: vt videlicet, sicut primò ac per se indiuidua illorum intentio relucet in organo, ita illorum essentia per se primò internam virtutem pulset, atque ad sui cognitionem excitet. B

Pro cuius rei planiori intellectu, aduertendum est, externam vim organo insitam nullum essentiæ gradum, nec vllam rerum aspectabilium differentiam dignoscere: hæc enim, vt superiùs dictum est, ad internam facultatem spectant, cui proprio ex munere conuenit similia inter se conferre, ac diuersa propriis notis distinguere. Solùm igitur virtus externa oculorum lucem & colores, vt aspectabiles sunt, percipit; non autem vt lucis aut coloris rationem habent. Colorem inquam ipsum non vt rubeum, cyaneum, aut prassinum, sed vt visibilem, hoc est vt organo facultatiq; visus familiarem accommodatumque cognoscit. At internus sensus, quem communem suprà nominauimus, simul atque hæc organum subierunt, illicò adest, cui mox opitulatur phantasia, & quod reliquum est pro viribus enucleat atque discernit. Hoc cognitionis genus, vti C tempus, ita seriem quamdam ac mutuam functionũ successionem exigit; in qua palàm est essentiam lucis & coloris primum locum obtinere, quòd hæc primò ac per se conspicua sint. Quocircà, cùm res quæcumque singularis oculis offertur, id quod primò apprehenditur est res ipsa vt visibilis, cuius tum confusam quamdam atque imperfectam notionem simplex aspectus parit, ex solius lucis atque coloris perceptione conceptam. Ceteræ autem rei obiectæ intentiones superioribus facultatibus cognoscuntur; in quarũ etiam comprehensione ordo quidam obseruatur, quem nunc propositum sit explicare.

PROPOSITIO CI. THEOREMA. D

Generica obiectorum ratio priùs ac minori tempore percipitur quàm specifica.

VT clarior illustriorque fiat huius propositionis explicatio, notandum est, nos hoc loco non agere de ea mentis operatione, qua intellectus in abstracto, vt scholastici loquuntur, & absque præsenti aspectus adminiculo, vniuersales generum ac specierum rationes componit & diuidit, quemadmodum metaphysica contemplatio illas tractare consueuit: sed de ea tantùm quæ visui subseruit, hoc est, quæ vnà cum facultate cernendi rerum conspectarum particulares intentiones distinguit. Hac inquam interna functione mens eodem E progreditur ordine, quo singula visus ipse antè apprehendit. Vti enim mens nostra, quamdiu corporis mole grauatur, functionum suarum primordia à sensu accipit; ita sensum præeuntem sequi debet: illud ergo priùs mens cognoscet, quod sensus priùs renuntiarit; atque vniuersè eo ordine singula, quo à sensu oblata fuerint.

Quòd autem visus priùs apprehendat singulares conceptus rationum magis vniuersalium quàm minùs vniuersalium, multis experimentis probari potest. Nam in primis conspecto eminùs Diaris filio, principiò quidem ens aliquod esse supponitur, quòd ea sit communis omnium ratio: deinde corpus esse colligitur ex eo quòd sub aspectum cadat: tùm animal, quòd mouerì cernatur: propiùs verò homo esse dignoscitur, quòd ei figura F excelsa sit rectaque; atque os sublime: tandem è proximo Diaris occurrit filius, quòd spectata forma, illi quæ ex præcognitione accepta fuit, similis per omnia existat.

Deinde si tabula visui obijciatur, plurima rerum varietate depicta, primo quidem aspectu totam tabulam oculus confusè percipit; deinde quantum tempus concedit, singulas eius partes perlustrat, maiores priùs inspectando, quæ ceu genera quædam plures sub se partes continent; tùm minores, quæ sunt velut species generibus subiectæ, ex quarum cognitione vniuersæ tabulę accurata cognitio dependet. Sic in essentialiũ graduum perceptione visus priùs vniuersales notiones accipit, quę minùs vniuersaliũ comparatione quamdam vniuersitatis rationẽ habent, atque ideò promptiùs citiusq; cognoscũtur.

Præterea

A Præterea huic veritati argumento est puerorum vsus. Notiora siquidem ea esse existimanda sunt, quæ illi naturæ ductu impulsuque priùs apprehendunt, quòd illis liberior sit operatio, ac minùs imperio voluntatis astricta: sed pueri, teste Aristotele lib. 1. physic. cap. 1. textu 5. principiò vaga quadam notione viros omnes patres, & mulieres matres appellant, posteà verò accedente rationis vsu hos sensim dignoscunt, ac parentes suos distinguunt: pronior est igitur sensus in vniuersalium notionum perceptionem, quàm in minùs communium.

Tandem ratio quoque huic sententiæ astipulatur. Genera enim pauciores intentiones continent, quàm species: ergo minori negotio internus sensus genericam notionem B elicit, quàm specificam. faciliùs enim vnaquæque res absoluitur, quò pauciora ad sui integritatem requirit.

Hæc angelici Doctoris sententia est in Procemio physicæ auscultationis, & in prima part. q. 85. artic. 3. cui aduersatur Scotus in 1. d. 3. q. 2. cum sequacibus, ac non pauci etiam alij. Quorum argumenta huc conferre lubet.

Primum ab auctoritate Philosophi desumitur: namque 1. lib. Metaphys. cap. 2. & 1. poster. cap. 2. textu 5. docet notiora esse nobis, quæ sensui sunt viciniora: natura verò notiora illa, quæ longiùs absunt à sensu: & vt vnumquodque maximè est vniuersale, ita esse à sensibus remotissimum.

Respondendum illis locis agere Aristotelem de metaphysica vniuersalium abstra- C ctione, ad quam præcognita esse oportet inferiora, vt idem ipse lib. 2. poster. cap. 18. textu 27. apertiùs testatur, cùm ait, intellectum abstrahendo progredi ab inferioribus, donec ad ea perueniat, quæ ampliùs in partes diuidi non possunt, quæ sunt summa genera. De illa autem metaphysica abstractione hoc loco non agimus, vt initio præmonuimus, sed de simplici tantùm mentis operatione, quæ vnà cum externo visu intuitiuam cognitionem perficit & complet.

Secundum argumentum est. Id priùs cognoscitur, quod magis externis sensibus obuium est: at eiusmodi est in primis singulare, deinde quæ huic proxima est species infima, tum genera omnia naturali serie, quo semper minùs communia sunt: igitur eodem ordine sub cognitionē cadunt. Propositio quidem perspicua videtur: siquidē interiores D sensus, atque ipse etiam intellectus noster ab exterioribus sensibus notitiam accipiunt: assumptio verò in primis quoad singulare à nemine iure negari potest, cùm illud coloribus, ceterisque aspectabilibus proprietatibus affectum sit, quibus non ex accidenti, sed per se conspicuum est; de specie etiam ac minùs vniuersalibus idem probatur, quia hæc singularibus sunt viciniora, nam paucioribus differentiis liberantur, vt homo à Socrate sola abest indiuidui proprietate, at animal ab eodem Socrate duabus differentiis distat, nempe indiuidua & specifica, atque ita deinceps, quò magis vniuersalia, eò ab indiuiduis remotiora sunt. Vnde Metaphysica, tametsi inter omnes disciplinas naturali lumine inuentas dignitate prima sit, ordine tamen acquisitionis postrema est, ac non nisi post ceteras scientias reperta.

E Respondebitur huic argumento, vt superiori. Si de ea intellectus operatione agatur, qua vniuersalia à singularibus distrahuntur, oportere præcognita esse inferiora, quandoquidem ex illorum comparatione, id quod omnibus commune est, abstrahatur, reiectis iis, quibus ab inuicem distinguūtur. Nos verò, vt iam aliquoties monuimus, agimus de simplici mentis intuitu, quo vnà cum externo visu animus in singularia intendit, eaq; præsentia; quo actu mentis dico primùm omnium hoc singulare vt aspectabile, deinde hoc aliquid, tum hoc corpus, posteà hoc animal, tandem hunc hominem, ac demum Socratem dignosci: idque propterea quòd magis vniuersalium graduum intentiones notiores nobis sint, quàm minùs vniuersalium, vt color notior quàm rubedo, & motus F quàm statura erecta, & totius corporis figura, quàm cæsij oculi, aut promissa barba, aut nasus simus. Vnde fit vt ex maiore distantia genus rei subinde cognoscatur, cùm adhuc species latet: quòd nempe tum visibiles proprietates generis conspicuæ sint, cùm tamen specificæ nondum perspicuè appareant.

Tertium est. Causæ naturales, hoc est quæ naturæ necessitate agunt, non impeditæ, omnem vim suam agendo exerunt, atque adeò præstantissimum semper producunt effectum: sed visus est agens naturale, cùm non ex arbitrio pendeat: igitur nobilissimum effectum, nempe speciei infimæ notionem, semper elicit.

Responderi huic argumento potest, præstantiam visionis non spectari ex materia obiecti. Non enim præstantior visio illa est, quâ cæcutiens equum, quàm quâ homo

perſpicax aſinum contuetur; cùm conſtet cæcutientis viſionem obſcuram ac debilem A
eſſe, alterius autem claram ac robuſtam. Fatendum itaque facultatem viſus naturalem eſſe, atque impreſſa vi in propoſitum obiectum ferri, ſublatiſque impedimentis ſecundùm omnes vires agere, ac proinde viſionem producere, quantum poteſt celerem, claram, atque diſtinctam: vnde conuinci nequaquam poteſt, ſpeciem infimam priùs quàm genus in cognitionem venire.

Quidam, graues alioquin philoſophi, nituntur diſſidentes D. Thomæ & Scoti ſententias conciliare, aſſerentes tum vniuerſaliora priùs percipi (vt aiebat D. Thomas) cùm viſus à libera actione præpeditur: poſitis verò impedimentis, priùs ſpeciem infimam, tum ordine reliqua vniuerſaliora cognoſci, vt Scotus aſſerebat. Impedimentorum B
autem nomine intelligunt immoderatam videntis diſtantiam à re viſa, medij impuritatē, imbecillitatem potentiæ, & ſi quæ præterea ſunt, quæ obeſſe poſſunt, quo minùs facultas cernendi, liberè actionē ſuam expromat. Nec minùs Scoti ſententia, quā D. Thomæ, experientia confirmari poſſe videtur. Siquidem propoſito quopiam indiuiduo in iuſta diſtantia, medio ſincero ac puro, viſu integro ſanoque, organo inſuper minimè labefactato, quod primùm in cognitionem incurrit, eſt Socrates; non autem hoc ens, aut hoc corpus, ſiue animal: ergo impedimentis ſublatis, promptiùs ea quæ minùs quàm quæ magis communia ſunt percipiuntur.

Verùm qui hanc explicationem penitiùs introſpiciet, duo profectò liquidò comperiet. Vnum eſt, quòd nullum certius indicium optari poſſit, quo vniuerſaliora priùs C
cognoſci demonſtretur, quàm hoc ipſum, quòd ea etiam tum conſpicua ſint, cùm per impedimenta ſpecies infimæ obliteſcunt. Hinc enim neceſſariò ſequitur, communiorum graduum viſibiles proprietates ſuopte ingenio illuſtriores eſſe, magiſque per ſe aſpectabiles, ac proinde citiùs promptiuſque cognoſci, quàm minùs vniuerſalium. Alterum eſt, genuinam cauſam, cur non rarò contingat ſpeciem infimam, ac ipſum etiam proprium ſingulare, vt puta Socratem, primò in cognitionem venire, non eſſe viſionis libertatem, quam impedimenta tollere aſſolent; ſed anticipatam notionem. Qui enim Socratem aliquando præcepit, is abſque notabili mora illicò eum agnoſcit: cùm verò nulla rei propoſitæ notitia anteceſſit, ſæpenumerò contingit de genere rei propoſitæ dubitari, cùm tamen ſpecies rei penitus ignota ſit. Nam cuilibet D
promptum eſt quamcumque rem ad aliquod genus reuocare, ſi non ad infimum, ſaltem ad ſummum: de vltimis autem ſpeciebus frequenter ipſi etiam ſapientes diſputant. Lapides namque & herbæ (idemque de ceteris dictum ſit) in qua altiori claſſe collocandæ ſint, ſcimus; ad quam verò ſpeciem attineant, ſæpè ignoramus. Igitur generica obiectorum ratio priùs ac minori tempore percipitur quàm ſpecifica.

PROPOSITIO CII. THEOREMA.

E proprietatibus quæ ſub aſpectum cadunt, aliæ aliis citiùs percipiuntur. E

HACTENVS diuerſos inter ſe eſſentiæ gradus contulimus. Nunc verò ſi eodem etiam ordine rem penitiùs inueſtigare velimus, comperiemus profectò ſub vno genere vnam ſpeciem alia magis expeditè in cognitionem venire; quòd vnius viſibiles proprietates, quibus ceu propriis differentiis ab aliis ſpeciebus diſcriminatur, magis ſint obuiæ ac manifeſtæ: aliarum verò ſint obſcuriores. Atenim citiùs eæ res cognoſcuntur, quarum differentiæ promptiùs in oculos incurrunt: vt erecta hominis figura ſpectabilior eſt, quàm prona beluarum. Quare quod eminùs nobis occurrit, ocyùs homo eſſe intelligetur, quàm belua. F
Et quæ maiora ſunt aut propè ſita, leuiori negotio diſtinguntur, quàm quæ minora aut diſſita, ſi cetera ſint paria. Igitur è duabus rebus æquè diſſitis, maior citiùs minore, & ex inæquali interuallo propinquior remotiore promptiùs dignoſcetur. Rurſus quarumdam rerum, quàm aliarum ampliores ſunt differentiæ, vt inter hominem & equum latius diſcrimen intercedit, quàm inter equum & mulum: igitur obiecto dubio faciliùs homo ab equo, quàm equus à mulo diſtinguetur. Neque enim tam accurata diſquiſitione opus eſt vt homo ab equo, quàm vt equus à mulo non multùm abſimili internoſcatur. Igitur, quod initio propoſitum fuit, è proprietatibus quæ ſub aſpectum cadunt, aliæ aliis citiùs percipiuntur.

PRO-

A

PROPOSITIO CIII. THEOREMA.

Ex indiuiduis diuersarum specierum sæpiùs inspectis enascitur in animo vniuersalis notio, qua cuiusque speciei indiuidua dignoscuntur, & ab alterius speciei indiuiduis discriminantur.

B SVPERIVS quidem proposit. 95. demonstratum est, substantiam corpoream per se aspectu non comprehendi; sed tantùm aspectabilium qualitatum interuentu, vt puta coloris, quantitatis, figuræ, situs, loci, ac ceterarum quas proposit. 29. enumerauimus. Hæ verò (proposita nimirum re aliqua) dum simul omnes aspectui sese offerunt, confusam quamdam notionem in animo gignunt, non eam quidem simplicem, sed ex omnibus simul aggestis conflatam, qua nondum, quæcumque hac specie continentur, expeditè cognosci possunt, quòd non omnes hæ proprietates singulis perpetuò insint. Cùm etiam ex illis non paucæ aliis quoque speciebus congruant, necdum ex illa notione potest internus sensus hoc singulare obiectũ ab aliarum specierum indiuiduis distinguere, nisi pluribus C indiuiduis diuersarum specierum sæpiùs conspectis attentè animaduerterit, quæ cuique sint propriæ. Tunc enim illarum dumtaxat notionem animus colligit, quæ simul omnes plerisque indiuiduis propriè competunt; quæ propterea sub vna specie complectitur. Hæc porrò notio seu forma animo concepta non tantùm illius speciei indiuiduis pernoscendis, sed etiam iisdem ab aliarum specierum indiuiduis discernendis vtilis est. Memoriæ namque altiùs impacta diutissimè retinetur: & cùm lubet virtute reminiscendi euocatur, præsertim cùm res quæpiam externis sensibus sese exhibet; tum verò, si forma excita cum re obiecta conueniat, non modò cuius speciei res sit ex nota forma perspectum habetur, verùm etiam à quibus aliis secerni debeat eadem forma edocet.

D

PROPOSITIO CIIII. THEOREMA.

Ex indiuiduis vnius speciei idemtidem recognitis, gignuntur in animo particulares notiones, quibus singula ab inuicem distinguuntur.

E QVAMVIS omnibus vnius speciei indiuiduis insint color, quantitas, figura, ceteraque vnius essentiæ accidentia, vt in omnibus cignis eadem albedo, eadem magnitudo, eademque figura; tamen non ita sibi ista in omnibus singularibus similia sunt, vt nihil omnino discrepent. Est enim albedo in vno illustrior, in alio obscurior: magnitudo quoque ac moles in vno quàm in alio amplior: forma item in hoc quàm in illo augustior; atque ita in ceteris. Quare ex frequenti intuitus iteratione, sedulaque animaduersione colligit animus singulorum discrimina, sic vt non modò albedinem, & figuram, formamque; sed etiam singulorum dimensiones, proportiones, dignitates, ceterosque particulares modos, quoad potest, apprehendat, quarum notionum præsidio animus posteà exactiùs singula, quæ sub vna eademque specie continentur, discernit atque distinguit; ratione sanè haud absimili ab illa, quam in generibus ac speciebus obseruari proximè antè docui-
F mus. Hę porrò similesque operationes nõ ab ea virtute proficiscuntur, quam Græci φαντάσιαν, nos imaginatiuam dicimus; sed ab intelligentia. Illa enim nequaquam componit connectitque, vt verum aut falsum argumentatione concludat; quod solius est mentis, verùm quæcumque comprehenderit; aut seorsum discernit, aut temerè congesta nulla copulatione, nulla complexione in aceruum confert. Quo fit, vt actio illa, qua vel gallina pullos primùm cognoscit, deinde discernit, vel ouis lupum inimicum adnertit, secretio potiùs censeri debeat, quàm iudicium aut existimatio. Ex frequenti igitur particularium rerum intuitu mens, quà comparando, quà discernendo, proprias quasdam notiones intelligentiæ virtute sibi effingit, quibus velut proprijs notis res singulæ ab inuicem discriminantur, quod erat propositum.

A

PROPOSITIO CV. THEOREMA.

Iterati intuitus formas rerum altiùs animo infigunt.

CVM sensus exteriores rerum quæ foris sunt occursu pulsantur, interiorem pariter impellunt & excitant illarum simulacra, quæ interioris sensus obiecta sunt, in quæ is incumbit, quemadmodum externi in res externas sibi obiectas. Ab his verò speciebus cùm primùm ad externa organa perueniunt, mox aliæ quædam formæ seu notiones exsolutę per neruos opti- B cos, vehente spiritu in cerebrum commeant, commune scilicet idemque principium, in quo primaria sentiendi vis sita est, cui singuli sensus omnia nuntiant, quæ ante se posita prima cognoscendi facultate apprehenderunt. At non quemadmodum externa obiecta externorum sensuum species, ita hæ ipsas interni sensus notiones, vt effectrices causę, gignunt: sed quæ ad internum primariumque sensum penetrant rerum imagines, ipsius animæ vi effinguntur, quæ proinde longè tenuioris essentiæ sunt, quàm illæ quæ ab obiectis proximè obueniunt. & vt luminis radius à speculo repercussus directo imbecillior est, ipsumque corpus lucidum in speculo imperfectiùs exhibet; ita quoque internæ hæ formæ, res, quarum sunt similitudines, obscuriùs multò repræsentant quàm externæ, ac omnium obscurissimè species illæ, quas intellectus ab imaginatiua potentia sibi C efformat, vtpote spirituales magis. Sic videmus nil ita perspicuè cognosci, vt id, quod oculis obuersatur; deinde ea quæ in somnis sola facultas imaginandi sibi proponit; denique imperfectissimè ea quæ solo intellectu percipimus. Nam species quò sunt à primis illis, quas res aspectabiles suggerunt, remotiores, eò segniorem vim repræsentandi obtinent.

His functionibus eousque perductis, in opus erumpens conseruatrix facultas, notiones seu rerum imagines, quas internus sensus ab illis, quæ in internis sunt organis, accepit, promptè amplectitur, & tum propria vi ac potestate, tum illarum adnixu impulsuque miro quodam modo in cerebri corpore insculpit, citra vllum materiæ vestigium; vbi velut in proprio conceptaculo diutiùs permanent, abeunte etiam ac cessante omni re- D rum cogitatione. Hæc quidem formarum conseruatio memoria dicitur, quam frequens stabilit meditatio, atque identidem repetiti intuitus. Nam quemadmodum iteratis mallei ictibus claui adiguntur, & nummi crebris percussionibus signantur, propterea quòd singuli ictus propriam vim habent, eamque cum primo ictu communem; ita vnius intuitus impulsu leue quoddam formæ rudimentum ponitur, quod secundo ac tertio ceterisque deinceps altiùs quodammodò impactum, firmatur, constantiusque efficitur.

Et verò si vnus intelligendi actus id potest, vt susceptam ab intellectu agente imaginem cerebro infigat, in quo velut actis radicibus aliquamdiu perseueret, cessante omni mentis operatione; profectò fateri oportet, iteratum actum altiùs eam formam in animo E infigere, vt diutiùs conseruetur; eamdemque perfectioribus quodammodò lineamentis efformare, vt rem, cuius est similitudo, enucleatiùs repræsentet; ac demum eam sibi magis reddere familiarem, vt tanto ocyùs prodeat, cùm reminiscentiæ vi ad vsum euocatur. Singuli enim actus proprium effectum in commune conferunt, atque ex omnium concursu memoria obfirmatur, non secùs ac repetitis actibus, continuaque exercitatione habitus gignuntur.

Hoc sanè quotidiana probat experientia. Nam qui memoria aliquid addiscunt, sæpiùs id quod imprimere student relegunt, maiorique animi contentione ac nisu apprehendere conantur. Sic porrò videmus rerum lectarum species efficaciùs memoriæ com- F mendari. Ad id etiam plurimum conducit circumstantiarum loci, & temporis ac ceterarum consideratio. Hinc verò originem habet memoria illa, quæ localis dicitur, qua nempe species non solitariè atque confusè, sed enucleatè, omniumq; circumstantiarum apparatu instructæ percipiuntur. Hinc etiam humana industria artem iuuandæ memoriæ excogitauit, qua per signa certis locis constituta, velut per classes rerum perceptarum formæ distribuuntur, vt eo promptiùs certiusque, cùm lubet, suo singulæ ordine euocari possint. Palàm igitur, imagines interno sensu conceptas, iteratis identidem aspectibus magis ac magis obfirmari, altiusque animo infigi, quod ostendisse oportuit.

PRO-

A

PROPOSITIO CVI. THEOREMA.

Tunc mentis oculus acutùm incipit cernere, cùm primùm corporis oculus defloreſcit.

PLACVIT hunc primum Opticorum librum diuina iſta Platonis ſententia concludere; quæ tametſi veriſſima ſit, atque omnium experimento comprobata, eius tamen cauſam à paucis video eſſe explicatam. Quam
B vt nos demonſtremus, id primo loco aſtruendum videtur, magnam inter oculum mentemque noſtram ſimilitudinem diſſimilitudinemq; exiſtere.

Conuenire quidem inter ſe ſe, præcipuorum philoſophorum auctoritas probat. Siquidem *vt eſt in corpore viſus*, inquit philoſophus libro primo Ethicorum cap. 6. *ſic eſt in anima mens.* Et D. Auguſtinus libro primo Soliloquiorum cap. 6. *Oculus animæ, mens eſt ab omni labe corporis pura.* Mox idem: *Cùm ergo ſanos habuerit oculos, quid reſtat? vt aſpiciat. Aſpectus animæ, ratio eſt.* Ac tandem: *Ipſa autem viſio intellectus eſt ille, qui in anima eſt, qui conficitur ex intelligente, & eo quod intelligitur: vt in oculis videre quod dicitur, ex ipſo ſenſu conſtat atque ſenſibili; quorum detracto quolibet, videri nil poteſt.* His conſonat Philo Iudæus lib. de mundi opificio: *Vt*, inquit, *in corpore*
C *quod maximè eſt princeps, viſus eſt, & in hac rerum vniuerſitate lucis natura; eodem modo quod in nobis primatum obtinet, eſt mens: hæc enim animi eſt viſus, ſuis circumfulgens ſplendoribus, quibus multa ac denſa caligo, quam rerum ignoratio ſuperfudit, diſcutitur.* Marſilius item Ficinus in argumento lib. 7. Platonis de Rep. *Quemadmodum ſe habet viſus ad viſibilium ſummum, id eſt, ſolem; ſic intellectus ad ſummum intelligibilium lumen, ſcilicet Deum.* Diffuſiùs verò ipſe Plato oculi ac mentis ſimilitudinem explanat libro de Rep. 6. *Oculi quoties non ad ea vertuntur, quorum colores diurnus fulgor illuminat oſtenditq;, ſed ad illa quæ nocturnis radiis attinguntur, cæcutiunt atque hallucinantur, & propè cæci eſſe videntur, perinde ac ſi purus in illis viſus non inſit: quoties verò ad ea, quæ ſol illuſtrat, perſpicuè cernunt, iiſdemq; ipſis in oculis viſus eſſe apparet. Sic & de animo cogita.*
D *Quando enim illi inhæret, in quo veritas & ipſum ens emicat, intelligit illud cognoſcítque, & intellectum habere videtur: ſed cùm ad id fertur, quod tenebris eſt permixtum, quod videlicet generatur atque corrumpitur, eius obtunditur acies, opinioneſq; verſat varias, ac mentis expers eſſe videtur. Illud igitur, quod veritatem illis, quæ intelliguntur, præbet, & intelligenti vim ad intelligendum porrigit.* Hæc Plato. Simile quiddam legimus in lib. 12. de diuina ſapientia ſecundùm Ægyptios, qui Ariſtoteli adſcribitur cap. 5. *Eadem eſt ratio animi ad ipſa intelligibilia, quæ oculi ad ea quæ aſpectabilia ſunt: vtque aſpectus eſt oculi perfectio, ſic intelligendi actus ipſius animi. Ac quemadmodum oculus ſine diſcrimine ſe habet ad omnia aſpectabilia: ſic animus ad omnia intelligibilia. Ampliùs etiam, vt oculus reipſa non videret, niſi ad videndum eſſet præparatus: ſic neque animus reipſa intelligeret,*
E *niſi in eo antegreſſa eſſet ad intelligendum quædam aptitudo.*

Hoc igitur intellectus in anima eſt, quod in corpore eſt oculus. quo etiam pacto intelligendum illud Martialis diſtichon:

Hunc tu conuiuam cautus vitare memento;
Tum furit, atque oculo luſcus vtroque videt.

Luſcus enim cùm altero oculo corporis orbatus ſit; neceſſe eſt per alterum oculum, mentis oculum debere intelligi. Vterque enim intuetur, hic intelligibilia, ille ſenſibilia; hic ſpecie intelligibili, ille ſenſibili, quarum vinculo vterque ſuo obiecto quodammodò coniungitur. Præterea vt in id ſolùm fertur oculus, quod lucè aſpectabili perfun-
F ditur; ita mens in id tantùm, quod veritatis eſt particeps. Et Plotino teſte, loco ſuperiùs citato, *quemadmodum viſibile lumen in natura perſpicua dumtaxat reperitur, ita inuiſibile in natura perſpicaci*, id eſt, intellectuali; quæ tum cernit quamoptimè, cùm ei lumen veritatis affulget. Rurſus vterque per anguſtum organum maximarum rerum notiones ſuſcipit, itaque diffundit ſeſe, vt nullis diſtantiæ finibus coërceatur. Ad hæc momento temporis vterque ſua operatione perfungitur. Intellectus item iuxtà ac oculus ſe, quocumque libuerit, conuertit.

Ob hanc tam exactam comparationem, non pauci è ſanctis Patribus arbitrati ſunt, animas à corporibus ſecretas, proprio etiam loquendi modo videre; non vtique corporeo oculo, à quo iam auulſæ ſunt; igitur ſpirituali, hoc eſt mente ſeu intellectu, qui dum

omnia tamquam si coràm existerent, suapte vi cognoscit, videre ea quodammodò existimatur. A

Quamuis ex his abundè constet mentis contemplationem cum externo obtutu, lumenque visibile cum lumine veritatis magnam habere consensionem, est tamen latum etiam inter vtrumque discrimen. nam, vt est apud philosophum libro 11. de diuina sapientia secundùm Ægyptios cap. 2. *Aspectus quidem extremitatem rerum percipit, intellectus autem quæ interiora sunt & abdita. Quare firmiori vinculo vnitur cum iis quæ in intelligentiam cadunt, quàm sensus cum illis à quibus mouetur.* Deinde aliud discrimen subiungit: *Omnis,* inquit, *sensus functio, si diuturna sit, sensum fatigat. Intelligendi verò munus, quò diuturnius est, eò magis intellectum confirmat, purioremq; reddit.* B Tum obiecta quoque ipsa sensuum, quo sunt exquisitiora, eò magis sensus perstringunt ac sauciant; quæ verò intellectu percipiuntur, quò sunt in ratione cognitionis excellentiora, eò suauiùs intellectum afficiunt.

Denique, quod præcipuè ad rem nostram facit, externus visus iisdem rebus crebrò inspectis nil proficit: sed simul atque aciem ab obiectis amouerit, eius omnis perit phantasia. Mens autem eorum, quæ semel cognouit, simulacra quædam in memoriæ sinum recondit, & repetitis actibus altiùs infigit. His porrò per reminiscendi facultatem in conspectũ adductis, absentia velut præsentia cùm libet intuetur; quò verò plures habet variarum rerum imagines in memoria asseruatas, eò res ceteras, quas etiam nullo antè tempore percepit, clariùs videt, ac promptiùs de eis iudicat. Sic Solon, vt Tullius refert C in Catone, dicere solebat, se senescere quotidie multa discentem. Quod verò ita progrediendo facultatem suam semper adauget, neque in hac finem vllum attingit; id virtutis est, quæ neque interrumpi potest, neque deficere. Cùm ergo constet corporei aspectus aciem breui hebetari propter aduersam obiectorum actionem, quæ organum pessumdat; mentis autem vim exercitatione exacui, palàm fit, tum primùm incipere mentis oculum acutè cernere, cùm corporis oculus deflorescit.

Quotidiano verò vsu experimur vires corporis ab anno quadragesimo minui: animi verò facultatem inde augeri. Viget enim in primo ætatis flore ingenium, & comprehendendi quædam facilitas; ab anno verò ætatis quadragesimo ad sexagesimũ vsque iudicium, prudentia, atque consilium. Quæ nisi excellerent in senibus, numquam D maiores nostri, vt Cicero ait in Catone, supremum consilium, à senio Senatum appellauissent. Post annum denique sexagesimum intelligendi acumen retunditur, animiq; vigor marcescit, non quòd anima ipsa intus patiatur aliquid, cùm sit immortalis; sed quòd simulacra rerum, quæ memoriæ insculpta erant, affluente humore, obliterentur. vnde bis pueri dicuntur senes, quòd in puerorum ignorantiam relabantur. Hinc etiam pendet quæstio illa sanè grauissima, quam in Politicis tractat philosophus, sitne Reipublicæ vtile perpetuos esse magistratus, num potiùs verendum sit, ne aliquando illa incidat in delirantes senes: cui quid respondendum sit, iudicent illi, qui de Politicis agunt. Nobis huc vsque de visus organo, obiecto, naturaque disseruisse sit satis.

FRANCISCI AGVILONII
E SOCIETATE IESV
OPTICORVM
LIBER SECVNDVS
DE
RADIO OPTICO
ET HOROPTERE.

ARGVMENTVM.

EXPOSITIS *hactenus iis quæ naturæ visus insunt, ad ea progressum facimus, quæ ex ipsa natura, ceu ex fonte riuuli, emanant; philosophi affectiones vocant. In quibus quæ toti naturæ, ac soli, semperque conueniunt, maximè dicuntur propriæ; quæ verò soli, at non omni, aut non semper, propriæ illæ quidem, sed non maximè; quæ demum aliis quoque interdum obueniunt, communes vocitantur. Quæ primo genere continentur, eæ ex ipsis naturæ principiis proximè scaturiunt, ideoque nullam aliam causam habent, quàm naturam ipsam ita à prima origine constitutam. Ex his deinde propriæ affectiones deriuantur, quarum proinde superiores, quæ maximè propriæ*

priæ dicuntur, sunt causæ. At communes ab extrinsecis causis pendent; quæ cùm A
non secùs abesse atque adesse possint, fit vt ipsæ quoque affectiones adsint absintque nullo rei subiectæ interitu. Ad communes affectiones spectant communium obiectorum cognitiones, & quæ circa aspectum contingunt fallaciæ, de quibus, duobus sequentibus libris acturi sumus. Inter proprias verò aspectus proprietates, quas ferè superiore libro retulimus, naturæ proxima ea esse videtur, quòd rerum species formasque rectis lineis euibratas admittat, vt propos. 50. & 74. superioris libri
ostendimus; cumque hinc permulta, quæ in ratione visus posita sunt, ceu consectaria B
eliciantur, roborentur, ac stabiliantur, pretium operæ erit diffusiùs hoc caput explicare. Quare præsenti hoc libro de specierum appulsu, id est, de lineis, quibus rerum imagines ad organum visus protenduntur, agemus. Radios vulgò nominant, quòd eumdem habeant cum luminis splendore propagationis modum, quocum etiam à rebus prosiliunt, & ad aspectum porriguntur. Est porrò amplissimus radiorum vsus, non in terrenis solùm rebus, verùm etiam in cælestibus: nam quæcumque sunt inaccessa, aut quæ vulgarem dimensionem superant, vt montes, turres, flumina, vrbium mœ- C
nia, atque ipsa etiam sidera, hæc nulla re certiùs quàm oculari radio examinantur. Cùm castra disponit metator, cumque arbores in quincuncem decempedator æqualibus interuallis constituit, & architectus cùm ædificiorum parietes columnasque in rectam seriem ducit, operis probitatem radio explorat. hic quippe, si quid extra regionem protenditur, expeditissimè renuntiat. Rursus agrorum spatia, vrbium intercapedines, astrorum magnitudines atque abscessus, terram denique ac cælum ipsum numquid oculo aspectuque metimur? Hinc sanè instrumenta quamplurima à geometris, astronomisque, atque cosmographis ad hos vsus excogitata fuerunt, quibus per diauliscos opticus ra- D
dius cogitur, ne vagus instabilisque à proposita meta aberret: è quibus proinde nonnulla Radij etiam nomen acceperunt, vt est celebris ille, atque in astronomicis rebus præstans, qui ab inuentore Ptolomæi radius est nuncupatus, & ille de quo Virgilius Eclog. 3.

Descripsit radio totum qui gentibus orbem.

Huius quoque generis sunt astrolabia, quadrantes, annuli, armillæ, torqueta, regulæ, scalæ altimetræ, baculi Iacob, graphometra, trigometra, holometra, pantometra, atque sexcenta alia, quæ quotidie in lucem prodeunt, specie quidem noua, & quæ portentum E
aliquod scientiæ promittunt, re autem vera nil præter opticum radium continent. Non est autem nobis hoc loco propositum hæc organa describere, atque eorum rationem explicare, multo verò minùs eorum vsum; sed naturam dumtaxat præcipuasque optici radij proprietates, cuius ope organa illa postulatas dimensiones exhibent. Radio optico affinis est Horopter, cuius proinde naturam ac vim prorsus admirandam hoc etiam libro aperiemus, ceteris eius vtilitatibus in librum quartum reiectis, vbi fallacias, quæ circa locum obueniunt, ab Horopteris natura pendere ostendemus. Verùm F
priusquam rem ipsam aggrediamur, ea definire oportet, quæ in nostrum vsum veniunt.

DEFI-

A

DEFINITIONES.

I.

Radius opticus recta est linea, per quam forma rei aspectabilis ad obtutum porrigitur.

B PERSPICVA est hæc definitio: quapropter eam breuitatis causa transcurrimus, pòst enucleandam magis ex natura visibilium formarum, cùm prima huius libri propositione radiorum opticorum essentiam altiùs inuestigabimus: id verò obiter monendum hoc loco est, per radiosam lineam non esse intelligendum aliquid imaginabile, sectile quidem, at latitudinis expers; aut mathematicam longitudinem ab omni materia intellectu diuulsam; sed formam ipsam rei aspectabilis, rectà in centrum visus exporrectam. Vt enim solis aut lucernæ radius est recta luminis euibratio, ita & opticus radius est ipsa rei visibilis imago seu forma, quæ luminis ope à re obiecta ad aspectum nostrum recto itinere deportatur.

C

II.

Radius qui per ipsius visus ac totius oculi centra transit, proprio nomine Axis opticus *nuncupatur.*

EX proposit. 48. superioris libri constat, innumeros esse radios, per quos rerum formis ad superficiem visus patet aditus; qui tametsi omnes in centrum visus incidant, tamen vno dempto ceteri à totius oculi centro deflectunt: eum ergo, qui per vtrumque centrum incedit, propria appellatione *Axem opticum* nuncuparunt, à rotis desumpta similitudine. vti enim in his axem reliqui circumstant radij, atque in eum simul omnes conueniunt: ita lineam quæ centra omnium tunicarum pertransit, ceteræ omnes, quæ à rebus educuntur, ambiunt, atque vnà in centrum visus illabuntur. Rursus quemadmodum in rotarum axe maximum robur esse oportet, quòd in eum totius machinæ vis ac pondus incumbat; sic per eam quam diximus lineam, quæque directò in superficiem visus impingit, robustissima est specierum actio, ac proinde perfectissima visio, vt libro primo proposit. 75. demonstrauimus. Axis igitur omnium radiorum acerrimus & viuacissimus est, nec vsquam res clariùs perfectiùsque videri potest, quàm vbi axe attingitur. Hic enim velut vnica congressione à ceteris radiis stipatus fouetur; vt meritò radiorum princeps ac rex dici mereatur. Et vt in totius mundi machina axis nuncupatur ea linea quæ per centrum transit; ita in oculo quæ per centrum ducta concipitur, axis opticus appellatur: est enim oculus quædam maioris mundi similitudo, in qua crystalloides tetram, tunicæ verò cælos repræsentant, interuallo ab illa discretos. Vocatur etiam oculi acies, quòd veluti quodam acumine aut styli mucrone, res acutissimè certissimeq; attingat, ac proinde distinctissimè internoscat; quemadmodum & ingenij acies perspicacitas nuncupatur, seu vis illa quæ in abditas rerum causas facillimè penetrat. Ergo vis oculorum quæ per axem exeritur, acies dicitur; non verò pupilla ipsa, vt quidam voluere: illa inquam vis quæ radiis solis, cùm in ipsum directè intuemur, ceu fortiori retunditur.

D

E

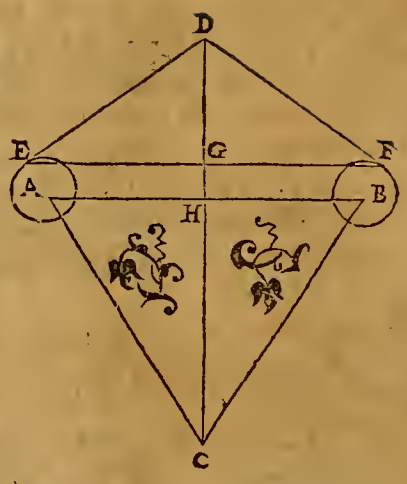
F

III.

Connectens centra visuum ea dicitur recta linea, quæ ab vnius centro ad centrum alterius ducta concipitur.

TAMETSI clarior videatur huius definitionis sensus, quàm vt explicatione indigeat; lubet tamen eam adiecto schemate illustrare, in quo centra visuum notantur A & B: quæ verò centra visuum connectit recta linea A B, cum axibus opticis in C concursantibus triangulum perficit, quibus etiam velut basis substernitur.

nitut. D E autem, & D F neruos opticos repræsentant, quorum extrema quidem E & F oculos attingunt ea parte, qua ossis cauitas intus pertunditur; at reliqua parte in D conueniunt ea ratione quæ lib. I. propos. I. 2. & 12. à nobis est explicata: vnde is locus nerui communis appellationem accepit; propterea quòd, tametsi in vnum neruum perfectè non coëant, tamen ita coniunguntur vt sese contingant. Quare vocatur etiam neruorum opticorum congressio atque commune principium. Quamuis enim altiùs originem suam repetant nerui optici, nimirum à cerebro ipso, vt propos. 2. l. 1. ostendimus, tamen præter hunc locum, in quo conueniunt, nullum aliud commune illorum principiũ apparet. Quæ verò puncta A & B connectit, non incongruè etiam oculorum distantia & interuallum nuncupari potest.



IIII.

Connectens extrema neruorum opticorum ea dicitur recta linea, quæ ad terminos, vnde pendent oculorum orbes, applicatur.

Et quæ centra visuum connectit, haud absimilis est illa quæ ad extremitates neruorum opticorum adiungitur: cuiusmodi est in superiori paradigmate linea E F neruis opticis E D, F D tamquam basis subiecta, ac triangulum cum iisdem efficiens, quod quidem Isosceles esse oportet. Siquidem pares longitudine esse neruos opticos, libro primo propositione vigesima secunda est demonstratum.

V.

Quæ à neruo communi in connectentem extrema neruorum opticorum normaliter incidit recta linea, Axis communis vocitatur.

Si quidem in schemate definitionis tertiæ æquales sint anguli D G E, & D G F, ideoque recti, erit D G C *Axis communis*, vtpote à communi neruorum principio in E F connectentem neruorum extrema, secundùm normam incidens. Potest verò & *medius axis* appositè nuncupari, quòd inter vtrumque opticum axem medio loco sit constitutus. Huius quamuis nulla peculiaris actio visionem perficiat, vel adiuuet; est tamen ad cognitionem eorum, quæ de visu tradentur, eius pernecessarius vsus: idemque de iis, quæ tum centra visuum, tum extrema neruorum opticorum connectunt, iudicium esse debet.

VI.

Radius verò communis ea est recta linea, quæ ab axium opticorum concursu educta, connectentem centra visuum bifariàm secat.

Velvti in superiori schemate, si recta C H quæ ab axium congressione educitur, ipsam A B in H ex æquo diuidat, erit eadem C H radius communis, siue directis siue limis oculis rem propositam intueamur. Communis porrò dicitur hic radius, sicut & axis communis, quòd aliquid cum axibus opticis vterque commune habeat. nam in concursum opticorum vterque perpetuò incidit, quorum proinde intersectionis signum huic & radio & axi commune est. Differt verò radius communis à communi axe, quòd hic arctiori lege astringatur; quippe qui connectenti extrema neruorum opticorum normalis postulatur: ex quo fit, vt immobilis sit, vnumque dumtaxat situm habeat; à quo si dimoueatur, axis communis rationem amittat est necesse: at communis radius liberiùs vagatur, vt qui hoc solùm requirit, ne connectentem centra visuum in partes inæquales secet, atque idcircò maiorem situs variationem admittit; quocumque enim oculorum acies obuertuntur, eodem ille medium aspectum defini-

A definiturus subsequitur nullo angulorum discrimine, quos cum ea efficit, quæ centra visuum connectit, nunc rectos nunc obliquos, vt fors tulerit. Recti quidem illi sunt, cùm ita directè oculi in rem propositam intenduntur, vt axes æquales sint, qua oculorum constitutione idem est radius communis, qui & communis axis, vt in præcedenti schemate recta C H: cùm autem in obliquum oculi torquentur, neruique optici inæquales inter se sunt, perspicuum est tum eam, quæ à communi axium opticorum intersectione in connectentem centra visum medio loco incidit, obliquos angulos efficere. Hæc igitur propria ac peculiari appellatione radius communis vocitatur.

B

VII.

Pyramis optica est figura aspectabilis forma per medium diaphanum ad obtutum vsque diffusa, verticem habens centrum visus, basin verò rem ipsam.

CVM ab omni parte corporis aspectabilis in omnem partem medij circumfusi species prosiliant, vt lib. 1. propos. 48. ostensum est, eæq; rectis lineis protendantur, vt propos. 50. fit profectò vt vniuersa radiorum collectio, quæ à singulis partibus rei visæ ad vnum quodcumque signum medij destinatur, acuminatam quamdam C figuram efficiat, cuius basis quidem est res ipsa, vertex autem punctum illud ad quod radij omnes terminantur. Hæc figura tametsi nonnumquam sit conus, subinde pyramis propria appellatione nuncupata, pro varietate rei visæ, quæ oculis obuersa, ceu basis modum formamque determinat; tamen ob nominis penuriam quo pyramidis coniique genus aptè significetur, pyramidis nomen vsus inuexit, & confirmauit.

Rursus licet innumeræ sint eiusmodi pyramides, tot nempe quot puncta medij perspicui, ad quæ radiorum illæ collectiones finiuntur: tamen vna dumtaxat optica dicitur, cuius nimirum vertex est centrum visus. Hæc enim sola visioni obseruit, quandoquidem, vt lib. 1. propos. 51. est demonstratum, radij omnes qui extra centrum crystalloidis vagantur, nullam actionem in visum intendant. Vnde propos. 26. superioris libri D ostensum est crystalloidi principium sensus inesse, quòd in eius centrum, omnium eorum quæ videntur, species colligantur. Est igitur pyramis optica vniuersa radiorum collectio, quæ à re visa ad centrum vsque obtutus extenditur forma turbinata, ad verticem habens ipsius visus centrum, pro basi verò rem ipsam.

VIII.

Maxima pyramis optica ea omnia amplectitur, quæ oculus vnico aspectu contueri potest.

E MAGNITVDO pyramidis opticæ non ex magnitudine rei visæ, sed ex amplitudine anguli verticalis æstimatur. Maior enim optica pyramis ea censetur, cuius maior est ad verticem angulus. Cùm autem maius latus maiorem angulum subtendat per 18. primi Euclidis, maior erit illa pyramis optica, cuius maior erit basis; maxima verò, cuius basis maxima. at maxima illa est basis, qua maiorem complecti oculus vnico aspectu nequit. igitur maxima pyramis optica rectè ea definitur, quæ illa omnia comprehēdit, quæ oculus vnico aspectu contueri potest. Hæc sanè optica figura, sublatis externis oculi impedimentis, non pyramis, sed conus est; propterea quòd pupillæ ambitus sit orbicularis, nunc verò obsunt frons, nasus, malæ: quæ si spectentur, perspi- F cuum est hunc conum opticum natura maximum non habere basin circularem. siquidem versus tempora magis se visus expandit, quàm circa nasum, & infernè latiùs, quàm supernè, illic naso, hic obstantibus ciliis ac superciliis. Augetur etiam minuiturque ea figura per pupillæ diductionem & constrictionem: latior enim effecta, plures circa ambitum radios admittit, quàm dum in angustum se contrahit.

Aduerte præterea maximam visus pyramidem, si propriè loqui velimus, nullam posse habere sibi subiectam basin. Nam infractionis ope non tantùm per eas lineas formæ rerum ad adspectum perferuntur, quæ rectà in centrum visus delatæ angulum in eo efficiunt; verumetiam per eas quæ ad normam optico axi occurrunt: quod manifesta docet experientia, cui refragari est nefas. ex quo fit, vt ne angulum quidem ad

K verticem

verticem habeat maxima hæc pyramis, nisi infractionis interuentu. A

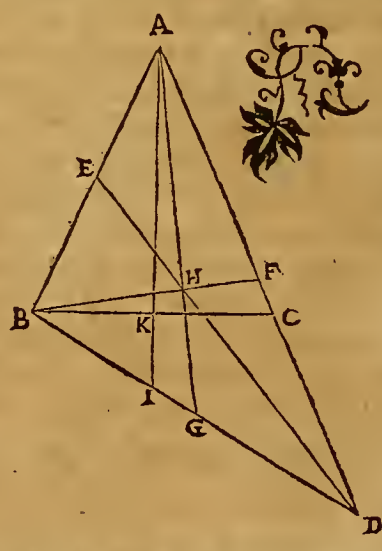
Demum hoc etiam aduerte, quòd brutæ quædam animantes pupillam minimè orbicularem habeant, vt equi ac feles; sed oblongam illiqué figuræ similem, quam duorum æqualium circulorum sese intersecantiũ communis portio repræsentat, cùm vnius centrum in circumferentia alterius acceptum fuerit. His inquam animantibus ea quæ opticæ pyramidi subijcitur basis, circularis esse non potest. quamobrem eis contingit nonnulla etiam, quæ ad tergum deflectunt, per pupillæ angulos obliquis radiis spectari.

IX.

Axis pyramidis optica illa vocatur recta linea, quæ per verticem rectaq; basis centrum transit. B

IN planis figuris rectilineis centrum dicitur punctum illud', per quod extensa à quouis angulo ad oppositum angulum latúsve quaquauersus recta linea, ipsam figuræ aream bipartitò diuidit. In hoc punctum demissa à vertice pyramidis opticæ recta linea, axis nuncupatur, non ea omnino significatione, qua interdum axis dicitur ille, qui per centrum grauitatis, seu centrum corporis aut solidæ figuræ extenditur, & per quem ductum quodcumque planum, corpus secat bifariàm; sed paulò fusiore intellectu, vt quandoque axis opticus per centrum solidæ figuræ agatur, quandoque extra illud cadat. Ad rationem autem definitionemque axis pyramidis opticæ id iure postulari videtur, vt in centrum rectæ baseos incidat; est porrò recta basis ea, quæ cum oppositis lateribus ipsius pyramidis æquos angulos facit. C

Hæc quia paulò obscuriora videntur, adiecto schemate fient illustriora. Sit A vertex pyramidis opticæ, & recta quidem basis ea, cuius dimetiens BC, cum pyramidis lateribus AB & AC æquales angulos constituens ABC & ACB; obliquæ verò baseos diametrus sit BD efficiens cum AB & AD angulos ABD & ADB inæquales.



His ita positis, si centrum figuræ postuletur, singula trianguli ABD latera bifariàm diuiduntor, nempe AB in E, AD in F, & BD in G, è quorum sectionibus rectæ ad oppositos angulos educuntor, sintque AG, ED, & FB; quæ sese in H intersecabunt, quod figuræ centrum esse aio. Siquidem singulæ lineæ AG, ED, & FB triangulum ABD æquas in partes diuidunt. Nam AG, exempli gratia, duo constituit triangula AGB & AGD, quæ cùm in eadem sint altitudine, & super æqualibus basibus BG & GD constituta, erunt per primam sexti Euclidis ipsa inter se æqualia, similiq; modo in ceteris fiet demonstratio. Igitur lineæ per H, & angulorum vertices A, B, & D actæ, triangulum ipsum bifariàm diuidunt, atque ea propter H ipsius trianguli est centrum. E

Non est verò AG axis pyramidis opticæ; sed diuisa base recta BC in K bifariàm, erit AI quæ per K transit, axis superiùs definitus: hic namque angulum, qui ad verticem opticæ pyramidis consistit, in angulos æquales disterminat, ac totius prospectus medietatem signat.

X.

Horopter recta est linea per axium opticorum congressionem, ei, quæ centra visuum connectit, parallelõs incedens. F

SVNTO visuum centra A & B, quæ verò illa connectit recta linea sit AB, axesq; optici AC & BC coëuntes in C: per C recta ducatur ipsi AB parallela, nempe DE. Hanc ob propriæ vocis penuriam, *Horopterem* placuit nuncupare, ab insigni proprietate qua pollet, nemini, quantum animaduertere licuit, hactenus perspecta.

Hæc visum finit ac terminat. quæcumque enim conspectui obijciuntur, si quidem in illo sint plano quod per axes opticos transit, in horoptere apparent; quoniam is neque

propiùs

A propiùs radios opticos definiri, neque longiùs præteruehi finit: sed omnium rerum in plano illo obiectarum apparentia loca in se recipit. Exempli gratia, proposita re visibili F, radij optici A F & B F neutiquam in F conquiescunt, sed rei phantasiam vlteriùs prouehunt, quoad eam in horoptere velut in communi termino ac statione sistant, vbi gemina loca H & G sortitur. Sic radiis longiùs in I protensis, horopter signum I propiùs adducit & ad se reuocat, locaque ei in sua regione ad signa K & L constituit: sicq; horopter B eorum omnium terminus est, quæ vltra citraque axium opticorum concursionem existunt, & in quo omnium, quæ vnico intuitu cernuntur, loca apparent. Qua de re diffusiùs infrà ad finem huius libri, & lib. 4. in fallaciis quæ circa locum eueniunt; nunc verò horopterem definiuisse sit satis, quoniam hoc libro eius facienda est mentio, propter eam, quam cum opticis radiis habet, cognationem.

XI.

Planum horopteris illud vocetur, quod per horopterem ducitur ad id quod per axes secundùm normam constitutum.

C QVEMADMODVM horopter ad eam se habet visionem, quæ per iugatos fit axes; ita horopteris planum ad eas visiones, quæ delatis per ceteros radios speciebus efficiuntur. Omnia siquidem quæ videntur, quibuscumque tandem radiis formæ ad oculos destinentur, ea in plano horopteris apparent, vt suo loco inferiùs explanatiùs dicemus. Vt verò horopter, sic & horopteris planum imaginabile quiddam est, ac neutiquam in rebus existens, sed sola mente conceptum: cuius definitio atque natura duabus proprietatibus circumscribitur, quarum altera est vt per horopterem ductum intelligatur; altera, vt illi plano, quod per iugatos axes opticos transit, rectum sit. Hoc planum ita animo conceptum tabulæ cuiusdam instar erit in termino vi- D sus collocatæ, ac directè oculis obuersæ, in quam eorum omnium quæ cernuntur apparétia loca recipientur. Nam seu citra seu vltra hoc planum res visiles sint constitutæ, siue etiam in ipso existant plano, vbi illud optici radij per rem quamlibet ducti inuadunt, ibi locum apparentem spectatæ rei signabunt, ita vt apparens locus propositæ rei sit huius plani, & radij optici per rem producti communis intersectio. Quocircà hoc planum cum horoptere magnum consensum habet, vtpote quod eorum omnium, quæ oculis obijciuntur, prospectum definit ac terminat.

Atque hæc ad eorum, quæ hoc libro tractanda erunt, explicationem dicta sufficiant; supponimus autem tria hæc, quæ sequuntur, vt sensui nota.

E

HYPOTHESES.

I.

Visum rectâ lineâ efferri.

F HOC tametsi Euclides in suis Opticis præsupponat, vt per se notum; & verò non minùs notum sit, quàm quòd lumen recta linea protendatur, cùm rerum species lumine tamquam vehiculo ad organum visus perferantur; tamen nos id lib. 1. propos. 74. ratione etiam à natura desumpta demonstrauimus. Quare non modò id vt sensui ac per se notum supponimus, verùm etiam, vt ex naturæ ipsius principiis firmatum probatumque concedi iure postulamus.

Porrò cùm visionem rectà efferri dicimus, non intelligimus visionem rei alicuius ab oculis emissione; sed rectis tantummodò lineis fieri, siue per eas quidpiam ex oculo emittatur, quod lib. 1. propos. 67. confutauimus, siue aliquid intrò suscipiatur, quod propos. 69. superioris lib. vti rationi magis consonum, ita verius esse docuimus. Nunc enim cum Mathematicis loquimur, quorum nil omnino interest, vtrum elegeris, dummodò id constet visum rectis lineis efferri, quod vt notum supponimus.

II. A

Id omne, ac solum videri, à quo ad oculum radius opticus extendi potest.

EA sanè est intuitiuæ facultatis conditio, vt in actionem numquam prorumpat, nisi specierum appulsu excita, vt propos. 69. præcedentis lib. est demonstratum; hæ autem quoniam tum luminis tum suapte vi rectis semper lineis efferuntur, per propos. 50. primi lib. videri profectò id omne ac solum poterit, à quo ad aspectum opticus radius seu recta linea extendi conceditur, per quam species ad organum traducatur. Saluam autem esse oportet organi incolumitatem, speciesque ad ciendum obtutum efficaces, iustam etiam oculi & rei obiectæ intercapedinem, ac cetera denique, quæ ad exactam functionem conferunt, accommodata. Hæc enim si adsint, fieri nequit, vt id, à quo ad oculum imago defertur, non videatur: ergo id omne videbitur, à quo radius opticus ad adspectum liberè commeat. Si verò corpus aliquod rectæ specierum profluentiæ medium obsistat, quoniam per eius densitatem à re proposita ad oculum forma visibilis penetrare non potest, rei prospectus intercipietur. Quocircà id etiam solum videbitur, à quo ad organum radius opticus directò extendi potest: quod nemo inficiabitur, nisi pariter, quod nefas est, non hausta specie videri aliquid posse concedat. B

III. C

Rem omnem in illo apparere radio, quo ipsius simulachrum ad obtutum porrigitur.

HOC ex propria natura visus facilè ostendi potest: cùm namque is appulsu formarum, quas res ipsæ ex se tamquam iugi ex fonte emittunt, vt libro primo est demonstratum, ad intuendum concitetur, ex affecta parte araneæ tunicæ, cui præcipua sentiendi vis inest, anguloq; quo imago rei inde ad centrum visus per aqueum humorẽ infringitur, propria facultate cognoscit, ex qua mundi plaga recta illa profluentia aspectabilis formæ obueniat, atque in eius parte aliqua indefinita rem visilem constitutam esse vnus etiam oculus certò concludit, ex ea tantummodò insita persuasione, quòd oporteat rem aspectabilem eò versus locum habere, vnde ipsius simulachrum ad obtutum proficiscitur. Quæcumque enim extra hanc lineam loca existunt, quia nullam imaginem ad oculum transmittunt, nullam quoque seu rei seu loci notionem inferre possunt. Quare præter eam lineam qua forma porrigitur, in nulla ceterarum rem visilem constitutam esse visus cognoscit, ex eo quòd nulla actione per eas delata stimulari se sentiat. Itaque rem omnem in illo apparere radio oportet, quo species ad aspectum transfunditur; quod erat explicandum. D

DE RADIO OPTICO. E

PROPOSITIO I. THEOREMA.

Radij optici sunt veræ formarum productiones, non autem imaginariæ.

VARIÆ fuere de essentia ac definitione radiorum opticorum sententiæ, quæ omnes ad duas reuocari possunt. Vna realis est, imaginaria altera. Hanc secuti ferè sunt Mathematici fingentes lineas quasdam à materia secretas, siue ab oculo ad res aspectabiles, siue ab his ad oculum extensas; quas tametsi nihil reipsa visioni conferre existimauerint, tamen fundamentum quoddam illis substerni asseruerunt, quo sine visionem fieri impossibile esset: ad eum modum, quo spatia quædam imaginaria multi Philosophi constituerunt, quibus vnaquæque res hîc, aut alibi, & non nusquam esse dicatur: esto nullus exstet mundus, vel de medio tollátur vniuersa, quibus etiam supra cælorum orbes moueri aliquid posset rectà vel obliquè, aut in orbem; quibus item res vna ab alia distet, inter quas scilicet nullus aër nullúmve corpus interijciatur, quod medium spatium impleat. F

Ita

A Ita inquam Mathematici materiæ insueti, cùm nihil interesse ad suum ipsorum institutum animaduerterent, fiátne visio alicuius rei emissione, an susceptione, an sola obiecti præsentia, rectas quasdam lineas ab oculo ad res obiectas descripserunt, quibus visionis naturam commodiùs explicarent, quas neque in materia concretas, neque omnino nihil esse voluerunt; cùm constet visionem rectis lineis protendi, quacumque tandem ratione visio celebretur: sed mediam quamdam essentiam eis attribuerunt, eamq; à materiæ crassitie liberam, puram sinceramque, quam imaginariam vocarunt.

Eadem opinio illis adscribi potest ex philosophantium numero, qui visionem sola obiecti propositione fieri opinati sunt. Hi enim, visionem rectis lineis fieri, inficiari non B possunt, cùm id per se notum sit omnibus: eo autem concesso radios admittunt, haud mente prorsus confictos, siquidem visio rectis lineis non imaginariè sed reipsa fit; neque verò omnino sensibiles, cùm in visionis ratione nihil extra organum præter obiecti præsentiam agnoscant: igitur medios, qualia esse spatia illa imaginaria diximus, quæ ab extima supremi cæli superficie infinitè omnem in partem excurrunt.

Probari autem potest hæc sententia. quia si radij optici essent quidpiam sensibile, oporteret necessariò eos vel ab oculis emitti, vel in oculos recipi: at æquè vtrumque incertum est, cùm fortè neutro modo, sed sola præsentia obiecti visio fiat; certum autem sit rectis eam fieri radiis: igitur radij non sunt quidquam sensibile.

Ceteri tamen Philosophi, rebus magis quàm Mathematicis abstractionibus addicti, C radios opticos rectas quasdam luminis formarumque visibilium profluentias esse dixerunt, siue illos de suo quemque oculo emicantes, vt Platonici voluerunt; siue, vt Peripatetici, externus fulgor ab obiectis repercussus, rerumque formis affectus, earum simulachra oculis inferat. Nam hac in re dissentire à Platonicis Peripateticos lib. 1. propositione 67. & 69. docuimus.

Galenus libro de vsu partium 10. quandoquidem extra oculum efferri visorium lumen, idque foris minime otiosum esse cum Platone statuit, non ineptè opticos radios *visiones* appellari voluit, cuius hoc loco verba attexam: *Quòd si id quoque planum tibi est, haud quaquam temerè à Mathematicis pronuntiatum esse tibi videatur, quæ cernuntur, ea per rectas lineas cerni: voca vtique mihi rectas has lineas, visiones; tenuesq; illas* D *araneas, quæ à pupilla ad circuli* (obiecti) *circumferentiam extenduntur, non amplius araneas, sed visiones, circuliq; circumferentiam dic per visiones illas videri, ipsiusq; centrum per aliam visionem in axe Coni locatum, omnemq; circuli planitiem per multas quasdam visiones ad ipsam peruenientes.* Diuus autem Basilius lib. de vera virginitate passim *iactus oculorum* appellat: *Dux*, inquit, *& præuius, ac pronubus* (*ita vt dicam*) *oculorum iactus.* & alio loco: *Iactis enim luminum radiis, veluti quibusdam corporeis manibus, quæcumque voluerit eminus tangit.*

Ex duabus hisce aduersis sententiis posterior nobis veritati magis consona videtur; non eo quidem intellectu, quo eam Plato, & qui hunc secuti sunt, explicarunt, docentes radios opticos esse tenues quasdam luminis productiones ab oculis ad res adspectabiles E rectà effusas; multò verò minùs ex Stoicorum sensu, quorum alij spiritum, alij ipsam cernendi efficacitatem ab oculis foras prosilire existimarunt: sed ea ratione, qua Aristoteles, ceterique Peripatetici hanc rem sunt interpretati, qui radios opticos nil aliud esse definiuerunt, quàm formas rerum, luminis ope directò ad obtutum delatas. Rectè sanè. nam per opticos radios defertur illa virtus, quæ dignoscentem facultatem organo insitam ad agendum excitat: at hoc præstant rerum aspectabilium imagines, quæ rectà ad oculos perferuntur: igitur nil aliud sunt radij optici, quàm eiusmodi formæ, non vtcumque, sed quà directò ad visum destinantur. Ceteri enim, qui huc illucque vagantur, radij quidem dici possunt, at non optici; quòd nisi in oculos illabantur, nihil ad vi- F sionem conferant.

Deinde quemadmodum solares radij sunt quidam fulgores de corpore solis emicantes, ac rectà per vniuersum medium vndequaque diffusi: ita optici radij sunt simulachra ac species rerum ad oculos rectà euibratæ. Cùm verò ab vnaquaque re innumeri radij prosiliant, ac in omnem circùm partem medij propagentur, illos tantùm, vti iam diximus, opticos iure nominamus, qui ad visum appellunt, cùm horum dumtaxat ope visio efficiatur.

Vnde facile est confutare imperiti vulgi sententiam. Sunt verò inter vulgares non pauci, qui radios opticos ita ex oculis emicare arbitrantur, quemadmodum circùm lucernæ flammam conniuentibus oculis quasdam luminis scintillationes nunc prosilire,

nunc subitò sese contrahere videmus, pro vario palpebrarũ motu. At enim hi radij nil A
aliud sunt, quàm ipsum lucernæ lumen per lacrymosum oculorum humorem infractũ, non verò quidpiam ex ipsa flamma erumpens: si namque ex flamma eiusmodi radij exilirent, firmum situm obtinerent; nunc autem motis palpebris maximam subeunt loci situsq; mutationẽ: igitur in oculis causam habent. vnde fit, vt quo humidiores sunt oculi, eo plures magisque conferti eiusmodi radij conspiciantur, vti etiam cùm palpebræ propemodum clauduntur. tum enim maior humoris affluentia ante pupillam congesta maiorem efficit luminis infractionem.

Hæc licet Philosophorum rationibus consentanea sint, hoc tamen Mathematicis concedendum putamus, posse radios opticos mente à rebus abstrahi, ac per se solitarios B
spectari, quo pacto à nobis deinceps considerabuntur. Id enim commune est omnium Mathematicarum disciplinarum obiectis, vt licet materiæ insint, non tamen ita spectentur; sed quatenus à materia secreta per se in considerationem veniunt.

Non autem iis assentimur, qui radios opticos lineas imaginarias vocant, ad id solùm excogitatas, vt illarum beneficio natura proprietatesque visus commodiùs explicentur. Nam radios opticos veras, physicas, sensibilesque lineas esse, tum ex iam dictis, tum ex propos. 46. lib. primi manifestum est.

Ad argumentum pro Mathematicorum sententia superiùs allatum respondebitur, visionem haud dubiè fieri imaginum, quæ à rebus proficiscuntur, susceptione, vt lib. 1. propos. 69. apertè est demonstratum; ideoque radios opticos nil posse aliud esse, quàm re- C
ctas earum profluentias à rebus ad oculos vsque pertinentes.

Obijciet fortè nonnemo, aliud esse spatium, aliud aërem, aut corpus quodcumque quo spatium impletur; aërem quidem solidum quiddam esse, ac per se consistens: at spatium nil nisi imaginarium quid, vtpote à rerum categoriis exclusum; non tamen penitus confictum, quòd à ratione nostra minimè pendeat. ita species quidpiam sensibile quidem esse; at radios nil nisi lineas imaginarias, per quas species deferuntur.

Respondeo aërem neutiquam posse rationem spatij obtinere, quòd in eo velut in spatio nullum corpus existere queat, etsi is possit corpus aliquod in se tamquam in vase, seu ambiente superficie continere: at species suapte natura radij quidam sunt, seu formæ, quas obiecta ex se fundunt, vt illarum vi organum stimulent, cernendique facul- D
tatem ad sui dignotionem prolectent: non sunt igitur præter species commentitij quærendi radij, quibus sanè nulla vis ad visionem concitandam inesse potest.

Sed adhuc aduersario relicta est ansa: dicet fortè opticum radium non formam ipsam esse, quæ ad oculum porrigitur: sed imaginarium formæ recto tramite delatæ vestigium, haud aliter, quàm Æquator, Tropici, atque Ecliptica, ceterique cælestes circuli nihil reapse sunt; sed imaginabiles tantummodò astrorum viæ, ad illorum motus ac status commodiùs explicandos animo conceptæ, ac posteà facilioris vsus gratia ad materiam accommodatæ.

Huic argumento respondendum est, cælestia sidera à lumine rerumq; formis longo
distare interuallo, magnamque rationem esse, cur illa dum mouentur, nequeant radio- E
rum similitudinem habere. Astra siquidem motu quo cientur, locum mutant, deque vno loco in alium perpetua circumlatione commigrant. At rerum formæ, ceu rectæ quædam lineæ à prima origine prolapsæ totum, quo porriguntur, spatium vna sui profusione implent. Hæ proinde iure optimo radij vocantur: non item verò circuli illi, quos in cælo mente depingimus; ceu signa, aut ab astrorum lationibus relicta vestigia.

PROPOSITIO II. THEOREMA.

Radij optici sunt formæ partim insectiles, partim sensibili latitudine præditæ. F

CVM formæ illæ, in quarum dignotionem aspectus insita facultate incumbit (lumen atque colorem intelligo) iis dumtaxat rebus insint, quæ magnitudinem habent, ac mole quadam distenduntur, ab iisdem ipsæ corporeo quodam modo porriguntur: sic vt maior forma à maiore corporis parte, à minore autem minor, à diuisibili diuidua, ab atoma diuisionis expers decidatur: quæ omnes rectis, vti superiore libro sæpè ostensum est, lineis ab obiectis promissæ tandem in oculos illabuntur.

A signo

A A signo quidem indiuisibili, Mathematica tantùm linea latitudine crassitieque vacans extenditur. Hæc tametsi secundùm longitudinem secari possit; quà tamen puncti instar aspectui obijcitur, in partes distribui haud vllas potest.

Sic à linea superficies prodit, cùm illam secundùm longitudinem oculus intuetur. Hæc quoque in superficiem extensio, licet reuerà geminam dimensionem habeat; nequit tamen, quà obtutui exhibetur, in latitudinem diuidi, sed in longum tantùm.

A superficie demum forma prouenit tergemina dimensione prædita, quæ proinde omnifariàm sectilis est: re ipsa quidem triplici ratione (præter quam nullam aliam in potestate naturæ existere perspicuum est) secundùm aspectum autem duplici tantum-
B modò, nempe in longitudinem, latitudinemque.

A profunditate, quæ molem solidamque crassitiem corporibus præstat, nulla spectabilis forma erumpit, cùm eius conspectum suapte natura arceat extima, luminibusque obuersa superficies, in quam visus impingit, ac propter ingenitam corpori opacitatem, qua visui obsistit, etiam terminatur. Quocircà quæcumque forma secundùm latitudinem oculis obijcitur, ea absoluto simpliciique loquendi modo sensibilis ac naturalis dicitur, ea nempe ratione diuisibilis, quam ingenium conditioq; aspectus admittit. Quæ verò aut nullam, vt Mathematica linea ab indiuisibili signo proueniens, aut vnam tantùm sectionem habet, cuiusmodi est à linea profecta superficies, quæ secundùm aspectum in solam longitudinem secatur, ea Mathematica insensibilisque dicitur.

C Forma porrò quæ à puncto lineáve defluit, etsi forma, & species, & imago puncti aut lineæ vocitetur; non est tamen verè lumen aut coloris intentio, sed horum tantùm aliquid, quod propriam rei appellationem non meretur. Vti enim in quantitatis ratione punctum aliquid est lineæ, & hæc superficiei quidpiam, superficies autem, & linea, & punctum nonnihil sunt corporis: ita in qualitatibus nihil propriè censetur, nisi quod omnes dimensiones habet.

Est tamen radij Mathematici multiplex ac omnino necessarius vsus. hic enim visibilis formæ partes inter se connectit & copulat, non secùs atque in continua quantitate puncta lineæ partes; ipsæque lineæ, partes superficiei; superficies autem partes corporis continuatione coniungunt. Igitur beneficio radij Mathematici totus visibilis formæ
D processus per medium diaphanum ad oculos vsque protenditur, continuatur, atque in vnam formam ex multarum obiecti partium intentionibus coalescit. Deinde huius etiam ope, quæcumque circa specierum eductionem emissionemque theoremata proponuntur, accommodatissimè demonstrantur; assumptis nimirum crassis, sensilibusque reipsa lineis, at mente hoc solùm in eis concepto, quod indiuisibile est, atque omnis latitudinis densitatisque expers.

PROPOSITIO III. THEOREMA.

Distinctarum rerum formæ non prohibitæ, singulæ
E *singulis radiis in oculos illabuntur.*

FORMAS singulas rerum distinctarum singulis radiis ad oculos peruenire, in hunc modum vniuersè potest demonstrari. Quæ vno cernuntur radio vnum apparent: igitur quæ vt distincta cernuntur, ea distinctis radiis ad oculos peruenire necesse est. Legitima autem est hæc argumentatio, assumpto nimirum prioris consequentis opposito.

Deinde cùm rectis lineis species ab obiectis efferantur, necesse est singulas singulis radiis ad aspectum promoueri. Nam neque ab vno puncto ad idem punctum plures li-
F neæ, quàm vna, neque vna sola à pluribus punctis ad vnum aliquod duci possunt: igitur vnius rei forma vno radio, & distinctarum rerum formæ distinctis radiis ad centrum visus perferuntur.

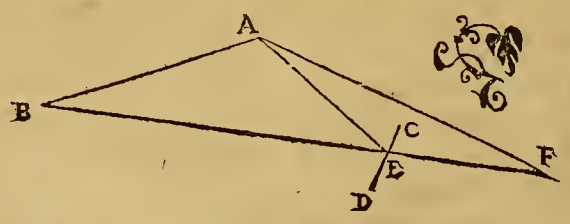
Demum nisi singulæ res obiectæ singulis radiis ad oculum perueniant, sed vel vna eademque pluribus, vel plures eodem, nihil omnino cernetur. Siquidem ita formæ rerum sibi superinducentur, quemadmodum si exaratis characteribus noui inscribantur à prioribus diuersi: quod cùm accidit, posterioribus ita obscurantur priores, imò ambo ita confunduntur, vt nihil omnino legi discerníve possit. Igitur distinctarum rerum formæ distinctis radiis singulæ in oculos illabuntur: quod initio propositum fuit demonstrare.

Ad huius autem propositionis veritatem ea conditio meritò postulatur, vt formæ liberè permeent, nec vllo obsistente à recta productione depellantur. Nam si vel per diuersum medium radij infringantur, vel à terso quopiam læuigatoque corpore versus propriam originem remittantur, fieri vtrouis modo potest, vt & distinctarum rerum formæ eodem radio, & rei vnius forma pluribus radiis ad aspectum perueniat, quod propositione sequenti explanatiùs ostendemus. Si cui verò non placet hanc propositionem ad solas formas non prohibitas restringi, is nomine rerum distinctarum non eas simplici intelligentia accipiat, quæ reipsa distinctæ sunt; verùm eas vt quæ distinctæ apparent: has enim singulis radiis singulas ad obtutum porrigi perspicuum est, quandoquidem non distincta illa, sed vnum apparent quæ eodem radio conspiciuntur. Atque ita, ni singulis radiis singulæ formæ admitterentur, non distincta ea cernerentur, aduersus hypothesin, quæ velut distincta videri supponimus.

PROPOSITIO IV. THEOREMA.

Possibile est vnius rei formam, directo simul atque inflexo infractóve radio, ad centrum visus peruenire.

DVOBVS modis obuenire posse constat, vt distinctis radiis vnius rei intuitus habeatur: altero quidem formæ repercussione, altero verò infractione. Cùm nimirum alter quidem radius per æquale medium liberè directoq; producitur; alter autem, vi corporis læuigati repercussus, aut alterius medij densitate fractus, tandem per ambages, à loco ad quem fuerat destinatus, ad oculos redit. Vtriusque exemplum habes in adiuncto schemate: in quo primò ostendi potest, quemadmodum eamdem rem directo simul & inflexo radio videri contingat.



Esto inquam A res quæ spectanda proponitur; visus autem B: at CD sit corporis læuigati extima superficies, vnde velut à speculo forma rei A ad visum B resiliat ex puncto E. Dico A visile duobus radiis videri, vno quidem directo, nempe AB; altero verò inflexo, scilicet EB. Vtroque enim radio imago rei visilis A ad oculum B defertur. Id autem omne videtur à quo ad aspectum radius opticus extendi potest per 2. hypothesin huius libri. Igitur res visilis A à visu B pluribus radiis spectari potest; altero quidem directo, altero verò repercusso.

Hoc porrò casu geminā apparere propositæ rei phantasiam, ex iis quæ in Catoptricis docebimus, fiet manifestum. Semel enim res visilis A proprio apparet consistens loco per radium directum AB. iterùm verò apparet in speculi profunditate immersa ad signum F per radium inflexū BD, eo nimirum loci, vbi is productus cum catheto AF congreditur.

Idem alterius radij infractione euenit, quod eodem ferè modo licet demonstrare. Nam repositis iisdem quæ suprà, tantùm loco CD substituatur corpus diaphanum, per quod radius AE non directò transeat, sed ab E frangatur in F. Deinde visus ex B transferatur in F. Huic ergo visile A vno quidem radio eoque directo AF proprio in loco conspicietur; altero verò fracto AEF apparebit ad partes B. Igitur vnius rei forma pluribus radiis, tum repercussione, tum infractione ad aspectum peruenire potest, quod erat ostendendum.

PROPOSITIO V. THEOREMA.

Radios omnes opticos in centrum visus congredi conglobaríque est necesse.

VT planior fiat huius propositionis demonstratio, resumenda hoc loco est propos. 3. huius libri, nempe singula singulis radiis videri. Igitur si nullum sit in oculo certum definitumq; punctum, quod proprium cuiusque rei opticum radium, quo videatur, definiat atque determinet; sed illi omnes ad ciendum obtutum efficaces habeantur, qui ad superficiem visus, quà datur via appellunt; profectò continget, vnamquamque rem innumeris radiis videri, ac

tot

A tot omnino quot rectæ lineæ à re ipsa ad superficiem visus duci possunt. quare totidem distinctis locis vnaquæque conspicietur, quot nimirum radiis forma in oculum illabetur. Ex quo id etiam consequens erit, vt plures rei locis communicent, simulque ac nullo interuallo disterminatæ abiunctæq; appareant: ac tandem, vt nihil prorsus visus discernat, sed simul omnia permixta confusaque aspiciat: quod hac ratione perspicuè demonstrabitur.

Esto visus ipsius superficies A B; visile autem vnum quidem C, alterum verò D. Demusq; punctum C, exempli gratia, omnibus illis radiis cerni, qui ad visus superficiem pertinent, puta radiis C A

B & C B: eodemq; modo punctum D radiis D B & D A videri. Hoc posito continget vtriusque puncti phantasiam confundi, simulque permisceri. Nam vt in A, sic in B, ac ceteris omnibus partibus sentientis organi, vtriusque visilis simulachra conueniunt: sic vt tota portio A B formâ vtriusque obiecti imbuta sit, quæ cùm naturæ ingenitæ necessitate agat, misceri etiam atque confundi vtriusque obiecti dignotionē fatendum est. Eadem verò ratio, quandoquidem in ceteris quoque rebus existat quæ aspectui simul offeruntur, numero sanè infinitæ, confusæ erunt omnes, ac fortuitò congestæ re-

C rum omnium obiectarum phantasiæ, nec quidquam omnino spectari poterit. Quod quàm sit à sana mente alienum, nemo non videt: ex eo enim fit, vt præstantissimus oculorum vsus, qui singula discernit, pessum eat, ipsaq; videndi actio omnium nobilissima funditus euertatur.

Quocircà necesse est vnum aliquod punctum dari, quod proprium cuiusque rei opticum radium determinet, quo spectari queat. Quoniam enim plures reuerà radij ab vnaquaque re ad superficiem visus appellunt, nec per plures, quàm per vnum res quælibet distinctè cerni possit, impossibile est vnum aliquem ex illis superficie terminari, sed punctum aliquod hoc præstabit, quod lib. I. propos. 26. centrum visus esse diximus. Igitur radios omnes opticos in centrum visus coitionem facere oportet, sic vt per hos

D solos actio obiectorum in visum deriuetur, qui in centrum eius terminantur, per ceteros verò non item.

Hinc superiori lib. propos. 26. diximus centro glacialis humoris, quod & visus centrum est, sentiendi principium inesse, quatenus nimirum omnium radiorum, qui à distinctissimis rebus proueniunt, collectiones suscipit, atque ex innumeris, qui ab vna eademque re educuntur, definit, per quem vnaquæque conspiciatur. Atque ita etiam fit, vt externarum rerum, quæ distinctæ cernuntur, imagines eam in sensorio distinctionem obtineant, quam in seipsis habent.

Eodem etiam lib. propos. 24. Vitellonis sententiam confutauimus, opinantis radios opticos in centrum visus minimè coire; sed ab eo, priusquam illuc perueniant, infringi,

E ac deinceps rectà in cauitatem nerui optici protendi, quousq; ad neruum communem præcipuam visionis officinam attingant. Propositionem illam lector, si velit, consulat: est enim ad huius propositi explicationem peropportuna.

Arbitrabitur fortasse aliquis ad articulatam rerum intuitionem haud necessum esse, vt formæ earum in superficie visus eodem ordine distribuantur, quo in rebus ipsis: id verò esse pernecessarium, ac etiam satis, vt distinctis radiis importentur. Exempli gratia, obiecta C & D eam tantùm ob causam videri distincta, quòd radij A C & B C, quibus eorum imagines deferuntur, diuersi sint. Quod videtur probari posse ratione non improbabili: nam vnumquodque in eo apparet radio, quo ipsius imago ad superficiem

F organi sentientis defertur. Ergo C in radio A C, D verò in radio A D cernitur. At hi radij, quantumuis producantur, numquam tamen congredi possunt, nec quidquam habere commune, præter signum A, quod ipsius organi solitarium est punctum. Igitur distinctæ cernuntur res propositæ C & D, quarum formæ in idem licet punctum sentientis organi, distinctis tamen radiis inuehuntur.

Quæ ratio ex contrario plurimum habet roboris. Neque enim id, quod reipsa vnum est, multiplex ea sola causa apparet, quòd ipsius forma pluribus radiis ad diuersas organi partes adueniat. Vt si C radiis videatur A C & B C, non confestim geminum his radiis videbitur, aut toties numero auctum, quot radiis distinctis cernitur. Nam ita se habent A & B vnius oculi partes, quemadmodum duo oculi. Enimuerò nil interest, sintne A & B

vnus,

vnus, an plures oculi, quandoquidem vtrique parti facultas cernendi non secùs ac duobus oculis inesse concedatur. Vti ergo si quidpiam duobus oculis aspicitur vel etiam pluribus, non statim gemina aut multiplex ipsius phantasia sese exhibet; ita nec si vno oculo, quamuis distinctis radiis forma eius ad obtutum perueniat. Quamobrem è conuerso distincta ea omnia videntur, quæcumque distinctis radiis ingeruntur, tametsi in eamdem organi partem radij illi omnes illabantur. A

Respondeo non eamdem esse horum contrariorum rationem. vnius siquidem rei phantasia non multiplicatur ex eo, quòd forma eius distinctis radiis ad alias atque alias partes superficiei visus porrigatur, vt obiectionis confirmatio luculenter probat: at contrà, res plures in vnam conflatas permixtasq; videri oportet, si illarum formæ in eamdem organi partem, distinctis licet radiis, incidant. Nam id, quod sentientem facultatem excitat, non est totius formæ delatæ radius, sed sola eius extremitas, qua superficiem visus, seu præcipuum visionis organú attingit. Totus siquidem radij processus, qui extra hunc locum contactus extenditur, nullam actionem in facultatem videndi infert, cùm necesse sit obiectum per vicariam speciem coniungi organo, in quo facultas viget. Sola igitur illa pars radij, quæ visus superficiem proximè attingit, potentiam videndi excitat. B

Simile quiddam in sensu tactus experimur. Nam summo quidem digito cuspidi styli admoto tactus consequitur, eo tamen diiudicare non possumus quò ipsius styli longitudo vergat; quia nimirum sensus non à tota styli longitudine, sed à solo mucrone concitatur. Ita ergo & in ratione visus, sola radij extremitas, quæ organum attingit, proximè in sensum agit. Quocircà si in eamdem organi partem multi simul radij à diuersis rebus profecti conueniant, permixtæ hæ omnes atque confusæ videbuntur, nec vna ab alia secerni poterit. Ex quo tandem fit, vt distinctarum rerum imagines in superficie visus eumdem situm obtinere debeant, quem res ipsæ habent: quod tum potissimùm euenit, cùm singulæ res singulis radiis cernuntur, illique omnes, per quos visio celebratur, in centrum visus congrediuntur. C

Præterea si concedamus vnum idemque visile, puta C pluribus radiis, nempe A C & B C videri posse, consequens erit, vt vnus oculus rerum distantias certò liquidoque cognoscat; cui tamen manifesta experientia reclamat, vt lib. 3. propos. 1. ostendemus. Itaque proprium aliquod punctum constituere necesse est, quod radios illos omnes, per quos fit visio, determinet, atque in vnum colligat. Sic enim fiet, vt dum oculi tunicas radiosæ formæ pertranseunt, communes illarum & sentientis organi sectiones eumdem situm obseruent, quem res ipsæ habent. D

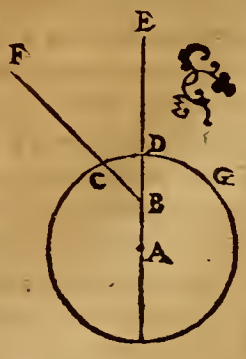
PROPOSITIO VI. THEOREMA.

Ex vniuersis opticis radiis solus axis in superficiem visus rectis incidit angulis; ceteri autem obliquis.

E

LIBRO primo propos. 1. geminam crystallini humoris superficiem distinximus, anticam & posticam, quas centris discrepare, vti & corneam, totumque oculum propos. 7. eiusdem libri est demonstratum.

Esto igitur C D G ipsius visus superficies, seu anterior crystalloidis facies, eiusque centrum A; visus autem centrum B, & quæ per vtrumque centrum transit recta linea A E axis sit opticus per 2. huius libri definitionem. Hunc dico superficiei visus C D G ad signum D relictis angulis insistere. Nam circini pede immobili in A constituto, inchoatus C D G circulus perficiatur, quem quoniam E A producta secat bifariàm per 17. definit. primi Euclidis, erunt quæ vtrimque relinquuntur, segmenta similia, nempe semicirculi. quocircà anguli A D C & A D G æquales inter se erunt, vt ex propos. 31. tertij Euclidis facilè colligi potest: ac proinde recti, quales nimirum in circulo aut sphæra recti esse possunt, quos proinde rectos sphærales vulgò appellant.



F

At ceteri omnes radij, qui ad centrum visus B protrahuntur (vt hoc loco est F C B) obliquè superficiem visus intersecant. Cum enim per centrum A non transeant, totum circuli C D G ambitum in segmenta inæqualia dispescunt. Quare obliquos angulos

cum

A cum ſuperficie viſus efficiunt; obtuſum videlicet ad maius ſegmentum, ad minus verò acutum, per 31. tertij Euclidis. Itaque ſolus opticus axis in ſuperficiem viſus rectis incurrit angulis; ceteri autem optici radij obliquis, quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VII. THEOREMA.

Axis opticus rectà in centrum viſus penetrat.

B ILLVD in confeſſo eſſe arbitror, radios omnes cùm luminis tum formarum, poſteaquam per idem medium aliquouſque recto tramite progreſſi ſunt, alterius diaphani occurſu ſubinde frangi inflectique, ac relictâ, quam ceperant, viâ aliò pergere. Quod ſanè tum neutiquam euenire poteſt, cùm in ſuperficiem occurrentis alterius diaphani æqualibus angulis radius impingit: hoc namque appulſu rectà in eius profunditatem penetrat, totamque eius denſitatem peruadit. Quando enim profuſus radius æquales vndique angulos cum ſuperficie ſecundi diaphani efficit, nulla eſſe poteſt ratio, cur in vnam partem potiùs quàm in aliam à recto curſu deflectat. Omnem ſiquidem linearum infractionem, aut à perpendiculari, aut ad perpendicularem fieri neceſſe eſt: ergo non frangitur illa, quæ in ſuperficiem alterius perſpicui ſecundùm normam incidit. At ex omnibus radiis qui in
C centrum glacialis humoris porriguntur, vnum dumtaxat reperire eſt, qui viſus ſuperficiem orthogonaliter pertranſit, is nempe, qui centra glacialis humoris, ac totius oculi connectit per præcedentem propoſ. Hic igitur ſolus, ex omnibus, qui in centrum viſus protenduntur, humorem albugineum rectà ac citra vllam inflexionem penetrat. qui proinde per 2. huius lib. definitionem axis opticus nuncupatur, quòd certum definitumque ſitum in oculi totius medio habeat, & circumcircà innumeris radiis cingatur, qui quidem fracti omnes in viſum ſubeunt, vt iam dicemus.

PROPOSITIO VIII. THEOREMA.

D

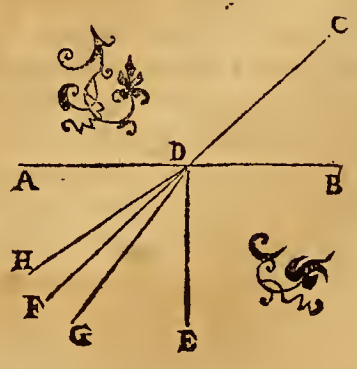
Præter axem, ceteri omnes radij optici per albugineum humorem ad perpendicularem inflectuntur.

DE radiorum per albugineum humorem traiectu ac infractione dicere cœpimus; at fortaſſe excuſatione potiùs nobis vtendum hoc loco fuiſſet, quàm proſequendi licentia, quòd de infractionis natura nihil huc vſque ſit explicatum: quia tamen hæc viſus proprietas inter præcipuas numeratur, & ad hunc locum propriè ſpectat, doctrinæ ordo expoſcit, vt eam minimè prætermittamus. Igitur pro eius faciliori intellectu, nunc obiter,

Præſciendum primò eſt, duplex diaphanum in ea quam tractamus radiorum infra-
E ctione ſpectari; vnum per quod radius opticus directò fertur, primumque dicitur; alterum per quod frangitur idem radius, & ſecundum alterúmve nuncupatur.

Deinde præſciendum eſt, duplicem eſſe infractionis modum, vnum qui à perpendiculari fit, alterum qui ad pendicularem. Vocatur autem perpendicularis recta illa linea quæ ſuperficiei ſecundi diaphani ad incidentiæ ſignum rectis angulis adiungitur, ad quam infringi radius dicitur, cùm ad ipſam propiùs accedit; cùm verò longiùs ab illa digreditur, infringi dicitur à perpendiculari.

Exempli gratia; ſit ſecundi diaphani ſuperficies A B, in quam incidat radius C D: ex D verò puncto incidentiæ
F perpendicularis excitetur D E, radiuſque incidens C D producatur in F directò, à quo duobus, vti dictum eſt, modis inflecti poteſt, vno quidem ad perpendicularem vt in D G, altero verò à perpendiculari, vt in D H. Dicitur autem illa inflexio ad perpendicularem, quòd per eam radius perpendiculari D E vicinior euadat. Siquidem D G, in quam D F primo modo flectitur, propinquior eſt ipſi D E perpendiculari, quàm D F: hæc verò à perpendiculari vocatur, quòd ſit D H à perpendiculari D E remotior, quàm D F, quæ ob ſecundi medij diſſimilitudinem in ipſam D H infractione transfertur.



Scien-

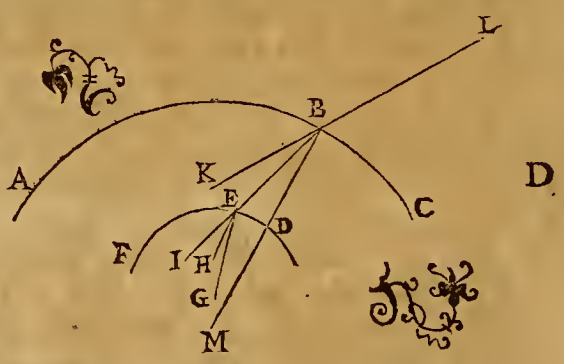
Sciendum tertiò, medium quoque vnum rarius esse, tenuioriſque ſubſtantiæ, cuiuſ- A
modi eſt aër; alterum denſius, magiſq; compactum, vt aqua, vitrum, cryſtallus, & ſimilia.

Quartò notandum eſt, radios à primo medio rariori per alterum denſius tranſuectos ad perpendicularem inclinari: per ſecundum verò rarius à primo denſiori abduci à perpendiculari, vt in Dioptricis Deo fauente latiùs explicabimus.

His prælibatis, planior iam fieri incipit propoſitionis ſenſus: nam eam elucidare potiùs quam demonſtrare proponimus, quòd necdum iacta ſint ea fundamenta, quæ demonſtrationi conſtruendæ firmandæque ſunt neceſſaria. Quia albuginei humoris tranſparentia ab externi aëris perſpicuitate diuerſa eſt, hicque ab illo ſubſtantiæ ſoliditate diſtat, radiorum infractio per eum neceſſariò conſequitur, illorum inquam, B
qui obliquè in ſuperficiem viſus incidunt. (nam perpendicularis rectà ad centrum viſus pertranſit, vt præcedente propoſitione diximus.) Obliqui autem quam ob cauſam frangantur, non eſt huius loci inueſtigare; dicemus de hac re in mentione de fractionibus, cùm de his ex inſtituto agemus in Dioptricorum libris: ſatis verò inpræſentiarum erit, ſi hoc ratum firmumque habeatur experientia ſuffragante, numquam ſiue opticos, ſiue luminis radios, qui quidem obliquè in ſuperficiem alterius medij incidunt, rectà ac citra flexum traduci.

Deinde cùm albugineus humor externo aëre ſolidior ſit, & compactus magis, per eum radius ad perpendicularem inclinabitur, vt patet ex quarta prænotatione. Cumque rurſus glacialis humor albugineo ſit denſior, fiet per hunc quoque noua verſus C
perpendicularem inflexio; atque ita radius opticus ab externo aëre, priuſquam in centrum viſus conſideat, bis fractus, ſemel per albugineum, ac iterùm per glacialem ſeu cryſtallinum humorem, ſenſim propiùs ad perpendicularem accedet.

Quod in hunc modum declaratur. Sit corneæ extima ſuperficies ABC, eiuſque centrum M: ſit etiam aranea tunica, ſeu cryſtalloidis operimentum DEF, ac eius centrum G: viſus autem centrum eſto H. His poſitis, dico in primis BM ſuperficiei extimæ oculi perpendicularem eſſe, quòd M eiuſdem ſuperficiei ſit centrum. Ac eodem modo EG perpendicularem eſſe aio ſuperficiei cryſtallini DEF, quòd G eius ſit centrum. Quæ enim ex centro circuli prodeunt, in circumferentiam rectis angulis incidunt.



Deinde dico ab L puncto viſibili profectum radium LB minimè in K rectà produci: ſed verſus perpendicularem BM, nempe in BE infringi, vt ex quarta prænotatione liquidò patet, quòd ſcilicet medium BE à medio BL denſitate ſubſtantiæ diſſideat. Rurſus eamdem ob cauſam, quòd nimirum cryſtalloides aqueo humore ſit denſior, fit, vt BE non recta I verſus incedat; ſed in H propiùs ad perpendicularem EG flectatur. E

Hoc igitur pacto rerum imagines non directò, ſed fractis inclinatiſq; ad perpendicularem radiis in centrum viſus illabuntur, idq; propter mediorum diuerſitatem. Quæ cauſa tametſi nondum cuilibet perſpicua ſit, fiet tamen manifeſta cùm de radiorum fractionibus ex profeſſo in Dioptricis agemus.

Præter hanc aëris atque humorum, quibus oculus conſtat, diuerſitatem, plurimùm etiam conducit ad radiorum infractionem albuginei figura, in medio quàm circa ambitum tenuior, quam proinde propoſ. 9. lib. 1. myoptræ ſimilem eſſe diximus (dioptræ id genus eſt in medio excauatum, quod res minores, quàm libero oculo videantur, repræſentat.) Huius porrò ea eſt natura, vt radios à ſubtiliore corpore, qualis aër eſt, pro- F
miſſos ad perpendicularem colligat, quos è contrario omphaloptra in medio quàm in ambitu craſſior à perpendiculari abducit, atque ea propter res obiectas maiores exhibet.

In quibus verò albugineus humor iuſtitia temperatus eſt, atque in ea mediocritate conſtitutus, quam in pleriſq; paſſim videre licet naturæ viſionis conſentaneam ac familiarem, hi res obiectas optimo quodam modo intuentur, ſic vt neque magnitudine enormes, neque paruitate exiles nimis illas conſpiciant.

At quibus à cerebri intemperie albugineus humor abundat, oculuſque ſupra naturæ conditionem diſtenditur, his ea pars oculi, quæ glaciali obijcitur, omphaloptræ figuram æmulatur: quare vt rectè cernant, myoptris opus habent, quòd nil eminùs videant. Res ſiquidem

A dem quas turgentes illorum oculi informes auctioresque aspiciunt, myoptrarum interiectu iusta portione attenuantur atque ad naturalem aspectum reducuntur.

Denique, quibus albugineus humor siccitate exteritur minuiturque, hi res æquo minores vident, quòd cornea oculi tunica illis subsidat, infraque naturæ modum ac exquisitæ visionis rationem deprimatur, qui proinde res eminùs quidem sat clarè liquidoque perspiciunt; at cominùs non item, nisi propè admoueantur. Myopes hos vocant, quales plurimùm senes reperiuntur, extrema præsertim ætate. *Nam*, vt Aristoteles scribit lib. 5. de generat. animalium cap. 1. *oculi quoque, vt reliquum corpus, senectute* siccescunt. Et paulò post: *Senes eam ob rem acutè non cernunt, quòd vt ceterarum partium*
B *carnis, sic oculorum quoque senescentibus obrugatur.* Quamobrem hi omphaloptris iuuantur, quibus res aspectu augescunt.

Ne varius loquendi modus lectori subinde moram adferat, cursumq; orationis sistat, notatu dignum puto, quòd in illo radiorum flexu, qui per oculi humores contingit, non minùs propriè dicamus eam radij partem, quæ cœptum iter deserit, ab optico axe discedere, quàm ad perpendicularem appropinquare. Nam per 2. huius lib. definitionem opticus axis ea est recta linea, quæ per centra M, G, & H extenditur, cui profectò LB occurret citiùs si rectà versus K producatur, quàm si in E frangatur. Itaque LB albugineum humorem subiens obliquum iter capessit, tantò longiùs ab axe disiunctum, quantò ad perpendicularem BM propiùs accedit. Ac simili prorsus modo radius BE cry-
C stalloidem penetrans, si quidem rectà in I pergere intelligatur, in opticum axem compendio incurret, at fractus in H aliquantò longiùs ab axe digredietur; quod ambiguitatis tollendæ gratia præmonitum oportuit.

Nunc vtilitatem eius infractionis, quæ per oculi densitatem fit, si quis requirat, hanc præcipuam adferre licet, vt scilicet aspectus quàm latissimè pateat. Si enim rectis lineis ac citra infractionem species rerum hauriret oculus, non latiùs sese visus effunderet, quàm pateret rectarum linearum è centro visus per pupillæ ambitum emissarum diuaricatio, quæ sanè perexigua est, atque minor etiam foret si inflexio radiorum fieret versus axem seu à perpendiculari. Nunc verò repansis vndique qui à centro educuntur radiis, amplissimum spatium foris visus complectitur, latissimumq; habet prospectum.
D Atque in hunc modum vastissima obiecta per collectam angustamq; pupillæ fenestellam suscipit.

Hieronymus Fabricius libro quem de visu, voce, & auditu inscripsit, parte tertia prioris tractatus cap. 2. inter corneæ vtilitates hanc censet, quòd per eam fiat radiorum opticorum infractio ad perpendicularem: idq; duabus potissimùm de causis, quarum vna hæc ipsa est, quam modò attulimus, nempe vt visus latissimè pateat, pluraque videat: altera verò vt per eam lumen in oculo roboretur, coëtuntibus in medio radiis, sicque facultas meliùs efficaciúsque ea perspiciat, quorum imagines cum lumine intrò suscipit, quas proinde vti ipsum lumen intendi augerique est necesse. Hanc infractionis vtilitatem probat illorum exemplo, qui in minutissimis operibus occupantur. hi namque
E ampullam vitream aqua limpidissima plenam lumini obijciunt, vt radiorum à tergo collectione res minimas distinctiùs accuratiusq; discernant.

Verùm hæc ratio ex falso elicitur principiò. Licet enim ex singulis partibus fulgentis corporis singuli radij in centrum visus perueniant; non tamen hanc solam ob causam in centro visus lumen intenditur, cùm eiusmodi radiorum concursatio æquè extra oculum, ac in eius centro, & tam citra infractionem, quàm eius interuentu eueniat. Quocumque enim modo res se habeant, necessarium semper est, vt sicut à quouis puncto rei luminosæ in omnè medij partem radij effunduntur, ita ab omnibus partibus rei lucidæ, in vnum aliquod punctum radij concurrant. Atq; ita si vera esset Fabricij sententia, non
F in centro visus tantùm, sed in quouis puncto medij lumen augeretur, propter radiorum in eo congressionem. Non est igitur ea radiorum intersecatio ad augendam luminis intensionem idonea, quia nimirum in toto medio perspicuo (quod quidem à corpore lucido æquè distet) similis existit. Sed alia quædam est radiorum collectio, quæ lumen intendit; cùm nimirum præter radios, qui suapte natura in eamdem partem medij ab omni parte corporis luminosi procidunt, eòdem etiam illi confluunt fractionis ope, qui aliàs per se numquam congredi possent, vt sunt paralleli omnes, atque illi etiam, qui in recessu diuaricantur, & in diuersas partes abscedunt. Sic per omphaloptras (quod specilli genus antè descripsimus in medio quàm in ambitu densius crassiusque, ac velut extuberans) quicumque pari interuallo, vnaque incedunt radij, versus axem hoc

est à perpendiculari infringuntur, & in vnum aliquod idemque punctum colligun- A
tur, in quo proinde lumen ita augetur, vt ignem accendi sit possibile: quod vulgò omnibus perspectum est, & quotidiano vsu comprobatum.

Quod omphaloptræ, hoc etiam præstat vitrea ampulla perspicuo humore ad summum oppleta, per cuius densitatem traiecti luminis radij franguntur coëuntque. Quamobrem illa insignem vsum præstat scalptoribus, & gemmariis, aliisque qui minutissima opera faciunt. Siquidem in auersa parte excellens quoddam lumen præbet, ex plurium radiorum conspiratione excitatum.

Huiusmodi autem luminis collectionem in oculi centro minimè fieri ex propos. 9. libri primi demonstrari potest. Ostensum est enim corneam araneamque tunicas non B
esse parallelas, sed in medio sibi, quàm in ambitu viciniores. Ex quo fit, vt albugineus humor formam myoptræ potiùs quàm omphaloptræ habeat. Myoptra autem eos, qui παραλλήλως incidunt, radios dispergit, atque ab axe diuellit, quos omphaloptra colligit. Igitur in centro visus non fit ea radiorum collectio, quæ lumen augere possit.

Deinde cùm oculorum temperamentum ab intensiore lumine facillimè oblædatur, quis non videt eam radiorum conspirationem, quæ lumen adauget intenditque, naturæ oculorum penitus aduersari; amicam verò oculis esse moderatam luminis remissionem? Ad quam in primis, ipsa albuginei figura myoptræ instar conducit; deinde pupilla ipsa sese dilatandi, astringendique vi pollens, quæ quidquid potest luminis excludit, sola ea portione asseruata, quam sine noxa sustinere potest. Denique impensa nigredo, quam C
choroidi insitam à natura esse lib. 1. propos. 1. diximus.

Præterea si albugineus humor forma omphaloptræ effectus esset, lumenq; per ipsius densitatem in centrum visus illapsum infractione augeretur, nihil omnino videri posset. Nam proprium id est omnibus, seu omphaloptris, seu cauis speculis, à quibus radij fracti aut repercussi in vnum aliquod punctum colliguntur, vt visu in concursu radiorum posito nihil perspiciatur. Quod experientia quidem satis, quod ad præsens institutum spectat, edocet: sed & ratio demonstrat. Nam res ex eo loco spectatæ adeò augescunt, vt penitus euanescant. Quod planius fiet, cùm de his visionum modis suo loco agemus. Igitur non fit in oculo ea radiorum collectio, quæ lumen cõdenset augeatque, sed à singulis obiecti partibus, singuli radij proueniunt, qui non rectà in centrum visus D
pergunt, sed ad perpendicularem, seu ab axe priùs deflectunt quàm in centrum visus prolabantur, scilicet vt eò latiùs visus pateat.

Difficilis nodus hoc loco explicandus superest, quonam pacto admissa ea radiorum infractione non omnia extra proprium locum constituta spectentur. Nam quidquid fracto radio cernitur, alio in loco quàm reipsa sit, apparet, vti etiam omne id cuius forma à terso corpore repercutitur: quod si fiat, fallax erit omnis aspectus noster, nec aptè quidquam discerni poterit.

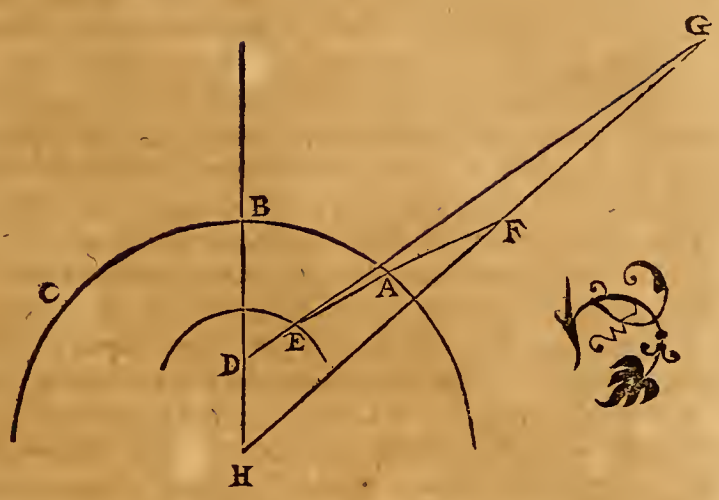
Respondeo visum nostrum in multis quidem falli, vt libro quarto ostendemus, qui de visus erroribus instituetur: nec circa distantiam solùm, aut magnitudinem, vel figu-
ram, situmve, sed etiam circa proprium cuiusque rei locum pluribus modis visum hal- E
lucinari contingit. Nil igitur mirum, si propter radiorum flexum, qui per albugineum & crystallinum humorem fit, res à propriis verisque locis distrahantur. Nec hoc accuratam distinctamque visionem impedit, cùm sit malum oculo familiare, nec vna aliqua res alieno in loco appareat, ceteris loco proprio cõsistentibus, (id enim visionem omnino confunderet): sed cùm simul omnes rerum phantasiæ proportione quadam, atque vniformi difformitate cedant, apparentiaque loca capessant, nulla in iis quæ videntur perturbatio confusioque inuehitur. Oculo enim idem euenit, quod iis qui per specilla res intuentur. Hi enim tametsi omnia alienis in locis, atque à propriis sedibus abducta videant; putant tamen se proprio in loco vnumquodque contueri: vnde & res quaslibet F
digito rectè designant, & scopum in quem collimant, vere attingunt. Quod quo pacto fiat, sic accipe.

Sit corneæ tunicæ extima superficies A B C, & centrum eius H; visus autem centrum sit D, res verò spectabilis F, cuius species fracto radio F A E D centrum visus subeat: appareatque F in G, vbi nempe D E producta tandem cum perpendiculari H F etiam producta congreditur.

Nunc si quis punctum F digito attingere conetur, is eum secundùm rectam A F verè quidem extendet, at per rectam D G extendi videbitur, propterea quòd quidquid in A F verè existit, id omne in recta D G appareat. Quare si extensus digitus sensim in F promouea-

A moueatur per rectam AF, tunc versus G per rectam DG produci putabitur; cumque attinget punctum F, videbitur attingere punctum G, quòd phantasia puncti F in G apparentè locum habeat.

Idemque in iis, qui collimant, ostendi potest. cùm B enim signum in scopum apparentem dirigitur, verè in F tendit, quòd punctum F in G, vti diximus, totaque inflexa linea DEAF in rectâ DG extensa esse videatur.



Idem ergo oculo accidit, quod iis qui per specilla aspiciunt; hæc verò fallunt quidem, at vsum aspectus non euertunt, quin potiùs perficiunt, collapsumque in pristinam integritatem ac statum naturalem restituunt.

Quamquam ea, quæ ad propositæ difficultatis explicationem huc vsque sunt dicta, C magnam veri similitudinem præ se ferunt; tamen si in quæstione tam difficili ac dubia experientiam quoque rerum magistram in consilium aduocemus, experiemur profectò rem longè aliter se habere, radiorumque infractionem, quæ per oculi humores fit, aspectui adeò esse naturalem, vt ea etiam quorum imagines fractis radiis in centrum visus commeant, propriis in locis singula conspiciantur. Cùm enim iam constet ea quæ per axem videntur, in axe quoque apparentem locum habere; sanè si cetera non in illa recta linea apparent, quæ à centro visus ad vnumquodque illorum educitur, consequens est, vt axe optico à re vna in aliam procul translato res ipsa locum mutare videatur. Id enim ni fiat, eodem loco nunc res videbitur, cùm per obliquum radium forma eius sese insinuat, quo priùs, cùm axis opticus in eam defixus tenebatur. Sic verò iis qui per dioptras D seu specilla inspiciunt, dum caput circumagunt, res loco moueri videntur: positis autem specillis nullam rerum lationem percipiunt, quantumuis caput oculósve in orbem ducant. Igitur seu per axem rerum imagines directò ferantur, seu per obliquum radium fractæ inclinataque porrigantur, in ea semper linea res proposita videtur, quæ ad ipsam à centro visus rectà protenditur, tametsi non per eam semper videatur.

Deinde si tamdiu oculum conuertamus donec opticus axis in eum locum venerit, in quo res quæpiam obliquo radio antè cernebatur, experiemur haud dubiè nos iam distinctè ac velut per axem rem istam intueri. Itaque vtroque visionis modo, hoc est illo qui per axem fit, illoque qui per obliquum radium, eodem semper loco res conspiciuntur. Si enim visile F (exemplo quo priùs vti liceat) directo quidem aspectu in F, obli- E quo verò in G appareat, cùm axis DB, oculo circumacto, in locum DG delatus fuerit, nondum ipsum F perfectè videbitur; sed tum primùm, cùm axis in F erit perductus: at verò experientia docet id quod priùs obliquè cernebatur & obscurè, tum perfectissimè videri, cùm in eum locum axis opticus reponitur, in quo res antè obliquo radio cernebatur: ergo seu rectis seu fractis per oculi densitatem radiis, res eo semper ordine ac loco videntur, quo reapse dispositæ sunt. Cuius effectus hanc esse arbitror causam, quòd humores tunicæque oculi ab extima superficie ad centrum vsque perpetuo contactu, ac serie nullibi interrupta contineantur. Ita profectò familiari quodam partium omnium consensu contactuque sentientis organi visio rectè celebratur, licet per diuersa F media radij optici sæpiùs infringantur.

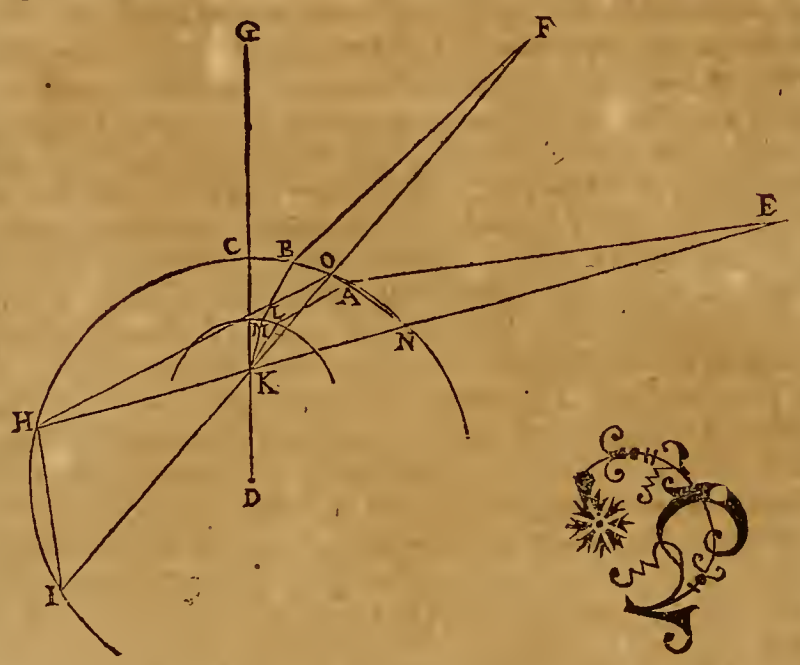
Huic sententiæ plurimùm fauet maxima illa diuersitas, quam in animalium oculis deprehendimus. Vix enim vllum animantis genus reperiri potest, cuius oculi alterius oculis per omnia sint similes, quin potiùs in singulis videas tunicarum humorumque figuras ac commensus plurimùm dissidere: quibus tamen nulla inest aspectus depraua-tio, sed recto atque humano more res omnes externas intuentur; præterquam, quòd nonnulla aliis acutiùs videant, alia obtusiùs. Sic supremus rerum artifex omnia moderari consueuit, vt ex iis quæ naturæ repugnare videntur, effectus eliciat naturales, sapientiam simul atque potentiam hominibus ostendens.

A

PROPOSITIO IX. THEOREMA.

Radij optici axi viciniores angulis maioribus, remotiores minoribus, æquè distantes æqualibus per albugineum oculi humorem franguntur.

PROPOSITVM in hunc modum demonstrabitur. Sit oculi superficies A B C, cuius centrũ D; visus autem centrum sit K, ad quod perueniant radij G K, F K, E K, è quibus G K quidem axis esto superficiei visus rectis angulis insistens; proximus verò hunc sequatur F K, dein E K, ambo superficiem oculi obliquè secantes. B



C

Dico igitur F K, quàm E K maioribus angulis frangi. hoc est formam signi F non per rectam lineam F K, sed per fractam F B M: formã verò puncti E non per rectam E K, sed per E A L in K centrum visus peruenire: sic vt maior sit angulus F B M quàm E A L, & B M K, quàm A L K maior.

Quoniam enim infractionis causa est obliquitas angulorũ, quos incidentes radij, cum superficie secundi diaphani comprehẽdunt, necesse omnino est, vt maiorem angulorum incidentium obliquitatem maior infractio consequatur: hoc est, vt quanto incidentiæ anguli à rectis longiùs absunt, tanto quoque incidentes radij obliquioribus angulis frangantur. At radij ab axe remotiores cum visus superficie obliquiores angulos faciunt, quàm qui axi sunt propinquiores; illi ergo per densitatem oculi obliquioribus angulis franguntur.

D

Quòd autem E K, quàm F K obliquiores angulos faciat cum oculi superficie, ita probatur. Producta E K in H, & F K in I, iungantur H I & O N. Quoniam igitur per 35. tertij Euclid. rectangulum sub N K & K H contentum, æquale est rectangulo comprehenso sub O K & K I, erit per secundam partem decimæsextæ sexti Euclid. quemadmodum K I ad K N, ita K H ad K O: est verò angulus I K H, angulo N K O æqualis per 15. primi Euclidis: est igitur & angulus K H I angulo K O N æqualis per 6. sexti Euclidis. At cùm in triangulo H K O maius sit latus H K latere K O per 7. tertij Euclid. erit per 18. primi Euclidis angulus K O H angulo K H O maior. Hi igitur duo inæquales anguli, si addantur æqualibus angulis K H I, & K O N, compositi inæquales erunt per communem notionem, maiorque erit is, cui maior adiunctus fuit, nempe N O H maior quàm I H O. Quare inæqualia sunt ipsa segmenta, ac maius quidem I C O, in quo minor est I H O angulus, minus verò H C N, in quo angulus N O H est maior, vt ex 31. tertij Eucl. colligi potest. Inæqualium verò segmentorum maioris maior est angulus, qui sub recta linea & circuli peripheria continetur per eamdem 31. tertij Euclidis. Igitur obliquior est E K superficiei oculi, quàm F K. Nam obliquior est ex minoribus recto angulis minor, vti ex maioribus recto maior: est autem vterque angulus K N O, K O C recto minor, quandoquidem neutra N H, O I per centrum D transeat; minor verò iam ostensus est K N O angulus, quàm K O C. Est igitur idem angulus K N O angulo K O C obliquior. Quare & linea E K superficiei oculi obliquior erit, quàm F K, quippe quæ obliquioribus incidit angulis. Ideoq; eadem E K ab axe G K remotior, magis infringitur, quàm F K eidem G K axi propinquior; propterea scilicet, quòd obliquitas incidentiæ fractionis sit causa, quam in Dioptricis explanatiùs tractabimus. E F

Deinde,

A Deinde, si omnes radij paribus angulis inflecterentur, quantumuis exigua portione hi à rectis dissiderent, sequeretur aliquorum radiorum fragmenta axem ipsum opticum intersecare, illorum nimirum qui huic proximi essent; atque ita res quædam ad vnam axis partem constitutæ, in altera apparerent; quod fieri nequit, cùm axis medius sit, ea dirimens quæ ex omni circum parte cernuntur. Igitur radiorum inæquali spatio ab axe disiunctorum inæqualem esse oportet infractionem.

At eamdem ob causam multò minùs fieri potest, vt radij propinquiores axi, minoribus angulis frangantur, quàm remotiores. Igitur contrà remotiorum quidem radiorum fractionem, minoribus angulis quàm propinquiorum, accidere est necesse. Ex quo facilè B intelligi potest illorum radiorum, qui æquè ab axe disiuncti sunt, æquales quoque esse infractiones, quòd in his par causæ vis efficientiaq; conueniat, nempe angulorum æqualitas, quos incidentes radij cum superficie oculi ac visus complectuntur. Atque ita perspicuum relinquitur id quod initio propositum fuit ostendere.

Porrò hanc infractionis inæqualitatem eadem consequitur vtilitas, quam superiore propositione exposuimus, quòd nimirum hac etiam causa latiùs se visus expandat. Si enim æqualem omnes radij admitterent infractionem, ea pyramis optica, quæ maxima dicitur, angusta admodum base definiretur, nec omnino maiore, quàm quæ pupillæ angustiis proportione quadam responderet: nunc verò quo res magis à lateribus proueniunt, eo ipsarum radij minoribus angulis fracti in centrum visus aditum inueniunt.

C Hîc obiter admonitum lectorem volumus, quamuis hactenus dictum sit radios opticos non directò in oculi centrum illabi, sed per albugineum crystallinumque humorem fractos penetrare; tamen ne quotiescumque in decursu orationis radiorum opticorum meminisse oportebit, necesse habeamus eius infractionis mentionem facere, non sine lectoris tædio ac graui molestia; nos cùm in sermone, tum in schematibus vsupaturos in posterum radios opticos, non secùs ac si rectà in centrum visus citra infractionem vllam protenderentur. Ad ea enim quæ hoc libro & sequentibus dicenda sunt, nihil omnino interest, recténe an per anfractus radij optici humores oculi tunicasque pertranseant, cùm constet species à re visa ad oculos per idem medium rectis lineis deportari.

D

PROPOSITIO X. THEOREMA.

Secundùm omnes radios opticos fit rerum comprehensio, certissima quidem per axes; per ceteros autem tantò certior, quantò sunt axi propinquiores.

PRÆTER eam vtilitatem, quam superiùs ex radiorum infractione prouenire diximus, nempe vt latiùs visus pateat, alia quoque proprietas non minùs illustris ac vtilis infractionis inæqualitatem comitatur, nimirum E aspectus difformitas, qua per axem quidem res delatæ ad oculum accuratissimè conspiciuntur; ceteræ autem, quantò per radios ab axe remotiores, tantò obscuriùs imperfectiusque: omnis enim infractio, vti & inflexio, species hebetat atque eneruat. quo igitur illa maior est, eo minùs enucleatè res ipsas aspectui repræsentat.

Deinde tantò clarior certiorq; est visio, quantò efficacior; tantò verò efficacior, quantò directiùs optici radij in superficiem visus incurrunt: siquidem hi magis feriunt, efficaciusq; actionem imprimunt: igitur per radios minùs obliquos, quales sunt axi viciniores, præstantior visio prouenit, quàm per remotiores ac fractos magis.

Fuit autem ea visionis disparitas apprimè necessaria. Cùm enim animus in vnam F dumtaxat rem, non verò in plures simul possit intendere, ad eam totus conuertitur quæ organum acriùs stimulat lacessitque, quam proinde externus sensus exactiùs dignoscit. Quòd si visus res omnes æquè articulatè perspiceret, animus circa omnes quoque simul totus occuparetur: perfecta siquidem visio animi attentionem postulet; hoc autem cùm fieri nequeat, nec visus plura simul accuratè videre potest, sed vnum tantùm, quod in axem cadit. Denique axi proxima perfectiùs videntur, quòd sicut oculorum, ita & mentis pronior sit erga hæc discursus.

Ex dictis sequitur, in axium opticorum congressu nobilissimam visionem celebrari. Cùm enim sigillatim in vno quouis axe, præ ceteris qui hunc circumstant radiis, perfe-

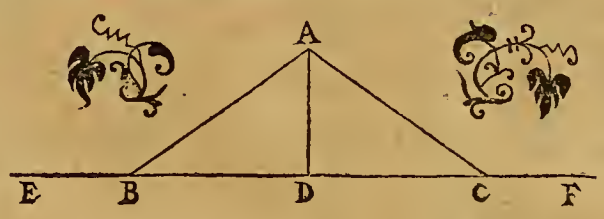
ctissima sit formarum comprehensio, erit & coniunctim eo loci, vbi ambo simul axes optici conueniunt, visio omnium exactissima, q od libro etiam superiore, proposit. 76. certissimo experimento ostendimus, vt præterea nulla alia demonstratione ad roborandum propositum sit opus. A

PROPOSITIO XI. THEOREMA.

Axis communis eam, quæ extrema neruorum opticorum connectit, bifariàm secat.

B

ESTO commune neruorum opticorum principium A, eorumdem autem neruorum extrema B & C connexa per rectam BC, cadatque AD in BC ad signum D normaliter. Dico eamdem BC in D sectam esse bifariàm. Cùm enim nerui optici longitudine sint pares, vt lib. 1. proposit. 22. ostensum est, isosceles erit triangulum ABC, per definitionem, eiusq; crura AB, & AC inter se æqualia: perpendicularis verò AD, quæ totum triangulum æquicrurium in duo triangula diuidit, vtrique communis est; porrò & angulus BAD, angulo CAD æqualis esse ita demonstratur. Protensa BC vtrimque in E & F, fit externus angulus EBA, angulo externo FCA æqualis. Siquidem duo anguli EBA & ABD duobus rectis sunt pares per 13. primi Euclid. item FCA & ACD pares sunt duobus rectis, per eamdem 13 primi Eucl. Si igitur ab his æqualibus auferantur ABD & ACD inter se æquales per 5. primi Euclid. reliqui, scilicet externi anguli, per communem notionem æquales inter se erunt. At externus angulus EBA æqualis est duobus internis & oppositis BDA & BAD per 32. primi Eucl. Similiterque angulus FCA externus, duobus internis & oppositis CDA & CAD æqualis est. Sunt igitur duo anguli BDA, BAD simul sumpti duobus angulis CDA, CAD simul sumptis æquales. Ab his ergo si auferantur æquales recti, qui circa D consistunt, relinquentur BAD & CAD inter se æquales. Quare cùm in triangulis BAD, CAD duo latera AB, AD, duobus lateribus AC, AD vtrumque vtrique æqualia sint, & angulus BAD angulo CAD æqualis, erit per 4. primi Eucl. & basis BD basi DC æqualis. Igitur BC per communem axem AD qui normaliter in ipsam incidit, est secta bifariàm, quod propositum erat demonstrare.



C

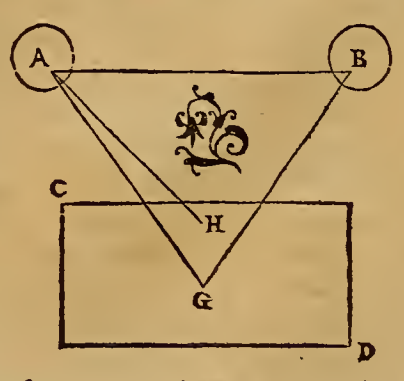
D

PROPOSITIO XII. THEOREMA.

Axes optici in vnum semper idemq; punctum conspirant.

LIBRO primo propos. 19. insignem illam oculorum concordiam descripsimus, qua in mutuam actionem ita consentiunt, vt quò vnus fertur, eodem mox alter toto conatu, ac velut certo quodam definitoq; naturæ impetu rapiatur. Vnde propositum theorema ceu consectarium elicitur. Cùm enim hæc virtus, perfecti intuitus causa, oculis inesse videatur, ni amborum luminum axes firmissimo societatis vinculo colligentur, peribit omnis vsura lucis, ac rerum quæ sub aspectum cadunt: quod in hunc modum ostendi potest. E

Sint duorum visuum centra A & B; proposita autem sit superficies CD ceu horopteris planum, in cuius punctum G si vnius oculi axis terminetur, dico & alterius oculi axem ibidem mox naturæ ductu affuturum: manente siquidem visu A defixo in G, acies oculi B si fieri potest in aliud punctum, puta H, deflectat, sic vt axes in immensum producti nusquam concurrant; tunc non modò vtrumque punctum G & H, & quæcumque demum in eadem illa superficie CD existunt, geminata apparebunt: verùm etiam nullus omnino locus erit, e quo singulare aliquid ac distincte dignosci poterit. Quod cum naturę visus penitus aduersetur, oculorum machi-



F

A machinator Deus, musculos, quibus illi cientur, ita sociauit, vt suapte vi ipsos orbes aut pariter attollere, aut vnà deprimere; aut in dextram sinistrámve partrem simul inflectere cogantur, vt lib. 1. propos. 19. ostensum est.

Quamquam autem oculorum conuersiones ita se habeant, vt suopte ingenio iugatos semper axes contineant; tamen haud diffitendum est, quin possint externa vi, aut praua alterius affectione, velut paralysi aut conuulsione ab ea societate diuelli: id verò cùm accidit, omnia item geminari videntur, & mutuo congressu ita se rerum aspectabilium imagines impediunt, vt velut turbata acie nil præter indigestam congeriem, & sine forma formam, intueri liceat.

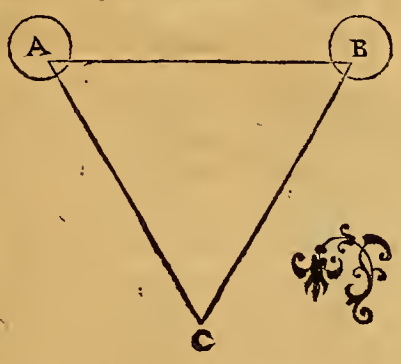
B Non igitur in potestate oculorum positum est, axes ita diuellere vt nullo loco concurrant, ne aliquando proprio ac naturali vsu aspectus destituatur. Inutilis enim eiusmodi oculorum constitutio foret, qua nil vspiam exactè spectari posset. omne namque quod distinctè videtur, in axium concursu existat necesse est. Quocircà perpetuò axes ita iunguntur, vt semper in vnum aliquod idemq; punctum conspirent; quod fuit propositum.

PROPOSITIO XIII. THEOREMA.

Axes opticos cum ea quæ connectit centra visuum, eaq; quæ extrema neruorum opticorum iungit, in eodem plano necesse est esse.

C

SINT axes optici A C & B C, connectens autem centra visuum AB. Hæ tres lineæ cùm triangulum claudant, in vno eodemq; sunt plano, vt per posteriorem partem 2. vndecimi Euclidis constat. Necessum autem esse, vt axes cum ea, quæ centra visuum connectit, triangulum perficiant, ex eo conuinci potest, quòd illi & inter se,



D & connectenti centra visuum naturaliter cohæreant: huic quidem ex necessitate, quia per centra visuum transire ipsi etiam axes necessariò debent. Est enim centrum visus punctum illud, in quod radij vniuersi simul conueniunt, quodque formas omnes aspectabilium rerum, per quoscumque demum radios inferantur, in se recipit; colligitque velut commune quoddam omnium conceptaculum, vt lib. 1. proposit. 26. fusiùs est explicatum. Cùm ergo per centra visuum axes transeant, fit vt illi quoque, quæ centra visuum iungit, necessariò cohærescant. At etiam inter sese. Nam ex præcedente propositione iam constat axes opticos perpetuò coniunctos esse, ne scilicet res à propriis abductæ locis

E geminatæ conspiciantur. Sequenti etiam libro ostendemus non nisi in axium congressu res singulares videri. Duo ergo iugati axes cum ea, quæ centra visuum copulat, triangulum constituunt. Quocircà in vno hæc omnia sunt plano; quod primò propositum fuit demonstrare.

Quod verò tres hæ lineæ, axes videlicet optici, eaque quæ centra visuum connectit, cum ea, quæ iungit extrema neruorum opticorum, in eodem sint plano, ex proposit. 8. & 10. libri primi liquidò constat. Nam octaua quidem propositione ostensum est, omnium partium totius oculi centra in directum constituta esse: ex quo in primis illud efficitur, per hæc omnia rectam quamdam lineam extēdi posse, quandoquidem ea sit rectæ

F lineæ definitio, vt omnes eius partes ex æquo sibi respondeant. Deinde recta iam linea per omnia centra oculi acta intelligatur: hanc propositione 10. lib. 1. per eam nerui optici extremitatem, qua oculum attingit, incedere manifestè ostendimus; est porrò recta hæc linea eadem cum axe optico per secundam huius libri definitionem. Igitur triangulum efficiunt axes optici cum ea quæ extrema neruorum opticorum coniungit, in quo cùm & illa sit, quæ per vtriusque visus centrum protenditur, perspicuè colligi potest vtrumque axem opticum cum vtraque connectente in eodem plano existere; quod secundo loco demonstrasse oportuit.

PROPOSITIO XIV. THEOREMA. A

Et nerui optici, cum ea quæ illorum connectit extrema, in vno sunt plano.

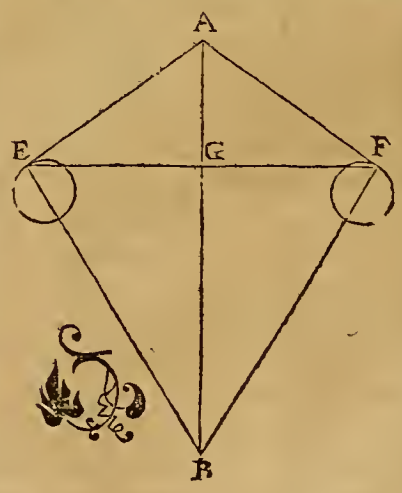
HVIVS propositionis eadem est quæ superioris demonstratio. Quoniam enim nerui optici communi principio ab origine connectuntur, & ea quæ illorum extrema copulat, triangulum perficit, fit per posteriorem partem secundæ propositionis libri vndecimi Euclidis vt omnes in vno sint plano; quod demonstrasse oportuit. B

Non est tamen idem responsus neruorum opticorum cum connectente centra visuum, qui opticorum axium cum ea quæ neruorum opticorum extrema coniungit. Optici namque axes cum superioribus oculi partibus, vnde cernendi vis efficientiaque prolabitur, ita consentiunt, vt illorum congressum cum centris visuum, ac neruorum initiis, in eadem semper regione constituta esse oporteat: at nerui optici, qui insitam sibi facultatem cerebro potiùs, quàm subiectis oculi partibus acceptam referunt, non ita centris axibusque opticis, vt propriis extremitatibus ac communi principio respondent. Quocircà hi quidem, id est nerui optici, eaque recta linea, quæ ipsorum extrema colligat, in vno semper sunt plano; non verò in eodem in quo & centra visuum axesq; optici. C

PROPOSITIO XV. THEOREMA.

Si duo axes optici cum axe communi conueniant, erunt in eodem plano cum ea quæ extrema neruorum opticorum connectit, & duabus à neruo communi eidem connectenti conterminis.

SIT axis communis A B, duóque optici E B & F B concurrentes cum communi axe in B. Sit item ea quæ extrema neruorum opticorum connectit E F. Huic autem conterminæ, hoc est à neruo communi A ad eius extrema seu terminos E & F, ductæ sint A E & A F, quæ neruos ipsos opticos repræsentant. Dico has omnes in vno eodémque plano esse. nam per posteriorem partem 2. vndecimi Euclid. trianguli E A F latera omnia in vno sunt plano, sic & latera trianguli E B F, vt duabus superioribus propositionibus est demonstratum. At vtrumque triangulum in eodem plano esse prior eiusdem 2. vndecimi Euclid. pars conuincit. Nam in vtroque simul duæ lineæ A B & E F sese intersecant in G per 11. propos. huius libri, quæ proinde in vno sunt plano: est verò vti E F sic & A B, quæ ab A communi neruorum principio originem ducit, & in B opticorum axium congressum procidit, vtrique triangulo communis. Igitur vtrumque triangulum in eodem illo est plano, in quo sese A B & E F intersecant. Quocircà & omnes supradictæ lineæ, vtpote horum triangulorum latera, in vno eodémque sunt plano; quod erat demonstrandum. D E



PROPOSITIO XVI. THEOREMA. F

Radij omnes, qui à proposita quapiam recta linea ad centrum visus porriguntur, in eodem sunt plano.

PERSPICVA est huius theorematis demonstratio, tum ex iis quæ tribus proximis propositionibus diximus, tum ex posteriore parte prop. 2. lib. 11. Euclidis Constat enim triangulum esse oportere id, quod proposita recta linea ceu base, radiisque ab oculo ad ipsius extremitates pertinentibus continetur. In hoc ergo cùm ceteri omnes radij existant, qui à proposita linea ad centrum visus porriguntur, consequens est per iam citatam Euclidis propositionem,

A nem, vt illi omnes in eodem sint plano. Hinc porrò colligi potest, eam formæ productionem, quæ à recta linea visili directè vel obliquè aspectui obiecta ad alterum oculorum protenditur, radiosam quamdam esse superficiem, cuius nos suprà mentionem fecimus propos. 2. huius libri, & sæpè in posterum meminisse oportebit, libro præsertim sexto, in quo de proiecturis agemus.

PROPOSITIO XVII. THEOREMA.

Axis communis per se immutabilis est.

B 

QVEMADMODVM nerui optici propriis locis firmi consistunt, vna quidem extremitate neruo communi cohærentes, altera verò ossibus inserti, in quorum cauis sphærulæ oculorum torquentur. Ita communis axis, qui angulum neruis opticis comprehensum, subiectamq; illi basin secat bifariàm, immutabilis esse conuincitur. Cùm enim motis oculis, loca, per quæ axis communis suapte natura transit, immota perseuerent, necesse omnino est axem ipsum communem, sicut & neruos opticos, immutabilem esse.

Est verò hic situs oculorum, naturæ aspectus quàm maximè accommodatus, vt sicut nerui optici cum axe communi superiùs cohærent, ita & axes visuales cum eodem com-
C muni axe exteriùs concurrant, in eodemq; extendantur plano. Quare in ea constitutione situq; sponte oculi conquiescunt, nec inde facilè dimouentur nisi ope ac vi musculorum, qui voluntatis imperio ac motrice, qua pollent, facultate, cùm res exigit, eos vel attollunt, vel deprimunt, vel ad latera inflectunt.

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA.

Motis oculis, axes quoque optici pariter loco dimouentur.

D 

CVM ex secunda huius libri definitione constet, axem opticum rectis angulis superficiei visus insistere, perspicuum est, mota visus superficie & angulum incidentis axis vnà mutari, nisi axis ipse motum oculorum pari vestigio subsequatur. Essentia namque recti anguli in indiuiduo est constituta, cui nec addi nec detrahi quidquam potest citra essentiæ mutationem: detractione siquidem acutus, additione verò obtusus efficitur.

Cùm axem opticum mutari mouerique dicimus, neutiquam volumus, vt formæ visibiles, quæ rectà per aërem protenduntur, loco mutari intelligantur, quasi eædem numero ex vna in aliam partem medij commeent, quod fortè nos dicere quispiam arbitraretur, eam ob causam, quòd propositione prima huius libri ostensum sit, radios opticos esse ipsas aspectabiles formas directò ad centrum visus exporrectas, axémque proinde opti-
E cum esse eam formæ productionem, quæ rectis angulis in visus superficiem incidit. Cùm igitur axem moueri dicimus, existimabit aliquis indicare nos velle formam ipsam moueri loco; quod tamen à specierum natura alienum est, cùm vniuersam actiuitatis sphæram rectis vndique lineis profusæ impleant, nisi qua impediuntur adiaphani corporis interiectu.

Verùm non hoc astruimus, sed tantùm rectas illas formarum productiones, licet immotas, respectum appellationémque mutare. Vti enim idem luminis radius sola corporis conuersione, nunc posterior esse potest, qui priùs anterior erat; & nunc sinister, qui priùs dexter: sic oculi mutatione formæ visibiles, quæ priùs perpendiculares erant,
F nunc obliquæ fiunt, aliæque in perpendicularium, non dico locum, sed respectum appellationémque succedunt, licet immotæ loco consistant.

Quamobrem autem axes opticos motis oculis mutari necesse fuerit ex libro sequenti planum fiet, cùm ostendemus ex oculorum motu, eorum quæ foris versantur, motum plurimùm cognosci. Nisi enim circumactis oculis & axes optici transferantur, nulla ratio erit cur internus sensus ex organi motione externarum rerum lationes cognoscat. mutantur itaque axes optici loco situque circumactis oculis, quod probasse oportuit.

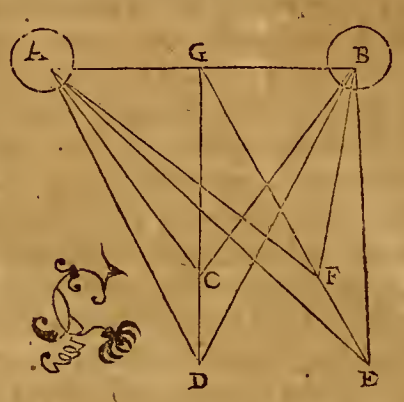
PRO-

A

PROPOSITIO XIX. THEOREMA.

Radius communis omni oculorum motu, præterquam diuaricationis & contractionis, variat.

RADIVS communis, non secùs ac optici axes, mutationi obnoxius est: attamen non omni oculorum motu situm immutat; sed eo dumtaxat, quo oculi vel attolluntur, vel deprimuntur, vel vnà in dextram aut sinistram partem flectuntur, vel in orbem torquentur. Illo autem motu, quo B pariter diuaricantur, aut contrahuntur, ipse communis radius nullam mutationem suscipit. Tum siquidem ita oculi mouentur, vt axium concursus, per quem communis radius necessariò transit, in eadem semper recta linea existat.



C

Quod vt planiùs intelligatur, sint, exempli gratia, sphæræ oculorum A & B, quæ autem visuum centra connectit A B secta sit bifariàm in G. Ac primò quidem conueniant axes optici in C puncto communis radij G C: dico igitur posse oculos ita diuaricari, vt axium concursus in eumdem radium communem incidat, ad signum D; hoc verò oculorum motu perspicuum est communem radium immotum atque inuariatum perstare; mutari autem si oculorum axes ad aliud quodcumque punctum conuertantur, quod extra communem radium G D assumptum sit siue suprà, siue infrà, siue ad latera, vt puta E. Nam cùm C & E puncta non sint in directum cum puncto G posita, aliam esse oportet lineam G E à linea G C, vt ex definitione rectæ lineæ constat.

Rursus possibile est oculos ita constringi, vt axes optici à puncto E in F punctum radij communis G E adducantur: atque hoc item oculorum motu quo ab E in F axium congressus transfertur, nequaquam mutatur communis radius: igitur solo diuaricatio- D nis & constrictionis motu radius communis nullam mutationem subit. Quod autem omni alio oculorum motu, quo axium concursus à linea G E diuellitur, ipse simul communis radius moueatur, eodem argumento probari potest, quo in mutatione communis radij G D proximè vsi sumus. Nam omnis oculorum inflexio, præter solam diuaricationem & constrictionem, ad eiusmodi loca ducit, quæ cum G in directum constituta non sunt. Quare vna aliqua recta linea per ea omnia duci non potest: sed alia est quæ per G E, alia verò quæ per G D extenditur: at fieri nequit, vt radius communis immutatus alius atque alius existat: igitur omni alio motu oculorum, excepta diuaricatione & constrictione, radius communis variat; quod propositum fuit demonstrare.

E

PROPOSITIO XX. THEOREMA.

Oculi ita diuaricari nequeunt, vt axes firmentur paralleli.

PRÆTER illas musculorum coniugationes, quibus oculorum orbes concitantur, alium esse neruum docuimus lib. 1. propos. 3. cuius proprium sit munus obtutum defigere, aciemque immotam continere. Id verò cùm fieri non possit, nisi axes optici in rem aliquam vnà conueniant, consequens est, vt hi situ parallelo firmari ac contineri aliquanto temporis interuallo nequeant. F

Subinde tamen euenire crediderim, at fortuitò, vt axes optici paralleli fiant; cùm nimirum laxatis musculis, abiectoq; retentionis conamine oculi fluxum quemdam, atque incertum situm habent. Quemadmodum in somnis fortè nonnumquam contingit; at tum feriante motrice facultate nequaquam oculi in eo situ firmantur. Igitur ea vis, quæ oculos continet figitque obtutum, ita est comparata, vt, nisi intentis in vnum aliquod punctum axibus, oculos diu continere non possit.

Neque in somnis modò, verumetiam ex deprauato habitu ea passio oculis accidere interdum solet. Nam musculi longo vsu validoque conatu debiliores aliquando effecti,

aut

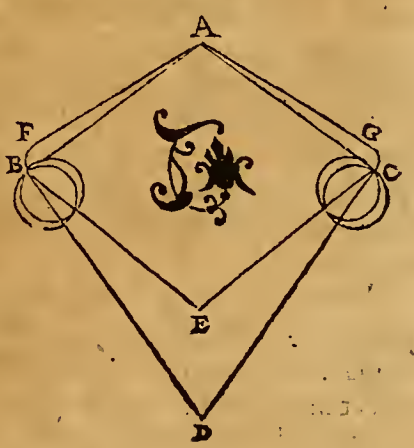
A aut morbo immutati vagum aspectum efficiunt, qualem persæpè videre est in iis, qui diu multumq; legere, aut assiduæ scriptioni incumbere consueuerunt: sic & in senibus, nec non in iis quibus crebriores sunt lacrymæ, aut quibus cerebrum vacillat, mensque titubat; in iis denique, qui vel paralysi, vel strabismo tentantur: quorum his propter conuulsionem oculi torquentur, vnde strabones à morbo dicti; illis verò, ob musculorum dissolutionem vires collabuntur: ac tandem propter motus abolitionem oculi volubiles & inconstantes fiunt; quibus autem id vitij in habitum transiit, hos pætos vocant.

PROPOSITIO XXI. THEOREMA.

B *Neque propiùs oculorum axes terminari possunt, quàm vbi cum neruis opticis angulos rectos efficiunt.*

INTER illas conditiones, sine quarum præsidio res corporeæ aptè concinnéque aspectu dignosci non possunt, distantiam numerari lib. 1. diximus: vbi etiam propos. 58. non minorem obiecti distantiam ad accuratam visionem postulari ostendimus, quàm quæ axibus continetur, cum quibus nerui optici angulos rectos efficiunt. Id verò quoniam non tam ex aspectus natura efficientiaque, quàm ex radiorum promissione pendet, ad hunc lo-
C cum propriè spectat veram causam inuestigare, ob quam axes optici propiùs adduci nequeant, quàm vbi cum neruis opticis rectos angulos comprehendunt. Quam inuenire arduum non erit, si oculorum constructionem attentiùs contemplemur.

Sint A B & A C nerui optici à communi principio A deriuati, qui sphæras oculorum contingant in B & C. ex B autē & C orthogonales axes educantur B D & C D, qui per centra oculorū transeant. Dico posse quidem in D obtutum terminari, quòd huc vsque nerui optici rectà & citra vim vllam ad oculorum sphæras extendantur. Siquidem per 16. tertij Euclidis, extra con-
D uexitatem oculorum cadunt.



Non posse autem propinquiùs visum terminari, ita probatur. Adducantur, si fieri potest, oculi, ita vt visus propiùs terminetur, velut in E. Cùm E B & E C axes necessariò per centra oculorū transeant, oportebit neruos opticos circa oculos inflecti. Est enim per 16. tertij Euclidis semicirculi angulus quouis acuto rectilineo maior: at angulus A B E acutus est, quandoquidem A B D positus sit rectus: igitur semicirculi angulus, qui maior est, acuto illo A B E capi non poterit. Quare necesse erit, vt nerui optici circa oculorum conuexitates torqueantur, & in curuas lineas B F A & C G A flectantur. quod fieri non posse,
E certissima testatur experientia.

Quando enim eò adducere oculos conamur, vt nerui optici circa oculorum orbes curuari, tendiq; incipiant, manifestum dolorem percipimus, non aliunde profectò quàm ex ea coactione excitatum. Igitur propiùs adduci oculi non possunt, quàm vbi axes cum neruis opticis angulos rectos efficiunt; quod erat probandum.

Cùm verò ad excitandam animi attentionem mirum in modum prodesset axium opticorum contractio (solent enim meditabundi oculos nasum versus adducere) vt ea facilior homini esset, minimam ei oculorum intercapedinem natura molita est; maximam autem beluis, iis præsertim quibus minima est cogitatio, vt equis & ouibus: quæ verò animantia rerum cogitatione plus occupantur, vt leones, simiæ, canes, feles, ele-
F phanti, his etiam pro rata corporis mole minus à natura concessum est oculorum interuallum. Sic vt vnumquodque pro suo ingenio eam oculorum constitutionem nactum esse videatur, quæ excitandis internis facultatibus apprimè conducit. Quod etiam cuilibet promptum erit animaduertere, si quæ indies in oculos nostros incurrunt, attentiori consideratione perpenderit. Neque enim oues aut equos videas ceruices circumagere, vt axibus iunctis vtroque oculo in rem obiectam perfectiùs colliment; sed sat ipsis est vnico oculo rem exploraſſe: contrà verò simiæ, feles, & id genus animantia ad quemuis terrorem ac strepitum caput oculosque circumferunt, iunctisque axibus è directo sese opponunt ei rei, quam exactiùs volunt habere perspectam.

PRO-

PROPOSITIO XXII. THEOREMA.

Axes optici eò adduci non possunt, vt ad normam concurrant.

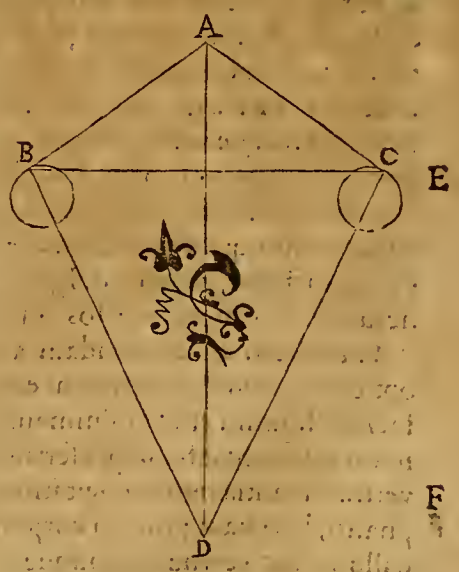
NON æqua inest oculis axes producendi ac contrahendi facilitas. Nam *pedes*, inquit D. Chrysostomus Homilia vndecima ad populum Antiochenum, *paululùm progressi fatiscunt & lassantur; oculus verò tantam altitudinem permeans, tantamq; latitudinem, nullam sentit imbecillitatem.* Cùm verò tantam oculorum vim admiremur in oculis, vt ad cælos vsque aspectum profundant, immensaque spatia nullo negotio, ac puncto ferè temporis videndo percurrant, an non id omnium maximè admiratione dignum videbitur, quòd ad proximè admota laborent & cæcutiant? Igitur quamquam summa velocitate ac promptitudine ad remotissima spatia axes optici protendantur; non tamen pari facilitate ad res proximas contrahuntur: numquam enim vsu venit vt ad normam coëant.

Experientia in primis huic propositioni suffragatur. Qui enim summo conatu aspectum contrahunt, numquam axes eò adducunt, vt rectum angulum in congressu efficiant: summum verò, si ad verticem trianguli æquilateri super connectente centra visuum descripti pertingant; quod ex distincto aspectu, qui per solos fit iugatos axes, facilè colligitur. Nam re quapiam oculis obiecta eo interuallo, quo lineæ ab oculis eductæ, cum ea, quæ centra visuum connectit, triangulum æquilaterum perficiunt, nemo fermè reperitur, qui ex eo loco rem propositam liquidò perfecteq; intueatur, quòd scilicet opticos axes eo adducere non possint: est verò trianguli æquilateri acutus quilibet angulus. Multò igitur minùs fieri potest vt ad normam axes concurrant, hoc est, vt in concursu angulum rectum efficiant. Breuiores enim esse oportet axes normaliter concurrentes, quàm si acutum faciant angulũ, quod ex 21. primi lib. Euclidis facilè potest demonstrari.

Deprehendimus autem non eamdem omnibus inesse oculos contrahendi facultatem; sed quibusdam longiorem, aliis breuiorem terminum à natura positum esse, quo propiùs adducere oculos nequeunt. Proximum autem terminum esse comperimus verticem trianguli æquilateri super connectente centra visuum descripti; quem tamen vix quisquam perfectè attingit.

Ratio autem huiusce propositionis ea est, quòd nerui optici in concursu seu communi principio obtusum angulum contineant, vt ex anatomica administratione constat. Quia verò per proximè antecedentem proposit. nerui optici perpendiculares esse axibus vt minimùm debent, angulus, qui in concursu axium excitatur, acutus sit necesse est.

Exemplo res fiet illustrior. Sint A B & A C nerui optici, B D verò & C D optici axes. Quia ergo A B D & A C D anguli ex neruis opticis A B, A C & axibus B D, C D constituti minores rectis esse non possunt, vt superiore propositione est demonstratum, reliquos duos B A C & B D C aut duobus rectis pares, aut duobus rectis minores esse oportet. Ducta enim A D, si quidem in triangulo A B D angulus A B D rectus est, erunt duo reliqui, nempe B A D, B D A anguli vni recto æquales per 32. primi Euclidis: eademq; ratione in triangulo A C D probari possunt anguli C A D, C D A vni recto æquales esse. Erunt ergo simul omnes, hoc est duo B A C & B D C duobus rectis pares: at B A C obtusum esse ex dissectione constat. Reliquus igitur B D C acutus esse conuincitur. Si verò anguli A B D & A C D rectis sint maiores, (quod plurimùm euenit propter neruorum opticorũ crassitudinem, quæ tantos flexus sine vi atque insigni distensione non admittit) erunt reliqui B A C & B D C duobus rectis minores: quoniam igitur B A C recto est maior, erit B D C multò adhuc recto minor. Quare axes optici eò adduci non possunt, vt ad normam concurrant; quod probare fuit propositum.



PRO-

A

PROPOSITIO XXIII. THEOREMA.

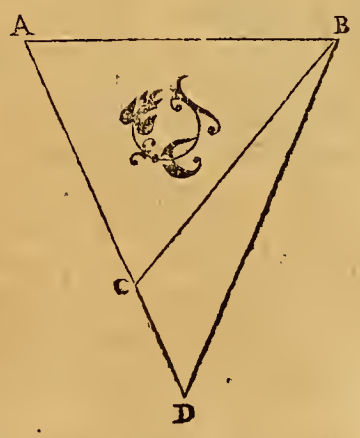
Visus percipit angulum sub connectente centra visuum & axe optico comprehensum.

SVPERIORE libro propositione 20. ostensum est, motum oculorum interno sensu percipi. Cùm igitur omnis illa diuersitas, quam subit angulus sub connectente centra visuum & axe optico comprehensus, ex oculo-
B rum mutatione dependeat: vti necesse est, oculo moto angulum augeri minuive; ita consequens est, vt percepto motu, anguli quoque euariationem animus persentiat, augerique oculorum diuaricatione, contractione verò minui cognoscat. Tametsi verò præter motus quibus oculi cientur, etiam motuum differentias interna facultas animæ distinguat, vt propos. 21. superioris libri docuimus; non inde tamen confestim sequitur eam cognitionē, qua angulus sub connectente centra visuum & axe optico comprehensus percipitur, ita exactam esse debere, vt ipsius anguli quantitatem ad vnguem determinet, maioriscq; ac minoris discrimina ad amussim internoscat, nam neque ipsorum motuum differentias ita accuratè internus sensus dignoscit: vti ergo motuum, sic & angulorum discrimina sensus æstimat; ac rum angulos augeri, cùm
C axes optici diuaricantur; rum verò minui, cùm axes contrahuntur. hæc enim necessitudine quadam ita sequuntur, vt perceptio motus in cognitionem anguli deducat.

PROPOSITIO XXIV. THEOREMA.

Longitudinem vnius axis percipit alter oculus ex magnitudine anguli sub proprio axe & connectente centra visuum contenti.

D SINT duo centra visuum A & B, axisque oculi A sit A C, cuius magnitudinem cognosci dico à visu B, ex magnitudine anguli A B C sub B C axe proprio & A B connectente centra visuum comprehensi. Hic enim quo maior est aut minor, eò necesse est oppositum illi axem, cui insistit, maiorem aut minorem esse per 19. primi Euclidis. Non quidem eo sensu, vt quam proportionem habet angulus ad angulum, hoc est A B C ad A B D, eam proportionem habere intelligatur axis A C ad axem A D, id namque rationi aduersatur: sed vt maiori angulo A B D maior axis A D respondeat.



E Hoc tamen prætereundū non est, quando inæquales axes æqualem angulū subtendunt, vt B C & B D angulum A, tunc visum A haud posse suapte sola vi inæqualitatem axium B C & B D assequi, sed internæ facultatis præsidio opus esse. Hæc enim aduertens angulum A B D maiorem factum esse, quàm erat A B C manente axe A D immoto, tacita argumentatione colligit B D axem axe B C maiorem esse. Cùm enim acutus sit angulus B C A per 22. propos. huius libri, reliquum nempe B C D obtusum esse oportet per 13. primi Euclidis. Quare per 19. primi Euclidis maius esse conuincitur latus B D quod maiorem angulum subtendit, quàm B C, quod acutum subtendit angulum B D C. sicque in diiudicandis axium opti-
F corum longitudinibus mutuam sibi oculi opem conferunt.

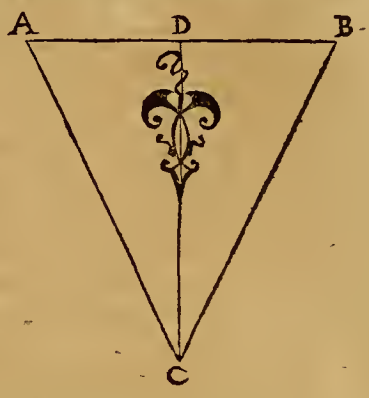
Notandum etiam, quòd quò anguli sub connectente centra visuum & axibus contenti maiores euadunt, diductis nempe diuaricatisque plurimùm axibus, eò incertius sit de illorum longitudine iudicium. cuius rei hæc est ratio, quòd in triangulis non eadem sit proportio angulorum quæ subtensorum laterum; sed maior sit laterum ratio, quàm angulorum, vt lib. sequenti propos. 7. & 12. demonstrabitur.

A

PROPOSITIO XXV. THEOREMA.

Si radius communis, ei quæ centra visuum connectit, normalis fuerit, erunt axes optici inter se æquales.

SIT ea quæ centra visuum connectit A B, cui radius communis ad normam incidat ad signum D. dico axes opticos A C & B C æquales inter se esse. Cùm enim per radij cõmunis definitionem, quæ sexta est huius libri, æquales sint A D & D B, sitque vtrique triangulo A D C & B D C latus D C cõmune, & angulus A D C angulo B D C æqualis, vtpote rectus vterque, erit per 4. primi Euclidis & basis A C basi B C æqualis; quod erat demonstrandum. Est verò hæc axium opticorum dispositio ad videndi munus facilè obeundum accommodatissima; vtpote qua oculorum nerui musculiq; ex æquo tenduntur; ita scilicet moderatione quadam vnà laborant, seq; mutuò iuuant. Quod sanè contrà accidit, cùm limis oculis aliquid intuemur. tum namque distortis coactisque musculis validiore conatu est opus, vt aliquo temporis spatio in eodem situ contineantur.



B

C

PROPOSITIO XXVI. THEOREMA.

Et si æquales inter se fuerint axes optici, radius communis, ei quæ connectit centra visuum, normalis erit.

HÆC superioris propositionis est conuersio, potestque eodem modo demonstrari. Cùm enim in triangulis A D C, B D C, æquales sint A D & D B per radij communis definitionem; sitque D C vtrique triangulo communis, basis verò A C basi B C æqualis concedatur, erit quoque per 8. primi Euclidis angulus A D C æqualibus lateribus contentus, angulo B D C æqualis, ac proinde C D ipsi A B normalis per 10. definitionem primi Euclidis. Deinde per id, quod ex contrario sequitur impossibile, idem confirmari potest: esto enim C D ipsi A B obliqua, angulusque A D C angulo B D C maior: erit ergo per 24. primi Euclidis, & axis A C maior axe B C; siquidem A D ipsi D B est æqualis, D C verò vtrique triangulo communis: at ex hypothesi A C ipsi B C est æqualis: igitur nequit angulus A D C angulo B D C maior esse, sed neque minor, eamdem ob causam. Est itaque rectus vterque & C D ipsi A B quæ centra visuum connectit normalis; quod ostendisse oportuit.

D

E

PROPOSITIO XXVII. THEOREMA.

Axes optici ad signum aliquod communis axis congredientes sunt inter se æquales; & cum ea, quæ extrema neruorum opticorum connectit ceu basi isosceles efficiunt; cuius angulum concurrentibus axibus comprehensum, axis communis bifariàm secat.

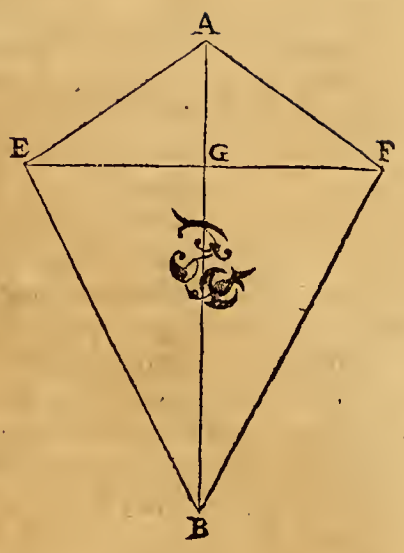
F

AXES optici sint E B & F B, concurrentes cum axe communi A B ad signum B. Quoniam per 11. propositionem huius libri E F axe communi A B bifariàm discriminatur in G, erit latus E G trianguli E G B lateri G F trianguli E G B æquale; latus autem G B vtrique commune est: sed & anguli E G B, F G B, æqualibus lateribus comprehensi sunt inter se æquales; vtpote recti ambo per axis communis definitionem: igitur per 4. primi Euclidis erit & basis E B basi F B æqualis; quod primò proponebatur.

Quare isosceles erit triangulum E B F, ex duobus æqualibus axibus & connectente extrema neruorum opticorum E F constitutum; quod secundò propositum fuit.

Cumque

A Cumque per eamdem 4. primi Euclidis, & reliqui anguli reliquis angulis æquales sint, vterque vtrique, quibus æqualia latera subijciuntur, erit angulus E B G angulo F B G æqualis: vnde & illud sequitur, angulum E B F per communem axem A B bifariàm sectum esse; quæ omnia proposita fuerant demonstranda.



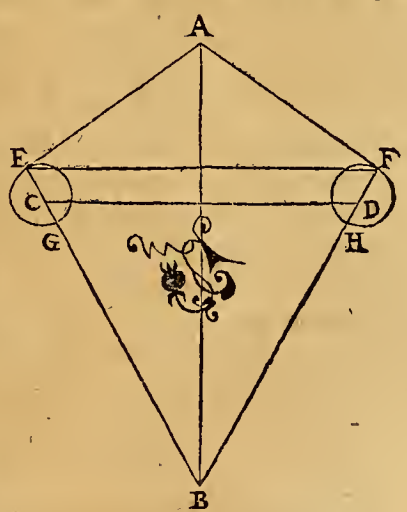
Hæ & similes nonnullæ opticorum radiorum proprietates minorem in se subtilitatem B habere videbuntur, quòd absque demonstratione vel mediocriter versatis perspicuæ esse possint: tamen quia ad totius materiæ intelligentiam earum cognitionem necessariam esse deprehendimus; voluimus non absque Mathematica demonstratione præteriisse, in gratiam eorum, qui id in minimis etiam rebus pertinaciter exigunt.

PROPOSITIO XXVIII. THEOREMA.

C

Axe communi cum duobus opticis coëunte, quæ centra visuum connectit, illi quæ iungit extrema neruorum opticorum est parallela.

OPTICI nerui sint A E & A F, quæ verò illorum extrema iungit E F, quæque centra visuum cõnectit C D: cùm æquales sint oculorum orbes, erunt & ipsorum diametri E G & F H inter se æquales. Rursus cùm ex oculorum constructione centra visuum similem in suis orbibus situm habeant, erit E C ipsi F D æqualis, quæ si ab æqualibus iam antè ostensis E B & F B auferantur, relinquentur C B & D B æquales. Quare vt E B ad F B, ita erit C B ad D B, nempe æquale ad æquale; & alternatim, vt E B ad C B, ita F B ad D B: sunt igitur latera E B & F B in C & D secta proportionaliter. Ex quo tandem fit per secundam sexti Euclidis, vt quæ ad sectiones adiungitur recta linea C D, hoc est quæ centra visuum con- E nectit, ad E F reliquum trianguli latus sit parallela; quod erat demonstrandum.



PROPOSITIO XXIX. THEOREMA.

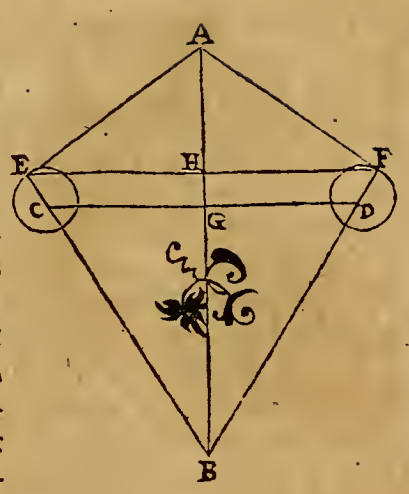
Axis communis cum duobus opticis conueniens, eam quæ centra visuum connectit, ad normam & bifariàm secat.

F AXIS communis sit A B concurrens cum duobus opticis C B & D B in B, secansque C D connectentem centra visuum in G. Dico primò B G ipsi C D perpendicularem esse. quoniam enim propositione præcedente parallelæ ostensæ sint C D & E F, quæ in illas incidit recta linea B G H (incidet autem in vtramque, quoniam in eodem sunt plano per 15. huius) faciet per 29. primi Euclidis, angulos E H B & C G B æquales: at angulus E H B rectus est per axis communis definitionem, ergo & C G B rectus erit: quare A B est ipsi C D perpendicularis per 10. definitionem lib. primi Euclidis.

Deinde, dico C D in G sectam esse bifariàm. Cùm enim duo triangula C B G, D B G, latus C B lateri D B æquale habeant per 27. huius: latus verò G B vtrique sit commune, angulos item habeant C B G, D B G æqualibus lateribus contentos æquales per eam-

dem 27. huius, erit per 4. primi Euclidis & basis C G basi G D æqualis; quod erat demonstrandum.

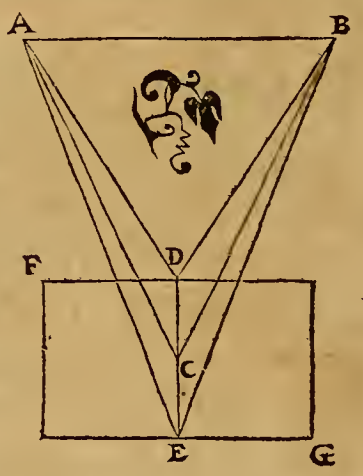
Licet idem in hunc quoque modum demonstrare. Cùm trianguli C B D angulus B sit sectus bifariàm per 27. huius; secans autem angulum recta linea A B, secet & basin, propterea quòd in eodem sint plano per 14. huius: basis segmenta per 3. sexti Euclidis eamdem habebunt rationem, quam reliqua ipsius trianguli latera: at reliqua trianguli latera C B & D B ostensa sunt æqualia propositione 27. huius: ergo & basis segmenta æqualia inter se erunt. Rursus cùm æquilatera sint triangula C B G & D B G, erunt & æquiangula per 8. primi Euclidis: æquales igitur sunt inter se anguli C G B & D G B, ac proinde recti per 10. definitionem primi Euclidis; quod erat demonstrandum.



PROPOSITIO XXX. THEOREMA.

Omnes radij ducti ab vtroque oculo ad idem punctum eius lineæ, quæ cum æqualibus axibus rectos angulos facit, sunt inter se æquales.

SINT centra visuum A & B in sublimi constituta; æquales autem axes A C & B C in rectam lineam D E subiecti plani F G normaliter incidant: dico omnes radios ad idem punctum huius lineæ D E protensos æquales inter se esse. Sint enim, verbi gratia, A D & B D ad idem punctum D eius lineæ D E ducti: quoniam in triangulis A C D & B C D duo latera A C & B C sunt æqualia ex hypothesi: latus verò C D vtrique est commune; angulus autem A C D angulo B C D æqualibus lateribus contentus æqualis est ex constructione, vtpote rectus vterque, erit & basis basi, hoc est A D ipsi B D æqualis per 4. primi Euclidis; quod propositum fuit demonstrare.



Eodemque modo demonstrare licebit radios A E & B E ad idem punctum E lineæ D E protensos, atque adeò quoscumque alios iisdem legibus ductos æquales inter se esse.

PROPOSITIO XXXI. THEOREMA.

Et qui ad diuersa puncta lineæ axibus normalis, æquè tamen ab axium concursu dissita procidunt radij, sunt inter se æquales.

REPOSITA eâdem figurâ, quæ in præcedente propositione, ostendendum est radios A D & B D, radiis A E & B E singulos singulis æquales esse; si quidem puncta D & E pari interuallo ab C axium concursu disiuncta sint. Nam in triãgulis A C D, A C E, latus C D lateri C E ex hypothesi æquale est; latus verò A C vtrique est commune, anguliq; A C D, A C E æquis lateribus contenti æquales sunt, ambo scilicet recti ex constructione: igitur per 4. primi Euclidis & basis A D basi A E æqualis erit. Cùm verò eadem demonstratio in radiis B D & B E, ceterisq; omnibus locum habeat, constat radios qui ad diuersa puncta lineæ D E axibus normalis æquè à concursu axium disiuncta porriguntur, æquales inter se esse; quod erat propositum demonstrare.

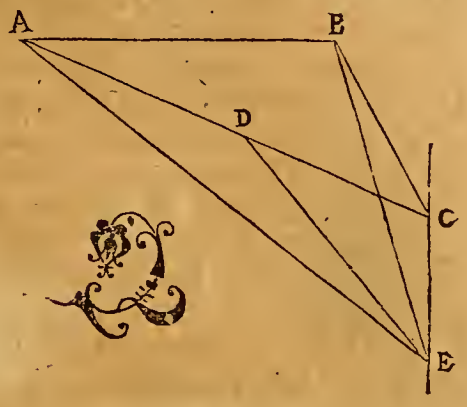
PRO-

A

PROPOSITIO XXXII. THEOREMA.

Si fuerint axes optici inæquales, radij omnes ducti ad idem punctum eius lineæ, quæ cum axibus angulos rectos facit, inæquales inter se erunt.

B OPTICI axes sint A C & B C inæquales, maior quidem A C, minor verò B C; linea autem, quæ cum axibus rectos angulos facit, sit C E, punctúmque in ea acceptum quodcumque E, ad quod ducti radij A E & B E inæquales quoque inter se sint necesse est. Sumatur enim ex A C ipsi B C æqualis C D per 3. primi Euclidis, iungantúrque D & E per rectam D E. Cùm igitur æquales sint B C & D C in triangulis B C E & D C E, vtrique autem communis sit C E, angulíque B C E, D C E æquis lateribus contenti æquales sint, nempe recti ambo ex hypo-

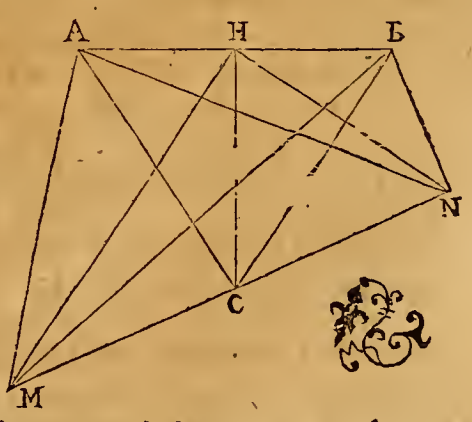


C thesi, erunt & B E, D E bases per 4. primi Euclidis æquales. At cùm D C E angulus rectus sit, erit per 16. primi Euclidis angulus externus A D E recto maior, atque idcircò per 32. primi Euclid. maximus eorum, qui sunt in triangulo A D E. Igitur per 19. primi Euclidis, quod ei subijcitur latus A E, latere D E maius est: est verò D E ipsi B E ostensa æqualis; erit ergo A E etiam quàm B E maior: sunt igitur A E, B E inæquales. Quæ demonstrandi ratio cùm in ceteris quoque locum habeat, erunt omnes radij ea lege ducti inæquales; quod erat propositum demonstrare.

PROPOSITIO XXXIII. THEOREMA.

D *Si axes optici æquales inter se sint, per illorum verò concursum recta agatur linea imparibus angulis: dico radios ab vtroque visu ad quoduis eius lineæ punctum ductos inæquales inter se esse.*

SINT A C & B C axes optici æquales; per C autem, in quo axes conueniunt, recta ducatur M N, inæquales angulos cum axibus A C, B C efficiés, minorem quidem A C M, maiorem verò B C M; & ad punctum eius quodcumque, exempli causa M radij optici



E emittantur A M, B M. Hos dico inæquales inter se esse.

Cùm verò duobus modis propositum eueniat, sit primò M N in eodem plano cum axibus A C & B C: atque ex C recta erigatur C H, quæ angulum A C B bipartitò secet; eadem ergo secabit & A B bifariàm, quòd nimirum per 3. sexti Euclidis linea A B segmenta A H & H B eam inter se rationem habeant, quam radij A C & B C ex hypothesi æquales. Quare per 8. primi Euclid. erunt anguli A H C & B H C æqua-

F les, quoniam latera A H & H C lateribus B H & B C vtrumque vtrique æqualia sunt, & basis A C basi B C æqualis. Cùm verò anguli A H C, B H C æquales sint, erunt per 10. definitionem libri primi Euclid. ijdem recti. Rursus ex H recta ducatur H M, erit ergo angulus A H M recto minor, nempe pars toto, & B H M maior recto. Quocircà cùm in triangulis A H M & B H M duo latera A H & B H æqualia sint, latus verò H M vtrique commune, & angulus B H M angulo A H M maior, erit per 24. primi Euclidis & basis B M basi A M maior. Simili autem modo in ceteris, veluti A N & B N, ac quibuscumque aliis demonstratio instituetur.

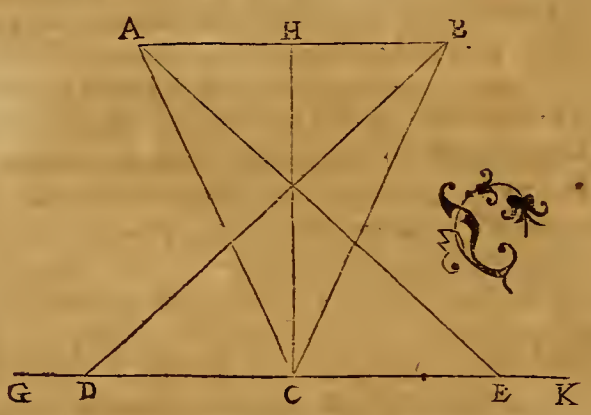
Sit deinde M N non in eodem plano cum æqualibus axibus A C & B C, ducanturq; ad idem punctum M radij A M & B M. Hos dico inæquales esse. Cùm enim in triangu-

lis A M C, B M C latera A C & B C æqualia sint ex hypothesi, & M C vtrique sit cõmune; angulus verò A C M minor sit angulo B C M sub æqualibus lateribus contento ex hypothesi, erit per eamdem 24. primi Euclid. & basis A M basi B M minor. Cumque in ceteris veluti A N & B N eadem sit demonstratio, vniuersè concluditur radios omnes ductos ab vtroque visu, &c. quod initio propositum fuit demonstrare. A

PROPOSITIO XXXIV. THEOREMA.

Si radius communis in rectam quamdam lineam connectenti centra visuum parallelam rectis inciderit angulis, erunt radij omnes, qui ab alternis visibus ad puncta æquè à radio communi distantia procident, inter se æquales. B

SIT ea quæ centra visuum connectit A B, eique parallela G K, in cuius punctum C radius cõmunis H C rectis incidat angulis; puncta autem in ea sumantur D & E pari interuallo a C disiuncta: dico radios A E & B D ab alternis visibus ad puncta E & D pertinentes æquales inter se esse.



C

Cùm enim A B & G K parallelæ constituantur, in easque incidat H C, erunt per 29. primi Euclidis angulus A H C angulo H C E, item angulus B H C angulo H C D æquales: at rectus supponitur vterque angulorum H C E & H C D; ergo & A H C, B H C recti erunt: ideoque recta H C vtrique A B & G K perpendicularis per 10. definitionem lib. 1. Euclidis: quare, per 25. huius, axes optici A C & B C æquales inter se erunt; & per 27. huius, angulus A C B per rectam H C sectus erit bifariàm. D

Si ergo æqualibus angulis H C D & H C E addãtur æquales, H C B quidem angulo H C D, ipsi verò H C E angulo angulus H C A, fient B C D & A C E anguli inter se æquales: at latera quibus hi anguli continentur æqualia quoque sunt, nempe B C & C D trianguli B C D lateribus A C & C E trianguli A C E, vtrumque vtrique, hoc est B C ipsi A C per iam factam demonstrationem; C D verò ipsi C E. ex hypothesi igitur per 4. primi Euclidis subiectæ etiam bases B D & A E æquales inter se erunt; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXXV. THEOREMA.

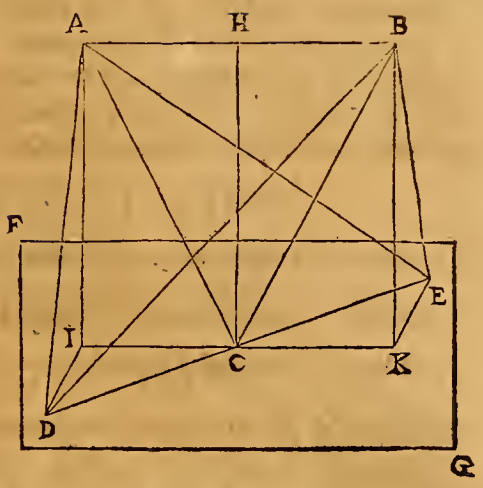
Si radius communis in subiectum planum rectis incidat angulis, & in eodem plano per punctum incidentiæ recta quædam linea ducatur, radij ab alternis visibus ad duo eius puncta pari interuallo à communi radio disiuncta, æquales inter se erunt. E

HÆC propositio vniuersalior est antecedente: potestque simili ferè modo paucis mutatis demonstrari. Sit igitur D E non parallela ipsi A B connectenti centra visuum: sed tamen in plano F G, cui H C radius communis rectis angulis insistit, perq; C punctum communis sectionis H C & plani transiens. Sint etiam in eadem hac linea D E signa D & E æquali interuallo ab C disiuncta. F

Dico radios A E & B D ab alternis eductos visibus, æquales inter se esse. ducatur enim I K ipsi A B æqualis & parallela, sic vt æquales etiam sint eius I C & C K, iunganturque A I & B K, quæ per 33. primi Euclid. æquales & parallelæ erunt. iungãtur item I D & K E. His ita constructis, quoniam in triangulis C I D & C K E, C I ipsi C K, & C D ipsi C E æquales sunt, hæ quidem ex hypothesi, illæ verò ex constructione; est autem & angulus I C D angulo K C E per 15. 1. Eucl. æqualis, erit per 4. 1. Eucl. & basis I D basi K E æqualis.

Deinde,

A Deinde, cùm in triangulis A I D, B K E sint A I & I D æquales ipsis B K & K E vtraque vtrique per iam exhibitam demõstrationem, sitq; angulus A I D, angulo B K E æqualis, vtpote rectus vterque per 8. vndecimi Euclidis; quia nimirum H C, quæ vtrique A I & B K est parallela, subiecto plano ad rectos est angulos, erit basis quoque A D, basi B E æqualis per 4. primi Euclidis.



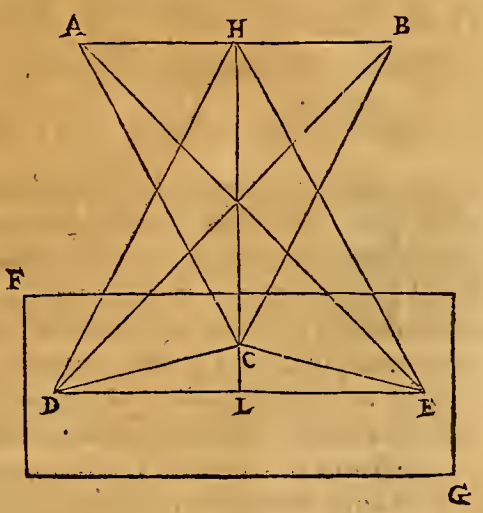
B Rursus, quoniam in triangulis A C D, B C E, æquales sunt A D & A C ipsis B E & B C vtraque vtrique, hoc est A D ipsi B E per iam factam demonstrationem, & A C ipsi B C per 27. huius; sitque ex hypothesi basis quoque C D, basi C E æqualis, erit per 8. primi Euclidis & angulus C A D angulo C B E æqualis, ac proinde per 4. primi Euclidis, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt.

Demum, in triangulis A D E & B E D quandoquidem æqualis iam ostensa sit A D ipsi B E, sitque D E vtrique communis, angulus item A D E æqualis quoque iam probatus sit C angulo B E D sub æquis lateribus contento, sequitur per eamdem 4. primi Euclidis basim quoque A E basi B D æqualem esse. Similis autem est in ceteris demonstratio. Igitur si radius communis in subiectum planum, &c. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXXVI. THEOREMA.

Sint axes optici inter se æquales, radiusq; communis plano cuipiam rectis insistat angulis, dico alternos radios qui ad puncta æquè à radio communi disiuncta in linea connectenti centra visuum
D *parallela porriguntur, æquales inter se esse.*

VNTO axes optici A C & B C æquales; radius autem communis H C plano F G rectis angulis insistat: sumanturque in linea D E, quæ connectenti cẽtra visuum sit parallela, duo signa D & E pari interuallo ab C remota. non transeat autem D E per punctum C: (nam casus quo hæc linea per punctum incidentiæ incedit, superiùs est explica-
E tus propositione 34.) dico alternos radios A E, B D, æquales inter se esse.



Ex H enim recta educatur H L connectenti centra visuum A B perpendicularis, quæ ipsi quoque D E perpendicularis erit, per 29. primi Euclidis. In parallelas namque A B, D E, recta incidens linea H L alternatim angulos æquales efficit; si igitur A H L & B H L anguli recti sint, vti supponimus, erunt & H L D, H L E recti.

Deinde, ducantur C D & C E quæ ex hypothesi æquales inter se erunt; supponimus
F enim D & E ab C æquali interuallo distare.

Quoniam igitur in triangulis H C D & H C E æqualis est C D ipsi C E, & H C vtrique communis est; angulus autem H C D angulo H C E æquis lateribus contento æqualis est, vtpote rectus vterque per 3. definitionem vndecimi Euclidis, quòd H C plano, cui C D & C E inscribuntur, rectà supponatur, erit & basis H D basi H E æqualis.

Rursus, quia æquales sunt H D & H E, erunt anguli H D E & H E D per 5. primi Euclid. æquales: est verò angulo H D E æqualis angulus A H D, quòd nempe in parallelas A B & D E recta incidens linea H D alternatim angulos æquales efficiat per 29. primi Euclidis: sic & angulo H E D angulus B H E est æqualis: igitur ipsi quoque A H D & B H E anguli inter

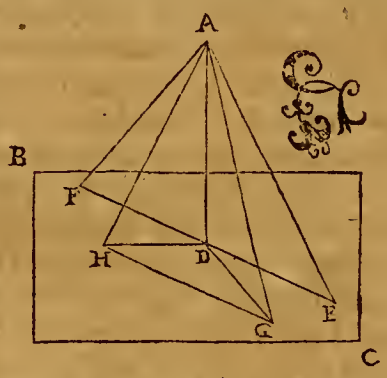
se erunt æquales. His proinde si communis addatur D H E, fient & compositi A H E, B H D A
æquales per communem notionem.

Cùm verò circum æquales iam ostensos angulos A H E & B H D, latera A H & H E lateribus B H & H D æqualia consistant vtrumque vtrique, erit & basis A E basi B D per 4. primi Euclidis æqualis; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXXVII. THEOREMA.

Si vnius oculi axis opticus in subiectum planum rectis incidat angulis, erunt omnes radij, ab eo ducti ad puncta in plano æquè ab axe dissita, æquales. B

SIT A centrum visus in sublimi constitutum, à quo axis opticus A D in subiectum planum B C rectis angulis procidat. Sumantur autem E & F gemina puncta æquali spatio A D remota, quæ iungantur per rectam E F. Hæc si per D transeat, erunt A E & A F radij per 4. primi Euclid. æquales. Quoniam enim in triangulis A D E, A D F latus D E lateri D F æquale supponitur: est verò A D vtrique commune, & anguli A D E & A D F æquales sunt, quippe recti initio positi, erunt & bases A E & A F inter se æquales; quod erat demonstrandum.



C

Si verò sumantur puncta G & H æquè etiam à D remota, connectens autem illa G H non per D transeat: nihilominùs ostendemus radios ab oculo A ad puncta G & H pertinentes æquales inter se esse. ducantur enim D G & D H, quæ quoniam æquales sunt ex hypothesi in triangulis A D G & A D H, est verò A D vtrique communis, & anguli A D G, A D H æquis lateribus contenti, recti sunt per 3. definitionem vndecimi libri Euclid. erunt per superiùs citatam 4. proposit. primi Euclidis & bases A G & A H inter se æquales; quod erat demonstrandum. D

PROPOSITIO XXXVIII. THEOREMA.

A re vna duobus oculis obiecta duæ formantur pyramides, quarum communis basis res ipsa est, quæ spectatur; at vertices in oculis sunt.

TAMETSI in omnem partem medij perspicui emissitiæ formæ à re spectabili destinentur, tamen illæ solæ dignoscenti facultati obseruiunt, quæ directò in centrum visus porriguntur, vti sæpiùs hactenus dictum ostensumque est. Harum verò productiones, quoniam à re visa, quæ sensibilem latitudinem habet, initium sumunt, indeque sensim in angustum coactæ, tandem in punctum, quod centrum visus esse diximus, definiuntur, formam cuiusdam corporis acuminati induunt, de genere illorum, quæ τὰ στέρεα Græcè nuncupantur, angulum in oculo tamquam in vertice habens, basim verò ipsius rei visæ superficiem oculis obiectam. E

Hæc corporea forma interdum quidem est conus, vt cùm circulus planè obuersus spectatur; frequentiùs autem pyramis est basim habens rem ipsam quæ spectatur, subinde triangularem, interdum quadrangularem, aliàs alterius numeri multilateram superficiem. Vnde licet coni optici nomen interdum vsurpetur; frequentior tamen est vsus opticæ pyramidis, quo nos etiam in decursu orationis passim vtemur, ne multitudo synonymorum rem per se obscuram etiam reddat obscuriorem. F

Cumque eiusmodi sit, vti diximus, formarum eductio ac profluentia, necessariò efficitur, vt ab vna eademque re, non modò ad geminos oculos; sed ad quotcumque etiam, ad quos rectis lineis formæ protenduntur, opticæ pyramides attineant. Id verò maximè ex eo apparet, quòd rerum imagines, à quacumque parte obiecti, in omnem partem medij perspicui destinentur. Ergo & ad quotcumque oculos, quo tandem volueris loco consistant, dummodò ad illos liber pateat formarum per rectas lineas accessus. Igitur

à re

A à re vna duobus oculis obiecta duæ formantur pyramides, quarum communis basis est res ipsa quæ spectatur, vertices autem centra sunt visuum; quod erat ostendendum.

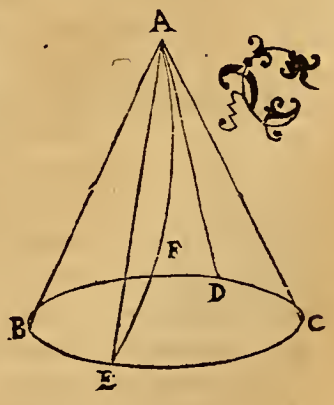
Cùm res vna duobus spectatur oculis, anguli qui ad vertices sunt pyramidum opticarum, non semper æquales inter se existunt: nam præter directum obtutum, quo pyramides æquales esse oportet, in quamcumque partem limi oculi conuertantur, imparibus semper angulis formas rerum admittunt, quorum is maior est, qui ad propinquiorem oculum terminatur; is verò minor, qui oculum spectat remotiorem. Quod sanè manifestum per se esse arbitror: id verò admiratione dignum puto, quo pacto fiat vt quæ limis oculis cernuntur, non omnia confusa ac velut informia videantur, etsi per axes
B opticos in res ipsas defixos intuitus fiant. Nam maioribus spectata angulis maiora, minora minoribus apparent. Si ergo res vna eademque altero quidem oculo maior, altero verò minor propter angulorum, in quos pyramides terminantur, inæqualitatem conspiciatur, illa profectò seipsa maior & minor, eodem tempore & ab eodem intuente videbitur: atque ita cùm singulorum oculorum phantasiæ minimè sibi congruant, confusa quædam ac perturbata rei imago sensui principi exhibebitur.

Hæc certè rationi consentanea videtur oratio: at, quod planè mirum est, non ita se res habet, sed limis etiam oculis res obiectæ clarè atque perspicuè cernuntur, cùm in eas optici axes intenduntur. Cuius rei causam hanc esse arbitror, quòd non ideò res obiectæ singulares appareant, quia apparentes imagines, quæ ab vnaquaque illarum ad
C distinctos oculos porriguntur, sibi mutuò exactè congruunt: sed quia singulorum oculorum functionibus communis sensus ex æquo opem suam impertit, eodem vim suam exerens, quò per axes opticos oculorum acies intenduntur. Igitur eius, quod vterque simul oculus iugatis axibus intuetur, communis sensus vnam notionem effingit, non ex duabus illis, quæ ad singulos oculos pertinent, conflatam; sed propriam atque imaginatiuæ facultati, cui eam consignat, accommodatam. Licet ergo pyramidum opticarum, quæ ab eadem re ad duos oculos obliquè spectantes proueniunt, inæquales sint anguli, atque eapropter vni quidem oculo res eadem maior, alteri verò minor offeratur; non tamen eadem diuersitas in primarium sensum transit, si modò per axes intuitus fiat, vti diximus: si autem axes citra vel vltra rem propositam congrediantur, gemina quidem
D eiusdem rei phantasia spectabitur, vt lib. 4. in fallaciis loci dicemus; at maior altera, altera minor apparebit, propter angulorum, quibus spectantur, inæqualitatem.

PROPOSITIO XXXIX. THEOREMA.

Pyramis optica per se immobilis est: mouetur autem ex accidenti, tota quidem moto obiecto; at moto oculo, solùm ex parte.

E Si per se moueri loco posset optica pyramis, id euenire interdum posset, oculo req; visa immotis ac persistentibus. Id autem fieri nulla ratione posse perspicuum est, cùm manente pyramidis vertice, ac basi immota, superficies, quæ præter basin reliqua est, mutare locum omnino nequeat: basi etenim quiescente, singula eius puncta, veluti sunt B, C, D, E, suis locis firma consistunt. Si ergo & A vertex quiescat, singulæ etiam lineæ à basi ad verticem protractæ, vt sunt B A, C A, D A, E A, ac ceteræ, quæ ab aliis punctis eiusdem basis ad verticem educi possunt, immotæ perseuerant; propterea nimirum quòd à puncto ad punctum vnam dumtaxat rectam lineam ducere concedatur, ne aduersus commune axioma duæ re-
F ctæ lineæ spatium comprehendant, quod profectò tum eueniret, si a basis puncto E, exempli causa, ad A verticem pyramidis opticæ alia quàm E A recta linea extenderetur, cuiusmodi esset E F A. Fieri igitur non potest, vt basi ac vertice pyramidis opticæ persistentibus, superficies, quæ præter basin reliqua est, moueatur: quare pyramis optica per se immobilis est; quod primo loco ostendendum erat.



Deinde, moto obiecto, & basis pyramidis opticæ, & ea quæ præter basin est superficies, pariter mouentur; his autem duabus partibus tota pyramis continetur: igitur obiecto moto totam simul pyramidem opticam transferri manifestum est: verùm hic motus

motus ex accidenti est, quoniam eius causa non ipsa est pyramis, sed obiectum transmutatum; quod secundo loco probandum fuit. A

Demum, cùm sola superficies excepta basi verticem communem habeat, basi nulla sui parte verticem cõtingente, perspicuũ est, si basis immota perseueret visibili quiescenti adhærens, solum autem centrum visus mutetur, in quod pyramidis opticæ vertex terminatur, totam superficiem pyramidis opticæ oculi motum subsequi. Ex quo proinde constat, translato solo oculo pyramidem opticam ex accidenti quidem, sed ex parte tantummodò transmutari; quod tertio loco propositum fuit demonstrare.

PROPOSITIO XL. THEOREMA. B

Axis pyramidis optica mouetur quidem mota pyramide; at situm in ea non mutat.

NON æquè, fateor, in pyramide atque in cono axis nomenclatura vsurpatur: propriè namque axis dicitur ea linea, circa quam res quæpiam circumagitur. Vnde in cono, qui ex conuerso circum quiescens alterum latus eorum, quæ rectum angulum continent, orthogonio triangulo gignitur, cùm in eumdem rursus locum triangulũ restitutum fuerit, vnde moueri cœperat, axis propriè dicitur quiescens illa linea, circum quam triangulum vertitur. C

Tamen in pyramide, ex quadam cum cono similitudine & cognatione, axem vocamus eam lineam, quæ à vertice in subiectam basin ita incidit, vt ductum per eam planum pyramidis angulum qui ad verticem est, secet bifariàm, seu quæ per verticem, ac rectæ basis centrum transit; quod in definitione nona huius libri clariùs est explicatum. Hæc enim proprietas prima præcipuaque esse videtur ex illis, quæ in verum axem quadrant. Et vt non modò in circulo, verùm etiam in triangulo, quadratoque ac ceteris isoperimetris figuris planis centrum seu punctum quoddam reperitur, per quod ductæ ad circumferentiam lineæ, quas diametros vocant, eam bipartitò diuidunt: ita in solidis non tantùm in cono, qui circulum basin habet, sed etiam in pyramide, cuius basis triangulum, vel quadratum, aliúdve polypleuron, linea quæ à vertice in centrum basis terminatur, axis potest nuncupari, eam ob causam, quòd plana, quæ per eam aguntur, diametrisque basis insistunt, ipsum solidum ita secent bifariàm, quemadmodum basin diametri. D

Exposita in hunc modum axis natura, perspicuum relinquitur axem pyramidis opticæ moueri quidem mota pyramide: nam cùm mouetur optica pyramis, consequens est, vt aut vertex, aut basis, aut simul vtrumque locum mutet; at mutato vel vertice, vel basis centro, vel vtroque, axem sequi necesse est, cùm is per vtrumque ducatur: igitur mota pyramide optica, axem quoque pariter transferri necesse est.

At situm propterea non mutat: quoniam enim vtcumque pyramis optica moueatur, vertex eius semper in oculo est, centrum autem basis numquam à medio ipsius discedat, perspicuè sequitur, axem qui per vtrumque transit, eumdem semper ac firmum situm in optica pyramide retinere; quod erat ostendendum. E

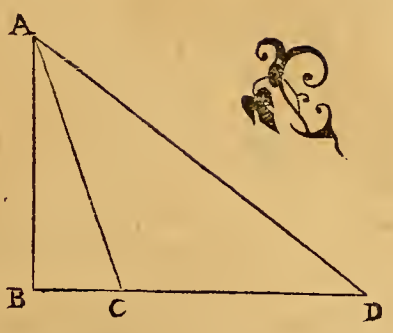
PROPOSITIO XLI. THEOREMA.

Axem opticum extra pyramidem subinde excurrere nil vetat.

PRÆNOTANDVM est alium esse axem opticum, alium verò pyramidis axem. Nam opticus axis ille dicitur radius, qui superficiem visus rectis angulis pertransit; pyramidis autem axis est, qui à vertice ad centrum rectæ baseos ducitur. Vnde fit, vt mota pyramidis basi, oculo verò subsistente, moueatur axis pyramidis, optico axe immoto: at contrà circumacto oculo, basi autem persistente, axis opticus maximam mutationem suscipiat, qua parte rem attingit; pyramidis autem axis ad rem visam quiescat. F

His præcognitis, iam per se notum euadit, quî fieri possit, vt axis opticus extra visualem pyramidem procurrat, nimirum si obiectum in vno sit loco, axis autem opticus in alium dirigatur, fortè eueniet, vt axis obiectum non attingat. Exempli gratia, si axis opticus sit A B, visile autem C D obliquo oculo A ita spectatum, vt axis opticus in B defixus maneat;

A maneat; obiectum autem obliquis radiis ad aspectum perueniat. Quod si concedatur, consequens erit, vt axis opticus extra pyramidem ACD cadat. nam pyramis optica duabus tantùm superficiebus circumscribitur, vna rei spectatæ, quæ ipsi tamquam basis substernitur: altera illa radiosa, quæ à perimetro basis in centrum visus rectà extenditur: at si opticus axis rem visilem non attingat, non incidet in basin pyramidis opticæ, quæ est ipsa rei superficies: ac propterea etiam B extra eam superficiem cadet, quæ præter basin vndique pyramidem cingit. Est enim hæc extrema omnium earum, tum superficierum, tum linearum, quæ ab oculo ad basin porriguntur. Vnde si intra eam opticus axis incideret; & basis ipsum exciperet: at extra basin, id est rem visilem, protendi supponitur: ipsum igitur hac constitutione extra pyramidem procidere necesse est; quod propositum fuit demonstrare.



Fieri autem omnino nequit, vt axis opticus verticem pyramidis aliquando subtendat: cuius rei in promptu est perspicuaq; demonstratio, inde desumpta, quòd axis opticus verticem pyramidis visualis pertranseat: in centrum enim visus, velut in communem terminum, & pyramis & axis opticus definiuntur. nequit igitur axis angulum vertica- C lem pyramidis opticæ subtendere, per cuius communem linearum concursum necessariò incedit.

PROPOSITIO XLII. THEOREMA.

Visus percipit magnitudinem anguli, qui ad verticem est pyramidis optica, ex magnitudine eius portionis araneæ tunicæ, quam rei simulachrum inuadit.

D De illo angulo hîc sermo est, qui in centro obtutus ex concursu radiorũ efficitur, & in quem vertex pyramidis opticæ definitur; cuius magnitudinem quo pacto visu percipi contingat, ab ipso specierũ appulsu accipiendũ est. Formæ visibiles, quæ ab externis rebus directò in centrum visus destinantur, priùs araneam pertranseunt, quàm in centro visus congrediantur, atque in ea eius parte quam occupant, velut in compendium redactæ, eumdem ordinem situmq; obtinent, quem in rebus ipsis habebant. Inde enim ab ipsis rebus, vnde emanant, sensim coarctantur, atque per angustum pupillæ aditum coactæ ad centrum vsque obtutus perstringuntur, araneam priùs præteruectæ, vbi nouæ quodammodò pyramidis basin efficiunt, cuius magnitudo propria est illius anguli mensura, qui in verticem pyramidis desinit: cùm verò præcipuam sentiendi vim ac facultatem ad araneam E pertinere superiori libro propositione 27. sit demonstratum, dubio procul aranea dum speciem qua imbuitur percipit, eius pariter magnitudinem dignoscit, hoc ipso, quòd non tota aranea in actionem videndi incumbat, sed ea tantùm eius portio quam species inficit, ex cuius proinde magnitudine quantitatem anguli verticalis cognoscit.

Hîc obiter notandum non rectè Vitellonem asserere lib. 4. proposit. 17. ita se habere angulum pyramidis opticæ ad octo rectos, quemadmodum pars superficiei visus quæ forma rei insignitur ad totam oculi sphæram. Neque enim ex ipsius sententia pyramis optica verticem propriè habet, cùm nullam radiorum coitionem faciat; sed vt ipse lib. 3. propos. 21. & 22. fusè edisserit, radij à centro visus priùs fracti discedunt, quàm in illud conueniant.

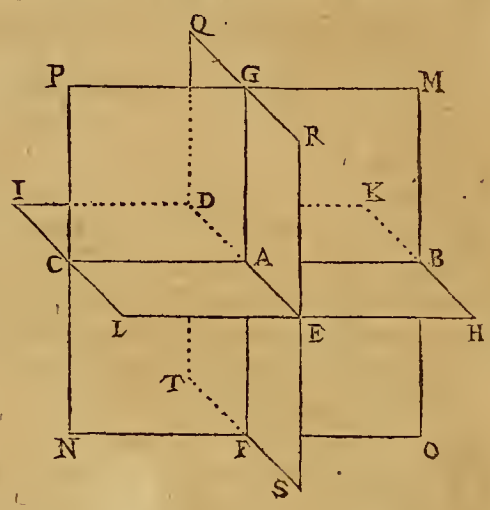
F Deinde, nos etiam superiore libro propos. 7. manifestè ostendimus non idem esse visus centrum, atque araneæ tunicæ, aut totius oculi. siquidem hæc omnia centris differunt. Igitur non ita se habet angulus pyramidis opticæ ad octo rectos, quemadmodum pars superficiei visus, quæ angulum ad verticem pyramidis opticæ constitutum subtendit, ad totam oculi sphæram. id enim de angulo tantùm, qui ad centrum sphæræ constituitur, veritatem habet.

Præterea radiorum infractione, quam per oculi humores fieri diximus proposit. 8. & 9. huius libri, fit vt eadem proportio esse nequeat anguli verticalis opticæ pyramidis ad octo angulos rectos, quæ est superficiei visus ad totam oculi superficiem. Esto enim

(quoniam

(quoniam id Vitelloni placet) vt idem sit visus centrum, quod araneæ tunicæ ac totius A
oculi. quoniam verò per oculi humores radij fracti penetrant, minor omnino angulus sit necesse est ad centrum visus ex concursu fractorum radiorum excitatus, quàm foret si radij liberè in centrum visus rectaque commearent. Ergo per 8. quinti Euclidis minor est ratio anguli ex congressu fractorum radiorum effecti ad octo rectos, quàm eius qui ex directis fit lineis. quocircà & minor ratio est anguli, qui ad verticem pyramidis opticæ reipsa constituitur ad octo rectos, quàm sit illius partis superficiei visus, quæ simulachro reii mbuitur ad vniuersum oculi ambitum.

Quod vt clariùs elucescat, sciendum est circa vnum idemq; punctum octo angulos rectos solidos constitui posse. si enim per datum punctum A recta ducatur linea B C, in B
eamq; ad datum punctum A alia quæpiam incidat recta linea D A, quæ cum priore duos æquales angulos efficiat; rectus erit vterque planorum angulorum D A B & D A C per 10. definitionē primi Euclidis. Si verò eadem D A producatur in E, rectus iterùm erit vterque angulorum: namque E A B æqualis est ipsi D A C per 15. primi Euclid. & E A C ipsi D A B per eamdem æqualis: quare erunt omnes quatuor plani anguli recti in eodem plano H L I K constituti per 2. vndecimi Euclidis.



C

Rursus si ex puncto A plani H I perpendicularis excitetur A G per 12. vndecimi Euclidis, ea per 3. definitionem vndecimi Euclidis cum iam dictis A B, A C, A D & A E, rectos angulos efficiet; eademque A G si producatur in F, quatuor itidem rectos angulos infra planum H I constituet. Erunt ergo plani anguli recti omnino duodecim, nempe quatuor in plano H I his litteris signati B A E, E A C, C A D, D A B: totidem suprà, nimirum B A G, E A G, C A G, D A G: ac totidem infrà, videlicet B A F, E A F, C A F, D A F.

Cumq; in constitutione angulorum solidorum singuli bis assumantur, erunt vniuersi D
potestate anguli recti plani viginti quatuor, è quibus cum terni rectum solidum conflent, erunt circa punctum A solidi anguli recti octo. nam ter octo vigintiquatuor efficiunt. Primus constat tribus rectangulis planis M A, R A, H A: secundus tribus hisce R A, P A, L A: tertius P A, Q A, I A: quartus Q A, M A & K A. atque hi superiores sunt; inferiores autem totidem simili modo colliguntur. Primus enim tribus his constat planis O A, S A, H A: secundus S A, N A, L A: tertius N A, T A, I A: quartus T A, O A, K A.

Quemadmodum verò per secundum corollarium Clauij ad 33. propos. sexti Euclid. angulus qui ad centrū, eam habet rationem ad quatuor rectos planos, quam subtendens arcus ad totam circuli peripheriam, propterea quòd per vltimam sexti Euclidis anguli ad centrum circuli constituti eamdem habeant rationem cum peripheriis, quibus insi- E
stunt: ita in sphęra eam rationem habet angulus solidus ad centrum constitutus ad octo rectos solidos, quam pars peripheriæ, cui ille insistit ad vniuersum sphæræ ambitum.

Ex his apertè conuincitur fieri non posse, vt eam rationem habeat angulus pyramidis opticæ ad octo rectos, quam ea pars superficiei visus, quæ formâ obsignatur, habet ad totum oculi perimetrum, nisi centrum visus idem esse concedatur, quod araneæ tunicæ ac totius oculi, quod nos propos. 7. superioris lib. confutauimus. nec profectò hoc satis est: sed præterea opticos radios in centrum visus congredi est necesse, quod Vitellonis sententiæ aduersatur. & verò id etiam exigitur, vt radij per oculi humores tunicasque impunè ac citra flexum peruadant, quod nos propos. 8. & 9. superiùs citata reiecimus. F

Hæc igitur cùm ita se habeant, liquidò patet Vitellonem non rectè pronuntiasse, eamdem rationem esse anguli verticalis opticæ pyramidis ad octo angulos rectos, quæ est superficiei visus forma rei insignitæ ad totum oculi ambitum.

Superest igitur, vt non alia ratione amplitudinem anguli, qui ad verticem radiosæ pyramidis constituitur, ex affecta parte araneæ visus cognoscat, quàm quia communis sensus, qui suam etiam externo visui actionem impertit, hanc prænotionem quasi à natura insitam habet, maiorem sentientis organi partem maiori angulo ad centrum visus subijci debere. Centrum namque visus immobile est: ergo araneæ tunicæ, quæ potissimùm sentiendi vi pollet, pars maior radiis diductioribus circùm ambitur, minor verò arctio-

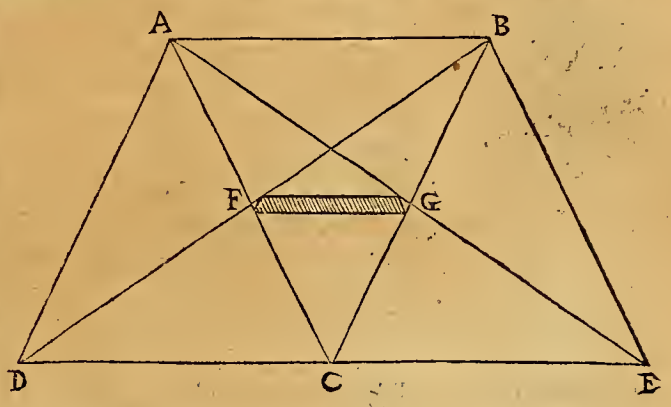
ribus;

A ribus; non quòd ad amussim, atque exacta proportione ista sibi respondeant; sed quòd proximè ad iustitiam accedant, propterea quòd centrũ visus à centro araneæ tunicæ minimo distet interuallo. Cùm ergo perexiguũ discrimen illud sit, quod ex centrorum diuersitate in angulum pyramidis opticæ araneæque tunicæ superficiem inuehitur, meritò dicimus ex affecta portione araneæ angulum radiosæ pyramidis, qui ad centrum visus protenditur, velut propria mensura æstimari.

PROPOSITIO XLIII. THEOREMA.

B *Corpus opacum inter rem visilem aspectumq; interiectum, si axibus comprehendatur, nullam quidem rei partem obteget; efficiet tamen vt pars aliqua obscuriùs appareat.*

SINT axes optici A C & B C defixi in punctum C rei visibilis D E: hanc inter & vtrumque oculum corpus interijciatur F G ab axibus A C & B C



C comprehensum: dico totum visile D E apparere, nullamque eius partẽ à corpore F G obtegi. Nam pars C D videtur à visu A, propterea quòd ab ea ad oculũ radij directò extendi possunt, per secundam hypothesin huius libri: pars verò C E à visu B eamdem ob causam conspicitur. At tota D E obscuriùs videtur, quàm partes ceteræ quæ deinceps hinc inde procurrunt: siquidem totius D E nulla portio à duobus visibus, sed vnaquæque ab

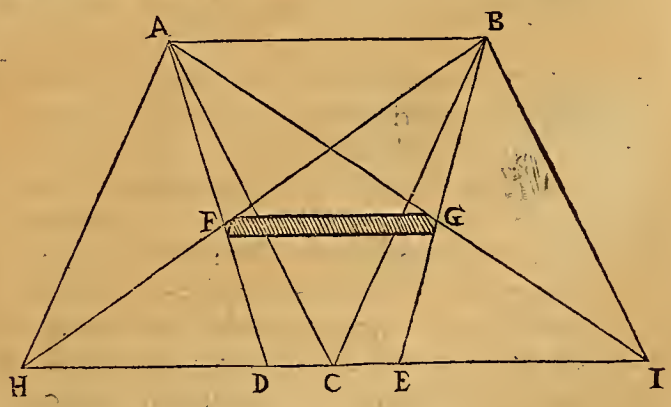
D altero tantùm conspicitur. Excellentior autem clariorque est visio ab vtroque oculo simul, quàm ab altero tantùm, vt libro primo propositione 76. est demonstratum: igitur perspicuum est id, quod initio propositum fuit.

PROPOSITIO XLIV. THEOREMA.

Iisdem resumptis quæ in præcedente propositione, si interpositum corpus axes opticos excedat, pars aliqua visilis extra conspectum cadet, alia ab altero oculorum tantùm conspicietur; quod

E *reliquum est, vterque oculus comprehendet.*

RVRSVS sint axes optici A C & B C defixi in punctum C rei visibilis H I; corpusque interiectum F G axes vtrimq; excedat: dico in primis D E visilis partẽ omnino extra conspectum esse per secundam hy-



F pothesin huius libri. Siquidem præter A D & B E radios, qui per extremitates corporis opaci destinantur, multæ aliæ rectæ lineæ ab oculis ad lineam D E produci queunt.

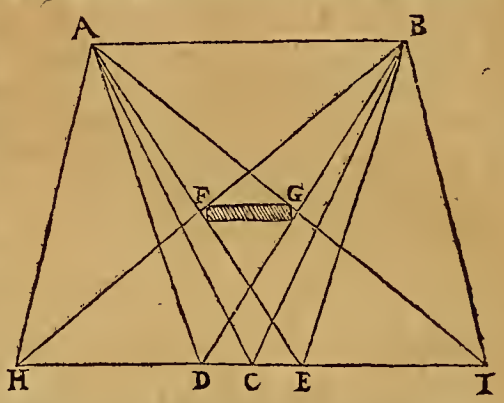
Deinde dico D H & E I ab altero oculorum tantùm conspici, nempe D H ab oculo A per radios A D, A H ac ceteros intermedios: E I verò ab oculo B, radiis B E, B I, ceterisque, qui inter hos medij duci possunt. Quod etiam liquet per eamdem secundam hypothesin huius libri.

Demum, quidquid ab H & I vtrimque reliquum est, vterque oculus assequitur. Est enim E extremum signorum, quæ versus C ab opaco corpore F G obtegũtur, sic vt omne quod ab E ad partes I consequens est, oculus B attingat: I verò extremum est eorum quæ visui A ad partes C surripiuntur. Igitur quidquid post I deinceps sequitur, vterque visus complectitur, per eamdem secundam hypothesin; quòd nimirum libera inde sit ad vtrumque aspectum specierum eductio: eodemque modo, de eo quod post H consequitur, ostendi potest. quare patet quod propositum fuit demonstrare.

PROPOSITIO XLV. THEOREMA.

Iterùm repositis eisdem, si interiectum corpus axes non attingat, pars media & extremæ rei visibilis ab vtroque visu; duæ verò hinc inde inter mediam & extremas positæ, ab altero oculorum tantùm conspicientur.

SINT iterùm repositi visus A & B, axesque optici A C & B C in punctum C rei visibilis H I defixi; corpus autem F G inter oculos ac rem visibilem positum, sic vt axes non attingat: dico primò, ductis per extrema corporis interpositi radiis A E, A I, item B D, B H, portionem D E vtroque visu conspicuam esse. Cùm enim F G axes non attingat, necesse est A E & B D intra axes sese intersecare, ac proinde A E vltra C versus I, item B D vltra C versus H protendi. Quare portionem D E vterque aspectus complectetur, A quidem radiis A E & A D; B verò radiis B D & B E. Sic quæ vltra H & I longiùs à C portiones excurrunt, vtrique aspectui patent, vt manifestum est ex libera radiorum promissione, quemadmodum & in superiore propositione ostensum est.



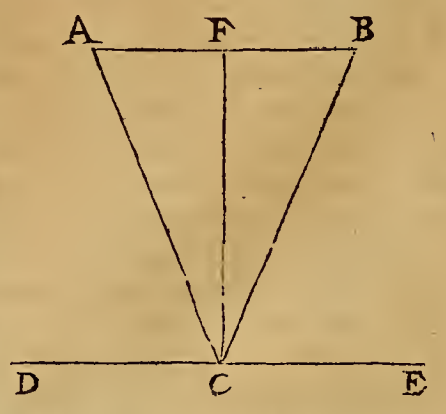
At cùm F G intra radios B H & B D contineatur, oculo B aspectũ portionis D H surripit; videtur autem eadem portio D H ab oculo A, quoniã radij A D & A H ab F G non intercipiũtur, vt ex eo manifestè constat, quòd corpus F G intra axes A C & B C contineatur; A D verò extra eosdẽ axes cadat. Cumq; eodẽ modo ostendi possit E I oculo A occultari, patere autem eius prospectũ oculo B, fit, vt D H & E I altero oculorum tantùm conspiciantur; media verò D E & extremæ, quæ vltra H & I vagantur, vtrique oculo expositæ sint.

DE HOROPTERE.

PROPOSITIO XLVI. THEOREMA.

Horopter cum axibus opticis, eaq; quæ centra visuum connectit, in eodem est plano.

SVNTO A & B centra visuum, è quibus optici axes A C & B C prosiliant (siue illi pares sint longitudine, vt in directo aspectu; siue impares, vt in obliquo, nihil interest) cẽtra autem visuum recta coniungat linea A B: denique per C axium concursum horopter incedat D E. hunc dico in eodem esse cum axibus plano; quoniam enim A B & D E parallelæ sunt inter sese per decimam huius libri definitionem, erunt A C & B C in eodem, in quo & A B & D E plano per 7. vndecimi Euclidis. Itaque horopter, axesq; optici, & quæ centra visuum connectit, in vno eodemque plano simul omnes extenduntur; quod erat demonstrandum.



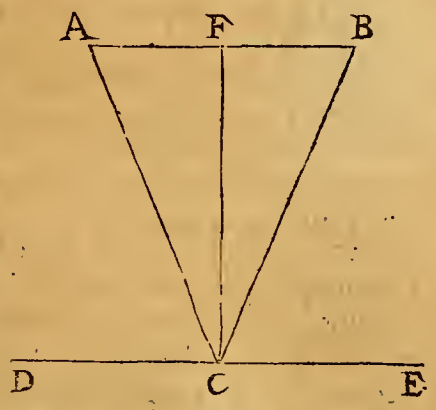
PRO-

A

PROPOSITIO XLVII. THEOREMA.

Si radius communis in horopterem rectis incidat angulis, & cum axibus horopter æquales angulos efficiet.

Duobus visibus A & B axes optici promittantur A C & B C, radiusque communis F C in horopterem D E rectis incidat angulis. dico illos, B quos horopter cum axibus facit angulos, nempe A C D & B C E, æquales inter se esse. Cùm enim per 10. huius libri definitionem constet horopterem, ei quæ connectit centra visuum, parallelam esse, erunt per 29. primi Euclidis etiam recti illi, quos idem communis radius cum connectente efficit, videlicet A F C & B F C: ac proinde per 25. huius libri & axes optici A C, B C æquales inter se erunt: est verò vtrique triangulo A F C, B F C communis F C,



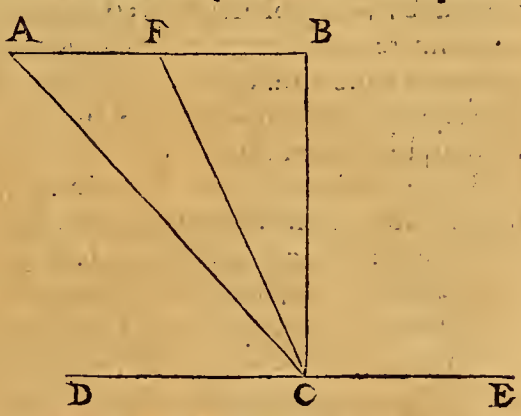
C basisque A F basi B F æqualis per 6. definitionem huius libri: ergo per 8. primi Euclidis anguli A C F, B C F, æquis lateribus contenti, æquales inter se erunt. Quos tandem si ab æqualibus rectis F C D & F C E detraxeris, reliqui A C D, B C E per communem notionem inter se æquales erunt; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XLVIII. THEOREMA.

Si radius communis in horopterem obliquis incidat angulis, erunt & illi, quos horopter cum axibus facit, inæquales.

D

ESTO rursus vnius visus centrum A, alterius B, atque ab his in horopterem proiecti axes A C & B C, ita vt radius communis F C obliquè in horopterem incidat: dico angulos quoque A C D & B C E obliquos & inæquales esse; siquidem horopter, & ea quæ centra visuum iungit, parallelæ cùm sint per 10. definitionem huius libri, incidens in vtramque A B & D E communis radius F C alternos angulos æquales E facit per 29. primi Euclidis, hoc est A F C, ipsi F C E & B F C ipsi F C D, eruntq; ad connectentem, quemadmodum ad horopterem, obliqui & inæquales; sit autem maior A F C quàm B F C: erit ergo per 24. primi Euclidis, & basis A C basi B C maior; quia nimirum in triangulis A F C, B F C latus A F lateri B F æquale est per radij communis definitionem; latus verò F C vtrique cõmune est, & angulus A F C iam suppositus maior angulo B F C: est igitur basis A C basi B C maior. Vnde vlteriùs efficitur per 18. primi Euclidis, vt in triangulo A B C angulus A B C, cui maius latus subijcitur, sit maior angulo B A C lateri minori insistente. Sed per 29. primi Euclidis angulo A B C æqualis est angulus B C E, angulo verò B A C angulus A C D æqualis: sunt F igitur anguli, quos horopter cum axibus efficit, inæquales, & B C E quidem maior, quàm A C D; quod erat demonstrandum.



Hæc angulorum inæqualitas eo tantùm motu obuenire potest, quo oculi in obliquum torquentur, dextram aut sinistram versus; non verò illo quo vel in sublime efferuntur, vel in imum deprimuntur. Oculo siquidem in has plagas transmutato, & horopterem mutari necesse est, quia nimirum planum mutatur in quo optici axes existunt; quod minimè accidit, cùm solùm in latera oculi obliquantur.

A

PROPOSITIO XLIX. THEOREMA.

Quidquid conspicitur in eodem cum axibus existens plano, id omne in horoptere verum vel apparentem locum habet.

MAGNA sanè vis est atque potestas eius lineæ, quæ per iugatorum axium concursum ducitur, ei, quæ centra visuum connectit, parallela: (horopterem ab effectu anteà nominauimus definitione 10. huius libri.) Hanc profectò nemo satis demirari poterit, qui naturam visionis curiosiùs fuerit B perscrutatus: est enim illa intuitus ipsius velut meta, ad quam radij omnes ab oculo profecti contendunt; aut velut translucidum quoddam interseptum, ea ab inuicem dirimens, quæcumque vltra citráve axium concursum in eodem cum axibus plano existunt, in quod proinde eorum omnium quæ spectantur, loca vniuersa cùm propria tum phantastica seu apparentia recipiuntur: propria quidem ac vera, cùm in illo res etiam ipsæ spectatæ existunt; aliena verò seu apparentia, cùm vel citra ipsum constitutæ sunt, vel vltrà procurrunt. Omnia siquidem in horoptere apparent, ac nonnulla quidem distinctè, alia confusè; atque ex his quædam singularia, alia geminata.

Quorum omnium propriam ac genuinam causam si quis postulet, aliam equidem non reperio, quàm ipsam oculorum naturam, ita à prima sui origine comparatam, vt C quemadmodum in eo horopteris puncto, in quod axes conueniunt, res constitutæ distinctissimè cernuntur, ita secundo loco imperfectè quidem, sed minùs ea videantur, quæ in reliquis horopteris partibus versantur; ac tertio denique loco omnium imperfectissimè ea, quæ extra horopterem excurrunt, quæ proinde gemina etiam conspiciuntur, vt libro 4. in fallaciis loci & numeri, Deo propitio, docebimus: sic vt omnia quæ in eodem cum axibus plano constituta oculis obuersantur, apparentem locum congressioni axium, quàm fieri potest proximum sortiantur: ea est enim conditio sensus communis, aut (si quæ alia est) attendentis facultatis, vt eò semper vires intendat, vbi axes conueniunt.

Hæc proprietas quia ex ipsius aspectus natura intimisque recessibus proximè ema- D nat, haud facilè probari potest eo demonstrandi genere, quod A priori vocant. nam singularum rerum naturæ minùs nobis perspectæ sunt, aut si aliquarum notitiam habere videmur, hanc ab iis quæ natura sunt posteriora, accepimus. Quocircà hanc horopteris proprietatem, tum ab effectis, tum ab impossibili, quod oppositum comitatur, argumentando stabiliemus.

Primò quidem efficax huius rei argumentum est, quòd nisi statuamus omnia in horoptere videri, nulla idonea causa reddi possit, ob quam certa oculorum dispositione res quædam geminæ conspiciantur. Nam quæcumque ab aliis huius fallaciæ causæ in medium adducuntur, siue à communi neruorum opticorum principio, siue ab imaginum perturbatione, siue à spirituum animalium dissipatione, siue aliunde desumptæ, has omnes ad propositum explicandum minùs idoneas esse lib. 4. in fallaciis numeri perspicuè E ostendemus. Quapropter vti in astronomicis rebus phænomena hypothesibus explicantur, illæque hypotheses præcipuè ab omnibus commendantur, quæ ad saluandas phænomenon rationes potissimùm valent: ita in confesso esse oportet hanc horopteris proprietatem, qua ad explicandas fallacias loci, geminosque aspectus, nil videtur excogitari posse accommodatius. Siquidem cùm rei cuiuspiam phantasia geminatur, tum ea duobus spectatur locis; nam si vno tantùm loco cerneretur, res ipsa singularis appareret: nunc ergo cùm gemina videri supponatur, duobus eam locis spectari est necesse: at horum neuter proprius esse potest; quod enim proprio in loco spectatur, singulare apparet: F vterque igitur locus alienus est. Nusquam verò commodius ac etiam veriùs apparens rei locus statui potest, quàm in horoptere, citra vel vltra quem nihil reperire est, quod radium opticum ab oculo per rem extensum definiat. Hic igitur eorum omnium, quæ oculis obijciuntur in plano, in quo axes, apparentia loca in se recipit.

Accedit ad hanc ipsam rem confirmandam haud obscurum experimentum, à geminato aspectu desumptum. Cùm enim duæ res in axibus opticis constitutæ tribus numerantur locis (id quo pacto fiat lib. 4. dicemus in fallaciis loci) tum tres apparentes phantasiæ in rectam lineam, illi quæ centra visuum connectit parallelam, dispositæ conspiciuntur. at mediam constat in horopterem transfundi, eo scilicet loci vbi inter se axes commit-

A committuntur. Igitur & reliquæ in eodem horoptere apparentem locum habent: is quippe per axium concursum mediamque phantasiam incedit. Ex his duplex causa elici potest; cur è tribus phantasiis, illa quæ medio sita est loco, perfectiùs euidentiusque cernatur: primò namque quia axibus cernitur; secundò quia ex duabus effecta est vna. Idem per omnia experimur in eo aspectu, quo subinde res duæ quatuor locis numerantur. omnes enim phantasiæ in rectam lineam oculorum distantiæ parallelam redigunturquamuis res ipsæ in lineam visibus parallelam constitutæ non sint.

Itaque quemadmodum in rebus aliis non paucis, ita in ratione aspectus, rei imaginariæ vim ac potestatem licet admirari. Est enim horopter non vera aliqua, atque in ma-
B teriam conserta linea; sed quam animus ex ratione confingit: non secùs, atque in cælestibus orbibus coluros, tropicos, horarios, aliosque sine numero circulos Astronomi sola mente concipiunt, quorum ope, ea quæ in astrorum lationibus cernuntur, phænomena velut propria ex causa eliciunt, explicant, probant, inque veram scientiæ lucem transcribunt. aut velut tempus quoddam sibi mens nostra effingit, quod, tametsi nullus existat in rebus motus, interrumpi tamen numquam possit. aut velut supra extimum cæli ambitum spatia quædam imaginamur (vbi reipsa aliquid esse ratio dissuadet) in quibus alios mundos constitui nihil prohibeat, & per quæ cieri corpus aliquod posset ocyùs vel tardiùs; esto nullus ibi sit locus, à quo & ad quem motus fiat; quamuis item nullum sit tempus, secundùm quod citiùs tardiúsve res mobilis spatium decur-
C rat. Ita inquam lineam quamdam per axium opticorum concursum animo ducimus, quæ tametsi nusquam reipsa sit, ea tamen aspectus noster definitur, & quodammodò à vago situ intra certos terminos constringitur, quæ proinde linea ad omnem intuitum mutabilis est: vti enim mutato aspectu axes optici mutantur, ita & horopterem pariter mutari est necesse.

Porrò cùm dicimus res omnes in horoptere apparentia loca capessere, non intelligimus ea illic distinctè internosci, seu ea cognitione, quæ de rerum veritate sententiam fert; sed confusè ac velut indefinitè: non enim internus sensus suapte vi vnà cum re propriũ etiam rei locum percipit; sed rem quasi indefinito loco. Vnde vnus oculus, licet communis sensus præsidio adiutus, verum rei locum non assequitur: sed præter commu-
D nem facultatem, duorum præterea oculorum conspiratione ad distinctam loci dignotionem opus omnino est. & quamquam rem nullo loco propriè videri impossibile forsitan esse nonnullus arbitrabitur, ea ratione inductus, quòd quemadmodum nihil illud est quod nusquam est, ita omnino non videatur id quod nusquam videtur; est tamen illud non modò possibile, verùm etiam necessarium, quoties nimirum vel vnus tantùm oculus in visionem incumbit, vel extra axium concursum res constituta vtroque oculo cernitur. His namque casibus id primò constat, rem in illo radio, qui per ipsam ducitur, apparere; at in qua eius sit parte necdum compertum est, nisi iunctis amborum luminum axibus communis facultas accedat, quæ locum definitò decernat. Ergo præter id solum, quod in concursu axium existit, cetera omnia in horoptere indefinitè videri in-
E telligenda sunt; non autem certa atque indubitata loci dignotione.

PROPOSITIO L. THEOREMA.

Quæcumque extra axium opticorum regionem excurrunt, ea omnia in horopteris plano cernuntur, eo loci, vbi illud radij producti attingunt.

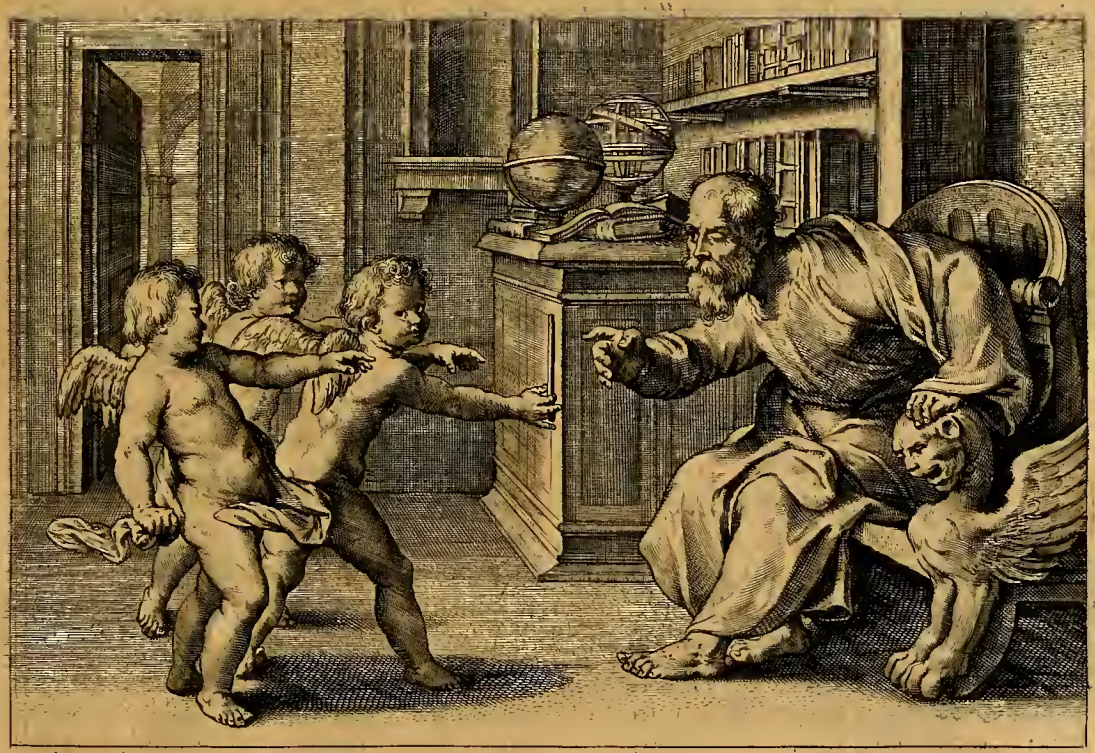
F  VAM vim horopteri inesse diximus, eamdem & horopteris plano communem esse satis superque ex superiùs demonstratis constat. Vti enim horopter ad ea se habet quæ in aliqua parte eius regionis seu superficiei existunt, per quam axes optici incedunt: ita horopteris planum se habet ad cetera, quæ extra opticorum axium plagam regionemque procurrunt. Horum enim omnium loca, seu vera seu apparentia, in se recipit ad eas partes, in quas radij per res visiles ducti impingunt. Quod sanè iisdem rationibus demonstrari potest, quibus in horopteris explicatione superiore propositione vsi fuimus. Est enim horopteris planum ex innumeris quodammodò horopteribus in axium congressu sese intersecantibus conflatum, cuius medium punctum, in quod axes conueniunt, tamquam vmbilicus directum obtutum definit; cetera autem partes ad illos aspectus pertinent, qui extra

axium opticorum regionem emittuntur. Quocircà primarius ſenſus, qui ſuapte vi A eò ſemper contendit, quò axes coëunt, eorum omnium, quæ extra horopteris planum axiumque regionem oculis obijciuntur, phantaſias in ipſum horopteris planum transfundit, incerta quadam, vti ſuperiùs diximus, loci æſtimatione; non verò ea dignotionis perfectione, qua res ipſæ in horopteris plano, ceu proprio ac definito loco, conſpiciuntur.

Ex his colligas horopteris planum inſtar tabulæ eſſe natura perſpicuæ, ac directò oculis obuerſæ, in quam omnium eorum, quæ ſpectantur, phantaſiæ ſe recipiunt: ita vt in ipſa omnium imagines opticè ac velut proiectione quadam deſcriptæ eſſe videantur.

FRAN-

FRANCISCI AGVILONII
E SOCIETATE IESV
OPTICORVM
LIBER TERTIVS
DE
COMMVNIVM OBIECTORVM
COGNITIONE.



ARGVMENTVM.

NATVRÆ simul ac doctrinæ ordo exposcit, vt definita visus essentia, præcipuaque eius affectione, quæ ad visionis modum opticorumque radiorum traductionem pertinet, explicata, ad communium visibilium cognitionem veniamus. Hæc enim per se quidem, at non primò, vt ea quæ propria dicuntur, sub aspectum cadunt. Nam lux & color simplici obtutu; hæc verò aut collatione, aut distinctione, aut antecedente notione, aut syllogismo, aut alia demum ratione, quam internus sensus variam ac multiplicem administrat, cognoscuntur. Quod sanè ex eo prouenire videtur, quòd hæc non propriè ad visus facultatem attineant, sed aliis quoque sensibus sese ingerant: vnde

non nisi communis sensus præsidio, cuius est de omnium externarum potentiarum differentiis scire, iudicare, ac sententiam ferre, in cognitionem veniunt. Nouem ea omnino numerari lib. 1. propos. 29. ostendimus, nempe DISTANTIAM, QVANTITATEM, FIGVRAM, LOCVM, SITVM, CONTINVITATEM, DISCRETIONEM, MOTVM, QVIETEM. *Inter quæ primo loco Distantiam numeramus. tametsi enim naturæ ordine prima sit Quantitas, eaq; de causa lib. 1. prop. 29. eam primo loco recensuimus; hic tamen doctrinæ ordinem sequentes, Distantiam præmittimus, ex cuius perceptione ceterorum cognitio dependet. Distantia complectitur longinquum propinquum, altum profundum, & quædam alia. Sub Quantitate magnum & paruum, crassum tenue, longum latum, æquale & inæquale, aliaq; eiusmodi continentur. Figura sub se habet rectum curuum, conuexum concauum, asperum læue, acutum obtusum, ac cetera eiusmodi. Ad Locum spectant positionum differentiæ, quæ sex à philosophis numerantur, supernum infernum, dextrum sinistrum, ante & retro. Ad Situm pertinent sessio, statio, ordo, dispositio, aliaque permulta. A quibus erecti, iacentis, proni, supini, inclinati, & similes appellationes proueniunt. Continuitas vnitatem; Discretio numerum, multitudinem, paucitatemque gignit. Motum tempus consequitur. Quies demum de genere illorum cùm sit, quæ in priuatione consistunt, sterilis est, nulliusque fecunda prolis. His adde media illa obiecta quæ nec propria nec communia esse diximus lib. 1. prop. 29. tamen non ex accidenti illa aspectu dignosci constat, vt sunt* TRANSPARENTIA OPACITAS, VMBRAE TENEBRAE, SIMILITVDO DISSIMILITVDO, PVLCHRITVDO DEFORMITAS. *Hæc quæ modò sunt recensita, quo pacto singula visu dignoscantur, tertio hoc libro explicare instituimus vt, strata molliter via; pronior planiorque fiat errorum, qui circa visum contingunt, tractatio, in sequentem librum studio asseruata.*

HYPOTHESIS.

Communia obiecta visus alia ex aliis cognosci.

HANC communium obiectorum proprietatem vt per se notam supponimus, cumq; nulli non conueniat, plurimaque eius exempla in singulis reperiantur, superuacaneum fore arbitror diffusiùs hanc veritatem explicare; ergo pauca, eaque illustriora exempla rem ipsam planam facient. Quis neget Distantiam ex nota rei magnitudine subinde argumentando colligi, ex illa præsertim communi notione, qua quisque longè abesse illa iudicat, quæ parua apparent, cùm magna reipsa sint? Et è conuerso quis ignorat astra, etiam quæ minora apparent, maiora pronuntiari, perspecto ampliori illorum à nobis interuallo? Sic incertus rei locus non rarò ex nota distantia magnitudinéve solertia quadam eruitur. Et ex cognitis partium locis figura, situs, continuatio, discretio, motus, aliaque quæ ad locum spectant, deprehenduntur. Quid plura commemorem? cùm ex his satis superque constet, communia visus obiecta in mutuam cognitionem ducere.

Inde verò hæc proprietas originem ducit, quòd non modò obiecta visus, sed etiam quæcumque ceterorum sensuum organa subeunt, mox inde in principem sensum mentemq; conscendant, vbi infinita quadam capacitate excepta, postquam singula suis perfuncta sunt muniis, ratione componuntur, atque in ordinem rediguntur. nec enim, vt Ecclesiastes cap. 1. oculus satiatur visu, nec auris auditu impletur. Quod sanè D. Gregorius Nyssenus præstantissimus philosophus oppidi similitudine doctè explicauit, cuius verba ex lib. de hominis opificio cap. 10. desumpta attexam: *Quæ res mihi maximè in nobis admiratione digna videtur; quæ nimirum illa sit interioris nostræ capacitatis amplitudo, in quam omnia per auditum infusa confluunt; qui sint quasi à commentariis, quorum*

opera

A *opera consignentur ea quæ in aures penetrant, quæ receptacula sint rerum auditu perceptarum; quo pacto fieri possit, vt cùm adeò multa & varia immittantur, non in collocatione rerum aliarum super alias confusio ac perturbatio quædam contingat. Idem & in facultate videnti in admirationem venit. nam & per hanc modò quodam consimili mens extraria præhendit, receptisq; rerum apparentium simulachris, formas eorum quæ cerni possunt apud se depingit. Atque vt in ampla quadam vrbe, quæ per diuersos aditus homines aduenientes recipit, non vnum quemdam ad locum omnes concurrunt; sed alios videre est ad forum, alios in ædes tendentes: ita & mentis oppidum, quod est intra nos exstructum, diuersi quidam sensuum aditus quasi complent, mens tamen de singulis quæ ingrediuntur, iudicium faciens, &*
B *quælibet inquirens, sic deinde proprias ea velut in sedes notitiæ collocat. Ac quemadmodum vsu venire potest (libet enim vti eadem, qua cœpimus, ab oppido sumpta comparatione) vt tribules vel etiam cognati eadem vrbem porta non ingrediantur, alio fortè fortuna per alium aditum ad vrbem itante, qui nihilominùs postquam intra mœniorum ambitum venerunt, conueniunt, & necessitudine mutua sibi deuincti sunt: contraq; fieri potest, vt homines peregrè venientes, interq; sese ignoti, eodem ad vrbem aditu contendant, quos tamen communis in vrbem ingressus nullo modo coniungit, quando vrbem ingressi pro libitu quisque se ab aliis separat, singulis suos quærentibus: non dissimilem intelligere videor etiam mentis amplitudinem esse. Nam sæpenumerò ex diuersis sensuum organis vnius rei cognitionem paramus, ipsa re diuersis modis sensibus se insinuante: contrà videre est vno eodemq; sensu mul-*
C *ta variaque percipi, quæ ceteroqui natura inter se non conueniunt.*

Hoc ergo pacto quoniam communia obiecta visus partim sensu primario, partim intelligentia dignoscuntur, eæq; facultates sublimiores sunt externo visu, circa obiecta illa excellentiori etiam quodam cognitionis genere versantur: & intelligentia quidem primarij sensus prænotione adiuta componendo, secernendo, ac variè argumentando (quæ propriæ eius sunt functiones) ex assumptis cognitisque propositum deducit: sic ergo fit vt communia obiecta visus alia ex aliis cognoscantur.

Deinde, id ratum ac firmum esse debet, communia visus obiecta ex iis cognosci debere, quæ sub aspectum cadunt: id enim nisi concedatur, nulla superest ratio qua dignosci aspectu possint: at præter lucem & colores quæ primò ad intuitum pertinent, & quibus
D solis distantia, quantitas, figura, locus, situs, ceteraque communia obiecta dignosci nequeunt, nihil aliud relinquitur nisi hæc ipsa obiecta communia, quæ proinde in mutuam cognitionem sese inducunt.

DE DISTANTIÆ COGNITIONE

E

PRÆNOTATIONES.

I.

F PRÆNOTANDVM *hoc loco primò est duplicem esse Distantiam, vnam rerum ab inuicem, qua neutiquam conueniunt, aut se mutuò tangunt; sed spatio quodam atque interuallo à se inuicem distrahuntur. Hæc quoniam magnitudinis cuiusdam speciem aspectui refert, cuius mensura est vel corpus interiectum, vel id quo spatium ipsum oppleri est aptum, de ea hoc loco nulla mentio fiet, quòd eadem ratione in cognitionem deueniat, qua magnitudo, vt mox infrà.*

Altera est, qua res à visu plus minúsve abducuntur, quæ tametsi non secùs ac superior, magnitudo quædam sit, tamen quia ex recta linea ab oculo ad rem ipsam pertinente æstimatur, non ita propriè vt illa magnitudinis notionem ingerit, sed cuiusdam potiùs recessus. De hac ergo Distantia in præsenti tantùm agemus.

II. SE-

A

II.

SECVNDÒ *prænotandum est, aliud esse Distantiam, aliud Distantiæ quantitatem. Sæpè namque, vt cùm maximè res distant, nihil certiùs nouimus, quàm rem à visu longè dissitam esse; at nihil obscurius incertiúsque est, quàm intercapedinis mensura & quantitas. Distantia nihil aliud est, quàm contactus, aut coniunctionis priuatio; at Distantiæ quantitas est magnitudo corporis, quod vel reipsa inter rem visumque intercedit, vel interseri potest.* B

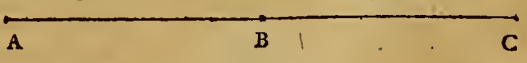
III.

DISTANTIA *absolutè prolata syllogismo probari hoc modo potest: Id quod occluso oculo non videtur, cernitur autem aperto, nequit esse in oculo, aut oculum contingere, aliàs enim haud secùs clauso, atque patente oculo conspiceretur: distet ergo necesse est. Verùm de hac vaga Distantiæ notione hoc loco non agimus, sed de eius quantitate ac mensura. Non enim quòd res distent, sed quantum absint, difficile cognitu est. Hoc ergo quo pacto contingat, deinceps exponemus.* C

PROPOSITIO I. THEOREMA.

Distantiam vnus oculus per se definire non potest.

DISTANTIA magnitudo quædam est, vt paulò antè est prænotatum: necesse est igitur, vt per eiusmodi aliquid cognoscatur, quod magnitudinis notionem ingerat. Nam quod indiuidui specie exhibetur, indiuisibile apparet. Quare, vt Distantia sub propria ratione cernatur, specie radioque diuisibili proponi debet. At radius, qui ab vno oculo, verbi gratia A, ad rem visibilem B emicat, recta est linea, ita visui obiecta, vt eius longitudo neutiquam appareat, sed solius puncti rationem obtineat, quemadmodum lib. 2. propos. 2. ostendimus. Igitur signi B distantia, quæ in longitudine lineæ A B consistit, vno oculo determinari non potest. D



Simile quiddam euenit, cùm de duorum signorum inæquali distantia iudicium à sensu exquiritur. Vt si oculo A obijciantur duo puncta B & C, quorum alterum, B nempe, propinquius, alterum verò C remotius sit. Quandoquidem ambo in eadem recta linea cum visu constituta sint, vnum alteri quoad aspectum exactè congruet, & B quod propinquius est, inter C remotius, & visum A ex æquo interiectum erit per rectæ lineæ definitionem. Ergo B ipsi C ex aduerso respondebit. Quapropter eodem omnino modo visum ambo afficient, sibique mutuò prospectum surripient, sic vt inæqualem illorum distantiam vnus oculus percipere non possit, cùm non secùs B C, ac A B, imò tota A C vt punctum appareat, per eamdem 2. propos. lib. 2. igitur distantiam vnus oculus per se definire non potest; quod erat explicandum. E

Hanc eamdem rem illustria quædam experimenta confirmant, inter quæ haud ignobile illud est, quòd altero oculo tecto perdifficile sit, ac propemodũ impossibile, signum in aëre constitutum, velut corpusculum aliquod ex iis quæ ob paruitatem leuissimo aëris impulsu subuehuntur, aut araneam ex filo pendulam indicis summitate attingere, præsertim si à latere promotionem digiti instituas, nisi id casu euenerit: fortuitò enim & quasi ex insperato subinde fit, vt in postulatum contactum digitus incidat. Hinc etiam filum per foramen acus transuersum immittere, altero occluso oculo incerti negotij est. F

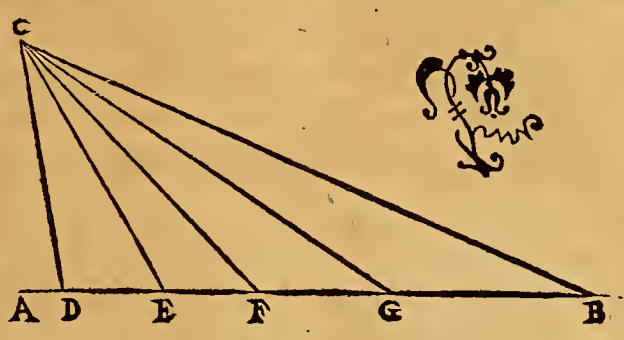
Simile & illud est ludicri experimenti genus, quod à pueris olim didicimus, sed philosopho dignum sumus arbitrati, vtpote cuius consideratione in eximiæ huius proprietatis cognitionem deuenimus. Lusus hic erat: puerorum alter bacillum erectum tenebat manu, hunc alter protenso in transuersum indice tangere nitebatur vno tantùm cernens oculo, ac quoties id moliebatur, toties pænè à meta aberrabat. Id verò cùm sæpiùs euenisset, tandem sodalium cachinno exceptus suas alteri vices sponte resignabat; quas proximus quisque auidè arripiebat: siquidem certatim omnes curiositatem suam explere satage-

A ſatagebant. Hoc ergo illi cùm per iocum agerent, argumentum ſagacioribus præbebant, quo facilè colligi poterat, altero tantùm oculo rerum diſtantias certò definitoque cognoſci non poſſe: non enim alia ex cauſa illorum manabat error, quàm ex ignorata metæ diſtantia; hanc namque ſi perſpectam habuiſſent, numquam in re tam facili, ac toties, tantoque interuallo eos errare contigiſſet.

PROPOSITIO II. THEOREMA.

B *Diſtantiam ſæpè vnus etiam oculus per vicina corpora, quæ intercedunt, ex accidenti cognoſcit.*

TAMETSI vnus oculus ſuapte vi ac per ſe ſolus diſtantiam rei non diſcernat, tamen externarum rerum aſpectu adiutus, in aliquam rei diſtantis cognitionem venire poteſt. Exempli gratia, ſit in terræ ſuperficie AB ſignum B oculo C propoſitum, cuius quidem diſtantiam radio CB propria virtute dignoſcere nequeat; at conſpicatis variis corporibus, puta D, E, F & G in



C eadem terræ ſuperficie AB viſum inter & ſignum B interiectis, atque longo ordine ſeſe conſequentibus, facilè colliget ſignum B non exiguo ſpatio diſiunctum eſſe debere, inter quod & viſum tot tantaque corpora intercedunt.

Hoc pacto non tantùm vnus oculus propriæ virtutis defectum ſupplet, verumetiam duo oculi non rarò adiuuantur, præſertim cùm ob nimiam diſiunctionem diſſitarum rerum exceſſus minùs exactè dignoſci poſſunt.

Deinde, cùm ſpatium ſeu intercapedo nulla res ſit corporeis qualitatibus, quæ ſub

D aſpectum cadant, affecta; ſed potiùs quædam continuationis priuatio, nullam ſui imaginem in organum inferens; longè promptiùs efficaciuſque dignoſcetur in iis rebus, quæ ſpectabili aliquo corpore interpoſito dirimuntur, quàm ſi inane tantùm ſpatium interiectum ſit. Nam corpus inter rem viſumque diffuſum menſura quodammodò eſt eius ſpatij, quo res à viſu ſemotæ cõſpiciuntur. vnde cùm nullum corpus reipſa adeſt menſuram diſtantiæ definiens, ſæpenumerò aſpectus fœdè hallucinatur, quòd non æquè exactè intellectus æſtimare poſſit magnitudinem corporis, quod inter rem & aſpectum intercedere poteſt, ac cùm illud reuerà oculus interpoſitum videt.

Hanc porrò cognitionem non ex ſe, ſed ex accidenti oculus elicit; quoniam neque eam vim oculus ſibi congenitam habet, neque id ſpatio naturæ legibus debetur, vt cor-

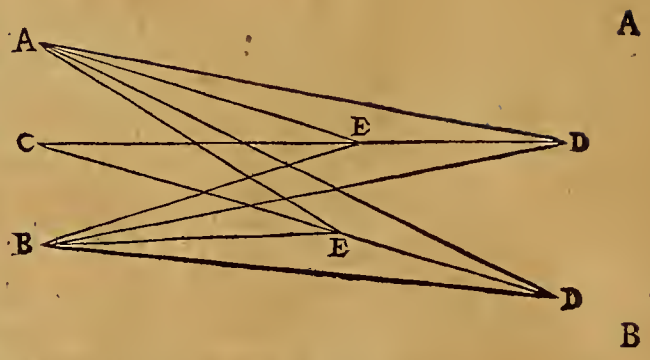
E pore aliquo oppleatur. Enimuerò non minùs res diſtant, ſi vacuum ſit intermedium ſpatium quàm ſi corpore aliquo oppleatur, vt ex phyſicis rationibus conſtat. Itaque cùm ſpatij magnitudo, quam diſtantiam vocamus, ex corporum interiectorum magnitudine cognoſcatur, ex accidenti erit ea cognitio, qua diſtantiam per interpoſita corpora percipimus, cùm neque ex natura diſtantiæ, neque ex aſpectus conditione principium ducat.

PROPOSITIO III. THEOREMA.

F *Non rectè quidam ex axium coniunctorum angulis diſtantiam per ſe cognoſci affirmarunt.*

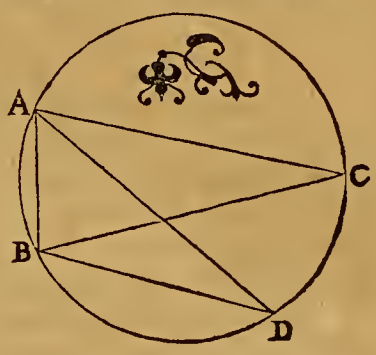
SVNT qui diſtantiam ex quantitate anguli, quem faciunt concurrentes axes, colligi volunt, ſic vt remotiora illa ſint, quæ minoribus axium angulis attinguntur; quæ verò maioribus, propinquiora. Quod in hunc modum nituntur demonſtrare. Sint duo oculi A & B, communiſque radius CD, ſiue is connectenti centra viſuum rectus ſit ſiue obliquus, nihil intereſt: ſit verò in communi radio ſignum viſibile nunc in E, nunc in D. Ductis ex E & D ad vtrumque aſpectum axibus opticis DA & DB; item EA & EB, erit angulus AEB angulo ADB

lo A D B maior per 21. primi Euclidis: siquidem E intra triangulum A D B cadat. Quare E propinquius indicabitur, quia maiore angulo conspicitur; D verò remotius, quia minore.



Firma illis videtur hæc demonstratio: verùm duobus potissimùm argumentis confutatur. Primum hoc est: Visus non percipit magnitudinẽ anguli, quem in concursu axes efficiunt: est enim extra oculum; nec vllis visibilibus qualitatibus, quibus spectari possit, imbutum est. Quæ namque extra oculum sunt, non nisi per sensibiles species cognosci possunt; at quæ in oculo, per se ipsa quodam consensu sentiuntur, vt motus oculorum, eorumque situs, ipsa visionis operatio, & cetera huiusmodi: non igitur ope illius anguli visus rerum distantias cognoscere potest.

Alterum est, quo etiam superior demonstratio tamquam contraria demonstratione refellitur. Si obiecta in diuersos radios communes cadant, fieri potest, vt res inæqualiter distantes, æqualibus tamen angulis cernantur. vt si visibus A & B punctum C directò opponatur: descripto circum tria puncta A, B, & C circulo per 5. quarti Euclidis, sumatur in eius circumferentia aliud quodpiam signũ, puta D, quod visibus propinquius sit quàm C, erit nihilominùs angulus A D B angulo A C B æqualis per 21. tertij Euclidis. Æquè igitur ab oculis disiunctum id quod in D collocatum fuerit, ac quod in C visus arbitrabitur: at falsò, cùm longiùs abesse constet punctum C quàm D. Quocircà fallax est distantiarũ cognitio, quæ ex angulis coniunctorum axium desumitur; quod erat probandum.

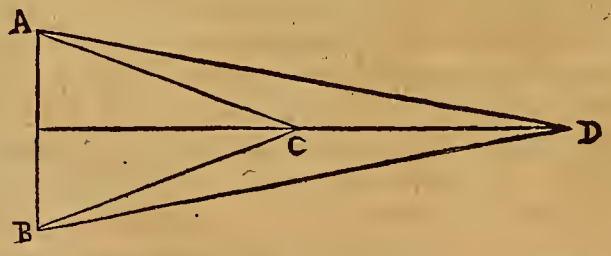


PROPOSITIO IV. THEOREMA.

Distantia per se cognoscitur ex axium opticorum longitudine.

QVIBVS non placuit ea ratio cognoscendi distantiam, quam superiore propositione confutauimus, illis potior visa est hæc, quæ ex axium opticorum longitudine desumitur: quo enim hi sunt maiores eo res longiùs distare haud dubiè colliguntur.

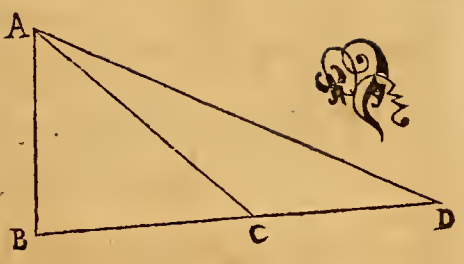
Quod ita potest demonstrari. Sint visuum centra A & B, res autem visibilis nunc in C, nunc in D. dico, quoniam axes A D & B D longiores sunt, quàm A C & B C per 21. primi Euclidis, idque visui perspectum est per 24. libri secundi, maiorem indicari distantiam signi D, quàm signi C. Cùm enim nil sit aliud distantia, quàm recta linea ab aspectu ad rem ipsam extensa, eiusmodi linea ipse est axis opticus, profectò cognita axis longitudine per 24. libri secundi, nota erit rei distantia, quæ ignota quærebatur.



Nec tantùm hac ratione cognoscitur obiectum vnum altero magis à vidente distare: verùm etiam vnũ idemque, puta C à visu A longiùs abesse quàm à visu B, non tantùm propter communem illam notionem, qua constat visile à medio aspectu deflectens illi oculo propinquius esse oportere, qui est ad eamdem partem, in quam obiectum vergit: sed ob id vel maximè, quòd oculi axium opticorum inæqualitatem propria virtute percipiant, maioremque cognoscant axem A C ipso B C propter angulorum A B C & B A C inæqualitatem.

Fit

A Fit interdum, vt visile in eodem existens axe B D, nunc propinquius sit, vt in C, nunc remotius, vt in D: quod cùm accidit, quemadmodum oculus B vtrumque axem A C & A D æqualem videt, quòd vterque eumdem angulum A B C subtendat; ita idem oculus B puncta C & D propria quidem facultate in eadem cernit distantia; vel vt meliùs dicam, inæqualem illorum distantiam non



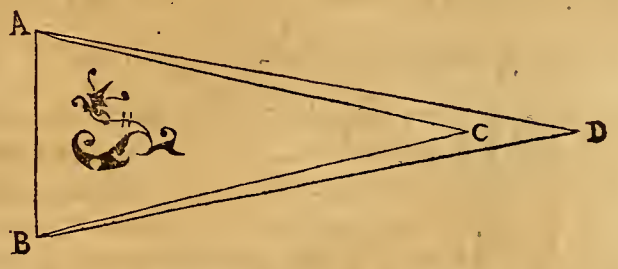
discernit, cùm ambo illa æquè distare arbitretur: nec enim, vt propos. 1. huius libri est B demonstratum, solus oculus B distantiam eorum quæ in recto radio ab ipso educto existunt percipere valet. At oculus A suam quoque actionem in commune conferens, quæstionem dirimit. Is namque minorem complectens radium B C, quàm B D, definit signum C oculo B propinquius esse, quàm punctum D. sicq; ex nota axium opticorum longitudine, duo oculi iunctis viribus in cognitionem distantiæ ducunt, quod alter eorum solitaria actione præstare non potuit.

PROPOSITIO V. THEOREMA.

Minores rerum distantia ex axium longitudine, maiores
C *per interiecta corpora exactiùs discernuntur.*

MINORES hoc loco distantias eas intelligi volumus, ad quas axes optici sensibilem angulum in concursu efficientes, attingunt. Maiores verò, ad quas, qui peruenium axes optici, insensibilem angulum in cõcursu comprehẽdunt. Illæ quidem minores iure optimo vocantur, non modò quòd maioribus minores re vera sint, sed etiam quòd in se spectatæ perexiguæ sint. Cùm enim concurrentibus axibus exigua basis subijciatur, ea nempe recta linea, quæ centra visuum connectit, profectò non longè excurrere axes debent, vt angulus, quem in congressu faciunt, aciem obtutus effugiat. Quod priusquam accidat, hoc est, D cùm adhuc minores distantiæ sunt, facilè eas aspectus dignoscit ex axium opticorum longitudine, vt propositione 4. est demonstratum: cùm verò iam maiores fieri incipiunt, nequit visus ex axium longitudine eas dignoscere: siquidem longitudinem axium ex magnitudine angulorum, qui iisdem axibus & connectente centra visuum continetur, percipit, vt libro secundo propositione 24. est ostensum. Insensibiles esse hos angulos in ea distantia qua angulus axibus contentus insensibilis est, hoc modo demonstrabitur.

Sit, exempli gratia, C concurrentium axium angulus insensibilis, sitq; D in distantia maiori, quàm C; erit ergo angulus D angulo C minor, & ipse E quoque insensibilis: at cùm vniuscuiusque trianguli tres anguli duobus rectis sint pares per 32. primi Euclidis, erunt & vnius trianguli omnes simul



anguli tribus alterius trianguli angulis simul sumptis æquales. Si igitur angulus D angulo C minor est, oportet duos reliquos D A B & D B A duobus reliquis C A B & C B A maiores esse per communem notionem. Quoniam verò vterque angulorum C & D insensibilis est, erit & illorum discrimen insensibile. Quare excessus quoque, quibus anguli D A B & D B A angulos C A B & C B A superant, imperceptibiles erunt. Atque idcircò ex- F cessus, quo apparens axis A D axem apparentem A C excedit, omnem effugi & oculorum aciem. Fieri igitur nequit, vt maiores distantias ex longitudine axium visus distinguat.

Commodiùs autem id præstabit ex corporum interiectorum inspectione. Quoniam, licet angulus coëuntium axium in maximis distantiis iudicari non possit; est tamen in iis angulus pyramidis opticæ, quo spatia interiecta oculus contuetur, non modò sensibilis; sed eò etiam maior, quò distantia maior fuerit. At angulum hunc visu percipi ostendimus propos. 43. libri 2. Itaque maiores distantias per interiecta corpora certiùs distinctiusque visus internoscit, quàm ex axium opticorum longitudine; quod probasse oportuit.

A

PROPOSITIO VI. THEOREMA.

Sæpè etiam ex nota rei magnitudine distantiam visus per argumentationem colligit.

HÆC ratio distantiam coniectandi tum potissimùm locum habet, cùm cetera præsidia denegantur, quibus necessariò & quasi apodicticè in eius cognitionem induci solemus: sunt autem plurima eius exempla communi B vsu celebrata, quæ omnia aut pleraque illorum recensere pretium operæ non est, cùm per se sint notissima, & ex paucis reliqua nullo negotio intelligi queant.

Si inquam, exempli gratia, ardea sublimè volans exigua apparet, procul eam abesse pronuntiamus, cùm certum habeamus, quæ longè absunt ea minora apparere, &, quod hinc consequens est, quæ parua apparent, cùm sint magna, ea multùm abesse oportere. Sic qui ingruentibus tenebris iter faciunt, turres, quas eminus atque ex incognita distantia conspiciunt, cùm magnæ eis apparent, vicinas omnino arbitrantur, tametsi propter aëris obscuritatem nequeant longitudinem axium definire, aut media corpora internoscere, quibus vera distãtia cognosci solet; ex ea tantùm notione omnibus ingenita, C quod quæ magna apparent, cùm parua sint, ea propinqua necesse sit esse: siquidem quo vnumquodque propius fit, eo apparet maius.

Has similesq; ratiocinationes in rebus præcognitis atque assuetis animus promptissimè absoluit, ita vt breuissimum tempus ipsi ad colligendam veritatem sufficiat. Mox enim vt rem aliquam consuetam oculus aspexit, multúmne, an parum absit, celerrimè certissimeq; concludit. Tantum nimirum valet in rebus, quarum anceps dubiaq; cognitio est, assuefactio, quæ eam perficit visionem, quam lib. 1. in definitionibus ad propos. 81. ex prænotione vocauimus.

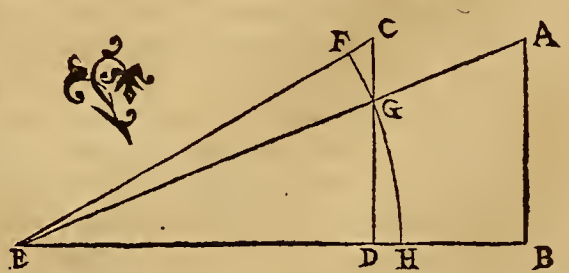
Est verò hæc distantiæ collectio ratione magis quàm ex aspectu, ad quam proinde non plus præsidij duo oculi adferre possunt, quàm alter tantùm, nisi quòd ab vtroque per- D spicacior sit visio, vt lib. 1. propos. 72. est declaratum.

PROPOSITIO VII. THEOREMA.

AEqualibus magnitudinibus ex inæquali distantia conspectis, maior est ratio distantiarum, quàm angulorum sub quibus magnitudines illæ conspiciuntur, si maior minori comparetur.

PER æquales magnitudines hoc loco intelligendæ sunt, non tantùm eæ E quarum extensiones sese mutuò non excedunt; sed illæ etiam quæ eumdem habent oppositionis situm. Fieri enim potest, vt in iis quæ diuersimodè opponuntur, eadem sit, aut etiam minor distantiarum, quàm angulorum proportio. Id sanè ex eo manifestè liquet, quòd res eadem ex eadem distantia visa, pro situs obliquitate, nunc maior, nunc minor appareat, vt libro 4. ostendemus. Igitur sic aptari quoad oppositionis situm possunt res obiectæ, vt anguli sub quibus illæ spectantur distantiis ex æquo respondeant; vel etiam, vt minor ratio sit distantiarum, quàm angulorum. Itaque de æqualibus similiterq; obiectis rebus hoc loco agimus, in quibus maiorem esse distantiarum quàm angulorum rationem, hunc in modum demonstratur. F

Esto vt æquales magnitudines A B & CD visui E similiter oppositę, nempe parallelõs ab inæquali distantia videantur: A B quidem ex distantia E B, C D verò ex distantia E D. Statuantur verò eæ magnitudines eo pacto, vt B & D in vnum radium opticum E B cadant: palàm igitur A & C, distinctis radiis ad aspectum peruenire, quorum alter nempe A E magnitudinem C D intersecet in G. Cùm enim ipsi A B sit po-



sita

A ſita C D parallela, erunt in triangulis A B E, G D E angulus B A E angulo D G E, & angulus A B E angulo G D E per 29. primi Euclidis æquales: at angulus A E B vtrique communis eſt: ſunt igitur æquiangula ipſa triangula A B E & G D E. Quare per 4. ſexti Euclidis, vt eſt E D ad E B, ita eſt D G ad B A; ſed E D minor ſupponitur, quàm E B: eſt igitur & D G ipſa B A minor. Itaque diuerſis radiis A & C in oculum incurrunt, quorum is qui ab A porrigitur, magnitudinem C D interſecat.

Per interſectionis verò ſignum G ex centro E arcus decircinetur H G F, qui ſecet radium C E in F, B E verò in H. Quoniam itaque trigonum E G C maius eſt ſectore E G F, & trigonum E G D ſectore E G H eſt minus, habebit E G C trigonum ad trigonum E G D
B maiorem rationem, quàm ſector E G F ad E G H ſectorem. Nam per 8. quinti Euclidis, cùm maius ſit trigonum E G C ſectore E G F, erit trigoni E G C ad trigonum E G D maior proportio, quàm ſectoris E G F ad idem trigonum E G D: ſed per eamdem 8. quinti Euclidis, maior eſt ratio ſectoris E G F ad trigonum E G D, quàm eiuſdem ſectoris E G F ad E G H ſectorem, quod trigonum E G D ſectore E G H ſit minus. Igitur multo maior eſt ratio trigoni E G C ad trigonum E G D, quàm ſectoris E G F ad ſectorem E G H. Quare per 28. quinti Euclidis, ſecundùm Campanum erit coniunctim maior proportio trigoni E C D, hoc eſt trigoni E G C cum trigono E G D ad trigonum E G D, quàm ſectoris compoſiti E F H ad ſectorem E G H. Sed proportio trigoni E C D per 1. ſexti Euclidis, ad trigonum E G D eſt ſicut baſis C D ad baſin G D. cumque ſit C D æqualis ipſi A B ex hypotheſi,
C erit per 7. quinti Euclidis A B ad G D, vt C D ad eamdem G D. Eſt verò ſuperiùs oſtenſum æquiangula eſſe triangula A B E & G D E: erit igitur per 4. ſexti Euclidis, vt A B ad G D, ita E B ad E D: ergo per 11. quinti Euclidis erit proportio lineæ E B ad E D maior quàm proportio ſectoris E F H ad ſectorem E G H. Ac quemadmodum ſe habet ſector ad ſectorem, ita arcus ad arcum, per vltimam ſexti Euclidis: vt verò arcus ad arcum, ita angulus F E H ad angulum G E H per eamdem vltimam ſexti Euclidis. Eſt itaque maior ratio diſtantiæ E B ad diſtantiam E D, quàm ſit anguli F E H ad G E H angulum; quod erat demonſtrandum.

DE QVANTITATIS
D
COGNITIONE.

PROPOSITIO VIII. THEOREMA.

Apparentes rerum magnitudines ex quantitate anguli verticalis pyramidis optica dignoſcuntur.

E RERVM magnitudines viſu percipi iuxtà ac ceteras aſpectabiles proprietates, omnium intuentium oculis compertum eſt. At quî euenire id poſſit, ſi viſio ſuſceptione ſpecierum perfici concedatur, Galenus lib. de Hippocratis & Platonis decretis videre non potuit, cùm à ratione alienum id ei ſemper viſum ſit, tam vaſtas rerum moles tam exiguum pupillæ hiatum poſſe ſubire: quocircà in eam ſententiam adductus eſt, vt viſionem emiſſione radiorum fieri cum Platone exiſtimauerit.

Cuius ſententia tametſi libro primo propoſitione 67. abundè ſit confutata, hoc tamen poſtulare prætereà liceat, vt Galenus edifferat, quonam pacto emiſſitium illud lumen, cuius ope viſionem fieri ipſe autumat, rerum, quas foris attingit, viſibiles affectiones per pupillæ anguſtias in oculum inferat? Nam lumen res extra oculum per ſe non videt, ſed
F ſpectandas organo importat, vt proximè citata propoſitione oſtendimus. Si dixerit lumen ab oculo effuſum ampliari, atque in omnem circùm partem diſtendi, receptum verò coarctari ſenſim, atque in anguſtum premi, ſic vt ſpectabiles proprietates, quibus lumen affectum redit, in compendium redactę pupillam, licet anguſtiſſimam, facilè ſubeant: hoc ipſum & nos aſtruimus, ſpecies ſcilicet in externum lumen receptas, eius quoque ope in oculum inuehi, nullo ab oculis emicante natiuo lumine, quo velut manu, vt Galenus ait, res externæ attingantur.

Sic igitur rerum magnitudines viſu dignoſci contingit, quoniam ſpecies in coni ſeu pyramidis modum ſenſim contractæ in oculum illabuntur, cuius qui ad verticem conſtituitur angulus menſura eſt apparentium magnitudinum. Hinc per exile tabulæ fora-

men res amplissimas contuemur: ac tum plures maioresq; visu cõplectimur, cùm tabula oculo vicinior est; tunc siquidem diducitur pyramidis opticæ angulus, maiorque euadit. Quoniam ergo pyramide optica velut haustro rerum imagines confertim intrò suscipiuntur: quantò eius ad verticem angulus maior fuerit, tantò plura capit, quæ simul spectari queunt, atque vniuersè ex illius anguli mensura & quantitate apparentium magnitudinum dignotio existit; quod erat ostendendum. A

Vocantur autem ita spectatæ magnitudines apparentes, quòd non verè tales sint, quales apparent; sed longè aliæ videantur, quàm sint reipsa. Fieri namque potest, vt res vna, quæ altera maior reipsa sit, minor appareat, nempe si angulo minore contineatur: & vt minor reuerà, maior visui exhibeatur, si videlicet maiore cõcludatur angulo; vt demum inæquales æquales appareant, & è conuerso æquales cernantur inæquales: & vt idem seipso nunc maius nunc minus appareat, quæ omnia libro sequenti diffusiùs explicabuntur in fallaciis quæ circa magnitudinem eueniunt. Aliæ sunt igitur magnitudines veræ, aliæ apparentes: illæ, vti diximus, ex magnitudine anguli verticalis pyramidis opticæ cognoscuntur; hæ verò vt infrà dicemus. B

PROPOSITIO IX. THEOREMA.

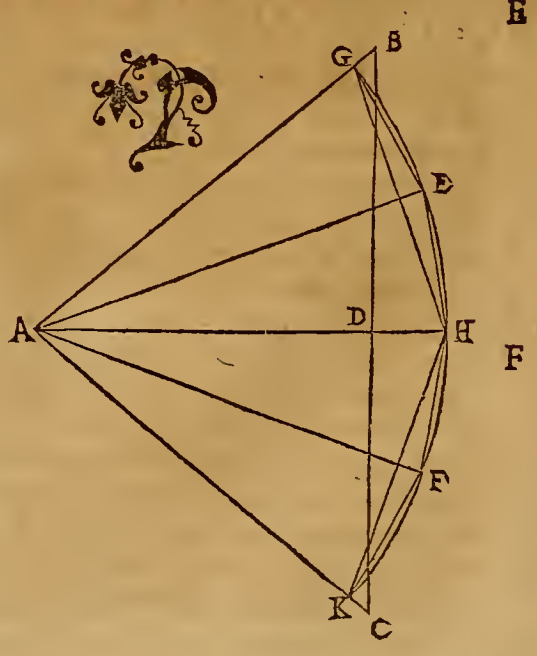
Apparentes rerum magnitudines ita inter se sunt, vt anguli pyramidum opticarum, quibus comprehenduntur. C

TAMETSI ex superiore propositione iam constet, rerum magnitudines qua apparent, percipi ex quantitate anguli qui ad verticem pyramidis opticæ constituitur; nondum tamen compertum est, quam hæc inter se rationem habeant: an inquam quemadmodum non eadem proportio est distantiarum & angulorum, quibus æquales magnitudines conspiciuntur (quod propos. 7. docuimus) ita quoque alia fortè proportio sit apparentium magnitudinum & angulorum, quibus eæ comprehenduntur.

Eamdem igitur horum proportionem esse, in hunc modum potest demonstrari. Spectatæ rerum magnitudines ita se habent, quemadmodum arcus, quibus optici anguli insistunt: at quam arcus, eamdem proportionem habent anguli, quibus illi subtenduntur: igitur apparentes rerum magnitudines ita inter se sunt, vt anguli pyramidum opticarum, quibus continentur. Assumptio patet ex vltima sexti Euclidis. D

Propositio verò ita probatur: Apparentium magnitudinũ proportio spectari in rebus debet, qua illæ exactissimè cernuntur: at eò accuratiùs vnaquæque percipitur, quò directiùs visui opponitur; exactissimè verò illæ, quarum omnes omnino partes eumdem habent oppositionis modum, seu in quas radij omnes æquis incidunt angulis. Itaque secundùm directissimam oppositionem accipienda est apparentium magnitudinum proportio. Eiusmodi autem oppositionẽ habere nulla quidem recta magnitudo potest: sed illa tantùm, quæ in peripheriam circuli ex centro visus descripti conformatur.

Nam sit, verbi gratia, oculi centrum A, eiq; obiecta magnitudo recta B C, quoniam eius medietates B D & D C non directè opponuntur, quòd maior sit angulus A D B quàm anguli A B D vel A C D, minùs etiam accuratè ipsæ medietates videntur, quàm si directæ vnaquæque illarum opponeretur. Quare si linea B D C ita inflectatur, vt sit G H ipsi B D, & H K ipsi D C æqualis, iam directiùs opposita erit linea inflexa G H K, quàm recta B C, ac proinde accuratiùs illa quàm hæc conspicietur. E



Rursus quia lineæ G H medietates inæqualibus obijciuntur angulis, quemadmodũ priùs medietates lineæ B C, si ipsa quoque linea G H, ac simul altera H K iterùm inflectãtur, vt priùs tota B C, hæc iam in quatuor partes fracta accuratiùs cernetur, quàm priùs cùm in duas tantùm dissecta erat; quoniam plures iam partes directum oppositionis situm sunt adeptæ.

sicque

A sicque vlteriùs, quò in plures partes singulæ franguntur, eò accuratiùs semper videntur, quoad tandem in circuli perimetrum omnes incidant, vbi perfectissima est omnium comprehensio. Ille namque solus paribus vndique radiis à visu distat, partiumque radios omnes æqualibus angulis in visum destinat. Quare ex eius ratione apparentium magnitudinum proportiones æstimandæ sunt; aut certè ex iis qui ad centrum eius consistunt angulis: hi namque per vltimam sexti Euclidis, arcubus, quibus insistunt, proportione respondent.

Quocirca æquales videbuntur magnitudines, quæ sub æqualibus cernuntur angulis, & maiores quæ sub maioribus, & quæ sub minoribus minores; & quantò angulus maior B erit aut minor, tantò quoque res conspecta maior aut minor: vti sub minimo angulo res minima; & sub duplo vel triplo, res ipsa dupla tripláve conspicietur.

Huius proprietatis origo ex eo duci videtur, quòd ita se habeant spectatæ rerum magnitudines, vt partes superficiei visus, quas rerum visarum formæ attingunt; at partes seu arcus superficiei visus, sunt inter se vt anguli pyramidum opticarum, vt lib. 2. propos. 43. ostendimus: ergo & apparentes rerum magnitudines eamdem cum angulis opticis proportionem habent. Quamquam autem eadem propos. 43. lib. 2. ostensum sit aduersus Vitellonem, non ita exactam proportionem inter angulum pyramidis opticæ, eamque araneæ tunicæ superficiem quæ visibili forma obsignatur, intercedere, vt ista ad amussim sibi respondeant; est tamen illorum responsus adeò iustitiæ affinis, vt exiguum eorum C discrimen rationem, qua visus rerum magnitudines æstimare solet, minimè obturbet: quippe cùm nec aspectus ipse, nec eius dignoscendi actus in indiuiduo sit constitutus.

PROPOSITIO X. THEOREMA.

Res sensibiles sub angulo sensibili conspiciuntur.

CVM ostensum iam sit ex magnitudine anguli, qui ad verticem est pyramidis opticæ, rerum magnitudines dignosci, sic vt maior illa appareat, quæ maiore angulo continetur, & quæ minore minor, necessariò omnino effi- D citur, vt quorum insensibilis est angulus, eorum insensibilis sit magnitudo: hæc enim ita se habent, ac si nullum angulum in oculo efficerent: quandoquidem quod non percipitur, hoc nihil esse existimatur; quod verò nihil est, angulum aliquem in oculo efficere non possit: at quæ nullo angulo continentur, ea visus non dignoscit: igitur quorum insensibilis est angulus, eorum insensibilis est magnitudo. Quare res sensibiles sensibili angulo spectantur. si enim insensibili, iam res ipsæ insensibiles forent, quod iam dictis repugnat. Sensibiles namque esse oportet, quas sensibili angulo spectari affirmamus.

Cur autem visus ita sit comparatus, vt nihil dignoscat, nisi quod sensibili magnitudine præditum est, eamdem esse arbitror causam, quæ in ceteris rebus, quæ agunt & E quæ patiuntur: in quibus nulla actio intentatur nisi ab eo, quod mole quapiam distenditur; nec actionē quidquam recipit, nisi quod quantitatis dimensionem aliquam habet.

At quæ tandem ea est causa? Hæc sanè, quòd vis, quæ ad agendum rebus indita est, corporeo quodam modo illis insit, ita vt in maiore parte corporis maior virtus, in minore minor, in atoma indiuisibilis ac nulla existat, propterea nimirum, quòd corporeæ virtutes, non secùs ac formæ ipsæ quæ ad essentiam pertinent, ex materiæ gremio eliciantur. Sic in maiore igne vim calfaciendi maiorem, & in ampliore magnete potentiorem attrahendi facultatem deprehendimus; atque in ceteris eodem modo. Igitur necesse est virtutes hasce omnes corporibus modo quodam quantitati accōmodato inesse. F Id ipsum verò in visibilibus quoque speciebus elucet, quæ quo maiorem in oculo distensionem habent, eo vim exerunt maiorem, validiusque inertem animæ facultatem ad agendum excitant. Vnde non ita in magnarum rerum aspectu oculi laborant, vt in minutarum curiosa peruestigatione: in his enim non modò oculi longiore vsu prauè afficiuntur, sed & acies hebetatur, & facultas ipsa sensim exhauritur; quod attestantur illi, qui subtilioribus operibus intendunt.

Igitur formæ visibiles nulla magnitudine præditæ visum ciere non possunt: consequens est ergo, vt quidquid videtur, magnitudinem aliquam habere debeat, ac tantam, quæ in oculi centro angulum opticum efficere possit à sensibili base in aranea subtensum: res itaque sensibiles sub angulo sensibili conspiciuntur; quod erat demonstrādum.

A

PROPOSITIO XI. THEOREMA.

Veræ magnitudines, ex collatione anguli pyramidis opticæ cum distantia rei, à visu per syllogismum colliguntur.

AD veræ magnitudinis dignotionem, non satis præsidij adferre potest anguli, qui ad verticem pyramidis opticæ consistit, amplitudo; quippe qui nullam rei iustam exactamque mensuram definit, sed falsò omnia, vti ostensum est, repræsentat: idcircò vim oculis natura concessit, qua simul B rei distantiam percipiant, atque ex eius collatione cum angulo pyramidis opticæ, veram magnitudinem quàm proximè dignoscant. Manifestè enim deprehendimus errores omnes, qui in magnitudinis perceptionem irrepunt, ex distantiæ ignoratione originem ducere. Quocircà si res quæpiam angusto radiorum spatio conspiciatur, parua illa quidem apparebit: at si longè dissita esse intelligatur, magna iudicabitur. vti contrà, res parua esse pronuntiabitur, amplo licet angulo contineatur, si aliunde propinqua esse conuincatur.

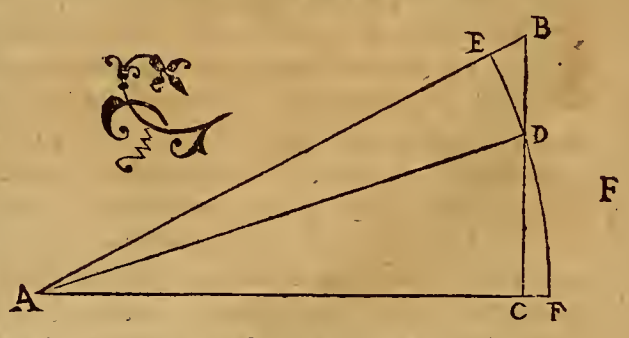
Veras autem esse hoc pacto conspectas magnitudines dicimus, quòd in illarũ dignotionem deceptio nulla interueniat, nisi fortè cùm distantia minus probè perspecta est. Fieri enim haud vmquam poterit, vt res dissita, si magno angulo comprehendatur, C parua iudicetur; aut contrà æstimetur magna, si paruo angulo è proximo conspiciatur: propterea videlicet, quòd res eadem in eadem distantia constituta, sub diuerso angulo spectari nullo modo possit.

Conducit ad hanc ipsam rem vsus experientiaque: nam ratio in magnitudinis æstimatione hanc tacitè format argumentationem. Res breui interuallo ab aspiciente disiuncta, si paruo angulo optico comprehendatur, exigua est magnitudine: at hæc res proposita non longè à vidente disiuncta est, paruoq; angulo continetur: ergo parua esse conuincitur. Assumptionis quidem pars prior, quòd nempe res proposita non longè sit dissita, in præsenti nota supponitur ex iis quæ superiùs de distantiæ cognitione tradidimus: posterior verò, anguli videlicet pyramidis opticæ magnitudo, visu cognoscitur, vt D libro 2. propos. 43. docuimus. At propositionis notitia, quanta nempe res sit, tanto angulo è tanta distantia conspecta, ex vsu experientiaque pendet: vnde eius quoque defectu in iudiciis, quæ de magnitudinibus fiunt, hallucinari atque à vero aberrare non rarò contingit, vt libro 4. ostendemus in fallaciis magnitudinis.

PROPOSITIO XII. THEOREMA.

Veræ magnitudines inæquales non ita se habent, vt anguli optici quibus conspiciuntur: sed maior est magnitudinum quàm angulorum ratio, si maior minori comparetur. E

SINT ex eadem distantia A C, spectatæ inæquales magnitudines, maior quidem B C, minor verò D C (oportet verò præter magnitudinũ ipsarum inæqualitatẽ, eumdem esse oppositionis situm, ac cetera paria) visus autem sit A, ex quo in primis radij educãtur A B & A D; deinde ex eodem tamquam centro per D arcus describatur E D F, qui radio quidem A B occurrat in E, productæ verò distantiæ in F.



His ita constitutis, dico maiorem esse rationem magnitudinis B C maioris ad minorem magnitudinem D C, quàm sit anguli B A C ad D A C angulum. Quoniam enim triangulum A B D maius est sectore A E D, erit per priorem partem 8. quinti Euclidis maior ratio trianguli A B D ad A D C triangulum, quàm sectoris A E D ad idem triangulũ A D C. At cùm triangulum A D C minus sit sectore A D F, erit per posteriorem partem 8. quinti Euclidis,

A Euclidis, eiusdem sectoris A E D ad triangulum A D C maior ratio quàm ad A D F sectorem. Igitur longè maior est proportio trianguli A B D ad triangulum A D C, quàm sectoris A E D ad sectorem A D F. Atque per 28. quinti Euclidis, secundùm Campanum erit coniunctim trianguli A B D cum triangulo A D C, hoc est compositi trianguli A B C ad triangulum A D C proportio maior, quàm sectoris A E F compositi ex A E D & A D F ad sectorem A D F. Cùm verò sit per primam sexti Euclidis, triangulum A B C ad triangulum A D C, vt basis B C ad basin D C, & per 33. sexti Euclidis vt sector A E F ad A D F sectorem, ita arcus E D F ad arcum D F; vt autem arcus ad arcum, ita angulus B A C ad angulum D A C per eamdem 33. sexti Euclidis. Consequens est, vt maior sit proportio ma-
B gnitudinis B C ad magnitudinem D C, quàm sit anguli B A C ad D A C angulum; quod erat demonstrandum.

CONSECTARIVM I.

Maiorem esse verarum, quàm apparentium magnitudinum proportionem, si maior minori comparetur.

C FACILE hoc ex dictis colligitur. Quoniam enim hac propositione ostensum est veras magnitudines inter se maiorem rationem habere, quàm habeant anguli optici, quibus illæ comprehenduntur; per 9. autem propos. huius libri apparentes rerum magnitudines ita inter se sint, vt anguli quibus conspiciuntur: perspicuè sequitur, maiorem esse verarum, quàm apparentium magnitudinum rationem, si, quemadmodum dictum est, maior minori comparetur.

II.

Numquam ita apparere magnitudines rerum, vt sunt: sed maiores semper esse quàm appareant.

D SIQVIDEM minor semper est apparentium magnitudinum proportio, quàm verarum. Vnde si dupla sit reuerà B C ipsius D C, minor erit eadem B C apparens, quàm dupla ipsius D C apparentis. Nam ita apparent ipsæ magnitudines, vt sunt inter se anguli, quibus subtenduntur: at angulus B A C minor est quàm duplus anguli D A C, vt iam est demonstratum. Igitur & B C minor quàm dupla apparet ipsius D C. Quare liquet ex dictis non ita apparere magnitudines rerum vti sunt, sed semper, quàm reipsa sint, minores.

III.

Non vt distantias, ita esse apparentes rerum magnitudines: sed aquales reipsa magnitudines ex inæquali distantia visas, inæquales apparere: sic vt minor sit ratio apparentium magnitudinum, quàm distantiarum.

E CVM enim propositione 7. sit demonstratum, maiorem esse proportionem distantiæ maioris ad minorem, quàm sit anguli ad angulum; & rursus cùm propositione 9. ostensum sit ita se habere apparentes magnitudines inter se, quemadmodum se habent anguli sub quibus conspiciuntur: consequens est, vt maior quoque sit ratio distantiarum quàm apparentium magnitudinum, per scholium Clauij ad 13. pro-
F pos. quinti Euclidis, quod sic se habet: Si prima ad secundam eamdem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, tertia verò ad quartam minorem rationem habuerit, quàm quinta ad sextam, prima quoque ad secundam minorem rationem habebit, quàm quinta ad sextam: cuius demonstrationem lector ex Clauio petat, atque hoc pacto proposito accommodet. Cùm sit apparens magnitudo ad magnitudinem apparentem, vt angulus opticus ad opticum angulum per 9. huius libri; sitque minor ratio anguli ad angulum, quàm distantiæ ad distantiam; erit & magnitudinis apparentis ad apparentem magnitudinem minor ratio, quàm distantiæ ad distantiam, & è conuerso distantiæ ad distantiam maior ratio, quàm apparentis magnitudinis ad magnitudinem apparentem.

Quare si æqualium magnitudinum vna duplo remotior altera existat, nequaquam propinquior duplo maior remotiore apparebit. Non enim angulus, sub quo propinquior videtur, duplo maior est angulo remotioris: minor igitur quàm dupla remotioris propinquior apparebit. Neque item si quis rem eamdem longiore recessu iam dimidio minorem inrueatur, duplo eam spatio abesse argumentando concludat: in quem errorem fortè aliquis prolaberetur ex propositionis 6. intelligentia; nisi liquidò iam constaret, non eamdem esse apparentium magnitudinum, quam distantiarum proportionem. Quoniam ergo maior est distantiarum ratio, quàm apparentium magnitudinum, ampliùs certè quàm duplo spatio abesse rem oportet, priùs quàm dimidio minor appareat: aut si duplo spatio abcesserit, minùs quàm dimidio minorem eam apparere oportebit.

PROPOSITIO XIII. THEOREMA.

Magnum & paruum, crassum ac tenue, longum latúmque, visus comparatione percipit, interni sensus adiutus præsidio.

QVANTITAS cuiusque rei interdum absolutè dicitur, vt cùm nullius alterius respectu hominem, verbi gratia, aut equum ea magnitudine animo comprehendimus, quam vel reuerà habent, vel habere existimantur. Aliàs dicitur ad aliquid, quo pacto non significat eam molem, ac partium distensionem, quam vnaquæque res pro materiæ copia vel penuria accepit: sed vario respectu diuersa sortitur nomina. Minoris enim comparatione eadem res magna dicitur, quæ cum maiore collata habetur parua.

Similis est per omnia crassi ac tenuis, item longi & lati contemplatio. hæc namque ad species quantitatis referuntur. Et crassum quidem ac tenue in iis dumtaxat locum habent, quæ στέρεα nuncupãtur: crassumq; dicitur id cuius duæ dimensiones tertiam maiorem propemodum exæquant; tenue verò id cuius duæ dimensiones tertia longè sunt minores. Item quod tenuioris comparatione crassum est, id crassioris respectu est tenue: igitur hæc quoque ad aliquid dicuntur, sicut magnum & paruum.

Longum autem & latum in solis superficiebus locum habent. nam in linea tametsi longitudo reperiatur, ea tamen latitudinis est expers, & ad eam reciprocè breuitas non latitudo refertur. Dicitur verò latitudo in superficiebus minor ex duabus dimensio; quæ autem maior est, longitudo vocatur.

Cùm iam constet ad aliquid hæc omnia referri, ac πρὸς ἀντιστρέφοντα dici; perspicuè sequitur, non solo externo visu ea dignosci, sed sensus interni auxilio: cuius est ea inter se conferre, atque de illorum habitudine quid sentiendum sit, supremæ animæ facultati renuntiare. Non igitur priùs externus visus quid magnum, quid paruum sit, quidve crassum aut tenue, longum latúmve internoscit, quàm internus sensus ea inter se contulerit. Tum namque primùm, cuiusmodi vnumquodque sit, perfectè diiudicat.

PROPOSITIO XIV. THEOREMA.

AEquale & inæquale ex cognitarum magnitudinum proportione internus sensus distinguit.

VTI magnitudinum quædam veræ sunt, aliæ apparentes: ita æqualia aut inæqualia quædam sunt reuerà, alia apparent tantùm. Quare eo pacto hæc propositio intelligenda est, vt apparens æqualitas inæqualitasque ex apparentium magnitudinum cognitione distinguatur; vera autem ex verarum perceptione.

Porrò cùm hæ quantitatis affectiones sint habitudines quædam vnius ad alteram, qua nimirum vna quantitas alteri superposita vel exactè congruit, vel eam excedit, consequens est, vt non solo exteriori obtutu cognoscantur, sed interni sensus æstimatione, nempe vnius cum altera collatione; quod proprium munus esse interni sensus persæpè iam dictum est, atque abundè probatum. Hæc æqualitatis diiudicatio tum maximè locum habet, cùm adhibita communi mensura palmi aut pedis alteriúsve similis, rerum quantitates dimerimur, singulas rei partes modulo exæquantes; aut cùm rem vnam alteri reipsa adiungimus, vt excessus defectúsve appareat.

Fit

A Fit autem plurimùm vt ſpectatæ magnitudines non minimo interuallo ab inuicem diſiunctæ ſint, ita vt comparari inter ſe commodè nequeant. Hoc ſanè euentu quod ſuapte vi præſtare nequit internus ſenſus, ratio ipſa intelligentiaque ſupplet, quæ ſagaciori quadam ſolertia obſcuram rerum æqualitatē non vno modo inueſtigat, ſed vario, quod ipſius eſt ingenij & facultatis. Interdum alteram illarum tranſportari quodammodò atque ad alteram efferri imaginatur, vt ex mutua coniunctione illarum æqualitas inæqualitáſve appareat. Aliàs menſuram quamdam ſibi confingit alteri magnitudini æqualem, quam identidem ab vna magnitudine ad aliam ſola cogitatione transfert, crebroque hoc tranſcurſu de illarum æqualitate vel inæqualitate æſtimat. Si adeò locis diſ-
B cretæ ſint quæ obijciuntur magnitudines, vt vno aſpectu eas oculus videre nequeat: tùm primò quidem de vera vnius quantitate mens iudicat, per ea quæ propoſ. 11. docuimus; deinde de vera quantitate alterius; ad extremum verò memoria prioris adhuc ſuperſtite vtramque confert, ſicque vtra maior ſit aut minor, an autem æquales ambæ, pronuntiat. Plurimùm autem ad hanc rem confert frequens modulorum vſus: qui enim in rebus per modulos dimetiendis ſunt exercitati, ſat promptè, quot palmos aut pedes propoſitæ res contineant, ſolo aſpectu aſſequuntur. Id ergo cùm de vtraque magnitudine factum fuerit, haud difficilis erit illarum comparatio. Qui geometriæ principiis imbuti ſunt, ſiue à natura, ſiue ex diſciplina, hi illorum etiam ope iuuantur, quamuis hoc ipſi plerumque ignorent. Propoſitis nempe duabus magnitudinibus, vtriuſque
C extremitates rectis lineis connecti intelligunt; has ſi parallelas animaduertant, æquales eſſe magnitudines illas concludunt; ſin minùs, inæquales. Habet verò tacita hæc argumentandi ratio in iis rebus præcipuè locum, quæ vel ad perpendiculum erectæ ſunt, vel ad horizontem ſunt perlibratæ. Has enim (quoniam parallelæ ſunt) ſi connectant parallelæ rectæ lineæ cogitatione ductæ, æquales eſſe oportet per 34. primi Euclidis.

Hæ omnes ratiocinationes atque argumentandi formæ multis erroribus obnoxiæ ſunt. quocircà fit vt ſæpè in illis ſenſum falli contingat, quod aſſidua docet experientia. Nec quiſquam in hiſce rebus adeò eſt promptus aut tanta ingenij ſolertia pollet, aut in dimenſionibus tantum eſt exercitatus, vt non perſæpè à vero plùs minúſve aberret, quod non tam rebus ipſis optimè inſtitutis, quàm ingenij noſtri imbecillitati tribuen-
D dum eſt. In rebus enim nihil eſt quod non cognoſci exactè poſſit; at nobis facultas deeſt, quæ latentes earum proprietates intelligendo aſſequatur.

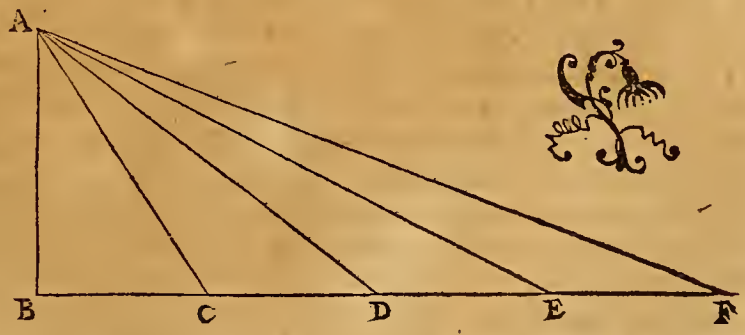
DE FIGVRAE COGNITIONE.

PROPOSITIO XV. THEOREMA.

Rectum ac planum aſpectus dignoſcit ex vniformiter difformi partium à viſu diſtantia.

E

QVONIAM ex iis, quæ hactenus ſunt demonſtrata, conſtat viſum percipere eam diſtantiam, qua res ab aſpiciente diſiunguntur: nunc oſtendendū eſt rectæ propoſitæ lineæ partes quaſdam aſpectui viciniores eſſe, alias remotiores. Vt ſi centrum viſus ſit A, recta autem propoſita linea B F, cui occurrat radius A B in B orthogonaliter. Quoniam hæc minima eſt omnium quæ ex
F puncto A ad rectam B F duci poſſunt, per collarium Clauij ad 19. primi Euclidis, erit punctum B aſpectui A proximum.

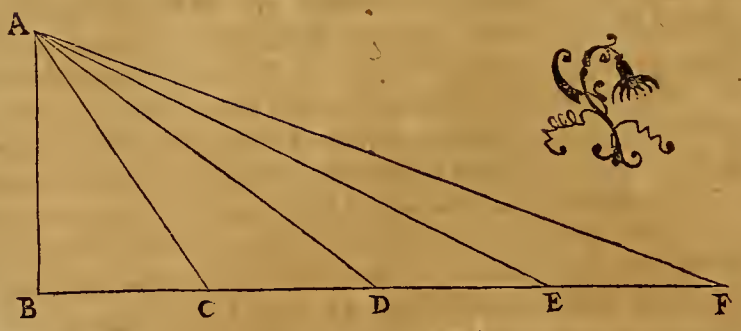


Quod verò A C maior ſit, quàm A B, ex 19. primi Euclidis liquet. Cùm enim in trigono A B C angulus A B C ex hypotheſi rectus ſit, erunt reliqui anguli A C B & B A C acuti. Sunt enim per 32 primi Euclidis omnes tres duobus rectis pares. Quare idem A B C angulus maior eſt angulo A C B. Eſt igitur A C latus, quo rectus angulus ſubtenditur, latere A B maius per 19. 1. Euclidis.

Rurſus

A

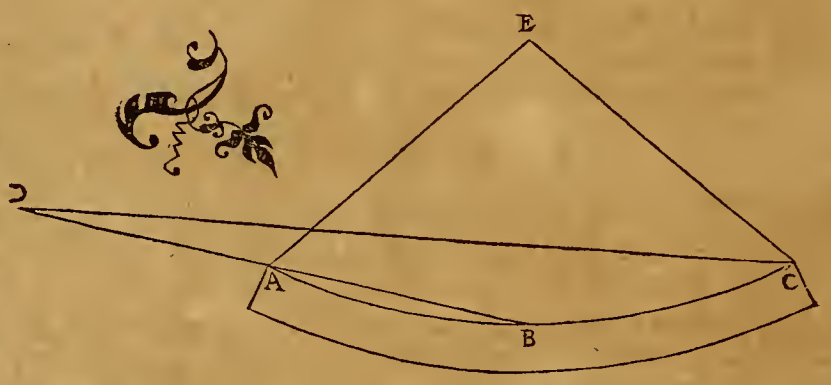
Rurſus maiorem eſſe AD quàm AC, ac ſequentes ſemper prioribus maiores, ita demonſtratur. Trianguli ABC externus angulus ACD vtrouis interno & oppoſito maior eſt per 16. 1. Euclidis: eſt igitur angulus ACD obtuſus, quippe recto ABC maior. Quare ADC acutus eſt, per 32. primi Euclidis. ex quo tandem fit, per 19. primi Euclidis, AD maiori angulo ſubtenſam maiorem eſſe ipſa AC quæ minori angulo ADC ſubijcitur. Sicque deinceps qui ſequuntur radij AE, AF, cùm ſemper longiores euadant, erunt & puncta, ad quæ illi pertingunt, ab oculo remotiora; ita tamen vt incrementum vniformi quadam difformitate procedat, cui cùm viſus longo vſu aſſueuerit, promptè ac ſimplici inſpectione eius, quod rectum eſt, naturam conditionemque agnoſcit.



B

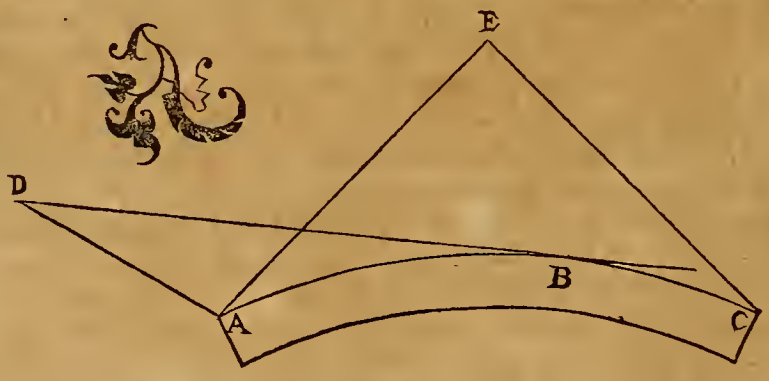
Eſt verò longè certior rectitudinis dignotio ex obliquo aſpectu, quàm ex directo. Vnde fit, vt euthygrammum ſeu rectitudinis regula obliquo aſpectu ſecundùm longitudinem extenſo certiſſimè examinetur. Si quæ enim in illo eminentiæ directum obtutum latent, in has obliqui radij faciliùs impingunt, ſicq; manifeſtiùs regulæ inæqualitas deprehenditur. Ea namque eſt rectæ lineæ conditio, vt perpendiculariter obiecta aſpectui, inſtar puncti appareat; quouis autem alio ſitu oppoſita, videatur vt linea, cuius omnes ſimul partes conſpiciantur. C

Quare ſi propoſita regula nequaquam recta ABC locus viſui reperiri poſſit, puta D vnde extremas quidem partes A & C oculus videat, ex intermediis verò illas, quæ aſpectui ſunt propinquiores, (vt quæ inter A & B exiſtũt) radij non aſſequantur, depreſſam in medio eſſe regulam illam probè internus ſenſus iudicabit.



D

Si verò partes ſibi vicinjores viſus percipiat, vt quæ inter A & B ſunt, remotiores autẽ quæ nempe inter B & C non item protuberare hanc regulam certò cognoſcet. Hoc ergo præſtat obliquus aſpectus, vt ſi quid in recta linea vitioſum eſt, id mox ſe prodat, cuiuſmodi vitia directo aſpectu animaduertere vix vmquam licet. Nam oculus in E poſitus, vnde regulam directè proſpicit, omnes eius partes ſimul complectitur, & diſcrimen recti ac curui, præſertim in partibus, quæ circa medium conſiſtunt minùs accuratè diſtinguit; at exactiùs circa extrema: hæc enim obliquiores radios excipiunt. F



E

Similis per omnia ratio eſt diiudicandi exquiſitè planum. cùm enim illud rectis vndique lineis conſtet, ac nullibi in altum protruſis, aut in imum depreſſis: ſi in illius aſpectu vniformis illa difformitas diſſitarum partium, quam diximus, appareat, procul dubio planum illud exactum eſſe iudicabitur. Sed vt in linearum, ita in planorum quoque perueſtigatione certior eſt obliquus aſpectus, quàm directus, ob eamdem, quam in rectis

lineis

A lineis diximus, causam. Quare qui pauimentorum complanationes examinant, oculos in terram demittunt: & murorum planitiem solo aspectu illi certissimè denuntiant, qui oculos proximè admouent. Itaque in ceteris. Hoc namque pacto si quid è recta regione eminet, facillimo negotio animaduertunt.

Porrò tametsi in linearum rectarum disquisitione vnicus intuitus sufficiat; planorum tamen certa inuestigatio ex pluribus aspectibus dependet. Cùm enim planum sit per 7. definitionem primi Euclidis, quod ex æquo suas interiacet lineas, eæ autem plurimæ sint, atque in omnem partem diffusæ, tum primùm certa erit plani indicatio, cùm illud pluribus aspectibus decussis in morem actis fuerit comprobatum.

B Quæ hactenus de rectitudinis inspectione dicta sunt, in illis tantùm lineis locum habent, quæ cum radio aspicientis oculi in eodem descriptæ sunt plano. Fit autem interdum, vt oculus lineas in subiecto plano existentes è sublimi contueatur: vt si duæ lineæ aliquantum longè in plana terræ superficie designatæ concurrant, angulum efficientes quàm maximè obtusum, oculus in sublimi positus, quò directiùs in punctum concurrentium linearum acies intenderit, eò difficiliùs iudicabit, sitne recta illa vna linea, an duæ: quo verò abfuerit longiùs versus alteram extremitatem, ac magis se demiserit, eò certiùs veritatem cognoscet, propter aspectus obliquitatem.

Ita in ædificiorum structuris, propter locorum seruitutes, interdum fit vt parietes non rectà producantur, sed fracti in angulos obliquentur. Hi si admodum obtusi sint, ocu-
C lus ex aduerso oppositus perpetuos parietes ipsos arbitratur, quòd eorum angulos non percipiat: si verò ad alteram extremitatem abscesserit, illicò discrimen internoscit. Sic flexus viarum à medio conspecti insensibiles non rarò sunt, qui ab extremitatibus spectati adeò immanes sæpè videntur, vt ad finem protendi obtutum non sinant.

PROPOSITIO XVI. THEOREMA.

Irregularis curuitas ex difformiter difformi partium à visu distantia internoscitur.

D  VANDOQVIDEM curuum recto è diametro opponatur, æquum est existimare partim eodem, partim diuerso modo illud à visu cognosci: siquidem & eadem est contrariorum disciplina, & contraria contrariorum ratio. Ergo ex distantia partium à visu curuum cognoscitur, sicut & rectum; at non ex eadem distantiæ proportione.

Inter ea quæ à rectitudine desciscunt, nonnulla certam quamdam atque vniformem partium sequelam obtinent, vt circularis inflexio, quæ non in planis descriptionibus tantùm, verumetiam in solidis, vt sphæra, cylindro & cono locum habet. Alia irregularia sunt, quæ nulla certa lege curuantur: sed nunc in vnam, nunc in aliam partem proiecta velut fortuitò euariant. Hæc irregularis curuitas rectitudini longè maximè aduersatur.
E In iis enim quæ certam legem obseruant, vniformitas quædam cernitur vt etiam in rectis: at in irregularibus nihil est cum rectis commune. Nam recta per 4. definitionem primi Euclidis, linea illa dicitur, quæ ex æquo sua interiacet puncta, quorum ordo in irregularibus sine lege interrumpitur.

Ex eo porrò quòd in rectis lineis omnes partes in directum exporrectæ iacent, consequitur illa vniformiter difformis proportio, quam suprà explicauimus. Si igitur æquabilis illa punctorum sequela per irregularem curuitatem intermittatur, necesse est quoque vniformem illam difformis analogiæ progressionem pariter interrumpi. Quapropter curuum sine lege illud oculus iudicat, cuius agnoscit non esse vniformiter difformem partium à se distantiam. Neque verò id simplici intuitu oculus internoscit, tametsi om-
F nes simul radios à qualibet lineæ parte transmissos vnico obtutu percipiat; sed sensus communis oculorum nuntio admonitus, comparat inter se tum partium tum distantiarum proportionem: & ex vtriusque proportionis collatione, quasi per consequentiam, infert nullam esse legem, nullam æquabilitatem huius curuitatis; ex hoc velut antecedente, nimirum quòd pro rata portione productionis siue extensionis lineæ, non sit ea quæ esse deberet, certa mensura distantiæ partium, sed minor quàm si lineæ partes in directum porrigerentur: & ita minor, vt nullam seruet æqualem rationem decrementi.

PRO-

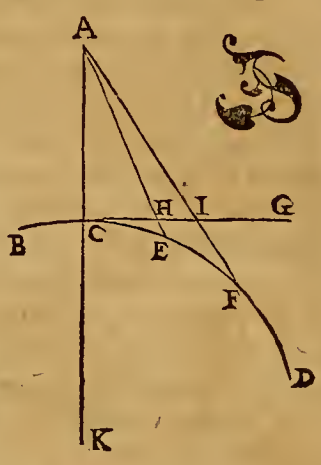
A

PROPOSITIO XVII. THEOREMA.

Conuexum cognoſcitur ex præcipiti partium extremarum receſſu.

PRO huius theorematis elucidatione animaduertendum eſt, extremas partes hoc loco vocari illas, quæ à perpendiculari radio ſunt remotiores, idq; mediarum comparatione, quæ eidem radio ſunt viciniores. Exempli gratia, ſit centrum viſus A, eiq; obiecta circularis lineæ portio B C D, in cuius conuexum incidat radius A C ſecundùm æquales angulos: dico punctum C abſolutè medium eſſe, quòd ſecundùm aſpectum centro K, quod medium eſt, reſpondeat. Nam quæcumque in circuli peripheriam æquis incidit angulis, producta centrum circuli tranſit. Cùm enim per 10. definitionem tertij Euclidis ſimilia ſegmenta ſint, quorum æquales ſunt anguli, fit vt ea quæ in circuli peripheriam æquis angulis cadit, producta circulum in duo ſimilia ſegmenta, hoc eſt in duos ſemicirculos, diuidat. Quare recta illa linea per centrum acta erit. Rectè igitur punctum C medium abſolutè nuncupatur, & quæ huic deinde viciniora ſunt, cum remotioribus collata, media etiam dici poſſunt, aut medio propinquiora; vti extrema, quæ propinquioribus comparantur, & à medio ſunt remotiora.

B



C

Nunc ad propoſitum veniamus. Longiora eſſe A E quàm A C, & A F longiorem quàm A E, ex 8. tertij Euclidis patet. At magis præceps eſſe hoc linearum incrementum illo, quo in rectam incidentes lineam excreſcunt, ita poteſt demonſtrari:

Ducatur C G ipſi A C perpendicularis; hæc per 16. tertij Euclidis extra circulum B C D cadet: quare radios A E & A F ſecabit. Sint autem ſectionũ puncta H & I, erit ergo maior A E quàm A H, & A F maior quàm A I, nempe totæ ſuis partibus: igitur diſtantiarum progreſſio, qua longiùs ab A diſtat E quàm C, & F quàm E, itaque deinceps, difformior eſt ac magis præceps quàm illa, qua longiùs ab A diſtat H quàm C, & I quam H. Quocircà viſus illam animaduertens, rectè conuexam eſſe propoſitam lineam enuntiat. Quantumuis enim & in recta, & in conuexa linea vniformis ſit elongationis difformitas; non eſt tamen in recta linea difformitatis progreſſio tam celeris incremẽti, quàm in cõuexa.

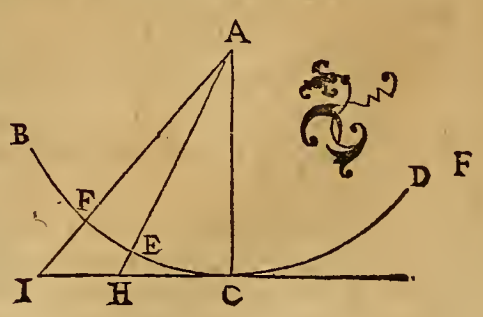
D

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA.

Concauum ex minore partium extremarum elongatione, quàm in rectis accidat lineis, cognoſcitur.

E

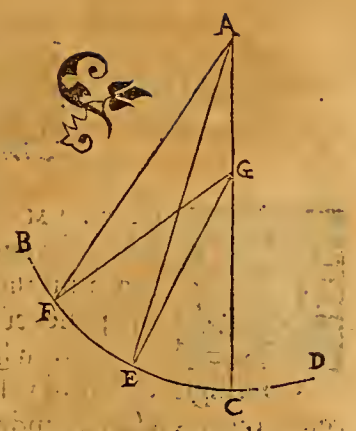
TRIBVS modis obuenire poteſt, vt minor ſit extremarum partium à viſu receſſus, quàm in lineis rectis. Primò, ſi viſus in concauæ inflexionis centro exiſtat, vt in A: tum verò partes extremæ ac mediæ, nempe E, F, & C, æquè omnes à viſu diſtant per circuli definitionem. Neque enim propriè extremæ ac mediæ partes hoc caſu nominantur, quandoquidem in omnes radius opticus ſecundùm normam cadat. At partes lineæ rectæ extremæ quàm mediæ longiùs à viſu abſunt, vt propoſitione 15. oſtenſum eſt. Igitur hoc ſitu oculus nullo negotio concauam inflexionem dignoſcit.



Secundò, cùm viſus à medio propoſitæ lineæ ampliùs quàm ſemidiametro diſtat, ſiue intra circulũ cadat, ſiue extra eum procurrat. Verbi gratia, ſit linea propoſita BCD, cuius centrum G, viſus autem A, vnde radius A C per centrum actus medius eſt, omniumque longiſſimus; extremæ verò partes, nempe A F quàm A E, & hæc quàm A C breuiores.

Longiſſi-

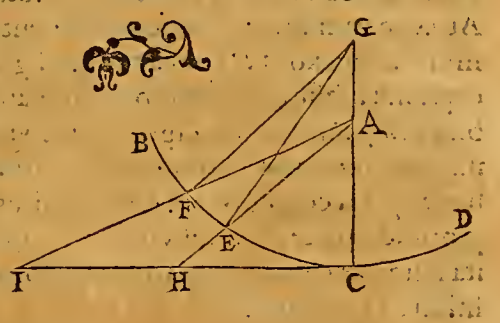
A Longissimam quidem esse ipsam A C sic demonstratur: Connectantur G E & G F; erunt ergo in triangulo A G E duo latera A G & G E, reliquo A E maiora, per 20. primi Euclidis: at duobus lateribus A G & G E æqualis est recta A C; nam G C & G E æquales sunt, vtpote semidiametri, quibus si addatur A G, erit A C ipsis A G & G E æqualis: est ergo A C ipsa A E maior.



Simili ratione ostendetur A C maior esse, quàm A F; quippe eadem A C est æqualis duabus A G & G F trianguli
B A G F: at duæ A G & G F sunt maiores reliqua A F, per eamdem 20. primi Euclidis: ergo A C ipsa A F maior est.

Esse verò A E maiorem quàm A F, sic demonstratur: Cùm in triangulo A G E latera A G & G E æqualia sint lateribus A G & G F trianguli A G F; sit verò angulus A G E angulo A G F maior, vt totus sua parte; erit per 24. primi Euclidis & basis A E basi A F maior, & ita deinceps, cùm angulus A G F maior sit sequente, latera autem æqualia, erit semper basis, quæ mediæ lineæ A C propinquior erit, remotiore maior per 7. & 8. tertij Euclidis.

Tertiò, cùm visus ab obiecta cõcaua linea circulari minùs quàm semidiametro distat. quo euenru extremæ quidem partes longiùs à visu abscedunt, quàm mediæ: at minore
C difformitatis progressione, quàm in recta ostensum est linea. Vt si proposita sit concaua linea B C D, in cuius punctum C à visu A cadat A C secundùm rectos angulos circulares, sic vt producta eadem A C per G circuli cẽtrum transeat: sitque centrum G quàm A visus à medio puncto C remotius: dico ergo A C minimam esse omnium illarum, quæ ab A in cauum lineæ B C D incidere possunt: deinde A E quàm A F minorem, atque ita deinceps propinquiorem ipsi A C remotiore semper minorem esse, quæ
D omnia constant per 7. tertij Euclidis.



Quoniam enim G E æqualis est ipsi G C per circuli definitionem, G A verò & A E maiores sunt, quàm G E per 20. primi Euclidis, erunt eædem G A & A E ipsa G C maiores; ab vtrisque igitur si communis portio detrahatur G A, relinquetur A E ipsa A C maior per communem notionem. Eodemque modo ostendetur A F ipsa A C maior esse, quia videlicet G F ipsi G C est æqualis; duæ verò G A & A F ipsa G F maiores: est itaque A C minima omnium quæ ab A in propositam cauam lineam educi possunt.

Quòd verò A F sit maior ipsa A E sic probatur: cùm trianguli G A E duo latera G A & G E æqualia sint duobus lateribus G A & G F trianguli G A F: sitque angulus A G F maior angulo A G E, nempe totus sua parte, erit per 24. primi Euclidis & basis A F basi A E maior.
E Verùm licet in proposito casu extremæ partes longiùs distent à visu quàm mediæ, hoc est E quàm C, & F quàm E, non est tamen tanta ea distantiæ euariatio, quanta est in lineis rectis, ideoque hinc concaui differentia quàm optimè dignoscitur.

Nunc vniuersè etiam ostendamus, in quouis concauorum aspectu maiorem esse extremarum partium elongationem, quàm in planis aut rectis. Ipsi A C perpendicularis excitetur ad punctum C, nempe C I. hæc per 16. tertij Euclidis extra circulum cadet: ergo maior erit A H quàm A E, & A I quàm A F maior. Sicque deinceps sequentium maior semper erit ea, quæ ad rectam C I pertinget, illâ quæ in concauam lineam B C D incidet.

Hic igitur verus est concaui pernoscendi modus, qui ex minore partium extrema-
F rum elongatione, quàm in rectis planísve desumitur. At cùm tantò euidentius sit hoc discrimen, quantò oculus puncto C propinquior est, fit vt concaui dignotio certior sit è propinquo, quàm è remoto, quod & in conuexi perceptione locum habet.

Quæ de conuexo & concauo hactenus explicata sunt in lineis, facilè ad solida transferri possunt. nam sphæræ conuexum est, quod vndique conuexis constat circulis, & concauum, quod concauis. Sic conus ac cylindrus transuersis circulis ambiuntur, hic æqualibus, ille inæqualibus, qui ambo in longitudinem rectis lineis distenduntur. Quare vno tantùm respectu conuexitatem & concauitatem habent, quæ, vti dictum est, ex linearum cauitate aut conuexitate pernoscitur.

A

PROPOSITIO XIX. THEOREMA.

Corporum eminentias & profunditates, si exiguæ sint, ex vmbris præcipuè aspectus dignoscit.

QVONIAM ostensum iam est ex distantia partium à visu conuexitatem cauitatemque cognosci, perspicuè sequitur eminentias & profunditates, quæ nihil aliud sunt quàm quædam conuexa & caua, tunc minimè percipi posse, cùm distantiarum discrimina, quibus ab vniformi difformitate rectarum linearum discrepant, non sentiuntur. B

Contingit autem id vel ob paruitatem, vel ob immoderatam illarum longinquitatem, qua res ipsæ, perinde ac si reuerà exiles ac paruæ essent, conspectui repræsentantur. Quæ enim adeò dissitæ sunt, vt iustum moderatumque interuallum excedant, illorum partes, quæ sensibilem proportionem ad totum habent non percipiuntur: ac proinde distantiæ quoque, quibus vna longiùs quàm altera à visu distat, penitus aspectum effugiunt. Quòd autem res quædam ob paruitatem obliteſcant, ex proposit. 54. libri primi patet.

Duobus igitur hisce modis contingit, vt quarumdam rerum eminentias & profunditates obtutus non assequatur. Cùm verò grandiores sunt atque illustriores, eumdem habent cum conuexo & concauo dignotionis modum superiore propositione explicatum. C At cùm eam mediocritatem obtinent, qua neque omnino imperceptibiles sint, neque more conuexorũ & concauorum dignosci possint, tum plurimùm visus in illarum perceptione subsidium ex vmbris mutuatur. Nam extantes gibbi in cauas depressiones vmbras proijciunt: ex his ergo colligit visus profundas esse partes illas, quæ obscuræ sunt; illas elatiores, quæ à lumine quo perfunduntur splẽdorem ad oculos remittunt. Iuuat ad hanc ipsam cognitionem corporis situs, si nimirum obliquè lumini obijciatur: sic enim profundæ partes vberiùs vmbras excipiunt, aut si oculi acies obliquè in illud intendatur. ita namque euidentiùs partium difformitatem visus assequitur, quemadmodum propositione 15. ostendimus. D

PROPOSITIO XX. THEOREMA.

Asperum & læue, ex luminis formarumq; repulsione cognoscuntur.

ASPERITAS nil aliud est, quàm minutissimarum eminentiarum profunditatumque permixtio atque confusio. Læuitas verò perfecta quædam atque exquisita corporis complanatio. cumque ea sit natura læuis, vt lumen abs se repellat, ac proinde vnà cum lumine etiam rerum formas, E hinc commodam nactus occasionem aspectus per ea quæ propriè ad ipsius obiectum pertinent, (lumen & colores) in cognitionem corporum læuium ingeniosè se insinuat.

Ergo si adeò exigua est asperitas, vt neque ex distantiæ diuersitate, neque ex vmbris facilè dignosci queat, periculum faciendum in luminis aut specierum repercussione, quæ si nulla accidat, quocumque tamdem situ res oculis obuertatur, asperam eam esse aspectus iudicabit. Si enim læuis esset ac perpolita, lumen abs se formasque rerum ad intuentis oculos aliqua saltem oppositione remitteret.

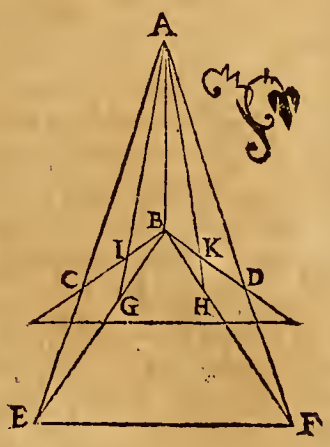
Si autem insignis asperitas est, cognosci ea aliquando poterit oculis proximè admotis F ex eminentium partium propinquitate, & depressarum distantia; percipiet autem visus distantiam & propinquitatem, vt initio huius libri dictum est. Aliàs etiam cognosci poterit insignis asperitas ex lumine, quo partes exstantes perfunduntur: hæ namque, si solæ collustratæ resplendeant, profunditates autem obscuræ appareant, haud dubium erit sensibilis asperitatis argumentum.

PRO-

A

PROPOSITIO XXI. THEOREMA.

Acutum & obtusum ex eo cognoscuntur, quòd eorum partes à summo fastigio celeri tardóve motu secundùm aspectũ prolabantur.



SVNTO aspectui A obiecta duo corpora C B D & E B F eumdem habentia verticem B, atque ad signa B, G, E, H, F, radij ab oculo A educantur, qui etiam in partes I, C, K & D alterius corporis incidant: dico, si longior sit radius A G
B quàm A I, & A H quàm A K; item A E longior quàm A C, & A F quàm A D; acutius esse corpus E B F quàm C B D. Est enim acutius id cuius minor est angulus, obtusius verò cuius angulus est maior: at angulus E B F minor est angulo C B D: ergo E B F corpus altero acutius est.

Quòd verò angulus E B F angulo C B D minor sit, ex hypothesi colligi potest. Cùm enim concedatur radius A G maior esse radio A I, idque portione I G; itemq; radius A E radio A C maior portione C E; inter B C & B E spatium intercedet lineas continens I G &
C C E: ac simili modo inter B D & B F spatium consistit, quod lineas K H & D F intercipit. Est igitur angulus C B D angulo E B F maior, vt totus sua parte; angulus verò E B F minor. Quare acutius est corpus E B F corpore C B D, propterea videlicet quòd huius partes à vertice deinceps ocyùs prolabantur.

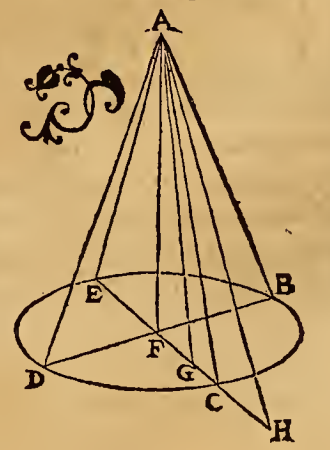
Constat verò per 4. proposit. huius libri inæqualitatem radiorum, qui à visu A ad vtrumque corpus C B D & E B F protenduntur, aspectu dignosci. Ergo cùm hanc visus animaduertit interna adiutus facultate, illud, ad quod prolixiores radij attinent, acutius pronuntiat, vtpote cuius partes G, H & E, F, ab ipso mucrone B celeriori motu secundùm aspectum abscedunt.

Quæ hucusque proposita sunt, cognitioni figurarum præmisisse oportuit, vtpote
D *scitu necessaria. Cùm enim figurarum quædam rectilineæ sint, aliæ curuilineæ; atque in his quædam latera habeant conuexa, aliæ concaua; in illis verò quædam eminentiores habeant angulorum productiones, aliæ depressiores; nisi recti ac curui, conuexi & concaui, acuti item & obtusi, ceterarumque proprietatum, quæ in figuras cadunt, discrimina aspectus internoscat, numquam veram figuræ notionem percipiet. Itaque quo pacto figuræ intuitu cognoscantur, deinceps aperiamus.*

PROPOSITIO XXII. THEOREMA.

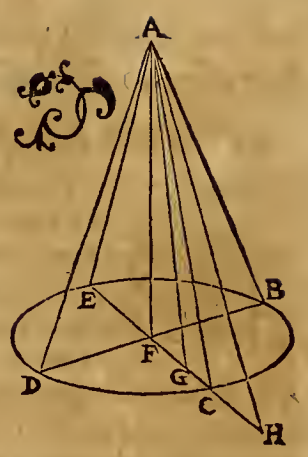
E *Figura circularis hac nota dignoscitur, quòd eius peripheria à centro visus paribus vndique distet radiis.*

PROPOSITA figura quapiam, mox oculus in eius peripheriam iugatos axes opticos ducit, vt eius à visu distantiam exploret, idque natura duce. Cùm enim ambitus seu extremus terminus, speciem ac propriam differentiam figuræ conferat, eius τὸ ἐμβαδὸν peculiari quodam modo definiens, nulla certiore nota obiectæ figuræ essentiam visus dignoscere
F potest, quàm ea, quæ ex perimetri inspectione colligitur. Quare circumacta visuali acie, si pari vndique interuallo circumferentiæ partes à centro visus distare cognoscantur, rectè circularis figura ea esse pronuntiatur. Quod sic potest demonstrari:



Sit visui A obiecta figura B C D E, promissique vtcumque ad circumferentiã figuræ radij A B, A C, A D, & A E sint inter se æquales, eaq; radiorũ æqualitas perspecta visui esse concedatur per 24. propos. libri secundi. Ex A verò in obiectam figuram perpendicularis demittatur A F per 12. primi Eu-

clidis, iunganturque F B, F C, F D, & F E: has dico omnes æquales inter se esse.



Si enim æquales non sint: sit autem verbi gratia F C quàm F B maior, de maiore F C abscindatur F G per 3. primi Euclidis, ipsi F B æqualis, iunctisq; G & A, ostendendum primò est G A ipsi B A æqualem esse per 4. primi Euclidis. Quòd videlicet trianguli A F G duo latera A F & F G æqualia sint duobus lateribus A F & F B trianguli A F B; angulus autem A F G angulo A F B æqualis sit, vtpote rectus vterque ex constructione. Est ergo & basis A G basi A B æqualis per eamdem 4. primi Euclidis. Deinde cùm angulus A F G rectus sit, erit per 17. primi Euclidis, angulus A G F recto minor, ac proinde angulus A G C recto maior per 13. primi Euclidis, & A C G minor recto per eamdem 17. primi Euclidis; vnde tandem consequitur per 19. primi Euclidis, latus A C latere A G in triangulo A C G maius esse: ergo erit A C & latere A B maius, quòd A B ipsi A G ostensum sit æquale. At latus A C suppositum initio fuit ipsi A B æquale. fieri ergo nequit vt F C ipsa F B maior existat.

Quare si fieri possit, minor esto F C ipsa F B, ponaturque per 2. primi Euclidis datæ rectæ lineæ F B æqualis recta linea F H. Cùm ergo in triangulis A F H & A F B duo latera A F & F H duobus lateribus A F & F B sint æqualia vtrumque vtrique, sitque & angulus A F H angulo A F B æqualis, nempe rectus vterque per constructionem, erit & basis A H basi A B æqualis per 4. primi Euclidis. Cùm verò per constructionem rectus sit angulus A F C, erit per 17. primi Euclidis A C F recto minor, ac proinde angulus A C H maior recto per 13. primi Euclidis: & iterùm per eamdem 17. primi Euclidis, erit angulus A H C minor recto, ex quo demum fit adiuuante 19. primi Euclidis, vt in triangulo A C H latus A C minus sit latere A H. Quare idem latus A C latere quoque A B minus erit, siquidem ostensum iam est latus A H ipsi A B æquale esse. Illud autem hypothesi aduersatur. supponimus enim radium A C ipsi A B æqualem esse. fieri ergo nequit, vt F C ipsa F B minor existat: sed neque maior esse potest, vt proximè est demonstratum: æqualis igitur est. Quod cùm in ceteris eodem demonstrandi genere ostendi possit, erunt omnes à circumferentia B, C, D, E ad F punctum ductæ æquales; atque adeò eiusmodi figura circulus esse conuincitur, per ipsius circuli definitionem.

Contingit subinde, vt figura verè circularis obliquè aspectui obijciatur, sic vt eius peripheria non paribus vndique à visu radiis distet, sed vna parte remotior sit, altera propinquior. Id iis quæ hactenus demonstrata sunt minimè aduersatur. Siquidem ita conspecta figura hanc ipsam ob causam non apparet sensui circularis: sed solùm mentis præsidio talis iudicatur, cùm habita ratione maioris distantiæ, qua vna pars altera à visu remotior est, prudenter æstimat, quantum figura ipsa parte altera longiùs excurrat, latiúsve expandatur: quemadmodum proposit. 11. huius libri de veris magnitudinibus discernendis docuimus.

PROPOSITIO XXIII. THEOREMA.

Rectilineam figuram laterum rectitudo conspicuam facit.

CVM rectilinea figura ea sit, quæ rectis clauditur definiturque lineis, his visu cognitis, haud dubiè rectilinea figura nota erit. Tum enim maximè vnamquamque rem comprehendere nos arbitramur, cùm eius proprietates, illas præsertim, quæ ad essentiam proximè pertinent, perspectas habemus. Igitur cùm rectis lineis figuræ rectilineæ essentia circumscribatur, nulla re magis, quàm laterum rectitudine rectilinea figura conspicua euadit. Quo verò pacto rectæ lineæ visu dignoscantur, suprà diximus propositione decimaquinta. Porrò si præter laterum rectitudinem illorum etiam numerus, angulorumq; æqualitas vel inæqualitas cognita fuerit, nihil ampliùs ad absolutam figurarum rectilinearum cognitionem desiderabitur. Ita enim vniuersæ illarum species ac differentiæ perspectæ erunt.

PRO-

A

PROPOSITIO XXIV. THEOREMA.

Figura polygona ex maiore angulorum, quàm laterum, à visu distantia rectè colligitur.

QVEMADMODVM rectilineæ figuræ essentia in laterum rectitudine, ita polygonæ in angulorum numero consistit: vt ergo illa ex laterum rectitudine, sic ista ex angulorum productionibus, seu partium quarumdam
B prominentiis, quæ ex maiore earum à centro distantia æstimari debent, cognoscitur. Perspecta igitur, per 14. proposit. huius, inæqualitate earum linearum, quæ à centro ad circumferentiam educuntur, si longissimas quasque ad communes laterum congressiones pertinere animaduertit, polygonam esse eam figuram iudicat, & quot eiusmodi lineas, totidem angulos numerat. Si verò æquales inter se sint eæ omnes longissimæ lineę, circulo inscriptibilem esse eam polygonam figuram concludit.

Eadem cùm sit in ceteris figuris ratio, facilè prudens lector suopte ingenio colliget quæcumque circa earum cognitionem, quæ visus ope acquiritur, versantur: ea proinde studio prætermittimus, ne in re per se notissima, diutiùs quàm par est, singula perscrutando immorari videamur.

C

PROPOSITIO XXV. THEOREMA.

Figura solida cognoscitur ex laterum dispositione, interdum per se, aliàs syllogismo.

FIGVRÆ solidæ vel vna constant conuexa superficie, vel pluribus lateribus, quæ vel plana sunt, vel concaua, vel, conuexa, in solidos angulos vtcumque conformata. Ipsum ergo corpus solidum cognoscitur
D vel percepta conuexitate per 17. propos. huius, vel nota concauitate per 18. huius, vel cognitis lateribus planis per 15. eorúmve situ, de quo infrà, vel inspectis angulorum prominentiis per 24. iis enim cognitis ex quibus constant, & ipsæ figuræ solidæ perspectæ sint necesse est.

Hæc omnia in distantia mediocri tantummodò locũ habent. nam maiore quàm par est interuallo, corporis figura, ac laterum angulorumque differentiæ non distinguuntur, nec aliud quàm corpus esse quod videtur, ratio tacita hac argumẽtatione concludit: Color in sola superficie videtur: at hîc quod videtur color est; ergo in superficie: superficies autem non est sine corpore. Quocircà corpus est quod hîc colore infectum videtur.

Ex dictis, quæcumque de figurarum cognitione in medium adferri possent, perspicua
E *esse arbitror, vt ad rem tàm facilem plura addere nihil sit opus. Ergo quæ reliqua sunt, tecum ipse Lector expende, & locum da, vt ad Locum nostra digrediatur oratio.*

DE LOCI COGNITIONE.

PROPOSITIO XXVI. THEOREMA.

F *Locus visu cognoscitur ex rei distantia, respectuq; partium vniuersi.*

NON hîc agimus de loci essentia, neque de concaua illa superficie corporis ambientis locatum, aut de spatio quod corpore locato oppletur: sed de ea proprietate rei existentis in loco, quæ Vbi nuncupatur, cuius gratia res hîc aut alibi, & non nusquam esse dicuntur, vel horsum aut illorsum vergere.

Rei cuiusque locum aspectu cognosci per se notissimum est. nam qui rem quampiam persequuntur, non in incertum huc illucque oberrant; sed proprium eius locum directò petunt, ibique, cùm rem assecuti fuerint, conquiescunt. Item rem aliquam de-

monstrantes, non decussatis indicibus, vt pueri per iocum assolent, quatuor mundi pla- A
gas indicant; sed exporrectis rem ipsam certo loco ostendunt. Visus ergo non rem modò, verùm etiam quo in loco constituta sit, agnoscit.

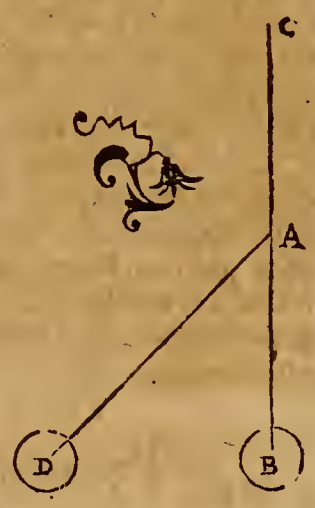
Nunc superest, vt qua nota rei locum obtutus discernat exponamus. Spectator in medio horizontis conspicui constitutus, eius velut centrum occupat, vnde emisso per rem visilem radio, eam horizontis partem, seu mundi plagam, cui res ipsa respondet, primò designat. Hoc enim ad loci essentiam definitionemque proximè accedit. Res siquidem quæ spectatur eam horizontis partem necessariò spectat, ad quam productus per rem opticus radius terminatur; nec extra eum existere res ipsa vllo modo potest, vt libro 2. pluribus in locis indicauimus. Quæ causa est, cur vnusquisque se rem accuratè demon- B
strasse arbitretur, cùm exporrecto indice radium opticum, qui ad rem pertinet, ostenderit. Hoc itaque percepto, facilè quod reliquum est ad loci inuentionem, visus assequitur; cùm deinde qua in parte huius optici radij existat res ipsa, propinquáne an remota, perquirit ea ratione, qua initio huius libri distantiam cognosci docuimus. Inuenta igitur in hunc modum rei distantia, mundique plaga, cui respondet, priùs accepta, verus ac proprius rei locus certò definitur, qui fuerat postulatus.

PROPOSITIO XXVII. THEOREMA.

Vno oculo certus definitusq; rei locus designari non potest. C

Ex superiore propositione liquidò constat, non solùm per respectum ad partes vniuersi, sed simul etiam ex distantia à visu cuiusque rei locum rectè designari. Quare perspicuè sequitur, ad loci determinationem duarum omnino linearum cognitione opus esse. Vna quidem, quæ doceat in quam mundi plagam res vergat, an inquam in anteriorem an in posteriorem, dextram an sinistram, quantumque à directo deflectat. Hoc sanè præstat vnius oculi quicumque radius: oportet enim rem omnem apparere in aliqua illius radij parte, qui per rem transit. Altera verò priorem secans, ostendit quantum res à videnti distet; quod facit alterius oculi radius, vt propositione 4. huius libri est demonstratum. D

Verbi gratia, sit res spectanda A; hanc oculus B in partem C interminatam vergere certò cognoscit radio A B, quo species ad oculum fertur, remque in aliquo loco radij infiniti B C existere pronuntiat: at quisnam ille locus sit, nequit idem oculus per se definire, vt propositione prima huius libri ostendimus: ergo illum determinat radius D A ab altero oculo ad rem eductus. Hic enim, cùm longitudinem radij B A cognoscat per 24. proposit. secundi libri, certò definit obiectum A à puncto B nec plus nec minùs distare, quàm longitudine lineæ B A, vt proposit. 4. huius libri docuimus. Vbi ergo duo radij B C, D A, sese intersecant, ibi est verus rei propositæ locus. cumque eiusmodi intersectio ab vno oculo prouenire non possit, sequitur vno oculo certum definitumque locum designari non posse; quod erat probandum.



E

PROPOSITIO XXVIII. THEOREMA.

In axium opticorum congressu locus exquisitissimè dignoscitur. F

Præ ceteris opticis radiis ea vis insita est axi, vt in certissimam distinctissimamq; cognitionem deducat, quemadmodum lib. secundo propos. 10. est demonstratum: igitur consequens est, vt perspicacissimus aspectus à duobus axibus proueniat. Etenim, quod libro primo propos. 76. ostendimus, perspicacior est visio à duobus oculis simul agentibus, quàm ab altero tantùm: at duobus axibus res vna videri non potest, nisi ea in parte vbi axes concurrunt: igitur licet proprius rei locus obliquo etiam aspectu conspiciatur, cùm nimirum res quæ videtur in horoptere existit; nusquam tamen ita perspicuè absoluteque, vti in axium opticorum congressu. Hic namque amborum luminum vis in vnam eamdemq;

actionem

A actionem conspirat, atque extremum potentiæ exerit: quare præstantissimam visionem sequi necesse est. Itaque in opticorum axium concursu, distinctissima loci cognitio obtingit; quod probandum erat.

Deinde, loci cognitio ex distantiæ cognitione pendet, vt propositione 26. docuimus: at distantia ex axium opticorum longitudine colligitur, per quartam propositionem huius; axium autem longitudo ab eorum concursu desumitur: ex quibus tandem sequitur perfectissimam loci visionem in axium opticorum societate compleri.

Eorum verò quæ ab axium concursu digrediuntur, tanto locus videtur obscuriùs, quanto longiùs absistunt. Hoc ex eadem propos. 10. libri secundi superiùs citata velut B consectarium elicitur. Nam cùm se mutuò res locusq; consequantur, vt res ipsa, ita eius locus perspicuè aut obscurè videtur: neque alia postulanda est causa cur ita appareat locus, quàm cur res ita videatur; hanc autem ibidem dedimus, nempe radiorum obliquitatem, quam proinde Lector consulat.

PROPOSITIO XXIX. THEOREMA.

Medius prospectus ex radio communi ad horizontem librato, eiq; quæ centra visuum connectit normali, cognoscitur.

C Est enim medius prospectus, qui inter omnes positionum differentias medius interiacet, duplici relatione definitus, qui scilicet nec elatus nec depressus dici potest, nec in dextram aut in sinistram proiectus. Primò igitur elationis & depressionis medium, sensus internus libratione communis radij examinat: libratur autem communis radius horizontis inspectione, quemadmodum dioptris aquarum deductiones, alueorumque fastigia. nam quæ horizonti æquilibria sunt, medium situm inter elatum ac depressum obtinent. Est enim horizon (is inquam quem conspicuum & apparentem vocant) cæli terræque, hoc est superni atque inferni interseptum, vtrumque quoad aspectum dirimens.

Librato igitur hunc in modum obtutu, sensus interior ad axes opticos sese conuertit, D vt dextri quoque ac sinistri medium inueniat. Quare æqualésne illi inter se sint an inæquales, per 24. proposit. lib. 2. exquirit. Et si æquales deprehenderit, angulos quoque sub communi radio & connectente centra visuum contentos æquales esse concludit, quod & proposit. 26. secundi libri est demonstratum. Vnde & quoad latera medium esse hunc aspectum cognoscit, quod scilicet neutram in partem sociati axes deflectant.

Cùm igitur duplici comparatione medius prospectus definiatur, nempe horizontis conspicui, & eius quæ centra visuum connectit, rectè, vti diximus, libellæ ac normæ beneficio communis radius medium prospectum designat. Nam libella communem radium pari cum horizonte libra constituit: norma verò eumdem ei quæ connectit centra visuum rectis angulis adiungit. Quare ex communi radio ad horizontem perlibrato, E & ei quæ connectit centra visuum normali, medius prospectus dignoscitur; quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XXX. THEOREMA.

Positionum differentiæ ex comparatione medij prospectus colliguntur.

F Positionum differentiis, quæ sex omnino à Philosophis numerantur, supernum, infernum, dextrum, sinistrum, antè & retrò, vna quidem quæ à tergo est, ab aspectu, corporis interpositione dirimitur; altera verò quæ in anteriora extenditur, ad distantiam pertinet, de qua initio huius libri ex professo est actum. Quæ autem reliquæ sunt, propriè ad hunc locum spectant. Ac supernum illud dicitur, quod supra libellam extollitur, infernum quidquid infra libellam spectatur, dextrum & sinistrum quod in hoc vel in illud latus aspicientis declinat.

Quocircà si radius communis ad horizontem libratus ei quæ centra visuum connectit rectis insistat angulis, hic medij prospectus index erit, vt proximè antecedente propositione ostensum est: vnde omnis declinationis ac positionis principium sumi debet.

Visus ergo aliquam ex positionum differentiis inuestigaturus, primò medij prospectus A
verum locum accipit, deinde ad rem propositam conuersus, atque idemtidem ab vno aspectu in alium prolapsus, facta semper cum medio prospectu comparatione, ex ipsis oculorum conuersionibus quam in partem res vergat, quamque loci positionem obtineat, inuestigando perquirit.

Posse autem obtutum eam comparationem facere, sensus interni auxilio, ex ipsius natura perspicuum est. Atque ex eo etiam, quòd oculorum lationes ac motuum differentias ipsa animæ facultas persentiscat, vt libro primo propositione 20. & 21. est declaratum: itemque ex eo quòd angulorum, qui sub connectente centra visuum & axibus continentur, inæqualitatem visus cognoscat, per 23. propositionem lib. 2. Igitur colla- B
tione medij prospectus omnis differentia positionis visu dignoscitur.

Quod vt planius euadat, finge eam quæ centra visuum connectit rectam lineam bipartitò diuidi, ac per sectionis punctum tria plana imaginariè duci; vnum ad horizontem libratum, cuius respectu dicuntur supernum & infernum: alterum huic ad perpendiculum insistens, ita vt vtriusque communis sectio sit illa ipsa, quæ centra visuum connectit, recta linea; cuius plani comparatione antè vel retrò aliquid esse dicitur: tertium quod vtrumque planum secundùm normam secet, cuius intuitu dextri & sinistri appellationes proueniunt.

Quoniam verò hæc plana quæ singulas locorum differentias disterminant, imaginaria sunt, minúsque sensu per se nota, aliorum quorumdam signorum intuitu singulis po- C
sitionum differentiis internoscendis aspectus iuuatur. sic supernum & infernum comparatione visibilis horizontis oculus distinguit. Nam primum illud planum, quod per medium punctum connectentis centra visuum ad libellam distenditur, si produci intelligatur, tandem in visibilem horizontem incidet. Igitur cùm horizontem intuemur, quidquid radio oculi nostri supereminet, absolutè supernum; quidquid infrà procumbit, absolutè infernũ pronuntiamus. Quæ in anteriorem aut posteriorem partem vergunt, suiipsius comparatione oculus diiudicat: sic vt illa omnia antè esse existimet, quæ in eam sui partem protenduntur, ad quam aspectus porrigitur; illa verò retrò esse, quæ in oppositam partem tendunt. Dextrum denique ac sinistrum ex axium opticorum inæqualitate visus colligit. Quoniam enim dextrum inter ac sinistrum medium consistit per- D
pendiculare illud planum, quod directò in anteriora procurrit, quique ad huius plani punctum aliquod ditiguntur, axes optici sunt inter se æquales per proposit. 25. libri secundi; necessariò fit, vt id omne ad quod inæquales axes optici protenduntur, ab hoc plano in dextram sinistrámve partem desciscat. Hinc ergo dextri sinistrique appellationes aspectui innotescunt, quòd axium opticorum inæqualitatem visus distinguat, vt proposit. 24. libri secundi est demonstratum. Et dextrum quidem illud cognoscitur, ad quod breuior dextri oculi axis, longior verò sinistri pertinet; illud autem sinistrum, quod contrarios axes admittit.

Hæ sunt vsitatissimæ, vt opinor, locorum cognitiones, in quas insita procliuitate omnes pænè natura duce feruntur: si quæ autem aliæ non minùs familiares alteri vide- E
buntur, is suam sequatur sententiam; scimus enim proprium cuique esse ingenium, homineſque nulla re magis quàm iudiciis discrepare.

DE SITVS COGNITIONE.

DEFINITIONES.

TRIPLEX in iis, quæ visui obijciuntur situs spectari potest. Vnus est Oppositionis, alter Obuersionis, tertius Partium inter sese: Mixto excepto, qui non alium habet suæ cognitionis modum, quàm partium ipsarum inspectionem. F

Oppositionis situs bipartitam habet differentiam. Vnus quidem ex aduerso dicitur, cùm rem obiectam non quicumque radius, sed opticus axis attingit: alter verò declinans, cùm nempe res proposita ab axe optico in dextram vel sinistram, supernam vel infernam partem dimouetur. Inter quas situum differentias plurimæ

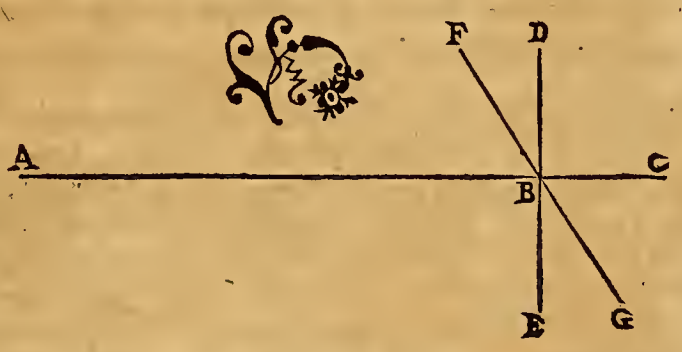
aliæ

A *aliæ reperiuntur mediæ proprio nomine destitutæ. Hîc positionum differentiæ non absolutè sumuntur, qua ratione proximè antè sunt explicatæ, sed axis optici comparatione. Sic vt illud declinare intelligatur, quod ab axe deflectit, seu quod magis quàm axis ipse opticus in vnam aut in alteram partem vergit. Est enim axis opticus totius velut aspectus directio, vna sua extremitate centrum visus, altera centrum basis pyramidis radiosæ, seu eorum quæ foris obijci possunt, medium attingens. Quare quæcumque ab axe optico quaquauersus discedunt, ea declinationis situm habent.*

B *Obuersionis situs est, quo res eodem consistens loco sola conuersione aut inclinatione respectum ad obtutum mutat. Estque omnis eius diuersitas secta trifariàm. Aut enim directò res visui obuersatur, cùm nimirum axis opticus rectis in eam angulis incurrit; aut perpendiculariter, cùm videlicet res ipsa producta in centrum visus defertur; aut demum obliquè, quo in genere omnis reliqua varietas continetur.*

Exempli causa, visui A *linea spectabilis* D E *directò obuertitur, siquidem cum axe optico* A B *rectos angulos efficiat. Linea verò* B C, *si protracta ad oculum vsque eius superficiei ad rectos angulos incidat, perpendiculariter obuersari dicitur. At obliquè, si cum axe obliquos angulos faciat, vt* F G, *in quamcumque demum partem ea inclinetur.*

C



D *Situs partium inter sese est, qui sola partium transpositione mutatur: vt in eodem exemplo, si lineæ* D E, *quæ directè aspectui obuersatur, pars* D, *quæ superior est, fiat inferior, mutatus erit non totius lineæ, sed partium dumtaxat situs: ita si linea* F G *inuertatur, tota quidem linea obliquè vt priùs visum respiciet, sed partium situs inuersus erit.*

Mixti situs ij sunt, qui variè ex his permiscentur; vti sessio, statio, cubatio, illæque dispositiones, quibus qui stant recti aut inclinati, qui iacent proni aut supini dicuntur, atque his similes.

E *Tres situs iam explicati hanc habent inter se comparationem, quòd primus, nempe oppositionis, motu ad locum; duo verò posteriores, videlicet obuersionis & partium inter sese, motu in loco euarient. At inter obuersionis situm ac partium hoc interest, quòd hic citra inclinationem vllam partium suarum respectum immutet; ille autem seruato partium ordine ac dispositione solummodò in hanc vel in illam partem inclinetur.*

Notandum hoc loco est, quòd licet partium situs rem ipsam potiùs quàm visum spectare videatur; tamen ea ratione ad præsens institutum pertineat, qua eius varietas

F *sub aspectum cadit. Nam partibus rei visibilis permutatis, ipsa quoque simulacra in oculi superficie nouum in modum transmutantur, aliumque situm adquirunt; quandoquidem, vt libro primo proposit. 51. ostendimus, species rerum visibiles ordinatè ad aspectum perueniant.*

Notandum etiam directum oppositionis situm fusiore significatione hoc loco accipi. Cùm enim axis opticus in vnum tantummodò punctum obiecti plani rectis angulis incidere possit, sequitur, strictissimo loquendi modo solum punctum visui directè

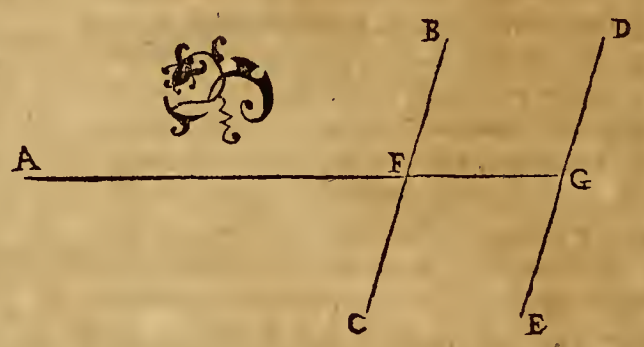
opponi

opponi; quòd ceteri radij, qui in reliquas obiecti partes incidunt, obliquos angulos faciant. Quia verò latiore intellectu eò directiùs res visui obijci dici potest, quò magis circa medium eius punctum axis normaliter procidit: eò verò obliquiùs, quò normalis axis propiùs ad extremitates rei visibilis accedit. Idcircò indiuiduum quidem signum directissimè visui obijcitur. Deinde ea circularis linea, aut sphæræ portio, cuius idem est ac visus centrum. Tum linea aut superficies plana, in cuius medium opticus axis ad normam cadit. Demum ceteræ tum lineæ, tum superficies, quarum medio normalis axis propinquior est. A B

Notandum præterea, in sphæra nullam esse posse obuersionis differentiam: quocumque enim modo sphæra conuertatur, semper eius visibilis terminus vt circulus apparet. Punctũ verò nec obuersionis, nec partium inter se situm habet: sed oppositionis tantùm. Nam cùm moueri ad locum possit, nunc dextram nunc sinistram, nunc supernam nunc infernam partem tenere potest, sicque obtutui vario opponitur respectu. At cùm nec mole distentum sit, nec partes habeat, nequit harum loca permutare, aut sui totius conuersione variam oculis phantasiam exhibere.

C

Similiter visui opponi ea dicuntur, in quorum mediũ eadem recta linea à centro visus educta æqualibus angulis pertingit. Vt si à cẽtro visus A *educta recta linea* A G *in duas visibiles lineas* B C *&* D E *incidens angulos* A F B *&* A F C *angulis* A G D *&* A G E *æquales faciat, vtrumque vtrique, hoc est angulum* A F B *angulo* A G D, *&* A F C *angulum ipsi* A G E *angulo; propositæ lineæ* B C *&* D E *similiter visui* A *opponentur. Siquidem obuersionis situs ex incidentium radiorum angulis pensatur: quorum ergo æquales sunt anguli, similiter ea oculis obuersari necesse est.*



D

Ex quo fit vt parallelæ omnes esse debeant, quæ similiter opponuntur, adstipulante 27. primi Euclidis. Si enim in duas rectas lineas, verbi gratia B C *&* D E *recta incidens linea* A G *alternatim angulos, hoc est* A F B *&* A G D *æquales inter se fecerit: parallelæ erunt illæ inter se rectæ lineæ. Rursus è conuerso quoque sequitur, parallelas omnes, si per vtriusque medium idem radius incedat, similiter visui opponi. Nam per 29. primi Euclidis, in parallelas rectas lineas recta incidens linea alternatim angulos inter se æquales facit.* E

PROPOSITIO XXXI. THEOREMA.

Situs qui ex aduerso est, ex obtutus perspicacitate cognoscitur.

F

Id quod ex aduerso obtutui obijcitur, vniuersaliorem significationem habet, quàm id quod in medio prospectu existit. Nam ex aduerso id omne videtur, quod axe optico attingitur, siue rectos angulos cõmunis radius, siue obliquos cum connectente centra visuum efficiat: at medio aspectu cerni id solùm dicitur, quod in communi radio ad horizontem librato, ac ei quæ centra visuum connectit normali constitutum est, vt superiùs est explicatum. Vnde sola oculorum conuersione aliud atque aliud ex aduerso spectari potest, medio autem aspectu non nisi totius capitis motu, quo scilicet connectens centra visuum pariter mouetur.

Cùm

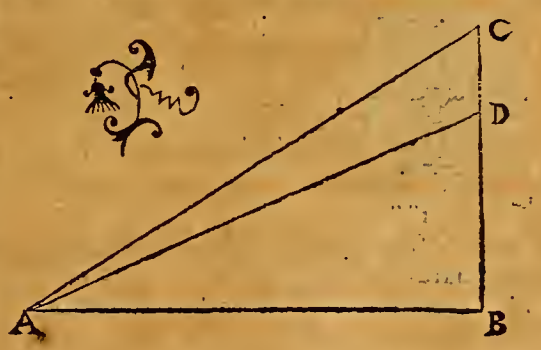
A Cùm ergo ex aduerso opponi illud superiùs sit definitum, in quod opticus axis incidit, sitque per propos. 9. secundi libri visio, quæ per axem fit, omnium perspicacissima; consequens profectò est, vt illud ex aduerso oppositum esse oculus iudicet, quod manifestissimè dignoscit. nam quantò remotior est ab axe radius, tantò res minùs perspicuè cernitur, per eamdem proposit. 9. secundi libri. Ergo quod perfectiùs, id propinquiore radio; & quod perfectissimè, id in axe, hoc est ex aduerso, constitutum esse oportet.

PROPOSITIO XXXII. THEOREMA.

B *Declinationis situs ex affecta portione araneæ tunicæ, & magnitudine anguli radiorum opticorum dignoscitur.*

DVPLEX obiecti declinatio hactenus à nobis exposita est; vna à prospectu medio, quæ propriè ad positionum differentias pertinet: hæc quo pacto visu dignoscatur, dictum est proposit. 29. Altera est, qua obiectum ab optico deflectit axe, de qua in præsenti agimus; estque de eorum genere, quæ ad aliquid dicuntur. Non enim illa est, qua absolutè in dextram aut in sinistram partem res vergit, sed respectu axis optici, qua nimirum ad aliquam positionis differentiam magis quàm ipse opticus axis accedit.

C Vnde fieri omnino potest vt axe, verbi gratia, A C à medio aspectu B in altum elato, obiectum illius comparatione inferius sit, si nimirum ab illo versus partem inferiorem aliquantum distet, vt constitutum in D; non tamen sit absolutè infernum, sed supernum, cùm inter axem & medium aspectum B sit situm. Illud enim absolutè supernum dicitur, quod supra medium aspectum eleuatur. Ita si axis opticus à medio aspectu in sinistram deflectat, resque visilis hunc inter &



D axem consistat, ea quidem à dextris optici axis erit, at absolutè sinistram occupabit.

Hic ergo declinationis situs in duobus consistit, nimirum in remotione ab axe, & in respectu erga aliquam positionis differentiam. Priore ex capite dicitur obiectum ab axe multum vel parum declinare; ex posteriore verò in hanc aut in illam partem vergere. Quocircà ex duobus percipi hanc declinationem ostendendum est. Nempe ex araneæ portione, quam obiecti species formaque attingit, atque ex amplitudine anguli opticorum radiorum. siquidem disiunctionem ab axe nempe C D (cùm ea quædam sit magnitudo) cognoscit visus, quemadmodum ceteras magnitudines, hoc est ex amplitudine anguli C A D qui ex radiorum concursu ad centrum visus constituitur, vt propositione 8.

E huius libri ostensum est.

Deinde cùm idem situs ac dispositio formarum in superficiem visus, seu anteriorem crystalloidis tunicam, quam araneam vocant, recipiatur, quæ in rebus ipsis cernitur, vt propositione 51. libri primi demonstrauimus, sitque ea ipsa aranea primarium visionis organum, sentiet profectò ea non tantùm rei spectabilis formam, verùm etiam qua sui parte eam admittat cognoscet. Quòd si parte dextra, & rem ab axe in dextram declinare intelliget; si sinistra in sinistram, ac tantum, quantus est angulus quem opticus axis & radius in centrum visus coëuntes efficiunt per 9. huius libri.

PROPOSITIO XXXIII. THEOREMA.

F *Directus situs percipitur ex æquali à visu distantia partium æquè ab axe disiunctarum.*

DISTANTIAM visu dignosci iam initio huius libri est demonstratum. Quare si axis opticus in obiectum quodpiam inciderit, & ab eius occursu æquè disiunctæ partes vtcumque sumantur, quarum à visu distantiæ sint æquales: dico axem in obiectum rectis angulis incurrere, ac proinde situm eius directum esse.

A visu namque A in obiectum C D axis opticus extendatur A B, sumanturque partes

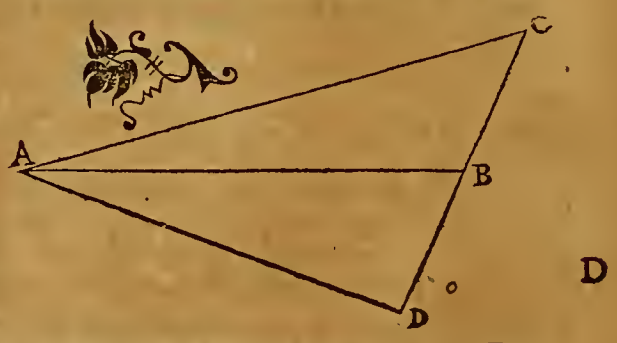
C & D

C & D pari interuallo ab axis occursu B disiunctæ, ad quas radij educantur A C & A D, qui à visus facultate comprehendantur æquales per 4. propositionem huius libri. Cùm igitur in triangulis A B C & A B D latera A B & B C, lateribus A B & B D æqualia sint vtrumque vtrique, sitque iam cognita basis A C basi A D æqualis; erit per 8. primi Euclidis & angulus A B C sub æqualibus lateribus contentus angulo A B D æqualis, atque adeò rectus erit vterq; angulorum per 10. definitionem libri primi Euclidis, ipseq; situs directus, vt ex præfinitionibus ad propositionem 31. perspicuum est. Rectè igitur ex æquali distantia partium æquè ab axe disiunctarum situs directus cognoscitur; quod erat probandum.

PROPOSITIO XXXIV. THEOREMA.

Obliquus situs ex inæquali à visu distantia partium æquè ab axe remotarum deprehenditur.

C



ESTO visus A, axis verò opticus A B cum obiecto C D concurrens in B; partes autem in re obiecta sumatur ab axis occursu æquè distantes C & D, quarum à visu distantiæ si per 4. huius libri propositionem inæquales dignoscantur, A C quidem maior, quàm A D: dico inæquales fore angulos A B C & A B D. Cùm enim æquales ponantur B C & B D, sitque A B communis vtrique triangulo A B C & A B D; basis autem A C basi A D maior aspectu deprehendatur, erit angulus A B C angulo A B D maior per 25. primi Euclidis, vnde certò visus concludit obiectum C D obliquè situm obuersumque esse, per obliqui situs definitionem superiùs ad 31. propositionem explicatam.

PROPOSITIO XXXV. THEOREMA.

Directus atque obliquus situs duobus oculis indubitate cognoscitur.

E

TAM enim ostensum est proximè antecedente propositione, ex æquali vel inæquali à visu distantia partium æquè ab axe remotarum hos situs deprehendi: at distantia per primam huius libri propositionem vno oculo certò definiri non potest: ergo duorum oculorum præsidio ad obliquitatis directionisque inspectionem opus est; quorum consensu certa atque indubitata obuersionis cognitio habetur sicut & distantiæ, vt proposit. 4. huius libri ostendimus. Nam vtraque vnius est facultatis, quandoquidem ex prænotione distantiæ, cognitio obuersionis dependeat.

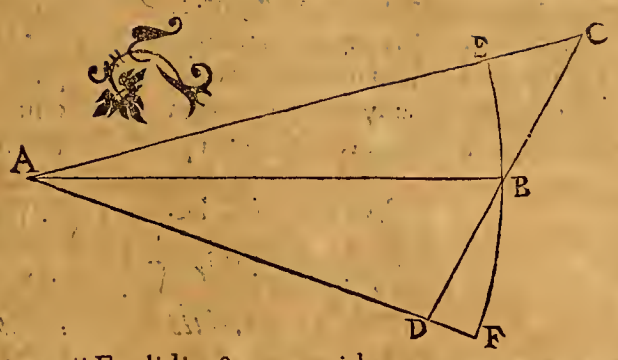
Hæc licet ita sint, vti diximus, tamen cùm propositione 6. huius libri ostensum sit visui propinquiora accuratiùs videri; poterit directio atque obliquitas obiecti vno etiam oculo quodammodò dignosci. Illa enim æstimatrix facultas quæ discernit propinquiora, rectè iudicabit, quæ perspicaciùs videt; illa verò remotiora, quæ obscuriùs; illa denique æquè distantia, quæ eadem perfectione intuetur. F

Simile iudiciũ ex apparente magnitudine partium æquè ab axe remotarum desumi potest. nam & propinquiora maiora, remotiora verò minora cõspiciuntur. Vnde si visui A magnitudo quæpiam obijciatur C D, in cuius medium B axis incidat opticus A B: ad extrema verò eius C & D radij perducantur A C & A D: si B C quàm B D minor appareat, cùm sit æqualis, obliquè sitam esse lineam C D oculus rectè iudicabit, & C quidem longiùs

ab

A ab oculo abesse quàm D. siquidem longiùs abesse ea oportet quæ minora apparent, cùm reipsa æqualia sint.

Quod verò minor apparebit BC quàm BD, si obliquè linea CD aspectui obijciatur, inde potest demonstrari, quòd minor futurus sit angulus BAC quàm BAD. Centro namque A, interuallo autem AB arcus decircinetur EBF. quoniam obliqua ponitur



B CD ipsi AB, illa circulum secabit per 16. tertij Euclidis, & pars quidem BC quæ cum axe AB obtusum angulum facit extra, reliqua verò BD intra circulum cadet: erit ergo trigonum ABC sectore ABE maius, trigonum verò ABD sectore ABF minus: sed per primam sexti Euclidis, trigona sunt quemadmodũ bases BC & BD: sectores verò quemadmodum arcus BE & BF per 33. sexti Euclidis: ergo minor erit arcus BE recta BC, & BF arcus maior quàm recta BD: at BC æqualis supponitur ipsi BD, ergo BE arcus ipsa quoque BD recta minor erit, ac proinde multo minor arcu BF, qui eadem recta BD iam ostensus est minor. Sed vt arcus BE ad BF arcum, ita angulus BAE ad BAF angulum per eamdem 33. sexti Euclidis: ergo vicissim per 16. quinti Euclidis, vt arcus BE ad angulum

C BAE, ita erit arcus BF ad BAF angulum. Ex quo tandem fit, per 14. quinti Euclidis, vt quoniam BE arcus minor est, quàm arcus BF, sit quoque angulus BAE angulo BAF minor: quocircà minor apparebit BC quàm BF, per nonam proposit. huius.

PROPOSITIO XXXVI. THEOREMA.

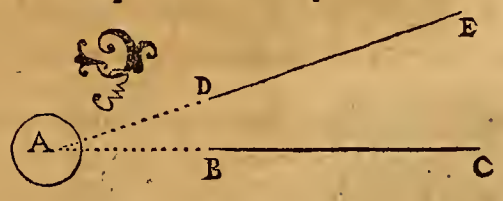
Perpendicularis situs inde cognoscitur, quòd obiectum axisq; opticus ex æquo suas interiacent partes.

D EA namque præcipua est rectæ lineæ nota, quòd sua ex æquo interiacet puncta, vt Euclides docet 4. definitione libri primi. Quia igitur solus axis opticus superficiei visus perpendicularis est, vt libro 2. proposit. 6. ostendimus, fit vt cum ea quæ perpendiculariter visui obijcitur, vnam eamdemque rectam lineam efficiat. Quare ex eo maximè perpendicularis situs dignoscitur, quòd obiecta linea axisq; opticus ex æquo suas interiacent partes, seu quòd ambæ in directum sint constitutæ.

Porrò tametsi hoc loco, & in præfinitionibus ad proposit. 31. huius libri strictiùs paulò explicatus sit perpendicularis situs, quàm eius significatio pateat, cùm non tantùm illa linea obtutui perpendiculariter obijciatur, quæ in axem producta incidit; verumetiam omnis illa, quæ protracta in centrũ visus terminatur: id tamen vitio nobis verti non

E debet, cùm illic eum dumtaxat situm definire propositum fuerit, qui propriè perpendicularis dicitur; hîc verò eius cognitionis modum edocere, qui facilè ad omnem perpendicularem situm possit accommodari.

Vti ergo presse acceptus perpendicularis situs, ille inquam, quo res obiecta ad superficiem visus rectis perducitur angulis, ex eo cognoscitur, quòd cum axe optico rectam lineam efficiat, vt in apposito schemate res obiecta BC cum axe optico AB ex A centro aspectus euocato in vnam rectam lineam coit. Ita fusiori significatione eæ omnes lineę perpẽdi-



F culariter visui exhibentur, quæ productæ cum radio quopiam optico rectam lineam constituunt, ac vnà in centrum visus porriguntur, cuiusmodi est recta DE, quæ cum radio optico AD in directum protensa pariter cum illo in A centro visus terminatur, licet in superficiem oculi rectis nequaquam angulis incidat, vt ex sexta propositione libri secundi perspicuum est.

Rursus quemadmodum lineæ, ita & superficies perpendiculariter visui obijciuntur: strictè quidem cùm productæ omnia oculi centra pertranseunt, ipsumque oculum bifariàm secant; latè verò cùm per visus quidem centrum, at non totius oculi incedunt, nec oculum secant bifariàm. Perpendicularis situs, quo superficies oculis obuersantur, & is

quo rectæ lineæ idem diagnosticum signum habent, nempe partium inter sua puncta centrumque visus æqualem interpositionem, ita vt radij omnes ab oculo ad prositam superficiem destinati in eodem cum ipsa sint plano: quare & eumdem habent cognitionis modum. Si enim nulla pars præ ceteris eminere cernitur, aut à recta regione deflectere, quod ita apparet, planum perpendiculariter obiectum esse conuincitur. A

PROPOSITIO XXXVII. THEOREMA.

Situs partium inter sese ex notis positionum differentiis perspicuus euadit. B

DISPOSITIO partium in eo præcipuè consistit, quòd pars vna recta sit, altera inflexa; vna dextram, altera læuam occupet; vna elata, altera depressa sit, aliæ media inter hæc loca teneant: his igitur locorum differentiis cognitis, vti propositione 30. huius libri docuimus, ipse partium situs, earumque omnium inter se consensus perfectè, quantum ipsius natura postulat, perspectus erit. In his verò sæpè etiam ratione est opus, quæ singulorum membrorum dispositiones, ex quibus totius corporis situs dependet, inter se conferat. Nam omnes situum differentiæ de illorum sunt genere, quæ ad aliquid ducuntur; nec minùs opus est tempore, quo primò quidem partes omnes sigillatim in cognitionem veniant, posteà verò in vnum totius corporis situm vniuersa illarum multitudo vniatur. Sic ergo ex particularium perceptione compositi situs colliguntur; quod erat explicandum. C

PROPOSITIO XXXVIII. THEOREMA.

Compositi situs ex particularium notitia colliguntur.

COMPOSITI situs sunt, qui ex simplicibus, quos hactenus exposuimus, variè coalescũt, vt sunt pronus, supinus, erectus, inclinatus, obuersus, auersus, inuersus: item sessio, statio, cubatio, ac ceteri eiusmodi qui ex membrorum dispositione proueniunt, quibus propter varietatẽ non sunt imposita propria nomina. Hos omnes ex partium cognitione innotescere palàm est. Vti enim magnitudines ipsæ, quæ partibus constant, nequeunt vno simpliciqué intuitu exactè dignosci, sed ex singularum partium inspectione comprehenduntur, vt libro primo propositione 83. ostendimus; ita situs, qui ex particularibus in vnum congestis efficiuntur, ex partibus sigillatim inspectis dignoscuntur. D

Huius rei hanc rationem adferre liceat, quòd totum ab omnibus simul sumptis partibus nihil discrepet, vt plerique rectè philosophantium probant. Et vt ex nonnullorum sententia concedatur, totum aliud quiddam esse à suis partibus; nihil tamen obstabit quin totius cognitio ex partium cognitione confletur, non secùs ac totum ipsum ex omnibus partibus coalescit. Igitur compositi situs omnes ex particularium notitia colliguntur; quod probandum erat. E

PROPOSITIO XXXIX. THEOREMA.

Quæ ad perpendiculum, aut ad libram constituta sunt, ea in mutuam cognitionem aspectum inducunt.

PRÆTER quamplurimos situs, quibus res aspectabiles variè obtutui repræsentantur, & quos hactenus exposuimus, nonnulli etiam reperiuntur, quorum habitudines non tam ad oculum, quàm ad aliud aliquid referuntur: inter quos præcipui illi sunt, quibus res quædam rectæ aut libratæ dicuntur. recti, exempli gratia, sunt ædificiorum parietes, columnæ, stylobatæ, & quæcumque demum in altum eriguntur: librantur verò pauimenta, tabulata, epistylia, coronices, omnesque planæ sedes quibus noui ordines imponuntur. Rectitudo verticem ac centrum mundi respicit; libramentum verò horizontem. Rectitudnis regula perpendiculum est, libramenti verò libella, aut veterum more chorobates. F

Hæc sæpenumerò solo aspectu diiudicantur, cùm vel perpendiculum, vel libella deest qua veritas expendatur. est porrò incerta horum ex solo aspectu æstimatio, nisi sibi animus

A mus perpendiculum aut libellam effingat, quam cogitatione rebus adiungat non secùs ac faber reipsa: cùm verò nec id mens possit, multò autem minùs adiunctione illa certum iudicium confirmare, ex iis fermè rebus præsidium quærit, in quibus aliquid perpendiculi aut libellæ fide exstructum animaduertit; vt sunt ædes in quibus parietes recti consistunt, coronæ verò ac fasciæ pari libra cum horizonte sunt collocatæ.

Si ergo erectum quippiam sit, quod propendere in aliquam partem videatur, duobus modis aspectus eius periculũ facit. Primus est, cùm eam partem, quæ inclinare videtur, ex aduerso firmi cuiusdam ædificij intuetur: si enim hæc mutuò sibi respondeant, ad perpendiculum consistere vtrumque pronuntiat. Alter est, cùm nullum exstat vicinum
B ædificium, cuius comparatione aspectus iuuetur, vt in aperto campo; tum inquam dubium rei exstructæ latus cum libero horizonte confert, & si quidem rectum angulum deprehendat ad perpendiculum existere, id de quo ambigebat, intelligit. Hic modus non ita vt prior rem facit exploratam, tum quòd visibilis horizon non semper ad libram extentus sit ob terræ inæqualitatem, tum quòd recti anguli æstimatio à solo facta sit visu.

Eadem est libramenti inuestigatio, partim ex illorum aspectu, quæ ex arte librata sunt, partim ex comparatione illorum quæ ad perpendiculum sunt constituta; quamuis & hæc ratio minùsquàm prior sit exquisita.

c DE CONTINVI AC DISCRETI COGNITIONE.

PROPOSITIO XL. THEOREMA.

Continuum ex non interrupta partium coniunctione, ex interrupta verò discretum aspectu colligitur.

D  IRCVLVM argumentando committunt, qui continuitatem ex distantiæ priuatione, ac vicissim ex priuatione continuitatis distãtiam cognosci volunt. Non enim continuitas distantiæ est priuatio, sed potiùs distantia continuitatis aut coniunctionis absentia meritò censeri debet. Est igitur continui verum diagnosticum, non interrupta partium coniunctio; interrupta verò, discreti. Siquidem cõtinuitatis essentia non in priuatione, sed in positiua partium vnione consistit, quam cùm oculus perspicit, continuũ corpus iudicat. Rectè verò: quemadmodum enim ratio mensq; ipsa ignotum interdum per definitionem explicat, alias per essentiæ proprietates in cognitionem adducit; ita visus res latentes aspectu eorum, quæ apparent & ad essentiam pertinent, conspicuas facit.

E Neque ea in re nugacitatis quidquam interuenit, sicut nec in rerum definitionibus. Licet namque idem omnino sint definitum eiusq; definitio; non tamen æquè vtrumque perspicuum est: ita licet idem sint, continuitas & partium coniunctio; hæc tamen quàm illa efficaciùs aspectum mouet. vnde numquam visus continuum aliquid concludit, nisi omnium partium vnionem coniunctionemque lustrando perceperit.

Discretio cùm sit continuitatis oppositum, in priuatione potiùs quàm in positiua contrarietate consistit: quare ex disiunctione partium, seu interrupta coniunctione cognoscitur.

Continuo affine est contiguum. Illa enim contigua esse dicuntur, definitore Aristotele, quorum extrema sunt simul, seque tangunt: illa verò quorum extrema communi
F vinculo colligantur, continua sunt. Quia verò vnio illa, qua partes rei continuæ inter se concrescunt, sub aspectum per se non cadit, fit vt visus contigua à continuis non discernat. vnde ipsum non rarò hallucinari contingit, cùm continua putat quæ se tantùm contingunt; vt lapis recens præfractus, cuius partes arctè iunguntur, integer apparet, tametsi partes eius nullo vinculo inter se coalescant.

A

PROPOSITIO XLI. THEOREMA.

Identitas distinctioq; percipitur ex identitate vel distinctione formarum, quæ in diuersas partes sentientis organi consignantur.

QVÆ sub visum cadunt, multis distinguuntur modis; inter quos is solùm ad rem præsentē facit, qui in qualitatibus aspectabilibus versatur. Has enim dumtaxat visus percipit: substantiam verò, & quæcumque sub his latent, non nisi ex accidenti; vt libro primo propositione 28. ostensum est. B

Enimuerò rerum formæ, quæ ad organum visus appellunt, eamdem distinctionem secum inferunt, quam à rebus, à quibus proueniunt, & quarum sunt velut simulachra quædam, acceperunt. Hanc porrò cùm facultas cernendi percipit diuersis sui organi partibus insignitam, eamdem in rebus distinctionem coloris ac luminis inesse cognoscit, quam in speciebus reperit. Non aliam profectò ob causam, quàm quòd intentionalibus formis ea insit potestas, vt res ipsas, quales sunt, repræsentent. Quarum igitur distinctæ formæ ad aspectum perferuntur, has distingui inter se aspectus diiudicat.

Quæ de colorum ac lucis distinctione diximus, sunt etiam de distinctione communium visibilium intelligenda. Cognoscuntur enim omnia per illos specierum modos, quibus res ipsæ facultatem animæ ad sui dignotionem excitant, vt libro primo propositione 44. est demonstratum. C Vnde si species aliqua directè in mediam visus superficiem impingat, alia obliquè; ipsæ res quæ exhibentur, altera quidem directè, altera verò obliquè opponi concluditur, vtque formæ in oculo, ita res ipsæ foris situ oppositionisque modo distingui iudicantur. Rursus, cuius species maiorem portionem superficiei visus implet, maior apparet illa, cuius species minorem attingit portionem. Hæc proinde magnitudine distingui existimantur. eodemque modo se res habet in iis quæ loco, figura, ceterisq; visibilibus proprietatibus afficiuntur.

Genericas & specificas indiuiduasque distinctiones mens colligit ex illis proprietatibus, quæ vel genus, vel speciem, vel indiuiduum consequuntur. Natura enim vnicuique rei quasdam affectiones indidit, easq; aspectabiles velut latentis essentiæ notas; in quarum numero nonnullæ communes sunt, quibus res illæ inter se conueniunt, quarum eadem est essentiæ ratio, aliæ propriæ, quibus res singulæ distinguuntur, quarum proinde diuersa esse naturæ principia conuincuntur. D Et si quidem in propositis rebus omnes aspectabiles intentiones similes inter se sint, solo numero res illæ distinguentur; si verò in paucis discrepent, diuersarum specierum indices erunt; at si multæ plurimumq; dissideant, generis diuersitatem inducent. Atque ita ex iis quæ sub sensum cadunt, mens latentes rerum identitates ac discrimina ingeniosè eruit. Ipsas autem visibiles qualitates ex propriis imaginibus cognosci in organum consignatis, libro primo propositione 69. est demonstratum. Quare ex iisdem formis ipsæ quoque rerum identitates ac discrimina cognoscuntur; quod erat demonstrandum. E

PROPOSITIO XLII. THEOREMA.

Vnitas ex continuatione vel identitate, vti numerus ex discretione vel distinctione, dignoscitur.

VNVM duobus dicitur modis, continuatione scilicet, & identitate. Vnum continuatione illud vocatur, cuius partes licet indiuidua proprietate distinctæ, quantitatis tamen beneficio inter se copulantur: Identitate verò F vnum illud solùm dicitur, quod alteri comparatum, diuersum ab illo reperitur.

Quot modis vnitas, totidem numerus dici potest. Vnus enim ex dissolutione continui, alter verò ex rerum quæ numerantur distinctione consurgit. Vnde consequens fit, vt continuationis vnitas, partium distinctionem ac numerum admittat: quemadmodum rebus accidit corporeis, quæ partibus quidem constant substantia ac numero distinctis, vno tamen quantitatis vinculo cohærentibus: sic & vnitas identitatis cum diuisione quantitatis consentit, velut in aceruo lapidum, qui secundùm se vnus idemque, in partibus numerum multiplicitatemq; patitur. Porrò corpus omne vnum continuatione, in partibus

A partibus multiplex est; at spiritus vnus quidem est identitate, sed non continuatione, nec secundùm partes numerari vllo modo potest.

His ita explicatis perspicuum est id quod proponitur. nam ex iis vnumquodque cognoscitur, ex quibus constat, si videlicet hæc ipsa sub aspectum veniant: at vnitas ex continuatione vel identitate, numerus verò ex discretione vel distinctione consequitur, vt iam iam ostensum est; vtrumque autem aspectu dignoscitur, vt propositione præcedente est declaratum: igitur ex continuatione vel identitate vnitas, ex discretione autem vel distinctione numerus visu dignoscitur; quod erat exponendum.

Quanta porrò sit multitudo eorum, quæ aspectu discreta distinctáve cernuntur, B solus intellectus numerando assequitur, adiuuante memoria. Postquam enim primum visus aspexit, dum ad secundum progreditur, iam prioris phantasia periit: nisi ergo primum memoria sit asseruatum, & perpetua recordatione velut præsens contineatur, atque eodem modo secundum ac tertium, ceteraq; deinceps, numquam poterit ratio secundum cum primo, ac tertium cum vtroque, cum his verò reliqua, quæ oculus intuetur, in vnam summam definitumque numerum colligere. Ergo ea, quæ visus discreta distinctáve agnoscit, connumerare, atque ex omnibus certum numerum constituere solius mentis est opus, quæ id potissimùm intelligentia & recordatione efficit.

C DE MOTVS ET QVIETIS COGNITIONE.

MOTVVM PARTITIONES.

D *MOTVS alius ad locum est, alius ad qualitatem. De motu locali in præsenti non agimus, sed de eo qui est ad qualitatem. Hæc namque aut per se primò visu cognoscitur, vt cùm lumen vel colores gignuntur, quòd hæc sint proprium visus obiectum, aut certè nullo modo ad intuitiuam facultatem spectat, vt cùm ad illas ducit qualitates, quæ visu non percipiuntur. At localis motus ex iis est, quæ visu quidem dignoscuntur, sed ad alios quoque nonnullos sensus pertinent. Quare præsentis negotij est eius tractatio. Priusquam verò ad rem accedamus, operæ pretium erit illius species ac differentias recensere.*

Inter simplices loci mutationes prima illa est, quæ Latio nuncupatur. Est autem Latio, E *cùm res tota de vno loco in alium commigrat. vna quidem recta, vt qua lapis deorsum, aut ignis sursum contendit; alia circularis, vt qua lunare corpus circum epicycli axem fertur. Ita enim hoc motu circumducitur, vt maculosa eius facies semper ad nos prospectet, quod ceterorum astrorum nulli contingit; ea tamen omnia circa cælorum axes circulari latione feruntur, siue ab ortu in occasum per meridiem, siue contra ab occasu in ortum.*

Gyratio est cùm res tota eodem consistens loco, secundùm partes locum mutat, duobus dumtaxat punctis exceptis, quos polos vocant seu cardines: cuiusmodi est cælorum F *motus, præter eum qui octauo proprius est.*

Inter compositos motus, Volutatio est cùm res gyratione simul & latione mouetur. Volutatio vna quidem ex gyratione & recta latione constat, qualem videre est in curruum rotis, & globo cùm per decliuem descensum præceps ruit: alia verò ex gyratione & circulatione, vt qua planetæ ceteri, præter solem ac lunam, epicycli simul ac cæli motu voluuntur; sole inquam excepto, qui non habet epicyclum, & luna, quam paulò antè ostendimus ita ferri motu epicycli, vt eadẽ eius facies ad nos perpetuò conuertatur.

Agitatio seu trepidatio, vna fit ex crebra motus recti in contrarias partes repetitione, qua in primis conspicuè cientur animalia illa quæ stabili sede degunt, nec loco efferuntur, vt conchæ, & quæ ζωόφυτα seu plantanimalia à philosophis vocãtur. Nil verò in præsenti interest, siue ea mediam inter frutices & animalia naturam obtinere dicantur, siue animalia nuncupentur. Hæc inquam certis affixa locis ceu plantæ locũ omnino mutare cùm nequeant, identidem sese exerunt ac retrahunt, sicq; animantium ritu si pungantur, corporis agitatione doloris sensum indicant. Alia fit ex circulari motu numquam peracto, sed vicissim eunte ac redeunte, qualis in horologiorum momentis cernitur. Alia fit ex diuersis orbicularibus motibus, qua vnum idemque corpus circum diuersos axes cietur, cuiusmodi est motus signiferi firmamenti, quem trepidationis Astronomi vocant. Alia ex recto ac circulari motu crebrò repetitis componitur, qualem subeunt curruum rotæ per loca aspera agitatæ. A B

Prætereo progressionem, reptationem, volatum, natationem, cursum, incessum, saltationem, ascensum, descensum, casum, & ceteros motus, qui præter præcedentes differentias solum respectum ad corporis situm, vel ad mundi plagas adsignificant. C

PROPOSITIO XLIII. THEOREMA.

Motus plurimùm cognoscitur ex oculi motione.

ROPOSITIONE 10. libri secundi ostensum est eam vim insitam esse oculis, vt in axium concursu res obiectas perspicacissimè videant. vnde & illud naturæ oculorum consentaneum esse oportet, vt rei obiectæ lationem promptissimè sequantur, iunctosq; axes in eam semper contineant: nempe vt accuratissimo obtutu eam perpetuò comitentur.

Hinc fit vt dum præterlabentes amnes attentiùs contemplamur, nequeamus etiam cùm volumus aspectum continere, quin decurrentes fluctus intuendo prosequamur. cùm enim maximè putamus nos firmasse acies, miramur subitò eas cum prætereunte amne defluxisse: quòd nimirum id naturale sit oculis, vt motum rei sponte prosequãtur, aciesque in rem motam continuò dirigant, non secùs ac si quiesceret. Id verò quia fieri nequit, nisi ipsi oculi pariter moueantur; consequens est, vt rem motam ex eo maximè aspectus persentiat, quòd ipsi oculi in rem continuò defixi vnà moueantur. Quod sanè non minùs perspicuè experimur, cùm nocte emissitij quidam ignes cometarum more euibrantur: hos enim iugatis axibus intuendo prosequimur, indeq; in altum efferri cognoscimus. Tenebris namque omnem prospectum eripientibus, præter motum visui organi nil omnino præsidij superest, quo illorum lationem cognoscamus. Percipi verò oculorum motum ab interna animæ facultate libro primo proposit. 20. docuimus: igitur motus ex organi visui motione plurimùm cognoscitur. D E

Ex hac organi motione, spiritus interdũ ipsi præter naturam concitantur, ita vt ex aspectu eorum, quæ in gyrum ocyssimè aguntur, vertiginem subinde patiamur; & postquam celeribus equis diu vecti fuerimus, in quiete nihilominùs equitare nos arbitremur, quæ quidem aspectus sunt fallaciæ, sed ex hac causa prognatæ, & ad confirmandum propositum maximè idoneæ.

PROPOSITIO XLIV. THEOREMA.

Si motus oculi insensibilis sit, & rei motus imperceptibilis erit. F

VPLICI de causa fieri potest vt oculi motus sit insensibilis; aut scilicet propter paruitatem, aut propter tarditatem. Ob paruitatem magnitudines quasdam aspectum latere, libro primo proposit. 54. ostendimus, & ex eo patet quòd eæ intuitiuæ facultati corporeo membro insertæ minùs sint accommodatæ. Sic & ob tarditatem aliquando insensibilem esse motum hinc probatur, quia tarditas quietis quodammodò est æmula, motumque à propria seu volubili natura abductum, constantiæ ac firmitati propinquiorem facit, quod videre est

in

A in ſolaribus vmbris, & in horologiorum indicibus, & in vegetantium incrementis, ac ſexcentis aliis; quæ non moueri ſed mota eſſe, poſt aliquod temporis interuallum animaduertimus.

Vtcumque verò oculorum motus ſit inſenſibilis, dico & rei motum imperceptibilem eſſe. Priùs enim cognitum eſſe oportet id, quod in alterius cognitionem deducit; at motus oculi diagnoſticum eſt eius motus, quo res aſpectabilis cietur, vt paulò antè eſt demonſtratum propoſit. 43. ergo ille, vt hunc cognitum faciat, priùs ſub aſpectum veniat neceſſe eſt. Ex cuius conſequentis oppoſito, ſi inſenſibilis ſit oculi motus, rectè concludere licet oppoſitum antecedentis, nempe & rei motum imperceptibilem eſſe; quod
B erat propoſitum.

PROPOSITIO XLV. THEOREMA.

Quieſcente oculo, motus deprehenditur ex diuerſo corporis ſitu, diſtinctis momentis ſenſibilis temporis deprehenſo.

C PER ſitum hoc loco non illum tantùm intelligimus, quo partes ſingulæ certo quodam ordine in corpore diſponuntur; ſed illos etiam quos oppoſitionis & obuerſionis nominant, reliquoſq; hoc libro ad propoſit. 31. explicatos nec non illum, quo res propiùs; aut remotiùs ſita eſſe dicitur, quamuis hic magis ad diſtantiam pertineat.

Cùm verò ſitus omnis, proprietas quædam ſit loci; fieri omnino non poteſt, vt citra loci mutationem ſitus vllus mutetur. Quare rectè ex diuerſo ſitu, diſtinctis inſtantibus ſenſibilis temporis annotato, motum cognoſci aſſerimus. nam momento temporis ſitum mutari impoſſibile eſt; quæ autem eumdem ſitum retinent, immota perſtant; & quæ inſenſibili tempore mutationem ſubeunt, mota quidem eſſe, at non moueri videntur. Igitur motum ex ſitus mutatione dignoſci perſpicuum eſt, quòd ſcilicet mutato conſpicuè ſitu tempore ſenſibili, mutari etiam perſpicuè locum ſit neceſſe.

D

PROPOSITIO XLVI. THEOREMA.

Motum prætereà quieſcens oculus ex parte organi ſucceſsiuè affecta perſentiſcit.

SPECIEBVS organo impreſſis, omnia percipiuntur, vt ſæpè ſuperiùs oſtenſum eſt, & præcipuè libro primo propoſit. 69. Communia item viſibilia, quamuis à primariis obiectis reipſa non diſtinguantur, ſed ſint illorum dumtaxat modi, quibus quodammodò afficiuntur; tamen per proprias formas dignoſcuntur, quæ vt modi quidam ſpecies primarias tan-
E tummodò afficiunt, ab eiſdem reipſa minimè diſtincti, vt lib. primo propoſit. 44. docuimus. Igitur quemadmodum rei cuiuſpiam ſpecies organo impreſſa rem ipſam repræſentat, ita ſpecies eadem per organum continua quadam ſucceſſione delata rem exhibet motam. Nam diuerſa organi loca continuò occupans, rem quoque alio atque alio in loco ſucceſſiuè repræſentat.

Simile quiddam in ſenſorio tactus manifeſtè deprehendimus. hac namque vnica ratione contingit motum tactu ſentiri, quòd ſcilicet res per ſenſorij ſuperficiem continuò delata, alium atque alium ſemper obtineat. Quod autem tactui accidit per rei ipſius coniunctionem, hoc viſui per præſentem ſpeciem obiecti vicariam euenire neceſſe eſt; quod erat propoſitum.

F

PROPOSITIO XLVII. THEOREMA.

Interdum etiam motus per ſe cognoſcitur ex loci ipſius mutatione.

MOTVS nil aliud eſt, quàm continua quædam minimeque interrupta loci mutatio: locum autem viſu dignoſci, ſuperiùs propoſitione 26. eſt demonſtratum: ergo ſi res obiecta, quouis momento ſenſibilis temporis, alio ſemper atque alio in loco exiſtere cernatur, dubio procul moueri intelligetur.

Eſt verò hic modus non infrequens; præſertim cùm viſus proprium rei locum è mo-

derata distantia exactè discernit: aliàs enim aut ex organi motu, vt propos. 43. aut ex situs A
mutatione, vt propos. 45. aut ex alia atque alia organi parte successiuè affecta rei motus cognoscitur. Quos omnes modos ceu quædam supplementa visiuæ potentiæ natura concessit, vt ipsi præsidio sint, cùm per se motum percipere non valet; siue ob immoderatam distantiam, siue quòd quis altero orbatus sit oculo. Neque enim vno tantùm oculo, neque maximo interuallo ea loci mutatio, qua mobile accedit aut recedit, cognosci per se potest, sed ex accidenti solùm, adhibitaque ratiocinatione, vt iam dictum est.

PROPOSITIO XLVIII. THEOREMA.

Motus accessus & recessus iisdem colligitur modis, quibus distantiæ quantitas. B

IN prima prænotatione ad primam huius libri propositionem, diximus distantiam rei designari radio optico, ab oculo ad rem ipsam pertinente, sic vt longiùs illa absint, ad quæ longior radius protenditur; ad quæ verò minor, ea sint viciniora. Quare motus qui per opticum radium incedit, secundùm distantiam effertur, corpusque quod ea latione accedit vel recedit, quantitatem distantiæ immutat. Ex quo sequitur hunc motum, quem opticus radius metitur, iisdem modis cognosci, quibus distantiæ quantitas in cognitionē deuenit. C

Est verò non vnus distantiam cognoscendi modus. nam per se quidem duorum oculorum beneficio ex axium opticorum longitudine percipitur, vt hoc libro propositione quarta ostendimus. Sic ergo & motus. Accessio scilicet ex contractis continuò axibus, ex productis autem recessio conuincitur.

Ex accidenti verò colligitur motus, vt & distantia ex corporibus, quæ inter rem atque intuentem reipsa intercedunt, vt propositione secunda huius libri fusiùs est explicatum. Nam longiùs ea abducuntur, quæ plura semper corpora versus spectatorem relinquunt; quæ verò pauciora, hæc propiùs adducuntur.

Deinde ex continua apparentis magnitudinis euariatione, licet quoque motum ex accidenti colligere, vt propositio quinta edocet. Cùm enim communi notione omnibus D
persuasum sit, quæ propinquiora sunt maiora, quæ verò remotiora minora apparere; consequens est, vt res illæ oculo accedere existimentur, quæ sensim augescunt, illæ autem recedere, quæ paulatim minuuntur. Qua argumentandi forma non rarò vtimur, cùm volantes aues per directum visus radium ferri videmus, dubij an accedant, an verò recedant: nam cùm propter interiecti spatij inanitatem non sat certò æstimari possit distantiæ augmentum vel decrementum, quibus per se directus motus cognoscitur, necesse habet mens ad aliena hæc præsidia confugere, quibus licet ex accidenti, certò tamen in cognitionem ignoti motus ratiocinando ducitur.

Simile omnino argumentum ex propositione sexta sumi potest. Cùm enim ex illa constet aspectui viciniora perspicaciùs videri, remotiora autem obscuriùs; necessariò se- E
quitur ea appropinquare, quorum intuitus pedetentim clarescit; illaq; dimoueri, quæ magis magisque obscurantur. Hoc etiam mentis discursu ij persæpè vtuntur, qui iter faciunt: contingit enim quandoque, vt penitus ignorent, an quos ante se vident, abscedentes an accedentes dicere debeant: ac tunc considerata attentiùs aspectus mutatione, si articulatior fiat, accedere illos pronuntiant; si obscurior, recedere.

PROPOSITIO XLIX. THEOREMA.

Cetera motuum differentiæ percipiuntur è spatio, per quod res visæ cientur. F

MOTVVM differentiæ ac species, vt philosophi docent, sumuntur ex figura spatij quod res delatæ pertransiunt. Eiusmodi est enim motus, cuius formæ est spatium, quod percurritur. vt si quidpiam per rectam feratur lineam, rectus erit ipsius motus; si per circularem, circularis; mixtus autem, si per circularem & rectam simul, quales sunt volutatio & trepidatio. At figuram aspectu dignosci superiùs hoc libro ostensum est. Ergo ex figura formaq; spatij, per quod vnumquodque cietur, motuum species ac differentiæ cognoscuntur.

Qui

A Qui verò motus ad aliquid sunt, & respectum quemdam prætereà adsignificant, siue ad corporis partes, vt progressio, reptatio, volatus, natatio, incessus, cursus, saltatio; siue ad positionum, quas vocant differentias, vt ascensus, discensus, ac lateralis motus; hi omnes, perceptis simul cum loci continua mutatione partium situ aut positionum differentiis, exactè cognoscuntur. Hæc enim omnia visu cognosci, & quo pacto in cognitionem ex aspectu veniant, suo loco superiùs est explicatum.

PROPOSITIO L. THEOREMA.

B *Motus omnis sensibili percipitur tempore.*

QVONIAM in tempore fit motus, non nisi tempore percipi à visu potest. Si enim instanti perciperetur, existeret in instanti; tum siquidem motum esse oportet, cùm videtur: at in instanti motum existere est impossibile, quia partibus sibi mutuò succedentibus constat: ergo nec instanti percipi potest, sed tempore. Nam partes quæ priùs existunt, priùs cognitas esse oportet, illas verò posteriùs quæ pòst sequuntur. Vnaquæque enim tum percipitur, cùm præsens existit.

Iam verò motum, qui visu dignoscitur, tempore sensibili percipi, ita demonstratur:
C Motus percipi non potest, nisi partes eius priores ac posteriores, ex quibus componitur, distinctè comprehendantur: at singulis eius partibus, hoc est singulis locorum mutationibus, diuersa respondent temporis momenta, seu partes quibus illæ cognoscantur: ergo quo modo singulæ mutationes visu percipiuntur, ita & singula temporis momenta. Sed ex perceptibilibus mutationibus mutuò sibi succedentibus sensibilis fit motus; igitur ex sensibilibus momentis, tempus consurgit sensibile. Quare cùm sibi vndique motus tempusque respondeant, visibilem motum tempore sensibili percipi necesse est; quod erat demonstrandum.

Hinc fit, vt quoad aspectum tempus mensura quædam sit motus, non quæ eius magnitudinem, sed quæ velocitatem ac tarditatem metiatur. Nam motus quantitatem, spa-
D tium quod conficitur, determinat: at velocitatem tempus breue, longum verò tempus in æquali spatio tarditatem inducit, vt mox dicemus.

PROPOSITIO LI. THEOREMA.

Velocitas tarditasq; motus cognoscuntur ex inæqualitate temporis, quo mobile æqualia percurrit spatia; vel ex inæqualitate spatiorum, quæ æqualibus temporibus conficiuntur.

E VELOX dicitur motus, quo mobile breui tempore magnum conficit spatium; tardus verò, quo paruum spatium longo tempore percurrit. Ex quo fit, vt pari velocitate illa moueantur, quæ æqualibus temporibus æqualia spatia traijciunt; impari autem, quæ vel inæqualia spatia æquis temporibus, vel inæqualibus temporibus æqualia spatia emetiuntur: ocyusque illud feratur, quod aut breuiori tempore æquale spatium, aut minus spatium æquali tempore absoluit. Cùm igitur spatiorum magnitudines aspectus complectatur, per superiores demonstrationes, tempusq; ex motu ipso, cuius est duratio, perspectum sit, ex horum paritate aut disparitate visus in cognitionem velocitatis tarditatisq; certissimè ducitur; quod probandum erat.

F Clarius hoc euadit ex vsu quotidiano: nam & in hippodromis, & olim in circensibus aliisq; spectaculis, in quibus certamen erat velocitatis, aut certæ constitutæ erant metæ, quæ spatium aliquod definirent, quas qui prior attigisset, spectatorum aut agonothetarum suffragiis, velocitatis palmam obtinebat: aut certè si libero campo equi committebantur; ille generosissimus & pernicissimus habebatur, cuius, vt ait Poëta,

Clara fuga ante alios, & primus in æquore puluis.

Idem in nauali certamine spectatur, in quo omnis nauarchorum sociorumq; naualium conatus est, vt se mutuò remis velisque præuertant, antequam aut ad designatum portum, aut ad præstitutum in mari terminum perueniant.

PRO-

A

PROPOSITIO LII. THEOREMA.

Motus, si tardus est, ex comparatione vicini corporis quiescentis percipitur.

INTER cetera externa præsidia, quibus aspectus in cognitionem motus velut manu ducitur, familiarissimus ille est, quo facta collatione eius quod mouetur, cum vicino aliquo corpore quiescente, moueri illud colligit, cùm intercapedinem vtriusque sensim ac successiuè augeri minuíve B animaduertit. Certissimum enim motus indicium est distantiæ euariatio.

Hæc ratio motum cognoscendi tametsi perfrequens sit, maximè tamen in tardioribus motibus locum habet. Hi namque cùm per se minùs conspicui sint, non rectè ex organi visiui motu, aut ex loci ipsius situúve mutatione, aut ex speciei visibilis per sensorij superficiem discursu cognosci possunt. Siquidem hæc diagnostica signa non minùs obscura sunt, quàm ipsi motus, cùm eadem in illis tarditas spectetur, quæ in ipsis externis motibus. Quare diuina prorsus ratione effectum est, vt motus (cuius cognitio ad humanam vitam societatemque tuendam quammaximè est necessaria) pluribus modis dignosceretur; è quibus aliqui semper præstò essent, quorum ope facultas cernendi in aliorum defectu vti posset. Sic nubes ferri ex proximarum ædium aspectu cognoscimus, C præsertim cùm de earum velocitate aut tarditate certiores fieri volumus; hæc enim non æquè in patente campo percipi possunt, ac vbi propinqua quædam sunt signa, quorum intuitu cognitio iuuetur. Sic cælos variis motibus circumferri ex mutatis siderum interuallis certò colligimus: sic præterlabentes amnes ac naues ex riparum vicinitate: sic denique rerum ferè omnium lationes nulla re promptiùs euidentiusque, quàm ex quiescentium corporum propinquitate tacita quadam argumentatione obseruamus: tum verò maximè cùm tardiores sunt motus, qui nisi proximi alicuius signi quiescentis intuitu, percipi nulla alia ratione possunt.

PROPOSITIO LIII. THEOREMA. D

Quæ tardè mouentur, non moueri, sed mota esse deprehenduntur.

ID proprium est tardioribus motibus, vt ex comparatione corporis quiescentis agnosci debeant, quemadmodum antecedente propositione ostensum est, quòd scilicet ipsi per se non satis conspicui sint. Vnde ex continua euariatione distantiæ, quæ inter id quod mouetur, & id quod quiescit corpus interiacet, discernuntur. at quemadmodum ipsi motus per se obscuri sunt propter tarditatem, ita ipsæ quoque euariationes distantiæ sensibili tempore sint E insensibiles.

Quocircà moueri illa quidem non percipimus, cùm spatia, quæ sensibili tempore conficiuntur, sensum penitus effugiant: sed mota esse post longiorem temporis moram deprehendimus, cùm primùm nempe spatij decursi quantitas sensibilis esse incipit. Sic arbores videmus creuisse, non crescere; sic horologiorum indices, vmbrasque gnomonis signa horarum pertransiisse, non circumagi; sic demum quæcumque tardè feruntur, non moueri, sed mota esse deprehendimus; quod erat ostendendum.

Est verò ea cognitio tempore interrupto, quàm continuato, magis conspicua: plus namque discriminis inter priorem & longè posteriorem mutationem intercedit, quàm hanc inter & proximè antecedentem. quare continuo intuitu minùs perspicuæ sunt F mutationes, quàm interrupto. Quod experientia quoque attestatur; nam adolescentium incrementa, non ita animaduertunt contubernales, qui illos perpetuò vident, vt illi, qui longa interposita mora, cùm antè pueros nossent, iam viros mirantur. Quod & in ceteris grauioribus mutationibus quæ successiuè fiunt, licet animaduertere. Quapropter superuacaneum foret plura huius farinæ exempla attexere, cùm res ipsa per se sit notissima.

PRO-

A

PROPOSITIO LIV. THEOREMA.

Quies percipitur è visibili eumdem locum situmq; tempore sensibili obtinente.

B DEFIXA oculorum acie in rem quampiam sensibili tempore, si ea nullo temporis momento locum situmve mutasse deprehensa fuerit, quieuisse rectè iudicabitur: si enim mota fuisset, locum situmve mutasset; siquidem loci sensibili tempore situsve mutatio in definitionem motus venit: igitur si constans eodem loco situq; cognoscitur, quiescere conuincetur. Quies ergo è visibili eumdem locum situmque tempore sensibili obtinente colligitur; quod erat probandum.

Scire autem quis volet, quo argumento res locum nullo temporis puncto mutasse cognoscatur. Respondeo non simplici aspectu aut solo intuitu id percipi, sed ex plurium negatione; si nimirum neque oculus mora aliqua temporis contuendo loco sit mutatus, neque res distantiam aut magnitudinem variauerit, neque alia pars sentientis organi sit affecta, neque aliud quidpiam deprehensum sit, vnde loci mutationem consequi sit necesse. Horum enim si nihil deprehensum sit, quieuisse id quod videtur, tractu illo tem-
C poris certissima ratiocinatione colligitur.

DE MEDIORVM OBIECTORVM COGNITIONE.

D LIBRO *primo prop.29. à communium obiectorum numero reiecimus* TRANSPARENTIAM OPACITATEM, VMBRAM TENEBRAS, SIMILITVDINEM DISSIMILITVDINEM, PVLCHRITVDINEM DEFORMITATEM; *quamuis nonnulli ea inter communia adnumerent: at perperàm nostra quidem sententia, quòd nullo alio sensu, quàm visu dignoscantur. Non sunt autem de genere illorum quæ eo loci propositione 28. propria diximus, quòd non tam visu, seu facultate cernendi oculis insita, quàm interno sensu communium obiectorum more colligantur, vt ex singulorum enarratione palàm fiet.*

Quare media illa inter propria & communia esse ostendimus, vtpote quibus com-
E *mune aliquid cum vtrisque intercedit. Nam cum propriis hoc conueniunt, quòd nullo alio sensu cognoscantur, quàm visu: qua nota non tantùm à communibus, verùm etiam ab iis quæ ex accidenti sub aspectum cadunt, distinguuntur. Hæc enim vti communia aliis quoque sensibus ex accidenti sese ingerunt; velut corporea substantia sub tactilibus qualitatibus delitescens æquè tactu ac visu sub aspectabilibus ex accidenti percipitur: at media quæ vocamus obiecta solo hauriuntur aspectu, quod ex ceterorum sensuum dignotionibus patet. Communibus verò obiectis media in hoc consentiunt, quòd*
F *eorum species ac formæ visibiles non sint à speciebus colorum aut luminis reipsa diuersæ, sed vel modi harum tantùm, aut earum priuationes, qua nota à propriis discriminantur.*

De his igitur, quæ media obiecta vocamus, post communium explanationem pauca dicenda supersunt coronidis loco, vt huius libri epilogum claudant.

PRO-

A

PROPOSITIO LV. THEOREMA.

Transparentia è rebus post trans corpus interiectum apparentibus syllogismo colligitur.

PER se quidem corpus diaphanum non videtur, nisi qua portiunculam aliquam opacitatis habet, vt libro primo propositione 53. ostendimus. Quæ verò mixtam habent perspicui atque opaci naturam, vt chalcedonius, cornu in laminas diductum, charta oleo perlita, ac similia, per hæc B turbida quædam eaque pertenuis lux conspicitur, quemadmodum & per suffusiones: at formæ colorum, aut figuræ, lineamentaq; rerum non transparent. Vnde qui suffusionibus infestantur, præter confusam lucem nihil horũ accurate dignoscunt. Quò porrò lux quædam per hæc corpora traijcitur, eatenus diaphana quodammodò esse iudicantur. Sic igitur se habet natura perspicui, vt ex transmissione specierum, rebusque post trans corpus spectatis dignoscatur. qua in re mens apud se tacitè in hunc modum ratiocinatur: Diaphanum esse oportet id, quod spectabiles rerum formas transmittit, vt ex ipsius natura libro primo explicata manifeste constat: at rerum propositarum species seu formæ visibiles per hoc interiectum corpus transuehuntur (siquidem per ipsius densitatem res apparent videntur que:) igitur ex rerum post trans interiectum cor- C pus apparentium intuitu ipsa διαφανεία argumentando colligitur; quod erat propositum.

PROPOSITIO LVI. THEOREMA.

Opacitas ex aspectus prohibitione percipitur.

VTI diaphana corpora lumen formasq; rerum spectabiles ad visum transmittunt, sic adiopta has ipsas prohibent, atque obtutum ab eorum conspectu arcent, vt fusiùs libro primo propositione 53. est explicatum: ex quo fit, vt visum terminent ac finiant, ne scilicet vlteriùs protendatur. D Sunt autem eiusmodi ea omnia corpora quæ colore aliquo aut luce fulgent, vt libro primo propositione 31. demonstrauimus. Cùm enim in termino visus, quem horopterem libro secundo nominauimus, vniuersa conspiciantur, atque omnium perspicacissimè in axium opticorum concursu, vt propositione 10. libri secundi ostensum est: sanè si corpora quæ colore aut luce nitent, quæque ad ciendum aspectum sunt comparata, perspicua essent, visum non terminarent, ac adeò minùs exacte perspicerentur. nunc verò opaca illa esse oportuit, vt visum terminent. Si igitur propositum aliquod corpus ita aspectum definiat, vt nullo modo vltrà progredi patiatur, opacum illud esse visus certissimò concludet, argumento ex natura opaci desumpto, cui proprium est aspectum à rebus post ipsum existentibus arcere. E

PROPOSITIO LVII. THEOREMA.

Vmbra ex vicinia lucis maioris spectatur.

QVAMQVAM vmbra lucis maioris priuatio quodammodò sit, eo nimirum sensu, quo lux minor non continet maiorem; non tamen absolutè priuatio lucis dici potest, vt quidam malè arbitrantur, sed lux minor in luce maiore. Vnde lux secunda primæ comparatione est vmbra, & tertia F cum secunda collata vmbra est, sicq; deinceps sequens semper prioris, hoc est minor maioris respectu dicitur vmbra: at tertia lux secunda, id est minor semper maiore densior est atque obscurior vmbra.

Quapropter vmbra (quam lucem minorem iam esse constat) in minore luce existens, non vmbra sed lux absolutè dici debet, nec eius comparatione vt vmbra cernitur, sed vt lux. Ex quo fit, vt vmbra, hoc est lux minor nequeat vt vmbra spectari, nisi in maioris lucis vicinia, quæ clariùs quàm illa elucescat.

PRO-

A

PROPOSITIO LVIII. THEOREMA.

Tenebræ ex totius luminis absentia cognoscuntur.

NON secùs vmbra ac lux ipsa intensione & remissione euariat, semperque lux minor maioris collatione vmbræ rationem habet. hinc autem fit vt nusquam vmbra propter diminutionem deficiat, nisi vbi in tenebras, hoc est, in meram luminis priuationem desinit. Quare si ita obscura sint omnia, vt nullum omnino lumen spectetur (licet exiguum quoddam re-
B uerà adhuc superfit) has tenebras dicemus. At quandoquidem nullo vmquam tempore id euenire potest, solemus densissimas vmbras tenebras nuncupare; cùm nimirum adeò obscuræ sunt, vt ne minimi quidem luminis appellationem mereantur. Sicq; accipienda est propositio, vt tenebræ ex totius luminis conspicui priuatione dignosci intelligantur: sic vt tum affusas rebus tenebras mens iudicet, cùm externus visus nullum in aëre lumen perspicuè deprehendit.

PROPOSITIO LIX. THEOREMA.

C

Similitudo ex conuenientia, dissimilitudo ex diuersitate visibilium formarum, virtute sensus communis elicitur.

DE ea tantùm similitudine ac dissimilitudine hoc loco agimus, quæ in visibilibus qualitatibus reperitur; non autem de ea quæ in ceteris: hæc enim ad alios sensus spectat; nempe sonorum similitudo ac dissimilitudo ad auditum, odorum ad olfactum, saporum ad gustatum, tactilium qualitatum ad tactum; sic inquam visibilium qualitatum similitudo & dissimilitudo ad aspectum pertinet.

Hanc autem ex visibilium specierum similitudine ac dissimilitudine percipi ita de-
D monstratur: Communi sensui ea vis inest, vt sensibilium formarum proprias differentias agnoscat & distinguat, vt libro primo propositione 88. est declaratum. In quibus ergo visibilibus speciebus nullũ discrimen visus perspiciet, harum primitiuas qualitates similes esse iudicabit; in quibus verò discrimen animaduerterit, harum qualitates dissimiles arguet. Nam species, rebus à quibus prosiliunt, similitudine quadam respondent, non quoad naturam, sed repræsentandi vi ac proprietate, vt libro primo propositione 45. ostendimus. Quare quæcumque discrimina ac similitudines speciebus insunt, has rebus primùm inesse, velut in origine, necesse est, atque hinc in species transfundi, quæ postmodum, quidquid in obiectis existit, aspectui repræsentat.

PROPOSITIO LX. THEOREMA.

E

Pulchritudo ex omnium visibilium proprietatum symmetria, turpitudo verò ex earumdem asymmetria per discursum comprehenditur.

PLATO in Hippia maiore apertè docet vim pulchri percipi primùm ratione & intelligentia; deinde duobus sensibus, aspectu & auditu. Pulchrum enim illud censetur, quod ex grata iucundaque earum intentionum, quæ sub aspectum cadunt, proportione constat. Absolutè illud qui-
F dem, in quod omnes omnino eæ intentiones symmetræ conueniunt; ex parte vero id, in quod aliquæ tantùm, reliquis existentibus asymmetris, è quibus turpitudinis deformitatisque nota colligitur. Interdum enim ex vnius aut alterius visibilis proprietatis mensura, aliàs ex plurium simul commensuratione pulchritudo æstimatur. Nam quibusdam in rebus sola magnitudo aut paruitas decori est, aliis figura gratiam confert, in nonnullis situs commendatur, in aliis ordo ac dispositio, sicque in ceteris; plurimùm verò, vt est apud Aristotelem lib 4. de diuina sapientia secundùm Ægyptios cap. 5. in colore atque figura pulchritudo versatur, prout hæc sua moderatione oblectant: quorum omnium exempla superuacaneum esset recensere, quippe cùm in vnoquoque rerum genere innumera pænè cuiuis occurrere possint.

R Specta-

Spectatur verò etiam ea proportio quæ venustatem confert, non tantùm ex rei ipsius A
natura, quemadmodum pulchrum illud in quouis genere dicitur, quod eam habet omnium partium compositionem, quam vsus functioque, ac finis, ob quem instituta res est, obtinuit; verùm etiam ex consuetudine ac hominum opinione.

Ex fine propriaq; functione laudabilis ille est equus, cui

Virgil. 3. Georg.

—— ardua ceruix
Argutumq; caput, breuis aluus, obesaq; terga,
Luxuriatq; toris animosum pectus: honesti
Spadices, glaucique: color teterrimus albis,
Et giluo: tum si qua sonum procul arma dedere, B
Stare loco nescit, micat auribus, & tremit artus,
Collectumq; premens voluit sub naribus ignem.
Densa iuba, & dextro iactata recumbit in armo:
At duplex agitur per lumbos spina: cauatq;
Tellurem, & solido grauiter sonat vngula cornu.

cui inquam corpus breue, tibiæque altæ & graciles, ad celerem cursum aptiores; caput paruum in erecta ceruice, ne pondere ac mole in anteriorem partem motum præcipitet; cauda densa promissaque, ad motus directionem; volubiles ac micantes oculi, ad circumspectionem.

Ex consuetudine verò Æthiopibus niger torridusque color albo in hominum corpo- C
ribus venustior. Et apud eumdem Poetam,

—— Optima toruæ
Forma bouis, cui turpe caput, cui plurima ceruix,
Et crurum tenus à mento palearia pendent.
Tum longo nullus lateri modus: omnia magna:
Pes etiam, & camuris hirtæ sub cornibus aures.
Nec mihi displiceat maculis insignis, & albo:
Aut iuga detrectans, interdumq; aspera cornu,
Et faciem tauro propior, quæq; ardua tota,
Et gradiens ima verrit vestigia cauda. D

Denique ex hominum opinione illud omnino excellentius augustiusque existimatur, quod vniuscuiusque ingenio ac propensioni magis est accommodatum. Cuius rei exempla in nulla re clariùs, quàm in pictoria elucent. Natura enim melancholici grauitatem in omnibus affectant, mansueti ac phlegmatici quamdam etiam in rebus ferocibus modestiam ac suauitatem: quorum ingenium acre & audax, hi figuras magnas, gestus liberales, vestes profusas, & omnia maiore efficacia atque energia depingunt: quibus angustus est animus, pectusque suppressum, his paruæ figuræ magis arrident, in quibus res ipsas mutilas contractasque efformant. Qualia nempe vnusquisque animo concipit iuxta naturæ inclinationem, talibus delectatur & capitur, eademque præ ceteris sibi effingit, deligit atque collaudat. E

Ex quibus perspicuè inferri potest, pulchri ac turpis æstimationem ex ratione magis quàm ex aspectu pendere; tametsi qualitates illę, in quibus pulchritudo ac turpitudo consistit, visu percipiantur. Cuius rei id quoque magnum est argumẽtum, quòd hæ proprietates à subiecto nequaquam emanent: si enim è subiecto prodirent, oporteret pro maiore subiecti quantitate maiorem quoque pulchritudinem turpitudinemq; existere: atqui animaduertimus in paruo corpore formam non minùs, imò etiam interdum magis oblectare, quàm in magno: igitur non ipsius pulchritudinis ratio, sed fundamentum in corpore est positum. Atque eapropter pulchritudo atque deformitas solo intellectu per discursum, non verò externo visu percipiuntur; quod erat propositum.

FRAN-

FRANCISCI AGVILONII
E SOCIETATE IESV

OPTICORVM LIBER QVARTVS DE FALLACIIS ASPECTVS.

ARGVMENTVM.

RECENSITIS *superiore libro communium obiectorum cognitionibus, ad aspectus errores (quod antè non semel promisimus) gradum facimus. Sunt verò ij adeò crebri ac varij, vt meritò dubitare quis possit, sæpiúsne visus hallucinetur, quàm rectè sentiat. cùm enim communium obiectorum cognitiones, in quibus potissimùm fallaciæ aspectus contingunt, non ita sint certæ ac euidentes vt propriorum, quemadmodum ex superiore libro constat, non dubium est, quin circa ea innumeris ferè modis hallucinetur aspectus. Sic prouidus naturæ machinator Deus Opt. Max. nobilissimam oculorum vim atque efficaciam attemperauit, vt ceteris quidem sensibus dignitate*

præstaret, at mente inferior esset, tum propter ignobiliorem naturæ conditionem, tum A
propter incertitudinem functionis. Si namque semper erraret, nulla existeret in rebus scientia, quod ineptè Academici contendebant. Si autem nulli errori subiaceret, vt Epicurei, plus oculis quàm rationi concederetur. Porrò eumdem ordinem hoc libro obseruaturi sumus, quem superiore in communium obiectorum dignotionibus explicandis tenuimus. Ac primùm quidem errores, qui circa distantiam eueniunt; deinde eos, qui circa magnitudinem, tum ceteros deinceps, ea breuitate, quam res concedent, prosequemur: duo in singulis obseruantes, alterum vt erroris causam assignemus, alterum vt B
quo pacto mens, aut ceteri sensus errorem corrigant, aperiamus. His enim ea omnia comprehendi videntur, quæ de proposita materia dicenda occurrent. At verò quia multæ sunt causæ quibus aspectus variè eluditur, vt mox secunda hypothesi ostendemus; duas ex his, nempe radiorum infractionem ac eorumdem repercussionem, hoc libro non attingemus, erroribus etiam, qui ex his proueniunt, in causarum tractationem reiectis. Nam de repercussione, iisque quæ eam consequuntur in Catoptricis; de refractione verò in Dioptricis, Deo iuuante, ex instituto agemus. Nunc priùs quàm ad propria C
huius tractationis accedamus, præter ea quæ vt per se nota concedi ab omnibus debent, nonnulla etiam Lemmata præmittemus, quorum vsus in demonstrationibus huius libri frequentior erit: quæ eo consilio in vnum simul locum congessimus, ne eorum crebra vsurpatio, plerasque demonstrationes per se obscuras satis, etiam reddat difficiliores; atque ob id vel maximè, quòd ea non propriè ad materiam nobis hoc libro propositam spectent; sed iis etiam quæ sequentibus libris dicturi sumus, totique Mathesios facultati vniuersè conducant. Quare

Martialis lib. 14. Epigr. 2.

Lemmata si quæris cur sint hîc scripta, docebo: D
Vt si malueris, lemmata sola legas.

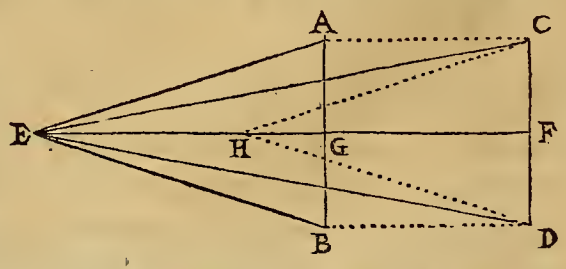
Ad extremũ hoc te monitum Lector volo, pluribus consectariis hunc librum respersum esse quibus Optices vtilitas edocetur; quod & sequentibus libris, Deo propitio, obseruaturi sumus, vbi res postulabit. Ea verò à propositionibus seiuncta tradidimus, quòd sinceram opticorum theorematum naturam non habeant; sed potiùs effectus quidam esse videantur, quos Optice ex se fundit.

LEMMATA. E

LEMMA I.

Æqualium similiterq; oppositarum magnitudinum propinquior sub maiore, remotior verò sub minore angulo conspicitur.

ESTO vt A B & C D æquales magnitudines visui E eodẽ opponantur modo, sit verò A B propinquior visui quàm C D: dico A B sub maiori angulo spectari quàm C D, hoc est maiorem esse angulũ A E B, quàm sit angulus C E D. Cùm enim A B & C D eodem modo visui opponantur, necesse est illas esse parallelas, vt in definitionibus ad proposit. 31. libri 3. expositum est. Quare si recta E F vni perpendicularis ducta fuerit, ea erit alteri quoque perpendicularis. Secet igitur E F ipsam A B ad angulos rectos in G: erit ergo angulus F



A gulus A G E rectus, ac proinde & C F G rectus erit, vtpote alternus per 29. primi Euclidis. Quocircà fingatur triangulum A E B ita moueri versus lineam C D, vt puncta E & G à recta E F non discedant, quousque A B in C D incidat, cui exactè congruet, cùm ipsi posita sit æqualis. Itaque punctum A in C, & punctum B in D cadet; vertex autem E in H, vbi nimirũ est F H ipsi G E æqualis. Iunctis igitur C H & D H fiet triangulum C H D triangulo A E B æquale, cuius vertex H intra triangulum C E D cader, cùm posita sit E F maior quàm E G atque etiam quàm H F ipsi E G æqualis. Quapropter per 21. primi Euclidis, erunt C H & D H minores quidem quàm C E & D E; at angulus C H D maior angulo C E D erit: est verò angulus C H D angulo A E B æqualis: igitur & angulus A E B angulo C E D
B maior erit; quod propositum erat demonstrare.

Potest idem hoc quoque alio modo demonstrari. Sit centrum visus E; duæ autem magnitudines æquales A B & C D inæqualiter à visu distantes, similiterque oppositæ: quæ proinde parallelæ erunt, vt suprà: sit verò A B propinquior. Ab extremitatibus autem vtriusque magnitudinis radij educantur ad visum A E, B E, C E, D E; à quibus duo complebuntur triangula A E B & C E D, iunganturque extrema propositarum magnitudinum rectis A C & B D, quæ per 33. libri primi Euclidis parallelæ erunt & æquales. Quare radius C E non transibit per punctum A, neque radius D E per punctum B, aliàs enim esset C A E vna recta linea, similiterque & D B E, ac proinde lineæ C A & D B productæ concurrent in puncto A; quod impossibile est, cùm sint ostensę parallelæ. Palàm igitur, quòd
C radij C E & D E intersecent magnitudinem A B in locis exempli gratia F & G. Quocircà minor erit F G ipsa A B, pars videlicet totâ: igitur & angulus A E B angulo F E G vt totus sua parte maior erit; quod erat demonstrandum.

LEMMA II.

Aspectui viciniora euidentiùs cernuntur.

CVM enim per proximè antecedens lemma propinquiora maioribus angulis cernantur, fit vt in propinquioribus obiectis minutissimæ quædam partes angulo sensibili contineantur, quæ in remotioribus angulos subtendunt imperceptibi-
D les. Quare in remotioribus obiectis multæ quædam partes latent, quæ patent in viciniori bus: at euidentiùs perfectiusque illa videntur, quorum partes visus enucleatiùs distinguit; hæc autem sunt quæ maioribus angulis comprehenduntur: igitur quæ aspectui viciniora sunt, ea perspicaciùs dignoscuntur.

Deinde alia quoque est huius rei certissima demonstratio ex natura simulacrorum desumpta. Nam ea perspicaciùs videntur, quorum imagines sunt viuaciores; hæ siquidem fortiùs agunt: at formæ aspectabiles quò propinquiores sunt suæ origini, eò sunt robustiores; inde autem longiùs prouectæ sensim languescunt; tum suapte natura, quam cum ceteris qualitatibus, quæ sphæra actiuitatis definiuntur, communem habent; tum propter lumen cuius ope ad organum vehuntur, & cuius etiam vi formæ ipsæ natura sua
E inertes agunt. At lumen longiùs à corporibus repercussum hebetatur, vt ceteræ qualitates omnes. Ergo & specierum actio è longinquo segnior, è propinquo vegetior est. Quocircà & visio rerum longè dissitarum obscurior, viciniorum autem perspicacior est; quod erat demonstrandum.

LEMMA III.

Cùm quatuor magnitudinum prima fuerit maior quàm tertia, secunda verò minor quàm quarta; maior erit proportio primæ
F *ad secundam, quàm tertia ad quartam.*

HOC consectarium est ex octaua propositione quinti elementorum Euclidis, cuius etiam ope potest hoc lemma demonstrari. Sint propositę quatuor magnitudines, A prima maior quàm C tertia; & B secunda minor quàm D quarta: dico maiorem rationem esse A ad B quàm sit C ad D. Quoniam enim magnitudo A maior ponitur quàm C, habebit A maiorem ad B, quàm C ad eamdem B per priorem partem propositi. 8. quinti Euclidis, sed quia ex eadem hypothesi minor est B quàm D; habebit C ad B maiorem rationem quàm eadem C ad D, per posteriorem par-

A ———————
B ————
C ————————
D ————————

tem eiusdem 8. propos. quinti Euclidis. Est igitur multo maior proportio magnitudinis A
A primæ ad B secundam, quàm C tertiæ ad D quartam; quod erat demonstrandum.

LEMMA IV.

Propositis quatuor magnitudinibus, si prima ad secundam maiorẽ rationem habuerit, quàm tertia ad quartam; sit verò prima secundæ æqualis; erit tertia minor quàm quarta: at si tertia & quarta æquales fuerint, erit prima quàm secunda maior. B

SINT quatuor magnitudines propositæ A, B, C, & D, habeatque A ad B maiorem rationem quàm C ad D; sitque insuper A ipsi B æqualis: dico C quàm D minorem esse. Ponatur enim E ipsi D æqualis, ac proinde eamdem proportionem habens ad D quam A ad B: iam si ordo magnitudinum immutetur, fiatq; E prima, D secunda, tertia A, quarta B, quinta C, & D rursus assumpta sexta, licebit ex 13. quinti Euclidis in hunc modum argumentari: Cùm sit per constructionem quemadmodum prima ad secundam, hoc est, E ad D, ita tertia ad quartam, id est, A ad B; habeatque A tertia ad B quartam maiorem rationem, quàm C
quinta C ad D sextam per hypothesin: prima quoque nempe E, per eamdem 13. quinti Euclidis, ad D secundam maiorem habebit rationem, quàm quinta C ad eamdem D sextam. At per 10. quinti Euclidis ad eamdem, puta D, rationem habentium, quæ maiorem rationem habet, scilicet E, illa maior est. Igitur C minor est quàm E, ac proinde etiam minor quàm D, quæ ipsi E ex constructione æqualis est.

A ——————
B ——————
C ————
D ————————
E ————————

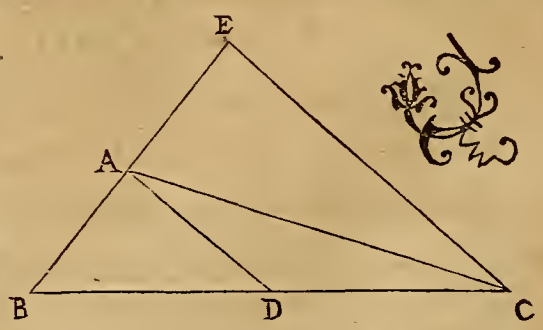
Si autem C ipsi D æqualis sit, dico A maiorem esse quàm B. nam si assumatur E ipsi B æqualis, ad quam proinde A eamdẽ rationem habeat, quàm ad B, sitq; A prima, E secunda, tertia iterùm A, quarta B, quinta C, & D sexta, sic rursus formabitur demonstratio similis priori, ex 13. quinti Euclidis desumpta. Quemadmodum A ad E, ita per cõstructionem A ad B: sed per hypothesin A ad B maiorem rationem habet quàm C ad D: ergo & A ad E maiorem habet rationem, quàm C ad D: at eadem facta est proportio B ad E, quæ est C ad D: igitur si maior proportio est A ad E quàm C ad D, erit & A ad E maior proportio, quàm B ad eamdem E. Sed per 10. quinti Euclidis ad eamdem, puta E, rationem habentium, A quæ maiorem rationem habet quàm B, illa maior est; quod erat demonstrandum.

E ——————
A ——————
B ————
C ————
D ————

LEMMA V.

Si duo trianguli latera inæqualia fuerint, basisq; secta bifariàm; quæ à vertice ad basis sectionem applicatur, angulum qui ad verticem in duos inæquales partitur: quorum is maior est, qui minore latere; is verò minor, qui maiore continetur. E

SVNTO trianguli A B C duo inæqualia latera, A B quidem minus, A C verò maius: basis autem B C secta sit bifariàm in D, & ad eius sectionem D ab A vertice recta applicetur A D: dico angulum B A D angulo D A C maiorem esse.

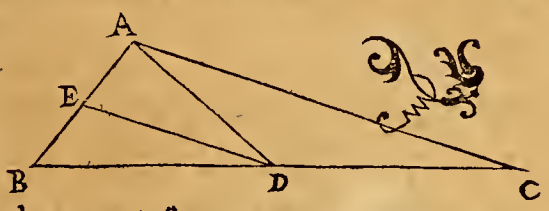


F

Producta enim B A in E, ductaque C E ipsi D A parallela, erunt per secundam sexti Euclidis B A & A E æquales, quoniam B D & D C æquales sunt positæ: at A C maior est ex hypothesi quàm A B: ergo eadem A C ipsa A E maior erit. Quare per 18. primi Euclidis, maior erit angulus E quàm angulus A C E: sed angulo A C E æqualis est angulus C A D per 29. primi Euclidis, & angulo E angulus B A D est æqualis per eamdẽ 29. primi Euclidis: ergo maior est angulus B A D quàm D A C angulus; quod erat demonstrandum.

Idem

A Idem poteſt in hunc quoque modum demonſtrari: Intra idem triangulum ABC à puncto D, in quo baſis BC eſt diuiſa bifariàm, recta ducatur DE ipſi AC parallela. Quoniam æquales ſunt poſitæ BD & BC, erunt & BE & EA æquales per ſecundam ſexti Euclidis. Rurſus, cùm AC maior ponatur quàm AB, erit & DE quàm BE

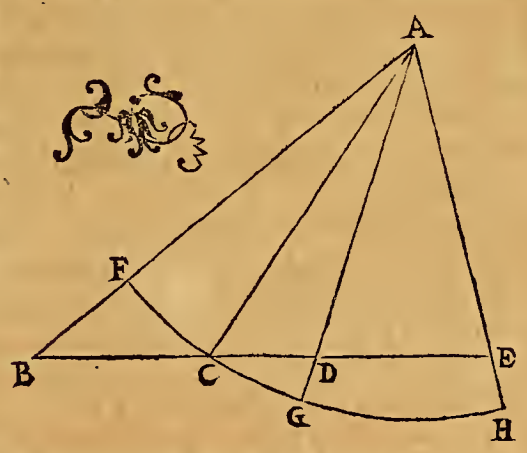


maior per quartam ſexti Euclidis. Quare eadem DE ipſa quoque AE maior erit; quòd videlicet AE ſit ipſi EB iam oſtenſa æqualis. Erit igitur per 18. primi Euclidis angulus
B DAE angulo ADE maior; ſed angulo ADE æqualis eſt DAC angulus per 29. primi Euclidis: igitur angulus BAD angulo DAC eſt maior; quod erat demonſtrandum.

LEMMA VI.

Si duo triangula ſuper æqualibus baſibus ad idem punctum conſtituantur, eius minor erit ad verticem angulus, cuius latera, excepta baſi, ſunt maiora, & ad baſin anguli obliquiores.

C DVO triangula ſuper æqualibus baſibus BC & DE ad idem punctum A conſtituantur: vnum quidem ABC maioribus contentum lateribus, alterum verò ADE minoribus: ſint verò anguli ABC & ACB obliquiores angulis ADE & AED, ſic vt maior maiori comparatus; & minor minori, maior vnius trianguli angulus, ſit maior maiore alterius trianguli angulo, & minor vnius alterius minore minor: vt ACB maior quàm AED, ABC verò quàm ADE minor: dico eorum qui ad verticem ſunt angulo-
D rum BAC quàm DAE minorem eſſe.



Nam per alterutrum punctorum C aut D, vbi latera AC vel AD obliquè in lineam BE incidunt, ex centro A circulus deſcribatur FCGH. Hunc ſecabit BE per 16. tertij Euclidis, propterea quòd BE quæ ad C extremitatē ſemidiametri AC applicatur, non ſit eidem AC perpendicularis ex hypotheſi. quare pars eius, nempe BC extra, pars verò nempe CE intra circulum cadet. Ex quo neceſſariò conſequitur, vt triangulum ABC maius ſit ſectore AFC; triangulum verò ADE ſectore AGH ſit minus. Igitur ſi primo loco ſumatur triangulum ABC, ſecundo loco triangulum ADE, tertio ſector AFC, quarto ſector AGH, erit per 3. lemma maior proportio trianguli ABC ad triangulum ADE, quàm ſit
E ſectoris AFC ad AGH ſectorem: at triangula ſunt vt baſes per 1. ſexti Euclidis: & ſectores velut arcus quibus inſiſtunt per 33. ſexti Euclidis. Ergo maior eſt ratio baſis BC ad baſin DE, quàm ſit arcus FC ad arcum GH: ſed vt arcus FC ad arcum GH, ita eſt angulus BAC ad DAE angulum per eamdem 33. ſexti Euclidis: eſt igitur maior ratio baſis BC ad baſin DE, quàm anguli BAC ad angulum DAE: ergo cùm baſis baſi æqualis ſit ex hypotheſi, erit angulus BAC angulo DAE minor per 4. lemma; quod erat demonſtrandum.

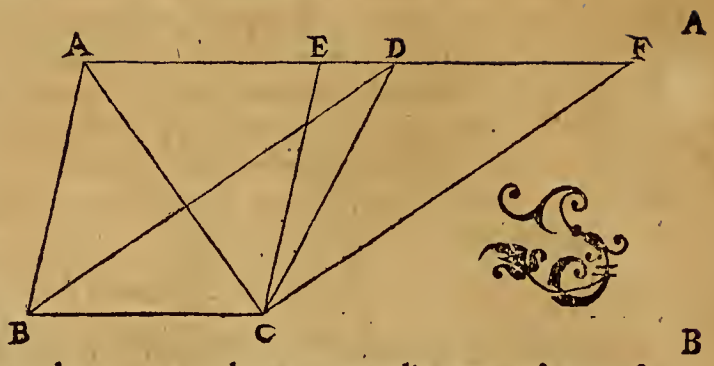
LEMMA VII.

F *Triangulorum ſuper eadem baſi, & in iiſdem parallelis conſtitutorum, minimus eſt ad verticem angulus, cuius maximum eſt alterum eorum, quæ præter baſin ſunt, latus.*

SINT ſuper eadem baſi BC, & in eiſdem parallelis BC, AF deſcripta triangula BAC & BDC; trianguli autem BDC latus BD maximum ſit eorum, quæ præter baſin ſunt, laterum: dico angulum BDC angulo BAC minorem eſſe.

Si enim ponantur AE & DF æquales ipſi BC, erunt hæ quoque ipſæ inter ſe æquales, per primam communem notionem Euclidis. deinde ſi à puncto C ad E & F rectæ perducantur lineæ CE & CF, erit CE ipſi BA, & CE ipſi BD parallela per 33. primi Euclidis,

quia nimirum A E & B C, item D F & B C æquales ſunt & parallelæ.

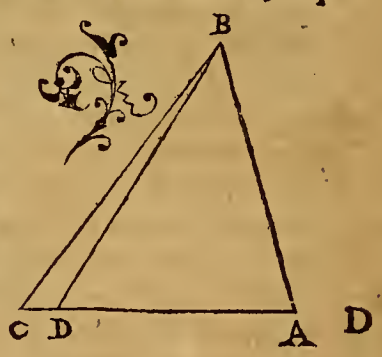


His ita conſtructis poſitiſque, cùm in duas parallelas A B & E C recta incidat linea A C, erit per 29. primi Euclidis, angulus A C E angulo B A C æqualis, nempe alternus: ſic cùm in parallelas B D & C F recta incidat linea D C, erit per eamdem 29. primi Euclidis angulus D C F angulo B D C æqualis: at per ſextum ſuperius lemma minor eſt angulus D C F quàm A C E angulus: igitur & B D C angulus angulo B A C minor erit; quod erat demonſtrandum.

LEMMA VIII.

Si duo triangula ad eumdem verticem conſtituta inæquales habuerint baſes, quarum maior complectatur minorem; eius maior erit ad verticem angulus, cuius baſis maior fuerit.

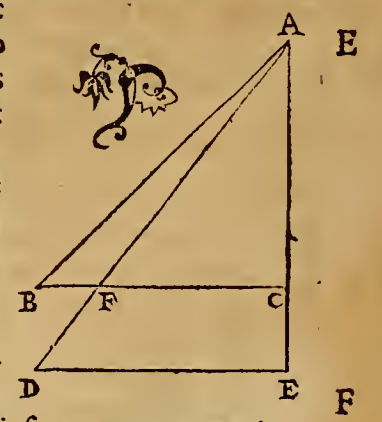
DVO exponantur triangula A B C & A B D ad eumdem verticem B conſtituta, ſitq; trianguli A B D baſis A D, baſi A C trianguli A B C communis, maior autem A C quàm A D: dico & augulum A B C angulo A B D maiorem fore. Nam angulus A D B maior eſt angulo A C B per 16. primi Euclidis: addito ergo communi angulo A, erunt per communem notionem duo anguli A D B & A duobus A C B & A maiores. Cùm ergo per 32. primi Euclidis tres anguli vnius trianguli tribus angulis alterius ſint æquales, nempe duobus rectis pares, relinquetur A B C angulus angulo A B D maior, per 3. communem notionem Euclidis; quod erat demonſtrandum.



LEMMA IX.

Si duo triangula ad eumdem verticem conſtituta æquales & parallelas ac ſimiliter poſitas habuerint baſes, eius maior erit ad verticem angulus, cuius baſis vertici propinquior fuerit.

SVNTO æquales & parallelæ, ac ſimiliter poſitæ baſes B C & D E, in quibus duo triangula conſtituantur ad eumdem verticem A: ſit verò B C ipſi A propinquior quàm D E: dico angulum B A C angulo D A E maiorem eſſe. Cùm enim in parallelas iam datas lineas B C & D E rectæ incidant lineæ A D & A E quæ ipſam B C ſecant in C & F, erunt in triangulis A F C & A D E anguli A C F & A E D item A F C & A D E æquales: eſt autem D A E angulus vtrique triangulo communis: igitur æquiangula ſunt ipſa triangula A F C & A D E. Quare per 4. ſexti Euclidis, vt A C ad A E, ita ſe habet C F ad E D: ſed A C minor eſt ipſa A E quia C vertici A propinquior eſt poſita quàm E. Itaq; & C F ipſâ E D minor erit. Ergo F B extra triangulũ D A E procurrit, ac proinde per 16. primi Euclidis, angulus A B C angulo A F C minor erit, cumque angulo A F C æqualis iam oſtenſus ſit angulus A D E, erit A B C angulus ipſo quoque A D E minor: ſunt verò anguli A B C & C A B ſimul ſumpti angulis A D E & E A D ſimul ſumptis æquales, propterea quòd A C B ipſi A E D oſtenſus ſit æqualis, & per 32. primi Euclidis tres anguli vnius trianguli tribus alterius trianguli angulis ſint æquales. Demptis igitur vtrimque C & E æqualibus angulis, relinquentur, vt dictum eſt, duo A B C & C A B duobus A D E & E A D æquales, à quibus ſi inæquales auferantur B & D, relinquentur inæquales, maior quidem C A B à detracto minore B relictus, minor autem E A D, qui ablato D maiore reſiduus eſt; quod erat demonſtrandum.



Simili-

A Similiter verò poni hoc loco parallelas bases intelligimus, cùm crura, quæ à vertice ad remotiorem basin protenduntur, neutiquam extra propinquiorem basin cadunt.

Porrò vniuersalius est hoc theorema illo, quod in solis isoscelibus triangulis à nonnullis proponitur hoc modo: *Isoscelium triangulorum super æqualibus basibus constitutorum, eius maior est ad verticem angulus, cuius minora sunt crura.* Quæ propositio etsi illorum instituto fuerit satis, nobis tamen propter vniuersaliorem vsum, fusiori sensu hoc theorema ponere necesse fuit.

LEMMA X.

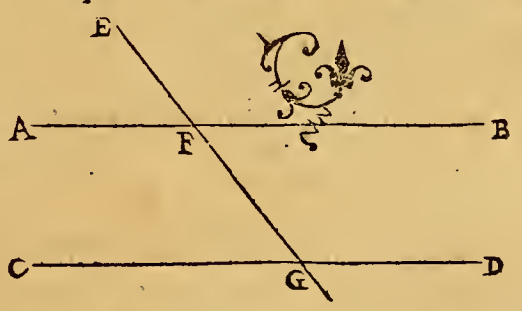
B *Si alteram parallelarum secet quæpiam recta linea, hæc producta secabit & reliquam: oportet autem secantem cum parallelis in eodem plano existere.*

HÆC Procli assumptio est ad propositionem 29. libri primi Euclidis vsurpata, qua primùm demonstrare nititur illud siue postulatum, siue communem notionem, quod sic se habet: *Si in duas rectas lineas altera recta incidens, internos ad easdemq; partes angulos duobus rectis minores faciat, duæ illæ rectæ lineæ in infinitũ productæ sibi mutuò incident ad eas partes, vbi sunt anguli duobus rectis minores.* Vnde multa quæ circa parallelas proponuntur dependent. Cumq; illud Euclidis pronuntiatum à doctissimo Clauio aliter iam solidiusque quàm à Proclo sit confirmatum, licebit nobis hoc lemma aliter quoque, quàm Proclus fecit, demonstrare. Ille enim huius ope parallelarum naturam proprietatemque erat explicaturus, quam proinde assumere ipsi non licuit; nos verò ea iam supposita, atque ex alio capite comprobata, propositionem hanc demonstrabimus; quod etiam Vitello fecit libro primo propositione 2.

C

Sint ergo duæ parallelæ rectæ lineæ A B & C D, in quarum altera A B recta incidat linea E F: hanc dico vlteriùs productam secare & reliquam C D in G, siquidem in eodem sit cum parallelis plano. Si enim E F quantumuis producta non concurrit cum interminata C D, parallela erit eadem E F ipsi C D per parallelarum definitionem. sunt enim parallelæ, quæ in infinitum productæ numquam concurrunt. Quòd si E F ipsi C D conceditur parallela, & ipsi A B parallela erit per 30. primi Euclidis: hoc autem hypothesi aduersatur. nam E F in ipsam A B incidere, eamque secare supponitur: itaque necesse est E F productam, cum infinita C D tandem concurrere; quod erat propositum.

D

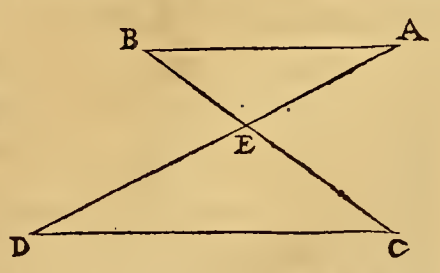


LEMMA XI.

E *Si inter duas parallelas rectas lineas duæ rectæ lineæ se mutuò secent, erunt segmenta vnius segmentis, alterius proportionalia.*

INTER A B & C D parallelas rectas lineas, duæ rectæ lineæ A D & B C se mutuò secent in E: dico ita esse A E ad E D, quemadmodum est B E ad E C. nam in triangulis A E B & D E C angulus E A B angulo E D C, & angulus E B A angulo E C D per 29. primi Euclidis est æqualis: angulus verò A E B angulo D E C æqualis est per 15. primi Euclidis. Æquiangula igitur sunt ipsa A E B & D E C triangula. Quare per 4. sexti Euclidis proportionalia sunt illa ipsorum latera, quæ circum æquales angulos existunt. Vt igitur A E ad E B, ita se habet D E ad E C; & alternatim, vt A E ad E D, sic se habet B E ad E C. Sunt itaque segmenta vnius segmentis, alterius proportionalia; quod erat demonstrandum.

F



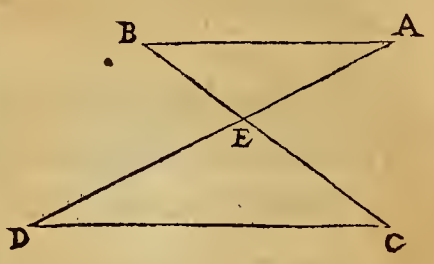
LEMMA

A

LEMMA XII.

Si in duas rectas lineas parallelas duæ rectæ incidant lineæ quæ se mutuò secent, erunt parallelarum interceptæ portiones vt secantium se segmenta.

IISDEM repositis quæ priùs, dico insuper vt A E ad E D, vel vt B E ad E C, ita se habere A B ad D C. Cùm enim triangula A E B & D E C ostensa iam sint æquiangula, erunt per 4. sexti Euclidis illa etiam homologa latera, quæ æqualibus angulis subtenduntur. Igitur quemadmodum A E ad E D, vel B E ad E C, ita erit A B ad D C, quibus æquales anguli insistunt ad commune intersectionis signum E constiti; quod erat probandum.

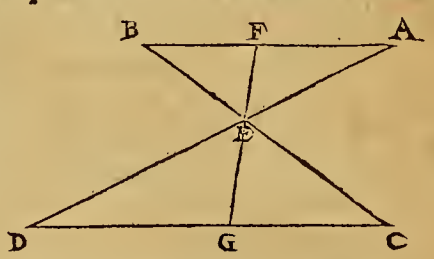


B

LEMMA XIII.

Si inter duas parallelas rectas lineas duæ rectæ lineæ se mutuò secent, & per communem sectionem alia ducatur, quæ parallelarum interceptas portiones diuidat, erunt & harum portionum segmenta inter se similia. C

SINT vt priùs parallelæ rectæ lineæ A B & C D, inter quas sese A D & B C intersecent ad signum E; per E autem communem sectionem agatur F G, vtcumque quæ A B & C D secet in F & G: dico ita esse A F ad F B, vt D G ad G C. Nam æquiangula sunt triangula A F E ipsi D G E, item B F E ipsi C G E, quoniam per 29. primi Euclidis æqualis est angulus A F E ipsi D G E, & F A E ipsi G D E; angulus autem A E F angulo D E G æqualis est per 15. primi Euclidis, sicq; in ceteris. Igitur per 4. sexti Euclidis, similia sunt latera, quæ circum æquales angulos consistunt, nempe vt A F ad F E, ita D G ad G E, & per 16. quinti Euclidis vicissim vt A F ad D G, ita F E ad G E: sed quemadmodum se habet F E ad G E, ita per præcedens lemma se habet F B ad G C: igitur per 11. quinti Euclidis, vt A F ad F B, ita est D G ad G C; quod erat demonstrandum.



D

His adiungere placuit sequentia Lemmata ex libro sexto Collectionum mathematicarum Pappi Alexandrini, ad propositiones non paucas apprimè vtilia; ad eas præsertim, quæ de obliquo circuli aspectu in fallaciis figuræ tradentur. Sunt verò hæc Pappi lemmata aliquantulùm à nobis immutata, tum vt clariora illa firmioraque redderemus, tum etiam vt proposito nostro magis efficeremus accommodata. Quo nomine nihil de eximia Pappi auctoritate detractum iri existimo, cùm non profiteamur eius hoc loco verba repræsentare; sed tantummodò inuentis vti, quæ ipse hac causa posteritati reliquit. Imò si verum fateri volumus, non modò nihil Pappo decedet; verùm etiam accedet non parum perspicuitatis ac luminis confusis eius ac proinde etiam obscuris principiis. Quæ enim dicturi sumus de fallacia aspectus nostri in obliquum circulum incidentis, commentarij instar obtinebunt & corollarij respectu principiorum Pappi, quæ antè in confusam congeriem aggregata, determinatum scopum minùs obuium habere videbantur: nunc autem & in se futura sunt illustriora, & multiplici velut prole fecundiora, deducta scilicet ex iis doctrina quæ maximum in Mathesi momentum afferre consueuit. E F

LEMMA

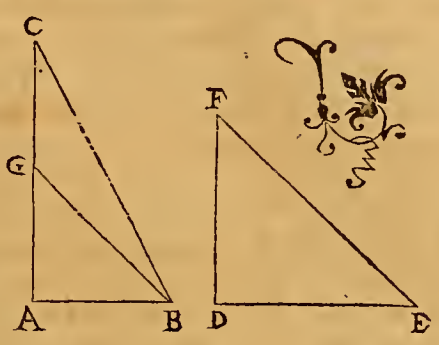
A

LEMMA XIV.

Duorum triangulorum rectangulorum si vnius maximum latus ad alterum reliquorum maiorem rationem habuerit, quàm alterius maximum latus ad alterum reliquorum; maior erit angulus sub illis lateribus comprehensus, quæ maiorem rationem habuerint.

B

SINT duo triangula ABC & DEF rectos angulos habentia A & D; sitque proportio BC ad BA maior, quàm EF ad ED: dico ABC angulum angulo DEF maiorem esse.



Ponatur enim per 12. sexti Euclidis BG eamdem habens rationem ad BA, quam habet EF ad ED, vt sit quemadmodum DE ad EF, ita AB ad BG. Manifestum igitur quòd maiorem rationem habebit BC ad BA, quàm BG ad eamdem BA: quare per 10. quinti maior est BC quàm BG. Ac rursus

C cùm duo triangula ABG & DEF angulum A angulo D æqualem habeant; sitque vt DE ad EF, ita AB ad BG & angulorum AGB & DFE vterque recto sit minor, erit per 7. sexti Euclidis angulus ABG angulo DEF æqualis. At angulus ABC angulo ABG maior est per 32. primi Euclidis (siquidem A communis est & rectus, itemque angulus ACB angulo AGB per 16. primi Euclidis est minor.) Igitur per communem notionem perspicuum est angulum ABC angulo quoque DEF maiorem esse; quod erat demonstrandum.

Huius propositionis conuersam ex Federico Commandino Vrbinate ad 42. proposit. libri sexti Collectionum Pappi in hunc modum licebit demonstrare.

D

CONVERSIO.

Si maior sit angulus ABC *quàm* DEF: *aio* BC *ad* BA, *quàm* EF *ad* ED *maiorem rationem habere.*

PONATVR enim ad punctum B per 23. primi Euclidis, angulus ABG angulo DEF æqualis, erit igitur & AGB angulus angulo DFE æqualis, quòd per 32. primi Euclidis omnes tres duobus rectis sint pares: ac proinde & latera proportionalia erunt per 4. sexti Euclidis: ac totum triangulum AGB toti triangulo DFE simile per primam definitionem libri sexti Euclidis. Cùm ergo concedatur angulus ABC angulo DEF maior esse,

E idem angulus ABC angulo quoque ABG maior esse conuincetur. Quare per 32. primi Euclidis erit angulus ACB angulo AGB minor: sed angulus CGB maior est angulo AGB: nam per 16. primi Euclidis maior est angulo A qui rectus est. Quoniam igitur per 13. primi Euclidis AGB & BGC duobus rectis sunt pares, necesse est angulum BGC obtusum esse, ac proinde ipso AGB angulo maiorem. Quocircà per 19. 1. Euclidis maius est latus BC quàm BG, & per 8. quinti Euclidis BC ad BA maiorem rationem habet quàm BG ad idem latus BA: sed vt BG ad BA, ita ostensum est latus EF ad ED: ergo BC ad BA maiorem rationem habet quàm EF ad ED; quod erat demonstrandum.

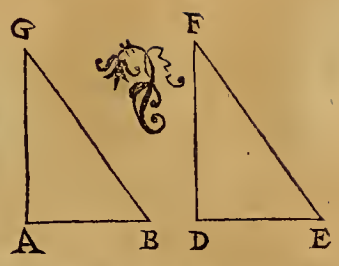
F

CONSECTARIVM.

Si duo triangula rectangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint vtrumque vtrique, æquilatera & æquiangula erunt ipsa triangula.

SVNTO triangula ABG & DEF rectos habentia angulos A & D: si ea quæ æqualia postulantur latera circa rectos ipsos fuerint angulos, vt AB & AG æqualia ipsis DE & DF per 4. primi Euclidis, concludetur propositum. Si autem de numero fuerint reliquorum,

quorum, vt A G & G B æqualia ipsis D F & F E: dico & basin A B basi D E, & angulum G angulo F ac B ipsi E æquales esse, ac proinde æquilatera & æquiangula esse ipsa triangula.



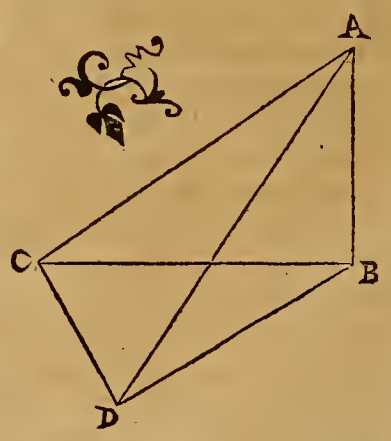
Si enim A B non sit ipsi D E æqualis, esto ea primùm maior. Erit ergo per 8. quinti Euclidis maior ratio B G ad D E quàm eiusdem B G ad B A: quoniam verò æqualis est B G ipsi E F ex hypothesi, erit per 7. quinti Euclidis, vt B G ad D E, ita E F ad D E: sed iam ostensum est maiorem proportionem habere B G ad D E quàm ad B A: ergo & E F ad D E maiorem habebit rationem quàm B G ad B A. Atque idcircò per præsens lemma maior erit angulus E quàm B; cumque A & D recti sint, omnesq; tres duobus rectis pares per 32. primi Euclidis, erit G angulus angulo F maior. Quod si concedatur, vt argumentum cogit, erit per conuersionem huius lemmatis maior proportio B G ad G A, quàm E F ad F D: ideoq; per 10. quinti Euclidis, adiuuante 7. eiusdem, erit B G quàm E F maior: posita autem fuit æqualis: igitur nequit A B quàm D E maior esse.

Sit deinde minor A B quàm D E; eodem modo ostẽdemus maiorem fore rationem B G ad B A quàm E F ad E D, atque ita per præsens lemma angulum B angulo E fore maiorem. Quo dato erit & F angulus angulo G maior, ac proinde per huius lemmatis conuersionem erit E F quàm B G maior; quod cùm hypothesi aduersetur, non potest A B ipsa D E minor esse: itaque æqualis est. quocircà & reliqui anguli æquales per 4. primi Euclidis. Sunt igitur æquilatera & æquiangula ipsa triangula; quod erat propositum demonstrare.

LEMMA XV.

Si à puncto sublimi A *in subiectum planum perpendicularis demittatur, atque à puncto incidentiæ* B *ad aliam quamcumque, putà* C D, *perpendicularis educatur* B D: *dico &* A D *ipsi* C D *perpendicularem esse: si autem* B D C *angulus acutus fuerit vel obtusus; dico &* A D C *acutum vel obtusum esse.*

In recta linea C D sumatur quoduis punctum C, & A C, C B iungantur. Itaque quoniam A B perpendicularis est ad subiectum planum, angulus A B C rectus erit. Ergo quadratum ex A C est æquale quadratis ex A B & ex B C per 47. primi Euclidis: quadrato autem ex B C æqualia sunt quadrata ex B D & D C. Quadratum igitur ex A C est æquale quadratis ex A B, B D & D C: sed quadratis ex A B & B D æquale est id, quod fit ex A D. Ergo quadratum ex A C quadratis ex A D & D C æquale est: ac propterea rectus sit oportet angulus A D C. Recta igitur linea A D ad ipsam D C perpendicularis est; quod demonstrare oportebat.



Esto nunc angulus B D C acutus: dico & A D C angulum acutum fore. Nam quadratum ex A C quadratis ex A B & B C est æquale; quadratum autem ex B C minùs quadratis ex B D & D C per 13. secundi Euclidis, ergo quadratum ex A C quadratis ex A B, B D & D C est minus: sed quadratum ex A D quadratis ex A B & B D æquale est: igitur ex A C quadratum minus etiam est quadratis ex A D & D C. quare per conuersam eiusdem 13. secundi Euclidis, angulus quoque A D C acutus est.

Eodemq; modo si obtusus sit angulus B D C, erit quadratum ex B C quadratis ex B D & D C maius per 12. secundi Euclidis. Quocircà eodem ratiocinandi modo ostendetur ex A C quadratum, iis quæ ex A D & D C fiunt quadratis maius esse; ac propterea per conuersam eiusdem 12. secundi Euclidis, angulum quoque A D C obtusum esse; quod erat demonstrandum.

LEMMA

A

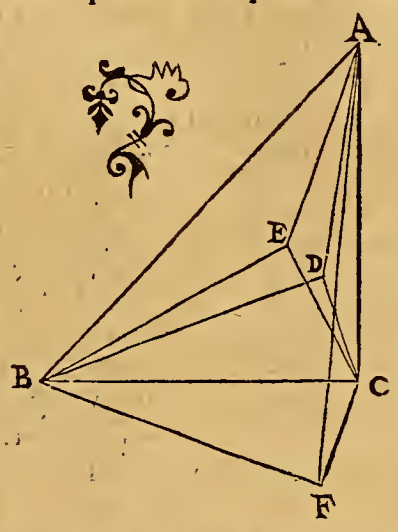
LEMMA XVI.

Recta quæpiam linea subiecto plano ad signum B *obliquis insistat angulis, atque ab eius puncto sublimi* A *perpendicularis demittatur cadens in* C, *ductâ* B C: *dico angulum* A B C *minimum esse omnium eorum qui continentur linea* A B, *& quacumque per* B *in plano ducta: atque eum qui ipsi propinquior est remotiore minorem esse: duos autem tantùm æquales ad vtrasque ipsius partes constitui.*

B

DVCATVR enim quæpiam recta linea B D in subiecto plano, & à puncto C ad ipsam perpendicularis agatur C D per 12. primi Euclidis: & A D iungatur: est igitur A D ipsi D B perpendicularis per lemma proximè antecedens. & quoniam rectus est angulus A C D, maior est D A quàm A C per 47. primi Euclidis: ergo per 8. quinti Euclidis

C maiorem rationem habet B A ad A C, quàm eadem B A ad A D; sunt verò B C A & B D A anguli recti: maior igitur est B A C angulus quàm B A D per 14. lemma. quare reliquus angulus A B C angulo A B D minor est. Cùm autē simili demonstrandi genere ostendi possit angulus A B C quocumque alio minor esse, minimus is erit omnium eorum, qui linea A B, & quacumque alia per B in plano acta continentur; quod primò ostendendū fuit.



Dico etiam angulum, qui ipsi A B C propinquior est, remotiore semper minorem esse. Ducatur enim ex B

D quæcumque linea in eodem plano, nempe B E à B C remotior quàm sit B D, atque à puncto C ad ipsam B E perpendicularis agatur C E per 12. primi Euclidis, & A E iungatur: ergo per antecedens lemma A E ipsi E B est perpēdicularis. Et quoniam rectus est angulus B D C, erit is æqualis recto B E C: angulus autem B C D maior est angulo B C E. Nam cùm recta B E sit posita extra B D, angulus C B D minor erit angulo C B E, quare reliquus B C D, reliquo B C E maior erit. Igitur per cōuersam 14. lemmatis superiùs demonstratam, quoniam B D C & B E C anguli recti sunt, & angulus D C B angulo E C B est maior, habebit B C ad C D maiorem rationem, quàm eadem B C ad C E; ac proinde per 10. quinti Euclidis minor est D C quàm E C. Est verò C A vtrique C D & C E ad rectos angulos, quare E A maior est quàm D A: nam quadrata ex E C & C A maiora sunt quadratis ex D C & C A; at quadratis ex E C & C A æquale est id quod ex E A fit quadratum: & iis quæ ex D C & C A

E æquale est id quod ex D A per 47. primi Euclidis: ergo maius est ex E A quàm ex D A quadratum; atque ob id recta E A quàm D A est maior: B A autem ad A D maiorem proportionem habet, quàm eadem B A ad A E, suntq; anguli ad D & E recti. Igitur per 14. superius lemma B A D angulus angulo B A E maior est. quare angulus A B D per 32. primi Euclidis angulo A B E est minor; quod secundo loco propositum fuit.

Dico præterea duos tantùm constitui æquales angulos ad vtrasque partes. Constituatur enim ad B C rectam lineam, atque ad eius signum B in subiecto plano angulus C B F æqualis angulo C B D, & à puncto C ad B F perpendicularis ducatur C F, & A F iungatur; dico angulum A B F angulo A B D æqualem esse. Quoniam enim angulus

F C B F angulo C B D æqualis est, & rectus vterque angulorum C D B & C F B, erit per 32. primi Euclidis & reliquus angulus B C F angulo B C D reliquo æqualis. Æquiangula sunt itaque triangula B C D & B C F: quare per 4. sexti Euclidis proportionalia sunt ipsorum latera, quæ circum æquales consistunt angulos. Vt ergo C B ad B D, ita eadem C B ad B F, & permutando, vt C B ad seipsam, ita B D ad B F, sed C B sibiipsi æqualis est: ergo & B D ipsi B F est æqualis, & eadē ratione C D & C F inter se æquales sunt. Est autem A C & perpendicularis & communis vtrique D C & C F: ergo A D est æqualis ipsi A F per 4. primi Euclidis. Rursus cùm in triangulis A B D & A B F æqualia ostensa sint latera B D & B F, sitque A B vtrique commune, basis item A D iam ostensa sit æqualis basi A F, erit per 8. primi

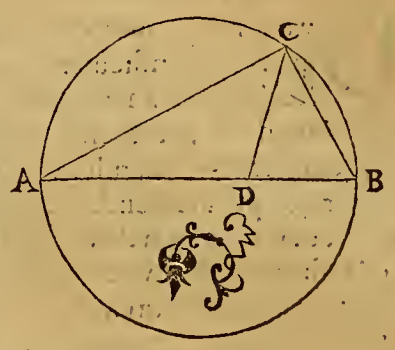
S Eucli-

Euclidis & angulus A B F angulo A B D æqualis. Constat verò præter triangulum B F C A
nullum aliud in plano dari posse ipsi B D C æquiangulum & æquilaterum, ex quo hæc demonstratio pendet. Igitur duo tantùm æquales anguli ad vtrasque partes minimi anguli A B C constituuntur; quod tertiò fuit propositum demonstrare.

LEMMA XVII.

Si à quouis puncto circularis diametri recta ad circumferentiam educatur; ea pars diametri, quæ hac maior fuerit, & reliqua diametri parte maior erit; & quæ minor, minor. B

VT si in diametro A B sumatur vtcumque punctum D, ab eoque ad circumferentiam circuli recta educatur D C: dico si maior fuerit diametri portio A D quàm D C, eamdem portionem A D & reliquâ D B maiorem fore. Iungantur enim A C & C B: quoniam igitur angulus A C D maior est angulo C A D per 18. primi Euclidis, erit reliquus D C B reliquo C B D minor. nam per 31. tertij Euclidis, angulus A C B rectus est, ideoq; duobus D A C & D B C æqualis per 32. primi Euclidis, quare si A C D pars recti maior sit angulo C A D, erit reliqua pars recti, nempe D C B, reliquo angulo C B D minor. Ergo per 19. primi Euclidis, maior erit C D quàm D B. Est autem A D posita maior quàm D C, multò igitur maior est A D quàm D B.



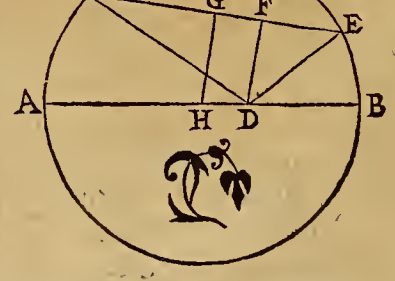
C

Quòd si A D minor sit quàm D C, similiter ostendemus A D ipsâ quoque D B minorem esse; angulus enim D C A angulo D A C per 18. primi Euclidis minor erit, ideoque reliquus D A C reliquo D B C maior. Ergo D C minor est, quàm D B: sed A D minor ponitur quàm D C, multo igitur minor est eadem A D ipsâ D B; quod erat demonstrandum.

LEMMA XVIII. D

Si à quouis signo circularis diametri duæ lineæ inæquales ad circumferentiam educantur, portio diametri maiori vicinior, reliqua parte diametri maior erit.

SIT inquam vt priùs in diametro A B acceptum signum D vtcumque, ab eoque duæ educantur D C & D E: dico si D C maior concedatur ipsa D E, & A D quæ ipsi D C vicinior est, reliquâ D B maiorem esse. Iungantur enim puncta C & E per rectam C E, cui ex D perpendicularis ducatur D F per 12. primi Euclidis: quoniam igitur maior ponitur C D quàm D E, erit quadratum ex C D maius quadrato ex D E: sed quadrato ex C D æqualia sunt quæ fiunt ex C F & F D per 47. primi Euclidis, & quadrato ex D E æqualia sunt ex D F & F E quadrata per eamdem: igitur quadrata ex C F & F D quadratis ex D F & F E sunt maiora: sublatis igitur quæ sunt ex D F, relinquetur per communem notionem ex C F quadratum, quadrato ex F E maius. Quare C F ipsa F E maior erit. Secetur ergo C E bifariàm in G, vnde ducatur G H ipsi F D parallela per 31. primi Euclidis, ergo per 29. primi Euclidis G H ipsi C E perpendicularis erit. In recta igitur G H est circuli centrum ex corollario Clauij ad primam tertij Euclidis, sed est etiam in A B: punctum igitur H est circuli centrum, quare per 7. tertij Euclidis, maior erit A D quàm D B; quod erat demonstrandum.



E

F

LEMMA

A

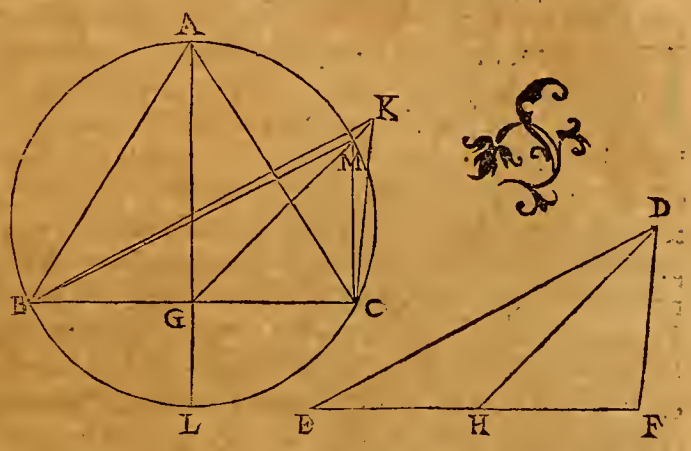
LEMMA XIX.

Si à verticibus duorum triangulorum, quorum æquales sint bases, ad media signa basium æquales quidem rectæ lineæ, sed disparibus angulis pertineant, una videlicet rectis, altera obliquis, sitq; vtraque maior medietate suæ basis: eius trianguli maior erit ad verticem angulus, in cuius basin demissa à vertice rectis incidit angulis.

B

SINT duo triangula A B C & D E F, quæ æquales habeant bases B C & E F: secentur B C & E F bifariàm in punctis G & H, ad quæ delapsæ à verticibus A & D rectæ lineæ A G & D H æquales quidem sint inter sese; sed inæquales angulos ad bases efficiant: sitque A G ad B C perpendicularis, D H verò ad E F obliqua: vtraque autem A G & D H sit medietate suæ basis maior, hoc est A G maior quàm B G, & D H quàm E H maior: his ita positis, dico angulum B A C angulo E D F maiorem esse.

C



Describatur enim circa triangulum A B C circulus per 5. quarti Euclidis, quoniam igitur maior posita est A G quàm G B, patet per circuli definitionem G non esse descripti circuli centrum. Item cùm A G ipsi B C sit perpendicularis producta A G in L, perspicuum est per corollarium Clauij ad primam propositionem tertij Euclidis in A L centrum esse circuli. Rursus cùm per 17. lemma constet A G quàm G L maiorem esse, sequitur cẽtrum circuli inter A & G constitutum esse. Quare per 7. tertij Euclidis erit A G maxima omnium illarum, quæ ex G in circuli peripheriam cadunt, & huic propinquior remotiore semper maior. Constituatur igitur super B C triangulum B K C ipsi E D F æquilaterum per 22. primi Euclidis: erit ergo & G K ipsi H D æqualis. Quocircà & A G ipsi G K æqualis erit per communem notionem. Est autem per 7. tertij Euclidis G M minor ipsâ A G, ergo & ipsâ G K minor erit. Igitur per 21. primi Euclidis angulus B M C angulo B K C maior erit: at B M C æqualis est angulo B A C per 21. tertij Euclidis; ergo & B A C angulus angulo B K C maior erit; quod propositum fuit demonstrare.

D

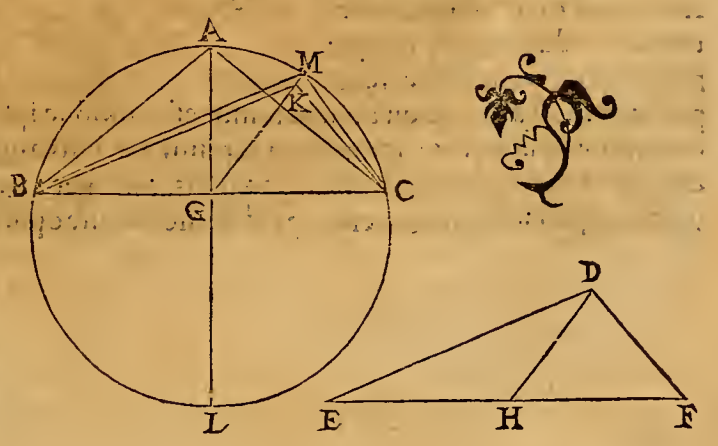
E

LEMMA XX.

Iisdem positis sit A G *minor quàm* G B *: dico angulum* B A C *angulo* E D F *minorem esse.*

ERIGATVR enim vt priùs super B C triangulum B K C triangulo E D F æquilaterum per 22. primi Euclidis: quoniam igitur A G minor conceditur quàm G B, erit eadem A G minor quàm G L per 17. lemma: ergo non erit in A G circuli centrum, sed inter G & L situm erit. Quare per 7. tertij Euclidis erit A G minima omnium earum quæ ex G ad circuli circumferentiam educuntur, & quæ ab hac remotiores, propinquioribus semper maiores sunt. Igitur

F



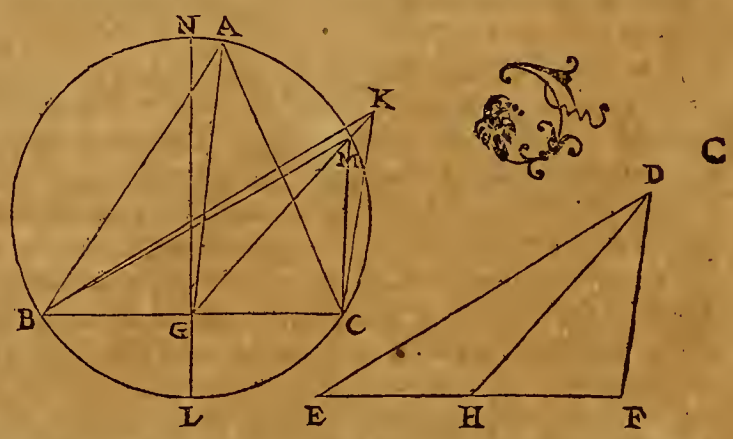
 G M maior

G M maior est quàm G A. Ponatur ergo G K ipsi G A æqualis per 3. primi Euclidis, & B K A
C K iungantur. Minor est igitur angulus B M C quàm B K C per 21. primi Euclidis, sed angulus B M C per 21. tertij Euclidis, æqualis est angulo B A C: ergo & B A C angulus angulo B K C minor erit: at angulus B K C positus est æqualis angulo E D F; igitur, quod propositum fuit, concluditur angulum B A C angulo E D F minorem esse.

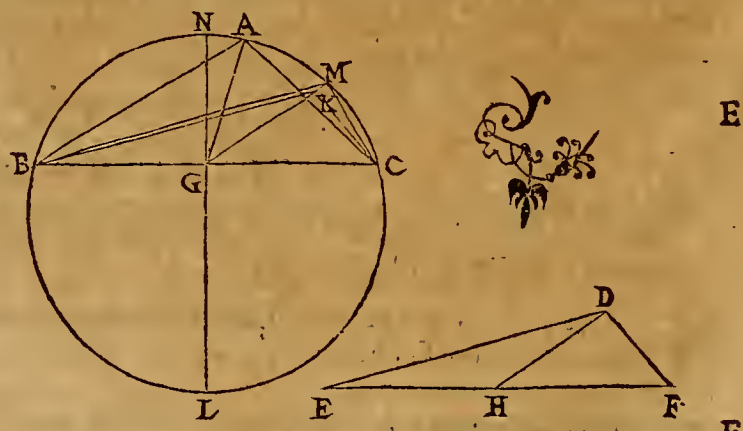
LEMMA XXI.

Non sit iam AG *ipsi* BC *perpendicularis; sit autem* DH *ipsi* EF *quàm* AG *ipsi* BC *obliquior: dico, si maior quidem sit* AGB *quàm* GC, *etiam angulum* BAC *angulo* EDF *maiorem esse: si verò minor, minorem.*

DESCRIBATVR rursus circa triangulum A B C circulus, & à puncto G ipsi B C ad rectos angulos excitetur G N per 11. primi Euclidis, in quam centrum cadet; quapropter N L diameter erit circuli per corollarium primæ tertij Euclidis: sit ergo primùm A G quàm G C maior. Ex eo igitur quod ostensum fuit lemmate 18. N G maior est quàm G L. Quare in N G centrũ erit circuli, quæ proinde per 7. tertij Euclidis maxima est omnium, quæ ex G in circuli peripheriam educuntur: erit ergo N G ipsa G A maior. Constituatur nunc vt priùs super B C, quæ ipsi E F æqualis est, triangulũ B K C triangulo E D F æquilaterum per 22. primi Euclidis: ergo G A, hoc est H D, maior est quàm G M. Est verò ipsi G A æqualis G K; quare erit & G K maior quàm G M, & iunctis B M & C M erit per 21. primi Euclidis angulus B M C angulo B K C maior: sed angulus B A C æqualis est angulo B M C per 21. tertij Euclidis: igitur idem angulus B A C angulo B K C maior erit; quod primò erat demonstrandum.



At si A G minor sit quàm G C, similiter demonstrabimus B A C angulum angulo E D F minorem esse. Sint namque reposita eadem, quæ priùs, & constituatur triangulum B K C triãgulo E D F æquilaterũ: cùm minor ponatur A G quàm G C, erit per ea quæ demonstrata sunt N G ipsa G L minor. Quare in G L centrum existet circuli, & per 7. tertij Euclidis N G minima erit omnium earum, quæ ex G ad circumferentiam educuntur, ipsique propinquior remotiore semper minor. Quare A G quàm G M minor est, cumque ipsi A G ponatur æqualis G K, erit & G K minor quam G M: igitur per 21. primi Euclidis angulus B M C angulo B K C minor erit: est verò angulo B M C æqualis angulus B A C per 21. tertij Euclidis: ergo & B A C angulus angulo B K C minor erit; quod demonstrasse oportuit.



LEMMA

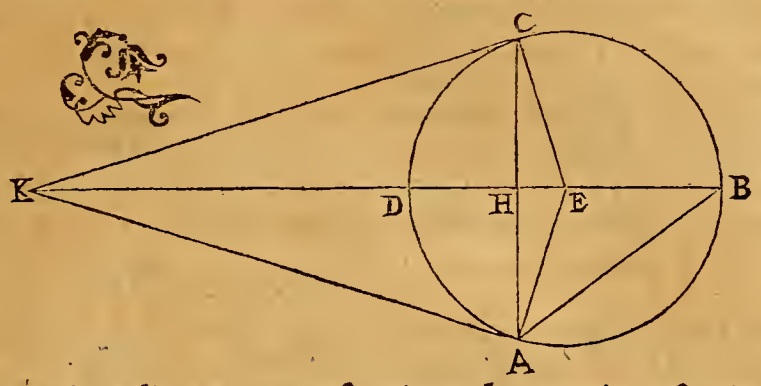
A

LEMMA XXII.

Circulum ABC *contingant rectæ lineæ* AK *&* CK, *in punctis* A *&* C; *iunctâ* AC *&* KB *per centrum actâ: dico vt* BK *ad* KD, *ita esse* BH *ad* HD.

QVONIAM enim per 37. tertij Euclidis, vtriusque AK & CK quadratum æquale

B est ei quod sub BK & KD comprehenditur rectangulo, erunt AK & CK inter se æquales. Rursus ductis ex A & C ad cẽtrum E rectis lineis AE & CE, erunt hæ per circuli definitionem inter se æquales: igitur cùm triãguli AEK duo latera AE & AK sint æqua-



C lia duobus lateribus CE & CK trianguli CEK, & EK est vtrique cõmune; erit per 8. primi Euclidis & angulus EAK angulo ECK æqualis, sed & reliqui anguli reliquis angulis sub æqualibus lateribus contẽtis per 4. 1. Euclidis æquales erunt. Quocircà cùm in triangulis AKH & CKH æqualis iam ostensus sit angulus AKH angulo CKH, sintque circa hos ipsos angulos latera AK & KH lateribus CK & KH æqualia, erunt per 4. primi Euclidis & bases AH & HC, & anguli AHK & CHK æquales, qui proinde per 13. primi Euclidis recti erunt. Rectangulum igitur AHC (hoc est quadratum ex AH) vnà cum quadrato ex HK æquale est quadrato ex KA per 47. primi Euclidis: sed rectangulum AHC est æquale rectangulo BHD per 35. tertij Euclidis, & quadratum ex KA rectangulo BKD per 36. eiusdem. rectangulum igitur BHD vnà cum quadrato ex KH est æquale rectangulo

D BKD. Quod quidem cùm ita sit, erit vt BK ad KD, ita BH ad HD: nam quoniam rectangulũ BHD vnà cum quadrato ex KH iam ostensum est æquale rectangulo BKD, quadratum autem ex KH est æquale rectangulo KHD vnà cum rectangulo HKD per 2. secundi Euclidis; erunt rectangula BHD, KHD & HKD, hoc est per 1. secundi Euclidis, rectangulum sub BK & HD cum rectangulo HKD æqualia rectangulo BKD, sed rectangulo BKD æqualia sunt duo rectangula, alterum sub BH & KD, alterum sub HKD contentum per eamdẽ 1. secundi Euclidis: ablato igitur communi rectangulo HKD, relinquitur rectangulum sub BK & HD contentum, ei quod sub BH & KD comprehenditur æquale. Ergo per conuersam 16. sexti Euclidis erunt quatuor lineæ proportionales, hoc est vt BK ad KD, ita BH ad HD; quod erat demonstrandum.

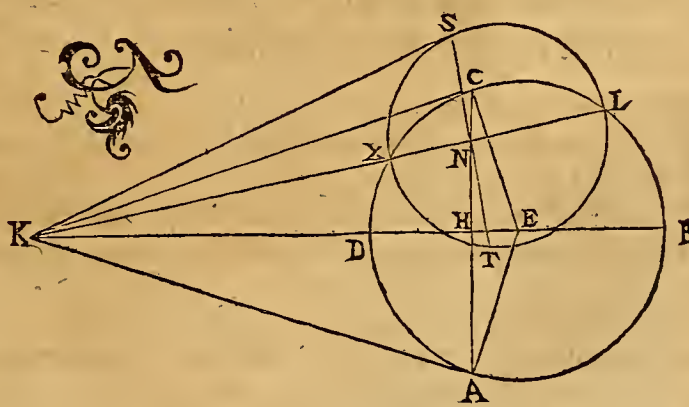
E

LEMMA XXIII.

Et si vt BK *ad* KD, *ita est* BH *ad* HD, *aliaq; ex* K *ducta fuerit* KL, *quæ circulum secet in* X; *ipsam* AC *in* N: *rursus quemadmodum* LK *ad* KX, *ita aio esse* LN *ad* NX.

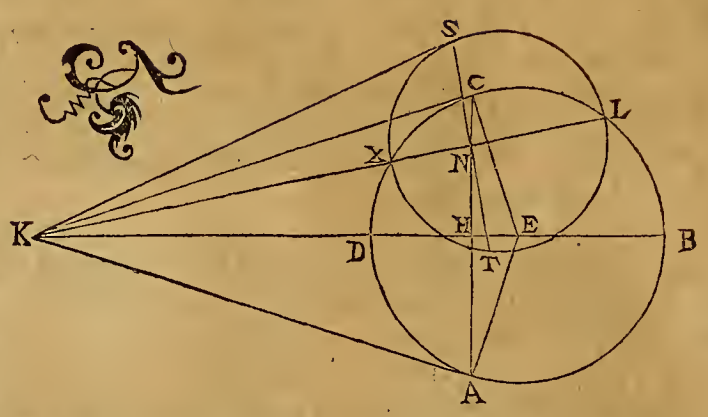
NAM circa LX velut diametrũ circulus de-

F scribatur LSXT, & per punctum N ipsi LK ad rectos angulos ducatur ST, & SK, TK iungantur: erit ergo quadratum ex NS, hoc est rectangulum SNT æquale rectangulo CNA, quòd videlicet idem rectangulum SNT æquale sit rectangulo LNX, cui per 35. tertij Euclidis æquale est CNA



rectangulum; quadratũ autem ex NK æquale est duobus quadratis ex NH & HK per 47.

primi Euclidis, quorum alterum nempe quod ex N H vnà cum rectangulo C N A æquale eſt quadrato ex C H per 5. ſecũdi Euclidis, ergo quadrata ex N S & N K, hoc eſt quadratum ex K S æquale eſt quadratis C H & H K, videlicet quadrato ex C K: ſed quadratum ex C K æquale eſt rectangulo L K X per 36. tertij Euclidis, quadratum igitur K S rectangulo L K X eſt æquale, ac propterea K S circulum ipſum contingit per 37. tertij Euclidis, & ita demonſtrabitur K T circulum contingere: ergo ex demonſtratis ſuperiore lemmate vt L K ad K X, ita eſt L N ad N X; quod erat demonſtrandum.



A

B

CONVERSIO.

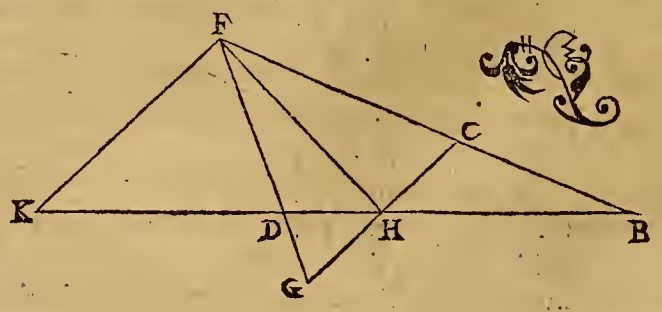
In circulo A B C D, *ſi, vt* L K *ad* K X, *ita ſit* L N *ad* N X, *agaturq;* K B *per circuli centrum, & ab* N *ad* K B *perpendicularis ducatur* N H: *dico fore quoque vt* B K *ad* K D *ita* B H *ad* H D. C

DESCRIBATVR namque circa L X circulus L S X T, vt priùs; ducaturque S T per N ipſi K L perpendicularis, & N H producatur, donec ex vtraque parte cum circuli A B C D peripheria conueniat in A & C. Quoniam igitur rectus eſt angulus K N S, erit per 47. primi Euclidis quadratum K S æquale quadratis K N & N S, quorum alterum K N duobus item K H & H N eſt æquale per eamdem 47. primi Euclidis, quòd videlicet angulus quoque K H N rectus ſit. Igitur K S quadratum æquale eſt tribus quadratis K H, H N & N S: ſed N S quadratum ſeu rectangulum S N T æquale eſt rectangulo L N X per 35. tertij Euclidis; rectangulum autem L N X per eamdem 35. tertij Euclidis æquale eſt rectangulo C N A: igitur quadratum N S rectangulo C N A eſt æquale. At cùm C A in H ſit ſecta per æqualia, in N verò per non æqualia, erit per 5. ſecundi Euclidis rectangulum C N A vnà cum quadrato H N quadrato C H æquale. Quare eidem quadrato C H æqualia ſunt ea, quæ ex H N & N S quadrata: ideoque quadratum K S quadratis K H & H C eſt æquale. Eſt autem & K C quadratum eiſdem quadratis K H & H C æquale per 47. primi Euclidis: itaque K S & K C quadrata inter ſe ſunt æqualia. Oſtenſum verò iam eſt hoc eodem 23. lemmate rectam K S circulum L S X T contingere. Eſt igitur per 36. tertij Euclidis quadratum K S rectangulo L K X æquale. quamobrem & K C quadratum eidem rectangulo L K X æquale erit. Hinc porrò fit per 37. tertij Euclidis K C quoque circulum A B C D contingere: cumque & K A ob æqualitatem angulorum circulum contingat, erit per 22. lemma vt B K ad K D, ſic B H ad H D; quod erat demonſtrandum. D E

LEMMA XXIIII.

Sit vt recta linea B K *ad* K D, *ita* B H *ad* H D; *& ſit angulus* B F H *æqualis angulo* H F D, *iuncta* F K: *dico* H F K *rectum angulum eſſe.*

DVCATVR per H ipſi K F parallela C H G, & producatur F D vſque in G: itaque quoniam vt B K ad K D, ita eſt B H ad H D, erit permutando per 16. quinti Euclidis, vt B K ad B H, ita K D ad H D; ſed vt B K ad B H, ita eſt F K ad C H per 4. ſexti Euclidis. (cùm enim C H ſit poſita ipſi F K parallela, æquiangula erunt ipſa triangula F K B & C H B. nam angulus K F B an- F



gulo

A gulo H C B, & angulus F K B angulo C H B per 29. primi Euclidis æquales erunt, angulus autem F B K vtrique communis est: sunt igitur F K B & C H B æquiangula triangula, quare per 4. sexti Euclidis vt B K ad B H, ita est F K ad C H.) quoniam itaque vt B K ad B H, ita ostensa est K D ad D H, erit vt F K ad C H, ita K D ad D H. Vt autem K D ad D H, ita per 12. lemma est F K ad H G propter triangulorum F K D & D G H similitudinem, & æquales angulos. Ergo F K ad vtramque ipsarum C H & H G eamdem proportionem habet, ac propterea per 9. quinti Euclidis C H ipsi H G est æqualis. Et vt C H ad H G, ita C F ad F G per 3. sexti Euclidis, quoniam angulus C F G bipartitò diuisus fuit: est igitur & C F ipsi F G æqualis. Cùm igitur in triangulis C F H & H F G sit C H ipsi H G ostensa æqualis, & F H
B vtrique triangulo communis, sit quoque & basis C F basi F G æqualis; erit per 8. primi Euclidis angulus C H F angulo G H F æqualis: quare per 13. primi Euclidis erit vterque ipsorum rectus. Ac proinde & H F K rectus erit per 29. primi Euclidis, quòd videlicet C G ipsi F K sit posita parallela.

CONVERSIO EX COMMANDINO.

Esto vt B K *ad* K D, *ita* B H *ad* H D, *sit verò angulus* H F K *rectus, iunctis* B F *&* F D: *dico angulum* B F H *angulo* H F D *æqualem esse.*

C Si enim per H ipsi F K parallela ducatur C H G per 31. primi Euclidis, & F D ad G vsque producatur; in primis, eodem modo quo suprà, ostendemus C H ipsi H G æqualem esse: deinde cùm rectus ponatur angulus H F K & C G ipsi F K parallela, erunt per 29. primi Euclidis anguli C H F & G H F recti, ac proinde æquales inter sese per 13. primi Euclidis. In triãgulis igitur C H F & G H F cùm sit latus C H lateri G H æquale, latusque H F vtrique commune, & anguli C H F & G H F æquis lateribus contẽti æquales, erunt per 4. primi Euclidis & bases C F, G F, & anguli ad basem æquales, inter quos sunt G F H & G F H, quos æquales esse demonstrare oportebat.

D

CONVERSIO ALIA EX EODEM.

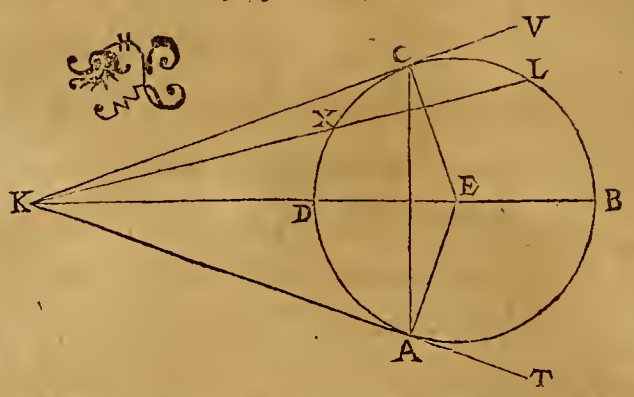
Rursus angulus H F K *rectus esto, angulusq;* B F H *angulo* H F D *æqualis: dico vt* B K *ad* K D, *ita esse* B H *ad* H D.

Repositis iisdem, quoniam angulus C F H conceditur æqualis angulo H F G, & angulus C H F angulo G H F iam ostensus est æqualis, vtpote rectus vterque; erit reliquus H C F reliquo H G F æqualis per 32. primi Euclidis. Cùm ergo æquiangula sint triangula C H F & G H F, erunt ipsorũ homologa latera, siue quæ circum æquales sunt angulos, siue quæ æqualibus angulis subtenduntur per 4. sexti Euclidis: igitur quemadmodum F H ad H C, ita eadem F H ad H G; ac proinde per 9. quinti Euclidis est
E C H ipsi H G æqualis, eodemq; modo demonstrabitur F C æqualis ipsi F G, vt enim F H ad F C, ita eadem F H ad F G. Ergo vt F K ad C H, ita est F K ad H G per 7. quinti Euclidis: sed vt F K ad C H, ita K B ad B H ob triangulorum F B K & C B H similitudinem per 4. sexti Euclidis. Quapropter vt F K ad H G, ita est K B ad B H; vt verò F K ad H G, ita est K D ad D H per 12. lemma: nam similia sunt triangula F D K & H D G, ideoque æquiangula. Vt igitur K B ad B H, sic est K D ad D H, & permutando vt B K ad K D, sic B H ad H D; quod demonstrare oportebat.

LEMMA XXV.

F *Quæ ab externo signo ad datum circulum ducitur ipsum contingens, maxima est illarum omnium, quæ in conuexam peripheriam cadunt; illarum verò quæ in cauam, omnium minima.*

Circvlvm A B C D contingant rectæ lineæ A K & K C ductæ à signo K extra circulum posito: & per circuli centrum Erecta agatur K B: dico K A & K C maximas esse omnium illarum, quæ ab externo signo K ad conuexam circuli peripheriam A D C porriguntur. Quoniam enim K A & K C ex hypothesi circulum contin-



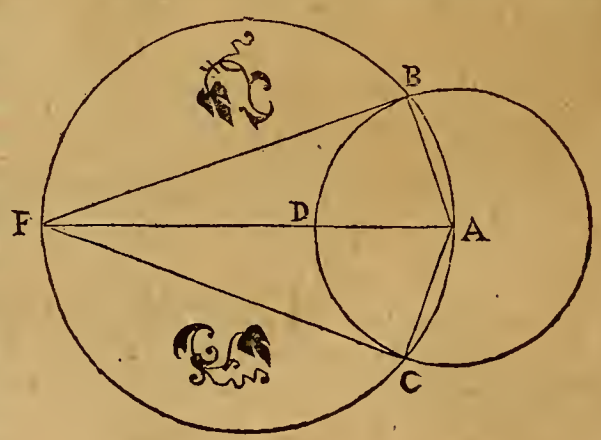
gunt in A & C, erunt K A & K C extremæ omnium illarum, quæ ad A D C peripheriam extendi possunt. Siquidem recta linea circulum vno tantùm in puncto contingere potest: ergo si quæ alia præter K A & K C ad datum circulum ducta fuerit, vt K X, ea in peripheriam A D C ad aliud punctum, quàm A & C, cadat necesse est. Enimuerò cùm per 16. tertij Euclidis K A & K C extra circulum cadant, quòd nimirum A E & C E à centro E ad puncta contactuum A & C adiunctæ ipsis contingentibus sint perpendiculares, per 18. tertij, erit arcus A D C totus intra trigonum A K C positus. Quare K X & quæcumque alia ad conuexam peripheriam A D C ex K protrahetur, intra trigonum A K C incidet, ac proinde minor erit angulus A K X angulo A K C. Ergo K X quàm K C ipsi K D propinquior est, minorque K X quàm K C esse conuincitur per 8. tertij Euclidis. Sic verò & ceteræ quæcumque in peripheriam A D C incidunt, ipsa K C minores esse demonstrantur. Igitur quæ circulum contingunt K A & K C maximæ sunt omnium illarum, quæ à signo K ad conuexam circuli peripheriam educuntur; quod primò propositum fuit.

Quod verò eædem K A & K C minimæ sint omnium illarum, quæ in cauam circuli portionem incidunt, sic demonstratur: Producantur K A in T & K C in V. Quoniam per 16. tertij Euclidis A T & C V extra circulum cadunt, erit vt priùs, quodcumque punctum in caua peripheria A B C assumptũ fuerit, vt puta L puncto B, totaque K L ipsi K B propinquior. Quare per 8. tertij maior est K L ipsa K C: cumque ceteræ eodem modo ipsa K C maiores possint demonstrari, fit vt quæ circulum contingit K C minima sit omnium illarum, quæ in cauam peripheriã circuli incidunt; quod secundo loco erat demonstrandũ.

LEMMA XXVI.

Quæ ab eodem puncto ad circulum contingentes ducuntur, sunt inter se æquales.

Hoc lemma tametsi à Campano demonstretur corollario 2. ad proposit. 36. tertij Euclidis, libet tamen hoc loco illud aliter demonstrare. Sit datus circulus B D C ex centro A descriptus, ad quem è signo F contingentes applicitæ sint F B & F C: rectę præterea ex A euocentur A B & A C, iungaturq; externum signum F cum circuli dati centro per rectam F A, circum quam velut diametrum alius circulus describatur F B A C. Hunc constat in primis per loca contactuum B & C transire. Cùm namque per 18. tertij Euclidis A B ipsi F B sit perpendicularis, rectus erit angulus F B A. Quare per conuersam 31. tertij Euclidis, segmentum, quod per F, B, & A transit, semicirculus est, quare & F C A semicirculus erit, quòd & F C A rectus sit angulus. Igitur circulus qui circum F A ceu diametrũ describitur, per B & C contactuum loca transit. Iam verò quoniam æquales sunt rectæ A B & A C per circuli definitionem, vtpote à centro A ad circumferentiam eductæ, erunt & arcus, quibus eæ subtenduntur, æquales per 28. tertij Euclidis: hi autem arcus si ab æqualibus semicirculis F B A & F C A subducantur, relinquentur peripheriæ F B & F C æquales per communem notionem. Quare & rectæ lineæ F B & F C quæ his æqualibus peripheriis subijciuntur, æquales erunt per 29. tertij Euclidis; quod erat demonstrandum.



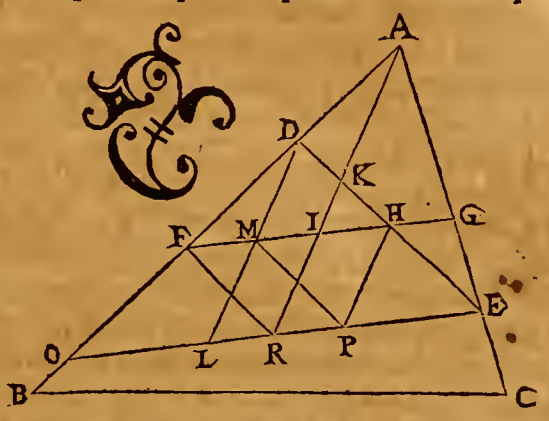
A

LEMMA XXVII.

Si in triangulo ABC *tres rectæ lineæ constituantur, vna* DE *quæ vtrumque trianguli crus vtcumque secet, altera* FG *quæ ipsam* DE *secet bifariàm in* H, *tertia* AI *quæ à vertice delapsa ipsam* FG *bifariàm diuidat in* I: *dico* FG *in* H, *&* DE *in* K *secundùm eamdem rationem dissecari.*

B

DVCTA enim EO ipsi FG parallela, AI adipsam vsque EO producatur, fiantque DL, HP parallelæ ipsi AR. Quoniam igitur EO ponitur parallela FG, erunt triangula AIF, ARO, itemq; & AIG, ARE æquiangula per 4. lemma libri quinti: ideoq; per 4. sexti Euclidis proportionalia erunt ipsorũ latera, hoc est vt AI ad AR, sic IF ad RO; & vt AI ad AR, sic quoque IG ad RE. Quare per 11. quinti Euclidis erit quoque vt



C IF ad IG, ita RO ad RE: sed FG in I ex hypothesi secta est bifariàm: igitur & EO in R bifariàm secta erit. Deinde cùm in triangulo DEO sit DE secta bifariàm, & GF ipsi EO parallela, erit quoque per 2. sexti Euclidis DO in F bifariàm secta: sed & EO ostensa iam est bifariàm diuisa in R: igitur quæ F & R connectit recta linea FR, ipsi DE parallela erit per eamdem 2. sexti Euclidis. Eodemque modo MP eidem DE parallela probabitur. Cùm enim MH basi LE & HP lateri DL ex constructione sint parallelæ, sitque DE ex hypothesi in H secta bifariàm, erunt quoque per 2. sexti Euclidis DL in M, & LE in P sectæ bifariàm. Quare per eamdem 2. sexti Euclidis, quæ M & P connectit re-

D cta linea, ipsi DE parallela erit: ac proinde ipsi quoque FR per 30. primi Euclidis. Cumque parallelæ quoque sint positæ AR & HP, erunt per 34. primi Euclidis FM & IH ipsi RP æquales, ideoque & inter se per communem notionem. Adiuncta igitur ipsis communi portione MI, fiet MH tum ipsi FI, tum ipsi IG æqualis, quòd ambæ inter se sint æquales. At per eamdem 34. primi Euclidis æqualis est LP ipsi MH: igitur & ipsi IG, erit LP æqualis. A quibus si detrahantur RP & IH, & ipsæ per 34. primi Euclidis relinquentur LR & HG inter se æquales. Et quoniam ostensa est FR ipsi DE parallela, erunt per eamdem iam sæpè citatam 34. primi Euclidis RE & HF æquales; additis itaque æqualibus LR & GH, erunt FG & LE æquales, & in eamdem rationem diuisæ. Quamobrem cùm vt LE in R, ita quoque diuisa sit DE in K, propterea quòd sit KR ipsi DL parallela ex

E constructione, sequitur per 11. quinti Euclidis FG in H, & DE in K eadem ratione sectas esse; quod demonstrasse oportuit.

HYPOTHESES.

I.

Visum subinde & falli & fallere.

F VISVM numquam errare circa vllum obiectum (quod Epicurei de externis sensibus docebant) his argumentis suaderi posse videtur.

Primò, quia si sensus erroribus obnoxij sunt, vtique abrogata eorum fide, nulla erit certitudo in scientiis, nulla constantia, cùm scientiæ nitantur principiis, hæc verò experimento & sensuum æstimatione. Quare

Lucretius: *Denique vt in fabrica, si praua est regula prima,*
Normaq; si fallax rectis regionibus exit,
Et libella aliqua si ex parti claudicat hilum;
Omnia mendosè fieri, atque obstipa necessum est,
Praua, cubantia, prona, supina, atque absona tecta,

Iam

Iam ruere vt quædam videantur velle, ruantq; A
Prodita iudiciis fallacibus omnia primis.

Secundò, sensus apprehendit rem, vt specie sensibili repræsentatur: at species semper est obiecto similis, vtpote naturalis eius imago: igitur in sensibus nullus relinquitur deceptioni locus.

Tertiò, Tertullianus libro de anima cap. 17. de sensuum auctoritate ita scribit: *Non licet nobis in dubium sensus istos* (de externis loquitur) *reuocare, ne & in Christo de fide eorum deliberetur; ne fortè dicatur, quòd falsò satanam prospectarit de cælo præcipitatum: aut falsò vocem Patris audierit de ipso testificatam: aut deceptus sit cùm Petri socrum tetigit: aut alium posteà vnguenti senserit spiritum, quod in sepulturam suam acceptauit: alium* B *posteà vini saporem, quod in sanguinis sui memoriam consecrauit. Sic enim & Marcion phantasma eum maluit credere, totius corporis in illo dedignatus veritatem. Atquin ne in Apostolis quidem eius ludificata natura est. fidelis fuit & visus & auditus in monte: fidelis & gustus vini illius, licet aquæ antè, in nuptiis Galileæ: fidelis & tactus exinde creduli Thomæ. Recita Ioannis testationem: Quod vidimus, inquit, quod audiuimus, oculis nostris vidimus, & manus nostræ contrectauerunt de sermone vitæ. Falsa vtique testatio, si oculorum, & aurium, & manuum sensus natura mentitur.* Huic luculentissimo Tertulliani testimonio consentit auctoritas Philosophi, qui 8. physicorum cap. 3. text. 22. hebetem eum atque imbecillæ mentis censet qui sensibus fidem derogat.

Epicurus verò eò rem dimittit, inquit Cicero lib. 2. Academ. quæst. vt si vnus sensus C semel in vita mentitus sit, nulli vnquam sit credendum: omnem ergo hallucinationem, quæ visui accidere videtur, animo Epicurus tribuebat. Et idem Lucret.

Nec tamen hic oculos falli concedimus hilum.

Nam si quid aliter videtur quàm sit,

Hoc animi demum ratio discernere debet,
Nec possunt oculi naturam noscere rerum.
Proinde animi vitium hoc oculis adfingere noli.

Sed ab his credulis, qui numquam sensus mentiri putant, discedamus.

Epicureis contrariè sentiunt Academici, qui omnem prorsus fidem à sensibus ablegarunt, quòd semper illos falli putarent. Aduersus quos tres libros scripsit D. Augusti- D nus, in quorum tertio cap. 11. & 12. illorum de sensibus refellit opiniones. Tertullianus autem loco superiùs citato his verbis: *Quid agis Academice procacissime? totum vitæ statum euertis, omnem naturæ ordinem turbas, ipsius Dei prouidentiam excæcas, qui cunctis operibus suis intelligendis, incolendis, dispensandis, fruendisq; fallaces & mendaces dominos præfecerit sensus. An non istus vniuersa conditio subministratur? an non per istos secunda quoque mundo instructio accessit, tot artes, tot ingenia, tot studia, negotia, officia, commercia, remedia, consilia, solatia, victus, cultus, ornatusque? omnia totum vitæ saporem condierunt, dum per hos sensus solus omnium homo animal rationale dignoscitur, intelligentiæ & scientiæ capax, & ipsius Academiæ.*

Et Lucretius aduersus eosdem Academicos scribens libro 4. de natura, illos ait E

—— conuellere tota
Fundamenta, quibus nixatur vita salusq;
Non modò enim ratio ruat omnis, vita quoque ipsa
Concidat extemplò, nisi credere sensibus ausis,
Præcipitisq; locos vitare, & cetera, quæ sint.

Peripatetici nec semper, nec numquam falli sensus asserunt. Quod ipsorum dogma perspicuum fiet, si triplex error antè fuerit explicatus. Primus est, cùm solus externus sensus errat, internus verò sensus, aut mens ipsa errorem corrigit; vt cùm circulus obliquè obiectus externo quidem aspectu, velut ellipsis cernitur, ratio autem sciens partes quasdam aliis remotiores esse, non ellipsim, sed circulum esse iudicat. Error hic in sola est F externa facultate, ex eò obueniens, quòd species, quamuis à circulo profecta, non tamen sit circularis aut circulo similis; sed propter situs obliquitatem, altera parte contractior, vt suo loco ostendetur in fallaciis figuræ. Sic res longè dissitas externus visus paruas apprehendit; at ratio distantiam perpendens, magnas æstimat. Sic innumeris pænè in rebus aspectus eluditur, cuius fallaciis mens haudquaquam adstipulatur.

Alter est, cùm sola mens hallucinatur: quod licet multis ex causis obuenire possit; nempe aut quia mens vacillat, aut quia contrario affectu quodammodò occæcatur, aut quia per insaniam à propria sede deturbatur; præcipuè tamen ex eo, quòd animus minùs

A nùs ſibi ſit præſens, vt cùm quis equum, cui inſidet, anxiè perquirit, rebus aliis intentus.

Tertius eſt, cùm ratio ſimul & viſus in eumdem errorem prolabuntur: quod tum ſanè euenit, cùm fallax rei imago magnam veri ſimilitudinem gerit, nec aliunde quidquam præſidij ſuppetit, quo error detegatur. Tunc enim primò quidem ipſe aſpectus deluditur, ac deinde mens ipſa falſa aſpectus denuntiatione circumuenitur. Sic veteres quoſdam pictores quædam ita ad viuum expreſſiſſe legimus, vt fictæ imagines peritorum etiam oculos veri ſpecie occupauerint. Et hac tempeſtate innumeri reperiuntur artifices, qui recentes vuas, pomaq; & pyra, atque omnis generis fructus è cera in matrices fuſa ita ementiuntur, vt nihil à veris ſecundùm aſpectum diſcrepent, quibus proinde
B non rarò prudentes etiam capiuntur.

Ex hiſce tribus errorum generibus, primum tantùm & vltimum ad rem præſentem conducunt, cùm videlicet aut ſenſus ipſe exterior rem aliter, quam reipſa eſt, apprehendit, imagine rem falsò exhibente; aut cùm eiuſmodi notitiam ſenſus elicit, qua ſuperior facultas, ad quam iudicium ſpectat, in falſam æſtimationem inducitur. Secundum verò huc minimè ſpectat, quòd neque in viſu ſit, neque ex viſu proueniat, ſed ſolius ſit mentis, atque ex propria cauſa proueniens. Vnde eſt illud D. Nemeſij philoſophi libro de natura hominis: *Sæpè obiecto amico eum quærimus, aut conuentum præterimus, quòd aliis ſit mens intenta: ſed ne hîc quidem viſus eſt error, at mentis. Viſus ſiquidem nouit & retulit: mens verò relatis neutiquam adhæſit.* Et Tertullianus lib. de anima, cap. 17. *Qui inſa-*
C *niunt*, inquit, *alios in aliis vident, vt Oreſtes matrem in ſorore, & Aiax Vlyſſem in armento, vt Athamas & Agaue in filiis beſtias. Oculiſne hoc mendacium exprobrabis, an furiis?* Simile quiddam in iis videre licet, quorum animus cupidine diuitiarum ſtimulatur: hi namque cùm ſub terris venas perquirunt, quidquid ex fuluo ſplendet, facilè aurum eſſe arbitrantur.

His prænotatis, dico primò externum viſum circa proprium obiectum formale numquam falli. Eſt verò obiectum formale viſus, lux & color quà talia ſunt, non verò quà lux ſolis, aut lunæ, aut ignis, aut putris ligni: neque color quà viridis, aut purpureus, aut croceus; ſed quatenus vniuerſali notione conſiderantur, vt libro primo propoſitione 100. dictum eſt.

D Secundò dico, circa materiam proprij obiecti, quæ ſpecies lucis & coloris in particulari complectitur, aſpectum falli aliquando. Verbi gratia, ſi viſui cæruleus color obijciatur, nullus vmquam error accidet, quamdiu illum viſus vt colorem comprehendet, quæ eſt ratio obiecti formalis: at in ſpecie coloris errabit is cuius oculi aurigine perfunduntur, quia illi viridis apparebit, ob tranſparentem bilis flauedinem, quæ cum cæruleo viridem componit, vt libro primo propoſit. 39. oſtenſum eſt. Sic ophthalmicis, quorum oculi phlegmone accenduntur, ob ſanguinis infectionem idem cæruleus color purpureus conſpicietur. Nam rubeus cæruleo mixtus purpureum gignit, vt eodem loco libri primi docetur: his enim idem prorſus euenit, quod iis, qui per tincta vitra proſpiciunt. Quocircà cùm Ariſtoteles libro ſecundo de anima c. 6. text. 63. ſenſibile proprium hoc
E nomine commendat, quòd circa illud non contingat ſenſum errare, intellige de formali ratione obiecti proprij, vt iam diximus, vel, vt ipſemet exponit Philoſophus, viſum non errare dum viridem colorem percipit; nec guſtum errare, dum percipit amaritudinem; ſed errare cùm has qualitates illis ſubiectis attribuunt, quibus verè non inſunt, vt dum ictericus pannum hunc, qui cæruleus eſt, viridem putat; aut dum bilioſa æſtuans febre, mel iudicat amarum.

Dico tertiò, circa communia obiecta pleraſque aſpectus hallucinationes verſari, quarum exempla nihil attinet hoc loco repræſentare, cùm de his præcipuè totus hic quartus Opticorum liber inſcribatur. cumque plurimæ earum eiuſmodi ſint, quæ negari omnino non poſſunt, & non paucæ extent cauſæ, quæ tanta veri ſimilitudine oculos perſtrin-
F gunt, vt mentis etiam conceptum æſtimationemque euertant; iure hoc nobis concedi poſtulamus, viſum ſubinde & falli, & fallere.

Reſtat, vt argumentis, quæ pro Epicureorum ſententia initio propoſita ſunt, fiat ſatis. Ad primum igitur reſpondetur: Si perpetuò mentis aciem ſenſus eluderent, nulla ſcientia dari poſſet, quod Academici perſuadere contendunt; & ſi numquam fallerent, vnico actu certiſſima haberetur experientia. Nunc autem medio modo res ſe habet: nam tametſi nonnumquam labantur ſenſus, plerumque tamen non errant. Hinc fit, vt tum primùm certa ſit experientia, cùm plurium actuum ſibi conſentientium repetitione firmatur. Non enim ad ſcientiarum primordia, communiumque notionum conſtitutionem,

vnicus

vnicus actus magnopere iuuat; siquidem error huic subesse potest, qui lateat; at sæpè ac A
sæpiùs repetitus iudicium veritatis corroborat, quousque tandem in communem assensum transeat. vnde posteà velut ex primis principiis scientiæ per ratiocinationem colliguntur.

Ad secundum argumentum, negandum speciem semper esse obiecto similem. nam sæpè vel ob nimiam distantiam, vel propter medij interiecti conditionem, aut situm, aliámve ob causam, ex iis quas mox sumus allaturi, à rebus dissentit. Vt si quis per flauum vitrum cæruleum pannum intueatur, viridem iudicabit: nam species viroris in oculo reuerà existit, mixta nimirum ex vitri & panni qualitatibus. Sic obliquatæ magnitudines contractas species mittunt, quæ proinde res aliter, quàm sunt, repræsentant. Sic à B
rebus longè dissitis imagines attenuatæ, ac rebus minores protenduntur. Ac eodẽ modo in ceteris. Hinc igitur fraus in intellectu interuenit, quòd species ad organum appulsæ, diuersæ à rebus existant: alioquin, vt Cicero scribit lib. 2. Academ. quæst. *maxima est in sensibus veritas, si & sani sunt & valentes, & omnia remouentur, quæ obstant & impediunt.*

Ad tertium respondetur nihil aliud reuinci, quàm sensus non semper errare, quod Academici persuadere nitebantur, aduersus quos eo loci disputat Tertullianus: sed sæpè etiam vera nuntiare; aut saltem, licet ipsi fallantur, veram tamen rei notionem animo ingenerare, si videlicet ex aliarum circumstantiarum inspectione mens errorem externæ potentiæ deprehendat, corrigatque. C

HYPOTHESIS II.

Omnes aspectus fallacias aut deprauato intuitu, aut falsa æstimatione scientiáque, aut vitioso syllogismo inferri.

Ex iis, quæ superiore libro sæpiùs sunt repetita, manifestè constat, omnia quæ oculis obijciuntur, aut solo aspectu dignosci, aut adhibita externo obtutui mentis cognitione scientiaque, aut accedente his etiam syllogismo seu argumentatione aliqua. Solo aspectu percipiuntur illa, quæ propria vocantur obiecta visus, vt lux & color. Scientiâ verò illa omnia, quæ sunt ad aliquid, vt magnum paruũ, simile dissimile, æquale inæquale, ceteraq; eiusmodi. res enim ipsas simul intellectu acceptas esse oportet, ex quarum D
mutua comparatione habitudines illæ in cognitionem veniant. Syllogismo denique cognoscuntur ea quæ ad sui perceptionem aliarum rerum præcognitione indigent: sic distantia ex multitudine corporum, quæ inter rem & intuentem interijciuntur: sic locus ex rei ipsius distantia, respectuque partium vniuersi: sic vera rei magnitudo ex magnitudine apparente distantiaque: sic motus, præsertim si tardior sit, ex corporis quiescentis vicinitate: sic denique plurima alia ex aliis tacitè argumentando colligere solemus.

Igitur error in his quæ solo aspectu percipiuntur, ex deprauato intuitu proueniat necesse est, vt cùm propter interualli immensitatem sol nobis pedalis magnitudinis apparet. Ex falsa verò æstimatione error in iis tantùm rebus obuenire solet, quas sola interna facultas assequitur, vt cùm quis eminùs spectatum ignem stellam putat, aut tinctam cry- E
stallum pro gemma accipit, aut cognatum pro fratre, aut pro amico hostem, aut pro peregrino latronem videre se arbitratur. Denique ex vitioso syllogismo error accidit in iis rebus, quæ ratiocinatione ex aliis colliguntur, vt cùm delatis nubibus lunam moueri putamus, & quiescere quod loco procul dissito mouetur.

Vitiosus syllogismus proprio nomine paralogismus nuncupatur; in cuius vel propositione vel demonstratione peccatur. In propositione quidem tribus modis. Primò, cùm falsum pro vero assumitur, vt si res quæpiam è longinquo spectata remotior esse existimetur, quàm sit reuerà, atque ex ea persuasione maior credatur, falletur animus veram rei magnitudinem ex falsa distantiæ præsumptione concludens. Secundò, cùm ex parti- F
culari de vniuerso genere statuitur; quod perfrequens est, vt cùm inspectis nonnullis picturæ partibus totam nos perlustrasse arbitramur; aut cùm ex vngue leonem colligimus. Qua in re nullus quidem error accidit, quando in particulari assumitur proprietas alteri speciei minimè conueniens: vt si ex vno homine disciplinæ capace vniuersos homines capaces disciplinę astruamus; tamen vniuersa conclusio ex particulari inefficax est ac subiecta fallaciæ. Tertiò, cùm quidpiam à proposito alienũ assumitur: vt cùm quis rem obiectam longiùs abesse putat, quòd eam obscuriùs videat, hoc inquam impertinens est ratiocinandi genus: obscuritas siquidem visionis non ex sola distantia, verùm etiam ex luminis absentia, atque ex ipsius organi visui infectione, facultatisque imbecillitate obuenire

A uenire poteſt. Quare falletur ille interdum, qui ita argumentabitur, remotum aliquid iudicans quod propè eſt, ex ipſius aſpectus obſcuritate. In argumentatione non ſecùs ac in propoſitione ipſa multis erratur modis, vt docet Ariſtoteles in Analyticis, quos facilè eſt ad fallacias aſpectus per accommodationem transferre. At quia ea res per ſe clara eſt ac facilis, nobis in pręſenti ſit ſatis hoc vniuerſè ſuppoſuiſſe, tot modis circa res viſiles falli nos poſſe, quot modis tum ab externis tum ab internis facultatibus error committi poteſt.

HYPOTHESIS III.

B *In octo circumſtantiarum aſymmetria omnes errorum cauſas conſtitutas eſſe.*

LIBRO primo ſex omnino rei aſpectabilis conditiones ad viſionem neceſſarias eſſe diximus: Illuſtrationem, de qua propoſit. 58. Diſtantiam ab oculo, de qua propoſitione 56. Situm ſeu oppoſitionem, de qua propoſit. 55. Magnitudinem, de qua propoſit. 54. Opacitatem, de qua propoſit. 53. Medij perſpicuitatem, de qua propoſitione 57. Quibus ſi adijcias Moram, quam propoſit. 78. ad perfectam viſionem depoſci oſtendimus; itemque Organi integritatem, quam ſtolidum eſſet in controuerſiam vocare; octo erunt omnino, quæ ad accuratam viſus functionem neceſſariò conſpirant.

C In quibus ſane ampliſſima eſt eius magnitudinis varietas, quæ maioris ac minoris ratione ſpectatur. atque in nonnullis mediocritas, in aliis extrema exquiſitæ viſioni magis conducunt: lux enim inprimis mediocris vtilis eſt. quod eleganter edifferit D. Chryſoſtomus homilia 5. de incomprehenſibili Dei natura: *Quid*, inquit, *luce iucundius? quid radio ſolis acceptius? attamen res hæc tam iucunda, tam accepta & placida, vbi ſupra modum ſeſe oculis noſtris obtulerit, grauis moleſtaq; occurrit. Quamobrem Deus immortalis noctem diei ſuccedere voluit, quæ oculos fatigatos demiſsis genis operiret, & pupillis quietem reconciliaret, atque ita vim recrearet videndi, & ad futurum officium redderet aptiorem. Hinc etiam vigilia & ſomnus, res inter ſe cōtrariæ, pariter iucundiſsimæ accidunt ſuæ moderatione viciſsitudinis; & cùm lucem ſuauem nominemus, ſomnum quoque ſuauem dicimus,*

D *qui nos dimouere à luce conſueuit. Ita omnibus in rebus graue moleſtumq; eſt, quod immodicum; ſuaue, vtile, & iucundum, quod modicum.* Igitur lux maxima obtutum hebetat, atque aciem retundit; minima verò latentia obiecta ad actum non traducit. quo fit vt parietes impēsè nigri in obſcuro loco ſubinde non appareant, cumq; tranſitum præbituri videantur, in eos nonnumquam homines incauti impingunt. Sic immenſa diſtantia viſilia extra conſpectum defert, proxima verò obtutum confundit & diſſipat. quare medium quoddam vtile eſt interuallum iuſtitia ad aſpectum accommodatum. Sic quæ obliquè viſui obijciuntur aut ab axe optico declinant, minùs conſpicua ſunt, vti & exigua corpuſcula, quæ niſi directè opponantur, & propè ſint, non apparent. Rurſus ſi diaphana ſint ea quæ oculis obiectantur, colores eorum nigri videntur. nam in ſpectabilibus rebus opacitas commendatur, quæ aſpectum ſiſtat ac terminet; in medio autem tranſparentia neceſſa-

E ria eſt, quæ rerum ſimulachra ad aſpectum transfundat. Quocircà ſi medium fumo vaporibúſve craſſeſcit, res propoſitæ minùs articulatè cernuntur: & ſi tempore exiguo viſus rei conſiderandæ immoretur, nihil perfectè comprehendet. Demum ob potentiæ imbecillitatem aut ſenſorij deprauationem, contingit quoſdam propè, alios eminùs nihil diſtinctè contueri: hinc etiam nigredinis in re non nigra apparentia, viſus arguit defectionem. Nam viſionis interceptio, tenebrarum aut nigredinis ſpeciem oſtendit, vt in iis videre eſt, qui animo delinquunt. Hinc prætereà in pariete albo obſcuræ maculæ interdum putantur vmbræ.

Sunt itaque in his omnibus quidam gradus aſpectui ſymmetri atque accommo-

F dati, *quos vltra citraq; nequit res vlla videri:* quare, vt idem loquitur D. Chryſoſtomus loco ſuperiùs citato, *ſinguli noſtri ſenſus modum, normam, & limitem certum habent à natura datum.* Cùm verò oporteat conuenienti, & quaſi harmonica proportione hæc omnia ad viſus facultatem ſe habere: conſequens eſt, vt perturbata hac habitudine plurimæ deceptiones in viſus functionem irrepant; quarum exempla referre ſuperuacaneum ducimus, tum quòd ex vniuerſa hac tractatione innumera deſumi poſſint, tum quòd ipſius hypotheſis veritas adeò per ſe nota ſit, vt meritò eam nobis nulla adhibita demonſtratione concedi poſtulemus.

A

HYPOTHESIS IV.

Errores visus posse corrigi, tum mente, tum aliis internis externisq; sensibus.

NON posse aspectus fallacias ratione confutari, ex eo probari posse videtur, quòd ratio, visu decepto, pariter circumueniatur. Eius siquidem operatio ex sensus apprehensione dependet. Igitur si ratio visus errorem emendare posset, se ipsa reprehenderet, atque ita numquam falleretur. ex quo fit, vt mens sensum labentem fulcire non possit.

B

Sed quòd neque id sensus alij possint, probatur: quia circa distincta obiecta singuli versantur, nec quidquam commercij inter se habent. Vnde de his ita præclarè cecinit Lucretij Musa libro 4. de natura:

An poterunt oculos aures reprehendere? an auris
Tactus? an hunc porrò tactum sapor arguet oris?
An confutabunt nares, oculíve reuincent?
Non, vt opinor, ita est. nam seorsum cuique potestas
Diuisa est; sua vis cuiq; est. ideoq; necesse est,
Quod molle aut durum est; gelidum feruénsve; seorsum
Id molle aut durum, gelidum feruénsve videri:
Et seorsum varios rerum sentire colores,
Et quæcumque coloribus sunt coniuncta necesse est.
Seorsus item sapor oris habet vim; seorsus odores
Nascuntur; seorsum sonitus: ideoq; necesse est,
Non possint alios alij conuincere sensus.

C

Verùm enim verò quoniam concessum nobis hoc iam est, errores omnes, qui in visus functionem irrepunt, ex aliqua causa prouenire; etsi non quoties causa erroris interuenit, aspectum falli sit necesse: dico tunc solummodò errorem obtingere, cùm erroris causa ignoratur: nam perfacile est, cognita fallaciæ causa, errantem facultatem & se ipsam reprehendere, & ab aliis tum sensibus tum intellectu restitui. Magnam siquidem inter se sensus internæque potentiæ societatem habent, ac mutua sibi auxilia suppetiasq; ferunt. Vnde quod in picturis prominere oculo videtur, id tactus planum indicat: & vnum percipit idem tactus, quod distracta luminum societate geminum conspicitur. Eodem modo, si vera rei distantia mente internóve sensu perspecta sit, vt libro tertio proposit. 4. docuimus, & vera eius magnitudo cognita erit. nam tum solùm res minor, quàm reuerà est, apparet, cùm eius distantia ignoratur, vt infrà ostendemus suo loco. Quare si erroris causam mens, aut internus externúsve alius sensus assequatur, errantem visum facilè coarguet, atque ex aliarum circumstantiarum vera notitia corriget.

D

Ad argumentum, quo probari videbatur non posse errores aspectus ratione emendari; concedimus visu decepto mentem pariter in eumdem errorem protrahi, si lapsus causam non percipiat: at si eam deprehendat, errorem restitui, seque mentem ipsam reprehendere. Vnde nullo pacto sequitur, mentem numquam in errorem prolabi posse ductu oculorum: nam contingit subinde causam erroris ignorari.

E

Ad alterum argumentum, quo idem de aliis externis sensibus ostendebatur; dicendum quòd licet distincta sint singulorum obiecta propria, tamen quædam communia sint, ad quæ plures sensus attingunt. nec posse, vt argumentum rectè concludit, errores visus qui circa lumen aut colores obueniunt, alio sensu dignosci aut emendari; sed circa communia obiecta alterius errores altero corrigi, nemo inficias ibit. *Quocircà*, inquit, D. Nemesius libro de natura hominis cap. 7. *interdum aspectus ceterorum sensuum testimonio indiget, cùm id quod cernitur artificio ad fallendum factum fuerit, vt in pictura. Nam pingendi artis opus est, fallere aspectum non veris eminentiis & lacunis: si res eiusmodi naturæ est, vbi opus sit maximè quidem tactum adsciscere; interdum tamen etiam gustatum, aut odoratum, vt in pomo cereo.* Igitur in illis rebus quæ pluribus sensibus sese offerunt, si vnus fallatur, alter verò rectè sentiat, non erit à ratione alienum existimare, illum qui falsa imagine decipitur, alterius incorrupto iudicio posse restitui: non ita quidem, vt sensus ille qui errat rectiùs iam sentiat quàm priùs; sed vt primaria facultas vtriusque sensus functionem superiori potentiæ transscribat, quæ posteà litem dirimit, atque alterum ex alterius veriore sensu erroris reum pronuntiat.

F

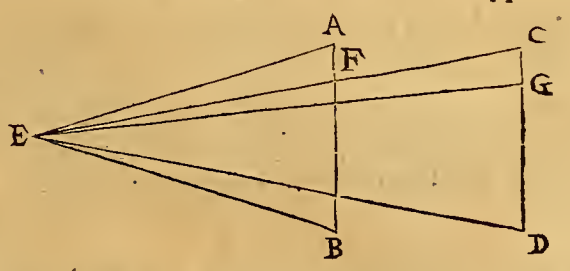
HYPO-

A

HYPOTHESIS V.

Maioribus ſpectata angulis diſtinctiùs euidentiuſq; internoſci.

SINT duæ magnitudines æquales A B & C D oppoſitæ viſui E; ſimili quidem oppoſitionis genere, at diſtantia inæquali: quemadmodum tota A B ſub maiori angulo videtur, quàm tota C D; ita quæcumque pars lineæ A B, puta A F, ſub maiori



B conſpicitur angulo, quàm pars ei æqualis in linea C D, cuiuſmodi eſto C G. Eſt enim angulus A E F maior quàm angulus C E G; & ita de ceteris partibus vtriuſque lineæ exiſtimandum eſt. Quare tota A B ſecundùm omnes etiam ſuas partes maioribus angulis ſpectatur, quàm tota C D. Ideoque vnaquæque etiam pars lineæ A B perfectiùs dignoſcitur, quàm quæ his æquales ſunt in linea C D, vt per ſe notum eſt.

Hoc ipſum Euclides ſuppoſitione vndecima ſuorum opticorum his verbis propoſuit: *Quæ ſub pluribus angulis ſpectantur, expeditiùs videntur.* Quorum verborum idem eſt, qui ſuperiorum ſenſus. Nam vt maiori angulo, ita pluribus A B ſpectatur quàm C D. Qua-

C les enim angulos numero quidem paucos, continet angulus C E D, tales, ſed plures, angulus A E B comprehendit. Exempli gratia, ſi ponatur angulus A E B duplus anguli C E D, ſitque angulus C E G quarta pars anguli C E D, erit idem angulus C E G anguli A E B pars octaua. quocircà quales angulus C E D continet quatuor, tales A E B angulus octo complectitur. Et quod de totis dictum eſt, id in partibus oſtendi poteſt.

Verùm quamuis idem eſſe videatur pluribus angulis ſpectari, quod maioribus; tamen multitudo angulorum non ita euidenter cauſam perſpicacioris intuitus exponit, vt magnitudo. Nam quo magis attenuantur anguli, eò minùs perfectè res cernuntur, quoad tandem ſub inſenſilibus angulis res ipſæ inſenſibiles euadant. Et licet plures inſenſibiles anguli in vnum conueniant angulum; non tamen ratione multitudinis rem conſpicuam

D facient: quoniam enim ſinguli ſenſum fugiunt, & partes ſingulis ſubtenſæ penitus deliteſcunt; quare & totum imperceptibile ſit neceſſe eſt. Non igitur ob multitudinem angulorum, ſed ob eorum amplitudinem res obiectæ euidentiùs conſpiciuntur.

FALLACIAE ASPECTVS CIRCA DISTANTIAM.

E

DEFINITIONES.

I.

Iuſta Diſtantia ea eſt, in qua apparent partes, quæ totius comparatione ſenſibilem proportionem habent.

F QVAMVIS libro primo propoſitione 56. oſtenſum ſit, viſum ſuapte natura infinitè protendi; tamen ex ſequente ibidem propoſitione 57. liquet obiecti conditionem obſtare, quo minùs ad quodcumque ſpatium reipſa extendatur, quòd nimirum omne obiectum ſpatio definiatur, vltra quod videri non poteſt. Quocircà ratione obiecti certa quædam diſtantia ad exactum intuitum exigitur, quam tum iuſtam ſeu mediocrem, ac viſui proportionatam eſſe dicimus, cùm in ea diſcerni queunt partes, non illæ quidem atomæ, ſed quæ totius comparatione ſenſibilem magnitudinem proportionemque obtinent. Hæc iuſtæ diſtantiæ explicatio omnem illam latitudinem complectitur, quæ inter extrema interiacet. Non enim in præſenti nobis propoſitum eſt eam obiecti diſtantiam deſcribere, qua omnes eius partes quàm commodiſſimè aſpectus internoſcat; ſed illam tantùm quæ ab immoderata ſeu nimia diſtinguitur.

A

II.

Immoderata distantia illa est, quæ partes sensibilem habentes proportionem ad totum delitescunt.

EXPLICATA distantia mediocri, quæ immoderata ac nimia censeri debeat, manifestè colligitur. Est namque maior æquo distantia, cùm partes, quarum totius comparatione notabilis est magnitudo, longiùs à visu abductæ, ita extenuantur, vt sensum penitus fugiant; quæ proinde distantia nimia dicitur, quòd visionis metam excedat, ad quam scilicet vis oculorum attingere nequeat. B

III.

Quæ maiori visibili mediocris est distantia, ea minori est iusto maior.

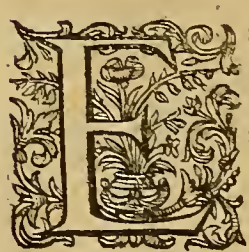
PERSPICVVM sanè hoc est. siquidem in eadem distantia maioris obiecti maior est angulus quo spectatur, quàm minoris. nam per 18. primi Euclidis omnis trianguli maius latus maiorem angulum subtendit. Fieri itaque potest, vt duarum magnitudinum inæqualium pari interuallo ab aspectu disiunctarum, maioris quidem partes C notabilem habentes proportionem ad totum, sensilibus angulis respondeant; minoris verò partes, insensilibus. Quare eadem distantia maioris obiecti comparatione mediocris est, at minoris respectu immoderata.

Ex quo subinferre licet iustum iniustumque interuallum nequaquam absolutè dici, sed obiecti comparatione. Vnde non modò eadem distantia, vnius obiecti respectu mediocris est, alterius verò nimia: verumetiam maior distantia moderata esse potest, atque obtutui proportionata; minor autem fines obtutus excedens: hæc scilicet minoris obiecti, illa verò maioris collatione: non enim vno eodemque modo in eadem distantia maius ac minus perspiciuntur.

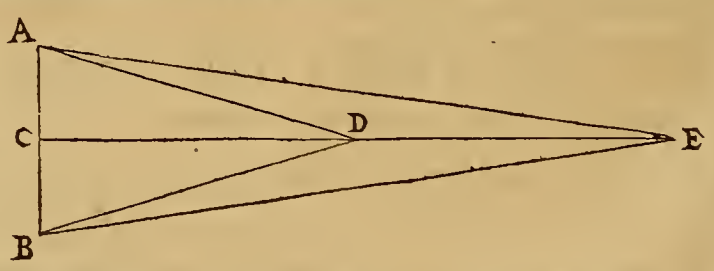
D

PROPOSITIO I. THEOREMA.

Distantiæ minores semper, quàm reipsa sint, conspiciuntur.



ESTO distantia CE, quæ bifariàm diuidatur in D, sic vt CE dupla sit ipsius CD: dico distantiam CE nequaquam apparere duplam distantiæ CD, sed dupla minorem. A visibus enim A & B radij ad



E

vtriusque distantiæ terminum educantur AD & AE, item BD & BE. quoniam igitur libro tertio propositione 4. ostensum est, distantias ex axium opticorum longitudinibus cognosci; ita erit apparens distantia CE ad CD distantiam apparentem, quemadmodum axis opticus AE apparens, ad axem opticum AD apparentem comparatus. Sed quemadmodum angulus ABE ad angulum ABD, ita axis apparens AE ad axem AD apparentem per 9. propos. libri tertij: angulus autem ABE maior quidem est, at non duplo maior angulo ABD, cùm per quintum lemma minor sit angulus DBE quàm angulus ABD. Minor ergo quàm dupla proportio est apparentis axis optici AE ad AD axem apparentem: ac proinde minor etiam quàm dupla proportio est apparentis distantiæ CE ad distantiam CD apparentem; est autem reipsa dupla proportio. Ergo apparet minor quàm reipsa sit; quòd erat demonstrandum. F

Deinde cùm dictum sit libro tertio propos. 2. per interiecta corpora, velut terræ superficiem, distantias cognosci: sit inter videntē & D punctum visibile interiecta terræ superficies CD; inter signum verò E & videntem sit expansa terræ superficies CE dupla ipsius CD, sic vt DE æqualis sit ipsi CD, at illa remotior, idcircò erunt lineæ AE & AD rectis AD

& AC

A & A C maiores, ac proinde per quintum lemma angulus E A D angulo D A C minor erit, & compositus E A C ipso D A C minor quàm duplus: at cùm per nonam proposit. lib. tertij ita sit apparens terræ superficies C E ad eius portionem C D, vt est angulus C A E ad angulum C A D, apparebit distantia C E minor, quàm dupla ipsius C D, atque adeò quàm reipsa sit minor; quod erat demonstrandum.

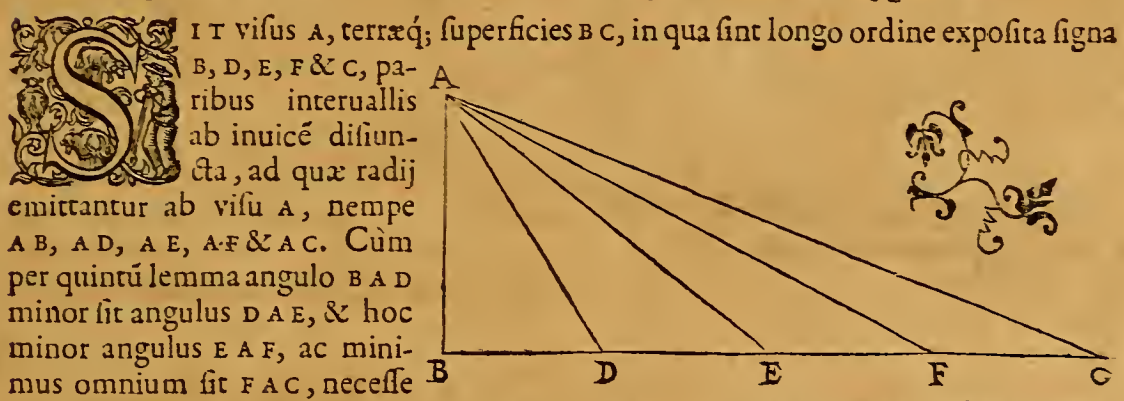
Erroris causa est inæquale angulorum incrementum; non enim illi æqualibus distantiarum adiectionibus pares admittunt accessiones, sed longiore semper recessu minores, vt ostensum est.

Errorem mens corrigit ex comparatione similium distantiarum, quas aliàs sæpè per-
B uidit. Comparationem porrò homines plerumque faciunt ad terræ superficiem, non verò ad alia interiecta corpora: illam enim frequentiùs explorare consueuerunt pedum aut passuum modulis, dum vel eam sæpè perambulant, vel dum adhibita regula eam ad amussim emetiuntur. Quo verò maiorem quis hac in re vsum experientiamque habet, eò certiùs iudicat de insuetis; inexpertus autem sæpiùs grauiusque hallucinatur.

PROPOSITIO II. THEOREMA.

Eorum quæ in directum longo ordine exponuntur æquales intercapedines, quò remotiores eò semper minores apparent.

C



SIT visus A, terræq; superficies B C, in qua sint longo ordine exposita signa B, D, E, F & C, paribus interuallis ab inuicẽ disiuncta, ad quæ radij emittantur ab visu A, nempe A B, A D, A E, A F & A C. Cùm per quintũ lemma angulo B A D minor sit angulus D A E, & hoc
D minor angulus E A F, ac minimus omnium sit F A C, necesse est ipsas signorum intercapedines, quò remotiores eò minores apparere, nempe ipsâ B D minorem D E, & hac E F minorem, minimam aurem F C. nam per 9. propositionem lib. 3. ita se habent apparentes rerum magnitudines, vt anguli quibus subtenduntur.

Fallaciæ causa eadem est, quæ præcedentis, nimirum anguli mutatio, quæ veræ distantiæ minimè respondet, sed quæ augmento veræ distantiæ semper est minor, decremento verò maior. Vel causa est aspectus, radiorumque incidentium obliquitas, qua fit vt per æqualia distantiarum incrementa, angulis ipsis minores semper fiant accessiones.

CONSECTARIVM.

E

Superiores ædificiorum ordines resupinari videntur.

EX hac eadem fallacia ille quoque error emanat, quo in ædificiis superiores ordines resupinari, vt Vitruuius loquitur, hoc est posteriorem in partem reclinari videntur, cuius fallaciæ causam Vitruuius proposuit lib. 3. cap. 3. his verbis: *Quo enim altiùs oculi scandit acies, non facilè persecat aëris crebritatem: dilapsa itaque altitudinis spatio, & viribus extrita, incertam modulorum renuntiat sensibus quantitatem. Quare semper adijciendum est rationis supplementum in symmetriarum membris, vt cùm fuerint in altioribus locis opera, aut etiam ipsa colossicotera, certam habeant magnitudinum rationem.* Et paulò post
F eodem capite, vt huic necessario malo aliqua saltem ex parte occurrat, hanc præscribit legem: *Membra omnia, quæ supra capitula columnarum sunt futura, id est, epistylia, zophori, coronæ, tympana, fastigia, acroteria, inclinanda sunt in frontis suæ cuiusque altitudinis parte duodecima: ideò quòd cùm steterimus contra frontes, ab oculo lineæ duæ si extensæ fuerint, & vna tetigerit imam operis partem, altera summam, quæ summam tetigerit, longior fiet. Ita quo longior visus lineæ in superiorẽ partem procedit, resupinatam facit eius speciem; cùm autem, vti suprà scriptum est, inclinatæ fuerint, tunc in aspectu videbuntur esse ad perpendiculum ac normam.* Picturis etiam, quæ editiori loco collocantur, id magnam adfert venustatem, si anteriorem in partem nonnihil inclinentur, sic enim aspectantibus ab imo propensiores fiunt, & tamen à perpendiculi rectitudine minimè abesse videntur.

A

PROPOSITIO III. THEOREMA.

In rerum distantiis tum maximè visus hallucinatur, cùm aut visile longiùs distat, aut cùm hoc inter & visum nullum spectabile corpus intercedit.

HÆC propositio bipartitò diuiditur, quoniam duas exponit primates errorum causas, quarum altera est immoderata distantia, altera medij interiecti inanitas. Ac prior quidem propositionis pars ex eo potest demonstrari, quòd maior sit proportio distantiarum, quàm angulorum, sub quibus illæ continentur, vt libro tertio propositione septima est demonstratum. Hinc enim fit, vt postquam distantiæ plurimùm excreuerunt, licet deinceps magnis accessionibus producantur; anguli tamen non pro rata augeantur, sed semper minùs, vt propositione præcedente ostensum est, quoad tandem insensibilis fiat angulorum mutatio, quæ notabili distantiarum productioni respondet. B

Posterioris verò partis ratio est, quoniã frequentiùs consueuit aspectus distantias per interiecta corpora explorare, vt lib. 3. propos. 2. docuimus, præsertim cùm breui admodum termino definita sit ea distantia, quam visus ex axium opticorum longitudine dignoscere exactè potest. Cùm verò corpora aliqua inter visum ac visile interposita sunt, eaq; ordine quodam disposita, ex horum intuitu mens numerando faciliùs distantiam colligit. Exempli gratia, fingatur longissima porticus pedum quadringentorum aut ampliùs hinc perpetuo pariete, illinc columnis subnixa, sitq; eius longitudinis medium aspectu inuestigandum. Id sanè nullo negotio is assequetur, qui ad columnarum numerum attendat. nam eo consistens loco, vnde æqualem numerum columnarum vtrimque spectet, ibi medium longitudinis designabit. At si solam terræ superficiem inspiciat, aut perpetuum parietem incrustatum cui vicinus sit, haud facile erit medium longitudinis definire: siquidem distantia pedum ducentorum, quæ hinc inde relinquitur, ad altitudinem staturæ humanæ comparata metas iustæ proportionis excedit, sic vt decem aut etiam viginti pedes in fine adiuncti aut detracti, nullum sensibile discrimen quoad aspectus æstimationem inducant, propter anguli insensibilitatem. C D

Hinc multæ obueniunt deceptiones, è quibus illustriores quasdam hîc attexere lubet, velut huius propositionis consectaria.

CONSECTARIVM I.

Arborum & columnarum anteriorem in partem longo ordine expositarum, quæ longissimè distant, coniunctæ videntur.

E

IN promptu est huius consectarij causa. Facit namque immoderata distantia, vt remotiorum arborum vel columnarum interstitia visu non percipiantur, scilicet propter angulorum, qui eis respondent, insensibilem tenuitatem. hi enim, vt propositione secunda est demonstratum, quantò ad remotiores distantias attinent, tantò semper pro rata angustiores euadunt, quousque tandem aspectum omnino effugiant: quod cùm accidit, ipsæ etiam intercapedines rerum longiùs dissitarum ab aspectu surripiuntur. Vnde res eæ coniunctæ videntur, quæ alioquin non medioeri interuallo distant. Ea nimirum vis inest obliquitati obtutus, vt quo obliquior est, eò minores comprehendat eas magnitudines, quæ reipsa æquales sunt, aut etiam maiores. Est porrò remotiorum interstitiorum obliquior semper intuitus, igitur & minor angulus quo videntur, ac tandem etiam insensibilis. Quocircà arbores ac columnæ in directum exporrectæ, quæ longissimè distant, coniunctæ videntur. F

Quod de arboribus atque columnis dictum est, hoc in rebus aliis quamplurimis locum habet. omnibus siquidem commune est longiore recessu earum magnitudines secundùm aspectum minui, quòd pyramidum opticarum anguli, qui ad vertices consistunt, in angustum contrahantur, cùm illarum bases longiùs absistunt. Quoniam itaque rerum intercapedines quamdam magnitudinum rationem habent, his idem quod rebus accidere ipsis necesse est.

CON-

A

CONSECTARIVM II.

Qui procul ab amne distant, res vlteriores à citerioribus non distinguunt.

SIQVIDEM propter aluei profunditatem aquæ superficies spectari non potest: quamobrem spatium, quod latitudo fluminis occupat, per se visus non assequitur. Vt enim libro tertio proposit. 5. ostensum est, distantiæ maiores per interiecta corpora distin-
B guuntur. Igitur è toto spatio, quod inter videntem & res vltra amnem constitutas diffunditur, ea portio subduci debet, quam latitudo fluminis non apparentis complectitur; quod enim non spectatur, pro nihilo censeri debet. Quare res vlteriores ac citeriores, quas delitescens aqua discriminat, coniunctæ videntur per præcedens consectarium, nec eas visus distinguit. Vnde frequens hallucinatio contingit, qua etiam mens ipsa non rarò dubitat, an quos oculus eminùs conspicit montes, vel campos, aut arbores, aut turres, citta flumen sint, nec ne: cùm vicinum esse flumen constat. Sic sæpè perpetuo gramine vestita apparent prata quæ intercurrentibus riuis dirimuntur; horum siquidem alueos sutrecta herba ab aspectu suffutatur.

Huic defectui duobus potissimùm modis ratio occurrere consueuit. Alter est conside-
C ratio illarum rerum, quæ eamdem fermè magnitudinem habent, vt sunt arbores ac domus; has namque si solito maiore inæqualitate diffidere conspexerit, minores vlteriores iudicat, maiores verò citeriores, vtpote propinquiores. Alter est coloris inspectio: nam quæ longiùs distant, cùm per aëris densitatem cernuntur, cæruleum quodammodò, seu nebulosum colorem affectant. vnde fit, vt arbores, quarum viror herbaceus est ac naturalis, propinquiores; quarũ verò color ætugineus est magis, remotiores esse conuincantur.

CONSECTARIVM III.

Planetæ ac stellæ fixæ, quantum à nobis distent, aut quæ plus
D *minúsve, visus non assequitur.*

SI vastissima terræ moles cæli comparatione puncti instar sit, vt veris rationibus Astronomi probant, perspicuum sanè est, quantò minus æstimari debeat oculorum interuallum: vnde liquidò constat, angulum qui huic ceu basi insistit, & ad cælos vsque verticem protendit in concursu, indiuiduum omnino atque imperceptibilem esse. Nec vllum eius notabile incrementum aut decrementum percipi posse, siue ad fixa, siue ad errabunda sideta iugati axes optici euibrentur. Nullum igitur distantiæ discrimen in his vmquam poterit notari, si soli aspectui credatur. At ratio huic obscuræ inuestigationi plurimum attulit adiumenti: multis siquidem præclarè inuentis, quæ optica ex se fudit, illustres quasdam veritates patefecit, de quibus alius erit differendi locus; minimè tamen
E ab hoc instituto alienus, cùm illa ex huius scientiæ arcanis sint deprompta.

CONSECTARIVM IV.

Cælum terræ cohærere in ambitu horizontis videtur.

HVIVS tei hæc est genuina causa, quòd spatium tertam inter cælumq; diffusum, quà spectabilis horizon vtrumque attingit, visus non assequatur; vtpote solo aëro inani obseptum; omni autem solido corpore vacuum. Quod cùm ita sit, soleatque ex interiectis corporibus longiores distantias visus explorare, vt libro 3. proposit. 5. tradidi-
F mus; necessum est huic phantasiæ idem prorsus euenire, quod in rebus præterfluente amne diremptis consectario secundo ostendimus, vt nimirum cælum terræ coniungi visus arbitretur, nisi mens cæli sublimitatem aliunde edocta errorem corrigat. Id Cleomedes quoque libro 1. circularis inspectionis his verbis proposuit: *Cùm mare nauigamus, in quo terra loco non spectatur, circũcircà in horizonte nobis cælum imaginamur aquam contingere. At cùm eò peruenerimus, vbi nobis imaginamur cælum maris aquas contingere, rursus spectatur supernè incubare: procedendoq; quouis nauigio id contingit. Proinde si nauigiis aut ambulando terra circumeatur, nulla pars erit, vbi cælum non supernè incubet.* Hinc idem Cleomedes cælum probat rotundum esse; sed & terrarum aquarumque congestam

molem sphæricum habere schema, ex eadem aspectus apparentia constat. Hinc fit etiam A
vt sol occidens mergi sub vndas pelagi ab infantibus rudioribusque credatur, vti ex aquis prodire cùm primùm oritur, propter eam quam diximus aspectus fallaciam.

PROPOSITIO IV. THEOREMA.

Subinde remotiores, plurimùm tamen propinquiores eæ res existimantur, quarum intermedium spatium non percipitur.

Ex superiore propositione palàm est plurimos errores ex intermedij spatij B
ignoratione prouenire, quod quidem tum maximè vsu venit cùm inter spectatorem & rem visilem nullum corpus conspicuum intercedit. Nunc verò duplex fallaciæ genus ex eadem illa causa prognatum proponitur. Alterum est, cùm res per inane spectatæ æquo propinquiores videtur: alterum, cùm iusto longiùs abesse existimatur. Ac falli quidem interdum ex hac causa aspectum posse nemo inficiabitur, cùm certò constet internum sensum omni externo præsidio destitutum non posse de proposita rei distantia per se iudicare. Fortuitò ergo & quasi diuinando de ea coniecturam facit. Coniecturale autem iudicium, quia non ex reipsa, sed ex priuata opinione ducitur, sæpè fallit, & nunc in vnam nunc in alteram partem à vero abducit: ita scilicet subductis mediis corporibus aliquando propiùs, aliquando lon- C
giùs ipsum visile abesse mens auguratur, quàm sit reipsa. Nunc vtrumque subinde euenire, duobus his consectariis è millibus desumptis ostendamus. nil enim vetat à posteriori effectu causam probari.

CONSECTARIVM I.

Cælum prope horizontem longiùs à nobis distare videtur, quàm iuxta verticem.

Hic enim nullum corpus, illic verò interiacet terræ superficies. Et quamuis reuerà
longiùs à nobis cælum distet circa horizonté propter terræ latitudinem; hoc tamen D
discrimen cæli comparatione insensibile est. Vnde in astronomicis considerationibus, quæ per visum fiunt, aut vmbram, nulla eius ratio habetur: sed, ac si centrum visus nostri in centro mundi existeret, omnia præstantur. Apparet autem cælum nobis ad horizontem manifestè remotius, propter interpositam terræ superficiem; ad verticem autem propinquius, ob spatij interiecti ignorationem. Palàm igitur est subinde propinquiores res illas existimari, quarum interiectum spatium ignoratur.

CONSECTARIVM II.

Nubes terræ adhærentes, propè; auulsæ, longissimè abesse videntur. E

E Paludosis locis dum solaribus radiis percussa terra incalescunt, densi quidam vapores non rarò subleuari conspiciuntur, æstiuo præcipuè tempore, pacato tranquilloq; cælo, & horis aliquot post solis exortum. Hi cùm primùm è terra aut superficie aquæ prorumpunt sensim coacti densantur; deinde adminiculum quærentes secundùm terræ superficiem perreptant, & ad eminentiora loca naturæ ductu contendunt; vnde tandem insita leuitate auulsi in sublimi pendent, & more aliarum nubium ventorum impetu rapiuntur.

Qui hoc naturæ opus attentiùs contemplantur, illas vaporum collectiones, priusquam
à terræ contactu separentur, propinquas vident, cùm nimirum breue terræ spatium in- F
teriectum animaduertunt: vt autem à terra primùm secretæ liberè vagantur, longinquitatem illarum mirantur, cùm cælo proximæ, aut multis passuum millibus abesse videantur. Ita enim omnino apparent, quemadmodum ceteræ nubes, quas longissimè distare imperitum vulgus solo aspectu arbitratur; cùm tamen non rarò breui absint interuallo.

Huic experientiæ ipse in primis subscribo, oculatus testis, & non infrequens fallaciæ admirator. Siquidem numquam adeò vicinas esse nubes hasce credidissem, nisi momento antè temporis è proximo terræ loco diuelli eas conspexissem. quod ipsum ab aliis quoque non semel notatum fuisse comperi. Perspicuum est igitur remotiores interdum apparere res illas quarum interiectum spatium non percipitur.

Hæc

A Hæc quamuis ita sint, crebriùs tamen vsu venit, vt viciniora illa iudicentur, quorum spatia intermedia non persentiuntur. Estq; hoc magis è ratione deductum: nam cùm interiectum spatium sit ipsa rei distantia, sanè spatio ignorato, ipsa quoque distantia latet; hac verò non integrè percepta, minui censetur: siquidem quod non sentitur, non esse existimatur. Igitur propinquiora hæc videntur, cùm propinquiora illa sint, quæ minùs distant.

Simile quiddam in temporis transactione ostendi potest. Nam qui grauioribus occupationibus vrgentur, temporis prolixitatem non sentiunt, citiusque, quod longè futurum est tempus, aduentare mirantur, quòd nimirum multas intermedij temporis partes mens
B præoccupata non sentiat. Contrà verò qui futurum breui tempus otiosè opperiuntur, tarditatem incusant, idq; propter præsentis temporis, cui mens continuò intenta est, diuturnitatem.

Sic qui à primo somno repentè expergiscuntur, subinde multum, aliàs parum se dormiuisse existimant. Tum quidem plus, cùm longas historias somniando percurrerint; siquidem tunc aliquam temporis intermedij notionem acceperunt: tum verò minùs, cùm profundè nec ad satietatem somno indulserint, vtpote qui nihil temporis tacitè decursi persenserint.

Qui verò animo delinquunt, ita instantia temporis præteriti ac subsequentis iungunt, vt continuum putent, quòd scilicet propter animi absentiam nullam omnino medij tem-
C poris cognitionem habere potuerint. Quare perinde ac si nihil temporis interlapsum sit, præteritum futuro coniungunt. Eodem prorsus modo aspectus disiunctarum rerum extrema connectit, cùm interpositi spatij portio aliqua inuisa pręterlabitur. Hac enim velut interpuncta, quod reliquum est, vnum videtur; atque adeò quod longè dissitum, propinquius fieri existimatur.

CONSECTARIVM III.

Ignes noctu procul conspecti viciniores apparent.

NEMPE quòd spatium interiectum, propter tenebras rebus omnibus offusas, ex æquo æstimari non possit. quamquam & alia eius rei causa esse possit, videlicet
D opticorum radiorum infractio per aëris densitatem obueniens; vnde etiam fieri videtur, quòd eadem lumina maiora, quàm reipsa sint, conspiciantur: vt & sol, cùm sub occasum per medios vapores terrę cohærentes transparet; & luna, cùm sole occumbente exoritur.

PROPOSITIO V. THEOREMA.

Sub tenebras, vt circa crepusculum, quæ propè sunt, remota esse creduntur.

E QVOD hoc loco proponitur, ita quidem reipsa se habere frequens docet experientia. Causa verò erroris hæc esse videtur, quòd res offusæ tenebris obscuram incertamq; imaginem oculis ingerant: qui proinde firmas acies dirigere in obiecta nequeant. Cumque hoc ipsum iis quoque accidat, quæ longè dissita sunt; arbitratur visus ea quæ hoc modo conspicit, longiùs distare, propter affectionis similitudinem, eamdemque cum rebus dissitis apparentiam.

Hoc deceptionis genere plurimùm capiuntur illi, qui ingruentibus tenebris iter faciunt. nam proximas ædes, eminùs se conspicari arbitrantur; & arbores longè remotas, quibus admodum sunt vicini; occursantesque ipsis homines, cùm proximi sunt, è lon-
F ginquo aduentare existimant.

Errorem verò mens corrigit ex perspecta rerum magnitudine, vt si arbores in tenebris appareant ea magnitudine, qua maximæ quæque è propinquo cernuntur, mens iudicat eas longè abesse non posse, licet primò aspectu remotiores videantur. Huic quoque rei auditus præsidio est, quippe qui inter ceteros externos sensus distantiam percipiendi vi pollet. Nam & ex æris campani sono in turribus excitato, & ex humanis vocibus, musicisque organis in ædibus popinisque perstrepentibus, distantiæ magnitudo auditus ope colligitur. hæc enim si clarè audiantur, vicina loca esse oportet vnde proueniunt.

PRO-

A

PROPOSITIO VI. THEOREMA.

Per nebulam turres ac montes longiùs, quàm sereno cælo distare existimantur.

HÆC fallacia superiori per omnia similis, quam & quotidiana experientia confirmat. perperam verò ex infractione eam fieri quidam arbitrantur. Nam quæ per nebulam fit radiorum infractio, vti per densius medium rerum phantasias adauget, quæ verò augentur, propinquiora fieri videntur. B Non igitur ex infractione hæc deceptio originem ducit.

Neque ex eo prouenit quòd interiecta corpora ab aspectu surripiantur. Hinc enim viciniores potiùs res esse viderentur quàm longiùs dissitæ, vt propositione quarta ostensum est: at remotiores apparent. non igitur ex hoc capite propositus error obuenire potest.

Dicimus ergo id ex eadem causa fieri, ob quam in tenebris res longiùs distare creduntur, quòd videlicet per nebulam iuxtà ac in tenebris res obscurè appareant, eò scilicet modo quo spectari illæ solent, quæ longissimè distant.

PROPOSITIO VII. THEOREMA.

C

Quibus obtusior est oculorum acies, his res quædam propinquæ longiùs abesse videntur.

FIT non rarò vt ij qui imbecilliorem habent obtutum, è duobus obiectis æquè à visu disiunctis, id quod viuacitate colorum magis conspicuum est, propinquius videatur; id verò remotius, cuius colores sunt languidiores. Inde verò huius erroris causa ducitur, quòd propinquiora euidentius videantur, vt lemmate 2. superiùs est præmonstratum. Vnde mens ita secum tacite ratiocinatur: Hoc obiectum manifestiùs videtur, ergo propinquius est; illud verò remotius, siquidem obscuriùs cernitur. Errat autem, quòd aliunde possit claritas D aspectus prouenire, quàm à colorum viuacitate: nam & ab aspectus perspicacitate, quemadmodum etiam à maiore incidente lumine, quo colores ad actum educuntur & spectabiliores fiunt, obtutus inclarescit, vt ex proposit. 60. lib. primi constat.

PROPOSITIO VIII. THEOREMA.

Ob temporis breuitatem nequit aspectus veram rei distantiam explorare.

CVM enim per 3. propositionem huius libri ex longa corporum interiectorum serie, tamquam ex re notissima, distantiæ cognitio plurimùm soleat inuestigari; perspicuum sanè est moram requiri, qua opticus axis totum spatium per medium diffusum transcurrat. Si igitur res breuissimo tempore præsens, illicò ab oculis eripiatur, incertam relinquet distantiæ notionem, & interdum quidem maior, aliàs verò minor existimabitur, qualem nimirum prima, eaque confusa inspectio suggesserit. Ita sæpè hallucinari aspectum contingit in iis rebus, quas aliquis perfunctorie leuique oculorum iactu intuetur: vt cùm quis palatium visendi causa ingreditur, vbi atria, porticus, aulæ, triclinia, ceteraq; loca prægrandia sunt, atque amplitudine consuetum morem excedunt; ibi si moram fecerit, singularum partium imagines veris simillimas hauriet: si verò obiter singulas aspexerit, illarum F notiones sibi extemplò effinget plurimis erroribus obnoxias. Præterea multæ sæpè accedunt erroris causæ; vt si distantiæ, quæ explorandæ proponuntur, accliues sint aut decliues, aut quocumque alio modo obliquæ: rursus si in aperto sint, minores existimantur, quàm in concluso. his verò omnibus intenta mens esse debet, ne inde maximè decipiatur, vnde minimè errorem prouenire posse existimat; id quod momento temporis fieri non potest. Ergo quod demonstrasse oportuit, spatium aliquod temporis ad exactam distantiæ cognitionem est necessarium, vt quantum vnaquæque res ex aduerso spectata à vidente distet, rectè æstimari possit.

FALLA-

A

FALLACIAE ASPECTVS CIRCA MAGNITVDINEM.

AXIOMATA.

B

AXIOMA I.

E quibus reipsa positis verus infertur effectus, ex iisdem apparentibus is sequi videtur.

HVIVS axiomatis intelligentia exemplis aliquot perspicua fiet. Vt si æquales apparent anguli, quos recta facit in rectam incidens linea, licet fortè obliqui reipsa sint, tamen recti apparebunt per 13. primi Euclidis. Et si in duas rectas lineas recta incidente linea externus angulus interno & oppo-
C sito & ad easdem partes æqualis appareat, aut interni & ad easdem partes duobus rectis videntur æquales, parallelæ inter se conspicientur ipsæ rectæ lineæ per 28. primi Euclidis. Sic figura, è cuius puncto aliquo ad circumferentiam educti radij cernuntur æquales, circulus apparet, per circuli definitionē, tametsi aut ellipsis esse reuerà queat. Ad eumdem modum si duorum triangulorum duo latera duobus lateribus æqualia visui exhibeantur, basesq; cernuntur æquales, & anguli æquis lateribus comprehensi æquales videbuntur per 8. primi Euclidis. Rursus si duæ lineæ se mutuò secuerint, rectæque appareant, angulos ad verticē æquales esse aspectus existimabit per 15. primi Euclidis. Possunt verò eiusmodi exempla adferri quamplurima, quæ Lectori consideranda relinquo.

Et sanè cùm eiusmodi proprietates necessariam quamdam cum suis causis connexionē
D habeant, qui causas videt, aut se videre arbitratur, is effectus ipsos aut simul videt, aut se videre putat. Vt enim impossibile est hominis notionem animo concipere, & rationis capacem negare; aut canem nulla latrandi aptitudine præditum; aut magnetem, qui nulla ferrum alliciendi vi polleat: ita impossibile est circulum non agnoscere, è cuius medio omnes educti radij æquales spectantur; vel non rectos angulos, qui æquales ex vtraque parte incidentis lineæ conspiciuntur. Igitur apparentibus causis apparent effectus, qui ex iisdem reipsa positis inferuntur.

AXIOMA II.

Totum apparet maius sua parte; si quidem excessus, quo
E *totum superat partem, sub sensum cadit.*

PERSPICVVM est hoc pronuntiatum. Nam totum sua parte reipsa est maius, & discernendi facultas vtrumque distinguit; necesse est igitur maius illud videri, quod portionem aliquam continet, qua alterum excedat.

Oportet autem excessum illum sub sensum cadere. Nam eius gratia totum parte maius apparet. Quare si excessus visu non percipiatur, quæ relinquentur, æqualia apparebunt. Igitur necesse est portionem illam, qua totum suam excedit partem, sensibilem esse, vt eius adiunctione totius ac partis discrimen conspicuum fiat.

F

AXIOMA III.

Quæ sibi quoad aspectum congruunt, æqualia videntur.

VTI enim reipsa æqualia sunt per octauum Euclidis pronuntiatum, quæ sibi mutuò congruunt, hoc est, quæ ad se inuicem applicata ita se habent, vt extremis exactè respondeant: sic æqualia illa videntur, quorum extrema vno eodemque radio ad aspectum perferuntur. Siquidem tum vnius extrema cum extremis alterius ita coincidunt, vt visui vnius instar repræsententur.

AXIO-

A

AXIOMA IV.

Quæ vni tertio videntur æqualia, & inter se æqualia videntur.

In hac quoque apparentia, aspectus rebus ipsis analogia quadam sese accommodat. Nam fieri omnino nequit, vt quæ vni tertio videntur æqualia, inter se inæqualia conspiciantur. Si enim vnum alterum excedere, aut ab illo superari deprehendatur, consequens erit, vt quod maius est, vincat non modò alterum, sed etiam ipsi æquale tertium; B quod verò minus est, ab vtroque superetur: quare aduersus hypothesin vnum illud tertio æquale non cernetur.

Simili modo fieri non potest, vt quæ inter se inæqualia videntur, ambo vni tertio æqualia appareant. Nam quod inæqualium maius est aut minus, hoc non modò superat secundum, sed etiam tertium, cui secundum æquale ponitur. Igitur quæ vni tertio videntur æqualia, & inter se æqualia videntur; quod erat explicandum.

AXIOMA V.

Et quorum alterum vnitertio videtur æquale, alterum inæquale, ea inter se inæqualia videntur. C

Si enim æqualia inter se viderentur, & tertio viderentur æqualia. Necesse siquidem est, vt id quod inæquale cernitur, cum æqualibus, hoc est secundo ac tertio, eamdem analogiam habeat, seu vt idem ad æqualia eumdem habeat respectum. Igitur quoniam duorum alterum ex hypothesi tertio videtur æquale, consequens est vt primum vtrique æquale aut inæquale appareat. Quocircà si primum seu quod tertio inæquale videri ponimus, secundo videretur æquale, & tertio æquale appareret aduersus hypothesin. Si ergo inæquale vnum tertio apparet, alterum æquale, ea inter se inæqualia videntur.

AXIOMA VI. D

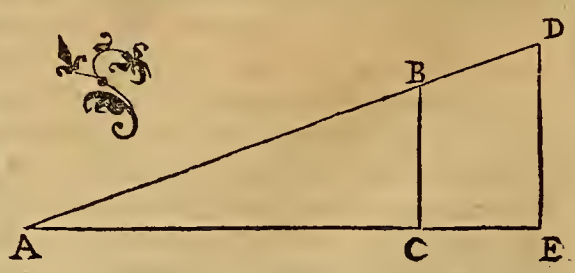
Et quod vno æqualium maius videtur aut minus, maius quoque videtur aut minus altero æqualium. Et si vnum æqualium maius aut minus videtur magnitudine quapiam, alterum quoque eadem magnitudine maius videtur aut minus.

Eadem est huius axiomatis, ac præcedentis explicatio. Quocircà ne diutiùs quàm par est, rebus primò ac per se notis immoremur, rem ipsam Deo duce aggrediamur, cœptumque fallaciarum ordinem prosequamur. E

PROPOSITIO IX. THEOREMA.

Eodem conspecta angulo, quorum distantiæ non perpenduntur, æqualia existimantur.

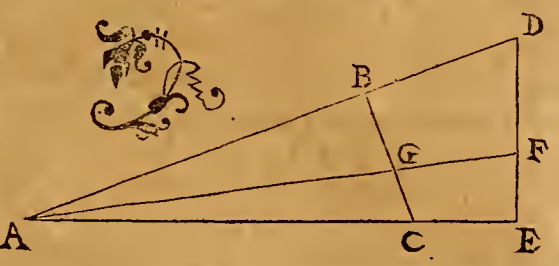
Demonstrari in primis hæc propositio potest, dato quod obiectę magnitudines eumdẽ situm ad aspectũ habeant, hoc modo: Sint propositæ magnitudines B C & D E, similiter visui oppositæ, atque adeò inter se parallelæ, per ea quæ in definitionibus ad propositionem 31. libri tertij exposuimus. Hæ eodem quidem angulo D A E, sed ex inæquali distantia A C & A E spectentur, sic tamen, vt distantiæ inæqualitas non percipiatur; dico B C & D E magnitudines æquales æstimari.



Cùm enim in parallelas rectas lineas B C & D E recta incidat linea A E, erunt per 29. primi

A clidis anguli A C B & A E D æquales, atque eadem ex causa anguli A B C & A D E inter se æquales erunt. Ergo æquiangula erunt triangula B A C & D A E, quibus nimirum angulus A communis est. quare per quartam sexti Euclidis proportionalia erunt ipsorum latera, quæ circum æquales angulos consistunt. Vt ergo A C distantia ad distantiam A E, ita B C magnitudo ad magnitudinem D E: sed ex hypothesi A C & A E æquales videntur, vt quarum inæqualitas non perpenditur: ergo & magnitudines B C & D E æquales apparebunt; quod erat demonstrandum.

Deinde vniuersè hoc ipsum sic demonstrabitur. Sit centrum visus A, res autem duæ B C & D E sub eodem quidem angulo spe-
B ctatæ, at non eodem modo visui obiectæ: has æquales nihilominùs videri affirmo; si quidem distantiarum discrimina non percipiantur. Cùm enim puncta B & D in rectam lineam A D incidant, similiterque puncta C & E in rectam A E; non perpendantur autem B D & C E distantiarum dis-



crimina ex hypothesi; fit vt puncta D & B, item puncta E & C secundùm apparentiam coincidant. Quare vtriusque lineæ B C & D E extrema secundùm aspectum congruunt; atque eodem modo puncta media sibi mutuò respondent. Ducta enim ex A quacumq;
C alia linea, puta A F, quæ vtramque B C & D E in G & F vtcumque intersecet, incident vtraq; communis sectionis puncta G & F in hanc eamdem rectam lineam A F; quocircà & ipsa sibi mutuò congruent. Ergo magnitudines B C & D E secundùm aspectum æquales erunt per 3. superius axioma; quod erat demonstrandum.

Hinc contingit multa per deceptionem æqualia videri sub crepusculum, aut noctu lucente luna, cùm nempe rerum distantiæ minùs accuratè dignoscuntur: sic arbores inæquales, ex inæquali quidem distantia, sed sub eodem angulo visæ, æquales sæpè existimantur, cùm illarum inæqualis distantia non expenditur.

Est porrò hæc erroris causa eiusmodi, vt eâ mens quoque ipsa interdum circumueniatur, cùm nimirum nihil suppetit, cuius ope certa distantiæ cognitio haberi possit, aut quo
D errantes oculi in veram cognitionem restituantur.

PROPOSITIO X. THEOREMA.

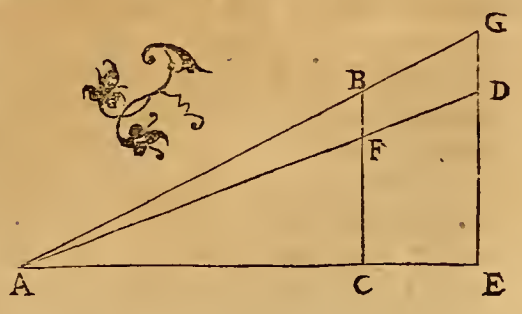
Maioribus spectata angulis maiora, minora minoribus, æqualibus æqualia videntur.

E HOC Euclides in Opticis quarta, quinta, & sexta hypothesi, ceteriq; Auctores Perspectiuæ, Euclidis exemplo, vt per se notum supponunt. Nos etiam tantorum virorum auctoritate freti, in superioribus libris id non semel vt contestatum vsurpauimus. Potest tamen & ratione positisq; principiis demonstrari; quod priusquam faciamus, duo hæc prænotanda sunt.

Primò, idem in hac propositione subintelligendum esse, quod in præcedente; nimirum, vt ratio disparis interualli, quo magnitudines ab aspectu distant, penitus ignoretur.

Secundò, duplicem esse huius propositionis euentum: aut enim distincti omnino sunt anguli, totique ab inuicem disclusi, quibus propositæ magnitudines cernuntur; aut certè minor continetur maiore, vt pars toto.

Posterior itaque casus sic demõstrabitur. Sint propositæ magnitudines B C & D E inæqualibus angulis spectatæ, B C quidem maiore,
F minore autem D E; (nihil verò interest æqualéne sint ipsæ magnitudines, an inæquales: item an similiter visui opponantur, an secùs:) dico B C quàm D E maiorem apparere, quamuis fortè minor reipsa sit. Nam per propositionem præcedentem D E apparet æqualis ipsi F C: at per secundum axioma B C apparet maior quàm F C, vt totum sua parte. Ergo B C ipsâ quoque D E maior apparet per quintum axioma.



Rursus B C & G E æquales iudicantur per propositionem præcedentem: at G E maior

apparet, quàm D E per idem secundum axioma. Ergo & B C eâdem D E maior apparet per 5. axioma. A

E conuerso autem ostendetur D E, quæ minore angulo conspicitur, minorem videri quàm B C, quæ angulo cernitur maiore. Igitur perspicuus est hic propositionis euentus, qui fuerat demonstrandus.

Alter quoque propositionis casus, ac vnà propositio ipsa vniuersè ex nona propos. libri tertij sic demonstratur: Apparentes rerum magnitudines ita inter se sunt, vt anguli quibus comprehenduntur: hoc est quemadmodum angulus ad angulum, ita apparens magnitudo ad magnitudinem apparentem: & alternatim, vt angulus ad magnitudinem ipsi respondentem, ita alter angulus ad alteram magnitudinem. Igitur per 14. quinti Euclidis, si angulus angulo maior fuerit, & magnitudo magnitudine maior apparebit. Et si angulus angulo fuerit æqualis, & magnitudo magnitudini apparebit æqualis: si verò minor, & minor; quod erat demonstrandum. B

PROPOSITIO XI. THEOREMA.

Æqualium, similiterq; oppositarum magnitudinum propinquior remotiore maior apparet.

HOC quamuis ex primo superiore lemmate velut consectarium eliciatur; studio tamen in hunc locum est asseruatum, cùm propriè ad eas aspectus fallacias pertineat, quæ circa Magnitudinem obueniunt. C

Potest verò in hunc etiam modum paucis demonstrari. Æqualium, similiterque obiectarum magnitudinum propinquior maiore angulo cernitur, per primum lemma: at quæ maiore angulo, ea maiora videntur, per præcedentem propositionem: igitur æqualium, similiterque oppositarum magnitudinum propinquior remotiore semper maior apparet; quod erat demonstrandum.

Inuincibilis sanè est hæc demonstratio: non placet verò ea causa cur propinquiora maiora appareant, quam Plotinus assignat Enneadis secundæ libro octauo, ita scribens: *Num quia secundùm accidens cernitur magnitudo, cùm color primò cernatur? Cominùs itaq; quantum coloratum est, discernitur; eminùs autem dumtaxat coloratum esse: partes verò secundùm quantitatem condistributæ non exactam quantitatis notitiam afferunt. Quando & colores ipsi debiles tenuesq; veniunt. Quid igitur mirum, si etiam magnitudines, quemadmodum & voces apparent minores, quatenus earum species exilis ac debilis aduenit?* D

Confirmat autem hanc rationem ex eo, quòd idem sit in quantitate magnum & paruum, quod in essentiis formisque substantialibus perfectum & imperfectum, in qualitatibus intensio ac remissio, in motu velocitas tarditasque, in tempore diuturnitas ac breuitas. Cùm igitur maius & minus neutiquam per se visu dignoscantur, sed qualitatis adminiculo; vti color, ita magnitudo ex interuallo segniùs aspectum ferit. Minor ergo ipsa quantitas, vti color debilior apparet. E

Præterea tribus indiciis eamdem rationem corroborat. Primum est, si collem arboribus domibusque confertum ex eo loco conspexeris, vnde singulas formas gradatim intueri possis, magnitudinem regionis veriùs æstimabis, quàm si illas ipsas formas ex maiore interuallo distinguere nequeas. Deinde, tabulam variis figuris depictam è propinquo non tantam æstimabis, si confusè ac summatim partes omnes, quàm si sigillatim singulas intuitus fueris. Demum, si paries vno tantùm colore perfusus occurrat, quantitatis, inquit, iudicium maximè fallit; quippe cùm visus non facilè possit rem per partes discretè metiri.

Verùm hæc Plotini ratio multis experimentis conuelli potest: nam quæ per nebulam spectantur, nequaquam minora videntur, quàm si per nitidum purumque aërem, cùm ambo eadem intercapedine absistunt. Rursus sub tenebras nemo res minores videt, quàm medio claroque die: quæ tamen per nebulam, aut in obscuro cernuntur, hebetiorem reddunt colorum notionem. Itaque non eam ob causam, quòd colores minùs exactè dignoscuntur, minora obiecta apparent. Neque etiam voces ex interuallo minores sentiuntur, si eam magnitudinem spectes, quæ molem amplitudinemque concussi aëris comitatur, qua grauitas atque acumen seu tonus distinguitur: sed hebetiorem dumtaxat sonum ipsum e longinquo percipimus, quemadmodum & colores. F

Ad confirmationem facilè respondebitur. Quamuis magnum & paruum in quantitatis

A tatis ratione analogia quadam respondeant perfectioni imperfectioniq́ue substantialium formarum, itemq́ue qualitatum intensioni ac remissioni, motusq́ue velocitati tarditatiq́ue; non tamen vno hæc modo se habere ad visum. Nam color propria imagine aspectum mouet, quæ itineris longinquitate sensim relaxata minùs perfectam sui notionem infert. At magnitudo cognoscitur ex amplitudine partis araneæ tunicæ, quæ simulachro afficitur, vt lib. 3. propositione 9.

Tria porrò signa à Plotino allata nihil significant. Vti enim collis ex eadem intercapedine æquali semper angulo, ac proinde æqualis semper apparet, quantumuis partium formæ ob medij inæqualitatem nunc magis nunc minùs perspicuè cernantur; ita è longin-
B quo minor semper apparet quàm è propinquo, quamuis propter eamdem medij dissimilitudinem obtingere possit, vt colores obscuriùs cominùs quàm eminùs repræsententur. Nec vllus vnquam maiorem æstimauit tabulam variis signis depictam, quàm vno colore suffusam, si nimirum ex eodem spatio vtraque conspiciatur. testis experientia veritatis indagatrix, ac scientiæ mater; testis sensus ipse, quem tu Lector consulas.

Aduerte hîc quoque idem supponendum esse, quod in præcedentibus duabus propositionibus, nimirum vt propinquitatis & longinquitatis discrimen aspectum lateat. Si enim perspecta sit distantiæ diuersitas, mens facilè errantem aspectum coarguet, docebitq́ue fieri posse, vt æquales reipsa magnitudines sint, quæ ex inæquali distantia inæquales conspiciuntur.

C Quòd si propositæ æquales magnitudines in eadem recta linea se mutuò consequantur, inæquales illas apparere ex 2. propos. huius libri demonstrari potest: & quidem minores illas, quæ ex maiore distantia spectantur; illas autem maiores, quæ ex minore.

CONSECTARIVM I.

Res omnes minores semper apparent, quàm sint reipsa.

HOc quidem ex iis quæ iam docuimus manifestè sequitur; at quia libro 3. propos. 12. consectario 2. abundè est demonstratũ, nihil ampliùs ad eius confirmationem addere pretium operæ duximus. Notandum verò de directo aspectu id esse intelligendum.
D nam repulsione aut infractione radiorum res alioquin perexiguæ enormi magnitudine subinde spectantur, vt in Catoptricis ac Dioptricis ostendemus.

Epicurus, & eiusdem factionis homines non pauci, tantillum esse solem pronuntiarunt, quantillus apparet, visus sequentes imaginem, quam omnis magnitudinis iudicem statuerunt.

Refellitur autem stolidum istud Epicureorum commentũ hoc modo: Si sol non maior esset quàm aspectui apparet, nec luna, nec stellę, nec homines maiores essent, quàm apparent; at stellæ minores apparent quàm luna, homines autem maiores: absurdum verò est dicere homines luna maiores esse, stellas verò minores, vt ex astronomicis rationibus constat. Falsum igitur solem tantulũ esse, quantulus apparet. Deinde, Cleomedes l. 2. cir-
E cularis inspectionis, *Intelligamus*, inquit, *equum amplam decurrere campi regionẽ, pariterq́; supra horizontis limitem solem emergere, quoad totus emicuerit, propè manifestum fuerit coniectantibus, non minùs stadiis decem profecturum; si igitur æquè celerem fecerimus equi ac mundi viam, decem inuenietur stadiorum solis dimetiens.* Igitur pedalis non erit, quantulus videtur, sed maior.

CONSECTARIVM II.

Res minimæ, breui interuallo ab aspectu disiunctæ, depereunt.

ID etiam ex distantiæ atque aspectus nostri conditione tamquam propria ex causa ma-
F nat: sicut & ceteræ ferè omnes fallaciæ, quæ circa magnitudinem obueniunt. Porrò luculenta eius rei exempla in picturis habemus, sculptisq́ue signis: his si maiora præcipuaq́ue membra adsint, secundùm constitutas artis symmetrias, aut ad viuum expressa; at partes desint minutiores, quibus illa perficiuntur & quodammodò definiuntur, eminùs spectata imago elegans apparebit, sed cominùs turpis ac fœda, quia minores partes malè efformatæ maiorum obtegunt venustatem. Sanè ita res depingere magnæ artis est opera, & ni pictor arte penicillum ducat, errabit omnino à vera idea, fallacem tantummodò oculi æstimationem è propinquo secutus. Contrà verò, si minimæ partes magno studio sint elaboratæ, partes autem principales ab artis præscripto desciscant, cominùs venusta

& elegans imago videbitur, oculi verò recessu in aliam aspectu deformem atque ingratam commutabitur. Eiusmodi picturę eæ plerumque sunt, quibus artis parum, plus autem inest laboris. A

Quod in picturis signisque, id etiam in rebus ipsis experimur. humanus siquidem vultus à prima origine speciosus, posteà lentigine, aut variolarum cicatricibus horrendum in modum fœdatus, tametsi è propinquo turpis videatur; ex interuallo tamen non minùs formosus apparet, quàm si nullum in eo extaret morbi vestigium, quia nimirum maiores partes tum etiam propriam formam retinent, cùm minores omnem effugiunt oculorum aciem.

CONSECTARIVM III. B

Terrenus orbis solis comparatione puncti rationem habet.

QVOD sanè facit immensa solis terræque distantia. *Quemadmodum*, inquit idem Cleomedes lib. 1. circularis inspectionis, *amphorarum centum millia per se inspecta magnitudinem ingentem habent; in maris autem comparatione nullam, sed ne quidem ad Nilum: ita terra per se in quæstione habita amplam habere videtur magnitudinem, neque tamen ad solare fastigium quampiam rationem habere videtur.* Et mox infrà: *Pedalem nobis sol suggerit magnitudinem. Intelligere igitur nobis par est, si à solari fastigio in terram oculos deiecerimus, aut prorsus nihil nos visuros, aut stellæ perexiguæ magnitudinem.* Probat id C quoque ex eo, quòd semper supra terram centum & octoginta partes, hoc est, æquatoris pars dimidia extare deprehendatur.

Aduersus hæc obijciet fortè aliquis: Si terra solis respectu punctum esset, neque alia inhorrescerent gelu, alia torrerentur æstu, alia perpetua fruerentur temperie: & nisi sat magna essent terrestriũ plagarum interualla, non diceretur ad nos sol accedere, rursusq; à nobis abire: sed occurrendum, huius rei causam esse terræ figuram; nam ex impari iaculatu solarium radiorum ad terræ climata, & torrentur partes aliæ, & aliæ refrigerantur, & temperiem aliæ consequuntur, & modò accedendo, modò recedendo sol ad verticem nostrum dicitur habere affectionem.

CONSECTARIVM IV. D

Columnæ quò sunt excelsiores, eò minorem admittunt summi scapi contracturam.

HÆC obseruatio Vitruuium non fugit: qui enim non semel architectum Optices peritum postulauerat, sui haud immemor capite 2. libri 3. summos columnarum scapos & hypotrachelia non vna semper symmetria contrahi debere ostendit, sed varia secundùm aspectus diuersitatem: *Quod enim*, inquit, *oculos fallit, ratiocinatione est exæquandum.* Et vniuersè quò columnæ sunt excelsiores, eò minorem in eis contracturam exigit: quòd licet reipsa crassiora sint hypotrachelia summique scapi; tamen propter interualli longinquitatem minores oculo appareant. Eius E verba hîc libet adscribere, quoniam rem enucleatiùs explanant. *Contracturæ autem in summis columnarum hypotracheliis ita faciendæ videntur, vti si columna sit ab minimo ad pedes quinosdenos, ima crassitudo diuidatur in partes sex, & earum partium quinque summa constituatur. Item quæ erit ab quindecim pedibus ad pedes viginti, scapus imus in partes sex & semissem diuidatur, ex earumq; partium quinque & semisse superior crassitudo columnæ fiat. Item quæ erunt à pedibus viginti ad pedes triginta, scapus imus diuidatur in partes septem, earumq; sex summa contractura perficiatur. Quæ autem ab triginta pedibus ad quadraginta alta erit, ima crassitudo diuidatur in partes septem & dimidiam, F ex his sex & dimidiam in summæ habeat contracturæ ratione. Quæ erunt à quadraginta pedibus ad quinquaginta, item diuidendæ sunt in octo partes, & earum septem in summi scapi hypotrachelio contrahantur. Item si quæ altiores erunt his, eadem ratione pro rata constituantur contracturæ. Hæ autem propter altitudinis interuallum scandentis oculi speciem fallunt: quamobrem adijciantur crassitudinibus temperaturæ. Venustatem enim prosequitur visus, cuius si non blandimur voluptati proportione & modulorum adiectionibus, vti id in quo fallitur temperatione adaugeatur, vastus & inuenustus conspicientibus remittitur aspectus.*

PRO-

A

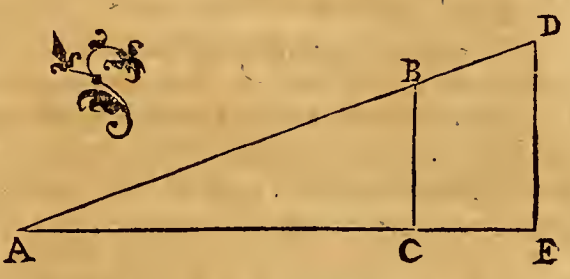
PROPOSITIO XII. THEOREMA.

Eorum quæ simili dispositione visui exhibentur, & æqualibus spectantur angulis, id quod remotiore apparet loco, maius; minus verò, quod propinquiori, iudicatur.

B VERAS rerum magnitudines explorare rationis opus esse libro tertio docuimus. Eius verò inuestigationis hinc sumitur argumentum, quòd quæ longiùs absunt, minora soleant apparere; ea autem semper maiora, quæ propiùs oculo adiacent, vt propositione præcedente demonstrauimus. Si quid igitur eorum quę longiùs distant, propinquiori æquale apparet, maius illud reipsa esse conuincitur: vti contrà minus, quod viciniori cernitur loco.

Quod geometrica ratione ita potest demonstrari: Sint à visu A eodem angulo conspectæ magnitudines B C & D E simili modo visui obiectæ, nimirum directè. Cùm per definitionem eorum, quæ similiter visui opponuntur, traditam libro tertio ad propositionē 31. æquales sint anguli A C B

C & A E D, erunt B C & D E parallelæ per 27. primi Euclidis: ac per 29. eiusdem æquales quoque erunt anguli A B C & A D E. Est verò angulus A vtrique triangulo B A C & D A E communis. Sunt igitur ipsa triangula æquiangula: quare per 4. sexti Euclidis vt A C ad A E, ita B C ad D E: igitur quantò visus ratione adiutus maiorem complectitur A E quàm A C, tantò maiorem iudicat D E ipsâ B C. Igitur id quod remotiori apparet loco, maius; minus verò, quod propinquiori, iudicatur; quod erat demonstrandum.



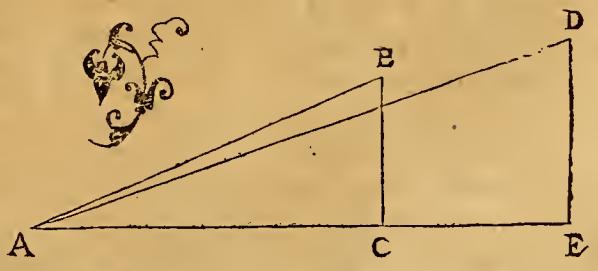
PROPOSITIO XIII. THEOREMA.

D *Idem seipso maius ac minus videri potest: item quod maius est, apparere potest minore minus; & quod minus est, maiore maius.*

PRIMA huius propositionis pars ex vndecima propositione demonstrari potest. nam eadem res propiùs adducta maior, longiùs verò abducta minor apparet: ergo eadem res seipsa maior & minor videri potest; quod primò erat demonstrandum.

Altera deinde pars ex decima huius libri propositione sic demonstratur. Sint duæ magnitudines similiter visui oppositæ, D E quidem maior magnitudine B C: dimoueaturque D E à visu A

E eousque vt radius A D per magnitudinem B C transeat, sitque angulus D A E angulo B A C minor, veluti pars toto: dico. per 10. propos. huius libri, magnitudinem D E, quæ reipsa maior est, minorem apparere magnitudine B C, quæ minor est: quòd scilicet D E minore spectetur angulo, quàm B C. Ergo quod reuerà maius est, spectari potest minore minus; quod secundo loco erat propositum.



F Tertia verò pars è conuerso demonstratur per eamdem decimam propos. libri huius. nam B C, quæ minor est, maiore D E videtur maior; quòd nimirum angulus B A C angulo D A E sit maior: sicque patet id quod initio propositum fuit.

CONSECTARIVM.

Sol altior à terra est quàm luna.

CVM enim constet ex vmbris defectionibusque solem luna maiorem esse, appareat autem minor, aut propè æqualis; perspicuè patet ex secunda huius proposit. parte,

ſolem longiùs à terra quàm lunam abeſſe oportere : inæqualium enim corporum, ſi quod maius eſt, ſpectetur minus, id profectò longiùs diſſitum eſſe neceſſe eſt. A

PROPOSITIO XIV. THEOREMA.

Sub tenebras & per nebulam ſpectata maiora exiſtimantur.

HÆC fallacia ex priua argumentatione proficiſcitur. Mens enim noſtra in iis quæ obſcura, aut minùs perſpicuo medio externis oculis obijciuntur, hac apud ſe tacita argumentatione vti conſueuit: Per quintam & ſextam propoſitionem huius libri, quæ ſub tenebras aut nebulam conſpiciuntur, longiùs abeſſe putantur, quàm ſi eadem lucido ac ſereno cælo viderentur: non apparent autem idcircò minora, cùm ex his cauſis anguli optici minuantur (niſi fortè ob nebulæ denſitatem infractio radiorum interueniat:) igitur per 12. propoſ. huius lib. ſub tenebras aut per nebuloſum aërem ſpectata, maiora eſſe creduntur; quod erat demonſtrandum. B

Hallucinatur inquam in hac re aſpectus, ſed præcipuè mens ipſa, atque ex vna fallacia in aliam incauta prolabitur. nam falsò ea quæ ſub tenebras aut per nebulam ſpectantur, longiùs abeſſe credit. quare & falsò ex hac æſtimatione maiora eſſe illa quæ ita videntur, argumentando concludit. Quis enim ex falſis verum legitima inductione demonſtrari poſſe affirmabit? Quia ergo intellectus noſter quod falſum eſt verum putat, etiam quod ex illo ſequitur verum arbitratur. C

PROPOSITIO XV. THEOREMA.

Pueris, ſomniantibus, amentibus omnia magna eſſe videntur.

NON cuilibet obuia eſt huiuſce rei cauſa, licet res ipſa ſit apud omnes in confeſſo. Nam pueros quidem videmus & ridemus dum obequitant in arundine longa, ita tolutim incedentes, ita magnificè ſeipſos circumſpicientes; vt cum Poëta dicere poſſis: *Exhauſtis Martem non ampliùs armis Biſtonius portat ſonipes.* Iidem ſi fortè è fœno congeſtiſque feſtucis ædiculam conſtruxerunt, ſi in ſcrobem digitis circumductam aquæ guttas pauculas concha teſtáve infuderunt; palatium in Oceano excitaſſe ſe credunt. His non abſimilia amentibus vſu venire cernimus: quibus cùm adhuc integra mens eſſet, licet ſpecioſiſſima quæque ſordueriint, & ampliſſima nimis viſa ſint anguſta; in clathros tamen compactis, ipſa, qua coërcentur, cataſta regni inſtar videtur obtinere: in qua & palatia, & vrbes, & campos, vt in ſphæra Mathematici immenſa cæli ſpatia imaginantur. Infinitus ſim, ſi quoties in feſtuca trabem, in culice camelum concipiant, velim percenſere. Riſimus interdum, cùm illos magiſter aut è familia quiſpiam alligaret ſtraminis vel exigui fili nodo: atque illi ſtabant & compeſcebantur certiùs, quàm Prometheus aliquis à Vulcano ferreis catenis Caucaſo affixus. Nec illud minùs lepidum quod in pompa illa, qua ſacroſancta Euchariſtia ſolenni ritu circumfertur, ſtultus quidam è ſuo carcere puerorum agmen tædas prælucentium aſpiciens, clamare cœpit; Adeſte milites mei, accipite regis veſtri mandata. & certè nihil tam vſitatum eſt amentibus, quàm vt ſe reges ferant. D E

De ſomniantibus verò plura cuique ſua ſuggerit experientia, quàm à me poſſint in medium proferri. Nouit vnuſquiſque quoties in ſomnis ingens præcipitium aliquod exhorruerit innocuo lapſu quaſi ad vigiliam alliſus; quoties gigantum mucronibus confoſſus ſit ſine cæde ac ſanguine; quoties denique in confeſſu Regum ac Principum ornatiſſimam orationem pertexuerit, cuius filum, ſi iam vigil relegerit, nihil cohærens, nihil ex ratione digeſtum reperiat.

Horum omnium ratio ex vno eodemque fonte mihi videtur deriuari: quæ vt clarior euadat, hoc inprimis ſtatuendum eſt; omnem ſcilicet ſinceram ſolidamque magnitudinis æſtimationem à iudicio rationis atque experientia proficiſci: cùm enim magnum & paruum ex eorum genere ſint, quæ ad aliquid dicuntur, ac reſpectum rerumque inter ſe collationem inuoluant, neceſſariò & experientiam exigunt tamquam rerum inter ſe conferendarũ promptuarium, & iudicium rationis, quod æqua velut lance rerum momenta perpẽdat. atqui vtroque deſtituti ſunt non pueri tantùm, ſed etiam amentes & ſomniantes. Hi quidem, quoniam & vſum rationis amiſerunt & experiẽtiam (quam Philoſophi à ſpeciebus rerum memoriæ impreſſarum non diſcernunt) altiſſima rerum omnium obli- F

uione

A uione ſepeliuerunt: illi verò, quoniam per ætatem neutrum eorum adhuc ſunt conſecuti. Hinc ijdem illi, ſi aliò quopiam commigrauerint, ætatis acceſſu poſtmodum ratione confirmata varioque rerum vſu inſtructa, in patriam reuerſi vix oculis ſuis credunt, vix ſibi perſuadent in ædibus ſe paternis verſari: ita cum deſpectu quodam velut expectatione ſua minora perluſtrant omnia, quæ paucis antè annis tamquam ampliſſima & maxima ſuſpexerant.

Verùm, inquiet aliquis, ſi nullam rerum inter ſe comparationem inſtituunt, quo pacto res vt magnas apprehendunt? Sed facile erit hunc ſcrupulum eximere, ſi quod res eſt, dixerimus, non illos quidem res rebus conferre (quod variam exigit experientiam) ſed B animo ſuo cuncta metiri: qui cùm puſillus admodum ſit, maximè in pueris, facilè res quælibet ad hanc normam exacta, per exiguam illam quæ in ipſis emicat rationis ſcintillam, ampla, magnifica, eximia iudicabitur. Nec id mirum cuiquam videri debet, cùm etiam ratione ad maturitatem perducta eadem illa non paucis ob nimiam abiectionem anguſtiamque animi contingere videamus. Ita enim exiguæ natalis ſoli glebæ montibus fluuiiſque circumſeptæ adhæreſcunt; vt non ſecùs in eius periculis trepident, ac ſi terrarum orbis funditus eſſet euertendus: tanti eam faciunt, vt reliquo terrarum orbi conferre, imò præferre non dubitent: dum alij interim magno erectoque animo deſpiciunt iſtos ab opinione terminos, & cogitatione ſenſuque totum hoc vniuerſum complectuntur. Expreſſit hanc rerum exiguarum magnam æſtimationem peruenuſtè Satyricus, C cuius hîc verſus adſcribendos exiſtimaui, quòd multum lucis rationibus allatis afferant:

Abſentis ranæ pullis vituli pede preſſis
Vnus ibi effugit: matri denarrat, vt ingens
Bellua cognatos eliſerit. illa rogare,
Quantáne, num tandem, ſe inflans, ſic magna fuiſſet?
Maior dimidio. Num tanto? Cùm magis atque
Se magis inflaret: Non ſi te ruperis, inquit,
Par eris.

Hic ranunculus ex Æſopico illo ſæculo, nullius experientiæ, vitulum, ingentem vocat belluam: & ipſa mater, quæ nihil magnum, nec ſupra ranam concipiebat, ingentem ſe D belluam exiſtimat, ſi ſe paululùm inflauerit; ſed ranunculus eius filius, qui iam abſente matre vitulum noſſe cœperat, hac ſaltem experientia auctior, matrem vituli comparatione paruam eſſe intellexit.

PROPOSITIO XVI. THEOREMA.

Recta linea perpendiculariter viſui obiecta ſpectatur vt punctum; directè verò aut obliquè, vt linea.

E Vt enim quod minore angulo continetur apparet minus, ita quod nullo ſpectatur angulo indiuiſibile videri eſt neceſſe; hoc autem eſt punctum. Nam omnis quantitas angulo alicui ſubtendi poteſt: at punctum ſolam rectam lineam poteſt terminare. Vnde ſi à centro viſus A, cui linea B C perpendiculariter opponitur recta ducatur ad B, ea cum B C vnam rectam lineam efficiet, per definitionem perpẽdicularis ſitus ad

propoſitionem 31. libri tertij propoſitam; vna autem recta linea angulum non facit per 8. definitionem libri primi Euclidis. Recta igitur linea perpendiculariter viſui oppoſita vt punctum apparet. deinde eo lineæ ſitu, quo ipſa, ſi protrahatur, in centrum viſus inci- F dit, nil eius præter ſolitarium punctum aſpicitur. Siquidem primum illud oculoq; proximum, quod inter aſpectum ceteraque puncta ex æquo interiacet, reliquorum omnium proſpectum eripit. Igitur hoc ſolum videtur, atque idcircò tota linea puncti inſtar apparet; quod erat oſtendendum.

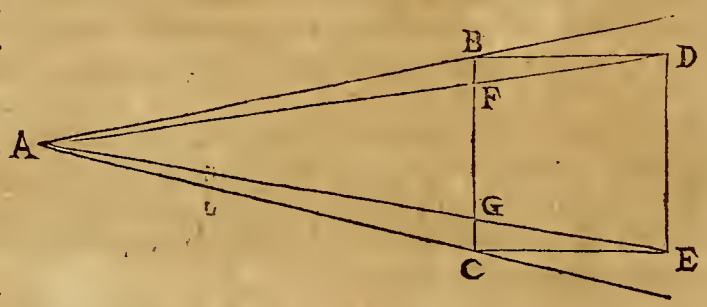
Deinde quoniam directè vel obliquè obiecta linea non in directum cum centro viſus exporrecta eſt, licebit ab eius extremis ad centrum viſus diſtinctas lineas ducere, quæ in oculo coëuntes angulum faciant per 8. definitionem libri primi Euclidis; atque ita lineæ obiectæ longitudo apparebit, maior certè aut minor, pro magnitudine anguli cui ſubtenditur.

Quod adiecto ſchemate clariùs poteſt demonſtrari. Sit A centrum viſus, obiectaque A
linea B C, à cuius extremis B & C rectæ ad viſum deſtinentur B A & C A. Cùm ex hypotheſi A, B, & C, puncta non ex æquo ſeu perpendiculariter viſum reſpiciant, fieri non poteſt, vt A C in lineas A B & B C incidat. Si enim incideret A B & B C, vnám eamdemq; lineam cum A C efficerent. ſiquidem ab vno puncto ad aliud punctum vnam dumtaxat rectam lineam ducere conceditur: at non efficiunt vnam eamdemque lineam. ſic enim B C perpendiculariter vi- B
ſui obijceretur, non verò obliquè, vt ex eius ſitus definitione conſtat: quod quia hypotheſi aduerſatur, linea A C cum lineis A B & B C non coincidit. Ergo diſtinctæ ſunt lineæ A B & A C, quæ proinde angulum comprehendunt per 8. definitionem primi Euclidis, cuius baſis velut magnitudo quędam ſpectatur, maior aut minor, pro anguli B A C amplitudine.

PROPOSITIO XVII. THEOREMA.

Plana ſuperficies perpendiculariter viſui propoſita, apparet vt linea; directè verò aut obliquè, vt ſuperficies. C

PRIMA propoſitionis pars ita oſtenditur. Ex definitione perpendicularis ſitus ad propoſitionem 31. libri tertij tradita, facilè colligere licet centrum viſus cum ſuperficie perpendiculariter obiecta in eodé plano exiſtere oportere. ſit ergo viſui A perpendiculariter obiecta quæcumque, puta quadrangula ſuperficies B C D E, ad quam ſi ex A radij educantur, qui eam comprehendant, & in locis B & C tangant, latus B C vtique videbitur per ſecundam hypotheſim libri ſecundi. Ad reliquas deinde partes, verbi gratia D & E, ſi eodem modo radij deſtinentur A D & A E, hi cùm pertranſeant latus B C, ſecentque illud in punctis F & G, nequibunt punctorum D & E formas ad aſpectum adducere. Quare D & E non videbuntur, quoniam illorum proſpectum præripiunt puncta F & G; aut ſi quis contentiosè velit D & E videri poſſe, quòd puncta F & G, vtpote indiuiſibilia & in ſuperficie diaphana, nullum viſibile obtegere poſſint; hoc tamen concedatur neceſſe eſt, punctorum D & E proſpectus in F & G lineæ B C incidere. Cumque idem de ceteris propoſitæ ſuperficiei ſignis oſtendi poſſit, ſequitur extra lineam B C nihil, quod ad obiectam ſuperficiem attineat, ſpectari. E
Igitur tota ſuperficies velut linea conſpicitur; quod primò erat demonſtrandum.



Poſterior verò pars non aliam rationem habet quàm illam ipſam, qua propoſitionem decimamſextam demonſtrauimus. Cùm enim quælibet ſuperficies infinitis lineis vndique perfuſa ſit, profectò ſi oſtenſum fuerit lineas omnes ſuperficiei directè vel obliquè ſpectatæ velut lineas apparere, oſtenſum quoque erit ſuperficiem ipſam velut ſuperficiem conſpici: at omnes eius ſuperficiei lineas, vt lineas apparere, ex 16. ſuperiore propoſitione probatur, quòd ſcilicet omnes directè vel obliquè obijciantur. Si enim aliquæ illarum perpendiculariter ad aſpectum dirigerentur, & ceteræ eodem contéderent; omnes ſiquidem in eodem exiſtunt plano: atque ita tota ſuperficies perpendiculariter aſpectui obuer- F
teretur, quod hypotheſi aduerſatur. Itaque quemadmodum omnes omnino lineæ vt lineæ, ita tota ſuperficies directè vel obliquè obuerſa, vt ſuperficies ſpectatur; quod ſecundo loco erat demonſtrandum. Non eſt tamen eadem in obliquo atque in directo aſpectu propoſitæ ſuperficiei apparens forma. Nam directo aſpectu res quaſlibet propria figura affectas cernimus, quam obliquitas aſpectus mirum in modum immutat; qua de re in mentione fallaciarum, quæ circa Situm eueniunt, aptiùs dicemus: nunc cœptum negotium proſequamur.

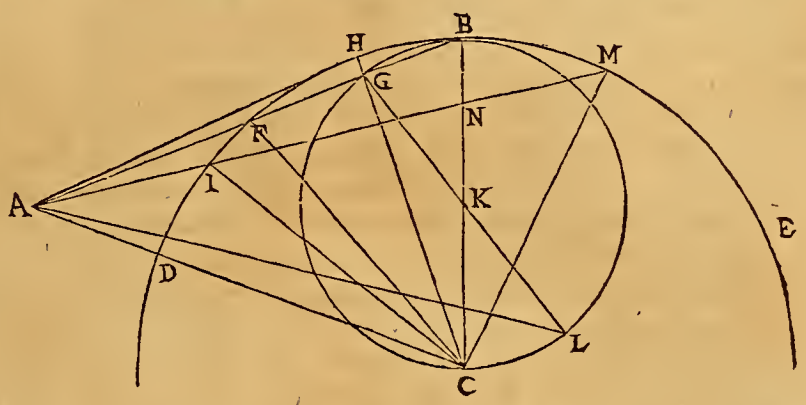
PRO-

A

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA.

Omne visile minus videtur obliquè spectatum quàm directè.

IT visui A directè exhibita recta linea B C bifariàm secta in K, circa quam duo circuli describantur, alter



B centro K, alter centro C, sic vt B C minoris circuli diametrus sit, maioris verò semidiametrus. Atque à visu A (qui quidem extra circulum maiorem cadere supponatur) rectæ ad B & C destinentur A B & A C. Cùm verò A B non sit perpendicularis ipsi B C, secabit vtrumque circulum per 16. tertij Euclidis: sint autem sectionum loca F & G, atque ab F ad

C C recta agatur F C; ex G verò per K recta traijciatur G L, quæ æqualis erit ipsi B C per circuli definitionem. Rursus ex C per G recta ducatur ad maioris circuli peripheriam, quæ sit C H. Præterea ab aliquo quouis signo in circumferentia F D intra triangulum B A C assumpto, puta I, recta producatur I C. Demum ex C ad M punctum maioris perimetri, ad quod radius ex A per I ductus terminatur, recta emittatur C M, quæ tota vltra B C directè oppositam prosiliet.

His ita constructis, dico obliquam lineam tribus modis posse ad directam se habere. Primò, si tota vltra directam constituta sit, vt C M, quam necesse est minorem directè opposita conspici. Secundò, si tota aspectui vicinior sit, quàm directa, quo situ fieri potest, vt maior conspiciatur, quod in H C perspicuum est; fieri item potest, vt minor cerna-

D tur, quemadmodum I C; ac demum vt æqualis, quo pacto F C videtur. Tertiò, si vna pars media aspectui propinquior sit, altera verò longiùs excurrat, vt G L.

Hoc tertio modo intelligenda est propositio. Nam mirum non est obliquam lineam, quæ tota remotior est directa, minorem apparere, cùm ea apparentia ex maiore distantia obuenire possit, vt propositione 11. ostendimus. Falsum item est eam minorem semper videri quæ tota visui propinquior existit, cùm per 13. proposit. fieri possit ob propinquitatem, vt quæ minor est, appareat maiore maior. Itaque sic accipienda est propositio, vt obliquata minora cerni intelligantur, si quoad possunt eamdem distantiam habeant. Quod priusquam faciamus, lubet duas priores propositionis partes sigillatim demonstrare, eodem quo propositæ sunt ordine, quòd illarum veritas ceteris fortè non æquè ac nobis sit manifesta.

E Primò igitur minorem apparere C M quàm C B sic probatur: Cùm puncta B & M in eamdem circuli peripheriam D B E cadant, sitque M à visu remotius quàm B, recta A M maiorem circuli portionem resecat, quàm A B, quare A M magis intra circulum ad centrum versus accedit. Secat igitur semidiametrũ B C exempli gratia in puncto N, ac proinde ipsum quoque angulum B A C partitur. Quocircà minor est angulus N A C, quàm B A C vt pars toto: quæ verò minoribus angulis cernuntur, ea per 10. propositionem huius lib. minora videntur. Igitur C M quàm C B minor apparet; quod primò propositum fuit.

Ad secundæ partis, quæ tripartita est, confirmationem, primò ostendendum est maiorem apparere H C quàm B C. Quandoquidem A B secet circulum D B E in F & B; palàm

F est maiorem esse C H quàm C G: quare maior quoque erit angulus H A C quàm angulus G A C, vt totus sua parte: at B C conspicitur angulo G A C, H C verò angulo H A C: ergo per 10. huius libri proposit. maior apparet H C quàm B C.

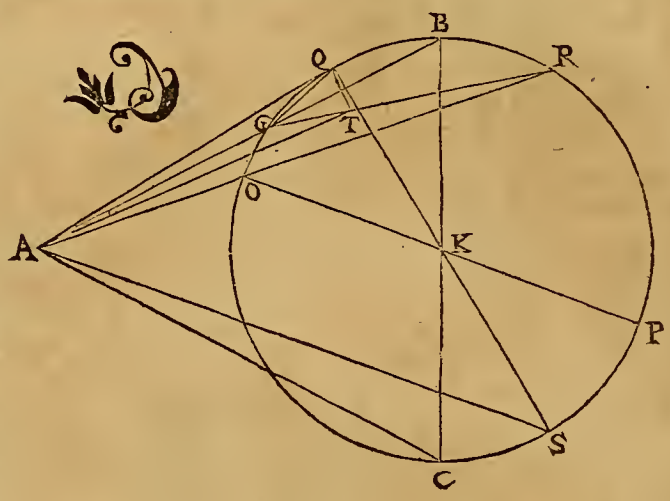
Deinde F C ipsi B C æqualem apparere ex nona proposit. huius lib. perspicuum est, quoniam eodem angulo B A C ambæ comprehenduntur.

Denique minorem conspici I C quàm B C, ex superiùs citata propositione 10. huius libri constat. Est enim angulus I A C minor angulo B A C, propterea quòd I per constructionem sumptum sit intra F & D maioris circuli puncta, in quæ latera anguli B A C incidunt.

Tertia item propositionis pars, nempe G L minorem videri ipsa B C sic ostenditur: Cùm vtraque

vtraque A C & A L in concauam peripheriam minoris circuli cadat, sitque L à visu A remotius quàm C, erit A L centro K propinquior quàm A C; atque idcircò minor erit angulus G A L quàm angulus B A C. Quare per 10. huius lib. proposit. minor apparebit G L quàm B C; quod erat demonstrandum. A

Quòd si proposita linea obliquior sit quàm G L, sic vt alterum eius extremum propiùs quàm G ad visum inclinetur, alterum verò longiùs abducatur quàm L; neutro autem extremo trianguli B A C latera contingat, qualis hic est O P: hæc profectò minor apparebit quàm superior G L, ergo multò quàm B C minor. Nam angulus O A P vtrimq; partem anguli B A C excludit, hinc scilicet P A C, inde verò O A B: quare necesse est angulum O A P angulo B A C minorem esse, vt partem toto, atque ita O P minorem quàm B C apparere per 10. propositionem lib. huius. B



C

At si minùs quàm G L proposita linea obliquetur, sic vt angulo B A C aliquid addat, & vicissim detrahat aliquid, quo pacto Q S angulo Q A S spectata ab angulo B A C hinc detrahit partem S A C, illic verò addit partem B A Q, nihilominùs ostendetur minorem videri Q S quàm B C, quoniam minor est angulus Q A S quàm B A C; quod sic declaratur:

Arcui C S æqualis ponatur arcus B R, hunc dico & arcui B Q æqualem esse, quòd arcus B Q eidem C S æqualis sit per 26. tertij Euclidis. Ductis igitur à visu A rectis lineis A Q, A B, A R, & A S; erit angulus B A R angulo C A S æqualis, quippe vtriusque trianguli B A R & C A S, duo latera B A & R A duobus lateribus C A & S A æqualia sunt, basis verò B R basi C S æqualis. Ergo per 8. primi Euclidis, & angulus B A R angulo C A S æqualis erit. At verò angulum B A R angulo B A Q maiorē esse sic probatur: Ductis Q G & R G, anguli B G Q & B G R æquales inter se sunt per 27. tertij Euclidis, cumq; maior sit G R quàm G Q, abscindatur ab G R portio G T æqualis ipsi G Q per 3. primi Euclidis, iunctisque A & T erit recta A T ipsi A Q æqualis. siquidem in triangulis G A Q & G A T latus G T lateri G Q æquale est, latus verò A G vtrique est commune, & angulus A G Q angulo A G T æqualis ostenditur, quoniam B G Q & Q G A duobus rectis sunt pares per 13. primi Euclidis; item B G T, & T G A duobus rectis pares sunt: si igitur ab æqualibus duobus rectis æquales auferantur B G Q & B G T æquales relinquentur Q G A & T G A per communem notionem. Quare & bases A Q & A T æquales inter se erunt per 4. primi Euclidis, & per eamdē anguli quoque Q A B & B A T, æquales. Verùm angulus B A R maior est angulo B A T, quippe cui angulus T A R accedit. Est ergo idem angulus B A R angulo B A Q maior, ac proinde & angulus S A C, qui angulo B A R æqualis ostensus est, angulo B A Q maior erit. Quare maior erit angulus B A C quàm Q A S angulus. Atque ita minor spectabitur Q S quàm B C; quod erat demonstrandum. D E

CONSECTARIVM.

Directiùs visui opposita, perfectiùs videntur; & quò obliquiùs, eò imperfectiùs.

HOC ex iam demonstratis in hunc modum colligitur. Eædem magnitudines, quæ maioribus spectantur angulis, euidentiùs perfectiúsque videntur, quàm quæ sub minoribus: at directè visui obiectæ magnitudines maioribus angulis comprehenduntur, quàm obliquatæ; illæ igitur perfectiùs videntur. Propositio per se constat, & à nobis superiùs quinta hypothesi est explicata. Assumptio verò iam demonstrata est. Igitur directiùs visui opposita perfectiùs videntur, & quò obliquiùs eò imperfectiùs; quod erat probandum. F

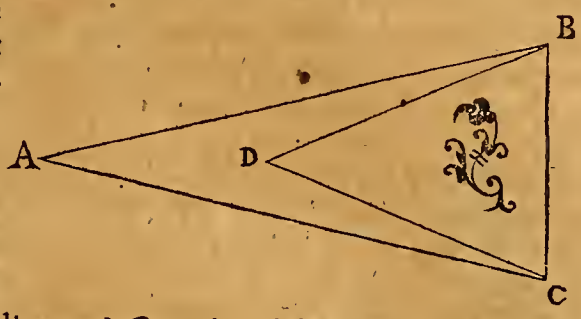
Hinc fit vt scripturæ, si obliquæ obuertantur, ægrè interdum legi possint. Quod quidem manifesta testatur experientia; causa verò est obliquitas situs, ob quam characteres propriam figuram plurimùm immutant: siquidem non vno vndique modo ac pariter omnes

A omnes contrahuntur; ſed partim longitudo, partim latitudo plus minúſve deformatur, vt ſæpè agnoſci non poſſint.

PROPOSITIO XIX. THEOREMA.

Oculo ei quod videtur appropinquante, ſpectatum augeri putatur.

B SIT linea B C ſpectata ab oculo A radiis A B & A C: accedat verò oculus A propiùs nempe in D, vnde obiectam lineam B C videat radiis D B & D C. (ſupponimus autem viſum accedere per lineam quæ intra triangulum B A C cadat; vt obiectum viſui in vtraque ſtatione exiſtenti ſimili modo opponatur. nam in diuerſa oppoſitione fieri poteſt, vt oculo appropinquãte obiectum ſemper æquale, vel etiam minus appareat, vt infrà dicetur.) Quoniam igitur per 21. primi Euclidis, maior eſt angulus B D C angulo B A C, linea B C viſui in D maior apparet, quàm in



C A per decimam huius libri propoſitionem; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XX. THEOREMA.

Et contrà, aucta magnitudines oculo appropinquare videntur.

SIT rurſus propoſita linea B C, quam oculus intueatur ex puncto A radiis A B & A C; augeatur verò magnitudo B C vſque in D, vt ſit B D maior quàm B C. Quia igitur & angulus B A D angulo B A C

D maior eſt, vt totus ſua parte, palàm per 10. propoſit. huius libri, B D maiorem ipſa B C apparere: quod verò nunc maius quàm priùs cernitur, cùm ſit idem, appropinquaſſe exiſtimatur: propterea quòd eadem affectio iis quoque adueniat, quæ cùm ſint eadem, è propinquiori tamen loco videntur. Similitudine igitur affectionis deluſus internus animæ ſenſus appropinquaſſe credit, quod propter augmentum nunc maius quàm antè videt; quod erat demonſtrandum.

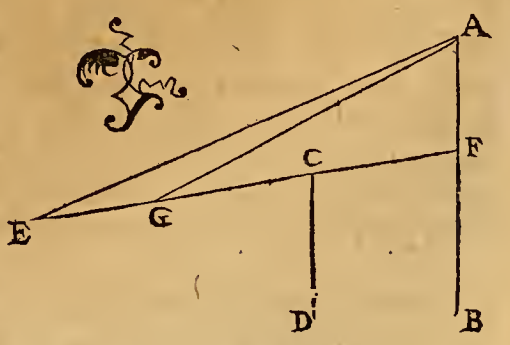
E

PROPOSITIO XXI. THEOREMA.

Altioris magnitudinis per verticem humilioris ſpectata eadem ſemper portio videtur; viſu ſecundùm lineam, quæ ab oculo per verticem humilioris ducitur, tranſmutato.

DVÆ magnitudines ſint, A B quidem altior, C D verò humilior: per huius autem verticem C ex loco E viſus proſpiciens altioris portionem A F

F complectatur: dico viſum ſecundùm lineam E F tranſmutatum, cùm in G verbi gratia, aut aliud quodcumque ſignum peruenerit, eamdem ſemper maioris magnitudinis portionem contueri. Nam quandoquidem puncta F & C in eadem ſunt recta linea, per quam oculi motus fieri poſtulatur, neceſſe eſt, vt quacumque in parte lineæ E F oculus



exiſtat, punctum F vno ſemper atque eodem in loco videatur, nempe in termino eius lineæ, quæ oculum, ac verticẽ minoris magnitudinis connectit. Punctum autem F eodem ſemper

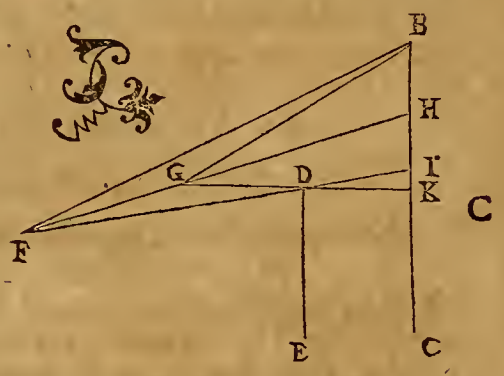
ſemper ſpectatum loco, eamdem ſemper portionem de maiore magnitudine reſcindit. A
Ergo hæc ſola ſupra verticem minoris magnitudinis perpetuò conſpicua eminet.

Fit tamen, vt nunc maior nunc minor eadem portio A F appareat, per vndecimam propoſitionem huius lib. quòd videlicet maior ſit angulus A G F quàm A E F angulus, & propinquior ipſi A F, remotiore ſemper maior.

PROPOSITIO XXII. THEOREMA.

Altioris magnitudinis per verticem humilioris ſpectatæ, viſu ſecundùm lineam ſupra verticem humilioris productam accedente quidem maior, recedente verò minor portio conſpicitur. B

SINT duæ magnitudines inæquales, eminentior quidem B C, depreſſior verò D E, quas viſus contueatur incedens per lineam F H, quæ ſupra verticem D inferioris delata in lineam B C cadat ad punctum H. ſitque viſus nunc remotior, vt in F, nunc in G propinquior: dico à viſu in F exiſtente minorem portionem magnitudinis B C conſpici, puta B I; exiſtente verò oculo in G maiorem vt B K. Cùm enim radij F I & G K à diuerſis punctis F & G ad idem punctum D porrigantur, neceſſe eſt ad hoc ipſum punctum D ex concurrentibus in eo F D & G D lineis angulum conſtitui F D G

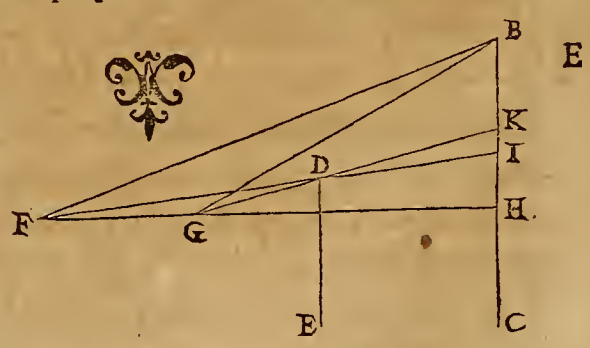


per 8. definitionem libri primi Euclidis; & huic æqualem I D K ex productis F D in I, & G D in K, per 15. primi Euclidis, qui anguli ſubtenſis baſibus F G & I K in triangula perficiuntur. Rurſus cùm ſpecies puncti I radio F I ad viſum extendatur, puncti verò K forma per radium G K, fit vt viſus ex puncto G maiorem portionem lineæ B C comprehendat, quàm ex F. nam maior profectò eſt B I adiuncta ei I K baſe trianguli I G K quàm B I ſola: igitur altioris magnitudinis per verticem inferioris, &c. quod erat demonſtrandum D

PROPOSITIO XXIII. THEOREMA.

Altioris magnitudinis per verticem humilioris ſpectatæ viſu ſecundùm lineam infra verticem humilioris cadentem accedente quidem minor, recedente verò maior portio conſpicitur.

EADEM eſt huius ac præcedentis propoſitionis demonſtratio. Sint enim eædem quæ ſuprà propoſitæ magnitudines, altior quidem B C, demiſſior verò D E, per cuius verticem D oculus altiorem magnitudinem contueatur incedens per lineam F H, quæ infra D verticem cadat, & in magnitudinem B C terminetur ad punctum H: ſit autem viſus nunc in F remotior, nunc in G propinquior: dico ex loco F maiorem portionem ſpectari, nempe B I, quàm ex G, vnde B K tantùm videtur. Cùm namque ipſi B K accedat portiunticula K I, vt ſuprà oſtenſum eſt propoſitione præcedenti, & ſpecies puncti I ad viſum in F exiſtentem per rectum radium I F deportetur, non autem ad viſum poſitum in G, quippe ad quem punctum K proximè attingit, fit vt maior portio magnitudinis B C ex F remotiori loco ſpectetur, quàm ex G propinquiore; quod erat demonſtrandum. E F



Circa tres iam proximè explicatas propoſitiones, notandum primò eſt, non opus eſſe, vt linea per quam viſus incedit, ſit altiori magnitudini perpendicularis, quod Vitello poſtulat libro 4. propoſitione 41. & 42. Nam licet ea linea perpendicularis non ſit,

A *sit, æquè trium dictarum propositionum veritas ac demonstratio constat.*

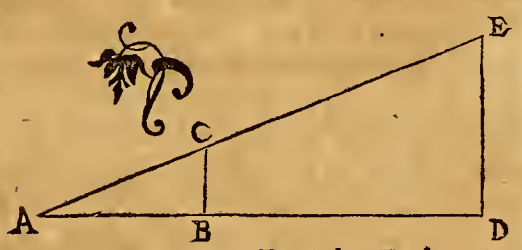
Secundò notandum est, non esse etiam necesse eam magnitudinem, quæ per alterius verticem aspicitur, eminentiorem esse: etsi enim depressior sit, eodem modo procedet demonstratio, si modò in eam visus ex editiori loco per verticem alterius despiciat, quod mutata schematis delineatione ingeniosus Lector facilè colligere poterit.

Notandum tertiò est, hæc quæ à nobis tribus hisce propositionibus dicta sunt de aspectu per alterius magnitudinis verticem, similem, sed contrarium sensum habere, in
B *eo etiam aspectu, qui per alterius basin infernè fit, vt Vitello docet libro quarto propositione 43. Est porrò huius inuersi situs eadem demonstratio, quippe qui à priore non discrepat in hypothesi, sed solùm in contraria terminorum dispositione, qua ipsæ figuræ propositæ inuertuntur, sic vt qui vertices erant, nunc bases fiant. quæ cùm per se nota sint, diffusiore expositione non indigent.*

PROPOSITIO XXIV. THEOREMA.

Si radij optici per extremitates duarum parallelarum incedant:
C *dico radiorum longitudines esse magnitudinibus proportionales.*

SIT oculus A, magnitudines autem B C & D E inæquales, & inæquali interuallo expositæ, sic vt longiùs ab oculo distet D E quàm B C: sint verò eædem ipsæ magnitudines parallelæ, & radij per illarum extremitates producãtur A B D & A C E: dico vt A B ad A D, ita esse B C ad D E; & alternatim vt A B ad B C, ita A D ad D E. Cùm namque parallelæ



D sint B C & D E, erit angulus A B C angulo A D E æqualis per 29. primi Euclidis. Eodemque modo ostendetur angulus A C B æqualis angulo A E D: at angulus A cõmunis est vtrique triangulo B A C & D A E: ergo æquiangula sunt hæc ipsa triangula. Quocircà per 4. sexti Euclidis proportionalia sunt latera, tum quæ circum æquales sunt angulos, tum quæ æqualibus angulis subtenduntur. Igitur vt A B ad A D, ita se habet B C ad D E: & per 16. quinti Euclidis alternatim vt A B ad B C, ita A D ad D E: conuertendo autem vt B C ad B A, ita D E ad D A; & vt D E ad B C, ita D A ad B A; quod erat demonstrandum.

Hæc propositio præcipuum est Geodesiæ fundamentum. Quæcumque enim de metiendis rerum altitudinibus, longitudinibus, latitudinibus, ac profunditatibus in ea arte
E *docentur, hinc velut ex proprio Analemmate suæ demonstrationis principium petunt. Quod tametsi longum foret per omnia sigillatim ostendere; absurdius tamen, rem intactam præterire. proinde placuit sequentia adnectere consectaria, è quibus huius propositionis vtilitas appareat, & via monstretur, qua Lector in cetera Geodesiæ præcepta proprio ingenio ducatur. Quod sanè fiet si præmoneamus vniuersum Geodesiæ negotium in duorum triangulorũ similitudine positum esse, alterum quod è nota magnitudine & duobus radiis opticis ad eam pertinentibus, alterũ quod è magnitudine ignota*
F *radiisque opticis, ad eam velut basin protensis constituitur. Cùm ergo hi radij ad ignotam magnitudinem ita se habeant, quemadmodum priores illi ad magnitudinem notam, facile erit ei, qui Regulam proportionum in numeris calluerit, ex tribus datis quartum inuenire, qui postulabatur. Hinc quæcumque instrumenta ad Geodesiæ vsum hactenus reperta sunt, & adhuc in dies noua in lucem proferuntur, nihil omnino aliud continent quàm triangulum minus, ei quod ad ignotam magnitudinem porrigitur simile, vario tamen modo dispositum: sed rem totam sequentia consectaria planiùs edocebunt.*

A

CONSECTARIVM I.

Propositam altitudinem, quanta sit, radio inuestigare.

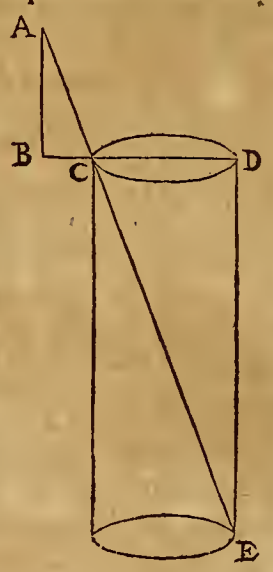
SIT oblatæ turris cuiuspiam altitudo D E, quam radij beneficio inuestigare oporteat: assumatur regula quædam exploratæ magnitudinis B C, exempli gratia, modulorum 20. quæ oculo defixo in A eousq; trãsportetur, vel certè immotâ ipsâ B oculus tamdiu dimoueatur, donec radij optici per vtriusque magnitudinis extremitates profundantur. Hoc porrò rerum situ erit per hanc proposit. vt A B ad B C, ita A D ad D E. Accipiantur itaque per accessam terræ superficiem distantiæ A B & A D, sitque illa iam reperta modulorum 10. hæc verò modulorum 40. cùm igitur sit vt A B ad B C, hoc est vt 10. ad 20. ita A D ad D E seu 40. ad quartum numerum proportionalem: si is per regulam proportionum quæratur, inuenietur propositæ turris altitudo D E modulorum 80. quod erat postulatum.

CONSECTARIVM II.

C

In cognitionem ignotæ profunditatis radio ducere.

ESTO profunditas putei D E, quam radij beneficio inuestigare propositum sit: latitudo verò cognita C D, modulorum exempli gratia 6. orificio putei regula adiungatur B D per centrum acta, quæ altera parte circuli ambitum excedat versus B. Visui ergo locus inueniatur vnde rectus euibratus radius per C & D procidat; sitque is locus A, ex quo demissum perpendiculum in B incidat: sit verò A B modulorum 6. B C autem modulorum 2. Quoniam igitur perpendiculares sunt A B & D E ipsi B D, erunt anguli B & D inter se æquales, ac proinde parallelæ ipsæ A B & D E per 28. primi Euclidis. quare & angulus A angulo E per 29. primi Euclidis æqualis erit. Est verò angulus A C B angulo D C E æqualis per 15. primi Euclidis. itaque æquiangula sunt ipsa triangula A B C & D C E. Atque ea propter per 4. sexti Euclidis vt B C ad B A, ita C D ad D E: sed B C est modulorum 2. B A verò modulorum 6. item C D modulorum 6. Igitur vt 2. ad 6. ita 6. ad numerum quarto loco proportionalem, quem Proportionum regula, quam vulgò Regulam trium appellant, ostendet esse modulorum 18. eaque erit putei profunditas, quæ postulabatur.



D

E

CONSECTARIVM III.

Ignotam longitudinem radij beneficio explorare.

PER longitudinem hoc loco intelligenda est ea linea, quæ in anteriorem partem directò protenditur, cui opponitur latitudo, ea scilicet linea quæ longitudinis lineam transuersè secat, & pari cum horizonte constituta est libra. Propositum itaque sit longitudinis lineam per radium opticum explorare.

Sit proposita longitudo D E, à cuius extremitate D perpendicularis excitetur D A per 11. primi Euclidis; ad hanc verò regula quædam secundùm normam adiungatur B C notæ magnitudinis, vtputa modulorum 15. Deinde oculus in linea D A tamdiu moueatur, donec in eum locum venerit, scilicet A, vnde ipsius radius per vtramque extremitatem C & E traijciatur. Tum metiendæ sunt binæ altitudines, nempe A B & A D, sitque A B reperta modulorum 5. A D verò modulorum 20. Ex his iam confici potest propositum. Cùm enim vterque angulorum A B C & A D E rectus sit, propterea quòd A D vtrique B C & D E ad normam sit posita, erit B C ipsi D E parallela per 28.

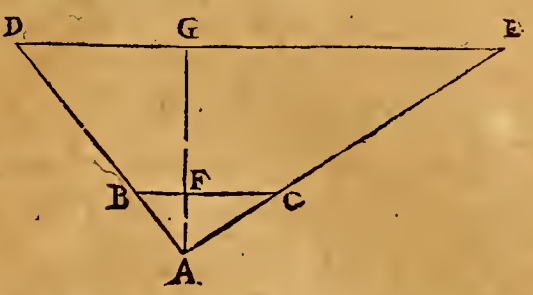
F

A per 28.primi Euclidis:quare & angulus A C B angulo A E D æqualis per 29.primi Euclidis. Igitur vt A B ad B C ita A D ad D E, & adiuuante proportionum regula si ex altitudine A B modulorum 5. se visus extendat ad longitudinem B C modulorum 15. consequens est, vt ex altitudine A D modulorum 20. se visus ad modulos 60. quos longitudo D E complectitur, extendat; quod erat propositum.

CONSECTARIVM IV.

Latitudinem oblatam radio demonstrare.

B QVÆ hoc loco intelligenda sit latitudinis linea, superiore cõsectario est explicatum; nunc ad rem veniamus. Esto proposita latitudo D E, aspicientis verò oculus A, è cuius regione signum quoddam in proposita latitudine notetur G. in hoc signum regula dirigatur A F, cui alia quædam regula adiungatur B C ipsi D E parallela, eoque loci firmetur, vnde susceptos oculi radios A B & A C in D & E transmittat: sit verò A F modulorũ 10. B C autem modulorum 20. at A G per accessam terræ superficiem reperta sit modulorum 30. erit ergo per regulam proportionum latitudo proposita modulorum 60.



C Quoniam enim B C ipsi D E constituta est parallela, erunt anguli A B C & A D E, item A C B & A E D æquales: est verò angulus D A E vtrique triangulo B A C & D A E communis; æquiangula sunt igitur hæc ipsa triangula. Ergo per 4. sexti Euclidis, vt A B ad A D, ita B C ad D E; sed vt A B ad A C, ita quoque est A F ad A G per 2. sexti Euclidis. Itaque vt A F ad A G, ita est B C ad D E: & alternatim vt A F modulorum 10. ad B C modulorum 20. ita A G modulorum 30. ad D E modulorum 60. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXV. THEOREMA.

Fieri potest, vt immoto visu, mutatum obiectum æquale semper appareat.

D MIRVM id quidẽ primo aspectu nonnullus existimabit, quòd obiecti æquè ac oculi mutatione rei phantasiam mutari necesse esse videatur; verùm qui rationem consulet, inueniet profectò non minùs oculo quiescente visile motum, quàm immotum visile oculo transmutato, æquale interdum videri posse. Ac primò obiectum consistens, quamuis oculus loco dimoueatur, multis tamen modis æquale videri sequentes Demonstrationes edocebunt; quas magis exemplorũ gratia in medium adferre decreuimus, quàm vt omnia quæ huc spectant, protulisse videamur: nam ex his similia colligere facilè prudens Lector addiscet.

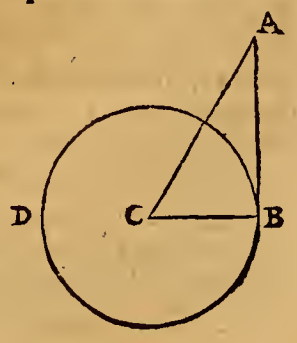
E

I.

Si magnitudo quædam subiecto plano ad rectos sit angulos, positusq; fuerit oculus in aliquo signo ipsius plani, illa circa oculum pari interuallo delata æqualis semper spectabitur.

HVNC modum tradit Euclides Opticorum suorum theoremate 42. sic autem potest demonstrari: Sit A B spectata magnitudo ad subiectum planum recta; oculus autem esto in C puncto plani, connectanturque C & B; & centro C, interuallo verò C B circulus describatur B D: dico si in circuli huius circumferentiam agatur magnitudo A B, sic vt subiecto plano recta semper sit, eam ex loco C æqualem semper spectari. Cùm enim æquales semper sint A B & C B, illa quidem ex hypothesi, hæc verò per circuli definitionem; sitque & angulus A B C æqualibus lateribus contentus ex eadem hypothesi perpetuò æqualis, vtpote rectus, erit per 4. primi Euclidis & basis A C semper æqualis, ceterique anguli æquales, per eamdem 4. primi Euclidis. Inter quos cùm sit A C B, sub quo

F



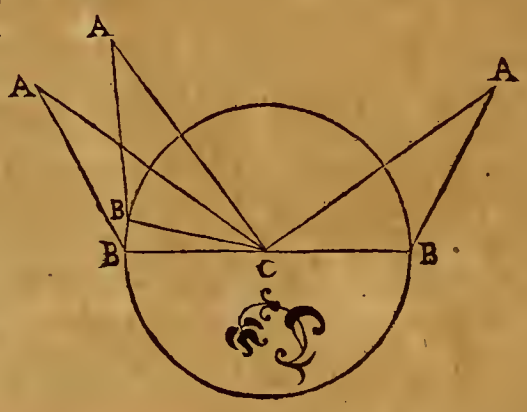
magnitudo A B ſpectatur, ſequitur eamdem magnitudinem A B ſubiecto plano perpendicularem, & circum C pari interuallo actam æqualem ſemper apparere per 10. propoſitionem huius libri; quod erat propoſitum demonſtrare. A

II.

Si autem ſpectata magnitudo ad ſubiectum planum neutiquam recta fuerit, ea ſic mutata, vt oppoſitionis modum retineat, etiam tum æqualis ſemper videbitur: ſin autem oppoſitionem mutet, quandoque æqualis, quandoque maior, quandoque minor apparebit. B

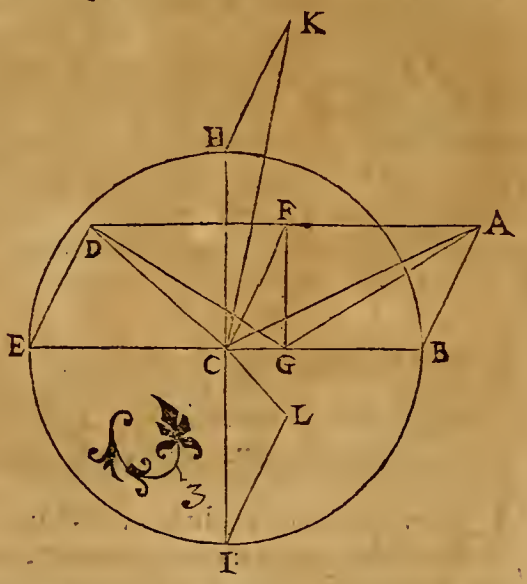
DVÆ ſunt huius propoſitionis partes, pro quarum demonſtratione animaduertendum eſt, lineam ſubiecto plano obliquam poſſe duobus modis per circuli peripheriam tranſmutari.

Vno modo, ſeruato obuerſionis ſitu, hoc eſt, vt angulus A B C, quem propoſita magnitudo A B cum ſemidiametro circuli facit, ſit ſemper æqualis. Tunc verò per 4. primi Euclidis facilè oſtendi poteſt propoſitam magnitudinem æqualem ſemper apparere. Nam cùm in triangulo A B C æqualia ſemper ſint latera A B & B C, illud quidem ex hypotheſi, hoc verò per circuli definitionem; ſitq; ex eadem hypotheſi angulus A B C ſemper æqualis, erit & baſis A C, & qui ad baſin eſt angulus A C B perpetuò æqualis. Quare A B æqualis ſemper ſpectabitur per 10. huius libri propoſitionem; quod primò erat demonſtrandum. C



D

Altero modo poteſt obliqua ad ſubiectum planum linea per circuli ambitum ita duci, vt eius inclinatio ad eamdem ſemper partem ſpectet, vt ſi nunc in B ſit notata A B, nunc in E parte oppoſita ſignata D E, nunc in H aut I partibus mediis inſcripta K H aut L I. Quo caſu contingit magnitudinem ipſam ſibi ſingulis in locis conſtitutam parallelam quidem eſſe; at non eumdem habere obuerſionis ſitum, oculi in centro C quieſcentis comparatione: quare in hac conſtitutione contingit propoſitam magnitudinem non quouis loco æqualem videri; ſed interdum æqualem, aliàs inæqualem.



Æqualis quidem apparebit, ſi eo loci ſiſtatur, vbi cum ſemidiametro rectos angulos facit, nimirum in H & I. Hic enim quoniam triangula K H C & L I C duo latera K H & H C duobus lateribus L I & I C æqualia habent, vtrumque vtrique, habent verò & angulos K H C & L I C æquis lateribus contentos æquales; & baſin K C baſi L C, reliquoſque ad baſin angulos æquales habebunt per 4. primi Euclidis. Æquales igitur ſunt K C H & L C I anguli, ſub quibus propoſita magnitudo in K H & L I conſtituta ſpectatur: his ergo locis propoſita magnitudo æqualis apparet per propoſ. 10. huius libri; quod ſecundò erat demonſtrandum. F

Quòd autem quandoque maior, aliàs minor appareat, ſic demonſtrabitur: A puncto C ducatur C F propoſitæ magnitudini A B parallela per 31. primi Euclidis, eidemq; fiat æqualis per 2. primi Euclidis: à ſummitate verò lineæ C F, hoc eſt ab F ad ſubiectum planum, perpendicularis demittatur F G per 11. vndecimi Euclidis, ac per G ducta ſemidiametrus producatur ad circumferentiam, cadatque in aliquod eius punctum

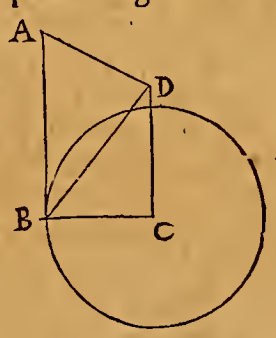
A ctum.quodcumque (aut si libet, detur fortuitò in B incidere) dico ad hoc punctum constitutam magnitudinẽ A B minorem apparere; ad oppositum verò, puta E, maiorem.

Quoniam enim A B, F C, & D E positæ sunt æquales inter se & parallelę, erunt & quæ illas connectunt inter se æquales & parallelæ per 33. primi Euclidis, id est A F ipsi B C, & F D ipsi C E: at æquales inter se sunt B C & C E per circuli definitionem: ergo & A F ipsi F D æqualis erit per communem notionem. Rursus cùm parallelæ sint A D & B E, sitque F G ipsi B E ad rectos angulos ducta, erit & eadem F G ipsi quoque A D perpendicularis, rectosque cum ea angulos efficiens per 29. primi Euclidis. In triangulis ergo A F G & D F G latus A F lateri F D ostensum est æquale; latus verò F G vtrique est com-
B mune, angulusque A F G angulo D F G ostensus æqualis, vtpote rectus vterque: est igitur & basis A G basi D G, & angulus A G F angulo D G F æqualis per 4. primi Euclidis. Si autem angulus A G F à recto angulo B G F, & angulus D G F ab angulo E G F etiam recto atque angulo B G F æquali detrahatur, relinquentur per communem notionem anguli A G B & D G E inter se æquales: at angulus D C E per 16. primi Euclidis, maior est angulo D G E; ergo & angulo A G B maior erit per idem axioma: sed angulus A C B per eamdem 16. primi Euclidis, minor est angulo A G B: igitur angulus D C E multo quàm angulus A C B est maior, ac proinde maior apparet D E quàm A B per 10. huius libri propositionem; quod tertiò propositum erat demonstrare.

C III.

Si à circuli centro sublimis erigatur recta linea, & in ipsa positus fuerit oculus: nihilominùs circumacta magnitudo æqualis semper apparebit; si quidem & magnitudo, & ea in qua oculus, ad rectos ambæ persistant angulos.

TERTIVM hunc modum idem Euclides Opticorum suorum theoremate 42. insinuat, potestq; in hunc modum demonstrari: Esto proposita magnitudo A B subiecto plano rectis insistens angulis: ex C verò subiecti



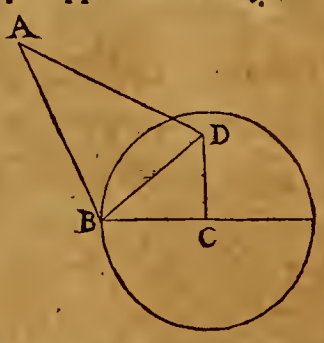
D plani quocumque signo ad rectos quoque angulos excitetur C D per 12. vndecimi Euclidis, in qua oculus sistatur ad punctum D: dico magnitudinem A B circa punctum C pari interuallo nempe B C actam æqualẽ semper apparere. Nam cùm ambæ A B & C D subiecto plano sint perpendiculares, erunt & ipsæ per 6. vndecimi Euclidis parallelæ. Ducta ergo B D, erit per 4. primi Euclidis eadem B D semper æqualis; quoniã videlicet C D inuariata perseuerat, B C verò semper æqualis est per circuli definitionem: sed & angulus B C D perpetuò æqualis, nempe rectus: quare & basis B D, & angulus C B D qui ad basin est, æquales semper erunt. Detracto igitur hoc
E angulo C B D ab angulo A B C recto, relinquetur per communem notionem angulus A B D semper æqualis: at quæ circa ipsum sunt latera A B & D B, æqualia semper sunt, D B quidem per iam factam demonstrationem, A B verò ex hypothesi. Igitur per eamdem 4. primi Euclidis, & basis A D, & qui ipsi adiacent anguli æquales semper erunt: cùm verò illorum altero A D B proposita magnitudo A B conspiciatur, æqualis ea semper apparebit per 10. propositionem huius libri; quod erat demonstrandum.

IV.

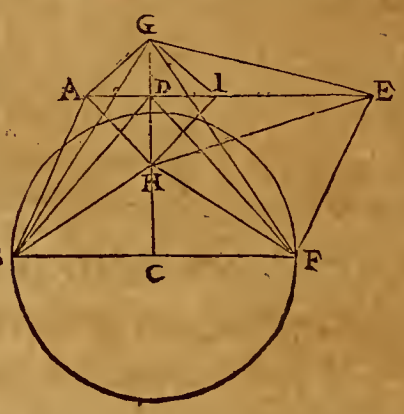
Si verò ea quidem, in qua oculus, recta ad planum fuerit; magni-
F *tudo autem visibilis obliqua: hæc si circumlatione obuersionis situm non mutet, æqualis semper; at si mutet, inæqualis interdum spectabitur.*

QVEMADMODVM in secundo superiore modo, ita in præsenti notandum est, lineam subiecto plano obliquam posse duplici ratione per circuli peripheriam circumagi; vno quo idem semper obuersionis situs tenetur, altero quo respectus ad visum mutatur, vt ibidem planiùs est explicatum.

Priori ratione circumlatam magnitudinem æqualem ſemper apparere ex tertij modi demonſtratione probari poteſt. Sit enim obliqua magnitudo A B, cetera verò eadem quæ ſuprà: cùm oſtéſum ſit B D rectum oculi radium, itemq; angulum C B D æquales ſemper manere, ſupponaturque idem ſemper eſſe angulus A B C, detracto ab A B C, angulo C B D, relinquetur A B D angulus perpetuò æqualis, per vulgatum axioma: at circum æqualem angulum A B D, æqualia ſemper conſiſtunt latera A B & B D, illud quidem ex hypotheſi, hoc verò ex ſuperiore demonſtratione. Igitur per 4. primi Euclidis & baſis A D, & qui iuxta eam eſt angulus A D B æqualis ſemper manet. Quare per 10. propoſ. huius libri magnitudo A F in circulum acta à viſu D æqualis ſemper ſpectatur; quod primò erat probandum.



Poſteriori verò ratione circumactam magnitudinem inæqualem interdum ſpectari ſic demonſtratur: Sit ea quidem in qua oculus C G ad ſubiectum planum recta, è cuius ſigno quopiam obliquam magnitudinē oculus contempletur nunc in A B, nunc in E F tranſmutatam: ſint verò, vt in ſecundo modo ſuperiùs eſt explicatum, A B & E F paralelæ, anguluſque A B C acutus, E F C verò obtuſus, iunganturque puncta A & E per rectam A E, quæ cùm æquales & parallelas A B & E F connectat, erit per 33. primi Euclidis, & ipſa lineæ B F æqualis & parallela. quare C G erit ipſi quoque A E perpendicularis per 29. primi Euclidis.



Dico igitur primò, ſi oculus in D conſtituatur communi ſectione linearum A E & C G, æquales A B & E F apparere. Cùm enim in triangulis D C B & D C F æquales ſint ex hypotheſi B C & C F, vtrique verò communis ſit C D, anguluſque D C B angulo D C F æquis lateribus contento æqualis, erit per 4. primi Euclidis, & baſis D B baſi D F, & angulus C D B angulo C D F ad baſim æqualis. Detracto igitur angulo C D B à C D A recto, & C D F ab C D E item recto, reliqui A D B & E D F æquales erunt per communem notionem. his ergo ſpectatæ magnitudines A B & E F per 10. huius libri propoſ. æquales apparebunt.

Deinde dico, ſi oculus ſupra D attollatur, vt in G, minorem ſpectari A B quàm E F. Nam in triangulis A D B & E D F duo latera A B & D B æqualia ſunt duobus lateribus E F & D F vtrumque vtrique, hoc eſt A B ipſi E F ex hypotheſi, & D B ipſi D F per 4. primi Euclidis. Eſt verò angulus A B D angulo E F D æquis lateribus contento minor, quia nimirum ab inæqualibus A B C & E F C æquales deducti ſunt D B C & D F C: reſidui igitur A B D & E F D inæquales ſunt; ac minor quidem A B D, quippe qui à minore relinquitur; E F D verò maior, vt qui à maiore reſiduus eſt. quare per 24. primi Euclidis & baſis A D baſi D E minor erit. Reſecta igitur per tertiam primi Euclidis, D I ipſi D A æquali, iunctiſq; G & I, erit per 4. primi Euclidis G I ipſi G A, & angulus D G I angulo D G A æqualis; quoniam æqualis eſt G I ipſi G A, & D G cōmunis, anguluſque G D I angulo G D A æqualis, vtpote rectus vterque: at maior eſt angulus D G E quàm D G I, nempe totus ſua parte: ergo maior quoque eſt idem D G E, quàm D G A angulus; à quibus ſi æquales detrahantur C G F & C G B, relinquetur B G A quàm F G E minor. quocircà per 10. huius libri propoſ. minor A B quàm E F ſpectabitur; quod erat probandum.

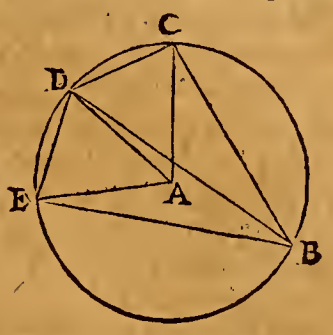
Demum ſi viſus infra D ſiſtatur, vt in H: dico maiorem A B quàm E F videri. Nam cùm per 4. primi Euclidis æquales ſint B H & F H, H D verò communis, & baſis B D baſi F D æqualis, erunt per 8. primi Euclidis B H D & F H D anguli inter ſe æquales: ductaq; H I, cùm iam antè poſita ſit D I ipſi D A æqualis, erit per 4. primi Euclidis, & H I ipſi H A, & angulus D H I angulo D H A æqualis. Quare maior erit D H E angulus totus ſua parte D H I: ac proinde & idem D H E maior erit quàm D H A. Hi verò inæquales D H E & D H A ſi ab æqualibus iam oſtenſis B H D & F H D detrahantur, relinquetur per communē notionem B H A quàm F H E maior: ille ſiquidem ex minoris, hic verò ex maioris detractione relinquitur. quocircà per 10. huius libri propoſit. maior videtur A B quàm E F; quod demonſtrandum erat.

A

V.

Visu in circuli centro vel peripheria constituto, si visile ita mutetur, vt vtroque extremo circuli perimetrum tangat, æquale illud semper spectabitur.

B Et hunc modum Euclides habet Opticorum theoremate 45. sic autem potest demonstrari: Visus in A circuli centro, aut in B puncto quocumque perimetri firmus consistat, obiectumq; nunc in C D, nunc in D E translatum, vtraque extremitate circuli peripheriam attingat: dico fore, vt æuqale illud semper appareat. Cùm enim æquales ponantur C D & D E rectæ lineæ, erunt & peripheriæ ab his ablatæ, seu arcus illis respondentes, per 28. tertij Euclidis æquales: ac proinde & anguli qui his insistunt, siue qui ad centrum C A D & D A E, siue qui ad circumferentiam C B D & D B E, per 27. tertij Euclidis æquales inter se erunt. Quapropter per 10. proposit. huius libri visibile in hunc modum per circuli ambitum transmutatum



C æquale semper videbitur; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXVI. PROBLEMA.

Loca inuenire, quibus mutatum visile, oculo consistente immobili, æquale semper appareat.

D Hoc problema ex proximo theoremate facilem habet expeditionem; at non vnius est modi. Primò itaque si visile à subiecto plano in quo est oculus, sublime erectum sit, visu ceu cẽtro, interuallo autem puncto illo cui visile insistit circulus describatur: dico in huius circuli peripheria loca existere, in quibus visile æquale semper apparet, iuxta primum & secundum modum superiùs recensitum.

Secundò, si visus in plano non sit cui visile insistit, à visu in subiectum planum perpendicularis demittatur per 11. vndecimi libri Euclidis; à puncto verò in quod ea cadit, interuallo autem puncto cui visile insistit, circulus describatur. per hunc enim actum visile, vt in tertio & quarto modo superiùs explicato, æquale semper spectatur.

Tertiò, si in eodem plano cum oculi centro visile existat, circulus describatur, cuius centrum idem sit cum centro visus, vel cuius peripheria ex quocumque centro descripta per visum ducatur: dico in huius quoque circuli perimetro loca reperiri, in quibus

E visile sic transmutatum, vt vtraque extremitate circumferentiam tangat, æquale semper videri, vt quintus modus edocet.

Horum demonstrationes, quoniam ex superioribus modis nullo negotio elici possunt, vt breuitati ac labori consultum sit, Lectori colligendas relinquimus.

PROPOSITIO XXVII. THEOREMA.

Nil vetat quin & mutato aspectu, visile immotum æquale semper appareat.

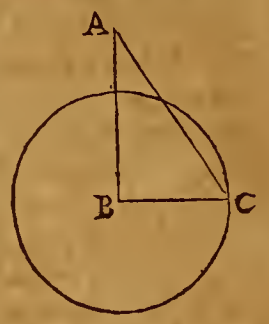
F Ista est propositionis vigesimæ quintæ conuersio, quam Euclides in Opticis totidem exemplis explicauit, quot superiorem illam quam diximus propositionem. Et verò nemini dubium esse potest, quin eadem sit visus ac visilis, si vicissim commutentur, ratio: quocircà si permutato situ visus in locum visilis succedat, eamdem apparentiam obiecti existere necesse est translato visu, quæ priùs visu immoto circa transmutatum obiectum ostendebatur. Igitur totidem modis è conuerso æquale semper spectatur immotum obiectum à visu moto, quot obiectum motum ab immoto visu. Vnde Euclides Opticorum 43. primum huius propositionis casum ita proponit:

A

I.

Si visile ad subiectum planum rectum fuerit, muteturq; oculus in circumferentiam circuli, ex signo cui visile insistit, descripti, æquale illud semper apparebit.

ESTO inquam spectata magnitudo A B sublimis, & ad rectos angulos subiecto insistens plano ad signum B; oculus verò sit C: & centro quidem B, interuallo autem B C circulus decircinetur: dico fore, vt oculo per huius circuli ambitum mutato, visile semper æquale spectetur. Ducta enim A C, erunt in triangulo A B C latera quidem A B & B C semper eadem, angulusque A B C perpetuò rectus; ergo per 4. primi Euclidis & basis A C eadem semper erit, & anguli reliqui semper iidem. Quare per 10. huius libri propositionem magnitudo AB angulo A C B spectata æqualis semper apparebit; quod erat demonstrandum.

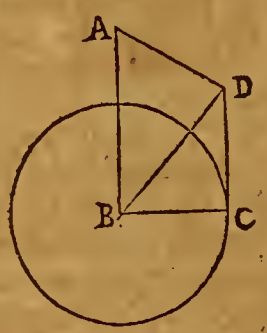


II.

C

Oculus à plano sublimis esto, moueaturq; in circumferentiam circuli subiecto plano paralleli, nihilominus æqualis semper, licet immota, magnitudo apparebit.

SIT, vt priùs, spectata magnitudo A B subiecto plano rectis insistens angulis, visus autem D sublimis: dico magnitudinem A B visu per circulum subiecto plano parallelam transmutato æqualem semper apparere. A visu namque D ad A & B propositæ magnitudinis extremitates radij procidant D A & D B: itemque ex D per vndecimam vndecimi Element. Euclidis in subiectum planum perpendicularis demittatur D C, quæ per 6. vndecimi Euclidis ipsi A B parallela erit. Quare & angulus A B D angulo B D C æqualis erit per 29. primi Euclidis. At angulus B D C semper est æqualis per 4. primi Euclidis, quia videlicet B C & C D inuariatæ perseuerant, & angulus B C D perpetuò rectus est. Igitur & angulus B D C, & basis B D semper eadem est. Cùm ergo angulus A B D, & quæ circa eum sunt latera A B & B D eadem semper sint, erit per 4. primi Euclidis non tantùm basis A D semper eadem, sed & angulus A D B, sub quo proposita magnitudo spectatur, semper idem. Quare per 10. proposit. huius libri æqualis ipsa A B perpetuò videbitur; quod erat demonstrandum.



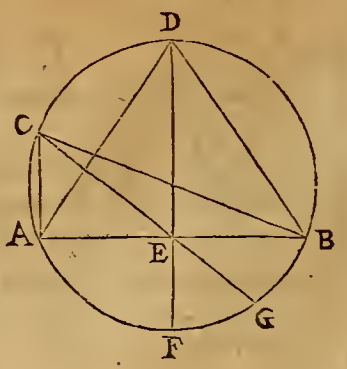
D

E

III.

Si spectatam magnitudinem circulus complectatur, ea, oculo per circuli segmentum circumducto, æqualis semper spectabitur.

HOC theorema Euclides Opticorum theoremate 46. in hunc modum demonstrat: Esto id quod spectatur A B, visus autem sit C, à quo procidant radij C A & C B qui cum spectata magnitudine trigonum perficiant; circa C A B verò per 5. quarti Euclidis circulus describatur: dico oculo per huius circuli ambitum permutato id quod spectatur AB æquale semper apparere: transferatur enim oculus ab C in D, procidantque hinc iam radij D A & D B. Igitur per 21. tertij Euclidis æqualis est angulus A D B angulo A C B, quòd ambo in eodem sint circuli segmento: quæ verò spectantur sub æqualibus angulis, per 10. huius æqualia apparent. Æqualis igitur A B semper conspicitur, oculo



F

per

A per hoc circuli segmentum transmutato: at eadem est ratio demonstrandi in segmento A F B: igitur perspicuum relinquitur id quod erat propositum.

In hoc casu & alia interuenit aspectus fallacia, mira sanè, & præter vulgi opinionem constituta: quòd nimirum idem obiectum è remotiori loco distinctiùs quàm è propinquiori videri possit, tametsi vterque locus intra iusti interualli metas sit assumptus: eam tantùm ob causam, quia diuersus est in vtroque aspectu oculi situs. Vt, si A B directè quidem ex D, ex C verò obliquè conspiciatur; quamuis D sit remotius ab obiecto A B quàm C, videbitur tamen A B ex D, quàm ex C distinctiùs perfectiusque: nam ducta D F, quæ ipsam A B secet bifariàm & ad normam in E: quoniam peripheriæ A F & F B

B æquales inter se sunt, erunt & qui his insistunt ad D anguli inter se æquales per 33. sexti Euclidis: quare ipsius A B medietates A E & E B æquali perfectione videntur. Ducta autem C G per E ad angulos obliquos, quoniam maior est arcus A G arcu G B, erit & angulus A C G angulo G C B maior per eamdem 33. sexti Euclidis. Itaque A B ex C propter situs obliquitatem imperfectiùs videri contingit, quàm ex D loco remotiori. Oportet autem, vti dictum est, vtrumque locum C & D intra iustæ distantiæ terminos contineri. nam si D æquo remotius sit, haud dubiè minùs accuratè cernetur A B ex D quàm ex C, quamuis directiùs; vti contrà si C sit propinquius quàm par est, videbitur A B ex C imperfectiùs, non modò propter aspectus obliquitatem, verumetiam ob nimiam propinquitatem.

C

PROPOSITIO XXVIII. PROBLEMA.

Loca definire, quibus oculo moto obiectum immotum æquale semper spectetur.

HOC problema eadem ratione perficitur, qua illud quod propositione 26. est explicatum, à quo etiam istud nihil differt, nisi motus & quietis vicissitudine, cùm hîc visus, illic visile moueatur; illic visus, hîc visile quiescat. Quare si visus in eodem sit plano cui id quod spectatur insistit, circum obiectum circulus describatur, in eoque loca erunt quæ postulantur.

D Nam si visus per huius circuli circumferentiam permutetur, visile æquale semper apparebit, vt iam propositione superiore ostensum est exemplo primo.

Si autem visus sublimis sit, ab eo in subiectum planum perpendicularis demittatur per 11. vndecimi Euclidis, & per punctum incidentiæ, ex loco cui visile insistit, ceu centro circulus describatur, factumque erit propositum. Nam si per huius circuli ambitum perpendicularis ab oculo demissa ita circumducatur, vt à perpendiculo numquam discedat, ipse etiam oculus in orbem mouebitur, motuque circulum imaginabilem velut sui vestigium relinquet subiecto circulo parallelum. Quæcumque enim rectæ lineæ per vtriusque circuli centrum ductæ easdem perpendiculares ab oculo dependentes connectunt, & ipsæ parallelæ sunt inter sese per 33. primi Euclidis, quòd ipsę perpendiculares æquales sint inter sese & parallelæ. Quare per 8. definitionem vndeci-

E mi Euclidis circuli ipsi paralleli sunt. Itaque in illo, quem oculi motus describit, loca existunt è quibus visile quiescens æquale semper spectatur ab oculo translato; cuius rei demonstratio ex propos. superiore petenda est, vbi id exemplo secundo est explicatum.

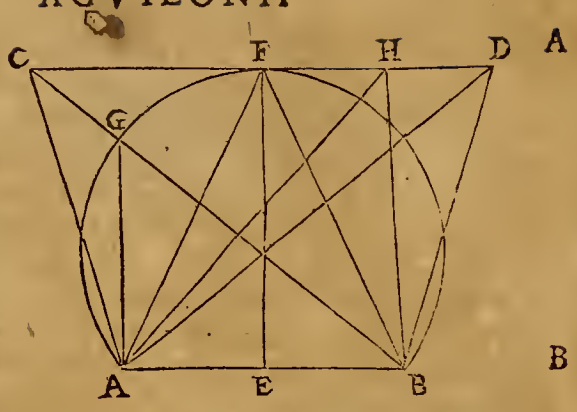
Rursus, si per 5. quarti Euclidis circulus describatur, cuius perimetrus per visum, duoque extrema eius quod spectatur incidat, in illo loca reperientur, vnde visile quiescens æquale semper apparet, vt ex tertio exemplo superioris propositionis palàm est.

PROPOSITIO XXIX. PROBLEMA.

F *Loca in recta linea designare, è quibus immota magnitudo à visu moto, quandoque æqualis, aliàs inæqualis conspiciatur.*

SIT primùm recta illa linea, in quam visus permutatur, propositæ magnitudini A B parallela, literisque signata C D. diuidatur A B in E bifariàm per 10. primi Euclidis, exciteturque ex E ipsi A B perpendicularis E F per 11. primi Euclidis, quæ ipsam C D secet in F; hæc eidem C D ad rectos angulos erit per 29. primi Euclidis: dico ergo ex puncto F maximam spectari magnitudinem A B, è duobus verò punctis æquè ab F hinc inde disiunctis

æqualem



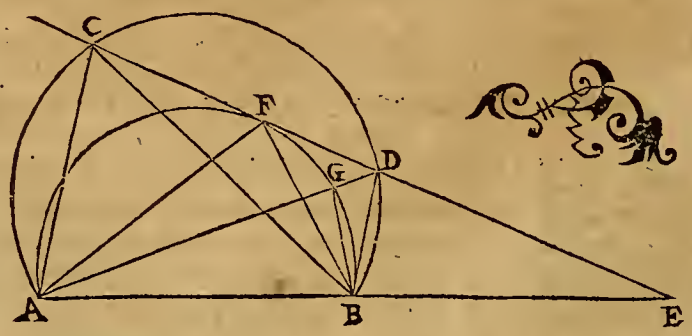
æqualem : at è punctis inæqualiter ab F distantibus inæqualem.

Quod sic ostẽditur: Ductis A F & B F circum A F B circuli segmentũ describatur per 5. quarti Euclidis, quod capiat angulũ A F B. quoniam igitur dimetiens est E F, & ad rectos angulos ipsi C D, fit per 16. tertij Euclidis, vt F C & F D extra circulum cadant. Quare sumpto quocumque signo in linea C D, præter F, vtputa C, rectæ ducantur C A & C B; quoniam altera harum C B circulum secat, à sectionis loco G recta ducatur G A. Erit ergo angulus A G B angulo A C B maior per 16. primi Euclidis: at angulus A G B æqualis est angulo A F B per 21. tertij Euclidis: igitur angulus A C B angulo A F B minor est. Itaque ex C quàm ex F magnitudo A B minor spectatur per 10. huius libri propositionem. cumque eadem demonstrandi ratio in omnibus punctis lineæ C D, præter F, locum habeat, probatum relinquitur magnitudinem A B è loco F omnium maximam apparere; quod primò ostendisse oportuit.

Assumpta verò F D ipsi F C æquali, ductisque D A & D B ostendendum sit angulos A D B & A C B æquales esse. In trigonis A F E & B F E æqualia sunt latera A E & E B, latusq; E F vtrique commune, angulusque A E F angulo B E F æqualis; vtpote rectus vterque ex constructione; erit ergo per 4. primi Euclidis, & basis A F basi B F, & angulus A F E angulo B F E æqualis. Si itaque angulo D F E recto addatur A F E, & angulus B F E recto detur C F E; erunt compositi anguli D F A & C F B per communem notionem inter se æquales. At circum hos æquales angulos latera D F & F A lateribus C F & F B æqualia sunt, vtrumque vtrique, hoc est D F ipsi C F ex constructione, F A verò ipsi F B ex demonstratione. Ergo per 4. primi Euclidis angulus F D A angulo F C B æqualis erit. Rursus si ab æqualibus iam ostensis angulis D F A & C F B idem communis angulus A F B auferatur, reliqui D F B & C F A æquales erunt, qui cum æquis lateribus comprehendantur, nempe F D ipsi F C ex constructione, F B verò ipsi F A ex demõstratione: erit per eamdem 4. primi Euclidis, basis D B basi C A, & angulus F D B angulo F C A æqualis: à quibus si detrahantur anguli F D A & F C B iam ostensi æquales, reliqui A D B & B C A sub quibus magnitudo A B immota spectatur, æquales inter se erunt: quare per 10. propos. huius libri duobus hisce locis C & D magnitudo A B æqualis conspicitur; quod secundo loco demonstrandum fuit.

Demum quòd è signo H inter F & D assumpto minor quidem magnitudo A B appareat, quàm è signo F; maior autem, quàm ex D, per septimum lemma huius libri demonstrari potest. Quoniam enim æquales iam ostensæ sunt A F & B F, quæcumque aliæ super eadem basi A B ad lineam C D cõstituentur, per 7. primi Euclidis inęquales erunt, maiorque semper illa quæ ex A ad F D, aut ex B ad F C longiùs ab F producitur. Nam cùm maior sit angulus A F H quàm A H F, erit per 19. primi Euclidis A H maior quàm A F; item quia angulus A H D quàm A D H est maior, erit per eamdem 19. primi Euclidis A D quàm A H maior: itaque deinceps quo longiùs ab F recesseris, eò longiores semper erunt, quæ ex A aut B decussatim educentur. Quare per 7. lemma huius libri minor est angulus A H B quàm A F B, & A H B maior quàm A D B, ac sic deinceps remotior semper minor. Itaque quiescens magnitudo A B, ex loco H maior quàm ex D; minor autem quàm ex F conspicitur per 10. propos. huius libri; quod erat demonstrandum.

Esto deinde linea C D, in quam visus permutatur, magnitudini spectabili A B obliqua, ac minimè parallela; ambæq; A B & C D, si producãtur, concurrant in E. His positis, inter A E & B E media proportionalis inuestigetur per 13. sexti Euclidis, quæ per 3. primi Euclidis abs C E rescindatur, sitq; E F, ita vt sit quemadmodum A E ad E F, ita eadem E F ad E B. Quare per 17. sexti, quod

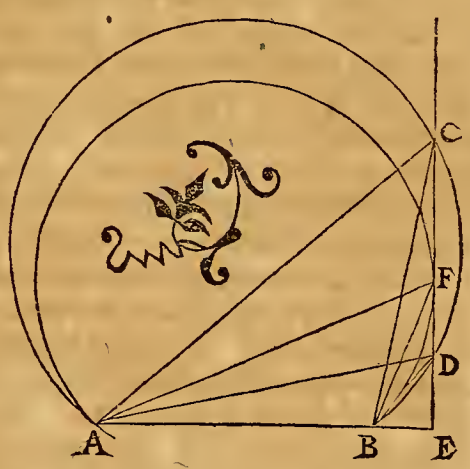


sub A E & E B comprehenditur, rectangulum æquale est ei, quod ab E F describitur, quadrato.

A quadrato. Iunctis igitur A F & B F, si per 5. quarti Euclidis circa trigonum A F B circulus describatur, hunc E F tanget in F per 37. tertij Euclidis, eritque angulus A F B maximus omnium illorum, qui à basi A B ad obliquam lineam C E excitari possunt. Sumpto enim in linea C E quocumque alio puncto exempli causa D, iunctisq; A D & B D, harum altera nempe A D circulum A F B secabit, quia nimirum tota C E, solo F puncto excepto, extra circulum A F B cadit per 16. tertij Euclidis: secet igitur A D circulum A F B in G, & à G ad B recta ducatur G B; erit ergo angulus A G B angulo A F B æqualis per 21. tertij Euclidis: atqui angulus A D B per 16. primi Euclidis minor est angulo A G B: ergo & angulo A F B minor erit. Idemque in ceteris punctis ab F versus C aut E assumptis ostendi potest: imò
B verò tantò minorem semper angulum fore palàm est, quantò punctum longiùs ab F disiunctum fuerit, sic vt in E, cùm ambæ simul A E & C E coinciderint, nullus angulus sit futurus. Est igitur A F B maximus angulus omnium illorum, qui super base A B ad obliquam lineam C E excitari possunt. Quocircà per 10. propos. huius libri ex loco F magnitudo A B maxima spectabitur.

Nunc verò si quodcumque punctum in linea C E acceptum sit, verbi gratia D, & circa perfectum triangulum A D B circulus describatur per 5. quarti Euclidis secans lineã C E etiam in C, iunganturq; C A & C B, erit per 21. tertij Euclidis angulus A C B angulo A D B æqualis; quare per 10. huius lib. prop. duobus hisce locis D & C proposita magnitudo æqualis spectatur. Patet igitur in linea propositæ magnitudini obliqua idem euenire,
C quod in parallela antè ostẽsum fuit, nempe vt translato per illam aspectu, quiescens magnitudo quãdoque æqualis, quandoque inæqualis spectetur; quod erat demõstrandum.

Denique si linea illa per quam visus defertur, illi quæ spectanda proponitur perpendicularis sit, exempli gratia, E C ipsi A B productæ, si opus sit, in E: accipiatur E F per 13. sexti Euclidis inter A E & E B proportione media. Igitur si per A B F circulus describatur per 5. quarti Euclidis, hunc tanget E C in F per 37. tertij Euclidis, quia nimirum per 17. sexti Euclidis, quod ex E F existit quadratum, æquale est ei
D quod ex A E B fit rectangulo. Quocircà præter punctum F tota linea E C extra circulum A B F cadet. Atque idcircò eodem quo priùs modo ostendemus oculo in F constituto magnitudinem A B maximam apparere, ac eò semper minorem quò longiùs à puncto F oculus dimouetur: duobus autem tantummodò locis videri



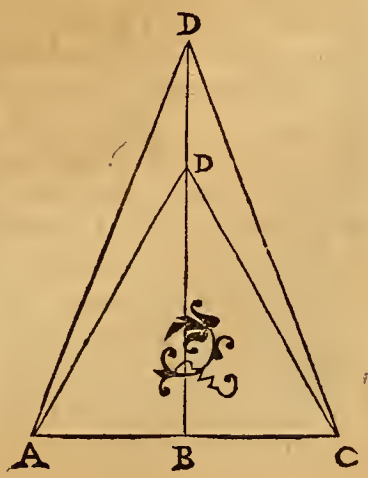
æqualem, nempe in D & C, vbi scilicet circulus per A, B, & D actus, lineam E C intersecat. Ex quibus propositum problema expeditum demonstratumque relinquitur, quod fecisse oportuit.

E

PROPOSITIO XXX. THEOREMA.

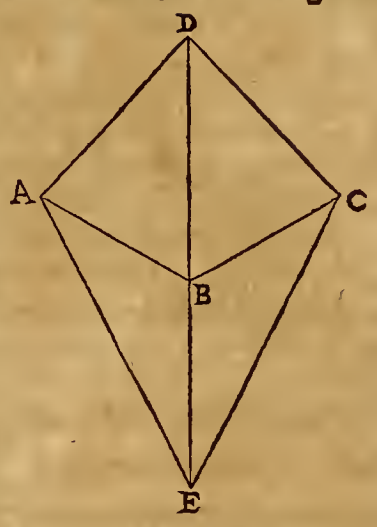
Possibile est, æquales magnitudines visu translato æquales nihilominùs apparere.

SINT primùm æquales magnitudines in vnam rectam lineam compositæ, vt A B & B C; à coniunctionis autem puncto B, quod totius lineæ A C medium est, perpendicularis ipsi A C excitetur per 11. primi Eucli-
F dis: dico per hanc lineam si D oculus incedat, magnitudines A B & B C æquales semper apparere. Cùm enim in triangulis A B D & C B D latus A B lateri C B æquale sit positum, sitq; B D vtrique commune, & angulus A B D angulo C B D æqualis, nempe rectus vterque ex constructione, erit per 4. primi Euclidis angulus A D B angulo C D B semper æqualis. Quare per 10. huius libri proposit. æquales semper magnitudines A B & B C apparebunt.



Sint

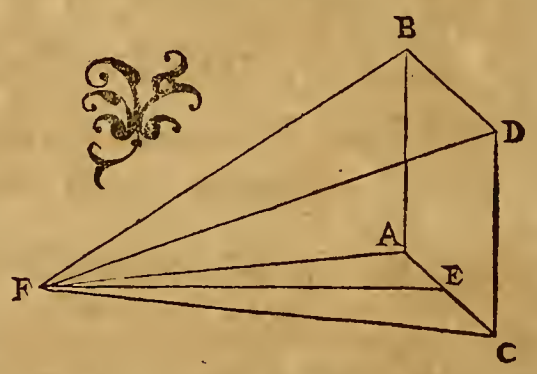
Sint deinde eædem magnitudines non in rectam lineam extenſæ, ſed in angulum A
coniunctæ A B C, diuidaturque is per 9. primi Euclidis bifariàm per rectam B D, in quam ſi oculus permutetur, æquales nihilominùs A B & B C apparebunt. Cùm enim vt priùs æquales ſint ex hypotheſi A B & B C in triangulis A B D & C B D, ſitque latus B D commune vtrique, & angulus A B D angulo C B D ex conſtructione æqualis; erit per 4. primi Euclidis, & angulus A D B, angulo C D B ſemper æqualis. Quare per 10. propoſ. huius libri propoſitæ æquales magnitudines, viſu per B D incedente, æquales ſemper videntur. Quòd ſi D B protrahatur, & in ea viſus cõſtituatur ad E aut aliud quodcumque ſignum, nihilominùs æquales conſpicientur magnitudines A B & B C. Nam cùm duo anguli D B A & A B E; item D B C & C B E per 13. primi Euclidis duobus rectis ſint pares, reſectis æqualibus D B A & D B C; relinquentur anguli A B E & C B E æquales: at circum hos angulos latera A B & B E lateribus C B & B E æqualia ſunt; ergo per 4. primi Euclidis angulus A E B angulo C E B eſt æqualis. Quare & ſpectatæ magnitudines A B & B C per 10. propoſ. huius libri æquales ex his etiam locis apparent.



B

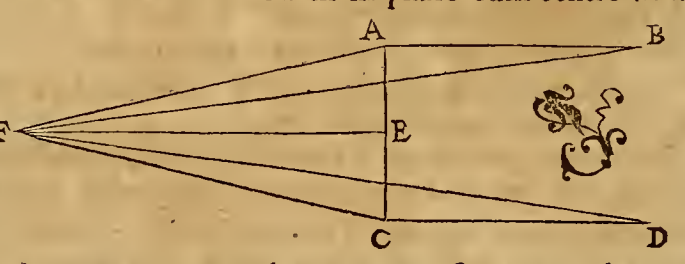
Sunto prætereà æquales magnitudines A B & C D à ſubiecto quopiam plano in ſublime perpendiculi fide erectæ: iungantur A C & B D, ipſa autem A C bifariàm diuidatur in E per 10. primi Euclidis, atque à ſigno diuiſionis E perpendicularis ipſi in ſubiecto plano ducatur E F per 11. primi Euclidis: dico in E F loca exiſtere, è quibus ſpectatę magnitudines A B & C D æquales ſemper apparent. Nam eductis radiis à viſu ad extrema propoſitarum magnitudinum, patet per 4. primi Euclidis in triãgulis A E F & C E F æqualia eſſe inter ſe latera A F & C F, quòd reliqua reliquis lateribus æqualia ſint vtrumque vtrique, & angulus A E F angulo C E F æqualis, vtpote rectus: in triangulis verò B A F & D C F non tantùm A F ipſi C F, ſed etiam A B ipſi C D ex hypotheſi æqualis eſt, & angulus B A F angulo D C F æqualis, vt pote rectus vterque: ergo per eamdem 4 primi Euclidis & angulus A F E, angulo C F D æqualis eſt. Quare per 10. huius libri propoſit. æquales apparent A B & C D ex quouis loco in linea E F deſignato.

C



D

Rurſus ſint propoſitæ magnitudines A B & C D eodem in plano cum centro viſus F ita diſpoſitæ, vt quæ illarum connectit extrema A C, rectos cum vtraque angulos faciat. Diuiſa igitur A C bifariàm per 10. primi Euclidis, atque à ſigno partitionis E excitata perpẽdiculari E F per 11. primi Euclidis, erunt in E F loca, è quibus A B & C D æquales appareant. Sit enim verbi gratia aſpectus in F, vnde emiſſitij radij in A & C, item in B & D deſtinentur, erunt vt priùs F A & F C æquales per 4. primi Euclidis, ſed & anguli F A E & F C E per eamdem æquales ſunt. Hi igitur ſi æqualibus rectis E A B & E C D addantur, fiet per communẽ notionem & angulus F A B angulo F C D æqualis: circa quos cùm latera cõſiſtant æqualia, vtrumque vtrique, hoc eſt F A ipſi F C, vt iam oſtẽſum eſt, & A B ipſi C D ex hypotheſi, erunt per eamdem 4. primi Euclidis, anguli A F B & C F D inter ſe æquales. Quare per 10. huius in E F loca reperiuntur, è quibus æquales magnitudines A B & C D æquales etiã aſpectui apparent.



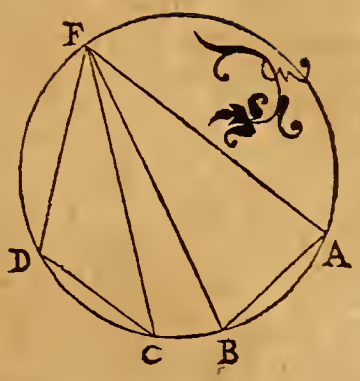
E

F

Sint demum propoſitæ magnitudines A B & C D in idem cum viſu planum vtcumque proiectæ. Si circulus deſcribi poſſit, in cuius peripheriam vtriuſque magnitudinis extrema cadant, viſu per idem ſegmentum ipſius circumferentiæ tranſmutato, æquales eæ magnitudines ſemper apparebunt. Quoniam enim per 28. tertij Euclidis inæqualibus circulis æquales rectę lineę æquales peripherias auferũt, erunt arcus A B & C D

æqua-

A æquales, ac proinde per 27. tertij Euclidis angulus A F B angulo C F D æqualis erit. Quare per 10. huius libri propositionem ex quouis eius circumferentiæ loco, qui quidem in simili segmento assumptus fuerit, propositæ magnitudines A B & C D æquales conspicientur. Addenda porrò fuit ea cautio, vt visus per vnum idemque segmentum ipsius circumferentiæ transmutetur. Nam recta linea A B duo segmenta distinguit, vnum maius A F D C B, alterum minus: in hoc ergo si oculus constituatur inter A &
B B, maior erit angulus quo A B quàm quo C D aspiciet, vt per se patet.

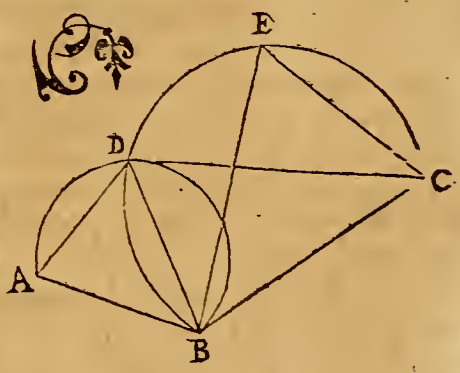


Cùm ostensum iam sit, quot modis, quibusque locis contingat æquales reipsa magnitudines æquales etiam aspectui videri; perspicuum est, extra hæc similiaque loca visu consistente, inæquales videri magnitudines, quæ reuerà æquales sunt: idque fit propter angulorum, quibus comprehenduntur, inæqualitatem, vt sæpè iam citata 10. huius libri propositio demonstrat. Nunc ergo quo pacto contrà inæquales magnitudines oculo
C *æquales aut in postulata proportione appareant, paucis dicendum restat.*

PROPOSITIO XXXI. PROBLEMA.

Est locus, è quo inæquales magnitudines aspectu æquales videntur, quem demonstrare oporteat.

D SINT propositę magnitudines inæquales, minor quidem A B, maior autem B C. super altera illarum puta B C, describatur circuli segmentũ quodcumque B E C, in quo constituatur angulus B E C vtfors tulerit. deinde super A B per 33. tertij Euclidis describatur simile segmẽtum priori, hoc est capiens angulum æqualem angulo B E C. Vbi hæc duo segmenta sese intersecant, nempe in D, hîc aio locum esse vnde A B & B C, inæquales licet magnitudines, æquales tamen spectantur. Iunctis enim D A, D B, & D C, æqualis est angulus A D B angulo B D C per 10. definitio-
E nem libri tertij Euclidis. Ergo per proposit. 10. huius libri æquales ipsæ magnitudines videntur, licet reipsa inæquales sint.

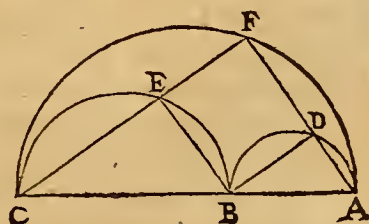


Extra hunc autem locum inæquales apparere ipsas magnitudines ex inæqualitate angulorum, quibus continentur, demonstrari potest: quam probationem, vt per se inuentu facilem, studio prætermittimus, breuitati consulentes.

PROPOSITIO XXXII. PROBLEMA.

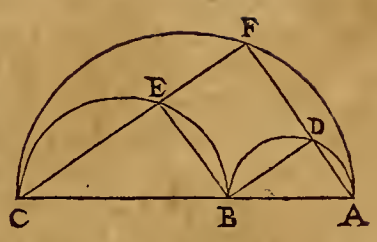
Postulantur etiam loca, è quibus inæquales magnitudines in idem compositæ, æquales vtrique inæqualium appareant.

F ESTO propositarum inæqualium magnitudinum minor quidem A B, maior autem B C: ambæ verò in vnam rectam lineam compositæ quæ litteris notatur A C. super hac, vti etiam super vnaquaque illarum semicirculi describantur A F C, A D B, & B E C, aut certè similia quæcumque circulorum segmenta per 33. tertij Euclidis. ex A verò recta emittatur A F vtcumque ad extimam peripheriam maio-



Y ris

ris ſemicirculi, iungaturque F C. quia ergo A F & F C ſecant reliqua ſegmenta, ſunto loca ſectionum D & E, iunganturque D B & E B. His ita conſtitutis dico viſum per loca D, E, & F tranſmutatum conſpicere A B ipſi B C, vtrique verò ſigillatim totam A C æqualem. Cùm enim per 10. definitionem tertij Euclidis in ſimilibus circulorum ſegmentis æquales conſiſtant anguli, erunt A D B & B E C anguli quibus ſingulæ A B & B C conſpiciuntur, tum inter ſe, tum ipſi A F C, quo tota A C videtur, æquales. Quare per 10. propoſit. huius libri loca dantur, è quibus binæ magnitudines reipſa inæquales æquales aſpectu videntur; & quæ ex vtraque componitur æqualis, vtrique inæqualium apparet; quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO XXXIII. PROBLEMA.

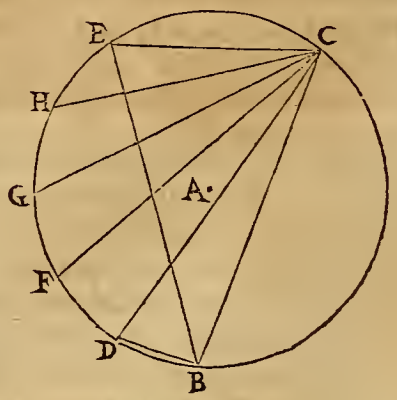
Locum aſſignare, ex quo data magnitudo appareat alterius pars aut multiplex in poſtulata ratione, qua quidem angulum ſecare vel augere conceditur.

APPARENTES rerum magnitudines ita ſe habere, quemadmodum inter ſe ſunt anguli ſub quibus conſpiciuntur, ex 9. propoſitione libri tertij perſpicuum eſt. Quare conſtat ad huius problematis conſtructionem neceſſarium eſſe problema illud, quo angulus expetitur, qui ad datum angulum poſtulatam habeat proportionem; quod ſanè perfici non poteſt, niſi vel additione vel partitione. Praxis verò, licet ex parte cognita ſit, partim tamen hucuſq; ignoratur, partim etiam omnino impoſſibilis eſt. Quod primò quidem oſtendi poteſt in diuiſione.

Si enim dati anguli pars, verbi gratia dimidia, aut tertia, aut alia quæcumque aſſignanda eſt, datus angulus bifariàm, aut trifariàm, aut alias in partes eſt diuidendus. Quod quidem hactenus à nemine vniuerſè eſt demonſtratum, vti nec illud datam portionem circularis perimetri in quotuis partes ſecare; & circulo figuram æquilateram inſcribere quotcumque laterum. Sunt enim hæc quæſita hactenus, ſed nondum inuenta; vt & inter duas datas rectas lineas duas medias proportionales inuenire, & circuli τὸ ἐμβαδὸν τετραγωνίζειν. Quæ omnia & plura alia eius generis ſumma hominum ingenia fatigarunt, à quibus tamen nulla ad poſteros vtilitas dimanauit, ſi excipias admirabilem illam Paraboles quadraturam, quam ingenioſiſſimus Archimedes propoſuit, rarum ſanè inuentum, & omni commendatione dignum, ac tale omnino quod niſi ab Archimede repertum fuiſſet, ad hanc vſque diem ſub ignorantiæ tenebris ſepultum delituiſſet: ita ſanè procul ab hominum ſenſu atque ingenio conſtitutum id erat, vt à nullo alio, meo quidem iudicio, quàm ab Archimede attingi poſſet.

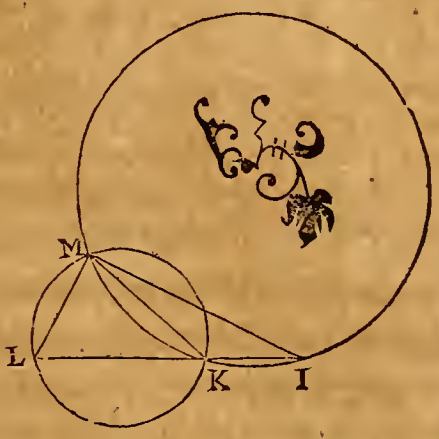
Deinde ſi multiplex quicũque angulus dati anguli poſtuletur, hoc eſt duplus aut triplus, aut alterius rationis: neq; hic dari vniuerſè poterit. Nam recti anguli nullus eſt angulus in dupla proportione; neque triplus eius qui in triangulo eſt æquilatero. Conſultò igitur propoſitioni ea pars adiuncta eſt, *qua quidem angulum ſecare vel augere conceditur.*

Nunc quo pacto propoſitum problema ſolui poſſit, ſic accipe: Quærantur in primis duo anguli quicumque in ea ratione, quæ poſtulatur: quod ſic fiet; Deſcripto ex centro A circulo vtcumque, ſi exempli gratia angulus expetitur alterius quintuplus, ſumatur in circuli deſcripti peripheria portio B D fortuitò quidem, at tam exigua, vt quinquies repetita totum circuli ambitum non expleat, ſed partem aliquam relinquat nempe B C E, comprehenſa ſola parte B D E. In parte relicta B C E, ſignum notetur quocumque loco C, ad quod extendantur B C, D C, & E C. His peractis dico angulum B C E anguli B C D quintuplum eſſe, & B C D alterius ſubquintuplum, ſeu quintam partem. Cùm enim per 27. tertij Euclidis æquales ſint anguli qui æqualibus peripheriis inſiſtunt, ſanè æquales eſſe oportet eos qui ſuper æqualibus aſſumptis peripheriis B D, D F, F G, G H, & H E ad punctum C conſti-



A constituuntur. Ergo angulus B C E quinque continens angulos ipsi B C D æquales, ipsius B C D quintuplus erit, & B C D totius B C E subquintuplus.

Sint ergo iam propositæ magnitudines I K & K L (nihil verò interest an æquales eæ sint, an inæquales) sitq; I K spectanda pars quinta magnitudinis K L. super I K per 33. tertij Euclidis describatur segmentum I M K, quod capiat angulũ angulo B C D superioris schematis æqualem. ac simili modo super K L segmentum describatur K M L, quod capiat angulũ B C E superioris



B figuræ; iunganturque I M, K M, & L M. Quoniam igitur per constructionem angulus I M K angulo B C D est æqualis, & angulus K M L æqualis angulo B C E, angulus autem B C D quinta est pars anguli B C E, vt iam ostensum est: erit & angulus I M K anguli K M L pars quinta. Quare per 10. propos. huius libri in M locus inuentus erit, ex quo data magnitudo I K alterius K L apparet pars in postulata ratione; quod erat præstandum.

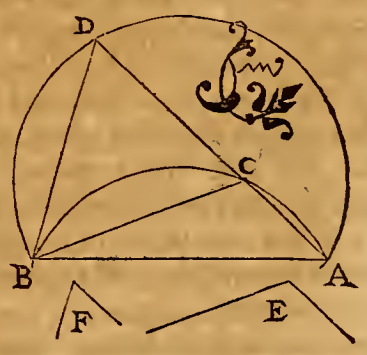
Si autem postuletur, vt I K ipsius K L multiplex appareat, verbi gratia quintupla; super C I K segmentum describatur quod capiat angulum B C E per eamdem 33. tertij Euclidis, & super K L segmentum describatur capiens angulum B C D: tunc enim lineis ductis ad M communem segmentorum intersectionem, etunt hi anguli superioribus æquales, vterque vtrique. Ergo hîc locus inuentus erit, è quo vicissim data magnitudo I K apparet alterius K L multiplex in quintupla ratione, adiuuante eadem 10. prop. huius libri.

PROPOSITIO XXXIV. PROBLEMA.

Loca inuenire è quibus eadem magnitudo appareat suiipsius pars, aut multiplex, in data proportione.

D

Hoc problema eamdem fermè habet constructionem cum præcedente. Nam inuentis duobus angulis E & F in ea proportione quæ postulatur, modo superiùs tradito, describantur super proposita linea, quæ sit A B, duo circulorum segmẽta per 33. tertij Euclidis, quorum vnus vnum, alter alterum angulum capiat ex datis. Ducta itaque ab altero extremo propositæ magnitudinis, nempe A, recta linea A D, quæ vtrumque segmentũ intersecet, vnum in C, & alte-



E rum in D, vt casus feret. Hęc intersectionum puncta loca esse aio è quibus proposita magnitudo apparet suiipsius pars, aut multiplex, in data proportione. Cùm enim ex constructione æqualis sit angulus A C B angulo E, erit per 7. quinti Euclidis eadem proportio anguli A C B ad F angulum, quæ est anguli E ad eumdem angulum F: rursus cùm æqualis sit angulus A D B angulo F per constructionẽ, qualis proportio est anguli E ad angulum F, talis est eiusdem E anguli ad A D B angulum. Ergo permutando, vt est A C B ad E, ita est A D B ad F. Quare per 10. huius libri propositionem in signis C & D loca erunt, ex quibus proposita magnitudo A B apparet suiipsius pars, aut multiplex, in data proportione; pars quidem ex loco D, ex C verò multiplex; quod erat faciendum.

F

A

FALLACIAE ASPECTVS CIRCA SITVM.

AMETSI *naturæ consecutione in corporibus situm figura antecedat, vti intimus corporeæ dimensionis terminus ac circumscriptio eam habitudinem, qua res externas intuentes variè respiciunt: tamen quia ex situs diuersitate rerum figuræ quoad aspectum mirum in modum immutantur, vt orthogonium triangulum interdum in oxygonium, aliàs in amblygonium, aut scalenum; circulus item in ellipsin; rursus quadratum in rhombum, aut rhomboides schema, atque aliæ in alias; hanc ob rem errores, qui in situs dignotionem obrepunt, præmittendos esse duximus, ne aduersus doctrinæ leges, quæ de figurarum erroribus deinceps proponere constituimus, per ignota porismata demonstrare cogamur.* B

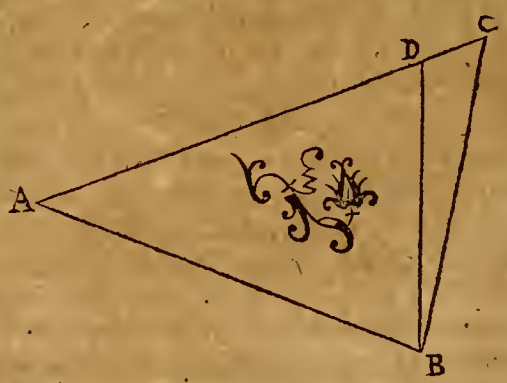
C

PROPOSITIO XXXV. THEOREMA.

Ob immoderatam distantiam contingit obiecti obliquitatem non perpendi.

EX obliqui situs definitione, quæ habetur ad propositionem 31. libri 3. constat eius, quod obliquè aspectui obijcitur, alterum extremum visui propinquius, alterum verò remotius esse debere. Cùm verò proposit. 3. huius libri ostensum sit maximarum distantiarum discrimina visu non distingui, rectè concluditur obliquum rei situm ex immoderata distantia non internosci. D

Sit enim exempli gratia visui A obliquè opposita magnitudo B C, extremo B quàm C propinquior: sit autem distantia A B plus quam mediocris, eiq; æqualis distãtia A D, quę proinde ipsa quoque immoderata erit. Quare per 3 propos. huius lib. excessum D C visus non percipiet. Nam tum primùm immoderata censebitur distantia A D, cùm portio D C, qua A C ipsam A D superat, ita quoad aspectum attenuatur, vt non discernatur, quemadmodum in definitionibus ad primam huius libri propositionem est explicatum. Igitur distantia A C ipsi distantiæ A D æqualis apparebit, & C ab A æquè ac B remotum. Quocircà directè existimabitur opposita linea B C, cuius nimirum extrema pari interuallo ab oculo disiuncta conspiciuntur; quod erat propositum.



CONSECTARIVM.

Quæ à perpẽdiculo desciscunt ex interuallo spectata, seu quà aduersum imminent seu quà in diuersum propendent, recta iudicãtur. F

IN hoc fallaciæ genus ij facilè prolabuntur, qui ex immoderato interuallo turres aut columnas à perpendiculi rectitudine desciscentes intuentur, siue qua parte inclinatum fastigium ad ipsos accedit, siue qua ab ipsis in aduersam partem recumbit. Quæ enim ita spectantur, incertam exhibent inclinationis speciem: propterea quòd perpendiculi linea à supremo fastigio demissa, resque ipsa in eodem sunt cum centro oculi plano. Hoc ergo planum, quoniam, si producatur, in oculum incurrit, necesse est ipsum rectæ lineæ instar apparere per 13. propos. huius libri, omnesque quæ in ipso sunt lineas,

in

A in vnam eamdemque rectam lineam secundùm intuitum incidere. Igitur nullum hoc aspectu apparet perpendiculi & inclinationis discrimen.

Quod vt planiùs intelligas, finge à summo rei inclinatæ cacumine perpendiculum demitti, & per locum incidentiæ centrumque basis rei propendentis rectam lineam ex vtraque parte infinitè protendi: huic inquam lineæ si quis spectator insistat, & ex vtrauis eius parte prospexerit, rem minimè inclinatam videbit; sed pari rectitudine cum perpendiculo expensam: radius enim opticus ab oculo ad perpendiculi lineam emissus, ipsam quoque inclinationis lineam pertransit. Quare si eousque oculus absistat, vt lineæ perpendicularis ac propendentis discrimen non internoscat, vtramque vnius instar li-
B neæ rectæ ac nullo pacto inclinatæ intuebitur.

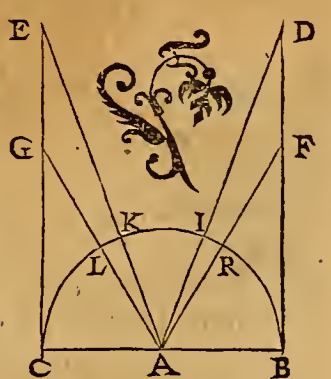
PROPOSITIO XXXVI. THEOREMA.

Quæ radiis sublimioribus cernuntur, sublimiora; & humiliora, quæ humilioribus videntur: idem verò, de iis quæ in dextram aut in sinistram vergunt, iudicium esto.

C De illo aspectu intelligẽda est hæc propositio, qui fit speciebus per medium vniforme delatis. Nam is qui per diuersa media traiectas rerũ formas, aut à solido corpore repercussas excipit, is fractis inclinatisq; fit radiis. Quare illis rebus quæ ita cernuntur, plurimùm vsuuenire solet, vt cùm sublimioribus radiis videntur, humiliora appareant, & è conuerso; aut à dextris esse, cùm radij à sinistris proueniunt: nec id tantùm, verumetiam vt quæ à tergo sunt, ex aduerso conspiciantur. Cuius rei hæc profectò est ratio, quòd ea quæ videntur, non in ea cernantur linea, qua formæ visibiles à rebus emittuntur; sed in ea, qua exsolutæ iam à rebus formæ in oculos incurrunt. Hæc ergo si vna est eademque recta linea, in ipsa erit & verus & apparens rei locus; si verò ea non vna sit linea, sed alia qua simulachrum euibratur, alia qua suscipitur, non erit quoque idem rei locus verus & apparens; sed pro radiorum diuersitate alius atque alius. Igitur si quis vniuersè accipiendam esse
D propositionem contendat, illos dumtaxat radios intelligat, qui oculis proximi sunt, seu quibus rerum imagines proximè in oculos illabuntur: in his namque quidquid aspicitur, locum apparentem habere necesse est. Sunt enim hi radij proprio loquendi modo optici, ac velut rerum omnium quæ visui offeruntur indices, proprium singularum locum demonstrantes. Et quemadmodum ipsa simulachra solo contactu sentientis organi ad videndum facultatem excitant, ita externo appulsu notionem aliquam loci ingerunt. Nam qua parte organum exstimulant, ex eadem prouenire cognoscuntur: at non aliunde prouenire possunt, quàm à rebus ipsis: igitur primarius sensus in ea recta linea sitas esse ipsas res concludit, per quam earum imagines in organum externi sensus incurrunt. Quocircà quæ sublimioribus cernuntur radiis sublimiora, quæ humilioribus humiliora, & quorum radij à dextris aut sinistris porriguntur, ea in dextram sinistrámve educi videntur.

PROPOSITIO XXXVII. THEOREMA.

Rerum in anteriora expositarum remotiores partes, quæ à dextris sunt in sinistram, & quæ sunt à sinistris in dextram educi videntur.



F Sit oculus A, cuius dextrum latus B, sinistrum C, in anteriorem verò eius partem duæ lineæ exponãtur B D & C E: dico illius, quæ à dextris est partem D, si à visu remotior sit quàm F, videri in sinistram educi, hoc est sinistrorsum magis spectari quàm F, & E magis in dextram educi quàm G. Centro namque A circulus describatur vtcumque, atque ab oculo radij procidant A F, A D, A G, & A E, qui circulum secent in R, I, K, & L. Quoniam igitur lateri C sinistro propinquius est punctum I quàm R, erit radius A D, qui per I transit, radio A F sinisterior, & radius A E dexterior quàm A G, quòd sit K ipsi B propinquius

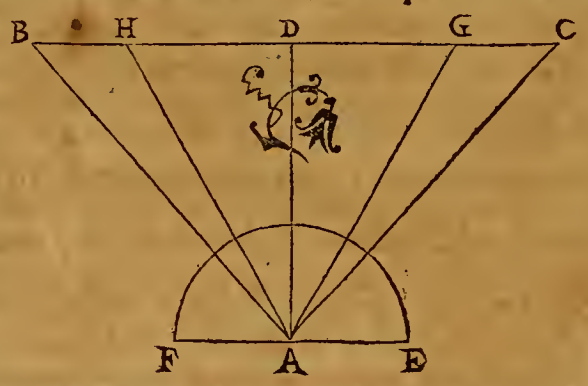
quàm L. Quæ verò dexterioribus radiis cernuntur, dexteriora videntur, sinisteriora autem quæ sinisterioribus, per antecedentem propositionem. Igitur linearum in anteriora exporrectarum remotiores partes, quæ à dextris sunt in sinistram, & quæ sunt à sinistris in dextram educi videntur; quod erat demonstrandum.

Hæc propos. non ita intelligenda est, vt linearum, quæ in anteriora extenduntur, remotiores partes absolutè in contrarium positionis situm abscedere videantur; hoc est, quæ à dextris sunt absolutè in sinistram, & quæ à sinistris simpliciter in dextram; sed propinquiorum partium comparatione: sic nimirum, vt linearum quæ à dextris sunt, remotiores partes sinistrorsum magis spectentur quàm propinquæ; & earum quæ sunt à sinistris partes remotiores propinquioribus dexteriores cernãtur, non autem vt dexteriores aut sinisteriores appareant, quàm sint reuerà. De hoc enim situ agemus in fallaciis Loci; vbi ostendemus, si linea aliqua in communẽ radium incidat, eam eius partem quæ ab illo puncto in quod amborum luminum acies defiguntur, & oculos interiacet, illi quidem oculo cui ea à dextris est, in dextram magis videri quàm sit reipsa; reliquam verò partem magis iusto in sinistram protendi: oculo autem, cui ea à sinistris est, partem quæ est inter concursum axium & aspectum æquo magis in sinistram ferri, reliquam verò plus iusto in dextram obliquari. Ex quo fit vt ea linea vtroque spectata oculo geminata appareat, ambæque phantasiæ sese intersecare videantur in eo signo, in quod axes optici diriguntur: quæ omnia in Loci fallaciis diffusiùs exponemus.

PROPOSITIO XXXVIII. THEOREMA.

Eorum quæ directè oculis obijciuntur remotiores partes, quæ à dextris dextrouersum magis; quæ verò à sinistris, propiùs in sinistram accedere videntur.

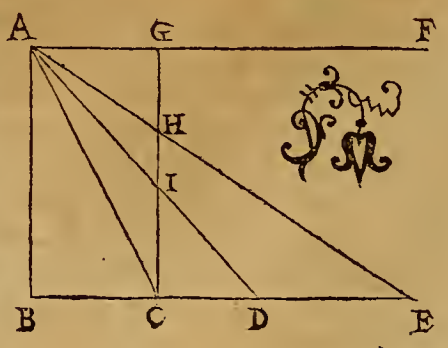
ESTO oculus A, eique directè obuersa linea B C, cuius pars D anterior sit, erit proinde oculi latus dextrum E, F verò sinistrum, & propositæ lineæ pars D C à dextris erit, pars autem D B à sinistris: dico igitur C quàm G dextrouersum magis educi, si nimirũ C longiùs à visu absit quàm G; ac eodem modo B quàm H magis in sinistram vergere. Centro namque A circulus vtcumque decircinetur, radiique ex oculo ad C, G, H, & B prosiliant, qui circulum secent. Quoniam itaque radius A C dexterior est radio A G, & A B radius ipso A H sinisterior, consequens est per 36. propos. huius libri, vt C quàm G in dextram magis; B verò quàm H magis in sinistram produci videatur; quod erat demonstrandum.



PROPOSITIO XXXIX. THEOREMA.

Planorum sub oculo iacentium remotiores à visu partes in altum efferri videntur.

VISVS A altiori constitutus sit loco quàm planum, in quo spectantur signa B, C, D, & E: sitque E causa exempli à visu remotius quàm D, & D quàm C remotius; B autem proximum: dico E altiori loco aspectari quàm D, & D quàm C; B autem infimo, vtpote visui proximũ. Ducta enim AF pari libra cum horizonte, quæ medium prospectum inter elatum ac depressum definiat, vt proposit. 29. libri tertij



docui-

A docuimus. Huic quò viciniores erunt radij qui in subiectum planum procidunt, eò ipsi quidem erunt altiores, vtputa A E altior quàm A D, quòd ipsi A F propinquior sit; & A D altior ipso A C eamdem ob causam; A B verò infimus, vtpote ab A F remotissimus. Igitur per 36. propos. huius libri elatior apparet C quàm B, & D quàm C, & E quàm D, sicq; deinceps, quò remotiores sumuntur à visu partes, eò semper altiùs efferri videntur.

Deinde si ex C recta secundùm perpendiculum excitetur C G per 11. primi Euclidis, hanc radij A E & A D secabunt in signis H & I: sed H altius est quàm I, & I altius quàm C: ergo altior apparet pars D quàm C, & E quàm D. siquidem eodem spectantur radio D & I, item E & H. Itaque quemadmodum H altiùs quàm I, sic E quàm D altiùs attolli B videtur, & D altiori loco quàm C, vt I quàm C altiori conspicitur; quod erat demonstrandum.

CONSECTARIVM I.

Templorum pauimenta ingredientibus fastigiata videntur.

ID profectò manifestè patet ex theoremate iam demonstrato. Hinc verò colligas licet, non rectè præcipere Architectos quosdam, qui templorum pauimenta ab ingressu ad aram supra libellam attolli moderato quodam fastigio iubent, ea adducti ratione, quòd qui sacrificant, si editiori sint loco, maiorem præ se ferant maiestatem, & augu- C stius sit per ascensum, quàm per descensum ad sacrificia accedere. At enim cùm per se assurgere templorum pauimenta videantur, non est cur ampliùs attolli ea debeant, præsertim cùm phantasia hæc, quam diximus, licet ex aspectus natura pendeat, non tamen parum offensura esset oculos, ni longa iam consuetudine in vsum transiisset. Deinde si pauimenta supra libellam euehantur, necesse erit columnas, quæ in altiore regione constituuntur, breuiores fieri, vt scilicet eis capitula ad libellæ æqualitatem incumbant, quod etiam ingredientium aspectui non mediocriter officiet: siquidem remotiores ab ingressu columnæ licet æquales per se, tamen minores semper quàm reipsa sint, apparent. Demum hæc ratio nil aliud suadet, quàm vt ad sacrificia accessus populo difficilis fiat, recessus autem facilis, sicque à diuino cultu hominum animi auocentur. Quare D satis superque consultum sacrificantium dignitati fore arbitror, si ipsi, non autem cæteri per gradus ad aram conscendant.

CONSECTARIVM II.

Horizon editiori loco spectatur, quàm sit reuerà.

NAM propter immoderatam distantiam, qua à nobis disiunctus est horizon, in eadem qua oculus altitudine spectatur: siquidem attolli semper magis magisque ea videntur quæ remotiora sunt: ergo necessum est vt remotissima loco editissimo conspiciantur. Est vero hic locus in linea A F, quæ ad libellam constituitur, & cuius respectu E altum dicitur id omne quod supra eam eminet; depressum verò quidquid infra eam decumbit, vt lib. 3. propos. 29. docuimus. Quare horizon editiori loco spectatur, quàm sit reuerà.

CONSECTARIVM III.

Maris conuexitas gibbi in morem protuberare videtur.

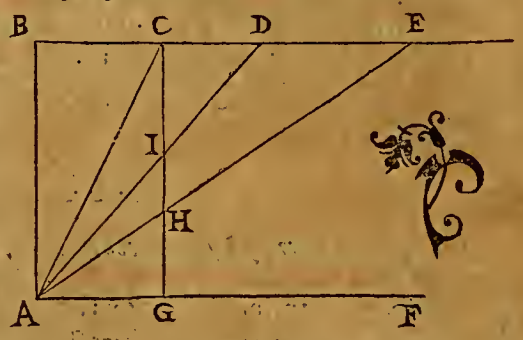
TAMETSI namque omnes eius partes infra oculum reipsa sint, quòd sphæroides habeat schema, in cuius summo ad perpendiculum spectator consistit; quia tamen eæ quò sunt à visu remotiores, eò semper in altum efferri magis ac magis videntur, fit, vt remotiores propinquiorum respectu assurgere quodammodò, & gibbi instar prominere F existimentur. Idcircò qui mare nauigant, scandere sese perpetuò arbitrantur, quòd numquam maris fastigium attigisse videantur. Semper enim aliud atque aliud est, quod in supremo eminet, & quàm citò illi adnauigant, tam citò phantasia deportatur. Idem per myricas, desertosque campos iter facientibus euenit; siue enim eant, siue reuertantur, semper conscendere se putant: quare membrorum defatigationem, quam ex ambulatione sentiunt, locorum constitutioni adscribunt, dum illa quæ eadem cum horizonte sunt libra accliuia arbitrantur.

A

PROPOSITIO XL. THEOREMA.

Planorum verò, quæ supra visum incumbunt, remotiores partes ad ima prolabi videntur.

EADEM est huius & præcedentis proposit. ratio, sed conuersa. Si enim ab oculo A ad planum BE, quod supra visum eminet, radij destinentur AB, AC, AD, & AE, sitque remotior à visu pars E quàm D, & D quàm C, & C quàm B: dico tanto inferiorem videri vnamquamque partem lineæ BE, quanto longiori interuallo ab oculo disiungitur. Acta namque AF ad libellæ æqualitatem quæ infernũ supernúmque locum discriminet, erunt omnes quidem lineæ quæ ab oculo A ad planum BE protenduntur, supernæ: at quæ ex his ipsi AF propinquiores sunt, reliquis inferiores erunt. Est verò AE ipsi AE propinquior quàm AD; & hæc quàm AC. Ergo radius AE radio AD inferior est; & AD inferior quàm AC. Igitur per 36. proposit. huius libri E quàm D, & D quàm C inferior apparet. Quare remotiores à visu partes plani BE ad ima prolabi videntur; quod erat demonstrandum.



B

C

Potest etiam, vt prius, demissa à C perpendiculari CG, ostendi punctum E humiliori loco apparere quàm punctum D, quòd scilicet E eodem radio spectetur quo H, & D eodem quo I. Cùm ergo sit H quàm I depressius, consequens est vt & E quàm D demissiori loco spectetur; quod erat ostendendum.

CONSECTARIVM I.

Contignationes domorum tanto altiori constituendæ sunt loco, quanto ampliora subtus loca habent.

D

EX iis quæ hac propositione sunt demonstrata, perspicuè apparet inter Architecturæ symmetrias non infimum locum eam tenere, quam in contignationum altitudinibus obseruare hoc consectarium suadet: vt nimirum quò longiora subtus habent loca, eò illæ fiant altiores, ne propter locorum longitudinem in terram procidere, soloque hærere videantur: quod haud dubiè futurum esset, si æquo fierent demissiores.

CONSECTARIVM II.

Porticus, longæq; arborum series ab extremitate inspectæ, stringi in angustum videntur.

E

IN nulla sanè re æquè euidenter superiorum quatuor propositionum veritas elucet, atque in porticibus longo columnarum ordine suffultis; quas cùm ab extremo introspicimus, paullatim in angustum constringi videmus: latera siquidem omnia sensim in punctum vnum contendunt, &

Tecta solo iunguntur, & omnia dextera lævis,
Donec in obscurum coni ducantur acumen.

Eamdem phantasiam exhibent arbores in longas strigas combinatæ: omnes enim sensim coëunt, & quò remotiores sunt ab oculo, eò longiùs à proprio situ diuulsæ medium versus accedunt.

F

Horum omnium vna est causa quòd superiorum planorum remotiores à visu partes ad ima prolabi, inferiorum verò in altum efferri, dextrorum autem sinistrorsum, & sinistrorum dextrorsum vergere manifestè videantur, vt paulò antè est demõstratum. Ergo in porticibus pauimenta, contabulationes, & latera in illud horizontis punctum secundùm aspectum contendunt, in quod radius opticus planis illis parallelus, atque horizonti æquilibris protensus terminatur.

PRO-

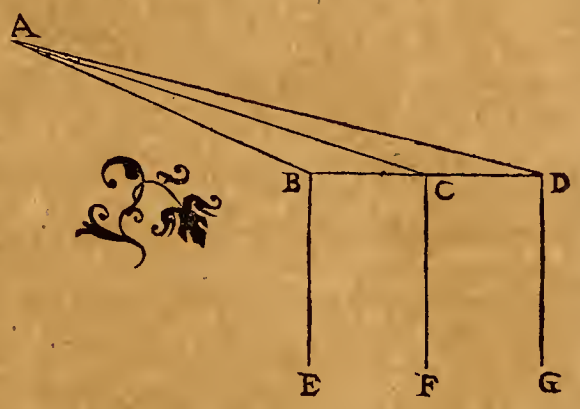
A

PROPOSITIO XLI. THEOREMA.

Æqualium magnitudinum, quæ sub visu erectæ consistunt, remotiores altiùs euectæ apparent.

SIT visus A, sub eoque erectæ æquales magnitudines B E, C F, & D G, sitque D G omniũ remotissima, deinde C F, tum B E. Excitis igitur à visu A ad B, C, & D radiis: aio D G quàm C F elatiorem videri; sic & C F quàm B E. Ducta namque recta B D, quæ omnium magnitudinum extrema connectat; cùm per 39. propos. huius libri altior sit radius A D radio A C, & hic altior quàm A B, altius quoque spectabitur signum D quàm C, & C quàm B per 36. proposit. libri huius: sed & G altius spectabitur quàm F, & F quàm E eamdem ob causam. Igitur tota D G elatior quàm C F conspicietur, & hæc quàm B E; quod erat demonstrandum.

B



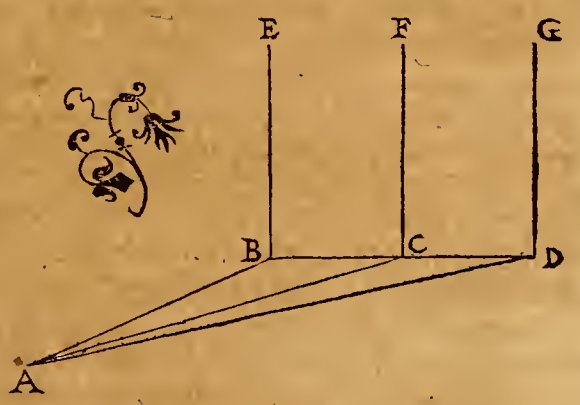
C

PROPOSITIO XLII. THEOREMA.

AEqualium item magnitudinum, quæ supra visum propendent, remotiores propinquiorum comparatione depressæ videntur.

REPOSITIS iisdem magnitudinibus æqualibus quæ priùs, BE, CF, & DG: sint eæ nunc supra oculũ A positæ, & ab oculo A ad B, C, & D radij euocentur A B, A C, & A D. E quorum numero quoniam humillimus est A D per 19. propos. huius libri, & D signum humillimum spectabitur: deinde C per eamdem 19. proposit. huius: ac demum B. cumq; eamdem ob causam G quàm F, & F quàm E inferiore appareat loco, perspicuum est totam D G quàm C F, & hanc quàm B E magnitudinem demissiorem videri; quod erat demonstrandum. Quo autem altiùs supra oculum datæ magnitudines euehuntur, eò demissiores illæ apparent, quæ longiùs ab oculo absunt propinquiorum respectu: at contrà, quò minùs fuerint elatæ, eò quoque minùs decidere remotiores videntur, si cum propinquioribus conferantur; quoad tandem oculo in eadem cum B D linea constituto, omnes æqualem altitudinem adeptæ esse videantur. Similem porrò diuersitatem in illis magnitudinibus animaduertere licet, quæ infra oculum existunt. hæ siquidem quò sunt oculo inferiores, eò quæ ex maiore interuallo spectantur, demissiores apparent; oculo autem in eadem cum B D linea posito, pari omnes altitudine sublatæ conspiciuntur.

D



E

F

CONSECTARIVM.

Planæ superficies libellæ expensæ, cùm visus altitudinem superant, alueolatæ apparent.

HANC fallaciam acutè notauit Vitruuius libro 3. cap. 3. his verbis: *Stylobatam ita oportet exæquari, vti habeat per medium adiectionem per scamillos impares. Si enim ad libellam dirigetur, alueolatus oculo videbitur.* De illis agit stylobatis qui supra oculi

oculi altitudinem collocantur. horum enim ſupremas ſuperficies ſi ad libellam diſten- A
duntur, alueolatas ſeu alueoli in modum excauatas oculo videri neceſſe eſt. Quemad-
modum ab alueo alueatum dixit Cato de re ruſtica, cùm ait ſulcos, ſi locus aquoſus
eſt, alueatos eſſe oportere: ita ab alueolo alueolatum dixit Vitruuius. Quo pacto verò
alueati ſeu alueolati ſtylobatæ appareant, Bernardinus Baldus Guaſtellæ Abbas inge-
niosè explicauit libello quem de imparibus Vitruuij ſcamillis nuper conſcripſit. Sit in-
quam ſtylobatæ impoſita baſis cuius plinthus ab inferiore loco propter coronicis proie-
cturam videri non poſſit: hac oculi conſtitutione perinde baſis ſpectabitur, ac ſi plintho
ſublato torus ſtylobatæ incumberet; aut non ſecùs ac ſi plinthus in alueolum depreſſus
oculi aciem effugeret. Ex qua conſideratione quidam veritatis radius eidem Bernardi- B
no Baldo affulſit, quo in exponendo ſuperiore Vitruuij loco de adiectione facienda ſty-
lobatis per ſcamillos impares, & priorum interpretum errores detexit, & ipſum genui-
num ſenſum è tenebris in apertam lucem excitauit. Docuit enim ex optima Vitruuij
mente ſupremæ planitiei ſtylobatæ, cùm illa horizonti æquilibris conſtituitur, in medio
adiectionem faciendam eſſe impoſito alio velut plintho, cui ceu ſcamillo ſcamnulóve
baſis plinthus inſiſtat, ne coronicis obtentu ab aſpectu ſubducatur, tamquam in alueo-
lum receptus impactusque. Quæ interpretatio mirè ſanè nobis placet.

Impares porrò Vitruuij ſcamillos idem Baldus ſic explicauit, vt quantò editiori loco
ſunt ſtylobatę, tantò fiant & ſcamilli ſublimiores: cuius rei licet pauca exempla in ve-
terum ſtructuris habeamus; illud tamen præcipuum videri debet, quod Pantheon tem- C
plorum omnium pulcherrimum ac vetuſtiſſimum tribus imparibus coronis in ambitu
cinctum ſit, tamquam ſcamillis, quibus ſingulorum ordinum baſes fulciuntur, vt inte-
græ ex inferiori loco ſpectari poſſint. Infimus, ſeu qui ſupra primum ordinem colloca-
tus ſecundum excipit, humillimus eſt; proximus huic, ſeu medius, elatior; tertius om-
nium excelſiſſimus: quorum tota ratio ab opticis radiis, & coronicum proiecturis, mani-
feſtè dependet. Quocircà & in teſtudinibus non ſtatim à ſumma coronicis planitie ar-
cuum flexus inchoandi ſunt, ſed tanto altiùs, quantum radij eorum, qui ex ima cellæ
parte in altum ſuſpiciunt, ab aſpectu ſuffurantur. Scamillis etiam veteres ſapientiſſimè
vſi fuerunt in iis ſtylobatis, quos ſolitariis columnis, aut ſtatuis clariſſimorum virorum
ſuppoſuere, vt tamquam è ſuggeſto auguſtiorem oſtenderent maieſtatem; ac ob id D
etiam vel maximè, ne, quod alioquin Vitruuius fore ait, ſignorum imæ partes, cùm ab
inferiore loco ſpectantur, intra pluteum defoſſæ videantur. Quamobrem Traiani co-
lumna, quæ etiamnum Romæ extat, ſcamillum habet ſubiectum plintho, propterea
quòd ſtylobatæ altitudo ab egeſti montis ſolo humanæ ſtaturæ proceritatem excedat.
Sunt & ſtatuæ editiores, quæ geminos ſcamillos habent, quaſi gradus, è quibus infimum
nonnulli reſimum fecere, non ſine ratione: cùm enim ſcamillo reſimo plinthus impo-
nitur, aut ſcamillus alius ad normam quadrus, prior ille propter ambitus diuerſitatem
proprium adfert operi ornamentum; minimè tamen neceſſarium: ex quo fit, vt qui ex
editiori loco vtrumque ſcamillum vident, nihil aduertant in opere ſuperfluum; qui ve-
rò ex humiliori loco reſimum ſcamillum non vident, his nihil de operis integritate de- E
ceſſiſſe videatur.

Quæ ratio ſcamillos inuexit, eadem ſtatuas ſignaque factis adiectionibus detractio-
nibusque ad naturam loci moderari docuit, vt cùm de conſtituta ſymmetriarum ratio-
ne & commenſu detractum aut adiectum ſit, res ita appareant, vt perfectæ aſpectu vi-
deantur. *Alia enim*, inquit Vitruuius lib. 6. cap. 2. *ad manum ſpecies eſſe videtur, alia in
excelſo: non eadem in concluſo, diſſimilis in aperto, in quibus magni iudicij eſt opera, quid
tandem faciendum ſit. Non enim veros videtur habere viſus effectus, ſed fallitur ſæpè ab
eius iudicio mens.* & paulò pòſt: *Cùm ergo quæ ſunt vera falſa videantur, & nonnulla
aliter quàm ſunt oculis probentur, non puto oportere eſſe dubium, quin ad locorum natu- F
ras aut neceſſitates, detractiones aut adiectiones fieri debeant: ſed ita vt nihil in his ope-
ribus deſideretur.*

Harum rationum peritiſſimus Phidias de Alcamene victoriam reportauit, vt eſt apud
Tzetzem variæ hiſtoriæ libro octauo, hiſtor. 193. Ambo ſtatuariam exactè callebant:
& Phidias quidem Mathematicus cùm eſſet atque Optices peritus, ad aſpectus lociq;
naturam ſigna facere erat ſolitus; Alcamenes verò ad conſtitutas tantùm partium ſym-
metrias. quare cùm aliquando oporteret populum Athenienſem duas ſtatuas Mine-
uæ in excelſis columnis conſtituere, vtrique commiſſum eſt opus; Alcamenes ſpeciem
effinxit gracilem, femineam, & cominùs venuſtam: at Phidias haud ignarus breuiſſima

apparere

A apparere quæ in ſublimi ſunt, fecit ſtatuam hiantibus labris, & naſo diſtracto, ac ceteris membris ad conditionem loci deformatis, quæ in excelſo collocata magnam præ ſe tulit artis dignitatem; Alcamenis autem opus cunctis riſui fuit ac ludibrio. Horum certamen epigrammate deſcriptum placuit adiungere.

EPIGRAMMA DE PHIDIÆ ET ALCAMENIS CERTAMINE.

B

ALCAMENI patrias olim dedit Inſula cunas,
Fingere in ære homines ars dedit Alcameni:
Et ſimul ars tantos tribuit conatibus auſus,
Ut cum Phidiaco mouerit arma ſtylo.
C *Sedulus in formam; ſed in artem & cetera ſegnis,*
Nec Perſpectiuus, nec Geometra fuit:
Captabat tamen immeritus per compita plauſum;
Et plauſum, immerito, compita multa dabant.
Non hæc Phidiacam vulgi poppyſmata mentem
Flexêre, aut populi mouit inane Sophos.
Aſt ſeruans oculiſque, reiſque, lociſque, decoriſque,
Ipſe ſibi laudis ſcena ſat ampla fuit:
D *Nempe platearum, vulgiſque abſtemius, Arti*
Et placuiſſe ſibi, credidit eſſe ſatis.
Tandem igitur patuere aditus ambobus honorum,
Pallada cùm geminam iuſſit Athena ſtrui.
Alcameni altera, Phidiaco datur altera cælo;
Vtraque mox altâ conſtituenda baſi.
Alcamenes facit arridentia comminùs ora,
Qualia credideris poſſe decere Deam:
E *Contrà alter gnarus, quantum vicina remotæ,*
Altaſque quantum iterùm diſtet imago humili;
Ora facit, quorum non laudes comminùs artem;
Sed ſi conſpicias eminùs, arte placent.
Nempe, labra expanſis diducit hiantia buccis,
Et nares patulo fingit vtrimque ſinu.
Adijcit & longum moderata cuſpide naſum,
F *Luminaſque excelſis cincta ſuperciliis.*
Mox vt in arbitrium ciues venêre vocati,
Phidiacæ Alcamenis præpoſuere manum:
Sed poſtquam in celſa ſtetit æs vtrumque columna,
Phidiacæ Alcamenis poſtpoſuêre manum.
Tum ſuus Artifici decor, & data fama merenti,
Et riſum Alcamenes ludibriumque tulit.

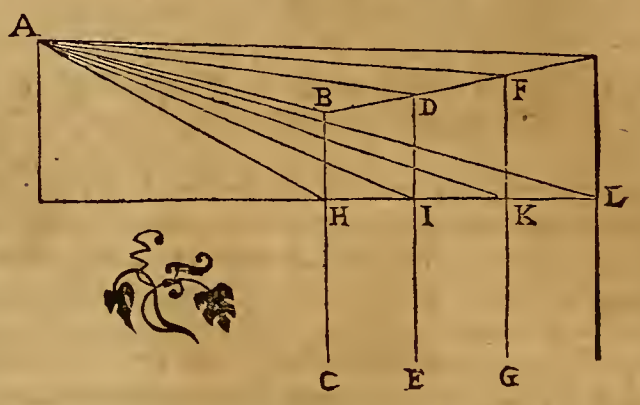
PRO-

A

PROPOSITIO XLIII. THEOREMA.

Parallela interualla è distantia spectata, si æqualia sint inæqualia apparent, & maiora semper ea, quæ propiùs oculo adiacent.

SINT parallelæ rectæ lineæ B C, D E, & F G, quarum æqualia sint interualla H I, & I K. Visus autem in A constitutus sit, cui propinquius sit H I spatiũ quàm I K, sic vt K punctum puncto I, & I puncto H remotius à visu sit, maiorque A K quàm A I, & hæc quàm A H: dico interuallum H I ipso I K maius spectari. Cuius rei demonstratio ex quinto lemmate huius libri manifestè elici potest. Nam in triangulo H A K basis H K bipartitò secta est in I, quòd æqualia supponantur interualla H I, & I K: latus verò A K latere A H maius est propter maiorem K quàm H à visu distantiam. Igitur per quintum lemma minor est angulus K A I angulo I A H. quocircà maius apparet interuallum H I quàm I K per 10. propos. huius libri.



B

C

Nihil porrò interest, directéne obiectas parallelas oculus intueatur, vt modo iam explicato; an verò obliquè, quemadmodum si in B, D, & F radij oculares procidant. Nam id vniuersè constat per iam citatum quintum lemma, si æquale sit interuallum B D ipsi D F, maiorque distantia A F quàm A B, minorem omnino esse angulum F A D angulo D A B, atque ita B D quàm D F maiorem spectari.

Si parallela, eaque æqualia interualla non continua sumantur, sed interrupta, vt H I, & K L; educto radio A L eadem demonstrandi ratione ostendetur spatium K L spatio H I minus videri, cui præsidio erit sextum lemma huius libri. Patet igitur parallela interualla è distantia spectata si æqualia sint, inæqualia apparere, eaque maiora quæ propiùs oculo adiacent, vt initio propositum fuit.

D

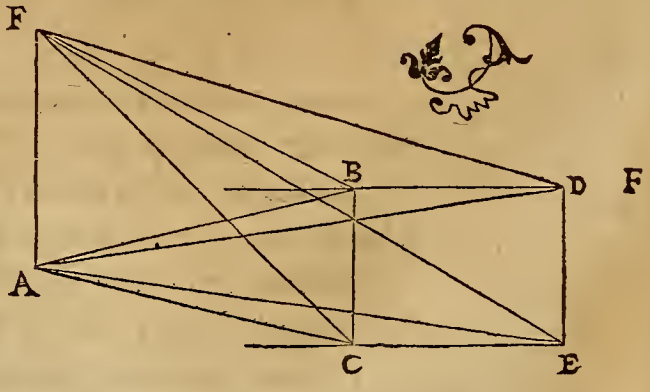
PROPOSITIO XLIV. THEOREMA.

Parallelæ rectæ lineæ, quò longiùs à visu protenduntur, eò semper propiùs coire videntur.

TRIBVS quidem modis se habere visus potest ad parallelas in anteriora extensas. Primò, si oculi centrum in eodem cum parallelis existat plano: secundò, si altior ille sit: tertiò, si demissior. At omnium vna est demonstratio cuius principium ex nono superiore lemmate desumitur.

E

Sint enim aspectui A propositæ parallelæ B D, & C E in anteriora ex porrectæ: earum verò æquum interuallum breuissimis, vti decet, lineis B C, & D E acceptum sit, quas proinde perpendiculares ipsis parallelis esse oportet, per corollariũ propositionis 19. primi Euclid. ac per 29. primi Euclid. inter se etiam parallelas. Cùm ergo triangula B A C, & D A E ad eumdem verticem, & super æqualibus basibus sint constituta; basis autem D E ab A remotior sit ex hypothesi quàm B C; erit angulus D A E angulo B A C minor, ac propterea interuallum D E minus apparet interuallo B C per 10. huius libri propositionem.



F

Si oculus à plano, in quo & parallelæ, sublimis sit, vt in F, promissis inde ad B C & D E radiis,

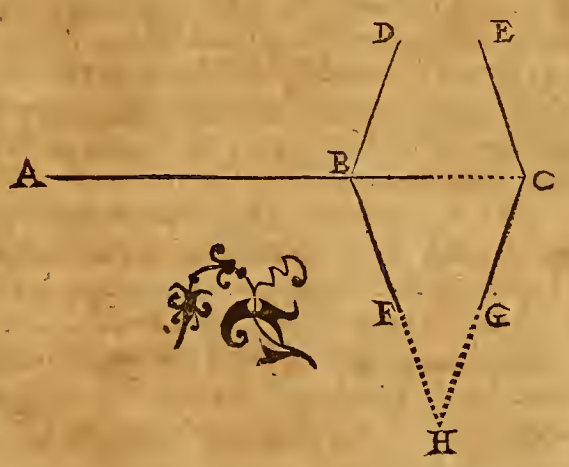
A radiis, quoniam triangulorũ B F C & D F E idem est vertex, basesq; æquales ac parallelæ; DE autem quàm BC à visu remotior, erit per iam citatũ 9. lemma huius libri angulus DFE angulo BFC minor, ac proinde interuallũ quoque DE ipso BC aspectu minus per 10. huius.

Quod iam ostensum est visui euenire supra planũ, in quo ipsę sunt parallelæ, eleuato, idem omnino locum habet in ea cõstitutione, qua oculus subtus deprimitur, & ab imo superiores parallelas adspectat. nam bases B C & D E parallelæ sunt, & quæ ipsis insistunt triangula ad eumdẽ verticem terminantur. Quare per 9. lemma maior ad verticẽ angulus ille est, cui propinquior basis subijcitur; ille verò minor, quẽ basis remotior subtẽdit.

Cùm autem hunc in modũm quantò longiùs parallelæ abeunt, tantò illarum inter-
B uallum minus semper appareat, consequens est, vt stringi sensim videantur, & ad se mutuò propiùs accedere, quousque tandem angulus qui ad oculum constituitur, & remotissimæ insistit basi, insensibilis euadat, vbi ipsæ parallelæ ob immoderatam distantiam exactè coire existimantur. Vnde perspicue patet parallelas rectas lineas, vtcumque spectentur, numquam posse parallelas apparere, sic vt illarum interuallum, quocumque loco sumptum, æquale cernatur. Nam ea est parallelarum natura, vt remotiora ab oculo interualla minora appareant, quod ex dictis facilè cognosci potest.

Ex hac parallelarum proprietate consequi videtur, ipsas neutiquam vt rectas lineas apparere, quod quidem absurdum & à veritate alienum ostendi potest: priùs verò quàm id præstemus, assumptio in hunc modum probabitur:

C Sint D B F & E C G non verè parallelæ, sed eo modo descriptæ, quo parallelæ ab oculo A directè opposito conspiciuntur, sic nempe vt B C proximum oculo interuallum maximum sit; D E verò & F G æquè vtrimque à B C disiuncta, æqualia quidem inter se, sed quàm B C minora: dico fieri non posse, vt D B F & E C G rectæ lineæ sint. Nam cùm minus ponatur interuallum F G quàm B C, protractæ lineæ B F & C G tandem concurrent. Sit ergo H locus con-
D cursus. Quoniam B H C triangulum est, nequeunt duo anguli C B H & B C H duobus rectis pares esse per 17. primi Euclidis. cumque propter directum oculi aspectum B F & C G æqualiter constringantur, æqualia erunt trianguli B H C crura B H & H C, ac proinde & anguli B & C qui iuxta basin existunt, æquales erunt per 5. primi Euclidis. Quare C B H recto minor erit; eodemque modo & C B D minor erit recto. Igitur D B C recta linea esse non potest. Si enim recta esset, quæ in eam incidit recta C B duobus rectis pares efficeret per 13. primi Euclidis: at minores duobus rectis efficit: igitur non est recta ipsa D B F linea. Sed nec E C G recta li-
E nea erit eamdẽ ob causam: itaque neque vt rectæ apparere illæ ipsæ lineæ D B F & E C G possunt. Vti enim nequeunt reipsa rectæ esse, si spatia D E & F G ex vtraque parte medij interualli B C minora reuerà sint: ita nequeunt rectæ videri, si spatia D E & F G minora medio interuallo BC videantur, per primum axioma ad 9. prop. huius libri explicatum.



Id autem fieri non posse iam ostendamus. Radiosa illa superficies, qua simulachrum rectæ lineæ ad obtutum porrigitur, vt recta linea apparet: siquidem perpendiculariter oculo obijcitur. ergo fieri nequit, vt quæ opticam hanc superficiem terminat recta linea, incurua aut inflexa conspiciatur. Nam trigonum efficit optica superficies ab oculo ad rectam lineam protensa, cuius partes omnes per 2. vndecimi Euclidis in vno sunt plano: at si inflexa videretur illa linea quæ hanc radiosam seu opticam superficiem ter-
F minat, non vnum, sed duo trigona opticum radium constituerent. Itaque quemadmodum radius ab oculo ad rectam lineam productus aliter quàm vt recta linea apparere non potest, ob situm eius perpendicularem: ita absurdum est existimare illius radij terminum, aliam quàm rectæ lineæ speciem oculo posse ingenerare.

Huic difficultati occurrendum erit, planè asserendo omnium linearum quæ horizonti æquilibres sunt, solam illam quæ pari est cum horizonte altitudine rectam videri, ceteras verò inflexas: ac illas quidem quæ supra horizontem eminent ab illo puncto in quod aspectus proximè dirigitur, vtrimque procidere; quæ autem infra horizontem procumbunt, vtrimque secundùm aspectum attolli, vt ex 39. & 40. propos. huius libri

manifestè constat. Rursus è perpendicularibus mediam illàm in quam obtutus directò A
intenditur videri rectam, ceteras autem quæ à dextris sinistrisque sunt à punctis oculo proximis mediam versus supernè æquè ac infernè inclinari, eaque ratione inflexas videri. Porrò quæ ad has lineas in speciem fractas euibrantur radiosæ superficies, & ipsæ fractæ apparent, perinde ac si non vna esset, sed duæ ad se mutuò inclinatæ. Quod tametsi non nemo rerum opticarum inexpertus haud ita se videre arbitrabitur, propter necessariæ fallaciæ assuetudinem; is tamen qui rem attentiùs perscrutatus fuerit, eam ita, vti diximus, se habere omnino comperiet.

PROPOSITIO XLV. PROBLEMA. B

Punctum designare in quod parallelæ conuenire videntur.

PROPOSITIS quotcumque parallelis lineis, si ab oculo radius opticus parallelus educatur: dico illas omnes parallelas lineas procedendo videri ad hunc radium paullatim accedere. nam quæ huic à dextris sunt in sinistram, & quæ à sinistris in dextram educi videntur: item, quæ sub oculo sunt, in altum efferri; quæ verò suprà, ad ima delabi cernuntur. Igitur ad eam, quæ ab oculo propositis lineis parallela extenditur, sensim omnes accedunt, quousque tandem longissimè prouectæ ob distantiæ immensitatem perfectè coire, & inter sese, & cum radio optico videantur. Quare punctum, quod postulatur, est C
quoduis huius radij optici signum infinitè, hoc est immoderato interuallo ab oculo disiunctum; quod erat inuestigandum.

Verùm quoniam totus hic radius opticus puncti instar spectatur, vt propos. 15. ostendimus, fit vt parallelæ ipsæ lineæ non modò in illud infinitè dissitum, sed etiam in quoduis punctum optici radij congredi videantur: quandoquidem quoduis radij optici punctum cum illo infinitè dissito vnum idemque appareat.

PROPOSITIO XLVI. PROBLEMA.

Possibile est locũ visui assignare, vnde non parallelæ rectæ lineæ sic appareant, quemadmodum veræ parallelæ lineæ spectari solent. D

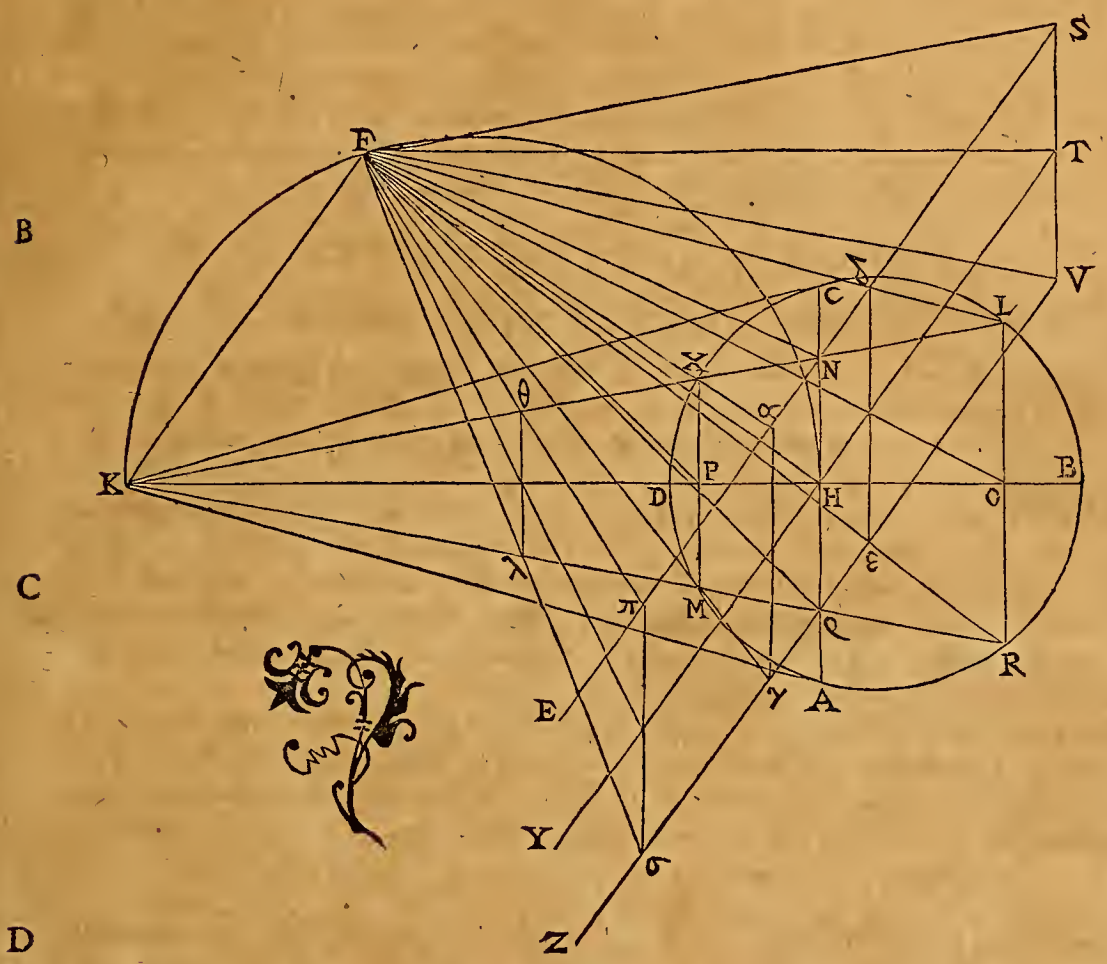
SINT propositæ duæ rectæ lineæ non parallelæ XL & MR, quas quidem parallelas videri est possibile; locus autem postulatur, vnde ita vt parallelæ spectentur. producantur eæ lineæ, qua parte minus est earum interuallum, quousque in K, gratia exempli, concurrant, vnde recta educatur KB, quæ angulum XKM secet bifariàm per 9. primi Euclidis, sumanturque propositarum linearum interualla XM & LR ad rectos ipsi KB angulos, & circum XLRM circulus describatur, ad quem ex K contingentes ducantur KA & KC; per puncta autem contactus ducatur AC, quæ ipsi quoque KB ad rectos erit angulos, per 3. tertij Euclidis. Cùm enim in triangulis AKH & HKC æqualia sint latera KA & E
KC per 26. lemma huius libri, latusque KH commune vtrique, & angulus AKH per constructionem angulo HKC æqualis, erit & basis AH basi HC æqualis. Quare per 3. tertij Euclidis KB ipsam AC ad rectos angulos secabit, ac proinde AC ipsis XM & LR parallela erit per 28. primi Euclidis.

His ita constitutis, super KH ceu diametro semicirculus describatur, in quo si punctum quodcumque assumptum fuerit, vtputa F: dico F locum esse, è quo propositæ rectæ lineæ non parallelæ, XL & MR, vt parallelæ spectantur. nec id modò, verùm etiam vtrimque productas, ex vna quidem parte in K, ex altera verò infinitè, aio semper illas parallelarum more apparere.

Quod quidem non eo sensu est accipiendum, vt quodcumque illarum interuallum F
æquale videri intelligatur; hoc enim parallelarum naturæ aduersatur, vt proximè antè est demonstratum; sed eo modo ipsas apparere dicimus parallelas, sicut veræ parallelæ directè oculis obiectæ spectari consueuerunt: hoc est, quemadmodum in veris parallelis proximum oculo interuallũ maximum; deinceps verò semper minus; & quæ vtrimque proximo æqualiter adiacent interualla æqualia apparent; sic in propositis lineis XL & MR non parallelis quoddam spatium maximum videtur, reliqua verò quæ deinceps semper minora, vtrimque autem bina quædam æqualia conspiciuntur.

Quod vt enucleatiùs explicetur: dico primò XM & LR interualla apparere æqualia: secun-

A ſecundò dico interuallum, quod per H tranſit, nempe N Q videri maximum: dico tertiò, quæ ad eamdem partem ab N Q remotiora ſunt, ea ſemper minora ſpectari.



Priùs verò quàm hæc ſigillatim demonſtrare aggrediamur, libet rem ipſam dilucidiore oratione explanare. Finge tres verè parallelas, vnam per H, reliquas per N & Q actas, atque oculo F directè obiectas, ſic vt radij optici F H, F N, & F Q in ſingulas illarum rectis incidant angulis. Ipſæ verò tres parallelæ ſint litteris notatæ E S, Y T, Z V, quæ infernè quidem infinitè, ſupernè verò non vltra S, T, & V producantur, vbi cum plano S F V ipſi L K R parallelo concurrant. Itaque dico lineam N S aſpectui F obtegere lineam N L infinitè verſus L productam; H T verò obtegere infinitam H B; & Q V infinitam Q R. rurſus aio tres K N, K H, & K Q, tribus infinitis N E, H Y, & Q Z, ſecundùm aſpectum congruere. Hoc igitur pacto propoſitæ lineæ X L & M R parallelæ apparent ex loco E F, quòd parallelis directè viſui oppoſitis exactè reſpondeant.

Hoc ſanè experimento in primis addiſcere facilè quiuis poteſt, figurâ è materia conſtructâ, in qua perſpicuè animaduertet parallelas N E, H Y, & Q Z infinitè productas ſenſim ſtringi, atque in anguſtum premi, vt propoſitione 44. ſuperiùs eſt demonſtratum: eaſdemque longiùs prouectas pedetentim aſſurgere, & ad radium F K propiùs accedere, vt propoſitione 45. demonſtrauimus, quouſque tandem cum radio ipſo F K infinitè extenſo coire videantur, quemadmodum K N, K H, & K Q in eumdem radium F K ad ſignum K reipſa conueniunt.

Deinde hæc omnia & ratio ipſa comprobabit, ſi priùs, quæ paulò antè promiſimus, demonſtremus. Primùm itaque oſtendendum ſit X M & L R æquales videri. Cùm enim F K A & K C circulum A B C D contingant, erit per 22. lemma huius lib. vt B K ad K D, ita B H ad H D: per lemma autem 23. erit vt L K ad K X, ita L N ad N X: & vt R K ad K M, ita R Q ad Q M. Quare per primam conuerſionem lemmatis 24. erit angulus L F N angulo N F X æqualis: ſiquidem N F K angulus rectus probatur per 3. definitionem libri vndecimi Euclidis, quòd nimirum F K ad planum N F Q rectum ſit. Ergo vt L N ad N X, ita erit L F ad F X per 3. ſexti Euclidis: quòd iam oſtenſus ſit angulus L F X per rectam F N ſectus bifariàm; quare vt L K ad K X, ita L F ad F X: ſed quemadmodum L K ad K X, ita eſt R K ad K M per 2. ſexti Euclidis, & per 4. ſexti Euclid. vt R K ad K M, ita eſt L R ad X M: propterea quòd æquiangula ſunt ipſa L K R & X K M triangula. per ſuperius verò 23. ci-

tatum lemma, vt R K ad K M, sic se habet R Q ad Q M, & vt R Q ad Q M, sic per 3. sexti Euclidis R F ad F M. Igitur per 11. quinti Euclidis, vt L F ad F X, ita R F ad F M, ac eodem A

C

D

etiam modo L R ad X M. Quocircà in triangulis L F R & X F M, quorum proportionalia sunt latera, æquales omnes sunt anguli per 5. sexti Euclidis, inter quos L F R & X F M, homologis lateribus contenti, ij sunt quibus L R & X M æquales spectantur per 10. huius libri propos. quod erat probandum.

Prætereà quòd superficies opticæ X F L & M F R, quibus X L & M R conspiciuntur productæ, si opus fuerit, in parallelas E S & Z V incidant, ac puncta X & M in puncta α & γ proiiciantur, puncta verò L & R in δ & ε retrahantur, sic ostendetur:

Cùm F H sit ipsi N Q perpendicularis per initio factam demonstrationem, ipsa verò N Q sit perpendicularis lineæ E S ex constructione, erit per 15. lemma eadem E S ipsi quoque F N perpendicularis: quo etiam pacto ostendetur Z V radio F Q perpendicularis esse. E Æquales igitur omnes sunt anguli δ N F, F N α; item ε Q F & F Q γ, nempe recti. Ergo ab F L & F R abscindantur F δ & F ε, ipsis F α & F γ æquales per 3. primi Euclidis: quoniam ergo iam antè ostensus est angulus L F R angulo X F M æqualis, erit per 4. primi Euclid. & basis δ ε basi α γ æqualis: sed & parallela est δ ε ipsi α γ per 30. primi Euclid. quòd ambæ eidem N Q sint parallelæ. Igitur & α δ ipsi γ ε est parallela per 33. primi Euclid. At cùm α δ, & E S per idem punctum N transeant, sintque ambæ eidem Y T parallelæ, necesse est vtramque in vnam eamdemque lineam cadere: sic & γ ε cum Z V. Igitur α δ in parallelam E S, & γ ε in Z V parallelam, & punctum X in α, & L in δ; item R in ε, ac M in γ incidit; quod erat demonstrandum.

Iam N Q maximam spectari ex eo probatur, quòd ipsa maior appareat quacumque F alia intra ipsas parallelas K L & K R infinitè productas assumpta. Sit enim accepta exempli causa X M: hac dico maiorem apparere N Q. Nam productis F X, & F M in α & γ, vbi nimirum cum parallelis E S & Z V conueniunt; (concurrent autem vt iam proximè est demonstratum) erunt in triangulis α F γ & N F Q bases, α γ & N Q æquales: sed latus α F lateri F γ, & N F ipsi F Q æqualia sunt. Igitur æquicrura sunt ipsa triangula α F γ & N F Q: at latus F α maius est latere F N, & F γ ipso F Q maius. Nam cùm in triangulo N F α rectus sit angulus α N F ex superiùs demonstratis per lemma 15. erit angulus N α F recto minor per consectarium propositionis 17. primi Euclid. Quare per 19. primi Euclid.

maius

A maius erit latus F α latere F N, sic & F γ ipso F Q latere maius erit, quoniam angulus γ Q F est rectus. Cùm ergo isoscelia triangula α F γ, & N F Q æquales habeant bases α γ & N Q, sintque latera F α & F γ lateribus F N & F Q maiora, vtrumque vtrique; maior erit ad verticem angulus N F Q quàm α F γ per 9. lemma; quare maior spectatur N Q quàm α γ: sed ipsi α γ æqualis apparet X M, eodem scilicet angulo, quod iam antè ostensum est: igitur ipsa quoque X M maior apparet N Q. eodemque modo demonstratio fiet in ceteris. Quocircà maxima apparet N Q illarum omnium, quæ citra punctum H; inter K N & K Q continentur. Ratione verò haud absimili ostendetur eadem N Q maxima apparere omnium illarum, quæ vltra H, B versus assumuntur. Sit enim, gratia
B exempli, L R vtcumque assumpta: huic sanè æqualis apparet δ ε per 9. propos. libri huius; at δ ε, quàm N Q apparet minor per 9. lemma proximè citatum. Igitur & L R eâdem N Q minor conspicitur: cumque in ceteris eadem ratio locum habeat, perspicuum est linearum K L & K R infinitè protensarum spatium ad N Q maximum videri; quod secundo loco erat propositum.

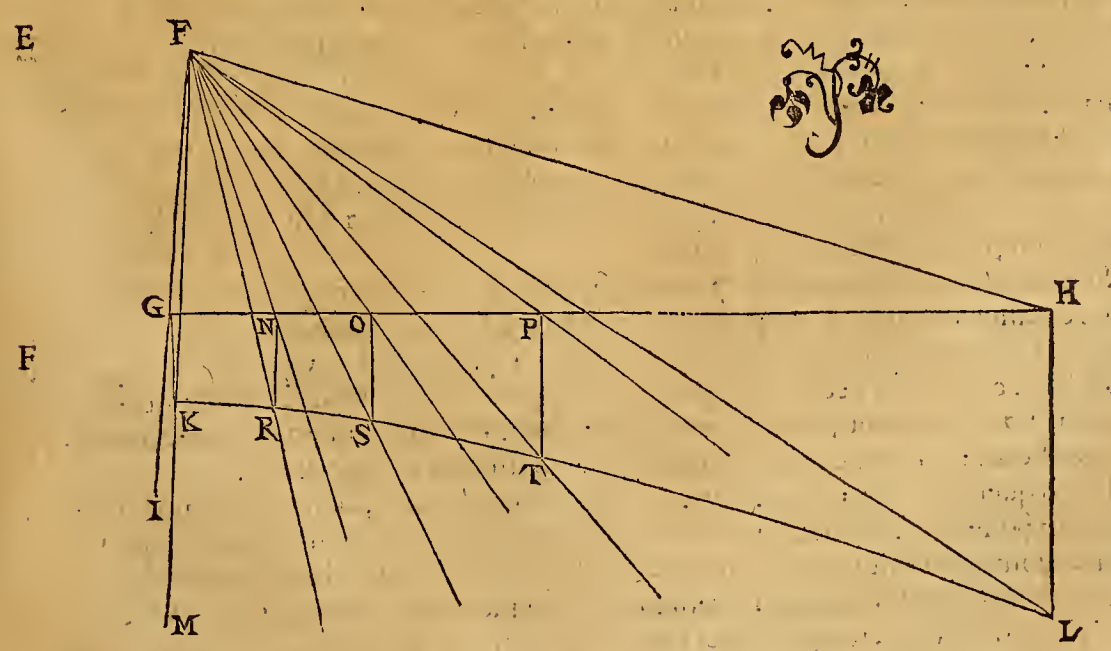
Demum interualla linearum K L & K R, quò ab N Q ad eamdem partem remotiora sumuntur, eò semper minora videri sic demonstratur: Esto, verbi gratia, θ λ ab N Q remotior quàm X M: dico θ λ quàm X M minorem spectari. Productis namque F θ & F λ ad π & σ: item F X & F M productis ad puncta α & γ: quoniam ostensum est iam angulum F γ Q acutum esse, erit per 13. primi Euclid. angulus F γ σ obtusus. Quare per
C 17. primi Euclid. & F σ γ acutus erit, anguloque F γ σ minor, ac ea propter latus F σ latere F γ maius erit per 19. primi Euclid. Eodemque modo ostendetur latus F π latere F α maius esse: sunt verò ipsa triangula α F γ & ϖ F σ æquicrura, & super ęqualibus basibus α γ, ϖ σ, constituta. Minor igitur est angulus π F σ angulo α F γ per 9. lemma: sed θ λ eodem spectatur angulo quo ϖ σ, & X M eodem quo α γ. Itaque interuallum θ λ minus apparet quàm α γ per propos. 9. huius lib. quod erat probandum.

Ex his patet propositas lineas X L & M R non parallelas, ex loco F non modò parallelas videri; sed etiam eadẽ his omnia euenire, quæ circa parallelarũ inspectionẽ contingunt.

PROPOSITIO XLVII. PROBLEMA.

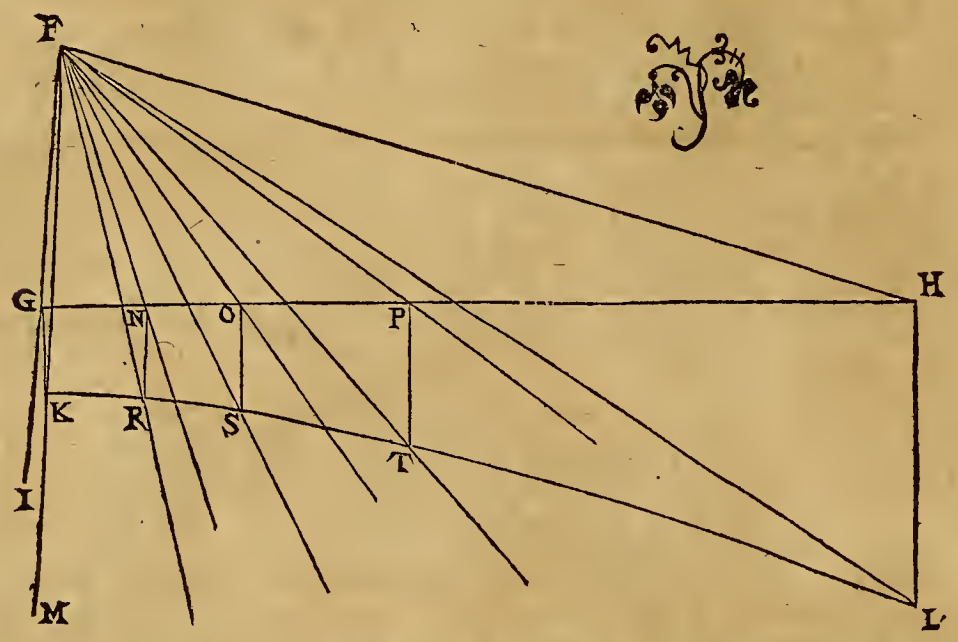
D *Admirabilius erit oculo in sublimi dato duas lineas subiecto plano inscribere, quarum intercapedo æqualis vbique appareat.*

SIT oculus in sublimi datus F, ab eoque in subiectum planum perpendicularis demittatur F G per 11. vndecimi Euclidis: atque ex G rectæ duæ educantur G K & G H, quæ se mutuò ad normam secent. Si per quoduis punctum lineę G K, puta K velut per verticem sectio coni describatur, quę hyperbole nũcupatur, nempe K L ad rectos conicę sectionis angulos: dico id quod hanc inter & lineam G H interiacet spatium, è loco F æquale vbique videri.



Finge namque ab F per G & K duos radios produci interminatos F I, & F M, eosque pariter

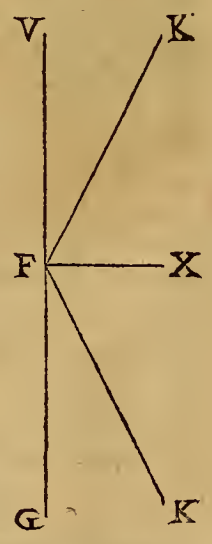
pariter ita moueri in orbem, vt F I numquam à linea G H dimoueatur; sed eam perpetuò secet nunc in N, nunc in O, nunc in P, nunc in H: alter verò F M priorem ita comi- A



tetur, vt N R, O S, P T, & H L quæ communes sectiones radiorum & subiecti plani connectunt, tum ipsi G K, tum inter se sint parallelæ. Hoc inquam motu aio F I quidem planum describere: propterea quòd radij omnes F G, F N, F O, F P, F H numquam à triangulo F G H discedant, cuius proinde & subiecti plani communis intersectio est ipsa G H.

At linea F M in sublimi superficiem coni, in plano verò sectionem producet K L, quam hyperbolen vocant. Nam F M à plano F G H, cui ad F obliquè insistit, ex parte M subleuatur, angulum cum eo efficiens G F K. Quare si F M circum F ita moueatur, vt cum plano F G H angulum semper efficiat angulo G F K æqualem; describet eadem F M mucronatam quamdam superficiem, cuius quidem immotus vertex F erit, basis verò nulla: si- D
quidem F M infinita est linea. Reliqua ergo coni superficies, à subiecto plano secta in communi intersectione, lineam progignit K L.

Hanc verò hyperbolen esse dico. Cùm enim statuta sit F K circum F ita moueri, vt æquali semper angulo à plano F G H distet, consequens est, vt axis coni illo motu descripti sit eidem plano F G H rectus. Esto etenim planum F G H non iam directè, vt in præcedente schemate, sed perpendiculariter spectatũ, ac linea notatum G F V, circa cuius punctum F linea F K ita moueatur, vt æquales sint anguli G F K infrà & V F K suprà, ac toto etiam ambitu. Quoniam igitur axis coni angulũ qui ad verticem est K F K bifariàm diuidit, per coni definitionem; sit axis F X, angulusq; X F K æqualibus addatur angulis V F K & G F K, fientque æquales anguli V F X & G F X per communem notionem, qui per 10. definitionem primi Euclidis recti erunt. Igitur axis coni ex motu lineæ F K descripti ad planum F G H superioris figuræ rectus erit: sed subiectum oculo planum eidem F G H plano rectum est positum. Itaque sectio K R S T L hyperbole est; quod erat demonstrandum.



Sic igitur se habet linearum in plano descriptio, quarum intercapedines ex assignato visui loco æquales conspiciuntur. Quam in solis rectis lineis attentare cassus est labor. Nam circum F plures quàm vna recta linea circumagi nequeunt, quæ planam superficiem motu describant: quandoquidem vna tantùm sit, quæ in partem oppositam delata cum primo situ rectam lineam efficiat. Igitur vel curuæ omnes, vel vna solùm recta sit necesse est.

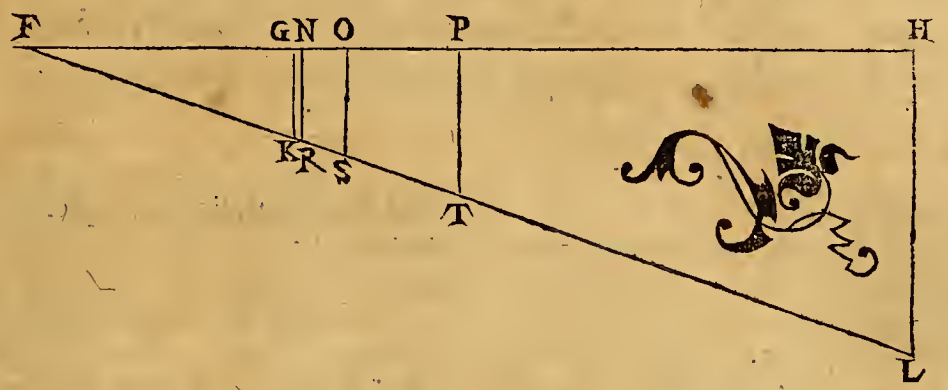
Porrò quemadmodum rectam vnam G H dedimus lineam, alteram curuam K L, ita duæ dari possunt curuæ, nec duæ tantùm, sed & plures; si nimirum quotcumque sectiones conicæ constituantur, siue ex eadem parte lineæ G H, ad quam posita est K L, siue ex altera; quarum omnium interualla ex loco F æqua semper appareant. Vti enim quod inter G H & K L, ita quod inter hanc ipsam G H & quamcumq; aliam coni sectionem interiacet spatium æquale spectatur. Igitur composita ex æqualibus interualla

ipsa

A ipsa quoque æqualia videri oportet, per communem notionem.

Et quamuis in præsenti sectio conica K L hyperbole sit, ipsa nimirum F G subiecto plano orthogonaliter incidente; tamen fieri æquè potest, vt vel parabola sit, vel ellipsis, si videlicet F G obliquis angulis subiecto plano insistat. Vniuersè autem coni sectionem esse necessum est, quæ neque recta sit, neque per axem, quod penitus rem intuenti perspicuum fiet.

Nunc si hyperbolica linea K L describi postuletur, id cōpendio fiet in hunc modum.



C Ducatur F H recta quæcumque linea infinita, ab eaque resecetur portio F G æqualis illi quæ in primo huius propositionis schemate iisdem literis designatur: ipsi verò F G rectis angulis adiungatur G K illi item æqualis quæ in superiori schemate iisdem litteris notatur, & F K infinitè producatur in L. præterea illis quæ in superiori schemate ab oculo in lineam G H procidunt, æquales quoque hîc fiant iisdem litteris notatæ F N, F O, F P, & F H, à punctis autem N, O, P, & H perpendiculares excitentur in alterum trianguli latus F L terminatæ ad signa R, S, T, & L. His ergo si in superiori quoque schemate æquales fiant N R, O S, P T, & H L, perque signa R, S, T, & L firma manu vniformis linea ducatur, hæc illa erit hyperbolica linea quæ postulatur, vt ex ipsa patet constructione.

D FALLACIAE ASPECTVS CIRCA FIGVRAM.

E *VM latissimè pateat ea diuersitas, quæ in figuris cùm planis tum solidis reperitur; plurimæque sint situum differentiæ, quibus ex accidenti res visiles intuentium oculis variè obiectantur; fit, vt ex vtrorumque congressione innumera errorum discrimina proueniant: quæ omnia breui sermone complecti non modò immensi esset laboris, verùm omnino etiam impossibile. Quare illas dumtaxat aspectus fallacias recensebimus, quæ circa illustriora schemata obueniunt, cuiusmodi sunt in planis circulus, quadratum, trigonum; in solidis sphæra, cylindrus, conus: de quibus solis noster sermo erit. Nam quæcumque sunt τὰ πολύεδρα sedibus constant, in quibus eædem hallucinationes versantur, quæ in figuris planis. Porrò cùm figurarum principia sint*

F *anguli, de his primùm hæc pauca velut præambula proponemus. Ex his enim variè secundùm aspectum mutatis, etiam figuræ ipsæ in alias atque alias formas transmutari videntur. Sic quadratum vno oculi aspectu in rhombum, alio in rhomboides mutatur, & è conuerso rhomboides in rhombum, vt vtraque figura in primam exactè quadram solo mutato oculi situ restituitur. Sic vnum idemque triangulum nunc orthogonium, nunc oxygonium, nunc amblygonium apparet, variatis scilicet angulis ex aspectus mutatione. Ergo de angulis primùm hæc quæ sequuntur.*

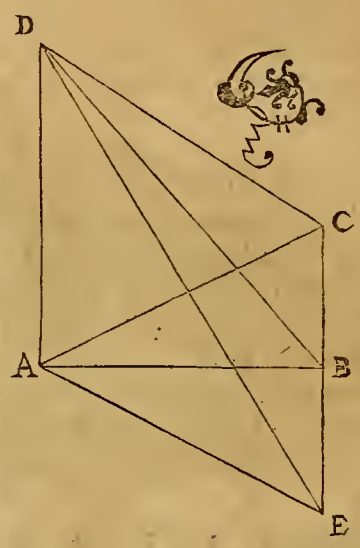
ANGVLVS.

A

PROPOSITIO XLVIII. THEOREMA.

Si in altera linearum angulum continentium punctum quodcumque assumptum fuerit, ab eoq; perpendicularis excitetur ipsius anguli plano: dico è quouis eius perpendicularis lineæ puncto, angulum, si rectus est, rectum videri; si acutus, acutum; & obtusum, si obtusus est. B

ESTO primùm propositus angulus A B C rectus, lineis comprehensus A B & B C, in quarum altera, nempe AB, punctum quodcumque assumatur A, ex quo perpendicularis excitetur A D ipsius anguli plano: dico ex D seu alio quouis puncto lineę A D angulum A B C rectum videri. Producatur enim C B in E, fiatque B E ipsi B C æqualis, iunganturque AC & A E; item DC, D B, & D E: quoniam igitur A D ipsi AB, & A B ipsi C E posita est perpendicularis, erit C E ipsi quoque D B perpendicularis per 15. lemma. Quare rectus erit vterque angulorum D B C, D B E, ac proinde æquales ambo: sunt verò & circum ipsos latera D B & B C lateribus D B & B E æqualia: ergo per 4. primi Euclidis & basis D C basi D E, & angulus C D B angulo E D B æqualis erit. Igitur B C æqualis apparet ipsi B E per 10. prop. libri huius: sed & A B vtrique triangulo A B C & A B E apparet communis. itaque demonstrandum relinquitur A C quoque ipsi A E videri æqualem, quod fiet hoc modo: Cùm in triangulis A B C & A B E sint AB & B C ipsis AB & BE, & contenti his ipsis anguli æquales, vtpote recti; erit per 4. primi Euclidis & basis A C basi A E reipsa æqualis. Iam verò quòd etiam æquales appareant, sic probatur: Nam in triangulis A D C & A D E reliqua latera, nempe A D & D C reliquis lateribus A D & D E æqualia sunt: igitur & angulus A D C angulo A D E æqualis per 8. primi Euclidis. quare æqualis apparet A C ipsi A E. Ac propterea per primum axioma ante proposit. 9. huius lib. traditum, & angulus A B C angulo A B E æqualis spectabitur, ideoque rectus per 13. primi Euclidis; quod erat demonstrandum.

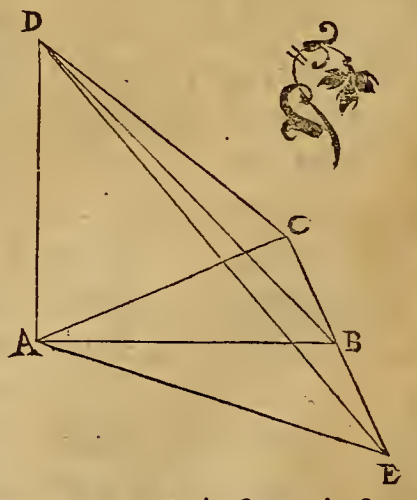


C

D

Sit deinde angulus A B C acutus; angulus verò A B E obtusus, iunctis vt priùs A C & A E; item D C, D B, & D E: dico hunc obtusum, illum autem acutum spectari. Quoniam enim in triangulis B C D & B E D latus B C lateri B E est positum æquale, latusque B D vtrique triangulo est commune; angulus verò D B E angulo D B C maior per 15. lemma (quòd videlicet D A ipsi A B sit perpendicularis) erit per 24. primi Euclidis & basis D E basi D C maior. E

Rursus cùm in triangulis A D C & A D E, anguli D A C & D A E recti sint per 3. definitionem vndecimi Euclidis: sitque iam ostensa D E quàm D C maior, habebit D E ad D A maiorem proportionem quàm D C ad eamdem D A per 8. quinti Euclidis. Quocircà per 14. lemma huius libri maior erit angulus A D E angulo A D C. ideoque per 10. huius maior videbitur A E quàm A C; & per 18. primi Euclidis in triangulo A C E angulus A C E angulo A E C apparebit maior. In triangulis verò A B C & A B E communis apparet A B, & basis B C basi B E maior, quòd per 5. lemma huius lib. angulus B D C angulo B D E maior existat. Igitur & B A C angulus angulo B A E maior apparebit. Si enim B C ipsi B E appareret æqualis, cùm



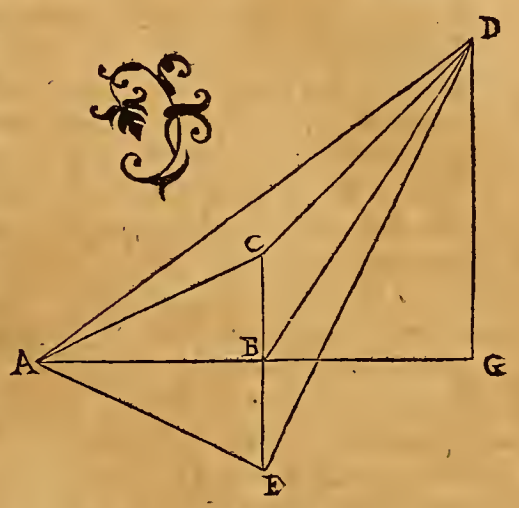
F

A cùm oſtenſum iam ſit A E quàm A C maiorem videri, conſequens eſſet per 5. lemma huius libri angulum B A C angulo B A E maiorem ſpectari: nunc ergo quando conſtat B C maiorem videri ipſa B E, neceſſe eſt angulum B A C multò quàm B A E ſpectari maiorem. Quamobrem & reliquus A B C reliquo A B E videbitur minor, ac proinde acutus, A B E verò obtuſus; quod erat probandum.

PROPOSITIO XLIX. THEOREMA.

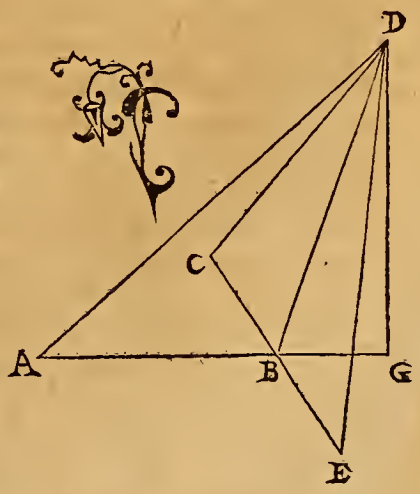
Eadem porrò anguli phantaſia obueniet, ſi in altera earum, quæ
B *angulũ continent, exteriùs producta perpendicularis conſtituatur.*

ESTO idem qui ſuprà angulus A B C rectus, cuius alterum latus A B producatur in G vtcumque; inque G conſtituatur perpendicularis D G, in cuius faſtigio eſt oculus ad ſignum D: dico angulum A B C rectum videri. Producta enim C B in E, fiat B E ipſi B C æqualis, iunganturque A C & A E, item D A, D C, D B, & D E. Quoniam in
C triangulis A B C & A B E æqualis eſt B C ipſi B E ex conſtructione, & A B vtrique triangulo eſt communis, angulusque A B C angulo A B E æqualis, vtpote rectus vterque ex ſuppoſitione, erit per 4. primi Euclidis & baſis A C baſi A E æqualis.



Rurſus quoniam D G ipſi G B, & G B ipſi C E poſita eſt perpendicularis, erit per 15. lemma C E ipſi quoque B D perpendicularis. Æquales igitur ſunt D B C & D B E, anguli nempe recti: ſed quæ hos angulos comprehendunt latera D B & B C lateribus D B & B E æqua-
D lia ſunt vtrumque vtrique. ergo per 4. primi Euclidis & baſis D C baſi D E, & angulus B D C angulo B D E eſt æqualis. Quare B C & B E æquales etiam ſpectantur: & in triangulis A D C & A D E, cùm præter æqualia latera D C & D E ſit commune latus A D, baſisque A C baſi A E iam oſtenſa æqualis, erit per 8. primi Euclidis & angulus A D C angulo A D E æqualis. Quocircà A C ipſi A E æqualis quoque conſpicietur: ſed A B communis apparet vtrique triangulo A B C, & A B E. Ergo per eamdem 8. primi Euclid. angulus quoque A B C angulo A B E videtur æqualis, ac proinde rectus vterque per 13. primi Euclidis; quod erat demonſtrandum.

Quòd ſi acutus ſit A B C angulus, reliquus verò A B E obtuſus: dico hunc obtuſum, illum verò acu-
E tum apparere: nam, vt iam oſtenſum eſt, G B C angulus obtuſus, & G B E acutus apparet. At angulo G B C æqualis apparet A B E angulus, & angulo G B E angulus A B C æqualis per primum axioma ad propoſitionem 9. huius libri traditam, adiuuante 15. primi Euclid. Igitur angulus quoque A B C acutus, A B E verò obtuſus apparet; quod erat demonſtrandum.



Poteſt etiam hæc propoſitionis pars eodem modo demonſtrari, quo ſuperioris propoſitionis ſecundam partem probauimus, adiuuante poſteriore parte lem-
F matis 15. verùm quia demonſtratio illa viſa fuit hac paulò prolixior, placuit iam hac vti breuiore, quæ in ſequentibus etiam propoſitionibus ſubinde locum habebit. Habet enim in ſe quiddam omnibus rectilineis angulis commune; quod proinde in reliqua apparentium angulorum ac figurarum mentione vſu veniet, magnamque adferet rebus obſcurioribus perſpicuitatem: quamuis negari non debeat quamplurimis aliis modis hæc quæ tractamus demonſtrari poſſe, quod Lectoris ingenio relinquimus.

PRO-

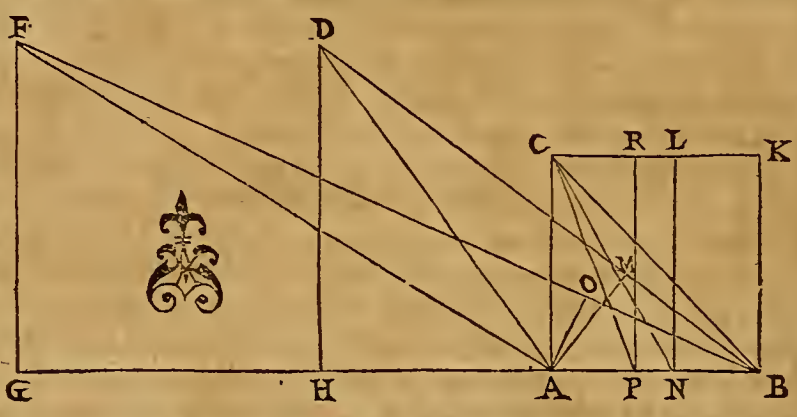
A

PROPOSITIO L. THEOREMA.

Si autem perpendicularis in qua oculus per lineas angulum continentes atque ex vtraque parte productas incedat; rectus quidem angulus semper rectus apparebit; at acutus accessu minui, recessu augeri videbitur: obtusus verò contrà accessu augeri, recessu minui conspicietur. B

PRIOR huius propositionis pars, quòd nimirum rectus angulus semper rectus videbitur, ex duabus superioribus propositionibus liquidò constat. Ostensum est enim quocumq; loco rectarum linearum angulum continentium perpẽdicularis constituta fuerit, rectum angulum semper videri rectum. Cùm ergo in indiuiduo posita sit recti anguli essentia, augeri vel minui quoad aspectum haudquaquam poterit, seruata essentiæ ratione. Igitur moto per hanc lineam oculo, rectus angulus semper rectus conspicietur.

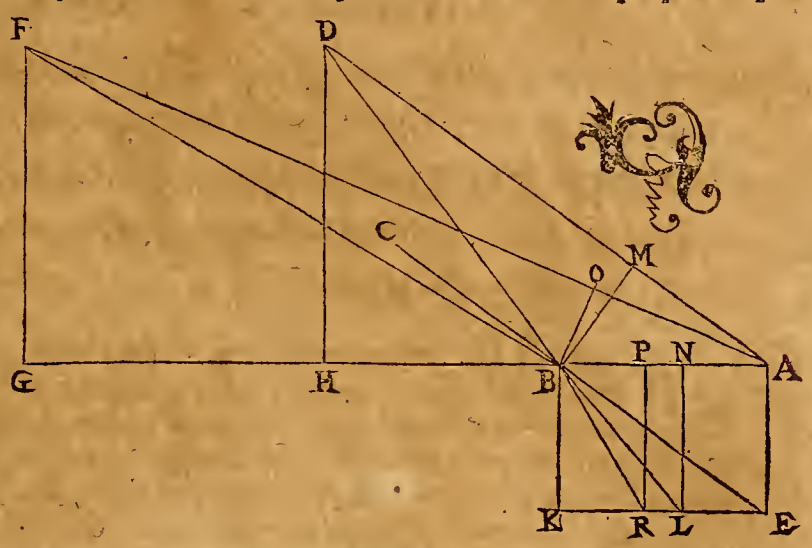
At si obliquus fuerit angulus, is translato oculo mutari videbitur. Nam si acutus sit, vti A B C, visu puncto B appropinquante minui, recedente verò augeri videbitur: sit enim perpendicularis, quę oculũ defert nunc in H nunc in G; visus autem nunc in D nũc in F æquè à subiecto plano sublimis: ex puncto verò C, ad rectam G B perpendicularis ducatur C A per 12. primi Euclid. & ex B eidem G B perpendicularis excitetur B K per 11. primi Euclidis, quæ per 29. primi Euclidis parallelæ erunt, iunctaque C K fiat parallelogrammum A B K C, cuius diametrus sit C B. Quoniam A B latitudo parallelogrammi ex loco D minor apparet quàm sit reipsa, per consectarium primum propositionis vndecimæ huius libri; esto apparens eius magnitudo A M, quæ nimirum abscindit D M ipsi D A æqualem; positaque A N ipsi A M æquali, ac ducta N L per N ad rectos ipsi G B angulos, palàm est C N diametrum C B repræsentare ex D spectatum, angulumq; A N C angulo A B C maiorem esse per 16. primi Euclidis, ac etiam videri per 1. axioma ad propos. 9. huius libri superiùs explicatum. C D E



Rursus quoniam per 11. huius eadem A B ex F minor cernitur quàm ex D, sit eius apparens magnitudo A O quæ abscindit F O ipsi F A æqualem, fiatque ipsi A O æqualis A P, cui vt priùs perpendicularis applicetur ad punctum P, nempe P R, quæ ipsi N L parallela erit per 29. primi Euclidis. iuncta igitur C P, erit vt priùs angulus A P C angulo A N C maior; quoniam enim per 7. lemma minor est angulus A F B angulo A D B, minor apparebit A B ex F quàm ex D. Igitur minor erit A O quàm A M, & A P quàm A N, ac proinde & C P ipsa C N minor, angulus verò A P C angulo A N C maior vt priùs. Atque ita deinceps quo longiùs abducta fuerit perpendicularis in qua positus est oculus, eo semper acutus angulus maior conspicietur. F

Sit iam obtusus angulus H B E, eademque aspectus transmutatio, quæ priùs: dico angulum H B E visu puncto B appropinquante quoad aspectum augeri, recedente verò minui. Per B namque & E perpendiculares ducãtur ipsi G B, nempe B K & E A; iunctaq; E K, parallelogrammum perficiatur A B K E, cuius diametrus sit B E. Quoniam B A longitudo parallelogrammi ex D minor conspicitur, quàm reipsa sit, per consectarium primum vndecimæ huius; esto B M longitudo apparens, cui æqualis ponatur B N, & ab N perpendicularis ipsi B A ducatur N L per 11. primi Euclid. erit ergo parallelogrammum B N L K, parallelogrammi B A E K ex D spectati forma, & B L diametrum B E repræsentabit: sed minor est angulus K B L angulo K B E per 8. lemma, vti etiam per lemma

A lemma 14. Quia enim B L ipsa B E est minor, erit ipsius B L ad B K minor proportio quàm B E ad eamdẽ B K per 8. quinti Euclid. est verò B K E rectus angulus. Igitur per iam citatũ 14. lemma minor est angulus K B L angulo K B E; addito itaque cõmuni angulo H B K,
B erit per communem notionẽ angulus H B L angulo H B E minor.



Simili modo cùm per 7. lemma minor sit angulus B F A angulo B D A, consequens est per 10. propos. huius, vt B A longitudo parallelogrammi ex loco F minor spectetur, quàm ex D: sit igitur eius apparens longitudo B O, cui æqualis ponatur B P, atque ex P perpẽdicularis ipsi B A exci-
C tetur P R. Erit ergo vt priùs parallelogrammum B P R K ipsius parallelogrammi B A E K ex F spectati contractura, & B R ipsius B E apparens forma. At verò angulus K B R minor est angulo K B L per 8. lemma superiùs citatum: adiuncto igitur communi angulo H B K, erit H B R angulus angulo H B L minor. Sicque quo longiùs adspectus à puncto B dimouebitur, linea B E eo semper propiùs ad perpendicularem B K accedere conspicietur, ac proinde angulus H B E semper minui. Igitur perspicuum est quod initio propositum fuit demonstrare.

Idem omnino eueniet, si oculus per lineas quæ angulum comprehendunt in oppositam partem productas incedat. Nam sit, exempli gratia, in posteriore hoc schemate angulus acutus A B E, cuius vertex ad B oculum spectet, nunc in D nunc in F transmuta-
D tum: cùm per 13. primi Euclid. A B E & E B H anguli duobus rectis sint pares, & obtusus angulus E B H, vt iam ostensum est, minui visu recedente, appropinquante verò augeri videatur; necesse est contrà acutum angulum A B E visu recedente secundùm aspectum augeri, minui verò appropinquante, quemadmodum in prima oculi mutatione ostendimus.

Eodemque pacto si A B C obtusus proponatur angulus vertice oculum spectans: cùm iam antè demonstratum sit acutum H B C angulum oculo accedente minui, & recedente augeri, consequens profectò est, vt è conuerso obtusus A B C angulus oculi recessu minui, accessu verò augeri secundùm aspectum videatur.

Hæc quamuis ita se habere ex necessariis sit demonstratum; placet tamen experi-
E menti rationem adiungere, & ad oculum rem quoque ipsam exhibere. In amplo solo è duabus regulis non minimis vna alteri leuiter commissa transfixo clauo angulus aptetur, velut norma Lesbia, quæ ad arbitrium inquamcumque formam permutari possit. Secundùm verò alteram illarum spectator incedas: si acutus est angulus, vt in priori schemate A B C, manifestè deprehendes punctum B in recessu nunc in N nunc in P videri, & quò longiùs abscesseris, eò semper B punctum propiùs ipsi A fieri; atque ita ipsam quoque C B lineam nunc in C N nunc in C P mutari perspicies; contrà verò quo propiùs puncto B accesseris. Sic ergo acutum angulum accedente oculo minui, recedente augeri manifestè deprehendes.

Conformato verò ex iisdem regulis angulo obtuso, vt in posteriori figura est H B E,
F videbis in recessu punctum E sensim in L, atque hinc in R transmutari, totamq; B E nunc in B L nunc in B R, eoque semper propiùs adduci, quò longiùs abiueris. Quare & angulum H B E recedente obtutu minui, augeri verò accedente perspicies. Eodem verò modo quasuis angulorum mutationes experiri licebit, atque ex iis rationes adinuenire, quibus à priori, vt Philosophi loquuntur, seu, vt alij, ex necessariis repertæ veritates demonstrentur. Ita namque solemus in rebus arduis, atque inuentu difficillimis, à sensibus rebusque materialibus subsidia mutuari, quas intelligentia per se sola assequi numquam potuisset.

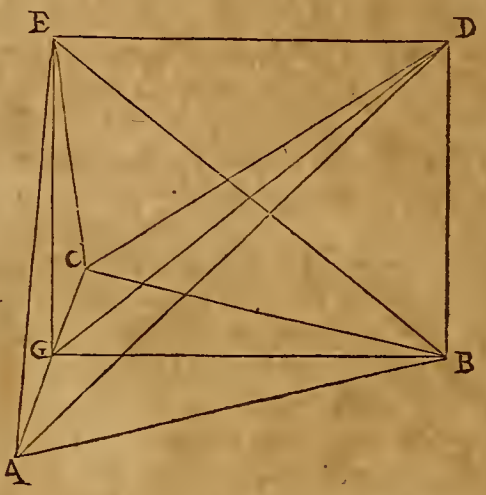
PRO-

A

PROPOSITIO LI. THEOREMA.

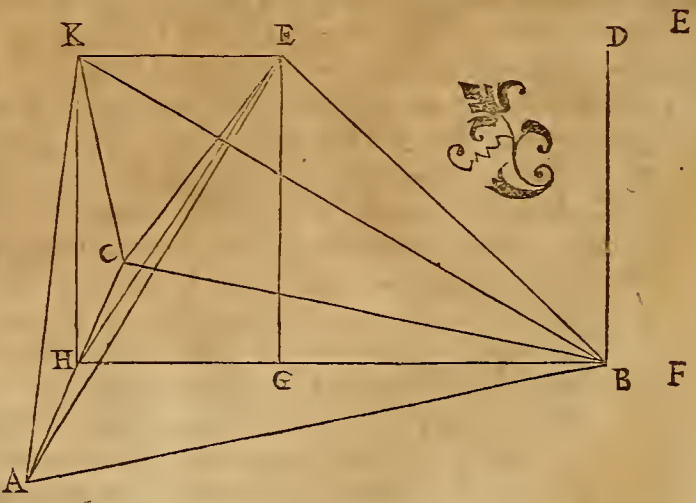
Si recta quædam linea angulum per verticem bifariàm secet; per hanc autem demissa ab oculo perpendicularis transferatur: dico in vertice angulum videri minimum, & quò hinc perpendicularis longiùs dimouetur, eò semper angulũ maiorem spectari.

ESTO angulus ABC per rectam lineam BG sectus bifariàm: dico perpendiculari quæ oculum defert in B vertice anguli constituta, angulum minimum oculo D apparere, eademque perpendiculari per BG trãsportata, eò maiorem angulum videri, quò illa longiùs à B dimouetur. Nam sit primùm perpendicularis ophthalmophora in G, oculus verò in E æquè ac D à plano sublimis: quoniam BGE & GBD anguli recti sunt, ac proinde æquales, & circum hos æqualia consistunt latera GE & BD, BG verò commune vtrique, erit per 4. primi Euclidis, & basis BE basi GD, & angulus BEG angulo GDB æqualis. Itaque ex vtroque loco D & E æqualis apparet ipsa BG, hoc est altitudo trianguli ABC: at verò AG & GC ex E maiores apparent quàm ex D. Quia enim AG ipsi GE ad rectos posita est angulos, & DE ipsi GE ad rectos angulos erit: quare per 15. lemma AE ipsi quoque DE ad angulos erit rectos, & per 47. primi Euclidis maior erit AD quàm AE: ideoque per 8. quinti Euclidis AD ad AG maiorem rationem habebit quàm AE ad eamdem AG. Maior igitur est angulus GAD angulo GAE per 14. lemma. Est enim per 15. lemma AG vtrique GE & GD perpendicularis. Quocircà reliquus angulus ADG reliquo AEG minor est, siquidem per 32. primi Euclidis tres anguli vnius trianguli tribus alterius sunt æquales, vtpote duobus rectis pares: est verò GDC ipsi ADG æqualis per 4. primi Euclidis, quòd latera AG & GD lateribus CG & GD sint æqualia, & angulus AGD angulo CGD æqualis; ac eodẽ modo angulo AEG æqualis est angulus GEC. igitur compositus ADC, composito AEC est minor. Quapropter AC ex D minor spectatur quàm ex E per 10. huius: ideoque & per 8. lemma maior apparet angulus ABC ex E quàm ex D, adiuuante primo axiomate ad 9. propositionem huius explicato.



B C D

Si iam longius à puncto B visus abducatur, vtputa in K insidens perpendiculari HK: dico angulum ABC, ex K maiorem conspici quàm ex E. Iunctis enim KA, KC, & KB: item EA, EH, EC, & EB: quoniam triangula HEB, & HKB in iisdem sunt parallelis HB & KE, eamdemque habent basin HB, maximum verò illorum, quæ præter basin sunt, latus est KB, erit per 7. lemma minor angulus HKB quàm HEB: quare HB ex E maior spectabitur quàm ex K.



E F

Rursus quoniam AKE rectus est angulus per 15. lemma, erit per 47. primi Euclid. AE ipsa AK maior; atque ita per 8. quinti Euclid. maior proportio AE ad AH, quàm AK ad eamdem AH, ac proinde per 14. lemma maior angulus HAE angulo HAK, cumque æquales sint anguli AHE & AHK vtpote recti, erit reliquus AEH reliquo AKH minor. Sic & HEC angulus angulo HKC minor ostendetur. Igitur totus AEC angulus toto AKC est minor.

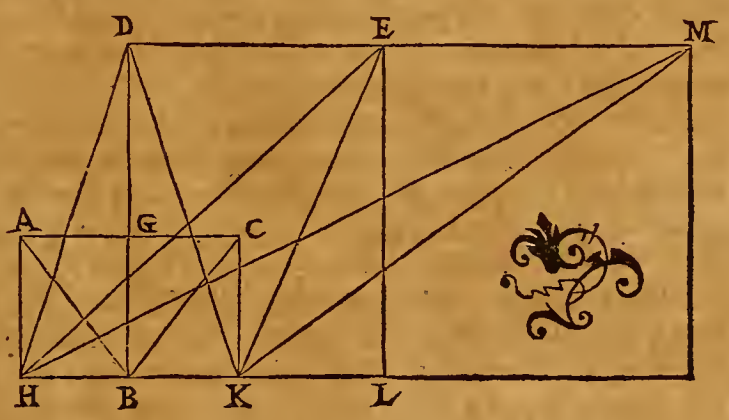
A nor. quare A C basis trianguli A B C ex K maior apparet quàm ex E : altitudo verò H B, contrà maior apparet ex E quàm ex K : ergo angulus A B C ex K multo maior apparet quàm ex E. Nam si altitudo eadem appareret, vt supra G B, adhuc tum maior cerneretur angulus A B C ex K quàm ex E per 8. lemma; adiuuante primo axiomate ad propositionem 9. huius libri explicaro : & si basis A C ex vtroque loco æqualis appareret, altitudo verò maior, etiam tum maior videretur angulus A B C ex K quàm ex E per 21. primi Euclidis. Itaque cùm hæc ambo simul conueniant, scilicet basis A C phantasia maior ex K quàm ex E, & è conuerso altitudinis apparentia ex E maior quàm ex K ; conuincitur angulum A B C ex K quàm ex E multò maiorem spectari.

B

PROPOSITIO LII. PROBLEMA.

Si ei, quæ propositum angulum bifariàm secat, perpendicularis ducatur : aio contrarium euenire, hoc est oculo communi vtriusq; sectioni insidente angulum maximum videri ; hinc verò semper minorem.

C ANGVLVM A B C bipartitò secet B G, cui perpendicularis adiungatur H K infinitè vtrimque producta: per hác si perpédicularis illa quę oculum defert permutetur ; aio aspectui in D posito angulùm A B C maximum videri ; hinc verò quo è remotiori loco spectatur ; eò semper minorem apparere.



D Fiant enim AB & B C æquales per 3. primi Euclidis, adiungaturque A C : ab A verò & C ad H K perpendiculares applicentur A H & C K per 11. primi Euclidis ; quæ per 28. primi Euclidis parallelæ inter se erunt, ac parallelogrammum A C K H perficient : ducantur item à visu D radij D H & D K: sic quoque à visu E radij E H & E K, iré mque à visu M radij M H & M K protendantur : quoniam B D ad H K est perpendicularis ex hypothesi, æquales sint oporret anguli D B H & D B K, vtpote recti per 10. definitionem primi Euclidis : at circum æquales hos angulos æqualia consistunt latera B H & B K; commune verò vtrique B D. Igitur per 4. primi Euclidis & basis D H basi D K est æqualis.

E Rursus cùm rectus sit angulus B D E, erit H D E recto maior, vt totus sua parte. Igitur quæcumque ex H ad D E infinitè extensam attinere possunt rectæ lineæ, vt H E, H M, omnes ipsa H D maiores esse necessum est; cúmque H D ipsi D K sit iam ostensa æqualis, erit H E ipsa quoque D K maior. Quapropter per 7. lemma minor erit angulus H E K angulo H D K : ergo H K seu AC, hoc est longitudo parallelogrammi minor ex E, imò & ex quocumque alio signo videbitur quàm ex D ; arque ita arctari videntur latera A B & B C. Atque adeò angulus ipse A B C ex E quàm ex D, ceteris punctis lineæ D M præter D minor apparet : quocircà ex D maximus videtur; quod primò erat demonstrandum.

Simili porrò ratione ostendemus, ex locis quantò à D remotioribus, tantò angulum A B C minorem semper videri. Cùm enim H E M obtusus sit angulus, vtpore maior an-

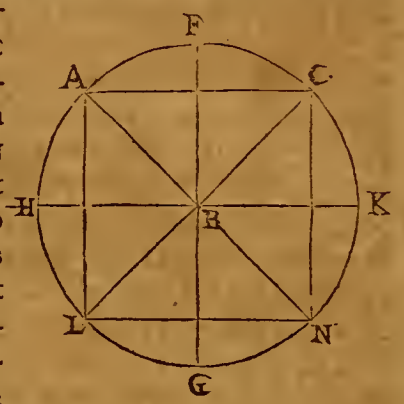
F gulo H D E per 16. primi Euclidis : quæcumque ex H ad E M infinite protractam ducuntur, ipsa H E maiores sunt per 19. primi Euclidis; ac proinde per 7. lemma angulus H M K angulo HEK minor erit ; atque ita vt priùs minor videbitur H K ex M quàm ex E, anguliqúe A B C latera constringi angustariqúe videbunrur, ac proinde ipse etiam angulus ex M quàm ex E, imò ex quocumque ab hinc remotiore loco minor semper conspicietur ; quod posteriùs erat demonstrandum.

A

PROPOSITIO LIII. THEOREMA.

Circum anguli ABC *verticem* B *circulus describatur, in eumq; incedat perpendicularis, in cuius fastigio est oculus: dico in* F *&* G, *vbi arcus* ACLN *angulusq; secantur bifariàm, angulum maximum videri; minimum verò in* H *&* K, *vbi* HK *ipsi* FG *normalis est; ac deinceps recessu ab* H *vel* K *angulum semper augeri, accessu verò minui.* B

PRODVCANTVR AB & CB in N & L, iunctisq; AC, CN, NL, & LA, perficiatur parallelogrammũ ACNL: quoniam igitur parallelogrammi latus AC nullibi minùs secundùm aspectum mutatur, quàm oculo ad perpendiculum signo F incumbenti ob directum situm; AL verò & CN ex eodem oculi loco maximam contracturam subeunt propter situs obliquitatem; perspicuè fit vt ex hoc loco angulus ABC maximus appareat. Nam quò vertex B propinquior spectatur manente basi AC, eò necesse est maiorem videri ipsum ABC angulum per 21. primi Euclidis. Idem porrò accidit oculo supra punctum G elato: hinc siquidem basis AC propinquior oculo cernitur; quare & angulus ABC apparet maior per 9. lemma. Item quoniam ex loco qui supra G eminet, maximus cernitur angulus LBN, & per 15. primi Euclidis oportet huic æqualem videri ABC, propter linearum AN & CL communem in B intersectionem, palàm est oculo supra G constituto ipsum quoque ABC angulum maximum spectari. Contrà verò si oculus supra alterum punctorum H vel K attollatur, dico illos ipsos angulos ABC & LBN videri minimos: tum quia parallelogrammi AN latera AC & LN aspectu maximè contrahuntur, lateribus AL & CN minimè variaris ob situm hic directum, illic obliquum; tum quia necesse est angulos ABC & LBN tantò apparere minores, quantò ABL & CBN maiores conspiciuntur: at hi, cùm oculus alteri punctorum H vel K imminet, maximi videntur, vt ex iam dictis constat: igitur illi ex eodem oculi loco apparent minimi.



C

D

Cùm ergo FG & HK extremæ sint lineæ è quibus ABC angulus maximus minimusq; apparet, palàm est, si perpendicularis illa, quæ oculum deferr, per circuli ambitum circumducatur, ab minimo termino ad maximum, hoc est oculo ab H & K ad F & G recedente angulum ABC continuò augeri, accedente verò minui. Nam quemadmodum continuus est motus, quo oculus circumferrur; ita non interrupta variatione anguli, aspectus mutatur, atque ab minimo ad maximum continuis incrementis augetur; à maximo verò ad minimum vsque perpetuis decrementis minuitur: E

Quod sanè eò spectat, vt intelligas angulum ABC si rectus est, visu supra circumferentias AFC & LGN delato, obtusum apparere, recto scilicet ampliorem; incedente autem oculo supra arcus AHL & CKN videri acutum, recto videlicet minorem. Nam ex propositionibus 48. & 49. constat è locis supra A, C, N, & L constituris rectum ipsum angulum spectari: à quibus proinde locis si versus minimos terminos H & K oculus feratur, acui ipsum angulum ABC necesse est; vti contrà expandi magis, si versus maximos terminos F & G oculus adsporretur. F

Habes hìc Lector paucis explicatam omnem illam varietatem, qua rectus angulus secundùm aspectum variat oculo circa propositi anguli verticem circumacto. Est verò hæc propositio velut compendium præcedentium. Nam quæ de aspectu anguli acuti & obtusi superiùs dicta sunt, facilè possunt ad recti anguli normam explicari; quandoquidem iam constet angulum ABC, siue acutus sit, siue obtusus, siue rectus, ex H & K minimum videri, maximum verò ex F & G. Quare visu à minimo termino H vel K ad maximum F vel G delato, augeri anguli aspectum continuo incremento necesse est; minui autem, oculo à maximo termino ad minimum recedente.

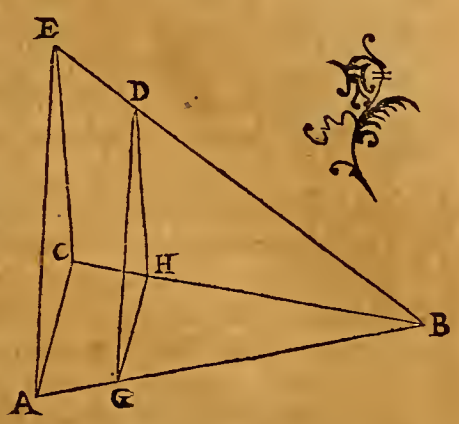
PRO-

A

PROPOSITIO LIV. THEOREMA.

Si à vertice ſpectati anguli per oculi centrum recta infinitè producatur, è quouis eius lineæ ſigno æqualis ipſe angulus conſpicitur.

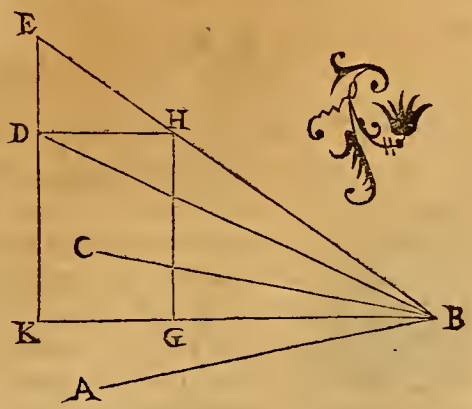
EX B vertice propoſiti anguli A B C recta educatur, per D centrum oculi infinitè exporrecta: dico ex quouis ſigno lineæ infinitæ D B, vtputa ex E angulum æqualem videri. Iungatur
B enim A C, & ex E ad A & C radij procidant E A & E C, ipſiſque paralleli ducantur D G & D H: in triangulo igitur A B E, quoniam D G ipſi A E eſt parallela, erit per 2. ſexti Euclid. vt A B ad G B, ita E B ad D B: eſt verò angulus A B E vtrique triangulo A B E & G B D communis: igitur æquiangula ſunt ipſa triangula per 6. ſexti Euclid. Quocircà A B ex E æqualis apparet ipſi G B ſpectatæ ex D: ac ſimiliter C B ex E apparet æqualis ipſi H B ex D ſpectatę. Et quoniam
C per 4. ſexti Euclid. vt E B ad D B, ita eſt E A ad D G: & iterùm, vt E B ad D B, ita E C ad D H; erunt per 11. quinti Euclid. eædem inter ſe rationes E A ad D G, & E C ad D H. Sed & eadem ratio eſt A C ad G H per eamdem 11. quinti Euclidis. nam per 4. ſexti Euclid. ita ſe habet A C ad G H, quemadmodum A B ad G B; & vt A B ad G B, ita eſt E B ad D B: eſt verò, vt iam oſtenſum eſt, vt E B ad D B, ita E A ad D G, item & E C ad D H. Igitur vt E A ad A C, ita eſt D G ad G H; & vt E C ad C A, ſic D H ad H G. Sunt itaque triangulorum A E C & G D H proportionalia latera: quare & anguli æquales per 5. ſexti Euclid. Ergo A C ex E, & C H ex D æquales ſpectantur: ſed & A B & C B ex E ipſis G B & H B ex D cernuntur æquales, vt iam oſtenſum eſt; igitur æquilatera ſpectantur triangula A B C & G B H: quare & æ-
D quiangula per 5. ſexti Euclid. Eſt verò vtrique triangulo communis angulus A B C. Hic igitur ex E & D, & quocumque alio ſigno in linea B D infinitè producta aſſumpto æqualis conſpicitur; quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO LV. THEOREMA.

Motus, quo viſus à ſubiecto plano altiùs ſubleuatur, ei reſpondet motui, quo in eadem altitudine oculus ad ſpectati anguli verticem propiùs adducitur: & contrà, oculi depreſsio proportione
E *reſpondet abſceſſui.*

PRIMVM enim ex altitudine K D propoſitus ſpectetur angulus A B C, deinde oculus in E ſubleuetur: dico ex E angulum A B C ita videri, quemadmodum ex prima altitudine K D loco ipſi B propinquiore conſtituta. Nam ad punctum D ponatur D H ipſi K B parallela per 31. primi Euclidis, quæ ipſam B E ſecet in H, fiatque ipſi D H æqualis K G per 2. primi Euclid. & iungatur H G, quę
F per 33. primi Euclid. ipſi K D parallela & æqualis erit. Quare per 2. ſexti Euclid. vt E B ad H B, ita eſt K B ad G B: ſed vt E B ad H B, ita eſt per eamdem 2. ſexti Euclidis E K ad D K, quòd nimirum D H ipſi K B poſita ſit parallela. Igitur vt E K ad D K, ita eſt K B ad G B, & alternatim vt E K ad K B, ita D K ad G B: ſed E K eſt maior quàm D K ex hypotheſi: ergo & K B ipſa G B eſt maior per 14. quinti Euclid. Eſt ergo punctum G puncto B propinquius quàm punctum K: at per præcedentem angulus A B C ex H



& ex E æqualis videtur: igitur motus, quo visus altiùs à subiecto plano subleuatur, ei A
proportione respondet, quo oculus ad verticem spectati anguli propiùs adducitur, & è conuerso; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LVI. THEOREMA.

Angulares formæ ex interuallo spectatæ circulares apparent.

HÆC visus fallacia plurimùm obtingit in angularibus structuris, quales sunt
turres, moles, propugnacula, præfractæ rupes, aliaque eiusmodi. Hæc B
enim omnia è longinquo spectata angulorum summitates deperdere videntur, ac sensim circumduci: quod quidem omnium oculis testata experientia edocet; at causa requiritur, ob quam id fiat. hanc Tertullianus lib. de Anima cap. 17. à lucis atque interualli conditione desumit, *quæ*, inquit, *compellit in aperto, vt æqualitas circumfusi aëris pari luce vestiens angulos, obliteret oculi lineas.* Sed hoc obscure dictum videtur: nec satis apparet quid ad hanc rem conferat luminis affluentia.

Est igitur huius rei, vt opinor, nulla alia causa quàm sola distantiæ longinquitas, immensaque intercapedo; hac enim fit, vt tenues angulorum extremitates extra conspectum deferantur, reliquo corpore etiamnum conspicuo. quod nos in fallaciis magnitu- C
dinis superiùs demonstrauimus. Hanc causam Lucretius libro 4. De rerum natura his versibus ingeniosè expressit:

Quadrataq; procul turris cùm cernimus vrbis,
Propterea fit, vti videantur sæpè rotundæ,
Angulus obtusus quia longè cernitur omnis,
Siue etiam potiùs non cernitur, ac perit eius
Plaga, nec ad nostras acies arlabitur ictus;
Aëra per multum quia dum simulacra feruntur,
Cogit hebescere eum crebris offensibus aër:
Hinc vbi suffugit sensum simul angulus omnis, D
Fit, quasi vt ad tornum saxorum structa tuantur;
Non tamen vt coràm quæ sunt, vereq; rotunda,
Sed quasi adumbratim paullùm simulata videntur.

Qua in re hoc etiam ipse prudenter obseruauit, non eodem modo angulosa eminùs rotunda apparere, quemadmodum coràm ea, quæ verè rotunda sunt: hæc enim perspicuam oculis exhibent peripheriam: illa verò confusa quadam specie non tam circulari ambitu reipsa terminari, quàm non longiùs in angulorum productiones excurrere videntur. Eam sanè ob causam, quòd angulorum summitates ob nimium interuallum sese subducant, & aspectum penitus effugiant; quod Alexander quoque Aphrodisæus notauit libro 1. problematum quæst. 37. Quamobrem Vitruuius lib. 3. cap. 2. *Angulares*, inquit, *columnæ crassiores faciendæ sunt ex sua diametro quinquagesima parte, quòd eæ ab aëre circumciduntur, & graciliores esse videntur aspicientibus.* E

CIRCVLVS.

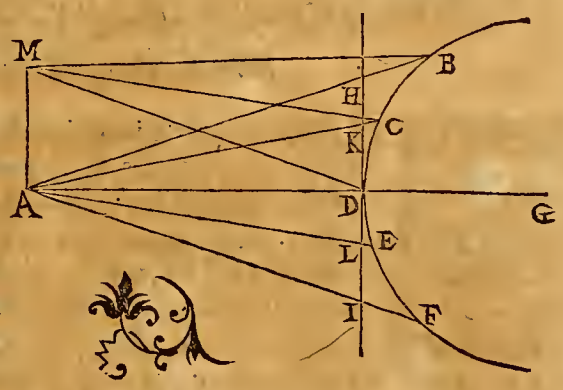
PROPOSITIO LVII. THEOREMA.

Si in eodem plano, in quo & oculus, circulus positus fuerit, recta linea ipsius circuli ambitus è longinquo apparebit. F

SVNTO in eodem plano oculus A, circuliqúe peripheria B C D E F ex G
centro descripta, ad quam ab oculo radij procidant A B, A C, A D, A E, & A F, sitq; A D acta per centrum: ex D verò perpendicularis excitetur ipsi A G per 11. primi Euclidis, quæ sit H I: hæc extra circuli peripheriam cadet per 16. tertij Euclidis; quare reliquos omnes radios ab oculo A eductos secabit: sintq; sectionum loca H, K, D, L, I: cùm ergo B & H in eumdem radium opticum cadant, sibi mutuò quoad aspectum exactè congruent, sic & C ipsi K, & E

ipsi

A ipsi L, ac demum F ipsi I. Quocircà si propter oculi distantiam excessus, quo A B ipsam A C, & hæc ipsam A D excedit, non distinguatur, ipse circuli ambitus nullam inflexionem aspectui exhibebit. Nam per tertiam propositionem huius libri rerum distantiæ inæquales, eò semper minùs perpenduntur, quò visile longiùs abest. Igitur è longinquo, circularis peripheria, visu in eodem plano existente, in rectam lineam H I extendi videbitur.

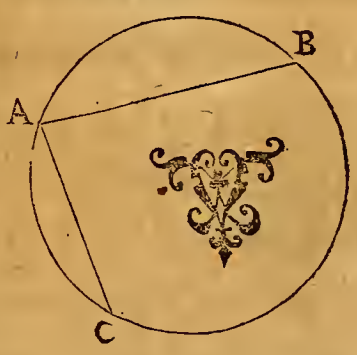


B Si verò in eodem plano non sint visus ac circuli ambitus, nequaquā recta linea videbitur. Sit enim aspectus à plano, in quo circulus, sublimis, vt in M; & ab M ad B, C, & D, radij porrigantur M B, M C, & M D; ex his solus M D lineam H I secat, quòd circuli ambitus rectáque linea H I punctum D commune habeant: at M C & M B, lineam H I non attingunt: siquidem duæ lineæ in pluribus quàm in vno puncto sese intersecare non possunt: secant autem sese A C & M C in C, item A B & M B in B; non igitur harū aliquæ in K aut H vnà conueniunt. Quare signa B & C, visu sublimi existente, nulla ratione rectæ lineæ H I, in quam D in-
C cidit, secundùm aspectum incumbunt. cúmque idem de signis E & F ostendi possit, fit vt circuli ambitus, si visus à plano sublimis existat, neutiquam vt recta linea conspiciatur.

PROPOSITIO LVIII. THEOREMA.

Oculus in caua circularis perimetri parte constitutus vniuersum ambitum contuetur.

D NEQVE enim est signum aliquod in tota circuli peripheria, à quo ad quoduis signum eiusdem circumferentiæ duci recta linea non possit. Nam sit, verbi gratia, in circuli peripheria A B C assumptum signum vnum vtcumque A, in quo oculus; aliud verò, quod spectandum sit, etiam vtcumque designatum B aut C: hoc videri posse ex loco A hinc probatur, quòd per 2. tertij Euclidis si in circuli peripheria duo quælibet puncta accepta fuerint, recta linea, quæ ad ipsa adiungitur, intra circulū cadat. Quare poterit forma visibilis puncti B per radium B A, & puncti C forma per radium C A ad aspectum perduci: siquidem, vt libro primo propositione 50. ostendi-
E mus, species visibiles rectis semper lineis protenduntur.



Itaque per 2. hypothesin libri secundi B & C à visu in A constituto cerni possunt: quod cùm in ceteris punctis similem demonstrationem habeat, perspicuum relinquitur circularem perimetrum, in cuius parte caua visus constituitur, totam videri; quod erat demonstrandum.

CONSECTARIVM.

Circularis forma theatro aptissima est.

F EX hac propositione manifesta ratio elici potest, cur olim theatra hemicycli forma construi fuerint solita: non modò enim ob figuræ capacitatem circinabantur, verùm etiam propter aspectus libertatem æqualitatemque. nam quacumque podij aut orchestræ parte spectator consedisset, vniuersum theatri ambitum contuebatur, omnesque qui aderant à medio, vbi spectacula exhibebantur, pari interuallo dissidentes, pari quoque libertate atque aspectu æquali illa cernebant. Quæ ratio etiam in amphitheatris militat, quæ ipso nomine suo non paruam huic propositioni fidem adstruunt. Neque enim alia de causa ab Ammiano, Tertulliano, Firmico, aliisque caueæ nominantur; quàm quòd in iis concaua circuli pars, vtpote spectaculis accommodatissima, maximè sit intenta.

A

PROPOSITIO LIX. THEOREMA.

Visu in conuexa circularis perimetri parte constituto nulla eius portio spectabilis est.

SIT circulus ABC, in cuius circumferentia constitutus oculus parti eius conuexæ incumbens ad signum A: dico nullam eius peripheriæ portionem posse spectari. agatur enim ex A per circuli centrum recta AC, & huic ad punctum A perpendicularis excitetur DE per 11. primi Euclidis. Perspicuum igitur per 16. tertij Euclidis, in locum inter DE & circuli peripheriam comprehensum nullum radium cadere posse. Igitur nulla circuli portio ex A videri potest, cùm per secundam hypothesin lib. 2. id solùm aspectabile sit, à quo ad oculum visibilis forma rectà extendi potest. Quare visu in conuexa circularis ambitus parte constituto, nulla eius portio spectabilis est; quod erat demonstrandum.

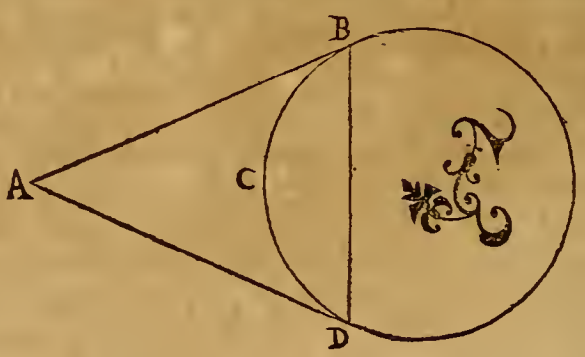
B

Et sanè si fieri possit, vt aliud quodpiam conuexæ peripheriæ signum, præter id in quo constitutus est oculus, cernatur, necesse erit illius imaginem recta linea ad oculũ efferri per eamdem 2. hypothesin libri secundi; at quæ ab vno puncto circularis perimetri, ad aliud (quod videri asseritur) protensa concipitur recta linea, ea intra circulum cadat oportet per 2. tertij Euclidis; hæc proinde vtrâque extremitate cauum circuli ambitum attingit, non verò conuexum. Igitur fieri nequit vt præter punctum, in quo est oculus, aliud conuexæ circumferentiæ punctum spectari queat, cùm extra circulum nequeat recta vna linea duci, quæ conuexam peripheriam duobus in locis solùm contingat. C

PROPOSITIO LX. THEOREMA.

Si oculus in eodem quidem plano, in quo & circulus, at extra circuli ambitum constitutus fuerit, pars minor hemicyclo videbitur. D

ESTO circulus BCD spectatus à visu extra ipsum posito ad signum A, à quo ad circulum radij procidant AB & AD, qui eum contingant in locis B & D: dico spectatam circuli portionem BCD semicirculo minorem esse: si enim æqualis ipsi esset, ea quæ B & D cõiungit recta BD, diametrus esset per 17. definitionem libri primi Euclid. ac proinde per centrum transiret. Vnde tandem sequeretur per 18. tertij Euclidis angulos ABD & ADB rectos esse, quod fieri nequit. Sic enim trianguli ABD tres anguli duobus rectis maiores essent, quod propositioni 32. primi Euclidis aduersatur. Non est igitur portio visa BCD semicirculo æqualis. Sed neque maior esse potest. nam tunc ABD & ADB anguli obtusi essent, ac simul duobus rectis maiores, quod longè est absurdius. Igitur minor hemicyclo est ea portio, quæ à visu extra circulum constituto videtur; quod erat demonstrandum.



E

F

Potest idem ex necessariis demonstrari in hunc modum: Quoniam AB & AD radij circulum contingunt, oportebit eam quæ tactus iungit BD circuli diametrum esse; si quidem BCD portio quæ videtur, semicirculus sit: at BD semidiametrus non est, nec per circuli centrum transit: si enim per centrum transiret, recti essent ABD & ADB anguli per 18. tertij Euclidis. hi ergo cùm recti non sint, sed acuti, erit BCD circuli portio medietate minor.

PRO-

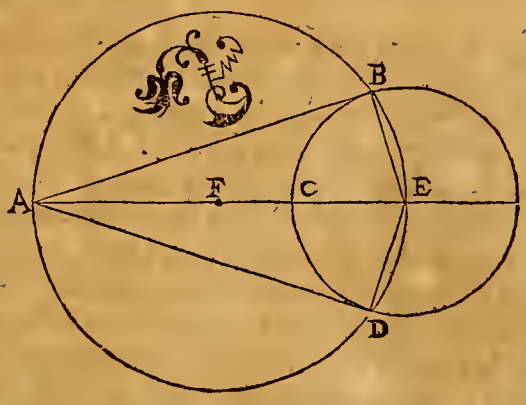
A

PROPOSITIO LXI. PROBLEMA.

Loco visui extra circulum assignato, eam circuli portionem, quæ videtur, definire.

SIT A locus visui assignatus extra circulum B C D, sed in eodem, in quo & circulus, plano; sitque centrum circuli visi E, ad quod ab A recta agatur A E, ac circa hanc velut diametrum alius circulus describatur, ex centro F, vbi A E priùs per 10. primi Euclidis sit secta bifariàm: hi duo circuli sese mutuò duobus in locis secabunt, per 10. tertij Euclid. Sint ergo sectionum loca B & D, ad quæ ex centro E rectæ applicentur E B & E D: dico portionem inter vtramque lineam E B & E D interceptam, eam esse, quæ ab oculo extra circulum in A constituto videtur. Si enim ex A radij ad B & D educantur; hi circulum tangent in iisdem locis B & D. nam cùm angulus A B E in semicirculo sit, rectus erit per 31. tertij Euclid. Quare per 16. tertij Euclid. inter A B & peripheriam B C D alia recta linea non cadet: igitur A B circulum in B tangit, sic & A D per easdem propositiones Euclidis circulum in D tangit. Est igitur B C D ea circuli portio, quam visus in A constitutus radiorum suorum diuaricatione complectitur, ac proinde quam solam videt per secundam hypothesin libri secundi.

B



C

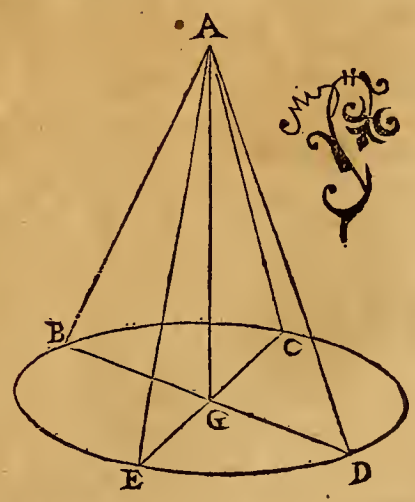
PROPOSITIO LXII. THEOREMA.

D

Visu existente in linea, quæ circuli centro perpendiculariter insistit, omnes diametri æquales apparent.

DESCRIPTVS sit in plano quopiam circulus B C D E, ex cuius centro G recta ad perpediculum excitetur G A per 12. vndecimi Euclid. in eaque visus constituatur ad quodcumque signum A: dico ex loco A omnes diametros subiecti circuli æquales apparere. Ductis enim quotcumq; diametris B D & C E, ab A ad diametrorum extrema radij procidant A B, A D, A C, & A E; hos æquales inter se esse, ex 4. primi Euclidis facilè demõstrari potest. Quoniam enim in triangulis A G B, A G C, A G D, & A G E, latera B G, C G, D G, & E G sunt inter se æqualia, A G verò commune est omnibus; his comprehensi anguli ad commune punctum G æquales sunt inter se, vtpote recti ex hypothesi; erunt & bases A B, A C, A D, & A E inter se æquales per iam citatam 4. primi Euclidis. Rursus cùm in triangulis A B D & A C E iam ostensa sint A B & A D latera lateribus A C & A E æqualia, vtrumque vtrique; sint verò & bases B D & C E, hoc est, ipsæ diametri per circuli definitionem æquales inter sese, erunt per 8. primi Euclidis & anguli qui ad signum A æqualibus lateribus continentur B A D & C A E æquales. Quare diametri B D & C E circuli ex A conspecti non modò æquales reipsa sunt, sed etiam æquales apparent; quod erat demonstrandum.

E



F

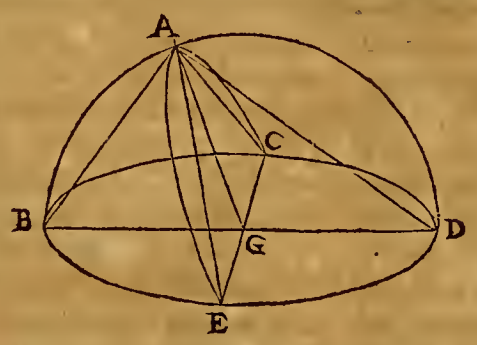
Hinc fit vt circulus eo pacto inspectus circularem formam quoad aspectum retineat. Vti enim circulare illud est schema, cuius dimetientes reipsa æquales sunt; ita illud videtur, cuius dimetientes æquales inter se apparent.

A

PROPOSITIO LXIII. THEOREMA.

Et si quæ ex centro excitatur non fuerit ad angulos rectos ipsi plano; æqualis autem fuerit ei quæ ex centro; dimetientes nihilominùs æquales apparent.

RVRSVS sit in subiecto plano descriptus circulus B C D E, cui ad centrum G insistat A G non iam ad rectos, vt priùs, angulos: sit verò A G semidiametro circuli æqualis, cónectanturque A B, A C, A D, & A E: quoniam igitur æqualis est A G ipsis G B & G D, erit B A D semicirculus per circuli definitionem: quare per 31. tertij Euclidis, qui in ipso est angulus B A D rectus erit. Rursus cùm eadem A G æqualis ponatur ipsis G C & G E, erit & C A E hemicycli circumferentia. Igitur & angulus C A E qui in ipso est, rectus erit: sicque in ceteris diametris ostendi potest, eum qui ad punctum A constitutus ipsis insistit, angulum rectum esse. Consequens igitur est vt omnes diametri inter se æquales, totusque circulus in propria atque æquabili forma appareat. Siquidem recti omnes anguli, quibus diametri conspiciuntur, per 10. communem notionem Euclidis sunt inter se æquales. Hoc tamen diffitendum non est, verum circuli centrum non in ipsius apparentis circuli medio conspici, ac proinde nec semidiametros ęquales inter se apparere. Quoniam enim oculus A à puncto D longiùs quàm à puncto B abest, & B G ac G D sunt inter se æquales, erit per 5. lemma huius libri angulus B A G angulo G A D maior, ideoque maior apparebit semidiametrus B G reliquâ G D semidiametro.



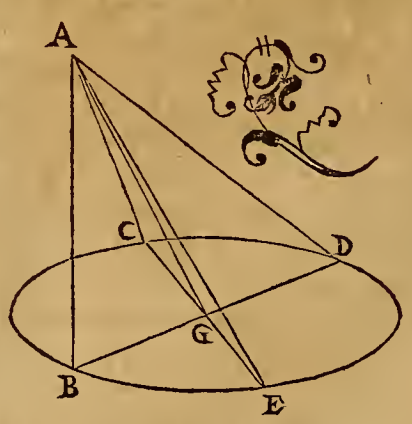
B C

D

PROPOSITIO LXIV. THEOREMA.

Sed iam A G, *in cuius fastigio est oculus, neque æqualis sit ei quæ ex centro, neque sit ad angulos rectos ipsius circuli plano; illæ tamen omnes dimetientes æquales apparebunt, cum quibus illa æquales angulos ad centrum facit.*

ESTO vt anguli A G B & A G D, quos A G cum dimetiente B D ad centrum facit, æquales sint angulis A G C & A G E, vterque vtrique; hoc est, angulus A G B angulo A G C; angulus verò A G D angulo A G E: dico æquales dimetientes B D & C E videri. Cum enim triangula A G B & A G C æqualia duo latera G B & G C habeant per circuli definitionem; sitque A G vtrique commune, angulusque A G B angulo A G C æquis lateribus contento positus sit æqualis; erit per 4. primi Euclid. & angulus G A B angulo G A C æqualis. Quo demonstrandi genere ostendetur quoque angulus G A D angulo G A E æqualis esse. Si ergo his æqualibus illi æquales addantur, nempe G A B ipsi G A D, & G A C ipsi G A E, æquales consurgent B A D & C A E: quibus cùm dimetientes B D & C E spectentur, æquales dubio procul apparebunt per 10. propos. huius libri; quod erat demonstrandum.



E

F

Non omnes autem circuli diametros contingit in hac oculi constitutione ęquales videri: sed binos dumtaxat simul comparatos, atque æqualiter vtrimque ab ea, in quam A G rectis angulis incidit deflectentes: vt si F H ea sit in quam A G normaliter incumbit;

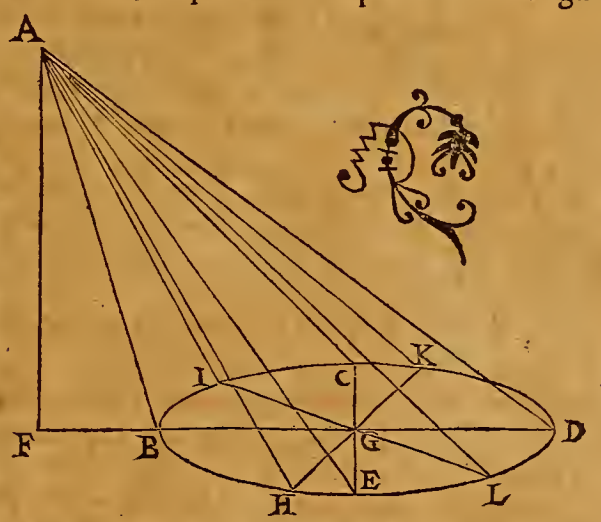
ab

A ab F H verò vtrimque æqualia abſcindantur F I, F M, H L, & H K, continget I K & L M dimetientes æquales videri. Sic & N O, & P Q, ſi quidem æqualis eſt peripheria F N ipſi H P, & H O ipſi F Q. Idemque iudicium eſt de ceteris, atque idem etiam qui ſuprà, demonſtrãdi modus: ſunt enim æquales anguli A G I & A G L, itemq; A G M & A G K. Quoniam igitur circa hos angulos æqualia ſint latera, A G quidem commune, G I verò ipſi G L, & G M ipſi G K per circuli definitionem;
B erunt, vt ſuprà, anguli quoque quibus I K & L M ex A videntur, æquales.

PROPOSITIO LXV. THEOREMA.

Si verò quæ ab oculo ad centrum procidens circuli, neque ad angulos fuerit rectos ipſius circuli plano, neque etiam ei quæ ex centro fuerit æqualis, neque æquos cum his quæ ex centro comprehenderit angulos, diametri ipſæ inæquales apparebunt.

C SIT inquam vt priùs ea in cuius ſummitate oculus conſtituitur A G, quæque in centrum procidens circuli, neque ad rectos plano inſiſtit angulos, neque ei quæ ex cẽtro G B æqualis eſt, ſed nunc quidem maior: neque cum his quę ex centro æquales angulos facit, ſed A G D quàm A G B maiorem, duoſque A G C & A G E minores quidem angulo A G D, angulo autem A G B maiores: dico inęquales haſ-
D ce diametros apparere. A viſu namque A ad ſubiectum planum perpendicularis demittatur A F per 11. vndecimi Euclidis: iunctáque F G recta producatur in D, quæ & circulum in B ſecet: huic prætereà F D ponatur perpendicularis ad punctum G per 11. primi Euclidis; ſitq; C E: ducantur item H K & I L æquales cum A G angulos efficientes, nempe A G H æqualem ipſi A G I, & A G K ipſi A G L æqualem: dico maximam quidem diametrum apparere C E, minimam verò B D, & quæ propinquior eſt ipſi B D remotiore ſemper mi-
E norem; duas autem tantùm videri æquales ad vtraſque ipſius B D partes.



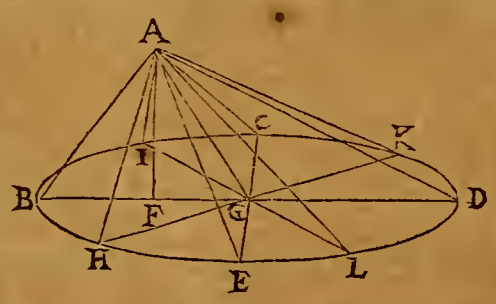
Conſtat enim A G ipſi C E perpendicularẽ eſſe per decimum quintum lemma: ſiquidem à viſu ſublimi A ad ſubiectum planum perpendicularis acta eſt A F, & à puncto F ad C E ducta perpendicularis eſt F G; ergo A G eidem G E eſt perpendicularis. Conſtat prætereà per decimum ſextum lemma angulum A G F minimum eſſe omnium eorum qui linea A G, & quauis per G ducta continentur; & qui ipſi propinquior eſt remotiore ſemper minorem eſſe; duos autem tantùm æquales ad vtraſque partes conſtitui, nempe A G H ipſi A G I, & A G K ipſi A G L. Promiſſis igitur ab A radiis ad B, H, E, L, D, K, C, & I: quoniam triangula C A E & H A K baſes æquales habent C E & H K ſectas bifa-
F riàm in G, & eſt A G eadem vtrique triangulo ad C E quidem perpendicularis, ad H K verò obliqua, eſtque A G poſita maior ſemidiametro G C, erit per decimum nonum ſuperius lemma angulus C A E angulo H A K maior. Similiterque ducta quacumque alia per G recta linea, cùm A G ipſi C E ſit perpendicularis, oſtendetur angulus C A E quocumq; alio maior eſſe. Maxima igitur omnium apparet ipſa C E per 10. huius lib. propoſ.

Rurſus quoniam triangulorum B A D & H A K æquales ſunt baſes B D & H K, eædemque bipartitæ in G, atque ad punctum G communis vtrique adiuncta eſt A G, eſtq; maior angulus H G A quàm B G A (hic namque minimus omnium oſtenſus eſt per 16. lemma:) licet neutri baſi ſit A G perpendicularis; erit tamen angulus H A K maior angulo B A D, quod idem oſtenſum fuit lemmate vigeſimo primo. Ergo H K quàm B D

maior

maior apparet per 10. huius. Similiterque ostendemus quamcumque aliam ipsa B D maiorem videri, ergo B D omnium quæ per G duci possunt diametrorum minima apparer. Eademque demonstrandi rarione probare licebit propinquiorem ipsi B D remotiore semper minorem conspici. Si igitur quæ ab oculo ad centrum procidit circuli, neque ad angulos fuerit rectos ipsius circuli plano, neque etiam ei quæ ex centro fuerit æqualis, neque æquos cum his quæ ex centro comprehenderir angulos, diametri ipsæ inæquales apparebunt; quod proposirum fuit demonstrare. Porrò cùm duæ tantùm rectæ lineæ vtrimque æquales angulos cum A G efficiant, duæ etiam tantùm ad vtrasque partes æquales apparebunt; quod superiore propositione est demonstratum.

Quòd si A G semidiamerro B G minor existat, simili demonstrandi forma ostendemus B D quidem maximam videri, C E verò minimam, & quæ propinquior est ipsi C E remoriore semper minorem, duas aurem rantùm ex vtraque parte ipsius B D vel C E æquales apparere, adiuuanribus superioribus lemmariis vigesimo & vigesimo primo. Ex quibus propositum nullo negorio deduci cócludiq; potest: cùm ex illis conster angulum B A D omnium esse maximum, minimum verò E A C, ac huic propinquiorem remotiore semper minorem.



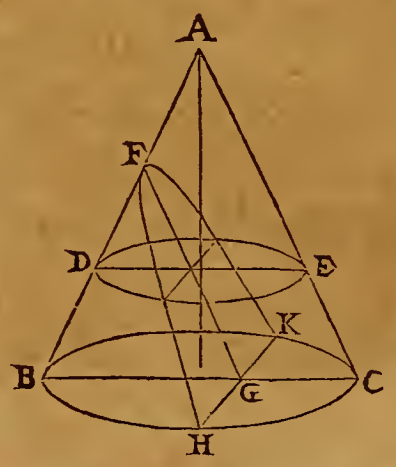
PROPOSITIO LXVI. THEOREMA.

Circulus obliquè conspectus vt ellipsis apparet: oportet autem eam quæ à visu in centrũ circuli procidit, semidiametro inæqualẽ esse.

QVINTVPLEX CONI SECTIO.

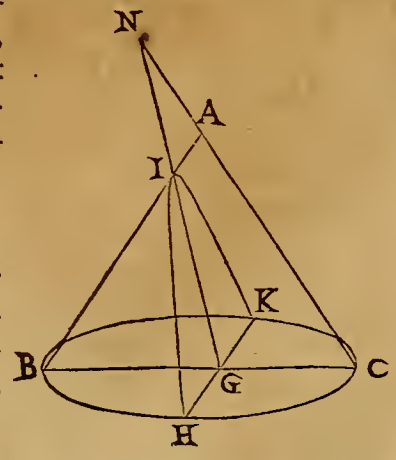
Vt planior fiat huius propositionis demonstratio, prænotandum est ex conicis elementis Apollonij Pergæi quinque modis posse conum dissecari.

Primò quidem plano per verticem, cuiusmodi in proposiro cono A B C basin habente circulum est A B C. Hæc autem sectio perpetuò triangulũ producit, vt idem Apollonius ostendit lib. primo Conicorum propositione 3. siue ea sectio per axem incedar, siue extra axem cadat.



Secundò, si sectio sit basi parallela, vr in eodem schemate est D E, quæ semper figuram gignit basi similem, nimirum circulũ, si basis sit circulus, vt ibidem Apollonius docet propositione 4. hæc sectio quemadmodum priori directè contraria est, ita figuram gignir tota natura diuersam: hæc enim vnica tantùm peripheria circumscribitur, nullumque angulum haber; illa verò pluribus cùm lateribus, tum angulis constat.

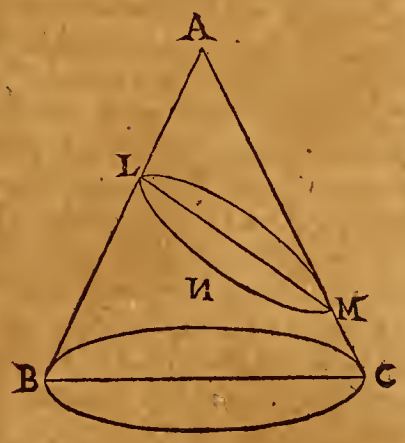
Tertiò, si conus plano secetur per axem, cuiusmodi in eodem schemate est A B C; secetur aurem & alrero plano ad id quod per axem recto F H K, ita vt communis vtriusque plani sectio F G, alteri laterum trianguli per axem, ipsi nempe A C, sit parallela; erit F H K sectio coni quæ parabola nuncupatur, vt idem demonstrat Apollonius primo Conicorum libro propos. 11.



Quartò, si conus duobus secetur planis, vno quidem per axem A B C, vt priùs, altero verò ei quod per axem recto I H K, sic tamen vt huius plani eiusque quod per axem, communis intersectio I G neutri laterum trianguli per axem parallela sir, productaque cum altero illorum supernè, hoc est, supra coni verticem conueniat, puta in N, hoc planum posterius in sectione figuram exhibebir, quæ hyperbole dicirur, vt demonstratum habes ab eodem Apollonio Pergæo libro primo Conicorum elementorum propos. 12.

Quintò

A Quintò, si præter planum A B C, quod per axem transit, idem conus altero secetur plano L N M, quod quidem rectum sit ei quod per axem, at basi non æquidistet, neque subcontrariè ponatur; communis autem vtriusque plani sectio L M producta, vtrumque latus trianguli per axem etiam productum, si opus sit, infra verticem coni secet: hoc inquam planum in ipsa sectione figuram ostendit, quam ellipsin vocant. Quæ omnia in Conicis elemẽtis fusiùs explicãtur ab Apollonio propos. 13. lib. 1. Huiusmodi autem figuræ speciem obtu-
B tui exhiberi à circulo obliquè spectato mox ex ipsius ellipseos primogenia definitione demonstrabimus.

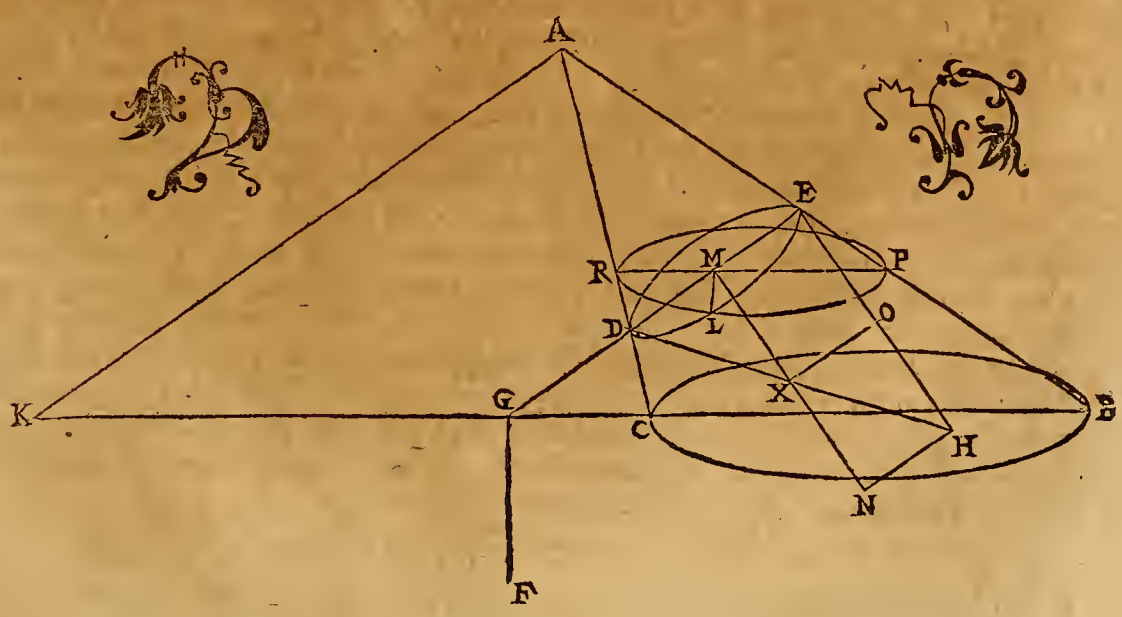


Priùs tamen ad clariorem intelligentiam eorum, quæ de coni sectionibus breuiter dicta sunt, id notatu dignum existimo, Parabolam inter extremas sectiones, triangulum scilicet & circulum, vt positione medium locum obtinet, ita etiam schematis similitudine cum vtraque quodammodò conuenire: nam vnam quidem rectam lineam ceu basin subiectam habet, quemadmodum triangulum ex prima sectione prognatum; reliqua autem, qua sola præter basin constat linea, infernè vbi basin attingit, rectæ
C lineæ naturam veriùs æmulatur, at supernè iuxtaque verticem moderata quadam circulatione ab anguli rectilinei acumine desciscit, propiusque ad circuli flexum accedit, qualem altera exhibet extrema sectio secundo loco proposita.

Rursus, parabolam inter & triangulum ex prima sectione procreatum Hyperbole medio constituta est loco, cuius forma à parabola haud multùm absimilis est. Nam & recta basi constat vt triangulum, & iuxta verticem circuli in modum flectitur, minus tamen quàm parabola, ac tantò etiam minus, quantò propiùs ad coni verticẽ sectio accedit: hæc enim cùm in verticem coni incidit, iam perfectum triangulum producit. Simili prorsus modo inter parabolã circulumque, quem quinta sectio exhibet, media ellipsis interiacet, quæ vtraque parte, summa videlicet atque infima, circuli conditionem
D affectat: diceres circulum esse vna parte productum, alteráve contractum, vt si in molli corio circulus descriptus sit, is sola corij extractione in ellipsin commutatur. Ita ergo gradatim à sectione basi parallela quæ circulum gignit, per ellipsin quam sectio modicè à parallelo deflectens ostendit, ad parabolam itur; atque hinc tandem velut ab exquisito medio digrediendo, aucta perpetuò sectionis declinatione, per hyperbolen ad triangulum conscenditur, quod alterum est conicæ sectionis extremum. His prænotatis, propositum demonstremus.

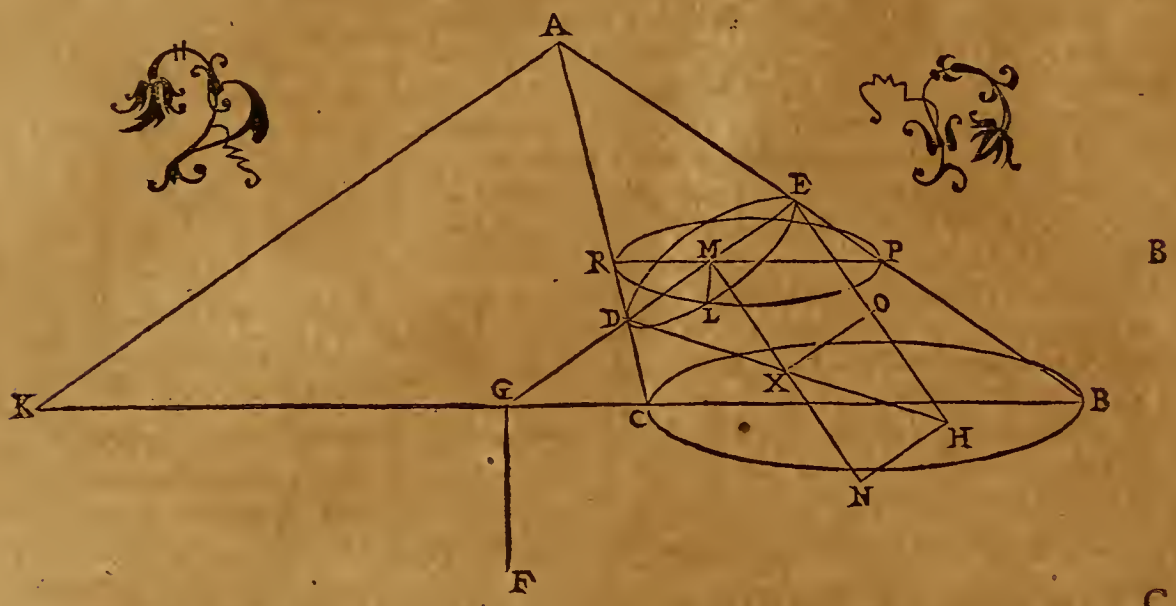
PROPOSITI DEMONSTRATIO.

E ESTO conus scalenus A B C, cuius vertex A, basis circulus B C: secetur autẽ conus plano
E recto D E: dico hanc ellipsin esse. Producta enim B C in K ducatur à vertice coni A K



diametro sectionis D E parallela, ipsa verò sectionis diametrus protendatur vsque in G, fiatq;

fiatq; G F cõmunis ſectio plani D E & plani BC, quæ eſt baſis coni. Ab E autẽ educatur E H A
ad E D perpendicularis, ſic vt quemadmodũ quadratum ex A K ad rectangulũ B K C, ita



C

ſit linea D E ad E H lineam. Id verò quomodo faciendũ ſit, mox ex Eutocio docebimus.

Hoc iam facto, aio E H illam eſſe ſecundùm quam poſſunt omnes, quæ à ſectione recta ad diametrum DE ordinatim applicãtur. Aſſumpto enim in ſectione ſigno aliquo, vt lubet, L, per L ipſi F G parallela ducatur L M, poterit L M ſpatium quod lineæ E H adiacet latitudinem habens E M, deficienſque figurâ ſimili ei quæ D E H continetur. Iungatur etenim DH, perque M ducatur M N æquidiſtans ipſi E H, ſecans ipſam D H in X, & per H & X puncta æquidiſtantes ipſi E M ducantur H N & X O: poſtremò per M agatur P M R baſi BC parallela.

His itaque in hunc modum conſtructis, quoniam P R ipſi B C eſt parallela, vt & L M ipſi F G, erit per 15. vndecimi Euclidis planum, quod per L M P R extenditur, plano per D
F G B C ducto parallelum. Erit igitur ſectio per P L R tranſiens circulus, cuius diametrus eſt P R per 4. primi Conicorum Apollonij. Eſt porrò L M ipſi D E perpendicularis, ideoq; inter P M & MR proportione media: ergo rectangulum P M R æquale eſt ei, quod ex LM fit quadrato per 17. ſexti Euclidis. Cùm itaque ſit, vt quadratum A K ad rectangulum B K C, ita D E ad E H; & per 23. ſexti Euclidis proportio quadrati A K ad rectangulum B K C componatur ex proportione, quam habet A K ad K B, & ex ea quam eadem A K habet ad K C; vt autem A K ad K B, ita E G ad G B, hoc eſt E M ad M P per 4. ſexti Euclidis; quòd E G ipſi A K, & M P ipſi G B ſint parallelæ ex conſtructione; & vt A K ad K C, ita ſit D G ad G C, id eſt, D M ad M R per eamdem 4. ſexti Euclidis; erit proportio D E ad E H compoſita ex proportione E M ad M P, & ex ea quam D M habet ad M R: ſed pro- E
portio cõpoſita ex proportione E M ad M P, & ex D M ad M R eſt ea, quam E M D rectangulum habet ad rectangulum P M R per eamdem 23. ſexti Euclidis. Quare vt rectangulum E M D ad P M R rectangulum, ita D E ad E H, videlicet D M ad M X, quòd M X ipſi EH poſita ſit parallela. Vt autem D M ad M X (ſumpta M E communi altitudine) ita rectangulum D M E ad rectangulum X M E per 1. ſexti Euclid. Ergo vt D M E rectangulum ad rectangulum P M R, ita erit D M E rectangulum ad ipſum X M E rectangulum. Æquale igitur eſt rectangulum P M R rectangulo X M E per 9. quinti Euclidis: ſed rectangulum P M R demonſtratum eſt æquale quadrato L M: quocircà & ipſum X M E rectangulum quadrato L M æquale erit. Linea igitur L M poteſt ſpatium M O, quod quidem lineæ E H adiacet altitudinem habens E M, deficiénſque figurâ N O ſimili ei, quæ D E H contine- F
tur. Cùm verò coni ſectio, cui ea proprietas conuenit, à prima ſui origine ellipſis ſit nuncupata per 13. primi Conicorum Apollonij, erit E L D ellipſis. Eſt porrò E L D ſectio recta coni ſcaleni A B C, cuius baſis B C circulus eſt. Igitur hæc ipſa baſis ex A obliquè adſpectata ellipſis apparet; quod erat demonſtrandum.

ADDITIO EX EVTOCIO.

HVIC demonſtrationi hoc vnum ſolummodò explicandum ſupereſt, quonam pacto inueniri queat E H, ad quam E D eam rationem habeat quam quadratum ex

A K ad

A A K ad id quod ex B K C fit rectangulum, quod proinde ex Eutocio ad vndecimam propositionem libri primi Conicorum Apollonij hoc loco adiungemus.

Sit, gratia exempli cuius non requiritur veritas, rectangulo B K C æquale ac simile rectangulum O P R: quadrato autem ex A K æquale id, quod ad lineam P R adiacens rectangulum latitudinem habet P S per 45. primi Euclid. & fiat vt hîc O P ad P S, ita superiùs E H ad D E; factum siquidem erit quod postulatur. Nam quoniam vt O P ad P S, ita est E H ad D E, erit & conuertendo vt D E ad E H,
B sic S P ad P O. Vt verò S P ad P O, ita per 1. sexti Euclid. rectangulum S R, id est quadratum ex A K ad rectangulum O R, quod æquale est ei quod ex B K C fit rectangulo. Igitur quemadmodum ex A K quadratum ad rectangulum B K C, ita facta est D E ad E H; quod fuerat postulatum.

Dixi eam quæ à visu in centrum circuli procidit, semidiametro neutiquam æqualem esse oportere; sed vel maiorem vel minorem: si enim æqualis esset, circulari etiam forma ipse circulus appareret, vt suprà propos. 63. libri huius est demonstratum.

CONSECTARIVM.

C *Currum rotæ quandoque circulares, quandoque contractæ, & velut ellipses apparent.*

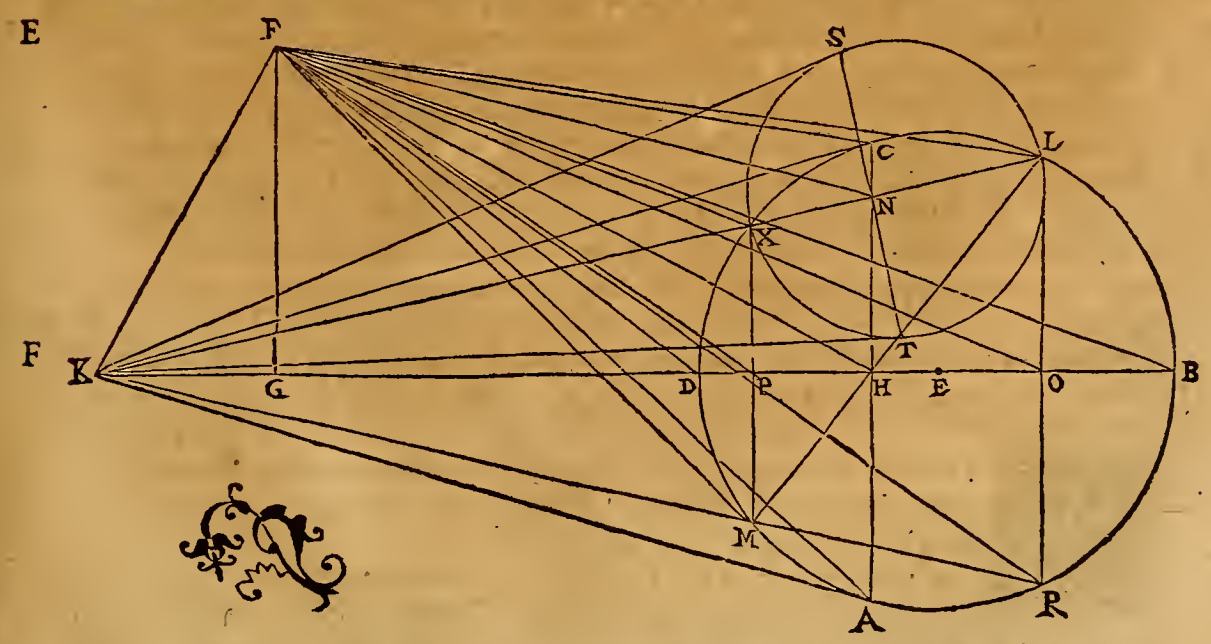
HOC Euclides proponit Optices suæ theoremate 41. potestque ex iam dictis demonstrari. Si namque ea quæ ab oculo in centrum cadit rotæ, ad angulos fuerit rectos ipsius rotæ plano, vt propos. 62. vel æqualis ei quæ ex centro, vt proposit. 63. æquales diametri apparebunt: atque propterea ipsa rota circularis. Protracto verò curru atque à priore situ dimoto, oculo verò persistente, sic vt is qui ab oculo in centrum rotæ destinatur radius, nec ad rectos sit angulos, nec ei quæ ex centro æqualis, contracta figura apparebit, formaque ellipsis; quod ex iam demonstratis liquidò constat.

D

PROPOSITIO LXVII. PROBLEMA.

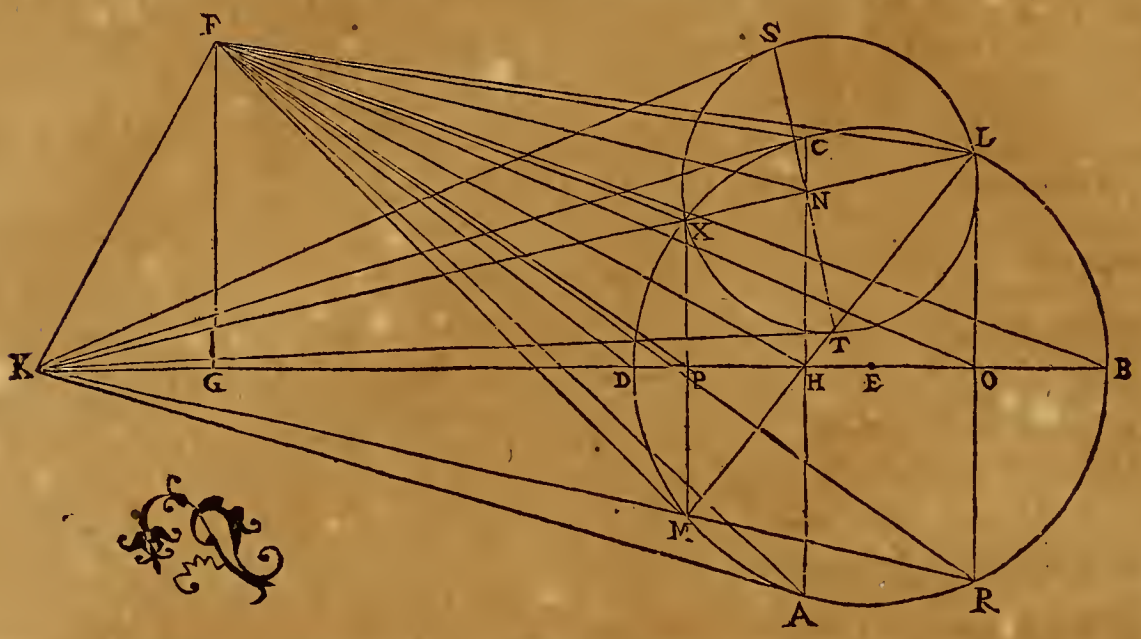
In circulo obliquè spectato punctum designare, quod centrum appareat ellipsis.

ESTO circulus A B C D ex signo F spectatus, in quo punctum designare oporteat, quod centrum appareat ellipsis. Ab F ad planum, in quo circulus, perpendicularis demittatur F G per 11. vndecimi Euclid. atque ex G per circuli centrum E recta agatur G E, quæ altera quidem parte producatur in B signum circularis perimetri, altera verò infinitè. Ab F item in



D & B radij protendantur F D & F B; angulusque B F D bifariàm secetur rectâ lineâ F H:

dico visu in F posito circulum A B C D ellipsin apparere, cuius centrum H. nam per H ipsi B D perpendicularis agatur A C per 11. primi Euclidis: ducanturque A K & C K, quæ circulum in A & C tangant per 16. tertij Euclid. & A F, C F iungantur. A



B

C

His positis, ostendendum in primis est omnes quæ per H ducuntur, vt A C & B D, in H bifariàm sectas apparere. Cùm A C ipsi B D posita sit ad angulos rectos, sitque B D per circuli centrum extensa, erit per 3. tertij Euclid. A C in H secta bifariàm. In triangulis igitur A F H & H F C latus A H lateri H C est æquale; latus autem H F vtrique commune, & angulus A H F angulo C H F æqualis, vtpote rectus vterque per 15. lemma, quòd videlicet F G ipsi G H, & G H ipsi A C sit perpendicularis. Igitur per 4. primi Euclid. & basis A F basi C F, & angulus A F H angulo H F C est æqualis: sed & D F H angulus angulo H F B æqualis est positus. Ergo per 10. huius æqualis apparet H A ipsi H C, & H B ipsi H D. D

Quòd si alia quæpiam linea per H ducatur vt L M, dico hanc quoque in H bipartitò sectam apparere: iungantur enim L K, K M, & M X: item F M, F X, F N, F L, & F K. Quoniam igitur per lemma 22. ob contingentes A K & K C, vt linea B K ad K D, ita est B H ad H D, atque angulus B F H æqualis est angulo H F D, erit per 24. lemma H F K angulus rectus. Et quoniam A H ipsi H F ad rectos ante ostensa est angulos, erit per 15. lemma F K ipsi quoque F A ad angulos rectos, quare per 4. vndecimi Euclidis erit K F plano quod per A F C ducitur perpendicularis, ac propterea per 3. definit. vndecimi Euclid. angulus N F K rectus erit. Cùm verò lemmate 23. ostensum sit ita se habere L K ad K X, quemadmodum L N ad N X, concluditur per primam conuersionē vigesimi quarti lemmatis angulum L F N angulo N F X æqualem esse. Quocircà per 3. sexti Euclidis vt L F ad F X, ita L N ad N X: sed F X est æqualis ipsi F M, ob eamdem causam qua priùs F C ipsi F A æqualem ostendimus: & vt L N ad N X, ita per 2. sexti Euclid. L H ad H M: ergo angulus L F H per eamdem 3. sexti Euclidis angulo H F M est æqualis. Quare per 10. huius L H ipsi H M videtur æqualis. Similiter si alia recta linea per H ducatur, ostendemus eam in H bipartitam spectari: H igitur centrum est apparentis ellipsis; quod propositum fuit inuestigare. E

PROPOSITIO LXVIII. THEOREMA. F

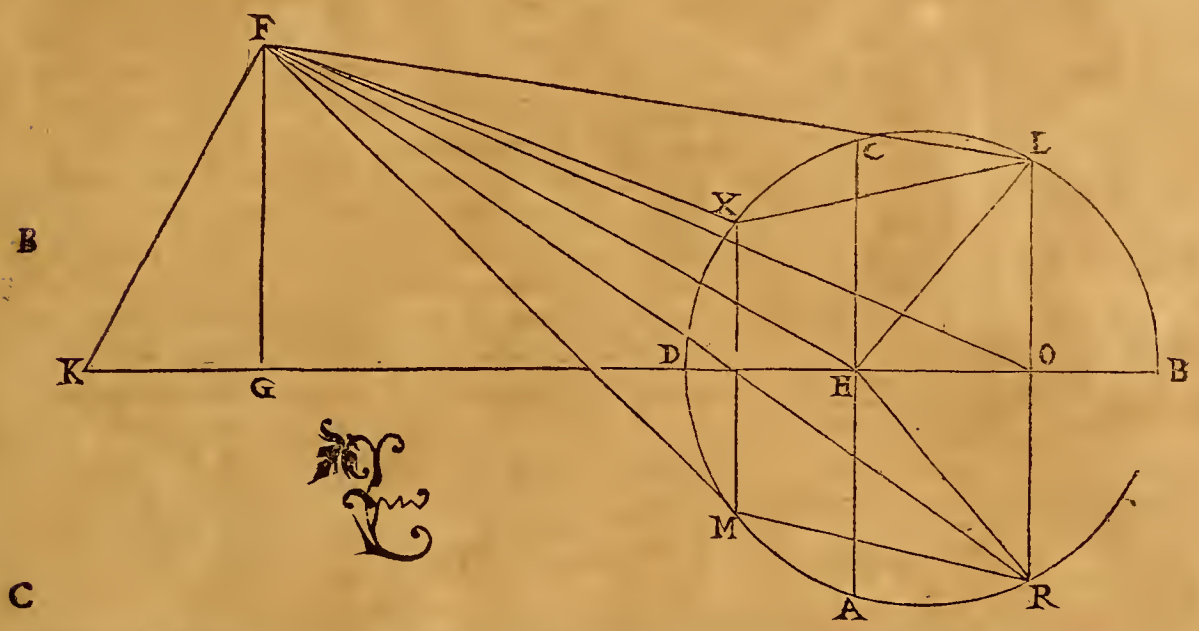
In eodem circuli aspectu, quæ ad B D *ordinatim applicantur, sunt quidem ipsi* A C *reipsa parallelæ, sed & videntur.*

SIT idem qui suprà obliquè conspectus circulus A B C D, perque eius centrum acta D B ex K profecta, ad quam ordinatim applicetur L R: hanc dico ipsi A C parallelam & esse, & videri.

Cùm enim A C ipsi D B ad rectos angulos sit posita, erit & L R eidem D B ad rectos angulos: ergo æquales, & quidem recti erunt anguli A H O & R O H, ac propterea per 28. primi Euclidis parallelæ reuerà sunt A C & L R.

Quòd

A Quòd autem parallelæ etiam appareant, ex eo demonstrabitur, quòd iidem anguli qui circa H & O consistunt, nempe A H O & O H C, item R O H & H O L recti etiam ad-



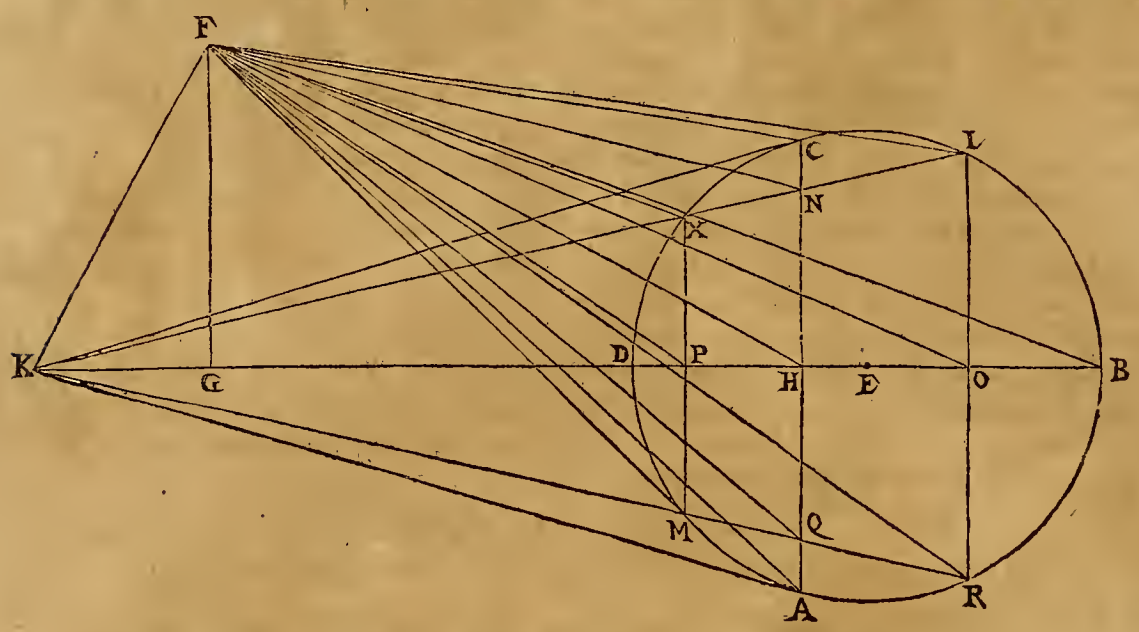
spectui videantur. Id verò quamuis perspicuum sit ex propositione 48. huius libri; potest tamen & hoc modo demonstrari: Ductis H L & H R, atque à visu F emissis radiis F L, F O, & F R: quoniam F G ad planum in quo est circulus, recta est posita, & G O ipsi L R in eodem plano ductæ est perpendicularis; erit eadem L R ipsi quoque F O perpendicularis per 15. lemma. Quare in triangulis L F O & O F R, angulus L O F angulo F O R æqualis est, vtpote rectus vterque: sed & latus L O lateri O R est æquale per 3. tertij Euclid. & latus F O vtrique commune: ergo & basis F L basi F R, & angulus L F O angulo O F R est æqualis per 4. primi Euclid. Igitur per 10. huius L O ipsi O R æqualis apparet:
D sed & O H communis apparet vtrique triangulo L O H & R O H, & basis L H basi H R non tantùm æqualis est per 4. primi Euclidis, quòd in triangulis L O H & R O H sit L O ipsi O R æqualis, & O H vtrique communis, angulusque L O H angulo R O H æqualis; sed etiam æqualis apparet, quia in triangulis L H F & R H F prætet æquales bases L H & H R est etiam L F æqualis ipsi F R, vt antè ostensum fuit, & H F vtrique communis: ergo per 8. primi Euclid. angulus L F H angulo H F R est æqualis. Itaque L H ipsi H R æqualis etiam apparet per 10. huius. Quare per eamdem 8. primi Euclid. angulus L O H angulo H O R æqualis apparebit, ac proinde rectus vterque per 13. primi Euclid. Simili autem modo iunctis A O & C O, ostendemus angulos A H O & O H C æquales inter se rectosque apparere: ergo per 28. primi Euclid. L R ipsi A C parallela apparet. Sic & quæ-
E cumque alia recta linea ad B D ordinatim applicata fuerit, veluti X M, ea ostendetur ipsi A C parallela & esse & videri. Ex quo fit, vt inter se omnes illæ rectæ lineæ parallelæ appareant per 30. primi Euclidis; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LXIX. THEOREMA.

Et quæ ex K *ad circuli peripheriam educuntur non sunt quidem, videntur autem & ipsi* BD *& inter se parallelæ.*

F Esto idem qui suprà A B C D circulus ex signo F obliquè spectatus, in eoque repertum H centrum apparentis ellipseos, per quod ducatur A C ipsi K B perpendicularis per 11. primi Euclid. Ex K porrò recta educatur K L circulum secans in X & L, & ab L ad K B perpendicularis ponatur L R: per 12. primi Euclidis, iungaturque R K, quæ circulum secet in M, vnde recta ducatur M X: dico L X & R M parallelas apparere. Atque in primis, quòd L R & X M æquales appareant, sic demonstratur: A visu F radij prosiliant F L, F X, F M, & F R. cùm angulus L K R vtrique triangulo L K R & X K M communis sit, erunt reliqui duo anguli K L R & K R L simul sumpti duobus reliquis K X M & K M X simul sumptis æquales: sed in iisdem triangulis quoniam L K & R K æqualiter distant à K B, erit per 8. tertij Euclid. L K ipsi R K, & K X ipsi K M æqualis; quare per 5. primi Euclid. angulus K L R an-

gulo K R L æqualis est, & angulo K M X angulus K X M æqualis: detractis igitur vtrimque A
æqualibus, relinquitur angulus K X M angulo K L R, & angulo K R L angulus K M X



C

æqualis. Sunt itaque æquiangula ipsa triangula L K R & X K M. Quare per 4. sexti Euclid. vt L R ad X M, ita L K ad K X: sed vt L K ad K X, ita est L N ad N X, per 23. lemma; & vt L N ad N X, ita per 3. sexti Euclid. L F ad F X; quia angulus L F X bifariam est sectus per rectam F N, quod ex prima conuersione 24. lemmatis potest demonstrari. Ergo à primo ad vltimum ratiocinando vt L R ad X M, ita L F ad F X: sed L F est æqualis ipsi R F, & X F ipsi M F æqualis: igitur triangulorum L F R & X F M proportionalia sunt latera per 4. sexti Euclid. & per 5. sexti Euclid. æquales sunt anguli L F R & X F M, quibus homologa latera subtenduntur: sed cùm L R posita sit ipsi K B perpendicularis, erit L O ipsi O R per 3. tertij Euclid. æqualis, & X P æqualis ipsi P M, ideoque per tertiam sexti Euclidis erit & angulus L F O angulo O F R, & angulus X F P angulo P F M æqualis: atqui æqua- D
lium angulorum L F R & X F M, dimidia nempe L F O, X F P, sunt æqualia per communem notionem. Igitur per 10. huius æquales apparent L O & X P; ideoque ipsæ L X & O P parallelæ apparent per 33. primi Euclid. Nam cùm parallelæ sint L O & X P, apparentq; æquales, & quæ has connectunt L X & O P parallelas apparere necesse est; quod primò erat demonstrandum.

Cumque eodem modo ostendi possit quamcumque aliam rectam lineam ex K eductam ipsi B D parallelam videri, fit per 30. primi Euclidis vt ipsę etiam inter se parallelæ videantur; quod secundò propositum erat.

PROPOSITIO LXX. THEOREMA. E

Omnium item, quæ intra circuli peripheriam ipsi B D *ad rectos angulos applicantur, aio maximam videri* A C, *quæ per* H *centrum apparentis ellipseos transit.*

IN circulo A B C D esto H centrum apparentis ellipseos per proposit. 67. huius libri inuentum, ac per illud acta A C ipsi B D normalis, quam dico maximam apparere omnium illarum, quæ ipsi B D ad rectos angulos applicantur. Sumpta enim quacumque, puta L R, ostendendum est hanc ipsâ A C minorem apparere. Ductis A K & K C per 17. tertij Euclid. quæ F
circulum contingant: quoniam per 16. tertij Euclidis K C extra circulum cadit, quòd præter hanc nulla alia duci possit à K B remotior, quæ ad circulum pertineat; in locum verò inter rectam lineam K C & circuli peripheriam comprehensum altera recta linea non cadit per eamdem 16. tertij Euclidis; fit vt quæcumq; alia, præter K C, ad circulum ducitur, vt K L ipsum necessariò secet, idque duobus in locis L & X, ac proinde X L intra circulum cadat necesse est per 2. tertij Euclidis. Oportet item duo illa puncta ad vtramque partem ipsius contactus C existere: nam cùm K C maxima sit omnium illarum quæ ex K ad conuexam peripheriam attingunt, breuissima autem illarum quæ in-

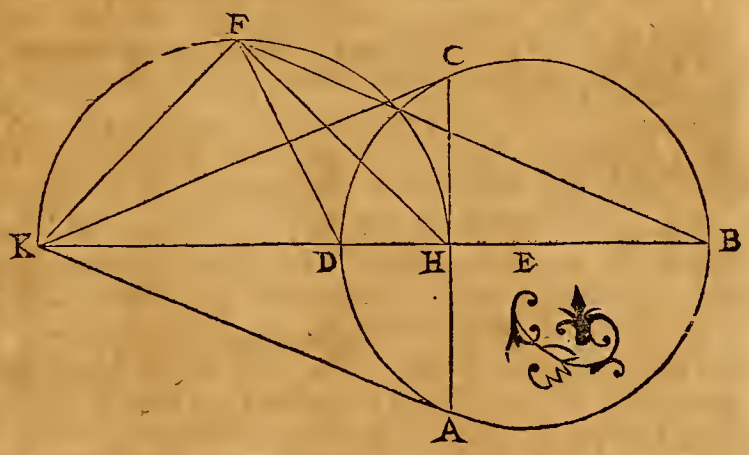
tra

A tra circulum cadunt, vt lemmate 25. est demonstratum, maior erit K L quàm K C, & K X quàm K C minor. Igitur K L ipsam quoque A C secat in N, & similiter K R eamdem A C secat in Q, ac proinde minor est N Q ipsa A C: ar N Q æqualis apparet ipsi L R. Nam suprà prop. 69. ostensum est omnes quæ ex K ad circuli peripheriam educunrur, parallelas videri: ergo parallelæ apparent L N & R Q. Videnrur autem L N & R Q æquales. Cùm enim in triangulis L F N & R F Q latus L F lateri R F iam antè ostensum sit æquale, sitque latus L N lateri R Q æquale propter triangulorum L K R & N K Q similitudinem, item per 8. primi Euclidis & angulus F L N angulo F R Q æqualis, (quoniam in triangulis L F K & R F K latera L F & L K lateribus R F & R K vtrumque vtrique æqualia sunt, B basisque F K communis) erit per 4. primi Euclid. & angulus L F N angulo R F Q æqualis: quare per 10. huius L N ipsi R Q æqualis videbitur. Quocircà L R, & N Q, quæ illas connectunt, æquales apparebunt per 33. primi Euclidis. Verùm N Q minor apparet quàm A C: quoniam angulus N F Q angulo A F C minor est, vt pars toto. Igirur & L R ipsa A C apparet minor. Cumque in ceteris eadem sit demonstratio, perspicuè sequirur A C maximam apparere omnium illarum, quæ intra circuli ambitum ad rectos ipsi B D angulos applicantur; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LXXI. PROBLEMA.

Visui locum designare, vnde datus circulus ellipsis appareat,
C *centrum habens intra circuli peripheriam datum.*

DATVS sit circulus A B C D ex centro E descriptus, in eoque sit datum punctũ H; oporreat autem locum visui inuenire, ex quo circulus A B C D ellipsis appareat, cuius centrũ sit H punctum intra circuli peripheriam datum. Iun-



D gatur H E, quæ vtrimque in circumferentiam producarur ad signa B & D, & à D vlteriùs infinitè extendatur versus partẽ K. Rursus per H perpendicularis ipsi B D agatur A C per 11. primi Euclidis quæ circulum secet in A & C, è quibus punctis ad B D productam ad partem K applicentur contingentes A K & C K: ac demum super H K velut diametro semicirculus describatur ad planum dati circuli rectus.

His ita constructis, dico è quouis puncto semicirculi H F K, exempli causa, ex F pro-
E positum circulum A B C D ellipsin videri, cuius centrum sit H datum. Iunctis enim F B, F H, F D, & F K, quoniam ob lineas conringentes A K & C K, quemadmodum B K ad K D, ita est B H ad H D per 22. lemma, & H F K angulus rectus est per 31. tertij Euclidis, quia in semicirculo, erit angulus B F H angulo H F D æqualis per primam conuersionem lemmatis vigesimi quarti: quare B H ipsi H D æqualis videtur. Constat autem & H A ipsi H C videri æqualem, & cerera huic aspectui obuenire, quæ hactenus demonstrauimus. Igitur in quouis puncto semicirculi H F K locus existit, vnde datus circulus A B C D ellipsis apparet, centrum habens H datum; quod erat postulatum.

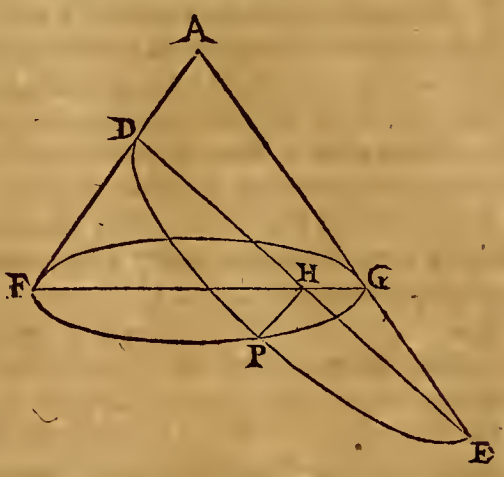
PROPOSITIO LXXII. THEOREMA.

F *Vti circulus obliquè visus ellipsis, ita vicissim ellipsis quodam oculi situ vt circulus apparet.*

EX libri secundi definitione 7. & propositione 38. constat radium opticum, quo circulus planè seu directè obuersus aspicitur, conum esse. In cono autem si obliqua quædam sectio animo designetur, siue ellipsis, siue parabole, siue hyperbole, hanc perspicuum est oculo in vertice coni collocato velut circulum apparere: siquidem vniuersus conus ex vertice spectatus, circuli formam oculo exhibet. Quare datis exttemis ellipseos diametris, si co-

nus perficiatur basin habens circulum, in cuius sectionem aliquam data ellipsis quadrer, oculo in huius coni verrice posito, ellipsis circuli in morem videbitur.

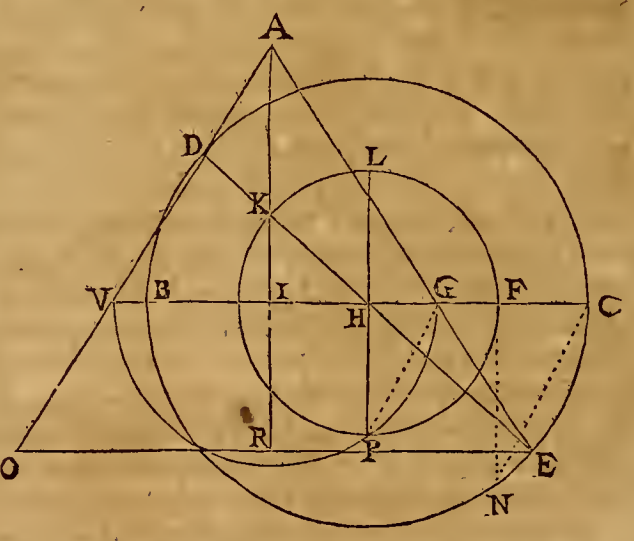
Exempli gratia, si conus A F G, cuius recta basis circulus F P G datam capiat ellipsin D P E, cuius maxima quidem diametrus D E, minimæ verò pars media H P, dubiũ non est, oculo in A coni vertice constituto, vnum eumdémque esse ellipsis & circuli aspectum. Nam radij omnes qui per puncta arcus D P ab oculo A emittuntur, in basis quoque peripheriam F P procidunt; qui autem ad arcum P E destinantur, per P G basis circumferentiam transeunt, propterea scilicet, quòd coni superficies, excepta basi, circuli F P G & ellipseos D P E figuras ambiat. Quoniam igitur distantiæ extremorum signorum D & E vno oculo non perpenduntur per primam propositionem libri tertij, fit vt tota ellipsis D P E obliquè ab oculo A spectata circulari forma appareat, quemadmodum & basis F P G quæ directè oculo obuersatur.



PROPOSITIO LXXIII. PROBLEMA.

Visui locum reperire, ex quo ellipsis vt circulus appareat.

PRIMO quidem non sint ellipseos extremæ dimetientes positione datæ; sit autem maxima illarum æqualis lineæ B C, minima verò æqualis lineæ L P: quæ ita committantur vt se mutuò bifariàm & ad normam secent in H, & circa vtramque circulus decircinetur, quorum alter sit B D C E, alter P K L F. His peractis ex puncto F ad maioris circuli peripheriam ducatur F N ipsi B C perpendicularis per 11. primi Euclidis, quæ & ipsi L P parallela erit per 28. primi Euclidis, iunganturque N C, & huic parallela excitetur ex puncto P, nempe P G per 31. primi Euclidis.



hæc triangulum perficiet H P G triangulo F N C æquiangulum: siquidem anguli P H G & N F C recti sunt ex constructione; H G P verò & F C N æquales per 29. primi Euclidis; igitur & reliqui H P G & F N C per 32. primi Euclidis inter se æquales erunt. quare per 4. sexti Euclidis vt F N ad F C, ita est H P ad H G. Accepto itaque centro I in recta linea B C, per duo puncta G & P semicirculus describatur G P V. Quòniam igitur vtraque H P & F N ipsi B C est perpendicularis, erit per 8. & 13. sexti Euclidis F N inter C F & F B, item H P inter G H & H V, proportione media: cumq; ostensum iam sit vt F C ad F N, ita esse H G ad H P; erit quoque vt F N ad F B, ita H P ad H V; ideoque & ex æqualitate vt C F ad F B, sic G H ad H V per 22. quinti Euclidis. Porrò per punctum I perpendicularis ipsi B C agatur A R, ipsiq; L P parallela, quæ minoris circuli peripheriam secet in K, iunctaq; K H vtrimque producatur donec maioris circuli peripheriæ occurrat ad signa D & E; ex E item ducatur E O æquè à B disiuncta, & per D & V recta producatur, quæ altera parte occurrat lineæ E O in O, altera verò lineæ A R in A. Denique A E iungatur, factumq; erit propositum. nam A locus erit ex quo ellipsis cuius maxima diametrus D E ipsi B C æqualis, minima verò L P, vt circulus apparet. Quoniam enim A I per centrum circuli G P V transit, perspicuum est ipsam G V ab A R bifariàm dissecari: sed G V secat ipsam quoque D E bifariàm, quia per centrum H maioris circuli incedit: igitur D E in K, & G V in H secundùm eamdem rationem diuiduntur. id verò cùm triangulo accidat per 27. lemma,

A lemma, necesse est rectam A E per G transire. Finge itaque A O E coni sectionem esse per axem A K, G P V verò sectionem basi parallelam; quæ cùm circulus sit, erit & basis circulus, cuius diametrus E O per 4. primi Conicorum Apollonij. Rursus quoniam G V secat ipsam D E bifariàm in H, erit H P communi sectioni ellipseos & circuli G P V æqualis; ac proinde æqualis etiam minimæ semidiametro ellipseos propositæ, velut D E æqualis est toti diametro maximæ B C; quod erat demonstrandum.

Deinde sint extremæ dimetientes ellipsis etiam positione datæ B C & L P, facile erit ex iam demonstratis conficere propositum. Nam si super B C ceu basi triangulum constituatur triangulo D A E simile, erit in ipsius vertice locus postulatus, ex quo nimirum B ellipsis, cuius extremæ diametri sunt positione datæ B C & L P, circuli instar apparebit, vt ex dictis constat.

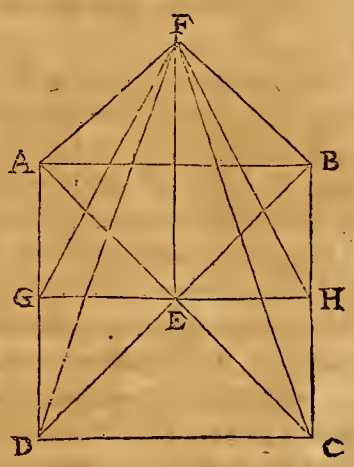
QVADRATVM.

PROPOSITIO LXXIV. THEOREMA.

Si visus positus fuerit in linea è centro quadrati normaliter excitata, ipsius quadrati latera æqualia apparebunt, sed & dimetientes æquales.

C

IT quadratum A C, ex cuius centro E recta ad normam excitetur ipsi quadrati plano per 11. vndecimi Euclidis: in qua visus ponatur ad signum F vtcumque assumptum: ab F verò radij prosiliant F A, F B, F C, & F D: dico primò quadrati propositi latera æqualia apparere. Quia namque æquales sunt E A, E B, E C, & E D, estque E F omnibus communis, & anguli circum E F ad planum æquales nempe recti, erunt per 4. primi Euclidis & bases F A, F B, F C, & F D æquales.

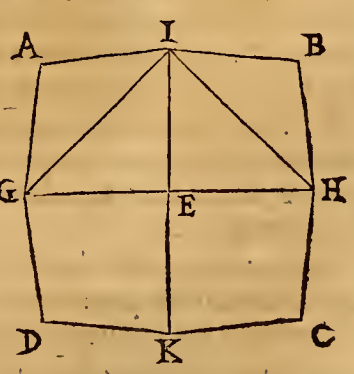


D sed & A B, B C, B D, & D A ex hypothesi æqualia inter se sunt: igitur per 8. primi Euclidis æquales sunt anguli A F B, B F C, C F D, & D F A: quare per 10. huius æqualia spectantur quadrati latera; quod primò erat demonstrandum.

Deinde aio & ipsos dimetientes æquales apparere. cùm enim ostensum iam sit radios omnes ab F ad A, B, C, & D procidentes æquales inter se esse, erunt per 2. communem notionem Euclidis bini A F & F C, binis B F & F D æquales: sunt verò & bases A C & B D æquales; igitur per 8. primi Euclidis & anguli A F C, B F D, quibus dimetientes conspiciuntur æquales: quare & ipsæ æquales appparent per 10. huius; quod secundò erat demonstrandum.

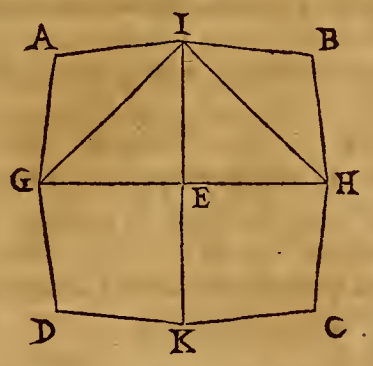
E Hinc fit, vt ea oculi constitutione quadratum in propria ac naturali forma conspiciatur. nam in eo positum est naturale quadrati schema, quòd & latera & angulos æquales habeat: at latera æqualia spectari iam ostensum est. Quod verò & anguli æquales appareant, sic demonstratur: In triangulis A B C & B A D latera A B & B C lateribus B A & A D æqualia videntur, per ea quæ iam demonstrata sunt: sed & basis A C basi B D per eadem iam demõstrata apparet æqualis: igitur per 8. primi Euclidis & A B C angulus angulo B A D æqualis apparet. Quare in propria ac naturali forma quadratum conspicitur.

Non leuis in speciem difficultas obiici hoc loco potest. Nam quæ per centrum quadrati aguntur rectæ lineæ F G H & I K lateribus parallelæ, eæ maioribus angulis spectantur quàm latera, ac propterea maiores etiam lateribus ipsis apparent. Ex quo illud sequi videtur absurdum sanè ac etiam impossibile, recta quadrati latera infracta apparere, quemadmodum præsens paradigma ostendit



Quòd verò G H maiori angulo spectetur quàm A B, ex priori delineatione ita potest demonstrari: Cùm E F quadrati plano rectis insistat angulis, sitque E G ad ipsam A D in eodem quadrati plano ductam posita normalis, erit eadem A D ad F G quoque perpendicularis per 15. lemma. Rectus igitur est angulus A G F:

ſimiliter & B H F rectus oſtendetur. Quare in triangulis A F G & B F H erit per 9. lemma A angulus G F H, qui minoribus cruribus continetur, maior angulo A F B, qui maioribus. Ex quo tandem fit per 10. huius, vt A B minor conſpiciatur quàm G H: ideoque & D C quàm G H minor conſpicietur. & ſi per idem centrum E ducatur I K ipſi A D parallela, eodem modo oſtendetur latera A D & B C ipſa I K minora apparere.



Ex his ita præmonſtratis haud erit difficile oſtendere A B nequaquam vt rectam lineam apparere, ſed in I fractam videri. Iam enim conſtat A I in præſenti ſchemate B minorem apparere ipſa G E, & A G ipſa I E minorem; apparent autem A I & A G inter ſe æquales. ductà igitur G I; quoniam triangula A I G & E I G in eadem ſunt baſi I G conſtituta, & ſunt latera A I & A G lateribus I E & E G ſecundùm aſpectum minora, erunt quadrata ex I E & E G quadratis ex A I & A G maiora: ſed quadratis ex I E & E G æquale eſt quadratum ex I G per 47. primi Euclidis; quòd angulus I E G rectus ſit, rectúſque appareat per 51. huius. Igitur quadratum ex I G quadratis ex A I & A G maius eſt. Quare per conuerſionem 12. ſecundi Euclidis, angulus I A G obtuſus eſt, ac proinde angulus A I G minor eſt ſemirecto, cùm per 32. primi Euclidis omnes tres anguli trianguli I A G duobus rectis ſint pares. Adiecto igitur ſemirecto G I E, erit totus A I E angulus recto minor: ſic & B I E recto C minor oſtendetur. Igitur A B non eſt recta linea. Si enim recta eſſet, quæ in eam incidit E I duobus rectis æquales angulos efficeret per 13. primi Euclidis, facit autem duobus rectis minores: itaque A B non videtur recta linea, ſed in angulum obtuſum fracta.

Hoc autem abſurdum eſſe, ac de numero eorum quæ fieri nequeunt, ex eo cognoſci poteſt, quòd radius opticus, quo recta linea directè vel obliquè obuerſa ſpectatur, ſit plana ſuperficies, vt libro 2. propoſitione 2. docuimus. Hanc autem vt rectam lineam apparere neceſſe eſt: igitur recta linea per ſimplex medium ſpectata (quod ſemper intelligi volumus) numquam aliter quàm vt recta linea apparere poteſt.

Scio per diuerſa media rerum ſpecies diſtinctis ſæpe radiis ad oculos penetrare, atque ita rectam lineam ſubinde inflexam videri, vt in aqua remum. Scio pro ſitus ratione D poſſe eamdem lineam minorem quàm reipſa ſit, aut magis in dextram ſiniſtrámve protenſam cerni: item duas vnius inſtar; cùm nimirum in eadem ſunt ſuperficie perpendiculariter obtutui expoſitâ. At vnam oculo vno fractam apparere, atq; in angulum conformatam, omnino fieri non poteſt. iunctis namque extremis per aliam rectam lineam ſuperficies videretur, quæ in rebus non eſt: impoſſibile. In ceteris deceptionibus latet ſemper aliquid, quo prætermiſſo reliquum falsò conſpicitur; nam falſo ſimulachro neceſſe eſt eam aliter apparere quàm reuerà ſit. Ita cùm ſuperficies perpendiculariter aſpectui obiicitur, eius vnica tantùm linea, quæ viſui proxima eſt, videtur, ceteræ autem omnes obliteſcunt; vnde efficitur vt lineæ inſtar tota ſuperficies conſpiciatur: at vt de nouo res aliqua videatur quæ non extat, impoſſibile eſt: non igitur recta linea per ſim- E plex medium vnoque oculo fracta poteſt apparere. Deinde huic rationi manifeſta ſuccedit experientia. nemo enim qui quadratum directò intueatur, fracta eius latera arbitratur, ſed potiùs ex æquo ſuas inter partes expoſita perſpicuè videt.

Reſpondeo hoc fallaciæ genus ex illis eſſe quæ neceſſariò eueniunt, quemadmodum & illud, quæ longiùs abſunt minora apparere, atque alia innumera; in quibus ferè ſolet ratio aliud iudicare quàm oculus ſentiat. Fracta videri quadrati latera è loco F ſpectata, cùm ex proxima demonſtratione, tum ex 51. & 53. propoſitione huius libri manifeſtè conſtat. Nam propoſitionibus illis oſtenſum eſt, ſingulos quadrati angulos, cùm reipſa ſint recti, obtuſos apparere. quod ſanè numquam accideret ſi latera recta minimeque F inflexa conſpicerentur: ſiquidem omnes quadrati angulos aut rectos eſſe oportet, aut quatuor rectis pares. Itaque ſi omnes quadrati anguli obtuſi cernantur, neceſſe eſt latera ipſa ſecundùm aſpectum inflecti, ac propius congredi quàm ſi recti illi omnes viderentur.

At necdum diſſolutus eſt nodus. Si namque mente concipias pyramidem opticam, quæ baſin habeat propoſitum quadratum, verticem autem ipſius oculi centrum (per pyramidem enim viſionem celebrari libro 2. propoſ. 38. docuimus) vti ſingulæ pyramidis ſuperficies, ita & quadrati latera vt rectæ lineæ conſpiciuntur, quandoquidem vnus ſit idemque quadrati & pyramidis opticæ aſpectus.

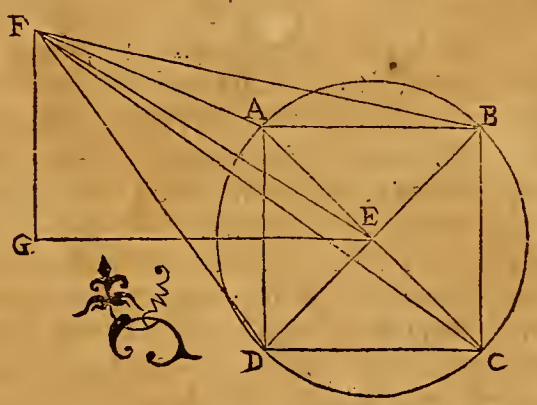
Dicen-

A Dicendum ergo non modò ipsius quadrati latera, sed etiam radiosas illas superficies quæ pyramidē claudunt fractas videri; non ea tamen ratione, vt externus oculus à vero aberrans mentem quoque ipsam in eumdem errorem pertrahat: mens enim necessariæ fallaciæ assueta, tum rectam æstimat propositā lineam cùm ea ita cernitur, quemadmodum externus sensus eam intueri est natus, vt propos. 15. libri tertij diximus. Pro ampliore huius difficultatis explicatione consule; si placet, propositionem 44. huius libri, vbi in parallelarum aspectu similis fallacia proposita est & explicata.

PROPOSITIO LXXV. THEOREMA.

B *Si oculus positus fuerit in extremitate lineæ obliquè incidentis in centrum spectati quadrati, eaq; semidiametro quadrati æqualis fuerit, æqualis vtraque diametrus videbitur; sin autem vel maior fuerit vel minor, angulosq; fecerit inæquales, & diametri inæquales apparebunt.*

C IN centrum E quadrati A B C D obliquè procidat F E, in cuius extremitate constitutus est oculus ad signum F, sitque F E primùm ipsi E A semidiametro quadrati æqualis: dico A C & B D æquales apparere. Iunctis enim F A & F C, quoniā æqualis est F E ipsis E A & E C, erunt puncta A, F, & C in semicirculo, cuius centrum E per circuli definitionem. itaque per 31. tertij Euclidis, angulus AFC rectus erit. Eodemque modo rectus ostendetur B F D: igitur æquales apparēt diame-
D tri A C & B D; quod primò erat propositū.



Sit deinde F E semidiametro E A vel maior vel minor; faciat autem cum A C & B D diametris, angulos F E A & F E C angulis F E B & F E D vtrumque vtrique æquales: dico dimetientes A C & B D æquales ex loco F conspici: si verò inæquales angulos F E cum dimetientibus A C & B D fecerit, dico ipsas inæquales apparere.

Finge namque circa quadratum A B C D descriptum circulum per 9. quarti Euclidis, erunt igitur quadrati & circuli dimetientes eædem A C & B D. Quare cum ex demonstratis propos. 64. & 65. huius constet diametros circuli, cum quibus æquos angulos facit ea quæ ab oculo in centrum obliquè pertinet, æquales videri; illas verò inæquales, cum quibus eadem obliquè incidens linea angulos facit inæquales: idem de quadrati
E diametris probatum relinquitur; quod erat propositum.

PROPOSITIO LXXVI. THEOREMA.

Et semidiametri illæ æquales apparent, cum quibus eadem F E *obliquè in centrum quadrati pertinens æquos angulos facit.*

F EST O enim vt suprà quadratum A B C D, in cuius centrum E visus è loco F obliquè procidat, sitque angulus F E A angulo F E D æqualis: dico semidiametros A E & E D videri æquales. Cùm enim in triangulis F E A & F E D æquales ponantur anguli F E A & F E D, sintque circum hos ipsos latera æqualia, nempe A E ipsi E D, & F E vtrique commune, erunt per 4. primi Euclidis, & bases, & qui iuxta bases sunt anguli, æquales. Ergo angulus A F E ipsi E F D angulo æqualis est, ac proinde per 10. huius æquales apparent A E & E D; quod erat demonstrandum.

Simili autem modo demonstrabimus & B E ipsi E C æqualem apparere; quòd nimirum circa æquales angulos F E B & F E C latera consistant æqualia, nimirum B E ipsi E C, & F E commune vtrique. Igitur per eamdem 4. primi Euclid. æquales sunt anguli B F E & E F C, quibus B E & E C æquales spectari necesse est per decimam huius libri propos.

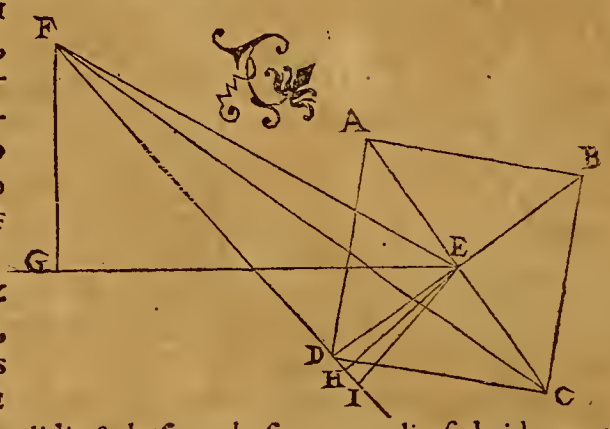
PRO-

A

PROPOSITIO LXXVII. THEOREMA.

Si verò FE *inæquales angulos cum ſemidiametris quadrati effecerit, quandoque æquales illæ, quandoque maior illa cum qua maiorem angulum* FE *fecerit, aliàs minor hæc eadem conſpicietur.*

SVNTO inæquales anguli, maior quidem FEC, minor verò FED, quos FE cum ſemidiametris EC & ED efficit: ductaque ex E ad FD longiùs protenſam perpendiculari EH per 12. primi Euclidis, fiat HI ipſi DH æqualis, iungaturque EI. Si ea anguli portio, qua FEC angulus angulum FED ſuperat, æqualis ſit angulo DEI: dico ſemidiametros EC & ED ex loco F æquales apparere. B



Cùm enim in triangulis DEH & HEI anguli ad H æquales ſint poſiti, vtputa recti, & circum hos angulos latus DH lateri HI ſit æquale, & HE vtrique commune, erit per 4. primi Euclidis & baſis IE baſi DE æqualis: ſed eidem DE æqualis eſt EC, nempe eiuſdem quadrati ſemidiametri; igitur per vulgatum axioma IE & EC inter ſe ſunt æquales. Ex quo triangulum FEC triangulo FEI æquale eſſe conuincitur: nam IE ipſi EC eſt æquale, & FE vtrique commune, anguluſque FEI angulo FEC æquis lateribus contentus æqualis ſupponitur. Ergo & FI baſis baſi FC eſt æqualis, ac ceteri anguli, totumque triangulum FEI toti triangulo FEC æquale per 4. primi Euclidis. At vno eodemque angulo ſpectatur DE & EI. Itaque DE & EC æquales apparent per 10. huius, quòd æqualibus cernantur angulis. C D

Quòd ſi ea ſit anguli FEC ad angulum FED proportio, vt triangulo FEC ad planum trianguli FED applicato EC non iam in lineam EI vt antè, ſed intra DE & EI cadat: dico maiorem apparere EC quàm DE; minorem autem ſi eadem EC extra DE & EI incidat. Quod quia manifeſtam habet demonſtrationem, eam Lectori perficiendam cauſa breuitatis relinquo.

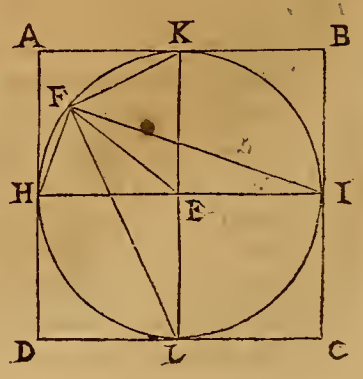
Ex quo fit, vt ſi FE ſemidiametro quadrati minor fuerit, ſemper quoque minor illa ſemidiametrus videatur, cum qua eadem FE maiorem angulum facit: ſi autem maior fuerit FE ſemidiametro quadrati, quandoque maior, quandoque minor, quandoque æqualis illa, cum qua FE maiorem facit angulum, ſemidiametrus apparebit.

E

PROPOSITIO LXXVIII. THEOREMA.

Rurſus ſi ea quæ ab oculo in centrũ quadrati obliquè incidit, dimidio lateri æqualis fuerit; illæ quoque lineæ æquales apparebunt, quæ per centrum ad oppoſita latera perpendiculares ducuntur.

ESTO vt ſuprà quadratum ABCD, in cuius centrum E procidens FE, æqualis ſit dimidio lateri AH vel AK: dico HI & KL, quæ ad oppoſita latera AB & DC, item AD & BC per centrum perpendiculares ducuntur, æquales apparere. Si namque circulus ipſi quadrato inſcribatur per 8. quarti Euclidis, quoniam eædem quæ per centrum ducuntur HI & KL, ſunt etiam circuli ipſius diametri; fit vt quemadmodum circuli diametri hoc aſpectu æquales apparent, quòd ſuperiùs propoſitione 63. eſt demonſtratum, ſic etiam quæ per centrum ad oppo- F



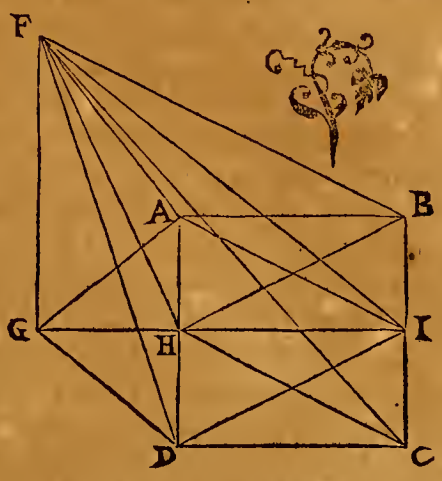
ſita

A ſita latera quadrati perpendiculares ducuntur, æquales videantur; quod breuitatis ſtudio Lectori examinandum relinquo.

PROPOSITIO LXXIX. THEOREMA.

Quadratum obliquè aſpectatum, nec æquilaterum, nec parallelogrammum videtur, nec eius oppoſiti anguli æquales.

DVOBVS præcipuè modis aſpectari obliquè poteſt quadratum ſchema.



B Primò ſi ab oculo F in duo eius latera, puta A D & B C, ad medietates illorum H & I radij optici normaliter incidant, ſic vt directè illa obtutui exhibeantur. Quo aſpectu aio latera A B & D C apparere æqualia: B C verò & A D parallela quidem, ſed B C quàm A D minus: angulosque ad A & D acutos, & inter ſe æquales: reliquos autem, qui ad B & C æquales item, at obtuſos videri: quæ deinceps ſigillatim ſunt demonſtranda.

C Cùm in triangulis F H A & F H D latus H A lateri H D ſit æquale ex hypotheſi, ac latus H F vtrique commune, angulique F H A & F H D æquis lateribus comprehenſi æquales, nimirum ſuppoſitione recti, erit per 4. primi Euclidis & baſis F A baſi F D æqualis: eodemque modo & F B ipſi F C par eſſe oſtendetur. Igitur in triangulis A F B & D F C duo æqualia ſunt latera, vtrumque vtrique, hoc eſt F A ipſi F D, & F B ipſi F C: ſed & baſis A B baſi D C eſt æqualis ex natura quadrati: itaque per 8. primi Euclidis & angulus A F B angulo D F C æqualis erit, & per 10. huius æqualis ſpectabitur A B ipſi D C; quod primò propoſitũ fuit.

D Deinde quoniam F H & I H ipſi A D perpendiculares poſitæ ſunt, ſi producatur I H in G, quæ ex F ad I G perpendicularis demittitur, & plano in quo eſt quadratum A B C D recta erit: nam iunctis A G & G D, quadratum, quod ex F D, æquale eſt quadratis duarum F H & H D per 47. primi Euclidis: ſed quod ex F H, eſt æquale iis quæ ex F G & G H quadratis, quòd angulus F G H rectus ſit poſitus. Igitur ex F D quadratum tribus, quæ ex F G, G H, & H D, eſt æquale: at quadrata duarum G H & H D, ei quod ex G D ſunt æqualia: ergo quod ex F D æquale eſt duobus quæ ex F G & G D fiunt quadratis. Quare per conuerſam 47. primi Euclidis, angulus F G D rectus eſt. eodemq; modo & F G A angulus rectus oſtendi poteſt. Itaque per 4. vndecimi Euclidis F G ad planum quod per A G & G D ducitur, recta erit: ſed cùm F G ipſi quoque G I ad rectos poſita ſit angulos, erunt per 5. vndecimi Euclidis, tres lineę G A, G I, & G D in vno omnes plano: at G I in eodem eſt plano, in quo & quadratum A B C D: igitur F G ad idem planum recta erit. Quocircà an-

E guli I H A & H I B recti apparebunt, hic quidem per 49. huius, ille verò per 48. Ac eapropter per 28. primi Euclidis parallelæ videbuntur A D & B C.

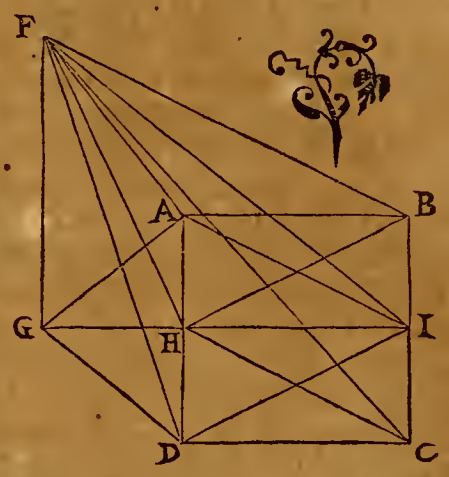
Iam verò quod B C ipsâ A D minor ſpectetur, ex 9. lemmate conuincitur. Cùm enim Iſoſcelia ſint A F D & B F C triangula, & propter obliquitatem aſpectus angulus F H I angulo F I H ſit maior, erit per 19. primi Euclidis latus F I latere F H maius. Quare erunt & F B, F C, ipſis F A, F D maiora: nam per 47. primi Euclid. F C poteſt id quod F I & I C; F D verò poteſt id quod F H & H D: ſed cùm æqualis ſit I C ipſi H D, & F I ipsâ F H maior, erit quoque duarum F I & I C poteſtas maior quàm duarum F H & H D: quare & ipſius F C poteſtas maior eſt quàm F D, ideoque F C quàm F D longitudine eſt maior. Nam quę

F plus poteſt maior eſt illa quæ poteſt minus. Sic & F B quàm F A maior oſtendi poteſt: igitur longiore interuallo diſtat B C à viſu F quàm A D. Quocircà per ſupracitatum 9. lemma maior eſt angulus B F C angulo A F D: atque ideò per 10. huius minor ſpectatur B C quàm A D; quod erat demonſtrandum.

Rurſus quòd anguli A D C & D A B acuti appareant, ex propoſitione 53. libri huius per ſe liquet. Cùm enim G D, cui ad punctum G perpendicularis inſiſtit, quæ oculum defert, per anguli A D C verticem tranſeat, non tamen ipſum angulum ſecet, perſpicuum eſt ex iis quæ eo loci ſunt demonſtrata in ea oculi conſtitutione angulum A D C recto minorem videri: ſed eadem eſt in angulo D A B demonſtratio: acutus igitur vterque apparet; quod erat propoſitum.

Quòd

Quòd autem æquales inter se spectentur hi ipsi anguli A D C & D A B, ex eo primùm suaderi potest, quòd idem sit ad vtrumque angulum oculi situs: deinde triangula A H B & D H C æquilatera spectantur; igitur & æquiangula per 8. primi Euclidis. Assumptio ex partibus facilè demostrabitur: nam in triangulis F H A & F H D æqualia sunt latera A H & H D, latusque F H commune vtrique, & angulus F H A angulo F H D æqualis. Igitur per 4. primi Euclidis & angulus A F H angulo H F D æqualis erit. Quare A H & H D æquales apparebunt per 10. huius: A B verò & D C æqualia videri iam proximè ostẽsum est. Sic & H B & H C æqualia spectari per 8. primi Euclidis probari potest: nam in triangulis H F B & H F C commune vtrique est latus F H; F B verò ipsi F C iam priùs ostensum est æquale: sed & basin H B basi H C æqualem testatur 4. primi Euclidis: quia A H & A B ipsis D H & D C æqualia sunt, & his contenti anguli H A B & H D C recti: igitur æqualis est angulus H F B angulo H F C. Ideoque æquales spectantur H B & H C, ac tota triangula H A B & H D C æquilatera, quod erat assumptum. Æquales igitur inter se spectantur A D C & D A B anguli; quod erat probandum. A

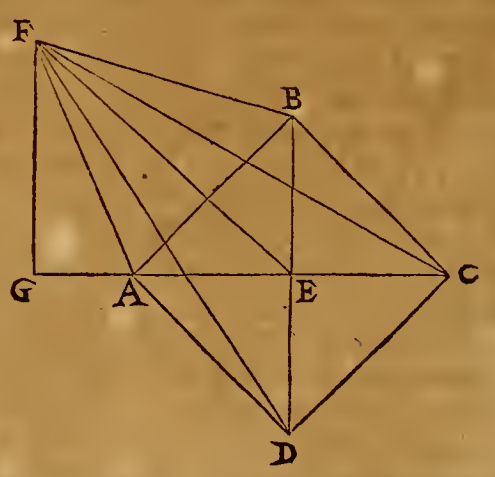


B

Prætereà obtusos videri reliquos A B C & D C B angulos, ex eadem propos. 53. huius libri patet. Quoniam enim ea quæ ex puncto G (cui perpendicularis insistit oculum F deferens) ad C verticem anguli D C B ducitur, ipsum angulum secat, fit vt angulus D C B qui rectus est, è loco F maior recto appareat: sed eodem modo A B C rectus angulus maior apparet recto. Igitur obtusus spectatur vterque angulorum A B C & D C B; quod erat propositum. C

Sed & æquales iidem anguli A B C & D C B apparent; quod eodem modo probabitur, quemadmodum A D C & D A B æquales apparere paulò antè est demonstratum. Ductis enim A I & I D æquilatera videri triangula A B I & D C I per 4. & 8. primi Euclid. ostendemus vt suprà, quare æquiangula conspicientur: igitur æquales apparent anguli A B C & D C B; quod vltimo loco fuit propositum. Hæc de primo quadrati aspectu dicta sufficiant: cetera enim quæ eidem accidunt phœnomena, facilè studiosus Lector ex horum comparatione colliget. D

Secundo modo obliquè videri quadratum potest, si nimirum ea quæ ab oculo ad planum, in quo est quadratum, perpendicularis demittitur, in alteram dimetientem productam cadat, sic vt altera saltem directè aspectui obiiciatur. Vt si quadratum expositum sit A B C D cuius diametrus A C producatur, si opus fuerit in G, visus autem eo loci sit constitutus, vnde demissa A G recta ad planum, in quo est quadratum, incidat in productam dimetientem A C ad signum G: dico hac oculi constitutione A B & A D æquales videri, itemq; B C & D C æquales: at B C & D C ipsis A B & A D minores; angulum verò B C D angulo B A D maiorem, sed vtrumque obtusum: A B C autem & A D C acutum vtrumque, sed æquales. Rursus si F E quàm A E maior sit, minorem aio apparere diametrum A C quàm B D: at contrà, si minor sit F E quàm A E, dico A C quàm B D spectari maiorem. quæ omnia, vti priùs, suo quæque ordine sunt demonstranda. F



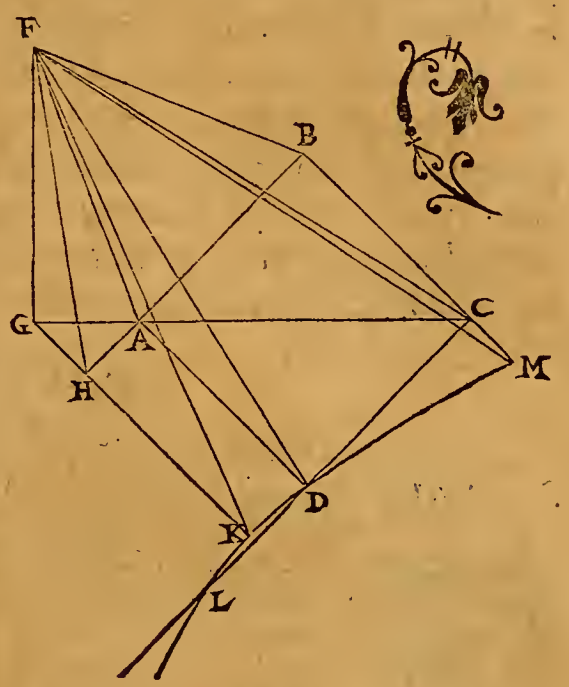
Primùm igitur A B & A D æquales videri, in hunc modum potest demonstrari: In triangulis F E B & F E D latus E B lateri E D est æquale ex natura quadrati, & latus F E vtrique commune, angulusque F E B æquis lateribus comprehensus angulo F E D æqualis: quia rectus vterque ex hypothesi: igitur per 4. primi Euclidis & basis F B basi F D est æqualis. Rursus in triangulis F A B & F A D latera F B & B A lateribus F D & D A æqualia sunt, vtrumque vtrique, hoc est F B ipsi F D per iam factam demonstrationem, B A verò ipsi D A per quadrati definitionem: porrò F A commune est vtrique. Æquilatera igitur

sunt

A ſunt ipſa triangula F A B & F A D, quòd æqualia latera & proportionalia habeant. Itaque per 5. ſexti Euclid. eadem triangula ſunt & æquiangula, æqualeſque ſunt anguli A F B & A F D, quibus æqualia latera A B & A D ſubtenduntur. Quocircà per 10. huius æqualia ſpectantur A B & A D; quod primò propoſitum fuit.

Eodem verò modo oſtendentur triangula C F B & C F D æquilatera & æquiangula eſſe: igitur & B C ipſi C D æqualis videtur; quod ſecundo loco erat demonſtrandum.

Tum B C & C D ipſis B A & A D minores apparere, ſic demonſtratur: Producta B A ad partem A infinitè, ex G perpendicularis ipſi B A protractæ excitetur G H per 12.



B primi Euclid. quæ etiam verſus K extendatur: quoniam per 47. huius præter rectam B H, altera, cuius interuallum æquale vndique ſpectatur, eſt ſectio quædam coni. Sit iam ea per D deſcripta, ac literis ſignata L K D M, verticem habens in linea G H ad ſignum K, in quod incidat G K æquis ipſi ſectioni angulis.

His itaque legibus deſcripta coni ſectione L K D M, conſequens eſt, vt eam C L

C interſecet, idque duobus in locis, nempe in D ex conſtructione; & in L vbi eſt K L ipſi K D æqualis. Propinquior eſt igitur K ipſi B H quàm D, & D quàm M. At per eamdem 47. propoſitionem huius æquales apparent H K, A D, & B M: igitur B C, quæ vt pars totâ minor videtur quàm B M, ipſâ quoque A D apparet minor per 5. axioma ad 9. propoſitionem huius libri explicatum. Sed A B æqualis apparet eidem A D, quod paulò antè eſt demonſtratum; igitur B C ipsâ etiam A B minor apparet: cum-

D que eodem modo oſtendere poſſimus C D ipsâ A D minorem videri, probatum relinquitur B C & C D ipſis A B & A D minores ſpectari; quod erat probandum.

Prætereà angulum B C D angulo B A D maiorem cerni, ſed vtrumque obtuſum, ex propoſitione 51. huius poteſt demonſtrari. Cùm enim recti ſint anguli B C D & B A D, vtrumque verò bipartitò diuidat G C; profectò per iam citatam 51. propoſitionem huius, ſi F G quæ oculum defert, per lineam G C incedat, cùm in A peruenerit, minimus videbitur B A D; cumque in C, minimus ipſe B C D angulus conſpicietur: at per 52. huius ex loco A rectus apparet B A D angulus, vti & angulus B C D ex loco C apparet rectus; igitur ex loco G vterque apparet obtuſus. Rurſus cùm per eamdem ſuprà citatam 51. huius, quò longiùs F G à vertice anguli transfertur, eò ipſe appareat maior, abſitque F G

E à C longiùs quàm ab A, conſequens eſt, vt maior videatur B C D angulus angulo B A D; quod erat oſtendendum.

Simili modo oſtendemus angulos A B C & A D C acutos videri. Cùm enim eæ quæ ex G ad B & D extendi poſſunt extra ipſos angulos cadant, nec illos vllo modo ſecent, minores apparent ipſi anguli, ſi perpendicularis, quæ oculum defert, in G ſiſtatur, quàm ſi in aliquo laterum A B vel A D angulos continentium per 53. huius; quòd G B & G D longiùs abſint à B D, quæ vtrumque angulum bifariàm ſecat, quàm A B & A D: ſed in A B poſita perpendiculari oculum deferente rectus apparet A B C angulus per 48. huius; & ſimiliter poſita perpendiculari oculum deferente in linea A D rectus apparet angulus

F A D C: itaque ex ſigno G, quod extra vtrumque angulum excurrit, minor recto vterque ſpectatur; ac ea propter acutus; quod erat propoſitum.

Æquales autem hos ipſos angulos A B C & A D C videri ſic probatur: In triangulis A B C & A D C æqualia apparent latera A B & B C ipſis A D & D C, per ea quæ iam ſunt demonſtrata: & latus A C apparet commune vtrique: igitur & angulus A B C angulo A D C æqualis apparet per primum axioma ad 9. huius libri propoſitionem explicatum, adiuuante 8. primi Euclid.

Demum, ſi F E quàm A E maior ſit, minorem apparere diametrum A C quàm B D; & contrà, ſi F E quàm A E ſit minor, A C quàm B D ſpectari maiorem, ex ijs colligi poteſt quæ propoſitione 65. huius de circuli aſpectu propoſuimus. Si enim propoſito qua-

drato circularis perimeter circumſcribatur per 9. quarti Euclidis, palàm eſt quoniam A
diametris A C & B D quadratum circuluſque conueniant. Eadem itaque in diametris quadrati erit demonſtratio, quæ in circuli diametris.

Hæc de quadrati aſpectu dicta ſufficiant. Cetera enim, quæ tum ex his, tum ex innumeris aliis diſpoſitionibus accidunt phænomena, facilè ſtudioſus Lector ex horum præceptione colliget. Ex quibus etiam in aliarum rectilinearum figurarum cognitionem nullo negotio inducetur. Cùm namque hæ omnes lineis atque angulis conſtent variè aſpectui obuerſis, ſanè ex iis quæ de linearum ſitu, deque angulorum obiectu ſuprà B *docuimus, omnium cognitio dependet. Nobis itaque, ne in re ſatis iam ſuperque compluribus theorematis explicata diutiùs quàm par eſt immoremur, viam aperuiſſe ſufficiat, per quam Matheſeos amatores in rerum arcanarum contemplationem non minori facilitate, quàm voluptate incedant; eamque ſcientiam exiguo labore adipiſcantur, quam meritò prudens quiſque admirari ac ſuſpicere debeat.*

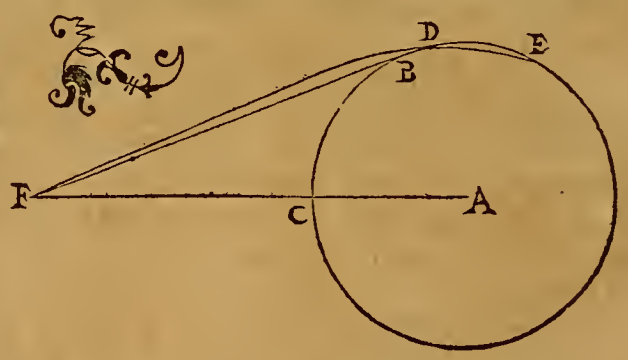
SPHÆRA.

PROPOSITIO LXXX. THEOREMA. C

Id ſphæræ, quod ſpectatur, radiis contingentibus, definitur.

HOC theorema perſpicuam habet rationem: nam qui ſphæram contingunt radij, maximi ſunt omnium illorum qui ad conuexam ſphęræ peripheriam ab eodem puncto duci poſſunt, vt lemmate 25. eſt demonſtratum; ac proinde extimi ſunt.

Si enim præter radium F B, exempli gratia, qui ſphæram ex centro A deſcriptam attingit in B, alia recta ad eamdem ſphæram exteriùs pertineret; hæc vel circulum contingeret, vel eum ſecaret. Si conringerer, aut in eodem puncto in quo F B, aut in alio, puta D, non vrique in eodem: ſic enim ab eodem puncto F ad idem punctum B, duæ rectæ lineæ ducerentur quæ ſparium concluderent, quod impoſſibile eſt, & communi axiomati repugnans. Si in alio, nempe D; igitur per 16. rertij Euclid. in locum inter F D & circuli D



E

peripheriam D B C comprehenſum altera recta linea non caderet, quæ circulum non ſecaret; cadir autem per hypotheſin ipſa F B: igitur vel F B circulum non conringit, quod hypotheſi aduerſatur; vel F D ita extra circulum vagarur, vt ipſum neutiquam attingar.

Demus iam F D circulum ſecare, id profectò in duobus fiet locis, quæ gratia exempli finr D & E: ergo per 36. rertij Euclidis, quod ſub rota ſecante F E & F D exrerna portione comprehenditur rectangulum, æquum eſt ei, quod ab F B tangente deſcribitur, quadrato. Quare per 17. ſexti Euclidis, vt F E ad F B, ita eſt eadem F B ad F D: ac proinde ſi maior ſit F E quàm F B, & F B quàm F D maior erir; cui repugnat 8. propoſ. terrij F
Euclidis: nam ſi F B extima non ſit, ſed ipſa exterior ſit F D, erit F D ab F A, quæ per cenrrum tranſit, remorior quàm F B. Si remotior, igirur & maior. At minor iam oſtenſa eſt; cumque impoſſibile ſit, vt & maior & minor ipſa F B eſſe queat, neceſſe eſt ipſam F B, & quæcumque demum aliæ maximum ſphæræ circulum contingunr, maximas & extimas eſſe. Quare hæ ipſæ eam ſphæræ portionem definiunt, quæ oculo exteriùs ad ſignum F conſtituto apparet; quod propoſitum erat demonſtrare.

PRO-

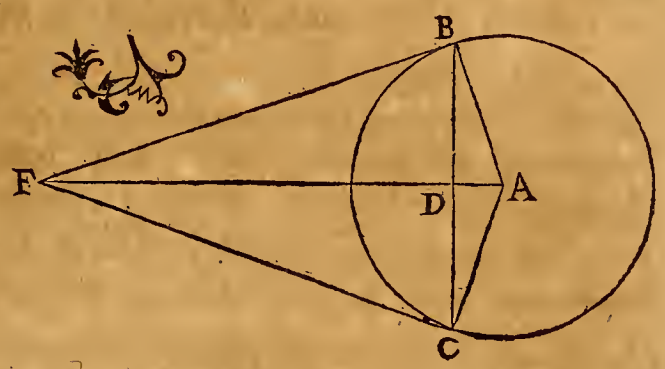
A

PROPOSITIO LXXXI. THEOREMA.

Pars sphæræ visa circulo continetur.

SIT sphæra cuius centrum A, ad quam ab oculo F radij ducantur, qui ipsam contingant in circulo maximo ad signa B & C, iungaturque B C. Rursus ex F ad centrum A recta agatur F A, hæc ipsam B C ad rectos secabit angulos in signo D. Quoniam

B enim in triangulis F B A & F C A latera F B & F C circulum contingunt, erunt eadem inter se æqualia per 26. lemma. Sed A B quoque ipsi A C æquale est per circuli definitionem, quòd nimirum è centro A ad peripheriam maximi in sphæra circuli sint educta; basis autem F A communis est



vtrique: igitur æquilatera sunt ipsa triangula F B A & F C A: ac proinde æquales habent

C eos angulos, quibus æqualia latera subtenduntur per 5. sexti Euclidis, hoc est B A D æqualem ipsi D A C; circa quos cùm iterùm æqualia sint latera B A ipsi A C, A D verò commune vtrique, erit & basis B D basi D C æqualis per 4. primi Euclid. Bifariàm igitur est secta B C in D, ac proinde ad rectos erit F A ipsi B C angulos per 3. tertij Euclid.

Finge iam triangulum F B D circa immotum axem F D in orbem duci, quousque in eumdem locum restituatur, vnde digressum fuerat. Hoc profectò motu conus producetur, cuius basis B C centrum habeat D, è quo ad circumferentiam eductæ rectæ omnes lineæ, tum ipsi D B, tum inter se æquales erunt; quòd omnes eidem D B congruant ex ratione propriaque natura circularis motionis. Quare circulus erit is, cuius perimeter partem sphæræ visam circumscribit; quod erat demonstrandum.

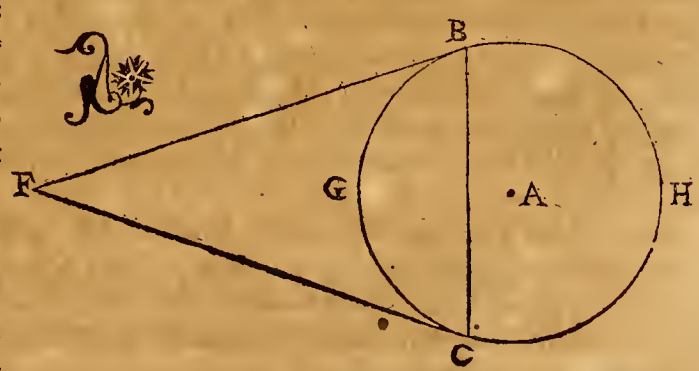
D

PROPOSITIO LXXXII. THEOREMA.

E sphæra vno oculo conspecta portio quæ apparet, hemisphario minor est.

SPHÆRAM cuius centrum A, oculus contueatur è loco F, vnde radij procidant qui ipsam contingant in eodem circulo maximo ad signa B & C. Erit ergo pars

E sphęræ visa per superiorem 81. propositionem B G C, quæ circulo continetur, cuius diametrus est B C. Dico itaque B G C portionem sphęræ visam hemisphęrio minorem esse. Si enim hemisphærio æqualis esset, profectò circulus B C maximus esset, ac proinde per 6. primi Sphæricorum Theodosij per sphæræ centrum duceretur; atque ita B C ipsis F B & F C tangenti-



F bus perpendicularis esset per 18. tertij Euclidis: quocircà parallelæ tandem forent F B & F C per 28. primi Euclidis: quòd scilicet anguli F B C & F C B recti essent, & ad easdem partes constituti. At ab eodem puncto F, in quo & oculus, eductæ sunt: itaque B G C pars sphæræ visa non est hemisphærio æqualis: sed neque maior esse potest: sic enim anguli F B C & F C B non iam recti, vt priùs, verùm obtusi forent. Quare lineæ F B & F C non conuenirent in puncto F: sed ex B & C digressæ ampliùs diuaricarentur per 11. axioma Euclidis. Conueniunt autem in puncto F ex hypothesi; non est igitur B G C portio sphęræ quæ videtur hemisphærio maior: est itaque minor; quod erat demonstrandum.

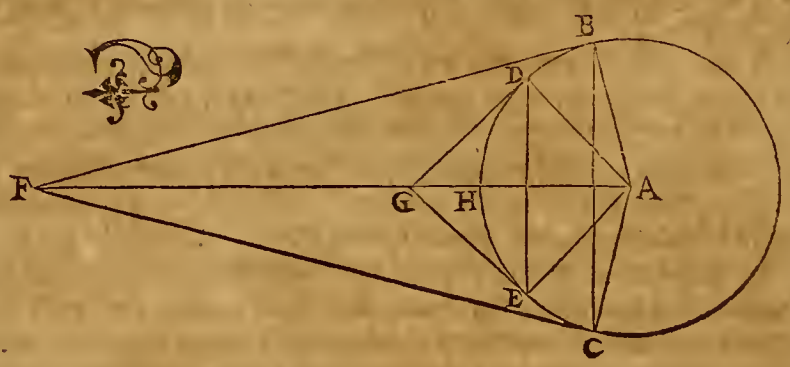
Ex hac propositione intelligas Horizontem illum, qui sensu vsurpatur, hoc est terræ

portionem quæ ab aſpectu noſtro ac termino viſionis circumſcribitur, dimidia terræ A
portione minorem eſſe: nec enim, vt Proclus ait, in ſphæra ampliùs duùm millium ſtadiorum dimetientem habet, cùm totius terræ dimetiens ſtadia contineat minimùm quinquaginta millia.

PROPOSITIO LXXXIII. THEOREMA.

Oculo ad ſphæram propiùs accedente, portio quæ ſpectatur fit minor.

ESTO enim ſphæra cuius centrum A; & ab oculo nunc quidem in F con- B
ſtituto radij educantur, qui ſphæram contingant in punctis B & C: erit ergo B H C portio ſphæræ è loco F ſpectata per 80. huius. Deinde oculus in locum G transferatur, qui ſphæræ propinquior ſit, ab eoque vt priùs radij ſphæram contingentes producantur G D & G E: erit igitur & ex hoc loco ſpectata ſphæræ portio D H E, quam dico ipſa B H C minorem eſſe.

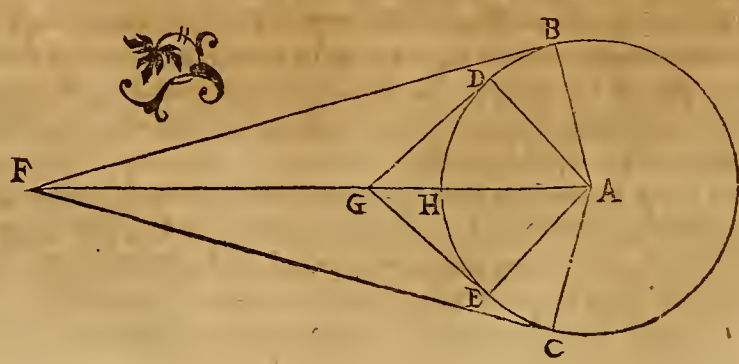


Cùm enim F B & G D ſphæram in eodem circulo maximo contingant in locis B & D, erunt A B & A D, quæ ex centro ad loca contactuũ educũtur, eiſdem F B & G D perpendiculares per 18. tertij Euclid. Rectangula igitur ſunt triangula F B A & G D A, in quibus A B & A D latera inter ſe ſunt æqualia: ſiquidem ambo è centro ad circumferentiam proſiliunt. At illorũ quæ rectis angulis ſubtendũtur maius eſt latus F A quàm G A, ex ſuppoſitione; quoniam videlicet F longiùs ponitur diſtare ab H quàm G, erit F H quàm G H maior. Addita igitur vtrique inæqualiũ communi portione D
H A, erit per tritum axioma F A. maior quàm G A. Quocircà per 8. tertij Euclidis, maior eſt proportio F A ad A B, quàm G A ad A D: ideoq; per 14. lemma maior eſt angulus F A B quàm G A D: eodemque modo maior oſtendi poteſt angulus F A C angulo F A E. Itaque totus B A C angulus toto angulo D A E maior eſt: ſiquidem ambo ex æqualibus partibus componuntur. Atque ea propter baſis B C baſi D E eſt maior per 24. primi Euclidis, quòd ſcilicet latera A B & A C lateribus A D & A E æqualia ſint: at angulus B A C angulo D A E maior. Quoniam verò eſt maior B C quàm D E, vt iam probatum relinquitur, erit & arcus B H C arcu D H E maior per poſteriorem partem propoſitionis 27. tertij Euclidis ſecundùm Campanum. Quocircà è viciniore loco G minor ſphæræ portio conſpicitur, quàm ex F remotiore; quod demonſtraſſe oportuit. ex quo fit vt in mari aduentantes procul naues ex editiori loco priùs conſpiciantur, quàm ex inferiori. Hinc ſpeculæ & phari locis ſemper ſublimioribus eriguntur, vt latiùs ex eis proſpectus pateat. E

PROPOSITIO LXXXIV. THEOREMA.

Admiratione dignum illud videbitur; quòd dùm minor eſt ſphæræ portiò quæ ſpectatur, tum ea maior appareat.

TAMETSI primo aſpectu paradoxum id quidem videatur, iis præſertim, qui in Opticorũ demonſtrationibus parum ſunt exercitati; tamen neceſſariam habet demonſtrationem.



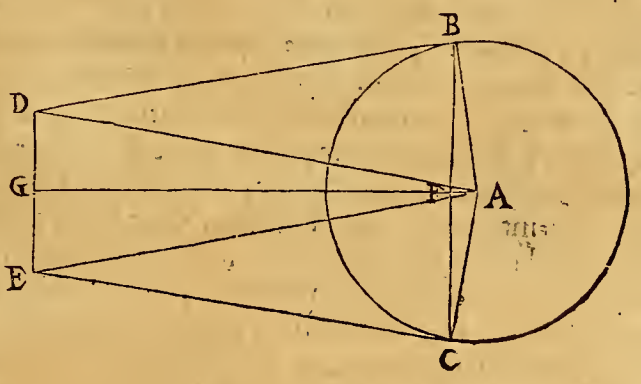
Sit B C ſphæræ portio ex

F loco

A F loco remotiore visa: ea verò quæ è propinquiori spectatur nempe ex G, sit DE, hæcque illâ minor esto per antecedentem propositionem: dico DE quàm BC maiorem apparere. Eductis enim ex centro A rectis lineis AB, AC, item AD & AE, quoniam per 18. tertij Euclidis AB ipsi FB, & AD ipsi FD perpendicularis est, erunt anguli ABF & ADG recti per 10. definitionem primi Euclidis. In triangulis autem ABF & ADG præter hos rectos angulos, duo reliqui simul sumpti vnius trianguli duobus reliquis alterius simul sumptis sunt æquales per corollarium propos. 32. primi Euclidis: at maior iam ostensus est BAF angulus angulo DAG: reliquus igitur DGA reliquo BFA maior est per tritum axioma, quo inæqualia iudicantur quæ ab æqualibus
B facta in æqualium detractione relinquuntur: eodemq; modo EGA maior ostendi potest quàm CFA. Itaque totus DGE toto BFC est maior. Quocircà per 10. propos. huius libri maior apparet pars sphæræ visa minor DHE, quàm maior BHC; quod erat demonstrandum.

LEMMATION.

Si sphæra ad binos intuentis oculos ita sit constituta, vt communis axis in centrum sphæræ procidat; dico radios, qui sphæram contingunt, æquales inter se esse, eamq; quæ puncta contactuum
C *iungit, distantiæ oculorum esse parallelam.*



SIT sphęra, cuius centrum A, binis oculis D & E ita obiecta, vt communis axis GA in centrum sphæræ incidat: ab oculis verò radij procidant DB & EC, qui sphæram contingant in punctis B & C, quæ connectantur per rectam BC: dico
D DB & EC inter se ęquales esse, itémque BC ipsi DE parallelam. Iunctis enim DA & EA, quoniam in triangulis DAG & GAE æquales sunt anguli DGA & AGE per 29. propos. libri secundi, & circum hos angulos æqualia sunt latera, nimirum DG ipsi GE per eamdem 29. secundi, GA verò commune vtrique; erit per 4. primi Euclidis & basis DA basi EA, angulusque DAG angulo GAE æqualis.

Rursus cùm DB & EC sphæram in eodem circulo maximo contingant, eæ quæ ex centro A ad signa contactuum applicantur AB & AC, sunt iisdem contingentibus perpendiculares per 18. tertij Euclidis. In triangulis igitur ABD & ACE recti sunt anguli ABD & ACE: sunt autem æqualia latera DA ipsi AE per iam factam demonstrationem,
E & AB ipsi AC, quia ambę ex centro ad circumferentiam educuntur. Igitur per consectarium lemmatis 14. & reliquum latus DB reliquo EC æquale erit; quod primò propositum fuit.

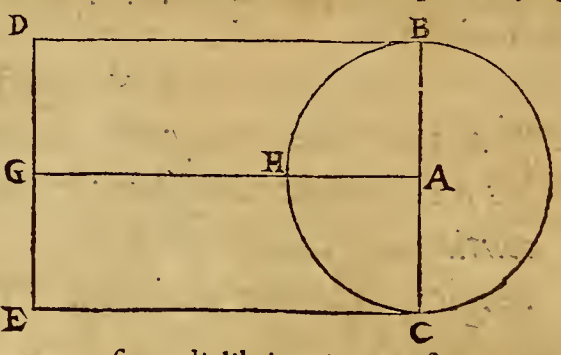
Deinde per idem consectarium lemmatis 14. & angulus DAB angulo EAC æqualis erit. His itaque si addantur æquales iam ostensi DAG & EAG, erunt & compositi GAB & GAC per communem notionem æquales. Sunt autem quæ circum hos angulos consistunt latera AB & AC æqualia, AF verò commune vtrique. Igitur per 4. primi Euclidis basis quoque BF basi FC, & iuxta bases angulus AFB angulo AFC æqualis. Sed eidem angulo AFC æqualis est angulus BFG ad verticem per 15. primi Euclidis: igitur
F AFB & BFG inter se sunt æquales per vulgatum axioma, ac proinde rectus est BAG angulus per 10. definitionem primi Euclidis: sed & rectus est DGF angulus per 29. secundi libri. Itaque per 28. primi Euclidis parallelæ sunt DE & BC; quod secundò propositum fuit.

Hoc sanè præmonstrasse oportuit, vtpote ad probationes eorum quæ mox dicturi sumus, necessarium: cur autem inter superiora lemmata initio huius libri proposita non sit recensitum, ea est ratio, quòd particularis eius sit vsus, ad sphęræ aspectum accommodatus.

PROPOSITIO LXXXV. THEOREMA. A

Si sphæræ diametrus, ei quæ centra visuum connectit, æqualis fuerit; hemisphærium erit, quod ambobus oculis circum communem axem normaliter actis comprehenditur.

SPHÆRÆ ex A descriptæ diametrus esto B C, ei quæ centra visuum D & E connectit æqualis; axis autem communis sit G A in centrum sphęræ productus: circum quem centra oculorum D & E ita ducantur, vt D E ipsi G A semper normalis sit, hoc est, vt æquales semper sint anguli D G A & E G A: cumque prociderint ab oculis ad sphæram vndique radij, qui ipsam contingant, ostendendum erit hos mediam sphæræ portionem intercipere: cùm enim G A in centrum sphęræ incidat, erit per superius lemmation B C ipsi D E parallela. Quare si ad G recti sint anguli, & qui ad A, nempe G A B & G A C, recti erunt per 28. primi Euclid. Rursus, quoniam vtraque æqualium B C & D E per communem axem A G diuiditur bifariàm, B C quidem in A, quia A centrum est circuli, D E verò in G per 29. secundi libri; erit A B ipsi D G, & A C ipsi G E æqualis. Quare per 33. primi Euclidis D B & E C tum ipsi A G, tum inter se parallelæ erunt: ideoque G A B & D B A duobus rectis æquales per 29. primi Euclidis. at G A B rectus est ex demonstratione: igitur & D B A rectus est, eodemque modo & E C A. Igitur D B & E C sphæram contingunt in B & C per 16. tertij Euclidis, & A B cum A C, quæ ex A sphæræ centro ad loca contactuum B & C applicantur, vnam rectam lineam constituunt per 14. primi Euclidis. Quare A B D G parallelogrammum & rectangulum est: quod si vnà cum oculorum motu circumagi cogitetur circa immotum communem axem G A, quousque in eumdem locum vnde digressum fuerat, restituatur, cylindrum describet per 21. definitionem vndecimi Euclidis, cuius circulares erunt bases, eæque æquales ex diametris B C & D E descriptę: cumque circulus B A C per centrum sphæræ transeat, maximus erit per 6. primi Sphæricorum Theodosij: hic autem sphęram bipartitò diuidit: itaque hemisphærium est B H C normali oculorum motu, qui circa immotum communem axem fit, comprehensum; quod demonstrare oportebat.



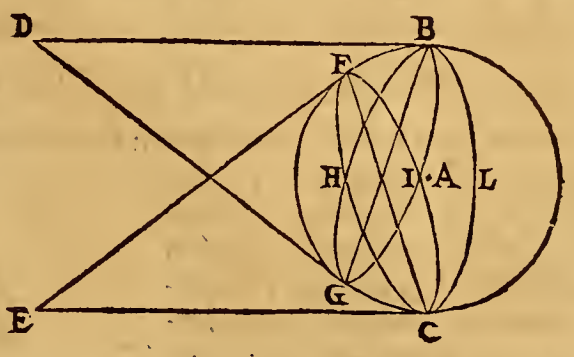
B C D E

1. *Notandum hoc loco primùm est, non posse hanc sphæræ contuitionem fieri per axes, sed per alios tantùm opticos radios. nam lib. 2. prop. 20. ostẽdimus oculorum orbes ita diuaricari non posse, vt axes firmẽtur paralleli: quod sanè eueniret per 33. primi Eucl. si axes optici* D B *&* E C *æquales ac parallelas rectas lineas* D E *&* B C *connecterent.* E

2. *Deinde obseruandum est, nos huic propos. adiunxisse ea verba;* oculis circum communem axem normaliter actis, *quæ in theoremate 25. Opticorũ Euclid. sunt subintelligenda, quod sic se habet:* Sphæra binis spectata oculis, si dimetiens sphæræ æquus fuerit rectæ lineæ distanti ab oculis, ipsius hemisphærium spectabitur. *Quæ prop. si verba, non autem sensus pensetur, falsa erit. Vti enim vno oculo minor dimidiâ sphæræ portio cernitur, quæ circulo continetur: ita duobus oculis duæ videntur eiusmodi portiones, quæ partem quidem communem habent: ipsi autem circuli quibus circumscribuntur, duobus locis se mutuò intersecant; vno autem puncto eumdem circulum maximum sphæræ quisque contingit.* F

Esto enim F G C *portio sphæræ, quam oculus* E *intuetur, circulo definita* C H F I, *ac hemisphærio minor per 82. huius; accedatque oculus* D, *qui eiusdem sphæræ portionem hemisphærio minorem attingat* B F G, *circulo contentam* B H G I: *cùm verò neuter*

A *ter horum circulorum sphæram per centrum partiatur, ambo maximo circulo minores erunt per 6. primi Sphæricorum Theodosij. Quare nihil cum maximo commune habere possunt, præter solitarium punctũ, in quo circulus* C H F I *maximum circulum* B L C *attingit ad signum* C; *&* *circulus* B H G I *eumdem*
B *circulũ maximum* B L C *contingit ad* B, *per* 18. *tertij Euclidis: quod nimirum*

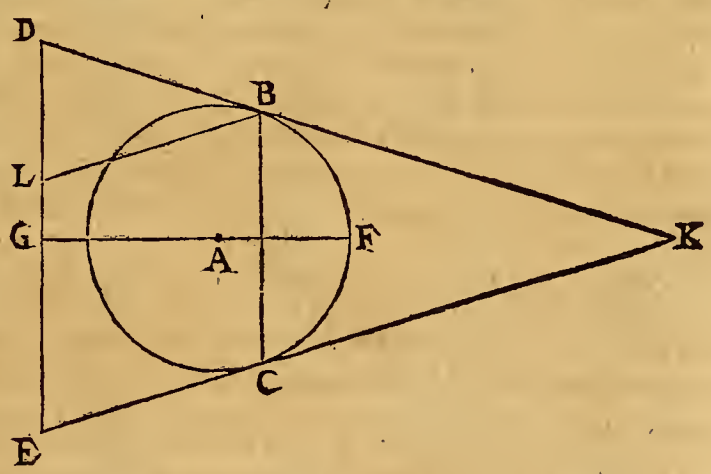


D B *&* E C *ipsi* B C *quæ per centrum ducitur sint perpendiculares. Itaque quod sphæræ binis oculis immotis conspicitur, id hemisphærio minus est, ea superficie bis sumpta, quæ dimidia peripheria maximi circuli* B L C, *& duobus quadrantibus aspectorum circulorum* B I *&* I C *continetur. His enim sese minores illi circuli intersecant ad signa* H *&* I; *quod erat ostendendum.*

C PROPOSITIO LXXXVI. THEOREMA.

Si oculorum distantia sphæræ diametro maior fuerit, binis oculis circum communem axem normaliter ductis, pars hemisphærio maior conspicua erit.

ESTO enim oculorum interuallum D E sphæræ B F C diametro maius: atque ab oculis radij procidant D B & E C sphæram contingentes in B & C punctis circuli maximi B F C, qui cum D E connectente centra visuum in
D vno eodemq; sit plano: sint porrò oculi ad sphæram ita constituti, vt illorum distantia sit ei quę puncta contactuum connectit B C parallela, quod fiet si communis axis G A in cẽtrum sphęræ pertingat per superius lemmation. Quoniam igitur D E maior est sphæræ diametro, erit & ipsâ B C, quæ puncta conta-
E ctuum copulat, maior: hanc enim sphæræ diametro maiorem esse impossibile est. Quo-



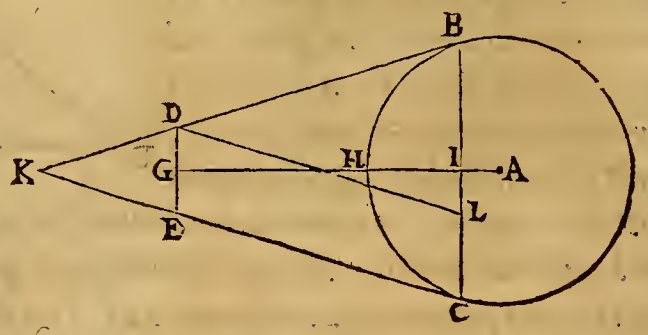
circà D B & E C radij ad partes B & C producti tandem congredientur: nam posita E L ipsi B C æquali, erit B L ipsi E C parallela per 33. primi Euclidis, & D E ipsa E L maior erit, quòd D E ipsâ B C maior supponatur. Itaq; D B in B L incidens si producatur, ipsam quoque E C productam attinget, secabitque per 10. lemma. Sit igitur coitionis punctum K: quoniam oculo posito in K, quod sphæræ videtur B F C hemisphærio minus est per 82. huius, profectò reliquum, quod oculis D & E in orbem, vti dictum est, agitatis cernitur,
F hemisphærio maius erit; quod fuit propositum.

Potest sanè idem ex radiorum natura facilè probari. Quemadmodum enim paralleli radij sphæram contingentes à punctis contactuum duo hemisphæria vtrimque intercipiunt, quòd ipsorum interuallum ex vtraque sphęræ parte sit æquale; ita radij non paralleli, quà diducuntur ac magis ab inuicem magisque abscedunt, portionem sphęræ medietate maiorem comprehendunt, vt iam iam est demonstratum; qua verò in angustum premuntur, congressuri aliquando si producantur, minorem medietate portionem sphęræ ambiunt, vt proximè sequente theoremate demonstrabimus.

PROPOSITIO LXXXVII. THEOREMA. A

Si sphæræ diametrus distãtia oculorum fuerit maior, ipsiq; oculi vt priùs circumacti, minor medietate portio sub aspectum cadet.

SPHÆRA inquam BHC, ex centro A descripta, cuius diametrus distantiâ oculorũ DE maior existat, ita ad binos intuentis oculos sit cõstituta, vt communis axis in centrum sphæræ pertingat: ex D verò & E radij ad sphęram destinentur DB & EC eam contingentes in punctis B & C circuli maximi, qui cum DE in eodem sit plano: finganturque oculi D & E moueri normaliter circa communem axem GA. His ita positis, dico BHC portionem sphæræ quæ videtur hemisphęrio minorem esse.



B

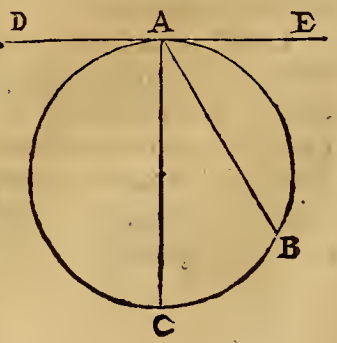
Quoniam enim DE minor cõceditur sphęræ diametro, necesse est eamdem DE ipsâ quoque BC, quæ puncta contactuum iungit, minorem esse. Si namque esset æqualis, parallelæ forent DB & EC. Nam cùm axis communis GA connectentem centra visuum DE secet normaliter per 29. prop. lib. secundi, ęquales erunt anguli DGA & EGA; cumque idem axis communis in centrum sphęræ A pertineat, erit per superius lemmation BC ipsi DE parallela, ac proinde & angulus GIB rectus erit per 29. primi Euclidis, & BC in I per rectam GA diuidetur bifariàm per 3. tertij Euclidis. Sed DE in G etiam est secta bifariàm per 29. propos. lib secundi: igitur si æquales sint BC & DE, erunt & BI ipsi DG, & IC ipsi GE æquales: atque eapropter quæ has connectunt DB & EC tum inter sese, tum ipsi GI parallelæ per 33. primi Euclidis. In ipsas ergo incidens recta BC rectos faciens angulos GIB & GIC, reliquos quoque internos, ad easdemque partes, nempe DBI & ECI rectos efficiet. Quare per 19. tertij Euclidis in BC erit circuli centrum, ac propterea dimetiens erit eadem BC, cui iam quidem ostenditur DE æqualis: initio autem positus fuit diametrus sphęrę ipsâ DE maior; quod cùm pugnet, nequit protectò DE ipsi BC, quæ loca contactuum iungit, æqualis esse. Longè verò minùs potest DE ipsâ BC maior esse. nam sic probaretur, vt suprà, DE sphæræ dimetiente maior, quod multò absurdius est, quandoquidem supponatur minor. Itaque minor sit DE quàm BC connectens loca contactuum est necesse. C D

Abscindatur ergo de BC portio CL, interuallo oculorum DE æqualis per 3. primi Euclidis, iungaturque DL, quæ per 33. primi Euclidis ipsi EC parallela erit: cumque maior sit BC ipsâ CL, BD ipsam DL secabit: quare secabit & reliquam EC per 10. lemma. Secet autem ipsam CE productam in K, quoniam oculo in K constituto, sphæræ portio BHC quæ videtur hemisphęrio minor est per 82. huius: sitque eadem sphæræ portio, quæ ab vno oculo ex K, & quæ à duobus ex D & E cernitur propter radiorum KDB & KEC identitatem, sanè & a binis oculis circumactis minor sphæræ portio spectabitur. E

PROPOSITIO LXXXVIII. THEOREMA. E

Visu in superficie sphæræ existente, vniuersa eius facies caua aspectabilis est: è conuexa autem nil præter punctum apparet.

ESTO sphæra data ABC, in cuius superficie positus sit oculus ad signum A, detur quoque præter punctum A in caua sphæræ superficie aliud punctum B, perque A & punctum B circulus maximus describatur ABC per 20. primi Sphæricorum Theodosij: dico conspicuum esse punctum B per 58. huius. Cùm verò eodem prorsus modo, si quoduis aliud punctum assignatum fuerit, per duo data puncta circulum maximum describere liceat, atque ostendere per 58. huius, illud quoque acceptum punctũ posse per rectam lineam



suiipsius

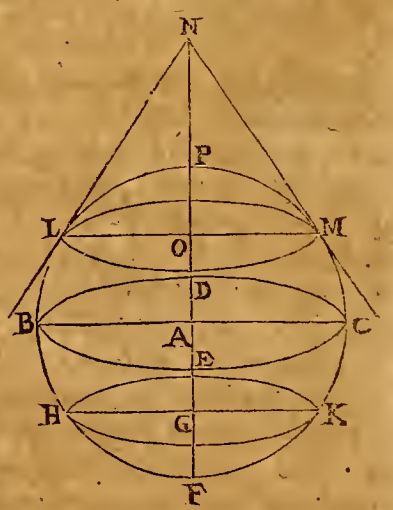
A suiipsius imaginem ad oculum destinare: patet vniuersam sphæræ cauam faciem oculo in superficie posito aspectari posse; quod primò erat demonstrandum.

Deinde per punctum A in quo est oculus, recta agatur D E, quæ circulum sphæræ maximum tangat per 17. tertij Euclidis: quoniam per 18. tertij Euclidis D E ei quæ per centrum ducitur A C perpendicularis est, fit per 16. tertij Euclidis vt ipsa D E extra circulum cadat, inque locum hanc inter & circuli peripheriam comprehensum altera recta linea non cadat, quæ circulum non secet. Atque ea propter nullius signi aspectabilis forma è conuexa circumferentia circuli ad aspectum pertinere potest. Cumque eadem sit in quouis alio circulo per A ducto demonstrandi ratio, consequens est, vt è conuexa to-
B tius sphæræ superficie, in qua est oculus, nihil præter solitarium signum appareat; quod secundo loco demonstrasse oportebat.

PROPOSITIO LXXXIX. THEOREMA.

Visu intra aut extra sphæræ superficiem existente, ea portio caua sphæræ videbitur, in quam incidunt ab oculo emissi radij: eritq; pars visa quandoque hemisphærium, interdum hemisphærio maior, subinde minor.

C PRIMVM constituatur oculus in sphæræ centro A, cuius opticus axis A F infernè prospectet, ac circa oculũ axemque opticum circulus maximus describatur B D C E per 20. primi Sphæricorum Theodosij: hunc totum videri ab oculo in A posito perspicuum est: si verò sub hoc alius quicumque circulus in sphæræ superficie designetur, vti is cuius diameter est H K, siue ille priori parallelus sit, siue non; dico & hunc totum conspicuum esse, quòd ab omnibus eius partibus libera pateat formarum promissio.
D idemque ostendere erit in ceteris. Cùm itaque simul omnes vniuersam hemisphærij superficiem euacuent, perspicuum est hanc totam ab oculo in centro A posito spectari.



Deinde sit iam oculus supra centrum A intra sphæræ perimetrum constitutus in O, axisque opticus O F: dico portionem sphæræ visam L F M hemisphærio maiorem esse. Circa O namque velut centrum, interuallo autem O L aut O M, circulus describatur: hic totus videbitur, vt & quæcumque pars sphæræ infra ipsum accepta, per ea quæ iam ostensa sunt. Igitur totum sphæræ segmentum L F M conspicuum erit: Quòd autem illud dimidia sphæra
E maius sit, sic probatur: Quoniam O punctum extra sphęræ centrum assumptum est; erit circulus cuius diameter L M non maximus per 6. primi Sphæricorum Theodosij. Itaque per inæqualia segmenta sphæram diuidit, maiusque segmentum est L F M, quod maiorem axis partem sibi vendicat.

Rursus si in N extra sphęræ ambitum oculus deferatur: aio nihilominùs partem sphęræ cauam, quæ spectari potest, hemisphærio maiorem esse. Ab N siquidem radij procidant N L & N M, qui sphæram contingant in L & M: quoniam per 82. huius sphęræ portio conuexa L P M, quæ ab oculo in N collocato conspicitur, hemisphęrio minor est; reliqua sanè L F M, quæ obliteſcit, maior erit. At cuius conuexum latet, eius cauum apparet; cùm ideò lateat conuexum, quòd optici radij in concauam superficiem directò im-
F pingant. Illud ergo cauum videtur, cuius conuexum delitescit. Itaque tota interna facies L F M, quæ hemisphærio iam ostensa est maior, ex loco N conspicitur, quod proponebatur.

Demum si oculus infra centrum A deprimatur, vt in G, eiusque opticus axis sit G F: dico minorem medietate portionem sphęræ intus spectari. Ducto enim circulo cuius diameter H K circa G velut centrum, hic totus quidem perspicietur, vti & quicumque alius infra ipsum designatus, per superiùs demonstrata. Cumq; circulus H K supremus sit omnium illorum, qui intra sphęræ portionem H F K continentur, tota sphæræ portio H F K conspicua erit, nihilque eorum quæ supra circulum H K existunt, cernetur, obstante

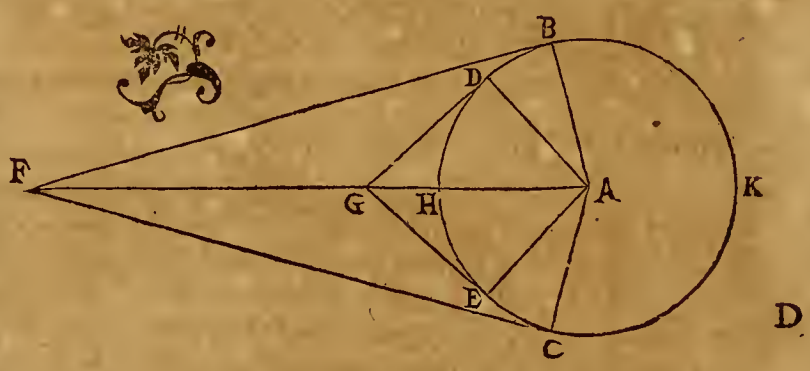
ſtante opaca oculi poſtica, quò minùs ſpecies inde in centrum viſus illabi infractionis A
ope queant. At quoniam G non eſt ſphęræ centrum ex hypotheſi, non erit H K circulus maximus per 6. primi Sphæricorum Theodoſij. Quare ſphæram in ſegmenta inæqualia partitur, quorum minus illud eſt, quod minorem portionem axis, nempe G F continet, hoc eſt H F K.

Libro ſecundo definitione 8. maximæ pyramidis opticæ baſin diximus haudquaquam circularem eſſe, quòd verſus tempora latiùs ſe viſus diffundat quàm circa naſum, & infernè magis quàm ſupernè: at hoc loco liber conſideratur oculi orbiculus, ſublatisque naſi, ciliorum, ſuperciliorumque impedimentis. Sic enim cùm extima ipſius ſuperficies, eaque pars quæ Iris nuncupatur, exquiſitum habeat circuli ſchema, ac velut E
torno elaboratum, æquali vndique amplitudine rerum imagines excipit, parique interuallo aſpectum diffundit. Quare maximum id quod videtur, hemiſphærio aut ſphæræ ſegmento contineri perſpicuum eſt.

PROPOSITIO XC. THEOREMA.

Quò externus oculus propiùs ad ſphæram acceſſerit, eò maiorem portionem cauæ ſuperficiei conſequetur, quæ & maior apparebit.

SI ad ſphæram B H C K propiùs accedat externus aſpectus, nimirum ex F C
in G: dico ex G maiorem portionem cauæ peripherię ſpectari, quàm ex F. Ex F namque radij producantur ſphærā contingentes in B & C, eodemque modo ex G proſilientes radij ſphæram contingant in D & E.



Quoniam inquam propoſitione 83. huius ſuperiùs oſtenſum eſt ex G minorem portionem conuexæ peripheriæ ſpectari, quàm ex F; conſequens eſt, vt cauæ peripheriæ portio D K E, quæ ex G conſpicitur, maior ſit quàm B K C, quæ videtur ex F: nam vbi ſpectari deſinit ſphęræ conuexum, ibi cauum apparere incipit. Itaque quò externus oculus propiùs ad ſphæram acceſſerit, &c. quod erat demonſtrandum.

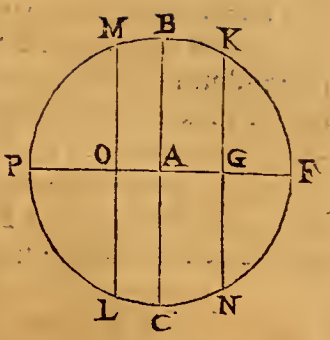
Rurſus dico cauam ſphæræ portionem D K E, quæ è propinquiori loco aſpicitur, maiorem apparere ipsâ B K C, quæ ex remotiori. Quod eodem prorſus modo demonſtrari poteſt, quo ſuperiùs propoſ. 84. huius oſtenſum eſt conuexam peripheriam D H E è propinquiori ſpectatam maiorem apparere illâ, quę ex F loco remotiori cernitur, nempe E
B H C. Cùm enim pars conuexa D H E, & concaua D K E, eodem ſpectentur angulo, ſequitur, vt æquales appareant per 9. propoſ. huius: ſic & B H C conuexa, & concaua B K C, æquales apparent. Igitur ſi D H E ipsâ B H C maior apparet, licet minor reipſa ſit per 83. huius, & D K E ipsâ B K C apparebit maior; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XCI. THEOREMA.

Oculo cauæ ſuperficiei intra ſphæram appropinquante minor portio conſpicitur: ſed quæ æqualis ſemper appareat. F

INTRA ſphæræ ambitum oculus per rectam lineam P F incedat, obtutum in F per axem dirigens, ſitque nunc in O, nunc in A, nunc in G: dico portionem cauæ peripheriæ quæ ex G ſpectatur minorem eſſe eâ quæ ex A, & quæ ex A cernitur eâ quæ ex O minorem eſſe. Ductis enim per O, A, & G ipſi P F perpendicularibus L M, C B, & H K per 11. primi Euclidis: quoniam minor eſt ex hypotheſi G F quàm A F, & hæc quàm O F, patet ſegmentum K F H ſegmento B F C minus eſſe, & ſegmentum B F C minus ſegmento M F L: igitur quò propior ipſi F oculus fuerit intra ſphęræ ambitum, eò ſemper minor portio

A tio erit, quæ de caua peripheria ſub aſpectum cadit.



Quòd autem ſpectata pars ęqualis ſemper appareat, inde conuinci poteſt, quòd maxima pyramide optica conſpiciatur: quamquam nec hoc rectè dicimus, quòd ęqualis ſemper ea pars appareat: ſed rectiùs veriuſque infinita ſemper videri pronuntiabitur: maxima ſiquidem pyramis optica nullum ad verticem angulum, nullamque reipſa baſin habet, quę cono ſubſterni poſſit, vt ex iis quę libro 2. definit. 8. docuimus, perſpicuè cognoſci poteſt.

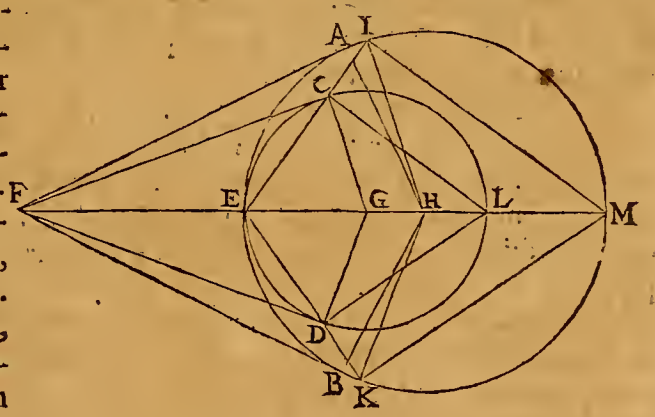
B Perſpicuum igitur eſt, ſignum P, quod in peripheria accipitur, medium terminum eſſe vtriuſque motus, eius ſcilicet quo oculus extra ſphæram, eiuſque quo intra eam tranſmutatur: nam in P maximum ſphæræ eſt, quod intus ſpectatur, totus videlicet ambitus, vt propoſitione 58. huius oſtendimus. Motu verò, quo oculus ab externo loco propiùs ad circuli peripheriam accedit, maior ſemper portio caua apparet, vt propoſitione proximè antecedente docuimus; vſque dum tandem in P venerit, vbi tota peripheria caua videatur. Sic ergo & intra ſphæræ ambitum oculo à P in F tranſlato, minor ſemper pars cernitur; maior autem, cùm verſus P ab F oculus dimouetur, quoad rurſus in P totus ſphæræ ambitus conſpiciatur.

C

PROPOSITIO XCII. THEOREMA.

Si viſus à duabus ſphæris inæqualibus æquè diſtet, maiorem proportionem habebit pars viſa minoris quàm maioris ad totum ſuæ cuiuſque ſphæræ ambitum.

D VARVM inæqualium ſphærarum maximi circuli A E B & C E D ſeſe interiùs cõtingant in puncto E, iunganturque illorum cẽtra G & H per rectam G H, quæ infinitè protracta per E punctum contactus tranſibit per 11. tertij Euclid. Aſſumpto itaque in ea extra vtramque ſphæram quouis puncto puta F, erit F æquè ab vtraque ſphęra diſtãs. Quocircà ſi in F viſus conſtituatur, atq; ab eo radij profluant, qui vtrumque circulum contingant, maiorem quidem in A & B, minorem verò in



E C & D, ſic vt pars maioris viſa ſit A E B, minoris autem C E D: hanc dico ad vniuerſum ſuæ ſphæræ ambitum maiorem proportionem habere, quàm habeat A E B ad totam ſuæ ſphæræ peripheriam.

Excitis namque ex vtriuſq; circuli centro ad loca contactuum rectis lineis H A & H B; item G C & G D: quoniam in triangulis F A H & F C G recti ſunt anguli F A H & F C G per 18. tertij Euclidis, erunt duo reliqui anguli vnius duobus reliquis alterius æquales. Siquidem cùm per 32. primi Euclidis, cuiuſque trianguli tres anguli pares ſint duobus rectis; vno vtrimque ſublato recto, reliqui vtrimque vni recto pares ſint neceſſe eſt, ac proinde inter ſe æquales: at angulus C F G minor eſt A F H angulo vt pars toto: igitur

F per communem notionem C G F angulus angulo A H F eſt maior. Sed eodem modo angulus D G F angulo B H F maior oſtendi poteſt: igitur totus C G D toto A H B eſt maior.

Fiat igitur in maiore circulo angulus I H K æqualis angulo C G D: ductis nimirum I H & H K quæ ab C G & G D æquè diſtent: quoniam in eodem circulo maior eſt angulus I H K angulo A H B, vt iamiam eſt demonſtratum, erit quoque arcus I E K arcu A E B maior per 33. ſexti Euclidis. Quare per 8. quinti Euclidis, maiorem proportionem habebit peripheria I E K ad totum maioris circuli ambitum, quàm A E B ad eumdem. Sed vt I E K ad totum ambitum maioris circuli, ita ſe habet C E D ad totum ambitum circuli minoris: cùm enim æquales poſiti ſint anguli I H K & C G D, erunt & ad circumferentias conſtituti anguli I M K & C L D æquales, vtpote dimidij priorum, qui ad centra G

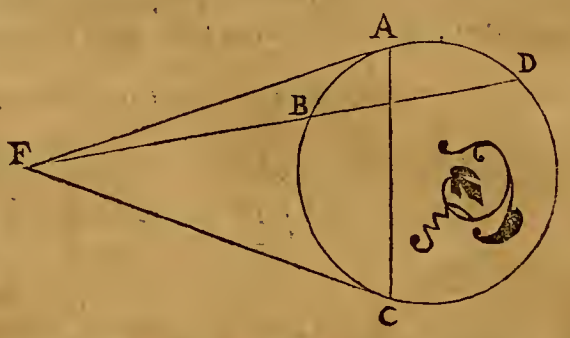
&

& H terminantur per 20. tertij Euclidis. At anguli I M K & I E K duobus rectis sunt A
æquales, vt quoque C L D & C E D per 22. tertij Euclidis: ablatis igitur illis qui ad M & L protenduntur, relinquentur I E K & C E D æquales per vulgatum axioma. Quare segmenta I E K maioris circuli, & C E D minoris, similia sunt inter sese per 10. definitiodem tertij Euclidis. Vt igitur arcus I E K ad totum maioris circuli ambitum, sic C E D arcus ad totum ambitum minoris. Itaque maiorem proportionem habet C E D pars visa minoris sphæræ, quàm A E B pars visa maioris, ad totum suæ cuiusque sphæræ ambitum; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XCIII. THEOREMA. B

Sphæricæ superficies siue concauæ siue conuexæ è longinquo spectatæ, planæ videntur.

SIT sphæra A B C D, cuius spectata portio conuexa sit A B C, concaua verò A D C, ad quas radij pertineant F A, F C, & F B D, ab oculo educti F infinitè diffito: quoniam igitur ob immoderatā distantiam visus non dignoscit linearum F A & F B inæqualitatem, sed pares apprehendit per 3. huius; videtur omnino B in eadem planā superficie esse constitutum, in qua & A: sic & C in eadem esse videtur superficie, in qua A & B. Demum, cùm nec distantiarum F D & F B discrimen percipiatur ob nimiam distantiam, videbuntur D & B, ac omnia simul puncta vtriusque peripheriæ, cauæ scilicet & conuexæ, in vna eademque plana superficie constituta esse: planæ itaque videntur, quod erat propositum.



Eodemque modo superiùs propositione 57. huius ostendimus, circularem perimetrum ex immensa intercapedine rectam lineam apparere, si oculus in eodem plano sit, in quo & circulus. Ea namque vis inest distantiæ infinitæ, quòd ea quæ plus minúsve dissident, non discriminet. Igitur corporum eminentiæ ac profunditates ex infinita distantia diiudicari non possunt, vt lib. 3. propositione 19. ostendimus: atque ea propter planæ apparent; quod modò propositum fuit. D

Hinc nonnullæ consequuntur insignes hallucinationes in iis rebus quæ è longinquo spectantur. Atque in primis in cælo ipso, cuius obiectam nobis cauitatem cùm oculis minimè assequamur, planum ipsum aspectui videtur. Atque ita rem se habere, vt videtur, forsitan mens etiam concluderet, nisi aliundè deprompta euidens ratio quęstionem dirimeret, persuaderetque cælum sphæroides habere schema, idque adeò perfectum, E
Platone teste, nihil vt effici possit rotundius. Ita quoque solis ac lunæ orbes plani intuentibus videntur: nam propter distantiæ immensitatem qua distant à nobis, prominens illorum conuexitas non dignoscitur.

PROPOSITIO XCIV. THEOREMA.

Superficies tum concauæ tum conuexæ ex interuallo spectatæ, non rarò conuersæ apparent.

F

IN augustioribus ædificiorum structuris, præsertim in munitionibus ac propugnaculis, subinde videre est parietibus infixos globos, siue quos hostium tartareus puluis aliquando reipsa immisit, siue quos humana industria posuit, ad repræsentandos hostiles impetus, quos aliquando sustinuerunt: subinde etiam iisdem in locis videre licet excisas scrobes, ceu loca è quibus emissitij tormentorum globi aliquando exciderunt. In aspectu autem harum superficierum, siue extantium, siue excauatarum, non rarò aspectus è longinquo deluditur, cùm id quod cauum est, elatum arbitratur, & è conuerso.

Erroris vna quidem causa est interualli longinquitas, qua ab eis spectator disiungitur,

vt

A vt ſuprà oſtendimus: hac enim caui conuexiq; diuerſitas non dignoſcitur. Altera verò vmbrarum in vtriſque, cõcauis ſcilicet conuexiſque, ſimilitudo, quæ facillimè imponit, dum minùs attenditur qua ex parte lumen proueniat. Verùm hoc diſcriminis intereſt, quòd in concauis vmbra ad eamdem ſit partem, ex qua lumen affulget; in conuexis autem pars opaca auerſa ſit, atque in oppoſitum proiecta.

Vt ſi propoſita figura A B vmbram oſtendat ad partem A, lumenque ex eadem parte A prouenire deprehendatur, euidens argumentum erit, concauum eſſe id quod intra A B circulum apparet. Si verò ex parte B lumen adſpiret, con-
B uexum eſſe apparens ſchema A B conuincetur.

In picturis etiam naturæ æmulis haud abſimilis error interdum accidit, etiam in moderata, at verò non minima diſtantia, ſcilicet ex ſola luminis ignoratione. Sit, exempli gratia, idem quod ſuprà in plana tabula depictum circulare ſchema A B, altera parte ſcilicet A adumbratum: quoniam tabula, qua id cõtinetur, plana eſt; iam ex ea id habetur, quod priùs ex infinita intercapedine, nempe vt tam conuexa quàm concaua ſuperficies plana videatur. ex vmbra verò extare vel depreſſa eſſe eadem obiecta ſuperficies indiſcriminatim cognoſcitur. Si ergo ex parte A lumen affulgere putetur, caua eſſe ipſa ſuperficies colligetur; extare verò,
C ſi ex parte B lumen prouenire exiſtimetur: at ſi non qua exiſtimatur, parte lumen emicet, falli intuentem neceſſe eſt: nam quod extat, depreſſum; aut quod depreſſum eſt, extare arbitrabitur.

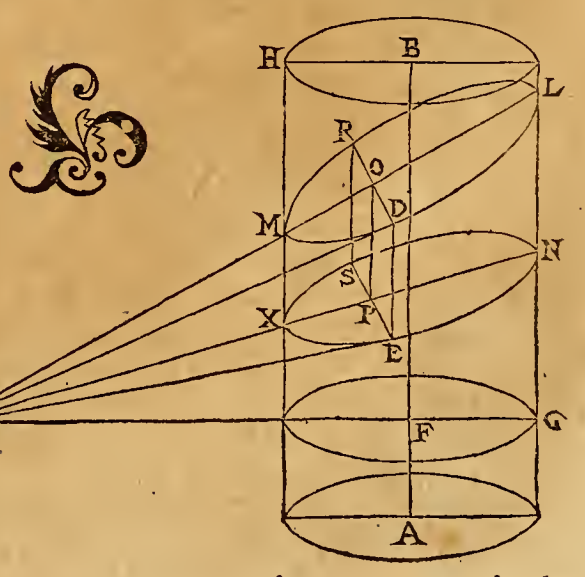
CYLINDRVS.

ON Sphæræ modò, verùm etiam Cylindro, & Cono, ac ceteris corporibus vniuerſis conuenit, eam quæ ſpectatur portionem radiis tangentibus comprehendi. Cùm enim tangentes lineæ extremæ ſint illarum omnium, quæ ab vno eodemque ſigno (in quo oculus poſitus eſſe intelligatur) ad
D *propoſitũ corpus duci poſſunt; perſpicuè ſequitur, eam corporis partem quæ videtur, tangentibus vndique radiis contineri. In hac enim parte nullum punctum reperire eſt, à quo recta linea ad oculum duci non poſſit, per quam proinde aſpectabilis forma rectà efferatur. Ceterùm pleniorem huius rei demonſtrationem vide propoſ. 80. libri huius, vbi hanc eamdem proprietatem in Sphæra oſtendimus: quam modò iis quæ de Cylindri & Coni aſpectu dicturi ſumus, tamquam communem hypotheſin, præmittimus.*

LEMMATION.

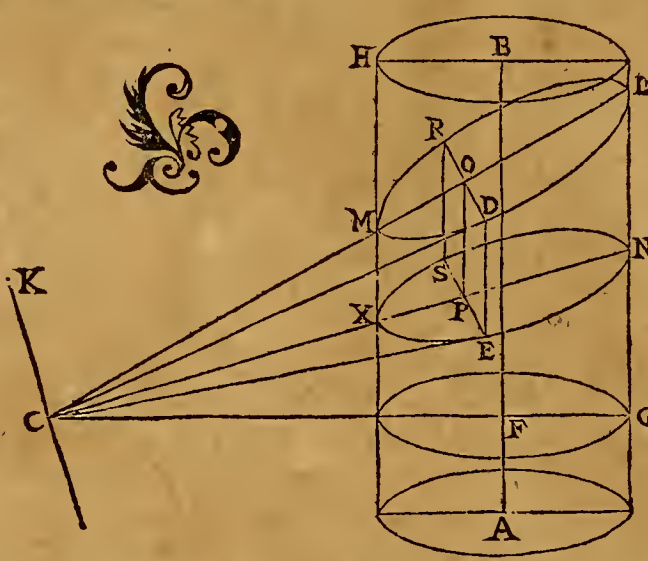
E *Quæ ab oculo ad cylindri ſuperficiem tangentes educuntur, ex vtraque parte omnes in rectis lineis tactiones faciunt.*

HÆC propoſitio ex illa vniuerſali theſi, quam Serenus libro primo propoſitione 29. demonſtrat, deſumpta eſt, atque ad aſpectum quo cylindrus cernitur traducta; quaF re eodem ferè quo illa modo demonſtrabitur.



Eſto cylindrus cuius axis A B; ab externo verò puncto C radij ducantur C D & C E cylindrum contingentes ex eadem parte in D & E: dico D & E in vna recta linea ſuperficiei cylindricæ conſtituta eſſe. Ab eodem namque puncto C ad axem A B perpen-

dicularis agatur C F, & per C F extendatur planum æquidistans basi A, quod faciet in cylindro sectionem circulum circa centrum F: & per axem B F parallelogrammum extensum fingatur G H: ipsi verò F C ad rectos angulos ducatur C K in eodem existens plano cum basi F; & per C K & vtramque ipsarum C D & C E plana ducãtur cylindrum secantia, quæ in cylindri superficie faciant lineas L D M & N E X. Diametri igitur sectionum sunt L M & N X, ad quas rectis angulis applicentur D O & E P, quæ in alteram partem sectionis producantur ad R & S. A



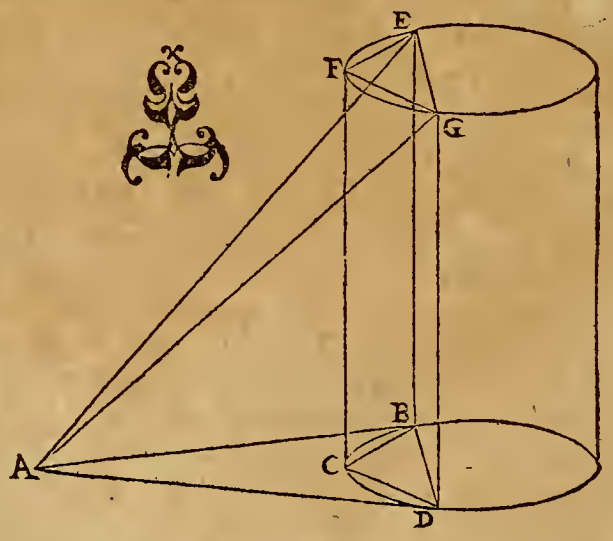
B

Itaque quoniam C D contingit peripheriam L D M R in puncto D, & huiusmodi sectio cylindri ostensa est ellipsis ab eodem Sereno libro primo proposit. 16. erit vt L C ad C M, ita L O ad O M per 36. primi Apollonij: & eadem ratione vt N C ad C X, ita N P ad P X. Est autem N L ipsi M X æquidistans ex hypothesi: quare vt L C ad C M, ita N C ad C X; & propterea vt L O ad O M, sic N P ad P X per 11. quinti Euclidis. Linea igitur O P vtrique ipsarum L N & M X parallela erit per 2. sexti Euclidis. Rursus quoniam C K ipsi C G, & hæc ipsi G L ad rectos sunt angulos, eadem C K ipsi quoque L C ad rectos angulos erit per 15. lemma huius: quare D O & E P eidẽ C K parallelæ erũt per 29. primi Euclid. ac proinde etiam inter se per 30. primi Euclid. Quocircà si per eas planum ducatur, hoc secabit planum L X secundùm rectã lineam O P per 3. vndecimi Euclid. atque ita erit planum P E D O æquidistans plano alicui eorum quæ per A B ducta secant G H. Planum igitur P E D O sectionem facit in cylindro parallelogrammum, vt ostendit idem Serenus propositione 3. libri primi; & linea E D est communis sectio ipsius & superficiei cylindri: igitur E D est recta linea, sicque fiet demonstratio in S R. Quæ itaque ab oculo ad cylindrum educuntur radiosæ lineæ, ex vtraque parte omnes in vnius parallelogrammi rectis lateribus tactiones efficiunt; quod fuit propositum demonstrare. C D

PROPOSITIO CXV. THEOREMA.

In cylindro æquales sunt omnium circulorum portiones, quas vnicus aspectus comprehendit.

SIT oculus A, atque in cylindro vnius circuli spectata portio B C D: si alius quicumq; circulus in cylindro designetur, vt E F G, dico portionem eius, quæ ex loco A cernitur, ipsi B C D æqualem esse. Ex B namque & D rectæ erigantur lineę per cylindri longitudinem B E & D G: quoniam in his lineis radij omnes ab A emissi cylindrum ex vtraque parte cõtingunt per proximum lemmation, erit E F G pars visa circuli nouissimè designati. Itaque assumpto in segmento B C D quolibet alio puncto, puta C, recta ab eo ad segmentum E F G perducatur, quę illi occurrat ad signum F, iunganturque C B, C D, E F, F G. Cùm parallelę sint atque etiam inter se æquales B E, C F, & D G, erunt quoque E F ipsi B C, & F G ipsi C D parallelæ per 33. primi Euclidis: quare per 10. vndecimi Euclidis E



F

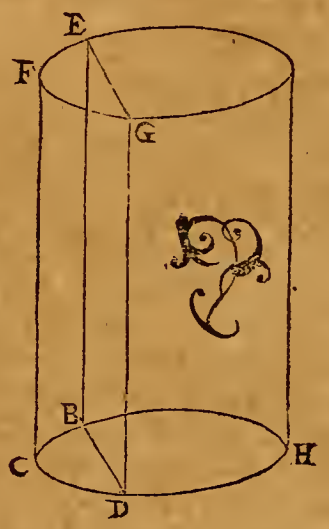
æquales

A æquales erunt anguli E F G & B C D: atque ea propter similia ipsa circulorum segmenta per 10. definitionem tertij Euclidis. Cumque rursus parallelæ & æquales sint B E & D G, erit E G ipsi B D æqualis per eamdem 33. primi Euclidis: sed per 24. tertij Euclidis super æqualibus rectis lineis similia circulorum segmenta sunt inter se æqualia: igitur circulorum portiones E F G & B C D, quę ex A ambę conspiciuntur, inter se sunt æquales. Atque eodem modo ceteræ omnes: siquidem vna omnium est demonstratio. Patet itaque id quod initio fuit propositum, quodque demonstrasse oportuit.

PROPOSITIO XCVI. THEOREMA.

B *In cylindro vt se habet circuli portio quæ videtur, ad eam quæ latet; sic visa superficies cylindri ad non visam.*

IN cylindro F H esto circuli portio quæ videtur B C D, ea autem quæ latet B H D: dico quemadmodum B C D ad B H D, ita esse cylindricæ superficiei partem, cui B C D adiacet, quæque videtur, ad reliquam quæ obliteſcit.

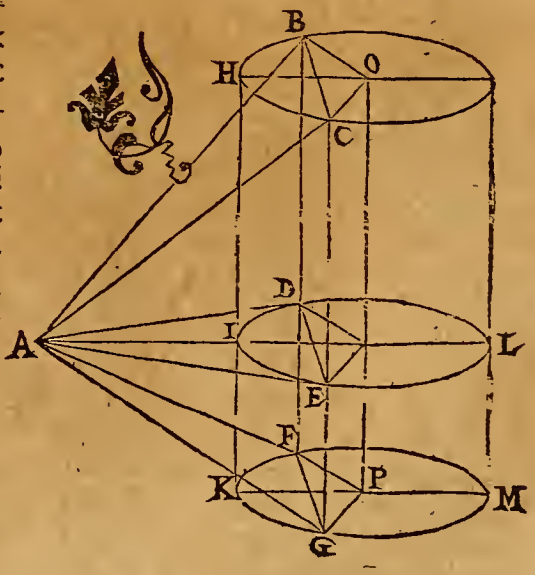


C Cùm enim ex circumuolutione rectanguli circa alterum quiescens latus cylindrus originem ducat, ipsius quidem rectanguli planum cylindri solidum progignit: at superficiem præter bases, alterum illud latus, quod quiescenti opponitur; cuius singula puncta in orbem acta singulos producunt circulos: igitur quemadmodum hoc latus punctis constat, atque illorũ quodammodò multitudine completur; sic quoque cylindrum nil pęnè esse aliud dixeris, quàm ordinatam quamdam plurimorum circulorum aggregationem, ita coniunctorum, vt nec spatio aliquo ab inuicem diuellantur, nec
D inter singulos quidquam, quod circulus non sit, intercedat. Itaque cùm per superiorem propositionem æquales sint omnium circulorum portiones, quas oculus vnico aspectu complectitur, vna erit omnium illorum ad eam partem, quæ occultatur, proportio; eademq; & visæ superficiei cylindri ad non visam ratio erit. Quare vt se habet circuli portio, quæ videtur ad eam quæ latet, sic visa superficies cylindri ad reliquam quæ occultatur; quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XCVII. THEOREMA.

Pars cylindri visa oppositis parallelis circumscribitur.

E STO enim B H C F K G ea cylindri portio quam oculus ex A contuetur: quoniam B F & C G in quibus radij optici cylindrum vtrimque attingunt, rectæ sint lineæ per superius lemmation, si per has & axem plana extendantur B O P F & C O P G, erunt B O & F P, item C O & G P, nempe communes sectiones planorũ ac basium
F cylindri, æquales per 16. vndecimi Euclidis: sed B O & F P, item C O & G P sunt inter se æquales, vtpote æqualium circulorum semidiametri: igitur per 33. primi Euclidis B F ipsi O P, & C G eidem O P sunt parallelæ. quare inter sese parallelæ erunt per 30. primi Euclidis. Sunt verò & B C, F G, vtpote parallelarum baseon communes intersectiones, inter se parallelæ. Itaque pars cylindri quæ spectatur, oppositis parallelis circumscribitur; quod erat propositum demonstrare.

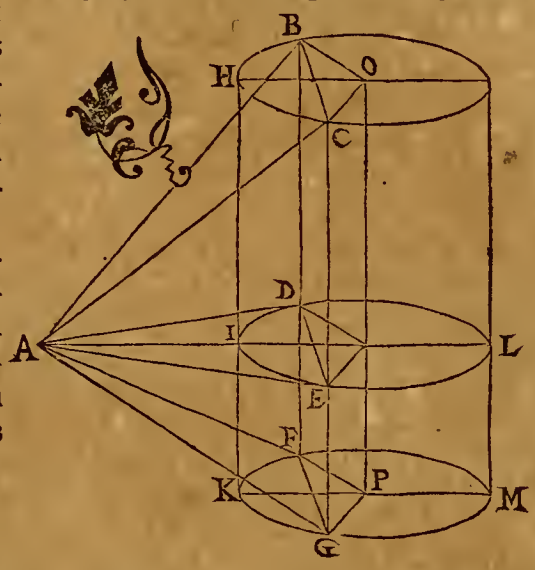


A

PROPOSITIO XCVIII. THEOREMA.

Cylindricæ ſuperficiei vno oculo extrinſecus aſpectatæ minus medietate apparet.

AB oculo A per cylindri axem O P perpendicularis agatur A L pertranſiens cylindri ſuperficiem in I & L: ac circum I L circulus ductus intelligatur D I E L baſi parallelus: quod fieri poſſe perſpicuum eſt, quia I L iuxtà ac K M ipſi axi ad rectos ſunt angulos, ac proinde ambæ inter ſe parallelæ per 29. primi Euclidis.



B

Deinde ab eodem oculo A radij proſiliant, qui circulum per I L animo conceptum tangant in D & E; ac eodem modo ad reliquam cylindri ſuperficiem radij deſtinentur, è quibus bini ſingulos circulos baſi parallelos hinc inde contingant, nempe A B & A C circulum B H C in B & C; & A F ac A G circulum F K G in F & G. Itaque dico portionem cylindri viſam, quam planum B C G F à non viſa dirimit, medietate minorem eſſe.

C

Sunt enim B F & C G, in quibus radioſę ſuperficies A B F & A C G cylindrum contingunt, rectæ lineæ, ac etiam inter ſe parallelæ per proximè antecedentem propoſitionem; ſunt verò & æquales, propterea quòd cylindrus ex circumuolutione rectanguli circum quieſcens alterum latus productus ſit per 21. definitionem vndecimi Euclidis. Itaque per 33. primi Euclidis erunt quoque B C & F G inter ſe æquales: at circuli B H C & F K G æquales ſunt per eamdem cylindri definitionem: igitur per 28. tertij Euclidis æqualia ſunt circulorum ſegmenta B H C, D I E, & F K G: ſed portio D I E per 60. huius ſemicirculo minor eſt: itaque & reliquæ ſpectabiles circulorum portiones, quas ſeptum B G à non viſis diſcriminat, ſemicirculis minores ſunt. Cumque ex eiuſmodi circulorum ſegmentis tota cylindri pars, quæ ſpectatur, conſiſtat, perſpicuè concluditur id cylindri quod videtur, medietate minus eſſe; quod erat demonſtrandum.

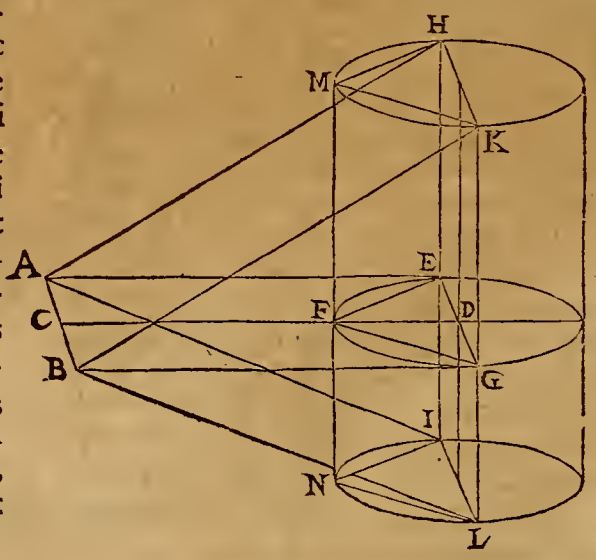
D

PROPOSITIO XCIX. THEOREMA.

Si diſtantia oculorum æqualis fuerit cylindri diametro, ſemicylindri conuexum videbitur: ſi maior, maius; ſi minor, minus.

E

ESTO oculorum diſtantia A B, è cuius medio C axis communis opticus C D ad cylindri axem rectis incedat angulis, ac per C D planum mente concipiatur E F G baſi parallelum. quod fieri quidem poſſe haud dubium eſt, cùm per 29. primi Euclidis C D alicui dimetienti baſis ſit parallela. Erit ergo planum E F G circulus, cuius centrum D per 5. primi Sereni. Per D verò alia agatur dimetiens E G ipſi A B centra viſuum connectenti parallela per 31. primi Euclidis: atq; eius extrema centraque oculorum A & B iungantur rectis lineis E A & G B, quæ radiorum opticorum ſubeant vicem.



F

Cùm

A Cùm ergo parallelæ ſint atque etiam æquales A B & E G, erunt & A E, B G æquales & parallelæ per 33. primi Euclidis, & anguli A C D, E D C, itemque A E D, C D E duobus rectis pares per 29. primi Euclidis: at A C D rectus eſt per communis axis optici definitionem, quæ 5. eſt libri ſecundi: igitur & C D E rectus eſt, ac proinde & A E D rectus. Eademque ratione B G D quoque rectus eſſe probabitur: itaq; A E & B G circulum contingunt in E & G per 16. tertij Euclidis. quare pars circuli viſa E F G ſemicirculus eſt.

Iam ab vtroque viſu radij ad cylindri latera promittantur, ab A quidem A H & A I; à B verò B K & B L: erunt igitur H E I & K G L in quibus tactiones fiunt, rectæ lineę per ſuperius lemmation, eædemque tum inter ſeſe, tum ipſi M F N parallelæ. Sunt verò & ei-
B dem M F N æquales per cylindri definitionem: is ſiquidem ex rectanguli circa quieſcens alterum latus circumuolutione efficitur. Itaque quæ ipſas H E & M F connectunt, H M & E F inter ſe ſunt æquales per 33. primi Euclidis; ac proinde per 28. tertij æquales ſunt, qui ipſis inſiſtunt, arcus H M & E F: ſed eodem modo arcus M K & F G æquales oſtendentur. Compoſiti igitur H M K & E F G æquales conuincuntur per commune axioma: at enim E F G ſemicirculus eſt, per iam factam demonſtrationem: quocircà & H M K, ſimiliqué probandi ratione & I N L, ceterorumque omnium circulorum ſpectatæ portiones ſemicirculis æquales erunt. E quibus cùm ea cylindri portio confletur, quæ ſub aſpectum cadit, probatum relinquitur, ſi oculorum diſtantia æqualis fuerit cylindri diametro, dimidium cylindri conuexum ſpectari; quod erat propoſitum.

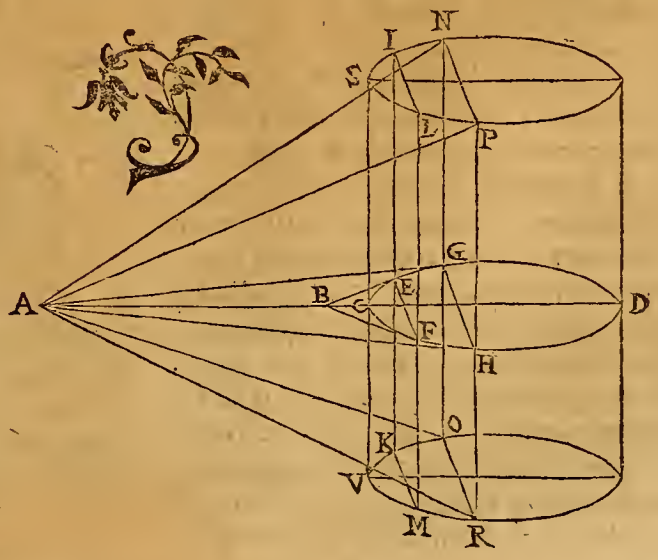
C Si verò maior ſit oculorum diſtantia A B cylindri diametro, eodem modo quo ſuprà propoſ. 86. & 87. huius oſtendemus E F G ſemicirculo maiorem eſſe; minorem verò, ſi diſtantia oculorum A B ipsâ dimetiente cylindri minor fuerit. Quapropter cùm, vti iam demonſtratum eſt, ipſi E F G æquales ſint circulorum portiones H M K & I N L, ac etiam ceteræ omnes, quas planum H E G L reſcindit; palàm eſt, ſi maior extiterit oculorum diſtantia dimetiente cylindri, maiorem eius portionem ſub aſpectum produci: minorem verò, ſi ea minor fuerit; quæ omnia accuratiùs quidem demonſtraſſe oportebat, ſed ea vti perſpicua Lectori colligenda relinquimus.

Porrò quæ hactenus dicta ſunt, tum ſolùm vera eſſe intelligantur, cùm per D recta E G diſtantię oculorum parallela atque ipſi axi ad rectos duci poteſt angulos. Aliàs enim
D propter aſpectus obliquitatem fiet, vt licet A B diametro cylindri ſit æqualis, minor tamen medietate portio ea ſit, quæ de conuexa cylindri ſuperficie conſpicitur. Nam planum per A B actum, axemque ſecans in D, faciet cum parallelogrammo H L quod per axem ducitur, communem ſectionem E G ad eumdem cylindri axem obliquam, ideoq; in cylindro ellipſin progignet E F G per 16. prop. 1. lib. Sereni, cuius maxima quidē diametrus E G erit, minima verò quæ huic ad normam adiungetur. Quare obliqua oculorum conſtitutione media pars cylindri videbitur, ſi A B ipſi E G parallelę æqualis fuerit.

PROPOSITIO C. THEOREMA.

E *Aſpectu appropinquante cylindri conuexo, minus quidem eſt quod apparet, videtur autem maius eſſe.*

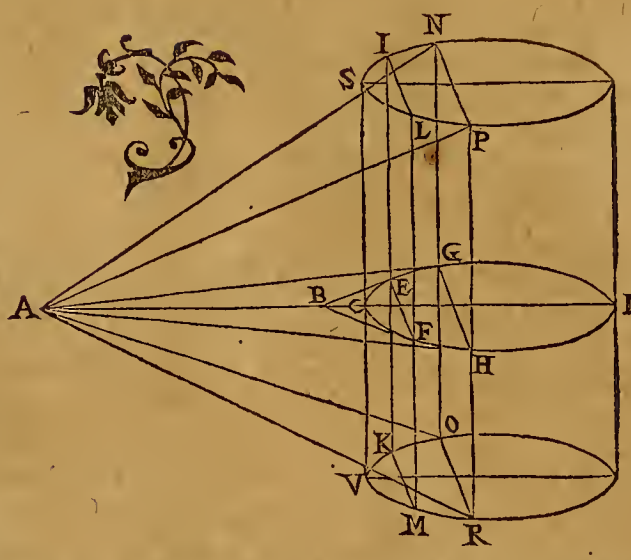
PER cylindri axem recta traijciatur A D, rectos cum axe angulos efficiens, ipſiuſq; cylindri ſuperficiem penetrans in punctis C & D, viſuſque in ipſam
F A D incedat, ſitque nunc in A remotior, nunc in B propinquior. Per C D verò planum actum intelligatur baſi parallelum, quod proinde circulus erit diametrū habens C D: hic ſiquidem per cylindri axem tranſit: quare & per circuli ipſius centrum. Axis namque ea recta



A

linea definitur, quæ omnium circulorum centra peruadit.

Quoniam ergo A & B in eodem sunt plano, in quo & circulus G C H D, visu in B constituto minor circuli portio aspectui patet, quàm si in A oculus transportetur per 83. huius. Sit itaque pars ex B spectata E C F; ex A verò G C H, ac per extrema linearum E F & G H rectæ in longitudinem cylindri extendantur I K, L M, N O, & P R, in quibus radij ab A & B educti cylindrum contingunt per superius lemmation, ac proinde cylindri portiones, quæ obtutui patent, definiunt. Cùm verò vti in præcedente propositione ostensi sunt arcus H M K & I N L ipsi E F G æquales: ita hîc ostendi æquales possint I S L & K V M ipsi E C F; itemque N S P & O V R ipsi G C H, erit cylindri portio I S L K V M, quæ ex B propinquiori loco conspicitur, minor ipsâ N S P O V R, quæ ex A loco remotiore; quod erat propositum demonstrare.



B

C

Quòd autem maior esse videatur cylindri pars quæ ex B cernitur, quàm quæ ex A, licet illa minor reipsa sit, eodem prorsus modo poterit demonstrari adiuuante 84. propositione huius. Cùm enim palàm ex ea iam sit portionem E C F videri maiorem quàm G C H, quòd angulus E B F angulo G A H ostensus sit maior; sequitur & totum id, quod de cylindri conuexo ex B conspicitur, illo maius videri quod cernitur ex A. Nam, vt sæpiùs iam dictum est, totus cylindrus ad visam partem ita se habet, quemadmodum tota basis ad basis partem quæ videtur; & vt pars basis ad partem basis, sic pars cylindri ad cylindri partem: cui quoque adstipulatur 11. propositio duodecimi Euclidis. Igitur si maior apparet E C F ex B quàm G C H ex A, proportione quadam tota cylindri pars, quam E C F ceu basis sustinet, quęque ex B videtur, maior apparet ea portione cui G C H substernitur, & quæ ex A spectatur.

D

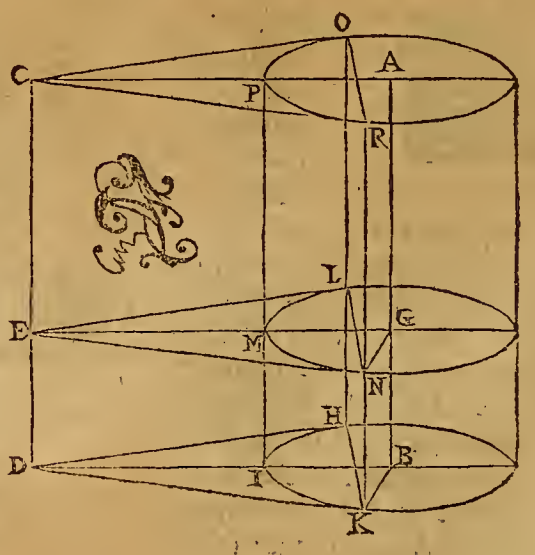
PROPOSITIO CI. THEOREMA.

Si visus per lineam axi parallelam incedat, æqualem semper cylindri portionem complectetur.

Esto cylindri axis A B, cui parallela ponatur C D, per quam oculus incedat, & nunc in C, nunc in E, nunc in D paulisper subsistat demonstrationi nostræ obsecuturus: ex C, E, & D verò rectè ducantur lineæ axi normales C A, E G, & D B, centrisque A, G, & B, per cylindri superficiem circuli describantur, qui æquales quidem inter se erunt per cylindri definitionem, axisque his omnibus ad rectos insistet angulos.

E

Si itaque ex D radij porrigantur, qui cylindrum contingant in circulo ex B descripto ad signa H & K, erit pars circuli visa H I K. Et si ex H & K rectæ lineæ per cylindri longitudinem explicentur, quę reliquos circulos secent in L, O, R, & N; quoniam radij omnes ex D ad cylindrum educti in rectis lineis tactiones faciunt per superius lemmation, erit pars cylindri ex D visa ea, quam planum O K à non visa disterminat æquis constans



F

circu-

A circulorum ſegmentis. Cùm enim per 97. huius parallelæ ſint H L & K N, ipſæque inter ſe æquales, vt ex cylindri definitione colligi poteſt, erunt & H K & L N æquales & parallelæ per 33. primi Euclidis. Quare per 28. tertij Euclidis æqualia erunt circulorum ſegmenta H I K & L M N: eodemque modo & O P R, quippe cùm parallelæ & æquales quoque ſint O L & R N.

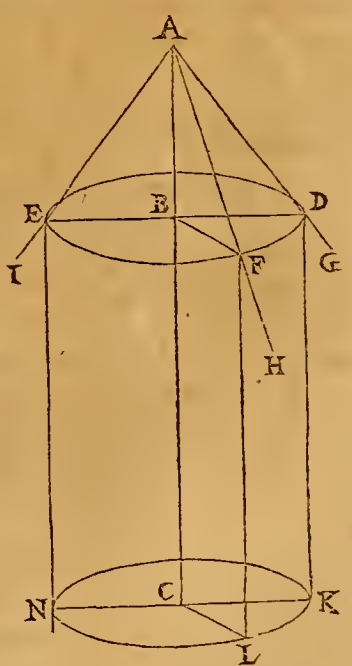
Iam verò ſi aſpectus in E tranſmutetur, oſtendendum eſt eámdem circuli portionem L M N ex E videri, quæ ex D conſpiciebatur. Cùm enim parallela poſita ſit E D ipſi G B; & E G iuxtà ac D B applicitæ ſint ad rectos ipſi B G angulos, erunt & D E G, E D B anguli recti per 29. primi Euclidis. Igitur rectangulum eſt E G B D. Quare & ipſum eſt paralle-
B logrammum per 28. primi Euclidis. Ac proinde quæ ex aduerſo ſunt latera E D & G B inter ſe ſunt æqualia per 34. primi Euclidis: ſed eidem G B æqualis & parallela eſt N K per cylindri definitionem: igitur N K ipſi quoque E D æqualis & parallela eſſe conuincitur; æqualis quidem per communiſſimam notionem, parallela verò per 30. primi Euclidis: ideoque per 33. primi Euclidis & E N ipſi D B parallela eſt, iunctiſque N G & K B, erunt per eamdem 33. primi Euclidis & ipſę N G, K B parallelæ, quòd ſcilicet æquales & parallelas connectant N K & G B. Quocircà æquales erunt anguli E N G & D K B per 10. vndecimi Euclidis: ſed D K B rectus eſt per 18. tertij Euclidis, quòd D K circulum contingat in puncto K: itaque & E N G rectus erit. Atque ea propter per 16. tertij Euclidis, E N circulum contingit in N. Eodem verò modo E L circulum tangit in L: igitur
C eadem eſt circuli portio L M N, quæ ex E videtur, & quæ ex D. Sic quoque eadem erit O P R viſa ex C, quæ ex E & D. Quare eadem ex omnibus his locis cylindri portio cernitur. ſiquidem qualis viderur pars circuli, talis & cylindri. Perſpicuum igitur eſt, ſi viſus per lineam axi parallelam incedat, æqualem ſemper cylindri portionem videri; quod demonſtraſſe oportuit.

PROPOSITIO CII. THEOREMA.

Viſu cum axe cylindri in rectam lineam incidente, ſola conſpicua eſt baſis.

D

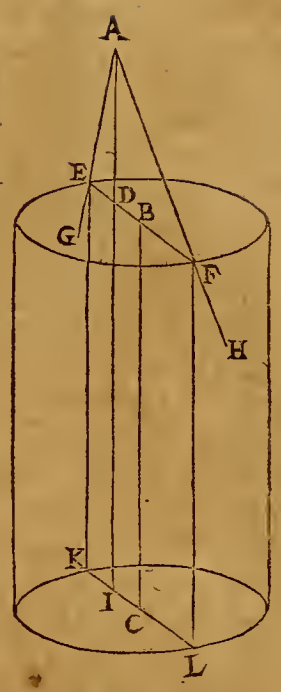
CYLINDRI axis eſto B C, & qui ab oculo A ad B radius procidit opticus, rectam lineam cum B C efficiat: dico è cylindro nil præter baſin D F E oculo A ſpectabile eſſe. Ab A namq; ad circumferentiam D F E radij quotcumque eucentur A D, A F, & A E, qui vlteriùs producantur in G, H, & I: quoniam axis B C ad baſin D F E rectus eſt, per definitionem 21. vndecimi Euclidis, & cum eo linea A B vnam rectam efficit, erit & A B ad baſis planum recta. Quare recti erunt anguli A B D, A B F, & A B E per 3.
E definitionem vndecimi Euclidis. Ex quo vlreriùs efficirur per 32. primi Euclid. angulos B D G, B F H, & B E I rectis eſſe maiores. à quibus proinde ſi recti demãtur B D K, B F L, & B E N, relinquentur acuti G D K, H F L, & I E N: quorum latera quantumlibet producta, cùm in pluribus quàm vno in puncto ſecare ſe nequeant, congrediantur autem in D, F, & E; conſequens eſt vt radiis A D, A F, & A E nil omnino de cylindro præter D, F, & E attingi poſſit. idemque in reliquis eodem modo demonſtrari poteſt. Perſpicuum eſt igitur viſu cum axe cylindri in rectam lineam incidente ſo-
F lam baſin ſpectabilem eſſe.



Et quamuis ſi oculus per lineam C B verſus B infinitè protractam incedat, anguli G D K, H F L, & I E N mutentur, ac oculo obſiſtente minuantur; numquã tamen eueniet, vt radij ab oculo ad D, F, & E ducti, ipſas D K, F L, & E N non ſecent: erunt ergo ſemper anguli aliqui ex radiis opticis & cylindri lateribus D K, F L, & E N conſtituti: quo fier, vt radij oprici ambitum baſis cylindricæ præteruecti, latera cylindri numquam attingant. Quare viſu cum axe cylindri producto incidente, nil præter baſin conſpicuum eſt; quod erat demonſtrandum.

Poteſt hoc ipſum theorema vniuerſaliùs hoc modo proponi: Viſu normaliter in baſin cylindri incidente, nil præter baſin ſpectari poteſt.

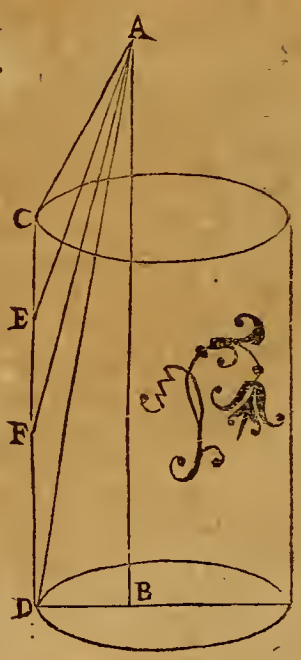
Opticus radius prolapſus à viſu A normaliter in baſin cylindri incidat, ſiue ad ſignum B, vt priùs, ſiue ad aliud quodcumque, puta D. Aſſumptis verò in baſis perimetro quotcumque punctis puta E & F, ad hæc ex D rectæ ducantur lineæ D E & D F: quoniam igitur anguli A D E & A D F recti ſunt per 3. definitionem vndecimi Euclidis, erunt per 32. primi Euclidis D E G & D F H rectis maiores. è quibus ſi auferantur D E K & D F L, recti illi quidem per cylindri definitionem, relinquentur G E K & H F L rectis minores: quorum latera cùm in E & F concurrant, indeq; à cylindri ſuperficie longiùs ſemper abducantur; fieri nequit, vt radiis A E vel A F vlla cylindri pars, excepta baſi, conſpiciatur; ſed neque vllis aliis radiis id fieri poterit, quòd idem in ceteris quibuſcumq; radiis demonſtrando probari queat, ob communem omnium rationem iam explicatam. Palàm eſt igitur viſu normaliter in cylindri baſin incidente, nil eius præter baſin ſpectari poſſe; quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO CIII. THEOREMA.

Si radius opticus, qui vel axi parallelus eſt, vel eamdem cum ipſo rectam lineam efficit, intra cylindrum cadat, tota cylindri caua ſuperficies apparet.

IT viſus A, vnde opticus radius A B axi parallelus intra cylindrum cadat: dico totam cauam cylindri ſuperficiem adſpectui patentem eſſe. Aſſumpta enim in cylindri ſuperficie præter baſin recta quapiam linea C D, ad eius extrema ab oculo A radij adiungantur A C & A D: quoniam igitur A C & A D angulum continent, poterit is infinitè diuidi, cùm ſit magnitudo quæpiam: qui verò ipſum diuidunt radij A E, A F, &c. in ſubiectam illi angulo baſin C D incidant neceſſe eſt. Igitur vnumquodque punctum eorum quæ in linea C D inſunt, ſpectari ex loco A poteſt. Idemque intelligendum eſt de ceteris omnibus lineis, quæ in longitudinem cylindri duci poſſunt: eadem enim facilitate ad illarum puncta radij ab A poſſunt pertingere; imò eò faciliùs, quò directiùs à viſu A aſpicientur quàm linea C D, in quam viſus maximè ex obliquo incidit. Itaque quia omnes radij, ad ſingula harum linearum puncta attinentia, intra cylindrum cadunt, perſpicuum eſt totam eius cauam ſuperficiem ſpectabilem eſſe; quod erat demonſtrandum.



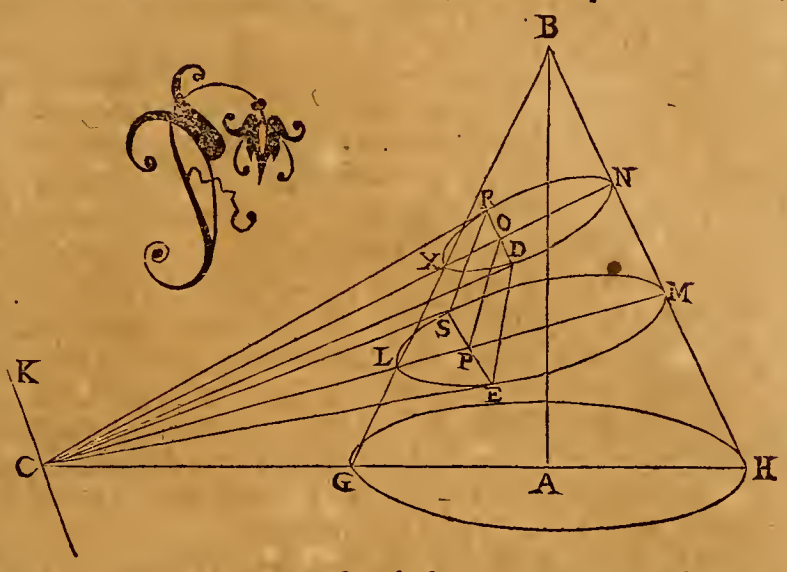
CONVS.

LEMMATION.

Radij, qui ab oculo ad coni ſuperficiem tangentes euocantur, omnes vtrimque in rectis lineis tactiones faciunt.

HÆc Sereni Antinſenſis eſt propoſitio 32. libri primi de cylindri ſectione. Ex C inquam, vbi eſt oculus, radij educantur C D & C E, conum ex eadem ambo parte contingentes in D & E: dico eam, quæ per D & E in coni ſuperficie ducitur, rectam

A rectam lineam esse. Ipsi namque A C ad rectos excitetur angulos C K, quæ in eodem sit plano cum basi coni G H. Per C K verò, & vtramque ipsarum C D & C E, quæ conum attingunt, plana extendantur conum secantia, quæque in coni superficie faciant lineas N D X & M E L. Sint B autem sectionum dimetientes N X & M L, ad quas ordinatim applicentur D O & E P, quæ in alteram sectionis partem producantur, cum qua conueniant ad signa R & S. Itaque quoniam C D

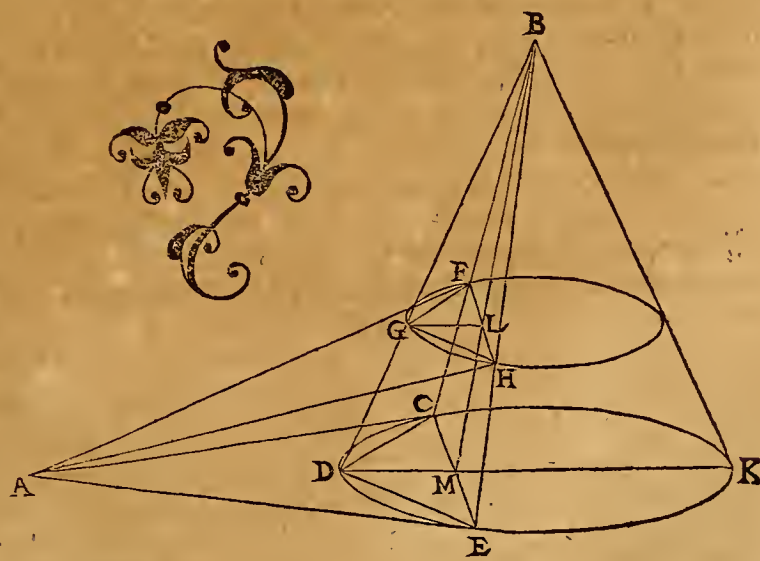


contingit peripheriam N D X R in puncto D, & eiusmodi sectio coni ostensa est ellipsis ab Apollonio libro primo proposit. 13. erit vt N C ad C X, ita N O ad O X per 36. primi C Apollonij: eademque ratione vt M C ad C L, ita M P ad P L: quare ea quæ P O connectit, producta in verticem coni incidit per ea quæ idem Serenus demonstrat propositione 31. libri primi. Ducatur igitur P O B: quoniam D R & E S ipsi C K sunt parallelæ, etiam inter se parallelæ erunt per 30. primi Euclidis: quare in eodem cum P O plano per 7. vndecimi Euclidis: itaque planum per lineas P O, D R, & E S ductum, sectionem facit in superficie coni; quod quia per B coni verticem transit, erit ea sectio triangulum per 3. propos. libri primi Conicorum Apollonij: quapropter puncta D & E quæ in coni sunt superficie, erunt & in trianguli latere; quocirca recta est linea ipsa D E in coni superficie, sic & R S. Cumque in ceteris eadem sit demonstratio, perspicuum est omnes radios, qui ab oculo ad coni superficiem tangentes emittuntur, vtrimque in rectis lineis tactiones facere; D quod erat probandum.

PROPOSITIO CIV. THEOREMA.

In cono similes sunt omnium circulorum portiones, quas oculus vnico aspectu contuetur.

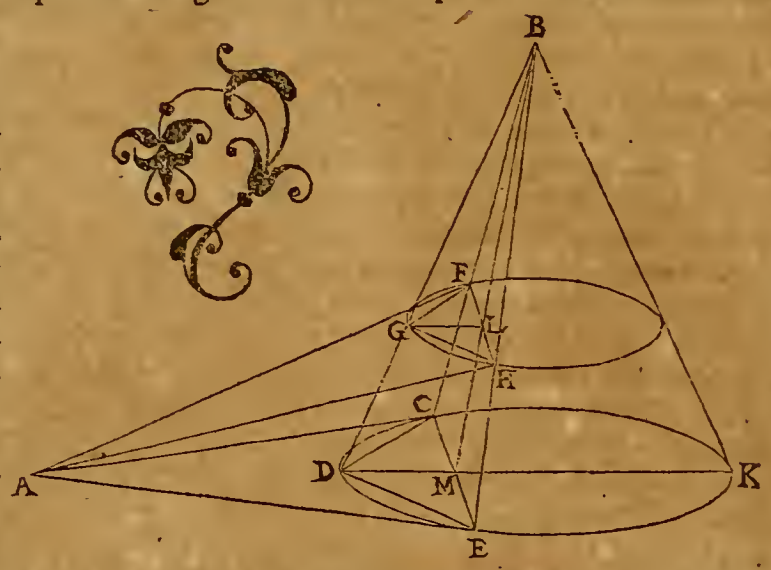
E STO oculus A extra conũ datus, ac circuli vnius spectata portio C D E: dico huic proportione similes esse quotquot reliquorum circulorũ portiones sub eumdem aspectum A cadunt. Sit enim circulus alius quicumque, eiusq; spectata portio F G H, quæ nimirum rectis lineis F C B & E B per longitudinem coni ductis intercipitur; hanc ipsi C D E similem esse hunc in modum demonstrabitur:



Secetur conus duobus planis, vno per axem B D K, altero per verticem B, & loca contactuum C & E quo circuli C D E partem visam à non visa discriminat: quoniam igitur in cono omnes circuli inter se sunt paralleli, vt ex 18. definitione vndecimi Euclidis colligere licet, erunt G L & D M, nempe communes sectiones plani B D K, & circulorum F G H ac C D E parallelæ per 16. vndecimi Euclidis. eodemque modo erunt parallelę H F

& E C

& E C, ex quo fit primò, vt æquales sint anguli G L H & D M E per 10. vndecimi Euclidis. A deinde fit, vt circũ æquales hos angulos proportionalia sint latera: nimirum in triangulo B M D, vt B M ad B L, ita D M ad G L; & in triangulo B M E, vt eadem B M ad eamdem B L, ita E M ad H L per 4. sexti Euclidis. quare per 11. quinti Euclidis, vt D M ad G L, ita E M ad H L: ac propterea æquiangula sunt ipsa triangula D M E & G L H per 6. sexti Euclidis. Est igitur angulus M D E angulo L G H æqualis. Eodemque modo



B

æqualis ostendi potest angulus L G F angulo M D C: itaque totus angulus F G H toto angulo C D E est æqualis per communem notionem. Sunt autem similia circulorum segmenta in quibus anguli inter se sunt æquales per 10. definitionem tertij Euclidis: igitur segmenta F G H & C D E, ac eodem modo cetera omnia, quæ oculus vnico aspectu contuetur, inter se sunt similia; quod erat demonstrandum. C

PROPOSITIO CV. THEOREMA.

In cono vt se habet vnius circuli portio quæ videtur, ad eam quæ latet; sic visa superficies coni, ad reliquam quæ non apparet.

PROPOSITIO hæc eodem prorsus modo demonstratur, quo nonagesima sexta propositio huius libri. Vt enim cylindrus ex æqualibus, ita conus ex inæqualibus circulis mutuò sibi superpositis consurgit. Cùm itaque per proximè antecedentem propositionem similes sint inter se omnium circulorum visæ portiones, manifestè consequitur has omnes ad reliquas partes quæ non videntur, eamdem rationem habere: nam per quintam quinti Euclidis, *Si magnitudo magnitudinis fuerit æquè multiplex, atque ablata ablatæ; etiam reliqua reliquæ ita multiplex erit, vt tota totius.* Quod ita in cono locum habet, vt si quam rationem habet circulus ad circulum, eamdem habeat pars circuli visa ad partem circuli visam: etiam reliqua pars non visa, ad reliquam quæ non videtur eamdem rationem habeat. Proinde qualis inest vno circulo partis visæ ad non visam proportio, talis erit superficiei coni visæ ad reliquam quæ obliteſcit; quod erat ostendendum. D E

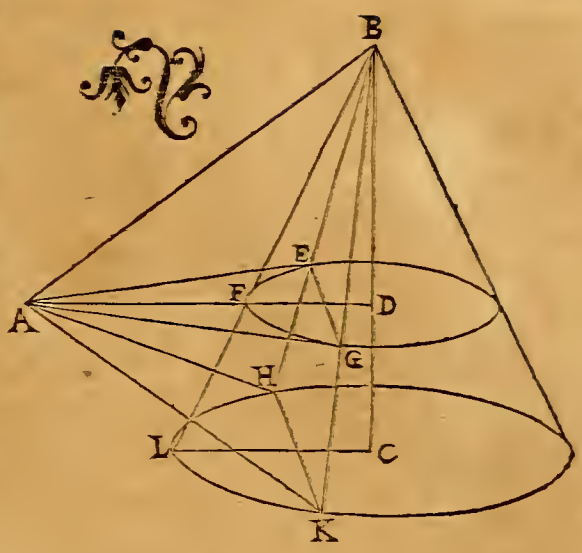
PROPOSITIO CVI. THEOREMA.

Si radius opticus ab externo oculo ad verticem coni destinatus cum axe acutum angulum effecerit, minor pars medietate coni videbitur.

SIT oculus in A positus, eò inquam loci, vnde eductus ad B verticem coni radius cum axe B C acutum angulum A B C efficiat: nec tamen A B in conum incidat; dico ex A minus quàm medietatem coni spectari. Ducatur enim A D axi perpendicularis per 12. primi Euclidis (id autem fieri posse perspicuum est, propterea quòd A B D angulum acutum esse supposuimus) ac per A D planum extensum intelligatur basi parallelum, quod proinde in coni superficie sectionem producet circulum, cuius centrum D per 4. primi Conicorum Apollonij. Ad hunc ergo circulum si radij destinẽtur, qui ipsum contingant, A E & A G, hi per 60. propositionem libri huius minorem medietate portionem intercipient. Sit autem illa E F G, atque ab E & G rectæ per coni superficiem exponantur, quæ ad verticem ac basin pertingant: in his omnes radij ab A ad conum tangentes ducti ta- F

ctiones

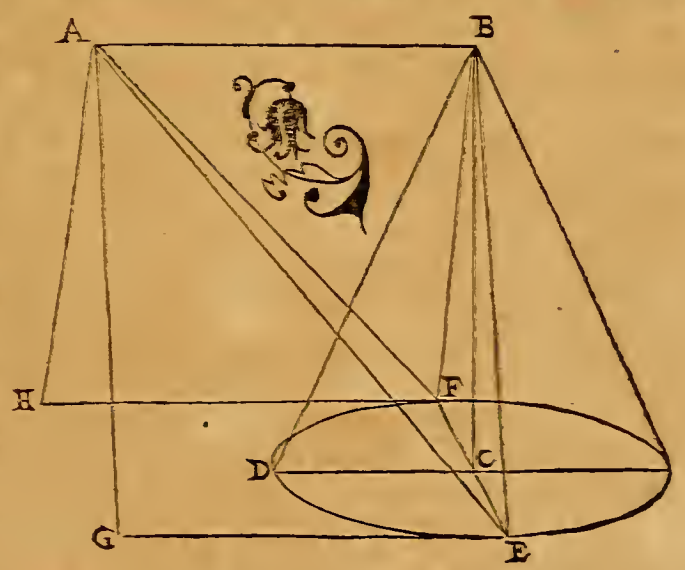
A ctiones faciunt, quia vt ſuperiore lemmatio à nobis eſt præmonſtratũ, radij, qui ab oculo ad conum tangentes ducuntur, omnes in rectis lineis tactiones faciunt: quare B H & B K portionẽ coni viſam cõprehendent, atque à non viſa ſecernent. Cùm autem E F G ſemicirculo ſit minor per 60. huius, & quale eſt circuli ſegmentum E F G, talis ſit
B tota coni ſuperficies aſpectui patens B H L K ad reliquam quæ obliteſcit; perſpicuum eſt, ſi ducta ab externo oculo ad verticem coni acutum angulum cum axe effecerit, minus medietate coni eſſe quod ſpectatur; quod demonſtraſſe oportuit.



PROPOSITIO CVII. THEOREMA.

C *Si radius opticus axi ad verticem normalis fuerit, medietas ſuperficiei conicæ excepta baſi conſpicua erit.*

STO inquam locus in quo oculus A, & qui ab eo ad verticem coni B radius ducitur AB, ſit axi B C perpendicularis: dico ex loco A medietatem conicæ ſuperficiei excepta baſi videri. In ipſa namque baſi ex centro ducatur C D
D ipſi A B parallela (quod fieri poſſe perſpicuum eſt, cùm axis B C vtrique, nempe radio A B & baſi ſit perpẽdicularis) deinde per idem centrũ C ducatur E F ad rectos ipſi D C angulos per 11. primi Euclidis: ac rurſus ab E & F in eodem plano, in quo baſis, perpendiculares excitentur E G & F H per eamdem 11.
E primi Euclidis, quæ per 28. primi Euclidis parallelæ erunt cùm inter ſeſe, tum ipſi C D: quare per 9. vndecimi Euclidis ipſi quoque A B parallelæ erunt, quòd nimirum A B ſit parallela ipſi C D per conſtructionem. Cùm igitur E G & F H ſint poſitæ ipſi E F perpendiculares, ſitque E F acta per centrum baſis; conſequens eſt vt G E & H F baſin coni tangant in punctis E & F per 16. tertij Euclidis; & vt portio baſis E D F tangentibus comprehenſa ſit ſemicirculus per 17. definitionem primi Euclidis.



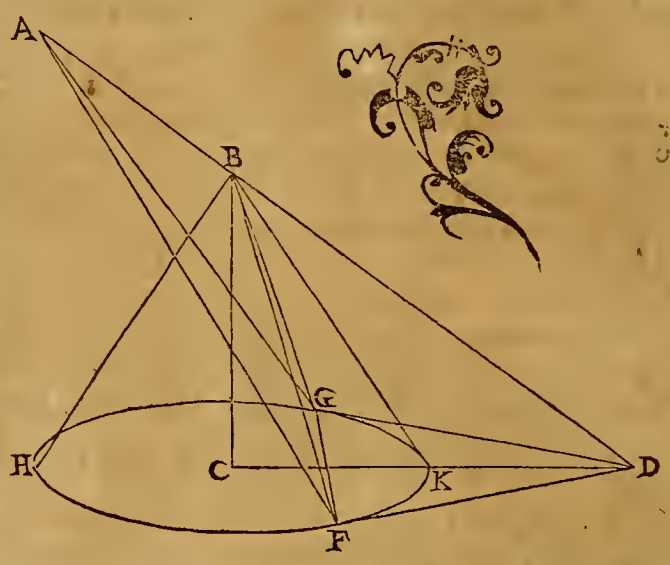
Præterea iungantur E B & F B, ipſiſque ponantur æquidiſtantes A G & A H: quoniam igitur æque diſtant A B & G E, quæ ad ipſas applicantur A G & B E in eodem erunt
F cum ipſis A B & G E plano per 7. vndecimi Euclidis. Sic & A H & B F cum A B H F in eodem plano erunt. Cùm verò planum A B E G conum tangat in B & E, vtique in tota recta linea B E tactionem faciet per lemmation paulò antè demonſtratum: eodemq; modo planum A B F H tanget conum in recta linea B F. Igitur in quacumque parte plani A B E G oculus poſitus fuerit, terminabitur coni aſpectus in recta linea B E, ſiquidem radij omnes optici in eodem cum recta B E plano erunt. Similiter & altera ex parte viſu in plano A B F H ad quoduis eius ſignum conſtituto, terminabitur coni aſpectus in recta linea B F eamdem ſcilicet ob cauſam. Itaque ſi in communi vtriuſque plani congreſſu, hoc eſt, in recta A B oculus ſtatuatur, is vtramque lineam B E & B F attinget, aſpectuque mediam coni partem comprehendet; quod erat demonſtrandum.

PRO-

PROPOSITIO CVIII. THEOREMA.

Si radius opticus ad verticem coni pertinens obtusum cum axe angulum fecerit, nec in conum productus inciderit, maior pars medietate coni apparebit.

RADIVS inquam opticus ab oculo A ad B verticem coni pertinens, si cum axe BC obtusum fecerit angulũ A B C, aio maiorem partẽ medietate coni oculo repræsentari. Producatur enim A B versus partem B, vsque dum plano, in quo est basis, occurrat: sitq; congressionis signum D, à quo rectæ ducantur D F & D G, quæ basin contingant in punctis F & G, iunganturque A F & A G: quoniam igitur A D F triangulum est, erunt tria eius latera, imò & totum triangulum in vno plano per 2. vndecimi Euclidis: quare quæcumq; ab A ad F D protendentur rectæ lineæ, omnes in eodem trianguli A D F plano erunt; ac similiter quotquot ducentur ab A ad G D in eodem erunt plano cum triangulo A D G per eamdem 2. vndecimi Euclidis. at planum A D F cõtingit conum in B & F: igitur radij omnes optici ab A per planum A D F ad F D educti, conum contingunt in recta linea B F per superius lemmation. Sic & qui ab A ad G D per planum A G D extendentur, conum in recta linea B G tangent: quocircà quacumque in parte plani A F D oculus statuatur, extremum coni, quod visus assequetur, erit linea B F: sicut in quauis parte plani A G D si oculus collocetur, extremum coni, quod videbitur, erit linea B G: igitur si in communi sectione vtriusque plani, hoc est in linea A B oculus positus fuerit, ad vtramque lineam B F & B G aspectus terminabitur, eritque pars coni visa B F H G: est autem hæc dimidio maior; siquidem basis segmentum F H G segmento F K G est maius, quòd F K G propos. 60. huius ostensum sit minus. Est autem vt segmentum F H G ad F K G segmentum, ita superficiei conicæ excepta basi pars B F H G ad partem B F K G per 105. huius. Itaque si radius opticus ad verticem coni pertinens obtusum cum axe angulum fecerit, nec cum latere coni in rectam lineam inciderit, maior pars medietate coni apparebit; quod erat demonstrandum.



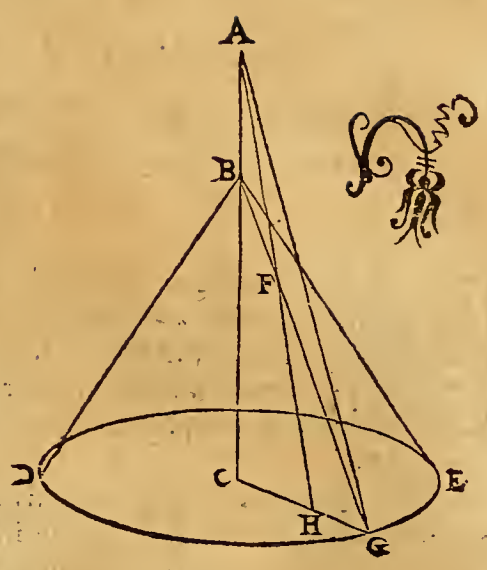
PROPOSITIO CIX. THEOREMA.

Si axis coni sursum productus centrum visus attingat, vniuersa superficies coni excepta basi spectabitur; apparebit autem circulus.

CONI inquam B D E axis B C supernè productus in centrũ visus A incidat: dico ex A vniuersam coni superficiem basi excepta spectari, quòd scilicet nullum in ea punctum existat, à quo ad oculũ non liceat rectam lineam ducere. Sit enim acceptum in ea quodcumque punctum F, ducaturque à vertice coni per F recta ad basin vsque protensa B G, & A F, A G iungantur: quoniam A B G triangulum est, cuius basis B G, vertex autem A, licebit à vertice ad quoduis punctum basis, atque etiam ad punctum ipsum F rectam lineam ducere; quæ producta coni solidum penetrabit, & cum basi concurret ad punctum H. Liber igitur est puncti F ex loco A prospectus. Cumque eodem modo in ceteris institui queat demonstratio, perspicuè liquet ex A vniuersam coni superficiem basi excepta spectari; quod primò erat propositum.

Quòd

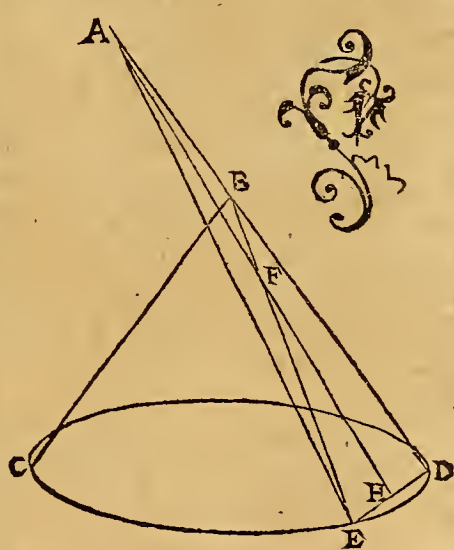
A Quòd autem ex A ſpectata coni ſuperficies vt circulus appareat, ex 62. huius probari poteſt. Cùm enim viſus in linea ex centro baſis perpendiculariter erecta ſit conſtitutus, conſtat per eamdem 62. huius omnes baſis dimetientes æquales apparere: atque ea propter coni etiam baſin vt circulum videri neceſſe eſt, ex quo denique & illud neceſſariò efficitur, vniuerſam B coni ſuperficiem circuli in modum aſpectui apparere, ſiquidem eius aſpectus ad baſis perimetrum circumquaque terminatur, nec enim vlla recta linea ab oculo A ad extimam baſis circumferentiá duci poteſt, quæ extra coni ſuperficiem excepta baſi non cadat: quoniam igitur totius ſuperficiei conicæ proſpectus intra ſpectatum baſis ambitum incidit, illa profectò vt circulus apparebit; quod ſecundo loco propoſitum fuit.



PROPOSITIO CX. THEOREMA.

C *Si latus coni ſupernè productum in centrum viſus incurrat, tota coni ſuperficies ſub aſpectum cadet; videbitur autem ellipſis.*

LATVS coni B D ſupernè productum, in A centrum viſus incidat: dico igitur primò lineam B D puncti inſtar ſpectari, quod atteſtatur propoſitio 15. huius: deinde dico reliquam omnem coni ſuperficiem, excepta baſi, ſub aſpectú venire; quòd nimirum, vt in ſuperiore propoſitione, nullum punctum in ea notari queat, à quo non liceat re- D ctam lineam ad oculum ducere, per quam proinde eius aſpectabilis forma ad obtutum perferatur. Sit enim in ſuperficie coni præter baſin extra lineá B D acceptum punctum F quodcumque, ducaturq; per F rectà à vertice B ad baſin linea B E: hæc in lineam B D neutiquam incidet, quòd F extra ipſam B D ſit acceptum: igitur A B & B E duæ erunt diſtinctæ lineę angulum continentes A B E. Sed & A E ab vtraque diuerſa eſt linea, quippe quæ vtriuſque extrema connectit, angulumque A B E ſubtendit; igitur E A E triangulum claudit A B E. Cùm verò à quouis ſigno lateris B E ad oppoſitum angulum B A E rectam lineam ducere liceat, etiam ab F ad A rectam porrigere concedetur, quæ longiùs protenſa coni ſolidum peruadet, & ad baſin vſque pertinget ad ſignum H; ſiquidem & A D E triangulum eſt, in cuius plano eſt ipſa B E. Per hanc ergo forma puncti F ad aſpectum in A poſitum tranſcribi poterit, quę obtutum ad ſui dignotionem permoueat. Hæc porrò demonſtratio, quia in ceteris omnibus punctis ſuperficiei conicæ, excepta baſi, eamdem habet oſtenſionem, palàm eſt, ſi latus coni ſupernè productum in centrum viſus incidat, vniuerſam coni ſuperficiem aſpectui pate- F re; quod demonſtrare oportebat.



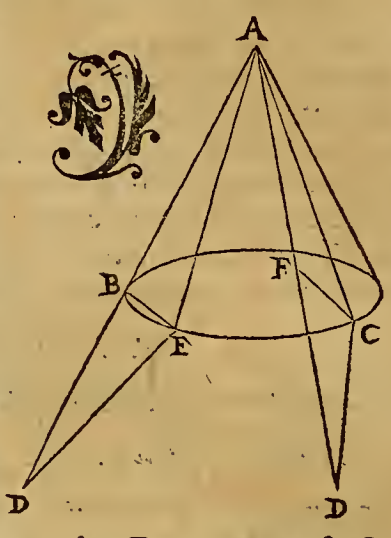
Iam quòd ellipſis appareat ſpectata hoc modo coni ſuperficies, hinc oſtendi poteſt, quòd ita baſis propter obliquitatem aſpectus appareat ellipſis per 66. propoſitionem libri huius. Cùm ergo eadem ſit apparentis ſuperficiei conicæ & baſis circumſcriptio ac peripheria, neceſſe eſt ipſam ſuperficiem eius formæ apparere, cuius apparet baſis: at baſis vt ellipſis ſpectatur, vt iam iam oſtenſum eſt: igitur & ipſa coni ſuperficies apparet ellipſis; quod erat probandum.

A

PROPOSITIO CXI. THEOREMA.

Si radius opticus ad coni verticem ductus in basin inciderit, hæc sola videbitur; apparebit autem nunc circulus, nunc ellipsis.

IT conus A B C, & sub ipso constitutus oculus in D, eo scilicet loci vnde educta ad verticem A recta linea in basin incidat. Aut igitur ea quæ ex D ad verticem coni exporrigitur; in ipsam cadet basis peripheriam, aut sanè eius planum penetrabit.



B

Cadat verò primùm in ipsius basis ambitum, exempli gratia, ad signum B, sumaturque in eadem circumferentia quodcumque aliud punctum, puta E, ad quod ex A & D rectæ protendantur A E, quæ quidem in superficie coni erit, & D E, quæ triangulum A D E claudet. Et quoniam triangulum A D E conum secat per verticem, estque B E communis sectio trianguli & basis, perspicuè patet nullam posse rectam lineam ex D ad A E produci, quæ ipsam B E non secet, quandoquidem B E in eodem sit cum triangulo A D E plano. Quare & basin coni secabit quicunque ex D ad A E opticus radius procidet. Ergo tota A E aspectui eripitur: sed & ceteræ omnes quæ à vertice ad quoduis punctum circumferentiæ basis extendi possunt, à visu subducuntur: igitur sola basis ex loco D spectabilis est.

C

Cadat iam recta ex D ad verticem coni protensa intra ipsam basis circumferentiam ad punctum F, sumaturque vt priùs in circumferentia punctum quodcunque, exempli gratia C, iunganturque A C & D C. Quoniam itaque triangulum A D C conum secat per verticem, eiusque & basis communis sectio est F C, omnes etiam radij ex D ad A C producti ipsam F C secabunt, quòd scilicet F C in eodem sit plano cum triangulo A D C: quare iidem radij secabunt & basin; siquidem F C in eodem quoque est plano in quo & basis. Igitur nulla pars lineæ A C ex loco D videri potest. Cumque eodem modo si aliud quodcumque punctum in basis perimetro assumatur, ostendi possit, eam lineam quæ ab ipsa ad verticem per coni superficiem extenditur, penitus obliteſcere; rectè concluditur, si radius opticus ad coni verticem ductus in basin inciderit, solam basin spectari.

D

Porrò si radius opticus ad verticem coni ductus in centrum basis rectis inciderit angulis, circulus ipsa basis apparebit per 62. propos. libri huius; sin autem, ellipsis per propositionem 66. quæ omnia proposita fuerant demonstranda.

E

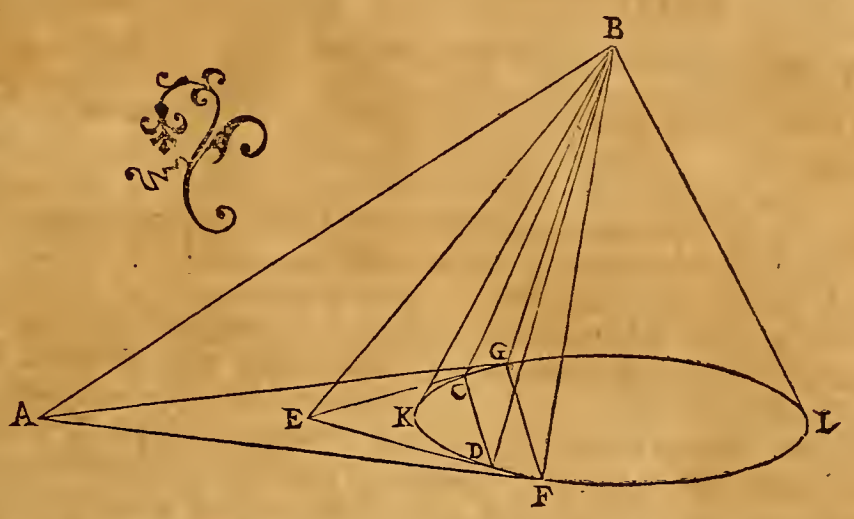
PROPOSITIO CXII. THEOREMA.

Oculo per planum, in quo est basis coni, propiùs accedente, minor conicæ superficiei portio conspicitur; videtur autem maior.

OCVLVS inquam A in eodem plano, in quo & basis coni G K F incedat, & in E cono propinquior sit quàm in A: dico ex loco E minorẽ coni portionem spectari quàm ex A. Nam per 83. propos. huius libri constat, si ex A & E ad basin contingentes ducantur, ex A quidem A G & A F; ex E verò E C & E D, minorem fore basis portionem C K D, quæ ex E spectatur quàm G K F, quæ videtur ex A. At propositione 105. huius ostensum est, ita se habere superficiei conicæ portionem visam ad reliquam quæ latet, quemadmodum se habet vnius circuli (vt est hoc loco basis) segmentum visum ad reliquum quod non videtur. Igitur vt basis segmentum C K D ad reliquum segmentum C L D, ita conicę superficiei portio B C K D ad reliquam B C L D. Quare per 18. quinti Euclidis, & componendo, vt basis segmentum C K D ad C L D vna cum eodem C K D, hoc est ad totam basin; ita superfi-

F

A ſuperficiei conicę portio B C K D ad totam ſuperficiem, excepta baſi. Ac rurſus componendo, vt baſis ſegmentum G K F ad baſin totam, ita ſuperficiei conicæ portio B G K F ad totam coni ſuperficiem: conuertẽdo autem, vt tota baſis ad ſegmẽtum C K D, ſic tota ſuperficies coni præter baſin ad eius B partem B C K D: & vt tota baſis ad ſegmentum G K F, ita ſuperficies tota ad partem B G K F. Igitur per 11. quinti Euclidis, vt ſegmẽtum C K D ad G K F



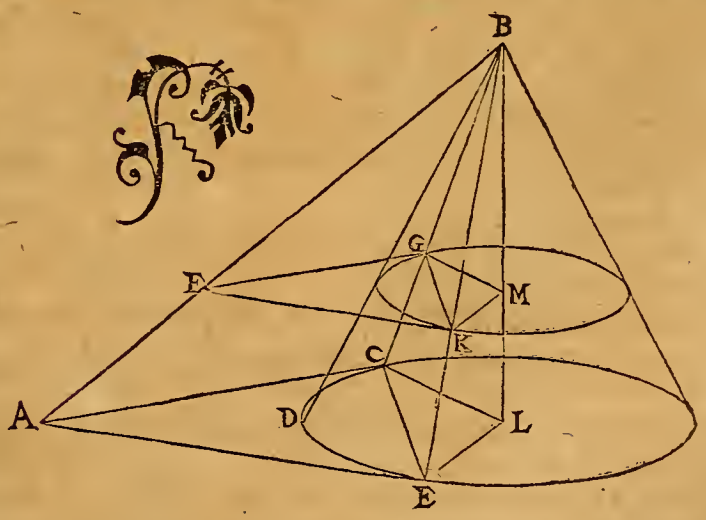
ſegmentum, ita ſuperficiei conicę pars B C K D ad partem B G K F; & permutando, vt baſis ſegmentum C K D ad ſuperficiei conicæ portionem B C K D, ita G K F ſegmentum C baſis ad B G K F conicę ſuperficiei portionem: ſed ſegmentum C K D ſegmento G K F minus eſt per ſuperiùs citatam 83. propoſitionem huius: quocircà per 14. quinti Euclidis & ſuperficiei conicę portio B C K D quæ ex E conſpicitur, minor eſt quàm B G K F quæ videtur ex A. Viſu itaque in eodem plano in quo baſis incedente, conoque appropinquante, minor portio ſuperficiei excepta baſi conſpicitur; quod erat demõſtrandum.

Videtur autem è propinquiori loco viſa portio ſuperficiei conicæ maior quàm è remotiori: ſiquidem planorũ B E C & B E D diuaricatio maior eſt quàm planorũ B A G & B A F. Vti enim A G & A F arctiùs cõſtringuntur, ita & plana B A G & B A F propiùs ad ſe mutuò inclinantur: at quia plana B E C & B E D, quorũ baſes E C & E D ampliori ſpatio diuellũtur, maiorem quoque ſpatij amplitudinẽ continere neceſſe eſt; ac proinde portionẽ quoque D conicæ ſuperficiei B C K D quàm B G K F maiorem apparere; quod erat probandum.

PROPOSITIO CXIII. THEOREMA.

Oculus per eumdem radium opticum ad verticẽ coni exporrectum incedens, eamdem ſemper conicæ ſuperficiei portionem intuetur.

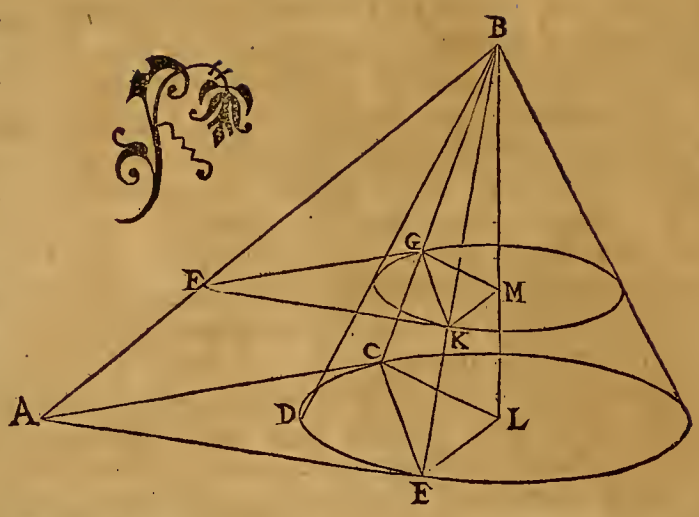
ESTO coni vertex B, ſubiectaque baſis C D E, & axis B L; oculus verò A, vnde ad verticem recta protenſa ſit E A B: dico viſu in lineam A B tranſmutato æqualem ſemper conicę ſuperficiei portionem ſpectari. Ab A namque ad baſin contingentes educantur A C & A E, quod fieri quidem poterit per 17. tertij Euclid. ſi oculus in eodem ſit cum F baſi plano; ſin minùs, ſecetur conus per A plano quod baſi ſit parallelum, faciatq;



in cono ſectionem circulum, ad quem ex A, vti dictum eſt, contingentes euocentur A C, & A E: ab ipſis autem contactibus C & E ad verticem rectæ procedant C B & E B, quæ vnà cum tangentibus ipſàque A B duo triangula perficient, nempe A C B & A E B, quæ quoniam ambo per A & B tranſeunt, erit communis vtriuſque ſectio recta linea A B per 3. vndecimi Euclidis. Quoniam itaque A C & A E baſin contingunt in C & E, conſtat portionem ſuperficiei conicæ ex A ſpectatam eſſe A C D E, quæ tangentibus continetur.

Si ergo viſus in F aliúdve quodcumque punctum lineæ A B transferatur, dico eam-

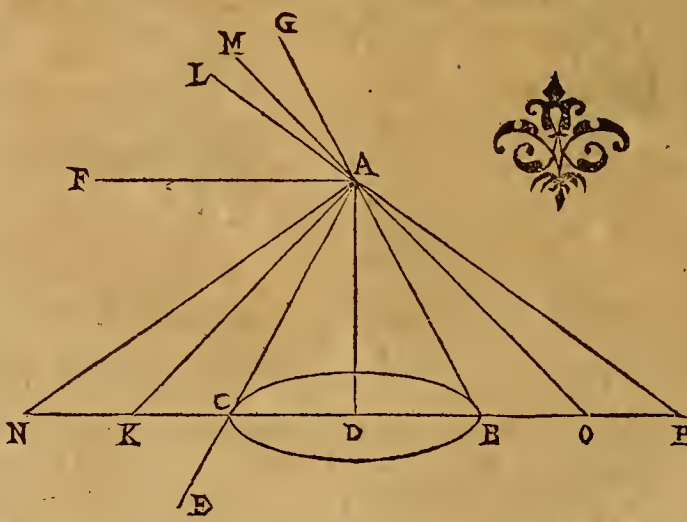
dem conicę ſuperficiei portionem B C D E conſpici. Per F namque planũ extendatur baſi parallelũ, quod in cono ſectionem faciat circulum, cuius centrũ M per 4. primi Apollonij: cùm itaq; parallela plana A C E & F G K plano ſecẽtur A E B, erunt communes ſectiones A E & F K rectæ lineæ parallelę per 16. vndecimi Euclid. Eodemq; modo parallelæ oſtendẽtur A C & F G, communes nimirum ſectiones parallelorum planorũ A C E & F G K, trianguliq; A C B Rurſus eamdem ob cauſam parallelæ erunt C L ipſi G M, & E L ipſi K M. Igitur per 10. vndecimi Eucl. æquales ſunt anguli F G M ipſi A C L, & F K M ipſi A E L: at A C L & A E L recti ſunt per 18. tertij Eucl. quocircà & F G M, F K M recti erunt, ac proinde F G & F K circulũ contingent in G & K per 16. tertij Euclid. Quare cùm eæ quæ à vertice B per G & K ad baſin vſque extenduntur, rectæ lineæ eædem illæ ſint, quæ ante ex C & E ad verticem perductæ fuerant; erit quoque eadem conicæ ſuperficiei portio, quæ ex F & quæ ex A ſpectatur. Eſt verò in ceteris ſtationibus oculi per lineam A B tranſmutati eadem demonſtrandi ratio. Igitur quacumque in parte lineæ A B oculus ſubſtiterit, eamdem ſemper coni portionem videbit; quod erat demonſtrãdum.



PROPOSITIO CXIV. THEOREMA.

Quò radius opticus ab externo oculo ad verticem coni deſtinatus maiorem cum axe angulum fecerit, niſi in conum ipſum inciderit, eò maior erit conicæ ſuperficiei portio, quæ ſub aſpectum cadet.

CONVS A B C, cuius axis A D, ſecetur triangulo per axem A B C; eiuſq; trianguli alterum latus A C infernè verſus E, alterum verò A B ſupernè G verſus, in infinitũ producantur. Patet igitur per 10. prop. huius lib. è quauis parte lineæ A E nihil conicæ ſuperficiei videri præter rectam lineam A C, quæ vt punctum apparet; è quacumque autem parte lineæ infinitæ A G præter ſolam lineam A B totam coni ſuperficiẽ conſpici. Conſtat præterea ex 107. propoſ. huius, ſi ex A perpẽdicularis axi A D excitetur A F, è quacumque parte lineæ A F medietatem conicæ ſuperficiei ſpectari. Rurſus propoſ. 106. huius oſtenſum eſt, ex omni parte radiorum qui infra A F ad coni verticẽ protrahuntur, vt ſunt A H & A K, &c. portionem cerni conicæ ſuperficiei medietate minorẽ, ſiquidem hi omnes cum axe angulum faciunt recto minorem: ſunt enim omnes recti anguli F A D partes. At ex radijs A L & A M, qui ſupra lineam A F attolluntur, maiorem medietate conicæ ſuperficiei comprehendi ex propoſ. 108. huius liquet, quòd nimirum hi omnes angulos faciant cum axe obtuſos, recto ſcilicet F A D maiores.



Reſtat itaque vt inter ſe conferantur illæ etiam lineæ, quæ vel ſupra perpendicularem A F, vel infra eam ſunt. Quamobrem dico ex linea A H maiorem conicæ ſuperficiei portionem ſpectari quàm ex A K; & ex A M maiorem quàm ex A L; quòd videlicet angulo

A angulo D A K angulus D A H ſit maior; itemque maior angulus D A M quàm D A L; quæ iam ſigillatim per ſe ſunt enucleanda.

Ac primò quòd ex quauis parte lineæ A H, quàm ex quauis lineæ A K parte, maiorem conicæ ſuperficiei portionem videri contingat, ſic demonſtrabitur: B C, quæ & baſis coni dimetiens eſt, & latus trianguli per axem A B C vertici ſubtenſum, producatur verſus C quoad lineis A K & A H etiam productis occurrat, ſintq; occurrentium linearum puncta H & K: quoniã igitur maior eſt angulus D A H angulo D A K, vt totus ſua parte; erit & D H ipsâ D K maior, vt tota ſuâ parte. Sublata ergo cõmuni portiuncula D C; relinquetur C H quàm C K maior per communem notionem. Igitur per 83. huius ex H quàm ex K maior
B portio circularis perimetri conicæ baſis apparebit: quare & maior portio ſuperficiei conicæ præter baſin. Namq; per 105. huius, in cono vti ſe habet baſis portio quæ ſpectatur ad eam quę latet; ſic viſa ſuperficies coni, excepta baſi, ad reliquam quæ non apparet.

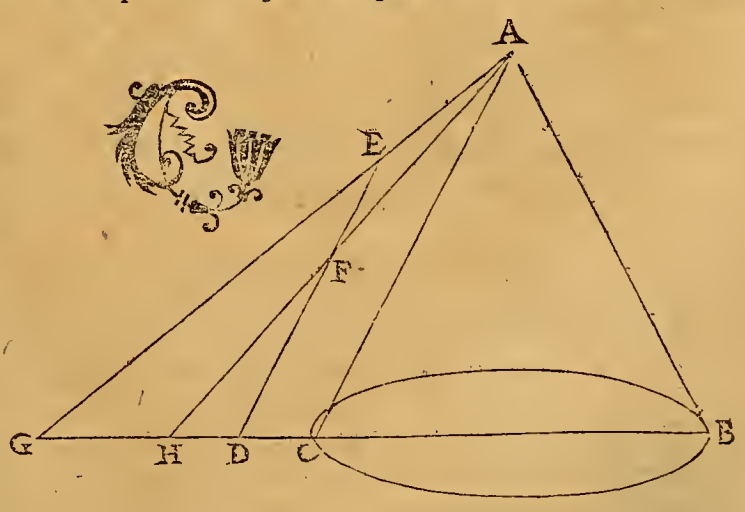
Deinde quòd ex omni quoque parte lineæ A M quàm A L maior portio conicæ ſuperficiei conſpiciatur, ſic probabitur: Producantur M A & L A infinitè, quibus C B ſimiliter producta occurrat ad ſigna O & P: quoniam igitur anguli M A D & D A O duobus rectis ſunt pares per 13. primi Euclidis, itemque L A D & D A P æquales duobus rectis per eamdem 13. primi Euclidis, erunt duo anguli M A D & D A O, duobus L A D & D A P æquales. Ab his igitur ſi inæquales auferantur anguli, maior quidem D A M, & D A L minor ex hypotheſi, relinquentur per vulgatum axioma inæquales, maior quidem
C D A P, minor verò D A O. Quare & his ſubiectæ baſes D P & D O inæquales erunt, hæc minor, illa maior; à quibus ſi rurſus communis portio detrahatur D B, relinquetur B P ipsâ B O maior: quocircà ſi ex P & O ad baſin reliquamque coni ſuperficiem contingentes ducantur, eductæ ex P maiorem portionem tum baſis, tum ſuperficiei conicæ comprehendent, quàm quæ ducentur ex O per 83. huius: at quæ ex P, eam partem coni determinant, quæ oculo in linea A L poſito occultatur; quæ verò ex O, eam definiunt partem, quæ oculum in linea A M conſtitutum latet. Cùm itaque aſpectui in aliqua parte lineæ A M poſito minor pars conicę ſuperficiei ſubducatur, quàm conſtituto in linea A L, fit vt ex linea A M maior pars conicę ſuperficiei videatur, quàm ex linea A L: atque ea propter quò maior erit angulus quem radius opticus cum axe facit, eò maio-
D rem fore neceſſe eſt conicæ ſuperficiei portionem quæ ſpectatur, niſi opticus radius in alterum latus trianguli per axem inciderit; quod erat demonſtrandum.

Ex his colligi atque etiam demonſtrari poteſt id quod nonnulli proponũt hoc modo:

CONSECTARIVM.

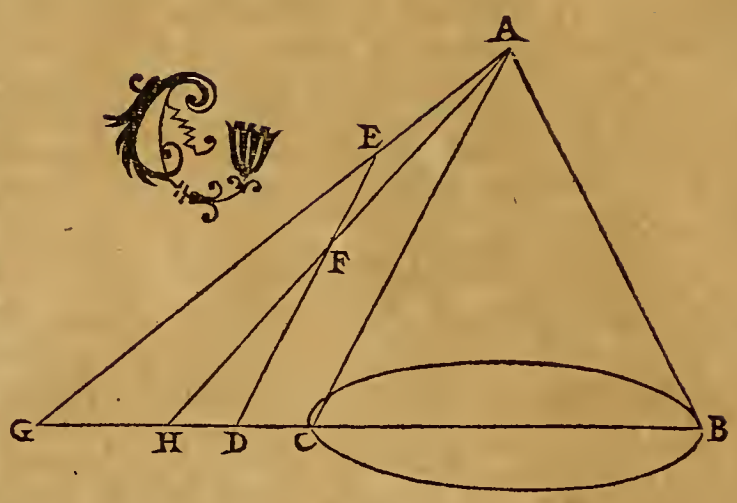
Æquali à cono diſtantia quo ſublimiùs oculus attollitur, eò maiorẽ coni portionẽ videt; ſed ea minor apparet: quo verò humiliùs deprimitur, eò minus eſt coni, quod ſpectatur; apparet autẽ maius.

E Esto conus A B C, atque in eo triangulum per axem A B C, cuius lateri A C parallela ducatur D E, per quam oculus deportetur æquali ſemper à cono diſtantiâ: dico ex E loco eminẽtiore maiorem coni portionem ſpectari, quàm ex F loco demiſſiore; at quæ ex F cernitur, maiorem apparere eâ quæ ex E cõſpicitur. Ducantur enim à vertice coni ad E & F, rectæ lineæ A E & A F, produ-
F canturq; quoad baſis diametro B C productæ occurrant ad ſigna G & H, (concurrent autem, ſi quidem D E quàm A C minor fuerit, vt quiuis demonſtrare facilè poterit) & quoniam



maior eſt angulus C A G angulo C A H, erit & C G ipſa C H ſua videlicet parte maior: itaque G longiùs à cono diſtat quàm H: quare per 12. propoſit. huius ex G maior coni

portio videtur quàm ex H: at per 13. huius eadem apparet coni portio ex E quæ ex G, eademq; ex F quæ ex H. Igitur maior est coni portio quæ ex E spectatur, quàm quæ ex F. apparet autē hæc illâ maior; siquidem vt ex demonstratione propos. 13. huius euinci potest, pars coni spectata ex E æqualis apparet ei quæ ex G, & quæ ex F cernitur ei quæ ex H æqualis: sed quæ ex G aspicitur minor apparet eâ quæ ex H per 12. proposit. huius: igitur & quæ ex F, eâ quæ ex E, maior apparet; quod erat demonstrandum.



FALLACIAE ASPECTVS CIRCA LOCVM.

PRIVS *quàm ad Loci fallacias accedamus, perutile visum est, loci proprij atque alieni naturam definitionemque explicare. Proprius is locus dicitur, in quo res et videtur & est. Alienus verò is, in quo res videtur quidem, sed in eo minimè existit. Fit autem subinde vt res alio appareant loco ab illo cui reipsa aßistunt: quod non modò radiorum flexu aut imaginum repulsione accidit, verùm etiam recta radiorum euibratione. hunc proinde locum phantasticum seu apparentem nuncupamus.*

Perspicuum porrò ex hac definitione est vnius rei vnum tantùm esse posse locum proprium, plura verò esse posse apparētia. Nam pluribus simul in locis reipsa existere nulla res suapte vi potest; quare nec pluribus simul propriis in locis videri: posse autem pluribus phantasticis in locis eamdem rem spectari, specula in primis testatum faciunt: siquidem vna eademque res toties numero multiplicari videtur, quot specula sunt, à quibus imago ipsius repercussa diuersis lineis in oculum relabitur. Deinde per vitra pluribus planis cælata, res vna toties numeratur, quot vitrum superficies habet, à quibus radij simulachro rei affecti ad obtutum infringuntur. Hoc ludicri genus est, quo cataphractus miles insignem armatorum aciem exhibet; numusq; aureus congestum aureorum aceruum ostendit, cupidorum oblectamentum; ac lucerna vna multis numero æqualis impensius lumen transfundit. Sed de his in Catoptricis Dioptricisque plura: nunc id ostendisse sufficiat, præter locum proprium qui vnicus est cuique rei plurima apparentia esse posse.

PROPOSITIO CXV. THEOREMA.

Res qualibet in ea horopteris parte conspicitur, vbi ipsum radius per rem ductus attingit.

DVPLICI ex capite pendet huius propos. demonstratio. Primum est, id omne quod videtur in illo radio apparere, per quem eius species in oculū inuehitur, quod iam lib. 2. hypothesi 3. vt sensui ac per se notum concedi postulauimus: alterum est, eam esse horopteris naturam ac conditionem, vt omnium quæ sub intuitum cadunt, phantasias excipiat, locaque singulis vera vel apparentia assignet; quod eodem libro secundo fusius est explicatum.

Ex

A Ex quibus ſanè id quod propoſitum eſt, facilè concluditur. Nam duabus rectis lineis ſeſe ſecantibus (horoptere inquam radioque optico) in quarum vtraque locum rei exiſtere probatum iam ſit; fieri nequit, vt is alia in parte ſit, quàm vbi eæ lineæ communi ſigno congrediuntur, ac mutuo ſociantur complexu. Hoc autem nuſquam alibi accidere poteſt, quàm vbi horopterem radius opticus, qui per rem ducitur, attingit, productuſque interſecat. Hic igitur locus eſt apparentis obiecti; quod erat propoſitum.

PROPOSITIO CXVI. THEOREMA.

B *Vno oculo, res vna vnico ſpectatur loco.*

HÆC propoſitio ex iiſdem proximè citatis hypotheſibus, velut conſectaria infertur. Quoniam enim in ea horopteris parte ſpectatus rei locus exiſtit, vbi ipſum radius opticus per rem ductus interſecat; nec poteſt recta linea pluribus in locis quàm vno, rectam lineam ſecare: conſequens eſt, vt res vna, vno oculo, vnico appareat loco: ſiquidem ab vno oculo per eamdem rem vnus dumtaxat radius educi poteſt, qui horopterem vnico ſecet loco. Quare cùm pluribus locis quidpiam ſpectatur, id duorum oculorum intuitu contingit; quorum vnus rem vno, alter altero loco intuetur.

C Porrò hæc de aſpectu directo ſunt intelligenda. etenim repercuſſione aut infractione optici radij fieri omnino poteſt, vt vna res viſilis, vno oculo pluribus locis aſpiciatur; vno quidem proprio, reliquis autem alienis. Verùm hic cernendi modus ad præſens inſtitutum minimè pertinet: nam de illo tantùm agimus, qui per ſimplex ſit medium.

PROPOSITIO CXVII. THEOREMA.

Plura vno ſpectata radio, eodem apparent loco.

D QVIA namque per 3. hypotheſin libri ſecundi res quælibet in illo apparet radio, quo eius ſpecies ad aſpectum defertur, in eaque eius parte per 115. propoſ. libri huius, qua horopterem attingit; perſpicuum eſt, ſi plures res aſpectabiles in eumdem radium incidant, vno eodemq; loco omnes apparere, illo ſcilicet vbi radius cum horoptere congreditur: ſiquidem non in pluribus locis quàm vno ſeſe horopter radiuſque opticus interſecant, ne aduerſus Euclidis duodecimam communemque ſententiam, duæ rectæ lineæ ſpatium concludant. Quamuis veriùs dixerim plura in eodem radio conſtituta non tam eodem loco, quàm non diuerſis locis ſpectari. Si enim alio atque alio loco ſingula viderentur, oporteret ſingula ſingulis radiis ſui imaginem ad organum deſtinare, quod hypotheſi repugnat, quia in eodem radio omnia collocata eſſe ſupponuntur. Quare id ſolum
E quod oculo proximum eſt videtur, ceteris poſt eius denſitatem latentibus atque ab aſpectu prohibitis.

PROPOSITIO CXVIII. THEOREMA.

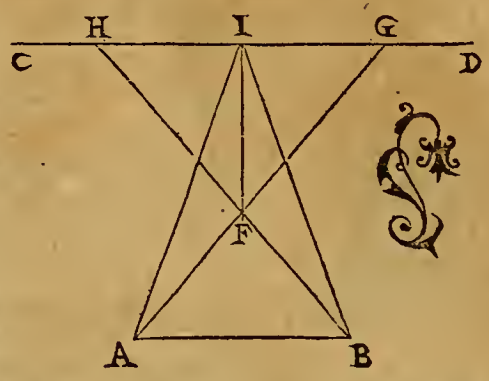
Vnumquodque eorum, quæ in horoptere exiſtunt, vno cernitur loco.

F PROPOSITIO hæc in hunc modum colligitur: Quidquid in horoptere exiſtit, id proprio apparet loco: at quod proprio, id profectò vno loco cernitur; igitur quodcumque in horoptere exiſtit, vno ſpectatur loco. Propoſitio ita probatur: Id proprio videtur loco, quod ibi eſt vbi apparet: ſed per 49. propoſitionem libri ſecundi, omne quod videtur, ſeu verum ſeu apparentem locum in horoptere obtinet: ſi itaque in eodem horoptere res ipſa ſit quæ videtur, vti ſupponitur; proprius erit is locus, vbi ſpectatur id quod in horoptere exiſtit. Aſſumptio verò ex eo confirmatur, quòd vnius rei vnus tantùm proprius locus eſſe poſſit. Cùm enim proprius cuiuſque rei is locus ſit, in quo res ſimul apparet & eſt; nequeat verò vna eademq; res naturæ conditione in pluribus ſimul locis exiſtere; nec in pluribus

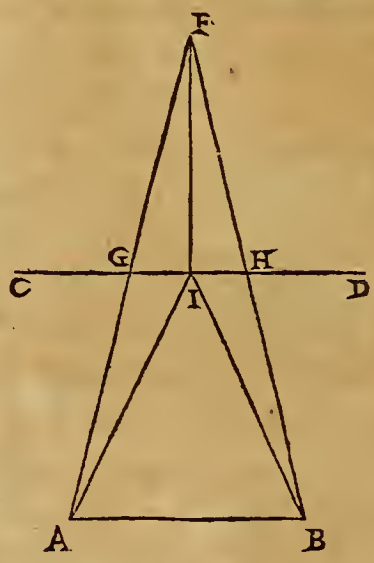
ſimul locis, iisque propriis, videri poterit. Quocircà probatum relinquitur quod propo- A
ſitum, vnumquodque eorum quæ in horoptere exiſtunt, vno dumtaxat loco ſpectari.

PROPOSITIO CXIX. THEOREMA.

Res vna extra horopterem conſtituta, vtroque viſu geminis locis diſtincta apparet.



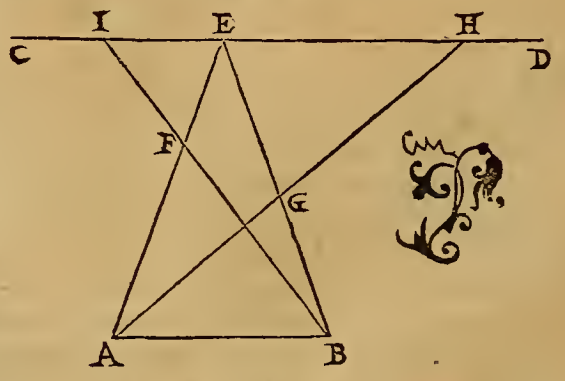
SINT duo centra oculorum A & B, quorum acies in horopterem CD dirigantur, coëantque ad ſignum I per opticos axes A I & B I: extra horopterem verò ſumatur punctum quodcũque, exempli gratia F, ad quod radij deſtinentur A F & B F: hos inquam productos in diuerſa loca, horopteris incidere eſt neceſſe: nam ſi in idem punctum incidant, puta I, & quidem punctum F inter horopterem ipſoſq; viſus aſſumptum ſit; qui per F ad cõmune ſignum I producentur radij A F I & B F I, habebunt vnum & idem ſegmẽtum F I commune, quod omnium notioni aduerſatur. Cùm itaque radij optici F & B F C
ad horopterem protenſi diuerſa capeſſant loca G & H; dico ſignũ F duobus in his locis, G ſcilicet & H ſpectari: in G quidem à viſu A, in H verò à viſu B. Cùm enim per 115. ſuperiorem prop. in ea horopteris parte vnumquodque conſpiciatur, vbi horopterem radius opticus per rem ductus attingit; contingat verò radius A F productus horopterem in G, & B F radius productus eumdem attingat in H; manifeſtè ſequitur ſignum F ab oculo A in G, & ab oculo B in H ſpectari; quod erat demonſtrandum.



Si verò punctum F vltra horopterem aſſumptum fuerit, ſimili modo oſtendentur radij A F & B F per diuerſa puncta horopteris tranſire. Si enim vnum idemque ſit punctum, exempli gratia I, quo radij ab oculis A & B ad propoſitum ſignum F ducti, horopterem interſecant, iam vt priùs rectæ duæ lineæ A I F & B I F ſegmentum I F commune habebunt; quod cùm fieri nequeat, conſequens eſt vt radij optici ad punctum F vltra horopterem aſſumptum deſtinati, ipſum horopterem duobus in locis ſecent, ac proinde per ea quæ proximè demonſtrata ſunt, vt eadem res vltra horopterem conſtituta, duobus in locis G & H appareat; quod etiam demõſtraſſe oportuit.

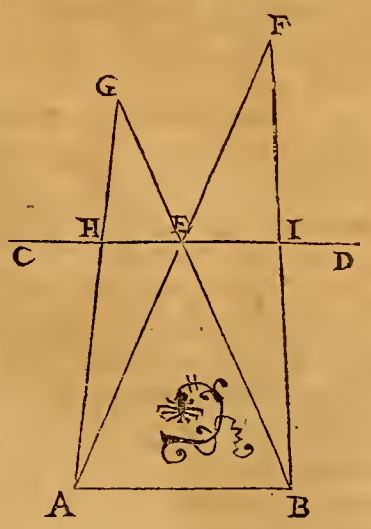
PROPOSITIO CXX. THEOREMA.

Duo ſigna extra horopterem in axibus opticis conſtituta, duobus viſibus tribus numerantur locis; quorum medius in axium concurſum incidit, è duobus effectus vnus.



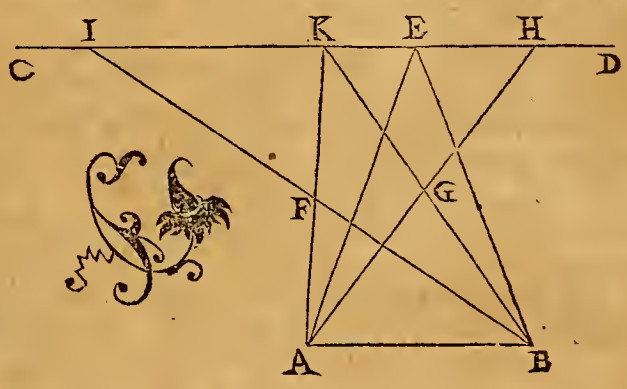
DVORVM oculorum A & B axes optici, A E & B E in horopteré C D procidant ad ſignum E, ſintq; in eiſdem axibus aſſumpta duo ſigna F & G: hæc aio tribus locis numerari I, E, & H, quorum medius in axium concurſum incidit, è duobus vnus effectus: nam ſignum G à viſu A in loco H conſpicitur, ea ſcilicet horopteris parte, quam radius ab oculo A per G ductus attingit per 115. propoſ. libri huius: ſignum verò F à viſu B in I cernitur, eamdem nimirum

A rum ob causam; atque ita duo habentur loca, I & H: tertius autem in E axium opticorum congressione existit ex duobus compositus: nam F quidem à visu A, G verò à visu B, eodem in loco E conspiciuntur, attestante eadem 115. propos. huius; quòd nempe axes optici per F & G ad horopterem producti, in eodem puncto E conueniant, vbi vtrique signo communem locum præscribunt; quod erat probandum.



Simili prorsus modo ostendetur propositum, si signa F & G vltra horopterem assumpta fuerint, in opticis ni-
B mirum axibus A E & B E longiùs productis: nam radij A G & B F horopterē duobus in locis intersecantes, duo in primis, eaque extrema loca H & I definiunt: medius verò E ex duobus, quos axes A F & B G designant, vnus efficitur. Vti enim axes, sic loca ipsa in E conueniunt; propterea scilicet, quòd E sit vtriusque axis & horopteris communis sectio: quæ omnia ex superiore propositione 115. nullo negotio demonstrari possunt.

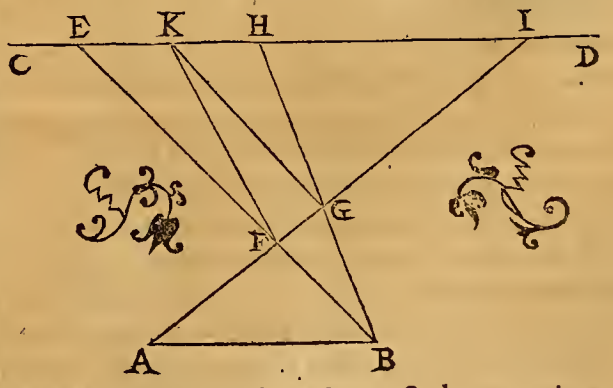
Rursus idem omnino eueniet, si conspicua signa F & G non iam in axibus A E & B E, sed in quibusuis aliis radiis opticis
C in horoptere concursantibus, assumpta fuerint. Radij namque A K & B K in horoptere congrediantur ad punctum K, in eisque assumantur signa F & G, per quæ radij agantur A H & B I: erunt itaque per 115. superiorem propositionem H & I extrema loca, in quibus F & G conspicientur, nimirum G à visu A, & F à visu B; medius verò erit K, è
D duobus conflatus. siquidem F à visu A, & G à visu B, in eodem loco K spectantur, quòd K sit vtriusque radij & horopteris communis intersectio.



PROPOSITIO CXXI. THEOREMA.

Res duæ in eumdem incidentes radium extra horopterem assumptæ, tribus locis conspiciuntur, è quibus alter extremorum ex duobus efficitur vnus.

E REPOSITIS visibus A, B, & horoptere C D vt suprà, sint res duæ spectabiles F & G, extra horopterem quidem, sed in eodem radio A I assumptæ: has dico tribus locis spectari, vno quidem I à visu A, vbi vtriusque F & G phantasia in vnum conuenit; duobus verò à visu B, nimirū E & H: quæ omnia ex suprà demonstratis, partim hoc capite, partim libro se-
F cundo propos 49. manifestè possunt demonstrari. Siquidem quia B extra vtrumque punctum F & G, neque in eamdem cum ipsis lineam cadere



supponitur, necesse est ex B eductos per F & G radios ad diuersa puncta horopteris terminari. Si enim in eodem, verbi gratia K, iam duæ rectæ lineæ B F K & B G K spatium concluderent, quod communi notioni aduersatur: ergo in diuersa puncta horopteris radij B F & B G producti finiuntur. At enim cùm per 115. propositionem libri huius in ea horopteris parte vnaquæque res locum sortiatur, quam radius per ipsam ductus attingit, consequens fit, vt res duæ F & G à visu B distinctis spectentur locis; à visu autem

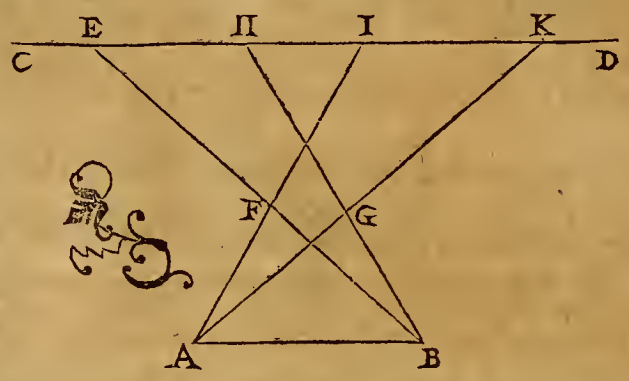
A vno

A vno eas loco cerni iam suprà est demonstratum propositione 117. ergo duæ res in eumdem incidentes radium duobus visibus tribus locis conspiciuntur; quod erat propositum demonstrare. A

PROPOSITIO CXXII. THEOREMA.

Duo signa extra horopterem assumpta, nisi vel ambo in eumdem, vel singuli in concurrentes ad horopterem radios incidant, quatuor numerantur locis. B

DVABVS proximè explicatis propositionibus duo ostensi sunt modi, quibus res duæ à duobus oculis tribus in locis conspiciuntur, eam scilicet ob causam, quòd duo loca in vnum confluant. At modò vniuersè pronuntiamus, extra duplicem illum casum res duas à duobus oculis quatuor locis distractas videri. Id enim postulat ratio conditioque aspectus, vt vnaquæque res à duobus oculis spectata in horoptere gemina loca capessat per 119. huius. Etenim à duobus oculis per idem signum, exempli causa F, duo radij euocari possunt, qui ad horopterem producti, signum ipsum F in duobus locis conspiciendum exhibent E & I: ac eodem rursus modo per signum G educti à duobus oculis radij ipsum in horoptere duobus aliis locis repræsentant H & K. Itaque F & G à duobus oculis A & B, quatuor locis E, H, I, & K cernuntur; quod erat demonstrandum.

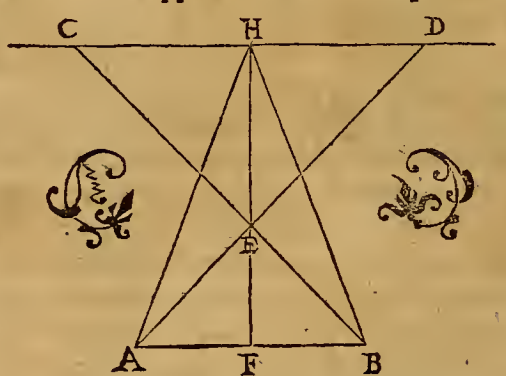


C

PROPOSITIO CXXIII. THEOREMA. D

Si communis radius ei quæ centra visuum connectit normalis fuerit, & in eo statuta res vna duobus appareat locis, phantasiæ æquali spatio ab axium concursu reipsa distabunt, & distare videbuntur.

SIT inquam res vna E, quæ in communi radio F H normali ei quæ centra visuum connectit A B constituta, duobus appareat locis C & D per 119. huius: aio in primis apparentia loca C & D ab H axium concursu æquali interuallo distare. Cum enim parallelæ sint A B & C D per 10. definitionem libri secundi, erunt intra illas secantium se A D & F H portiones, tum inter se, tum basibus proportionales per 11. & 12. lemma; & si per communem illarum sectionē E, alia quępiam recta linea acta sit F H, quę parallelarum interceptas portiones diuidat, erūt & harum segmenta similia per 13. lemma. Nam æquales quidem erunt anguli E A F & E D H per 29. primi Euclidis: æquales item anguli A E F & D E H per 15. primi Euclidis: ac demum anguli A F E & D H E æquales, quippe ex hypothesi recti. Sunt ergo triangula A E F & D E H æquiangula, atque ea propter per 4. sexti Euclidis eorum proportionalia sunt latera. Eodemque modo ostendi possunt triangula B E F & C E H æquiangula esse, ac latera habere proportionalia: quocircà vt A F ad F E, ita D H ad H E: rursusque vt B F ad eamdem F E, ita C H ad eamdem H E. Igitur per 22. quinti Euclidis si binæ in eadem ratione sumantur, erit ex æquo vt A F ad D H, nempe prima ad tertiam, ita B F ad C H, videlicet quarta ad sextam. Alternatim



E F

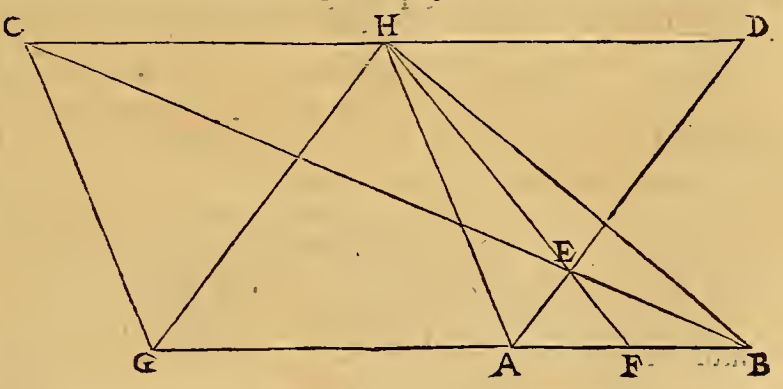
A natim verò per 16 quinti Euclidis; vt A F ad B F; ita D H ad C H: at A F ipsi B F æqualis est ex hypothesi: itaque per 14. quinti Euclidis erit & D H ipsi C H æqualis; quod primo loco erat demonstrandum.

Deinde quòd æquales etiam appareant D H & C H, ex angulorum D A H & C B H æqualitate demonstrabitur. In triangulis enim D A H & C B H æquales in primis ostendentur anguli A H D & B H C. quoniam enim parallelæ sunt A B & C D per 10. definitionem libri secundi, sintque anguli A F H & B F H ex hypothesi recti, erunt & D H F, C H F recti per 29. primi Euclid. ac propterea æquales per vulgatũ axioma. Sunt verò & A H F, B H F æquales per 4. primi Euclidis, quòd nimirum in triangulis A F H & B F H circum
B æquales angulos rectos æqualia consistant latera A F ipsi F B, & F H commune vtrique. Igitur si angulus A H F adiungatur angulo F H D, & angulus B H F angulo F H C, erunt compositi anguli A H D & B H C æquales per communem notionem: at circum hos æquales angulos æqualia latera existere perspicuũ est, A H scilicet æquale ipsi B H per 25. libri secundi; D H verò ipsi C H ex iam demonstratis priore huius propositionis parte. Itaque per 4. primi Euclidis, & angulus D A H angulo C B H est æqualis: ac proinde æqualis apparet C H ipsi H D; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO CXXIV. THEOREMA.

C *At obliquato aspectu, cùm res vna in communi existens radio duobus apparet locis, phantasiæ pari quidem interuallo ab axium concursu distant; at minus illud videtur, quod obliquioribus radiis comprehenditur.*

D REPOSITIS iisdem quæ suprà visibus A & B, ac solo aspectu in obliquum mutato, sit communis radius F H obliquis angulis in eam quæ centra visuum connectit A B incidens, resque visilis E in C & D ambobus visibus conspiciatur: dico in primis D H & C H, spatia inquam, quibus phantasiæ ab axium concursu distrahuntur, æqualia reipsa esse. Quod eadem omnino demonstrandi forma probari potest, qua prior pars superioris propositionis cõfirmata fuit.



Minorem verò apparere intercapedinem C H obliquioribus radiis B C & B H comprehensam quàm D H, ita demõstra-
E bitur: Producta B A, fiat A G ipsi D H æqualis, cumque D H & A G sint parallelæ ex hypothesi, erunt & A D, G H parallelæ per 33. primi Euclidis. Rursus quoniam A G æqualis iam posita est ipsi D H, & eidem D H antè ostensa est æqualis C H, erunt C H & A G per communem notionem æquales. Sunt verò & parallelæ ex hypothesi; igitur per eamdem 33. primi Euclidis, quæ has connectunt A H & G C parallelæ quoque erunt. Quocircà cùm recta G H in parallelas incidat, rectas lineas A H & G C ea efficiet alternos angulos C G H & G H A æquales per 29. primi Euclidis: ac eodem modo cùm A H in parallelas incidat G H & A D, erit angulus D A H, eidem angulo G H A, vtpote alterno, æqualis per eamdem 29. primi Euclidis: itaque æquales in-
F ter se sunt anguli C G H & H A D. Sed minor est angulus C B H angulo C G H per 7. lemma huius, quòd scilicet eidem ambo insistant basi, ac in eisdem sint parallelis C D & G B: at obliquiores sint radij B C & B H quàm G C & G H: igitur angulus C B H angulo quoque H A D minor erit, ideoque minus apparebit interuallum H C quàm H D; quod demonstrasse oportuit. Atque hanc ipsam aspectus diuersitatem in ceteris quoque signorum phantasiis vsu venire necesse est, quoties communis radius ad horopterem oculorumque distantiam obliquus existit, vt ex iam demonstratis perspicuum relinquitur.

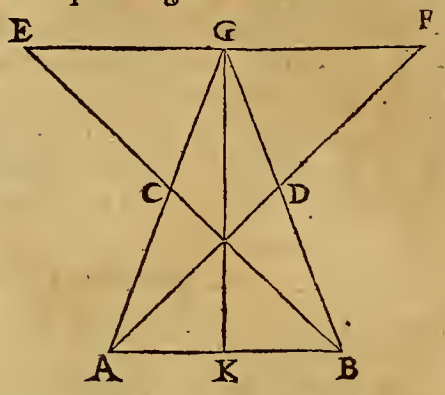
PRO-

A

PROPOSITIO CXXV. THEOREMA.

Si rursus communis radius connectenti centra visuum normalis fuerit, duoq; signa in axibus pari interuallo ab illorum concursu assumpta tribus appareant locis, tres phantasiæ æquè ab inuicem distabunt, & distare videbuntur.

ESTO communis radius G K normalis ei quæ iungit centra visuum A B, B axesque optici A G & B G in horoptere congrediantur ad punctum G, à quo pari interuallo distent signa C & D in axibus assumpta. Hæc inquam, tribus conspicientur locis per 120. propos. lib. huius; nempe in E, G, & F: dico verò eorum signorum phantasias, hoc est E, G, & F æqualibus ab inuicem interuallis disiungi, ac ea etiam æqualia videri: quod sanè perspicuum fiet, si primum ostenderimus triangula A G F & B G E æquiangula esse.



C

Itaque quoniam communis radius G K ipsi A B normalis est ex hypothesi, erunt A G & B G axes videlicet optici inter se æquales per 25. propos. libri secundi: sed & C G, D G supponuntur æquales: igitur in triangulis A G D & B G C duo iam habentur æqualia latera A G & G D, ipsis B G & G C vtrumque vtrique: est verò angulus A G B communis vtrique. Quare per 4. primi Euclidis, non modò basis A D basi B C, verùm etiam angulus G A F angulo G B E conuincitur æqualis. Rursus cùm isosceles sit A G B, æquales erunt ad basin anguli B A G & A B G per 5. primi Euclidis, sed angulo B A G æqualis est angulus A G E per 29. primi Euclidis, vtpote alterni in parallelis A B & E F. Eodemque modo æqualis erit angulus B G F ipsi A B G angulo: igitur A G E & B G F anguli sunt inter se D æquales: quapropter si eis addatur communis angulus A G B, fient per vulgatum axioma compositi A G F & B G E anguli æquales. Cùm ergo in triangulis A G F & B G E duo iam habeantur anguli G A F & A G F duobus G B E & B G E æquales, sintque per 32. primi Euclidis, tres vnius trianguli tribus alterius, hoc est, duobus rectis pares, erit & reliquus angulus E reliquo angulo F æqualis per commune axioma. Quare per 4. sexti Euclidis proportionalia erunt vtriusque trianguli latera, quæ circum æquales sunt angulos. Vt igitur A G ad G F, ita B G ad G E; & vicissim per 16. quinti Euclidis, vt A G ad B G, ita G F ad G E: sed A G æqualis iam ostensa est ipsi B G per 25. propos. libri secundi: itaque & G F ipsi G E est æqualis; quod primò erat demonstrandum.

Quòd verò G F & G E æquales quoque spectentur, iam palàm ex demonstratis relin- E quitur: siquidem anguli G A F & G B E ostensi sunt æquales.

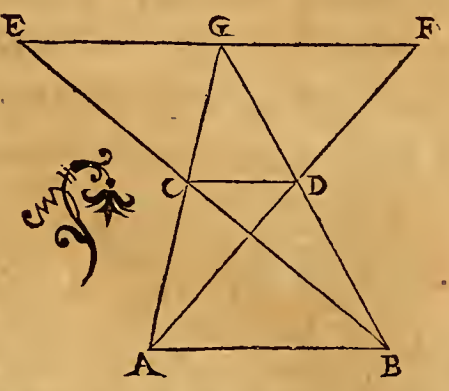
PROPOSITIO CXXVI. THEOREMA.

Si recta quædam horopteri parallela vtrumque axem opticum secet, & in communibus sectionibus duo signa constituantur: dico horum phantasias pari interuallo ab axium concursu distare; at si obliquus sit aspectus, propinquius videri id, quod obliquiori F radio continetur.

SVNTO visuum centra A & B, à quibus ad horopterem E F promissi axes optici A G & B G secentur recta quadam linea C D horopteri parallela; quæ & oculorum distantiæ parallela erit per 30. primi Euclidis: quòd nempe horopter, oculorumque distantia per 10. definitionem libri secundi sint parallela. In communibus autem sectionibus C & D, duo spectabilia signa constituantur, per quæ radij porrigantur A F & B E, qui extrema loca phœnomenωn definiant F & E. Nam medius locus in axium cõcursu est, vt superiùs est dumon-

A demonstratum propositione 120. huius libri: dico igitur E & F æquè ab G distare: at spatio G F minus videri spatium E G; siquidem radij B G & B E quàm A G & A F horopteri sunt obliquiores.

Cùm enim parallela sit C D ipsi A B, erit per 2. sexti Euclidis in triangulo A G B, vt A C ad C G, ita B D ad D G; & per 18. quinti Euclidis componendo, erit vt A C ad totam A G, sic B D ad totam B G. Rursus cùm parallela sit C D ipsi E F, erunt per 29. primi Euclidis anguli A C D & A G F, item A D C
B & A F G æquales; nempe alterni in parallelis C D & E F. Quare æquiangula erunt triangula A C D & A G F; quam eamdem ob causam & B D C, B G E triangula æquiangula erunt. Itaque per 4. sexti Euclidis in triangulo A G F vt se habet A C ad A G, ita



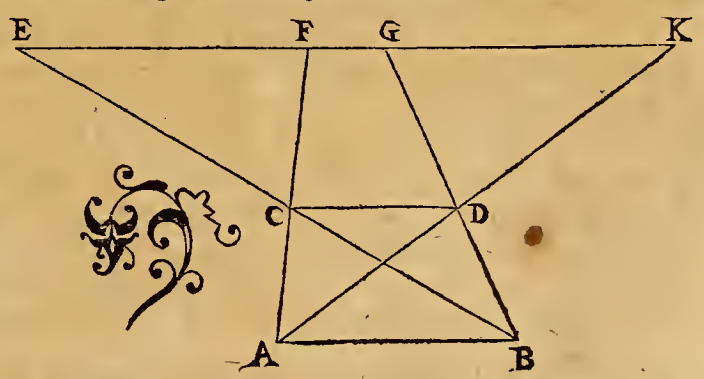
C D ad G F: sed ostensum iam est, vt A C ad A G, ita se habere B D ad B G: vt igitur B D ad B G, ita C D ad G F: at in triangulo B G E, vt B D ad B G, ita est per eamdem 4. sexti Euclidis D C ad G E: quamobrem proportio C D ad G E & ad G F eadem est per 11. quinti Euclidis, quòd proportioni quam habet B D ad B G sit eadem. Quocircà æquales inter se sunt G F & G E per 9. quinti Euclidis, siquidem ambæ ad eamdem C D eamdem con-
C uincuntur habere rationem.

Iam verò quòd in obliquato aspectu propinquius ipsi G appareat E quàm F, ex propositione 124. huius potest demonstrari, quam proinde Lector consule.

PROPOSITIO CXXVII. THEOREMA.

Si æquè ab horoptere distent signa, quorum singula geminis conspiciuntur locis, æquales erunt apparentium locorum intercapedines; at non semper æquales videbuntur.

D VISVVM centra eadem quæ suprà sint A & B, horopter autem E K, duo verò spectabilia signa C & D æquè ab horoptere disiuncta, quorum vnumquodque geminis spectetur locis; alterum quidem, nempe C, in E & F; alterũ verò, puta D, in G & K: dico apparentium locorum interualla E F & G K æqualia esse; nam cùm C & D æquè ab horoptere
E distent, erit recta C D eidem horopteri parallela: quare ex demonstratione præcedentis pro-



positionis facilè ostendi poterit E G æqualis ipsi F K: nam per 11. lemma vt A D ad D K, ita se habet B D ad D G; & componendo per 18. quinti Euclidis, vt A D vnà cum D K, hoc est tota A K ad A D, ita tota B G ad B D: sed vt A K ad A D, ita per 4. sexti Euclidis se habet F K ad C D, propterea quòd triangula A F K & A C D æquiangula sint; eademque de causa vt B G ad B D, ita E G ad eamdem C D; sunt enim triangula quoque B E G & B C D æquiangula. Igitur per 9. quinti Euclidis æquales inter se sunt E G & F K, vtpote quæ ad
F eamdem C D eamdem habent rationem. Ab his ergo si communis portio F G subducatur, relinquetur E F ipsi G K æqualis, suffragante communi notione; quod erat probandum.

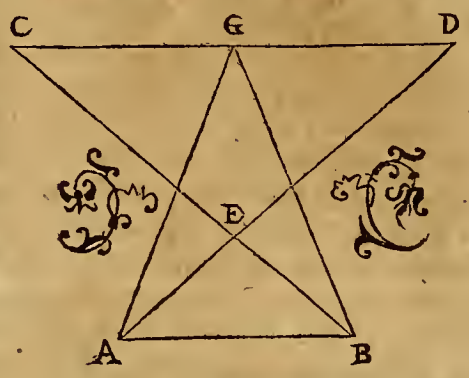
Porrò obliquo aspectu inæquales apparere intercapedines E F & G K, per 7. lemma huius libri nullo negotio demonstrari potest: nam ex illo lemmate constat angulum E B G angulo F A K minorem esse, si quidem B E & B G obliquiores sint radij quàm A K & A F; quare minor apparet E G quàm F K: sublata ergo portione F G, quæ communis vtrique cernitur, relinquetur E F quàm G K aspectu minor; quod erat probandum.

A

PROPOSITIO CXXVIII. THEOREMA.

Eorum quæ inter horopterem ſpectantur & oculos, phantaſiæ ſitum mutant: nam à dextro conſpecta oculo, in partem ſiniſtram; & à ſiniſtro in dextram porriguntur.

ESTO inquam ſignum E, inter horopterem C D & A B diſtantiam oculorum ſpectatum; A G verò & B G, vt priùs, axes optici ad commune punctum G horopteris terminati: dico ſigni E geminam phantaſiam C & D ſitum permutare; ſic vt locus C, vbi à dextro oculo B cernitur, in ſiniſtram partem vergat; D verò, vbi à ſiniſtro conſpicitur, in dextram. Nam radij optici A D & B C quoniam in ſigno E ſeſe interſecant, neceſſum eſt, vt ab interſectionis loco in contrarias partes abſcedant. Inde ergo à puncto E profecti, cùm ad horopterem perueniunt, loca deſignant oppoſita: ſiquidem ipſi inde à puncto E, vt dictum eſt, in alium ſitum ſunt permutati. Cùm igitur in C & D, ſigni E phantaſiæ locum obtineant per 119. propoſ. huius libri, patet eorum quæ inter horopterem oculoſque ſpectantur phænomena, ſitum commutare; quod demonſtraſſe oportuit.



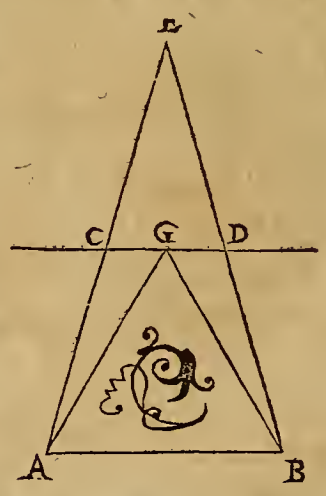
B

C

PROPOSITIO CXXIX. THEOREMA.

Eorum verò quæ vltra horopterem cernuntur, phantaſiæ ſitum retinent.

RVRSVS eſto horopter C D, & quæ centra viſuum iungit A B, vnde optici axes ad horopterem proſiliant ad punctum G: ſignum autem vltra horopterem ſpectatum ſit E, cuius quidem gemina apparebunt loca C & D, per 119. propoſ. libri huius: dico autem hæc ſitum minimè commutare, ſed dextrum in dextra, & ſiniſtrum in ſiniſtra parte remanere; ſiquidem radij optici A E & B E, cùm vltra horopterem concurrant in E ex hypotheſi, citra concurſus punctum E minimè ſeſe interſecant: totus ergo radius A E ab A ad E vſque, & B E à B vſque ad E, eumdem ſitum retinent; quare etiam omnes earum partes: igitur C ſiniſtrum, D verò dextrum latus occupat, & omnino eorum quæ vltra horopterem cernuntur phantaſiæ ſitum retinent; quod erat demonſtrandum.



D

E

Eſt porrò hoc loco obſeruandum, quod & præcedente propoſitione admonuiſſe oportebat, dextrum ac ſiniſtrum non ſumi à nobis abſolutè, ſed medij intuitus comparatione, hoc eſt reſpectu communis radij per ſignum propoſitum tranſeuntis: vel certè ſiniſtrum dicimus, quod alterius collatione minùs dextrum eſt; & dextrum, quod ſiniſtri reſpectu minùs eſt ſiniſtrum.

Quod admonuiſſe voluimus, ne quis ex hac figura dictarum phantaſiarum ſitum ſemper metiendum exiſtimet. Contingit enim interdum ita obliquis oculis obiecta ſpectari, vt phænomena non inter ipſos oculos dextrorſum ſiniſtrorſumque verſentur, ſed vtraque in partem aliquam abducta vtrique oculo vel dextra ſint vel ſiniſtra. Sed omnis nihilominùs error facilè declinabitur, ſi reſpectus habeatur ad medium intuitum ſeu radium communem ab eius lineæ medio, quæ centra viſuum connectit, ad terminum viſionis protenſum. hic enim, quantumcumque aſpectus obliquetur, proportione quadam medium ſitum inter phantaſiarum loca obtinet; huius igitur comparatione certam ſuam poſitionem phantaſiæ ſortientur.

F

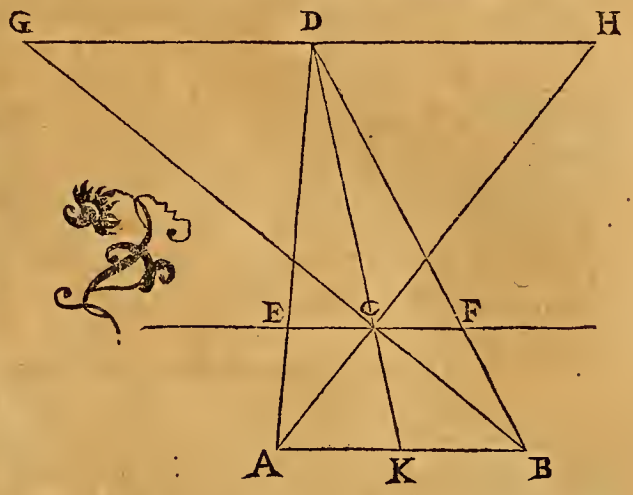
PRO-

A

PROPOSITIO CXXX. THEOREMA.

Propositis in communi radio duobus signis, si alterna vice nunc in vnum, nunc in alterum axes optici designantur, phantasiæ eodem semper loco perstare videbuntur.

SINT centra visuum A & B, communisque radius D K, in quo duo accipiantur signa C & D, in quæ alterna vice axes optici designantur: ac primò in D: erunt igitur signi C gemina phænomena in G & H per 119. propos. libri huius, quæ à concursu axium D interuallis distabunt G D & D H. Deinde terminentur optici axes in C: erunt itaque signi D binæ phantasię in E & F per eamdem 119. huius, quarum interualla ab axium congressione in C, erunt E C & C F. Dico verò E C ipsi D H, & C F ipsi D G apparere æqualem, hoc est, distantias phænomenon E & F, à concursu axium C illis interuallis æquales apparere, quibus H & G distant à concursu axium D: nam cùm A D per E vnius phantasiæ locum incedat, & A C producta ad alterius phantasiæ locum pertingat, ambæ autem per vtrumq; concursum axium transeant; fit vt E C & D H eodem angulo conspiciantur: quamobrem æquales apparebunt per 9. propos. libri huius. Sic & C F ipsi D G apparet æqualis: igitur permutata oculorum acie nunc in D nunc in C, phantasiæ signorum D & C loco constare, eodemque semper interuallo ab axium concursu abesse videbuntur; quod erat demonstrandum.

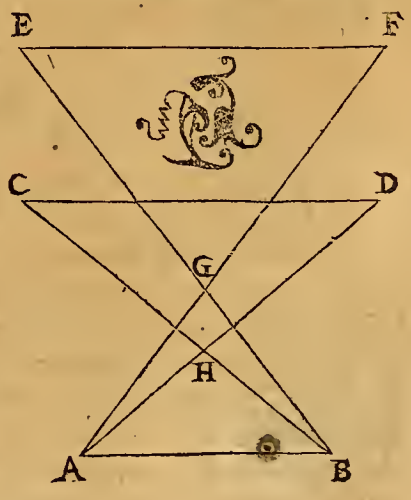


B C D

PROPOSITIO CXXXI. THEOREMA.

Si spectata signa oculorumq; distantia non in eodem sint plano, nec in eadem recta linea signorum phænomena conspicientur.

OCVLORVM distantia A B, duoque signa G & H non in eodem sint plano; sed esto G sublime à plano quod per oculorum distantiam & H ducitur: dico igitur geminam phantasiam signi G non in eadem recta linea conspici, in qua geminum apparet signum H. Cùm enim per 50. libri secundi radij ab vtroque visu per signum aspectabile ducti in horopteris planum terminentur, erunt centra visuum A & B, signumque visile H, eiusque binæ phantasiæ C & D in vno plano: quoniam verò ab hoc plano sublime ponitur signum G, erunt & radij optici A G & B G sublimes: quare & reliquæ eorumdem radiorum productiones, nempe G E & G F sublimes erunt: neque enim fieri potest per 1. vndecimi Euclidis, vt eiusdem rectæ lineæ pars in subiecto sit plano, pars verò in sublimi: itaque & E F in sublimi erit, quia & ipsa in eodem est cum radiis A F & B E plano per iam demonstrata. Atque idcircò linea E F in qua bina spectantur phænomena signi G, alia erit à C D, in qua geminum apparet signum H; quod erat probandum.



E F

Has porrò lineas inter se parallelas esse oportet, propterea quòd singulę earum distantiæ oculorum A B sint parallelæ: quoniam enim C D communis est intersectio plani horopteris, eiusque quod per A H B ducitur, si per A B planum quoddam actum intelligatur plano horopteris æquidistans, erit A B huius quoque plani, & eius quod per A H B transit,

communis interſectio, proinde erit C D oculorum diſtantiæ A B parallela per 16. vndecimi Euclidis. Simili verò modo oſtendetur E F eidem A B parallela: nam libro ſecundo oſtendimus omnia quę oculis obiiciuntur, vel in horoptere ſpectari, vt propoſitione 49. vel ſaltem in ipſius horopteris plano, eo loci vbi illud radij optici producti attingunt, vt propoſitione 50. eſt explicatum. Igitur C D & E F, omneſque in quibus ſingulorum obiectorum phænomena conſpiciuntur, ſunt inter ſe parallelæ. A

PROPOSITIO CXXXII. THEOREMA.

Cùm quid pluribus apparet locis, nullus illorum proprius eſt. B

NAM ſi aliquis illorum proprius eſſet, oporteret rem eo loco vbi ſpectatur etiam exiſtere: at omnis locus ſeu proprius, ſeu alienus, in horoptere apparet per 49. propoſ. libri ſecundi: igitur rem, quæ loco proprio cernitur, in horoptere exiſtere eſt neceſſe. Quidquid verò in horoptere exiſtit, id vno tantùm loco cernitur per 118. libri huius; pluribus autem videri ſupponitur. Igitur cùm quid pluribus apparet locis, nullus illorum proprius eſt; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO CXXXIII. THEOREMA.

Quod pluribus locis, id minùs perſpicuè videtur. C

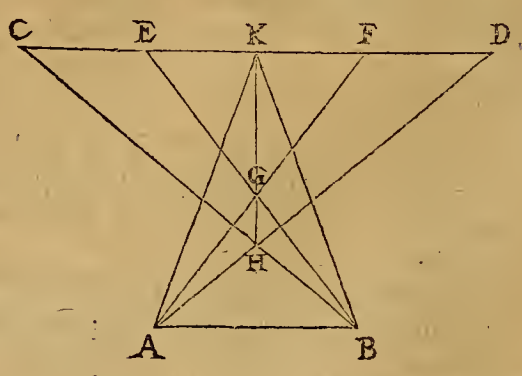
LIBRO primo propoſitione 75. & libro ſecundo propoſit. 10. docuimus, eam intuitionem quæ per axes fit, nobiliorem eſſe illâ quę per quemcumque fit radium. Libro verò primo propoſitione 76. oſtendimus, viſionem ab vtroque ſimul oculo, quàm ab altero tantùm, longè eſſe efficaciorem: ex quibus tandem libro ſecundo eadem propoſitione 10. velut conſectarium ſubduximus, omnium perfectiſſimam viſionem in axium concurſu exiſtere. At cùm ex decima definitione libri ſecundi conſtet axes opticos in horoptere congredi, ſequitur perfectiſſimam viſionem ad horopterem neceſſariò terminari. Id verò quod in horoptere proprium locum ſibi vendicat, id vnico videtur loco per 118. huius. Igitur quod pluribus locis, ſeu quod extra axium congreſſum, id profectò minùs perſpicuè cernitur; quod erat demonſtrandum. D

Sunt verò in viſione illarum rerum quæ geminæ, ideoque minùs enucleatè cernuntur, quidam perfectionis & imperfectionis gradus, quemadmodum & propinquitatis atque diſtantiæ. Nam quæ axium opticorum congreſſui viciniora ſunt, ea perfectiùs; quæ autem remotiora, ea imperfectiùs internoſcuntur. Quare ſi res quæpiam in vnius oculi axe ſit conſtituta, illo quidem oculo euidentiùs conſpicietur in cuius eſt axe, altero verò obſcuriùs imperfectiuſque; ac vniuersè quò longiùs ab axium opticorum concurſu abfuerit, eò minùs perſpicuè minuſque accuratè conſpicietur. E

PROPOSITIO CXXXIV. THEOREMA.

Cùm ſignum viſibile duobus ſpectatur locis; quò id longiùs ab horoptere abeſt, eò maiore interuallo phantaſiæ ab axium congreſſu diſtrahuntur.

ESTO idem quod hactenus oculorum interuallum A B, horopter verò C D, in cuius puncto K optici axes congrediantur: ſitq; prætereà ſignum viſibile extra horopterem conſtitutum nunc in G propinquius, nunc in H remotius: perſpicuum igitur eſt ex propoſitione 119. huius libri vtrumque ſignum G & H duobus locis ſpectari. Dico verò ſigni H phantaſias C & D longiùs ab axium concurſu K procurrere, quàm phantaſias ſigni G, puta E & F: iunctis enim K H G, quoniam maior ſupponitur K H quàm K G, erit angulus K B H angulo K B G maior, ideoque & K C ipsâ K E maior erit. Si namque



A namque maior non sit; erit aut minor aut æqualis; si æqualis, igitur & angulus K B H angulo K B G æqualis erit; quod absurdum est: si verò minor, erit & angulus A B H angulo K B G minor, nempe totus sua parte, quod longè absurdius est: itaque cùm K B H angulus angulo K B G sit maior, erit & K C ipsâ K E maior. Eadem verò ratione ostendetur & K D maior quàm K F: igitur puncti H binæ phantasiæ C & D in horoptere apparentes maiori interuallo ab axium concursu distant, quàm puncta E & F, in quibus spectatur signum G.

Ex hac proprietate illud subinferre licet, rectam etiam lineam quandoque geminam apparere; ita tamen, vt si ea horopteris plano parallela sit, ambæ phantasiæ parallelæ appareant; sin autem, decussatæ videantur eò loci, vbi proposita linea horopteris planum B in transitu attingit, vnde etiam in diuersas partes secundùm aspectum abscedunt: nam commune illud punctum spectatæ lineæ & horopteris singulare apparet per 118. propositionem libri huius, reliquorum verò vnumquodque geminum per 119. propositionem huius libri, quorum phantasiæ tanto maiori interuallo ab inuicem disiunguntur, quanto longiùs puncta ipsa ab horoptere absistunt. Igitur ipsa linea ab illo puncto, vbi planum horopteris intersecat, ex vtraque parte diuaricari atque in duas dispesci conspicitur.

PROPOSITIO CXXXV. PROBLEMA.

Ea quæ distinctis apparent locis organicè repræsentare.

C Quas hactenus circa Locum fallacias aspectus enumerauimus, omnes ab experientia desumptæ sunt. Ita sanè plurimis in rebus vsu venire solet, vt ex ijs quæ externis sensibus antè accepta sunt, intelligendi potentia veritates eliciat, atque ab effectis in cognitionem causarum ducatur. Nobis enim notiora illa sunt quæ sensibus dignoscuntur, quàm quæ solo intellectu, eâ vt opinor causâ, quòd sensibiles formæ, seu imagines illæ quibus externi sensus incitantur, proximè à rebus proueniant, quas idcircò exquisitissimas esse oportet, atque ad ciendas sensuũ vires efficacissimas. Deinde, quæ ab his formis velut repercussione quadam proprię internorũ sensuum imagines exsoluuntur, longo interuallo debiliores effectæ, non iam æquè ac superiores ad viuum externas res exhibent, sed longè inferiore gra- D du: quare & potentiæ earum appulsu concitatæ, obscuriores rerum notiones effingunt. Denique, quas ab hisce simulachris intelligentia formas elicit, rursus fractæ debilitatæq; omnium tenuissimam repræsentandi vim habent. Hæc formarum discrimina in luminis effusione propria analogia expressa videre licet. Nam primus ille fulgor qui à corpore luminoso emicat, ad permouendum aspectum viuacissimus est: cùm verò ipsius radius à corpore aliquo repulsus frangitur, magnam virium partem deponit, & quo frequentiùs obiectorum corporum repercussu aliò atque aliò mittitur, eò semper hebetatur magis, vsque dum tandem penitus eneruetur. Sic ergo & rerum formæ, cùm ab externis sensibus ad internos, & ab his ad intelligendi facultatem transmittuntur, perpetuò debiliores redduntur. Quam equidem existimo germanam causam esse, quamobrem E ea nobis minimè perspecta sint, quæ solo intellectu cognoscuntur; omnium verò maximè ea quæ externis hauriuntur sensibus, à quibus proinde originem ducit omnis nostra cognitio, illa præsertim quæ in corporeis rebus versatur.

Cùm igitur experientia duce hæc theoremata primùm à nobis constituta sint, non exiguum pretium operæ nos facturos existimamus, si, quem in ea modum rationemque tenuimus, aperiamus. Mensa exponatur non admodum ampla, vel certè planities quædam mensæ haud absimilis, cui erecta ad normam insistat tabula tres quatuórve aut paullò ampliùs digitos alta, sed longitudine mensam æquans, vel etiam superãs, quæ horopteris planum repræsentet. Sit verò ea tabula cursoris ritu mobilis, ac duplici genicu- F lo à tergo munita, vt pro arbitrio diuersis in locis mensæ seu planitiei collocari firmariq; possit. Præterea à puncto medio eius lineæ, qua cursor seu erecta tabula mensæ committitur, duæ rectæ lineæ excitẽtur, altera in ipsius mensæ planitie, quę opposita latera bipartitò diuidat, altera huic perpendicularis in cursore, quæ, quocumq; is dimoueatur, à prioris contactu numquam discedat: cursor autem cùm transferetur, obseruandum, vt semper oculorum distantiæ sit parallelus; sic quippe horopteris munere verius perfungetur.

His ita comparatis, in parte aliqua eius lineæ, quam mensæ inscripsimus; clauiculus defigatur sphærocephalus amplo aspectabiliq; capite, quod signi visibilis vicem subeat. Spectator porrò ad alteram mensæ partem seu ex aduerso cursoris constitutus, opticos axes in lineam cursoris intendat figatque, clauiculi autem verticem obliquis radijs in-

tueatur: hunc perspicuè animaduertet, vtroque oculo spectatum diuersis partibus curso- A
ris respondere, ita vt geminata phantasia duobus locis distincta conspiciatur, quod propositione 119. ostendimus: quò verò propinquior fuerit clauiculus ipsius intuentis oculis, eò geminæ phantasiæ ad remotiores à medio partes cursoris attingent. Rursus si duo clauiculi constituantur, hi subinde tria, subinde quatuor apparentia loca in cursoris plano capessent, ad eum, quem propositione 120. 121. & 122. diximus modum. Item si recta quædam linea ænea ligneáve, seu stylus, in clauiculi locum substituatur ad ipsius mensæ planum recta, hæc axibus in cursorem defixis geminari, atque in duas parallelas lineas dispesci videbitur: at quæ mensæ inscripta est linea, eâdem axium opticorum constitutione geminabitur quidẽ, sed neutiquam in parallelas lineas secundum aspectum distra- B
hetur: concurrent enim apparentes lineæ ad cõmunem cursoris mensæque intersectionem; quæ omnia propositione 134. fusiùs à nobis sunt pertractata. Denique, cursore clauiculisque variè permutatis, omnes quæ circa locum obueniunt, quasque superioribus theorematibus proposuimus, fallaciæ organicè exhiberi possunt, quo in opere magnam veritatis lucem comperiet, quisquis singula curiosiùs fuerit persecutus. Eius in imagine expressum schema habes initio huius libri argumenti loco propositum. Cùm enim variæ ac propemodum infinitæ essent aspectus fallaciæ, eas omnes tabellâ comprehendi erat impossibile, quare organicam hanc ostensionem instar omnium delineatam in fronte huius libri exhibuimus.

C

FALLACIAE ASPECTVS CIRCA NVMERVM.

PROPOSITIO CXXXVI. THEOREMA.

Quod distinctis spectatur locis, id geminum apparet.

FIERI profectò nequit, vt errorum qui circa Numerum obueniunt, rationes explicare is possit, qui causam ignoret, cur vnum idemque obiectum D
geminum videri aliquando contingat; idcircò statuimus hoc caput primo loco explicare, in quo variè dissentire grauissimos scriptores reperio, non tam ex propria quàm ex aliena sententia, cui subscribere vel inuiti non rarò coguntur ij, quibus in re obscura ac dubia nullus veritatis radius affulget. Ita sanè plerique cæcorum more prætentis manibus palpitando, si quem auctorem prehenderint, illi adhærescunt, illum viæ ducem sequuntur, nec præter ea quæ tradita sunt & iam passim recepta quidquam proprio ingenio freti persequuntur, satius existimantes aliorum stare periculo, quàm veritates proprio iudicio exploratas acutiorum ingeniorum censuræ committere.

Ex iis igitur, qui causam geminati aspectus reddere sunt conati, primus occurrit Ga- E
lenus, qui libro de vsu partiũ decimo scribit his verbis: *Secundum autem disce, quòd corpus quod à solo dextro oculo cernitur, id si propius est, in sinistris magis partibus esse putatur; sin longiùs abest, magis quodammodò in dextris: quod verò à sinistro solo conspicitur, in dextris situm esse, si id est propinquius, magis autem in sinistris, si est remotius: quod autem ab vtroque, in medio.* Id verò, quod altero inspicitur oculo, non eodem apparere loco, quo quando alio oculo aspicitur: neq; cùm ambobus simul oculis spectatur, eodem loco cerni, quo quando altero solo: sed in alio quidem loco à dextro oculo; in alio autem à sinistro; in alio denique ab vtrisque videri, experimento ostendit ab inspectione columnæ desumpto. *Stans enim,* inquit, *iuxta columnam aliquam, deinde vtrumque oculo- F
rum vicissim claudens, cùm dextrum quidem oculum clauserit, quædam eorum quæ priùs à dextro in dextris columnæ partibus cernebantur, sinistro non videbit: cùm verò sinistrum clauserit, quædam eorum quæ à sinistro antè videbantur in partibus sinistris columnæ, rursus dextro non videbit: quando autem vtrosq; simul oculos aperuerit, vtraque videbit.* Et paulo pòst: *Quin & si à columna plusculum digressus, vtrumque oculum aperire, & claudere vicissim intuens in columnam volueris, illa tibi repentè ac semel transilire videbitur, si dextrum clauseris, versus dextram partem; sin autem sinistrum, in alteram. Atque etiam aperienti tibi dextrum, ad lævam transilire columna putabitur, sinistrum autem, ad dextram.* Hanc geminæ phantasiæ causam astruit Galenus Medicorum princeps. At si quemad-

modum

A modum ab ipso ista proferuntur, ita absolutè vera essent, sequeretur aut omnem aspectũ geminari, aut nullum. Si enim propositæ rei phantasia talis esset, qualem offert singulorum oculorum aspectus, profectò semper gemina esset, secundùm Galenum: si verò qualis res apparet duobus oculis vnà conspirãtibus, ita phantasia numeratur, nũmquam vna eademq; vtroque spectata oculo geminari videbitur. Ex Galeni namque sententia, quod duobus simul cernitur oculis, nec in dextram nec in sinistram educi videtur, sed medio apparet loco, atque ea propter vnum putatur. vel certè nullam propositæ rei Galenus causam attulit. Etsi enim id Galeno demus, ea quæ singulis vicissim apertis cernuntur oculis, alio atque alio loco videri; nondum tamen data est causa, cur subinde,
B quæ vtroque simul oculo spectantur, geminari videantur, cùm explicatum non sit quo pacto contingat ea etiam dictinctis locis spectari, quæ à duobus oculis cernuntur.

E Philosophis quamplurimi eam geminati aspectus causam dixerunt, quòd subinde contingat neruos opticos, à loco vbi sese complectuntur, dimoueri; ea verò neruorum constitutione necesse esse singularum rerum aspectus geminari, quandoquidem susceptæ notiones in vnum aliquod commune punctum sensus communis non conueniant.

Verùm & ratio & experimenta huic sententiæ reclamant. Ratio quidem, quia nerui optici non verè in vnum neruum conueniunt, vt propositione 12. libri primi docuimus. Quare omnia geminari oporteret, si neruorum diuulsio geminati aspectus causa existeret. Deinde, illa neruorum opticorũ concretio, quam eodem loco explicauimus, adeò
C firma est, vt citra membranarum quibus conuestiuntur dilacerationem seiungi à se inuicem nequeant. At quis non videt ex ea substantiæ dissipatione, quæ adeò propinqua est neruis, dolorem acerrimum ac propè insanum enasci debere? Equidem existimo causam potiùs datam esse, qua & visus & visa è medio tollantur, quàm qua res singulares secundùm aspectum geminentur. quod, vt arbitror, nemo inficias ibit, qui humani corporis fabricam, ac præsertim neruorum conditionem perspectam habuerit.

Deinde, experientia docet obiectarũ rerum phantasias tum etiam non rarò geminari, cùm nulla vis intercedit, quæ neruos oculorum à naturali situ abducat, vt cum duo signa ambobus oculis dispari interuallo exponuntur, ac vicissim nunc in vnum, nunc in alterum iugati oculorum axes intenduntur. Illud enim, cuius per axes notio suscipitur,
D vnum apparet; alterum verò geminum. An hîc vis aliqua ostendi poterit, qua optici nerui à communi societate conuellantur? haud equidem video, cùm vno eodemque oculorum situ, vna res singularis, altera gemina conspiciatur. Quis verò dixerit illam oculorum constitutionem, qua res proposita accuratissimè cernitur, quaque axes in vnam operationem conspirant, violentam ac præter naturam esse; cùm nullus alius situs æquè oculorum conditioni ingenioque sit accommodatus? Itaque alia inuestiganda est huius apparentiæ causa, quam fortè apud Mathematicos reperiemus; cùm ad eius præsentiam Philosophi Mediciique cæcutiant.

Vitello libro tertio propositione 37. fingit radios opticos, siue qui perpendiculariter, siue qui obliquè in superficiem visus incidunt, ad communem neruorum opticorum
E originem penetrare, illos quidem directè, hos verò per anfractus; ita tamen omnes, vt situm eumdem in congressu retineant, quem decisi à rebus ipsis acceperunt. Ex quo fit, inquit, vt radij illi qui in mediam visus superficiem cadunt; medium quoque nerui optici petant; qui verò ab vmbilico visiui organi æquali spatio declinant, pari quoque interuallo à poro seu meditullio nerui optici deflectãt. Rursus quæ per axes, inquit, amborum luminũ deferuntur visibiles formę, in vnum eumdemq; locum nerui communis incidunt, sibiq; mutuò ita incumbunt, vt vnam formam efficiant, quæ proinde vnius rei singularem notionem ingerunt: vt ipse docet libro 3. propositione 46. & 47. quæ verò per obliquos radios appellunt prouectę ad communem neruorum congressionem,
F non sibi mutuò exactè congruunt: queamobrem fit, inquit propositione 103. & sequentibus libri 4. vt res illæ geminæ conspiciantur.

Hæc in speciem nonnihil significare videntur: & sanè magnam persuadendi vim obtinerent, nisi ex iis quę hactenus demonstrata sunt, hæc potissimùm obstarent. Primum quidem illud, quod libro primo propositione 26. ostẽdimus omnes formarum productiones, quarum appulsu cernendi facultas concitatur in centrum visus, quod crystalloidis esse diximus, illabi congrediique, ac velut sufflaminatas subsistere, tandemque commori. Non igitur longiùs versus neruorum originem proferuntur; aut si progressus aliquis vlterior concedatur, is fiet in partes oppositas, ceterarum linearum more, quæ sese intersecant. Neque enim id fieri posse eodem libro primo ostendimus, quod Vitello as-

ſerit libro 3. prop. 22. & aliàs ſæpè, radiòs nimirùm qui ad aſpectum porriguntur, priùs à centro viſus infringi quàm eò perueniant, fractoſque ad communem neruorum complexum pergere, nulla facta in centro viſus congreſſione, ſolumque opticum axem per centrum viſus incedere. A

Secundum, quòd eodem primo libro popoſitione 24. luculenter à nobis demonſtratum ſit, præcipuum viſionis organũ non eſſe eam neruorum opticorum partem, qua in vnum conueniunt, aduerſus Vitellonem & Alhazenum: ſed anteriorẽ cryſtalloidis faciem, quæ Aranea nuncupatur. Quorſum igitur aſpectabilium rerum imagines ſupra cryſtalloidem euectas, ad ipſam quoque neruorum communem congreſſionem penetrare comminiſcamur? Hoc profectò Vitelloni conſequens viſum fuit: at vno abſurdo dato, vt in prouerbio eſt, alia ſequi, eaque maiora neceſſe eſt. B

Tertium rem facit prorſus impoſſibilem, quòd nimirum radij optici ſeu formarum viſibilium productiones cum neruis, à quibus oculorum orbiculi dependent, rectam neutiquam lineam efficiant. Nequeunt itaque eorum quæ ſpectantur ſimulachra per hos ſinus flexuſque transferri, cùm illorum ea ſit natura, vt rectis ſemper lineis ferantur, vt libro primo propoſitione 50. demonſtrauimus. Quamobrem hinc illa etiam noſtra commendatur ſententia, qua viſionem in aranea tunica perfici libro primo propoſitione 27. diximus, ſcilicet quia viſibiles ſpecies ſupra oculos efferri nequeunt. Ab aranea verò accepta rei notio ad communem ſenſum non propriè transfertur: ſed per conſenſum ſuperiores facultates ad ſui dignotionem allicit: ita inquam affecto extremo digito phantaſia mouetur; motaque phantaſia, appetitus concitatur; hoc verò imperante, quæ neruis ineſt facultas muſculos agitat, & corpus in eam quæ præcipitur partem dirigit. Quæ omnia non per qualitatum traductionem fiunt, ſed per cõſenſum ſingulis partibus à natura ingenitum, quo vna affecta, & altera compatitur. Sic ergo cùm primum externum viſus organum, araneam dico, admiſſam rei obiectæ imaginem percipit, mox ſenſus communis, ac ceteræ etiam ſuperiores facultates naturali quadam propenſione compatiuntur, & quod proprij eſt muneris exequuntur. C

Quartum denique nihilominùs Vitelloni aduerſatur: quòd videlicet ſubſtantia neruorum opticorum craſſa omnino ſit, ac lumini imperuia. Quare fieri non poteſt, vt per hos ſimulachra rerum permeent, quæ lumine velut hypoſtaſi ſuſtinentur. D

Ex his conſtat, neminem eorum qui de geminato aſpectu ſcripſere, propiùs ad veritatis ſcopum acceſſiſſe quàm Galenum, qui hoc rectè ſenſit, toties vnumquodque obiectũ numerari, quot locis diſtinctis cernitur. Nam & propoſitione 42. libri tertij nos ipſi oſtẽdimus Numerum ex diuiſione cognoſci, eaque omnia numerari ſolere, quęcunque ab inuicem loco diſiunguntur, & interuallo diſtant. Vnde & vnum vt multa videmus, cùm vnum pluribus in locis cernimus: quemadmodũ in præfractis ſpeculis, & per vitra multis planis lateribus cælata, ſic multa quoque vnius inſtar vtiq; videremus, ſi fieri poſet vt abſque ſpecierũ perturbatione vno ea loco conſpicerẽtur. Quamuis autem hæc multitudinis notio, quæ ex locorum diſtinctione ſumitur, plurimis erroribus obnoxia ſit; eſt tamen adeò familiaris, vt ſi res eadem pluribus locis reponeretur, (quod fieri poſſe nemo diffitebitur, qui de diuina omnipotentia rectè ſentiat) non ſenſus modò, verùm etiam ratio ipſa in errorem prolaberetur, & non vnam, ſed plures iudicaret, ac tot prorſus numero, quot locis diſtingueretur. Itaque quidquid diſtinctis cernitur locis, id toties numeratur, ac velut multiplex conſpicitur: ſiquidem quod pluribus locis videtur, id quodãmodò ſæpiùs conſpicitur. *Quod verò* (vt Ariſtoteles loquitur in Problem. ſect. 31. q. 11.) *bis noſter animus inſpexit, id geminum ſe inſpexiſſe exiſtimat. Proximum euenit, cùm digitos mutatis vicibus implicamus, itáque aliquid tangimus: duo namque ſentimus, eò quòd vnum bis tangimus.* In hac porrò fallacia tactum viſus facilè reprehendit: quod ipſe etiam Philoſophus adnotauit libro de inſomniis cap. 2. ſcribens his verbis: *Item perplexis digitis quamuis quod vnum eſt, duo appareat; tamen eſſe duo neutiquam dicimus, quia viſus ſuperior tactu eſt: quòd ſi ſolus tactus eſſet, duo eſſe quod vnum eſt, iudicaremus.* Neque ſi quis cauſam poſtulet cur vnum geminum appareat, alia verior reddi poterit, quàm quòd duobus cernatur locis. Quibus autem modis contingat vnum idemque viſile pluribus locis ſpectari, abundè docuimus in fallacijs quæ circa Locum contingunt; quod Galenus non eſt aſſecutus. E F

Supereſt modò vt oſtendamus exemplum à Galeno ſuperiùs adductum non vniuerſè verum eſſe. Si enim columna inter aſpectum & aduerſum parietem collocata ſit, axeſque optici in eam defixi contineantur, ea eodem ſemper loco ſpectabitur, ſiue

vtroque

A vtroque oculo, siue altero tantùm conspiciatur: at si in punctum quoddam parietis axes defigantur, tum sanè eueniet, vt aperto dextro oculo, in sinistram partem prosilire columna videatur; aperto verò sinistro, in dextram. Est enim obiectus paries horopteris loco, quòd in eum axes optici conueniant: in ipso proinde duobus oculis gemina columnæ phantasia recipietur, vna dextro oculo in sinistris, altera sinistro in dextris, vt propositione 119. huius libri ostendimus; nec aliter vtroque simul oculo, quàm singulis vicissim obseratis, contrà quàm Galenus putauit. Nam is axes mutabat, & cùm duobus intuebatur oculis acies in columnam intendebat, quam proinde vnam & medio loco constitutam cernebat; cùm verò altero tantùm, axes in parietem defigebat, in quo tum B gemina phantasia alternis visibus apparebat, vti diximus: vna in dextris sinistro oculo, dextro altera in sinistris. Qua in re nos quoque aliquando hallucinati fuimus, priusquam horopteris naturam perspectam haberemus. Quòd si Galenus superstes etiamnum existeret, amicè ipsum orarem, vti oculorum acies in signum aliquod inter aspectum & columnam medium defigere, ac tum alterum vicissim oculum claudere & aperire ne grauaretur, videret vtique dextro oculo columnam in dextris, & sinistro in sinistris; non autem, vt antè, situ permutato in sinistris dextro, & in dextris sinistro, quod nos suprà eadem propositione 119. apertè demonstrauimus. Quid porrò ad hæc Galenus? rem credo primò tacitus secum perpenderet, ac tandem experimento conuictus in nostram sententiam manus daret.

C Cùm itaque errorum qui circa Numerum eueniunt eadem sit causa, qua nos circa Locum falli contingit; nil opus est plura hoc loco attexere, præter hæc pauca consectaria, quæ solùm proposuisse sat erit, ne prolixiore oratione tædium Lectori afferamus.

CONSECTARIVM I.

Fieri nequit, vt quod vno tantùm videtur oculo, geminum appareat.

D HVIVS rei ex dictis perspicua est demonstratio: nam superiùs propositione prima ostendimus, vno oculo rem vnam vnico dumtaxat loco spectari. Quoniam itaque secundùm apparentium locorum numerum rerum phantasiæ quoad aspectum geminantur, necessariò efficitur, vt vnum appareat quidquid vno tantùm oculo cernitur; quod erat ostendendum.

CONSECTARIVM II.

Visibile in axium opticorum congressu positum, necessariò vnum videtur.

E ID ex propositione 118. huius libri perspicuè sequitur. Quia enim horopter per communem axium opticorum concursum transit, oportet in horoptere reipsa existere id quod in axium opticorum communi congressu spectatur: id proinde cùm per 118. propositionem proximè citatam vno appareat loco, etiam vnum appareat necesse est. Hinc fit vt visile, in quo concurrit axis communis vel communis radius vnà cum altero axe optico, vnum appareat; quòd scilicet in idem punctum necesse sit alterum quoque opticum axem conuenire. Hinc fit etiam, vt omne quod extra horopterem cernitur, multiplex ambobus oculis appareat; siquidem pluribus spectatur locis, ideoque & secundùm numerum multiplex.

CONSECTARIVM III.

F *Distracta luminum societate cuncta geminari videntur.*

MIRABILIS ille oculorum consensus, quem libro primo propos. 19. explicauimus, non leue suggerit huius veritatis argumentũ. Eam siquidem potissimùm ob causam oculorum orbes naturali quadam velut propensione, insitáque vi eodem semper rapiuntur, vt coniunctis obtutibus res obiectas accuratiùs videant, hoc est proprio in loco, ac singulari numero singulas. Tum porrò sociari obtutus dicimus, cùm axes optici ad rem propositam congrediuntur; vel saltem cùm res quæ cernitur, in ipso existit horoptere, tamquam in visionis termino, vltra quem citraque omnia pluribus locis spectantur;

ctantur; quare & singula vt multa conspiciuntur. Distracta igitur hunc in modum lu- A
minum societate, seu axibus vltra citráve rem visilem congredientibus, geminari phantasiæ videntur, quòd in diuersa loca distrahantur.

Sunt quibus ab vtero id vitij adhæsit, vt firmas acies continere nequeant, inque rem obiectã axes opticos certò defigere: qualis nobis superioribus diebus visus est adolescens, adhuc impubes, corpore benè habitus, oculisq; integerrimis, præter id vnum, quòd cominùs quidẽ res articulatas, eminùs verò confusas spectaret, & quodammodò geminas, quarum phantasiæ diuturniore aspectu non eamdem semper intercapedinem obseruabant, sed nunc maiorem, nunc minorem; ex eo nimirum quòd optici axes interdum propiùs, aliàs remotiùs coniungerẽtur. Eius porrò rei causam, posteaquam multa inter- B
rogassemus, in musculorũ imbecillitatem conijciendam putauimus, ea præcipuè coniectura adducti, quòd oculi, quamuis exteriùs perspicui essent, subtus tamen plurimo humore madere viderentur, non ex accidenti, sed ex vitiato partis habitu: hinc nempe debiliores effecti musculi oculorum motores, ij præsertim qui obtutum defigunt, minùs etiam prompti ad exequendum arbitrij imperium reddebantur.

Strabonibus ait Aristoteles in Probl. sect. 31. q. 7. omnia geminari, *quòd eis oculus non in suo medio nexus locatusq; sit, ac proinde duplex in eis conspectus, peruersaq; videndi ratio.* Verùm satis constat, vel ipsorum qui distortos oculos habent, proprio testimonio, omnia ipsis singularia videri, in quæ opticos axes defixerint. Cuius rei non satis idoneã causam Alexander adfert Aphrodisęus l. 2. probl. q. 124. quòd oculos nõ sursum deor- C
sumq; deprauatos habeant, sed dextrorsum ac sinistrorsum. Hæc ratio quàm parùm ad rem faciat, ex iis quæ sæpè huc vsque diximus satis constat. Nam & distortis in dextram sinistramq; oculis phantasiæ geminãtur, quod in fallaciis, quæ circa Locum obueniunt, abundè ostendimus. Vera igitur causa cur strabonibus non geminetur aspectus, hæc est, quòd non axes, sed crystallinos dumtaxat humores dissociatos habeant; hinc autem sequi libro primo prop. 10. ostendimus, vt cùm axes iungunt, oculos à rectitudine deflectant; cumque oculos æquali situ continent, non eòdem axes spectent quò oculi. Igitur licet oculos in diuersas partes abducant, (dum id proprio quodam pacto faciunt) non tamen illis ita vt nobis cuncta geminari videntur, quòd oculos torquere co- D
gantur, vt axes coniungant. At nolumus hoc loco cum principe Philosophorum contentiosum funem trahere. nam de iis fortè eius est sermo, quorum oculi spasmo vel paralysi tentantur: qui enim ex his causis efficitur strabismus, oculorum acies distorquet, & eorum quę spectantur phantasias congeminat.

CONSECTARIVM IV.

Res vna geminari etiam oculo suppresso videtur.

HOC experimenti genus abundè omnibus perspectum est, causaque ex dictis notissima. Constat enim alterius oculi compressione opticos axes in diuersas partes abduci, atque idcircò naturalem illam obtutuum societatem dissipari: non ea prorsus ra- E
tione, qua ad voluntatis imperium aspectus contrahuntur aut diducuntur (hoc namque motu axes in eodem semper sunt plano per 13. propos. libri secundi) sed ita vt nequeat oculus externa vi compressus liberè moueri, eoque sese conuertere, quò alter intenditur. Quamobrem alterius oculi suppressione plurimùm contingit axes ita dissociari, vt non in eodem sint plano, & apparentes phantasiæ ei quæ centra visuum connectit, minimè exæquentur; sed vna altera sublimior depressiórve existat, prout oculorum alter vel surrigitur altiùs, vel plus iusto deprimitur. Fit etiam, vt quæ presso cernitur oculo, illâ, quæ libero, obscurior appareat: propterea scilicet, quòd hæc per axem, illa per obliquum radium ad obtutum perueniat.

FALLA-

A

FALLACIAE ASPECTVS CIRCA MOTVM ET QVIETEM.

PROPOSITIO CXXXVII. THEOREMA.

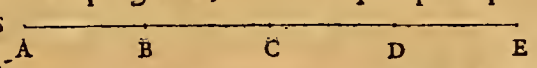
Proiecta ob eximiam motus pernicitatem sæpè non videntur.

B EXEMPLA huius rei quamplurima sunt, in iis rebus quę insigni vi eiiciuntur; vt sunt sagittæ à tensis balistis euibratæ, & plumbeæ glandes quas è bellicis fistulis sulphureus puluis intus accensus explodit. Hæc enim cùm primùm accepta ab impulsu virtute erumpunt, aliquousque omnem obtutus aciem effugiunt: nulla sanè alia de causa, quàm propter eximiam motus pernicitatem, qua priùs asportantur, quàm in eis quiescere aspectus possit. Libro primo propositione 83. ostendimus ad perfectam visionem tempus requiri, quo internus sensus, quem communem dicimus, singulas obiecti partes ac differentias explorare possit. Hoc verò tempus quò longius est, eò profectò accuratiùs obiectum percipitur; C quò verò breuius, eò imperfectiùs. Cùm ergo breuissimum est, ac velut momentaneum, fieri quidem potest, vt externum organum obiectum percipiat, visibili nimirum formâ puncto temporis in eo excitatâ; at vt communis facultas eius notionem aliquam seu internum simulacrum efformet, fieri omnino nequit, ob eam quam supponimus temporis breuitatem. Hæc ergo est germana causa, cur proiecta sæpè non videantur.

PROPOSITIO CXXXVIII. THEOREMA.

Aliàs ocyßimè delata, totum, per quod feruntur, spatium complere videntur.

D HINC titionis accensi aut scintillæ rotatu lucidus orbis emicat: hinc lapsi ignes de suprema ætheris regione igneum post se relinquunt vestigium: quod etiam in emissitiis ignibus videre licet. Hinc trochis insignitæ maculæ, cùm in orbem celerrimè agitantur, perspicuos circulos exhibent: quorum omnium vna est eademque causa, nempe motus quædam celeritas, ob quam fit, vt nequeat aspectus differentias locorum, in quibus res mobiles diuersis temporum momentis existunt, distinguere. Exempli gratia, si mobile quodpiam per spatium A E feratur, tanta velocitate, vt visus nequeat differentias locorũ interiectorum di-



stinguere, videbitur id per totum spatium simul diffusum esse. Cùm enim ab A latum E erit in B, ob temporis breuitatem, qua ab vno in alium locum mobile transcurrit, non poterit communis sensus loci vtriusque discrimen internoscere. Apparebit itaque vnus & idem, atque idcircò res ipsa quæ mouetur eodem tempore in A simul & B existere putabitur. Cùm verò eadem sit in ceteris locis C, D, & E ratiocinatio, totum spatium A E, eò quòd ocyssimè defertur, compleri videbitur.

Si tempus quo spatium A C decurritur insensibile quidem sit, id verò omne quod spatium A C superat sensibile, cùm primum mobile ab A in C peruenerit, totum spatium A C rei motæ phantasia impletum videbitur; mox verò continuata latione, cùm in D mobile delatum fuerit, ipsius quoque phantasia prioribus partibus derelictis, nouas inuadet; F ac portionem spatij B D complebit: denique cùm extremum punctum E mobile attigerit, ipsius phantasia spatium C E occupabit, deserta nimirum portione B C, & ad nouam D E protensa. Hac igitur ratione id quod mouetur, licet puncti formam habeat, tamen continuò delatum lineæ instar apparebit, quæ totum quidem per quod res decurrit spatium minimè complebit, sed priùs ab A C in B D, & hinc in C E spectabitur: cumque in B D erit, partem post se spatij relinquet A B, in qua iam videri desinet, partem verò ante se habebit D E, ad quam contendet, & in qua mox conspicietur. Hæc manifestè videre licet in scintillis, quæ flammæ impetu ab accenso rogo egeri solent: hæ namque velut igneæ quædam lucentesque lineæ apparent, plurimùm sanè incuruæ, ac fortuitò conformatæ, secundùm spatia per quæ scintillæ sursum efferuntur.

PRO-

A

PROPOSITIO CXXXIX. THEOREMA.

Motus circularis perpendiculariter ſpectatus eminùs rectus apparet.

ID præcipuè videre licet in Planetarum motibus, qui ab epicyclis fiunt; ac in illis item, quibus claui periphetiis rotarum infixi circumactis rotis feruntur, cùm perpendiculariter aſpectui exhibentur. Vti enim circuli per quos hi motus fiunt, velut tectæ lineæ eminùs conſpiciuntur per 57. propoſ. libri huius: ita & motus ſpectantibus recti exiſtimantur; vno ſiquidem modo lationes & ſpatia per quæ fiunt, oculis appatent. Hinc fit vt quæ circulari motu cientur, repetita crebriùs eadem orbita, reciproco motu recto ire ac redire perpetuò videantur, cuius extremitates ſeu termini vltimi ſunt puncta illa circularis motus, ad quæ radij optici circulum tangentes definiuntur. Hæc enim extrema ſunt ad quæ viſus pertingit, & à quibus ſe recipit motus. Ergo quoniam mobile ſæpiùs in orbem actum identidem hæc puncta repetit, atque ab vno in aliud perpetuò commeat, non modò rectus hic motus, verùm etiam reciprocus appatet. Portò inæqualis etiam videtur; ſiquidem mobile æqualibus temporibus inæquales partes appatentis ſpatij emetitur, hoc eſt maiores in medio, circa extremitates verò minores, ideoque hic tardiùs, illic ocyùs promouet: quamobrem Planetæ cùm in epicyclo medias partes inter ſummas imaſque obtinent, Stationarij vocantur ob motus tarditatem; cùm verò ſecundùm ſignorum ordinem feruntur, Progreſſiui dicuntur; at Retrogradi, cùm aduerſus ſignorum ordinem incedunt.

B

C

PROPOSITIO CXL. THEOREMA.

Quæ in orbem celerrimè agitantur, quieſcere videntur.

EXEMPLO ſunt trochi quibus pueri luſitant: illi namque, præſertim ſi torno exactè ſint elaborati, impetu è ſpira excuſſi, tanta pernicitate circumaguntur, vt voluminum diuerſitates ſenſu percipi nequeant, ob temporis breuitatem, quod inter initium ac finem cuiuſque periodi intercedit. Si enim tempus hoc, ſanè breuiſſimum, ſenſum omnem fugiat, etiam circulationes ipſę per ſe ſingulæ imperceptæ tranſcurrent; atque ea propter quieſcere, qui circumagitur trochus, putabitur.

D

PROPOSITIO CXLI. THEOREMA.

Spiritibus concitatis moueri, quæ quieſcunt, exiſtimantur.

E

PERSPICVA huius rei exempla habemus in iis qui vertigine infeſtantur, & in pueris cùm vetti deſiterint. His enim videntur

Atria verſari, & circumcurſare columnæ,
——— vix vt iam credere poſſint
Non ſupra ſeſe ruere omnia tecta minari.

Lucret l. 4. de natura.

Idem in ebrioſis ſubinde animaduertere licet, ac in iracundis, iiſq; qui vel ex graui febris ardore delirant, aut ex melancholia furunt atque inſaniunt.

Horum portò effectuum cauſa libro primo propoſ. 25. abundè eſt explicata. Quamuis enim vis efficaciaque cernendi non inſit animali ſpiritui, ceu proprio ac principali organo, multo verò minùs excrementitio humori in ſpiritum reſoluto; hæc tamen non minimam partem probæ functionis ſibi vendicant: faciunt enim ad organi diſpoſitionem; quæ ſi naturæ ſit conſentanea, perfectam facit operationem; ſi verò diſſona, non aſpectus modò, verùm etiam internorum ſenſuum, ac ipſius denique rationis vſum peruertit, omniumque facultatum, quæ imperio voluntatis ſubiiciuntur, œconomiam peſſumdat. Hinc ergo cùm ſpiritus interni concitantur, ſiue illi viuifici ſint & ſalutares, ſiue ab inferiori corporis officina feruore quopiam præter naturam in ſublime elati, & quæ extrinſecùs viſui ſeſe offerunt, ſimili motione agitari videntur.

F

PRO-

A

PROPOSITIO CXLII. THEOREMA.

Nauigantibus ipsa, quæ vehuntur, nauis stare; cetera quæ stant, præterire videntur.

TA de his cecinit Lucretij Musa libro 4. De natura rerum:

Qua vehimur naui, fertur, cùm stare videtur;
Quæ manet in statione, ea præter creditur ire:
B *Et fugere ad puppim colles campiq; videntur,*
Quos agimus præter nauim. ——

Sic arbores, sic quæ procul cernuntur turres, sic ipsa sidera, sic denique cetera quæcumque stabili loco consistunt, delatis nobis,

—— *in assiduo sunt omnia motu.*

Si quæ porrò eam, qua nos vehimur, aliæ naues comitentur, hæ omnes stare vnà cum nostra videntur: quæ verò occurrunt, dupla celeritate præterlabi. Quia enim ex organi visiui motione, ceterorum quæ mouentur lationes colligimus per 43. libri tertij, ea etiam quæ quiescunt, præterire existimamus, cùm præteruectis nobis, noster oculus ad ea pòst relicta conuertitur: nihil enim est præter intelligentiam ipsam, quo nos po-
C tiùs quàm illa transferri cognoscamus. Cùm verò in eas quæ nobiscum vehuntur naues obtutum intendimus; quoniam oculi immoti manent, & naues eodem loco consistere arbitramur. Denique si occurrat aliqua pari velocitate delata, hanc duplo ocyùs ferri putamus illâ quæ reipsa quiescit, propterea quòd oculus noster, dum eam aspectu insequimur, duplo celeriùs moueatur.

His verò omnibus ratio intelligentiaque subuenit, quæ pluribus modis veritatem edocta, errantem aspectum reprehendit: quare nulli in his rebus crebriùs hallucinantur, quàm pueri, qui naturam ignorant aquarum, & scopulos littoraque immobilia esse non cogitant: idque his quoque vsu venire credunt, quod in ceteris experti sunt; tum scilicet res externas moueri, cùm immoto corpore caput, vel capite immoto oculos ad res
D ipsas conuertunt: nam vt Philosophus scribit libro De insomniis cap. 2. *Non tantùm quoties sensile mouetur, sed etiam quoties sensus ipse mouetur, error euenit: sic littus videtur nauigantibus moueri, dum visus ab alio mouetur.*

Hinc facile est veteris cuiusdam fabellæ commentum explicare. In ponto Euxino binæ sunt insulæ Syndromides dictæ, quas & Cyaneas alij, alij Symplegades nuncuparunt, teste Plinio lib. 4. cap. 13. Has Poëtæ in ipso ponti ingressu committere inter se fabulati sunt. Scribit de his Valerius Flaccus lib. 4. Argonauticωn in hunc modum:

Hinc iter ad ponti caput, errantesq; per altum
Cyaneas, furor his medio concurrere ponto:
Nec dum vllas videre rates, sua cominùs actæ
E *Saxa petunt, cautesq; suas, cùm vincula mundi*
Ima labant, tremere ecce solum, tremere ipsa repentè
Tecta vides, illæ redeunt, illæ æquore certant.

Hanc ob rem & Planetas nonnulli eas appellarunt, sicut idem Plinius est auctor lib. 6. cap. 12. tamquam πλαγκτὰς πέτρας, id est, errabunda saxa. *Quoniam*, vt Plinij verbis vtar, *paruo discretæ interuallo ex aduerso intuentibus geminæ cernebantur, paulumq; deflexa acie coëuntium speciem præbebant.* Ita aspectu delusi homines, illas, non se, moueri, & conflictantium in morem congredi sunt arbitrati.

Potest certè haud absimili errore ita decipi visus, vt rerum sinistrè acceptarum imagi-
F nes hominum animum faciant penitus cohorrere: quod quidem in certi generis ædificiis euenire necessum est, etiam prudenti viro & rerum opticarum perito. Statue tibi ędem, cuius in primis partem imam parietes toto ambitu cingant crebris angulorum flexibus infracti: ex his deinde fornix assurgat totidem angulis curuatus, qui in progressu in alias atque alias planarum partium commissuras distrahatur: tum finge in singulis partibus planis columnas singulas, quarum pars superior supra parietes in fornicis superiecti inclinatas partes procurrat, eo tamen modo, vt in ædis limine stantibus, columnæ omnes appareant rectæ; id quod hac ratione effici facilè potest, si angulorum omnium vtraque linea aspectu recto velut è diametro oculis obiiciatur: ceteri denique ordines qui columnis imponentur, ita per singulorum planorum inclinationes duci intelligan-

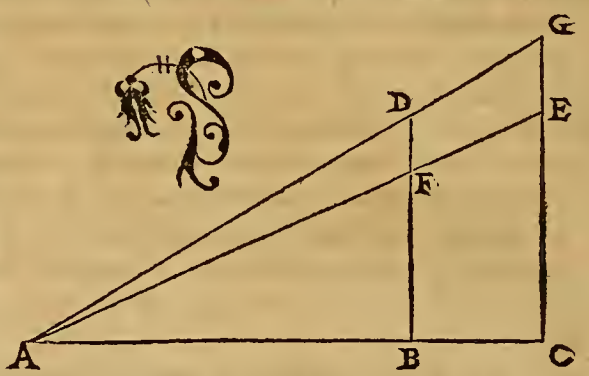
tur, vt qui ex eodem ædis limine in altum ſuſpiciunt, eos inferiorum partium ſeriem A
proſequi arbitrentur. Rebus ita comparatis, illud eueniet profectò, vt ædem deinde concitato gradu ingredienti tibi omnes eæ columnarum partes, quæ ſupra parietes in fornicem excurrunt, prorſum aliæ, aliæ retrorſum labi, ac ipſi etiam ſuperiores ordines pariter diffracti inopinata ruina decidere videantur, & caſu te elidere repentino. Nimirum qui ex ædis limine ſpectati anguli rectarum linearum ſpeciem mentiebantur, alio de loco inflexi eſſe deprehenduntur; quo fit, vt quæ ſtare antè credebantur, mox ſoluta compage ruere ſubitò omnia exiſtimentur.

Proxima huic illa eſt fallacia, qua ſubinde delatis iuxta lunam nubibus, hanc, non illas moueri exiſtimamus; tum illarum quæ accedunt, tum illarum quæ iam præterue- B
ctæ ſunt comparatione: nam ſi has ſpectes, dices lunam ex eis velut è latebris in conſpectum prodire ipſis perſiſtentibus; ſi verò illas conſideres, dices ad ipſas lunam ſenſim promoueri, ac tandem etiam ſeſe in ipſis penitus abdere. Cuius fallaciæ cauſa ex eo prouenit, quòd propter nocturnas tenebras præter lunam ac circumfuſas nubes, nullum aliud vicinum corpus videatur, cuius reſpectu colligi poſſit, è duobus vtrum moueatur; luna, inquam, an nubes? nam libro tertio propoſ. 52. oſtendimus motum non rarò à nobis cognoſci ex vicinia corporis alterius quieſcentis, præcipuè ſi tardus eſt.

PROPOSITIO CXLIII. THEOREMA. C

Eorum quæ pari velocitate cientur, remotiora minùs ſecundùm aſpectum promouent.

SIT oculus A, eique obiecta duo mobilia, vnum quidem B propinquius, alterum verò C remotius, quæ in parallelas lineas B D & C E pari velocitate incedant, hoc eſt, tempore æquali æquales illarum portiones B D & C E emetiantur: dico eo tempore quo mobile propinquius B abſoluerit ſpatium B D, mobile C videri minus ſpatium confeciſſe; proinde & tardiùs promouiſſe: id namque tardiùs moueri dicitur, quod æquali tempore minus ſpatium percurrit. Illud verò ſequi in hunc modum demonſtrabitur: Radij ab oculo procidant A D & A E: quoniam igitur parallelæ ſunt B D & C E, erunt triangula A B F & A C E æquiangula; recti ſiquidẽ ſunt B & C anguli, A verò vtrique communis: igitur & reliquus A F B reliquo A E C relinquitur æqualis, quando per 32. primi Euclidis cuiuſque trianguli tres anguli duobus rectis ſint pares. Quare per 4. ſexti Euclid. proportionalia erunt E
triangulorum latera, vtque A B ad A C, ita B F ad C E: ſed cùm B propinquius ſit oculo A quàm C ex hypotheſi, minus erit latus A B latere A C. Quare & B F ipſo C E minus erit; at ex hypotheſi C E æquale eſt ipſi B D: igitur B F ipſo quoque B D minus erit. Eſt verò B F ſpatium apparens quod mobile C eo tempore conficit, quo mobile B ſpatium B D emetitur: itaque C tardiùs quàm B promouiſſe videtur; quod oſtendiſſe oportuit.



PROPOSITIO CXLIV. THEOREMA. F

Eorum quæ pari celeritate incedunt, remotiora poſtera fieri videntur.

PRODVCTO enim radio A D verſus partem D, vſque dum lineæ C E item productæ occurrat in G, erit rurſus triangulũ A B D triangulo A C G æquiangulum per iam paulò antè factam demonſtrationem prop. precedente. Igitur per 4. ſexti Euclidis, vt A B ad A C, ita B D ad C G: ſed minor eſt A B ipsâ AC ex hypotheſi: igitur & B D ipsâ C G minor erit: ideoq; & C E eâdẽ C G minor. Cùm verò mobile C in G delatũ fuerit, tum æquè promouiſſe videbitur ac B cùm in D peruenerit, quòd D & G in eodem exiſtant viſus radio, vti quoque B & C. Itaque

A que C in E perlatum minùs secũdùm aspectum promouit quàm B, cùm attigerit signum D: nam B D & C G spatia æqualia videntur, C E verò minus. Quocircà cùm C eodem tempore perueniat in E quo B in D, posterum fieri ipsum C videbitur; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO CXLV. THEOREMA.

Fieri etiam potest, vt quod ocyùs reipsa mouetur, oculo segniùs promoueri videatur.

B PARI velocitate ea moueri oculorum iudicio existimantur, quæ æquis temporibus proportionalia spatia emetiuntur, seu veriùs quæ æquis temporibus æquales angulos opticos transcurrunt: qualia perspicuè sunt, quæ circa idem punctum ceu centrum in orbem acta similes circulorum peripherias æquis temporibus permeant. Horum enim spatia quoniam paribus angulis subtenduntur, vt ex 33. sexti Euclidis facilè colligi potest, æqualia è medio loco spectata apparent; ideoque & motus qui per illa fiunt æquales probantur. At perspicuum est, si dispari interuallo discretæ sint à medio res quæ mouentur, fieri omnino posse, vt quod ocyùs reipsa mouetur, lentiùs tamen procedere videatur: quia enim C eorum quæ pari velocitate feruntur, id quod remotius est, tardiùs promoueri videtur per 143. propos. huius libri, necesse est mobile, quod longiùs abest, debere acriùs incitari, vt pari celeritate deferri putetur. Ergo fieri potest, vt quod velociùs fertur, si maximo absistat recessu, lentiùs procedere aspectu iudicetur.

Exemplo solis ac lunæ res planior illustrioríq; fiet. Quis hominum ignorat vtrumque hoc sidus propria latione secundùm signorum ordinem per Zodiaci circulum iter habere? luna verò, cùm sol expleto anno dierum 365. totam absoluit orbitam, propemodum tres & decem circulationes confecit: quocircà luna quàm sol ocyùs ferri videtur: at solis motus motum lunæ pernicitate superat; siquidem solaris eclipticæ ambitus vicies propemodum eclipticam lunæ comprehendit: igitur quoniam luna decies & D ter suum peragit circulum, cùm sol suum semel absoluit; sequitur lunam tardiùs sole reipsa moueri. Ergo quod velociùs reipsa mouetur, aspectui segniùs tardiusque subsequi existimatur; quod erat probandum.

Hinc disparia illa principalium luminarium interualla, & respectus quotidie varij, vt nunc mutuo congressu iungantur, nunc tota cæli diametro dissideant, nunc medium aliquem inter extrema locum teneant. A congressu quidem luna solem anteit, & quotidianis spatiorum incrementis sensim ab eo diuellitur: ab oppositione verò rursus mutuum congressum deposcit: quare similibus interuallis subsequens luna solem tandem assequitur, à quo iterùm digressa, easdem denuò repetit vices.

E

PROPOSITIO CXLVI. THEOREMA.

Quæ loco procul dissito mouentur, quiescere sæpè existimantur.

VTI proximè antecedens, ita hæc quoque propositio ex centesima quadragesima tertia velut consectarium elicitur. nam si eam ob causam mobile tardiùs secundùm aspectum videtur incedere, quòd paulò longiùs ab oculis distet; sanè cùm illud procul aberit, tardissimè summaque lentitudine promoueri videbitur, ac etiam quiescere omnino, si longissimo inter- F uallo disiunctum erit.

Sic naues in altum mare delatæ, quamuis ocyssimè prouehantur, stare tamen loco putantur, non modò cùm à nobis digressæ recta linea abscedunt, verùm etiam (quod admirabilius est) cùm illarum cursus directum visus nostri radium transuersùm secat. Sic astra, quæ summa alioquin pernicitate in orbem rapiuntur, propter immensam intercapedinem quiescere nemo non diceret, nisi aliquanto pòst tempore locum illa mutauisse deprehenderet. Idem euenit cùm

Ingenti clangore grues æstiua relinquunt
Thracia, cùm tepido permutant Strymona Nilo. — *Claud. in bello Gildonico.*

Nam circa Augustas Kalendas, aut seriùs si minùs frigida est regio, ceu condicta aut lege

præstituta die in eumdem locum vnà omnes conueniunt, vnde in sublime euectæ sudo A
ac sereno cælo discedunt: volant autem ad prospiciendum altæ atque immotis alis; quo fit, vt, ni diutiùs intenta acie aspicias, ipsæ immotæ pendere ab aëre videantur.

PROPOSITIO CXLVII. THEOREMA.

Si per eamdem rectam lineam mobile oculusq; pari velocitate incedant, quiescere ipsum mobile videbitur; accedere verò, si oculi motus fuerit concitatior; si autem segnior, abscedere. B

FREQVENS est hæc fallacia, atque in iis præcipuè locum habet qui mare nauigant, à terræ conspectu procul abducti. His enim ea quæ pari velocitate anteit nauis, stare videtur, quòd eodem semper interuallo absit, nullaque propinqua sint littora, quorum comparatione locum illa mutasse deprehendatur. At si amplioribus velis ea quæ spectantem vehit nauis incitetur, tum altera quæ segniùs anteit, accedere existimatur: siquidem eius minuitur distantia, nec se prouehi spectator videt aut sentit. Quam etiam ob rem abscedere illa putatur, cùm minùs spectator promouet, scilicet quia distantia augetur, seque quiescere ille arbitratur.

C

Huc vsque fallacias enarrauimus, quibus circa communia obiecta aspectum falli contingit. Superest vt his illas adiungamus quæ in mediis obiectis vsu venire solent: quando & libro tertio communium obiectorum cognitionibus, mediorum etiam cognitiones adiecimus. Sunt verò errores perpauci quibus circa media obiecta obtutus noster decipitur: nec in pluribus illi quàm in transparentia & opacitate versantur. Nam circa vmbram & tenebras vix oculus fallitur, cùm in priuatione tota earum essentia sit constituta; ac multò etiam minùs circa similitudinem & dissimilitudinem, item circa pulchritudinem & deformitatem hallucinationes aspectus obueniunt, quòd D
circa hæc intelligentia potiùs quàm intuitus occupetur, vt eodem libro tertio ad calcem ostendimus. Igitur ad id quod reliquum est huius tractationis, vltimum gradum faciamus.

FALLACIAE ASPECTVS CIRCA TRANSPARENTIAM, ET OPACITATEM. E

PROPOSITIO CXLVIII. THEOREMA.

Corpus mediodiaphanum opaco oppositum, transparens videtur; oppositum autem perspicuo, opacum.

DE iis quæ mediodiaphana propriè appellantur, libro primo proposit. 30. F
ac multò explicatiùs proposit. 31. à nobis est actum: verùm hoc loco paullò fusiore significatione quàm eodem libro primo mediodiaphana accipimus, nimirum pro iis omnibus, quæ magis quidem perspicua sunt, quàm opaca quædam corpora; aliorum autem magis perspicuorum comparatione, minùs articulatè formas rerum transmittunt. Hæc aio cum altero extremorum vicissim collata alterius extremi naturam conditionemque æmulari. An fortè ex illa communi existimatione, quæ de contrariis iuxta se positis accipitur, sic vt minùs opacum iuxta opacius constitutum magis elucescat, hoc est magis iusto perspicuum appareat: ei verò comparatum quod impensiùs est diaphanum, minùs quàm sit reipsa perspi-

A perſpicuum videatur, ſeu naturæ opaci propinquius? An ideò id quod mediodiaphanum eſt, perſpicuum videtur; quia per ipſum quod à tergo eſt, opacum corpus tranſparet; ideò autem opacum putatur, quia quod poſt ipſum eſt magis diaphanum, non cernitur, tamquam opaci corporis interpoſitione aſpectu prohibitum? Sanè vtraque nobis cauſa probatur: nam & contraria iuxta ſe poſita magis conſpicua eſſe in communi prouerbio eſt; & quod mediodiaphanum dicimus, opacitatis licet tenuiſſima aſperſione poſtpoſito diaphano impedimentum facit, quo minùs perſpicuè videatur; contrà verò à poſtpoſito opaco mediodiaphani opacitas abſorbetur, vt lux minor præſentia maioris.

Sunt qui chalcedonio teſſellæ in modum complanato inſignia inſculpunt, ſubie-
B ctiſque propriis coloribus annulo includunt: cùm verò per exiguam ipſius perſpicuitatem ſubiecti colores tranſparent, prorſus diaphanus chalcedonius iudicatur. Et iterùm bullæ aëriæ ſub aquis conſpicuè cernuntur; quod ſanè mirum cuipiam videri poſſet, niſi hac propoſitione explicata iam cauſa haberetur; ſiquidem aër impenſiùs quàm aqua perſpicuus eſt: at quia aqua inter bullam & aſpectum noſtrum interiecta minùs eſt diaphana quàm aër, fit vt hæc opacior quàm reliqua circumfuſa aqua videatur. Quare cùm aquam aëri incumbentem cernimus, bullam ipſam nos contueri exiſtimamus. Eodemque modo ſe res habet in pluribus aliis exemplis, quę quotidianus vſus docet. Igitur corpus mediodiaphanum opaco oppoſitum, tranſparens videtur; oppoſitum verò perſpicuo, opacum; quod erat explicandum.

C

PROPOSITIO CXLIX. THEOREMA.

Terſa corpora, ſiue quà obſcuritatem præ ſe ferunt, ſiue quà lumen à ſe remittunt, interdum tranſlucida putantur.

MIRA profectò eſt vis illa, qua terſa læuigataque corpora lumen, atque vnà cum lumine viſibiles colorum formas à ſe repellunt. Huius quidem virtutis originem primamq; cauſam in Catoptricis, diuino adſpirante Numine, inueſtigare conabimur: at in præſenti, quia non puto eam oportere cui-
D quam eſſe dubiam, cùm ſit omnium hominum experientiâ comprobata, idcircò nobis hypotheſis loco erit. Qua igitur parte terſa corpora lumen ad intuentium oculos remittunt, eâdem ipſorum ſuperficies lumine quodam perfuſa cernitur: qua verò nullum ab eis lumen reſilit, eâdem obſcurus quidam color oculis oſtenditur: atque vtrouis modo ſpectentur læuigata corpora, dico ea interdum tranſlucida intuentibus apparere; quod nunc ſigillatim oſtendemus.

Primò enim quà lumen ad oculum retorquetur, diaphanum interdum videri id quod opacum eſt, ex eo accidit, quòd luminoſi corporis phantaſia vltra ſpeculare corpus cernatur, ac velut in quamdam ipſius profunditatem demerſum. (volumus autem planam eſſe eam ſuperficiem vnde repulſum ad nos lumen portigitur.) Ergo cùm terſum ſeu
E ſpeculare corpus inter oculum intuentis & ſpectatum idolum interpoſitum ſit, tranſlucidum illud eſſe creditur, quia idolum ita cernitur, vt ſi per interiecti corporis læuis ſubſtantiam tranſpareat. Igitur ea ratione falli aſpectum ſæpiùs contingeret, niſi in propoſito caſu pars illa planæ ſuperficiei, vnde fit radiorum repercuſſio, manifeſtè conſpiceretur; quod nimirum nequaquam accidit, cùm res aliqua trans corpus diaphanum videtur. Hinc itaque ratio intelligentiaque ſagaciorum hominum externam viſus potentiam ſubinde coarguit: ex iis namque quæ vſu didicerunt, faciliùs promptiuſque iudicant, ac ſæpè labentem externum ſenſum reſtituunt.

Deinde quà nullum lumen à terſo corpore redit, eâdem quoque perſpicuum ſubinde iudicatur: ſi enim opacum eſſet, in id viſus definiretur. Nunc ergo quoniam hac
F parte viſum non terminat, ſed obſcuram quamdam atque indefinitam profunditatem oſtendit, qualem exhibet corpus reipſa diaphanum, cum eius poſtica obſcuro claditur; fit vt corpus quod exquiſitè eſt læuigatum, qua parte obſcurum apparet, nullamq; luminis ſpeciem offert, diaphanum videatur: imò quandoque omnino non videtur, ita vt perpetuum aërem nos contueri arbitremur à lucido in obſcurum deſinentem; cuius rei ea eſt cauſa, quòd corporis læuis ſumma planities oculis proximè obiecta non apparet. Sic variè in vna eademq; re aſpectus noſter deluditur, cùm mens ex aliarum rerum vſu argumenta minùs ſolida deducit, atque ita ſe ipſa in errores varios præcipitat. quod toto hoc 4. Opticorum libro in omni rerum ſpectabilium genere abundè oſtendimus.

A

PROPOSITIO CL. THEOREMA.

Crystallus supposito colore, cùm ex aduerso spectatur, tota infecta videtur.

PERSPICVA est huius fallaciæ causa ex natura diaphani. Color enim per crystalli densitatem fractis radijs transmissus, in ipsa tantisper hęrere, ac fluitantis in morem ludere videtur, priùs quàm ad obtutũ perueniat. Deinde ea crystalli planities quæ subiecto colori è diametro opponitur, radios B coloris sursum elatos ab interna seu caua sui parte suscipit, eosdemque ad infimam crystalli superficiem remittit; qui dum hinc rursus ad oculos redeunt primis radijs permixti, saturatiorem colorem in crystalli densitate, quàm in circumfuso aëre ostendunt: quo fit, vt crystallus ipsa vniuersè tincta videatur.

Eximium sanè huius fallaciæ exemplum in factitijs gemmis habemus. Crystalli fragmentum natiuæ gemmæ forma cęlatur, substrataque argentea bractea insigniter læuigata ac colore proprio infecta, suo loculamento committitur quàm fieri potest arctissimè, ne temerè excidat: ita enim fit vt crystallus vera ac naturalis gemma esse videatur.

Qui propiùs ad verarum gemmarum imitationem hac nostra tempestate accedunt, bina crystalli frustula ea figura cælant, vt simul iuncta vnius gemmæ formam referant: C oportet verò superficies illas, quibus committuntur, exactè planas esse; has porrò inter se coniungunt expressâ è calenti mastiche puriore lacrymâ, cui intritus est perfecteq; mistus perspicuus color. Mastiche namque liquescens igne, ac frigore obdurescens tamquam ferrumen partes crystalli in vnum corpus cogit; color autem cùm ex aduerso spectatus per crystalli densitatem profunditatemque transparet, ipsam longè viuaciore tinctura imbuit, ob varias vndique repercussiones, quàm si sola supposita sit infecta argenti bractea. Hæc ars natiuas gemmas ementiendi adeò veris similes exhibet, vt prudentioribus etiam imponant, nisi molę attritu durities exploretur, quę veris semper maior quàm factitijs inest. Cùm color ad manum non est, natura transparens, qualis expetitur, vitrea tessella simili colore tincta inter vtrumque crystalli fragmentum inseritur, pura masti- D ches lacryma perlita ac firmata, quæ eamdem exhibet naturalis gemmæ apparentiam.

Possunt verò etiam colores variè permisceri, vti naturam ipsam in verarum gemmarum coloribus fecisse animaduertimus. Non enim carbunculi omnes eodem nitore rubent, neque omnes hyacinthi ex æquo flauescunt, neque smaragdi omnes pari virore perfusi cernuntur, sed alij herbaceũ, alij ærugineum æmulãtur; atque vniuerse omnium prope gemmarum colores aut essentia aut gradu perfectionis discrepant, secundùm varias locorum, quibus velut matricibus increuerunt, proprietates. Ergo qui hanc arrem profitentur, magnum habere debent factitiorum colorum apparatum; sic namque fiet, vt vel simplici aliquo, vel pluribus vnà commixtis oblatam quamcumque gemmam perfectiùs imitentur. E

Huic fallaciæ affinis est illa, qua interdum homines ludificantur aspectus errore circumuenti. Patera ex vitro conflatur, duplicata ea ratione, vt duæ quodammodò sint; quarum vna alteram complectitur exiguo spatio inter vtramque relicto, quod cùm vino impletur, ita oculis imponit, vt simplex ipsa patera vinoque plena esse videatur, ex qua tamen bibere volentibus nihil sequitur. Quod faciliùs intelliges si fingas vitream bullam adhuc à fornace candentem, ductilemque tenui primùm foramine pertundi: deinde media sui parte reflecti, sic vt altera medietas alterius cauitatẽ subeat, pari vndique distans interuallo, sic item vt foramen priùs factum in summitate ambitus relinquatur: huius is erit, quem dixi, fallax vsus. Per foramen, quod in ipsius vasis ambitu relictum fuit, siphunculo imposito, aqua infunditur, quæ interstitium nequaquam ad sum- F mum expleat. Pateram hanc qui intuentur, ex eadem illa parte qua lumen suscipit, simplicem putant, cuius cauum aqua infusa oppletum sit, actum præcipuè oculos fallit, cùm minimè quiescit; siquidem aqua interstitio coërcita dum pariter agitatur, speciem aquæ in medio paterę fluitantis exhibet, haud secùs ac si patenti ipsius conceptaculo infusa esset. Nec minùs iucunda est hæc impostura, cùm in vicem aquæ rubens ex atro merum infunditur; rubello siquidem plena patera existimatur, quæ dum epotanda alicui porrigitur, foramine ab ore procul remoto, nihil profundit, molestè ferentibus ijs qui bibere ex ea conantur. Facile tamen error detegitur, quando ex aduerso incidentis

luminis

A luminis inſpicitur. Si enim è pateræ cauo nullus luminis radius ad oculos intuentis porrigitur, tamquam à plana ſuperficie innatantis liquoris repercuſſus; inuincibile eſt inanis vacui argumentum. nullum enim dubium eſſe poteſt, quin ab extima liquoris ſuperficie, ſi quis intra paterę cauum exiſtat, luminis radium in aduerſam partem remitti, ac proinde etiam videri oporteat.

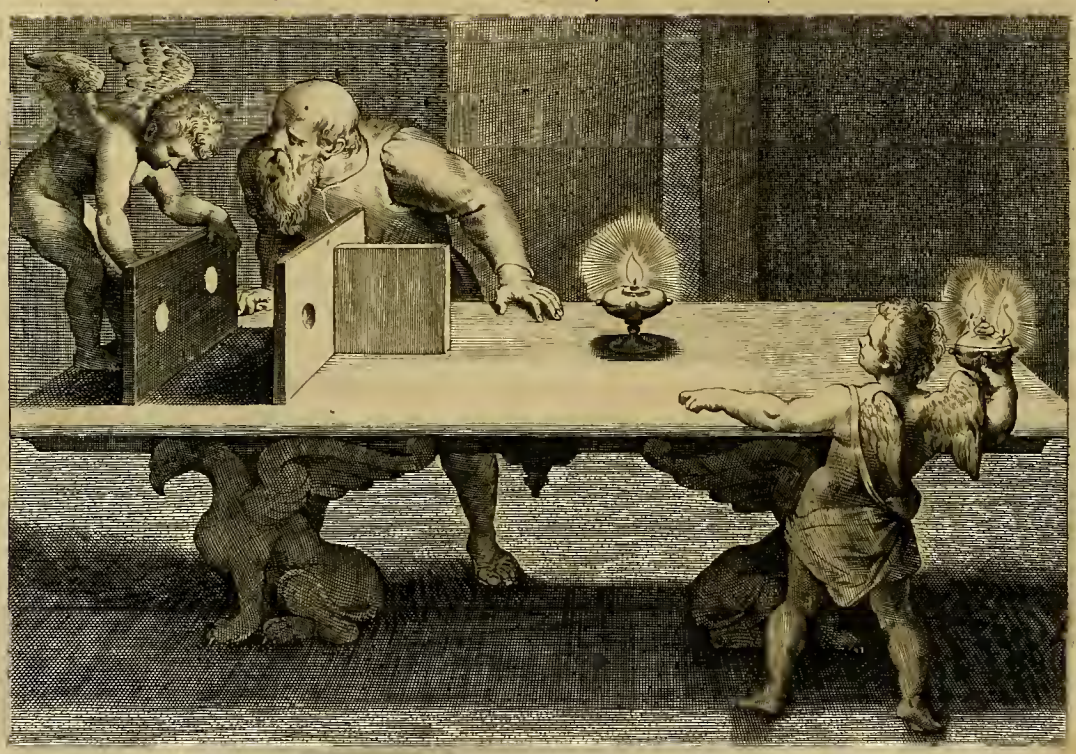
PROPOSITIO CLI. THEOREMA.

Aquæ perſpicuo colore infectæ, cùm ex eo loco cernuntur
B *vnde lumen procidit, obſcuræ videntur.*

COLORES quibus aquæ tinguntur, aut craſſi ſunt & fæculenti, minimeq; pellucidi, aut vitri in modum perſpicui ac tranſparentes. Si primi generis ſit color qui aquæ inſperſus innatat, palàm eſt eum ex aduerſo luminis ſpectatum atrum atque obſcurum videri, propterea quòd corporis craſſities luminis radium intercipiat, ac verſus originem repellat. Quod manifeſtè apparet, cùm vitream ampullam aqua tincta plenam luminis radio obiicimus. Idem verò color, ſi vitrum ea parte ſpectatur qua luminis radium ſuſcipit, propriam ſpeciem formamq; exhibet, quam nempe repercuſſus luminis radius ad oculos intuen-
C tis refert. At ſi apprimè perſpicuus ſit aquæ infectæ color, ex aduerſo quidem luminis ſpectatus propriam repræſentat imaginem, tantò viuacius, quantò lumen eſt excellentius: ex eadem verò parte ſpectatus, qua lumen procidit, obſcurus apparet; ac tantò etiam atrior, quantò eſt ſaturatior; tantoque clarior, quantò dilutior eſt. Cùm enim luminoſus radius per aquæ ſimul ac coloris ſubſtantiam directò penetret nullo obſiſtente, nullaque parte ad intuitum repulſa, certè nec aqua nec color videbitur, ſed atræ opacitatis ſpeciem exhibebit: nam quod non videtur, ſimilitudinem quamdam tenebrarum præ ſe fert, vt libro primo non vno loco diximus. Igitur aquæ perſpicuo colore infectæ, cùm ex eo loco ſpectantur vnde lumen procidit, obſcuræ videntur.

Simile quiddam in mari videre licet, dum poſitis fluctibus planum oſtendit æquor:
D nempe ſub ſolis occaſum; ſi ad orientem conuerſi aquã maris intuemur, opacam quamdam profunditatem in ea cernimus. Siquidem ſolis claritas in ſummam aquæ planitiem obliquè incidens vmbram ſubtus adauget, inde verò in oppoſitam partem (orientem ſcilicet) reiecta, maiorem aſpectui concedit penetrationẽ; ſic ergo fit, vt obſcurior aqua ea parte appareat. At contrà, ſi aduerſo ſole mare aſpicimus, ipſius fulgor aquarum planitiem ita perfundit, vt nullus aſpectui pateat in profunditatem aditus: idemque ab aquæ læuore reſiliens, oculorum aciem ita perſtringit, vt quamuis velit, nihil tamen perfectè videre poſſit.

FRANCISCI AGVILONII
E SOCIETATE IESV
OPTICORVM
LIBER QVINTVS
DE
LVMINOSO ET OPACO.



ARGVMENTVM.

IBRO *primo propositione 30. & sequentibus explicata est quadamtenus natura luminis, quoad scilicet ad obiectum visus primò attinebat, eiusque cognitio ad intelligentiam visibilium specierum conducibilis erat. Quo etiam loco de coloribus vtcumque est actum, quatenus nimirum ab ipsis alij quidam tenuioris essentiæ colores exoluti ac luminis ope ad aspectum delati, illos qui in rebus sunt, velut propriæ imagines repræsentãt. Nunc de luminis profusione ac propagatione, de luminũ concursu & occursu, de luminis illapsu in varias corporum formas, de vmbrarum productione, deq; varia figuratione luminis per foramen traiecti non pauca proponenda occurrunt,*

quæ

A *quæ omnia magnam habent cum Optica cognationem. Nam lucidum corpus est velut oculus, (quare sol à Philosophis mundi oculus nuncupatur:) opacum verò corpus instar obiecti est quod perspicitur: at lumen ceu radius opticus hinc solem corpúsve quod suapte natura collucet, illinc adiopton attingit: sic enim D. Chrysostomus homil. 55. in cap. 9. Ioan. de cæco à natiuitate:* Quod sol mundo, hoc oculus corpori. Extincto enim sole, omnia perduntur & perturbantur; ita amissis oculis pedes inutiles sunt, & manus, & animus. *Item Plato de Rep. lib.* 10. protendi *asserit*
B cæleste lumen per mundum vndique vniuersum, quasi mundanæ animæ visum, quo suum id totum cernat, tangat & foueat. *Est verò opacum corpus à luminoso haud penitus absimile. Nam quemadmodum lucenti corpori congenita est lux, quæ de se lumen velut sobolem gignit: ita opaco corpori obscuritas quædam à prima origine inserta est, quæ vmbram de se profundit. Distant autem, quòd luminosum hoc solum à natura habeat, vt lumen ex se producat; at opacum, lumen vario modo suscipiat, & vmbram in diuersas partes proijciat. Hunc porrò locum propriè sibi vendicat hæc tractatio.*
C *Est enim quædam explanatio eorum, quæ hactenus de visu eiusque functione ac radio optico proposita sunt: præceptio autem eorum, quæ sequenti libro de proiecturis vniuersè tractabuntur. Vti enim luminis profusio cum radio optico, ita vmbrarum in planum susceptio cum proiecturis exactissimam habet comparationem: vnde Gnomonicæ horarum descriptiones solaris radij vmbræque in subiectum planum proiectiones quædam esse videntur, quas proinde nullo negotio, ac velut propria Minerua addiscet, qui his primùm rebus operam dederit. Et Vitruuius ait per Opticen* Vitruuius lib. 1. c. 1.
in ædificiis à certis regionibus cæli lumina rectè duci. Quid ita? non aliam profectò ob
D *causam, quàm quia eadem propemodum est luminis atque aspectus productio. Quare idem ita monet: Quoniam aut communium parietum altitudines, aut angustiæ loci* Vitruuius lib. 6. c. 9.
impediundo faciunt obscuritates; linea seu funiculus tendatur ab altitudine parietis qui videtur obstare, ad eum locum cui lumen oporteat immittere, & si ab ea linea poterit puri cæli amplum spatium videri, in eo loco lumen erit sine impeditione; sin autem officient trabes, seu limina, aut contignationes, de superioribus partibus aperiatur: & ad summam è quibuscunque partibus cælum prospici poterit, per eas fenestrarum loca relinquantur: sic enim lucida erunt ædificia; vna siquidem eademque est susceptio lumi-
E *nis atque aspectus via. Quocircà post eorum tractationem quæ visui propriè insunt, priùs quàm ad proiecturas accedamus, medias hasce luminosi opaciique corporis affectiones inserere placuit, quas partim physicis partim mathematicis rationibus, quod hactenus factum est, confirmabimus.*

DEFINITIONES.

F

I.

Corpus luminosum id esse dicimus, à quo vtcumque lumen profunditur.

PERSPICVA sanè est hæc definitio, & quæ expositione non indiget. Porrò nihil omnino ad præsens nostrum institutum attinet, an per luminosum corpus id solum intelligas, quod proprio coruscat fulgore, vt sol; an verò id etiam, quod non nisi externo lumine affluente splendet, vt luna. Nos id omne intelligimus à quo lumen vtcumque propagatur: sic vt fusiore significatione luminosum, quàm lucidum splendidúmve corpus accipiatur.

II. *Dia-*

A

II.

Diaphanum corpus dicitur, quod lumini peruium est.

DIAPHANVM idem est quod Aristoteli Perspicuum, cuius definitio tradita est libro primo propositione 30. atque etiam dilucidè ibidem explicata: quare superuacaneum erit eam in præsenti pluribus verbis enucleare. Fuit verò in memoriam hoc loco Lectori reuocanda, quòd ex ipsius cognitione definitio opaci dependeat, vt mox apertiùs licebit animaduertere. Ita quippe contrariorum alterum ex alterius perceptione internosci plurimùm solet. B

III.

Adiopton siue opacum dicitur corpus, quod lumini imperuium est.

EX natura diaphani facilè colligi potest definitio vmbrosi: vti enim transparens est, per quod lumini transitus patet; ita vmbrosum siue opacum, quod lumen prohibet arcetque. Porrò sitne opacitas propria ac peculiaris qualitas, qua corpora quæ vmbrosa dicuntur lumini obsistunt; an verò à luce coloribúsve eam facultatem mutuentur, libro primo propositione 31. diffusiùs est explicatum. Cuius quæstionis hæc est summa, Omne corpus naturæ conditione translucidum esse, perque colores lucémve, quæ suapte vi aspectum terminant, adiopta fieri. C

IV.

Lux dicitur quæ fulgenti corpori congenita est.

QVÆDAM innata luce fulgent, vt sol reliquaque sidera, præter lunam, quæ primarium lumen soli acceptum referre debet; proptio insuper lumine collucent ignis, nitedulæ, piscium squamæ, ac putres quercus: alia lumen ab aliis mutuantur, vt sunt specula, atque diaphana omnia, cùm luminoso cuipiam corpori obiectantur. Quæ prioribus ingenita est qualitas fulgida atque coruscans, lux propriè nuncupatur; D quæque ab hac velut soboles progignitur, ac per translucidum medium longè lateque diffunditur, lumen dicitur, lucisque imago, illi colori similis qui ab alio colore, corpori penitus inserto, vi luminis appulsi deciditur; atque eiusdem luminis ope nixus, per diaphanum medium transuehitur.

V.

Lumen est aspectabilis qualitas à luce prognata, ac per diaphanum medium longè latéque diffusa.

HAC velut propria nota lux à ceteris manifestis qualitatibus distat, quòd de se sui E similimam qualitatem ceu quamdam propaginem fundat. Id verò nulli alteri per se contingit. Cuius rei explicandæ gratia notandum est qualitates omnes, quæ actiuæ vocantur, duûm esse generum. Quædam enim sunt cælestes, aliæ elementares. Cælestes sunt, calor solis, lunæ dominatus in humida vniuersa, aliorumque siderum occultæ vires. Quibus persimiles sunt eæ quæ in sublunaribus specificæ vocantur, ita dictæ, quòd per manifestas materiæ qualitates explicari non possint, quas proinde admirari plerique solent propter causæ ignorationem, cuiusmodi sunt magnetis erga ferrum durumque chalybem; nephritidis aduersus renum calculosam saburram; rhabarbari ad exturbandam bilem; aliaque sexcenta, quæ ad profligandas varias noxas F vtilia hominum industria solertiaq; adinuenit. His omnibus id commune in primis est; quòd effectus proferant dissimiles causis. quare nullam cum luce cognationem habent, quæ lumen similimam sui sobolem procreat.

Deinde cùm hæ omnes virtutes cominùs tantùm suapte natura agant, & quasi per contactum: cælestes autem illæ longissimo interuallo à nobis seiunctæ sint, probabilis ratio suadet, eas luminis ope in hæc inferiora influere, cùm videamus astris omnibus quamdam lucis portionē esse cōgenitam, ac tum maximè agere, cùm præcipuè fulgent.

Inter elementares duæ in primis, quæ passiuæ vocantur, longissimè à natura luminis distant: nam neque humiditas qualitatem, neque humectatio alterationem significat.

Est

A Est enim in aquea substantia humiditas, quod in oleacea pinguedo: & vt pinguedo illita pinguefacit, sic humiditas solo adhæsu humectat. Rursus siccitas humiditatis solius est defectus, exsiccatioque humoris absumptio.

Inter actiuas verò frigus nullam de se frigiditatem effundit: quod etsi mirum fortassis nonnulli videbitur; est tamen à ratione minimè alienum, & experientia hoc ipsum manifestè demonstrat. Nullum siquidem, quantumuis frigidum attactu corpus existat, vt glacies in proximè admota, vllum frigiditatis sensum ingerit: sed sola attrectatione frigidum vnumquodque sentitur. quod sæpè inficiantibus ludicro experimento ostendimus, cùm exportrecta manu obuelatisque oculis edicere ipsos iuberemus, an admoti B proximè frusti glacialis frigiditatem persentiscerent. Fiebat enim subinde vt sentire se quidpiam dicerent, cùm nihil esset admotum, aliàs se nihil prorsus sentire affirmarent, cùm frigidum corpus adeò propè admoueretur, vt solùm non tangeret. Sic igitur propria sententia conuicti, in veritatis agnitionem veniebant. Quæ verò aduersus hanc veritatem in speciem pugnare videntur, facillimam habent explicationem. Quod sanè luculenter ostendi hoc loco posset, si huius esset instituti: at quia lucem noster opperitur discursus, cœptam qualitatum enumerationem prosequamur.

Superest calor, sui, vt apparet, diffusiuus, quemadmodum lux: siquidem vt hæc lumen, ita calor calorem gignit. Verùm non sine luminis ope à calore qui in igne residet, alius calor propagatur: quocircà non per se primò calor sui est diffusiuus quemadmodum lux. C Deinde verisimilius equidem existimo à materia igni succensa, vaporem item accensum efflari, qui occultè per aërem delatus, obuia quæque attactu calefacit, atque etiam deurit, si densitatem aliquam obtineat.

Hinc enim fit vt luculentiori igni propiùs admota vstulentur, tametsi aspectabilem ipsum ignem non contingant, id quod in charta ac stupa persæpè apparet; at longè manifestius in naphtha, asphalto, succinis, aliisque quæ è longinquo flammâ suffurantur.

Fit hinc etiam vt supernè validiùs acriusque quàm infernè aut ad latera ignis excalfaciat, quòd scilicet ignitus vapor calore attenuatus superna capessat. Quod sanè qualitati non propriè conuenit, sed substantiæ: non enim rectè calorem leuem dixeris, sed id potiùs quod calidum est; hoc namque caloris vi diductum fit leuius, vti grauius id D quod materiæ condensatione in angustiorem morem compingitur.

Hinc præterea genuina causa elici potest, cur hieme acrique gelu viuaciores sint flammæ. Frigus namque quod circumstat, expirationem prohibet, spiritusque inflammabiles in vnum cogit: sic ergo propter materiæ vnitatem ignis fit acrior.

Hinc demum superioris quoque experimenti causa perspicuè cognoscitur, cur inquam frigida corpora non perinde frigiditatem ex se effundant, vt calida calorem. Frigus namque corpora quibus inest, arctissimè stringit, calor verò deducit: quare iste exspirationem calidorum corpusculorum mouet, quorum subsidio deportatur; illud verò omnem exspirationem prohibet.

Perspicuum est igitur rectè lumen dici eam qualitatem, quæ à luce fulgenti corpori ingenita prognascitur, insitaque facultate in omnem circum partem medij diaphani E diffunditur. Quæ vis luci ab Architecto naturæ sapientissimè est attributa, quòd sit omnis vitæ actiuitatisque principium, fons & origo.

VI.

Splendor est lumen à terso politóque corpore repercussum.

VT lumen à luce, sic à lumine generari aliud lumen interdum potest, cùm nimirum id quod in superficiem exactè perpoliti corporis incidit, inde nouam sui imaginem remittit: hic splendor nuncupatur. Et vt primum corpus lucidum à F luce, ita secundum à splendore splendidum dicitur. Est verò splendor multò tenuioris essentiæ, quàm sit lumen; vt & lumen ipsum primaria luce tenuius. Et quamuis à corporibus asperis, minimeque læuibus, aliqua etiam fiat luminis repercussio, cùm insigniter illustrantur; ab his tamen reiectum lumen, propter hebetudinem, splendoris nomine appellari receptus loquendi vsus non permittit.

Sunt porrò varij splendoris gradus ex alia atque alia repercussione prognati. Nam vti lumen à lucente corpore euibratum occursu læuigati corporis in aduersam partem remittitur: ita & hic ipse splendoris radius in aliud tersum corpus incidens, noua propulsione retunditur ac hebetatur, idque toties dum penitus intereat.

A

VII.

Lumen primum dicitur, quod immediatè à corpore lucido proficiscitur; lumen secundum, quod à lumine primo est; tertium, quod à secundo, atque eodem ordine cetera.

CVM sol hæc inferiora suo fulgore perfundit, is locus, in quem directi à sole radij procidunt, primo siue primario lumine colluſtratus dicitur: eſtque hic ille præcipuus fulgor, quem sol in omnem circum partem directò vibrat, vbi nullo crassiore corpore obsistente prohibetur. Ab hoc lumine propinquus aër participat: pars enim à corporibus, in quæ primarium lumen impingit, repercutitur; pars verò ab aëre, in quo præcipuum lumen nitet, in vicinum aërem traducitur. Non enim vsque adeò perlucida est ista qua fruimur substantia aëris, vt nullius omnino opacitatis sit particeps. Habet namque obscuritatis aliquid ex propriæ naturæ conditione: plurimum verò à vaporibus exhalationibusque, quibus perpetuò distenditur. His igitur primarium lumen insidet, atque inde sese in vicina loca transfundit, non ea excellentia, eoque insigni nitore, quo à natura priusquam retunderetur præditum erat; sed longè inferiore gradu, vt potiùs imminutum quoddam lumen, quàm lumen de lumine dici mereatur. Hoc ergo secundarium est lumen: quodque analogia quadam ab isto fit, vt istud à primo, tertium nuncupatur: atque ita deinceps. B C

VIII.

Lumen perfectum illud dicitur, quod ab omnibus partibus luminosi procidit; quod verò à parte tantùm, imperfectum.

SOL cùm totus supra finitorem exortus est, perfectum ad nos lumen transmittit: cùm verò pars eius subtus etiamnum latet, lumen ad aspectum nostrum porrigitur imperfectum. Rursus in solis defectione lunare corpus solari obiectum, si partem dumtaxat solis obtegit, quod à reliqua lumen emicat imperfectum est, perfectum mox futurum luna discedente. Ex his similibusque exemplis perspicua relinquitur perfecti imperfectiq; luminis definitio, vt longiore oratione ad ipsius explicationē opus non sit. D

IX.

Radius luminosus recta est luminis profluentia.

QVÆCVMQVE libro secundo de radio optico diffusiùs pertractata sunt, ea radio luminoso proportione quadam accōmodari possunt. Quare radius luminosus non propriè est ea recta linea seu vera, seu imaginabilis, per quam lumen traducitur: sed est lumen ipsum rectà euibratum, vt eodem secundo libro propositione prima luculenter ostensum est. Vbi plura ad huius definitionis perceptionem vtilia legi possunt. E

X.

Pyramis luminosa est figura luminis à corpore fulgido ad vnum aliquod externum punctum collecti.

HÆC proportione respondet pyramidi opticæ, vt enim optica pyramis verticem habet oculi centrum, ac basin in re visa: sic & luminosa pyramis verticem quodcumq; punctum habet, cui luminosum corpus ceu basis substernitur: cuius profectò ratio inde ducitur, quod ab omnibus partibus corporis luminosi in omnes partes medij perspicui, luminis radij destinentur. Ex quo id etiam subinferre licet, ab vno luminoso corpore pyramides porrigi numero infinitas; quod ex iis liquidò patet quæ primo & secundo libro sæpiùs sunt inculcata. Et sanè luminosa pyramis non modò similitudine quadam pyramidi opticæ respondet; sed interdum etiam ipsa verè est optica, cùm nimirum eius vertex in centrum visus terminatur; tum siquidem totus luminis processus visibilis forma est qua corpus lucidum cernitur, vt ex propositione 46. libri primi manifestè constat. F

XI. *Illu-*

A

XI.

Illuminationis verò pyramis figura est euibrati luminis, quod à puncto corporis luminosi ad superficiem corporis illustrati diffunditur.

PYRAMIS illustrationis conuersa proportione respondet pyramidi luminosæ: vt enim luminosa pyramis verticem habet vnum aliquod externum punctum, ac
B basin luminosum corpus; sic illuminationis pyramis verticem habet punctum quodcumque corporis luminosi, basin verò superficiem corporis illustrati. De hac quoque re plura vide Lector secundo libro definitione septima. Dicitur verò hęc illustrationis pyramis, quòd per eam res luminoso corpori obiectæ illustrentur; non secùs ac illa luminosa nuncupatur, quòd per eam luminosi corporis actio euibretur.

XII.

Vmbra est lumen imminutum, maioris quod circumstat luminis comparatione.

C

QVEMADMODVM inter obscuros Philosophos non rectè sentiunt, qui vmbram rem aliquam esse existimant, quòd à nonnullis arboribus prolapsæ vmbræ graues infestæque esse deprehendantur

Vsque adeò, capitis faciant vt sæpè dolores,
Si quis eas subter iacuit prostratus in herbis.

ita inter doctiores non parum hallucinantur ij, qui vmbram luminis esse priuationem absolutè pronuntiant. Hæc enim propria est tenebrarum definitio, quas inter ac lumen, mediam naturam vmbra adepta est: hæc namque ex habitu simul & priuatione componitur. Quare lumen primarium vmbræ rationem habere nunquam potest, siquidem
D nullius alterius luminis est priuatio: sed quod tertij comparatione est lumen secundarium, id cum primo collatum est vmbra.

Et quamuis perfectæ tenebræ omnino definiantur lucis priuatio; quia tamen eiusmodi supra terræ superficiem existere non possunt, quòd semper aliqua luminis portiuncula vel tenuissima ab excellenti solis fulgore supersit, fit vt familiari quodam loquendi vsu tenebras vocemus eam luminis artenuationem, seu vmbræ obscuritatem, quæ res aspectui eripit, externasque hominum functiones obire non sinit. Densissimas verò appellamus tenebras, cùm nil omnino perspicitur.

Porrò non ex hac luminis admistione prouenit, quòd vmbræ aliquarum arborum noxiæ sint, cùm eò sint nocentiores, quò obscuriores: sed id ab ipsis prouenit arboribus,
E quæ solis radiis percussæ æstuant, tetrumque spiritum profundunt; hic verò frigidiora loca ad sui conseruationem suapte vi petens proximum locum opacum inuadit, hominumque aut pecorum corporibus insidens, propriæ substantiæ contagione nocumentum infert. Hinc autem nemo rectè concludet vmbram rem aliquam esse; sed potiùs luminis salutaris absentiam.

XIII.

Vmbra prima est absentia primi luminis, secunda secundi, ac sic deinceps.

F

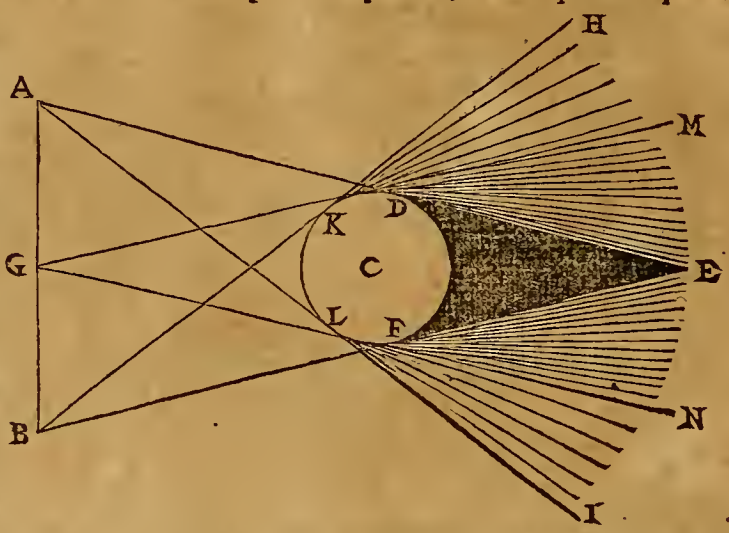
VMBRA non secùs ac lumen suos habet intensionis & remissionis gradus: verùm ij luminis gradibus non ex æquo respondent. Nam quod lumen secundum est, hoc prima est vmbra: & quod lumen tertium, id vmbra secunda est; atque ita deinceps vmbra vno semper gradu lumine inferior est. Cuius ordinis ratio ex præcedente definitione perspicua est: ex ea enim constat vmbram lumen esse diminutum. Ergo prima vmbra à primo lumine, & secunda à secundo vno saltem gradu distare debet, vt vmbræ rationem habere queat: quandoquidem in eo posita sit vmbræ qualiscumque essentia, vt alicuius, non verò omnis luminis sit priuatio.

A

XIV.

Vmbra plena seu perfecta illa dicitur, ad quam nullus radius corporis luminosi pertinet.

PERFECTO lumini, definitione octaua superiùs explicato, similis quòdam pacto est perfecta vmbra, sed ratione contraria: vti enim perfectum lumen ex totius luminosi omnium partium conspiratione progignitur; ita vmbra perfecta ex totius luminis priuatione inuehitur. Quod vt apertiùs ostendatur;



B

Esto corpus luminosum AB, eique obiectum corpus opacum C, per cuius contactum gemini radij ab extremitatibus luminosi corporis protendantur, ab A videlicet AE & AI; à B verò BE & BH: dico corporis C vmbram DEF plenam perfectamque esse; siquidem nullus ad eam radius à corpore luminoso attingit, vt ex schemate ipso patet.

C

Notandum verò, hanc vmbram, tametsi suapte natura vnius vndique obscuritatis sit, quòd videlicet totius luminis sit absentia, tamen ex accidenti minimè vniformem esse. Cùm enim aliquid semper luminis à circumfuso aëre illustrato in obscurum ipsum locum deriuetur (quod definitione 7. est explanatum) idque non vniforme, fit vt vmbræ partes quæ longiùs absunt, à stipante lumine obscuriores relinquantur.

D

XV.

Vmbra diminuta seu imperfecta est, in quam aliqui dumtaxat radij à corpore luminoso procidunt.

EIVSMODI est in superiore schemate HKE. Hæc enim nec omnes, nec nullos radios luminosi corporis suscipit, sed aliquos dumtaxat. Cùm enim BH radius ab extremitate corporis luminosi proueniat, erit HK extremus terminus perfecti luminis, quippe ad omnem eius lineæ partem à toto luminoso corpore lumen proficiscitur. Quare si vmba HKE per lineam KM vtcumque diuidatur, hanc productam versus corpus luminosum inter A & B incidere est necesse. Cadat itaque in G. Manifestum igitur à tota parte GB corporis luminosi nullum luminis radium ad vmbram MKE affulgere, sed ab AG tantùm. Quocircà MKE media solummodò est vmbra. Cumque simili modo ostendi idem possit, de quauis parte vmbræ HKE; erit tota vmbra, quæ inter HK & KE comprehenditur, dimidiata, imminuta, & imperfecta.

E

Hìc quoque idem quod in præcedente definitione obseruandum est, vmbram videlicet HKE minimè vniformem esse. Nam iuxta vmbram perfectam obscurior semper est, propterea quòd pauciores semper radios eò versus excipiat: at versus HK seu perfectum lumen dilucidior semper ex plurium radiorum susceptione efficitur, quoad tandem in perfectum lumen ad HK transmutetur.

F

Rursus patet radios AE & BE, qui ab extremitatibus corporis luminosi per contactum vmbrosi corporis protenduntur, terminos esse perfectæ imperfectæque vmbræ. Nam vmbram perfectam finiunt, atque ab imperfecta discriminant: AI verò & BH perfecti luminis sunt initia, inter quę ac terminos plenæ vmbræ media vmbra intercipitur. Rursus GM & GN imperfectam ipsam vmbram in magis ac minùs dispescunt: siquidem quæ inter H & M intercipitur, illa quæ inter M & E continetur dilucidior est, ac perfecto lumini propinquior. Quæ omnia in descripta superiùs imagine accuratè conspiciuntur.

LEM-

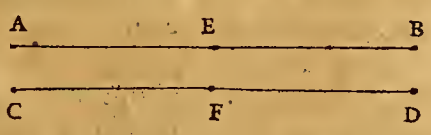
A

LEMMATA.

LEMMA I.

In homogeneis corporibus luminosis ea est proportio totius luminis ad totum corpus, quæ est partis luminis ad partem corporis proportionatam.

B Id in primis ex homogenei corporis natura ac definitione sic potest demonstrari: Homogeneum corpus id definitur, cuius omnes partes vnius sunt essentiæ; quare & vnius materiæ vniusque formæ sint oportet. Hæc enim prima sunt essentiæ elementa & partes: non igitur materia hîc rarior, illic densior; sed in æqualibus partibus quantitatis ac molis, æquales sunt materiæ portiones: quapropter & æquales sunt portiones substantialis formæ. Hæc namque cùm ex materiæ sinu educatur, ex copiosiore materia, vberior forma; ex parciore materia, forma contractior; ac demum pro rata materiæ quantitate, maior minórve elicitur substantialis formæ prouentus; sic, vt forma materiæ exactè semper exequetur. Ex quo tandem fit vt accidentaria quoque forma, quæ substantiali propria est C atque congenita, vti lux corpori lucido, totius corporis magnitudini proportione respondeat. Cùm enim à substantiali forma naturali quadam emanatione proueniat, eamdem habebit in materia extensionem, quam forma ipsa: quocircà quam rationem habet vna pars luminis ad partem corporis cui inest, eamdem pars reliqua luminis ad reliquam partem corporis habeat necesse est.



Esto igitur corpus totum A B, eiusque partes A E & E B. Esto similiter C D totum lumen corporis A B, & C F quidem lumen partis A E, F D autem lumen partis E B: cùm sit quemadmodum C F ad A E, ita F D ad E B, vt iam proximè ex homogenei natura est demonstratum, erit per 18. quinti Euclidis συνθετικῶς, vt C F ad A E, D ita totum lumen C D ad totum corpus A B; quod erat propositum demonstrare.

LEMMA II.

Eadem quoque est proportio virtutis totius luminis ad totum lumen, quæ partis virtutis ad luminis partem.

Nam vt substantialis forma è potestate materiæ euocatur, ita proprietates compositi, ex potentia formæ substantialis, & vis agendique facultas ex ipsis proprietatibus, ceu ex fonte riuuli, naturali quadam scaturigine emanant. Quare E necesse est hæc omnia ad materiæ amplitudinem ac molem æquali mensura simul extendi, sic vt partes formæ materiæ partibus, & luminis partes partibus formæ, & partes virtutis partibus luminis exacta proportione respondeant. Vnde tandem, vt priùs, per rationum compositionem efficitur, vt ita se habeat virtus tota ad totum lumen, vt pars virtutis ad luminis partem; quod erat demonstrandum.

Quod de magnitudine ac mole luminis, eiusque partibus, iam diximus, simili quodam pacto de gradibus intensionis est intelligendum. Hi namque æquales cùm inter se sint, parem quoque vim illos habere conuenit: quare cùm ita se habeat pars virtutis ad virtutis partem, vt pars intensionis ad intensionis partem; erit quoque quemadmodum tota virtus ad totam intensionem, ita pars virtutis ad intensionis partem proportionatam. F

Neque audiendi sunt Philosophi quidam, temerè asserentes gradus intensionis, licet entitate æquales inter se sint, non esse tamen pares dignitate, agendiq; efficacia: sed qui primùm adueniunt, hos imbecilliores esse; robustiores verò illos, qui posteriùs accedunt: quorum hoc potissimùm est argumentum, quòd posterior quisque includat priores, ceu totum suas partes: quare efficaciùs agit posterior quisque ex priorum concursu ac coniuncta virtute, quàm hi per se seorsum valeant.

Sanè hoc diffitendum non est posteriores gradus efficaciùs agere collatis priorum viribus, quàm priores agant, cùm nondum posteriores accesserunt: verùm vti posteriores

ex priorum conspiratione, ita & priores ex accursu posteriorum fortiùs operantur. Nam A
vt propositione 9. ostendendum est, singulæ luminosi partes, dum ceteræ in eamdem actionem conueniunt, longiùs actionem protendunt, & in quauis parte medij excellentiorem effectum producunt, quàm cùm per se ac solirariè sumptæ agunt. Quod æquè in gradibus intensionis, atque in partibus quantiratis veritatem habet: namque vna est omnium causa, quam propositione 9. explicabimus. Non igitur ex eo quòd posteriores intensionis gradus includant seu potiùs supponant priores, aut quòd posteriores fortiùs agant, adiuti priorum concursu; sequitur ipsos per se consideratos prioribus dignitate præstare. At enim priores quoque accursu posteriorum perfici, longiusque actionem protendere, eadem ratio conuincit. Igitur nec hi illis, nec illi istis excellentiores B
sunt, aut in actione validiores; sed pares omnes tum dignitate, tum agendi facultate.

LEMMA III.

Plura luminaria iuxta se posita, eam virtutis rationem habent, quam partes vnius proportionatæ.

HOC primò te Lector admonitum volumus, ea luminaria intelligenda hîc esse, quorum æquè intensum sit lumen. Nam fieri potest, vt vnum duobus quidem C
æquale sit magnitudine, at dispar agendi facultate, si nimirum non æqua sit luminis intensio.

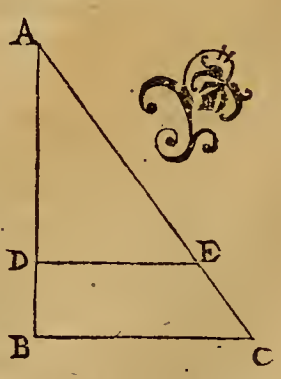
Sint itaque tria luminaria vno intensa gradu, at magnitudine dispari; vnum quidem pedale, alterum bipedale, actertium tripedale: dico primum & secundum dum iuxta se posita simul agunt, eam virtutis rationem habere, quam partes tertij luminaris proportionatæ, hoc est, quam pars eius pedalis ad reliquam bipedalem. Vt enim pars pedalis tertij luminaris dimidium tantùm effectum producit partis reliquæ, scilicet bipedalis; ita primum luminare dimidium tantùm effectum gignit luminaris secundi. Et vtrumque simul primum ac secundum lumen proferunt lumini tertij corporis æquale: itemque primum vnà cum secundo æquè longè actionem protendit, ac tertium per se solum. D
Atque eodem modo cetera quæ ad actionem spectant, primo ac secundo simul eadem obueniunt, quæ tertio per se seorsum ac solitariè agenti.

Causa huius rei ex homogenij natura petenda est. Cùm enim primo lemmate ostensum sit, homogenia agere virtute formæ substantiali congenita: sitque in primo ac secundo luminari simul sumpto tantum formæ substantialis, quantum in tertio solo, erit virtus duorum virtuti tertij æqualis. Quare duo illa simul agentia æquali efficacia, atque ad æquale spatium actionem producent, ac tertium. Rursus cùm eadem forma per totam singulorum substantiam ex æquo diffusa sit, erit & virtus vbique vniformis. Quocircà tantum virtutis erit in primo luminoso corpore, quantum in pedali parte tertij; & tantum in secundo, quantum in tertij parte reliqua. Igitur plura luminaria iuxta se po- E
sita, eam virtutis rationem habent, quam partes vnius luminaris proportionatæ; quod erat probandum.

LEMMA IIII.

Si ad vnum trianguli latus parallela adiuncta fuerit recta quædam linea, abscissum triangulum toti æquiangulum erit.

ESTO triangulũ ABC, in eoq; ducta recta linea DE lateri BC parallela: dico resectum triangulũ ADE toti triangulo ABC æquiangulum esse. Cùm enim in duas parallelas BC & DE recta incidat linea AB, erunt alterni anguli ADE & ABC æquales per 29. primi Euclidis, eamdemq; ob causam æquales erunt anguli AED & ACB: at angulus A communis est vtrique triangulo, ipsa itaque æquiangula sunt; quod erat demonstrandum.



Potest idem aliter non minùs commodè atque expeditè demonstrari in hunc modum: Quoniam DE ipsi BC ex hypothesi est parallela, erit per 2. sexti Euclidis vt AB ad AD, sic AC ad AE; & vicissim per 16. quinti Euclidis, vt AB ad AC, ita AD ad AE. Cùm ergo in triangulis ABC & ADE latera

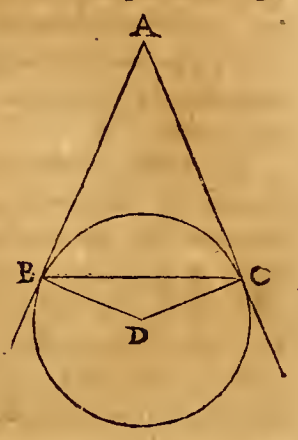
AB &

A AB & AC lateribus AD & AE sint proportionalia, hisque contentus angulus ad verticem A communis, sequitur ipsa triangula ABC & ADE æquiangula esse per 6. sexti Euclidis; quod erat propositum.

LEMMA V.

Si duæ rectæ lineæ circulum tangant concurrentes in idem aliquod punctum; quæ tactus iungit recta linea, rescindit à tangentibus portiones æquales, & cum eisdem triangulũ Isosceles constituit.

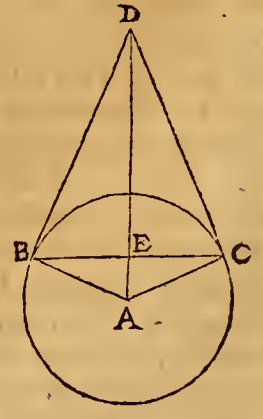
B RECTÆ AB & AC circulum ex centro D contingant in B & C, quæ verò signa contactuum iungit recta linea esto BC: hanc dico rescindere à tangentibus portiones æquales, nimirum AB & AC. Si enim ex centro D ad loca contactuum B & C, semidiametri educantur DB & DC, erit DB ipsi AB, & DC ipsi AC normalis per 18. tertij Euclidis. Quare rectus erit vterque angulorum ABD & ACD, qui proinde æquales quoque inter se erunt. At angulus DBC æqualis est angulo DCB per 5. primi Euclidis, quòd nimirum DB & DC ex centro sint eductæ, C ideoque inter se æquales per circuli definitionem. Si igitur æquales anguli DBC & DCB ab æqualibus rectis DBA & DCA subducantur, reliqui ABC & ACB æquales inter se erunt per communem notionem. Quocircà & AB, AC, quæ illis opponuntur inter se erunt æquales; si enim negentur æquales, concedatur AC quàm AB maior. Igitur per 18. primi Euclidis angulus ABC angulo ACB maior erit; cùm omnis trianguli maius latus maiorem angulum subtendat: ponitur autem ABC angulus angulo ACB æqualis: fieri igitur nequit, vt AC ipsâ AB maior existat. Eodem verò modo ostendetur nec minorem esse posse AC quàm AB, si angulus ABC angulo ACB æqualis esse concedatur. Itaque AB & AC sunt inter se æquales; quod erat D demonstrandum. Ex quo tandem fit, vt triangulum Isosceles ex his lineis AB & AC, & ea quæ puncta contactuum iungit BC perficiatur, vt ex definitione Isoscelis, quæ est vigesimaquinta libri primi Euclidis, manifestè constat.



LEMMA VI.

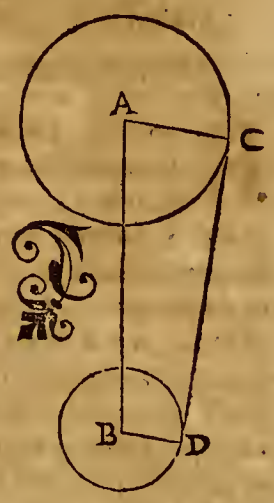
Si duæ rectæ lineæ circulum contingant concurrentes in vnum aliquod punctum; quæ à concursu ad centrum circuli ducitur, eam quæ tactus iungit, bifariàm secat.

E CIRCVLVM ex A centro descriptum duæ contingant rectæ lineæ BD & CD, concurrentes in puncto D, vnde ad circuli centrum A recta agatur linea DA: dico eam quæ tactiones copulat BC ab ipsa DA bipartitò secari in E. A contactibus enim ad centrum rectæ lineæ adiungantur AB & AC: quoniam igitur in triangulis ABD & ACD, latus AB æquale est lateri AC per circuli definitionem, estque latus AD vtrique commune, basis item BD basi CD æqualis per præcedens lemma, erit & angulus BAD angulo CAD æqualis per 8. primi Euclidis. Rursus cùm F in triangulis ABE & ACE æqualia sint latera AB & AC, nempe ex centro ad circuli ambitum proiecti radij, sitque AE commune vtrique; angulus autem BAE angulo CAE iam ostensus æqualis, erit per 4. primi Euclidis & basis BE basi EC æqualis. Igitur si duæ rectæ lineæ circulum contingant concurrentes in vnum aliquod punctum; quæ à concursu ad centrum circuli ducitur, eam quæ tactus iungit bifariàm secat; quod erat propositum demonstrare.



LEMMA VII.

Si recta quædam linea duos circulos tangat, erunt, quæ à centris ad contactus educuntur rectæ lineæ, inter se parallelæ.



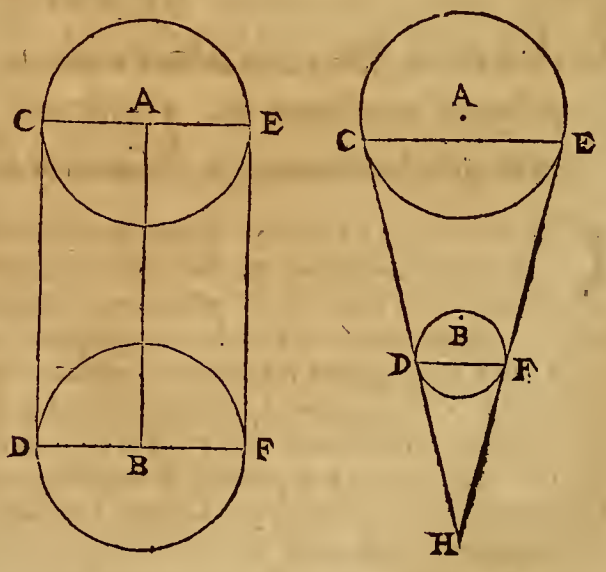
DVOS inquam circulos ex A & B centris descriptos recta tangat linea C D in punctis C & D, atque à centris ad tactionum signa rectæ applicentur A C & B D: has aio parallelas inter se esse. Quia enim per 18. tertij Euclidis A C & B D ipsi C D sunt perpendiculares, erunt anguli A C D & B D C recti per 10. definitionem lib. primi Euclidis: quare per 28. primi Euclidis parallelæ erunt ipsæ A C & B D rectæ lineæ, quæ nimirum à centris ad contactus procidunt; quod demonstrare propositum fuit.

Placuit hoc lemma in circulis inæqualibus demonstrare, ne si æquales assumpti à nobis fuissent, in suspicionem fortè particularis veritatis Lector incidisset. Ita enim sæpè fallimur, dum ex vno schemate vniuersè concludimus, quod in ceteris falsum esse deprehenditur. Iam verò ex circulorum inæqualitate manifeste constat, propositum theorema vniuersalem veritatem habere; cùm semper necesse sit eas quæ ex centris ad contactus ducuntur tangenti normales sese, rectosque cum ea angulos efficere, per 18. tertij Euclidis.

LEMMA VIII.

Si duæ rectæ lineæ duos circulos contingant, erunt eæ, quæ tactus iungunt, parallelæ.

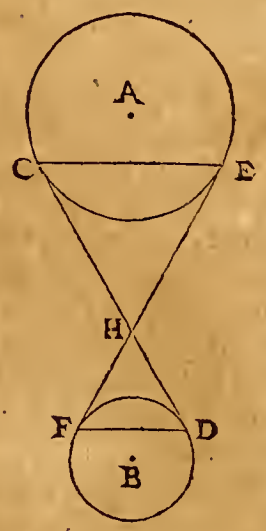
PLVRIBVS quidem modis obuenire potest, vt duę rectæ lineæ duos circulos contingant, qui peculiares exigunt demonstrationes, atque ex propriis principiis deductas. singulos proinde casus sigillatim exponemus.



Primò sint duo circuli æquales, quorum centra A & B, hosque duæ rectæ lineæ contingant C D & E F, quarum tactiones iungantur per rectas C E & D F: has dico inter se parallelas esse. Iungantur enim circulorum centra per rectam A B, atque à centris rectæ ad contactus deducantur A C & A E, itemque B D & B F: quoniam igitur per antecedens lemma parallelæ sunt A C ipsi B D, & A E ipsi B F; si ostensum fuerit in directum extensas esse ipsas rectas lineas C A & A E, itemque D B & B F, perspicuè concludetur propositum, scilicet parallelas esse inter se C E & D F, quæ tactiones copulant. Illud autem sic probabitur: Cùm parallelæ sint A C & B D per præcedens lemma: sint verò & inter se æquales per circuli definitionem, vtpote æqualium circulorum semidiametri, erunt quoque A B & C D parallelæ per 33. primi Euclidis. Quare per 29. primi Euclidis erunt duo anguli A B D & C D B, interni scilicet, & ad easdem partes duobus rectis æquales. Est autem C D B rectus per 18. tertij Euclidis: igitur & A B D rectus erit: quamobrem & rectus erit A B F; atque eodem modo illi quoque, qui iuxta A consistunt, recti ostendentur. Itaque per 14. primi Euclidis in directum constitutæ sunt ipsæ rectæ lineæ C A & A E, itemque D B & B F. Sunt igitur C E & D F, quæ tactus connectunt inter se parallelæ; quod erat demonstrandum.

Sit

A Sit iam vt rectæ lineæ C D & E F, quę circulos ex A & B descriptos tangunt, productę congrediantur ad signum H: quoniam per 5. lemma æquales sunt C H & E H, erunt quoque per 5. primi Euclid. æquales anguli H C E & H E C, quippe qui ad basin consistunt trianguli Isoscelis C H E; eodemq; modo ęquales erunt & anguli H D F & H F D. Cùm igitur duobus triangulis C H E & D H F communis sit angulus H, erunt duo reliqui vnius trianguli duobus reliquis alterius trianguli æquales per 32. primi Euclidis, siquidem tres vnius trianguli anguli tribus alterius sunt pares: at per commune axioma æqualium dimidia sunt B inter se æqualia: itaque angulo H D F angulus H C E, & angulo H F D angulus H E C æquales existunt. Quapropter C E & D F parallelæ sunt lineæ per 28. primi Euclidis; quod erat demonstrandum.



Rursus C D & E F in oppositis partibus circulos ex centris A & B descriptos contingant, sic vt se mutuò inter vtrumque circulum secent ad signum H: dico nihilominùs C E & D F, quæ tactiones copulant, parallelas inter se esse: quia namque per 5. lemma æquales inter se sunt C H & E H, erunt quoque ad basin C E anguli H C E & H E C æquales per 5. primi Euclidis: C eamdemq; ob causam æquales quoque erunt anguli H D F & H F D, qui ad basin consistunt D F, quòd per idem 5. lemma D H & F H sint inter se æquales. Est porrò C H E angulus angulo D H F ad verticem æqualis per 15. primi Euclid. Itaque residui duo ad basin C E æquales sunt duobus reliquis ad basin D F; quorum proinde dimidij sunt inter se æquales per 7. Euclidis axioma, hoc est, H D F ipsi H C E, & H F D ipsi H E C: quare per 28. primi Euclidis parallelæ sunt inter se ipsæ rectæ lineæ C E & D F; quod demonstrasse oportuit.

LEMMA IX.

Si duæ rectæ lineæ duos circulos tangant, erunt D *tangentes inter se æquales.*

HOC lemma, vti & præcedens, tres casus habet, qui proinde totidem modis, ac iisdem repositis figuris demonstrandi erunt.

Sint igitur primò iidem qui suprà circuli æquales ex centris A & B descripti, hosque contingant duæ rectæ lineæ C D & E F: dico C D & E F æquales inter se esse. Iungantur enim circulorum centra per rectam A B: quoniam igitur lemmate 7. ostensæ sunt A C & B D parallelæ, nempe quæ à centris ad contactuũ loca prodeunt; sunt verò & eædem æquales per primam definitionem libri tertij Euclidis, quòd scilicet æquales ponantur ipsi circuli, erunt & quæ illas connectunt A B & C D æquales per 33. primi Eu- E clid. Eodem verò modo ostendetur E F æqualis ipsi A B: igitur per communem notionem C D & E F inter se æquales erunt. Quæ enim vni tertio æqualia sunt, & inter se sunt æqualia.

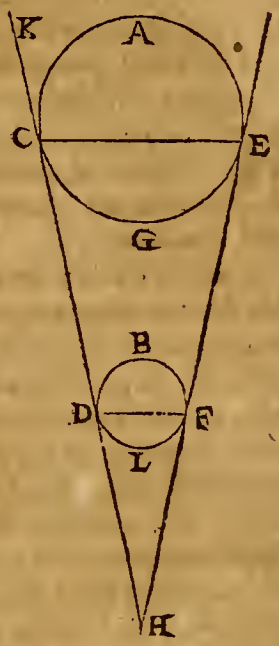
Sint iterùm circuli ex A & B descripti, verùm inæquales, cuiusmodi expositi fuere in secundo casu superioris lemmatis; quæ autem hos circulos contingunt rectæ lineæ propter ipsorum inæqualitatem concurrant productæ in puncto quopiam, exempli gratia H: quoniam igitur per 5. lemma huius libri æquales sunt C H & E H, itemque D H & F H æquales per idem 5. lemma, resectis æqualibus portionibus D H & F H ab æqualibus C H & E H, relinquentur æquales C D & E F per communem notionem; quod F erat demonstrandum.

Si denique tangentes rectæ lineæ se mutuò inter vtrumque circulum secent, oppositisque in partibus circulos contingant, vt in postremo schemate superioris lemmatis C D & E F, eadem erit quæ suprà demonstrandi forma: siquidem quinto præcedente lemmate æquales ostensæ sunt C H & E H; atque eamdem ob causam ipsæ quoque D H & F H æquales: erunt igitur & compositæ ex æqualibus C D & E F inter se æquales per tritum axioma; quod demonstrasse oportuit.

A

LEMMA X.

Si duæ rectæ lineæ duos circulos tangant, quæ tactiones iungunt, diuidunt circulos in segmenta proportionalia.



B

SINT circuli A & B, quos rectæ contingant lineæ C D & E F, iungantur contactus rectis C E & D F: his dico diuidi circulos in segmenta proportionalia; sic, vt quemadmodum circuli segmentum C A E se habet ad D B F segmentum, ita se habeat C G E ad D L F. Producta enim C D vtrimque in H & K; quoniam parallelæ sunt C E & D F per 8. lemma huius libri, erunt anguli D C E & H D F æquales per 29. primi Euclidis: at his angulis ęquales sunt illi, qui in segmentis C A E & D B F constitui possunt anguli per 32. tertij Euclidis: igitur segmenta C A E & D B F inter se sunt similia per decimam definitionem tertij Euclidis.

Rursus cùm æquales sint anguli K C E & C D F per eamdem 29. primi Euclidis, erunt & anguli qui in reliquis segmentis inscribuntur æquales per eamdem 32. tertij Euclidis: quocircà segmenta quoque C G E & D L F sunt inter se similia. Vt igitur segmentum C A E ad D B F segmentum, ita se habet reliquum C G E ad D L F reliquum; quod erat demonstrandum.

C

CONSECTARIVM.

Si inæquales sint circuli, quos duæ rectæ lineæ contingunt, erunt & quæ tactus iungunt inæquales.

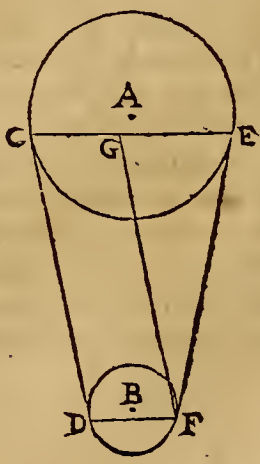
D

VT enim segmentum C A E ad segmentum D B F, ita reliquum C G E ad D L F reliquum, vti iam ostensum est. Componēdo igitur per 18. quinti Euclidis, vt segmentum C A E vnà cum reliquo C G E ad segmentum C G E, ita est D B F segmentum vnà cum reliquo D L F ad reliquum D L F; hoc est, vt totus circulus C A E ad segmentum C G E, ita totus circulus D B F ad segmentum D L F. quare & vicissim per 16. quinti Euclidis, vt circulus ad circulum, ita segmentum ad simile segmentum: sed circulus C A E circulo D B F maior est ex hypothesi; igitur & segmentū C G E segmento D L F est maius: quamobrem maior quoque est C E quàm D F; siquidem per 23. tertij Euclidis fieri nequit, vt super eadem vel æqualibus rectis lineis duo circulorum segmenta similia & inæqualia ad easdem partes constituantur.

E

LEMMA XI.

Quæ duos circulos inæquales contingunt rectæ lineæ, productæ ad partes circuli minoris tandem concurrunt.



F

DVO expositi sint inæquales circuli, maior quidem ex centro A, minor verò ex centro B descriptus, quos duæ rectæ lineæ contingant C D & E F: has dico, si producantur versus D & F, aliquando congressuras. Iungantur enim contactus rectis lineis C E & D F: à C E verò, quæ maior est per consectarium superioris lemmatis, abscindatur portio C G ipsi D F æqualis per 3. primi Euclidis, ducaturque G F: quoniam igitur parallelæ sunt C G & D F per 8. lemma huius libri, erunt & C D & G F æquales & parallelæ per 33. primi Euclidis: quare anguli C G F & G C D duobus rectis sunt pares per 29. primi Euclidis. Sed angulus C G F æqualis est duobus G E F & E F G per 32. primi Euclidis, vtpote externus duobus internis & oppositis; igitur tres anguli G C D, G E F, & G F E duobus rectis sunt æquales: reiecto itaque angulo G F E, reliqui duo G C D & G E F duobus rectis sunt

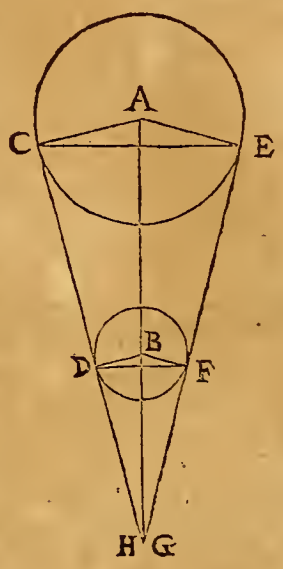
minores.

A minores. Quocircà per 11. Euclidis axioma C D & E F vlteriùs productę concurrent versus D & F, vbi faciunt duos angulos duobus rectis minores; quod erat demonstrandum.

LEMMA XII.

Si duæ rectæ lineæ duos inæquales circulos tangant, productæ concurrent in eodem puncto eius lineæ, quæ per vtriusque circuli centrum transit.

B RVRSVS sint duo inæquales circuli ex A & B centris descripti, quos duæ rectæ lineæ contingant C D & E F; & C D quidem producta cõcurrat cum A B, quæ per vtriusque circuli centrum ducitur in H, E F verò concurrat cum eadem A B in puncto G: dico H & G vnum idemque punctum esse. Ducantur enim ex centris ad loca contactuum A C, A E, item B D & E F.

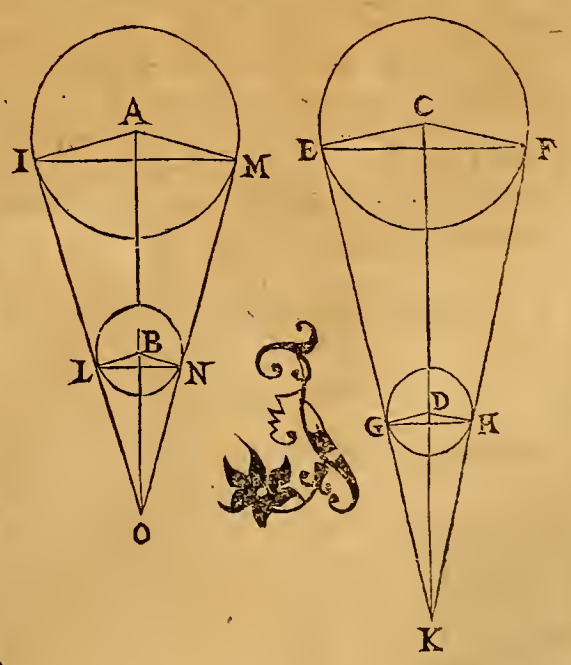


Quoniam igitur parallelæ sunt A C & B D, itemq; A E & B F per 7. lemma huius libri, erunt per 4. lemma triangula A C H & A E G triangulis B D H & B F G æquiangula vtrumque vtri-
C que, ac proinde per 4. sexti Euclidis, vt B D ad A C, ita est B H ad A H; & vt B F ad A E, ita est B G ad A G. Quare ex æqualitate vt B D ad A H, ita est B F ad A G; ac vicissim, vt B D ad B F, ita A H ad A G: sed B D æqualis est ipsi B F; ambæ siquidem eiusdem circuli sunt semidiametri; igitur & A H ipsi A G est æqualis. Ex quo perspicuè conuincitur H & G vnum idemque punctum esse, ad quod duæ tangentes C D & E F productæ congrediuntur; quod erat demonstrandum.

LEMMA XIII.

D *Quæ inæquales circulos tactu complectuntur rectæ lineæ, citiùs concurrunt cùm propinquiores sunt ipsi circuli, quàm cùm sunt remotiores.*

INÆQVALES duo circuli ex A & B centris descripti sibi propinquiores sint, quàm alij duo his pares magnitudine, quorum centra C & D. Istos autem contingant duæ rectæ lineæ E G & F H, concurrentes in K; illos verò contingant I L & M N,
E conuenientes in O: dico A O quàm C K minorem esse. Eductis enim è centro cuiusque circuli ad signa contactuum semidiametris, iunctisque centris per rectas A B & C D, quæ ad concursus tangentium O & K producantur: quoniam parallelæ sunt A I & B L, item C E & D G, erit triangulum B O L triangulo A O I æquiangulum, vti & triangulo C K E æquiangulum triangulum D K G per 4. superius lemma.



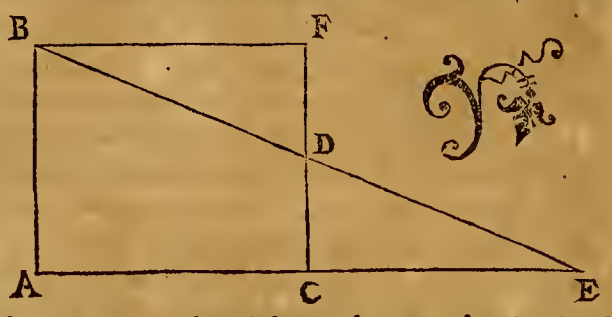
F Quare per 4. sexti Euclidis vt A I ad B L, ita A O ad B O. Rursus vt C E ad D G, ita C K ad D K; sed C E est æqualis ipsi A I, & D G ipsi B L ex hypothesi: itaque vt A I ad B L, ita C K ad D K, & A O ad B O. Quę autem eidem eædem sunt rationes, & inter se sunt eædem per 11. quinti Euclidis: vt igitur A O ad B O, ita C K ad D K, & diuidendo per 17. quinti Euclidis, vt A B ad B O, ita C D ad D K: at A B minor est quàm C D ex hypothesi, quòd propinquiores sibi sint positi circuli ex A & B, quàm circuli ex C & D descripti.

ſcripti. quare & B O quàm D K minor erit. Si verò inæqualibus A B & C D inæqualia adiecta fuerint B O & D K, maius maiori, & minus minori, tota inæqualia erunt, ac minor A O cui minus augmentum acceſſit, quàm C D cui maius, per communem notionem; quod erat probandum. A

LEMMA XIV.

Quæ inæquales parallelas connectunt rectæ lineæ, ſi producantur, ad partes minoris parallelæ concurrent.

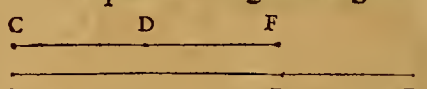
SINT duæ propoſitæ parallelæ rectæ lineæ, A B quidem maior, minor verò C D, quas connectant A C & B D: has dico, ſi ad partes minoris parallelæ C D producãtur, congreſſuras in vno quopiam eodemque ſigno, puta E. Quoniam enim C D minor eſt ex hypotheſi ipsâ A B, producatur C D, fiatque C F ipſi A B æqualis. Eruntigitur B F & A C parallelæ per 33. primi Euclidis: quare anguli A C F & B F C duobus rectis ſunt æquales per 29. primi Euclidis. Sed A C F rectus eſt, quòd C F ad perpendiculum ipſi A E ſit erecta. Igitur & B F C rectus eſt: quocircà angulus B D F recto eſt minor. Nam per 32. primi Euclidis tres cuiuſcumque trianguli anguli duobus ſunt rectis pares; itaque & A B D minor eſt recto: hîc ſiquidem per eamdem 29. primi Euclidis ipſi B D F eſt æqualis. Verùm angulus A ex hypotheſi rectus eſt, quòd A B perpendicularis ſit poſita ipſi A E. Quamobrem duo ſimul aſſumpti anguli A & A B D duobus ſunt rectis minores. Concurrent igitur, ſi producantur A C & B D ad partes C D parallelæ minoris per 11. Euclidis axioma; quod erat demonſtrandum. B C



LEMMA XV.

Si duabus rectis lineis inæqualibus æquale adiungatur augmentum, ad quam compoſita minorem rationem habet, illa maior eſt. D

SINT duæ rectæ lineæ inæquales A B & C D, quibus æquale adiungatur augmentum, huic quidem D F, illi verò B E, ſitq; minor proportio totius compoſitæ A E ad A B, quàm totius C F ad C D: dico A B ipsâ C D maiorem eſſe. Quoniam enim magnitudines A B & B E in vnam compoſitæ minorem rationem habere ſupponuntur ad A B, quàm compoſitæ C D & D F habeant ad C D, habebit quoque diuiſim per 17. quinti Euclidis B E minorem rationem ad A B, quàm D F ad C D: ſed æquales ponuntur B E & D F; igitur per 7. quinti Euclidis vt B E ad A B, ſic quoque D F ad eamdem A B: quare & D F ad A B minorem proportionem habebit, quàm eadem D F ad C D: ac proinde per 10. quinti Euclidis maior eſſe conuincitur A B ipsâ C D; quod erat præſtandum. E



HYPOTHESES.

I.

Id omne lumine colluſtrari, ad quod luminoſi radij attingunt. F

HÆC hypotheſis adeò perſpicua eſt, vt expoſitione non egeat. Nam colluſtratio aliud non eſt quàm luminoſi radij appulſus.

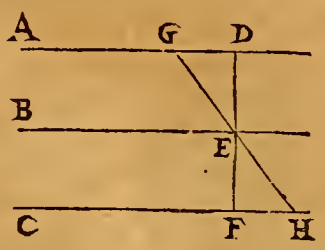
Id ergo omne lumine colluſtratur, ad quod luminoſi radij attingunt. Accidit autem rem quampiam illuſtrari non ſolùm radio directè in eam à corpore luminoſo deſtinato; verùm etiam cùm is aliò miſſus alterius corporis occurſu repellitur, indeque ad rem illam redit, quæ extra directam luminis profluentiam exiſtit. Rurſus euenire etiam interdum poteſt, vt res extra rectam luminis regionem conſtituta radiorum infractione illuſtretur, cùm ſcilicet ij per alterius corporis

A ris densitatem fracti, aliam ab illa, quam cœperant, viam capessunt: quæ sanè omnia propositionibus 3. & 4. libri secundi in opticis radiis diffusiùs sunt explanata: nunc satis nobis esto propositæ hypothesis veritatem constare.

HYPOTHESIS II.

Idq; perfundi uberiùs, in quod uel plures simul radij, uel magis compacti incurrunt.

B SED & hæc hypothesis manifestam habet intelligentiam: at cetera paria esse oportet. nempe illuminantium corporum æqualis nitor, par illuminatorum distantia, & si quæ alia ad rem præsentem conueniunt: tum verò plures radios in idem obiectum incurrere dicimus, cùm duo luminaria in vnam actionem concurrunt. Plures enim radij ab vtroque simul in eamdẽ obiecti partem procidunt, quàm ab altero tantùm. Compingi autem radij dicuntur, cùm minores partes rei obiectę intercipiunt. Exempli gratia, radij A D, B E, & C F, in obiectam lineam D F perpendiculariter incidant, in lineam verò G H obliquè: dico ad obiectum



C D F radios densari, ad G H verò diduci, quòd spatia D E & E F spatiis G E & E H sint minora. Quamobrem impensiùs illustratur linea D F quàm G H; quod manifesta etiam docet experientia.

HYPOTHESIS III.

Sublato lumine umbram inuehi, eóque adueniente profligari.

ID profectò constat ex ipsorum terminorum aduersa natura. Nam habitus priuationem excludit, quam absentia inuexit. Est verò lumen de genere habituum veraque qualitas; at vmbra luminis est priuatio, vt definitione duodecima est explicatum: igi-
D tur lumine præsente vmbram fugari, hanc autem inuehi abeunte lumine est necesse. Nemo autem ex iis qui se in paucis sapere arbitrantur nos hîc reprehendat, quasi impropriè locutos: scimus enim non proprie luminis absentia vmbram inuehi, cùm vmbra sit luminis absentia: sed loquimur vt multi, quod plerique etiam doctiores faciunt. satis porrò nobis est, si quod supponimus intelligatur.

DE LVMINIS PROFVSIONE.

PROPOSITIO I. THEOREMA.

E

Lumen non à centro tantùm, sed ab omni parte extimæ superficiei corporis luminosi emicat.

QVONIAM superiùs definitione primâ ostensum est, luminosum corpus illud esse, quod suæ qualitatis est diffusiuũ; profectò si solum centrũ lumen effundat, hoc solum, nec reliquum corpus luminosum erit, quod hypothesi aduersatur. Supponimus enim totum corpus luminosum esse, è cuius solo centro lumen emicare Philosophi quidam obscurę mentis ineptiunt.

Deinde si ab vnico solis aut lunæ centro lumen ad aspectum nostrum porrigeretur,
F id solum videri posset, vt habet 2. hypothesis libri secundi. Namque ab indiuiduo vno puncto ad aliud, hoc est à centro corporis luminosi ad centrum visus, vnicus dumtaxat radius opticus extendi potest, secundùm latitudinem insectilis; quare nil præter punctum, hoc est centrum solaris aut lunaris corporis, cerneretur, si solum centrum lumen de se profunderet. At quis neget solarem totum orbem videri circuli ambitu comprehensum? quis item non animaduertit lunam menstruis incrementis ac decrementis mutari, nuncque plenam circuli aream, nunc dimidiatam, nunc prætentis cornibus speciem sinuosi arcus exhibere? igitur non à solo centro, sed à toto corpore luminoso fulgor elucet.

Præter-

Præterea si lux opaci corporis proprietas est, vt libro primo propositione 31. est demonstratum, non à centro, neque ab alio aliquo puncto corpori immerso; sed ab extima tantùm superficie lumen promanat, ad eumdem prorsus modum, quo intentionales colores seu visibiles formæ à sola superficie corporum procidunt. A

Demum cùm corpus omni parte luminosum conceditur, quidni reliquæ etiam partes præter centrum luminis radios euibrare possint; quandoquidem eamdem cum centro lucidi naturam habeant, eisque lumen competat, quod agere suapte vi potest, lumenque profundere? Igitur, quod initio propositum fuit, non à centro solùm, sed à tota superficie extima lumen è corporibus emicat.

B

PROPOSITIO II. THEOREMA.

Lumen rectis lineis euibratur.

PROPOSITÆ veritati experiétia in primis suffragatur. Nemo enim tam oculis captus est, aut mente hebes, qui non agnoscat lumen rectis lineis efferri, quod dioptræ ac diaulisci luculenter probant, quorum nullus omnino vsus existeret, nisi rectis lineis per eorum extrema lumen traiiceretur. Deinde ipsæ vmbræ testes sunt locupletes, quæ nullæ quoque forent, si per sinuosos anfractus lumen quocumque liberè permearet. Iam verò is locus vmbrosus relinquitur, ad quem rectæ luminis productiones non pertingunt. Præterea aspectus ipse attestatur vmbras rectis lineis terminari: siquidem constat eas aut conoides, aut pyramoides habere schema: at pyramis planis lateribus constat, excepta basi, per quæ rectæ à vertice lineæ extenduntur; conus autem fit ex motione rectilinei trigoni circum quiescentem axem, vt habet 18. definitio libri vndecimi Euclidis. Igitur & lumen rectis defertur lineis, cùm ipsum sit vmbræ terminus ac circumscriptio. C

Causa verò huius rei libro primo propositione 50. latiùs est explicata, quam proinde nunc in summa sic accipe. Cùm lumen neque corpus sit, neque corporea qualitas, vt libro primo propos. 33. & 34. est demonstratum, nil aliud esse potest, quàm perennis quędam actio, quam solum interiectum corpus opacum prohibeat. At omnis naturæ conatus, vis, efficientiaque breuissimis, hoc est, rectis lineis in res obiectas intenditur, quo citiùs validiusque effectum assequatur. Igitur lumen, vt & ceteræ actiones vniuersæ, rectis lineis porriguntur. D

Video obiici hoc loco posse, calorem opposita tabula non ita prohiberi, quin obliquè post obiectam tabulam sese insinuet, & Herculeum lapidem, quem magnetem vocant, interposito densissimo vitro, aut ænea lamina, nihil de actione efficaciaq; remittere: imò per obliquum sinum vim suam ad ferrum post interseptũ transmittere: præterea ipsum lumen nisi obliquo incedat tramite, nullum crepusculi noctisq; discrimen posse adferre. at enim mox vt sol finitorem subierit, densissimas tenebras ingruere necesse erit, nisi portio aliqua luminis de sub horizonte ad nos obliquè ascendere concedatur, tantisper dum sol propter horizontem versatur, idq; sensim imminui, dum longiùs prouehitur. E

Ad hæc perfacilis est responsio: atque ad primæ obiectionis solutionem, reuocandum in memoriam id quod definitione quinta huius libri diximus, calorem ignis neutiquam continuata actione traduci; sed vnà cum ignito vapore occultè per aërem deportari, non aliter quàm odores tacita exhalatione subnixi, è corporibus odoriferis expirant, tenuiq; aëre suscepti, huc illucque fortuitò oberrant. Sic inquam igneus calor, succenso quodam spiritu vectus, rectà, quantũ ignis potestas valet, extruditur; summo quidem impetu sursum versus, at eò segniùs, quò inferne magis. Solutus verò iam & quasi rude donatus liberiùs per aërem vagatur, motuque vel leuissimo quamuis in partem propellitur, cuius adhæsione propinqua calefiunt, quemadmodum ea quæ iuxta odorifera collocantur, sola exhalationum adhæsione redolent. Experiuntur hoc in castris milites, cùm cæsâ siluâ medio in campo pyram construunt, accendunt, circumstant. qui namque ventum à tergo habent, nil propemodum caloris sentiunt, quamuis proximi adstent, vento scilicet ignitos spiritus in oppositam partem propulsante; quod ventus præstare non posset, si sola qualitas per aërem traduceretur: hæc enim cùm corpus non sit, vento liberum transitum concederet, quod facit lumen. F

Ad secundam obiectionem respondendum, vim magnetis non per obliquum sinum ad ferrum post interpositum corpus perreptare; sed recta per densitatem corporis obiecti transfundi. Vti enim lumini densitas corporis non obsistit, sed sola opacitas; ita magneti

A gneti nec denſitas nec opacitas impedimento eſt, quo minùs recto tramite vim ſuam effundat.

Ad tertiam ſolutio patet ex 7. definit. vbi oſtenſum eſt ab aëre, qui primario lumine illuſtratur, portionem aliquam in vicinum aërem transfundi ad modum ſecundi luminis: ſic vt non vna ſit curua linea, qua lumen à ſole ad nos poſt occaſum appellit; ſed duæ rectæ, vna qua in ſuperiorem aërem immediatè à ſole radij luminis primi diriguntur; altera qua inde tamquam ab alio luminoſo corpore ad nos ſecundùm quoddam lumẽ remittitur, tantò clarius, quantò inferior aër ſuperiori propinquior exiſtit; tantò verò obſcurior, quantò hic noſter aër ab illo eſt remotior, ſeu quantò ſol longiùs ſub horizontẽ proceſſit.

B

PROPOSITIO III. THEOREMA.

Lumen effuſum circumquaque in ſphæræ modum diſtenditur.

HANC quoque propoſitionem luculenter probat magiſtra rerum experientia. Expoſita enim lucerna, quocumque te conuertas, eius fulgorem conſpicis, niſi interpoſitum corpus opacum proſpectum interpellauerit. an alia cauſa adferri poterit, quàm quia luminis radij nullo corpore prohibiti, ad omnem circum partem ſeſe extendunt?

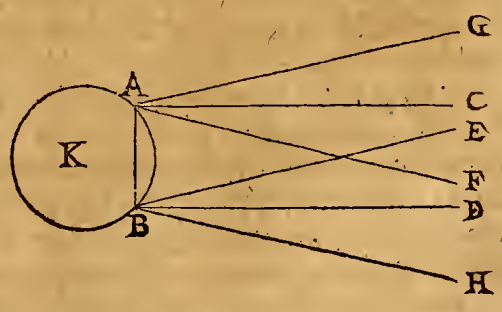
Deinde cur ita conſtituta ſit à prima ſui origine luminis natura, hæc conueniens ra-
C tio adferri poteſt: Quæcunque ad vnam aliquam rem ex naturæ præſcripto determinata ſunt, velut grauia & leuia, hæc eò duntaxat vim ſuam efficaciamque conferunt, quò natura impellit. At lumen cùm totius vniuerſitatis gratia ſit inſtitutum, omnibus ſeſe impertiat, quantum valet, oportet. Duo autem præſtat lumen in rerum natura; vnum, quòd totius vniuerſi præcipuum decus ſit & ornamentum: quamobrem omnia lumine compleri neceſſe fuit; aureo namque ſplendore amicta illuſtriora pulchrioraque exiſtunt. Alterum eſt, quòd omnia aſpectabilia faciat, quæ aliàs denſis inuoluta tenebris, ac ſi non eſſent, obliteſcerent.

Huius rei gratia ſolem luminare maius diuina iuſſio procreauit, vt præeſſet diei hominumque negotiationi; cui deinde nox ſuccedit apta quieti in ſola hac noſtra inferiori re-
D gione, non autem in cæleſtibus, vbi cùm nulla ſit quies, nulla etiam eſt nox. Nocti verò præeſſe luminare minus naturę auctor voluit, in ſubſidium eorũ, qui aliquid muneris nocte obeunt. Itaq; cùm hæc præſtet lumen, conſentaneũ fuit, vt vim ſuam circumquaque in ſphæræ modum exereret: ſic enim omnia ornat, &, vt ſpectari omnia poſſint, illuſtrat.

CONSECTARIVM.

Radij luminoſi alij æquidiſtant, alij ſeſe interſecant, alij in diuerſa abſcedunt.

E EX hac ſimul & præcedente propoſitione facilè intelligi poteſt, à diuerſis partibus corporis luminoſi triplicis generis radios proſilire. Quidam paralleli ſunt, alij ſeſe interſecant, alij in diuerſa diſtracti longiùs ſemper ab inuicem in progreſſu diuaricantur; vt ſi corpus luminoſum exponatur K, cuius duo puncta A & B connectat recta AB, atque à puncto A radius procidat AC, angulum cum recta AB vtcumque efficiens: dico ex omnibus radiis qui ex B procidunt vnum quempiam

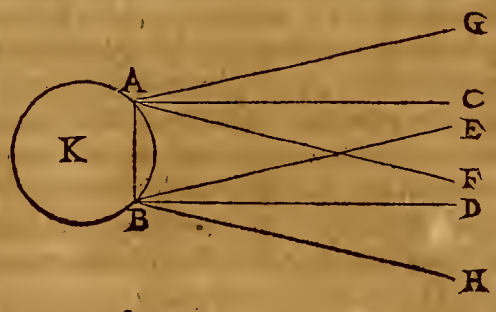


F priori parallelum eſſe, eum nempe, qui cum eadem AB æqualem priori angulum facit ad eamdem partem, puta BD, per 28. primi Euclidis.

Deinde ſi ex A & B radij educantur AF & BE, qui cum eadem AB angulos faciant acutos, vel duobus rectis minores & ad eaſdem partes: dico illos productos tandem concurrere ad eam partem, vbi angulos duobus rectis minores faciunt per 11. communem notionem Euclidis.

Demum productis ex A & B radiis AG & BH, qui cum AB angulos duobus rectis maiores faciant: dico hos radios ab inuicem recedere, ſi longiùs protrahantur, quod maius ſpatium comprehendant. Neque enim parallelõs incedere poſſunt, quòd ſic duobus rectis æquales anguli forent, qui ſub his & AB continentur per 29. primi Euclid.

neque coire aliquando possunt; sic enim cum eadem A B triangulum concluderent, A cuius duo qui ad basin A B sunt anguli, duobus rectis minores essent per 17. primi Euclidis: at supponuntur maiores: igitur A G & B H radij protracti ab inuicem distrahuntur; quod erat probandum. Porrò animaduersione dignum hoc loco est, ab indiuiduo puncto luminoso neque parallelos, neque secantes se radios emicare posse. Hi namque cùm diuersas habeant origines, à sola magnitudine sensibili prosilire possunt, quæ partes habeat distinctas vnde ij principium ducant. B



PROPOSITIO IV. THEOREMA.

Lumen temporis momento totam virtutis sphæram complet.

MINIME placet ea quæ vulgò huius rei causa obtruditur, ideò lumen instanti temporis produci ac propagari; quòd nihil ipsi sit contrarium: nam eadem quæstio est de contrario victo, quæ de victrice qualitate; cur scilicet ipsum contrarium non tollatur in instanti, succedente eodem momento fortiore qualitate. Si concesseris, contrarium quod antecedit, temporis C puncto de medio tolli; quidni eodem instanti aderit id quod subsequitur, cùm subiectum vtraque qualitate simul vacuum esse non possit? Si dicas antecedens contrarium tempore sensim ad interitum perduci; postulatur eius rei causa: si hanc dederis, quòd subsequens contrarium tempore producatur, principium petes; nam sequentem qualitatem successiuè produci initio dictum fuit, idcircò, quòd contrarium habeat eius productioni renitens. Alia igitur inuestiganda est ratio quàm pugnax contrarium.

Neque Vitellonis demonstratio subsistit libro secundo prop. 2. cùm neutiquam impossibile sit, quod ipse fieri non posse arbitratur. Argumenti eius ab impossibili hæc est summa: Si lumen temporis mora decurrit spatium sibi à natura præfiuitum, id est virtutis sphæram; igitur parte temporis partem spatij, & minimo tempore sensibili partem D spatij minimam, quæ sentiri potest, conficiet. *Quoniam*, inquit, *si in tempore sensibili ferretur per spatium insensibile, contingeret spatium sensibile ex insensibilibus componi.* Feretur ergo tempore minimo sensibili per minimũ spatium sensibile: sed eodem tempore minimo conficiet idem spatium minimum lumen remissum iuxtà ac intensissimum, cùm minus minimo dari non possit, siue in tempore, siue in spatio. Itaque æqualis efficaciæ erunt lumen remissum ac summè intensum; quod fieri non potest: quocircà nequit lumen temporis mora sphæræ suæ amplitudinem sensim permeare.

Sanè si hoc argumentum ad persuadendum efficax esset, probaret vniuersè nullam qualitatis productionem temperaneam esse, imò & ipsam loci mutationẽ puncto temporis fieri conuinceret. Quod in hunc modum ostenditur eodem ipso Vitellonis argu- E mento. Quod aliqua temporis mora loco mouetur, id minimo tempore sensibili minimum spatium sensibile percurrit. *Quoniam*, vt Vitello inquit, *si in tempore sensibili ferretur per spatium insensibile, contingeret spatium sensibile ex insensibilibus componi.* Fertur ergo minimo tempore per minimum spatium sensibile: sed eodem tempore minimo per idem minimum spatium æquè fertur delapsa per aërem pluma, ac proiectus è funda lapis, cùm minus minimo dari non possit, siue in tempore, siue in spatio. Igitur æqualis efficaciæ erunt, insita plumæ grauitas, & summus lapidi funda incussus impetus. Absurdum. Itaque momento temporis & pluma, & lapis decurrit spatium, locumq; mutat.

Hinc facilè agnosci potest Vitellonis argumentationem paralogismum esse, non de- F monstrationem. Falsum enim est id quod assumit, tempore minimo sensibili confici spatium sensibile minimum. Nam horologiorum indices, & solares vmbræ, & quæcumque vegetant, sensibili tempore spatium conficiunt insensibile. Quare non moueri ea, sed mota esse longo pòst tempore deprehenduntur. Et è contrario, stellæ firmamenti ac cælum supremum incredibili motus pernicitate insensibili tempore maxima spatia emetiũtur. Non igitur necesse est, vt id quod tempore mouetur, conficiat minimo tempore insensibili spatiũ insensibile minimum. Ad ipsius verò probationem respondeo, nec id absurdũ esse, vt sensibile spatium ex insensibilibus componatur, sed necessariũ prorsus: at vt ex solis insectilibus punctis coalescat, continui natura ingeniumque repugnat.

Genui-

A Genuinam igitur causam hanc esse arbitror, cur lumen temporis momento totam virtutis sphæram impleat, quòd nihil omnino eius productionem propagationemque remoretur. Cur igitur calor non æquè puncto temporis producitur ac lumen? Enimuerò nonnullorum opinio est, frigus non realem qualitatem, sed caloris absentiam esse, vt vmbra absentia est luminis. Respondeo, quamuis frigus nil nisi caloris absentia esset, exinde non sequi, calorem instanti temporis generari, cùm alia causa tardioris generationis subesse possit. Deinde, esto frigus vera ac realis qualitas calori inimica, nondum ex eo probabitur calor tempore generari, cùm initio huius propositionis ostensum sit, non minùs posse contrariam qualitatem quæ antecedit, hoc est frigus, momento tolli,
B quàm sequétem, id est calorem, generari. Quòd si frigus momento temporis tollatur, & calor eodem puncto temporis exorietur; tum quia vtriusque vna est ratio, tum quia subiectum vtraque simul qualitate vacuum esse non potest. Nec dicere licebit frigus momento tolli non posse, quòd illi contrarius sit calor; siquidem calor nondum existit, qui eius interitum impediat.

Vera igitur ratio cur calor tempore generetur ea est, quòd ipsum naturæ necessitate loci mutatio comitetur. Nequit enim calor nisi in materia rara diductaque existere: at materia puncto temporis diduci nõ potest; cùm id sine partium motu euenire non possit: igitur nec in ea calor produci temporis instanti potest. At lumen omni procul remora momentaneo exortu totam virtutis sphæram simul complet; quod erat probandum.

C

PROPOSITIO V. THEOREMA.

Lumen longiùs prouectum sensim languescit.

NEMINI incompertum est, lumen in progressu sensim minui, eoque tenuius semper euadere, quò longiùs à causa auehitur. Hoc experiuntur ij qui ad lucernam aliquid operis faciunt: cùm enim defectu luminis non satis vident, propiùs ad lucernam accedunt.

Porrò in assignanda huius rei causa video præcipuos Philosophos plurimùm desudare, scopumque attingere neminem. Qui enim naturam inclamant, veram quidem causam adferunt, sed remotam: quamobrem non faciunt satis, cùm proxima, vel saltem propinqua postuletur.
D

Fors quispiam hanc idoneam esse causam arbitrabitur, cur lumen progressione languescat, quòd lumen in sphæræ modum diffundat sese, vt propositione 3. ostensum est. Erit itaque corpus lucidum velut centrum eius sphæræ, quam actiuitatis vocant, cuius circumferentia erit illa superficies, ad quam actio corporis lucentis terminatur. Ab hoc ergo centro siue corpore lucido, si rectos vndique radios ad circumferentiam protensos animo concipias, animaduertes eos, quò longiùs à medio progrediuntur, eò semper ampliori interuallo ab inuicem diuaricari: è conuerso autem eò semper arctiùs stringi, quò
E propiùs ad centrum accesserint, quoad tandem in vnum simul omnes conueniant, seque mutuò amplectantur. At coniunctum lumen efficacius excellentiusque est dispersio, per communem notionem: igitur iuxta sphæræ centrum intensissimum est lumen; inde verò quò longiùs prouehitur, eò semper rarius segniùsque euadit.

Hæc ratio, licet ex necessarijs concludere videatur, facilè tamen conuelli potest. Nam quarumdam rerum actiones non in sphæræ modum ampliantur, sed in rectam solummodò lineam extenduntur; qualis ea est, qua Herculeus lapis sese ad Boream conuertit, ferrumque rapit. hæc autem quo pacto sensim languescat, data causa non explicat. Et quamuis lumen longè lateque sese effundat; tamen ea diffusio in vnoquoque radio soli-
F tariè sumpto locum non habet. At lumen per rectam lineam protensum profectione minuitur; igitur hæc quæ astruitur decrementi causa esse non potest.

Deinde si ea esset decrementi causa, sequeretur æqualibus spatijs æqualia fieri luminis decrementa: at non ita rem se habere sequenti propositione fiet manifestum: igitur nequit radiorum diuaricatio causa esse cur lumen longiùs prouectum paulatim languescat.

Itaque nobis hæc potior causa videtur, quòd luminis actio non infinitè procedat, sed definito spatio absoluatur. Vniuersis siquidem agentibus, quorum actio extrà effunditur, commune id esse constat, quòd ipsorum effectus longiùs producti sensim decrescãt. Eius verò causam eam esse dicimus, quòd illorum vis certo termino definiatur: hinc

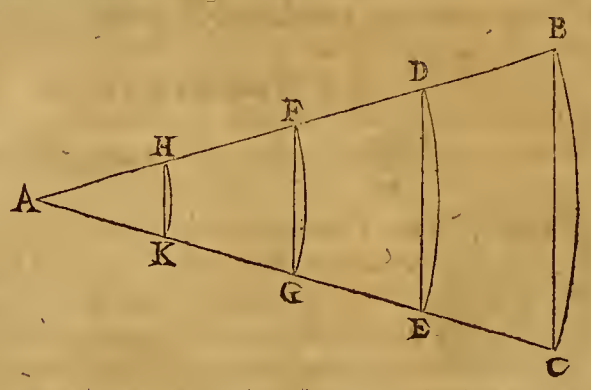
namque consequens est, vt in proximo spatio tenuior qualitas excitetur, quàm in ipsa sit A
effectrice causa. Si etenim, gratia exempli, primæua illa lux, quæ in fulgido corpore
enitet, æquale sibi lumen in proximo medio diaphano excitaret; & hoc lumen aliud,
istudque iterùm, atque aliud identidem aliud semper procrearet: cumque eius progres-
sionis nusquam futurus sit status, finisque agendi, in immensum ea actio progredietur.
Absurdum: siquidem omnia agentia creata præscriptum habent actiuitatis terminum;
disparem tamen, prout singulorum virtus & efficacia breui compendio est definita.
Quare in quouis spatio intra actionis orbitam assumpto, obscurius semper lumen exi-
stit, quàm in proximè antecedente; quod erat explicandum.

B

PROPOSITIO VI. THEOREMA.

Æqualibus spatiis inæqualia fiunt luminis decrementa.

Si eam ob causam lumen longiùs prouectum sensim languesceret, quòd radij à corpore luminoso per amplitudinem sphæræ actiuitatis proiecti, quò longiùs à medio recedunt, eò magis magisq; ab inuicem distrahantur, manifestè sequeretur æqualibus spatiis lumen æquis portionibus decrescere; quod in hunc modum potest demonstrari:



Esto corpus luminosum A, radiique ab A profusi A B & A C, à quibus æquales partes abscindantur per arcus B C, D E, F G, & H K ex eodem centro A descriptos: his verò arcubus rectæ subtendantur chordæ, quas dico parallelas esse. Cùm enim angulus A ad verticem communis sit omnibus triangulis, quorum subtensæ chordæ B C, D E, F G, & H K sunt bases; sublato à singulis triangulis communi angulo A, relinquentur ad basin B C duo simul sumpti duobus simul sumptis angulis ad reliquas bases æquales: D
siquidem per 32. primi Euclidis tres cuiusque trianguli anguli duobus rectis sunt pares. At cùm per circuli definitionē æqualia sint latera A B & A C, erunt anguli A B C & A C B, vtpote ad basin trianguli isoscelij, inter se æquales per 5. primi Euclidis. Eodemque modo æquales inter se ostendentur, qui iuxta singulas sunt bases D E, F G, & H K. Igitur æquales quoque inter se erunt anguli A B C, A D E, A F G, & A H K; siquidem æqualium dimidia sunt inter se æqualia per communem notionem: ex quo demum fit vt parallelæ sint inter se bases B C, D E, F G, & H K per 28. primi Euclidis.

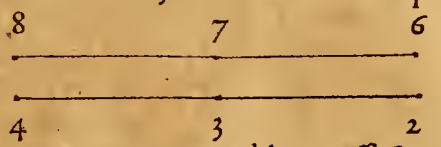
His ita præmonstratis, colligimus per 4. superius lemma triangula B A C, D A E, F A G & H A K æquiangula esse, ac proinde proportionalia ipsorum latera, tum quæ circa æquales sunt angulos, tum quæ æqualibus angulis subtenduntur per 4. sexti Euclidis. Vt E
igitur A F ad A H, ita F G ad H K; & vt A D ad A F, sic D E ad F G; vtque A B ad A D, ita B C ad D E: eodemque modo ad finem vsque sphæræ actiuitatis progrediendo. Sed A B, A D, A F, & A H se mutuò æqualibus portionibus superant: igitur ipsæ quoque B C, D E, F G, & H K se mutuò partibus æqualibus excedunt. At verò ex hypothesi lumina inuersam habent rationem eam inter se, quam triangulorum bases B C, D E, F G, & H K: nam quemadmodum B C ad D E, ita lumen D E ad lumen B C. Tantò etenim remissius est lumen in loco B C, quantò B C maior est ipsâ D E, aut quantò D E ipsâ B C est minor. Sequitur igitur, si eam ob causam lumen protensum languescit, quòd radij à corpore luminoso euibrati magis ac magis diuaricantur, lumina æqualibus spatiis æqualia pati decrementa.

Hæc profectò demonstratio ex necessariis concluderet, si radiorum diuaricatio cau- F
sa decrescentis luminis probaretur. Nunc verò quoniam ea opinio reiecta à nobis est superiore propositione, exemplo illarum rerum quarum actiones itineris longinquitate minuuntur, tametsi non in sphæræ modum, sed recta tantùm linea intendantur; quia etiam ibidem vera data est causa decrescentis luminis, nihil momenti aduersus propositum ea assumptio habere potest.

Itaque depulso hoc ariete, id quod propositum est, ratione & experimento firmemus. Si ex æquo luminis profusio spatiumque diuiderentur, sequeretur æqualium causarum vnam altera efficaciorem esse, imòverò & infirmiorem robustiore esse potentiorem;

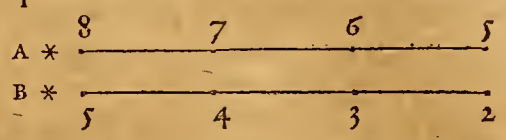
quod

A quod absurdum censeri debet. Id autem sequi facilè ostendetur, si duo luminosa exponantur in proportione dupla, quorum alterum A sit, vt 8; alterum B, vt 4. Illa enim dicitur causa potentior, quæ maiorem edit effectum. At cùm luminosum maius A per vnum spatium producit lumen vt 7. & per secundum spatium lumen vt 6. tum ad hunc effectum omnes simul partes luminaris A pro viribus concurrunt, vt propositione prima huius libri ostensum est. Eius igitur pars dimidia, puta 4. præstat luminis 6. partem dimidiam, hoc est 3. Alterum verò luminare B in proximo spatio edet lumen vt 3. in secundo au-



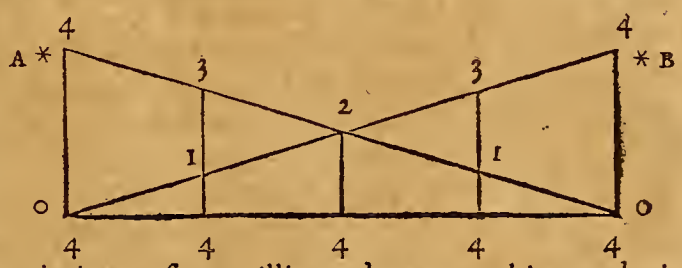
B tem lumen vt 2. ex hypothesi. Itaque robustior est pars dimidia luminaris maioris, quæ graduum quatuor est, quàm luminare B, item vt 4. solitariè agens: siquidem hoc per duo spatia lumen tantùm vt 2. progignit; illud verò per duo item spatia lumen vt 3. Quare duorum æqualium luminarium vnum altero potentius esse conuincitur.

Sic quoque minus luminare maiore efficacius fore ex eadẽ hypothesi probabitur. Sunto enim duo luminaria, vnum vt 8 notatum A, alterum B vt 5: vbi A producit 5, ibi eius dimidium, quod est 4, producit dimidium quinque, nempe $2\frac{1}{2}$: at ibidem luminare B, quod dimidio luminaris A maius est, producit tantùm 2: igitur luminare B quod ma-



C ius est, infirmius est dimidio luminaris A, quod est minus. Absurdum: quoniam effectus omnis suæ causæ proportionatus esse debet, & vicissim causa effectum suis viribus accommodatum progignere. Non igitur æqualibus spatiis æqualia fiunt luminis decrementa.

Deinde in occursantibus sibi luminibus, manifestiùs apparet propositum. Esto enim luminare A vt 4. in proximum spatium lumen profundens vt 3. deinde vt 2. tum vt 1. ac tandem in 0, seu



D nihilum desinens. Sit & luminare B item vt 4. prope finem actiuitatis prioris expositum, illic producens 3, vbi A producit vnum; illic vero 2, vbi & A 2. at ibi 3. vbi A 1. ac tandem in loco A deficiens. Quòd si hæc concedantur, vti oportet, & æqualibus spatiis æqualia fiant luminis decrementa; perspicuè infertur, toto spatio, quod inter vtrumque luminare interiacet, æquale lumen diffusum esse, quod experientiæ aduersatur. Quis enim adeò luminibus destitutus est, qui non videat inter duas lucernas centum stadiis ab inuicem disiunctas, minus luminis circa medium esse, quam circa extrema; esset autem æquale, si æqualibus spatiis æqualia fierent decrementa, vt ex apposito schemate conspici potest. Si enim singulis spatiis summę vtriusque luminis in vnum collectæ subscribantur, hę æquales vbique inuenien-

E tur, nimirum 4. Neque necessum est, vt ad extremitates mutuarum sphærarum luminaria constituantur: siue enim extra, siue intra mutuas sphæras existant, æquale lumen, toto spatio inter vtrumque diffuso, ex vtroque consurgat necesse est. Ex his igitur perspicuè colligitur, æqualibus spatiis inæqualia fieri luminis decrementa; quod erat probandum.

PROPOSITIO VII. THEOREMA.

AEqualium spatiorum quæ longiùs absunt, minora efficiunt defectionum momenta.

F  VM per superiorem propositionem nequeant æqualibus spatiis æqualia esse decrementa, necesse omnino est ea vel maiora esse vel minora. At maiora esse non possunt: sic enim grauiora absurda consequerentur, quàm si æqualia essent, vt maximè apparet in luminaribus interuallo disiunctis, à quibus ad medium interiecti spatij lumen, non modò æquale profunderetur; verùm etiam continuò augesceret, quod longiùs à vero abest, cùm experientia doceat lumen ad medium vsque perpetuò minui.

Deinde breuissimo actiuitatis termino luminis profusio definiretur: siquidem vixdum à lucido corpore decisum præcipiti cursu ad interitum prolaberetur: videmus au-

tem lumen habere sphæram actiuitatis amplissimam. Igitur necesse est vt remotioribus A
spatiis minora sint decrementa.

Prætereà manifesta accedit experientia. Si namque candidam chartam accensæ lucernæ proximè obijcias, sic vt luminis radij in chartæ planum directò procidant, eamque ad spatium aliquod, puta palmi vnius aut duorum idemtidem abducas, atque in pristinum locum reducas, videbis lumen, quod in charta enitet, magnum subire augmentum ac decrementum: at si longiore id recessu à corpore luminoso experiri tentaueris, nullum, aut certè vix vllum animaduertes mutationis discrimen, non aliam ob causam, quàm quòd lumen remotiori loco, per æquale spatium, minus patiatur decrementum; quod propositum fuit. B

Adde, si placet, & aliam experimenti rationem, ad confirmandũ propositum accommodatissimam. Exponatur mensa, quoad fieri potest, longissima; nam quò longior erit, eò maiorem concedet experiundi libertatem: huic iuxta alteram extremitatem duæ lucernæ imponantur, altera simplex vnica lucens flammula; gemina altera, cuius duæ flammulæ non procul ab inuicem disiunctæ sint, sic vt simul ambæ vnius corporis luminosi vicem subeant, quod alterius duplum sit & magnitudine & agendi facultate: id verò vt rectiùs fiat, singularum flammarum lychnos pares crassitie esse oportet, vt accensi pari nitore fulgeant. Tres porrò hæ flammulæ secundùm mensæ latitudinem recto ordine disponantur, eisque tabella obijciatur duobus orbicularibus foraminibus pertusa, non profectò minoribus quàm vt ouum capere possint. Habeat prætereà tabella hæc è C
loco inter vtrumque foramen medio prominens interstitium, rectis angulis cõmissum, quod lucernarum radios dirimat, ne promiscuè in quoduis foramen illabantur; sed per vnum quidem foramen simplicis lucernæ lumen penetret, per alterum verò geminæ, vti in fronte huius quinti libri rem ipsam imagine expressam habes.

His ergo ita comparatis, propositum ostendetur in hunc modum: Simplicis lucernæ lumen, quod per alterũ tabellæ foramen exeritur, candidâ chartâ à tergo oppositâ excipiatur ad interuallum ab ipsis luminaribus quodcumque libuerit: atque eodem modo geminæ lucernę lumen per alterum foramen transmissum, obiecta post tabulam charta terminetur interuallo à lucerna prioris duplo. Sanè si lumen æqualibus spatiis paribus momentis deficeret, hæ duæ chartæ æquale lumen exhiberent; quòd quemadmodum D
vnum luminare alterius est duplum, ita & spatia duplam rationem inter se habeant: at non ita res euenit, sed geminæ lucernæ fulgor clarius in charta enitet quàm simplicis, sic vt duplicato spatio minus quàm duplum factum sit decrementum; igitur charta quæ geminæ lucernæ radios suscipit, longiore quàm dupla intercapedine abduci debet, vt apparens in ea splendor simplicis lucernæ lumini exæquetur. Et hæc quidem cùm non procul à lucernis contingunt, spatiorum differentiæ minores deprehenduntur, maximè verò cùm longiùs inde res peraguntur.

Nunc quo pacto conuersa ratione idem eueniat, explicemus. Immotâ iuxta alteram mensæ extremitatem tabellâ, post eam charta constituatur quæ vtriusque lucernæ radios excipiat: tum lucernæ ipsæ transferantur, dispari tamen à charta interuallo, sic vt E
geminæ lucernæ intercapedo sit dupla eius qua simplex distat lucerna: palàm igitur chartam intuenti geminæ lucernæ lumen clarius apparere quàm simplicis; vtque paria fiant ea quæ in charta spectantur lumina, oportere geminam lucernam longiùs abduci, quia per duplex spatium minus quàm duplex factum fuit luminis decrementum. Et hæc item quo longiùs à luminaribus contingunt, illustriora certioraq; redduntur, propter ingentia interuallorum discrimina, quæ in paribus luminum defectionibus obuenire cernuntur.

Hoc ipsum experimenti genus compendio fier, si geminæ lucernæ loco simplex substituatur: nam si tabella pertusa tantillum obliquetur, fiet vt id quod è tabella prominet interstitium, alterius lucernæ radios ab altero foramine excludat, & per vnum eius fora- F
men vnius tantùm lucernæ lumen, per alterum verò vtriusque simul profundatur, atque ita alterius quodammodò geminum.

Potest & manus interpositione intersepti munus suppleri; quod quidem permolestum, subinde tamen necessarium est, cùm nonnumquam procul à luminaribus tabellam dimouere oporteat. Has ac similes praxes, quia vsu faciliùs quàm lectione discuntur, consultò prætermittimus. Porrò pluribus luminaribus assumptis, atque ordine dispositis, insignes veritates elici poterunt circa luminis profusionem ac decrementum, quas proinde inuestigare non pigeat.

PRO-

A

PROPOSITIO VIII. THEOREMA.

Lumen æqualibus ſpatiis proportionalibus decrementis languesçit.

B EMONSTRARI hæc propoſitio poteſt ex illo naturalis ſcientiæ vulgatiſſimo theoremate, quod docet effectum omnem ſuæ cauſæ proportionatum eſſe debere. Quod ſanè in illis agentibus, quæ vim ſuam foras exerunt, veriſſimum eſſe comperitur, cùm æqualis prorſus virtuti eſſe numquam poſſit: ſed tanto ſemper minor quanto cauſa cùm ex ſeſe, tum ex longinquitate ſpatij, quo actionem producit, redditur imbecillior. Quocircà ſi per æqualia ſpatia actio diuidatur, effectus decrementum ex ſola agentis imbecillitate originem ducet. Quantò igitur hoc infirmius, tantò ille remiſſior; non ſecundùm æqualitatem, ſed pro rata agentis poteſtate.

Exempli gratia, ſi lumen, cuius poteſtas 12. per datum ſpatium diffundit ſui dimidium 6. dico aliud luminare vt 6. per æquale ſpatium proferre 3. ſui item dimidium. Vti enim agens 6. ad agens 12. ita effectus 3. ad effectum 6. Si enim luminare 6. per datum ſpatium lumen maius quàm 3. produceret, aliud quoque luminare ipſi æquale plus lu-
C minis ederet per idem ſpatium quàm 3. quare ſimul iuncta effectum progignerent dimidio vtriuſque maiorem. Eſſent ergo hæc duo luminaria iunctis viribus potentiora, quàm luminare 12. per ſe ſolitariè agens. Siquidem maioris illud eſt poteſtatis, quod aut æqualem effectum ad maius ſpatium profundit, aut quod effectum maiorem per idem ſpatium potens eſt excitare.

Quòd autem duo luminaria vt 6. ſimul agentia effectum edant ex vtriuſque actione compoſitum, ex 2. lemmate huius libri poteſt demonſtrari. Vt enim virtus partis ad lumen partis, ita ſe habet virtus totius, ſeu compoſiti agentis, ad totius lumen. At æqualium luminarium æqualis eſt virtus, & virtus æqualis æqualem gignit effectum: igitur duo luminaria & viribus & effectu vni luminari vt 12. æqualia ſunt. Quare vbi lumi-
D nare 12. edit lumen vt 6. ad idem interuallum luminare 6. edit 3. Hæc ſiquidem geminata edunt lumen vt 6. Ex quibus perſpicuè colligitur, lumen æqualibus ſpatiis proportionalibus minui decrementis; quod erat oſtendendum.

Obijciet forſitan aliquis: Si lumen per æqualia interualla proportionalibus, non verò æqualibus decrementis degeneraret, fore vt infinitè protenſum numquam deficeret. Si enim luminoſum vt 12. in proximo medio produceret lumen vt 6. ſui nempe dimidium; hoc deinde lumen in proximo ſpatio ſui edeter dimidiũ, puta 3. atque hoc poſteà dimidium videlicet $1\frac{1}{2}$. itáque deinceps, ſequeretur numquam poſſe lumen omnino deficere, quantumnis producatur. Semper enim per infinita licet interualla dimidium dimidij produci poterit, cùm ſint numero infinitæ proportionales partes, in quas data ma-
E gnitudo ſecari poteſt.

Sed occurrendum huic argumento; licet non detur minimum quantitatis, dari tamen minimum luminis naturale, hoc eſt lumen adeò tenue, vt citra interitum magis attenuari non poſſit. Quo pacto & corporum naturalium minima dantur; quæ nimirum, ſi ampliùs diuidantur, formam eſſentiamque deperdunt. Vti namque corpora ad naturalem ſuſtiſtentiam nonnullam expoſcunt quantitatis molem, cùm ipſa nil aliud ſit, quàm ipſius ſubſtantiæ corporeæ modulus; ita & qualitates, niſi aliquo excellentiæ gradu præditæ ſint, ſponte depereunt. Ita ergo cùm luminis profuſio ad minimum intenſionis gradum peruenerit, vltrà non progredietur, ſed in eo velut proprio circumſcriptionis termino finietur, vt infrà propoſitione 15. dicemus.

F

PROPOSITIO IX. THEOREMA.

Lumen vniformi difformitate decreſcit.

Æc propoſitio elicitur ex præcedentibus. Pro illius autem explicatione prænotandum, diffomem dici luminis diffuſionem, quòd, vt propoſitione 5. oſtenſum eſt, non æquale ſit lumen, per totam virtutis ſphæram extenſum; ſed in diſceſſu à corpore lucido ſenſim elangueat, donec tandem penitus intereat.

At duobus modis actio aliqua, motúſve vniformis dici poteſt. Vno cùm per æqualia

interualla, inæqualia quidem, ſed proportionalia fiunt incrementa vel decrementa. A
Quo pacto vniformiter difformis eſt ille motus, quo ſol ab æquatore ad tropicos bis in anno accedit, totieſque ab eiſdem diſcedens iterùm æquatorem repetit. In receſſu enim ab æquatore æquis temporibus minora ſemper ſpatia conficit; in acceſſu verò maiora: quare ſolſtitiorum tropici hinc etiam appellationem obtinuiſſe videntur, quòd æſtiuo brumaliqué initio circa tropicos ſol perſtare, & nec progredi nec regredi longo tempore videatur.

Eiuſmodi quoque ſunt per ſingula anni tempora dierum incrementa ac decrementa. Nam prope æquinoctiorum tempus maiora ea ſunt æqualibus temporibus, quàm prope ſolſtitia. Ex quo fit, vt vernalibus atque autumnalibus diebus exiguis temporibus in- B
ſignes fiant acceſſiones vel detractiones: æſtiuis verò atque brumalibus perexiguæ; ſic vt ſtatum quemdam magnitudinis & paruitatis his menſibus adepti, in eo perſiſtere aliquantò diutiùs manifeſtè deprehendantur. Vniformes inquam ſunt hæ mutationes, quòd inæqualitas, quam temporibus æqualibus ſubeunt, non fortuitò; ſed ordine ac certa definitaque lege procedat.

Alio modo, eoq; præſtantiori vniformis dicitur actio, motuſque, cùm incrementa ac decremẽta æqualibus ſeu ſpatiis ſeu temporibus, non modò proportionalia ſunt, verùm etiam æqualia: id enim propiùs ad vnitatem conſtantiamque accedit. Cùm autem propoſ. 8. oſtenſum ſit lumen æqualibus ſpatiis proportionalia pati decrementa, rectè concludimus id quod initio propoſitum fuit demonſtrare, lumen per ſpatium ſibi à na- C
tura conceſſum vniformi decremento minui, quamuis non perfectiſſima illa vniformitate, quam aliæ quædam actiones habent.

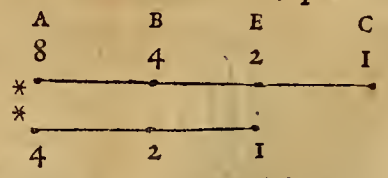
PROPOSITIO X. THEOREMA.

Quò intenſius eſt lumen, eò longiùs prouehitur.

AD huius propoſitionis confirmationem ex phyſicis inſtitutionibus prænotandum eſt, qualitatis intenſionem analogia quadam corporum quantitati reſpondere (loquor autem de interna corporum extenſione, non D
verò de ea, qua ſecundùm locum extrinſecus diſtenduntur: hæc enim & corporibus & qualitatibus communis eſt.) Eſt inquam in qualitatibus intenſio quod interna quantitas in ſubſtantia corporea. Vt enim quantitas nil aliud eſt quàm materiæ copia atque vbertas, ita intenſio nil aliud quàm qualitatis affluentia in eadem ſubiecti mole. Et vt maiora illa corpora dicuntur, quæ plus habent materiæ, ita intenſiores dicuntur qualitates illæ, quæ in eadem molis amplitudine vberiorem habent qualitatis prouentum; ſic vt intenſio à qualitate non magis quàm à ſubſtantia corporea quantitas reipſa diſtinguatur: & quemadmodum nullum ſine quantitate corpus, ita nulla qualitas omni expers intenſione animo concipi poſſit: ſiquidem vt corpora materiæ acceſſione augentur; ita qualitates intenduntur ſimilis qualitatis exortu in ea- E
dem ſubiecti parte.

Hæc cùm ita ſint, perſpicuè oſtendi poteſt, lumen quò intenſius eſt, eò longiùs propagari. Cùm enim remiſſius lumen ab intenſiore ſuperetur portione aliqua; ſanè ea portio otioſa non erit, cùm omne lumen ſui ſit diffuſiuum. Aget igitur: atq; in proximum diaphanum luminis aliquid transfundet, quo illud impenſiùs illuſtrabit, quàm ſola pars remiſſior poterat. Hoc itaque excellentius lumen in proximum deinceps medium maiorem iterùm effectum producet; atq; ita continuata traductione, intenſius lumen aliud ſemper intenſius gignet, quouſque ad terminum remiſſioris luminis perueniatur: vbi cùm ea etiamnũ portio relinquatur, qua minus lumen à maiore vincebatur, poterit hæc naturæ lege vlteriùs actionem lumenque protendere, quouſque ipſum quoque intereat. F
Palàm igitur intenſius lumen remiſſiore longiùs propagari; quod erat demonſtrandum.

Notandum verò hoc loco eſt, non tantò longiùs prouehi luminis actionem, quantò luminoſum eſt intenſius, ſic vt excellentiæ modum non eadem proportione ſequatur extẽſionis quantitas. Cùm enim 2. lemmate præmonſtratum ſit, eam rationem habere virtutis partem ad partem luminis, quam habet tota virtus ad totũ lumen; finge animo duo lumina, vnum altero intenſius in proportione dupla, quæ non ſimul ambo, ſed per ſe



ſingula

A singula lumen effundant; sitque lumen validius 8. imbecillius verò 4. esto item spatium quo lumen 8. agendo extenditur A C trifariàm diuisum per A, B, E & C: quia ergo propositione 8. ostensum est lumina æqualibus spatiis proportionalia pati decrementa, fit B spatium, quo lumen 8. sui producit dimidium, nempe 4; producet ergo in E 2. & in C 1. vbi deficiet; quare luminare 4. in B producet 2. & in E 1. vbi ipsum quoque desinet. At spatium A C vna tantùm portione maius est spatio A E, cùm hoc sit vt 2. illud verò vt 3; non igitur quemadmodum lumen maius 8. ad minus puta 4. ita spatium A C quo porrigitur lumen 8. ad spatium A E, quo lumen minus terminatur. Eadem verò in ceteris numeris est demonstratio. Quocircà vniuersè concludimus non eam-
B dem esse luminum & spatiorum, quibus actionem intendunt, proportionem; quod erat probandum.

PROPOSITIO XI. THEOREMA.

Luminarium æquè intensorum, quod maius est, longiùs actionem producit.

C Iis qui in naturali scientia sunt versati id perspicuum esse arbitror, plura agentia, dum simul in vnam eamdemq; actionem conspirant, excellentiorem effectum edere, quàm vnumquodque si per se solum agat. Sic enim coniunctæ hominum vires ingentia præstant molimina, maximaque corpora promouent, quæ nullus per se vel tantillum loco dimouere potuisset. Sic multæ congestæ prunæ acriùs excalfaciunt: sic quoque pensilibus lychnis maiora illustrantur triclinia.

Quod cùm ita sit, liquidò apparet ipsum quoque luminare, quò maius est, eò impensius lumen in proximo medio gignere: nam quod maius est, plures habet partes eiusdem rationis, quàm quod est minus. Exempli gratia, decempedale corpus plures habet partes pedales quàm corpus bipedale: at per primam huius libri propositionem, singulæ luminosi corporis partes proprium effectum edunt: igitur quò maius est corpus luminosum, eò excellétius lumen in proximo medio progignit: quare & longiùs actionem producit;
D siquidem per proposit. proximè antecedentem lumen intensius longiùs prouehitur.

Confirmari hæc veritas potest ignis exemplo, cuius scintilla non minùs quidem calida est quàm ignis maximus; quoniam calefaciendi vis in igne proprietas est substantiæ, quæ, quia simul cum corpore eius diuidua est, omnibus particulis insit ex æquo necesse est. tamen nemo tam stupidus est sensusque expers, qui non sentiat ignem maximum per idem interuallum velociùs pleniusque excalfacere, quàm scintillam vnam; scilicet propter multiplicatam substantiæ agentis quantitatem, non propter virtutis aut proprietatis in substantia factam accessionem.

Et hoc quoque ostendi potest, non eamdem esse magnitudinis corporis luminosi & spatij quo lumen diffundit proportionem: nec enim tantò longiùs vnumquodque agit,
E quantò ipsum altero est maius. Cuius demonstratio cùm nihil differat ab ea, qua proximè ostendimus non ita se habere spatia, quemadmodum dissimiles luminarium intensiones, eam prudentię Lectoris colligendam committimus.

PROPOSITIO XII. THEOREMA.

Singulæ partes luminosi corporis ad extremam vsque virtutis sphæram lumen protendunt.

F Procvl à vero aberrant qui autumant maiores partes vnius luminosi corporis longiùs, minores verò propiùs actionem suam terminare: hoc delusi argumento, quòd illę vti maiores, ita valentiores sint; hæ verò segniores, vtpote minores. Quamobrem vnamquamque earum secundùm mensuram suæ magnitudinis agere contendunt.

Hoc si ita esset, perspicuè sequeretur effectum aliquem luminis ita à toto luminoso produci, vt in eum neque pars aliqua, neque simul omnes conspirent; quod fieri non potest, cùm totius actio alia non sit ab omnium simul partium actione. Sit igitur propositum luminosum cubitali magnitudine, lumen ad centum passus effundens: quemadmodum totum ipsum luminosum corpus ex omnium partium aggregatione consurgit,

ita

ita & lumen quod à toto effunditur, ab omnibus partibus vnà in actionem incumbentibus producitur Iam peto, cuinam parti adscribi debeat lumen in centesimo passu excitatum? Si dimidiæ dixeris: profectò cùm duę medietates in toto sint, determinandum est, ab vtra illarum in tam longè dissitum spatium effectus luminis proueniat. Nam ab vtraque dici non potest: sic enim non minùs procul ageret pars quàm totum, contra hypothesin. Ab vtra igitur medietate in vltimo sphæræ termino lumen progignitur? Sanè nulla ratio vni fauet potiùs, quàm alteri. Non igitur à medietate. A

Ineptiùs autem respondebis à tertia, vel quarta, aut alia quapiam minore parte luminosi corporis ad centesimum passum lumen propagari. Nam ex hypothesi quò minores sunt partes eiusdem luminosi, eò breuiorem habent actiuitatis terminum. Potiùs igitur à maiore parte, quàm sit medietas, ille effectus proficisci credetur. Sed neque id probabile est. At enim maxima ea pars esse deberet; quod fieri nequit. Quauis enim datâ maior dari potest. Si autem non sit maxima, eius actio ad extremum sphæræ actiuitatis totius luminosi non perueniet. A nulla igitur parte solitaria extremum illud lumen produci potest. Sed neque ab omnibus simul agentibus, vt iam paulò antè dictum est; ita enim partes & totum æquali virtute pollerent: & si inæquales eæ partes sumerentur, minoris perinde ac maioris partis actio ad vltimum sphæræ actiuitatis terminum attingeret; quæ omnia propositæ repugnant sententiæ. B

Deinde sequeretur, nullum omnino corpus luminosum, quantumuis immane, quidquam extra fines proprij subiecti agere posse. Cùm enim corpus luminosum, quantacumque mole distentum sit, partibus constet, ex quarum actione totius luminosi actio consurgit: sanè non longiùs porrigetur lumen totius quàm partium. Sed minutissimæ quæque particulæ ex minoribus componuntur in infinitum, vt ex diuisibilitate continui perspicuum est. Igitur nullum est spatiolum tam exiguum ad quod lumen diffundi possit à luminoso vel maximo: si enim aliquod detur, huc actio ab aliqua diuidua parte luminosi perueniet. At nullam eiusmodi assignare vmquam licebit, quòd eius actio ex minorum partium actione consistat: sed minores partes ad hoc spatium agendo numquam attingent: igitur nec ea pars quæ fuerat assignata. Cumque eodem modo diuidendo infinitè progredi liceat, sequitur nullum corpus luminosum, etsi maximum, extra propriæ quantitatis limites quidpiam luminis posse effundere. Non igitur luminosi corporis partes aliquæ longiùs, aliæ breuiùs lumen profundunt. C D

Quare dicendum singulas partes luminosi corporis ad extremam vsque virtutis sphęram agendo pertinere. Argumento est patens experientia. Si enim pars vna luminosi corporis obtegatur, breuiorem fieri illustratæ sphæræ diametrum manifestè deprehendimus. Igitur pars aliqua luminis ab extremo sublata est; quæ si producta non erat à parte luminosi prohibita, quid obsecro causæ est, cur interiit? Nihil enim sublato eo, à quo minimè pendet, corrumpitur; nisi alia causa intercedat, quæ interitum adferat.

Petes, qua vi vna pars longiùs agat altera concurrente, quàm ipsa per se valeat. An ex alterius actione conualescit, seque ipsa superat? Haud ita. An propter medij dispositionem promptior fit illuminatio? quia nimirum faciliùs mouetur motum, quàm id quod nondum moueri cœptum est. Vnde leuiori impulsu incitantur currus dum mouentur, quàm dum quiescunt; & citiùs calefit aqua tepida, quàm frigida. Et ita vnumquodque ceterorũ agentium faciliùs agit in id quod iam gradum aliquem futuræ formę præcepit, quàm in id quod ea omnino vacuum est. An inquam hoc eodem pacto luminosum corpus minori negotio illuminat proximum medium illustratum, quàm tenebricosum? quòd scilicet partes corporis luminosi ad mutuas actiones proximum medium continuò disponunt, sic vt maiorem effectum vnaquæque illarum in singulis partibus medij producat, quàm per se sola potuisset? E

Magna omnino est huius ratiocinationis probabilitas, quippe in multis veritatem habet. quare ne cuiquam imponat, monemus axioma illud; *Promptiùs mouetur motum, quàm id quod nondum moueri est cœptum*; in illis tantùm veritatem habere, quorum actiones aliqua repugnantia impediuntur; hac enim aliqua ex parte priùs superata faciliores redduntur actiones: at nihil corporis luminosi conatibus obsistit: igitur ex medij dispositione non redduntur actiones luminosorum valentiores. F

Quare genuina causa, cur luminare vnum ex alterius concursione longiùs agat, hæc est; quòd vbi vnum luminosum per se minimum edit naturale, suæque actiuitatis vltimum terminum, illic etiam adsit portio luminis ab altero luminari producta, quę iuncta minimo illi, lumen conflat non minimum, quod proinde longiùs actionem proferre potest.

A test. Nec aliter se res habet in vno luminari, quando longiùs singularum partium actio protenditur ceteris vnà conspirantibus, quàm si solitariè vnaquæque sumatur. Quæ omnia illustriora fient, cùm paulò pòst de concursu luminum diffusiùs agemus. Eodem namque modo agunt luminosa distincta, cùm simul in eumdem effectum incumbunt, quemadmodum eiusdem luminosi coniunctæ partes. Nihil enim ad actionem refert, sintne partiales causæ inter se vnitæ, an verò discretæ: sat verò est, vt in vnum mutuas vires conferant, simulque in eamdem partem medij actionem intendant.

PROPOSITIO XIII. THEOREMA.

B

Lumen sublato luminoso ne momento quidem temporis in medio perseuerat.

VIVS proprietatis eadem omnino causa est, quæ & visibilium specierum, quas libro 1. propositione 52. ostendimus, amoto obiecto illicò euanescere. Neque enim simulacra illa, aut à lucido corpore profectum lumen, firmæ ac stabiles sunt qualitates, neque aliarum more è subiecti gremio excitæ, eius materiæ ad instar habituum pertinaciùs adhærent: sed sunt tenues quædam actiones perpetuò à causis effusæ, longè inferioris essentiæ, quàm sint C materiales illæ qualitates, quas plerisque corporibus congenitas esse videmus, ac perstare sublatis causis, conseruarique formarum substantialium præsidio, cuiusmodi sunt natiui rerum omnium colores, ipsa lux in illo corpore, quod suapte natura collucet. Illæ inquam intentionales, quas vocant qualitates, seu veriùs profusiones, cùm neque solidam entitatem habeant, neque proprium subiectum aliquod, cuius ope fulciri queant ac sustineri; fit, vt sublata causa, funditus pereant, & ne puncto quidem temporis perdurare possint; quod erat probandum.

Existimare fortasse quispiam poterit, dubiam illam lucem, quæ in aëre post solis occasum superstes manet, crepusculum vocant, esse idem illud lumen, quod ante occasum à sole immediatè excitatum fuerat; non quidem eadem excellentia, sed imminutum. D Verùm non ita se res habet: nam crepera illa lux quæ inter diem noctemque intermicat, longè alia est ab illa primaria quæ directè à sole proficiscitur, vt definitione 7. & propositione 2. huius libri apertè docuimus. Primarium namque lumen à sole ipso originem ducit: at quod post occasum solis interlucet, proximè à stipante aëre, qui primo lumine coruscat, propria efficientia gignitur. Non igitur crepusculi lumen illud idem est imminutum, quod ante occasum in nostro aëre fulgebat, neque illius portio, etiamnum superstes absente sole, quasi principale lumen post corporis luminosi abitum in eodem medio ad tempus perseueret, non quidem in statu, sed in continuo motu quo ad interitum prolabitur. Enimuerò vna eademque est ratio vespertini crepusculi & matutini: at nemo dixerit matutinum crepusculum alicuius maioris luminis reliquias esse, E cùm nullum proximè antecesserit: igitur nec vespertinum aliquid erit à præcedente solis lumine pòst relictum.

PROPOSITIO XIV. THEOREMA.

Lumen medium diaphanum per quod transit, non immutat.

F VIVS rei potissimum argumentum est, quòd post luminis recessum nihil in medio diaphano à lumine remaneat: sed eodem temporis momento lumen euanescat, quo luminosum corpus de medio tollitur, vel quo per interpositionem corporis opaci luminis radius intercipitur.

Dices à lumine solis diurno tempore aërem manifestè incalescere, eamque affectionem post solis occasum non modico temporis spatio perdurare: igitur lumen id per quod transit, medium immutat. Respondeo calorem illum à lumine solis, velut ab effectrice causa prouenire, non verò tamquam à formali. Nam per radiorum collectionem ignem etiam accendi est possibile, quæ maxima est mutatio. At hæc quoque efficientis est virtus, non autem formalis; lumen verò formaliter aërem nec inquinat, nec ita immutat, vt aliquam sui portionem, sublato vel prohibito luminoso, temporis puncto relinquat, vt mox dicemus.

PRO-

A

PROPOSITIO XV. THEOREMA.

Luminis profusio in minimum naturale terminatur.

MVLTIS inter se Philosophi disputant de naturalium facultatum terminis, deque finibus eorum quæ incipiunt ac desinunt, quorum opiniones discrepantesque sententiæ ex diuersa potiùs nominum vsurpatione, quàm ex reipsa originem ducunt. Nobis sanè illa semper assertio placuit, omnia intrinsecis terminis inchoari atque finiri, siue illa consistant siue motu B fluant. Quod enim primum atque postremum est cuiusque rei, id vel res ipsa est tota, vel pars, vel indiuisibile aliquod; horum autem nihil extrinsecum iure dici potest, cùm omnia in reipsa insint: igitur intrinsecis omnia initiis finibusque oriuntur ac desinunt. Verùm hoc in præsenti non agimus, cùm constet lumen per vniuersam virtutis sphæram totum simul exoriri, ac simul totum occidere: id enim non solùm lumini, sed & illis omnibus commune est, quorum productiones defectionesq; sunt momentaneæ.

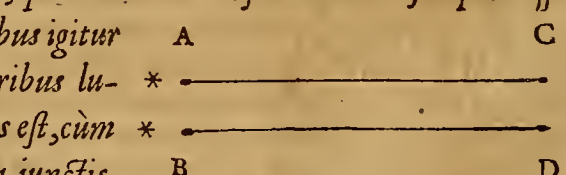
Rursus constat luminis actiuitatem nullo paruitatis termino limitari: quod si de paruitate intensionis intelligatur, dico nullum adeò exiguum lumen mente concipi posse, quin illo minus ad indiuiduum vsq; produci queat, per tritum illud axioma; *Quod potest maius, & id quod minus est in sua habet potestate.* Verùm nec hoc in præsenti tractamus. C Siquidem in maiore lumine minores omnes partes intensionis, imò & indiuisibilia ipsa continentur, quæ proinde simul cum illo à luminoso corpore producuntur. Cumq; ea latitudo intensionis, quantulacumque ea sit, infinitas numero partes proportionales complectatur, alias aliis minores; perspicuum est nullum in his dari posse minimum. Igitur luminosi actiuitas nullo paruitatis termino definitur.

Asserimus autem hac propositione lumen non sub quocumque intensionis modulo posse suapte vi solitariè existere; sed aliquem esse paruitatis terminum, vltra quem progredi diuidendo non liceat citra interitum, quem proinde minimum naturalem non incongruè possumus appellare: si autem maiori lumini aliud minus adiungatur, quantumuis exiguum, nil vetat quin hoc illius ope queat sustentari, dummodò vtrumque si- D mul minimum naturale saltem attingat. Est porrò hæc subsistendi imbecillitas non his modò qualitatibus, quæ maioris ac minoris diuersitatem admittunt, verùm etiam omnibus corporibus, quæ magnitudinem variant, communis. Vt enim hæc sine aliqua mole, sic illæ sine aliquo excellentiæ gradu sese ab interitu vindicare non possunt. vltra namque vires attenuatæ, in nihilum collapsæ pereunt, nullo contrario interimente; sed solius mensuræ defectu, quæ ad propriam cuiusque tutelam velut necessaria conditio, irrefragabili naturæ lege exposcitur. Et sanè nisi ita esset, omnis profusio luminis infinitè extenderetur, quòd nimirum proportionalia decrementa æqualibus fiant spatiis, vt propositione 8. apertiùs est explicatum.

DE LVMINVM CONCVRSV E
ET OCCVRSV.

DEFINITIONES.

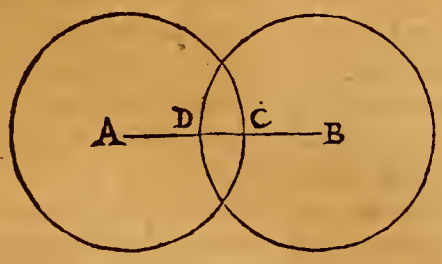
PRIVSQVAM *hoc caput explicare aggrediamur, necesse est quid luminis concursus sit, quidque occursus, definire, vt de illarum* F *rerum essentia constet, quarum in decursu orationis frequentissimus erit vsus. Duobus igitur modis contingit à pluribus luminaribus idem medium illustrari. Vnus est, cùm ipsa luminosa prope se mutuò constituta iunctis viribus agunt, & velut partes vnius luminosi corporis suum quodque lumen ad eamdem partem vnà protendunt. Hic luminum concursus dicitur: vt si duæ lu-*



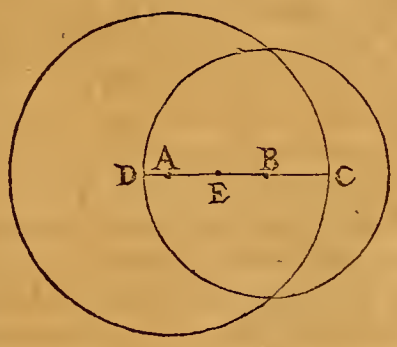
cernæ

A *cernæ exponantur* A & B, *quæ ſimul ambæ verſus* C *&* D *lumen profundant, ſic vt* A C *&* B D *ſemidiametri ſint ſphærarum, quibus actio vtriuſque circumſcribitur, concurret vtriuſque lucernæ lumen, ſimulque eundo ſpatium inter* A C *&* B D *interceptum illuſtrabunt.*

Alter eſt modus, cùm extra mutuas ſphæras actiuitatis abducta, aliquam tamen partem medij ſimul attingunt. Hic occurſus lu-
B *minum vocatur, quòd ab oppoſitis terminis profecta lumina in medio loco inter vtrumque luminoſum ſibi occurrant, mutuasque actiones inuadant: quemadmodum ſi alterum luminoſum ſit* A, *alterum* B, *extra mutuas ſphæras actiuitatis poſita, lumenque ex* A *profuſum occurrat lumini ex* B *in* D, *illudque inuadat penetretque ad* C *vſque, ac rurſus lumen ex* B *occurrat lumini ex* A *in* C, *illudque ad vſque* D *peruadat. Palàm profectò eſt ea lumi-*
C *na mutuò ſibi occurrere, eamdemque partem medij* D C *ſuo vnumquodque lumine perfundere. Sic ergo ſe habet luminum occurſus.*



Alius præterea quidam mixtus eſt modus, quo lumina partim vnà procedũt, partim ſibi mutuò obuiàm fiunt: cùm nimirum lumi-naria intra mutuas ſphæras conſtituta non mediocri ſpatio ab inuicem diſtrahuntur, vt ſi vnum lumi-noſum A *ſphærâ virtutis definiatur, cuius ſemi-diameter ſit* A C, *inque parte aliqua* A C *alterum lu-*
D *minoſum collocetur* B, *cuius ſphæra vltra* A *porrigatur in* D: *perſpicuum eſt lumina ex* A *&* B *vnà in* C *&* D *progredi, verſus medium autem* E *ſibi mutuò occurſare. Eſt igitur mixtus hic modus, atque ex occurſu concurſuque compoſitus. Quæ omnia priùs erant explicanda.*



PROPOSITIO XVI. THEOREMA.

E *Omnia lumina vnius ſunt ſpeciei atque eſſentiæ.*

VM rerum eſſentiæ longè à ſenſibus noſtris reconditæ ſint, nec mens noſtra quidquam abſque ſenſuum adminiculo comprehendere queat, conſueuimus naturarum diſcrimina ex illis proprietatibus colligere, quas maximè proprias cuique rei eſſe videmus. Hæ namque quò eſſentiæ propinquiores ſunt, eò certius illius diſcrimen indicant. Quare ſi omnium luminum proprias affectiones expendamus, inueniemus profectò præcipuas omnes vniuerſis luminibus eſſe communes; diſtingui verò lumina iis dumtaxat accidentibus, quæ aliun-
F *de, quàm ex natura luminis prouenire manifeſtè conſtat: quod ſingulorum enumeratione perſpicuum fiet.*

Hoc in primis omnia lumina commune habent, quòd ſui ſint diffuſiua, idque non eo modo quo rerum ſimulachra, quæ ciendi obtutum vim habent; hæc enim non niſi luminis opitulatione, tamquam vehiculo ſubnixa deferuntur; ſed ſuapte ac propria facultate. Deinde eumdem omnia habent diffuſionis modum, nempe in ſphæræ ambitum, rectis item lineis, ac temporis puncto, decremento etiam vniformi, & abſque medij immutatione. Quæ omnia cùm ſint eſſentiæ luminis proxima, magna ſunt ſpecificæ vnitatis argumenta.

Nec dicere quiſquam poterit has generis eſſe notas, non verò ſpeciei infimæ. Nam ſi

generis sunt, peto cui alteri speciei, præter lumen, conueniant? Genus namque,& quæ A
generis sunt propria,omnibus speciebus communia esse oportet: si autem præter lumen nulli alteri hæc inesse ostendi possunt, sanè non generis, sed speciei infimæ propriæ erunt differentiæ.

Discrepant verò lumina primò ac præcipuè coloribus, qui in multis diuersi spectantur, vt in prunis ignitis rubicundus; in sulphurea flamma cæruleus; in accensa ærugine viridis; in cincindelis argenteus ac nitens; in piscibus & putri quercu pallidior. Verùm hi non ex natura luminis, sed ex corporum, vnde lumina procidunt, innatis coloribus originem ducunt, vt libro primo propositione 35. docuimus. Quare nullum ex hoc capite discrimen essentiæ colligi potest. B

Deinde, quòd vnum altero longiùs agendo pertingat, causa est non essentię diuersa ratio, sed vel intensionis dispar gradus, vel inæqualitas molis, vnde etiam nulla potest naturę distinctio comprobari.

Prætereà cælestium astrorum lumina varios in his inferioribus effectus edunt, quos hoc loco sigillatim omnes recensere superuacaneum foret, cùm plurimi illorum omnium oculis pateant. Igitur essentiâ differunt ipsa lumina, à quibus tam dissimiles effectus proficiscuntur. Respondeo vnà cum cælesti lumine virtutes quasdam in hæc sublunaria deriuari, quas influentias Philosophi nominant, plurimarum rerum occultiorum effectrices: at hæ luminis comites potiùs sunt quàm administrę: sunt enim cælestium corporum vicariæ formę, quibus in hæc inferiora longè dissita (cùm id per se nequeant) vitam & actiuitatem infundunt. Non igitur hinc discrimen aliquod essentiæ C
luminibus infertur.

Ex quibus omnibus liquidò patet lumina omnia vnius esse speciei atque essentiæ; quod erat probandum.

PROPOSITIO XVII. THEOREMA.

Lumen lumini non obsistit.

DEO frequens est ac patens ea experientia,quæ omnino conuincit lumina sibi mutuò minimè obsistere, vt ne Empedocles quidem, tametsi lu- D
men corpus esse contenderet, tamen lumina vi quadam se mutuò extrudere,vnumque alteri impedimento esse crediderit.

Quæ autem id suadere videntur,hæc ferè sunt.Primum, maiore lumine præsente minus non apparet; cessit igitur maioris deuictum potentia. Nisi enim profligatum esset,propriam sui imaginem in oculos aspectantium transfunderet, qua proinde videretur. At non videtur,vt manifesta experientia conuincit; igitur efficacius lumen hebetiori obsistit.

Secundum est,ea potentia,qua corpus transparens minoris luminis est capax, à maiore lumine tota impletur:itaque maius lumen excludit minus,nec in eodem subiecto secum patitur. Nam quod in actu iam est, alium actum eiusdem speciei non requirit. E
Hunc ergo respuit,non secùs atque vna albedo, quæ totam materiæ vacuitatem complet,appetentiamque exsatiat,aliam secum non admittit. Eodem igitur modo lumen maius,cùm totam potentiam satiet,qua minus lumen expetitur, suo aduentu illud extrudit, cumq; sedem in subiecto fixerit, minori lumini pertinaciter obsistit.

Verùm his, vti diximus, manifesta experientia reclamat. Nemo enim non videt lumen luminis accessione in eodem subiecto augeri, illustriusque fieri: hinc namque plurium luminarium inuentus est vsus, vt scilicet ampla vastaque loca, quibus vnum luminare satis non est, pluribus simul conspirantibus affatim inclarescant.

Deinde & ratio id suadet.pro cuius perceptione aduertendum est,tribus modis vnum ab altero posse excludi.Primus est,cùm vnum contrarium ab altero pugnâ victum,loco F
cedere,ac stationem relinquere cogitur: qui modus in solis pugnacibus qualitatibus locum habere potest, quas 1. Metamorph. hoc versu complexus est Ouidius:

Frigida pugnābant calidis, humentia siccis.

non verò in luminibus, quæ probabili quidem sententia vnius sunt speciei atque essentiæ.Causa verò expulsionis in illis quæ pugnantes habent actiones,est manifesta victoria.

Alter modus est, cùm eiusdem proximi generis qualitates se mutuò in gradu perfecto non compatiuntur, cuiusmodi sunt colores. neque enim hi specie distincti atque intensionis gradu perfecti simul in eodem subiecto pacificè cōmorari possunt. Sunt enim

illis

A illis hominibus ſimiles, qui eodem contubernio, communique vtentes menſa, perpetuò rixantur; abſentes verò neceſſitudinis vinculum arctiſſimè retinent, ſummamque animi propenſionem & litteris & factis oſtendunt. Sed neque hic modus in luminibus exiſtere poteſt, cùm ea omnia eiuſdem ſpeciei atque eſſentiæ eſſe exiſtimemus, vt proximè antè oſtendimus. Cauſa porrò diſſidij in his eſt ſola ſubiecti conditio, non verò actio aliqua; tota ſiquidem materiæ potentia, qua colorum eſt capax, vno quocumque vel ſimplici perfecto, vel ex imperfectis miſto completur.

Tertius eſt modus, cùm propter inſitam quamdam craſſitudinem res quædam imperuiæ ſunt, ita vt nec ſe mutuò inuadere, nec in vnum eumdemque locum ſimul con-
B uenire poſſint. Qui modus in ſolis corporibus cernitur: hæc enim præter quantitatem tum propriam ſubſtantiæ, tum externæ molis, aliam quamdam qualitatem habent, qua ſibi mutuò impedimento ſunt; hac autem ſublata, nullo obſiſtente ſe mutuò penetrant atque inuadunt. Hic etiam modus à luminibus alienus eſt, quandoquidem illa nec corpora ſunt, neque corporum ſubſidio, vt odores, deportantur.

Remotis igitur à natura luminis iis omnibus modis, quibus vnum alteri obluctari aut officere poteſt, palàm relinquitur lumen lumini non obſiſtere. Quod etiam inde confirmari poteſt, quòd lumen non modò corpus non ſit, verùm nec corporeum quidem aliquid: ſed longè ab omni corporea mole & craſſitudine remotum; ac proinde ſimile beatis illis mentibus, quæ liberrimè quocumque libuerit tranſcurrunt, nullo prorſus re-
C luctante; ita inquam lumen vniuerſam virtutis ſphæram momento temporis inuadit, & omnia quæ quidem tranſlucida ſunt, abſque noxa tum propria tum aliena permeat.

Ad argumenta igitur in contrarium propoſita, & ad primum reſpondetur, ad præſentiam maioris luminis, minus in ſpeciem obſcurari, non autem reipſa corrumpi. Illud quidem quî fiat paulò infrà propoſitione 19. dicemus: nunc autem negaſſe ſufficiat lumen minus vel ex parte deſtrui maiore aduentante. Quantulũ enim illud eſt, exile ac tenue, ſuum tamen maiori adiungit modulũ, & fœdere inito lumen pro rata adauget.

Ad ſecundum, negatur maius lumen exſatiare potentiam, qua materia minoris luminis eſt capax. Id enim ſolùm præſtat lumen maximum, quod natura medij ſuſtinere poteſt. Nam arca mille nummorum capax, ducentis impoſitis, quid ni alios centum
D admittere poterit? An ducenti capacitatem aliorum expleuere? Nequaquam: ſed illorum tantùm, qui vt pars in ducentis comprehenduntur. at ſi mille iniiciantur, aliis centum non ſupererit locus, cùm tota vacuitas ſit expleta. Eodem inquam modo in aëre, qui ſolarem fulgorem, ac etiam maiorem ſuſcipere eſt aptus, non deerit locus ſtellarum lumini, tametſi in eo luna reſplendeat: ſiquidem vtrumque ſimul lumen in vnum coactum, ſolare lumen non adæquat. Idem prorſus in aliis qualitatibus quæ intenduntur ac remittuntur, videre licet. Quod enim calidum eſt, accedente calore alio, licet minore, incaleſcit magis; itemque qualitates ceteræ, paruis licet acceſſionibus, augentur tamen, & ſuum quæque incrementum vt familiare ac naturæ conſentaneum, admittit & retinet.

E

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA.

Diuerſa lumina per idem medium diſtincta penetrant.

EXPLICANDVM hoc loco ante omnia, quid ſit confundi lumina, quid item ea ſe mutuò diſtincta penetrare. ſic enim dilucidior erit quæſtionis reſolutio. Confundi ea dicuntur, quæ ita permiſcentur, vt vnumquodque mixtilium in minimas particulas diuidatur; partes autem diſtractæ mutua loca ſubeant. Sic vinũ aqua dilutum duobus conſtat pariter com-
F miſtis atque confuſis. Aqua enim itemque & vinum in minimas particulas diſtrahuntur, quæ propriis relictis ſedibus, mutua loca ſubingrediuntur.

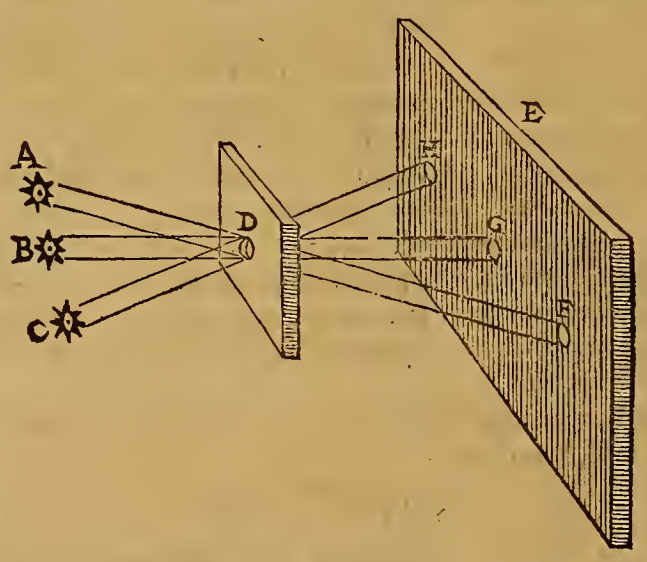
Non autem, quod quidam pertinaciſſimè aſtruunt, aut aqua fit vinum, aut vinum in aquam tranſmutatur, cùm ſemper liceat ex diluto id quod vini facultatem ac vim habet, ſubiecti caloris beneficio ſtillatitiis organis ſegregare, vt experientia compertum eſt. Deinde qua vi, amabo te, vinum aquam in ſe, aut aqua in ſe vinum conuertit? Vitis agnoſco proprietatem, quæ aquam ſuccumque terræ prolectum in vuam traducit, vnde poſteà fit vinum: at vinum iam expreſſum non magis poteſt aquam in ſuam naturam commutare, quàm emortuus arboris ramus alimentum capeſſere ac nutriri: nam vinum nec ſeminalem nec plantalem vim habet. Deinde ſi ceræ liquatæ olei portio

infundatur, fiétne cera? Non autumo. Et plumbum auro mixtum in aurum conuertetur? Credant illi, qui aquam in vinum mutari contendunt, & cellas diluto repleant, arcasque impuro auro. A

Sed hac disputatione prætermissa, propositam distinctionem repetamus. Ex dictis perspicuum est tria postulari, vt mixtilia confundi dicantur. Primum est, vt in minimas partes vnumquodque dissoluatur: alterum, vt partes singulæ, propriis relictis, mutua loca capessant: tertium, vt partes minimæ propriam naturam retineant: si enim vnum mixtilium in alterum, vel vtrumque in aliquod tertium permutetur, iam nullæ erunt res quæ permixtæ atque confusæ dici possint, cùm præter illud vnum aliquod nihil sit reliquum. Cùm autem mixtilium partitio adeò minuta est, vt nulla particula à toro resecari possit, in quam non omnium mixtilium naturæ conueniant, tum homogeneum dicitur ipsum compositum. B

Distinctè se mutuò penetrare ea dicuntur, quæ seruata totius substantiæ vnitate ac forma in vnum eumdemque locum conueniunt. Quemadmodum corpora beatorum post communem mortalium anastasin, subtilitatis munere dotata, densissima quæque corpora inuadent; tum verò nequaquam ea inter se confundentur, cùm vnumquodq; propriam vnitatem, formam, figuram, totamque integritatem ac perfectionem retineat. Sic diuersi generis qualitates in idem sæpè subiectum conueniunt, vt color & calor, quæ tum minimè permiscentur, non enim partes à propriis sedibus auulsæ, mutua loca, vt fors tulerit, nullo ordine, ac confuso quodam modo arripiunt. C

His ita prænotatis, facile erit ostendere diuersa lumina per idem medium distincta penetrare, quod erat propositum. Atque in primis id ex eo probatur, quòd si tribus luminibus corpus vnicum opponatur, tres in oppositum vmbræ resultent. Et si tribus lucernis obiiciatur tabula foramine pertusa, tria lumina in oppositum resiliant, aliud quidem in directũ, alia autem duo è transuerso se inuicem intersecantia, neutiquã verò confusa.



Veluti si tria exponantur corpora luminosa A, B, & C, quæ lumen per foramen D in oppositam tabulam E transfundant. concurrent quidem omnia simul lumina in ore foraminis D; ita tamen vt nequaquam permisceantur: sed singula proprio tramite, ac recta linea pergant; ex A quidem in F; ex B verò in G; & ex C in H, non secùs atque angelici spiritus, dum in eumdem aliquem commuem locum conueniunt. Quare sublato luminari A, cessat lumen F; & obducto B, tollitur ipsius lumen G; prohibito verò C, id quod in H fuerat lumen, absque vlla reliquorum luminum noxa vel diminutione extinguitur. Si autem loco D positum fuerit corpus opacum, erit F vmbra luminaris A, & G vmbra corporis luminosi B, & H vmbra corporis C. Igitur tria lumina, cùm in D conueniunt, nequaquam tumultuariè ac sine ordine confunduntur: sed vnumquodque propria integritate seruata, suam carpit viam, ac recto pergit tramite. D E

Accedunt huic experimento validissimæ rationes. Ac primò cùm rectis lineis ferantur lumina, impossibile est ea commisceri: nam, vt commisceantur, necesse est vt se mutuò inuadant, id autem fieri nequit, nisi à recto itinere deflectant: aliàs enim vnumquodque suo loco remaneret, nec posset alterius sedem occupare; quare nec permisceri. F

Deinde radij, qui à singulis partibus luminosi corporis circumcircà prosiliunt, neutiquam permiscentur: sed distincti quisque suum rectum iter tenent. Igitur nec lumina, quæ à distinctis luminaribus proueniunt, inter se commiscentur: sed vnumquodque propria pergit via, eò quò vis luminaris impellit. Est enim eadem vtriusque effectus ratio: nam ita agunt duo luminaria distincta, quemadmodum duæ vnius luminaris partes: quod omnibus homogeniis commune est; nihil siquidem actionis interest, sintne coniunctæ luminosi corporis partes, an verò solutæ.

Prætereà

A Præterea cùm ostensum iam sit propositione 17. lumen lumini non obsistere, quid obsecro causæ esse potest, cur lumen rectà transire minùs possit per medium iam illustratum, quàm per obscurum? Sanè lumen antecedens obesse nequit, cùm id sequenti non resistat; sed nec alia causa assignari potest: igitur quemadmodùm permissa corporum penetratione, duo corpora se mutuò illęsa subeunt, sic lumen dum per aliud lumen fertur integrum penetrat, & id per quod transit inuiolatum relinquit.

Demum, quæ commiscentur tempus exigunt quo in partes dissoluantur, & hæ mutua loca arripiant: ex quo fit, vt sub initium quo misceri incipiunt, plus vnius in vnum locum confluat, quàm alterius: at tale quidpiam neque in luminibus neque in vmbris licet de-
B prehendere: igitur non permiscentur lumina, sed illibata per se mutuò transeunt.

Hinc etiam infertur, data luminum permistione non posse lumen ob alterius luminis occursum momento temporis ad extremum sphæræ actiuitatis peruenire: nam lumini in quod incidit, priùs misceri debet, quàm vlteriùs progrediatur: at ea commistio tempus exigit, cùm non sine loci mutatione fiat; itaque & luminis progressio tempus postulat quo absoluatur: quod cùm absurdum sit, ingenuè fatendum diuersa lumina per idem medium distincta penetrare.

Ad extremum duo dissoluendi sunt nodi. Qui lumina commisceri existimant, sic argumentantur: In illo medio quo duo lumina pariter conueniunt, nullam licet partem assignare, in qua non sit aliqua vtriusque luminis portio; igitur ambo simul permista
C sunt atque confusa.

Secundò sic ratiocinantur: Si distincta sunt in eodem medio lumina, poterit hîc vnum, illic alterum designari; id autem fieri non potest, cùm nusquam vnum sit, vbi non sit & alterum: nullo igitur modo sunt distincta, sed confusa.

Ad primum, admisso antecedente neganda est consequentia. Inde enim nil aliud sequitur, quàm quòd vtrumque lumen in eodem sit loco, sicut duo angeli cùm se mutuò pertranseunt, vel color & calor dum in eodem subiecto conueniunt.

Ad secundum, si hîc vnum lumen totum, illic totum alterum designari posset, distincta quidem essent ipsa lumina, sed non concurrerent: agimus autem de luminum concursu in eodem medio. Si verò hîc vnius luminis vna particula, illic vna alterius so-
D litaria existeret, iam confusa essent ipsa lumina, & nequaquam distincta: itaque neganda assumptio est; nam si distincta in eodem loco existant lumina, necesse est, vt vbi vnum, illic sit & alterum.

PROPOSITIO XIX. THEOREMA.

Lumen maius offuscat minus.

E  N *magnis Solis defectibus*, inquit Galenus libro 10. de partium vsu, *stellæ apparent, quod & suis temporibus accidisse Thucydides memorat. Sed & ex puteis profundis stellæ conspiciuntur, præsertim quando sol non est in meridie.* Hæc ille.

Tametsi his, ac præterea quotidianis experimentis satis constet lumen minus à maiore obscurari; causam tamen ob quam id contingat, reddere, subtilioris est inquisitionis. Equidem eamdem esse huius effectus causam crediderim, ob quam oculus insigni colore imbutus obscuriores colores qui foris sunt non dignoscit; & cur ingens sonus, vt puta tympanorum aut campanarum, humanam vocem absorbeat; & cur compositorum mixtilia ex odore aut sapore distingui nequeant, vno præ ceteris eminente; & cur maiore dolore membrum vnum lacessente, minor dolor alterius partis vix per-
F cipiatur; & cur demum in ceteris omnibus minus à maiore obruatur: nempe excellentiore sensibili organum externi sensus complente, internus, qui communis dicitur, in illius tantummodò dignotionem incumbit, sic vt præter hoc solum, à quo auelli nulla vi potest, nil aliud percipere valeat.

Alia quoque huius rei causa illa est, quòd excellentius lumen, non modò eam araneæ tunicæ seu sentientis organi partem illustret, quæ radiis à luminoso corpore in centrum visus destinatis attingitur; verùm etiam vniuersam araneam perfundat: quare ceteræ eius partes maiore lumine præoccupatæ minus lumen externum non vident: quod & ictericis vsu venire solet; hi siquidem flauos colores externos non dignoscunt, flauabile illorum oculos occupante.

A

PROPOSITIO XX. THEOREMA.

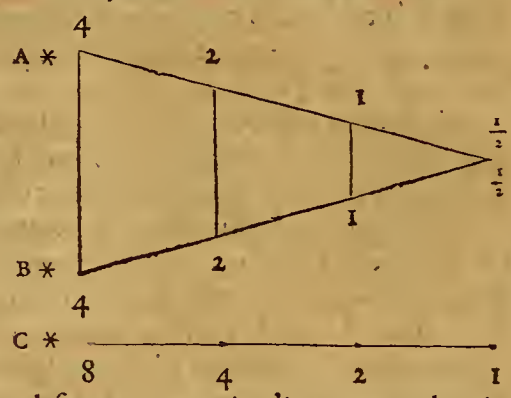
Singula luminaria dum simul conspirant in qualibet parte medij, non maiorem nec minorem edunt effectum, quàm vnumquodque per se seorsum.

EXPONATVR luminosum corpus A vt 4. primò quidem solitariè agens, cuius actiuitatis semidiametrus in medietatum decrementa diuidatur: palàm igitur omnino est in proximo spatio lumen futurum vt 2. deinde vt 1. qui virtutis A * terminus est. Hæc ita se habere ex propositione 8. huius libri probari potest: ex ea namque constat lumina æqualibus spatiis proportionalia pati decrementa. Cùm itaque tota semidiametrus in tot spatia sit distributa, quot luminosum corpus A continet partes virtutis proportionales, perspicuum est, singulis spatiis vna medietate lumen decrescere, quousque demum in minimum naturale terminetur. B

4 2 1

Sit iam idem luminare A quod vt 4. esse diximus, coniunctum luminoso B item vt 4. pariterq; ambo agant: dico in proximo spatio æqualem effectum ab A produci nunc, atque dum solitariè agebat.

Exponatur enim aliud quoddam luminare duobus A & B simul sumptis virtute æquale, nempe C vt 8: quis inficiabitur hoc luminare in proximum medium duplum lumen producere eius quod A per se solum? cum propositione 8. sit demonstratum, luminosum quò maius est, eò per æqualia spatia maiorem effectum edere; quod etiam ex primo lemmate conuinci potest. At duo luminaria A & B simul sumpta magnitudine æquant luminare C ex hypothesi: igitur per 3. lemma huius libri æqualia quoque huic sunt agendi potestate. Quare A & B dum simul agunt, lumen producunt singula in proximo medio suis viribus proportionatum, ac proinde nec maius nec minus quàm vnumquodque per se seorsum producere erat natum; quod propositum fuit demonstrare. C D



PROPOSITIO XXI. THEOREMA.

A pluribus simul luminaribus in eadem parte medij intensius lumen profluit, quàm à singulis.

E

ID sanè ex præcedente propositione apertè conuincitur. Cùm enim ostensum ibi sit vnumquodque luminare in quauis parte medij, eumdem semper effectum edere, siue alteri adiungatur, siue per se seorsum agat; necesse est compositum effectum, effectu singulorum maiorem esse, velut totum sua parte. Accedit quoque omnium oculis testata experientia, quam inficiari est nefas. quis enim non videt vnius lucernæ lumen plurium accessione augescere, eamdemque partem medij reddere clariorem? Id sanè perspicuè videre licet cùm maiora triclinia pensilibus lychnuchis polymyxis illustrantur.

Sed dicet fortè aliquis, ex hac propositione sequi, vnumquodque luminosum posse efficere lumen suo gradu intensius. Cùm enim duo luminosa æqualia, puta ambo vt 8. simul concurrunt, datur locus vbi vnumquodque illorum efficit lumen vt 6, quod duplicatum fit æquale 12. at lumen vt 12. intensius esse luminoso vt 8. igitur si singula luminosa ad hunc effectum communem conueniunt, ipsa producunt effectum suo gradu intensionis, suisque viribus maiorem, quod longè à fide alienum est. F

Hac difficultate exterriti Philosophi quidam de genere pauidorum, quos propria etiam vmbra percellit, in eam sententiam prolapsi sunt vt dicerent, lumina, quæ ab æqualibus luminaribus in eadem parte medij excitantur, mutua coniunctione non efficere lumen intensius: nec maius lumen aduentu minoris; sed solùm minus maioris accessione

A cessione intendi. Sic vnum fugientes scopulum, incauti in alium incurrunt. nam lumen in eadem parte subiecti augescere, quid aliud est, quàm intendi? neque minùs propriè dicitur maius lumen à minori intendi, quàm minus à maiore: cùm intendere sit in eadem subiecti parte augere, & intendi idem quod augeri. Verùm non minùs propriè ac verè maius lumen augetur aduentu minoris, ac minus maioris accessione, licet non æqua vtrimque portione. Igitur non secùs lumen maius à minore, atque æquale ab æquali, ac contrà minus à maiore intendi possunt, cùm in eamdem partem medij simul confluxerint. Quid ni enim magnum lumen gradu vel minimo intendi possit, si nondum ad fastigium peruenerit? Sanè quidquid medietatem latitudinis intensionalis ex-
B cedit, reliquo est maius. Nullo igitur pacto supra mediocritatem lumen intendi poterit? Profectò id credere absurdissimum est. Quocircà dicendum luminis accessione, cùm in eadem subiecti parte fit, semper lumen intendi.

Ad propositam verò obiectionem respondendũ, intensius illud lumen vt 12. in eadem parte medij non ab altero tantùm, sed ab vtroq; simul luminari progigni, cumq; singula sint vt 8. erit totalis effectrix causa vt 16, quæ lumẽ producit vt 12. Non igitur hîc ostenditur luminare aliquod effectũ edere propria facultate superiorem ac dignitatis gradu.

Si dicas duo luminaria vt 8. cubitali magnitudine in vnum coniuncta, quantitatis beneficio duplum quidem efficere luminare secundùm molem, at non duplum, imò nec maius quidem secundùm intensionem: vnum verò luminare bicubitale intensum
C vt 8. non posse lumen edere intensum vt 8, cùm nequeat effectum edere suæ intensioni æqualem: igitur nec duo luminaria quorum singula sint cubiti vnius, intensa verò vt 8, posse collatis viribus producere lumen intensum vt 8, cùm per 3. lemma ita agant plura luminaria per se singula, quemadmodum vnius partes proportionales; & ita simul plura, quemadmodum vnum aliquod omnibus simul sumptis æquale.

Respondendum verissimum id quidem esse quod assumitur, videlicet duo luminaria æquè intensa, si vniantur, efficere aliquid maius secundùm magnitudinem, at non secundùm intensionem. Quantitas enim extrinseca adiunctione augetur: at intensio tum solùm, cùm in eadem subiecti parte fit accessio. Verùm id quoque pro comperto haberi debet, si duo illa luminaria per condensationem in angustiorem molem redi-
D gantur, aut certè se mutuò penetrent, lumen tantò fore illustrius, quantò minùs substantia ipsa distenditur. Atqui eadem facultate pollent duo luminaria iuxta se posita, atque eadem si in eumdem locum diuina potentia compingantur, aut in angustiorem molem per condensationem redigantur. siquidem magnitudo potestatis ex abundantia formæ actiuæ æstimatur per 1. lemma. Igitur vbi nihil de forma luminis detrahitur, nihilque ipsi accedit, eadem semper erit facultas agendi, quocumque tandem pacto materia disponatur, dummodò tamen agens æquè semper subiecto patienti applicetur. Ex quo patet quid ad hanc replicam dicendum sit; nimirum absurdum non esse, lumen vt 12. à duobus luminaribus vt 8. procreari. Cùm namque illa in eumdem effectum simul incumbunt, æquiualent agendi facultate vni luminoso, quod dimidio quidem sit mi-
E nus, at duplo intensius. Quod enim hîc præstat excellentia luminis, hoc illic confert radiorum multitudo in eamdem partem medij confluentium. Sic radiis solis à speculo concauo in vnum aliquod punctum repercussis, nitidissimum lumen excitatur, adeoque exquisitum, vt etiam ignem suscitare, & admotum plumbum colliquare valeat. Hinc verò non rectè colligitur, effectum produci nobiliorem causa, cùm omnia simul luminaria vnum luminare exæquent, quod minus quidem sit magnitudine, at intensius: si nimirum hoc vnum, & illa multa parem habeant luminis prouentum. Nihil enim ad actionem interest, sintne luminaria iuxta se posita, an vnita, an in eodem simul loco constituta; quippe vis actiua non ex corporis situ, sed ex vbertate formæ pensanda est, quæ omnia ex 1. lemmate sunt manifesta.

F

PROPOSITIO XXII. THEOREMA.

Singula luminosa iunctis viribus longiùs agunt, quàm disiuncta.

HÆC propositio ex vigesima & octaua huius libri facilem habet demonstrationem. Cùm enim per vigesimam propositionem huius libri singula luminosa dum simul conspirant, eumdem effectum in singulis partibus medij proferant, quem vnumquodque per se seorsum; fit, vt vbi cessat actio vnius solius, ibi adhuc lumen aliquod supersit communi actione productum, quod proinde vlteriùs extendi potest. Igitur coniunctorum

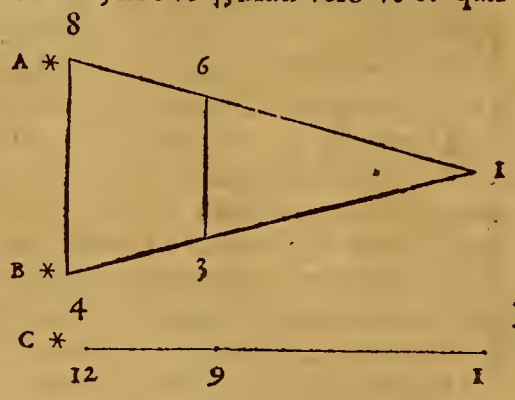
lumen longiùs profertur, quàm disiunctorum; quod erat probandum. A

Deinde, cùm per 3. lemma plura luminaria dum simul in eumdem effectum incumbunt, eam inter se virtutis rationem habeant, quam partes vnius luminaris proportionatæ; finge animo tertium luminare aliquod duobus propositis simul sumptis virtute æquale, quod in eam rationem diuidatur, quam habet vnum datorum ad alterũ. Exempli causa, sint duo luminaria, vnum vt 4. alterum vt 8. sitq; tertium animo conceptum duobus iam datis æquale, nempe vt 12. quod in duas diuidatur partes, nimirum in 4. & 8. quæ eamdem inter se rationem habeant, quam primum & secundum. Quoniam igitur hoc tertium luminare 12. maius est qualibet sua parte per tritum axioma, longiùs quoq; actionem suam diffundet, quàm seorsum quælibet ipsius pars per 11. propositionem libri huius: at per 3. lemma primum ac secundum luminare simul virtute respondent luminari tertio: seiuncta verò luminare primum & secundum tertij partibus æquipollent. Igitur manifestè sequitur primum ac secundum simul longiùs agere, quàm alterum per se seorsum; quod erat demonstrandum. B

PROPOSITIO XXIII. THEOREMA.

Vnumquodque luminare communi actione in eadem parte medij effectum producit suæ magnitudini proportionatum. C

EXPONANTVR duo luminaria A & B, hoc vt 4, illud verò vt 8. quæ simul agendo lumen producant ad 1: dico, quandoquidem luminare A luminaris B duplum est, vbi A inducit lumen vt 6, illic B proferre lumen vt 3, nempe dimidium luminis 6. Et quemadmodum 6. se habet ad A vt 8; ita se habere 3. ad B vt 4. Rursus 6 & 3 in vnum composita, hoc est 9, eamdem proportionem habere ad luminare C, ex vtroque A & B compositum per 18. quinti Euclidis, quam habent 6 ad A, vel 3 ad B.



D

Huius porrò analogiæ causa est vniformitas tum subiecti, tum luminis, quæ in homogeneis corporibus reperitur. In his namque cùm per primum lemma qualitas sit vniformiter diffusa, & virtus sequatur vniformitatem qualitatis actiuæ, effectus autem proportione respondeat virtuti, necesse est, vt quemadmodum se habet magnitudo vnius corporis ad alterius corporis molem, ita se habeat lumen ad lumen, ac eodem modo virtus ad virtutem, sic denique & effectus ad effectum.

Si itaque luminaris A effectus 6 subsesquitertius est, erit & luminaris B effectus 3 subsesquitertius: itemque & luminaris compositi C effectus 9 compositus totius 12 erit subsesquitertius. Quocircà vnumquodque luminare, cùm plura simul agunt, in eadem parte medij, effectum edit suæ magnitudini proportionatum; quod erat demonstrandum. E

PROPOSITIO XXIV. THEOREMA.

Duo luminosa non tantò longiùs simul agunt, quantò vtrumque compositum altero tantùm est maius. F

EXISTIMABIT fortasse non nemo, coniunctorum luminarium actiones tanto ampliori interuallo distendi, quanto vtrumque simul alterum excedit; idque eam ob causam, quòd vnumquodque luminare, quantò maioris est virtutis, tantò intensius lumen progignit. Siquidem in homogeneis corporibus effectus semper virtuti respondet. At quantò intensius est productum lumen, tantò longiùs propagatur: igitur quantò virtus luminaris est maior, tantò longiùs profert actionem.

Verumenimuerò per 3. lemma duo luminaria simul agentia, eam quidem rationem virtutis habent ad alterum tantùm, quam vnum luminare æquale vtrique ad suam

partem

A partem proportionatam: ſed hoc vnum luminare non tantò agit longiùs, quantò ipſum maius eſt ſua parte per 11.huius. Itaque & duo luminaria ſimul agentia non tantò longiùs protendunt lumen, quantò vtrumque ſimul ſumptum altero tantùm eſt maius.

Ratio verò huius rei ea eſt, quòd non eadem ſit ſpatiorum atque defectionum proportio. Siquidem lumen per æqualia ſpatia proportionalia ſubit decrementa; non verò proportionalia decrementa per ſpatia proportionalia, aut per æqualia ſpatia decrementa æqualia. hoc enim ſi fieret, ſanè conſequens eſſet, vt tantò longiùs actio produceretur, quantò luminare eſſet efficacius: nam ſpatia virtutibus reſpondere neceſſe eſſet. Nunc verò cùm non ita ſe res habeat, ſed oporteat proportionales cauſas proportionatos ſibi B effectus ad æqualia interualla tranſmittere, aut certè æquales effectus ſpatijs edere proportionalibus; ſequitur non eamdem eſſe ſpatiorum & defectionum comparationem.

Quare ſi æqualis virtutis ſint duo luminoſa, non ſtatim duplo longiùs ſimul agunt, quàm diſiuncta, quamuis in vnum compoſita duplam rationem habeant ſingulorum. Si item inæqualia fuerint agendi facultate, non ita ſe habebit ſpatium, quo duo ſimul agũt ad ſpatium alterius ſolius, quemadmodum vtrumque ſimul ſumptum ad alterum tantùm: veluti ſi vnum fuerit alterius duplum, non confeſtim ſequitur fore vtriuſque ſimul ſpatium alterius triplum, cùm proportio quæ in virtutibus effectisque cernitur, non item in ſpatijs eadem reperiatur.

C

PROPOSITIO XXV. THEOREMA.

Cùm duo luminoſa vnà agunt, vtriuſq; actio ad extremitatem ſphæræ communis actiuitatis attingit.

PROPOSITIONE 12. huius libri oſtenſum eſt ſingulas vnius luminoſi partes ad extremum vſq; ſphæræ actiuitatis lumen protendere. Cùm ergo per 3.lemma ita ſe habeant plura luminaria dum ſimul agunt ad ſingula ſeorſum per ſe agentia, quemadmodum vnum luminoſum ad ſuas partes; manifeſtè ſequitur cùm plura luminoſa ſimul agunt, lumenque ad D aliquod ſpatium exerunt, ſingulorum actionem eôdem pertinere, quò vtriuſque ſimul agentis actio porrigitur.

Hinc fit, vt nulla ſit pars medij circumfuſi, cùm à pluribus ſimul luminaribus illuſtratur, in qua non exiſtat portio aliqua luminis ſingulorum: quemadmodum per 12. huius omnes partes ſphæræ actiuitatis vnius luminoſi ſingularum partium lumen participant. Quam verò ob cauſam id fiat, eadem propoſitione 12. eſt explicatum.

Obijciet aliquis duo ex hac poſitione abſurda ſequi, vtpote à ſenſu ac ratione prorſus aliena: ac primum illud, lucernæ flammulam, ſi iuxta corpus ſolare conſtituatur, longiùs lumen proferre, quàm modò ſolares radij porrigantur. Alterum, minimæ candelulæ lumen ex hac infima orbis regione ad ſumma vſque ſidera per illuſtratum aërem E euehi, ibique occurſu nitidiſſimorum ſiderum, ac ſolis præſertim, aliquam facere luminis acceſſionem.

At mira hæc videri nullo pacto debent. Quantumuis enim exiguum ſit ſpatiolum illud, quo ſolares radij lucernæ adiunctione longiùs prouehuntur; eſt tamen illud adeò magnum, vt infinitè diuidi poſſit, & ei æqualia certo numero repetita totam diametrum actiuitatis ſolis exæquent. ſic portiuncula illa luminis, quæ lucernâ in terris poſitâ ſolari fulgori in ſupremo cælo accreſcit, licet exigua reipſa ſit; eſt tamen tanta, vt æquales ipſi numero infinitæ, magnitudinẽ efficere poſſint infinitam. Non itaque abſurdum, ſi hoc ſpatiolo, hacque luminis portiuncula, ſolis ſphæra lumenque pro rata augeantur.

Deinde ſi fieri poſſe concedis, vt in ipſo ſolari lumine exiguum aliquem gradum ani- F mo concipere liceat, illi, quem lucernæ flammula ſubminiſtrat, æqualem; fateri quoque neceſſe eſt, poſſe hunc gradum è præſentia per cogitationem dimoueri: quod ſi factum iam ſit, numquid imminutum erit ſolare lumen? At decremento minimo. Eſto. Licet verò minimum illud ſit, an ideò imminutum eſſe lumen ſolis inficiabere? Abſit: igitur auctum iſtud concede, quantumuis exigui luminis appulſu: ſic & auctum actiuitatis ſpatium exigui licet moduli acceſſione. Haud abſimile exemplum habemus in quantitatis augmento: Si enim aquæ gutta oceano infundatur, quis neget auctam eſſe infinitam propemodum aquarum congeriem quę terris incumbit? ſic ergo lumen maximum minimi etiam luminis acceſſione augetur.

PRO-

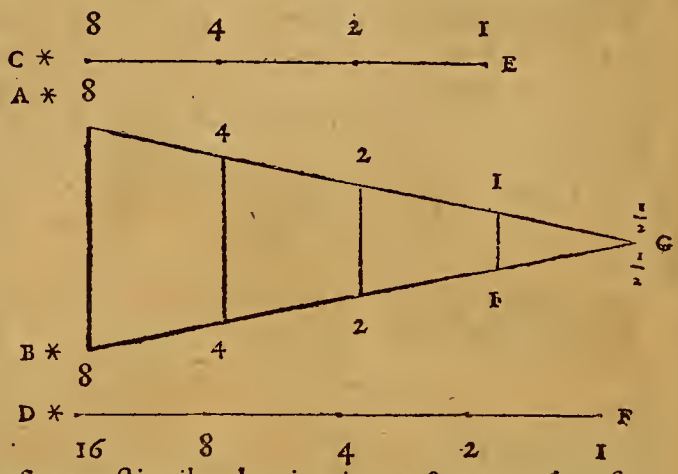
A

PROPOSITIO XXVI. PROBLEMA.

Propositum sit concurrentium luminum vniforme decrementum numeris explicare.

VÆ hactenus sigillatim de concurrentium luminum actione, propagatione, & vniformi decremento tradita sunt, ea nunc summatim in vnum sunt colligenda, ac numeris enucleatè explicanda. Qua in re duorum potissimùm habenda est ratio, distantiæ scilicet & virtutis. Excellentiora namque remissioribus, & maiora minoribus, & coniuncta solitariis longiùs efficaciusque agunt. B

Sint itaque primo loco exposita duo luminosa æqualia, hoc est pari virtute prædita (nil verò interest, an ea virtus ex magnitudine corporum, an autem ex fulgoris excellentia proueniat.) sint inquam duo æqualia luminosa, vnum A vt 8, alterum B item vt 8, quæ collatis viribus agant vsque in G totius actiuitatis terminum; sit rursus C E alterius actio separata, repræsentans semidiametrum actiuitatis luminosi A vel B solitariè ac seorsum agentis: demum sit D F actio composita ex actionibus luminarium A & B, non iam solitariè, sed coniunctè agentium per semidiametros A G & B G. Postuletur verò, vt minimum naturale in quod diffusio luminis terminatur vnitate æstimare liceat, & vt decrementa per medietates assignari iubeantur. Nam exempli potiùs gratia hæc omnia à nobis dicuntur, quàm vt rem ipsam oculis spectandam proponamus: id enim cùm præstari nequeat, rem obscuram si non omnino propriis, saltem non impropriis terminis explicare conabimur, quantum ratione & experimentis assequi potuimus, ad eum modum quo pictores in angusta tabella res maximas repræsentare nitũtur. Esto igitur minimum luminis naturale 1, decrementa verò per medietates incedant: nam eadem erit in ceteris ratio: itaque actio luminaris A solitariè agentis per æqualia spatia his numeris proportionalibus minuetur 8. 4. 2. 1. in quos spatium C E diuiditur: coniunctis autem cum B viribus, idem luminare A his numeris actionem promouebit 8. 4. 2. 1. $\frac{1}{2}$. Vbi hoc aduertendum, lumen vt $\frac{1}{2}$, quamuis subsistere suapte vi nequeat, fulciatur tamen illius dimidij ope, quod à B in eamdem partem medij excitatur. Cùm enim ambo dimidia in vnum coalescunt, efficiunt lumen vt 1, minimum scilicet naturale in quod vtriusque A & B coniuncta actio definitur. Habet autem communis hæc vtriusque agentis actio compositos hos numeros 16. 8. 4. 2. 1. vt in D F patet. Atque ita se habet æqualium luminum per æqualia spatia profusio. D E



Hîc primùm apparet luminare C, quod pro altero datorum A vel B repositum fuit, ad finem vsque suæ sphæræ, cuius semidiametrus est C E æqualibus spatiis proportionalibus gradibus decrescere, quousque tandem ad E in minimum naturale desinat; quod propositione 8. fusiùs est explicatum.

Deinde quoniam luminaria A & B in vnum composita faciunt 16 duplum singulorũ, fit vt spatium D F, quo communis actio vtriusque A & B extenditur, maius quidem sit spatio C E, quo alterius tantùm actio terminatur per 22. propositionem huius libri: at non duplum per 24. huius. F

Tum patet non tantùm communem actionẽ per spatium D F diffusam; verùm etiam particularem tum solius A, tum solius B, per spatia A G & B G proportionalibus defectionibus minui per 8. & 20. propositionem huius libri.

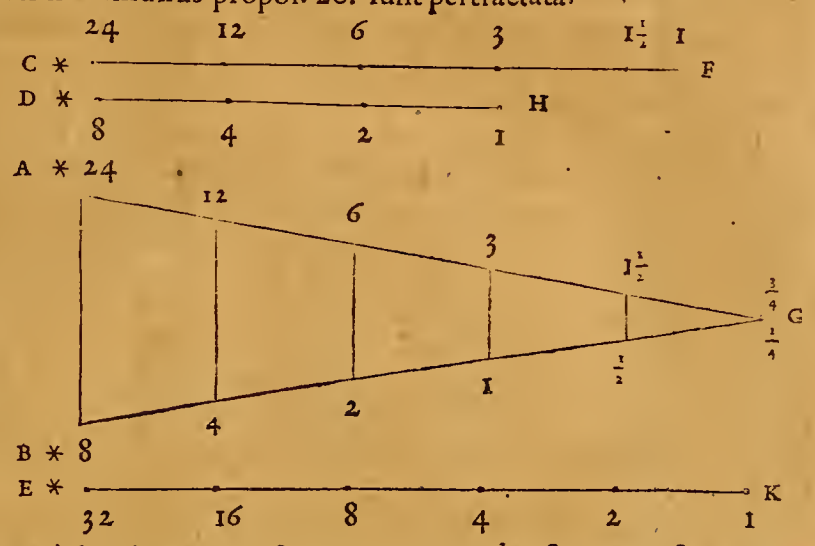
Præterea cùm luminare D compositum scilicet ex A & B, duplum sit singulorum, perspicuum est in eodem medio, vt puta proximo, compositum lumen 8 duplum esse singulorum 4, & interuallo sequente lumen 4 duplum esse luminum 2. atque eo modo deinceps, vt propositione 23. est demonstratum.

Insu-

A Insuper vides hîc etiam singulorum actiones, dum simul conueniunt, ad extremum vsque sphæræ actiuitatis pertinere: atque ita singulos effectus longiùs prouehi, dum causæ conueniunt, quàm dum separatæ agunt, vt propositio 25. edocet.

Demum hoc quoque animaduertere licet, vnumquodque luminare, dum ambo simul agunt, non maiorem effectum in singulis partibus medij edere, quàm si seorsum singula propria agant facultate. nam vbi luminare C producit 4, illic A & B singula proferunt 4; & hæc eadem A scilicet & B coniuncta, singula duos gradus luminis edunt, vbi C item duos; & vbi C minimum naturale, hîc A & B singula eumdem gradum minimum producunt; quæ omnia diffusiùs propos. 20. sunt pertractata.

B Nunc si inæqualia proponantur luminaria A & B simul agentia vsque ad G, A quidem maius vt 24, B verò minus vt 8, eodem modo se habebit numerorũ dispositio, quo suprà. Primò enim singu-



C lorum per se actiones exponentur C & D per spatia æqualia proportionaliter diffuse, ita vt C repræsentet luminare A vt 24, D verò luminare B vt 8, quorum proinde actiones in singulis interuallis proportionem inter se habebunt, quam 24 ad 8, hoc est triplam. Rursus adfingatur his luminare E ex vtroque A & B conflatum nempe vt 32, cuius item actio in singulis spatiis sit ex vtroque composita. Obserua insuper ad finem actiuitatis luminosi C inter 1½, & 1 non integrum spatium constitui. Cùm enim minimo naturali, quod 1

D esse diximus, lumen terminetur, sit autem 1 amplius quàm dimidium ipsius 1½ manifestum est non posse inter 1½ & 1 integrum spatium intercedere: nam integro spatio præcedens lumen dimidio minuitur; at sub ¾ quod dimidium est ipsius 1½ lumen subsistere per se non potest: igitur ab 1½ ad 1 minus quàm integrum spatium sit necesse est.

Porrò vt singulorum A & B lumen, quod in commune conferunt, numeris exprimatur, eâdem qua antè opus est praxi. Quoniam enim minimum naturale, seu terminus vniformiter decrescentis luminis concessus est 1, & decrementa per medietates produci iubentur, dato primo spatio ad quod luminare A sui profundit dimidium, nempe 12, in secundo spatio constituatur huius dimidium 6, tum sequente spatio 3, prioris item dimidium, posteà 1½, ac demum ¾. Eodem verò modo inuenietur vniforme decremen-

E tum luminis ex B profusi; si nimirum continuata serie in proximo semper spatio præcedentis luminis dimidium collocetur, vsque ad vnum quadrantem, qui cum ¾, quos luminare A in eamdem partem medij contulit, efficit 1, minimum scilicet naturale, totiusque compositi luminis terminum.

Hoc itaque pacto se habent lumina à duobus inæqualibus luminaribus profusa, collatis in vnum viribus. Quo autem modo se habeant in solitaria actione, indicant C F & D H. Eademq; ratio numerorũ obseruanda est, cùm plura quàm duo simul concurrunt. tam diu enim singulorũ actiones vltra fines proprię facultatis procedẽt, quoad omnium effectus in vnum collati minimum æquent naturale: hîc enim iubet natura quiescere.

In hac porrò numerorum constitutione omnes degenerantis luminis proprietates ac

F differentias contemplari licet; quas paulò antè in æqualibus luminaribus retulimus exposuimusque. Quare quod reliquum est huius propositi, Lectoris prudentiæ ingenioque committimus.

De concursu luminum tantum: nunc de eorum occursu, quod reliquum est huius capitis, prosequamur. Est porrò in luminum occursu idem vniuersè obseruandum quod in luminum concursu, totam scilicet luminum occurrentium intensionem ex singulorum effectibus componi: nec enim aliter agunt seorsum singula, aliter omnium viribus in vnum collatis.

PRO-

A

PROPOSITIO XXVII. THEOREMA.

Luminum actiones ex mutuo occursu nec segniores redduntur, nec vegetiores.

PRIOR huius propositionis pars ex 17. huius libri prop. manifestè conuincitur. Siquidem nullo pacto sibi mutuò lumina obsistunt: non enim corpora sunt, vti contendebat Empedocles, quæ se mutuò protrudunt; neque inter pugnaces numerantur qualitates, quæ perpetuò sibi bellum B indicunt; neque specie essentiaque discrepant, velut colores, qui cùm ad altiorem dignitatis gradum euecti fuerint, alios secum paris excellentiæ in eodem subsellio considere non patiuntur. Igitur occursantia sibi mutuò lumina liberrimè penetrant, quamdiu nullum adiopton rectam radiorum profluentiam suo obiectu interpellauerit: hoc solùm namque lumen sistit, ac transitu prohibet arcetque.

Sed neque ex mutuo occursu, quasi ex familiari amicoque congressu, luminum actiones conualescunt, sic vt in eadem medij parte nobiliorem effectum excitare eo modo possint, quàm solitaria actione. Quod tamen existimare forsitan quispiam posset, præsertim ex illorum philosophantium numero, qui sentiunt in particularium causarum concursu, vnamquamque earum totum effectum edere, non quidem, vt vulgò loquun- C tur, totaliter, hoc est vti totalem ac præcipuam causam; sed vti partialem, cum tantum effectum nulla per se ac propria facultate, singulæ autem aliarum præsidio nixæ attingant.

Sic, aiunt, coniunctis hominum viribus ingentia præstari molimina, quæ nullus eorum per se vmquam inchoare potuisset. Et nisi vniuscuiusque vis ad totum effectum pertineat, distinctæ erunt effectus partes, quarum singulæ à singulis particularibus causis proficiscantur: at nihil in effectu signari potest, quod ita ab hac vel illa sit causa, vt non omnium vim efficaciamque persentiat: igitur totus effectus à singulis existit causis. Quod cùm ita sit, consequens est, vt validior sit vnaquæque illarum ex reliquarum societate, quàm per se sola; quippe quæ sola parum, aut nihil potest; ceteris adiuncta totum D effectum præstat.

Verùm dicimus fieri omnino non posse, vt luminum facultates ex mutuo occursu valentiores euadant. Nam agentia naturalia, in quorum tribu lumina censentur, maximum semper, quem possunt, effectum moliuntur; efficaci siquidem necessitate naturæ, ceu fato quodam, ac superiore potentia ad agendum compelluntur, cui nec obsistere vllo modo possunt, nec facere satis, nisi quidquid nactæ sunt virium, id totum exprimant. Deinde ignobilius lumen nequit producere aliud se excellentius, cùm nihil possit alteri conferre, quod in sua non habet potestate; id autem fieri omnino oporteret, si luminum vires, ex mutuo occursu aliorumque consortio fierent efficaciores. Hoc igitur fieri non potest; quod erat ostendendum. E

Ad primum verò argumentum eorum, qui vnamquamque particularium causarum totum effectum attingere sentiunt, respondendum, cùm plures homines ingentes simul agitant machinas, ex omnium conatibus in vnum collatis vnam conflari virtutem, vniuscuiusque hominis facultate maiorem, quæ illum effectum, vt adæquata effectrix causa præstat. Nil igitur mirum videri debet, si quod vnus per se non potest, id simul omnes perficiant, cùm vis illa ex omnium viribus conflata effectui sit symmetra atque accommodata. Ex quo proinde colligere nullo modo licet, totum effectum à singulis excitari, aut singularum causarum vires accrescere ex aliarum consortio: siquidem singulæ causæ vti partem virtutis in commune conferunt, ita proportionatam partem effe- F ctus edunt, quæ pro rata ipsis respondet.

Ad alterum dicendum, tametsi distingui sensu nequeant particulares effectus qui à singulis agentibus proueniunt, posse tamen eos & mente distingui, & à se mutuò re ipsa separari. Vt si duo luminaria distinctis locis exposita, in eamdem partem medij lumen profundant: dico hoc lumen ex duobus luminibus constare, minimè inter se permistis atque confusis, vt propositione 18. est demonstratum: mente autem ea exactè distinguuntur, cùm vnum illud esse intelligitur, quod rectâ lineâ ab hoc luminari porrigitur; alterum verò, quod ab altero luminari rectâ item procidit lineâ. Quæ enim diuersis radiis perferuntur, ea diuersa sunt lumina. Igitur quod ab vnoquoque luminari in eamdem

A dem partem medij consignatur, mente distingui in hunc modum potest. Sed & reipsa separari queunt. Quod enim sublato altero luminari iam minus est in eadem illa parte medij quàm anteà, hoc non à superstite, sed à sublato luminari productum esse oportuit: nam persistente causa luminosa lumen sponte non interit, eâ autem sublatâ protinus extinguitur.

PROPOSITIO XXVIII. THEOREMA.

Lumen alteri occurrens lumini in quacunque parte medij, nec
B *maiorem nec minorem effectum edit, quàm per se queat solitaria actione.*

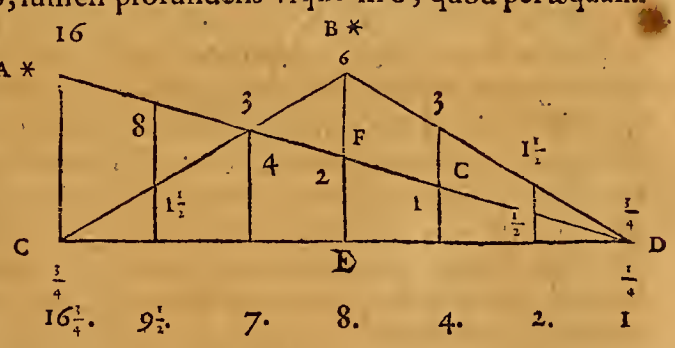
PERSPICVE id colligi potest ex superiore propositione. Si enim luminis virtus ex alterius occursu nec segnior, nec vegetior redditur; nil accidit ex occursu alterius luminis, quo effectus nobilior aut ignobilior procreetur: minorem verò effectum ex agentis ignauia, vti maiorem ex vigore prouenire oportet.

Hoc tamen diffitendum non est, in singulis partibus medij quibus lumina sibi ob-
C uiàm fiunt, insigniorem splendorem affulgere, quàm ex vnius solius actione: siquidem per 17. propositionem huius lumina sibi mutuò impedimento non sunt. Igitur vnum alteri quoquo modo adiunctum, siue per concursum, siue per occursum, in eadem parte medij lumen adauget intenditque; quod & experientia edocet. Videmus enim altero luminarium sublato splendorem imminui; augescere verò, ac magis conspicuum fieri, ex plurium occursu, quippe nil præter opacum corpus luminibus officere potest.

PROPOSITIO XXIX. THEOREMA.

Lumen alteri occurrens lumini longiùs prouehitur.

D. ESTO luminare A vt 16, lumen profundens vsque in C, quod per æqualia spatia proportionalibus minuatur decrementis secũdùm hos numeros 8, 4, 2, 1: exponatur & alterum luminare B, vt 6, ab A disiunctum interuallo AB, cuius lumen per æqualia item spatia proportionalibus decrementis effusum, hinc lumini
E ex A occurrat, illinc in oppositam



partem abscedens cum eodem lumine ex A concurrat vsque in D: dico lumen ex A procidens occurrente ipsi lumine ex B longiùs prouehi, quàm in solitaria actione. Quoniam enim extremus terminus solitariæ actionis, qua luminare A lumen porrigit, est C, vbi minimus naturæ terminus procreatur; eodem autem loci luminare B excitat lumen vt 3, quæ simul iuncta efficiunt 4; perspicuum est hoc lumen vt 4, posse in proximo spatio edere lumen vt 2: quod nimirum proximè sequitur in continuæ rationis progressione, compositum ex effectu luminaris A, qui est vt ½. & effectu luminaris C, qui est vt
F 1½. Eodem verò pacto hoc duorum graduum lumen in sequente deinceps spatio lumen vt vnum procreabit, compositum scilicet ex ¼. luminaris B, & ¼ luminaris A; quod cùm sit minimum naturale, hîc finis erit coniunctæ actionis, vltimusque terminus ad quem vtrumque luminare A & B, dum simul conspirant, attingere possunt per 15. propositionem libri huius: at longius est spatium AD quàm AC, nempe totum sua parte: igitur lumen alteri occurrens lumini longiùs prouehitur; quod erat demonstrandum.

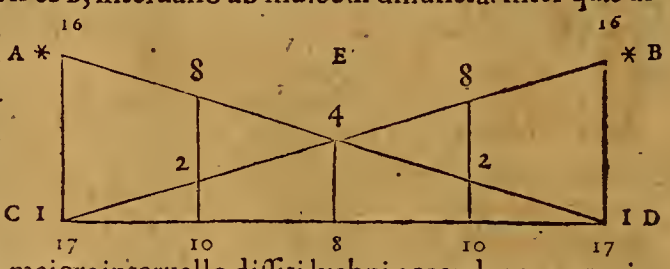
Hæc quamuis in particulari rectè demonstrata esse videantur; possunt tamen & vniuersè probari eadem ratione, qua superiùs propositione 22. simile in concursu luminum ostendimus. Concipe igitur animo tertium quoddam luminare E vt 8, vtrique scilicet B & F simul sumptis æquale, idque in eam rationem secetur, quam habet B ad F, hoc est 6 ad 2: quoniam igitur lumen 8 maius est alterutra sua parte 6, & 2 longiùs quo-

que actionem producet per 11. propositionem libri huius: at per 3. lemma eodem mo- A
do agunt distincta luminaria B & F, vt alterius cuiuspiam æqualis luminaris partes proportionatæ: igitur longiùs actionem diffundit luminare E, quàm alterum propositorum B aut F: sed luminare A coniunctis viribus cum luminari B eodem modo spatium B D illuminat, quemadmodum tertium luminare E: igitur & luminis ex A profusio occurrente luminari B longiùs prouehitur, quàm solitaria actione; quod rursus demonstrandum erat.

PROPOSITIO XXX. THEOREMA.

Duobus luminaribus interuallo disiunctis, quod inter vtrumque B
diffusum est lumen, ab extremis ad medium vsque perpetuò decrescit.

INT duo luminaria A & B, interuallo ab inuicem disiuncta: inter quæ dico profusum lumẽ, quod ab vtriusque simul actione conflatur, ad medium vsque spatium E continuò decrescere. Quod in primis manifesta docet experientia. Videmus quippe in maioribus tricliniis, cùm maiore interuallo dissiti lychni accenduntur, propinquiores mensarum partes impensiùs illustrari; illas verò omnium minimè, quæ propiùs medium accedunt, vtpote quæ non æquè ac priores lumen participant. Verùm quia ad hunc effectum conducit etiam certus quidam radiorum illapsus, quo ij qui longiùs prouehuntur obliquioribus angulis in planas mensarum superficies incidunt, quàm propinquiores; ostendendum est non solùm radiorum incidentiam illius inæqualitatis effectricem esse, verùm lumen quoque inæqualiter per medium diffusum in partem huius causæ venire: quod factu haud erit difficile ex iis quæ hactenus sunt demonstrata. D



Sint itaque eadem, quæ suprà exposuimus, luminaria A & B, ambo, gratia exempli, vt 16: horum igitur actiones æqualibus spatiis proportionalia subibunt decrementa per 8. propositionem huius; quare si in proximo spatio producant 8, dimidium nempe ipsius 16, in sequenti item producent ipsius 8 dimidium, videlicet 4, tum 2, denique 1. Patet igitur si vtriusque luminis summæ colligantur, in vtraque extremitate futurum lumen vt 17; deinde proximè post hoc vtrimque vt 10; ac tandem in medio, vt 8. Quare lumen quod ex occursu luminum conflatur, ab extremis ad medium vsque continuò decrescit; quod erat probandum.

Amadeus Maygret, Philosophus sanè peracutus, ex fratrum Prædicatorũ familia, in lib. 1. De generat. & corrup. quæst. 2. art. 3. cùm multa pronuntiasset de luminis pro- E
fusione, partim proprias sententias confirmando, partim diluendo aliorum obiecta, tandem consequens ex propriis dictis esse animaduertit, in occursu luminum debere totum spatium intermedium æqualiter illustrari aduersus manifestam experientiam. Quamobrem vt sibi effugium compararet, hanc sumpsit auxiliarem thesin: Luminosum adueniens medio iam illuminato, non causare tam intensum lumen in eo, quàm produceret si medium non foret aliunde illustratum. Eam verò non aliter probat, quàm ex illo ipso incommodo quod obiiciebatur, scilicet fore alioquin vt in occursu luminum totum spatium interiectum æquali lumine perfunderetur. Ex hac porrò thesi ostendere conatur, quamuis vnumquodque luminare natum sit solitaria actione per æqualia spatia æquali decremento lumen profundere; non ita tamen rem se habere, dum sibi mutuò F
opponuntur: sed compositum lumen inter vtrumque extremum, versus medium semper minus esse quàm versus extrema.

Quod vt enucleatiùs explicet, dicit primò, minore luminari aduentante medio impensius illustrato, nihil propemodum luminis priori adiungi ex minoris actione: at contrà si maius luminare accedat minori, maximam fieri luminis accessionem.

Secundò ait luminosum minus vel æquale adueniens medio illustrato, efficaciùs agere in remotum quàm in propinquum. Vtriusq; verò pronuntiati hanc reddit rationem, quòd tantò segniùs agat vnumquodque luminare, quantò reperit medium altiùs e potestate

A ſtate ad actum reuocatum. Quod enim agit, conatur id quod ipſi ſimile non eſt, ſimile reddere: igitur quò liberius eſt ſubiectum magisque vacans, eò maiorem qualitatem ab agente ſuſcipit. Hæc omnia iis manifeſtè aduerſantur, quæ propoſ. 20. & ſequentibus à nobis ſunt demonſtrata. Deinde quod toto ſermonis decurſu ſupponit, luminis profuſionem ſuapte natura æqualibus ſpatiis æqualia pati decrementa, manifeſtæ repugnat experientiæ, quod propoſitione 6. luculenter oſtendimus. Quare cùm falſum illud ſit, cuius gratia Amadeus has actionum varietates excogitauit; decebat potiùs errorem corrigi, quàm admiſſum peregrinis falſisque hypotheſibus obſcurari.

B

PROPOSITIO XXXI. THEOREMA.

Si æqualia ſint ipſa luminaria, erit tenuiſſimum lumen quod ex occurſu luminũ conflatur, inter vtrumq; luminare exactè medium.

REPOSITIS enim iiſdem quæ ſuprà, quoniam æquales ſunt A D & B C, nempe ſemidiametri æqualium ſphærarum, quibus æqualia luminoſa A & B actionem profundunt, erunt & A E & B E æquales, vtpote æqualium ſemidiametrorum dimidia. Ambo ſiquidem A D & B C in E bipartitò exactè diuiduntur, vt ex propoſitione 8. facilè colligi poteſt, quoniam

C proportionalia luminũ decrementa æqualibus fiunt ſpatiis: at 16, 4, 1, ſunt numeri continuò proportionales: igitur ſpatia A E & E D, per quæ lumen ex A numeris 16, 4, 1, continuè decreſcit, ſunt inter ſe æqualia. Quocircà & minimum lumen quod in E, communem radiorum A D & B C interſectionem incidit, medio ſemper loco inter ipſa luminaria exiſtit.

CONSECTARIVM.

A caua ſuperficie ſphæræ luminoſæ, quod minimè illuſtratur, eſt centrum.

D AVCTOR Perſpectiuæ communis, libro primo, vigeſimo primo numero, hanc habet propoſitionem: *In luminoſi concauo lumen efficacius reperitur in centro.* quæ huic noſtro conſectario è diametro aduerſatur. Quod enim ille ait, id nos apertè negamus. Probat ille: *Quoniam ab omni puncto concaui perpendiculares radij, qui ceteris ſunt fortiores, confluunt in centrum.* confirmatque ab effectu, *quòd hanc ob cauſam virtutes corporum cæleſtium, in centro & iuxta ipſum efficaciùs oriantur.* Vnde hanc ait conſequi vtilitatem, *quòd illic conformior ſit hominum habitatio, vbi ſcilicet eorum complexio adpropinquat ſupremi corporis ſimplicitati.* At vim huius demonſtrationis priùs videamus, quàm noſtrum conſectarium ratione probemus. Attende igitur:

Ait ille: *Ab omni puncto concaui perpendiculares radij, qui ceteris ſunt fortiores, confluunt in centrum.* Primùm noſſe decet cui alteri ſint perpendiculares hi radij, an corpori lu-

E minoſo vnde procidunt, an centro? Nemo propriè centro perpendiculares dixerit, cùm linea in ſolitarium punctum, neque rectis neque obliquis angulis incidere poſſit. Si corpori luminoſo intelligas eſſe perpendiculares, fatebor id lubens. Sed ea aſſumptio nihil conducit ad firmandum propoſitum: nam fortiores dicuntur illi radij qui in oppoſitum ſubiectum ad perpendiculum incidunt; non verò ij qui luminoſo corpori ſunt perpendiculares. A quouis enim puncto cauitatis ſphæricæ luminoſæ pari efficacia radij vndique proſiliunt, nec robuſtior eſt is qui rectà in centrum contendit, quàm ceteri qui quaquauerſus circumfunduntur, cùm à puncto, atque eàpropter vno modo omnes deciſi recta via proficiſcantur. Quòd autem robuſtiores illi ſint, qui in oppoſitum corpus re-

F ctis angulis incidunt, id non ex propria fit radiorum natura, ſed quòd à loco incidentiæ reciprocati congeminentur: quamobrem meridie nobis iuxta terram, & intenſiſſimum lumen, & feruentiſſimus eſt æſtus, quippe ſolares radij à ſummo cæli faſtigio directè prolapſi in ſeipſos redeunt, ſeque ipſos intendunt.

Deinde non quòd ab omni parte cauitatis ſphæricæ radij in idem centrum confluant, idcircò lumen ibi excellentius eſſe conuincitur; cùm non in centrum tantùm, verùm etiam in quoduis aliud punctum præter centrum quod intra ſphæræ cauum ſit, ab omni parte ſuperficiei luminoſæ accurrant. Nec iuuat, quòd qui in centrum conueniunt, æquales inter ſe ſint; qui verò ad cetera puncta, inæquales: nam inæqualium radiorum, quod ſegniùs præſtant longiores, id breuiores compenſant non ex æqualitate, ſed longè

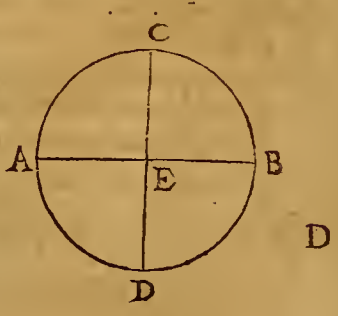
etiam efficaciùs, vt ex 8. propositione libri huius colligi potest. Ex quo efficitur, vt in A
ceteris punctis, quæ longius à centro distant, non modò æquale lumen sit, verùm multò etiam excellentius, vt mox ostendemus.

Hinc apparet falsam quoque esse eam assumptionem: *Virtutes corporum cælestium in centro, & iuxta ipsum efficaciùs dominari*: siquidem nusquam dominantur minùs quàm in centro. Quod enim propinquius est effectrici causæ, id impensiùs efficientiam ipsius persentit; à cælestibus autem corporibus longissimè distat centrum.

Demum quod adfertur de commodiore hominum habitatione iuxta mundi centrum, recte dictum puto; at causam non approbo: sed ideò potiùs id fieri credendum est, quòd qui in terra degunt medio loco constituta, beneficũ cælorum influxum æqualiter B
participent. Si enim longè à medio vniuersi terra abesset, qua parte propiùs cælum spectaret, Solis ardore torreretur, reliquâ verò intensissimo frigore algeret. Quare ob cæli inclementiam totus pænè terrarum orbis inhabitabilis foret. Sic namque in præsenti cõstitutione, quamuis terra ex æquo librata sit; ij tamen, qui propiùs ad Æquatorem accedunt, ingenti æstu soluuntur, ij verò qui longiùs à Signifero absunt, perpetuo frigore constringuntur; quantò magis vtrisque hæc eadem incommoda acciderent, si longiùs à centro mundi terra abesset? sanè hinc frigore, illinc calore tota exsugeretur. Quocircà maximè consentaneum fuit terram in medio vniuersi constitui, non quòd illic cælestes virtutes impensiùs vigeant, sed quòd illic singulis partibus ex æquo magis dispensentur.

Neque huic errori patrocinatur, quòd solares radij, qui à concauo speculo sphærico C
reciprocantur, in centrum confluere videantur: nam in Catoptricis demonstrabimus (Deo cursum nostrum dirigente) radios solares à cauo speculo sphęrico repercussos, inter centrum ac speculi superficiem congregari.

His præmonitis, ostendendum iam sit à cauitate sphæræ luminosæ decisum lumen nequaquam præcipuè in centro fulgere. Esto caua sphæræ facies A C B D, cuius centrum E, in eaque diametri quotcumque agantur A B & C D, per quas ab extremis punctis A, B, C & D luminosi radij incedere cogitentur: quoniam igitur per hanc 31. propositionem iis spatiis quæ inter A B & C D interiacent, diffusum lumen ad centrum vsque continuò minuitur, idemque in ceteris accidit diametris, perspicuum est in E lumen esse tenuissimum: tota namque sphæræ capacitas eiusmodi diametris completur.



Deinde fingas cælum vniuersum minutissimis stellulis perfusum, quarum lumen ad nos vsque minimè attineat, (quales extare innumeras telescopij nuper inuenti beneficio didicimus) sole porrò lunaque, ac ceteris astris sublatis, quorum fulgorem ex hac infima habitatione manifestè contuemur: proh quantæ apud nos tenebræ erunt! Dicent autem perspicaces illi Optici excellẽtius hic lumen fore quàm in cælo ipso. Ridiculum. An deesse cælo lumen poterit, vbi tot præsentia sunt lucidissima corpora, quæ totum terrenum orbem multis stadiorum millibus magnitudine superant? & quodnam hic E
lumen erit, quando propter distantiæ immensitatem siderum vis atque actiuitas ad nos vsque non pertingit? Si respondeant lumen quod ab omnibus stellulis simul agentibus manat, longiùs prouehi, atque ex radiorum omnium conspiratione circa mundi medium, vbi nostra est habitatio, intendi: concipiant illi cælos multò quàm isti sunt ampliores, ac minora quàm posuimus sidera, sic vt communis omnium actio priùs deficiat quàm ad nos porrigatur; dicéntne adhuc medio hoc nostro loco excellentius lumen enitere quàm in cælo? quomodo hic excellentius lumen erit, vbi nullum est? aut quomodo in cælo minus, vbi maximum? Verebuntur, arbitror, concedere quauis sphæræ luminosæ amplitudine id euenire, vt in medio quàm circa ambitum nitidius sit lumen, ne, si infinita sit sphæra, infinitam quoque luminis profusionem admittere cogantur. vbi F
ergo status magnitudinis erit? & quæ tandẽ moles hanc luminis proprietatem excludet? Id cùm difficile sit explicatu ac etiam impossibile, satius est in sphæræ luminosæ meditullio tenuissimum lumen constituere, quod & ratio ipsa probat. Nam quod à luminoso corpore longiùs distat, parciùs illustratur: at à caua sphæræ superficie centrum longissimè distat; hoc igitur minimè omnium illuminatur.

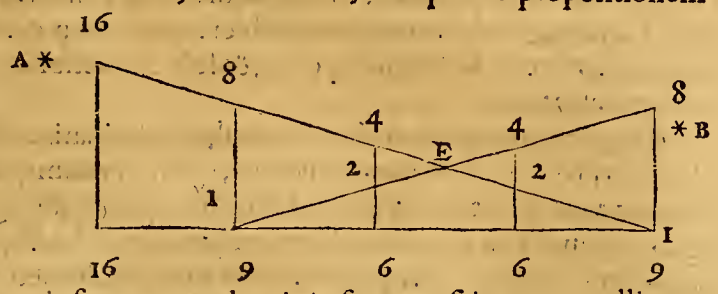
Prætereà, si in centro sphęræ luminosæ præcipuum lumen fulget, propterea *quòd illuc perpendiculares radij confluunt*, idem in centro circuli luminosi eueniet, cùm in hoc eadem sit causa. At experientia docet, si plurimæ lucernæ in amplum circulum disponantur,

A tur, minimum lumen in centro esse, indeque versus ambitum semper maius. Igitur & in centro sphæræ luminosæ minimum lumen existere oportet; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXXII. THEOREMA.

Si verò inæqualia sint ipsa luminosa, minimum lumen infirmiori luminari propinquius erit.

B VELVTI si luminare A sit vt 16, B verò vt 8, erit per 8. propositionem huius libri luminis ex A effusi vniforme decrementũ, quod per æqualia spatia distenditur his numeris expressum 16, 8, 4, 2, 1; luminis verò ex B decrementum per æqualia item spatia procedet his numeris 8, 4, 2, 1; vtriusque autem luminis summæ si in vnum colligantur, quemadmodum in singulis spatiis sibi mutuò respondent, prouenient summarij numeri 16, 9, 6, 6, 9. At quoniam per 30. huius, lumen quod inter vtrumque luminare interiacet, ab extremis ad certum quemdam terminum perpetuò decrescit, suntq; luminare B, & lumen 8, quod proximè à luminari A excitatur, inter se æqualia; perspicuum est summum decrementum, seu minimum lumen, inter hæc locum exactè medium sibi vindicare, vtputa in E per præcedentem propositionem. Ex quo facilè patet propositi veritas. Nam longitudo A E longitudinem E B vno interuallo excedit; quocircà breuior est distantia minimi luminis E à luminari B, quàm à luminari A: est autem B ipso A minus ex hypothesi: igitur si inæqualia fuerint ipsa luminosa, minimum lumen, quod ex vtriusque occursu conflatur, infirmiori luminari propinquius erit; quod demonstrasse oportuit.



C

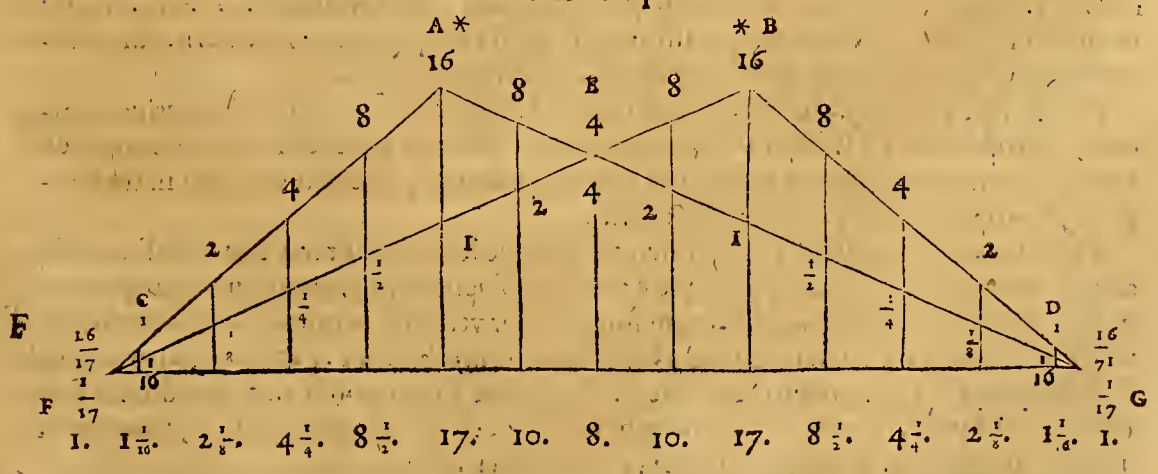
D

PROPOSITIO XXXIII. PROBLEMA.

Propositum sit occurrentium luminum proportiones numeris explicare.

QVEMADMODVM suprà proposit. 26. concurrentium luminum vniforme decrementum propriis numeris expressum, legentium oculis spectandum dedimus; simili modo in præsenti propositum sit, proportiones occurrentium luminum accommodatis numeris exhibere: vt quæ hactenus fusè explicata sunt, hîc velut in compendium breuemque summam redacta, simul omnia vnico intuitu conspiciantur.

E



F

Duo itaque exponantur luminaria A & B inter se æqualia, vtrumque vt 16, sitque A C semidiametrus actiuitatis luminaris A; B D verò semidiametrus luminaris B: deinde vtriusque luminaris actio ex vtraque parte producatur numeris continuè proportionalibus, qui per medietates incedant, iuxta propositionem 8. quousque ad partes F & G

duorum simul luminum summaria in minimum naturale definiantur per 15. proposit. A
libri huius: tum summæ ex luminum compositione singulis spatiis subscribantur, quæ quidem partim occursum indicabunt, qui inter A & B intercidit; partim concursum, qui fit ab A versus F, & à B versus G, vt in definitionibus ad propositionem 16. est explicatum. Sic itaque se habebit luminum profusio, siue per concursum, siue per occursum, in qua ea omnia quæ hactenus sparsim sunt demonstrata, simul congesta intueri licebit.

Primò namque apparet singulorum luminarium actiones ex mutuo concursu vel occursu nec segniores fieri, nec vegetiores; sed eumdem prorsus effectum in singulis interuallis à singulis luminaribus produci, quem suapte natura ac vi præstare sunt apta, & B
quem proferrent seorsum exposita, & solitaria actione; vt propositione 20. & 27. fusiùs est pertractatum.

Deinde animaduertere licet vtriusque luminaris A & B actionem ex vtraque parte longiùs prouehi ex alterius consortio, quàm si vnumquodque per se ageret, vt propositione 22. & 29. atque ex ea quidem parte, qua vnum alteri occurrit lumini, multò longiùs, quàm ex ea qua cum altero congreditur. Exempli causa, luminare A (idem verò iudicium esto de B) proportionalibus numeris lumen effundens, terminum propriæ actiuitatis habet C, vbi minimum naturale progignit vt 1. At cùm eodem loci luminare B, propter concursum proferat $\frac{1}{16}$ eum scilicet numerum, qui continuata proportione per octo spatia ordine subsequitur, fit vt in C lumen ex A nondum deficiat: siquidem summa totius luminis in C superat minimum naturale parte vna decima sexta. Igitur parte aliqua spatij C F, quæ vnum æqualium spatiorum non exæquet, longiùs prouehetur, eò scilicet vsque vbi lumen quod vt 1 esse dicimus producat $\frac{1}{2}$, lumen verò quod vt $\frac{1}{16}$ proferat $\frac{1}{17}$. At enim hi numeri $\frac{1}{17}$ & $\frac{1}{17}$ in vnum compositi minimum naturale exæquant, & eam inter se rationem habent, quam 16 ad 1, quales ipsos esse oportet, cùm ij qui in A, ac ceteris item interuallis inter A & C interiectis existunt, eamdem proportionem habeant. C

Nunc quòd idem luminare A multò longiùs actionem suam protendat versus B, quà alteri lumini occurrit, quàm versus C, ex eo manifestè probatur, quòd versus B concursu simul & occursu alterius luminis ipsius actio promoueatur; illic verò solo concursu. D
Verum ostendi id ipsum potest in descripto schemate: nam cùm quatuor interuallis distet B ab A, vbi A propria facultate producit vnum, scilicet minimum naturale, ibi B primùm agere incipit; cumque in D eius actio peruenerit, nondum finem agendi faciet, sed tantumdem progredietur vlteriùs versus G, quantum actio luminaris A ex C progressa fuit in F; sic vt æquale futurum sit spatium D G ipsi C F: at distantia A D maior est quàm A C: igitur A G quàm A F maior erit. Quare longiùs protendetur actio luminaris A versus B, quà ipsi occurrit lumen ex B, quàm versus C; quod ostendisse oportuit.

Præterea videre est ab A ad C, & à B ad D, quibus spatijs lumina vnà congrediuntur, per singula spatia compositum lumen per medietates decrescere. Quoniam enim in constructione schematis ex B in D alterum lumen per medietates progreditur his numeris 16. 8. 4. 2. 1. alterum verò etiam per medietates his numeris 1. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{8}$. $\frac{1}{16}$. fit per E
18. quinti Euclidis, vt & eorumdem summæ, hoc est compositi ex ijs numeris, qui in singulis spatijs reperiuntur, eadem proportione continuò decrescant.

Rursus vides vtriusque luminaris actionem ad finem sphæræ actiuitatis alterius pertinere, vt propositione 25. diximus. Eousque enim ambo vnà procedunt, quoad lumen ex vtriusque actione conflatum minimum naturale exæquet. Hic autem finem natura imponit, vt propositione 15. est demonstratum.

Demum, quod caput est, patet lumen ab vtroque luminari inter A & B diffusum inde ab ipsis luminaribus ad medium vsque E perpetuo decremento minui, quod propositione 30. ostendimus; esseque minimum lumen inter vtrumq; luminare exacte medium, F
vt propositione 31. In A namque & B summaria luminum sunt vt 17, atque in proximis deinde spatijs vt 10, in medio verò E vt 8. Sic igitur in proposita numerorum serie ea omnia cernuntur, quæ de luminum concursu & occursu disputari possunt, quæ sagaci Lectori proprio studio atque industria perquirenda relinquimus.

Porrò si inæqualia sint ipsa luminosa, nihil ab hac discrepabit numerorum constitutio; modus autem eos in ordinem redigendi, & quæ circa ipsos versantur explicandi, tum ex hac descriptione, tum ex ijs quæ propositione 26. proposuimus, desumi poterit. Itaque de his satis: nunc ad luminis illapsum gradum faciamus.

DE

A

DE LVMINIS ILLAPSV.

PROPOSITIO XXXIV. THEOREMA.

Lumen ad opacum corpus appulsum, non fit per se intensius.

B EA fuit quorumdam Philosophorum opinio, vt dicerent lumen obiectu corporis opaci prohibitum illustrius fieri, seu, vt loquuntur ipsi, impeditum ab extensione lumen conferre se ad intensionem, quasi compensando in proprio subiecto, quod in alienum transfundere non potuit: eiusque rei causam in antiperistasin retulerunt, cuius etiam vi subterranea loca æstate frigidiora, hieme verò calidiora euadunt.

At priùs huius sententiæ originem inspiciamus quàm eam confutemus. Quando lumen per diaphanum corpus translabitur, nec vlla inde recta profluentia ad adspectum nostrum porrigitur, fit, vt in diaphano nullum lumen conspicuum sit: prohibitum verò corpore opaco terminatur, indeque ad nos reflectitur, quo ipsum opacum corpus videatur tamquam nitore quodam, quà luminosum spectat perfusum. Hinc igitur arbitrati

C illi sunt lumen corpore opaco prohibitum, velut aduersus obsistentem vim conualescere, fierique intensius.

Verùm cùm nihil lumini aduersetur quod ei interitum machinari aliquando possit, non intendetur lumen ipsius occursu, velut contrarij circumstantia, quam Antiperistasin dicunt; fatendum tamen est, radijs ab opaco corpore repercussis, vicinum medium excellentiori gradu inclarescere. Quod namque proximo deinceps medio impertiri debuerat, obsistente opaco, in se reciprocando sibi ipsi impendit; sicque ex accidenti, non verò per se prohibitum ab vlteriore progressu lumen intenditur.

PROPOSITIO XXXV. THEOREMA.

D *Quatuor de causis obuia quæque corpora impensiùs illustrantur, vel propter lucidi magnitudinem, vel ob propinquitatem, vel propter fulgoris excellentiam, vel propter directum radiorum incursum.*

PRÆNOTANDVM hoc loco est, cùm ab hisce modis vberiorem illuminationem prouenire dicimus, cetera paria esse oportere. Fieri namque potest, vt maius luminare propter luminis imbecillitatem segniùs agat, vti etiam si remotiùs existat. Eodem modo interdum fit, vt quod procul si-

E tum est, longiùs actionem producat, si aut grande sit, aut exquisito nitore fulgeat. Item contingit subinde id quod obscuriùs lucet, si aut propè sit, aut magnũ, rem obiectam illustriorem reddere. Denique quod remotum est, subinde plus luminis recipit quàm quòd propinquum, etiam ab obscuriori luminari, si directò in id radij procidãt: quocircà iure vti cetera paria sint deposcimus. Iam verò singulas huius propositionis partes ordine explicemus.

Quòd ad insigniorem illustrationem plurimùm conducat lucentis corporis magnitudo, secunda hypothesis huius libri apertè conuincit. Vbi namque vberior est luminis profusio, illic amplior est obiecti corporis illustratio: at à maiore luminari maior radiorum affluentia subministratur: igitur luminare maius impensiùs rem propositam illu-

F minat. Assumptio probatur, quia maius luminare plures partes habet, à quibus cùm singuli radij procidant per primam propos. huius libri, consequens est, vt maior prouentus luminis à maiore luminari obueniat, ac proinde & maior illuminationis effectus; quod primò ostendendum erat.

Deinde quòd & propinquitas non parum ad hanc rem faciat, ex quinta propositione huius libri demonstratur. Cùm enim longiùs effusum lumen sensim languescat, quò propinquius illud erit suæ origini, eò erit excellentius, ac propterea rem quoque propiùs adductam vberiùs perfundet, impensiusque illustrabit.

Tum & ab exquisitiore fulgore nobiliorem effectum emanare ex ipsa causæ essentia,

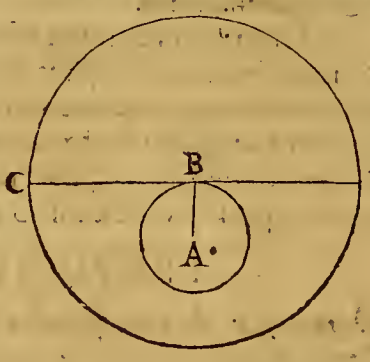
iisque quæ sæpè hactenus sunt repetita, facilè potest demonstrari. Etenim effectus omnis A
causæ naturam ingeniumque æmulatur, tantumque accipit, quantum illa conferre suapte vi potest: at lumen intensius ipsum quoque est efficacius: igitur quod luminis apprimè est particeps, exquisitiùs ea quæ obijciuntur illuminat; quod tertiò erat demonstrandum.

Denique, quòd directa radiorum procidentia efficaciùs res obiectas illustret, quàm obliqua, ex secunda hypothesi huius libri manifestè patet. Nam si propiùs ad normã accedit radiorum illapsus, clariùs id quod obiecto corpore suscipitur lumen enitet, quod sanè nemo inficiabitur, qui intelligat radiorum extremitates, quibus obiectum corpus attingitur, tum minimo à se spatio diffidere, cùm ad normam exactè incidunt, tum verò B
maximo, cùm angulos faciunt quàm maximè obliquos. id quod experimento etiam facilè addisces, si lucernæ obijcias fragmentum chartæ, nunc directè, nunc obliquè: perspicies enim chartam longè clariùs directo radiorum illapsu illustrari, quàm obliquo.

PROPOSITIO XXXVI. THEOREMA.

A puncto sphæræ luminosæ medius dumtaxat virtutis orbis illustratur.

Esto lucida sphæra A, eiusque punctum B radios de se profundens B C C
& B D, qui sphæram quidem in B contingant, minimè autem secent: hos dico radios rectã lineam efficere. Ducta enim ex sphęræ luminosæ centro A ad B recta quadam linea A B, constat per 18. tertij Euclidis hanc vtrique B C & B D perpendicularem esse. Quare æquales sunt anguli A B C & A B D, vtpote recti. Ac proinde recta erit C B D linea per 14. primi Euclidis: inter hanc igitur & sphęrę nitentis ambitum altera recta linea non cadet per 16. tertij Euclidis. Quapropter B C & B D extremi sunt radij, qui à puncto B lucentis sphęræ porriguntur. Quòd si ergo centro B, interuallo autem B C vel B D sphæra actiuitatis descripta intelligatur, erit C D eius dimetiens, planumque per C D actum sphæram bipartitò diuidet per 6. primi Sphęricorum Theodosij. Itaque quod demonstrasse oportuit, à puncto sphęræ luminosæ medius dumtaxat virtutis orbis illustratur.



D

Porrò nomine puncti luminosi non intelligimus hoc loco indiuiduum omnino signum, quod sola mens assequitur, verùm sensibile quiddam perexiguum, quod Philosophi quidam indiuisibile physicum appellant, alij minimum naturale. Illud siquidem vti nullam habet extensionem, ita nec qualitatem aliquam corpoream suscipere, nec ad minimum interuallum actionem effundere potest. Quod quia in sequenti sermone sæpè E
intelligendum occurret, semel præmonuisse sufficiat.

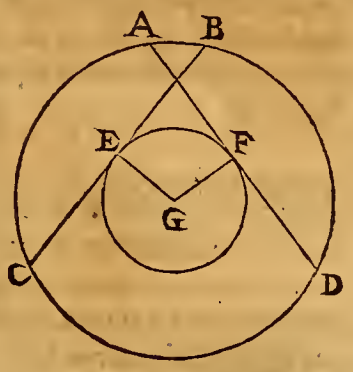
PROPOSITIO XXXVII. THEOREMA.

Quæ à luminoso æqualiter distant, ea pari illustrantur vigore, propinquiora vberiùs, remotiora parciùs.

Nam quia per quintam propositionem huius libri lumen à corpore luminoso longè lateq; diffusum continuo decremento minuitur, sic vt in æquali distantia æquale lumen existat, in propinquiori maius, & in remotiore minus; consequens omnino est, vt ea quæ lucido corpori sunt viciniora, insigniori lumine perfundantur; obscuriore verò, quæ sunt remotiora; æquali autem, quæ pari interuallo à prima origine, seu sphęræ centro distant. Nam æquè intensa lumina æquali vigore, pariq; gradu obiecta illustrant: at lumẽ intensius maiore pollens virtute clariora reddit obiecta, obscuriora verò id quod tenuius est atque infirmius. Ceterùm, quod non semel monuimus, paria esse oportet reliqua omnia quæ circũstant.

Quod de puncto luminoso est dictum, simili, at proprio quodam pacto de sphæroide luminoso est intelligendum. Hoc enim si in medio sphæræ luminosæ amplioris constituatur,

A tuatur, eius cauam ſuperficiem æqualiter vndique illuminabit. Eſto namque ſphæroides luminoſum E F, cuius centrum G; quodque circumſtat opacum corpus eſto C A B D orbi lucido parallelum, atq; ex eodem centro G decircinatum: dico à ſingulis punctis corporis luminoſi æquales partes opaci æquali lumine perfundi. Sint enim in ſuperficie luminaris accepta quæcumque puncta E & F, per quæ rectè agantur tangentes A D & B C, per 17. tertij Euclidis: atque ad loca contactuum E & F, ex centro G rectè educantur G E & G F; quæ B per 18. tertij Euclidis ipſis A D & B C perpendiculares erunt. Quamobrem A D & B C, æqualiter à centro diſtabunt, per 4. definitionem tertij Euclidis; ſiquidem G E & G F, æquales ſunt inter ſeſe per circuli definitionem. Igitur & ipſæ A D & B C, inter ſe æquales erunt per 14. tertij Euclidis, quæ proinde æquales peripherias de maiore circulo C A B D auferent per 28. tertij Euclidis. Ex quo tandem id quod propoſitum fuit apertè concluditur. Nam per tertiam tertij Euclidis æquales ſunt inter ſe radij E B & E C, ac eodem modò F A & F D, inter ſe æquales. Cùm verò tota A D, toti B C oſtenſa iam ſit æqualis, erunt & E B & E C ipſis F A & F D, ſingulæ ſingulis æquales. Igitur qui ab vnoquoque puncto ſphæroidis luminoſi in cauam ſuperficiem opaci corporis procidunt radij, C ſunt inter ſe æquales: quare & lumina vndequaque diffuſa ipſam C A B D ſuperficiem ex æquo perfundunt; quod erat probandum.



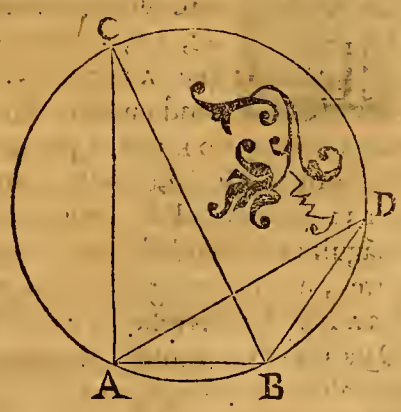
PROPOSITIO XXXVIII. THEOREMA.

Poſsibile eſt opacum corpus ex inæquali diſtantia ſigni luminoſi radiis ex æquo perfundi.

CONSTAT ex 35. propoſitione huius libri, impenſius lumen in obiecto opaco poſſe & ex propinquitate luminaris, & ex directa procidentia radiorum prouenire. Itaque nil vetat quin id quod luminis radios directò D ſuſcipit, tametſi longiùs abſit, æquè tamen illuſtretur, ac id quod propiùs eſt, ſi in id radij obliquioribus angulis procidant. Nam quod minùs præſtat luminaris diſtantia, id ſupplet directus radiorum illapſus; & quod confert propinquitas luminaris, id minuit corporis illuſtrati obliquitas. Ergo in vtraque conſtitutione, quoniam pares inter ſe cauſæ decertant, par ſit vtrimque pugnæ euentus neceſſe eſt.

Porrò locum, in quo hæc æqualitas ſuſcepti luminis contingit, circulo deſignat Franciſcus Maurolycus in Photiſmis recèns in lucem editis, theoremate quinto, in hunc modum:

Eſto id quod illuſtratur A B, C verò locus vnde ſignum luminoſum radios promittit: circa C A B circulus deſcribatur per 5. propoſitionem quarti Euclidis, in cuius peripheria ſumatur alius locus D, ipſi A B E quàm C propinquior: ait Maurolycus ex D & C obiectum A B radiis ex æquo perfundi, quòd ſcilicet per 21. tertij Euclidis æquales ſint C & D anguli, vtpote ſegmento eodem comprehenſi; ideoque in eis par denſitas radiorum, ad eamdem A B quæ vtrique ſubtenditur baſin.



PROPOSITIO XXXIX. THEOREMA.

F *Radioſum ſignum in centro, vel peripheria ſphæræ conſtitutum, totam cauam ſuperficiem æquali nitore perfundit.*

HOC idem proximè citatus Maurolycus theoremate 7. ex eo demonſtrat, quòd per vltimam ſexti Euclidis in circulo anguli inter ſe eam rationem habeant, quam peripheriæ quibus inſiſtunt, ſiue ad centrum, ſiue ad circumferentiam anguli ſint conſtituti. Ergo, inquit, æquè denſi radij à centro vel ſigno quopiam circularis perimetri, ad omnem partem cauæ peripheriæ incidunt. Quod verò in circulo, id quoque in ſphæra locum habet. nam omnibus

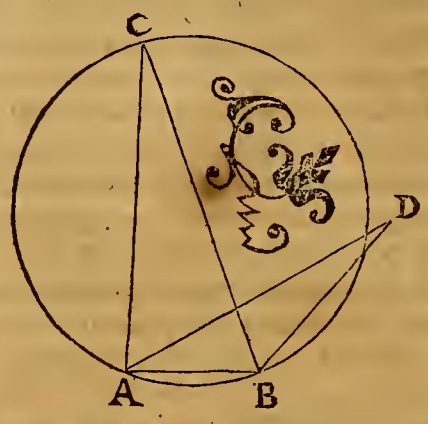
bus quotquot per ſignum radioſum ducuntur, circulis id euenit, vt ex æquo lumen par- A
ticipent. Igitur quandoquidem ſphæra ex circuli ductu circum immotum axem confle-
tur, & toti ſphæræ commune hoc erit, vt à radiante ſigno, in caua parte centróve con-
ſtituto, vniuerſa interior ſuperficies æquali nitore perfundatur; quod erat propoſitum.

PROPOSITIO XL. THEOREMA.

Fieri & id poteſt, vt radioſum punctum è propinquiori loco rem obiectam minùs illuminet, quàm è remotiori.

B

IGNVM luminoſum C, vt ſuprà, ſubiectum opacum corpus AB irradiet. Circa tria verò hęc puncta A, B, & C, circulus deſcribatur per 5. propoſitionem quarti Euclidis: extra circuli verò ambitum locus alius ſignetur D, opaco AB propinquior quàm C: ait Maurolycus theoremate 4. è loco D viciniore minùs, quàm ex C remotiori obiectum AB illuſtrari, quòd angulus ADB angulo ACB ſit minor, vt ex 21. prop. tertij libri Euclidis facilè colligi poteſt: ſiquidem ſi ad alterum punctorum quibus AD & BD circulum interſecant ſuper communi baſi AB triangulum conſtituatur, erit huius ad verticem angulus angulo ADB maior per 21. primi Euclidis; at æqualis eſt ille ipſi ACB angulo: igitur ADB angulus angulo ACB eſt minor; atque idcircò ex D quàm ex C minùs conferti radij procidant, minorque luminis affluentia in obiectum opacum corpus ſuſcipiatur.

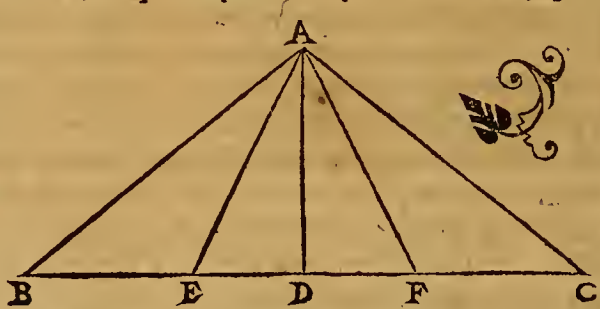


C

PROPOSITIO XLI. THEOREMA.

Opacum planum à puncto lucido illic apprimè illuſtratur, vbi radius ad normam incidit; hinc verò quò longiùs abducuntur eò ſemper obſcuriùs. D

ESTO punctum luminoſum A, ex quo in planum opacum BC radij quotcumque procidant AB, AC, AE, AF & AD, ſitque AD ipſi BC perpendicularis. Erit igitur angulus ADE rectus per 10. definitionem primi Euclidis: cumque per 32. primi Euclidis, cuiuſcumque triãguli tres anguli duobus rectis ſint pares, erit in triangulo AED angulus ADE duobus reliquis AED & EAD æqualis, ac proinde vtrolibet illorum maior. Quare per 19. primi Euclidis, radius AE radio AD maior erit. Rurſus cùm angulus AEB æqualis ſit duobus angulis ADE & EAD, internis ſcilicet, & oppoſitis trianguli ADE, per 16. primi Euclidis, ſitque ADE rectus, erit AEB recto maior, ideoque & maximus trianguli AEB. Quocirca qui ei ſubtenditur radius AB, maximum latus trianguli AEB claudet, eritque proinde radio AE maior per eamdem 19. primi Euclidis. Atque ita deinceps, quò remotiores erunt à perpendiculari AD radij, eò ſemper longiores eſſe conuincentur. Itaque per 37. ſuperiorem propoſitionem planum opacum BC à puncto lucido A ad partem D maximè illuſtratur, vbi perpendicularis radius AD omnium breuiſſimus incidit: deinde verò ad ceteras partes tantò vberiùs, quantò fuerint perpendiculari viciniores, ad quas ſcilicet radij breuiores attingunt: tum denique omnium minimè ad remotiſſimas, quę longiſſimos radios excipiunt; quod erat enucleandum. Accedit huic rationi quæ ex prolixitate radiorum deſumpta eſt, obliquus etiam remotiorum radiorum illapſus, quo obiectum minùs illuſtrari contingit, vt propoſit. 35. docuimus.



E

F

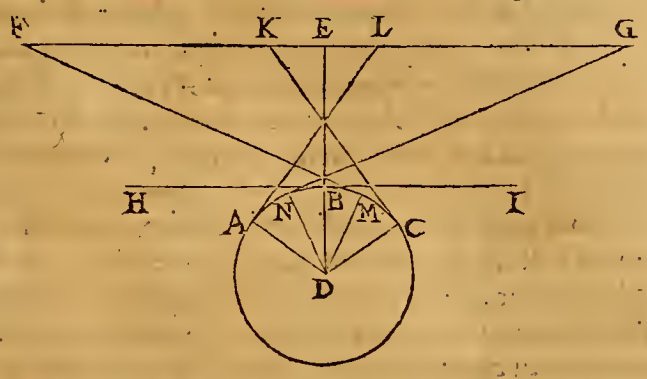
PRO-

A

PROPOSITIO XLII. THEOREMA.

Sit lucida sphæræ portio hemisphario minor, è cuius medio perpendicularis excitetur: dico circa hanc præcipuum lumen existere, inde verò semper minus.

B ESTO sphæra cuius centrum D, parsque luminosa A B C, hemisphario minor, per cuius medium B ex centro D recta agatur D E: sit item opacum corpus ita oppositum, vt D E ipsi sit perpendicularis per 11. primi Euclidis: deinde ducatur H I per 17. tertij Euclidis, quæ sphæram contingat in B: eodemque modo contingentes ducantur A L, C K, N G, & M F, quæ omnes per 18. libri

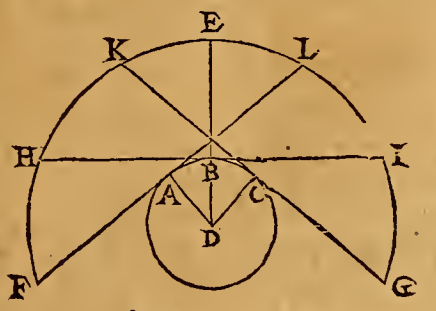


C tertij Euclidis perpendiculares erunt semidiametris A D, C D, N D, & M D, qui à contactibus ad centrum G destinantur.

Dico igitur partem K L omnium impensissimè illuminari, quòd omnium punctorum A, N, B, M, C radios excipiat: minùs verò illustrari partes F K & L G, à perpendiculari D E remotiores, quòd quatuor tantùm punctorum, N, B, M & C, radij eò pertingant: siquidem ex A nequit radius vltra L versus G protendi, per 16. tertij Euclidis, quòd A L semidiametro A D sit perpendicularis per 18. tertij Euclidis: sic neque ex C vltra K radius educi potest versus F. Igitur partes perpendiculari D E viciniores magis, ceteræ verò quò remotiores, eò minùs illustrantur; quod erat demonstrandum.

At quoniam in præsenti constructione non ob hanc solam causam contingit par-
D tes E K & E L magis collustrari, quàm partes K F & L G, per 2. hypothesin, quòd hæ pauciores luminis radios excipiant; verùm etiam quia à luminoso corpore longiùs abducuntur, vt propositione 37. est explicatum: nam parcior illuminatio tum à paucitate radiorum, tum à causæ imbecillitate prouenit, vt propositione 35. docuimus: idcircò fit vt partes lineæ F G ab E ad extremitates vsque maiorem in modum minuantur ob plurium causarum concursum.

Eapropter lubet huius theorematis veritatem etiam in opaco corpore, quod à luminoso æquidistet, ostendere. Sit enim corpus luminosum A B C portio sphæræ cuius centrum D: opacum verò corpus æquidistans, hoc est ex eodem
E centro descriptum sit F E G, in cuius sinum lumen recipitur: diuiso primùm arcu A B C bifariàm in B, è centro recta per B educatur D E: deinde per 17. tertij Euclidis ducatur H I contingens corpus luminosum in B: tum ex A & C, rectæ excitentur A L & C K, semidiametris A D & C D perpendiculares



per 11. primi Euclidis, quæ vtrimque productæ corpus opacum duobus in locis attingant; hæc nempe in K & G, illa verò in F & L.

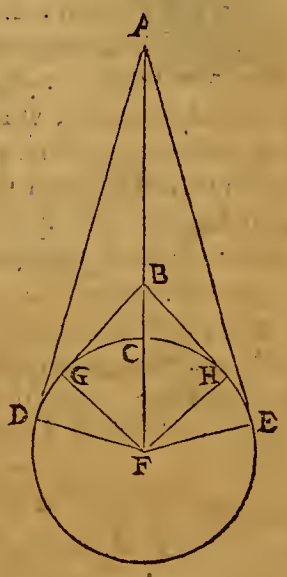
His ita constructis, manifestum esse aio partem K L omnium maximè illuminari, quòd trium punctorum A, B, & C radios excipiat; minùs verò illustrari K H & L I, quòd
F duorum dumtaxat punctorum radij eò pertingant; K H quidem à punctis A & B, L I verò à punctis B & C: siquidem à puncto C nullum lumen in partem K H incidit, sed in punctum K solum per 16. tertij Euclid. Ac similiter à puncto A nullum lumen in partem L I deriuatur, cùm vltra L lumen ex A versus I non progrediatur per eamdem 16. tertij Euclidis. Omnium denique minimè illuminantur H F & I G, quòd vnius tantùm puncti radio perfundantur: nempe pars H F radio puncti A: I G verò radio puncti C. Itaque partes radio perpendiculari viciniores magis, ceterę verò tantò minùs illustrantur, quantò fuerint remotiores; quod erat demonstrandum.

PRO-

PROPOSITIO XLIII. THEOREMA. A

A sphæra luminosa ad externum signum remotius plures radij attingunt, quàm ad propinquius.

SIT punctum A longiùs à sphæra lucida D C E dissitum quàm punctum B: dico punctum A à maiore parte sphæræ lumen recipere quàm punctum B. A sphæra namque ad signum A radij procidant D A & E A, qui sphæram contingant in D & E: & à centro F ad puncta contactuum D & E rectæ educantur F D & F E, quæ per 18. tertij Euclidis ad contingentes D A & E A perpendiculares erunt: eodemque modo ad B radij prosiliant contingentes sphæram in G & H, atque ad hos quoque rectæ ex centro applicentur F G & F H; quæ etiam ad tangentes radios G B & H B perpendiculares erunt per eamdem 18. tertij Euclidis. B



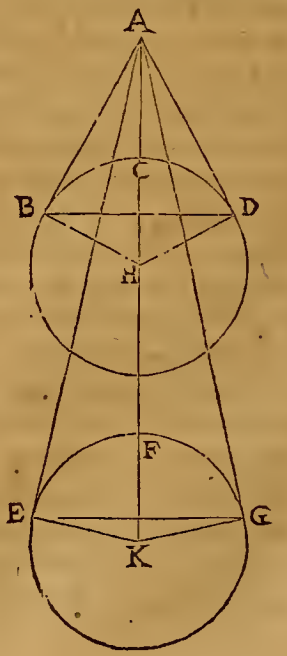
His ita constitutis, dico sphæræ lucidæ portionem D C E, quæ punctũ A illustrat, maiorem esse portione G C H, à qua punctum B illuminatur, quod in hunc modum probatur: Angulus A D F rectus est; ostensum est enim F D ipsi A D perpendicularem esse per 18. tertij Euclidis; eamdemque ob causam rectus est & B G F angulus: est verò latus G F lateri D F æquale, per circuli definitionem: sunt enim eiusdem circuli semidiametri. Igitur si linea F G lineæ F D, & angulus F G C angulo F D A superponi intelligatur, exactè sibi mutuò congruent: quare linea quoque G B in lineam D A incidet. Ponatur ergo mente D I ad punctum D ipsi G B æqualis per 2. primi Euclidis, erit quoque F I æqualis ipsi F B per 4. primi Euclidis: quoniam D I æqualis est ipsi G B, & F D ipsi F G æqualis, angulúsque F D I angulo F G B æquis lateribus comprehenso æqualis. Quare reliquum latus F I, reliquo lateri F B, ac totum triangulum F D I toti triangulo F G B æquale erit per eamdem 4. primi Euclidis. At maior est angulus D F A angulo D F I, nempe totus sua parte. Igitur & angulo G F B, idem angulus D F A maior erit per communem notionem. Cùm itaque angulus D F A angulo G F B sit maior, erit & arcus D C, cui ille insistit, arcu G C maior per 33. sexti Euclidis, & per scholium Clauij ad 27. tertij Euclidis; quod erat demonstrandum. C D

Hinc porrò non sequitur punctum A magis illuminari quàm punctum B. quod enim puncto A confert multitudo radiorum à maiore parte luminosi promissa, hoc puncto B præstat luminis excellentia ex propinquitate orta, vt ex 35. propos. huius manifestè patet.

PROPOSITIO XLIV. THEOREMA. E

Externum signum luminosum maiorem partem sphæræ remotioris irradiat, quàm propinquioris.

ESTO namque externum signum luminosum A, cui sphæra B C D propinquior sit quàm sphæra E F G: ab A verò radij procidãt luminosi A B, A D, sphæram B C D tangentes in B & D, radij item A E & A G sphæram E F G contingant in E & G: erunt igitur B C D & E F G portiones sphærarum, quas signum illustre A suo fulgore irradiat per 80. propositionem libri quarti.



Dico verò partem E F G remotioris sphęræ maiorem esse parte B C D propinquioris. Namque sphæræ ita disponantur, vt ab A per vtriusque sphæræ centrum recta extendi possit A H K: à centris autem ad loca contactuum rectæ educantur, quæ tangentibus perpendiculares erunt per 18. tertij Euclidis: quare recti erunt anguli A B H & A E K, triangulaque ipsa rectangula, in quibus ęquale quidem est latus H B lateri K E per circuli definitionem: at eorum qui rectis angulis subtenduntur, maius est A K quàm A H ex suppositione: maiorem igitur per 8. quinti Eucl. rationem habebit A K ad K E, quàm A H ad H B: quamobrem per 14. lemma libri quarti maior est angulus E K A quam

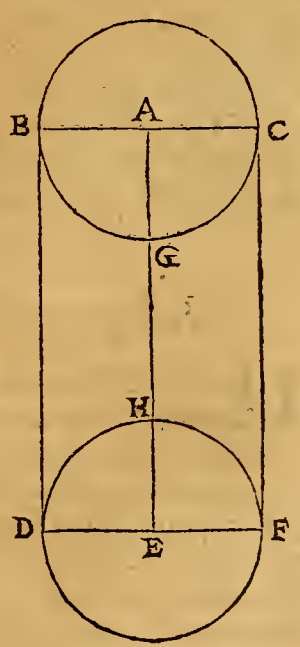
A B H A angulus: sed angulo B H A æqualis est angulus D H A per 4. primi Euclidis, quòd scilicet circa æquales angulos rectos A B H & A D H æqualia consistant latera, H B ipsi H D per circuli definitionem, A B verò ipsi A D per 5. lemma huius libri: eodem verò modo æqualis est angulus G K A angulo E K A: itaque trianguli E G K angulus E K G maior est trianguli B D H angulo B H D: siquidem inæqualium duplicia sunt inæqualia per communem notionem. Igitur duo reliqui anguli trianguli E G K, duobus reliquis trianguli B D H angulis sunt minores. cùm enim vnius trianguli tres anguli tribus alterius sint pares per 32. primi Euclidis, si ab æqualibus inæquales detrahantur, anguli relinquentur inæquales. igitur duo anguli K E G & K G E, duobus H B D & H D B sunt mi-
B nores. Est verò K G E ipsi K E G, & H D B ipsi H B D æqualis per quintam primi Euclidis: erunt itaque & horum dimidij inæquales, hoc est angulus K E G angulo H B D minor. Hi ergo si ab æqualibus rectis detrahantur, relinquetur angulus A E G angulo A B D maior, per communem notionem. Ex quo tandem colligitur per 32. tertij Euclidis, angulum in segmento E F G minorem esse illo qui segmento B C D inscribitur: ac proinde segmentum E F G segmento B C D est maius per 31. tertij Euclidis; quod erat demonstrandum.

Huic etiam veritati patrocinatur vltima propositio sexti libri Euclidis, qua ostenduntur æqualium circulorum peripheriæ eam inter se rationem habere, quam anguli ad centrum constituti. quoniam ergo ostensus iam est angulus E K G angulo B H D maior,
C erit & peripheria E F G ipsâ B C D maior.

PROPOSITIO XLV. THEOREMA.

Si sphæra luminosa sphæræ opacæ æqualis fuerit, media pars opacæ à media luminosa collustrabitur.

D HÆC & sequentes duæ propositiones ex Aristarcho Samio depromptæ sunt, libro De magnitudinibus & interuallis solis & lunæ: sunt verò & ad lunæ illustrationem, & ad defectiones vtriusque astri, & ad vmbram terræ, aliaque eius generis phænomena explicanda, apprimè vtiles. Hæc enim quæ imperitum vulgus summopere admirari solet, quo pacto fieri contingat, ex his velut propriis ex causis primisque principiis nullo negotio demonstrari poterit.



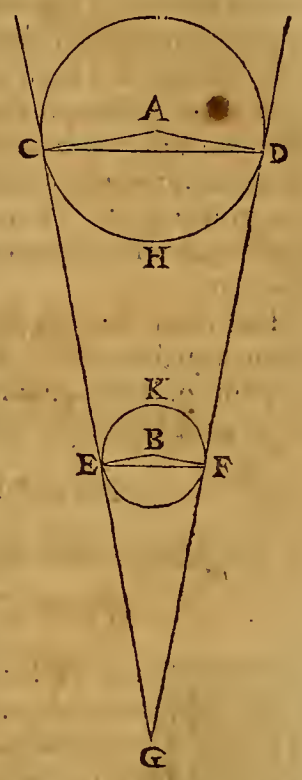
Propositio autem ita potest demonstrari: Esto luminosum corpus sphæricum A, corpus verò opacum E item sphæricum, ac luminoso æquale; per quorũ centra A & E dimetientes agantur B C & D F ei quę centra connectit A E perpendiculares per 11. primi Euclidis; quæ æquales erunt, quòd sphæræ supponantur
E æquales; ac proinde erunt & quæ à centro A B, A C, E D, E F, item A G & E H inter se æquales. Igitur & dimidiæ sphæræ B G C & D H F inter se æquales erunt per 7. Euclidis axioma. At si ab extremitatibus B & C radij porrigantur, qui sphæram opacam E contactu amplectantur, aio hos in D & F opacum corpus attingere. nam cùm B C & D F orthogonales constitutæ sint ipsi A E, erunt anguli, quos A E in B C & D F incidens facit, omnes recti per 13. primi Euclidis. Quare parallelæ erunt ipsæ B C & D F per 28. primi Euclidis, ac proinde & quæ has connectunt B D & C F
F parallelæ inter se erunt per 33. primi Euclidis: cumque anguli B D E & C F E recti ostendi possint, opitulante 18. tertij Euclidis, erunt & anguli D B A & F C A recti per 29. primi Euclidis. ex quo tandem efficitur rectas B D & C F vtramque sphæram ita contingere, vt eas minimè secent. Cùm ergo in punctis B, C, D & F tactiones fiant, radij B D & C F duo hemisphæria sibi obuersa complectuntur, nempe B G C & D H F: itaque si sphæra luminosa sphęræ opacæ æqualis fuerit, media pars opacæ à media luminosa collustrabitur; quod demonstrasse oportuit.

A

PROPOSITIO XLVI. THEOREMA.

Si sphæra luminosa maior fuerit opacâ, à minore parte luminosæ maior pars opacæ illustrabitur.

SIT sphæra luminosa A, maior; opaca verò B, minor: dico à minore segmento sphæræ A ad opacam sphæram B lumen pertinere, maiorem autem medietate partem sphęræ B illustrari.



B

Prima huius theorematis pars sic demonstratur: Ductis à luminosa A radiis C E & D F, qui vtramque sphęram contingant in punctis C, D, E & F, iungantur puncta contactuum rectis C D & E F. Cùm igitur maius sit corpus A corpore B, erit angulus E C D minor recto. si enim rectus esset, & F D C rectus foret; siquidem per 5. lemma huius libri angulus F D C angulo E C D est æqualis. quare C E & D F parallelæ essent per 28. primi Euclidis; ac proinde esset E F ipsi C D æqualis per 33. primi Euclidis. Est autem posita E F minor ipsâ C D: ergo & angulus E C D recto est minor: nam maior recto esse non potest per 11. axioma Euclidis; quoniam C E & D F productæ tandem in G concurrunt. Est igitur E C D angulus minor recto: quocircà per 32. tertij Euclidis erit angulus in segmento C H D recto maior. Vnde fit per 31. tertij Euclidis, segmentum C H D, à quo lumen in corpus opacum prouenit, reliquo minus esse; quod primò erat persuadendum.

C

Altera item pars huius theorematis, nempe maius segmentum corporis opaci illuminari, sic probatur: Angulus C E F recto maior est: si enim rectus esset, sequeretur vt suprà, C D æqualem esse ipsi E F: posita est autem maior: ergo & angulus C E F recto est maior: neque enim minor recto esse potest, cùm E G & F G concurrant in G per vndecimum Euclidis axioma. Quare per 32. tertij Euclidis erit angulus in segmento E K F recto minor. ex quo tandem efficitur segmentum ipsum E K F reliquo segmento maius esse per 31. tertij Euclidis; quod erat ostendendum.

D

CONSECTARIVM I.

Sol maiorem portionem corporis lunaris illuminat.

HOC ex præsenti theoremate perspicuè sequitur. Etenim sol lunari orbe multis partibus est maior: itaque radij ab ambitu solis profusi maiorem lunæ portionem comprehendunt. Quæ sanè causa est cur non statim ab oppositione solis luna manifestè decrescere incipiat: siquidem pars lunæ quæ à nobis aspicitur, medietate minor est per 82. propos. libri quarti. Cùm ergo illa quæ illuminatur, hemisphærio sit maior; aliquanto adhuc tempore, postquam ab oppositione sol ac luna discessere, pars lunæ visa totius illustratæ partis ambitu continetur; atque eapropter nondum videtur decrescere. imò vix altero post oppositionem die præcisus imminutúsve esse circularis ipsius ambitus manifestè deprehenditur, quod menstrua docet obseruatio.

E

CONSECTARIVM II.

Terræ maiorem medietate plagam sol perlustrat.

F

ID quoque ex eodem theoremate manifestè consequitur: quippe sol terrestri orbe longè maior existit. Fuit autem id mortalium habitationi peropportunum, vt scilicet in illa aëris temperie, qua singula procreantur, viuunt ac conseruantur, non ex æquo perfectaque iustitia calor & frigus decertarent; sed plus viuifici caloris quàm nocentis frigoris admitteretur; quod profectò contrà eueniret, si sol minorem medietate partem terræ suo fulgore illustraret, vt ex dictis manifestum est.

CON-

A

CONSECTARIVM III.

Sol ante exortum, & post occubitum etiam tum spectabilis est.

Ex secundo consectario illud inferre licet planè paradoxum, solem posse à nobis spectari priusquàm exoriatur, & posteaquam occubuit. Quod ita est explicandum, vt tum oriri sol intelligatur, cùm supra verum horizontem assurgit; occumbere verò, cùm infra deprimitur. Est porrò verus horizon circulus sphæræ maximus, ipsam bipartitò diuidens in hemisphærium superum, & in hemisphærium inferum, qui pro regio-
B nis varietate alius semper atque alius est. Nos igitur in fastigio nostri hemisphærij consistentes, quadrante vndique à finitore absumus, ab iis verò qui nobis tota diametro aduersantur, integro distamus semicirculo. Si itaque à pedibus nostris ad nostros antipodas semicirculus descriptus in terræ superficie intelligatur, per eam lineam quæ à sole ad centrum mundi extenditur, isque mundi centro affixus, animo circumducatur, hemisphærium describet, vltra cuius ambitum solis radij vndique pertingent per 2. consectarium. Sint autem, gratia exempli, duo gradus ad quos vltra fines concepti hemisphærij sol radios protendit. Palàm igitur solem gradu vno sub horizonte mersum adhuc à nobis conspici posse: quippe eius imago, adspectabilisque forma, hoc est lumen, recta ad nos linea protenditur, cùm gradu vno vltra stationem nostram proferatur. Sic itaque
C ante exortum, postque occubitum sol adhuc spectari à nobis potest; quod erat explicandum.

PROPOSITIO XLVII. THEOREMA.

Si sphæra luminosa minor fuerit opacâ, à maiore parte luminosæ ad minorem opacæ lumen proueniet.

D 

Hæc propositio eodem modo demonstrari potest, quo præcedens. Eadem namque manet figuræ species, eademque partium dispositio; sola verò permutantur nomina, vt nunc luminosum dicatur, quod antè opacum erat, & è conuerso: quocircà eadem quoque demonstratio solis terminis commutatis subsistit. Habet autem locum hoc theorema in sphæroidibus corporibus, quæ ab accensis lychnis illustrantur: item in luna, terræ comparatione; hac siquidem luna est minor ex Astronomorum sententia: quæ etiam causa est cur terræ vmbra à sole promissa, subinde totum lunare corpus non inuoluat, quamuis hæc duo sidera è diametro sibi mutuò opponantur, vt inferiùs suo loco dicemus.

CONSECTARIVM.

E *Luna oriens non videtur, & ante occubitum disparet.*

Mirvm id prima fronte videbitur, & præter sapientum etiam opinionem constitutum: nam quî fieri potest, vt luna, posteaquam finitorem subiir, nondum appareat, & priusquam subtus mergatur, aspectui nostro eripiatur, præsertim si terræ impedimenta sublata intelligantur: sed si rectè explicetur, mox veritas elucescet. Oriri atque occumbere tum astra dicuntur, cùm verum horizontem attingunt, cumque assurgendo sensim supra horizontem emerserunt, tum perfectè exorta esse intelligendum; quemadmodum absolutè occubuisse, cùm tota infra horizontem procubuere. Est autem verus horizon, vt paulò antè dicebamus, circulus sphæræ maximus, qui ipsam bipartitò diuidit, superumque hemisphærium ab infero disterminat.

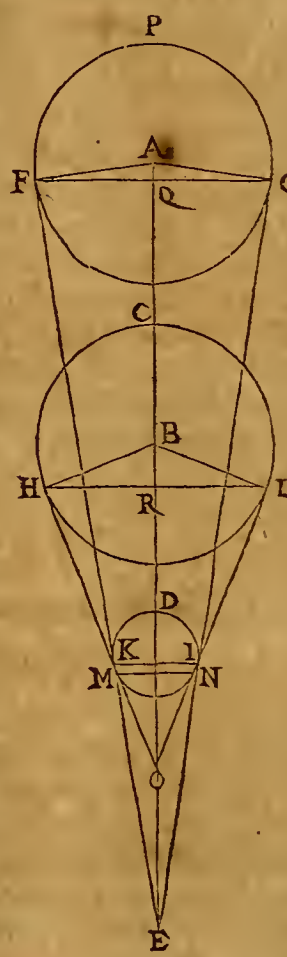
F Cùm igitur luna terreno orbe sit minor, consequens est per iam demõstratum theorema, terræ portionem medietate minorem à luna illustrari. Cùm ergo media lunæ pars supra horizontem scandendo peruenit, aut subtus occumbendo demersa est, tum terrestris plagæ, quæ illustratur, ambitus procul à nobis disiunctus est: nos siquidem terræ fastigio insistẽtes, quarta orbis parte ab horizonte absumus. Quare si ad nos vsque orientis vel occumbentis lunæ splendor attineret, media terræ portio illuminaretur; quia igitur minorem medietate plagam suo fulgore luna irradiat, cuius extremitas non exiguo spatio à nobis disiungitur, palàm est lunam orientem necdum videri, & ante occubitum aspectibus nostris eripi.

A

PROPOSITIO XLVIII. THEOREMA.

Sphæroides luminosum maius è propinquo ampliorem partem opaci irradiat quàm è remoto.

ESTO lucida sphæra A remotior à sphæra opaca M D N quàm sphæra B: dico à B maiorem portionem opacæ irradiari quàm ab A. Sint namque sphęræ ita constitutæ, vt rectà A E per omnium centra transeat, radiique procidant tangentes F K, G I, H M, & L N, qui omnes producti ad partes sphęræ opacæ in lineam A E congrediantur per 12. lemma, F K quidem & G I remotiùs puta in E; H M verò & L N propiùs, nimirũ in O, per lemma 13. sic vt maior sit A E quàm B O: quoniam igitur in triangulis A F E & B H O rectus est vterque angulorum A F E & B H O, latusque A F lateri B H æquale per circuli definitionem, maiorem proportionem habebit A E ad A F, quàm B O ad B H per 8. quinti Euclid. Itaque per 14. lemma libri quarti maior erit angulus F A E quàm angulus H B O.



Rursus cùm A E, quæ per sphærarum centra extenditur, secet vtramque F G & H L bifariàm per 6. lemma huius libri, & ad angulos rectos ipsas secabit per 3. tertij Euclidis. In triangulis igitur A F Q & B H R anguli A Q F & B R H recti sunt: quare duo reliqui vnius trianguli simul sumpti, duobus reliquis alterius simul sumptis sunt æquales; quippe per 32. primi Euclidis cuiuscumque trianguli tres omnino anguli duobus rectis sunt pares. Ab illis proinde si inæquales detrahantur anguli, maior quidem F A Q & H B R minor, relinquetur A F Q, altero B H R minor. Atque hi rursus si ab æqualibus rectis A F E & B H O subducantur, relinquetur angulus Q F E angulo R H O maior per communẽ notionem. At qui in segmento F P G inscribitur angulus, æqualis est angulo Q F E per 32. tertij Euclidis: qui verò segmento continetur H C L, æqualis est angulo R H O per eamdẽ 32. tertij Euclidis. Igitur segmentum H C L segmento F P G maius est: quod scilicet minorem angulum capit, segmentum maius est; quod verò maiorem, minus, vt ex propositione 31. tertij Euclidis facilè colligi potest. Verùm segmento H C L simile est segmentum M D N, segmento verò F P G segmentum K D I simile per 10. lemma huius libri: itaque M D N segmentum segmento K D I est maius: quare sphæroides luminosum maius, quò propiùs ad opacum accedit, eò ampliorem eius partem irradiat; quod erat demonstrandum.

CONSECTARIVM.

Luna nunquam illustratur minùs quàm cùm est plena.

HOC quoque insigne est paradoxum. Quis enim non arbitratur lunam tum maximè solis fulgore perfundi, cùm plenitudinem fuerit adepta? Ea est vulgi æstimatio: verùm non ita se res habet; quippe eius semper maior medietate portio illustratur, vt ex proposit. 46. liquidò constat: siquidem sol ex Astronomorum auctoritate lunarem globum multis partibus magnitudine excedit, cùm ipso etiam terrarum orbe luna sit minor. At ea portio, quæ lumine solis illustratur, non semper æqualis est; sed iisdem ex causis nunc maior, nunc minor, quibus luna soli propinquior efficitur vel remotior. Est porrò ea causa duplex: vna scilicet motus lunæ menstruus, quo nunc soli coniungitur, nunc aliqua cæli plaga ab eo discedit, nunc terra interposita tota ei dimetiente opponitur; altera est motus ille, quo nunc ad augem euecta longissimè à medio vniuersi abducitur, nunc ab auge redux terræ proxima fit.

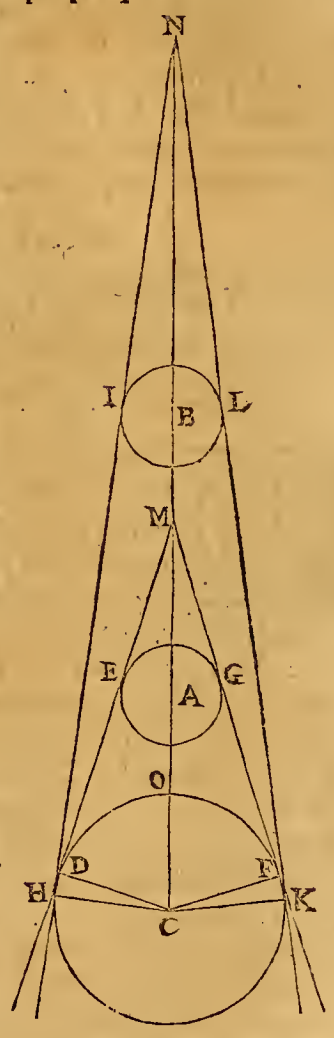
Perspicuum igitur est, lunam cùm ad fastigium augis conscendit, tum & soli proximam, & à sole remotissimam fieri. Atque in coniunctione quidem proxima est, in oppositione

A sitione verò remotissima: quippe in coniunctione, si in auge emineat, nihil solem inter & lunam intercedit, præter duorum cælorum Mercurij & Veneris densitates: hac ergo constitutione soli proxima est. In oppositione verò, cùm nimirum plenam nobis faciem obuertit, si in eodem sit auge, longissimè à sole dissidet: tum enim non modò cæli ipsi Mercurij & Veneris, sed etiam tota lunaris cæli diametrus ad conuexam peripheriam vtrimque extensa inter vtrumque astrum intercipitur. Palàm igitur per præsens theorema lunam numquam illustrari minùs, quàm cùm est plena; quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XLIX. THEOREMA.

B *Contrà sphæroides luminosum minus, si propinquius est opaco, minorem portionem illustrat, quàm si remotius existat.*

SIT sphæra luminosa nunc in A opacę C maiori propinquior, nunc in B ab ea remotior: dico ab A quàm à B minorem partem sphæræ opacæ illuminari. Ducantur enim contingentes radij D E & F G, qui producti concurrant in M: similiqué modo ducantur H I & K L, qui protracti in N conueniant; rectaque per omnium sphærarum centra agatur C N. A centro au-
C tem C ad contactus sphæræ opacæ semidiametri euocentur C D, C F, C H, & C K. Quoniam igitur in triangulis C D M & C H N, C D ipsi D M, & C H ipsi H N sunt perpendiculares per 18. tertij Euclidis; erunt anguli C D M & C H N recti. Sunt verò C D & C H inter se æquales per circuli definitionem; C N autem quàm C M maior per 13. lemma: igitur per 8. quinti Euclidis, maiorem proportionem habet C N ad C H, quàm C M ad C D: quare per 14. lemma libri quarti maior est angulus H C N quàm D C M angulus. Eodemque modo ostendetur angulus K C N angulo F C M maior.
D Compositus itaque H C K composito D C F est maior per communem notionem: igitur & arcus H O K arcu D O F maior conuincitur. Nam per vltimam sexti Euclidis in æqualibus circulis eamdem rationem habent anguli cum peripheriis quibus insistunt, siue ad centra siue ad peripherias constituti sint. Quare si sphæricum luminare minus, propinquius opaco fuerit, &c. quod erat demonstrandum.



Hæc & quæ proximè antecedit propositio, apprimè vtilis est ad intelligendum siderum illorum phænomena,
E *quæ vel excentrici orbis beneficio, vel etiam propria epicycli circumlatione, & à terra, & ab inuicem nunc longiùs nunc propiùs distant; cuiusmodi præcipua sunt sol ac luna. Sequentes verò septē propositiones ad lunæ incrementa ac decrementa pertinent; crescit enim perpetuò aut senescit, & modò curuatur in cornua, modò æqua portione diuiditur, modò sinuatur in orbem, eademque subitò enitet orbe pleno, ac repentè fit nulla, morata verò in coitu solis biduo, rursus ad easdem vices exit.*

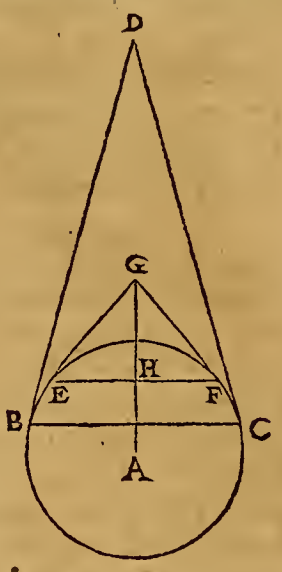
PROPOSITIO L. THEOREMA.

F *Si pars sphæræ collustrata, parsque visa bases habuerint parallelas, lumen aspectatum circulare & erit, & apparebit.*

ESTO sphæræ A pars collustrata B C, eaque parallela secundùm basin atque ambitum parti visæ E F; aut permutata vice sit pars illuminata E F, pars autem visa B C: dico E F eam scilicet partem, quæ illustratur & videtur, circularem esse, hoc est circulari ambitu circumscribi, & vt circulum apparere.

Prior huius theorematis pars ex propositione 81. libri quarti manifestè conuincitur. A

Posterior verò ita demonstratur: Ex G ad sphæræ centrum A recta ducatur G A: hæc quoniam ipsam E F iungentem contactus radiorum G E & G F bifariàm diuidit, per 6. lemma, & ad angulos rectos eam secabit per 3. tertij Euclidis: simili autem modo secat & reliquas quæ tactus radiorũ ex G ad sphæram procidentium connectunt: igitur G H & ad rectos angulos insistit basi eius segmenti, quod ex G conspicitur, & per eiusdem basis centrum transit. Quare per 62. libri 4. omnes dimetientes æquales visui repræsentantur, ipsaq; spectati segmenti basis, vt circulus conspicitur per circuli definitionem; quod secundo loco erat demonstrandum.



B

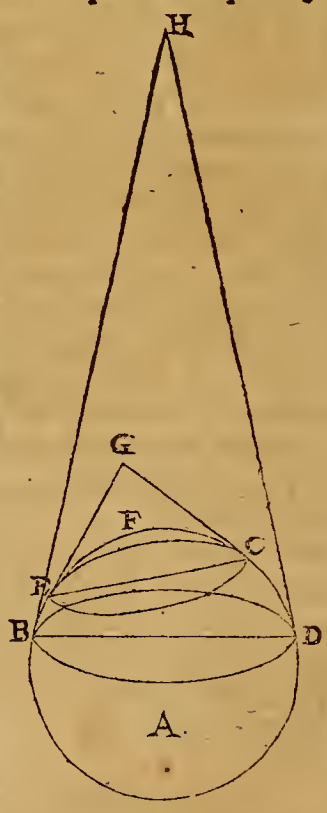
Eiusmodi porrò esset lunæ portio, quæ, nisi immanis terræ moles interpellaret, in directa solis oppositione à nobis conspiceretur: nunc verò quia terræ crassities inter vtrumque sidus interiecta solares radios prohibet arcetque, illa, cùm directè opponitur, lumine deficit; nullum proinde à sole acceptum luminis orbem spectandum exhibere potest.

C

PROPOSITIO LI. THEOREMA.

Si pars sphæræ quæ illuminatur, non fuerit parallela parti visæ, nec se mutuò secent; sit autem quod videtur, minus; pars luminis visa circulo continebitur, & vt circulus apparebit.

QVEMADMODVM superioris propositionis, quæ bases partis visæ partisque illustratæ parallelas supponit, geminus est casus, propterea quòd oculus corpusque luminosum loco permutari queant; ita huius quoque constitutionis, quæ bases partis visæ ac partis illustratæ nec parallelas supponit, nec sese intersecare concedit, duplex est casus: aut enim oculus sphæræ propinquior est quàm corpus luminosum, aut certè contrà corpus luminosum quàm oculus propinquius. Superiores duos casus vna propositione complexi sumus, quòd vna sit in vtroque spectatæ partis & illustratæ forma, eademque demonstratio: at hoc loco, quia ex oculi corporisque luminosi permutatione spectatæ partis forma magnam diuersitatem admittit, maioris claritatis gratia, distinctis propositionibus vtrumque casum studio proposuimus, quorum alter hac, sequenti alter explicabitur.



D

E

Igitur pars sphæræ A quam punctum H illustrat, esto B F D; pars autem quam oculus in G positus contuetur, esto E F C, cuius basis E C basi B D nec parallela sit, nec æqualis, sed minor, seque mutuò bases B C & E C non secent: dico E F C segmentum circulo contineri, ac circuli instar aspectui exhiberi: siquidem per 81. propos. libri quarti id sphæræ, quod spectatur, circulo definitur. At portio E F C, quæ ab oculo in G posito cernitur, tota luminosa est, cùm nulla eius pars extra segmentum B F D excurrat: igitur pars luminis visa circuli peripheria circumscribitur. Quòd autem eadem vt circulus appareat, ex præcedentis propositionis demonstratione manifestè conuincitur. Itaque si pars sphæræ collustrata non fuerit parallela parti visæ, nec se mutuò secent; sit autē quod videtur, minùs; pars luminis visa vt circulus apparebit; quod secũdò erat demonstrandum.

F

Id in luna manifestè videre licet: illa enim primo ac etiam secundo ab oppositione die luminis plenitudinem retinet, nec minùs circulare apparet eius lumen, quàm si è diametro soli opponeretur; vti è conuerso, non statim à coniunctione discedens, splendorem suum nobis ostendit.

CON-

A

CONSECTARIVM.

Apparens lunæ fulgor non statim ab oppositione solis decrescit.

EX hoc theoremate perspicuè sequitur, lunam, quamuis non mediocri spatio ab oppositione solis discesserit, nihilominùs plenam nobis videri, totoque circulo lumen de se ad nos profundere. Cùm enim maior medietate portio lunaris corporis à sole illustretur per consectarium primum propositionis 46. minor verò pars medietate à nobis conspiciatur per 82. libri quarti; sanè aliqua erit ea latitudo, qua licet ab oppositione so-
B lis aspectusque nostri directa interpositione diuellatur, nihilominùs lucida appareat tota illa portio, quæ à nobis conspicitur, vt liquidò ex dictis constat.

Est porrò non minimum vtriusque partis discrimen, eius scilicet quæ illuminatur, & eius quæ videtur; quod facilè conijcere quis poterit, si intelligat non priùs lunæ plenum ambitum manifestè incidi seu minui, quàm altero aut tertio ferè die à directa oppositione discesserit, vt aperta docet experientia. Cumque luna tredecim circiter gradus proprio motu diebus singulis conficiat, consequens est, vt magnum esse debeat partis illustratæ ac visæ discrimen.

PROPOSITIO LII. THEOREMA.

C

Si rursus pars sphæræ illustrata, & ea quæ videtur, non fuerint parallelæ, nec se mutuò secent, sit verò pars visa maior; erit quidē ambitus spectati luminis circularis, videbitur autem ellipsis.

STO in præcedente schemate sphæræ A pars illustrata E F C à puncto luminoso G; pars autem, quam oculus in H positus contuetur, B F D: palàm igitur segmentum E F C circulo definiri per ea quæ proposit. 81. lib. 4. sunt demonstrata. Quòd verò eadem pars E F C ellipsis appareat, sic pro-
D batur: Quoniam segmenti E F C basis E C minor est basi B D, nec eam intersecat, necesse est segmentum E F C totum videri. Rursus cùm E C ipsi B D parallela non sit, fieri nequit vt E C directè aspectui objiciatur; quandoquidem B D sit directè visui opposita. Obliquè igitur E C oculo in H constituto exhibetur. Quare per 66. libri quarti segmenti illustrati simul ac visi E F C basis E C vt ellipsis apparet, nisi eæ obstent conditiones, quæ eadem propositione continentur; quod erat probandum.

In hac luminosi corporis oculique constitutione, id necessariò efficitur, vt pars sphæræ quæ lumine perfunditur, tota semper sub aspectum cadat: nam extremus quidem terminus quo oculum in dextram dimouere licet, est linea E G, in quam si linea B H incidat vnam efficiens, radius ab H ad sphæram demissus, ipsam continget in E cōmune
E signum partis visæ & illustratæ, quæ proinde extrema est: vltra hanc enim si oculus ab H dextrouersum abscedat, sic vt punctum G extra triangulum B H D relinquatur, fiet profectò vt radius ab H promissus sphæram inter E & F contingat; cùm verò maior supponatur basis partis visæ basi partis illustratæ, radius ab H procidens sphæram in puncto quopiam vltra C continget in parte opposita constituto. Igitur quæ hos contactus iunget recta linea, ipsam E C intersecabit, quod hypothesi aduersatur. Quocircà fieri omnino nequit, vt saluo proposito casu oculus à puncto H longiùs dextram versus dimoueatur, quàm vt radius opticus ab oculo delapsus in lineam E G incidat, sphæramque in E contingat.

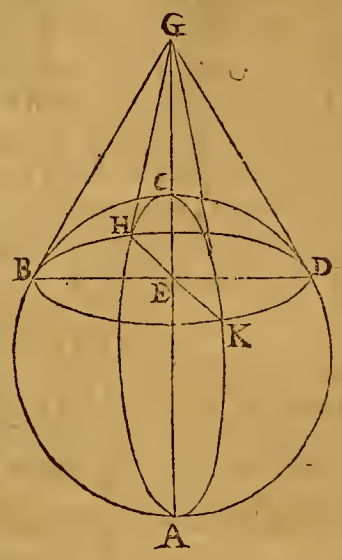
F Simili prorsus ratione ostendemus in parte altera lineam C G extremum terminum esse, quo oculus ab H sinistram versus abduci potest: nam cùm eousque oculus in sinistram abierit, vt radius sphæram contingens, in lineam C G incumbat, nondum sese partis visæ, partisque illustratæ bases intersecarunt, quod propositio postulat; ab vlteriore verò loco si sphæra spectetur, sese bases intersecabunt, vt proximè est demonstratum. Igitur in præsenti constitutione oculi ac corporis luminosi, qua se mutuò pars lumine collustrata parsq; visa nequaquam intersecant, pars sphæræ illustrata tota semper aspicitur; quod erat ostendendum. Hinc autem consequens est per proximè demonstrata, ambitum spectati luminis E F C circularem esse; videri autem forma ellipsis, quod initio fuit propositum.

A

PROPOSITIO LIII. THEOREMA.

Si hemisphærij illustrati, partísque visæ bases se mutuò secundùm normam secent, quod de lucido hemisphario cernitur, sector quidem est sphæricæ superficiei: at semicirculus apparet.

SIT sphæræ ABCD media pars ABC illustrata; oculus autem in G constitutus, eò inquam loci vnde portionem sphæræ BCD cõspiciat, cuius basis BKDH basin AKCH ad normam secet: dico illustrati hemisphærij portionem BKCH quæ videtur, sectorem esse sphæricæ superficiei, cui duo circulorum segmenta vtrimque assistunt, nempe KBH semicirculus, & KCH semicirculo minus, qualis est lunæ dimidiata facies cùm quarta cæli parte à sole distat. Quòd KBH semicirculus sit, ex Sphæricis Theodosij patet: cùm enim ABC hemisphæriũ esse supponatur, quod lumine perfunditur, erit eius basis AKCH circulus sphęræ maximus per 6. primi Sphæricorũ Theodosij, quippe qui per centrũ sphęræ transit. Quoniam igitur ex hypothesi AKCH circulus maximus secat BKDH ad rectos angulos, & bifariàm eum secabit per 13. primi Sphæricorum Theodosij. Est itaque KBH semicirculus; siquidem per 18. libri quarti portio BKDH, quæ videtur, circulus est.



Iam quòd KCH semicirculo sit minor, sic probatur: E sphæra vno oculo quod spectatur, hemisphærio minus est per 82. libri quarti; igitur BCD segmentum circuli maximi, semicirculo minus est: at segmento BCD æquale est segmentum KCH per 24. tertij Euclidis, quòd scilicet KH æqualis sit ipsi BD, nempe diametri eiusdem circuli BKDH: D igitur & KCH segmentum est semicirculo minus.

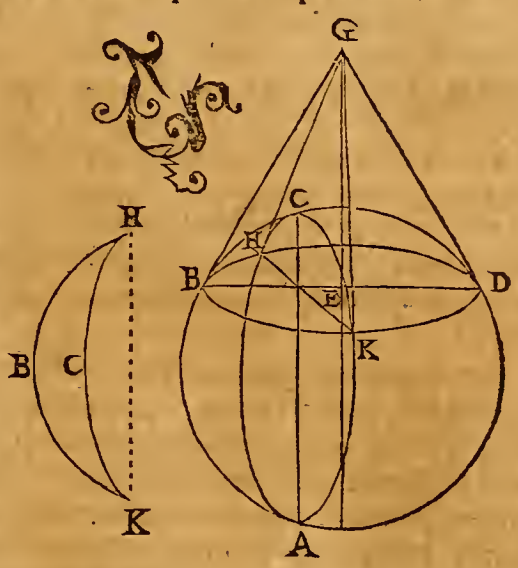
Demum quòd BKCH superficies sphæræ illustrata simul ac visa vt semicirculus appareat, ex eo demonstrari potest, quòd arcus KBH semicirculari forma conspiciatur per 62. libri quarti. Cùm enim EG sphæræ centrum pertranseat, eà per 6. lemma diuidet ipsas BD & KH, quæ oppositas tactiones radiorum ex G procidentium iungunt bifariàm. Quare E circuli BKDH centrum erit, è quo EG ad circuli planum ad rectos angulos excitata erit per 7. primi Sphæricorum Theodosij. Quocirca totus BKDH circulus vt circulus videbitur per eamdem 62. libri quarti: eius proinde medietas KBH semicirculi instar conspicietur. At verò KCH propterea quòd perpendiculariter aspectui G obijciatur, vt recta apparebit linea per 57. libri quarti. Quod autem rectâ lineâ & dimidiato E circuli ambitu continetur, semicirculus est: itaque BKCH portio sphęræ illustrata iuxtà ac visa vt semicirculus conspicitur; quod erat probandum.

PROPOSITIO LIV. THEOREMA.

Si rursus partium, luminosæ & aspectatæ, bases se mutuò normaliter secent; sit autem pars illustrata hemisphario minor; quod de fulgido segmento conspicitur, sector quidem est superficiei sphæricæ, at μηνοειδὴς schema repræsentat mixtum ex arcu circulari & F arcu ellipseos intus curuato.

REPONATVR eadem quæ suprà sphæra ABCD, cuius pars illustrata sit hemisphęrio minor ABC; pars autem ab oculo in G posito aspectata, esto BCD: harum verò partium bases se mutuò normaliter secent; sitque communis sectio HK: dico portionem sub KBHC comprehensam, quæ nimirum simul illustratur & videtur, sectorem quidem esse sphęricæ superficiei, vt ex superiore demõstratione constat; speciem autem figuræ exhibere

A bere è duabus curuis lineis mixtam, quarũ altera circularis perimetri portio est, altera ellipseos peripheria intus sinuata: qualem nobis speciem exhibet lunæ splendor tertio ac quarto, ad septimum vsque post coniunctionem die, cùm illa nobis corniculata apparet.



His explicatis, portionem K B H, vt circuli segmentum apparere, in hunc modum probatur: Quoniam G E à concursu radiorum, seu ab oculo per sphæræ centrum acta est,
B eadem secat ipsam B D, quæ tactiones B & D iungit, bifariàm in E, per 6. lemma. Igitur & ad rectos angulos eam secat per 3. tertij Euclidis. Quare per 62. libri quarti circulus B H D K propria forma, hoc est vt circulus apparet; ac proinde eius segmentum K B H circuli videtur segmentum, ac portio circularis perimetri: hac igitur parte aspectabile lumen circulare conspicitur.

At circuli A K C H portio K C H ellipsis segmentum videtur. Cùm enim totus ipse
C circulus A K C H propter aspectus obliquitatem ellipsis appareat per 66. libri quarti, eius quoque portio K C H, vt pars ellipsis conspiciatur necesse est. Quòd verò intus curuata versus B hæc portio ellipseos spectetur, inde ostenditur, quòd radij optici ex G per circumferentiam K C H ad planum K B H ducti, omnes intra segmentum K B H cadant, ibiq; phantasiam peripheriæ K C H sistant: tota ergo forma luminis aspectati mixta est ex circuli & ellipseos peripheria.

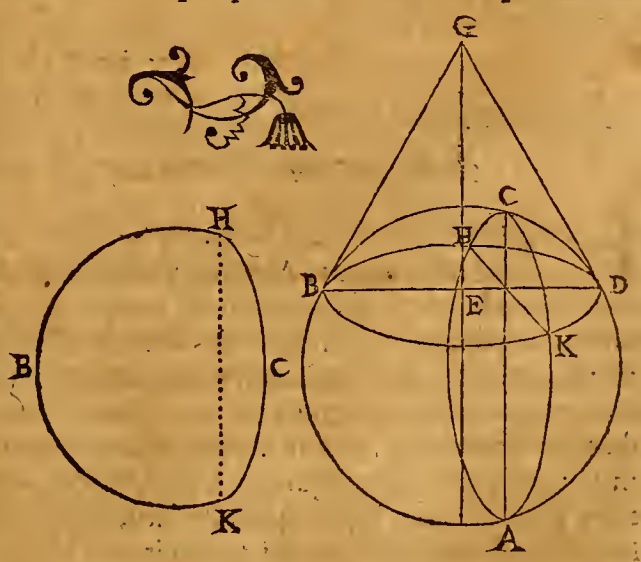
Porrò apparentis luminis schematismum ichnographicè hoc loco adscripsimus iisdem litteris designatum, quibus in sphæra ipsa rem explicare conati fuimus, vt clariùs appareat cuiusmodi sit ea apparentis luminis forma, quam fortè ex oculari inspectione promptiùs quàm ex demonstratione quispiam assequetur.

D

PROPOSITIO LV. THEOREMA.

Si denuò basis partis sphæricæ illustratæ basin portionis visæ ad normam secet; sit autem hæc illa maior; quod de splendido segmento cernitur, sector est sphæricæ superficiei: at mixta figura apparet ex circulari ambitu, & ellipseos peripheria exteriùs curuata.

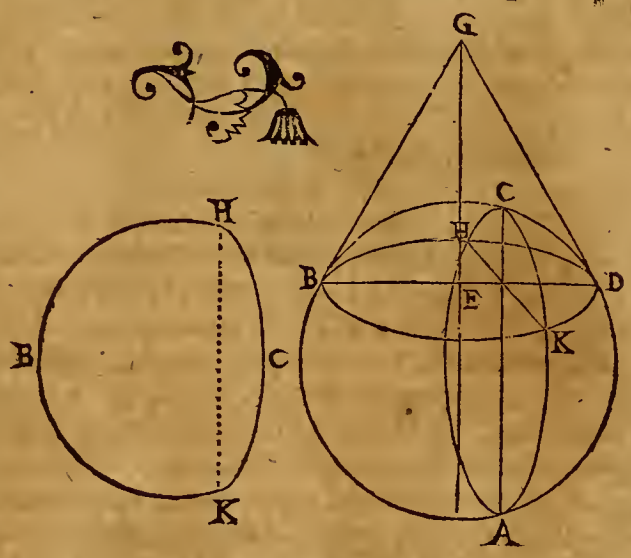
E STO vt suprà sphæra A B C D, eiusque pars illustrata A B C; pars autem conspecta B C D, quarum bases A K C H, & B K D H se mutuò ad normam secent, sitque communis sectio K H: dico portionẽ sphæricæ superficiei sub K B H C comprehensam, quæ nimirum simul & illustratur & videtur, sectionem quidem sphæricæ superficiei esse, vt ex dictis iam perspicuè patet;
F apparere autem formâ vtrimque gibbosâ, partim circulari, partim ellipsioide exteriùs prominẽte. Qualem refert speciem luna ἀμφίκυρτος, cùm, vt Hermolaus ait, *in solis triquetro semiambitur orbe*, vti videre est decimo & duodecimo post coniunctionem die.



Quòd K B H vt circuli fragmentum appareat, eodem modo, quo superiùs, probari potest. Cùm enim G E per centrum sphæræ acta sit, ea per 6. lemma secabit ipsas B D, K H,

ac

ac cereras omnes, quæ radiorum ex G procidentium oppositas tactiones iungunt, bifariàm. Quamobrem E circuli B K D H centrum est, & per 7. primi Sphæricorum Theodosij E G ad circuli planum recta est: igitur per 62. propositionem libri quarti totus B K D H ambitus vt circulus apparet: quare & eius pars K B H, quæ lumen spectatum definit, vt circuli portio cernitur; quod primò ostendisse oportuit.



Circuli verò A K C H portio K C H segmentum videtur ellipsis; siquidem totus A K C H circulus propter situs obliquitarem ellipsis apparet per 66. propositionem libri quarti. Itaque eius portio K C H videtur segmentum ellipsis; ad eum modum, quo hîc eius formam propriumque apparens schema pro rudiorum captu ichnographicè adscripsimus iisdem litteris insignitum, quibus in sphæra ipsa singulæ partes notantur: sic enim genuina phantasia luminis aspectati oculis repræsentata clariùs perspicitur.

CONSECTARIVM I.

Apparens lunæ splendor in quadrato aspectu semicirculo maior est.

CVM quadratus lunæ aspectus ille sit, quo luna quarta cæli plaga à sole distat, iamque ex consectario 1. propos. 46. huius libri constet, maiorem hemisphærio partem orbis lunaris à sole illuminari; consequens est, vt in ea constitutione radius à sole ad lunam exporrectus, recto angulo inde ad nos flectatur. Nam quarta circuli portio lineis rectum angulum continentibus intercipitur: est igitur quadratus lunæ aspectus proposito schemati similis; siquidem B E luminis solaris radius est, C E verò radius opticus; & segmentum A B C semicirculo maius lunæ portionem illustraram repræsentat, B C D autem eam quæ videtur; quarum communis sector sub B K C H comprehensus, qui inquam simul & illuminatur, & cernitur, maiorem semicirculo portionem aspectui exhibet, vt iam ostensum est. Etenim circuli portio K B H vti semicirculo reipsa est maior, ita maior semicirculo apparet: cui prærereà accedit H C K ex obliquo aspectu portionem ellipseos repræsentans, quæ exreriùs protuberat, & spectatum lumen sua proiectura adauget, vt ex demonstratis perspicuè conuincitur.

CONSECTARIVM II.

Fulgida lunæ portio, quæ sub aspectum cadit, in quadrato situ, ob ingentem distantiam semicircularis apparet.

EST quidem reuerà lunæ facies quæ spectatur in quadrato situ, semicirculo maior, vt proximè ostendimus. At propter immoderatam distantiam fit, vt quamuis sol lunâ multis partibus sit maior, lunæ tamen portio, quæ illustratur, minimo interuallo eoque insensibili penitus ab hemisphærio distet, quod nullo negotio demonstrari potest. Quoniam enim per quadragesimam octauam propositionem libri huius sphæroides luminosum maius, quò longiùs à corpore opaco abfuerit, eò minorem eius portionem irradiat; profectò si longissimè absit ac spatio propemodum infinito, partem illustrat hemisphærio proximam; siquidem hemisphærio minor pars illustrata esse non potest. Igitur apparens lunæ fulgor in quadrato situ, velut semicirculus à nobis in terra positis conspicitur, ad eum modum qui propositione huius libri 53. superiùs est explicatus. Hæc eadem veritas proprio oculorum testimonio confirmatur: cùm siquidem lunam intuemur medio loco inter coniunctionem & oppositionem constitutam, eam exactè semicircularem videmus.

PRO-

A

PROPOSITIO LVI. THEOREMA.

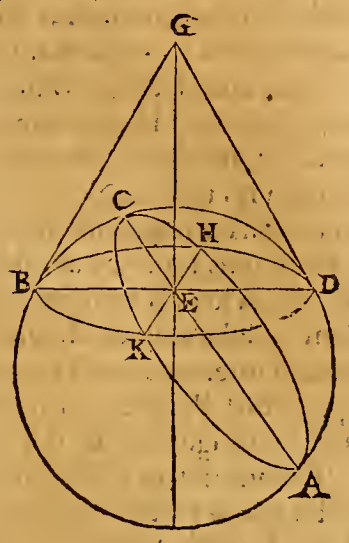
In sphæra si bases partis illustratæ, partisq; visæ, se mutuò obliquè secent; portio luminis, quæ sub aspectum cadit, mixta è circulo & ellipsi apparebit.

IT pars visa B C D eadem quæ suprà, eiusque basis B K D H; pars autem illustrata sit vel A B C, vel A D C, cuius vtriusque communis basis A K C H

B basin B K D H obliquè secet in communi linea K H: si itaque luminosa sphæræ pars sit A B C, erit portio luminis visa ea, quæ sub K B H C continetur, videbiturque mixtum schema ex circulo atque ellipsi intus curuata, vt propositione 54. libri huius docuimus, quale est nascentis & senescentis lunæ, cùm solem auersis cornibus è proximo intuetur. Si verò luminosa sphęrę pars sit A D C, erit portio luminis aspectata K D H C, videbitur autem figura mixta ex circulo, & ellipsi exteriùs prominente, qualem prop. 55. huius lib. ex-

C posuimus. Quò verò magis obliquatur aspectus, post diẽ octauum, eò luna orbem nobis exhibet propensiorem.

Hæc quia ex dictis perspicua esse arbitror, possuntque ex iisdem principiis iam sæpiùs repetitis nullo negotio demonstrari, quod reliquum est huius propositionis sagaciæ Lectoris committimus, ne prolixitas in rebus per se notis fastidium pariat.



DISPVTATIO.

D

Quo pacto luna à sole lumen accipiat, susceptumq; ad nos transmittat.

VONIAM de vario lunæ aspectu dicere cœpi, gratum Lectori, nec minùs pretium operæ me facturum putaui, si hoc loco velut parergon eam quæstionem explicare conitar, quę plerosque Philosophos latuit, ceteros aut suspensos, aut falsa persuasione imbutos tenuit. Constans est omnium Astronomorum sententia, planetas à sole lumen mutuari, quibus etiam Philosophi consentiunt, præter Auicennam & Macrobium, qui lunam dumtaxat soli acceptũ lumen referre debere asseruerunt, reliquos verò de suo ac proprio nitore collucere. Inficiari certè hi ea minimè potuerũt, ex quibus potissimùm lunam à sole illustrari

E conuincitur, vt sunt menstrua incrementa ac decrementa, eiusdemque defectiones, quæ terræ interpositione subinde eueniunt. at quónam pacto luna solares radios excipiat, eosdemque ad nos remittat, potissimùm erat inuestigandum.

Nonnulli solis radios à lunari corpore tamquam à conuexa speculi superficie ad nos transmitti crediderunt. Qui hanc sententiam complexi sunt, in primis statuerunt lunare corpus opacum existere. quod sanè ita fieri oportuit, nam specula omnia è corpore definito seu terminato esse debent: ergo si luna speculi rationẽ habet, necesse est eam exquisitè opacam esse: ita siquidem in his inferioribus specula omnia vel suapte natũra, ingenitaque opacitate terminata sunt, vt illa quæ ex variorum metallorum commistione in matrices primùm funduntur, posteà cotibus tergentibusq; puluisculis poliun-

F tur; vel arte terminari opus habent, vt ea quæ ex materia fiunt translucida, nempe vitro aut crystallo, hæc enim plumbo aut stanni bractea hydrargyro perlita terminantur. Quæ namque transparent, susceptos radios transmittunt: quare nisi lunaris orbis intensè opacus sit, nullos poterit ad nos solis radios destinare; siquidem omnes in aduersam solis partem penetrabunt, longiusque à nobis diuellentur. Lunaris corporis opacitatem ex eo probant, quòd luna soli è regione obiecta nobis ipsius radios surripiat, quã proinde eclipsin vocant, quòd tum nobis sol lumine deficere, viribusque delinquere videatur: quod sanè haud accideret, nisi corpus lunæ perfectè opacum esset. Igitur hoc primo ad huius sententiæ robur & fundamentum erat constituendum.

Alterum,

Alterum, quod apud omnes ratum probatumque est, illud fuit, extimam lunaris corporis superficiem exquisitissimè tersam ac læuem esse. nam & ceteras omnes cælestium orbium superficies tum cauas tum conuexas tales esse oportet, ne motus reddantur difficiles propter eminentiarum collisiones; deinde ne in depressionibus vacuum admittatur, aut in eminentijs corporum penetratio. His ergo duabus proprietatibus instructus lunaris orbis, susceptos solis radios à se velut à speculo ad nos transfundit, quando ea est læuis atque opaci natura, vt incidentes luminis radios continere non possit: quare cùm permeare nequeant obsistente opacitate, resiliant necesse est. A

Hæc sententia ex communi vsu originem accepisse videtur. nam cùm viderent homines rerum obiectarum simulachra à vulgaribus speculis, quæ plurimùm plana sunt, ad intuentium oculos transmitti; idem confestim lunari corpori accidere existimarunt. At scire illos decebat conuexa specula longè diuersum effectum edere ab illo qui à speculis planis producitur: nam plana specula res obiectas eadẽ magnitudine per imaginem reddunt, nisi quòd quantum hæc aspectantis recessu secundùm apparentiam minuitur, tantum res ipsæ longiore recessu minores videntur. Specula verò conuexa res exhibent multò quàm reipsa sint minores, ac tantò etiam idola attenuantur magis, quantò res ipsæ longiùs à speculo absistunt. Cùm ergo tanto interuallo sol à luna dissideat, puto si quis iuxta lunam existeret, indeque solis imaginem intueretur, fore vt ne minimæ quidem stellulæ magnitudinem solis phantasia exæquaret. Nunc verò cùm & nos tanta iterùm intercapedine à luna absimus, Deus bone, quàm exiguus sol in lunę conuexitate apparebit! Perspicuum autem, à media fermè parte lunaris orbis radios ad nos pertinere: non igitur lunæ splendor est solis imago velut à speculi conuexitate repercussa. B C

Deinde qui in terris positi solem in conuexo speculo è propinquo intuentur, stellæ instar solem vident: nam & Canicula quã estiuis mensibus in conuexo speculo sub aquis demerso quidam ostendunt, non Canicula est; sed solis imago conuexitate speculi ad stellæ paruitatem contracta, & è fundo ad superficiem aquæ infractione delata, ibique apparens. Huius rei argumentum è pluribus illud vnum est, quòd planis speculis hæc phantasia exhiberi non possit: alterum quòd solis figura tantò appareat minor, quantò minoris sphæræ portio speculum fuerit: tertium quòd ea anni tempestate stellæ phantasia borealis appareat, cùm tamen Canicula vltra Æquatorem Austrum versus excurrat. Cùm ergo in conuexis speculis solis imago tantilla cernatur, dubitandum non est, quin si ea experientia tanto accideret interuallo, quanto luna à sole distat dum ei è diametro opponitur, solis imago adeò exigua foret, vt visum effugeret, præsertim si nos in terris positi eam contemplaremur. Non igitur solis simulachrum est id quod à luna ad nos lumen transmittitur. Hoc sanè argumentum adeò est efficax, vt reuinci à nemine queat, imò ne impugnari quidem, nisi ab eo qui conuexorum speculorum naturam penitus ignorauerit: nam constat specula conuexa numquam ab hemisphærio rerum formas exhibere (nisi fortè adeò sit immane corpus obiectum, vt qui ab eius extremis in centrum specularis sphęræ pertinent radij, hemisphęrium comprehendant;) quomodo igitur asserere quispiam non dubitabit, solares radios à parte lunaris orbis hemisphærio maiore tamquam à speculo ad nos transfundi? D E

Nunc tandem ad lunæ maculas, quid? dicéntne, Plinio auctore lib. 2. Nat. hist. c. 9. lunæ maculas sordes quasdam esse vnà cum terrę vapore sublatas, atq; lunæ, quòd terrę proxima sit, inhærentes. Ita locuti fuere olim Stoici, vt & illi qui cælum animal esse crediderunt, terrenoque humore pasci. Verùm postquam luna occumbens, vultum à pastu conspurcatum, Oceano abluit, cur non maculis detersis, pura nitidaq; rursus exoritur? Alij cum cæcutientibus quibusdam lippísve dicent, macularum in luna aspectum inter fallacias visus numerari debere, quasi hîc visus hallucinetur inani quadam specie circumuentus. At quam dabunt huius fallaciæ causam? & vnde ea quam cernimus maculorum constantia, vt ab omnibus intuentibus, omnique tempore eædem, ac situ eodem conspiciantur? denique si hic error esset, emendaretur profectò aliquando, sublata occasione. F

Nonnulli lunæ maculas, vallium, nemorum, atque opaciorum in terris locorum imagines esse dixerunt, inde velut à speculo ad nos redeuntes. Verùm cùm singulis horis ac momentis terræ lunæque respectus mutetur, oportebit lunæ maculas continuò situm variare, ac neutiquam constantes esse. Deinde quis nescit formas rerum obliquè in specula incidentium, in aduersam partem abire? Eorum igitur quæ in terris sunt simulachra non ad nos redeunt, sed in cælum prouolant.

Aptiùs

A Aptiùs fortè dicet alius lunæ maculas non earum rerum imagines esse, quæ in terris sunt, sed macularum, quas superiore anno Christophorus Scheiner, è Societate nostra, atque in Ingolstadiensi Academia Matheseos professor, nomine Apellis post tabulam primus in sole deprehendit, has scilicet vnà cum solis phantasia in luna tamquam in speculo à nobis conspici. Sed neque hoc rectè affirmare quispiam poterit: nam speculi ratio iam satis superque est refutata. Deinde constat solis maculas quotidie situm mutare, lunæ autem partes omnes constantes esse: non ergo hæ illarum imagines esse possunt.

Tandem dicent partes lunæ quæ ob claritatem videntur montes reuerà esse; eas ve-
B rò quæ obscuritatem præ se ferunt, valles. At non omne quod ex tanto interuallo quantum ad cælos vsque extenditur, magis conspicuum est, mons confestim credi debet, aut vallis id quod obscurius videtur. Nam eadem ratione totam illam cæli plagam, quæ lactea appellatur, arduum esse iter ad superos dicere oporteret, montibus, vallibusque, ac præruptis saxis asperum; totum item lunæ occiput resecandum esset; cælum denique vniuersum de medio tollendum, præter eas partes quæ luce spectabiles sunt.

Respondebit fortè aliquis, nullam admitti in cælo asperitatem, sed valles appellari eas partes quæ iuxta aspectabiles peruiæ videntur. Ridiculum. Valles enim loca sunt inter extantes montes, non aspectui tantùm, verùm etiam lationi peruia. Facessant igitur hæc commenta, quibus nulla ratio adstipulatur quæ fidem faciat; nec si plurima eis ap-
C pensa sit hedera, probabiliora fient.

Aliorum opinio est (quæ etiam nobis magis arridet) alterum lunæ hemisphęrium exquisitè diaphanum esse: alterum verò, quod scilicet humani vultus speciem nobis ostendit, medio-diaphanum tantùm, hoc est, quadam opacitate respersum, quæ aliquid luminis transmittat: potiorem verò partem non solùm in extima superficie, verùm etiam in profunditate retineat; quod etiam in lacteo illo cæli circulo eodem modo accidere arbitrantur.

Volunt præterea lunæ orbem propriæ cauitati insertum esse, atque arctissimè coërcitum, sic vt caua epicycli conuexaque lunæ superficies, licet discretæ, perpetuo tamen contactu cohæreant. Rursus & hoc addunt, lunæ orbem in ea cauitate nullo motu con-
D citari, sed firmum stabilemq; persistere, eo situ, vt pars medio-diaphana perpetuò versus terræ centrum dependeat, non quasi opacitatis admixtione ea pars facta sit grauior (absit enim vt elementorum sordes cælo inferamus) sed quia Deo rerum omnium creatori ita à prima origine placuit, & vt lunæ incrementa ac decrementa faciliorem haberent explicationem. Solis namque lumen dum circa lunæ orbem fertur, alias continuò atque alias partes illustrat, ac nunc quidem id totum quod opacius est, nunc id solùm quod perfectè translucet, nunc vtriusque simul partem aliquam. quare nunc plena, nunc obscura, nunc corniculata, nunc gibbosa vtrimque, nunc mediâ figurâ atque hemicycli formâ conspicitur.

Est, inquam, ea pars lunaris orbis quæ opacior est, nubi haud absimilis. hæc siquidem
E qua parte lucidos solis radios admittit, cãdida apparet, ac tantò etiam alba magis, quantò densior est: soli verò prætenta nigra cernitur & obscura, solisque aspectum prohibet: hoc tamen discriminis intercedit, quòd nubes quia demissæ sunt, nisi ingentis sint magnitudinis, breuem tantummodò terræ tractum opacent; luna autem propter altitudinem, magnam terræ portionem radiis solis destituit: ex quo consequitur in solis defectionibus magnas subinde tenebras in terris existere, quod nubium obtẽtu numquam euenire solet, nisi immanis sint magnitudinis. Porrò quando vtrumque astrum, solem videlicet lunamque, interdiu simul videmus (quod longioribus diebus non rarò euenit, etiam in ipsorum oppositione) tum propter solaris nitoris præsentiam, non luminosa luna, sed candida ac nubeculæ instar apparet; estque hic eius aspectus adeò nubi similis,
F vt nisi figura obstaret, nubeculæ portiunculam à maiore secretam esse nemo dubitaret. eadem namque ratio est, qua luna & qua nubes à sole lumen mutuatur.

Rursus simile quiddam in Sacris litteris memoriæ proditum habemus in columna nubis & ignis, quæ diuina assistente virtute filios Israël per deserta incognitaque loca quadraginta annorum spatio circumduxit, vsque dum ad terram antepromissam peruenirent. de hac re lege cap. 13. Exodi. Erat igitur cõlumna illa ex rariore quadam substantia seu vapore seu exhalatione nubis in morem concreta, ita vt verè ac proprie Sacrę litteræ eam columnam nubis appellẽt, hoc est, nubem columnę specie efformatam. Habebat verò ea nubes lumen quoddam diuinitus insitum, solaris luminis excellentiâ long-

gè inferius; par tamen lunari ſplendori,non illi quem luna reipſa habet, ſed quem nobis A
impertit maxima itineris longinquitate hebetatum, ne nimius fulgor quieſcentium Iſraëlitarum oculos noctu perſtringeret, ac quietem interturbaret, quos vix vmquam noctu iter habuiſſe legimus.

An verò ea lux à vero igne,quo accenſa columna arderet, profecta fuerit, diſputant Theologi. Qui aiunt,illo argumento nituntur,quòd paſſim columna ignis in Sacris litteris appelletur. Qui verò negant,notarunt eam ſubinde nominari ſpeciem ignis,vt lib. Numer.cap.9. *Sic fiebat iugiter: per diem operiebat illud nubes, & per noctem quaſi ſpecies ignis.* Nobis placet ignem quidem illum fuiſſe,at non alium quàm erat rubi ardentis, non tamen conſumpti; hoc eſt,non lumen abſque igne,ſed potiùs ignem prohibita B
vrendi facultate, qui propter obſcuritatem quamdam & ruborem, quem fortè à natura coniunctum habebat, communis ignis imaginem præ ſe ferebat.

Ergo vna eademque columna ob naturæ raritatem interdiu ſolis radijs percuſſa nubem repræſentabat,noctu verò ignis ſubobſcuri ſimilitudinem, propter inſertum diuinitus ſplendorem abſque vrendi poteſtate. Non fuiſſe autem diuerſas columnas,vnam nubis,alterá ignis,quæ ſibi mutuò in vicem ſucceſſerint, ex cap.14.Exodi colligi poteſt, vbi ſic legitur: *Et erat nubes tenebroſa & illuminans noctem.* Et mox: *Et reſpiciens Dominus ſuper caſtra Aegyptiorum,per columnam nubis & ignis interfecit exercitum eorum.*

Quantæ autem molis fuiſſe hanc columnam credendum ſit,ex eo colligit Benedictus Pererius in cap.13.Exod.diſp.3.quòd Iſraëlitarum caſtra propè tricies centena ho- C
minum millia numerauerint, quibus certè non minùs quàm 10.vel 12. millia paſſuum figendis tabernaculis opus erant. Stabat porrò dum quieſcebat columna tabernaculo inſiſtens,baſi illud operiens,capitulo verò in ſublime erecto: at dum profectionis tempus aderat,in altum ſublata per aërem conſpicuè ferebatur caſtra præcedens, non alia vi,quàm Angeli miniſterio, vt Exod. c.14. diuina Scriptura teſtatur: *Tollens ſe Angelus Domini qui præcedebat caſtra Iſraël,abijt poſt eos, & cum eo pariter columna nubis.*

Ex his id rectè colligi poteſt, noſtram de lunæ illuſtratione ſententiam nihil à ratione alienum continere, quandoquidem perfectam eius ſimilitudinem in columna nubis & ignis Sacris litteris conteſtatam habeamus.Et verò Deus Opt.Max. etiam in miraculorum oſtenſione naturales modos plurimùm ſolet vſurpare:nec aptiùs,meo quidem iu- D
dicio, eam nubis ac fulgoris coniunctionem in eadem materia conciliare poterat, (ſic enim ſalua Numinis potentia,humano noſtro modo loqui liceat) quàm aſſumpta ſubſtantia quę medio modo pelluceret, eidemque inſerto lumine,quod quidem ſolis radijs vinceretur, at nocturnas tenebras ſuperaret.

Ad extremum explicandum ſupereſt quid de lunæ maculis ſentiendum ſit. Eius rei gratiâ notandum eſt,eam opacitatis aſperſionem,quam ſuperiùs deſcripſimus, non omni ex parte æquabilem atque vniformem eſſe. Nam qua parte luna plus luminis ſuſcipit,ea opacior eſt; qua verò minus,ea magis tranſlucet: ſiquidem perſpicuę partes lumen ebibunt,opacæ reddunt. Itaque lunę maculæ (ſic enim eas appellant) partes ſunt ab opacitatis infectione liberiores. quòd enim tranſlucet,nullos à ſe radios repellit,ſed inciden- E
tes ſuſcipit,ſorbetque ac tranſmittit; quo fit, vt eæ partes lunæ quæ minùs opacæ ſunt, non viſæ prætereantur,atque ita obſcuritatis ſeu macularum ſpeciem præ ſe ferant.

Sic intelligendos eſſe exiſtimo Philoſophos illos noſtri ſæculi, qui eas partes lunæ denſiores eſſe dixerunt, quas nos opaciores; illas verò rariores, quas ab opacitatis infectione puriores eſſe diximus. Mirari verò nemo debet nos opacitatis nomen in cælis admittere, quandoquidem eam lumini propriam ac connaturalem eſſe propoſ. 31. lib. primi oſtenſum ſit; minùs autem nobis probantur raritatis ac denſitatis appellationes: nam quæ corruptioni obnoxia ſunt, has primùm in materia velut conditiones exigunt, vt ad nouæ formæ ſuſceptionem diſponatur; quare inter præcipuas corruptibilitatis notas ſolent numerari. F

Supereſt enodanda quorumdam difficultas, quo pacto fieri poſſit, vt in maioribus ſolis defectibus tantæ apud nos tenebræ exiſtant,cùm alterum lunæ hemiſphærium omnino diaphanum,alterum non prorſus opacum concedatur: mirum enim non aliquam luminis intenſionem per medio-opacam lunæ medietatem tranſparere. Reſpondeo duplici de cauſa id euenire: altera quidem,qua etiam nubes ſoli obiectæ nigreſcunt propter luminis prohibitionem; quod tum maximè vſu venit, cùm nubes denſæ ſunt ac profundæ. Ad eum ergo modum antica lunæ, quæ nubium magnitudinem innumeris partibus ſuperat, in coitu non cernitur; quòd ob ingentem profunditatem multò difficiliorem

A ciliorem lumini traiectum præbeat, hauſtumque omnem lucis auerſa illò regerat vnde accepit. Altera eſt figura ſphærica, quæ profectò facit, vt qui lunæ diaphanam præteruehuntur radij, mox in punctum vnum conueniant, indeque in omnem circum partem diffuſi procul ab aſpectu noſtro abſcedant, id quod in cryſtallinis ſphærulis manifeſtè apparet, quæ proinde ita conſpectæ, obſcuritatis potiùs quàm fulgoris ſpeciem oſtendunt. Quamuis fateri ingenuè oporteat, tenuem aliquam luminis portiunculam per lunæ obſcuriorem partem tranſparere; quæ ad nos delata eo potiſſimùm tempore, quo ſol penitus delinquit, obſcuram illam exhibet lucem, quæ à pleriſque Philoſophis lunæ propria eſſe exiſtimatur.

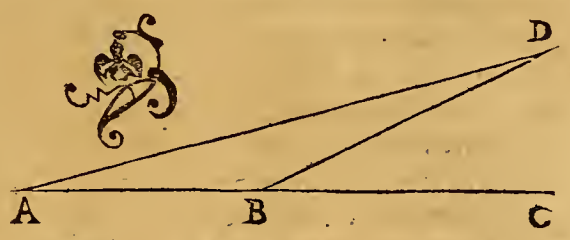
B

DE VMBRIS.

PROPOSITIO LVII. THEOREMA.

Radius vmbroſus, cum radio luminoſo à quo procedit, in directum extenditur.

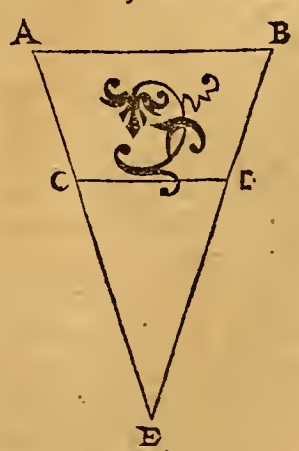
C ESTO radius luminoſus A B, cuius profluentia corpore opaco B intercipiatur: dico vmbram corporis B cum radio luminoſo A B in directum extendi, hoc eſt rectam lineam efficere, nempe A C. Si enim vmbroſa linea cum luminoſa A B non efficiat vnam rectam lineam, ſit vmbra corporis B à luminoſo A proiecta B D, angulum cum luminoſo radio A B efficiens A B D, cui recta ſubtendatur A D, quæ cum luminoſa A B & vmbroſa B D triangulum efficiat. Quoniam igitur angulus B A D infinitè diuidi poteſt more ceterarum magnitudinum, poterunt & D infinitæ rectæ lineæ à puncto A ad oppoſitum latus B D produci: at per 2. prop. huius libri oſtenſum eſt rectis lineis lumen efferri: ergo per ſingulas haſce rectas lineas poterunt quædam luminis productiones à luminoſo corpore A ad lineam B D deriuari. imò nullum punctum in linea B D ſignari mente vel reipſa poterit, ad quod radius aliquis luminis non pertineat: itaque linea B D non eſt vmbroſa, ſed luminis particeps contra hypotheſin, quod fieri nequit. Eodemque modo ceteræ omnes rectæ lineæ, præter B C, quæ ſola cum A B in directum extenditur, lumen ab A accipere oſtendi poſſunt. Igitur radius vmbroſus, cum luminoſo à quo procedit, in directum extenditur; quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO LVIII. THEOREMA.

E *Vmbra finita partim opaco corpore, partim lumine circumfuſo velut extrinſeco termino definitur.*

LVMINOSVM exponatur corpus A B, opacum verò C D, cuius vmbra in punctum E terminetur: dico vmbram C D E partim corpore opaco C D, partim lumine vndique circumfuſo velut extrinſeco termino definiri. Cùm enim opacum corpus C D radios omnes, qui ab A B in ipſum incidunt, intercipiat, nullumque F eorum longiùs penetrare patiatur, erit ipſum velut commune luminis atque vmbræ interſtitium, ac proinde & communis erit vtriuſque terminus. Deinde cùm radij luminoſi A C & B D, ad extrema puncta corporis opaci porrigantur, erunt quoque C E & D E extremi radij vmbroſi; ſiquidem per præcedentem propoſitionem radius vmbroſus cum luminoſo à quo procedit, in rectam lineam extenditur. Igitur quodcumque punctum extra vmbram C D E aſſumptum fuerit, id omne luminis particeps erit, cùm ad illud rectus luminis proceſſus deriuari poſſit. Quare vm-



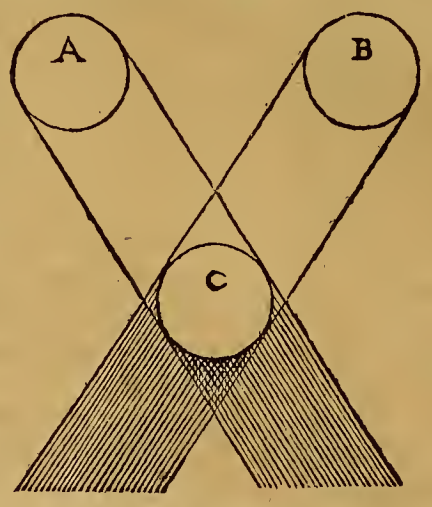
bra C D E hinc lumine circumfuso, inde corpore opaco C D ceu termino extrinseco de- A
finitur; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LIX. THEOREMA.

Idem corpus opacum tot de se vmbras fundit, quot opponitur luminaribus.

QVOTIDIANA experientia illustriorem facit huius theorematis veritatem, quàm vt ratione probari debeat. Quis enim non videt in maioribus B
tricliniis, vbi pensiles lychni accenduntur, à variis luminibus vndique promissis, plurimas vmbras huc illucque passim oberrare, quasdam obscuriores ex plurium luminum interceptione, quasdam clariores pluribus luminibus expositas, quasdam velut insectas, atque ex diuersis compositas. Hæc licet omnium oculis pateant, libet tamen hanc etiam adiungere demonstrationem.

Cùm propositione 18. huius libri ostensum sit diuersa lumina per idem medium se mutuò distincta penetrare; nunc autem propositione 57. probatum sit compositos ex lumine & vmbra radios rectas lineas efficere; perspicuè sequitur vmbras luminum multitudine numerari. Sint enim duo luminosa A & B, corpusque C adiopton non in directum cum ipsis luminosis expositum: palàm igitur non esse vnam rectam lineam, quæ ab vtroque luminoso ad opacum corpus ducitur: itaque radij luminosi à diuersis luminaribus A & B, ad idem corpus adiopton C profusi numero distinguuntur, sicut & ipsa luminaria. Cumque omnes radij ab A & B promissi in corpore opaco C vnà congrediantur, si producti illi fuerint, se mutuò necessariò intersecabunt per 11. axioma à Clauio Euclidi additum. At per præcedentem 57. propositionem radij vmbrosi cum luminosis à quibus proueniunt, rectas lineas constituunt: igitur vmbrosæ lineæ eadem multitudine numerantur, qua ipsæ luminosæ, quibus cohærent. Si enim vmbrosæ, posteaquam iam inde ab opaco corpore in oppositas partes discessere, non distinctas, sed vnam dumtaxat lineam efficiant, habebit hæc vna plurima segmenta communia, omnes scilicet illos luminosos radios, quibus hic vnicus vmbrosus continuari asseritur. At per 10. axioma Euclidis ex Clauij additione, plures rectæ lineæ nequeunt habere idem segmentum commune: itaque distincti sunt vmbrosi radij, qui à distinctis luminosis radiis proficiscuntur: quocircà idem corpus opacum tot de se profundit vmbras, quot opponitur luminaribus; quod erat de- E
monstrandum.



PROPOSITIO LX. THEOREMA.

Corpus opacum in aduersam luminis partem vmbram proijcit.

CORPVS vmbrosum luminoso expositum in duas distinguitur facies: altera luminosum prospectat, ab eoque vicissim nitentibus perfunditur radiis; altera benefico illo splendore destituta, mœstaque sui consortis luget absentiam: hanc aio fulgenti corpori oppositam esse; siquidem per 57. propositionem huius libri vmbrosus radius cum luminoso à quo proce- F
dit, vnam rectam lineam componit, cuius partes opacum corpus ceu commune vinculum copulat, & hinc luminosam, illinc vmbrosam ab inuicem dispescit. At maximè ea opponuntur, quæ per eamdem rectam lineam à medio quodam signo vtrimque discedunt: igitur luminosum corpus, & quæ ab intercepto eius radio vmbra progignitur, opaci corporis respectu maximè opponuntur. hæc etenim in eadem linea constituta, medium corpus opacum relinquunt. Sic opaci quoque corporis ea facies quæ obumbratur, ei quæ lucido corpori directè obijcitur, è diametro aduersatur: siquidem vnius eiusdemque corporis eæ partes maximè distant, quæ oppositas plagas respiciunt: itaque

siue

A ſiue extrema cum medio,ſiue medium cum extremis comparentur,ſemper corpus opacum in aduerſam luminis partem vmbram proijcit. Nam & vmbra luminoſo corpori, reſpectu medij opaci, opponitur; & opaci corporis facies quæ obtenebreſcit, opponitur ei quæ lumine colluſtratur,ſi ambæ cum extremis,ad quæ reſpiciunt,conferantur.Patet igitur id quod propoſitum fuit.

PROPOSITIO LXI. THEOREMA.

Corpus opacum quò plures radios luminoſi intercipit, eò
B *ampliorem vmbram producit.*

OBSERVA hoc loco non agi de vmbræ longitudine,cùm fieri queat,vt minimum corpus opacum vmbram proijciat longitudine infinitam; ſed de latitudine, craſſitieque, quam eò ampliorem eſſe dico, quò opacum corpus plures luminis radios intercipit. Cùm enim vmbra lumini quodammodò aduerſetur, velut habitui priuatio; neceſſe eſt eadem quæ lumini,ipſi etiam vmbræ, ſed contrariè obuenire. Itaque quemadmodum lumen eò eſt maius, quò plures radios continet, & obiectum corpus tantò latiùs illuſtratur, quantò plures radios ſuſcipit; ita vmbra tantò eſt maior, quantò plures continet vmbroſos radios. At tot continet vnaquæque vmbra radios vmbroſos, quot luminoſos opacum prohibet,cùm nil aliud ſit vmbra,quàm luminis prohibitio. Vt igitur vnius radij luminoſi interceptio vnus eſt radius vmbroſus,ita plurium luminoſorum abſentia, plures vmbroſos inuehit per 3. hypotheſin;& veluti plures luminis radij maius lumen, ſic plures vmbroſi ampliorem vmbram conficiunt. Corpus igitur opacum quò plures radios luminoſi puncti intercipit,eò ampliorem vmbram de ſe fundit;quod erat oſtendendum.

CONSECTARIVM.

Maius opacum corpus,maiorem vmbram progignit.

D HOC perſpicuè ſequitur ex iam explicato theoremate. Siquidem quò maius eſt obiectum corpus,eò plures ſuſcipit luminis radios: at hos omnes ſiſtit arceteque idem opacum,ac tot vmbroſos radios gignit, quot luminoſis tranſitum prohibet: igitur quò maius eſt opacum corpus,eò maiorem vmbram de ſe fundit;quod erat probandum.

PROPOSITIO LXII. THEOREMA.

Vmbra iuxtà ac lumen proprio quodam pacto intendi ac remitti poteſt.

E SVPERIORE propoſitione obiter diximus nonnulla eorum, quæ lumini propria ſunt,ipſi quoque vmbræ,ſed contrariè obuenire.Eſt autem id longè veriſſimum. Cùm enim vmbra ſit luminis abſentia,erit maior vmbra maioris luminis, & minor minoris, & maxima omnis luminis abſentia. Huic rei illa in primis fauet obſeruatio, quòd videamus denſiſſimas tenebras exiguo luminari non ſtatim depelli, ſed maximo ad id opus eſſe. Eſt igitur non in lumine tantùm, verùm etiam in vmbris ipſis latitudo quædam ſecundùm magis & minùs æſtimata.

Hinc obſcuriores tenebras denſas appellare ſolemus,nec omnino impropriè. Nam
F lumen ac ceteræ qualitates omnes, quæ in eadem ſubiecti parte incrementum aliquod adipiſcuntur,qualitatis acceſſione augentur;cùm autem in eadem ſubiecti parte acceſſio fit qualitatis,tota quodammodò qualitas denſatur, non ſecus ac plura corpora cùm in anguſtum locum arctiùs compinguntur, denſari ac propemodum coire videntur. Eodem igitur modo vmbra minor, quoniam portiunculam aliquam luminis retinet, vt ex duodecima huius libri definitione liquet, cùm hoc etiam lumine deſtituitur, tota vmbra denſior quodammodò iam facta videtur, ſed contrariè quàm lumen: nam lumen luminis acceſſione denſatur, vmbra verò luminis priuatione,quæ velut vmbræ acceſſio eſt; cùm verè vmbra ſit luminis priuatio.

Ex hac augmenti & decrementi varietate diuerſi exiſtunt obſcuritatis gradus: nam

vmbra & tenebræ sola intensionis ac remissionis inæqualitate distinguuntur. siquidem A
vmbra minimè omnium obscura est; omnium verò maximè tenebræ: quæ si solaris luminis comparatione spectentur, vmbra minoris luminis est absentia, maiore asseruato per 12. definitionem huius libri; tenebræ autem eam significant obscuritatem, quæ externa hominum opificia interrumpit, aspectusque vsuram tollit. Tenebras inter ac solis vmbram media illa est crepera lux, quæ solis exortum proximè antecedit, atque occasum subsequitur: hanc Philosophi propter ambiguitatem, qua dubitare meritò quis posset, sitne vmbra an tenebræ, dubiam esse voluerunt, propriaque appellatione Crepusculum appellarunt.

Rursus singulæ istæ obscuritatis differentiæ varios gradus secundùm magis & minùs B
sortiuntur. Vmbra enim secunda obscurior est quàm prima, & tertia quàm secunda, ac sic deinceps, vt paulò infrà ostendemus. Crepusculi item dubius ille fulgor, quantò sol propiùs accedit ortiuo finitori, tantò clariùs elucescit; at postquam sol occubuit, quò altiùs sub finitore demergitur, eò magis magisque aër obtenebrescit. Demum ipsę quoque mediæ noctis tenebræ tum quidem densissimæ sunt, cùm nubilo cælo sol lunaque coniunguntur: mediocres autem, cùm aliquis astrorum splendor sereno cælo ad nos profunditur.

Ex his itaque perspicuum esse arbitror, vmbram iuxtà ac lumen quadamtenus intendi ac remitti, non, vt veræ qualitates assolent, qualitatis accessione, cùm ipsa non qualitas sit, sed qualitatis priuatio: sed contrariè; hoc est, auctioris luminis prohibitione; quod C
erat demonstrandum.

PROPOSITIO LXIII. THEOREMA.

Vmbra multiplicata obscurior est.

Hæc quoque proprietas quamdam cum lumine affinitatem habet. Vti enim lumen alterius luminis accessione augescit, ita & vmbra accedente alia vmbra, obscurior euadit. Nam si duo luminaria exponantur, hisque opacum corpus obiiciatur, non in eadem recta linea cum illis constitutum; D
palàm est totidem vmbras opacum ipsum corpus profundere, quot exstant luminaria per 59. proposit. huius libri. Verùm vbi eæ sese intersecabunt, perspicuum est vel ipsis oculis testibus obscuriorem vmbram iuxtà corpus opacum existere: non verò aliam ob causam, quàm quia hic locus vtriusque luminaris fulgore destituitur; reliquus autem alterius tantùm. Quod profectò nil aliud est, quàm locum illum corpori opaco proximum duplicata vmbra obscurari: siquidem duplex luminis priuatio quid aliud esse potest quàm gemina vmbra? cùm definitio vmbræ priuatio sit luminis. Multiplicata igitur vmbra proprio quodam pacto obscurior est, ac tenebris propinquior; quod demonstrare oportebat.

PROPOSITIO LXIV. THEOREMA. E

Vmbra secunda obscurior est quàm prima, & tertia quàm secunda, atque ita deinceps obscurior semper illa, quæ proximo gradu subsequitur.

Patet hæc propositio ex decima tertia huius libri definitione, ex qua constat vmbram primam nil aliud esse quàm lumen illud imminutum, quod definitione septima secundum esse diximus, eodemque modo secundam vmbram cum lumine tertio conuenire. Hoc autem cùm ita sit, probatum F
relinquitur vmbram secundam prima obscuriorem esse, & tertiam secunda; siquidem lumen tertium, quæ secunda est vmbra, secundo ignobilius est, & quartum tertio, eodemque ordine sequens semper vno dignitatis gradu inferius est. nam tertium lumen excludit secundum; & quod quarto sequitur loco, tertium simul & secundum. Igitur sequens semper lumen maioris luminis priuationē comitem habet. Quamobrem & vmbræ ordine sese mutuò consequentes, vnum semper obscuritatis gradum nanciscuntur, cuius accessione tamdiu augentur, quoad tandem in densissimas tenebras permutentur.

PRO-

A

PROPOSITIO LXV. THEOREMA.

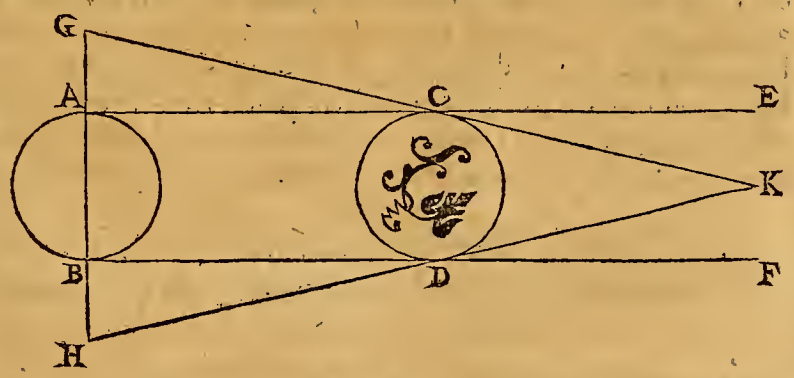
Vmbra corpori opaco propinquior, obscurior est; & longè etiam quàm reipsa sit, obscurior apparet.

B De plena atque perfecta vmbra hæc propositio est accipienda; non autem de media atque imperfecta, quam definitione decimaquinta huius libri plenâ vmbrâ minùs obscuram, & in se minimè vniformem esse ostendimus: quod in ceteris quoque, quæ hactenus de vmbris dicta sunt, præmonuisse oportuit.

Non rectè Vitello libro 2. suæ Opticæ propositione 31. in huius theorematis demonstratione ratiocinatur: nam assumptio quidem eius vera est, eam scilicet ob causam obscuriorem esse vmbram corpori opaco viciniorem, quòd hæc maius lumen excludat: at probatio assumpti ex falsis elicitur. Argumenti hæc est summa: Lumen à fulgenti corpore longiùs prouectum sensim velut contabescit: igitur prope opacum corpus quàm hinc deinceps robustius est. Quare vmbra inter extremos luminis radios coërcita, quò propinquior est opaco corpori, eò excellentius lumen à se excludit, ac proinde ipsa obscurior est; quandoquidem obscurior illa sit, quæ maius lumen excludit.

C In hac probatione illud quidem verissimè assumitur, lumen à primo suo exortu longiùs prolapsum continuò languescere, vt propositione 5. libri huius est demonstratum, ac maius proinde lumen circum corpus opacum, quàm hinc deinceps existere. Verùm nequaquam ex eo conficitur, vmbram quæ iuxta opacum corpus versatur maius lumen excludere, cùm posterior quoque vmbra hoc ipso priuetur: opacum siquidem corpus omne lumen intercipit, quod rectis lineis in ipsum incurrit. Quare totum id spatij, quod ambientibus radiis continetur, toto lumine directè in opacum corpus procidente destituitur. Ac proinde si hæc sola causa spectetur, toto spatio quod directis interdicitur radiis, vmbra æqualiter diffusa est, contra Vitellonis sententiam.

Fit autem ex accidenti, vt in loco corpori opaco proximo maior vmbra existat, quia
D scilicet circum luminosum corpus diffusus aër luminis quodammodò est particeps, à quo proinde in remotiores ab opaco corpore partes non minima portiuncula deriuatur, qua cùm viciniores destituantur, hæ magis obtenebrescunt. Exemplo res fiet illustrior. Esto corpus luminosum A B corpori opaco C B æquale, sitque vmbra perfecta id totum quod radiis C E & D F continetur: circum verò luminosum corpus
E sit diffusus aër G H: hic quoniam tum propter ingenitam aliquã densitatem, tum propter



vapores quibus distenditur, portiunculam aliquam luminis retinet; eiusque particeps fit spatium C E K vti & D F K, perspicuè colligitur remotiores ab opaco corpore partes C E K & D F K minùs quàm C K D obumbrari: nam C E K & D F K, seu spatium quod intimam vmbram C K D circumcingit, solo lumine directè in corpus opacum incidente destituitur; non verò illo quod circumfusus aër promittit: at C K D vtroque priuatur.

Nunc explicanda superest altera propositionis pars, quòd videlicet circa opacum cor-
F pus vmbra obscurior etiam quàm re ipsa sit, appareat. Cùm vmbra lumen sit imminutum, maioris quod circumstat luminis comparatione, per 12. huius libri definitionem: quò excellentius erit circumstans lumen, eò efficaciùs perstringet intuentium acies, vberiusque id quod minus est obfuscabit. obscurius ergo hoc, quàm reipsa sit, apparebit.

Hæc apparentiæ inæqualitas non ita euidenter in solis vmbra cernitur; vt in illa, quæ ab impedito lucernæ radio prouenit: nam solis fulgor propter excellentiam, ingentemque solis intercapedinem, totam ferè hanc nostrã aëris regionem qua fruimur, ex æquo perfundit: vnde fit, vt iuxta opacum corpus non exquisitius lumen appareat, quàm in partibus procul dissitis. at lucernæ flammula breuem aëris ambitum conspicuè illumi-

nat, ac mox non longo hinc recessu insigniter immutatur. Itaque vbi maior est splen A
dor, ibi vmbra manifestè obscurior apparet, ob eam quam diximus causam.

PROPOSITIO LXVI. THEOREMA.

Puncti vmbra semper est linea infinita.

PERSPICVA est huius veritatis demonstratio. cùm enim vmbræ magnitudo ex magnitudine intercepti luminis æstimetur; tanta erit vmbra cuiusque corporis opaci, quantum est lumen, quod interiectu corporis vmbrosi sistitur, ac transitu prohibetur. At punctum maiorem luminis par- B
tem prohibere non potest, quàm indiuisibilem; siquidem id tantùm luminis impeditur, quod in ipsum corpus opacum cadit: in punctum verò opacum indiuisibile lumen procidit indiuisibile: igitur indiuisibile est id luminis, quod ab indiuiduo puncto opaco arcetur: quocircà vmbra puncti semper est linea, illa scilicet, quæ cum interrupto luminis radio in directum extenditur.

Est porrò infinita longitudine hæc linearis vmbra: quippe eousque procedit, quousque luminis affluentia prohibetur. At hęc prohiberi non potest: nam præter vnicum radium nullus omnino alius potest à puncto luminoso ad vmbram puncti opaci attinere. Quòd puncti luminosi radius, vmbraque puncti opaci, in rectam lineam extendantur per 57. propositionem huius libri. quo fit vt qui eò peruenturi erant radij, occursu puncti opaci C
prohibeantur; qui verò non per opacum punctum porriguntur, quò longiùs abeunt, eò ampliori interuallo ab vmbroso radio diuellantur. Igitur quantumuis producta fuerit linearis vmbra, numquam deficiet, cùm ad ipsam nullus lumini accessus pateat, obsistente à principio opaco puncto, ne vel tenuis aliquis luminis radius ad oppositam vmbram pertineat.

Notandum hoc loco est, nos per punctum luminosum atque opacum, itemque per linearem vmbram non intelligere eiusmodi indiuidua, qualia subtilitate mathematica sola mens assequitur: sed crassiora ac physica, queis scilicet minora externus sensus non caperet, licet ea mentis aciem minimè fugiant: quod & in sequenti sermone sæpiùs erit aduertendum. D

Deinde hoc etiam notandum est, puncti vmbrosi nullam esse posse vmbram perfectam, si corpus ipsum luminosum amplitudine aliqua præditum sit. Nam vmbra perfecta ea est, ad quam nullus radius corporis luminosi attingit. Sed si corpus luminosum amplitudinem quamdam habeat, omnes eius radij ad linearem vmbram puncti opaci liberè pertinent, vno dumtaxat excepto, qui cum vmbrosa linea in directum procumbit. Igitur longissime distat puncti vmbra ab vmbra perfecta: illa siquidem adeò tenuis est, vt solo indiuisibili à non vmbra dissideat. At si ipsum quoque luminosum corpus sit punctum, erit linearis illa, quam diximus, puncti opaci vmbra omnium perfectissima.

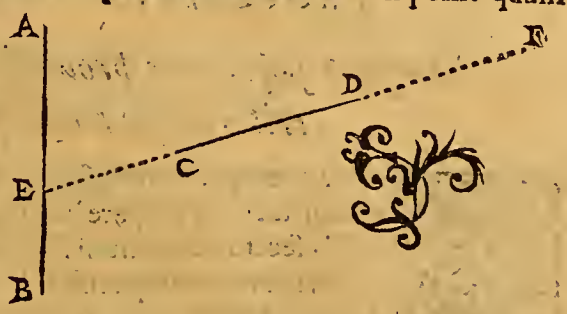
*Non vno modo linea vmbrosa corpori lucido obijcitur; ex varia autem eius dispo- E
sitione, nunc linearis, nunc superficiei in modum vmbra proijcitur: quod quamuis vniuersè pronuntiatum ita se habeat, placet tamen duabus sequentibus propositionibus singulos modos sigillatim enucleare, tum vt res clarior euadat, tum quia non vna est vtriusque explicatio.*

PROPOSITIO LXVII. THEOREMA.

Si linea opaca lucenti corpori ita obiecta fuerit, vt producta ipsum secet, erit vmbra eius linea interminata. F

LVCIDO corpori A B recta obiiciatur linea C D, eo inquam situ, vt versus luminosum producta, illud secet in E; nihil porrò interest rectos ne an obliquos angulos cum A B ad signum E faciat: dico vmbram D F rectam lineam esse, eamque interminatam. Quoniam enim ex hypothesi E D recta est linea, & per 57. proposit. huius libri E C & D F in directum sunt constitutæ, erit tota E C D F in directum exposita: quare & pars eius D F ex æquo suas interiacet partes. Verùm quòd hæc ipsa D F latitudinis sit expers, ex eo probatur, quòd vmbra

A vmbra à puncto luminoso & opaco indiuisibili profecta latior esse non possit quàm punctum, vt propositione superiore est demonstratum. At cùm C D linea sit secundùm latitudinem insectilis, erit & E luminosi corporis punctum indiuiduum: igitur vmbra D F quæ ab indiuiduo luminis puncto E insectiliqué linea C D proficiscitur, latitudinis est expers: quòcircà ipsa recta est linea per 2. definitionem primi Euclidis.



B Quòd autem interminata ea sit, eodem modo probari potest, quo superiore propositione vmbra puncti ostensa est infinita. Quoniam enim D F cum puncto E in directum est sita, quantumuis producatur, nullum vmquam luminis radium à puncto E suscipere potest, ideoque interminata conuincitur; siquidem omnis vmbra eousque procedit, quousque nullis à luminoso corpore eumbratis radiis prohibetur.

Idem quoque hoc loco obseruandum est, quod propositione 66. notandum esse diximus; videlicet à linea vmbrosa nullam posse obuenire perfectam vmbram, si corpus luminosum magnitudine aliqua præditum sit, & linea vmbrosa eam habeat constitutionem, vt producta luminosum secet. Cuius proprietatis eadem est causa, quæ & vmbræ

C puncti: siquidem ab vtraque parte corporis luminosi A B, scilicet ab A E & E B, ad vmbram D F radij luminosi protenduntur. Quòd si luminosum corpus sit solum punctum, idque cum linea vmbrosa in directum expositum, erit vmbra D F plena atque perfecta, cùm proueniat à totius luminis interceptione. Cuiusmodi etiam vmbra proueniet, si luminosum fuerit linea, vmbrosæ seu opacæ lineæ parallela, aut quæ ita saltem illam respiciat, vt vtramque intuenti inuicem se non videantur intersecare: tum enim ex totius luminis exclusione, perfecta itidem vmbra producetur. (cuius qualisnam futura sit figura, sequenti propositione declarabimus.) Si verò se mutuò intersecuerint, tum certè perfectæ vmbræ productionem luminis in ipsa intersectione circumfusio prohibebit.

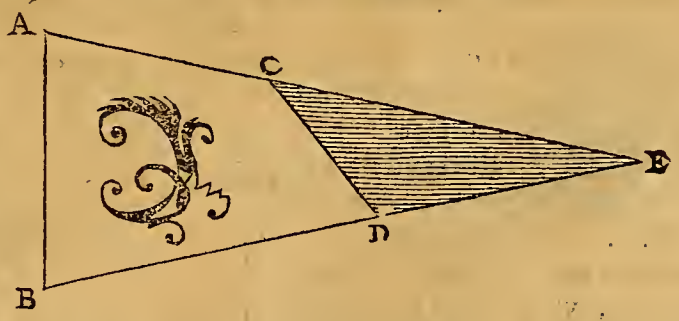
D

PROPOSITIO LXVIII. THEOREMA.

Si recta linea vmbrosa producta corpus luminosum non secet, erit vmbra eius plana superficies.

STO corpus lucidum A B, eique linea opaca C D ita obiecta, vt, si producatur, corpus luminosum non secet, sed vel attingat tantùm, vel omnino non tangat: dico huius lineæ vmbram planã esse superficiem C E D: nam illud

E omne spatium vmbrosum est, ad quod radij luminis non pertingunt. At productis radiis A C & B D ab extremitatibus corporis luminosi, per extrema lineæ opacæ; hi vmbram illam



definiunt, ad quam nulli, præter hos, radij attinere possunt, cùm ipsi extremi sint. Igitur C E D vmbra est lineæ C D à prohibito fulgore corporis A B proiecta. Cùm verò recta sit linea C D ex hypothesi, itemq; C E & D E ex constructione rectæ, erit vmbra C E D plana superficies. nam per 2. vndecimi Euclidis, quod tribus rectis lineis continetur, plana est

F superficies.

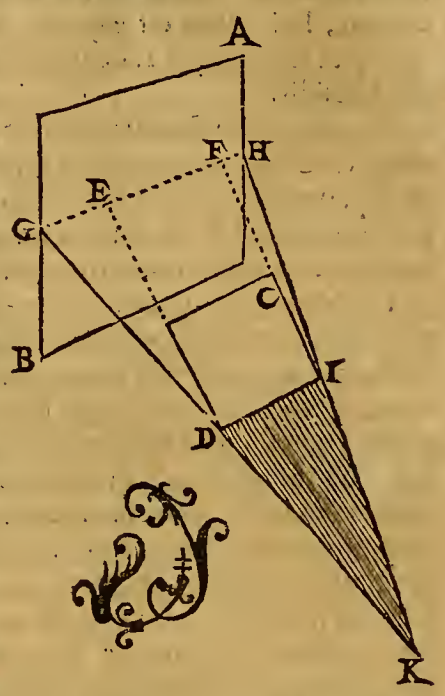
Quemadmodum linea, ita & plana superficies duobus modis luminoso corpori obijci potest. Igitur qualem hæc vmbram proijciat, ex sequentibus duabus propositionibus fiet manifestum: quarum altera quo situ superficiei vmbra sit superficies, altera quo situ eiusdem superficiei vmbra sit corpus, ostendet.

PRO-

PROPOSITIO LXIX. THEOREMA.

Si opaca ſuperficies producta corpus luminoſum ſecet, erit vmbra eius plana ſuperficies.

SIT A B corpus luminoſum, eique obiecta ſuperficies C D, ſic vt producta concurrat cum corpore luminoſo, illudq; ſecet in communi ſectione E F: dico vmbram eius planam eſſe ſuperficiem. Producatur enim vtrimque ipſa E F communis ſectio corporis luminoſi, & ſuperficiei opacæ, ſintque productæ ipſius E F extrema G & H, à quibus per D & I extremitates ſuperficiei opacæ radij producantur G K & H K: quoniam ergo per 58. propoſit. libri huius vmbra cuiuſque rei partim radiis luminoſis vndique ſtipantibus, partim reipſa opaca circumſcribitur, pater vmbram obiectæ ſuperficiei C D eam eſſe, quæ lineis D K, I K, & D I continetur: at rectæ hæ lineæ D K, I K, & D I triangulum claudunt I K D: igitur per 2. vndecimi Euclidis vmbra ſuperficiei C D plana eſt ſuperficies; quod erat demonſtrandum.

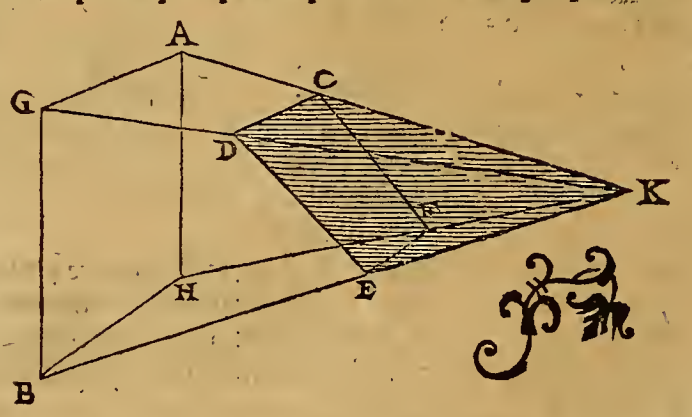


Eſt porrò hæc quoque vmbra dimidiata ſeu imperfecta: ſiquidem ſolius luminis, quod ex G H proficiſcitur, prohibitione exoritur. Nam quod ex A G & H B profunditur, ab vmbra I K D interpoſitione ſuperficiei C D minimè arcetur: non poteſt itaque à plana ſuperficie, perfecta vmbra plana prouenire, niſi luminoſum ipſum recta ſit linea in eodem exiſtens plano, in quo & opaca ſuperficies quæ vmbram facit. Nam ſi corpus fuerit, vel ſuperficies ſecundùm latitudinem ab opaca ſuperficie interſecta; ab omni eius parte, non qua ab opaca producta non interſecatur, radij promiſſi vmbræ perfectionem imminuent.

PROPOSITIO LXX. THEOREMA.

Si opaca ſuperficies producta non ſecet luminoſum corpus, erit vmbra eius quoddam ſolidæ figuræ genus.

ESTO luminoſum A B, expoſitaque opaca ſuperficies C D E F, quæ producta ipſum luminoſum non ſecet: dico vmbram C D E F K genus eſſe figuræ ſolidæ. Cùm enim linea C D corpori ita luminoſo A B obijciatur, vt producta, ipſum non ſecet ex hypotheſi, erit vmbra eius C K D plana ſuperficies per 69. propoſitionē huius. Eodemque modo oſtendenrur vmbræ linearum D E, E F, & F C planæ ſuperficies eſſe: igitur vmbra ſuperficiei C D E F, quæ his ſuperficiebus vmbratilibus definitur, ſolidam figuram obtinet. etenim ſolidum eſt, quod longitudinem latitudinemque & craſſitudinem habet per primam definitionem vndecimi Euclidis: at vmbra C D E F K, longitudinem habet C D, latitudinem verò C E, craſſitudinem autem quæ à baſi C E ad verticem K interiacet: igitur quæ à ſuperficie C E profunditur vmbra, ſi illa corpus luminoſum nulla ſua parte interſecet, figuram quamdam nanciſcitur de genere ſolidarum, cuius modus extremaque circumſcriptio ex corporis luminoſi & opacæ ſuperficiei comparatione dependet; quod erat demonſtrandum.



PRO-

A

PROPOSITIO LXXI. THEOREMA.

Vti puncti vmbra semper est linea, ita corporis vmbra semper est corpus.

PROXIMIS superioribus propositionibus ostendimus lineæ vmbram quandoque lineam, quandoque superficiem esse: itemque vmbram superficiei interdum esse superficiem, interdum corpus. Cuius profectò ea est ratio, quòd & linea & superficies quodammodò sectiles sint, quodammodò insectiles. Quoniam enim puncta omnia lineæ in directum extendi possunt, fit vt quodam situ vmbra eius recta sit linea, quemadmodum & puncti, cùm nimirum longo pòst se ordine collocata simul omnia idem luminosum punctum spectant: tum enim vnius puncti rationem obtinent: quare omnium vna est linearis vmbra sicut & puncti. Rursus quoniam longitudo rectæ lineæ sectilis est, fit, vt cùm ipsa longitudo qua sectilis est, luminoso obuertitur, vmbra eius sit superficies: at verò quia latitudinis est expers, fieri nequit vt eius vmbra aliquando sit corpus, cùm necesse sit corpoream vmbram à gemina dimensione, quæ in linea neutiquam reperitur, prouenire.

B

Vti de linea, ita de superficie ratiocinari oportet. Hæc namque quoniam nequit omnia puncta in rectam lineam constituta habere, etiam fieri non potest vt linearem vmbram proiiciat. Est verò eius vmbra subinde plana superficies, sicut & lineæ vmbra, quòd omnes quotquot in ipsa sunt lineæ, ex æquo distendi possint, eaque ratione luminoso corpori obiectari. At quoniam prætereà secundùm latitudinem spectare ipsum luminosum potest, fit vt si ea ratione luminoso corpori obiiciatur, tum eius vmbra sit corpus. Siquidem longitudini latitudinique quæ in proposita superficie ceu basi vmbræ reperitur, etiam profunditas accedit ex vmbrosi radij profusione.

C

Iam vti punctum vndequaque insectile est, ita è contrario corpus omni ex parte diuiduum est. Ex quo illud consequitur, vtrumque vnicam dumtaxat vmbram producere: punctum quidem linearem, vti superiùs est demonstratum; corpus verò solidam siue tergemina dimensione extensam; quod secundo loco fuit propositum.

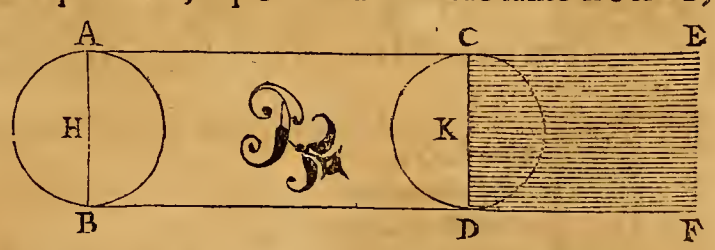
D

PROPOSITIO LXXII. THEOREMA.

Si sphæra luminosa sphæræ opacæ æqualis fuerit, erit vmbra illius cylindrus interminatus.

SIT luminosum sphęroides A B æquale opaco D; à luminoso autem ad opacum radij tangentes procidant, è quorum numero duo sunto A C & B D, qui infinitè producantur versus E & F, quemadmodum & ceteri, qui à luminoso corpore ad opacum tangentes porriguntur: dico vmbram radiis contingentibus, inter quos C E & D F, comprehensam, cylindrum esse interminatum. Quoniam enim æquales ponuntur sphæræ luminosa scilicet & opaca, erunt radij A C & B D, & quotquot eosdem circulos maximos attingunt, paralleli. A centris namque ad loca contactuum rectæ ducantur H A, H B, K C & K D: quoniam igitur æquales ponuntur sphæræ, erunt & semidiametri H A & K C æquales. Sunt verò iidem & paralleli per 7. lemma huius libri: igitur quæ has connectunt A C & H K, sunt parallelæ per 33. primi Euclidis. Eodem verò modo quotquot alij vtramque sphæram contingunt vt B D, parallelæ ipsi H K ostendi possunt. Itaque A C & B D, ac ceteri omnes qui sphæras attingunt, inter se sunt paralleli per 30. primi Euclidis. Producti igitur versus E & F, licet infinitè, numquam tamen concurrent, per 35. definitionem primi Euclidis: quare infinita erit corporis C D vmbra, hæc enim eousque procedit, quoad radiis concursantibus terminetur: hoc autem cùm nusquam eueniat, infinitam esse vmbram oportet; erit porrò ea vmbra cylindrus: quoniam si bases ipsi ad rectos angulos subtendantur, hæ circuli erunt, maximis qui in sphæra C D sunt circulis æquales.

E



F

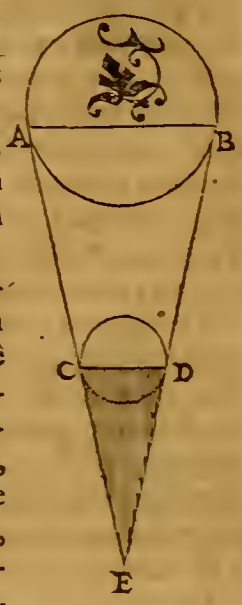
PRO-

A

PROPOSITIO LXXIII. THEOREMA.

Si sphæra luminosa maior fuerit opacâ, erit vmbra illius conus basin habens circulum ex radiorum contactu descriptum, verticem autem in radiorum concursu.

ESTO spæra luminosa A B maior opacâ C D; radij autem luminis vtramque sphæram circumcircà contingant, inter quos numerentur A C & B D: hos aio productos ad partes minoris sphæræ C D, tandem aliquando congressuros per 11. lemma huius libri. Palàm igitur vmbram C D E conum esse, cuius basis circulus sit, circa diametrum C D exaratus, in quo nimirum omnes luminosi radij à sphæra A B delapsi, opacam sphæram C D attingunt. Vertex autem sit punctum E, in quod iidem radij producti vnà omnes congrediuntur.



Hic porrò conus, si corporum intercapedo mutetur, nec eamdem semper habet basin, nec semper altitudinem eamdem: nam ex 48. propositione constat sphæricum luminosum maius è propinquo maiorem partem opaci corporis illustrare, quàm è remoto: igitur coni vmbrosi basin ex distantiæ incremento vel decremẽto augeri minuive oportet. Quòd verò etiam altitudo mutetur, ex lemmate 13. perspicuam habet demonstrationem: quia namque per iam citatum lemma, qui vtramque sphæram contingunt radij, tum longiùs concurrunt, cùm sphæræ longiùs ab inuicem distrahuntur, iamque constet ex propositione 58. vmbram radiis tangentibus contineri, fit vt aucto corporum interuallo prolixiores vmbræ euadant. Mutatur ergo coni vmbrosi & basis & altitudo, mutatâ corporum distantiâ; quod erat ostendendum.

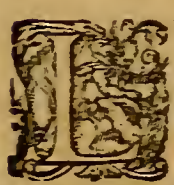
Hæc obseruatio in Astronomicis rebus non leue momentum habet: si enim fingas A B solare corpus esse, C D verò lunare, nullo negotio ea omnia demonstrari poterunt quæcunque circa vtriusque astri distantias, defectiones, ac magnitudines phænomena nobis in terra constitutis apparent, vt ex consectariis, quæ ad sequentem propositionem adiungemus, perspicuum fiet.

D

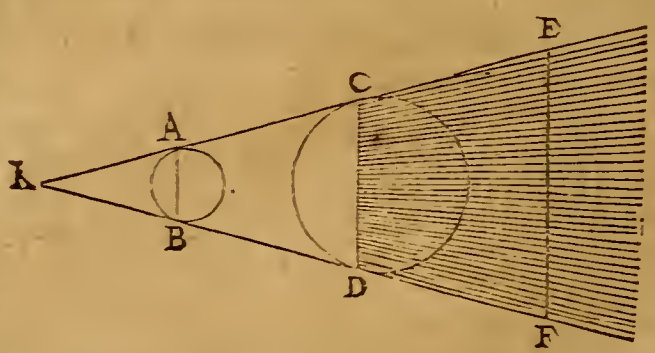
PROPOSITIO LXXIV. THEOREMA.

Si sphæra luminosa minor fuerit opacâ, vmbra continuò aucta tum longitudine, tum latitudine in infinitum abibit.

E



LVMINOSA sphæra A B minor existat quàm opaca C D; radij autem procidãt, qui vtramq; sphærã toto contingant ambitu, in quibus censeantur A C & B D, qui versus E & F infinitè cum ceteris producantur: dico vmbram corporis C D radiis C E, D F, ac ceteris circumambientibus contentam in infinitũ abire, ac in progressu perpetuo latitudinis incremento ampliari, forma turbinis coluri, resecto scilicet mucrone, quam celebris ille Callimachus, ab Atheniensibus Catatechnos appellatus propter artis statuariæ elegantiam, capitulo Corinthio primus attribuit, vt scribit Vitruuius l. 4 c. 1. Hanc à calathi similitudine καλαθοειδῆ rectè possumus appellare. Nunc propositum ostendamus.



Cùm sphæra A B minor sit sphærâ C D ex hypothesi, qui has contingunt radij A C & B D producti ad partes sphæræ minoris, tandem aliquando concurrent per 11. lemma huius

A huius libri. Sit ergo commune congressionis signum K, & C K D triangulum, cuius basi C D si parallela ducatur E F, à cócursu K remotior quàm C D, erunt triangula C K D & E K F æquiangula per 4. lemma huius libri. quare proportionalia erunt latera, quæ circum æquales sunt angulos, per 4. sexti Euclidis: igitur, vt K E ad E F, ita K C ad C D; & permutando, vt K E ad K C, ita E F ad C D, sed K E maior est quàm K C, cùm remotior E F quàm C D à concursu K esse supponatur: itaque & E F quàm C D maior erit. Sic ergo quò longiùs itur, eò semper dilatari magis magisque vmbra conuincitur: siquidem vt iam ex 4. sexti Euclidis ostensum est, ita se habent inter se dilatationum incrementa, quemadmodum longitudinum productiones.

B Licere autem eo pacto infinitè progredi, inde potest demonstrari, quòd radij luminosi versus E & F, quantumuis producti, numquam tamen congrediantur: scilicet anguli E C D & F D C, duobus rectis sunt maiores; oportet autem vt ad eas partes coëant, vbi sunt anguli A C D & B D C duobus rectis minores per lemma 11. huius libri. Cum itaque radij A C & B D, ad partes E & F numquam possint concurrere, sequitur necessariò vmbram corporis C D infinitè protendi: non enim priùs vmbra deesse potest, quam aduentante lumine profligetur per 3. huius libri hypothesin.

Habet hæc etiam vmbræ forma suos incrementi & decrementi modulos, ex corporis luminosi atque opaci propinquitate distantiaque oriundos. Nam cum duo hæc corpora sibi mutuò viciniora fiunt, minuitur quidem C D basis, vt ex propositione 49. constat; at in recessu vmbra diducitur, atque ampliorem in modum dilatatur: contrariè namque se habent vmbrosi luminosique radij. vti ergo per 13. lemma huius libri, radij luminosi A C & B D, cùm propinquiora fiunt ipsa corpora, arctius versus luminosum A B constringuntur; ita è contrario vmbrosos radios C E & D E, oppositam in partem productos expandi, latitudinisque incrementum capere est necesse.

C

CONSECTARIVM I.

Sol altiori cælo est constitutus quàm luna.

D NAM si oculus in K transportetur, fiantque optici, qui antè luminis radij erant, K C & K D: quoniam igitur in solis ac lunæ perfecta coniunctione, quando scilicet vtrumque sidus in rectam lineam cum aspectu nostro dispositum est, solis aspectus surripitur interiectu lunaris globi, necessariò concludimus solem lunâ altiorem esse. nequit enim quod propinquius est, eo quod longiùs distat ab aspectu nostro arceri. optici namque radij sola corporis opaci interpositione prohibentur: igitur in solis defectionibus luna inter aspectum nostrum ac solem interuenit; quo fit vt sol altiori cælo sit constitutus quàm luna. Nec mirum videri debet maioris astri prospectum à minori interpellari, cùm demonstratum iam sit radios K E & K F, quò longiùs prouehuntur, eò semper ampliùs diuaricari; minus autem corpus A B omne illud obumbrat, quod intra radios A E & B F infinitè protensos coërcetur.

E

CONSECTARIVM II.

Solis defectiones non semper æquales existunt.

ESTO namque, vt suprà, A B lunaris globus, oculus autem in K radiorum concursu constitutus: quoniam igitur qui ante luminis radij erant, nunc optici sunt, idem modò aspectui eueniet circa solis defectiones, quod priùs luminoso corpori, vmbræ proiectæ comparatione. Cum enim sol propter excentricum motum nunc propior nobis sit, nunc à nobis remotior; consequens est, vt aliquando maiori, aliquando minori radiorum interuallo comprehendatur: siquidem dum propior est, minori radiorum

F spatio ambitur: quare tum breuiori temporis mora ab aspectu nostro ereptus post lunare obstaculum delitescit; dum verò remotior est, ampliori intercapedine radiorum circumseptus, diutiùs post lunam demoratur.

Sed & lunæ accessus recessusque non parum huic rei conducit. Namque tunc maximam esse oportet solis defectionem, cùm luna proxima nobis est, sol autem hinc remotissimus. luna enim quò propior est, eò maiori angulo conspicitur per primum lemma libri quarti: quare & amplior est tum radiorum diuaricatio. Rursus sol quò remotior à nobis est, eò longiùs à se dissitos habet circumquaque radios illos, qui per ambitum lunaris globi producuntur: palàm itaque in hac astrorum constitutione maximam esse

debere solis defectionem; omnium verò minimam, cùm luna quidem longissimè à nobis abest, sol autem proximus est. Vtriusque præclara exempla habes recensita à Clauio in cap. 4. Sphęræ Ioannis de Sacrobosco, quæ & se vidisse affirmat: Alterum Conimbricæ, anno partæ salutis 1559. circa meridiem, quo sol multo tempore post lunæ opacitatem delituit, tantæque fuerunt tenebræ, vt vbi quis pedem figeret non videret, & stellæ clarissimæ in cælo apparerent, aueſque ex aëre in terram decidèrent præ horrore tam tetrę obscuritatis. Alterum Romæ, anno 1567. etiam non procul à meridiano tempore, quo luna totum solis orbem complecti non potuit, quamuis rectissima linea prætenderetur: rarum profectò exemplum, ita vt lucidus quidam ambitus, coronæ in modum, lunare corpus vndique cingeret. A B

CONSECTARIVM III.

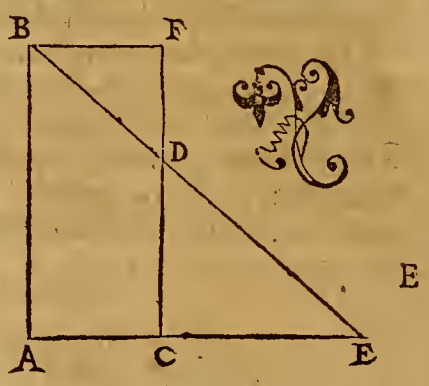
Luna à solari corpore longo magnitudinis interuallo superatur.

DEPREHENSVM siquidem est aliquando in ea constitutione, qua sol quidem nobis est proximus, luna autem hinc remotissima, aliquando solis ambitum ipsos visus radios circumcircà excessisse, sic vt luminosus quidam ambitus circum lunare corpus manifestè cõspiceretur. Ex quo sanè efficitur solem lunâ maiorem esse. Quoniam enim radij optici, qui lunare corpus amplectuntur, altiùs prouecti magis semper ac magis à se inuicem diuelluntur, maius profectò esse oportet ipso lunari orbiculo quodcumque corpus supra lunam intra iam dictos visus radios coërcetur; ac multò etiam maius C id, quod eosdem radios sua mole vndequaque excedit. Sol porrò cùm terræ proximus aliquando esset, luna autem altissima, vtpote in summo sui cæli fastigio constituta, visus est extra radios opticos prosilire, ab eoque conspicuum quoddam lumen circum lunare corpus emicare. Quod suis temporibus anno partę salutis 1567. Romæ accidisse Clauius memorat in commentatione libri de Sphæra Ioannis de Sacrobosco, ad caput quartum; vt superiore consectario annotauimus.

PROPOSITIO LXXV. THEOREMA.

Si maior fuerit luminosi quàm opaci corporis altitudo, erunt extremitatum radij altitudinibus proportionales. D

SIT luminosi corporis altitudo A B, opaci verò altitudo C D, hæcque illa minor: quoniam rerum altitudines perpendiculo æstimantur, esto A C E velut terræ superficies, aut planum quodcumque ad horizontem perlibratum, cui ad perpendiculum insistunt A B & C D: si iam à luminoso B per summitatem opaci corporis D radius agatur B D, hunc in primis productum cum A E congredi necesse est per 14. lemma huius libri; sit autem congressionis punctum E: dico igitur, quod initio propositum fuit, radium luminosum D E, eam rationem ad vmbrosum D E habere, quam habet altitudo A B ad C D altitudinem. Cùm enim triangulum sit A B E, eiusque basi A B parallela constituatur C D, erunt triangula A B E & C D E æquiangula per 4. lemma huius libri; ac proinde per 4. sexti Euclidis homologa erunt latera, quæ æqualibus angulis subtenduntur: igitur quemadmodum B E ad A B, ita D E ad C D: & vicissim per 16. quinti Euclidis, vt radius B E ad D E radium, sic altitudo A B ad C D altitudinem; quod demonstrasse oportuit.

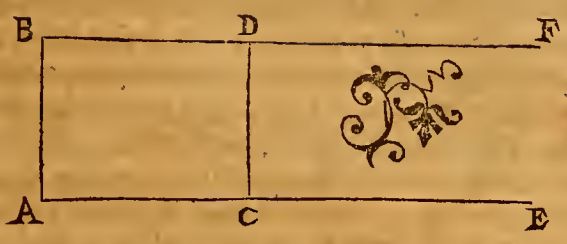


PROPOSITIO LXXVI. THEOREMA.

Si altitudo corporis opaci altitudini corporis luminosi æqualis fuerit, erit vmbra, quæ proijcitur, interminata. F

SIT luminosi corporis altitudini A B æqualis altitudo corporis opaci C D; ex B autem ad D radius porrigatur B D: quo prohibito, dico à puncto D vmbram protendi versus F infinitam. Cùm enim, vt superiore propositione diximus, altitudines rerum perpendiculo examinentur, sunto A B & C D ipsi A E perpendiculares: erunt igitur anguli iuxta A & C recti; ac proinde per 28. primi Euclidis parallelæ erunt A B & C D; ponuntur autem & æquales:

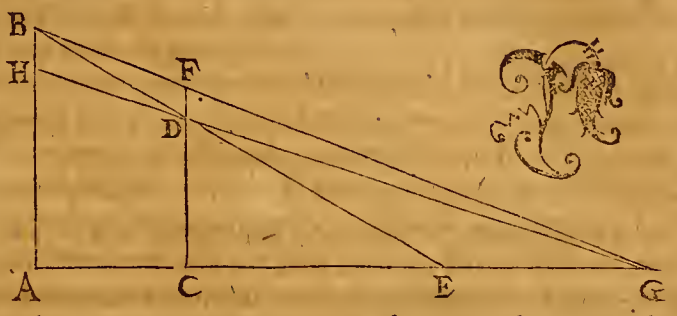
A æquales: itaque ipsæ quoque A C & B D parallelæ erunt per 33. primi Euclidis. Quantumuis igitur productæ fuerint A C & B D, numquam sibi mutuò incident per 35. definitionem primi Euclidis. Quare infinita erit vmbra D F; quod demonstrasse oportuit.



PROPOSITIO LXXVII. THEOREMA.

B *Quò altitudo corporis luminosi ad opaci corporis altitudinem minorem proportionem habuerit, eò maior vmbra producetur.*

RVRSVS, vt suprà, sit corporis luminosi altitudo A B, opaci verò altitudo C D, ambæ ipsi A E perpendiculares, ac proinde parallelæ: radius autem per B & D actus in lineam A E procidat ad signum E per 14. C lemma huius libri; sitque vmbræ proiectę longitudo C E: dico si minor fiat proportio altitudinis corporis luminosi ad altitudinem opaci, quàm sit A B ad C D, vmbram produci maiorem.



Duobus porrò modis euenire potest, vt minor sit proportio luminosi ad opacum, quàm sit A B ad C D; vel scilicet aucto corpore opaco minore vsque in F; vel luminoso A B, quod maius est, in H diminuto. Augeatur primò corpus opacum C D in F, ita tamen vt adhuc minor sit C F quàm A B, producanturque radij B F & B D, donec concurrant cum A G; concurrent enim per 14. superius lemma in puncto aliquo, altera in E, altera D in G: dico vmbram C G vmbrâ C E longiorem esse. Quoniam enim parallelæ sunt A B & C F, erunt per 4. lemma huius libri æquiangula ipsa triangula A B G & C F G: eodemq; modo erunt & A B E, C D E triangula æquiangula. Quare per 4. sexti Euclidis sic se habet A B ad C F, quemadmodum A G ad C G; & vt A B ad C D, ita A E ad C E: sed minor est ratio A B ad C F, quàm eiusdem A B ad C D, per 8. quinti Euclidis, quòd videlicet ex hypothesi maior sit C F quàm C D: igitur minor quoque erit proportio A G ad C G, quàm A E ad C E. Cùm ergo duabus C E & C G idem augmentum adiunctum sit A C, sitque minor proportio C G cum additamento A C, hoc est totius A G ad C G, quàm sit C E cum augmento A C, id est totius A E ad C E, erit per 15. lemma huius libri C G maior ipsâ C E; quod erat demonstrandum.

E Deinde manente C D altitudine corporis opaci, minuatur ipsius luminosi altitudo vsque in H, sic tamen vt A H maior sit quàm C D, radiusque ab H per D extendatur H D, qui per 14. lemma huius libri productus concurret cum linea A G in puncto quopiam, puta G: dico igitur vmbram C G longiorem esse vmbrâ C E. Nam per iam factam demonstrationem vt A B ad C D, ita est A E ad C E; rursus vt A H ad C D, ita A G ad C G. At quia minor est ex suppositione A H quàm A B, erit per 8. quinti Euclidis minor proportio A H ad C D quàm A B ad eamdem C D: igitur minor quoque erit proportio A G ad C G quàm A E ad C E. Cùm autem duabus C E & C G idem adiungatur augmentum A C, erit rursus per 15. lemma huius libri vmbra C G maior vmbrâ C E; quod erat demõstrandum.

F

CONSECTARIVM I.

Circa exortum atque occasum solis, maiores sunt vmbræ quàm in meridie.

SEQVITVR profectò id ex posteriore huius propositionis explicatione. Quò namque sol depressior est, ac propior finitori, eò minorem proportionem habet eius altitudo ad eamdem altitudinem corporis opaci, vt ex 8. quinti Euclidis facilè colligi potest. Quare per ea, quæ iam proximè demonstrata sunt, minimam quidem meridie

vmbram esse oportet, quòd, vt Philosophus ait problematum sectione 15. q. 4. *sol meridie maximè è perpendiculo se nobis exhibeat*; quamobrem tum quoque minimæ fiunt accessiones: at prope ortum atque occasum mirum in modum augescunt, exiguo licet spatio sol ad horizontem prolabatur. Vnde Poëta declinationem diei per vmbrę incrementum ingeniosè descripsit: *Maiorésque cadunt altis de montibus vmbræ.* A

CONSECTARIVM II.

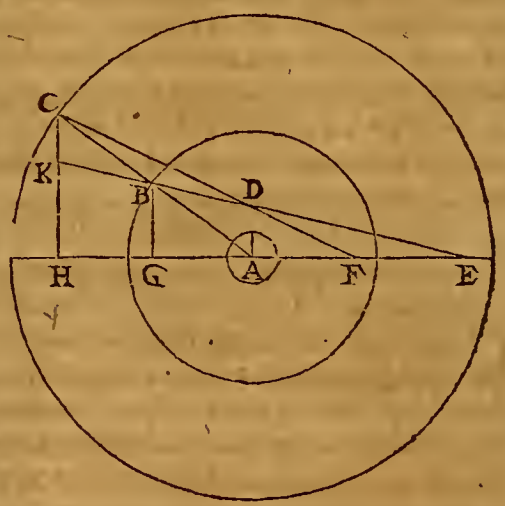
Meridianæ solis vmbræ brumali tempore, quàm æstiuo nobis sunt prolixiores. B

NAM eo motu, quo sol per obliquam signiferi viam incedit, æstiuo tempore verticí nostro propinquior fit, remotior verò brumali: siquidem quæ Boream spectant signa, eadem sunt & æstiua; quæ autem ad Austrum vergunt, hiemalia. Igitur sol brumali tempore, cùm diurno motu summum attigit cæli fastigium, remotior quidem à nostro est apice, at horizonti propinquior depressiorque omnino, quàm tempore æstiuo. Quare per ea quæ paulò antè sunt demonstrata, prolixiores tum vmbras esse oportet.

CONSECTARIVM III.

Vmbræ lunares solaribus sunt longiores, cùm vtrumque astrum in eadem fuerit altitudine supra horizontem constitutum. C

SIT enim centrum terræ A, B autem verus locus lunæ, at solis verus locus C, ambo in eadem altitudine graduum, verbi gratia 40. supra horizontem H E constituti, sic vt recta A B, quæ à centro mundi educitur, per C quoque transeat: demum sit A D corpus vmbrosum, cuius summitas D sit vtriusque astri, solis scilicet lunęque altitudine demissior: ac per D radij porrigantur B D & C D, qui producantur donec cum horizontali plano conueniant in E & F: concurrent autem per 14. lemma huius libri.



D

Dico igitur lunæ vmbram A E vmbrâ solis A F longiorem esse. Ex B namque & C demittantur in horizontalem lineam perpendiculares B G & C H per 12. primi Euclidis, quæ proinde altitudini corporis vmbrosi A D, (quod etiam ad perpendiculum erectum est) parallelæ erunt. Cùm verò D extra triangulum A C H existat, producta D B secabit vtrumque trianguli latus A C & C H, istud quidem in K, illud verò in B: minor igitur erit H K quàm H C. quare & H K minorem proportionem habebit ad A D, quàm H C ad eamdem A D, per 8. quinti Euclidis. Sed per ea quæ iam sunt demonstrata, vt se habet H K ad H D, ita se habet H E ad A E: & vt H C ad A D, ita H F ad A F. Igitur H E minorem rationem habet ad A E quàm H F ad A F: sublato itaque communi additamento H A, maior relinquetur A E quàm A F, per 15. lemma huius lib. quod erat demonstrandũ. E

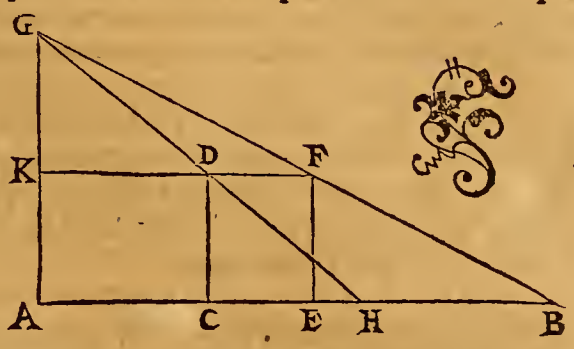
PROPOSITIO LXXVIII. THEOREMA.

Si corpora aliquot opaca æqualia fuerint secundùm altitudinem; quod lucido corpori eminentiori propinquius est, breuiorem vmbram facit. F

SINT in superficie horizontis A B erecta secundùm perpendiculum duo corpora opaca C D & E F, æqualia secundùm altitudinem, sitque C D corpori luminoso G eminentiori propinquius: dico vmbram C H vmbrâ E B minorem esse. Producantur enim radij G D & G F, donec cum superficie horizontis A B congrediantur: (concurrent autem per 14. lemma huius libri) sint verò puncta congressuum H & B: connectantur etiam puncta D & F:

iam

A Iam quoniam ex hypothesi C D & E F æquales inter se sunt & parallelæ, erunt & quæ illas connectunt C E & D F æquales & parallelæ per 33. primi Euclidis. Rursus cùm ex cõstructione C & B in vna sint recta linea, erit quoque D F lineæ H B parallela, at minor illâ; siquidem per 4. lemma huius libri æquiangula sunt ipsa G D F & G H B triangula, erit itaq; per 4. sexti Euclidis vt G D ad G H, ita D F ad H B: sed G D B minor est ipsâ G H, vt pars totâ: igitur D F ipsâ quoque H B minor erit. Est verò iam ostensa C E ipsi D F æqualis; erit igitur & C E ipsâ H B minor per 7. quinti Euclidis: quare si vtrique inæqualium addatur communis portio E H, minor erit C H quàm E B per communem notionem; quod erat demonstrandum.



CONSECTARIVM I.

In æqualibus altitudinibus corporum opacorum, distantiæ eam inter se proportionem habent, quam proiectæ in planum vmbrarum longitudines. C

PRODVCATVR enim F D in K: quoniam igitur ob triangulorum A G H & C D H similitudinem, vt A G ad C D, ita est A H ad C H; & vt A G ad E F, ita A B ad E B, eademq; est proportio A G ad C D, quæ eiusdem A G ad E F per 7. quinti Euclidis, quòd nimirum æqualis sit C D ipsi E F ex hypothesi; erit quoque eadem proportio A H ad C H, quæ A B ad E B: & vicissim per 16. quinti Euclidis, vt A H ad A B, ita C H ad E B: sed vt A H ad A B, ita est K D ad K F per 4. sexti Euclidis; itaque C H ad E B est, quemadmodum K D ad K F: at K D ipsi A C & K F ipsi A E sunt æquales per 33. primi Euclidis: igitur eamdem proportionem habet vmbra C H ad E B vmbram, quam A C distantia habet ad distantiam A E; D quod erat demonstrandum.

CONSECTARIVM II.

Tota vmbra C D H, *totâ* E F B *est minor.*

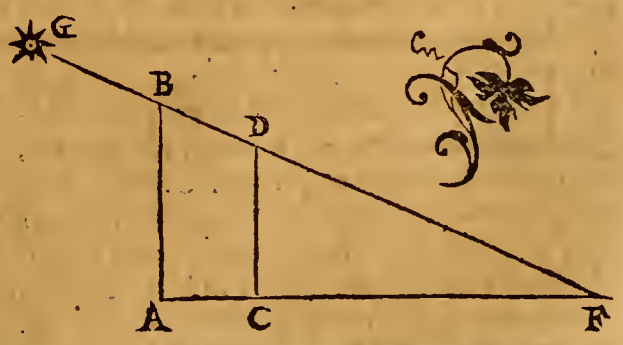
CVM enim vtrumque triangulum C D H & E F B in eadem sint altitudine, in eisdemque parallelis A B & K F ex suppositione, erunt ipsa inter se triangula, quemadmodum bases C H & E B per 1. sexti Euclidis: at iam ostensa est basis C H basi E B minor: igitur ipsa quoque vmbra C D H, minor est vmbrâ E F B; quod erat demonstrandum. Atque eodem modo quò propinquiora fiunt vmbrosa corpora, eò totum spatium, quod vmbrâ completur, minus efficitur; augetur verò opaci corporis recessu.

E

PROPOSITIO LXXIX. THEOREMA.

Si idem luminis radius è sublimi delapsus, per plurium inæqualium altitudinum vertices transeat, erunt vmbræ altitudinibus proportionales.

VNA quidem inæqualium altitudinum sit A B, altera verò C D; à corpore autem luminoso sublimi G per vtriusque altitudinis verticem B & D radius procidat G B D: hic profectò cum A C, si ambo producantur, concurret per 14. lemma huius libri. Esto ergo congressionis signum F, quo vtriusque altitudinis vmbra terminabitur: dico ita se habere vmbrã A F ad C F vmbram, quemadmodum se habet altitudo A B ad C D altitudinem. Quoniam enim parallelæ sunt F

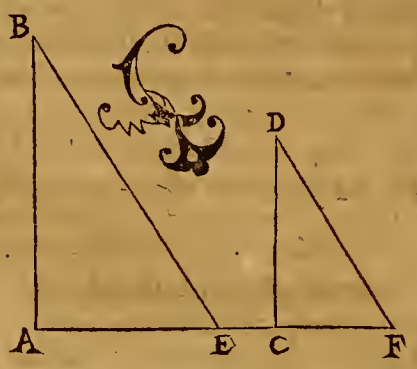


A B & C D, erunt triangula A B F & C D F ęquiangula, per 4. lemma huius libri. Quare per 4. sexti Euclidis apertè concluditur propositum, ita nimirum se habere vmbram A F ad C F vmbram, vt se habet altitudo A B ad C D altitudinem; quod demonstrare oportebat. A

PROPOSITIO LXXX. THEOREMA.

Si luminosi radij, qui per summitates inæqualium altitudinum porriguntur, paralleli fuerint, erunt sic etiam vmbræ altitudinibus proportionales.

B



DVÆ inæquales altitudines vmbrosæ exponantur A B & C D, per quarum summitates in subiectum horizontis planum A F radij procidant paralleli B E & D F: dico ita se habere vmbram A E ad C F vmbram, quemadmodum altitudo A B se habet ad C D altitudinem; & vicissim per 16. quinti Euclidis, vt vmbra A E ad altitudinem A B, sic vmbram C F ad C D altitudinem. Quoniam enim A B & C D perpendiculares horizontis plano A F supponuntur, erunt anguli B A E & D C F recti per 10. definitionem primi Euclidis. Rursus quoniam parallelæ sunt ex hypothesi B E & D F, erunt anguli A E B & C F D æquales per 29. primi Euclidis. Quare & reliquus angulus B, reliquo D æqualis erit; siquidem per 32. primi Euclidis, tres vnius trianguli anguli, tribus angulis alterius pares esse oportet. Sunt igitur æquiangula ipsa triangula A B E & C D F: ac proinde per 4. sexti Euclidis, vt vmbra A E ad C F vmbram, sic altitudo A B ad C D altitudinem: & alternè, vt vmbra A E ad altitudinem A B, ita vmbra C F ad C D altitudinem; quod erat demonstrandum.

CONSECTARIVM.

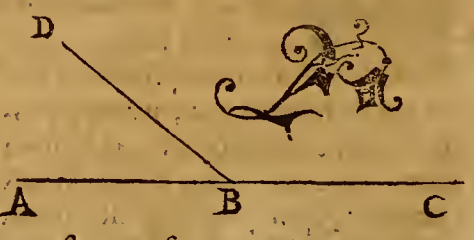
Ex vmbra notæ altitudinis incognitam altitudinem inuestigare. D

PERFACILE est ex iam demonstrato theoremate hoc quoque problema explicare. Cùm enim propter ingentem solis distantiam vmbrosi radij, quos intercepto lumine opaca corpora proijciunt, nil à veris parallelis dissideant quoad sensus æstimationem; erunt, vti iam demonstratum est, solares vmbræ ab inæqualibus altitudinibus proiectæ, ipsis altitudinibus proportionales.

Itaque si ignota quæpiam altitudo, verbi gratia A B, per vmbram solis exploranda sit: defixo in terram bacillo C D notæ altitudinis, puta 3. pedum, metienda in primis erit eius vmbra C F, sitque ea pedum 2. deinde accipienda erit per rectam terræ lineam vmbra A E ignotæ altitudinis, quæ, gratia exempli, reperta sit pedum 20. dico igitur si vmbra duorum pedum ab altitudine pedum trium proficiscitur, vmbram pedum 20. ab altitudine 30. pedum prouenire, vt ex proportionum regula apertè colligitur. Ignota igitur altitudo 30. pedum esse reperitur, quæ erat inuestiganda. E

PROPOSITIO LXXXI. THEOREMA.

Moto seu luminoso, seu opaco, & vmbra pariter mouetur.



PROPOSITIONE 57. huius libri ostensum est vmbrosum radium cum luminoso, à quo procedit, in rectam lineam semper extendi. Esto itaque luminosum corpus A, opacum verò B, radiusq; luminis A B, vmbræ autem radius B C, sitque A C recta, vti dictum est, linea: promoueatur luminosum corpus A in D, radiumque luminis ad opacum corpus profundat D B: si itaque vmbræ radius B C immotus perstet, consequens erit vt D B C non sit recta linea, aduersus id quod propositione 57. huius libri est demonstratum; vel certè duæ rectæ luminosæ lineæ A B & D B habebunt idem segmentum B C commune, quod

decimo

A decimo axiomati Euclidis ex additione Clauij repugnat. Fieri ergo nequit, vt moto corpore luminoso non pariter vmbra moueatur.

Si autem opacum ipsum corpus transmutetur, longè patentiùs ostendemus vmbram vnà moueri: nam opacum corpus, vt propositione 58. libri huius docuimus, alter est vmbræ terminus. Moto autem rectæ lineæ termino totam lineam moueri est necesse, ne idem contingat inconueniens, quod suprà, duas scilicet rectas lineas idem habere segmentum commune: etenim partes omnes mutuò sibi cohęrent. Igitur translato corpore opaco, & vmbram transferri inuincibili quadam naturæ sequela oportet, non aliter quàm adducto primo catenæ annulo, sponte sequuntur reliqui, in quos per consensum B vis primò impellentis deriuatur.

His demonstrationibus, quæ ex necessariis deductæ sunt, ratio quoque ex ipsa vmbræ natura deprompta adstipulatur. Cùm enim vmbra sit luminosi radij absentia, obiectu corporis opaci inuecta; sanè distinctorum & numero & loco radiorum prohibitio, distinctas & numero & loco vmbras inducet. vti namq. luminarium multitudine vmbræ numerantur (quod propositione 59. libri huius demonstrauimus:) ita idem luminare si successiuè pluribus reponatur locis, in loca distincta suam vmbram proijciet; tum enim plurium subit vicem. Ex quo cõsequens est, vt moto luminari, & ipsa vmbra moueatur.

Eodem verò modo, quoniam opacum ipsum corpus loco transmutatum alium continuò atque alium ab immoto luminari radium excipit, eiusque interceptione vmbra C procreatur, fit profectò, suo vt motu aliò semper atque aliò propriam vmbram circumferat; quæ proinde videbitur,

—— nobis in sole moueri,
Et vestigia nostra sequi, gestúmque imitari.
Nimirum quia terra locis ex ordine certis
Lumine priuatur solis, quacunque meantes
Officimus. ——

Lucret. lib. 4. de natura.

Porrò cur solis vmbræ extremum tremere videatur, quærit Aristoteles in suis problematis sect. 15. q. 12. Manifestè verò eum tremorem perspiciimus, cùm longiùs vmbra profunditur; cuius causa sol esse non potest: nam sol in partes moueri contrarias nequit, D tremorem autem ita fieri manifestum est. Quare idcircò id euenire Aristoteles affirmat, *quia corpuscula contenta in aëre agitantur, quæ vulgò ramenta nominantur, conspicua in solis radiis, qui transmeant per fenestras. Hæc enim moueri solent etiam sine vllo spiritu. Ergo cùm vicissim modò de vmbra in lucem, modò de luce in vmbram moueantur assiduè, terminus quoque lucis ac vmbræ communis continuò moueri videtur: partim enim veluti vmbram, partim lucem sua ipsa mutatione efficiunt: itaque moueri vmbra videtur, cùm non hæc, sed illa hunc in modum soleant agitari.* Quod de corpusculis dixit Philosophus, longè maximè intelligendum est de vaporibus, qui per aërem continuò vagantur mutuo occursu leuiter protrusi. Nam simili de causa sol ipse primo exortu tremere aspicientibus videtur, quòd educti è terra vapores totum id spatium, quod solem inter aspectumque E nostrum interiacet, conferti impleant: cumque perpetuò agitentur, qui illis inest motus, soli tribuitur propter aspectus hallucinationem. Rursus eadem de causa, cùm iam solares radij terram acriùs feriunt, si quis proximos agros aspiciat, trepidare illos, glebasque inter se committere arbitrabitur: sic accensis prunis, quamuis nulla flamma adsit aut aspectabilis fumus, ipsi tamen ignei vapores, qui occultè exhalant, quamdam aëris agitationem ostendunt. His omnibus satis perspicuè explicatam esse arbitror genuinam causam cur vmbrarum extrema tremere videantur, ac tum potissimùm cùm illæ longiùs protenduntur.

Eamdem ob causam stellas quasdam ex ijs quæ firmamento inhęrescunt minùs constantes videri Philosophi quidam existimarunt, tremere nimirum illas non reipsa, sed F videri, cùm vapores per aërem sparsi agitantur. Quemadmodum enim, inquiunt, si inter obiectum & oculos nostros fumus intercesserit, videmus obiectum tremere; sic inter stellas & visum nostrum perpetuus est motus corporum mediorum; hic ergo minimè dubiam scintillationis causam manifestat. Verùm ista sententia multis reuinci potest, atque in primis ex eo, quòd eadem vaporum quantitas inter errantes inerrantesque stellas interiecta sit: cur ergo non ęquè omnes scintillant, cùm vna sit communis omnibus inquietudinis causa? Deinde stellæ illæ quibus hæc proprietas inest, sudo etiam ac sereno cælo, & iuxta cæli fastigium intermicant (quamquam prope horizontem acriùs, ob duplicis causæ concursum:) non ergo vapores interiecti istius motus sunt causa.

Alij ſolares radios flexo mucrone repelli ad nos, eamque ſcintillationis cauſam eſſe A
dixerunt. Quod ſi ita eſt, cur non etiam planetæ omnes eadem inquietudine agitantur, quando & ab his omnibus ſolares radij ad nos reflectuntur?

Vitello lib. 10. ſuæ Optices propoſ. 55. formarum motui cauſam adſcribit; formas autem moueri ait, cùm illarum radij ſublunarem regionem variè infracti penetrant. Statuit enim fundamenti loco id totum quod inter nos ac lunæ cauam ſuperficiem interiacet, ignem atque aërem perpetuo motu cieri, partim vaporum aſcenſu impulſuque, partim ventorum procellis agitatum. Cùm ergo hoc corpus in continuo ſit motu, qui à ſtellis procidunt radij variè fracti ſcintillationis atque inquietudinis cauſam præbet. Quod exemplo aquarum confirmat, quæ dum leuiter criſpantur, inconſtantes reddunt imagines. B Quo pacto verò non eadem affectio æquè in planetas atque in ſtellas fixas pertranſeat, aut cur non pari agitatione omnes fixæ ſtellæ micent, non ſatis explicat. Quare id ratum ſanctumque eſſe debere exiſtimo, non poſſe eam ſtellarum apparentiam in ſublunaribus rebus cauſam habere, vtpote quæ planetas iuxtà ac ſtellas ceteras comprehendat. Prætereà quod Vitello ait de ventorum procellis, id potiùs ipſius ſententiam euertit, quàm roboret: nam venti procellis agitati ampliſſimis lationibus mouetur; quare oporteret ſtellas non breui reciprocatione agitari, ſed procul è loco deferri. Si verò non aliter ſtellas quàm ſolem à vaporibus tremulas fieri affirmet, nil agit; nam ſtellæ etiam prope cæli verticem micant, at ſol non niſi cùm primùm oritur: & ſi eadem cauſa ſtellæ fixæ micant, qua & ſol, quid quæſo grande inclamant Philoſophi, ſtellas firmamenti ſcintillare, planetas non item, cùm eadem cauſa qua ſol ceteri etiam planetæ C
ſcintillent?

Ariſtoteles micantium ſtellarũ cauſam longinquitati attribuit: ita enim ſcribit lib. 2. de cælo, cap. 8. text. 48. *Viſus enim longè ſe extendens verſatur ob infirmitatem; quæ quidem fortaſſe cauſa eſt, vt & ſtellæ fixæ micare, vagantes autem non micare videantur. Vagæ namque ſtellæ ſunt propè: quare viſus ſui compos ad iſtas accedit; ad fixas autem longè ſe extendens, ob longitudinem tremit; tremor autem ipſius facit, vt hæc motio ſtellæ ipſius eſſe videatur: nihil enim intereſt viſus, an id quod cernitur, moueatur.* Hæc ille. Quid porrò cauſæ ſit, cur ſtellæ remotiores inquietæ, planetæ verò, quia propinquiores ſunt, conſtantes perſtent, & cur Saturnus firmamento proximus inter planetas minimè ſcintillet, D
non explicauit Philoſophus. Quare

Cardanus alijque quàm plurimi potentiæ imbecillitate euenire dixerunt, vt ſtellæ quidem fixæ tremere ac ſcintillare videantur, planetæ verò non item. Cùm enim ſtellæ longè à nobis abſint, ſimulque earum fulgore aſpectus noſter ſuapte natura imbecillis, etiam hebetetur magis; porrecta acie ægrè ad ipſas attingit: quare laſſatus nutat ac tremit. Hæc Platonicam philoſophiam ſapiunt, quæ viſum extrà efferri docet: & quamuis ea concedatur, nihil tamen efficitur; nam cauſa nondum apparet cur maiores quædam ſtellæ nonnullis minoribus inquietiores ſint; & è minoribus, cur quædam alias ſuperent maiores, cùm ad omnium aſpectum cæcutiat oculorum acies longinquitate itineris hebetata. Deinde lib. 1. propoſ. 56. oſtendimus viſum ſuapte natura infinitè extendi; nulla E
ergo intercapedine definietur, dummodò cetera adſint ad viſionem neceſſaria.

Alij formarum naturam incuſarunt, quia ſcilicet ſpecies à ſtellis fixis promiſſæ ob longiſſimi ſpatij intercapedinem deficiunt, ac præ tenuitate vix iam actionem aliquam in viſum inferre poſſunt, ideò dum potentia intuitiua viſionis actum elicere conatur, niſu fatiſcit ac tremit, cuius affectio in rem viſam tranſit. At quid intereſt an procul ſint ſtellæ, dummodò ſat magnæ ſint vt ſui imagine ad obtutum deſtinata videantur? eadem enim harum ratio eſt, quæ & planetarum: qui licet multis partibus minores ſint ſtellis, videntur tamen, quia propinquiores. Rurſus pleræque ſtellæ ex ijs, quæ primæ notæ vocantur, nonnullis planetis, vt Mercurio, Saturno, & Ioue apparent maiores atque illuſtriores: quæ ergo ratio ſuadet, vt ad illarum aſpectum vacillet oculorum acies? F

Sunt qui ob motus diurni pernicitatem id fieri crediderunt, nempe idcircò radios à ſtellis fractos ac tremulos procidere. Verùm ſi hæc cauſa foret, ſtellę omnes, ac ipſi etiam errabundi planetæ nullo diſcrimine ſcintillarent, cùm pari circumactu ab ortu in occaſum vnà cum fixis aſtris rapiantur. Deinde hac cauſa nullæ iuxta polos ſtellæ micarent, ob motus tarditatem: at plurimæ ibi inquietiſſimæ cernuntur; non ergo hæc vera eſt ſcintillationis cauſa.

Ad extremum Iulius Scaliger exercit. 63. omnibus hiſce coniunctim ſtellas micare arbitratus eſt, adiuuantibus ſcilicet cauſis. At miror profectò, hunc virum latere potuiſſe

cauſarum

A causarum omnium conspirationem errantibus æquè ac inerrantibus stellis patrocinari. Deinde omnibus causis vnà agentibus, quo pacto fiet, vt fixarum stellarum nonnullæ crebrioribus ictibus micent, at velocioribus; aliæ maioribus, sed rarioribus? Cur etiam è minoribus stellis quædam, ac quædam item è maiorum numero præ ceteris viuaciores sint? sanè ex omnium causarum concursu, iunctaque actione, prouenire ista posse nemo facilè ostenderit.

His sententijs sæpiùs à nobis expensis, cùm neque ex parte organi, neque ex parte obiecti, neque ex parte medij, aut ceterarum rerum quæ ad visionem cõferunt, quidquam occurreret, cui admirabilem hunc effectum adscribere possemus; cœpimus, vti decebat,
B diuinam admirari sapientiam, ac præcipuè spiritum illum Domini, qui ornauit cælos; *Iob cap. 26*
cumque identidem hæc cogitatio in mentem rediret, in eam sententiam adducti fuimus, vt crederemus scintillationem stellarum à nulla externa causa prouenire, sed insitam eis fuisse à prima origine hanc conditionem, vt intermicare non desinant, aliæ plus, aliæ minùs, prout singulis diuina sapientia præscripsit.

Porrò quo pacto reipsa id fiat, non est nostrum definire: id enim solus nouit qui cælestes naturas condidit, Deus. Si verò quispiam scire id saltem velit, qua ratione id fieri possit; dicam, licet multis id quidem modis Deo possibile sit, inter ceteros tamen hunc ab humanis rationibus non omnino alienum esse: Finge animo stellarum globos (quos de suo lucere equidẽ existimo) non vndique pari nitore perfusos esse, voluiq; in proprijs
C cauitatibus raptu celerrimo: cùm igitur lucidiores partes obscurioribus, atque hæ vicissim illis identidem succedant, hac luminis inconstantia videri stellas quadam motus reciprocatione agitari. Quod si ita sit, omnis illa inquietudinis disparitas, quæ in micantibus stellis animaduertitur, ex lucis insitæ inæqualitate originem ducet. quæ namque stellæ extremis partibus constant lucidissimis scilicet atque obscurissimis, hę acriùs incitari videntur, quòd ampliora ostendant extremorum interualla: quę verò ex medijs partibus constitutæ sunt, eamdem ob causam obscuriùs micant: rursus quæ in suis cauitatibus ocyùs circumaguntur, hæ crebriores faciunt vicissitudinem recursus; illæ autem tardiores, quæ longiores nactæ sunt motuum periodos. Hæc si tuo palato sapiunt, amice Lector, probato; sin minùs, stude, vt meliora inuenias: at caue sis; vt non solùm illà
D tuo, verùm etiam nostro palato sapiant.

PROPOSITIO LXXXII. THEOREMA.

Lumen, vmbráque circum immotum opacum corpus oppositis mouentur lationibus.

E HÆC proprietas ex natura ingenioque secantium sese linearum pendet. Duæ inquam lineæ dum se mutuò secant, positionum, quas vocant, differentias mutant; vt si pars vna secantis dextera sit ei quæ secatur, eiusdem secantis pars altera sectæ futura sit sinistra: vnde efficitur, vt cùm sol ab Oriente per Meridiem fertur in Occidentem, tempore eodem terræ vmbra ab Occasu per mediæ noctis terminum Orientem versus incedat: omnes siquidem rectæ lineæ ex luminosis vmbrosisque radiis compositæ sese ad opacum corpus, ceu ad commune circulationis centrum intersecant. Quantum igitur versus vnam cæli plagam spatij conficit luminosus radius; tantum vmbra promouet in oppositam.

CONSECTARIVM.

Luminosus vmbrosúsque radius pari motus velocitate cientur.

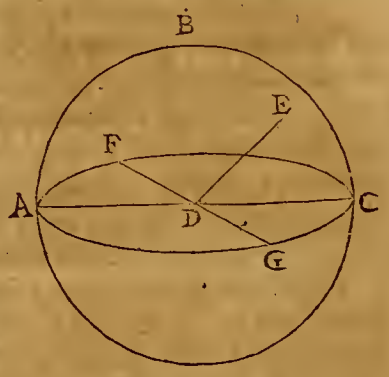
F PATET sanè hoc ex iam explicata propositione. Est verò ita accipiendum, vt æquali ab opaco distantia motiones æstimentur. Si enim circum opacum corpus velut centrum circulus describatur, perspicuum est æquis temporibus luminosum vmbrosumque radium pares circuli peripherias transcurrere: siquidem anguli qui aduersis peripheriis insistunt, ad centrum circulationis constituti, perpetuò sunt æquales per 15. propositionem primi libri Euclidis: æqualibus autem angulis æquales peripheriæ eiusdem circuli subtenduntur per 26. tertij Euclidis: igitur luminosus vmbrosusque radius æquis temporibus pares circuli peripherias transcurrunt; ideoque pari velocitate mouentur; quod erat explicandum.

PRO-

PROPOSITIO LXXXIII. THEOREMA.

Si sol per ambitum circuli in sphæra maximi incedat, vmbra centri eumdem percurret circulum.

Esto sphæræ A B C, cuius centrum D, maximus circulus A F C G; per cuius ambitum sol incedere animo concipiatur, iamque in signum A peruenisse: quoniam luminis radius A D ad cẽtrum sphęræ pertinens in ipsius est circuli plano, erit & vmbræ radius D C; qui ex centro prodit, in eodem plano in quo & circulus: siquidem D C & A D radij vnam efficiunt rectam lineam per 57. propositionem huius libri. Fieri autem nequit, vt rectæ lineæ A C pars A D, hoc est luminosus radius, in plano quidem sit circuli, pars verò D C, id est radius vmbrosus sit à circuli plano sublimis; velut in D E, quod Euclides demonstrat libro vndecimo propositione prima. Itaque & vmbrosus ipse radius D C in eodem est circuli plano in quo & A D.

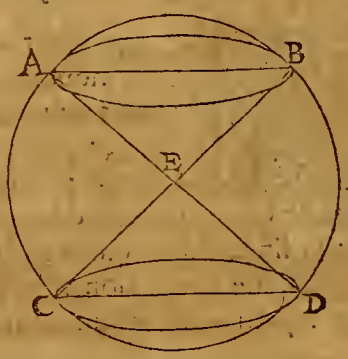


Deinde fingatur sol in F promotus, radium F D ad centrum protendere. Quoniam igitur per 1. vndecimi Euclidis vmbræ radius D G luminoso F D in directũ coniunctus nequit à plano, in quo F D, sublimis esse, verbi gratia in D E, erit is in eodem cum F D plano. Eodemq; modo ad quemcumque locum sol peruenerit, semper ostendetur vmbrosus radius in eodem plano versari, in quo & luminosus: igitur cùm sol totum orbem decurrerit, & vmbræ radius eumdem emensus erit; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LXXXIV. THEOREMA.

Si sol per sphæræ circulum non maximum incedat, duæ conicæ superficies ad centrum sphæræ ceu ad communem verticem conuenient; vna luminosa ex radio circumacto, altera opaca ex ea vmbra quam centrum profundit.

Sit sphæra A B D C, cuius centrum E, in eaque circulus non maximus ex diametro A B descriptus, per quem si sol circumduci intelligatur, radius eius, qui ad centrum E pertinet, circumactus, metę superficiem designabit coni in modum, vt ex ipsius coni definitione conuincitur: propterea quòd basin habeat circulum in quem sol conuertitur, verticem autem immotum sphæræ centrum. Cùm verò luminis radius A E in rectum continuumque productus, obiectu opaci cẽtri E in vmbrosum commutetur E D: dico hunc quoque circumactum conoidem superficiem describere, cuius quidem vertex perspicuè idem est qui & luminosi coni, nempe sphæræ centrum E. At basis circa diametrum C D circulus est: ductis enim A B & C D, quoniam A E & B E æquales sunt ipsis E D & E C per sphæræ definitionem, estque angulus C E D angulo A E B æqualis per 15. primi Euclidis; erunt & A B, C D æquales: eumque eodem modo æquales ostendi possint omnes vtriusque basis dimetientes, patet basin circum C D circulum esse, & quidem basi circum A B æqualem: quare figura sub vestigio conuersi radij vmbrosi, & base C D contenta, conus est verticem habens cum superficie conica ex motu luminosi radij descripta communem, ipsum scilicet sphæræ centrum; quod erat demonstrandum.



Hæc de vmbris dicta sufficiant. Nam quo pacto eæ in varia corpora incidant, quasque figuras earum sectiones ostendant, in Proiecturis docebimus, de quibus, Deo conatus nostros benignè prosequente, sequẽti libro ex professo agemus: vbi inter ceteras vmbra-

A *umbrarum quoque proiectiones explicabimus, ea quæ ponemus fundamenta, quibus poterit studiosus Lector scioterica omnis generis absoluere, eorumque rationes reddere, ac etiam plurima alia promptè adinuenire, quæ meritò cunctis admirationem pariant. Sed priusquam ad illa progrediamur, quæ reliqua sunt luminis absoluamus.*

DE LVMINIS TRAIECTV.

B

PROPOSITIO LXXXV. THEOREMA.

Radius luminis à puncto lucido per orbiculare foramen traiectus, coni figuram induit.

APOLLONIVS Pergæus initio Conicorum elementorum, conum appellat eam figuram, quæ basin habet circulum, ac præter basin superficie cingitur à circuli ambitu ad vnum quodpiam idemque punctum (qui vertex est coni) protensa hanc figuram Latini Metam vocant, seu formam turbinis mucronati. Est verò eius generis figura luminis à puncto per circulare

C foramen transfusi: quippe foramen, quod loco basis est, circulare supponitur; lumen verò ipsum superficie ambitur à puncto ad foraminis peripheriam extensa: igitur conoides est ipsum lumen. Et quidem si ea quæ à vertice ad centrum foraminis ducitur linea, quam axem vocant, foraminis plano recta fuerit, rectus erit ipse conus; sin verò, scalenus, vt idem docet Apollonius. Rursus si axis ei, quæ ex centro basis ducitur, æqualis fuerit, erit conus orthogonius; sin minor, amblygonius; at si maior, oxygonius erit, vt Euclides ostendit libro 11. definitione 18.

Hæc licet patentiora sint, quàm vt demonstrationem exposcant, ea tamen præmisisse oportuit, quoniam ad ea quæ deinceps habemus dicere, conducibilia sunt, vt ex ipso sermonis decursu fiet manifestum.

D

PROPOSITIO LXXXVI. THEOREMA.

Lumen à puncto per multilaterum foramen transfusum Pyramis est.

PYRAMIDEM definit Euclides libro 11. definitione 12. figuram solidam, quæ planis continetur ab vno plano ad vnum punctum collectis. Ex quo in primis illud perspicuè patet, inter conum & pyramidem hoc discriminis interesse, quòd pyramis excepta basi pluribus constet planis: conus ve-

E rò dumtaxat superficie basin totumque solidum corpus circumambiente. Quare lumen quod per multilaterum foramen traijcitur, neutiquam conus esse potest. etenim quæ à puncto luminoso ad singula foraminis latera rectæ luminis profluentiæ emicant, planas efficiunt sedes, easque triquetras: quæ cùm totidem sint numero, quot sunt basis latera, omnesque ad punctum lucidum colligantur, erit lumen quod per foramen polypleuron transfunditur, in modum pyramidis conformatum; quod ostendisse oportuit.

PROPOSITIO LXXXVII. THEOREMA.

Lumen à puncto lucido per foramen transmissum vnius est intensionis, si in eadem distantia à prima origine assumatur.

F

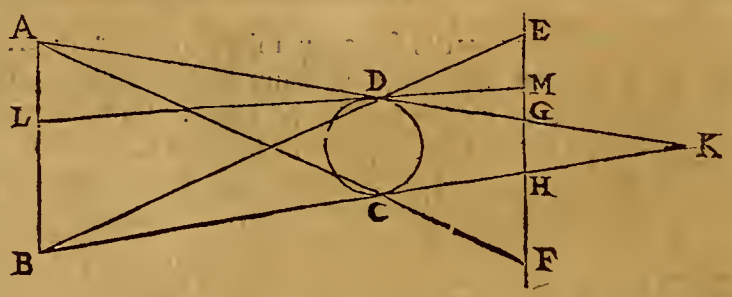
SECVNDA huius libri hypothesi ostensum fuit, ex plurium radiorum congressu lumen intendi, idque impensiùs illustrari, in quod plures simul radij conueniunt. At cùm lumen ab indiuiduo puncto per amplum licet foramen trasmittitur, inque oppositum directè planum excipitur; puncta vniuersa eius quod illustratur, singulos excipiunt radios, neque vllum est, in quod plures, aut in quod pauciores radij confluant: tota igitur pars obiecti plani à lucido puncto æquabili nitore perfunditur: quare & lumen ipsum vnius est intensionis,

nis, si in æquali distantia à prima origine assumatur; quod expressisse oportuit. nam suprà propositione 35. inter causas quibus intendi lumen docuimus, propinquitatem adnumerauimus. siquidem hoc insitum est lumini, vt longiùs ab origine prouectum continuò decremento languescat. Tantò ergo est exquisitius, quantò lucenti corpori propinquius existit. A

PROPOSITIO LXXXVIII. THEOREMA.

Lumen quod à corpore lucido per foramen in oppositum planum profunditur, in medio quàm in ambitu impensiùs nitet. B

CORPVS lucidum AB per foramen CD lumen profundat, obiectumque lumini planum sit EF; ductis ab extremitatibus corporis luminosi A & B per extrema foraminis C & D radiis AF, AK, BE, & BK: dico portionem luminis CKD exquisitam perfectamque esse per 8. definitionem huius libri, quòd scilicet omnium partium luminosi corporis radios excipiat: quare GH portio obuersi plani apprimè illustratur: hinc verò deinceps versus E & F, quò longiùs proceditur, eò semper planum EF illuminatur obscuriùs; siquidem puncta à G & H remotiora, extremisque E & F viciniora, à paucioribus semper partibus luminosi corporis lumen admittunt, quousque tandem ad extrema E & F totum imperfecti luminis decrementum terminetur, vbi nimirum à solis punctis A & B lumen superstes existit. C

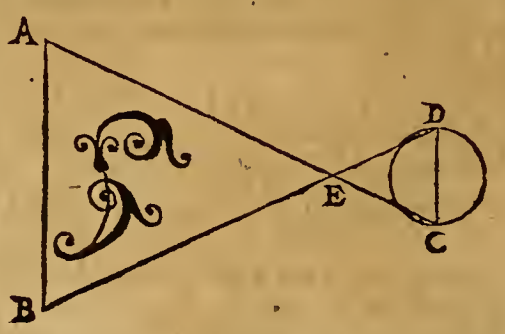


Quod palàm fiet, si in eodem schemate inter puncta G & E signetur punctum aliud quodcumque, puta M, ab eoque per foraminis extremitatem D ad luminosum corpus recta agatur linea ML. erit namque LM extremus luminis radius eorum omnium, qui à portione luminosi corporis BL ad signum M pertinent: quare nullus à portione LA ad signum M radius luminosus affulget; quocircà non æquè lumen participat M atque G, minusque E quàm M, quippe E solius puncti B radium suscipit. Eademque in ceteris punctis quæ inter G & E signari possunt, est demonstratio. quæ namq; à G versus E remotiora existunt, parciore semper luminis affluentia perfunduntur; quod explicare propositum erat. D

PROPOSITIO LXXXIX. THEOREMA.

Qui ab extremitatibus corporis lucidi, per oppositas extremitates foraminis radij procidunt, inter foramen corpusq; lucidum se mutuò secant. E

SIT luminosum AB expositum foramini CD, per cuius opposita extrema C & D ab extremitatibus luminosi corporis A & B decussati procidant radij AC & BD: dico horum communem intersectionem E inter foramen corpusque lucidum incidere. Nam radij AC & BD, cum vtraque dimetiente foraminis, scilicet CD, lucentisque corporis AB, duo triangula constituunt, mutuò sese aduersis mucronibus respectantia AEB & CED: quorum bases AB & CD cùm maximè distent, necesse est ipsos vertices inter vtramque medios existere. Est porrò radiorum AC & BD intersectio E communis vtriusque trianguli vertex: illa igitur inter foramen corpusque luminosum cadit; quod erat demonstrandum.



F

Si corporis luminosi atque foraminis dimetientes AB & CD æquales fuerint, erit E signum inter vtrumque exactè medium: si inæquales, erit E minori semper propinquius,

vt

A vt ex 4. sexti Euclidis facilè potest demonstrari. Quare imminuto sensim luminoso, ipsa quoque communis radiorum intersectio E sensim adducitur, ac minore semper interuallo à corpore luminoso distat, quousque tandem indiuiduum fiat ipsum luminosum, hoc est adeò exiguum, vt si diuidatur in partes, hæ solitariæ sub sensum non cadant; quod sensibile indiuiduũ antè non semel nominauimus: hoc inquam si fiat, nullum quoque erit diuiduum interuallum à corpore luminoso ad radiorum intersectionem E. Quamobrẽ roborari etiam hinc potest, quod non semel hactenus diximus, à puncto videlicet luminoso secantes se radios prosilire non posse, vt nec parallelos; quippe à sola magnitudine ij proueniunt, quæ partes habet, vnde eiusmodi radij originem ducunt.

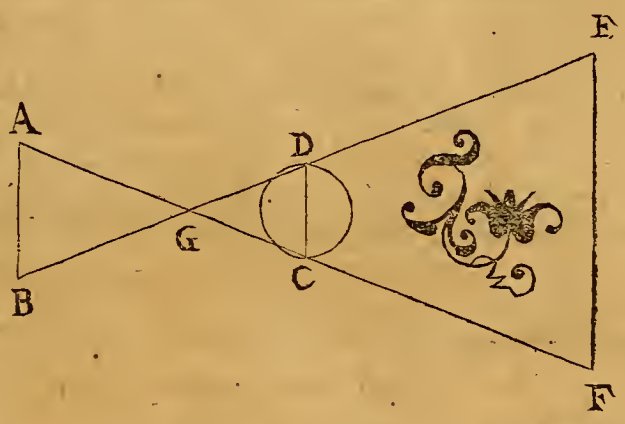
B

PROPOSITIO XC. THEOREMA.

Si pari interuallo à foramine distent, hinc corpus lucidum, illinc directè obuersum planum, erit lumen plano exceptum corpore luminoso maius.

LVMINOSO corpori AB interuallo disiuncta ab interposito foramine CD; radij autem ab A & B per C & D in obuersum planum decussati penetrent AF & BE: dico lumen EF plano exceptum luminoso corpore AB maius esse. Quoniam enim directè opponi planum luminoso corpori supponitur, erunt AB & EF parallelæ, vt facilè colligi ex iis potest, quæ libro tertio ante propositionem 31. definiuimus: quare angulus A ipsi F angu-

C



D lo, & B angulus angulo E æqualis esse conuincitur per 29. primi Euclidis. Est verò AGB angulus angulo EGF æqualis per 15. primi Euclidis: æquiangula igitur sunt ipsa AGB & EGF triangula: ideoque per 4. sexti Euclidis homologa sunt latera quæ æqualibus angulis subtenduntur. Vti igitur AG ad AB, sic FG ad FE: sed FG ipsâ AG est maior, quoniam ex hypothesi AC æqualis est ipsi CF; at FG maior est quàm FC per proximè antecedentem proposit. igitur & ipsa AC maior est FG. Est verò AG minor eâdem AC, vt pars totâ: itaque FG quàm AG multò est maior: quapropter ipsa quoque FE maior est quàm AB per iam citatam 4. sexti Euclidis, quod erat demonstrandum.

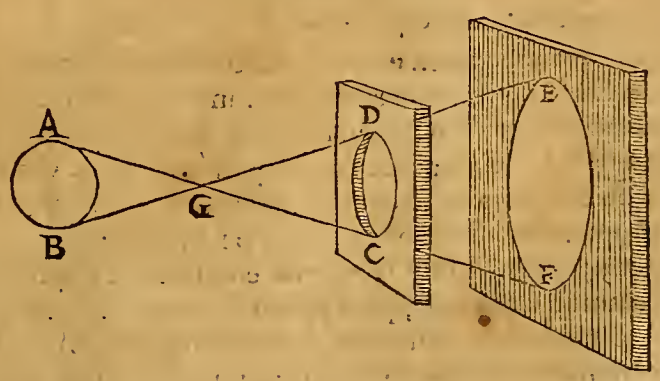
PROPOSITIO XCI. THEOREMA.

E

Luminis per foramen in oppositum directè planum transfusi perimetrus ambitu foraminis semper est maior.

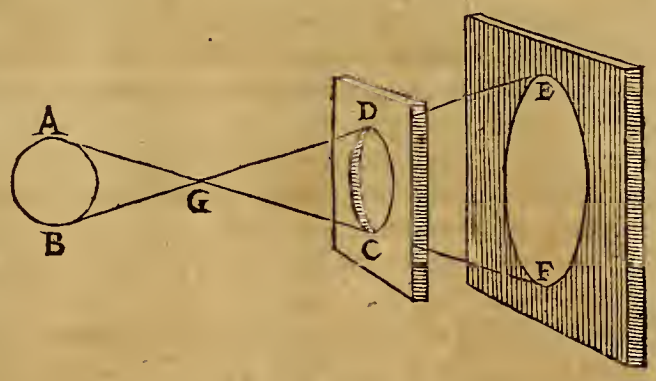
ESTO corpus luminosum AB, cui directè obiiciantur foramen DC, & planum EF. A luminosi autem corporis extremitatibus A & B per opposita extrema foraminis C & D radij, vt suprà decussati incedant AF & BE: dico lumen EF plano

F



exceptũ perimetrum habere ampliorem, quàm sit foraminis ambitus. Quoniam enim radij AC & BD inter foramen corpusque lucidum sese intersecãt per 89. proposit. huius libri, sit intersectionis locus G: itaque iidem radij GC & GD ad planum vsque producti, vbi plano ac foramine intercipiuntur, duo efficiunt triangula CGD & EGF, quorum bases,

ſes, foramen ſcilicet & planum, cùm parallelæ ſint ex hypotheſi, propter directum oppo- A
ſitionis ſitum, erit per 29. primi Euclidis angulus G D C angulo G E F, & G C D angulus ipſi G F E angulo æqualis; eſt verò G angulus vtrique triangulo communis: igitur ęquiangula ſunt ipſa triangula, vt lemmate 4. huius libri eſt demonſtratum. Quare per 4. ſexti Euclidis, vt G E ad G D, ſic ſe habet lumen E F ad foramen C D: ſed tota G E maior eſt ſua parte G D per communem notionem: igitur dimetiens luminis E F foraminis dimetiente C D eſt maior. Perimetri autem circulorum eam inter ſe rationem habent, quam dimetientes: itaque luminis perimetrus ambitu foraminis maior eſt; quod erat demonſtrandum.



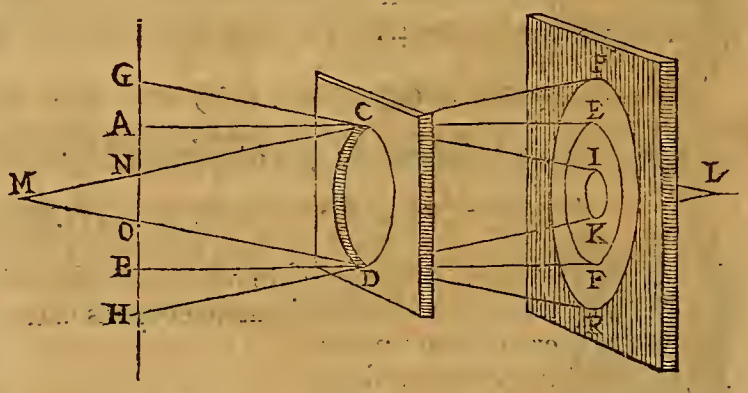
B

Ex quo perſpicuè apparet hallucinari illos, qui cùm videant ſolis ſplendorem per anguſtum foramen in oppoſitum parietem transfuſum, maiorem in modum ampliari, eius cauſam illam eſſe arbitrantur, quòd ſol foramine ipſo ſit maior. Vnde etiam colligunt ita ſe habere ſolis magnitudinem ad magnitudinem luminis in pariete ſpectati, quemadmodum ſe habet ſolis diſtantia à foramine, ad diſtantiam luminis. Inficiandum non eſt amplioris luminaris radios per idem foramen patentiùs circumquaque diffundi: at cùm ea ſola cauſa non ſit, cur transfuſum lumen augeſcat, latiusque ſeſe expandat, non rectè ex hac apparentia magnitudo ſolaris corporis demonſtrari poterit. Accedit quòd quamuis ſol foramine minor exiſtat, imò verò ſit puncti inſtar, nihilominùs tranſmiſſum lumen ad obiectum parietem futurum ſit maius ipſo foramine. Recténe igitur hoc etiam dato ſolem foramine maiorem aduerſus hypotheſin pronuntiabis? C

PROPOSITIO XCII. THEOREMA.

Perfectum lumen in obiectum planum per idem foramen translapſum, ab æquali corpore luminoſo, æquale eſt; à maiore, minus; & à minore, maius. D

QVÆ ſuperiùs dicta ſunt, non de ſolo perfecto lumine, ſed de toto illo quod per foramen translabitur, intelligenda ſunt. Perfectum verò illud lumen, de quo nunc tantùm agimus, non vno modo ſe habet ad foraminis amplitudinem: pro varietate enim corporis luminoſi quandoque foramini æquatur, quandoque minus eſt, quandoque maius, quandoque etiam in obiecto plano nullum eſt.



E

Eſto in primis ſphæroides luminoſum, cuius diametrus A B, eique par magnitudine foramen C D: dico lumen E F plano directè oppoſito exceptum ęquale eſſe foramini C D. Quoniam enim per ea quę propoſitione 72. de vmbris ſunt demonſtrata, conſtat radios A C E & B D F parallelos eſſe: ſunt verò & A B, C D, E F parallelæ ex hypotheſi, nimirum propter ſitus directionem, erit C D E F parallelogrammum per ipſius definitionem: quare per 34. primi Euclidis aduerſa eius latera E F ipſi C D, hoc eſt lumen plano receptum, foramini eſt æquale; quod primò erat demonſtrandum. F

Sit deinde luminoſum, cuius diametrus G H, maius foramine C D: dico lumen I K in planum traductum foramine minus eſſe. Quoniam enim per 11. lemma huius libri radios G C & H D ad partem foraminis producti tandem congredi neceſſum eſt, ſit congreſſio-

A greſſionis ſignum L, idemque vertex luminis conoidis, cuius triangulum per axem C L D ſecans planum in I & K: cùm itaque parallelæ ſint C D & I K ex hypotheſi, erunt triangula C L D & I L K æquiangula per 4. lemma huius libri. Quare per 4. ſexti Euclidis, vt L I ad L C, ita I K ad C D: ſed L I minor eſt quàm L C, nempe pars totâ: igitur & I K ipsâ C D, hoc eſt lumen quod in planum tranſcribitur, ipſo foramine eſt minus; quod ſecundò demonſtrandum erat.

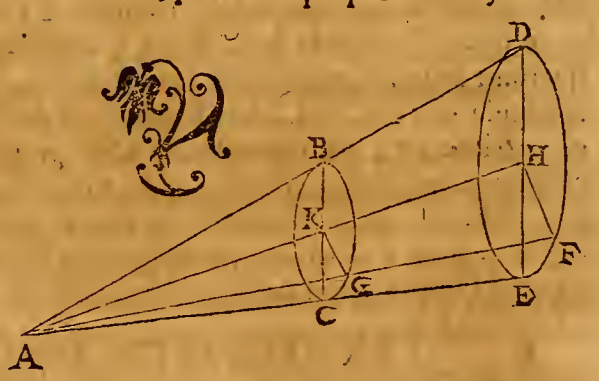
Præterea ſit luminoſum corpus N O foramine C D minus: dico lumen P R foramine C D maius eſſe. Siquidem per idem 11. lemma huius libri, radij P N & R O ad partes N O protracti tandem conuenient; eſto igitur coitionis punctum M, idemque vertex luminis B conoidis N O R P, cuius coni triangulum per axem ſit P M R, in quo cùm parallelæ ſint ex hypotheſi C D & P R, erunt triangula C M D & P M R æquiangula per 4. lemma huius libri: atque eapropter per 4. ſexti Euclidis, quemadmodum M P ad M C, ita P R ad C D: ſed tota M P maior eſt ſuâ parte M C: itaque & P R ipsâ C D, hoc eſt lumen exceptum plano, ipſo foramine eſt maius; quod tertio loco demonſtrari poſtulabatur.

Poſtremò ſi planum longiùs à foramine dimoueatur, ſic vt punctum L inter foramen planumque incidat, nulla perfecti luminis portio ad planum attinget: ſiquidem per 8. huius libri definitionem punctum L extremus eſt perfecti luminis terminus. Itaq; quodcumque hunc terminum præteruehitur planum, nullo perfecto lumine irradiatur, ſed imperfectum ſolum lumen participat; quia ad id aliqui ſaltem luminis radij attingunt, C tametſi non ab omni parte luminoſi corporis profuſi; quod vltimò erat explicandum.

PROPOSITIO XCIII. THEOREMA.

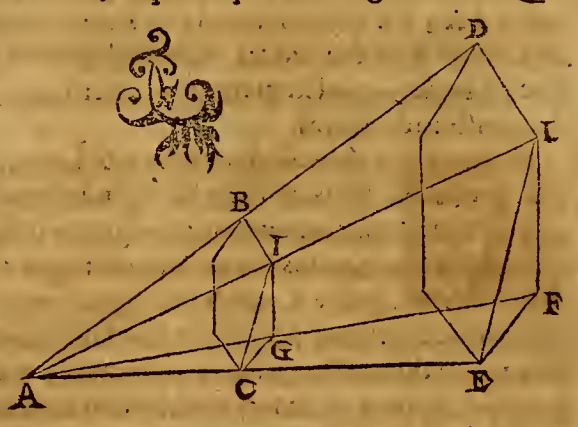
Si planum foramini parallelum fuerit, erit lumen puncti luminoſi, quod plano excipitur, eiuſdem cum foramine figuræ.

QVANDO iam partim ex natura radiorũ, partim ex propoſitione 85. & 86. huius lib. perſpicuè conſtat, lumen puncti per foramen prolapſum vel conũ eſſe vel pyramidem, D propoſitum explicaturi, primùm in cono, deinde in pyramide demonſtrationem inſtituemus.



Propoſitione 85. huius libri oſtendimus, ſi foramen circulare ſit, puncti lumen in figuram coni effingi. Eſto igitur punctum luminoſum A expoſitum foramini circulari B G C, illiuſque radij profundantur per foraminis ambitum ad planum E vſque D F E: dico lumen quoque plano exceptum, vti & foramen, circulare eſſe. Quoniam enim per 85. prop. huius libri conoides eſt lumen A D E, eſto eius axis A H per K centrum foraminis actus: ſunto etiam triangula per axem A H E & A H F: igitur cùm planum quò lumen recipitur ſit foramini parallelum ex ſuppoſitione, erunt quæ ex centris educuntur rectæ lineæ K C & H E parallelæ per 16. vndecimi Euclidis. ſunt namque K C & H E communes interſectiones, quibus triangulum per axem A H E, lumen plano exceptum ſimul ac foramen interſecat. Eodemque modo parallelæ erunt K G & H F, ac ceteræ item omnes, quæ ex centris ad eamdem rectam lineam à vertice ad circumferentiam baſis ductam terminantur: igitur æquiangula erunt triangula A K C & A H E; itemque A K G & A H F, per 4. lemma huius libri: quare per 4. ſexti Euclidis vt A K ad F A H; ſic K C ad H E: ſed vt A K ad A H, ita & K G ad H F, per eamdem 4. ſexti Euclidis: itaque vt K C ad K G, ita H E ad H F, per 11. quinti Euclidis. Eſt verò K C ipſi K G æqualis ex hypotheſi, quòd ſcilicet foramen circulare eſſe ſupponatur, cuius centrum K: igitur & H E ipſi H F æqualis erit per 9. quinti Euclidis. non enim illæ ſolummodò æquales inter ſe eſſe probantur rectæ lineæ, quæ ad eamdem; verùm etiam quæ ad æquales eamdem habent rationem. Cumque eodem modo æquales inter ſe oſtendi poſſint ceteræ omnes, quotquot ex centro H ad peripheriam luminis in plano fulgentis educuntur lineæ, neceſſariò conuincitur lumen ipſum circulare eſſe per circuli definitionem, eiuſdemque cum foramine figuræ.

Esto deinde multilaterum foramen B I G C, ceteraque eadem quæ suprà: dico & lumen D L F E totidem similiumque esse laterum, atque æqualium angulorum. Quod si ostensum fuerit, perspicuum erit luminis figuram foraminis figuræ similem esse per primam definitionem libri sexti Euclidis. A



Cùm verò duas conditiones ad figurarum similitudinem Euclides ea definitione exposcat, nempe laterum analogiam, & angulorum æqualitatem: primò quidem ostendemus singula latera luminis plano excepti singulis lateribus foraminis proportionalia esse: deinde & æquales esse angulos singulos singulis qui homologis lateribus continentur: ex quibus tandem propositum per se explicatum probatumque habebitur. B

Quoniam planum, in quod lumen procidit, ipsumque foramen sunt parallela ex suppositione, erunt in triangulo A F E communes sectiones F E & G C parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: ideoque æquiangula ipsa triangula A G C & A F E per 4. lemma huius libri: ac per 4. sexti Euclidis vt A G ad A F, ita G C ad F E. Sed vt A G ad A F, ita & G I ad F L per eamdem 4. sexti Euclidis, quòd scilicet G I & F L æquè ac G C & F E sint parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: igitur per vndecimam quinti Euclidis vt G C ad G I, sic F E ad F L. Eodemque modo demonstratio locum habet in ceteris omnibus vtriusque figuræ lateribus: sunt igitur latera luminis in plano nitentis lateribus foraminis proportionalia. C

Rursus quòd & anguli æquales sint, hoc modo demonstratur: Ductis C I & E L, quoniam triangulum A L E secat simul & foramen & planum, quæ ex hypothesi sunt parallela, erunt quoque communes sectiones C I & E L parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: ac propterea triangula A C I & A E L æquiangula per 4. lemma huius lib. Quare per quartam propositionem libri sexti Euclidis, vt A C ad A E, sic C I ad E L: igitur duo triangula C G I & E F L latera habent proportionalia; siquidem proximè antè ostensum est duo latera C G & G I duobus E F & F L proportionalia esse. Quocircà per 5. sexti Euclidis æquiangula sunt ipsa triangula. Angulus itaque C G I angulo E F L æqualis est. Sed eodem modo ceteri, reliquis pares amplitudine ostendi queunt: igitur lumen plano exceptum, quod à puncto per multilaterum foramen traducitur, eamdem cum foramine figuram sortitur; quod demonstrasse oportuit. D

PROPOSITIO XCIIII. THEOREMA.

Si planum obliquum fuerit, erit figura luminis à puncto emissi obliquæ sectio coni vel pyramidis. E

Hoc in primis supponendum videtur, foramen aut circulare esse, aut multilaterum: at propositione 85. ostensum est lumen à puncto luminoso per circulare foramen coactum figuram habere conicam; per multilaterum verò foramen profusum, pyramidem æmulari, vt propositione 86. demonstrauimus. Liquidò igitur patet lumen à puncto dato luminoso per foramen in obiectum à tergo planum effusum sectionem quamdam coni vel certè pyramidis repræsentare, eamque obliquam, si planum obliquè luminosum conum vel pyramidem secet.

Quot autem modis secari possit conus, docet Apollonius Pergæus initio libri primi Conicorum elementorum, & nos libro quarto propositione sexagesima sexta compendio exposuimus. De pyramidis autem sectione nihil attinet dicere, cùm ea per se à quouis vel mediocriter in Geometricis rebus exercitato satis superque explicari possit. Itaque perspicuum quidem est id, quod proponebatur: at quando spectatum in obliquo plano lumen Parabola sit, quando Hyperbole, aut quando Ellipsis, ex conicis sectionibus ad discendum erit. F

PRO-

A

PROPOSITIO XCV. THEOREMA.

Si foramen corpusq; luminosum diuersa fuerint figuræ, lumen plano exceptum foraminis simul ac corporis figuram imitabitur.

ESTO inquam sphæroides luminosum, quod per foramen quadrangulare lumen profundat: quoniam igitur lumen, quod à singulis punctis corporis luminosi deciditur, per quadrangulare foramen coactum, in obiecto
B plano quadrangularem figuram ostentat per præcedentem 93. propositionem; manifestè patet figuram totius luminis in planum profusi compositam esse ex innumeris basibus quadrilaterarum pyramidum, sibi mutuò incumbentibus: quarum mediæ quidem totæ sibi permiscentur, ideoque exquisitissimum lumen progignunt; extremæ verò circumcircà secundùm partes dumtaxat se inuicem complectuntur; quamobrem lumen in extremo ambitu remissius efficiunt.

Cumque extremæ hæ luminosæ bases ex iis punctis porrigantur, quæ in ambitu luminosi corporis existunt, hoc est in circuli peripheria, perspicuè sequitur luminis in plano nitentis figuram nec quadrangularem esse, neque exactè circularem; propiùs tamen ad circularem accedere: siquidem infinitæ quadrangulares figuræ eo modo dispositæ,
C vt omnium centra in eamdem circuli peripheriam incidant, circulum propiùs imitantur quàm quadrangulum; quòd nimirum ipsæ quoque angulorum prominentiæ in orbem digestæ sint, atque eapropter in perfectum circuli ambitum continuari videantur.

CONSECTARIVM.

Sol per quadrilatera profluens, non rectis lineis figuram describit; sed circulum propiùs æmulatur.

D HVIVS rei luculentissimum experimentum in cratibus videre licet, per quarum angulos radij solis in obiectum parietem prolapsi, circulum veriùs quàm quadrangulum describunt. Cuius geminam causam Philosophus in problematis, sectione 15. quæst. 5. persuadere conatur his verbis: 1. *An quòd aspectuum procidentia turbine agitur: turbinis autem basis in orbem se colligit: quamobrem quocumque radij solis incurrerint, nimirum circulares apparent.* 2. *An quòd solis quoque figuram rectis lineis contineri necesse est: siquidem recti radij proueniunt.*

Verùm non est hoc loco Philosophus, meo quidem iudicio, genuinam apparentiæ causam assecutus. nam quod primò assumit, *aspectuum*, seu luminis, *procidẽtiam turbine fieri*; verum quidem subinde est, at non omnino: etenim radij qui à puncto corporis luminosi quaquaversus porriguntur, non ad circulare tantùm, sed ad cuiusuis figuræ cor-
E pus sese adiungunt. Non itaque *quocumque radij solis incurrerint, in orbem sese colligunt:* sed nunc quidem eo modo, aliàs alio. Cùm verò à toto luminoso corpore in vnum quodpiam punctum lumen procidit, nec sic quoque turbinis figuram perpetuò lumen adsciscit, sed eam, quam luminosum corpus variam suggerit. Non fit igitur vniuersè in modum coni luminis procidentia, quod Aristoteles assumit.

Deinde in altera responsione partem quidem assignat veræ causæ, nimirum orbicularem solis figuram, quam rectâ promissi luminis radij vndique cingunt. at quo pacto hinc effectus ille consequatur nequaquam ostendit. Non enim satis est ad propositi explicationem solis figuram circularem esse, lumenq; rectis lineis efferri, nisi etiam ostendatur, quo pacto per cratium angulos lumen prolapsum hebetetur, atque ab angulo-
F rum processibus sese retrahat, sicque corporis potiùs luminosi quàm foraminis schema affectet, cratium figura repugnante.

Ioannes Archiepiscopus Cantuariensis in sua perspectiua communi huius effectus causam ex propria sententia ita describit: *Sciendum est igitur figuram sphæricam luci esse cognatam, & omnibus mundi corporibus principalioribus consonam: vtpote naturæ maximè seruatiuam, quæ omnes suas partes suo intimo perfectissimè contingit. vnde & scintilla in rotunditatem incidit. Ad hanc igitur lux naturaliter mouetur, & eam protelata distantia paulatim acquirit.* Quibus verbis lumini eam proprietatem attribuit, quam ceteris quidem corporibus; at maximè conspicuè aquæ hydrargyroque inesse videmus, vt sese in orbem

colligant, ea nempe figura, qua ipsorum partes minimè distrahuntur, seque efficaciùs A
aduersus hostiles qualitates tueantur.

Sanè si quidpiam extaret lumini aduersum, quod eius actionem pessumdaret, ipsique luminoso interitum machinaretur, dicere oporteret lumen non modò per foramen quadrilaterum transmissum rotundari, sed etiam parcissimè sese effundere, semperque naturæ ductu originem repetere, imò vix septa corporis luminosi transilire. Verùm cùm lumini nihil penitus aduersetur, sed omnia lucis vsuram expetant, ceu vitæ omnis auctricem & conseruatricem, ratio suadet, vt eius profusionem nullo modo coarctemus, quin potiùs, quod oculis omnino cernimus, fateri oportet, lumen omnium maximè sui esse diffusiuum, suamque actionem longissimè latissimeque, atque in omnem B
circum partem diffundere, ne quid sit quod eius benefico appulsu destituatur.

Est igitur huius rei ea causa, quam paulò antè diximus: nempe quòd illuminationum pyramides, quæ à singulis punctis solaris corporis per quadrilatera cratium foramina procidunt, in orbem disponantur: at enim earum axes iuxta foramina decussati, hinc vertices, illinc centra basium attingunt: quapropter circulum ex vtraque parte complent, quorum alter solarem orbem, alter eum locum plani occupat, ad quem soli axes pyramidũ attingunt. Hunc porrò circulum extantes circumcircà basium portiones ambiunt: ex quo nimirũ fit, vt totum lumẽ, quod plano excipitur, circulũ æmulari videatur.

PROPOSITIO XCVI. THEOREMA. C

Si foramen corpusq; luminosum figuram quidem eamdẽ habuerint, at non eumdem situm, erit luminis plano excepti figura mixta.

QVOD superiore propositione figurarum dissimilitudo, hoc in præsenti efficit similium figurarum respectus situsque dissimilis; vt si triangulare luminosum foramini item triangulari ita opponatur, vt anguli vnius alterius lateribus respondeant, dico fore, vt lumen plano exceptum hexagonam formam quodammodò imitetur. Erit enim luminis figura ex innumeris basibus trilaterarum pyramidum composita, quæ quidem omnes triangulares erunt, atque in triangularem ordinem digestæ, sed ita vt non idem sit ordinis atque basium re- D
sponsus: hæc enim contrariè quodammodò se habent; nam basium latera angulis triquetræ dispositionis respondent. Erit itaque figura luminis velut hexagona, qualis conflatur ex plurimis triangulis in trilateralem ordinem contrariè dispositis. Si quadrilateræ sint figuræ corporis luminosi atque foraminis, lumen in plano nitens octogonam figuram affectabit. Atque eodem modo se res habebit in ceteris, præterquam in circulo, qui ad alterum circulum eumdem semper habet respectum, nisi obliquetur: at hoc etiam casu transmissum lumen planoque susceptum à vera coni sectione nonnihil descisset, propiusque ad circuli rotunditatem accedet, sicque mixta semper erit apparentis in plano luminis figura; quod erat ostendendum.

E

PROPOSITIO XCVII. THEOREMA.

Si foramen corpusq; luminosum figurâ dissideant, quò propius erit foramen luminari, planumq; remotius, eò perfectiùs transmissum lumen figuram lucidi corporis æmulabitur.

ORGANICE primùm eius rei periculum fiet, si tabula lignea comparetur palmi vnius aut plurium magnitudine, in cuius medio bractea ænea committatur, tenui foramine perforata: huic enim si vna ex parte lucerna, ex altera candida charta opponatur recto ordine, sic vt flammulæ lu- F
men per foramen in chartam transpareat: dico si foramen chartæ propinquius fuerit, lumen figurâ magis foraminis apparere; si verò contrà foramen lucernæ fuerit propinquius, formam flammæ distinctiùs chartæ impressam spectari. Quod idem in cratibus videre est lucente sole. Illis enim cùm planum propiùs admouetur, anguli exacuuntur, nitidiusque figura transennæ conspicitur: aucto verò interuallo, anguli hebetantur, formamque circuli affectant.

Nunc si quis rationem postulet, cur id fiat, illam eamdem dabimus, quæ modò est explicata: nempe quia luminis configuratio nequaquam simplex est atque vnius modi,

sed

A ſed ex duabus mixta, foraminis ſcilicet corporiſque luminoſi, fit, vt cùm planum foramini propiùs admouetur, euidentiùs perſpiciatur id quod foramen de ſua confert figura in illam radiorum miſcellam; idque cum aucto interuallo depereat, cratium forma obliteſcit, hocque iam ſenſim incipit apparere, quod à corporis luminoſi figura proficiſcitur.

PROPOSITIO XCVIII. THEOREMA.

Formæ per foramen tranſparentes, inuerſæ cernuntur.

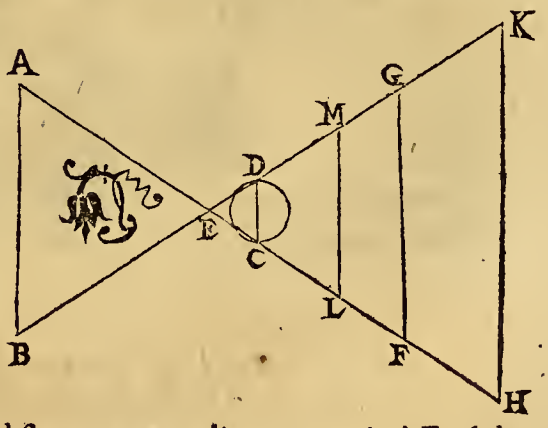
B Si feneſtris omnibus obſeratis obſcurum reddatur conclaue, tenui tantùm relicto foramine per quod externo lumini aditus pateat, formæ externarum rerum, quas ſolis ſplendor foris illuſtrat, in obſcurum locum vnà cum lumine ſubeunt, obiectáque chartâ, in ea velut propriis lineamentis expreſſæ conſpiciuntur, ſubobſcuriùs tamen quàm res ipſæ ſint, propter luminis tranſlapſi imbecillitatem; cuius rei libro primo propoſitione 42. mentionem fecimus: nunc autem cur inuerſo ſitu imago appareat, altiùs eſt repetendum, proprióque fundamento ſtabiliendum.

Cùm propoſitione 89. huius libri oſtenſum ſit, eos luminis radios, qui ab extremitatibus corporis luminoſi per oppoſitas extremitates foraminis procidunt, inter foramen corpuſque luminoſum ſeſe interſecare, perſpicuum eſt hos ipſos, poſteaquam fora-
C men præteruecti fuerint, in contrarias partes abire: quo fit, vt formæ earum rerum, quæ luminis ope per foramen deferuntur, permutata incedant via, atque in poſtpoſitum planum incurrentes, externis rebus contrariè reſpondeant, ſic vt ſuperior pars infrà, & inferior ſuprà; dextraque ſiniſtrorſum, ac ſiniſtra dextrorſum tendat. Ea eſt enim ſecantium ſeſe linearum natura conditioque, vt ab interſectionis loco ſitum permutent, longiúſque productæ in contrarias partes abſcedant: quare & in eas quoque res quadrat hæc proprietas, quæ rectis lineis feruntur, vt ſunt lumen atque aſpectabiles formæ.

PROPOSITIO XCIX. THEOREMA.

D *Formæ, quæ poſt trans-foramen apparent, interdum rebus ipſis æquales, aliàs vel maiores, vel minores exiſtunt.*

Eſto A B res quæpiam aſpectabilis, cuius forma luminis beneficio per foramen C D tranſpareat radiis decuſſatis A H & B K, quorum commune interſectionis punctum ſit E: igitur ſi planum aliquod rei aſpectabili parallelum poſt foramen cõſtituatur, ac primò quidem in F G, vbi ſunt
E radiorum ſegmenta E F & E G ſegmentis E A & E B æqualia; dico formam rei A B plano F G terminatam ipſi A B æqualem fore. Quoniam enim parallelæ ſunt A B & F G ex hypotheſi, erit angulus A angulo E F G æqualis, & B angulus æqualis ipſi E G F angulo per 29. primi Euclidis. Eſt verò & reliquus reliquo ad ſignum E æqualis per 15. primi Euclidis: æquiangula igitur ſunt ipſa triangula A E B & F E G: quare per 4. ſexti Euclidis erit vt A E ad E F, ſic A B ad F G: ſed E F ipſi E A eſt æqualis ex ſuppoſitione. Itaque & F G ipſi A B conuincitur æqualis; quod erat propoſitum.

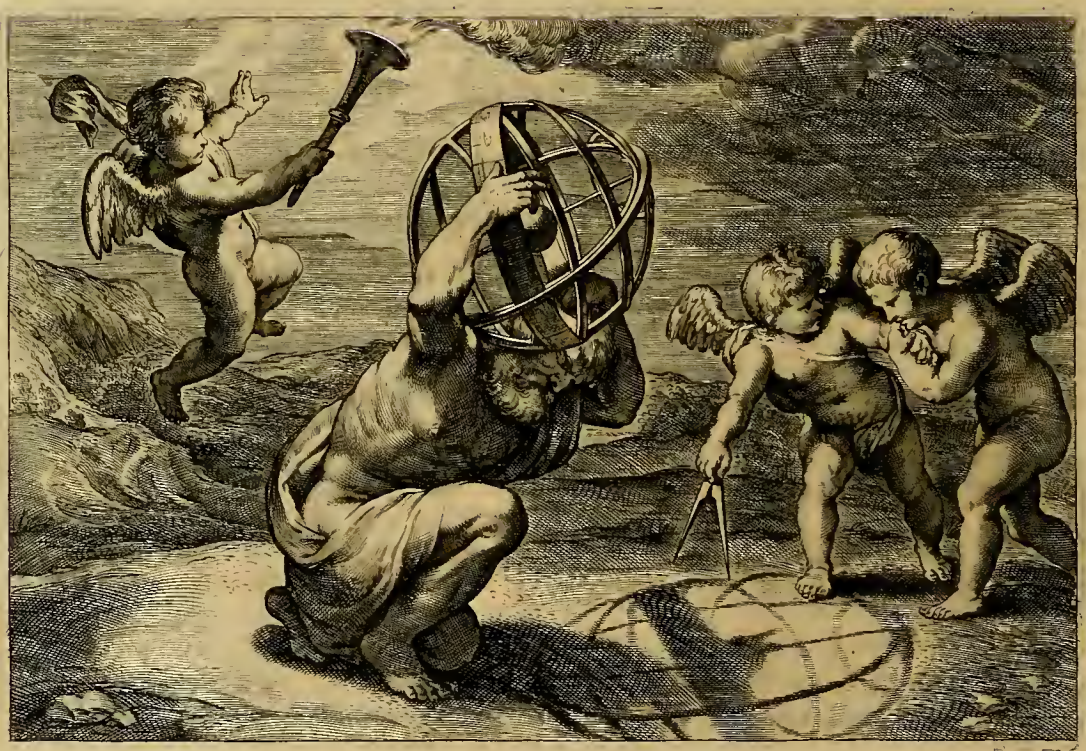


F Deinde ſi planum longiùs dimoueatur, vt in H K, vbi nimirum eſt E H maior quàm E A: dico & formam H K re ipſa A B maiorem fore. Cùm enim, vt ſuprà, oſtendi poſſint æquiangula triangula H E K & A E B, erit per eamdem 4. ſexti Euclidis, quemadmodum E H ad E A, ſic H K ad A B: ſed E H ſupponitur ipsâ E A maior: igitur & H K ipsâ A B maior erit.

Demum ſi propiùs ad planum adducatur, vt in L M, vbi eſt E L quàm E A minor; ſimili prorſus modo demonſtrabimus & L M formam re ipſa A B minorem eſſe; quod erat præſtandum.

FRANCISCI AGVILONII
E SOCIETATE IESV

OPTICORVM LIBER SEXTVS DE PROIECTIONIBVS.



ARGVMENTVM.

TAMETSI *fateri oportet, ea quæ superioribus quinque libris sunt pertractata, magnam habere & voluptatem & vtilitatem; hæc tamem pars, quæ de Proiecturis est, longè habet maximam. Etenim post Geometriæ elementa, quæ in Mathematicis rebus principatum tenent, nescio an quidpiam extare possit aliud, quod vel per se iucundius sit, vel æquè ceteris disciplinis deseruiat. Nam Astronomus, Cosmographus, Architectus, belli Dux, Nauarchus, Pictor, Cælator, & si qui alij his subijciũtur artifices, huius scientiæ præsidio destituti ratiocinari quidem vtcumque possunt, multaq; verbis inani fastu iactare, vt plurimùm imperiti solent: at velut truncati manibus, præstare omnino*

A *omnino nihil. Quod quidem longum fortasse putabitur in singulis propria ratione demonstrare: non exiguum verò pretium huic nostræ operæ constitutum fore arbitror, si ostendero præcipuas illas Matheseos facultates, nobilissimasque Reipublicæ artes, è Proiecturis traxisse originem.*

Atque in primis, vt ab Astronomiæ scientia ordiamur, quæ ceteris dignitate præstat, recensitis eius primordiis atque incrementis, facilè quiuis perspiciet non minimam eius partem in Proiectionum rationibus positam esse. Maiores nostri (sic enim fas est
B *credere) animi primùm oblectandi gratia cælum suspexerunt, vt nimirum siderum varietate ac nitore oculos mentemque pascerent. Deinde quæ in astrorum lationibus ipsi obseruarunt phænomena, posteris velut theses longo vsu probatas commendarunt. Hi posteà eorum, quæ à maioribus acceperant, veraque ipsi compererant, causas inuestigantes, cùm eas propter obiectorum longinquitatem assequi pro arbitratu non possent, hypotheses ipsis thesibus substituerunt, hoc est, ea in cælis mente cōfinxerunt, quæ quidem in se nihil à ratione alienum haberent, iis autem positis apparentes effectus conse-*
C *qui necessum esset. Sic inquam Astronomi non tam quid in cælo reipsa sit, quærunt, quàm quibus positis saluari possint phænomena. Cumque in earum hypotheseon explicatione laborarent, nec quod ipsi animo præcipiebāt, id aliis æquè inculcare possent, solidos quosdam globos efformarunt ad amussim sphæricos, in quibus vniuersam cæli faciem, variosque circulos velut à motu astrorum relicta vestigia consignarunt. Quod inuentum Atlanti primùm acceptum fertur; qui cùm illud posteà Græcos docuisset, magnam inde consecutus est gloriam, quòd cælum velut humeris sublatum in Græciam deportasset. Tum verò sublimiori quodam artificio solos ipsos circulos mutuis interse-*
D *ctionum locis commiserunt in modum sphæræ, quæ resecta globi soliditate aspectibus peruia esset; inque eius medio terram axe transfixo collocarunt, vnde apertiùs cæli motiones atque aspectus cognoscerentur. Quæ res eousque progressum habuit, vt pluribus orbibus in vnum impactis totam cæli harmoniam organicè spectabilem exhiberent. Hoc verò in opere Syracusius ille summo ingenio vir Archimedes ceteros facilè antecelluit, de cuius vitreo opere hos elegantissimos versus cecinit Musa Claudiani:*

Iuppiter in paruo cùm cerneret æthera vitro, *Claudian. Epigr. 21.*
Risit, & ad superos talia dicta dedit:
E Huccine mortalis progressa potentia curæ?
Iam meus in fragili luditur orbe labor.
Iura poli, rerumque fidem, legesque Deorum
Ecce Syracusius transtulit arte senex.
Inclusus variis famulatur spiritus astris,
Et viuum certis motibus vrget opus.
Percurrit proprium mentitus Signifer annum,
F Et simulata nouo Cynthia mense redit.
Iamque suum voluens audax industria mundum
Gaudet, & humana sidera mente regit.

Verùm necdum ex satiata tam præclaris inuentis hominum industria, cùm animaduerterēt crassos hos corporeosq; circulos minùs idoneos esse, quibus exactè demonstrarentur astrorum ortus, occasus, distantiæ, situs, aspectus, congressiones, oppositiones, accessus, recessus, ceteræque motiones; quæ certa lege, definito tempore, ac propriis locis suas ab-

soluunt

soluunt periodos, abstrusa quadam inuestigatione, longeque à sensibus dissita Astrolabia, Horolabiaque, & Gnomones, & quadrantes, sola regula normaque, ac circino planis tabulis inscribere didicerunt; quæ profectò nil aliud erant, quàm cælestes circuli ac signa in planum proiecta. Quantam autem eæ proiectiones vtilitatem rei Astrariæ attulerint palàm omnino est, nec quisquam adeò parum illius est gnarus, qui testari ingenuè non debeat, eas & ad accurratissimas schematum delineationes, & ad omnem demonstrandi rationem fuisse non modò vtiles, verùm etiam apprimè necessarias. Harum namque ope cælestes obseruationes, quæ antè rudi quodam modo tradebantur, ad exactum calculum minutissimarum partium sunt reuocatæ. Et quamuis cælestes circuli in solido globo descripti, perfectiùs quàm in plano cæli imaginem præ se ferant, propter figuræ rotunditatem torno elaboratam; tamen ob exquisitissimam formam, quam habere globus ipse debet, difficillima redditur eius constructio, vt vix quisquam perfectum se globum aliquando consecutum sperare audeat, ac proinde nec circulum in eo vmquam valgo aut varo circino accuratè decircinasse. In plano autem quis non videt lōgè præstantius quidquid libuerit designari, cùm circinus regulaque, certissima sint ad planas descriptiones instrumenta? Præterea non omnes circuli, qui in sphæra ad astrorum quæstiones explicandas necessarij sunt, in solido globo describi possunt, quales nimirum sunt paralleli horizontis, quos altitudinum circulos vocant, & verticales, itemq; illi qui cælestes domos discriminant, & quicumque demum mutata cæli plaga, pariter situm constitutionemque mutant. Quare hoc etiam nomine vtilissimas existimare oportet Proiectionum leges, quòd his ea omnia ac longè etiam plura in planis tabulis facilè, accuratè, & compendiosè inscribi possint. Quamobrem si non licet, aut minùs lubet integrum Astrolabium seu Planisphærium circumferre, satis erit regula ac circinus, quorum ope ex Proiectionum institutionibus, quicumque sphæræ circuli extemplò describi possunt. Proposita itaque quæstione, cuius solutio ex sphæra pendeat, si nec sphæra, nec Astrolabium præstò sit, cuius beneficio quæstio elucidetur, in assumpta charta illi tantummodò circuli designari è vestigio poterunt, quorum vsus ad propositam quæstionem postulatur, ceteris prætermissis. Neque enim id necesse est, vt is qui rationem tenet describendorum in plano omnium circulorum, sphæram vel Astrolabium semper penes se habeat, cùm ex ea arte quam possidet, queat nunc hos, nunc illos circulos pro libitu repræsentare. sic verò paucorum circulorum descriptione consequemur id, cuius gratia Planisphærium circumgestare non sine graui molestia oporteret. Ac multò etiam perfectiùs solo circino ac regula, quàm per Astrolabium ea omnia peragemus: siquidem plurima Astrolabia imperfectissimam habent deformationem, qualia illa sunt, quæ ex impressis chartis tabellæ agglutinatis concinnantur. Humectatæ siquidem chartæ distenduntur, sicque lineamenta non parùm à vero situ discedunt. Quæ verò in æreis scalpuntur laminis, tametsi videantur punctim elaborata, hoc tamen habent incommodi, quòd paralleli circuli, qui per singulos gradus, atque etiam minuta ducendi erant, omitti debeant propter loci angustiam. Sunt autem illi omnes perne cessarij, vt exquisitè omnia ostendi possint, quæ in Astrolabij vsu continentur. Si quid enim propositum sit, cuius demonstratio eorum circulorum assumptionem deposcat qui in Astrolabio prætermittuntur, necesse est eius vsum hac in parte incertum esse ac diminutum. Nam ad prudentem oculorum æstimationem confugiendum erit, magisque coniectura assequi id quod quæritur oportebit, quàm certa necessariaque demonstratione: & si illorum dumtaxat

A B C D E F

circu-

A circulorum vsus percipi potest, qui in eo pauci expressi cernuntur, manifestum est Astrolabij vsum angustissimis terminis circumscribi. Quare propositum nobis hoc libro erit amplissimas omnium Proiectionum leges sancire, quarum periti omnes sphæræ circulos in planum transcribere vniuersè poterunt: vnde eadem, quæ & sphæræ Astrolabiique vtilitas longè vberior emanabit. Atque hæc sanè maxima est Proiectionum dignitas, quòd, qui earum rationem teneat, cælum secum deferre videatur. Patet itaque iam quantum ad rem astrariam momenti habeat Proiectionum scientia; quod B primo loco ostendisse oportuit.

Nunc ad Cosmographiam veniamus. Hæc duobus constat: Historia & Delineatione. Historia docet quo pacto infimus iste vniuersitatis orbis in maria primùm ac patentes terras distribuendus sit. Deinde in cõtinente, quæ regna, quæ prouinciæ, quæ vrbes, quæ promõtoria, quæ littora, qui sinus, qui isthmi, qui montes, quæ plana, quæ flumina: extra verò quæ insulæ, quæ freta, quæ vada, qui scopuli, qui vortices, & quæ sunt reliqua eius generis, quibus item hæc omnia sita sint locis, & sub qua cæli plaga. Quæ omnia C ad Proiecturarum institutum minimè pertinent. Est verò Proiecturæ velut propria soboles Delineatio, quæ primùm quidem in solidis globis instituta fuit: at cùm ij circumferri sine magno incommodo non possent, ad planas chartas, quas Mappas vulgus à similitudine appellat, translata fuit, docuitque ea omnia quæ in solido globo designantur, sic in planum repræsentando describere, vt velut in propria imagine partium omnia vera loca ac situs accuratissimè dignoscantur. Quod multis quidem modis factitatum esse ex illis Mappis constat, quæ à variis variè conscriptæ passim venales prostant. Quarum omnium rationes descriptionumque modos, nos etiam hoc libro tradere D instituimus. In præsenti autem satis omnino factum esse arbitramur, si constet Proiectiones in rebus cosmographicis plurimùm desiderari.

Simili quadam ratione ostendemus & ad Architectonicam Proiectiones fuisse perneccessarias, si ædificiorum origines ac progressus altiùs repetamus. Viuebant olim primi mortales beluarum ritu palabundi, per auia montium atque siluarum dispersi, sub patulis arborum frondibus ferina contenti alimonia: cùm cæli inclementiam crebrò experti, id magno certatim studio agere sunt aggressi, vt se suaque aduersus externas iniurias tuerentur; solis ardores, pluuias, niues, grandines, tectis, ventorum procellas parietibus E arcerent: quos, qui ceteris ingenio præstabant, ex arborum ramis terra defixis intextisque, ac luto illitis conficiebant; quæ prima fuere artis structoriæ incunabula. Hos verò qui proximè sunt secuti, minimè contenti iis initiis, quæ ad humanæ vitæ conseruationem necessaria erant, ad ea quoque animum appulerunt, quæ ad expeditas commoditates non parum conducere experientia in dies edocebat. Hinc primùm tuguriola, humilesque attegiæ, ac rusticana mapalia; deinde ædiculæ, tum domus ampliores; exinde vici; demum oppida frequentesque vrbes, ad priuatum & communem vsum constructæ fue- F runt: aduersus autem hostiles insultus machinæ, tormenta, castra, propugnacula. Atque in hunc modum parentes nostri partim consiliis prudentium virorum permoti, partim disertorum orationibus deliniti, à fera agrestique vita ad humanum ac ciuilem cultum sunt traducti. In omnibus verò quoad per bonos mores licuit, ea semper parsimonia adhibita fuit, quam Natura hominibus à prima origine inseuerat, ac ratio seruandã præscripserat. Porrò cùm iam rerum omnium affluentia atque otio abundarent, à commoditatibus ad voluptates, à frugali vita ad lautitiem, à bonis honestisque moribus ad omne

flagitio-

flagitiorum genus sunt prolapsi; & necessitati fecisse satis leue quidem existimarunt, commoditati autem prospexisse ingratum, nisi ea quoque molirentur, quæ vel ad corporis mollitiem splendidamque habitationem facerent, vt sunt, porticus, palatia, thermæ, aquæductus; vel ad singularem animi voluptatem, vt amphitheatra, circi; vel ad nominis amplitudinem, decusque stemmatis, vt pyramides, columnæ, obelisci, trophæa, arcus triumphales, mausolea; vel ad deorum cultum ac venerationem, vt aræ, delubra, templa. In quibus præcipuè admirari licebat immanes operũ moles, miraculosas substructiones, insanas altitudines, stupendos fornices. Quæ magna illi ædificabant, vt posteris magni esse viderentur. Verùm cùm hæc ad effectum perduci non possent, nisi conceptus animi, quas Ideas vocant, externis quibusdam imaginibus iis artificibus repræsentarentur, qui ad perficienda opera necessarij essent: hinc primùm ex solida materia conceptum opus construere cœperunt, minori quidem forma, at partibus omnibus absolutum ceu ideam quãdam breuioribus modulis ad viuum expressam: pòst minori quidem impendio, pari verò vtilitate chartis vniuersum opus inscribere didicerunt, adiuti Proiectionum scientia. Cumque hac ratione non possent simul omnes structuræ facies simplici aspectui exhibere, primùm substructionum lineamenta velut insistentis operis vestigium ichnographicè designarunt, vt omnium partium responsus, situs ac interualla vnico intuitu apertè cognosci possent: deinde assurgentis fabricæ singulas per se facies quasi directè obuersas ex Orthographices præceptionibus depinxerunt. Est porrò Orthographice frontis obuersæ imago, vt infrà docebimus. Demum Scenographices præsidio, quæ frontis simul & abscedentium laterum adumbratio est, vniuersum opus ex partibus compositum, quantum eius vnicus intuitus complecti poterat, spectabile fecerunt, vt quales futuræ essent ædificiorum distributiones, qualis omnium membrorum consensus atque commensus, rectiùs posset æstimari. Hæc sanè præparamenta eò spectabant, vt Architecti futura prospicerent errata, & paruo dispendio antè cauerent, quàm instituerent ædificia, ne factis operibus, grauia incommoda posteris relinquerentur. At quid obsecro hæc sunt aliud, quàm solidorum ædificiorum proiectiones, seu formæ in planum transcriptæ? Vides ergo, quantum eæ ad Architectonicam sint necessariæ. Vnde Vitruuius l. 1. c. 1. Optices non ignarum vult esse Architectum. Ego verò puto earum vsum in re structoria tanti esse momenti, vt qui eas ignoret, non possit iure se profiteri Architectum.

Nec minùs ad res faciunt bellicas, quarum vsus Ducem postulat in designationibus & peritum & exercitatum. Cùm namque bellicæ scientiæ proprium sit, quouis in loco diiudicare, quibus præsidiis sese tueri milites quàm optimè possint, hostique grauissima damna inferre, Duci incumbet munitionum, propugnaculorum, machinarum, ceterarumque extructionum, quæ aduersus hostiles impetus parandæ erunt, commodas ideas animo concipere, earumque formas minoribus modulis expressas artificibus præstare, qui posteà de fundo, de materia, de firmitate, deque iis omnibus quæ ad executionem pertinent, ex propriis Architecturæ principiis statuent. Prætereà oportet belli Ducem topographicis & chorographicis descriptionibus non mediocriter instructum esse. ex his enim tota ratio ducendi exercitus pendet. At hæc omnia ad proiecturas propriè spectant: igitur liquidò constat eas & ad bellicam administrationem omnino esse necessarias.

Sed & iis qui longos maris tractus enauigãt, peropportunus est Proiectionum vsus.

Nisi

A *Nisi enim expeditam illarum notitiam Nauarchi habeant, fieri nequit, vt ad præstitutos terminos nauigia dirigat: siquidem ex cælestium phænomenon obseruationibus, locorum longitudines latitudinesque perdiscuntur; at illæ præcipuè habentur Astrolabij & Quadrantis adminiculo, descriptisq. idemtidem in plano cælestium lationum circulis, vt eorum collatione habitudines inferiorum locorum per incognita maria dignoscantur. Quamobrem ad Nauarchos pars aliqua Astronomiæ & Cosmographiæ pertinet, vtpote quorum interest cælestes apparentias non paucas perspectas habere, ac maritimo-*
B *rum locorum designationes facere, quæ cum partibus continentis aptè cohæreant.*

De Pictoria nil attinet dicere, cùm per se constet propriam eius definitionem non esse aliam, quàm solidorum in planas tabulas proiectionem. Porrò cùm quatuor sint Picturæ partes, Delineatio, Lumen, Vmbra & Color; non intelligo eam, quæ colores temperat, appositéque rebus accommodat; sed tres reliquas, ac præcipuè, γραμμὴν, hoc est Designationem, quæ Anaglyptices, & Sculptoriæ, & Cælatoriæ, & Statuariæ, & Plasticæ est mater. Quare has etiam artes perspicuũ est ex Proiectionum rationibus pende-
C *re. Nam qui signa facere instituunt, primùm planas eorũ delineationes calamo, creta, aut carbone ducunt: deinde è cera aut figulina proplasmata effingunt, quibũs propositum veriùs adumbrant: tum ad horum similitudinem signa ipsa quàm possunt accuratissimè perficiunt. Sic Pasiteles facere erat solitus, teste Plinio lib. 35. cap. 12. qui cùm esset in his artibus summus, nihil fecit antequam finxit. Igitur ectypa ex protypis fiunt, hæc verò ex designationibus, quæ vox propria vsurpatione Proiectiones significat.*

Ex his satis superque constare arbitror, quantum momenti ceteris Mathematicæ disciplinis adferat scientia Proiectionum: quod ita per singulas ostendisse oportuit, vt
D *quisque intelligat, sibique persuasum habeat, eâ ignoratâ nullam omnino Mathesios partem ex fundamentis posse adquiri; vti contrà, eum qui illam percalleat, nullo in posterum indigere præceptore, cùm principia habeat, quorum præsidio mathemata omnia, quantumuis ardua, attingere possit, sibique etiam plurima velut propriæ inuentionis fœtus adscribere.*

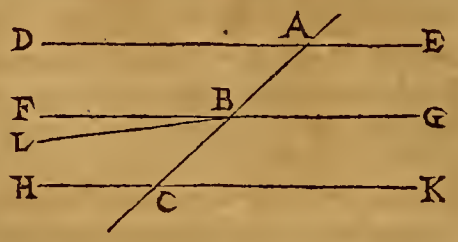
Vt verò in re tam præclara atque vtili non oscitanter pauca duntaxat, eaq; leuiter perstringamus, ante omnia lemmatia quædam, vt superioribus libris; deinde prænotationes quasdam præmittemus, quæ omnibus Proiectionibus vniuersè deseruiant:
E *tum ad singula genera descendendo, proprias cuiusque regulas explicabimus. Ex quarum præceptione, tametsi nullo negotio poterit Lector quidquid libuerit in quoduis planum suopte ingenio transcribere; tamen non pigebit variis exemplis illarum regularum vsum ostendere, vt illis quoque consulamus, quibus ingenium vel tardius, vel obscurius, vel minùs laboris patiens nouerca natura largita est. Denique varia quoque consectaria sparsim adiungemus ad vsum accommodata, vt ex illis Lector similia colligere addiscat. Ac speciatim docebimus omnia quæ in Pictoriæ arte rectis aut circularibus li-*
F *neis continentur; in planas tabulas expeditè transferre; quouis item Proiecturæ genere omnes sphæræ circulos repræsentando designare; rursus quasuis Astrolabiorum formas conficere, non tantùm quæ ad vsum, verùm etiam quæ animi tantùm gratia describi possunt; denique Horologiorum solarium varias praxes proponemus, hactenus inusitatas; non vt vulgares supprimamus, quas suspicimus & ambabus vlnis amplectimur: sed vt ampliorem campum aperiamus, quo Proiectionum studiosi liberius vagari possint; quod & singulari ipsorum voluptate futurum confidimus.*

LEMMATA.

LEMMA I.

Si recta quadam linea in rectas quotcumque parallelas lineas incidat, erunt omnes in vno eodemq; plano.

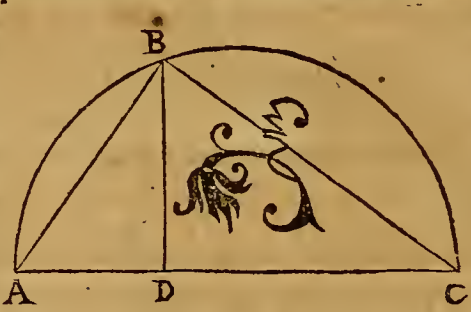
ESTO vt recta A B C in quotcumque parallelas rectas incidat lineas D E, F G, & H K: dico has omnes in vno eodemque plano existere. Vnum enim in primis est planum, in quo D E, H K, & A C distenduntur per 7. vndecimi Euclidis: in hoc ergo plano si negetur esse ipsa quoque F G, concedatur punctum eius F sublime esse. A puncto verò B in ipso plano recta ducatur B L ipsi A D parallela; quod fieri posse docet Euclides libro 1. propositione 31: erunt igitur ambæ B F & B L eidem A D parallelæ, hæc quidem ex constructione, illa verò ex hypothesi: quare & inter se parallelæ erunt per 30. primi Euclidis; quod absurdum est, ac parallelarum conditioni repugnans, cùm in idem punctum B vnà congrediantur. itaque fieri nequit vt F B à plano, in quo sunt D E & H K, discedat. Quocircà si recta quæpiam linea in rectas quotcumque parallelas lineas incidat, erunt omnes in vno eodemque plano, quod erat demonstrandum.



LEMMA II.

Si à circuli peripheria ad diametrum perpendicularis ducatur, hæc inter diametri segmenta mediam proportionem habebit.

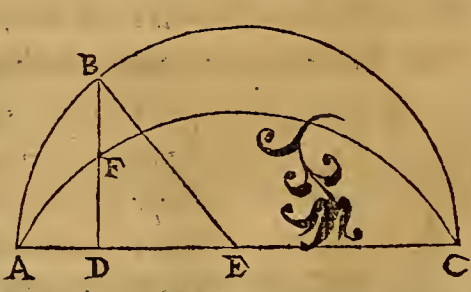
A CIRCVLI inquam peripheria A B C, ad ipsius diametrum A C recta ducatur B D, ad normam rectosque iuxta D angulos: dico B D proportione mediam esse inter A D & D C, vtq; A D ad D B, sic esse eamdem B D ad D C. Iungantur enim A B & B C: quoniam igitur per 31. tertij Euclidis angulus A B C in semicirculo rectus est, erunt per 8. sexti Euclidis, quæ ad perpendicularem triangula A B D & B D C, inter se similia: quare per primam definitionem sexti Euclidis, quemadmodũ in triangulo A B D, A D ad D B; sic se habebit in triangulo B D C, B D ad D C: igitur B D perpendicularis, eadem quoque est inter diametri segmenta A D & D C proportione media; quod erat demonstrandum.



LEMMA III.

Si recta quadam linea sit media proportionalis inter eius, cui secundùm normam adiungitur, segmenta, adiuncta extremitas in circulum cadet, cuius diametrus illa est, ad quam applicatur.

HÆC propositio parum aut nihil distat à quarta propositione libri primi Sereni Antinsensis Mathematici, estque conuersio præcedentis lemmatis. Demonstrari autem potest hoc modo: In rectam A C recta incidat B D secundùm normam, sitque B D inter A D & D C proportione media, ita vt quemadmodum A D ad B D, ita se habeat eadem B D ad D C: dico signum B circuli peripheriam attingere, cuius diametrus sit A C; ideoque circa ipsam A C per punctum B semicirculum describi. Ipsa namque A C bifariàm secetur in E: quoniam igitur per 5. secundi Euclidis rectangulum



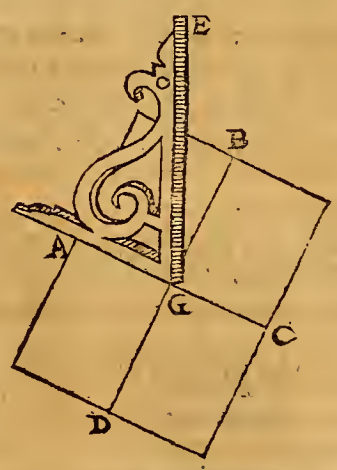
A lum A D C vnà cum quadrato D E; æquale est ei quod ab A E quadrato; estque per 17. sexti Euclidis rectangulum A D C quadrato BD æquale, erunt quadrata B D & D E simul sumpta quadrato A E æqualia: sed eadem quadrata B D & D E sunt æqualia quadrato B E per 47. primi Euclidis; est enim angulus B D E ex suppositione rectus: quare per communem notionem quadrata A E & B E inter se sunt æqualia; ac proinde ipsæ quoque rectæ lineæ A E & B E sunt inter se æquales. est verò A E æqualis ipsi E C ex constructione. igitur & B E ipsi E C est æqualis per eamdem communem notionem: quocircà per circuli definitionem tria puncta A, B & C in circulum cadunt, cuius centrum E, ac diametrus A C; quod demonstrandum erat.

B Potest verò & ab incommodo idem confirmari. Nisi enim circulus sit is qui per A B C incedit, necesse est verum circulum, aut supra aut infra B perpendicularem B D intersecare: secet igitur eam in F. Quoniam itaque A F C circulus esse asseritur, cuius A C diametrus, erit F D media proportionalis inter A D & D C per præcedens lemma: at ponitur B D inter A D & D C proportione media: igitur vtraque B D & F D ad A D vel D C eamdem habet rationem: quare per 9. quinti Euclidis æquales sunt inter se B D & F D, nempe totum suæ parti, quod absurdum est: nequit igitur circulus circa A C velut diametrum descriptus alio in loco quàm in B, perpendicularem B D attingere; quod probasse oportuit.

LEMMA IV.

C *Cùm recta linea è sublimi in planum obliquè incidit, propositum sit extremas illas lineas in plano inuenire, ad quarum alteram incidens linea ad rectos est angulos, ad alteram maximè obliqua.*

IN planum A B C D obliquè incidat recta linea E G ex sublimi delapsa; oporteat autem primùm inuenire in plano eam lineam cui E G ad rectos sit angulos. Ænea aut lignea norma plano adiungatur eo modo, vt eius caput seu recti anguli vertex puncto G, erectum verò latus lineæ E G congruat, reliquum autem G A planum contingat, & per locum huius contactus linea signe-
D tur A G, quæ producatur in C: dico igitur A C eam esse lineam cui E G ad rectos incidit angulos, quòd scilicet ambæ A G & E G normæ congruant, quæ recti anguli mensura est ac regula.



Deinde altera quoque cui E G maximè obliqua est inuenietur, si per 11. primi Euclidis in ipso plano à puncto G ducatur G B ad rectos ipsi A C angulos, producaturque in D. Hæc enim cum A G angulos faciet maximè obliquos; hoc est B G E minimum, & E G D maximum: quoniam enim A G vtrique E G & B G est perpendicularis ex constructione, erit
E eadem A G ducto etiam per E G B plano recta, per 4. vndecimi Euclidis. Quia verò A G ipsi B G, id est communi intersectioni planorum E G B & A B C D recto adiuncta est angulo, erit planum E G B ad planum A B C D rectum per 4. definitionem libri vndecimi Euclidis: itaque si à quolibet puncto lineæ E G ad planum A B C D perpendicularis ducatur, ea in lineam B G cadet per 38. vndecimi Euclidis: quocircà per 16. lemma libri quarti angulus E G B minimus est omnium illorum, qui lineâ E G, & quacumque aliâ in plano A B C D per G ducta continentur; reliquus verò E G D omnium maximus, quòd per 13. primi Euclidis ambo simul sumpti duobus sint rectis æquales.

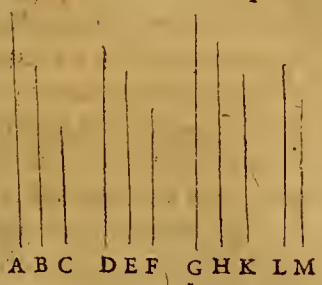
F

LEMMA V.

Si sint quotcumque magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quæ binæ in maiore aut minore proportione sumantur; & ex æqualitate in maiore aut minore proportione erunt.

HABEAT, inquam, A ad B maiorem rationem, quàm D ad E, & B ad C item maiorem rationem, quàm E ad F: dico & ex æqualitate A ad C, quàm D ad F maiorem rationẽ habere. Fiat enim G ipsi A æqualis, & H eam habens rationem ad G quam

E ad D, K item ad H eamdem quam F ad E. Quoniam igitur maior est ratio A ad B quàm A
D ad E, erit quoque ratio A ad B quàm G ad H maior; cumq; æquales ponantur A & G, habebit A ad H eamdem proportionem quam G habet ad H per 7. quinti Euclidis: igitur & A ad B maiorem habebit rationem quam eadem A ad H. Quare per 10. quinti Euclidis minor est B quàm H.



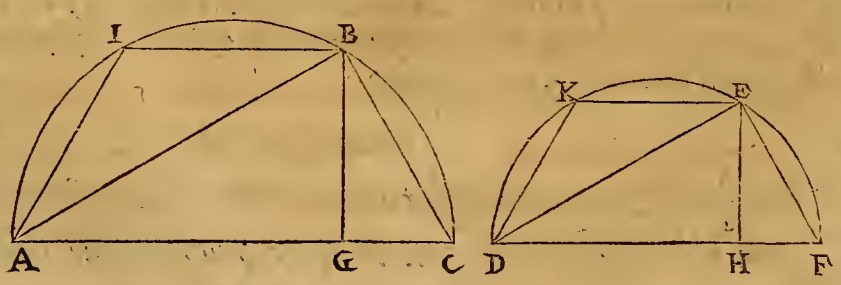
Eodem verò modo cùm maiorem rationem habeat B ad C quàm H ad K, minor ostendetur C quàm K: fiat enim L ipsi B æqualis, & M eam habeat rationem ad L quam K ad
H: quoniam igitur maior est ratio B ad C quàm H ad K, erit quoque ratio B ad C ratione B
L ad M maior: quare, vt suprà, minor est C quàm M: at M minor est quàm K: siquidem L quàm H est minor, cùm sit L sumpta ipsi B æqualis; B autem ostensa sit minor quàm H. Ergo & M quàm K minor est, cùm sit M ad L, vt K ad H. Quamobrem C multò minor erit quàm K. Ac propterea proportio A ad C maior quàm G ad K: est enim G æqualis ipsi A: igitur vtralibet maiorem habet rationem ad C quàm ad K per 8. quinti Euclidis. Est autem ex constructione vt D ad E, ita G ad H, & vt E ad F, sic H ad K. Ergo per 22. quinti Euclidis ex æqualitate vt D ad F, ita G ad K: sed iam ostensa est ratio A ad C, quàm G ad K maior: erit itaque ex æqualitate eadem A ad C ratio etiam ratione D ad F maior; quod erat demonstrandum.

Eademque est demonstrandi methodus in proportione minore. Si enim minorem C
rationem habeat D ad E quàm A ad B, & E ad F quàm B ad C, dico & D ad F quàm A ad C minorem rationem habere. Sumatur enim G ipsi A æqualis, fiatque H ea proportione ad G quam habet E ad D; & K ad H, vt F ad E. Erit igitur & G ad H minor proportio quàm A ad B: ac proinde per 10. quinti Euclidis H quàm B maior est. Rursus fiat L ipsi B æqualis, & M eam proportionem habens ad L quam K ad H: quoniam itaq; minorem rationem habet H ad K quàm B ad C, habebit quoque L ad M minorem proportionem quàm B ad C: sed L ipsi B posita est æqualis: igitur M ipsâ C est maior per eamdem 10. quinti Euclidis: est verò H maior quàm B: ac proinde etiam maior quàm L, quare & K maior quàm M: siquidem K ad H ita se habet, vt M ad L: igitur cùm M ipsâ C sit maior, erit & K eâdem C multò maior. Quocircà per 8. quinti Euclidis G ad K minorem rationem habe- D
bit quàm A ad C: at vt G ad K, ita D ad F per 22. quinti Euclidis: igitur & ex æqualitate D ad F minorem habebit rationem quàm A ad C; quod erat demonstrandum.

LEMMA VI.

Si duo semicirculi similiter secentur; à locis autem sectionum ad diametros perpẽdiculares ducantur: dico & diametrorum segmenta proportionalia esse: & contrà, si hæc proportionalia sint, ipsorum quoque semicirculorum segmenta esse proportionalia. E

SINT duo inæquales semicirculi, maior quidem A B C sectus in B, minor verò D E F similiter sectus in E, sic vt quemadmodum peripheria A B ad peripheriam B C, ita se habeat peripheria D E ad E F peripheriam: dico si ducantur B G & E H diametris A C & D F perpendiculares, esse quoque vt A G ad G C, ita D H ad H F. Ducantur enim rectæ A B & B C, itemque D E & E F; circulorum verò segmentis A B & D E anguli inscribãtur A I B & D K E, qui per definitionem 10. tertij Euclidis æquales inter se erunt: F



quoniam igitur per 22. tertij Euclidis A I B & A C B anguli, itemq. anguli D K E & D F E duobus sunt rectis pares, deductis æqualibus I & K, reliqui A C B & D F E sunt inter se æquales. Eodem verò modo æquales ostendi possunt B A C & E D F: igitur triangula A B G & D E H, quibus præter angulos A & D anguli quoque ad G & H æquales sunt, vtpote recti ex hypothesi, æquiangula sunt per 32. Euclidis. Sic quoque æquiangula sunt ipsa B G C

& E H F

A & E H F triangula. Quare per 4. sexti, vt A G ad G B, ita se habet D H ad H E: rursus vt G B ad G C, ita H E ad H F; ac proinde per 22. quinti Euclidis, ex æqualitate est quoque vt A G ad G C, ita D H ad H F; quod erat demonstrandum.

E conuerso autem, si proportionalia sint diametrorum segmenta, hoc est vt A G ad G C, ita sit D H ad H F: dico & ipsorum circulorum segmenta proportionem habere; id est vt arcus A B ad arcum B C, ita esse D E arcum ad reliquum E F. Quoniam enim B G & E H ipsis diametris ad rectos sunt angulos, erunt eæ per 2. lemma huius libri mediæ proportionales inter suorum diametrorum segmenta: quare erunt tam A G, G B & G C, quàm D H, H E & H F continuè proportionales. Cùm igitur ex hypothesi, vt A G ad G C, ita se habeat D H ad H F, necesse est & medias proportionales G B & H E, ad extremas similiter
B sumptas eamdem rationem habere: si enim id negetur, fatendum A G ad G B maiorem aut minorem rationem habere, quàm sit D H ad H E. At impossibile esse vtrumque, sic ostendetur:

Esto primùm proportio A G ad G B proportione D H ad H E maior: erit igitur & proportio G B ad G C illâ, quam habet H E ad H F, maior per 13. quinti Euclidis: siquidem vt se habet G B prima magnitudo ad G C secundam, ita se habet A G tertia ad quartam G B, quòd per 2. lemma huius libri A G, G B & G C sint continuè proportionales: at A G ad G B maiorem rationem habere asseritur, quàm D H quinta ad sextam H E: igitur per iam citatam 13. quinti Euclidis G B ad G C, quàm D H ad H E maiorem rationem habebit. Rursus vt D H ad H E, ita per 2. superius lemma H E ad H F: itaque G B ad G C
C maiorem rationem habebit, quàm H E ad H F: quare per præcedens lemma 5. & ex æqualitate A G ad G C, quàm D H ad H F rationem maiorem habebit. Concessum verò est ab initio vt A G ad G C, ita se habere D H ad H F: nequit itaque A G ad G B maiorem habere rationem, quàm D H ad H E.

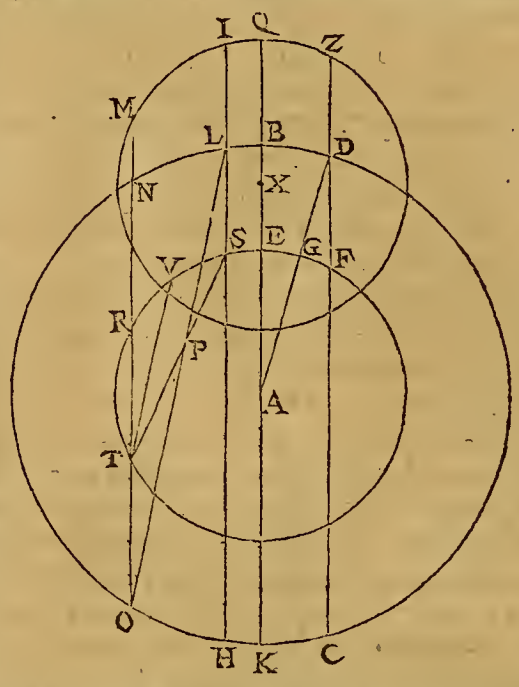
Sed nec minorem habere posse A G ad G B, quàm D H ad H E, eodem modo potest ostendi. Cùm enim G B ad G C eamdem rationem habeat, quam A G ad G B per 2. superius lemma, habebit quoque G B ad G C minorem rationem quàm D H ad H E per 13. quinti Euclidis. Et rursus cùm vt D H ad H E, ita sit H E ad H F, habebit quoque G B ad G C, quàm H E ad H F rationem minorem per eamdem 13. quinti Euclidis: quocircà per 5. præcedens lemma, & ex æqualitate minorem rationem habere conuincetur A G
D ad G C, quàm habeat D H ad H F: at supponitur ratio A G ad G C rationi D H ad H F æqualis: nequit ergo illa esse minor: quocircà æqualis erit continuata vtrimque analogia, & in triangulis A G B & D H E, vt A G ad G B, ita D H ad H E, itemque vt G B ad G C in triangulo G B C, ita in triangulo H E F, H E ad H F. Sunt verò vtrobique anguli ad G & H recti, qui scilicet proportionalibus lateribus continentur: igitur æquiangula sunt triangula A G B & D H E, itemque G B C & H E F per 6. sexti Euclidis. Ex quo facilè, vt suprà, ostendi potest segmenta quoque A B & B C segmentis D E & E F proportionalia esse, hoc est vt A B arcus ad arcum B C, ita esse arcum D E ad E F arcum: si enim segmentis A B & D E anguli inscribantur A I B & D K E; quoniam per 22. tertij Euclidis anguli I & C duobus rectis sunt æquales, itemque K & F æquales duobus rectis, erunt hi duo illis duobus
E æquales. Ab vtrisque igitur si æquales detrahantur C & F, reliqui I & K æquales inter se erunt; ac proinde per definitionem similium segmentorum erunt ipsa segmenta similia. Eodemque modo & segmenta B C & E F ostendentur similia: itaque demonstratum relinquitur id quod initio propositum fuit.

LEMMA VII.

Si duo circuli inæquales ex eodem centro descripti duabus rectis lineis parallelis secentur: dico arcum minoris circuli parallelis compre-
F *hensum ad totum sui circuli ambitum maiorem rationem habere, quàm habeat arcus maioris circuli ad totam sui circuli peripheriam.*

Esto in primis, vt duo circuli inæquales circum idem centrum A descripti, à duabus parallelis rectis lineis secentur K B & C D, quorum altera K B per centrũ transeat: dico arcum E F minoris circuli ad totam ipsius peripheriam maiorem habere rationem, quàm B D habeat ad totum maioris circuli ambitum. Ducatur enim ex centro A recta A D quæ arcum E F secet in G: erunt igitur arcus E G & B D similes per

ea quæ à Clauio demonstrãtur in scholio propositionis 22. tertij lib. Euclidis. Quare vt arcus E G ad minorem circulum, ita erit B D ad circulum maiorem: at E F arcus maior est ipso E G, vt totus sua parte: igitur E F ad minorẽ circulum, maiorem habet rationem quàm E G ad eumdem per 8. quinti Euclidis: quocircà & E F ad minorem circulum maiorem rationem habet, quàm B D ad circulum maiorem; quod demonstrasse oportuit.



Deinde neutra parallelarum per centrum agatur, quales in eodem schemate sunt H L & O N, quarum hæc quidem minorem circulum secet in R & T, maiorem verò in N; illa minorem secet in S, at maiorem in L: igitur oppositæ extremitates linearum T O & S L, iungantur rectis lineis T S & L O in P decussatis. Quoniam itaque P T O triangulũ est, erit per 16. primi Euclidis angulus S T R angulo L O N maior; ac proinde & arcus S R arcu L N proportione maior, si ad totum sui quisque circuli ambitum comparetur. Nam ducta T V ipsi O L parallela, erit angulus V T R angulo L O N æqualis per 29. primi Euclidis. Ideoq; arcus V R arcui L N similis per scholion Clauij ad 22. prop. tertij Euclidis: est autem S R ipso V R maior: igitur S R quàm V R ad totum minorem circulum maiorem habet rationem per 8. quinti Euclidis: quocircà & S R ad minorem circulum maiorem habet rationem, quàm L N ad circulum maiorem; quod erat demonstrãdum.

LEMMA VIII.

Si duo circuli inæquales non ex eodem centro descripti, duabus rectis lineis secentur, cùm inter se, tum ei quæ centra circulorum connectit parallelis: dico minoris circuli interceptam portionem portione maioris circuli ad totum ambitum, maiorem rationẽ habere.

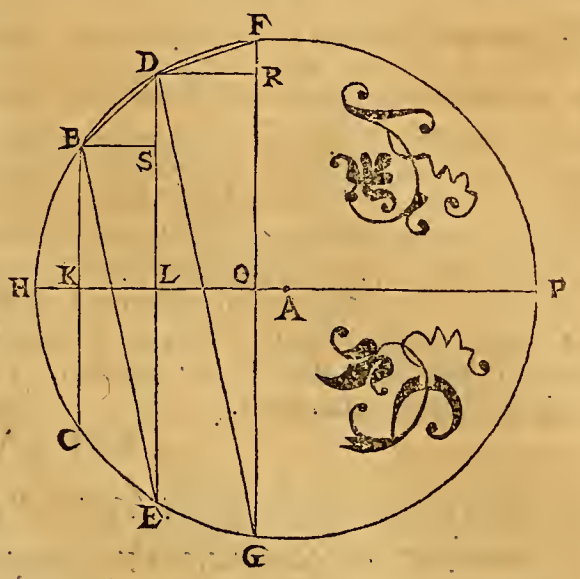
QVÆ in circulis ex eodem centro descriptis ostensa sunt, veritatem quoque habent in illis, quorum centra in eadem recta linea existunt, quæ quidem ceteris sit parallela; vt si ex centro X in linea K B assumpto circulus describatur circulo T R F æqualis, producanturq. parallelæ K B in Q, C D euin Z, H L in I, & O N in M: dico peripheriam Q Z peripheriæ E F & I M ipsi S R æqualem esse. Quod quia multis rationibus demonstrari potest, id studioso Lectori probandum relinquimus: nos interim inde colligimus arcum Q Z ad totam circulum M I Q Z maiorem rationem habere, quàm habeat B D ad totam maioris circuli peripheriam. Nam quoniam æqualis est peripheria Q Z peripheriæ E F, suntque circuli M I Q Z & T R F positi æquales, habebit peripheria Q Z ad circulum M I Q Z eamdem rationem, quam habet peripheria E F ad circulum T R F per 7. quinti Euclidis: at iam ostensum est superiore lemmate maiorem rationem esse ipsius E F ad circulum minorem, quàm sit B D ad circulum maiorem: igitur & Q Z ad totum circuli M I Q Z ambitum maiorem rationem habebit, quàm B D habeat ad totum ambitum circuli maioris.

LEMMA IX.

Parallelæ rectæ lineæ, quæ æquales circuli peripherias intercipiunt, quò à centro sunt remotiores, eò minori interuallo ab inuicem disiunguntur.

IN circulo ex A descripto sint rectæ parallelæ lineæ B C, D E, & F G, inæquali à cẽtro distantia abductæ, sed quæ æquales circuli peripherias intercipiunt B D & D F: dico si per illas ad rectos angulos recta agatur P H, quæ ipsarum interualla ex æquo metiatur,

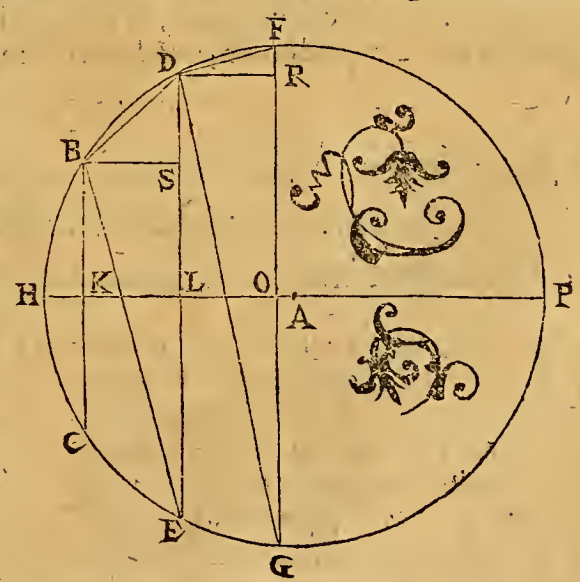
A tur, minorem fore KL ipsâ LO. Quoniam enim BC quàm DE, & hæc quàm FG à centro remotior est, erit BC minor quàm DE, & hæc minor quàm FG per 15. tertij Euclidis: igitur arcus DHE arcu FHG minor erit per scholion Clauij ad 28. tertij Euclidis; ac proinde arcus DPE arcu FPG maior: quare ductis BD & BE, item DF & DG, erit per scholion eiusdem Clauij ad 27. tertij Euclid. an-
B gulus DBE angulo FDG maior; ac rursus si ab horum angulorum verticibus B & D rectæ agantur BS & DR, ipsi HP parallelæ, continget in triangulis BES & DGR angulos BSE & DRG æquales esse, nempe rectos per 29. primi Euclidis: sed & anguli E & G æquales inter se sunt per 27. tertij Euclidis, vtpote qui æqualibus peripheriis BD & DF insistunt: igitur & reliquus EBS reliquo GDR æqualis erit per 32. primi Euclidis: quocircà si æquales hi ab inæqualibus DBE & FDG subducantur, relinquetur DBS angulus
C angulo FDR maior per communem notionem. Quapropter per conuersionem decimi quarti lemmatis libri quarti, maiorem habebit portionem BD ad BS, quàm DF ad DR. Itaque per decimam propositionem libri quinti Euclidis minor est BS quàm DR: at BS æqualis est ipsi KL, & DR ipsi LO æqualis per trigesimam quartam primi Euclidis: quòd scilicet parallelogramma sint spatia BL & DO: igitur minor est KL quàm LO; quod erat de-monstrandum.



LEMMA X.

D *Parallelæ rectæ lineæ æquali interuallo dispositæ, quò sunt à centro remotiores, eò maiores arcus de circuli peripheria intercipiunt.*

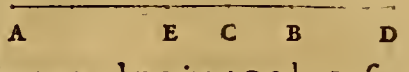
IN circulo, cuius centrum A, sint parallelæ rectæ lineæ BC, DE & FG æquali interuallo dispositæ sic vt KL & LO sint inter se æquales: dico arcus his parallelis interceptos inæquales inter se esse, maioremque BD ipso DF, quòd BC longiùs distet à centro A quàm DE, & hæc longiùs quàm FG. Quoniam enim minor est DE quàm FG, per 15. tertij
E Euclidis, erit arcus DHE arcu FHG minor, per scholion Clauij ad 28. tertij Euclidis; ac proinde arcus DPE arcu FPG maior. Iunctis igitur BE & BD; item DG & DF, erit per scholion Clauij ad 27. tertij Euclidis angulus DBE angulo FDG maior: rursusque actis BS & DR ipsi HP parallelis, seu ad rectos angulos ipsis DE & FG, erunt eædem BS & DR inter se ęquales: quoniam ve-
F rò DG circuli centro A propinquior est quàm BE, erit eadem DG quàm BE maior per 15. tertij Euclidis; ideoque per 8. quinti Euclidis habebit DG ad DR maiorem rationem quàm BE ad BS: quo fit vt per 14. lemma libri quarti maior sit angulus GDR quàm EBS angulus: qui si ab inæqualibus GDF & EBD subducantur, relinquetur FDR angulus minor angulo DBS; quo tandem fit per conuersionem lemmatis 14. iam citati, vt BD ad BS maiorem rationem habeat quàm DF ad DR. Quare per 10. quinti Euclidis maior conuincitur BD quàm DF; ideoq; & arcus BD arcu DF maior: si enim æquales essent arcus BD & DF, hos æquales rectę subtẽderent lineæ per 29. tertij Euclid. Cùm ergo maior probata sit BD quàm DF linea, erit & arcus BD arcu DF maior; quod erat demõstrandum.



LEMMA XI. A

Datæ rectæ lineæ sectæ vtcumq; adiungere oporteat eiusmodi augmentum, vt tota ad adiunctam ita se habeat, quemadmodum primitiuæ lineæ maius segmentum ad minus.

RECTA linea AB secta sit in C vt libet, adiungere autem oporteat eidem AB portionē BD ea lege vt sit AD ad DB quemadmodum AC ad CB. Fiet porrò id in hunc modum:

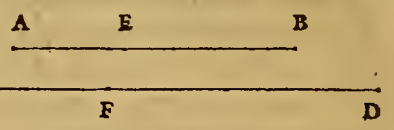


Ponatur CE æqualis ipsi CB, fiatque per 12. sexti Euclidis vt AE ad EC, ita AB ad BD, factumque erit propositum: nam per 18. quinti Euclidis erit & componendo vt AE vnà cum EC, hoc est AC ad CE, seu ei æqualem CB, ita AB vnà cum BD, hoc est tota AD ad DB; quod erat præstandum. B

LEMMA XII.

Si duæ rectæ lineæ similiter secentur, erit vt quadratum primæ ad quadratum secundæ, ita rectangulum quod fit è primæ partibus, ad id quod è secundæ segmentis fit rectangulum, & contrà. C

RECTÆ namque AB & CD eadem proportione secentur in punctis E & F: dico in primis vt quadratum AB ad CD quadratum, ita esse rectangulum AEB ad CFD rectangulum. Quoniam enim vt AE ad EB, ita est ex hypothesi CF ad FD, erit & vicissim per 16. quinti

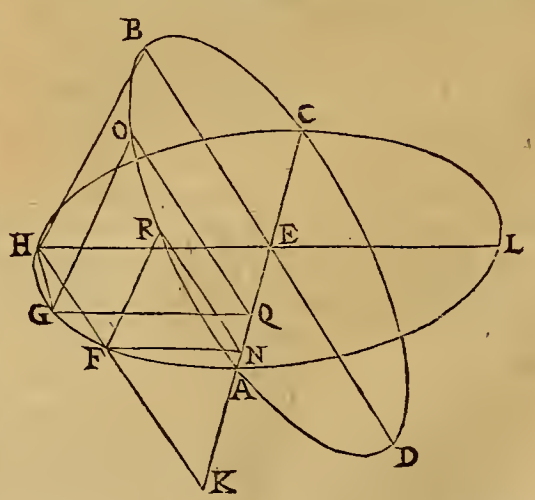


Euclidis vt AE ad CF, ita EB ad FD. Quare per 20. sexti Euclidis rectangulum AEB ad CFD rectangulum duplicatam habebit rationem lateris AE ad CF, hoc est AB ad CD. Nam cùm sit vt AE ad EB, ita CF ad FD, erit etiam componendo AB ad AE velut CD ad CF per 18. quinti Euclidis; & permutando, vt AE ad CF, sic AB ad CD: sed per eamdem 20. sexti Euclidis quadratum quoque AB ad CD quadratum duplicatam habet rationem ipsius AB ad CD, hoc est AE ad CF: igitur per 11. quinti Euclidis vt quadratum AB ad CD quadratum, sic AEB rectangulum ad id quod sub CFD comprehenditur rectangulum, & retrò commeando, vt rectangulum AEB ad CFD rectangulum, ita quadratum AB ad CD quadratum; quod erat demonstrandum. D

LEMMA XIII.

Si duo æquales circuli se mutuò per centra secent, eorumq; peripheriæ in similes partes diuidantur, quæ vnius partes partibus alterius connectunt rectæ lineæ sunt inter se parallelæ. E

AEQVALES circuli ABCD & AHCL sese per centrum E secent, erit proinde communis vtriusque sectio diametrus AC, cui ad normam adiungantur per centrum BD & HL; à puncto verò A similes peripheriæ notentur AR & AF, item AO & AG (quas quidem æquales esse oportet ob circulorum æqualitatem) dico rectas lineas OG & RF, quæ eas peripherias connectunt, parallelas inter se esse: ductis enim ab R & F ad AC perpendicularibus, has ostendendum est in vnum idemque punctum N incidere. Quoniam enim BE & RN sunt ipsi AC perpendiculares, erunt per 13. primi Euclidis earum anguli ad AC recti, ideoq; æquales, ac proinde per 29. primi Euclidis ipsæ BE & RN parallelæ. Eodem verò modo parallelæ ostendentur HE & FN, quòd scilicet ambæ ipsi AC sint



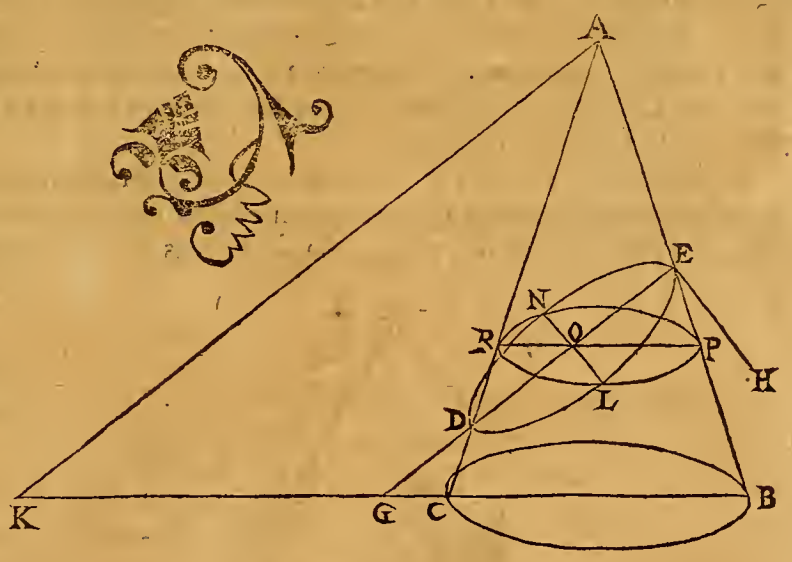
F

A AC sint perpendiculares. Rursus quoniam BE & HE ipsam AC ad rectos angulos & bifariàm secant, erunt arcus AB & AH æquales, vtpote æqualium circulorum quadrantes. Sunt autem & peripheriæ AR & AF æquales: igitur per communem notionem & BR, HF, æquales inter se erunt: quocircà EN, vtrique subtensa vna eademque linea erit, inter vtrasque parallelas BE & RN, item HE & FN intercepta, per 29. tertij Euclidis: itaque planum per RNF ductum plano quod per BEH extenditur, parallelum erit per 15. vndecimi Euclidis; quæ rursus si mente intelligantur secari plano quopiam per B, H, & K ducto, erunt communes illorum sectiones RF & BH inter se parallelæ per 16. vndecimi Euclidis. At simili prorsus modo ostendi potest OG eidem BH parallela:
B igitur per 9. vndecimi Euclidis, & inter se ipsæ OG & RF sunt parallelæ; quod demonstrandum erat.

LEMMA XIV.

In ellipsi ea recta linea, iuxta quam possunt, quæ ordinatim ad diametrum adiunguntur, tertia est proportionalis, cui primo loco proportionalis est illa diametrus, ad quam rectæ ordinatim applicantur; secundo verò loco reliqua.

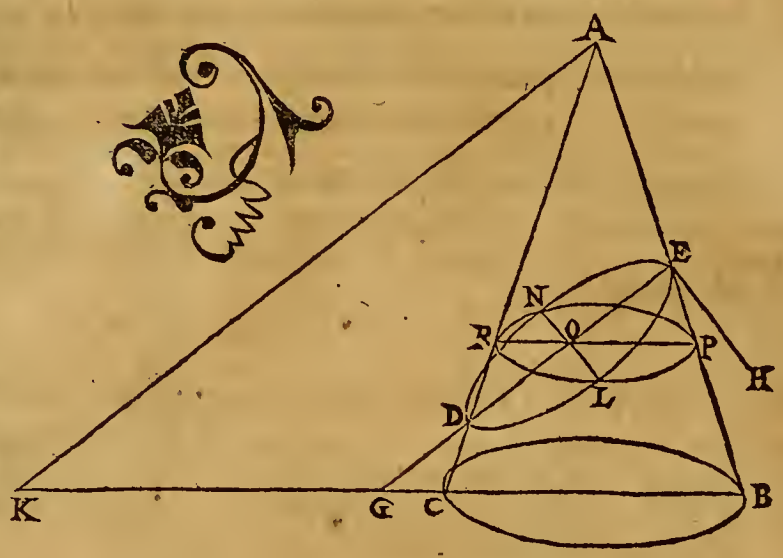
C NOMEN ellipsis tametsi in multis rebus locum habeat, tamen primò omnium in coni sectionibus fuit vsurpatum, eiusque hæc fuit origo: Dato cono ABC, cuius basis circulus circa diametrum BC, sectioq. DE; si ducatur AK parallela ipsi ED, quæ cum BC producta concurrat
D in K, fiatque vt quadratum AK ad BKC rectangulum, ita recta DE ad EH ipsi DE perpendicularem: ex his demonstrat Apollonius libro 1. conicorum, propositione 13. omnes quę ad DE



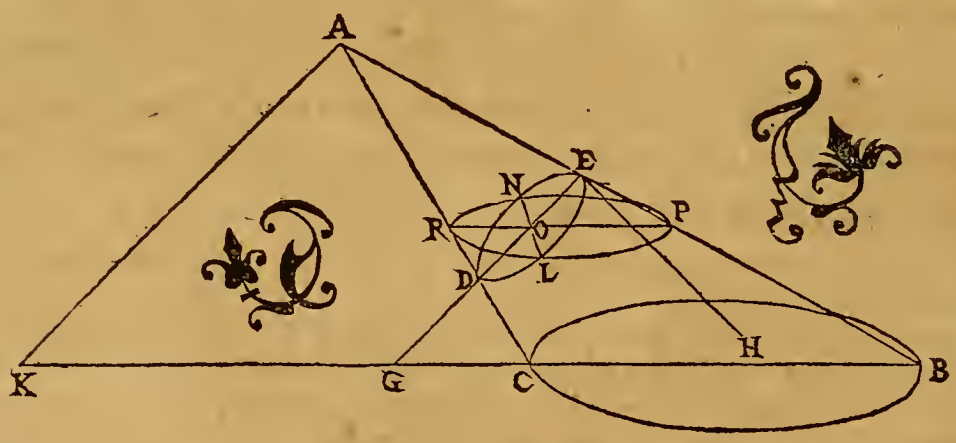
ordinatim applicantur, posse spatium quod ipsi EH adiacet, latitudinem habens eam lineam, quæ inter applicitam & E continetur, deficiensque figura simili ei quæ sub DE &
E EH continetur: eamq; figuram, cui id accidit, omnis Antiquitas ellipsin nuncupauit, vel quòd à circulari amplitudine capacitateque deficiat, (est enim ellipsis circulus diminutus) vel ob id, quòd quæ ordinatim ad diametrum adiunguntur, possint spatium recto lateri adiacens, deficiensque figura simili ei quæ sub diametro seu transuerso latere & recto latere continetur; velut hyperbole quæ ellipsi quodammodò contraria est, sic est appellata, quòd quæ ad transuersum ipsius latus ordinatim adplicantur possint spatium recto lateri adiacens, atque excedens figura simili ei quæ sub recto & transuerso latere continetur. Illam porrò ellipsis proprietatem Serenus posteà in obliqua sectione cylindri æquè ac in sectione coni inesse ostendit libro primo De sectione cylindri, quę proinde cylindri sectio etiam ellipsis est appellata.
F Nobis verò propositum iam sit demonstrare lineam EH tertiam esse proportionalem, ad quam nempe minima sectionis diametrus LN eam proportionem habet, quam maxima diametrus DE ad LN minimam. Per centrum sectionis O ducatur planum PLRN basi BC parallelum, quod per 4. primi Apollonij circulus erit, communemque habebit cum sectione DLEN rectam lineam LN: itemque DE producatur, in G: quoniam igitur per 23. sexti Euclidis proportio quadrati AK ad rectangulum BKC ex laterum proportionibus componitur, erit vt quadratum AK ad rectangulum BKC, ita proportio quam habet AK ad BK, ad proportionem quam eadem AK habet ad KC: at EG parallela est ipsi AK ex constructione, & PR parallela ipsi BG per 16. vndecimi Euclidis

(quòd

(quòd videlicet planum P L R N & coni basis secentur plano A B C in communibus sectionibus P R & B C:) igitur E D, D G, & P R de maioribus triangulis similia abscindunt, & æquiangula triangula per 4. lemma libri quinti. Quocircà vt A K ad B K, ita est E G ad B G, & E O ad O P: vt verò A K ad K C, ita D G ad G C, seu D O ad O R per 12. lib. 4. Vt autē proportio duarum E O & O P, ad proportionem duarum O D & O R, ita est per 23. sexti Euclidis rectangulum E O D ad P O R (seu L O N, quod illi per 35. tertij Euclid. æquale est) rectangulum. Cùm porrò ambæ E D & L N in eamdem rationem secentur ad punctum O, nimirum bifariàm, erit per 12. lemma, vt rectangulum E O D ad L O N rectangulum, ita quoque quadratum D E ad L N quadratum: sed rectangulum D O E ad rectangulum L O N est vt D E ad E H: itaque & quadratum D E ad L N quadratum se habet, vt D E ad E H: quare per vigesimam propositionem libri sexti Euclidis, vt diametrus D E ad diametrum L N, ita eadem L N ad E H; quod propositum fuit demonstrare.



Hactenus ostendimus, vt maxima diametrus ad minimam, sic esse hanc ad eam lineam, iuxta quam possunt, quæ ad maximam diametrum ordinatim applicantur. Nunc ostendendum quoque sit, vt minima diametrus ad maximam, ita esse maximam ad



eam lineam, iuxta quam possunt, quæ minimæ diametro ordinatim adiungūtur, quod in conis scalenis manifestè deprehenditur.

Esto enim conus scalenus A B C, cuius basis B C circulus; sectio autem D L E N nec basi parallela, neque eidem subcontrariè posita, néque per verticem; cuius etiam diametrus D E lateri trianguli, quod per axem, parallela non sit, neque cum producto latere supernè conueniat. Ducatur A K parallelōs ipsi D E, quæ cum B C producta concurrat in K, fiatque vt quadratum A K ad B K C rectangulum, ita D E ad E H, erit E H rectum sectionis D L E N latus, seu ea iuxta quam possunt quotquot ad D E ordinatim applicantur: quamobrem & D L E N ellipsis erit, cuius minima diametrus D E, maxima verò L N, quę omnia libro quarto propositione 66. luculenter sunt demonstrata.

Nunc autem si propositum sit edocere, vt priùs E H tertiam esse proportionalem, ad quam nimirum ita se habet maxima diametrus L N, vt ad hanc minima D E, eadem ratiocinandi forma id fiet, qua proximè vsi sumus; atque idcircò satis prudenti Lectori esse existimamus, propriam dumtaxat figuram hoc loco adiunxisse iisdem litteris claritatis gratia explicatam.

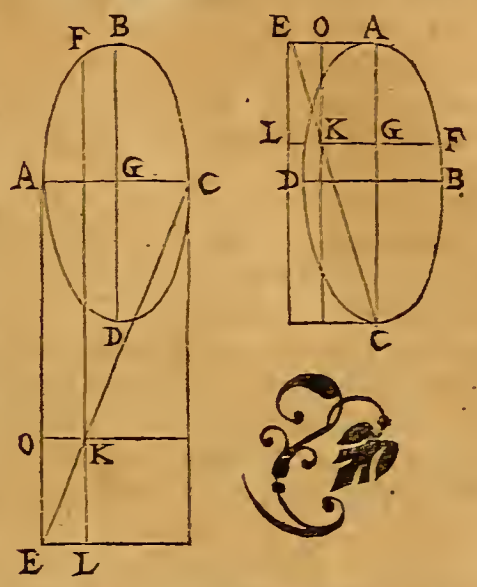
LEM-

A

LEMMA XV.

Si in ellipsi sit vt vna diametrus A C *ad alteram diametrum* B D, *ita hæc ad quamdam* A E *ipsi* A C *perpendicularem; iunctâ* C E, *ductâque* F K, *quæ ipsam* A C *ordinatim secet in* G, *dico quadratum* F G *rectangulo* A G K *æquale esse.*

B HÆC propositio, vti & superior, geminum admittit casum. Aut enim constituitur A E tertia proportionalis maximæ & minimæ diametri, ceu primæ & secundæ, sic vt quemadmodum maxima diametrus ad minimam, ita hæc ad A E; aut certè fit A E tertiâ proportionalis minimæ & maximæ, ita vt quemadmodum minima diametrus ad maximam, sic maxima ad A E. Vtrouis autem modo veritas proponatur, eodem modo demonstrabitur: nam cùm per antecedens lemma sit A E ea, iuxta quam possunt ad diametrum (quæ proportione prima est) ordinatim applicatæ, poterit F G spatium, quod lineæ A E adiacet latitudinem habens A G, deficiensque figura simili ei, quæ sub A C & A E continetur. At eiusmodi est spatium A G K O quod lineæ A E adiacet, latitudinem habens A G, deficiensque figura O E L K, simili ei quæ sub A C & A E comprehenditur per 24. sexti Euclidis; siquidem circa diametrum parallelogrammi C A E consistit: igitur quadratum F G rectangulo A G K O est æquale; quod erat demonstrandum.



C

D

LEMMA XVI.

Iisdem repositis quæ suprà, dico rectangulum A G C *ad rectangulum* A G K, *seu ad quadratum* F G *eamdem rationem habere, quam diametrus* A C *ad* A E.

QVONIAM enim rectangula A G K, & id quod sub A G C comprehenditur, eamdem habent altitudinem A G, erunt ipsa inter se vt bases G C & G K per 1. sexti Euclidis: at G C ad G K ita se habet, vt A C ad A E: cùm enim sit G K ex constructione parallela ipsi A E, erunt triangula C G K & C A E æquiangula, per 4. lemma libri quinti: itaque per 4. sexti Euclidis vt C A ad A E, ita C G ad G K: quare & rectangulum A G C ad A G K rectangulum ita se habet, vt A C ad A E. Est verò rectangulo A G K æquale quadratum F G per proximum superius lemma: igitur est etiam rectangulum A G C ad F G quadratum, vt A C ad A E; quod erat demonstrandum.

E

LEMMA XVII.

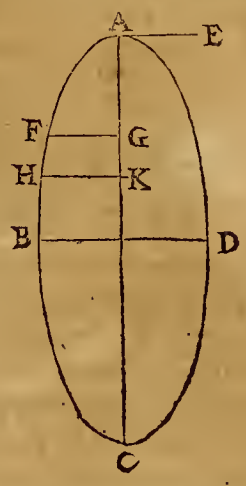
Si maxima diametrus ellipsis in quotcumque partes secetur, à punctis autem sectionum rectæ ordinatim educantur, erunt harum quadrata, vt à diametri segmentis rectangula, ea ratione, quæ vocatur minoris ad maius.

F

HOC lemma, quia vniuersè proponitur, casum propriè non habet. Esto igitur ellipsis A B C D, eiusque diametrus A C dissecta vtcumque in locis G & K, vnde ad circumferentiam ellipsis rectæ ordinatim excitentur G F & K H: dico vt quadratum G F ad rectangulum A G C, ita esse K H quadratum ad A K C rectangulum. Ducatur enim B D altera diametrus ipsi A C coniugata, fiatque per 11. sexti Euclidis vt A C ad B D,

ita

ita B D ad A E, quæ ipsi A C rectis angulis adiungatur. Quoniam igitur per præcedens A
lemma est rectangulum A G C ad quadratum G F, vt diametrus A C ad rectum figuræ latus A E: itemque vt A C ad A E, ita quoque A K C rectangulũ ad id, quod ex K H fit quadratum; erunt quoque per 11. quinti Euclidis, rectangulorum quæ ex diametri segmentis fiunt; ad quadrata rationes inter se eædem. Itaque vt rectangulum A G C ad quadratum G F, ita se habet A K C rectangulum ad K H quadratum; & inuertendo, vt quadratum G F ad A G C rectangulum, ita quadratum K H ad rectangulum A K C: & alternando, vt quadratum G F ad K H quadratum, ita rectangulum A G C ad A K C rectangulum. B



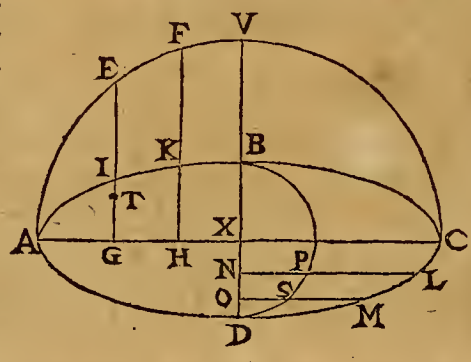
Est porrò quadratorum proportio ad rectangula minoris ad maius. Nam quadrata ad rectangula, vt iam ostensum est, ita se habent quemadmodum A E ad A C: at A E minor est quàm A C; cùm enim B D minor sit quàm A C, & A E quàm B D minor, necesse est A E multò quàm A C minorem esse. Igitur & quadrata earum, quæ ordinatim ad maximam diametrum ellipsis adiunguntur rectangulis, quæ ex diametri segmentis constant, minora sunt.

Quadrata verò earum quæ ad minimam diametrum ordinatim applicantur, ad rectangula sub eiusdem diametri segmentis comprehensa, eamdem quidem proportionem habent, sed maioris ad minus. Nam ita inter se sunt, vt tertia proportionalis ad minimam diametrum, inter quas maxima diametrus proportione media est. Est autem ea tertia proportionalis minima diametro maior; siquidem maior est diametro maxima, quæ minimam excedit. C

LEMMA XVIII.

Si circum extremam diametrum ellipsis circulus describatur, rectæ omnes lineæ, quæ à circuli peripheria ad diametrum rectis angulis protenduntur, à peripheria ellipsis secundùm eamdem rationem dissecantur. D

Esto ellipsis A B C D, circa cuius extremam diametrum eamque maximam A C circulus describatur A E F C; à punctis autem E & F, in ipsius peripheria assumptis ad diametrum A C perpendiculares ducantur E G & F H, quæ ab ellipsi secentur in I & K: dico vt E I ad I G, sic esse F K ad K H. Nam per 2. lemma cùm E G inter A G & G C, itemque F H inter A H & H C medię sint proportionales, erit per 17. sexti Euclidis quadratum E G æquale rectangulo A G C, atque eodem modo F H quadratum rectangulo A H C æquale. Vicissim igitur, vt quadratum E G ad F H quadratum, sic rectangulum A G C ad A H C rectangulum. Sed vt rectangulum A G C ad rectangulum A H C, ita quoque est quadratum I G ad K H quadratum per præcedens lemma: itaque per 11. quinti Euclidis, vt quadratum E G ad quadratum I G, sic quadratum F H ad K H quadratum. Quocircà per 22. sexti Euclidis, vt E G ad I G, ita F H ad K H; & diuidendo per 17. quinti Euclidis, vt E I ad I G, sic F K ad K H; quod erat probandum. E



Simili modo si circum minimam diametrum B D circulus describatur B P S D, & ab ellipsi ad diametrum perpendiculares ducantur L N & M O: dico has à circuli peripheria in eamdem rationem secari; sic vt quemadmodum L P ad P N, ita sit M S ad S O. Quoniam enim per 2. lemma vt B N ad N P, ita se habet N P ad N D; rursusque vt B O ad O S, ita O S ad O D, erit per 17. sexti Euclidis, quadratum P N rectangulo B N D, & quadratum S O rectangulo B O D æquale, & vicissim quadratum P N ad quadrum S O, sicut rectangulum B N D ad B O D rectangulũ: at per præcedens lemma est quoque vt rectangulum B N D ad B O D rectangulum, ita quadratum L N ad M O quadratum: quare per 11. quinti Euclidis, vt quadratum P N ad quadratum S O, ita quadratum L N ad M O quadratum: ideoque & F

quemad-

A quemadmodum recta P N ad S O, ita recta L N ad rectam M O, per 22. sexti Euclidis; diuidendoque per 17. quinti Euclidis, vt L P ad M S, ita P N ad S O, & vicissim vt L P ad P N, sic M S ad S O; quod erat demonstrandum.

CONSECTARIVM I.

Si vt E I *ad* I G, *ita sit* F K *ad* K H, *sitq;* K *in ellipsi: dico &* I *in ellipsin incidere.*

B Si enim id negetur, fatendum erit ellipsin vel infra vel supra punctum I transire. Detur ergo primum, vt infra transeat, puta per T: erit igitur per præcedēs lemma quemadmodū F K ad K H, ita E T ad T G. Sed est quoque ex hypothesi E I ad I G, vt F K ad K H: itaque per 11. quinti Euclidis E T ad T G eamdem rationem habet, quam E I ad I G, quod cùm sit absurdū, nequit ellipsis infra punctum I transire: sed nec suprà, quod eodē modo ostendi potest. Quamobrem ellipsis in ipsum punctum I incidit; quod erat probandum.

CONSECTARIVM II.

Vt E G *ad* I G, *vel* F H *ad* K H, *ita maxima diametrus* A C *ad minimam* B D.

C Nam quia per 35. tertij Euclidis rectangulum A G C quadrato E G æquale est, erit per 7. quinti Euclidis, vt rectangulum A G C ad quadratum I G, quemadmodum quadratum E G ad idem I G quadratum: sed vt rectangulum A G C ad quadratum I G, sic se habet rectangulum A X C, hoc est quadratum A X ad B X quadratum per 17. præcedens lemma; quadratum autem A X ad quadratum B X, est vt quadratum A C ad quadratum B D: igitur vt quadratum A C ad quadratum B D, ita quadratum E G ad I G quadratum: ac proinde per 22. sexti Euclidis, vt E G ad I G, ita est maxima diametrus A C ad minimam B D.

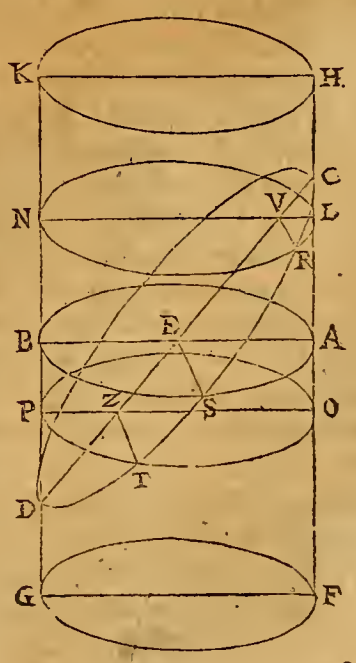
Aliter ac breuiùs idem demonstrari potest hoc modo: Quoniam per præsens lemma vt E G ad I G, vel F H ad K H, ita quoque est V X ad B X. Vt autem V X semidiametrus maioris circuli ad B X semidiametrum circuli minoris, sic tota A C diametrus ad totam diametrum B D: igitur vt E G ad I G, vel F H ad K H, ita se habet A C maxima diametrus ellipsis ad minimam B D; quod demonstrasse oportuit.

D

LEMMA XIX.

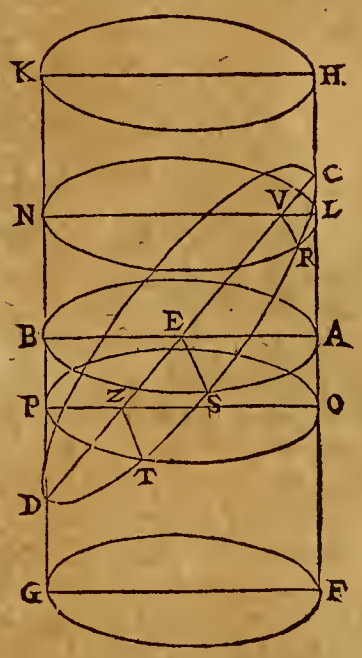
Si extremæ diametri ellipsis in eamdem rationem secentur; quæ ab vna diametro ad ellipsin perpendiculares excitantur, æquales sunt iis, quæ à reciprocis punctis alterius diametri ad circuli peripheriam rectis angulis protenduntur.

E



Esto inquam A B minimæ diametro ellipsis æqualis, à cuius extremis duæ perpendiculares erigantur A H & B G, quæ producantur in F & K, sic vt F K cylindrum repræsentet bases habentem circulos circa H K & F G descriptos; in quo accommodetur linea C D datæ maximæ diametro ellipsis æqualis, secetq; C D ipsam A B in E: ipsi verò A B parallelę ducantur quotcúque lineæ L N, & O P, quæ C D secent in punctis V & Z, & per L N, A B, O P plana extensa intelligantur basibus cylindri æquidistantia F L R N, A S B & O T P, quæ per 5. lib. primi Sereni Antinsensis circuli erunt, iique inter se æquales, & ad planum F K recti. Eodemque modo planum actum per C D ad idem planum F K rectum, quod per ea quæ à Sereno demonstrantur lib. 1. de cylindri sectione ellipsis erit circum C D descripta, secansque circulos in C, R, S, T & D. Quoniam igitur tam ellipsis, quàm circuli recti sunt ad planum F K, erunt quoque per 19. vndecimi Euclidis communes illorum sectiones V R, E S & Z T, ad idem planum F K rectæ. At cùm parallelæ sint F H &

G K, erunt C D & L N in V sectæ similiter per 11. lemma libri 4 : igitur V R, quæ à maxima diametro ellipsis C D perpendiculariter excitatur, æqualis est ei (imò eadem) quæ à reciproco puncto V diametri L N ad R circuli peripheriam rectis item angulis protenditur. Quod cùm in ceteris circulis eodem modo eueniat (nam diametri A B & O P, in E & Z eadem ratione secti sunt, qua ellipsis diametrus per idem 11. lemma libri 4.) perspicuum est, si extremę diametri ellipsis in eamdem rationem secentur, eas quæ à maxima diametro ad ellipsin perpendiculariter excitantur, æquales esse iis quæ à reciprocis punctis minimæ diametri ad circuli peripheriam rectis angulis protenduntur; quod demonstrandum fuit.

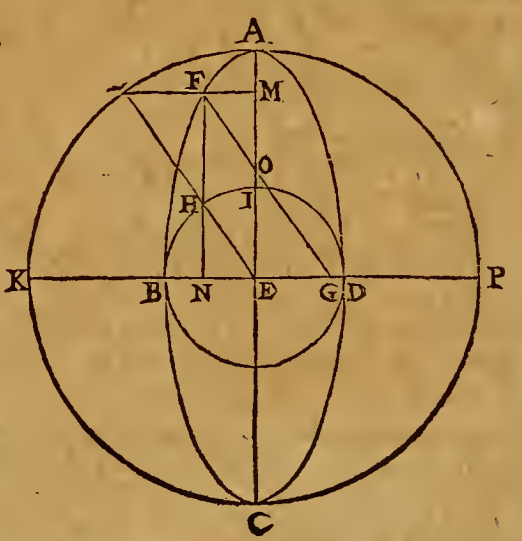


Eodem verò modo, si obliquus sit cylindrus, eiusque basis C R S T D circulus, ostendemus eamdem esse, aut saltem æqualem eam, quæ à minima diametro ellipsis L N excitatur, ei quæ à proportionali puncto diametri C D ad circuli peripheriam rectis item angulis extenditur, vt hoc loco est V R; quare vniuersè concluditur propositum: porrò si C R S T D circulus sit, ellipsin fore L R N, cuius minima diametrus L N ex proposit. 21. huius libri constabit.

LEMMA XX.

Si in ellipsi extremæ diametri se mutuò bifariàm & ad normam secent, & ab aliquo puncto circumferentiæ ad minorem diametrum recta adiungatur dimidio maioris æqualis; hæc à maiore diametro ita secabitur, vt segmentum puncto in circumferentia assumpto proximum dimidio minoris diametri sit æquale.

In ellipsi A B C D extremæ diametri A C & B D se mutuò in E bifariàm & secundùm normam secent: à puncto autem F in peripheria ellipsis assumpto ad minorem diametrum B C productam, si opus est, recta adiungatur F G, quæ ipsi A E, dimidio scilicet maioris diametri, sit ęqualis: dico F G à maiore diametro A C ita secari in O, vt F O segmentum, quod puncto F proximè adiacet, dimidio minoris diametri B E sit æquale. Describatur enim circa A C circulus A K C, ad cuius circumferentiam ex E recta ducatur E L ipsi F G parallela, quæ ęquales inter se erunt, cùm ambæ æquales sint ipsi A E; iunctaque L F ad M vsque producatur: erit igitur L F parallela ipsi E G, eidemque æqualis per 33. primi Euclidis. Ducatur item F N ipsi A E parallela; quæ cùm parallelogrammum perficiat F M E N, erunt eius opposita latera F M & N E æqualia per 34. primi Euclidis. At cùm in triangulis N G F sit O E ipsi N F parallela, erit per 2. sexti Euclidis vt N E ad E G, ita F O ad O G: rursusque in triangulo M L E, quoniam F H parallela est ipsi M N, erit per eamdem 2. sexti Euclidis vt M E ad F L, sic E H ad H L: quare per 22. quinti Euclidis & ex æqualitate erit vt N E ad F M, ita F O ad H E. Sed N E æqualis iam ostensa est ipsi F M: itaque & O F ipsi H E est æqualis. Est verò H E dimidio minoris diametri B E æqualis: nam E L æqualis est ipsi E K, vtque L F ad F M; ita L H ad H E; sed vt L F ad F M, ita quoque est per 18. lemma K B ad B E: igitur per 11. quinti Euclidis, vt K B ad B E, ita est L H ad H E; & componendo per 18. quinti Euclidis vt K B vnà cum B E, hoc est tota K E ad B E, ita tota L E ad H E. Est autem K E ipsi L E æqualis per circuli definitionem: igitur & B E ipsi H E



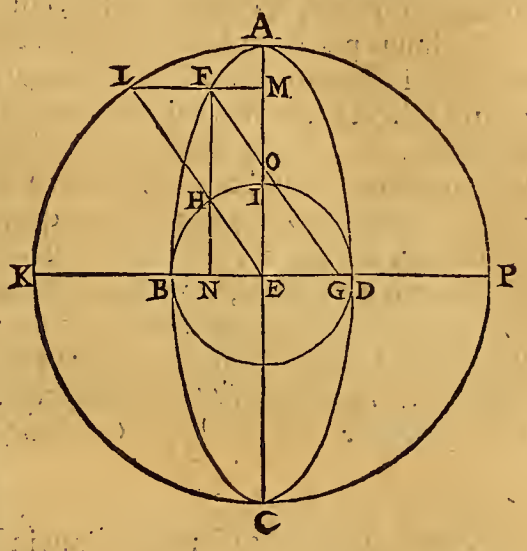
æqualis

A æqualis erit: quocircà & F O eidem B E, hoc eſt dimidio minoris diametri, æqualis erit; quod erat demonſtrandum.

LEMMA XXI.

Si in ellipſi extremæ diametri ſe mutuò bifariàm & ad normam ſecent; à quopiam autem puncto minimæ recta educatur dimidio minoris æqualis, de qua maxima diametrus portionem abſcindat dimidio minoris æqualem: dico eius extremum punctum
B *in ellipſin cadere.*

IN ellipſi A B C D extremæ diametri A C & B D ſe mutuò ad normam ſecent in E; à puncto autem quocumque, puta G, minimæ diametri B D, ſi opus eſt productæ, recta educatur ipſi A E æqualis, nempe G F, de qua A C reſcindat portionem F O ipſi B E, hoc eſt dimidio minoris diametri æqualem: dico punctum F in ellipſin cadere, cuius extremæ diametri A C & B D. Deſcripto namq;
C circum A C circulo, ex centro E ducatur E L ipſi G F parallela, iunctaque L F in M protendatur: quoniam igitur L E ipſi A E eſt æqualis per circuli definitionem, eidem autem A E æqualis eſt G F ex hypotheſi, erunt E L & G F inter ſe æquales per communem notionem. Quare per 33. primi Euclidis parallela erit L M ipſi B D: ac proinde L M ipſi A E ad rectos erit angulos per 29. primi Euclidis.



Rurſus ab F parallela ipſi A E demittatur F N, quæ ipſam E L ſecet in H: erit igitur in pa-
D rallelogrammo E H F O, latus E H ipſi O F æquale: ſed & B E ex hypotheſi æqualis eſt eidem O F: itaque B E ipſi quoque E H eſt æqualis. Quare ſi ab æqualibus E L & E K æquales ſubducantur E B & E H, relinquentur B K & H L inter ſe æquales. Cùm verò in triangulo E L M eſt F H, baſi M E parallela, erit per 2. ſexti Euclidis vt L F ad F M, ita L H ad H E, id eſt K B ad B E. Igitur per 1. conſectarium lemmatis 18. punctum F in ellipſin cadit, cuius extremæ diametri A C & B D; quod erat demonſtrandum.

LEMMA XXII.

Circa extremas diametros datas ellipſin deſcribere.

E FVERVNT ante nos viri doctiſſimi, qui de ellipſi ſcripſere, atque in his non pauci, qui in perueſtiganda commoda eius deſcriptione plurimùm deſudarunt, nec quidquam protulerunt, quod poſteris ſatis eſſe debeat ad communem vſum. Fecit hoc potiſſimùm ea diſparitas, qua ellipſeos diametri & magnitudine & proportione plurimùm diſcrepant. Non enim vna ſemper eſt in illis proportio; ſed nunc maior, nunc minor: & vt eadem aliquando ſit, non vna ſemper eſt magnitudo. Quamobrem nulla, vt dixi, hucuſque expedita ratio deſignandi ellipſin eſt reperta; multò verò minùs inſtrumentum aliquod excogitari potuit, quo, vt circulus, beneficio circini, ita ellipſis vna circumlatione accuratè deſcribatur, quamuis id varijs modis plurimi ſint conati.

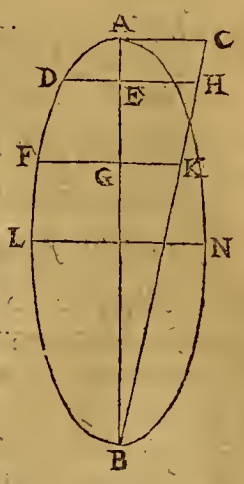
Nobis in præſenti propoſitum non eſt præter ea, quæ à maioribus inuenta ſunt, nouum aliquid proferre, quod deſiderio illorum qui huic rei incumbunt faciat ſatis; ſed
F tantùm aliorum lucubrationibus gradum aliquem facilitatis adiungere, quò & praxis expeditior fiat, & demonſtratio clarior: aliàs enim, Deo adiuuante, hac de re proprium tractatum inſtituemus, cùm ea quæ de Coni ſectionibus meditari cœpimus, perfectionem nacta erunt.

Modi omnes deſcribendi ellipſin, qui hactenus reperti ſunt, & excogitari poſſe videntur, ad duos vniuersè ſumptos reuocantur. Alter puncta primùm quotcumque deſignat, per quæ poſteà diligenti manu ellipſis ducitur. Alter vnico ductu ellipſin totam, vel partem eius aliquam efformat, non ea quidem exquiſita ratione, qua circulus decircinatur, ſed longè inferiore perfectione.

A

I.

Inter eos qui per puncta ellipsin ducere sunt aggressi, primo loco occurrit Eutocius, qui ad propositionem 21. libri primi Conicorum Apollonij ita scribit: *Exponatur recta linea* A B; *à puncto autem* A *ad rectos angulos ipsi* A B *ducatur* A C; *iunctáque* B C *sumantur in linea* A B *puncta quædam* E *&* G, *à quibus ipsi* A C *æquidistantes ducantur* E H *&* G K: *& fiat* A G K *rectangulum æquale quadrato* F G, *& rectangulum* A E H *æquale ipsi* D E *quadrato. Transibit iam ellipsis per puncta* A, D *&* F. Huius problematis demonstrationem colligendam relinquit prudenti Lectori ex eadem 21. propositione primi Apollonij proximè citata. Potest verò & ex 15. lemmate huius libri demonstrari, vt liquidò constat, cùm hęc illius sit conuersio.



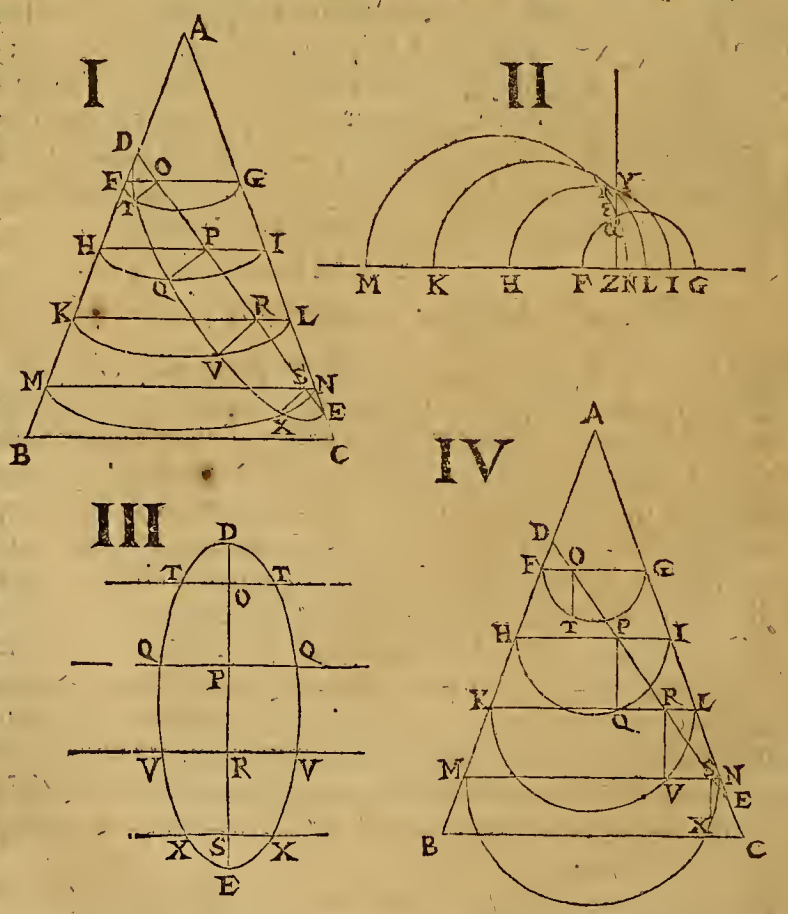
B

Ad huius porrò problematis absolutam constructionem duo desiderari videntur. Vnum illud est, quo pacto inuenienda sit A C quando altera diametrus ipsi A B coniugata præbetur. Quamuis enim libera sit A C ad A B comparatio, cùm sola diametrus A B datur; non tamen, si ambæ proponantur A B & L N, collibitum erit ipsam A C quacumque magnitudine assumere, sed in ratione quapiam definita. Quare ex eodem 15. lemmate patet, si fiat vt A B ad L N, ita hæc ad A C, haberi quod postulatur; nempe rectangulo A E H quadratum D E æquale; & A G K rectangulum, æquale ipsi F G quadrato. Alterum, qua ratione inuenire oporteat quadratum D E rectangulo A E H æquale. Fiet autem id inuestigata per 13. sexti Euclidis D E media proportionali inter A E & E H: nam per 17. sexti Euclidis, *si tres lineæ sint continuè proportionales, quod sub extremis comprehenditur rectangulum, æquale est ei quod à media describitur quadrato.* C

II.

Secundò, Federicus Commandinus in libello de Horologiorum descriptione, quem Analemmati Ptolemæi adiunxit, ex ipso cono rationem deducit inueniendi puncta per quæ ellipsis incedat, quam nos hîc trademus, quòd libellus ille Ptolemęi ex Commandini editione paucis ad manum sit. Esto igitur conus A B C, eiusq; sectio D E ellipsin exhibens; ducantur autem rectæ quotcumque lineę F G, H I, K L & M N omnes ipsi B C parallelę, ipsamque D E secantes in O, P, R, & S: quoniam itaque sectiones, quę per F G, H I, K L & M N ducũtur parallelæ sunt basi B C, erunt eædẽ circuli vti & basis B C, per 4. primi Conicorum Apollonij, & ipsarum plana ad triangulum A B C, quod per axem transit, recta; siquidem conũ ipsum rectum supponimus: sit verò & eidem triangulo A B C rectum planum sectionis obliquæ D E: igitur per 19. vndecimi Euclidis O T, P Q, R V & S X, communes nempe sectiones ellipsis D E, & circulorum F G, H I, K L & M N, ipsi quoque triangulo per axem A B C rectæ

D



E

F

A rectæ erunt: quare per 3. definitionem vndecimi Euclidis O T vtrique ſcilicet D E & F G ad rectos eſt angulos. Eodemq; modo P Q ipſis D E & H I, ac ſimiliter ceteræ R V ipſis D E & K L, itemque S V ipſis D E & M N; & hæc quidem in prima figura expoſita eſſe intelligantur.

Iam verò ſi quæ iſthic ſecundùm oculi aſpectum contracta exhibuimus, hæc eadem in ſecunda figura reipſa fiant, propiùs nonnihil ad puncta ellipſis, quæ inquirimus, accedemus. Sit in ſecunda figura linea M Q vtrimque infinita, eique rectis angulis inſiſtat Y Z, fiatque F Z æqualis ipſi F O primæ figuræ; Z G verò æqualis ipſi O G, ſic vt tota F G ſecundæ figuræ æqualis ſit ipſi F G primæ figuræ, & vt hæc in O, ita illa ſit ſecta in Z:

B in ſecunda itaque figura circum F G deſcribatur ſemicirculus F α G, qui ſemicirculo primæ figuræ F T G æqualis erit, & Z α ipſi O T æqualis. Simili modo fiat H Z æqualis ipſi H P, & Z I, ipſi P I æqualis, ducaturque ſemicirculus H Y I; hic quoque ipſi H Q I æqualis erit, & Z Y ipſi P Q æqualis propter diametrorum æqualitatem. Rurſus fiat K Z æqualis K R, Z L verò æqualis R L: erit ergo & hic ſemicirculus K λ L ſemicirculo K V L, & Z λ ipſi R V æqualis. Demum fiat M Z æqualis M S, Z N verò ipſi S N æqualis; eritque vt priùs ſemicirculus M ε N ſemicirculo M X N, & Z ε ipſi S X æqualis.

His confectis, in tertia figura ponatur D E æqualis ipſi D E primæ figuræ, ſitque vtraque in O, P, R & S, eadem ſecta ratione, perque O, P, R & S, in tertia figura perpendiculares ducantur ipſi D E: ab ea verò quæ per O tranſit, abſcindatur ex vtraque parte O T ipſi Z α ſe-

C cundæ figuræ æqualis: deinde ab ea, quæ per P incedit ſumatur vtrimque P Q æqualis ipſi Z Y ſecundæ figuræ: ſimiliter fiat R V hinc inde æqualis ipſi Z λ: ac demum S X æqualis ipſi Z ε. Perſpicuum igitur eſt in tertia figura ellipſin per puncta D, T, Q, V, X, E incedere, cùm rectæ O T, P Q, R V & S X, æquales ſint iis, quæ in prima figura à diametro ellipſis D E ad communes interſectiones ellipſis & circulorum baſi parallelorum applicantur. Igitur ſi in tertia figura per puncta D, T, Q, V, X, E linea quæpiam conſtanti manu ducatur, ea ellipſis erit.

Conſtat autem quò crebriora aſſumpta fuerint puncta in diametro D E, eò accuratiùs rem peractam fore, cùm facilius ſit per exigua interualla lineam manu exactè ducere, quàm per longiora.

D

III.

Quæ duabus primis figuris oſtendimus, ea fortè minori linearum diſpendio vna operatione præſtari poterunt hoc modo: Sit in quarta figura conus A B C, in eoque ſectio D E ellipſin exhibens: diuidatur D E in partes quotcumque, ſiue æquales ſiue inæquales, puta O, P, R, S, perque hæc lineæ ducantur baſi B C parallelæ, vt ſuprà F G, H I, K L, & M N, quibus ſemicirculi circũſcribantur, atq; ad eorum peripherias rectæ adiũgantur O T, P Q, R V, & S X ipſis parallelis orthogonales: dico T, Q, V, & X in ellipſin incidere. Sunt enim eadem puncta quibus in prima figura circuli F T G, H Q I, K V L, M X N ellipſin D E interſecant: quare ſi quemadmodum à prima figura in ſecundam, & hinc in tertiam, ita nunc à quarta immediatè in tertiam puncta, T, Q, V, X, transferantur ducta figura per

E D, T, Q, V, X, E, ellipſis eri-.

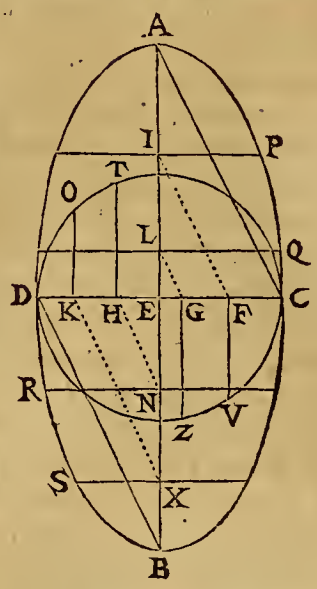
Eadem hac arte & ceteræ coni ſectiones, nempe Parabola atque Hyperbole, per puncta duci poſſunt, quod Federicus quidem Commandinus paucis, Clauius autem pluribus libro primo Gnomonices, propoſitione 8. oſtendit. Verùm hæ inuentiones plurimum operę requirunt, & vſum præſtare cùm debeant, ſolam propemodum habent contemplationem: quare faciliores haſce, quæ ſequuntur, accipe.

IV.

Quemadmodum ex coni ſectione, ita ex ſectione cylindri modus elici poteſt ſanè percommodus, quo puncta ellipſis, cuius datæ ſunt extremæ diametri, inueniantur. Sic

F autem ſe habet: Eſto propoſita A B maxima diametrus ellipſis, minima verò C D, quæ ita aptentur, vt ſe mutuò bifariàm & ad normam ſecent. Ducto itaque circum C D circulo, ſecetur C D in partes quotcumque F, G, H, K, vnde perpendiculares ad circuli peripheriam excitentur. Iunctis item A C & B D, his parallelæ ducantur F I, G L, H N, K X; atque hinc rurſus perpendiculares erigantur ipſi A B, à quibus abſcindantur I P, L Q, N R, X S ipſis F V, G Z, H T, K O ſingulæ ſingulis æquales: dico ellipſin circa extremas diametros A B, C D deſcriptam per puncta P, Q, R, & S tranſire. Quoniam enim F I, G L in triangulo A E C baſi A C ſunt parallelæ ex conſtructione, erunt per 2. ſexti Euclidis partes lineæ A E partibus lineæ C E proportionales. Si igitur quiſpiam neget ellipſin

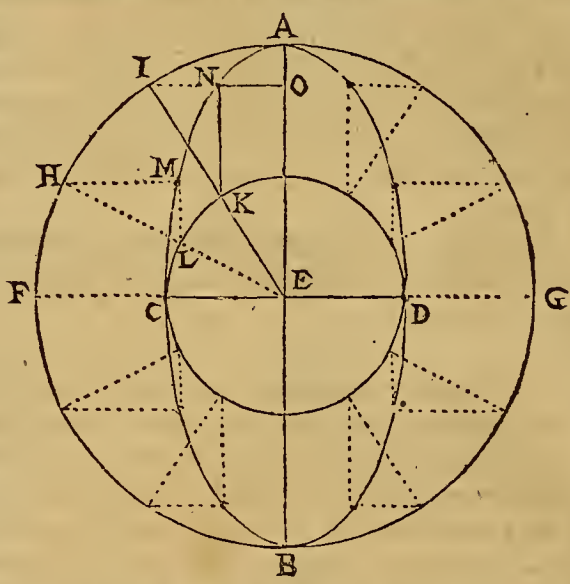
per punctum, exempli gratia P incedere, fateatur necesse est eam vel extra vel intra A
punctum P cadere: igitur quæ ab I ad ellipsin perpendicularis ducetur, ipsi I P æqualis non erit: at æqualem esse oportere constat ex 19. lemmate, vbi in cylindro ostendimus eas, quæ ab vna diametro ad ellipsin perpendiculares excitantur, æquales esse iis quæ ab altera diametro rectis item angulis ad circuli peripheriam protenduntur: itaque consequens est vt ellipsis in P incidat.



Simili modo ducta D B, vt initio dicebamus, parallelæ eidem constituantur K X & H N, atque ex K & H perpendiculares ipsi D C excitentur K O & H T: his porrò si æquales fiant X S & N R, ipsi quoque A B perpendiculares; perspicuum est ex iam proximè demonstratis S & R puncta esse, per quæ ellipsis incedit. Eademque cùm sit in ceteris omnibus demonstratio, reperta iam erunt quotlibet puncta, per quæ ductu manus ellipsis vtcumque describi poterit.

V.

Similis huic est modus ille, qui ex obliqui cylindri sectione originem ducit, neque C
etiam minùs expeditus. Is ita explicabitur: Sint datæ extremæ diametri futuræ ellipsis maxima quidem A B, minima verò C D, eæque ita aptentur, vt in E se mutuò bifariàm, & ad normam secent. Deinde circa vtramque circulus describatur, & C D ex vtraque parte producatur, vsque dum maiori circulo occurrat in F & G. Tum ex centro E per vtriusque circuli peripheriam rectæ quotcumque lineæ euocentur E L H, E K I; ab H autem & I ducantur H M & I N ipsi C D parallelæ: item ab L & K agantur L M & K N parallelæ ipsi A B: dico M & N in ellipsin cadere, cuius extremæ diametri sunt A B & C D. Nam cùm in triangulo E I O, sit K N parallela E O, erit per 2. sexti Euclidis vt I K ad K E, ita I N ad N O: sed I E ipsi F E est æqualis per circuli definitionem; ab vtraque autem æquales resecantur E K & E L: igitur & reliquæ I K & F C sunt inter se æquales per communem notionem. Quare est quoque vt F C ad C E, sic I N ad N O: ac proinde cùm C in ellipsi sit per hypothesin, & N in ellipsin cadet per primum consectarium lemmatis 18. quod demonstrasse oportuit. E



D

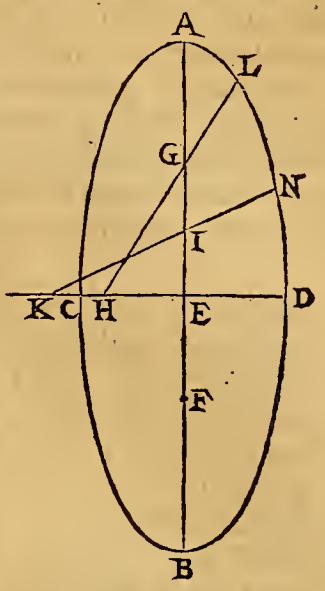
Christophorus Clauius in corollario propositionis 26. libri primi Gnomonices hanc praxin demonstrat in duorum circulorum æqualium inclinatione: sed ea demonstratio parum aut nihil discrepat ab ea, qua nos infrà propositione 21. ostendemus in cylindro obliquo, cuius basis circulus sit, rectam sectionem ellipsin esse. Quoniam verò neque Clauij demonstratio omnibus ad manum est, neque illa nostra etiamnum exhibita; vtraque autem nonnihil operosior, placuit ex præmisso 18. lemmate propositi demonstrationem elicere.

V I.

F

Omnium demum expeditissima ratio inuestigandi puncta ellipseos ex 21. lemmate superiùs proposito elici potest, quam Guidus quoque Vbaldus suggerit libro secundo Theoricæ planisphæriorum vniuersalium: sed nos eam paulò magis ad praxin accommodabimus. Sit maxima ellipsis diametrus data A B, minima verò C D, quæ se mutuò in E bifariàm & ad normam secent: ab E B dimidio scilicet maioris diametri, resecetur E F dimidio minoris diametri E D æqualis; ac circini beneficio, cuius interuallum sit F B, constituantur quotcumque lineæ, puta H G, K I inter se æquales, vno scilicet pede in E C producta si opus fuerit defixo, altero autem ad ipsam A E delato. Deinde mutato

A tato circini interuallo, vt iam dimidio minoris diametri DE sit æquale, adiungatur regula primùm ipsi H G, positoq; pede altero in G, altero secundùm regulæ longitudinem extenso, signetur punctum L, quod quidem in ellipsin cadet per 21. lemma, sicque ordine ceteris, vt puta K I applicetur regula, defixoque pede vno circini in puncto I, altero notetur punctum N, quod item in ellipsin incidere necessum erit.



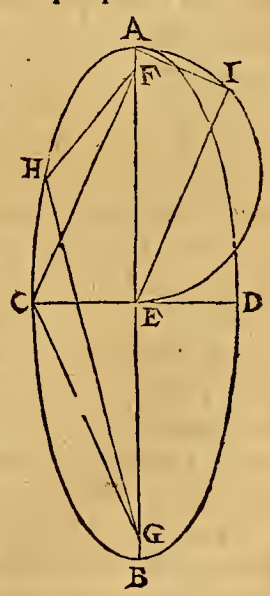
Eodem igitur modo quotcumque libuerit puncta negotio sanè perfacili reperientur, per quæ ellipsis firma manu du-
B ci possit: quòd si regula ad manum non sit, aut ea vti non placeat, producantur H G & K I versus L & N, ab eisque, vti iam dictum est, abscindantur G L & I N dimidio minoris diametri E D æquales. Sic enim eadem, quæ priùs, puncta habebuntur, per quæ figura, quoad fieri poterit, accuratè descripta ellipsis erit, per 21. lemma huius libri.

VII.

Inter eos, qui organicè, vnoque ductu ellipsin describere cum laude docuerunt, pal-
C mam obtinet Guidus Vbaldus è Marchionibus Montis, summi ingenij vir, qui in ea, quam scripsit, Theorica planisphæriorum vniuersalium libro secundo duos præcipuè modos refert, quos hoc loco placuit recensere.

Alter est incerti quidem auctoris: sed inter architectos & cæmentarios vsitatissimus, qui dum ad cameras struendas asseres parant, lapideis fornicibus sustinendis accommodos, filo circa duos clauiculos circumacto mechanicè ellipsin describunt. Cuius praxis sic se habet:

Datis extremis diametris, maxima quidem A B, minima verò C D, ad rectos sese angulos bifariamque secantibus. Centro C, interuallo autem A E circuli peripheria describatur, quæ ipsam A B secet in F & G, hoc est, fiant C F & C G ipsis
D A E & E B æquales. Hoc facto in F & G duo figantur clauiculi, eisque filum aptetur, quod duplicatum, colligatisque extremis, longnitudinem A G vel F B exæquet. Deinde filo clauiculis circumiecto graphicus stylus inseratur, isque tenso semper filo circumducatur, sic vt cuspide primùm tangat punctum A, deinde H, tum C, posteà B, ac tandē cetera quæ sese ordine consequuntur, vsq. dum in A, vnde moueri cœperat, restituatur. Hoc namque ductu ellipsin describi idem Guidus ex 52. propositione libri tertij Conicorum Apollonij acutè demonstrat. Cùm enim triangula F C G, F H G isoperimetra sint, hoc est. æqualium simul sumptorum la-
E terum, quòd scilicet eodem filo contineantur; si commune latus F G subducatur, reliqua duo latera F H, H G simul sumpta duobus reliquis F C & C G simul sumptis æqualia erunt. At cùm F C æquale sit A E, & C G ipsi B E ęquale ex hypothesi & constructione, erunt F C & C G simul sumpta toti diametro A B æqualia: quare & F H H G eidem A B æqualia erunt: atque eapropter per 52. tertij Conicorum Apollonij figura per A H C B D descripta ellipsis erit.



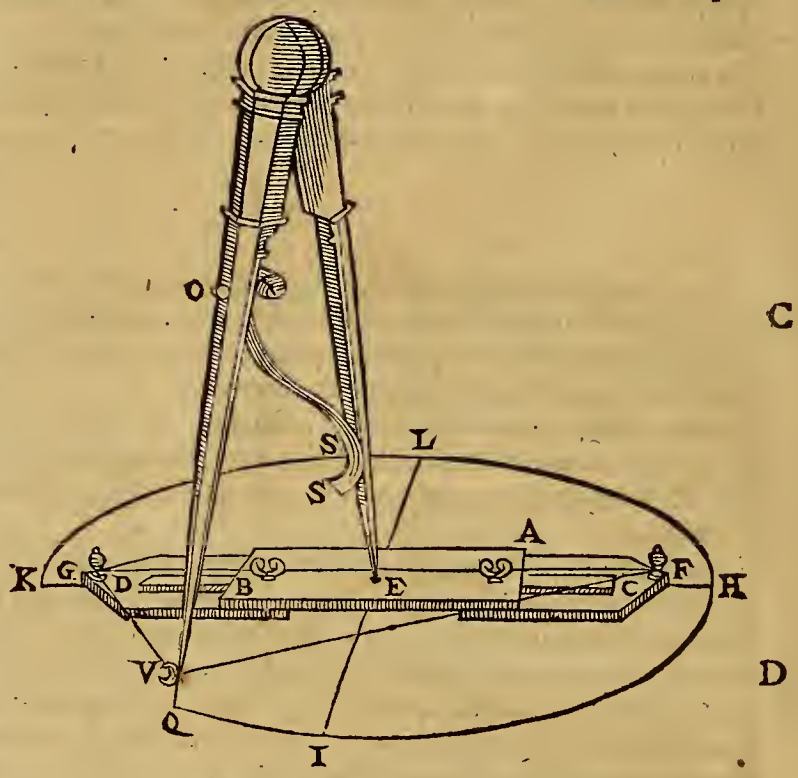
Quoniam verò subinde euenit, vt A B obliquis admodum angulis secetur à circuli peripheria, quæ ex centro C per F & G ducitur, quod præsertim fit cùm C E ipsi A E propemodum est æqualis, hanc ob causam alium modum Clauius præscribit, quo loca cla-
F uiculorum accuratè designari queunt. Descripto nimirum circum A E semicirculo, accommodetur in eo A I dimidio minoris diametri C E æqualis, & E I iungatur. Erit igitur E I æqualis ipsis E F & E G. Quoniam enim in triangulis C E F & A I E anguli E & I recti sunt, erit per 47. primi Euclidis quadratum C F quadratis C E & E F; itemque quadratum A E ipsis A I & I E quadratis æquale: sed quadratum C F æquale est quadrato A E, propterea quòd C F ipsi A E sit æqualis: igitur quadrata A I, I E quadratis C E & E F æqualia erunt. Est verò A I quadratum quadrato C E æquale ob laterum A I & C E æqualitatem: itaque & quadratum I E ipsi E F quadrato erit æquale: ac proinde & latera I E & E F æqualia; quod erat ostendendum.

Poterat igitur ex consectario lemmatis 14. libri quarti breuiùs demostrari, hoc modo: A
Cùm in triangulis rectangulis C E F & A I E sit latus C F lateri A E & A I ipsi C E exconstructione, erit per iam citatum consectarium & reliquum latus I E reliquo E F æquale.

Clauius libro primo Gnomonices, propositione 8. loco clauiculorum circinum describit, quius insecta sunt crura, cochleisque astricta, vt inflecti cùm libuerit possint, & clauiculorum locis ad rectos angulos infigi; vult etiam vt eadem crura canaliculos habeant iuxta extremas cuspides per circuitum incisos, quibus filum contineatur ne aut sursum repat, aut infrà in ipsam cuspidis extremitatem prolabatur.

VIII.

Nos verò alium circinum aliquando construximus, cuius vna circulatione ellipsis B
egregiè describebatur, altero crure quiescente, atque in centrum ellipsis defixo; cuius schema hoc loco adiungere placuit, quòd ex eadem demõstratione pendeat. Fabricetur regula A B oblonga atque rectangula ex orichalco, aut alia materia solida, in cuius medio signetur punctum E, quod centro respondeat futuræ ellipsis: secundùm longitudinem verò canalem subtus habeat excauatum per quem cursores duo C & D, liberè moueantur, sitque is in imo latior paululùm, quàm in summo, vt cursores vbi opus erit cochleolis astringi possint. Habeant & iam dicti cursores in extremitatibus clauiculos F & G aliquantulum incisos, vt circumiectum filum circini ductu à proprio loco non dimoueatur. Circinus quoque comparetur à vulgari haud multùm distans, nisi his tantùm: primò vt caput remissius sit ac minùs, quàm in alijs solet, firmiter astrictum; deinde vt alteri crurum intus affixa sit tensilis lamina ex chalybe leuiter temperato, quæ circini compressione vltra statum coacta proprio renixu alterum crus in aduersam partem diuellat, cuiusmodi hoc loco signatur literis o s, ad o quidem circino adhęrescens, parte verò s alterum crus premens. Denique idem circinus ad mobilis cruris extremitatem E
habeat extantem lunulam notatam litera v, quæ filum excipiat contineatque, ne quàm par est liberiùs euagetur.



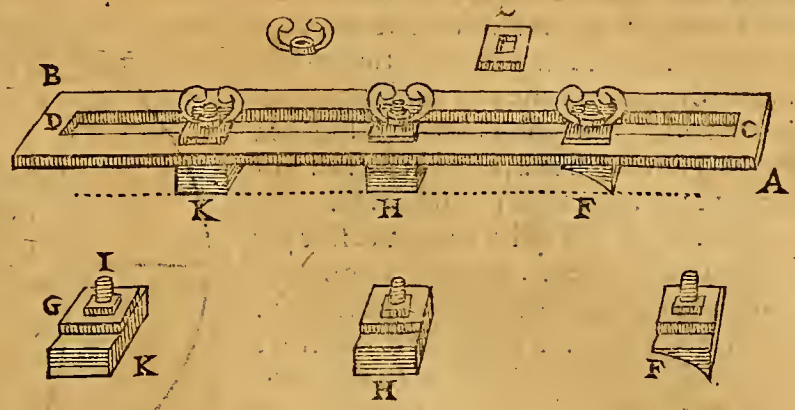
Hoc organo si circum extremas diametros H K quidem maximam, I L verò minimam ellipsis vno ductu decircinanda sit: inueniantur primùm loca clauiculorum F & G modo superiùs explicato: deinde cursores pari interuallo ab E dimoueantur, donec ipsorum clauiculi distantiam capiant lineæ F G: tum filum his circumponatur, quod duplicatum iunctisque extremitatibus æquale sit alteri linearum F K vel G H, vnoque circini pede in E defixo, altero autem nonnihil compresso filum intra lunulæ V sinum excipiatur. Hic porrò pes circumactus mucrone Q ellipsin describet, vt priùs: nam lamina O S F
mobile quidem crus circini assiduè premens à centro propellit, at filum renitens intra ellipseos fines coërcet, nec longiùs abire permittit.

IX.

Alter modus, quem Guidus Vbaldus proposuit, ex 21. lemmate huius libri originem ducit, solaque regula & tribus cursoribus rem peragit, cuius primùm constructionem, deinde vsum, qui ad ellipses æneis laminis insculpendas accommodatior est, exponemus. Esto igitur A B regula solida atque rectangula, quæ in longitudinem pertusa sit longo canali rectangulo, ac parallelis lateribus contento C D, per quam tres cursores

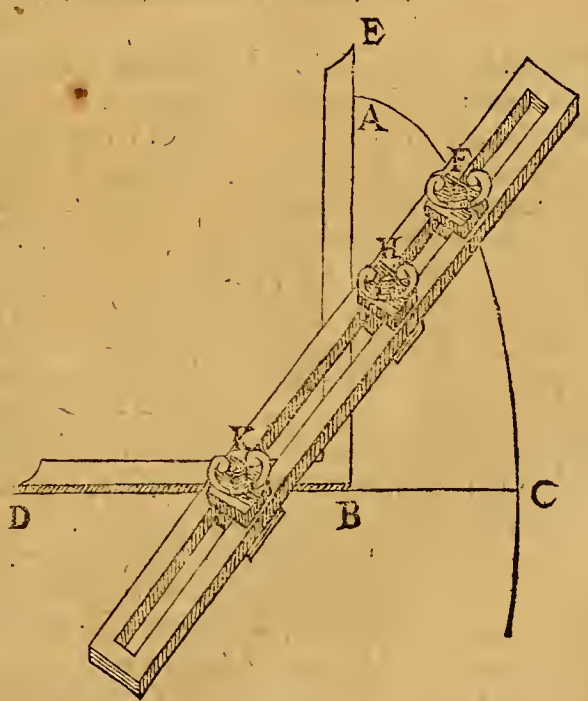
F, H

A F H & K liberè discurrant, qui & cochleolis, vbi opus erit, firmari possint. Habeant porrò duo è cursoribus subtus quadratas tesseras, velut bases; tertius autem præacutum mucronem ex chalybe durè temperato, qui cum tesserarũ lateribus in eam-
B dem rectam lineam coincidat. Vt autem hæc planiùs intelligantur, seorsum breuiter cursorum ac styli formam ostendere operæ pretium erit.



Sit vnius cursoris solitariè expositi ima tesserã K, cui alia incumbat tessella G, paulò quidem angustior, sed quæ latitudini canalis exactè respondeat, sic tamen vt cursor liberè moueri possit; altitudo verò crassitiem laminæ proximè exæquet: ex huius medio teres cylindrus emineat I helicen à summo ad imum insculptam habens, cui mater M he-
C lice quoque intus incisâ perfectè congruat. sit quoque L tenuis lamella quadrato foramine pertusa, per quod I traijci possit. Huic cursori tribus partibus composito, alter H per omnia similis construendus est; tertius autem F id tantummodò peculiare habeat, quòd pars eius infima loco tesseræ in cuspidem desinat præacutam, qua ellipsis designatur. Igitur vt ad vsum hoc instrumentum aptetur, cursores omnes in canalem laminæ inserantur; deinde lamellæ, cuiusmodi vna est L, in singulas extantes cochleas inijciantur; hæ demum matribus perstringantur.

Propositis iam futuræ ellipseos extremis semidiametris A B & B C, ad rectos angulos compositis, norma ipsis applicetur E B D; cursores verò instrumenti ita
D disponantur, vt interuallum duorum H & K semidiametro B C sit æquale, extremi autem F & K maximam semidiametrum capiant A B. Iam si regula ita moueatur, vt duorum cursorum F & H, quibus tesseræ subsunt, latera normam perpetuò premant, nec vnquam ab eius contactu discedant; perspicuũ est styli mucronati incessu quartã partem ellipsis A K C vno ductu
E describi, quòd per 21. lemma eius styli cuspis perpetuò in ellipsi sit, quocũq. tandem loco existat. Eodemque modo quadrantes reliqui delineabuntur, translata, si opus erit, norma styloque.



Sed hoc obserua, normæ crassitiem minorem paululum esse debere cursorum F & H tesseris, ne dum regula supra normam mouetur, ipsa regula normaque inuicem confricentur.

F

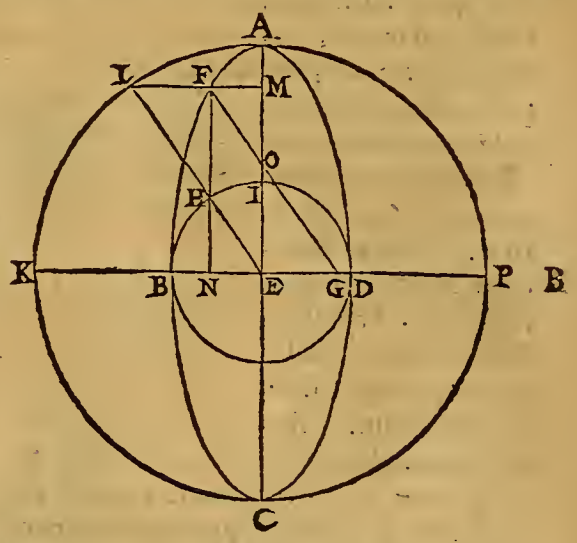
LEMMA XXIII.

Data maxima diametro, & alio quopiam puncto per quod ellipsis incedat, minimam diametrum reperire.

ESTO maxima diametrus data A C, punctumque F per quod ellipsis incedat; sit autem inuestiganda minima diametrus: circa maximam diametrum circulus describatur A K C P, ipsamque A C bifariàm & ad normam secet K P in E; ab F verò ad A C perpendicularis producatur F M, quæ producta in circuli peripheriam incidat ad

signum

signum L: simili modo ab F ad K P perpendicularis demittatur F N, iunctaque E L secet A
ipsam F N in H, & centro quidem E, interuallo aurem E H circulus describatur, qui secet ipsam K P in B & D: dico igitur B D minimam diametrum esse eius ellipsis, quæ per A F C transit. Cùm enim in triangulo E L M parallela sit F H ipsi M E, erit per 2. sexti Euclidis, vt L H ad H E, ita L F ad F M: sed cùm E L ipsi E K, & E H ipsi E B æquales sint per circuli definitionem, erit per commune axioma & L H ipsi K B æqualis: igitur per 7. quinti Euclidis vt K B ad B E, sic se habet L F ad F M. Quare cùm F in ellipsi sit ex hypothesi, & B in ellipsi erit per consectarium primum 18. lemmatis; atque eapropter B D minima diametrus est, quæ fuerat postulata: ipsa namque per centrum E, & ad rectos ipsi A C angulos ducitur.



B

Aliter idem ac etiam breuiùs hoc modo perficietur: Ab F ad K B ducatur F G ipsi A E æqualis, quæ secet A E in O: dico F O æqualem esse minimæ semidiametro postulatæ. C
Quare si à puncto E ex linea K P vtrimq. abscindantur portiones E B & E D ipsi F O æquales, erit per 20. lemma tota B D minima diametrus, quam inuestigare oportuit.

LEMMA XXIV.

Data minima diametro, & alio quouis puncto per quod ellipsis incedat, maximam diametrum inuenire.

In eadem figura minima data diametrus sit B D, punctumq; datum F, per quod ellipsis incedat: seceturque B D bifariàm in E, ex E verò perpendicularis excitetur E A, quæ D
producatur in C: deinde centro E, interuallo autem E B vel E D circulus describatur: tum per F ducantur F M & F N, ipsis B D & E A parallelæ, secetque F N circulum in H, ac per H ex E recta ducatur E L, quæ M F productam secet in L: dico E L dimidium esse maximæ diametri: quocircà si E centro, & interuallo E L circulus desctibatur qui ipsam A C secet in A & C, dico A C maximam esse diametrum postulatam. Quoniam enim L M parallela est ipsi B D ex constructione, erunt per 11. lemma lib. 4. segmenta linearum E L & F N proportionalia, hoc est, vt L H ad H E, sic F H ad H N: sed cùm E H ipsi E I, & E L ipsi E A sit æqualis per circuli definitionem, erit L H ipsi A I æqualis, per communem notionem: quare per 7. quinti Euclidis erit quoque vt A I ad I E, sic F H ad H N; atque idcircò per primum consectarium lemmatis 18. cum F ex hypothesi in ellipsi sit, E
erit & A in ellipsi. Est verò A C ex ipsius B D medio puncto E ad rectos angulos excitata: itaque A C maxima est diametrus postulata.

Aliter ac breuiùs inuenierur maxima diametrus quæsita hoc modo: A C ad medium ipsius B D normaliter constitutâ, fiat F O ipsi E B æqualis, producaturque F O quoad cum B D producta, si opus fuerit, conueniat in G: dico F G dimidio maioris diametri æqualem esse. Ducatur enim F N ad rectos ipsi B D angulos, quæ circulum B I D secet in H; ducatur etiam F M ad rectos angulos ipsi A E: erunt igitur F N & F M ipsis A E & B D parallelæ; ex E autem per H recta agatur E H, quæ producta cum M F item producta conueniat in L: quoniam igitur in triangulis E H N & F O M anguli N & M recti sunt, & latus E H lateri F O ex hypothesi est æquale, itemque N E larus æquale lateri F M per 34. primi Euclidis, erunt ipsa triangula E H N & F O M æquiangula, & æquilatera per consectarium conuersi lemmatis 14. libri quarti: æqualis igitur est angulus E H N angulo F O M: sed eidem angulo E H N æqualis est angulus H E O per 28. primi Euclidis, quòd videlicet F N & A E constitutæ sint parallelæ: igitur & H E, F O parallelæ erunt per 29. primi Euclidis: quare tota E L ipsi F G parallela erit. Sunt verò & L F, & E G ex constructione parallelæ: itaque æquales inter se erunt E L & F G, per 34. primi Euclidis: à quibus si æquales detrahantur F O & E H, relinquentur O G & L H æquales: at iam proximè ostensum est E L dimidio maioris diametri æqualem esse: quòd sit vt L H ad H E, sic F H ad H N:

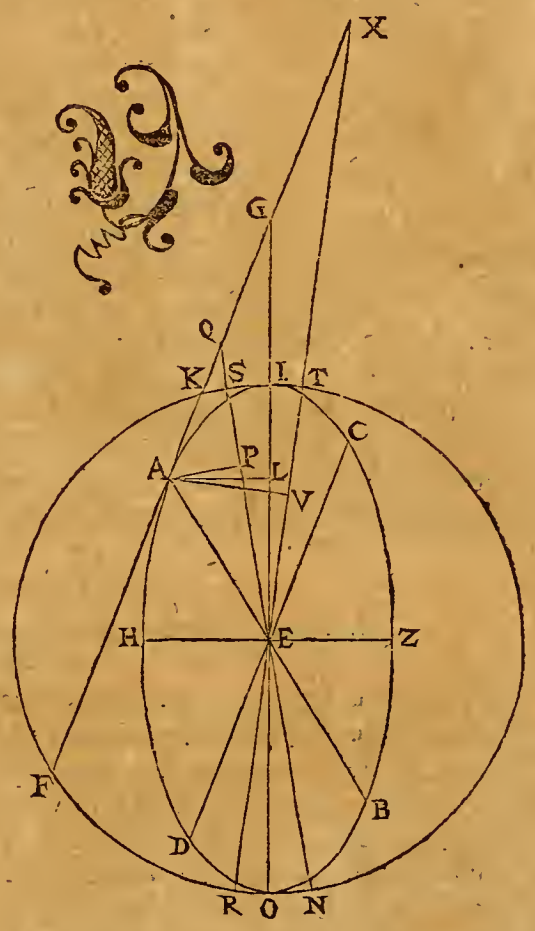
igitur

A igitur & F G dimidio maioris diametri æqualis erit. Quare si circa E L velut semidiametrum ex centro E circulus describatur qui secet A C (normalem scilicet minimæ diametro B D) in A & C, erit eadem A C maxima diametrus quæ fuerat postulata, vt ex vigesimo lemmate huius libri manifestè constat.

LEMMA XXV.

Datis quibuscumque diametrorum coniugationibus ellipsis circulo inscribendæ, extremas diametros seu axes inuestigare.

B ELLIPSIS datæ axem, seu maximam diametrum reperire docet Apollonius Pergæus libro 2. Conicorum, propositione 47. at quoniam eius constructio ellipsin iam descriptam supponit, subinde autem hoc in libro axes quærendi sunt inscribendæ circulo ellipsis, alia nobis ratio ineunda fuit. Sunto igitur A B & C D coniugatæ quidem, at non extremæ diametri ellipsis nondum descriptæ, quæ sese decussent in E ipsius ellipsis centro. Sit verò I K F O circulus, cui ellipsin inscribere oportet, quæ æqualem C maximã diametrum habeat ipsius quidem circuli diametro æqualem, sed cuius positio situsque ignoratur: igitur per A recta ducatur alteri diametro C D parallela, quæ circulum secet in F & K, versus K autem ea infinitè producatur: hæc per 32. primi Conicorum Apollonij ellipsin continget in A. Deinde per 11. lemma fiat vt F A ad A K, ita F G ad G K: à G autem per centrum E recta D traijciatur G O circulum secans in I: dico I O maximam esse ellipsis diametrum postulatam. Si enim id negetur, necesse est dicere maximã diametrum ellipsis productam cum F G tangente vel infra vel supra punctum G conuenire. At impossibile vtrumque hoc pacto ostenditur.



Sit primò maxima diametrus N S, eadem videlicet, quæ & circuli; hæc autem E producta concurrat cum F G ad signum Q: à puncto verò A rectis ipsi N S angulis ducatur A P: quoniam igitur per 32. primi Conicorum Apollonij F G ellipsin contingit, erit per 36. eiusdem primi Conicorum Apollonij vt N P ad P S, ita N Q ad Q S. Quare erit quoque per lemma 23. libri quarti, vt F A ad A K, sic F Q ad Q K: quod fieri nequit, cùm per constructionem effecta sit F G ad G K, quemadmodum F A ad A K. Non est igitur N S, aut quæcumque demum producta infra punctum G in lineam tangentem F G cadit, maxima ellipsis diametrus.

Eodem verò modo demonstratio instituetur in illis, quæ productæ supra G cum F G concurrunt, veluti in proposito schemate est R T, quæ producta in F G item productam incidit ad signum X. Si enim ducatur A V ad rectos ipsi R T angulos, quoniam A X ellipsin tangit, erit per 36. primi Conicorum Apollonij vt R V ad V T, ita R X ad X T, & per F lemma 23. libri quarti vt F A ad A K, ita F X ad X K, quod cùm fieri non possit, (siquidem facta est F G ad G K, vt F A ad A K) nec R T maxima diametrus ellipsis esse poterit: sed nec alia vlla, quæ producta supra vel infra G cum F G concurrit: igitur I O à G per centrum E ducta maxima est ellipsis diametrus postulata; cui si ad rectos angulos per centrum quoque E adiungatur H Z, vt lemmate vigesimo tertio superiùs ostendimus, hæc minima erit priori coniugata.

LEMMA

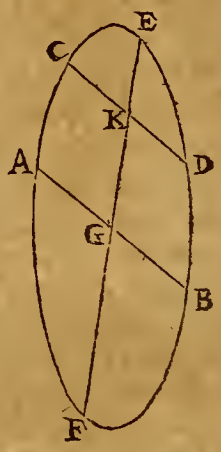
A

LEMMA XXVI.

Data ellipsi, vnáque eius diametro, alteram ei coniugatam assignare.

NON erit difficile in ellipsi vna diametro data, alteram ei coniugatam reperire, si data diametrus sit figuræ axis, seu extrema linearum quæ per centrum duci possunt. Nam si data diametrus secetur bifariàm, ac per sectionis punctum alia agatur ad rectos eidem angulos, quæ vtrimque in peripheriam figuræ incidat, factum erit propositum: hæc enim erit altera diametrus postulata; siquidem axes ellipsis, seu extremæ diametri, hoc est maxima & minima, se mutuò non tantùm bifariàm, (quod omnibus, licet non coniugatis diametris, conuenit) verùm etiam ad normam secant. Itaque vt vniuersè rem concludamus, esto propositæ ellipsis A E B F, vna diametrus quæcumque positione data A B, sitque inuenienda altera ei coniugata: ducatur in ellipsi alia quæpiam linea C D ipsi A B æquidistans; vtraque verò secetur bifariàm, hæc in K, illa in G; per puncta autem G & K recta agatur E F, vtrimque in ellipsin incurrens: hanc dico alteram esse diametrum priori A B coniugatam, vt constat ex 17. definitione primi Conicorum Apollonij; hac enim velut propria nota coniugatæ diametri à non coniugatis discriminantur, quòd coniugatæ lineas omnes alteri parallelas bifariàm secent: quamobrem lineæ quæ vni coniugatarum diametrorum ducuntur parallelæ, ad alteram diametrum ordinatim applicari dicuntur, quòd illa diametro cui adiunguntur, ita secentur vt partes continuam proportionem seruent: nam earum quadrata inter se eam rationem habent, quam quæ ex secantis diametri partibus fiunt rectangula, vt idem Apollonius docet libro primo Conicorum, propositione vigesima prima.

B



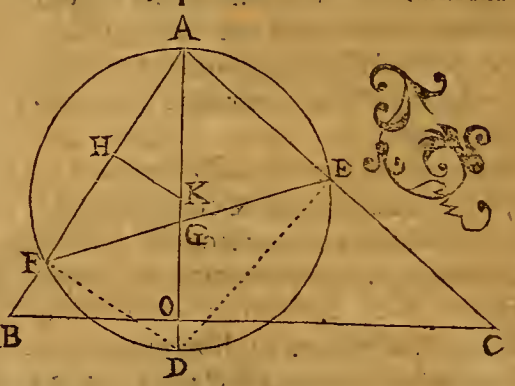
C

LEMMA XXVII.

D

Datum conum scalenum subcontrariè secare.

ESTO conus scalenus A B C, cuius basis B C circulus; oporteat autem conum subcontrariè secare, hoc est, portionem ab eo rescindere, cuius triangulum per axem, exempli gratia A E F, triangulo A B C simile sit, hoc est, æquales habens angulos, latera autem proportionalia: à vertice A demittatur A O basi B C perpendicularis, & sumpto in ea quouis puncto K, hoc velut centro, interuallo autem A K circulus describatur A E D F, qui per coni verticem incedat, secetque reliqua duo coni latera A B & A C in F & E: dico E F sectionem esse basi subcontrariam, hoc est, triangulum A E F triangulo A B C simile esse, seu æquiangulum, & lateribus proportionatũ. Ductis enim E D & F D, erunt anguli D E A & D F A recti per 31. tertij Euclidis, vtpote in semicirculis, & D E ad A C, vti D F ad A B perpendiculares per 10. definitionem primi Euclidis: sed & anguli A O B & A O C ex positione sunt recti: igitur rectangula sunt ipsa triangula A O B & A F D; quibus cùm angulus B A D communis sit, erit & reliquus angulus A B O reliquo angulo A D F æqualis. Quoniam enim per 32. primi Euclidis tres anguli cuiusque trianguli duobus rectis sunt pares, habetque vterque horum vnum rectum, erunt duo reliqui vnius, duobus reliquis alterius æquales; sublato igitur communi B A D, erit reliquus A B O reliquo A D F æqualis. Est verò eidem angulo A D F æqualis angulus A E F, tum quòd in eodem sint A E D F segmento, tum propter triangulorum F G D & A G E similitudinem. Cùm enim per 35. tertij Euclidis sit rectangulum sub A G, & G D ei quod sub E G & G F comprehenditur æquale, erit per 16. sexti Euclidis vt A G prima ad secundam G E, ita D G tertia ad G F quartam; sunt verò per 15. primi Euclidis anguli intersecantium se linearum A D & E F ad verticem G æquales: igitur



E

F

A igitur per 6. sexti Euclidis æquiangula sunt ipsa triangula A G E & D G F; & angulus quidem A E F angulo A D F æqualis: quare & angulus A B C eidem angulo A E F æqualis erit. At eodem modo æqualis probabitur A C B angulus angulo A F E, quòd angulus A C O æqualis sit A D E angulo; hic autem ipsi A F E, vtpote in eodem segmento: igitur cùm angulus B A C communis sit, erit triangulum A E F triangulo A B C æquiangulum, ac propterea similes per 4. sexti Euclidis: vtque A B ad A C, & hæc ad B C, ita A E ad A F, & hæc ad E F; quocircà E F subcontraria est sectio postulata.

Si à certo quopiam puncto in altero latere trianguli per axem dato, puta F, subcontraria sectio inchoanda sit, secetur A F bifariàm in H, & à sectionis puncto H perpendicula-
B ris ipsi A F excitetur H K, quæ ipsam A D secet in K: dico K centrum esse, ex quo descriptus per A circulus, simul per F & E transit, vbi scilicet F E conum A B C subcontraria sectione à puncto F inchoata discindit. Ductis enim F D & E D, eadem fiet demonstratio quæ suprà: igitur constat propositum.

LEMMA XXVIII.

Si coni scaleni basis circulus sit, & subcontraria sectio circulum exhibebit.

C SIT, vt suprà, conus scalenus A B C, cuius vertex quidem A, basis autem circulu circa diametrum B C animo descriptus; seceturque conus plano A B C per axem, & ad basin recto: quod fiet, si à vertice A perpẽdicularis ad basin productam, si opus erit, dèmittatur A H per 11. vndecimi Euclidis, per A H verò & axem planum extendatur; hoc enim per 18. vndecimi Euclid. ad basin rectum erit: secetur quoque conus alio quodã plano F G E ad idem
D triangulum per axem A B C recto, sed basi subcontrariè posito, sic vt ex triangulo per axem abscindat triangulum A E F triangulo A B C similes, in quibus angulus quidem A communis sit, angulus verò A E F angulo A B C, & reliquus A F E reliquo A C B æqualis: dico sectionem F G E circulum esse. Nam si aliud planum intelligatur O G D basi parallelum, quod ipsum F G E intersecet in communi recta linea G K, perspicuum est planum O G D circulum esse per 4. primi Conicorum Apollonij. Et quoniam vtrumque planum O G D & F G E ad triangulum per axem A B C rectum est, erit quoque per 19. vndecimi Euclidis communis illorum sectio G K, ad idem planum A B C recta: quare per definitionem 3. vndecimi Euclidis eadem G K
E vtrique O D & F E perpendicularis erit: ac proinde per 17. sexti Euclidis quadratum G K æquale est ei, quod sub O K D comprehenditur, rectangulo, quod G K inter O K & K D medium proportionis locum obtineat per 2. lemma huius libri. Sed angulus F O K æqualis est angulo A B C per 29. primi Euclidis; angulo autem A B C æqualis angulus D E K ex hypothesi: igitur F O K angulus angulo D E K est æqualis. Est verò & F K O angulus æqualis angulo D K E per 15. primi Euclidis: itaque & reliquus O F K reliquo E D K relinquitur æqualis: quocircà æquiangula sunt ipsa F K O & D K E triangula, in quibus proinde latera E K ipsi O K, & D K ipsi F K proportionalia sunt: ideoque à prima & quarta rectangulum E K F æquale est ei quod a mediis fit rectangulo O K D per 16. sexti Euclidis: sed rectangulum O K D ostensum iam est æquale quadrato G K: igitur & rectangu-
F lum E K F eidem quadrato G K est æquale. Ex quo fit per 3. lemma vt G in circulum cadat, cuius diametrus E F.

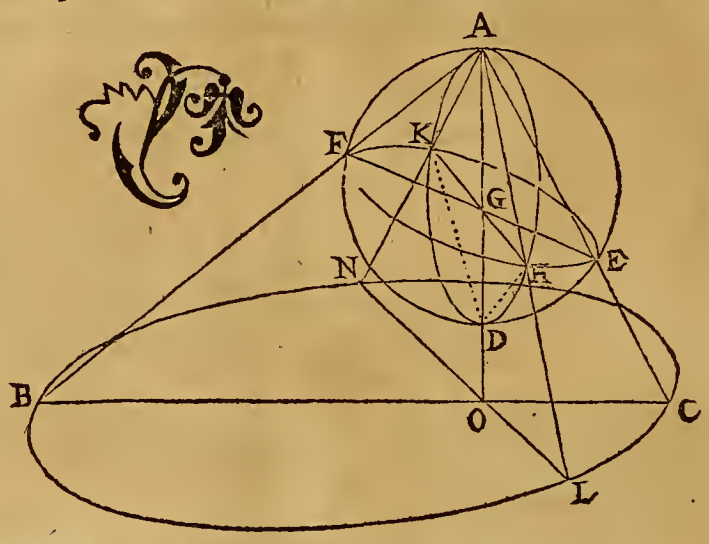
Cumque eodem modo omnes communes sectiones plani E G F, & eorum quæ basi æquidistantia ducuntur, quocumque loco acciderint, ostendi queant in circulum cadere; palàm relinquitur subcontrariam coni scaleni sectionem E G F circulum esse, cuius E F diametrus; quod erat demonstrandum. Habet hæc subcontrariæ sectionis contemplatio non exiguum momentum ad explicandas stereographicas obliquorum circulorum proiecturas, siue illi maximi sint, siue non maximi, de quibus infrà suo loco; vbi ostendemus illos omnes circulari forma in planum transcribi.

A

LEMMA XXIX.

Si conus ſcalenus, cuius baſis circulus alio ſecetur plano baſi ſubcontrario: dico omnia triangula quæ aguntur per axem ab his planis ſubcontrariè diſſecari.

RVRSVS conus ſcalenus exponatur A B C, cuius baſis B N C L circulus, axis verò A O; ſeceturque conus alio quodã plano E H F K baſi ſubcontrariè conſtituto, quod proinde per præcedens lemma circulum gignat, cuius diametrus E F à triãgulo per axem A B C, quod vtrique circulo rectum eſt, portionem auferat A F E ipſi A B C ſimilem: dico ſi per eumdem axem A O agatur aliud triangulum quodcumque A N L, quod baſin quidem ſecet in L N, ſubcontrarium autem circulum in H K, fore triangulum A H K triangulo A N L ſimile. Ducatur enim per A, H, & K circulus qui A O ſecet in D, & H D, K D iungantur: quoniam igitur A O ad baſin B N C L recta eſt, erit quoque quod per ipſam ducitur triangulum A N L ad baſin rectum per 18. vndecimi Euclidis, ac proinde per 3. definitionẽ vndecimi Euclidis recti erunt anguli A O N & A O L; ſed & recti ſunt A H D & A K D, vtpote in ſemicirculis: itaque cùm triangula A O L & A H D rectos habeant angulos A O L & A H D, alterumque O A L communẽ, erunt reliqui A L O & A D H per 32. primi Euclid. æquales: at angulo A D H æqualis eſt angulus A K H, vtpote in eodẽ ſegmento A K D H: igitur A K H angulus angulo A L O eſt æqualis. Eodem verò modo oſtendetur A H K angulus æqualis ipſi A N L angulo: nam in rectangulis triangulis A O N & A K D, quibus communis eſt angulus qui ad verticem A, reliquus quoque A D K reliquo A N O eſt æqualis; A D K autem eſt æqualis ipſi A H K, vtpote in eodem A H D K ſegmento: igitur A H K ipſi A N L eſt æqualis. Quocircà æquiangula ſunt A H K & A N L triangula; ac proinde per 4. ſexti Euclidis proportionalia ipſorum latera, ipſaque ſimilia; quod erat demonſtrandum. Cumque in ceteris triangulis per axem ductis, eadem ſit probandi ratio, perſpicuum relinquitur id, quod vniuersè fuit propoſitum.



B C D

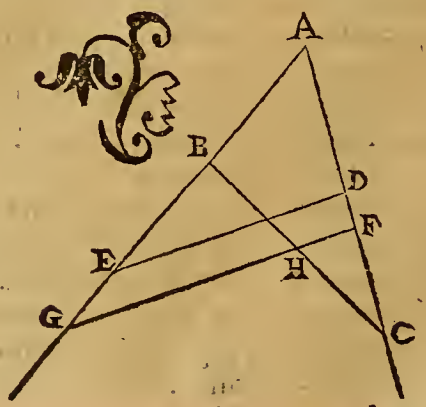
LEMMA XXX.

E

Si ſubcontrariarum ſectionum diametri à lateribus trianguli per axem æquales portiones abſcindant, erunt ipſæ diametri inter ſe æquales: aliàs quæ maiorem aufert portionem, ea erit maior.

IN cono ſcaleno A C G ſubcontrariarum ſectionum diametri B C & D E, à lateribus trianguli per axem æquales portiones auferant A B & A D, vel A C & A E: dico ipſas B C & D E æquales inter ſe eſſe. Nam cùm propter triangulorum A B C & A D E ſimilitudinem ſit vt A B ad B C, ita A D ad D E; erit quoque & permutando per 16. quinti Euclidis vt A B ad A D, ita B C ad D E: ſed A B & A D ex hypotheſi ſunt inter ſe æquales: igitur & B C, D E æquales inter ſe erunt.

Si verò ſit F G ſectio ipſi B C ſubcontraria, maiorq; A F quàm A B, vel A G quàm A C maior: dico & F G ipsa B C maiorem eſſe. Eſt enim propter triangulorum ſimilitudinem A B ad B C, quemadmodum



A dum A F ad F G: sed ex hypothesi maior est A F quàm A B, hoc est prima maior quàm tertia: igitur & F G secunda quàm quarta B C maior erit per 14. quinti Euclidis; quod erat probandum.

LEMMA XXXI.

Fieri omnino nequit, vt in cono scaleno subcontrariarum sectionum diametri se mutuò bifariàm secent; si autem vna secetur bifariàm, erit alterius maior portio ea, quæ minori angulo trianguli
B *per axem adiacet.*

IN eadem enim schematis constructione secet F G ipsam B C bifariàm in H: dico F G à B C neutiquam ex æquo diuidi. Quoniam enim in triangulis B H G & F A C anguli ad communem verticem H per 15. primi Euclidis sunt inter se æquales, itemque G & C æquales propter triangulorum A B C & A F G similitudinem, erunt & reliqui B & F inter se æquales: quare per 4. sexti Euclidis proportionalia erunt ipsorum latera. Si itaque quemadmodum B H æqualis est H C, ita esset F H, H G æqualis, sequeretur per 5. sexti Euclidis angulum F C H angulo G B H æqualem esse, quòd nimirum ambo homologis lateribus obijciantur: quocircà parallelæ essent G B & C F per vigesimam octauam pro-
C positionem libri primi Euclidis: quod absurdum est, cùm in puncto A ex hypothesi conueniant: nequit igitur angulus C F H angulo G B H æqualis esse, ac proinde nec F H ipsi H G esse æqualis; quod demonstrandum erat.

Aio verò G H, quæ minori angulo A G F trianguli per axem adiacet, ipsâ H F maiorem esse: nam cùm rectæ lineæ G B & C F in A conueniant, necesse est angulum B G F angulo G F C minorem esse: si enim æqualis esset aut maior, rectæ G B & C F, quantumuis protractæ, ad partes B & F numquam concurrerent; concurrunt autem: igitur minor est angulus B G F angulo G F C: at angulus G F C est æqualis angulo G B C propter triangulorum B C H & F C H similitudinem: itaq; & angulo G B H angulus B G H est minor: quamobrem per 19. primi Euclidis maior est G H quàm H B, & propter triangulorum similitu-
D dinem etiam H C, id est B H maior quàm H F: igitur G H multò est quàm H F maior; quod erat probandum.

LEMMA XXXII.

In cono scaleno, subcontrariarum sectionum quæ alteram bifariàm secat, illa semper est maior.

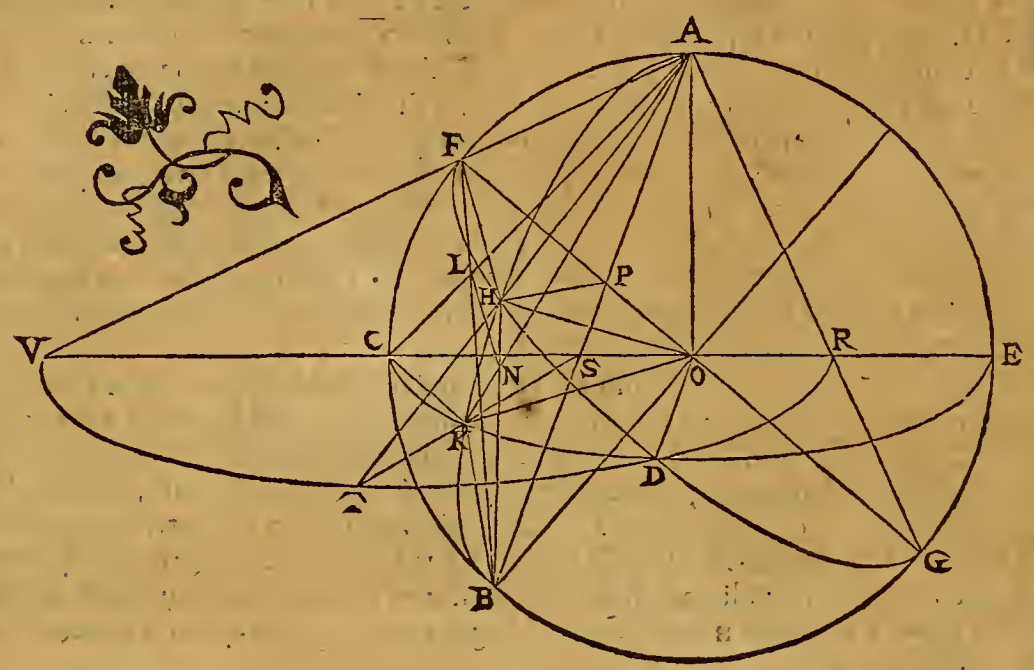
VT si in superiore schemate linea B C ab F G secetur bifariàm: dico F G quàm B C maiorem esse: non enim in primis æqualis esse potest; nam ob triangulorum A B C & A F G similitudinem essent quoque A B & A F, itemque A C & A G æquales; ab-
E latis autem æqualibus A B & A F ab æqualibus A C & A G, reliquæ etiam B G & F C æquales essent: ideoque & G H ipsi H C; & B H, hoc est H C, ipsi H F; ac tandem G H ipsi H F æquales ob triangulorum B H G & F H C similitudinem: sicque ambæ B C & F G sectæ essent bifariàm, quod fieri non posse proximè ostendimus; non igitur esse potest F G ipsi B C æqualis.

Deinde nec minorem esse posse F G ipsâ B C ita ostenditur: Si minor esset F G quàm B C, esset quoque A F quàm A B, & A G quàm A C minor ob triangulorum similitudinem: sublataque A B, quæ ex absurda hypothesi ostensa est maior, ab A G quæ minor ex eadem hypothesi probatur quàm A C, itemque detracta minore A F de maiore A C, relin-
F queretur B G multò quàm F C minor: ac proinde ipsa quoque G H quàm H C, id est quàm B H minor esset: quare per 18. primi Euclidis & angulus G B H angulo G minor: sed angulus C angulo G est æqualis, ob triangulorum A C B & A G F similitudinem; angulus autem G B H, vtpote externus trianguli A B C, maior est angulo C per 16. primi Euclidis: igitur & angulo G idem G B H angulus est maior: erit itaque angulus G B H angulo G maior & minor. quod cùm fieri nequeat, nec F G quàm B C minor erit; quod fuerat assumptum: sed neque æqualem esse posse ostensum iam est: itaque consequens est, vt sit maior; quod erat probandum.

LEMMA XXXIII.

In sphæra si per aduersos polos duorum circulorum æqualium, alius quicumque circulus ducatur, abscindet is à primorum circulorum peripheriis portiones æquales.

AEQVALES in sphæra circuli, vel maximi sunt, vel non maximi: quorum omnium tametsi vna sit demonstratio, ne tamen impliciti casus discursum longiorem obscurioremque efficiant, placet in circulis primùm maximis propositum concludere, ac posteà sigillatim ostendere eamdem demonstrationem in circulis etiam non maximis, sed æqualibus, locum habere.



Esto A polus supernus circuli maximi CDE, B verò polus infernus maximi circuli FDG; & per hosce aduersos polos, hoc est A superum, & B inferum, circulus quicumque ducatur A H K B: dico hunc æquales assumere circulorum portiones, C K ipsi F H, & D H ipsi D K (dico autem superum polum oculo propinquiorem, inferum verò ab oculo remotiorem:) quoniam enim A circuli C D E polus est, erunt A C & A K arcus inter se æquales per poli definitionem, quæ quinta est libri primi Sphæricorum Theodosij. Cùm verò A C & B F eiusdem circuli quadrantes sint, ac proinde inter se æquales, erunt & rectæ lineæ A C & B F, quæ ipsis subiiciuntur, inter se æquales: quamobrem rectæ quoque A K & B H æquales inter se erunt, vt & arcus quos sustinent per 28. tertij Euclidis æquales. Ab arcubus igitur A C & B F si communis portio detrahatur C F, relinquentur arcus A F & B C æquales; ideoque & anguli A B F, B A C æquales per 27. tertij Euclidis, & subtensa latera A E & L B æqualia per 6. primi Euclidis. Eodemque modo si ab æqualibus peripheriis A K & B H communis portio subducatur H K, relinquentur A H & B K æquales: quare & anguli A B H & B A K per 27. tertij Euclidis æquales, subtensaque latera A N, N B æqualia erunt. Cùm itaque in triangulis L A N & L B N æqualia sint latera A L, A N, lateribus B L & B N, vtrumque vtrique, basisque L N communis, erit & angulus L A N angulo L B N æqualis per 8. primi Euclidis. Rursus quoniam in triangulis C A K, F B H sunt latera A C, A K, lateribus B F, B H æqualia, angulusque C A K angulo F B H æqualis, erit & basis C K basi F H æqualis per 4. primi Euclidis: quamobrem & arcus C K & F H æquales inter se erunt per 28. tertij Euclidis; cumque æquales sint peripheriæ D C & D F, sublatis æqualibus C K & F H, relinquentur D H & D K æquales; quod erat demonstrandum.

Idem, ac fortè breuiùs, demonstrari & in hunc modum poterit: Quoniam æquales sunt CDE & FDG circuli, vtpotem aximi, erunt & quæ ab ipsorum polis ad circumferentiam ducentur rectæ lineæ A K & B H inter se æquales: ablata verò ab æqualibus peripheriis A K & B H communi portione H K, relinquetur A H ipsi B K æqualis; ideoque per 27. tertij Euclidis & anguli A B H, B A K inter se æquales. Rursus quoniam in triangulis A O S & B O P recti sunt anguli A O S & B O P per 10. primi Sphæricorum Theodosij,

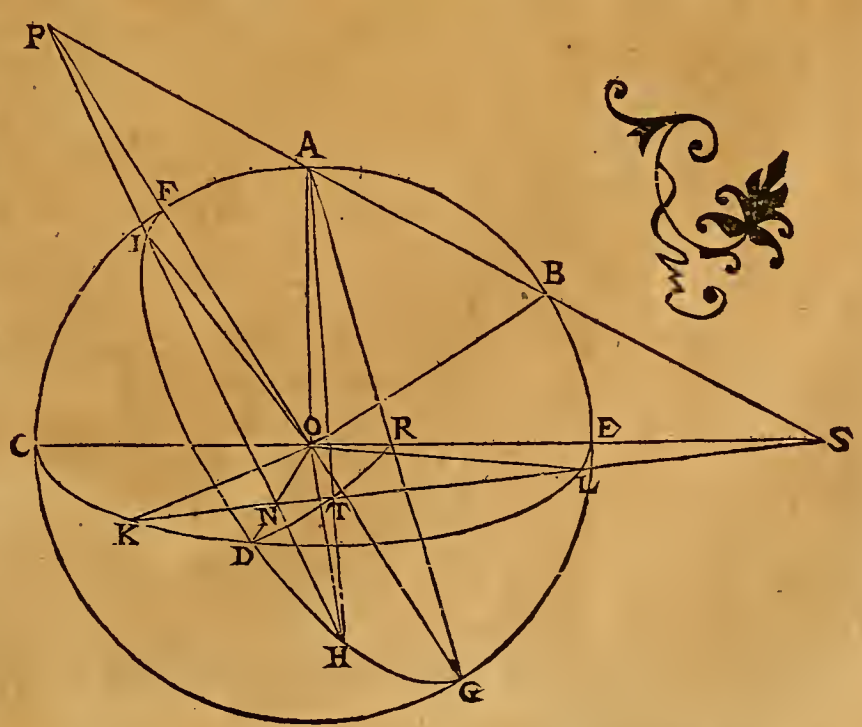
A ſij, atque idcircò æquales: itemque A B O angulus angulo B A O in triangulo iſoſcele A O B æqualis, lateraque A O & O B æqualia, vtpote eiuſdem circuli A C B E ſemidiametri, erunt & reliqua latera trianguli A O S reliquis lateribus trianguli B O P æqualia per 26. primi Euclidis, hoc eſt A S æquale B P, & O S ipſi O P. Quare in triangulis A K S & B H P, cùm iam oſtenſa ſint latera A K, A S, lateribus B H, B P æqualia, anguluſque K A S angulo H B P æqualis, erit per 4. primi Euclidis & baſis K S baſi H P æqualis. At in triangulis O S K & O P H in quibus æqualia ſunt hæc ipſa iam dicta latera K S & H P, æqualia etiam ſunt & reliqua, vtrumque vtrique, O K ſcilicet ipſi O H, nempe æqualium circulorum ſemidiametri, & O S ipſi O P per iam factam demonſtrationem. Igitur per 8. primi Euclidis æquales
B erunt & anguli ſinguli ſingulis, id eſt K O C ipſi H O F; atque ea propter arcus C K arcui F H æqualis erit per 26. tertij Euclidis; quòd demonſtraſſe oportuit.

Quæ in maximis circulis oſtendimus, eadem fermè ratione oſtendi poſſunt & in non maximis, ſi modò æquales ipſi inter ſe ſint. Quoniam enim æquales circuli non maximi à ſphæræ centro æqualiter diſtant per 6. primi Sphæricorum Theodoſij, æqualiter quoque diſtent ab aduerſis polis neceſſe eſt: ſiquidem centrum circuli interpolos medium locum obtinet: quare æquales erunt omnes illæ rectæ lineæ, quæ à polis ſimiliter ſumptis ad circulorum peripherias extenduntur, vt ſuperiùs A C & A K æquales ipſis B F & B H, poſito quòd circuli C D E & F D G æquales quidem ſint, at non maximi: cumque & angulus C A K angulo F B H in non maximis circulis iuxtà ac maximis oſtendi poſſit æqua-
C lis, erunt & baſes C K & F H inter ſe æquales per 4. primi Euclidis; ac proinde & arcus qui ipſis inſiſtunt per 28. tertij Euclidis; quod erat oſtendendum.

Ex quibus colligi poteſt, ſi A F & A H producantur, vſque dum plano, in quo circulus C D E, & circuli F D G proiectura deſcribitur, occurrant ad V & T, productam quoque S K in T incidere. Cùm enim A H & S K in vno ſint plano, nempe circuli A H K B, nec ſint inter ſe parallelæ, neceſſe eſt ipſas longiùs prouectas coire aliquando. At S K in eodem eſt plano, in quo & V, T, totaque circuli obliqui F D G proiectura; ſupponimus enim V & T in ipſius eſſe circuli C D E plano, in quo eſt S K: igitur eo loci S K cum A H producta congreditur, vbi A H protracta planum circuli C D E interſecat, hoc eſt in T; quod oſtendiſſe oportuit, vt planior ſit ad obliquarum proiecturarum partitiones acceſſus,
D quas in Stereographia exhibebimus.

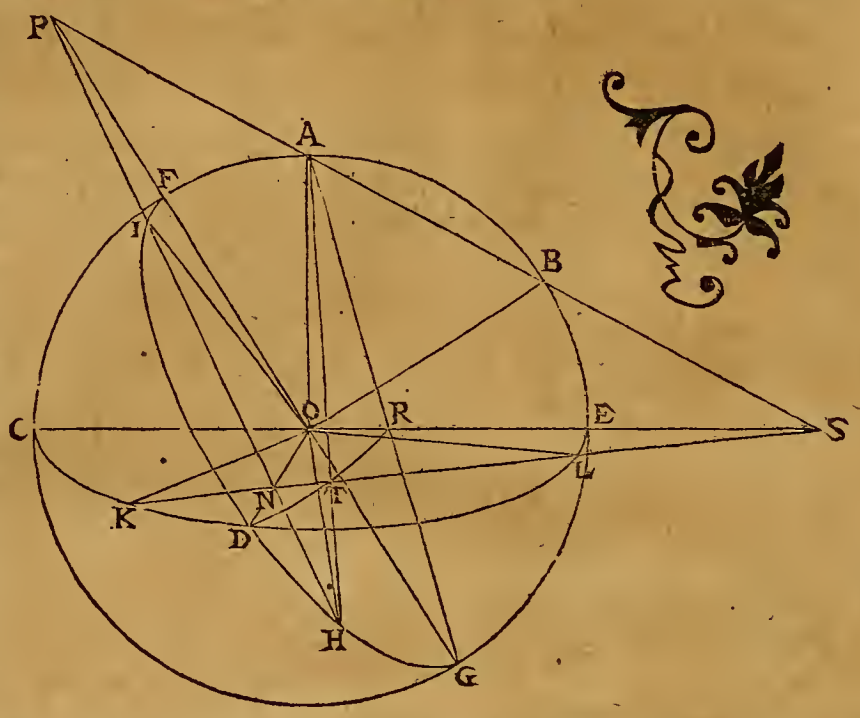
LEMMA XXXIV.

Si per æqualiũ circulorum polos, qui ad eamdem partẽ ſunt, planum agatur vtrumq. circulum ſecans, aſſumet id à circulorum peripheriis portiones æquales à communi circulorũ ſectione inchoatas.



E SVNTO duo circuli maximi, C D E cuius polus A, & F D G cuius polus B, ambo ad planum A C G E recti; & A B, quæ propinquos ſibi polos iungit, ex vtraque parte producatur,
F donec cum producta C E conueniat ad ſignum S, cum G F verò item producta ad ſignũ P: ſi igitur per vtriuſq; circuli polos A & B, qui ad eamdẽ partẽ ſunt, aliud quoddam planum ducatur, præter P O S, puta P N S, quod circulum quidem C D E ſecet in L & K,

circulum autem F D G in I & H; dico peripherias D K & D H, quæ à communi circulorum sectione D initium sumunt, æquales inter se esse, itemque D L & D I æquales; vnde consequens est vt & C K ipsi G H, & E L ipsi F I sint æquales. A



B

Quoniam enim A O æqualis est B O per circuli definitionē, erit & angulus A B O angulo B A O æqualis per 5. primi Euclidis: quare & duo anguli A P O & A O P, qui per 32. primi Euclidis æquales sunt externo B A O, duobus B S O & B O S æquales erunt, quòd hi item per 32. primi Euclidis sint externo A B O seu B A O æquales. At A O P & B O S sunt inter se æquales per 27. tertij Eucl. quòd scilicet æqualibus peripheriis A F & B E insistant, quæ nimirum à quadrantibus A E & B F, detractâ communi portione A B, relinquuntur: itaque & A P O, B S O anguli æquales inter se erunt: ideoque & latera P O & O S per 6. primi Euclidis æqualia. Rursus cùm vterque circulus C D E & F D G ad planum A C G E rectus sit ex hypothesi, erit communis vtriusque sectio D O ad idem planum A C G E recta per 19. vndecimi Euclidis: igitur recti sunt anguli P O N & S O N per 3. definitionem vndecimi Euclidis. Cùm igitur in triangulis P O N & S O N æquales sint ad O anguli, vtpote recti, & circum ipsos sit latus P O æquale lateri O S, O N verò commune vtrique; erit & angulus P N O angulo S N O per 4. primi Euclidis æqualis, vterque autem recto minor, quòd P O N & S O N recti sint: quocircà & qui deinceps O N H & O N K anguli æquales inter se erunt; ambo verò rectis maiores, quòd hi vnà cum P N O & S N O bini sumpti duobus rectis sint pares per 13. primi Euclidis: itaque in triangulis O N K & O N H anguli quidem O K N & O H N singuli rectis minores erunt. Est verò O N commune vtrique triangulo, O K autem ipsi O H æquale, nempe æqualium circulorum semidiametri: igitur per 7. sexti Euclidis, & angulus K O N angulo H O N æqualis erit, & per 26. tertij Euclidis peripheriæ D K & D H inter se æquales: quæ si ab æqualibus quadrantibus D C & D G auferantur, reliquæ etiam C K & G H æquales inter se erunt; quod demonstrandum erat. C D E

Deinde ductis O I & O L; quoniam in triangulis O I N & O L N æqualia sunt latera O I, & O L, vtpote æqualium circulorum semidiametri, sitque latus O N vtrique commune, angulusque O N I angulo O N L iam ostensus æqualis, & vterque angulorum O I N & O L N recto sit minor per 18. primi Euclidis, quòd vterque minimo lateri O N insistat; erunt & anguli N O I & N O L, per 7. sexti Euclidis æquales; ac proinde & peripheriæ D I & D L æquales: anguli verò illi N O I & N O L, si ab æqualibus rectis N O E & N O F subducantur, relinquent E O L & F O I angulos æquales, ideoque & peripherias E L & F I per 26. tertij Euclidis æquales; quod etiam demonstrasse oportuit.

Ex quo id Lector colligas, ductis A G & A H, quę planum (in quo circulus C D E, & obliqui circuli F D G proiectura describitur) in locis R & T intersecent, ipsam S K per T signum ipsius H vicarium transire. Quoniam enim A H in ipsius est trianguli A H P plano per 2. vndecimi Euclidis, triangulum autem A H P in eodem est plano in quo & S K ex hypothesi, necesse est A H & S K in vno plano esse: igitur cùm parallelæ non sint, sese intersecent oportet; non vtique alio in puncto quàm T, vbi A H planum attingit C D E, in quo etiam est S K: quare peripheria R T peripheriæ G H, ac proinde ipsi etiam C K aspectu respondet. Quod obseruatione dignum duxi, vtpote ad obliquarum proiecturarum stereographicas partitiones apprimè vtile. F

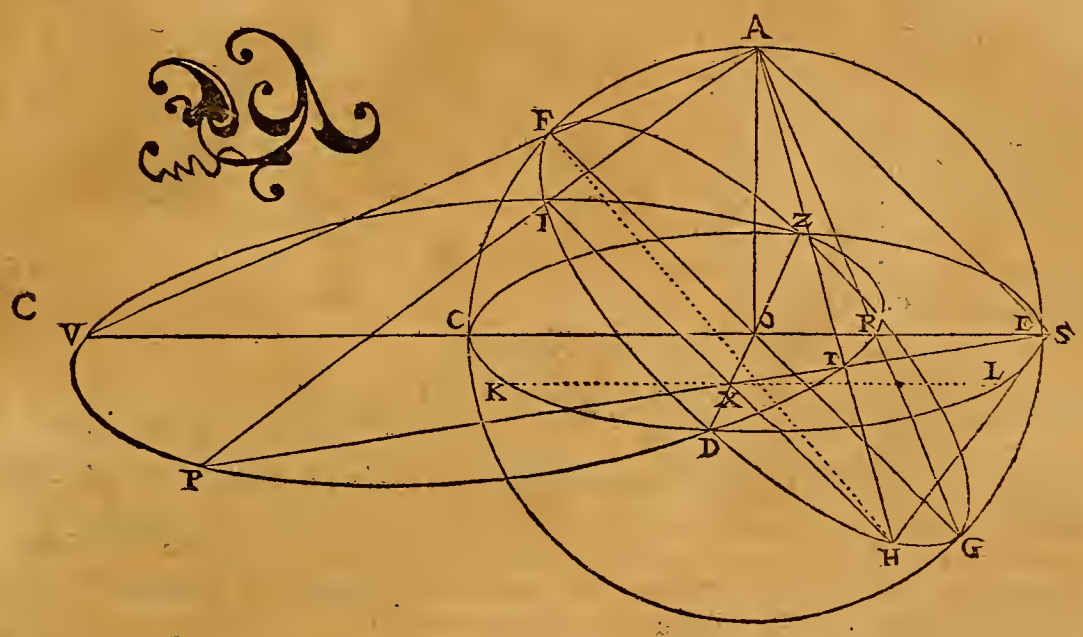
LEMMA

A

LEMMA XXXV.

Esto recta AS *diametro circuli obliqui* FG *parallela: aio ductum per* AS *planum* ASHI *abscindere de circuli* FDG *peripheria portiones* FI *&* GH *æquales.*

FINGE namque animo per A S actum esse aliud quodpiam planum circulo F D G parallelum: cùm ergo planum A S H I in vtrumque incidat, erunt per 16. vndecimi
B Euclidis communes illorum sectiones A S & H I parallelæ: sed eidem A S parallela



D

est F G ex hypothesi: itaque H I & F G inter se parallelæ erunt per 9. vndecimi Euclidis: quocircà ductâ F H, erit angulus F H I angulo G F H æqualis per 29. primi Euclidis; ideoq. & peripheriæ F I, G H, quibus illi insistunt, æquales inter se erunt per 26. tertij Euclidis; quod probandum erat.

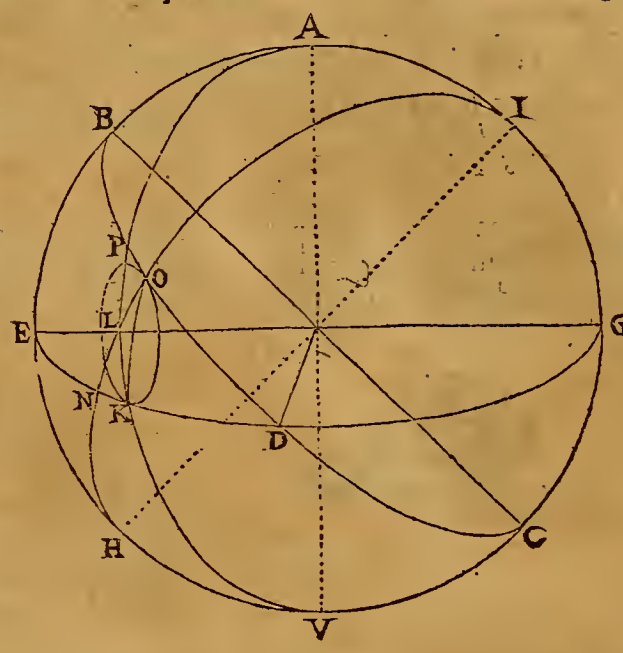
Nunc si A H & A I plano subiecto occurrant in T & P, manifestum est per commune Proiecturarum axioma P ipsius I, & T ipsius H proiecturam esse; itemque V P ipsam peripheriam F I, & R T ipsam G H repræsentare. Vt igitur F I & G H reipsa æquales inter se sunt, ita & V P, R T æquales sunt repræsentatione. At verò si per X communem interse-
ctionem D O & H I recta ducatur K L ipsi C E parallela, erunt C K & E L æquales tum in-
E ter sese per iam factam demonstrationem, tum ipsis F I & G H per 13. lemma huius libri. Quare S T P per X communem intersectionem D O & K L ducta arcus V P & R T arcubus C K & E L apparentiâ æquales intercipit. Atque hæc quoque obseruatio ad obliquarum proiecturarum stereographicas distributiones in posterum vtilis erit.

LEMMA XXXVI.

Si duos sphæræ circulos, eósque maximos, alius quidam circulus non maximus contingat, erunt arcus à communi ipsorum sectio-
F *ne ad contactus pertinentes inter se æquales.*

CIRCELLVS inquam O K, cuius polus L, duos sphæræ circulos, eosque maximos B D C & E D G contingat, hunc in K, illum in O: dico arcus D O & D K æquales inter se esse. Ducatur enim per L polum circelli O K, & per contactum O circulus maximus O L, qui circulum E D G secet in N: simili modo per L & contactum K, circulus ducatur maximus K L, qui circulum B D C secet in P: quoniam igitur circulus O L N transit per polum circelli O K, & contactum O, transibit is etiam per polos circuli B D C, nempe I & H, per 5. secundi Sphæricorum Theodosij. Eademque ratione K L P per A & V polos circuli E D G incedet: quocircà per 15. primi Sphæricorum

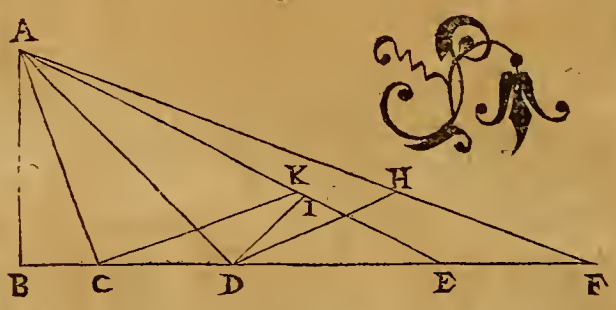
Theodosij anguli N O D & P K D recti erunt & æquales. Rursus cùm L sit circuli O K polus, erunt arcus L O & L K inter se æquales, vt ex quinta definitione primi Sphæricorũ Theodosij colligi potest. Ducto itaque per O & K circulo maximo O K, erit O L K triangulum isosceles, ac proinde eius, qui ad basin sunt anguli L O K & L K O inter se æquales, per octauam Triangulorum sphęricorũ Clauij: qui proinde si ab æqualibus rectis angulis N O D & P K D subducãtur, reliqui O K D & K O D anguli æquales inter se erunt: quare & quæ ipsis subtenduntur latera D O & D K æqualia, per 9. Triangulorum sphæricorum Clauij. Igitur si duos sphæræ circulos, eosque maximos, alius quidam circulus, &c. quod probandum fuit.



LEMMA XXXVII.

Earum, quæ à pũcto quodam ad rectam quamdam lineam ducuntur, breuissima omnium est perpendicularis: ceterarum autem remotiores à perpendiculari propinquioribus semper sunt maiores.

EXPONATVR recta quædam linea infinita B F, ad quam à puncto quodã A extra eam dato rectæ quotcumque lineæ protendantur, è quarum numero A B ipsi B F sit perpendicularis; ceteræ autem ductæ vtcumque: dico primò, breuissimam omnium esse A B perpendicularem. Quoniam enim A B C rectus est angulus ex hypothesi, erunt singuli reliquorum in triangulo A B C recto minores, quòd per 32. primi Euclidis ambo simul sumpti vni recto sint æquales. Maximus igitur est A B C angulus trianguli A B C, cui proinde maximum latus subtenditur A C per 19. primi Euclidis. Cumque eodem modo A D maximum ostendi possit latus trianguli A B D, & A E trianguli A B E maximum, ac sic de ceteris, fit, vt A B minima sit illarum omnium, quæ à puncto A ad lineam B F extendi possunt.



Deinde per 16. primi Euclidis externus angulus A C D interno & opposito A B C est maior; erit ergo is quoque maximus eorum qui in triangulo A C D sunt angulorum. Quare per eamdem 19. primi Euclidis, quod ei subtenditur latus A D omnium erit maximum, ideoque ipso A C maius; id verò cùm ostensum iam sit maius ipso A B, erit A D multò quàm A B maius. Hoc igitur pacto, quoniam remotiores lineæ maioribus semper angulis subtenduntur, consequens est vt illę propinquioribus semper sint maiores; quod secundo loco propositum fuit.

CONSECTARIVM I.

E tribus quomodocumque assumptis, ea, quæ à perpendiculari remotissima est, ad eam quæ perpendiculari proxima, maiorem rationem habet, quàm media ad eamdem perpendiculari proximam.

PERSPICVA est huius proprietatis consecutio ex 8. propositione libri quinti Euclidis. E tribus enim assumptis lineis, exempli gratia A C, A E, & A F, quoniam maior est A F quàm A E per huius propositionis demonstrationem, habebit A F ad A C ra-

A A C rationem maiorem, quàm A E ad eamdem A C per 8. quinti Euclidis; quod probasse oportuit.

CONSECTARIVM II.

Si tres assumptæ AC, AD, *&* AF *æquales angulos contineant* CAD *&* DAF; *dico* AF *ad* AD *maiorem rationem habere, quàm* AD *ad* AC.

B QVONIAM enim angulus A D F angulo A C D maior est per 16. primi Euclidis, nempe externus interno & opposito, resecetur illius anguli portio H D F, sic vt relinquatur angulus A D H angulo A C D æqualis. Quia igitur ex hypothesi æqualis est C A D angulus ipsi D A H angulo, erit & reliquus A H D reliquo A D C æqualis, ac triangulum A D H triangulo A C D æquiangulum: vtriusque proinde proportionalia erunt latera per 4. sexti Euclidis, hoc est quemadmodum A H ad A D, sic A D ad A C. Sed A F, vtpote maior quàm A H, maiorem rationem habet ad A D, quàm A H ad eamdem A D per 8. quinti Euclidis: itaque A F ad A D maiorem quoque rationem habebit, quàm eadem A D ad A C; quod demonstrasse oportuit.

CONSECTARIVM III.

C *Ex quatuor sumptis* AB, AC, AD, AE, *si extremæ æquales angulos comprehendant; dico* AE *ad* AD *maiorem rationem habere, quàm* AC *ad* AB.

FIAT enim angulus A D I angulo A B C æqualis, resecta nimirum portione I D E; quoniam & angulus B A C angulo D A E ex hypothesi est æqualis, erit & reliquus A I D reliquo A C B æqualis: quare per 4. sexti Euclidis, vt A I ad A D, sic se habebit A C ad A B: at tota A E parte sua A I est maior; maiorem itaque rationem habebit A E ad A D, quàm A I ad eamdem A D per 8. quinti Euclidis: igitur A E ad A D maiorem quoque
D rationem habebit quàm A C ad A B; quod erat propositum.

CONSECTARIVM IV.

Si ex iisdem quatuor AB, AC, AD, *&* AE, *bina alternæ angulos contineant* BAD *&* CAE *æquales; dico* AE *ad* AC *maiorem rationem habere, quàm* AD *ad* AB.

A B angulo enim A C E, qui maior est angulo A B D, abscindatur angulus A C K an-
E gulo A B D æqualis: quoniam igitur æqualis supponitur B A D angulus angulo C A E, erit & reliquus A K C trianguli A C K reliquo A D B trianguli A B D æqualis; ideoq. per 4. sexti Euclidis vt A K ad A C, ita A D ad A B: sed A E tota maior sua parte A K: igitur A E ad A C maiorem rationem habebit quàm A K ad A C; ac proinde etiam quàm A D ad A B; quod erat demonstrandum.

Notandum porrò, si angulus C A F quàm B A D maior fuerit, habituram A F ad A C multò maiorem rationem quàm A D ad A B. Si enim ab angulo C A F abscindatur angulus C A E angulo B A D æqualis per rectam A E, ostensum iam est maiorem rationem habere A E ad A C quàm A D ad A B, quòd nimirum A E maior sit quàm A K: at maior est A F quàm A E, ergo & quàm A K multò est maior: quare A F ad A C multò maiorem rationem habebit, quàm A D ad A B.

F At si minor sit angulus C A E quàm B A D angulus, non confestim sequitur lineæ A E ad lineam A C minorem rationem esse, quàm A D ad A B: siquidem vt diuidua est portiuncula illa qua iam angulus C A E angulo B A D minor supponitur, ita quoque discrimen quo proportio lineæ A E ad lineam A C proportionem A D ad A B antè superabat, dum æquales anguli C A E & B A D constituebantur, diuiduum est: Ergo si angulus C A E angulo B A D exigua portione fiat minor, non sequitur minorem rationem A E ad A C, quàm A D ad A B esse debere, vt liquidò constat.

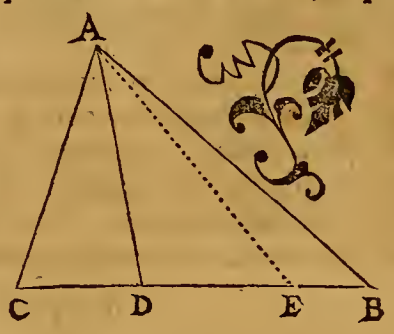
LEMMA

A

LEMMA XXXVIII.

Si demissa à vertice trianguli recta quædam linea basin secet, sitq; maior proportio segmenti basis ad basis segmentum, quàm lateris ad latus: dico & angulum, qui maiori basis segmento insistit, reliquo angulo maiorem esse.

A vertice A trianguli A B C recta demittatur A D, quæ basin B C secet in D; sitque B maior proportio segmenti B D ad D C segmentum, quàm lateris A B ad latus A C: dico angulum B A D angulo D A C maiorem esse. Quoniam enim maior proportio est B D ad D C, quàm A B ad A C, resecta portione B E, fiat E D ad D C quemadmodum A E ad A C: erit igitur angulus E A D angulo D A C æqualis per 3. sexti Euclidis: at angulus B A D maior est angulo E A D, vt totus sua parte: itaque idem B A D angulus ipso etiam D A C angulo maior erit; quod erat probandum.

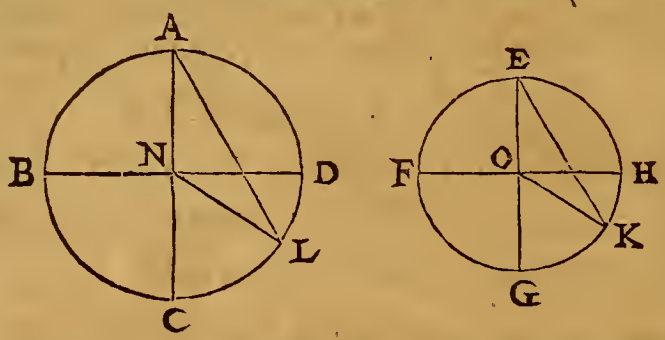


C

LEMMA XXXIX.

Inæqualium circulorum peripheriæ, quæ æqualibus angulis subtenduntur, sunt inter se similes, siue ad centra, siue ad circumferentias anguli sint constituti.

In circulis inquam inæqualibus A B C D & E F G H æquales in primis anguli ad centra constituantur C N L & G O K: dico arcus C L & G K, qui his subtenduntur, similes inter se esse, hoc est eamdem ad totum circuli ambitum rationem habere, ita vt quemadmodum se habet C L ad totum ambitum A B C D, ita se habeat G K ad totum E F G H ambitũ. Fiant enim anguli C N D & G O H recti: cùm ergo per vltimam sexti Euclidis in eodem quocumque circulo peripheriæ eam inter se rationem habeant, quam anguli quibus subiiciuntur, erit arcus C L ad C D arcum, vt angulus C N L ad C N D angulum: ac rursus vt G O K angulus ad angulum G O H, ita arcus G K ad arcum G H. Sed angulus C N D angulo G O H æqualis est ex constructione, angulus verò C N L angulo G O K æqualis ex hypothesi: itaque vt angulus C N L ad angulum C N D, ita quoq. se habet G O K angulus ad G O H angulum; ac proinde vt C L arcus ad arcum C D, ita & arcus G K ad arcum G H: sunt autem arcus C D & G H similes, vrpote suorum circulorum quadrantes: igitur & C L, G K similes sunt, hoc est eamdem rationem habentes, non modò ad quadrantes C D & G H, vt iam ostensum est, verùm etiam per 15. quinti Euclidis ad totos circulorum ambitus, qui quadrãtium æquè multiplices sunt, nempe quadrupli.



D

E

Præterea cùm tota cuiusuis circuli peripheria quatuor rectos angulos ad centrum constitutos ambiat, erit vt angulus C N L ad quatuor rectos, ita arcus C L ad totum circuli ambitum; ac eodem modo vt G O K angulus ad quatuor rectos, sic arcus G K ad totum sui circuli ambitum: sed anguli C N L & G O K, quandoquidem æquales sint positi, eamdem habent ad quatuor rectos angulos rationem: igitur & arcus C L & G K eamdem rationem habent ad totas suorum circulorum peripherias, ac proinde similes sunt.

F

Nunc si ad circumferentias anguli constituantur ad signa A & E, cùm hi eorum qui ad centra existunt sint partes in eadem ratione, nempe dimidij per 20. tertij Euclidis; erit quoque vt angulus A ad rectum, ita arcus C L ad C D, & vt E angulus ad rectum angulum, ita G K arcus ad arcum G H: cùm ergo A & E anguli æquales inter se sint ex hypothesi, itemq;

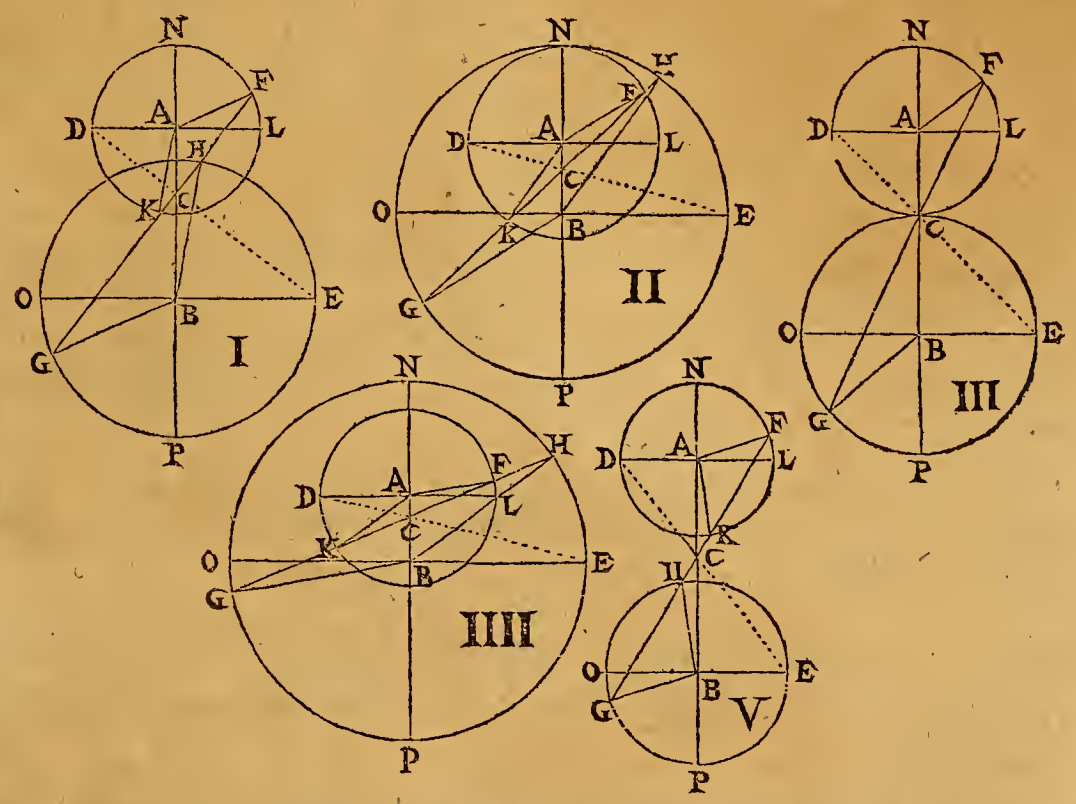
A itemque recti C N D & G O H inter se æquales, erunt vt priùs arcus C L & G K, qui æqualibus angulis A & E substernuntur, tum quadrantibus, tum totis circulis proportionales, ac proinde similes; quod demonstrasse oportuit.

LEMMA XL.

Si quæ duorum circulorum centra coniungit recta linea, in eam rationem secetur, quam inter se habent circulorum diametri: dico
B *rectas omnes lineas, quæ per sectionis punctum ducuntur, similes portiones de circulorum peripheriis resecare.*

HOC theorema multos ac varios habet casus, qui omnes ad quinarum numerum reuocari possunt. Aut enim propositi circuli se mutuò secant, vt in prima figura; aut sese contingunt tantùm, vt in secunda ac tertia; aut sese nec contingunt neque secant, vt in quarta & quinta: quorum omnium cùm vna eademque sit demonstratio, singulis figuris eosdem characteres addidimus, propriis lineis respondentes, vt ea ratione casus omnes vna eademque opera demonstrati habeantur.

C



D

E

Sint inquam circulorum centra A & B, & quæ illa connectit recta linea A B, quam primò secare oporteat in C, secundùm eam rationem, quam habent inter se circulorum diametri: ducantur diametri D L & O E paralleli: dico lineâ D E, eam quæ circulorum centra connectit in C, ita secari, vt sit quemadmodum D L ad O E, ita A C ad C B: nam per 12. lemma libri 4. cùm parallelæ sint A D & B E ex constructione, erit vt A D ad B E, ita A C ad C B: sed A D ad B E eam habet rationem quam D L ad O E, per 15. quinti Euclidis, quòd A D & B E ipsarum D L & O E sint dimidiæ: igitur A B in C ea ratione secta est per rectam D E, quam inter se habent circulorum diametri.

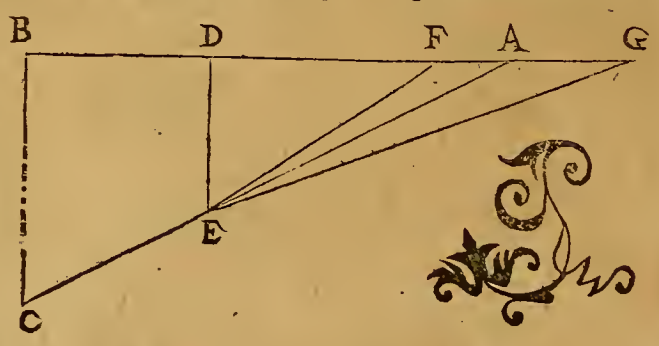
F Hoc præmonstrato, dico quamcumque lineam per C ductam, puta F G, similes portiones de circulorum peripheriis auferre, nempe F L K ipsi H O G, & F D K ipsi H E G similem, ac denique duabus ductis N P & F G, esse arcus inter vtramque interceptos F N & G P similes. Quia enim posita est A C ad C B, quemadmodum A D ad B E, hoc est A F ad B G, erunt in triangulis A C F & B C G, duo latera A C & A F duobus lateribus B C & B G proportionalia: sed angulus A C F angulo B C G per 15. primi Euclidis est ęqualis, & vterq. angulorum A F C & B G C minor est recto, æquiangula erunt ipsa triangula per 7. sexti Euclidis, æqualesque habebunt eos angulos, circum quos proportionalia sunt latera, nimirum C A F ipsi C B G. Eodem verò modo in triangulis C A K & C B H, quoniam proportionalia

nalia ſunt latera C A & A K ipſis C B & B H, eſtque angulus A C K angulo B C H æqualis A
per 15. primi Euclidis, erunt ipſa triangula æquiangula, & æquales illi anguli, quos latera proportionalia ambiunt C A K & C B H; qui proinde ſi æqualibus C A F & C B G adiungantur, erunt compoſiti F A K & G B H æquales per communem notionem, atque ea-propter per præcedens lemma arcus F L K & G O H ſunt inter ſe ſimiles: quare & reliqui F D K & G E H ſimiles ſunt inter ſe. Nam cùm ſit vt arcus F D K vnà cum arcu F L K, hoc eſt totus circulus, ad arcum G E H vnà cum G O H arcu, hoc eſt ad totum circulũ; erit quoque per rationis diuiſionem vt F L K ad G O H, ita F D K ad G E H. Præterea cùm per 32. primi Euclidis angulus F A N duobus internis & oppoſitis A F C & A C F ſit æqualis, itemque angulus G B P æqualis duobus B G C & B C G ob eamdem rationem, ſitque iam oſten- B
ſus angulus A C F angulo B C G, & A F C ipſi B G C æqualis, erit & F A N angulo angulo G B P æqualis: quamobrem per præcedens lemma erit & arcus F N arcui G P ſimilis: quæ omnia demonſtraſſe oportuit.

LEMMA XLI.

Habeat A B *ad* A D *eam rationem, quam* B C *ad* D E; *ſint verò* B C *&* D E *parallelæ: dico* C E *productam in* A *incidere.*

Si enim id negetur, cadet producta linea C E vel citra punctum A, vt in F; vel vltra vt in G. Si primum dicatur, erit per 4. ſexti Euclidis vt B C ad D E, ſic B F ad D F; eſt C
verò ex hypotheſi, vt B C ad D E, ita B A ad D A: igitur per 11. quinti Euclidis B F ad D F eamdem rationem habet, quam B A ad D A: & diuidendo per 17. quinti Euclidis, vt B D ad D F, ita eadem B D ad D A: quare per 9. quinti Euclidis æqualis erit D F ipſi D A, hoc eſt pars toti: quod cùm fieri nequeat, non cadet C E producta in F, aut in aliud quodcumque punctum citra A acceptum. Eodem verò modo oſtendemus non poſſe C E productam vltra A procurrere, vt in G: ſequeretur enim D A ipſi D G æqualem eſſe, nempe partem toti, quod fieri nequit. Itaque producta C E in A cadet; quod erat demonſtrandum.

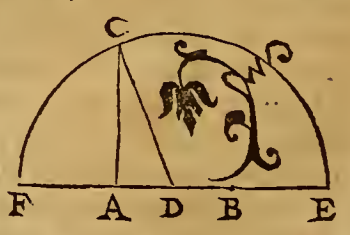


D

LEMMA XLII.

Datæ rectæ lineæ portionem adiungere ea lege, vt tota ad aliam quampiam datam ita ſe habeat, quemadmodum hæc ad adiunctam. E

Sit data recta linea A B, cui adiungere oporteat portionem B E, ſic vt tota A E ad aliam quampiam, puta A C, ita ſe habeat quemadmodum hæc ad adiunctam: duæ datæ rectæ lineæ A B & A C ad normam committantur, ſectaque A B in D bifariàm, centro D, interuallo autem D C ſemicirculus deſcribatur E C F, qui productam vtrimque A B ſecet in E & F: dico B E portionem eſſe poſtulatam, quæ nimirum vnà cum B A eam habet rationem ad alteram datã A C, quam A C ad B E: nam cùm per circuli definitionem æqualis ſit D E ipſi D F, ſitq; ex conſtructione A B in D ſecta bifariàm, ſi ab æqualibus D E & D F æquales ſubducantur D B & D A, relinquentur æquales B E & A F per communem notionem. At per 2. lemma vt E A (hoc eſt E B vnà cum B A) ad A C, ita ſe habet eadem A C ad A F, ſeu ad B E: igitur factũ eſt quod erat poſtulatum.



F

PRÆ-

A

PRÆNOTATIONES.

I.

Quid sit Proiectio.

RÆMISSIS iis quæ ad Proiectionum scientiam firmis rationibus demonstrandam necessaria esse visa sunt, tempestiuum iam est propiùs ad rem ipsam accedere. Vt verò suscepti muneris negotium aliquantò feliciùs in gratiam studiosorum cedat, opportunum fore duximus nonnulla præmittere, tum notitiæ afferendæ, tum ambiguitatis tollendæ gratia: ante omnia verò quid Proiectio sit, quæq. ipsius essentia ac definitio. Quamobrem sciendum est duo præcipuè in visionis ratione notatu digna existere. Vnum est simulachrorum appulsus ad organum, vnde varij aspectus obueniunt, partim veri, partim phantastici, quos Apparentes Latini nominant: de vtrisque verò superioribus libris, tertio præsertim & quarto, plurima sunt demonstrata. Alterum est phantasiæ productæ concursus cum obiecto quopiam plano. is enim locus, in quem rei phantasia profusa incidit, figurâ quamdam exhibet, quam Proiectionem dicimus, quòd sit veluti resipsa vi efficaciaq; aspectus ad planum vsque proiecta. Hanc Guidus Vbaldus, vir in Mathematicis rebus apprimè doctus, Sectionem appellat, eam puto ob causam, quòd sit communis intersectio plani & visuum per rem spectatam procidentium. Quo etiam loquendi modo eas figuras, quas fragmenta dissecti coni aut cylindri ostentant, Sectiones appellare Mathematici consueuerunt. Quo item pacto intelligendus est Federicus Commandinus in Commentario ad Ptolemæi Analemma, vbi ait Analemma esse communem sectionem Meridiani, & ceterorum qui in sphæra sunt circulorum. Quod quidem omnino verum non est; ita enim oporteret omnes sphæræ circulos in plano Meridiani rectis lineis designare: nam communes sectiones Meridiani & ceterorum circulorum, rectæ sunt lineæ per 3. vndecimi Euclidis: nunc verò quidam in circulos, alij in rectas lineas, alij in ellipses transformantur, vt suo loco ostendemus: igitur non absolutè intelligendum est Analemma esse communem sectionem Meridiani, & ceterorum, qui in sphæra sunt, circulorum: sed quoad aspectum nostrum, quia nimirum singuli circuli parallelis radiis delati in planum Meridiani incurrunt: quamobrem posset quoque non ineptè Incidentia nuncupari: est enim tamquam rei similitudo plano inusta eo loci, vbi in illud radij per rem protracti incidunt. Et quamuis omnibus hisce modis rectè exprimi possit id de quo in præsenti agere instituimus: placet tamen præ ceteris Proiectionis appellatio, non eo quidem sensu, quo in Menianis ædificiis Proiecturæ appellantur superiores contignationes vltra columnas profusæ; nec eo item modo, quo Vitruuius basium crepidines, & coronarum ac cymatiorum prominentias, eaque omnia quæ velut proiecta quædam, ac parietum supercilia, subgrundulæve arcendis stillicidiis inuenta sunt, Proiecturas nominat, siue quòd extra perpendiculum stillas reiiciant, siue quòd extra solidum procurrant; sed longè alia significatione, qua res solida per rectam radiorum profusionem ad obiectum quodcumque planum deportatur: vnde Proiectionem ita placet definiri: *Proiectio est rei solidæ in planum transcriptio.* ad cuius explicationem, quia præter dicta nihil videtur requiri posse amplius ad ea quæ deinceps dicturi sumus, attentum Lectoris animum deposcimus.

B C D E

II.

Tria ad Proiectionem necessaria.

F

EX his patet tria in omni Proiectione necessariò conuenire, rem scilicet proijciendam, oculum ex quo radij optici ad omnes rei propositæ partes emicant, & planum in quod res ipsa per radiorum productionem transcribitur. Neque profectò, si quidpiam horum desideretur, esse proiectio vllo modo potest. Hæc enim naturam quodammodò lationis æmulatur. Vti igitur motus esse non potest, si vel nullum corpus sit, quod loci mutationem subeat, vel non sit vnde, aut quò deferatur: ita nisi id primùm adsit, quod proijciatur; deinde etiam oculus, vnde proiectio initium sumat; tum demum ipsum quoque planum, in quod proiectio terminetur; nulla proiectio esse potest.

A

III.

Quid inter rei apparentiam, & proiectionem intersit.

HINC colligi potest latissimum discrimen inter rei apparentiam, eiusque proiectionem: ac longè aliam quæstionem esse, qua quæritur cuius figuræ res obiecta oculis appareat, ab illa qua quis interrogat, quo ea pacto in propositum planum proijciatur. Nam manente oculo ac rei situ, quantumuis planum in omnem partem mutetur, eodem tamen semper modo res apparet: at secundùm plani situ alia atque alia erit rei proiectio: apparentia scilicet ex duorum dumtaxat habitudine pendet, rei nempe obiectæ, atque intuentis oculi; proiectio verò insuper planum deposcit, in quod profusi radij variè incidunt. Exempli causa, si circulus obliquè oculo obijciatur, neque sit ea quæ ab oculo in centrum procidit circuli, ei quæ ex centro ad circumferentiam ducitur, æqualis, apparebit quidem ipse circulus, vt ellipsis per 66. libri 4. at in planum proiectus non necessariò in formam ellipseos commutabitur; sed si planum circulo parallelum sit, in circulum cadet ipsius circuli proiectum schema: aliàs autem in ellipsin. Rursus si circulus aspectui directè obuersetur, apparebit vt circulus per 62. libri quarti: at si planum obliquum accedat, neutiquam in circulum proijcietur; sed vel in parabolam, vel in hyperbolem, vel in ellipsin, pro varia sectione radiosi coni, cuius vertex oculus, basis autem res visa, vt infrà demonstrabimus. Quare non omnino à vero aberrarunt, qui Proiectiones inter aspectus fallacias adnumerandas iudicarunt, eam ob causam, quòd res proiectæ longè diuersam formam nanciscantur in plano, quàm in se habeant. Cùm igitur res proiectæ, earumque proiecturæ, vno semper atque eodem modo appareant; sint autem transcripta ab autographis plurimùm distincta, an non fallaciæ iure dicendæ erunt? imò verò: & quandoque maximæ: cùm scilicet in plana admodum obliqua res visæ transcribuntur: vt ad finem huius libri ostendemus, cum de illis proiectionum schematibus sermo erit, quæ directò intuita nullius rei probabilem speciem exhibent, at per exile foramen obliquissimo aspectu visa perfectam rei cuiuspiam similitudinem repræsentant.

B C D

IV.

Res & planum subinde ordinem permutant.

E tribus illis, quæ paulò antè ad proiectionem necessaria esse docuimus, duo duntaxat, res videlicet & planum, ordinem subinde permutant: namque interdum res, aliàs planum medium locum obtinet; at oculus semper extremum. Cuius rei hæc esse ratio videtur, quòd oculus sit omnium radiorum principium, vnde illi velut à communi origine quandoque per planum ad rem vsque, quandoque verò per rem ad ipsum planum protenduntur. Et verò quamuis naturalior ille ordo quibusdam videatur, quo res inter oculum & planum media constituitur, nos tamen nihil penitus interesse arbitramur.

E

V.

In re & plano considerandus obuersionis situs.

PRÆTER ordinem, quem in his obseruari debere proximè monuimus, est etiam, ac longè potiori iure notandus obuersionis situs. Non enim parui refert ad proiectionum varietatem, quo modo res aspectibus obuersentur. Certum est enim oculo ac plano persistentibus, si visile à directo situ in obliquum permutetur, vel è conuerso, non vnam fore eius in plano descriptionem; ita longè alia erit, si oculo ac re immotis solum planum ab vno situ in alium conuertatur. Quod experimento obseruari in hunc modum potest: Sphæra in mensa statuatur non procul à pariete incrustato & candido; in altera autem parte accensa candela exponatur, quæ vmbram sphæræ in parietem profundat, ipsæque vmbratiles lineæ carbone signentur, vt mutatâ sphærâ, eius proiectionis lineamenta remaneant: deinde, si sphæram tantillùm conuertas, videbis iam in pariete longè aliud proiectionis schema. Quod idem procul dubio eueniet, si parietis loco candidam chartam sphæræ ex auersa luminis parte opposueris, hancque vicissim in diuersos situs commutaueris.

F

VI. *Obser-*

A

VI.

Obseruanda item plani atque oculi ad rem ipsam propinquitas distantiáve.

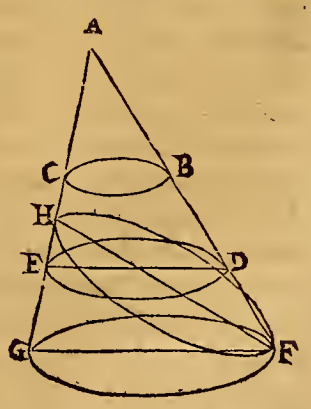
SI res, quæ proijcienda proponitur, firma consistat, fit vt interdum planum, interdum oculus, interdum & planum & oculus longiùs à re ipsa dimoueantur, vel propiùs accedant. Ex horum autem translatione non exigua mutatio in figuram proie-
B ctam inuehitur. Nam si planum inter rem oculumque statuatur, perspicuum est, quò illud propinquius oculo fuerit, eò arctiorem fore proiectionis figuram: si verò res medium locum obtineat, patet, quò planum longiùs à re fuerit, eò ampliùs sese proiectionem expandere, siue oculus rem ipsam contingat, siue interuallo aliquo, quod infinitum non sit, disiungatur. Rursus si sphæra ita oculo obijciatur, vt primarius radius per vtrumque Æquinoctiorum punctum incedat, continget primo quidem proiectionis genere, quod ex infinita erit oculi distantia, tropicos & quotidianarũ circulationum parallelos omnes in rectas lineas profundi: secundo verò proiectionis genere, quod erit ex oculi contactu, accidet illos ipsos parallelos præter Æquatorem in circulos transformari: at tertio genere proiectionis, quod ex iusto erit oculi interuallo, eosdem circulos proijci in ellipses
C continget, solo excepto Æquatore, cuius planum per oculi centrum transit: quæ omnia suis locis infrà demonstranda erunt: nunc autem ostendisse sufficiat, inter cetera, ipsam quoque propinquitatem distantiamque cùm oculi tum plani in Proiectionum rationibus spectandam esse.

VII.

Proiectionum genera non ex ea figurarum diuersitate distinguenda sunt, quæ solam magnitudinem variat, sed ex ea quæ speciem essentiámque mutat.

D

OMNIS illa diuersitas, quæ ex rei ipsius conuersione, vel ex oculi planíve translatione in proiectam figuram infertur, ad duo genera reuocari potest. Quædam enim solummodò auget minuítve; alia verò speciem figuræ immutat, totamque formam penitus diuersam reddit. Prioris exemplum habetur, cùm oculo A circulus B C obijcitur, cuius forma plano excipitur, quod nunc quidem propinquius existit, vt in D E; nunc verò remotius, vt in F G: at situm parallelum semper retinet; nam circulus B C in eiusmodi planum proiectus figuram circuli perpetuò obtinet per 4. propositionem primi Conicorum Apollonij, quamuis ea in
E remotiori loco F G maior sit, quàm in D E propinquiori. Quoniam enim radius opticus, circulum spectatum vndique ambiens, superficies est coni, vt ex prima definitione libri primi Apollonij constat; esto in eo triangulum per axem F A G, & circulorum proiectorum communes sectiones sint rectę lineę D E & F G: erunt igitur D E & F G parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: quòd plana, in quæ circulus proijcitur, ex hypothesi sint parallela: quare per 4. lemma libri quinti æquiangula erũt triangula D A E & F A G; ac proinde per 4. sexti Euclidis vt A F ad A D, ita F G ad D E: sed A F maior est quàm A D, vt totum sua parte: igitur & F G diametrus diametro D E est maior; ac proinde & circulus
F F G maior est circulo D E per 2. duodecimi Euclidis.



Posterioris exemplum erit, si planum mutet obuersionis situm, & subinde quidem sit ipsi circulo B C, qui spectatur, parallelum, vt in D E; aliàs verò obliquum, vt in F H. Quia enim, vt iam antè dictum est, radius opticus circulum B C ambiens est superficies coni, erit in parallela sectione D E proiectio circuli circulus per 4. primi Apollonij; in obliqua verò, nempe F H, nunc parabola, nunc hyperbole, nunc ellipsis, vt ex Conicis Apollonij perspicuè patet.

Cùm igitur duplex sit omnis proiecturæ variatio, vna quæ speciem figuræ penitus immutat, altera quæ solùm auget minuítve: dico ex illa dumtaxat discriminanda esse

proiectionum genera, quæ essentiam figuræ diuersam reddit. Nam proiectionum genera potissimùm distingui debent demonstrationum principiis & constructionum præceptis: at maiores minoresque figuræ eamdem habent demonstrandi rationem, eumdemque constructionis modum: igitur proiectionum discrimina ex solo augmento vel decremento figuræ haberi non possunt; sed ex figurarum differentia, quæ essentiam mutat, peti debent. A

VIII.

Inter proiectionum genera non censeri eam diuersitatem, quæ ex mutato rei situ oboritur. B

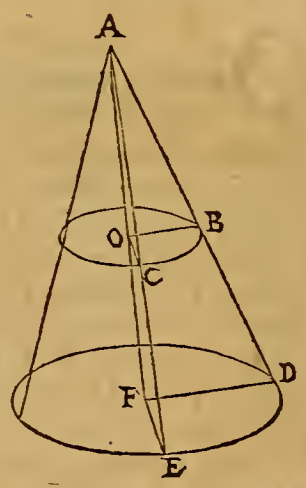
QVAMVIS mutato solius rei situ diuersissimæ proiecturæ, totaque essentiâ discrepantes obueniant; has tamen inter proiecturarum genera nequaquam censendas esse iudicamus, duplici de causa: quarum prima est, quòd ea ratione infinita forent genera proiecturarum; siquidem toties proiectura mutatur, quoties rei situs vel minimam mutationem subit: altera est, eaque magis ex natura desumpta, quòd mutato situ rei, iam non sit eadem res quæ proiectioni subiicitur, sed alia: quamobrem illa sunt diuersa genera proiectionum, quibus eadem res immutata in varias formas proiicitur; sicut illud vnum est proiectionis genus, quo quælibet res, quouis situ, in idem planum, oculo persistente transcribitur. C

IX.

Plani accessus vel recessus speciem proiectionis non immutat, sed solùm auget vel minuit.

MVLTI sunt huius obseruationis casus. Aut enim proiecta figura circulus est, aut ellipsis, aut alia e sectionibus coni, aut certè de genere illarum quæ rectis lineis continentur, quas & multi lateras vocant.

Primò igitur esto oculus A, proiectusque in planum circulus B C, cuius centrum O, sitque aliud planum huic quidem parallelum, sed à visu remotius, quod radios per circuli B C ambitum procidentes excipiat, secansque radiosum conum figuram præbeat D E, cuius centrum F: dico hanc quoque circulum esse. Nam quoniam parallela sunt plana B C & D E, eaq. secantur triangulis A D F & A E F, erunt B O & D F, itemque C O & E F rectæ lineæ parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: quare per 4. lemma libri quinti æquiangula sunt triangula A B O & A D F, rursumque A C O & A E F: igitur per 4. sexti Euclidis quemadmodum se habet A O ad A F, ita B O ad D F: sed vt A O ad A F, ita quoque se habet C O ad E F: igitur per 11. quinti Euclidis vt B O ad D F, sic C O ad E F: & vicissim per 16. quinti Euclidis vt B O ad C O, ita D F ad E F. est verò B O ipsi C O æqualis ex hypothesi, quòd scilicet B C positus sit circulus: itaque & D F ipsi E F æqualis erit: quare & D E circulus erit per definitionem; quod erat demonstrandum. D



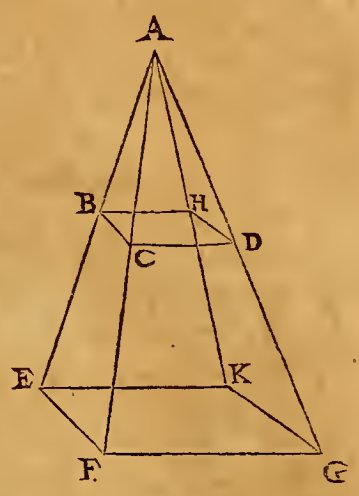
E

Sit deinde B C ellipsis, coniugatæque semidiametri B O & C O, reliquaque eodem modo constructa quo suprà. Quoniam per definitionem 15. Sereni Antinsensis similes ellipses sunt, quarum coniugatæ diametri sese ad angulos æquales secantes eamdem habent proportionem; ostendemus in primis angulum B O C, angulo D F E æqualem esse, adiuuante propositione 10. lib. vndecimi Euclidis: quia videlicet per proximè demonstrata B O ipsi D F, & C O ipsi E F sunt parallelæ; non verò in eodem plano: deinde cùm per 4. sexti Euclidis sit B O ad D F velut A O ad A F, & C O ad E F sicut eadem A O ad eamdem A F; consequens est, vt sit B O ad D F, quemadmodum C O ad E F per 11. quinti Euclidis: igitur & C E ellipsis est, ipsique B C similis. Eodem verò modo in ceteris coni sectionibus fiet demonstratio. F

Quare in rectilineis figuris propositum ostendamus. Sit itaque oculus A, planum verò B D, in quod forma quædam quadrilatera sit proiecta B C D H: dico si planum remoueatur, ita vt locum tantùm, non autem situm mutet, velut in E G, formam in

illud

A illud transfusam E F G K quadrilateram fore, ac ipsi B D similem. Quoniam enim parallela sunt plana B D & E G propter dispositionis similitudinem, vt ad propositionem 31. libri tertij ostendimus, erunt in triangulo E A F latera B C & E F parallela per 16. vndecimi Euclidis, quòd scilicet triangulum E A F vtrumque planum parallelum secet: quare per 4. lemma libri quinti æquiangula erunt ipsa triangula A B C & A E F; ac proinde per 4. sexti Euclidis vt A C ad A F, ita se habebit B C ad E F; & vt A C ad A F, ita quoque C D ad F G: igitur per 11. quinti Euclidis vt B C
B ad E F, ita C D ad F G; & alternatim, vt B C ad C D, ita E F ad F G. Eodem verò modo ostendi possunt & reliqua latera vnius quadranguli reliquis alterius quadranguli lateribus proportionalia.



Quòd autem & anguli angulis sint æquales, ex 10. propositione vndecimi Euclidis demonstrabitur; quoniam enim B C ipsi E F, & C D ipsi F G, ostensæ sunt parallelæ, nec in eodem sunt plano, fit per iam citatam 10. vndecimi Euclidis, vt angulus B C D angulo E F G sit æqualis: sed & ceteri ex eodem capite æquales ostendi possunt: igitur figuræ B D & E G sunt inter se similes per primam
C definitionem sexti Euclidis: quocircà accessus vel recessus plani, si idem situs seruetur, genus proiectionis diuersitate figuræ non variat.

Quòd verò recessu plani proiectio augeatur, ex eo patet, quòd singula latera figuræ E G singulis figuræ B C lateribus sint maiora: ita quippe se habent latera proiecturæ E G ad latera proiecturæ B D, quemadmodum radij toti ad radiorum partes, hoc est vt A E ad A B, sic E F ad B C per 4. sexti Euclidis: sed A E maior est ipsâ A B, tota videlicet sua parte; quare & E F maior est quàm B C, atque ita de ceteris: igitur recessu plani, proiectionis figura augetur, accessuque minuitur; quod erat propositum.

X.

D

Tria Proiectionum genera ex oculi transpositione.

Ex iis quæ modò exposuimus perspicuum relinquitur, omnia Proiectionum genera partim ex oculi translatione, partim ex situ plani prouenire. Porrò in oculi translatione triplex constitutio reperitur, quæ figuram rei in planum proiectæ penitus immutat, videlicet distantia oculi infinita, eiusdem & rei contactus, ac denique iustum interuallum. Quocircà primum Proiectionis genus ex infinita oculi distantia nuncupare decreuimus, alterum ex oculi contactu, tertium ex iusto interuallo.

Quòd autem tribus hisce oculi positionibus figura proiectionis mutetur, vnico exemplo libet ostendere. Esto, gratia exempli, sphæra soli eo pacto exposita, vt Æquator in
E seipsum vmbram profundat, seu vt radius primarius per vtramque partem Æquatoris incedat; sitque postpositum planum quodpiam, cui primarius solis radius per centrum sphæræ actus rectis incidat angulis; videbis inquam non tantùm Æquatorem, qui perpendiculariter soli obijcitur, verùm etiam ipsos Tropicos ac Polares, & quotquot his paralleli sunt, circulos, in rectas lineas procidere; quâuis obliquè omnes, Æquatore excepto, soli obijciantur: cuius rei non alia est causa quàm immensa solis intercapedo, ob quam eæ portiones luminosorum radiorum, quæ sphæram pertranseunt, à veris parallelis sensu distingui non possunt, vt posteà in primo Proiectionis genere diffusiùs explicabimus.

Si verò sublato sole, sphærâ autem planoque consistentibus, candela moderato interuallo obijciatur ad aliquod signum eius lineæ, quæ à centro solaris corporis per sphæræ
F centrum acta ad propositum planum recta est, ceteri omnes paralleli circuli præter Æquatorem in ellipses proijcientur, vt ex sectione coni scaleni facilè demonstrari potest. At si candela sphæræ proximè admoueatur, vt eam ferè contingat in puncto aliquo Æquatoris, omnes iidem paralleli, excepto Æquatore, in circulos proijcientur, vt suo loco demonstrabimus. Ex his itaque perspicuum cuiuis esse potest, triplex esse Proiectionis genus ex triplici oculi statione proueniens, quæ omnia planiùs fusiusque exponentur, cùm de singulis Proiectionum generibus ex instituto sermo instituetur.

A

XI.

Triplex item Proiectionis genus ex ipsius plani conuersione.

QVOT Proiecturarum genera ex oculi accessu recessuque, totidem ex variata plani obuersione prouenunt: nam planum quandoque directè aspectui obuersatur, sic vt radius principalis in id rectis incidat angulis, ex quo primum genus procreatur; aliàs primario radio parallelum est, quæ dispositio perpendicularem obiectionem quodam modo imitatur, & secundum genus proiectionis constituit; aliàs demum radio principali obliquum est, vnde tertium enascitur genus, idque multiplex ac varium B pro varia obliquitate: nam quæcumque præter hæc reliqua sunt plana, quoniam vtrumque reliquorum obliquè secant, ad vnum Proiecturæ genus commodissimè referuntur.

Hæc tria Proiectionum genera, quamuis eo, vti dictum est, modo distingui possint; quia tamen nullum habent insignem aut peculiarem vsum, quemadmodum illa, quæ ex oculi transpositione proxima obseruatione recensuimus, neutiquam ea inter Proiectionum genera, quæ absolutè pronuntiantur, admittere decreuimus, ne multiplicatio nominum rebus vtilioribus officiat. Tria itaque esse dicimus Proiectionum genera absolutè prolata. Primum, quod & Orthographice nuncupatur, ex infinita oculi distantia. Secundum, ex contactu, quod & Stereographice non incongruè potest appellari: quare C vt ea vox in vsum venire liberè possit, dum alia melior non occurrit, Lector, veniam dabis. Tertium, quod Scenographice vulgò nominatur, ex iusto oculi interuallo.

XII.

Quæ in Proiecturas veniunt, sunt vel puncta, vel lineæ, vel superficies.

ENVMERATIS Proiectionum generibus, superest ea quoque recensere, quæ in Proiectionis vsum veniunt. Sunt autem ea vel puncta, vel rectæ curuæque lineæ, vel planæ superficies; eæque aut rectilineæ aut circulares: non quidem quà hæc D talia sunt (sic enim ad Geometriam spectant) nec quà sub aspectum cadunt, quo pacto ea considerat Optice: sed quà in oppositum quodpiam planum velut transfusa cernuntur. Sic quod absolutè totius Geometriæ est argumentum, id propria quadam adiectione Optice & Proiecturarũ scientia in propriam adducunt contemplationem. Porrò irregulares lineæ, & quæ nullo certo ordine incedunt, sed huc illucq; oberrãt, Proiectionum legibus non continentur: sed designatis primùm aliquot locis per quæ transire debent, per horum posteà interualla manu ducẽdæ sunt, quoad fieri potest accuratissimè.

Sub rectis lineis comprehendi volumus omnes quoque figuras rectilineas: nam proiectis ipsarũ peripherijs per rectarũ linearum pręceptiones, iam ipsæ figuræ proiectæ erunt; cùm ipsæ nil sint aliud, quàm spatia, seu areæ rectarum linearum ambitu comprehensæ. E

Notandum verò hoc loco est, quod & non semel superioribus libris monuimus, quamuis linea latitudinis, punctum verò partium sit expers; asserimus tamen ea videri, non quidem vt puncta lineásve Mathematicas, seu penitus insectiles; sed punctum velut exiguum quiddam instarque minimi, & lineam ceu quamdam tenuissimam longitudinem. Nam tametsi id omne quod videtur magnitudine aliqua præditum necesse sit esse, vt libro primo, propositione 54. est demonstratum; tamen cùm visus noster corporeo organo sit insertus, oportet in obiectis aliquem paruitatis terminum statumque agnoscere, infra quem ob nimiam attenuationem cerni nequaquam possit. Hoc itaque minimum, si spectabilem longitudinem latitudinémve habeat, dicimus lineam aut superficiem; sin minùs, punctum: quo sensu quæ deinceps de his dicentur, erunt F intelligenda.

XIII.

Linearum & circulorum triplex aspectus.

LINEÆ & circuli trifariàm omnino conspiciuntur, tot scilicet modis, quot dispositionum differentijs aspectui obuersari possunt, nempe perpendiculariter, directè, & obliquè. De qua re plura vide Lector in præfinitionibus ad propositionem 31. libri tertij.

XIV. *Sphæ-*

A

XIIII.

Sphæræ in mobilem atque immobilem diuisio.

QVONIAM ea cœpimus recenſere, quæ in Proiectionis vſum veniunt, nempe puncta, lineas, & ſuperficies; in his verò præcipuum locum obtinent illi qui in ſphæra ſunt circuli, vtpote quorum proiecturæ maximas adferunt vtilitates: eam ob rem neceſſarium duxi illos quoque hoc loco breuiter explicare, in gratiam potiſſimùm eorum, qui viuas illorum imagines memoriæ impreſſas non habent. Cæleſtes circuli in duas primùm claſſes diſtribuendi ſunt.

B Nam ſphæra vna mobilis eſt, altera immobilis. Mobilem voco eam, quæ circulos continet lationum, ceu ab aſtrorum motu cælo impreſſa veſtigia, cuiuſmodi ſunt Æquator, Tropici, Ecliptica, Polares, &, qui hos in partes diuidunt, Coluri. Immobilem verò illam appello, in qua circuli ſunt diſtinctores, qui videlicet partes lationum momentaque diſcriminant, in quorum numero continentur Horizon, Meridianus, & his paralleli, itemque Horarij, Verticales, declinationum, latitudinum, poſitionum, ac cæleſtium domorum. Rectè verò mobilis illa dicitur, quòd propria circulatione ſecum omnia aſtra circumducat: hæc autem immobilis, quòd reuerà quieſcat, aſtriſque præterlabentibus firma conſiſtat, non ſecùs ac ſcopulo inſiſtens pharus aduentantes opperitur naues, & prætereuntes nequaquam inſequitur. Sic inquam Meridianus aſſur-
C gentem ſolem immotus præſtolatur, & occumbentem abire permittit; hoc tamen diffitendum non eſt ſphæræ immobilis circulos mutato Climate pariter mutari: non enim omnibus regionibus idem Horizon, aut idem Meridianus, aut ijdem reliqui circuli, ſed cuique loco proprij, vt ex doctrina ſphæræ conſtat. Hinc tamen inferre minimè licet, ſphæram, in qua hi circuli ſunt, mobilem eſſe: mutabilis quidem eſt pro regionis ac Climatis diuerſitate; at neutiquam mobilis: non enim illa vſquam mouetur; ideoque verè ἀπλανὴς, quæ vox ſtabilitatem firmitatemque ſignificat.

XV.

Circuli ſphæræ primò mobilis.

D

PRÆCIPVVS circulus ſphæræ primò mobilis ÆQVATOR eſt, ſiue ÆQVINOCTIALIS, ita dictus, quòd dies noctesque exæquet: cùm enim in illo eſt ſol, dies noctibus æquales eſſe neceſſe eſt: ſiquidem Æquator circulus eſt maximus, cuius proinde media pars ſupra Finitorem eminet, media verò infra procumbit per 6. propoſit. primi Sphæricorum Theodoſij. Sunt autem Æquatoris poli ijdem, qui & totius mundi.

Huic concipiendi ſunt animo circuli non maximi PARALLELI ex vtraque parte multitudine infiniti, per ſingulos gradus ac momenta incedentes, quorum proprium ſit munus aſtrorum declinationes indicare, quæ nimirum ſtella longiùs ab Æquatore di-
E ſtet, quæve propinquior ſit, aut æquè diſtans; quæ item magis minúſve in Boream vel Auſtrum vergat; quo demum loco Horizontis ſingulæ oriantur, & occidant. Nam quæ in eodem ſunt parallelo, eamdem habent declinationem, idemque in Horizonte ortus & occaſus ſignum: quæ verò in minore ſunt parallelo, declinationem habent maiorem, propiuſque ad Boream vel Auſtrum oriuntur & occidunt.

Inter hos circulos parallelos celebrantur DIVRNI, quorum medius Æquator, extremi Tropici, gradibus circiter viginti tribus & medio ab Æquatore diſiuncti: ceteri autem ex vtraque parte Æquatoris ordine ſequentes impari interuallo ab inuicem diſſident; nam verſus Tropicos arctiùs coarctantur, quam iuxta Æquatorem, propter Eclipticæ obliquitatem: per ſingulas enim portiones Eclipticæ incedunt, quas ſol vi-
F gintiquatuor horarum ſpatio proprio motu percurrit; quæ licet æquales inter ſe ſint, quia tamen quantò longiùs ab Æquatore, tantò obliquiùs à diurnis parallelis interſecantur, fit, vt horum intercapedines anguſtiores ſemper euadant. Sunt porrò hi paralleli circuli veſtigia illarum lationum, quas ſol quotidie circa mundi axem perſoluit. Ex quo perſpicuum eſt, quamuis circulari forma in ſphæra deſcripti cernantur, non eſſe tamen eos verè circulos, ſed vnius ſpiralis lineæ volumina; quippe ſolis motus ſiue diurnus, ſiue annuus, continuus eſt, minimeque interruptus. Qui igitur ex vtroque conflatur, per vnicam incedit lineam multis circulationum voluminibus intortam, quam Spiram vocant. Quia tamen hæc in ſphæra difficilem habet conſtructionem, & exi-

guum est eius & circulorum discrimen, solent pro circulis haberi. Horum munus est A
dies cùm naturales tum artificiales repræsentare: nam illorum portiones quæ supra Horizontem extant, dies; quæ verò infra depressæ latent, noctes indicant.

Post diurnos parallelos etiam nominantur Polares, ARTICVS, & ANTARCTICVS, tantum à Polis distracti, quantum Tropici ab Æquatore, hoc est gradibus fermè viginti tribus & medio. Sunt enim vestigia Polorum Ecliptice qui circa mundi polos quotidie circumferuntur: neque alium vsum habent, quàm vt Zodiaci polos deferant: quantum ergo Ecliptica declinat ab Æquatore, tantum Polares circuli distant à polis mundi. Nam mundani poli ab Æquatore, sicut Poli Zodiaci ab Ecliptica quarta cæli parte absunt: quadrantes verò qui à Polis mundi ad Æquatorem, & à Polis Zodiaci ad B
Eclipticam pertinent, quoniam communer habent eam portionem, quæ inter Tropicos & Polares circulos interiacet, hac sublata relinquuntur distantiæ ab Æquatore ad Eclipticam, & à Polis mundi ad Polares circulos æquales per communem notionem.

Præter hos, insignes quoque sunt duo illi qui Horizontem leui tantùm attactu lambunt, quorum alter qui supra Horizontem extat, omnium semper apparentium maximus est, alter verò qui subtus delitescit, maximus item omnium eorum qui numquam apparent.

ZODIACVS lata quædam est zona totam sphæram in ambitu cingens, & omnium planetarum declinationes sua latitudine complectens, per cuius medium ECLIPTICA decurrit, circulus inquam maximus, à proprio motu solaris corporis re- C
lictus, atq. obliquè Æquatorem duobus in locis intersecans, quæ Æquinoctia vocantur, quòd cùm hæc sol attigerit, dies noctibus æquales vbique terrarum efficiat. Horum alterum vernum dicitur, à quo videlicet Eclipticæ semicirculus Borealis progressione ab occasu in ortum facta, initium sumit; alterum verò autumnale, à quo alter semicirculus Eclipticæ eodem modo inchoatur. Reliqua autem duo puncta, quæ maximè ab Æquatore discedunt, Solstitia nuncupantur, quòd vbiuis locorum sol stare quodammodò videatur, cùm primùm ad alterum illorum ab Æquatore discedens peruenerit. Et Boreale quidem solstitium illud, quod in Boream vergit, idemque nobis æstiuum; illud verò Australe, quod propiùs ad Austrum declinat, nobis hiemale nuncupatur. Distribuitur Ecliptica in signa duodecim, quorum hæc nomina versu comprehensa, pro- D
priique characterismi.

♈ ♉ ♊ ♋ ♌ ♍

Sunt ARIES, TAVRVS, GEMINI, CANCER, LEO, VIRGO,

♎ ♏ ♐ ♑ ♒ ♓

LIBRAque, SCORPIVS, ARCITENENS, CAPER, AMPHORA, PISCES.

Ex his signis sex illa, quæ priore versu continentur, Borealia sunt, nobisque æstiua; reliqua verò Australia, ac nobis hiberna. Rursus Aries & Libra Æquinoctialia sunt, quòd eorum initijs noctes diebus æquari contingat; Aries quidem vernum, Libra verò autumnale. Similique causa Cancer & Capricornus signa sunt Solstitialia; hoc brumale, E
illud æstiuum.

Eclipticæ adiungendi sunt paralleli numero infiniti, quorum scilicet proprium sit munus stellarum latitudines indicare, hoc est, quantum vnaquæque ab Ecliptica disiungatur: nam quæ in eodem versantur parallelo, eamdem habent latitudinem; quæ verò in propinquiori, minorem; at maiorem, quæ in remotiori sunt parallelo.

Quos hactenus enumerauimus circulos, duo sustinent Coluri, circuli in sphæra maximi, sese in vtroque mundi Cardine ad rectos sphærales angulos intersecantes, quorum alter vtrumque Æquinoctium, alter vtrumque Solstitium pertransit: quocircà hic Solstitiorum, ille Æquinoctiorum Colurus vocitatur. Præter Coluros sunt & alij circuli, quos DECLINATIONVM vocant, ijque maximi, & per mundi polos singulaque F
puncta Æquatoris traducti, sic appellati, quòd stellarum declinationes ab Æquatore metiantur: est enim stellæ declinatio arcus circuli maximi per polos stellamque transeuntis, is inquam arcus, qui stellam inter & Æquatorem interiacet.

LATITVDINVM circuli sunt & ipsi maximi, per Eclipticæ polos & singula eius puncta descripti, ita vocati, quòd stellarum latitudines, id est distantias ab Ecliptica contineant: nam latitudo stellæ est circuli portio, quæ inter stellam & Eclipticam intercipitur.

Atque hi omnes circuli mobiles sunt, quippe indefessa latione supremi mobilis circumagun-

A cumaguntur: quos autem proximè recenſebimus, immobiles ſunt, vtpote qui in eadem mundi plaga eumdem ſemper ſitum diſpoſitionemque retinent.

XVI.

Circuli ſphæræ immobilis.

IN ſphæra quieſcente primus eſt HORIZON, Latinè FINITOR, ita dictus quòd hemiſphærium ſuperum ab infero dirimat. Ab iſto ſanè longo interuallo diſtat Horizon ille, qui non abſolutè, ſed additione quadam ſpectabilis dicitur: hic namq; eam B dumtaxat terræ portionem, quam viſu complectimur, ceu extimus terminus circumſcribit, non ampliùs duorum millium ſtadiorum dimetientem habens, vt Proclus inquit in Sphæra, vel vt Macrobius in ſomnum Scipionis libro 1. & libro 7. Saturnalium, ſtadia trecenta ſexaginta: putat enim aſpectum noſtrum per terræ planam ſuperficiem non vltra centum octoginta ſtadia protendi, cùm verò hucuſque oculorum acies attigerit, deficere, quòd terra inde manifeſtè curuetur. Hic ergo numerus ex vtraque parte geminatus viſibilis Horizontis dimetientem complet ſtadiorum 360. at is qui abſolutè Horizon dicitur, cùm ſit de numero maximorum circulorum, ſphæram vniuerſam bifariàm ex æquo partitur. Polos habet ſummum cæli faſtigium, quod Arabes Zenith, imumque Nadir: Horizon orientium occumbentiumque ſiderum eſt index, ac diem C artificialem à nocte ſeiungit.

Ex Polis Horizontis innumeri circuli non maximi in ſphæra deſcribuntur, qui omnes Horizonti ſunt paralleli: hos Arabes ALMVCANTARATH nominant, nos ALTITVDINVM circulos, eisque proprio ex munere incumbit ſtellarum eleuationes ſupra Horizontem indicare. Sæpè namque in rebus Aſtronomicis vſu venit ſcire quantum iter ſol aliúdve ſidus ſupra Horizontem ſcandendo confecerit; id quod hi paralleli demõſtrant: quoniam quæ in eodem ſunt parallelo, eamdem habent altitudinem, illa verò maiorem quæ in parallelo ſunt vertici propinquiore. Dubia illa lux, quæ ante ſolis exortum diem antecedit, & poſt occaſum ſubſequitur, quà diei proxima eſt, Horizonte terminatur, quà verò ad noctem accedit, CREPVSCVLARI circulo: eſtque is altitudinum circu- D lis haud abſimilis, quippe vt illi, parallelus Horizonti, atque ex iiſdem Polis deſcriptus: at gradibus 18. aut vt Alhazeno nonnulliſque aliis placet, 19. ſubtus depreſſus.

MERIDIANVS eſt circulus maximus per vtrumque mundi cardinem ac cæli verticem incedens: is ad Horizontem rectus eſt, omneſque diurnorum parallelorum portiones, quæ vel ſupra Horizontem aſſurgunt, vel infra demerguntur, bipartitò diuidit. Quare inde acceptum videtur nominis Meridiani etymon, quòd medium diei ſignet: cùm namque ad eum quodcumque ſidus attigerit, medium curſum ab ortu ad occaſum ſuprà vel infrà ab occaſu ad ortum confecit.

VERTICALES, quos Arabes Azimuth nominant, circuli ſunt in ſphæra maximi, per Polos Horizontis acti, indeque velut à communibus congreſſionum punctis diſce- E dentes, in ſingula puncta Horizontis rectis angulis incidunt: è quibus is, qui per communes interſectiones Æquatoris & Horizontis tranſit, propria appellatione Verticalis primarius nuncupatur. Inter hos circulos connumeratur Meridianus, cùm & ipſe per verticem incedat, & ad planum Horizontis ſit rectus. His circulis id muneris ex inſtituto iniunctum eſt, vt vnà cum parallelis Horizontis ſeu altitudinum circulis vera loca aſtrorum determinent. Si enim compertum fuerit quantum ſol ſupra Horizontem conſcenderit, quantumque à Meridiano deflectat, verus ipſius locus cognitus erit; illud verò paralleli Horizontis, hoc autem Verticales oſtendunt.

HORARII circuli pro varietate horarum variam habent in ſphæra conſtitutionem: nam qui horas Aſtronomicas ſeu à meridie vel media nocte inchoatas diſtinguũt, F circuli ſunt maximi per vtrumque Polum mundi, & æquales portiones Æquatoris, traiecti: cumque ij ſint numero duodecim, palàm eſt illis Æquatorem, omneſque ipſius parallelos in partes 24. diſtribui: ſinguli namque Æquatorem duobus in locis interſecant: horum præcipuus eſt Meridianus, in quo hora vtrimque notatur duodecima, ex vſu noſtro, qui non ad vigintiquatuor vſque horas numeramus; ſed poſt duodecimam, iterùm primam, ac reliquas deinceps, vt priùs, repetimus: alter verò eſt circulus Hectemorius, ſeu horæ ſextæ, priorem ad rectos ſphærales angulos diuidens, eodemque ordine ceteri ab hora qua ex vtraque parte ſignantur, nomen accipiunt.

Qui horas ab ortu vel occaſu diſcriminant, ſunt ipſi quoque circuli maximi, qui tamen

men in vnum aliquod punctum neutiquam congrediuntur: sed circulos illos Æquatori parallelos semper apparentium, semperque delitescentium maximos in iis locis contingunt, vbi ab astronomicis circulis horariis intersecantur. In quorum tribum præcipuè referendus est Horizon, à quo horarum numeri principium ducunt; qui autem deinceps sequuntur, per æquales portiones Æquatoris omniumque parallelorum incedunt. A

Ad inæquales porrò antiquorum horas quod attinet, tametsi omnes qui hactenus de Sciotericis scripsere, in ea fuerint sententia, vt existimarent horas illas maximis circulis internosci, qui scilicet per trium circulorum, hoc est Æquatoris & Tropicorum, diurnas aut nocturnas partes duodecimas describuntur: id tamen magnus noster Clauius, Mathematicorum præsentis æui facilè princeps, non minùs solidè quàm acutè in suo Astrolabio, lemmate 39. primi libri confutauit, docuitque in sphæra obliqua non eosdem circulos, qui per impares horas Æquatoris & Tropicorum incedunt, etiam per inæquales horas intermediorum parallelorum transire. B

Qui DOMOS cælestes dirimunt, sex omnino sunt circuli maximi, qui vniuersam cæli amplitudinem in 12. velut domicilia distinguunt. E communibus intersectionibus Meridiani & Horizontis principium ducunt, indeque ex sententia quidem Ioannis Regiomontani per duodecimas partes Æquatoris, vt autem Campano placet, per duodecimas partes verticalis primarij cuiusque loci abscedunt.

POSITIONVM circuli ipsi quoque de numero sunt maximorum, per communes intersectiones Meridiani & Horizontis (vt illi qui domos cælestes discriminant) singulaque cæli puncta traiecti: ita nuncupati, quòd positionem cuiusuis stellæ, comparatione domiciliorum cælestium indicent, an inquam ea in prima, an in secunda sit domo, & num in principio, num in medio, num in fine. Ex quibus patet ipsos quoque domorum cælestium circulos inter Positionum circulos connumerari. C

Præter hos omnes vtriusque sphæræ circulos innumeri alij haud dubiè mente concipi possunt, cùm maximi, tum non maximi; quandoquidem per quælibet duo puncta maximus circulus in sphæra describi queat, vt ex Sphæricis elementis Theodosij constat l. 1. prop. 20. Hi itaque omnes, non secùs ac illi quos proximè recensuimus, in Proiectionum materia continentur, quos proinde iisdem legibus subiectos esse volumus, ne quidquam, quod ad amplissimam huius scientiæ materiam spectet, prætermissum esse videatur. D

AXIOMA.

Ibi est locus rei, vbi radius opticus per rem ductus planum attingit.

HOC pronuntiatum maioris omnino momenti est, quàm prima fronte nonnulli videbitur: quamobrem prætermittendum non fuit, sed, vti par est, primo etiam loco reponendum, vtpote omnium Proiecturarum fundamentum. Est porrò de numero illorum, quæ nulla possunt demonstratione fulciri, sed velut per se nota ab omnibus, qui mente ac ratione pollent, liberè conceduntur. Et sanè qui Proiectionum naturam penitiùs inspexerit, facilè animaduertet nullo alio loco plani rem visam excipi posse, quàm vbi radius opticus per rem ductus planum attingit, cùm hoc ipsum sit Proiectio, ac rem proiici nil aliud, quàm eius speciem recta profluentia ad planum vsque protendi. Quocircà videtur hoc axioma tantæ esse consequentiæ, vt qui hoc solum diu multumque mente complexus sit, vniuersam Proiectionum scientiam propria industria consequi possit. Perfacile namque est à dato oculo, per quoduis punctum rei propositæ, ad planum vsque rectam lineam cogitatione extendere, atque ita totius rei proiecturam in plano inuenire; quandoquidem communes horum radiorum, & plani contactus fiunt loca proiectarum partium autographi, vt axioma significat: quia tamen non omnis tellus ex paruo semine ingentem messem proferre est apta, siue propter cæli inclementiam, siue quòd infertilior sit gleba; ideò omnibus consulendum fuit, & iis scilicet qui propter ingenij obscuritatem vim propositi principij non penetrant; & iis qui propter hebetudinem ea quæ circumstant non prospiciunt; & iis qui propter tarditatem ea quæ inde ceu ex fonte riuuli emanant per se elicere non valent: igitur quæcumque in posterum de Proiectionibus docebimus, nil erunt præter huius axiomatis explicationes, eiusque velut exemplis enucleatus vsus. E F

DE

A

DE ORTHOGRAPHICE PRIMO PROIECTIONIS GENERE, EX INFINITA OCVLI DISTANTIA.

B

PRÆFATIO.

HOC Proiectionis genus in quo oculus à re infinitè abesse supponitur, præ ceteris ingeniosissimum est, atque ad plurimos vsus necessarium. Eo verò non tantùm circuli qui in cælesti sphæra sunt, verùm etiam ædificia, & quæcumque libuerit describenda occurrunt. Sic enim Vitruuius monet l. 1. c. 2. posteaquam futuri ædificij planum, quod vocant, Geometricum ichnographicè delineatum est, è vestigio cuiusque lateris insisten-
C tis frontem directè obuersam orthographicè designari oportere, vt iam totius operis fabrica, atque ornatus tum interior tum exterior apertiùs conspiciatur. Ad hanc item normam celebre illud Ptolemæi Analemma deformatum est, de quo peculiarem libellum ipse inscripsit, & hunc posteà Federicus Commandinus propria commentatione illustrauit. At quia obscurissima illa Ptolemæi tractatio Commandini industriâ non tantum splendoris est adepta, quantum pro dignitate atque amplissimo vsu promerebatur, statuimus nostram quoque opellam huic negotio impendere, ac demonstrare ea omnia quæ ad perfectam Analemmatis Ptolemaici explanationem faciunt ex huius proiectionis arcanis
D manasse. Docebimus inquam, quo pacto hoc genere Proiectionis omnes sphæræ circuli, quouis situ obiectæ, in planam formam conijci possint: vnde posteà eæ vtilitates prouenient, numero sanè infinitæ, quæ ad Gnomonices, & ad Astrolabij, & ad Sphæræ cælestis ac terrestris vsum pertinent; quas, vti aliàs polliciti sumus, sparsis hinc inde consectariis, vbi commodus locus erit, inseremus: si tamen, priùs quàm ad vsum veniamus vniuersè demonstremus, quo pacto indiuidua signa, & lineæ, & circuli omnifariàm spectati in planum transcribi debeant.

E Porrò quoniam hoc Proiectionis genus ex infinita oculi distantia totum pendet, quænam ea sit, & quæ eam affectiones comitentur, ante omnia considerandum est. Itaque infinitam distantiam in præsenti tractatione illam eamdem appellamus, quam libro quarto definitione 2. ad distantiæ fallacias immoderatam esse diximus; hoc est non simpliciter ac verè interminatam, sed rudiori quodam loquendi modo admodum magnam & comparatione aspectus nostri quodammodò infinitam, qua videlicet partes, quæ sensibilem habent proportionem ad totum, sic oblitescunt, vt excessus defectusq; discerni nequeant, qui alioquin è viciniori loco, minoriq; interuallo facilè percipi possunt. Non
F est verò ea distantiæ infinitudo, seu potiùs iniustitia in indiuiduo cõstituta: nam vt ibidem ostendimus quæ magno spectabili mediocris est, ea paruo est immoderata, & eo, quo nunc loquimur modo, infinita: magnum siquidem visile è remotiori loco cernitur, quàm paruum; sic ea quæ terram inter lunamque distantia intercedit, infinita est, hominum quidem, at non totius terrei orbis comparatione. Ex quo fit, vt lunæ aspectus ad solem nobis non sit vbique terrarum idem, & cùm sol nobis interposita luna eripitur, non eadem apparentia eodem tempore in ceteris terræ regionibus aspectantibus exhibeatur:

beatur: at solis intercapedo terræ comparatione est infinita: quare si quispiam è loco solis terram despiceret, hæc puncti instar videretur. Vnde qui Gnomonica tractant, æquidistantium gnomonum vmbras pro parallelis habent, nihilque interesse arbitrantur, an in centro vniuersi, an verò in terræ superficie solares indices constituantur; cùm tamen si summo iure veritas exigatur, nec terræ ingens moles verè sit punctum, nec parallelæ sint æquidistantium gnomonum vmbræ, nec vspiam alibi horolabia illa valere possint, præterquam in centro mundi collocata: vbi nimirum Gnomon mundano axi, & planum in quo horizontales horæ inscriptæ sunt, finitori ad amussim respondeat. A B

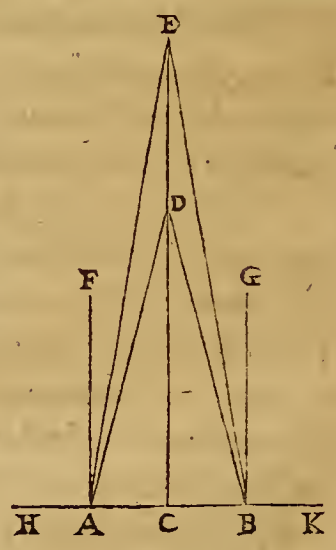
Vt verò planiùs hæc infinitudo distantiæ intelligatur, libet hoc exemplum, quod ad rem propositam facit, attexere. Finge animo corpus sphæroides à te eminus videri: & quamquam fieri nequeat, vt pars eius exactè media comprehendatur per 82. libri quarti; quò tamen oculus longiùs abfuerit, eò pars spectata propior hemisphærio erit per 83. eiusdem libri quarti, ac tandem eò vsque abduci oculus poterit, vt partis visæ à non visa discrimen internosci nequeat. Quod cùm accidet, infinita erit ea distantia, quæ hac velut propria nota à finita distinguitur, quòd visibilium diuersitatem, quæ ex minori interuallo diiudicari commodè potest, extra conspectum deferat. Auctâ siquidem distantiâ, res visiles sensim attenuantur, illâ autem ad infinitum tandem productâ, res ipsæ in punctum inuisibile, seu quod sensu percipi nequit, rediguntur. C

PROPOSITIO I. THEOREMA.

In Orthographicis proiecturis radios ducere conuenit parallelos.

HÆC præcipua est infinitæ distantiæ proprietas, ac totius Orthographices fundamentum, radios nimirum, qui ad omnes rei transcribendæ partes attinent, in plano pari interuallo ducendos esse. Id verò ex infinita distantia consequens esse ita ostenditur: D

Exponatur recta quædam linea A B, cui A F, B G & C D ad rectos sint angulos, perque harum mediam C D infinitè protractam visus incedat, & nunc propinquior sit, vt in D, nunc remotior, vt in E: quoniam igitur per 21. primi Euclidis maior est angulus A D B angulo A E B, erunt duo reliqui anguli E A B & E B A, duobus reliquis D A B & D B A maiores: quare & lineæ E A & E B ad perpendiculares A F & B G propiùs accedunt quàm D A & D B; atque ita, quò longiùs oculus defertur, eò semper radiorum anguli ad basin A B duobus rectis propinquiores fiunt, cùm residui anguli E A F & E B G semper minores euadant: si igitur E ab A B infinitè distet, consequens profectò est, vt anguli E A F & E B G insensibiles sint, cùm hi anguli reliquos qui ad basin sunt, nempe E A B & E B A, à non rectis discriminent: ignoratâ autem hac differentiâ, necesse est angulos E A B & E B A, qui ad basin sunt, pro rectis haberi per 28. primi Euclidis, adiuuante sexto axiomate libri quarti huius operis. E



Eius generis exempla quàm plurima in medium adferri possent; quæ ideò prætermittimus, quòd illorum omnium vna sit causa, puta immensa visus reique aspectatæ intercapedo, quæ si non rem totam, saltem minores aliquas eius partes, vel maiorum etiam differentias, hoc est excessus defectusque videri minimè concedit, vt proinde æqualia illa videantur, quorum nullum discrimen percipitur. F

Hoc tamen ad propositi confirmationem iam dictis adiungi potest, si in planum A B ab oculo E longissimo interuallo disiuncto quotcumque radij obliquè procidant, puta E A & E B, ij videantur directè incidere: nam per 35 libri quarti obliquitas obiecti ex immoderata longinquitate non dignoscitur: igitur æquales apparebunt anguli E A H & E A B,

A E A B, itemque E B K & E B A æquales: atque ea propter normalis aspectui apparebit vterque radiorum E A & E B ipsi A B; quare & pro parallelis habebuntur per vigesimam octauam propositionem libri primi Euclidis.

Rursus cùm parallelæ rectæ lineæ, definitore Euclide, eæ sint quæ quantumuis productæ, numquam concurrunt, & illæ quoad aspectum parallelæ erunt quæ longiùs prouectæ nusquam concurrere videntur. Igitur quarum concursus adeò est longè dissitus, vt obtutus actiuitatem excedat, eæ ita se habent ac si nusquam conuenirent: & quemadmodum loco reipsa infinitè remoto congredi, est nusquam verè congredi; sic illæ non videntur concurrere, quarum congressionis terminus vltra aspectum deportatur. Quo-
B circà quæ à communi puncto procidunt infinitè dissito, hoc est extra aspectus actiuitatem constituto, eæ aspectui parallelæ apparent; ac proinde in orthographicis proiectionibus radij paralleli ducendi sunt, nulla habita oculi ratione. Ex omnibus tamen qui ad varias partes rei obiectæ pertinent, vni principatum concedimus, ei scilicet qui per centrum transit, aut certè cui iam à principio liberè constituto ceteri ducuntur paralleli; quem proinde Principalem & Primarium deinceps appellabimus, vtpote cuius comparatione tota proiectionis ratio consistit.

Ex his facilè apparet ratio, cur hoc proiectionis genus Orthographice sit nũcupatum, quasi enim dicas descriptionem ex radiis ad planum rectis: nam linea quæ plano ad perpendiculum insistit, Græcè ὀρθὴ, aptiusque Latinè Recta dicitur: plano autem quod di-
C rectè aspectui obuertitur, radij omnes ad rectos angulos incidunt, vt iam ostensum est. Quamuis & aliud esse possit huius nominis etymon, quòd videlicet hæc proiectio non fiat profusis per rem ipsam radiis; sed re potiùs ad planum vsque recto itinere promota: sic enim omnia rei puncta lineis parallelis incedunt, seruato nimirum eodem semper interuallo; & vbi hæ planum intersecant, illic singulæ rei partes sui quodammodò imaginem imprimunt, quam primitiuæ rei dicimus proiecturam.

PROPOSITIO II. THEOREMA.

Punctum semper in vnum aliquod subiecti plani punctum
D *orthographicè profunditur.*

NAM si non in punctum, sed in lineam proijceretur, consequens foret vt radius opticus per punctum visile extensus, dum plano occurrit, partem eius aliqua longitudine præditam attingeret: cumque pars plani, quam radius opticus attingit, cum ipso radio vnam eamdemque lineam efficiat, sequeretur porrò eiusdem rectæ lineæ partem quidem in subiecto esse plano, partem verò in sublimi; quod primæ propositioni vndecimi libri Euclidis aduersatur: fieri ergo nequit vt punctum in lineam proijciatur, multò verò minùs in superficiem, seu plani subiecti portionem quæ latitudinem habeat, transferri potest, cùm ipsum pri-
E mitiuum punctum latitudinis sit expers: itaque necesse est punctum in plani punctum semper profundi; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO III. THEOREMA.

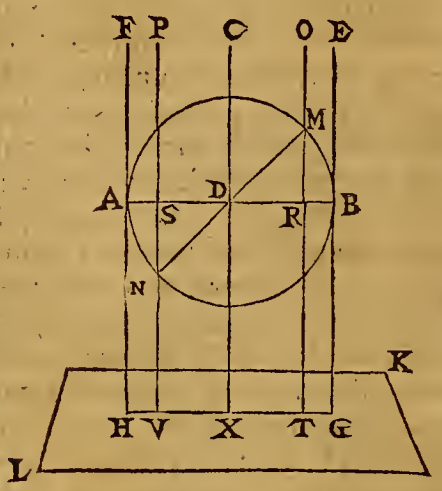
Recta linea perpendiculariter aspectata semper proijcitur in punctum.

QVONIAM per definitionem perpendicularis situs ante propositionem 31. libri tertij explicatam, linea cùm perpendiculariter cernitur, ita oculo ob-
F uertitur, vt in directum producta centrum visus attingat; hinc fit, vt obiecta perpendiculariter linea cum optico radio vnam rectam lineam efficiat: hæc autem ad planum vsque protracta illud in solo puncto intersecat, vt præcedente propositione ex eo ostensum est, quòd alioquin eiusdem rectæ lineæ pars quidem in subiecto foret plano, pars verò in sublimi, aduersus primam propositionem lib. vndecimi Euclidis: igitur recta linea perpendiculariter aspectata semper in punctum propositi plani orthographicè proiicitur, quippe illic est locus rei in plano, vbi illud radius opticus per rem ductus in transitu attingit, per commune Proiectionum axioma superiùs explicatum.

PROPOSITIO IV. THEOREMA. A

Recta linea directè intuita in rectam proijcitur lineam, eamq; maximam.

ESTO linea AB directè aspectui obiecta, in quam proinde radius principalis CD rectis incidat angulis, per ea quę ad propositionem 31. libri 3. sunt prædefinita. Si itaq; per extremitates propositæ lineæ A & B radij ducantur, tum principali radio, tum inter se paralleli, puta FA & EB, vt prima propositione faciendum esse docuimus, erunt duo hi radij vnà cum principali CD omnes in eodem simul plano per 1. lemma huius libri. Hoc ergo planum si producatur versus tabulam KL, donec eidem occurrat in GH, erit GH, communis scilicet vtriusque sectio, recta linea per 3. vndecimi Euclidis: quamobrem recta linea directè intuita in rectam proijcitur lineam; quod primò demonstrasse oportuit.



Nunc GH maximam esse omnium illarum in quas recta AB proijci potest, ita probabitur: Finge rectam AB circum D velut centrum in orbem conuerti, sic vt eo motu AB à directo situ in obliquum MN commutetur: ductis igitur per extremitates M & N radijs parallelis OM & PN; quoniam cum his ipsa MN obliquos angulos facit, secabunt OM & PN circulum per 16. tertij Euclidis: quare & diametrum AB secabunt in punctis, exempli gratia R & S; erit igitur RS minor ipsa AB, vt pars totâ: quocircà & proiectura TV ipsâ GH minor erit, vt pars totâ: itaque GH maxima est illarum omnium, in quas AB proiici potest; quod secundo loco fuit propositum.

PROPOSITIO V. THEOREMA. D

Linea recta obliquè obuersa proijcitur in rectam lineam, sed contractam.

HIVS propositionis explicatio ex demonstratione præcedentis perspicuè patet. Nam linea MN obliquè obuersa, ipsiq. AB æqualis per circuli definitionem proiicitur quidem in lineam TV, sed minorem quàm sit GH, proiectura lineæ AB, quæ directè obtutui opponitur: cumq; eodem modo in ceteris obliquis lineis procedat superior demonstratio, apertè conuincitur propositum, scilicet lineam rectam obliquè obuersam, in rectam item lineam proijci, sed contractam; ac tantò minorem, quàtò eius obliquior est situs. Cùm enim directè exposita appareat maxima, perpendiculariter verò nulla, estque situs eò obliquior, quò perpendiculari vicinior, perspicuum est situ à minùs obliquo in obliquiorem mutato, lineæ proiecturam continuò minui, quousque tandem in punctum redigatur, quod tum accidit, cùm obliquus situs in perpendicularem tandem commutatur. E

PROPOSITIO VI. PROBLEMA.

Exceptam plano lineam in partes repræsentando secare. F

SIT, vt priùs, AB proposita linea, eius verò proiectura GH: sitque AB secta vtcumq; in R & S: oporteat autem & ipsam GH in similes partes orthographicè partiri, sic vt partes lineæ GH ipsius AB partes repræsentent: agantur per R & S radij RT & SV, ipsis AH & BG paralleli, vt faciendum propositione prima monuimus: erunt igitur T & V loca in quibus GH orthographicè ita secatur, vt AB secta est in R & S. Nam cùm per commune Proiectionum axioma illic sit locus rei, vbi radius opticus per rem ductus attingit planum, & per primam huius libri propositionem oporteat in hoc genere proiectionis radios ducere paralle-

A rallelos: quemadmodum H & G loca sunt proiectorum A & B punctorum, proprereà quòd A H & B G radij ducti sint paralleli: sic T & V erunt loca signorum R & S, quòd radij R T & S V cùm inter se, tum ipsis A H & B G sint paralleli. Hoc igitur modo excepta plano linea ita secabitur, vt secta est ipsa A B archetypa, quod erat perficiendum.

Quod de linea A B diximus directè visui obiecta, id de ceteris omnibus obliquo situ propositis est intelligendum: nam omnium vna eademque est & distributionis praxis, & demonstrandi ratio; si nimirum à signis, quibus primitiuæ lineæ partes distinguuntur, ad planum vsque radij protendantur principali radio paralleli, factum erit propositum: vbi enim hi planum attingent, ibi per commune Proiecturarum axioma primitiuorum si-
B gnorum proiecturas exhibebunt, quæ postulabantur.

PROPOSITIO VII. PROBLEMA.

Sectâ vtcumque rectæ lineæ proiecturâ similiter secare prototypam.

HVIVS problematis eadem est ratio quæ præcedentis. Cùm namque oculus, ac res reique figura in eodem radio optico existant, siue ducantur lineæ à plano ad rem ipsam, siue contrà à re ad planum, easdem semper sectiones produci necesse est. Esto itaque, vt priùs, G H data proiectura lineæ A B seu directè seu obliquè aspectui exhibitæ, sitque G H secta
C vtcumque in T & V: postuletur verò vt similiter secetur ipsa A B, hoc est in eas partes, quæ partibus lineæ G H quoad aspectum respondeant: à punctis T & V rectæ ducantur T R & V S ipsis A H & B G parallelæ, factumque erit propositum. Nam vbi hæ lineæ secant lineam A B, ibi erunt sectiones postulatæ partibus ipsius G H repræsentatione similes: siquidem R autographum est signi T, & S ipsius V per commune axioma proiectionum. Quare solutum est problema.

PROPOSITIO VIII. THEOREMA.

Plana superficies perpendiculariter aspectata proijcitur in rectam
D *lineam, cuius magnitudo tangentibus parallelis continetur.*

QVONIAM per ea quæ ad propositionem 31. lib. 3. prædefinita sunt, is perpendicularis est situs, quo res ita aspectui obuertitur, vt ad oculum protracta in eius centrum incidat, perspicuè patet radios omnes, qui ab oculo ad superficiem perpendiculariter obiectam destinantur, in eodem cum ipsa plano existere. Hoc ergo planum si in aduersam partem producatur, quoad tandem cum tabula concurrat, erit communis ipsius & plani sectio recta linea per 3. vndecimi Euclidis: itaque superficies perpendiculariter obiecta in rectam proijcitur lineam; quod primò erat demonstrandum.

E Quòd verò eius magnitudo tangentibus radiis contineatur, ex iam sæpiùs repetitis patet. Nam tangentes radij extremi sunt omnium illorum qui ad rem pertinent, vt libro 4. lemmate 25. docuimus: igitur quemadmodum tangentes radij totam rem quæ visui obijcitur, complectuntur, sic totam definiunt rei profusionem, quæ ad planum vsque extensa sectionem in eo exhibet secundùm aspectum prototypo congruentem.

PROPOSITIO IX. THEOREMA.

Superficies plana directè aut obliquè proposita in superficiem proijcitur.

F

PLANA superficies directè vel obliquè proposita, sic ad obtutum se habet, vt quaquauersus producta, numquam in cẽtrum visus incurrat: quo fit, vt quotquot in eam incidunt radij, omnes ipsam secent: quare si per eius ambitum paralleli radij procidant, seu potiùs radiosa quædam superficies ipsam, quæ spectatur, vndique cingat, illa solidum quoddam corpus concludet. Quod quidem prisma erit, si spectata superficies figuram habeat rectilineam: si verò circularem, cylindrus.

Finge itaque animo radiosum hoc corpus per aspectabilem superficiem ad planum vsque protendi, an non communis intersectio plani, & radiosi illius corporis superficies

erit? Igitur ſuperficies directè vel obliquè aſpectui propoſita in ſuperficiem proijcietur, A
quod erat demonſtrandum.

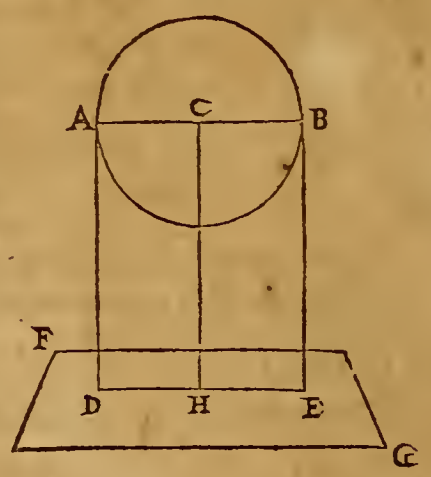
Expoſitis linearum & ſuperficierum proiectionibus, ad figuras accedimus, quæ ſunt ſpectabiles quædam ſuperficierum affectiones. In his nonnullæ ſunt rectilineæ, aliæ circulares: de illis quidem hoc loco nihil attinet dicere, cùm conſtet proiectis lateribus eo quo iam dictum eſt modo, & ipſas figuras deſcriptas eſſe: nam figuræ rectilineæ nil ſunt prorſus aliud, quàm ſpatia rectis lineis ambientibus comprehenſa. His itaque in planum conſignatis, ipſæ quoque figuræ rectilineæ quæcumque tandem B
propoſitæ fuerint, proiectæ habentur. Quare ad circulos progredimur, qui peculiarem habent proiecturæ modum, eumque ex diuerſitate aſpectus varium.

PROPOSITIO X. THEOREMA.

Circulus perpendiculariter expoſitus, in rectam proijcitur lineam, circuli diametro æqualem.

PRIOR huius propoſitionis pars manifeſta eſt ex octaua propoſitione huius libri, qua vniuersè demonſtrauimus omnem ſuperficiem perpendiculariter exhibitam, in rectam lineam profundi. C

Altera verò, proiectam hanc lineam æqualem eſſe circuli diametro, ſic probabitur: Eſto circulus A B, cuius centrum C, perpendiculariter obiectus, ipſumque contingant paralleli radij A D & B E, & per loca contactuum diametrus agatur A B: dico ipſam circuli proiecturam D E, diametro A B æqualem eſſe. Quoniam enim ex hypotheſi planum F G directè aſpectui obuerſatur, neceſſe eſt angulos D & E rectos eſſe: ſed & recti ſunt A B E & B A D anguli per 18. tertij Euclidis: igitur parallelæ ſunt ipſæ A B & D E rectæ lineæ per 28. primi Euclidis: ſunt verò & A D, B E parallelæ ex conſtructione; itaque parallelogrammum eſt A B E D: quare per 34. primi Euclidis æqualia ſunt inter ſe quæ ex aduerſo conſiſtunt, latera A B & D E: quare circuli perpendiculariter ſpectati proiectura recta eſt linea primitiui circuli diametro æqualis; quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO XI. PROBLEMA. E

Circulum perpendiculariter exhibitum in planum tranſcribere.

HOC problema praxin ſuperioris theorematis continet. Cùm enim ex illo conſtet circulum perpendiculariter exhibitum in rectam lineam plano exceptum commutari, nunc modus poſtulatur, quo ea linea ſeu circuli imago in plano inueniri poſſit.

Eſto, vt priùs, circulus A B deſcriptus ex centro C, planumq; F G, primarius autem radius C H, cui ad normam ducatur A B per circuli centrum C traiecta, atque ab huius extremis A & B rectæ ducantur lineæ principali radio parallelæ A D & B E, quæ productæ ſecent planum F G in punctis D & E, hæc verò connectantur per rectam D E, F
quam dico eſſe propoſiti circuli proiecturam. Quoniam enim A D & B E parallelæ ſunt poſitæ ipſi C H, eſtque vterque angulorum ad C rectus, erunt & anguli C A D & C B E recti per 29. primi Euclidis: quare A D & B E circulum contingunt in A & B per 16. tertij Euclidis. Quod cùm ita ſit, quæcunque intra has primario radio parallelæ ducentur, ipſum circulum ſecabunt, productæque intra D & E cadent: quocircà per commune axioma Proiectionum omnia puncta propoſiti circuli in lineam D E transfundentur: atque ea propter D E ipſius eſt circuli imago plano F G impreſſa, quæ poſtulabatur.

PRO-

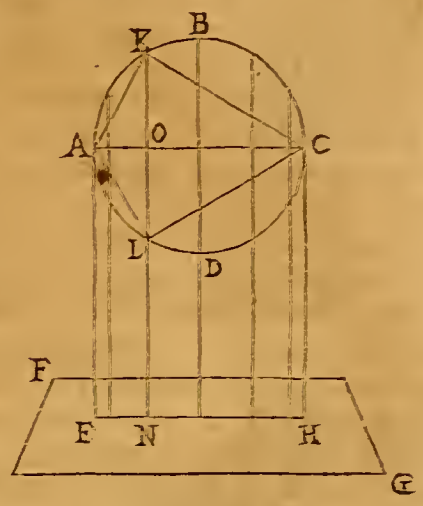
A

PROPOSITIO XII. PROBLEMA.

Lineam à circulo proiectam in partes orthographicè secare, quæ circuli partes repræsentent.

ESTO circulus A B C D in 12. partes æquales distributus, initio facto à puncto A, sitque circuli proiectura E H in plano F G radijs contenta parallelis A E & C H: per singulas itaque partes diuisi circuli ad lineam E H rectæ ducantur ipsis A E & C H parallelæ, factumque erit propositum. Nam vbi hæ in proiecturam E H incident, hic loca erunt sectionum, quibus linearis forma circuli A B C D ita secatur quoad aspectum, quemadmodum sectus est ipse datus circulus: quod sanè perspicuum est per commune Proiectionum axioma superiùs explicatum.

B



Porrò quoniam huius problematis praxis, cùm circulus à plano sublimis existit, vt in præsenti schemate, minus est expedita, breuiori compendio eam absoluemus, si in subiecto plano circa linearem proiecturam velut diametrum circulum describamus, eumque in eas partes diuidamus, in quas sectus est primitiuus circulus; à signis autem sectionum ad diametrum perpendiculares applicemus; hæ enim diametrum secabunt in eas partes, quæ circuli partes repræsentent: nam cùm omnes illæ eidem sint perpendiculares, erunt ipsæ inter se parallelæ per 28. primi Euclidis: quare radiorum instar ab oculo infinitè dissito protensorum, circuli puncta in rectam illam lineam promouebunt, cui ad normam applicantur.

C

Sunt verò linearis proiecturæ partes quæ ab æqualibus circuli peripherijs proueniunt, minimè inter se æquales, sed minores semper illæ quæ longius à medio absunt: nam remotiores à centro radij obliquioribus angulis circuli peripheriam intersecant; quare minori interuallo ab inuicem distant: sunt igitur prope extremitates minores æqualium peripheriarum proiecturæ; quod & ex lemmate 8. apertiùs potest demonstrari.

D

PROPOSITIO XIII. THEOREMA.

Bina puncta dissecti circuli, quæ ab altero extremorum pari interuallo distant, in vnum punctum linearis proiecturæ incidunt.

E

IN eodem circulo A B C D sint, exempli gratia, puncta K & L pari interuallo ab altero extremorum A vel B disiuncta: dico ea in idem simul punctum lineæ E H, puta in N, transfundi. Quoniam enim æquales sunt ex hypothesi arcus A K & A L, erunt & rectæ illis subtensæ æquales per 29. tertij Euclidis: at cùm A C per circuli centrum incedat, erunt & A B C, A D C, vtpote semicirculi, æquales: ab his igitur si æquales auferantur supradictæ circulares portiones A K & A L, relinquentur arcus K C & L C æquales per communem notionem, quibus item æquales rectæ lineæ subtendentur per eamdem 29. tertij Euclidis. Quocircà in triangulis A K C & A L C cùm æquale sit latus A K lateri A L, & latus A C commune vtrique, basisque K C basi L C æqualis, erit & angulus K A C angulo L A C æqualis per 8. primi Euclidis. Rursus cùm circum hos æquales angulos duo sint latera A K & A O, duobus lateribus A L & A O æqualia, vtrumque vtrique, hoc est A K ipsi A L, A O verò vtrique commune, erit & basis O K basi O L æqualis per 4. primi Euclidis; atque eapropter angulus A O N rectus est per 3. tertij Euclidis: sed & O A E angulus est rectus per 18. tertij Euclidis: igitur parallelæ sunt A E & K L N per 29. primi Euclidis: ideoque puncta K & L in vnum punctum N proijciuntur: siquidem per commune axioma Proiectionum ibi est locus vtriusque puncti K & L, vbi radius opticus per vtrumque ductus attingit planum: at vtriusque puncti K & L cùm vnicus sit radius, is in vnum solum punctum N contingit planum: itaque N vtrumque simul punctum K & L repræsentat; quod erat demonstrandum.

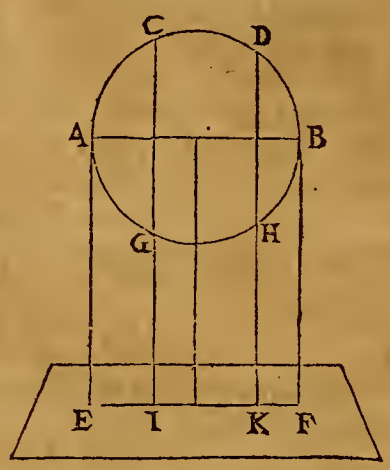
F

A

PROPOSITIO XIIII. PROBLEMA.

Rectâ lineâ sectâ vtcumque, circulum quem illa repræsentat, in partes reciprocè distribuere.

SIT circulus A C D B ex perpendiculari aspectu proiectus in lineam E F radijs A E & B F, qui circulum in A & B contingant; sit verò E F secta in I & K vtcumque: oporteat autē in circulo partes inuenire, quæ his aspectu respondeant: ab I & K parallelæ ducantur ipsis A E & B F, quæ radiorum opticorum vicem subeāt, ac circulum secent, hæc quidem in H & D, illa verò in G & C: dico circulum in C & G similiter sectum esse quoad aspectum, vt recta E F secta est in I: atque vt recta E F secta est in K, ita sectum esse circulum in D & H; sic vt punctum I vtrumque circuli punctum C & G, punctum verò K vtrumque D & H æquè repræsentet; quod patet ex ipsa radiorum procidentia, adiuuante communi axiomate superius proposito: siquidem cùm necesse sit rem, eiusque proiecturam, in eodem radio optico sitam esse, perspicuum est, ductis radijs opticis I C & K D parallelōs ipsis A E & B F, vti propositione prima præscribitur, proiecturæ I archetypum esse vtrumuis signorum C vel G, & proiecturæ K in circulo respondere vtrumuis punctorum D vel H: atque ita se habet praxis, & ratio eius, quod fuerat postulatum.



B

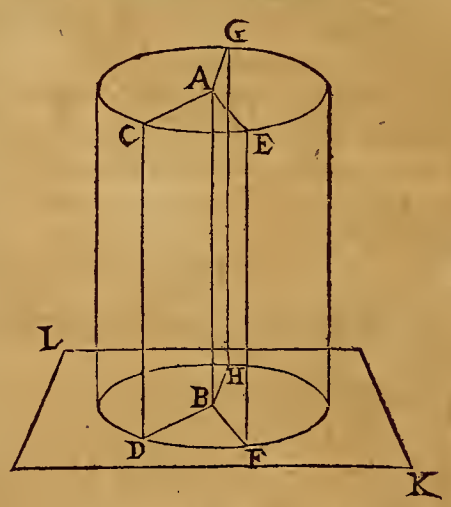
C

PROPOSITIO XV. THEOREMA.

Circulus directè aspectui obuersus, in circulum proijcitur.

D

ESTO directè propositus circulus C G E, cuius centrum A, planum verò L K etiam directè visui oppositū, ac proinde dato circulo parallelum, per ea quæ lib. 3. ad propositionem 31. prædefiniuimus: per centrum autem circuli A, radius primarius actus sit A B, & huic paralleli à circuli circumferētia producti C D, E F & G H; erit igitur B proiecturæ centrum ipsius circuli centrum repræsentans per superius axioma: dico verò puncta D F & H, & quotquot à circuli C E G circumferentia parallelis ipsi A B radiis in planum L K proijciuntur, omnia in circularem perimetrum, cuius centrum B, conuenire: nam ductis ex C, E & G ad centrum A rectis lineis C A, E A & G A, similiter autem iunctis D B, F B & H B, cùm A C D B planum duo simul secet parallela plana, circulum nimirum propositum, & id quod huic parallelōs subijcitur, fit, vt communes horum intersectiones A C & B D sint inter se parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: sunt verò & C D, A B parallelæ ex constructione: igitur parallelogrammum est A C D B, vt constat ex propria ipsius parallelogrammi definitione. eodem quoque modo parallelogramma sunt A F & A H: sed parallelogrammorum spatiorum æqualia sunt inter se quæ ex aduerso sibi opponuntur latera per 34. primi Euclidis: itaque æqualia sunt A C ipsi B D, & A E ipsi B F, & A G ipsi B H. Sunt porrò A C, A E & A G inter se æqualia per circuli definitionem: quare & B D, B F & B H æqualia inter se sunt per communem notionem: atque idcircò proiectus in planum ambitus D F H, in quem radij optici ex peripheria obiecti circuli procidunt, circulus est; quod erat demonstrandum.



E

F

PRO-

A

PROPOSITIO XVI. THEOREMA.

Circulus ex directo aspectu in planum orthographicè proiectus, primitiuo circulo est æqualis.

FACILIS est huius propositionis demonstratio ex præcedente. Quoniam enim in parallelogrammis A D, A F & A H superioris schematis, æqualia ostensa sunt opposita latera per trigesimam quartam propositionem libri primi Euclidis, hoc est A C, A E & A G, æqualia ipsis B D, B F & B H; patet per primam definitionem libri tertij Euclidis, & ipsos circulos C E G & D F H æquales inter se esse; quod erat probandum.

B

Quod de circulo hoc loco ostendimus, id paulò infrà vsu veniet in iis proiectionibus, quas de singulis sphæræ partibus instituemus propositione 33. & sequentibus: nam ex hac tum propositione constabit non modò sphæræ totius proiectum schema circulum esse, maximo eorum qui in sphæra sunt circulorum æqualem; verùm etiam id ratum erit, omnes circulos siue maximi illi sint, siue non maximi, in quos principalis radius rectis incidit angulis, in circulos transcribi orthographicè debere primitiuis æquales; quocircà ne magno Lectoris fastidio ac nausea eadem sæpiùs repetere cogamur, huius theorematis memoria in eum locum est asseruanda.

C

PROPOSITIO XVII. PROBLEMA.

Circulum directè spectatum in planum transcribere.

HVIVS problematis executio ex dictis facilè colligi potest. Constat enim, si per singula puncta circuli propositi in subiectum planum radij optici demittantur ipsi principali radio paralleli, ex horum congressione cum plano subiecto figuram describi, quæ postulatur: nam per primam propositionem parallelis radiis quidlibet in quodlibet planum orthographicè transfertur. Vbi ergo hi cum plano conueniunt, ibi est singulorum punctorum apparens locus per proprium huius scientiæ axioma: est porrò ea figura circulus per 15. huius, isque primitiuo circulo æqualis per propositionem proxime antecedentem: igitur accepto proiecturæ centro per radium principalem à centro propositi circuli demissum, interuallo autem semidiametro circuli primitiui describatur circulus, factumque erit propositum; nam quæ parallelas semidiametros vtriusque circuli connectent rectæ lineæ, & ipsæ principali radio parallelæ erunt per trigesimam tertiam primi Euclidis; quare & inter se per 30. primi Euclidis; atque ea propter inscriptus plano circulus, proiectura erit eius circuli qui proponebatur.

D

E

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA.

Circuli proiecti centrum idem verum est & apparens.

VERI atque apparentis centri discrimen satis per se notum esse arbitror, cùm nemo ignoret verum circuli centrum illud esse, quod totius figuræ exactum medium tenet, id verò quoniam subinde à medio proiectæ figuræ digreditur, nec eo spectatur loco vnde pari interuallo proiecturæ ambitus distat, fit vt apparens quidem hoc centrum vocetur, quod primitiuum centrum secundùm aspectum repræsentet; at non verum, quia à proiecturæ medio versus ambitum excurrit. Nunc ergo ostendamus circuli à directo aspectu proiecti centrum idem verum esse & apparens.

F

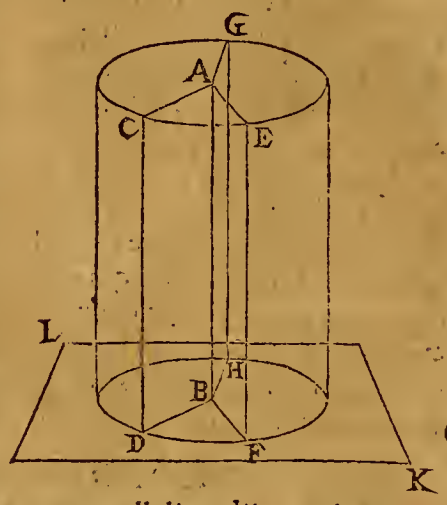
Radius in primis principalis per centrum circuli primitiui actus, dum plano occurrit, locum in eo signat centri apparentis, siquidem per proprium huius scientiæ axioma superiùs explicatum, ibi est rei apparens locus, vbi planum radio per rem ducto attingitur. Quòd autem idem sit & verum centrum, ex eo probatur, quia omnis circa ipsum ambitus ex circuli peripheria proiectus paribus vndique radijs attingitur, vt propositione 15. suprà ostendimus. Igitur circuli proiecti centrum idem est & verum, & apparens; quod erat demonstrandum.

A

PROPOSITIO XIX. THEOREMA.

Cùm circulus ex directo aspectu in circulum proijcitur, vtriusque partes quæ parallelis radiis continentur, sunt inter se æquales.

EST O inquam D F H circulus ex directo aspectu primitiui circuli C E G in planũ L K proiectus, sintq; vtriusque partes C E & D F, parallelis radiis C D & E F contentæ: dico has æquales inter se esse. Quoniam enim parallelæ sunt A C & A E ipsis B D & B F per 3. vndecimi Euclidis, nec in eodem sunt plano, erunt anguli C A E & D B F inter se æquales per 10. vndecimi Euclidis. Sunt verò & ipsi circuli æquales per 16. propositionem huius libri: quocircà & peripheriæ C E & D F æqualibus angulis subtensæ æquales inter se erunt per 26. tertij Euclidis, quæ docet in æqualibus circulis æquales angulos æquis peripherijs insistere, siue ad centra, siue ad circumferentias. Atque eodem modo se res habet in ceteris vtriusque circuli partibus: igitur cùm circulus ex directo aspectu in circulum proijcitur, vtriusque partes quę parallelis radiis continentur, sunt inter se æquales.



PROPOSITIO XX. PROBLEMA.

Circulum ex directo aspectu proiectum in partes distribuere, quæ partes circuli primitiui repræsentent, & contrà.

PERSPECTA est iam huius problematis praxis ex ijs quæ proximè antè sunt demonstrata. Quoniam enim per 16. propositionem libri huius, circuli ipsi, hoc est verus, & is qui in plano apparet, itemq; amborum partes radiis parallelis contentæ per 19. propositionem huius libri sunt inter se æquales: dato ipsorum altero in partes vtcumque diuiso, si & alter in æqualia segmenta diuidatur, factum erit propositum: nam huius partes partibus alterius secundùm aspectum infinito interuallo disiunctum respondebunt, vtpote parallelis radiis contentæ, quales scilicet hoc proiecturæ genus postulat, vt prop. 1. huius lib. docuimus.

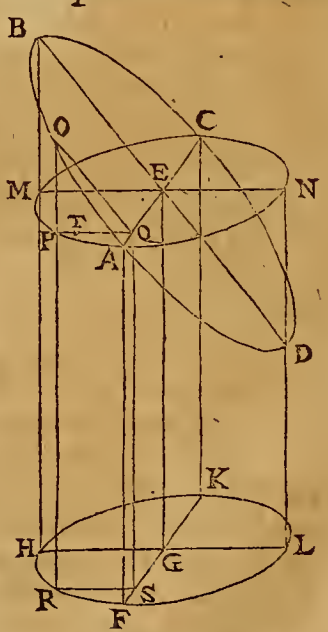
D

PROPOSITIO XXI. THEOREMA.

Circulus obliquatus in formam ellipseos plano exceptus cõmutatur.

CIRCVLVS A B C D obliquè exponatur, sic vt per eius centrum E actus principalis radius E G ad rectos quidem sit angulos diametro A C, reliquis autem obliquus; secetq́ue diametrum A C altera diametrus B D, ad rectos item angulos: sit verò forma propositi circuli in subiectum planum transfusa F H K L radiis à circuli peripheria vndique promissis A F, B H, C K & D L ac ceteris, qui quidem omnes sint principali radio E G paralleli: dico F H K L circuli proiecti formam ellipsin esse, cuius extremæ iugatæque diametri, maxima quidem sit F K, vtpote circuli diametro A C æqualis per 4. propositionem huius libri; H L verò minima, quippe contracta, propter obliquè spectatam B D. Si namque in circuli peripheria aliud quodcumque punctum assumatur, puta O, idq́; per radium O R, qui principali radio parallelus sit, ad planum vsque ad signum R producatur, propositum nobis sit demonstrare punctum R in ellipsin cadere. Agatur per circuli centrum E aliud planum ipsi F H K L parallelũ, nempe A M C N, quod à radio O R secetur in P, à radio B H

E



F

A verò B H in M, & à radio D L producto in N, ducanturque parallelæ rectæ lineæ O Q ipsi B E, & P Q ipsi M E, & R S ipsi H G. Quoniam itaque parallelum est planum A M C N ipsi F H K L plano, erit M E ipsi H G, & P Q ipsi R S parallela per 16. vndecimi Euclidis: sunt verò & radij ipsi inter se paralleli per 30. primi Euclidis, quòd scilicet omnes principali radio sint paralleli: igitur parallelogramma sunt M G & P S: quare æqualia sunt opposita ipsorum latera M E ipsi H G, & P Q ipsi R S per 34. primi Euclidis; ac proinde si ostensum fuerit punctum P in ellipsin cadere, cuius extremæ diametri sunt A C & M N, ipsum quoque R punctum in ellipsin incidere conuincetur, cuius extremæ diametri F K & H L.

Illud autem sic demonstrabitur: Quoniam A B C semicirculus est, & in eo B E ipsi A C
B ad rectos posita est angulos, erit per 2. lemma huius libri B E media proportionalis inter A E & E C: quare per 17. sexti Euclidis, quod ex B E fit quadratum, æquale est ei quod ex A E C fit rectangulo. Rursus quoniam O Q ostensa est ipsi B E parallela, & A E B angulus rectus est, erit & O Q E angulus rectus per 29. primi Euclidis; ideoque O Q eidem A C diametro perpendicularis erit, & per idem lemma 2. huius libri media proportionalis inter A Q & Q C: quocircà quadratum O Q rectangulo A Q C est æquale. Vt igitur quadratum B E ad rectangulum A E C, ita O Q quadratum ad A Q C rectangulum per 7. quinti Euclidis, nempe æqualia ad æqualia: quare per 16. quinti Euclidis vicissim quoque erit vt quadratum B E ad quadratum O Q, ita rectangulum A E C ad A Q C rectangulum: sed vt recta B E ad rectam O Q, ita est M E ad P Q: nam quoniam B E ipsi O Q ex constructione,
C & B M ipsi O P ex radiorum natura est parallela, nec sunt B E & B M in eodem cum O Q & O P plano, erit angulus E B M angulo Q O P æqualis per 10. vndecimi Euclidis. Eodem verò modo & reliqui anguli trianguli P O Q reliquis trianguli M B E angulis ostendentur æquales; siquidem M E & P Q parallelæ sunt ex constructione: æquiangula sunt igitur ipsa triangula P O Q & M B E: ac propterea per 4. sexti Euclidis vt B E ad O Q, ita M E ad P Q: quare vt quadratum B E ad quadratum O Q, ita M E quadratum ad quadratum P Q: sed quadratum B E ad quadratum O Q est, vt rectangulum A E C ad A Q C rectangulum: igitur & M E quadratum ad quadratum P Q est, vt rectangulum A E C ad A Q C rectangulum, non quidem vt æquale ad æquale, quemadmodum quadrata B E & O Q; sed vt minus ad maius. Id verò cùm ellipsi proprium sit, per ea quæ à Sereno Antinsemi demon-
D strantur libro primo de sectione Cylindri propositione 18. & nos quoque lemmate 17. suprà exposuimus, consequens est, vt punctum P in ellipsin cadat.

Si enim id negetur, concedere oportebit illud vel extra ellipsin cadere, vel intra: si extra, igitur ellipsis inter P & Q viam carpit; sit autem T locus vbi ipsam P Q ellipsis intersecat: itaque per 17. lemma huius libri vt quadratum M E ad rectangulum A E C, ita erit T Q quadratum ad A Q C rectangulum: sed iam ostensum est esse quadratum P Q ad rectangulum A Q C, sicuti quadratum M E ad A E C rectangulum: quocircà æqualia inter se esse oportet ipsarum T Q & P Q quadrata per 9. quinti Euclidis. Cùm enim quadrata ex T Q & P Q, ad rectangulum A Q C eamdem rationem habeant, eam videlicet, quam quadratum M E habet ad rectangulum A E C, erunt per iam citatam 9. quinti Euclidis
E quadrata ex T Q & P Q, inter se æqualia; ac proinde & horum latera T Q & P Q æqualia erunt, nempe pars toti, quod fieri nequit; non igitur cadet punctum P extra ellipsin.

Si autem intra ellipsin cadere dicatur, transibit ellipsis per signum aliquod lineæ P Q longiùs à puncto Q dissito quàm punctum P: quare eodem modo ostendi poterit totum parti æquale esse: itaque punctum P, & quoduis ceterorum, quæ à circuli peripheria in planum A M C N demittuntur, in ellipseos ambitum procidant necesse est. Atque eadem ratione punctum R ellipsin continget, cùm R S & H G ipsis P Q & M E, itemque F K in S & G secta sit in partes ipsius A C partibus æquales: quare circulus obliquatus in formam ellipseos plano exceptus commutatur; quod demonstrasse oportuit.

F

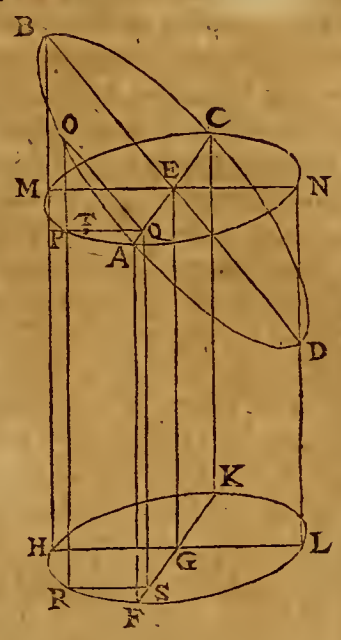
PROPOSITIO XXII. PROBLEMA.

Circulum ex obliquo aspectu in planum consignare.

PERCEPTO superiore theoremate haud erit difficilis huius problematis inuentio. Exposito namque obliquè circulo A B C D, primùm ducendus erit per ipsius centrum E ad planum vsque primarius radius E G, secundùm eam situs obliquitatem, qua circulus in planum transferri postulatur; quod sanè fiet, si à puncto E ducatur proposito plano perpendicularis E G per 11. vndecimi Euclidis: deinde in ipso circulo inueniendæ erunt extremæ

illæ

illæ lineæ per 4.lemma huius lib.ad quarum alteram principalis radius normalis est, alteri verò maximè obliquus: sintque eæ iam repertæ, normalis quidem illa A C, obliqua verò B D: tum ab harum linearum extremitatibus radij ad planum vsque protendentur A F, B H, C K & D L ipsi principali radio paralleli, locaq; congressuum iungentur rectis F K & H L, circa quas velut coniugatas diametros ellipsis describetur per vigesimum secundum lemma, factumque erit propositum. Nam per præcedens theorema quæcumque rectæ lineæ parallelæ à circumferentia circuli obliquati ad subiectum planum demittuntur, omnes in ellipsin cadunt, cuius maxima diametrus F K ex ea diametro circuli profusa, cui radius principalis ad rectos est angulos; minima verò H L proiectura eius diametri, ad quam principalis radius maximè obliquus est: at per primam huius libri propositionem, ea est cuiusque rei proiectura orthographica, quæ radiis parallelis ad planum productis continetur: igitur ellipsis circum F K & H L velut extremas diametros descripta, est ipsius primitiui circuli A B C D obliquati orthographica proiectura, quæ erat inuestiganda.



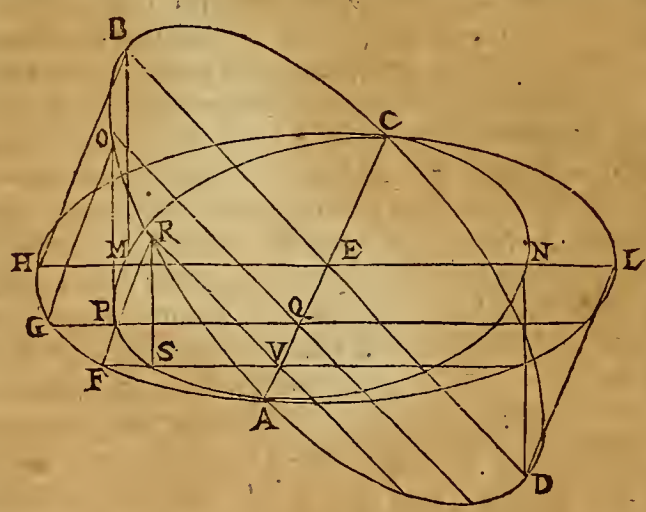
A B C

PROPOSITIO XXIII. PROBLEMA.

Circuli obliqui partes in ellipsin repræsentando transcribere.

IRCA maximam diametrum propositæ ellipsis circulus describatur, isque eodem modo secetur, quo sectus est primitiuus circulus; à punctis verò sectionum rectæ lineæ ad communem circuli & ellipsis diametrum normaliter applicentur, factumque erit quod postulatur: nam vbi hæ attingent ellipsin, illic erunt puncta, quæ circuli diuisiones repræsentant.

Exempli gratia, esto idem qui suprà circulus A B C D, ex obliquo situ in ellipsin A M C N proiectus: sit verò circulus vtcumque diuisus in O & R; oporteat autem eadem signa in ellipsin repræsentando transferre, hoc est, ita secare ellipsin, vt sectæ ellipseos partes circuli partes repræsentent. Circa maiorem diametrum ellipsis A C circulus describatur in eodem cum ellipsi plano, nempe A H C L, qui quidem proposito circulo A B C D æqualis erit, quòd communem habeat vterque diametrum A C. Ex centro verò E ad rectos ipsi A C angulos excitetur altera diametrus H L, diuidaturque portio circularis perimetri A H in F & G, quemadmodum circuli portio A B diuisa est in R & O, ducantúrque F V & G Q ipsi A C perpendiculares, hoc est ipsi A E parallelæ: dico portionem ellipsis A M in S & P, vbi eam F V & G Q intersecant, ita repræsentando distributam esse, vt circuli primitiui portio A B secta est in R & O.



D E

Nam iunctâ B H, quoniam duorum planorum A H C & H B E communis sectio est H E, ad eamque normaliter adiuncta est E C, quæ ipsi quoque B E ad rectos est angulos per constructionem, erit E C ad planum quoque H B E recta per 4. vndecimi Euclidis: quare per 4. definitionem vndecimi Euclidis planum H B E ad planum A H C rectum est: igitur quæ à puncto B ad planum A H C perpendicularis ducetur, in rectam H E incidet per 38. vndecimi Euclidis; cadit autem eadem perpendicularis in peripheriam ellipsis ex hypothesi: igitur eo loci incidit, vbi H E ellipsin intersecat, puta in M. F

Eodem verò modo iungantur bina puncta O & G per rectam O G: quoniam igitur æquales sunt circulorum portiones B O & H G, si eæ ab æqualibus A B & A H subducantur, relin-

A relinquentur A O & A G æquales: quare per 13. lemma parallelæ erunt B H & O G. Sunt verò & H E, G Q parallelæ: igitur per 15. vndecimi Euclidis parallela sunt quæ per B H E & O G Q extenduntur plana: quæ cùm plano secentur B E Q O, erunt B E & O Q, communes nempe vtrorumque sectiones, parallelæ per 16. vndecimi Euclidis; ac proinde per 29. primi Euclidis O Q ipsi A C ad rectos est angulos, quia videlicet angulus A E B rectus est ex constructione: ex quo fit, vt suprà, planum G O Q ad planum A H C rectum esse. Quoniam enim Q C, quæ ad G Q communem intersectionem planorum G O Q & A H C rectis angulis applicita est, ipsi quoque O Q normaliter adiungitur, fit per 4. vndecimi Euclidis vt Q C ad planum G O Q recta sit: atque idcircò planum G O Q ad planum A H C
B rectum est per 4. definitionem vndecimi Euclidis: quocircà quæ à puncto O in planum A H C perpẽdicularis demittitur O P, ea in rectam G Q, communem scilicet vtriusq; plani A H C & G O Q sectionem, incidat necesse est, per 38. vndecimi Euclidis: sed & in ellipsin A M C N eadem perpendicularis cadit ex suppositione: igitur non ad aliud quàm ad signum P. in ellipsin incidit, vbi scilicet recta G Q ellipsin intersecat. Simili verò demonstratione ductâ F V ipsi A C perpendiculari, ostendetur signum S, in quo scilicet F V ellipsin pertransit, puncti R proiecturam esse: & quemadmodum circuli A B C D quadrans, aut perimetri portio A B secta est in R, ita repræsentando sectam esse ellipsin in S: quare peractum demonstratumque est, quod postulabatur.

C

PROPOSITIO XXIV. PROBLEMA.

Partes datæ ellipseos ad circulum primitiuum reuocare.

CIRCA maximam ellipsis diametrum, vt priùs, circulus describatur, & à punctis sectæ ellipsis ad eamdem diametrum normales excitentur per 12. primi Euclidis, quæ ad circulum vsque producantur, factumque erit propositum: nam communes harum & circuli sectiones loca erunt, in quibus circulus ita reipsa secabitur, quemadmodum repræsentando seu secundùm oculi aspectum secta erat proposita ellipsis.

D Exempli causa, ellipsis A M C N, cuius maxima diametrus A C, minima verò M N, sit secta vtcumq; in P & S: oporteat autem hæc signa ad eas partes primitiui circuli reuocare, quæ illis secundùm aspectum respondent: circa diametrum A C circulus describatur A H C L in eodem cum ellipsi plano, & à punctis P & S rectæ protendantur P Q & S V ipsi A C perpendiculares, eæque producantur, quousque cum circuli A H C L peripheria conueniant in G & F: dico G & F loca esse in quibus circulus A H C L seu A B C D ipsi æqualis ita secatur, vt repræsentando ellipsis secta est in P & S.

Quoniam enim E C vtrique B E & H E est perpendicularis ex prima schematis constructione, erit quoque eadem E C ad H Q E planum recta per 4. vndecimi Euclidis. Est autem E C ad H E, communem scilicet intersectionem planorum H B E & A H C, norma-
E liter adiuncta: igitur per 4. definitionem vndecimi Euclidis planum H B E ad planum A H C rectum est: quare M B, quæ à puncto ellipsis M ipsi H E perpendicularis erigitur, in eodem est cum H B E plano per 2. vndecimi Euclidis: concurret igitur cum vtroque latere H B & B E; attingit autem & circulum A B C D, cùm ex hypothesi subiecta ellipsis A M C N ipsius A B C D circuli sit proiectura: igitur eo loci M B circulum A B C D secabit, vbi H B & B E in eumdem circulum incidunt, hoc est in B: hic enim cùm circulus A B C D eo modo secetur, vt circulus A H C L in H, manifestum est punctum H idem cum illo esse, quod puncto M ex obliquo situ B D proiecto repræsentatur; quod primò ostendisse oportuit.

Rursus cùm P Q ipsi Q C ad rectos sit angulos ex positione, si ex P ad subiectum pla-
F num A H C recta ad normam erigatur P O per 12. vndecimi Euclidis, iungaturque O Q, erit huic quoque ipsa Q C perpendicularis per 15. lemma libri quarti: quare O Q & G Q dimidiatæ sunt chordæ dimidiatis peripherijs O A & G A subtensæ per 3. tertij Euclidis: cumque O Q & G Q æqualiter distent à centro E, nempe interuallo Q E, erunt ipsæ etiam inter se æquales per 14. tertij Euclidis: igitur & dimidiati arcus O A & G A æquales erunt inter sese: his verò sublatis ab A B & A H, quos iam æquales esse ostendimus, relinquentur æquales O B & G H: itaque vterque æqualium circulorum A B C & A H C plano G O Q vnus in G, alter in O æqualiter diuiduntur: at punctum O illud ipsum est quod in data ellipsi repræsentatur puncto P: nam P O, quæ ad planum A H C recta est,

in

in eodem est cum G O Q plano per 2. vndecimi Euclidis: ac proinde in eum locum circuli A B C D incidit, vbi vtraque G O & O Q eumdem circulum intersecant: igitur puncto P ellipseos respondet in circulo primitiuo A B C D punctum O; huic verò cùm ex æquo respondeat in circulo A H C L punctum G, palàm est G punctum illud esse, ad quod punctum P ex ellipsi reuocandum erat. Eodem verò modo se res habet in puncto S ac ceteris omnibus, quæ in ellipsi designari possunt: itaque si circa maximam diametrum datæ ellipsis circulus decircinetur, & per singula puncta sectæ ellipsis, ad eamdem diametrum rectæ secundùm normam applicentur, vbi hæ productæ secabunt & circulum, ibi partes erunt postulatæ, effectumque propositum, quod erat demonstrandum. A B

PROPOSITIO XXV. THEOREMA.

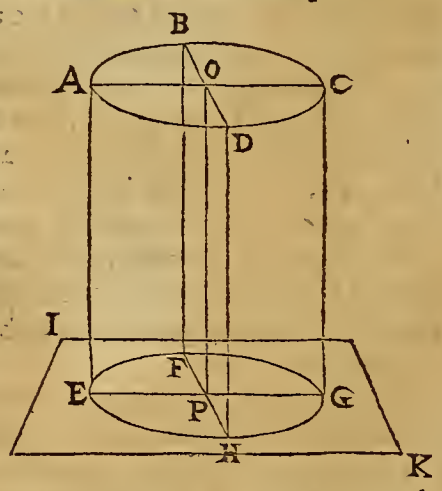
Ellipsis perpendiculariter exposita semper quidem in rectam proijcitur lineam, sed quæ maiorem diametrum non excedat, nec à minore vincatur.

QVONIAM ellipsis figura est plana, perspicuum est ex propositione 8. huius libri eam perpendiculariter obiectam semper in rectam lineam procidere: quia verò eius magnitudo per eamdem 8. propositionem radijs tangentibus coërcetur, & hoc palàm est, non posse ellipseos proiectura maioris dimetientis magnitudinem longitudine superare, nec à minore vinci; siquidem maxima diametrus, cùm ei radius principalis ad rectos est angulos, tum præcipuè directè obuersatur: quare per 4. propositionem huius lib. in lineam proijcitur, quàm fieri potest, maximam. Cùm verò principalis radius minimæ diametro est normalis, tum quidem linearis forma ellipsis plano excepta minima est, at neutiquam minor minimâ illâ diametro, cui radius principalis est perpendicularis; sed æqualis per eamdem 8. huius libri propos. Atque hi sunt extremi situs, quibus proiectura ellipsis perpendiculariter obiectæ vel maxima apparet vel minima. Quare patet numquam posse ellipsis profusionem ex perpendiculari situ maximam diametrum primitiuæ ellipsis longitudine excedere, aut à minore superari; quod erat ostendendum. C D

PROPOSITIO XXVI. THEOREMA.

Ellipsis ex directo aspectu in ellipsin proijcitur primitiuæ æqualem ac similem.

ESTO ellipsis directè visui exposita A B C D ex centro O descripta, cuius maxima diametrus A C, minima B D, quæ proinde sese ad rectos angulos secent: radius autem principalis O P actus per centrum O ellipsi subiectoque plano rectis angulis insistat: ab extremitatibus porrò oppositarum dimetientium radij ad subiectum planum promittantur A E, B F, C G, & D H ipsi radio principali paralleli, qui proinde omnes per 30. primi Euclidis inter se quoque paralleli erunt. Cùm igitur primitiua ellipsis subiectumque planum similiter aspectui obijciantur, erunt ambæ superficies inter se parallelæ per ea quæ libro 3. ad propositionem 31. prædefiniuimus: quare per 16. vndecimi Euclidis A C & E G, communes videlicet



E F

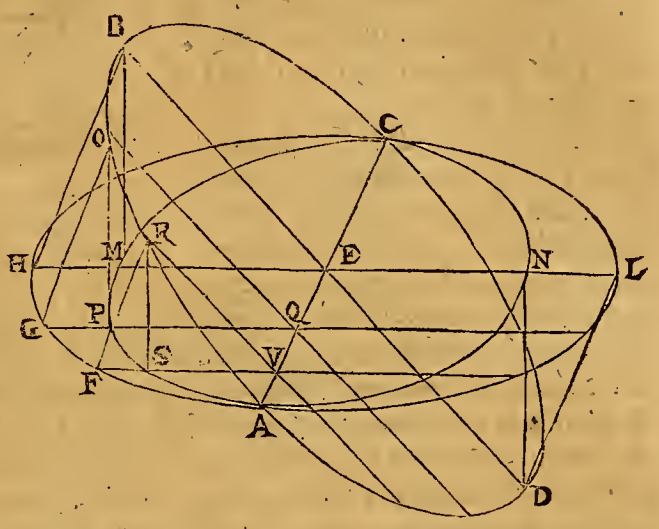
sectiones vtriusque superficiei & plani A C G E, sunt inter se parallelæ; quo etiam modo parallelæ esse probantur B D & F H: itaque parallelogramma sunt A G & B H, quorum cùm ea quæ ex aduerso latera æqualia sint per 34 primi Euclidis, erit A C ipsi E G & B D ipsi F H æqualis; quocircà æquales sunt ipsæ ellipses: at verò etiam similes per 15. definitionem Sereni Antinsensis libro primo de Cylindri sectione, quòd scilicet earum coniugatę diametri, quę sese ad rectos angulos secant, eamdem proportionem habeant. Vt enim A C ad E G, ita se habet B D ad F H, nempe æquale ad æquale: sunt igitur ellipses

A pses ipsæ inter se similes, quarum altera ex primitiuæ ellipsis directo aspectu in propositum planum secundùm Orthographiæ leges transcribitur; quod erat demõstrandum.

PROPOSITIO XXVII. THEOREMA.

Ellipsis vno quidem obliquo situ in circulum proijcitur, aliàs in dissimilem ellipsin transmutatur.

B HÆC propositio varios habet casus. Ac primò si radius principalis maximæ diametro sit perpendicularis, manente longitudine inuariata, sola latitudo ellipsis mutabitur, auctaque obliquitate minuetur. Exempli gratia: esto ellipsis A B C D, cuius maxima diametrus A C, minima verò B D; seceturque hæc plano A M C N per centrum E, sic vt eius & ellipsis communis sectio sit maxima diametrus AC: finge iam animo ellipsin A B C D circa quiescentem diametrum A C velut axem in orbem conuerti, & nunc quidem ipsi plano congruere; nunc verò ad per-



C pendiculum ipsi insistere; nunc autem medium quempiam, hoc est obliquum situm tenere: perspicuum igitur est, si ellipsis A B C D plano cõgruat, tum eius minimam diametrum B D ea magnitudine apparere, qua quidẽ potest maximâ per 8. proposit. libri huius, quoniam directè aspectui exhibetur, at non maiorem quàm sit HL:

D si verò eadem ellipsis ad planum recta sit, tum eamdem eius diametrum B D puncti instar spectari per 3. propositionem libri huius, quòd perpendiculariter obijciatur: si autem medio quopiam situ, eoque obliquo ellipsis exhibeatur, tum eius diametrum B D minori forma in planum transcribi, quàm ex directo aspectu, qualem hîc vides ipsius M N contracturam. Hæc inquam perspicua sunt ex dictis; quare plura hoc loco addere ad ipsorum explicationem necesse non est.

Quòd autem semper ellipsis sit ea quæ ex obliquo aspectu plano excipitur figura, sic potest demonstrari: Esto obliquitas primitiuæ ellipsis ad planum A M C N ea quæ litteris A B C D in proposito schemate designatur, sintque in subiecto plano puncta A & C ellipsi primitiuæ, eiusque proiecturæ communia; punctorum verò B & D proiecturæ sint

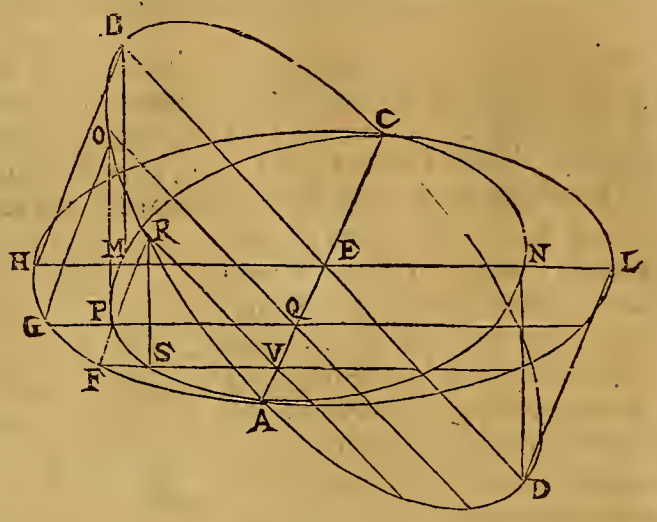
E M & N per lineas perpendiculares B M & D N ad planum traductæ: accipiatur autem in ellipsi A B C D aliud quodcumque punctum, puta O, cuius forma in planum procidat ad signum P per radium O P, qui & ipse ad planum A M C N sit perpendicularis: dico punctum P in ellipsin incidere, cuius maxima diametrus A C, minima verò M N. Ducatur enim P Q ad rectos ipsi A C angulos, quæ proinde per 28. primi Euclidis ipsi quoque M E parallela erit, quòd scilicet angulus etiam M E Q sit rectus ex hypothesi.

Præterea quoniam O P & B M ambæ in planum A M C N secundùm normam incidunt, erunt ipsæ quoque inter se parallelæ per sextam propositionem libri vndecimi Euclidis: igitur quod per P O Q extenditur planum, ipsi M B E plano est parallelum per decimam quintam vndecimi Euclidis; quæ cùm secentur plano B E Q O, erit quoque O Q

F parallela ipsi B E per decimam sextam vndecimi Euclidis: quare per 10. vndecimi Euclidis æquiangula probantur ipsa triangula M B E & P O Q: ideoque per 4. sexti Euclidis vt B E ad M E, ita se habet O Q ad P Q: & per 16. quinti Euclidis vicissim vt B E ad O Q, ita M E se habet ad P Q: ac proinde per vigesimam secundam sexti Euclidis, vt quadratum B E ad O Q quadratum, ita M E quadratũ ad quadratum P Q. Sed cùm A B C D sit ellipsis ex hypothesi, erit per 17. lemma huius libri quadratum B E ad O Q quadratum, quemadmodum rectangulum A E C ad rectangulum A Q C: igitur & quadratum M E ad P Q quadratum, ita est vt A E C rectangulum ad rectangulum A Q C; atque idcircò signum P in ellipsin cadit, cuius maxima diametrus A C, minima vero M N. Si enim id negetur, con-

cedere oportebit ſignum P extra vel intra ellipſin incidere: at neutrum fieri poſſe propoſitione 21. ad finem eſt demonſtratum: igitur punctum P in ellipſin cadit. Cumque eadem in ceteris punctis demonſtratio locum habeat ex vigeſima prima propoſitione huius libri mutuata, patet certè hoc primo caſu propoſitam ellipſin ex obliquo aſpectu in aliam ellipſin procidere. A

Quòd autem ea quæ plano excipitur primitiuæ diſſimilis ſit, ex eo conuincitur, quòd coniugatæ diametri quæ ſeſe ad rectos angulos ſecant, non eamdem rationem habeant. Non enim vt A C ad B D, ita eadem A C ad M N, ſiquidem M N ipsâ B D eſt minor per 5. propoſit. libri huius: quare vt ex 15. definitione libri primi Sereni de Sectione cylindri colligi poteſt, diſſimiles ſunt ellipſes A B C D & A M C N; quod demonſtrandum erat.



B

Alter caſus eſt priori oppoſitus, cùm principalis radius minimæ diametro propoſitæ ellipſis perpendicularis eſt: velut ſi in eadem figura permutata vice nunc ſit A C minima diametrus, & circa eam tamquam immotum axem ellipſis circumduci fingatur, ſic vt interdum in eodem ſit cum A M C N plano, interdum verò in ſublime erecta, illi ſecundùm normam inſiſtat, aliàs autem obliqua ſit. Perſpicuum igitur, ſi in eodem ſit cum A M C N plano, eam propter aſpectus æqualitatem proijci in ellipſin primitiuæ æqualem ac ſimilem per vigeſimam ſextam propoſitionem libri huius: ſi verò ad planum A M C N recta ſit, vt lineam apparere ipſi A C minimæ diametro æqualem; at ex obliquo ſitu duplicem obuenire differentiam, quam modò propoſitum ſit ſigillatim explicare, & propria demonſtratione ſtabilire. C

Prior itaque differentia huius caſus eſt, cùm proiectura M N ipſi A C eſt æqualis, quod obtingere poſſe manifeſtum eſt, quoniam per 5. huius libri propoſitionem diametrus B D quò obliquiori ſitu offertur, eò minor ipſius proiectura euadit. Si igitur M N ipſi A C æqualis ſit, dico proiecturam A M C N circulum eſſe. quod ita demonſtrabitur: Sumpto in ea quouis puncto, exempli gratia P, ducantur ab eo P O & P Q ipſis M B & M E parallelæ: erit igitur P Q ipſi A C perpendicularis per 29. primi Euclidis, quòd ſcilicet M E ipſi A C ſit perpendicularis: per ea verò quæ proximè ſunt demonſtrata, æquiangula erunt ipſa triangula M B E & P O Q: quare per 4. ſexti Euclidis homologa ipſorum latera quæ circa æquales ſunt angulos: ac propterea per 22. ſexti Euclidis vt quadratum B E ad O Q quadratum, ita ſe habebit quadratum M E ad quadratum P Q: ſed quadratum B E ad O Q quadratum eſt, vt rectangulum A E C ad A Q C rectangulum per 17. lemma: igitur & quadratum M E ad quadratum P Q erit, vt rectangulum A E C ad A Q C rectangulum; & viciſſim vt quadratum M E ad rectangulum A E C, ita quadratum P Q ad A Q C rectangulum: eſt autem quadratum M E rectangulo A E C æquale, quoniam ex hypotheſi M E eſt æqualis ipſi A E vel E C: itaque quadratum quoque P Q æquale eſt ipſi A Q C rectangulo; atque ea propter ſignum P in circuli peripheriam cadit, per tertium lemma libri huius. Cùm verò in ceteris ſignis eadem ſit ratio, patet proiectum ſchema A M C N circulum eſſe; quod erat probandum. D E

Poſterior verò differentia eſt, cùm M N ipsâ A C vel maior eſt, vel minor. Vtroque autem modo ellipſis eſt A M C N proiectura, at nequaquam primitiuæ ellipſi A B C D ſimilis, cuius rei demonſtratio eadem eſt quæ primi caſus, quare eam repetere nil opus eſt; hoc tantùm paucis inſinuaſſe ſufficiat, per decimum ſeptimũ lemma huius libri oſtendi poſſe ſumptum quodcumque punctum nimirum P, in ellipſin incidere: nam propter triangulorum M B E & P O Q ſimilitudinem, ita ſe habet quadratum M E ad rectangulum A E C, quemadmodum quadratum P Q ad id quod ex A Q C fit rectangulum. quocircà per iam proximè citatum lemma aſſumptum ſignum P in ellipſin cadit, cumque in ceteris eadem ſit demonſtratio, patet A M C N ellipſin eſſe. F

PRO-

A

PROPOSITIO XXVIII. PROBLEMA.

Proposita ellipsi eam situs obliquitatem inuenire, qua vt circulus in planum traducatur.

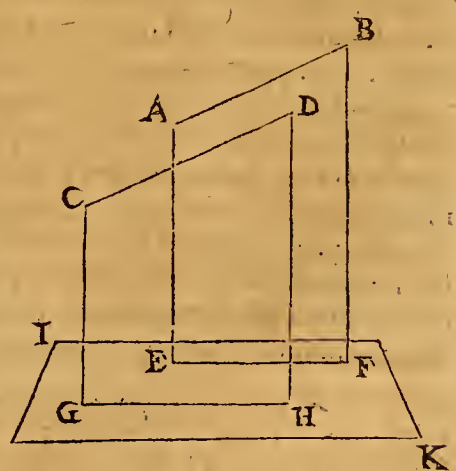
QVONIAM ea dumtaxat constitutione obtingere potest, vt ellipsis ex obliquo aspectu circuli instar in plano appareat, qua principalis radius minimę dimetienti ad rectos est angulos: esto ea, vt prius, AC, & circa ipsam circulus describatur AMCN, quem constat proiecturam esse eius ellipsis; cuius
B minima diametrus AC; altera autem cognita quidē est, at ignota obliquitas postulatur. Ab extremitatibus igitur M & N perpendiculares ipsi A M C N plano excitentur per 12. vndecimi Euclidis, centroque E, interuallo autem maximæ semidiametri propositæ ellipsis circulus describatur; qui ipsas perpendiculares secabit, quoniam propositæ ellipsis maxima semidiametrus maior est ipsâ E M vel E N: secet itaque in punctis B & D, quibus adiungatur B D, hanc dico eam esse obliquitatem, ex qua proposita ellipsis, cuius datæ diametri sunt A C & B D, in planū A M C N circulari formâ procidit: quod sanè ex hac ipsa, quam modò diximus, cōstructione & praxi manifestè constat. Nam cùm M B & N D perpendiculares sint subiecto plano, erunt M & N signorum B & D propriæ proiecturæ: sunt verò M N & A C inter se æquales. Igitur per præcedentem propos. cetera
C ellipsis puncta vtcumque in ipsius peripheria assumpta, in figurā A M C N procidunt. Est autem ex constructione A M C N circulus: igitur proposita ellipsis ex ea situs obliquitate, quæ per A B C D designatur, circulari forma in planū transcribitur; quę erat inuestiganda.

PROPOSITIO XXIX. THEOREMA.

Parallelæ rectæ lineæ, nisi in eamdem incidant, in parallelas rectas lineas profunduntur.

D SI quæ proponuntur parallelæ rectæ lineæ in eadē superficie perpendiculariter exposita simul existant, perspicuum est eas omnes in eamdem lineam transfundi: siquidem eiusmodi superficies tota in rectam lineam commutatur per 8. propos. libri huius: quare & omnes, quæ in ipsa sunt, siue parallelæ eæ sint, siue non parallelæ, in vnam coincidunt rectam lineam.

Si verò in diuersis sint superficiebus, aut certè in eadem non perpendiculariter obiecta: dico eas in parallelas rectas lineas profundi. Sint enim A B & C D parallelæ rectæ lineæ ita expositæ, vt quæ per ipsas incedit superficies, non sit perpendiculariter obiecta: sintque linearum A B & C D proiecturæ E F & G H per radios parallelos A E & B F, item C G & D H in planum I K transfusæ:
E dico E F & G H parallelas inter se esse. Quoniā enim parallelæ sunt A B & C D ex hypothesi, itemque A E & C G ex constructione, & quæ per ipsas ducuntur superficies A F & C H parallelæ sunt per 15. vndecimi Euclidis: has verò secat planum I K: igitur per 16. vndecimi Euclidis communes huius, & illarum sectiones E F & G H sunt inter se parallelæ; quod erat demonstrandum.



PROPOSITIO XXX. THEOREMA.

F *Parallelæ superficies perpendiculariter expositæ in parallelas rectas lineas proijciuntur.*

EX iis quæ libro 3. ad propositionem 31. sunt prædefinita, constat illas omnes superficies quæ perpendiculariter obijciuntur, ob dispositionis similitudinem inter se parallelas esse; quare id quoque contestatum erit per 16. vndecimi Euclidis, earum & subiecti plani communes intersectiones rectas lineas esse, easque parallelas: sunt autem hæ ipsarum superficierum propriæ proiecturæ per 8. propositionem huius libri: igitur parallelę superficies per-

pendiculariter expositæ in parallelas rectas lineas proijciuntur; quod erat demon- A
strandum.

PROPOSITIO XXXI. THEOREMA.

Si visus secundùm communē intersectionem plurium superficierum incedat, hæ in rectas lineas producentur, quæ sese in illo puncto secabunt, in quod communis omnium superficierum sectio procidit.

NAM quoniam radius principalis per omnium superficierum communem B
intersectionem incedere supponitur, erit is in singularum superficierum plano, vtpote commune omnium vinculum atque complexus: quo fit vt omnes illæ superficies perpendiculariter aspectui obijciantur: quare & per 8. huius libri propositionem, in rectas lineas omnes proijciuntur quæ commune habent intersectionis punctum illud, in quod ea proijcitur linea, quam omnes superficies communem habent; quod sanè ex eo perspicuè patet, quòd hæc præ ceteris, quæ omnibus superficiebus communis est, vel maximè perpendiculariter visui obijciatur, quandoquidem per ipsam visus protenditur. Vt igitur hæc communis est superficiebus omnibus, ita eius proiectura, quę punctum est, omnium linearum, in quas superficies ipsæ transcribuntur, commune congressionis signum sit oportet; quod erat probandum. C

PROPOSITIO XXXII. THEOREMA.

Similes figuræ ex parallelis planis in similes incidunt proiecturarum formas.

MANIFESTA est huius propositi veritas, ex eo, quòd parallelæ illæ superficies, quibus inscriptæ sunt similes figuræ, eamdem habeant oppositionis situm. Similes autem figuræ similiter expositæ in similes formas proiectæ incidunt, vt ex parallelorum radiorum natura facilè potest demonstrari; siquidem paralleli radij in parallelas superficies æqualibus angulis pro- D
cumbunt: quocircà figurarum partes, quæ sibi mutuò proportione respondent, eamdem habent cum proiecturis analogiam: quod in vno situ ostendisse sufficiat, vt ex eo de ceteris rectè liceat pronuntiare. Sint in parallelis superficiebus obliquè expositis descriptę similes quidem, at inæquales figuræ, putà circuli, quorum accipiantur diametri similiter obiectæ, hoc est inter se parallelæ: has finge seruato situ ad planum vsque deportari dum vna extremitate planum attingant, altera verò sublimes emineant, atque ab vtroque puncto extremo sublimi ad planum perpendiculares ducantur, quæ duo triangula perficiant, erunt sanè hæc æquiangula; quippe recti sunt anguli, quos in planum incidentes radij efficiunt: itemque æquales illi quos diametri faciunt ad planum similiter inclinatæ: igitur & reliqui inter se sunt æquales per 32. primi Euclidis: quare per 4. sexti E
Euclidis proportionalia sunt latera, quæ circum æquales sunt angulos: vt ergo se habet diametrus ad diametrum, ita diametri proiectura ad proiecturam diametri. Cumque eadem sit in ceteris demonstratio, perspicuè patet similes figuras ex parallelis planis transscriptas in similes figuras procidere; quod erat demonstrandum.

ORTHOGRAPHICA SPHÆRÆ DESCRIPTIO

Visu per Æquinoctia & Horizontis planum incedente. F

IACTIS *huius Proiectionis fundamentis, superstruere aggredimur, atque ex simplicibus elementis compositarum rerum orthographicas productiones elicere. Inter cetera autem, quorum proiectiones peculiarem vsum habent, non infimum locum obtinet cælestis sphæra, cuius circuli ex vario situ aspectuque in planum transcripti ea omnia præstant, quæ ipsâ materiali sphærâ ex-*

A *rà exhibentur: & verò longè etiam perfectiùs atque expeditiùs, vt suprà in argumenti explicatione docuimus, cùm de Proiecturarum vtilitate ageremus. Igitur quo pacto ea omnifariàm in plano describi possit, deinceps exponemus: ac primùm eo situ, quo primarius oculi radius per communes intersectiones Æquinoctiorum & Horizontis incedit, vnde Ptolemaici Analemmatis delineatio originem traxit. Est enim illud aliud nihil, quàm sphæræ imago ex ea ipsa dispositione in planum Meridiani consignata, radiis ab oculo æquali intercapedine profusis. Hinc etiam Astrolabium illud catholicum manauit,*
B *industria primùm Huonis Held inchoatum, quod posteà illustris vir Ioannes Roias perfecit, propriaque commentatione illustrauit. Et quamuis Roias ipse non, vti decuit, sui Astrolabij originem explicauit, ex Perspectiua tamen illud sumpsisse principium paucis hisce verbis apertè indicauit:* Vniuersa igitur ratio nobis hoc loco à Perspectiua trahatur. *At Gemma Frisius primo capite sui Astrolabij catholici originem Astrolabij D. Roias enucleatiùs ita describit:* Huius autem deformatio vnde originem sumat difficile est explicare. Mihi verò videtur ab
C intuitu per sphæram in planum produci, quemadmodum reliquæ iam dictæ sphæræ planæ: sed intellectu potiùs id concipitur, quàm manu perficitur. Si quis igitur cogitet sphæram cum suis circulis meridianis & parallelis, qui omnium maximos habent vsus, proponi visui, oculus verò in infinitum (si fieri potest) absistat, radiosque per hemisphærium in planum subiectum fundat, ita vt puncta æquinoctialia in recta linea oculo opponantur, *& quæ sequuntur. Ex quibus manifestè apparet horum Auctorum sententias cum nostra ad vnguem conuenire. At quia Guidus Vbaldus libro 2. de*
D *planisphæriorum vniuersalium theorica, acriùs in vtrumque inuehitur, existimaui aliquam huius causæ partem ad nos quoque pertinere. Sic inquit Guidus:* Gemma Frisius oculum infinito (si fieri potest) interuallo distare determinat: quod vtiq; idem est, ac si nullibi collocaret: nam quo pacto fieri potest aliquid à Perspectiua ortum ducere; oculum verò infinita distantia absistere? Hoc nimirum ipsi Perspectiuæ repugnat. *Quo igitur pacto Guidus hoc Astrolabium describet? Parallelis inquit lineis, quemadmodum & Ptolemæi Analemma,*
E *ex quo illud profluxit. Verùm si rectè expendatur ea infinitæ distantiæ explicatio, quam initio huius proiectionis præmisimus, haud erit difficile proiectionis rationem cum infinita oculi distantia conciliare, cùm non absolutè infinita intelligatur; sed admodum magna, & quæ iusti interualli fines excedat. Deinde parallelis lineis Guidus singulas sphæræ partes in planum traduci iubet, quod Ptolemæus fecit in Analemmatis descriptione: at nullam præcepti rationem tradit. Nos verò id consequens esse ex ipsius proiectionis natura suprà ostendimus propositione prima. Demum ait ex Analemmate Astrolabium profluxisse, quod sanè fieri nequit. Cùm enim vtriusque idem sit descri-*
F *ptionis modus, oportet vtrumque ex altiore capite manasse. Est igitur D. Roias catholicum Astrolabium ex eadem infinita oculi constitutione, & ex iisdem proiecturæ legibus quibus Ptolemæi Analemma descriptum; à quo etiam nihil discrepat, nisi quemadmodum cetera Astrolabia, à sphæræ proiectura versatilibus regulis, indiculis, brachiolis, cursoribus, retibus, ceterisque adminiculis, quorum in Astrolabiis proprius est vsus. Ne autem in proposita sphæræ descriptione doctrinæ ordo turbetur, cœptam propositionum seriem prosequemur.*

PROPOSITIO XXXIII. PROBLEMA. A

Meridianum in plano decircinare.

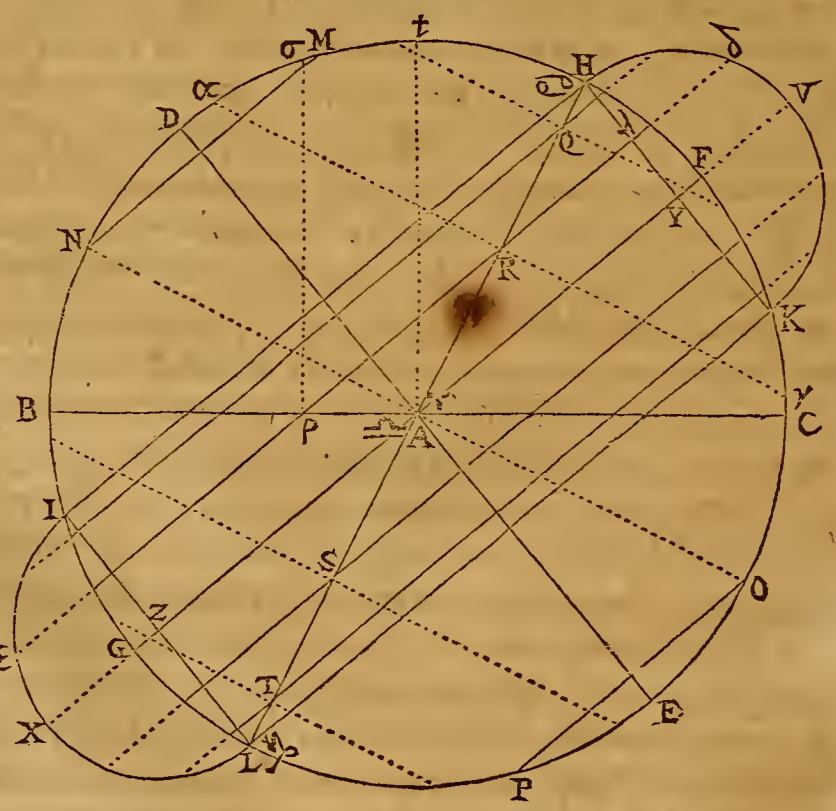
QVONIAM in præsenti constitutione sphæra ad oculum ita est comparata, vt radius principalis per vtrumque æquinoctij signum transeat, perspicuè patet eam lineam, quæ æquinoctia iungit, perpendiculariter obtutui exhiberi, cùm primario radio congruat: quare vtrumque æquinoctium in vnum idem punctum proiectum incidit. Si igitur circa hoc pũctum, quod simul amborum æquinoctiorum vicem gerit, circulus describatur interuallo quocumque: dico hunc circulum Meridiani circuli esse productionem: nam in hac sphæræ descriptione supponimus visum non modò per æquinoctia, verùm etiam per Horizontis planum incedere, sic vt principalis radius per communes intersectiones Æquatoris & Horizontis protendatur. Est verò Meridianus circulus, & ad Horizontis, & ad Æquatoris planum rectus: igitur per 19. vndecimi Euclidis communis vtriusque circuli sectio, per quam visus incedit, ad rectos est eidem Meridiano angulos: quocircà necesse est Meridianum ipsum directè aspectui obuersari, ac proinde in circulum procidere per 15. huius libri propositionem. Est autem eius proiecturæ centrum punctum illud, in quod proijcitur recta illa linea, quæ cõmunes intersectiones Æquatoris & Horizontis coniungit: itaque descripto circa hoc punctum circulo, erit is Meridiani proiectura; quod erat demonstrandum. B C

Porrò cùm Meridianus de numero sit maximorũ in sphæra circulorum, sitq; directè expositus, palàm est eius proiecturam omnes sphæræ partes suo ambitu complecti. Qui namq; ad sphæram pertinent tangentes radij, hi & totam sphæram coërcent, & Meridiani locum signant: quapropter ceterorum circulorum productiones, quas deinceps subiungemus, resumpto semper eodem Meridiano, vice plani describemus, vt mutuus omniũ consensus cùm inter sese, tum respectu Meridiani, totaq; sphęra clariùs elucescat.

PROPOSITIO XXXIV. PROBLEMA. D

Horizontem in plano delineare.

ESTO circa centrum A interuallo quocumque circumductus circulus BDCE, qui per superiorẽ propositionẽ Meridianum circulum ac ipsum etiam planum repræsentet, in quod ceteri sphęrę circuli designãdi sunt, perque centrum A diametrus agatur BC: hanc dico propriam esse Horizontis designationem. Cùm enim ex hypothesi, primaque huius descriptionis constitutione visus productus in eodem sit cum Horizonte plano, constat Horizontem ipsum perpendiculariter obiectum esse, ac proinde per 10. propositionem huius libri in rectam lineam profundi, diametro circuli



E F

vnde

A vnde proficiſcitur, æqualem. Oportet autem Horizontis proiecturam etiam per ſphæræ centrum duci: nam quia Horizon circulus maximus eſt, oportet eius ac totius ſphæræ idem centrum eſſe per 6. primi Theodoſij: igitur per ſphæræ centrum ducere oportet Horizontis proiectionem. Quoniam ergo hæc omnia in lineam B C conueniunt, erit per 11. huius libri propoſitionem A B propria Horizontis proiectura, quam in Meridiani plano inuenire oportuit.

PROPOSITIO XXXV. PROBLEMA.

Poli altitudinem in plano inueſtigare.

B MERIDIANO B D C E, & Horizonte B C iam conſtituto, ſi Meridianus in partes 360. æquales, quas gradus vocant, diſtribuatur, initio facto à B communi vtriuſque circuli interſectione, & inde verſus D numerentur partes quinquaginta, aut ſi placet vnus ſupra quinquaginta, quot ſcilicet hoc noſtro climate alter polus ſupra Horizontem attollitur; erit D locus poli ſublimis, eiuſque altitudo B D: cui ſi æqualis ponatur ſub Horizontem depreſſio C E, erit E alter polus, iunctaque D E, mundanum axem repræſentabit. Quæ omnia ex dictis facilem habent demonſtrationem. Cùm enim Meridianus circulus ex directo aſpectu ſit deſcriptus, patet per 19. libri huius propoſitionem partes eius partibus primitiui Meridiani C æquales eſſe: quare ſi is, qui in planum tranſcriptus eſt, in 360. gradus æquales diuidatur, hi gradibus veri Meridiani aſpectu reſpondebunt: itaque D locus eſt poli ſublimis, eiuſque altitudo B D poſtulata; ac eodem modo E alter polus, qui ſub Horizontem totidem gradibus decumbit, ex quo conſequens eſt, vt D E ſit axis totius mundi, circa quem ſphæra diurno motu circumacta naturalem peragit diem; quod oſtendiſſe oportuit.

PROPOSITIO XXXVI. PROBLEMA.

Vtrumque Colurum in planum conijcere.

D ALTER Colurus per Æquinoctia, alter per Solſtitia tranſit, ex quo patet hunc directè, illum perpendiculariter ſpectari; ac proinde illum, qui ab æquinoctiis nomen habet, in rectam proijci lineam; hunc verò, qui à ſolſtitiis nuncupatur, in circulum produci: quod apertiùs demonſtrabitur in hunc modum: Cùm æquinoctiorum Colurus per vtrumque æquinoctium incedat, neceſſe eſt primarium radium in ipſius Coluri plano exiſtere: nam & hic per centrum viſus, & per vtrumque æquinoctium porrigitur: ergo ex perpendicularis ſitus definitione conſtat, æquinoctiorum Colurum perpendiculari ſitu ſpectari, atque idcircò per 10. huius libri propoſitionem in rectam lineam produci, quę vtrumque ſimul polum mundi attingat, cuiuſmodi eſt in ſuperiore proiectione D E.

Rurſus quoniam ſolſtitia ab æquinoctiorum ſignis quarta cæli parte abſiſtunt, conſe-
E quens eſt, vt quæ ab vtrouis æquinoctiali ſigno ad ſolſtitialis Coluri ambitum deſtinantur rectæ lineæ, ſint inter ſe æquales, vtpote æqualibus peripheriis ſubtenſæ: igitur per 5. definitionem primi Sphæricorum Theodoſij, æquinoctialia puncta ſunt poli ſolſtitialis Coluri: quare per 10. primi Sphæricorum Theodoſij recta linea, quæ per vtrumque æquinoctium traijcitur, ad planum Coluri ſolſtitiorum recta eſt, tranſitq, per ipſius Coluri centrum; atq, ea propter per directi ſitus definitionem ſolſtitiorum Colurus directè aſpectui opponitur; & per 15. huius libri propoſitionem in circulum proijcitur, ipſi primitiuo æqualem per 16. huius, qualis in præcedente ſchemate eſt B D C E circulus, idem ſcilicet qui & Meridianus.

PROPOSITIO XXXVII. PROBLEMA.

F

Æquatorem, Tropicos, & Polares deſignare.

CVM Æquator ſit circulus ſphæræ maximus, erit eius ac totius ſphæræ idem centrum per 6. primi Sphæricorum Theodoſij. Tranſit autē Æquator per vtrumque æquinoctium: igitur ipſius planum, ſi producatur, in oculum incurret, quòd ſcilicet radius primarius per vtrumque æquinoctium traducatur: igitur iam ex his conſtat Æquatorem perpendiculariter obuerſari, ideoque in rectam lineam produci per 10. huius libri propoſitionem, cuius longitudo

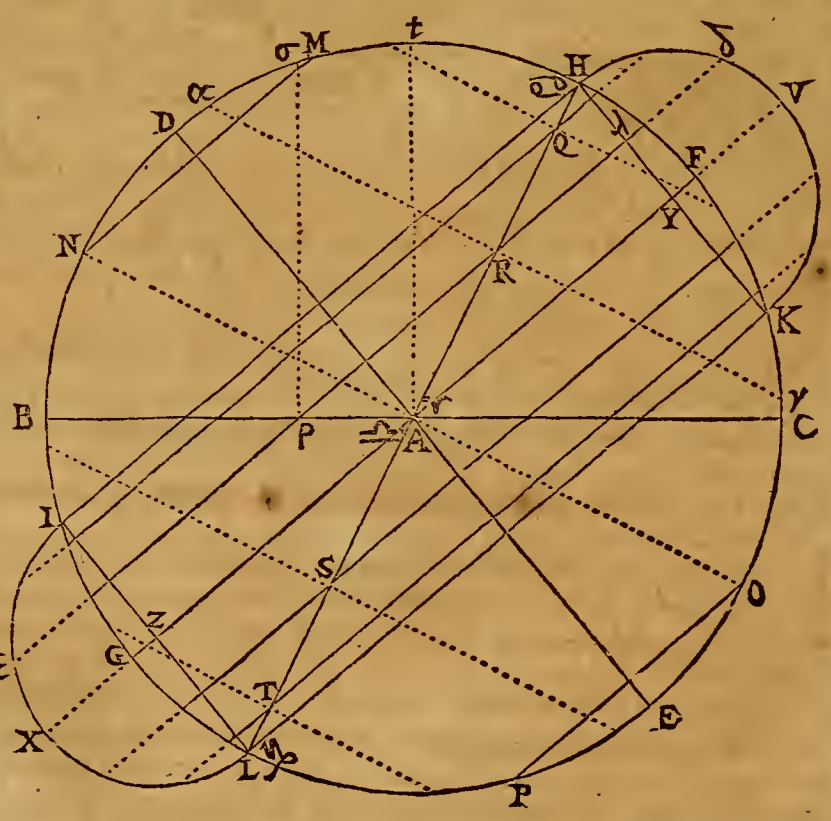
diametro sphæræ sit æqualis. Est verò idem Æquator circa mundi cardines, ceu proprios polos, æquabili interuallo circumactus: itaque mundi axis eiusdem Æquatoris plano ad centrum rectus est, per 10. primi Sphæricorum Theodosij: quocircà si ex mundi centro A ipsi D E axi perpendicularis ducatur F G, quæ vtrimque ad sphæræ peripheriam pertineat, erit F G ipsius Æquatoris proiectura, eiusque & Horizontis communes intersectiones vnico puncto A simul repræsentatæ. A

Rursus quia Tropici ac Polares circuli Æquatori sunt paralleli, constat per 30. propos. huius libri, eos in rectas quoque lineas procidere, tum Æquatori, tum inter se parallelas: quare in solstitiali Coluro B D C E à puncto Æquatoris F gradus viginti tres & dimidius hinc & inde abscindantur, quot scilicet Tropici ab Æquatore distant, signenturque ibidem loca H & K, ac totidem gradus ex vtraque parte puncti G sumantur I & L: ductis itaque H I & K L, dico his rectis lineis Tropicos circulos repræsentari; siquidem illæ tales omnino sunt, quales ostendimus debere esse Tropicorum proiecturas. Simili autem modo polares constituentur, si facto initio à polis mundi D & E ex vtraque parte arcus sumantur continentes gradus viginti tres & dimidium, vt D M & D N, itemque E O & E P; tantum enim distant Polares circuli à mundi polis, quantum Tropici ab Æquatore; iunganturque M N & O P rectis lineis, quas dico proprias esse polarium circulorum proiecturas, vt ex ipsorum natura & propositione 30. huius libri facilè colligi potest. B

PROPOSITIO XXXVIII. PROBLEMA. C

Eclipticam proprio loco annotare.

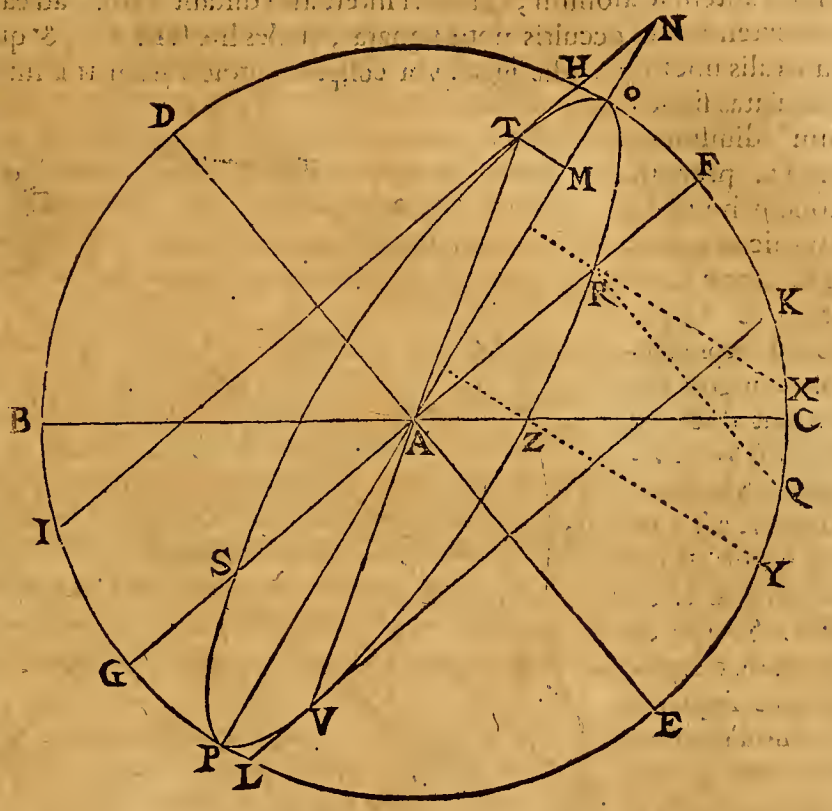
ECLIPTICÆ descriptio, si quidem signa Arietis & Libræ in radium visus primarium incidant, nil differt ab Æquatoris & Horizontis proiectione: cùm enim illa æquè ac duo iam dicti circuli per vtrumque Æquinoctium transeat, per quæ & visus procidit, perspicuum est eam perpendiculariter obtutui exhiberi, ac proinde per 10. propos. huius libri in rectam lineam produci, cuiusmodi est H L, quam in primis necesse est sphæræ diametro æqualem esse, quòd ecliptica sit è numero maximorũ in sphæra circulorũ: deinde & per sphæræ cẽtrum ipsam trãsmitti oportet duplici de causa, tum scilicet, quòd vtrumque æquinoctium per quæ incedit, in centrum profundatur; tum quòd eius proiectura æqualis ostensa iam sit sphæræ diametro, qui suapte natura per centrũ transit. Si igitur linearis proiecturę per cẽtrum actę extrema ad vtrumque Tropicum porrigantur, ad signa H & L, quibus solstitiorum Colurum ecliptica intersecat, erit H L ecliptica in planum Meridiani repræsentando transcripta; quod erat faciendum. D E F



Si verò alio quopiam situ ecliptica aspectui obijciatur, in ellipsin procidet. Veluti si Arietis initium per Æquatorem diurno motu gradibus 40. processerit, sumantur in proiectura

A iectura Æquatoris F G ab A ad R gradus quadraginta per duodecimam propositionem libri huius; cumque iam consequens sit, vt & signum Cancri, quod prius sphæræ fastigium H obtinebat, nunc totidem gradibus per proprium Tropicum H I promouerit, sumantur per eamdem 12. propositionem libri huius in proiectura H I gradus quadraginta ab H ad T, ductaque T A producatur in V, & fiat A S ipsi A R æqualis. Constat igitur hoc situ Eclipticam obliquè spectari, atque ea propter per vigesimam primam propositionem libri huius in ellipsin profundi, cuius ambitus per puncta R, T, S, & V transeat, sic tamen, vt Tropicos nequaquam secet; sed in punctis T & V solummodò contingat; siquidem primitiua Ecliptica Tropicos tantùm contingit.

B Quare vt eius maxima diametrus reperiatur, (quæ vtique sphæræ diametro æqualis est, quòd ecliptica è numero sit maximorum circulorũ) producta I H versus H infinitè, fiat per 11. C lemma huius libri vt I T ad T H, sic I N ad N H: ab N verò recta per centrum agatur N P, quæ circulum Meridianum B D C E secet in O & P: dico igitur O P maximam esse diametrũ postulatam, D circa quam descripta ellipsis per puncta T & V, in ijsdem punctis T & V Tropicos H I & K L contingat, quod ex lemmate vigesimo tertio huius quarti adiuuante propositione trigesima quarta primi Conicorum Apollonij Pergæi nullo negotio potest demonstrari. Nam si à T ad rectos ipsi O P angulos ducatur T M, erit per conuersionem lemmatis 23. libri quarti, vt P M ad M O, sic P N ad N O: quare per 34. primi Conicorum Apollonij N T ellipsin contingit, cuius maxima diametrus O P: igitur si per 23. lemma huius libri data O P, datisque punctis T & V ellipsis describatur, ea erit Eclipticæ pro- E iectura secundùm propositam dispositionem.



CONSECTARIVM.

Hinc solis ascensiones descensionesq; cognoscere.

Ex his non erit difficile ascensiones ac descensiones colligere. Vbi namque Horizon Æquatorem simul & Eclipticam intersecat, ibi eas portiones abscindit, quæ simul ascendunt aut descendunt. Quod quamuis ita vniuersè pronuntiatum sat perspicuũ sit ijs, qui ascensionũ descensionumq; notionem possidẽt, exemplo tamen fiet manifestius.

Quoniam Horizon B C Æquatorem secat in A, Eclipticam verò in Z, est autem F communis Æquatoris & Eclipticæ intersectio R, hoc est principium Arietis, perspicuè patet portionem Æquatoris A R, & Eclipticæ portionem R Z simul ascendere: est autem A R graduum 40. ex hypothesi; at quot graduum sit portio Eclipticæ R Z per 24. propositionem libri huius facilè determinabitur, si inquam per R & Z ipsi O P perpendiculares ducantur R X & Z Y: hæ namque ad peripheriam circuli circum O P descripti productæ portionem intercipiunt X Y, quam ellipseos portionem R Z orthographicè repræsentat. Secta igitur peripheria X Y in gradus, totidem repræsentando continebit portio ellipsis R Z; quod erat inuestigandum.

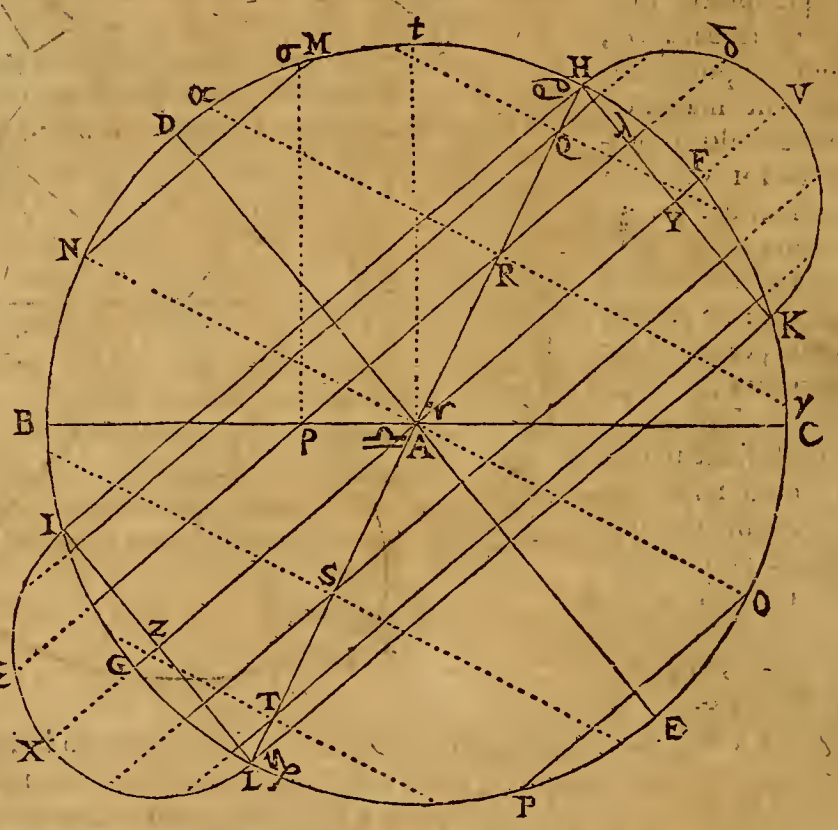
PRO-

A

PROPOSITIO XXXIX. PROBLEMA.

Eclipticam in duodecim signa & gradus partiri.

PROPOSITIONE 36. assumpti sunt arcus F H & D N æquales, nempe graduum vigintitrium & dimidij: addito igitur arcu communi H D, erunt F D & H N æquales: at F D est circuli quadrans: itaque & H N circuli est quadrans: quocircà N alter est eclipticæ polus, alter verò O eamdem ob causam: quadrantes ergo H N, N L, L O & O H singuli tripartitò diuidantur; à locis autem sectionum, quæ pari interuallo distant à polis, ad easdem partes rectæ lineæ extendantur occultis notis signatæ, quales hîc sunt N O, & quæ ipsi parallelæ solis punctulis notantur. Hæ igitur vbi eclipticæ proiecturam H L intersecant, ibi faciunt postulatas signorum diuisiones per 12. propositionem huius libri; sic vt præter H & L, quæ Cancrum & Capricornũ repræsentant, singula pũcta sint duorum signorũ loca, videlicet A Libræ & Arietis, R Tauri & Virginis, Q Geminorũ & Leonis, S Scorpij & Piscium, T Sagittarij & Aquarij.



B

C

Quòd si plures diuisiones postulentur, veluti si in gradus distribuenda sit eclipticæ proiectura H L, primùm diuidenda erunt singula iam accepta circuli segmenta trifariàm, è quibus vnaquæque pars denos continebit gradus: tum singulæ hæ partes iterùm bifariàm, ac tandem hæ in quinque: sic enim in gradus sectam habebis totam circuli H N L O perimetrum. si igitur à locis sectionum quæ pari interuallo ab H aut L distant, rectæ extendantur lineæ quæ ipsam H L secent, erunt hæc loca singulorum graduum proiecturæ, vt ex propositione 12. huius libri constat.

D

E

Est & alius modus distribuendi eclipticæ proiecturam in signa & gradus: si nimirum Tropicorum extremitates iungantur rectis lineis H K & I L, positoque circini pede immobili in ipsarum medio Y & Z, vbi ab Æquatore bifariàm dissecantur; interuallo autem Y H & Z L semicirculi describantur H V K & I X L, iique in sex partes æquales diuidantur, locaque sectionum, quæ æqualiter ab V & X ad easdem partes distant, iungantur rectis lineis ipsi V X parallelis: hæ namque vbi ipsam H L eclipticæ proiecturam intersecabunt, ibi dabunt eadem signorum loca, quæ suprà.

F

Nam quòd à lineis ipsi V X parallelis proiectura eclipticæ H L in eamdem rationem secetur, in quam antè secta fuit ab illis, quas ipsi N O parallelas occultis notulis protraximus, hunc in modum potest demonstrari. Ne verò ob linearum & sectionum multitudinem obscurior euadat noster discursus, ex vtrisque lineis duas duntaxat assumemus, nempe α γ & δ ε, hanc quidem ipsi V X, illam verò ipsi N O parallelam, quibus dico lineam H L in eodem puncto R secari. Cùm enim semicirculi H α L & H δ K, in sex partes æquales sint distributi; arcus autem H δ duas ex his complectatur, arcus verò H α ex illis item duas, erunt arcus H α & H δ proportionales, hoc est quemadmodum H α ad semi-

A semicirculum H α L, ita se habebit H δ arcus ad H δ K semicirculum: si igitur ex δ ad diametrum HK perpendicularis agatur δ λ seu δ ε ipsi V X parallela, quæ diametrum HK secet in λ; itemque ex α ducatur α γ parallela ipsi N O, quæ ipsam H L normaliter secet in R, erit H L in R eadem proportione diuisa per lineam α γ, quemadmodum H K in λ per lineam δ ε, suffragante sexto lemmate huius libri. At quoniam in triangulo H K L est λ R parallela ipsi K L ex constructione, erit per 2. sexti Euclidis vt H λ ad λ K, ita H R ad R L: sed H K secta est in λ lineâ δ λ vt H L est secta in R lineâ α R: igitur & H L in eamdem proportionem secatur siue à linea δ ε siue à linea α γ: itaque idem est punctum R in quo ab vtraque δ ε & α γ ipsa H L secatur. Cumque eadem sit demonstratio in punctis Q, S & T, patet ecliptícæ proiecturam HL lineis ipsi V X parallelis in duodecim signa B postulata repræsentatione distributam esse; imò & in gradus, si semicirculi H V K & I X L in gradus diuidantur, ad binos autem pari interuallo ab V & X ad easdem partes dissitos rectæ adiungantur ipsi V X parallelæ: hæ enim secabunt H L in partes eiusdem rationis, vt prius eadem H L secta fuit ab illis, quas ipsi N O parallelas occultè duximus. Quæ omnia sic demonstrasse oportuit. Est porrò hic posterior modus non æquè commodus ac prior, præsertim cùm admodum obliquo aspectu circulus offertur; necessaria tamen erat eius cognitio, quòd subinde ipsius necessarius sit vsus.

PROPOSITIO XL. PROBLEMA.

C *Parallelos diurnos proprijs sedibus orthographicè collocare.*

SECTA in gradus ecliptícæ proiectura H L, haud erit difficile parallelos circulos, quos diurnos vocant, inter Tropicos aptè collocare. Primùm enim in rectas lineas ipsos produci sic probabitur: Diurni circuli iuxtà ac Æquator ob dispositionis similitudinem vno omnes modo aspectui opponuntur; quare & eumdem habent proiectionis modum, vt propositione 30. huius libri est demonstratum: at Æquator perpendiculariter obijcitur, propterea quòd radius principalis in ipsius sit plano: igitur & diurni circuli in rectas lineas profunduntur.

D Deinde constat ipsos per æquales portiones seu gradus ecliptícæ incedere: sunt enim à sole relicta vestigia, cùm is spatio 24. horarum quotidie semel circa mundanum axem voluitur: at sol numquam ab ecliptica discedit; in ea autem vno fermè gradu diebus singulis aduersa latione ab Occidente in Orientem promouet: itaque circuli illi diurni per æquales ecliptícæ portiones transeunt. Hinc verò apertè concluditur peractum fore propositum si ecliptícæ proiectura H L in gradus diuidatur, qui inæquales quidem inter se erunt, at æquales gradus veræ primogeniæque ecliptícæ orthographicè repræsentabunt, vt propositione 12. huius libri docuimus; per singulos autem hosce inæquales ecliptícæ gradus rectæ lineæ protendantur Æquatori parallelæ, cuiusmodi in superiori schemate illæ sunt, quæ per signorum initia Q, R, S, & T actæ ab Æquatore parallelis in-
E teruallis distant.

Hîc animaduertere licet diurnorum circulorum lineares proiecturas inæqualibus interuallis ab inuicem distare; & quidem prope Æquatorem laxiora esse spatia, quàm iuxta solstitia, cuius rei ea est causa, quòd ecliptícæ H L gradus minores sint circa extremitates, quàm circa medium, vt propositione 12. huius libri est demonstratum.

CONSECTARIVM.

Latitudinem solis ortiuam occiduamq; expiscari.

F ESTO idem qui supra Horizon BC Æquatorem secans in A, eademque ecliptica HL, in qua sol primum gradum Tauri occupet, sitque eius inquirenda latitudo ortiua. Inueniatur primùm in ecliptica H L per 39. huius primus gradus Tauri R: deinde per R diurnus parallelus proijciatur δ ε, vt propositione 40. explicatum est, vbi verò is Horizontem intersecat, puta in ρ, ibi determinatur A ρ latitudo ortiua, eademque & occidua; nam hæ æquales inter se sunt: itaque si ab A & ρ ipsi B C perpendiculares ducantur A τ & ρ σ, erit per 14. huius τ σ autographa circuli portio, quam A ρ orthographicè repræsentat: quare diuisa τ σ in gradus, vera latitudo ortiua occiduaque sole in Tauro existente habebitur, quæ erat inuenienda.

Hactc-

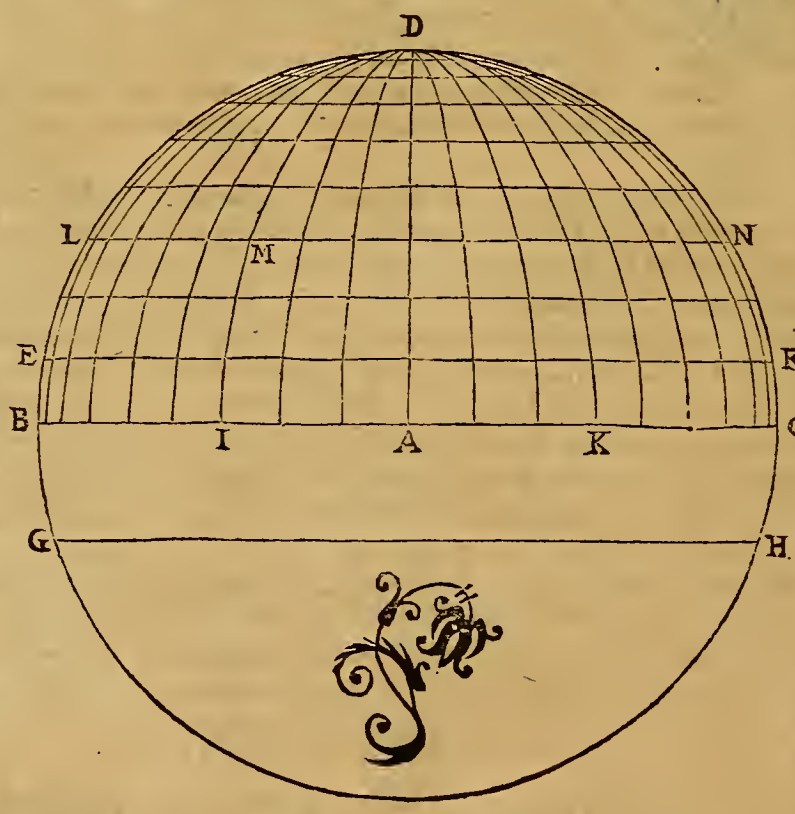
Hactenus vniuersos sphæræ mobilis circulos descripsimus; ex immobili autem sphæra duos dumtaxat, videlicet Meridianum, in cuius planum tota hæc designatio profunditur, & Horizontem, cuius intuitu recta aut obliqua sphæra nuncupatur. Quos sanè præmisisse oportuit; erant enim ad aliorum circulorum descriptiones perficiendas omnino necessarij. Quare deinceps reliquos sphæræ immobilis circulos subiungemus, &, quo pacto singuli orthographicè in planum proiici debeant, ostendemus. A

PROPOSITIO XLI. PROBLEMA. B

Circulos altitudinum ducere.

HOC in primis constat ex 32. propositione huius libri similem esse horum circulorum & Horizontis proiectionem. Sunt enim hi circuli Horizonti paralleli, per ipsorum definitionem superiùs explicatam prænotatione 16. at Horizon in rectam procidit lineam per propositionem 34. huius libri: igitur & circuli altitudinum in rectas lineas profunduntur. Deinde parallelas esse horum circulorum proiecturas, cùm inter sese, tum transcripto in planum Horizonti, ex 30. propositione libri huius manifestè conuincitur: nam eumdem omnes respectum situmque habent ad oculum infinito recessu abductum, nempe perpendicularem; quam etiam ob causam ipsi, velut & Horizon, in rectas lineas proijciuntur: igitur parallelæ sunt ipsorum proiecturæ, & inter sese, & ipsi in planum consignato Horizonti. C

His præmonstratis reponantur ex schemate propositionis 34. Meridianus B D C ex centro A ad vnguem decircinatus, itemque Horizon B C in rectam lineam productus, cuius vertex seu polus D: seceturque Meridianus B D C vt lubet, exempli gratia in denos gradus, perq. sectionum puncta rectæ agantur ipsi B C parallelæ, qualis hic proxima est E F, quæ ceteræ ordine consequuntur, factumq; erit id quod fuerat postulatum. Etenim hæ omnes parallelæ rectæ lineæ circulos repræsentabunt perpendiculariter aspectatos per 10. propositionem libri huius, eosque parallelos Horizonti per 30. huius: eiusmodi autem sunt circuli altitudinum, quos superiùs exposuimus prænotatione 16. igitur sic se habet, vti dictum est, horum circulorum in planum descriptio, quæ postulabatur. F



D

E

Similes omnino circulorum proiectiones sub Horizonte B C institui possunt: illorum inquam quos depressionum circulos appellare possumus, quemadmodum altitudinum circuli illi vocantur, qui supra Horizontem assurgunt: talis in primis ille est qui noctem à crepusculo seu dubia luce disterminat, litteris notatus G H: deinde ceteri nullo certo numero comprehensi, quibus astrorum depressiones, hoc est distantiæ ab Horizonte subtus æstimari possunt.

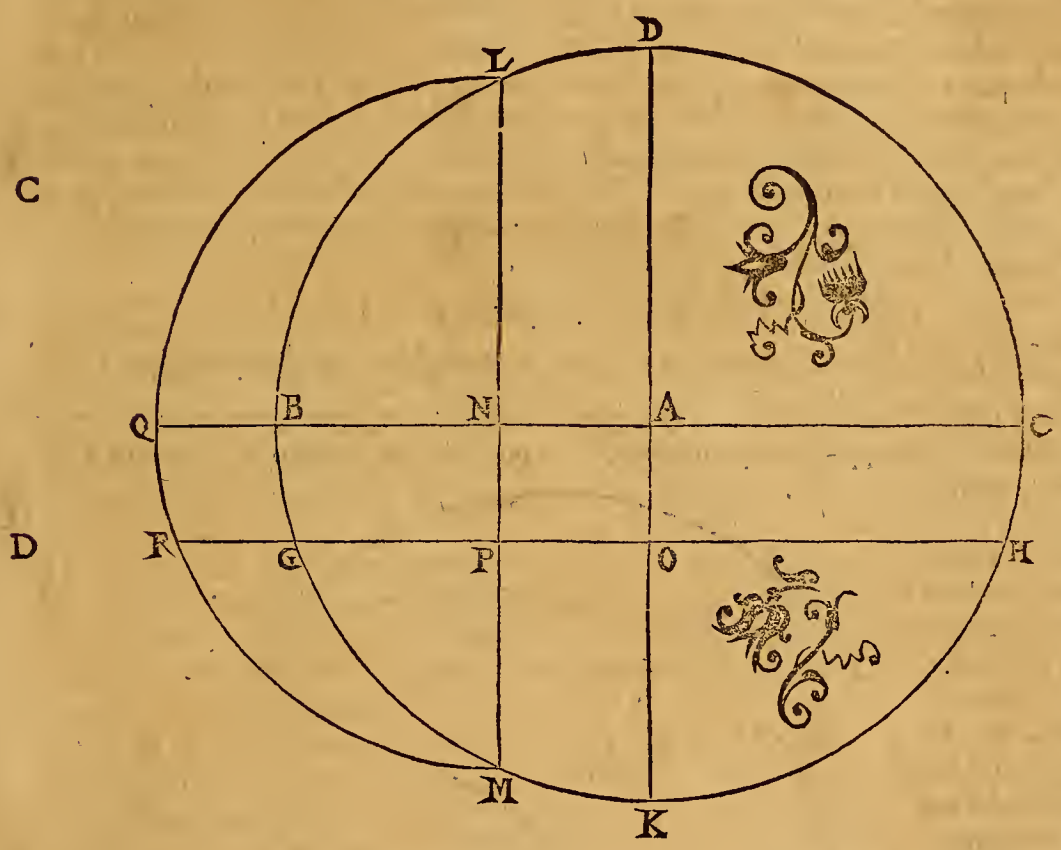
PRO-

A

PROPOSITIO XLII. PROBLEMA.

Crepuſculi terminum ponere.

RESVMATVR ex ſuperiore proiectura Meridianus BDC, itemq; Horizon BC: quia verò circulus ille, qui à crepera luce nomen habet, ab altitudinum circulis haud abſimilis eſt, vtpote vnà cum ceteris Horizonti parallelus, atque ex ijſdem Polis decircinatus, linearem quoque habet, vti illi, proiectionem, eamque Horizonti in planum transfuſo parallelam per 30. propoſitionem libri huius: itaque ſi in Meridiani circuli plano B D C à punctis Hori-
B zontis B & C ad G & H decem & octo gradus ſupputentur (quantum ſcilicet initio crepuſculi matutini & veſpertini exitu ſol ab Horizonte abeſſe intelligitur) ijſque recta adiungatur linea G H, ea erit crepuſcularis circuli proiectura, vt ex præcedentis propoſitionis demonſtratione perſpicuè conſtat.



E

CONSECTARIVM I.

Crepuſculi magnitudinem in recta ſphæra conſtitutione omni tempore metiri.

ESTO primùm in ſphæra recta magnitudo crepuſculi perquirenda eo anni tempore, quo ſol Arietis ſignum ingreditur. Conſtituta iam crepuſculari linea G H, addatur D K ipſi B C rectis inſiſtens angulis, quæ rectum Æquatorem repræſentet. Quoniam igitur crepuſculi magnitudo, dum ſol Arietis ſignum ingreditur, continetur lineari proiectura A O, ſi illa ad primitiuum circulum reuocetur per 14. propoſitionem libri huius, inuenietur peripheria B G, quæ parallelis A B & O G comprehenditur, primæua eſſe
F Æquatoris portio, quam linea A O repræſentat: quare B G erit crepuſculi magnitudo poſtulata, ſole Æquatorem ſubeunte.

Si verò crepuſculi quantitatem B G tempore æſtimare velis, totum priùs circulum B D C in tempus conuertes, hoc eſt in partes 24. æquales diſtribues: quot enim ex his portio B G complectetur, tot inquam horis crepuſculum perdurabit: vt enim ſe habet peripheria B G ad totum circuli B D C ambitum, ita ſe habet tempus, quo ſol ſpatium B G percurrit, ad tempus quo totam conficit orbitam.

Si quantitatem crepuſculi veſtigare oporteat ſole ad æſtiuum ſolſtitium delato, de-

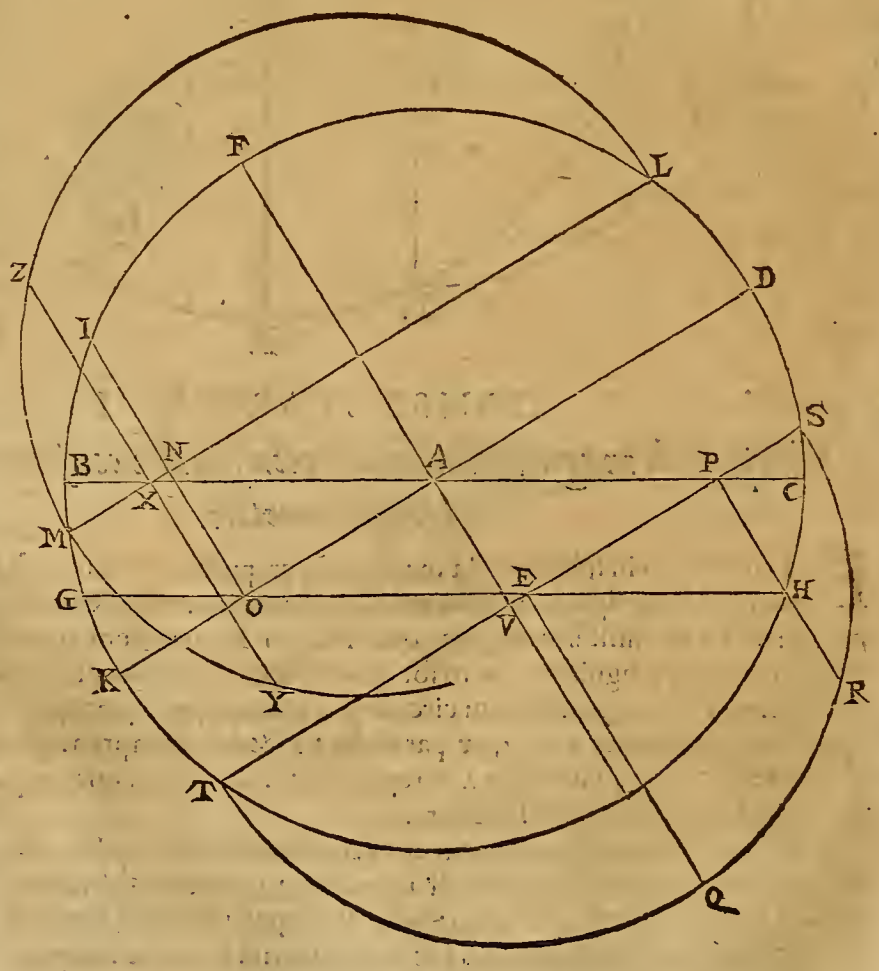
ſcribatur in eadem ſphæræ proiectione parallelus Cancri, qui ſecundùm leges Orthographices, & per 37. & 40. propoſitionem huius libri in rectam procidet lineam L M, cuius portio N P crepuſculi magnitudinem repræſentabit. Si itaque circum L M velut diametrum circulus deſcribatur L Q R M, ab N verò & P ipſi L M perpendiculares ducantur N Q & P R, erit circularis peripheria Q R, quæ inter perpendiculares N Q & P R intercipitur, primitiua linearis proiecturæ N P per 14. huius; ideoque & vera crepuſculi magnitudo: quæ proinde ſi in tempus redigatur, vt priùs, diuiſo ſemicirculo L Q R M in partes 12. æquales, quot ex his continebit Q R, tot horis conſtabit crepuſculi magnitudo, dum ſol Cancri initium tenet. A

Ex his facilè apparet in recta ſphæræ diſpoſitione crepuſcula omni anni tempore neutiquam æqualia eſſe: ſed minimum quidem eſſe cùm ſol Æquatorem percurrit; hinc inde verò perpetuo incremento augeri, ſic vt in Tropicis maximum ſit, atque in parallelis æquè ab Æquatore diſiunctis æquale. Cùm enim Horizon B C per omnium parallelorum centra tranſeat, ſitque Æquator omnium parallelorum maximus, ſequitur cuiuſcumque alterius paralleli, puta L M, crepuſculum ipſius Æquatoris crepuſculo maius eſſe: nam per 7. lemma huius libri conſtat Q R ad circulum L Q M maiorem rationem habere quàm B G habeat ad D B K circulum Æquatoris: quare ſi vterque circulus in partes ſimiles ac numero æquales diuidatur, ex his plures Q R quàm B G complectetur: itaq; ſol qui æquali tempore vtrumq, circulum percurrit, plus temporis in Q R inſumet, quàm in B G: quamobrem longiùs eſt crepuſculum paralleli L M quàm D K. Cumque eodem prorſus modo oſtendi poſſint crepuſcula ceterorum parallelorum maiora eſſe crepuſculo Æquatoris, hoc minimum eſſe conuincitur, maximum verò Tropicorum; ceterorum autem æquè ab Æquatore diſtantium æqualia. B C

CONSECTARIVM II.

Magnitudinem crepuſculi in ſphæra obliqua determinare.

NON alia eſt crepuſculorum determinatio in ſphæra obliqua quàm in recta, vt ex decurſu facilè apparebit: quamobrẽ eſto vt priùs Meridianus B D C K ex centro A deſcriptus, itemq; Horizon B C, & crepuſculi circulus G H in rectam lineam profuſus per ſuperiores proiectionum leges. Rurſus ſit Æquator D K ſecundùm datam Poli altitudinem B F, in rectam lineam proiectus vt prop. 37. cuius portio A O magnitudinem crepuſculi repræſentat eo anni tempore cùm ſol Arietem aut Libram ingreditur; quæ proinde ſi ad primitiuam Æquatoris peripheriam reducatur, ductâ nimirum O I ad rectos ipſi A F angulos per 14. propoſitionem huius libri, inuenietur F I vera crepuſculi magnitudo ſole in Æquatore exiſtente. D E F



Eodem

A Eodem modo crepuſculi magnitudo inuenietur ſole Tropicum Capricorni tenente. Si deſcripto circa S T (quæ eumdem Tropicum repræſentat) circulo cuius centrum V, à P & E communibus ſcilicet interſectionibus ipſius S T & Horizontis, circuliſque crepuſcularis, perpendiculares ducantur P R & E Q: nam circuli portio R Q per ſuperiùs citatam 14. propoſitionem huius libri eſt primitiua peripheria, quam portio P E linearis proiecturæ S T repræſentat; ac proinde ipſa R Q eſt vera magnitudo crepuſculi, dum ſol in Tropico Capricorni verſatur. Quia verò parallelæ P R & E Q æquali interuallo ab inuicem diſtant, atque A F & O I; quia item minor eſt Capricorni Tropicus ipſo Æquatore, perſpicuum eſt per 7. lemma huius libri peripheriam R Q ad Tropicum maiorem
B rationem habere, quàm F I habeat ad Æquatorem; ac proinde Tropici quàm Æquatoris crepuſculum maius eſſe.

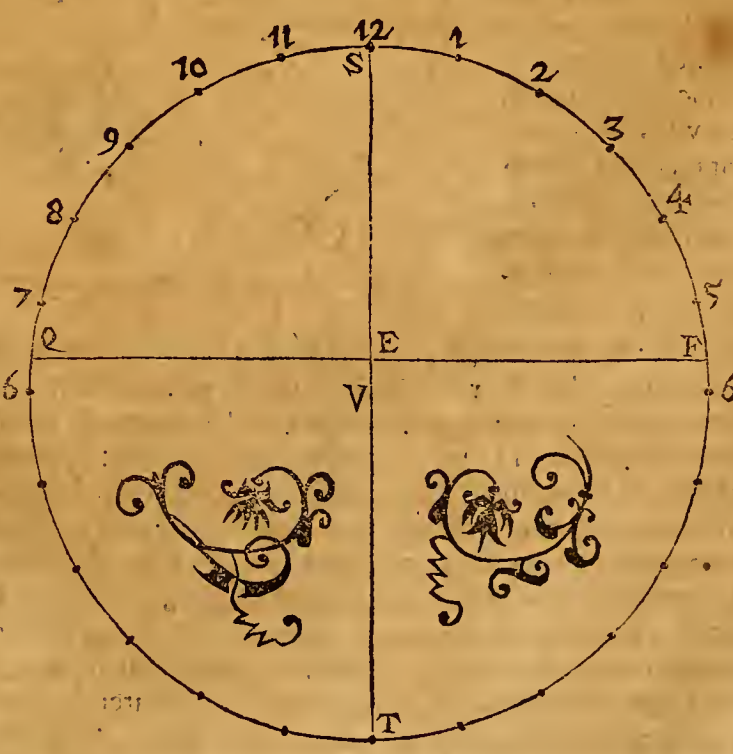
Rurſus ſi crepuſculi magnitudo requiratur, cùm ſol Cancri Tropicum perambulat, inuenietur matutinum ac veſpertinum nulla interiectione perfectæ noctis diſiungi; ſed in continuum produci, quòd nimirum proiecturæ L M, quæ Tropicum Cancri repræſentat, portio X M depreſſa ſub Horizontem, tota ſupra crepuſcularem lineam C H emineat. Quare ſi quis eius crepuſculi magnitudinem deſideret, deſcripto circa L M circulo, ducat per X ipſi L M perpendicularem Z Y, eritque arcus Z M Y magnitudo crepuſculi poſtulata per 14. libri huius propoſitionem.

Porrò ceteras crepuſculorum comparationes, vide Lector apud Clauium, alioſq. Au-
C ctores, qui de hac materia acutè iuxtà ac doctè ſcripſerunt: nobis enim qui de proiectionibus tantummodò dicere inſtituimus, ſat eſſe debet circulum crepuſculi ex Orthographiæ legibus in planum tranſcripſiſſe, atque exemplis aliquot ipſius vſum oſtendiſſe, vt ex eorum ſimilitudine cetera colligere addiſcas: quod vt præſtares faciliùs, quatuor lemmata præmiſimus, nempe ſeptimum, octauum, nonum & decimum, ad rationes crepuſculorum intelligendas prorſus neceſſaria; placuit verò hoc inſuper problema reliquis quæ de crepuſculis dicta ſunt, adiungere.

CONSECTARIVM III.

D *Qua hora crepuſcula incipiant & deſinãt, ex proiectura indagare.*

CIRCA linearem proiecturam paralleli, cuius crepuſculum ad horam determinari poſtulatur, deſcribendus eſt circulus, iſque in 24. horas diſtribuendus: deinde per communem interſectionem eius proiecturæ & crepuſcularis lineæ agenda eſt perpendicularis, quæ ex vtraque parte producta circulum duobus in locis ſecet, factumque erit quod fuerat poſtulatum: nam ad quam horam perpendicularis linea circulum vtrimque ſecat, eâ
E crepuſculum incipit ac deſinit.



Exempli gratia, ſi in ſphæra obliqua ſuperioris cõſectarij poſtuletur, qua hora crepuſculũ incipiat deſinatque ſole in Capricorno exiſtẽte: circa linearem proiecturam S T, quæ parallelum Ca-
F pricorni repræſentat, ex centro V circulus deſcribatur, iſque in 24. horas diuidatur: deinde ex E communi ſcilicet interſectione ipſius S T & lineæ crepuſcularis G H, recta ducatur E Q, ipſi S T perpendicularis, quæ in alteram partem protenſa cum circulo conueniat in F: hæc li-

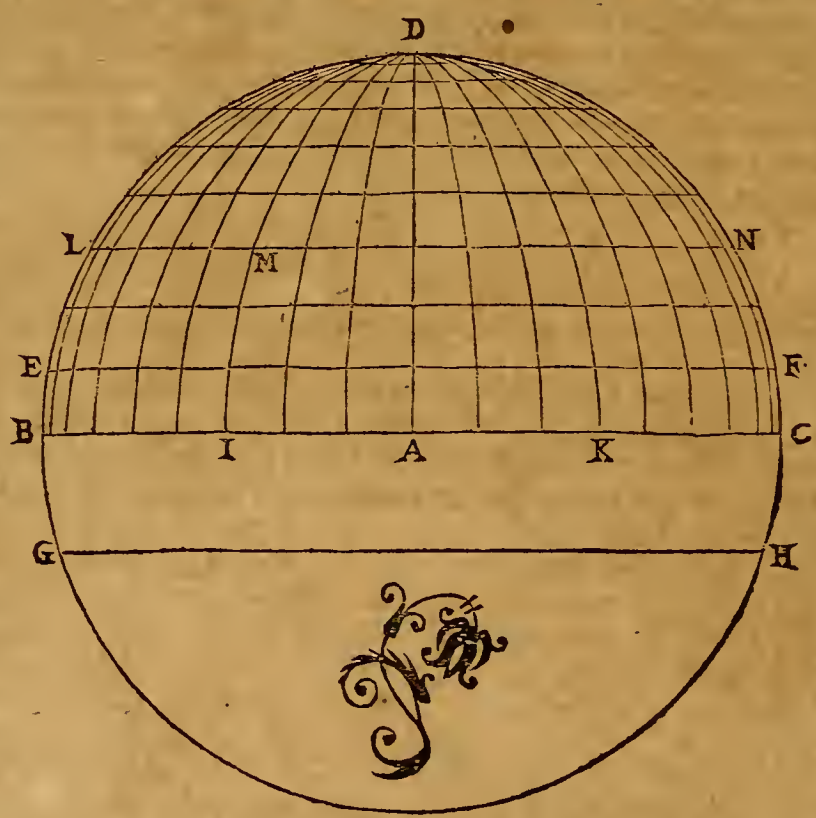
nea Q F, cùm paulò ſupra horam ſextam circulum ſecet, palàm eſt crepuſculum eo anni tempore, quo ſol in Capricorni initio exiſtit, paulò poſt ſextam inchoari, & paulò ante ſextam deſinere; quæ omnia ex dictis apertam habent demonſtrationem: ſiquidem per 14. propoſitionem libri huius conſtat Q & F, ſigna primitiua eſſe puncti E: ſi ergo circulus in tempus conuertatur, perſpicuum eſt illa hora crepuſculi initium ac finem eſſe in quam ſigna Q & F incidunt. A

Ex quo patet in ſphæra recta toto anni tempore crepuſcula ante ſextam horam incipere, ac poſt ſextam deficere: in obliqua verò magnam eſſe diſparitatem, cùm ſubinde quædam poſt ſextam incipiant & ante ſextam deſinant, & numquam Borealia Auſtralibus reſpondeant, quæ omnia Lector, ſi ad exactum calculum reuocare volueris, meridiana luce clariùs, & tamquam ad oculum, factis proiecturis perſpicies. B

PROPOSITIO XLIII. PROBLEMA.

Verticales circulos adſcribere.

Ex prænotatione 16. initio huius libri præmiſſa conſtat verticales circulos de numero illorum eſſe, quos vocant maximos; omneſque in vertice congreſſionem facere: inde verò tamquam à communi principio diſtractos per æquales partes Horizontis viam capeſſere. Quocircà reſumpto Meridiano B D C formâ circulari ex A deſcripto, nec non Horizonte B C in rectam lineam proiecto, ex puncto A, quod centrũ mundi repræſentat, recta ducatur A D ipſi B C perpẽdicularis, quæ per 8. primi Sphæricorum Theodoſij in polum Horizontis, qui nobis eſt vertex, incidet, & verticalem primarium orthographicè exhibebit. Cùm namque per cõmunem interſectionem Horizontis & Æquatoris incedat, in quam & viſus procidit, erit is perpendiculariter viſui obiectus: quamobrem in rectam lineã A D proijcietur per 10. propoſitionem libri huius: alter verò qui hunc ad normam ſecat, in circulum proijcietur B D C, per 15. huius: reliqui autem propter ſitus obliquitatem in ellipſes cadent, quarum gratia Horizontis proiectura B C in partes æquales repræſentando ſecetur, puta in denos gradus per 12. huius, perque bina ſectionum puncta æquali interuallo ab A diſiuncta, & verticem D, ellipſes deſcribantur per 22. lemma, eruntque hæ ellipſes verticalium circulorum proiecturæ ex obliquo aſpectu in planum Meridiani tranſcriptæ. nam per 21. huius libri propoſitionem, circulus obliquatus in ellipſin plano exceptus commutatur: itaq; ſi ſumantur, gratia exempli, puncta I & K, triginta gradibus ab A diſiuncta, perque ea & D ellipſis deſcribatur, erit hæc vice triceſimi circuli verticalis ab A ſumpto initio. Eodemque modo ratiocinandum in ceteris: omnium enim maxima diametrus eadem eſt, quæ & ſphæræ; minima autem ea lineæ B C portio, quæ inter duo puncta æquali interuallo ab A diſſita intercipitur. Quæ omnia ex dictis ſatis ſuperque demonſtrata relinquuntur.



C D E F

CONSE-

A

CONSECTARIVM.

Propositæ stellæ locum proprium in plana sphæra assignare.

VT proprius locus cuipiam stellæ designari possit, duo exiguntur, nimirum altitudo eius supra Horizontem, & distantia à Meridiano, aut à verticali primario: quæ vt inueniantur, esto tabula ad Horizontem librata, inque ipsius plano signata recta quædam linea, sic disposita beneficio acus Herculeæ, vt altero extremo Austrum, altero Boream spectet: à quopiam autem puncto huius lineæ, quam Meridianam vocant, ceu centro circulus describatur, qui & in gradus diuidatur: huic porrò tabulæ alia insistat perpen-
B diculi fide erecta, & per subiecti circuli centrum incedens, à quo æqualibus angulis excitetur recta linea, quæ per 38. vndecimi Euclidis in ipso erit perpendiculari plano; idque proinde sic aptetur, vt circum rectam illam lineam, velut quiescentem axem volui ac circumduci possit: sit verò etiam huic erectæ tabulæ inscriptus circulus ex centro in perpendiculari linea assumpto, qui & in gradus distribuatur, habeatque adiunctam versatilem regulam, cuius extremis dioptræ sint commissæ, vt per eas vel solis radius excipi possit, vel aspectus ad propositum sidus destinari.

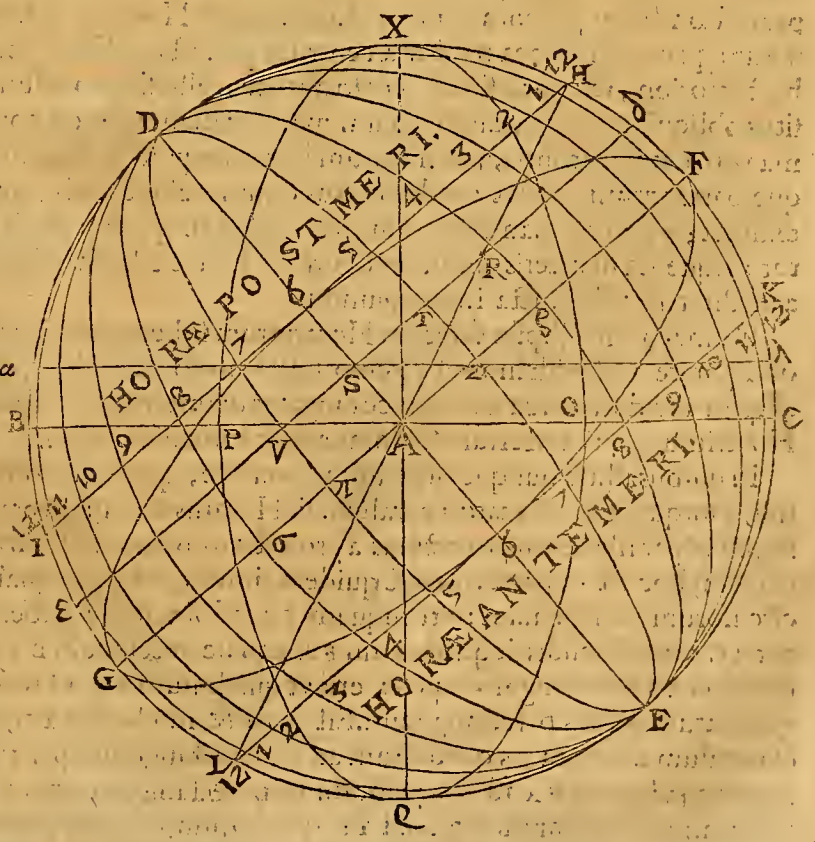
Nunc si altitudo stellæ, eiusque distantia à Meridiano postuletur, dirigatur erecta tabula stellam versus, sic vt radius seu stellæ seu visus per vtrumque simul diauliscum traijciatur: tunc enim regula in circuli illius ambitu, qui verticali seu perpendiculari plano
C inscriptus est, gradum altitudinis designabit, ipsa verò tabula in subiecto circulo declinationem à Meridiano commonstrabit: sitque, gratia exempli, reperta altitudo graduum triginta, declinatio verò à Meridiano graduum sexaginta.

His ita præceptis, resumantur Meridiani B D C, itemque Horizontis B C, & verticalis primarij A D proiecturæ vt suprà; à B autem ad L gradus triginta supputentur, rectaque linea ducatur L N Horizonti B C parallela, quæ per iam demonstrata, circulum altitudinis gradibus triginta supra Horizontem extantem repræsentabit. Deinde accepto in lineari Horizontis proiectura B C per 12. huius libri propositionem puncto I gradibus 60. à Meridiano disiuncto, per id simul & D portio ellipsis describatur per 22. lemma, quæ circulum altitudinis L N secet in M. Perspicuum igitur est ex hactenus demonstratis M verum
D esse locum propositæ stellæ in plana sphæra postulatum, qui fuerat assignandus.

PROPOSITIO XLIV. PROBLEMA.

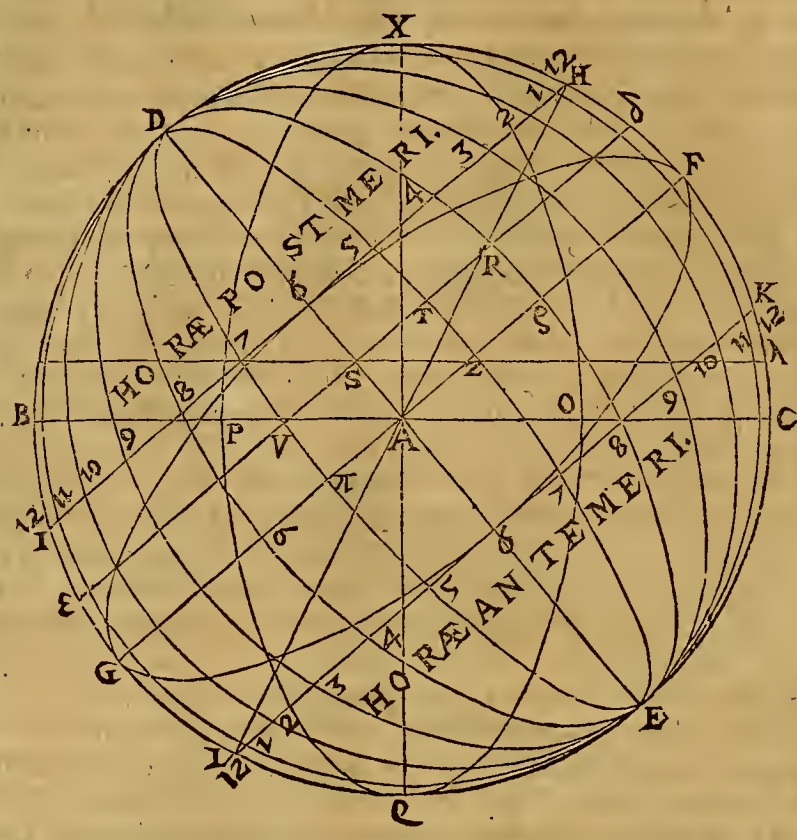
Horarios circulos describere, qui horas à Meridiano indicant.

PRÆNOTATIONE 16. superiùs ostẽdimus Horariorũ circu-
E lorũ duo præcipua esse genera. Quidam enim horas à meridie vel media nocte, alij ab ortu vel occasu inchoatas indicãt. Primùm igitur illos describemus, qui horarum seriem à Meridiano incipiunt; po-
F steriùs autem illos, qui ab Horizonte horas discriminant.



Esto itaque idem, qui suprà, Meridianus B D C E per propositionẽ 33. decircinatus: Horizon verò idem qui prop. 34. ductus B C: & poli altitudo per prop. 35. assumpta B D, graduũ quin-

quaginta & vnius: repositusque Æquator F G vt prop. 37. quoniam Horarij, qui Meridiano horas indicant, sese in Polis mundi intersecant, & per æquales portiones Æquatoris incedunt, vt prænotatione 16. docuimus, oportebit ad horum circulorũ cõstitutionem Æquatorẽ F G in partes duodecim æquales repręsentãdo diuidere per 12. prop. libri huius: quæ cùm binas singulæ exhibeãt per 13. huius, efficient illæ in lineari Æquatoris proiectura F G partes imaginariè quatuor supra viginti: per has igitur partes & vtrumque mundi Polũ, si maximi circuli ex Orthographiæ legibus describantur, hi profectò horas à meridie vel media nocte indicabunt.



Perspicuum porrò est ex his circulis illum qui horam 12. signat eumdem esse cum Meridiano; hinc siquidem horarum series initium ducit: at Meridianus in circulum proiicitur, cuius diametrus sphæræ diametro æqualis est per 33. huius: itaque si circa centrum A, interuallo autem A D vel A E, quod est à centro mundi ad Polos, circulus describatur B D C E, is erit horæ duodecimæ circulus. Similiter cùm horæ sextæ circulus, qui Meridianum rectis angulis secat, per communem intersectionem Æquatoris & Horizontis transeat, erit eius proiectura recta linea per 31. huius, quòd scilicet in hac sphæræ proiectione visus per communem Æquatoris & Horizontis sectionem incedere supponatur: quare recta linea D E per A centrum proiectæ sphæræ acta circulum repræsentat hectemorion, seu horæ sextæ: ceteri autem in ellipses procidunt per 21. huius, propter situs obliquitatem, quarum omnium maxima diametrus est communis linea D E, minima verò cuique propria, quæ nimirum horarum punctis æqualiter ab A dissitis ex vtraque parte terminatur: vt Z π diametrus minima eius ellipsis, quæ horæ 5. & 7. circulos exhibet; ρ σ verò diametrus minima ellipsis, in quam circuli horæ 4. & 8. proiiciuntur: atque ita in ceteris minimæ diametri sunt eæ lineæ quæ inter puncta Æquatoris æqualiter ab A disiuncta intercipiuntur.

Omnes porrò ellipses duorum Horariorum subeunt vicem: nam duo semper eadem obliquitate à Meridiano vel circulo hectemorio declinant, qui proinde in eamdem ellipsin incidunt circa easdem coniugatas diametros descriptam. Atque ita se habet Horariorum, qui à Meridiano horas auspicantur, descriptio.

In quibus illlud quoque licet animaduertere, quemadmodum circuli omnes primitiui, quotquot sunt Æquatori paralleli, ab Horariis circulis in partes secantur reipsa ęquales, ita & parallelorum proiecturas à proiectis in planum Horariis in eamdem secari rationem; hoc est in partes inter se quidem similes, sed quæ æquales partes primitiuorum circulorum repræsentant: vti inquam F A ad δ s, ita se habere Z A ad T S. Nam cùm per 35. tertij Euclidis sit quadratum F A æquale rectangulo E A D, itemque δ s quadratum ipsi E S D rectangulo æquale, erit vt quadratum F A ad rectangulum E A D, ita δ s quadratum ad E S D rectangulum. Est verò & in ellipsi E Z D, vt quadratum Z A ad rectangulum E A D, ita T S quadratum ad E S D rectangulum per 17. lemma: igitur & vicissim vt quadratum F A ad δ s quadratum, ita rectangulum E A D ad rectangulum E S D: rursumque, vt quadratum Z A ad T S quadratum, ita idem rectangulum E A D ad idem rectangulum E S D: quare per 11. quinti Euclidis vt F A quadratum ad quadratum δ s,

ita

A ita quadratum Z A ad T S quadratum; atque ea propter vt F A ad δ S, ita Z A ad T S. Eodem autem modo probabitur in ellipsi E ρ D se habere ρ A ad R S, quemadmodum F A se habet ad δ S. Atque ita deinceps ostendentur ceteræ parallelorum circulorum portiones ab vnoquoque Horario resectæ eam habere inter se rationem, quam F A ad δ S; & vicissim vt F A ad Z A, sic δ S ad T S, iterumque vt F A ad ρ A, ita δ S ad R S: quocircà & per 11. quinti Euclidis vt Z A ad ρ A, ita T S ad R S. Ex quo manifestè conuincitur parallelorum circulorum proiecturas F A & δ S, à proiectis in planum Horariis in similem rationem dissecari; quod erat demonstrandum.

Hinc etiam facile est Gemmæ Frisij errorem detegere, qui in suo Astrolabio catholico ait Meridianos Horariosque circulos in lineas proijci anomalas, id est, vt ipse loquitur, neque circulos, neque certa lege constitutas; sed tantùm per puncta designata manu diligenti traductas. Quibus & ipse Roias in suo Astrolabio proprium nomen imponere veritus fuit: siquidem passim eas innominatas vsurpat, quod non aliunde, quàm ex ellipseos ignoratione prouenisse videtur. Cùm enim ad illarum designationem iubeat singulos parallelos Æquatoris in eamdem rationem diuidi, ac per singulas notas curuam lineam duci, vtique si intellexisset eam proprietatem ellipsi conuenire, quod nos lemmate 18. demonstrauimus, non dubitasset lineas illas ellipses pronuntiare.

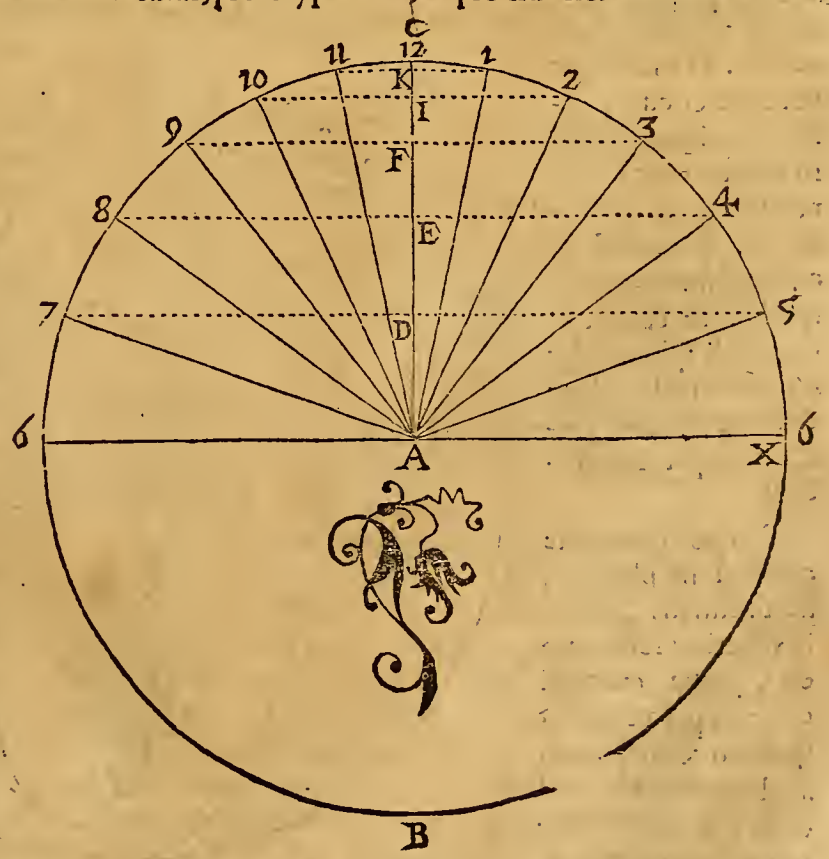
CONSECTARIVM I.

C

Sciotericum horologium in quouis plano describere.

Ex hac Horariorum orthographica proiectione id in primis colligi potest, proprio quodam pacto, ac neutiquam vsitato horolabia cuiuis plano inscribi posse. Cùm enim horarum signa nil aliud sint, quàm communes Horariorum & dati plani intersectiones, perspicuum est, si eæ sectiones à proposito plano, in quo orthographicè apparent, ad primitiuum planũ reuocentur per 14. vel 24. huius, in hoc reperta esse horarum loca.

Exempli gratia, sint inueniendæ astronomicæ horæ in plano horizontali: quoniam in proposito schemate Horizon est B C orthographicè in rectam lineam transcriptus, eumque secant Horarij circuli in idem planum cum Horizonte consignati: dico si circa D B C circulus describatur, & à communibus Horariorum & Horizontis sectionibus perpendiculares excitentur ipsi B C, quæ ad circuli peripheriam pertingant circuli partes, earum, in quas B C ab horariis secatur, prototypas esse, ac proinde horas exhibere in vero Horizontis plano notatas.

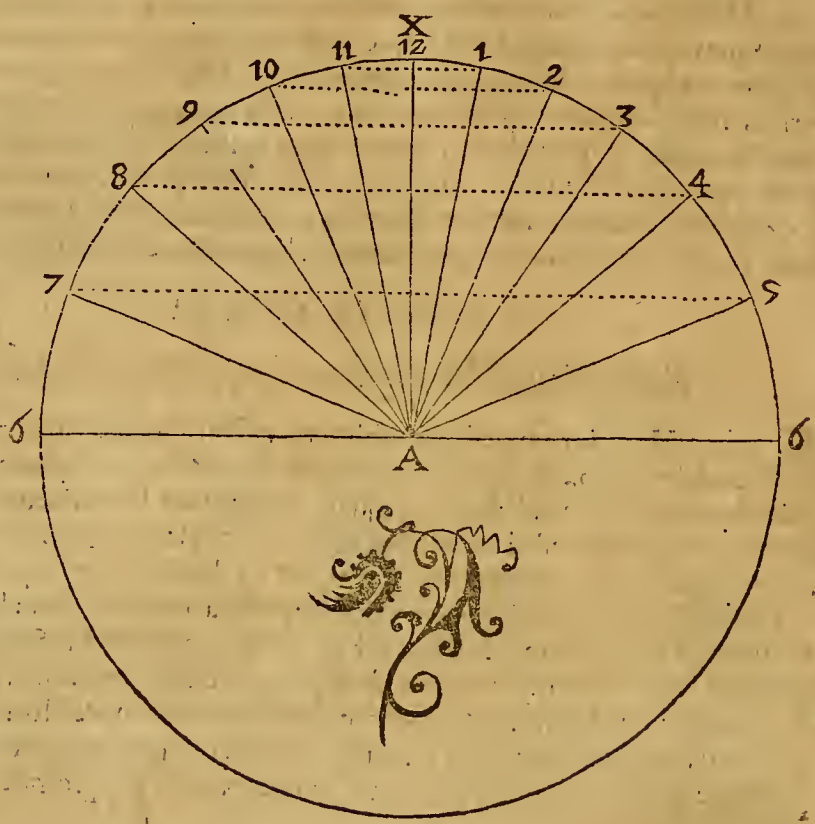


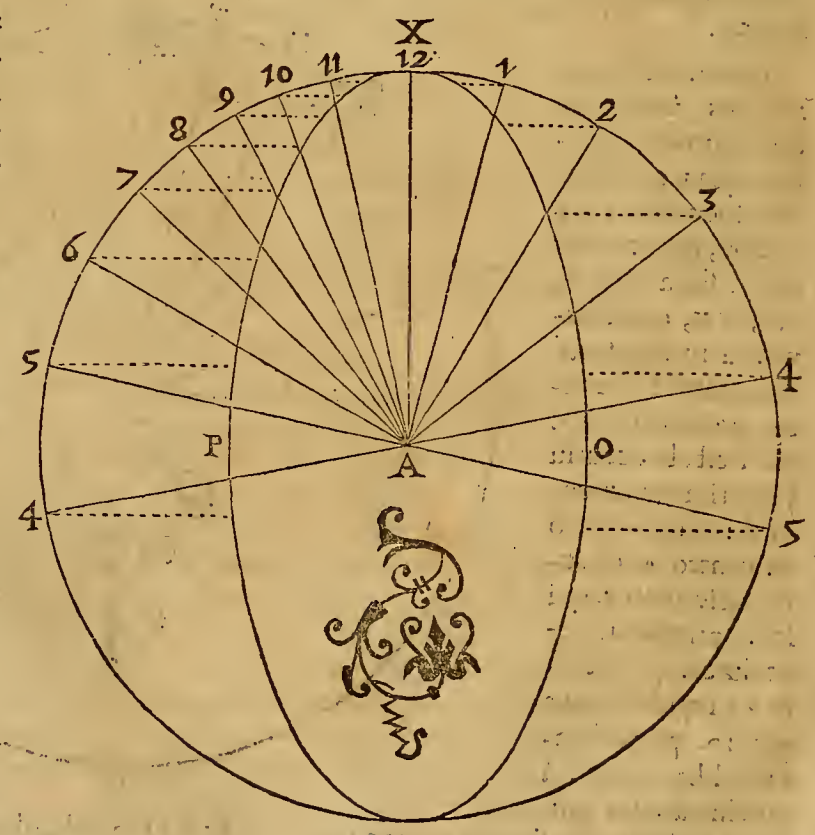
Quod vt commodiùs intelligatur, sumatur seorsum ipsa B C aut alia eius loco maior vel E minor, quæ tamen ita sit secta in D, E, F, I, & K, quemadmodũ in superiore schemate Horizontis proiectura B C secta est ab occursu Horariorum circulorũ: circa B C verò F ex centro A circulus describatur, qui sanè primitiuus erit, lineari proiectura B C repræsentatus per 10. propositionem libri huius: à punctis autem quibus A C ab Horarijs secatur nempe D, E, F, I, & K perpendiculares ipsi A C excitentur occultis notis, quæ circuli peripheriam ex vtraq; parte attingãt, quales hîc eæ sunt, quę

punctulis notantur: dico communes sectiones harum linearum & circularis peripheriæ loca esse horarum in plano Horizontis descriptarum. Nam circulus ex A C descriptus primitiuum Horizontis planum directè spectandum exhibet, quod in lineam B C ex perpendiculari aspectu fuerat proiectum, & per 14. huius ita sectus est reipsa circulus ex A C descriptus à perpendicularium productione, quemadmodum repræsentando secta est linea A C: at hæc communes continet Horariorum & Horizontis sectiones, id est horizontales horas: igitur & circulus, in quem partes lineæ A C transfusæ sunt, easdem continet horarum designationes, non iam à re ipsa difformes, vt in linea A C; sed eadem proportione, qua veri Horarij verum Horizonta intersecant. Quocircà si à centro A ad circuli diuisiones rectæ producantur, erunt hæ vmbrarũ notæ, in quas videlicet Gnomonis vmbrę horis singulis incident.

Nunc si verticale sciotericum postuletur Meridiem aut Boream spectans, sumatur loco horizontalis lineæ A C, linea verticalis A X communibus horariorum circulorum, & plani verticalis sectionibus insignita; descriptoque circa ipsam velut semidiametrum circulo, à punctis diuisionum occultæ perpendiculares, vt priùs euocentur. Hæ namque vbi cum circuli peripheria cõuenient, ibi in plano verticali horas signabunt genuino ac naturali situ, quemadmodum veri ipsi horarij circuli in materiali sphæra planum verticale Meridiẽ aut Boream spectans reipsa intersecant.

Rursus si verticale quidem sit planum, at declinans, quale in superiori schemate est, gratia exempli O X P Q, per verticem quidem X incedens, at declinans ab A ad O & P gradibus triginta, assumendæ erunt seorsum coniugatæ diametri X Q & O P ac circa eas describenda ellipsis per 22. lemma, quæ in eas partes





A partes diuidetur, in quas ab horarijs circulis in ſuperiori ſchemate interſecatur. Ab his autem ſectionum locis ſi rectæ euocentur ipſi A X perpendiculares, (vt hîc ſunt quæ punctulis notantur) eæque ad circuli circa A X deſcripti peripheriam protendantur: dico vbi hę circuli ambitum contingunt, illic eſſe horarum ſigna ea proportione diſpoſita, quemadmodum reipſa horarij circuli planum verticale, quod triginta gradibus declinat, interſecant. Nam per 24. propoſitionem huius libri vti occultis illis perpendicularibus ellipſis repræſentando, ita reipſa ſectus eſt circuli ambitus. Quare eædem ſectiones, quæ in ellipſi cernuntur obliquo aſpectu, eædem in circulo directè apparent; ac proinde primitiuis æquales per 19. propoſitionem huius libri; quod erat demonſtrandum.

B Si autem planum, in quo horæ deſignari poſtulantur, ſit inclinatum, ita tamen vt Meridiem Boreámve ſpectet, ſeu vt ad Meridianum rectum ſit, veluti eſt in propoſito ſuperiùs ſchemate F G, aut aliud quodcumque, eadem praxi opus erit qua horizontale & verticale horolabium deſcriptum eſt. Nam ſi Z, ρ, ceteræque communes interſectiones plani F G, & horariorum circulorum ad primitiuum circulum reuocentur per 14. huius, erunt circuli partes horarum loca in propoſito plano inclinato.

Demum eſto aliud quoddam planum inclinatum ſimul & declinans, cuiuſmodi in ſphæra eſt Eclipticæ circulus, cùm Æquinoctiorum ſigna latione diurna ad Meridianum peruenerint, id quod in ſuperiori ſchemate formâ ellipſis comprehenditur, cuius maxima diametrus F G; minima verò eſt Tropicorum intercapedo, ſeu contracta

C ſphæræ diametrus, quæ ad oppoſitas interſectiones circuli Hectemorij & Tropicorum pertinet: ſintque in hoc plano deſignandæ horæ Aſtronomicæ: ſanè id non alia ratione perficietur, quàm illa ipſa, qua proximè in plano declinante illas inuenire docuimus; deſcriptâ videlicet ſeorſum eâ ellipſi, quæ obliquum planum repræſentat, ijſdemque punctis inſignitâ, quibus ab horarijs circulis interſecatur, ac ducto circa maximam illius ellipſis diametrum circulo: ſi inquam à ſectionibus ellipſis ad circuli peripheriam rectæ lineæ agantur maximæ diametro ellipſis perpendiculares; hæ vbi in peripheriam circuli incident, illic loca horarum in propoſito plano inclinato ſimul & declinante exhibebunt, eo ſitu ac proportione, qua idem planum à veris horarijs circulis reipſa interſecatur. Quod quoniam ex dictis ſatis ſuperque colligi poteſt, non placet

D aliam dilucidiorem addere demonſtrationem.

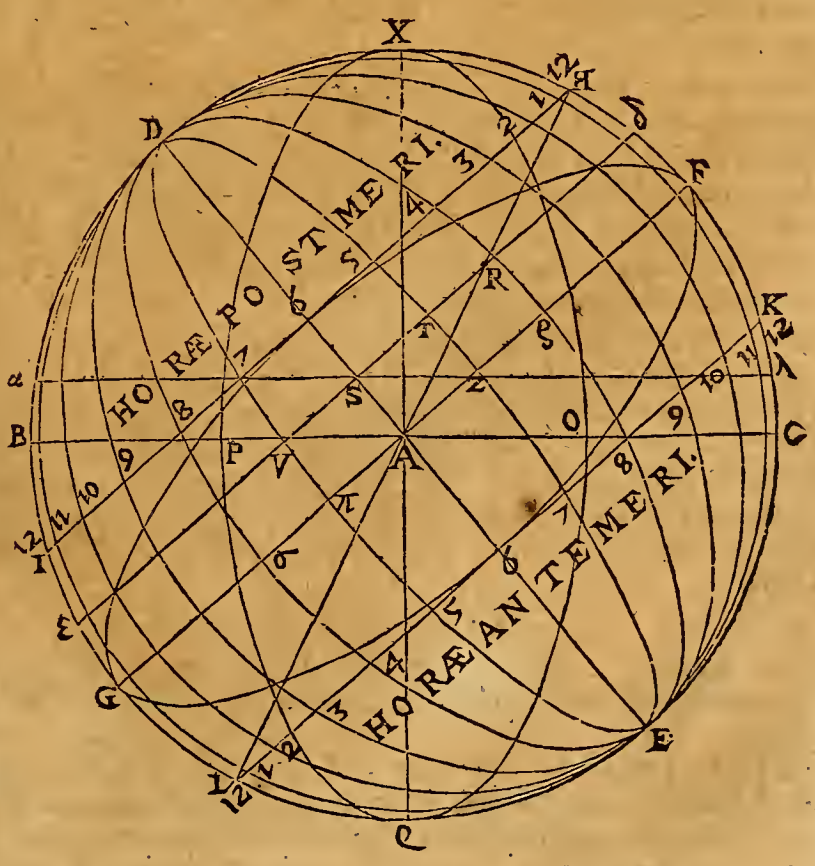
CONSECTARIVM II.

Qua hora ſol oriatur & occidat, quouis anni tẽpore inueſtigare.

SIT inueſtiganda hora ortus & occaſus eo anni tempore, quo ſol Tauri ſignum ingreditur.

E Sumatur in Eclipticæ proiectura H L primus Tauri gradus R per 39. huius libri, perque R parallelus Æquatori agatur δ ε, vt propoſ. 41. qui diem naturalem repręſentabit, eamq; periodum, quam ſol

F Taurum ſubiens, raptu primi mobilis abſoluit 24. horarum ſpatio. quare non alio loco tum tẽporis ſol orietur & occidet, quàm vbi is circulus Finitorem interſecat. Si



verò per eam communem congreſſionem paralleli circuli δ ε cum Finitore B C circulus duca-

ducatur horarius D V E per 41. huius, is horam ortus & occasus indicabit: nam quotus is erit à meridie vel media nocte, eius numeri horam ortui occasuique præfiniet: quemadmodum hac propositione 44. videre licet solis orientis locum in circulum horæ quintæ proximè incidere; occasus verò in circulum horæ septimæ, qui circuli tametsi duo reipsa sint, in vnam tamen ellipsin proijciuntur, vt eadem propositione 44. ostensum est. Itaque sol primum Tauri gradum subiens, hora ferè 5. exoritur, hora autem 7. occidit; quod erat explicandum: eademque hora orietur & occidet, cùm primùm ingreditur signum Virginis: nam duo hæc signa Taurus & Virgo æquè ab Æquatore distant; consequens igitur est vt in eumdem parallelum circulum incidant; ac proinde sol eodem Ideo Finitorem diurna latione pertranseat, eademq; hora oriatur & occidat. A B

Quia autem arduum esset longumque negotium, toties horarios circulos describere, quoties eiusmodi problema proponitur, præsertim cùm plerique illorum in ellipses orthographicè proijciantur: hinc cõmodiore praxi, eaque etiam accuratiore, propositi solutionem exhibebimus. Sumatur seorsum linea δε, proiectura videlicet eius paralleli circuli qui per principium Tauri incedit, sitq; linea δε secta in V, quemadmodum suprà propositione 44. eiusdem proiectura ab Horizonte proiecto secatur: per V verò ducatur K L ad rectos ipsi δε angulos: erit igitur KδL ea portio circularis perimetri, quã lineæ δε segmentum δV repræsentat, & C D

portio K ε L ea, quam repræsentat V ε per 14. huius, totusque circulus K δ L ε parallelo, qui per primum gradum Tauri traducitur, æqualis, sectusque in K & L eadem ratione, qua idem parallelus ab Horizonte reipsa secatur: quocircà K ortus, L verò occasus locum tenet: si itaque circulus K δ L ε in 24. partes æquales distribuatur, facto horæ primę initio ad δ, vel ε, quorum punctorum istud noctis, illud verò diei medium significat, inuenietur K horæ quintæ ortiuæ, L autem septimæ occiduæ proximum esse, vt antè dicebatur: igitur sol primum gradum Tauri subiens, hora quinta exoritur, hora autem septima occidit; quod erat inuestigandum. E

Porrò circulum K δ L ε in partes 24. æquales secari præcepimus: nam is loco veri paralleli per initium Tauri incedentis ponitur. Verus autem parallelus, quemadmodum & Æquator ab horarijs circulis qui solùm duodecim sunt, in 24. partes æquales reipsa secatur per 10. secundi Sphæricorum Theodosij: igitur & circulus K δ L ε in partes 24. æquales distribuendus erat; hæ quippe primitiuæ sunt illarum, in quas propositione 44. circuli K δ L ε proiectura δ ε à proiectis item in planum horarijs intersecatur. F

CONSECTARIVM III.

Diei noctisq; quantitatem omni anni tempore explorare.

HVIVS problematis praxis nil differt à præcedente. Si enim, exempli gratia, quantitas diei noctisque postuletur, cùm sol primum gradum Tauri ingreditur, proijciendus in primis erit in planum Horizon per 34. propositionem libri huius, itemque primus

A primus Tauri parallelus ad propositam Poli altitudinem per 40. propos. huius: deinde assumetur seorsum, vt in præcedente consectario, linea δ ε ex schemate propositionis 44. quæ æqualis sit ipsius paralleli proiecturæ, secabiturque δ ε in v ea ratione qua eiusdem paralleli proiectura secta est à proiecto in planum Horizonte; perque v perpendicularis ipsi δ ε transmittetur K L: tum circa δ ε circulus describetur K δ L ε; hic si in partes viginti quatuor æquales distributus fuerit, perspicuam diei noctisque quantitatem exhibebit: nam portio K δ L diei, K ε L verò noctis magnitudinem repræsentat. Quot ergo horas eæ circuli peripheriæ in tempus conuersæ continent, tot erunt diei ac noctis horæ sole primum Tauri gradum subeunte; quod erat postulatum.

B

CONSECTARIVM IV.

Propositum sit definire, quot horas quauis stella supra infraq; Horizontem latione primi mobilis immoretur.

ISTA quoque postulatio superiori affinis est. Non enim alia est ratio stellæ quàm solis, nisi quòd solis locus semper sit in Ecliptica; stellæ autem in quauis cæli parte, vbi scilicet eam ab origine positam esse contigerit. Igitur per datum stellæ locum in superiore proiectione recta ducatur linea Æquatoris proiecturæ parallela: hæc quoniam circulum illum repræsentat, per quem stella latione primi mobilis defertur, si tota supra Horizontis proiecturam eminet, perspicuum est stellam numquam occumbere; si verò tota sub Horizontis proiecturam decumbit, palàm est illam numquam assurgere; si demum Horizontis proiecturam intersecat, orietur illa quidem & occidet: at quanto temporis spatio supra infraque Horizontem immoretur, in hunc modum definietur: Sumatur seorsum, vt suprà, linearis illa paralleli proiectura δ ε, quæ per stellæ locum ducitur; descriptoque circa eam circulo K δ L ε, secetur δ ε in eam rationem, qua ipsa ab Horizontis proiectura in plano secatur, perque sectionis punctum v perpendicularis ipsi δ ε agatur, quæ vtrimque producta circuli peripheriam attingat, factumque erit propositum: nam pars circularis perimetri, quæ illi segmento diametri δ ε adiacet, quod supra Horizontem eminet, tempus repræsentat, quo stella supra Horizontem versatur; reliqua verò illud quod infra Horizontem insumitur. Quare si circulus in tempus conuertatur, hoc est si in 24. horas distribuatur, facilè perspicietur quot horas stella supra infraque Horizontem consumat; quod erat postulatum.

C

D

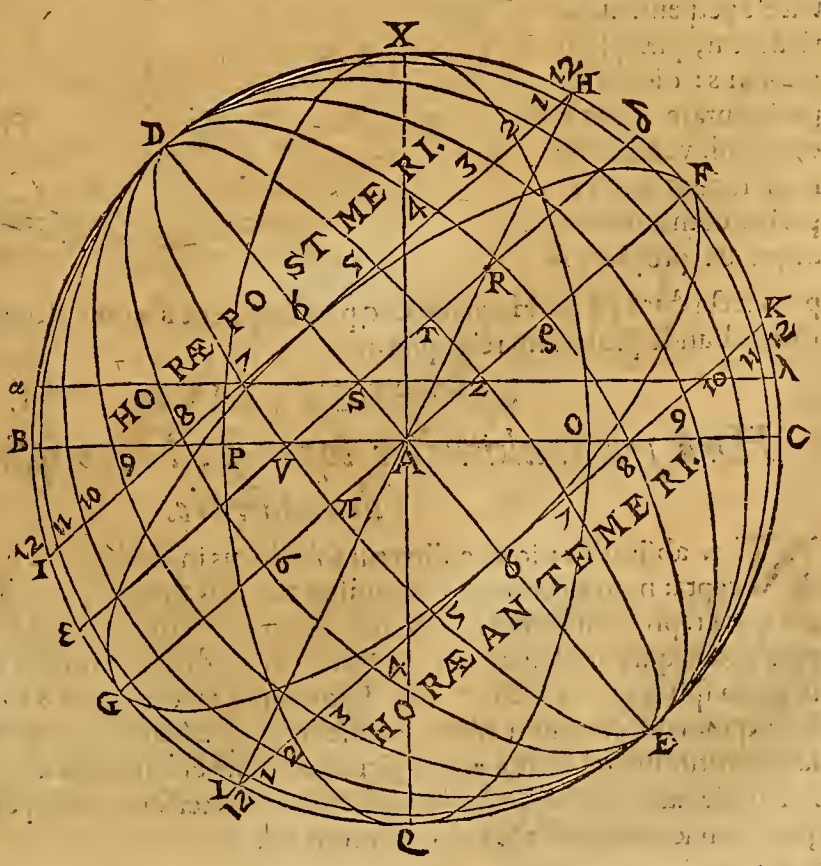
CONSECTARVM V.

Ex altitudine solis locoq; eius in Signifero, horam pronuntiare.

CONsectario propositionis 43. ex occasione circulorũ Almucantarath & Verticalium, ostendimus quo pacto ex illorũ concursu verus locus cuiusq; astri in plana sphæræ proiectione designari possit. Nunc dicimus non ex illorum tantùm, verùm etiam ex quorumcumque circulorum congressu verum locum cognosci posse. Si enim ostensum sit solem, exempli gratia, in duobus circulis vno tempore existere, nullus profectò alius ipsius locus esse poterit in plana

E

F



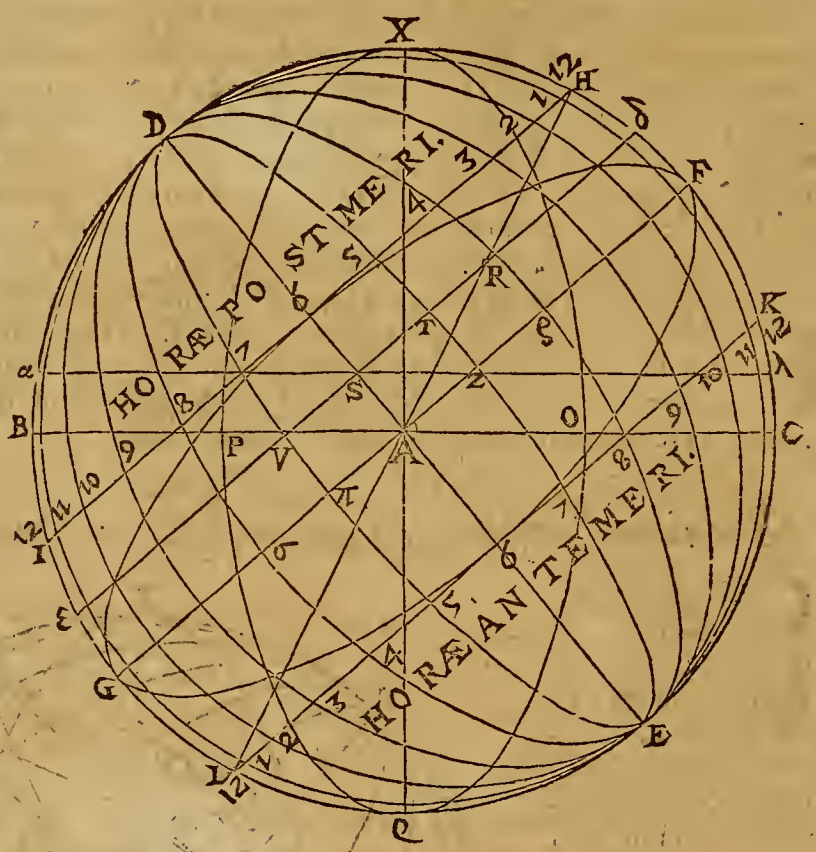
sphæra,

ſphæra, quàm vbi duorum illorum circulorum proiecturæ ſeſe interſecant: nam ſolum interſectionis punctum commune vtrique eſt. Si igitur cognita ſit ſolis altitudo locuſq; ipſius in Zodiaco; ex his autem oporteat horam inueſtigare: ſumantur in ſchemate propoſitionis 44. à B ad α, & à C ad λ tot gradus quot ſol ſupra Horizontem præſenti tempore eminet, perque α & λ recta ducatur linea α λ proiecturæ Horizontis B C parallela, quæ per 41. huius circulum altitudinis repræſentabit: deinde per datum ſolis locum in Signifero, puta R, parallelus agatur δ ε, hic inquam vbi parallelum altitudinis α λ interſecat, nempe in S, illic verus eſt locus ſolis. Quare ſi circum δ ε deſcriptus circulus in tempus conuertatur, ſeceturque linea per S ad rectos eidem δ ε angulos, vt ſuperioribus conſectarijs non ſemel eſt factitatum, inuenietur hora ſexta eo anni tempore, quo ſol in Signiferi puncto R verſatur, eaque diei parte, qua ſcandendo ſupra Horizontem ad circulum altitudinis α λ attigit; quod erat præſtandum.

CONSECTARIVM VI.

Cognita hora locoq; ſolis in Zodiaco, altitudinem eius indagare.

HÆC ex parte conuerſio eſt præcedentis. Illic enim ex altitudine horam, hîc verò ex hora altitudinem venamur: quare ſimilis quodammodò eſt praxis, licet inuerſa. Eſto igitur R locus ſolis in Zodiaco, per quem Æquatori F G parallelus ducatur δ ε per 40. propoſit. libri huius, vt in ſchemate propoſitionis 44. factum apparet: ſeorſum verò circa δ ε velut diametrum circulus deſcribatur, qui & in viginti quatuor horas diuidatur: ab hora autem cognita, puta ſexta, ad diametrũ δ ε perpendicularis agatur, quæ ipſam ſecet in S: dico S in proiecturam ſphæræ tranſlatũ, verum eſſe ſolis locum per ſuperiùs demonſtrata; atque ea propter ſi



per S recta ducatur α λ Horizonti B C parallela, erit B α ſolis altitudo poſtulata, quod ex dictis abundè probatum relinquitur.

CONSECTARIVM VII.

Horâ ſolisq; altitudine cognitâ, locum ipſius in Zodiaco demonſtrare.

NON abſimili ratione colligetur ſolis locus in Zodiaco ex hora altitudineque præcepta: nam ſi per datam altitudinẽ circulus altitudinis orthographicè deſcribatur α λ per 41. propoſitionem libri huius; ducaturque in eodem plano horarius datæ horæ, puta ſextæ, qui parallelum α λ interſecet in S: dico in primis S verum eſſe locum ſolis in plana ſphæra, vt ex dictis conſtat. Igitur ſi per S recta agatur δ ε Æquatori F G parallela, hæc quoniam circulum illum parallelum repræſentat, quem ſol percurrit dum hora ſexta altitudinem habet B α, perſpicuè patet illic eſſe ſolis locum in Zodiaco, vbi paralleli proiectura δ ε Eclipticæ proiecturam H L interſecat, nempe in R: ſiquidem ſolum punctum R vtrique δ ε & H L commune eſt.

PRO-

A

PROPOSITIO XLV. PROBLEMA.

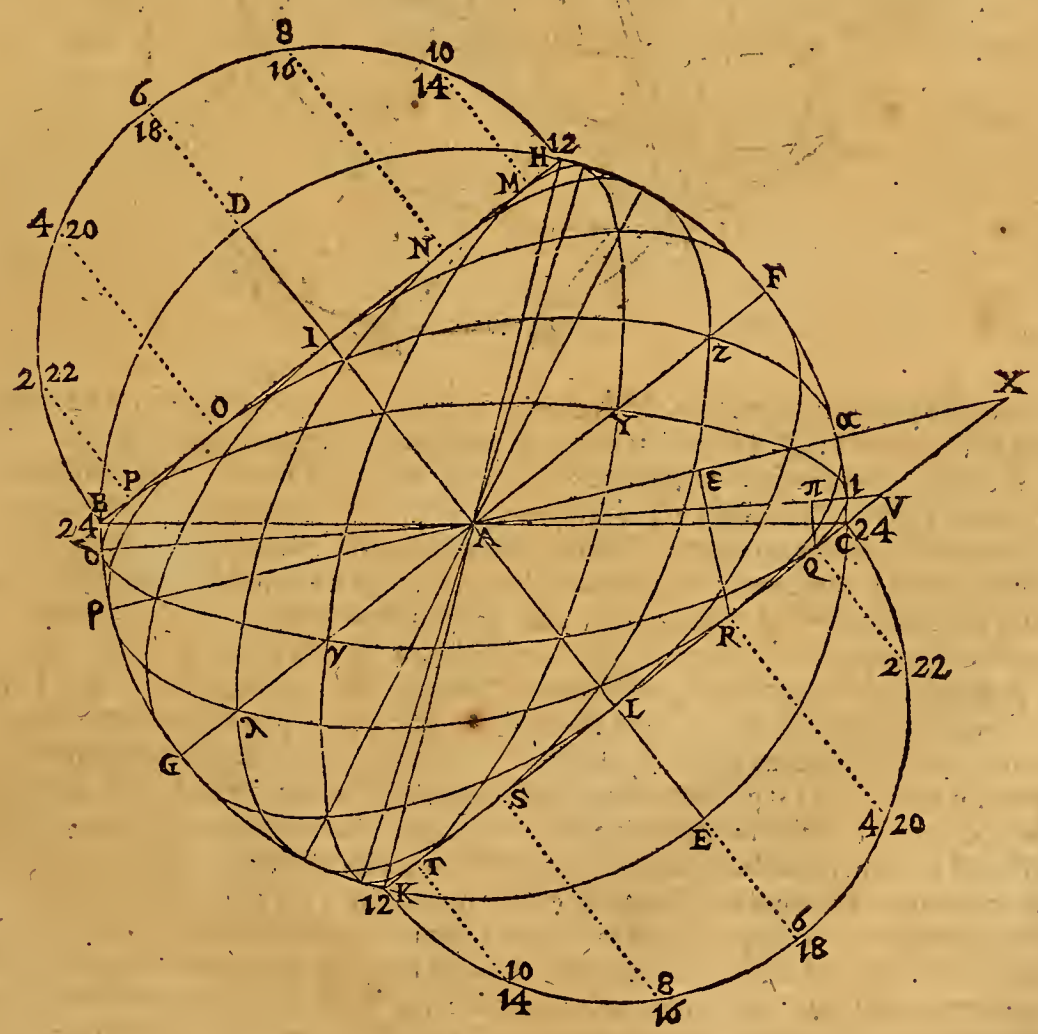
Horarios illos circulos describere, qui horas à Finitore auspicantur.

QVAMVIS longè diuersi sint hi circuli ab illis qui horas Astronomicas à meridie vel media nocte indicant, vt initio huius libri prænotatione 16. ostensum fuit, sunt tamen eędem vtrorumque describendorum leges, hoc tantùm discrimine, quòd non per eadem loca hi atque illi transeant: vnde fit vt pro vario aspectu in varias formas proiecti commutentur: hoc autem in primis constat, nullum omnino horum figura circulari spectari. Cùm enim circuli illi paralleli, quorum alter semper apparentium maximus est, alter verò maximus omnium semper latentium, perpendiculariter obtutui proponantur, ideoque in rectas lineas procidant, necesse est circulum illum, si quis est, qui circulari forma in plano apparet, directè obijci: atque ea propter maximos illos semper apparentium, semperque delitescentium rectis angulis secare: at nullus eorum qui horas ab ortu vel occasu inchoatas distinguunt, parallelos illos maximos latentium apparentiumque secat, quandoquidem omnes leui solùm attactu illorum peripherias lambant: igitur nullus omnino illorum in circularem formam procidit.

B

Illud item perspicuum est duos rectis lineis describi, eum scilicet, qui horam 24. & eum qui horam 12. distinguit, nempe B C & H K. Pro cuius demonstratione, explicatio-

C



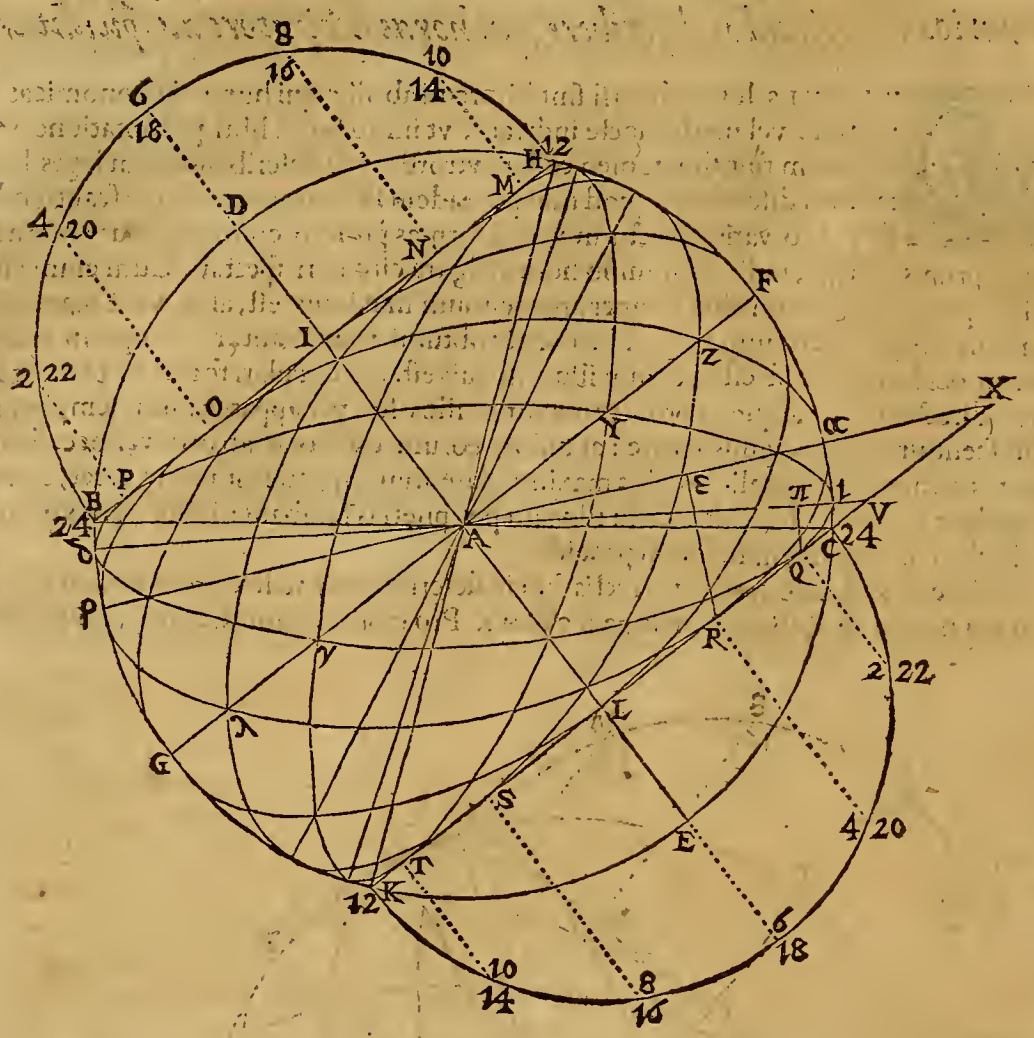
D

E

F

neque eorum quæ de reliquis circulis horas à Finitore auspicantibus dicturi sumus, esto planum meridianum idem, quod suprà, B D C forma circulari ex centro A descriptum: Horizon verò B C in rectam proiectus lineam, supra quem alter Polus D emineat, alter autem E infra depressus procumbat; ab his porrò æquidistet proiectura Æquatoris F G. His positis fiat D H ipsi D B, & E K ipsi E C æqualis, iunganturque B & H, item C & K rectis lineis B H & C K; erunt ergo B H & C K proiecturæ illorum circulorum, quorum alter omnium semper apparentium maximus est, alter verò maximus omnium illorum qui

perpetuò delitescunt. Nam quoniam hi circuli ab Æquatore reipsa æquidistant, veluti & Coluri, reliquiq. diurni circuli, necessè est per 32. huius libri propositionem omnium A



B

C

D

similes esse proiecturas: at illi in rectas procidunt lineas, vt propositione 37. & 40. ostensum est: igitur & hi rectis lineis B H & C K, in plano orthographicè describuntur.

Nunc propositum sit inter hos duos circulos B H & C K, Horarios illos constituere, qui horas ab Horizonte inchoatas distinguunt: ac primò ostendamus duos illorum B C & H K in rectas lineas procidere. Patet verò id ex eo quòd ipsorum plana communem habeant eam lineam, per quam visus incedit, & quæ in plano repræsentatur signo A; hoc enim cùm ita sit, constat vtrumque circulum perpendiculariter obiici, atque ea propter in rectas lineas profundi diametro sphæræ æquales, per 10. libri huius propositionem. E

Reliqui autem, vtpote obliquè aspectui exhibiti, in ellipses conformantur, per 21. huius, quarum omnium vna quidem est maxima diametrus sphæræ diametro æqualis; nam circulos sphæræ maximos repræsentant: minima verò pro diuersa obliquitate, varia. Cùm autem per 16. prænotationem maximos illos semper apparentium, ac semper delitescentium circulos in oppositis punctis æqualium sectionum attingant, necesse primùm est illorum proiecturas B H & C K in partes 24. repræsentando partiri, quod fiet per 12. huius libri propos. si defixo pede circini immobili in I & L, circa rectas B H & C K semicirculi describantur, ac singuli in partes 12. æquales distribuantur; à locis autem sectionum rectæ occultis notis protrahantur ipsi D E parallelæ: vbi enim hæ ipsas B H & C K pertranseunt, illic loca horarum Astronomicarum signant, quorum bina tota sphæræ F diametro opposita circulis horarum ab ortu vel occasu attinguntur; hos verò, ne multitudo confusionem induceret, per duarum horarum interualla descripsimus.

Quoniam igitur rectæ B H & C K duos semicirculos simul spectandos offerunt, finge primùm B H eam esse circuli medietatem, quæ tibi proxima est, seu quæ ad Orientem spectat, C K verò eam quæ ad Occidentem; sitque Horariorum series incipienda ab ortu: quoniam Horizon B C circulus est horæ 24. erit is qui interuallo duarum horarum proximè sequitur, ellipsis, maximam quidem diamettum eamdem habens cum sphęrę diametro, ceterùm per opposita puncta P & Q ita incedens, vt in iisdem punctis parallelas

B H &

A B H & C K solùm contingat, non verò secet: sequens autem easdem parallelas B H & C K continget in oppositis punctis O & R, maximamque diametrum sphęræ diametro ęqualem habebit, vti & ceteri: tertius dein circulus & ipse ellipsis erit, parallelas B H & C K in I & L contingens: quartus in N & S: quintus in M & T: sextus denique recta iterùm linea erit H K.

Porrò cùm I L ipsis B H & C K sit perpendicularis, erit eadem I L minima diametrus ellipsis I F L G, quæ horam 6. & 18. ostendit, & cuius maxima diametrus est F G, vtpotè normalis ipsi I L: ceterarum autem ellipseon maximæ diametri inuenientur in hunc modum: Fiat per 11. lemma quemadmodum K Q ad Q C, ita K V ad V C, & ab V recta per B centrum A protendatur V δ, quæ circulum Meridianum secet in i, erit enim i δ maxima diametrus, circa quam si ellipsis describatur quæ per puncta data P & Q incedat per 22. lemma, inuenta priùs minima diametro per 23. lemma, ea parallelas B H & C K in P & Q attinget: nam quoniam ex constructione est vt K Q ad Q C, ita K V ad V C, & V δ per centrum est acta, ducta Q π ad rectos ipsi i δ angulos, erit quoque per conuersionem 23. lemmatis libri quarti vt δ π ad π i, sic δ V ad V i: quare cùm Q π ad diametrum i δ ordinatim sit applicata, continget V Q ellipsin in Q per 34. primi Conicorum Apollonij. Eodem verò modo ostendetur ellipsis ipsam B H in P contingere: igitur ellipsis P i Q δ circuli horæ 2. est proiectura.

Rursus si fiat vt K R ad R C, ita K X ad X C per 11. lemma, & ab X per centrum A recta C traiiciatur X ρ quæ circulum Meridianum secet in α, erit α ρ maxima diametrus eius ellipsis quæ per R & O ducta, vt suprà lemmate 22. parallelas B H & C K in iisdem punctis R & O contingit, & Horarium circulum horę 4. repræsentat. Haud absimili ratione describendæ erunt duæ reliquæ ellipses, quarum altera N Z S λ circulum refert horæ 8: altera verò M Y T γ circulum horæ 10.

Atque ita descriptæ sunt omnium Horariorum per duarum horarum interualla proiecturæ: in quibus id etiam obseruandum, quòd duæ lineares proiecturæ B C & H K singulæ vnum dumtaxat circulum repræsentent; at ellipses singulæ duos: quare postquam à B versus H scandendo perueneris, circulum horæ 12. præteruectus, finge iam B H semicirculũ esse occiduum, C K verò ortiuum: erit igitur qui suprà per M & T horæ 10. idem D nunc horæ 14. & qui per N & S horæ erat 8. idem nunc horæ 16. quique horæ 6. per I & L actus, nunc idem horæ 18. rursus qui erat horæ 4. per O & R ductus, nunc horæ 20. tandem qui horæ erat 2. per P & Q, nunc idem horæ 22.

Hoc igitur pacto, si sol per circulum B H diurna latione ferri intelligatur (quod quamuis fieri non possit, cùm circulus B H Tropicos excedat; non est tamen à conceptu alienum, quoniam is est Æquatori parallelus) ab Horizonte digressus, perque semicirculum ortiuum B H progrediens hora diei secunda punctum attinget P, deinde hora 4. punctum O, tum hora 6. punctum I, ad hæc octaua hora punctum N, posteà punctum M hora 10. tandem hora 12. fastigium attinget H, vnde per semicirculum occiduum H B regressus in M perueniet hora 14. in N hora 16. in I hora 18. in O hora 20. in P hora 22. ac E demum hora 24. in B punctum Horizontis, vnde primùm fuerat digressus.

Simili modo si per Æquatorem F G sol diurna latione circumeat, ab A puncto Horizontis ortiuo digressus, in Y hora diei 2. perueniet, quà Y punctum est circuli per P & Q ducti; hora verò 4. in punctum Z. circuli per O & R: at hora 6. in F punctum circuli per I & L: inde autem versus Occidentem prolapsus hora 8. attinget idem punctum Z, non quà iam ad circulum O R pertinet, sed quà ad circulum N S; hora verò 10. circulum per M T ductum attinget in Y; hora 12. perueniet in punctum A linearis proiecturæ H K; hora 14. in punctum γ circuli M T; hora 16. in punctum λ circuli N S; hora 18. in punctum G circuli I L F G; hinc rursus Horizontem versus ascendendo hora 20. attinget circulum O R in λ; tum hora 22. circulum P Q in γ; ac demum hora 24. ad punctum A Horizon- F tem repetet, à quo primò fuerat digressus.

Ex his perspicuè patet hos circulos Horarios non esse alios, quàm Horizontem ipsum, diurno motu vnà cum maximis illis circulis semper apparentium semperq; delitescentium circumactum, ac diuersis in locis repositum, iis scilicet, quibus singulis horis constituitur. Quod vt apertiùs intelligas, finge Horizontem circulis illis semper apparentium semperq; delitescentium maximis affixum esse, motaq; sphæra vnà conuerti: cùm igitur sphæra vnius horæ spatium confecerit, tum Horizon vnà promotus circulum horæ primæ repræsentabit; cumque altera hora progressa fuerit sphæra, tum idem Horizon pariter digressus circuli horæ secundæ vicem geret; atque ita deinceps Horizon à contactu

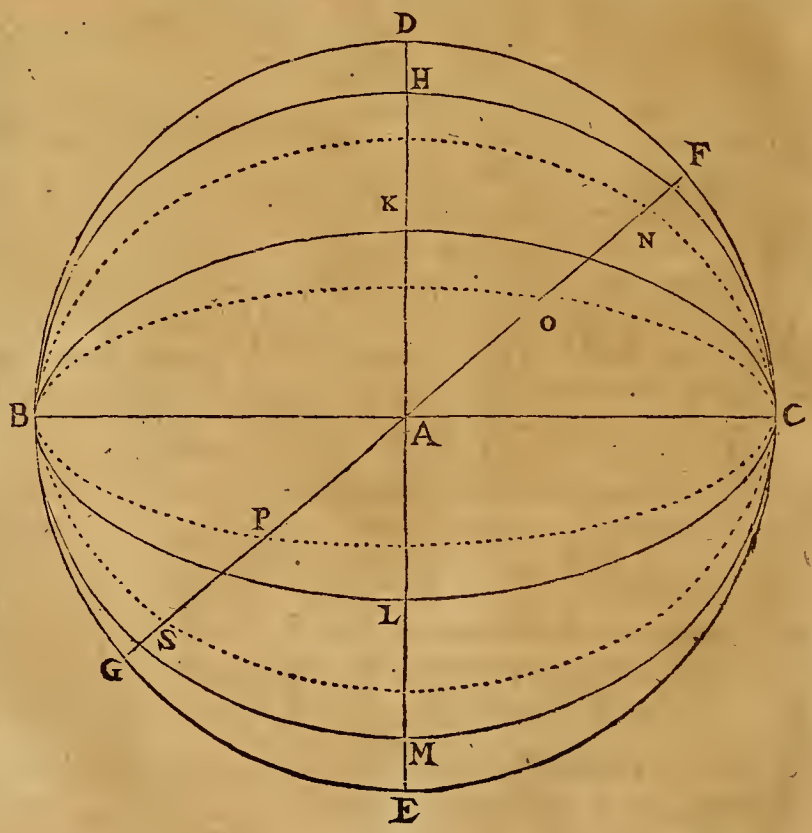
maximorum illorum ſemper apparentium ſemperq; deliteſcentium circulorum numquam diuulſus, ſimul autem diurna latione circumactus, ſingulis horarum Aſtronomicarum interuallis, ſingulos Horarios, qui ab ortu horas auſpicantur, deſignabit: quæ eadem ratio illorum eſt, qui horas ab occaſu incipiunt. A

PROPOSITIO XLVI. PROBLEMA.

Cæleſtium domorum terminos definire.

CÆLESTIVM domorum circuli non alia lege in planum tranſcribuntur, quàm Horarij illi, qui Aſtronomicas horas diſcriminant: vt enim hi in Polis mundi, ita illi in cõmuni Horizontis & Meridiani ſectione congrediuntur; vtq; Horarij per æquales ſectiones Æquatoris, ſic domorum cæleſtium diſtinctores per æquales item Æquatoris partes, aut vt aliis placet, per æquales partes verticalis primarij incedunt. Ex quibus conſtat vnum ex his, puta Meridianum, in circulũ profundi per 33. propoſitionem huius libri, alium verò, nempe Horizontem, in rectam lineam per 34. huius; reliquos autem in ellipſes; veluti & Horarij per 44. huius, quarum omnium maxima diametrus erit Horizontis proiectura B C, altera verò, eaque minima ac priori coniugata, (ſi quidem per ęquales portiones verticalis primarij producantur) erit ea linea quæ inter puncta lineæ D E, quæ pari interuallo ab A diſtant, interiacet: ſi verò per æquales portiones Æquatoris ducantur, erit altera diametrus, eaque non minima, nec coniugata, pars proiecti Æquatoris F G, quę inter puncta æquè ab A diſſita intercipitur. B C

Quare ſi per æquales diuiſiones verticalis primarij deſcribendi ſint circuli domorum cæleſtiũ, deſcribetur primò circulus Meridianus B D C E per 33. huius, in cuius planum ceteri profunduntur: deinde addetur Horizon B C per 34. huius, tum Æquator F G ad datam Poli altitudinem, vt propoſitione 37. ac demum primarius verticalis D E per 41. huius, qui per 12. prop. huius in 6. partes æquales repræſentando diuidetur; tot namque ſunt omnino circuli, qui cæleſtes domos diſtinguunt: ſint autem harum diuiſionum puncta H, K, L & M. Itaque ſi per 22. lemma circum B C & K L, itemque circa B C & H M ellipſes deſcribantur, erunt hæ illorum circulorum proiecturæ, quæ obliquo aſpectu in præſenti ſphæræ conſtitutio ne cernuntur, vt ex propoſitione 21. & 22. perſpicuè patet. C D



Si autem per æquales ſectiones Æquatoris hi circuli orthographicè deſcribendi ſint, diſtribuẽdus erit Æquator F G in 6. partes repræſentando æquales per 12. huius, ac circum B C & O P; itemque circa B C & N S, ellipſes figurandæ, factumque erit propoſitũ. Nam per 21. & 22. huius, erunt hæ ellipſes illorum circulorũ proiecturæ, qui per communes interſectiones Meridiani & Horizontis, perque æquales ſectiones Æquatoris procedunt.

Vbi id obſeruandum eſt, circulos illos qui per æquales partes verticalis primarij tranſeunt, vniuerſam ſphæram in domos æquales partiri; illos verò qui per æquales partes Æquatoris deſcribuntur, domos reddere inæquales: quarum amplio-

A ampliores illæ sunt, quæ ab Horizonte sunt remotiores, quòd videlicet æquales portiones Æquatoris quò longiùs ab Horizonte sumuntur, eò sint Polis B & C, seu congressioni horum circulorum propinquiores; ex quo porrò consequens est, vt domorum cælestium interualla, quibus partes Æquatoris iam dictis Polis viciniores respondent, medio inter vtrumque Polum loco sint ampliora.

PROPOSITIO XLVII. PROBLEMA.

Circulos Positionum constituere.

B DOMORVM cælestium circulis admodum affines illi sunt, quos Positionum vocant: hi namque per communes intersectiones Meridiani & Horizontis (vt illi) & per quodcumque signum in cæli superficie assumptum incedunt: estque ex numero horum vnus Meridianus, alter Horizon, ceteri innumeri atq; innominati: quare præter Horizontem & Meridianum, quorum hic in circulum, ille in lineam cadit, ceteri omnes per vigesimam primam propositionem huius libri in ellipses orthographicè profunduntur, quarum descriptio ex præcedente propositione petenda erit.

PROPOSITIO XLVIII. PROBLEMA.

C *Declinationum ac Latitudinum circulos orthographicè exhibere.*

HORVM quoque circulorum eadem est ratio quæ & Horariorum, qui à Meridiano horas incipiunt: nam declinationum circuli ab Horariis illis situ positioneque non differunt, sed hoc solùm quòd plures sint numero quàm Horarij; hi quippe per quindenos dumtaxat gradus Æquatoris incedunt: at illi per gradus etiam singulos. Quamuis nil vetet per medias horas & quadrantes, imò verò etiam per minuta Horarios ducere. Circuli autem latitudinum tametsi plus aliquid discriminis habeant, quòd videlicet non in Polis mundi, sed in D Polis Zodiaci sese intersecent, quódque non per æquales portiones Æquatoris, sed per æquales portiones Eclipticæ procedant: non est tamen alia hos atque illos proijciendi ratio, cùm ita se habeant Poli Zodaici ad Eclipticam, quemadmodum Poli mundi ad Æquatorem: quare quæ propositione 44. de Astronomicarum horarum circulis dicta sunt, de his quoque dicta esse intelligantur.

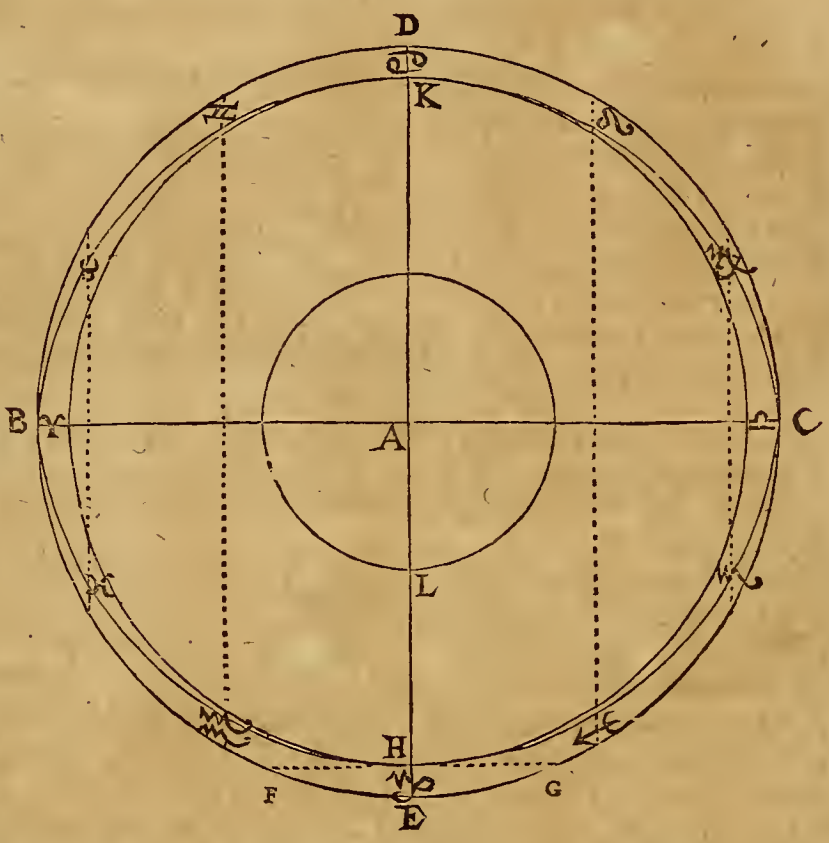
ORTHOGRAPHICA SPHÆRÆ PROIECTIO

E Visu per vtrumque mundi Polum procidente.

EXPEDITA *Sphæræ descriptione ex eo situ, quo radius principalis per Aequinoctia simul & Horizontis planum extenditur, qui omnium maximè est ad vsum accommodatus, lubet duabus sequentibus propositionibus ex alio atque alio situ omnes sphæræ circulos in planum denuò transcribere, vt appareat quanta sit huius scientiæ amplitudo, vberiorq. materia suggeratur iis, quos fortè iuuabit aliquando ingenium in proiecturis exercuisse. At enim qui* F *in illis aliquousque penetrauerit, inueniet haud dubiè plurimarum inuentionum iucundam messem, qua non modò frui cum voluptate, verùm etiam ad aliarum veritatum indagationem tamquam fœcundo semine commoda tempestate vti poterit. Ne autem prolixitas tædium Lectori afferat, non quemadmodum hactenus, distinctis propositionibus singulos circulos, sed omnes vna propositione complectemur, eorum descriptiones simplici tantùm enarratione historico more persequentes, cùm ex dictis facillimo negotio elici possint omnium demonstrationes.*

PROPOSITIO XLIX. PROBLEMA.

Omnes sphæræ circulos orthographicè in planum transcribere, visu per vtrumque Polum mundi procidente.



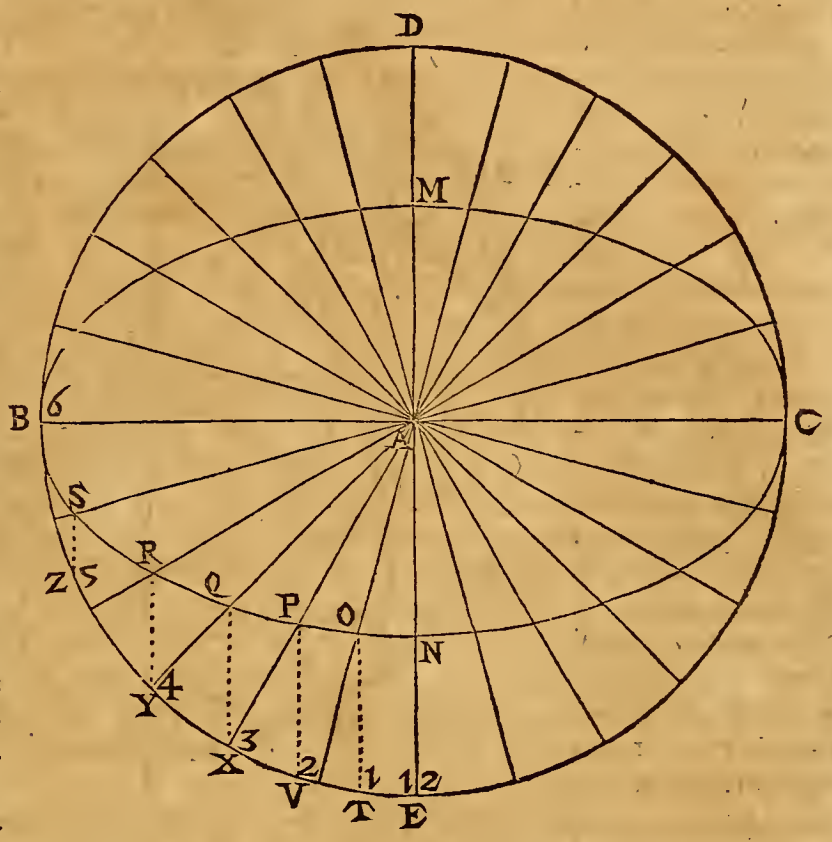
VT à circulis sphęrę mobilis ordiamur, esto in primis punctum A, id in quod per 3. propos. libri huius radius principalis proijcitur, vtriusque Poli vicem gerens: circum A verò circulus describatur B D C E interuallo quocumque; qui cùm per 15. huius aliquem ex illis circulis repræsentet, qui directè visui opponuntur, cuiusmodi sunt in præsenti sphæræ constitutione paralleli omnes, sit ille Æquator, nempe totius sphęrę maximus, & intra cuius ambitũ ceteri omnes conscribendi erunt: deinde per centrum A duæ rectæ lineæ agantur B C & D E, quæ sese ad rectos angulos secent; eruntque hæ duorum Colurorum proiecturæ per 10. propositionem libri huius; illi siquidem in Polis congrediuntur, per quos & visus procidit: sit autem B C æquinoctiorum Colurus, D E verò solstitiorum: erunt igitur B & C duorum signorum initia, quæ æquinoctia distingunt: sit porrò B Arietis, C verò Libræ initium.

Iam vt declinatio Eclipticæ inueniatur, sumendi erũt ex vtraque parte puncti E ad F & G, gradus viginti tres & dimidius, iunctaque E G intersecet Colurum D E in H: erit ergo H gradus vigesimus tertius & medius in linea D E assumptus, initio facto ab E per 12. proposit. huius: quare erit E H maxima Eclipticę declinatio: posita verò ei æquali D K, descriptaque circum B C & K H ellipsi per 22. lemma, erit hæc ipsa Eclipticæ proiectura per 21. libri huius, quæ per 23. propositionem huius libri in 12. signa distribuetur, si circulus B D C E primùm in totidem partes æquales diuidatur, binaque puncta sibi ex aduerso respondentia parallelis iungantur, quæ Eclipticam secent, quemadmodum vides in proposito schemate sectionum loca propriis characterismis signorum notata. Quòd si per quælibet puncta in proiectura Eclipticæ accepta, circuli describantur ex centro A, perspicuum est eos esse diurnorum parallelorum proiecturas: hi namq; mundanos Polos pari vndique interuallo ambiunt; ideoq; per 15. propositionem libri huius in circulares formas procidunt. Ex his porrò is, qui per K & H ducetur, vtrumque Tropicum repræsentabit. Simili modo polares describentur orbiculari forma circum A velut centrum, sumpto in linea D E interuallo A L, quod gradus viginti tres cum dimidio repræsentando contineat.

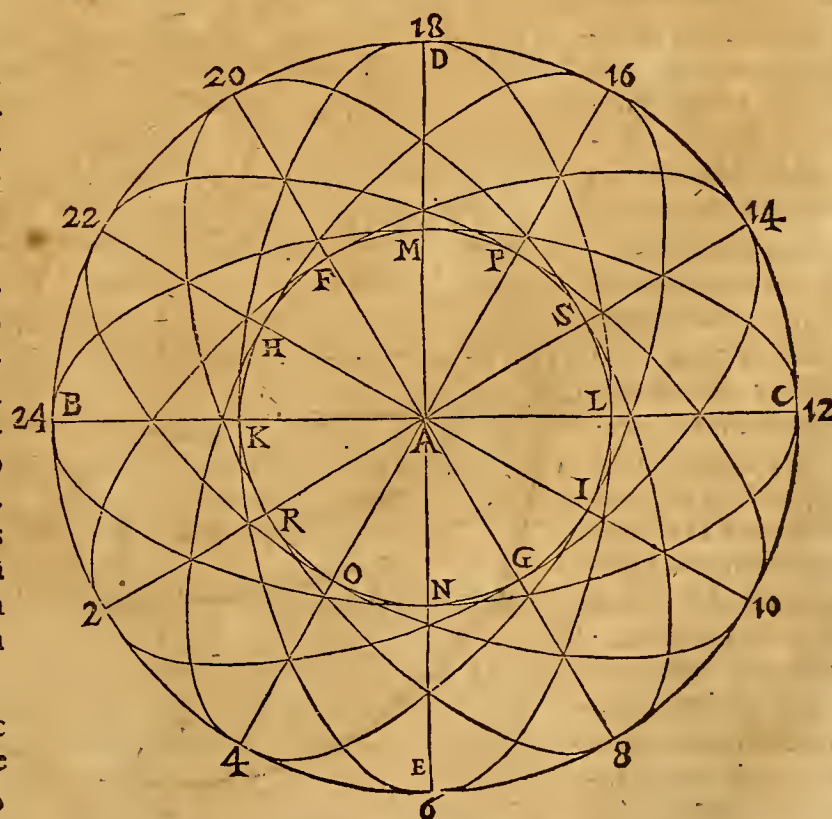
Nunc ad circulos sphæræ immobilis veniamus. Et quidem si sphæra recta sit, perspicuum est Horizontem esse B C, eam scilicet rectam lineam, quæ per vtrumque Polum littera A signatũ transit: vertex igitur erit D, ac propterea circuli altitudinum iidem, qui suprà propositione 41. verticales autem iidem qui propositione 43. linea verò crepuscularis eadem quæ propositione 42. circuli autem horarum Astronomicarum siue in recta siue in obliqua sphæra in rectas semper lineas profunduntur, quæ à centro A

eductæ

A eductæ in partes æquales Æquatoris vndique radiorum instar destinantur. Quòd si obliqua sit sphæra, per datam Poli vnius altitudinem A M, depressionemque alterius A N ellipsis describatur, quæ maximam diametrum habeat B C, ea Horizontem obliquũ exhibebit, cuius, & Horariorum communes intersectiones



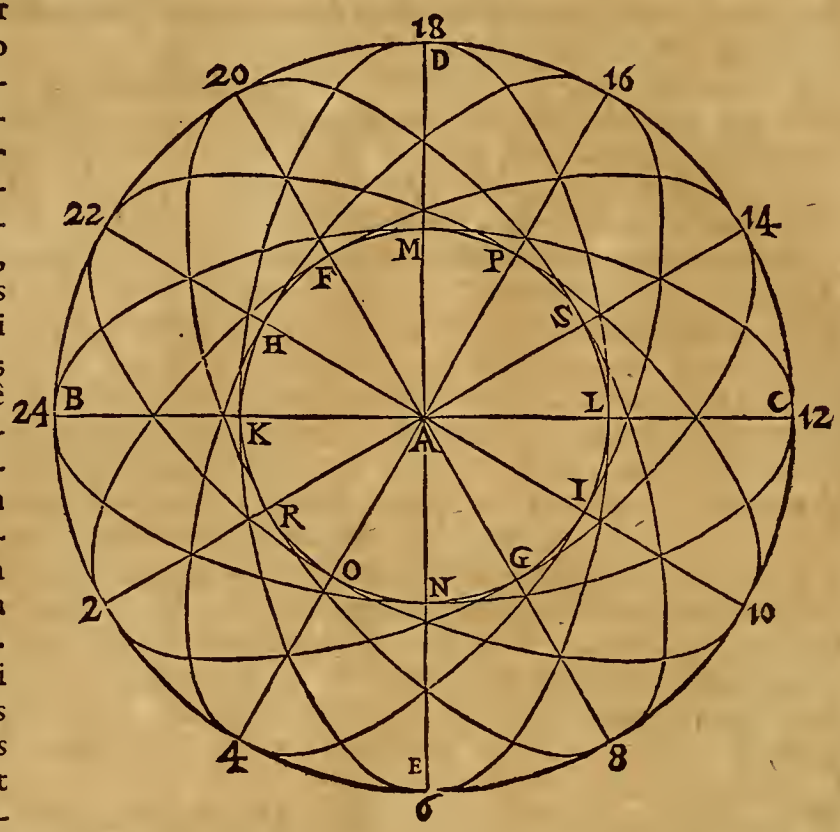
B N, O, P, Q, R, S, C ad primitiuum circulum occultis lineis (quæ ipsi B C sint perpendiculares) reuocatæ per 24. huius, horas Astronomicas exhibebunt E, T, V, X, Y, Z, C, in horizontali plano designandas. C Qua ratione etiam verticalis plani horæ inuenientur, si ellipsis per verticem describatur, eiusq; & Horariorum communes intersectiones ad primitiuum circulum reducantur, vt consectariis aliquot ad propositionem 44. ostendimus. Quæ sanè praxis describendorum sciotericorum in quouis plano non minùs expedita est, quàm vulgaris illa, qua primùm à centro circuli omnium semper apparentium maximi, per æquales ipsius portiones ad lineam contingentiæ rectæ porriguntur; D inde verò ad centrum proprij circuli, cuius semidiametrus ex Analemmate peti debet, remittuntur. Illo autem modo innumeræ praxes describendorum horolabiorum excogitari possunt: mutata namque proiecturæ forma, siue ex toto proiectionis genere, siue ex solo sphæræ situ, nouæ semper Horizontis & Horariorum circulorũ figuræ prouenient, quarũ communes intersectiones



E ad originẽ reuocatæ, horas dabunt postulatas. His circulis horariis similes omnino sunt illi, qui declinationes indicant: nam in Polis mundi omnes cõueniunt, in quo & visus: quare per 10. huius in rectas lineas F proijciuntur, quæ à centro A ad punctum quodcumque datum extenduntur.

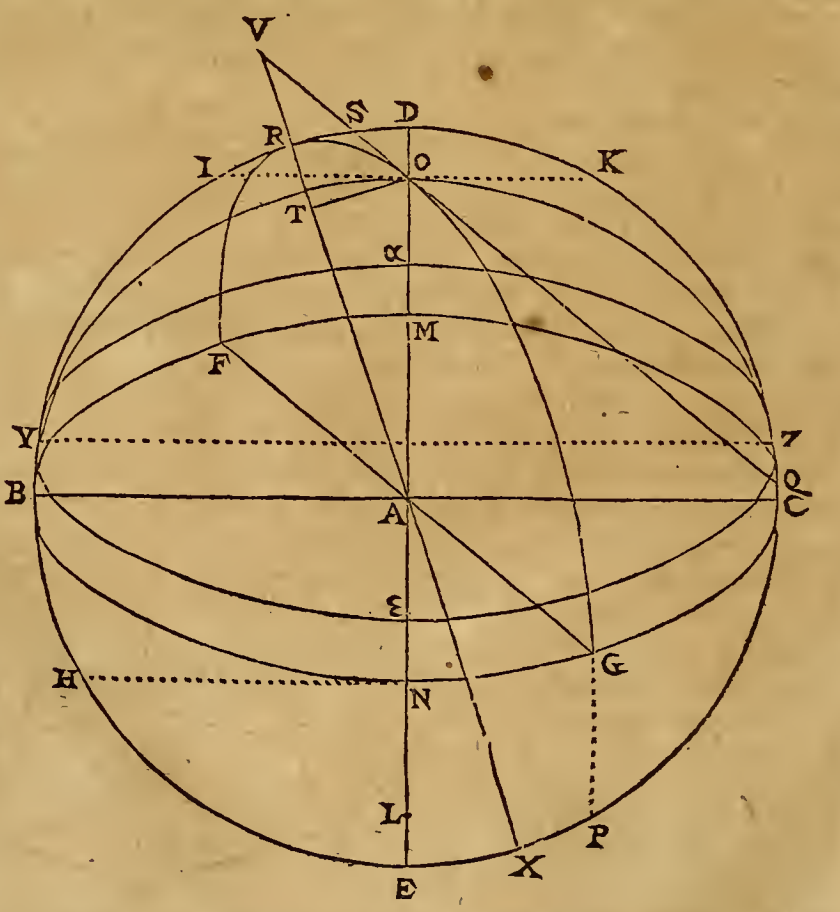
Sint iam ex hac sphæræ dispositione describẽdi circuli illi, qui à Finitore horas auspicantur. In eodem Æquatoris plano B D C E sit obliquus Horizon B M C N ad datam

datam Poli eleuationem A N graduum triginta, cui æqualis sit Poli sub Horizontem de- A
pressio M A. Si igitur centro A, interuallo autē A N circulus describatur, erit is duorum simul proiectura, quorum alter omnium semper apparētium maximus est, alter verò maximus omnium illorum, qui perpetuò delitescunt; qui proinde rectis è centro radiis in partes æquales diuidantur, quemadmodum in apposita figura cernere est per duarum horarum interualla diuisiones procedere. Cùm verò hi circuli etiam per æquales sectiones Æquatoris transeant, oportebit illos qui à centro, radios ad ipsum quoque Æquatorem producere, cuius partibus numeri horarum commodè adscribi poterunt. Primus itaque eorum qui ab Horizonte horas indicant, est ipse Horizon B M C N in ellipsin proiectus, duorum perfungens munere, nempe horæ 24. (vnde prima hora incipit) & horæ 12. Proximus huic ille est, qui maximam habet diametrum horæ 2. & 14. minimam verò F G, in qua & circulos maximos semper D
apparentium, semperque delitescentium contingit: sequens dein is, cuius maxima diametrus horarum 4. & 16. minima verò H I, atque ita ordine paribus semper interuallis se mutuò reliqui consequuntur, in ellipses longitudine latitudineq; æquales profusi.



B
C

E verticalibus porrò circulis in sphæra obliqua vnus dumtaxat in rectam lineam cadit, nempe Meridianus D E perpendiculariter visui expositus; ceteri autē omnes in ellipses transformantur. Pro quarum descriptione primū designandus est Horizon B M C N ad datam Poli eleuationem, quæ sit, exēpli causa, graduum triginta: quod vt rectè fiat, sumendus est in circulo Æquatoris arcus B H graduum triginta: hinc autem



E
F

A autem ad rectos ipsi D E angulos applicita H N, resecat ex Meridiani proiectura D E portionem A N graduum triginta: cui si æqualis accipiatur A M, quantum scilicet alter Polus sub Horizontem deprimitur: & circum extremas diametros B C & M N ellipsis describatur per 22. lemma, ea erit Horizõtis obliqui proiectura, cuius Polus O in hunc modum inuenietur: Accipiatur in circulo Æquatoris arcus B I graduum sexaginta, vt cum B H sint in arcu H I omnino gradus nonaginta; fiatque D K ipsi D I æqualis, iunctaque I K ipsam DE intersecet in O: erit igitur O summum Horizontis fastigium, imum verò L; ambo quippe nonaginta vndique gradibus ab Horizonte distant.

Iam quoniam verticales omnes in imo supremoque cæli vertice conueniunt, perque B æquales partes Horizontis transeunt, erit D E vnus illorum & idem, qui Meridianus; alter verò, qui & primarius nuncupatur, B O C per communes Æquatoris & Horizontis sectiones incedens, atque in formam ellipsis circum extremas diametros B C & O L descriptus: reliqui autem circa coniugatas quidem, at non extremas constituuntur diametros; quarum altera O L omnibus communis, altera propria cuiusque, nempe recta linea in plano Horizontis per centrum acta. Exempli causa, sit describendus verticalis circulus, qui per trigesimum gradum à Meridiano incedat: sumatur E P graduum triginta; à P verò ipsi B C recta secundùm normam adiungatur, quæ Horizontis proiecturam secet in G: erit igitur N G portioni graduum triginta repræsentatione æqualis per 23. huius: ducta itaque G F per centrum A, erit M F ipsi N G æqualis, & F G altera diametrus, altera verò O L C ipsi F G coniugata (nam F O & O G circuli quadrantes repræsentant) circa quas descripta ellipsis F O G verticalem exhibet postulatum.

Eius autem inuentio sic se habet: Ducatur per O recta Q V ipsi F G parallela, quæ per 32. primi Conicorum Apollonij ellipsin in O continget: secet verò Q V circulum B D C in Q & S, fiatque per 11. lemma vt Q O ad Q S, ita Q V ad V S, & ab V per centrum A traiiciatur V X circulum B D C in R secans: dico R X maximam esse diametrum, circa quam & puncta F, O, G, & L ellipsis describenda erit per 22. lemma, adiuuante lemmate 25. Nam ductâ O T ordinatim ad ipsam R X, erit quoque per lemma 23. libri quarti vt X T ad T R, sic X V ad V R: quamobrem per 34. primi Conicorum Apollonij V O ellipsin contingit, cuius quidem maxima diametrus R X, aliæ verò coniugatæ O L & F G. Hæc igitur est ratio descri- D bendorum quorumcumque verticalium circulorum, præter Meridianum & primarium, quorum descriptiones antè explicatæ.

Altitudinum circuli, quoniam Horizonti sunt paralleli, omnes in vnius formæ proiecturam cadunt per 32. huius: at Horizon obliquè expositus in ellipsin procidit: igitur & circuli altitudinum in ellipses conformari debent, tum inter se, tum Horizontis proiecturæ similes. Esto itaque in proximo superiore schemate, in quo verticales descripsimus, Horizon B M C N, eiusque vertex O; oporteat autem Horizonti parallelum ducere: in verticalibus B O C & N D M sumatur puncta Y, α, Z & ε æquali interuallo ab Horizonte B M C N disiuncta, puta gradibus decem per 12. & 23. huius, & circa ea ellipsis describatur, vt lemmate 22. præcepimus, eritque hæc illius circuli proiectura, qui gradibus de- E cem vndique supra Horizontem attollitur: eodemque modo se res habet in ceteris. Nec verò dissimilis est ratio constituendi circulum crepusculorum: nam & parallelus est Horizonti, ac gradibus 18. sub eo depressus.

Circuli domorum cælestium, & positionum, ac latitudinum, eamdem prorsus descriptionem habent, quam circuli verticales: nam commune aliquod habent congressionis punctum extra mundi Polos constitutum, & per æquales portiones alterius cuiuspiam circuli incedunt. Igitur vt domorum cælestium circuli in plano aptè designari possint, primò describendi erunt Horizon, Meridianus, & primarius verticalis: deinde diuidendus hic verticalis in 12. partes æquales: demum per oppositas eius sectiones, & communem Horizontis ac Meridiani sectionem ellipses describendæ erunt, vt de F verticalibus iam antè docuimus.

Si verò positionis circulus aliquis postuletur, per easdem Meridiani & Horizontis sectiones ac datum punctum ellipsis ducenda erit, eo qui lemmate 22. præcipitur modo. Nam recta illa linea quæ communes intersectiones Horizontis & Meridiani connectit, vna erit diametrus futuræ ellipsis, quæ positionis circulum repræsentet; dato igitur prætereà quouis alio puncto in cæli superficie, ellipsis, quæ per hæc intra circuli BDCE ambitum describetur, circulum positionis postulatum exhibebit.

Latitudinum circuli non aliter describentur, quàm positionum circuli, aut ij qui domos cælestes distinguunt: nam eamdem omnino habent in sphæra dispositionem aspe-

aſpectumque ad nos ſimilem, vt propoſitione 48. oſtenſum fuit; ideoque eumdem A
quoque proiectionis modum.

ORTHOGRAPHICA SPHÆRÆ EXPLANATIO

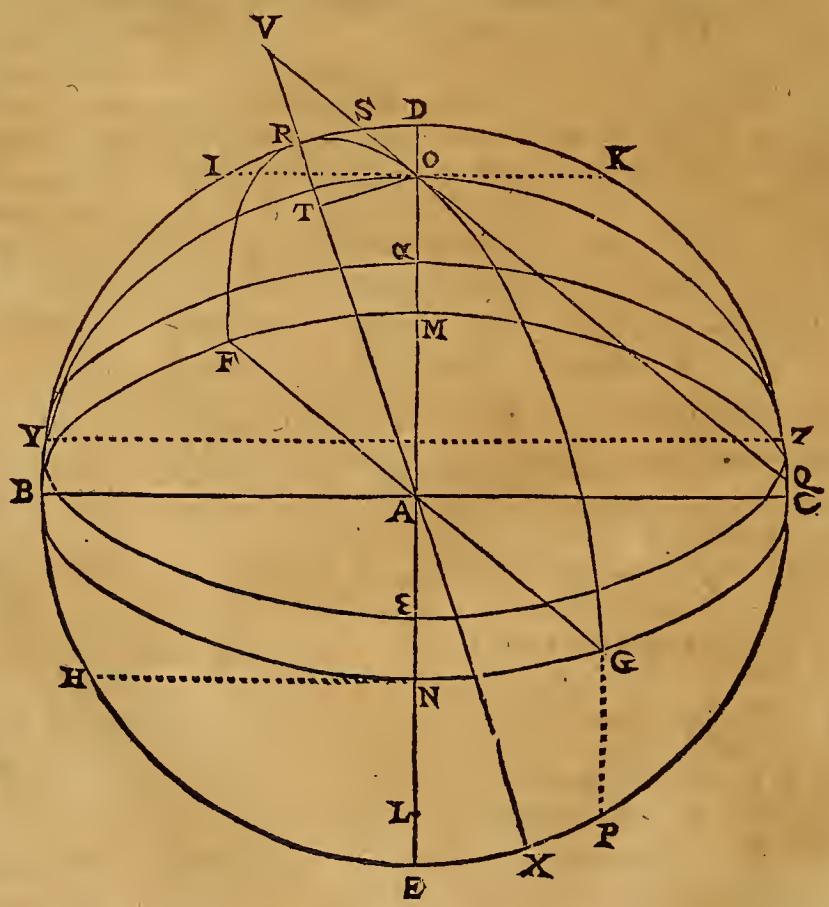
Aſpectu per verticem ac ſphæræ centrum tranſlapſo.

PROPOSITIO L. PROBLEMA. B

Omnes ſphæræ circulos in planum orthographicè conſignare, viſu per ſphæræ verticem centrumq; tranſlapſo.

VT I hactenus variè Sphæram deſcripſimus, ac vno quidem aſpectu in plano Meridiani, altero verò in plano Æquatoris: ita nunc eamdem in Horizontis planũ transfundere decreuimus, aſpectu ad perpendiculum à vertice in centrum ſphæræ delapſo. Habet enim hic ſitus in rebus Aſtronomicis permultas, eaſq; inſignes vtilitates. Hoc ſitu ipſe in primis Horizon circulari forma deſcribitur, cuius centrum verticis locum obtinet; Meridianus autem, ac verticales circuli in rectas lineas, quæ in Proiecturæ centrum A omnes conueniunt: in C
quorum numero cenſetur Æquator, ſi ſphæra recta ſit; ceteri autem paralleli circuli in eadem recta ſphæræ conſtitutione, eamdem proiectionem habebunt, quam propoſitione 37. & 40. explicauimus: at in obliqua ſphæra propter aſpectus obliquitatem omnes paralleli, hoc eſt Æquator, Tropici, Polares, & qui diurni appellantur in ellipſes deſcribuntur, ſumendo in Coluris loca per quæ tranſeunt; quæ ratio in Eclipticæ quoque proiectione ſeruatur.

Horarij porrò inuenientur, quemadmodum in ſuperiore propoſitione verticales. Exempli gratia, ſit Horizontis planum circulo expreſſum B D C E circa centrum A, quod verticem repræſentet; ſitq; eleuatio Poli ſupra Horizontem D O, puta graduum triginta, totidemque alterius ſub Horizontem depreſſio E L, ita vt duo Poli ſint O quidem con- D
ſpicuus, L verò deliteſcens: Æquator autem ſit B M C N æquali ſpatio vndique à Polis diſtans. Iam ſi Horarius quicumque deſcribẽdus ſit, vt puta horæ ſecundæ, accipiendus erit per 23. huius in proiectura Æquatoris à communi ipſius & Meridiani interſectione M ad F gradus triginta, qui duarum horarum ſpatium continent, ac totidem ab N ad G, iunctaq; F G, circa coniugatas diametros O L & F G deſcribenda erit ellipſis per 22. & 25. lemma, quæ Horarium circulum ſecundæ horę exhibebit. Eodemq; modo ſe res habet in ceteris.



Ex his patet ea loca circuli B D C E in quibus is ab Horariorum proiecturis attingitur, (velut hîc punctum R quod à contactu

A tactu Horarij secundæ horę signatur) eadem esse, quę in horizontalibus planis ad Horolabiorum vsum, ex Gnomonices præceptionibus notantur: sic vt ex hac quoque Horariorum proiectione omnis generis scioterica proueniant; horizontale quidem per se, ac nulla facta reductione, cùm proiectura Horizontis propter aspectus directionem primitiuo circulo similis sit, & æqualis per 15. & 16. huius libri propositionem: cetera autem reductione facta ad prototypum; vt verticale, Meridiem spectans, reducendo puncta lineæ B C in quibus ab Horarijs secatur, ad primitiuum circulum, cuius ipsa est proiectura per 14. huius: aut si verticale declinans poscitur, reducendo ad primitiuum circulum partes alterius rectæ lineæ per A ductæ, in quibus ea ab Horarijs intersecatur: si ad Me-
B ridiem, aut aliò inclinatum desideratur, describendo eius loco ellipsin, & reuocando eius ac Horariorum sectiones ad circulum primitiuum, vt priùs. Hoc igitur pacto omnis generis Horolabia conscribentur: quorum praxes tametsi operosiores sint, quàm vt vsui esse possint, earum tamen contemplatio magnam adfert iucunditatem, cùm ex ijs appareat infinita quædam nouarum inuentionum varietas, ex quarum multitudine aliquis semper delectus haberi potest.

De altitudinum circulis nil attinet dicere, cùm constet illos omnes forma circulari describendos esse circa idem centrum A. Non sunt autem æqualiter reipsa distantium, æqualia proiecturarum interualla: nam cùm verticales, per quorum æquales partes incedunt, in rectas lineas proijciantur, eisdem interuallis distabunt ab inuicem altitudi-
C num circuli, quibus æquales partes verticalium in lineares proiecturas transferuntur; hæ autem inæquales sunt, & quæ longiùs à centro, minores per 12. huius: itaque æqualium reipsa altitudinum circuli, quò sunt à vertice remotiores, eò semper propiùs ad se mutuò accedunt, sic vt tandem in vnum multi propemodum confluant.

Qui cælestia domicilia distinguunt circuli, & ipsi facilem habent proiectionem: loca enim in quibus eorum figuræ congredientur, sunt D & E, communes nempe Horizontis B D C E & Meridiani D E sectiones: hinc verò si per æquales portiones verticalis primarij B C eos ducere placet, diuidenda erit proiectura B C in sex partes repræsentando æquales per 12. huius, & per bina puncta æqualiter ab A dissita, itemque per D & E ducendæ ellipses: hæ namque illos circulos domorum cælestium exhibebunt, qui obli-
D quo aspectu offeruntur; reliquorum autem vnus in circulum proijcitur B D C E, puta Horizon; alter, nempe Meridianus, in rectam lineam DE. At si per æquales partes Æquatoris hos circulos ducere mauis, secundùm Regiomontani placitum, secandus erit Æquator B M C N in partes sex repræsentatione æquales per 23. huius, perque oppositas ipsius sectiones, punctaq; D & E ellipses describendæ, perfectumq; erit quod postulatur.

Eodem porrò modo circuli positionum constituentur, si per puncta D & E, ac quoduis aliud in cæli superficie assumptum circulus, aut linea, aut ellipsis ducatur.

Circuli autem declinationum ac latitudinum eadem via & ratione in planum orthographicè hoc sphæræ situ profundentur, qua circuli Horarij, quippe ab his illi nil discrepant, nisi accidentaria aliqua nota, non autem propria aspectus situ sve diuersitate,
E vt propositione 48. ostendimus.

Hactenus in sphæræ circulis lusimus, atque etiam diutiùs forsitan quàm par fuit: sed si perspecta omnia erunt quæ à nobis tradita sunt, non iniucundam fore eam varietatem confido. Si quid tumultuariè, si quid minùs enucleatè, si quid obscuriùs dictum; hanc nobis Lector culpam dona; si quid præter opinionem tuam, relege, attentiusque meditare: cùm enim probè intellexeris, neutiquam laboris exactiq; temporis pœnitebit.

RELIQVORVM CORPORVM REGVLARIVM
F
ORTHOGRAPHICÆ PROIECTIONES.

INTER ea corpora quæ certa lege efformantur, primum locum obtinet sphæra, vtpote capacissima, simplicissimoque ambitu circumscripta. Quamobrem quocumque modo aspectui offeratur, in directo plano vnam semper habet proiecturæ formam, eamque circularem; de qua hactenus copiosè, vt opinor, satis. Nunc de reliquis eius generis corporibus agendum est, nimirum

rum Cono, Cylindro, Pyramide, Prismate, Tetraëdro, Cubo seu Hexaëdro, Octaëdro, Dodecaëdro, & Icosaëdro, & ceteris quæcumque aliquam laterum vniformitatem habent. Ex horum enim vel rudi tantùm adumbratione facilè quiuis irregularium corporum proiectiones assequetur. Porrò ex ijs quæ modò recensuimus, scias Lector per regularia corpora non intelligi hoc loco ea dumtaxat, quæ vel Isoperimetra vocantur, vel quæ sedibus æquilateris constant, aut quæ sphæræ inscribuntur: sed nonnulla etiam quæ nec sphæræ inscribi possunt, vt quandoque sunt Prismata & Pyramides, nec æquilateras sedes habent, vt Coni & Cylindri; nec Isoperimetra sunt, vt quæ eidem sphæræ inscribuntur diuersa polyedra: sed ea omnia quæ aliquam laterum vniformitatem adepta sunt, qua in planum commodè transcribi possunt, cuiusmodi inter cetera sunt illa quæ superiùs nominauimus. A B

PROPOSITIO LI. THEOREMA.

Si visus in axem coni incidat, aut in lineam axi parallelam, spectatus conus circuli forma transferetur, cuius centrum erit ipsius coni vertex. C

De cono hîc agimus recto, cuius basis circulus, vertex autem à circumferentia basis æqualibus vndique distat radijs: is namque maximè regularis est. Procidat igitur visus primò per axem, sic vt axis radiusque opticus vna eademque sit recta linea: dico coni proiecturam circulo contineri, cuius centrum sit ipsius verticis axisque proiectura: nam axis centro basis perpendiculariter insistit. Quare basis directè visui opponitur, ipse autem axis perpendiculariter; ac proinde basis in circulum proijcitur per decimam quintam propositionem libri huius: axis verò per tertiam huius vt punctum, quod idem cum basis centro esse oportet, quòd axis in centrum basis incidat: at reliquæ partes coni intra proiecturam basis continentur, quoniam peripheria basis omnium partium, quæ ab axe distant, remotissima est: igitur totus conus in circularem formam proijcitur, cuius centrum est ipsius coni vertex in idem planum proiectus. D

Eadem prorsus coni transcriptio erit, si visus in lineam axi parallelam incidere concedatur. Nam cùm ceteri omnes radij, æquè ab hoc distantes ducendi sint per primam huius libri propositionem, perspicuum est illum qui in verticem coni incidit, eumdem esse cum axe, ac ceteros eodem modo se habere, quo priùs: in hoc siquidem proiectionis genere nulla est principalis radij à ceteris distinctio, cùm omnes nulla habita oculi ratione, tamquam ab infinito recessu euocandi sint, & tum principali radio, tum inter sese paralleli ducendi. E

PROPOSITIO LII. THEOREMA.

Si visus in eodem sit plano, in quo & coni basis, spectatus conus in triangulum proijcietur, ei quod per axem, simile & æquale.

Constat in primis hoc oculi aspectu basin coni in rectam lineam proijci ipsius diametro æqualem per 10. propositionem huius libri, propterea quòd radij omnes ad ipsam pertinentes in eodem sint cum ipsa plano: deinde si per latera coni radij ducantur tum inter se tum basi paralleli, hi duas velut radiosas superficies complebunt, quarum communis sectio erit radius ille qui per verticem transit, cuiusmodi videre est in schemate propositionis centesimæ septimæ libri quarti. Hæ autem superficies, quoniam in rectis lineis conum attingunt per lemmation ad propositionem centesimam quartam libri quarti explicatum, productæ ad planum vsque, in id coni latera propria magnitudine, ac situ deportabunt: nam & planum, & latera coni directè visui obuersantur. Quare ex his tribus lineis eadem magnitudine plano exceptis, triangulum conficietur ei, quod per axem coni ducitur, & simile & æquale; quod erat probandum. F

PRO-

A

PROPOSITIO LIII. THEOREMA.

Si radius principalis planum conicæ basis secet, nec sit axi parallelus; conus ipse triangulari forma in plano describetur, cuius quidem duo crura recta erunt, basis autem dimidiata ellipsis.

B VTI superiore propositione, ita & in præsenti perspicuum est, latera coni in rectas lineas profundi: nam per lemmation prop. 104. lib. 4. radij omnes, qui ad superficiem coni, excepta basi, pertinent, in rectis lineis eam contingunt: hæ verò, cùm radij optici neq; basi neque axi sint paralleli, obliquè oculo objiciuntur: igitur per rectas lineas plano inscribũtur per 5. huius. Deinde cùm & basis eamdem ob causam obliquè ad aspectum se habeat, erit ipsius proiectura ellipsis per 21. huius: at eius dumtaxat medietas conspicua est, velut & totius coni: itaque hoc oculi situ conus in triangularem formam proijcitur, cuius duo quidem crura rectæ sunt lineæ, basis autem dimidiata ellipsis; quod erat ostendendum.

PROPOSITIO LIV. THEOREMA.

Proiecta cylindri forma, si radius axi parallelus sit, circularis est.

C HOC oculi aspectu basis cylindri directè cernitur, vt per se patet, quòd scilicet, vti axis ita & ceteri omnes radij axi paralleli rectis angulis in eam incidant: igitur per 15. huius basis cylindri in circulum proiicitur, eumq; primitiuo circulo, hoc est basi ęqualem per 16. huius. At eadem prorsus ratione, quotquot cylindri sectiones basi parallelæ producentur, omnes circulari forma in planum cadent: sunt enim omnes circuli quemadmodum & basis per 5. propositionem libri primi Sereni Antinsensis de sectione Cylindri, & simili omnes dispositione cernuntur, quòd basi sint parallelæ. Prætereà cùm cylindri axis perpendiculariter exhibeatur, cadet is in punctum per 3. propositionem libri huius; ac proinde omnium circulorum centra, quæ per eamdem 5. libri primi Sereni in axe sunt constituta,
D vnum punctum erunt: sed & omnium peripheriæ in vnam incident, quòd æquales sint omniũ proiecturę per 16. huius, & ex eodẽ centro apparent descriptæ: igitur proiecta cylindri forma, si radius opticus axi sit parallelus, circularis est; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LV. THEOREMA.

Si radius axi normalis existat, erit cylindrus plano exceptus rectangulũ, cuius duo latera axi; duo verò basis diametro æqualia erunt.

E PERSPICVA est huius propositionis explicatio ex iis quæ hactenus sunt demonstrata: nam bases in primis cùm perpendicularirer exhibeantur, in rectas lineas procident, ipsarum diametris æquales per 15. & 16. libri huius: sed & latera in rectas lineas ipsis æquales directo aspectu producentur per 4. huius: siquidem radiosæ superficies, quæ ad cylindri latera pertinẽt, in rectis lineis ipsum contingunt per lemmation prop. 95. li. 4. hæ igitur ad planum vsque productæ, æquali, vti dictum est, magnitudine in planum cadent: quocircà cylindrus in rectangulũ proiicietur, cuius duo latera longitudini, duo crassitiei æquabuntur.

PROPOSITIO LVI. THEOREMA.

Cùm radius axem cylindri obliquè secat, proiecta figura quadrilatera est, cuius duo latera recta sunt & parallelæ lineæ, duo verò dimidiatæ ellipses.

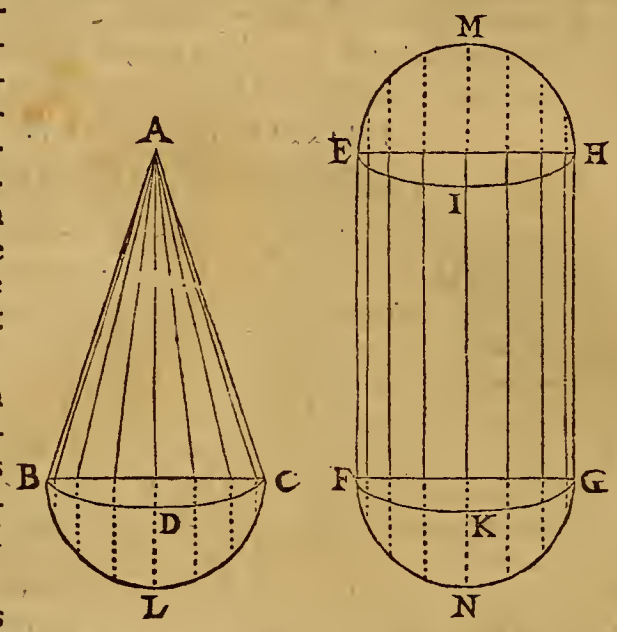
F ET hæc propositio ex demonstratis liquet: nam per 5. propositionem libri huius constat latera in rectas proiici lineas, easque parallelas per 29. libri huius: sed & bases in ellipses procidunt propter aspectus obliquitatem, vt propositione 21. huius libri ostendimus; quarum cùm solæ medietates vltra cylindri latera conspicuè promineant, fit vt cylindri eo aspectu in planum producti, duo latera recta sint, eáque parallela; duo verò dimidiatæ ellipses, in diuersum proiectæ; quod erat ostendendum.

Ex his constat omnem cylindri ac coni proiecturam triplici differentia contineri, quam triplex aspectus suggerit: visus enim aut perpendiculariter, aut directè, aut obliquè in axem incidit; si perpendiculariter, figura proiecta tam cylindri quàm coni circulus est: si directè, coni quidem transcriptio triangulum est, cylindri verò quadrangulum; si denique obliquè, mixtæ figuræ producuntur ex rectis atque ellipseoidibus lateribus, vt ex dictis constat. A

PROPOSITIO LVII. PROBLEMA.

Cylindri & coni proiecturas in partes æquales secundùm longitudinem repræsentando secare. B

TRIBVS modis, vti iam dictum est, spectari possunt hæc corpora, atque ex triplici aspectu in varias formas proiici: primò in circulos, vt propositione 51. & 54. secundò in rectilineares figuras, vt propositione 52. & 55. hîc autem notantur litteris A B C & E F G H: tertiò in mixtas figuras ex rectis lineis atque ellipseon portionibus, vt propositione 53. & 56. quales hîc sunt A B D C, & E F K G H I.



Cùm in circulos proiiciuntur, non est difficile expedire propositum problema: nam secto in partes æquales circulo, perfectum erit quod postulatur, vt ex propositione 19. huius libri constat.

Cùm verò in figuras rectilineas transcribuntur, vt conus in triangulum A B C, cylindrus verò in rectangulum E F G H, describendi erunt circa bases B C, item E H & F G velut diametros semicirculi B L C, E M H & F N G, iiqúe in partes quotcumque æquales distribuendi, vt hîc ipsos octifariàm sectos vides: deinde à diuisionum signis ad diametros perpendiculares ducendæ; ac tum demum in cono quidem à diametri punctis rectæ ad verticem A sunt destinandæ, in cylindro verò, quæ à semicirculis prodeunt rectà producendæ, ita vt similes semicirculorum peripherias, quæ ad easdem partes sunt attingant; sintque axi parallelæ, vtpote quæ æquales & parallelas diametrorum portiones connectunt.

Dico igitur hisce lineis coni ac cylindri superficies, exceptis basibus, in partes æquales repræsentando dissecari: quoniam enim (vt in cono primùm demonstrationem instituamus) per 52. huius libri propositionem, basis coni in rectam proiicitur lineam BC, hæcq. à perpendicularibus, quæ ab æqualibus peripheriis semicirculi ducuntur, in partes repræsentatione æquales diuiditur per 12. libri huius, perspicuum est superficiem coni, excepta basi, lineis à vertice A ad partes lineæ B C demissis in partes æquales secundùm aspectum distingui: quod enim reipsa præstant lineæ à vertice coni ad partes æquales basis ductæ, hoc ipsum secundùm aspectum exhibent lineæ à proiecturæ vertice A in proiecturam basis B C procidentes. Eodemque modo se res habet in cylindri sectione: nam quoniam E H & F G sunt baseon proiecturæ, secenturque ab illis rectis lineis, quæ à semicirculis normaliter ducuntur, in partes repræsentatione æquales, manifestum est & quæ has partes connectunt, rectas lineas axi parallelas secare cylindri superficiem, exceptis basibus, in partes aspectu æquales. E F

Denique cùm ex obliquo intuitu bases in ellipseon portiones proiectæ deformantur, quales hîc sunt B D C & F K G, non iam vt priùs à locis in quibus rectæ lineæ B C & F G in partes repræsentatione æquales distributæ sunt: sed à locis in quibus ellipses B D C & F K G orthographicè dissecantur, rectæ lineæ euocandæ sunt, & in cono quidem ad verticem A destinandæ, in cylindro verò pari ab axe interuallo producendæ.

Ex his facile est rationem colligere, qua in orthographicis ædificiorum descriptionibus columnarum striæ sint constituendæ, quas perperàm aliquando pari interuallo distinctas

A ſtinctas in quorumdam deſignationibus animaduertimus, cùm ex dictis perſpicuum ſit earum intercapedines à medio ad vtrumque latus hinc inde minui. Eſt tamen diuerſa habenda ratio illarum columnarum, quæ in ſummitate contracturam admittunt; nec minor illarum quæ circa medium turgent, & ad apophyſis extremitatem ventrem promittunt: in his enim medius canaliculus recta ſemper linea deſcribendus eſt; ceteri autem quò propiùs ad latera accedunt, eò ſemper magis extimam ſcapi inflexionem æmulabuntur.

Eadem quoque ratio tenenda eſt dum columnæ deſcribendæ ſunt in circulum digeſtæ: hæ namque velut cylindrum quemdam efficiunt, cuius ima baſis ille eſt circulus;
B cui ſtylobatæ omnes inſiſtunt; ſumma verò is qui capitulorum abacis ſupernè incumbit; ipſa autem quæ exceptis baſibus relinquitur ſuperficies, ea eſt quæ columnarum ordinem toto in circuitu excipit: igitur in harum deſcriptionibus eadem, quæ in cylindris locum habet, ratio eſt obſeruanda.

PROPOSITIO LVIII. THEOREMA.

Pyramis tetraëdra ex facie directè ſpectata proijcitur in triangulum æquilaterum.

C 

CORPORA quæ πολύεδρα vocantur, hoc eſt multilatera, tribus partibus conſtant, nempe planis ſedibus, ac rectis deinde lineis, velut planorum commiſſuris, tum denique punctis in quæ planorum linearumque anguli terminantur: quare tribus hæc modis ſpectari poſſunt; aut enim in planum aliquod, aut in commiſſuram, aut in angulum viſus directò incidit, è quibus modis totidem proiectiones naſcuntur.

Eſto itaque vt in latus pyramidis viſus directè procidat: dico ipſius proiecturam fore triangulum æquilaterum: cùm enim præter id corporis quod ſpectatur, nil in planum tranſcribi poſſit; ſpectetur autem ſolum triangulum æquilaterum, neceſſe eſt pyramidem ex eo aſpectu in triangulum proijci, idque æquilaterum, propterea quòd rectæ illæ li-
D neæ quæ ſpectatum pyramidis latus ſuccingunt, in æquales lineas per quartam propoſitionem libri huius tranſcribantur.

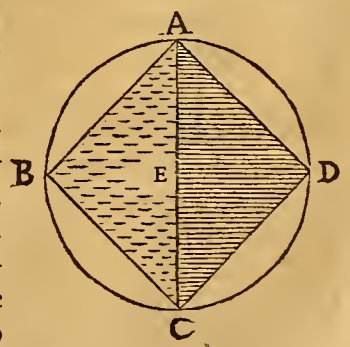
PROPOSITIO LIX. THEOREMA.

Si viſus in duarum ſedium commiſſuram directè incidat, pyramis tetraëdra in quadratum proijcietur duobus triangulis dimenſum.

E 

ID in primis obſeruatione dignum hoc loco eſt, & ad ſequentes etiam proiectiones vtile, omne corpus regulare, vti reipſa ſphæræ inſcribi poteſt, ita quoque in figuram circulo inſcriptam proijci, ſi directè aſpectui obijciatur, hoc eſt ſi radius opticus, qui per centrum corporis ducitur, ſimul in angulum incidat, aut in centrum plani lateris, aut duorum laterum communem lineam bifariàm ſecet. Hoc enim aſpectu, quæ primarium radium vndique circumſtant corporis partes, ſimilem diſpoſitionem ad oculum habent: quare proiectæ vel eamdem magnitudinem retinent, vt quæ directè obiiciuntur; vel pari obliquitate contrahuntur, vt ceteræ.

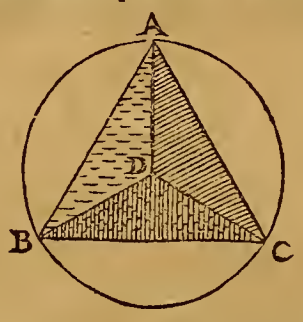
Cadat iam principalis radius directè in lineam A C ad medium ipſius ſignum E: palàm igitur per 4. propoſitionem libri huius A C in lineam proijci primitiuæ æqualem: at eadem ratione linea B D, quę poſt corpus latet, ſolaque extrema ſpectanda offert, in re-
F ctam proijcitur lineam primitiuæ æqualem: itaque harum duarum linearum proiecturæ ſeſe in circuli centro E bifariàm & ad rectos angulos interſecant: quare & A B, B C, C D & D A proiectæ in rectas quidem lineas cadent, ſed contractas per 5. propoſitionem huius; & quia ſimili diſpoſitionis obliquitate aſpectui offeruntur, etiam inter ſe æquales erunt: quamobrem tetraëdra pyramis eo modo ſpectata, vt viſus in duarum ſedium communem commiſſuram directè incidat, in quadratum tranſcribitur duobus triangulis dimenſum; quod erat explicandum.



PROPOSITIO LX. THEOREMA. A

Visu per angulum tetraëdræ pyramidis directè transeunte, ipsa in triangulum æquilaterum proijcitur ex tribus æqualibus triangulis ad centrum constitutis compositum.

QVONIAM hoc aspectu tres simul sedes pyramidis conspicuæ sunt, quartæ perimetro comprehensæ, necessum est totam pyramidis proiecturam intra quartæ sedis proiecturam contineri: hæc autem in triangulum B æquilateram A B C proijcitur: quoniam enim radius opticus, qui per angulum D simul & centrum pyramidis traijcitur, ad planum A B C rectus est, erit auersa pyramidis facies directè visui exposita; quare proiecta in planum similis sibi erit & æqualis: est verò primitiua illa pyramidis facies triangulum æquilaterum: itaque & proiectura æquilaterum triangulum erit. Quòd autem ea proiectura tribus triangulis æqualibus constet ad centrum terminatis, ita ostenditur: Radius omnis opticus in indiuiduo puncto planum intersecat: at pyramidis vertex D, centrumque in eodem sunt radio ex hypothesi: igitur D in centrum proiecturæ A B C cadit: æquales itaque sunt inter se A D, B D & C D per circuli ac trianguli definitionem: sunt verò, vt iam ostensum est, & A B, B C, C A æquales: igitur triangula quæ in basibus A B, B C & C A ad centrum D constituuntur, sunt inter se æqualia.



C

PROPOSITIO LXI. THEOREMA.

Cubus ex directo lateris aspectu in quadratum proijcitur.

PERSPICVA est hęc propositio ex ipsa radiorum productione: nam radiosæ illæ superficies, quæ per extremitatem obiecti lateris ducuntur ad spectatum Cubi latus rectæ sunt ob situm directum: quare vnaquæq; illarum D in eodem est plano cum latere proximo illi quod directè spectatur: igitur hoc aspectu nil Cubi cernitur prętер solum latus directè obuersum; ideoq; totius Cubi proiecta forma, huius lateris proiectura continetur. Quod autem quadratum directè obiectum in quadratum proijciatur, ex eo ostenditur, quòd radiosæ illæ, quas diximus, superficies Prisma constituant, quod parallelis planis sectum similes exhibet sectiones: at visum Cubi latus & planum quo proiectura excipitur parallela sunt ob situs similitudinem: itaque cùm latus Cubi quadratum sit, erit & proiectura ipsius quadratum; quod demonstrandum erat.

PROPOSITIO LXII. THEOREMA. E

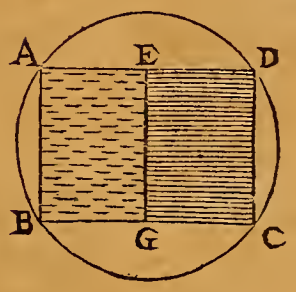
Cubus visu per oppositas superficierum commissuras directè procidente, in rectangulum proijcitur, altera parte longius, ex duobus rectangulis inter se æqualibus, totique similibus compositum.

HOC in primis manifestum est, in hac visus obiectique dispositione duo tantùm Cubi latera simul videri, non autem plura: cùm enim communis duorum laterum linea directè obijciatur, radij omnes optici in eam rectis angulis incident, è quibus ij qui ad extremitates pertinent, cum duobus planis coincidunt, quæ proinde vt rectæ lineæ parallelæ A D & B C in F planum transcribuntur per 8. propositionem huius; reliqui autem radij in duo latera obliquè incidunt, quæ proinde videntur quidem, sed contracta per 9. huius. Ex quo facilè ostendi potest propositum: nam duorũ laterum apparentiũ extremæ lineæ A B & D C in rectas lineas proijciuntur, easq; parallelas per 29. huius; siquidem ipsæ parallelæ inter se sunt: cumque circulo hæc omnia inscribi possint, sequitur A B C D rectangulum esse.

Deinde cùm A E D & B G C proiecturæ sint duorum laterum Cubi ex eo aspectu, quo ipsorum diametri directè obuertuntur, fit vt A D & B C quadratorum diametris sint æquales, quorum latera lateribus A B & C D sunt æqualia: at in quadratis figuris maior est diame-

A diametrus latere: itaque rectanguli latera A D & B C ipsis A B & C D sunt lateribus maiora: quare ipsum rectangulum altera parte est longius.

Tum E G, quæ communis est apparentium sedium commissura, vti reipsa parallela est lateribus A B & C D, ita & in proiectura per 29. huius; ac proinde A B C D rectangulum per lineam E G in duo dispescitur rectangula; quæ etiam æqualia inter se esse dico, quòd latera A E, B G lateribus E D & G C in proiectura æqualia sint, propter similis obliquitatis aspectum.



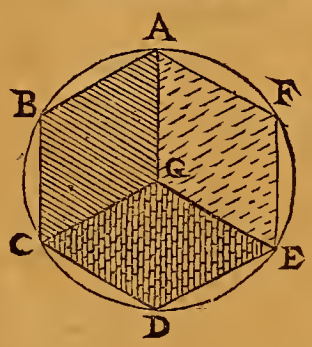
B Demum rectangula A G & G D toti A C similia esse ex eo potest demonstrari, quòd in quadratis figuris dimidia diametrus ad latus eam rationem habeat, quam latus ad totam diametrum; siquidem in quadratis inæqualibus ita se habet latus ad latus, vt diametrus ad diametrum: sed quadrati latus diametrus est eius, quod ex dimidia diametro totius fit, quadrati: igitur vt dimidia diametrus ad latus, ita latus ad totam diametrum: at A E dimidia est diametrus eius quadrati quod ex latere fit A B, & cuius diametrus A D: itaq; vt A E ad A B, sic A B ad A D; est ergo A G rectangulum rectangulo A C simile: est verò E C rectangulum ostensum rectangulo A G æquale; quocircà erit & E C rectangulũ rectangulo A C simile.

PROPOSITIO LXIII. THEOREMA.

C *Cubus, visu per oppositos angulos transmisso, proijcitur in Hexagonum è tribus æqualibus similibúsque Rhombis conflatum.*

HIC tria simul spectantur latera A C, C E & E A, quot scilicet ad anguli spectati G constitutionem conueniunt: at cùm singula hæc latera quatuor lineis constent, è quibus binæ in G concurrunt; erunt præter has, quæ in G terminantur, reliquæ numero sex, quibus tota Cubi proiectura continetur A B, B C, C D, D E, E F & F A: itaque in Hexagonum proijcitur Cubus, eo quo dictum est modo aspectui obiectus.

Deinde cùm eæ, quæ in G (quod & proiecturæ centrum D est) coëunt, singulæ duobus lateribus sint communes, tres tantùm A G, C G & E G intra proiecturæ extimos fines reliquæ sunt, quibus proinde Hexagonum trifariàm diuiditur. Quòd autem hæ mediæ A G, C G & E G extimis illis, atque etiam inter se sint æquales, inde probatur, quòd sint eiusdem circuli semidiametri: at circuli semidiametrus æqualis est lateri Hexagoni circulo inscripti: igitur omnes quæ apparent Cubi lineæ sunt inter se æquales. Sunt verò & anguli Hexagoni circulo inscripti æquales, quorum alternos A G, C G, E G in æquales angulos dispescunt: itaque & qui ad centrum anguli con-

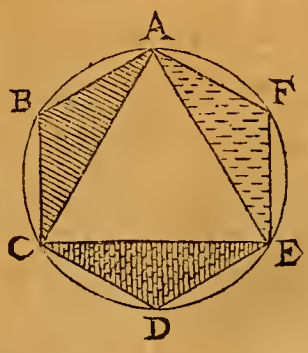


E ueniunt sunt æquales: ideoque Rhombi A C, C E & E A, in quos Hexagonum diuiditur, & inter se æquales, & similes sunt; quod erat ostendendum.

PROPOSITIO LXIV. THEOREMA.

Octaëdrum, visu per opposita plana perpendiculariter transeunte, in Hexagonum proijcitur, cuius alterni anguli rectis coniunguntur, quæ triangulum æquilaterum efficiunt.

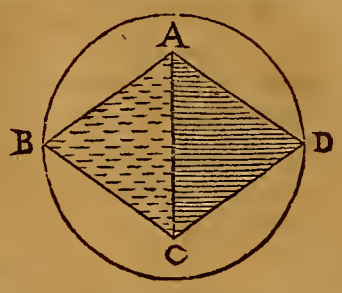
F NAM quatuor hoc situ aspectuque latera conspicua sunt: vnum quidẽ A C E directè, quod proinde in triangulum æquilaterum, quale reipsa est, proijcitur; reliqua autem obliquè hunc circumstant, quorum extremæ lineæ, dempto triangulo A C E, sunt numero sex, nempe in singulis duæ: quæ cùm pari omnes obliquitate à directo aspectu deflectant, pari etiam mensura à propria magnitudine proiectæ contrahuntur; itaque Hexagonum in plano efficiunt, quod ductis per alternos angulos rectis lineis, triangulum æquilaterum inscriptum habeat.



PROPOSITIO LXV. THEOREMA.

Octaëdrum per oppositas planorum commissuras spectatum in Rhombum proijcitur, cuius minor diametrus ad maiorem eam rationem habet, quam quadrati latus ad diametrum.

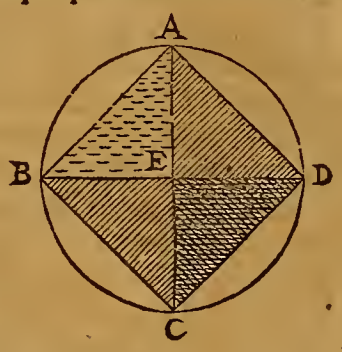
Ex duobus Octaëdri lateribus A B C & A D C, quæ hoc situ tantummodò videntur, quatuor lineæ totam proiecturam complectuntur, A B, B C, C D & D A, quandoquidem vna A C communis est, vtrumque latus dirimens: est porrò A C ad B D ea proportio quæ lateris quadrati ad diametrum; siquidem Octaëdrum quadrato, quod eidem circulo inscribitur cui & Octaëdrum, bifariàm secatur, cuius quidẽ latus est A C, in quam visus directè incidit, diametrus verò B D, quæ etiam directè spectatur. quare cùm neutra in planum proiecta magnitudinis mutationem suscipiat per 4. huius, erit, vti in reipsa, ita quoque in plano ipsius A C ad B D ea proportio, quæ lateris quadrati ad diametrum: cùm verò quatuor extimæ lineæ A B, B C, C D & D A, simili obliquitate ad aspectum se habeant, erunt ipsæ in planum profusæ minores quidem, quàm sint reipsa; at inter se æquales: quare, quod propositum fuit, Rhombus erit ABCD Octaëdri proiectura, cuius minor diametrus A C ad maiorem ita se habet vt quadrati latus ad eiusdem quadrati diametrum; quod probandum erat.



PROPOSITIO LXVI. THEOREMA.

Si per oppositos angulos visus incedat, Octaëdrum in quadrati formam proijcitur, quod duabus dimetientibus ceu decussi in quatuor triangula dispescitur.

Quatuor hoc situ triangula Octaëdri videri perspicuum est: nam totidem in compositionem anguli E directè spectati conueniunt, quæ proinde vno intuitu visus complectitur. Cùm verò ex eorum lateribus solæ bases A B, BC, CD, & D A extimæ sint, ceteris in E congressionem facientibus, necesse est vniuersam Octaëdri proiecturam quatuor lateribus iam dictis contineri. Nunc eamdem figuram in planum transcriptam quadratum esse propria appellatione nuncupatum, hinc demõstrabitur, quòd primitiuum planum A B C D, Octaëdrum per quatuor angulos bipartitò diuidens, sit reipsa quadratum: quoniam ergo principalis radius per E, alterumque ei oppositum angulum incedens, per centrum quoque quadrati primitiui A B C D rectis angulis traijcitur, directò illud spectabitur, ac per 32. propositionem libri huius in quadratum æquale proijcietur, quod erat probandum.

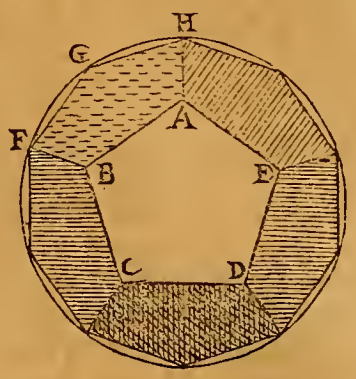


PROPOSITIO LXVII. THEOREMA.

Dodecaëdrum, visu per oppositas sedes directè translapso in Decagonum producitur, sex Pentagonis constans, è quibus id quod medio existit loco, æquiangulum & æquilaterum est.

Quoniam Dodecaëdri plana obtusis angulis inter se committuntur, fit vt in proposita corporis constitutione medium omnino sedium numerum visus vno aspectu complectatur. Sunt autem singulæ sedes pentagonæ: igitur vniuersam proiecturam sex Pentagona dispertiunt, è quibus id, quod medium locum obtinet A B C D E, æquiangulum est & æquilaterum, propterea quòd directè visui obijciatur ex hypothesi: cetera autem quæ circumstant,

A cumstant, nec æquilatera sunt, nec æquiangula, propter aspectus obliquitatem: sed in iis anguli F G H, H A B & F B A, primitiuis maiores sunt per 53. propositionem libri quarti; reliqui autem A H G & B F G primitiuis minores per eamdem 53. eiusdem libri; & latus A B omnium maximum est, vtpote primitiuo æquale; deinde F G & G H ipso A B minora, propter situs obliquitatem; tum demum omnium minima A H & B F, quòd à directo aspectu omnium maximè declinent.

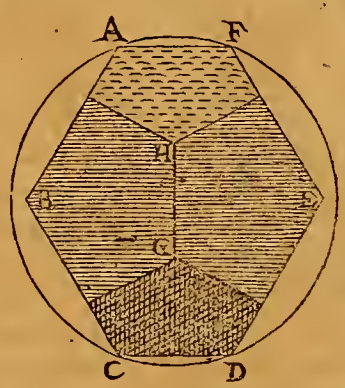


Nunc ostendendum sit hæc omnia in Decago-
B num proiici: quoniam singula illa Pentagona, quæ in ambitu medium stipant, quinque lineis concluduntur, atque ex his tres versus medium contrahuntur, duæ autem tantummodò ad extima prosiliunt, manifestum est ex binis lineis quinquies sumptis, quot scilicet Pentagona circa medium versantur, decem prouenire: quæ cùm ob similem aspectus obliquitatem in æquales lineas transcribantur, Decagonum constituunt æquilaterum: sed & æquiangulum, quòd omnium eadem sit ad inuicem inclinatio; igitur Dodecaëdrum, visu per oppositas sedes perpendiculariter translapso in Decagonum proijcitur, sex Pentagonis distinctum, è quibus vnum, quod medium locum obtinet,
C æquiangulum est & æquilaterum; quod ostendisse oportuit.

PROPOSITIO LXVIII. THEOREMA.

Si visus per opposita latera directè incedat, Dodecaëdri proiecta forma hexagona erit, ex quatuor hentagonis composita, neque æquilateris, neque æquiangulis.

D duodecim superficiebus, quæ Dodecaëdrum ambiunt, quatuor omnino hoc situ ab aspectu subducuntur, quatuor item in rectas lineas proiectæ incidunt A B, B C, D E & E F, vtpote perpendiculariter expositæ: itaque solæ quatuor supersunt conspicuæ à directo intuitu nonnihil deflectentes, quarum latera duobus exceptis A F & C D, vel ad medium contendunt, vel lateribus A B, B C, D E & E F congruunt: igitur sex dumtaxat latera totam corporis proiecturam succingunt: quare hexagona ipsius est forma, ex quatuor Pentagonis composita, iis scilicet, quæ sola conspicua esse iam proximè diximus: sunt verò ea nec æquilatera, nec

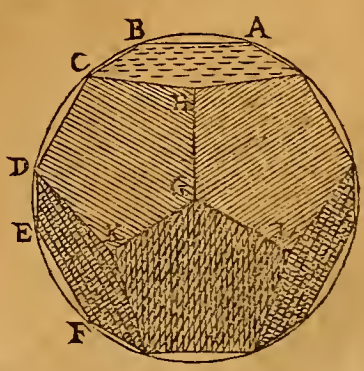


E æquiangula propter aspectus obliquitatem; vt superiore propositione ostensum est.

PROPOSITIO LXIX. THEOREMA.

Visu per oppositos angulos Dodecaëdri traiecto, ipsum in Dodecagonum proijcitur, cuius alterna latera æqualia sunt.

F PERSPICVVM est hoc aspectu, vt & illo quo visus per oppositas sedes traijcitur, (de quo propositione 57.) sex plana Dodecaëdri simul videri, quæ proinde totam proiecturæ aream complent, quorum tria centrũ proiecturæ G mucronibus attingunt, tria item paribus interuallis G H, G K & G L, à centro G sese retrahunt. Porrò omnium bases A B, C D, E F, &c. inter Dodecagoni latera connumerantur: sunt verò ipsæ inter se æquales, vti reipsa, ita quoque in planum transfusæ, quòd directè omnes cernãtur: at quia inter singulas superficierum bases singula prætereà latera sese intersecant, vt B C, D E, &c. minora quidem ipsis basi-

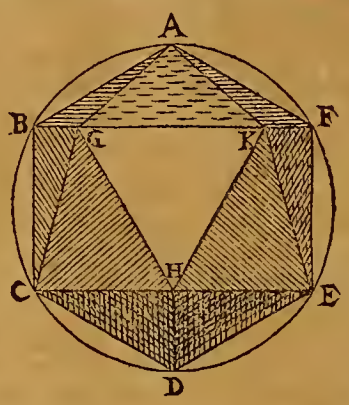


bus propter maiorem obliquitatem, sed æqualia inter sese, ob similem obliquitatem A
aspectus, palàm est Dodecagonum esse ipsam corporis proiecturam, eiusque alterna latera æqualia esse; quod erat ostendendum.

PROPOSITIO LXX. THEOREMA.

Icosaëdrum ex superficie directè spectatum in Hexagonum proijcitur decem triangulis distinctum, è quibus id, quod medium locum obtinet, æquilaterum est & æquiangulum. B

Hæc propositio eamdem habet explicationem, quam superiores: constat enim hoc situ medium superficierum numerum videri, hoc est decem è viginti, quòd nimirum anguli solidi ad puncta G, H, & K ex quinque planorum concursu effecti, obtusi sint, hoc est rectis angulis maiores, sunt porrò recti anguli solidi qui tribus planis angulis rectis in vnum punctum collectis continentur, vt ij qui in Cubo visuntur: cumq; sex dumtaxat ex illis decem sedibus circa ambitum versentur, quarum duo quidem latera ad medium contendunt, sola autem basis extremum locum tenet, fit vt Hexagonum sit totius proiecturæ schema A B C D E F decem triangulis distinctum, è quibus id quod medium locum obtinet G H K æquiangulum est & æquilaterum: nam ex hypothesi directè aspicitur.

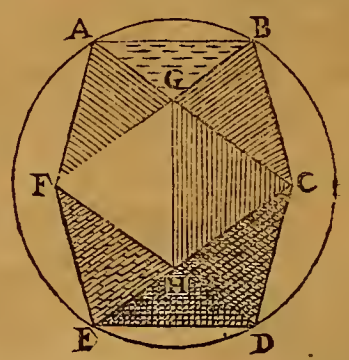


C

PROPOSITIO LXXI. THEOREMA.

Ex directo oppositorum laterum aspectu Icosaëdrum in Hexagonum proijcitur ex octo triangulis compactum, quod neque æquilaterum est, neque æquiangulum. D

Quoniam hoc aspectu quatuor superficies perpendiculariter obiectantur, eæ nimirum quæ lateribus B C, C D, E F & F A adiacent, & in has ipsas rectas lineas proijciuntur per 8. propositionem huius libri, consequens est vt è reliquis decẽ & sex planis, quibus Icosaëdron perficitur, octo è regione sint oculi atque conspicua, totidemque à tergo occultentur: igitur octo omnino triangula vniuersam Icosaëdri proiecturam explent, è quibus duo in medio ad commune latus G H sunt constituta, reliqua verò sex bina latera verticesque ad G & H puncta protendunt, solisque basibus A B, B C, C D, D E, E F & F A proiecturam claudunt, quę proinde Hexagona est: at cùm latera A B & D E directè obijciantur, vti & G H, cetera autẽ obliquè, erunt A B & D E ipsi quidem G H æqualia, ceteris autem B C, C D, E F & F A maiora, angulique B C D & A F E, reliquis maiores. quocircà Hexagonum proiecturæ schema, neque æquiangulum est, neque æquilaterum; quæ omnia ostendisse oportuit.



E

Sunt porrò ipsa triangula isoscelia quidem, quoniam duobus æqualibus lateribus F
omnia constant; at neutiquam inter se similia: siquidem illa dumtaxat quæ sibi ex aduerso opponuntur, laterum angulorumque æqualitate conueniunt. Itaque triangulum A G B opposito sibi E H D simile est & æquale; sic & G C H ipsi G F H, denique A G F ipsi D H C, & B G C ipsi E H F; quorum omnium vna est ratio aspectus similitudo: quo fit, vt A G F ipsi etiam B G C, itemque D H C ipsi E H F sit simile & æquale. Nam quia latus C G lateri C H, & latus C B lateri C D, rursumque latus B G lateri D H est æquale; erunt triangula B G C & D H C similia & æqualia. Eodemque modo A G F & E H F: igitur & inter se A G F & B G C, itemque D H C & E H F similia sunt & æqualia.

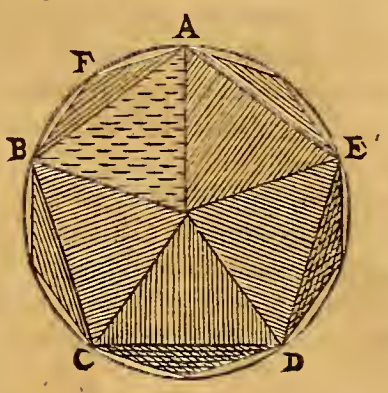
PRO-

A

PROPOSITIO LXXII. THEOREMA.

Icosaëdrum per oppositos angulos spectatum, in Decagonum proijcitur inscriptum habens Pentagonum, in quo quinque triangula similia ad centrum conueniunt, totidemq; extra procurrunt & ipsa inter se similia.

B CVM quinque triangula ad solidi anguli corporis Icosaëdri constitutionem conueniãt, palàm est horum quinque triangulorum bases A B, B C, C D, D E & E A Pentagonum efficere, ipsaq; triangula inter se similia esse, ob similem omnium laterum dispositionem. Rursus quia triangula, quæ deinceps hisce basibus proximè adiacent, vt est A F B, vertices protendant ad peripheriam circuli, cui Pentagonum inscribitur, necesse est singulis Pentagoni lateribus duo latera, qualia sunt A F & F B, insistere: quocircà Decagonum erit totius corporis



C Icosaëdri proiectura. Sunt insuper quæ Pentagoni lateribus insistunt, & ad circuli peripheriam protenduntur triangula, simili dispositionis genere aspectui obiecta: igitur & ipsorum proiecturæ similes inter se erunt, quamuis longè magis contractæ, quàm illorum quæ intra Pentagonum continentur, ob maiorem illorum obliquitatem. Quæ omnia quoniam ex ipsius corporis intuitu clariora sunt quàm ex prolixa singulorum demonstratione, nihil opus est pluribus verbis explicare.

Igitur de his tantùm. Nunc, quo pacto totius frontis orthographica proiectura instituenda sit, pretium operæ erit ostendere, quando adeò frequens eius est vsus, vt in om-
D *nibus pænè structurarum molitionibus vsurpetur, ceu forma quædam operis, atque ideæ vicaria quæ Architectum instruat, dirigat, &, quod caput est, de totius operis probitate securum reddat.*

PROPOSITIO LXXIII. PROBLEMA.

Aedificij frontem ex aduerso spectatam orthographicè in plano describere.

E NOTANDVM hoc loco primùm est per frontem ædificij non eam dumtaxat faciem intelligi, quæ in anteriore parte sita ingredientes prospectat, & varijs columnarum ordinibus, signisque, ac fastigio exornatur: sed eam omnem, quæ vnico aspectu cerni directè potest, siue interna illa sit, siue externa, siue vno constet plano, siue pluribus post se mutuò constitutis; veluti si pars quædam ædificij columnis subnixa ex fronte describenda sit, post hanc verò alia existat, quam etiam describere in eodem plano oporteat, qua per intercolumniorum vacua aspicitur, fieri inquam potest, vt vtriusque frontis spectata portio describatur, quamuis proiecta figura nullam frontium intercapedinem profunditatemque exhibeat.

Deinde & hoc notandum, in frontis designatione principalem radium eum vocari,
F qui ab intuentis oculo ad obuersam ædificij frontem rectis perducitur angulis: hunc ad Horizontis planum perlibratum esse ex eo constat, quòd structuræ parietes eidem plano Horizontis ad perpendiculum insistant: est enim libra recta perpendiculi intersectio, vt ex vtriusque perspicuum est definitione.

Principali radio ceteri ducentur paralleli, vt propositione 1. huius libri faciendum docuimus: ex quo eueniet vt lineæ omnes quæ secundùm libellam directò profunditatem petunt, in puncta procidant per 3. propositionem huius libri: quæ verò ad eiusdem libellæ æqualitatem constitutæ has rectis angulis intersecant, (transuersas vocare liceat) in rectas plani lineas & ad Horizontem libratas transcribantur: quæ autem vtrisque

que ad perpendiculum insistunt, etiam vt rectæ lineæ in plano designentur, quæ cum A
transuersis rectos angulos efficiant.

Demum cùm proposita structuræ facies plano, cui inscribi postulatur, sit parallela, perspicuè patet, orthographicam descriptionem primitiuæ figuræ ex aduerso spectatæ similem per omnia esse oportere; hoc solo discrimine, quòd in proiectura nulla exprimi queat profunditas, quæ tamen in reipsa existere subinde potest.

Et hoc dignum est obseruatione, quod Vitruuius in definitione Orthographices acutè notauit, posse ea quæ orthographicè in plano describuntur, coloribus depingi, vt illustriorum colorum perfusione partes quædam extare præ ceteris videantur velut lumine collustratæ; aliæ autem obscuriorum adumbratione sub his delitescere, ceu ma- B
gis in profunditatis recessum abactæ: sic inquam definit ille libro primo capite 2. *Orthographia est erecta frontis imago, modiceq; picta rationibus operis futuri figura.* Ea namque colorum suffusione nihil de perfectione descriptæ figuræ decedit; accedit autem percommodè magna partium distinctio, ac nonnulla etiam profunditatis repræsentatio, quæ solis linea mentis exhiberi nulla ratione potest.

Ex his ceterisq; Orthographiæ legibus prudenter obseruatis, haud erit difficile propositæ frontis orthographicam proiecturam instituere: quamobrem ne Lectori tædium afferam, singulis eius partibus enucleandis, sat esse duxi ea tantum modò præmonuisse, quorum cognitione propositum absolui à quouis potest.

C

VMBRARVM PROIECTIONES.

*HIC locus exposcit, vt de vmbrarum proiectionibus aliquid dicamus, quoniam id libro quinto nos facturos promisimus: atque eam etiam ob causam, quòd vmbrosa proiectio opticæ proiectioni simillima sit, atque ad scientiam Gnomonices perneccessaria. Etenim sol instar oculi est infinitè à nobis abducti; id verò quod post se vmbram fundit, velut corpus quod videtur; vmbra demum tamquam radius est, quo forma corporis adiopti in planum depor- D
tatur, ipsíque occurrens figuram aliquam in communi sectione exhibet, quam vmbræ proiecturam appellamus. Est verò hæc adeò exacta proiectionis similitudo, vt eam, quæ per oculum fit, imaginariam potiùs esse dixerim, quàm veram, quòd oculus, si infinitè absistat, nullam rei ac plani dignotionem accipiat. Quamobrem ea descriptio, quam parallelis lineis per singulas rei partes protensis in planum consignamus, ab oculo fit, qui non reipsa infinitè distat, sed quem infinitè abesse mente confingimus. Nunc quantum conducat huius proiecturæ cognitio ad eam Mathematicæ partem, quam Gnomonicen vocant, ex eo perspicuè patet, quòd sciotericorum descriptiones nil aliud E
sint, quàm vmbrarum proiectiones, quas sol quidem reipsa facit, cùm post opacum corpus vmbram ad planum vsque profundit; nos verò sola repræsentatione, cùm ex arte eiusmodi lineamenta proposito plano inscribimus, quæ vmbras dati gnomonis statis temporibus excipiant.*

*Quare propositum nobis hoc loco sit de solaris tantùm vmbræ proiectionibus agere, quòd sol, vti Orthographia deposcit, infinitè à nobis distet, secundùm eam infiniti notionem, quam initio Orthographices explicauimus: deinde ea etiam tradere, è quibus tota facultas Gnomonices pendet, vt detecta fontis origine, riuulos ad se quisque inde F
deriuet. Nihil enim ad scientias capessendas æquè vtile esse potest, atque earum prima fundamenta perspecta habere; ex quibus scilicet plurimæ veritates haud ita vulgi pedibus obtritæ adinueniri possunt, & tum hæ, tum aliæ quæ à maioribus nulla probatione, nulla fide propositæ sunt, facillimo negotio demonstrari. Igitur cœptum propositionum ordinem prosequamur.*

PRO-

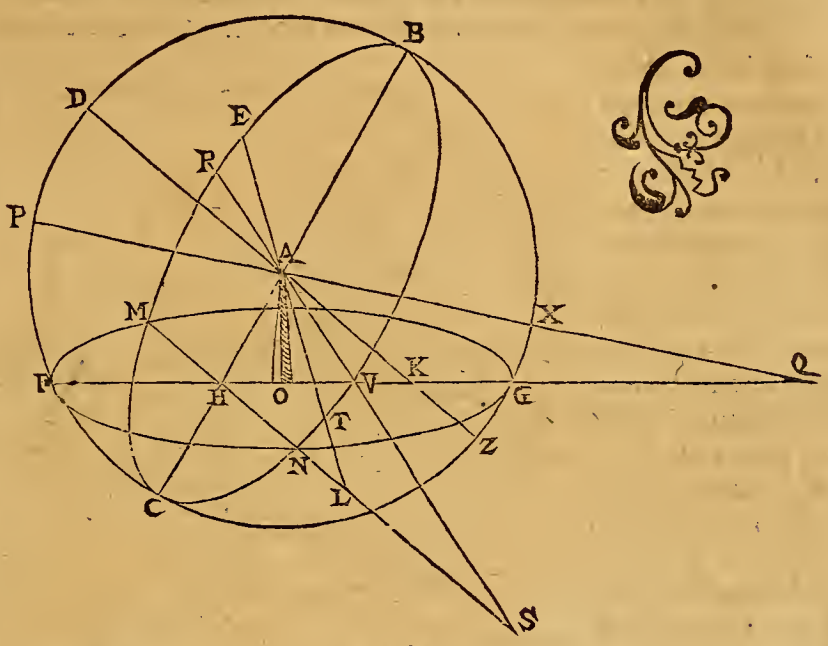
A

PROPOSITIO LXXIV. THEOREMA.

Si ſol Horarium quempiam circulum ex ijs, qui horas à Meridiano auſpicantur, attigerit, erit proiecta axis vmbra recta linea, in eodem cum circulo exiſtens plano.

IT ſphæræ centrum A, axis verò B C, & Meridianus circulus B D C G in quo ſol ad ſignum D; ſit autem F N G planum quodcumque: dico vmbram axis B C in rectam lineam H G plani F N G proijci. Quoniam enim circulus Meridianus vnus eſt de numero maximorum qui in ſphæra ſunt circulorum, tranſibit is per ſphæræ centrum, vt demonſtrat Theodoſius propoſitione 6. libri primi Sphæricorum. Rurſuscùm idem Meridianus circulus per ſphæræ Polos incedit, trãſibit is quoque per axem: nam Poli centrumque mundi in axe exiſtunt. Demum cùm per 57. libri quinti luminoſum corpus, lumenque, & vmbra in directum extendantur, erit ſemicirculus vmbroſus B G C, & is qui illuſtratur B D C, in vno eodemque circuli Meridiani plano: quare neceſſe eſt vmbram axis in communem ſectionem Meridiani B D C G & plani F N G incidere, nempe in F G: eſt autem F G, nimirùm communis duorum planorum ſectio, recta linea per 3. vndecimi Euclidis, in eodemque plano, in quo & Meridianus circulus: igitur ſi ſol, maximuſque ſphæræ circulus, &c. quod erat demonſtrandum.

B C D



Idem prorſus in alio quocumq; Horario circulo per Polos ducto, puta B E C N, oſtendi poteſt: nam illuſtratus quidem ſemicirculus erit B E C, vmbroſus verò B N C, cuius, & plani F N G, quoniam communis ſectio eſt H N, perſpicuum eſt eam rectam lineam eſſe per 3. vndecimi Euclidis, inque eodem cum circulo B E C N plano, quòd per 57. libri quinti ſol E, axiſque mundi B C, & vmbra in vno eodemque plano exiſtant.

E

PROPOSITIO LXXV. THEOREMA.

Sole in Horario quopiam exiſtente ex ijs qui ab Horizonte horarum initium ducunt, centri proiecta vmbra punctum eſt, in eodem cum circulo exiſtens plano.

QVOD in circulis Horarijs, qui per Polos ducuntur, oſtendimus, id non æquè in ijs circulis Horarijs demonſtrari poteſt, qui horas ab Horizonte inchoatas indicant: quamuis enim hi maximi ſint ſphæræ circuli, vt prænotatione 16. huius libri diximus; quia tamen ſuperior demonſtratio non ex natura conditioneque maximi circuli deſumpta eſt, ſed ex eo quòd axis in eodem ſit cum Horarijs circulis plano, manifeſtum eſt ſole in Horario quopiam exiſtente, ex ijs qui ſeriem horarum ab Horizonte incipiunt, non poſſe axis vmbram in eodem plano eſſe, in quo Horarius, quòd nec axis ipſe in Horarij plano exiſtat, vt ex eadem prænotatione 16. huius libri conſtat: quocircà eius dumtaxat partis proiecta vmbra in eodem plano cum Horario erit, quam Horarius cum axe communem habet,

F

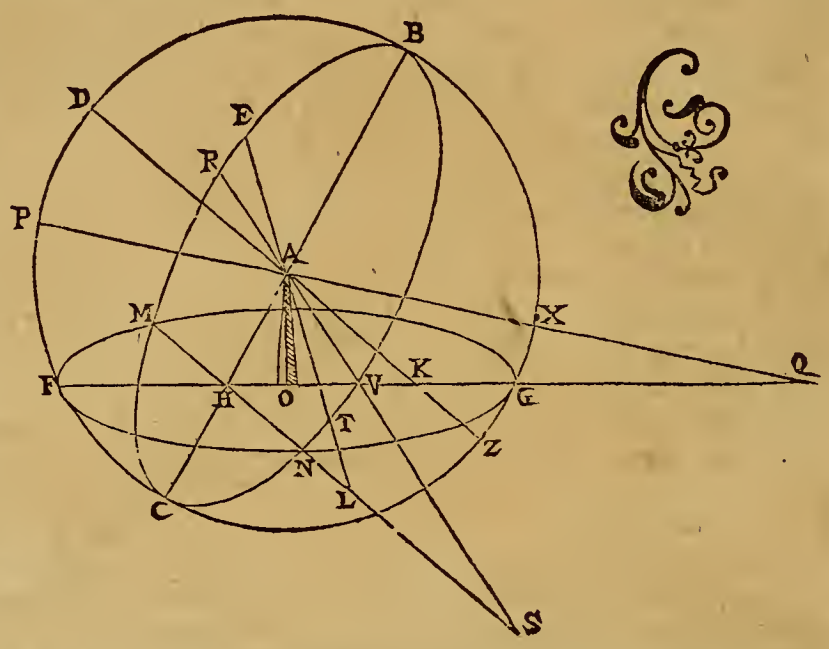
hoc

hoc est centri, cuius vmbra cùm per 66. propositionem libri quinti recta sit linea, erit ipsius proiectura punctum per 2. & 3. huius. A

PROPOSITIO LXXVI. THEOREMA.

Cùm sol in diuersis partibus eiusdem Horarij successiuè existit, proiectæ à centro vmbræ in rectam lineam plani distenduntur, quæ communis est plani atque Horarij intersectio.

HÆC propositio ex iam dictis patet, atque ex reposita superiore figura facillimam habet demonstrationem. Sol enim, qui priùs in D parte Meridiani fuerat constitutus, sit modò in P eiusdem Meridiani punctum transmutatus, vnde ductus per centrum A radius cum plano concurrat: quoniam igitur radij D K Z & P X Q per centrum profusi sese in eodem cẽtro intersecant, erunt ambę in vno plano per 2. vndecimi Euclidis: at non in alio quàm ipsius Meridiani, cùm puncta omnia per quæ ducuntur D, P, Z, X in ipso sint Meridiano: itaque necesse est puncta K & Q, atq; eodem etiam modo quotquot radiis à semicirculo B D C per centrum A in planum F N G profusis attinguntur, in rectam lineam H Q infinitè ex parte Q productam extendi; quod erat ostendendum. B



C

D

Rursus si sol ab E in R aut in aliud quodcumq; punctum Horarij circuli B M C N transferatur, ex quo per centrum A radius ad planum produci queat, dico vmbram à centro A in rectam semper lineam H N infinitè, si opus fuerit, extensam incidere, quemadmodum in proposita figura vides sole in E existente vmbram centri A in L procidere, sole verò in R transmutato centri A vmbram proijci in S. Quoniam enim Horarij B M C N & plani F M G N communis sectio est M N, secabit axis B C ipsam M N in puncto quopiam, exempli gratia H: igitur axis B C & H S in eodem plano erunt, in quo & circulus B M C N: at radij E T & R V in eodem quoque sunt circuli B M C N plano: itaque radij E T & R V in eodem plano cum A H & H S erunt: est verò duorum planorum communis sectio recta linea per 3. vndecimi Euclidis: igitur radij omnes, qui à semicirculo B M C, in quem sol transmutatur, per centrum A in planum procidunt, omnes in rectam lineam H S, hoc est communem plani F M G N & Horarij B M C N intersectionem, infinitè, si opus est, productam distenduntur; quod erat demonstrandum. E

Id verò quod in ijs circulis, qui horas à meridie vel media nocte indicant, ostendimus, locum etiam habet in ijs circulis, qui ab Horizonte ortiuo occiduóve horas auspicantur: nam cùm sint de numero maximorum sphæræ circulorum, his æquè atque illis commune est mundi centrum per 6. primi Sphæricorum Theodosij, à quo proinde profusum vmbræ radium cum radio luminoso in eodem circuli Horarij plano necesse est esse. Cùm enim per 57. propositionem libri quinti vmbrosus puncti radius cum luminoso in continuam rectam lineam extendatur; sitque radius luminosus qui à sole in Horario existente ad centrum ducitur in ipsius Horarij plano, nisi & vmbrosus centri radius in eodem sit Horarij plano, erit rectæ lineæ pars quidem in dato plano, pars verò à plano sublimis, quod primæ propositioni vndecimi libri Euclidis aduersatur: itaque necesse est vmbrosum centri radium in ipsius Horarij plano existere: quare quotquot à F

centro

A centro in subiectum planum procidunt vmbrosi radij, sole in Horario quouis seu circulo maximo existente, omnes in communem sectionem plani atque Horarij maximive circuli cadunt: est autem duorum planorum communis intersectio recta linea per 3. vndecimi Euclidis: igitur & in his circulis, qui horas ab ortu vel occasu significant, vmbræ, quæ à centro in planum horologij procidunt, sole in quauis parte eiusdem Horarij constituto, omnes in rectam plani lineam, quæ communis est ipsius & Horarij sectio, terminantur; quod erat demonstrandum.

CONSECTARIVM.

Scioterica non necesse est in mundi centro collocari.

B HINC fit, vt solare horologium planum, siue quod à Meridiano, siue quod ab Horizonte inchoatas horas indicat, nil aliud sit quàm communes Horariorum & plani sectiones. Cùm verò sol infinitè à nobis distet, sitque ea propter vniuersa terræ moles puncti instar, nil interest, an horologium eò loci constituatur, vbi planum illud existit, cuius, & Horariorum communes sectiones in horologium transcriptæ sunt, dummodò horologij planum illi eidem plano sit parallelum. Vt in superiore schemate, si planum quodpiam horizontale F M G N sub terræ centro depressum, Horarios circulos B F C & B M C secet in rectis lineis H G & H N, quæ proinde horarum sint notæ, eæque transferantur in aliud quodcunque planum ad Horolabij vsum accommodatum: dico hoc planum horologij posse quocunque loco collocari, siue in mundi centro, siue supra centrum, siue in terræ fastigio, siue etiam in ipsius Olympi montis vertice, dummodò ipsi F M G N plano parallelum sit; propterea scilicet, quòd totus terrenus orbis ex solis loco spectatus, puncti rationem habeat. Nam ea mutatione, qua planum F M G N locum tantummodò murat, non verò etiam situm, hoc est manens Horizonti parallelum, linearum H G & H N dispositio eadem semper manet; mutatur autem, cùm situs etiam plani mutatur: igitur quocumque loco horologium solare constituatur, dummodò illi plano sit parallelum, cuius, & Horariorum communes intersectiones inscriptas habet, æquè ad cognoscendas horas deseruiet, ac si proprio loco fuisset repositum.

C

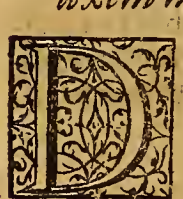
Porrò cùm, vti iam proximè dicebamus, horologium planum nil aliud sit, quàm figura continens Horariorum & cuiuscumque propositi plani intersectiones, perspicuum est innumeras praxes excogitari posse Horolabia plana describendi: nam quot modis communes illæ Horariorum, & cuiusq; plani intersectiones designari possunt, totidem modis Horolabia in quoduis planum transcribi possunt: id quod à nobis suprà pluribus rationibus ex Orthographiæ præceptis secundùm varios aspectus est factitatum: & verò infrà ostensuri sumus ex Stereographicis proiecturis non paucioribus modis idem posse præstari. Ex quo sanè patet non exiguum principium Gnomonices ex hac vmbrarum proiectione, & communibus planorum intersectionibus haberi, vt ea sola consideratio vnà cum proiectionum legibus superiùs explicatis prudenti sat esse debeat ad horologia planis tabulis inscribenda.

D

E

PROPOSITIO LXXVII. THEOREMA.

In scioterics Horolabijs Gnomon, qui longitudine horam signat, axem mundi; qui sola extremitate, centrum repræsentat.

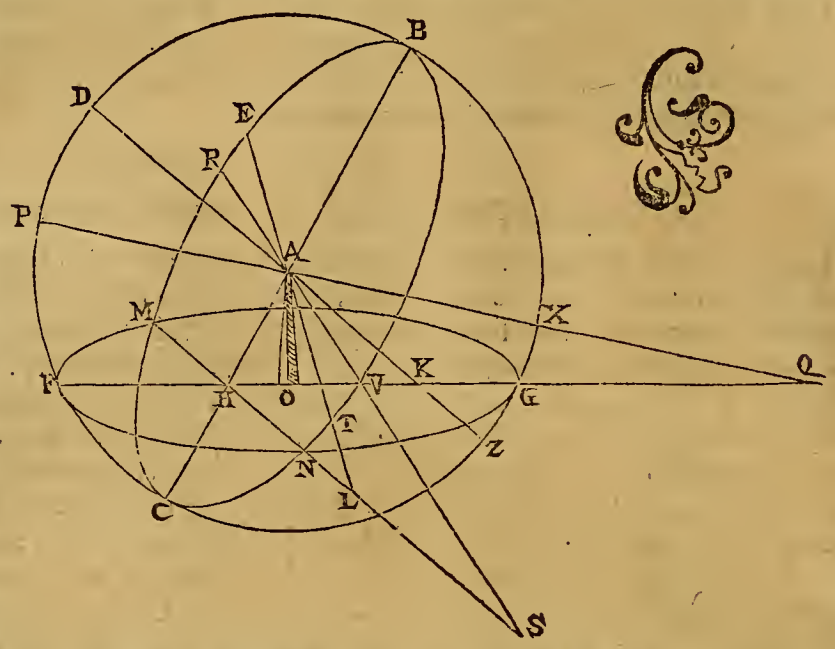


DVPLICIS gnomonis vsus in solaribus horologijs reperitur: alter, qui à tota sua longitudine vmbram producit; alter, qui à sola extremitate, quem styli verticem appellant; hic, inquam, centrum mundi, ille axem repræsentat. Nam ex ijs quæ iam sunt demonstrata perspicuè patet in horis Astronomicis, seu quæ à meridie vel media nocte initium ducunt, totum axem, vel saltem ipsius partem aliquam horas in Horolabij plano signare. Cùm enim vmbra in eumdem circulum incidat, in quem & lumen, necesse est lumen vmbramque ab axe proiectam in æquabilem superficiem extendi per 57. proposit. libri 5. cuius, & plani, in quo horæ inscribuntur, communis sectio recta sit linea per 3. vndecimi Euclidis. Quare gnomon qui tota longitudine horam notat, axem mundi repræsentat, quod in solis Astronomicis horis locum habere potest: non verò etiam in illis, quas quædam nationes ab ortu vel occasu pro more auspicantur, quarum horarum definitores circuli per mundi Polos non transeunt: quia verò sunt eorum, qui in sphæra existunt, maximi, transeunt omnes per mundi centrum per 6. primi Sphæricorum Theodosij;

F

quare id ſolum cum axe commune habent: cumq; ſol ad quempiam illorum attigerit, A
ſolius centri vmbra in eumdem ipſum circulum incidet: quocircà in earum horarum deſignationibus gnomon ſolo vertice horam oſtendens, centrum mundi repræſentat.

Quæ vt clariora fiant, reponatur eadẽ quæ ſuprà ſphæra ex centro A deſcripta, cuius axis BC, meridianus BDC, horæ autem ſecundæ à meridie vel media nocte circulus BEC: ſit etiã planũ, in quod horarum vmbræ proijciantur F M G N, cui duo gnomones inſiſtant, vnus A H axi cõgruens, alter A O rectus, verticem autem habens ad centrũ mundi A: dico ſole in D puncto Meridiani circuli exiſtente, centri quidem vmbram in K recto radio DK produci; axis verò B C vmbram proijci in rectam lineam H K per iam proximè demonſtrata: rurſus ſole in E ſignum circuli horæ ſecundæ delato, centri vmbram in L terminari recto radio E L; axis autem B C vmbram in H L incidere: igitur patet gnomonem A H, qui longitudine vmbram horamque ſignat, mundanum axem; qui verò ſolo vertice, A centrum mundi repræſentare.



B

C

Porrò quamuis hinc conſequens eſſe videatur, vt gnomon, qui axis mundani vicarius eſt, & ſua longitudine horariam vmbram demonſtrat, ita ſtatui debeat, vt eidem D
mundano axi perfectè congruat; ille verò, cuius vertex centrum eſt mundi, ſic debeat collocari; vt ipſius vertex in centrum mundi conueniat: tamen ob ingentem ſolis diſtantiam nihil refert qua in parte terreni globi hi gnomones horolabiaque collocentur, modò is qui axem repræſentat, vero axi mundi ſit parallelus, vt conſectario propoſitionis antecedentis oſtendimus.

PROPOSITIO LXXVIII. THEOREMA.

Parallelorum gnomonum proiectæ vmbræ ſunt inter ſe parallelæ, niſi ambæ in eamdem rectam lineam incidant.

E

DEMONSTRARI poteſt hæc propoſitio ex 29. propoſitione huius libri, qua oſtendimus parallelas rectas lineas, niſi in eadem ſint ſuperficie perpẽdiculariter expoſita, in rectas lineas profundi. Quæ demõſtratio etiam in hoc theoremate locũ habet: nam paralleli gnomones rectæ ſunt lineæ; ſol verò oculus eſt infinito à nobis receſſu diſiunctus: at vmbræ plano exceptæ gnomonum ſunt proiecturæ: igitur vt parallelarum linearum parallelæ ſunt proiecturæ, ita & gnomonũ parallelæ ſunt vmbræ in planũ traductę; quod probandum erat.

CONSECTARIVM.

Plurima ſcioterica vni corpori breuiſſimo tempore, accuratiſſimeq; inſcribere.

F

EX hac propoſitione inſignis quædam praxis elici poteſt, qua, licet imperitus, quiſque Gnomonices horologia quamplurima eidem corpori polyedro breuiſſimè inſcribere poſſit, eaque perfectione, vt nihilum quidem ab inuicem diſcrepent. Quod ſanè ex ipſius ſcientiæ principijs efficere nemo vmquam præſumet, cùm & ſuperficierum inæqualitas, & ſtylorum difformitas licet exigua, & operatio ipſa, qua horæ ex arte deſcribuntur, ex paruo errore initiò admiſſo, non exiguam diſcrepantiam in ſcioterica pluribus ſuperficiebus vnius corporis inſcripta inuehere ſoleant. Quo nomine de ſcien-

tiæ

A tiæ æstimatione aliquid decedere videbitur, siquidem id perficit ea ars, quod licet adhibito totius scientiæ præsidio, factu tamen est impossibile; eaque facilitate id præstat illa, vt nihil excogitari posse expeditius videatur. Praxis autem sic se habet:

Esto quodcumque corpus multis incisum planis, quibus Horarias vmbras inscribere oporteat. Primùm gnomones singulis planis infigantur, ea inclinatione situque, vt mundanum axem repræsentent, hoc est vt omnes sint mundano axi paralleli, qui proinde & inter se paralleli erunt per 9. vndecimi Euclidis: firma deinde tabula comparetur ex denso assere, cui recta quædam linea inscripta sit: tum tabulæ propositum corpus imponatur, ita dispositum, vt quæ in suprema ipsius superficie futura est linea Meridia-
B na, subiectæ lineæ sit parallela: præterea super eadem tabula vulgare quoddam solare horologium constituatur, accuratè confectum, ex ijs quæ circumferri solent; sitque id ita in tabula dispositum, vt ipsius Meridiana linea inscriptæ in tabula lineæ exactè respondeat, sitque ipsius gnomon ceteris parallelus.

His ita comparatis, vniuersa machina soli exponatur, ac primò quidem ea situs positione, vt minoris horologij vmbra in Meridianam lineam incidat, quo tempore ea qua fieri poterit celeritate, in singulis planis polyedri vmbrarum lineæ puncto quodam notentur: deinde eadem tabula, immotis iis quæ ipsis insistunt, paululùm circumducatur, donec vmbra gnomonis parui horologij in horam primam, vel aliam quamcumq; cadat, eoque situ in singulis planis corporis, vt priùs vmbrarum lineæ quantocyùs signen-
C tur; idemque fiat in ceteris horis: cumque ita in omnibus corporis superficiebus horarum lineæ notatæ erunt, per singula puncta ex centro cuiusque horologij regulæ beneficio lineæ rectæ describantur, eritque opus perfectum: nam horarum lineæ omnibus hisce superficiebus corporis insignitæ cùm sint, singulæ singulis, quæ vnius sunt nominis parallelæ, easdem horas, quæ paruo horologio ex arte inscriptæ supponuntur, repræsentabunt: quæ etiam ne puncto quidem discrepare ab inuicem poterunt, quòd eodem omnes tempore sui gnomonis vmbram eâdem horæ lineâ excipiant.

Hæc ars præclara sanè est, atque iis præcipuè vtilis, qui ex scientiæ principiis horologia describere nesciunt: nam hi illius ope id saltem consequentur, quòd horologia designabunt non minùs perfecta, quàm ea sint quæ extant perfectissima: habito enim delectu
D parui horologij quàm accuratissimi, & ea quę in hunc modum ex eo describentur accuratissima erunt. Deinde quæ hac ratione pluribus superficiebus inscribentur horæ, ad amussim omnes conuenient, quod alioquin tantæ est difficultatis, vt ex scientiæ præscripto id nullus vmquam consequi soleat. Est autem illius consensus præcipua habenda ratio: siquidem leue quidem peccatum erit, secundùm hominũ existimationem, si descriptum horologiũ vnum veram horam exigua portiuncula mentiatur, præsertim quando id plurimos latet: at si inter se plura dissentiant, error erit grauissimus, nec venia dignus, cùm omnium oculis pateat, ac dubium relinquat, cui ex omnibus adhibenda sit fides.

PROPOSITIO LXXIX. THEOREMA.

E *In Astronomicis horis, si axis mundi planum horologij secet, omnes vmbrarum proiecturæ in communi axis & plani sectione, quæ centrum horologij nuncupatur, conuenient.*

QVONIAM enim Astronomicarum horarum circuli sese in Polis mundi intersecant, erit axis communis omnium sectio: quare & vmbræ quæ sole in singulis Horariis commorante, ab axe profunduntur, sese omnes in eodem axe ceu communi linea intersecant. Rursus planum horologij secans axem, secat & omnes quæ ab axe proueniunt vmbras; quare vmbrarum & plani intersectiones rectæ lineæ erunt per 3. vndecimi Euclidis, quarum
F commune congressionis punctum erit vnum aliquod illorũ quæ in axe existunt, quemadmodum axis ipse communis est linea, in quam omnes Horariæ vmbræ conueniunt. Cùm igitur rectæ illæ lineæ, quibus horologij planum vmbras ab axe profusas intersecat, sint vmbrarum ab axe productarum proiecturæ, perspicuum relinquitur in Astronomicis horis vmbratiles horarum lineas in communi puncto axis, planique quod centrum horologij dicitur, congressionem facere, quod demonstrasse oportuit.

Ex quo patet in omni horologio Æquinoctiali, iisque quæ in sphæra obliqua plano horizontali aut verticali inscribũtur, horarum Astronomicarum lineas in punctum plani, cui gnomon axi parallelus incidit, productas concurrere. Nam illud incidentiæ pun-

ctum, seu horologij centrum, ipsam plani ac mundani axis communem intersectionem A
repræsentat, eiusque vices gerit.

PROPOSITIO LXXX. THEOREMA.

Si horologij planum axi parallelum fuerit, erunt proiectæ vmbræ inter se parallelæ.

CVM namque horologij gnomon mundano axi sit parallelus, vt liquet ex antè demonstratis propositione 77. hîc verò sit parallelus plano horologij ex hypothesi, erit & gnomon plano horologij parallelus. Itaque B
si per gnomonis lineam planum quoddam extensum intelligatur plano horologij parallelum, quotquot à gnomone superficiales vmbræ procident, velut plana quædam vtrique parallelorum planorum incidentia, facient communes intersectiones parallelas rectas lineas per 16. vndecimi Euclidis: quocircà omnes vmbrarum proiecturæ gnomoni parallelæ erunt; quare & inter se per 9. vndecimi Euclidis; quod erat demonstrandum.

Hinc fit, vt in Horizontali horologio sphæræ rectæ, omniqúe Polari horariæ lineæ, quæ à meridie vel media nocte inchoatas horas demonstrant, parallelæ sint tum inter se, tum gnomoni; siquidem horum horologiorum plana sunt mundano axi, proindeq; & gnomoni parallela: igitur & communes ipsorum atque vmbrarum sectiones parallelæ C
sunt & inter se, & gnomoni, per iam demonstrata.

Huc vsque de vmbrarum proiecturis, quæ à sole fiunt vno in loco consistente, dictum est satis: nunc de iis quæ à solis motu proueniunt, quædam proponenda occurrunt, ad eamdem Gnomonices facultatem apprimè vtilia. Est porrò solis motus duplex, vnus continuus, alter interruptus. Continuus ille est, quo sol nulla interposita quiete cietur, qualis est is quo diurna latione per Æquatorem, aliúmve huic parallelum circulum circa terræ ambitum viginti quatuor horarum spatio circumfertur, temporibus æqualibus æqualia emensus spatia. Interruptus verò solis motus ille est, quo sol per D
eumdem aliquem circulum quotidie promouet, cùm ad diuersas ipsius partes statis horis reuertitur; cuiusmodi est solis accessus & recessus, quo in Meridiano circulo diuersis anni temporibus quotidieque locum mutat. Nam à solstitio æstiuo per æquinoctium ad hybernum delatus à vertice nostro recedit, hinc verò rursus per æquinoctium ad æstiuum solstitium vertici nostro propinquius reuertitur, quæ spatij magnitudo gradibus quadraginta septem continetur. Est autem hic motus interruptus, quòd certa dumtaxat diei parte sol Meridianum attingat, in quo tunc quotidie portiuncula ali- E
qua spatij promouisse deprehenditur. Similis huic est motus ille quo sol diuersis anni temporibus in aliis atque aliis partibus Horizontis oritur vel occidit, quæ latitudo ortiua occiduaque nuncupatur.

PROPOSITIO LXXXI. THEOREMA.

Sol per circuli maximi ambitum circumactus, vmbram à centro in rectam plani lineam profundit.

NAM per 67. propositionem libri quinti vmbra centri recta est linea, in di- F
rectum cum luminis radio extensa: describet igitur vmbræ radius in orbem cum sole actus eumdem ipsum circulum, per quem sol circumfertur per 83. eiusdem libri 5. Hic ergo circulus, seu potiùs planum vndique infinitum, si alio quopiam plano secetur, erit vtriusque communis sectio, hoc est vmbræ proiectura, recta linea per 3. vndecimi Euclid. quod erat demonstrandũ.

Hinc porrò consequens est, vt Æquator & Horizon in rectas lineas plano horologij, quodcumque tandem illud sit, inscribantur, quarum ea quæ Æquatorem repræsentat, vtraque ex parte est infinita: ea verò quæ Horizontem exhibet, vtrimque finita: nam partem dumtaxat Horizontis repræsentat latitudine ortiua occiduáve definitam.

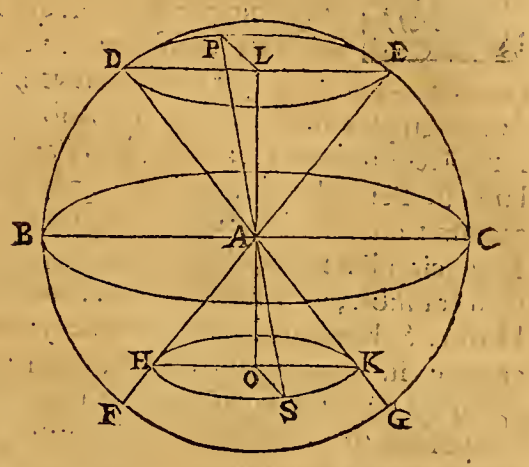
PRO-

A

PROPOSITIO LXXXII. THEOREMA.

Si sol per circulum Aequatori parallelum incedat, sitq; horologij planum eidem Aequatori parallelum, erit centri vmbra ex solis motu in plano descripta circulus, centrum habens in axe mundi.

B NAM vt libro quinto propositione 84. demonstrauimus, eo solis motu duæ superficies conicæ procreantur ad sphæræ centrum velut communem verticem connexæ, quarum altera luminosa est ex radio solis circumacto, altera vmbrosa ex ea vmbra, quam centrum profundit. Exempli gratia, sit sphæræ ex centro A descriptæ maximus quidem circulus BC, idemque Æquator; alius verò non maximus DE, at Æquatori parallelus, per quem sol circumferri intelligatur: describet solaris radius DG vel EF in A defixus, altera verò extremitate per circulum DE actus, duas conicas superficies ad centrum A ceu communem verticem iunctas, quarum altera DAE luminosa erit, vtpote à fulgido solis radio progenita; altera verò FAG vmbrosa, quam scilicet vmbrosus centri radius efficit. Sit igitur horologij planum HSK Æquatori BC parallelum: dico peripheriam HSK, in quam centri A vmbra ex motu solis profusa incidit, circulum esse, qui centrum habeat O in axe mundi constitutum.



Ducatur enim à centro A ad circuli DE centrum L recta AL, erit AL ipsius circuli DE plano perpendicularis per 7. primi Sphæricorum Theodosij: producta igitur AL ad
D vtramque partem, in Polos circuli DE cadet per 8. eiusdem primi Sphæricorum Theodisij; quare LO axis erit sphæræ. Rursus cùm circulus DE parallelus sit Æquatori BC ex hypothesi, eidemque Æquatori BC positum sit planum HSK parallelum, erit planum HSK ipsi quoque DE circulo parallelum: secetur itaque circulus DE & planum HK plano quopiam communes faciens intersectiones LP & OS; erunt igitur LP & OS parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: sed LE & OH eamdem ob causam sunt parallelæ: quare angulus APL æqualis est angulo ASO, & AEL angulus angulo AHO æqualis per 29. primi Euclidis: est verò & angulus LAP angulo OAS æqualis, itemque LAE angulus angulo OAH æqualis per 15. primi Euclidis; anguli autem ad O & L recti sunt, ideoq; æquales: igitur æquiangula sunt ipsa triangula, hoc est LAP ipsi OAS, & LAE ipsi OHA: quapropter & latera æqualibus angulis subtensa, proportionalia; nimirum vt AL ad AO, ita
E LP ad OS, ac rursus vt eadem AL ad eamdem AO, sic LE ad OH: quocircà per 11. quinti Euclidis vt LP ad OS, ita LE ad OH, ac permutando vt LP ad LE, ita OS ad OH: sed LP ipsi LE est æqualis per circuli definitionem: itaque & OS ipsi OH æqualis est. Cumq; eodem modo ostendi possint omnes, quæ ex O ad peripheriam HSK educuntur, inter se æquales esse, patet per circuli definitionem HSK circulum esse, quod erat probandum.

Hinc sequitur, in ea sphæræ constitutione, qua Polus summum verticem tenet, omnium parallelorum, qui supra Æquatorem sunt, vmbrarum signa plano horizontali circulari forma inscribi; idemque in quauis alia sphæræ constitutione accidere, si horologij planum Æquatori parallelum existat: cuius rei ea est causa, quòd circuli omnes, per quos
F sol diurna latione incedit, sint Æquatori paralleli: siquidem sol circa eosdem Æquatoris Polos toto anni tempore circumfertur.

Fit hinc etiam vt ea constitutione, qua planum horologij Æquatori parallelum supponitur, facillima sit horarum descriptio. Si namque plano horologij circulus inscribatur, cuius centro stylus secundùm normam insistat, ac circuli peripheria in partes quatuor supra viginti distribuatur, peractum erit propositum. Nam quemadmodum sol, ita & vmbræ extremitas æquis temporibus æqualia absoluit spatia; quæ proinde si numero viginti quatuor accepta fuerint, ea profectò horarum interualla constituent.

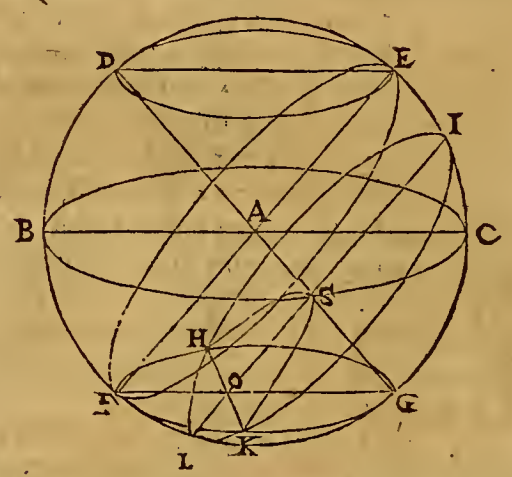
A

PROPOSITIO LXXXIII. THEOREMA.

Si ſol per circulum Aequatori parallelum incedat, ſitq; horologij planum circulo maximo, qui vtramque baſin conicarum ſuperficierum contingit, parallelum, erit vmbra à centro in planum proiecta ſectio coni, quæ Parabola nuncupatur.

B

SINT in ſphæra ex A deſcripta eædem, quæ ſuprà, conicæ ſuperficies communi vertice connexæ, vna luminoſa A D E ex ſolis motu per circulum D E procreata; altera vmbroſa, quam centri A vmbra ex eodem motu progignit per 84. libri quinti: ſitque circum E F maximus quidam circulus ita conſtitutus, vt vtriuſque coni baſin in oppoſitis locis E & F contingat; huic verò parallelum ſit H I K L horologij planum, faciens in vmbroſo cono A F G ſectionem H S K: hanc dico Parabolam eſſe. Per Polos namq; circuli E F & contactum E circulus ducatur D E G F, qui & per Polos circuli D E, hoc eſt per axem vtriuſque coni tranſibit, vt Theodoſius demonſtrat libro 2. Sphæricorum propoſitione 51. facietque in cono vmbroſo ſectionem per axem F A G: cùm ergo circulus I L circulo E F poſitus ſit parallelus, erunt horum & circuli D E G F communes ſectiones A F & S O parallelæ per 16. vndecimi Euclidis. Rurſus cùm maximus circulus D E G F circulos non maximos F G & I L per Polos ſecet, vti oſtenſum iam eſt, & ad rectos angulos vtrumque ſecabit: quare H K, nempe communis ſectio circulorum F G & I L, eidem circulo D E G F, hoc eſt triangulo per axem F A G, recta erit. Quoniam igitur conus F A G plano ſecatur F A G per axem: ſecatur verò & altero plano H S K, cuius baſis H K ad baſin trianguli per axem F G recta eſt, ſitque ſectionis diametrus S O lateri A F trianguli per axem parallela, erit per 11. primi Conicorum Apollonij ſectio H S K Parabola; quod demonſtraſſe oportuit.



C

D

Ex his facile erit iudicare, quænam plana horologiorum Parabolas faciant ſole quemcumque parallelum obtinente. Nam planum quodcumque parallelum maximo illi circulo, qui ſolis parallelum contingit, vmbræ conum in Parabolam diſpeſcit; oportet verò planum non ad eamdem partem eſſe, ad quam parallelus in quo ſol verſatur; hic ſiquidem baſis eſt coni luminoſi; at horologij planum vmbroſum conum ſecare debet, qui ad eamdem partem cum parallelo, quem ſol percurrit, exiſtere nullo modo poteſt, quandoquidem conus opacus luminoſo cono ex aduerſo opponatur.

E

PROPOSITIO LXXXIV. THEOREMA.

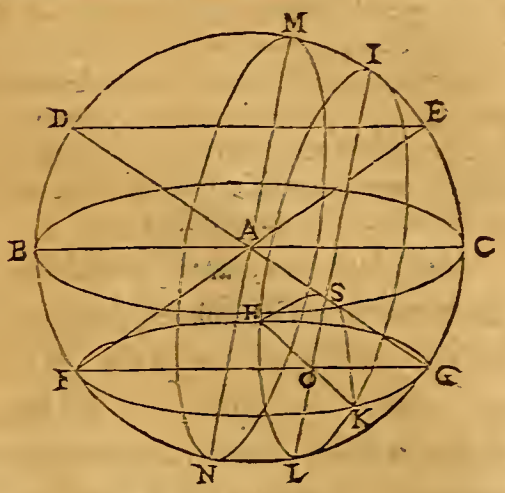
Si ſol per circulum Æquatori parallelum incedat, ſitq; horologij planum circulo maximo, qui vtrumque conum ſecat, parallelum, erit proiecta centri vmbra Hyperbole.

F

ESTO idem, qui ſuprà, D E circulus Æquatori B C parallelus, per quem ſol circumferatur; duoque aduerſi coni ex circumacto ſolis radio producti, alter luminoſus D A E, vmbroſus alter F A G, quos maximus circulus M N ſecet; ſit autem huic circulo maximo M N planum horologij I L parallelum: dico ipſius I L plani & coni vmbroſi F A G ſectionem H S K Hyperbolen eſſe. Nam quoniam parallela plana M N & I L, plano ſecantur D E G F, erunt huius & planorum M N, I L communes interſectiones M N & I L parallelæ

per

A per 16. vndecimi Euclidis, quarum alteram M N cùm secent vtriusque coni latera A E & A G, secabunt eadem latera A E & A G reliquam per 10. lemma libri quarti: quare & horologij planum I L vtrumque conum secabit; atque ea propter in communibus sectionibus Hyperbolas efficiet per 14. primi Conicorum Apollonij: at altera illarum communium sectionum, nempe H S K, est vmbræ à centro profusæ pro-
B iectura: igitur si sol per circulum Æquatori parallelum incedat, sitque horologij planum circulo maximo qui vtrumq; conum secat, parallelum, erit proiecta centri vmbra Hyperbole; quod erat demonstrandum.

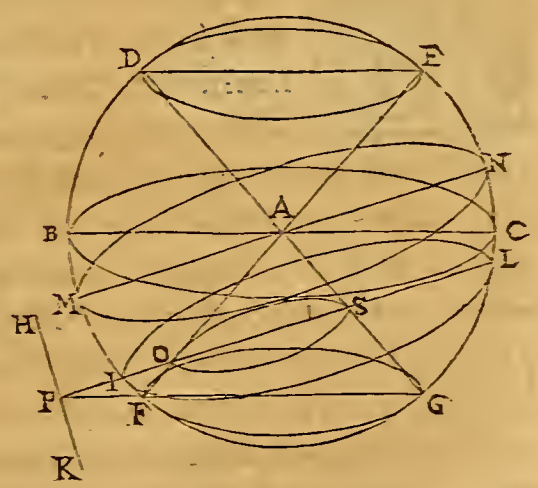


PROPOSITIO LXXXV. THEOREMA.

Si sol per circulum Aequatori parallelum incedat, sitq; Horologij
C *planum aquidistans circulo maximo, qui neque basibus conorum parallelus sit, neque eas tangat, neque secet, erit proiecta centri vmbra Ellipsis.*

RVRSVS sit in eadem sphæra circulus D E Æquatori parallelus, duoque aduersi coni D A E & F A G, vt priùs: sit præterea M N circulus, neque basibus conorum D E & F G æquidistans, neque eas secans, licet infinitè producantur; huic autem parallelum sit horologij planum I L faciens in cono vmbroso F A G sectionem O S: hanc dico Ellipsin esse.

Ducatur enim circulus D E G F per vtriusq;
D circuli M N & F G Polos, hic per circuli quoque I L Polos transibit, siquidem paralleli sunt ex hypothesi I L & M N circuli, ac proinde vtriusq; iidem sunt Poli per 1. secundi Sphæricorum Theodosij: quare per 15. libri primi Theodosij D E G F circulus vtrumque F G & I L circulum bifariàm & ad rectos angulos secabit; facietque communes circulorum I L & M N intersectiones I L & M N parallelas per 16. vndecimi Euclidis, & in vmbroso co-
E no triangulum per axem F A G: sit item H P K communis sectio duorum planorum, in quorum altero est circulus I L, in altero basis coni vmbrosi F G. Quoniam igitur plana I L & F G recta sunt ad circulum D E G F, propterea quòd hunc plana illa bifariàm & ad angulos rectos secare ex 15. primi Sphæricorum Theodosij ostensum iam sit, erit quoque communis illorum sectio H K ad idem planum D E G F recta per 19. vndecimi Euclidis; ac proinde per 3. definitionem vndecimi Euclidis, & ad rectam F G, hoc est basin trianguli per axem recta erit. Quia verò rectæ M N & I L ostensæ sunt parallelæ, erunt anguli M A S & I S A simul sumpti duobus rectis pares per 29. primi Euclidis; ac proinde angu-
F li F A S & I S A erunt duobus rectis minores: conuenient igitur per 11. commune pronuntiatum primi Euclidis rectæ A F & I S: sed eadem I S conuenit quoque cum A G altero latere trianguli per axem; cùm enim A G secet ipsam M N, secabit & ipsi parallelam I L per 10. lemma libri quarti: itaque cùm conus F A G secetur plano per axem D E G F, secetur autem & altero plano I L, quod vtrumque latus A F & A G trianguli per axem secat: quod quidem planum neque basi coni F G æquidistat, neque ei subcontrarium est, (siquidem angulus O S A angulo P G S maior est, vtpote externus interno & opposito per 16. primi Euclidis: ideoque & maior angulo G F A æquali) est autem H K communis sectio plani secantis I L, & basis coni F G perpendicularis ipsi F G basi trianguli per



axem, vel certè ei quæ in directum ipsi constituitur; erit igitur coni sectio o s Ellipsis A
per 13. primi Conicorum Apollonij; quod erat demonstrandum.

Ex iis quæ superioribus propositionibus sunt demonstrata, facile erit in dato plano lineas quasdam inscribere, in quas Gnomonis vertex vmbram continuò proijciat, sole quemcumque parallelum, seu arcum ipsius diurnum percurrente. Cùm enim iam constet Æquatoris proiecturam semper rectam esse lineam, reliquorum verò parallelorum descriptiones, coni sectiones esse; si eæ iuxta datum sectionis modum in plano designentur, peractum erit quod postulatur.

Multa supersunt, fateor, quæ de hac materia scribi possunt, & quæ alij, præsertim B
Clauius noster in Gnomonicis, doctè iuxtà ac copiosè litteris consignarunt. Itaq; ne vastos hosce patentesque campos ingressi, laxatis habenis longiùs à proposita meta abducamur quàm ratio exposcit, satis hoc loco esse duximus, primùm aperuisse Gnomonices aditum, ac summa etiam viarum capita distinxisse, per quæ tutiùs incedat is, cui voluptati erit Gnomonicis rebus diutiùs immorari.

DE STEREOGRAPHICE C

ALTERO PROIECTIONIS GENERE

EX OCVLI CONTACTV.

PRÆFATIO.

XPOSITIS hactenus iis quæ ad Orthographicen pertinent, Stereographicen, alterum proiectionis genus aggredimur, quæ non D
modò summam corporis superficiem aspectui obiectam in planum transfundit, vti Orthographice & Scenographice: verùm etiam soliditatem ipsam, ac totius corporis ambitum ita distinctè planum facit, vt nullæ omnino partes, præter eam cui oculus incumbit, plano exceptæ sibi mutuò incidant, quod vitium reliquis duobus proiectionum generibus manifestè accidit. Quare tametsi Stereographices nomine nusquam vocatum hoc proiectionis genus reperimus; quia tamen nec alio quidem vllo solitum est appellari, placuit hoc nomen vsurpare, quod nobis in præsenti visum est ad rem ipsam quàm maximè accommodatum. E
A superiore proiectione toto genere distat Stereographice: hæc enim ex contactu, illa verò ex infinita oculi distantia originem habet. Porrò quamuis mirum cuipiam iure videri debeat, & ab infinita oculi distantia, & ex contactu proiectionem aliquam accidere posse, præsertim cùm libro primo ostensum sit inter oculum ac rem visilem interuallum aliquod existere debere, idque nec minimum, vt propositione 58. nec infinitum, vt propositione 57. sed iustum, de quo accuratiùs libro 2. propos. 21. & 22. tamen quemadmodum ex infinita oculi distantia visio esse potest, secundùm eam infiniti notionem, quam in præfatione ad primum proiectionis genus explicauimus; ita & F
ex contactu proprio quodam pacto visio fit, cùm vel reipsa transparens est corpus, quod aspicitur, vel eiusmodi esse mente concipitur: tum enim tota corporis profunditas conspicua est, ac præter solitarium punctum in ipsius corporis fastigio eminens, quod oculo attingitur, nullum est aliud, ad quod ab oculo radij non pertineant; qui proinde in subiectum planũ incurrere possunt, si quoad necesse est planum radijq; optici protendantur, qui & proiectionem aliquam in congressu efficient, quam ex contactu liceat appellare,

A lare, quia in ea oculus τὴν σφαίραν ψῆ κατ' ἄκρας, id est summa in parte attingit, vel, si mauis, vno verbo Stereographicen voces, quòd vniuersam corporis obiecti profunditatem ac peripheriam ipsam vnico proiectu explanet: vti enim Stereometria corporum dimensiones capacitatesque metitur, & Geodæsia superficierum areas; ita proiectio, de qua nunc agimus, non ineptè Stereographia nuncupabitur. Hæc à priscis neotericisque non vno in loco vsurpata reperitur, sed in solius sphæræ tam cælestis quàm terrestris vsu; nil tamen vetat, quin aliis quoque in rebus vsui esse queat. Eius ge-
B neris extat in primis Ptolemæi Planisphærium, ex quo posteà Ioannes Stoflerinus sui particularis Astrolabij praxes desumpsit, demonstrationibus quæ potissimùm in Ptolemæo desiderabantur, prætermissis. Extant & apud nonnullos aliæ quædam totius Orbis planæ descriptiones ex huius proiectionis rationibus depromptæ. Hanc Gemma vsurpauit Frisius in suo Astrolabio catholico, quod à Stoflerini Astrolabio particulari non tantùm hoc distat, quòd Gemmæ catholicum sit, & ad omnem regionem accommodatum; Stoflerini autem particulare, & ad vnam dumtaxat Poli sublimi-
C tatem; verùm etiam situ obiectúque aspectus. Nam Stoflerini descriptio ex ea dispositione est, qua oculus depresso sub Horizontem Polo infigitur; Gemmæ autem ex eo situ, quo oculus principium Arietis vel Libræ attingit.

Est verò ea ad sphæræ institutum aptissima, quia omnium minimè partes à vero situ distrahit. Quod sanè ita est, mea quidem sententia, si non ampliùs, quàm hemisphærium vna proiectione describatur. Nam quæ extra hemisphærium excurrunt, in immensum augescunt, vt ex decursu orationis fiet manifestum. Et quamuis commodissimum foret, vt solida corpora eadem prorsus forma ac partium proportione in
D planam superficiem traduci possent, quam in se habent; non est tamen prudenter optandum id, quod fieri non posse liquidò constat. Quare inter omnes Proiectionum modos ille in re qualibet præcipuus est, qui speciem verò proximam repræsentat, cùm id in omni proiectione propositum sit, vt res plana solidæ simillima quoad aspectum reddatur. Eiusmodi autem esse dico hanc proiectionem, quam modò tractamus. Cùm enim nequeant æquales sphæræ partes in æquales partes plani transcribi, necesse est proiecturæ partes, quæ æqualibus sphæræ partibus respondent, vel augeri, vel minui; idque
E vel plurimùm, vel ea mediocritate quæ tolerari possit. At orthographicè transcripta in planum sphæra ita circa ambitum coarctatur, vt partes quæ potissimùm vsui esse debebant, inutiles propemodum reddantur: stereographicè verò cùm sphæra proijcitur, partes à proiecturæ centro ad hemisphærium vsque exigua mutatione, & sensim augescunt, quamuis inde, quæ longiùs proijciuntur, ea ampliores semper euadant, non pari, sed multiplici analogia. Verùm quis non fateatur moderatum extremarum partium incrementum longè minus incommodi adferre, quàm maximum earum decrementum? ac tale omnino, quale in Orthographica descriptione cernitur, vt iuxta am-
F bitum proiectæ sphæræ decem gradus vix vnum exæquent. Mihi sanè videtur incrementum illud & venustatem adferre, & vsum præstare minimè contemnendum: nam cùm oculi acies in proiecturæ centrum dirigitur, extremæ partes, vtpote ab oculo remotiores, secundùm aspectum minuuntur, ac proinde propiùs ad æqualitatem accedunt. Deinde cùm in proiecta sphæra circuli prope extremitatem obliquioribus angulis sese intersecent quàm in medio, appositè omnino partes illæ vltimæ ampliorem formam nanciscuntur, vt intersecantium sese circulorum notæ propriis in locis accuratiùs signa-

ri pos-

ri possint. Prætereà hoc etiam in Stereographia maximo est adiumento, quòd quicumque in sphæra circuli extra oculum cadunt, in circulos proiecti incidant, quocumque tandem situ aspectui exhibeantur: in Orthographia verò plurimi in Ellipses transmutantur, ij nimirum omnes qui obliquè cernuntur. Constat autem ex lemmate 22. Ellipses, si exquisitæ esse debeant, laboriosissimam habere descriptionem. A

His igitur Orthographices Stereographicesque differentijs explicatis, vt sensim ad ea quæ propria sunt huius proiectionis accedamus, statuendus in primis est oculus, in qua libuerit parte sphæricæ peripheriæ, vnde ad ceteras ipsius partes radij directò euibrari possint: deinde exponendum est planum ea ratione ac situ dispositum, vt traiectus per centrum sphæræ radius in illud secundùm normam incidat: quod vndequaque infinitum esse oporteat, vt omnes ab oculo procidentes radios excipiat. Hoc porrò planum Ptolemæus in suo Planisphærio per centrum adigit, sic vt idem sit, ac Æquatoris planum vndique infinitè protensum: (ipse siquidem in Polo Australi oculum ponit) Iordanus autem, & post eum Franciscus Maurolycus Abbas, planum Æquatori parallelum faciunt, ac tota diametro ab oculo disiunctum, ita vt sphæram in opposito Polo Boreali contingat. Et quamuis ex hac inæquali distantia proiecturæ forma secundùm partium proportionem minimè immutetur, sed sola magnitudine, quæ eo semper euadit maior, quo planum longiùs abscedit, seruata semper schematis similitudine vt superiùs prænotatione nona docuimus; tamen Ptolemæi constitutio magis nobis placet, quòd in ea Æquator eiusque proiectura sint æquales, & vniuersè hemisphærij proiectura maximo sphæræ circulo æqualis. Quamobrem cùm in multis huius proiectionis inuestigationibus præsidio Orthographices opus sit, si planum per sphæræ centrum actum intelligatur, accidet percommodè, maximum sphæræ circulum, qui in sectionem plani incidit, eumdem esse cum totius sphæræ Orthographica descriptione. B C D

Quamuis hoc proiectionis genere, de quo nunc agimus, ea omnia describi in plano possint, quæcumque superiùs per Orthographicen describi solere ostendimus, hoc est puncta, lineas, & superficies varijs figuris affectas; tamen quia ad nil aliud, quàm ad sphæræ descriptiones hactenus vsurpatum reperitur, de ijs solùm agemus, quæ in ea existere possunt, nempe punctis, lineis, circulis, & circulorum portionibus. Quæ enim in sphærica superficie extant figuræ, peculiari descriptione non indigent, cùm circulorum peripherijs definiantur, quarum proiectiones iam docere propositum erit. Huiusce rei vnum vel alterum exemplum in mediũ proferre liceat claritatis gratia. Si Borealis hemisphærij superficies describi in plano postuletur, oculo in Polo Australi collocato, id non alia ratione fiet, quàm transcripto in planum Æquatore. Quoniam enim Æquator Boreale hemisphæriũ ab Australi dirimit, spatium quod proiecti Æquatoris peripheria continetur, hemisphærium Boreale repræsentabit; reliquum autem quod quaquauersum infinitè expanditur, Australe. Eodem prorsus modo si Borealis hemisphærij quadrans in plano designandus sit, quoniam is trium circulorum quadrantibus comprehenditur, Æquatoris scilicet, & vtriusque Coluri, his descriptis circulis perspicuum est, & quadrantem illum Borealis hemisphærij haberi qui fuerat designandus. Denique quodcumque spatium in plano circulis, aut circulorum portionibus continetur, eam refert sphæræ plagam, quæ primitiuis circulis circumscribitur. Igitur quod in superiore proiectione à nobis est factitatum, id vel maximè præsens institutum exposcit, vt scilicet priùs quàm ad sphæræ proiectionem veniamus, explicemus simplicium partium productiones. E F

PRO-

A

PROPOSITIO LXXXVI. THEOREMA.

Punctum omnifariam propositum stereographicè in punctum proijcitur.

PERFREQVENS est in sphærę proiectionibus punctorum vsus: siquidem omnia propemodum, quæ ex sphæra discuntur, ex communibus circulorum sectionibus (quæ puncta sunt) colliguntur: deinde si propositum sit è sphæra circulum quempiam in planum traducere, non alia ratione id
B fiet, quàm designatis primùm quotcumque punctis, per quæ propositi circuli proiectura deferatur: non enim possibile nobis est radium vnum ab oculo per totum circuli ambitum, velut coni superficiem, ducere: igitur punctorum designationibus circulorum proiecturæ absoluuntur.

Porrò cùm radius ille opticus, qui ab oculi centro per obiectum ducitur, recta sit linea, hæc autem in solo puncto subiectum planum attingat; manifestum est puncti proiecturam, quocunque tandem modo obuersetur, punctum esse; quod erat probandum.

PROPOSITIO LXXXVII. THEOREMA.

Linea quæ producta per oculum transit, in punctum proiicitur.

C EX perpendicularis situs definitione, quam ad propositionem 31. libri tertij explicauimus, constat lineam ita propositam, vt producta per centrum visus transeat, perpendiculariter exhiberi; consequens igitur est, vt ipsius proiectura indiuisibilis signi magnitudinem non excedat: nam vna eademque est recta linea ea quæ obijcitur, & radius opticus qui per omnia ipsius puncta extenditur: at hæc recta linea in solo puncto attingit subiectum planum: igitur lineæ hoc pacto obiectæ proiectura punctũ est; quod erat demonstrandum.

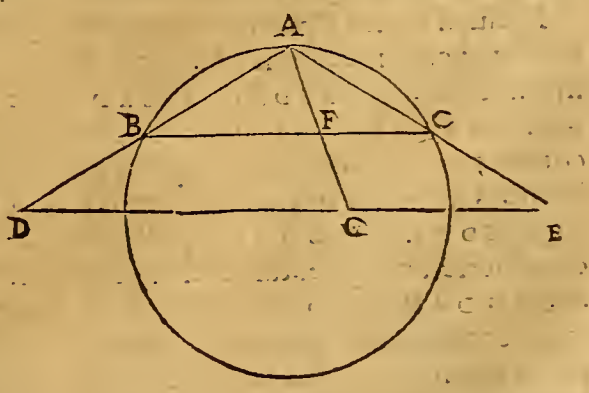
PROPOSITIO LXXXVIII. THEOREMA.

D

Linea directè spectata in lineam proijcitur, cuius partes primitiuæ lineæ partibus proportione respondent.

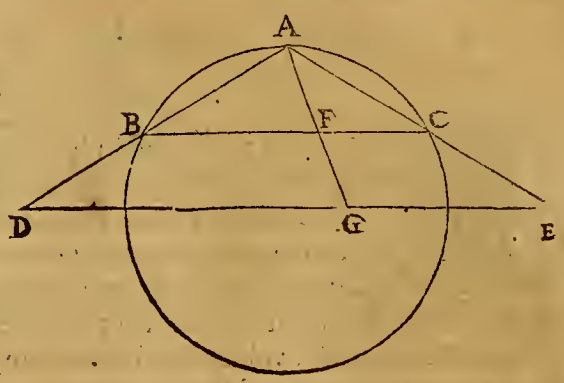
SI ea, quæ in plano describenda proponitur linea, per centrum visus neutiquam transeat, quocumque ea situ ad aspectum se habeat, perspicuum est eius proiecturam lineæ instar semper accidere. Nullo enim situs discrimine per radiosum triangulum semper aspicitur, cuius vertex quidem est oculi centrum, basis autem ea ipsa linea, quæ videtur. Nam radij omnes, qui ab oculo ad singula puncta lineæ obiectæ procidunt, in vno eodemque existunt trianguli plano per 2. vndecimi Euclidis: igitur producto hoc plano, quoad illi, in quo proiectura excipitur, occurrat, erit vtriusque communis sectio recta linea per
E 3. vndecimi Euclidis: quare recta omnis linea, quæ vel directè vel obliquè aspicitur, modò producta per centrum visus non transeat, in rectam proijcitur lineam; quod primùm demonstrasse oportuit.

Deinde partes lineæ directè spectatæ, partibus proiecturæ proportione respondere ex similitudine triangulorum probari potest. Cùm enim linea quæ proponitur, eiusque proiectura parallelæ sint propter oppositionis similitudinem, erunt triangula omnia, quæ radijs opticis, & parallelis hisce basibus continentur, inter se similia per 4. lemma libri quinti: igitur per 4. sexti Euclid. vt totæ inter se bases, ita quoque
F abscissæ intermedijs radijs basium portiones.



Exempli gratia, sit in sphæra B A C circuli cuiuspiam non maximi diametrus B C proiecta in planum D E ex directo aspectu oculi in A cõstituti, dico vtriusq; partes B F & D G, itemque F C & G E proportione sibi respondere, hoc est ita se habere D G ad G E, vt se habet B F ad F C. Cùm enim parallela sit B C ipsi D E propter simili-

similitudinem aspectus, erunt triangula A B C, A D E; itemque A B F, A D G; ac A F C, A G E æquiangula per 4. lemma libri quinti: igitur per 4. sexti Euclidis vt A B ad A D, ita B C ad D E: sed vt A B ad A D, ita est A F ad A G per 2. sexti Euclidis: igitur vt A F ad A G, ita se habet B F ad D G, & F C ad G E: quare vt B C ad D E, sic B F ad D G, & F C ad G E; quod quia eodem demonstrandi genere ostendi potest, in ceteris partibus in quas vtraque linea B C & D E secari potest, palàm relinquitur proiecturæ partes primitiuis similes esse; quod erat ostendendum.

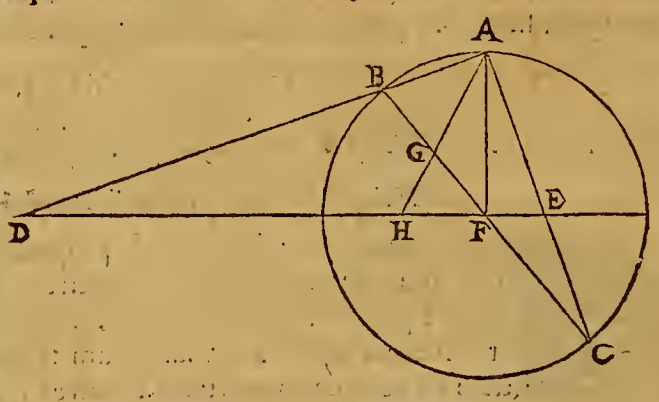


PROPOSITIO LXXXIX. THEOREMA.

Linea obliquè exposita in lineam proiicitur, cuius partes primitiuæ lineæ partibus non ex æquo respondent: sed quæ à propinquioribus oculo partibus obueniunt, eæ maiori analogia excrescunt.

PRIOR huius propositionis pars, videlicet lineam obliquè expositam in lineam proijci, ex præcedentis propositionis demonstratione patet.

Altera verò pars quamuis ex lemmate 31. huius libri perspicua sit, tamen in hunc etiam modum demonstrabitur: Sit oculus A, eique obliquè proposita linea B C quæ secetur bifariàm in F, ita vt altera eius medietas B F oculo A propinquior sit, altera F C ab eodem remotior; productisque radijs A B & A C, sit primitiuæ lineę B C proiectura D E; cuius portionem D F quæ proximam oculo medietatē lineæ B C repræsentat, aio reliquâ F E maiorem esse: quoniam enim triangula A B C & A E D similia sunt, vt ex demonstratione lemmatis 27. huius libri ostendi potest, erit A C B angulus angulo A D E æqualis: est verò angulus C A F æqualis angulo A C F per 5. primi Euclidis, quòd nimirum F A & F C æquales sint, vtpote eiusdem circuli semidiametri: igitur in triangulis D F A & A F E quoniam æquales sunt anguli F D A & F A E, item anguli A F D & A F E æquales, nempe recti, erunt & reliqui æquales per 32. primi Euclidis: quare per 4. sexti Euclidis vt D F ad F A, sic eadem F A ad F E: sed F A maior est quàm F E per 19. primi Euclidis, quòd maiori angulo A E F subtendatur (siquidem angulus A E F maior est angulo E C F externus interno & opposito per 16. primi Euclidis: igitur & angulo F A E maior erit) eodemque modo F D maior quàm F A probabitur: quapropter F D quàm F E multò maior erit; quod demonstrasse oportuit.



Rursus si lineæ B C portio B F bifariàm secetur in G, & radius ab oculo A per G ducatur A H; dico D H quàm H F maiorem fore: nam cùm rectus sit angulus A F D, ideoque maximus trianguli A F D, erit latus A D latere A F maius per 19. primi Euclidis: Rursus quoniam B F in G secta est bifariàm, estque portio B G reliqua G F oculo propinquior, erit per 5. lemma libri quarti angulus B A G angulo G A F maior, quòd latera A B & A G lateribus A G & A F sint minora: igitur lineæ D F portio D H ipsa H F est maior; si enim angulus D A H angulo H A F æqualis esset, maiusque latus A D latere A F, adhuc maius conuinceretur segmentum D H segmento H F per 3. sexti Euclidis: nunc igitur cùm angulus D A H angulo H A F ostensus sit maior, erit & segmentum D H segmento H F maiore analogia maius, quàm sit lateris A D ad A F. Eodemq; modo si in quotcumque partes æquales primitiua linea B C diuidatur, eæque in planum D E proijciantur ostendi poterunt maiores proiecturæ illarum, quæ oculo sunt viciniores: patet itaque propositum, quod demonstrasse oportuit.

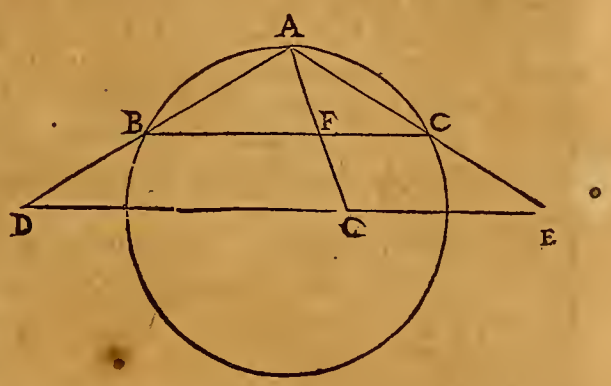
PRO-

A

PROPOSITIO XC. PROBLEMA.

Lineam in planum proiicere, eiusq; proiecturam ita repræsentando secare, vt primitiua linea secta proponitur: & contrà, proiecturæ partes ad primitiuam lineam stereographicè reuocare.

B LINEAM in planum transcribere haud difficile erit, si commune proiectionum axioma attentiùs consideretur: quare exposita primùm perpendiculariter linea, ad planum vsque producatur, punctumque in quod incidet, ipsius erit proiectura: deinde si directè vel obliquè obijciatur, radij ab oculo per ipsius extrema ad planum vsque protendantur: quæ enim incidentium radiorum puncta connectet recta linea, primitiuæ lineæ proiectura erit. Nunc quo pacto ea quæ in lineam proijcitur, in partes distribuenda sit, doceamus.



Esto in sphæra B A C proposita linea B C secta in F vtcumque, eiusque proiectura D E, quam ita secare repræsentãdo oporteat secundùm Stereographiæ præceptiones, vt primitiua linea BC secta est in
C F: ab oculo A radius educatur, qui per F delatus cum DE conueniat in G, factumque erit quod postulatur. Nam cùm per commune proiectionum axioma sit G ipsius signi F proiectura, & D ipsius B, necnon E ipsius C, erit quemadmodum tota D E totius B C, ita pars D G partis B F, & G E partis F C proiectura: itaque vt tota D E ad totam B C, ita repræsentando D G & G E partes ad partes B F & F C.

D Rursus conuersa operatione, si in eadem sphæra sit oculus A, eique subiectum planum per centrum actum, atque in eo data lineæ proiectura D E secta vtcumque in G; oporteat autem primitiuam lineam reperire, ac proiecturæ partes ad eam commeando reuocare: ab extremitatibus proiecturæ D & E radij ad oculum porrigantur D A & E A, qui sphæram secent in B & C: dico in primis rectam BC, quæ hæc sectionum puncta connectit, proiecturæ D E primitiuam lineam esse, quòd ambæ ijsdem radijs opticis contineantur. Deinde si à G ad A radius ducatur G A, qui ipsam B C in F secet: dico secundò F ipsius G primitiuum signum esse, ac proinde, vt suprà B C in F eodem modo stereographicè sectam esse, quemadmodum D F repræsentando secta fuerat in G; quod erat propositum.

E

PROPOSITIO XCI. THEOREMA.

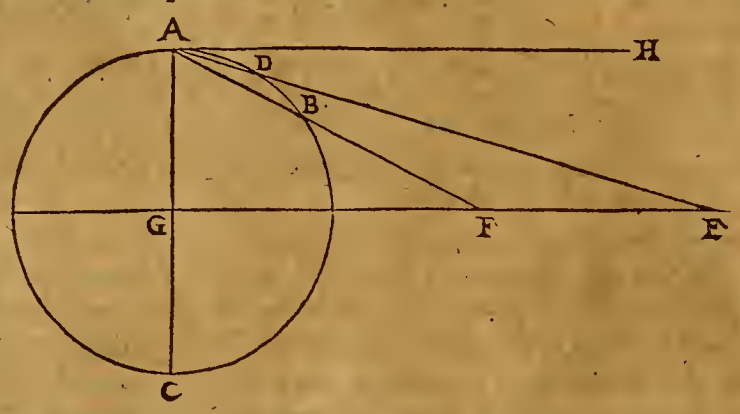
Circulus ex perpendiculari aspectu in rectam proiicitur lineam ex vtraque parte infinitam.

HOC in primis constat ex ipsius sphæræ natura & constructione, circulum omnem perpendiculariter obiectum, ad oculum in superficie positum ita se habere, vt centrum visus in circuli quoque peripheriam cadat: ceterorum enim, si qui sint, extra quorum circumferentiam est oculus, nullus omnino, quantumuis producatur, ad oculi centrum vmquam perue-
F niet; siquidem ea quæ ab oculo educitur, ad ipsius planum est inclinata.

Hinc facile est primam propositionis partem demonstrare: cùm enim in circuli ipsius circumferentia sit oculus, perspicuum est, radios omnes qui ab oculo ad circuli circumferentiam porriguntur, in ipso esse circuli plano. Hoc ergo productum vsque dum plano, quo proiectura excipitur, occurrat, erit circuli proiectura communis sectio vtriusque plani; ea autem per 3. vndecimi Euclidis recta est linea: erit igitur circuli proiectura recta linea; quod primò propositum fuit.

Esto deinde A B C quicumque sphæræ circulus, siue maximus siue non maximus, in cuius circumferentia constitutus sit oculus ad signum A: planum verò F G diametrum

circuli A C ad normam secans, in centro quidem, si maximus fuerit circulus; sin autem, vltra centrum. Rursus per A ducatur A H plano F G parallela: quoniam itaque A G F angulus rectus est, erit & angulus G A H rectus per 29. primi Euclidis: quare per 16. tertij Euclidis A H extra circulum cadet, & in locum, inter ipsam A H & circuli peripheriam comprehensum, altera recta linea non cadet, sed quotquot ab A intra parallelas A H & F G ducentur, eæ omnes circuli peripheriam secabunt. Quia verò hæ ipsæ cum A G angulum faciunt recto G A H minorem, fit per 11. axioma Euclidis, vt, si quoad necesse erit producantur, tandem cum plano F G item producto congrediantur; quarum eæ quidem excurrent longiùs, quæ per puncta oculo A viciniora aguntur: cumque in ipsa circuli peripheria nullum punctum sit oculo proximum (siquidem quouis datò aliud semper propinquius dari poterit) nullus quoque erit longitudinis finis, vltra quem alius radius protendi non poterit.



Quod quamuis perspicuum esse videatur, fiet tamen euidentius, si ex contraria hypothesi impossibile sequi ostendamus. Esto, si fieri potest, proiecturæ terminus F radio A F constitutus: quoniam A F cum F G concurrit, adiuncta A G triangulum perficietur, cuius angulus G rectus cùm sit, erit G A F angulus recto minor per 32. primi Euclidis; ac proinde per 16. tertij Euclidis A F circuli peripheriam secabit: secet autem in B: quoniam A B circuli portio est, & magnitudo quædam non minima, ea vtique diuidi poterit: sit verò diuisa in D, & ab A per D radius agatur A D; hic quoniam circulum secat, faciet cum A G angulum angulo H A G recto minorem: quare A D producta cum G F item producta aliquando concurret, per 11. Euclidis axioma: esto igitur punctum concursus E: cùm itaque maior sit angulus E A G quàm F A G, propterea quòd D quàm B oculo A propinquius sit, erit angulus A E G angulo A F G minor, & linea E G linea F G maior per 21. primi Euclidis: non igitur circuli A B C proiectura in F terminatur, quæ vltra F in E vsque excurrit aduersus hypothesin. Cumque in infinitum secare liceat omnem circuli peripheriam, quæ inter A H tangentem, & radium quemcunque ab oculo eductum intercipitur: manifestè sequitur, circuli proiecturam infinitam esse; quod erat probandum.

Ex quo intelligas primò omnes circulos qui per oculum incedunt in rectas proijci lineas, easque infinitas: nam ex ijs quæ ad propositionem 31. libri tertij sunt prædefinita, constat hos omnes circulos perpendiculariter ad aspectum se habere, cùm radij omnes qui ab oculo ad ipsos ducuntur in eodem sint cum ipsis plano.

Deinde & hoc obseruatione dignum est, vniuersam sphæram præter solum punctum in quo oculus, plano excipi, si infinitè producatur: nam præter illum radium, qui per oculum plano parallelus ducitur, quique sphæram summatim attingit, ceteri omnes sphæram secant: quare nulla pars sphæræ reliqua est, per quam actus radius cum plano non concurrat: igitur excepto puncto cui oculus incumbit, ceteræ omnes sphæræ partes per radiorum productiones in planum infinitum transcribi possunt.

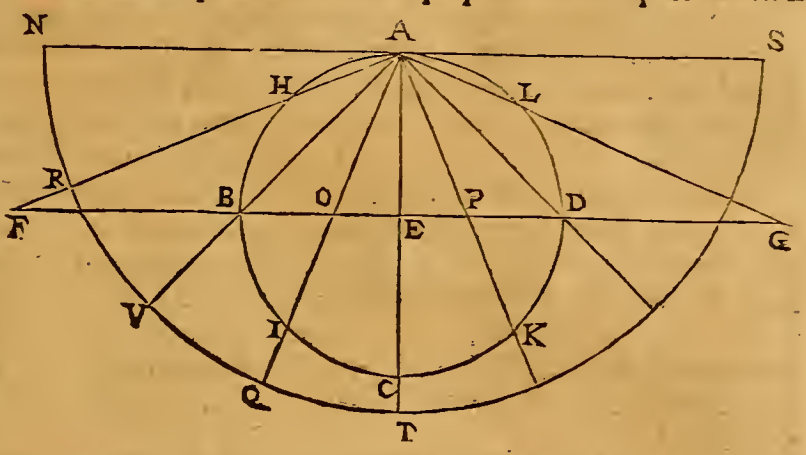
PROPOSITIO XCII. PROBLEMA.

Circulum ex perpendiculari aspectu in planum transcribere, eiúsque proiecturam in partes repræsentando distribuere; & easdem vicissim ex proiectura ad primitiuum circulum reuocare.

SIT A B C D circulus perpendiculariter expositus, quem oculo in A posito explanare oporteat: designentur in eo duo quæcumque puncta, nempe H & L, & per ea radij ducantur A H & A L, qui producti planum secent in F & G: igitur si per F & G recta linea ducatur ex vtraque parte infinita, hæc erit portionis H C L proiectura, per præcedens theorema & commune proiectionum axioma.

Deinde

A Deinde esto circuli A B C D linearis proiectura F G, ex perpendiculari aspectu oculi in A constituti producta, quam ita secare repręsentando oporteat secundùm Stereographiæ leges, quemadmodũ circulus ABCD octifariàm diuisus est in H, B, I, C, K, D, L: ab B oculo A per singula puncta circuli ad planum vsque F G radij producantur, qui cum eo conueniant ad signa F, B, O, E, P, D, G, factumque erit propositum. Radij namque, vbi in lineam F G incidunt, ibi eam ita secant secundùm aspectum oculi in A positi, vt circulus antè reipsa fuit distributus. Quoniam enim per commune proiectionum axioma ibi est cuiusque rei locus in plano, vbi id à radio per rem ducto attingitur, erit haud dubiè in linea F G punctum E locus apparens signi C, & O signi I, & P ipsius K, atque ita de ceteris. Vti igi- C tur singula puncta lineæ F G singula exhibent circuli diuisi puncta, propterea quòd lineæ F G puncta, eorum in quæ circulus dispescitur, sint proiecturæ: ita interualla, quibus puncta lineæ F G ab inuicem disiunguntur, ipsos circuli arcus, qui inter diuisionum puncta intercipiuntur, repræsentant. Itaque linearis circuli proiectura F G ita repræsentando secta est in F, B, O, E, P, D, G, quemadmodum reipsa primitiuus circulus in H, B, I, C, K, D, L; quod secundò erat faciendum.



Naturalis quidem est isthæc proiecturæ distributio, quòd rem ipsam proximè imitetur; at quoniam incertæ sunt radiorum productiones per ea circuli puncta, quę ad oculum propiùs accedunt; tum propter sectionum obliquitatem quibus circuli peripheria prope oculum intersecatur; tum propter spatij breuitatem, quòd oculũm inter & pun- D ctum in peripheria circuli assumptum, intercedit; placet hunc etiam modum adiungere, illo quem iam proposuimus longè accuratiorem.

Circa centrum A, interuallo quocumque, puta AT, semicirculus describatur N T S, qui & octifariàm diuidatur, quemadmodum propositus circulus A B C D; & ab A per singula diuisionum puncta radij emittantur A R, A V, A Q, A T, &c. eritque vt priùs confectum propositum. Nam vbi hi radij in rectam F G incidunt, ibi eadem loca signant, in quibus ea repræsentando ita secatur, quemadmodum circulus A B C D octifariàm reipsa est distributus. Quoniam enim peripheria T Q æqualis est peripheriæ Q V, erit & angulus T A Q angulo Q A V æqualis per 27. tertij Euclidis, quòd scilicet A sit semicirculi centrum: si autem angulus T A Q æqualis sit angulo Q A V, erit & arcus C I arcui I B E æqualis per 26. tertij Euclidis: est enim A in ipsius circuli A B C D circumferentia. Eodem verò modo æquales ostendi possunt & reliqui arcus circuli A B C D: itaque radijs ab oculo A per æquales diuisiones semicirculi N T S productis, & circulus A B C D in totidem partes æquales dissecatur; atque ea propter vbi ijdem radij circuli proiecturam F G intersecant, ibi eam repræsentando ita diuidunt, vt circulus primitiuus A B C D reipsa sectus supponitur.

Ex his facilè colligi potest ratio designandi in data circuli proiectura F G gradum quemcumque postulatum ex ijs, in quos sphæræ circuli distribui solent. Si enim is in circulo A B C D, vel semicirculo N T S sumatur, radiusque per eum ab oculo A ducatur, hic proiecturæ F G occurrens eumdem in ea repræsentando consignabit. Exempli gratia, sit F inueniendus in linea F G gradus quintus supra quadragesimum, initio sumpto ab E, hoc est punctum quod eumdem gradum circuli A B C D repræsentet, à C sumpto initio. Diuidatur circuli quadrans B C bifariàm in I, & per I radius ducatur ab A; hic inquam in proiectura F G eumdem gradum signabit ad punctum O. Eodemque modo propositum conficietur, si semicirculi N T S quadrans T V bifariàm diuidatur in Q: nam vt proximè ostensum est, radius A Q etiam per I transit, quòd eamdem rationem habeat T Q ad semicirculum, quam C I ad circulum totum.

Iam si vicissim datæ proiecturæ partes ad primitiuum circulum reducendæ sint, reciproca operatione id perficietur: vt si in circuli proiectura F G data sint quotcumque

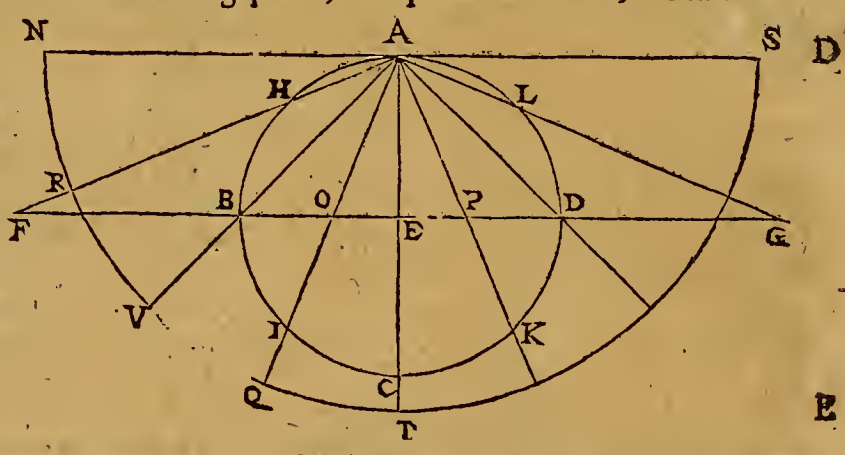
puncta F,B,O,E,P,D,G; oporteat autem hæc ad primitiuum circulum A B C D reducere: A id nullo negotio obtinebitur, si à signis in linea F G datis, radij ad oculum A porrigantur: hi enim vbi circulum A B C D secabunt, ibi ostendent primitiua illa puncta, quæ datis in proiectura F G signis aspectu respondent, vt ex dictis patet, & per commune Proiectionum axioma facilè demonstrari potest: eadem siquidem est via qua partes primitiuæ ad planum deferuntur, & qua à plano ad originem reducuntur.

Si extremi radij F A & G A non satis exactè ostendant postulata loca H & L in circuli A B C D peripheria, propter intersectionum obliquitatem, ita vt meritò dubitari possit, quot gradus peripheria A H vel A L contineat; describetur vt supra circum A centrum semicirculus N T S: hic verò quoniam à radijs F A & G A, eodem modo secatur quo B totus A B C D circulus; perspicuum est tot gradus contineri circulari portione A H, quot dimidiatos gradus continet N R, vel quot partes complectitur eadem N R ex 360. in quos semicirculus N T S distribuitur; atque ita confectum erit, quod vltimò proponebatur.

PROPOSITIO XCIII. THEOREMA.

Circuli perpendiculariter spectati æquales partes in inæquales partes rectæ lineæ proijciuntur, è quibus illæ semper maiores sunt, quæ à propinquioribus oculo partibus obueniunt; binæ autem C *hinc inde à radio, qui per centrum ducitur, pari interuallo disiunctæ, æquales.*

SINT circuli A B C D perpendiculariter spectati æquales partes C I, I B, B H, eæque in rectam lineam proiectæ, in qua sectiones faciant E O, O B, B F: has dico inæquales inter se esse, maioremque O B quàm E O, & B F quàm O B maiorem. Quoniam enim rectus est angulus A E F, erit A O E acutus, vt ex 17. primi Euclidis colligi potest; ideoque A O B obtusus, ac multò magis A B F obtusus; quocircà maior est A O quàm A E, & A B quàm A O, & A F quàm A B maior per 19. primi Euclidis. Cùm verò per 27. tertij Euclidis angulus E A O angulo O A B in triangulo E A B sit æqualis; quòd nimirum æqualibus peripherijs C I & I B insistant, erit per 3. sexti Euclidis vt A B ad A E, ita B O ad O E: sed A B ostensa iam est maior quàm A E: igitur & B O quàm O E maior erit. Eademque ratione maior erit F B quàm B O, & sic de ceteris: itaque maiores semper illæ sunt proiecturæ, quæ à propinquioribus oculo peripherijs obueniunt; contrà verò illæ semper minores, quæ remotiorum ab oculo partium sunt proiecturæ; quod primò erat ostendendum.



Deinde, quod secundo loco proposuimus, binas hinc & inde partes à radio qui per centrum ducitur, pari interuallo disiunctas æquales inter se esse hoc modo demonstrabitur: In triangulis A E O & A E P, quoniam æqualis est angulus A E O angulo A E P, vtpote rectus vterque, itemque angulus E A O angulo E A P in æquali peripheria constituto æqualis, & latus A E quod æqualibus angulis adiacet, vtrique commune, erit per F 26. primi Euclidis & latus E P lateri E O æquale. Rursus cùm eodem modo in triangulis A E B & A E D æqualia ostendi possint latera E B & E D, si ab his detrahantur portiones E O & E P iam ostensæ æquales, relinquentur per communem notionem O B & P D æquales: quia autem in ceteris eadem est demonstratio, perspicuum relinquitur, binas proiecturæ partes, æquè à radio A E disiunctas, æquales esse; quod secundo loco erat demonstrandum.

PRO-

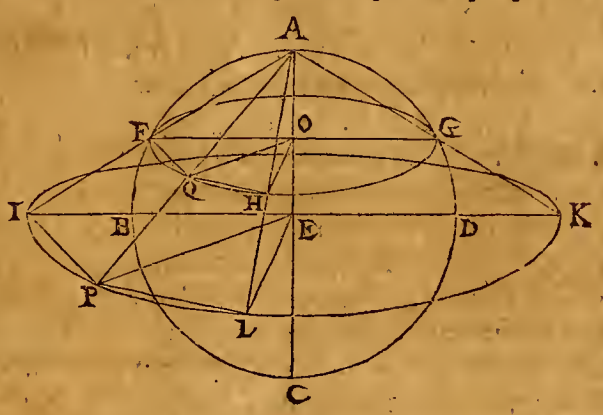
A

PROPOSITIO XCIV. THEOREMA.

Circulus directè aspectatus in circulum proiicitur, cuius idem est centrum verum & apparens; partésque primitiui circuli partibus, quæ iisdem radiis continentur, proportionales.

B CIRCVLI omnes, quicumque in sphęra directè aspectui obijci possunt, bifariàm discriminantur; aut enim maximi sunt, aut non maximi: si maximi, perspicua est in illis propositi demonstratio; siquidem suis proiecturis ita exactè congruunt, & situ & magnitudine, vt ab illis nullo pacto distinguantur, cùm planum per centrum sphæræ actum supponamus: & quamuis planum per centrum non ducatur, erunt tamen maximorum circulorum proiecturæ circuli, centrum habentes vnum idemque verum & apparens; quorum cùm eadem sit, ac non maximorum demonstrandi ratio, eam in non maximis proponemus in hunc modum:

Esto in sphæra A B C D, cuius centrum E, circulus non maximus F H G, directè visui A oppositus: igitur quoniam planum I L K directè obijcitur, erit propter situs similitudinem proiecturæ planum ipsius circuli plano parallelum, per ea quæ ad propositio-
C nem 31. libri tertij docuimus: igitur per 16. vndecimi Euclidis communes eorum sectiones, quæ à triangulis per axem fiunt, parallelæ inter se erunt, hoc est O F ipsi E I, & O H ipsi E L: ac proinde per 4. lemma libri quinti æquiangula erunt ipsa triangula A O F & A E I, itemque A O H & A E L, ac eodem modo cetera: quamobrem per 4. sexti Euclidis erit vt A O ad A E,
D ita O F ad E I; & rursus vt eadem A O ad eamdem A E, sic O H ad E L: itaque



per 11. quinti Euclidis, vt O F ad E I, sic O H ad E L; & alterna ratione vt O F ad O H, ita E I ad E L: sed O F æqualis est ipsi O H, quòd F H G circulus esse supponatur: igitur & E I ipsi E L æqualis erit. Cumque in ceteris, quæ ex E ad proiecturæ circumferentiam educuntur, eadem sit demonstratio, palàm est circulum F H G, reliquosque qui directè aspectui obuersantur, in circulos proijci; quod erat demonstrandum.

Præterea dico proiecturæ centrum E idem esse verum & apparens: nam verum quidem centrum illud est, à quo omnes qui ad circumferentiam pertinent radij inter se sunt æquales: at eiusmodi esse punctum E, ostensum iam est: igitur E verum est proie-
E cturæ I L K centrum. Deinde apparens centrum est illud, quod primitiui circuli centrum repræsentat: sed idem punctum E cùm in eodem existat radio A O, in quo & primitiui circuli centrum O, erit E apparens centrum proiecturæ I L K; quod erat probandum.

Sed & proiecturæ partes I L & L K, ceteraque, primitiui circuli partibus F H & H G sunt proportionales: ducta enim A P vtcumque inter A I & A L, quæ circulum F H G secet in Q, triangula perficiantur F Q H & I P L, quæ æquiangula erunt per 10. vndecimi Euclidis: quòd nimirum per 16. vndecimi Euclidis singula eorum latera lateribus singulis sint parallela: igitur similia sunt F Q H & I P L segmenta. Cumque eadem sit in ceteris demonstratio, probatum relinquitur circularis proiecturæ partes, quæ ex di-
F recto aspectu obueniunt, primitiui circuli partibus proportionales esse, quod erat præstandum.

Ex quo fit, vt quadrantes in quadrantes, & gradus in gradus, ac omnino cuiuscumque nominis partes, in partes eiusdem appellationis proijciantur: vnde iam plana efficitur sequentis problematis explicatio.

A

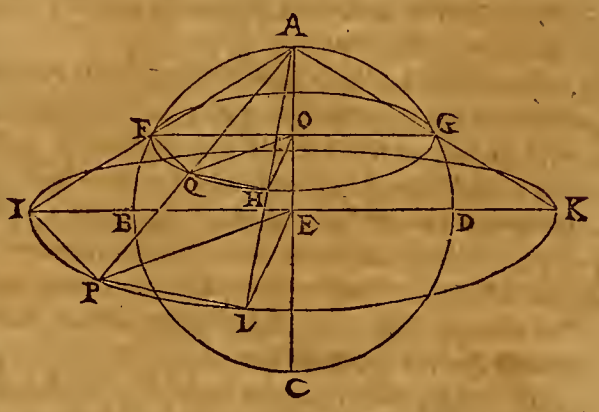
PROPOSITIO XCV. PROBLEMA.

Circulum directè ſpectatum in planum profundere, eiuſq; proiecturam in partes repræſentando ſecare, & eaſdem vicißim ad primitiuum circulum reuocare.

HOC problema ex dictis facilem habet conſtructionem: nam ſi per circuli centrum, & punctum aliquod in peripheria ipſius, aſſumptum radij ab oculo ad planum vſque protendantur, quæ incidentium radiorum puncta connectet recta linea, ſemidiametrus erit, circa quam deſcriptus in plano circulus propoſitum directè circulum repræſentabit; ſiquidem connectens incidentium radiorum puncta, ſemidiametri erit proiectura; ſed & in circulum proijcitur is, qui directè obijcitur circulus per præcedentem propoſitionem, eiuſque centrum cùm idem ſit verum & apparens, palàm eſt circulum ex ſemidiametro proiecta deſcriptum, ipſius propoſiti circuli proiecturam eſſe, in cuius etiam centrum vterque Polus incidet. B

Si iam exceptus plano circulus ita ſecandus ſit, vt eius partes primitiui circuli partes repræſentent, conſtituendus erit ad proiecturæ centrum angulus æqualis ei qui partem primitiui circuli ſubtendit: hic enim ſimilem proiecturæ peripheriam intercipiet. C

Exempli gratia, ſit I L K circuli F H G directè ſpectati proiectura, quam ita ſecare oporteat ſecundùm aſpectum, vt circulus F H G ſectus eſt in H: fiat I E L angulus angulo F O H æqualis: dico proiecturæ portionem I L circumferentiæ F H primitiui circuli ſimilem eſſe, hoc eſt ita ſe habere ſecundùm aſpectum I L ad totum proiecturæ circulum, quemadmodum ſe habet F H ad totum circulum primitiuum. Quoniam enim per 20. tertij Euclidis angulus I E L qui ad centrum, duplex eſt eius qui ad circumferentiam I K L conſtitui poteſt; & eodem modo F O H ad centrum, duplus eius qui ad circumferentiam F G H, erunt anguli qui ad peripherias F G H & I K L conſtituentur, æquales per communem notionem, quòd videlicet ipſorum dupli qui ad centra O & E poſiti ſunt, inter ſe ſint æquales: quocircà ſegmenta F G H & I K L ſimilia ſunt per 10. definitionem tertij Euclidis: ideoque & reliqua F H & I L ſimilia erunt, totique circulo proportionalia per 19. quinti Euclidis.



D

Viciſſim autem ſi proiecturæ partem ad primitiuum circulum reducere oporteat, eadem operatione id fiet; ſi nimirum angulo I E L ad centrum proiecturæ conſtituto, æqualis fiat angulus F O H ad centrum circuli primitiui: hic enim per ea quæ proximè ſunt demonſtrata, portionem intercipiet F H ipſi I L ſimilem; quod poſtulabatur. E

At faciliùs multò vtrumque exequemur, ſi vterque circulus, primitiuus ſcilicet & eius proiectura, ex eodem centro in plano quopiam deſcribantur, & per data alterius diuiſionum puncta rectæ ad centrum perducantur: hæ enim & alterum in eamdem rationem ſecabunt.

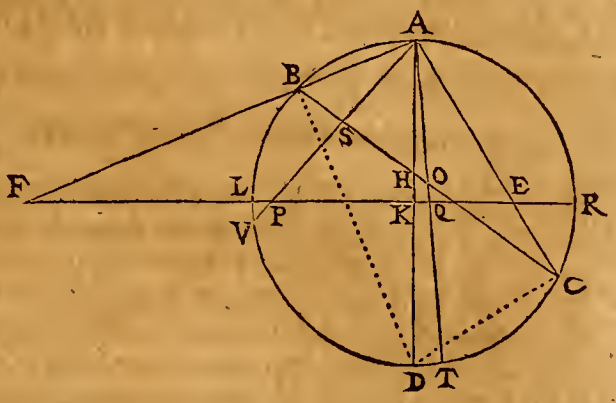
PROPOSITIO XCVI. THEOREMA.

Circulus ex obliquo aſpectu in circulum tranſcribitur, cuius centrum non idem eſt verum & apparens. F

SIT in ſphæra A B D C, cuius centrum K, circuli obliquè ſpectati diametrus B C, & planum quo proiectura excipi debeat F R rectis angulis adiunctum ei, quæ ab oculo A in K centrum ſphæræ procidit: vtrumque autem, nempe planum & circulus viſus, maximo ſphæræ circulo A B D C ad normam inſiſtant, in eoque communes ſectiones faciant rectas lineas B C & F R; ſitque proiecturæ diametrus F E radijs A B & A C ad planum vſque protenſis definita:

dico

A dico conum A B C, cuius basis circulus ex diametro B C obliquè spectatus, plano E F subcontrariè secari, angulumque A B C angulo A E F, & A C B angulum ipsi A F E angulo æqualem esse. Ducta enim per sphæræ centrum A D, iungantur B D & C D: quoniam igitur rectus est angulus A C D, vtpote in semicirculo per 31. tertij Euclidis, itemque A K E rectus ex constructione, & angulus D A C vtrique triangulo A C D & A K E com-



B munis, erit & reliquus A D C reliquo A E K æqualis: sed cùm per 35. tertij Euclidis sit rectangulũ A H D rectangulo B H C æquale, erit per 16. sexti Euclidis vt A H ad B H, ita C H ad D H, anguluſque A H B angulo C H D æqualis per decimam quintam primi Euclidis: itaque per 6. sexti Euclidis æquiangula ipsa triangula A H B & C H D: in quibus proinde angulus A B H angulo H D C erit æqualis: huic verò cùm æqualis ostensus sit A E K, erit per communem notionem A E F angulus ipsi A B C angulo æqualis. At simili ratiocinandi modo ostendi potest angulus A F E angulo A C B æqualis, quòd nimirum vterque vni

C tertio A D B sit æqualis: triangula igitur A E F & A B C, quibus & C A F angulus communis est, sunt æquiangula; ac propterea sectio E F sectioni B C similis & subcontraria est: quocircà vti B C circulus est, ita erit & E F circulus per 28. lemma huius libri; quod erat demonstrandum.

Quòd autem obliquæ circuli proiecturæ non idem sit verum centrum & apparens, ex lemmate 31. perspicuè patet: nam si primitiui circuli diametrus B C secetur bifariàm in O, & per O radius ad planum vsque F R protendatur cum eo concurrens in Q centrum apparens proiecturæ, hoc erit punctum illud quod primitiui circuli centrum repræsentat: at per iam citatum 31. lemma constat in cono scaleno, qualis est obliqui circuli radiosus aspectus, si vna subcontrariarum sectionum in duas ex æquo partes dis-

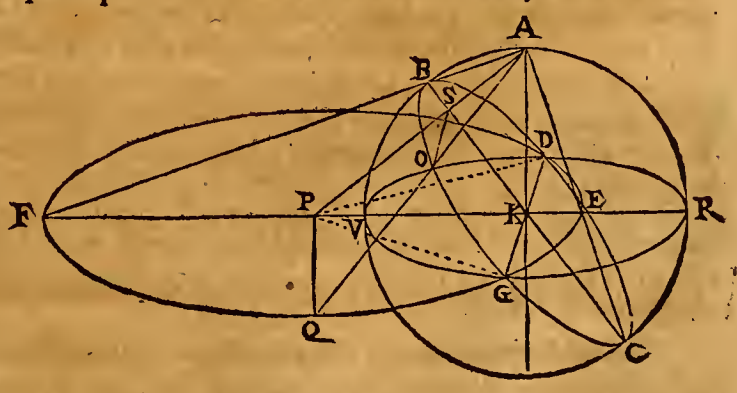
D tribuatur, vt B C in O, alteram in partes inæquales dissecari, vt F E in Q: non est ergo Q circuli, qui circum F E describitur, verum centrum, cùm in vero circuli centro omnes diametri sese bifariàm secent.

Deinde si proiectura F E bipartitò diuidatur in P, & ab oculo A in P radius procidat, qui primitiui circuli diametrum B C secet in S, palàm est per idem 31. lemma B C in S minimè ex æquo diuidi: quare S non erit primitiui circuli centrum: ac proinde cùm P sit ipsius S proiectura, nec P apparens proiecturæ centrum erit, quod ostendisse oportuit.

PROPOSITIO XCVII. PROBLEMA.

E *Circulum ex obliquo aspectu in planum transcribere.*

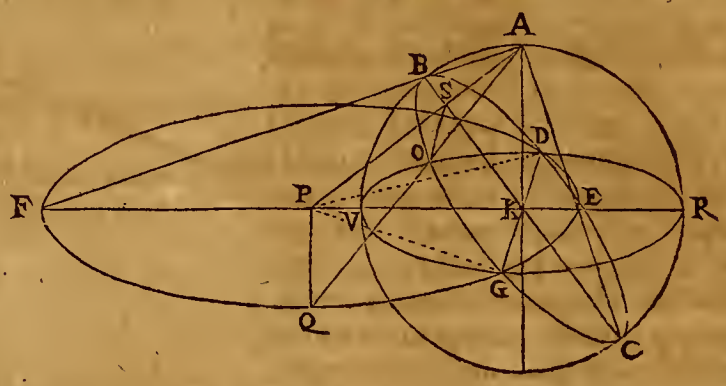
PER circuli obliquè expositi B O G C diametrum B C radij ab oculo A ad planum vsq; profundantur A E & A F sectaque E F, in P bifariàm circa P centrum, interuallo autem P E vel P F circulus describatur P Q G E: hunc dico esse pro-



F positi circuli obliqui B O G C proiecturam. Cùm enim per iam proximè demonstrata sit obliqui circuli proiectura circulus, & per 90. huius sit recta linea F E proiectura ipsius B C diametri, erit & F E totius proiecti circuli A G E diametrus: quare in ea erit verum proiecturæ centrum; at non alio loco quàm vbi ea diuiditur bifariàm: igitur descriptus circa P, ad interuallum P E vel P F circulus primitiuum circulum B O G C obliquum in plano exhibebit.

Verùm vt sciatur, quam in partem primitiui circuli diametrus proijcienda sit, hac ar-

te vtendum erit: Per oculum axemque sphæræ planum ducatur ad propositi circuli planum rectum: hoc namque per 13. primi Sphæricorum Theodosij secabit circulum bifariàm, ac proinde per centrum: itaq; communis illius & circuli sectio, erit illa diametrus, cuius alterum extremũ B oculo proximum est, alterum verò C ab oculo remotissimum; ita vt in tota propositi circuli peripheria nullum sit punctum oculo propinquius quàm B, nec vllum quàm C remotius. Quòniã ergo A B C planum ad circulum B G C rectum est, erit A S quæ ad communem sectionem B C perpendicularis ducetur, ad ipsum quoque circulum recta: quare per 16. lemma libri quarti erit angulus A K B minimus illorum omnium, qui linea A K, eductisque è circuli centro K ad peripheriam semidiametris continetur: itaque per 33. sexti Euclidis peripheria A B minima est omnium illarũ quæ inter A & circuli B G C ambitum interiacent; atque idcircò B ipsi A proximum, C verò remotissimum est, quòd angulus A B K maximus sit per idem 16. lemma libri quarti: ideoque & arcus A C omnium maximus. Ex quo fit, vt & F E maxima sit diametrus per vtrumque, verum scilicet & apparens, proiecturæ centrum incedens: circa quam proinde descriptus circulus F G E ipsum B G C circulum obliquum repræsentat: alioquin si alia quæpiam diametrus in plano reperta sit non maxima, exempli causa D G, vt circa eam proiectura describatur, tertium aliquod punctum erit inuestigandum, & per tria data puncta circulus describetur, quemadmodum quinta propositio libri quarti Euclidis docet.



Porrò in maximorum circulorum obliquis proiectionibus, descripto priùs V G R circulo ex directo obtutu, vt ex eo circuli obliqui proiectio instituatur, satis erit alterum extremorum signorum inuenisse: nam cũm proiectura circuli obliqui per communem intersectionem circulorum V G R & B G C transire debeat, reperto in linea E F puncto P æquè ab G & E dissito, necesse erit circulum per E & G ex centro P decircinatum per F simul transire.

Hinc facilè colligi potest omnem circuli obliqui proiecturam ipso primitiuo circulo maiorem esse: quoniam enim non idem est eius verum centrum & apparens, licebit ex centro proiecturæ P ad D & G extremitates diametri obliqui circuli B G C rectas lineas ducere P D & P G, quæ simul sumptæ æquales erunt ipsius proiecturæ diametro F E: sunt autem per 20. primi Euclidis P D & P G ipsâ D G maiores: igitur proiecturæ obliquæ diametrus F E primitiui circuli diametro D G maior est, proinde & proiectura ipso primitiuo circulo obliquo maior.

PROPOSITIO XCVIII. PROBLEMA.

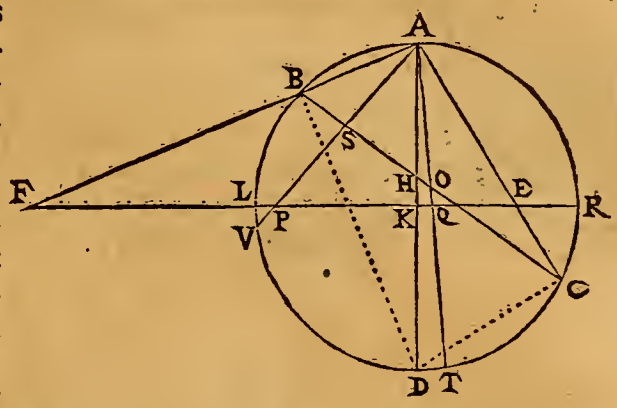
Verum obliquæ proiecturæ centrum reperire.

INVENTIS per superius problema extremis punctis E & F, per quæ obliqui circuli B C proiectura incedit, haud erit difficile centrum ipsius verum inuenire: diuisa namque E F bifariàm in P, constat P esse verum ac proprium proiecturæ centrum: est enim id cuiusque circuli centrum, quod omnes dimetientes in duas ex æquo partes dispescit; est verò E F proiecturę diametrus, quemadmodum & B C diametrus est circuli primitiui: igitur P, quod ipsam E F bipartitò diuidit, est proiecturæ centrum.

Verùm quoniam subtilioris est inquisitionis, proposito circulo primitiuo B C ad aspectum obliquato, ipsius proiecturæ naturale centrum in plano reperire, si nondum loca definita sint per quæ transeat; fiet id hoc pacto: Ab oculo A ducatur A P, quæ cum F E angulos faciat, iis quos A O efficit cum B C, similes, sic vt angulus A P F æqualis sit angulo A O C, & A P E angulus angulo A O B æqualis: dico peractum esse quod postulabatur, esseque P futuræ proiecturæ proprium centrum. Cùm enim in triangulis A B O & A P E sint anguli A P E & A O B iam facti æquales, itemque anguli A B O & A E P æquales

ex

A ex ea hypothesi, qua similia esse triangula A B C & A E F propter subcontrariam sectionem coni scaleni optici supponũtur, erit & reliquus angulus P A E reliquo B A O æqualis, quòd per 32. primi Euclidis tres vnius trianguli anguli tribus alterius sint pares, vtpote duobus rectis æquales: quare per 4. sexti Euclidis vt A B ad B O, ita se habet A E ad E P, & permutando vt AB ad AE, ita B O ad E P: sed vt AB ad A E, ita quoque est B C ad E F ex hypo-
B thesi: igitur per 11. quinti Euclidis vt B O ad E P, ita est B C ad E F; & diuidendo per 17. quinti Euclidis vt B O ad O C, ita E P ad P F: at B O æqualis est O C: itaque & E P ipsi P F est æqualis; ex quo sequitur P esse proprium proiecturæ centrum; quod erat inueniendum.



Deinde si ab oculo A ad primitiui circuli diametrum B C ducatur A S, ita vt angulos efficiat iis, quos A O producta in F E facit ad signum Q, similes, peractum rursus erit propositum. Nam producta A S in P futuræ proiecturæ centrum incidet, vbi nimirum E F bifariàm diuiditur. Quoniam enim A S B angulus æqualis ponitur angulo A Q E, estque
C A B S angulus angulo A E O æqualis propter triangulorum A B C & A E F similitudinem, erit quoque reliquus angulus B A S reliquo angulo E A Q æqualis per 32. primi Euclidis, adiuncto igitur communi S A Q erit totus B A O toti E A P æqualis: cumque in iisdem triangulis B A O, E A P sint quoque anguli A B O & A E P æquales ex hypothesi, erunt & reliqui A O B & A P E æquales: ac proinde ipsa triangula æquiangula vt priùs; in quibus propterea cùm latera B O & E P ad A B & A E eamdem rationem habeant quam B C ad E F, erit vt B O ad E P, ita B C ad E F, & permutando vt B O ad B C, ita E P ad E F, hoc est dimidium ad duplum: quocircà P centrum erit proiecturæ E F postulatum.

Omnium autem expeditissima ratio inueniendi centrum obliquæ proiecturæ, hæc erit, si productâ A O in T, fiat B V arcus arcui C T æqualis: adiuncta enim A V secabit E F in
D proprio centro P. Nam quoniam per 27. tertij Euclid. æquales sunt anguli B A S & E A Q, adiuncto communi angulo P A Q, erunt in triangulis B A O & E A P anguli B A O & E A P ad verticem æquales: sunt verò & ex hypothesi æquales A B O & A E P; igitur æquales sunt & reliqui A O B & A P E, ipsaque triangula æquiangula: quare per 4. sexti Euclidis vt A B ad B O, ita est A E ad E P; & vicissim, vt A B ad A E, sic B O ad E P: at vt A B ad A E, ita est B C ad E F ex hypothesi: igitur per 11. quinti Euclidis vt B O ad E P, ita B C ad E F, & per 17. quinti Euclidis rationis diuisione vt B O ad O C, sic E P ad P F: sed B O æqualis est O C: igitur E P ipsi P F est æqualis; ideoque vt suprà P est proprium proiecturæ centrum.

Ex quo perspicue fit, vt si sumptus fuerit primitiuus circulus B C de numero maximorum qui in sphæra sunt circulorum, ducenda sit A S ad rectos ipsi B C angulos: Cùm enim
E ex proximè demonstratis constet A S in B C iisdem angulis incidere debere, quibus ea quæ à visu A per centrum primitiui circuli acta in planum procidit F R; sitque per 6. primi Sphæricorum Theodosij maximorum circulorum idem quod sphæræ centrum K, vbi A K ad planum recta est, manifestè sequitur & ipsius A S ad B C angulos rectos esse oportere.

Hinc etiam id colligi potest, quod propositione 96. ostendimus, in obliquis maximorum circulorum proiecturis non idem esse centrum verum & apparens. Nam cùm A S ad B C secundùm rectos ducta sit angulos, A O verò in eamdem B C angulis cadat obliquis, non vna erit eademque linea A S & A O: productæ igitur in diuersa loca plani incident, quorum alter P centrum erit proiecturæ proprium, alter K centrum apparens.

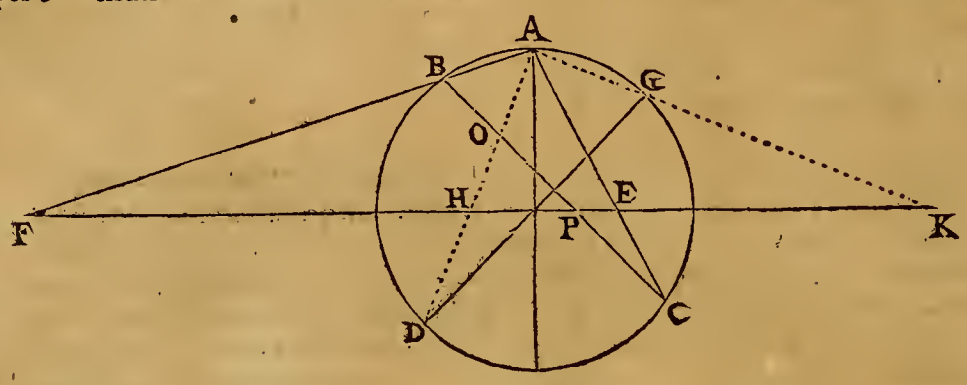
F Præterea cùm maximi obliqui circuli pars inter oculum, eumque circulum maximum qui directè videtur, cadat, pars verò vltrà protendatur, necesse est eum radium, qui ab oculo ad remotiorem extremitatem circuli obliqui pertinet, intra proiecturam circuli directè spectati incidere, alterum autem, qui ad propinquiorem, extra procurrere: igitur maximi circuli obliqui proiectura circuli maximi directè spectati proiecturam secat. Sunt autem ambæ proiecturæ circuli, eorum proinde nequit idem esse proprium centrum per 5. tertij Euclidis: at proiecturæ obliquæ centrum apparens idem est quod proprium circuli primitiui; itaque illius non idem est centrum verum, seu proprium, & apparens.

PRO-

PROPOSITIO XCIX. PROBLEMA. A

Obliqui circuli Polos in plano stereographicè designare.

ESTO obliquus sphæræ circulus B C orthographicè designatus, atque ipsius Stereographica proiectura E F, cuius oporteat Polos inuenire secundùm Stereographiæ leges. Ducatur axis D G ad rectos ipsi B C angulos: quoniam D & G Poli sunt ipsius circuli primitiui B C, si per ipsos radij euibrentur, qui planum secent in H & K, erunt hi ipsius proiecturæ E F apparentes Poli per commune Proiectionum axioma. B



C

Absque axis D G præsidio Poli quoque reperientur, si angulus E A F rectâ A D bifariàm diuidatur per 9. primi Euclidis, erit H, vbi A D planum intersecat, alter Polus: nam per 26. tertij Euclidis æquales ad circumferentiam anguli æqualibus peripheriis eiusdem circuli insistunt: igitur si bifariàm diuisus sit angulus E A F, erit quoque peripheria B D C in D secta bifariàm; ac proinde vt D circuli B C verus est Polus, ita H est proiecturæ Polus apparens.

Altero Polorum H inuento facile erit alterum assignare. Acta enim A G ipsi A H perpendiculari, productaque ad planum vsque, donec illud intersecet in K, erit K alter Polus, quem assignare oportebat. Nam cùm D A G rectus sit angulus, erit D A G semicirculus; eodemque modo G C D semicirculus erit: igitur cùm Polus vnus sit D, cuius data est proiectura H, erit alter Polus G, eiusque proiectura K. D

Rursus si E F ea ratione secetur in H, per 10. sexti Euclidis, vt sit E H ad H F quemadmodum A B ad A C: dico H alterum Polorum esse. Nam quoniam propter subcontrarias sectiones trianguli C A F per lineas B C & E F, similia sunt triangula A B C & A E F, erit vt A B ad A C, ita A E ad A F. Cùm verò sit per constructionem E H ad H F, vt A B ad A C, erit quoque per 11. quinti Euclidis E H ad A F, quemadmodum A E ad A F: quare per conuersionem tertiæ propositionis sexti Euclid. erit angulus E A F sectus bifariàm; ac proinde æquales peripheriæ B D & D C per 26. tertij Euclidis; ideoque D primitiuus Polus, eiusque proiectura H. E

Præterea abscindat A H abs P B & P F æquales portiones P O & P H: dico H Polum esse circuli B C. Quoniam enim per 5. primi Euclidis æqualis est angulus P H O angulo P O H, hic verò æqualis A O B per 15. primi Euclidis, erit quoque P H O angulus angulo A O B æqualis: sed in triangulis A E H & A B O præter hos æquales angulos, æquales quoque sunt A E H & A B O propter triangulorum A B C & A E F similitudinem: igitur & reliqui B A O & H A E inter se sunt æquales per 32. primi Euclidis: quare per ea quæ iam ostensa sunt, H Polus est; quod erat probandum.

CONSECTARIVM I. F

Obliquæ proiecturæ Polus ab vtroque centro, vero scilicet & apparente, distat.

EX dictis facilè colligi potest, obliquæ proiecturæ Polum ab vtroque centro, vero scilicet & apparente, diuersum esse; quod sigillatim ostendendum est. Ac primò à vero ac proprio centro differre sic demonstrari potest: Quoniam angulus E A F per eam quæ ab oculo A ad Polum spectatum H protenditur, sectus est bifariàm, erunt per 3. sexti Euclidis

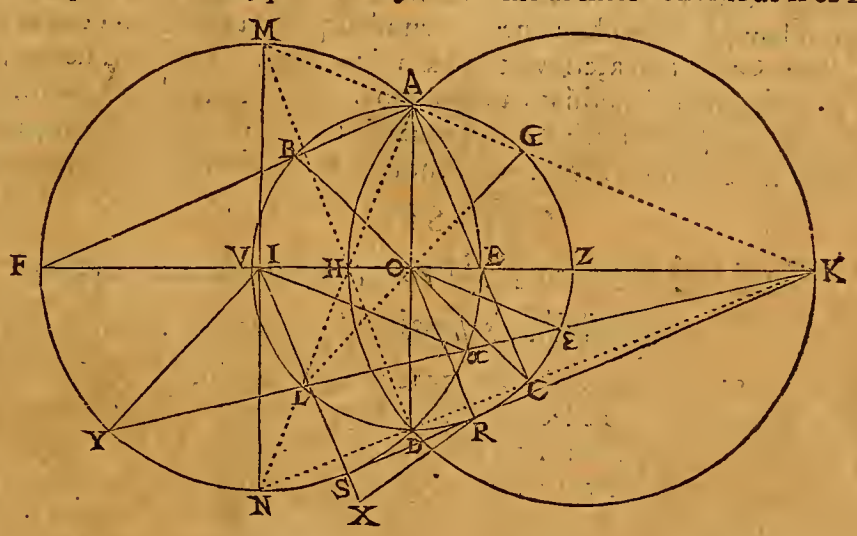
A clidis basis E F segmenta E H & H F lateribus A E & A F proportionalia: at latera A E & A F inæqualia inter se sunt, propterea quòd opticus conus, quo obliquus circulus B C aspicitur, scalenus sit: igitur & basis segmenta E H & H F inæqualia erunt; quocircà non potest H verum proiecturæ E F centrum esse.

Deinde aliud esse centrum apparens à Polo obliquæ proiecturæ E F, ex eo probatur, quòd ea quæ ab oculo A ad centrum apparens proiecturæ ducitur, ipsam B C secet bifariàm: cùm ergo in triangulo A B C inæqualia sint latera A B & A C, erit & angulus B A C non ex æquo diuisus per conuersionem quinti lemmatis libri 4. at per eam quæ ab oculo ad Polum apparentem ducitur, angulus B A C in duos ex æquo dispescitur; itaque non
B potest idem esse punctum H, seu Polus, & centrum proiecturæ apparens.

CONSECTARIVM II.

Quæ à cõmunibus sectionibus directæ & obliquæ proiecturæ maximorum circulorũ per Polos obliquæ proiecturæ producuntur rectæ lineæ, eæ in extremitates diametri obliquæ proiecturæ terminãtur.

HVC etiam spectat ea obseruatio in maximorum circulorum proiecturis, A B D C quidem directa, obliqua verò A F D E, quòd ductę à cõmunibus intersectionibus A & D
C per H Polũ obliqui circuli rectæ lineæ A N & D M in diametrũ proiecturæ obliquæ ad signa M & N terminẽtur; quoniam enim angulus C A N ad vtriusque circuli
D A B D C & A F D E circumferẽtiam constituitur, erũt per 39. lemma huius arcus E N & C L angulo



N A C comprehensi similes: sed C L arcus est sui circuli quadrans, quòd à Polo L ad C peripheriam obliqui circuli B C protendatur: ergo & N E circuli A F D C quadrans erit: at simili modo recta D M quandrantem ab E intercipit E M: igitur iuncta M N diametrus erit circuli A F D E, ad quam rectæ A H & D H productæ perueniunt.

E Et si ab altero Polo K per A & D communes inter sectiones maximorum circulorum A B D C & A F D E rectæ protendantur K A, K D: dico illas quoque in diametrum M N obliquæ proiecturæ incidere. Quoniam enim M E & E N ostensi iam sunt quadrantes circuli A F D E, erit M E N semicirculus: quare qui in eo sunt anguli M A N & N D M recti sunt per 31. tertij Euclidis: sed & recti sunt H A K & H D K, vtpote in semicirculis: igitur per 14. primi Euclidis rectæ erunt ipsæ lineæ quæ ex K per A & D ad M & N protendunt: vnde si inueniendi sint Poli obliquę proiecturæ A F D E, ducta diametro M N ad normam ipsi F E, ducantur N A & M D, item M A & N D protrahantur vsque in K, eruntque H & K Poli.

CONSECTARIVM III.

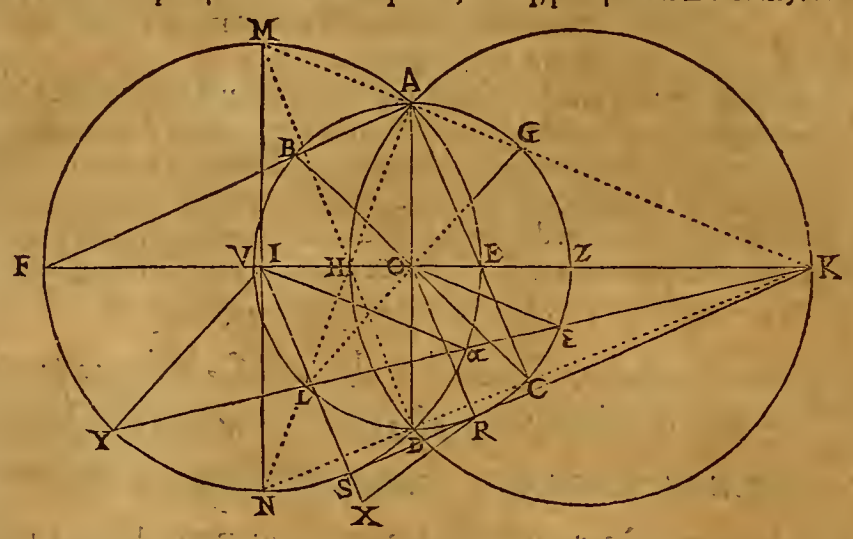
F

Si ab externo Polo educta recta linea directam proiecturam circuli maximi contingat, ea producta in contactum obliquæ proiecturæ maximi circuli incidet.

PRÆTEREA si recta K R circulum tangat in R, iuncta O R, ductaque I S ipsi O R parallela, dico eamdem K R productam circulum quoque A F D E in S contingere. Quoniam enim N I O & D O I recti sunt; erunt I N & O D parallelæ per 28. primi Euclidis:

at

at ostensum est consectario 2. rectam K D productam in N incidere: igitur æquiangula erunt triangula K O D & K I N per 4. lemma libri quinti; ideoq; per 4. sexti Euclidis, vt K O ad K I, sic se habebit O D ad I N: sed I S ipsi I N, & O R ipsi O D sunt æquales per circuli definitionem: quare per 7. quinti Euclidis vt K I ad I N, ita eadem K I ad I S, & vt K O ad O D, ita K O ad O R, & permutando vt K I ad K O, ita I S ad O R: ergo quæ ex K ad R ducitur recta linea producta in S incidit: si enim negetur in S incidere, dicatur in aliud quoddam punctũ cadere lineæ I S quodcũque, puta X: igitur cùm in triangulo I K X parallelæ sint I X & O R, erit vt K I ad K O, sic I X ad O R, quod fieri nequit, quia ostẽsa iam est I S ad O R quemadmodũ K I ad K O: quocircà K R producta in S cadit: at rectus est angulus I S K per 29. primi Euclid. quòd posita sit I S ipsi O R parallela, sitq; angulus O R K rectus; itaque K S circulum A F D E in S contingit per 16. tertij Euclidis; quod erat probandum.



CONSECTARIVM IV.

Educta ab externo Polo recta linea, de maximorum circulorum proiecturis similes peripherias rescindunt.

RVRSVS ducta ex Polo K quacumque recta linea K Y, quæ vtrumque circulum A B D C & A F D E secet: dico arcum F Y arcui V L, & arcum E α arcui Z ε, item Y D α arcum ipsi L D ε similem esse. Quoniam per 2. consectarium recta est linea K D N, & parallelæ sunt rectæ lineæ I N & O D, erunt æquiangula ipsa triangula K I N & K O D per 4. lemma libri quinti, ac proinde per 4. sexti Euclidis vt K O ad K I, sic se habebit O D ad I N: iungantur ergo O L & I Y, quoniam æqualis est I Y ipsi I N, & O L ipsi O D per circuli definitionem, erit quoque vt K O ad O L, ita K I ad I Y per 7. tertij Euclidis: sed in triangulis K O L & K I Y communis est angulus K, reliquorum verò vterque I Y K & O L K, minor est recto, quòd K O L & K I Y maiores sint rectis: igitur per 7. sexti Euclidis æquiangula sunt ipsa K O L & K I Y triangula, quorum proinde æqualibus angulis K O L & K I Y similes arcus subtendentur L D Z & Y D E per 39. lemma: his autem sublatis à similibus semicirculis, relinquuntur arcus V L & F Y similes per 19. quinti Euclidis.

Simili prorsus modo ductis I α & O ε, cùm sit I α ipsi I N, & O ε ipsi O D æqualis, erit vt K I ad K O, ita I α ad O ε, & triangulum K I α triangulo K O ε per 7. sexti Euclid. æquiangulum, ideoque & arcus E α arcui Z ε similis peridem 39. lemma huius libri: si igitur à similibus semicirculis F D E & V D Z similes arcus detrahantur F Y, & E α, itemque V L & Z ε, relinquentur Y D α & L D ε similes; quæ omnia erant demonstranda.

PROPOSITIO C. PROBLEMA.

Circulum maximum ex obliquo aspectu descriptum in partes stereographicè distribuere.

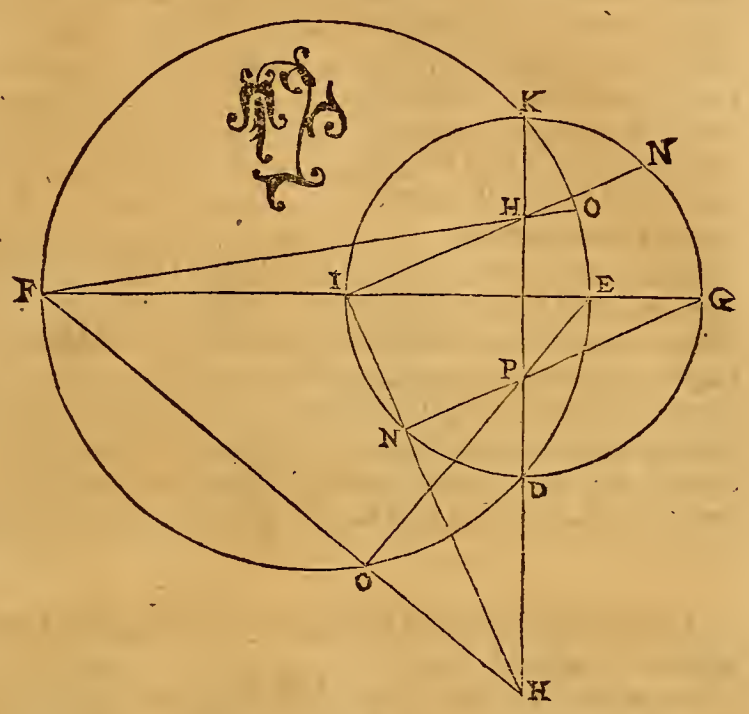
CONSTAT in primis si circulus quicumque maximus vnà cum illis circulis, qui per æquales ipsius partes, & vtrumque Polum incedunt, ex obliquo aspectu in planum transcribantur, proiecturam quoque primitiui circuli per intersecantium sese circulorum proiecturas repræsentando ex æquo diuidi. Nam eadem in proiecturis proprio pacto contingere est necesse, quæ in ipsarum primitiuis circulis antè sunt constituta: at quia laboriosa est hæc ratio, & sæpè propter immanes proiectorum circulorum amplitudines etiam impossibilis,

ea

A ea prętermissa, faciliores modos aliquot subijciemus, inter quos hunc, qui ceteris inuentionis acumine præstat, primo loco proponemus.

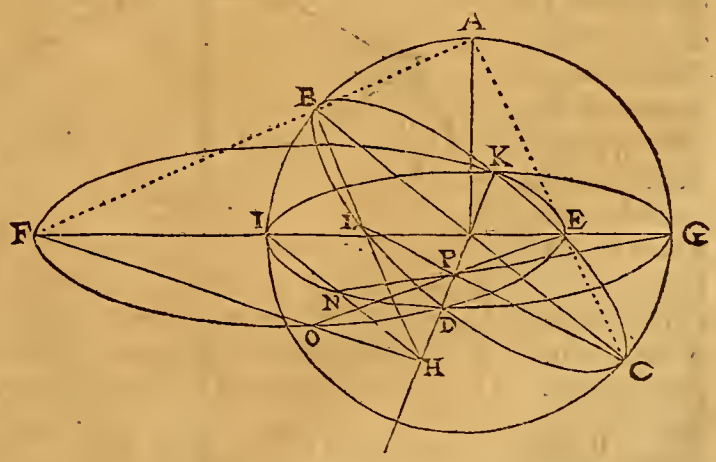
I.

Esto in eodem plano descriptus circulus K I D G quidem vnus è maximis eorum qui in sphęra sunt, ex directo aspectu proiectus: sit verò & K F D E obliqui cuiuspiam circuli etiam maximi proiectura, quę communem habeat cum K I D G circulo diametrum KD: sitque proiectura K F D E in partes ita distribuen-
B da, vt eæ partibus obliqui circuli primitiui secundùm aspectũ respondeant: secetur circulus KIDG in N eo modo, quo obliquus circulus primitiuus sectus proponitur (quod quidem haud difficile erit factu, cùm ambo æquales sint, vtpote
C maximi) deinde producta communi diametro K D quantum opus erit, ab I per N recta agatur, quæ cum K D producta conueniat ad signum H; iuncta F H, quæ proiectum circulum K F D E secet in O: dico O signum



esse diuisionis postulatæ, hoc est circulum K F D E in O ita repræsentando secari, quem-
D admodum reipsa circulus K I D G diuisus est in N. Cuius rei demonstratio fiet illustrior, si alio situ hæc ipsa oculis spectanda exhibeantur.

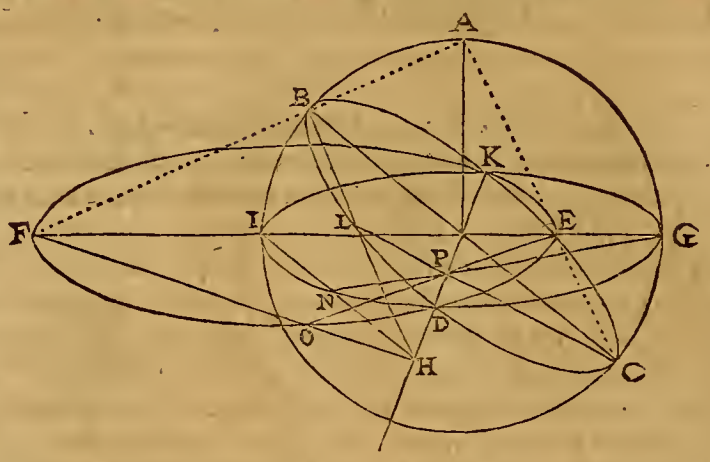
Exponatur sphæra A B C G, in cuius fastigio A oculus sit constitutus, vnde profusis radiis obliquus circulus B D C in circulum D F K E proijciatur; quem primò ostendere oporteat, ita repræsentando sectum esse in O per rectam F H, quemadmodum obliquus circulus B D C reipsa sectus est in L per rectam B H: quoniam enim B H recta est linea, in oculum neutiquam incurrens quantumuis producatur, per-
E spicuum est ipsam formâ rectæ lineæ in planum produci, cuius quidem alterum extremum erit H; siquidem in H primitiua linea B H plano occurrit, alterum verò F, quòd opticus radius A B in signo F planum attingat: igitur tota B H ipsi F H aspectu congruit:



sed & B L arcus arcui F O D secundùm aspectum conuenit: itaque cõmunes quoque se-
F ctiones, quibus rectæ lineæ B H & F H suorum circulorum peripherias intersecant, nempe L & O, in eumdem simul aspectum incidunt.

Deinde si obliquum circulum B D C circa communem diametrum K D ceu consistentem axem circumagi intelligas, futurum est aliquando, vt B in I, & C in G perueniat, totusque circulus B D C K toti circulo I D G K vno in plano incumbat. Quod si factum concedatur, dico & B H ipsi I H exactè congruere, quòd nimirum B punctum in I cadat, reliquum autem punctum H vtriusque circuli plano commune sit, ideoque immotum permaneat. Cùm igitur circulus B D C circulo I D G, & recta B H rectæ I H congruant, erunt & puncta L & N vnum atque idem: quocircà circulus I D G per rectam I H in N eo-

dem prorsus modo secatur, quemadmodum B D C circulus in L per rectã B H. Si itaque permutata vice circulus I D G in N ita secetur, quemadmodũ primitiuus circulus obliquus B D C sectus proponitur, & I N ad communem vtriusque diametrum K D producatur, donec cum eo in H congrediatur, probatũ relinquitur F H secare obliquam proiecturam in O ea secundùm aspectum ratione, qua primitiuus circulus B D C reipsa sectus in L supponitur; quod erat præstandum.



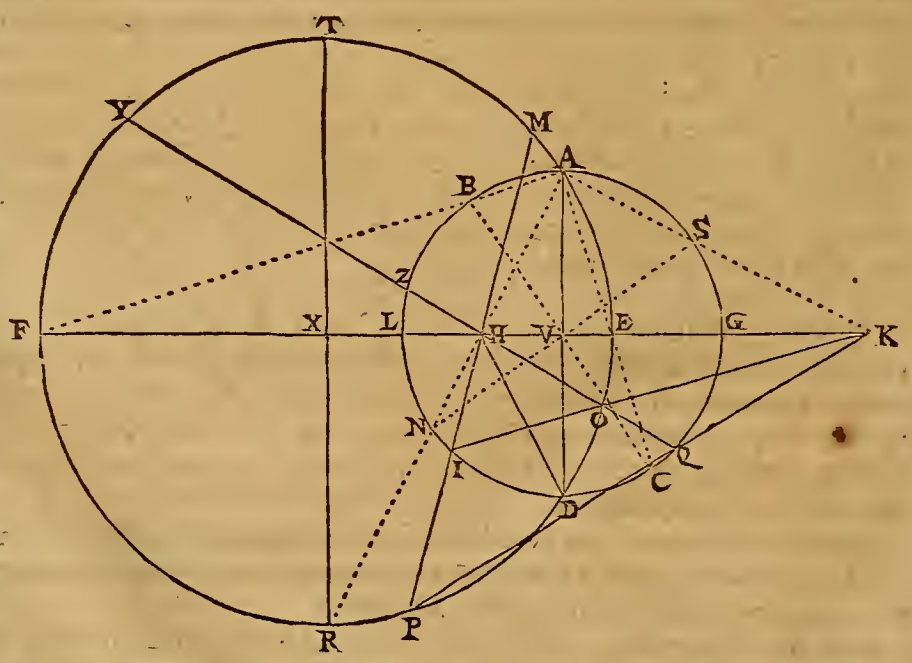
Si propter sectionis obliquitatem nequeat I H per N exactè duci, ex G ad N recta euocetur, quæ K D secet in P, & ex E per P recta protrahatur E O: sic inquam eadem sectio obliquæ proiecturæ habebitur quæ priùs, vt in prima figura apparet, cuius demonstratio ex posteriore schemate petenda est, in quo E O ipsius C L est proiectura; & eo quem antè diximus motu circuli B D C circum K D quiescentem axem, cùm circuli B D C & I D G in vnum planum inciderint, C L in ipsam G N cadet: nam C ipsi G, & L ipsi N congruet: igitur per rectam E O secta erit obliqua proiectura F D E eadem ratione quoad aspectum, qua obliquus circulus B D C in L, vel circulus I D G in N reipsa sectus proponitur.

I I.

Alter modus secandi in partes obliqui circuli proiecturam, priore nihilo minùs expeditus sic se habet.

Sit maximi in sphæra circuli obliqui B C proiectura E D F, eiusque Polus apparens seu internus H, sit item A B D C proiectura illius circuli maximi, qui directè aspectui obijcitur, & cuius diametrus L G. Si igitur ab H ad æquales reipsa partes circuli A B D C rectæ euocentur, dico his quoad opus est productis ipsam quoque obliqui circuli B C proiecturam E D F in partes æquales repræsentando dissecari.

Exempli gratia, sit semicirculus G D L in partes Q, D & I æqualiter distributus, & per singula puncta Q, D & I ex H rectæ educãtur H Q, H D & H I, quæ proiecturam E D F secent in O, D & P: dico Proiecturam E D F punctis O, D & P in partes repræsentatione ęquales sectã esse, sic vt F P tot gradus repræsentet, quot reipsa



continet L I, & E O tot, quot G Q, totque D P & D O, quot D I & D Q; quarum singulæ singulis sint repræsentatione æquales.

Nam cùm lemmate 33. ostensum sit, circulos omnes, qui per aduersos Polos duorum circulorum maximorum ducuntur, ipsos circulos ex æquo diuidere; ostendẽdum nunc est id ipsum hoc loco accidere. Sint itaq; duorum circulorum maximorum diametri B C & L G, quorum alter B C ad aspectum obliquus sit, alter verò L G directus, huiusque summus

A mus Polus A, illius autem imus Polus N, palàm per 33. lemma circulos omnes qui in sphæra per A & N ducũtur, secare ex æquo ipsos B C & L G circulos: igitur si hi omnes circuli in planum extendantur, idem in his proiecturis eueniet, quod in primitiuis circulis. Nam circulus L G ex directo aspectu in circulum A L D G producetur, & circulus obliquus B C in E D F incidet: at ceteri qui in A & N sese intersecant, & per æquales portiones vtriusque circuli B C & L G incedunt, in rectas lineas procident per 91. huius libri propositionem, quæ & commune habebunt congressionis punctum H, nempe ipsius Poli N proiecturam. Vides itaque, id ipsum quod 33. lemmate orthographicè ostendimus, hoc loco stereographicè exhiberi; hoc enim loco A L D G circulus ille idem est, qui in citato B lemmate 33. notatur litteris C D E; illic quidem obliquè Lectori oblatus, hîc verò directè. Deinde circulus hoc loco E D F ille ipse est, qui illic signatur R D T V, vterque quidem ex obliquo aspectu oculi A proiectus; at hîc directè, illic obliquè Lectori propositus. Denique hoc loco H Polus est circuli BC in planum proiectus, vt illic S Polus proiectus circuli F D G: & hîc linea H I P, vt ibi S K T proiecturam repræsentat circuli cuiuspiam ex iis qui per aduersos Polos propositorum circulorum ducuntur. Quare vt in lemmate illo S T secans circulum C D E, in K pariter secat obliqui circuli F D G proiecturam R D V in T; ita hîc H P secat & circulum A L D G in I, & obliquam proiecturam E D F in P. Cùm igitur in lemmate illo peripheria C K sit æqualis peripheriæ F H, & V T sit ipsius F H proiectura; perspicuum est proiecturam D T V in T ita sectam esse secundùm repræsentationem, vt C D H F secta est reipsa in H. Quocircà in præsenti negotio si obliqui circuli Polus sit H, constat rectas ab H per æquales portiones circuli G D L eductas ad æquales quoque partes proiecturæ E D F attinere; quas quidem æquales dico non reipsa, sed repræsentatione: nam licet inæquales sint, vt mox ostendemus; tamen propter obliquam radiorum euibrationem vim habent æquales partes circuli obliqui B C repræsentandi.

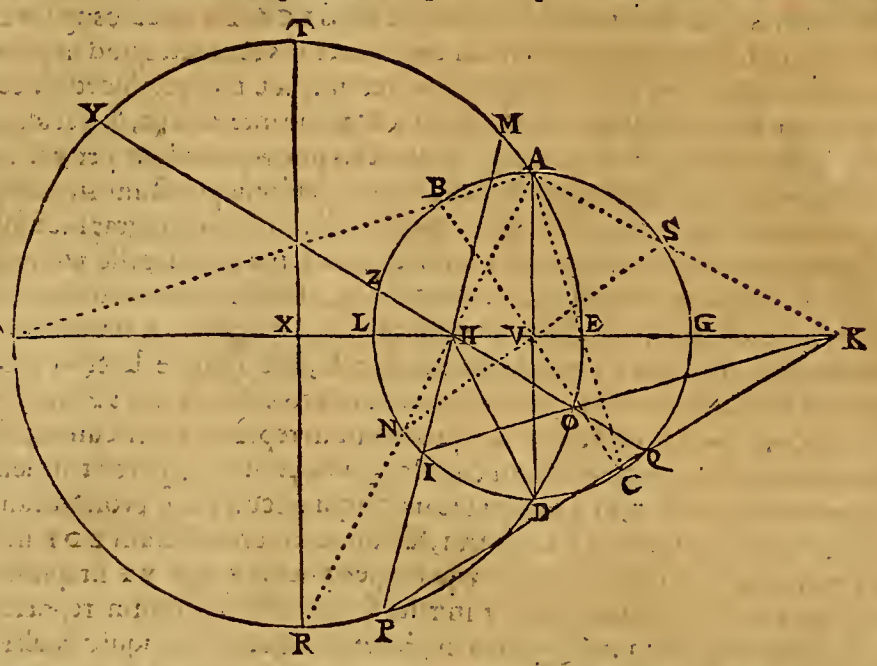
III.

Huic non omnino absimilis est tertius modus distribuendi in partes datam obliqui circuli proiecturam, qui rectas ab externo Polo apparente educit: vt si propinquior oculo Polus sit S, eiusque proiectura K extra sphæram procidens, & circulus G D L in Q, D & I D ex æquo diuidatur; dico rectam K I secare proiectum circulum obliquum E D F in O, & K Q eamdem secare in P secundùm vnam eamdemque rationem: sic vt E O ipsi L I, & F P ipsi G Q sit repræsentatione æqualis; itemque D P æqualis ipsi D Q, & D O ipsi D I; ac omnino singulæ singulis, quæ in oppositis locis sumuntur. Cuius rei demonstratio ex lemmate 34. euidentissimè patet: nam hîc per A & S, illic per A & B, propinquos nimirum Polos, planum extenditur; quod hîc proiecturam in linea K I intersecat, vti illic in recta S K: igitur quæ illic peripheria notatur C K, eadem hîc est L I; & hîc K I, quæ illic S K; obliquæ autem proiecturæ portio quæ hîc E O, illic signatur R T: cùm itaque illic R T propria sit proiectura peripheriæ G H, eaque ostensa sit ipsi C K æqualis, erit quoque eadem R T ipsi C K repræsentatione æqualis; siquidem per 7. quinti Euclidis R T ad æqua- E les C K & G H eamdem rationem habet: quare & in præsenti K I oppositas portiones directæ & obliquæ proiecturæ æquales repræsentando abscindit, nempe E O ipsi L I, & F P ipsi G Q, ac eodem modo ceteras.

IV.

Quarto quoque modo eamdem obliqui circuli partitionem consequemur, ductis quidem per internum Polum H rectis lineis, vt in secundo modo: sed absque directi circuli A B D C præsidio: nam si in obliqua circuli maximi proiectura E A F, præter E F alia quædam recta ducatur linea O Y, quot gradus reipsa æquales totius circuli A E D F continet arcus F Y, totidem repræsentatione æquales continet arcus E O; & contrà, quot F veros gradus E O continet, tot capit secundùm aspectum portio circuli F Y. Itaque si proiecti circuli obliqui quadrans apparens E D bifariàm diuidendus sit, ducatur per X verum centrum proiecturæ recta linea T R normalis ipsi E F, & quadrans F T bifariàm secetur in Y, rectaque per H ducatur Y O: dico apparentem proiecturæ quadrantem E D in O secundùm aspectum diuisum esse bifariàm. Producatur enim Y O in Q: quoniam igitur per consectarium 2. propositionis 99. huius libri A H producta incidit in R, alteram scilicet extremitatem diametri T R, estque T R ipsi A D parallela, quòd ambæ eidem E F sint perpendiculares, erit per 12. lemma libri 4. vt X R ad V A, ita X H ad H V: quare per 40. lemma huius libri arcus G Q & F Y sunt inter se similes; ideoque G Q quemad-

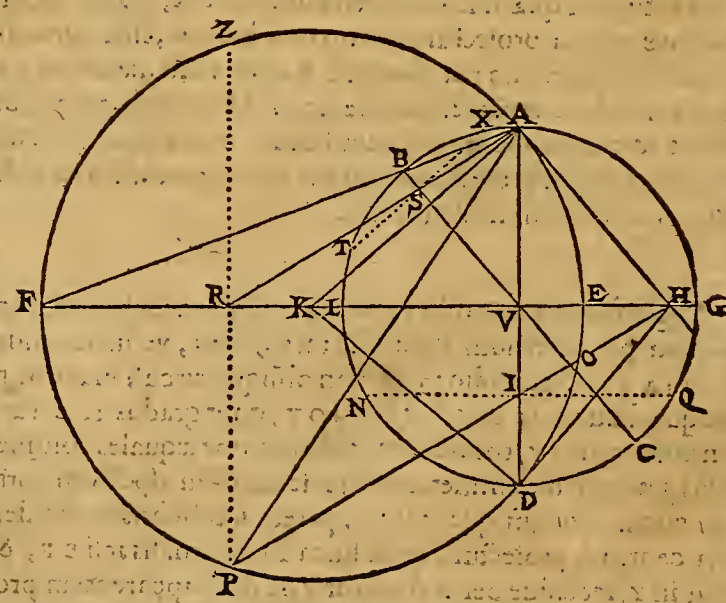
modum F Y dimidia est quadrantis portio: itaque cùm per secundum modum diuidendi obliquá maximi circuli proiecturam constet E O primitiuo arcui G Q repræsentatione similem esse, erit & E O arcui F Y secundùm aspectũ similis: est verò E D quadrantis proiectura, hæc ergo in O ita secta est repræsentãdo, vti F T in Y reipsa: sic cùm per idem 40. lemma huius libri sit arcus E O arcui L Z similis, hoc est æqualem graduum numerum reipsa complectens, estque per 2. modum secandi in partes maximorum circulorum obliquas proiecturas F Y primitiuo arcui L Z repræsentatione æqualis, erit & arcui E O velut primitiuo idem arcus F Y secundùm aspectum æqualis.



Rursus si proiecturæ quadrans D F bifariàm repræsentando diuidendus sit: secetur quadrans verus E T reipsa bifariàm in M, & M H producatur in P: dico factum esse propositum, & quadrantem D F in P sectum esse secundùm aspectum bifariàm. Cùm enim per iam citatum lemma 40. huius libri sit arcus L I arcui E M similis, erit & L I dimidia quadrantis portio: at per 2. modum paulò antè propositum F P ipsi L I repræsentatione est æqualis: igitur quemadmodum E M reipsa quadrantis E T dimidia portio est, ita & repræsentando F P ipsius F D pars est dimidia.

V.

Quintus modus secandi in partes obliquam proiecturam ex lemmate 35. originem habet: est autem eiusmodi. Sit B C Orthographica species obliqui circuli, cuius proiectura ex oculo in A sphæram contingente sit A E D F, circulus autem ex directo aspectu sit A G D L communem habens cum obliqua proiectura diametrum A D: iam si quemadmodum sectus proponitur circulus obliquus circum diametrum B C descriptus, ita diuidenda sit ipsius proiectura A E D F, secetur circulus A G D L in N eo modo quo sectus mente concipitur obliquus circulus circum B C descriptus, sitque peripheriæ L N inuenienda portio obliquæ proiecturæ repræsentatione æqualis: agatur N Q ipsi L G parallela, quæ proinde diametrum A D ad rectos angulos secet in I: deinde ab oculo A ad planum parallela ipsi B C demittatur A H: dico rectam ex H per I productam secare circulum E D F in O & P, sic vt E O & F P tum inter sese, tum ipsis G Q & L N secundùm apparentiam sint æquales. Nam per 35. lemma pla-



A ma planum A H P abſcindit de circumferentia obliqui circuli B C portiones æquales, cuiuſmodi in ſchemate lemmatis 35. eæ ſunt, quæ literis notantur F I & G H: at earumdem ſtereographicæ proiecturæ hîc ſunt F P & E O, vti illic V P & R T: igitur in præſenti ſchemate F P & E O portiones æquales circuli obliqui primitiui B C repræſentat. Quòd autem portiones circuli A G D L, quæ hîc ſignantur G Q & L N, illic verò literis E L & C K, æquales ſint illis quas planum A P H reſecat à circuli obliqui peripheria, per 6. lemma huius libri perſpicuè poteſt demonſtrari: ſiquidem vt in ſchemate lemmatis 35. videre licet diametrus Z D, (quæ hîc notatur A D) vtrique circulo, directo ſcilicet C D E, & obliquo F D G communis eſt, planoq́, A S P vno in puncto ſecatur, nempe in X, ac rurſus pla-
B no A V R vno in puncto ſecatur O: à quibus ſectionum punctis X & O, cùm perpendiculares ad vtriuſque circuli peripheriam excitatæ ſint F G & I H, itemque C E & K L, erit per iam citatum 6. lemma vt F I ad G H, ita C K ad E L: ſed F I æqualis eſt ipſi G H: igitur & C K ipſi E L eſt æqualis.

Ex quo patet, ſi circulus A G D L in partes æquales diuidatur, initio facto à G L; bina autem ſectionum loca æquè ab G L diſſita rectis lineis iungantur ipſi G L parallelis, cuiuſmodi hîc vna eſt N Q ſecans diametrum A D in I, nullo negotio ipſam quoque obliqui circuli B C proiecturam E D F in partes æquales repræſentando diuidi, ſi nimirum ab H per ſingula puncta, quibus A D à parallelis attingitur, rectæ traijciantur lineæ: hæ namq; & circulum E D F in partes repræſentatione æquales diſpeſcunt, cùm ſingulæ earum bi-
C nas vtrimque partes æquales aſſumant; vt iam eſt demonſtratum.

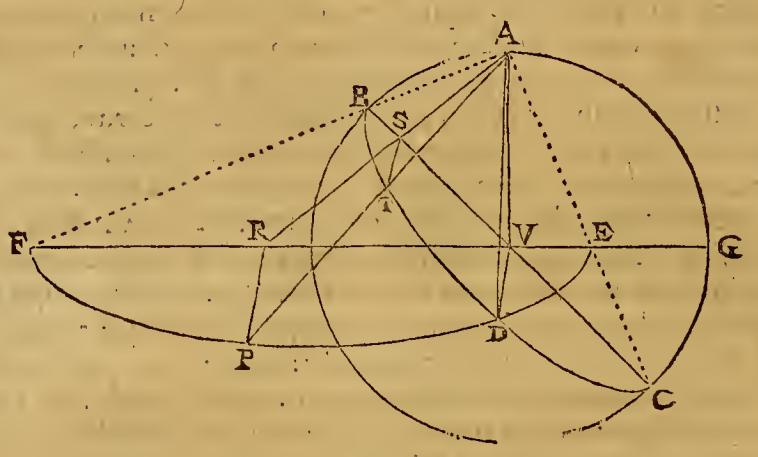
Oſeruatione dignum hoc loco ducimus, rectas A H & H D circulum A E D F in A & D contingere. Sit enim K circuli A E D F centrum, eiq́ue rectæ adiungantur A K & D K: quoniam igitur propoſitione 98. huius libri oſtenſum eſt A K ipſi B C perpendicularem eſſe, erit in eadem A K ipſi quoque A H perpendicularis per 29. primi Euclidis, quòd ſcilicet A H & B C ex hypotheſi ſint parallelæ: itaque H A K rectus eſt angulus; ac proinde H A circulum A E D F in A contingit per 16. tertij Euclidis. At cùm in triangulis H A K & H D K latus H A lateri H D ſit æquale per 4. primi Euclidis, (quòd videlicet circum rectos angulos A V H & D V H latera A V & V D per 3. tertij Euclidis ſint æqualia; latusq́ue H V commune) & eamdem ob cauſam ſit æquale latus A K lateri D K, baſisq́ue H K vtri-
D que communis, erit per 8. primi Euclidis & angulus H D K angulo H A K æqualis, hoc eſt rectus; atque idcircò H D circulum A E D F in D contingit per 16. tertij Euclidis.

Sed & hoc dignum eſt admiratione, quî fieri poſſit vt F E & P O productę concurrant in H, cùm parallelarum ſint proiecturæ. Si inquam parallelæ, quas F E & P O repræſentant, quantumuis productæ numquam concurrant, fieri omnino nequit vt punctum aliquod commune habeant: quo igitur pacto F E & P O productæ in commune punctum H incidunt? an puncto H ſignum aliquod primitiuis parallelis commune reſpondet? Inexplicabilis in ſpeciem eſt hic nodus, cùm & neceſſarium & impoſſibile ſimul concludere videatur: verùm haud difficilis erit eius diſſolutio, ſi ea quæ ad hanc rem præcipuè faciunt, in ſchemate lemmatis 35. oſtendantur: intelligas igitur Lector, quam hîc
E F E nominauimus, illic expreſſam literis V R; P O verò literis P T; parallelas autem, quas V R & P T repræſentant in circulo obliquo F D G, eſſe F G & I H. Explicandum ergo quo pacto coire V R & P T in S poſſint, cùm parallelarum F G & I H ſint proiecturæ. Reſpondeo punctum S non exhibere in plano punctum aliquod commune parallelis F G & I H, cùm hæ nil commune habeant; ſed nec habere quidem poſſint, licet infinitè producantur. Eſt porrò S velut negatio quædam, ſeu punctum illud, ad quod parallelæ, quamuis in infinitum protendantur, numquam tamen perueniunt: quæcumque autem in lineis V S & P S ſunt puncta præter S, omnia propriis quibuſdam punctis parallelarum F G & I H productarum reſpondent, ita vt parallelarum partes quò longiùs abſiſtunt, eò propiùs ipſi S proiectionum loca ſortiantur. Deinde eſt etiam punctũ S terminus ille, in quem re-
F motiores partes parallelarũ plano exceptæ ſenſim inclinant: conſtat enim parallelas F G & I H cùm obliquè oculo obijciantur, nequaquam in veras parallelas procidere: ergo remotiora illarum inuerualla magis ſemper magisq́; cõtrahuntur: quare neceſſe eſt proiecturas ipſas in aliquod punctum cõtendere, nempe S, quo ipſarum inclinatio definiatur.

VI.

Sextus modus proximo non multò operoſior, reſumpto eodem ſuperiore ſchemate quinti modi ita explicatur: Sit idem qui ſuprà maximus ſphæræ circulus A B C G, qui & ſphæram repræſentet: ſit & alius circulus circa diametrum B C, ipſi quidem A B C G cir-

culo rectus, at secundùm oculi A aspectum obliquus: hic ita animo concipiendus est, A
ac si in rectam lineam B C orthographicè profusus sit ex perpendiculari aspectu eius, qui hanc paginam directò intuetur. Sit autem eiusdem circuli B C Stereographica proiectura E D F, quam ita repræsentando secare oporteat, quemadmodum obliquus circulus primitiuus B C sectus proponitur: secetur B C in S per 12. propositionem libri huius, ea ratione vt S eam circuli obliqui sectionem orthographicè repræsentet, in quam is sectus supponitur; secetur inquam circulus A B C G in T, sic vt B T peripheriæ obliqui circuli propositæ sit æqualis, ex T verò ad diametrum B C perpendicularis ducatur T S: hæc ipsam B C in S ita secabit per 12. huius, vt S puncto orthographicè respondeat. Deinde punctum S ab oculo A in planum E F stereographicè transferatur; occurret autem ei in R: B
igitur ab R ducta perpendicularis R P, proiecturam F D E eo pacto secabit in P, quemadmodum obliquus circulus primitiuus circa B C initio sectus fuit in T; quod facilè poterit demonstrari, si peculiari schemate iidem circuli, mutata paululùm dispositione, spectandi exhibeantur.



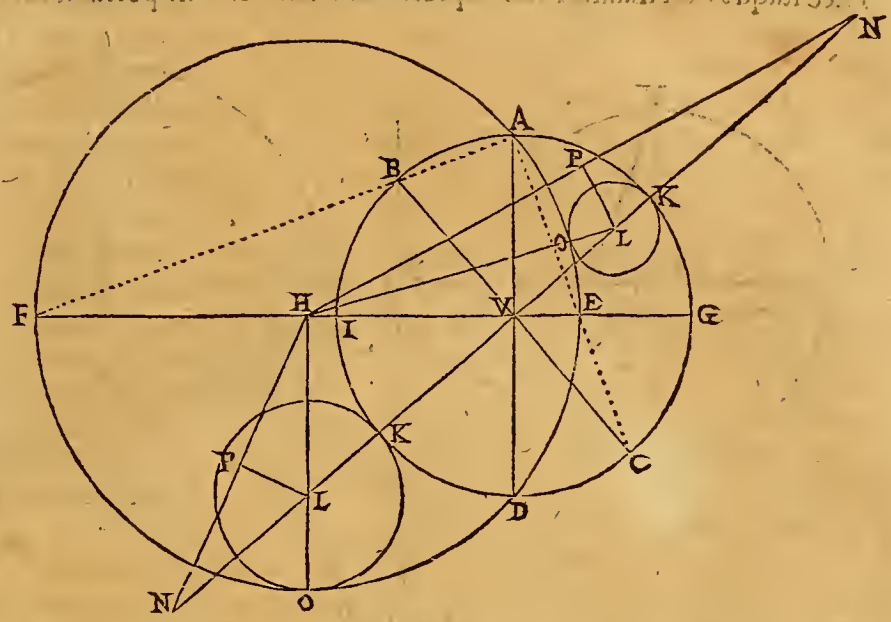
Sit obliqui circuli B D C Stereographica proiectura F D E, propositum autem sit obliqui circuli signum T in proiecturam F D E transcribere: ducatur T S ipsi B C perpendicularis, & ab A per S radius procidat, qui plano occurrat in R: erit igitur proiecturæ diametrus F E in R ita secta secundùm Stereographiæ leges, quemadmodum obliqui circuli B D C diametrus B C secta est in S per 6. libri huius. Quocircà ad R perpendicularis ipsi F E constituatur R P, quæ proiecturam F D E secet in P: dico P ipsius T proiecturam esse, & F D E in P ita repræsentando sectam esse, quemadmodum B D C circulus initio sectus proponitur in T. Quoniam enim A V plano F D E secundùm perpendiculum insistit, erit quod per ipsam ducitur planum A F E ad idem ipsum planum F D E rectum per 18. vndecimi Euclidis. Rursus quia planum obliqui circuli B D C ad planum A F E rectum est ex hypothesi, erit & T S, quæ ad B C communem vtriusque plani intersectionem rectis angulis adiuncta fuit, eidem plano A F E recta per 4. definitionem libri vndecimi Euclidis: sed & P R eamdem ob causam ad planum A F E recta erit: igitur T S & P R parallelæ inter se erunt per 6. vndecimi Euclidis: quare A S R in eodem est cum ipsis plano: sed A P cum A R & R P in vno est plano per 2. vndecimi Euclidis: itaque & T S in eodem est cum A P plano: quamobrem A P secat ipsam T S, at non alio in loco, E
quàm vbi eadem T S secat obliqui circuli B D C peripheriam, cùm punctum P in eadem circuli B D C peripheria radio A P proiectum sit: igitur A P per T transit: atque eapropter vt circulus D B C in T sectus est reipsa, ita circuli proiectura F D E repræsentando secta est in P; quod erat demonstrandum.

VII.

Septimus modus, quo quidem totus circulus in partes commodè secari non potest, sed tantùm quædam eius partes maiores designari, ex lemmate 36. pendet: is tametsi ceteris aliquantò impeditior esse videatur, habet tamen insignem contemplationem.

Esto obliqui circuli B C proiectura A E D F, in qua oporteat punctum designare, quod dato puncto circuli obliqui aspectu respondeat. Sumatur in circulo A B D C punctum K, F
sic vt arcus D K æqualis sit illi, qui in obliquo proponitur circulo, quiq; in planum transscribi postulatur: ex centro V per K recta producatur, vsque dum fiat K N semidiametro proiecturæ H E vel H F æqualis: iunctaque H N bifariàm diuidatur in P, & ex P ipsi H N perpendicularis excitetur P L: dico H O, quæ ex obliquæ proiecturæ centro H per L traijcitur, auferre de obliqui circuli proiectura arcũ D O arcui D K repræsentatione æqualem. Nam cùm in triangulis L P H & L P N latus H P lateri P N ex constructione sit æquale, P L verò vtrique commune, & angulus L P H angulo L P N æqualis, vtpote rectus vterque, erit per 4. primi Euclid. & basis L H basi L N æqualis. Rursus cùm ex cõstructione æqualis

A lis sit K N ipsi H O, si ab his æqualibus æquales portiones detrahantur L H & L N, relinquentur L K & L O æquales: quare si centro L, interuallo autem L K vel L O circulus describatur, tanget is vtrumque circulum A B D C & A F D E, vti perspicuum est; & circulum quidẽ A B D C continget in K, circulum verò A F D E in O: nam per 11. tertij Euclidis H O per centra H & L acta, etiam per internũ contactum transit, nempe O: sic V L, quæ per centra V & L traijcitur, in externũ contactum K incidit per 12. tertij Euclidis: itaque circulus K O circulum A B D C in K, circulum verò A F D E in O contingit: quamobrem per 36. lemma huius libri æquales aspectu sunt arcus D O & D K; atque ideò obliqui circuli proiectura A F D E in O ita repræsentando secta est, quemadmodum circulus A B D C reipsa sectus est in K; quod erat faciendum.



Aliter idem consequemur, si producta vt priùs V K fiat K N æqualis semidiametro proiecturæ, iunctaque H N ducatur H O, sic vt angulus N H O angulo H N K sit æqualis. Hinc enim per 6. primi Euclidis ostendentur & latera L H & L N trianguli H L N æqualia esse: quare & cetera quæ iam dicta sunt, eodem ordine consequentur.

Ex his facile erit quamplurimos alios modos excogitare, quibus obliqua proiectura in partes repræsentando secari possit. Quot enim modis primitiuus circulus reipsa secatur in postulatas partes, totidem modis eius quoque diuidetur proiectura, si quæ in primitiuis circulis assumuntur, ea ipsa in plano stereographicè exhibeantur: nam, vti non semel diximus, eadem in proiecturis secundùm aspectum obueniunt, quæ in primitiuis circulis reipsa antè sunt constituta.

PROPOSITIO CI. PROBLEMA.

Circulum non maximum ex obliquo situ proiectum in partes repræsentando dissecare.

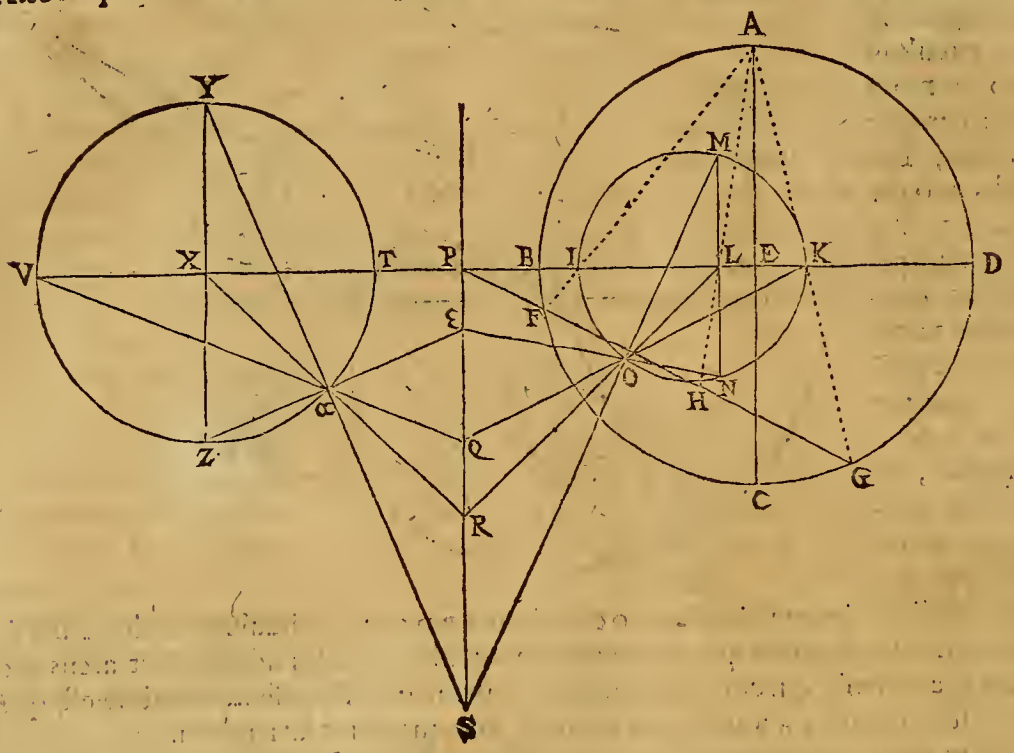
QVEMADMODVM circuli maximi, ita & non maximi pluribus modis in quaslibet partes secũdùm aspectum scindi possunt, qui omnes à primitiua sphæra proueniunt: nam vti paulò antè dicebamus, quot modis reipsa primitiui sphæræ circuli, totidem proiecti in propositas partes repræsentando distribuuntur. Verùm ne multitudo memoriam Lectoris obruat, ex innumeris paucos dumtaxat afferemus, eosque faciliores, atque ad vsum magis accommodatos, ac iis quodammodò similes, quibus maximos circulos secandos esse superiore propositione docuimus.

I.

Primus itaque modus, illique similis quem superiore propositione primo loco proposuimus, sic se habet: Esto maximus sphæræ circulus A B C D sphæram ipsam orthographicè repræsentans, in eoque F G sit circuli cuiusdam non maximi forma secundùm Orthographiæ leges in lineam proiecta, cuius centrum H, ductis ex H oculi loco radiis A F, A H, A G, qui rectam B D secent in I, L & K, erit circum I K descriptus circulus, circuli pri-

mitiui F G Stereographica proiectura per propositionem 96. & 97. eiusque centrum apparens L, ac vna quidem diametrus apparens I K; altera verò huic ad rectos excitata angulos M N. A

Hæc itaque non maximi circuli proiectura I M K N si in postulatam rationem secan-



da sit, producatur D B versus B infinitè, ac ipsa etiam G F producatur ex parte F, donec cum D B producta conueniat in P: deinde fiat P T ipsi P F, T V verò ipsi F G æqualis, & circum T V circulus describatur, qui ipsi F G circulo primitiuo proiecturæ I M K N æqualis erit, quod vtriusque diametrus T V & F G ponatur æqualis: tum per signum P ad rectos ipsi D V angulos constituatur P S in infinitum producta. Demum secetur circulus T V primùm quidem quadrifariàm per rectas T V & Y Z ad normam decussatas, quarum proinde communis intersectio X circuli centrum erit. Erit ergo huius circuli quadrans T Z quadranti proiecturæ I N repræsentatione æqualis, quoniam totus circulus T V primitiuo circulo F G est æqualis. Quare si quadrans T Z secetur vt lubet in α, & per α ex centro X recta ducatur, quæ ipsi P S occurrat in R; ab R verò eadem ad centrum proiecturæ L inflectatur, secans proiecti circuli peripheriam in O: dico O punctum puncto α aspectu respondere, idemque punctum haberi, si recta ab V per α ad Q, hinc verò ad punctum K reflectatur; vel si Y S in M, aut Z ε in N reducatur. D

Quod in hunc modum potest demonstrari: Quoniam circulus F G, itemq; planum B D in quod eius proiecta forma excipitur, recta sunt ad circulum A B C D, in cuius fastigio est oculus, si vtriusque circuli planum producatur, tandem sese intersecabunt, eritque illorum communis intersectio P S, eaque recta ad idem planum A B C D vndique productum per 19. vndecimi Euclidis: quare & ad V D communem huius & plani cui proiectura inscribitur intersectionem recta erit per 3. definitionem vndecimi Euclidis: quocircà si planum per S P G extensum, & in quo circulus primitiuus F G procumbit, circa P S velut quiescentem axem moueri intelligatur donec punctum F in T, & G in V, centrum autem H in centrum X, totusque circulus F G in circulum T Y V Z incidat (quod sanè eueniet, cùm posita sit P T ipsi P F, & T V ipsi F G æqualis) erit itaque circuli T Y V Z inuersus situs: nam punctum I ipsius T proiectura erit, & K ipsius V, & quadrans T Z primitiuus erit ipsius I N quadrantis, & Z V reliqui N K: sola autem puncta Y & Z proprium situm retinent; siquidem M ipsius Y, N verò ipsius Z est proiectura. Si itaque circulus F G secetur vt lubet, quemadmodum T Z in α, & per sectionis punctum à centro, vel cuiuspiam diametri extremitate recta ad P S educatur, hæc ad centrum proiecti circuli I K, vel ad extremitatem respondentis diametri inflexa secabit proiectum circulum in puncto O, quod puncto α secundùm aspectum responder, vt ex eadem demonstratione apertè conuincitur, qua superiore propositione primum modum secandi in partes maximorum circulorum proiecturas explicauimus. E F

II. Se-

A

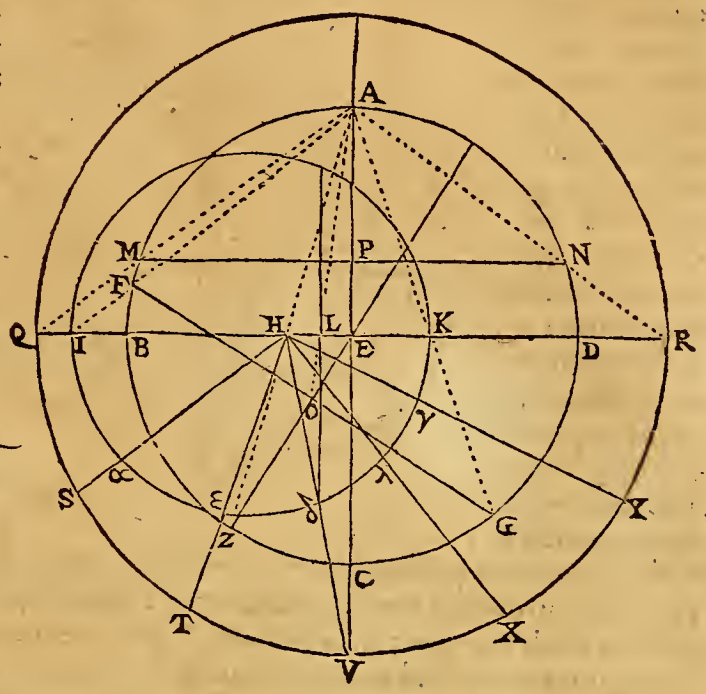
II.

Secundus modus omnium ſanè expeditiſſimus is eſt, qui ſecundo modo præcedentis propoſitionis reſpondet.

Sit vt priùs Æquator A B C D, cuius centrum E; ſitque obliquus circulus non maximus I δ K ex primitiuo F G deſcriptus ſecundùm oculi conſtitutionem in A, cuius Polus H ex

B primitiuo Polo Z, & centrũ apparens L ex O centro primitiuo transumptum: fiat porrò E P ipſi E O æqualis, ducaturq; M N parallela ipſi B D, quæ tanto interuallo à cẽtro E diſtet, quanto F G; profuſiſque radijs A M Q & A N R circum Q R circulus deſcribatur ex eodem centro E, qui proinde ipſius primitiui

C circuli M N proiectura erit. His peractis, ſecetur circulus Q R in partes æquales per puncta S, T, V, X, Y, quæ & repræſentatione



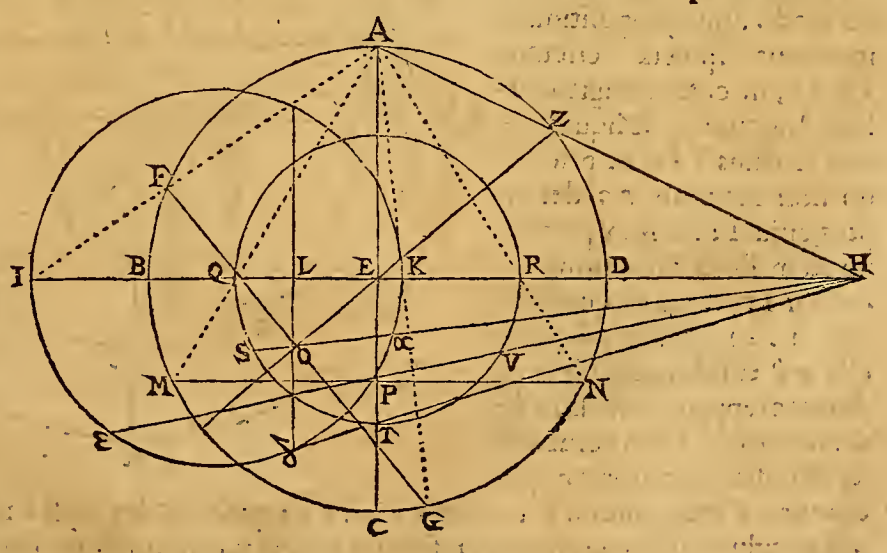
æquales inter ſe erunt per propoſitionem 94. huius libri; acceptoq; circuli I K Polo apparente H, rectæ ex H ad puncta ſecti circuli Q R deſtinentur, factumque erit quod poſtulatur: nam hæ ipſum quoque circulum I K in partes repræſentatione æquales diſtinguunt in punctis α, ε, δ, λ, γ. Huius effectus demonſtratio, quoniam ſimilis prorſus eſt illi, qua ſuperiore propoſitione maximos ſphæræ circulos ex obliquo aſpectu proiectos ſecundo loco in partes diuidi poſſe oſtendimus, aperteque ex 33. lemmate ſequitur; eam

D Lectori colligendam breuitatis cauſa relinquimus.

III.

Eodem pacto eductis ab externo Polo H lineis, circuli non maximi partitionem in obliqua proiectura inſtituemus. Eſto idem qui ſuprà maximus ſphæræ circulus A B C D, in

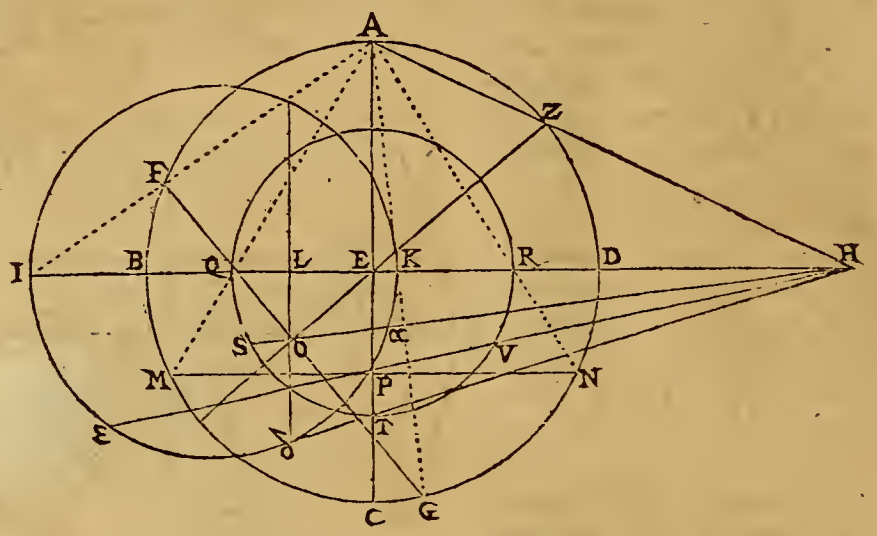
E eoq; circulus F G obliquus ad aſpectũ A, & non maximus orthographicè in rectam lineam tranſcriptus, cẽtrum habens O, eius verò Stereographica proiectura ſit I K,



F externuſque Polus H ex primitiuo Z proiectus, cuius beneficio obliquum circulum I K in datam rationem ſecare oporteat.

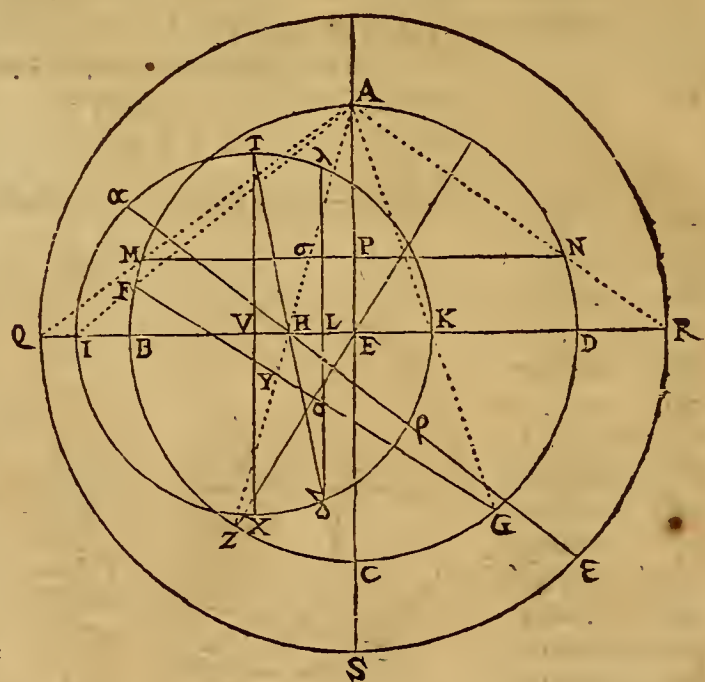
Fiat vt ſuprà E P ipſi E O æqualis, & per P recta ducatur M N ipſi B D parallela, quæ orthographicè circulum repræſentet non maximum Æquatori B D parallelum, & æquè ac F G à centro E diſiunctum, ideoque ipſi F G æqualem per 6. primi Sphæricorum Theodoſij: ipſius porrò M N Stereographica proiectura ſit Q R radijs A Q M & A R N transumpta, cuius ſemicirculus Q T R bifariàm diuidatur in T, & ab H per T recta agatur H δ: dico obliquæ proiecturæ I K ſemicirculum I δ K in δ bifariàm repræſentando diuidi. Deinde à puncto Q ad S arcus ſumatur Q S graduum triginta: dico rectam H S abſcindere

dere de proiectura obliqua arcum K α graduum triginta secundùm oculi repræsentationem. Rursus fiat arcus R V ipsi Q S æqualis; dico & I ε, quem à proiecturæ circumferentia abscindit recta H ε, ipsi K α æqualem esse. Demum si circuli Q T R quadrans Q T in partes siue æquales siue cuiuscumq; rationis diuidatur, & ab H ad singula diuisionũ puncta rectæ destinentur: dico his proiecturæ I δ K quadrantem K δ in partes diuidi partibus quadrãtis Q T repræsentatione æquales; ac proinde similes: quo etiam pacto rectæ ab H per æquales portiones quadrantis R T actæ, æquales partitiones in obliqui circuli quadrante I δ exhibebunt. Quæ omnia ex demonstratione tertij modi superioris propositionis, & ex 34. lemmate meridiana luce clariora existunt, cùm lemma illud omnibus æqualibus circulis, tam non maximis quàm maximis vniuersè conueniat, & demonstrandi forma iam propositione antecedente tradita sit.



IV.

Rursus ex quarto modo superioris propositionis similis praxis elici potest, qua non maximi circuli iuxtà ac maximi in partes æquales repręsentando secari possunt, rectis lineis ab æqualibus portionibus ipsiusmet obliquæ proiecturæ per apparentem alterum Polum traiectis. Esto vt in secundo modo huius propositionis, maximus sphæræ circulus A B C D, in cuius fastigio oculus ad signum A; obliquus autem circulus I δ K ex primitiuo non maximo F G descriptus, cuius Polus H ex primitiuo, item Polo Z transumptus: dico si I T verus sit quadrans circuli I T K, ducta T δ per H esse K δ eiusdem circuli quadrantem apparentẽ; & si I α dimidius sit quadrans verus, esse K ρ dimidiam portionem quadrantis K δ apparentem. Fiat enim E P ipsi E O æqualis, & per P ipsi B D parallela ducatur M N circulum orthographicè repręsentans non maximum, ipsi F G æqualem, ductisq; radijs A M Q & A N R, circulus describatur Q S R, qui ipsum M N stereographicè repræsentet.



His ita constructis, propositi demonstrationem aggrediamur. Quoniam propositione 96. ostensum est in triangulo I A G sectiones I K & F G subcontrarias esse, triangulaque I A K & G A F æquiangula, erit quoque in triangulis I A H & G A Y, angulus A I H angulo A G Y æqualis: cùm verò arcus F Z & Z G sint æquales, erit in iisdem triangulis angulus quoque I A H angulo G A Y æqualis: quare & reliquus reliquo, ipsaque triangula æquiangula, eorum proinde latera proportionalia erunt per 4. sexti Euclidis: igitur vt A I ad I H, sic se habet A G ad G Y; & permutando, vt A I ad A G, ita I H ad G Y: sed vt A I ad A G, ita quoque est I K ad G F propter triangulorum similitudinem: itaque per 11. quinti Eu-

A ti Euclidis, vt I K ad G F, ita est I H ad G Y; vt autem I K ad G F, ita ipsarum dimidia I V ad G O per 15. quinti Euclid. quare per eamdem 11. quinti Eucl. vt I V ad I H, ita G O ad G Y, & diuidendo per 17. quinti Euclidis, vt I V ad V H, ita G O ad O Y. Rursus quoniam in triangulis A P σ & Z O Y anguli ad P & O recti sunt, ideoque æquales, itemque P A σ & O Z Y in Isoscele A E Z ad basin A Z æquales per 5. primi Euclidis, erunt & reliqui A σ P, Z Y O inter se æquales, ipsaque proinde triangula A P σ & Z O Y æquiangula, quorum proinde latera sunt proportionalia per 4. sexti Euclidis: sunt verò A P & Z O, quæ ab æqualibus A E & Z E ablatis æqualibus E P & E O relinquuntur, æqualia: igitur & P σ, O Y æqualia inter se erunt: at P N quoque & O G, nempe æqualium M N & F G dimidia, sunt inter se

B æqualia: igitur vt I V ad V H, ita quoque est N P ad P σ: sed vt N P ad P σ, ita est R E ad E H per 4. sexti Euclidis, adiuuante 4. lemmate libri quinti, quòd videlicet N σ parallela sit ipsi R H: quamobrem vt I V ad V H, ita se habet R E ad E H, & permutando vt I V semidiametrus ad R E semidiametrum, ita V H ad H E; atque idcircò per 40. lemma huius libri ducta T H S arcus R S & I T similes distinguit, hoc est vterque sui circuli quadrantem, cùm ergo per secundum superiorem modum sit K δ proiecti circuli portio arcui R S repræsentatione similis, erit K δ proiecturæ quadrans secundùm aspectum oculi in A constituti. Eodem modo quoniam I α & R ε similes sunt suorum circulorum portiones per idem 40. lemma, sitque per secundum superiorem modum K ρ ipsi R ε repræsentandi proprietate similis, erit K ρ tot graduum portio secundùm apparentiam, quot

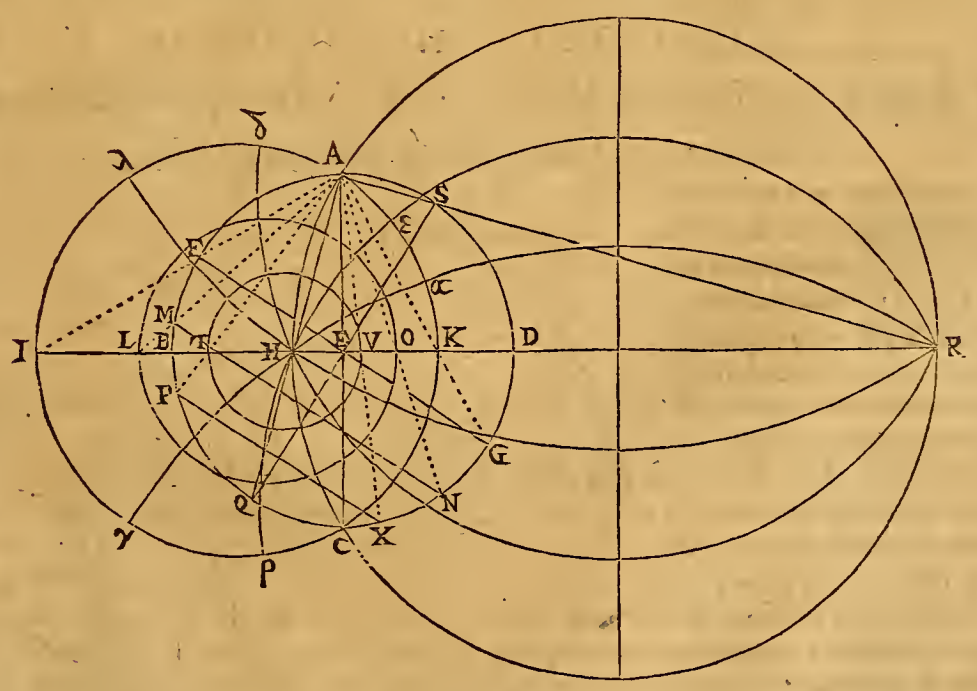
C graduum reipsa est I α: ita ergo secta obliqui circuli non maximi proiectura in partes quotcumque, ductę à singulis per Polum apparentem H lineæ, æquales secundùm aspectum prioribus opposita extremitate signant.

De reliquis modis, quinto, sexto, & septimo superioris propositionis nil attinet dicere, cùm illorum praxes ac demonstrationes in circulis, tam non maximis quàm maximis, parem locum habeant.

Si autem plures simul paralleli circuli vna eademque opera in partes similes secundùm datam proportionem distribuendi sint, nulla alia commodiore ratione id fiet, quàm ductis per ipsorum Polos, & datas vnius paralleli partes circulis: hi namque, cùm illos repræsentent, qui per primitiuos Polos ducuntur, secabunt omnes proiectos cir-

D culos in eamdem rationem secundùm aspectum per 10. secundi Sphæric. Theodosij.

Exempli gratia, sit sphæra A B C D, in eaque primitiui aliquot circuli paralleli orthographicè designati F G, M N & P X, quorum proiecturæ circuli sunt circa diametros apparentes I K, L O & T V descripti, omniumque Poli H & R ex primitiuis Q & S transumpti.



Secetur iam per præcedentem propositionem vnus proiectorum parallelorum, puta A I C K, in partes æquales in punctis α, ε, A, δ & λ, perque tria puncta H α R circulus describatur ad punctum γ protensus; itemque alius describatur circulus per tria puncta H ε R, qui ad punctum ρ pertineat, sicque per cetera puncta circuli A I C K & vtrumque Polum

lum H & R circuli describantur; dico hos per æquales quoque reliquorum omnium parallelorum sectiones transire: nam in proiecturis id repræsentando contingit, quod in primitiuis circulis fit reipsa: at per 10. secundi Sphæricorum Theodosij *si sint in sphæra paralleli circuli, per quorum Polos describantur maximi circuli, parallelorum quidem circumferentiæ inter maximos circulos interceptæ, similes sunt; maximorum autem circulorum circumferentiæ inter parallelos circulos interceptæ, æquales.* A

PROPOSITIO CII THEOREMA.

In obliquis circulorum proiecturis, præter eas medietates, quas vera diametrus dirimit, ceteræ omnes sunt inter se inæquales. B

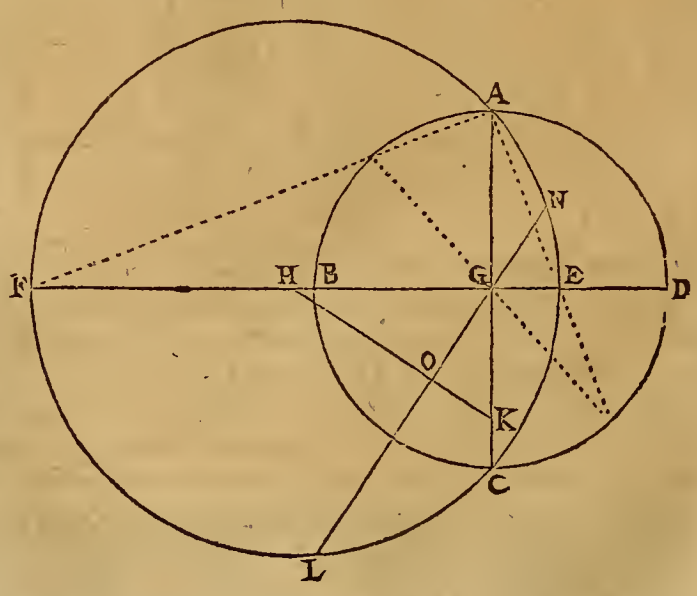
Hoc in primis constat, obliquas proiecturas illis lineis, quæ per apparens centrum traijciuntur, bifariàm secundùm aspectum diuidi: nam vti apparens proiecturæ centrum verum primitiui circuli centrum repræsentat, sic quæ per apparens proiecturæ centrũ aguntur rectæ lineæ, primitiui circuli diametros exhibent: igitur quemadmodum primitiuus circulus veris diametris in semicirculos reipsa æquales, ita proiectura apparentibus diametris in semicirculos repræsentando æquales dispescitur. Cùm autem propositione 96. ostensum sit in obliquis proiecturis non idem esse verum centrum & apparens, necesse est vnam dumtaxat rectam lineam per vtrumque centrum traduci, quæ proinde ipsam in duas medietates reipsa æquales diuidat per 17. definitionem primi Euclidis; ceteræ ergo quæ per solum apparens, non verò etiam per proprium proiecturæ centrum transeunt, proiecturam in duas medietates inæquales secabunt. Si enim in duas partes æquales proiecturam diuiderent, essent eæ veri semicirculi, & rectæ illæ secantes propria appellatione diametri vocarentur per 18. definitionem primi Euclidis, quod fieri nequit, cùm ostensum iam sit ipsas per verum centrum proiecturæ non transire. Itaque ceteræ apparentes diametri, verâ excepta, proiecturam non ex æquo, sed in duas medietates inæquales secat, quæ tamen æquales primitiui circuli medietates repræsentant. C

Porrò vt vera diametrus secat proiecturam in medietates exactè æquales, quòd maxima sit omnium illarum, quæ per centrum apparens ducuntur: ita quę hanc rectis secat angulis, quia minima est omnium illarum, quæ per apparens centrum aguntur, secat proiecturam in medietates maximè inæquales. Nam quæ minor est in circulo recta linea, ea longiùs distat à centro per 15. tertij Euclidis, ideoque hinc minus; illinc maius segmentum relinquit. D

PROPOSITIO CIII. THEOREMA.

In obliquis maximorum circulorum proiecturis, medietatum incrementa sunt decrementis proportionalia. E

Sit ABCD circuli maximi directè expositi proiectura; AFCE verò circuli obliqui, item maximi descripta forma vna quidem parte ab G crescens versus F, altera autem versus E decrescens: sit porrò vtriusque circuli communis diametrus AC, & centrum cõmune G: dico quantò minor est GE quàm GD, tantò secundùm proportionem GF quàm GB maiorem esse. Quoniam enim A & C proiecturæ sunt illorum punctorum, quibus sese directus obliquusque circulus in sphæra reipsa intersecant, estque FE ad rectos ipsi AC angulos, erunt



F

A erunt B A D & E A F ſemicirculi: quamobrem cùm in vtroque ſit A G ipſi F D perpendicularis, erit per 2. lemma huius libri A G media proportionalis, inter vtriuſque diametri B D & F E ſegmenta: quare vt G E ad G A, hoc eſt ad G D, ita eſt G A, id eſt G B ad G F; & per rationis conuerſionem vt G D ad G E, ita G F ad G B: quantò igitur G E ipsâ G D minor eſt, tantò eſt G F ipſa G B maior: & per rationis diuiſionem vt G E ad E D, ita ſe habet G B ad B F: quocircà in obliquis maximorum circulorum proiecturis medietatum incrementa decrementis ſunt proportionalia; quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO CIV. THEOREMA.

B *In obliquis circulorum proiecturis apparentium diametrorum maxima quidem illa eſt, quæ per verum ſimul centrum incedit; minima verò, quæ maxima eſt perpendicularis: at ceterarum illa maior, quæ centro vero propinquior; ſola autem minima bifariàm ſecatur.*

C APPARENTES diametros in obliquis circulorum proiecturis illas eſſe, quæ per apparens centrum ducuntur, ex proiectionis ratione nullo negotio probari poteſt. Cùm enim proiecturæ centrum apparens ſit punctum illud, quod primitiui circuli centrum repræſentat, vtpote quod radium ab oculo per centrum primitiui circuli profuſum ſuſcipit, erunt & lineæ rectæ quæ per centrum apparens proiecturæ traijciuntur, diametrorum primitiui circuli proiecturæ, quæ proinde & proiecti circuli apparentes diametri erunt.

Quoniam igitur per 96. propoſitionem libri huius obliquæ proiecturæ aliud ſit centrum verum, aliud apparens, fieri nequit, vt plures quàm vna recta linea per vtrumque centrum traducatur: ſiquidem à puncto ad punctum vnam dumtaxat rectam lineam ducere conceditur: dico igitur eam, quæ in ſuperiori ſchemate per vtrumq. centrum H & G incedit, E F maximam eſſe obliquæ proiecturæ A E C F diametrum, quod ex 15. tertij Eucl. patet; eam verò quæ huic ad rectos eſt angulos A C, minimam eſſe: quæcumque D enim præter E F & A C per G ducta fuerit, vt L N, maior ipſa A C in hunc modum demonſtrabitur: Ducatur ex H centro vero obliquæ proiecturæ recta linea H K ipſam L N rectis angulis ſecans in O: quoniam igitur ex hypotheſi rectus etiam eſt angulus H G K, erit per 8. ſexti Euclidis triangulum H G O toti triangulo H K G ſimile: quare vt H K ad H G, ita ſe habet eadem H G ad H O: ſed H K maior eſt ipſa H G, quòd per 47. primi Euclidis quadratum ex H K quadrato ex H G ſit maius: igitur & H G quàm H O eſt maior: quocircà longiùs à centro H diſtat A C quàm L N; atque ea propter L N quàm A C eſt maior per 15. tertij Euclidis. Quod cùm in ceteris quæ per G ducuntur diametris locum habeat, perſpicuum fit A C omnium minimam eſſe: at ceterarum illam maiorem eſſe, quæ centro H propinquior eſt, ex eadem 15. tertij Euclidis conuincitur.

E Denique ſolam A C bifariàm ſecari in G, ex 3. tertij Euclidis patet: nam E F per centrum H extenſa, ſolam A C ex illis omnibus quæ per H non tranſeunt, ad rectos angulos ſecat: igitur ſolam A C ſecat bifariàm, quod vltimo loco propoſitum fuit: quare ex partium demonſtratione ipſa hæc propoſitio demonſtrata relinquitur.

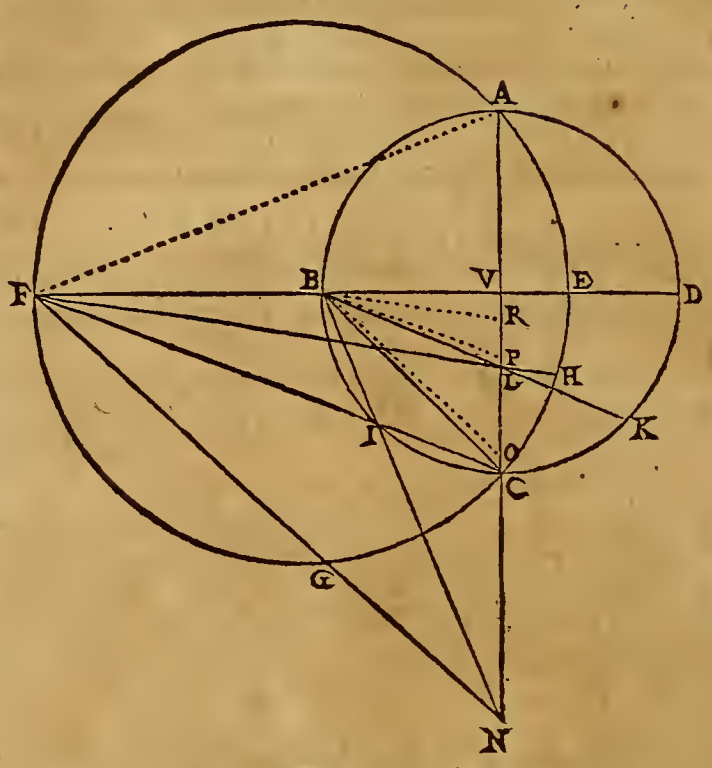
PROPOSITIO CV. THEOREMA.

Partes obliquæ proiecturæ, quæ æqualibus partibus primitiui circuli reſpondent, continua ſerie inæquales ſunt: & quæ perpendiculari ab oculo in planum demiſſæ propiùs adiacent, remotioribus

F *ſunt minores.*

PLVRIMÆ, fateor, demonſtrationes in medium adferri poſſent confirmando propoſito idoneæ, præſertim ex ijs rationibus deſumptæ, quibus ſuprà propoſitione 101. obliquam proiecturam in partes ſecare docuimus; tamen ne multitudo probationum obſcuritatem inuehat potiùs, quàm certam perſpicuamque ſcientiam, è multis vnam dumtaxat gratia exempli proponemus, quam ſuggerit primus modus ſecandi obliquam proiecturam, propoſitione 101. explicatus.

Esto inquam communis sphæræ & plani intersectio circulus A B C D, in cuius centrum V perpendicularis ab oculo in planum demissa incidat: obliqua verò proiectura esto A E C F, quæ in partes secetur repræsentatione æquales secũdùm modũ propositione 100. primo loco explicatum: & ne partium numerus memoriam obruat, secentur quadrantes E C & C F singuli repræsentando bifariàm in G & H, sic vt totus semicirculus E C F quadrifariàm sectus sit: fiet autem id si primùm semicirculi B C D quadrantes bifariàm reipsa diuidantur in I & K; ex B verò per I, C & K, rectæ eijciantur B I, B C & B K, quæ productæ si opus fuerit, secent A C item productam in punctis N, C & L, vnde ad F reducantur lineæ N F, C F & L F, quæ proiecturæ semicirculum E C F in partes repræsentando æquales secent ad signa G, C & H, vt in primo modo distribuendi in partes postulatas maximi circuli proiecturam propositione centesima suprà ostensum fuit.



Dico verò portionem C H quàm H E, & G C quàm C H, & sic deinceps continua serie remotiores à puncto V, cui perpendicularis ab oculo in planum demissa insistit, propinquioribus semper maiores esse. Quoniam enim æqualis est peripheria C K peripheriæ K D ex constructione, erit & angulus C B K angulo K B D æqualis per 27. tertij Euclidis, ac proinde per 3. sexti Euclidis vt B C ad B V, ita C L ad L V: sed per 37. lemma B C maior est quàm B V: itaque & C L quàm L V est maior. Rursus ducantur B R, B P & B O ipsis F L, F C & F N parallelæ, singulæ singulis: quoniam igitur B R parallela est ipsi F L, erit per 2. sexti Euclidis vt F B ad B V, sic L R ad R V: cùm ergo B propinquius sit centro V quàm F, erit & R quàm L, & B R quàm F L aut B L eidem V propinquior. Eodemque modo ostendetur B P propinquior centro V quàm B C aut F C, & B O propinquior eidem V quàm B N aut F N: igitur per 1. consectarium lemmatis 37. superiùs citati maior est proportio B C ad B V quàm B P ad B V; sed vt B P ad B V, ita se habet F C ad F V per 4. sexti Euclidis, quòd B P parallela posita sit ipsi F C, ac propterea sit triangulum B P V triangulo F C V æquiangulum per 4. lemma libri quinti: igitur B C ad B V maiorem quoque proportionem habet quàm F C ad F V: at ratio C L ad L V eadem est, quæ B C ad B V per 3. sexti Euclid. vti paulò antè ostensum est: itaque & C L ad L V maiorem habet rationem quàm F C ad F V: atque idcircò angulus C F L angulo L F V maior est: quare per vltimam sexti Euclidis & arcus C H arcu H E maior erit.

Simili verò modo ostendemus & arcum G C maiorem esse arcu C H: nam cùm æquales sint anguli N B C & C B K, qui æqualibus peripherijs I C & C K insistunt per 27. tertij Euclidis, erit per 3. sexti Euclidis vt N C ad C L, ita B N ad B L. Rursus cùm angulus N B L æqualis sit angulo C B V; angulus autem O B R angulo C B V minor, vt pars toto, erit N B L angulus angulo O B R maior: quare per consectarium 4. lemmatis 39. maiorem rationem habebit B N ad B L quàm B O ad B R: sed vt B O ad B R, ita est F N ad F L, quòd B O ipsi F N, & B R ipsi F L positæ sint parallelæ: igitur B N ad B L maiorem quoque rationem habebit quàm F N ad F L; ac proinde & N C ad C L quàm F N ad F L maiorem rationem habebit: quare angulus N F C angulo C F L est maior; ideoque & arcus G C maior arcu C H per vltimam sexti Euclidis. Cumque eodem modo in minoribus partibus locum habeat hæc demonstratio, probatum relinquitur partes obliquæ proiecturæ, quæ æqualibus primitiui circuli partibus respondent, continuata serie inæquales esse, ac minores semper illas, quæ perpendiculari ab oculo in planum demissæ propiùs adiacent; quod erat demonstrandum.

PRO-

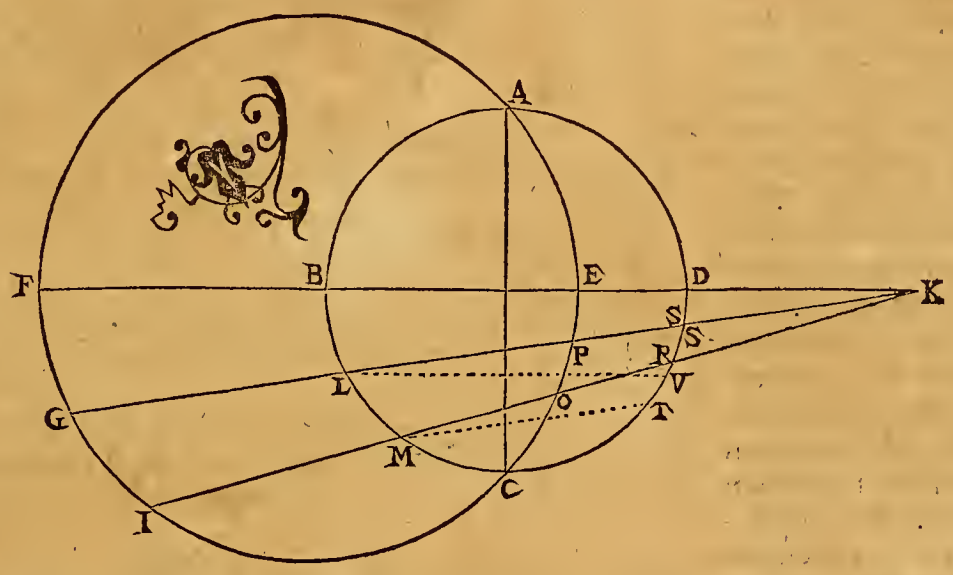
A

PROPOSITIO CVI. THEOREMA.

Si obliqua circuli proiectura in partes repræsentando distribuatur, erunt eæ, quæ in maxima medietate sunt, partibus primitiui circuli maiores; eæ verò quæ in minima sunt medietate, minores.

B DESCRIBATVR vt suprà maximi cuiuspiam obliqui circuli proiectura A F C E; circulus autem A B C D sit communis intersectio sphæræ & plani, ipseque maximus, ac primitiuo circulo obliquo æqualis: sitque K externus obliquæ proiecturæ Polus: à quo si rectæ educantur K G & K I, secantes vtrumque circulum; perspicuum est per tertium modum distribuendi in partes obliquas proiecturas propositione 100. explicatum F G ipsi D S, & G I ipsi

C



D

S R repræsentatione æquales esse; itemque B L & L M, ipsis E P & P O repræsentatione æquales: at maiorem esse F G ipsâ D S, & G I ipsâ S R, ac sic de ceteris, quod in hunc modum potest demonstrari:

Per 4. consectarium propositionis 99. constat peripheriam F G peripheriæ B L, & G I ipsi L M, itemque E P & P O ipsis D S & S R similes esse: sed maior est circulus A F C E circulo A B C D: itaque F G ipsâ B L, & G I ipsâ L M, & I C reliquâ M C maior existit: at D S minor est quàm B L; ductâ enim L V ipsi B D parallela, æqualis est D V ipsi B L: at minor est D S quàm D V, vt pars totâ: igitur D S ipsâ quoque B L minor est; ac proinde F G multò

E quàm D S maior est: eodemque modo minor est S R ipsâ L M; ductâ enim M T ipsi L S parallela æqualis est S T ipsi L M: sed S R minor est quàm S T: quare & quàm L M minor S R erit, hac proinde G I multò maior erit. Atque eodem modo in ceteris locum habet hæc demonstratio; igitur partes obliquæ proiecturæ; quæ in maxima medietate sunt, ipsis primitiui circuli partibus sunt maiores.

Rursus per eumdem tertium modum diuidendi in partes obliqui circuli proiecturam propositione 100. traditum, constat E P & P O ipsis B L & L M repræsentando æquales esse: est verò E P minor quàm D V, hoc est quàm B L; & P O quàm S T, hoc est quàm L M minor: ac simili modo se res habet in ceteris; igitur partes quæ in minima medietate obliquæ proiecturæ sunt, primitiuis circuli obliqui partibus sunt minores.

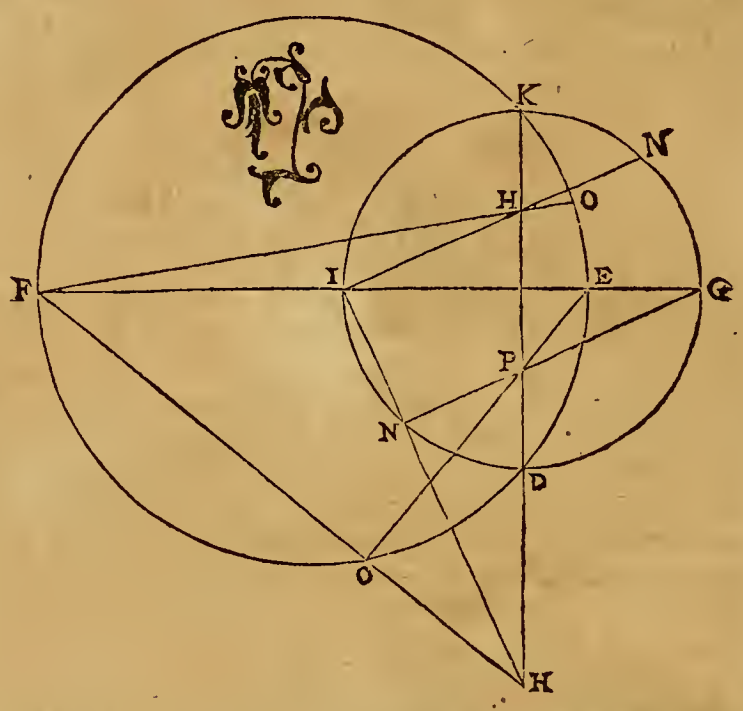
F Qua in re hoc præcipuè obseruatione dignum est, partes quæ maximæ diametro visæ F E propiùs adiacent, à primitiui circuli partibus maiore excessu defectúve distare. Cùm enim per proximè antecedentem propositionem æquales partes, in quas obliqua proiectura repræsentando secatur, ab F ad E continuo decremento minuantur, ab E verò ad F continuò augeantur, fit vt prope maximam diametrum F E maxima incrementa & decrementa contingant: quare iuxta F partes obliquæ proiecturæ A F C E primitiui circuli partes amplissimo interuallo excedũt; iuxta E autem ab iisdem plurimùm deficiunt: quò verò ipsi A vel C propinquiores fuerint, eò propiùs ad æqualitatem accedent, si illæ inter se comparentur, quæ ad easdem partes sibi mutuò secundùm aspectum respõdent.

PROPOSITIO CVII. PROBLEMA. A

Partes circuli ex obliquo aspectu proiecti ad primitiuum circulum reducere.

VT I propositione 100.& 101. partes obliqui circuli in propriam ipsius proiecturam variis modis translatæ sunt, ita vicissim retrocommeando per easdem operationes, proiecturæ partes ad primitiuum circulum possunt reuocari.

Nam vt à primo modo ordiamur; sit K I D G circulus sphæræ maximus ex directo aspectu proiectus, & in communem sphæræ & plani sectionem incidens; sit item KFDE circuli obliqui maximi proiectura, in eaque datum signum O, vt lubet, quod oporteat ad primitiuum circulum reuocare. Producatur K D, si opus fuerit, & ab F per O recta ducatur F O, quæ producta in K D incidat ad punctum H: hinc autem ad I recta reducatur linea H I, quæ circulum K I D G secet in N: dico N punctum esse postulatum. Nam per ea quæ illic sunt demonstrata, rectæ, quæ ab F & I ad communem vtriusq; circuli K I D G & K F D E intersectionem ducuntur, secant eosdem circulos in partes repræsentatione æquales, FH quidem obliquam proiecturam in O, I H autem circulum directum in N: at circulus directus K I D G in N per rectam I H in eamdem rationem secatur, in quam obliquus circulus per rectam ab H ad primitiuum punctũ signi F ductam, seu cuius H F propria est proiectura, vt ex demonstratione eiusdem primi modi propos. 100. in posteriore schemate facilè intelligi potest. B C D

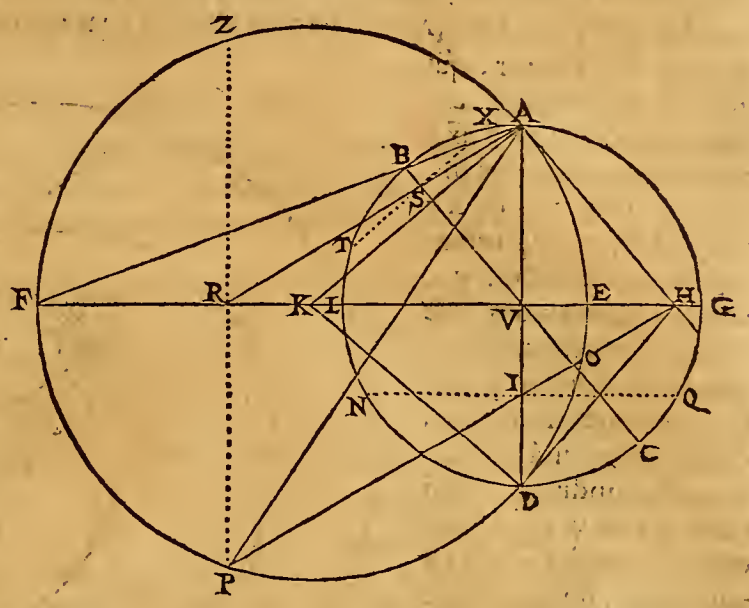


Deinde ex inuersa operatione secundi modi eamdem partium reductionem consequemur. Vt si in schemate eiusdem secundi modi (in quo A L D G communis est sectio sphæræ & plani; A F D E verò obliqua proiectura) datum sit punctum P, eique postuletur reciprocum dari in circulo A L D G, qui obliquo circulo primitiuo proiecturæ A F D E æqualis est: quæratur obliquæ proiecturæ A F D E internus Polus H per 99. huius, iungaturque H P; hæc vbi circulum A L D G secat, ibi punctum I exhibet postulatum. Nam eadem propositione ostensum est rectas omnes, quæ à Polo H euocantur, planorum per oculum & Polum remotiorem N transeuntium proiecturas esse; ipsa autem vtrumque circulum, obliquum scilicet, cuius proiectura est, A F D E, & directum A L D G in partes æquales dissecare: quare necesse est eorumdem planorum proiecturas, hoc est rectas à Polo apparente H ad data signa obliquæ proiecturæ eductas, vna eademque operà circulum quoque A L D G ita secare, vt eis æquales in circulo obliquo primitiuo partes datis proiecturæ partibus secundùm aspectum respondeant: quæ omnia ex superiùs demonstratis fient clariora, si non sit graue ea breui repetitione in memoriam reuocare. E F

Similis ratio sectionis erit, si ab externo Polo K ad datum punctum P obliquæ proiecturæ A F D E recta ducatur. Hæc enim secabit circulum A L D G in Q ea ratione, vt quæ ipsi in primitiuo circulo obliquo respondet, in punctum P radiorum profusione deportetur, vt ibidem in tertio modo fusiùs est demonstratum; eademque ratio in quarto modo tenenda erit.

Per quintum modum eamdem partium reductionem exequemur hoc pacto: Sit sphæra A L D G, in eaque obliquus circulus B C, cuius proiectura A F D E; oporteat autem datum

A datum in proiectura punctum P ad primitiuum circulum B C, aut ei æqualem A L D G reducere. Ex A, in quo oculus, recta agatur A H ipsi B C parallela, & P H iungatur, quæ ipsam A D secet in I, perque I parallela ducatur ipsi L G: hæc circulũ A L D G secabit in N punctum ipsi P aspectu respondens: quæ B etiam praxis non alia indiget demonstratione, quàm illa ipsa qua ibidem ex lemmate 35. ostendimus plana omnia per visum A & punctũ H extensa, cuiusmodi hoc loco est A H P, facere in circulo obliquo communẽ sectionem diametro B C parallelam, qua-



C lis in circulo A L D G est Q N; & ab eodem circulo obliquo rescindere vtrimque peripherias æquales à punctis B & C inchoatas, quæ profusione eiusdem radiosi plani A H P in circumferentiam obliquæ proiecturæ incidunt ad signa P & O: itaq; hoc etiam modo licebit obliquæ proiecturæ partes ad primitiuum circulum reuocare.

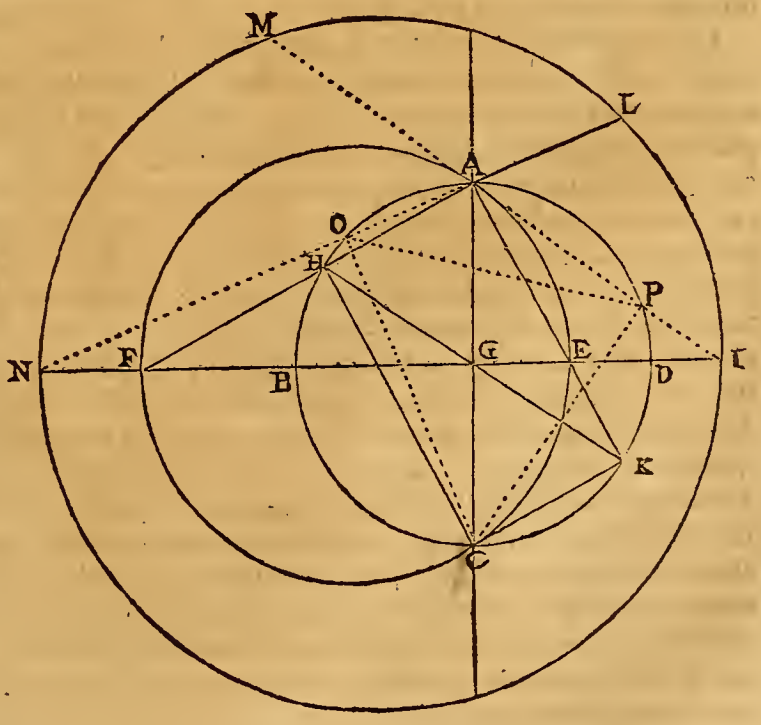
Similis porrò ratio tenenda est in ceteris modis omnibus, quibus obliqua quæcumque proiectura in partes secari potest: sola enim operationis reciprocatio partes proiecturæ ad originem reducit; & vt eadem est via Athenis Thebas, & Thebis Athenas; sic idem radius est, per quem partes à primitiuo circulo ad planum vsque deportantur, & quo iterùm à plano in pristinum locum restituuntur. De his igitur tantùm; nunc cœptum rerum ordinem prosequamur.

D

PROPOSITIO CVIII. PROBLEMA.

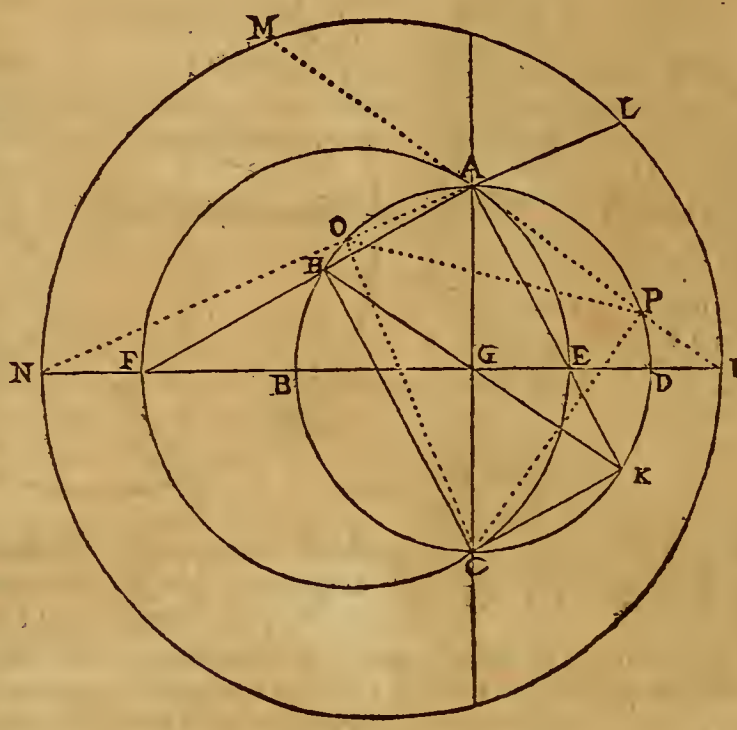
Data obliqua proiectura, primitiui circuli obliquitatem situmque in sphæra designare.

ACCIDERE subinde potest, vt detur in plano obliqui cuiusE piam circuli proiectura, cuius obliquitas situsque in sphæra cognitu necessarius ignoretur. Proinde qua id arte inuestigandum sit hoc problemate docebimus: at quia sola data proiectura non satis est ad ipsius originem indagandam, alterius circumstanF tiæ adiumento opus erit, vt duobus simul conspirantibus ignota veritas eliciatur.



Primò igitur præter datam obliquam proiecturam A F C E circuli maximi, detur etiam oculus A à plano sublimis: his datis per proprium centrum proiecturæ diametrus agatur F E, ad

eamque ab oculo A perpendicularis demittatur A G: perspicuum igitur est G centrum esse apparens proiecturæ, idemq; & sphæræ, quòd maximus sit ex hypothesi primitiuus circulus obliquus, cuius A F C E est proiectura. Quare centro G, interuallo autem G A circulus describatur, qui sphæræ magnitudinē exhibebit, quia & ipse maximus est, & per oculum incedens: tum A E & A F iungantur, quæ sphæram secent in H & K: dico H K circulū primitiuum esse obliquæ proiecturæ datæ, eumque habere in sphæra situm, secundùm quem in datam proiecturā ab oculo A profunditur. Cùm enim A E & A F radij sint optici, vtpote ab oculo A emicantes, sintque partes sphæræ H & K in eisdem radiis in quibus F & E, necesse est H K proiectæ diametri F E prototypam esse, ideoq; circulum, qui circa diametrum H K describitur, ipsius datæ proiecturæ A F C E esse primitiuum, cuius obliquitas in sphæra designari postulabatur.



Secundò data eadem maximi cuiuspiam circuli obliqui proiectura A F C E, eiusque centro apparente G, reliqua inuenientur hoc modo: Per G ad normam ipsi F E recta ducatur A C, secans proiecturam in A & C, & circa A C circulus describatur, erit is sphæræ magnitudinem repræsentans, & oculum in summo fastigio habens ad signum A: nam cùm eadem sit sphæræ & circuli obliqui maximi diametrus, erit communis sectio circuli obliqui primitiui, ipsiusque proiecturæ eadem quæ sphæræ diametrus A C, & oculi altitudo ipsius sphæræ semidiametrus A G: itaque eductis ab oculo A ad proiecturæ extremitates radiis A F & A E, vbi illi sphæram intersecant, scilicet in H & K, ibi circuli primitiui obliquitatem situmque designant.

Tertiò si præter obliqui circuli proiecturam A F C E nec centrum detur, nec oculi locus; sit autem cognita primitiui circuli ab oculo declinatio, exempli gratia, partium quinquaginta, qua oculo proximus est, supputandi erunt in circulo dato A F C E ab E ad A gradus quinquaginta: hoc facto ducatur A C ipsi F E perpendicularis, & circum A C circulus describatur A B C D, quem radij A F & A E secent in H & K: dico H K primitiui circuli obliqui diametrum esse, eiusque proiecturam F E, ac proinde effectum id quod erat postulatum. Quoniam enim F A E angulus rectus est, erit circuli A F C E portio qua ille continetur, semicirculus: eodemque modo & H A K semicirculus erit, quòd eumdem angulum rectum A contineat. Ductis igitur H C & C K, cùm anguli A C H & A K H in eodem sint circuli segmento A H, erunt ipsi inter se æquales per 21. tertij Euclidis: at quoniam in triangulis A C H & A F G angulus A G F rectus est ex constructione, angulusque A H C rectus, vtpote in semicirculo, estque angulus F A C vtrique communis, erit & reliquus A C H reliquo A F G æqualis per 32. primi Euclidis: quare & ipsi A K H angulus A F G æqualis erit: est verò vtrique triangulo A E F & A H K communis angulus F A E: itaq; reliquus quoque A H K angulus reliquo angulo A E F æqualis erit; ac proinde arcus A H arcui A E similis, itemque A K similis residuo arcui A F, per 39. lemma huius libri: est autem arcus A E graduum quinquaginta initio assumptus, & A F semicirculi complementum: igitur & A H graduum quinquaginta erit, & A K complementum semicirculi: ideoque H K obliquus est circulus proiecturæ A F C E situm in sphæra habens postulatum; quod erat perueſtigandum.

Quartò eadem ratione licebit vniuersè etiam non maximi circuli proiecturam in proprium sphæræ locum restituere, si tamen perspecta sit ipsius ab oculo maxima ac minima

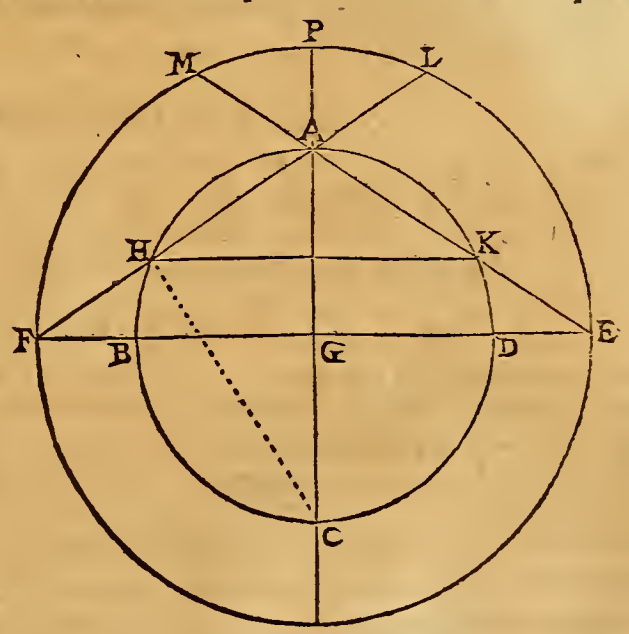
A nima declinatio: vt si obliqui circuli non maximi proiectura offeratur I L M N, cuius nec centrum datur, nec oculi locus, vnde profusi radij ipsius demonstrent originem; constet autem primitiuum circulum, cuius situs in sphæra quæritur, qua minimùm ab oculo distat, partibus abesse quadraginta, qua verò maximè, partibus septuaginta. Ducatur in data proiectura diametrus N I, sumaturque arcus I L partium 40. N M verò partium 70. & iungantur I M & N L quæ sese decussent in A: dico A oculi locum esse; & si ab A ipsi N I perpendicularis demittatur A G: dico rursus descriptum ex centro G, interuallo autem A G circulum sphæram repræsentare; quæ cùm à lineis I M & L N secetur in O & P: dico O P diametrum esse circuli obliqui primitiui, cuius proiectura I L M N ex oculo A in pla-
B num transcripta est.

Potest verò id eadem ratione demonstrari, qua priùs. Ductis enim O C & P C, quoniam in circulo A B C D anguli A C O & A P O eidem segmento inscribuntur, erunt ipsi inter se æquales per 21. tertij Euclidis: at in triangulis A G N & A O G, angulus A G N rectus est per constructionem; angulus verò A O G rectus, quia in semicirculo; angulusque N A C vtrique communis est: igitur & reliquus A N G reliquo A C O est æqualis: quare & idem A N G angulus angulo A P O æqualis erit. est autem triangulis A N I & A P O communis angulus N A I: igitur per 32. primi Euclidis, & reliquus angulus A I N reliquo A O P æqualis erit: quocircà arcus I L & A O, qui æqualibus angulis A N I & A P O subijciuntur, similes erunt per 39. lemma huius libri. Eodemque modo & arcus M N & A P pro-
C pter angulorum, A I N & A O P quibus subtenduntur æqualitatem similes erunt: at I L sumptus est graduum quadraginta, M N verò graduum septuaginta: igitur & A O gradus quadraginta, A P verò gradus septuaginta complectetur: quare O P diametrus erit eius circuli, qui in circulum datum I L M N profunditur, situmque habet in sphæra postulatum, quem inuestigare oportuit.

PROPOSITIO CIX. PROBLEMA.

Data circuli non maximi directa proiectura, locum eius in sphæra adinuenire.

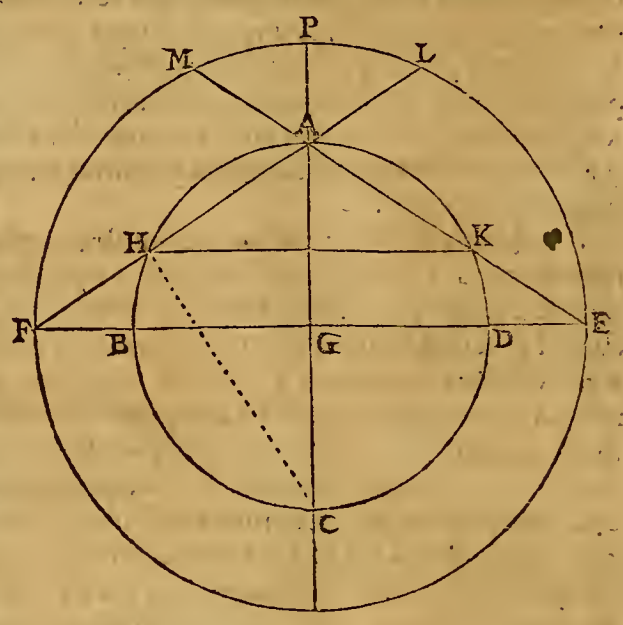
D QVEMADMODVM in superiore problemate, ita & in præsenti non erit difficile, dato præter proiecturam oculo, primitiui circuli situm in sphæra designare. Vt si data sit circuli cuiuspiam non maximi proiectura E L M F ex directo aspectu oculi A in planum transfusa; postuletur autem primitiuus eius circulus in sphæra designari: centro G propositę proiecturę E L M F, interuallo verò
E A G circulus describatur A B C D, radijque ab A ad E & F procidant A E & A F, secantes circulũ A B C D in H & K: dico H K diametrũ esse circuli postulati. Cùm enim A oculi sit locus, & A E, A F radij sint optici, necesse est proiectæ diametri extremitates E & F, in aliqua parte radiorum A E & A F primitiua signa habere: at primitiua hæc signa nequaquam ex-
F tra sphæram existunt, cùm circulus



E L M F circuli cuiuspiam in sphæra constituti proiectura esse supponatur: igitur non alio loco esse possunt signorum E & F primitiua puncta, quàm vbi radij optici sphæram intersecant, hoc est in H & K: quocircà H K diametrus erit circuli primitiui postulati.

At oculi loco ignorato, si tamen cognitum sit quot partibus ab oculo declinet circulus, cuius proiectura in plano datur, propositum conficiemus hoc modo: Sit declinatio circuli quæsiti ab oculo vndique graduum sexaginta: sumatur ergo in data proiectura arcus E L graduum 60. eique æqualis fiat F M, & E M F L iungantur sese in A decussantes: dico A oculi locum esse; & si centro G, interuallo autem A G circulus describa-

tur, qui lineas E M & F L secet in H & K: dico H K diametrum esse circuli postulati. A
Ductâ enim H C, quoniam anguli A C H & A K H in eodem segmento sunt, erunt ipsi inter se æquales per 21. tertij Euclidis: sed in triangulis A C H & A F G anguli A G F & A H C æquales sunt, vtpote recti; angulus autem F A C vtrique est communis: igitur & reliquus A C H reliquo A F G est æqualis: ideoque A F G angulus ipsi quoque A K H æqualis erit: quapropter & in triangulis A F E, A H K, quibus communis est angulus F A E, reliquus A E F reliquo A H K erit æqualis. Est verò angulus A F E angulo A E F æqualis per 27. tertij Euclidis, quòd scilicet æqualibus peripherijs E L & F M insistant: itaque & A H K, A K H anguli æquales inter se erunt; ac proinde ipsę etiam, quibus insistunt, peripheriæ A H & A K erunt æquales per 26. tertij Euclidis: at E L & F M arcus sumpti sunt partium sexaginta: igitur & A H, A K totidem partium erunt per 39. lemma huius libri: quocircà H K circulum illum refert, qui situm in sphæra habet postulatum, cuius proinde E L M F propria est proiectura, ex oculo A in planum transcripta.



Quòd si nota sit declinatio quæsiti circuli à circulo maximo ipsi parallelo (exempli gratia Tropici ab Æquatore, dum oculus in Polo cõstituitur:) ducta P G ad rectos ipsi E F angulos sumemus arcum P L vel P M tot graduum, puta triginta, quot distat quæsitus circulus à parallelo circulo maximo; ductaque E M, vel F L secabit perpendicularem P G in A oculi loco vt suprà, per quem proinde ex centro G ductus circulus A B C D sphæram repræsentat, in qua H K situm habet postulatum: sunt enim P L & P M arcubus H B & K D similes, vt ex dictis patet. D

STEREOGRAPHICA SPHÆRÆ DESCRIPTIO

Oculo in communi sectione Horizontis & Æquatoris constituto. E

QVEMADMODVM *in tractatione Orthographices post vniuersales Proiectionis leges earum vsum explicauimus, primò quidem in sphæræ descriptione, deinde in ijs rebus, quæ ex sphæra discuntur: ita hoc loco expositis vniuersè Stereographices præceptis sphæræ descriptionem aggredimur, ex qua varijs consectarijs ea omnia colligemus, quæ Orthographicis proiecturis inesse antè ostẽdimus. At verò tametsi quouis loco sphærici ambitus oculus statui possit, atque ex ea oculi constitutione sphæra stereographicè in plano describi: quia tamen non omnis oculi situs figuram sphæræ exhibet vsibus accommodatam, paucis dumtaxat locis oculo posito sphæræ proiecturam instituemus, quod & in Orthographia obseruauimus. Ex paucis enim multa assequi prudens quisque poterit, si ea, ex quibus omnia pendent, exactè perdidicerit. Primùm igitur sit oculus in communi sectione Finitoris & Libræ cõstitutus, ex cuius aspectu sphæram plano inscribere oporteat, quemadmodum Gemma Frisius suum Catholicum astrolabium deformauit. Id vt ordine fiat,* F

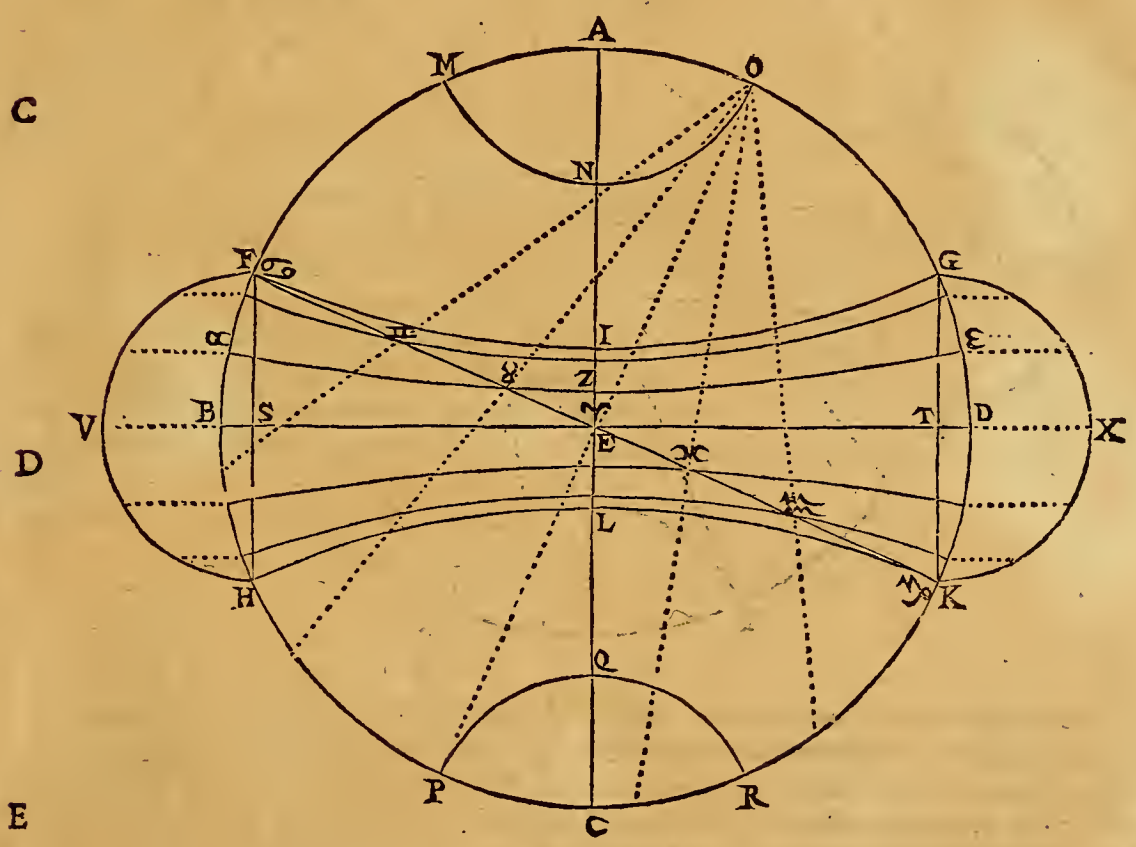
eaque

A *eaque perspicuitate, quam res obscuræ exigunt, hunc in primis aspectum distinctis aliquot propositionibus, deinde reliquos singulos singulis propositionibus historica breuitate perstringemus, ne repetitis crebrò iisdem demonstrationibus tenebras potiùs rebus per se iam claris atque patentibus offundamus.*

PROPOSITIO CX. PROBLEMA.

Vtrumque Colurum plano stereographicè inscribere.

B Ex prænotatione decima quinta huius libri constat, Æquinoctiorum puncta, eius Coluri qui per Solstitia transit, Polos esse. Cùm igitur in altero æquinoctiorum oculus constituatur, perspicuè patet solstitiorũ Colurum directè spectari; siquidem, vt ex 10. primi Sphæricorum Theodosij colligi potest, recta linea, quæ à Polo per circuli centrum ducitur, ad ipsius circuli planum recta est: igitur per ea quæ ad propositionem 31. libri tertij prædefiniui-



mus, solstitiorum Colurus directè aspectui obuersatur: quare & in circulum procidit per 94. propositionem huius libri, qui hoc loco fit, gratia exempli, A B C D: cumque is sit de numero maximorum in sphæra circulorum, planumque per sphæræ centrum actum intelligatur, & hoc patet, intra ipsius circuli A B C D ambitum dimidiam sphæræ portionem transcribi.

Alter verò Colurus qui ab æquinoctijs nomen habet, cùm per oculum transeat, hoc in primis sequitur, ipsum in rectam lineam profundi per 91. huius libri propositionem; cumq; in Polis mundi secet alterum Colurum, finge A Polum esse Arcticum, C verò Antarcticum: itaque recta A C proiectura est dimidij Coluri æquinoctiorum, eius inquam semicirculi qui per Arietem incedit, quoniam initio huius descriptionis oculum in Libra constituimus, vnde Arietem oppositum sibi signum ex aduerso prospectat. Si porrò recta A C ex vtraque parte infinitè producatur, erunt adiunctæ portiones, seu quæ extra circulum A B C D infinitè procurrunt, illorum quadrantium proiecturæ, qui à Polis ad signum Libræ oppositum exrenduntur: non secùs ac portiones E A & E C portiones illæ sunt, quæ ab Ariete ad solstitiorum Colurum porriguntur: sic vt signi Libræ initium in plano designari nequeat, quòd in eo oculus sit constitutus, vt initio huius proiecturæ est demonstratum: quæ omnia ex eadem 91. propositione huius libri perspicuè parent.

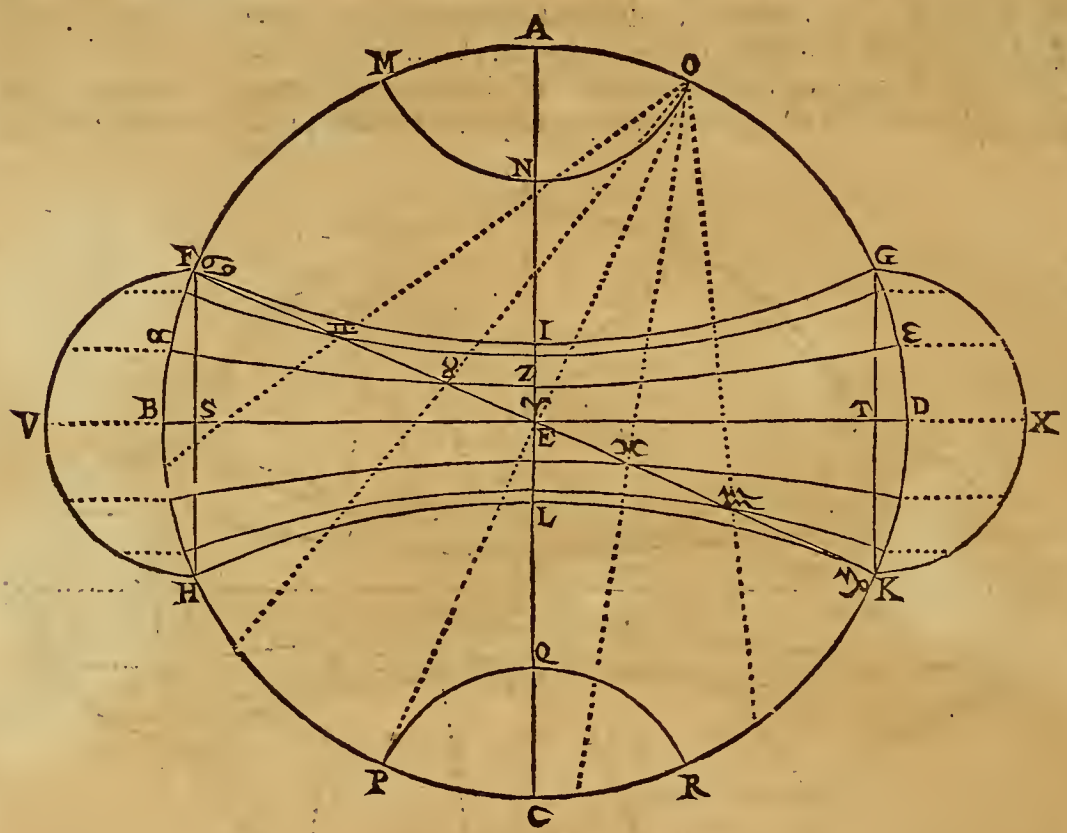
PRO-

A

PROPOSITIO CXI. PROBLEMA.

Æquatorem, Tropicosq; & Polares circulos in planum conijcere.

QVEMADMODVM ęquinoctiorum Colurus, sic & Æquator per Libram, hoc est oculi locum, incedit: quare in rectam proijcitur lineam per 91. huius. Rursus cùm idem Æquator sit è maximis sphæræ circulis, ideoque per sphęræ centrum actus per 6. Sphæricorum Theodosij, secetq; vtrumque Colurum ad rectos sphærales angulos, erit BD, quæ per centrum E traijcitur, ipsamque A C secundùm normam secat, semicirculi Æquatoris proiectura. B



Tropicorum verò non eadem est atque Æquatoris ratio: nam cùm obliquus sit illorum aspectus, in circulares formas transcribentur per 96. huius. Porrò loca primùm in plano inuenienda sunt per quæ transeunt: itaque in peripherijs A B & A D, signentur puncta F & G, quæ gradibus viginti tribus & dimidio distent à B & D, quantum scilicet Tropici distant ab Æquatore: deinde regula ad B & G adiungatur, atque secundùm ipsius lineam in recta A C punctum signetur I, quod cùm sit ipsius G proiectura, erit portio E I proiecti Coluri æquinoctiorum arcui D G repræsentando æqualis per 92. huius: inuento igitur trium punctorum F, I & G centro, si per 5. quarti Euclidis circulus describatur, erit is Tropicus Cancri, vtpote gradibus viginti tribus & dimidio ab Æquatore vndique distans, atque Septemtrionali Polo A propinquior. Eodem prorsus modo alter Tropicus per puncta H, L & K, circulari forma ducetur, cui proinde Capricorni characterismus ♑ adscribetur. E

Haud absimilis est Polarium circulorum designatio. Assumptis namque punctis M, O, P, R, quæ gradibus viginti tribus & dimidio à Polis A & C distent, regula à puncto B (quod vice oculi est) ad O & R extendatur, atque ipsius & proiecti Coluri æquinoctiorum A C communes intersectiones notentur N & Q, perque puncta M N O & P Q R circuli describantur; hi inquam propriæ erunt Polarium circulorum proiecturæ: nam cùm portiones A N & C Q, proiecti Coluri A C arcubus A O & C R repræsentando æquales sint per 92. huius, erunt circuli M N O & P Q R partibus viginti tribus & dimidia vndique à Polis A & C disiuncti: quare ipsi circuli polares erunt per ipsorum definitionem prænotatione decimaquinta explicatam. F

PRO-

A

PROPOSITIO CXII. PROBLEMA.

Eclipticam designare, ipsámque in signa & gradus distribuere.

ECLIPTICAM perpendiculariter cerni ex eo constat, quòd per Libræ signum in quo oculus constituitur incedat: itaque in rectam profunditur lineam per 91. propositionem libri huius; cumque eadem Tropicos oppositis in locis contingat ad signa Cancri & Capricorni, sitque Cancri signum F, Capricorni verò K, Libræ autem E; consequens est vt recta linea quæ per F E K ducitur, Eclipticæ sit proiectura: siquidem rectæ F E K in plano ductæ eadem conueniunt, quæ primitiuæ veræque Eclipticæ reipsa insunt: nam præter ea quæ iam diximus, & hoc notandum est, rectam F K per sphæræ proiectæ centrum E transire, quòd Ecliptica de genere sit maximorum sphæræ circulorum, qui per 6. primi Sphæricorum Theodosij per centrum sphæræ ducuntur.

B

Nunc si in signa distribuenda sit eadem Eclipticæ proiectura F K, non alia id arte fiet, quàm qua superiùs propositione 92. docuimus rectam lineam ex perpendiculari circuli aspectu proiectam in partes dissecare. Quoniam verò F K dimidium dumtaxat Eclipticæ orbem repræsentat, sex tantùm signa continebit, ea scilicet quæ Arieti hinc inde proximè assistunt: quare diuiso semicirculo F P K sextifariàm, si ex O Eclipticæ Polo rectæ ad singulas diuisionum partes occultis notis destinentur, hæ secabunt Eclipticæ proiecturam F K in sex signa, quorum notæ sunt ♑, ♒, ♓, ♈, ♉, ♊, atque initium signi ♋ vt ex eadem 92. propositione huius libri manifestè patet.

C

Si in plures partes recta F K dissecanda sit, veluti in gradus, aut minuta, id eodem fiet modo: semicirculus nimirum F P K totidem in partes diuidetur quot postulantur, & ex O vbi oculus est, ad singulas partes diuisionum rectæ protendentur, factumque erit propositum: nam ex iam proximè citata 92. huius apertè constat communes intersectiones lineæ F K, & earum quæ ab O ad semicirculi F P K secti partes destinantur, proprias esse earumdem partium semicirculi proiecturas. Igitur cùm semicirculi F P K partes Eclipticæ primitiuæ partibus æquales sint, similisque oculi aspectus, secta erit hac ratione Eclipticæ proiectura F K in gradus, partesque postulatas; quod faciendum erat.

D

PROPOSITIO CXIII. PROBLEMA.

Parallelos circulos Aequatori Tropicisque adiungere.

DVCANTVR rectæ lineæ F H & G K, quæ ipsam B D secent in S & T: deinde centris quidem S & T, interuallis autem S F & T K semicirculi describantur F V H & G X K, hisque sextifariàm diuisis, per aduersa sectionum puncta occultæ lineæ ducantur, locaque vbi circulum A B C D intersecant, notentur, qualia hic duo tantùm litteris inscripta reperies α & ε, quòd de ceteris eadem sit ratio: itaque si per tria puncta α ♉ ε circulus ducatur per 5. quarti Euclidis, hunc dico parallelum esse qui per Tauri initium transit. Quoniam enim circulus A B C D directè visui opponitur, erunt ipsius & parallelorum intersectiones cum primitiuis eædem: quare α & ε quas hoc loco orthographicè designauimus per 39. huius libri, etiã stereographicè primitiuas intersectiones paralleli Tauri & Coluri A B C D repræsentant: cumque iam in proiectura Eclipticæ F K habeamus signum ♉ stereographicè repertum per proximè antecedentem propositionem, perspicuè patet, si per tria puncta α ♉ ε circulus decircinetur, ipsum esse illius paralleli proiecturam, qui per Taurum incedit: cumque eadem sit in ceteris ratio, perfectum est quod primò fuerat postulatum.

E

Hinc patet proiecti Coluri A C portionem E Z arcubus B α & D ε repræsentatione æqualem esse, rectasque quæ hic signatæ non sunt α D & B ε per punctum Z transire: nam circulus α Z ε pari vndique numero graduum ab Æquatore B D distat.

F

Patet hinc etiam parallelum α Z ε (vti & ceteros) Eclipticam F K duobus in locis secare, nempe in ♉, & alio quodam puncto extra circulum A B C D ad partem F constituto: nam & primitiui circuli paralleli veram sphæræ Eclipticam in duobus signis secant, quæ pari interuallo ab Æquatore ad eamdem partem distrahuntur.

Si per certos numeros graduum paralleli ducendi sint, eodem modo id fiet quo Tropicos descripsimus. Exempli gratia, si eidem Æquatori paralleli postulétur, qui per denos gradus vtriusque Coluri pertranseant, secentur arcus A B & A D in denos gradus, & ex B per singula sectionum puncta arcus A D rectæ lineæ occultis notulis ducantur: hæ vbi rectam

ctam Coluri proiecturam A E inuadent, ibi loca signabunt, in quę partes arcus A D proij- A
ciuntur per 92. huius, sic vt partes A E partibus quadrantis A D aspectu respondeant. Ergo si per terna puncta circuli describantur, vti factum est in Tropico F I G & parallelo Tauri α Z ε, ducti erunt paralleli per denos gradus vtriusque Coluri incedentes; quod faciendum erat.

PROPOSITIO CXIV. PROBLEMA.

Declinationum ac latitudinũ circulos stereographicè repræsentare.

Declinationum circulis duo eodem modo describentur, quo superiùs Coluri prop. 110. hi siquidem inter declinationum circulos connumerantur, B
quandoquidem per mundi Polos atq; æquales partes Æquatoris acti concipiantur, vt prænotatione decima quinta docuimus; ceteri autem nullo negotio in plano designabuntur, si priùs Æquator in gradus seu partes æquales secundùm oculi repræsentationem distributus fuerit per 92. propositionem libri huius: nam circuli per singula harum diuisionum puncta & vtrumque Polum ducti illos exhibebunt, qui in sphæra astrorum declinationes metiuntur.

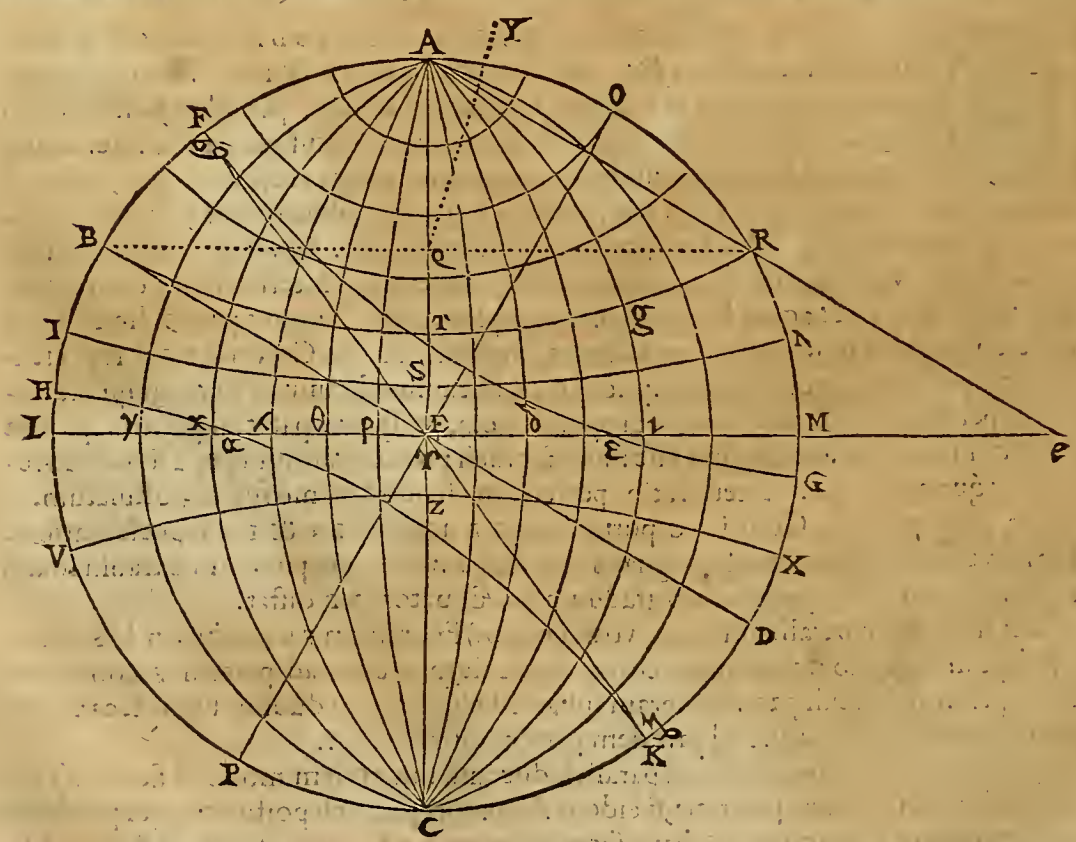
At latitudinum circuli licet nec per mundi Polos, nec per Æquatoris æquales partes transeant, similem tamen cum declinationum circulis proiecturam habent: vti enim Poli mundi ad Æquatorem, per cuius æquales portiones declinationum circuli incedunt; ita se habent Zodiaci Poli ad Eclipticam, per cuius gradus æquasque partes lati- C
tudinum circuli aguntur: quare ad illorum similitudinem hi quoque circuli stereographicè describendi sunt.

Vtrorumque porrò delineatam formam videre licebit in schemate prop. 118. vbi circuli verticales in planum profundentur, quorum proiectio horum quoque circulorum proiectioni per omnia similis est.

PROPOSITIO CXV. PROBLEMA.

Horizontem ad datam Poli altitudinem in plano exhibere.

QVONIAM in hac sphæræ proiectione oculum in communi Horizontis & Æquatoris sectione constituimus, hoc ipso constat Horizontem per- D
pendiculariter aspectui obijci, inque rectam lineam proijci per 91. propositionem libri huius, eamque per centrum actam, quia vnus est è maximis sphæræ circulis. Igitur si O Polus sit Borealis, P verò Australis, O P autem



sphæræ diametrus, sitque designandus Horizon ad datam Poli altitudinem graduum sexagin-

A ſexaginta;id fiet hoc pacto: Circulus A B C D in trecentos & ſexaginta gradus, vt moris eſt apud Aſtronomos, diſtribuatur, & ab O ad M, itemque à P ad L gradus ſexaginta ſupputentur,perque L & M recta agatur linea; hanc dico Horizontis proiecturam eſſe ſecundùm datam Poli altitudinem in plano deſignatam:nam ea omnia in ipſam conueniunt,quæcumque Horizontis definitioni inſunt.

CONSECTARIVM.

Latitudinem ſolis ortiuam occiduámque inueſtigare.

B CVM latitudo ſolis ortiua occiduaque,ea ſit Horizontis portio, quam ſol oriens occumbénſve toto anni tempore attingit, (non enim vno in loco perpetuò oritur, vnoq; occumbit,ſed alio ſemper atque alio) perſpicuum eſt, ſi in hac ſphæræ conſtitutione,Polique ſublimitate,Tropici deſcribantur F ε G & H α K,quemadmodum propoſitione 110. docuimus, ab his portionem Horizontis intercipi α ε, extra quam ſol oriens occumbénſve numquam vagatur,cùm vltra Tropicos non procurrat.Hanc Aſtronomi latitudinem ortiuam occiduamque appellant, cuius ſi magnitudo gradibus æſtimanda ſit,ex A vertice ſeu Polo Horizontis per α & ε occultæ lineæ ductæ intelligantur, vſque dum circuli A B C D peripheriæ occurrant:quam inquam ex hac portionem illæ auferunt,ea eſt ipſius α ε proiecturæ authographa per 92. propoſitionem huius: quare ſi to-
C tus circulus A B C D in gradus diſtribuatur,quot ex his continet circuli portio lineis A α & A ε productis comprehenſa,totidem α ε repræſentando complectitur.

PROPOSITIO CXVI. PROBLEMA.

Circulos altitudinum deſcribere.

CIRCVLI altitudinum cùm omnes Horizonti ſint paralleli, eumdem habent proiectionis modum,quem circuli diurni Æquatori paralleli,quos propoſitione 112. in planum tranſcripſimus. Eſto itaque idem qui ſuprà, Horizon L M,ſummumque eius faſtigium A ſeu omnium circulorum ab
D Horizonte æquidiſtantium Polus, arcus autem A L & A M in partes æquales ſecentur,nempe in gradus quindenos,per quos modò circulos altitudinum ducere placet: deinde à ſingulis partibus quadrantis A M ad punctum L, vel à partibus quadrantis A L ad punctum M rectæ lineæ ducantur occultis notis, quæ lineam A E ſecent in partes repræſentatione æquales per 92. propoſitionem huius,& per terna puncta circuli ducantur,factumque erit quod poſtulatur.

Exempli gratia, quadrantium A L & A M portiones L I & M N gradus habeant quindenos,& per L N vel I M recta occultè ducatur,quæ A E ſecet in S, & per tria puncta iam reperta I S N circulus ducatur per 5. quarti Euclidis; hunc dico vnum eſſe è parallelis Horizontis, ſeu circulis altitudinum, qui per quindenos gradus deſcribuntur. Eodem
E modo ſi L B & M R arcus graduum ſumantur triginta, & à B ad M, vel ab R ad L recta adiungatur,quæ ipſam A E ſecet in T, erit is qui per B T R ducetur circulus, vnus ex illis qui altitudines indicant, ab Horizonte gradibus triginta æquidiſtans. Quoniam enim circuli omnes Horizonti paralleli,quos altitudinum circulos vocant,præter ſolum Horizontem obliquè obijciuntur, neceſſe eſt eos, excepto Horizonte, in circulos proijci per 96. huius: cùm ergo tria puncta in plano habeantur, per quæ ſinguli tranſeunt, perſpicuum eſt,ductos per hæc puncta circulos,illos eſſe, quorum primitiui in ſphæra ab Horizonte reipſa æquidiſtant.

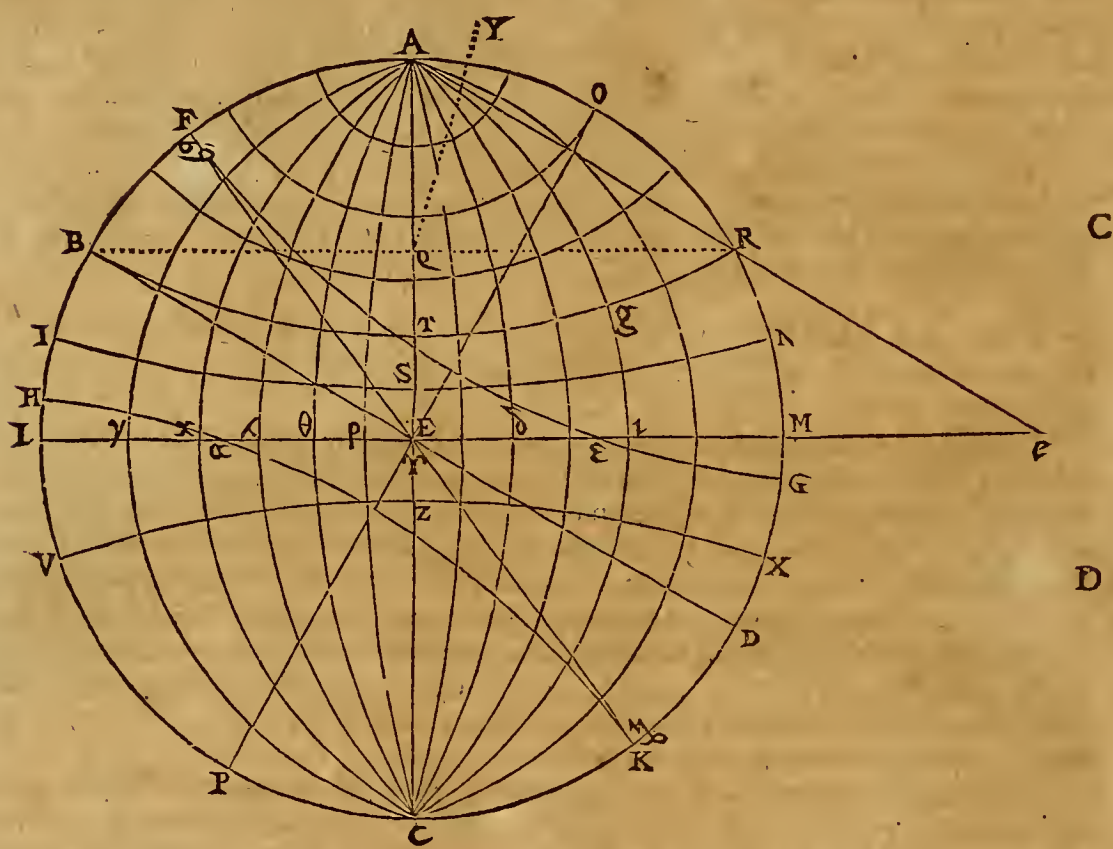
In quibus hoc notatu dignum eſt, omnium centra in recta linea C A verſus A infinitè producta exiſtere. Cùm enim, exempli gratia, B L & R M æquales ſint ex hypotheſi, erit
F ea quæ ad B R adiungitur recta linea ipſi L M parallela: quare C A in L M rectis incidens angulis per hypotheſin,erit quoque ad rectos ipſi B R angulos per 29. primi Euclidis:ſed C A per centrum E circuli A B C D tranſit; igitur C A ipſam B R ſecat quoque bifariàm per 3. tertij Euclidis,ideoque in C A producta erit circuli B T R centrum: ſi enim id negetur,eſto centrum circuli B T R in quopiam puncto extra lineam C A reperto, puta Y, & ab Y ad Q recta ducatur: quoniam igitur oſtenſum eſt B R in Q ſectam eſſe bifariàm, & nunc aſſeritur Y Q ex centro educi,erit Y Q ipſi B R perpendicularis per 3. tertij Euclidis; ac proinde anguli Y Q B & Y Q R recti:ſed oſtenſi ſunt recti A Q B & A Q R; itaque fieri nequit vt ſit Y circuli B T R centrum. Quæ demonſtratio cùm in ceteris punctis extra li-

neam C A productam assumptis locum habeat, patet in C A producta circuli B T R centrum existere, atque eodem modo ceterorum circulorum qui Horizonti repræsentatione paralleli in plano describuntur. A

PROPOSITIO CXVII. PROBLEMA.

Crepusculi limitem definire.

TERMINVS ille qui initium finemque crepusculi distinguit, circulus est Horizonti parallelus, vt ex prænotatione 16. huius libri constat: quocircà eius proiectio ab illorum circulorum, qui altitudines indicant, proiectione haud absimilis est. Sumantur itaque sub Horizonte arcus L V & M X graduum decem & octo, adiunctaque regula ad V M, vel ad L X, signetur linea A C punctum Z, quod dico ipsorum V & X proiecturam esse per 92. propositionem B



huius: cùm ergo tria iam puncta habeantur V, Z & X, per quę crepuscularis circuli proiectura incedat, si per hæc circulus describatur centro in recta A C versus C producta accepto, erit circulus V Z X crepuscularis circuli proiectura postulata: nam cùm is oblique visui opponatur, erit eius transcripta in planum forma circulus per 96. huius; at non alius quàm qui per puncta ducitur V, Z & X, quæ primitiuis punctis crepuscularis circuli in sphęra aspectu respondent: igitur V Z X circulus, ipsius primitiui circuli crepuscularis propria est transcriptio, quæ erat designanda. E

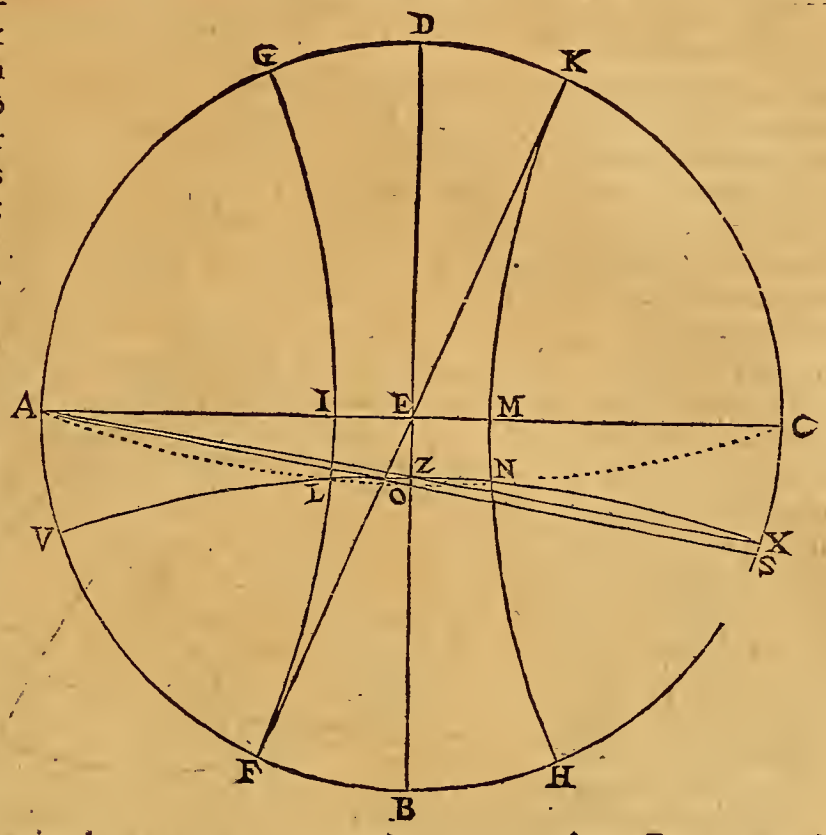
CONSECTARIVM I.

Crepusculi magnitudinem in vtraque sphæra, recta scilicet & obliqua, omni anni tempore dimetiri. F

TAMETSI ex iis quæ superiùs propositione 42. de inuestiganda crepusculorum magnitudine, initio ac fine ex Orthographica proiectione docuimus, perfacile sit eadem in Stereographicis proiectionibus reperire, quandoquidem vniuersali quadam ratione hæ proiectiones inter se conueniant; tamen quia magna est figurarum diuersitas ex vtraque eorumdem circulorum proiectione, gratum futurum Lectori putaui, si ea quæ ad crepusculorum magnitudines, initia ac fines spectant, in hoc quoque proiectionis genere paulò distinctiùs explicata proponerentur.

Esto

A Esto itaque in sphæra primùm recta A B C D, Æquator B D, Tropici F G & H K, Horizon item A C, & crepusculi circulus V X secans Æquatorem in Z, Tropicos verò in L & N: patet igitur per ea quæ hactenus sunt demonstrata, & ex ipsius proiectionis B natura, omnium parallelorum circulorum portiones, quæ inter Finitorem A C & crepuscularis circuli proiecturã V Z X interiacẽt, vt hîc sunt I L, E Z & L N, esse crepusculorum magnitudines, hoc est spa- C tia illa quæ sol à matutini crepusculi initio ad exortum, vel ab occasu ad finem crepusculi vespertini diurnomotu peragit.



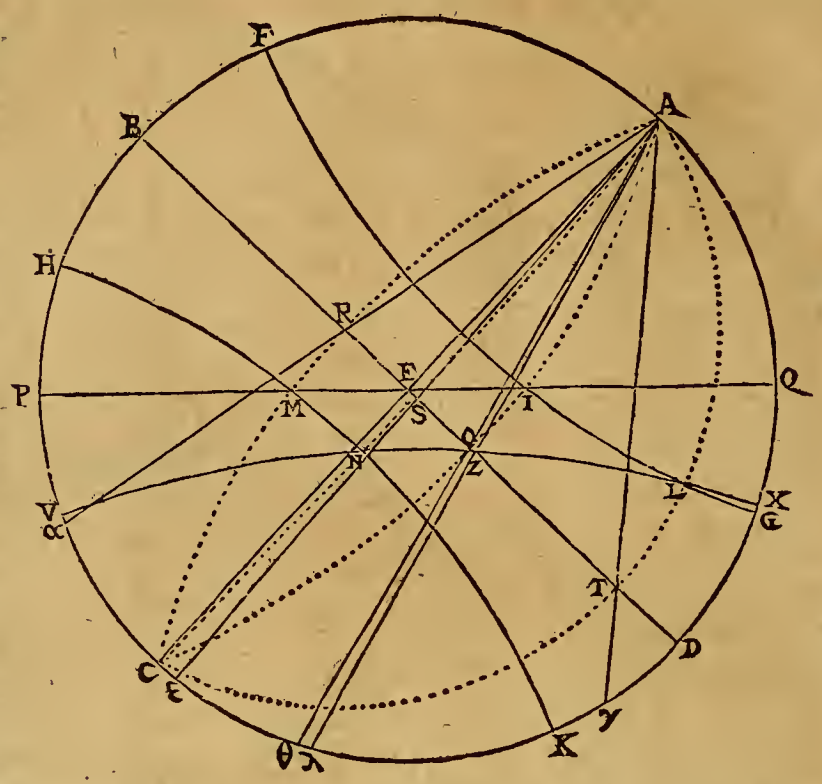
Has si ad primitiuos circulos reuocare oporteat, id non vno modo in Æquatore, qui maximus est circulus, ac in reliquis non maximis circulis fiet. Sit itaq; primùm crepusculi portio in plano, cùm sol Æquatorem tenet E Z; ab A per Z recta agatur linea A X, erit inquam C X maximi circuli portio ipsius proiectæ portionis E Z primitiua per 92. D propositionem huius; quam si tempore metiri lubet, diuidetur totus A B C D circulus in horas 24. & si opus sit etiam in horarum partes ac minuta, quotque ex his continebit C X, tanto tempore crepusculum durabit, cùm sol per Æquatorem diurna latione deferetur.

Sit deinde crepusculi portio I L, cùm sol Cancri Tropicum F G obtinuerit; per A, L & C circuli fragmentum occultè describatur, quod proiecturam Æquatoris B D secet in O, & ab A per O recta agatur A S: dico C S maximi circuli portionem primitiuæ portioni ipsius I L similem esse, id est C S ad totum circuli A B C D ambitum ita se habere, quemadmodum se habet proiecturæ I L primitiua portio ad totum Tropici circulum. Cùm enim A E C & A L C maximi sint circuli, & per Polos A & C omnium parallelo- E rum acti; erunt per 10. secundi Sphæricorum Theodosij parallelorum portiones I L & E O similes: at per 92. huius C S primitiua est ipsius E O circularis portio: itaque eadem C S ad circulum A B C D ita se habet, quemadmodum ipsius I L primitiua circularis portio se habet ad Cancri Tropicum: quare si totus A B C D circulus in tempus conuertatur, tanta diei parte crepusculum perdurabit dum sol in Tropico Cancri versabitur, quanta est C S, totius circuli A B C D comparatione.

Hinc id quoque perspicuè colligi potest, quod & propositione 42. ad notauimus, in recta sphæræ constitutione crepuscula inæqualia esse: ac minimum quidem cùm sol in Æquatore existit, maximum verò cùm in Tropicis versatur; totamque discriminis rationem portiuncula X S contineri. Patet etiam parallelorum æquè ab Æquatore distan- F tium crepuscula æqualia esse, quòd scilicet circulus maximus A O C, qui per L ducitur, per N quoque transeat, vbi crepusculi circulus V Z X parallelum H K æquè ac F G ab Æquatore disiunctum intersecat.

Eodem fermè modo crepusculorum magnitudines in obliqua sphæra ex proiecturis inuestigare licebit. Sint enim vt priùs Æquator B D, Tropicus Cancri F G, Tropicus Capricorni H K, mundique axis A C; at Horizon obliquus P Q, & crepusculorum circulus V X, omnes stereographicè in planum proiecti: ex quibus hoc primò apparet, sole in Æquatore existente, proiectum crepusculi arcum esse E Z; cùm verò in Tropico Cancri sol versatur, proiectam Tropici portionem I L eam esse qua crepusculum durat,

vti MN dum ſol Tropicũ Capricorni attigit. Quæ omnia ex dictis perſpicuè patent, cùm crepuſcula in ijs parallelorum portionibus fiant, quæ Horizontem inter & crepuſcularemcirculum intercipiuntur.



Ad primitiuas autem circulorum portiones eæ proiecturæ reducentur hoc modo: In primis per extremitates æquinoctialis crepuſculi E & Z ab A rectæ lineæ ducantur A C & A λ: dico C λ primitiuam eſſe circuli portionem, quam E Z proiecta crepuſculi portio repræſentat, quod patet per 92. huius. Deinde per tria puncta A, I & C, item per A, L & C, circuli deſcribantur A I C & A L C, qui arcũ ſolſtitialis crepuſculi IL comprehendant, ſecentq; Æquatoris proiecturam B D in O & T, & ab A per O & T rectæ ducantur A θ & A γ, quæ peripheriam θ γ comprehendant: hanc dico primitiuæ peripheriæ proiecturæ I L ſimilem eſſe, vt paulò antè eſt demonſtratum, hoc eſt eam rationem habere θγ ad circulum A B C D, quam habet primitiua peripheria proiecturæ I L ad primitiuum Cancri Tropicum. Tum ſimili modo ſi per A M C & A N C circuli deſcribantur, qui Æquatoris proiecturam ſecent in R & S, perque R & S ab A rectæ agantur A α & A ε: dico peripheriam α ε ad circulum ABCD comparatam, crepuſculi M N magnitudinem eſſe; vt ex iam demonſtratis patet.

Quare ſi totus A B C D circulus in tempus conuertatur, facilè apparebit quanto tempore ſingula crepuſcula durent: quot namque partes ſinguli arcus α ε, C λ & θ γ de toto circuli ambitu ſibi vindicant, tot horis vel horarum partibus crepuſcula perdurant.

CONSECTARIVM II.

Qua hora Crepuſcula incipiant ac deſinant, ex proiecturis inueſtigare.

DATIS in circulo A B C D ijs arcubus, quibus parallelorum portiones inter Horizontem & crepuſcularem circulum interiectæ aſpectu reſpondent, non erit difficile horam cognoſcere, qua ſingula totius anni crepuſcula incipiunt ac deſinunt. Nam ſi circulus A B C D in tempus conuertatur, in quod primitiuæ portiones crepuſculorum incidunt, id crepuſculi eſt tempus, ſiue initium ſiue finem ſpectes. Exempli gratia, quoniam arcus C λ circuli A B C D primitiuus eſt crepuſculi Æquinoctialis E Z, ſi ſemicirculus B C D in partes 12. ſecetur, erit D λ tempus à media nocte vſque ad crepuſculum matutinum, cuius initium λ, C verò finis ſeu ſolis exortus, C B autem diei pars ad meridiem vſque, ac rurſus B C id quod à meridie ad occaſum vſque inſumitur, ideoque C veſpertini crepuſculi initium, λ autem finis, ac inde ad D id quod ad mediam vſque noctem naturalem diem complet. Eodem modo erit γ initium crepuſculi matutini, finiſq; veſpertini, cùm ſol Cancri Tropicum obtinet: quare conuerſo, vt priùs, ſemicirculo B C D in tempus, quot horæ à D puncto mediæ noctis, vel à B meridiei numerantur, tot à Meridiano abeſt crepuſculi matutini initium ac finis veſpertini. Cumque eadem ſit in cereris ſupputandi ratio, modus repertus eſt, quo omni anni tempore, crepuſculorum initia & fines ex proiecturis cognoſci queant, quod erat poſtulatum.

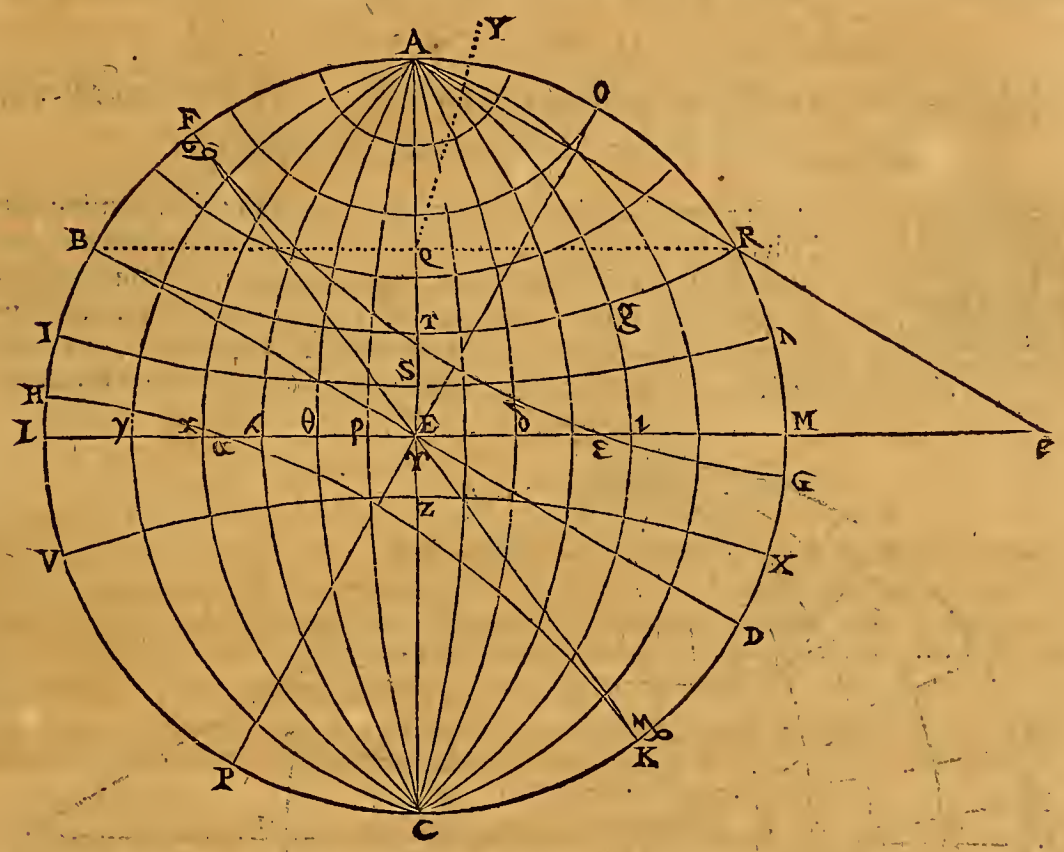
PRO-

A

PROPOSITIO CXVIII. PROBLEMA.

Verticales circulos in planum profundere.

VT I hactenus sphæræ circulos per tria puncta in plano descripsimus, ita & verticales, inuentis primò punctis per quæ singuli transeunt, commodissimè proijcientur: cùm verò per duo puncta omnes incedant, summum nempe cæli verticem, imumque Nadir, hæc primùm in plano designanda sunt. Itaque si Horizon L M ad rectos angulos secetur rectâ A C, erunt
B A & C Horizontis Poli: quæ enim è circuli centro ad ipsius circuli planum ad rectos



angulos excitatur, per circuli Polos transit per 8. primi Sphæricorum Theodosij: sunt verò Zenith & Nadir Horizontis Poli: igitur A Zenith erit, & C Nadir: quare hoc in primis constat, omnes verticalium circulorum proiecturas per A & C duci debere.

Deinde cùm per æquales quoque portiones primitiui Horizontis circuli verticales
E traijciantur, diuidenda erit Horizontis proiectura L M in partes repræsentando æquales per 92. huius, quales hîc sunt E ρ, ρ θ, θ λ, λ κ, κ γ, γ L, totidemque, ac similes in altera proiecti Horizontis parte E M, singulæ capientes gradus quindenos, quibus & circulos altitudinum antè distinximus: per singula autem diuisionum puncta simul & vtrumque verticem A & C, circuli describendi sunt per 5. quarti Euclidis, quos constat verticales esse per 96. & 97. huius, quòd per eadem loca in plano ducantur, per quæ primitiui circuli verticales in sphæra incedunt.

In horum ac similium circulorum proiectione notandum est, circulorum qui ab L versus E continua serie se mutuò sequuntur, centra in alternis Horizontis segmentis existere quæ ab E versus M protenduntur. Exempli gratia, circuli A L C centrum est E, dein circu-
F li A γ C centrum est δ, nempe secti Horizontis signum, quod vno interiecto tertio loco sequitur; tum circuli A κ C centrum est i, quod quintum est diuisionis signum ab E supputatum; posteà circuli A λ C centrum est M, inter quod & i vnum sectionis signum vacuum relinquitur; rursus circuli A θ C centrum est e ipsius puncti R proiectura, intermissa scilicet proiectura puncti N; demum centrum circuli A ρ C est ipsius O proiectura, quæ signi R proiecturam vna interiecta sequitur, & quæ propter loci angustiam hîc designari non potuit: cuius rei demonstratio in propositionem centesimam decimam quintam asseruatur.

CONSECTARIVM.

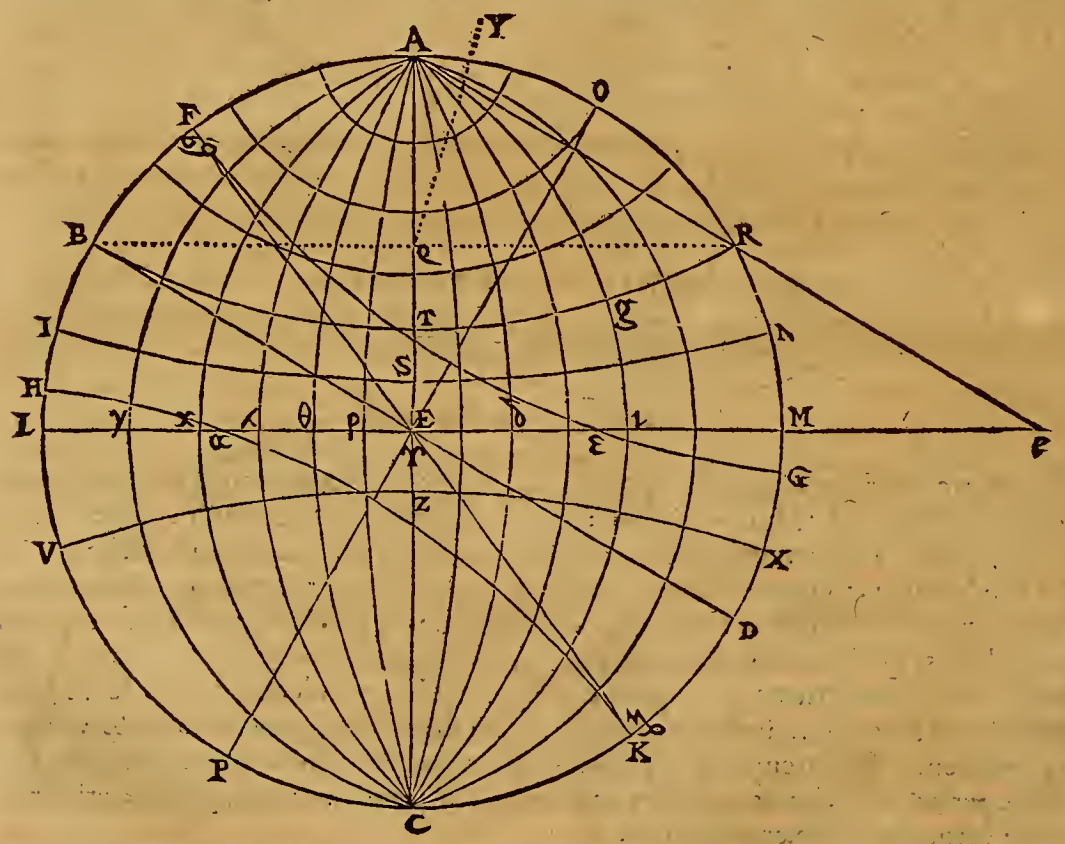
Proprium ſtellæ locum in proiecta ſphæra demonſtrare.

Ex dictis facile erit ſtellæ locum proprium in ſphæræ proiectura oſtendere, ſi cognita fuerit ipſius ab Horizonte altitudo, & à Meridiano declinatio. Vt ſi triginta gradibus ſupra Horizontem emineat, conſtat ipſam in circulo altitudinis triginta graduum B T R locum habere: & ſi à Meridiano ſemicirculo A M C totidem abſit gradibus, erit ipſa haud dubiè in verticali circulo A i C; qui cùm circulum altitudinis B T R ſecet in g, perſpicuum eſt g verum ſtellæ locum eſſe in hac ſphæræ proiectura deſignatum: ſolum namque punctum g vtrique circulo B T R & A i C eſt commune.

PROPOSITIO CXIX. PROBLEMA.

Meridianum cetevóſque Horarios circulos, qui à meridie vel media nocte horas auſpicantur, decircinare.

CVM hi circuli Horarij verticalibus in ſphæra ſimiles ſint, ſolo nomine verticis in Poli nomen permutato, ſimilem quoque habent proiectionis modum: quare ſi A Polus ſit Borealis, C verò Auſtralis, & L M Æquator, perſpicuum eſt per ea quæ de verticalibus circulis propoſitione proximè antecedente ſunt demonſtrata, A L C M circulũ eſſe Meridianum, A E C verò circulum Hectemorion ſeu horæ ſextę, ac reliquos qui inter hos interiacent reliquarum



horarum indices eſſe: ſiquidem linea L M quæ modò Æquatoris vicem gerit, per quindenos gradus repræſentando ſecta eſt; hæc autem horarum ſunt interualla: igitur in hunc modum proiecti iam ſunt Horarij circuli, qui à meridie vel media nocte horarum ſeriem ducunt; quod erat faciendum.

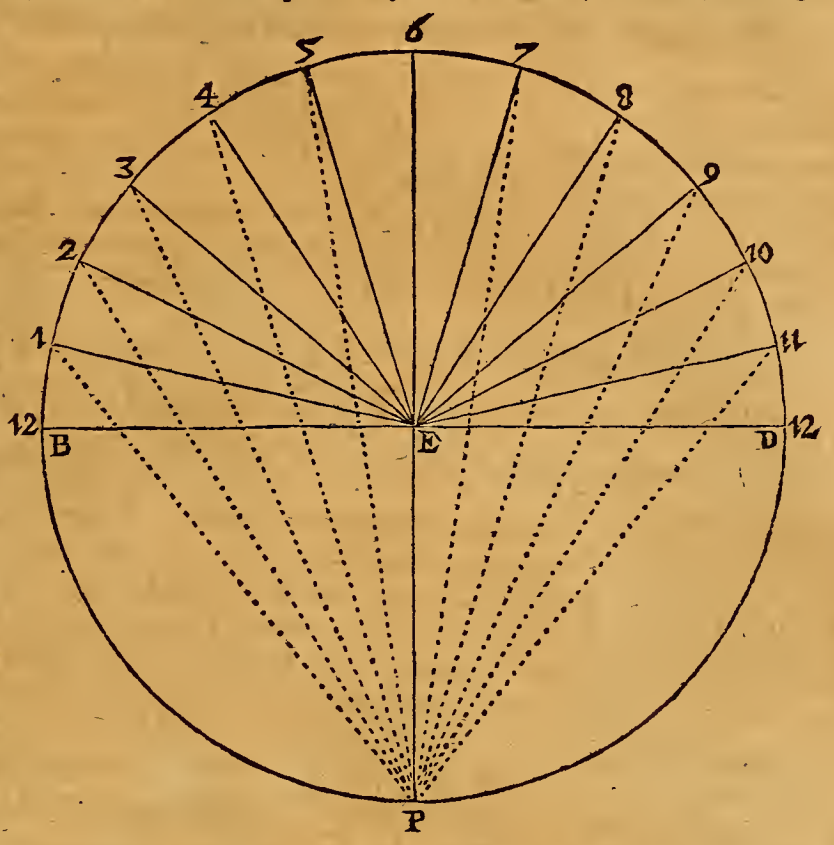
CONSECTARIVM I.

Hinc quouis in plano Horolabium deſcribere.

QVONIAM horarũ notę, quæ in plano deſignantur, ſunt communes circulorũ Horariorum & cuiuſcumq; plani interſectiones in Horologij planum proiectæ, fit vt quouis aſpectu, in quoduis planum hoc proiectionis genere æquè ac per ſuperiores Orthographiæ leges Horolabia deſcribi poſſint, ſi nimirũ deſcriptis Horarijs circulis, deſigna-

A ſignatoq; plano, communes huius & Horariorũ interſectiones ad originem reuocentur.

Quod exemplo perſpicuum fiet. Sint in planum proiecti Horarij circuli ijdem, qui priùs per duos Polos A & C, perque Æquatoris proiecti LM partes repræſentatione æquales acti; hos autem ſecet planum quoddam BD, B cui inſcribi poſtulãtur horarum notæ. Sumatur ſeorſum linea BD ſecta in partes duodecim, ea ratione qua ipſa in ſuperiori ſchemate ſecatur à circulis Horarijs, & circa ipſam circulus deſcribatur: C deinde per ſingulas notas lineæ BD à puncto P occulti radij ducantur, qui ad circuli periphreriam protenſi primitiuas partes ſectæ lineę BD



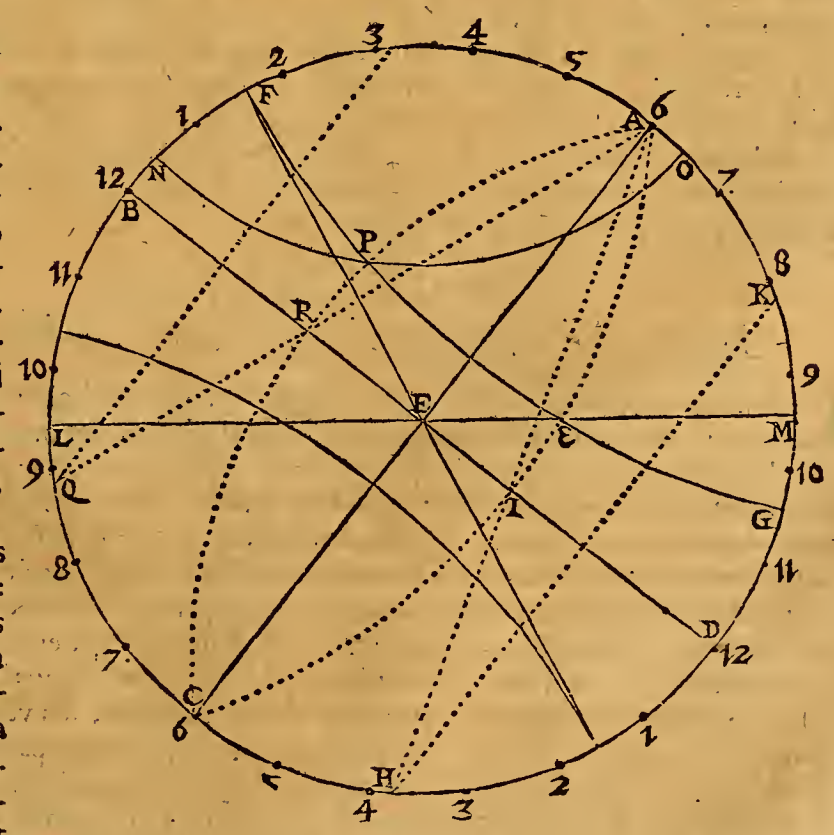
deſignabunt: hoc eſt communes Horariorum & Horolabij interſectiones, quæ proinde horarum notæ erunt, ad quas ſi ex centro E rectæ educantur, erunt eæ ſigna in quæ gnomonis vmbræ procidunt: quare perfecta erit horolabij in propoſito plano deſcriptio.

D

CONSECTARIVM II.

Horam ortus & occaſus ſolis indagare, & diei noctiſq; quantitatem metiri.

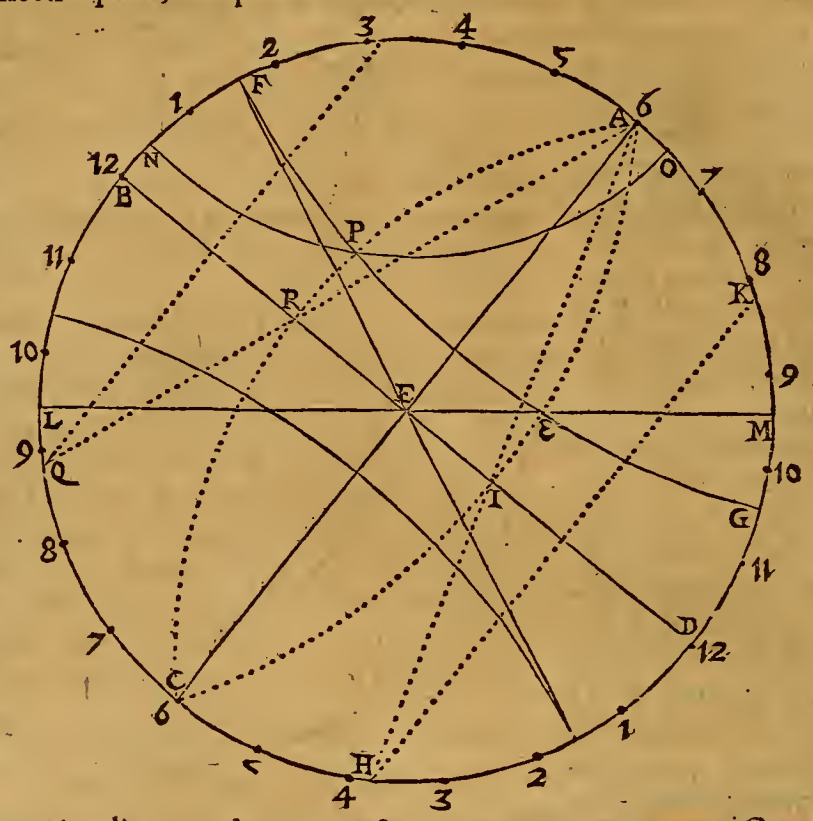
SIT in ſphæræ proiectura ABCD Horizon LM in rectam transfuſus lineã per 115. huius: E itemq; Poli altitudo A, depreſſioq; C gradus vnius ſuprà 50. qualis in hoc noſtro eſt ſacri Imperij Marchionatu Antuerpienſi. Sit præterea Æquator BD, & Tropicus Cancri FG, vel quiuis alius F è parallelis circulis: conſtat in primis ex hac proiectura ſolem, dum in Æquatore exiſtit, hora ſexta exurgere, eademq; hora occumbere, quòd ſcilicet



Æquatoris BD & Horizontis LM communis interſectio E ad primitiuum Æquatorem reuo-

reuocata ipsum bifariàm secet per lineam AC lineæ duodecimę horæ perpendicularem, quæ proinde horæ sextæ est linea: quare hora sexta eo anni tempore sol & oritur & occidit, estque dies nocti æqualis, nempe horarum duodecim. A

Deinde sol ad parallelum FG peruenisse concedatur, oporteatque horam ortus & occasus indagare, & magnitudinem diei noctisq; metiri. Esto ε communis sectio paralleli FG, & Horizontis LM, locus nimirum Horizontis in plano, quo sol parallelum FG tenens oritur & occidit, perque ε & AC circulus ducatur AεC, qui Æquatoris proiecturam BD secet in I: ab A verò per I recta agatur AH: ab H demum recta ducatur HK ipsi BD perpendicularis: dico segmentum circuli HBK diurnum esse, nocturnum verò HDK. Quoniam enim per 10. secundi Sphæricorum Theodosij ducto circulo maximo AεIC per eosdem Polos A & C, per quos & circulus ABCD transit, primitiuæ circulorum parallelorum portiones, quæ proiecturis εG & ID, itemque εF & IB, aspectu respondent similes sunt, erunt & ipsæ proiecturæ inter se repræsentando similes: quare vt repræsentando ID ad IB, ita & repræsentando se habet εG ad εF: sed vt ID ad IB secundùm aspectum, ita reipsa se habet peripheria HD ad HB peripheriam per propositionem 92. libri huius: igitur & vt reipsa HD ipsi HB, ita εG ipsi εF aspectu respondet: quamobrem HD, ipsique æqualis DK, primitiuæ sunt partes ipsius proiecturæ εG; & HB, ipsique æqualis BK, proiecturæ εF partes sunt primitiuæ: itaque si totus circulus ABCD in tempus conuertatur, erit HBK segmentum diurnum, HDK verò nocturnum. Vides ergo solem in parallelo FεG existentem, paulò ante quartam horam oriri, & paulò post octauam occidere: diemque horas omnino sedecim & dimidiam, noctem verò horas septem & dimidiam complecti; quod erat explorandum. B C D E



CONSECTARIVM III.

Cognita solis altitudine, locoq; in Zodiaco, horam edicere.

CVM constet verum astri locum in congressione duorum circulorum existere, quicumq; tandem illi sint, si cognita sit solis altitudo, seu ad quem circulum altitudinis sol scandendo peruenerit; si item locus in Zodiaco notus sit, ac proinde quem parallelum circulum illo die percurrat, perspectus erit & verus solis locus, nempe in congressu duorum circulorum, quorum alter altitudinis est, alter Æquatori parallelus per datum punctum Eclipticæ transiens. Itaque descriptis præter hos duos circulos Horarijs, is horam indicabit, ad quem communis concursus illorum duorum circulorum proximè attingit, vt ex Horariorum natura ac definitione patet. F

Vel certè absque Horariorum circulorum designatione breuiùs horam colligemus, si communem intersectionem circuli altitudinis, & paralleli, seu verum locum solis ad primitiuum parallelũ reuocemus: hic enim conuerso primitiuo parallelo in tempus horam indicabit. Exempli gratia, esto solis altitudo graduũ 45. ad cuius altitudinẽ in schemate superioris consectarij descriptus est circulus OPN; esto item sol in Tropico Cancri FG: erit ergo proprius solis locus plano exceptus in cõmuni horum circulorũ sectione P:

quare

A Quare per A P C circulus occultè describatur secans ipsam B D in R, perque R ex A recta ducatur A Q: hæc cùm primitiuum locum demonstret puncti P, palàm est eo tempore, quo sol in Tropico Cancri existens altitudinem habet graduum 45. horam esse fermè nonam antemeridianam, vel paulò supra tertiam pomeridianam.

CONSECTARIVM IV.

Ex hora, locoq; solis in Zodiaco altitudinem venari.

HVIVS consectarij praxis facilis est ex precedentis consectarij explicatione: descripto namque datæ horæ circulo Horario A R C, ductoque per locum solis quem in
B Signifero obtinet parallelo F G qui Horarium A R C secet in P, erit P verus locus solis: per quem si rursus altitudinis circulus describatur O P N, vera solis altitudo arcu L N vel M O continebitur, vt ex dictis patet: hic ergo si in gradus diuidatur, inuenietur vt suprà graduum quadraginta quinque; quod fuit postulatum.

CONSECTARIVM V.

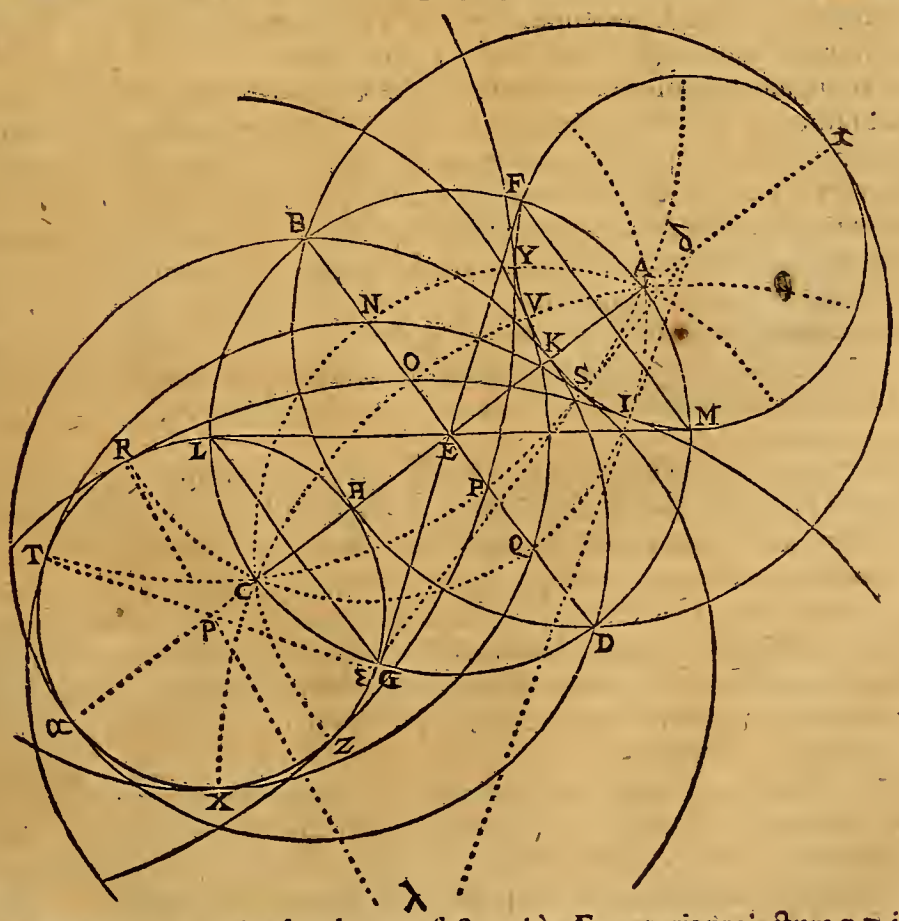
Perspecta altitudine, horáque, locum solis in Signifero ostendere.

SIMILIS ratio est inuestigandi locum solis in Signifero, horâ altitudineq; præcognitâ. Si enim propositæ horæ circulus Horarius describatur A R C, & per solis altitudinem, puta graduum quadraginta quinque, circulus altitudinis ducatur qui Hora-
C rium secet in P; ac rursus per P Æquatori B D parallelus agatur F G, hic vbi Eclipticam secabit, ibi locum solis in Zodiaco exhibebit, cuius primitiuus locus est postulatus.

PROPOSITIO CXX. PROBLEMA.

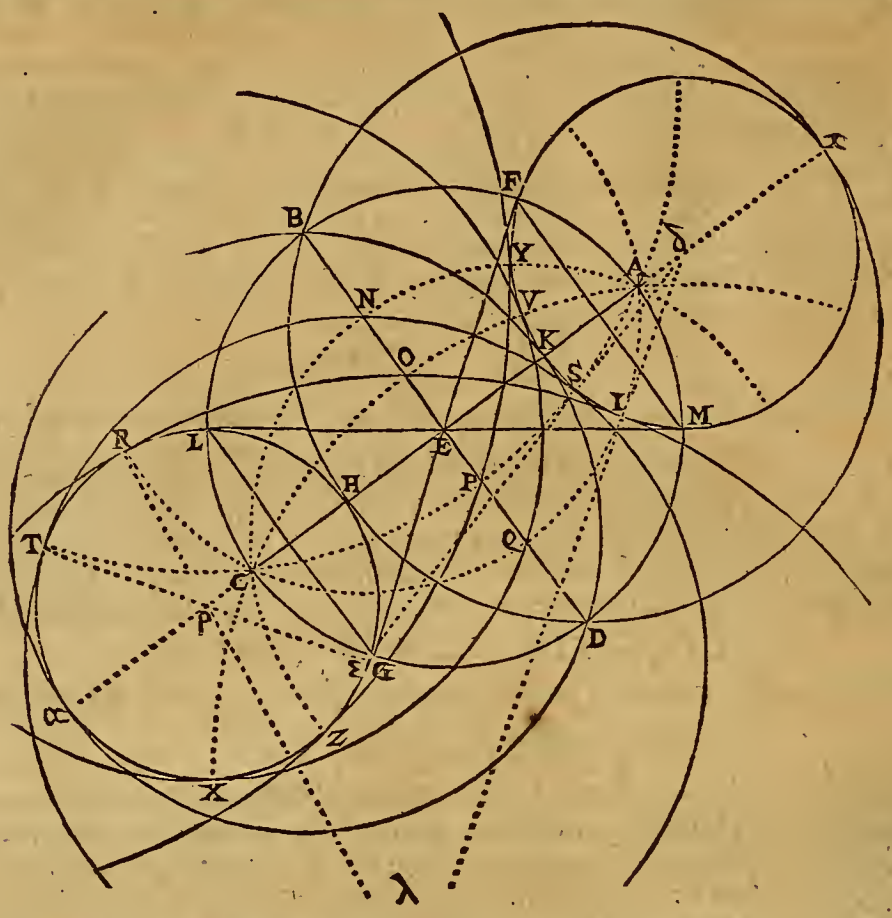
Horarios illos circulos in planum proijcere, qui ab Horizonte horarum seriem ducunt.

ESTO idem, qui suprà Meridianus circulus A B C D, in eiusque planum proiectus Horizon L M, supra quem alter Polus sublimis emineat A, alter verò
D subtus depressus procumbat C; sitq; B D Æquator, totius autem proiecturæ centrum E: duo verò circuli describantur Æquatori paralleli per 112. huius, quorum alter F K M omnium semper apparentium maximus sit, alter verò G H L maximus illorum omnium, qui perpetuò delitescunt, qui in partes duode-



cim repræsentatione æquales diuidantur, secta priùs Æquatoris proiectura B D in partes sex

ſex ſecundùm aſpectum æquales punctis N, O, E, P, Q, deinde deſcriptis occultè circulis per ſingula hæc puncta ſimul & Polos A & C, quales hîc ij ſunt qui punctis notantur, Horarioſque Aſtronomicos bina horarum interualla capientes repræſentant: hi in-



quam, cùm per A & C ducantur, Polos nimirum circulorum F K M & G H L, quorum hic ſemper deliteſcentium, ille ſemper apparentium maximus eſt, ſecabunt & hos ipſos circulos in partes duodecim repræſentatione æquales per centeſimam primam propoſitionem libri huius, quæ duarum horarum ſpatia contineant.

Itaque vt ſingulos circulos qui ab ortu vel occaſu horas incipiunt, explicemus, ab Horizonte ſumemus initium, qui dictos circulos ſemper apparentium ſemperque deliteſcentium maximos in oppoſitis punctis contingit L & M, inque rectam profunditur lineam L M per 115. huius, & horam indicat 24. ſeu primæ initium: deinde in circulo F K M ſumatur punctum I puncto M proximũ, & in circulo G H L punctum R proximum ipſi L, itemque in Æquatore B D punctum O quod punctum E proximè ſequitur; perque tria data puncta I O R circulus deſcribatur per 5. quarti Euclidis, eritque I O R circulus ille Horarius, qui ſecundæ horæ finem ſignat. Nam ex prænotatione 16. huius libri conſtat hos circulos non modò per oppoſitas ſectiones circulorum ex ijs qui ſemper apparent ſemperque obliteſcunt maximorum, verùm etiam per æquales portiones Æquatoris incedere.

Si ſola habeantur puncta I & R, ex R per centrum ρ recta ducatur R λ, itemque recta I λ quæ verſus I producta in centrum δ incidat, erit harum linearum communis interſectio λ centrum, ex quo deſcriptus circulus I O R vtrumq; circulum F K M & G H L continget in R & I. Nam cùm circulorum I O R & F K M centra, in recta ſint linea δ λ, cadet eadem δ λ in contactum per 12. tertij Euclidis: ſecat autem vtrumque circulum in I: igitur in I ſeſe hi circuli contingunt. Eodem modo & circulum G H L idem circulus in R contingit, quòd recta R λ per vtriuſque circuli centrum ε & λ tranſeat: itaque deſcriptus ex λ, interuallo autem λ R vel λ I, circulus vnus eſt ex iis qui horas ab Horizonte auſpicantur, horam indicans ſecundam.

Eodem modo tertius deſcribetur per puncta S N T ex centro ε, in quo rectæ T ρ ε & δ S ε per centra circellorum ρ & δ actæ conueniunt, horam indicans quartam. Hos qui ordine ſequitur quartus B K D α, circulus item eſt, circulum F K M ſemper apparentium maximum tangens in K, maximum verò ſemper deliteſcentium G H R tangens in α, horamq; indicans ſextam. Poſteà quintus horæ octauæ circulus V Q X eodem prorſus modo deſcribe-

A ſcribetur, quo tertius; & ſextus Y P Z qui horæ eſt 10. quemadmodum ſecundus: tandem ſeptimus F G horæ duodecimæ recta iterùm eſt linea, vti & primus L M; nam ad planum Meridiani circuli A B C D rectus eſt: quia ergo Meridianus A B C D directè cernitur, erit horæ duodecimæ horarius circulus perpendiculariter expoſitus, vtpote per oculum tranſiens. Cumque reliqui ſimilem habeant deſcriptionis modum, eos Lectori conſiderandos relinquimus, ne actum agere videamur, lineaſque nulla neceſſitate multiplicemus.

PROPOSITIO CXXI. PROBLEMA.

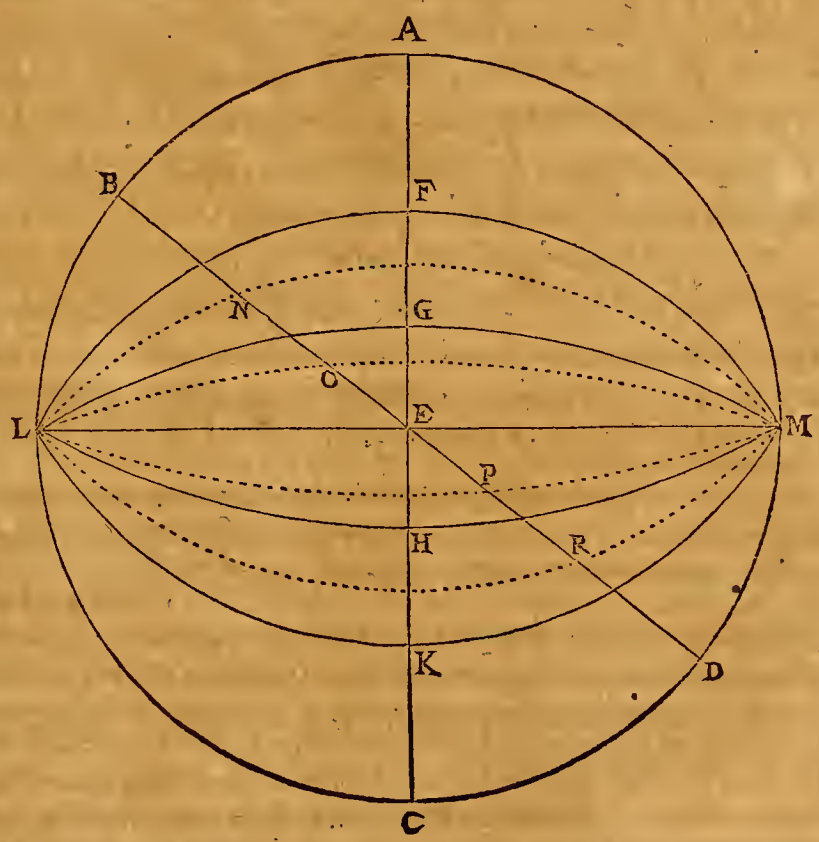
Cæleſtium domorum terminos ponere.

B FACILLIMA eſt eorum circulorum qui cæleſtes domos diſcriminant, explanatio, ex iis quę de verticalium & Horariorum proiectione diximus: vti enim verticales per Horizontis Polos, parteſque æquales Horizontis & Horarij per mundi Polos, æqualeſq; partes Æquatoris; ita domorum cæleſtium circuli per communes Horizontis & Meridiani interſectiones, item per æquales portiones verticalis primarij aut Æquatoris incedunt. Quare diuiſo primario verticali aut Æquatore in partes repræſentatione æquales, ſi per has & communes Horizontis & Meridiani interſectiones circuli ducantur, erunt hi cæleſtium domorum in plano diſtinctores.

C Exempli gratia, ſit Horizon in planum profuſus L M per 115. huius, verticalis autem primarius A C per 118. Æquator denique B D per 111. ſeceturque verticalis primarius A C in ſex partes æquales ſecũdùm aſpectum per 92. huius pũctis F, G, E, H & K, per-

D que ſingula ſimul & communes interſectiones Horizontis & Meridiani L & M circuli ducantur: erũt ergo ſpatia inter hos interiecta, cæleſtes domus; ipſi autem circuli illarum diſtinctores,

E ſecundùm Campanũ: at ſi per Æquatoris B D æquales ſectiones N, O, E, P & R circuli deſcribãtur,



quales hîc punctis notantur, erunt hi cæleſtium, quas vocant, domorum interſtitia, ex Regiomontani ſententia; quæ omnia ex dictis ſatis ſuperque probari poſſunt.

PROPOSITIO CXXII. PROBLEMA.

Poſitionum circulos conſtituere.

F EADEM eſt horum circulorum deſcriptio, quæ & illorum qui cæleſtia domicilia diſcriminant, vt propoſitione 47. in Orthographica ipſorum proiectione dicebamus: nam hoc tantùm à cæleſtium domorum circulis diſtinguuntur, quòd hi per certas dumtaxat Æquatoris vel primarij verticalis partes ducantur; illi verò per quodcumque punctum extra communes Horizontis & Meridiani interſectiones aſſumptum, quod diſcrimen nullam infert proiectionis diuerſitatem. Deſignato igitur in plana ſphæræ deſcriptione puncto quouis, puta N, ſi per id & puncta L & M circulus deſcribatur per 5. quarti Euclidis, erit hîc vnus è poſitionum circulis; vt ex dictis conſtat.

STE-

A

STEREOGRAPHICA SPHAERAE TRANSFVSIO

Oculo in altero Polorum constituto.

IN superiore sphæræ proiectione quam hactenus delineauimus, illud ob- B seruatione dignum videtur, quidquid intra Meridiani ambitum proijcitur, vtriusque hemisphærij vicem subire, solo oculo imaginariè transmutato. Cùm enim oculus in communi Horizontis & Arietis sectione constituitur, descripta figura illud hemisphærium repræsentat, quod à Meridiano versus Occidentem spectat: cùm verò in communem Horizontis & Libræ sectionem oculus transfertur, proiectum schema alterũ hemisphærium exhibet, quod ad Orientem vergit Meridiano diremptum. Quod quidem ita se habet, si Arietis signum in communem intersectionem Aequatoris & Horizontis ortiui incidat, Libra verò in communem C Horizontis occidui & Aequatoris sectionem, vti tota hac sphæræ descriptione suppo- suimus. Ex quo perspicuè patet Meridiani ambitu vniuersam sphæram proiectam contineri, ex alia atque alia oculi constitutione descriptam, ita vt circuli omnes, qui ad vtramque Meridiani partem similem situm in sphæra habent, in eumdem plani locum incidant, & duorum simul vicem gerant.

Nunc ergo ad illam oculi constitutionem, ac sphæræ situm aggredimur, quo eam primus omnium Claudius Ptolemæus descripsit, cuius exstat libellus de Planisphærio; D (sic verò ille appellabat hoc aspectu proiectum schema) quod posteà Ioannes Stoflerinus ad vsum particularis astrolabij accommodauit, ea dumtaxat assumpta sphæræ portione, quæ intra Polum & extimum Tropicum continetur; reliqua prætermissa, quòd in immensum augescat. Cùm verò ea quoque pars sphæræ, quæ inter Aequatorem Tropicumque oculo proximum intercipitur, extra proiecturam Aequatoris procurrat, Odo Malcotius, nostræ Societatis Mathematicus insignis, vniuersam sphæram intra Aequatoris proiecti fines coëgit: nam transmutato vicissim in vtrumque Polum oculo, geminum hemisphærium Australe ac Boreale, in idem planum E proiecit, atque Aequatoris ambitu comprehendit, Gemmam hac in re imitatus Frisium, qui eodem pacto ex superiore oculi situ, quo per vtrumque æquinoctij signum radius ducitur, Astrolabium catholicum designauit, duplici aspectu vniuersam sphæram complexus.

PROPOSITIO CXXIII. PROBLEMA.

Eos qui in sphæra mobili sunt circulos stereographicè explanare, oculo in antarctico Polo constituto. F

HOc aspectu perspicuum est, Æquatorem in primis, omnesque ipsi parallelos circulos, (quales sunt Tropici, Polares, & qui diurni vocantur, illi item, quorum alter omnium semper apparentium, alter verò omnium semper delitescentium maximus est) in circulos proijci, quorum idem sit verum atque apparens centrum. Nam quoniam punctum, in quo oculus omnium horum circulorum est Polus, quæ ab oculo ad cuiusuis circuli centrum ducetur recta

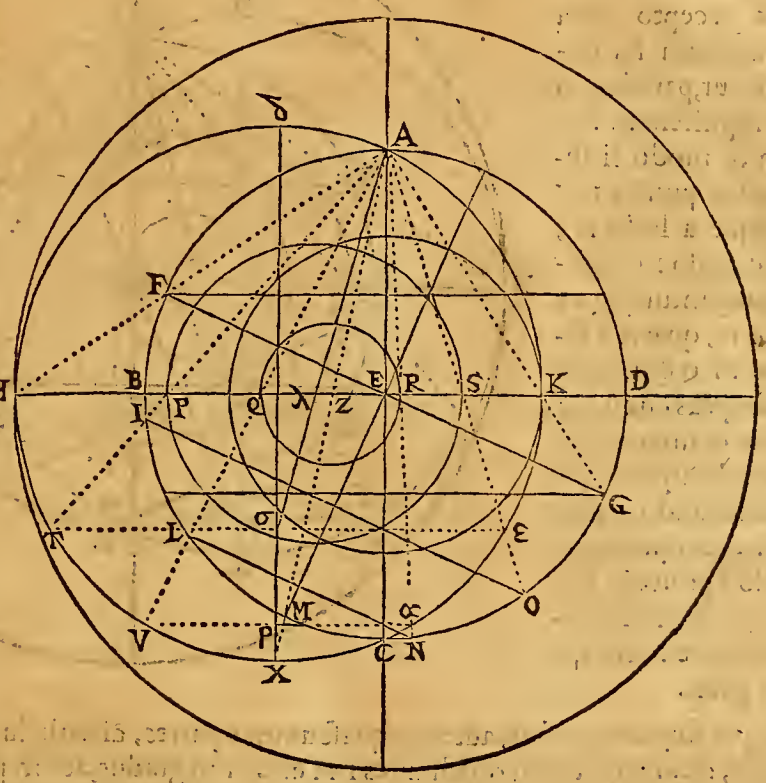
A recta linea, ad eumdem circulum recta erit per 11. primi Sphæricorum Theodosij secundùm ordinem Arabum: quare directè vnusquisque aspicitur, per ea quæ ad propositionem 31. libri tertij sunt prædefinita: igitur per 94. propositionem huius libri omnes circulari forma decircinantur, cuius idem verum atque apparens centrum, quod & sphæræ.

Cùm ergo ex eodem centro hi omnes circuli describantur, quærenda dumtaxat sunt ipsorum interualla; inuenientur autem ea hoc modo: Esto maximus sphæræ circulus directè obuersus A B C D, ex centro E descriptus, qui & Æquator: hunc ad normam secent duæ rectæ lineæ per centrum actæ A C & B D, quæ in infinitum productæ duo-

B Coluros repræsentabunt, ex perpẽdiculari aspectu in planum Æquatoris profusos: hi itaque si in partes repræsentatione æquales distribuantur, facile erit per singulas earum ex centro E circulos

C describere, qui parallelos Æquatori exhibebunt. Exempli gratia, sumantur arcus B F & D G graduum viginti trium & dimidij, punctaq; F & G radijs ab oculo A profusis in planum proijciantur,

D quæ per 92. huius in puncta H & K incident. Quare si A Polus Australis sit,



erit circulus ex semidiametro EK descriptus Tropicus Cancri; is verò qui ex semidiametro E H, Tropicus Capricorni. Quo etiam pacto quicumque alij circuli Æquatori paralleli describentur, vt polares, inuenta in plano ipsorum declinatione, vel certè designatis tribus punctis per quæ transeunt.

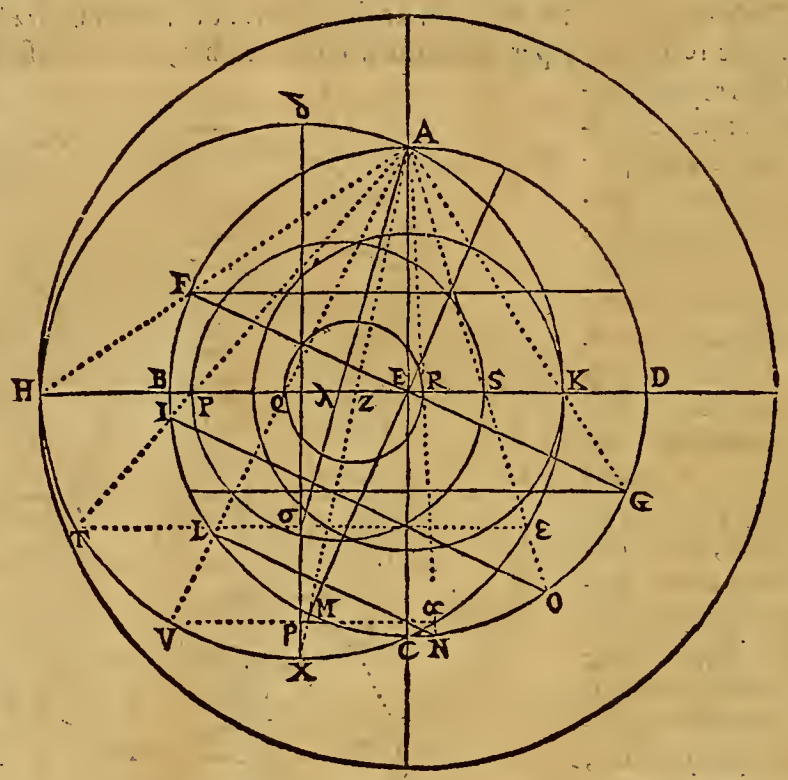
Porrò si Æquator in partes quotcumque diuidatur, & ex centro E per diuisionum signa rectæ lineæ protendantur, erunt hæ illorum circulorum proiecturæ, qui declina-

E tiones continent, inter quos & Coluri censentur: hi namque omnes per mundi Polos, in quorum altero oculus collocatur, & quascumque sectiones Æquatoris incedunt, vt prænotatione 15. initio huius libri docuimus.

Ecliptica quoniam in oppositis signis Tropicos contingit, & Æquatorem bifariàm secat, erit ipsius proiectura A H C K: hæc enim Tropicos in oppositis locis H & K attingit, & Æquatorem A B C D in A & C bifariàm diuidit, sic vt A sit Arietis signum, K verò Cancri, at C Libræ, H autem Capricorni: cuius reliqua signa si postulentur, secanda erit obliqua proiectura A H C K in 12. partes repræsentatione æquales, per 100. huius; per hæc siquidem diuisionum puncta si ex centro E circuli ducantur, erunt hi circuli diurni, atque Æquatori paralleli.

F Si Eclipticæ paralleli desiderentur, quos latitudinum circulos vocant, primùm diuidendus erit semicirculus F M G bifariàm in M: nam iunctâ A M, quæ ipsam H K secet in Z, erit Z Eclipticæ Polus, quem paralleli omnes intra Eclipticæ proiecturam A H C K ducti ambiunt: itaque in quadrantibus F B M & G C M, duo puncta accipiantur I & O, æquè à Polo M, vel à diametro F G disiuncta; vbi verò ductæ A I & A O lineam H K intersecant, puncta signentur P & S, & sumpto centro in linea H K circum P S velut diametrum circulus describatur: hunc dico Eclipticæ repræsentando parallelum esse, & à Polo Z pari vndique interuallo distare. Nam punctum P ipsius I, & S ipsius O est proiectura, per commune proiecturarum axioma; centrum autem primitiui circuli qui per I & O duci-

tur, proiecturam habet in eadem recta H K. Cùm enim circulus I O circulo F G sit parallelus ex hypothesi, erit idem vtriusque circuli Polus, per primam secundi Sphæricorum Theodosij: at circuli F G Polus in semicirculo est F M G ad signum M: quia igitur semicirculus F M G, vtpote maximus rectusq; ad circulum I O, secat eumdem circulum I O bifariàm per 15. primi Sphæricorum Theodosij, transibit communis vtriusque sectio per circuli I O centrum: est verò semicirculi F M G proiectura H K: itaque & circuli I O centrum in lineam H K proiectum incidit: quare circulus qui centro in linea H K accepto circa diametrum P S describitur, parallelum I O repræsentat. Eodemq; modo si sumantur puncta L & N æquè à Polo M, vel circulo F G dissita, iunganturque A L & A N, quæ H K secent in Q & R, erit descriptus circũ Q R velut diametrũ circulus Eclipticæ repræsentando parallelus, pariqúe interuallo à proiecto Polo Z vndique distractus, vt ex iam dictis patet.



Si per singulos gradus, aut alias quascumque partes, circuli ducendi sint Eclipticæ paralleli, secare oportebit quadrantes F M & G M in gradus, aut in partes postulatas, & loca sectionum æquè ab M, vel ab F & G distantia rectis lineis coniungere, perque harum extrema radios ab oculo A ducere, qui H K, communem scilicet intersectionem plani & circuli A B C D, secent: hæc inquam loca apparentes diametros parallelorum circulorum qui postulantur, intercipient.

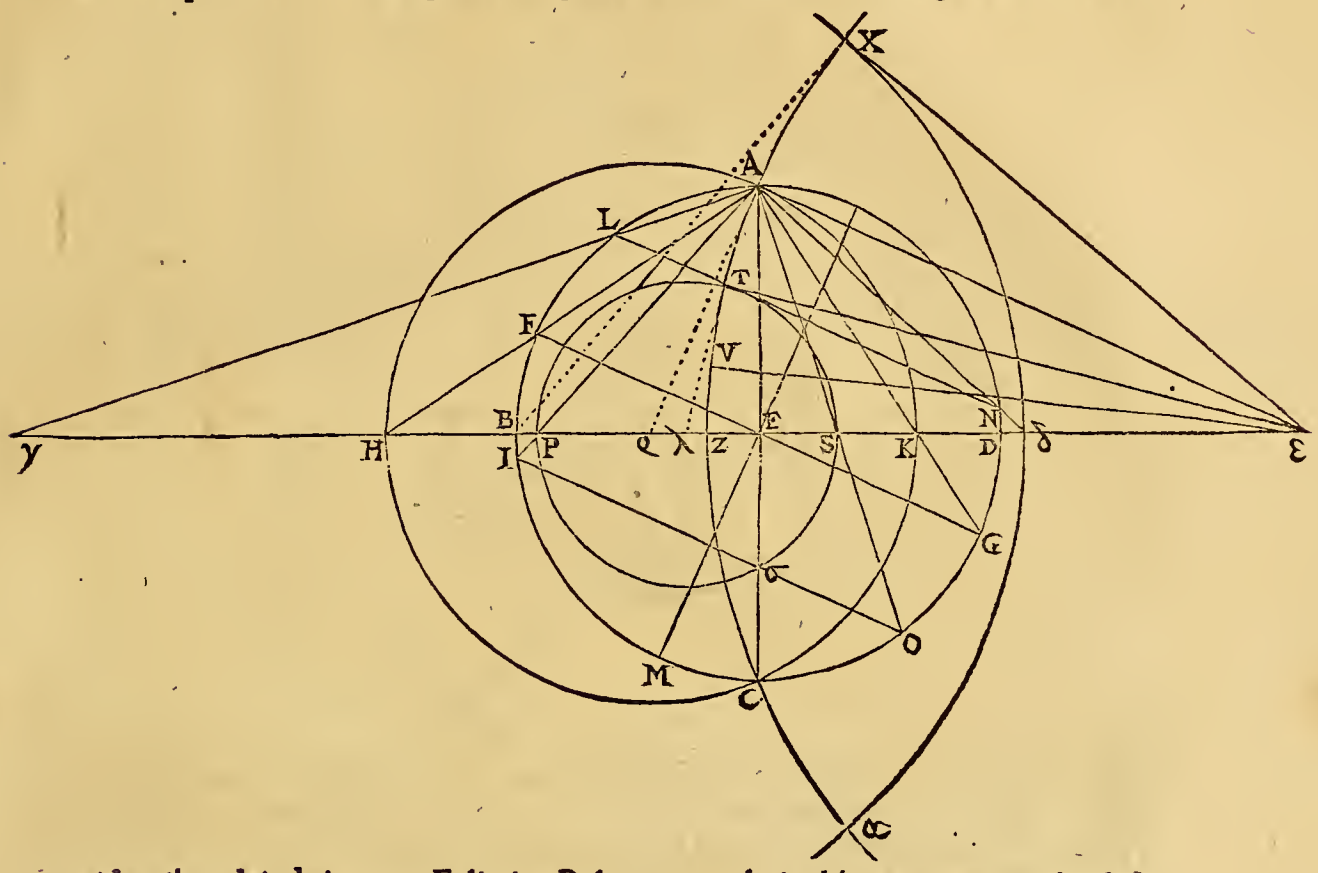
Alia ratione ijdem paralleli Eclipticæ describentur, quæ à priore non longè absimilis est, nec minùs expedita. Diuidatur semicirculus proiectæ Eclipticæ H C K in partes æquales per puncta T, V, X, α, ε, quæ, vt priùs, arcus distinguant graduum 30. iunganturque puncta æquè ab H & K disiuncta rectis T ε, V α, ad quarum extrema rectæ ab A protendantur: dico has per eadem puncta P, Q, Z, R & S transire, in quæ sectiones semicirculi primitiui Eclipticæ F M G proijciuntur, ideoque & easdem apparentes diametros P S & Q R haberi, vt priùs. Quoniam enim A H & A T angulum continent ad vtriusque circuli A H C K & A F M G peripheriam constitutum, erunt arcus H T & F I similes per 40. lemma huius libri: eodem verò modo similis erit arcus K ε arcui G O: igitur A T per I, & A ε per O transit, & A I T, A ε O rectæ sunt lineæ; quare A T & A ε etiam per P & S incedunt, eamdemq; præbent apparentem diametrum P S, quam antè ex ductu linearum A I & A O inuenimus. Cumq; eadem fit in ceteris demonstratio, eam Lectoris industriæ colligendam relinquimus.

Porrò ex eodem principio centra quoque vera circulorum Eclipticæ parallelorum nullo negotio inueniemus hoc pacto: A puncto σ vbi T ε ipsam X δ, (quæ per Eclipticæ proiectæ centrum diametro H K normalis ducta est) intersecat, recta ad oculum A destinetur: hæc inquam circuli P S centrum designabit. Cùm enim T ε ipsi P S sit parallela ex hypothesi, erit triangulum T A σ triangulo P A λ, itemque σ A ε triangulum triangulo λ A S æquiangulum per 4. lemma libri quinti: quare & proportionalia ipsorum latera per 4. sexti Euclidis, vtq; A σ ad A λ, sic T σ ad P λ, ac rursus vt A σ ad A λ, sic quoque σ ε ad λ S: ideoque per 11. quinti Euclidis vt T σ ad P λ, ita σ ε ad λ S, & permutando vt T σ ad σ ε, ita P λ ad λ S: sed T σ æqualis est ipsi σ ε per 3. tertij Euclidis, quòd scilicet X δ

ipsam

A ipsam T ε ad rectos angulos secet: itaque & P λ ipsi λ S est æqualis: quocircà λ est circuli P S centrum. Eodem modo ducta A ρ secabit apparentem diametrum Q R in proprio centro Z, quòd videlicet Q R iuxtà ac V α per eamdem A ρ bifariàm diuidatur, vti iam iam est demonstratum.

Placet hunc quoque modum adiungere quo paralleli Eclipticæ expeditè describi possunt. Esto A B C D, vt suprà, Æquator; A H C K verò Ecliptica, cuius diametrus H K ex diametro Eclipticæ F G orthographicè designata producitur, radijs ex A per F & G in H K



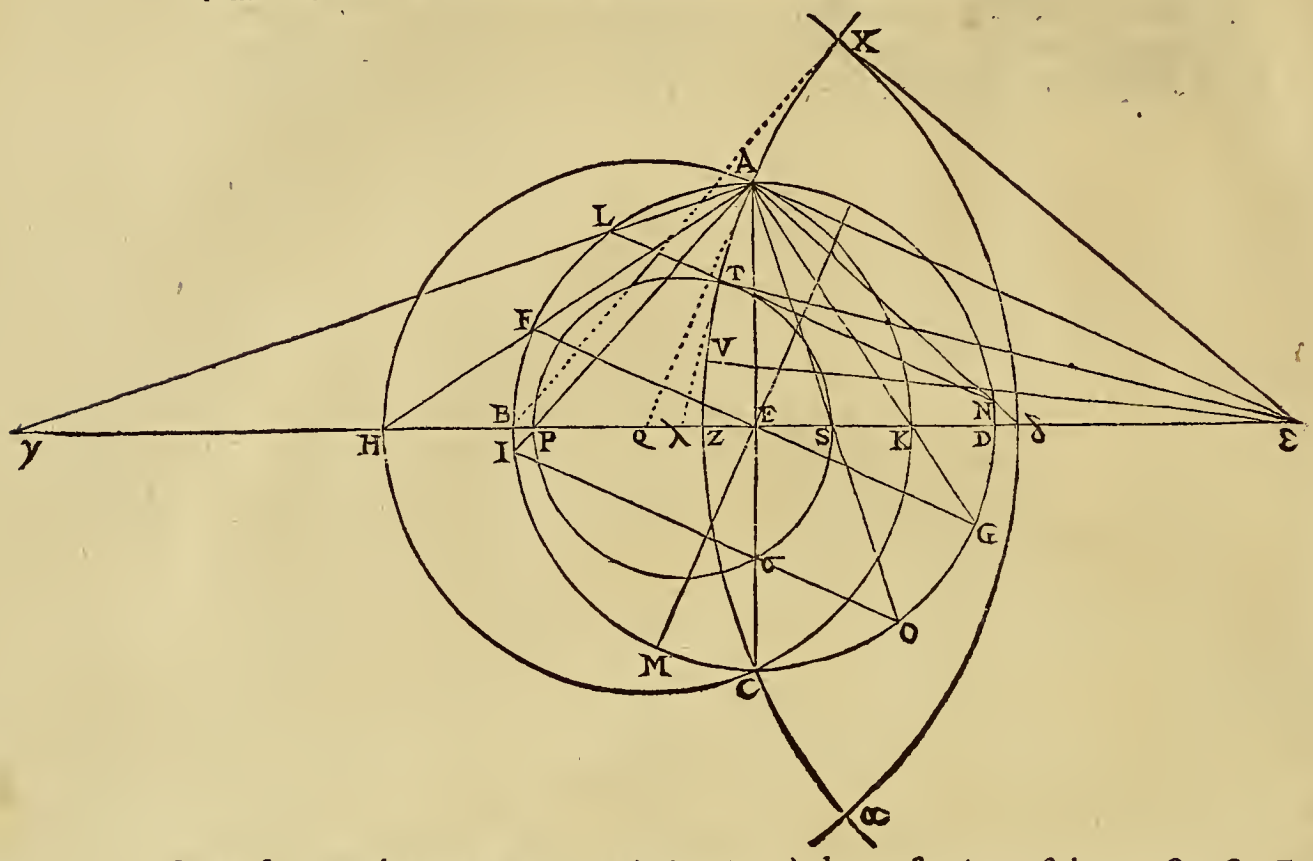
procidentibus: deinde inuento Eclipticæ Polo Z per 99. huius lib. per A Z C circulus describatur, cuius centrum repertum sit ε; hic circulum sphæræ repræsentabit per Eclipticæ Polos actum, ipsamque Eclipticam bipartitò secantem in A & C: igitur quoniam per æquales huius circuli portiones paralleli incedunt, secetur is in partes repræsentatione æquales, vel certè in eas per quas ducendi sunt paralleli, & à centro ε ad sectionum loca rectæ ducantur, quibus perpendiculares adiungantur, quæ circulum A Z C contingant; secent autem rectam H K: dico contingentium & lineæ H K communes intersectiones centra esse describendorum parallelorum, ipsas autem contingentes esse parallelorum semidiametros.

E Exempli gratia, ab ε ad A recta ducatur ε A, huic verò perpendicularis adiungatur A Q quæ ipsam H K secet in Q: dico Q centrum esse, A Q verò semidiametrum Eclipticæ, quæ per A H C K describitur; & Q æquè distare à punctis H & K, quæ ab F & G radijs A H & A K proijciuntur. Quoniam enim A Q circulum A Z C contingit, ipsique A ε est perpendicularis per 18. tertij Euclidis, erit angulus Q A ε rectus: sed & H A K angulus rectus est, vtpote in semicirculo; sublata igitur communi portione Q A K, relinquetur angulus H A Q angulo K A ε æqualis: sed eidem K A ε angulo æqualis est E A K angulus per 27. tertij Euclidis, quòd scilicet ambo æqualibus peripherijs A K & K C insistant: igitur angulus H A Q angulo E A K est æqualis, additaque communi portione Q A E, erit rursus angulus

F H A E angulo Q A K æqualis: sed in triangulis F A E & Q A K, in quibus hi ipsi anguli æquales, sunt etiam æquales inter se anguli A F E & A K Q, per ea quæ propositione 96. sunt demonstrata, vbi videlicet ostensum est coni H A K sectiones H K & F G subcontrarias esse, atque idcircò triangula A H K & A F G similia esse & æquiangula: igitur & reliquus angulus A E F reliquo A Q K est æqualis: quocircà æquiangula similiaque sunt triangula F A E & Q A K: vt ergo A E ad E F, ita A Q ad Q K: est autem A E æqualis ipsi E F, vtpote eiusdem circuli semidiametri: itaque & A Q, Q K sunt inter se æquales. Rursus quoniam à similibus triangulis A F G & A K H similia triangula A F E & A K Q detracta sunt, reliqua A E G & A Q H relinquuntur similia: quapropter vt A E latus ad latus E G, ita A Q ad Q H:

ſed A E ipſi E G æquale eſt per circuli definitionem: igitur & A Q ipſi Q H eſt æquale; A
quare & Q H, Q K inter ſe ſunt æqualia: ideoque Q eſt ipſius circuli A H C K centrum;
quod erat demonſtrandum.

Quod in maximi circuli proiectura A H C K particulari demonſtratione probaui-



mus, id in omnibus etiam non maximis vniuersè demonſtrari poteſt hoc pacto: Su- D
mantur ab A verſus C in proiecto ſemicirculo A Z C gradus triginta vſque ad T, à T verò
recta ducatur T λ, quæ circulum A Z C contingat in T, vel ei quæ è centro ε ad T ducitur,
ſit perpendicularis: dico λ centrum eſſe illius paralleli qui triginta gradibus ab Ecliptica vndique diſtat: conſtat enim in primis hunc parallelum per ſignum T duci debere, vt ſuprà oſtenſum eſt. Deinde deſcripto orthographicè parallelo I O, qui triginta gradibus ab F & G diſtet, ductiſque radijs A I & A O, quæ ipſam H K ſecent in P & S, hoc etiam conſtat ex proximè demonſtratis, parallelum qui ab Ecliptica triginta gradibus diſtat, per puncta quoque P & S tranſire: tria itaque habentur puncta T, P & S, per quæ ductus circulus parallelum triginta gradibus ab Ecliptica diſiunctum repræſentat.

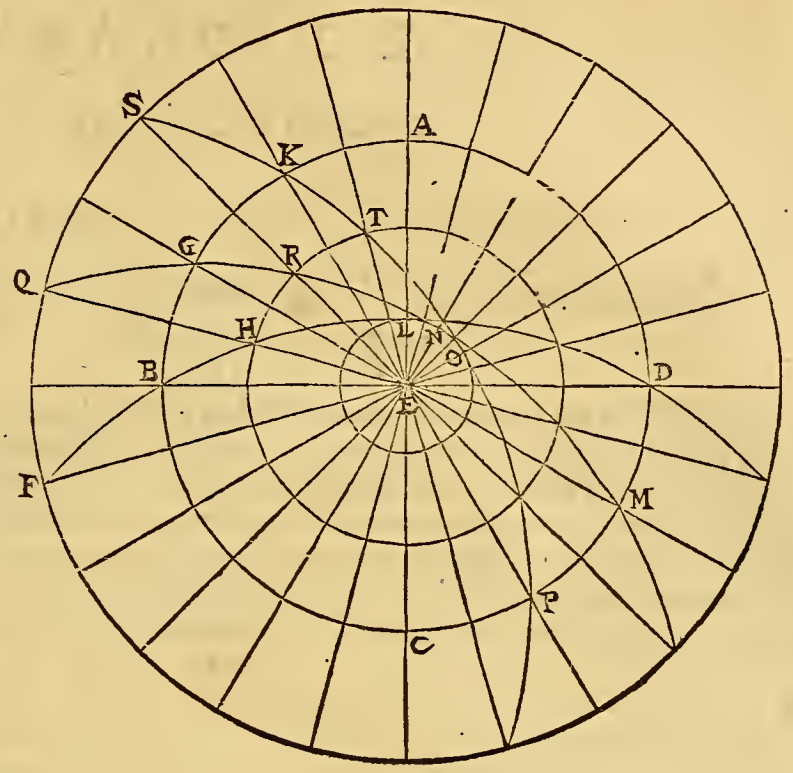
Itaque hoc ſolum demonſtrandum ſupereſt, rectam T λ quæ circulum A Z C in T con- E
tingit, vel ipſi T ε quæ ex centro ε ducitur, rectis adiungitur angulis, in centrum circuli
T P S cadere: id quod in hunc modum probatur: Si T λ circulum A Z C contingat, erit T ε
quæ à contactu T ad centrum ε ducitur, tangenti T λ perpendicularis per 18. tertij Euclidis: quocircà ε T circulum T P S viciſſim contingit per 16. tertij Euclidis; ideoq; per 19. tertij Euclidis in T λ erit circuli T P S centrum: eſt verò & in H K eiuſdem circuli T P S centrum, quemadmodũ & reliquorum parallelorum: igitur centrum circuli T P S illud eſt punctum lineæ H K, cui T λ circulum A Z C contingens incidit; quod erat probandum.

PROPOSITIO CXXIV. PROBLEMA.

Ex eadem oculi conſtitutione Horarios circulos ſtereographicè in planum tranſcribere. F

ESTO vt ſuprà propoſitione 123. ſphæræ Polus E Borealis, circa eum verò deſcriptus Æquator A B C D, & Tropicus Cancri H R T, Tropicus autem Capricorni F S Q: quoniam Horarij illi qui à Meridiano principium horarum ducunt, per alterum quidem Polum E in quo eſt oculus, per alterum verò littera ſignatum E tranſeunt; perſpicuum eſt per 91. libri huius, illos omnes in rectas lineas hac oculi conſtitutione incidere: incedunt

A dunt autem & per æquales portiones Æquatoris omniumque circulorum, qui ab Æquatore parallelo interuallo distant: igitur secto Aequatore A B C D, vel quocumque è parallelis in partes 24. æquales, rectæ quæ à centro E ad æquales hasce B partes dirigentur, Horarios illos, qui à meridie vel media nocte inchoatas horas signant, repręsentabunt, quales hîc sunt E F, E B, E Q, E G, & quæ has ordine consequuntur.



C Nunc si per 92. propositionem huius libri accipiatur distãtia Poli ab Horizonte E L, erit B L D Horizontis proiectura; siquidem à Meridiano circulo in rectam lineam A C proiectum, portionem assumit E L eleuationi Poli repræsentatione æqualem, ipsumque Æquatorem bifariàm diuidit.

Itaque B L D primus est illorum Horariorum, qui ab ortu vel occasu seriem horarum D auspicantur. Ergo centro E, interuallo autem E L circulus describatur, eritque is illorum parallelorum, qui semper apparent, maximus per præcedentem propositionem, & à rectis horarum Astronomicarum radijs in partes 24. æquales secabitur: itaque si per opposita horarum signa in Æquatore assumpta circuli ducantur, qui circulum L N O contingant, erunt hi illorum Horariorum proiecturæ, qui ab Horizonte initium horarum sumunt, qualis hîc vno intermisso alter ab Horizonte est G N M, horam indicans secundam; quartus verò tertio prætermisso K O P, horam quartam signans, ac ceteri eodem sequentur ordine; qui si perficiantur, cùm sint inter se æquales, circulum quemdam in opposita parte contingent, eum scilicet qui semper delitescentium maximum repræsentabit.

E Porrò si circulus B L D in F incidat communem intersectionem Horarij E F & Tropici Capricorni (quod fortuitò euenire potest) necesse est eumdem circulum BLD etiam per H transire, communem scilicet intersectionem Horarij E Q & Tropici Cancri; quòd nimirum puncta F & H æquali graduum numero ab Horario E B distent: constat autem ex prænotatione 16. huius libri, hosce circulos, qui ab Horizonte horas inchoant, per æquales portiones omnium parallelorum incedere; quamobrem etiam circulus G N M per Q & R incedet, itemque circulus K O P per puncta S & T, vt non modò Æquatoris portiones B G & G K, verùm etiam vtriusque Tropici, nempe æstiui partes H R, R T, & brumalis F Q, Q S sint inter se æquales: sic itaque se habet Horariorum proiectio, aspectu in Polo mundi constituto.

F

A

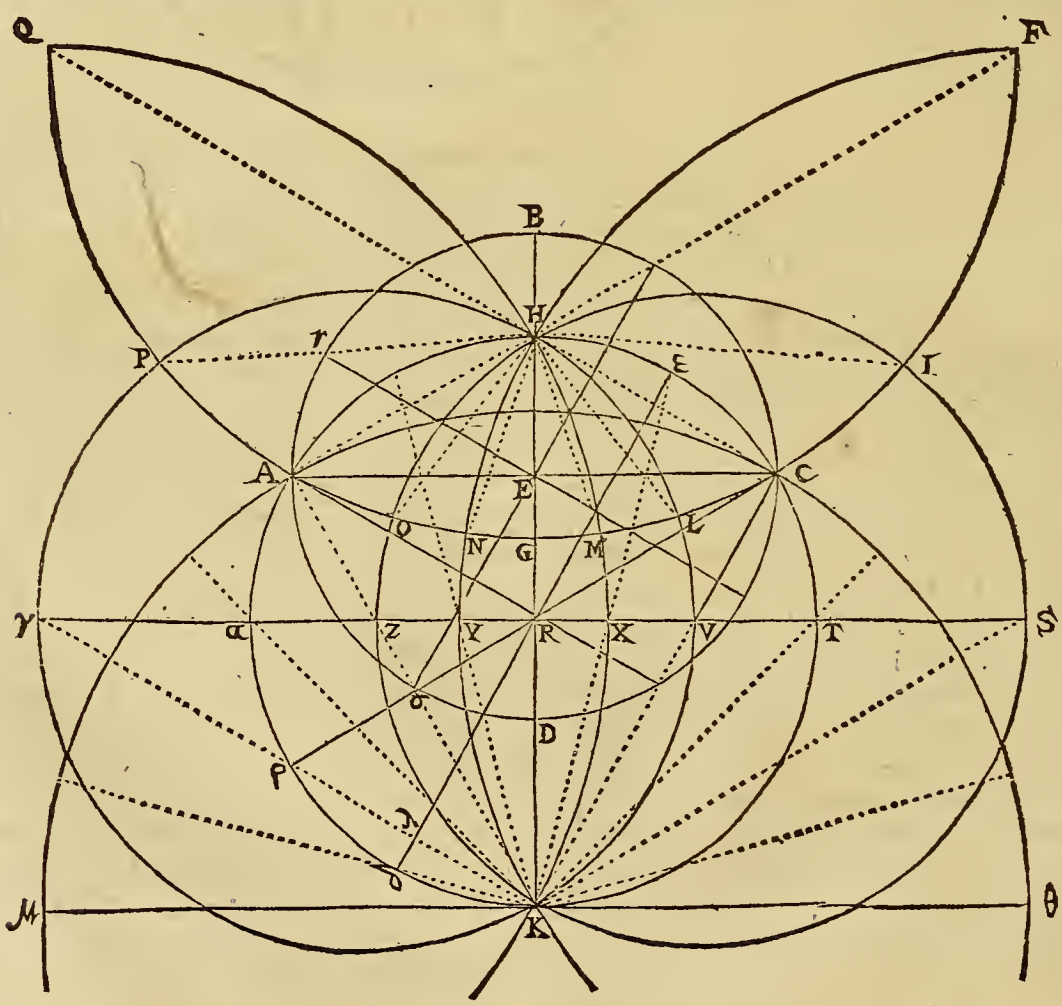
STEREOGRAPHICA SPHÆRÆ EXPLANATIO ex vario oculi ſitu.

PROPOSITIO CXXV. PROBLEMA. B

Sphæræ mobilis circulos, Horarioſq; ex obliquo aſpectu in plano deſignare.

TRIBVS præcipuè modis ſpectari poſſunt hi circuli: vnus eſt, cùm oculus in Polo conſtituitur: quo pacto illos iam proximè deſcripſimus; alter eſt, cùm oculus in Aequatore collocatur, ſecundùm quem proiecti fuerunt propoſitione 110. & ſequentibus; tertius eſt, qui reliquam omnem varietatem complectitur: atque hunc in præſenti explicare intendimus.

Eſto maximus ſphæræ circulus A B C D ex directo aſpectu oculi in E ſigno Meridiani C poſito deſcriptus; eſto item H mundi Polus gradibus ſexaginta ab oculo E diſiunctus,



K verò alter Polus tota diametro ab H diſſitus: & vt E H graduũ ſexaginta, ita fiat E G graduum triginta per 92. huius libri: ſic vt tota perpendicularis proiecturæ portio H G ſit graduum nonaginta: ſi itaque per A G C circulus deſcribatur, perſpicuum eſt hunc Æquatoris proiectam eſſe formam; ſiquidem quia A G C diametrum ſphæræ ambit, erit is de numero maximorum qui in ſphæra ſunt circulorum: diſtat autem ab H mundi Polo gradibus nonaginta: igitur ipſum Æquatorem repræſentat: reliqui autem eius paralleli, cùm omnes ad aſpectum obliqui ſint, eodem modo inuenientur, quo propoſitione 123.

Eclipti-

A Eclipticæ paralleli seu latitudinum circuli explanati fuere; quorum etiam hoc loco eadem est descriptionis ratio.

Supersunt Horarij, ac illi in primis qui Horas à Meridiano auspicantur, qui hoc modo describentur: Æquator A G C in partes æquales repræsentando distribuatur per 100. propos. huius, vt in F, I, C, L, M, G, N, O, A, P, Q, perque singula hæc diuisionum puncta, simul & vtrumque Polum H & K circuli describantur per 5. quarti Euclidis, erunt ij Horarij ex obliquo aspectu in planum proiecti: nam per vtrumque apparentem Polum mundi, & per æquales partes Æquatoris incedunt. Per duarum porrò horarum spatia alternos dumtaxat exhibuimus, ne multitudo confusionem pareret; est enim ceterorum eadem ratio. Ex his ita descriptis H K ex vtraque parte infinitè protracta Meridianum circulum ostendit ex perpendiculari aspectu proiectum per 91. huius; deinde proximus huic H M K horæ decimæ vel secundæ circulus est; tum H L K horæ est octauę vel quartæ circulus; posteà H C K circulus est horæ vtrimque sextæ, atque eodem ordine ceteri qui deinceps sequuntur.

Alio modo iidem Horarij describentur, inuentis in vna eademque recta linea S γ singulorum centris, lociſque per quæ transeunt: inuentis, inquam, vt suprà Polis H & K, per A H C K circulus describatur, quem in primis constat circulum esse horæ sextæ, quoniam Meridianum H K rectis angulis intersecat: deinde per circuli A H C K centrum R recta ducatur S γ normalis ipsi H K, circuloque A H C K in partes æquales distributo, ex K per singula diuisionum puncta rectæ eiiciantur, quæ ipsam S γ secent in S, T, V, X, R, Y, Z, α, γ, eruntque horum signorum interualla secundùm aspectum æqualia per 92. huius, quòd nimirum ab æqualibus primitiui circuli A H C K peripheriis obueniant. Quoniam igitur omnes proiecti horarum circuli per H & K transeunt, secatque S γ ipsam H K ad rectos angulos & bifariàm, perspicuum est omnium circulorum centra in recta linea S γ infinitè producta existere. Si enim extra lineam S γ circulorum, qui per H K ducuntur, centra esse dicantur, erunt quæ à centris ad punctum R ducentur rectæ lineæ ipsi H K perpendiculares per 3. tertij Euclidis: at posita est S γ ipsi H K perpendicularis ad idem punctum R: igitur cùm eidem lineæ ad idem punctum duæ perpendiculares excitari non possint, fieri nequit, vt circulorum qui per H & K ducuntur, centra extra lineam S γ excurrant.

Hic aduerte Lector, non eumdem esse centrorum & circulorum ordinem; sed circulorum vno interuallo lineæ S γ distantium centra duobus interuallis dimoueri. Exempli gratia, circuli quidem H T K centrum est R, proximi verò circuli H V K qui vno interuallo T V à priore disiungitur, centrum non est Y punctum, scilicet quod ipsum R proximè sequitur; sed est Z, quod ab R duobus interuallis distrahitur. Eodem autem modo circuli H X K, qui vno interuallo circulum H V K sequitur, centrum est γ, quod ab Z duobus interuallis distat, non verò α quod ipsi Z ordine proximum est; quod ex Geometriæ principijs in hunc modum potest demonstrari: Esto primùm circulus H V K ex illo proiectus primitiuo circulo, cuius diametrus C ρ, vnoque interuallo distat à T α: quoniam igitur per 98. huius proiecti circuli verum centrum in ea est recta linea, quæ ex K rectis ipsi C ρ angulis incidit; (vbi nimirum hæc producta ipsam S γ intersecat, hoc est in Z.) erunt anguli intersecantium sese K Z & C ρ linearum ad σ recti: est verò & K R Z rectus ex constructione: igitur per 8. sexti Euclidis similia sunt inter se triangula σ R Z & σ K R, & hi ipsi anguli per 5. sexti Euclidis æquales: cùm ergo σ R Z ad centrum, σ K R verò ad circumferentiam circuli H T K α sit constitutus, erit arcus A H, cui is qui ad circumferentiam insistit, duplus ipsius α ρ cui insistit is qui ad centrum constituitur, vt ex 20. tertij Euclidis colligi potest: quare Z centrum verum proiecturæ H V K duobus interuallis ab R distabit.

Rursus sit circulus H X K duobus interuallis X V & V T à circulo H T K disiunctus, cuius primitiua diametrus sit ε δ duobus item interuallis δ ρ & ρ α distans à T α: quoniam per iam citatam 98. proposit. huius libri K λ, quæ ipsam ε δ rectis angulis intersecat, producta centrum verum circuli H X K attingit in γ, erunt per 8. sexti Euclidis triangula λ R γ & λ K R inter se similia, angulique λ R γ & λ K R, per 5. sexti Euclidis æquales; hic verò cùm ad circumferentiam sit circuli H T K α, ille autem ad eiusdem circuli centrum, erit arcus H ρ duplus ipsius α δ: at α δ duo continet interualla ex hypothesi; igitur H ρ continebit interualla quatuor: quocircà & γ centrum verum proiecti circuli H X K quatuor spatijs distabit ab R, duobus verò à Z; quod erat demonstrandum.

Ex his perspicuè elici potest modus Horarios ex obliquo aspectu describendi: secta

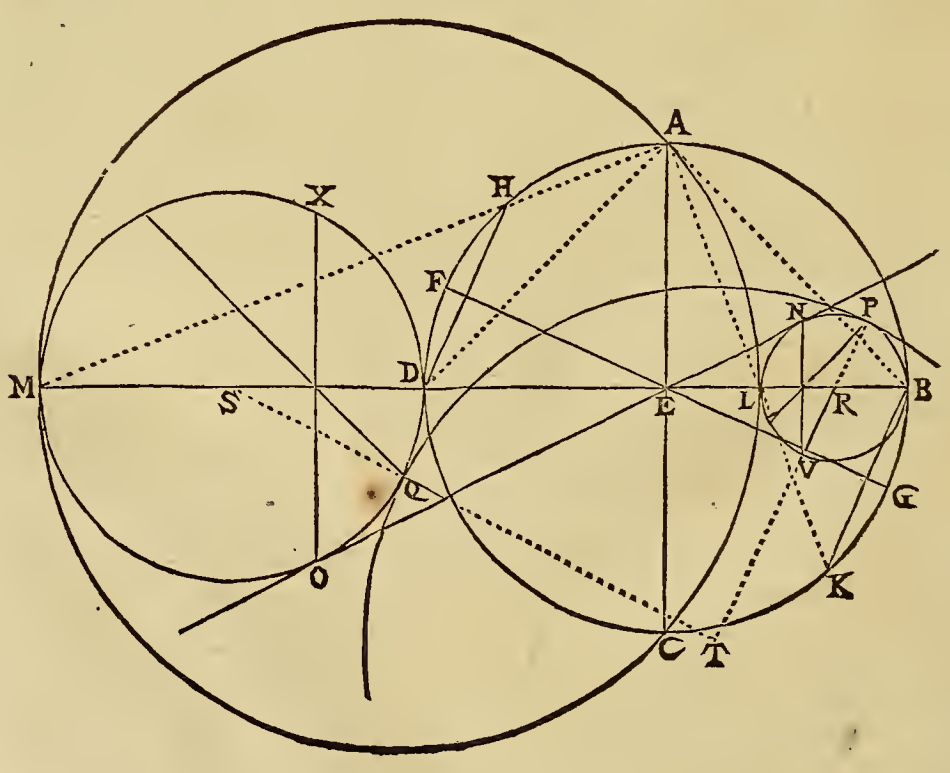
námque linea s γ in partes repræſentatione æquales, ſi in alternis punctis circini pes im- A
mobilis defigatur, altero autem pede ad H vel K extenſo circuli deſcribantur, erunt hi circuli Horariorum proiecturæ poſtulatæ. Nam vt iam oſtenſum eſt, proiectorum Horariorum centra in recta ſunt linea s γ, inque alternis ſignis earum diuiſionum quæ partes æquales repræſentant.

Si minùs accurata ſit radiorum ex K per æquales partitiones circuli HTKα eiectio propter ſectionũ obliquitatem, ducatur centro K, interuallo autem quocumque, ſemicirculus θCAμ, iſque in totidem partes æquales diuidatur, in quot ſecandus erat circulus HTKα, & ex K ad ſingulas partes radij deſtinentur: hi inquam, cùm per æquales quoque partes circuli HTKα incedant, vt propoſitione 92. libri huius eſt demonſtratum, B
ſecabunt rectam s γ in eaſdem partes repræſentatione æquales, in quas ſecanda erat per radios ex K per æquales partes circuli HTKα tranſmiſſos.

Rectè autem deſcriptos eſſe hoc pacto Horarios, ex eo facilè poteſt demonſtrari, quòd linea s γ vtrimque infinita circulum illum Æquatori RE parallelum repræſentet, qui per Polum tranſit in quo eſt oculus, nempe AR: cùm ergo Horarij per omnium circulorum Aequatori parallelorum æquales portiones tranſeant, ſitque s γ ſecta in partes repræſentatione æquales, luce meridiana clarius eſt circulos qui per has partes lineæ s γ & vtrumque ſimul Polum H & K ducuntur, Horariorum genuinas proiecturas eſſe; quod erat oſtendendum.

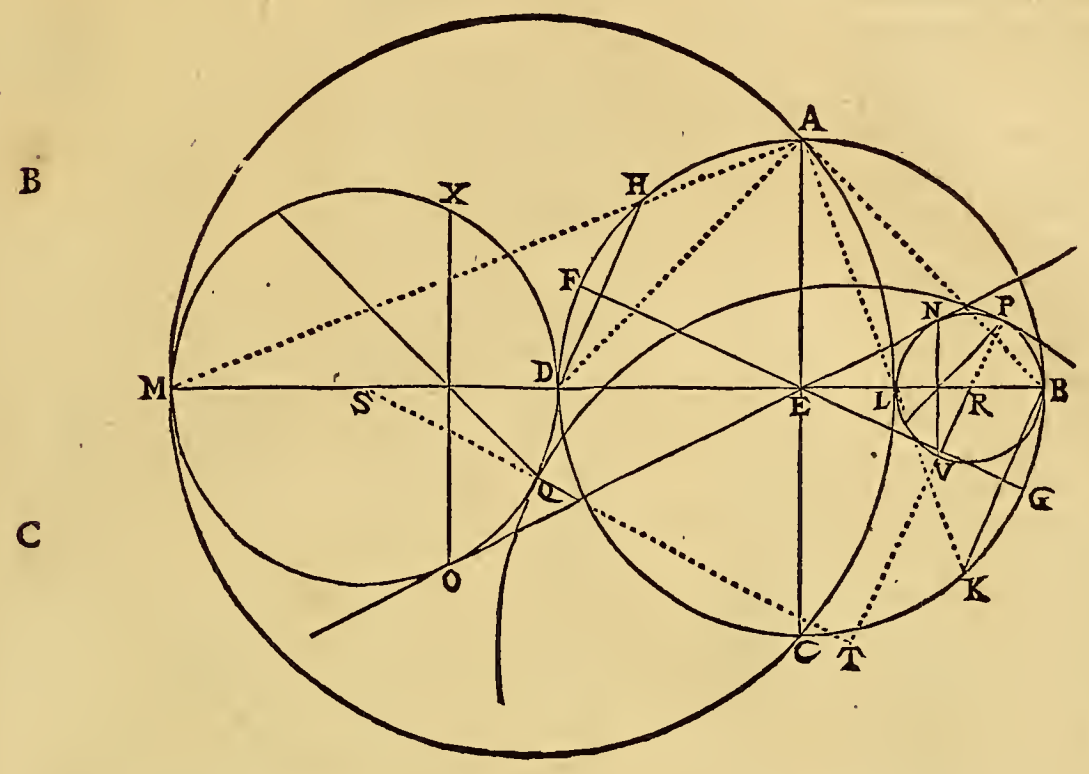
Porrò Horarij illi qui ab ortu vel occaſu horas indicant, cùm à deſcriptione Hori- C
zontis, illorumque circulorum, quorum alter ſemper apparentium, alter verò ſemper deliteſcentium maximus eſt, dependeant, his primò in planum proiectis, facile erit & ipſos Horarios aptè deſignare, ſi nimirum circuli ſemper apparentium ſemperque deliteſcentium maximi in partes æquales repræſentando diſtribuantur, & ab oppoſitis ſectionibus per vera circulorum centra rectæ ducantur: in harum enim congreſſione centrum erit, vnde deſcribi poterunt circuli, qui priores illos ſemper apparentium ſemperque obliteſcentium maximos in oppoſitis ſectionibus contingant, qui proinde horas ab ortu vel occaſu in plano indicabunt.

Exemplo res fiet manifeſta. Sit ſphæræ magnitudo ABCD, in eaque oculus ad ſignum
A, Poli F & G, Horizon BD ſecundùm Orthographiam propoſitus, cuius Stereographi- D
ca proiectura ABCD per 94. huius: ſint item ex eadem Orthographia deſcripti duo



circuli, vnus DFH omnium ſemper apparentium maximus, cuius Stereographica proiectura DQOM per 96. huius, alter verò BGK maximus omnium illorum qui perpetuò deli-

A delitescunt, cuius Stereographica descriptio B P N L. Si ergo hi circuli stereographicè primò quidem bifariàm diuidantur per B L & D M; deinde semicirculi rursus bifariàm in N & O; tum quadrantes B N & D O in P & Q iterùm bifariàm; erit primus quidem Hora-



rius, isque præcipuus A B C D, qui & Horizon vnde horarum series inchoatur. Huic
D deinde oppositus A L C M, qui horam indicat duodecimam, vtrumque circellum in oppositis locis contingens L & M: tum qui horam sextam ostendit recta est linea N E O; hic enim per oculum transit, cui similis est circulus horæ 18. qui & ipse per oculum incedit, ideoque & in rectam proijcitur lineam, quæ hîc quidem descripta non est, sed per V & X duci debet. Ad hæc tertiæ horæ circulus is est, qui vtrumque circellum in P & Q tangit, cuius descriptio ita se habet: Ex P per centrum R recta ducatur, itemq; ex centro S per punctum Q alia quæ priorem secet in T; centroque T, interuallo autem T P vel T Q circulus describatur; is inquam vtrumque circellum continget in P & Q, vt in simili casu propositione 120. à nobis est demonstratum. Ceterorum autem Horariorum circulorum proiectio circuli iam iam descripti proiectioni per omnia similis est: quare quo
E pacto ex hoc aspectu Horarij illi, qui ab Horizonte horas auspicantur, in plano designandi sint, perspicuè patet; quod explicandum erat.

PROPOSITIO CXXVI. PROBLEMA.

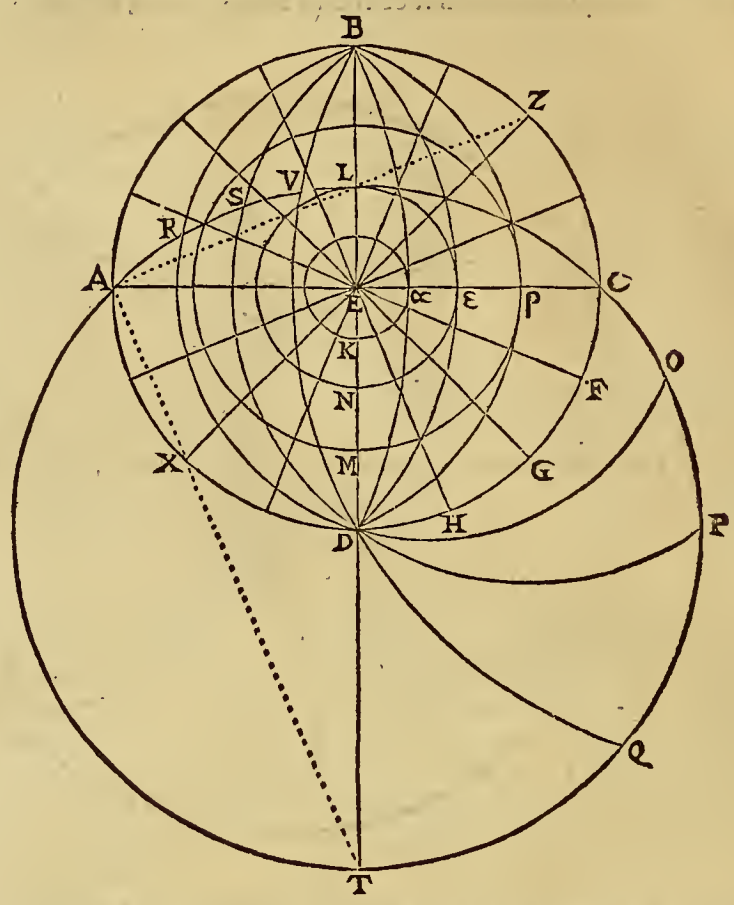
Oculo in vertice constituto, Horizontem, eiusq; parallelos, & verticales, ac cælestium domorum positionumq; circulos in planum stereographicè consignare.

F CONSTAT in primis hac oculi constitutione, seu recta seu obliqua sit sphæra, non aliam esse mobilium circulorum proiecturam, quàm quæ hactenus abundè est explicata. Supersunt igitur circuli sphæræ immobilis, in quorum etiam descriptione quæ ab oculo fit in vertice constituto, nulla difficultas esse potest, cùm ex dictis perspicuum sit Horizontem, omnesque eius parallelos in circulos procidere; verticales autem in rectas lineas sese in centro proiecturæ, quod & verum & apparens est, intersecantes, vt propositionibus 92. & 94. ostendimus. Lubet tamen apposito schemate rem omnem dilucidiorem facere.

Esto A B C D Horizontis proiectura, eaque primùm diuidatur quadrifariàm, duabus dimetientibus sese in centro E ad rectos angulos decussantibus; harum altera B D Meridianum, altera A C verticalem primarium repræsentabit: deinde si reliqui quadrantes

tes in partes item æquales secentur vt in F, G & H, quæ per centrum E ad sectionum loca rectæ producentur, reliquorum verticalium circulorum vicem gerent. A

Altitudinum verò circuli ita describentur: Secetur Meridianus BD, aut verticalis primarius, aut quiuis ceterorum in tot partes repræsentatione ęquales, quot describendi sunt circuli altitudinum (quod fiet per 92. huius, ductis ex pũcto A, in quod reflectitur oculus ad F, G & H occultis radijs, qui semidiametrum E D secent in K, N & M) & centro E per harum diuisionum signa K, N & M, circuli decircinentur: hi inquam proiecturę erunt illorum circulorum, qui altitudines indicãt; nam & Horizonti sunt paralleli, & per datos altitudinum gradus incedunt. B



C

Si per communes intersectiones Meridiani & Horizontis, nempe B & D, itemque per α, ε, ρ, partes scilicet verticalis primarij repræsentatione æquales, circuli describantur B α D, B ε D, B ρ D, erunt hi similes illis qui domos cælestes distingunt, nisi malis ex Regiomontani sententia illos per B, D, & æquales portiones Aequatoris ducere: tum verò designandus primùm erit Aequator A L C T per 97. huius, repertoque ipsius Polo N per 99. huius, ex N per æquales portiones circuli A B C D ductæ occultæ lineæ secabunt Aequatorem A L C T in partes repræsentatione æquales ad signa O, P, Q, R, S, V, vt secundo modo propositionis 100. ostendimus: per hæc igitur ac per B & D si describantur circuli B V D Q, B S D P, B R D O, erunt hi similes illis qui domos cælestes discriminant, ex Regiomontani sententia. D

His similes sunt positionum circuli tum essentia, tum descriptionis modo: nam quicumque per B & D incedit circulus, vnus est ex ijs qui Positionum circuli vocantur; siquidem positionum circuli per communes intersectiones Horizontis & Meridiani, & per quoduis aliud cæli punctum transeunt. E

PROPOSITIO CXXVII. PROBLEMA.

Visu in Horizontis & Meridiani communi intersectione collocato, cælestium domorum & positionum circulos stereographicè in planum proijcere.

HORIZON eiusque paralleli, & verticales circuli hoc casu ita ad aspectum se habent, quemadmodum superiùs oculo in communi intersectione Horizontis & alterius Aequinoctij constituto: proinde eadem est hos circulos describendi ratio ex proposita oculi constitutione, quæ superiùs oculo in communi Aequatoris & Horizontis intersectione collocato; quo aspectu Horizontem quidem propositione 115. altitudinum verò circulos propositione 116. crepusculi autem lineam propositione 117. verticales denique circulos propositione 118. in planum proiecimus. Soli ergo circuli, qui cælestes domos ac stellarum positiones indicant, peculiarem hoc loco habent designationem, minimè tamen difficilem, cùm in rectas lineas procidant, è proiecturæ centro per datum cæli punctũ eiectas. F

PRO-

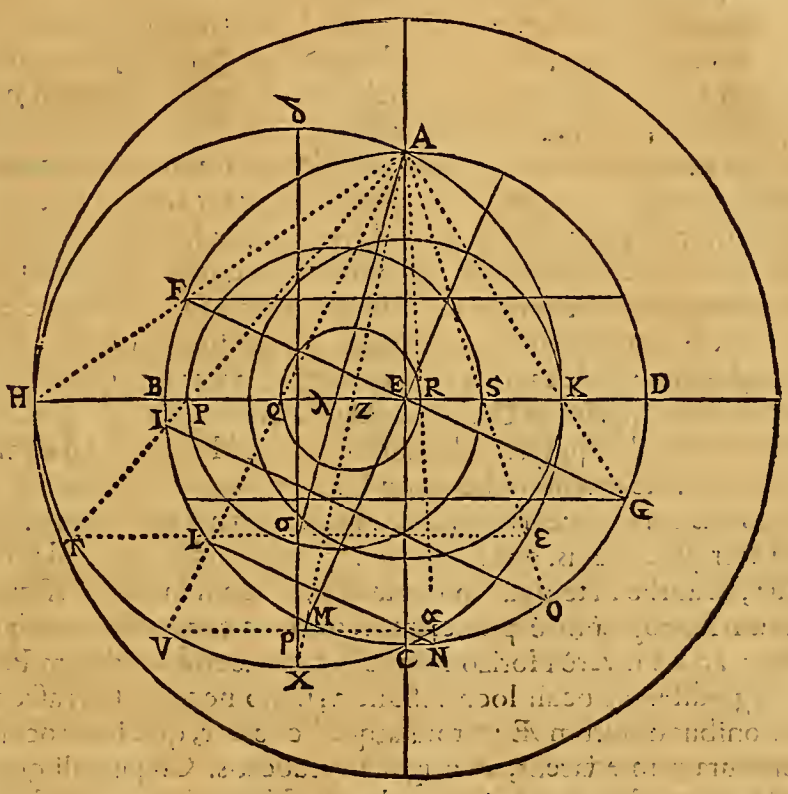
A

PROPOSITIO CXXVIII. PROBLEMA.

Ex obliquo aspectu Horizontem, eiusq; parallelos, item verticales, & cælestium domorum ac positionum circulos proiicere.

CVM hoc casu Horizon eiusque paralleli eumdem situm ad aspectum habeant, nempe obliquum, quem propositione 123. Ecliptica & eius paralleli, qui latitudinum circuli vocantur, ad oculum in altero mundi Polo constitutum, erit quoque eadem Horizontis & parallelorum descriptio ex præsenti oculi constitutione, quæ Eclipticæ & parallelorum ex oculo in Polo collocato. Quare in schemate eiusdem propositionis 123. solis mutatis nominibus, esto secundùm Orthographicā repræsentationem sphæra ABCD, in cuius fastigio oculus ad signum A, sitque Horizon FG, atque eius paralleli IO & LN, omnes ad aspectum obliqui: erit igitur Stereographica Horizontis proiectura circulus circa diametrum HK; paralleli verò IO proiectura, qui circa diametrum PS descriptus est circulus: ac tandem proiectura ipsius LN is cuius diametrus QR: ita ergo se habet Horizontis ad aspectum obliqui, & parallelorum descriptio.

B C D



Verticales autem, & domorum cælestium positionumque circuli eumdem habent proiectionis modum, quem Horarij qui à Meridiano horarum ordinem ducunt, propositione 125. descripti: nam quemadmodum Horarij in duobus sphæræ punctis tota diametro oppositis congrediuntur, ita & verticales in summo imoque vertice, & cælestium domorum positionumque circuli in communibus locis Meridiani & Horizontis sese intersecant. Deinde vti Horarij à Polis ad æquales partes Aequatoris discedunt, ita verticales à Zenith in partes æquales Horizontis procumbunt, & domorum cælestium circuli per æquales partes verticalis primarij vel Aequatoris incedunt: igitur eadem est horum circulorum atque Horariorum proiectio. Exempli gratia, si in schemate propositionis 125. sit AGC Horizon in planum proiectus, eiusque Poli H & K, seceturque proiectura HGC in partes repræsentatione æquales, & per eas simul & Polos H & K circuli describantur, erunt hi verticalium proiecturæ, vt patet.

E

F

PROPOSITIO CXXIX. PROBLEMA.

Omnes sphæræ circulos in vnum schema conscribere.

PROPOSITIONE 123. circulos omnes sphæræ mobilis, propositione verò 124. Horarios descripsimus ex oculi positione in altero mundi Polo: at Polus triplicem situm admittit: aut enim in vertice, aut in Horizonte, aut medio loco est constitutus. Igitur si oculus in altero mundi Polo collocetur, circuli quidem sphæræ mobilis, itemque Horarij illi qui à Meridiano horas auspicantur, eodem semper describuntur modo; ceteri autem non item: sed

ſed ſi in vertice Polus exiſtat, vt in ſumma Poli eleuatione, illorum proiectiones ex A
propoſitione 126. inſtituendæ erunt, & Horizon idem erit qui Aequator, diurniq́ue paralleli ijdem qui & altitudinum circuli erunt: ſi verò in Horizonte ſit Polus vt in ſphæra recta, erunt illi ijdem circuli ex præſcripto propoſitionis 127. in plano deformandi: at in obliqua ſphæra propoſitionis 128. habenda erit ratio.

E contrario, ſi in vertice oculus ſtatuatur, aut in communi Horizontis & Meridiani interſectione, ſoli circuli ſphæræ mobilis vnà cum Horarijs mutationem ſubibunt: nam ſiue vertex in Polum incidat, ſiue in Aequatorem, ſiue in locum qui inter Polum & Aequatorem interiacet, Horizon, eiuſq́ue paralleli, & verticales, & domorum cæleſtium positionumq́; circuli eamdem habebunt proiectionis formam propoſitione 126. B
explicatam: at reliqui circuli, vertice cum Polo concurrente in quo oculus, proijcientur, vt propoſitione 123. & 124. ſi verò vertex in Aequatore ſit, ijdem circuli proijcientur vt propoſitione 110. & ſequentibus. Rurſus ſi oculus in communi ſit Horizontis & Meridiani ſectione, Horizon quidem eiuſq́ue paralleli, & verticales, cæleſtiumq́ue domorum ac positionũ circuli eam habebunt proiecturę formam, quam propoſitione 127. expoſuimus: at circuli ſphæræ mobilis, Horarijq́ue non eamdem proiectionis figuram obtinebunt: nam ſi quidem Polus in communem Horizontis & Meridiani ſectionem incidat in qua oculum conſtituimus, erunt horum circulorum deſcriptiones ex propoſitione 123. & 124. inſtituendæ; ſi verò per locum oculi Aequator incedat, ex propoſitione 110. & ſequentibus; ſi demum alio quocumque ſitu ſphæra mobilis aſpectui C
obuerſetur, deſcribendis eius circulis propoſitio 125. præſidio erit.

Sic ex ijs quæ hactenus tradita ſunt, poterit ſphæra omnifariàm expoſita ſtereographicè deſcribi: vnde eædem vtilitates colligi poterunt, quas ſuperiùs tam in hoc genere proiectionis, quàm in Orthographia varijs conſectarijs expoſuimus. Vt ſi quocumque aſpectu parallelus quiſpiam diurnus, itemq́ue Horizon ad datam Poli altitudinem deſignetur, facile erit illius diei latitudinem ortiuam occiduamq́ue cognoſcere, horam item ortus atque occaſus ſolis inuenire, ac diei noctiſq́ue quantitatem metiri; ſi nimirum vterque circulus, quà ſe mutuò repræſentando ſecant, ad primitiuum ſtatum reducatur, & ambo in tempus conuertantur. Eodem modo ſi Æquator atque Ecliptica in D
planum ſtereographicè proiiciantur, oculo in communi vtriuſque circuli ſectione conſtituto; addatur verò Horizontis proiectura ſecundùm datam Poli ſublimitatem, quot lubet gradibus ab oculi loco diſiuncta; nullo negotio ſolis aſcenſiones cognoſcentur, portionibus nimirum Æquatoris atque Eclipticæ, quæ inter oculi locum & Horizontis proiecturam interiacent, ad originem reuocatis. Crepuſculi quoque magnitudo omni anni tempore ſiue in recta ſiue in obliqua ſphæra compendio demonſtrabitur, deſcripto crepuſculari circulo, itemq́ue Horizonte, ac diurno illo parallelo quem ſol percurrit: nam reducta ad originem paralleli proiecti portio quæ inter Horizontem & circulum crepuſculi intercipitur, magnitudinẽ crepuſculi indicabit. Rurſus ſi ex vertice ſpectatus Horizon, itemq́ue Horarij ad datam Poli ſublimitatem deſcribantur, erit Horizontis E
proiectura, quà in partes ab Horariis diſpeſcitur, horolabium propria forma expreſſum, quod proinde ad libræ æqualitatem expoſitum, gnomonis vmbras ſignatis locis ſingulis horis excipiet. Ex Polo etiam, aut quouis alio loco ſpectati hi circuli proiectiq́ue horas dabunt in quouis plano, ſi plani proiectura, quà ab Horarijs interſecatur, ad originem reuocetur. Quæ omnia ex iis quæ hactenus crebrò repetita ſunt, & perſpicua & demonſtrata relinquuntur.

*Hæc de ſphæræ proiectione dicta ſufficiant; ex quibus promptum cuiuis erit vtrumque globum, cæleſtem ſcilicet ac terrenum, in planitiem redigere; hunc quidem quà in regiones atque æquorum ſpatia diſtribuitur; illum verò quà varij ſtellarum inerran- F
tium characteriſmis inſignitur. Porrò ne proiecturarum ſtudioſi falsò ſibi perſuadeant, omnes illas terreni orbis deſcriptiones quæ paſſim extant, è proiecturis traxiſſe originem, monitos ipſos volui, rationes plurimas, quarum nonnullas videre eſt apud Ptolemæum libro primo Geographiæ cap. 24. & apud alios alias, nequaquam opticas eſſe, ſeu ex oculi aſpectu deſumptas, ſed arbitrarias. Vnuſquiſque enim poſitis ad arbitrium legibus, Meridianos, & climatum latitudinumq́ue circulos, ac totum denique*

telluris

A *telluris ambitum conuenienti ratione iuxta veritatem repræsentare in plano nititur, ac tum rem quàm optimè actam arbitratur; cùm plana forma rei veræ simillima est effecta. Eiusmodi ergo explanationum modi quandoquidem ad institutum nostrum minimè pertineant, ad Scenographicen, tertium proiectionis genus aggrediamur.*

DE SCENOGRAPHICE

B TERTIO PROIECTIONIS GENERE EX IVSTO OCVLI INTERVALLO.

PRÆFATIO.

Tribus proiectionum generibus, quorum hactenus sæpenumerò mentionem fecimus, nullum profectò est, quod æquè ad viuum res spectandas in plano repræsentet, atque Scenographice: hæc siquidem
C *ex eo aspectu fit, quo res obiectæ quàm accuratissimè internoscuntur, nempe ex iusto oculi interuallo. Deinde quemadmodum ex immoderato oculi recessu minùs quidem perfectè res videntur quàm è propinquiori loco, at longè perfectiùs quàm ex ipsius oculi contactu: ita Orthographice formas in plano exhibet magis quidem rebus ipsis similes, quàm Stereographice; Scenographice autem omnium perfectissimè. Hæc illa est celeberrima nobilissimaque γράμμη, id est designatio, quam omnis antiquitas, ceu matrem Sculptoriæ Pictoriæque, & his similium artium, summo semper studio coluit. Est enim omnium velut inchoatum opus; & Pictoriæ*
D *quidem etiam substrata materia, ex qua varijs coloribus delibuta tamquam inducta forma picturæ constant: sculptor verò adeius similitudinem signum facit, alius sigillum aut anaglyphum cælat, alius plasticum opus effingit, ac denique quotquot res viuas repræsentare nituntur, hi omnes rudioribus primùm lineamentis in plano id quod moliuntur graphidis seu designatricis ope adumbrant; deinde sensim expoliunt perficiuntque. Porrò rem actam agere videor, cùm de hoc proiectionis genere dicere instituo. Nam infinitus propemodum extat Scriptorum numerus, qui hoc argumentum*
E *prosecuti sunt, in quibus docti quidem pauci, indocti verò mechaniciq. homines in omni arte quamplurimi, pictores, cæmentarij, lignarij, statuarij, argentarij, qui sola radiorum opticorum consideratione praxes aliquas artis sunt assecuti, earumque vsum varijs in rebus ostenderunt: qui autem ex Geometriæ principijs, aut ex natura visionis quidquam demonstret, est nemo, præter Guidum Vbaldum è Marchionibus Montis, virum sanè in Mathematicis eruditum, qui hanc Optices partem sex libris complexus est; at exemplis potiùs quàm theorematibus aut regulis opus suum maiorem quàm necesse erat in modum amplificauit. Proinde nobis enitendum erit, primò quidem, vt*
F *paucissimis propositionibus rem omnem perstringamus: deinde, vt illarum principia atque originem demonstremus: tum denique, vt singularum vsum in paucis exemplis doceamus, ijsque non fortuitò assumptis, aut ad speciem conquisitis, sed omnino talibus, ex quibus Lector similia colligere, & in re qualibet ad conficiendum propositum idoneas praxes extemplò adinuenire possit. Vt verò ad id quod nobis propositum est, propiùs accedamus, hæc præmittenda sunt velut præambula, huius proiectionis propria, atque ad eius explicationem perneccessaria.*

PRAECEPTIONES.

I.

ANTE omnia, proposita re quapiam in plano designanda, statuendus est oculus rem intuens, qui iustam habeat à re *distantiam*, & *altitudinem* à terræ superficie, quam libuerit. Constat enim, si vel distantia vel altitudo oculi mutetur, vtrouis modo ipsius quoque proiecturæ formā variari: vt si aream oculus è data sublimitatē prospectet, quò hic remotior fuerit, eò illa contractior in tabula apparebit; & seruata distantia, quò oculus fuerit demissior, eò rursus areæ longitudo breuior in tabula videbitur: igitur oculi distantia & altitudo antè constituenda sunt, quàm res in planum transcribatur.

II.

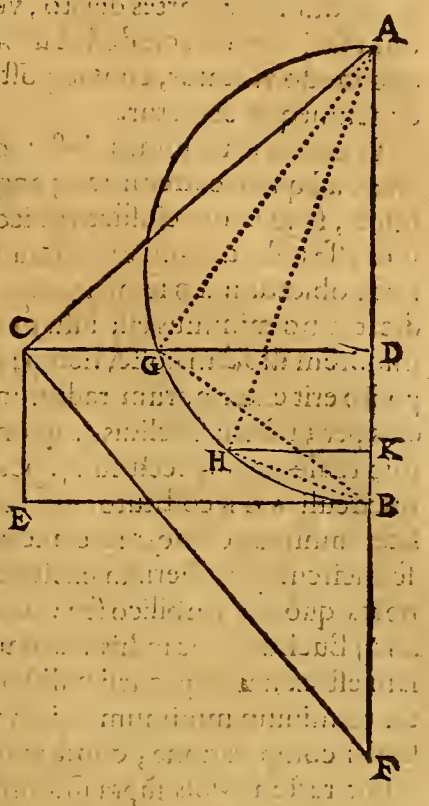
PORRÒ cùm ea distantia, quæ in hoc proiectionis genere exigitur, nec iusto maior, nec iusto minor esse debeat, necesse est maximum ac minimum terminum *iustæ distantiæ* definire, vltra quem citraque non liceat oculum constituere, nisi id vel locorum ratio deposcat, vel ad fallendum intuentes proiecturæ genus designandum sit, quod ex iusto quidem interuallo spectatum nil præter confusum chaos repræsentet, è proximo autem rei alicuius veræ imaginem referat, cuiusmodi extant picturæ quædam ex oculo tabulam propemodum contingente descriptæ, de quibus ad calcem huius libri aliquid curiositatis gratia dicemus.

De iusto oculi interuallo Democritum & Anaxagoram scripsisse refert Vitruuius in præfatione libri septimi: *Quemadmodum* scilicet *oporteat ad aciem oculorum radiorumq; extensionem, certo loco centro constituto, ad lineas ratione naturali respondere, vti de incertare certæ imagines ædificiorum in scenarum picturis redderent speciem; & quæ in directis planisq; frontibus sint figurata, alia abscedentia, alia prominentia esse videantur.* Nunc igitur iustæ distantiæ terminos constituamus. Maximus ille est, quem initio huius libri infinitum & Orthographices minimum esse diximus; vbi inquam oculi recessus infinitus primùm esse incipit, secundùm eam infiniti notionem, quam in præfatione Orthographices explicauimus, ibi iusti interualli augmentum extrinsecè definitur; ita vt locus ille infinitè dissitus omnem quidem iustæ distantiæ metam excedat, at omne quod citra est spatium, illo excepto quod æquo propinquius est, iustæ distantiæ appellationem admittat. Hic sanè magnitudinis terminus neutiquam in indiuiduo positus est, vti nec is qui minimus est distantiæ infinitæ, quemadmodum initio Orthographices dilucidè ostendimus. est enim vnus idemque terminus, infinitæ quidem distantiæ minimus, at iustæ distantiæ maximus, quo hæc primùm desinit, illa verò incipit: sed idem locus qui à magno visibili mediocri interuallo disiungitur, à minori obiecto subinde immoderatè distat, ita diuersorum obiectorum comparatione vna eademque intercapedo iusta esse potest & infinita: non igitur iustæ distantiæ ratio indiuiduo magnitudinis termino definitur, sed magnam admittit maioris & minoris diuersitatem.

At paruitatis seu minimæ distantiæ terminum faciliùs est exactè designare, etiam diuersissimorum obiectorum comparatione: nam minimum interuallum, quo res quælibet aptè concinneque cerni potest, & ad viuum in plano designari, illud est quo res visibilis cono optico continetur circa directum radium velut axem rectangulo: quæ enim extrà procurrunt, ob nimiam aspectus obliquitatem minùs accurate videntur; quod de illo aspectu intelligi volumus, qui immotis fit oculis. Constat enim obiectum quodlibet distinctè enucleateque posse dignosci axibus per omnes eius partes delatis, quantumuis propè constituantur oculi: at non æquè perfectè immotis oculis res è propinquo atque ex iusto interuallo internoscitur: nam defixa in vnum aliquod obiecti punctum acie, id solùm distinctissimè videtur; cetera autem quæ circumstant, tantò imperfectiùs, quantò obliquioribus angulis radij in illa incurrunt: itaque cùm eiusdem obiecti, in cuius medium axis opticus immotus defigitur, extimæ partes è propinquiori loco obliquioribus angulis cernantur quàm è remotiori, necesse est aliquem esse locum adeò propinquum, vt extremæ obiecti partes ex eo imperfectiùs quàm deceat conspiciantur: hunc ergo locum vt à Scenographia excludamus, iustæ distantiæ terminum ea quam diximus nota rectè distinguimus.

Vt

A Vt si excelsa turris A B ex fronte cernatur, & eousque spectator absistat, vt directus radius C D cum illo radio qui ad A remotissimam obiecti extremitatem promittitur, angulum faciat A C D semirecto æqualem; erit B E communi omnium suffragio, minimum interuallum, quo altitudo A B ex C commodè spectari potest; quòd scilicet triangulum A C D circum C D velut quiescentem axem circumactum, conum opticum efficiat rectangulum; seu qui rectum habeat eum qui ad verticem est angulum A C F.



B Rursus si porticus directè obiiciatur longissimam habens columnarum seriem, & radius directè in eius planum incidens, cum illo radio qui ad remotissimam partem extenditur, semirectum angulum efficiat, erit is oculi locus minimo interuallo à re disiunctus, è quo res exactè cerni potest; atque eodem modo in ceteris: itaque in Scenographicis descriptionibus, minorem hac distantiam sumere non liceat, nisi, vt initio dixi, peculiaris aliqua causa ad id impellat; maiorem autem sumere non modò liceat, verùm etiam potius C laudabiliusque habeatur.

Potest & hac nota iusti interualli minimus terminus designari, si tantum oculus à re abducatur, quantum ab axe optico distat pars obiecti remotissima: vt si opticus axis sit C D, pars verò obiecti à D remotissima A, sitque C D ipsi D A æqualis, dico C minimum esse iustæ distantiæ terminum. Cùm enim per 5. primi Euclidis sit angulus A C D angulo C A D æqualis, & A D C rectus sit, erit vterque reliquorum semirectus: quare vt suprà C D breuissimus iustæ intercapedinis terminus erit.

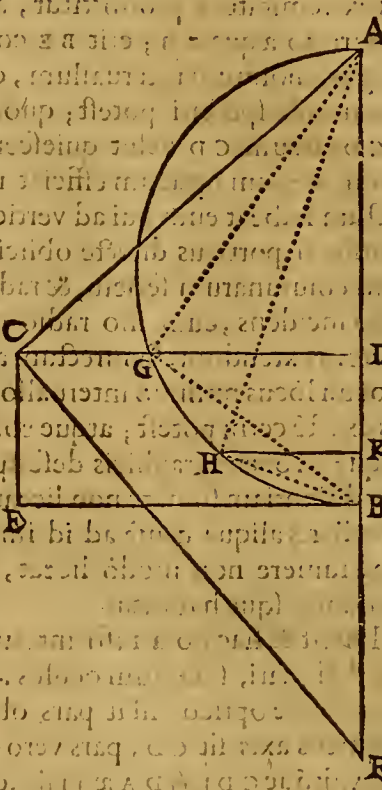
Vti maximus, ita & minimus iustæ distantiæ terminus ex iis est quæ ad aliquid di- D cuntur: nam qui paruo visibili minimus est, is maioris obiecti comparatione iusto est minor. Quamobrem cùm ostensum iam sit minimam oculi distantiam C D ipsi A D æqualem esse, consequens est, vt aucto obiecto, minima quoque distantia oculi produci debeat: igitur minimus iustæ distantiæ terminus, eorum quæ spectanda offeruntur comparatione dicitur.

Ex dictis detegitur quorumdam error, qui minimum iusti interualli terminum ibi esse dixerunt, vbi angulus qui rem complectitur rectus est: quod ex particulari schemate, in quo axis opticus in medium obiecti incidit, absolutè pronuntiarunt: exempli gratia, obiectâ lineâ A F, oculus eousque abscedat (nempe in C) vt radij ab oculo ad extremitates ipsius A & F proiecti angulum rectum A C F comprehendant, aiunt illi C iusti E interualli minimum terminum esse ipsius A F comparatione: idque ex eo probant, quòd ex loco C extremæ obiecti partes A & F perfectè satis, è propinquiori autem loco minùs quàm decet accuratè dignoscantur; quod Guidus Vbaldus lib. 1. Perspectiuæ alia confirmat ratione, ingeniosa quidem, at minùs solida: Oculus, inquit, cùm sit figuræ sphæricæ, visioque in centro pupillæ celebretur, si oculus C aciem in A conuertat, videbit nihilominùs signum F: nam cùm C A sit axis opticus, transibit is per oculi ac pupillæ centrum, & C F quæ ipsi C A normaliter adiungitur, oculi orbem in pupillæ centro continget per 16. tertij Euclidis: igitur axe optico in A conuerso signum F conspicuum erit, imò & quocumque sese oculus conuerterit, totum obiectum comprehendet; quod neutiquam accidet si oculus propinquiori loco collocetur, vbi extremi radij obtusum angu- F lum cum axe optico efficient.

Hæc in speciem rectè dici videntur; at facilè conuelli ex dictis possunt: nam prior ratio tum solum locum habet, cùm ab oculo C in medium obiecti A F, puta D, axis proiicitur; non item verò cùm axis opticus propositum obiectum in partes inæquales diuidit: vt si obiectum sit A B idem quod priùs, oculus autem in G constituatur, vnde emissi extremi radij G A & G B rectum angulum contineant, erit nihilominùs is æquo propinquior, quòd pars A ab oculo cuius axis in D immotus defigitur, non satis accuratè propter obliquitatem videatur.

Nec Guidi ratio conuincit. Esto enim, videatur signum F ab oculo C axe optico in A

defixo; at non satis videtur enucleatè: neque agimus hoc loco de eo intuitu, qui fit oculo per omnes rei partes delato, vt paulò antè dicebamus: itaque nihil ad præsens negotium facit, quòd acie defixa in A nihilominùs F quoquo modo videatur, cùm id postulemus, vt etiam aptè concinneque cernatur.



Præterea si terminus iustæ distantiæ minimus is esset, ad quem extremi radij angulum rectum constituunt, sequeretur eiusdem obiecti comparatione nullum esse iustæ distantiæ terminum minimum: nam si circa obiectum A B semicirculus describatur A G B; & dicatur D G minimus esse iusti intervalli terminus, dico minorem illo dari posse, nempe K H: oculo enim in H posito erit extremorum radiorum H D A & H B ad H rectus per 31. tertij Euclidis; & quoniam omnes qui in semicirculo anguli recti sunt, oculo in quauis parte semicirculi A G B cõstituto, iusta erit ipsius à re distantia licet minima: cumq; rectæ lineæ normales ipsi A B ad semicirculi peripheriam excitatæ, eò semper sint minores quò ab vmbilico seu centro remotiores per 15. tertij Euclidis, nec in his vlla dari queat minima, palàm est ex hac hypothesi nullũ posse dari iustæ distantiæ terminum minimum, etiam vnius eiusdemque visibilis comparatione; quod sanè nemo concesserit: igitur rectè à nobis suprà minimus iustæ distantiæ terminus est definitus.

III.

STATVENDVM præterea inter rem & oculum perpendiculi fide erectum planum (quod in presenti diaphanum finge ceu vitreum interseptum) per quod & res, & quæ vltra rem ipsam ad vsque Horizontem constituta sunt, liberrimè conspiciantur. Hoc planum instar *tabulæ* erit, in qua designabuntur quæcumque post ipsam existunt, sic vt quæ in plano notata erunt signa, rebus singulis secundùm aspectum respondeant. Et quoniam, vti initio huius libri diximus prænotatione nona, nihil interest sitne planum vltra an citra rem obiectam constitutum, rursus an propè sit an procul, cùm ex plani transpositione seruato situ, proiecturæ ratio non immutetur; liceat nobis tollendæ confusionis gratia tabulam vno semper in loco, eoque commodissimo, collocare, (quod & in superioribus proiectionibus obseruauimus:) nempe proximè ante rem ipsam, sic vt primam rei frontem contingat, sitque planum idem & rei obiectæ initium.

IV.

IAM finge à pedibus videntis directè ad Horizontem vsque rectam lineam per terræ superficiem perreptare, quæ communem sectionem tabulæ solique subiecti rectis angulis peruadat: hæc *linea terræ* nuncupetur, quòd in terræ planitie existat, in eaque videntis à re distantiam metiatur.

V.

FINGE etiam lineæ terræ parallelam emitti ab oculo, voceturque *radius principalis*, quòd in tabulam secundùm normam rectosque angulos incidat. Hæc linea tametsi priori reipsa parallela sit, non est tamen parallela quoad aspectum: nam qua ab intuentis loco ambę vnà discedunt, stringi semper magis ac magis videntur, quòd per 44. proposit. libri quarti illarum intercapedo quò à vidente remotior est, eò semper appareat minor: ob ingentem verò distantiam qua protenduntur, tandem in vnum aliquod punctum coire videntur; quod sanè punctum in apparente Horizonte existere necesse est, propterea quòd linea terræ in Horizontem tandem terminetur. Porrò an terræ linea ad immotum principalem radium conscendat, an contrà ad immotam terræ lineam radius principalis deprimatur, an denique altera ad alteram inclinetur, ex iis quæ libro quarto docuimus haud erit arduum definire, tametsi prima fronte difficilis videatur hæc postulatio. Quoniam radius primarius ab oculo procedit, perspicuum est per 38. 39. & 40. proposit. libri quarti, omnes parallelas ad ipsum accedere: & illam quidem,

quæ

A quæ inferior est, in sublime paulatim efferri per 39. eiusdem libri quarti: ex quo fit vt Horizon editiori loco appareat, quàm reuerà sit: nam partes terrestris lineæ quò remotiores sunt, eò altiùs assurgere videntur: itaque Horizon qui remotissimus est, apparet altissimus, in eadem nempe altitudine cum radio principali, quem transcendere secundùm aspectum non potest. Hinc fit etiam vt Horizon scenographicè proiectus in rectam tabulæ lineam incidat: nam cùm radius principalis & Horizon in vno appareant plano, vt iam ostendimus; sitque huius plani & tabulæ communis intersectio recta linea per 3. vndecimi Euclidis, erit Horizontis proiecta forma recta linea.

B

VI.

QVARE in proposita tabula designandum primo loco est punctum quoddam ad altitudinem oculi, seu eò loci vbi radius principalis tabulam peruadit. Hoc *punctum primarium* vocetur, tum quòd radij principalis sit proiectura, tum quòd quęcumque describenda occurrunt, eo sese referant vniuersa. Constat in primis radium principalem, quoniam ex oculo emicat, in punctum tabulæ procidere, at non in aliud quàm in id quod radio principali & tabulæ commune est, hoc est in quo principalis radius tabulam in transitu attingit: igitur primarium punctum nil aliud est, quàm ipsius radij principalis proiectura, quò spectant cetera omnia quæcumque circumstant. Hoc punctum tametsi supra terræ superficiem sublime reipsa sit, atque adeò supra ipsum C etiam verum Horizontem; tamen punctum aliquod apparentis Horizontis ab aspectu surripit; illud nimirum in quod terræ linea ad Horizontem terminatur: hoc enim propter longinquitatem cum ipso principali radio congredi videtur, vt quinta præceptione ostendimus. Cùm ergo & ipse principalis radius in punctum proiiciatur, necesse est punctum primariũ, quod in tabula signatur, duorum simul vices subire, principalis scilicet radij qui in punctum proiicitur, & extremitatis lineæ terrestris, quà in Horizontem definitur: hæc enim extremitas seu punctum Horizontis quoniam secundùm aspectum cum principali radio conuenit, totusque principalis radius in punctum tabulæ incidit, perspicuè patet hoc punctum illud quoque punctum Horizontis obtegere, in quod terræ linea desinit, & cum principali radio secundùm aspectum congreditur.

D Primarij puncti comparatione *secundaria* non immeritò vocari possunt, quæcumque circumcircà designari possunt: quorum vsum suo loco inferiùs aperiemus, cùm de parallelarum in tabula apparentium congressionibus ex instituto agemus.

VII.

DEINDE ab eo loco, vbi linea terræ infernam tabulæ partem attingit, recta linea ad punctum primarium est perducenda: hæc eam portionem terrenæ lineæ repræsentabit, quæ à loco cui tabula insistit ad Horizontem vsque protenditur, vt ex dictis constat: siquidem infernum punctum designatæ iam in tabula lineæ vtrique scilicet tabulæ & lineæ terrenæ commune est, supernum verò extremum exhibet ter- E renæ lineæ terminum, quo in Horizonte deficit: igitur tota quæ ab ima tabulæ parte ad punctum primarium ducetur recta linea, eam repræsentabit terrestris lineæ portionem, quæ à tabula ad Horizontem vsque protenditur.

VIII.

DENIQVE si huic alia adiungatur recta linea normalibus ad signum principale angulis, erit hæc ipsius Horizontis circularis ambitus in rectam tabulæ lineam proiectus: nam quinta præceptione ostendimus Horizontis proiecturam recta linea in tabulam transcribi: cumque per sextam præceptionem constet punctum primarium puncto cuipiam Horizontis obijci, manifestè sequitur rectilinearem Horizontis de- F scriptionem per punctum primarium in tabula traduci: at quemadmodum Horizon verus vndique libratus æqualem altitudinem habet ad intuentis oculum qui ipsum è medio loco seu centro circumspicit, ita & proiectus in tabulam Horizon eamdem vbique sublimitatem à terra adquirit, ipsamque terræ lineam proiectam, quæ ad perpendiculum consistit, normaliter secat. Quocircà cum Norma perpendiculum à Libra discriminet, erit quæ per primarium punctum terrestri lineæ normalis ducitur, ipsius Horizontis proiectura.

Quæ hactenus recensuimus, præcipuè circa expositam tabulam versantur: nunc quædam ex ipsis quoque rebus sunt prælibanda.

IX.

A

QVAECVMQVE certa lege describi possunt, vt lineæ, & quæ his continentur figuræ, ea necesse est in planis quibusdam existere: itaque ante omnia ipsa distinguenda sunt plana: deinde etiam lineæ quæ illis inscriptæ cernuntur. Plana igitur aut ad perpendiculum erecta consistunt, aut ad Horizontem librata extenduntur, aut obliquum situm obtinent. Quæ ad perpendiculum excitantur, aut directè aspectui obuertuntur, vt ædificiorum frontes, quæ ex aduerso intuentem respiciunt, ideoque *aduersa* nuncupentur; aut à spectatore Horizontem versus directò abscedunt, vt parietes qui aduersa plana rectis angulis secant, hæc autem *directa* vocentur. Ex ijs verò quæ Horizonti exæquantur, quædam supra, alia infra oculum sunt constituta: hæc inferna, illa superna, at omnia *Horizontalia* appellentur. Inferna sunt pauimenta, superna tabulata, & quæ his similia. Cetera autem *obliqua* sunt; ex quibus nonnulla perpendicularia quidem, at *declinantia*, vt perpendiculares parietes, qui nec ex aduerso spectantur, nec directò ad Horizontem procurrunt, sed ab vtrisque declinant, & in vnam vel in alteram partem deflectunt. Alia *inclinantia* sunt, quòd in alterum latus propendeant, vt tecta quæ aduersis aut directis parietibus insistunt: alia *declinantia simul & inclinantia* sunt, vt tecta quæ in obliquos recumbunt parietes. B

Sub his planorum appellationibus continentur illa quoque omnia, quæ cuiusque nominis plano sunt parallela: vt quæcumque in structuris primæ aduersæ fronti parallela sunt, aduersa nuncupantur; & directa, quæcumque ab vno planorum in directum abscedentium æquidistant: atque eodem modo in ceteris, propterea quòd parallela omnia, cuiuscumque nominis sint, plurimùm inter se cùm natura tum descriptionis modo conueniant. C

X.

VTI planorum, ita & rectarum linearum quadrigemina partitio est. Sunt enim *directæ* quædam, ea scilicet quæ directò ad Horizontem procurrunt, cuiusmodi in primis est radius principalis propria vocis significatione directus nuncupatus, deinde linea terræ, & quotquot radio principali sunt parallelæ. Aliæ *transuersæ* sunt, quæ nimirum ad Horizontem perlibratæ directas ad normam secant, è quibus vna quidem est communis terræ & tabulæ intersectio, ceteræ verò huic parallelæ. Aliæ sunt *perpendiculares*, quæ directis transuersisq; ad perpendiculum insistunt: è quibus illa quæ per primariũ punctum transit, *primaria perpendicularis* appelletur. Aliæ denique *obliquæ*, quæ à tribus iam nominatis quaqua versus deflectunt, omnemque reliquam varietatem complectuntur. Huius distributionis ratio tum ex corporum dimensionibus, tum ex positionum differentijs demonstrari potest. Cùm enim tres dumtaxat rectę lineæ sese ad rectos angulos in eodem puncto secare possint, quæ tergeminam corporum dimensionem repræsentent, & ad sex positionum differentias porriguntur, erunt perpendiculares lineæ eæ, quæ à summo deorsum delapsæ ipsam indicant corporum longitudinem; transuersæ autem illæ, quæ dextram sinistramque petunt, velut in latitudinem extensæ; directæ denique illæ, quæ rectà in anteriora procedunt, corporumque profunditati respondent; at obliquæ sunt omnes reliquæ ad medias positionum differentias protensæ. D E

XI.

DIRECTÆ lineæ reperiuntur in planis directis & Horizontalibus, ijsque quæ in directos parietes inclinãtur; non autem in aduersis neque in declinãtibus. Transuersæ lineæ primò in aduersis habentur planis, deinde in Horizontalibus, tum in ijs quæ in aduersa plana inclinantur; non autem in planis directis, neque in declinantibus. Perpendiculares denique lineæ, in aduersis, directis, & declinantibus; non autem in Horizon talibus vel inclinatis planis existunt: at obliquæ lineæ in omnibus inueniuntur planis: nam cùm ex propria naturæ conditione malæ sint, seu minùs excellentes, facilè omnia peruagantur. F

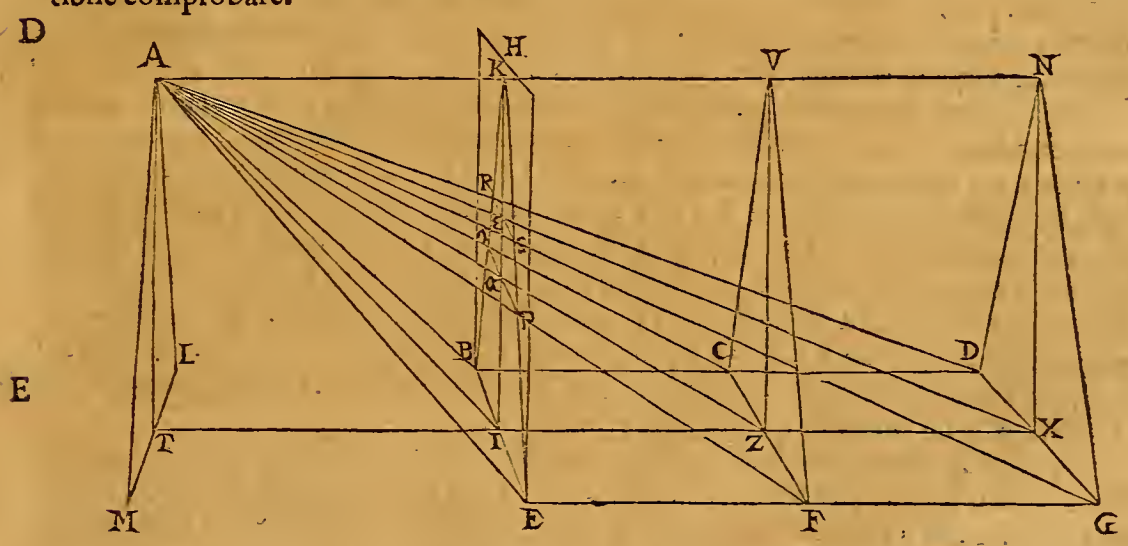
Nunc quo pacto hæ omnes lineæ in proposita tabula designari secundùm datam oculi altitudinem ac distantiam debeant; qua item ratione earum quæ in directum abeunt, interualla sensim constringi angustarique aptè possint; ac denique qua proportione transuersarum distantiæ seu intercapedines minuendæ sint, sequentibus propositionibus velut regulis explicandum est. His enim cognitis, omnia quæ ad Scenographices

A phices institutum pertinent, abundè perspecta erunt. Est verò id ante omnia supponendum, quod in superioribus proiectionum generibus demonstrauimus: si res quæ obijcitur, fuerit punctum, id quod in tabula apparet, punctum esse; si linea, quandoque in punctum, quandoque in lineam incidere per 3. vndecimi Euclidis; si superficies, id aut solam lineam, aut superficiem occupare; si denique fuerit corpus, perpetuò in superficiem transcribi. Nunc ergo ad rem accedamus.

PROPOSITIO CXXX. THEOREMA.

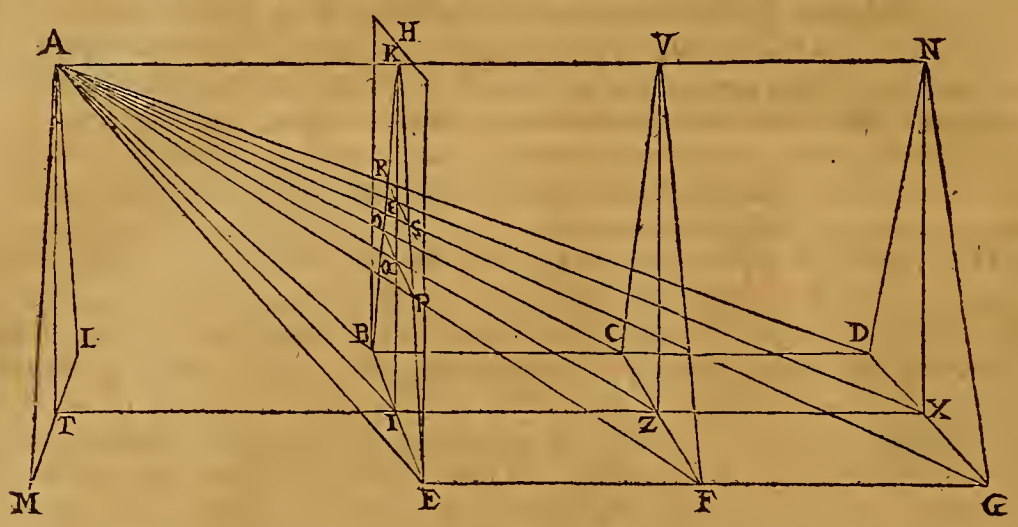
B *Directæ omnes lineæ ad punctum tabulæ primarium contendunt.*

QVEMADMODVM terræ linea, ita & ceteræ directæ lineæ, quæ radio principali parallelis interuallis assistunt, in immensum productę cum ipso tandem principali radio cõcurrere ad Horizontem videntur. Nam quoniam sunt tum principali radio, tum inter sese parallelæ, omnesq; ab aspectu in directum abeunt, necesse est illarum intercapedines secundùm aspectum paulatim minui, ac ipsas proinde quæ in directum porriguntur lineas sensim adduci. Quoniam verò principalis ipse radius ex oculo emicat, ad ipsum ceteræ omnes lineæ, velut à circumferentia ad circuli centrum radij confluere videbuntur, per C 38.39. & 40. propositionem libri quarti, & inferiores quidem assurgere, atque in altum efferri; superiores autem, tamquam ex editiori loco in subiectum principalem radium delabi; quæ denique à dextris, in sinistram; & quæ à sinistris, in dextram nonnihil deflectere: seque omnes ad principalem radium qui medium locum obtinet, pari inclinatione adiungent, donec cum illo omnes secundùm aspectum conueniant: at principalis radius in solitarium tabulæ punctum incidit, quod primarium suprà nominauimus: igitur directæ omnes lineæ in tabulam transfusæ primarium punctum petunt, & in id omnes protractæ vnà congrediuntur. Id quamuis ex dictis perspicuum esse videatur, lubet tamen maioris claritatis gratia eius veritatem Geometrica etiam demonstratione comprobare.



Oculo A duæ obijciantur directæ lineæ B D & E G infinitè protractæ; tabula verò B H ad vtramque B D & E G recta sit, in eaque primarium punctum K: dico directarum linearum B D & E G proiecturas ab extremis punctis B & E prodeuntes, in puncto primario K sibi mutuò occurrere. Quod vt palàm fiat, ducatur L M ipsi B E parallela, & AL, AM ab oculo promittantur, radius verò principalis A K versus K infinitè protendatur in N: F his peractis, duo fingantur plana, vnum per L D & alterũ per M G extensa, quæ sibi mutuò incidant ad communem lineam A N: ex his planis vnà cum plano in quo datæ existunt directæ lineæ B D & E G, Prisma constituitur triquetras habens bases ALM & NDG: hoc ergo si plano secetur B H, quod tabulæ loco est, fiet in eo sectio B K E triangulum, cuius latus B K ipsius B D infinite productæ, & E K ipsius E G item productæ genuina authenticaque transumptio est. Nam cùm plana A L D N & A M G N per oculum transeant, erunt ipsa instar opticorum radiorum, quibus lineæ L D & M G conspiciuntur. Vbi itaque plana A L D N & A M G N tabulam in transitu intersecant, ibi linearum B D & E G proprias proiecturas exhibent, per commune proiecturarum axioma. Ostensum est autem

tem communes ſectiones tabulæ H B & planorum A L D N & A M G N eſſe B K & E K trianguli latera, K autem punctum eſſe primarium, quod radius principalis productus A



B

in tabula ſignat: itaque directæ lineæ B D & E G, tabulæ inſcriptæ ad primarium punctum contendunt. Eadem porrò demonſtratio fiet in ceteris omnibus directis lineis, C quocumque tandem in plano fuerint: igitur vniuerſè conſtat omnes lineas directò in anteriora productas, cùm tabulæ ſcenographicè inſcribuntur, ad ſignum primarium conuenire; quod demonſtrare oportebat.

Hæc quamuis perſpicua ſit demonſtratio, poteſt tamen & geometricè probari propoſitũ hoc alio modo: Fiant B D & E G æquales: erunt ergo D X & D G ipſis B I & B E æquales & parallelæ per 33. primi Euclid. quare per D G extendi poterit planum tabulæ B H E parallelum: hoc verò ſimul & tabula cùm ſecetur radioſa ſuperficie D A G, erunt communes ſectiones D G & R S parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: quapropter ob ſimilitudinem triangulorum D A X & R A ε erit vt D A ad A R, ita D X ad R ε: eſt autem D A quàm A R maior: ergo & D X, hoc eſt B I eâdem R ε maior erit: ideoque lineæ B R & I ε D productæ aliquando conuenient, nempe in K.

Quòd autem in punctum primarium incident, ſic probabitur: Quoniam B I & R ε ipſi D X, ideoque & inter ſe ſunt parallelæ per 9. vndecimi Euclid. erit ob triangulorum B K I & R K ε ſimilitudinem vt B K ad K R, ita B I ad R ε: cumque ſit D X ipſi B I æqualis, eamdem habebit proportionẽ D X ad R ε, quam B I ad R ε per 7. quinti Euclid. vt verò D X ad R ε, ita eſt D A ad A R; & vt B I ad R ε, ita B K ad K R: erit igitur per 11. quinti Euclidis B K ad K R, vt D A ad A R; & diuidendo vt D R ad R A, ſic B R ad R K. Eſt porrò angulus A R K angulo D R B æqualis per 15. primi Euclidis: igitur per 6. ſexti Euclid. æquiangula ſunt triangula A R K & D R B, anguluſque K A R angulo B D R æqualis; ideoque A K parallela eſt ipſi B D per 28. primi Euclidis: quocircà erit A K radius principalis, & E K, vbi B R & I ε conueniunt, punctum primarium.

Super eſt vt oſtendamus ipſam quoque E S productam in idem punctum K incidere. Cùm ſit vt D A ad A R, ita B K ad K R, & vt D A ad A R, ita D G, hoc eſt B E ad R S, erit etiam vt B K ad K R, ita B E ad R S: quare per 41. lemma huius libri E S producta in K incidet, quæ omnia erant demonſtranda.

PROPOSITIO CXXXI. THEOREMA.

Lineæ tranſuerſæ, & perpendiculares, & quacumque demum directas ad normam ſecant, in parallelas tabulæ lineas tranſumptæ incidunt. F

SINT tranſuerſæ lineæ B E, C F & D G, earumque proiecturæ B E, O P, & R S: has dico parallelas inter ſe eſſe. Nam cùm tranſuerſæ omnes lineę parallelæ ſint inter ſe per 28. primi Euclidis, quòd nimirum directæ lineæ in illas rectis, hoc eſt æqualibus angulis incidant, poterunt per C F & D G plana quædam extendi tabulæ parallela. Eſto igitur per C F actum planum C V F parallelum ipſi B K E, vtrumque autem planum ſecet radioſa ſuperficies C A F, qua C F aſpi-

A C F aspicitur: perspicuum est igitur per 16. vndecimi Euclidis, communes huius atque illorum planorum sectiones O P & C F parallelas inter se esse. Simili verò ratione acto per D G plano D N G, quod tabulæ B K E æquidistet, conspectaque D G per radiosam superficiem D A G quæ ad vtrumque planum pertineat, erunt communes huius & illorum sectiones R S & D G parallelæ per eamdem decimam sextam propos. vndecimi Euclidis: eodemque modo se res habet in ceteris: at B E, C F & D G ex peculiari conditione naturaque transuersarum linearum ostensæ sunt inter se parallelæ: igitur & B E, O P & R S ipsarum scilicet transuersarum proiecturæ, parallelæ inter se erunt per nonam vndecimi Euclidis; quod ostendendum fuit.

B Non alia est in perpendicularibus demonstratio: constat enim posse per illas extendi plana quædam tabulæ æquidistantia; hæc ergo simul & tabulam dum secant, radiosæ illæ superficies quæ ab oculo ad perpendiculares lineas euibrantur, sectiones in tabula faciunt primitiuis perpendicularibus parallelas, quæ proinde & inter se parallelæ sunt per 9. vndecimi Euclidis.

Transuersis perpendicularibusque lineis similes quædam reperiuntur, medio inter vtrasque loco constitutæ, quæ proinde de genere obliquarum sunt. Eiusmodi videre in primis licet in aduersis planis, quotquot nimirum obliquam quamcumque lineam ad rectos angulos secant, quæ omnes vti parallelæ reipsa sunt, ita in parallelas tabulæ lineas transcribuntur. Cùm enim aduersum planum à tabula æquè vndique distet, fient in C vtrisque à radiosis superficiebus sectiones per decimam sextam propositionem vndecimi libri Euclidis inter se parallelæ.

Deinde in tectis quæ directis nituntur parietibus, eiusdem generis parallelæ inueniuntur, quæ videlicet à summo tecti fastigio in imam basin, quæ directa est linea, demittuntur: hæ inquam in parallelas tabulæ lineas, vti priores destinantur: quod & simili modo ostendi poterit, si per singulas illarum plana quædam acta intelligas æquè à tabula vndique disiuncta: igitur transuersæ, & perpendiculares, & quæcumque demum directas ad normam secant, tabula exceptæ, parallelarum naturam retinent; quod erat demonstrandum.

CONSECTARIVM.

D *Lineæ omnes libra perpendiculoq; expensæ eumdem situm proiectæ retinent.*

HINC sanè perspicuè colligi potest, omnes illas quæ ex transuersis, & perpendicularibus, similibusque obliquis in tabula apparent, proiectas lineas, eumdem cum primitiuis situm habere, hoc est transuersas in tabula iuxtà ac in rebus ad Horizontem libratas esse, & perpendiculares communi tabulæ soliqúe intersectioni ad rectos angulos insistere: nam omnes quidem illæ rectæ lineæ Horizonti æquantur, quæcumque vni ad Horizontem libratæ sunt parallelæ: at ostensum est iam omnes transuersarum E proiecturas primitiuis parallelas esse: sunt verò transuersæ omnes lineæ ad Horizontem perlibratæ, vt ex ipsarum definitione constat: igitur & quæ in tabula illis respondent, libellæ æqualitatem retinent. Rursus cùm radiosæ illæ superficies quæ ab oculo ad perpendiculares destinantur, ad subiectum planum rectæ sint per decimam octauam propositionem vndecimi Euclidis, sitque & tabula ad idem planum recta ex hypothesi; erunt per decimam nonam propositionem libri vndecimi Euclid. & communes sectiones tabulæ ac radiosarum superficierum ad subiectum planum rectæ: sunt verò eæ communes intersectiones ipsarum perpendicularium conspectarum transcriptę notę ac propriæ proiecturæ: igitur quæ in rebus perpendiculares sunt, & in tabulam transumptæ perpendiculares subiecto plano erunt.

F Potest idem quoque in proiecturis perpendicularium linearum ex octaua propos. vndecimi Euclidis nullo negotio demonstrari. Cùm enim perpendicularium proiecturæ primitiuis ostensæ sint parallelæ, sintque eæ quæ in rebus ad subiectum planum rectæ, erunt proiectæ quoque perpendiculares lineæ ad idem subiectum planum rectæ. Nam per eamdem octauam propositionem vndecimi libri Euclidis, si quotcumque sint parallelæ rectæ lineæ, quarum vna adrectos cuipiam plano sit angulos, & reliquæ eidem plano ad rectos angulos erunt: igitur lineæ omnes perpendiculo expensæ eumdem situm proiectæ retinent; quod ostendisse oportuit.

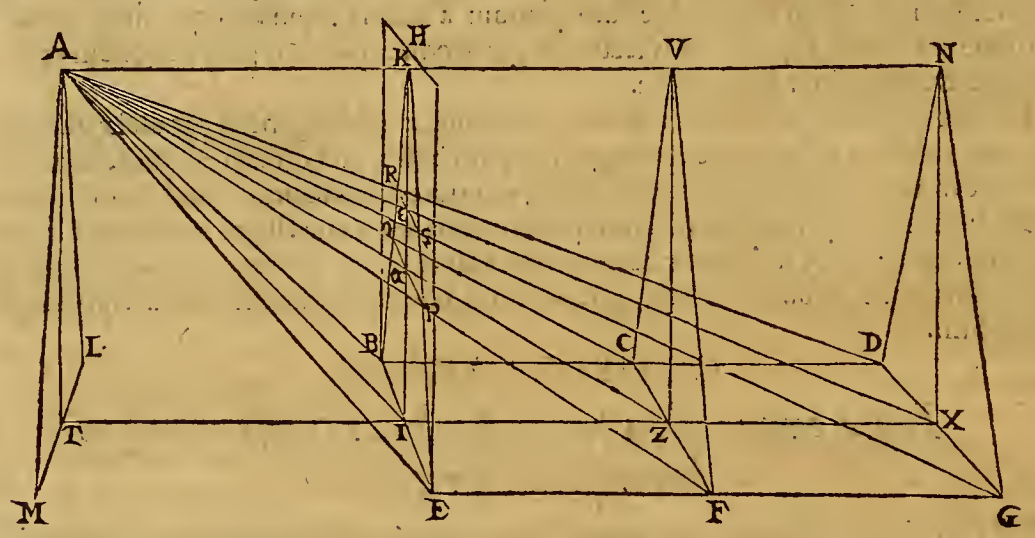
PRO-

PROPOSITIO CXXXII. PROBLEMA. A

Apparentium in tabula parallelarum interualla secundùm datum aspectum contrahere.

SVPERIORE propositione ostendimus triplex parallelarum genus in parallelas tabulæ lineas consignari, nempe transuersas, perpendiculares, atque vniuersim obliquas illas omnes quæ directas secundùm normam secant: nunc in earumdem linearum transcriptionibus illud tantummodò desiderari videtur, vt ostendamus qua ratione plurium longa serie sese B subsequentium remotiora ab oculo interualla contrahi minuique debeant: id sanè omnibus compertissimum est, æqualium spatiorum ea quæ ab oculo remotiora sunt in minores formas transcribi: ergo si plures parallelæ lineæ paribus interuallis disiunctæ vna post alteram longo ordine dispositæ spectentur, erunt remotiorum intercapedines in tabula minores; eæ verò maiores quæ propinquiores. Hæc porrò spatiorum decrementa quo pacto in tabula inueniri debeant, aperiendum est.

Sunto in plano L G expositæ quotcumque transuersæ lineæ B E, C F & D G, A verò oculi locus, vnde perpendicularis in subiectum planum L G demittatur A T per 11. vn-



decimi Euclidis: hinc in eodem subiecto plano directa linea signetur T X, quæ linea terræ erit, siquidem L G horizontale est planum: præterea ipsi B E tabula rectis insistat angulis H B E lineam T X secans in puncto I, à quo perpendicularis erigatur I K per 12. vndecimi Euclidis: hæc proiectura est ipsius I X infinitè versus X productæ, punctaque omnia, quibus transuersarum intercapedines distinguuntur, in se recipit. Promissis igitur ab oculo ad I, Z & X opticis radijs, hi vbi lineam I K intersecant, ibi parallelarum B E, E C F & D G æquales intercapedines in tabula signant, per commune proiecturarum axioma.

CONSECTARIVM.

Vt data transuersæ lineæ distantia à vidente, ad eiusdem à tabula distantiam; ita oculi altitudo ad transuersæ sublimitatem in tabula apparentem.

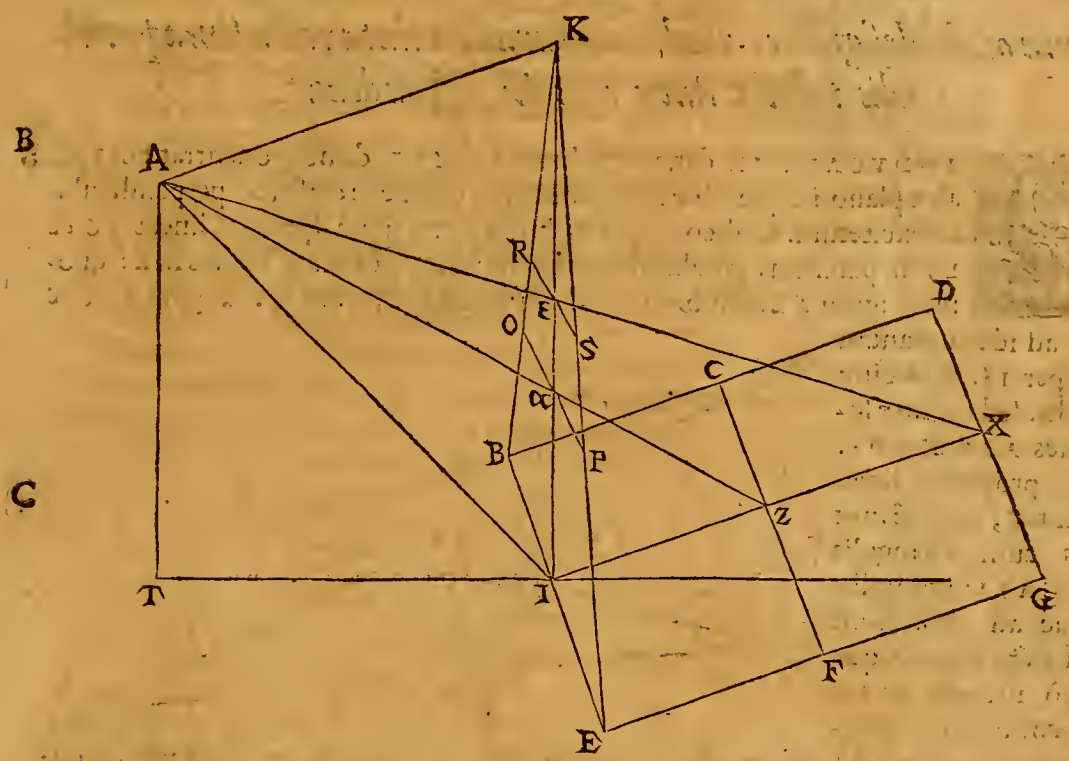
EX demonstrato iam theoremate colligas, quemadmodum T Z composita ex oculi distantia T I, & parallelarum B E & C F interuallo I Z, se habet ad ipsum interuallum F I Z, ita se habere oculi altitudinem A T ad I α interuallum parallelarum apparens. Cùm enim sit A T ipsi α I parallela, erunt triangula A Z T & α Z I æquiangula per 4. lemma libri quinti; ac proinde proportionalia ipsorum latera per 5. sexti Euclidis: quare vicissim quoque vt T Z ad A T, sic I Z seu verum interuallum ad I α interuallum apparens.

Quod in horizontali plano inferiore ostendimus, idem & in superiore locum habet: cuius veritatis elucidandæ gratia nulla alia schematis delineatione opus esse video præter hanc ipsam inuersam: nec in transuersis modò, sed & in perpendicularibus, ac ceteris etiam omnibus quæ directas normaliter secant, eadem valebit demonstratio, si

ab

A ab oculo A ad planum in quo parallelæ propositæ lineę existunt, perpendicularis agatur, quemadmodum suprà ad subiectum horizontale planum demissa fuit A T; ceteraque omnia eodem perficiantur modo.

Illarum autem parallelarum quæ vel in declinantibus planis sunt perpendiculares, aut in ijs quæ in anteriorem posteriorémve partem inclinantur planis, cernuntur transuersæ, non multùm discrepat contractionis modus: in his siquidem solius plani, qua à directo processu deflectit, habenda est ratio. Exempli causa, esto vt suprà oculus A,



D eiusque ab horizontali plano altitudo A T, distantia verò à plano viso T I, quod ab Horizontis libramento inde ab I attolli versus X concedatur, ita vt B G planum exhibeat in anteriora inclinatum (de ceteris porrò quæ vel in posteriorem partem inclinantur, vel solùm declinant, idem erit iudicium) in quo datæ sint transuersæ lineæ B E, C F & D G, quarum interualla secundùm oculi constitutionem in A tabulæ inscribere, & iusta proportione contrahere oporteat. A puncto I, quod commune est terrenæ lineæ & tabulæ, recta agatur linea I X, quæ reliquas parallelas C F & D G ad normam secet in punctis Z & X, ad quæ ab oculo radij procidant tabulam secantes in α & ε. Per hæc ergo tabulæ puncta, si parallelæ ipsi B E ducantur O P & R S, perspicuum est per præcedentem propositionem has esse primitiuarum parallelarum C F & D G Scenographicas proiecturas: quare & interuallum I α ipsum I Z, & α ε ipsum Z X repræsentat; quod erat propositum.

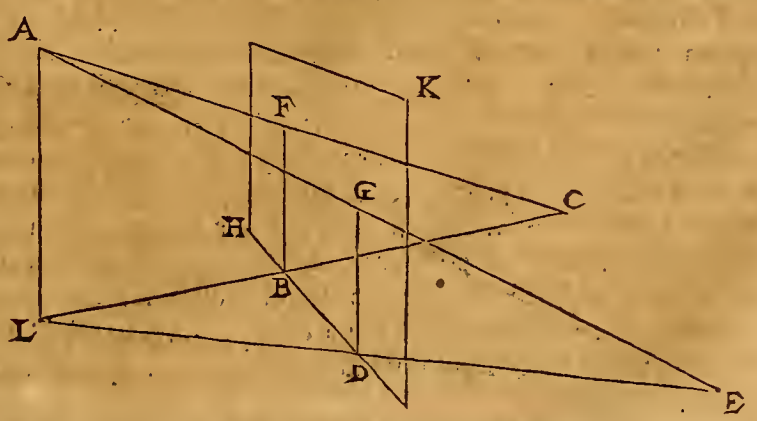
E

PROPOSITIO CXXXIII. THEOREMA.

Fieri potest, vt non parallelæ rectæ lineæ in parallelas tabulæ lineas transcribantur.

INT oculo A duæ propositæ rectę lineæ B C & D E in horizontali plano ita dispositæ, vt radiosę superficies A B C & A D E, quibus datæ illæ lineæ videntur, ad planum rectæ sint: dico illarum transumptas B F & D G in tabula parallelas esse. Cùm enim ex hypothesi sit tabula quoque H K ad rectos horizontali plano angulos constituta, communes etiam tabulæ & radiosarum superficierum

F

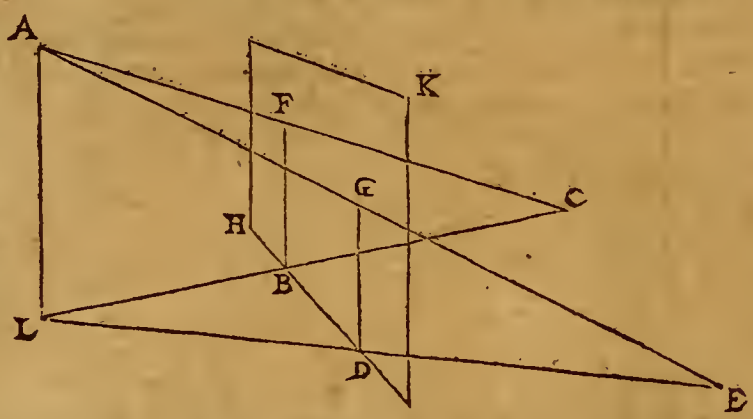


rum ABC & ADE intersectiones BF & DG, ad rectos eidem plano angulos erunt per 19. vndecimi Euclidis: quare per 6. vndecimi Euclidis BF & DG ex non parallelis BC & DE transumptæ, parallelæ inter se erunt; quod erat demonstrandum. A

PROPOSITIO CXXXIV. PROBLEMA.

Locum oculo designare, vnde non parallelæ datæ rectæ lineæ parallelis tabulæ lineis aspectu respondeant.

PRODVCANTVR datæ rectæ lineæ BC & DE, donec concurrant in L; & ab L plano, in quo datæ rectæ lineæ non parallelæ existunt, perpendicularis excitetur LA: dico è quouis huius lineæ signo spectatas lineas BC & DE in parallelas tabulæ lineas transfundi. Esto enim oculus in A: quoniam igitur AL ad subiectum planum recta est, erunt & triangula ALC & ALE ad idem planum recta per 18. vndecimi Euclidis: sed radiosæ superficies ABC & ADE, quibus propositæ lineæ spectantur, in ijsdẽ sunt planis cum triangulis ALC & ALE: igitur illæ quoque ad subiectum planũ rectæ erunt; atque idcircò illarum ac tabulæ communes intersectiones BF & DG ad rectos subiecto plano angulos erunt per 19. vndecimi Euclidis: vnde tandem efficitur per 6. vndecimi Euclidis, parallelas quoque inter se esse easdem BF & DG, quæ ex non parallelis BC & DE oculo in A posito in tabulam transportantur. Cumque hæc demonstratio omnibus punctis lineę ex L ad perpendiculum excitatæ conueniat, perspicuè patet locum oculo repertum esse, vnde non parallelæ rectæ lineæ in parallelas tabulæ lineas deferantur, qui assignandus erat. B C D



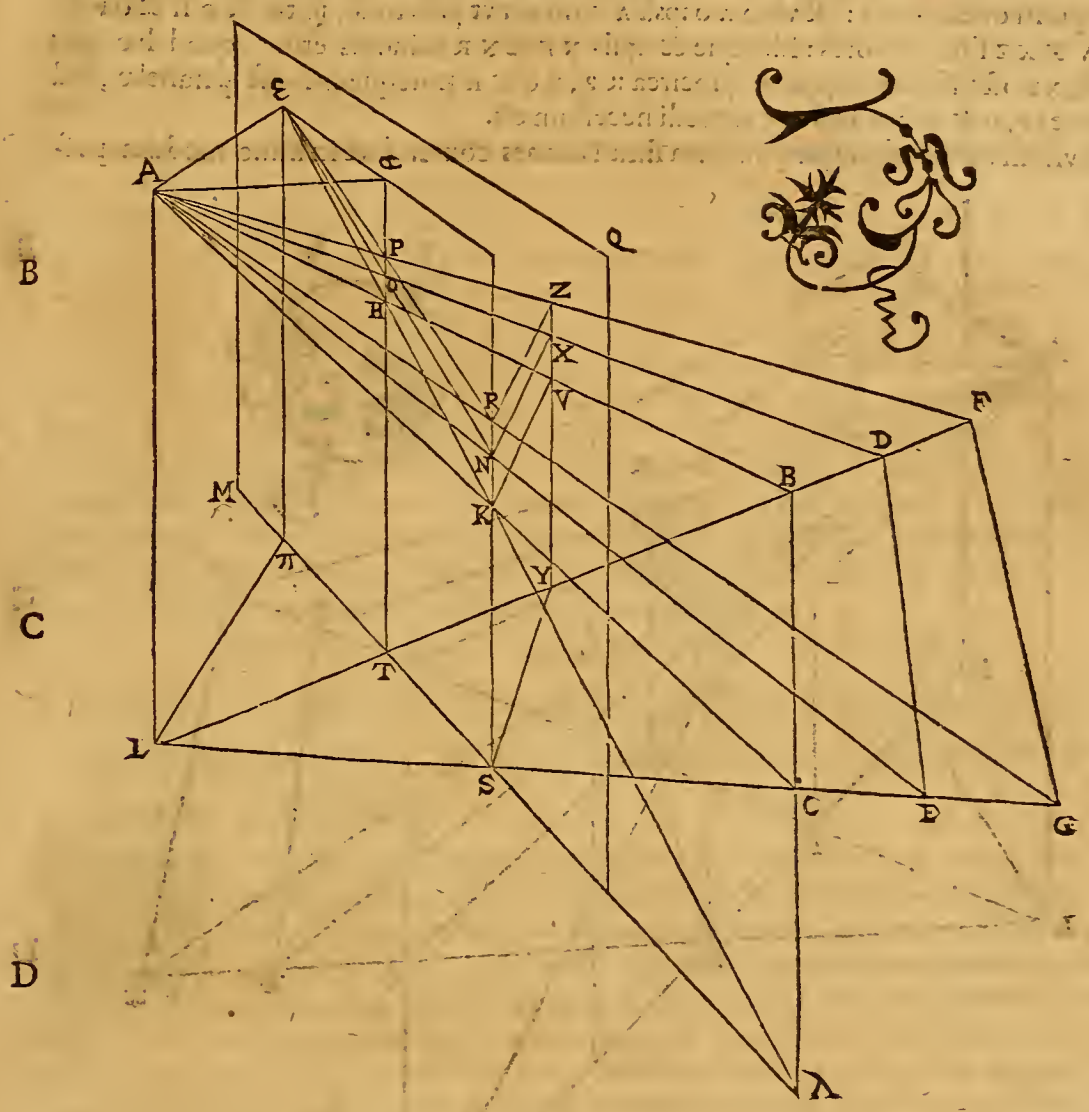
PROPOSITIO CXXXV. THEOREMA.

Parallelæ omnes lineæ, quæ directas obliquè secant, tabula exceptæ in vnum aliquod idemq; punctum concurrunt.

DIRECTÆ lineæ ijs quibus ad rectos angulos incidunt, contrariè quodammodò opponuntur: hæ namque in tabulam traductæ parallelis spatijs disiunguntur, nec punctum aliquod commune habent, vt propositione 131. demonstrauimus: illæ verò in punctum primarium, ceu directi aspectus vmbilicum, centrumque eorum omnium quæ in tabula spectantur, conueniunt: inter has mediæ consistunt illæ quæ in directas obliquis angulis incidunt: nam partim in anteriora procedunt, partim verò ad latera, sursumve aut deorsum deflectunt: quare huius generis parallelæ hoc quidem cum directis conueniunt, quòd in vnum aliquod punctum proiectæ congrediantur; hoc autem discrepant, quòd priùs quàm coëant, longiùs quàm directæ excurrant, ac tantò profectò longiùs, quantò minùs directè in anteriora protenduntur; qua proprietate ad naturam illarum quæ directas normaliter secant, propiùs accedunt. Ex quo fit, vt puncta concurrentium eiusmodi obliquarum parallelarum ipsum primarium punctum vndique circumstent, è quibus illa quidem propinquiora sunt in quæ illæ definiuntur, quæ minùs oblique in anteriora feruntur; illa autem remotiora, ad quæ obliquiores terminantur. Porrò qua arte punctum inueniri possit, ad quod datæ parallelæ lineæ in tabulam transcriptæ contendant, mox sequentibus propositionibus dicturi sumus: nunc id priùs vniuerse ostendendum sit, parallelas omnes quæ obliquis angulis directas secant, tabulâ exceptas in vnum aliquod idemque punctum conuenire: quod Geometricè demonstrabimus in hunc modum: E F

Sit oculus A, eiusque altitudo AL ab horizontali plano, in quo datæ sint quotcumque obliquæ

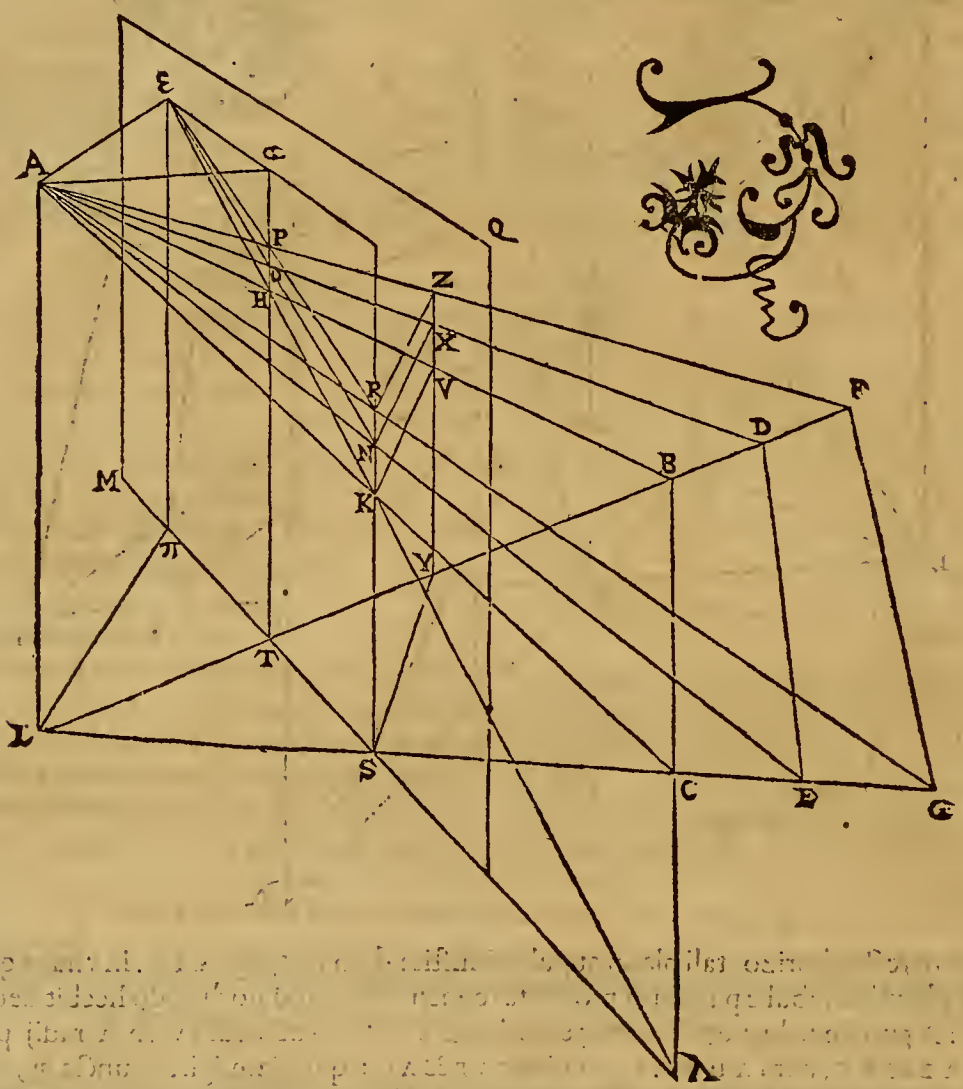
A obliquæ lineæ B C, D E & F G inter se quidem, at non ipsi transuersæ lineæ T S parallelæ, quarum proiecturæ sint H K, O N & P R in tabula Q M, quæ transuersæ lineæ M S se-



cundùm rectos horizontali plano angulos insistit: dico H K, O N & P R, in vnum quodpiam idemque tabulæ punctum productas concurrere; quod hoc modo licebit demonstrare: A puncto L duæ emittantur rectæ lineæ L F & L G; ab oculo verò A radij procidant A B & A C; item A D & A E; denique A F & A G: quoniam igitur puncta B, D & F apparent in punctis H, O & P, estque signum T tabulæ subiectoque plano commune,
E perspicuum est eam quæ per T, H, O, P ducitur, rectam lineam esse, atque ipsius T B D F proiecturam per 123. libri huius. Eodem modo recta ostendi potest linea S K N R, in quam proiecta S C E G incidit: cùm verò A L subiecto plano ad rectos sit angulos per constructionem, erunt radiosæ superficies A L F & A L G ad subiectum planum rectæ per 18. vndecimi Euclidis: sed tabula Q M ad idem subiectum planum recta est ex hypothesi: itaque per 19. vndecimi Euclidis T P & S R, communes scilicet sectiones tabulæ & radiorum A L F & A L G, subiecto plano sunt perpendiculares; ideoque & inter se parallelæ per 6. vndecimi Euclidis. Si iam à puncto S recta ducatur datis obliquis lineis B C, D E & F G parallela, nempe S Y, ac per R S Y planum agatur, erit id quidem per 18. vndecimi Euclidis ad horizontale planum rectum, siquidem ostensa est R S ipsi subiecto
F plano perpendicularis; cùm verò sit A L F, radiosa nimirum superficies qua B F videtur, ad subiectum planum recta, erit & Z Y communis videlicet sectio plani R Y & A L F subiecto plano perpendicularis per 19. vndecimi Euclidis; atque idcircò erit Z Y ipsi quoque R S parallela per 6. vndecimi Euclidis: quare V K, X N & Z R erunt datarum parallelarum B C, D E & F G proiecturæ in plano R Y apparentes: at quoniam S Y parallela posita est ipsis B C, D E & F G, erunt & V K, X N & Z R tum inter se, tum ipsis B C, D E & F G parallelæ per 131. huius: sunt verò & Z Y & R S inter se parallelæ: igitur parallelogramma sunt R X & X K, quorum proinde opposita latera R N & Z X, item N K & X V per 34. primi Euclidis sunt inter se æqualia. Rursus quoniam æquidistantes ostensæ sunt

ZV & PT, erit in triangulis AXV & AXZ vt AX ad AO, ita XV ad OH, & XZ ad OP per 4. sexti Euclidis, nimirum propter triangulorum similitudinem, quam nos lemmate 4. libri quinti ostendimus: est verò AO ipsâ AX minor vt pars totâ; igitur & OH & OP ipsis XV & XZ sunt minores: ideoque & ipsis NK & NR minores erunt, quòd hæ ipsis XV & XZ ostensæ sint æquales: quocircà RP, NO & KH nequeunt esse parallelæ; sed ad partes P, O & H productas congredi necessum est. A

In vnum autem idemque punctum simul omnes contendere in hunc modum pos-



sumus demonstrare: Esto ε punctum in quod duæ RP & NO productæ conueniant: dico & tertiam KH in idem punctum ε protractam incidere: cùm enim æqualis sit RN ipsi ZX, habebit vtraque ad eamdem PO similem omnino rationem per 7. quinti Euclidis: sed Rε ita se habet ad Pε, vt RN ad PO; & ZA ad PA, vt ZX ad PO: igitur per 11. quinti Euclidis, vt ZA ad PA, ita se habet Rε ad Pε. Rursus cùm sit vt ZA ad PA, sic Rε ad Pε; sitque ZA ad PA vt ZV ad PH, erit & Rε ad Pε vt ZV, hoc est æqualis ipsi RK ad PH: quocircà per 41. lemma huius libri KH quoque si producatur, cum Nε & Rε in idem punctum ε incidet; quod erat demonstrandum. E

PROPOSITIO CXXXVI. THEOREMA.

Quæ directas obliquè secant parallelæ lineæ, in tabulam transcriptæ eo loci concurrunt vbi radius opticus primitiuis parallelis æquidistans tabulam inuadit. F

HÆC proprietas directis lineis manifestè inest: nam propositione 130. ostendimus eas tabula exceptas in punctum primarium conuenire: est verò is qui ab oculo ad punctum primarium ducitur radius, directis omnibus lineis parallelus: igitur omnes directæ lineæ in illud tabulæ punctum secundùm aspectum conueniunt, in quo radius opticus directis lineis parallelus tabulam in transitu attingit.

Non

A Non est autem hæc æquè perspicua veritas in ceteris parallelis, quæ proiectæ in vnum punctum conueniunt: quare in his quoque idem demonstrare nobis hoc loco propositum esto. Reposito superiore schemate iungatur A ε, hancque ostendere oporteat primitiuis parallelis B C, D E & F G parallelam esse: quoniam in præcedentis propositionis demonstratione ostensum est vt Z A ad P A, ita esse R ε ad P ε, erit quoque diuidendo per 17. quinti Euclidis vt Z P ad P A; sic R P ad P ε: sunt verò & anguli his proportionalibus lateribus contenti Z P R & A P ε inter se æquales, vtpote ad verticem secantium sese linearum A Z & R ε per 15. primi Euclidis: igitur per 6. sexti Euclidis æquiangula sunt ipsa triangula A P ε & Z P R, angulusque A ε P angulo Z R P æqualis: quocircà per 28. primi
B Euclidis parallelæ sunt A ε & R Z; est autem R Z parallela ipsi primitiuæ F G, vt ex præcedentis propositionis demonstratione constat: itaque & A ε ipsi F G ceterisque ab F G æquè distantibus est parallela per 9. vndecimi Euclidis; quod demonstrasse oportuit.

Iucundiùs autem, nec minùs solidè probari hæc propositio potest ex 38. 39. & 40. proposit. libri quarti: cùm enim A ε ex oculo prodeat, videbuntur non modò B C, D E, & F G, verùm etiam quæcumque ipsi A ε parallelæ sunt, in quocumque tandem plano existant, ad ipsam A ε propiùs semper accedere, quoad tandem in immensum protractæ cum illa exactè coire videantur: at tota A ε infinitè producta, apparet vt punctum, & in punctum ε proiicitur ob perpendicularem eius aspectum: igitur quotquot ipsi A ε sunt parallelæ, in punctum ε secundùm aspectum congredientur, ad quod nimirum ab oculo
C ducitur radius A ε qui primitiuis parallelis est parallelus.

PROPOSITIO CXXXVII. THEOREMA.

Cùm proiectæ parallelæ lineæ in vnum aliquod punctum coëunt, punctum concursus, & oculus à plano in quo primitiuæ parallelæ existunt, æquè distant.

D  STO ε commune signum concurrentium linearum K H, N O & R P, quæ parallelas B C, D E & F G in tabula spectatas repræsentant: dico ε à plano, in quo primitiuæ existunt parallelæ, B C, D E & F G, æquè ac A disiunctum esse; hoc est ε ϖ & A L, quę rectis angulis in planum parallelarum incidunt, æquales inter se esse. Iungantur enim puncta A & ε per rectam A ε: quoniam igitur non semel ostensum iam est ita se habere A Z ad A P, vt se habet ε R ad ε P, erit diuidendo per 16. quinti Euclidis vt A P ad P Z, ita ε P ad P R; est verò & angulus A P ε angulo Z P R proportionalibus lateribus comprehenso æqualis: igitur per 6. sexti Euclidis æquiangula sunt ipsa A P ε & Z P R triangula, angulusque P A ε æqualis angulo P Z R: quocircà per 28. primi Euclidis parallela est A ε ipsi Z R: sed Z R iam sæpè ostensa est ipsi F G parallela: itaque A ε ipsi quoque F G, ac ceteris etiam omnibus quæ ab F G æquabili interuallo distant, est parallela per 9. vndecimi Euclidis. Si ergo per A ε duo plana extendi animo concipiantur, vnum plano in quo primitiuæ parallelæ existunt, parallelum; al-
E terum ad idem illud planum rectum, faciet hoc quidem in parallelis illis planis communes sectiones A ε & L π parallelas per 16. vndecimi Euclidis: cùm verò A L & ε ϖ ad planum in quo primitiuæ sunt parallelæ, rectæ sint ex hypothesi, erunt & ipsæ inter se parallelæ per 6. vndecimi Euclidis: quamobrem parallelogrammum erit A ε π L, ac eius proinde latera A L & ε ϖ, quæ sibi mutuò ex aduerso respondent, æqualia per 34. primi Euclidis: ex quo fit tandem, puncta A & ε pari spatio à plano, in quo sunt primitiuæ parallelæ, distare.

PROPOSITIO CXXXVIII. THEOREMA.

F *Parallelæ omnes lineæ quæ in vno plano ad varias partes ducuntur, si directas obliquæ secent, in vna etiam eademq; linea concursuum loca nanciscuntur.*

 HÆC adeò perspicua est veritas, vt vix probatione indigeat: ex eò tamen manifestè demonstratur, quòd planum ipsum, in quo primitiuæ parallelæ existunt, in rectam transcribatur lineam: in hanc igitur cadent parallelæ omnes quæ in ipso existunt plano, & directas obliquè secant. Si enim aliqua ex iis quæ in dato sunt plano extra eam tabulæ lineam procurreret, in quam ceteræ eiusdem plani lineæ incidunt, illius pars quidem in dato esset plano, pars

verò ab eo ſublimis. Nam propoſitum quodcumque planum in ſola recta linea tabulam ſecat per 3. vndecimi Euclidis: igitur quoduis punctum extra hanc communem lineam in tabula aſſumptum, etiam extra ipſum eſt planum: quocircà ſi quæpiam, ex iis quæ in plano ſunt, linea ad punctum aliquod extra communem plani & tabulæ ſectionem conſtitutum pertineat; liquidò patet eius lineæ partem quidem in dato plano exiſtere, partem verò ab eo ſublimem eſſe: quod cùm primæ propoſitioni vndecimi Euclidis aduerſetur, conſequens eſt, parallelas quaſcumque lineas, quæ in vno exiſtentes plano directas obliquè ſecant, in vna eademq; recta linea concurſuum loca obtinere. A

PROPOSITIO CXXXIX. THEOREMA. B

Quæ obliquioribus angulis directas interſecant parallelæ lineæ, propiùs puncto primario in tabulam transumptæ congrediuntur.

PROPOSITIONE 135. oſtendimus, eas lineas quæ directis ſunt perpendiculares, directis ipſis contrariè quodammodò opponi; inter quas ſcilicet ceteræ velut mediæ inſeruntur. Vnde & illud naſcitur illuſtre diſcrimen, quòd quę directis ſunt perpendiculares, quantumuis protrahantur, nec inter ſe conuenire, nec in tabulam, licet productam, incidere vmquam poſſint: directæ verò ad punctum tabulæ primarium, quod oculo proximum eſt, congrediantur: igitur è reliquis eæ quæ directarum naturam propiùs æmulantur, ad loca puncto primario viciniora coëunt; quæ verò à directis maiore diſſimilitudine diſcrepant, longiùs prouehuntur antè quàm congreſſionem faciant: vti ergo naturâ, ita & proprietate illæ ad directas, hæ ad eas quæ directis normales ſunt, propiùs accedunt. Porrò illas directis ſimiles magis eſſe dicimus, quæ obliquioribus angulis directas interſecant: nam quò interſecantium ſeſe linearum anguli rectis ſunt propinquiores, eò & lineæ cum iis, quas contrariè directis opponi dicimus, ſimilitudinem gerunt maiorem. C

Si Geometricè idem confirmari poſtuletur, id ex 136. propoſitione huius libri perſpicuè fiet hoc pacto: Oſtenſum eſt propoſitione 136. radium opticum, qui ab oculo ad punctum illud ducitur, quo apparentes in tabula parallelæ coëunt, primitiuis parallelis reipſa parallelum eſſe: igitur iiſdem angulis hic radius principalem radium ſecat, quibus propoſitæ primitiuæ parallelæ ſecant directas: at radius principalis ad normam inſiſtit tabulæ, ideoque omnium illorum qui ad tabulam pertinent radiorum breuiſſimus eſt; ceterorum autem qui ab oculo egreſſi ſimiliorem recto angulum cum principali radio continent, ij longiùs à primario puncto in tabulam incurrunt: quocircà & primitiuæ parallelæ, quò propiùs rectis angulis directas interſecant, eò longiùs à puncto primario prouehuntur priùs quàm in vnum conueniant. D

Ex his quæ proximè dicta ſunt, facilè eſt praxes aliquas adinuenire ad rem propoſitam vtiles, è quibus hic nonnullas tamquam conſectaria adiungemus. E

CONSECTARIVM I.

Dato oculo, punctum in tabula inuenire, in quod propoſitæ parallelæ ſecundùm aſpectum conueniunt.

ESTO vt ſuprà propoſitione 135. oculus A, tabula verò M Q, at datæ in ſubiecto horizontali plano parallellæ lineæ B C, D E & F G, quæ cùm non ſint parallelæ ipſi M S, ſeu tabulæ, tranſcriptæ occurrent in puncto quopiam, quod reperire oporteat. Ab oculo A ad ſubiectum planum demittatur perpendicularis A L per 11. vndecimi Euclidis: ab L verò agatur L ϖ propoſitis parallelis æquidiſtans per 31. primi Euclidis: ac rurſus ex π ducatur in tabula ϖ ε ſubiecto plano perpendicularis per 12. vndecimi Euclidis, quæ proinde per 6. vndecimi Euclidis ipſi A L parallela erit: deniq; fiat π ε ipſi A L æqualis: dico ε punctum eſſe concurſus poſtulatum. Iuncta enim A ε, quoniam A L & ε ϖ æquales ſunt & parallelæ, erit & A ε ipſi L π parallela per 33. primi Euclidis: quare & ipſis B C, D E & F G eadem A ε parallela erit per 9. vndecimi Euclidis; atque idcircò ε punctum eſt concurſus poſtulatum per 136. propoſ. libri huius. F

CON-

A

CONSECTARIVM II.

Si data recta linea producta tabulam secet, & à loco sectionis ad punctum concurrentium parallelarum recta ducatur; in hac necesse est datam rectam lineam apparere.

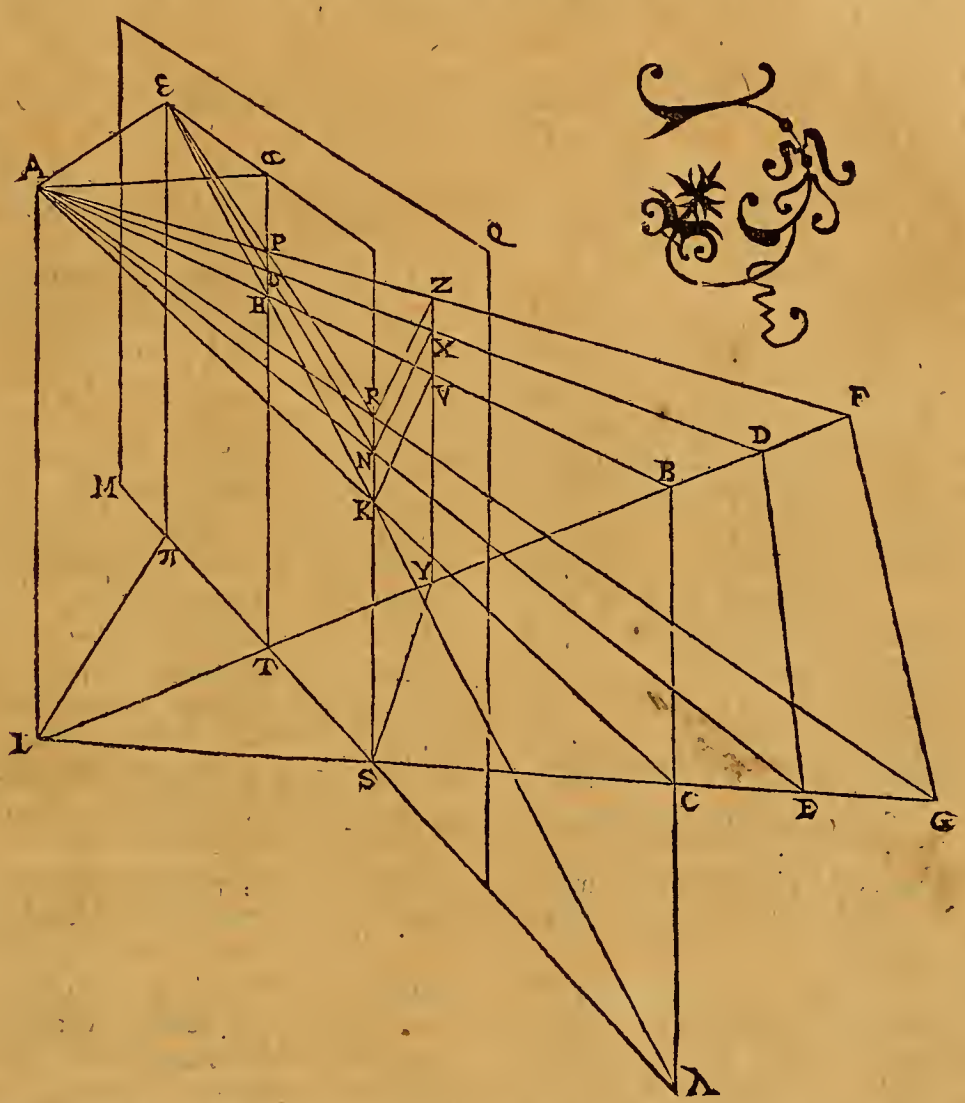
SIT data recta linea B C: hæc quoniam ex hypothesi non est ipsi tabulæ parallela, si producatur secabit tabulæ planum item productũ in signo quopiam, puta λ. Inuento

B

C

D

E



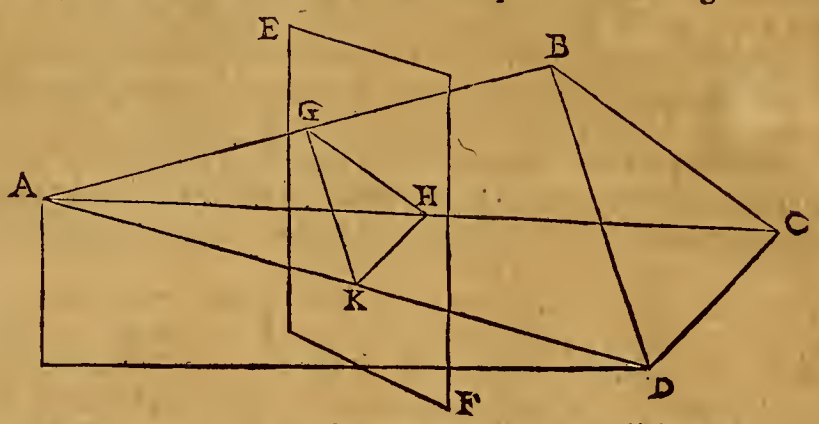
itaque puncto ε per præcedens consectariũ: dico in ε λ propositam lineam BC secundùm oculum in A positum incidere: siquidem λ commune est vtriusque M λ & B C ex vna parte productæ punctum, & ε proiectura est extremitatis eiusdem B C versus B infinitè protractæ. Cùm ergo ε & λ sint in ipsius B C vtrimque protensæ proiectura, erit datæ lineæ B C proiectura in recta tabulæ linea ε λ: itaque si ducantur B L & C L quæ tabulam secent in T & S, ex T verò & S perpendiculares subiecto plano excitentur T H & S K quæ ipsam ε λ secent in H & K, perspicuum est H K ipsius B C proiecturam esse quæ erat postulata.

PROPOSITIO CXL. THEOREMA.

F *Quæcumque in aduersis sunt planis, eadem proportione in tabula describuntur, quam in rebus ipsis habent.*

HVIVS propositionis ea est ratio, quòd tabula aduersumque planum æquidistent, eumdemque situm ad aspectum habeant, per ea quæ ad propositionem 31. libri tertij prædefiniuimus. Quocircà omnes vtriusque partes, quæ ijsdem radijs opticis comprehenduntur, eadem proportione augescunt vel minuuntur: vt si oculo A triangulum obijciatur B C D è regione ac directè spectatum radijs A B, A C & A D, qui opticam pyramidem constituant ad ver-

ticem A; hæc autem secetur aduerso plano E F, ceu tabula quæ eidem triangulo B C D A
sit parallela, cuius & pyramidis opticæ communis sectio triãgulum sit G H K: dico G H K triangulum primitiuo triãgulo B C D & simile esse & æquiangulũ. Cùm enim triangulum A B C in duo incidat plana parallela, tabulã scilicet

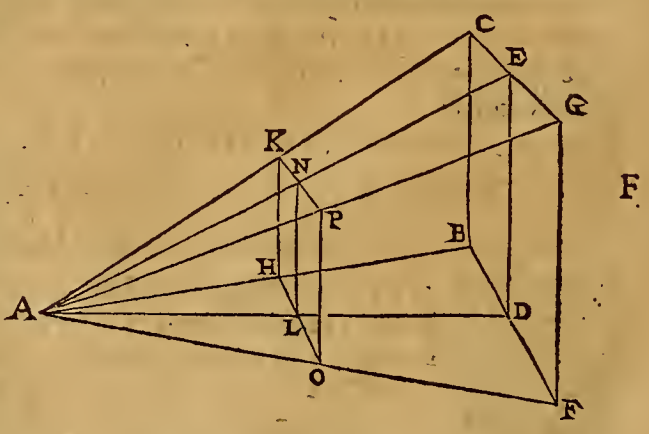


E F, & B C D triangulum, erunt communes intersectiones G H & B C parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: quare per 4. lemma libri quinti æquiangula erunt triangula A B C & A G H: eodemque modo triangula A C D & A H K æquiangula ostendentur: igitur per 4. sexti Euclidis, vt A C ad A H, ita est B C ad G H; & rursus vt A C ad A H, ita quoque C D ad H K: igitur per 11. quinti Euclidis, vt B C ad C D, ita se habet G H ad H K: sed per 10. vndecimi Euclidis angulus G H K angulo B C D est æqualis: itaque per 6. sexti Euclidis æquiangula sunt ipsa B C D & G H K triangula, ideoque similia; siquidem per 4. sexti Euclidis æquiangulorum triangulorum proportionalia sunt latera, quæ æqualibus angulis vel continentur vel subtenduntur. Quia verò in ceteris quibuscumque designationibus similis est demonstrandi ratio, palàm est transcriptas ex aduersis planis figuras eamdem in tabula proportionẽ retinere, quam in rebus ipsis habent; quod erat demonstrandum. C

Ex quo patet, longas columnarum series arborumque ordines, si ex aduerso spectentur, æquali tum intercapedine tum magnitudine in tabula designari debere, vti & scalarum gradus, si illæ ad perpendiculum erectæ sint: qua in re celebres etiam pictores fœdè lapsos fuisse non semel deprehendimus, cùm superiores gradus, vtpote ab aspectu remotiores, spatijs angustioribus distinxerunt, aut aduersæ porticus remotiores columnas breuiores, earumque intercolumnia minora pinxerunt, aliaque eius generis quamplurima, quæ ex huius scientiæ ignoratione haud dubiè profluxerunt. Constat enim ex hac propositione, quæcumque in aduersis sunt planis, eâdem proportione describenda esse, quam in rebus ipsis habent; hoc est transuersas lineas transuersim, perpendiculares verò ad perpendiculum, obliquas autem eâdem, quam in rebus habent, obliquitate; ac vniuersè omnes quæ in rebus sunt parallelæ, parallelõs in aduersa tabula ducendas esse. D

Verùm eneruandum hoc loco superest quorumdam argumentum, quo etiam è peritioribus nonnulli occupati censuerunt æqualium magnitudinum remotiores à visu, minores omnino in tabula delineandas esse, quòd ob maiorem intercapedinem minores appareant, vt nos quoque libro quarto propositione 11. docuimus: at non ita rem se habere licet iam vniuersè demonstratum sit; tamen quia in sola triangulari forma propositum explicauimus, libet claritatis gratia etiam in magnitudinibus ordine dispositis idem priùs ostendere, quàm propositam obiectionem diluamus. E

Esto igitur oculus A, ipsique ex aduerso obiectæ tres magnitudines æquales, B C quidem oculo proxima, deinde D E & F G remotissima, quæ paribus interuallis B D & D F ab inuicem disiungantur: harum verò proiecturæ in tabula K O propositis magnitudinibus parallela sunto H K, L N & O P: dico has æquales inter se esse, atque ipsarum etiam interualla H L & L O æqualia, nec obstare distantiæ ab oculo disparitatem. Nam cùm tabula K O, planumque C F æquidistent, quæ in ipsis fiunt sectiones, per radios opticos ab oculo A ad propositas magnitudines delatos, parallelæ erunt per 16. vndecimi Euclidis, hoc est B C ipsi H K, & D E ipsi L N, item F G ipsi O P, de-



A O P, denique B F ipsi H O: itaque ob triangulorum similitudinem vt A B ad A H, ita B C ad H K; rursus vt A D ad A L, ita D E ad L N: sed A B ad A H est, vt B D ad H L; & vt B D ad H L, ita A D ad A L: igitur per 11. quinti Euclidis eadem est ratio A B ad A H, quæ A D ad A L: ideoque & ratio B C ad H K eadem est quæ D E ad L N; & permutando vt B C ad D E, ita H K ad L N: sed B C ipsi D E est æqualis ex hypothesi: itaque & H K ipsi L N est æqualis. Eodemque modo ostendemus O P ipsi F G, & vniuersè ceteras omnes proiectas magnitudines primitiuis æquales: igitur quæ in aduersis planis sunt æquales magnitudines, & in tabulam transfusæ sunt æquales. Nec aliter æqualia ipsarum interualla B D & D F, in æqualia proiecturarum interualla H L & L O transcribi ostendemus. Cùm enim sit B H O ipsi B F parallela, erit propter triangulorum similitudinem vt A B ad A H, ita B D ad H L; & vt A B ad A H, ita B F ad H O: quare per 11. quinti Euclidis vt B D ad H L, ita B F ad H O: & alternatim vt B D ad B F, ita H L ad H O; diuidendo autem vt B D ad D F, ita H L ad L O: sed B D ipsi D F est æqualis ex hypothesi: igitur & H L ipsi L O est æqualis, eodemque modo in ceteris: quamobrem æquales magnitudines paribus interuallis dispositæ ex aduersis planis, in proiecturas æquales æqualibus interuallis distinctas producuntur.

Nunc propositæ obiectionis nodum dissoluamus. Cùm oculi distantia ad formas tabulæ inscriptas eam rationem habeat, quam ad res ipsas primitiuas: quemadmodum in his remotiores ab oculo minores videntur, ita quæ remotioribus in tabula respon- C dent proiecturæ, pro rata etiam minores apparent: quocircà si vt in rebus sunt, ita in tabula describantur, vno ambæ modo conspicientur, & qui designationem in tabula expressam aspiciet, rem ipsam videre se arbitrabitur; quòd ambæ similem omnino notionem in oculum intuentis ingerant. Itaque non quòd æqualium magnitudinum quæ remotiores sunt minores appareant, ideò minores in tabula sunt designandæ; aliter siquidem res obiectæ in seipsis spectantur, aliter in data tabula, vt initio huius libri diximus prænotatione 3. & ex eo manifestè patet quòd oculo obiectoque immutatis, quoties tabula in alium situm conuertitur, toties obiectum alia atque alia forma in tabula appareat, licet in se eodem semper modo spectetur.

PROPOSITIO CXLI. THEOREMA.

D *Obliquæ parallelæ, quæ in plano horizontali existunt, ad puncta horizontalis lineæ in tabula designatæ contendunt.*

HORIZONTALIS linea quæ tabulæ inscribitur, communis est sectio tabulæ radijque optici ab oculo ad Horizontem proiecti: huic proinde parallelæ sunt, quotquot transuersæ vocantur. Nam vti transuersæ, ita & quæ in tabula Horizontem repræsentat recta linea, ad Horizontis æqualitatem libratur, & aliquam è directis secundùm normam secat. Cùm ergo directæ omnes lineæ parallelæ inter se sint, erit & horizontalis linea transuersis omnibus parallela per 28. primi Euclidis. Ex quo fit, vt omnia horizontalia plana, ad illud E quod per oculum incedit, contendere quoad aspectum videantur. Quæ enim in inferiore sunt horizontali plano transuersæ lineæ, remotiores ab oculo assurgere videntur, ac illi, quod per oculum ducitur, propinquiores fieri; quæ verò in superiore sunt plano horizontali transuersæ lineæ ab oculo remotiores, decidere videntur, atque ad illud quod per oculum fertur, propiùs accedere: cumque parallelum semper situm retineant ad horizontalem lineam, in quam planum illud, quod per oculum transit, proijcitur, perspicuum est transuersas illas lineas, quę maximè ac propemodum infinitè ab oculo absunt, secundùm aspectum cum horizontali linea congruere: itaque & horizontalia plana, quorum areas infinitæ transuersæ lineæ complent, ad hanc ipsam horizonta- F lem lineam, si infinitè protrahantur, quoad aspectum aliquando conuenient. Et quemadmodum punctum primarium communis est terminus omnium linearum, quæ principali radio per oculum ac punctum primarium incedenti sunt parallelæ; sic linea horizontalis communis terminus est omnium planorum, illi quod per oculum & horizontalem lineam incedit, parallelorum: at enim si horizontale quodcumque planum ad lineam horizontalem secundùm aspectum contendat, dico & lineas omnes obliquas quę in ipso existunt, ad horizontalem lineam pergere, si quantum opus est proferantur: aliàs enim pars earum in dato esset horizontali plano, pars verò à plano sublimis, quod primæ propositioni vndecimi libri Euclidis aduersatur.

Hæc prolixiùs quàm fortè opus esset, dixisse placuit, vt non modò probatum sit, A quod fuit propositum; verùm etiam quo id pacto contingat, velut ad oculum sit demonstratum: quare si quis Geometricum demonstrandi genus hoc loco requirat, facile, qui volet, ex propositione 130. & 137. id colliget in hunc modum: Propositione 130. ostendimus directas omnes lineas, tametsi in rebus sint parallelæ, tamen proiectas, in punctum tabulæ primarium, quod æquè atque oculus à plano horizontali distat, conuenire: rursus propositione 137. vniuersè probauimus ceteras omnes parallelas lineas (ijs exceptis quæ directas ad normam secant) proiectas, in illud punctum tabulæ incidere, quod à plano in quo parallelæ existunt, pari atque oculus interuallo disiungitur: quocircà omnia puncta in quæ conueniunt horizontalis plani parallelæ lineæ, est ipsa hori- B zontalis linea per primarium punctum in tabula designata: hæc siquidem in eadem est altitudine cum oculo, & quia ad Horizontem libratur, necesse est æqualem esse ipsius ab horizontali plano distantiam.

PROPOSITIO CXLII. THEOREMA.

Quæcumque in directis planis sunt obliquæ parallelæ lineæ, proiectæ in tabulam ad primariam perpendicularem porriguntur.

HVIVS propositionis eadem omnino est explicatio, quæ præcedentis: solo C namque mutato plani situ à libella in perpendiculum, quod antè horizontale erat, id nunc fiet directum: igitur & demonstratio vtriusque eadem erit. Quippe si planum quoddam per oculum ac primariam perpendicularem actum intelligatur, directò in anteriora protensum, erit hoc illi quodammodò simile, quod per oculum & horizontalem lineam ad Horizontem vsque extenditur, ideoque & similis vtriusque proiectura, nempe recta linea, hoc solo discrimine, quòd vna perpendiculum, altera libellam exæquet. Vti ergo omnia horizontalia plana longissimè in anteriorē partem producta, ad illud quod per oculum extēditur, sensim sese propiùs adiungunt: ita & directa omnia plana, ad id quod per oculum ducitur, paulatim accedunt, donec tandem omnino cum illo secundùm aspectum D coëant: cumque, vti diximus, vtraque hæc plana quæ per oculum transeunt, in rectas tabulæ lineas transcribantur, ad has velut ad communes terminos reliqua plana illis parallela conuenient; quare & concurrentium parallelarum puncta in his lineis reperientur: quod etiam ex propositione 130. & 137. simili modo demonstrari poterit, quo in horizontalibus planis superiore propositione vsi fuimus.

PROPOSITIO CXLIII. THEOREMA.

Parallelæ obliquæ lineæ, quæ è planis in latera inclinatis transcribuntur, ad eam lineam concurrunt, quæ in primario puncto E *Horizontis proiecturam obliquè secat.*

NAM per ea quæ duabus proximis propositionibus demonstrata sunt, cùm planum quodcumque in latus inclinatum æquè ac directa plana in partem anteriorem rectà porrigatur, fit vt tandem cum linea aliqua ex ijs quæ per primarium punctum traijciuntur congredi videatur, cum illa inquam, quæ proposito obliquo plano parallela est, quæque planum illud quod per oculum punctumque primarium transit, velut propria imago in tabula repræsentat: igitur & quæ in eiusmodi plano inclinato existunt parallelæ obliquæ lineæ, eæ omnes cùm in tabulam transcribuntur, ad eam contendunt lineam, quæ per punctum F primarium ducitur proposito plano parallela: fieri siquidem nequit, vt pars aliqua illarū parallelarū in ipso sit plano, pars verò à plano sublimis, per primam vndecimi Euclidis.

Oportet autem lineam in tabula designatam, ad quam proiectæ parallelæ plani inclinati referuntur, eamdem inclinationem ad perpendicularem primariam habere, quam habet inclinatum planum ad planum directum cui incumbit: siquidem linea illa seu meta concurrentium parallelarum communi sectioni tabulæ & plani inclinati est parallela: igitur primaria perpendicularis vtramque obliquam lineam æqualibus secat obliquis angulis per 29. primi Euclidis.

PRO-

A

PROPOSITIO CXLIV. THEOREMA.

Lineæ obliquæ parallelæ à planis in anteriorem vel posteriorem partem inclinatis, ad lineam horizontali lineæ parallelam destinantur.

B VTI Horizon illorum planorum quæ perlibrantur, est index; ita horizontalis linea terminus est eorum, quæ libellæ exæquata in tabula cernuntur: igitur quæcumque plana in rebus ipsis supra libellæ statum altera parte subleuantur, ea infinitè producta supra horizontalem lineam in tabula definiuntur; quæ verò infra libellam deprimuntur, ea in tabulam transportata sub Horizontis lineam terminantur.

Potest verò id etiam hoc modo ex dictis ostendi: Quoniam per 137. propositionem huius libri omnia puncta tabulæ, ad quæ congrediuntur obliquæ parallelæ plani cuiusuis, eamdem quam oculus habent à dato plano distantiam; perspicuè sequitur, planum quod per oculum duci mente concipitur proposito æquidistans, in omnia illa puncta tabulæ incidere, ad quæ obliquæ parallelæ dati plani inclinati contendunt: igitur huius imaginarij plani & tabulæ communis intersectio, ea est linea in quam & propositum C inclinatum planum, & omnes quæ in ipso sunt obliquæ parallelæ transcriptæ terminantur. Est porrò hæc linea illi parallela, qua propositum planum tabulam secat per 16. vndecimi Euclidis; quòd nimirum primitiuum planum, idque quod per oculum actum concipitur, ex hypothesi sint parallela: quamobrem, cùm tabulę & plani in anteriorem vel posteriorem partem inclinati communis sectio sit vna è numero transuersarum; transuersę autem sint lineæ horizontali parallelę: erit & illa, ad quam omnes inclinati eiusmodi plani obliquæ lineæ in tabula terminantur, horizontali quoque lineæ parallela.

PROPOSITIO CXLV. THEOREMA.

D *A planis declinantibus transumptæ in tabulam obliquæ parallelæ ad puncta lineæ, quæ primariæ perpendiculari æquidistet, congrediuntur.*

NIL discrepat hæc propositio à præcedente; quod sanè ei perspicuum fiet, qui naturam declinantis & inclinantis plani penitiùs introspexerit. Idem namque planum, quod nunc declinans appellatur, sola inuersione situque mutato fiet inclinans: quocircà non est, quòd huius propositionis explanationi studiosiùs incumbamus, cùm ex ijs quæ sæpenumerò repetita iam sunt, constet ad vnam aliquam lineam omnes vniuscuiusque plani obliquas E parallelas contendere, eamque lineam proposito plano esse parallelam. Quoniam igitur planum declinans ad horizontale planum rectum est, erit & ea tabulæ linea, ad quam parallelæ declinantis plani conueniunt, horizontali lineæ perpendicularis: atque ea propter primariæ perpendiculari parallela per 28. primi Euclidis; quod erat probandum.

PROPOSITIO CXLVI. THEOREMA.

Si linea quæpiam horizontalem lineam extra punctum primarium obliquè secet, ad eam parallelæ plani inclinantis simul & declinantis conuenient.

F

INGE primò planum quoddam directum, atque in eo quotcumque directas lineas; hæ omnes, vt ex 130. propositione constat, transcriptæ in planum ad primarium punctum diriguntur: deinde si hoc planum conuerti intelligas, & seruata perpendiculi rectitudine in partem alteram obliquari, manebit quidem superiorum directarum linearum concursus in horizontali linea; at quantum planum à directo situ deflectit, tantum locus in quo simul concurrunt, à primario puncto recedet. Quoniam igitur hoc iam declinans planum ad horizontale planum rectum est, pergent ceteræ ipsius obliquæ lineæ ad eam lineam quæ rectis angulis horizontalem lineam in supradicto puncto secat per propos. 145. huius:

huius: si denique seruata declinatione, hoc est immutata communi sectione horizontalis & declinantis plani, propositum declinans planum in partem vnam inclinetur; ad idem quidem quod antè punctum horizontalis lineæ, contendent omnes illæ quæ primò directæ erant lineæ; at quæ per hoc punctum obliquis angulis ducetur linea, ceteras declinantis simul & inclinantis plani parallelas in tabulam profusas excipiet, vt ex dictis manifestè patet. A

PROPOSITIO CXLVII. THEOREMA.

Si perpendicularis primaria extra primarium punctum lineâ quapiam obliquè secetur, hæc puncta omnia concurrentium in tabula parallelarum plani in vtramque partem inclinati excipiet. B

HÆC propositio priori haud absimilis est: nam si planum quoddam horizontale animo concipias, atq; in eo directas quotcumque lineas, quæ proiectæ in punctum primarium dirigantur; si deinde fingas hoc idem planum supra libellam altera parte subleuari, vel infra eam deprimi, fiet ex horizontali inclinatum planum: quare eæ quæ antè directæ erant lineæ, nunc ad punctum tabulæ pergunt supra vel infra primarium punctum in perpendiculari primaria constitutum; ceteræ autem quæ in illo sunt obliquæ parallelæ, ad lineam concurrent, quę primariam perpendicularem supra vel infra primarium punctum normaliter secat per 144. huius; tandem si idem planum denuò mutari intelligas, & circa eam lineam quæ à prima constitutione directa erat inter ceteras media, velut circa quiescentem axem conuerti, fiet planum in duas iam partes inclinatum, omnesque illius lineæ quæ initio directæ erant, in idem quod antè punctum primariæ perpendicularis conspirabunt: ceteræ autem ad lineam proficiscentur quæ per idem punctum primariam perpendicularem obliquè secabit. C

Hoc planum quod in vtramque partem inclinatum diximus, idem reipsa est quod inclinans simul & declinans; & quæ horizontalem lineam extra primarium punctum obliquè secat recta linea, eadem obliquè secat & perpendicularem primariam: quia tamen hoc planum variè consideratum diuersos habet linearum respectus, placuit distinctis propositionibus vtramque rationem explanare. D

Quæ hactenus de variorum planorum obliquis parallelis proposita sunt, satis superque, vt opinor, ex dictis constant. Quare quod reliquum est huius instituti, Lectori contemplandum enucleandumque relinquo: priùs tamen, quàm ad illorum theorematum praxin veniamus, lubet istud quoque adiungere instar paradoxi ad rem quam agimus minimè alienum. E

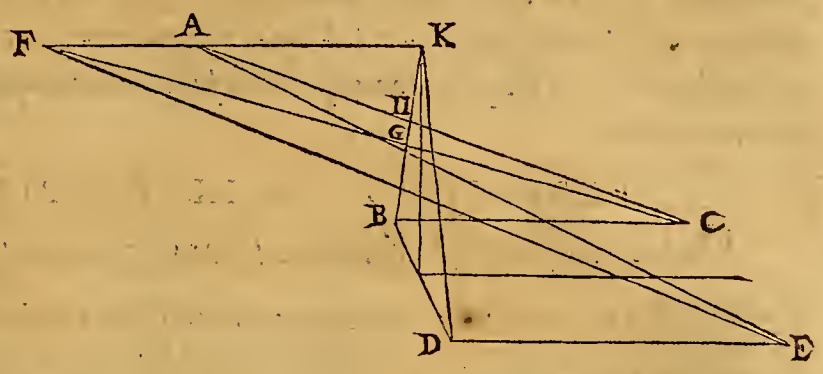
PROPOSITIO CXLVIII. THEOREMA.

Fieri potest, vt oculo transmutato eadem æquidistantes lineæ ijsdem tabulæ proiecturis secundùm aspectum respondeant.

PARADOXVM fortasse videbitur hoc theorema, & non dico vulgi, sed etiam sapientium hominum opinionem excedens. Quî namque fieri potest, vt oculus à primo loco semel digressus plures parallelas lineas in ijsdem tabulæ lineis semper aspiciat? Sanè consequens videtur, vt si oculus situm aspectumque mutet, eius quoque quod in tabula apparet, quiescente obiecto, ac tabula immota, phantasia locum mutet: estque id vero ita simile, vt credi facilè posset, nisi contraria demonstratione reuinceretur, cui refragari est nefas: itaque quo id pacto contingat, ostendamus. F

Esto oculus A, & duæ spectatæ parallelæ B C & D E ad partes C & E infinitæ, quarum proiecturæ sint B K & D K in data tabula coëuntes ad signum K. Iuncta igitur K A, dico si K A versus A infinitè producatur, è quouis eius lineæ puncto primitiuas parallelas B C & D E in eisdem tabulæ lineis B K & D K spectari. Transferatur enim oculus in F: quoniam

A niam igitur datæ parallelę B C & D E, ab A in tabula conſpectę, conueniunt ad ſignum K, erit A K ijſdem primitiuis parallelis æquidiſtans per 136. huius. Rurſus quoniam & F K ijſdem primitiuis B C & D E eſt parallela, erit & K punctum, ad quod parallelæ ipſæ ex F in tabula viſæ contendũt, per eamdẽ 136. huius. Atque B eodem modo è quocumque ſigno lineæ K A infinitè protractę ſpectentur B C & D E,



ſemper erit K punctum, in quod ſecundùm aſpectum congredi in tabula videntur. Cùm ergo ex B & D ad K aliæ atque aliæ rectæ lineæ duci non poſſint, ne aduerſus communem notionem ſpatium comprehendant, neceſſe eſt vt primitiuæ parallelæ B C & D E, è quouis loco lineæ K A infinitè productæ, in ijſdem tabulæ lineis B K & D K ſemper appareant; quod erat probandum.

Alia etiam ratione non minùs ſolida demonſtrari poteſt propoſitum ex 7. vndecimi C Euclidis. Sumatur in linea B C infinita punctum quodcumque C: dico punctum C è quouis loco lineæ infinitæ K A in lineam B K tranſcribi. Radij namque ad C ex A & F procidant: quoniam igitur per 136. huius parallelæ ſunt K A & B C, erit B K in vno cum illis plano per 7. vndecimi Euclidis: ſunt verò & A C, F C cum eiſdem parallelis in vno plano per eamdem 7. vndecimi Euclidis: igitur ambæ A C & F C ipſam B K interſecant, hæc quidem in G, illa verò in H. Cumque eodem modo oſtendi poſſit, quoduis punctum infinitæ lineę B C è quouis puncto lineæ K A item infinitæ in linea B K videri, itâque in ceteris parallelis, demonſtratum relinquitur fieri poſſe, vt oculo tranſmutato eædem æquidiſtantes lineæ ijſdem tabulæ proiecturis ſecundùm aſpectum reſpondeant; quod demonſtraſſe oportuit.

D Hoc ſanè diffitendum non eſt, ſi primitiua aliqua parallela puncto quopiam terminetur, vt B C puncto C, hoc punctum mutato oculo per lineam K A infinitam, in aliud ſemper atque aliud punctum proiectæ B K incidere. Sic ergo tota quidem linea B C infinita ex quouis loco lineæ K A etiam infinitæ ſpectata in lineam B K procidit; at ſecundùm partes, mutato oculo, ipſa pariter proiecturam mutat.

Hucuſque ſigillatim oſtendimus, quo pacto quælibet lineæ cuiuſuis plani in tabula appareant: iam verò qua ratione eædem practicè in tabulam tranſcribi debeant; quo item pacto, quæ ex his ceu primis elementis conſtant rectilineæ figuræ cùm planæ tum E *ſolidæ, varia praxi in tabulam ſcenographicè conſignandæ ſint, oſtendemus. Id quod non repræſentando, vt hactenus, ſed reipſa faciendum erit. Nam ſuperiora Paradigmata non ſecundùm Lectoris oculum rem in tabula deſignatam exhibent, ſed à latere; ſic vt is qui paginam intuetur, rem, oculumque, & tabulam ſimul obliquè aſpiciat, & rei proiecturam non in ſe primò, ſed velut in altera tabula expreſſam contemplatur: ita ſanè in hiſce rebus exponendis magna perſæpè opus eſt induſtria, dum in vno eodemque plano duæ occurrunt exhibendæ figuræ, quarum altera obiectum oſtendat in proprio plano, altera eius in tabula proiecturam. Hactenus igitur pagina pro plano* F *fuit, in quo tabulam obliquè repræſentauimus; in poſterum pagina pro tabula erit ex fronte ſpectata, in qua rei proiecturam exhibebimus. Porrò quoniam in proiecturis inueſtigandis non rarò innumeras propemodum lineas ducere oportet, quarum aliæ alijs ita implicantur, vt mutuas congreſſiones ac digreſſiones internoſcere facilè nequeas, neceſſe ſubinde erit tollendæ confuſionis gratia illarum aliquas in diuerſas partes abducere (quod in ſuperioribus quoque proiectionum generibus à nobis eſt factitatum) ac tum præſertim, cùm aliquæ huius proiectionis praxes Ichonographicam obiecti deſi-*

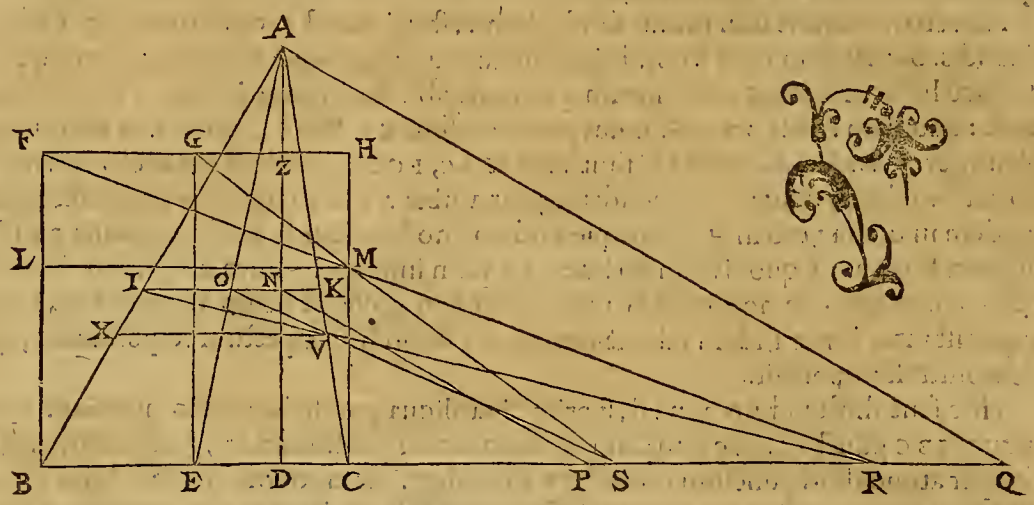
gnatio-

gnationem expoſcent: ſæpè enim ex ijs quæ in plano conſtituentur apparentes in tabula formas elici neceſſum erit: quare non minore diligentia ac ſtudio elaborandum cenſeo in commoda Ichnographicæ formæ deſignatione, quàm in eius tranſcriptione, ne linearum multiplicitas ac frequens concurſus occurſuſque vtrumque ſchema implicet, & obſcurum reddat. A

PROPOSITIO CXLIX. PROBLEMA.

Datas quaſcumque directas lineas in tabulam traducere. B

ESTO tabulæ & plani communis interſectio B C, datumque in tabula primarium punctum A, cuius altitudo à linea B C æqualis ſit illi diſtantiæ, qua oculus à plano ſublimis exiſtit: ſint etiam datæ quotcumque directæ lineæ B F, E G & C H, quas in tabulam transferre oporteat: iungantur B A, E A & C A: dico igitur datas initio directas lineas, in his quæ ad punctum A porriguntur, oculo, cuius à plano ſublimitas A D, apparere. Quod ſanè ex propoſitione 130. liquidò conſtat, vbi oſtenſum eſt directas omnes lineas ad punctum primarium



C D

ſecundùm aſpectum contendere. Cùm ergo ſigna B, E & C tam primitiuis quàm proiectis hiſce lineis communia ſint, neceſſe eſt eas quæ à punctis B, E & C ad primarium punctum A deſtinantur, ipſarum B F, E G & C H directarum vicarias eſſe in tabulam transfuſas: ita vt B A ipſam B F, E A verò ipſam E G, ac denique C A ipſam C H repræſentet, quà ſcilicet primitiuæ ipſæ lineæ verſus F, G & H infinitè protenduntur.

PROPOSITIO CL. PROBLEMA. E

Tranſuerſas, ac perpendiculares, eaſq; omnes quæ in directas normaliter incidunt, in tabulam conſignare.

QVONIAM per 131. propoſitionem huius libri lineæ omnes parallelis interuallis à tabula diſiunctæ (cuiuſmodi eæ ſunt quas modò enumerauimus) in parallelas tabulæ lineas tranſcribuntur, perſpicuum eſt, repertis in tabula primitiuarum interuallis, ſi per illorum terminos rectæ ducantur lineæ communi ſectioni tabulæ ac plani parallelæ, confectum eſſe propoſitum: hæ namque illas quæ in plano ſunt dato oculo repræſentabunt. F

Tametſi verò earum parallelarum, de quibus nunc agimus, interualla pluribus modis in tabula deſignari poſſint, tamen duos ſolummodò ex omnibus afferemus, quorum prior is eſt, quem propoſitione 132. tradidimus, ſola radiorum profuſione propoſitum exhibens. Alter verò non abſolutè, ſed ex hypotheſi rem peragit: ſuppoſita namque extrema parallela in tabulam proiecta, reliquas facillimo negotio inuenire docet. Extrema autem illa parallela quamuis ex propoſitione 132. tranſcribi in tabulam poſſit; lubet tamen hanc quoque eius inueſtigandæ praxim adiungere non minùs expeditam.

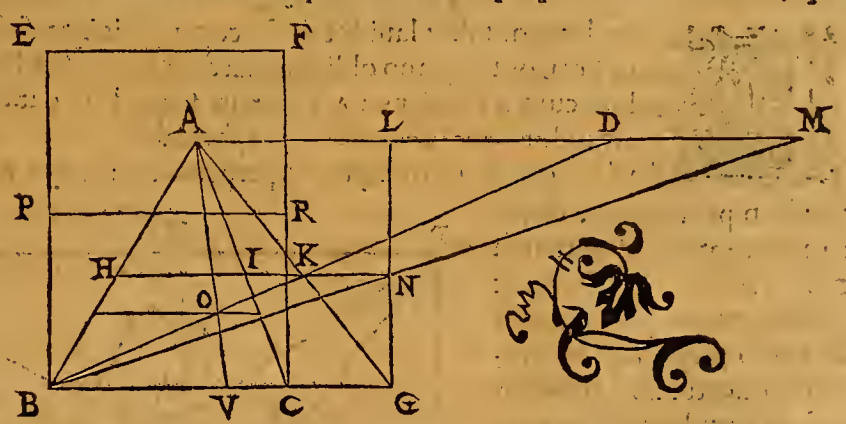
Sit

A Sit extrema parallela in plano data F H, cuius proiecturam inuenire in tabula oporteat: demittatur à puncto principali ipsi B C perpendicularis A D, & B C producatur versus C infinitè, fiatque D P ipsi D Z parallelarum B C & F H interuallo æqualis; sit verò P Q oculi distantia: iuncta ergo A Q, ducatur à P ipsi A Q parallela P N, quæ ipsam A D secet in N: denique per N parallela ipsi B C ducatur I K: hanc dico ipsius F H proiecturam esse ex oculi altitudine D A, distantiaque P Q spectatam. Constat enim ex demonstratis in consectario propositionis 132. distantiam oculi Q P vnà cum parallelarum B C & F H interuallo D P, hoc est totam D Q ad oculi altitudinem D A ita se habere, quemadmodum primitiuum parallelarum interuallum D P seu D Z se habet ad interuallum
B apparens: at quoniam P N posita est ipsi A Q parallela, erunt triangula A D Q & N D P æquiangula per 4. lemma libri quinti; igitur per 5. sexti Euclidis proportionalia erunt ipsorũ latera, nempe vt D Q ad D A, ita D P seu D Z verum parallelarũ B C & F H interuallum ad D N interuallum apparens: erit itaq; D N ipsi D Z repræsentatione æqualis, & punctum I ipsius F, punctum verò K ipsius H vicarium: quocircà I K ipsius est F H proiectura.

Habità iam I K quæ ipsam F H in tabula repræsentet, intermediæ parallelę inter B C & F H constitutę vt L M facillimè inuenientur in tabula hoc modo: Iuncta F M producatur vsque in R, ac inde ad I reducta secet A C in V: dico actam per V parallelam V X ipsius L M proiecturam esse. Nam punctum R commune vtrique est lineæ F R & I R, puncta verò I & F vnum idemque sunt repręsentatione: igitur linea I R ipsi F R aspectu re-
C spondet; ac eodem modo A C ipsi H C: quamobrem necesse est V, communem scilicet intersectionem I R & F R cum puncto M aspectu conuenire, cùm secantes sese in M lineæ F R & H C ipsis I R & A C aspectu congruant.

Si punctum R longiùs fortè procurrat quàm postuletur, secetur F H bifariàm in G, demissaque perpendiculari G E, recta ab E ad punctum primarium A destinetur E A, in qua cùm G E appareat per 131. huius, erit & I K in O repræsentando secta bifariàm: quare si G M producatur vsque in S, indeque reducatur in O, secabit S O ipsam A C in eodem puncto V, quemadmodum suprà. Atque in hunc modum quotquot intra B C & F H parallelæ constituentur, nullo negotio in tabulam transcribi poterunt.

Alia quoque ratione inuenietur extrema parallela linea propositæ areæ B E F C, quæ
D sic se habet: Sit communis areæ & tabulæ intersectio B C, oculus autem idemque punctum principale A, per quod recta agatur A M ipsi B C parallela, & B C producatur, fiatq;
E B G areæ profunditati B E æqualis: ex

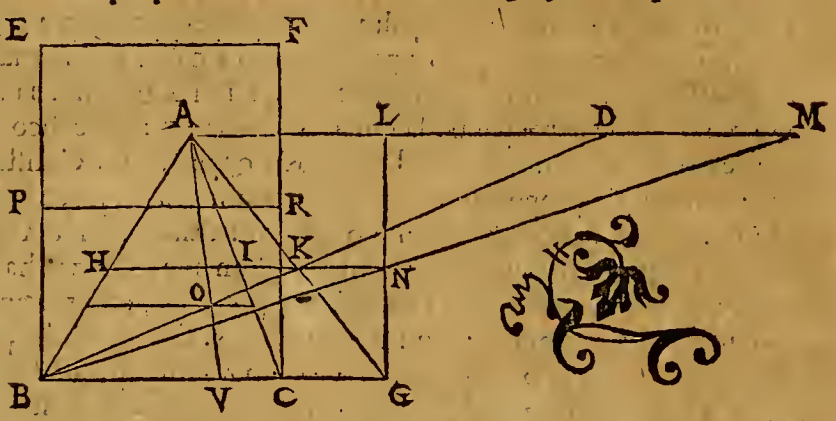


G porrò excitetur G L secundùm rectos ipsi B G angulos, quæ oculi erit altitudo; ab L verò sumatur oculi distantia L M: iuncta B M quæ ipsam G L secet in N, ductaque N H ipsi B G parallela, dico H I ipsius E F proiecturam esse secundùm oculi altitudinem G L & distantiam L M. Nam cùm parallelæ sint L M & B G, erit per 12. lemma libri quarti vt L M ad G B, ita L N ad N G; & componendo vt L M vnà cum G B ad G B, ita L G ad N G; hoc est vt oculi distantia L M vnà cum B G seu B E extremæ parallelæ ac tabulæ interuallo ad hoc ipsum interuallum, ita oculi altitudo G L ad extremæ parallelę altitudinem apparentem G N: itaque per consectarium propositionis 132. G N totius areæ B F est contractura,
F quæ fuerat postulata.

Rursus fiat A D distantiæ oculi æqualis, B G verò vt priùs æqualis profunditati areæ B E, iunganturque A G & B D, quæ sese secent in K, & per K ducatur H K ipsi B G parallela, quæ ipsam A C secet in I: dico spatium inter H I & B C comprehensum ipsius areæ contracturam esse, & H puncti E, I verò puncti F proiecturam. Nam per proximè citatum 12. lemma libri 4. vt A D ad G B, ita se habet A K ad K G, & componendo vt A D vnà cum G B, hoc est oculi distantia vnà cum longitudine areæ, ad eamdem areæ longitudinem B G, ita est A G ad K G: sed vt A G ad K G, ita est L G ad N G, hoc est oculi altitudo ad areæ contracturam: igitur per 132. propositionem huius libri H I ipsius E F est pro-

iectura, ſpatiumque B H I G propoſitam aream B E F C ſcenographicè repræſentat. A

Iam ſi propoſita area B F ſecetur vtcumque lineâ P R ipſi B C parallelâ, fiat B V ipſi B P æqualis, & A V ſecet ipſam B D in O; dico eam quæ per O ducitur à B D æquidiſtans ipſius P R proiecturam eſſe. Nam vt A D vnà cum B V, hoc eſt oculi diſtantia cum interuallo B P ad idem interuallum B P ſeu B V, ita ſe habet A V ad O V: igitur O V ipſi B P eſt repræſentatione æqualis.



B

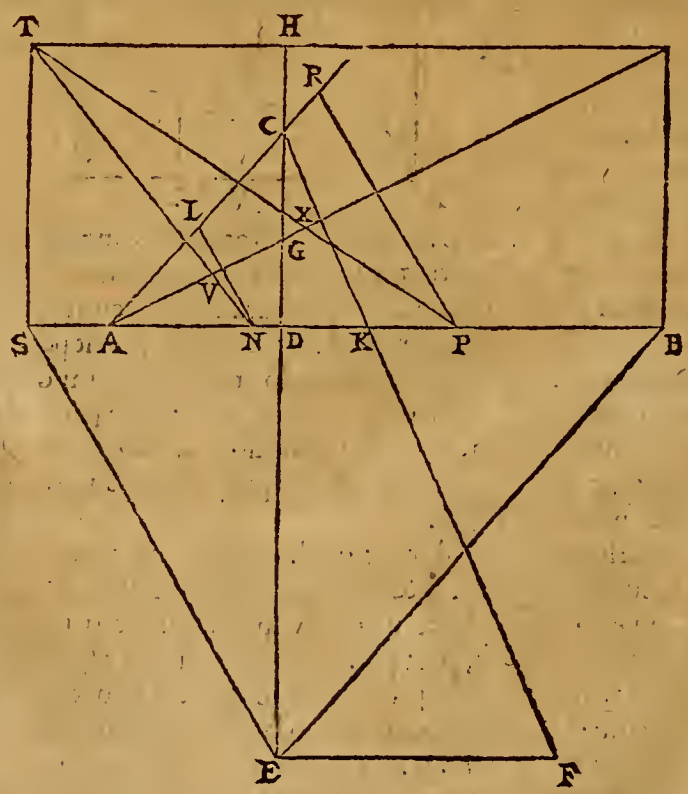
Ex his patet, poſſe quoque cognita altitudine diſtantiaque oculi, & primitiuæ areæ longitudine ipſius contracturam regulæ proportionum beneficio nullo negotio inueniri. Cùm enim ſit vt oculi diſtantia A D vnà cum B G profunditate areæ ad eamdem B G, ita oculi altitudo L G ad areæ contracturam N G: ſi A D oculi diſtantia ſit palmorum triginta, areæ verò longitudo B E palmorum viginti, item oculi altitudo palmorum quindecim, perſpicuum eſt per regulam proportionum apparentem areæ contracturam fore palmorum ſex: nam vt triginta vnà cum viginti, hoc eſt quinquaginta ad viginti, ita quindecim ſe habet ad ſex. Hæc ratio inueniendi profunditatum contracturas, locum ſubinde habere poteſt in magnis proiectionibus, quibus ſæpè locus deeſt ad quem tam amplæ deſignationes extendi poſſint. C

PROPOSITIO CLI. PROBLEMA.

Datam obliquam lineam, quæ tabulæ parallela non ſit, ſcenographicè tranſcribere.

D

Eſto horizontalis plani & tabulæ communis interſectio A B, atque in eodem horizontali plano obliqua quædam data recta linea A R acutum angulum cum A B faciens R A B, quam ſecundùm datam oculi diſtantiam & altitudinem in tabula ſcenographicè deſignare oporteat. A quouis puncto datæ obliquæ lineæ, puta C, perpendicularis ipſi A B ducatur C D, quæ verſus D producatur, ſitque in ea accepta oculi diſtantia D E: vel certè ſi datum ſit punctum E, in quod demiſſa ab oculo perpendicularis incidit, ducatur ab E ad rectos ipſi A B angulos E D quę producta ad partem D ſecet obliquam lineam A R in puncto C: ſit verò E F oculi altitudo: igitur ab F in C radius procidat opticus, qui lineam A B ſecet in K, perſpicuum eſt per 132. propoſitionem huius libri D K ipſius eſſe D C contracturam: quamobrem ſi fiat D G ipſi D K æqualis, & A G iungatur, erit A G ipſius A C Scenographica deſcriptio, & angulus B A G angulo B A C repræſentatione æqualis. Nam in triangulis D A G & D A C latus A D commune vtrique eſt; D G verò ipſius eſt D C contractura: igitur & reliquum A G, reliquo ſecun-



E

F

A ſecundùm aſpectum eſt ęquale: quare inuenta eſt in tabula obliqua linea, quæ fuerat poſtulata.

Si iam fiat D H ipſi E F æqualis, erit H punctum tabulæ primarium; & quæ per H parallela ipſi A B ducetur, erit horizontalis linea, ad quam ſi producatur A G concurrens cum ea in O, erit O punctum illud, ad quod omnes primitiuæ lineæ ipſi A C reipſa parallelæ, cùm in tabulam tranſcribuntur, pariter conueniunt.

Quod in horizontali plano oſtendimus, id æquè in directo plano locum habet. Sola namque ſchematis conuerſione fiet A B ex tranſuerſa perpendicularis, communiſque ſectio tabulę & directi plani, ſic vt A C data obliqua linea in directo ſit plano, eiuſq; in eo

B proiectura A G angulũ continens cum A B angulo C A B repręſentatione æqualem. Quocircà cùm E F ſit oculi altitudo, ſi ei æqualis fiat D H, erit H punctum tabulę primarium; & quæ per H ducitur ipſi A B parallela, erit perpendicularis primaria, ad quam per 142. omnes obliquę parallelæ conueniunt. Protracta igitur A G in O, erit O punctum concurſus, ad quod proiectę contendunt primitiuæ omnes quę ipſi A C reipſa ſunt parallelę.

Eadem omnino praxi quæ in ceteris obliquis planis dantur obliquæ lineæ, in tabula reperientur, ſi, vti propoſitione 132. docuimus, diſtantia puncti C à communi ſectione plani & tabulæ A B in tabula ſecundùm datam oculi conſtitutionem contrahatur. Habitis enim in tabula duobus ſignis, altero A, & G altero, per quæ proiecta obliqua linea incedere debeat, ſi per hæc ducatur recta quædam linea, ea oſtendet in tabula obliquam

C lineam quæ fuit propoſita.

Eſt & alia huius problematis praxis, quam ſuggerit conſectarium alterum propoſitionis 139. Datâ oculi diſtantiâ D E, & altitudine E F, fiat D H æqualis ipſi E F, & per H recta ducatur ipſi A B æquidiſtans, quæ infinitè vtrimque protendatur: deinde ab E parallela ipſi A C agatur E B; à B verò ipſi A B perpendicularis excitetur B O, & A O iungatur: dico A O ipſius A C infinitè verſus C protenſę proiecturam eſſe. Quod quamuis ex conſectario 2. propoſitionis 139. manifeſtè conſtet, poteſt tamen paucis hoc pacto demonſtrari: nam cùm per 136. propoſitionem huius, ea quæ ab oculo ad punctum concurſus porrigitur, ſit primitiuæ lineæ parallela, erit & E B, quæ demiſſas ab oculo F, & à puncto concurſus O in ſubiectum planum perpendiculares connectit recta linea, eidem

D primitiuæ datæ lineæ A C parallela: igitur per operationis reciprocationem, ſi E B fiat parallela ipſi A C, & B O ad rectos ipſi A B angulos excitetur, erit O punctum concurſus, ad quod A C in tabulam tranſlata ſecundùm datam oculi diſtantiam D E, & altitudinem E F contendit.

Si expoſita obliqua linea ſit ex vtraque parte finita, ſic vt neque tabulam neque Horizontem attingat, qualis hîc eſt L R, extrema eius R & L in infinita proiectura A O reperientur hoc modo: Ex R & L euocentur duæ parallelæ qualeſcumque R P & L N, quarum alteri parallela conſtituatur E S, & ab S ipſi S B perpendicularis excitetur S T: erit ergo T punctum concurſus, in quod parallelæ R P & L N in tabulam tranſcriptæ coëunt per ea quæ proxime ſunt demonſtrata: quare ſi P T & N T iungantur, in has ipſæ P R & N L

E proiectæ incident; atque idcircò puncta X & V, in quibus P T & N T ſecant proiectam lineam A O, datæ priùs obliquæ lineæ L R extremitates repræſentabunt, ac tota V X totius L R proiectura erit, quæ erat inueſtiganda.

Alio modo propoſitum confici poterit, ſi ab extremitatibus datæ lineæ R & L ad E rectæ ducantur lineæ, à locis verò vbi eæ ipſam A B interſecant, perpendiculares eidem A B excitentur: hæ namque in tranſitu lineam A O in punctis X & V poſtulatis interſecabunt, vt conſtat ex altero conſectario propoſitionis 139.

PROPOSITIO CLII. PROBLEMA.

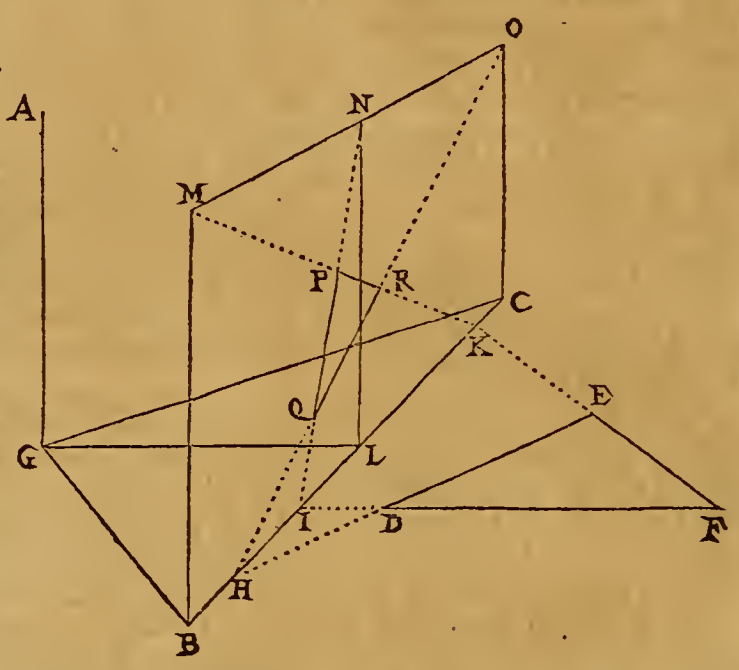
Datam rectilineam figuram dato oculo in tabula repræſentare.

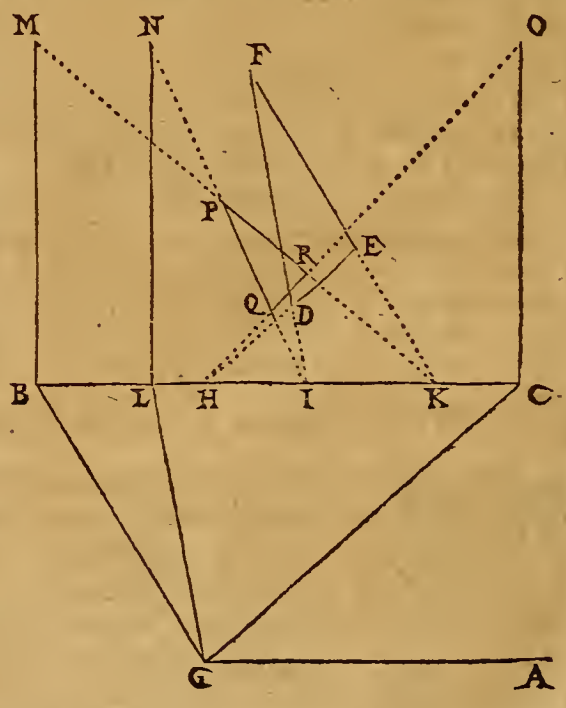
F

QVM rectilinearum figurarum latera genere aliquo ex ijs, quæ initio huius proiectionis recenſuimus, contineri neceſſe ſit; omnium verò linearum iam traditi ſint proiectionum modi, promptum cuiuis ac facile ex dictis eſſe poteſt omne rectilinearum figurarum genus in tabulam ex dato oculi loco conſignare. Si enim figuræ oblatæ rectilineæ, quædam ſint tranſuerſa latera, aut perpendicularia, aut quouis modo tabulæ parallela, eorum tranſcriptio ex propoſitione 131. & 132. petenda erit; ſi autem nonnulla obliqua ſint, & quæ producta cum tabula concurrant, in his propoſitio 151. præſidio erit; atque in hunc modum

designatis in tabula lateribus, ipsa quoq; figura in tabulam transumpta habebitur, quod fieri postulatur. Id porrò tametsi factu haud difficile ex dictis esse videatur, lubet tamen maioris claritatis gratia exemplum apponere, atque in triangulo, quod solis obliquis lateribus constet (hæc enim difficillimam habent descriptionem) rem propositam demonstrare; duplici etiam ad id assumpto schemate, quorum alterum speculatiuum magis tabulam ex latere spectandam exhibet; alterum verò ex fronte, quod magis ad praxin est accommodatum.

Esto A oculus in sublimi datus, eiusque altitudo A G à plano in quo sit datum triangulum D E F, quod in tabulam, cuius & plani communis sectio sit B C, transcribere oporteat. Producantur trianguli latera donec communi sectioni tabulæ ac plani B C occurrant in H, I & K; ijsdemque trianguli lateribus parallelæ ducantur à puncto G, in quod demissa ab oculo in planum perpendicularis incidit, nimirum G B parallela ipsi E F, & G L ipsi D F, ac denique G C ipsi D E: à locis autem lineæ B C, quibus hæ parallelæ accidunt, perpendiculares erigantur B M, L N & C O altitudini oculi A G æquales, quarũ summitates ipsis K, I & H iungantur rectis M K, N I & O H, sic vt illa inter se puncta cõiungantur, quæ à parallelis in plano designatis proueniunt, vt M & K, quorum alterum M à linea prouenit G B, alterum K à linea F E, quæ duæ G B & F E ex constructione sunt parallelæ; atque ita in ceteris. Vbi ergo tres lineæ M K, N I, & O H sese intersecant, ibi triangulum efficiunt P Q R ipsius primitiui trianguli F D E proiecturam. Nam per consectarium alterum propositionis 139. constat primitiui trianguli latus F E in linea M K apparere, latusque F D in linea N I, latus denique E D in linea O H: itaque punctum P, vbi scilicet M K & N I sese intersecant, ipsius F est proiectura, vbi primitiuæ lineę E F & D F mutuo occursu iunguntur; sic Q ipsius D est proiectura, quòd quemadmodum D in mutuo existit concursu primitiuarum F D & E D, ita Q apparentes copulet N I & O H; qua etiam ratione ostendetur R ipsum E primitiuum punctum repræsentare: quamobrem P Q R dati trianguli F D E imago est dato oculo in tabula apparens, quæ fuerat postulata.





Nunc practicè, quod initio polliciti sumus, rem propositam in aduersa tabulę dispositione ostendamus. Esto inquam ex alio situ B C eadem quæ suprà, tabulæ ac plani communis intersectio, oculi verò altitudo A G; G autem locus in quem perpendicularis ab oculo ad planum demissa incidit: denique triangulum datum esto D E F, quod in tabulam secundùm datam oculi constitutionem transcribere oporteat. Producantur singula trianguli latera, vsque dum communi intersectioni tabulæ ac plani B C occurrant ad signa H, I & K: deinde ex puncto G ad eamdem B C

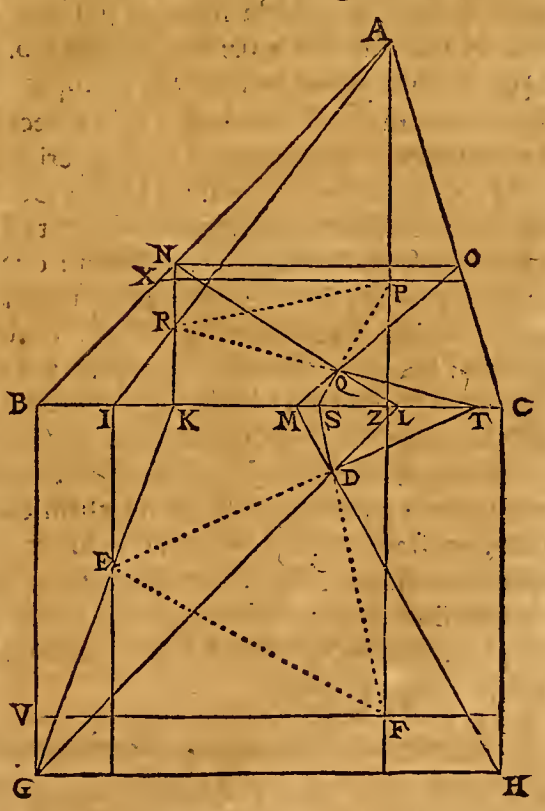
rectæ

A rectę ducantur singulis trianguli lateribus parallelæ; nimirum G B parallela ipsi E F, & G L ipsi D F, denique G C ipsi D E. A locis autem B, L & C, in quæ iam ductæ parallelæ incidunt, perpendiculares excitentur B M, L N & C O altitudini oculi A G æquales, quarum summitates M, N & O illis punctis iungantur, in quę trianguli latera producta cadunt, lineis ex G emissis parallela, vt quoniam F K parallela est ipsi G B, iungantur M K, eodemq; modo N I & O H: tres porrò hæ lineæ mutua intersectione triangulum complectuntur P Q R, quod dico primitiui trianguli F D E apparentem in tabula formam esse. Nam per 148. huius constat, primitiui trianguli latus F E in linea M K apparere, atque eodem modo latus F D primitiui trianguli in linea N I spectari, ac D E in linea O H: vbi itaque
B lineæ M K, N I & O H, sese intersecant, ibi puncta signant, in quæ primitiui trianguli extantes anguli proijciuntur: quocircà triangulum P Q R ipsius est primitiui trianguli F D E spectata forma, quæ in tabula designari postulabatur.

ALITER.

MODVS describendi in tabula apparentem figuram rectilineam, quem proximè explicauimus, ex intima proiectionis natura depromptus est: hic autem quem in præsenti tradere constituimus, externis quibusdam vtitur adminiculis. Ne verò linearum frequens concursus rei, quam elucidare intendimus, tenebras offundat, figurâ primitiuâ ad vnum lineæ B C latus ichnographicè primùm designatâ, eius dein apparen-
C tem imaginem in alterum latus scenographicè proiecimus.

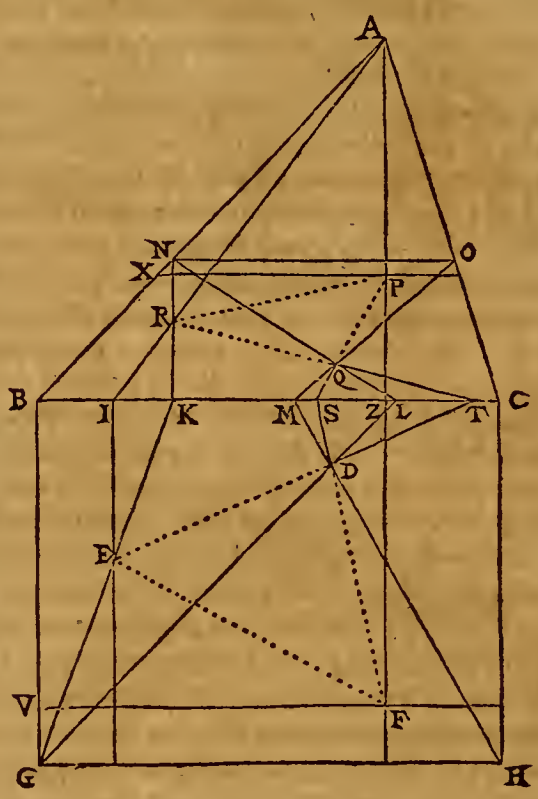
Esto inquam primarium punctum A, communis verò plani ac tabulæ intersectio B C, datumque triangulum D E F ad vnum lineæ B C latus ichnographicè descriptum, quodque in tabulam proijcere scenographicè oporteat: circa datum triangulum describatur parallelogrammum B G H C, cuius duo latera B G & C H directa sint, ideoque per 149. propositionem huius libri proiecta in tabulæ lineas B A & C A incidant; reliquum verò G H transuersum sit, atque idcircò per 150. huius in tabulam translatum respon-
D deat lineæ N O parallelæ ipsi B C, & quæ ipsas B A & C A secet in punctis N & O: erit ergo punctum N ipsius G, & punctum O ipsius H in tabula vicarium, figuraque B N O C ipsius B G H C parallelogrammi apparens imago. His ita constitutis, propositum sit puncta D, E & F duarum intersecantium sese linearum beneficio pluribus modis in tabula inuenire: sic enim confectum erit Problema. Nam si transcriptæ punctorum for-
E mæ rectis iungantur lineis, hæ triangulum dabunt in tabula postulatum.



Ac primò quidem per E duæ agantur lineæ, altera directa E I, quæ proiecta in lineam I A incidet per 130. huius, altera obliqua ex G excita G K, quæ in lineam K N transferetur, quòd nimirum N ipsius G sit proiectura: quare punctum R in quo sese I A & K N intersecant proiectura erit ipsius E. Vti enim proiectæ lineæ I A & K N cum primitiuis I E & K G secundùm aspectum sunt eædem; ita & intersectionis commune punctum R puncto E, in quo sese primitiuæ li-
F neæ I E & K G secant, aspectu respondet.

Deinde alio modo transcribendum sit punctum D. Ex G & H rectæ per D traijciantur lineæ G L & H M, quæ à punctis L & M ad ipsorum G & H apparentia puncta N & O reuocentur, factumque erit propositum. Nam L N & M O in communi intersectione Q punctum exhibent ipsius D in tabula vicarium; quod eadem ratione, qua suprà, potest demonstrari. Cùm enim sit N ipsius G, & O ipsius H proiectura; sintque puncta L & M tam primitiuis lineis G L & M H, quàm proiectis L N & M O communia, perspicuum est totam L N ipsius L G, & M O ipsius M H proiecturam esse: quare & punctum Q apparentibus in tabula lineis L N & M O commune, puncto D aspectu congruit, quod primitiuis lineis L G & M H est commune.

Rurſus punctum F in tabula reperiemus hoc tertio modo: Ducantur per F duæ lineę, vna directa F Z, altera tranſuerſa F V; & hæc quidẽ per 150. huius in lineam P X, illa verò per 149. huius in lineam Z A traducatur: erit ergo, vt priùs, linearum P X & Z A mutua interſectio P eadem ſecundùm aſpectum quæ primitiuarum F Z & F V, nempe F: quod eadem demonſtratione qua in ſuperioribus vſi fuimus, confirmari poteſt. A



Præter tres hoſce modos innumeri alij excogitari poſſunt: nam quacumque demum ratione duæ primitiuæ lineæ per datum punctum actæ in tabulam tranſcribuntur, in harum ſemper mutua interſectione, id quod quęritur punctum in tabula repertum erit, illi nimirum ſecundùm aſpectum congruens, in quo ſeſe primitiuæ lineæ interſecant. Quamuis hîc ampliſſimus ſeſe offerat nouarum inuentionum campus, placet tamen hunc vnicum modum quarto loco ſuperioribus adiungere, per quem vno dato in tabula figurę puncto, ex ijs quæ in laterum congreſſu ſunt, reliqua facillimè in tabula inueniri poſſunt, vnius dumtaxat adſcititiæ lineæ beneficio. Qui modus promptitudine & compendio linearum ceteros omnes facilè antecellit: nam vnum figuræ latus alterius adſciſcendæ locum ſupplet, nec vt in ſuperioribus parallelogrammi deſcriptione eſt opus. B C

Quartus itaque modus ſic ſe habet: Dato per 151. huius libri puncto Q ipſius D proiectura, producatur vnum figuræ latus, puta F D in S; & ab S per Q recta agatur S P; itaque figuræ latus D F in linea S P apparebit: quare ſi per F ducatur linea quædam directa F Z, eaque à puncto Z reuoceturad punctum primarium A, hæc ſecans S P dabit punctum P ipſi F primitiuo in tabula reſpondens. Eodem modo ſi E D producatur in T, & T Q iungatur, in hac protracta exiſtet punctum ipſius E vicarium: igitur ſi per E directa agatur E I & I A iungatur, hæc in linea T Q producta ſignabit punctum R poſtulatum, illud ſcilicet quod puncto E in tabula ſecundùm aſpectum reſpondet. D

Hos omnes modos ad eamdem metam contendentes eo conſilio propoſuimus, vt ſi vnus minùs commodus ſit ad effectum conſequendum, alter ſubſidio eſſe poſſit. Fit enim non rarò, nec vna ex cauſa, vt lineæ, quarum adminiculo opus habemus, longiùs quàm par eſt excurrant priùs quàm congrediantur; aut ita propè inter ſe conueniant, vt interſectionum loca officiant potiùs, quàm ad rem optatam conducant. Nunc verò datis pluribus hiſce modis, locus electioni relinquitur, & facultas datur eligendi quod cuique magis arridet. E

Perfrequens eſt in Scenographicis proiecturis dubitandi occaſio, ſintne rectè inſtitutæ, nec ne; quod ſanè nulla alia ratione inueſtigari poteſt, quàm conſtructionis analyſi, diſſoluendo ſcilicet quod factum eſt, & velut iiſdem veſtigiis ad principium redeundo, vt perſpecta operationis probitate proiecturæ ipſæ retexendo in priſtinam reſtituantur integritatem. Hanc ob rem paucis oſtendere decreui, quo pacto proiecturæ ad primam reuocentur originem, ſeu qua ratione dato oculi ſitu ex proiectura res vera elici poſſit: itemque dato prototypo, eiuſque in tabula tranſumptâ formâ, quo pacto ex oculi altitudine diſtantiam colligere liceat; & è conuerſo, ex diſtantia oculi ſublimitatem. F

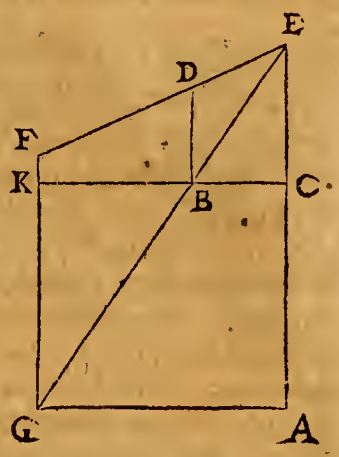
PRO-

A

PROPOSITIO CLIII. PROBLEMA.

Apparens in tabula signum dato oculo ad primitiuum signum reuocare.

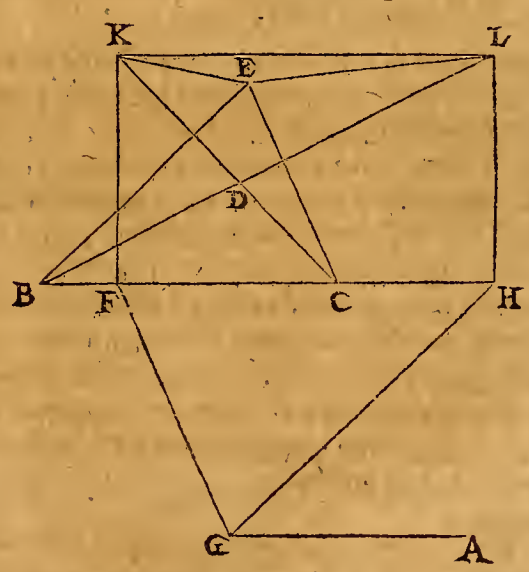
ESTO A G oculi altitudo; G verò locus, in quem demissa ab oculo A in planum perpendicularis incidit: B C autem communis tabulæ & plani intersectio, parallela ipsi G A: denique in tabula datum sit punctum
B D, quod ad primitiuum punctum reuocari postulatur, hoc est ad punctum illud, quod dato oculo in puncto D appareat: à D ad B C perpendicularis demittatur D B, cui æqualis fiat B C, A C verò & G B producantur donec sibi mutuò occurrant in E: dico E punctum illud esse, quod oculo dato apparet in D. Vti enim B C est æqualis ipsi B D, ita fiat G F ipsi G A æqualis, & G F ad perpendiculum plano insistat, sicut & B D: erunt ergo B D & G F parallelæ per 6. vndecimi Euclidis: cùm verò ex hypothesi sint quoque B C & G A inter se parallelæ, erunt triangula A E G & C E B æquian-



C gula per 4. lemma libri quinti, ideoque & per 5. sexti Euclidis vt G E ad B E, ita se habet G A ad B C: sed G F æqualis est ipsi G A, & B D ipsi B C æqualis: igitur vt G E ad B E, ita quoque est G F ad B D: quare per 43. lemma huius libri si F D producatur, in E incidet. Finge itaque in F oculum constitutum esse, à quo radius per tabulam eiectus pertingat ad planum, is in E incidens signabit punctum illud quod à dato oculo in tabula spectatur ad signum D; quod erat postulatum.

ALITER.

SIT rursus G locus, in quem demissa ab oculo in planum perpendicularis incidit, oculique altitudo G A; B C autem ta-
D bulæ ac plani communis intersectio: propositum deniq. in tabula punctum D, cuius primitiuum in plano postulatur. Constituatur K L ipsi B C parallela interuallo ipsius G A à B C disiuncta, & per D vtcumque agantur duæ lineæ B L & C K, quæ parallelæ K L occurrant ad signa K & L, vnde perpendiculares in ipsam B C productam, si opus fuerit, incidant K F & L H, iunganturque F G & H G: his si pa-
E rallelæ ducantur à punctis B & C, nempe B E ipsi G H, & C E ipsi G F; dico in harum congressione punctum existere postulatum, hoc est E punctum illud primitiuum esse, quod puncto D in tabula secundùm aspectum datum respondet. Quod ex propositione 151. demonstrari facilè potest: ex ea namque constat lineam B E in linea B L, & C E in C K dato oculo apparere: quare quæ vtrisque com-



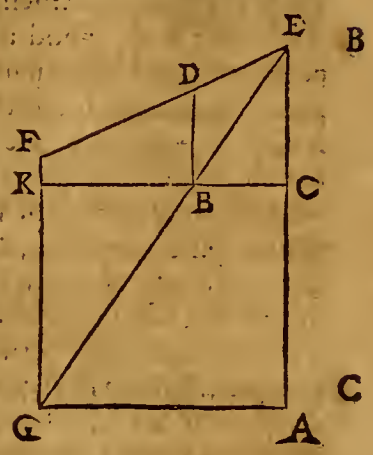
F munia sunt puncta D & E, sibi mutuò secundùm datum aspectum respondent: est ergo E ipsius proiecti puncti D primitiuum; quod erat inuestigandum.

Ex his facilè patet apparentem in tabula rectam lineam ac rectilineam figuram posse nullo negotio ad primitiuam formam, ex qua illa transumpta fuerat, reduci: nam repertis per hoc problema primitiuis apparentium laterum congressionibus, si eæ rectis lineis iungantur, confectum erit propositum.

PROPOSITIO CLIIII. PROBLEMA.

Si datum sit in tabula punctum apparens, eiusq; in plano prototypum, ex oculi distantia altitudinem, & contrà ex distantia ipsius sublimitatem explorare.

SIT punctum D in tabula apparens, cuius prototypum E; sit etiam tabulæ ac plani communis intersectio B C: ex D perpendicularis ipsi B C adiungatur D B, fiatque B C ipsi B D æqualis, & ex E per B & C rectæ duæ lineæ traiectæ in infinitum protrahantur: perspicuum est igitur per præcedentem propositionem, in altera earum, nempe E C, oculi locum existere, in altera verò E B punctum illud in quod perpendicularis ab oculo in planum demissa procidit. Quare si hoc punctum incidentis perpendicularis datum sit, puta G, quod distantiam oculi indicat, ductâ A G parallelâ ipsi B C, erit G A ipsius oculi sublimitas postulata; si verò oculi altitudo detur, fiat ei æqualis C K, & ex K parallela ipsi E C productæ cõstituatur K G ipsam E B productam secans in G, erit G oculi distantia, hoc est punctum in quod recta illa linea incidit quæ ab oculo in planum secundùm normam demittitur; quod fuerat postulatum.

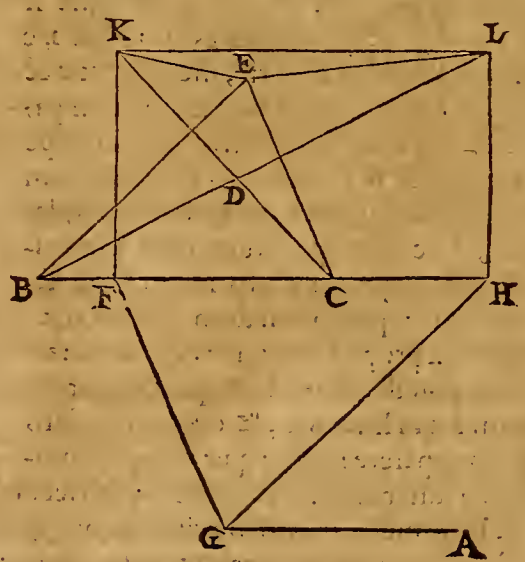


PROPOSITIO CLV. PROBLEMA.

Dato oculo, inscriptaq; tabulæ recta linea, aliam ei rectam lineam adiungere, quæ angulum cum ea efficiat dato angulo repræsentatione æqualem.

SIT communis tabulæ & plani intersectio B C, & oculi distantia G, altitudo verò G A, deturque in tabula recta linea B D, cui adiungere oporteat alteram rectam lineam D C, quæ angulum cum ipsa efficiat dato angulo repræsentatione æqualem: designetur in tabula ipsius B D primitiua linea B E per consectarium propositionis 153. eiique adiungatur E C angulum faciens dato angulo reipsa æqualem, quæ in tabulam transcripta per 151. cadat in C D: palàm igitur est ex ipsa constructione, angulum B D C angulo B E C secundùm aspectum æqualem esse. Cùm enim lineæ B D & D C lineis B E & E C aspectu respondeant, angulus B D C angulo B E C non modò æqualis, verùm etiam idem esse videbitur.

Rursus quoniam K & L puncta sunt, in quibus ipsarum C E & B E parallelæ proiectæ conueniunt, nempe parallelæ ipsius C E in K, ipsius verò B E parallelæ in L per consectarium primum propositionis 139. perspicuè constat D K & E K in K congredientes primitiuas parallelas lineas repræsentare, atque eodem modo quæ ex D & E ad L porriguntur: igitur angulus K E L angulum quemdam aspectui exhibet angulo B D C æqualem. Nam is qui lateribus K E L continetur angulus, alicui respondet, cuius latera lateribus D C & D B sunt parallelæ, qui proinde ipsi quidem B E C reipsa æqualis erit, ipsi verò B D C sola repræsentatione.



Ex

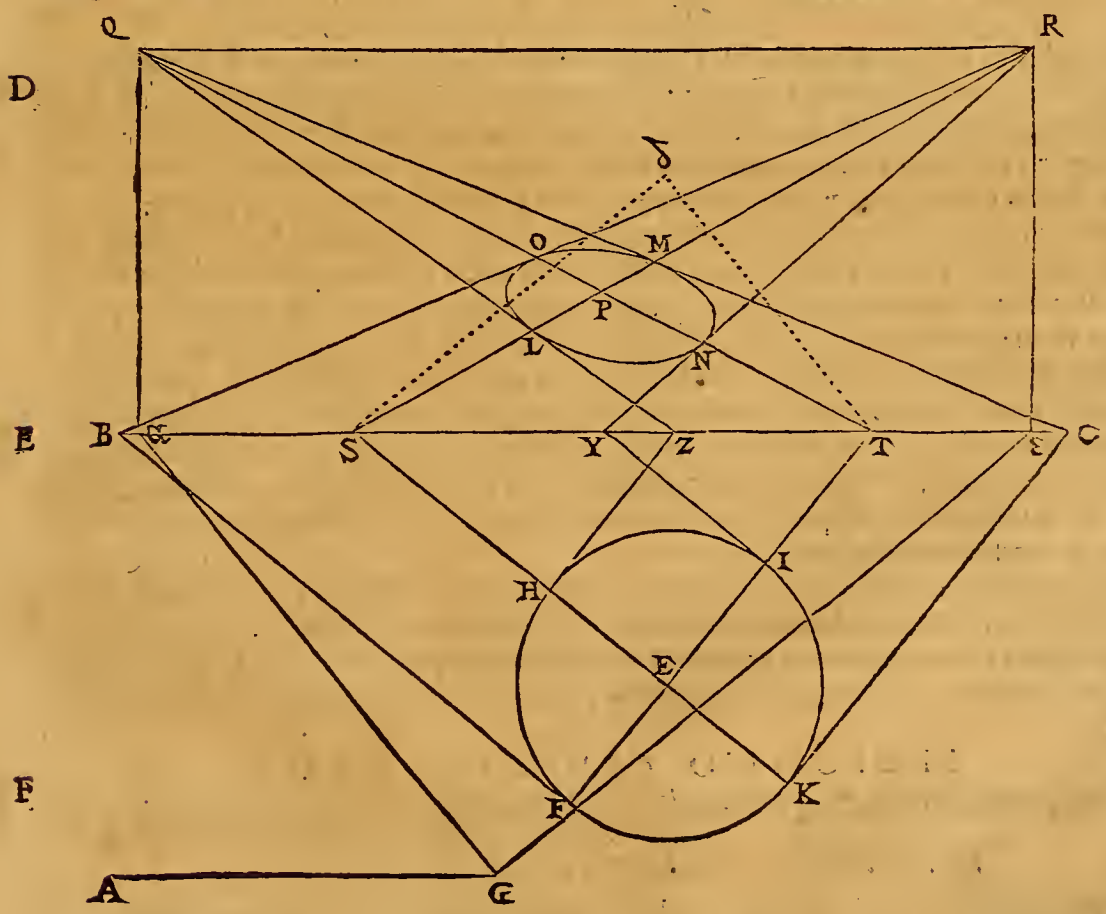
A Ex quo fit, vt si à quocumque puncto præter D in tabula accepto, puta E, ad K & L rectę destinentur lineæ, his contentum angulum primitiuum quemdam angulum repræsentare illi, quem angulus B D C aspectui exhibet reipsa æqualem. Cùm igitur B D C & B E C anguli æqualium angulorum sint proiecturæ, necesse est illos secundùm aspectum æquales inter se esse.

Hæc quæ de rectilineis figuris dicta sunt, licet pauca, satis tamen esse arbitror ad perfectam omnium cognitionem facilè assequendam: de curuilineis verò vt circulis, aliisque incerto ambitu comprehensis, quamuis non ita certæ leges sanciri queant, vt re-
B *ctilinearum; id tamen vniuersè dici potest, earum figurationem ex rectilinearum figurarum designatione pendere. Sumptis enim in circumferentia circuli quotcumque punctis, si ea in tabula repræsententur, & per eorum proiecturas curua linea firma manu ducatur, habebitur in tabula ipsius circuli proiecta forma: & quò plura eiusmodi puncta in circuli peripheria accepta fuerint, eò certior erit proiecturæ designatio. Nunc circuli transcriptionem exemplo ostendamus.*

PROPOSITIO CLVI. PROBLEMA.

C *Datum circulum in obiecta tabula scenographicè repræsentare.*

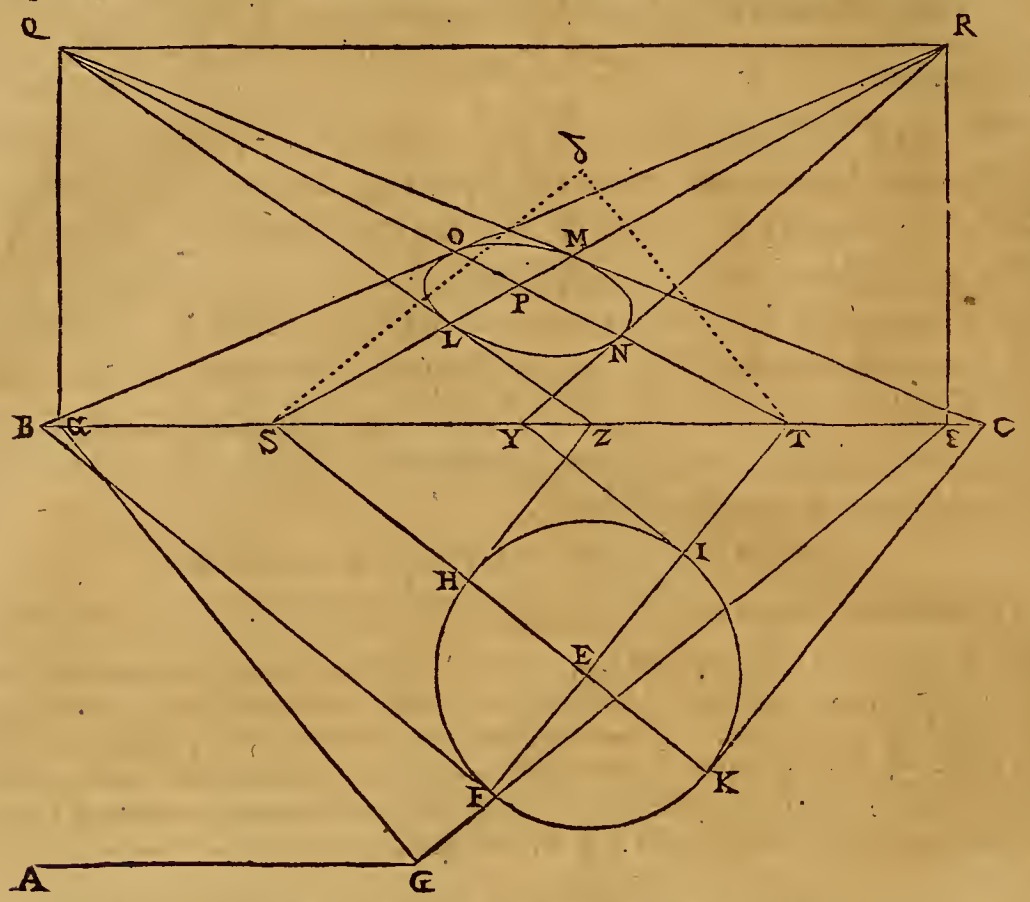
ESTO oculi altitudo A G, G verò punctum, in quod perpendicularis ab oculo in planum demissa incidit, ipsius oculi distantiam repræsentans: esto item B C communis tabulæ & plani intersectio, datusque in plano circulus F H I K ex centro E ichnographicè decircinatus, quem in tabulam transferre secundùm datam oculi constitutionem oporteat. Ducantur per centrum E dimetientes F I & H K vtcumque, producanturque in S & T; ex G au-



tem ducantur G α & G ε, ita vt angulus G α T angulo E T α, & angulus G ε S angulo E S T sit æqualis; & ex α & ε perpendiculares excitentur α Q & ε R altitudine ipsius A G: dico Q & R puncta illa esse, ad quæ dimetientes F I & K H in tabulam proiectæ contendunt; totamque F T in T Q & K S in S R apparere. Cùm enim primitiuus circulus F H I K ad vitandos linearum concursus citra tabulam sit constitutus, qui vltra tabulam esse debuerat,

finge

ſinge trianguli S δ T latera S δ & T δ, lateribus S E & T E ſingula ſingulis æqualia: erit ergo δ ipſius primitiui circuli centrum E in alteram tabulæ partem repanſum, totumque A



triangulum S δ T toti triangulo S E T æquilaterum & æquiangulum per 8. primi Euclidis: eſt verò ex conſtructione angulus G α T angulo E T α æqualis: igitur & angulo δ T α angulus G α T eſt æqualis, ac proinde T δ ipſi α G parallela per 28. primi Euclidis: quocircà per 151. huius T δ ſeu quæ eadem eſt T E in T Q ſpectatur: eodem verò modo oſtendi poterit S E ſeu S δ in S R apparere: itaque Q & R puncta illa ſunt in quæ proiectæ dimetientes F I & K H ſecundùm datum aſpectum incidunt: quapropter per 135. huius ceteræ omnes quæ ipſi F I reipſa ſunt parallelæ, vt H Z & K C, & reliquæ, in illis ſpectantur lineis, quæ à communibus tabulæ ac plani interſectionibus Z & C ad punctum Q porriguntur: vti parallelæ ipſi K H nempe F B & I Y ac reliquæ, in lineis apparent B R & Y R. D

Repertis ad hunc modum in tabula lineis quæ primitiuas repræſentant, per quarum mutuas interſectiones datus circulus incedit, perſpicuè patet punctum L ipſius H, & O puncti F, M verò puncti K, denique N ipſius I proiecturas eſſe, per quæ proinde deſignata figura L O M N datum primitiuum circulum H F K I ſcenographicè repræſentat, cuius centrum in proiectura apparens P eſſe conuenit, in communi ſcilicet diametrorum L M & O N interſectione exiſtens. E

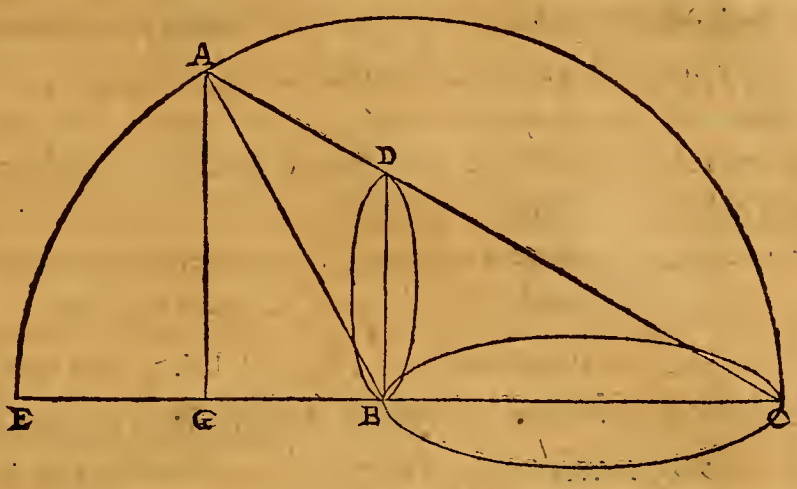
Quamuis proiectum circuli ſchema L O M N plurimùm ſit ellipſis, vt propoſitione 66. libri quarti eſt demonſtratum; tamen aliquando etiam circulus eſſe poteſt, cùm nimirum tabula conum opticum, cuius baſis eſt ſpectatus in plano circulus, ſubcontrariè ſecat, vt lemmate 28. oſtendimus: igitur quo pacto id contingat pretium operæ eſt oſtendere.

PROPOSITIO CLVII. PROBLEMA. F

Data oculi diſtantia, altitudinem ipſius definire, è qua datus in plano circulus in circulum ſcenographicè proijciatur.

DATVS ſit circulus B C, diſtantiaque oculi B G; per G & circuli centrum recta agatur C G, à G verò recta excitetur G A ſubiecto plano perpendicularis, in qua locum oculo aſſignare oporteat, è quo circulus B C in erecta tabula vt circulus appareat. Fiat per 13. ſexti Euclidis G A inter C G & G B proportione media: dico ex A datum circulum B C in erecta tabula vt circulum ſpectari. Intelligatur enim conus opticus ab oculo ad datum in plano circulum

A culum profusus, cuius triangulum per axem A B C, quod in eodem erit plano cum triangulo A G C, propterea quòd G C recta sit linea; cumque A G ad subiectũ planum recta sit, erit etiam per 18. vndecimi Euclid. triangulũ ipsum A G C ad idem subiectum planum rectũ:



B sed tabula quoque recta est ad subiectum planum ex hypothesi: igitur B D subiecto plano est perpendicularis per 19. vndecimi Euclidis; quapropter A G & B D sunt inter se parallelæ per 6. vndecimi Euclidis.

His ita comparatis, propositum concludemus hoc modo: Quoniam angulus A G C vtrique triangulo A G C & A B G communis est lateribus proportionalibus septus (est enim per constructionem reperta A G eam proportionem habens ad G C, quam habet

C B G ad eamdem A G) erunt ipsa triangula æquiangula per 6. sexti Euclidis: est ergo angulus B A G angulo A C G æqualis: sed angulo B A G æqualis est angulus A B D per 29. primi Euclidis: igitur A C B angulus angulo quoque A B D est æqualis: est verò angulus B A C vtrique triangulo A B D & A C B communis: itaque & reliquus A D B reliquo A B C relinquitur æqualis, ipsaque triangula æquiangula, & similia; quocircà B D ipsius trianguli A B C subcontraria est sectio, quæ proinde figuram in tabula gignit primitiuæ B C similem, hoc est circulum, per 28. lemma huius libri.

ADDITIO.

D MEDIA autem proportionalis G A inter C G & G B compendio inuenietur ad hunc modum: Productâ C G fiat G E æqualis ipsi G B, & circum E C velut diametrum semicirculus decircinetur qui G A secet in A: erit ergo per 2. lemma huius libri A G media proportionalis inter G E & G C: sed G E æqualis est posita ipsi G B: igitur A G inter G B & G C proportione media est, quæ erat inuenienda.

PROPOSITIO CLVIII. PROBLEMA.

Data oculi altitudine distantiam inuenire, vnde datus in plano circulus circuli instar in tabula appareat.

E SIT in superiore schemate A G oculi altitudo, datusque in plano circulus B C; oporteat verò distantiam inuenire B G, ita vt sublimis ei insistens oculus A propositum circulum in tabula erecta B D vt circulum videat: per 44. lemma huius inueniatur B G, quæ iuncta B C eam rationem habeat ad G A, quam eadem G A ad applicitam G B, factumque erit propositum. Nam per propositionem proximè antecedentem in ea data linearum proportione conus opticus A B C cuius basis datus circulus, à tabula secatur subcontrariè: igitur in sectione circulum gignit: quare B G distantia oculi est postulata.

F *Descriptis huc vsque figuris planis, haud erit difficile solidas formas quæ ex planis constant, in tabulam consignare. Hoc enim veræ scientiæ proprium est, vt cognitis principijs cetera velut consectaria nullo negotio inferantur. Neque verò propositum nobis fuit instrumentorum præsidio (quod Albertus Durerus, alijque fecerunt) figuras in tabula apparentes inuenire: sed ex ipsius Optices primoribus causis Geometricas praxes texere, ac velut imaginariè fabricando, loca in tabula reperire, in quæ puncta ac lineæ à quacumq; primitiua figura siue plana siue solida transumptæ cadant. Quæcumque*

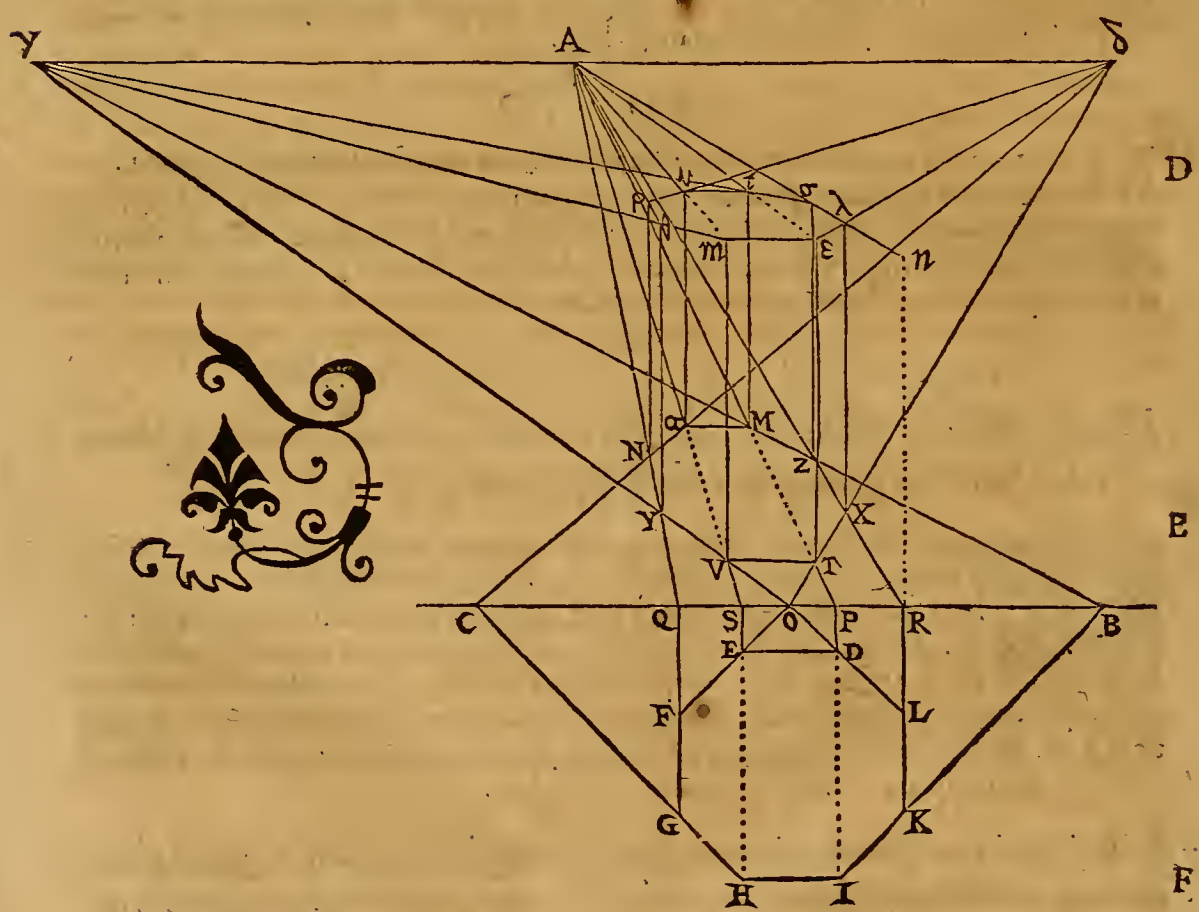
autem

autem de corporum regularium ac irregularium proiectionibus Euclidis & Pappi elementis adiuti in medium afferre possemus, exempla potiùs sunt eorum quæ hactenus diximus, quàm noua huius scientiæ documenta. Quapropter ne circa ea, quàm par est, diutiùs immoremur, ijs prætermissis, vno dumtaxat corporeæ proiecturæ exemplo contenti, mox ad vmbrarum proiectiones progrediemur. Nobis enim satis atque abundè esse debet ea tradidisse, ex quibus hæc, ac cetera etiam omnia, quæ eiusdem sunt generis solo ingenij acumine colligi possunt. Cæptum ergo prosequendo ordinem, ostendamus quo pacto instituendæ sint solidorum corporum proiecturæ. A B

PROPOSITIO CLIX. PROBLEMA.

Datum Prisma octogonas habens bases secundùm datam oculi constitutionem scenographicè in tabulam transcribere.

Esto vt suprà primarium punctum A, oculi vicem subiens, communisque tabulæ ac plani intersectio B C, datumque Prisma octangulas habens bases, quarũ ima ichnographicè descripta hîc notatur literis D E F G H I K L, in qua duo quidem latera sunt directa F G & L K; duoque transuersa D E & I H, reliqua autem obliqua. Vt ergo Prisma huic insistens basi in tabulam transferatur, primò basin ipsam transferre in tabulam oportet. Id verò quamuis per propositionem 152. commodè perfici possit, tamen quia succinctè admodum de planarum figurarum proiectionibus ea propositione est actum, spero haud ingratum Lectori fore, si huius octogoni productio ab origine hîc repetatur. C



Lineæ K L & G F vsque ad communem sectionem plani ac tabulæ B C producantur, sintq; congressionum puncta R & Q; ex D verò & E ipsis K R & G Q parallelæ ducantur D P & E S, quæ cum D I & E H rectas lineas efficiunt. Hæ omnes, quoniam directæ sunt lineæ, à communibus punctis R, P, S & Q ad primarium punctum A destinentur: igitur linea K L in R A, & G F in Q A; eodemque modo I P in P A, & H S in S A spectantur per 130. propositionem libri huius: quocircà in hisce quatuor lineis R A, P A, S A & Q A, omnes

A nes totius octogoni prominentes anguli secundùm apparentiam existunt. Vno igitur illorum, puta D, in tabula reperto ad signum T per 151. vel 153. proposit. libri huius, ceteri nullo negotio inuenientur. Nam ductâ in primis T V ipsi B C parallelâ, erit T V ipsius D E proiectura, & V puncti E in tabula vicarium: deinde L D in O protensâ, & O δ per T actâ, erit T X apparens forma ipsius D L; ac eodem modo producta F E, (quæ nunc quidem fortè in idem punctum O incidit) actaque O γ per V, erit V Y proiectura ipsius E F: rursus protractis I K & H G in B & C, iunctisque B γ & C δ, erunt X Z & Z M primitiuarum L K & K I transumptæ formæ, vti Y N & N α ipsarum F G & G H: quare iuncta tandem M α, quæ ipsam I H repræsentabit, proiectum erit octogonum, ac numeris omnibus in tabu-
B la absolutum.

Qua in re hoc in primis apparet, transuersas D E & I H, in parallelas lineas T V & M α transcribi, quod propositione 131. necessarium esse ostendimus: deinde lineas directas L K & F G in lineis spectari X Z & Y N, quæ ad primarium punctum A diriguntur per 130. huius: denique ex obliquis eas quæ reipsa parallelæ sunt, vt D L & G H, itemque E F & K I, cùm in tabulam transcribuntur, ad vnum aliquod idemque punctum concurrere per 135. nimirum T X & N α ad punctum δ; V Y verò & Z M ad punctum γ: quæ quidem puncta δ & γ & in horizontali linea existunt per 141. (quòd videlicet Prismatis basis D H Horizonti æquilibris sit) & pari interuallo à puncto primario A distant, quòd scilicet D L & E F, itemque K I & G H æqualibus angulis à directis deflectant; quæ omnia ex
C dictis manifestam habent demonstrationem.

Descripta hunc in modum ima basi, suprema ex lineis quæ ab angulis infernæ basis ad perpendiculum excitantur, ijsque quæ in δ, A & γ congrediuntur, perueſtiganda erit. A puncto R, itemque à singulis proiectæ imæ basis angulis X, Z, M, α, N, Y, V & T rectæ excitentur subiecto plano perpendiculares, quæ omnes in tabulæ superficie parallelæ inter se erunt: fiatque R n veræ altitudini Prismatis æqualis, & n A iungatur: ergo perpendiculares ab X & Z excitatæ, cum n A concurrentes designant latus λ σ summæ basis quod lateri X Z imæ basis eminet, ipsique repræsentatione & parallelum est & æquale: deinde ex δ per λ recta ducatur δ ε, quæ perpendicularem insistentem puncto T secet in ε: ex σ verò recta ducatur σ γ perpendiculari M t occurrens in t: tum ex ε & t paralle-
D læ ipsi B C ducantur, quæ perpendicularibus ex V & α occurrant in m & u: ac rursus ab m ad γ, & ab u ad δ rectæ destinentur, quæ perpendiculares ex Y & N secent in θ & ρ: denique θ ρ iungatur: erit ergo descripta Prismatis summa basis, ac ipsum Prisma in tabulam consignatum, quod erat faciendum.

Ad hunc modum facilè quilibet ceteras omnes corporum formas in tabula describet: quare ne exemplis recensendis immoremur, vmbrarum proiectiones aggredimur.

DE
E VMBRARVM SCENOGRAPHICIS PROIECTVRIS.

ON minùs vmbrarum, quàm ceterarum rerum proiectiones huic nostro instituto congruere videntur: siquidem quod non semel diximus, luminosum corpus instar oculi est, quodque ab eo profunditur lumen, velut opticus radius; id verò cùm in opacum impingit transitu prohibitum vmbram à tergo facit, ceu quamdam intuitus priuationem, quæ ad planum vsque
F *protensa obscurum quemdam locum complet, qui diffuso circumcircà fulgore cingitur. Quare de vmbrarũ productionibus nonnulla ex Scenographices institutis proponenda sunt, quod & in superioribus proiectionum generibus fecimus, vt nosse quis possit, quorsum, & quousque à datis corporibus, luminique obiectis, vmbrarum processus in subiecto plano protendantur. Id porrò in illis obseruari cupimus, vt lumen altiùs à plano subleuetur, quàm corpus propositum, vt scilicet tota in subiectum planum vmbra excipi possit. Nam siue demissius sit, siue in eadem sublimitate cum corpore vmbroso*

 consti-

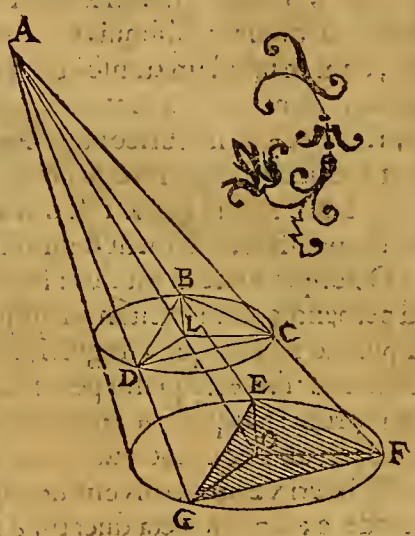
constitutum, semper in infinitum vmbra abscedit, vt cuilibet rem attentiùs consideranti patet: quamuis in his etiam casibus, ex ijs quæ dicemus, non sit futurum inuentu difficile, quantum sese vmbra hinc inde expandat. A

PROPOSITIO CLX. THEOREMA.

Figura plana in subiectum parallelum planum similem sibi vmbram profundit.

B

ESTO signum radiosum A, eique obiecta figura quæpiam plana, quæ nunc quidem circulus sit B C D, centrum habens L, cuius vmbra in parallelum planum consignata figuram reddat E F G: hanc dico circulum esse. Producatur enim A L in O, & L D, O G iungantur: quoniam parallela plana B C D & E F G secantur plano A O G, erunt communes illorum sectiones L D & O G inter se parallelæ per 16. vndecimi Euclidis: igitur æquiangula sunt A L D & A O G triangula per 4. lemma libri quinti: quapropter per 4. sexti Euclidis, vt A L ad A O, sic se habet L D ad O G. Eodem verò modo ostendi potest vt A L ad A O, ita esse L C ad O F: itaque per 11. quinti Euclidis vt L D ad O G, ita L C ad O F; & alterna ratione per 16. quint Euclidis, vt L D ad L C, ita O G ad O F: sed L D & L C sunt inter se æquales per circuli definitionem: sunt ergo & O G, O F inter se æquales. Cumque eadem sit demonstrandi ratio in ceteris, quæ ex O ad proiectæ vmbræ peripheriam educuntur, sequitur per circuli definitionem vmbram quoque parallelo plano exceptam circularem esse; quod demonstrasse oportuit.



C

D

Sit deinde figura, quæ de se vmbram fundit, rectilinea B C D, tribus constans lateribus B C, C D & D B: quoniam his parallela sunt E F, F G & G E per 16. vndecimi Euclidis proximè citatam, erunt & hæc illis proportionalia per 4. sexti Euclidis, ob triangulorum quæ ad verticem A terminantur similitudinem: sunt verò & anguli vnius, alterius angulis pares per 10. vndecimi Euclidis: igitur per 1. definitionem libri 6. Euclidis figura E F G figuræ B C D similis est: at eadem est demonstrandi forma in ceteris figuris rectilineis: palàm igitur, vmbram à figura plana in parallelum planum transfusam primitiuæ figuræ similem esse; quod erat probandum.

PROPOSITIO CLXI. THEOREMA. E

Possibile est à figura non æquilatera in planum non parallelum vmbram proijci æquilateram.

DEMONSTRAT hoc Franciscus Maurolycus in suis Photismis postumis theoremate 9. in hunc modum: Construatur pyramis æquilateram habens basin, seceturque pyramis plano quopiam ad basin obliquo: erit ergo hæc sectio nequaquam æquilatera: quocircà si in summo pyramidis fastigio luminosum signum constituatur, & ab obliqua sectione, in subiectam basin vmbra profundi intelligatur, perspicuum relinquitur proiectæ vmbræ formam æquilateram esse, quòd basi exactè congruat. F

Hac sanè ratione fieri omnino potest, vt non modò triangulum isosceles, verùm etiam scalenum in triangulum isopleuron transcribatur; item vt quadrangulum altera parte longius, & rhombus, rhomboidesque schema, necnon trapezium, cuiuscumque tandem sit generis, in quadratum quod æquis lateribus atque angulis constet, commutetur: si nimirum radiosæ pyramidis sectio ita institui intelligatur, vt illi sit similis, quæ in pyramide basin habente æquilateram accidere potest.

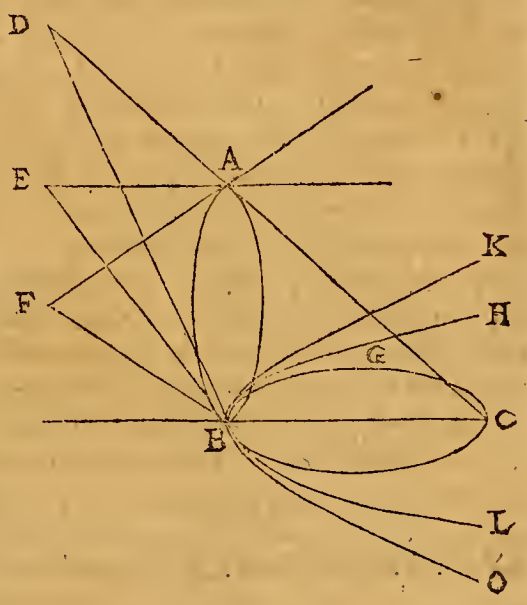
PRO-

A

PROPOSITIO CLXII. THEOREMA.

Circuli vmbra plano obliquo excepta est vel circulus, vel Ellipsis, vel Parabola, vel Hyperbole.

Hoc in primis constat, luminis radium à signo luminoso per circuli ambitum transfusum efficere coni superficiem, cui circulus illustratus ceu basis subtenditur, conumque absoluit. Hic ergo conus si plano secetur subcon-
B trario, erit eius & coni communis sectio, in quam scilicet vmbra cadit, circulus, per 28. lemma huius libri: si verò plano secetur non subcontrario, quod tamen vtrumque coni latus secet, erit vmbra hoc plano excepta Ellipsis per 13. primi Conicorũ Apollonij: si autem planum in quod vmbra profunditur, alterum tantùm coni latus secet, alteri verò sit parallelum, Parabolam gignet apparens vmbra; vt patet ex 11. primi Conicorũ Apollonij: denique si planum vtrumque coni latus non secet, nec sit alteri lateri parallelum per 12. primi Conicorum Apollonij, hyperbolicam
C vmbram producet.

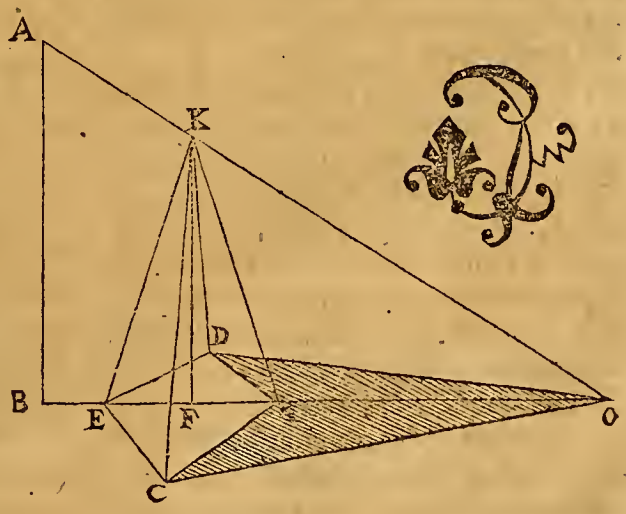


Ex his colligi potest; si circulus A B plano cuipiam B C ad normam insistat, sitque luminosum signum D sublimiori loco quàm circulus constitutum, fieri posse vt B G C vmbra in planum proiecta sit circulus, si nimirum A B & B C conum D B C subcontrariè secent; sin autem, Ellipsin esse; rursus si luminosum E in eadem fuerit cum circulo altitudine, ita vt parallelæ inter se sint A E &
D B C, vmbram H B L Parabolam esse: denique si luminosum F puncto A humilius sit, vmbram K B O esse Hyperbolem: quæ omnia ex coni sectionibus perspicua sunt.

PROPOSITIO CLXIII. PROBLEMA.

Dato lumine, vmbram pyramidis, cuius basis in subiecto sit plano, inuestigare.

E Sit datum lumen A, eiusque à plano sublimitas A B normæ beneficio accepta; sitque data pyramis C D K, cuius basis C D in subiecto sit plano, vertex autem K sublimè erectus: oporteat verò pyramidis vmbram in subiecto plano designare. A puncto K perpendicularis in subiectum planum demittatur K F per 11. vndecimi Euclidis; perque F & K rectæ ducantur B F & A K, quæ protractæ conueniant in O:
F erit ergo O puncti K vmbra: at punctorum C & D vmbræ in ipsis sunt C & D punctis, quòd hæc in subiecto sint plano; ideoque pyramidi planoque communia: igitur iunctis C O & D O, erit locus, qui lateribus C C D O continetur, opacus; qui erat inuestigandus.

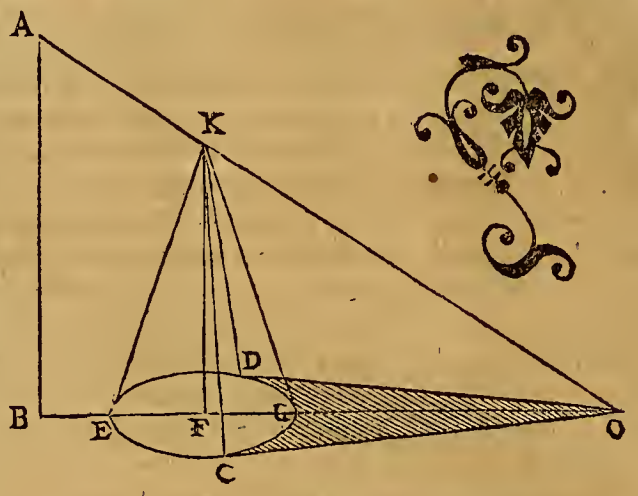


A

PROPOSITIO CLXIV. PROBLEMA.

Dato lumine, profusam à cono recto vmbram in subiecto plano definire.

ESTO vt suprà lumen A; B verò locus, in quem perpendicularis à lumine in planum demissa procidit, luminis sublimitatem repræsentans: sit prætereà datus conus, cuius basis C G D in subiecto existat plano, vertex autem K sublimis; oporteatque coni vmbram in plano definire: ex K in subiectum planum perpendicularis demittatur K F, & per F ex B recta agatur ad partem F infinitè protracta; à lumine autem A per coni verticem K rectus profusus radius cum B F producta cõueniat in O: denique ab O duæ rectæ lineæ euocentur, quæ coni basin contingant in C & D per 17. tertij Euclidis: dico spatium C G D O opacum esse. Ductis enim K C & K D, perspicuum est coni superficiem excepta basi in duas partes dissecari, eamque quæ lumine perfunditur C E D K ab illa quæ in opaco est C G D K, triangulo dirimi quod sectio C K D progignit: igitur C O vmbra est lineæ C K, & D O ipsius D K vmbra: quocircà tota coni vmbra in planum proiecta lineis C O & D O, itemque circularis perimetri portione C G D continetur; quæ erat definienda.

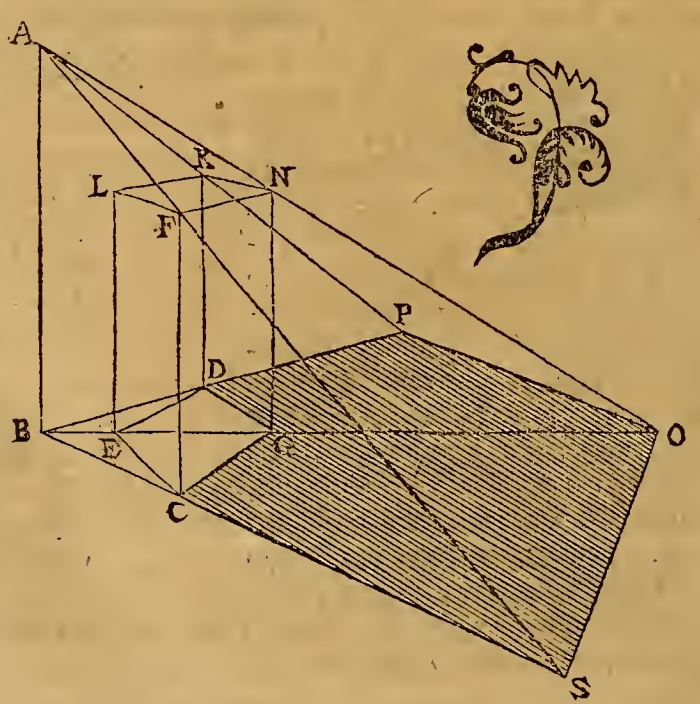


PROPOSITIO CLXV. PROBLEMA.

Dato lumine recti Prismatis vmbram in subiecto plano inuenire.

D

SIT iterùm lumen A, eiusque à plano sublimitas A B, & B punctum illud, in quod perpendicularis à lumine demissa incidit: sit denique datum Prisma C K rectangula habens latera, basesque quadrangulas, quarum imà in subiecto sit plano, & Prisma secundum normam constitutum: oporteat verò in subiecto plano dati Prismatis vmbram inuenire. A puncto B per puncta C, G & D imæ basis rectæ eijciantur B C, B G & B D, quæ infinitè producantur; atque à puncto A per puncta F, N & K summæ basis radij procidant, qui producti cum illis quæ ex B lineis congrediantur ad signa S, O & P; concurrent autem per lemma 14. libri 5. quoniam lumen A altiùs quàm Prisma supra planum eminet, maiorque proinde è parallelis est A B quàm F C, vel G N, vel K D. Iunctis itaque C S, S O, O P & P D, erit qui his lineis continetur plani locus opacus: nam cum C F in ipso sit A B S triangulo, erit eius portio C F S lumine destituta, obsistente eius profluentiæ linea C F; sic & portiones D K P & G N O: vti ergo C F in C S, & D K in D P: ita F N & N K in S O & O P vmbram

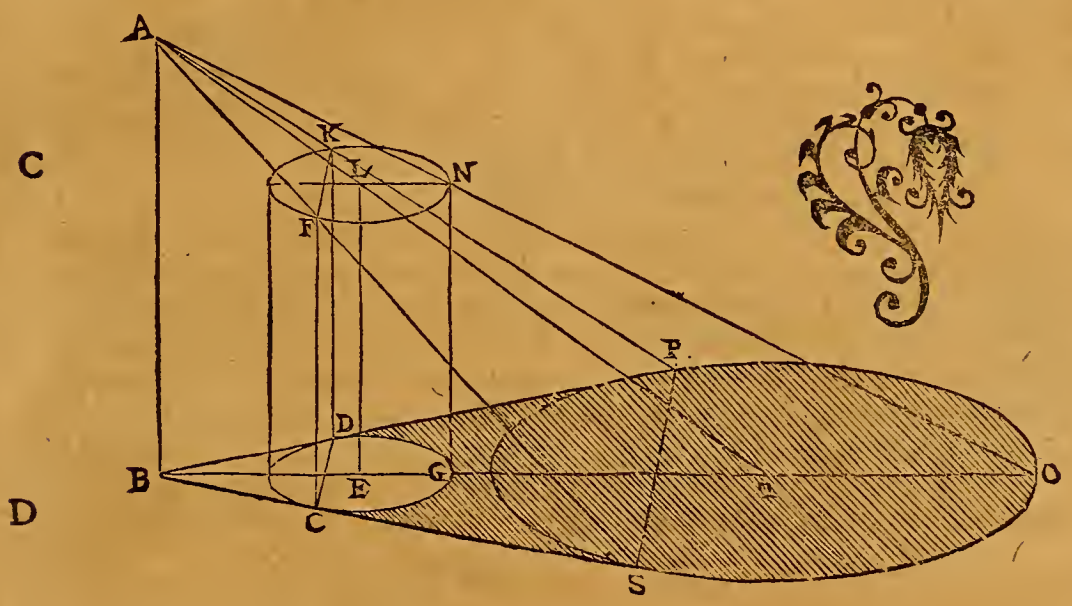


A vmbram profundunt: quocircà Prismatis vmbra plano excepta vna quidem parte Prismatis soliditate, altera verò lineis C S, S O, O P & P D terminatur, quæ inuenienda erat.

PROPOSITIO CLXVI. PROBLEMA.

Dato lumine, datóque cylindro recto, cuius basis in subiecto sit plano, eum plani locum, in quem vmbra cylindri incidit, determinare.

B IDEM quod suprà repositum sit lumen A, eiusque altitudo à subiecto plano vt suprà A B: sit prætereà datus cylindrus rectus C K, cuius ima basis C G D in subiecto sit plano: oporteat verò in plano locum illum designare, qui lumine destituitur obiectâ cylindri crassitie. A puncto B rectæ ducantur B C & B D, quæ peripheriam imæ basis contingant in C & D per 17. tertij Euclidis: ex C verò & D aliæ duæ excitentur C F & D K axi cylindri E L parallelæ, quæ



proinde vti & axis E L ad subiectum planum rectæ erunt per 8. vndecimi Euclidis: denique à puncto A radij per F, K & N procidant qui cum B C, B D & B G protractis conueniant ad signa S, P & O: perspicuum est igitur vmbræ terminum per puncta C, S, O, P, D incedere. Itaque si per S, O & P circuli peripheria describatur, hæc vna cum rectis C S & D P lineis, eaque imæ basis portione, quæ litteris C G D notatur, vniuersum vmbræ locum comprehendet. Quòd autem S O P portio sit circularis perimetri ex 4. primi Co-
E nicorum Apollonij, & ex propositione 160. huius libri patet. Luminosa namque superficies, quæ à puncto A ceu vertice ad basin F N K pertinet, si producatur, altero plano secabitur S O P ipsi F N K parallelo. Quare per iam citatam 4. primi Conicorum Apollonij & 160. huius vtraque sectio similem figuram exhibebit: est verò F N K circulus: igitur & S O P circulus erit. Quare sufficiet ex A per L supremæ basis centrum rectam lineam ducere quæ cadat in T, & centro T, interuallo autem T O circulum describere S O P. ex quo constat propositi cylindri vmbram duabus circulorum portionibus C G D & S O P, ac duabus prætereà rectis lineis C S & D P contineri.

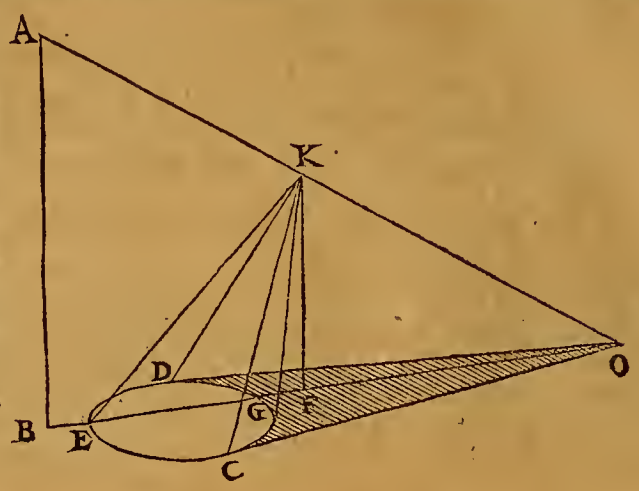
PROPOSITIO CLXVII. PROBLEMA.

F *Dato lumine, vmbram obliqui coni reperire, cuius basis in subiecto sit plano.*

OBLIQVVS iam sit is qui lumini obijcitur conus, vt C G D K, lumenque vt suprà A, ac eius altitudo à subiecto plano A B; non erit absimilis proiectæ vmbræ inuestigatio ab illa, quam propositione 164. in cono recto explicauimus. Demissa enim à vertice coni K in subiectum planum perpendiculari K F, productaque B F, donec promisso à luminari A per K verticem coni radio occurrat in O, duæ rectæ lineæ ab O ducantur, quæ coni basin

contingant in C & D per 17. tertij Euclidis, factumque erit quod postulatur. Nam lineæ C K vmbra est C O, & D O vmbra lineæ D K, quòd nimirum verticis K vmbra in O procidat: est verò ea basis pars, quæ tangentibus OC & O D continetur, in opaco : igitur locus C G D O vmbrosus est.

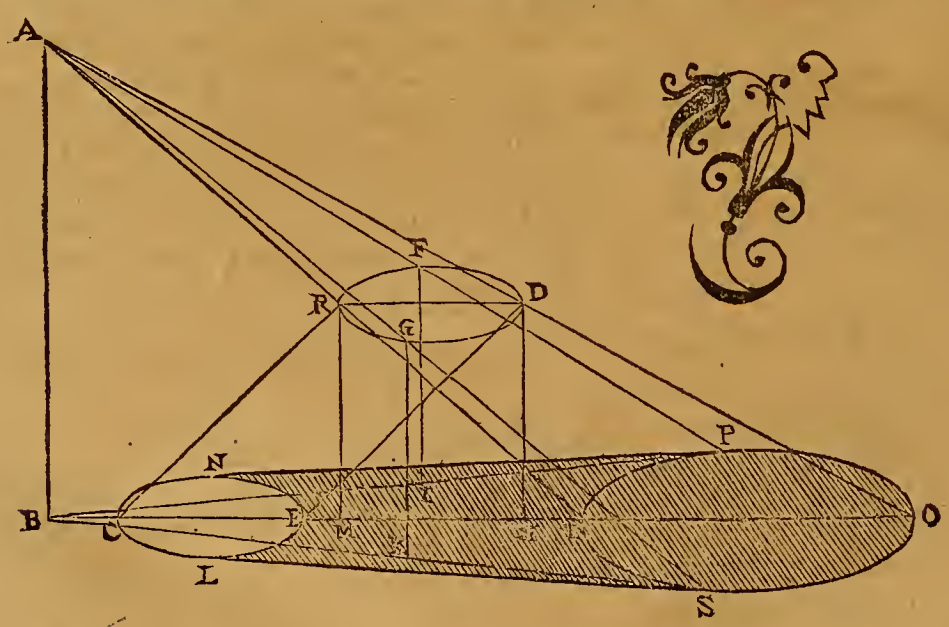
Eadem porrò ratio erit obliquæ pyramidis: inuenta siquidem, vt iam iam ostensum est, verticis vmbra, ab ea ad prominentes hinc inde basis angulos rectæ ducantur, eritque locus plani his comprehensus opacus, qui postulatur.



PROPOSITIO CLXVIII. PROBLEMA.

Lumine dato profusam ab obliquo cylindro vmbram in subiecto plano designare.

SIT rursus expositum lumen A, eiusque à plano altitudo A B : sit etiam obliquus cylindrus C D, cuius ima basis C E in subiecto sit plano : oporteat verò cylindri vmbram in planum transfusam designare : sumantur in summa basi tria puncta vtcumque D, F & G, atque ab his perpendiculares in subiectum planum demittantur D H, F I & G K : ex B autem per puncta H, I & K, rectæ ducantur B H, B I & B K, quæ quantum opus est productæ cum radijs ab



A per D, F & G procidentibus congrediantur in O, P & S : dico si per O, P & S portio circularis perimetri decircinetur, hac vmbram summæ basis in plano terminari. Nam cùm summa basis parallela sit subiecto plano, erit per 4. primi Conicorum Apollonij, & per 160. huius vtraque coni luminosi sectio G D F & S O P similis : at G D F circulus est: igitur & S O P circulus erit : quocircà si per 17. tertij Euclidis rectæ ducantur S L & P N, quæ imam cylindri basin contingant in L & N, erit is plani locus, qui duabus rectis lineis S L & P N, ac duabus præterea circulorum portionibus L E N & S O P continetur, opacus.

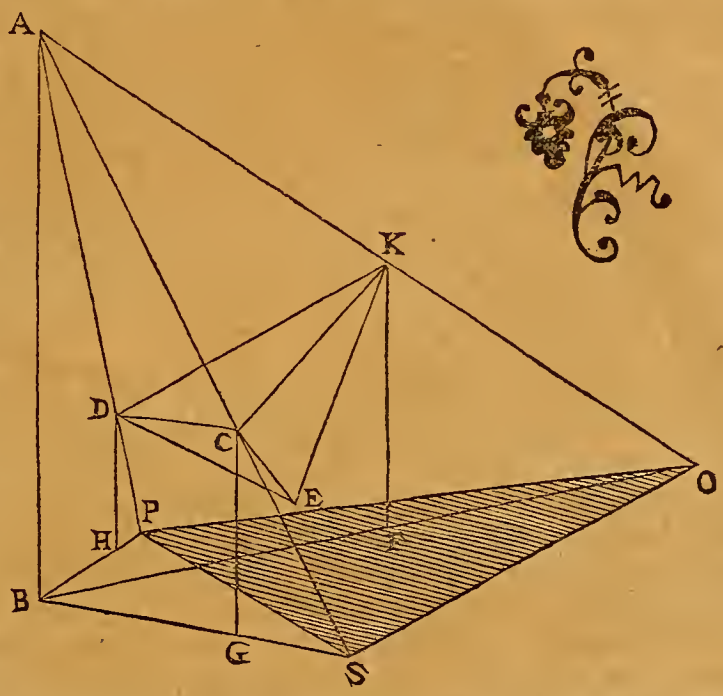
In Prismate obliquo, cuius ima basis in subiecto sit plano, eadem ratio & praxis obseruanda erit. Inuentis enim, vt iam sæpè dictum est, & præcipuè propositione 165. vmbris, quæ ab angulis supremæ basis in subiecto plano proueniunt, si ab his ad angulos imæ

A imæ basis, qui superioribus respondent rectæ lineæ protendantur, repertus erit vmbrosus plani locus, qui postulabatur.

PROPOSITIO CLXIX. PROBLEMA.

Dato lumine, corporis in sublimi pendentis vmbram in plano describere.

B ESTO iterùm lumen A vt suprà, eiusque altitudo A B, expositaque in sublimi pyramis C D E K, cuius vmbrã in subiecto plano describere oporteat. Ab extremitatibus, quæ quidem lumini obijciuntur, vt sunt C, D & K, perque incidentiæ puncta C rectæ ducantur lineæ B G, B H & B F, quæ protractæ, radijs ab A per C, D & K emissis occurrãt in S, O & P. Quoniam igitur S puncti C, & P ipsius D, O denique verticis K vmbra est, iunctis SO, S P & P O, patet locum plani vmbrosum figura SOP contineri: nam S O ipsius C K, & P O ipsius D K, S P denique ipsius C D est proiectura. Ab E K D autem nulla vmbra extra spatium S O P effunditur, quòd ipsa sit in opaco: igitur totius pyramidis vmbra in planum recepta lateribus S O P comprehenditur.

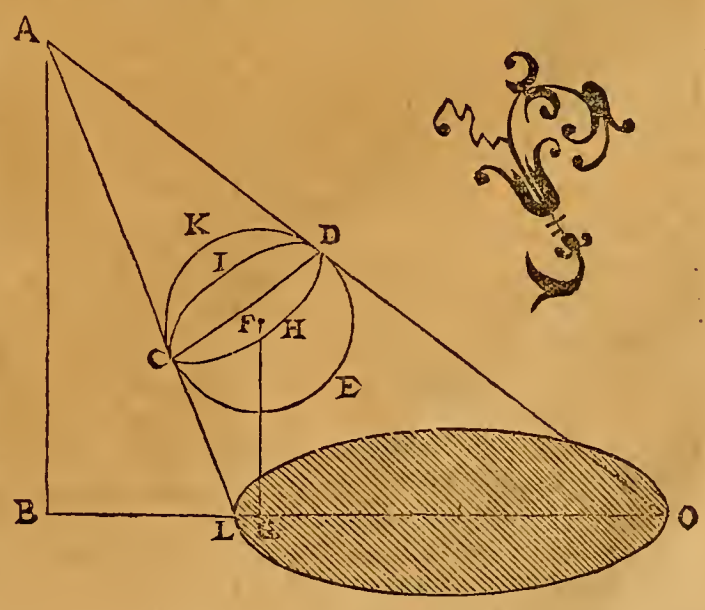


Simili modo Prismatum, Conorum, ac Cylindrorum sublimium vmbræ in plano reperientur: omnibus enim id commnne est, aliquot priùs punctorum vmbras inuestigandas esse, ac posteà per proiecta in planum puncta lineas vel rectas, vel curuas ducendas, quæ vmbrosum locum comprehendant. Hæc quamuis abundè dicta sufficiant de vmbrarum proiecturis: placet tamen claritatis gratia etiam sphæræ vmbram attexere.

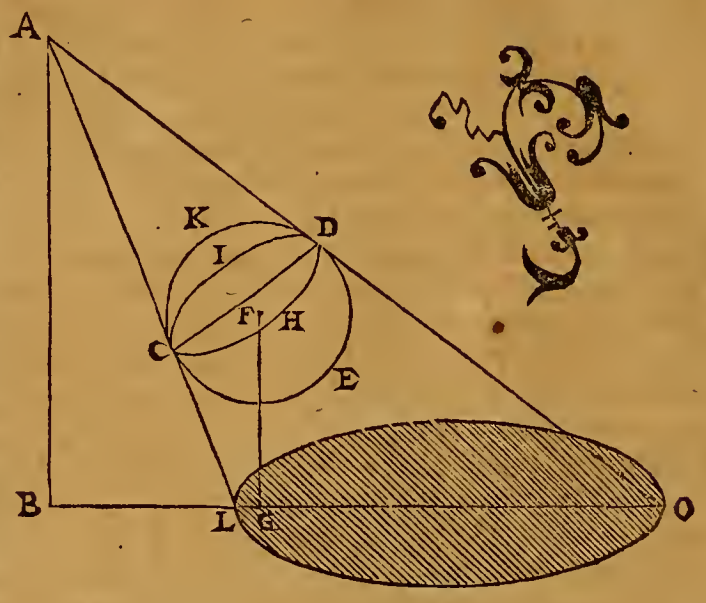
PROPOSITIO CLXX. PROBLEMA.

Sphæræ vmbram, dato lumine, in planum consignare.

E RESTITVTO lumine A, eiusque altitudine A B, ac datâ sphęrâ in sublimi C D E, eius vmbram in subiectum planum consignare propositũ sit. Quoniam ex 50. libri quinti constat sphæræ partem illustratam circulo contineri, finge à luminoso A radiosam quamdam F superficiẽ ad sphæram produci, quæ ipsam vndique ambiat, tangatq; in circulo C H D I qui partem illustratam ab opaca dirimit. Quæ igitur ad hunc circulum pertinet, radiosa superficies ab A profusa, conum facit, cuius basis sit idem diremptor circulus C H D I, vertex autem luminare A: hic verò



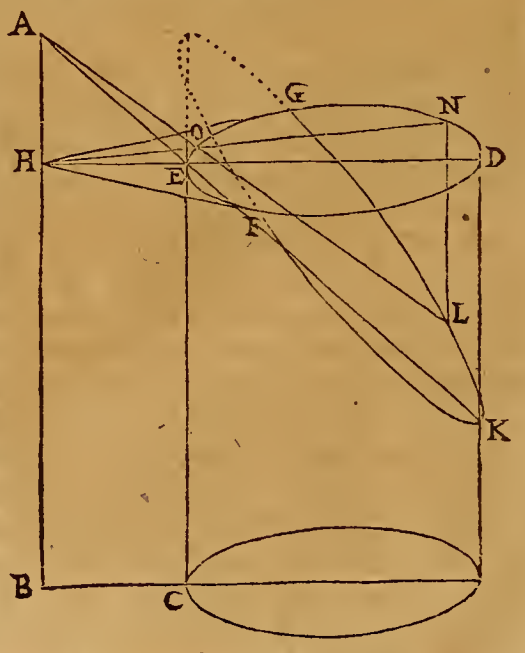
luminoſus conus longiùs productus, dum plano occurrit, ſectionem oſtendit, quæ quidem & ipſa circulus erit, ſi quæ à luminoſo A in ſubiectum planum perpendicularis procidit, centrum ſphæræ pertranſeat; ſin autem, vel Ellipſin gignit, ſi nimirum luminare A quàm ſphæra altius fuerit, vt in præſenti deſignatione; vel Parabolam, ſi luminare A eãdem cum ſphæræ faſtigio altitudinem habuerit; ſi denique demiſſius fuerit, Hyperbolen: quæ omnia ex Conicis Apollonij, & propoſit. 162. huius libri perſpicuè patent. Vt autem hæ ſectiones in ſubiecto plano inueniãtur, recta è ſphęræ centro F demittatur F G ſubiecto plano perpendicularis per 11. vndecimi Euclidis, iunctaque B G producatur in O. Porrò cùm A B & F G ſint ſubiecto plano perpendiculares, erunt ipſæ inter ſe parallelæ per 6. vndecimi Euclidis. Quare B O, quæ vtramque ſecat, in eodem erit cum ipſis plano per 7. vndecimi Euclidis, & planum quod per A B O extenditur ſphæram per centrum ſecat. Sit ergo eius & ſphæræ communis interſectio circulus maximus C K D E per 6. primi Sphæricorum Theodoſij, per cuius contactum D recta agatur A D per 17. tertij Euclidis, producaturque donec cum B G etiam producta conueniat ad ſignum O; (conueniet autem, quoniam ambæ A O & B O in eodem ſunt plano, & angulos faciunt B A O & A B O duobus rectis minores.) itaque triangulum A B O ad rectos angulos ſecans circulum C H D I, qui partem luminoſam ab opaca diſtinguit, & bifariàm ipſum ſecabit per 13. primi Sphæricorum Theodoſij: quocircà C D, communis ſcilicet vtriuſque ſectio, circuli C H D I dimetiẽs eſt, per cuius extremitates profuſi luminoſi radij dum plano occurrunt ad ſigna O & L lineæ B O, maximam vmbræ dimetientem exhibent L O ex qua per ea quę lẽmate 22. huius ſunt demonſtrata, facilè vmbroſi loci perimetrus inuenietur, ſi nimirũ data coni ſectio, vt eo loci docuimus, in propria forma deſcripta exhibeatur.



PROPOSITIO CLXXI. PROBLEMA.

Dato lumine, datoq; cylindro recto, vmbram à baſis ambitu profuſam, caua cylindri ſuperficiei inſcribere.

SIT datum lumen A, eiuſque altitudo A B; cylindrus autem C D baſin habens ſublimem E F D G, à cuius ambitu F E G profuſam vmbram in caua cylindri ſuperficie deſignare oporteat. Per centrum baſis recta agatur linea D E, quæ producta lineam A B ſecet in H: ab H verò duæ excitentur rectæ lineæ H F & H G, quæ baſin contingant in F & G per 17. tertij Euclidis. His ita conſtitutis, perſpicuum in primis eſt per lemmation ad propoſit. 115. libri 4. demonſtratum, radios A F & A G cylindrum quoque in F & G contingere. Quare caua baſis portio F E G in opaco eſt, ab eaque ſola in cauam cylindri ſuperficiem vmbra proijcitur: reliqua autem à lumine radios ſuſcipit, vmbramque extra cylindrum effundit. Deinde ſi cuiuſlibet puncti, puta E, in peripheria F E G dati vmbra in caua cylindri parte expetitur, ea inuenietur hoc modo: A puncto H per



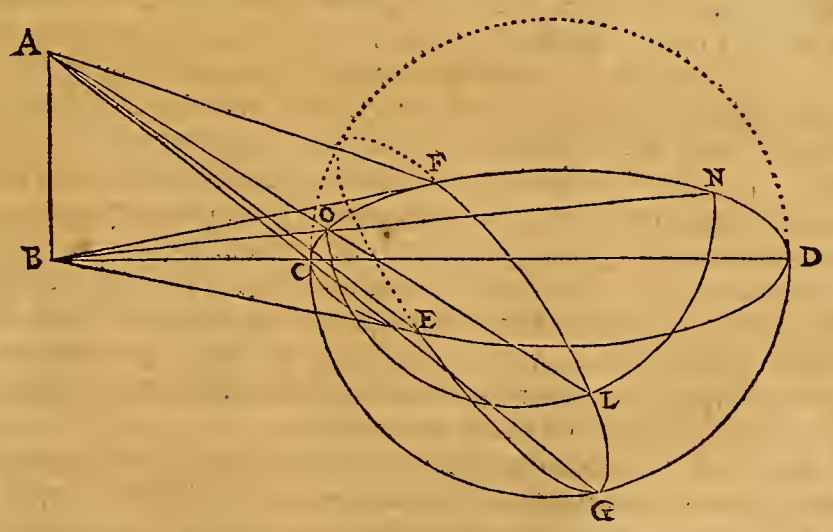
A H per E recta agatur H E, quæ in alteram cylindri partem producta incidat in punctum D, & à D recta per cylindri superficiem ducatur D K axi parallela, radiusque ab A per E procidat A E: hic sanè productus concurret cum D K, propterea quòd D K & A B parallelæ sint, ideoque in eodem cum D H plano per 7. vndecimi Euclidis: at A K in eodem est plano, in quo A B & D H: igitur & cum D K in eodem est plano: quocircà A K cùm secet alteram parallelarum A B, producta secabit & reliquam D K per 10. lemma libri 4. Sit verò sectionis punctum K: patet igitur K puncti E vmbram esse. Eodemque modo alterius cuiuslibet puncti vmbra inuenietur: vt si puncti O vmbra postuletur, ab H per O recta ducenda erit H N; ab N verò parallela axi cylindri demittenda N L, quæ proinde
B & ipsi A B parallela erit: deinde per O radius ab A eijciendus, qui cum N L concurrat in L (concurret autem ob eamdem iam dictam causam) itaque L vmbra erit puncti O dati, quæ postulabatur. Quæ ratio si in ceteris punctis peripheriæ F E G obseruata fuerit, tandem tota vmbra in cylindri cauitate descripta habebitur F K L G, quod fecisse oportuit.

Porrò obseruandum hoc loco est, vmbram in caua cylindri superficie descriptam, Ellipseos peripheriam esse: omnium enim punctorum, quæ in portione basis F E G existunt, vmbræ in idem planum incidunt; quod cùm obliquè cylindrum secet, Ellipsin in sectione exhibet.

PROPOSITIO CLXXII. PROBLEMA.

C *Dato lumine, profusam ab hemisphærij ambitu vmbram in caua ipsius superficie adnotare.*

SIT vt suprà lumen A, datumque hemisphærium C G D, cuius sectio circulus C E D F, à quo profusam vmbram in caua hemisphærij superficie inuestigare oporteat. A corpore luminoso A perpendicularis in planum circuli C E D F productum demittatur A B per 11. vndecimi Euclidis, & ex B ducantur B E & B F, quæ circulum C E D F contingant in E & F per 17. tertij Euclidis: erit ergo E C F ea circuli portio quæ lumini
D proximè obiecta in cauum hemisphærij vmbram profundit: quare punctum in peripheria E C F assumatur quodcumque, puta C, atque ex B per C recta traijciatur B C, quæ in oppositam
E hemisphærij partè protendatur ad signum D, perque C & D circulus describatur C G D, cuius diametrus sit C D,



immobili scilicet pede circini in peripheria C F D vel C E D constituto, eo loci, vbi ea secatur bifariàm: ac tandem radius ab A per C in circulum C G D cadat: hic inquam puncti C vmbram in G exhibebit. Eodemque modo alterius cuiuslibet puncti, exempli gratia O, vmbra inuenietur, si ex B per O recta educatur B N, sectoque arcu O F N bifariàm, in
F medio diuisionis signo pes circini immobilis defigatur, & altero pede circumacto circulus decircinetur O L N: ad extremum autem radius ab A per O decidat, qui puncti O vmbram proijciat in L; atque ita fiat in ceteris.

Cùm verò ea quæ ab hemisphærij ambitu in cauam superficiem profunditur vmbra sit sphæræ sectio, patet eam circulum esse: quare repertis tribus eius punctis E, G & F, si circulus per ea describatur, factum erit propositum.

DE

DE SCENIS.

A

SCENARVM repræsentatio non minimam partem susceptæ contemplationis sibi vindicat: à scenis namque velut à præcipua huius scientiæ materia, Scenographices nomen acceptum est. Cùm verò lineis planisque superficiebus, ac solidis partibus, luminibus item vmbrisque variè compositis, scenæ effingi soleant, hæcq; abundè sint pertractata, superuacaneum meritò videbitur plura addere: siquidem quæcumque in scenis repræsentandis necessariè sunt praxes, ex superioribus propositionibus tamquam ex communibus principiis desumi possunt. Verùm ne ieiunè nimis explicatum hoc caput, vel etiam omnino prætermissum esse videatur, pauca quædã huic operi coronidis loco summatim adiungemus. B

In primis in omni scenarum repræsentatione data communi sectione plani ac tabulæ, mox primarium punctum est constituendum secundùm datam oculi altitudinem: huc enim omnes directæ lineæ, siue in horizontalibus siue in directis sint planis, porriguntur; quod in porticibus animaduertere licet, cùm eas non ex aduerso, sed secundùm longitudinem inspicimus: tum enim omnium columnarum summitates, capitulorumque ac basium, necnon epistyliorum, & coronicum directiones ad primarium punctum, quod oculi loco est, contendunt. Huc etiam communes illæ lineæ pertinent quibus pauimenta ac tabulata, & quæcumque demum ad Horizontis libramentum constituta sunt, directis parietibus committuntur. C

Deinde cùm plurimum momenti in oculi altitudine positum sit, non parui ingenij erit opera, quo loco primarium punctum aptè collocetur; altè, an demissè, an medio loco? Hinc verò omnem cernendi modum in Opticam, Anopticam, & Catopticam distributum legimus, vt est apud Cælium Rhodiginum lib. 15. cap. 4. qui Opticam vocauit illam videndi rationem, qua aciem directè in Horizontem intendimus; Anopticam verò illam qua suspectamus; Catopticam denique illam qua despectamus.

Ergo cùm historia quæ repræsentari in plano postulatur, in illa est superficie quæ per oculum & Horizontem ducitur, scenæ descriptio ex Optica est instituenda; cùm verò historia supra oculi lineam eminet, ex Anoptica; ex Catoptica denique, cùm historia oculi linea inferior est. Anopticæ vsus est in iis rebus designandis, quæ vel in montibus, vel in sublimi æthere, vel in superioribus domorum contignationibus existunt: has enim suspectando ab imo intuemur. Catoptica verò res illas exhibet quæ in vallibus, aut sub terra, aliisve inferioribus locis sunt, cùm nos eas è superioribus locis despectamus. Quæ autem medio loco sunt constituta, ad Opticam pertinent: in qua duplex iterùm discrimen reperitur. Aut enim oculi altitudo humanam staturam exæquat, aut ab ea superatur: si exæquat, perspicuum est omnium erectorum hominum capita in eam rectam lineam quæ Horizontis proiectura est, incidere oportere: si verò inferior est oculus, altiores videbuntur homines propinqui remotioribus. Hunc verò modum quo historiæ è medio loco inter elatum & depressum spectantur, probari à peritioribus atque etiam vsurpari animaduerto, quibus calculum adiicio, quòd plurimum supra humanam altitudinem pictæ tabulæ collocari soleant. D E

Ex his omnibus Scenographicarum proiectionum modis quamuis nullus suapte natura ceteris præstantior sit, sed perfecti omnes, si ex artis præscripto instituantur; tamen pro locorum diuersitate in quibus statuuntur, vel è quibus spectantur, fit ex accidenti, vt non æquè intuentium oculis placeant: nam si immissum lumen ex ea parte proueniat qua depictę sunt vmbrę, imago oculos offendet, cùm necesse sit vmbras lumini aduersas esse: rursus si facta secundùm Catopticam imago ex inferiore loco videnda proponatur, non eam ostendit venustatem, quam si è superiore loco conspiciatur; atque eodem modo quæ secundùm Anopticam facta est, si ex alto despiciatur, minùs apparet perfecta: tum verò pictura intuentium oculis facit satis, cùm eum situm habet secundùm quem eius designatio est instituta. Similis fallacia contingit, cùm ex obliquo aspicitur id quod ex directo intuitu est deformatum. Vnde videre licet imagines quasdam secundùm lateralem seu obliquum aspectum designatas, quæ ex aduerso quidem spectatæ nihil repræsentant, at ex obliquo visæ, radio per exile foramen transmisso ne extra regionem primæ institutionis vagetur, rem propria ac naturali forma exhibent. F

Tametsi planæ imagines numquam perfectiùs appareant quàm cùm ex præstituta oculi distantia atque altitudine videntur, tamen non quantum à proprio loco oculus intuentis

A intuentis dimouetur, tantum expressa imago à veri similitudine aberrat. Nam nisi ad perpendicularem tabulæ respectum proximè accedas, quocumq; te vertas, eadem semper rei pictæ dispositio ac partium responsus sese offert: quod sanè fit occulta quadam vi ac proprietate, quam explicare est perdifficile. Vnde etiam illa reperta est ratio, qua humanus vultus ita exprimitur, vt intuentem, quocumque loco steterit, defixa semper acie contueatur, haud secùs ac si mobiles imago haberet oculos, quos ad omnem locum, quò se spectator conuertit, propria virtute circumferat: id verò tum euenire necesse est, cùm pictor se intuentem humanum vultum ad viuum imitatur: ita siquidem expressa effigies oculis sequi intuentem quocumque videtur.

B Vti prima præcipuaque cura in scenarum descriptionibus circa principale punctum versari debet, ita secunda in constituendis punctis secundariis ad quæ obliquæ lineæ contendunt, est collocanda. Nihil enim ad hanc artem tantum præsidij adfert, quantum ea puncta ad quæ parallelæ omnes lineæ se recipiunt. Nam quæcumque rectis lineis continentur, vt ædes, peristylia, atque horum partes, sine punctorum illorum cognitione in planitiem extendi scenographicè non possunt. De his porrò consulenda est propositio 141. huius libri & sequentes; ex quibus liquidò constat, obliquas omnes lineas in quibuscumque planis existant, præter aduersum, ad secundarium quodpiam punctum ducendas esse.

Rursus circularibus formis in tabulam transcribendis adiumento erit propositio 156.

C huius libri, vti etiam ea quæ de coni sectionibus tum hoc libro, tum libro quarto sæpe à nobis proposita sunt ac demonstrata: siquidem conus est is qui à circulo directè vel obliquè proposito ad oculum distenditur radius; hic igitur qua tabulam in transitu inuadit, figuram exhibet ex coni sectione ortam, quam proinde in tabula descriptam necesse est primitiuo circulo respondere.

Denique ceteræ curuæ lineæ quæ nulla certa lege constant, nulla etiam definita arte in tabulis repræsentari possunt, vt non semel monuimus: quare designatis primùm in tabula quotcumque punctis per quæ ex necessitate incedunt, sinuosæ quædam lineæ firma manu ducendæ sunt, quæ primitiuis, si non verissimè, certè vero proximè congruant.

D Hucusque ea quæ ad Graphidin spectant; cetera ad Pictoriam pertinent, quæ factis designationibus lumen vmbrasque adhibet, ac subinde etiam proprios cuiusque rei colores. Cùm verò, vti initio diximus, ea omnia quæ in scenarum descriptionibus vsu venire solent, vel rectæ sint lineæ, vel circuli, vel obtorti sinus nulla certa lege curuati, sintque iam horum omnium explicatæ rationes, perspicuum est nulla alia re opus esse ad propositas scenas hoc proiectionis genere explanandas.

Igitur vt lumina in proiectas iam formas aptè ducantur, primò id admonendum censeo, in quo plurimos video halucinari, aliter à lucernis, aliter à sole effusos radios luminis admitti; non vno item modo illustrari ea quæ in aperto sunt aëre, & quæ fenestris obiiciuntur in concluso; alia denique ratione à pluribus luminaribus, alia ab vno lumen

E suscipi. Nam quæ à lucernis, aut suscepto per fenestras lumine in concluso illustrantur, secundùm Scenographicen sic exprimi debent, vt lumine quidem parciùs, vmbris verò vberiùs perfundantur: quæ autem directos solis radios admittunt, orthographicè sunt designanda: ita vt parallelis radiis ex æquo lumen vmbramque descriptæ formæ participent. Denique quæ in aperto sunt aëre pari vndique lumine circumfusa exhiberi debent, vtpote quæ omni propemodum parte vmbram excludunt.

Hoc præterea sedulò est adnotandum quod ad Opticen spectat, si pictura in pictura exhibenda sit, non secundùm eum intuitum quo antè facta est, illam designari oportere, sed vt in præsenti aspicitur: qua in re pictores plurimi haud vulgares, at rerum opticarum imperiti fœdè labuntur, cùm nimirum eis sancti Lucæ argumentum proponitur

F Dei matrem cum Iesu filio in tabula exprimentis: ij namque expressam à S. Luca Virginis effigiem ita transcribunt, quemadmodum à S. Luca Virgo cum puero cernebatur, cùm potiùs secundùm proprium aspectum eam repræsentare debuissent: siquidem Virginis simulachrum quod sancto Lucæ ectypum erat, ipsis archetypum est, eo proinde situ exprimendum quo aspectui ipsorum offertur.

Quæ toto hoc proiectionis genere tradita sunt, de æquabili plano sunt intelligenda: fiunt verò in quibusdam etiam infractis planis laboriosæ potiùs quàm ingeniosæ designationes, quarum ratio ex Optices principiis constat.

Eiusmodi in primis eæ sunt quæ in sulcatis tabulis exhibentur: spectatæ namque ex

vno

vno latere vnam reddunt imaginem, ex alio autem aliam, quod mirum planè iis vide- A
tur qui nihil eiusmodi vmquam sunt experti, & causam mutatæ apparentiæ ignorant;
ita profectò in ceteris naturæ effectis rei insolentia & causæ ignoratio admirationem
pariunt. Res autem sic se habet: Lignea tabula sulcis perpetuis sibiq; cohærentibus ex-
cauatur, atque in porcarum lateribus hinc vnum, inde aliud simulachrum propriis li-
neamentis coloribusque exprimitur, sic vt qui tabulam obliquè intuentur, ab vno la-
tere vnam, ab altero aliam videant imaginem.

Si porrò ducti iam sulci aliis transuersim incidantur, atque in horum rursus parte
ima vna imago, in summa alia depingatur, ac supra tabulam speculum pronum de-
pendeat, vnde ad intuentis oculos forma redeat, quatuor videre licebit imagines, tres B
quidem recto aspectu, quartam verò à speculo repercussam.

Simile quiddam in porticibus videre licet, cùm columnarum scapis figuræ quædam
sic inscribuntur, vt omnium lineamenta simul ex obliquo spectata perfectam quam-
dam imaginem oculis reddant; è directo autem nullius rei speciem præ se ferant. Quo
genere practici quidam homines simpliciorum oculos perstringunt, ac summa admi-
ratione captos tenent: fieri namque haud posse credunt, vt certo oculi situ imago quæ-
dam appareat, quæ nusquam in rebus existit.

Denique huius quoque generis sunt designationes illæ, quæ in cameris fornicatisque
testudinibus ostentationis causa figurari solent ad fallendum aspectum comparatæ. Fit
enim vt cùm ea loca multis angulis infracta sint, planisque constent è quibus alia an- C
trorsum prouolant, alia introrsum recedunt, in latera alia obliquantur, formæ quoque
ipsæ ex vno dumtaxat aliquo loco perfectè videantur, quem vbi mutas, ob diuersum
partium adspectum incondita colorum atque linearum permixtio visui sese offert.
Quare qui eiusmodi opus faciunt certo loco constituti, oculoque immoto, rudem pri-
mum formæ delineationem imprimunt oblongi radij beneficio, cuius extremitati hæ-
reat adstrictus carbo; vel certè noctu lucernam in oculi vicem substituunt, eiq; formam,
quam describere moliuntur, minore modulo efformatam obijciunt eo situ atque inter-
uallo, vt vmbra illius in oppositam testudinem profundatur; hanc proinde vt fortè
in varia loca incidit carbone designant, ac tandem perfectæ designationi colores
inducunt. D

His infiniti alij adijci possent huius scientiæ effectus, quos tamquam naturæ miracula
imperitum vulgus admirari solet; sed quia eorum omnium rationes & causæ abundè
sunt explicatæ, libenter eius generis ludicra agyrtis relinquimus, quorum hoc proprium
est institutum, vt popularis auræ ac lucri gratia vanis præstigiis ignorantium hominum
oculos ludificent. Tu verò amice Lector, iis quæ ad veram scientiam Optices illustran-
dam hoc volumine à nobis tradita sunt, fruere, ac studium erga te nostrum æqui bo-
nique consule, & Vale.

INDEX

INDEX IN OPTICORVM LIBROS VI.

Calorem

Color

Currum

D.

E.

Ellipsis

F.

Falla-

G.

H.

Horæ

Internus

Lumen

Lunæ

M.

N

O.

P.

Paralle-

Q.

R.

S

Sensus

Species

Stereogra-

T.

V.

Virtualis

Vmbræ

ERRATA.

Pag. 22. D. 1. Itaque *lege* Ita.
Pag. 29. F. 6. contingere *leg.* contingit.
Pag. 38. E. 3. ceteris *leg.* ceteri.
Pag. 45. F. 8. polyedres *leg.* polyedri.
Pag. 47. B. 7. obumbulantis *leg.* obambulantis.
Pag. 53. C. 8. disignare *leg.* designare.
Pag. 54. C. 8. iuxta lumen *leg.* iuxtà ac lumen.
Pag. 59. C. 6. obsistat *leg.* absistat.
Pag. 86. E. 3. præcepta *leg.* percepta.
Pag. 88. D. 4. *lege* Visio enim ex præcedente scientia est.
Pag. 185. C. 5. *leg.* presenti agimus, sed non de eo.
Pag. 192. B. 5. Quò porrò *leg.* Quà porrò.
Pag. 197. D. 1. multæ quædam partes. *dele* (quædam)
Pag. 234. A. 5. ex priua *leg.* ex praua.
Pag. 243. D. 6. *lege* Ac primò obiectum motum, quamuis oculus loco consistat.
Pag. 314. D. 5. Prop. cxv. *leg.* xcv.
Pag. 322. E. 1. qualis inest *leg.* qualis est in.
Pag. 443. A. 1. ea quæ *leg.* eaque.
Pag. 559. C. 4. hentagonis *leg.* pentagonis.

APPROBATIO SVPERIORVM.

EGO FRANCISCVS FLERONTINVS Prouincialis Societatis IESV per Belgium, potestate ad hoc mihi facta à R^do admodum P.N. CLAVDIO AQVAVIVA Generali Præposito, facultatem concedo, vt OPTICA Patris FRANCISCI AGVILONII eiusdem Societatis IESV, sex libris comprehensa, ac designatorum Patrum eiusdem Societatis IESV iudicio approbata typis euulgentur. In cuius rei fidem has litteras nomine nostro subscriptas, & sigillo nostro munitas dedimus. Antuerpiæ Anno Domini M. DC. XII. Ianuarij die XV.

Franciscus Flerontinus Pro^lis, vt suprà.

APPROBATIO CENSORIS.

HÆC OPTICA Auctore R. Patre FRANCISCO AGVILON Societatis IESV Presbytero sex libris comprehensa nihil habent nostræ Religioni contrarium. Quocircà vtiliter admodum imprimentur; vt sint in vsum Philosophorum iuxtà ac Mathematicorum. Quod censuit IX. Decemb. Anno M. D. XI.

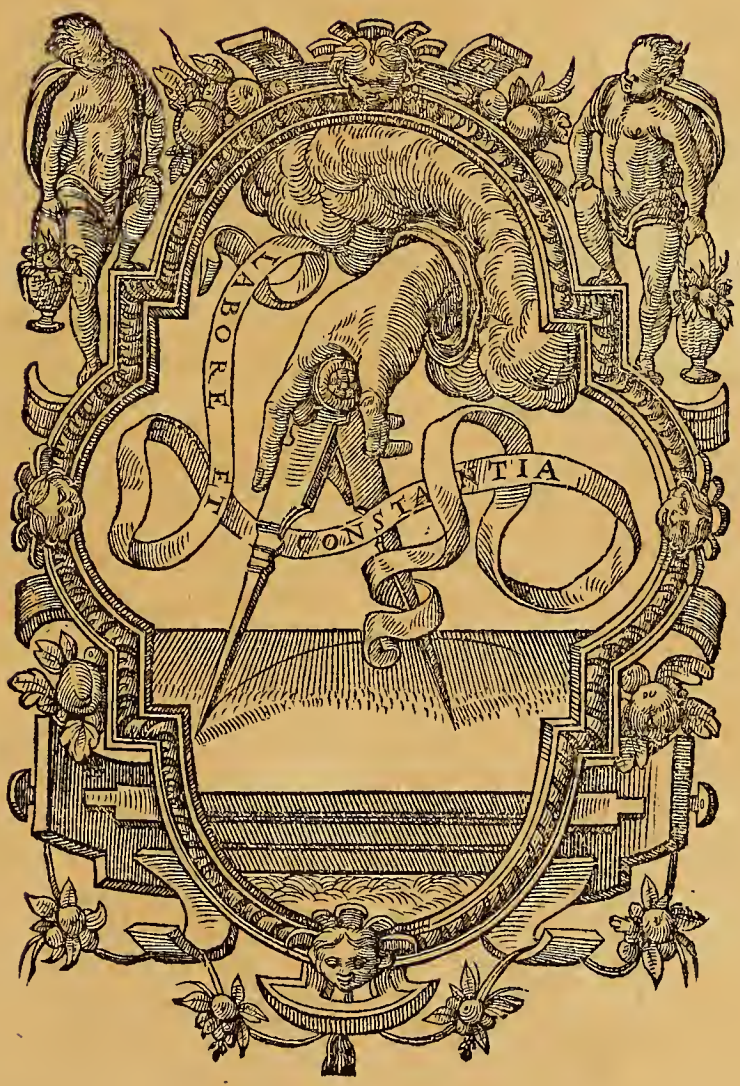
Egbertus Spitholdius S.T.L. Canonicus & Plebanus Antuerpiensis.

SVMMA PRIVILEGII.

ALBERTI & ISABELLÆ CLARÆ EVGENIÆ, Archiducum Austriæ, Ducum Burgundiæ, Brabantiæ, &c. Serenissimorum Belgicæ Principum Priuilegio cautum est; nequis FRANCISCI AGVILONII E SOCIETATE IESV OPTICORVM LIBROS SEX præter Martinæ Plantinæ viduæ & Balthasaris & Ioannis filiorum Ioannis Moreti p. m. voluntatem, intra decennium imprimat, aut alibi terrarum impressos in has Inferioris Germaniæ ditiones importet, venalésve habeat. Qui secùs faxit, confiscatione librorum & alia graui pœna mulctabitur, vti latiùs patet in litteris datis Bruxellæ, XX. Ianuarij, M. DC. XII.

Signat.

Buschere.


LABORE ET CONSTANTIA