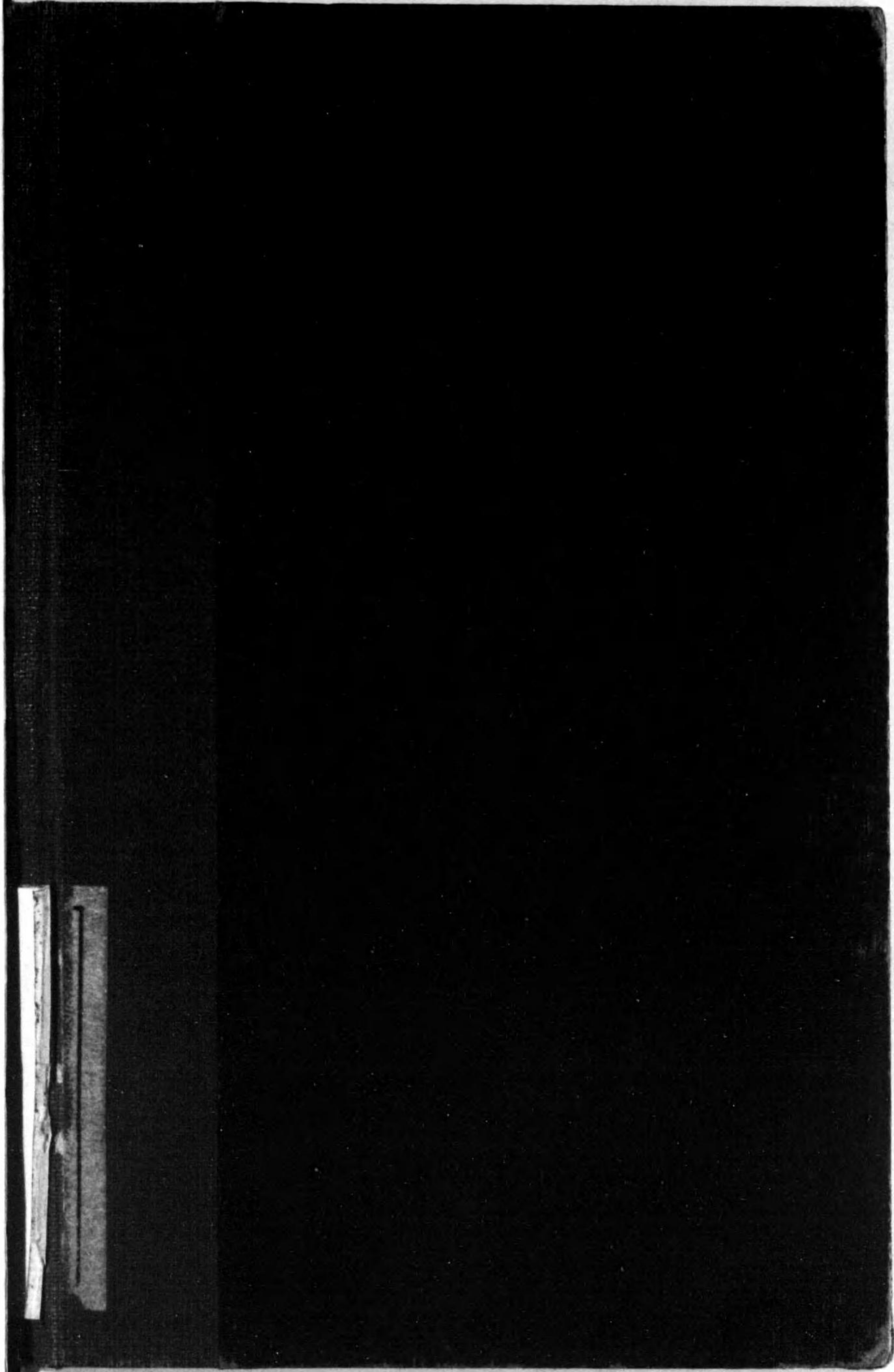
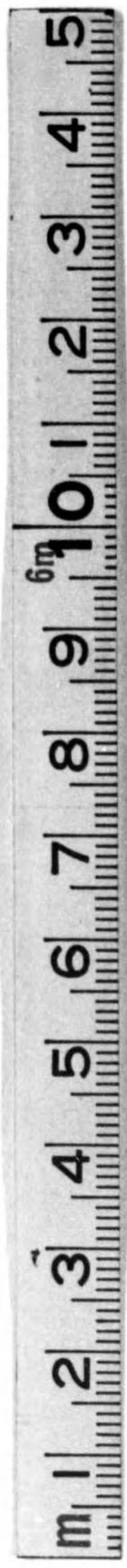




始



98 412
342 I.27

コ-4003

た

412
127

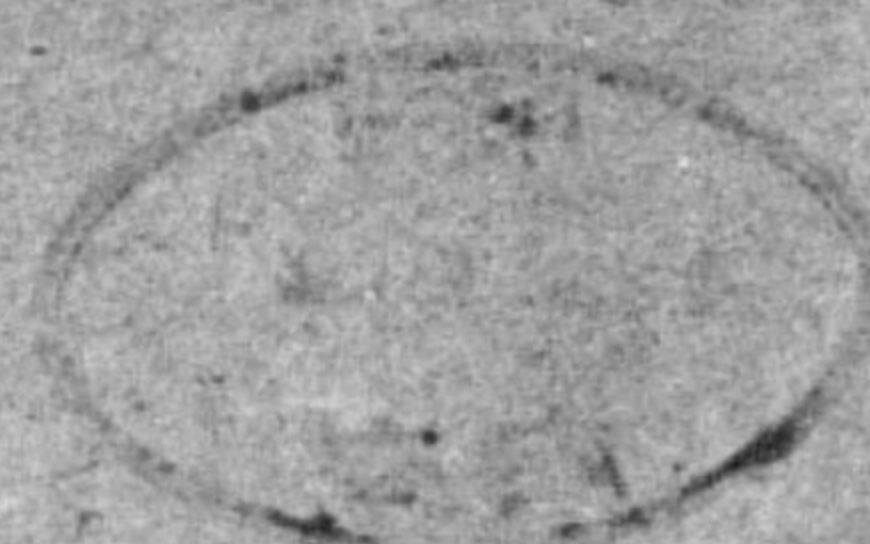
飯島天野
初等代數學

上卷

明治
42 6 2
内装

初等代數學

上巻



緒言

この書は予等が初等代數學を編纂するに當り、特に意を用ゐたる點を説き、并せて例題及び練習問題の答を掲げ、その内の若干の問題には解式をも附けたるものなり。本書に依りて代數學を教授せらるる所の教師諸君は、教場に臨むに當り、この書を友として本教科書を研究せらるれば、多少その勞を減ずることを得ん。

明治四十二年三月、

東京に於て、 編者志るす。

第壹篇 緒 論；

第貳篇 四則の原理。

抑々代數學ハ算術ノ延長ト見ルベキモノニシテ、其間ニハ密接ノ關係アルモノナレバ、代數學ノ入門ニ於テハ、數ヲ示スニ文字ヲ用キルノ外ニハ、算術ト殆ンド擇ム所ナキガ如ク説キテ、此兩學科ノ接續ヲ滑ニスベキモノナリ。夫ノ、最初ヨリ算術トノ區別ナドヲ長長シク説明シテ、徒ニ生徒ヲシテ混亂セシムルガ如キ、マタ當面ニ要モ無キ、數多ノ術語ノ定義ヲ網羅シテ、生徒ヲシテ應接ニ違ナカラシムルガ如キハ、決シテ適當ノ授業法ト謂フベカラズ。是ニ於テカ木書ノ

第一篇ニ於テハ、算術ニ於テ用キタル演算ノ符號、關係ノ符號等ノ外ニハ、數ヲ文字ニテ示ス上ニ必要ニシテ避クベカラザル一二ノ事項ヲ説明スルニ止メ；

第貳篇ニ於テハ、算術ニ於テ用キ來レル、計算ノ原理ヲ綜合概括シテ、諸計算ノ基礎ヲ確立スルト同時ニ、生徒ヲシテ知ラズ識ラズノ間ニ、自ラ算術ト代數トノ相異ヲ悟ラシムル様ニセリ。

今此二篇ニ於テ、特ニ注意セル點ヲ述ブレバ次ノ如シ：

1. 數ヲ文字ニテ示シ、關係ヲ文句ニテ述べタルモノヲ、代數記號ニ翻譯スル事ヲ課スルハ、代數學ノ初ニ於ケル最も大切ナル練習ナリ。是レ、生徒ヲシテ既說代數記號ノ用法ニ習熟セシムルモノニシテ、後來ニ與フル利便ハ誠ニ大ナルモノアレバナリ。故ニ、本書ニ於テハ、先ヅ適當ナル問題(上卷、5頁、7頁、9頁)ヲ掲ゲテ、之ヲ練習セシメ、成ルベク早く代數記號ノ用法ニ習熟セシメンコトヲ務メタリ。
2. 多クノ教科書ニ於テハ、代數學ノ初ニ於テ代數式ノ定義ニ次ギテ、直ニ整式、分數式、有理式、無理式等、所謂代數式ノ定義ヲ說ケドモ、本書ニ於テハ、最初ニ言明シタル主旨ニ依リ、先

ヅ式*ノ意味ヲ說キ、(第3條、上卷4頁)、其種類ハ適當ナル機會ヲ俟テ之ヲ說キ、而カモ他書ト異ル所ノ、明確ニシテ最も適當ナル定義ヲ之ニ與ヘタリ(第20條、上卷21頁;第103條、上卷116頁)

3. 各集ニ於ケル練習問題ノ排列ニ就キテハ、予等ノ算術ニ於ケル例題及ビ練習問題ニ於ケルト同ジク、之ニ深キ考慮ヲ費セリ。例ヘバ第一集(上卷5頁)ニ就キテ言ヘバ次ノ如シ：
 1. 單ニ引キ算ダケヲ含ム。
 2. 寄セ算ト引キ算トヲ含ム。
 3. 單ニ掛ケ算ダケヲ含ム。
 4. 寄セ算ト掛ケ算トヲ含ム。
 5. 單ニ割リ算ダケヲ含ム。

* 通常代數式トイフハ、着目スル所ノ文字ニ施ス所ノ演算ガ四則及ビ開方ノ五ツニ限ルモノナリ、故ニ、例ヘバ $2x^2$ ノ如キハ代數式ニアラズ。然ルニ第3條ニ於ケルガ如キ定義ヲ下セルハ、生徒ガ是マデニ知レル演算ハ上記ノ五演算ノ外ニ出デザルニ依ル、即チ生徒ガ未ダ知ルコトヲ得ザル演算マデヲ見越シテ、其定義ヲ下セルニハ非ザルナリ。

6, 7. 割リ算ト引キ算トヲ含ム.

此ノ如ク,漸次ニ易ヨリ難ニ,單ヨリ複ニ,及ブ様ニシタリ. 他集ノ練習問題ニ就キテモ同様ナレバ,今後ハ特ニ注意ヲ加フベキモノノ外,之ヲ説カズ.

4. 四則ノ原理ニ就キテハ,先ツ加法,減法ノ間ト,乗法,除法ノ間トニハ,各各同様ナル二大定則,即チ組合,交換ノ兩定則ガ成リ立ツコトヲ知ラシメ(第7條ト第11條,第8條ト第12條,第9條ト第13條,第10條ト第14條ノ各各ヲ對照セヨ),而ル後ニ加法,減法ト乗法,除法トヲ連結スル定則即チ配分定則ヲ説キ(第24條,上卷25,26頁),以テ四則ノ原理間ノ關係ヲ明瞭ニ會得セシメンコトヲ務メタリ.

5. 乗法,除法ニ關スル原理ノ應用トシテ,從來算術ニ於テ授クル例ナリシ,乗法,除法ノ簡便法ヲ説ケリ(第15條,上卷14,15頁). 是レ,算術ニ於テ之ヲ授クレバ,單ニ特殊ノ場合ニ就キテ,機械的ニ計算セシムルニ止マレドモ,此處ニ於テ之ヲ授クレバ,乗法,除法ニ關スル原理ヲ

復習セシムルト同時ニ,之ヲ實地ニ應用スル仕方ヲ知ラシムルノ利アルヲ以テナリ.

6. 指數ノ定則(第17—19條,上卷18—20頁)ハ,代數學全體ニ通ジテ之ヲ適用スル場合甚ダ多キモノナレバ,生徒ヲシテ,成ルベク早ク之ニ關シテ纏マリタル智識ヲ授ケ置クガ可ナリ. 從來,二次方程式ヲ終レル後ニ至リ,初メテ之ヲ本式ニ説クコトヲスレドモ,是レ決シテ順序ノ當ヲ得タルモノニアラズ,況ンヤ,其證明ノ如キ,別ニ六カシキ事ニア非シテ,單ニ乗法,除法ノ組合,交換,兩定則ノ簡單ナル應用ニ過ギザルニ於テヲヤ. 依テ,本書ニ於テハ,乗法,除法ニ關スル組合,交換,兩定則ヲ説キタル後ニ,直ニ此指數ノ定則ヲ説クコトトセリ.

7. 又指數ノ定則ハ,初ヨリ指數ヲ文字ニテ表シ,之ヲ一般的ニ説ケバ,稍六カシキ様ニ思ハルレドモ,先ヅ指數ヲ特別ナル數トシ,例ヘバ

$$a^3 \times a^2, \frac{a^5}{a^2}, \frac{a^5}{a^5}, \frac{a^3}{a^2}, (ab)^4, (a^2)^3, \dots$$

ノ如キ例ニ就キテ之ヲ説明シテ,一般ノ場合

ハ之ヲ類推セシムル様ニセバ、極メテ手易ク領會セシムルコトヲ得ベシ。此事ハ固ヨリ指數ノ定則ニ限レルコトニ非ズ、他ノ場合ニモ當テ箴マルコトナリ、本書ニ於テハ、最初ヨリ最モ一般ニ説キタル所アレバ、實際ノ授業ニ當リテハ、宜シク斟酌ヲ加ヘテ、本書ヲ活用セラレンコトヲ希望スルモノナリ。

8. 本書ハ、整式、分數式等ニ、他書ト異ナレル明確ニシテ、且ツ適當ナル定義ヲ下セルコト、既ニ注意セルガ如シ(第2項)。之ニ限ラズ、本書ハ凡テノ術語ニ明確ニシテ最モ適當ナル定義ヲ下シ、從來、不完全ナリシ點ヲ補正スルコトヲ務メタリ。例ヘバ、只係數ノミニテ異ナル二項ヲ同類項ト稱ス'トハ多ク他書ニ見ル所ノ定義ナレドモ、此定義ニ依レバ $2x$ ト $2x$ トハ同類項ナラザルコトトナル不都合アリ、本書ニ於テハ、凡テ斯カル缺點ナカラシメリ。(第26條,上卷29頁參照)。

練習問題 第壹集答.

- (頁)
5] 1. $a-b$. 2. $(l+m-n)$ 圓.
3. ab 圓. 4. $[60(36a+b)+c]$ 間.
5. $\frac{a}{1.5}$ 時間. 6. $(\frac{x}{a}-1)$ 里.
7. $(\frac{y}{a-1}-\frac{y}{a})$ 時間.

練習問題 第貳集答.

- 7] 1. $x=y-8$. 2. $a+b=3(c-d)$.
3. $a=3b+4.5c$. 4. $c-k < x+y < a+k$.

練習問題 第參集答.

- 8] 1. 5. 2. 594. 3. 5.
4. 66. 5. $7\frac{17}{30}$. 6. $\frac{3}{10}$.
9] 7. $\frac{1}{5}$. 8. $\frac{9}{25}$. 9. $12\frac{28}{31}$.
10. $\frac{16}{315}$. 11. $\frac{\frac{x-1}{2}-2}{2} - 3 = y+k$.
12. $6[60(36a+b)+c] = 9900d$.
13. $[a + \frac{a}{2} + \frac{a}{4} + (a-x) + (a-x-x) + y]$ 圓.

練習問題 第四集答.

- (頁)
16] 1. 740. 2. 6300. 3. 950.
4. 3500. 5. 72000. 6. 119700000.
7. 300. 8. 2100. 9. 1350000.
10. 14825. 11. 46625. 12. 201250.
13. 9. 14. 43. 15. 0.0575.
16. 2.68. 17. 0.0396. 18. 0.2204.

練習問題 第五集答.

- 18] 1. 3375. 2. 164025. 3. 1.
4. $48\frac{3}{5}$. 5. $196\frac{1}{100}$. 6. $3\frac{39}{100}$.
7. 196. 8. $1\frac{21}{100}$. 9. $3353\frac{5}{8}$.
10. $21\frac{29}{40}$.

練習問題 第六集答.

- 20] 1. 8000. 2. 1. 3. 297.
4. $\frac{1}{1369}$.

(頁)

- 21] 5. 759375. 6. 7. 7. $\frac{1}{8}$.
8. $\frac{1}{11}$. 9. $\frac{81}{100000}$. 10. $548\frac{4}{5}$.
11. $\frac{729}{200000}$.

練習問題 第七集答.

- 24] 1. $6a^3b^3$. 2. $2a^4b^3c^2$. 3. $9a^2b^4c^4$.
4. $\frac{2}{3}a^{12}$. 5. $\frac{1}{7}a^3b^3c^3x^5y^5z^5$.
6. $\frac{3}{2}x^3y$. 7. $\frac{4x^2y^4}{3a^2}$.

練習問題 第八集答.

- 28] 1. $4a^6 - 5a^5 + a^4$. 2. $6a^5 - 9a^4 - 12a^3$.
3. $2a^4b^3 - 3a^3b^3 + 2a^2b^4$.
4. $ab^2c^2 + a^2bc^2 + a^2b^2c$.
5. $10x^5 - 15x^4 + 25x^3 - 20x^2$.
6. $24x^3 - 18x^5 + 18x^6 - 24x^7$.
7. $15a^3b - 10a^2b^2 + 35ab^3$.
8. $12a^6b^4 - 18a^5b^5 - 30a^3b^7$.
9. $\frac{2}{3}a^2 - \frac{5}{6}a + \frac{1}{3}$. 10. $4a + 3a^2 - 2a^3$.

(頁)

28] 11. $5a^2b^3 - \frac{7}{3}ab^4 + 3b^3.$

12. 68752.

13. 63469137.

14. 6053820.

15. 38850576.

16. 1931094.

17. 60525906.

練習問題 第九集答.

30] 1. $4a.$ 2. $\frac{x}{12}.$ 3. $\frac{11}{6}x^2.$

4. $0.$ 5. $a+8b.$ 6. $4x.$

7. $2a-b-c.$ 8. $8a+b.$

9. $\frac{1}{15}x + \frac{19}{15}y.$ 10. $a^3 - 7a^2b.$

11. $6x^2 - 43x - 40.$

12. $2x^3 - \frac{17}{6}x^2 + \frac{9}{2}x + \frac{9}{2}.$

13. $4a+6b+2c.$ 14. $\frac{35}{24}x^2 + \frac{19}{12}y^2 + \frac{1}{12}z^2.$

練習問題 第十集答.

31] 1. $ac+bc+ad+bd.$ 2. $ac+bc-ad-bd.$

3. $a^2+2ab+b^2.$ 4. $a^2-2ab+b^2.$

5. $a^2-b^2.$

6. $ap+lp+cp+aq+bq+cq+ar+br+cr.$

7. $x^2 + \frac{13}{6}x + 1.$ 8. $a^2+2ab+b^2-c^2.$

(頁)

31] 9. $3x^3-2x+1.$ 10. $2x^3 + \frac{13}{2}x^2 + \frac{11}{2}x + 1.$

練習問題 第十一集答.

33] 1. $\frac{1}{2}.$ 2. $\frac{ab}{4c^2}.$ 3. $\frac{b^2}{ac}.$

4. $\frac{2ac}{3b^2}.$ 5. $\frac{a^4}{c^4}.$ 6. $\frac{1}{b^2}.$

7. $\frac{2}{a}.$ 8. $\frac{12bc+4ca+3ab}{24abcx}.$

9. $\frac{a^2+b^2+c^2}{abc}.$

10. $\frac{a^2-b^2}{a^2b^2}.$

第 參 篇 負 數

負數ノ起リハ、形式不變ノ原理ニ基キ數ノ定義ヲ擴張セルコトニ在リ。此點ヨリ見レバ、小數、分數ノ起リト別ニ異ナレル所ナキ様ナルガ、初メテ負數ヲ學ブ生徒ニ在リテハ、小數、分數ト異ナリ、負數トイフモノヲ、何トモ捕捉シ難キ六ツカシキモノノ如ク感ゼラルルガ常ナリ。是レ、一ツハ負數ノ定義ノ簡明ヲ缺ケルト、今一ツハ算術ニ於テ用キル諸數ハ、直ニ之ヲ實際ニ應用シ得ルニ反シ、負數ハ適當ナル解釋ヲ加フルニアラズンバ、之ヲ實際ニ應用シ得ザルトニ依ルナリ。乃チ、本書ニ於テハ、此等ノ點ニ就キテ、最も深キ注意ヲ拂ヒ、生徒ヲシテ、一點ノ疑惑ナカラシメンコトヲ務メタリ。今予等ガ特ニ注意セル點ヲ述ブレバ次ノ如シ：

1. 負數トハ何ゾトイフコトヲ、簡明ニ言ヒ現スハ、初學者ニ取リテ大ナル、便益アルコトヲ信ズ、依リテ本書ニ於テハ、負數トハ減數ガ被減數ヨリ大ナル場合ノ差ナリ、トイフ定義ヲ以テ負數ヲ説キ起スコトトシタリ。是レ、直ニ負數ノ起原(引キ算ヲ常ニ可能ナラシメンガ爲ニ設ケラレタルモノ)ヲ指スノミナラズ、實際ノ應用上ニモ適切ナルモノナリ。
2. 負數ヲ以テスル四則ノ意義ハ、茲ニ特別ニ定ムベキモノニシテ、負數ノ意義ニ依リテ、自ラ定マルモノニアラズ。是レ四則ノ意義ハ、數ノ種類ニ依リテ、同ジキコトヲ得ザルニ依ル(整數ノ掛ケ算ト、分數ノ掛ケ算ト意義ヲ異ニスルヲ以テ見ルベシ)。サテ負數ノ四則ノ意義ハ、便宜上、亦形式不變ノ原理ニ基キテ、之ヲ創定スベキモノナリ。本書ニ於テハ、二數ノ差ノ和(第26條、上卷38頁)、及ビ積(第48條、上卷50頁)ヲ定義シ、之ヨリ直ニ正負兩數ノ和及ビ積ヲ誘出セリ(第37條、上卷38,39頁;第49條、上卷50,51頁)。

3. 負數ノ引キ算及ビ割リ算ノ意義ハ,算術ニ於ケルモノニ同ジトシ,他書ニ於ケルガ如ク,一一新定義ヲ掲ゲズ. 是レ,算法ノ統一上,然ルベキコトナレバナリ.
4. 負數ヲ實際ニ應用スルコトニ就キテノ解釋ハ,是レ,別方面ヨリ負數ノ意義ヲ明確ニスルモノニシテ,大切ナル事柄ナルニ拘ラズ,從來適切ナル解釋ヲ與ヘタルモノ甚ダ尠シ. 本書ニ於テハ,此解釋ニ最モ力ヲ用キ,之ヲ明確ナラシムルコトヲ務メタリ(第35條,上卷36,37頁;第39條,上卷42,43頁).
5. 正ノ數ニ於テ成リ立ツ諸定則ガ,負ノ數ニ於テモ成リ立ツコトヲ,種種ノ場合ニ就キテ,一一證明スルモノアリ. 然レドモ,諸定則ノ證明ニ用キタル原則ガ,負數ニ於テモ,成リ立ツコトダケヲ確ムレバ可ナルモノヲ,斯クノ如ク絮説スルハ,必要ナキコトナルノミナラズ,徒ニ生徒ヲ苦ムルニ終ル處アリ. 依リテ,本書ハ最モ簡潔ニ事實ヲ言ヒ表スニ止メタリ(第41條,上卷44頁,第51條,上卷52頁).

練習問題 第十二集答.

- (頁)
40] 1. $+6\frac{1}{2}$. 2. $+1\frac{2}{3}$. 3. 0.
4. $-\frac{9}{35}$. 5. +27. 6. 0.
7. $-\frac{7}{12}$. 8. $-5\frac{5}{6}$. 9. 0.
10. $+4\frac{1}{3}$. 11. +16. 12. -271.

練習問題 第十三集答.

- 41] 1. -11. 2. +30. 3. +1.
4. $2\frac{1}{5}$. 5. -4. 6. $+\frac{1}{3}$.
7. $-37\frac{15}{17}$. 8. +26. 9. 0.
10. $-\frac{5}{16}$. 11. 0. 12. -1.

練習問題 第十四集答.

- 47] 1. 9. 2. $-4\frac{29}{30}$. 3. 0.
4. $2a-4b-3c+d$.
48] 5. $\frac{3}{8}x - \frac{1}{4}y$. 6. $x+y+z+u-4v$.

(頁)

- 48] 7. $-26x+14y$. 8. $33ac+12bc-12ab$.
9. $-9a-12b+12c$.

練習問題 第十五集答.

- 52] 1. -10 . 2. $-\frac{1}{4}$. 3. 0 .
4. $+\frac{2}{3}$. 5. -11 . 6. $-2\frac{4}{5}$.
7. $+1\frac{1}{18}$. 8. 0 .

練習問題 第十六集答.

- 53] 1. $\frac{1}{2}$. 2. -32 . 3. $-\frac{1}{96}$.
4. $-\frac{7}{48}$. 5. $-32a^5$. 6. $-a^{20}$.
7. $a^3b^3c^3x^2y^2z^2$. 8. $-\frac{2}{3}a^{17}$.
9. $-5ax+10bx+15cx$.
10. $\frac{kx}{2}+\frac{ky}{3}+\frac{kz}{4}$. 11. $2+x-x^2$.
12. $12-7x+x^2$. 13. $-2x^2+2$.
14. $-12-7x+12x^2$. 15. $9x^2+\frac{135}{14}x-1$.
16. $-5x^2+17x-6$.

練習問題 第十七集答.

(頁)

- 56] 1. -43 . 2. 0 . 3. -66 .
4. -36 . 5. $\frac{5}{9}$. 6. $-2\frac{1}{2}$.
7. $-3\frac{1}{2}$. 8. $1\frac{1}{6}$. 10. $\frac{3}{5}$. ($A=\frac{3}{4}$)
11. $0, -2, +3$.

第四篇 一次方程式

一次方程式ヲ成ルベク早ク授クル事ニ付テハ、最早、今日之ガ是非ヲ論ズルノ要ナカルベシ。サリトテ負數ヲ授ケザルニ先チ、之ヲ授ケンガ、解決ヲナスニ當リ、常ニ、負數ガ入り來ラヌ様ニセントテ大ナル思慮ヲ費スノ必要ヲ生ズ。此ノ如キハ、眞ニ徒勞ト謂ハザルベカラズ。乃チ、本書ニ於テハ、負數ヲ説キタル後、代數式ノ四則ニ入ルニ先チテ、一次方程式ヲ説ケリ。今本篇ニ於テ、特ニ注意セル點ヲ述ブレバ次ノ如シ：

1. 多クノ教科書ニ於テハ、恒等式ヲ以テ、直ニ、
‘等式ノ兩邊ガ其含ム所ノ文字ノ値ニ拘ラズ、
相等シキモノ’トナセリ。斯ク、一言ニ言フモ
ノノ、限ナキ値ヲ、一一其含ム所ノ文字ニ當テ
嵌メテ見ルコトハ、全然不可能ナルコトナレ
バ、到底漠然タルヲ免レズ。依テ本書ハ之ヲ
明確ニセリ(第56條、上卷57頁)。

2. 方程式ノ解決ニ於テ、生徒ノ最モ誤リ易キ
コトハ、原方程式ヨリ、之ト同値ナラザル方程
式ヲ誘導シ、而モ、其同値ナラザルコトヲ知ラ
ザルコトナリ；而シテ此誤リハ、普通公理ト稱
スルモノヲ方程式ノ解決ニ亂用スルニ基ク。
抑々、方程式ノ兩邊ハ一般ニ相等シキモノニ
アラズ、其兩邊ノ相等シクナルベキ條件ヲ
求ムルコトガ、方程式解決ノ主タル問題タル
ナリ。今普通公理ヲ方程式ニ適用シタル結
果ト原方程式トハ、其兩邊ガ相等シクナルベ
キ條件ニ於テ必ズシモ同ジカラズ(實ニ其條
件ヲ異ニスルコト、決シテ少ナカラザルナリ)。
乃チ、本書ニ於テハ、普通公理ヲ掲ゲズ、其代リ
ニ方程式ノ解決ニ必要ナル定理ヲ、最モ適切
ナル例ニ就キテ、簡明ニ説示スルコトトセリ
(第61—63條、上卷60—63頁)。
3. 方程式ノ應用問題解法ノ例ヲ示ス場合ニ
於テハ、方程式ノ立テ方ト、解答トノミヲ示シ、
方程式ノ解法ハ之ヲ略セリ。是レ、應用問題
解法ノ要點ヲ一層明瞭ニ示サンガ爲ニシテ、

方程式ハ生徒ヲシテ之ヲ解カシムトモ、可ナルモノナレバナリ。

4. 應用問題解法ヲ一通リ説明シタル後、特ニ注意スベキ事項ヲ一括シテ示シタリ(第66條、上卷68頁)。是等ノ事項ハ、應用問題ノ解キ方ヲ示ス傍ニ注意シテモヨキ事ナレド、斯クテハ生徒ヲシテ、一時ニ種種ノコトニ配慮セシメ、注意ヲ散漫ナラシムル虞アルヲ以テ、先ヅ解法ノ一通リヲ説キタル後ニ、之ヲ示スコトシタルナリ。
5. 一次ノ聯立方程式(并ニ、二次ノ聯立方程式)ノ解法ニ於テハ、計算ノ排列法ヲ整頓シ、最モ簡單ニシテ、而カモ最モ明瞭ナラシメタリ(第71條參照、上卷78頁)。
6. 二元一次方程式ノ解キ方ヲ示ス場合ニハ、先ヅ最モ普通ナル仕方(加減法)ヲ説明シ(第70條、上卷76,77頁)、之ガ練習ヲ終リタル後、時ニ用キルコトアル別法二種ヲ説キタリ(第74條、上卷82頁)。是レ、他書ニ於ケルガ如ク、種種ノ方法ヲ一度ニ説ケバ、生徒ヲシテ多岐ニ迷ヒ、輕

重ヲ誤ラシムル虞アルヲ認メタルニ依ル。

6. 本篇ニ於テハ、既知數ハ數字ニテ示シタル方程式ノミヲ授ケ、文字ニテ示シタルモノハ、之ヲ省ケリ。是レ、後者ハ其解法ニ因數分解ヲ應用スベキ場合多キヲ以テ、因數分解ヲ授ケタル後ニ廻シタルナリ。

練習問題 第十八集答.

- | | | | | |
|-----|--------------------|------------------|-------------------|--------------------|
| (頁) | 1. | 2. | 3. | 4. |
| 64] | 3. | -4. | -6. | 0. |
| 65] | 5. | 6. | 7. | 8. |
| | 0. | $\frac{3}{4}$. | $\frac{1}{13}$. | -2. |
| | 9. | 10. | 11. | 12. |
| | $5\frac{4}{9}$. | -8. | 5. | -5. |
| | 13. | 14. | 15. | 16. |
| | $-\frac{62}{25}$. | 12. | $2\frac{2}{3}$. | 1. |
| | 17. | 18. | 19. | 20. |
| | $\frac{2}{3}$. | $-\frac{5}{4}$. | $4\frac{1}{2}$. | $-\frac{22}{19}$. |
| | 21. | 22. | 23. | 24. |
| | -1. | -16. | $1\frac{4}{19}$. | -2. |
| | 25. | | | |
| | 0. | | | |

練習問題 第十九集答.

- (頁)
69] 1. 21. 2. 420. 3. 38, 18.
4. 15, 10. 5. 20, 5. 6. 22, 9.
7. 14. 8. 420. 9. 55, 45.
10. $33\frac{1}{3}$, $13\frac{1}{3}$. 11. 24, 12.
70] 12. 20圓. 13. 甲, 25圓; 乙, 15圓.
14. 甲, 18圓75錢; 乙, 31圓25錢.
15. 甲, 30圓; 乙, 15圓; 丙, 20圓.
16. 甲, 22圓50錢; 乙, 2圓75錢; 丙50圓.
17. 男, 20錢; 女, 8錢; 小兒, 4錢.
71] 18. 5年後. 19. 35歲.
20. 父, 42歲; 子, 12歲.
21. 甲, 25圓; 乙, 35圓; 丙, 40圓.
22. 甲, 23圓50錢; 乙, 25圓50錢;
丙, 27圓50錢; 丁, 23圓50錢.
23. 長子, 1000圓; 次子, 500圓; 末子, 250圓.
24. 五圓金貨, 20箇; 拾圓金貨, 4箇;
二拾圓金貨, 4箇.

- (頁)
72] 25. 5時 $27\frac{3}{11}$ 分. 26. 9時 $32\frac{8}{11}$ 分.
27. 酒精, 8斗5升; 水, 3斗5升.
28. 1500人. 29. 28日.
30. 甲口, 100圓; 乙口, 100圓.
31. $1\frac{5}{12}$ 分遅ル.
73] 32. 225平方寸. 33. 7哩.
34. 65錢.
35. 3圓.
(解) 膳部一人前ヲ x 圓トスレバ24人前
ノ原價ハ $\frac{24x}{1+0.125}$ 圓ナリ.
故ニ $\frac{24x}{1+0.125} = 21x + 1$.
(別解) 膳部一人前ノ原價ヲ x 圓トスレ
バ, 1人前ノ價ハ $1.125x$ 圓ナリ.
故ニ, $24x = 1.125x \times 21 + 1$.
而シテ求ムル所ノ答ハ $1.125x$ 圓.
36. 15日.
74] 37. 8日.

74] 38. 480人.

(解) 厚サ3人ナル方陣ノ外側一邊ヲ x 人トセバ,此方陣ノ人数ハ $x^2 - (x - 2 \times 3)^2$ 他ノ方陣ノハ $(x - 2 \times 3)^2 - (x - 2 \times 8)^2$, ナリ. 故ニ $x^2 - (x - 2 \times 3)^2 = (x - 2 \times 3)^2 - (x - 2 \times 8)^2$. 而シテ求ムル所ノ答ハ $x^2 - (x - 16)^2$ 人.

39. 甲, 的中12, 空射18; 乙, 的中, 24, 空射6.

40. 72歩.

(解) 大人ガ x 歩ニテ小兒ニ追ヒ付クトセヨ. 然レバ,此間ニ小兒ハ $\frac{3}{2}x$ 歩スベシ. 題意ニ依リテ,大人ノ x 歩ト小兒ノ $(60 + \frac{3}{2}x)$ 歩ト,其距離相等シ.

$$\text{故ニ, } 60 + \frac{3}{2}x = \frac{7}{8}x.$$

練習問題 第二十集答.*

- 79] 1. 3, 2. 2. -2, -1. 3. 2, -1.
4. 5, 3. 5. 11, 8. 6. 1, 1.

* 聯立方程式ノ答ハ,未知數ノ文字ノ順ニ示セリ. 例ヘバ,本集1ノ答3, 2ハ $x=3, y=2$ ノ略ナリ. 生徒ニハ,勿論此ノ如キ畧式ニ依ラシムベカラズ.

(頁)

79] 7. $1\frac{3}{4}, \frac{1}{2}$. 8. $-54\frac{3}{8}, 1\frac{3}{8}$. 9. 1, 1.

10. 5, -3.

80] 11. $3\frac{2}{7}, 6\frac{5}{7}$. 12. 2, 5. 13. 5, 3.14. $7\frac{1}{2}, 9$. 15. 5, 2. 16. $\frac{207}{224}, 1\frac{201}{224}$.17. 8, 16. 18. $-16\frac{1}{2} \cdot (x = \frac{1}{17}, y = \frac{7}{34})$.

練習問題 第二十一集答.

81] 1. 1, 3. 2. 7, 5. 3. 3, 2.

4. $1\frac{1}{23}, -1\frac{17}{24}$. 5. $1, -\frac{1}{4}$.

練習問題 第二十二集答.

84] 1. 14, 10, 4. 2. -3, 3, 1.

85] 3. $8\frac{5}{7}, 3\frac{1}{7}, 3$.

4. 不能,即チ三方程式ニ共通ノ解答ナシ.

(解) 是レ,第一方程式ト,第二トヨリハ $y + 2z = -1$, 又第一ト第三トヨリハ $y + 2z = 2$ ガ得ラルルニ依ル.

- (頁)
85] 5. $-\frac{1}{2}, \frac{4}{15}, \frac{7}{30}$. 6. 3, 1, -1.
7. 3, 0, -2. 8. $-1\frac{51}{61}, -\frac{24}{61}, 1\frac{27}{61}, 1\frac{35}{61}$.

練習問題 第二十四集答.

- 87] 1. 甲, 20 圓; 乙, 30 圓.
3. 牛, 125 圓; 羊, 25 圓.
4. 荷車, $\frac{2}{3}$ 噸; 馬車 $1\frac{1}{2}$ 噸.
88] 5. 甲, 40 日; 乙, 120 日.
6. $\frac{3}{5}$. 7. $\frac{2}{3}$.
8. 上卷, 240 頁; 下卷, 360 頁.
9. 甲, 22 圓; 乙, 26 圓. 10. 7 圓 30 錢.
89] 11. 480 平方尺. 12. 24 日.
13. 3 分 5 厘利ノ方 24 枚; 4 分利ノ方 9 枚.
15. 12, 24, 36, 48.
16. 甲, 450 圓; 乙, 225 圓; 丙, 237 圓 50 錢.
丁, 87 圓 50 錢.
90] 17. 48. 18. 72. 19. $\frac{31}{43}$.
20. 甲, 20 町步; 乙, 25 町步.

- (頁)
90] 22. 50 錢貨幣, 4 枚; 20 錢貨幣, 4 枚;
10 錢貨幣, 12 枚.
21. 37 錢 5 厘.
91] 23. $17\frac{1}{2}$ 「フラン」.
24. 50 點.

(解) 受験者ノ人数ヲ x , 及第點數ヲ y ト
シ, 總受験者ノ得點數ヲ相等シト置ケ
バ

$$\frac{x}{4} \times \frac{y}{2} + \frac{3}{4} x(y+1) = x(y+2),$$

$x \neq 0$ ナルヲ以テ, 此兩邊ヲ x ニテ割レバ

$$\frac{y}{8} + \frac{3}{4}(y+1) = y+2.$$

25. 甲, 4 斗; 乙, 3 斗 5 升; 丙, 2 斗 4 升.

第五篇 整 式

本篇ニ於テハ、整式ノ四則、配分定則ニ關スル範式ノ應用、其逆問題タル整式ノ因數分解、最高通因數、最低通倍數ヲ一括シテ論ジ、整式ニ關スル一切ヲ網羅セリ。今特ニ注意セル點ヲ述ブレバ次ノ如シ：

1. 整式ノ四則ニ關スル計算ノ仕方ノ説明ハ他書ト異ナリ、最モ簡潔ナラシメタリ。
2. 整式ノ割り算ハ、豫メ主タル文字ヲ定メ、之ニ着目シテ行フノ必要ナルニ拘ラズ、從來ノ教科書ニ於テハ、此事ヲ明白ニ説ケルモノ尠シ。本書ニ於テハ、適當ナル例ニ就キテ、其必要ナル理由ヲ説示シ(第91條、上卷104頁)、特ニ此事ノ大切ナルコトヲ注意セリ(第92條、上卷105頁)。

3. 同文字ニ就キテノ一次式ニツノ積ヲ配分スルコトハ、實際ニ遭遇スルコト、甚ダ多キモノナリ、而シテ生徒ハ大概普通ノ掛ケ算ニ依リテ之ヲ行ハドモ、此ハ好マシキコトニアラズ。乃チ、本書ニ於テハ、其最モ大切ナル場合ニ就キ、一範式ヲ示シ(第94—98條、上卷107—112頁)、且ツ其練習問題ヲ掲ゲ、生徒ヲシテ、適當ニ範式ヲ適用セシメンコトヲ期セリ。
4. 數ニ關スル理論ノ發達ニ伴ヒ、無理數ノ定義、其計算法等ヲ嚴密ニ説カンコトヲ試ミルモノ近來増加シ來レリ、然レドモ、是レ、當然高等數學ニ屬スベキ高尙ナル事項ナレバ、初等數學ニ於テハ、未ダ十分ニ説キ得タルモノヲ見ズ。到底十分ニ説キ得ザルノミナラズ、之ヲ説クガ爲、却テ、生徒ヲシテ疑惑ノ念ヲ生ゼシメ、左ナキダニ、計算ニ未熟ナル者ヲシテ、益益困難ヲ感ゼシム、實ニ害ハ有ランモ益ハ有ルコトナシ。仍テ本書ニ於テハ、其事實ノミヲ簡明ニ説示スルニ止メタリ(第102條、上卷115頁)。

5. 無理式ト無理數トハ、之ヲ混同スルモノ多キヲ以テ、其區別ヲ簡明ニ説示セリ(第103條、上卷116頁)。
6. 整式ノ因數分解ニ於ケル、因數ナル語ハ、狹義ニ解釋スベキモノニシテ、普通ノ因數ナル語トハ、必ズシモ同意義ナラザルニ、從來、此區別ヲ明カニセルモノ尠ナシ。本書ニ於テハ、整式ノ因數分解トイフコトニ、明確ナル定義ヲ下シ(第104條、上卷117頁)、尙ホ、重ネテ適當ナル例ニ就キテ、此區別ヲ注意シ(第112條ノ注意、上卷128頁)、以テ因數分解ニ於ケル因數ナル語ト普通ノ因數ナル語トノ區別ヲ明カニシタリ。
7. 因數分解ハ代數計算上、其應用極メテ廣キモノナレバ、普通ニ起ル凡テノ場合ノ型ヲ一説示シ、生徒ヲシテ、十分ニ之ヲ活用セシメンコトヲ期セリ。
8. 多項式ヲ取扱フニハ、必ズ、先ヅ、單項因數アリヤ否ヤヲ檢シ、若シアラバ之ニテ其多項式ヲ括ルベシ。斯クスレバ手數ヲ省キ得ル

- 尠カラザルニ、生徒ハ之ニ注意ヲ拂フコト少ナシ。本書ニ於テハ、此弊ヲ救ハンガ爲、各種ノ場合ニ於ケル因數分解ノ練習問題ニハ、大概單項因數ヲ有セシムルコトトセリ。
9. 二次三項式ノ視察ニ依ル因數分解ハ、實際上、最モ簡單ナル方法ヲ採用セリ(第109, 110條、上卷122-124頁)。
 10. 普通、視察ニ依ル因數分解法ノ種種ノ場合ノ外、一般因數分解ニ關スル重要ナル注意ヲ與ヘタリ(第112條、上卷127頁)。
 11. 因數分解ノ結果ハ種種ノ形ニ書キ表サルルコトヲ示シ(第114條、上卷128, 129頁)、別方面ヨリ、因數分解ノ意義ヲ明確ニスルト同時ニ、結果ノ正否ハ、機械的ニ、外形ノミニヨリテ、判ズベカラザルコトニ注意セシメタリ。
 12. 既知數ガ文字ナル方程式ノ解答ニ就キテ、細論スルガ如キハ、此程度ニ於テ望マレヌコトナレバ、一般ノ場合ニ於テ、既知數間ニ存在スベキ必要ナル條件ヲ一一明記シ置キテ、問題ヲ限定スルヲ可シトス。是レ、問題ヲ狹ク

限リテ簡單ナラシムルノミナラズ、生徒ヲシテ、疎慢ノ取扱ヲ爲スノ惡習慣ニ陥ラシムルコトヲ防止シ得ベケレバナリ。例ヘバ、方程式(練習問題第四十一集, 5, 上卷 132 頁)

$$(x-a)(x-b) + (a+b)^2 = (x+a)(x+b),$$

ヲ解ケバ一般ニ $x = \frac{a+b}{2}$, ヲ得。

サレド、 $a+b=0$, ナル場合ニハ、 $x = \frac{0}{2} = 0$, ナリトイヘバ、是レ正シカラズ。何トナレバ、上ノ一般ノ答ハ $a+b \neq 0$ トシテ、始メテ得ラルルモノナレバナリ。實ニ $a+b=0$, ナラバ、原方程式ハ恒等式トナリ、 x ハ任意ノ値ヲ有シ得ルニ至ルナリ。此ノ如クナルヲ以テ、何等ノ條件ヲ附セザレバ

$$\begin{cases} a+b \neq 0, \text{ ナラバ } x = \frac{a+b}{2}; \\ a+b = 0, \text{ ナラバ, } x \text{ ハ 任意.} \end{cases}$$

ト答ヘザルベカラズ。而カモ、生徒ハ只漫然原方程式ヲ簡單ニシテ得ラルル方程式、

$$2(a+b)x = (a+b)^2,$$

ノ兩邊ヲ $2(a+b)$ ニテ割リ、 $x = \frac{a+b}{2}$, ヲ得、之ヲ

a, b ノ値ニ拘ラズ正シキモノノ如ク誤解シ居ルガ常ナリ。本書ハ、此ノ如キ面倒ヲ省キ、且ツ、此ノ如キ誤解ヲ除カンガ爲、一般ナル場合ニ於テ、既知數間ニ存在スベキ條件ヲバ一一明記スルコトトセリ(練習問題第41集, 上卷 132 頁參照)。一次方程式ニ限ラズ、凡テ必要アル場合ハ皆之ニ準ズ。

13. 代數式ガ整式ナリヤ否ヤハ、其係數ニハ無關係ナルコトヲ説クニ拘ラズ、多クノ教科書ニ於テ、二ツ以上ノ整式ノ最高通因數ノ係數トシテ、必ズ原諸式ノ係數ノ最大公約數(一般ニ)ヲ附シ、最低通倍數ノ係數トシテ、必ズ原諸式ノ係數ノ最小公倍數(一般ニ)ヲ付スベキモノノ如ク述ブルハ、決シテ正シキモノニアラス(但シ、計算ノ便宜上、之ヲ約束スルハ此限リニアラズ)。依テ本書ニ於テハ、係數ハ任意ノ常數トシ、之ニ何等ノ制限ヲ加ヘズ、依テ以テ整式ナル語ノ意義ヲ前後一貫セシメタリ。

14. 他書ニハ、算術ニ於ケル、二數ノ最大公約數ト最小公倍數トノ積ハ其二數ノ積ニ等シト

イヘル定理ヲ、其儘整式ニ當テ箴メ、二ツノ整式ノ最高通因数ト最低通倍数トノ積ハ、其二ツノ整式ノ積ニ等シトスルモノアレドモ、是レ誤レリ。例ヘバ、 $5x^2y$ ト $3xy^2$ トノ最高通因数ハ kxy (k ハ常數); 又其最低通倍数ハ $k'x^2y^2$ (k' ハ常數)ニシテ、其積 $kk'x^3y^3$ ハ、必ズシモ原二式ノ積即チ $15x^3y^3$ ニ等シカラズ。本書ニ於テハ、是等ノ點ニ就キテモ、最モ簡單嚴密ニ之ヲ説キタリ(第128條、上卷147頁)。

練習問題 第二十四集答。

(頁) 94]

- | | |
|----------------------|----------------------------|
| 1. $-2a.$ | 2. $2a^2 + 2ab + 2b^2.$ |
| 3. $a + b + c.$ | 4. $-x^2y - 2xy^2 - 5y^3.$ |
| 5. $5x^3 - 4x + 15.$ | 6. $x^3 + 7ax^2 - 5a^3.$ |

練習問題 第二十五集答。

- 96] 1. $-\frac{4}{3}a + \frac{3}{2}b - \frac{1}{6}c.$ 2. $-2x_2 + 10x - 9.$
3. $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}y^2.$ 4. $3x^3 + x^2y - 2xy^2 - 7y^3.$
5. $-2x^3 - 6x^2y.$ 6. $-3x^3 + 3x - 1.$

練習問題 第二十六集答。

(頁) 99]

1. $x^4 - 7a^2x^2 + 6a^3x.$
2. $x^5 + 2x^4 + x^3 + 5x^2 + 7x + 2.$
3. $x^5 - x^3 + 5x^2 - 5x + 2.$
4. $x^4 + x^2y^2 + y^4.$ 5. $a^8 + a^7b + b^8.$
6. $3x^5 - 16x^4y + 39x^3y^2 - 53x^2y^3 + 42xy^4 - 15y^5.$
7. $2x^5 + 3x^4y - 3x^3y^2 + x^2y^3 + 7xy^4 + 2y^5.$
8. $3a^4 - 5a^3b - 12a^2b^2 - ab^3 + 3b^4.$
9. $3x^4 - 2x^3y - 11x^2y^2 - 2xy^3 + 3y^4.$
10. $5x^5 + 16x^4y - 8x^3y^2 + 8x^2y^3 + 3xy^4.$
11. $x^7 - 14x^6y + 49x^5y^2 - 9x^3y^4.$
12. $6x^6 + 7x^5 - 54x^4 + 76x^3 - 74x^2 + 35x - 12.$
13. $3a^6 + 8a^5 - 19a^4 + 36a^3 - 53a^2 + 58a - 24.$
14. $\frac{3}{4}x^4 - x^3y - \frac{11}{16}x^2y^2 + xy^3 - y^4.$
15. $3x^4 - 7\frac{5}{6}x^3y + 143\frac{71}{144}x^2y^2 + 8\frac{1}{6}xy^3 - 3y^4.$

練習問題 第二十七集答。

- 103] 1. $-2x^2 + x + 2.$ 2. $-2x^3 + 3x^2 - x + 2.$

- (頁)
103] 3. x^2+x+2 . 4. x^2-x+1 .
5. x^2-x+2 . 6. $2x^2+x+1$.
7. $-x^4-2x^3-2$. 8. $1+x-x^2$.
9. x^4-3x^2+4x+1 . 10. $1+2x+3x^2$.
11. $1+2x+3x^2+4x^3$. 12. $5-3x+2x^2$.
13. $-3x^2+3x+1$. 14. x^3+2x^2+3x-1 .
15. $4x^4-11x^3+5x^2-11x+8$.
16. $1-x+x^3-x^4+2x^5$.

練習問題 第二十八集答.

- 106] 1. $55y^4, \frac{55}{16}x^4$.
2. $20ab^4-8b^5, -20a^4b+8a^5$.
3. -9 . 4. 21 .
7. $p=8, q=-3$. 8. $a=1, c=2$.

練習問題 第二十九集答.

- 108] 1. $x^2+15x+56$. 2. $x^2+\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}$.
3. $y^2+4\frac{1}{4}y-3\frac{3}{4}$. 4. $a^2-13a-30$.
5. $x^2-\frac{11}{30}x+\frac{1}{30}$. 6. $b^2+2b-143$.

- (頁)
108] 7. $z^2-70z+1000$. 8. $b^2+\frac{1}{110}b-\frac{1}{110}$.
9. $k^2+28k+147$. 10. $x^2-8\frac{1}{3}x-6$.

練習問題 第三十集答.

- 108] 1. $6x^2+13x+6$. 2. $5x^2-x-4$.
3. $4x^2+4ax-24a^2$. 4. $6x^2-17xy+7y^2$.
5. $6y^2+7by-20b^2$. 6. $12m^4-m^2-6$.
109] 7. $\frac{1}{12}x^2-\frac{25}{144}xy+\frac{1}{12}y^2$. 8. $56x^2-2\frac{1}{56}x+\frac{1}{56}$.
9. $3k^2-10k+3$. 10. $42n^4-38n^2+\frac{5}{2}$.
11. $9x^2+12x+4$. 12. $25x^2-\frac{1}{4}$.

練習問題 第三十一集答.

- 109] 1. $4a^2+4ab+b^2$. 2. $16x^3+24x+9$.
3. $9x^2-6ax+a^2$. 4. $25x^2-30kx+9k^2$.
5. $4a^4-12a^3b+9a^2b^2$. 6. $9x^2y^2-12xy^3+4y^4$.
7. $16x^4-56x^2y^2+49y^4$. 8. $16x^2+2\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}$.
9. $\frac{1}{4}x^2-\frac{2}{3}xy+\frac{4}{9}y^2$. 10. $\frac{1}{4}x^2+x+1$.
11. $144x^2-264ax+121a^2$.

- (頁)
118] 3. $a^2(2a-3b)^2$. 4. $(3a^2+4b^2)^2$.
5. $\frac{1}{2}a(2x+y)^2$. 6. $5a(a^2-b)^2$.
7. $bx(2ax+by)^2$. 8. $(5a^2-3b^2y)^2$.
9. $3a^3(a-5b^3)^2$. 10. $-y(x-2y)^2$.
11. $-4a^2(x-1)^2$. 12. $xy(x-2y)^2$.

練習問題 第三十六集答.

- 120] 1. $(a+3)(a-3)$. 2. $b(5a+b)(5a-b)$.
3. $(4x+3y)(4x-3y)$. 4. $2a(4a+7b)(4a-7b)$.
5. $\frac{1}{3}b^2(2a+9b)(2a-9b)$.
6. $(2ab+3c)(2ab-3c)$. 7. $2a(2b+3a)(2b-3a)$.
8. $\frac{1}{6}x(2y+3x)(2y-3x)$.
9. $2(1+10b)(1-10b)$.
10. $ab(3a+7b)(3a-7b)$.
11. $7ab(c+ab)(c-ab)$.
12. $(ab+6xy)(ab-6xy)$.
13. $7a^5(1+2a^2)(1+\sqrt{2}a)(1-\sqrt{2}a)$.
14. $x(x^2+25y^2)(x+5y)(x-5y)$.

- (頁)
120] 15. $a^2(9a^2+4b^2)(3a+2b)(3a-2b)$.
16. $x^2(x^4+y^4)(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$.
17. $\frac{1}{8}a^2(a^4+16b^4c^4)(a^2+4b^2c^2)(a+2bc)(a-2bc)$.
18. $(a+b+2c)(a+b-2c)$.
19. $2(3x-3y+2)(3x-3y-2)$.
20. $4xy$. 21. $3(a+b)(a-b)$.
22. $xy(2x-y)$. 23. $12a(a+b)(2a-b)$.
24. $x^2(5x+y)(x+5y)$. 25. $ab(a+b)^2(a-b)^2$.
26. $(4a+4b-3c)(2a-2b-c)$.
27. $-4(a-b+c)(b-2c)$.
28. $8x(x+1)^2(x-1)$.
29. 2713200. 30. 20138643.

練習問題 第三十七集答.

- 121] 1. $a(a-2b)(a^2+2ab+4b^2)$.
2. $\frac{1}{2}x(2a+b)(4a^2-2ab+b^2)$.
3. $\frac{1}{5}x^2(a-5x)(a^2+5ax+25x^2)$.
4. $4c(a+2b)(a^2-2ab+4b^2)$.

- (頁)
121]
5. $3\left(xy + \frac{1}{3}a\right)\left(x^2y^2 - \frac{1}{3}axy + \frac{1}{9}a^2\right).$
6. $(2a^2b^2 + x^2)(4a^4b^4 - 2a^2b^2x^2 + x^4).*$
7. $x(2y-x)\left(y^2 + \frac{1}{2}xy + \frac{1}{4}x^2\right).$
8. $\frac{1}{3}ab^2(3a-b)(9a^2 + 3ab + b^2).$
9. $5bc(2a-bc)(4a^2 + 2abc + b^2c^2).$
10. $\frac{1}{2}(a+2)(a-2)(a^2 + 2a + 4)(a^2 - 2a + 4).$
11. $x^3(x^2 + ab)(x^2 - ab)(x^2 + abx + a^2b^2)(x^2 - abx + a^2b^2).$
12. $\frac{1}{8}(2+ax)(2-ax)(4+2ax+a^2x^2)(4-2ax+a^2b^2).$
13. $x^3(x+y)(x^2+5xy+7y^2).$
14. $9(x+y)(x^2+xy+y^2).$
15. $4(x-y)(7x^2-2xy+7y^2).$
16. $(x+y)(7x^2-13xy+7y^2).$

*此第二ノ因数ハ、第112條、例4ニ倣ヘバ、更ニ次ノ如ク
ニツノ因数ニ分解スルコトヲ得:

$$(2a^2b^2 + \sqrt{6}abx + x^2)(2a^2b^2 - \sqrt{6}abx + x^2).$$

練習問題 第三十八集答.

- (頁)
123]
1. $(x+1)(x+3).$ 2. $2(x-2)(x-4).$
3. $x(x-5)(x-3).$ 4. $(x+4)(x+6).$
5. $-(x-2)(x-9).$ 6. $(r+4a)(x+5a).$
7. $2a(x+3)(x-1).$ 8. $(ar+5)(ax-1).$
9. $3a(x+3a)(x-2a).$ 10. $x(x-3c)(x+2c).$
11. $b(x+7b)(x-5b).$ 12. $(ar+2b)(ax-5b).$
13. $(x+\sqrt{7})(x-\sqrt{7})(x^2+2).$
14. $(x-12y^2)(x+11y^2).$ 15. $(x+6abc)(x+12abc).$
16. $3y(x^2-12y)(x^2+7y).$ 17. $2x(10-ax)(15-ax).$
18. $ax^2(x+15y)(x-10y).$ 19. $(x+20a^2)(x-9a^2).$
20. $-(ax-13)(ax+12).$ 21. $(x-16)(x-15).$
22. $a(8+x)(25-x).$ 23. $x(x-18)(x-16).$

練習問題 第三十九集答.

- 126]
1. $(3x-1)(x-3).$ 2. $2x(3x-2)(x-5).$
3. $a(2x+3a)(x+4a).$ 4. $(2-a)(1+2a).$
5. $xy(3x-2y)(x+3y).$ 6. $(4ax-3)(ax+1).$
7. $(\sqrt{5}x + \sqrt{3}y)(\sqrt{5}x - \sqrt{3}y)(x + \sqrt{7}y)$
 $(x - \sqrt{7}y).$

- (頁)
126]
8. $2b(3ax-4b)(ax+5b)$.
 9. $a(7ax+9)(ax-6)$. 10. $(5x-8)(x-6)$.
 11. $(7x-9)(x+12)$. 12. $(9x^2-5y)(x^2+15y)$.
 13. $(4x-3)(x+6)$. 14. $2(2x-3y)(2x+5y)$.
 15. $2a(6x-5y)(x+10y)$.
 16. $(7x-3)(x+18)$. 17. $3x(4x+5)(2x-5)$.
 18. $(2x+3y)(2x-3y)(3x+2y)(3x-2y)$.
 19. $x^2y(3x-2y)(5x+2y)$.
 20. $(2x+3y^2)(12x-7y^2)$.
 21. $2x(2x-1)(4x^2+2x+1)(x-\sqrt[3]{3})$
 $(x^2+\sqrt[3]{3}x+\sqrt[3]{9})$.
 22. $(5x-3)(25x^2+15x+9)(x+1)(x^2-x+1)$.

練習問題 第四十集答.

- 129]
1. $(4a^3+25xy^2)(4a^3-25xy^2)$.
 2. $5(3+2x)(9-6x+4x^2)$.
 3. $(a+b+2c-2d)(a+b-2c+6d)$.
 4. $(a+b)(a+b-6c)$.
 5. $5(x-2y+2z)(x^2+2xy-2xz+4y^2+4z^2-8yz)$.
 6. $8xy(x^2+y^2)$.

- (頁)
130]
7. $x(x-y)\left(x+\frac{1}{4}y\right)$.
 8. $x\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x+\frac{2}{3}\right)$. 9. $5(3x+2y)(2x-3y)$.
 10. $(ax+by)(x+y)$. 11. $\left(x+\frac{1}{a}\right)(x+a)$.
 12. $xy(x+2y)(x-2y)(x+3y)(x-3y)$.
 13. $(x+1)^3(x-1)^3$. 14. $(bx+ay)(ax-by)$.
 15. $(x+a-b)(x-a+b)$. 16. $(x+y-5z)(x+y-2z)$.
 17. $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+x+y+1)$.
 18. $(x^2+x+1)(x^2-x-1)(x^2+\sqrt{3}x+1)$
 $(x^2-\sqrt{3}x+1)$.
 19. $(2x-3)(x+1)(x+1)$.
 20. $(x+1)(ax^2-ax+a+b)$.
 21. $(bx+a)(x^2+1)$.
 22. $(x+1)(x-1)(y+1)(y-1)$.
 23. $(x-y)(x+y+z)$. 24. $2b(a-b)$.
 25. $x(x^2+5x+1)(x^2-5x+1)$.
 26. $(x^2+y^2-3xy)(x^2+y^2+3xy)$.
 27. $(x^2+3xy-y^2)(x^2-3xy-y^2)$.
 28. $(1-ax)(1+ax+bx^2)$.
 29. $(a+b-c-d)(a-b-c+d)$.

- (頁)
130] 30. $(a+b+c+d)(a-b+c-d)$
 $(a+b-c-d)(a-b-c-d).$
31. $(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c).$
32. $(2x+4y-z)(x-2y+3z).$
33. $(3x+2y+1)(x-y+2).$
34. $(x+5)(x-1)(x+3)(x+1).$
35. $(x+8)(x-1)(x^2+7x+26).$
36. $(x+2)(x+6)(x^2+8x+10).$

練習問題 第四十一集答.

- 132] 1. $a+b.$ 2. $-\frac{2ab}{a^2+b^2}.$ 3. $0.$
4. $-\frac{a^2+b^2}{2a}.$ 5. $\frac{a+b}{2}.$ 6. $\frac{bc}{a}.$
7. $-\frac{a+b}{2}.$
8. $\frac{a+b+c}{3}.$

$a=b=c$ ナルトキハ原方程式ハ恒等式トナル。即チ x ハ任意ナリ。

9. $a, b.$

(解) 第73條ノ例1 (上巻80, 81頁)ニ倣へ;

- (頁)
132] 然ラザレバ, a, b ガ 0 ナル場合ト, 0 ナラザル場合トヲ區別セザルベカラズ。

10. $2a+b, a+2b.$

(解) 第74條ニ示セル置換法ニ依レ。

11. $a^2+b^2, ab.$

(解) 本集ノ9ヲ見ヨ。

12. $a+b, a-b.$

(解) 本集ノ10ヲ見ヨ。

13. $\frac{2a+b}{2}, \frac{2a-b}{2}.$

(解) 第73條ノ例1 (上巻80, 81頁)ニ倣へ;

然ラザレバ, $a+b, a-b$ ガ 0 ナル場合ト, 0 ナラザル場合トヲ區別セザルベカラズ。

- 133] 14. $a+b, a-b.$

15. $\frac{p(b+c+l)-a(q+r)}{l(a+b+c+l)}, \frac{q(c+a+l)-b(r+p)}{l(a+b+c+l)},$
 $\frac{r(a+b+l)-c(p+q)}{l(a+b+c+l)}.$

(解) 先ヅ三ツノ方程式ヲ加へ合スレハ,

(頁)
133]

$$l+a+b+c \neq 0 \text{ ナルユエ,}$$

$$x+y+z = \frac{p+q+r}{a+b+c+l};$$

之ト原ノ各方程式トニ依リ, 順次ニ,
 x, y, z ノ値ヲ求メヨ.

$$15.^1 \frac{mn+p^3}{(l-m)(l-n)}, \frac{nl+p^2}{(m-n)(m-l)}, \frac{lm+p^2}{(n-l)(n-m)}.$$

(解) 第一, 第三ノ兩方程式ヲ加ヘ合スレバ,
 $l+m+n \neq 0$, ナルユエ, $x+y+z=1$.
之ヲ第三ノ方程式ノ代リニ用キ, 普通ノ仕方ニテ解ケ.

16. $x+y+2z$. 17. $z-x-y$.
18. $-(a+2b+c)$. 19. $-(x+2y-3z)$.
20. $3a-4b+c$.
21. $-(4x^2+y^2+z^2+yz-2zx+2xy)$.
22. $a^2+b^2+c^2-bc-ca+2ab$.
23. $(a-b-c)(a+b-c)(a-b+c)$.
24. $x^4-4x^2yz+7y^2z^2$.
25. $x^4-x^2yz+7y^2z^2$.
26. $3a+b+2c+d$.

練習問題 第四十二集答.*

- (頁)
135] 1. x^2y^2 . 2. abc^2 . 3. $3ab$.
135] 4. $2xy$. 5. $12a^2b^3x^4$. 6. b^5x .
7. xyz^2 8. $2abcx^2$.

練習問題 第四十三集答.*

- 136] 1. $x^2(x-a)^3$. 2. $(a+b)^2$.
3. $a(a^2+b^2)$. 4. $3(a^2+3b^2)$.
5. $4a^2x^2(x+2a)$. 6. $3a^2x^2(a^2-4x^2)$.
7. $x(x+2y)$. 8. $a-b$.

練習問題 第四十四集答.*

- 143] 1. $x-2a$. 2. $4a^2-2a+1$.
3. $x-1$. 4. $2x(x^2+3x+15)$.
5. $x-y$. 6. $7x^2+1$.
7. x^2+3x+1 . 8. x^2-x+7 .
9. $2x^2+x+1$. 10. $x-1$.

*本集ノ答ニ於テハ, 與ヘラレタル群ノ各式ノ係數ノ最大公約數ヲ係數トセリ. 但シ, スグスルコトハ必要ナルニハアラズ(此教師ノ友33頁, 第13項ヲ見ヨ).

(頁)
143] 11. 5, 又ハ $6\frac{1}{5}$.

(解) $x^2+8x+15=(x+3)(x+5)$.

故ニ原二式ノ通因數ガ $(x+3), (x+5)$ ノ
何レカナル様ニ a ヲ定ムベシ.

$x+3$ ノ方ガ通因數ナル様ニスルニハ,
此式ニテ x^2+ax+6 ヲ割リタル剩餘ヲ
零ト置クベシ, 即チ $a=5$ ヲ得.

又 $x+5$ ノ方ガ通因數ナル様ニスルニ
ハ, 此式ニテ x^2+ax+6 ヲ割リタル剩餘
ヲ零ト置クベシ, 即チ $a=6\frac{1}{5}$ ヲ得.

12. $2x+a+b$ 又ハ $a-bx+2c$.

練習問題 第四十五集答.*

- 146] 1. $15x^2yz^3$. 2. $120a^4b^3c^5$. 3. $3a^2bc^3x^3y^5z^2$.
4. $12x^2y(x+y)^2(x-y)$. 5. $12ax^2y^2(x+y)^2(x-y)$.
6. $(x-2y)(x-3y)(x-4y)$.

*本集ノ答ニ於テハ, 與ヘラレタル群ノ各式ノ係數ニ
テ割リタルキ, 整數ノ商ヲ得ベキ最小數ヲ係數トセ
リ. 但シ, 斯クスルコトハ必要ナルニハアラズ(此教師
の友 33 頁, 第 13 項ヲ見ヨ).

練習問題 第四十六集答.*

- (頁)
148] 1. $(2x-1)(3x+2)(7x+1)$.
[148] 2. $xy^2(x^2-4)(x^2-9)$.
3. x^6-a^6 . 4. $2(x^4-1)$.
5. $(x-2)(x+1)(x+2)(x+3)$.
6. $2xy^2(x-y)(x+6y)(x^3+8y^3)$.
7. 原二式, 又ハ
 $6x^4+13x^3-17x^2-7x+2,$
 $18x^4-9x^3-131x^2+155x-26.$

第六編 分數式.

分數式ノ計算ノ原理ハ、既ニ第二篇ニ於テ之ヲ説明シ、更ニ第三篇ニ於テ、負數モ正數ト同一原理ニ遵フモノナルコトヲ説キタレバ、本篇ニ於テハ、單ニ分數式ノ實地計算ノミニ就キテ説明セリ。今特ニ注意セル點ヲ述ブレバ次ノ如シ：

1. 分數化法、分數乗除法、及ビ分數加減法ニ就キ、生徒ガ實地計算上常ニ注意スベキ要項ヲ其各項ノ首ニ一括シテ掲ケ、更ニ例ニ就キテ其實地活用法ヲ示セリ(第132條、上卷、150頁；第133條、上卷、152頁；第134條、上卷、153—155頁)。
2. 普通ノ教科書ニ於テハ、加減法ヲ先ニシ、乗除法ヲ後ニスレドモ、本書ニ於テハ、乗除法ヲ先ニシ、加減法ヲ後ニセリ。是レ、前者ノ計算ノ頗ル簡單ナルニ反シ、後者ノ計算ハ稍面倒ナルヲ以テナリ。

3. 本書ハ、機會アル毎ニ、成ルベク生徒ヲシテ自ラ諸種ノ事項ニ氣付カシメンコトヲ務メタルモノ尠ナカラズ。練習問題、第四十七集ノ4(上卷151頁)ノ如キモ、生徒ヲシテ實地計算上ヨリ、所謂剩餘ノ定理ヲ自ラ證明セシメ、同時ニ多項式ヲ一次式ニテ割リタル商ノ形ニ注意セシメンガ爲ニ加ヘタルモノナリ。

練習問題 第四十七集答.

(頁)

- 151] 1. $x^2+x+3+\frac{2x-3}{x^2+x+1}$.
2. $x^3+x^2-1-\frac{x-1}{x^2-x+1}$.
3. $x+(p-3)y+\frac{(q-3p+8)xy^2-(p-5)y^3}{x^2+3xy+y^2}$.
4. $x^2+(a+p)x+(a^2+pa+q)+\frac{a^3+pa^2+qa+r}{x-a}$.
5. $-\frac{x}{x+4a}$ 6. $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$.
7. $-\frac{x-4}{x+11}$ 8. $\frac{1-4y^2}{1+11y^2}$.

(頁)

151]

9. $\frac{a^2+ax+x^2}{a-ax+x^2}$

10. $\frac{x^2-xy+y^2}{x^2+y^2}$

11. $\frac{x-a}{x-b}$

12. $\frac{y-1}{x+2y+1}$

13. $\frac{2x-7}{4x^2+8x+7}$

14. $\frac{1}{1+x+y-xy}$

15. $\frac{3x-5}{x^2-3x+2}$

16. $\frac{2x^2+3x+7}{x^2-6x+2}$

17. (解) 先ヅ,分母子 = a ヲ掛ケ,サテ adl ノ
代リ = bc ヲ置キ,分母子ヲ因數ニ分解
スレバ, $b(a+c)+(a+b)x$ ニテ約スルコ
トヲ得. 乃チ原分數ハ $\frac{c(a+b)}{a+c}$.

練習問題 第四十八集答.

152] 1. x^3 .

2. $\frac{x^3-6x+5}{x^5-6x+8}$

3. $\frac{a^2+ax+x^2}{a^2-ax+x^2}$

4. $\frac{(x-y-z)^2}{(x-y+z)^2}$

153] 5. $\frac{x^2+y^2}{(x+y)^2}$

6. $2(x+y+z)$

7. $\frac{x^2-4}{x-1}$

練習問題 第四十九集答.

(頁)

156]

1. $\frac{a^2}{(a-2b)^2}$

2. $\frac{4y}{x-y}$

3. $\frac{1}{a}$

4. $\frac{1}{a+2}$

5. $\frac{8(x+6)}{x^4-16}$

6. $\frac{x+3}{x^4-1}$

157]

7. $\frac{4x^2+3}{x^2-1}$

8. $\frac{3-x}{1-x}$

9. $\frac{6}{a(a+1)(a+2)(a+3)}$

10. $\frac{2(x^2+5x+7)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$

11. $\frac{8a^8}{a^8-x^8}$

12. $\frac{24}{x(x^2-1)(x^2-4)}$

13. $\frac{8}{(x-1)(x-3)(x-5)}$

14. $\frac{x}{(x-2a)^2}$

15. $\frac{4x^2y^2}{x^6-y^6}$

16. $\frac{2x^2+2}{x^2-1}$

17. 1.

18. 0.

19. 1.

20. 0.

練習問題 第五十集答.

- (頁)
159] 1. 1. 2. $\frac{2}{y}$. 3. $\frac{x-z}{1+xz}$.
4. 0. 5. 1. 6. $\frac{a-b}{a}$.
7. $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$. 8. $\frac{x+3y}{8xy(x+y)}$.
9. $\frac{xy(x+y)}{x^2+y^2}$. 10. 4.
- 160] 11. 1. 12. $\frac{(x-y)^2}{8x(x+y)^2}$.
13. $\frac{(x-y)(3x^2+y^2)}{(x+y)^3}$. 14. 0.
15. $\frac{1}{xy(a-x)}$.
17. (解) $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2 - \left(b+\frac{1}{b}\right)^2$,
 $= \left(a+b+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) \left(a-b+\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$,
 $= (a+b) \left(1+\frac{1}{ab}\right) (a-b) \left(1-\frac{1}{ab}\right)$,
 $= \left(1-\frac{1}{a^2b^2}\right) (a^2-b^2),$

此第一因數 = ab ヲ掛ケ, 第二因數ヲ ab ニテ割レバ

$$= \left(ab - \frac{1}{ab}\right) \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right).$$

19. (解) 先ヅ初ノ二項ノ和ヲ求メ, 次ニ, 第三項以下ヲ順ニ一項ツツ加フベシ.

飯島天野

初等代數學

下卷

道 島 天 理

時 義 外 選 學

第 七 卷

第七篇 二次方程式.

二次方程式ハ、是レ初等代數學中最モ大切ナル事項ナリ、故ニ説明ノ順序、方法等ニハ、最モ慎重ナル注意ヲ加ヘザルベカラズ。然ルニ、從來ノ教科書ヲ見ルニ、種種ノ事項雜然トシテ、臚列セラレ、其間ニ一貫セル主義ナキモノ多キハ、初學者ヲ迷ハシムルコト少カラザルヲ信ズ。本書ニ於テハ、二次方程式ノ説明ニ大整理ヲ加ヘ、先ヅ、一元方程式ノ解法ハ整式ノ因數分解ニ歸スル事ヨリ説キ入り、乃チ一元二次方程式解決ノ先決問題トシテ、一般ナル一元二次式ノ因數分解法ヲ説キ、自然ノ必要上、虚數ヲ導入シ、本論ノ眼目タル、一般ナル一元二次方程式ノ解法ニ移リ、續テ、根ノ虚實ノ判定法ヲ説キ、一元方程式ノ解法ヲ終リ；次ニ、一次及ビ二次ノ一元方程式解法ノ應用トシテ、特別ナル高次方程式ノ解法、分

數方程式ノ解法,及ビ無理方程式ノ解法ヲ説キ;更ニ,一元二次方程式ノ理論ニ入り,其根ト係數トノ關係ヲ説キ;最後ニ,二次ノ聯立方程式,并ニ應用問題ヲ論ゼリ. 尙,特ニ注意セル點ヲ述ブレバ次ノ如シ:

1. 直接ニ根ヲ與ヘテ方程式ヲ作ル問題ハ,甚ダ簡單ニシテ,之ヲ説クニハ,根ト係數トノ關係ヲ用キル必要ナキモノナレバ,本書ニ於テハ,他書ノ如ク,根ト係數トノ關係ノ後ニ説クコトヲセズ,最モ適當ナル所ニ於テ之ヲ説ケリ(138條,下卷3頁).
2. 虚數ヲ含ム式ノ計算ニ付テハ,漠然實數ト同様ニ代數學ノ諸定則ニ從フト規約スルモノ多ケレド,コハ必ズシモ正シカラズ. 例ヘバ, $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ ハ \sqrt{a},\sqrt{b} ,實數ナルトキハ正シケレド,虚數ナルトキハ必ズシモ正シカラザルガ如シ(第172條ノ例2,下卷52頁參看). 本書ニ於テハ,虚數ガ服從スベキ定則ヲ明確ニ限定シ,上ノ如キ誤謬ナカラシメタリ(第144條,下卷8頁).

3. 一元二次式ノ判別式ハ,屢屢引用セラルル重要ノモノナレバ,本書ニ於テハ判別式トイフ名稱ヲ表出シ,且ツ希臘文字 Δ ヲ以テ之ヲ表ハスコトトシタリ(第141條,下卷7頁).
4. 一元二次方程式ノ根ヲ範式ニ依リテ書キ下スニ,從來ハ一時ニ其全部ヲ書キタル爲メ,無用ノ手數ヲ要シタレバ,本書ニ於テハ,之ヲ改メ,先ヅ判別式 Δ ノ値ヲ計算シ,然ル後ニ,其根ノ値ヲ書ク様ニセリ(第145條ノ例,下卷11頁參看). 又一元二次方程式ノ一般解法ハ重要ナルモノナレバ,生徒ヲシテ十分ニ習熟セシムベキモノナルヲ論ヲ俟タズ. 彼ノ視察ニテ解決ヲ試ミル事ノ如キハ,一寸試ミルニ止ムベキ性質ノモノナリ. 然ルニ,後者ヲ多ク課スルノ結果,如何ナル場合ニモ,強ヒテ之ヲ適用セントスルノ弊ニ陥ルコトアリ. 故ニ本書ニ於テハ,特ニ之ニ注意セシメタリ(第137條,下卷10頁).
5. 高次方程式解法ノ問題(練習問題第五十五集,下卷,16頁)中ニ於テ,最モ簡單ナル三次乃至

六次方程式ヲ掲ケ、後篇ニ至リ、一數ノ n 乗根ガ n 箇アルコトヲ説クノ準備トセリ。

6. 從來ノ教科書ニ於ケル、分數方程式ノ解キ方ハ、殊更ニ、六ヶ敷説明シ、生徒ヲシテ徒ニ混亂セシムルガ如キ嫌アリ。本書ニ於テハ、最モ簡明ニ其解法ヲ説キ(第150條、下卷17頁)、簡單ナル例(第150條ノ例1, 2; 下卷17, 18頁)ニ就キテ之ガ吟味ヲナシ、其正シキヲ示セリ。^{*}
7. 整方程式ノ兩邊ヲ二乗スルハ、未知數ヲ含ム式ヲ兩邊ニ掛クルニ同ジトハ、他書ニ説ク所ナレドモ、是レ必ズシモ然ラズ、†本書ノ無理

^{*}原書第150條ノ法則中ナル、共通ナル語ニハ特ニ注意ヲ要ス。例ヘバ方程式(練習問題第五十六集、10、下卷19頁)

$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{x^2+1}{x^2-1} + \frac{2x^4}{x^4-1},$$

ニ於テ、兩邊ニ x^4-1 ヲ掛ケタルモノ即チ $x(x-1)^2=0$ ノ根ハ0, 1, 1ナリ。又其 x^4-1 ヲ0ニ等シト置キタルモノ即チ $x^4-1=0$ ノ根ハ1, -1, i , $-i$ ナリ。

ココニイフ共通ナル根トハ、一ツノ1ヲ指ス。故ニ二ツアル1ノ一方ヲ棄テテ、原方程式ノ根、0, 1ヲ得ルナリ。1ヲ二ツトモ共通ナリト思ヒ誤ラザラシムルコトヲ要ス。

†例ヘバ、方程式 $2x-5=3-2x$ ノ兩邊ヲ二乗シテ得ル所

方程式解法ニ關スル注意(第152條、下卷22頁)中ノ一般ナル語ハ、此‘必ズシモ然ラズ’トイフ意味ヲ寓セルモノナリ。

8. 二次ノ聯立方程式ハ、其解法一般ニハ六カシキモノナレド、初等代數學ニ於テ論ズルモノハ、二元方程式ニシテ、
- (i) 一次方程式ト二次方程式トヨリ成ル組、
- (ii) ニツトモ簡單ナル二次ノ同次方程式ナル組(第157條、下卷33, 32頁);
- (iii) 二元對稱方程式ノ組(第158條、下卷34—36頁);ニ限レリ。故ニ本書ニ於テハ、別ニ其名稱ヲ示サザレドモ、各種ノ場合ニ應ジ、最モ適當ナル解法ヲ示シ、生徒ヲシテ二次ノ聯立方程式解法ノ真髓ヲ得シメンコトヲ務メタリ。
9. 應用問題ヲ解キテ、其問題ニ適セザル數ヲ得タルトキ、其數ガ如何ナル他ノ問題ノ答ナ

ノ方程式、 $(2x-5)^2=(3-2x)^2$ ハ、原方程式即チ

$$(2x-5)-(3-2x)=0$$

ノ兩邊ニ $(2x-5)+(3-2x)$ 即チ -2 ヲ掛ケタルモノニシテ、實ハ x ヲ含ム式ヲ掛ケタルモノニアラズ(從テ、此場合ニハ餘分ノ根ハ入り來ラザルナリ)。

ルカヲ詮索スルモノアレドモ、本書ニ於テハ、
所問ニ答ヘ得レバ足レリトシテ、此ノ如ク類
似問題マデ考ヘシムルコトハ、全ク之ヲ省キ
タリ。

練習問題 第五十一集答.

(頁)

- 41 1. $0, \frac{3}{2}$. 2. $\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}$. 3. 1, 2.
4. $3, -4\frac{1}{6}$. 5. $1\frac{1}{4}, -2\frac{1}{3}$. 6. $1, 3\frac{1}{3}$.
7. $1\frac{4}{7}, -\frac{7}{11}$. 8. $1\frac{1}{2}, 1\frac{2}{3}$. 9. $2, \frac{2}{3}$.
10. $0, \frac{2}{5}$. 11. 1, 1, ± 2 . 12. 3, ± 1 .
13. $1, \pm\sqrt{3}$. 14. $1, \pm\sqrt{\frac{5}{2}}$. 15. $1, 2\frac{2}{5}$.
16. 1, 1, -1. 17. $a, -\frac{1}{a}$.
18. $x^3 - 2x^2 - 15 = 0$. 19. $16x^3 - 12x^2 - 16x - 3 = 0$.
20. $x^2 - 6x + 4 = 0$.

練習問題 第五十二集答.

(頁)

- 91 1. $58 + 6i$. 2. $x^2 + 12 - xi$.
3. $4x^2 - 25 - 20xi$. 4. $25x^2 + 36$.
6. $x = -2\frac{2}{3}, y = 2\frac{2}{3}$.
7. $n = 4m$ ナルトキハ 1,
 $n = 4m + 1$ ナルトキハ i ,
 $n = 4m + 2$ ナルトキハ -1 ,
 $n = 4m + 3$ ナルトキハ $-i$.
8. $(x - \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})(x - \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2})$.
9. $(2x + 6 + i\sqrt{7})(x + 3 - \frac{i\sqrt{7}}{2})$.
10. $(3x - 1 + i\sqrt{5})(x - \frac{1}{3} - \frac{i\sqrt{5}}{3})$.
11. $(7x - 1 + i\sqrt{6})(x - \frac{1}{7} - \frac{i\sqrt{6}}{7})$.

練習問題 第五十三集答.

- 121 1. 11, -9. 2. 3, 50. 3. $-10, \frac{5}{6}$.
4. $2, -2\frac{11}{29}$ 5. 11, -21. 6. $-3\frac{1}{2}, -\frac{7}{8}$.

(頁)

- 12] 7. $\frac{-9 \pm \sqrt{91}}{5}$. 8. $\frac{25 \pm 5\sqrt{19}}{3}$.
9. $-1 \pm \sqrt{6}$. 10. $7 \pm i\sqrt{3}$. 11. $\frac{3 \pm i}{2}$.
12. $11 \pm 7i$. 13. $5 \pm \frac{i\sqrt{7}}{2}$. 14. $a, 3a$.
15. $b, 2a - b$. 16. $\frac{b-a}{2}, -\frac{a+b}{2}$.
17. $2 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$. 18. $\frac{1 \pm 8i}{13}$.

練習問題 第五十四集答.

- 14] 1. 相異なる有理ノ實根アリ.
 2. 相異なる無理ノ實根アリ.
 3. 等根アリ. 4. 虚根アリ.
 5. 相異なる有理ノ實根アリ.
 6. $k \leq 1\frac{9}{10}$. 最大整数值ハ 1.
 8. $\frac{4}{15}$.
 9. 實ノ等根ヲ有スルコト能ハズ.
 10. $\frac{2 \pm \sqrt{6}}{4}$.

練習問題 第五十五集答.

(頁)

- 16] 1. $\pm 1, \pm 2$. 2. $\pm 2, \pm i\sqrt{2}$.
 3. $\pm 1, \pm 3$. 4. $\pm 3, \pm i\sqrt{2}$.
 5. $2, -1 \pm i\sqrt{3}$. 6. $\pm a, \pm ai$.
 7. $1, \frac{\sqrt{5}-1 \pm i\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}, \frac{-\sqrt{5}-1 \pm i\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$.

(解) 原方程式ハ次ノ二方程式ニ同ジ,

$$x-1=0, \quad x^4+x^3+x^2+x+1=0.$$

此第二方程式ノ兩邊ヲ x^2 ニテ割レバ

$$x^2+x+1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=0,$$

$$\therefore \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 + \left(x+\frac{1}{x}\right) - 1 = 0,$$

$$\therefore x+\frac{1}{x} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

此二ツノ方程式ヲ解ケバ答ヲ得ベシ.

8. $\pm b, \frac{\pm 1 \pm i\sqrt{3}}{2}b$. 9. $3, -1, \pm 2$.
 10. $2, -3, \frac{-1 \pm i3\sqrt{3}}{2}$.

(II)

16] 11. $\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}, \frac{-1 \pm i}{2}$, 12. 1, -2, $\frac{-1 \pm i \sqrt{19}}{2}$.

13. $\frac{-21 \pm \sqrt{21}}{2}, \frac{-21 \pm \sqrt{229}}{2}$.

練習問題 第五十六集答.

19] 1. $1\frac{21}{29}$. 2. 4, $1\frac{2}{3}$. 3. $2\frac{1}{2}$.

4. 3, -2. 5. $\frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$. 6. $2 \pm \sqrt{3}$.

7. 1, 1, $-3 \pm 2\sqrt{2}$. 8. $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}, \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$.

9. $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$. 10. 1, 0. 11. 2.

20] 12. $a, -\frac{1}{a}$. 13. $b, \frac{a^2}{b}$.

14. $a+b, \frac{2ab}{a+b}$. 15. $a+b, \frac{ab(a+b)}{a^2+b^2}$.

16. $a+b, \frac{2ab}{a+b}$. 17. $-a, -b$.

18. $c, -\frac{ab(a+b+2c)}{ac+bc+2ab}$. 19. 0, $\pm\sqrt{ab}$.

20. 0, $\frac{-(a+b+c) \pm \sqrt{a^2+b^2+c^2-bc-ca-ab}}{3}$.

練習問題 第五十七集答.*

(II)

23] 1. 5. 2. $1\frac{47}{66}$. 3. 5, [-4].

4. 4, $2\frac{2}{3}$. 5. 9, $[\frac{1}{4}]$. 6. 1, [6].

7. 6, $[-\frac{2}{9}]$. 8. [6]. 9. 3, $[-1\frac{29}{39}]$.

10. 2, 3. 11. 2, $[-4\frac{3}{10}]$.

24] 12. 2, -8. 13. 3, $-1\frac{1}{2}$. 14. 7, $-1\frac{1}{2}$.

15. $\frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$. 16. a, b .

17. $\left. \begin{array}{l} 3a+b > 0, a+3b > 0; \\ \text{又ハ } 3a+b < 0, a+3b < 0; \end{array} \right\}$ ナル時, $-\frac{(a-b)^2}{8(a+b)}$.

然ラザル時ハ原方程式ニハ根ナシ.

(解) 原方程式ヲ普通ノ仕方ニテ解ケバ,

$$x = -\frac{(a-b)^2}{8(a+b)} \text{ヲ得.}$$

*本集ノ答ノ中[]ニテ包ミタルモノハ、其問題ヲ解クニ當リ、入り來レル餘分ノ根ニテ、勿論答ニハ非ザレドモ、参考ノ爲メニ掲ケ置キタルモノナリ。

此値ヲ原方程式ノ左邊(假リ = E トス)ノ
x ノ代リニ置ケバ,

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{a-x} + \sqrt{b-x}, \\ &= \sqrt{\frac{(3a+b)^2}{8(a+b)}} + \sqrt{\frac{(a+3b)^2}{8(a+b)}}, \end{aligned}$$

故ニ、(I) $3a+b > 0$, $a+3b > 0$ ナルトキハ、

$$\begin{aligned} E &= \frac{3a+b}{2} \sqrt{\frac{1}{2(a+b)}} + \frac{a+3b}{2} \sqrt{\frac{1}{2(a+b)}}, \\ &= 2(a+b) \sqrt{\frac{1}{2(a+b)}} = \sqrt{\frac{4(a+b)^2}{2(a+b)}} = \sqrt{2(a+b)}. \end{aligned}$$

故ニ上記 x ノ値ハ所要ノ根ナリ。

(此場合ニハ自然 $a+b > 0$, ナルニ注意セヨ。)

又 (II) $3a+b < 0$, $a-3b < 0$ ナルトキハ、

$$\begin{aligned} E &= -\frac{3a+b}{2} \sqrt{\frac{1}{2(a+b)}} - \frac{a+3b}{2} \sqrt{\frac{1}{2(a+b)}}, \\ &= -2(a+b) \sqrt{\frac{1}{2(a+b)}} = -\sqrt{\frac{4(a+b)^2}{2(a+b)}} = -\sqrt{2(a+b)}. \end{aligned}$$

故ニ上記 x ノ値ハ所要ノ根ナリ。

(此場合ニハ自然 $a+b < 0$, 即チ $-(a+b) > 0$,

ナルニ注意セヨ)

次ニ、(III) $3a+b > 0$, $a+3b < 0$ ナルトキハ、

$$\begin{aligned} E &= \frac{3a+b}{2} \sqrt{\frac{1}{2(a+b)}} - \frac{a+3b}{2} \sqrt{\frac{1}{2(a+b)}}, \\ &= (a-b) \sqrt{\frac{1}{2(a+b)}} = \sqrt{\frac{(a-b)^2}{2(a+b)}}. \end{aligned}$$

故ニ上記 x ノ値ハ所要ノ根ニアラズ。

(此場合ニハ自然 $a-b > 0$ ナルニ注意セヨ)

又、(IV) $3a+b < 0$, $a+3b > 0$ ナルトキハ

$$\begin{aligned} E &= -\frac{3a+b}{2} \sqrt{\frac{1}{2(a+b)}} + \frac{a+3b}{2} \sqrt{\frac{1}{2(a+b)}}, \\ &= (b-a) \sqrt{\frac{1}{2(a+b)}} = \sqrt{\frac{(a-b)^2}{2(a+b)}}. \end{aligned}$$

故ニ上記 x ノ値ハ所要ノ根ニアラズ。

(此場合ニハ自然 $b-a > 0$, ナルニ注意セヨ)

[注意] III 及ビ IV ノ場合ニ根ナキコトハ、例

ヘバ III ノ場合ナラバ、 $a=2$, $b=-1$ ト置キ、

原方程式即チ $\sqrt{2-x} + \sqrt{-1-x} = \sqrt{2}$, ニハ

$-\frac{(a-b)^2}{8(a+b)} = -\frac{9}{8}$ ノ適合セザルコトヲ示サバ、

直ニ之ヲ合點セシムルコトヲ得ベシ。

練習問題 第五十八集答.

(頁)

- 27] 2. $\frac{3abc-b^3}{a^3}$. 3. 12.
5. 8. 7. $6x^2-13x+6=0$.
8. $px^2-(q^2+pr)x+qr=0$.
9. $x^2-(2p^2-4q)x+p^2(p^2-4q)=0$.
- 28] 10. $b^2=ca$. 11. $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$.
12. $\frac{a}{a'}=-\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$. 13. $\frac{a}{r}=\frac{b}{g}=\frac{c}{p}$.
15. 不等ナル無理ノ實根アリテ, 何レモ負.
16. 正負相異ナル無理ノ實根アリテ, 正根ノ方ハ負根ノ方ヨリ其絶對値大ナリ.
17. 負ノ等根(實)アリ.
18. 虚根アリ.
19. 原式ハ $-8\frac{1}{8}$ 以上ノ値ヲ有スルノミ.
20. 原式ハ $-5\frac{11}{12}$ 以下ノ値ヲ有スルノミ.

練習問題 第五十九集答.*

(頁)

- 31] 1. $\pm 5\sqrt{\frac{15}{13}}$, $\pm 2\sqrt{\frac{15}{12}}$ 2. $\pm \frac{6}{\sqrt{7}}$, $\pm \frac{4}{\sqrt{7}}$.
3. (3, 1), $(1\frac{1}{4}, -2\frac{1}{2})$.
4. (2, -3), $(\frac{374}{313}, \frac{1011}{313})$.
5. $\frac{3\pm 6i}{5}$, $\frac{6\mp 3i}{5}$ 6. $-\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$.
7. (1, 3), $(1\frac{1}{4}, 2)$ 8. (-1, -3), $(1\frac{1}{7}, \frac{18}{49})$.
9. $\frac{81\pm 9\sqrt{65}}{14}$, $\frac{63\pm 7\sqrt{65}}{72}$.
10. $(\pm\frac{1}{2}, \pm 3)$, $(\pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{3})$.
11. (3, 4), (4, 3). 12. (5, 3), (-3, -5).
13. (3, -4), $(-3\frac{39}{94}, 10\frac{91}{94})$.

*本集以下三集ノ答ニ於テ, 複號ハ上ノハ上ノト, 下ノハ下ノト組合スベキモノト假定シテ記セリ. 例ヘバ, 1ノ答ヲ明細ニ書ケバ次ノ如シ:

$$x=5\sqrt{\frac{15}{13}}, y=2\sqrt{\frac{15}{13}}; \quad x=-5\sqrt{\frac{15}{13}}, y=-2\sqrt{\frac{15}{13}}.$$

(頁)

$$31] 14. \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 4b}}{2}, \frac{a \mp \sqrt{a^2 - 4b}}{2}.$$

$$15. (a+b, a+b), \left(\frac{b(a-b)}{a}, \frac{a(b-a)}{b} \right).$$

練習問題 第六十集答.*

$$34] 1. (\pm 3, \pm 2), (0, \pm \sqrt{34}).$$

$$2. (\pm 4, \pm 2), (\pm 6i\sqrt{2}, \mp 8i\sqrt{2}).$$

$$3. (\pm 5, \pm 1), \left(\pm 4, \pm \frac{1}{2} \right).$$

$$4. (\pm 2, \mp 1), \left(\pm 2\frac{4}{7}, \pm \frac{1}{7} \right).$$

$$5. (\pm 4\sqrt{2}, \pm \sqrt{2}), (\pm 5, \pm 3).$$

$$6. (\pm 3, \pm 2), \left(\pm \frac{31}{\sqrt{145}}, \mp \frac{8}{\sqrt{145}} \right).$$

$$7. \left(\pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{3} \right), \left(\pm \frac{i\sqrt{14}}{3}, \mp \frac{i\sqrt{14}}{2} \right).$$

(解) 先ツ兩方程式ヨリ xy ヲ逐ヒ出シテ, $\frac{x}{y}$ ノ値ヲ求メヨ.

*前頁ノ欄外ヲ見ヨ.

(頁)

$$34] 8. (\pm\sqrt{2}, \pm\sqrt{2}), \left(\pm\frac{\sqrt{59}}{5}, \mp\frac{\sqrt{59}}{4} \right).$$

$$9. (0, 0), (0, 0), (3, 1), (3, 1).$$

$$10. (0, 0), (0, 0), (1, 2), \left(\frac{15}{22}, \frac{9}{22} \right).$$

$$11. \left(1\frac{3}{5}, \frac{1}{5} \right), \left(\frac{4}{5}, -\frac{2}{5} \right), \left(\frac{2}{5}, -\frac{1}{5} \right),$$

 $(-2k, k; \text{但シ, } k \text{ハ任意}).$

練習問題 第六十一集答.*

$$37] 1. (\pm 1, \pm 3), (\pm 3, \pm 1).$$

$$2. (4, 5), (5, 4), \left(\frac{-9 \pm \sqrt{161}}{2}, \frac{-1 \mp \sqrt{161}}{2} \right).$$

$$3. (\pm 1, \pm 3), (\pm 3, \pm 1), (\pm i, \pm 3i), (\pm 3i, \pm i).$$

$$4. (2, 3), (3, 2), \left(-1 \pm i\sqrt{3}, \frac{3}{2}(-1 \pm i\sqrt{3}) \right),$$

$$\left(\frac{3}{2}(-1 \pm i\sqrt{3}), -1 \pm i\sqrt{3} \right).$$

(解) 第一方程式ノ兩邊 = 第二方程式ノ

兩邊ノ3倍ヲ加フレバ $(x+y)^3 = 125,$

$$\therefore x+y=5, \text{ 或ハ } x+y = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}.$$

此各各ト第二方程式トヲ組合セ解ケ.

(頁)

$$37] \quad 5. (4, 2), (2, 4), \left(\frac{1 \pm 11i}{2}, \frac{1 \mp 11i}{2}\right).$$

(解) 先ヅ $x+y, xy$ ヲ未知數ト見テ解ケ.

$$6. \left(\frac{9 \pm \sqrt{213}}{6}, \frac{-9 \pm \sqrt{213}}{6}\right).$$

$$\left(\frac{-15 \pm \sqrt{219}}{6}, \frac{15 \pm \sqrt{219}}{6}\right).$$

$$7. (1, 1), (1, 1), \left(\frac{-5 \pm i\sqrt{7}}{2}, \frac{-5 \pm i\sqrt{7}}{2}\right).$$

$$8. (\pm 3, \pm 5, \pm 8). \quad 9. (0, \pm 1, \pm 2).$$

$$10. \left(\pm 1\frac{3}{5}, \pm 2\frac{2}{5}, \pm 1\right) \quad 11. (\pm 1, \pm 4, \pm 2).$$

$$12. (\pm 1, \pm 2, \pm 3), (\pm i, \pm 2i, \pm 3i).$$

$$13. (2, 3, 5), (2, 5, 3), (3, 5, 2), (3, 2, 5), (5, 3, 2), \\ (5, 2, 3).$$

練習問題 第六十二集答.

$$40] \quad 1. 7, 11. \quad 2. 5, 25; -5, -25.$$

$$3. 12, 13.$$

$$41] \quad 4. 38, 42. \quad 5. 3 \text{ 又ハ } 63.$$

$$6. \text{長サ } 39 \text{ 間; 幅, } 29 \text{ 間.}$$

(頁)

$$41] \quad 7. 2, \text{ 或ハ } -2, \text{ 或ハ } \frac{i}{2}, \text{ 或ハ } -\frac{i}{2}.$$

$$8. \text{酒樽, } 9 \text{ 升入リ; 水樽, } 1 \text{ 斗 } 8 \text{ 升入リ.}$$

$$9. 20 \text{ 人.} \quad 10. 20 \text{ 箇.}$$

$$42] \quad 11. 75 \text{ 枚.} \quad 12. 1 \text{ 湮半.}$$

$$13. 1 \text{ 時 } 50 \text{ 分.} \quad 14. 2 \text{ 圓 } 50 \text{ 錢.}$$

$$15. 25 \text{ 錢.} \quad 16. 16 \text{ 箇.}$$

(解) 一打ノ價ヲ x 片トスレバ, 3 志ニテハ $\frac{36}{x}$ 打買フコトヲ得. 題意ニ依リテ

$$\therefore \frac{36}{\frac{36}{x} - 1} - x = 3, \quad \therefore x = 9.$$

$$\therefore 1 \text{ 志ニテ買ヒ得ル數ハ } 12 \times \frac{12}{9} = 16.$$

$$43] \quad 17. \text{和白, } 17 \text{ 錢; 四本引, } 20 \text{ 錢.}$$

$$18. 6 \text{ 打.} \quad 19. \frac{1}{2}, \frac{1}{3}; \text{ 又ハ } -1\frac{2}{3}, \frac{2}{3}.$$

$$20. 578 \text{ 人.} \quad 21. 3\frac{9}{17} \text{ 分.}$$

$$44] \quad 22. \text{甲, } 1 \text{ 里; 乙, } 1 \text{ 里半.}$$

$$23. \text{長サ, } 1 \text{ 尺 } 8 \text{ 寸; 幅, } 8 \text{ 寸.}$$

(頁)
44] 24. 144哩, 又ハ 210哩.

(解) 甲ノ速度ヲ毎時 x 哩, 乙ノヲ y 哩,
PQ間ノ距離ヲ z 哩トセヨ. 然レバ甲
ガ120哩駛ル間ニ丙ハ $(z-120)$ 哩ヲ駛
スルニ依リ, 其速度ハ毎時 $\frac{z-120}{120}x$ 哩
ナリ. 同様ニ丁ノハ $\frac{z-140}{140}x$ 哩ナリ.
一方ヨリ丙ノ速度ハ毎時 $\frac{126}{z-126}y$ 哩,
丁ノハ y 哩ナリ. 故ニ

$$\frac{z-120}{120}x = \frac{126}{z-126}y, \quad \frac{z-140}{140}x = y.$$

コレヨリ x, y ヲ逐ヒ出セバ

$$z^2 - 354z + 30240 = 0.$$

25. 75錢.

第八篇 根, 廣義ノ冪及ビ指數.

廣義ノ冪ニハ根ヲモ含ミ, 其ノ指數ノ定則ニハ
根指數ノ定則ヲモ含ムモノナリ. 然ルニ, 他書
ニ於テハ, 根ノ事ト冪(廣義)ノ事トヲ, 餘リ引キ離
シテ論ズルガ爲メ, 其間ニ存スル, 密接ナル關係
ガ不明ニナリ, 且ツ說ノ重複ニ渉ル者尠ナカラ
ズ. 本書ニ於テハ, 大ニ之ヲ整理シ, 根ト廣義ノ
冪(普通ノ冪ハ既ニ之ヲ論ゼリ)トヲ一括シテ本
篇ニ收メ, 不盡根ハ應用トシテ論ジ, 生徒ヲシテ
根及ビ冪(廣義)ニ關スル要義ヲ領得セシメン事
ヲ務メタリ. 今特ニ注意セル點ヲ述ブレバ次
ノ如シ:

1. 正數ノ根ノ主値ニツキテハ, 從來明確ニ說
キタルモノ鮮シ. 例ヘバ $a > 0$ トスレバ, \sqrt{a} ハ
 a ノ平方根中ノ正ナル方ヲ示ストイヒナガ
ラ, 漫然 $\sqrt{a^2} = a$, トシテ, a ノ正負ヲ顧ミルコト

ヲ忘ルルガ如キモノ比比皆是ナリ。斯ク、最初明確ナル約束ヲ設ケナガラ、後ニ至リテハ、知ラズ識ラズ約束ニ背クモノアルノミナラズ、マタ最初ヨリ明確ナル約束ヲ設ケザルモノモ有リテ、曖昧ニ陥ルナリ。本書ニ於テハ、先ヅ根ノ主値ノ記方ヲ明確ニ定メ(第163條、下卷46頁;尙ホ第101條、上卷114頁參照)、適當ナル問題ヲ課シテ、其ノ適用ヲ誤ラザラシメンコトヲ務メタリ(練習問題第六十三集、25—28、下卷54頁)。

2. ‘或數ノ開キ切レザル根ヲ不盡根ト稱ス’トハ、是レ從來ノ教科書ニ掲グル所ノ不盡根ノ定義ナレド、コハ正シカラズ。^{*}又無理數ト不盡根トノ區別モ明カナラズ。本書ニ於テハ、此兩者ノ別ヲ明カニシ、且ツ不盡根ニ最モ嚴密ナル定義ヲ與ヘタリ、(第164條、下卷47頁、尙ホ第102條、上卷115頁參照)。

^{*}此定義ニ依レバ、不盡根ノ獨立ニ關スル定理(第178條、下卷61頁)ハ必ズシモ眞ナラズ。乃チ此定義ノ正シカラザルコトヲ知ル。

3. 從來ノ教科書ニ於ケル、根ニ關スル定則ノ説キ方ヲ見ルニ、唯比較的重要ナル事項ヲ漫然臚列スルニ止マルガ故ニ、生徒ガ實際ノ計算ヲナスニ當リ、何レノ定則ニ依ルベキカ思ヒ迷フガ常ナリ。乃チ、本書ニ於テハ、根ニ關スル基本定則二條ヲ掲ゲ、生徒ノ依ル所ヲ明ナラシメタリ(第166、167條、下卷48、49頁)。
4. 既ニ前(此教師の友、第五篇第12項、31頁參看)ニモ注意セルガ如ク或ル條件ノ下ニノミ成リ立ツ事柄ニ於テハ、其條件ヲ明ニセザルベカラズ、然ラズバ、其條件ガ備ハラザル場合ニモ、其事柄ガ成リ立ツガ如ク思ヒ誤ルニ至ルコト甚ナカラズ。不盡根ノ場合ニ於テ、殊ニ然リ。例ヘバ、 $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ ハ a, b ガ正又ハ0ナルトキニ限リテ正シキモノナルニ、 a, b ガ負ナル時ニモ、尙ホ、正シキガ如ク思フモノ甚ナカラザルガ如シ。本書ニ於テハ、各定則ノ下、ニ一其含メル文字ニツキテノ條件ヲ明記シ(第166、167條、下卷48、49頁)、尙ホ、適當ナル例題ヲ示シ(第172條ノ例1—3、下卷52、53頁)。

此ニ關スル注意ヲ深カラシメンコトヲ期セリ。

5. 負數ノ偶數乘根ノ記法ニ付テ、明確ナル約束ヲ設ケタリ(第 172 條, 下卷 52 頁).
6. 廣義ノ冪ニ就キテハ、其意義ヲ後ニ廻シ先ヅ其意義ノ定メラレタル理由ヲバ委シク説クコト、他書ニ見ル所ノ例ナレドモ、是レ生徒ヲシテ混亂セシムルノ虞アルヲ以テ、本書ニ於テハ、他ノ語ト同ジク、最初ニ定義トシテ其意義ヲ簡明ニ示シ、後ニ至リテ廣義ノ冪モ指數ノ定則ニ從フコトヲ説明スル筋道ヲ明ニ説示セリ(第 175 條, 下卷 56, 57).
7. 多項式ノ開平ノ法則ハ最モ簡明ニ説述シ(第 180 條, 下卷 65 頁)、又實例ニツキテ、算術ノ開平モ全ク同理ニ基ケルコトヲ、兩兩對照シテ説明セリ(第 182 條, 下卷 68 頁).

練習問題 第六十三集答

(頁)

53]

1. $7\sqrt{3}$. 2. $5\sqrt{13}$. 3. $8\sqrt[3]{5}$.

4. 0. 5. 30. 6. 8.

7. $\sqrt{50} > \sqrt[3]{344} > \sqrt[4]{2402}$.

(解) 第 169 條(下卷 50 頁)ノ例 1ニ倣フモ可ナレドモ、次ノ如クスル方簡單ナリ:

$$\sqrt{50} = \sqrt{7^2 + 1}, \quad \sqrt[3]{344} = \sqrt[3]{7^3 + 1},$$

$$\sqrt[4]{2402} = \sqrt[4]{7^4 + 1}. \quad \text{此各各ノ右邊ノ形ヲ見レバ直ニ, } \sqrt{50} > \sqrt[3]{344} > \sqrt[4]{2402}.$$

8. 18. 9. -6.

10. $10 + 2(\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15})$. 11. $\sqrt{15} - 6$.

12. 6.

(解) $x = 2 + \sqrt{5}$, $\therefore (x-2)^2 = 5$, 即チ

$$x^2 - 4x + 4 = 5, \quad \therefore x^2 - 4x + 5 = 6.$$

13. $\sqrt{3} - \sqrt{2} > \sqrt{11} - \sqrt{10}$. 14. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

15. $3 - 2\sqrt{2}$. 16. $\frac{19 + 7\sqrt{15}}{17}$.

17. $\frac{12 + 9\sqrt{3} + 3\sqrt{5} - 6\sqrt{15}}{22}$.

(頁)

53] 18. $2 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6}$.

54] 19. 14. 20. 52. 21. $14\frac{1}{2}$.

22. 98. 23. 0.

24. a の正負 = 拘らず, x が 0 と a との間 =
在る場合 = $(a-x) \div x$;

其他ノ場合 = $(x-a) \div x$.

$$\text{(解)} \quad \sqrt{(x-a)^2 \div x^2} = \sqrt{\left(\frac{x-a}{x}\right)^2} = \sqrt{\left(1 - \frac{a}{x}\right)^2},$$

故 = $\frac{a}{x} > 1$, 即ち $x > 0$ ナレバ, $a > x > 0$;

又 $x < 0$ ナレバ, $a < x < 0$;

ナル場合 = 原式 $\frac{a}{x} - 1 = \frac{a-x}{x}$;

其他ノ場合 = $1 - \frac{a}{x} = \frac{x-a}{x}$.

26. $x < -1$ ナルトキハ $-2x$;

$-1 \leq x \leq 1$ ナルトキハ 2 ;

$x > 1$ ナルトキハ $2x$.

(解) (I) $x < -1$ ナルトキハ,

$x+1 < 0, x-1 < 0,$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x+1)^2} &= -(x-1) - (x+1), \\ &= -2x, \end{aligned}$$

(頁)
54](II) $-1 \leq x \leq 1$ ナルトキハ,

$x+1 \geq 0, x-1 \leq 0.$

$$\therefore \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x+1)^2} = -(x-1) + (x+1) = 2,$$

(III) $x > 1$ ナルトキハ,

$x+1 > 0, x-1 > 0,$

$$\therefore \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x+1)^2} = (x-1) + (x+1) = 2x,$$

27. $0 \leq a \leq 1$ ナル場合 = $x = a^2 + 1$;

其他ノ場合 = 根ナシ.

(解) 原方程式ヲ普通ノ仕方ニテ解ケバ
 $x = a^2 + 1$ ヲ得. 此値ヲ原方程式ノ左
邊ノ x ノ代リニ置ケバ,

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{x-2a} = \sqrt{a^2} + \sqrt{(a-1)^2}.$$

故 = (I) $a < 0$ ナルトキハ, $a-1 < 0$,

$$\therefore \sqrt{x-1} + \sqrt{x-2a} = -a - (a-1) = -2a + 1.$$

(II) $0 \leq a \leq 1$ ナルトキハ, $a-1 \leq 0$,

$$\therefore \sqrt{x-1} + \sqrt{x-2a} = a - (a-1) = 1.$$

(III) $a > 1$ ナルトキハ, $a-1 > 0$,

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{x-2a} = a + (a-1) = 2a - 1.$$

故 =, $0 \leq a \leq 1$ ナル場合 = $x = a^2 + 1$ ハ

(頁)
54]

原方程式 = 適スレドモ, 其他ノ場合 =
ハ之ニ適セズ.

28. a ノ正負ニ拘ラズ $b^2 \geq 1$ ナル場合 =
ハ, $x = \frac{a^2(1-b^2)^2}{4b^2}$;

其他ノ場合ニハ根ナシ.

(解) 原方程式ヨリ $\frac{(\sqrt{x+a^2} + \sqrt{x})^2}{a^2} = b^2$,

$$\therefore (\sqrt{x+a^2} + \sqrt{x})^2 = a^2 b^2 \quad (A)$$

$$\therefore x+a^2+x+2\sqrt{x}\sqrt{x+a^2} = a^2 b^2,$$

是ヨリ普通ノ仕方ニテ解ケバ ($a, b \neq 0$),

$$x = \frac{a^2(1-b^2)^2}{4b^2}.$$

サテ, 原方程式ハ (A) = 同ジキヲ以テ, 求
メ得タル x ノ値ガ (A) = 適スルヤ否ヤ
ヲ檢スレバ可ナリ. 今 (A) ノ左邊ノ x
ノ代リニ上ニ得タル値ヲ置キタルモ
ノヲ E トスレバ

$$\begin{aligned} E &= \left(\sqrt{\frac{a^2(1-b^2)^2}{4b^2} + a^2} + \sqrt{\frac{a^2(1-b^2)^2}{4b^2}} \right)^2, \\ &= \left(\sqrt{\frac{a^2(1+b^2)^2}{4b^2}} + \sqrt{\frac{a^2(1-b^2)^2}{4b^2}} \right)^2, \end{aligned}$$

(頁)
54]

$$= \frac{a^2}{4b^2} \left[\sqrt{(1+b^2)^2} + \sqrt{(1-b^2)^2} \right]^2.$$

$\therefore b^2 < 1$ ナルトキハ

$$E = \frac{a^2}{4b^2} [1+b^2+1-b^2]^2 = \frac{4a^2}{4b^2} = \frac{a^2}{b^2};$$

又 $b^2 \geq 1$ ナルトキハ

$$E = \frac{a^2}{4b^2} [1+b^2+b^2-1]^2 = \frac{4a^2 b^4}{4b^2} = a^2 b^2.$$

故ニ, $b^2 \geq 1$ ナル場合ニハ, 上ニ得タル

x ノ位ハ原方程式ニ適スレドモ, 其
他ノ場合ニハ之ニ適セズ.

練習問題 第六十四集答.

- 58] 1. 4. 2. $\frac{1}{64}$. 3. $\frac{1}{5}$. 4. 2.
5. $a^{\frac{1}{3}}$. 6. $a^{\frac{1}{3}}$. 7. $a^{-\frac{1}{2}}$. 8. $\frac{a}{b^2}$.
9. $a^{-1}b^{\frac{1}{4}}$. 10. 1. 11. $a^{-\frac{1}{2}}b^{\frac{3}{2}}$.
12. $y^{\frac{1}{3}}$. 13. $x^{\frac{9}{4}}y^{-\frac{7}{8}}z^{\frac{7}{8}}$. 14. 1.

練習問題 第六十五集答.

- 60] 1. $x^2 - 1$. 2. $\frac{a^2}{16} - \frac{b^2}{81}$.

(頁)

60] 3. $x^{\frac{3}{2}}y^{-\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{4}}y^{-\frac{1}{4}} + x^{-\frac{1}{4}}y^{\frac{1}{4}} + x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$.

4. $4x^2 + 3x + 2 - 3x^{-1}$.

5. $-\frac{x^{\frac{2}{3}} + 3x^{\frac{1}{3}} + 1}{x^{\frac{2}{3}} - 3x^{\frac{1}{3}} + 1}$.

61] 6. $\frac{8}{1-x^2}$.

7. (解) $a > 0$, ナル場合 = 真ナル $a^{\frac{n}{q}} = a^{\frac{mp}{mq}}$
ナル關係ヲ $a < 0$, ナル場合 = 適用シ
タル = 依ル.

8. (解) 正ノ數ノ分數指數ヲ有スルモノ
ニハ意味アレドモ, 負ノ數ノ分數指數
ヲ有スルモノニハ確定セル意味ナキ
ユエ, 與ヘラレタル關係ハ $x > 0$, ナル
トキハ成リ立テドモ, $x < 0$, ナル時ハ
何レトモ斷定スルノ限リニアラズ.

練習問題 第六十六集答.*

64] 1. $\sqrt{5} + 1$. 2. $3 + \sqrt{7}$. 3. $3 - \sqrt{3}$.

*本集ノ答ニハ, 平方根ハ正ノ方ダケヲ掲ゲタリ.

(頁)

64] 4. $5 - \sqrt{3}$. 5. $3(2\sqrt{2} + \sqrt{5})$.

6. $2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$. 7. $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1}$. **

8. $\sqrt{a-b} + \sqrt{c}$. 9. $\sqrt{2x-3} + \sqrt{x+2}$.

10. $10\sqrt{5} + 5\sqrt{2}$. 11. $54 - 2\sqrt{3}$.

12. $2\sqrt{2} + \sqrt{7}$. 13. $\frac{1}{7}(2\sqrt{2} + 1)$.

14. $2 - \frac{2}{3}\sqrt{6}$. 15. 3.632.

16. 0.816.

練習問題 第六十七集答.*

69] 1. $x^2 + x + 1$. 2. $2x^2 + x - \frac{1}{4}$.

3. $4 - 12x + 9x^2$. 4. $1 - 2x - 2x^2$.

** $(\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1})^2 = x-1 + x+1 + 2\sqrt{x-1}\sqrt{x+1}$,

サテ, $x-1 \geq 0$, $x+1 \geq 0$, ナル時ニ限リ

$\sqrt{x-1}\sqrt{x+1} = \sqrt{(x-1)(x+1)} = \sqrt{x^2-1}$ ト書キ得ルユエ, $x \geq 1$,

ナルニアラズハ $\sqrt{2x+2}\sqrt{x^2-1} = \sqrt{x-1} + \sqrt{x+1}$ ナラズ.是レ, 本問ニ $x > 1$, ナル條件アル所以ナリ.

本集ノ問題 8, 9 ニ條件が必要ナルモ同理ナリ.

*本集ノ答ニ於テハ, 各平方根ノ前ニ置クベキ複號ハ
凡テ之ヲ畧シ置ケリ.

(頁)

69]

5. $x^2 - 11x + 17.$ 6. $x^4 + x^3 - 2x - 4.$

7. $x^2 - 3x + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}.$ 8. $x^2 - x(y+z) + yz.$

9. $a - \frac{1}{2}x + 4.$ 10. $x^{\frac{5}{6}} - 2x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{3}}.$

11. $2a^{-1}x - 3 + 4ax^{-1}.$

12. $a=20, b=68, c=-44;$

又ハ $a=52, b=-68, c=76.$

(解) 原式ハ $(2x^3 - 6x + px + q)^2$
 $= 4x^6 - 24x^5 + 4(9+p)x^4 + 4(q-3p)x^3$
 $+ (p^2 - 12q)x^2 + 2pqx + q^2,$

ニ等シト考フルコトヲ得.

故ニ, $q^2=25, 2pq=-40,$

$\therefore p=-4, q=5; \text{又ハ } p=4, q=-5.$

此各組ノ値ヲ, $a=4(9+p), b=4(q-3p),$

$c=p^2-12q = \text{置ケバ求ムル所ノ答ヲ得.}$

第九篇 比及ビ比例.

本篇ニ於テハ,先ツ單比複比,ヨリ始メ,比例ノ性質,即チ二ツノ相等シキ比ニ關スル性質ヲ説キ,次ニ,三ツ以上ノ相等シキ比ニ關スル性質ヲ説キ,量ノ比及ビ比例ニ入り,最後ニ正比例及ビ反比例ヲ説明セリ. 今特ニ注意ヲ加ヘタル點ヲ述ブレバ次ノ如シ:

1. 比ノ兩項ニ同數ヲ加ヘ,又ハ引キテ得ベキ比ノ値ト,原比ノ値トノ比較論ハ,餘リ大切ノモノニアラザルガ故ニ,本書ニ於テハ之ヲ本文中ヨリ省キ,問題中ニ掲ゲ置ケリ(練習問題第六十八集,下卷72頁).
2. 二ツ以上ノ相等シキ比ノ諸項間ニ成リ立ツ關係ヲ證明スルニハ,臨機應變ノ巧妙ナル法ヨリハ,寧ロ廣ク當テ箴マル確實ナル方法

ニ依ラシメントシ,特ニ其注意ヲ與ヘ置ケリ.

3. 數ノ比及ビ比例ト,量ノ比及ビ比例トノ間ノ關係ヲ簡明ニ説キ,數ノ比及ビ比例ノ理ハ適當ニ解釋スルコトヲ得ル場合ニハ,凡テ直ニ量ノ比及ビ比例ノ理トナルコトヲ説キ,代數學ノ比及比例ノ論ヲ直ニ幾何學ニ應用シ得ルコトヲ示セリ(第193條,下卷80,81頁).

4. 實際ニ於テ,正比例又ハ反比例スル二量間ノ關係ヲ考フベキ場合頗ル多キヲ以テ,先ヅ函數ノ意義ヨリ説キ起シ(第194條,下卷81頁),簡明ニ正比例,及ビ反比例ノ意義ヲ説示シ,兼ネテ算術ニ於ケル單比例ト連絡セシメタリ.

練習問題 第六十八集答.

(頁)
72]

2. $\frac{4}{7}$ 3. $7:2$ 4. $(5 \pm \sqrt{21}) : 2$
5. 21 ト 56 , 又ハ -21 ト -56 .
6. $(1+x) : (1+2x) > 1 : (1+x) > (1-x) : 1$.
7. 原比ガ 1 ヨリ大ナラバ,原比ヨリ小;
原比ガ 1 ニ等シカラバ,原比ニ等シ;
原比ガ 1 ヨリ小ナラバ,原比ヨリ大.

練習問題 第六十九集答.

77] 7. $\pm(\sqrt{7} + \sqrt{5})$.

78] 12. (解) 各比ヲ λ トスレバ,

$$bz - cy = a\lambda, \quad cx - az = b\lambda, \quad ay - bx = c\lambda,$$

此各各ニ夫夫 a, b, c ヲ掛ケテ邊邊加ヘ合スレバ, $(a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$ ナル故) $\lambda = 0$;

$$\therefore bz - cy = 0, \quad cx - az = 0, \quad ay - bx = 0.$$

$$\therefore x : a = y : b = c : z.$$

13. (解) $lx(ny - mz) = \lambda, \quad my(lz - nx) = \lambda,$

$$nz(mx - ly) = \lambda, \quad \text{トシ, 此各各ニ夫夫}$$

(頁)
78]

mn, nl, lm (何レモ零ナラザルコト假設
ニ依リテ明カナリ)ヲ掛ケテ,加ヘ合ス
レバ $(mn+nl+lm)\lambda=0$, 然ルニ $\lambda \neq 0$,

$$\therefore mn+nl+lm=0.$$

$yz+zx+xy=0$, ナルコトモ,同様ニ證明
スルコトヲ得.

17. (解) 與ヘラレタル比例ヨリ

$$(x-z)y^2 = (y-z)x^2,$$

$$\text{即チ } (x-y)[(x+y)z-xy] = 0,$$

$$\therefore x=y, \text{ 又ハ } z = \frac{xy}{x+y}.$$

$(x+y \neq 0)$ ナリ: 然ラザレバ與ヘラレタ
ル條件ヨリ $x=y=0$ トナリ, $x^2:y^2$ ガ意
味ナキモノトナル)*

$x=y$ ナルトキハ,第二ノ比例ノ成リ立
ツコト明カナリ.

$$\text{又 } z = \frac{xy}{x+y} \text{ ナルトキハ,}$$

$$\begin{aligned} x+z : y+z &= x + \frac{xy}{x+y} : y + \frac{xy}{x+y}, \\ &= x^2+2xy : y^2+2xy. \end{aligned}$$

(頁)
78]

18. (解) 與ヘラレタル條件ハ次ノ如ク書

$$\text{キ直サル: } (c-a)(y-z) = (b-c)(z-x),$$

$$\therefore a \neq b \neq c \text{ トスレバ,}$$

$$(y-z) : (b-c) = (z-x) : (c-a).$$

$$\text{同様ニ } (z-x) : (c-a) = (x-y) : a-b,$$

ナルコトヲ證明スルコトヲ得.

19. (解) 各各ノ比ヲ λ トスレバ.

$$a+bx = \lambda(b+cy),$$

$$b+cx = \lambda(c+ay),$$

$$c+ax = \lambda(a+by),$$

$$\therefore (a+b+c)(1+x) = \lambda(a+b+c)(1+y),$$

$$\therefore a+b+c \neq 0 \text{ トスレバ,此兩邊ヲ}$$

$$a+b+c \text{ ニテ割レバ } 1+x = \lambda(1+y),$$

$$\therefore \lambda = (1+x) : (1+y).$$

$$a=2, b=-5, c=3, x=\frac{2}{3}, y=3, \text{ ナル時,}$$

$$\text{各比ハ } -\frac{1}{3} \text{ トナリ, } \frac{1+x}{1+y} = \frac{5}{12}, \text{ ニ等シ}$$

カラズ是レ,此場合ニハ, $a+b+c=0$,

トナリ,各比ガ $\frac{1+x}{1+y}$, ニ等シキ爲ニ必要

(頁)
78]

ナル條件, $a+b+c \neq 0$, ガ成リ立タザル
ニ依ル.

練習問題 第七十集答.

88] 1. $\frac{145}{416}$.

2. (解) y ハ z ニ比例スルヲ以テ, $y = mz$,
但シ m ハ常數(第197條,系1; 下卷83頁).
又 z ハ x^2 ニ反比例スルヲ以テ, $zx^2 = n$,
但シ n ハ常數(第199條,系2; 下卷85頁).
此二ツノ等式ヨリ z ヲ逐ヒ出セバ
 $(xy)x = mn$. 即チ xy ハ x ニ反比例ス.
(第199條,系2; 下卷85頁).

3. 毎秒 160 呎.

89] 4. 64 呎. 5. 5 尺.

6. 1848 立方尺.

7. 48. 8. 15 哩.

第拾篇 級數.

初等代數學ニ於テ論ズル級數ハ,等差級數ト等
比級數トニ限リ,其所說比較的容易ナレバ,成ル
ベク概括的ニ說示シ,生徒ヲシテ直ニ其要點ヲ
獲得セシメンコトヲ期セリ. 今特ニ注意セル
點ヲ述フレバ次ノ如シ:

1. 等差級數及ビ等比級數ヲ論ズルノミニシ
テ,一般ニ級數ト云フモノノ何ナルカヲ說キ
タルモノヲ見ズ,本書ニ於テハ,先ヅ一般ナル
級數ノ定義ヲ說キ,其意義ヲ明確ナラシメタ
リ(第202條,下卷90頁).
2. 等差級數ノ論ト等比級數ノ論トハ,甚ダ類
似シタル事柄ナルヲ以テ,本書ニ於テハ或ル
特別ナル一二ノ事項ノ外,兩者ノ論ヲ全然相
一致セル如ク記述セリ(乃チ,以下等差級數ニ

(頁)
98]

7. 中央項, 55; 和, 1485.

8. $-\frac{5}{12}$ 9. 1.

10. 第五項迄又ハ第六項迄.

11. 第四項マデ.

99] 14. 39600.

16. 2, 4, 6, 8; 又ハ -2, -4, -6, -8.

(解) 四數ヲ $x-3y, x-y, x+y, x+3y$, ト假定セヨ.

17. (解) a, b, c ハ $A.P.$ ヲ成ス, 故ニ
 $a(bc+ca+ab), b(bc+ca+ab), c(bc+ca+ab)$
 モ $A.P.$ ヲナス, (練習問題第七十一集, 問題9, 下巻95頁). 故ニ
 此各各ヨリ abc ヲ引キタルモノ, 即チ
 $a^2(b+c), b^2(c+a), c^2(a+b)$, モ亦 $A.P.$ ヲナス.

20. (解) a^2, b^2, c^2 , $A.P.$ ヲ成ス, 故ニ
 $a^2+bc+ca+ab, b^2+bc+ca+ab, c^2+bc+ca+ab$.
 即チ $(a+b)(a+c), (b+c)(b+a), (c+a)(c+b)$,
 モ $A.P.$ ヲ成ス, 故ニ
 此各各ヲ $(b+c)(c+a)(a+b) = \text{テ}$ 割リタル

(頁)
99]
 $\frac{1}{b+c}, \frac{1}{c+a}, \frac{1}{a+b}$, モ亦 $A.P.$ ヲ成ス,
 $\therefore b+c, c+a, a+b$, ハ $H.P.$ ヲ成ス.

練習問題 第七十三集答.

103] 1. $\frac{1}{2187}$ 2. $-15\frac{3}{16}$ 3. ± 1092 .4. $-\frac{1}{32}$ 5. $\frac{1}{2}$.

6. 實數ナルモノノミヲ取レバ,

 $12, 6, 3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}$; 又ハ $12, -6, 3, -\frac{3}{2}, \frac{3}{4}$.

7. 實數ナルモノノミヲ取レバ,

 $0.6, 0.12, 0.024, 0.0048, 0.00096$;
 又ハ $-0.6, 0.12, -0.024, 0.0048, -0.00096$.8. r 番目ノ内項ハ $(a^{n-r}b^r)^{\frac{1}{n+1}}$.

練習問題 第七十四集答.

108] 1. $4\frac{89}{144}$ 2. $16\left[\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1\right]$.3. $5\frac{5}{7}$ 4. $2 + \sqrt{2}$.

(頁)

108]

5. $\frac{19}{333}$.

6. $5\frac{541}{1650}$.

8. $1, \frac{3}{4}, \frac{9}{16}, \dots$; 又ハ $3, \frac{3}{4}, \frac{3}{16}, \dots$

9. 2.

10. $\frac{n-1}{n}$.

11. (解) 任意ノ項ヲ $a(a>0)$, 通比ヲ r トス
レバ a ノ次項以下無限項迄ノ和ハ
 $\frac{ar}{1-r}$. 然ルニ, $1>2r>0$,

$$\therefore 1-r>r>0, \therefore 1>\frac{r}{1-r},$$

此兩邊 = $a(a>0)$, ヲ掛クレバ,

$$a > \frac{ar}{1-r}.$$

109] 12. $\frac{1+x}{1+x^2}$.

(解) 與ヘラレタル級數ハ

$$(1+x) - x^2(1+x) + x^4(1+x) \dots$$

コレハ初項ガ $1+x$, 通比ガ $-x^2$ ナル

$$G.P. ナリ. \therefore \text{其和ハ } \frac{1+x}{1-(-x^2)}$$

14. 2, 4, 8.

15. 2, 8, 32, ...

(頁)

110] 21.

(解) 此第一式ノ兩邊 = c ヲ掛ケ, 之ヲ
第二式ニ加ヘテ簡約スレバ,

$$a(b+c) = 2bc,$$

此兩邊ヲ abc ニテ割レバ,

$$\frac{1}{c} + \frac{1}{b} = \frac{2}{a}, \therefore \frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{1}{a} - \frac{1}{c}.$$

22. (解) $2x = a+b, 2y = b+c, ac = b^2$.

此三ツヨリ a, c ヲ逐ヒ出サバ關係第
一ヲ得ン.

又初ノ二式ヨリ

$$b^2 = (2x-a)(2y-c) \text{ ヲ得,}$$

$$\text{コレト } b^2 = ac \text{ トヨリ}$$

$$ac = (2x-a)(2y-c),$$

$$\therefore 2xy = ay + cx,$$

$$\therefore 2 = \frac{a}{x} + \frac{c}{y}.$$

第拾壹篇 對數・複利及ビ年金

對數ヲ授クル目的ハ、複雑ナル計算ヲ簡便ニスルニ在ルコト勿論ナリ。然レドモ、對數計算ハ畧算タルヲ免レザルヲ以テ、其ノ結果ガ何程マデ信賴スルニ足ルカヲ確ムルコト大切ナリ、然ラズバ實際應用上ノ價值甚ダ少シ。故ニ本書ハ深く此ノ點ニ留意シタリ。今特ニ注意セル點ヲ述ブレバ次ノ如シ：

1. 先ヅ、對數ノ意義及ビ其記號的記法ヲ明瞭ニ會得セシメンガ爲メ、之ニ適スル暗算的問題ヲ課スルコトトセリ(練習問題第七十五集、下卷113頁)。
2. 對數ノ性質(第218條、下卷113—114頁)ハ對數計算ノ基礎トナルモノナレバ、生徒ヲシテ十分ニ會得セシメザルベカラズ。本書ハ此ノ

目的ヲ達センガ爲メ十分ニ注意ヲ加ヘ、最モ適切ト信ジタル練習問題ヲ選定セリ(練習問題第七十六集、下卷115—117頁)。

3. 對數ノ指標及ビ假數ニハ、簡潔明確ナル定義ヲ與ヘタルモノ尠シ、本書ニ於テハ、此定義ヲ最モ簡明ナラシメタリ(第221條、下卷118頁)。
4. 小數ノ指標ノ定メ方、及ビ其逆タル指標ガ負ナル對數ヲ有スル數ノ小數點ノ打ち方ハ、實際上最モ便利ナル様ニ説示セリ(第222條、下卷119, 120頁)。
5. 對數計算ノ結果ガ何程マデ信賴スルニ足ルカヲ判定セシムルハ、實際ニ大切ナルコト前ニ言ヘルガ如シ。然ルニ、從來ノ教科書ニハ、此判定法ニ付キ、何等ノ注意スル所ナキママ、生徒ハ挿入法ニ依リテ要モナキ數字ヲ幾ツモ計算スルヲ見ル。乃チ本書ニ於テハ、實際ノ例ニ付キ、得數ノ精シサヲ判定スル仕方ヲ説キ、生徒ヲシテ不要ニシテ且ツ無意義ナル計算ヲ爲サシメザル様ニシ、對數計算ノ趣旨ヲ失ハザラシメンコトヲ期セリ(第226條、下

卷124—126頁).

7. 對數計算ノ排列法ニハ,最モ意ヲ用キ,計算ノ確實ト迅速トヲ得ルタメ,便利ナル形式ヲ選定シタリ(下卷124—127頁,132—134頁,138,139頁,142頁).
8. 複利ハ算術ト異ナリ,專ラ理論的ニ説明シ,年金算ノ準備トセリ(第229,230條,下卷130,131頁).
9. 此程度ニ相應シタル年金算ヲ十分ニ説ケルモノ,是マデノ教科書ニ無キ様ナリ. 本書ニ於テハ,世間ノ實際ニ要アルモノヲ十分ニ説明シタリ(第231—235條,下卷136—142頁).

練習問題 第七十五集答.

- (頁)
113] 1. $-1.$ 2. $-2.$ 3. $-3.$ 4. $-1.$
5. $\frac{2}{5}.$ 6. $\frac{5}{2}.$ 7. $2.$ 8. $1\frac{3}{4}.$
9. $\frac{1}{6}.$ 10. $\frac{3}{7}.$ 11. $-\frac{1}{2}.$ 12. $-\frac{4}{5}.$

練習問題 第七十六集答.

- 115] 1. $\frac{8}{5} \log a + \frac{12}{5} \log b.$ 2. $\frac{1}{3} \log a + \frac{3}{2} \log b.$
3. $-\frac{4}{9} \log a + \frac{1}{3} \log b.$ 4. $-\frac{7}{6} \log a - \frac{1}{2} \log b.$
5. $-\frac{7}{12} \log a - \log b.$
116] 7. $\frac{\log c}{\log a - \log b}.$ 8. $\frac{5 \log c}{2 \log a + 3 \log b}.$
9. $\frac{\log a + \log b}{2 \log c + \log b - \log a}.$
10. $\frac{\log a}{\log b - \log a}.$ 11. $\frac{\log(a^2 - b^2)}{\log(a - b) - \log(a + b)}.$
12. $x = \frac{18}{5} \frac{\log m}{\log a}, y = -\frac{2}{5} \frac{\log m}{\log a}.$

(頁)

$$116] \quad 13. \quad \frac{-1 + \sqrt{29}}{2}$$

(解) 原方程式ヨリ

$$(x-2)(x+3)=1, \quad \therefore x^2+x-7=0,$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{29}).$$

然ルニ、此負ナル値ヲ取レバ、 $\log(x-2)$,
 $\log(x+3)$, 何レモ意味ナキモノトナルヲ
 以テ、負ノ値ハ棄テザルベカラズ。

$$\therefore x = \frac{-1 + \sqrt{29}}{2}.$$

14. 1. (解) 前問ニ倣ヘ。

$$18. \quad \sqrt{\frac{\log P}{\log a}}.$$

117] 19. (解) $\log_a x = m$, $\log_a y = n$ トスレバ

$$a^m = x, \quad a^n = y, \quad \therefore \frac{x}{y} = a^{m-n}$$

サテ $a > 1$ ナルトキハ $p > < 0$, ナルニ從テ, $a^p > < 1$. \therefore 若シ $\log_a x > \log_a y$,即チ $m > n$ ナルトキハ, $m - n > 0$,

(頁)

119]

ナルヲ以テ $a^{m-n} > 1$, $\therefore x/y > 1$, 即チ $x > y$.又 $a > 1$ ナルトキハ, $a^p > < 1$, ナルニ從テ $p > < 1$.故ニ $x > y$ ナルトキハ, $a^m > a^n$,即チ $a^{m-n} > 1$, $\therefore m - n > 0$,即 $m > n$, $\therefore \log_a x > \log_a y$.

練習問題 第七十七集答.

- 121] 1. 4, 2, 0, -1, -4,
 2. 4.2989, 1.2989, $\bar{1}.2989$, $\bar{3}.2989$.
 3. 32700, 327, 3.27, 0.00327.
 4. $\bar{1}.9030$. 5. $\bar{1}.3222$.
 6. 1.6990. 7. 0.3980.
 8. $\bar{1}.0212$. 9. $\bar{3}.3892$.
 10. $\bar{2}.8861$.
 122] 11. $\bar{8}.3040$. 12. $\bar{14}.9168$.
 13. 0.2051. 14. $\bar{1}.1152$.
 15. $\bar{1}.4461$. 16. $\bar{2}.7435$.
 17. $\log 13 = 1.1139$, $\log 11 = 1.0414$.

練習問題 第七十八集答.

(頁)

- 122] 1. 4.6628, 2.5623, 0.6690, $\bar{1}.8304$,
4.9002, 2.9547, $\bar{2}.1002$, $\bar{4}.4107$.
123] 2. 8760, 63.9, 6.166, 0.4847,
0.001587, 5.555, 0.01289, 0.2575.

練習問題 第七十九集答.

- 128] 1. 1725. 2. 0.7160. 3. 0.0634.
4. 0.4279. 5. 0.0001118. 6. 3.46.
7. 14.206.
8. $x = \frac{\log 3}{\log 3 - \log 2} = 2.71$,
 $y = \frac{\log 3}{\log 3 - \log 2} = 1.71$.
9. 37.12, 50.43.
10. 20項以上.

(解) S を n 項まで取るとスレバ,

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

(頁)

128]

$$\therefore 1 - S = 1 - \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right] = \left(\frac{1}{2}\right)^n < \frac{1}{10^6},$$

ナラシメシニハ、 n ヲバ $2^n > 10^6$, 即チ
 $n > \frac{6}{\log 2}$, = 適スル様ニスレバ可ナリ.

11. 5.

(解) 所要ノ因数ノ數ヲ x トスレバ

$$3^{1+2+\dots+x} > 10^5, \text{ 即チ } 3^{\frac{1}{2}x(x+1)} > 10^5,$$

$$\text{即チ, } \frac{1}{2}x(x+1) \log 3 > 5,$$

$$\text{即チ, } x(x+1) > \frac{10}{\log 3} [=k],$$

$$\text{即チ, } x^2 + x - k > 0.$$

故ニ x ヲバ此不等式ニ適スル、正ノ最小
整数ニ等シカラシムレバ可ナリ.

扱、 $x^2 + x - k = 0$, ニハ正負相異ナル實根アリ、
其正根ヲ a トスレバ、負根ハ $-(a+1)$

ナルコト明ナリ。而シテ $k = \frac{10}{\log 3}$,

$$\text{即チ, } 21 > k > 20, \therefore 21 > a(a+1) > 4 \times 5,$$

$$\therefore 5 > a > 4.$$

12. 8270 里.

練習問題 第八十集答.

- (頁) 135] 1. 806 圓. 3. 641.8 圓. 4. 80.9 圓
 5. 8 年 2 箇月. 6. 9 年 7 箇月.
 7. 401 圓. 8. 7%.
 9. 14 年 11 箇月.

(解) 所要ノ年數ヲ $n+f$ (n ハ整数, f ハ小
 數)トシ, $r=0.1$, $r'=0.05$ ト置ケバ,

$$a(1+r)^n(1+fr) = 2a(1+r')^n(1+fr'),$$

$$\therefore n \log \frac{1+r}{1+r'} + \log \frac{1+fr}{1+fr'} = \log 2,$$

$$\therefore \frac{\log 2}{\log \frac{1+r}{1+r'}} = n + \frac{\log \frac{1+fr}{1+fr'}}{\log \frac{1+r}{1+r'}},$$

サテ, $0 < f < 1$ ナルヲ以テ

$$\log \frac{1+fr}{1+fr'} < \log \frac{1+r}{1+r'} \quad \text{ナルコトハ容易ニ}$$

證明スルコトヲ得. 故ニ,

$$\log 2 \text{ヲ } \log \frac{1+r}{1+r'} \text{ニテ割リタルトキノ商}$$

(頁) 135] ハ n ニシテ, 剩餘ハ即チ $\log \frac{1+fr}{1+fr'}$ ナリ.

是ヨリ, $\frac{1+fr}{1+fr'} [=k]$ ノ値ヲ索ムルヲ得.

$$\text{然ルトキハ, } f = \frac{k-1}{r-kr'}.$$

練習問題 第八十一集答.

- 143] 1. 272 圓 10 錢. 2. 5480 圓.
 3. 99 圓 77 錢. 4. 20000 圓.
 5. 41900 圓. 6. 616 圓 60 錢.
 244] 7. 278 圓, 2050 圓.
 8. 1308 圓.

(解) $(20-7)^{\frac{1}{2}} = 13$ 年後, 7年間, 毎年 750^円ノ
 價値アル所へ, 毎年 250 圓ツツ受クルノ
 ミナルヲ以テ, 改約金ハ 13(m)年据置キ,
 其後 7(n)年間繼續スル, 年金額 $(750 -$
 $250)^m = 500(A)$ 圓, ノ年金ノ現價ニ等シカ
 ラザルベカラズ.

$$\text{即チ } F = \frac{A}{r} \frac{R^m - 1}{R^{m+n}}.$$

9. $\frac{\log 2 + m \log R - \log(1+R^n)}{\log R}$ 年.

第拾貳篇 順列, 組ミ合セ, 二項定理.

順列, 組ミ合セ及ビ二項定理ノ論ハ, 此程度ニ於テ生徒ガ最モ困難ヲ感ズル所ノモノナリ. 是レ一ツハ其事柄ノ高尙ナルニ依レド, 又一ツハ其説明ノ方法宜シキヲ得ザルニ依ル. 本書ハ, 實際上最モ適當ナル順序方法ニヨリ, 生徒ヲシテ, 困難ナク其要旨ヲ得シメンコトヲ期セリ.

今特ニ注意セル點ヲ述ブレバ次ノ如シ:

1. 生徒ガ順列及ビ組ミ合セノ論ニツキ困難ヲ感ズルハ, 之ニ關スル原則ヲ明カニセザルニ基クモノナルコト, 實驗上明ナルヲ以テ, 本書ニ於テハ, 先ヅ之レガ原則ヲ掲ゲタリ.

(第236條, 下卷, 145頁).

2. 順列及ビ組ミ合セノ定義ニハ, 從來明確ヲ缺ケルモノアルヲ以テ, 本書ニ於テハ, 最モ明確ナル定義ヲ示セリ(第237條, 下卷146, 147頁, 第240條, 下卷152頁).

3. 二項定理ハ, 直接ニ之ヲ證明スルヨリモ, n 箇ノ一次式ノ積ヲ配分シタルモノヨリ導ク方, 初學者ニハ分リヨキヲ以テ, 本書ニ於テハ此方法ニ依ルコトトセリ(第242, 243條, 下卷156, 157頁).

4. 二項定理ノ適用ヲ示ス例題ニハ, 最モ模範的ナルモノヲ選定シ(第243條ノ例, 下卷158, 159頁), 其練習問題ニハ, 特ニ二項定理ノ應用ノ廣大ナルコトノ一斑ヲ知ラシムルニ足ルモノヲ加ヘ置ケリ(練習問題第八十五集, 22—26, 下卷, 160頁).

練習問題 第八十二集答.

- (頁)
149] 1. 2730, 5040, 40320.
2. $n=6$, ${}_nP_n=720$.
3. 8.

(頁)
149] 5. $aabc, uacb, abac, acab, abca, acba,$
 $baac, caab, baca, caba, bcaa, cbaa.$

6. a) 9. b) 8. c) 8.

7. 120. 8. 90. 9. 1950. 10. 48.

練習問題 第八十三集答.

151] 1. 34650, 50400, 1663200.

2. 210.

3. 180.

(解) 首ニハ e , 尾ニハ s ヲ有スルモノノ
各各ヨリ其 e, s ヲ取り去ラバ $ssence$ ナ
ル六文字ノ順列ヲ得ベシ. 故ニ求ム

ル所ノ數ハ $\frac{|6|}{|2|2|}$.

4. 2903040.

(解) 特別ナル二人ヲ甲, 乙トシ, 先ヅ乙ダ
ケヲ省キ, 餘ノ 9 人ヲ種種ニ列ブルニ,
其仕方ハ $|9|$ 通りアリ, 此各各ニ付キ乙
ガ列中ニ入り得ル仕方ハ 8 通りツツ
アルヲ以テ, 求ムル所ノ列ベ方ハ $|9| \times 8$.

(頁)
152] 5. 5040.

(解) 圓形ニ並ブル仕方ハ, 關係的ノ位置
ノミニ依リ, 絶對ノ位置ニハ依ラザル
モノナルヲ以テ, 其内ノ 1 名ノ位置ハ
固定セルモノト見做スコトヲ得.

故ニ所要ノ數ハ $|8-1| = |7|$.

次ニ, 此ノ並ビ方ニ付キテ相隣ル者同
ジキハ, 唯 2 通りツツアルノミナルヲ,
以テ, 相隣ル者ノ同ジキヲ同ジ並ビ方
ト見做ストキニハ, 其數ハ $\frac{1}{2}|7|$ ナリ.

6. 2880.

(解) 特別ナル四冊ヲ一ツト見レバ, 其並
ベ方ハ $|5|$ 通りアリ. 此各各ニ就キ, 其
特別ナル四冊ダケノ並ベ方 $|4|$ 通りツ
ツアルヲ以テ, 求ムル所ノ列ベ方ノ數
ハ $|5| \times |4|$.

練習問題 第八十四集答.

154] 1. 1820, 455, 190.

2. 455, $n = 15$.

3. 8, ($r = 8$).

4. $x = 5, y = 5$.

(頁) 155] 5. $abc, abd, abe, acd, ace,$

$ade, bcd, bce, bde, cde.$

6. 210. 7. 25.

8. 246480. 9. 60.

10. (解) 先ツ30人中ヨリ11人ヲ選ビ出ス
仕方ハ ${}_{30}C_{11}$, 次ニ残りノ19人中ヨリ11
人ヲ選ビ出ス仕方ハ ${}_{19}C_{11}$. 故ニ11人ツ
ツノ組ヲニツ作ル仕方ノ數ハ

$${}_{30}C_{11} \times {}_{19}C_{11} = \frac{|30}{(|11|^2 |8|}$$

然ルニ, 此數ハ單ニ前後ノ二組ヲ取リ
換ヘタルダケノモノヲモ, 相異ル組ノ
作り方ト考ヘタルモノナルヲ, 以テ, 求

ムル所ノ仕方ノ數ハ $\frac{|30}{(|11|^2 |8 \times 2|}$.

又15人ツツノ二組ニ分ツ仕方ノ數ハ

$$\frac{|30}{(|15|^2 \times 2|}$$

11. 139.

(解) 種種ノ金高ヲ作ルルニツキ, 五錢白

(頁) 155]

銅貨ハ之ヲ1ツ取ルカ, 二ツ取ルカ, 三
ツ取ルカ, 又ハ全ク取ラヌカノ何レカ
ナレバ, 其處分ノ仕方ハ $3+1=4$ 通リア
リ. 同様ニ, 二十錢銀貨ノ處分ノ仕方
ハ $6+1=7$ 通リ; 五圓金貨ノ處分ノ仕方
ハ $4+1=5$ 通リアリ. 而シテ, 相異ナル
貨幣ニテ同ジ金高ヲ作り得ザルコト
明カナルヲ以テ, 與ヘラレタル貨幣ニ
テ作り得ル相異ナル金高ハ
 $4 \times 7 \times 5 = 140$ 通リアリ. 但シ, 此内ニハ
一ツノ貨幣モ取ラヌコト一通リアル
ヲ以テ求ムル所ノ數ハ $140 - 1 = 139$.

12. ${}_{p+1}C_n$.

(解) 先ツ, p 箇ノ+ヲ一列ニ並べ, 其前後
及ビ二ツノ+ノ間ナル $(p+1)$ 箇ノ場所
ノ内 n 箇ヲ選ミ, 其處ニ一ヲ置クト考
フレバ, 求ムル所ノ數ハ分明ニ ${}_{p+1}C_n$.
但シ. $p+1 \geq n$.

練習問題 第八十五集答.

(頁)

159]

1. $x^6 + 6x^5 + 15x^4 + 20x^3 + 15x^2 + 6x + 1.$

2. $1 - 5x^2 + 10x^4 - 10x^6 + 5x^8 - x^{10}.$

3. $81x^4 - 216x^3y + 216x^2y^2 - 96xy^3 + 16y^4.$

4. $16a^4 + 96a^5 + 216a^6 + 216a^7 + 81a^8.$

5. $\frac{64}{729}x^6 - \frac{32}{27}x^4 + \frac{20}{3}x^2 - 20 + \frac{135}{4} \frac{1}{x^2}$

$$- \frac{81}{8} \frac{1}{x^4} + \frac{729}{64} \frac{1}{x^6}.$$

6. $x^{10} + 5x^9 + 10x^8 + 10x^7 + 5x^6 - 5x^4 - 10x^3$

$$- 10x^2 - 5x + 1.$$

7. $405a^2b^2.$ 8. $-14x^3.$ 9. $-252x^5.$

10. $90720x^4y^4.$ 11. $4845 \frac{1}{x^8}.$ 12. $3003.$

13. $1 + 8x + 20x^2 + 8x^3 - 26x^4 - 8x^5 + 20x^6 - 8x^7 + x^8.$

14. $27x^6 - 54ax^5 + 11a^2x^4 - 116a^3x^3 + 117a^4x^2$

$$- 54a^5x + 27a^6.$$

15. $198.$ 16. $128x^7 - 224x^5 + 112x^3 - 14x.$

160] 17. $3360.$ 18. $210.$ 19. $\frac{(3n)!}{\left(\frac{n}{2}\right)! \left(\frac{3n}{2}\right)!}.$

(頁)

160]

26. (解) a, b ハ相異ナルヲ以テ, $a > b$ トシ, $a = p + q, b = p - q$ ト置クコトヲ得.但シ $p > q > 0.$ 然レバ, $\frac{a+b}{2} = p$, 即チ $\left(\frac{a+b}{2}\right)^m = p^m.$

又 $a^m = p^m + mp^{m-1}q + \frac{m(m-1)}{2!}p^{m-2}q^2 + \dots$

$$b^m = p^m - mp^{m-1}q + \frac{m(m-1)}{2!}p^{m-2}q^2 - \dots$$

$$\therefore \frac{a^m + b^m}{2} = p^m + \frac{m(m-1)}{2!}p^{m-2}q^2 + \dots,$$

然ルニ, $m > 1$ ナルヲ以テ, 此右邊ハ二項ヨリハ少ナカラズ, 且ツ各項何レモ正ナリ $\therefore \frac{a^m + b^m}{2} > p^m = \left(\frac{a+b}{2}\right)^m.$

~~~~~(終り)~~~~~



本教科書ヲ用キルニ當リテハ、先ヅ  
下ノ如ク正誤スベシ。

| 頁       | 行     | 誤                    | 正                    |
|---------|-------|----------------------|----------------------|
| 上卷, 21. | 3     | $15^{14}$            | $15^4$               |
| „, 24.  | 下ヨリ 2 | +                    | ×                    |
| „, 30.  | 6     | $-\frac{5}{3}2a^2b$  | $-\frac{5}{3}a^2b$   |
| „, 126. | 下ヨリ 6 | $93x^3$              | $98x^3$              |
| „, 132. | 下ヨリ 6 | $a+b \neq 0$         | $a^2 \neq b^2$       |
| „, 159. | 下ヨリ 5 | $-\frac{1}{(a-b)^2}$ | $-\frac{4}{(a-b)^2}$ |
| „, 160. | 下ヨリ 1 | $-\frac{c}{a+b}$     | $+\frac{c}{a+b}$     |
| 下卷, 69. | 9     | $+2xyz(y+z)$         | $-2xyz(y+z)$         |
| „, 78.  | 末     | $x=4$                | $x=\frac{2}{3}$      |
| „, 108. | 下ヨリ 3 | <u>通比ノ絶対値</u>        | 通比                   |
| „, 108. | 下ヨリ 3 | 等比級數                 | <u>各項正ナル</u> 等比級數    |



34003

紙片



11. 65

26. 10. 9



412-127ウ



\*1200800297125\*



終