

速度もまた連続的に變化し光線の方向が除々に變化する。(1) 例へば媒質の密度が下より上に向つて漸次に減ずるときには前圖の如く光線が下方に彎曲する。

第4圖のRMの間に二硫化炭素等の如き液體を置きその中の光の速度を測定すれば眞空の中のものよりも小なることが認められる。諸種の色の光について實驗すれば多くの物質に於て綠色の光の速度が赤色の光の速度よりも小なることが認められる。

併しながら物質の中に於ける光波の傳播の狀況は振動數によつて異なるために位相速度と群速度とが等しくない。屈折率は位相速度によつて定まるけれども上の如くして測定せられるものは群速度なる故に屈折率より計算せられるものと直接の測定の結果とは必しも一致しない。二硫化炭素に於ては黄色の光の位相速度が $\frac{c}{1.64}$ と計算せられ群速度は $\frac{c}{1.77}$ と測定せられる。

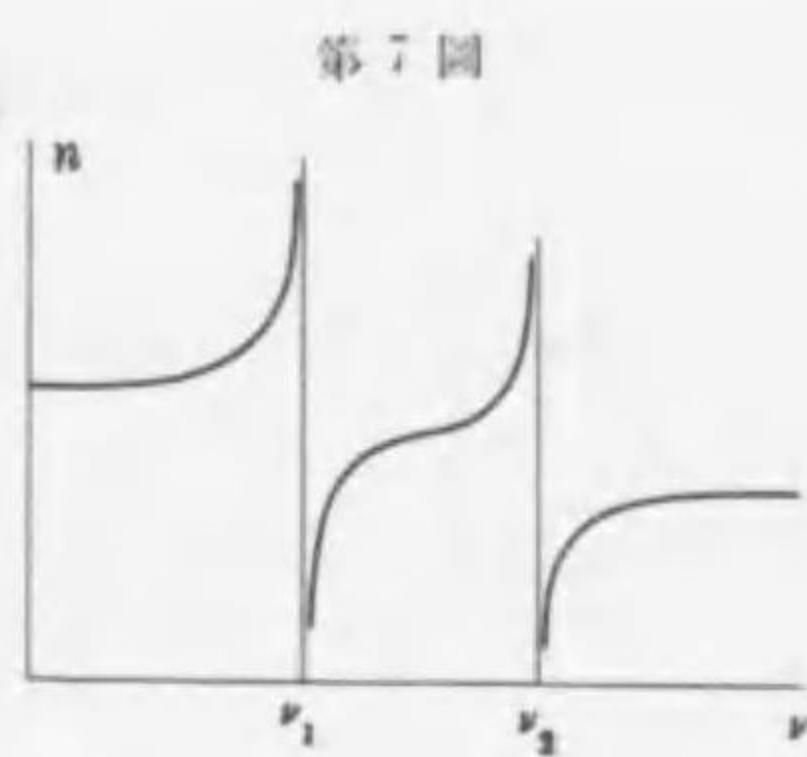
屈折率の大小は略々光の振動數の大小に伴ふけれども物質によつて異なること云ふまでもない。透明の物質に於ては光の振動數 ν とその屈折率 n との關係が

$$n = A + B\nu^2 + C\nu^4 \quad (2) \quad 4$$

の如くに表はされる。これをコーシーの分散式と名づける。

併しながら何れの物質も各々或る振動數の光に對して著しい吸収を示す。吸収部の近傍に於ては分散が變則に生ずる。即ちこの部分に於て振動數の

小なる側



第7圖



この圖はプリズムによつて左右に分解した白光を更にナトリウムの蒸氣を通して上下に分散せしめたものを示す。蒸氣が上下に於て密度を異にすれば宛もプリズムの如くに作用する。D₁ D₂の吸収に相當する變則分散が認められる。

(1) 90 節參照

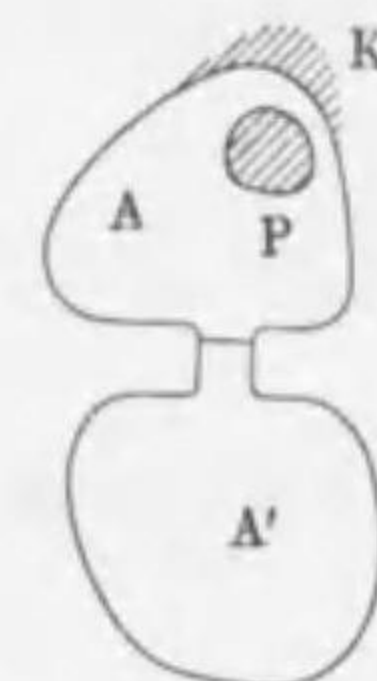
(2) 次頁脚註參照。

よりその大なる側に移るとき屈折率が急激に減少する。従つて例へばフクシンの水溶液を中空のプリズムに入れ白光を通して見れば赤橙と青堇とが位置を換へて現はれる。吸収線の振動數を ν_1, ν_2, \dots とすれば屈折率は

$$n^2 = a + \frac{b}{\nu^2 - \nu_1^2} + \frac{c}{\nu^2 - \nu_2^2} + \dots \quad 5$$

の式によつて表はされ凡そ圖に示す如くに變化する。この式をヘルムホルツ-ケツテレルの分散式と名づける。(1)

109. 輻射の平衡 物體は常にその溫度に相當する輻射線を發してエネルギーを失ふとともにまた周圍より輻射するエネルギーを吸收する。前者が後者より勝るときは物體が漸次に冷却しその逆の場合には物體が次第に熱せられる。通常の状態に於て物體が一定の溫度を保つはこのエネルギーの出入が相償ふ故に外ならない。



第8圖

一の空洞Aの周壁が全く一樣の溫度に保たれ且つ熱を傳へることなく輻射をも通過せしめない物體より成る場合にはその空間が周壁Kまたはその中にある物體Pよりの輻射によつて充たされ定常の状態に達する。この定常の輻射はKP等の物體の性質に關係なくたゞ溫度によつて定まる。假にAと同じ溫度の周壁によつて圍まれる他の空洞A'の中の輻射がAに於けると異なるとしAの中の輻射がA'の中の輻射よりも例へば赤色に富むとすればこれ等二つの空洞を連絡しその境に赤色の光を通しその他をよく反射する板を置くとき赤色の光がAよりA'に移つてA内のものは冷却しA'内のもの

(1) 45 の式に振動數の代りに眞空中の波長 $\lambda, \lambda_1, \lambda_2, \dots$ を以て

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$$
$$n^2 = \alpha + \frac{\beta}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{\gamma}{\lambda^2 - \lambda_2^2} + \dots$$

と表はすを常とする。例へば岩鹽に於て λ を 10^{-4} 釐で表はせば

$$\alpha = 5.1750 \quad \beta = 0.018496 \quad \gamma = 8977.0 \quad \lambda_1^2 = 0.01621 \quad \lambda_2^2 = 3149.3$$

は熱せられる。このことは始め一様なりし温度に高低を生じ熱が目ら低温より高温に移る結果を生ずる。故に熱力學の第二則によつて不可能でなければならない。即ち空洞の中の輻射は温度によつて定まりその周囲の物質には關係しない。斯く平衡にある輻射を**平衡輻射**または**完全白光**と稱する。

物體の表面の單位面積より單位時間に輻射するエネルギーの量をその表面の**輻射能**と云ひ輻射線が表面に入射するとき表面に吸収せられるエネルギーと入射する全エネルギーとの比を**吸収能**と稱する。吸収能は常に1より小さく完全黒體すなはち總ての輻射を悉く吸収する表面に於て1に等しい。

輻射と平衡にある物體の表面を考へその單位面積に單位時間に入射する輻射の中に狭い範圍を取りその振動數の平均を ν とし兩端の差を $d\nu$ とする。この間にある輻射のエネルギーは

$$\kappa d\nu \tag{6}$$

と表はされる。勿論 κ は振動數 ν に關係する。振動數 ν の輻射に對するこの表面の吸収能を a とすれば上のエネルギーの中 $a\kappa d\nu$ が吸収せられ $(1-a)\kappa d\nu$ が反射せられまたは透過する。

また表面よりの輻射をこの範圍について考へれば單位面積より單位時間に失はれるエネルギーが

$$e d\nu \tag{7}$$

と表はされる。平衡の状態に於てはこのエネルギーが吸収せられるエネルギー $a\kappa d\nu$ に等しくなければならない。即ち

$$e = a\kappa \tag{8}$$

κ は温度のみによつて定まり物體に關係しない。従つて a と e とは比例する。これを**キルヒホッフの法則**と名づける。 a が1なるとき即ち吸収が完全なるときには e が κ に等しい。

この結果は總ての振動數の輻射について成立つ故に輻射の全體についても成立つ。完全に黒い表面は最も多く輻射を發する。吸収が少く反射透過の大なるに従つて輻射が減少する。例へば金屬片と炭塊とを

爐中に熱すれば後者が前者よりも強く輝くことが認められる。また完全に黒い表面はその物質の何たるに拘らず温度により一定の輻射を生ずる。

今一の空洞Aの小孔Lを同じ温度の黒く且つ極めて薄い板を以つて蔽ふときこの薄板より内部に發する輻射は内部より薄板に入射する輻射に等しい。薄板の内外兩面の温度が等しいとすれば外部に向つて發する輻射もまたこれに等しい。従つて薄板は恰も空洞より外に漏洩せんとする輻射を外部に發することになる。即ち空洞の小孔よりの輻射は完全に黒い表面よりの輻射に等しい。よつて平衡輻射を**黒體輻射**とも稱する。



第9圖

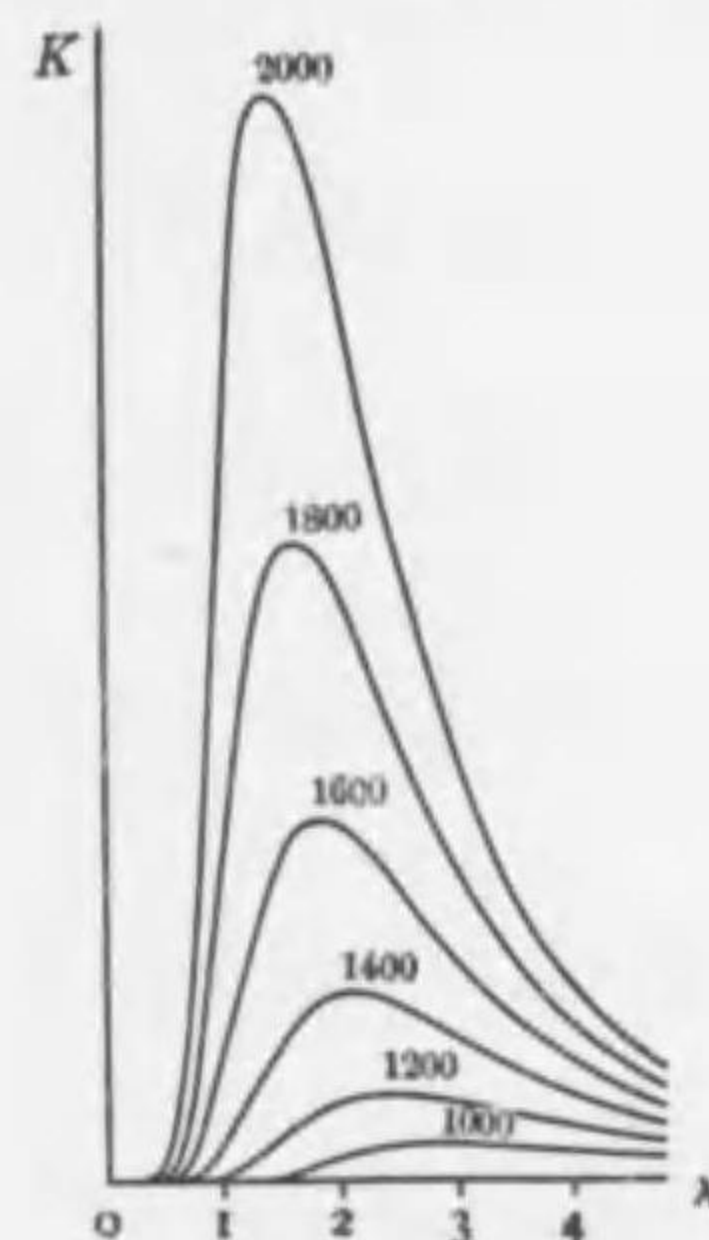
110. **黒體輻射** プランクその他の研究によれば黒體輻射の各部のエネルギー κ と絶對温度 T との關係は

$$\kappa = 2\pi \frac{h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \tag{9}$$

と表はされる。但し k はボルツマンの恒數を表はす。 h は**プランクの恒數**と云ひ 6.547×10^{-27} エルグ秒

の値を有する。

振動數 ν の代りに波長 λ を考へればその $d\lambda$ なる範圍に含まれる輻射のエネルギー



第10圖
波長の單位は 10^4 對 曲線に附記の數字は絶對温度

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \quad \text{よつて} \quad d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda \tag{10}$$

λ の増加が ν の減少となる故 $d\lambda$ が正ならば $d\nu$ が負でなければならない。併し $d\nu d\lambda$ について大小のみを考へることゝすれば $d\lambda$ の範圍は

$$d\nu = \frac{c}{\lambda^2} d\lambda$$

なる範圍に同じい。この間に含まれるエネルギーは

$$\kappa d\nu = \kappa \frac{c}{\lambda^2} d\lambda$$

即ち10が得られる

ギーは

$$2\pi \frac{hc^2}{\lambda^3} \frac{1}{e^{\frac{ch}{\lambda T}} - 1} d\lambda$$

と表はされる

$$K = 2\pi \frac{hc^2}{\lambda^3} \frac{1}{e^{\frac{ch}{\lambda T}} - 1} \quad 10$$

は波長に於て單位の幅に含まれるエネルギーの量を表はす。Kは圖の如くに或る波長に於て極大を示しこの極大の波長は温度の昇るに従ひ短い側に移動しこれとともに輻射の全量は急激に増加する。

上の極大部の波長は温度に逆比例し

$$\lambda T = \beta \quad 11$$

β は 0.288 程度と測定せられる。これを **ウイーンの変位則** と稱する。また輻射の全量は

$$E = \alpha T^4 \quad 12$$

で表はされる。 α は 5.75×10^{-8} エルグ^{cm²}秒⁻¹度⁻⁴ なる恒數を表はす。これを **ステファーン-ボルツマンの法則** と稱する。

以上の輻射の法則は高い温度を測定するに用ひられる。觀測の結果によれば太陽の表面の 1 輻²より輻射せられるエネルギーは 1 秒について 9.66×10^{10} エルグ⁽¹⁾である。若し太陽を完全黒體と假定すればその絶對温度は 12 によつて 6500 度になる。また太陽の光の最強部の波長は 5×10^{-4} 輻と觀測せられる故に 11 によつてその絶對温度は 6000 度と計算せられる。但しこれ等の値は太陽の表面に於ける温度を示すもので内部の温度はこれよりも著しく高いと考へられる。また太陽が完全黒體ならざる場合には表面の温度も上記の値より更に高くなければならない。

完全に黒い物體とその周圍との絶對温度を T, T_0 とすれば物體の單位面積が單位時間に αT^4 のエネルギーを失ひ αT_0^4 のエネルギーを吸収する。故に物體の失ふエネルギーは

$$\alpha(T^4 - T_0^4)S$$

(1) 太陽より地球に達する熱量より計算する。

但し S は物體の表面の面積を表はす。 T と T_0 との差が小ならば

$$T^4 - T_0^4 = 4T_0^3(T - T_0)$$

また物體の熱容量を C とすれば dt なる時間に冷却する温度は

$$dT = 4\alpha \frac{ST_0^3}{C} (T - T_0) dt$$

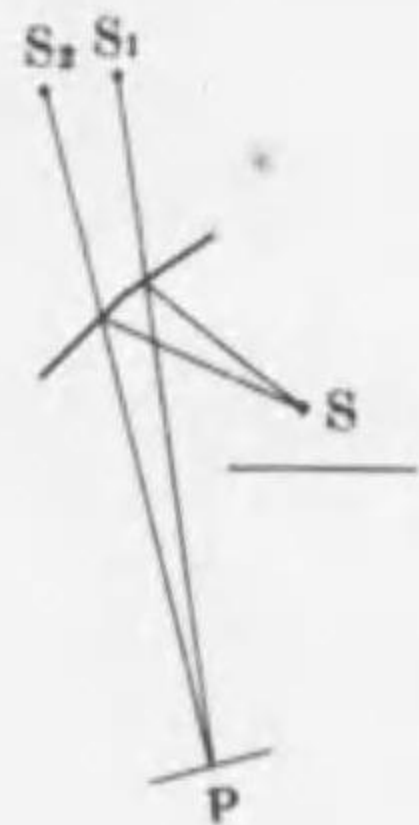
と表はされる。即ち

$$\frac{dT}{dt} = 4\alpha \frac{ST_0^3}{C} (T - T_0) \quad 13$$

表面が完全に黒くない場合には輻射がその吸収能に比例して減ずるけれども冷却の速度は周圍との温度の差に比例する。これを **ニュートンの冷却則** と名づける。

第十七章 光の干渉

111. 光の干渉 一の光源から發する光を圖の如く僅かに角をなす二枚の鏡によつて反射せしめて恰も極めて接近した像 S_1, S_2 から發する如き二つの光としこれを同時に衝壁の上に受ければ干渉圖形と稱する明暗の縞が現はれる。この鏡をフレネルの鏡と名づける。



第1圖

この現象は光を一種の波動としその干渉の結果として強弱が生ずると考へれば容易に説明せられる。 S_1, S_2 から光波が同じ位相を以て發するとすれば之等から衝壁の上の一點 P に至る徑路の差が波長の整数倍なるときには兩波が相助けて強く半波長の奇数倍なる場合には兩波が相消して弱い。そ

の中間の點では相助けまたは相消す程度が各々異なるために光の強さもまた異なり衝壁の上には交互に明暗が現はれる。

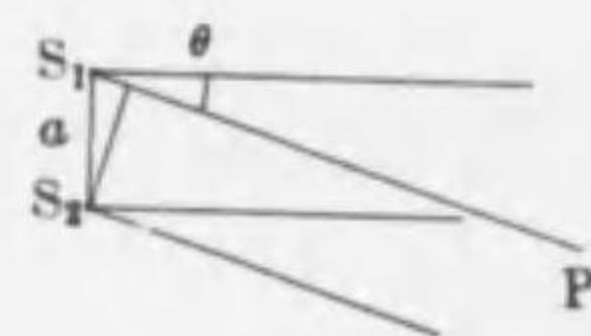
S_1 と S_2 とが極めて近い場合は S_1P と S_2P とが平行と見做される。今 S_1S_2 を a としこれに垂直な線が S_1P S_2P となす角を θ とすれば徑路の差 δ は $a \sin \theta$ に等しい。故に

$$a \sin \theta = m \lambda \quad 1$$

のときは最も明るく

$$a \sin \theta = m \lambda + \frac{1}{2} \lambda \quad 2$$

のときは最も暗い。こゝに m は整数または 0 を表はすこととする。若し白光を用ひるときには各色それぞれ波長を異にするために明暗の位



第2圖

置もまた異なり衝壁の上に着色した圖形を生ずる。

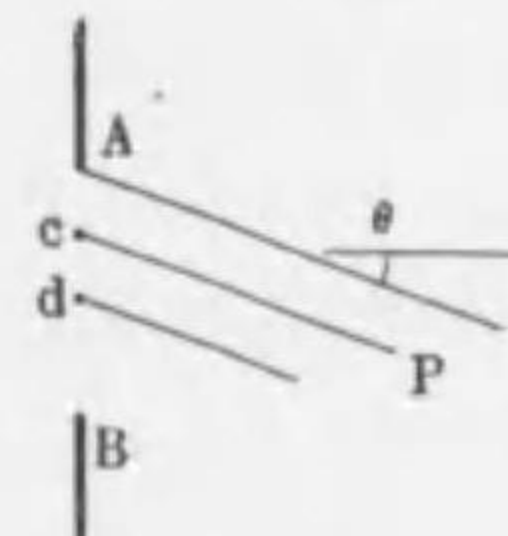
この實驗に於て S_1, S_2 に全く獨立の光源を置けば干渉圖形は現はれない。光波の振動は極めて迅く普通に云ふ短時間にも振動の回数は極めて大きい。その間に振動の振幅位相振動方向等が頻繁に且つ不規則に變化し統一した波形の續く時間は甚だ短い。そのために兩波が助け合ひ消し合ふ方向は絶えず變化しその平均の結果として何れの點に於ても全く一樣の照明を生ずる。然るに同一の光源から出る光を二個に分つ場合には光源の振動状態が時に變化しても兩波の相對的關係は變らない。即ち互に助け合ひ消し合ふ位置は一定する。



第3圖

また徑路の差が右圖の如くに甚しく大なる場合にも干渉は現はれない。徑路の差が統一した波形の續く長さを超えるときは同一の光源より發する光も規則的の干渉を生じ得ない。種々の實驗によれば干渉を生ずる最大の徑路差は一米の程度である。従つて波形の統一して續く時間は 10^{-8} 秒の程度と推定せられる。

112. 光の廻折 光が小孔を過るときには單に進行の方向に傳播するのみでなく陰影の部分にも進入する。此の現象を光の廻折と名づける。一例として光が細隙の面に垂直に當る場合を考へるに後方の一點に及ぼす効果は細隙の上のすべての點から同じ位相を以て發する無数の副波によつて生ずる効果を合成せるものに等しい。細隙の正面に於



第4圖

ては細隙の上のすべての點から等距離にあると見做し得る。従つて總ての副波が同じ位相を以て到着し互に助け合ひ振幅が最も大きい。併し正面を離れた方向にもなほ幾分の光の進むのが見られる。

細隙 AB の上に於て c, d, ... の諸點を適當の間隔にとれば之等から衝壁の上の一點 P に至る

徑路 AP, cP, dP, …… の差をして各々一波長に等しからしめることができる。細隙から P に至る距離が AB に比して極めて大きいとすれば A, c, d, …… 等の諸點の間隔は總て相等しく細隙 AB は若干の相等しい部分とその殘餘とに分れる。P 點に於ては之等の部分の上半と下半とが及ぼす効果が互に消し合ひたゞ殘餘の部分による効果のみが残る。細隙の幅を b とし細隙から P 點に至る方向が正面の方向となす角を θ とすれば AP と BP との差は

$$b \sin \theta$$

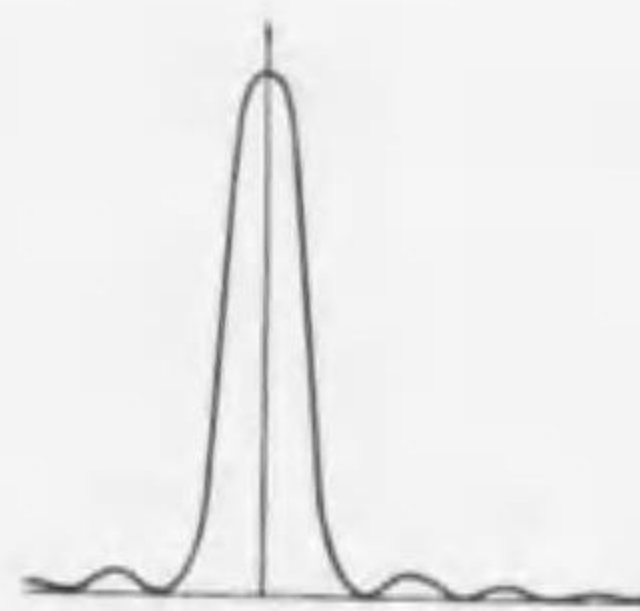
に等しい。細隙が整数 m に残りなく分たれる場合即ち

$$b \sin \theta = m \lambda$$

に相當する P 點に於ては細隙の効果が全く零になりその中間の場合即ち

$$b \sin \theta = m \lambda + \frac{1}{2} \lambda$$

に相當する P 點に於ては細隙の $\frac{1}{2m+1}$ だけの効果が現はれる。衝壁の上の光の分布は左圖の如くなつて明暗の縞を生ずる。但し中央より遠ざかるに従つて強さの極大が漸次に減少し遂に一樣な暗さに終る。細隙の幅が大きいときには明暗の縞が接近して生ずるために此の現象が著しくは現はれない。



第 5 圖

以上は單光によつて生ずる廻折であるけれども白光を用ひる場合には各色それぞれ波長を異にするためにこの廻折圖形は着色する。たゞ中央に於ては干涉の狀況が凡ての色に對して同一なる故に白色を呈する。

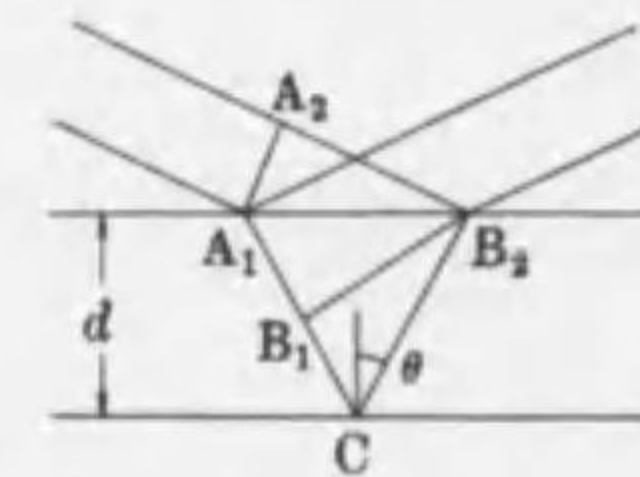
若し細隙の代りに圓形の孔を用ひるときには廻折圖形が明暗の縞の同心環をなし孔徑の減ずるに従つて環の間隔が増加する。白光を用ひれば中央は白く周圍に着色した環を生ずる。光が細隙または小孔を通過する代りに細線または小粒に當る場合に生ずる廻折もまた上の場合と殆ど變らない。たゞ前の明暗がこの場合には逆に暗明になり双方

の場合の明暗を併せば全く一樣な明るさを生ずべきことになる。なほこの現象は細隙または小孔の場合に限らず一般に物體によつて光の一部が遮られるときその陰影の周邊に於て現はれる。

この結果は光の波長の小なるほど著しく波長が大なる場合には明暗の縞が密接して生ずるため光はたゞ正面にのみ達することになる。光の波長は極めて小なるために上記の現象も精細な觀察によつて始めて認められる。従つて普通の場合に光は全く直進すると考へて殆ど支障がない。

音波の場合には明瞭な陰影を生じないけれども之等はすべて音波の波長が大なることに基づく。要するに陰影の生ずると否とは障礙物の大きさと波長との比によつて定まる。音波の場合にもこれを遮るものが充分に大ならばその後方には殆ど達しない。

113. 薄板の色 光が薄い透明の板に入射するときには一部は前面に於て反射し一部は板中に入り後面に於て反射するためにこの二つの反射波の間に干涉を生ずる。平行光線が入射する場合を考へ入射する波面を A_1A_2 とし板中に屈折した後の波面を B_1B_2 とすれば空氣中に於て光波が A_1B_1 を進行する時間は A_1B_1 を板中に於て進行する時間に等しく前面よりの反射と後面よりの反射との兩波の間に $B_1C + CB_2$ なる徑路の差を生じ従つて兩波が相合するときこれに相當する位相の差を有する。なほこの外に反射の際にも位相の變化を生ずる。反射の際の位相の考察は複雑であるけれども種々の推論によれば一の媒質より他の媒質に移る界面の反射波は逆に後者から前者に移る界面の反射波と反對の位相を有する。板の厚さを d とし板の後面に於ける入射角を θ とすれば



第 6 圖

$$B_1C + CB_2 = 2d \cos \theta$$

故に板中に於ける波長を λ とすれば

$$2d \cos \theta = m\lambda + \frac{1}{2}\lambda \quad 3$$

のときは互に相助け

$$2d \cos \theta = m\lambda \quad 4$$

のときは互に消し合ふ

以上に述べた處では板中にたゞ一回の反射のみを考へたけれども實際には内部で數回の反射を重ねたものも含まれる。

若し板に入射する光が白色ならば各色それぞれ助け合ひ消し合ふ程度を異にするために反射する光が色を帯びる。その色は板の厚さと入射光線の傾きとに關係する。

板が若し厚ければ着色の現象を示さない。二つの波長 λ_1, λ_2 に於て

$$2d \cos \theta = m\lambda_1 = m\lambda_2 + \frac{1}{2}\lambda_2$$

ならば λ_1 の光は相消し λ_2 の光は相助ける。然るに

$$\lambda_1 - \lambda_2 = \frac{\lambda_2}{2m}$$

厚い板では m が大きく λ_1 と λ_2 との差は極めて小さい。従つて多數の助け合ふ單色と消し合ふ單色とが極めて接近して交互に生ずる故に着色は認められない。

硝子の平板の上に曲率の極めて小さい凸レンズを置き上方から單光を送れば接觸點を中心として同心圓をなす明暗の環が現はれる。これをニュートン環と名づける。この現象はレンズと板との間の空氣の薄層のために生ずる。光が上方から垂直に入射しこれを上から見る場合を考へ空氣層の厚さを d とすれば

$$2d = m\lambda + \frac{1}{2}\lambda$$

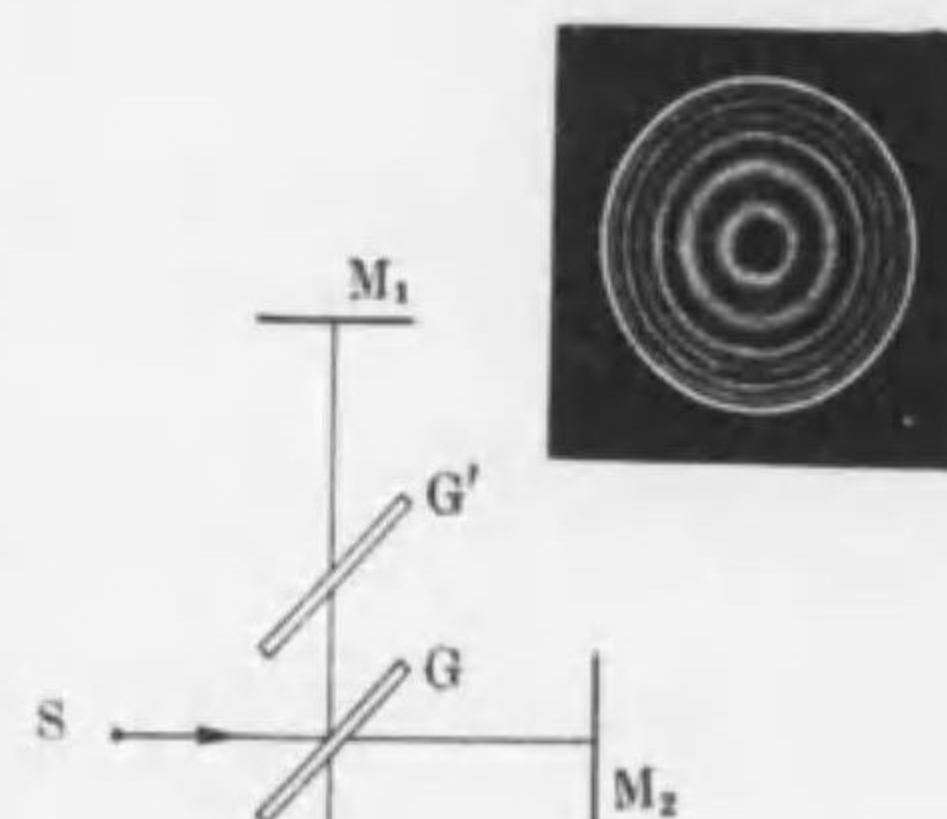
のとき明るく

$$2d = m\lambda$$

のときに暗い。中心では d とともに m が0なるために暗く其の周圍の暗線は逐次に m の1 2 3 に相當する。レンズの代りに少しく凹凸ある硝子板を置けば不規則なニュートン環を生ずる故これによつて硝子

板の平面の正否を検することができる。

114. 干涉計 光源 S から發する光を半ば鍍銀した硝子板 G により反射するものと透過するものとに分け兩者を平面鏡 M_1, M_2 によつて反射して再び舊の途を歸らしめる。 G に於て M_1 より歸るものゝ一部が透過し M_2 より歸るものゝ一部が反射して相ともに T の方向に進む。 G' には G と同じ厚さの硝子板を用ひ G に於て透過反射の際に生ずる兩途の差を補ふ。 T には望遠鏡を置いて G より來る光を觀測する。この如き装置をマイケルソンの干涉計と名づける。



第7圖

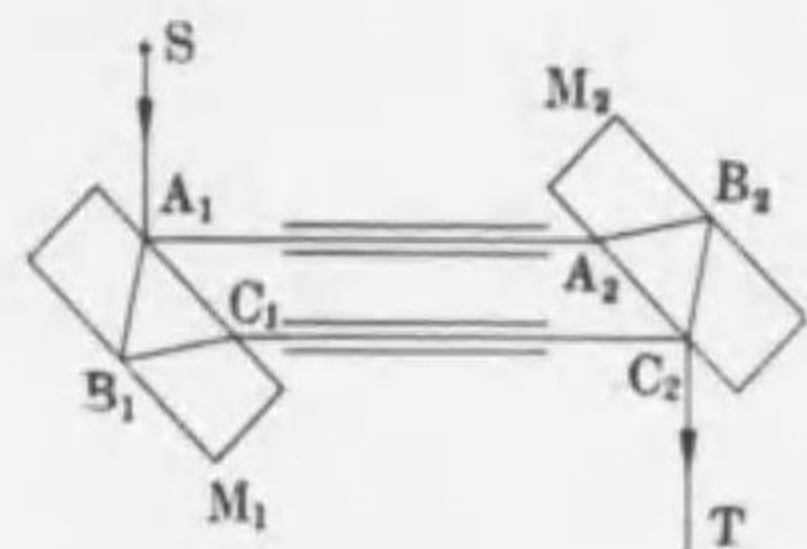
この G より M_1 と M_2 とまでを往復する光の徑路が相等しければ兩途の光波は再び相會するときに助け合ふべきこと云ふまでもない。従つて T の視野の中央は明るい。然るに M_2 を少しく前後に動かせば二つの往復の徑路に差を生ずる。これが半波長に等しければ兩途の光波は互に消し合つて視野の中央は暗くなり更に一波長の差に至れば再び明るい。斯くして M_2 を動かすに従ひ明暗が交互に現はれる。實際には T の視野の中央に上の如き徑路を取る光が來る外に周圍には少しく斜の途を取る光が現はれ之等に於ては徑路の差が途の斜なるほど大きい。従つて視野の中央を遠ざかるに伴ひ明暗が交代して環狀の縞を生ずる。 M_2 を動かすとき明暗が順次に變化するために恰も明暗の縞が外または内に向つて移動することになる。

平面鏡 M_2 が半波長だけ移動することによつてこれに対する徑路は一波長を變じ明暗が舊に歸る。その數を算へながら同時に M_2 の移動した長さを測れば光の波長が測定せられる。

一般に輝線スペクトルの波長はこれを發する元素によつて定まり外界の影響によつて變化すること極めて少いために尺度の標準とするに

適する。この目的の爲めにカドミウムの弧光燈の發する赤色の光の波長を精密に測定せる結果によれば温度15度1氣壓の乾燥空氣の1米には1553164.13波長が含まれ従つてこの空氣の中の波長は 6438.4696×10^{-8} 厘米に當る。⁽¹⁾

ジャマンの干渉計では厚さ相等しい二枚の硝子板 M_1, M_2 を平行に置きその後方 B_1, B_2 を鍍銀してよく光を反射せしめる。光源 S から來る光を A_1 に於て反射するものと屈折するものとに分け A_1, A_2, C_1 及び A_1, B_1, C_2 の兩途を経て再び相會するものを T の望遠鏡によつて觀測する。



第8圖

この装置によつて例へば氣體の屈折率と密度の關係を測ることが出来る。圓筒の兩端を硝子板で塞ぎこれを干渉計の兩板の間に平行に置き兩途の光をして各々の管を通過せしめる。これ等の管を唧筒につなぎその中の氣體の密度を調節する。初め

兩管の内の密度を相等しからしめ次に一方の密度を増減して望遠鏡の視野の中央の明暗の變化を算へる。

管の長さを l とし初めと終りに於ける氣體の屈折率を n_1, n_2 とするに媒質の長さ l は眞空の中の $n_1 l, n_2 l$ なる長さに相當し兩途は $l(n_1 - n_2)$ なる徑路の差を有することになる。眞空の中の光の波長を λ とし明暗の變化の數を p とすれば

$$l(n_1 - n_2) = p\lambda$$

従つて p を算へれば屈折率の變化が知られる。測定の結果によれば氣體の屈折率を n とし密度を ρ とすれば $n-1$ が ρ に比例する。即ち

$$n-1 = \alpha\rho \tag{5}$$

α は氣體の種類と光の波長とによつて定まる。

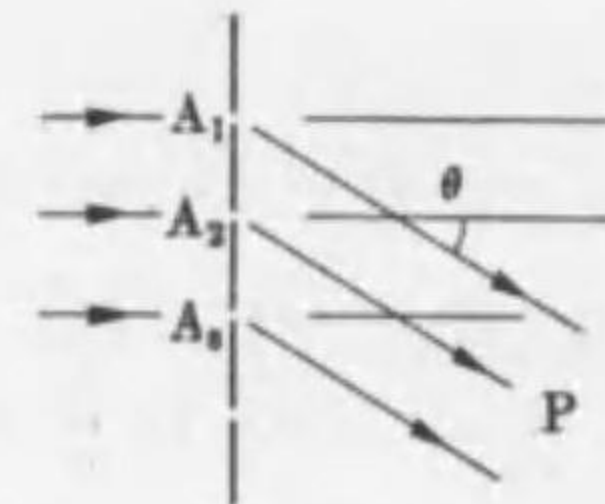
115. 廻折格子 硝子の平板に金剛石の尖端を以て多數の線を等距

⁽¹⁾ 1907年ファブリの測定による。1927年正木修氏の測定によれば1米の波数1553164.37波長は 6438.4685×10^{-8} 厘米。

離に刻めば線の部分は光を遮りその間の部分は光を透し恰も多數の細隙を等距離に並列せるに同じい。これを廻折格子と名づける。先づ平行光線が格子の面に垂直に入射する場合にこれ等の細隙によつて生ずる廻折を考へる。

圖に於て A_1, A_2, \dots を細隙とし且つ之等の幅は極めて狭いとする。 P を遠距離にある一點とすれば A_1, A_2, \dots の各點

から P 點に至る諸線は互に平行と見做してもよい。これ等の線と入射光線の間との角を θ とし A_1, A_2, \dots の間隔を a また A_1P, A_2P, \dots を p_1, p_2, \dots と表せばその差 $p_1 - p_2, p_2 - p_3, \dots$ は



第9圖

$$\delta = a \sin \theta \tag{6}$$

これが波長 λ の整数倍

$$a \sin \theta = m\lambda \tag{7}$$

なるときすべての細隙からの副波が互に助け合ひ従つて P 點に於ける光は強い。今この光の波数 $\frac{1}{\lambda}$ を κ とし細隙の數を n 之等から P 點に達する副波を

$$A \cos 2\pi(\nu t - \kappa p_1) \quad A \cos 2\pi(\nu t - \kappa p_2) \quad \dots \quad A \cos 2\pi(\nu t - \kappa p_n)$$

とすれば P 點に於けるこれ等の合成波は⁽¹⁾

$$A \cos 2\pi(\nu t - \kappa p_1) + A \cos 2\pi(\nu t - \kappa p_2) + \dots + A \cos 2\pi(\nu t - \kappa p_n) \\ = A \frac{\sin(n\pi\kappa a \sin \theta)}{\sin(\pi\kappa a \sin \theta)} \cos 2\pi(\nu t - \kappa p) \tag{8}$$

但し

$$p = \frac{1}{2}(p_1 + p_n)$$

⁽¹⁾ 三角函數の公式によれば

$$\cos \theta + \cos(\theta + \alpha) + \cos(\theta + 2\alpha) + \dots + \cos[\theta + (n-1)\alpha]$$

$$= \frac{\sin \frac{n}{2}\alpha}{\sin \frac{1}{2}\alpha} \cos\left(\theta + \frac{n-1}{2}\alpha\right)$$



第 10 圖

光の強さは振幅の二乗に比例する故に

$$I = A^2 \frac{\sin^2(n\pi\kappa a \sin\theta)}{\sin^2(\pi\kappa a \sin\theta)} \quad 9$$

の如くに表はされる。

7 の場合に於ては、

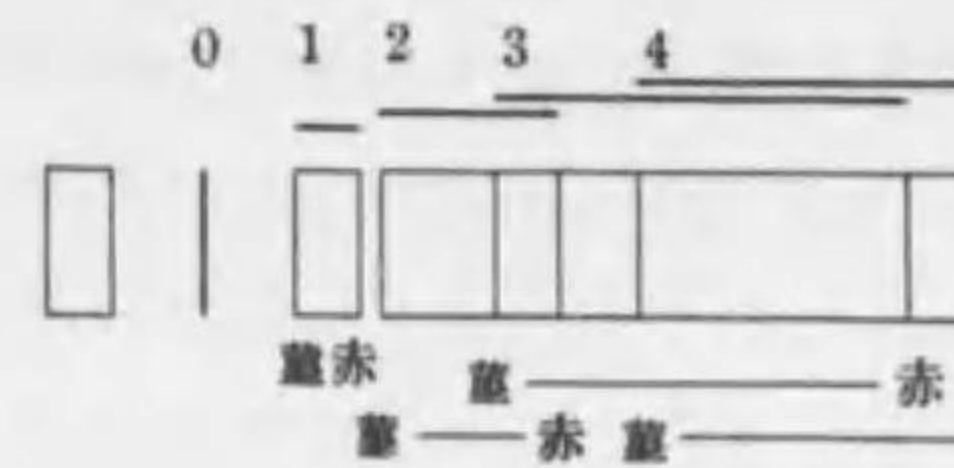
$$A^2 \frac{\sin^2(nm\pi)}{\sin^2(m\pi)} = n^2 A^2 \quad 10$$

となり細隙の数が多ければこの値も大きい。然るにその他の場合には之が大約 A^2 の程度の大きさを有し前の場合に比して甚だ小さい。その状況は上圖に示す如く 7 によつて定まる方向に於て特に著しい極大を有する。光はたゞこの方向にのみ強く他の方向に進むものは殆ど全く無視し得られる。且つこの極大は細隙の数の大なるとき極めて尖鋭に生ずる。

上には各細隙の幅を極めて狭いと假定したけれどもこれが広い場合にも大體の性質は同様である。細隙が広い場合にはその一個の中でも各部分の生ずる干渉を考へなければならぬ。併しその結果は合成したものが細隙の中央から發すると見做してもよい。たゞ干渉の強さに影響するに過ぎない。

干渉光の方向は波長によつて異なる故にこの格子の後に凸レンズを置いて干渉光に各々像を結ばしめれば各色の光の像が並列して生じスペクトルが現はれる。但し m の 1 2 3 に相當して數個のスペクトルが現はれる故これ等を m に従つて一次二次等と區別する。その何れに於ても波長 λ の小なるものは廻折角 θ が小さく即ち正面に近く現はれ λ の大なるものは θ が大きく側方に偏して現はれる。 θ を測れば 7 によつて λ が知られる。

スペクトルは次數 m の大なるほど擴大せられるけれども次圖に示す如く相隣るスペクトルの兩端の重なることが著しい。また a が小なるほど θ は大きい。併し λ が a より大なるときには m を 1 としても上の關係に適合する θ はあり得ない。即ちこの如き波長のものはスペクト



第 11 圖

ルに現はれない。従つて廻折格子の線の間隔は必ず測定すべき波長よりも大なるを要する。普通の廻折格子に於ては 1 縷について數千の線を引き a を 2×10^{-4} 縷の程度ならしめる。

金屬面に多數の平行線を引きこれに光を入射せしめれば線と線との間は光を反射し線の部分は反射しないために上の場合と同様に廻折スペクトルを生ずる。この種の格子を反射廻折格子と名づける。平行光線が斜に格子に入射する場合を考へ入射角を α とすれば相隣る細隙の對應する點から廻折角 θ の方向に生ずる副波の徑路の差は

$$\delta = a(\sin\theta - \sin\alpha) \quad 11$$

故に前の場合の如く

$$a(\sin\theta - \sin\alpha) = m\lambda \quad 12$$

に相當する θ の方向に干渉光を生ずる。



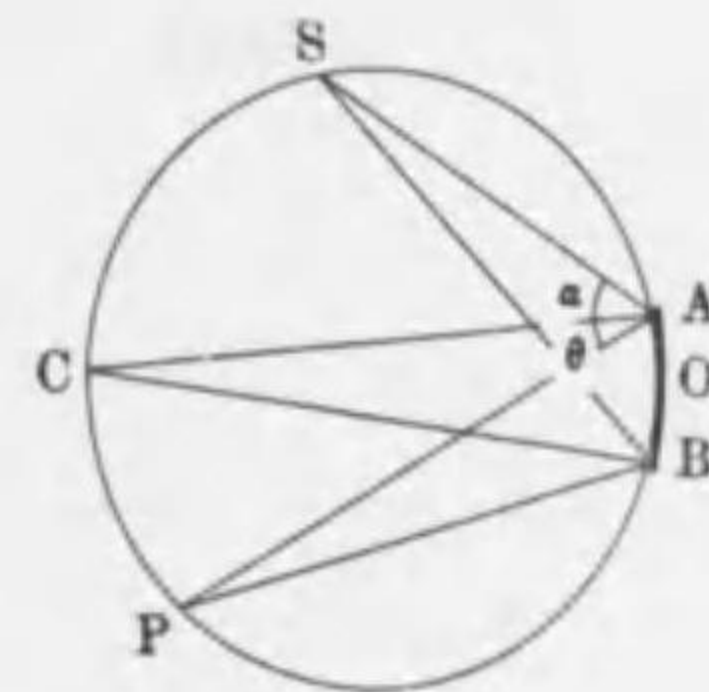
第 12 圖

116. 凹面格子 ローランドの考案になる凹面格子に於ては凹面鏡

の上に多數の平行線を等距離に引き自ら干渉光線を收斂せしめる。AB を格子の面としその曲率中心を C 格子面の中心を O とし CO を直徑とする圓周の上の一點 S に在る光源から格子面の一部 A に入射する光によつて生ずる廻折の効果を考へれば、

$$\delta = a(\sin\theta - \sin\alpha)$$

然るに格子面は曲率半徑に比して小さいために A は上記の圓周の上にあると見做してもよい。従つて格子面の何れの部分に於ても α は一定し所定の δ に対しては θ がまた一定し干



第 13 圖

渉光が圆周の上の一点 P に向ふことになる。故にこの P 點に対しては格子面の何れの部分よりも同じ波長の光を送ることとなりこの波長の光は P 點に像を結ぶ⁽¹⁾

若し細隙を圆周の適當の位置に置いてこれを光源とすれば一の單光に対する明線を C 點に生ぜしむることができる。この場合には θ が 0 なる故に α が

$$a \sin \alpha = m \lambda$$

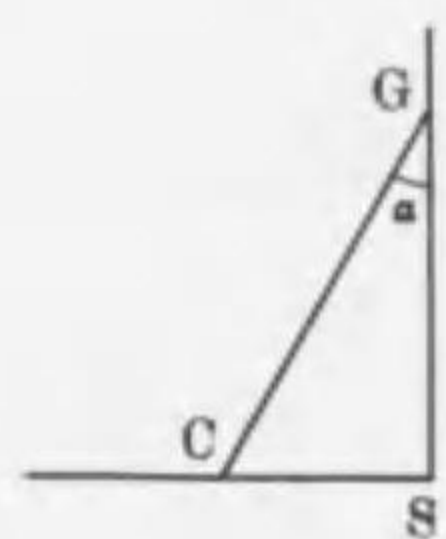
によつて定められる。實際にローランドの凹面格子では互に直交した軌條の間に凹面の半徑と等しい長さの棒 GC を滑らせその一端 G に格子を置き曲率中心を他端 C にあらしめる。軌條の交點 S に細隙を置き棒の位置を適當に動かせば入射角を變ずることになりスペクトルの任意の部分 C 點に現はすことができる。この装置に於て GC SC を R とすれば

$$\sin \alpha = \frac{l}{R}$$

故にスペクトルの線の位置は

$$a \frac{l}{R} = m \lambda \quad 13$$

によつて定められる。従つて同じ次數のスペクトルについては l が波長に比例する。



第 14 圖

117. 階段格子 前に述べた如くにスペクトルの擴大の程度は次數に比例し相隣る細隙の對應點から來る光波の徑路の差を増せば次數も大となりスペクトルは更に擴大せられる。階段格子もまたこの理に基づく。同じ厚さの硝子板を圖の如くに並列して光線を板に垂直に入射せしむるに各段より板の外に出る光は前段から出る光に比して硝子の中を通過する



第 15 圖

(1) AB の弧と CO を直徑とする圓とは完全に一致しない故この計算は嚴密に云へば正しくない。然し實際の凹面格子では AB の弧の上に等間隔に線を引くのではなく AB を結ぶ弦の上で等間隔になる如くに線を引くため上の計算の a は AB の中央では小さく兩端では少しく大きい。このために P 點に於ける收斂が良好になる。

こと長くその間に著しい徑路差を生ずる。板の厚さを q 各段の幅を h 硝子の屈折率を n とすれば硝子の中の徑路 q はその外に於て nq なる徑路に相當し廻折角 θ の方向に於ける徑路の差は

$$\delta = nq - (q \cos \theta - h \sin \theta) \quad 14$$



第 16 圖

θ は小なる故 $\cos \theta$ を 1 とし $\sin \theta$ を θ として

$$\delta = (n-1)q + h\theta$$

故に m 次の明線に対しては

$$(n-1)q + h\theta = m \lambda \quad 15$$

従つて

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{1}{h} \left(m - q \frac{dn}{d\lambda} \right)$$

$\frac{d\theta}{d\lambda}$ が大ならば波長の變化に対する方向の變化が著しい。これをこの格子の分散度と名づける。 θ を 0 に近いとし 15 によつて m を $\frac{n-1}{\lambda}q$ と置けば

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{q}{h} \left(\frac{n-1}{\lambda} - \frac{dn}{d\lambda} \right) \quad 16$$

$\frac{n-1}{\lambda}$ は極めて大なるため $\frac{d\theta}{d\lambda}$ もまた著しく大きい。この格子の分散度は極めて大なるためスペクトルの一部を精細に観るに適する。例へば硝子板の厚さを 1 厘階段の幅を 1 耗その数を 20 とすれば波長に於て $\frac{1}{200000}$ の差を有する二つの光をも分離して観測することができる。

θ の 0 に相當するスペクトルの次數を M とすれば

$$(n-1)q = M \lambda$$

即ち次數 M は甚だ大きい。之を 15 に入れれば

$$\theta = \frac{\lambda}{h} (m - M) \quad 17$$

m を M より始めて逐次に 1 づゝ變へれば θ は $\frac{\lambda}{h}$ づゝ變化する。即ち相近き次數の明線は極めて接近して生ずる。

階段格子は分散度が大なるためにスペクトル線の微細な構造を研究するに最も適當するけれども各次のスペクトルが甚しく接近して現はれるために互に重なり合ふ缺點を有する。従つてこれを用ふるときに

は補助分光器を以てスペクトルの不要の部分除去し豫め之を狭い範圍に限らなければならない。

硝子板に光を入射せしめ境角に近い入射角を以て數十回の反射をな



第 17 圖

さしめれば各回の反射に於て外部に出る光波はその前回に出た光波に比して一定の徑路差を有する。よつてその干涉

は恰も階段格子に於けると同じい。この如き硝子板をルンマー板と稱する。

またフアブリーペローの干涉計に於ては半ば鍍銀した硝子板を相對して置きその間に光を幾回も往復せ

しめ反射の度ごとに右方に透過する光を互に干涉せしめる。兩板の間隔を適當にすれば波長に於て $\frac{1}{1000000}$ の差異も明かに識別せられる。



第 18 圖

118. 光學器械の分解度 レンズによつて生ずる像が球面収差と色収差とのために鮮明を缺くことは前章に述べた如くであるけれども假令この兩種の収差が無いとしてもなほ廻折のために像は完全に鮮明なるを得ない。例へば凸レンズは發散球面波を收斂球面波に變ずるけれども波面の收斂する點即ち像は廻折の結果として嚴密に一點となり得ない。従つて假に光點は眞の一點なりとしてもレンズによつて生ずる像は或る面積を有する。

$A_1 A_2$ なる二つの光點に對するレンズの共軛點を $B_1 B_2$ とすれば實際の



第 19 圖

像は $B_1 B_2$ を中心として略々圓形をなすために若しこの圓の直徑が $B_1 B_2$ よりも大なる場合には B_1 と B_2 とを明かに二點として識別することができない。従つて顯微鏡または望遠鏡等によつて二點を明瞭に識別し得べき程度即ち所謂分解度には極限があ

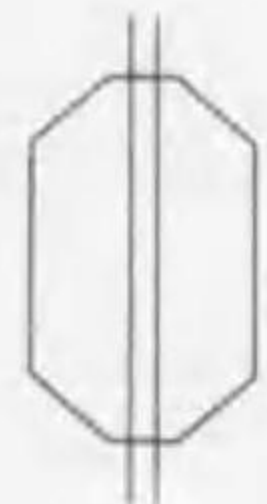
る。これ以上に倍率を高めれば像は不明瞭となるに過ぎない。

このことは光の性質に基づき如何に器械を完全ならしめるも一定の極限より小さい物體は之を明瞭に識別することができない。光點の廻折像は波長とともに増大する故に光學器械の分解度を増すためには波長の短い光を用ふるを可とする。葦外線を用ひて物體の像を撮影することとすれば顯微鏡の倍率が著しく高められる。また光學的に密なる媒質の中では波長が小なる故に觀測せんとする物體と對物レンズとの間に屈折率の大なる液體を充たせば分解度を増すこともできる。この装置を液浸と名づける。アツペの等質液浸と稱する装置に於ては顯微鏡の對物レンズと同じ屈折率を有する液體を用ひこれによつて顯微鏡の分解度を増加し同時に球面収差をも小ならしめる。

光の波長より更に小さい微粒も特に強烈なる光を以て側面から照し散亂した光を顯微鏡で見れば微粒の輝きを認めることができる。この如くすれば光の波長より更に小さい微粒の存在も認められる。この装置を超顯微鏡と名づける。

第十八章 偏光と複屈折

119. 偏光と複屈折 電気石を圖の如く結晶軸に平行に切つて板を作り之を通過した光を更に再び同様の板に通すとき兩板に於ける結晶



第1圖

軸の方向の關係によつて光は或は透過し或は吸収せられる。兩板の結晶軸が互に平行なるときに最も明るく傾くに從つて次第に明るさを減じ兩軸が互に直角をなすときには殆ど全く暗い。普通の光が一枚の板を通過するときには結晶軸の傾きに關せず同一の量が透過するけれども既にこの如き板を通過した光は通常の光と異なつて初めの板と結晶軸を平行にする板は通過するけれども結晶軸が前と直角なる場合には通過することができない。この如き光を偏光と名づける。偏光は傳播の方向に對して上下と左右とが對等でない。此の種の現象は縦波に於てあり得ない故に光は必ず横波でなければならない。

弾性の横波を考へればその振動は傳播の方向と直角なる種々の方向に生じ得る故に同じ方向に進む波に於ても上下の振動が傳はる場合と左右の振動が傳はる場合とは同一でない。光をこの如く考へこれが電気石を通過するとき振動の方向が結晶軸に平行なるもののみ通過し直角なものが通過し難いとすれば上記の現象は直に説明せられる。普通の光に於ては振動の方向の種々なるものが含まれこれが電気石の板に當るとき結晶軸に平行な分振動のみが通過する。初め各方向の振動が均等に含まれるとすれば通過する量は板の傾きに關係しない。併し既に一枚の板を通過した光はその結晶軸と平行の振動のみとなるために之が更に他の板を通過する量は結晶軸と振動方向とがなす角によつて定められる。後章に述べる如く光は電磁的の波であるけれども多くの

場合には簡單のために上の如くに考へるを便とする。光の進行の方向を含み振動の方向に直角な平面を偏光面⁽¹⁾と名づける。例へば電気石を通過した光の偏光面は結晶軸に垂直である。

方解石の結晶に光が入射すれば二つに分れて屈折し別個の光線をなすために此の結晶を通して物體を見れば二重の形が現はれる。水晶に於てもまたこの性質が認められる。すべて結晶體は等軸晶系に屬するものを除くの外みなこの性質を有し方解石はたゞ著しい例に過ぎない。斯く光が二重に屈折することを複屈折と名づける。



第2圖

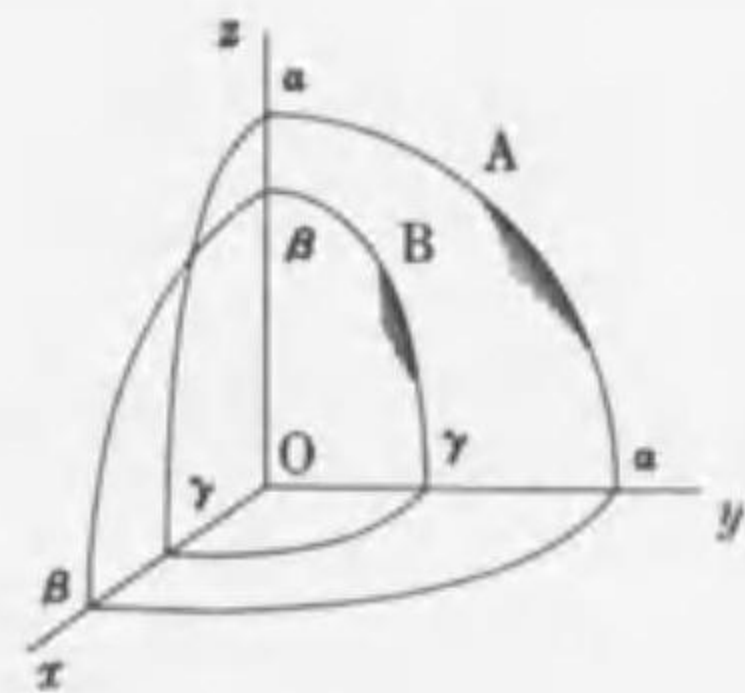
總て結晶體の中で等軸晶系のもの例へば岩鹽螢石等に於ては光學的の性質について各方向が全く對等の地位を占め等方質と見做し得られるけれども他の晶系の結晶に於ては光學的の性質もまた結晶軸に對する傾きによつて異なる。上記の如くに電気石が光を吸収する性質は偏光の振動方向と結晶軸との傾きに關係する。方解石水晶等の複屈折もまた結晶軸に對する傾きに關係し光が之等の結晶の主軸に直角に通過するときに著しく現はれ平行に通過する場合には認められない。後に述べる如く一般に異方質に於ては光學的の性質に關して特殊の地位に立つ二つの方向があつて光軸と名づけられる。正方晶系六方晶系に屬する結晶に於ては對稱の關係によつて二個の光軸がともに結晶の主軸と一致する。この如く一個の光軸を有するものを單光軸體と云ひ二個の光軸を有するものを双光軸體と名づける。

異方質に入射して二つに分れる光線は一般に入射面の中になく全く通常の屈折の法則に従はないけれども單光軸體に於ては一方の光線にのみ通常の屈折の法則が適用せられる。この光線を常光線と名づけ他

(1) 後章に述べる如くに光は一種の電磁波で此處に云ふ振動方向は電気感應度の方向を意味し偏光面と稱するのは磁場と進行方向とを含む平面である。

方を異常光線と名づける。また複屈折によつて分れた二つの光を電氣石の板に通して検すれば各々の偏光なることが直に知られる。單光軸體によつて生ずる異常光線は光軸を含む平面に振動し常光線は光軸に直角な平面に振動する。

120. フレネルの波面 等方質に於ては光波の傳播する速度が各方向に一樣なる故に一點より發する光波は球をなして四方に擴がる。併しながら異方質に於ては傳播の速度が方向によつて異なり且つ一の方に進むものに於ても振動の方向によつて異なる。フレネルの計算によれば一般に異方質に於ては光波が圖の如く二重の波面をなして擴がる。



第3圖

適當に坐標軸をとれば方向餘弦 l, m, n の方向に於ける速度 v が

$$\frac{l^2 v^2}{v^2 - \alpha^2} + \frac{m^2 v^2}{v^2 - \beta^2} + \frac{n^2 v^2}{v^2 - \gamma^2} = 1 \quad 1$$

によつて定められる。ここに α, β, γ は物質に特有な恒數を表はす。この式によつて v を求めれば一方向 l, m, n に對し左圖の如く内外兩葉 A, B に相當する二つの速度が得られる。且つこの二つの速度の

光波では振動の方向が互に直角である。この形をフレネル波面と名づける。

單光軸體に於てはこの波面が圖の如くに一の球と一の迴轉橢圓面とが接觸した形をとる。橢圓面が球の内にあるときは正結晶と云ひ橢圓面が球の外にあるときには負結晶と稱する。例へば水晶は前者に屬し方解石は後者に屬する。

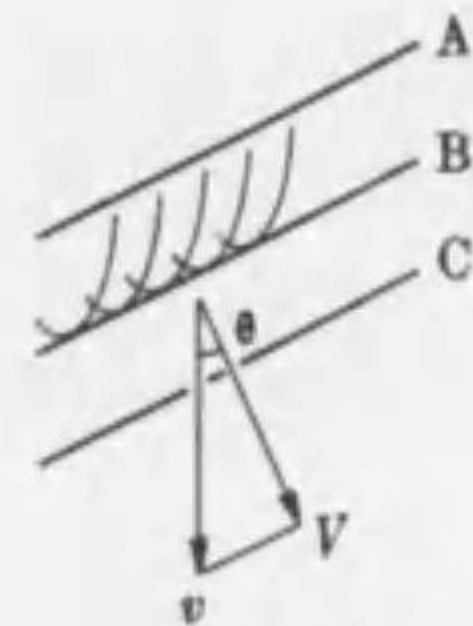


第4圖

光が結晶の中を平面波として進行するとき一般には光波の進む方向が波面に垂直でない。90節にも述べたる如くに一

(1) 異方質に於ては一方向に進む横波に於ても振動方向によつて彈性率が異なる。即ち上下の振動と左右の振動とは傳播の速度を異にする。フレネルは光を彈性的振動として上に述べる結果を得た。光を電磁波と考へても結果は變らない。

の瞬間に於ける波面 A から次の瞬間に於ける波面 B を生ずることは A



第5圖

の上の各點から發する副波が重複して B をなすと考へてよい。異方質の中に於ては副波がフレネル波面をなして擴がるために B は複雑なる形の副波の重複によつて生ずる。媒質が異方性なるとき形成せられる波面 B が舊の波面 A に平行なるべきではあるけれども B が A の前面を外れ少しく横に移動する。次の波面 C も更に少しく横に偏するため波面は斜に移動することになる。細孔を通過した

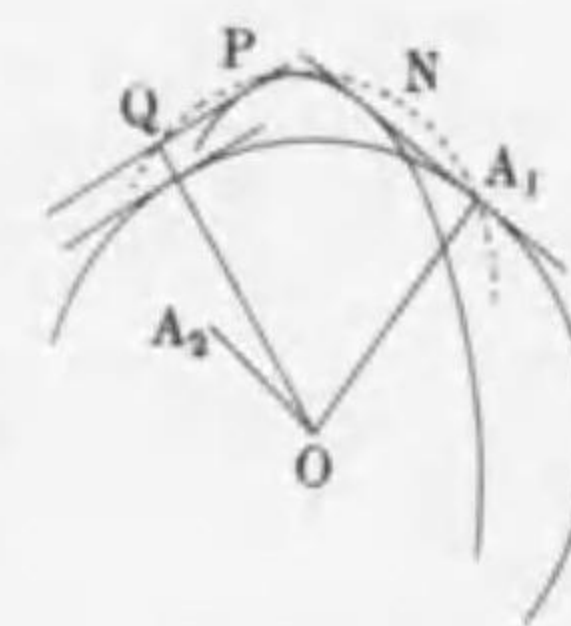
光の如くに波面が狭い範圍に限られたときには光が斜に進行して v の方向を照らす。斯く光が實際に進行する方向を輻射方向と名づけこれに對して波面に直角な方向は法線方向と名づける。等方質の場合には之等の間に差別がないけれども異方質に於ては一般に異なるを常とする。

併しながら平面波の正面が廣い場合には波面が斜に移動するとしても或は垂直に移動するとしても大差のないことが多い。波面 A が廣ければ輻射の方向に v なる速度を以て移動しても法線の方向に稍々小なる速度 V を以て移動しても生ずる波面は全く等しくたゞ端の部分に差異を生ずるに過ぎない。輻射方向と法線方向との間の角を θ とすれば v と V の關係は

$$V = v \cos \theta \quad 2$$

v を輻射速度と云ひ V を法線速度と名づける。

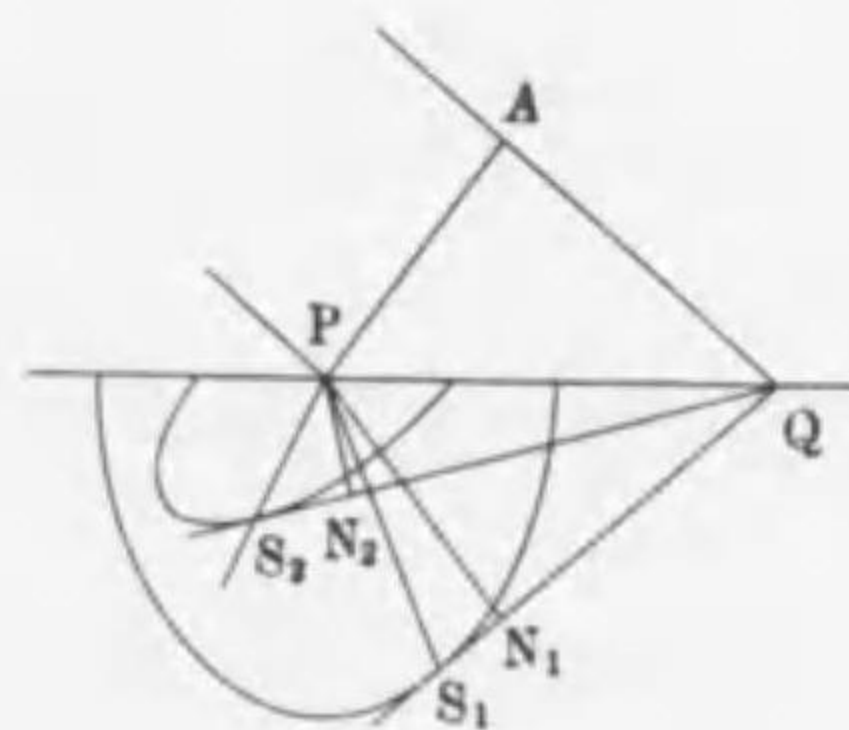
結晶體の中の一點 O から發して單位時間に四方に擴がるフレネル波面の一小部分 P をとりこれを平面波と考へればその輻射方向は OP その法線方向は OQ で表はされる。且つ之等の長さは輻射速度と法線速度とを表はす。P 點をフレネル波面の上の種々の位置にとりこれに對する Q 點を考へれば圖に示す如き面 N を生ずる。こ



第6圖

の面もフレネル波面と類似して内外の二葉よりなりその上の一線に至る中心からの距離 OQ は之に直角なる波面の法線速度に等しい。同一の法線に對應する二つの平行な波面に於ては一般に法線速度を異にする。且つこの二つの波面に於ける偏光面は互に直角である。特に OA₁ と OA₂ との方向に於ては二つの法線速度が一致する。この方向を光軸と名づける。フレネル波面が第 4 圖に示した如くなる場合にはこの二つの光軸が一致してたゞ一の光軸を有するのみになる。

121. 屈折の法則 異方質に光が入射する場合には第 13 章第 7 圖に於ける副波 s₁, s₂, …… をフレネル波面として考へなければならぬ。フレネル波面は内外の二葉よりなるために結晶の中に二個の屈折波を形成する。その一は外葉により他は内葉によつて形成せられ各々振動の方向を異にする。輻射方向は PS₁, PS₂ の如く副波の中心から合成波面への接點に向ひ二つの屈折波に於て方向を異にする。



第 7 圖

屈折波の輻射方向と入射波の方向との關係は一般に甚だ複雑であるけれども屈折波について法線方向を考へる場合には稍々簡單である。例へば結晶の表面に垂直に入射した場合に輻射方向は斜となるけれども法線方向は何れも表面に垂直である。第 7 圖に於て屈折波 QS₁, QS₂ の法線 PN₁, PN₂ は何れも入射面の中にある。⁽¹⁾

よつて結晶の表面の法線に對して入射波と屈折波とがなす角 θ , χ_1 , χ_2 について

$$n_1 = \frac{\sin \theta}{\sin \chi_1} \quad n_2 = \frac{\sin \theta}{\sin \chi_2} \quad 3$$

を各屈折波の屈折率と名づける。併しその値は屈折波面の結晶軸に對する傾きによつて異なる。圖によつて n_1, n_2 は $\frac{AQ}{PN_1}, \frac{AQ}{PN_2}$ に等しい。即

⁽¹⁾ 入射波 AP が圖の面に垂直なれば屈折波 QS₁, QS₂ も圖の面に垂直でなければならない。

ち屈折率は眞空に於ける光の速度と異方質の中の法線速度との比に等しい。

單光軸體の場合にはフレネル波面の一葉が球形となるために之に對する屈折の法則は等方質に於けると同じい。即ち常光線を形成する。

122. 偏光器 偏光を生ずる装置を偏光子と名づける。電氣石の板もまた偏光子として用ひられるけれども之を透過する光は甚しく吸収せられ且つ色を帯びるために普通にはニコルのプリズムまたはニコルと稱する装置を用ひる。方解石を通過する常光線と異常光線とは各々純粹に偏光をなす故に何れか一方を除きたゞ一方をとれば完全な偏光が得られる。ニコルの構造は先づ方解石の結晶より自然の劈開に沿ふて菱形の柱を作りその兩端を少しく削り次に對角線を含む平面 AC によつて斜に切りカナダバルサムを以て再び接合する。⁽¹⁾ 今その側稜に平行な光を端面に入射せしめれば屈折光線は二つに分れて進行しその中の異常光線はプリズムを通過するけれども常光線はカナダバルサムの面に於て全反射をなすために總て側面に於て吸収せられる。故にこの装置によつて純粹な偏光が得られる。AECF の平面をニコルの主要面と名づける。ニコルを通過する異常光線の振動はこの平面の中にある従つて偏光面は之に直角である。

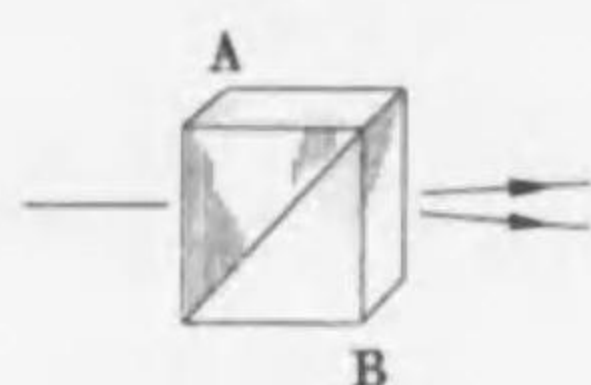


第 8 圖

ニコルはまた光が偏光なるか否かを檢するにも用ひられる。即ち若しニコルを廻轉して光の強さが變化すれば入射光の全部または一部の偏光なることが知られる。ニコルの主要面が入射光の振動面に平行なるとき最も明るく直角なるとき最も暗い。偏光を檢するために用ふる装置を檢光子と名づける。

⁽¹⁾ 通常は角 AFC を 68 度とし角 FAC を直角にする。この装置には種々の考案がある。カナダバルサムの代りに空氣の薄層を置くことによつてプリズムを短く作ることができる。併しプリズムの軸に對して稍々斜に入射する光に對しては有効の角の範圍が狭い缺點を有する。

方解石を以て圖の如きプリズムを作り兩片の結晶軸を直角ならしめ左右に光を通せばA片の中では上下の振動が水平の振動よりも速くB



第9圖

片に於ては恰もその逆の關係となるために境界に於て上下の振動は下方に屈折し水平の振動は上方に屈折し二つの偏光として分離せられる。この如きものをウオラストンのプリズムと名づける。

硝子等の表面より光が反射する場合には一般に入射面に垂直なる振動が之に平行なる振動よりも強く反射せられるために反射光は入射面に垂直なる振動の偏光を含み屈折光は入射面に平行な偏光を含む。殊に或る入射角に於ては入射面に垂直な振動のみが反射せられそれがために反射光が殆ど純粹な偏光になる。このときの入射角を偏光角⁽¹⁾と名づける。反射面を作る媒質の屈折率を n とし偏光角を θ とすれば

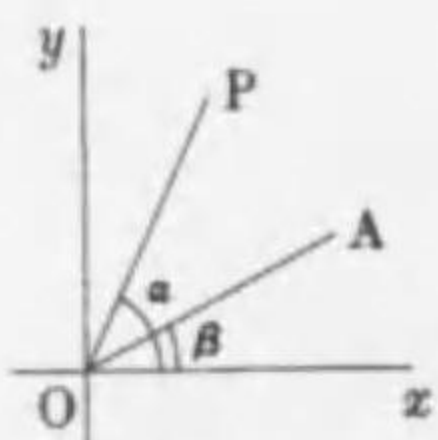
$$\tan \theta = n$$

なる關係がある。これをブルースターの法則と稱する。但し入射面に垂直なる振動は常に屈折光の中に含まれるために偏光角を以て入射する場合にも屈折光は完全な偏光をなさない。

123. 偏光と干渉 偏光子と検光子の主要面を互に垂直にして光を入射せしむるとき偏光子を通過する光は検光子によつて遮らるゝために光は全く兩者を通過し得ない。然るに兩者の間に異方質の板を挿めば一般に検光子を通過する光を生ずる。

偏光子の主要面を OP とし光が板中にて分解して生ずる二つの偏光の振動方向を $Ox Oy$ とし偏光子を通過し OP に平行な振動として板に入射する光の振動を

$$A \cos 2\pi \nu t$$



第10圖

(1) 反射の表面に平行。

(2) 通常の硝子では偏光角が約 57 度である。

とすればこの振動は $Ox Oy$ の方向に分解せられて

$$X = A \cos \alpha \cos 2\pi \nu t \quad Y = A \sin \alpha \cos 2\pi \nu t$$

なる振動を生ずる。こゝに ν は光の振動数 α は OP と Ox との間の角を表はす。この兩振動はその傳播の速度を異にするために板を通過した後は兩者の間に位相の差を生ずる。板の厚さを d とし兩波の法線速度を $V_1 V_2$ とすれば板を通過した處の振動は

$$X = A \cos \alpha \cos 2\pi(\nu t - \kappa_1 d) \quad Y = A \sin \alpha \cos 2\pi(\nu t - \kappa_2 d) \quad 11$$

但し

$$\kappa_1 = \frac{\nu}{V_1} \quad \kappa_2 = \frac{\nu}{V_2}$$

検光子の主要面 OA と Ox との間の角を β とすれば検光子を通過する振動は

$$X \cos \beta + Y \sin \beta$$

即ち

$$A \cos \alpha \cos \beta \cos 2\pi(\nu t - \kappa_1 d) + A \sin \alpha \sin \beta \cos 2\pi(\nu t - \kappa_2 d) \quad 12$$

その振幅の二乗は⁽¹⁾

$$I = A^2 [\cos^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + 2 \cos \alpha \cos \beta \sin \alpha \sin \beta \cos 2\pi d(\kappa_1 - \kappa_2)] \quad 13$$

よつて $2\pi d(\kappa_1 - \kappa_2)$ を ϵ とすれば

$$I = A^2 \left[\cos^2(\alpha - \beta) - \sin 2\alpha \sin 2\beta \sin^2 \frac{\epsilon}{2} \right]$$

例へば偏光子と検光子との主要面を直角に置けば

$$\beta = \alpha - \frac{\pi}{2}$$

故に

$$I = A^2 \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\epsilon}{2} \quad 14$$

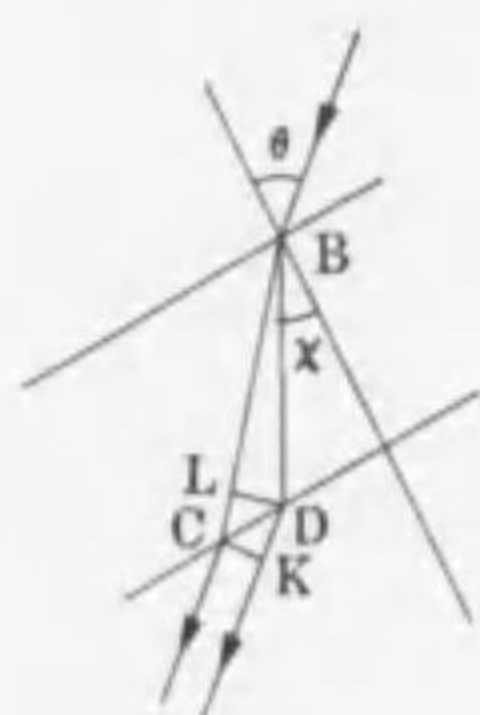
結晶を廻轉して α を變ずればこれに伴つて I も變り α が $0 \frac{\pi}{2} \pi \frac{3\pi}{2}$ なるときに I が 0 になる。これ等の場合には光が全く通過しない。 α が $\frac{\pi}{4} \frac{3\pi}{4} \frac{5\pi}{4} \frac{7\pi}{4}$ なるときには I が $A^2 \sin^2 \frac{\epsilon}{2}$ に等しく光は最も良く通過する。併しその量は ϵ に關係し板の厚さによつて定まる。板の厚さが ϵ

(1) 79 節參照。

を $0, 2\pi, 4\pi, \dots$ ならしむる如きときには α の如何に關はらず全く暗くその中間に於て最も明るい。

檢光子を廻轉してその主要面を偏光子の主要面と平行ならしめれば明暗が全く前と反對となり恰も前に通過した光は遮ぎられ前に遮られた光が通過する。

白光を用ひる場合には各色について ϵ が異なるために各色の明暗が一致しない。従つて檢光子を通過した光は一般に着色し偏光子と檢光子との主要面を垂直ならしめるときと平行ならしめるときとに於て互に餘色が現はれる。



第11圖

板が入射光線に垂直ならざる場合にも上に述べた處と大差なく α 位相の差 ϵ の計算が複雑となるに過ぎない。一般に異方質の中の二つの波面の法線は圖に示す如く一致しない。波面が之等の方向に V_1, V_2 なる法線速度を以て進むと考へれば兩波が板を通過して再び一致するまでに一方は BC 他方は BDK の路をとるために

$$\epsilon = 2\pi\kappa_1 BC - 2\pi(\kappa_2 BD - \kappa DK)$$

なる位相の差を生ずる。但し κ は空氣の中の波数を表はす。

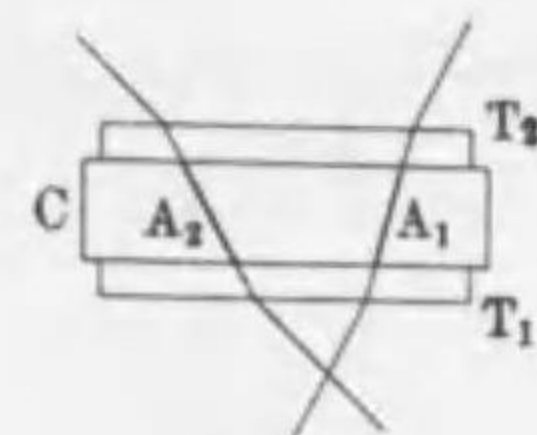
BC と BD とが極めて近いとしてその差を無視し之等の屈折角を X とし板の厚さを d とすれば

$$\epsilon = 2\pi d(\kappa_1 - \kappa_2) \sec X \tag{15}$$

と表はされる。なほ光の波長に對しては BC と BD との差も必しも無視し得ないけれども速度 V を以て DK を通過する時間は V_2 なる速度を以て IC を通過する時間に略々等しい。従つて BDK の途と BC の途とは殆ど差異がなく兩途を通過する時間の差は V_1 と V_2 との差によつて定められる。

BC, BD が光軸の一と一致した場合には V_1 と V_2 とが等しいために ϵ は 0 に等しい。従つて偏光子と檢光子との主要面が直交した場合には光が全く通過せず完全に暗い。板の傾きを變へれば BD の長さ

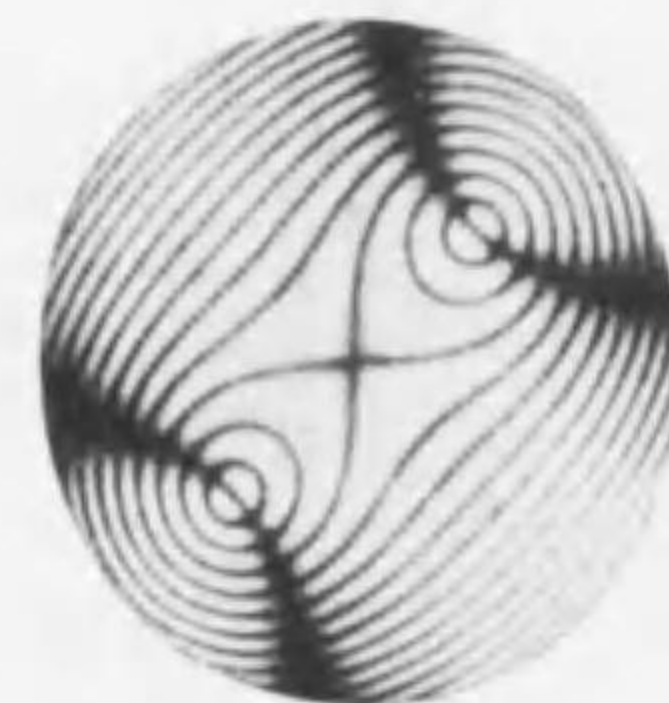
とが變化し V_1, V_2 の間に差を生じ漸次に ϵ が増加して明るくなる。併し ϵ が $2\pi, 4\pi, \dots$ 等に於ては再び完全に暗い。



第12圖

二つの電氣石板 T_1, T_2 の主要面を直角に重ねその間に結晶板 C を挿みこれを透して見れば下の如き圖形が認められる。二つの心點は光軸 A_1, A_2 に沿ふて結晶を通過した光が眼に入る方向に當りこれを過る明暗の線は ϵ の種々の値に對應する。

即ち ϵ が $2\pi, 4\pi, \dots$ なる方向に於て暗くその中間は明るい。また二つの心點を横ぎる太い暗線は 14 に於ける α が $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, \dots$ なる場合に相當する。即ちその方向に来る光は板を通過するとき二つに分れその振動方向が檢光子偏光子の主要面に平行または直角なるために偏光子を通過したものが檢光子を通過し得ない。單光軸體に於ては光軸がた α なる故に二つの心點が一致する。光軸に垂直に切つた板に於てはこの圖形が多數の同心圓をなして現はれる。



第13圖

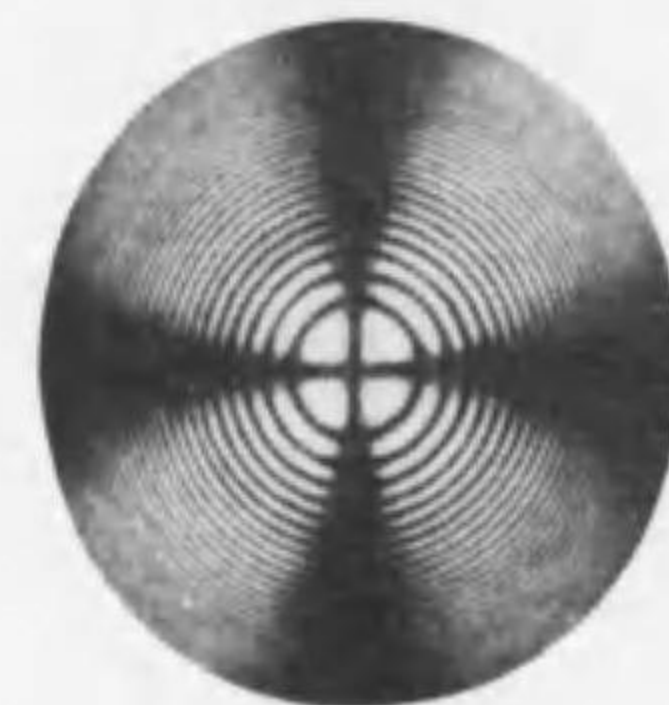
124. 橢圓偏光と圓偏光 前節に述べた如くに結晶板を通過した後の光波は

$$\begin{aligned} X &= A' \cos 2\pi(\nu t - \kappa z - \epsilon') \\ Y &= A'' \cos 2\pi(\nu t - \kappa z - \epsilon'') \end{aligned} \tag{16}$$

の如く表はされる。

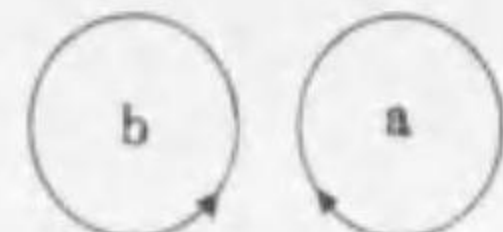
x, y 方向の分振動の位相は一致せず

79 節に述べた如く一の橢圓振動を形成する。斯く互に直角な振動方向の偏光が位相を異にして重なり合つて生じた光を橢圓偏光と名づけ之に對して前記の偏光を直線偏光と名づける。若しまた兩方向の振幅が等しく位相の差が $\frac{1}{4}$ 週期なる場合には合成振動が圓運動になる。これを圓偏光と名づける。光の來る方向に向つて見るとしてこの廻轉が第15



第14圖

圖 a の如きかまたは b の如きかに従つて圓偏光が右旋または左旋なりと稱する。結晶板の厚さを適當にすれば前節 14



第 15 圖

の位相の差 ϵ を $\frac{\pi}{2}$ ならしめ得べくそのとき α を $\frac{\pi}{4}$ として直線偏光を入射せしめれば圓偏光を生ずる。この如き結晶板を **四分の一波長板** と名づける。⁽¹⁾

圓偏光を檢光子に通すときには檢光子を廻轉するもその主要面に對する分振動が常に一定なるために光の強さは變らない。従つて圓偏光は恰も通常の光に類するけれども檢光子の前に四分の一波長板を置けばこの兩者が區別せられる。普通の光はこの際特に變化を受けないけれども圓偏光はこの板を通るとき直線偏光となるために之等を識別することができる。同様に橢圓偏光を檢光子に通すとき主要面の傾きによつて光の強さは變るけれども全く消えることなく檢光子の主要面が橢圓の長軸に平行なるとき最も明るく短軸に平行なるとき最も暗い。一般に橢圓偏光は位相の差 $\frac{\pi}{2}$ を以て長軸短軸の方向に振動する二つの直線偏光よりなると考へることができる。四分の一波長板を通して兩分偏光の位相を再び一致せしめれば直線偏光となる故に直に識別せられる。



第 16 圖

125. 偏光面の廻轉 光軸に垂直に切つた水晶板を直線偏光が通過するときにはその偏光面が廻轉する。この現象を**廻轉偏光**と名づけこの如き性質を有する物質を一般に**旋光質**と稱する。この性質は等方性の物質及び等軸晶系の結晶例へば砂糖の溶液鹽素酸ナトリウムの結晶等にも現はれる。これ等に於ては光が物質を通過する方向の如何に關らず旋光性が現はれるけれども他の結晶に於てはこの性質が主として光軸の方向にのみ認められる。

旋光質が偏光面を廻轉する方向は光の來る方向に向つて之を見るとき偏光面が第 15 圖 a の如く廻轉するものを右旋光質と云ひ b の如く

⁽¹⁾ 黄色の光に對しては厚さ 0.032 耗の雲母板が用ひられる。

左廻轉するものを左旋光質と稱する。偏光面の廻轉する角度は光が偏光質を通る徑路の長さに比例する。故に單位の長さに對する廻轉角を以て旋光性の強弱を表はしてこれを**旋光度**と名づける。旋光質の長さを l 偏光の廻轉角を θ 旋光度を α とすれば

$$\theta = \alpha l$$

砂糖の溶液に於ては旋光度が溶液の濃度 C に比例する。即ち

$$\alpha = kC$$

k を**比旋光度**と名づける。⁽¹⁾

旋光度もまた光の振動數によつて異なりその大なるほど大きい。例へば水晶に於ては厚さ 1 耗に對する廻轉角が波長により

6708×10^{-8} 耗	5890×10^{-8} 耗	4102×10^{-8} 耗
16.4 度	21.7 度	47.48 度

の如く變化する。

偏光が旋光質を通過して各色それぞれ偏光面を異にすることを**旋光分散**と名づける。白色の偏光を旋光質に通し檢光子によつて之を見れば檢光子を通過する率が色によつて異なるために着色する。檢光子を廻轉すればこの色は變化し直角だけ廻轉する毎に餘色が現はれる。

互に相反する方向に廻轉する二つの相等しい圓運動を合成すれば直徑の上の單振動を生ずる。その振動の方向は兩者の位相によつて定まる。従つて一の直線偏光は二つの相等しい左旋と右旋の圓偏光から成るものと考へることができる。この右旋と左旋の圓偏光が速度を異にして進むとすれば兩者の間に次第に位相の差を生ずるために兩者を再び合成せる直線偏光の偏光面は速度の大なる圓偏光の廻轉方向に廻轉する。

異なる速度を以て z の方向に進む二つの圓偏光

$$X_1 = +A \cos 2\pi(pt - \kappa_1 z) \quad Y_1 = -A \sin 2\pi(pt - \kappa_1 z) \quad 17$$

及び

⁽¹⁾ l を粉で表はし水溶液の 1 立の中での蔗糖の量を C 瓦とすればナトリウムの D 線に對して θ は 0.0665 $C l$ 度。

$$X_2 = +A \cos 2\pi(\nu t - \kappa_2 z) \quad Y_2 = +A \sin 2\pi(\nu t - \kappa_2 z) \quad 18$$

の合成を考へれば

$$X_1 + X_2 = 2A \cos \pi(\kappa_1 - \kappa_2)z \cos 2\pi\left(\nu t - \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2}z\right) \quad 19$$

$$Y_1 + Y_2 = 2A \sin \pi(\kappa_1 - \kappa_2)z \cos 2\pi\left(\nu t - \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2}z\right)$$

この兩式が表はすものは同一の位相を以て互に直角に振動し振幅が

$$2A \cos \pi(\kappa_1 - \kappa_2)z \quad 2A \sin \pi(\kappa_1 - \kappa_2)z$$

の如く變化する直線偏光とも考へられる。従つて之等の合成は振幅が $2A$ に等しく振動方向が z に従つて漸次に廻轉する一の直線偏光になる。

z が $\frac{2}{\kappa_1 - \kappa_2}$ だけ進めば偏光面が一廻轉をする。故に單位の長さに對する廻轉角は

$$\pi(\kappa_1 - \kappa_2)$$

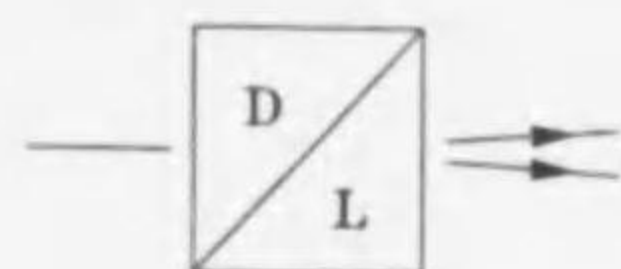
二つの圓偏光の速度を V_1, V_2 とすれば

$$\kappa_1 = \frac{\nu}{V_1} \quad \kappa_2 = \frac{\nu}{V_2}$$

故に

$$\alpha = \pi\nu\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right) \quad 20$$

右旋左旋兩種の水晶を以てプリズム DL を作り圖の如く合せて左方



第 17 圖

より光を送るに D の中では右旋偏光が左旋偏光よりも速く L の中ではこの關係が逆となるために境界に於て右旋偏光は下に左旋偏光は上に屈折して二つに分離する。

第十九章 電 氣

126. 電氣 封蠟を毛布で擦れば電氣を帯びて軽い物體を吸引し硝子を絹布で擦るときにも同様の現象を生ずる。すべて異種の物質を互に摩擦せしむれば帯電を生ずる。金屬も硝子を以て支へながら摩擦すれば帯電することが認められる。

電氣には二種あつて同種のもの互に反撥し異種のもの互に吸引する。例へば絹布を以て摩擦した硝子の二個を近づければ互に斥力を及ぼし毛布を以て摩擦した封蠟の二個を近づけると互に斥力を及ぼす。併しこのとき硝子と封蠟を近づければ互に引力を及ぼす。即ち硝子と封蠟の帯びる電氣は種類を異にする。絹布で摩擦した硝子が帯びる電氣を陽電氣と云ひ毛布で摩擦した封蠟の帯びる電氣を陰電氣と名づける。

クーロンの測定によれば静止せる二つの小さい帯電體の間に作用する力の大きさは二つの物體の帯びる電氣量の積に比例しその間の距離の二乗に逆比例する。宛もニュートンの萬有引力の法則に同じい。たゞ萬有引力に於ては常に引力のみが現はれるけれども電氣に於ては荷電の異同によつて引力と斥力とが現はれる。

二つの相等しい量の陽電氣が眞空中で 1 呎を距て、1 ダインの力を及ぼし合ふとき各々の電氣量を單位と定めこれを靜電單位と名づける。⁽¹⁾ またその 3×10^9 倍を 1 クーロンと名づける。⁽²⁾ 陰電氣に於てもまた同様に定める。陰陽兩種の電氣の作用は常に相反し恰も互に相殺する故に陽電氣を正とし陰電氣を負として表はすを常とする。 e_1, e_2 なる二つの電氣量が眞空中で r なる距離を距てるとき互に作用する力は

(1) C.G.S. 靜電單位.

(2) 第 25 章參照.

$$\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

1

で表はされる。之が正ならば斥力が現はれ負ならば引力が現はれる。

空氣その他の氣體または石油の如き液體の中では二つの荷電の間の力が

$$\frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}$$

2

で表はされる。こゝに ϵ をその物質の電媒恒數と名づける。空氣に於てはこの恒數が殆ど 1 に等しい。

127. 電子論 電氣の本性に關しては古から種々の説がある。例へばフランクリンの説によれば物質の中には電氣液と名づける一種の液體が含まれ自らは互に反撥し物質によつては吸引せられる。この液體が物質の中に適當に含まれるときは帯電なき状態を現はし過量に含まれるときは正の帯電を生じ不足なるときには負の帯電を生ずる。これと反對にクーロン等によれば物質には正負兩種の電氣液が含まれこれ等は同種のもが相斥け異種のは相引くと考へられる。物質の中に兩種の液が等量に含まれるときは帯電なく一方の液が過量に含まれるときこれに相當する帯電が現はれる。

現今一般に承認せられる電子論によれば物質を構成する原子は陽電氣を帯びる一個の陽核と陰電氣を帯びる多數の電子との集合より成るもので陽核の質量は大きく電子の質量は小さく陽核と電子は正負の荷電によつて互に相引き電子が陽核の周囲を繞ること恰も太陽が遊星を作ふに類する。電子の有する負電氣の量はすべて相等しく陽核の帯びる正電氣の量は原子の種類によつて異なるけれども電子の有する負電氣の量の整数倍に等しい。通常の状態では陽核が自己の正電氣に匹敵する数の電子を伴ひ原子は全體として中性の状態にある。若し原子から電子の一部が失はれたときには陽電氣の過剰によつて陽の帯電をなし逆に若干の電子が外から附着すれば陰電氣の過剰を來たして負の帯電をなすことになる。普通に正負の帯電と稱するものは電子の不足または過剰の状態に外ならない。摩擦による物體の帯電は摩擦の際に一

方の物質から他方の物質に電子が移動するために生ずる。従つて硝子を絹布で摩擦するとき絹布は硝子と反對に帯電しその負電氣の量は硝子の帯びる正電氣の量に等しい。

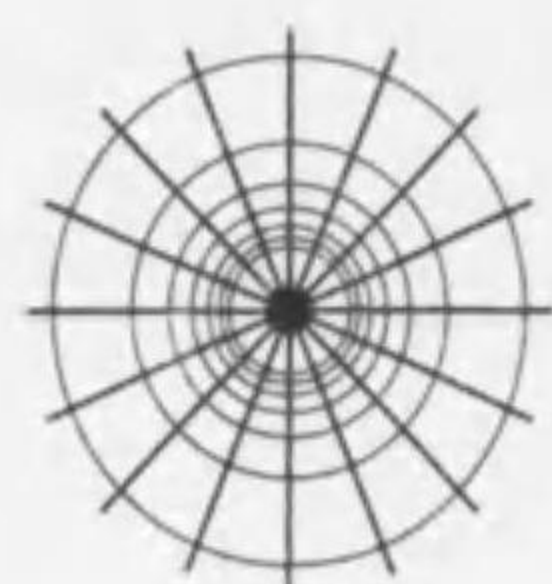
同種の電氣は相斥ける故に物體の一部が帯電するとき或は帯電體が他の物體と接觸するときその荷電即ち電子の過不足は全部に擴がらうとする。金屬の内部では電子の運動が甚だ容易なるため一部分にその過不足あるときも直に平均を得ることゝなつて帯電の状態は物體の全部に擴がる。之に反して硝子樹脂等では電子の移動も困難なるために之等の帯びる電氣は散逸することなく永く保たれる。荷電の移動が容易に行はれる物體を導體と云ひその極めて困難なる物體を不導體または電媒質と名づける。

128. 電場 帯電體の周圍で電氣の作用の達する範圍を電場と名づける。その各點に單位の正電氣を持ち來たすときこれに作用する力の大きさと方向とをその點に於ける電場の強さ及び方向と稱する。電場に正電氣を持ち來たせば電場の方向に斥けられ負電氣を持ち來たせば逆の方向に引かれる。電場を E 持ち來たされた荷電を e とすれば作用する力は eE で表はされる。

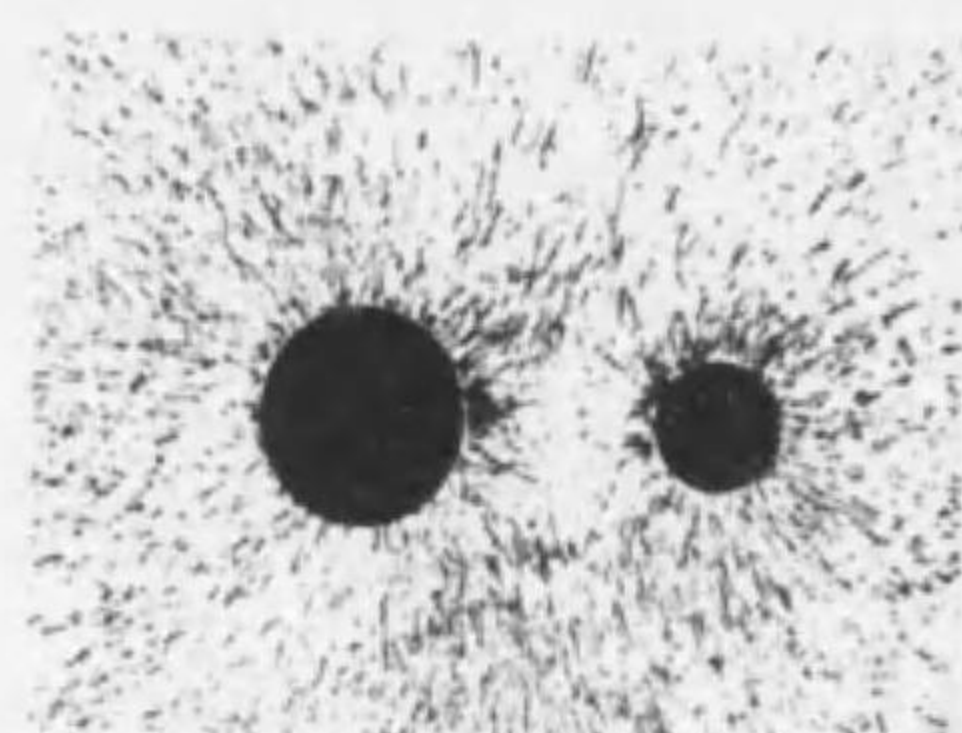
眞空中で荷電 e から r なる距離に單位の正電氣を持ち來たすとき之に作用する力は $\frac{e}{r^2}$ と表はされ e の正負に従ひ斥力または引力が現はれる。従つて電場の強さは $\frac{e}{r^2}$ で帯電體から四方に向ひ或は逆に四方から帯電體に向ふ。多數の荷電が存在するときまたは廣い範圍に分布せる荷電が存在する場合の電場は各部分の荷電による電場の合成せられたものに等しい。但し荷電が大なる速度加速度を以て運動する場合には更に複雑な電場を生じ従つて二つの荷電の相互作用もクーロンの法則の示す如く簡單には考へられない。併し之等については後章に説くことゝしこの章に於ては帯電が總て靜止しまたは緩かに移動する場合を考へることゝする。

電場の方向を辿つて描いた曲線を電力線と名づける。通常は電力線の密度を電場の強さに比例せしめ單位の強さの電場に於てはこれに直

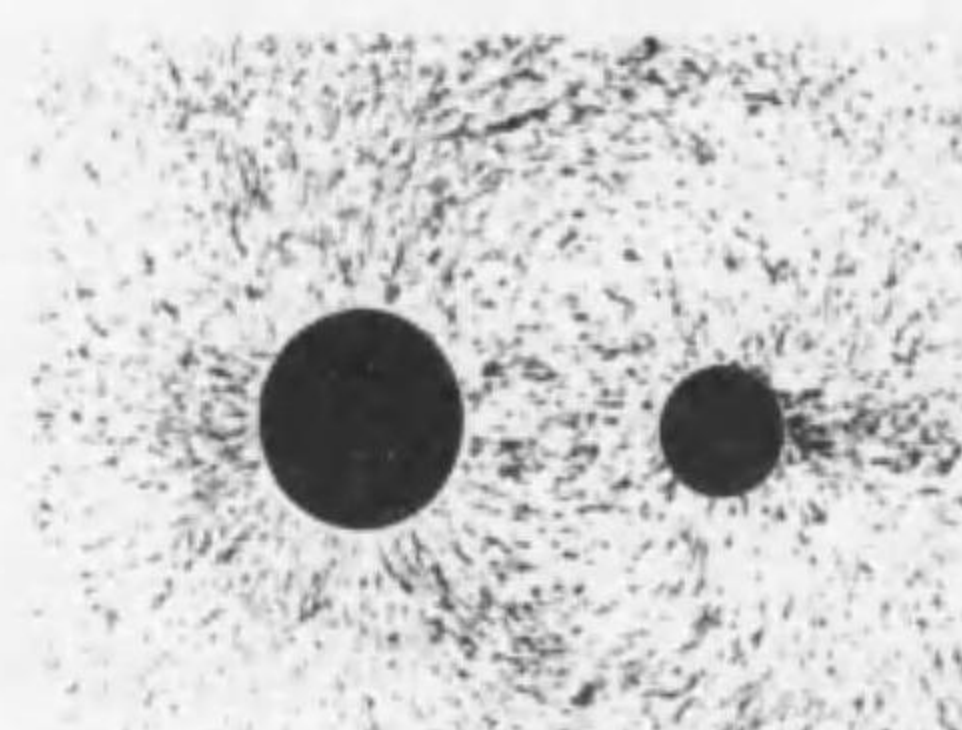
角な單位面積を一個の電力線が過ぎる如くに描く。圖には二三の例を示す。



第1圖 a



第1圖 b



第1圖 c

129. **ガウスの定理** 電場の中に任意の面を考へその上の一 P に於ける場の強さを E とし之が面の法線となす角を θ とする。この面の微片 dS を電場に直角な平面に射影すれば $\cos\theta dS$ となる故この微片を過る電力線の数は $E\cos\theta dS$ で表はされる。全面を過る数を N とすれば

$$N = \int E\cos\theta dS \quad 3$$

a は一個の荷電による電場を示す。細い圓は後に述べる等電位面である。b は同種の荷電の並列した場合 c は異種の荷電の並列した場合

今一の閉曲面を考へその内の一 O に e なる荷電ありとし O から曲面の微片 dS に至る距離を r とする。帯電體の外すべて真空とすれば

$$E = \frac{e}{r^2}$$

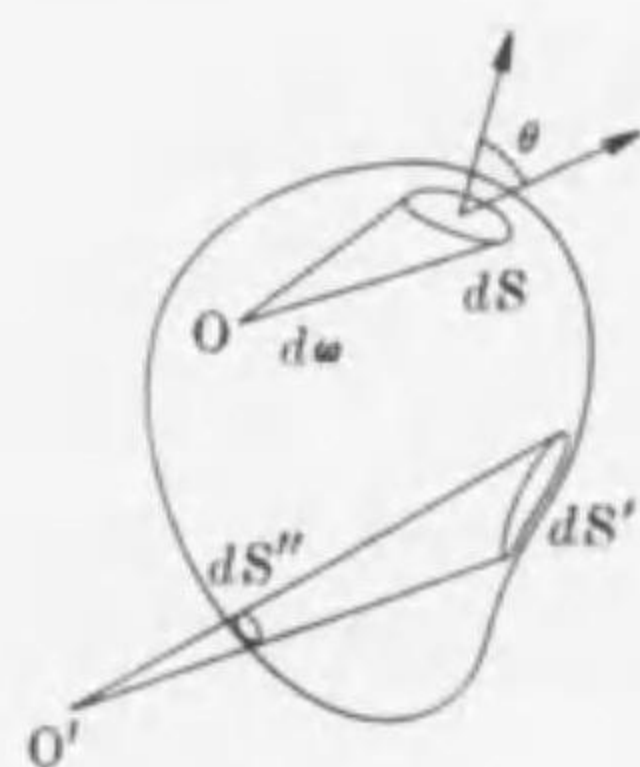
故に内より外に過る電力線の数は

$$dN = \frac{e}{r^2} \cos\theta dS$$

但し法線は常に外に向ふこととする。 O を頂點として dS に開く立體角を $d\omega$ とすれば

$$\cos\theta dS = r^2 d\omega$$

従つて



第2圖

$$dN = e d\omega$$

立體角 $d\omega$ の全面に対する積分は 4π に等しい。従つて

$$N = 4\pi e$$

またこの閉曲面の内には荷電がなくその外の一 O' に荷電 e があるとすれば O' を頂點として考へた一の錐面が曲面から取り取る二つの微片 $dS' dS''$ に於て内から外に過る電力線の数が $+e d\omega - e d\omega$ となつて互に相殺し全閉曲面に対する積分が零になる。

此の結果は多數の荷電がある場合にも適用せられる。微片 dS を過る電力線の数 $E\cos\theta dS$ は面積 dS とその法線 n の方向に於ける電場の分力 $E\cos\theta$ との積としても考へることができる。然るに多數の力の合力の n に対する分力は個々の分力の和に等しいために電場が多數の荷電によつて生じた場合に面を過る電力線の数は各個の荷電によるもの、和に等しい。従つて全閉曲面を内より外に過る電力線の数はその包む荷電の總量 e によつて定められる。即ち

$$N = 4\pi e \quad 4$$

となり荷電の分布の状況には關係しない。閉曲面の外にある荷電もまたこれに關係しない。この結果を**ガウスの定理**と名づける。

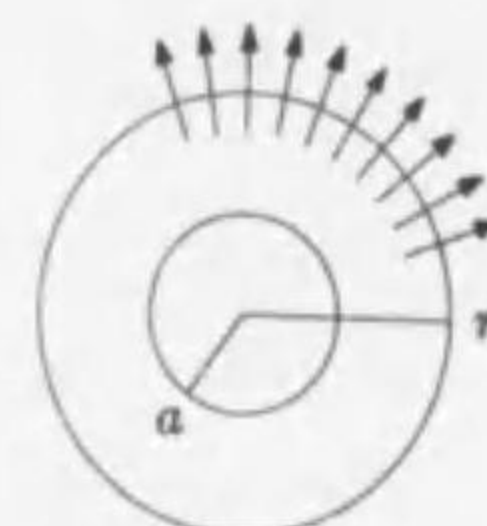
130. **荷電の分布と電場** 球面に荷電が一様に分布したときの電場は對稱の關係により中心から一様に外に向ひまたは四方から一様に中心に向ふ。中心から等距離にある各點の場の強さは總て相等しい。球の荷電の總量を e としこれを包んで半徑 r なる同心の球面を考へればガウスの定理によつて

$$4\pi r^2 E = 4\pi e$$

故に

$$E = \frac{e}{r^2} \quad 5$$

一様に帯電せる球面の外の一 O に於ける電場は荷電の總量がすべて球の中心にある場合と同じ。球面の内に上の如く同心の球面を考へる



第3圖

に荷電は悉くその外にある。従つて

$$4\pi r^2 E = 0$$

即ち

$$E = 0$$

6

一様に帯電せる球面の内には電場が生じない。

一様に帯電せる長い圓筒の場合には對稱の關係により電場の方向は軸と直角である。圓筒の

上の荷電を單位の長さにつき μ としてこの單位の長さに沿ふて半徑 q なる同軸の圓筒を考へる。この筒形は荷電 μ を包み電力線は側面をのみ通り上下の兩底を過るものはない。従つて

$$2\pi q E = 4\pi\mu$$

故に

$$E = \frac{2\mu}{q}$$

7

また圓筒の内には電場が生じないことも同様にして知られる。

平面上に荷電が一様に分布した場合の電場はこの平面の兩側に垂直に生ずる。この平面の單位面積の上の荷電を σ としこの單位面積を挟む二つの平行な平面を兩底とする筒形を考へれば

$$2E = 4\pi\sigma$$

故に

$$E = 2\pi\sigma$$

8

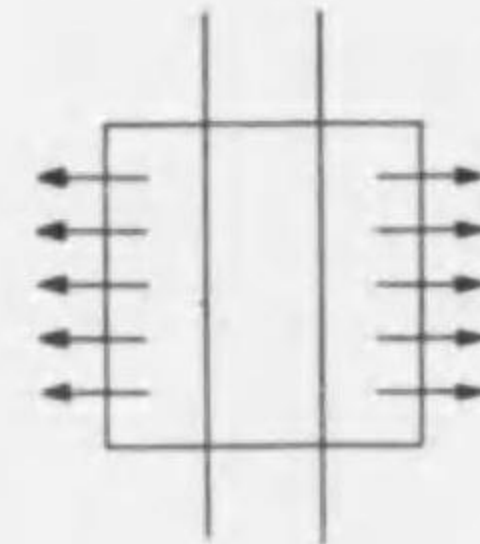
即ち各點の電場は凡て同一である

平行な二つの平面に同様の密度を以て反對の荷電が分布するときには兩者の電場が重なる結果として外側の電場は消滅する。併し中間の部分には各個による電場の二倍

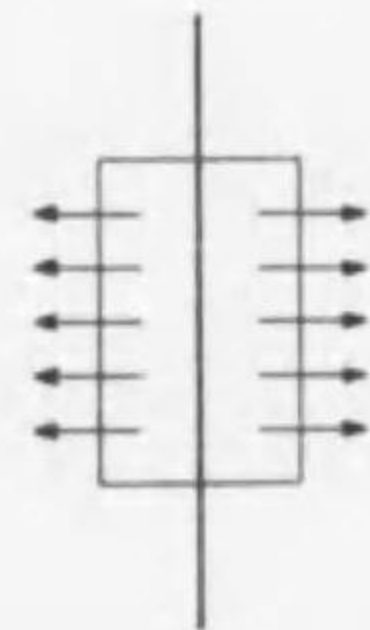
$$E = 4\pi\sigma$$

9

が現はれる。この場合に兩平面の荷電は互に引き合ふ。一方の單位面積の荷電 σ は他方による電場 $2\pi\sigma$ のために



第4圖



第5圖

$$f = 2\pi\sigma^2$$

10

なる力を受ける。逆に前者による電場のために後者も單位面積につき同大の力を受ける。またこの力は9によつて

$$f = \frac{1}{8\pi} E^2$$

11

とも表はされる。



第6圖

131. 電位 電場に於て正の電氣は電場の方向に力を受けるため正電氣が場の方向に移るときは他に仕事を

をなし得べくまたこれを逆の方向に移すには外から仕事をなすを要する。また負の電氣は電場と反對の方向に引かれるため之を電場の方向に動かすには外より仕事をなすを要しこれが逆の方向に移るときには自ら仕事をなすことができる。或る位置を基準にとり之より他の或る點まで單位の正電氣を移すに要する仕事即ち單位の正電氣が有すべき位置のエネルギーを基準に對するその點の電位と名づける。單位の負電氣について云へば位置のエネルギーは上記の電位と恰も正負相反する。電位は正の荷電の附近に於て高く負の荷電の附近に於て低い。また正電氣は常に電位の降る方向に斥けられ負電氣は電位の昇る方向に引かれる。二點に於ける電位の差を電壓とも稱へる。

電位の基準は何れにもとり得るけれども理論上には無限の遠距離にある點をとり實際の便宜としては地球をとるを常とする。電氣量の單位として靜電單位を用ひて上の如く定めた電位の單位を電位の靜電單位と名づける。また電氣量の單位として1クーロンを取り仕事の單位として10⁷エルグをとつた場合の單位は1ボルトと稱する。

荷電 e が單位の正電氣に及ぼす作用は

$$\frac{e}{r^2}$$

なる斥力または引力なる故に23節に述べた如くにこの位置のエネルギー即ち電位は

$$\frac{e}{r}$$

で表はされる。また多数の荷電が諸處に分布せるときの電位は各々の荷電による電位の和に等しい。⁽¹⁾

前節の結果によれば一様に帯電した球がその外部に及ぼす作用は荷電の總量が悉くその中心にあると結果を同じくする。従つて電位の計算にも之等を同様と見做してよい。従つてその荷電の總量を q とすれば外部に於ける電位は $\frac{q}{r}$ と表はされる。球の半徑を a とすれば表面の電位は $\frac{q}{a}$ に等しい。球の内部に於ては電場が零なる故に電位はすべて表面と同じい。

また電場と電位とは單位の正電氣が受ける力とその位置のエネルギーなる故に電場は電位の降下の勾配に等しい。一方向 x に對する電場の合力を E_x とし電位を V と表はせば第4章10によつて

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad 12$$

が得られる。

電位を等しくする諸點を連ねてなす面を等電位面と名づける。第1圖 α の圓はその場合の等電位面を示す。一般に電位に單位の昇降ある毎に一個の等電位面を描くを便とする。電場の強い處では等電位面が密接し電場の弱い處では疎になる。



第7圖

導體に外より電場が作用すれば直に内部の電子等の變位を生じそのため導體の上に荷電が現はれる。これを電氣感應と稱する。この荷電の生ずる電場が導體の内部に於て始めの電場を消殺するに至れば電氣の移動は熄み平衡に達する。すべて平衡の状態では導體の内部に電位の高低なく各點の電位はすべて相等しい。

地に連絡した導體が或る空間を圍めば外部の電氣の分布の如何に拘はらずその空間の電位が不變に保たれる。この事實は諸種の裝置に於て外部の電氣作用を遮るに用ひられる。

⁽¹⁾ 24 節參照。

導體の内部に閉曲面を考へるに之を過る電力線は存在しない。即ちこの曲面の内には荷電のないことが知られる。従つて導體の有する荷電は總てその表面に分布する。

導體の表面は一の等電位面をなす故に表面に極めて近い外部の電場は表面に垂直に向ふ。表面の一點の荷電を單位面積について σ としこの點に近い外部の電場を E とし表面を過りこれに垂直に底面積 dS なる小圓筒を考へれば⁽¹⁾

$$EdS = 4\pi\sigma dS$$

故に

$$E = 4\pi\sigma \quad 13$$

なることが知られる。

132. 電氣計 金屬棒に薄い金箔を附けて帶電體につなげば之等が

また帶電して箔は棒を離れる。このとき箔の開く角度はその荷電の量により従つて帶電體の電位によつて定まる。故にこの開きにより帶電體の電位を測ることができる。この裝置を箔電氣計と云ひ普通には金屬の箱に容れ箱を地につないで使用する。



第9圖

圖の如く金屬の象限板を四個水平に置きこれに對し對稱の位置に軽い平板を細い石英線によつて吊し之を

強く正に帶電せしめる。斜に相對する象限板を一對づゝ連絡して其の二組を地につなぎ他の二組を測らんとする帶電體につなぐ。平板は電位の低い一對の象限の側に廻轉し石英線の振れと釣合ふに至つて靜止する。その廻轉の角は二組の象限板の電位によつて定められる。平板の荷電を一定としその廻轉が小なる範圍を考へれば廻轉の角が二組の象限板の電位差に比例する。この種の電氣計を



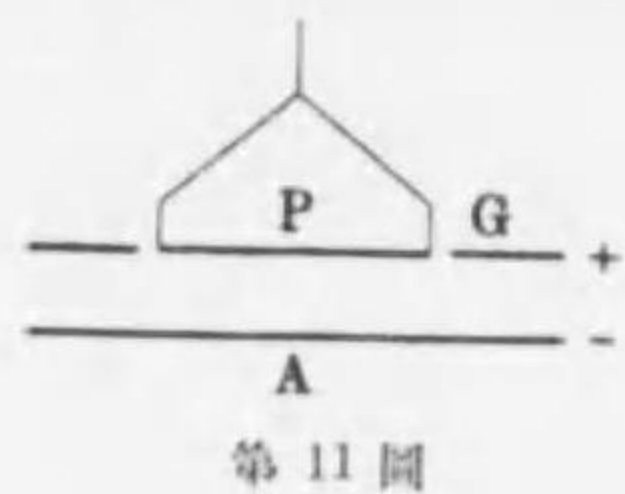
第10圖

⁽¹⁾ 電力線はたゞ外側の底面のみを過る。



第8圖

象限電氣計と稱し電位の差が小なる場合の測定に適する。



金屬板 P を水平に天秤の臂より吊して測らんとする電位にあらしめその下に他の金屬板 A を置いて地に連絡し電位を 0 ならしめる。P 板の電位を V とし兩板の間の距離を d とすれば

$$E = \frac{V}{d}$$

なる電場がその間に生ずる。P 板の面積を S とすればこの板は Π により

$$F = \frac{1}{8\pi} S \left(\frac{V}{d} \right)^2$$

なる力を以て下に引かれる。F を天秤によつて測れば P 板の電位は

$$V = d \sqrt{\frac{8\pi}{S} F} \quad 14$$

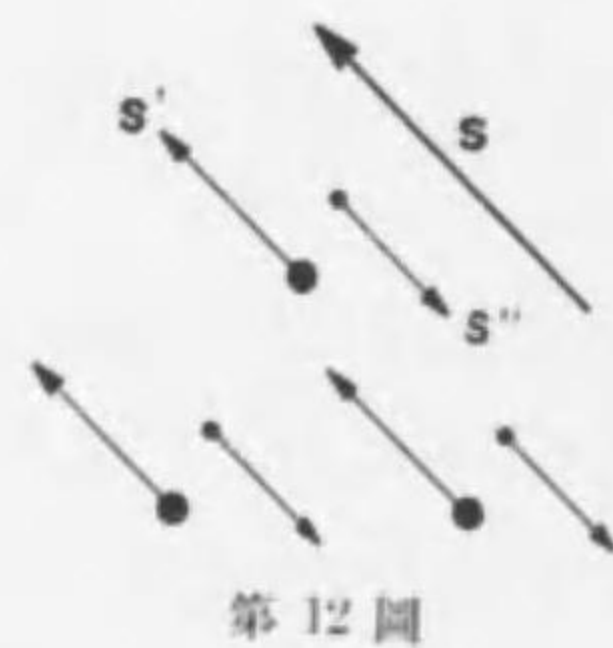
より求められる。なほこの板の上の電氣の分布を一様ならしめるがためには保護板 G を設け P 板との間隙を少くし且つ同一の電位にあらしめる。この装置をケルビンの**絶対電氣計**と名づける。

133. **電媒質** 不導體に外から電場を作用せしむるときにも導體に於けると同様に電氣感應を生ずる。併しこの場合には電子が各々陽核に所屬してその運動の自由を欠き従つて舊の位置の附近に少しく變位するに過ぎない。故にその感應は導體ほどに著しくなく且つその程度は物質の種類によつて異なる。

このとき陽核と電子との變位を個々に考へれば甚だ複雑なること云ふまでもない。よつて陽核の變位をその荷電の量に對して平均せるものを s' とし電子の變位を平均せるものを s'' とし電子に對する陽核の相對的變位

$$s = s' - s'' \quad 15$$

を以て正負の荷電の移動を表はす。また單位



體積に含まるゝ陽核の有する荷電の總量 κ とこの相對的變位 s との積

$$P = \kappa s \quad 16$$

を考へ之を**分極**と名づける。

分極せる電媒質の兩端に於ては荷電の過不足を來たすために表面に沿ふて帶電の状態が現はれる。分極 P に垂直なる端面には厚さ s 密度 κ なる過剰の荷電を來たす故に單位面積につき P なる荷電が現はれ θ なる傾きの端面には

$$P \cos \theta$$

なる荷電を生ずる。

この如く兩端に荷電が現はれるとともに之によつて電場を生じ始めの電場は少しく減殺せられる。即ち内部の電場は外部より作用する電場よりも弱い。

等方性の電媒質では分極 P が内部に作用する電場 E と同じ方向に生じ且つ一般に之と比例する。従つて

$$D = E + 4\pi P \quad 17$$

なる量はまた電場と同じ方向に向ひ且つ之に比例する。之を**電氣感應度**と名づける。これと電場との比

$$\epsilon = \frac{D}{E} \quad 18$$

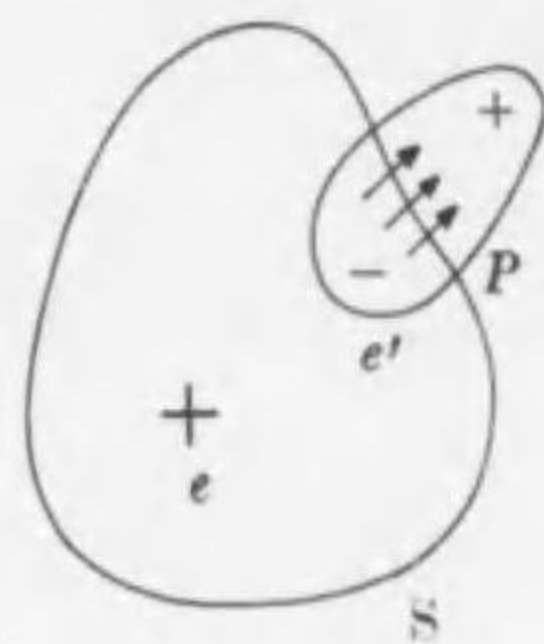
を電媒恒數と名づける。後に述べる如く 2 の中の恒數も之に等しい。

なほまた精細に考へれば陽核と電子との集合による内部の電場が極めて複雑なることは云ふまでもない。上に述べた E は平均としての電場を表はす。

電氣感應度の方向を辿つて描ける曲線を電氣感應線と名づける。その數はこれと直角な單位面積を D 個の線が過る如くする。等方質に於ては電場と分極との方向が一致する故に電氣感應線は電力線と一致したゞ疎密に於てのみ異なる。

いま一の閉曲面 S を考へるにこれを過つて外に向ふ電力線の數はその内にある電氣量の 4π 倍に等しくその荷電は遊離した荷電 q と分極





第 14 圖

によつて電媒質の表面に現はれる荷電 e' との和に等しい。若し S 面が電媒質を切らない場合には後者が正負を併せて零となる故に前者のみを考へればよい。併し閉曲面が電媒質を切る場合には電媒質の表面に現はれる荷電 e' が零とはならない。然るにこの e' は分極 P によつて S 面の内から外に移る電氣量と大きしく正負相反する。即ち

$$e' = - \int P \cos \theta dS$$

然るに上記の如くに S の包む荷電の總量は $e+e'$ なる故

$$\int E \cos \theta dS = 4\pi(e+e')$$

17 によつて

$$P = \frac{1}{4\pi}(D-E)$$

なる故に上の兩式より

$$\int D \cos \theta dS = 4\pi e \tag{19}$$

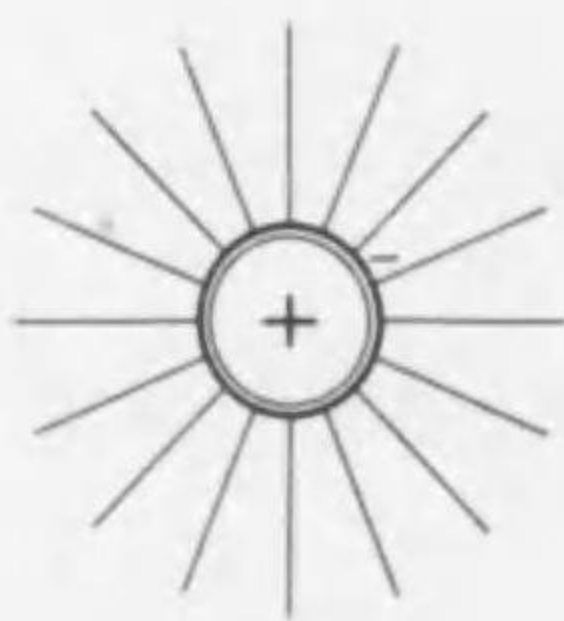
即ち一の閉曲面を内より外に過る電氣感應線の數は内部の游離荷電の量の 4π 倍に等しい。この關係を用ひ 130 節の如くして游離荷電の周囲の電氣感應度が求められる。

例へば一の荷電 e の周囲が電媒質によつて囲まれたとき電氣感應度は 130 節の第一例の如くして⁽²⁾

$$D = \frac{e}{r^2}$$

従つて電場は

$$E = \frac{e}{\epsilon r^2}$$



第 15 圖

(1) 分極によつて S 面を内より外に過る荷電と外より内に過る荷電との差。

(2) $4\pi r^2 D = 4\pi e$

になる。⁽¹⁾ 眞空の中に比して斯く電場の減少する現象は分極によつて生じた異種の電氣が荷電 e を蔽ふためである。

この結果によれば一般の分布に於ても游離荷電が一樣なる電媒質の中に生ずる電場は眞空の中に生ずべき電場の $\frac{1}{\epsilon}$ に等しい。従つて電位についてもまた同様である。

134. 電氣容量 一定量の荷電を種々の導體に與へるときその電位の變化する程度はその導體の大小形狀に關係する。その電位を單位だけ變ずるに要する電氣量をその物體の電氣容量と名づける。例へば半徑 a なる球に荷電 e を與へるとき球の電位は

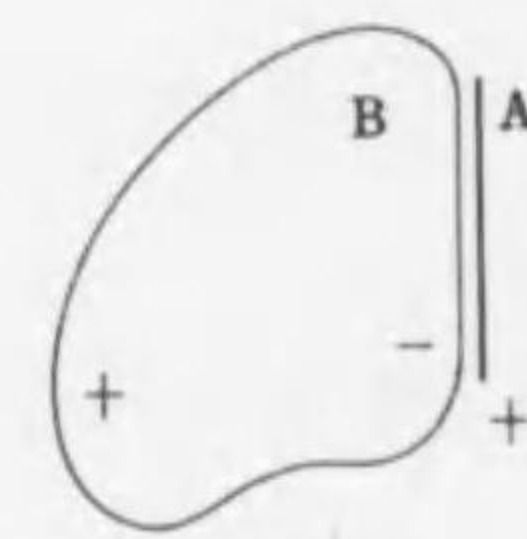
$$V = \frac{e}{a}$$

になる。故に電氣容量は

$$\frac{e}{V} = a \tag{20}$$

に等しい。

また電氣容量は物體の大小形狀のみならず他の物體に對する位置にも關係する。例へば圖の如く一枚の金屬板 A に近く大なる導體 B があるとき金屬板を帶電せしめればその感應によつて B の相對する面に異種の荷電を生じ遠くに同種の荷電を生ずる。 B 上の異種の荷電は A の荷電の作用を減殺するため A の電位の變化は少い。従つて A の近傍に B なる導體があれば A の容量は著しく増大する。



第 16 圖

二個の相離れた球狀導體を導線によつて連絡しこれに電氣を與へれば電氣は兩球の容量に比例して分配せられる。然るに球の容量は半徑に比例し表面積は半徑の二乗に比例する故に各球の表面の荷電の密度

(1) 荷電 e_1 の電場に他の荷電 e_2 があれば之に作用する力が

$$\frac{e_1}{\epsilon r^2} e_2$$

よつて 2 が得られる。

は半徑に逆比例する。即ち帯電せる導體の表面に於ける電氣の分布は曲率の大なる部分に於て著しく密である。

135. 蓄電器 二枚の金屬板を近く並行に置き兩板を反對に帯電せしめるに兩板の荷電の作用が互に消し合ふために兩者の電位の變化は少く従つて多量の荷電を貯へるに適する。この装置を蓄電器と云ひ兩板に單位の電位差を生ぜしめるとき各板に要する電氣量を蓄電器の容量と稱する。



第17圖

二つの平板を對立せしめたる場合に兩板の距離を d その電位差を V とすれば 9 によつて

$$V = 4\pi\sigma d$$

板の面積を S とすれば電氣の全量は $S\sigma$ なる故に容量は

$$\frac{S\sigma}{V} = \frac{S}{4\pi d} \tag{21}$$

で表はされる。

二つの同心球を作り半徑 a なる外球を地に連絡し半徑 b なる内球に e なる荷電を與へれば外球の内面に同量異種の荷電が現はれる。中間の電場は 5 と同じく従つて内球の電位 V は

$$-\int_a^b \frac{e}{r^2} dr = e \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right)$$

故に容量は

$$\frac{e}{V} = \frac{ab}{a-b} \tag{22}$$

二個の同軸圓筒に於て外筒を地に連絡し内筒には單位の長さに対し μ なる荷電を與へれば中間の電場は 7 の如く内筒の電位 V は

$$-\int_a^b \frac{2\mu}{q} dq = 2\mu \log \frac{a}{b}$$

故に單位の長さに対する容量は

$$\frac{\mu}{V} = \frac{a}{2 \log \frac{a}{b}} \tag{23}$$

蓄電器の兩板が電媒恒數 ϵ なる電媒質の中にある場合を考へるに上記の場合に比し前々節に述べた如く同じ荷電に対する電位が $\frac{1}{\epsilon}$ 倍となるため電氣容量は ϵ 倍になる。蓄電器の兩板の間が電媒質なるとき

と真空なるときとの容量を C 及び C_0 とすれば

$$\frac{C}{C_0} = \epsilon \tag{24}$$

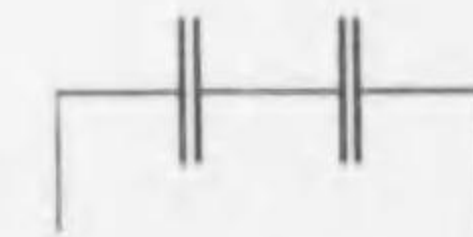
電媒恒數の大なるほど蓄電器の容量は大きい。

容量 c_1, c_2, \dots なる多數の蓄電器を直列につなげば各個の荷電 e は凡てに同じく全電位差は各個の電位差の和に等しい。全體としての容量を C とすれば

$$\frac{e}{C} = \frac{e}{c_1} + \frac{e}{c_2} + \dots$$

故に C は

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \dots \tag{25}$$

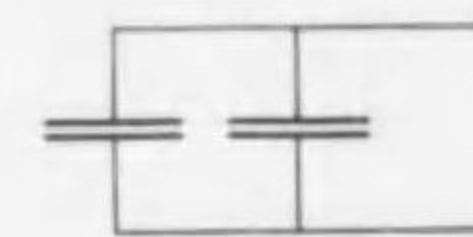


第18圖 a

によつて求められる。

これ等の蓄電器を並列につなげば電位差 V は凡てに同じく總荷電量は各個の荷電の和に等しい。全體としての容量を C とすれば

$$CV = c_1V + c_2V + \dots$$



第18圖 b

即ち

$$C = c_1 + c_2 + \dots \tag{26}$$

之等の關係によつて蓄電器の容量を測定することができる。既知の

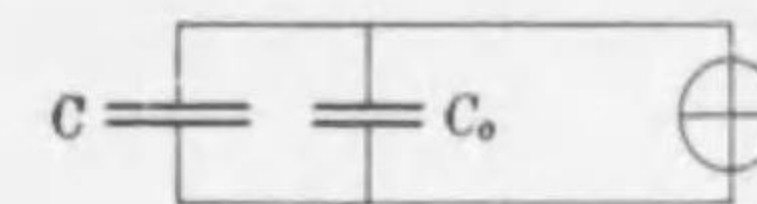
容量 C_0 を有する蓄電器を帯電せしめ電源より離し次に未知の容量 C を有する蓄電器を並列につないで初めの荷電を兩蓄電器に分配する。初めの電位差を V_0 終りの電位差を V とすれば荷電の變化なき故に $C_0V_0 = (C + C_0)V$

故に

$$C = \frac{V_0 - V}{V} C_0 \tag{27}$$

電位差 V_0, V を測れば C が求められる。⁽¹⁾

(1) 電位差を測る電氣計も一般に若干の電氣容量を有するため之をも考慮しなければならない。



第19圖

また蓄電器の兩板の間が電媒質なるときと真空なるときとについて容量を比較すれば24によつて電媒恒数が測定せられる。二三の物質について電媒恒数を挙げれば

物質	ϵ
水	81. 静電單位
石油	2.0
硝子	6.
エポナイト	2.8

136. 帯電のエネルギー 一の荷電を細分して遠く離すときは相互の作用によつて仕事をなしエネルギーは減少する。逆に分離せる荷電を集合せしめるには外より仕事をなしてエネルギーを與へなければならない。一般に荷電はその分布状態によつてその有する位置のエネルギーを異にする。よつて極めて稀薄に散布せる荷電を集めて或る集合状態に持ち來たすに要する仕事を帯電のエネルギーと名づける。

今一の導體の電氣容量を C とし之に e なる荷電を與へればその電位が $\frac{e}{C}$ となる故に更に de なる荷電をこれに與へるためには

$$\frac{e}{C} de$$

なる仕事を要する。故に導體に e なる荷電を與へるに要する仕事の全量は

$$\int_0^e \frac{e}{C} de = \frac{1}{2C} e^2 \tag{28}$$

帯電體の電位を V とすればこの仕事はまた

$$\frac{1}{2} Ve \tag{28}$$

で表はされる。

多數の帯電體があつてその荷電 e_1, e_2, \dots 電位 V_1, V_2, \dots なる場合には帯電のエネルギーの總量が

$$\frac{1}{2} V_1 e_1 + \frac{1}{2} V_2 e_2 + \dots \tag{29}$$

となることが證明せられる。

ファラデー及びマクスウエルの考へによれば電場にはその強さ E の二乗に比例して單位體積につき

$$\frac{\epsilon}{8\pi} E^2 \tag{30}$$

なるエネルギーが蓄へられる。上に計算した帯電のエネルギーは要するにこの電場を作るために用ひられる。實際に荷電の分布による電場のエネルギーを全空間に積分すれば帯電のエネルギーに等しいことが知られる。

一例として半徑 a の球面に荷電 e を與へる場合を考へれば周圍の電場は

$$E = \frac{e}{\epsilon r^2}$$

故に電場のエネルギーの全量は

$$\int_a^\infty \frac{\epsilon}{8\pi} \left(\frac{e}{\epsilon r^2}\right)^2 4\pi r^2 dr = \frac{e^2}{2\epsilon a} \tag{31}$$

然るに球面の電位は

$$V = \frac{e}{\epsilon a}$$

なるゆゑ上のエネルギーは

$$\frac{1}{2} Ve \tag{32}$$

になる。

なほまたマクスウエルの考へによれば電場に於ては強さ

$$\frac{\epsilon}{8\pi} E^2 \tag{33}$$

の張力が場の方向に作用し同じ強さの壓力が場と垂直に作用する。例へば11の場合の相互の引力もよくこの考へによつて説明せられる。導體の表面に近い電場は表面に垂直で且つ強さが13で表はされるゆゑ導體の表面の單位面積に對して

$$2\pi\sigma^2 \tag{34}$$

なる力が外方に向つて作用する。

第二十章 磁 氣

137. 磁氣 鐵の小片に磁石を近づければ鐵片は磁石に引かれて附着する。コバルトニッケル等の金屬も鐵と同じく磁石に引かれる。なほまた鋭敏なる装置を用ひれば白金アルミニウム等の多くの物質に於ても同様の現象が認められる。この現象は恰も帶電體が軽い物體を引くに等しい。更にまた二個の磁石を互に近づければその間に引力斥力が作用する。その状況は二つの帶電體の間の作用に異なるない。

一般に磁石の作用はその全面に一様に現はれることなく必ずその作用の特に著しい部分がある。例へば細長い磁石についてその作用を見れば兩端に於て特に著しい。之を**磁極**と名づける。磁極には二種あつて同種の磁極は互に斥力を及ぼし異種の磁極は互に引力を及ぼす。一個の磁石は必ず兩種の磁極を有しこれを水平に吊すとき一方の磁極は北に向ひ他方の磁極は南を指す。故に前者を**北極**と云ひ後者を**南極**と稱する。併しこの兩種の磁極の作用は全く相反し互に相殺する故に北極を正とし南極を負として考へるを常とする。

クーロンの研究によれば二つの磁極の間の引力斥力はその間の距離の二乗に逆比例する。よつて眞空の中で1輻を隔て、1ダインの力を及ぼし合ふ相等しい二つの磁極を單位とし一般には同じ距離に於て單位の磁極に作用する力を較べて磁極の強さを量ることとする。上の如く定めた磁極の單位を**電磁單位**と名づける。⁽¹⁾

$m_1 m_2$ なる二つの磁極が眞空の中で距離 r を距て、互に作用する力は

$$\frac{m_1 m_2}{r^2} \quad 1$$

と表はされる。この力が正ならば斥力が現はれ負なるときには引力が

⁽¹⁾ C.G.S. 電磁單位。

現はれる。空氣水等の中ではこの力が

$$\frac{m_1 m_2}{\mu r^2} \quad 2$$

と表はされる。こゝに μ は**透磁率**と名づけ物質によつて定まる。多くの場合これを1と見做してもよい。

磁極の間の相互作用は前に述べた如くに電氣の間の相互作用とよく類似し磁石は帶電體に相當し磁極の強さは電氣量に相當する。従つて磁極には電氣に相當して磁氣が存在すると考へ磁極の強さはこれに含まるゝ磁氣の量を示すものと考へるを當然とする。往時の學說によれば磁氣も一種または二種の流體より成ると考へられたること電氣の場合に等しい。なほ現今に於ても磁極の強さと云ふ代りに磁氣量と云ひ恰も電氣の場合の如くに考へるを便とする。

併しながら電氣と磁氣との間の極めて著しい差異として前者に於ては正負の電氣が分離し各々單獨に存在し得るに反し後者に於ては一個の磁石に必ず正負等量の磁氣が相伴つて現はれる。例へば細長い磁石を二つに切れば断面に正負の磁極が現はれ各片が各々等量の正負の磁極を有することになる。即ち電氣の場合に比較して云へば磁石は恰も分極せる電媒質に相當し游離せる荷電に相當するものは存在しない。

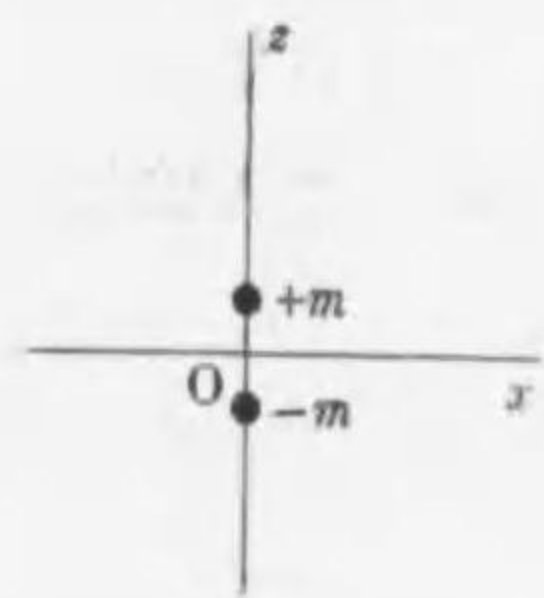
ウェーバーの説によれば磁石を構成する微粒子は各々正負等量の磁極を具へて微小なる磁石の性質を有し之等が方向を同じくして整列する故にその作用が互に相助け全體として磁石の作用を生ずる。この如く考へれば正負等量の磁極が相伴ふこともよく説明せられる。電子論によれば多くの原子はその内部の電子の運動のため後章に述べる如くに磁石としての性質を有する。更に近年の研究によれば個々の電子と陽核とがまた正負の磁極を有するとも考へられる。141節にも述べる如くに磁石は之等の整列によつて成ると信ぜられる。

138. 磁場 磁氣の作用の達する範圍を**磁場**と名づけ單位の正極に作用する力の大きさと方向とを以て磁場の強さ及び方向とする。一點を基準にとり他の各點に單位の正極を移すに要する仕事を以てその點の

磁位を定める。磁力線等磁位面その他を考へることは總て電場の場合に等しい。磁氣の分布と磁場との關係は電氣の分布と電場との關係に同じく正負の磁氣が正負の電氣に相當する。

磁場はまた後章に述べる如く電流に伴つて現はれる。一樣なる磁場または特に強大な磁場を要する場合にはコイルに電流を通じてその内部に生ずる磁場を用ひるを常とする。

二つの大き等しく正負反對の磁極 $+m$ $-m$ が圖の如く z 軸の上に原點 O の上下 $+s$ $-s$ の點にあるとすればこれ等は各點に於て



第1圖

$$U = \frac{m}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-s)^2}} - \frac{m}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z+s)^2}}$$

なる磁位を生ずる。 s を小としてその二乗以上を省略すれば⁽¹⁾

$$U = 2ms \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad 3$$

磁場はこれを微分して得られる。 $2ms$ を q と表せば磁場 H の x y z 分力は

$$\begin{aligned} H_x &= 3q \frac{xz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}^3} & H_y &= 3q \frac{yz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}^3} \\ H_z &= -q \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}^3} + 3q \frac{z^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}^5} \end{aligned} \quad 4$$

上の磁場はもとより z 軸に関して對稱でなければならぬ。故に磁場の分布を見るにはたゞ zx 平面の上の分布を見ればよい。原點からの距離を r その z 軸となす角を θ とすれば

$$U = q \frac{\cos\theta}{r^2} \quad 5$$

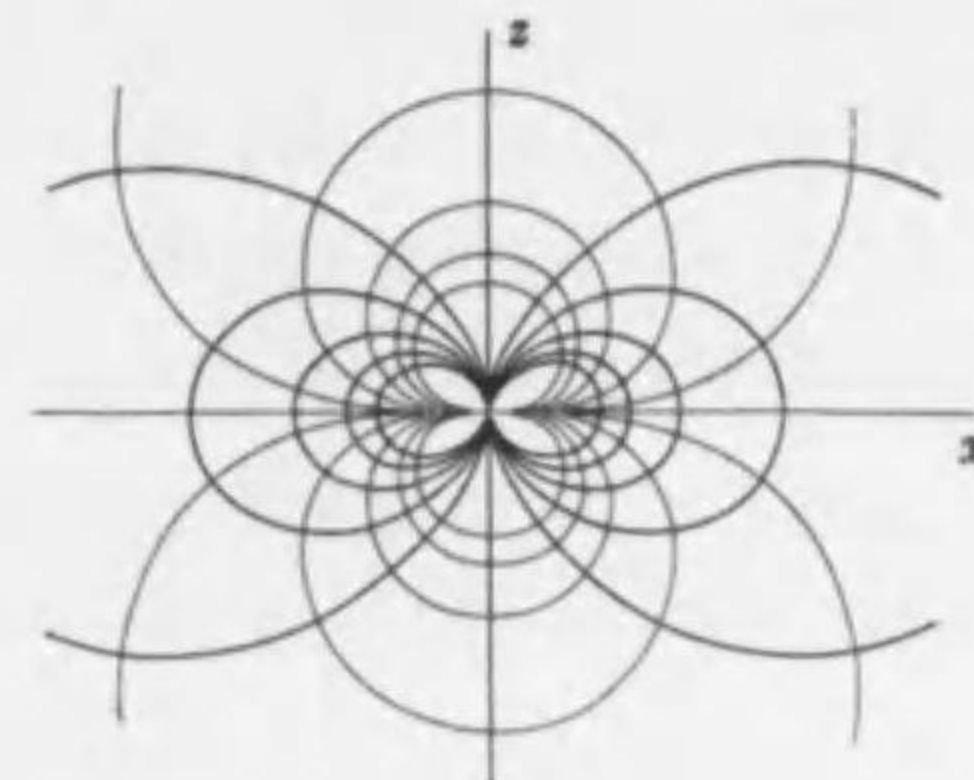
$$H_x = q \frac{3\cos\theta\sin\theta}{r^3} \quad H_z = q \frac{3\cos^2\theta - 1}{r^3} \quad 6$$

⁽¹⁾ $\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-s)^2}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}^3} s + \dots$ なほこの節の計算は電氣の場合にも適用せられる。

⁽²⁾ $H_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \dots$

二つの正負の磁極が並列すれば遠方に對する作用が殆ど相消すけれども

磁極が強ければこの如くになほ多少の磁場を生ずる。その磁場は圖に示せる如くに方向によつて異なるけれども一方向に就いては距離の三乗に逆比例する。この磁場は磁極の強さと距離との積 q の大きさと方向とによつて定まる。斯かる一對の磁極を**双極**と云ひ q をその**磁氣能率**と名づける。小さい磁石は双極として考へてよい。



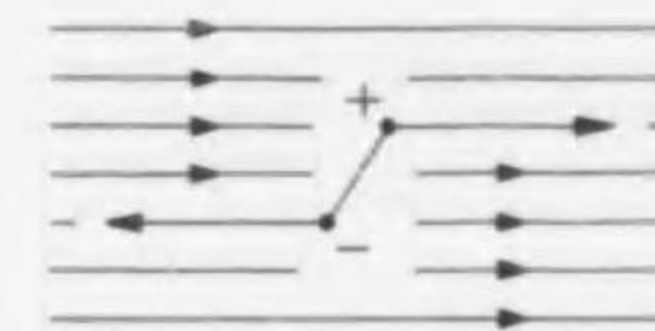
第2圖

太い線は磁力線を表はし細い線は等磁位面を表はす

双極または一般に磁石が一樣な磁場にある場合には正極が磁場の方向に負極が磁場と反對の方向に同じ強さの力を受けるために全體としての移動は生じないけれども双極の軸が磁場の方向と一致しないときには圖の如くに廻轉能率を生ずる。双極

の軸と磁場との間の角を ϕ とすればこの廻轉能率が

$$qH \sin\phi \quad 7$$



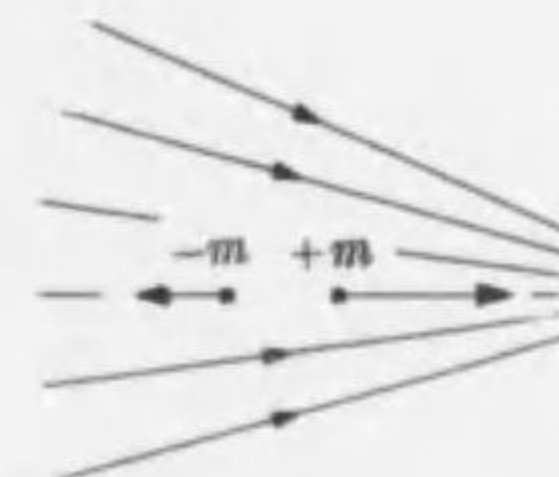
第3圖

で表はさる。

併しながら磁場が一樣でない場合には

双極もまた一方に引かれる。例へば磁場が圖の如く双極の軸の方向に

作用し且つ強弱があれば正極を右に引く力は負極を左に引く力と異なる。右方に x をとれば兩極に作用する力の差は



第4圖

$$2ms \frac{\partial H}{\partial x} = q \frac{\partial H}{\partial x} \quad 8$$

で表はされる。即ち双極はこの力を以て右に引かれる。もし兩極の位置を逆にすれば上と



等しい力を以て左に引かれる。

また圖の如く彎曲した磁場に双極があるとすればその正負の兩極が左右に引かれる力は各々少しく上に向ふ分力を有するために全體として上に向つて引かれる。その磁力線の曲率半徑を R とすれば兩極が受ける力は mH 上方に向ふ分力は各々 $mH \frac{x}{R}$ に等しく従つて双極を上を引く力は

$$F = q \frac{H}{R} \quad 9$$

と表はされる

然るに磁場の等磁位面は磁場に垂直なるため兩極を過るものは $\frac{2x}{R}$ の角をなしその間隔が上方に於て狭く下方に於て廣い。磁場の強さは等磁位面の間隔に逆比例する故に磁場は上方に於て強く下方に於て弱い。またこの間隔は曲率の中心 O より距離 R に比例し従つて H は R と逆比例する。 O 點を原點とすれば R は $-y$ と表はされる。故に

$$H = \frac{k}{y}$$

と置けば

$$\frac{\partial H}{\partial y} = -\frac{k}{y^2}$$

故に前式によつて

$$\frac{\partial H}{\partial y} = -\frac{H}{y}$$

9 によつて

$$F = q \frac{\partial H}{\partial y} \quad 10$$

双極はこの力を以て上に引かれる。兩極の位置を逆にすれば上と等しい力を以て下に引かれる。

何れの場合にも双極の磁氣能率を磁場の方向と一致せしめて置けば

(1) この様な關係は磁場が磁位によつて表はされる場合に限る。磁場が定常状態で永續する空間では必ずこの磁位が考へられる。但し時刻とともに變化する磁場または電流の流れる導體の内ではこの關係が一般には成立たない。

磁場の強さの増す方向に引かれ逆に置けば反對の方向に斥けられる。

139. 地球の磁氣 地球は巨大なる磁石をなし正極は南に負極は北にあるために磁針を水平に吊せば略々南北を指して靜止する。但し精密に云へば處によつて實際の南北より少しく偏るを常とする。この磁場を含む鉛直の平面を地磁氣の子午面と云ひ磁場の水平的分力を地磁氣の水平分力と名づけ諸種の測定の基礎として用ひる。

これを測定するには先づ短い棒磁石を細い絲によつて水平に吊し南北の方向に向け少しく左右に廻轉振動をなさしめる。この磁石の磁氣能率を M とし地磁氣の水平分力を h とすれば磁石が靜止の位置から角 φ だけ廻轉した場合にこれに作用する力の能率は

$$hM \sin \varphi \quad 11$$

φ が小ならば

$$hM \varphi$$

磁石の慣性能率を K とすれば振動の週期は第 6 章 22 の如くして

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{K}{Mh}} \quad 12$$

と表はされる。

次にこの磁石を東西の方向に置きその軸上に小磁針 c を水平に吊せば



第 6 圖

この磁針は地磁氣の水平分力と磁石による磁場との合力の方向を指して靜止する。この磁石の中央より磁針に至る距離 r が磁石の長さに比して

相當に大ならば磁石による磁場は 4 により

$$H = 2 \frac{M}{r^3} \quad 13$$

に等しい。磁針が地磁氣の子午面となす角を θ とすれば

$$\tan \theta = \frac{H}{h}$$

故に

$$\tan \theta = \frac{2M}{hr^3} \quad 14$$

この式と12とによつて水平分力が計算せられる。

$$h = \frac{2\pi}{T} \sqrt{\frac{2K}{r^3 \tan \theta}} \quad 15$$

なほまた磁石の磁気能率は14によつて求められる。⁽¹⁾

140. 磁気感應 鐵片に磁場を作用せしめれば鐵片に磁極を生じて磁石の性質を現はす。このことは電媒質に分極を生ずることに相當する。電媒質が電場の作用を受けるとき内部の正負の荷電が反對の方向に移動すると同様に磁場が作用すれば内部の正負の磁氣に反對の變位を生ずる。併し磁氣は物質を構成する原子の中に於ても必ず正負が相伴ひ決して分離することがないために電氣に於ける導體に相當するものが存在しない。

電氣の分極に相當して單位體積に含まれる正負の磁氣量とその相對的の變位との積を考へこれを**磁化度**と名づける。これを I とすればその方向に直角な斷面の兩側には單位面積に就て I なる正負の磁極が現はれる。圖の如くに双極が平行に並列し單位體積について正負兩極の



第7圖

磁氣量が各々 $+\lambda -\lambda$ とすれば I は 2λ と表はされる。⁽²⁾ また 2λ はこの體積の中に含まれる双極の磁氣能率 $2sm$ の和に等しい。即ち I は單位體積の磁氣能率を表はす。多種の双極が種々の方向を取つて分布する場合も I は單位體積の磁氣能率の合成に外ならない。一樣に磁化した

磁性體の磁氣能率を M とし體積を V とすれば

⁽¹⁾ なほ精密に計算するには磁石の兩極の強さを $+m - m$ その間の距離を $2l$ とし 11 12 の M を $2ml$ と置き 13 14 の $\frac{2M}{r^3}$ の代りに

$$\frac{m}{(r-l)^2} - \frac{m}{(r+l)^2}$$

と置いて m を消去する。 $2l$ としては磁石の長さの $\frac{4}{5}$ を取るを可とする。

⁽²⁾ 始め種々の方向に向つた双極が圖の如く整列するとき平均として考へれば各磁極がそれぞれ双極の中央から圖の位置まで移動したものと見做してもよい。なほ 133 節参照。 I は P に相當し λ は κ に相當する。

$$M = IV \quad 16$$

磁性體が外から磁場の作用を受けて磁化するとき等方質に於ては磁化度 I が磁場 H の方向または反對の方向に生ずる。⁽¹⁾ よつて電氣感應度に相當して

$$B = H + 4\pi I \quad 17$$

を**磁氣感應度**と名づける。磁氣感應度の方向を辿つて引いた曲線を**磁氣感應線**と名づける。その數は恰もこれに直角な單位面積を B 個の線が過る如くに引く。

物體に外から磁場が作用して磁化すればこれがために兩端に正負の磁氣を生じその磁場が外より作用する磁場に重なる。上式の磁場 H は斯くして物質の内部に實際に作用する磁場を表はす。

磁氣感應度と磁場との比

$$\mu = \frac{B}{H} \quad 18$$

を**透磁率**と名づける。137 節に述べた透磁率はこれと一致する。また I と H との比

$$\kappa = \frac{1}{4\pi} (\mu - 1) \quad 19$$

を**磁氣係數**と名づけこれとその物質の密度 ρ との比

$$\chi = \frac{\kappa}{\rho} \quad 20$$

を**比磁氣係數**と稱へる。

フアラデー及びマクスウエルの考へによれば磁場に於ては單位體積につき

$$\frac{\mu}{8\pi} H^2 \quad 21$$

なるエネルギーが蓄へられる。且つまた強さ

$$\frac{\mu}{8\pi} H^2 \quad 22$$

⁽¹⁾ 後に述べる如く常磁性體強磁性體に於ては同じ方向に生じ反磁性體に於ては逆に生ずる。

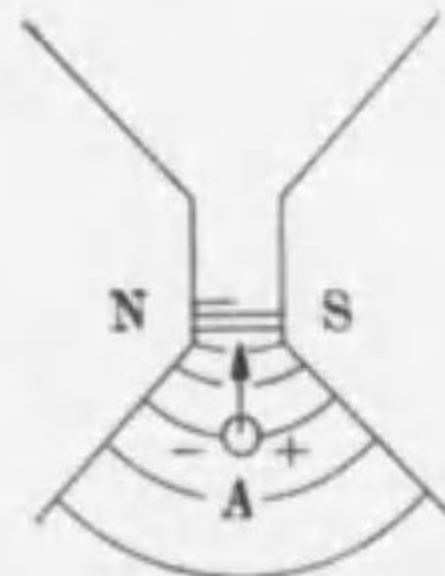
⁽²⁾ 136 節参照。

なる張力が磁場の方向に作用し同じ強さの圧力がこれと直角に作用する。

141. 常磁性と反磁性 物質はその磁性によつて二種に分類せられる。或るものは磁石の極に近づけるととき感應によつて遠くに同種の極を生じ近くに異種の極を生じて引力を受け他のものは遠くに異種の極を生じ近くに同種の極を生じて斥力を受ける。前者は磁気係数の正なる場合に相当しこれを**常磁性体**と名づける。後者は磁気係数の負なる場合に相当しこれを**反磁性体**と稱する。鉄コバルトニツケル酸素ナトリウム白金等は前者に屬し水素炭素磷銅等は後者に屬する。但し常磁性体の中で鉄コバルトニツケル等はその作用が特に著しいために之等を**強磁性体**と名づける。強磁性体を除けば一般の物質の磁性は極めて微弱なるため著しく強い磁場を用ひなければこれを認め得ない。

既に述べた如くに原子は微小なる磁石の作用を有する。普通の状態に於ては之等の方向が全く不規則なるためにその作用が互に相消し全體として磁氣を現はさないけれどもこれを強い磁場に持ち來たせば之等の原子が磁場の作用によつて轉向し何れも一方に傾く。併し相互の間の作用と熱運動による攪亂とのために磁場の方向に向ふことを妨げられる故に磁場の作用と之等の反對の作用との合成効果として物體は全體としてたゞ少しく磁性を現はす。強磁性体が特に著しい磁性を示すことはこの轉向が特に容易なるためと推測せられる。

併しながら一個の原子の磁氣作用が殆ど零なるときには磁場の作用を受くるも上記の如き廻轉が生じない。後章にも述べる如くに磁場の作用は却つて反對の効果を呈し反磁性が現はれる。



第 8 圖

常磁性体または反磁性体の磁氣を測定するには電磁石を用ひて圖の如くに彎曲した磁場を生ぜしめる。測定すべき物質の小粒を A の如き位置に置けば常磁性体にあつては圖の如くまた反磁性体にあつてはこれと逆に磁化するために前

者は上方に後者は下方に力を受ける。その磁化度すなはち單位體積に對する磁氣能率は

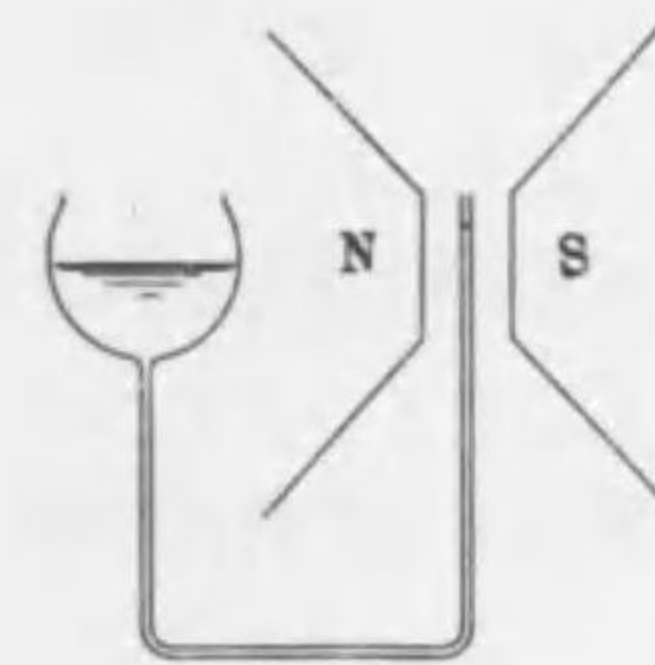
$$I = \kappa H$$

この場合には物體の磁性が極めて小さいために物體の表面に現はれる磁氣は少く従つて物體の内部の磁場は外部の磁場と殆ど等しい。物體の體積を V とすれば之が受ける力は I によつて

$$F = \kappa H V \frac{\partial H}{\partial y}$$

κ を $\rho \chi$ とし ρV 即ち全質量を m とすれば

$$\chi = \frac{F}{m H \frac{\partial H}{\partial y}} \quad 23$$



第 9 圖

F は極めて小さいために換秤等によつて測定する。

液體の場合には左圖の如き装置を用ひ磁場の作用による細管の内の液面の高さの變化を測る。管の横斷面積を S 液體の密度を ρ とすれば管の長さ dy の中の液體に作用する力は

$$dF = \kappa S H \frac{\partial H}{\partial y} dy$$

積分して

$$F = \kappa S \int H \frac{\partial H}{\partial y} dy = \frac{1}{2} \kappa S H^2$$

ここに H は液面に於ける磁場の強さを表はす。この力のために液面が上昇または下降する。その上昇の高さを h とすれば上記の力が重力と釣合ふべきために

$$\frac{1}{2} \kappa S H^2 = \rho g S h$$

故に

$$\kappa = 2 \frac{h \rho g}{H^2} \quad 24$$

故に h と H とを測れば κ が求められる。次に数種の物質の比磁気係数を掲げる。

物質	κ	物質	κ
マグネシウム	$+0.55 \times 10^{-6}$ 電磁単位	鉛	-0.12×10^{-6} 電磁単位
クロム	+3.7	磷	-0.9
アルミニウム	+0.65	硫黄	-0.5 常温
白金	+1.32	銅	-0.087
酸素	+104.	水	-0.72

142. 強磁性体の磁化度 強磁性体の磁化度を測定するには次の如き方法による。圖の如く二個の同形のコイルを東西に向ふ一直線の上に置きその中央に小磁針を吊し兩コイルに反対の電流を通じて之等が



第10圖

磁針に及ぼす作用を全く相殺せしめる。次にコイルの一方に強磁性体の棒を入れれば棒はコイルの磁場によつて磁化し磁針はこの棒による磁場と地磁気の水平分力との合力の方向を指す。このとき棒の磁気能率を M とし磁針が地磁気の子午面となす角を θ とすれば14と同様に

$$\tan \theta = \frac{2M}{hr^3}$$

即ち

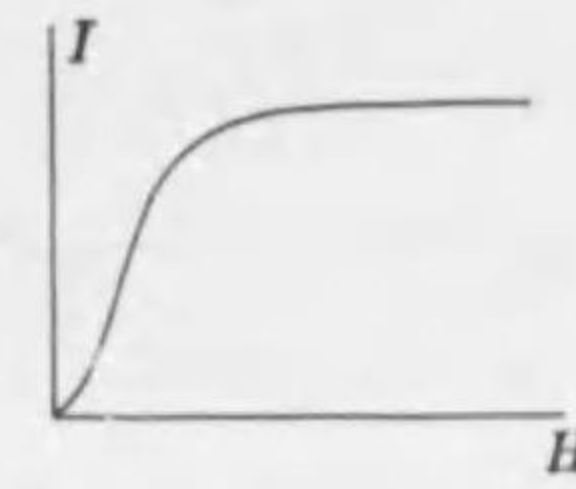
$$M = \frac{1}{2} hr^3 \tan \theta$$

従つて16によつて

$$I = \frac{hr^3}{2V} \tan \theta \quad 25$$

實驗の結果によれば鐵コバルトニツケル等の強磁性体ではこれに作用する磁場 H と磁化度 I とが比例せず圖に示す如くに磁場の強くなる

(1) 246頁脚註(1)参照.



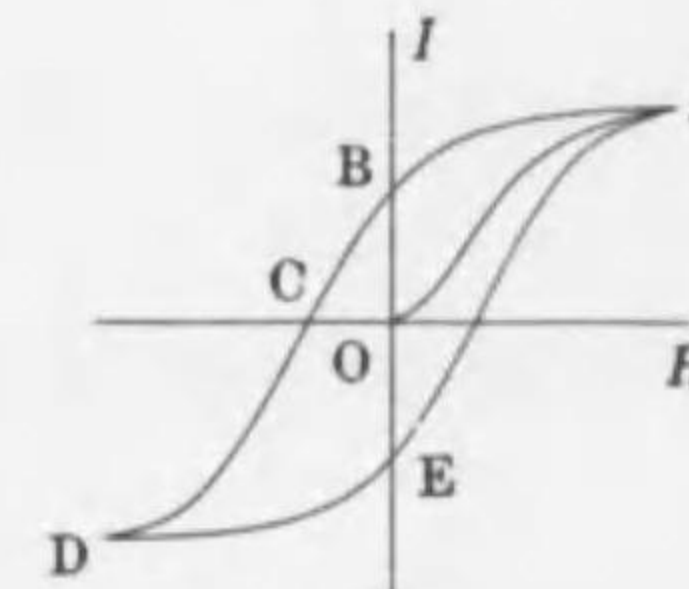
第11圖

に従ひ磁化度が漸次に一定の値に近づく。この最後の磁化度を飽和値と名づける。18の透磁率 μ は一定でなく磁場の増すに従つて初めは増加し極大を経てまた次第に減少する。

次には二三の物質について磁化度の飽和値と透磁率の最大値とを掲げる。

物質	磁化飽和値	最大透磁率
鐵	1700 電磁単位	5000-10000 電磁単位
コバルト	1400	200 常温
ニツケル	480	300

強磁性体に交互に反対の磁場を作用せしめるときは磁場と磁化度との關係が一般に下圖の如き曲線で表はされる。斯く磁化度が現在の磁場のみならずその以前の履歴に關係することを磁気履歴の現象と名づける。磁場を初め一方に強く作用せしめて後に再びこれを弱くして零ならしめれば磁化度が OA AB の如くに變化し OB に相當する磁化度が残る。之れを残留磁気と名づける。これを



第12圖

除くには OC に相當する磁場を逆に作用せしめなければならない。これを磁気頑性と稱する。

一般に鐵コバルトニツケル等が極めて純粹に且つ整正なる結晶をなすときにはこの履歴の現象を殆ど示さない。之等の物質が不純物を含み且つ微細な結晶粒子より成る場合にはこの現象が著しい。

上記の磁化曲線の圍む面積は磁場の變化の間に消費せられるエネルギーに等しい。一樣に磁化せる磁性体を考へその長さを l 横断面積を S 兩端の磁極を $+m$ $-m$ その磁位の差を U とすれば磁極が dm だけ變化するためには Udm なる仕事を要する。磁場の強さを H とすれば

$$U = Hl \quad dm = SdI$$

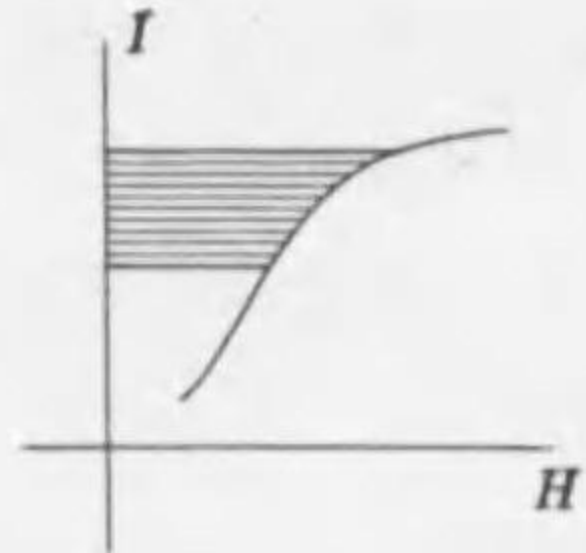
故に

$$U_{dm} = lSHdI$$

従つて単位体積に対する仕事は HdI となり
0より I まで磁化するに要する仕事は

$$W = \int HdI \quad 26$$

この仕事は左圖に示す如くに磁化曲線と I
軸との間の面積に相當する。磁場が一回の往
復變化をなす間になされる仕事は履歴曲線の



第 13 圖

閉む面積に等しい。磁場が一回往復して變化をなし磁性體が初めの状
態に歸ればこの間に爲された仕事に相當するエネルギーは消費せられ
熱の態となつて磁性體の中に現はれる。

第二十一章 電 流

143. 電流 導體に電場が作用すれば前章に述べた如くに電氣の移
動を生ずる。一般に考へられる處によれば金屬の内部に於ては電子の
一部が原子から離れて所謂自由電子となつて原子の間隙に浮遊し電
場の作用を受けるとき之が電場と逆に移動する。鹽類等の水溶液では
溶質が分解して陰陽のイオンを生ずる。即ち電子の過剰によつて負に
帯電したまたは電子を失つて正に帯電した原子もしくはその群團を形成
し之等が電場に従つて移動する。この如く物體の内部に生ずる電氣の
流動を傳導電流と稱する。導體の二點が電位を異にすれば直に電流を
生じ荷電が移動して電位が平均し電場が消滅するに至つて釣合ふ。こ
の際の電流は暫時にして消滅するけれども適當の装置によつて絶えず
正負の荷電を左右に與へる場合には永續する電流が現はれる。導體の
各點に於て電流の分布が一定の状態を持続するときにはその電流を定
常電流と稱する。

正電氣を帯びる陽核が左より右に動くことゝ負電氣を帯びる電子が
右より左に動くことゝは異なること云ふまでもないけれども右に正電
氣を生じ左に負電氣を生ずることゝに於てはともに同一である。特に之
等を區別する必要のないときには負の荷電が左に動くを正の荷電が右
に動くと見做してもよい。斯くして正電氣の流るべき方向を電流の方
向としこれに直角な断面を通じて單位時間に流れる電氣量をその電流
の強さと名づける。1秒に電氣量の 1 靜電單位 が流れる電流をその靜
電單位と定めまた 1 秒に 1 クーロン が流れるときの電流を 1 アンペアと
稱する。なほまたその電流に直角な断面の單位面積に對する電流を電
流密度とも名づける。

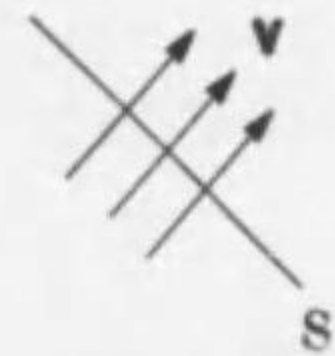
單位體積について κ なる荷電が v なる速度を以て動く場合にこの速

度に直角な断面を考へればその単位面積を過り単位時間に v なる體積の内にある荷電 κv が流れる。即ちこの荷電の運動は密度

$$i = \kappa v$$

なる電流を形成する。

荷電 e を有する電子またはイオンが速度 v を以て動き且つこの種のものが単位體積に n 個づゝ含まれるとすれば之によつて生ずる電流密度は nev に等しい。多種のイオン等が動く場合の電流は各種によるものゝ總和に等しい。



第1圖

144. 電氣抵抗 導體の内に生ずる電流の強さは之に作用する電場と導體の種類とによつて定まる。等方質では電流が電場の方向に生ずること云ふまでもない。

細長い導體を流れる電流 I は兩端の電位差 V に比例する。即ち

$$V = RI$$

これをオームの法則と云ひ R をその導體の電氣抵抗その逆數 $\frac{1}{R}$ を電氣傳導と稱する。このことは導體の内部に於て電流密度 i が電場 E に比例し

$$E = \rho i \tag{1}$$

なるに基づく。導體の横斷面積を S 長さを l とすれば

$$E = \frac{V}{l} \quad i = \frac{I}{S}$$

1 によつて

$$V = \rho \frac{l}{S} I$$

即ち抵抗は

$$R = \rho \frac{l}{S} \tag{2}$$

と表はされる。 ρ を比電氣抵抗と云ひ $\frac{1}{\rho}$ を比電氣傳導と稱する。

單位の電位差に對して單位電流が流れる如き導體の電氣抵抗を以て電氣抵抗の單位と定める。1ボルトの電位差に於て1アンペアの電流

が流れるときの電氣抵抗を1オームと稱する。

導線を直列に連絡した場合には電流 I が凡ての導體について等しく兩端の電位差 V は各個に於ける電位差 $v_1 v_2 \dots$ の和に等しい。各個の抵抗を $r_1 r_2 \dots$ とすれば

$$v_1 = r_1 I \quad v_2 = r_2 I \quad \dots$$

故に

$$V = (r_1 + r_2 + \dots) I$$

全抵抗は

$$R = r_1 + r_2 + \dots \tag{3}$$

導線を並列に連絡した場合には兩端の電位差 V が凡ての導體について等しく全電流 I は各個の電流 $i_1 i_2 \dots$ の和に等しい

$$i_1 = \frac{V}{r_1} \quad i_2 = \frac{V}{r_2} \quad \dots$$

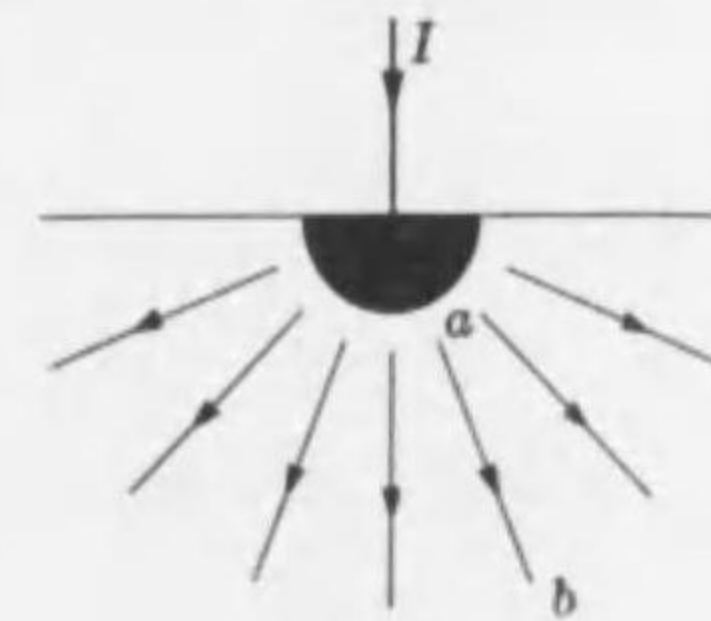
故に

$$I = \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots \right) V$$

従つて全抵抗は

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots \tag{4}$$

で求められる



第2圖

大なる導體に於ては抵抗が電流の分布に關係する。導體の表面の一點から四方に向つて一樣に電流が流れる場合を考へるに全電流を I とすれば中心より半徑 r の球面に於て單位面積に對する電流は

$$i = \frac{I}{2\pi r^2}$$

故に電場は

$$E = \rho \frac{I}{2\pi r^2}$$

従つて電位は

$$\rho \frac{I}{2\pi r}$$

半径 a b なる兩球の間の電位差は

$$V = \rho \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) I$$

なる故に兩球の間の抵抗は

$$\rho \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

5

になる。 b が a に比して甚だ大ならばこの抵抗は b に関係しない。即ち抵抗は主として中心の附近によつて定められる。

地表の二點より地中に電流を通ずる場合にも電流は前の場合の如くに電極の周りに擴がる。若し電極の間の距離が電極の大きさに比して大なる場合には地中の抵抗は距離に關係なく電極の大小によつて定められる。また二つの導體の接觸する面積が甚だ小なるときには電流はこの部分を通ずる際に密集するために著しい抵抗が現はれる。これを**接觸抵抗**と名づける。小さい抵抗を測定する際にはこのために著しい誤差を生じ易い。

145. 電氣抵抗と電子の運動 既に述べた如くに金屬の内部に自由に動き得る電子ありとすれば之等が電場の作用を受けるとき加速度を以て運動を始める。若し何等の障礙もなければ總ての自由電子は一樣に速度を増し電流は限りなく増大しなければならない。併しながら自由電子は原子の間隙を運動するため絶えず之と衝突し運動を妨げられる。従つて電子の速度は甚しく増加することなく大體として一定の平均速度を有することになる。この場合に原子との衝突による障礙の大なるほど平均速度は小さい。⁽¹⁾ 金屬が電氣抵抗を有するのはこの理由によると推察せられる。また鹽類の水溶液の内でイオンが移動する場合

⁽¹⁾ 金屬の内の自由電子の数は未だ明かでないけれども假に銅線の中で原子一個につき自由電子が一個づゝあるとすれば直径 1 毫の針金を 1 アンペアの電流が流れるとき電子の速度が平均として約 0.01 秒⁻¹ の程度である。

にも水の分子との衝突によつて速度が制限せられる。自由電子またはイオンが衝突を経た後にはその速度が全く不規則となり平均として考へれば移動が中絶する。電場がなければ電流は忽に消滅する。電流が繼續するためには電場の作用が繼續しなければならない。

これと同時に電子の衝突が原子または分子の振動を惹起すために熱が発生する。この熱を**ジュールの熱**と名づける。抵抗 R の導體に強さ I の電流が流れるとき兩端の電位差は RI に等しい。然るにこの間を單位時間に I なる電氣が流れる故に電場が RI^2 の仕事をなすことゝなり之が熱として現はれる。

一般に金屬の抵抗は温度とともに増加する。温度の範圍が餘り大ならざる限りは抵抗の變化が温度の變化に比例すると見做してよい。即ち 0 度と t 度とに於ける抵抗を R_0 R とすれば

$$R = R_0(1 + \alpha t) \tag{6}$$

α をその金屬の抵抗の温度係數と名づける。純粹な金屬では温度係數が何れも氣體の膨脹係數に近い値を有する。

金屬の抵抗は精密に測定し得るゝために豫め抵抗と温度との關係を知れば抵抗を測つて温度を知ることができる。この種の裝置を**電氣抵抗寒暖計**と名づける。⁽¹⁾

次に諸種の金屬の比抵抗 ρ と温度係數 α との値を掲げる。

物質	ρ	α	
銀	0.017×10^{-1} オーム ²	4.0×10^{-3} 度 ⁻¹	常温
銅	0.016	4.0	
金	0.024	4.0	
アルミニウム	0.028	3.6	
鐵	0.120	6.0	
白金	0.11	4.0	

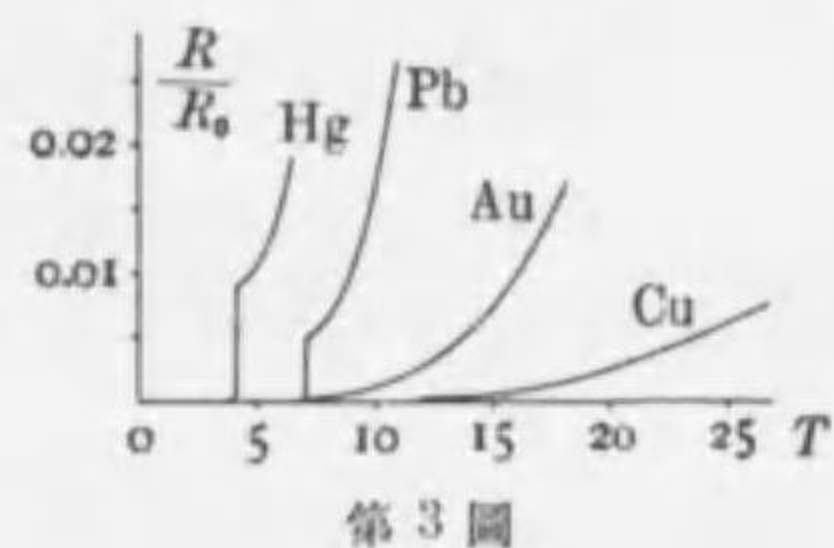
⁽¹⁾ 通常は白金の針金を用ひ既知の標準温度によつて抵抗と温度との關係を検し次に所要の温度を測定する。白金の抵抗は

$$R = R_0(1 + \alpha t + \beta t^2)$$
$$\alpha = +0.0040 \quad \beta = -0.00000058$$

の如くに表はされる。

鉛	0.21	4.0
水銀	0.96	0.99
マンガン*	0.42	-0.03 - +0.03
コンスタンタン**	0.49	-0.03 - +0.05

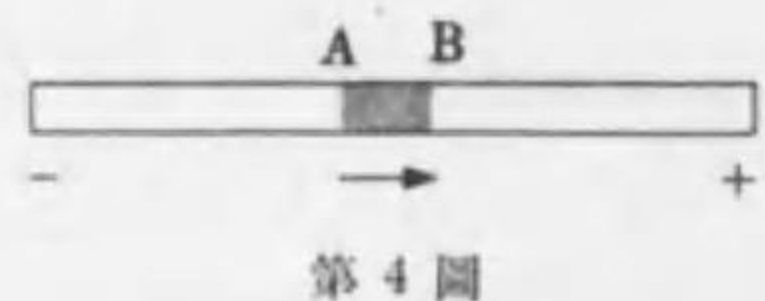
* 84%Cu+12%Mn+4%Ni ** 90%Cu+10%Ni



第3圖

また近年の研究によるに鉛錫水銀等の金属を絶対零度に近く冷却するときその抵抗が急に減少して殆ど測定し難い程度に達する。これを超導と云ひ金属に特定の温度の以下に於て現はれる。圖は二三の例について抵抗と絶対温度との關係を示す。

146. 動電力 導體の各部が一様の電位にあり従つて電場の作用なき場合には内部の荷電が静止の状態を保つべきであるけれども若し導體の内部に後に述べる如く荷電を移動せしめんとする特殊の作用がある場合には或は一方に電氣を集め或は環狀の電流を生ぜしめる。この場合にその作用を止めるには逆の方向に電場を作用せしめなければならない。一般に荷電を移動せしめんとする作用を動電力⁽¹⁾と名づけ正電氣の移動すべき方向をその方向としこれに匹敵すべき電場の強さを以てその強さを表はす。



細長い導線の一部 AB の間に左より右に向つて動電力が作用すれば左右に圖の如く荷電の集積を生ずる。これに伴つて右方の電位は昇り左方の電位は降り AB 間の動電力と反對の電場を生じて荷電が更に移動するを妨げ平衡の状態が現はれる。このとき兩端に生ずる電位差は全動電力⁽²⁾即ち動電力と AB 間の長さとの積に等しい。

電流の流れる場合には電流密度 i が電場 E と動電力 k との和によつ

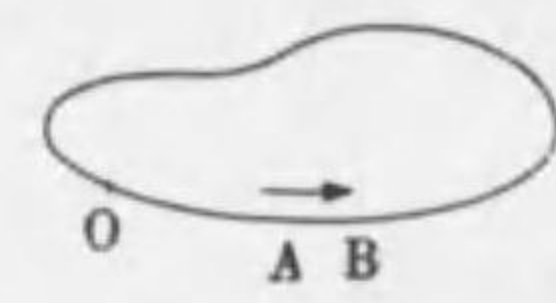
(1) 電場の作用は動電力と稱する中に含めず他種の作用のみを指して動電力と云ふけれども後章に説く電磁氣感應に於ては感應によつて現はれる電場を動電力と稱する場合もある。

(2) これをも單に動電力と稱することが多い。この書でも混亂の虞がないときには習慣に従ふ。

て定められる。即ち

$$E + k = \rho i \tag{7}$$

導體が圖の如くに回路をなせば環狀の電流を生ずる。定常の状態に於ては全電流 I が各點すべて相等しい。導體の横斷面積を S その點の電位を V とし一點 O より回路に沿ふて測る長さを s とすれば



第5圖

$$E = -\frac{dV}{ds} \quad i = \frac{I}{S}$$

よつて

$$-\frac{dV}{ds} + k = \frac{\rho}{S} I \tag{8}$$

回路の長さについて積分すれば

$$-\int dV + \int k ds = I \int \frac{\rho}{S} ds \tag{9}$$

回路を一周して舊に歸るとき電位も舊に歸り第一項は 0 になる。第二項はこの回路に含まれる全動電力を表はす。また右邊に於て $\frac{\rho}{S}$ は單位の長さに対する抵抗なる故その積分は全抵抗を表はす。よつて全動電力を K とし全抵抗を R とすれば

$$K = RI \tag{10}$$

の關係がなければならぬ。

普通には動電力が電池の如き特殊の裝置に於てのみ現はれる。この裝置の部分を外の導體と區別して考へるときその部分の抵抗を内抵抗と名づけ之に對して外部の導線の抵抗を外抵抗と名づける。

147. キルヒホッフの法則 多數の分岐線よりなる導線系に定常電流が分布する場合を考へるに任意の分岐點に向ふ電流とその點より去る電流とは相殺するを要する。若し前者を正とし後者を負として考へればこの分岐點に於ける電流の總和は零とならなければならない。若し然らざる場合にはその分岐點に荷電が蓄積せらるゝこととなり定常状態となるを得ない。

またこの導線系の内に一の閉路を考へその上を一周して考へるに



第 6 圖

一點より發して舊に歸るとき前と同じく 8 の關係がなければならぬ。たゞ電流 8 は各導線によつて異なる。従つて一の閉路について各部分に於ける電流と抵抗との積の和はその中に含まれる動電力の和に等しい。但し電流と動電力とを右旋と左旋とに區別し

一方を正とし他方を負とする。上の二つのことをキルヒホッフの法則と名づける。

同様の動電力の装置 n 個を直列に連絡せる場合にその各個の動電力を K 内抵抗を r 外抵抗を R とし電流を I とすれば

$$RI + nrI = nK$$

故に

$$I = \frac{K}{\frac{R}{n} + r} \quad 11$$



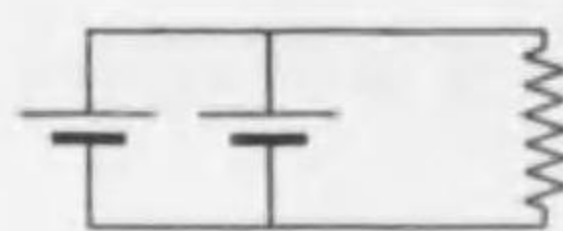
第 7 圖

同様の動電力の装置 n 個を並列に連絡した場合に外部の共通線を通る電流 I は各個の動電力を過る電流 i の n 倍である。従つて

$$I = ni \quad RI + ir = K$$

故に

$$I = \frac{K}{R + \frac{r}{n}} \quad 12$$



第 8 圖

之等の結果から見れば同様の装置を連絡して強い電流を得るためには若し内抵抗が外抵抗より小ならば直列とした逆に内抵抗が外抵抗より大ならば並列にするを可とする。

148. 電氣抵抗と動電力との測定 次圖の如き分岐回路に於て CD の部分の電流を消滅せしむる如くに四個の分線 AC CB AD DB の抵抗 P Q R S を調節する。ACB ADB を流れる電流を i_1 とすれば閉線 ACDA について

$$Pi_1 - Ri_2 = 0$$

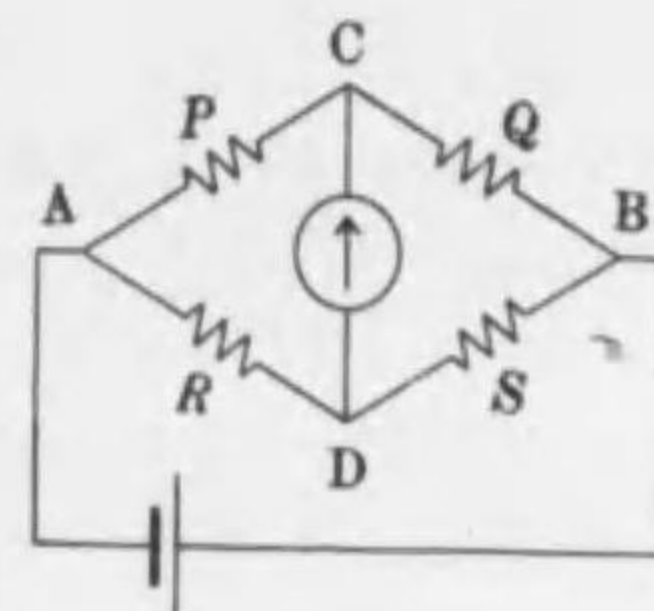
同様に閉線 CBDC については

$$Qi_1 - Si_2 = 0$$

故に

$$\frac{P}{Q} = \frac{R}{S} \quad 13$$

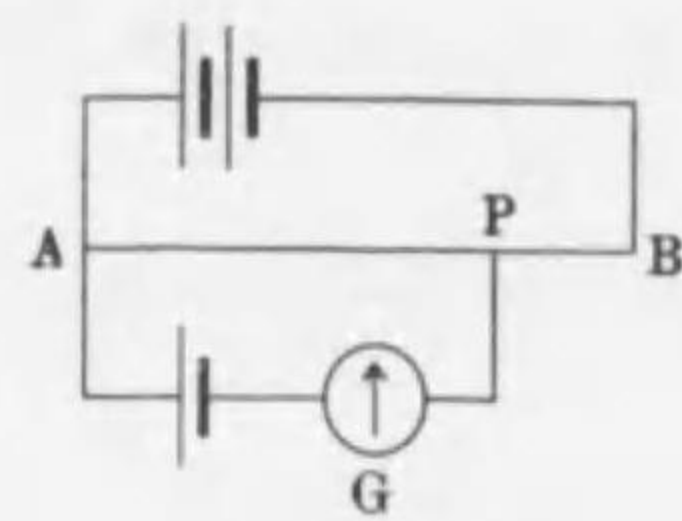
この關係は導體の抵抗を測定するに用ひられる。即ち測る可き未知の抵抗と既



第 9 圖

知の抵抗三個とを上圖の如くに組合せ CD 間に挿入せる電流計が零を指す如く調節すれば上式によつて未知の抵抗が計算せられる。この方法をホイートストン橋の方法と云ひ最も普通に用ひられる。⁽¹⁾

動電力を測定するには普通に電位計と稱する装置を用ひる。大なる抵抗を有し太さ一様の針金 AB の兩端に測定すべき動電力よりも更に大なる動電力を有する電池をつなぎ一定の電流 I をこの針金に流す。次に測定すべき動電力 K の陽極を A に連絡しその陰極を電流計 G を經て AB 線上の一點に接觸せしめ電流計が零を指す如き接觸點 P の位置を求める。AP 間の抵抗を r とすれば、



第 10 圖

$$K = rI$$

次に動電力 K の代りに既知の動電力 K_0 を有する標準電池を置いて前の如くに電流計が零を指す接觸點の位置 P_0 を求める。AP₀ の間の抵抗を r_0 として

$$K_0 = r_0I$$

故に

⁽¹⁾ 電解質の抵抗を測定する場合には電流のために生ずる分極作用を避けるために交流を用ひ電流計の代りに電話の受話器を使用する。

⁽²⁾ 154 節参照。

$$\frac{K}{K_0} = \frac{r}{r_0}$$

然るに太さ一様な針金の抵抗はその長さに比例する故に APAP₀ の長さを l_0 とすれば

$$K = K_0 \frac{l}{l_0} \tag{14}$$

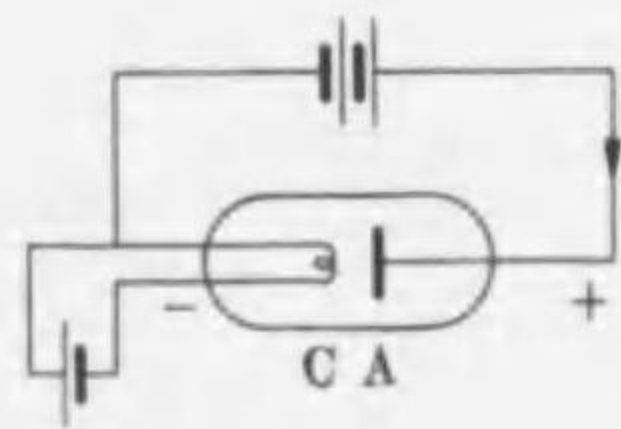
故に APAP₀ の長さを測つて未知の動電力を求めることができる。

149. 電子と熱運動 金属の内部の自由電子は原子の間隙に運動する故に絶えず原子と衝突して不規則なる運動をなすこと気体の分子に類する。且つ電子の質量は極めて小なるためにその熱運動は原子に比して更に著しく烈しくなければならない。熱に関する金属の性質の一部は主として自由電子によると考へられる。

種々の物質について熱の伝導を比較するに一般に金属が他に比して著しく大なる熱伝導率を有することより見れば金属に於ける熱の伝導は主として自由電子によるものと考へられる。また各種の金属について見れば比電気伝導 $\frac{1}{\rho}$ と熱伝導率 k とは互に比例し絶対温度 T に對して

$$\rho k = \mu T \tag{15}$$

なる関係が見出される。 μ は金属の種類に關係しない。これを **ウイーン-デマン-フランツの法則** と云ひ純粹の金属にはよく適合する。



第 11 圖

金属を熱して白熱に至らしめれば内部の自由電子の熱運動が烈しくなるとともに電子の一部は金属の表面より逸出する。これを **熱電子** と名づける。例へば圖の如く真空の硝子管にタンダステン¹の細線 C 及び之に相對して金属板 A を封入し C に電流を通して白熱し且つ AC を電池の正負兩極につなげば C より熱電子が逸出し A に引かれてその上に移るために真空管を通つて電流が流れる。この場合に AC の間の電位差が逆ならば電流を生じない。

熱電子の逸出する数は金属の温度の高いほど多い。リチャードソン等の研究によれば單位時間に表面の單位面積より失はれる電氣量が

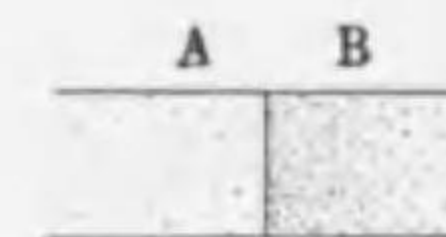
$$a \sqrt{T} e^{-\frac{b}{T}}$$

と表はされる。こゝに T は絶対温度を表はし a b は金属の種類により例へば次の如き値を有する。

金属	a	b
白金	$9.70 \times 10^{21} \frac{\text{アム}}{\text{cm}^2 \text{秒}}$	8.0×10^4 度
タンダステン	7.44×10^{23}	2.25×10^4

150. 接觸動電力 二種の金属を接觸せしめれば一般に兩者の電位は稍々異なり一方の電位は高く他方の電位は低い。その電位差は金属の種類によつて定まり大小形状には關係しない。この現象は次に述べる作用によつて二種の金属の接觸面を経て電子が一方から他方に移るために生ずる。この動電力を **接觸動電力** と名づける。

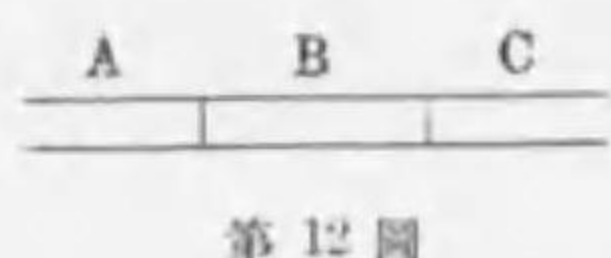
前節に述べた如くに金属の内部の自由電子は宛も気体の分子に類し従つてその熱運動に相當する壓力を有し狀況の許す限り常に膨脹せんとする。金属の種類によつて原子の間隙の廣さと自由電子の數とが異なるためその壓力も一様でない。二種の金属を接觸せしめればこの壓力の差のために電子の一部が一方の金属から他方の金属に移り兩者の間に電位差を生ずる。この電位差は電子の移動を妨げる如くに生ずるためこれが電子の壓力の差と釣合ふに至つて平衡に達する。



第 11 圖

なほまた自由電子も之に近い原子から引力の作用を受ける。金属の内部に於ては周圍よりの作用が相殺するため自由に運動し得るけれども金属の表面に近づけば内部に向つて引かれる。このために電子は常に金属の内部に留まりたゞ前節に述べた如く特に高温に至つて若干が逸出するに過ぎない。この如き作用も金属の種類によつて異なり異種の金属が接觸するとき電子の移動を生ずる。

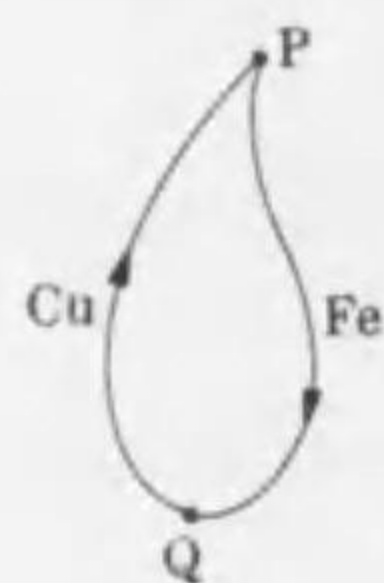
數種の金属 A B C 等の間の接觸動電力を比較するに AB 間の動電力と BC 間の動電力との和は AC 間の動電力に等しい。従つて二つの金属 AC の間に第三の金属 B を挿入しても A と C との間の電位差には變化がない。一種の金属の中間に他の金属を挿入するも兩端の電位は同一である。多數の金属を環狀に連ねて回路をなさしめる場合にも各接觸點の動電力が互に釣合つてたゞ電位の高低を生ずるに過ぎない。



第 12 圖

然しながらこの關係は金属の各部の温度が一樣なるときにのみ成立する。温度が異なれば自由電子の熱運動の烈しさが異なるは勿論なほ金属の單位體積の中にある自由電子の數も異なるために接觸動電力は温度に關係する。また同一の金属の内部に於ても温度の高低があるときには同様の理由によつて温度の勾配のある部分に動電力を生ずる。

151. 熱電流 圖の如くに二種の金属線を接続して一方の接點 P を高温度に置き他方の接點 Q を低温度に保てば二つの接點と温度の勾配のある部分に於ける動電力が釣合はずこの回路に電流を生ずる。例へば鐵線と銅線とを一對として一方の接點を少しく熱すれば鐵線の中には高温より低温に向ひ銅線の中には低温より高温に向ふ電流を生ずる。この如き装置を熱電對と云ひこの回路に電流を生ぜしむる動電力の總和を熱電動電力と名づける。



第 13 圖

實驗の結果によれば熱電對の兩接點の温度が t_0 なるときの動電力と t なるときの動電力の和は t_0 なるときの動電力に等しい。故に接點の一方を特定の温度に保ち他方の接點の温度 t と動電力 K との關係を知れば一方の接點を他の温度に置いた場合の動電力も直ちに知られる。⁽¹⁾ 兩接點の温度の差が小ならば温度の差 dt に對

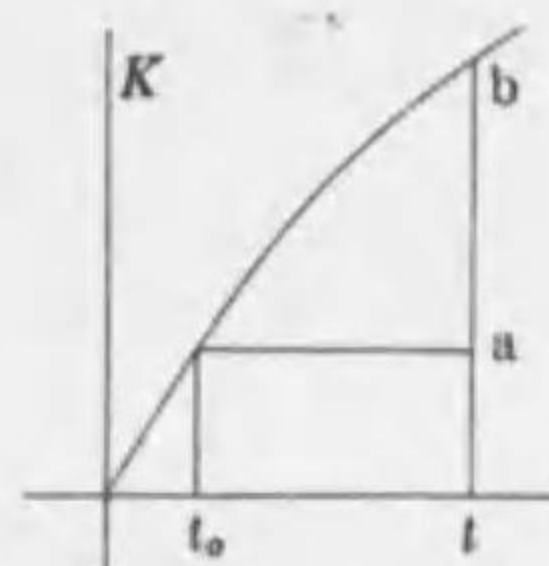
(1) 一方の接點 Q を例へば 0 度として他方の接點 P の温度 t と動電力 K との關係が次圖の如く表はされるとすれば接點 Q の温度を t_0 としたときの動電力は接點 Q を 0 度とし接點 P を t_0 としたときの動電力だけ前より減じて圖の ab の長さで表はされる。

する動電力は

$$Q dt$$

で表はれる。 Q は單位の温度差に對する動電力に相當し熱電率と稱する。故に接點の温度が t_0 t なるときの動電力は

$$K = \int_{t_0}^t Q dt \quad 16$$



第 14 圖

また二つの接點の温度を各々一定にせる場合には金属 AB 間の動電力と BC 間の動電力との和は AC 間の動電力に等しい。故に或る金属を標準にとり之に對する各金属の動電力を知れば任意の二つの金属の間の動電力を知ることができる。

また實驗の結果によれば熱電率と温度との關係は一般に

$$Q = a + bt \quad 17$$

で表はされる。 a b は一對の金属の性質によつて定まる。接點の温度 t_0 t なるときの動電力 K は 16 によつて

$$K = a(t - t_0) + \frac{1}{2} b(t^2 - t_0^2)$$

低温の接點を一定の温度に保ち高温の接點の温度を種々に變へれば K は或る温度に於て極大に達する。この點は Q の零なる温度に相當しこの熱電對の中性温度と稱する。接點の温度が中性温度を超えれば K は再び減少し遂には零を通過して反對の動電力を生ずる。これを熱電逆變と稱する。

熱電對は温度の測定にも用ひられる。この目的には測る可き温度が中性温度より成るべく遠い熱電對を選び豫め熱電動電力と温度との關係を検して使用する。この如き装置を熱電寒暖計と稱する。⁽¹⁾

152. ベルチエー効果とトムソン効果 異種の金属の接點を通じて

(1) 低温の測定には銅とコンスタンタンの對を用ひ高温の測定には白金ロヂウム合金と白金との對を用ひる。一方の接點を 0 度とするとき他方の温度 t と動電力 K との關係は

温度	-200	-100	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
銅—コンスタンタン	-5530	-3350	0	4300	9300								
白金ロヂウム—白金 (90%Pt 10%Rh)			0	51	119	377	668	1106					

× 10⁻⁸ ボルト

電流を流せば接點に於て熱の發生または吸収を生ずる。この變化は可逆的に生じ電流の方向を逆にすれば熱の發生は吸収となり吸収は發生に變ずる。このとき發生吸収せられる熱量は兩金屬の種類と溫度とによるけれども同じ狀況に於ては接點を過る電氣量に比例する。例へば電流が銅より鐵に流れるときは1クーロンについて0.0007カロリーの熱を吸収し鐵より銅に流れるときには同量の熱を發生する。この現象を**ペルチエー効果**と名づける。

この現象は電子が兩金屬の接點を過ぎるときエネルギーの變化を來たすために生ずる。既に述べた如くに自由電子の状態は宛も氣體に類する。電子がその壓力の低い金屬から壓力の高い金屬に流れる際には壓縮を受けて熱を放出する。逆に壓力の高い金屬から低い金屬に流れるときには膨脹して熱を吸収する。

一般に熱電對の回路に於て熱電流が高温の接點を過ぎる際には熱を吸収し低温の接點を過ぎる際には熱を發生する。即ち熱電流はそのため高温の熱の一部が低温に移される如くに生ずる。このことは熱力學の原則よりも當然のこととして推論せられる。熱電對は高温の接點と低温の接點との間に作働する一種の熱機關とも見做し得べく従つて電流が流れて仕事をなすときには高温より熱を取りその一部を低温に與へなければならぬ。

同一の金屬の中でも部分によつて溫度を異にするときにはこれに電流を通ずるとき熱の發生吸収が生ずる。この變化も可逆的に生じ電流の方向を逆にすれば熱の發生吸収が逆になる。且つ發生吸収せられる熱量はその金屬を流れる電氣量に比例する。電流が高温の部分より低温の部分に流れるとき銅では熱を發生し鐵では熱を吸収する。これを**トムソン効果**と名づける。

第二十二章 電 解 質

153. **電氣分解** 既に述べた如く酸類鹽類の水溶液の中に於ける電流はイオンの運動による故に電流が之等の溶液を通れば一般に化學作用を伴ふ。この現象を**電解**と名づける。極板に達せるイオンはその荷電を失つてそのままに極板に附着し或は氣泡となつて游離する。場合によつては副作用を起し他の化合物を生ずる。例へば稀硫酸に白金の電極を浸しこれに電流を通せば陰極に集まる H^+ イオンは電極より電子を得て水素分子の氣泡となつて散逸する。また陽極に集まる SO_4^{--} イオンは電子を失ふとともに水と反應して H_2SO_4 を作り同時に酸素を發生する。従つて硫酸の量には變化なく恰も水が水素と酸素とに分解せられると同じ結果を生ずる。またもし硫酸銅の溶液を以てすれば陰極は銅によつて蔽はれ陽極よりは酸素を發生する。従つて硫酸銅は減少し硫酸が増加する。種々の電解質について電流のために分解せらるる量を見るに兩極に現はれる成生物の量は常に電解質を通る電氣量に比例し且つ各個の化學當量に比例する。これを**ファラデーの法則**と稱する。

溶液の中の各イオンは各々一定の荷電を有する故に極板に與へる電氣量はこれに達するイオンの數に比例する。従つてイオンが荷電を失ひ極板に現はれる量は溶液を通過する電氣の總量に比例しなければならぬ。またイオンの荷電はその原子價に比例するため一定の電氣量を運ぶに要するイオンの質量はその原子量に比例しその原子價に逆比例する。即ち一定の電氣量によつて分解せられる物質の量はその化學當量に比例する。

單位の電氣量によつて各極に生ずる物質の量をその**電氣化學當量**と名づける。精密なる測定によれば1クーロンの電氣量によつて生ずる

量は

水素	0.00001045 瓦
銅	0.0003204 瓦
銀	0.0011180 瓦

1 化學當量を析出するには

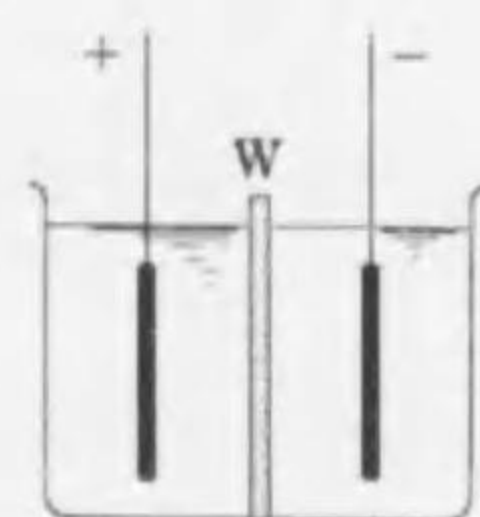
$$96494 \text{ クーロン} \quad \text{即ち} \quad 28928 \times 10^9 \text{ 靜電單位} \quad 1$$

の電氣量を要する。電氣化學當量を A とすれば I なる電流によつて單位時間に分解せられる物質の量は

$$m = AI$$

この關係は電流の強さを精密に測定するに用ひられる。

イオンが電場に沿ふて動く間に水の分子または他のイオンと絶えず衝突して抵抗を受ける。且つその抵抗はイオンの種類によつて異なる故にイオンの速度もまたその種類によつて異なる。従つて一の水溶液の中に於て陽イオンが右に動くとき陰イオンが左に動くとき速度を異にし平均として溶質がこの速度の大なる方に移動する。陽イオンが速度 v_1 を以て右方に動き陰イオンが速度 v_2 を以て左方に動くとするにその



第1圖

結果は兩種のイオンが $\frac{1}{2}(v_1 - v_2)$ なる速度を以て右に動き同時に $\frac{1}{2}(v_1 + v_2)$ の速度を以て左右に分れるに等しい。溶液の濃度を單位體積について C 瓦當量 としその電離度即ち電離量と全量との比を α とすれば溶質の中 αC なる部分が上記の如く移動する。面積 S なる多孔質の隔壁 W を兩極の間に置けば單位時間につき

$$\frac{1}{2} \alpha CS (v_1 - v_2)$$

なる溶質が隔壁を経て左より右に移り左右に濃度の差を生ずる。故にこの濃度の差を測れば $v_1 - v_2$ を知る事ができる。

また前記1の電氣量を q と表はせば陰陽の各イオンが單位體積について有する正負の荷電は αCq なる故これ等が v_1, v_2 なる速度を以て左右に動くときの電流は

$$I = S\alpha Cq(v_1 + v_2)$$

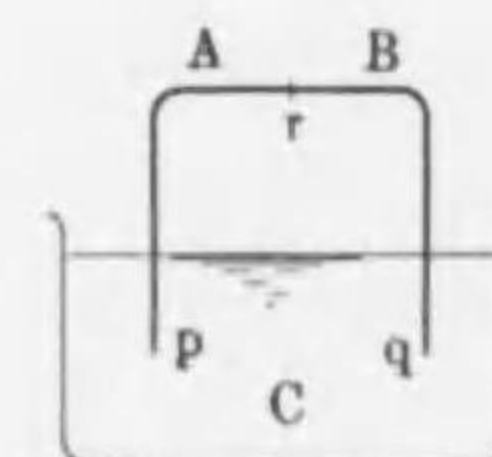
故に I を測つて $v_1 + v_2$ を知れば上の結果と合せて各々 v_1, v_2 を計算することができる。

次には二三のイオンについてその速度を掲げる。

イオン	速度	イオン	速度	
H ⁺	$330. \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$	Br ⁻	$69.2 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$	常温
Na ⁺	45.2	OH ⁻	180.	
K ⁺	67.6	Cl ⁻	67.8	電場 $1 \frac{\text{ボルト}}{\text{cm}}$
Ag ⁺	56.0	NO ₃ ⁻	64.0	

154. 電池 水中に金屬の板を浸せば金屬の原子は陽イオンとなつて水中に溶入する。即ち原子はその有する電子の一部を金屬板に残して水中に移る。この性質は金屬の種類によつて異なりマグネシウム亜鉛等に著しく銅銀金等に於ては少い。また水中に鹽類等があつて初めよりその金屬のイオンを多量に含むときにはイオンが普通の状態に歸つて金屬板の上に析出する。恰も種々の物質を水に浸すとき飽和に達するまで溶入した過飽和の溶液よりは析出すると同じい。たゞこの場合には溶入に際して荷電の移動を伴ひ液が正に板が負に帯電し液と板との電位差が新に溶入するを妨げる。析出に際しては逆の電位差を生じて更に析出するを妨げる。従つて一般に液と板との間に或る電位差を生じて平衡の状態を生ずる。液中のイオンの濃度が小ならば板は負に液が正に帯電しイオンの濃度が大きければ板が正に液は負に帯電する。

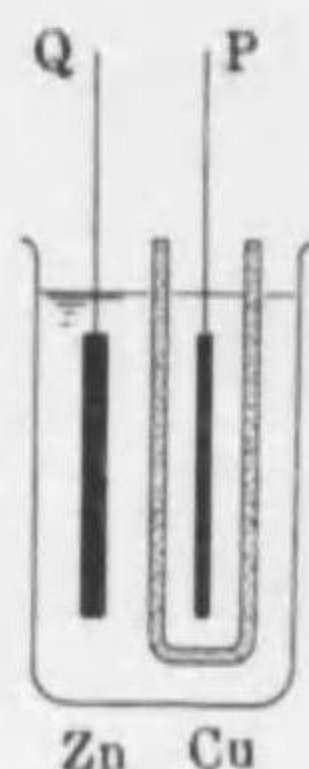
この場合の動電力は前記の接觸動電力と異なり例へば二種の金屬 A B を一の水溶液 C に浸して圖の如く連結するとき三個の接點 p q r に生ずる動電力が互に釣合はずこの回路に電流を生ずる。



第2圖

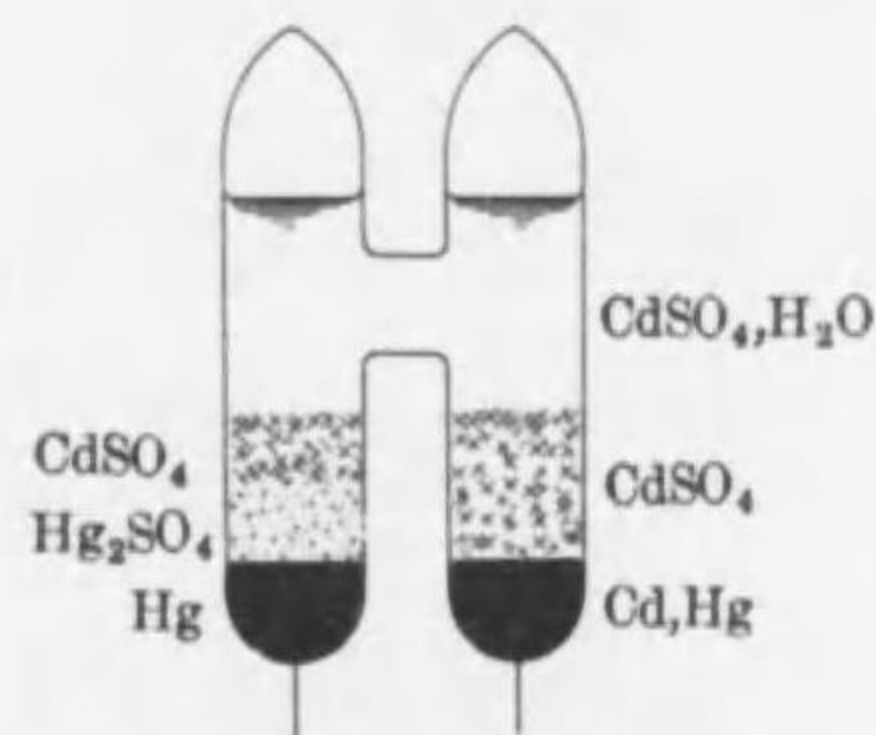
電池はこの原理に基いて作られる。例へばダニエル電池に於ては硫酸銅の濃厚なる水溶液と硫酸亜鉛の稀薄なる水溶液とを素焼の陶器を

隔て、相隣らしめ硫酸銅液の中には銅板を入れ硫酸亜鉛液の中には亜鉛板を浸して各々銅線を附ける。その導線の端PQを電池の極と名づける。兩極が連絡せられないときにはPの電位はQの電位よりも約1ボルト高い。之等を連絡すれば電流はPよりQに流れる。電流が流れて亜鉛板の電位が昇り銅板の電位が降れば亜鉛が更に水中に溶入してその電位が降り液中よりは銅が更に析出して銅板の電位が昇り再び最初の状態に戻る。これに伴つて亜鉛板の附近の液の電位は昇り銅板の附近の液の電位は降る故に液中に於て陽イオン Zn^{++} Cu^{++} は銅板に向つて動き陰イオン SO_4^{--} は亜鉛板に向つて動く。即ち液中の電流は外部と反対に流れる。



第3圖

ウエストンの標準電池に於ては圖の如くにカドミウムアマルガムを



第4圖

陽極に置き水銀を陰極に置いてその上を硫酸第一水銀と硫酸カドミウムとの混合物を以て蔽ひその上を更に硫酸カドミウムの飽和水溶液で充たす。この電池の動電力は極めて精確に一定ならしめ得るため動電力の標準として多く用ひられる。この電池の動電力 K と温度 t との関係は次の如くに表はされる。

$$K = 1.0183 - 0.0000405(t - 20) - 0.00000095(t - 20)^2 - 0.00000001(t - 20)^3$$

電池に電流が流れれば必ずその内部に化學變化を伴ふ。いま單位の電氣量が電池を流れるとすればこれによつて得られるエネルギーはその動電力 K に等しい。これと同時に電池の内部に化學的エネルギーが U だけ變化し他に温度の變化等が生じないとすれば

$$K = U$$

ダニエル電池に於て硫酸基と亜鉛及び銅の1電氣化學量 z が化合して

生ずる熱量より U を計算すれば K として殆ど實測と等しく 1.09 ボルトが得られる。

電解質に電流を通ずれば電解を生じてその成生物が兩極に現はれるために之等が一の電池を形成し従つて此處に動電力を生ずる。この作用を分極と名づける。多くの場合にこの動電力の方向は原の電流と逆の方向に生ずる。また電池によつて電流を得る場合にも電池の内部に生ずる成生物が兩極に附着して分極作用を生ずる。従つて實際の電池に於てはこの附着物が極板と同じ物質なる如くし或は化學的に之を除去して分極の作用を避ける。

第二十三章 電流と磁場

155. 電流による磁場 一般に電流はその周囲に磁場を伴ひ傍に磁極を持ち来たせばこれに力が作用する。例へば直線電流の生ずる磁場はこの直線を軸として圓形をなし電流の方向と磁場の方向とは右旋の關係をなす。これをアンペアの法則と名づける。導線を通る電流によつて生ずる磁場は電流の各微片によつて生ずる磁場を合成したものと考へられる。その微片 dl が一點 P に及ぼす磁場はこの點と微片とを含む平面に垂直に且つアンペアの法則によつて定まる方向に生じその強さは

$$dH = \frac{1}{c} \frac{I \sin \varphi}{r^2} dl \quad 1$$

と表はされる。但し I は電流の強さ r はこの微片と P 點との距離を表はし φ は dl と r との間の角を表はす。この關係をビオーサバールの法則と名づける。 c は比例の定數を表はし電流と磁場とを測る單位に關係する。磁場を電磁單位で測り電流を靜電單位で測れば

$$c = 2.9979 \times 10^{10} \text{ 秒}^{-1}$$

と測定せられる。⁽¹⁾ 若し磁場を電磁單位で表はし電流を測るに靜電單位の c 倍を單位にとれば

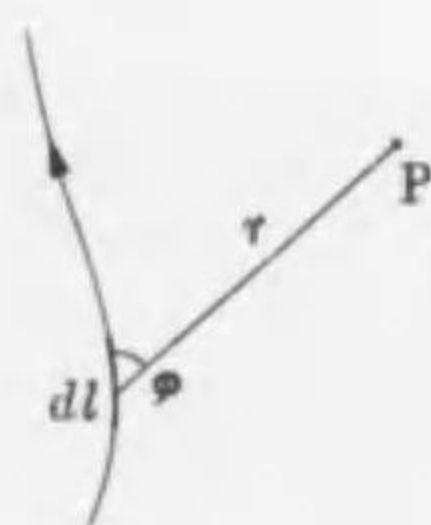
$$dH = \frac{I \sin \varphi}{r^2} dl \quad 2$$

この如く定めた電流の單位をその電磁單位と稱する。或は逆に電流を

⁽¹⁾ 第 25 26 章に述べる如くに c は眞空中の光の速度と同じ値を有する。



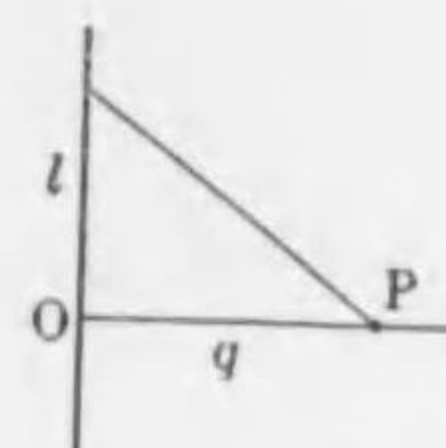
第 1 圖



第 2 圖

靜電單位で表はし磁場を測るに電磁單位の $\frac{1}{c}$ を單位にとればまた 2 の關係が成立つ。かく定めた磁場の單位をその靜電單位と稱する。之等の單位については後章に於て更に説明する。⁽¹⁾

一點 P より直線電流 I に至る垂直距離を q としその足點 O より電流の微片 dl に至る距離を l とすれば P 點に生ずる磁場はこの電流と P 點とを含む平面に垂直に向ひその強さは 2 により

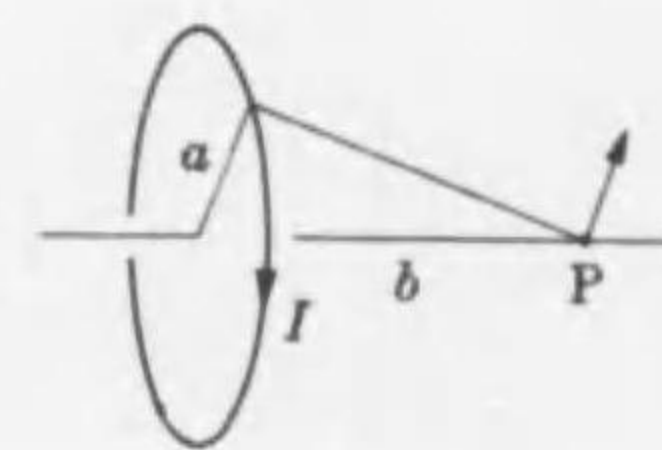


第 3 圖

$$H = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Iq}{\sqrt{q^2+l^2}^3} dl = \frac{2I}{q} \quad 3$$

即ち磁場の強さは電流よりの距離に逆比例する。

圓形電流によつて生ずる磁場は圓の中心に於てはその軸と一致し電流の近傍に於ては圓くこれを繞る。磁場の分布は恰も扁平なる圓形磁石と同じく従つてその磁氣作用もまたこれに等しくなければならぬ。



第 4 圖

この圓形電流の軸上の一 點 P に生ずる磁場は電流の微片が各々この點に生ずる磁場の軸上分力の和に等しい。圓の半径を a その中心より P 點に至る距離を b とすれば各微片による磁場は $\frac{I dl}{a^2+b^2}$ に等しくその軸上の分力を取れば

$$H = \int \frac{I a dl}{\sqrt{a^2+b^2}^3} = \frac{2\pi a^2 I}{\sqrt{a^2+b^2}^3} \quad 4$$

回路が n 卷の coils なるときも各卷を略々圓形電流と見做すことができる。之等による磁場が相重なる故に磁場は

$$H = \frac{2\pi n a^2 I}{\sqrt{a^2+b^2}^3}$$

で表はされる。コイルの中心に於ては

⁽¹⁾ 此後の電氣磁氣に關する數式は特に注意ある場合を除き凡てその中の諸量を統一した單位で表はすこととする。靜電單位電磁單位または實用單位の何れを取つてもよい。第 25 章參照。

⁽²⁾ コイルの全體が細い圓形をなす場合。

$$H = \frac{2\pi nI}{a} \quad 5$$

156. 荷電の運動による磁場 電子論によれば電子または陽核が運動する場合にはその周囲に電場の外に磁場をも伴ふ。運動する荷電の周囲の電場磁場の分布は運動の速度加速度にも関係して複雑であるけれどもその速度加速度が甚しく大ならざる場合には電場の分布は略々静止せる場合に等しく磁場は恰も圖の如くに速度の方向を繞つて環状をなしその方向はビオーサバールの法則の示す處に従ふ。荷電を e その速度を v とすれば速度の方向と φ の角をなす方向に r なる距離の點 P に於て生ずる磁場は



第5圖

れどもその速度加速度が甚しく大ならざる場合には電場の分布は略々静止せる場合に等しく磁場は恰も圖の如くに速度の方向を繞つて環状をなしその方向はビオーサバールの法則の示す處に従ふ。荷電を e その速度を v とすれば速度の方向と φ の角をなす方向に r なる距離の點 P に於て生ずる磁場は

$$H = \frac{ev}{cr^2} \sin \varphi \quad 6$$

で表はされる。(1) 荷電の正負または速度が逆となれば磁場も反對に生ずる。前記の電流によつて生ずる磁場は無数の電子または陽核の運動による磁場の合成効果に外ならない。

従つて上記の如き傳導電流に止まらず凡て電氣の運動があれば必ずその周囲に磁場を生ずる。例へば環状の板に荷電を與へてこれを速かに廻轉すれば圓形電流の如くに磁場を生ずることが認められる。(2)

また電氣の移動のある場合のみならず空間の一點に於て電場の生滅がある場合にもその周囲に磁場を生ずる。その狀況は恰も單位時間に對する電場 E の變化に比例して

$$i = \frac{1}{4\pi c} \frac{\partial E}{\partial t} \quad 7$$

なる密度の電流がこゝにあるに等しい。

(1) こゝには H を電磁單位 e は靜電單位で表はす。兩邊を統一した單位で表はすならば c を略せばよい。

(2) 斯く荷電が物體とともに動いて生ずる電氣の移動を對流電流とも稱する。

(3) i は電磁單位 E D は靜電單位で表はす。兩邊を統一した單位で表はすならば c を略せばよい。第 25 章參照。

もしまた電場が電媒質に作用すれば電場の變化は分極の變化を伴ひ荷電の移動即ち電流を生ずる。これを電場の變化と併せて考へれば電氣感應度 D の變化となり

$$i = \frac{1}{4\pi c} \frac{\partial D}{\partial t} \quad 8$$

なる密度の電流に相當して磁場を生ずる。この電流を變位電流と稱する。

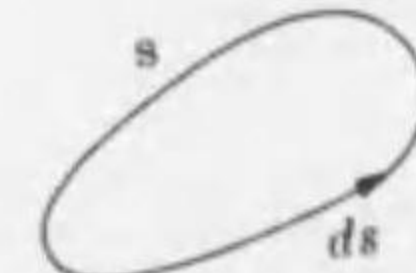
一般に荷電の移動があれば同時に電場の變化をも伴ふ故にこの場合に現はれる磁場には變位電流が關係する。併し定常電流に於ては電場の變化なく従つて變位電流は現はれない。また定常でない場合に於ても電流の變化が緩かならば電場の變化が少く變位電流を無視することができる。例へば通常の交流の如き場合はこの如く考へ得られる。



第6圖

例へば通常の交流の如き場合はこの如く考へ得られる。

157. 電流による磁位 電流による磁場はこれを繞つて環状に生ずる故に磁極を動かして電流を一周せしめるときには或は磁場が仕事をなしたまたは逆に外より仕事になされなければならない。今



第7圖

一の閉線 s に沿ふて單位の正極を動かすとし變位 ds に對する磁場の分力を H_s とすればこの變位に際して磁場のなす仕事は

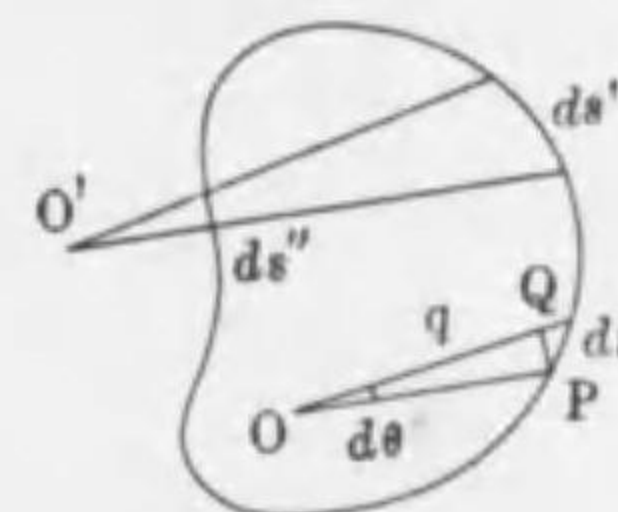
$$H_s ds$$

閉線を一周するときの仕事はこれを全周に積分せる

$$U = \int H_s ds$$

に等しい。

上の圖を直線電流に垂直なる平面としこの平面の上に任意の閉線をととりその上の一點 P より ds だけ距たる點 Q に單位の正極を動かすと考へる。電流の位置を O とし OP を q 變位 ds が O 點に開く角を $d\theta$ とすれ



第8圖

ば ds に対する磁場の分力 H_s は 3 により $\frac{2Iq d\theta}{q ds}$ 従つてこの變位に伴ふ仕事は $2Id\theta$ と表はされる。故に閉線を一周するときなされる仕事は

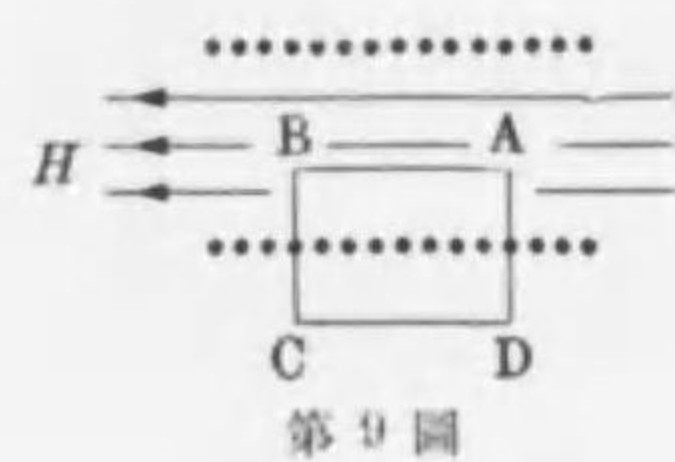
$$U = 4\pi I \quad 9$$

以上の計算には電流に垂直な平面の上に閉線を考へたけれども電流に平行な方向には磁場の作用がない。従つて如何なる閉線をとるも常に上の如き結果が得られる。また若し電流が閉線の外にあれば ds' と ds'' とに於ける仕事が互に相消す故に U は零になる。 $O'O'$ に各々電流があるときには O' の電流は仕事に關係なく U はたゞ O の電流によつて定められる。

この結果は電流が直線ならざる場合にも一般に成立つことが證明し得られる。若し多數の電流が閉線 s を貫くときにはその位置の如何に關らず仕事はその電流の總和により 9 の如く定められる。即ち

$$\int H_s ds = 4\pi I \quad 10$$

I はこの閉線が圍む電流の總和を表はす。但し s の周廻方向に對して右旋の關係をなす電流を正とし逆のものを負として考へる。⁽¹⁾



第9圖

密接して巻いた長いコイルは多數の圓形電流の並列と考へる⁽²⁾ことができる。その生ずる磁場は對稱の關係によつて軸に平行でなければならない。いま ABCD なる長方形の閉線を取り AB はコイルの内にまた CD は外にあつてともに軸に平行とし BC と DA

とは軸に垂直とする。コイルの内の磁場を H とし AB の長さを a とす

(1) 閉線を線とする一の曲面を設け之を貫く電流を上如くに算へればよい。定常電流は必ず環状をなすかまたは無限につゞき各部の強さ一様であるから曲面を如何なる形に取つても之を貫く電流の總量は同じい。

(2) 精密に云へば螺旋状に巻いたコイルと圓形電流の並列とは稍々異なるけれども普通の場合にはその差を無視してよい。

(3) コイルが無限に長ければ凡ての狀況が兩端に關係しない。従つて磁場も軸に平行しなければならない。



ればこの上に單位磁極を動かすときの仕事は aH に等しい。BC と DA とは磁場に垂直なる故これに對しては仕事がない。またコイルの外部の磁場は零なる故に⁽¹⁾ CD に沿ふての仕事もまた零である。故にこの閉線を一周するときの仕事は

$$U = aH$$

單位の長さに含まれるコイルの巻数を n とし電流の強さを I とすれば

$$aH = 4\pi naI$$

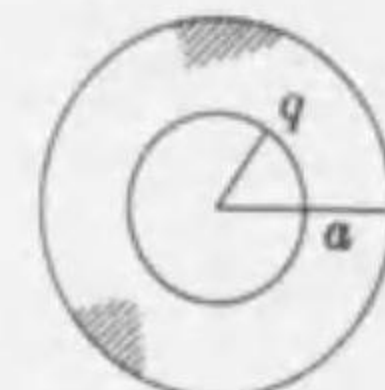
故に

$$H = 4\pi nI \quad 11$$

この結果はコイルの軸に對する AB の位置に關係しない。従つてコイル内の磁場は全く一様である。

單位の長さに対するコイルの巻数を多くし強い電流を通せば内部に強い磁場が得られる。その内に鐵の如き強磁性體を置けば強く磁化する。コイルを環状に作り鐵心の兩端を近づければその間に強大な磁場が得られる。これを電磁石と稱する。

圓形の横斷面を有する針金に電流を通すれば磁場は針金の内外ともに圓をなして針金の軸を繞る。針金の内部に於て中心より q なる距離の一點の磁場を H とすれば半径 q の圓に沿ふて一周する仕事は $2\pi qH$ になる。全電流を I とし針金の半徑を a とすればこの圓の圍む電流は $\frac{q^2}{a^2}I$ なる故⁽²⁾



第10圖

$$2\pi qH = 4\pi \frac{q^2}{a^2} I^2$$

即ち

(1) コイルの外の磁場を H' とすれば

$$U = aH + aH'$$

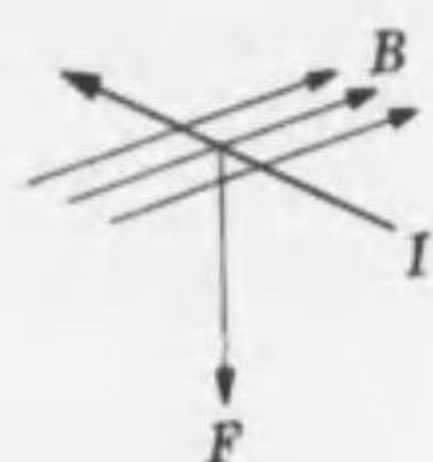
この結果は CD とコイルの軸との距離に關係なく無限遠に於けると等しい。即ち外部の磁場 H' は 0 である。

(2) 針金が長ければ長さに沿ふ電位の勾配は針金の内部の各點一様でなければならない。従つて電流の強さは各點に於て一様である。

$$H = \frac{2I}{a^2} q \quad 12$$

同様にして中空の圓筒に電流を通ずる場合に筒内には磁場を生じないことが證明せられる。

158. 電流に対する磁場の作用 電流の通ずる導線に磁極を近づければ磁極が電流の生ずる磁場の作用を受けるとともに電流がまた磁極の生ずる磁場の作用を受ける。⁽¹⁾ 實驗によれば磁場 H が長さ l なる



第 11 圖

電流に及ぼす力は電流と磁場とに垂直に作用しその大きさは

$$F = HI l \sin \theta \quad 13$$

と表はされる。長さ dl なる微片には

$$dF = HI \sin \theta dl \quad 14$$

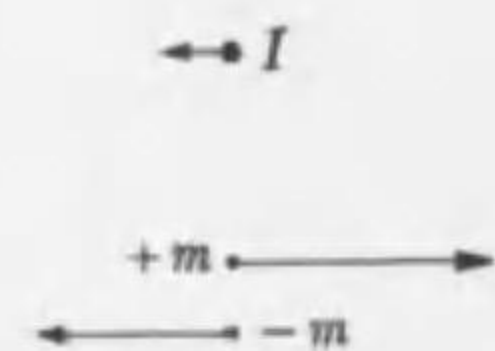
ここに H は磁場の強さ θ はこれと電流との間の角を表はす。この力は磁場と電流との強さ及び電流の通ずる長さに比例し電流が磁場に直角なるときに最も強く平行なるとき零になる。之等の方向の關係は次の規則によつて表はすを便とする。即ち左手の食指を磁場の方向に中指を電流の方向に向けて之等に直角に拇指を開けばこれによつて力の方向が示される。

若し電流の周圍が磁性を有する媒質なる場合には電流に作用する力が磁氣感應度 B によつて定まり長さ dl の部分に作用する力は

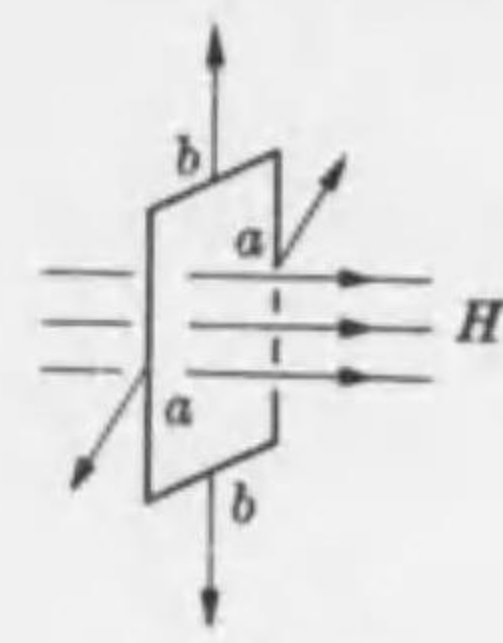
$$dF = BI \sin \theta dl \quad 15$$

で表はされる。併し通常の物質に於ては透磁率が殆ど 1 に等しい故に B は H に等しいと見做してよい。

⁽¹⁾ 上の場合に電流が磁極に及ぼす力と磁極が電流に及ぼす力とは互に反作用の關係をなすとも考へられる。ただ一個の磁極を考へればこの相互作用が大きさ等しく方向反對であるけれども一直線の上になく偶力を形成することとなりニュートンの第三則に従はない。併し實際には磁極が必ず正負一對となつて相伴ひ右圖の如くにこの一對が受ける力の合力は電流が受ける力と一直線の上にあつてニュートンの第三則に従ふ。



二邊 a, b なる矩形の回路を流れる電流に磁場 H が圖の如く作用し左右兩邊に垂直に且つ回路の平面の法線と φ の角をなすとすれば上下に作用する力は互に釣合ひ左右に作用する力が能率



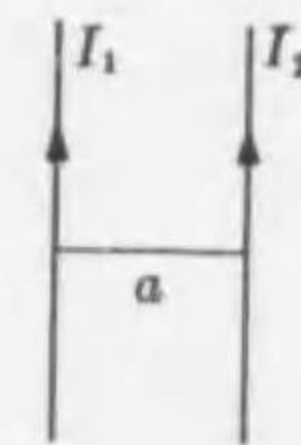
第 12 圖

$$IHab \sin \varphi \quad 16$$

なる偶力を作る。平衡の位置に於てはこれが零なるを要する。即ち φ は 0 となり長方形の面は磁場に垂直になる。電流が圓形またはその他の

形を有する場合にも同様に回路が磁力線を最も多く包容する方向をとつて釣合ふ。

二個の直線電流 I_1, I_2 が平行に流れその間の距離が a なる場合を考へるに電流 I_1 によつて他方の電流 I_2 の位置に $\frac{2I_1}{a}$ なる磁場を生ずる。故に電流 I_2 はその單位の長さについて



第 13 圖

$$F = \frac{2}{a} I_1 I_2 \quad 17$$

なる力の作用を受ける。同様にして I_1 は I_2 によつて同大の力を反對の方向に受ける。従つて電流の方向が同じければ引力を生じ反對ならば斥力を生ずる。

159. 荷電の運動と磁場の作用 電子論によれば電子または陽核が磁場に於て運動するときにはその速度と電場とに直角の方向に力を受ける。荷電を e 速度を v とすれば力の大きさは⁽¹⁾

$$F = \frac{e}{c} H v \sin \theta \quad 18$$

その方向の關係は左手の規則によつて表はされる。前記の如く電流の通ずる導線に磁場が作用するとき生ずる力は導線の中を運動する電子等に作用する力に外ならない。

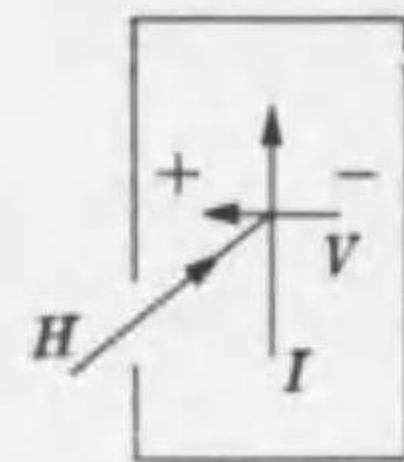
電流の流れる金屬板に電流と直角に磁場を作用せしめれば電子がそ

⁽¹⁾
$$\mathbf{F} = \frac{e}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{H}]$$

e を靜電單位 H を電磁單位で表はす。統一した單位で表はせば e が略される。

の作用を受けるために種々の効果が現はれる。

電流 I を圖の方向に通じ板と垂直に磁場を作用せしめれば左右に電位の差を生ずる。かく電流に及ぼす磁場の横効果をホール効果と名づける。この電位差は磁場 H と電流密度 i 及び左右の間隔 b に比例し



第 14 圖

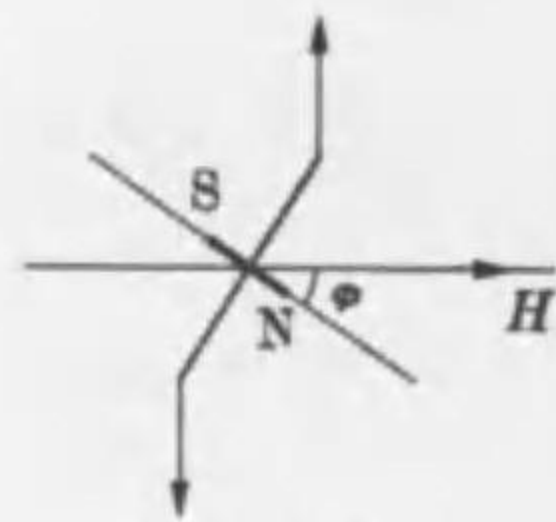
$$V = RHib$$

と表はされる。 R は金属によつて定まりホール効果の係数と云ひ之が正ならば圖の V の如くに電位差を生じ負ならば逆の方向に電位差を生ずる。二三の例を挙げれば

金属	R	金属	R
蒼鉛	-10.27 電磁單位	鉛	+ 0.00009 電磁單位
銀	- 0.00088	鐵	+ 0.0113
銅	- 0.00052	亞鉛	+ 0.00009

また之と同時に電流に対する抵抗に變化を生ずる。蒼鉛の如きはこの効果が著しいため抵抗の變化を測つて逆に磁場の強さを知るに用ひられる。なほこの場合に電流の左右及び前後に温度の差を生ずる⁽¹⁾。

上圖の I の方向に熱が流れるとき板に垂直に磁場を作用せしめれば左右に温度の差を生ずる⁽²⁾。また之と同時に熱傳導率が變化する⁽³⁾。なほその場合に熱流の左右及び前後に電位の差を生ずる⁽⁴⁾。



第 15 圖

160. 電流回路の磁氣能率 前々節の 16 を第 20 章 7 と比較すればこの回路に磁場より作用する力の能率は Iab だけの磁氣能率の磁石が回路に垂直に位置するとき受ける力の能率

(1) 左右に生ずる効果をリギーレツツク効果と云ひ前後に生ずる効果をネルンスト効果と名づける。

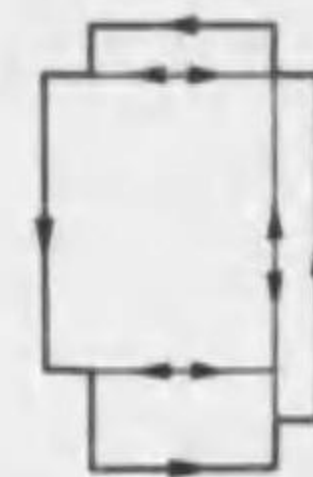
(2) 之をもネルンスト効果と云ふ。

(3) マギーリギーレツツク効果と名づける。

(4) 左右に生ずる効果をエチングスハウゼン効果と云ひ前後に生ずる効果をエチングスハウゼン—ネルンスト効果と名づける。

に等しい。即ち面積 S なる回路を流れる電流 I は磁氣能率 IS なる磁石に相當する。

このことは長方形の回路のみでなく平面の回路には一般に適用せられる。平面をなす閉線を下圖の如くに多數の長方形に分割しその各個を周つて電流 I が流れるとすれば内部に於ては相隣る長方形に屬する電流が互に相殺し周邊の電流のみが残る。即ち閉電流は常に多數の長方形の電流の集合と考へてよい。回路を磁場に垂直なる區劃と更に之に直角なる區劃とによつて多數の長方形に分割して考へれば各個に對して 16 の計算が適用せられる。従つて全回路の面積を S とすれば之を流れる電流 I は磁氣能率



第 16 圖

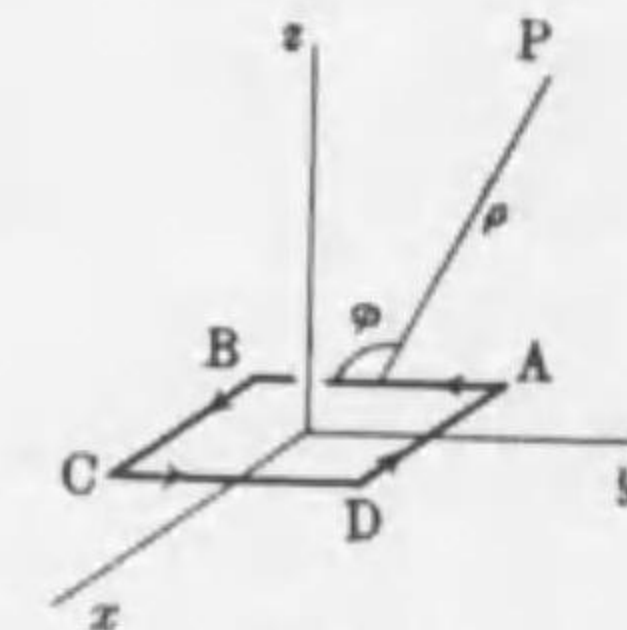
$$q = IS$$

19

なる磁石と同じ作用を呈する。

上には電流が磁場より受ける力について考へたけれどもこの電流が外部に生ずる磁場を計算すれば之もまた磁氣能率 IS なる磁石の生ずる磁場に等しいことが證明せられる。小さい

長方形の電流 $ABCD$ を考へるにその磁場は四邊によつて生ずるもの λ 和に等しい。中心を原點として四邊に平行に xy 軸をとり AB BC の長さを $2a$ $2b$ とすれば AB の電流 I によつて一點 P に生ずる磁場の強さは



第 17 圖

$$2Ia \frac{\sin \varphi}{\rho^2}$$

この磁場は AB と P とを含む平面に直角に生じ xy z に對する分力は

$$-2Ia \frac{\sin \varphi}{\rho^2} \frac{z}{\rho \sin \varphi} \quad 0 \quad +2Ia \frac{\sin \varphi}{\rho^2} \frac{x+b}{\rho \sin \varphi}$$

こゝに ρ を $\sqrt{(x+b)^2 + y^2 + z^2}$ として展開し b の二乗以上を省略し且つ同様にして CD による磁場を求めれば兩者によるものを併せて

$$+4Iab \frac{3xz}{r^3} \quad 0 \quad +4Iab \left(\frac{1}{r^3} - 3 \frac{x^2}{r^5} \right)$$

但し r は $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ を表はす。(1) また同様にして BC DA による磁場は

$$0 \quad +4Iab \frac{3yz}{r^3} \quad +4Iab \left(\frac{1}{r^3} - 3 \frac{y^2}{r^3} \right)$$

従つて全回路による磁場は

$$H_x = 3IS \frac{xz}{\sqrt{x^2+y^2+z^3}} \quad H_y = 3IS \frac{yz}{\sqrt{x^2+y^2+z^3}}$$

$$H_z = -IS \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^3}} + 3IS \frac{z^2}{\sqrt{x^2+y^2+z^3}}$$

こゝに S は回路の面積 $4ab$ を表はす。これを第20章4と比較すれば恰も IS なる能率を有する磁石の生ずる磁場に等しい。また回路の平面を長方形に分割して考へれば上のことは一般に平面の回路に適用せられる。(2)

161. 電流計 普通に最も多く用ひられる電流計に於ては電流と磁石との相互作用によつて磁石またはコイルの廻轉を生ぜしめその角を測つて電流の強さを求める。

正切電流計に於ては偏平なるコイルの中心に小磁針を吊し先づコイルの面を地磁氣の子午面と一致せしめて後に電流を通ずる。この電流がコイルの中心に生ずる磁場はコイルの面に垂直に向ひその強さは電流 I に比例し GI と表はされる。 G は電流計の恒数と稱し單位の電流によつて生ずる磁場の強さを表はす。 G の値はコイルの大小巻數等によつて定まり若しコイルが半徑 a 巻數 n の圓形なるときは 155 節に述べた如くに

$$G = \frac{2\pi n}{a} \quad 20$$

(1) AB によるものは

$$-2Ia \left(\frac{x}{r^3} - 3 \frac{xz}{r^3} b \right) \quad 0 \quad +2Ia \left(\frac{x}{r^3} + \frac{1}{r^3} b - 3 \frac{x^2}{r^3} b \right)$$

CD によるものは

$$+2Ia \left(\frac{x}{r^3} + 3 \frac{xz}{r^3} b \right) \quad 0 \quad -2Ia \left(\frac{x}{r^3} - \frac{1}{r^3} b + 3 \frac{x^2}{r^3} b \right)$$

(2) 平面をなさない閉電流も之を多數の微小な長方形の電流の集合と考へられる。よつて一般に閉電流の磁氣作用は一の磁石に等しいことが知られる。

磁針は地磁氣の水平分力とコイルの磁場との合力の方向を指す。地磁氣の水平分力を h としこの磁針の偏角を θ とすれば



第18圖

$$\tan \theta = \frac{GI}{h} \quad 21$$

故に

$$I = \frac{h}{G} \tan \theta \quad 22$$

電流の單位變化に對する偏角の變化を求めれば

$$\frac{d\theta}{dI} = \frac{G}{h} \cos^2 \theta \quad 23$$

これを電流計の感度と名づける。

電流計の感度を増すには n を増して G を大きくするか或は別に棒磁石を利用して地磁氣の作用を減じ h を小にする。また下圖に示す如く能率の殆ど相等しい二個の磁針を反對に並べて固定せるものを吊し磁針の一方をコイルの内にあらしめ若しくは兩者を反對に電流の通ずる二つのコイルの内にあらしめれば地磁氣の作用を消殺すると同じ結果を生じ感度は著しく増加する。この如き磁針を無定位磁針と名づける。



第19圖

永久磁石の極の間に軽いコイルを吊しその面を磁場に平行ならしめコイルに電流を通すればコイルは偶力を受けて廻轉し針金の捩れのために生ずる能率と釣合ふに至つて静止する。磁場 H を一樣とすれば電流 I と偏角 θ との關係が次の如くに求められる。

コイルに作用する偶力は16によつて

$$InSH \cos \theta$$

こゝに S はコイルの面積を表はし n はその巻數を表はす。この能率は針金の捩れによつて生ずる能率 $\tau \theta$ に等しい。即ち

$$InSH \cos \theta = \tau \theta$$

故に

$$I = \frac{\tau\theta}{nSH\cos\theta}$$

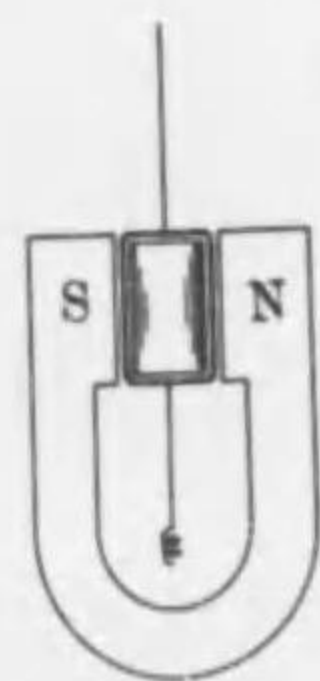
θ を小とすれば

$$I = \frac{\tau}{nSH}\theta \quad 24$$

また

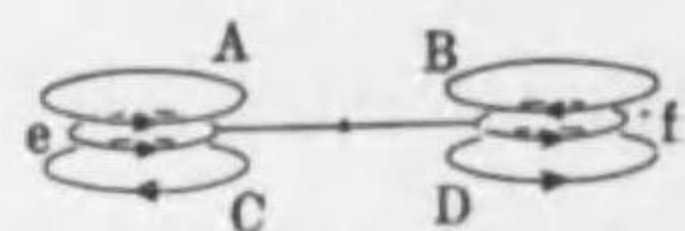
$$\frac{d\theta}{dI} = \frac{nSH}{\tau}$$

故に感度を増加するには成るべく磁場を強くし巻数の多いコイルを用ひる。磁場を強くするためには軟鐵の圓柱を永久磁石の二極の間に置きコイルをして之と兩極との間隙に廻轉するを得しめる。



第 02 圖

扁平な六個のコイルを圖の如く水平に置いてその中 A B C D を固定し e f を天秤の兩臂にかける。之等を直列として圖に示す方向に電流を通せば e は A に引かれ C より斥けられて上に向ふ力を受ける。また f は D に引かれ B より斥けられて下に向ふ力を受ける。この力は e f を通る電流と A B C D を通る電流とに比例する故に之等を通る電流 I の二乗に比例して



第 21 圖

$$kI^2$$

と表はされる。 k はコイルの形によつて定まり計算によつて求めることができる。この種の装置を電流衡と名づける。

162. 彈動電流計 電流計のコイルの振動週期が大なる場合にはこれによつて短い時間に流れる電氣の總量を測ることができる。この種の電流計を彈動電流計と名づける。

電流 I がコイルを流れるときこれに作用する廻轉能率は

$$InSH\cos\theta$$

然るに電流が積く時間は極めて短い故にその間には殆ど偏角を生じない。即ち θ はこの間 0 と見做すことができる。この能率を積分すれば

電流がコイルに與へる角運動量が得られる。即ち

$$nSH \int Idt$$

然るに一方に

$$Q = \int Idt$$

はこのとき流れる電氣の總量を表はす。従つてコイルは $nSHQ$ なる角運動量を得る。コイルの慣性能率を K とすれば角速度

$$\frac{nSH}{K}Q$$

を以て振動を始める。

コイルの振動の式は

$$K \frac{d^2\theta}{dt^2} + \tau\theta + \kappa \frac{d\theta}{dt} = 0$$

但し κ は抵抗を表はす。之を小とすれば θ は一般に

$$\theta = Ce^{-\lambda t} \sin(2\pi\nu t + \epsilon)$$

と表はされる。ここに⁽¹⁾

$$\lambda = \frac{\kappa}{2K} \quad \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\tau}{K}}$$

t が 0 なるとき

$$\theta = 0 \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{nSH}{K}Q$$

なるを要する。従つて

$$\epsilon = 0 \quad 2\pi C\nu = \frac{nSH}{K}Q$$

故にコイルの振動は

$$\theta = \frac{nSH}{2\pi K\nu} Q e^{-\lambda t} \sin 2\pi\nu t \quad 25$$

この振動の振幅は電氣量 Q に比例する。通常は最初に生ずる極大偏角 α を測つて Q を求める。 λ は小なる故にこの極大偏角は振動の $\frac{1}{4}$ 週期即ち t が $\frac{1}{4\nu}$ なるときに生ずる。故に

(1) 80 節参照。

$$\alpha = \frac{nSH}{2\pi K\nu} Qe^{-\frac{\lambda}{4\nu}}$$

よつて電氣量は

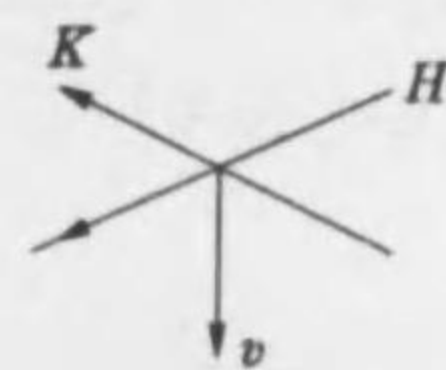
$$Q = \frac{2\pi K\nu}{nSH} \alpha e^{\frac{\lambda}{4}}$$

と求められる。

第二十四章 電磁氣感應

163. 電磁氣感應 コイルを磁石に近づけまたは遠ざければそのコイルに電流を生ずる。その電流の強さはコイルの運動の速さに比例し電流の方向は近づくときと遠ざかるときとに於て逆となり恰もこの電流と磁石との間の作用がコイルの運動を妨げる如くに生ずる。磁石の代りに電流を通した他のコイルを用ひても同様の結果が得られる。この現象を電磁氣感應と云ひこの電流を感應電流と名づける。

前章に述べた如くに荷電が磁場に於て運動するときは磁場と速度とに直角の方向に力の作用を受ける。物體を磁場に於て動かすときにはその中の電子と陽核とが磁場よりの作用を受ける。その作用は電子と陽核とに於て反對の方向に向ひその結果として導體に於ては電流を生じ電媒質に於ては分極を生ずる。



第1圖

例へば一樣な磁場 H と直角をなす導線を兩者に垂直なる速度 v を以て動かす場合を考へるにその中の單位の正電氣に作用する力は前章18によつて

$$\frac{1}{c} H v$$

電氣量の單位に電磁單位をとれば

$$H v$$

若しこの導線の兩端が絶縁せられた場合には一方が正に他方は負に帯電する。導線の長さを l とすれば兩端の間に

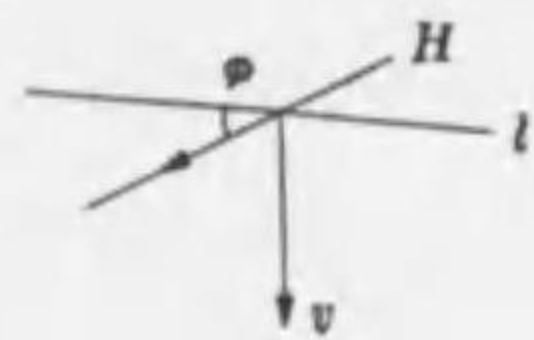
$$H v l$$

1

なる電位差⁽¹⁾が現はれる。

(1) 電磁單位で表はす。

上記の導線の運動が磁場に直角でないときには磁場に平行な分速度は導線の中の陽核と電子とに作用する力に関係しない。また導線に平行な分速度は導線に垂直な力を生ずるに止まり長さの方向には力を生じない。従つて導線の方向の動電力はたゞ導線と磁場とに直角な分速度のみで定まる。更にまた導線が磁場と直角でないときには上の動電力の中たゞ導線の方向の分力のみが有効になる。即ち導線と磁場の間の角を ϕ とし之等に直角な分速度を v とすれば單位正電氣に作用する力の導線に沿ふ分力は



第2圖

$$Hv \sin \phi$$

導線の長さを l とすればこれに作用する全動電力は

$$K = Hvl \sin \phi \tag{2}$$

なほまた磁場が磁性を有する媒質によつて充たされその中を導線が動く場合にはこの動電力が磁氣感應度 B によつて定まる。即ち

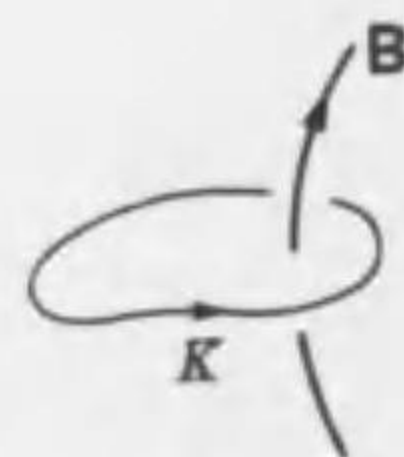
$$K = Bvl \sin \phi$$

この場合の方向の關係は次の如くに表はすを便とする。即ち右手の食指を磁氣感應度の方向に向け拇指を運動の方向に向けて中指を導線と平行ならしめればこれが感應動電力の方向を示す。

然るにこの式の $v \sin \phi$ はこの導線が單位時間に畫く平行四邊形を磁場に直角な平面に投射した面積に等しい。従つて K はこの導線が單位時間に切る磁氣感應線の數に等しい。いまこの導線が回路の一部分をなすとしこの回路を貫く磁氣感應線の數を N とすれば K はその増減の速さに等しい。回路を周る方向と右旋の關係をなす方向に回路を貫く磁氣感應線を正として算へることゝすれば

$$K = - \frac{dN}{dt} \tag{3}$$

これをファラデーの法則と名づける。



第3圖

一様ならざる磁場に於て金屬塊を動かせば電磁氣感應によつて金屬の内部に渦狀の電流を生ずる。磁場が強ければ生ずる電流も強くこれ等の間の作用によつて金屬塊の運動は著しい抵抗を受け恰も粘稠な液體の中を動く如き觀を呈する。

164. 磁場の變化による動電力 これと同様の現象はコイルの傍で磁石を動かし磁場を變化せしむるときにも現はれる。この場合にも電流の強さは磁石を動かす速さに比例し且つその作用が磁石の運動を妨げる如き方向に生ずる。

一般に磁氣感應度に變化があるときにはその周圍に電場が現はれ従つて導體があればこれに作用して電流を生じ電媒質に於ては分極を生ずる。この電場をもまた感應動電力と稱する。實驗によればこの作用によつて一の回路に生ずる全動電力はこの場合にも回路を貫く磁氣感應線の數 N の變化する速さに比例し3によつて表はされる。

この場合に電場を E とすれば單位の正電氣を一の徑路 s に沿ふて ds だけ動かすとき電場のなす仕事は

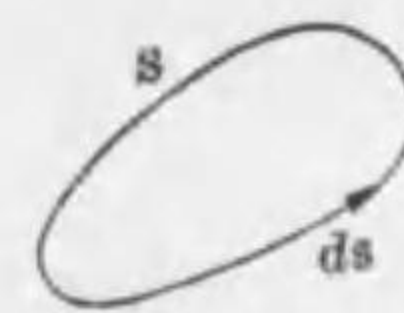
$$E_s ds$$

と表はされる。こゝに E_s は變位 ds に對する電場の分力である。 s が回路をなす場合にこれを一周する仕事は

$$K = \int E_s ds \tag{4}$$

即ち E_s を s の全周に積分したものに等しい。

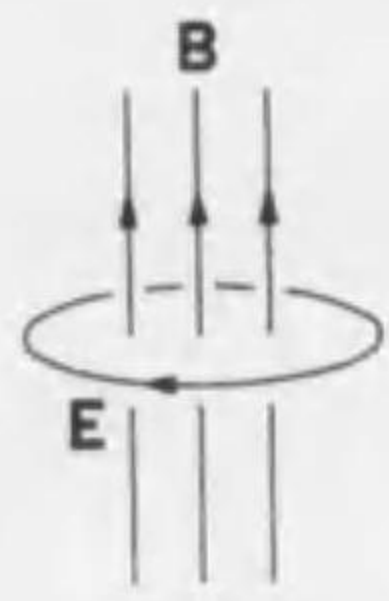
電場が靜止した電氣によつて生ずるとき即ち靜電場に於ては4の積分が常に零に等しく従つて s を導體の回路とするもその中に環狀の電流を生ぜしめることがない。併し上に述べた如き作用によつて生ずる電場に於ては K が零とならない。 s が導體の回路なるときには環狀に電流を生ずる。上に述べた如くにこの K も感應動電力と稱しその大きさは



第4圖

$$\int E_r ds = - \frac{dN}{dt} \quad 5$$

で定められる。



第5圖

前節に述べた如くにビオーサバルの法則によれば電流は必ずその周囲に磁場を伴ふ。また電媒質の中に電氣感應度の變化即ち變位電流があれば周囲に磁場を生ずる。このとき電媒質の中に閉線を考へ之に沿ふて單位の磁極を一周せしむるに磁場によつてなされる仕事 U はその閉線が圍む變位電流の 4π 倍に等しい。然るに變位電流は前章 8 によつて

$$i = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial D}{\partial t}$$

なる密度を有する。但しこゝには兩邊を統一した單位で表はす。回路を貫く電流の總量の 4π 倍は回路を貫く電氣感應度の總量の變化する速さ即ち電氣感應線の數 Z の單位時間に於ける變化に等しい。閉線を周る方向と右旋の關係をなす方向に回路を貫く電氣感應線を正として考へれば前章 9 により

$$\int H_r ds = + \frac{dZ}{dt} \quad 6$$



第6圖

この如く磁氣感應度の變化によつて生ずる電場と電流に伴ふ磁場とは互に對稱の關係を有する。たゞ磁氣感應度の變化とこれによつて生ずる電場との方向の關係は電流とこれに伴ふ磁場との方向の關係と反對である。後者に於ては D なる電氣感應度の生ずるとき H の方向に磁場を生じ D と H とが右旋の關係をなすに反して前者に於ては B なる磁氣感應度の生ずるとき E の方向に電場を生じ B と E とが左旋の關係になる。 DB が消滅するときには HE が圖と反對に生ずる。電氣と磁氣との作用は全く對稱の關係を有する。たゞ遊離した磁氣が存在しないために傳導電流に相當する磁流が存在しない。併し變位電流に對應せしめて

$$\frac{1}{4\pi} \frac{\partial R}{\partial t}$$

を磁流とも名づける。

165. 自己感應 或る回路を流れる電流のために生ずる磁氣感應線は悉くその回路を通過する故に若しこの電流が變化して磁氣感應線の數に變化を生ずれば感應のためにこの回路に動電力を生ずる。この現象を自己感應と名づける。回路の電流が増すときはこれと反對の方向を有する動電力が生じ電流が減すときにはこれと同じ方向の動電力を生ずる。自己感應の效果は電流の變化を常に緩漫ならしめること恰も慣性が物體の運動の變化を緩漫ならしめるに等しい。

回路に電池を挿入して電流を通ずるとき自己感應の動電力は電池の動電力と反對の方向に生ずる故に電流は急激に増加するを得ない。またこの回路より動電力を取り去る場合にも自己感應のために電流は急激に消滅しない。また電流の流れる回路の一點を急に切れば電流が急に減少するため自己感應によつて切斷點の兩側に正負の荷電が集積しその間の強大なる電場のために火花を發して放電する。

單位の電流が回路を流れるときこの回路を通過する磁氣感應線の數を L とすれば電流 I の變化 dI に相當する磁氣感應線の變化は

$$dN = LdI$$

と表はされる。故に自己感應の動電力は

$$-L \frac{dI}{dt}$$

L は回路の大小卷數及び周圍の媒質に關係し自己感應係數と名づけられる。

動電力 K を外部から回路に作用せしめ電流が流れ始めて未だ定常状態に達しない瞬間を考へるに電流はこの K と自己感應による動電力とで定まり

$$K - L \frac{dI}{dt} = RI \quad 7$$

(1) 電池を含む回路を急に閉じた場合も略々同様である。

よつて⁽¹⁾

$$I - \frac{K}{R} = Ce^{-\frac{R}{L}t} \quad 8$$

こゝに初め t が 0 のとき I が 0 とすれば C は $-\frac{K}{R}$ でなければならない。故に

$$I = \frac{K}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

次に回路を通る電流が定常状態に達した後に回路を切ることなく動電力 K を除去すると考へれば動電力を 0 と置いて

$$L \frac{dI}{dt} + RI = 0$$

従つて

$$I = Ce^{-\frac{R}{L}t} \quad 9$$

初め t が 0 のときの電流は $\frac{K}{R}$ なる故に C が $\frac{K}{R}$ なるを要する。従つて電流は

$$I = \frac{K}{R} e^{-\frac{R}{L}t} \quad 10$$

の如く次第に消滅する。

166. 電流のエネルギー 自己感應係数 L は單位の電流が流れるときに回路を過る磁氣感應線の數の多いほど大きい。従つて回路の面積が大ならば L もまた大きい。故に自己感應の作用を避けるには回路の面積を成る可く小ならしめる。例へば電流が往復する兩路を密接せしめれば L が殆ど零となる。また n 卷の回路に於ては n 個の單卷の回路を直列にしたに等しい。由つてこれに生ずる全動電力は各個に作用する動電力の和に等しい。然るに單位の電流に對して生ずる磁氣感應度

(1) 逆に檢算して容易に證明し得られる。或は $I - \frac{K}{R}$ を x と置いて

$$L \frac{dx}{dt} + Rx = 0$$

故に

$$x = Ce^{-\frac{R}{L}t}$$

は單卷の場合に比して n 倍に等しい。従つて自己感應係数は單卷の場合に比して n^2 倍になる。

長いコイルに單位の電流が流れるとき端の部分を除き内部の磁氣感應度は單位の長さに対する卷數 n に比例する。即ち前章 11 によつて

$$B = 4\pi\mu n$$

コイルの横斷面積を S とし全長を l とすれば總卷數 nl に對する自己感應係数は

$$L = 4\pi\mu n^2 Sl \quad 11$$

で表はされる。故に自己感應を大ならしめるにはコイルの中に鐵心を入れて透磁率 μ を大ならしめる。

l の兩邊に $I dt$ をかければ

$$KI dt = RI^2 dt + LI dI$$

故に

$$\int_0^I KI dt = \int_0^I RI^2 dt + \frac{1}{2} LI^2 \quad 12$$

この左邊は動電力のなす仕事を表はし右邊の第一項は熱に變ずるエネルギーを表はす。第二項

$$\frac{1}{2} LI^2 \quad 13$$

は電流に伴ふ磁場の内に蓄へられるエネルギーを表はす。例へば細長いコイルについては 11 と前章 11 とによつて

$$\frac{1}{2} 4\pi\mu n^2 Sl \left(\frac{H}{4\pi n} \right)^2 = \frac{\mu}{8\pi} H^2 Sl$$

即ちコイルの内の磁場のエネルギーに等しいことが知られる。

167. 相互感應 接近せる二個の回路の一方を流れる電流の強さが變化すれば他方の回路を貫く磁氣感應線の數もまた變化するために感應電流を生ずる。この現象を相互感應と稱する。

ビオーサバルの法則に依つて計算せる結果によれば第一の回路に單位の電流が流れるとき第二の回路を通過する磁氣感應線の數は第二の回路に單位の電流が流れるとき第一の回路を通過する磁氣感應線の

數に等しい。これを M とすれば第一の回路を通ずる電流 I_1 が dI_1 なる變化をなすとき第二の回路を通過する磁氣感應線 N_2 の變化は

$$dN_2 = M dI_1$$

故に第二の回路に生ずる動電力は

$$-M \frac{dI_1}{dt}$$

M は回路の大小巻數相對的の位置及び回路の周圍の媒質に關係し**相互感應係數**と名づけられる。

第一の回路に電流を通すれば第二の回路にこれと反對に感應電流を生ずる。この感應電流のために第一回路に最初の動電力と同じ方向の感應動電力を生じてその回路の電流の増加を助ける。また第一回路から動電力を除去する場合にも第二回路は第一回路の電流が速かに消滅することを助ける。換言すれば第二の回路は第一の回路の自己感應の効果を減少せしめる。

二個の細長い同心コイルの相互感應係數は次の如くにして求められる。即ち外コイルの巻數を單位の長さにつき n とすればこれに單位の電流を通すときその内部に生ずる磁氣感應度 B は

$$B = 4\pi\mu n$$

故に内コイルの横斷面積を S 巻數を單位の長さにつき m とすれば各巻を通過する磁氣感應線の数 BS に等しくコイルの長さ l に対する相互感應係數は

$$BSml = 4\pi\mu nmSl \quad 14$$

で表はされる。

168. 交流動電力 磁場に於て一様の角速度でコイルを廻轉すればこれを通過する磁氣感應線の数が週期的に變化するためにこれに伴つてコイルに週期的の動電力を生ずる。單位時間に於ける廻轉數を p としコイルの面が磁氣感應線を最も多く通すときの磁氣感應線の数 b とすれば時刻 t にこのコイルを通過する數は

$$N = b \cos 2\pi pt \quad 15$$

従つてこの時刻に於ける動電力は 3 により

$$K = E \sin 2\pi pt \quad 16$$

但し E は $2\pi pb$ を表はす

この週期的動電力が回路に作用すれば回路には振動數 p なる交流を生ずる。この場合には

$$L \frac{dI}{dt} + RI = E \sin 2\pi pt \quad 17$$

従つて⁽¹⁾

$$I = A \sin(2\pi pt - \epsilon) \quad 18$$

但し

$$A = \frac{E}{\sqrt{4\pi^2 p^2 L^2 + R^2}} \quad \tan \epsilon = \frac{2\pi pL}{R} \quad 19$$

定常電流の場合には動電力 E に対して $\frac{E}{R}$ なる電流を生ずるけれども交流の場合に I の最大は $\frac{E}{\sqrt{4\pi^2 p^2 L^2 + R^2}}$ で表はされる。即ち自己感應のために抵抗が増加すると同様の結果を生ずる。この $\sqrt{4\pi^2 p^2 L^2 + R^2}$ を回路の**インピーダンス**と名づける。交流の振動數が大なるときにはこの効果が殊に大きい。

上に示した如く電流の最大に達する時刻は動電力の最大に達する時刻に対して常に一定時間だけ遅れる。即ち電流は動電力に対して位相の遅れを生ずる。若し $2\pi pL$ が R に比して極めて大きいときには ϵ は $\frac{\pi}{2}$ となり動電力の最大のとき電流が 0 となり動電力の 0 のとき電流が最大に達する。

169. 電氣振動 電位の異なる二つの導體たとへば蓄電器の兩板を導線によつて連絡すれば電流は先づ電位の高い板より低い板に向つて流れる。併しこの場合に導線の抵抗が小ならば兩板の電位が平均するに至つてもなほ自己感應のために電流が繼續し兩板に反對の帶電を生じ電位の高低が前と相反するに至る。次に逆の電流を生じ再びまた平

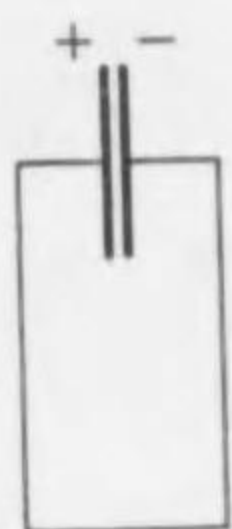
(1) 18 が 17 を充たすことは微分によつて直に檢證せられる。なほ一般に云へば

$$I = A \sin(2\pi pt - \epsilon) + Ce^{-\frac{R}{L}t}$$

となるけれども後項は時刻の経過とともに次第に消滅して前項のみが残る。

均の状態を過ぎて電位の高低が逆となり同様のことを繰返し所謂電氣振動を生ずる。

蓄電器の容量を C とし兩板の電位差を V 電流の強さを I 荷電を Q とすれば



第7圖

$$Q = CV$$

故に

$$I = -C \frac{dV}{dt}$$

また導線の抵抗を R とし自己感應係数を L とすれば

$$V = RI + L \frac{dI}{dt}$$

故に

$$V = -RC \frac{dV}{dt} - LC \frac{d^2V}{dt^2}$$

或は

$$\frac{d^2V}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dV}{dt} + \frac{1}{CL} V = 0 \quad 20$$

この式は第12章7と同じ形を有し抵抗 R が小なる場合には V が次式によつて表はされる。即ち

$$V = A e^{-\lambda t} \cos 2\pi \nu t \quad 21$$

こゝに

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad \lambda = \frac{R}{2L} \quad 22$$

R が極めて小ならば

$$V = A e^{-\frac{R}{2L} t} \cos \frac{t}{\sqrt{CL}}$$

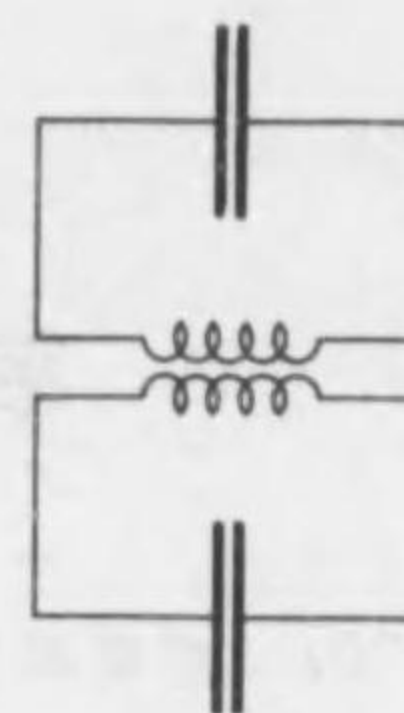
従つて

$$I = A \sqrt{\frac{C}{L}} e^{-\frac{R}{2L} t} \sin \frac{t}{\sqrt{CL}} \quad \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{CL}}$$

通常この種の振動の週期は極めて小さい。ライデン瓶を放電せしむる如き場合にはその振動数が約數百萬回にも達する。

(1) 蓄電器の兩板の間が電媒質または眞空中で連絡せられた一の回路とも考へられる。導線に傳導電流が流れると同時に兩板の間には變位電流が流れ全體として環狀の電流を形成する。

なほまた蓄電器を含む回路に週期的の動電力が作用すれば上記の自由振動の外に強制振動を生じその動電力の振動数を自由振動の振動数に近づければ共振の現象が現はれる。またこの如き二つの回路が相互感應によつて關聯する場合には第12章第4圖の如くに唸りの現象が現はれる。



第8圖

第二十五章 電磁氣單位

170. 靜電單位と電磁單位 既に述べた如くに電氣と磁氣とに関する諸量の基本單位には二種ある。その一方は電氣の作用に基いて定めて靜電單位と名づけ他方は磁極の作用に基いて定め電磁單位と名づける。

157 節に述べた如くに磁極 m を電流 I の周圍に一周せしめるときなされる仕事は

$$W = 4\pi m I \quad 1$$

で表はされる故にこの關係によつて電流の單位より磁極の單位を導くことを得また逆に磁極の單位より電流の單位を導くこともできる。⁽¹⁾ 靜電單位系に於ては先づ電氣量の單位を定めこれより電氣に関する諸量の單位を導き更に上の關係によつて磁極の單位と磁氣諸量の單位とを導く。電磁單位系に於ては先づ磁極とこれに関する諸量の單位を定め次に上の關係によつて電流の單位と電氣諸量の單位とを導く。斯く定めた電氣磁氣に関する兩系の單位は著しく大きさを異にする。

靜電單位系に於ては二個の e なる電氣量が電媒恒數 ϵ なる媒質の中で r の距離を距てるときその間に作用する力が

$$f = \frac{e^2}{\epsilon r^2} \quad 2$$

と表はされる如くに定める。この單位系に於ては眞空の電媒恒數は 1 と定められ總ての物質の電媒恒數は他の單位に關係なくその元は零である。即ち上式の兩邊の元を比較すれば

$$[LMT^{-2}] = \frac{[e]^2}{[L]^2}$$

⁽¹⁾ 電流微片と磁極の間の作用を表はす第 23 章 2 または電流の間の作用を表はす同章 17 に基づいてもすべて同一に歸着する。

故に電氣量の元は

$$[e] = [L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$$

従つて電流 I の元は

$$[I] = \left[\frac{e}{t} \right] = [L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}]$$

磁極 m の元は 1 により

$$[m] = \left[\frac{W}{I} \right] = [L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}}]$$

次に電磁單位系を考へるに m なる二つの磁極が透磁率 μ なる磁媒質の中で r の距離を距てるときその間に作用する力が

$$f = \frac{m^2}{\mu r^2}$$

この單位系に於ては μ の元を零とする故に

$$[m] = [L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$$

また

$$[I] = \left[\frac{W}{m} \right] = [L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$$

$$[e] = [It] = [L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}]$$

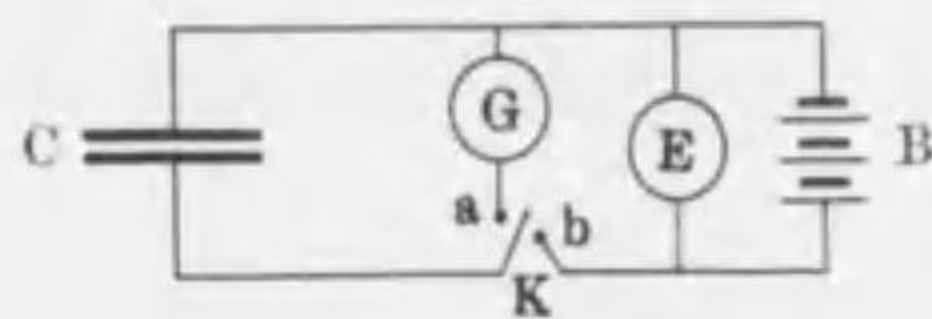
次に電氣磁氣に関する諸量の靜電單位と電磁單位とに就いてその元を示せば

量	記號	靜電單位	電磁單位	兩單位の比	電磁單位の大き 靜電單位の大き
電氣量	e	$[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$	$[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}]$	$[LT^{-1}]$	e
電媒恒數	ϵ	$[0]$	$[L^{-2} T^2]$	$[LT^{-1}]^2$	e^2
電流	i	$[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}]$	$[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$	$[LT^{-1}]$	e
電場	E	$[L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$	$[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}]$	$[LT^{-1}]^{-1}$	$1/e$
電位	V	$[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$	$[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}]$	$[LT^{-1}]^{-1}$	$1/e$
電氣容量	C	$[L]$	$[L^{-1} T^2]$	$[LT^{-1}]^2$	e^2
電氣應度感	D	$[L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$	$[L^{-\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}}]$	$[LT^{-1}]$	e
電氣抵抗	R	$[L^{-1} T]$	$[LT^{-1}]$	$[LT^{-1}]^{-2}$	$1/e^2$

磁極	m	$[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}]$	$[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}]$	$[LT^{-1}]^{-1}$	$1/c$
透過率	μ	$[L^{-1}T^2]$	$[0]$	$[LT^{-1}]^{-2}$	$1/c^2$
磁場	H	$[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}]$	$[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}]$	$[LT^{-1}]$	c
磁位	U	$[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}]$	$[L^{\frac{5}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}]$	$[LT^{-1}]$	c
磁気感度	B	$[L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}]$	$[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}]$	$[LT^{-1}]^{-1}$	$1/c$
自己感係数	L	$[L^{-1}T^2]$	$[L]$	$[LT^{-1}]^{-2}$	$1/c^2$
相互感係数	M				

171. 兩種の單位の比 靜電單位と電磁單位との元の比は $[LT^{-1}]$ 即ち速度の元またはその整数倍に等しい。電氣量の電磁單位と靜電單位との大きさの比を c とすれば諸量の兩種の單位の比は上表最後の行に示す如くなる。

c の値を測定する方法としては同一の電氣量を靜電單位と電磁單位とを以て測りその比を求める。例へば蓄電器 C を電池 B によつて帯電せしめ次にこれを弾動電流計を経て放電せしめる。



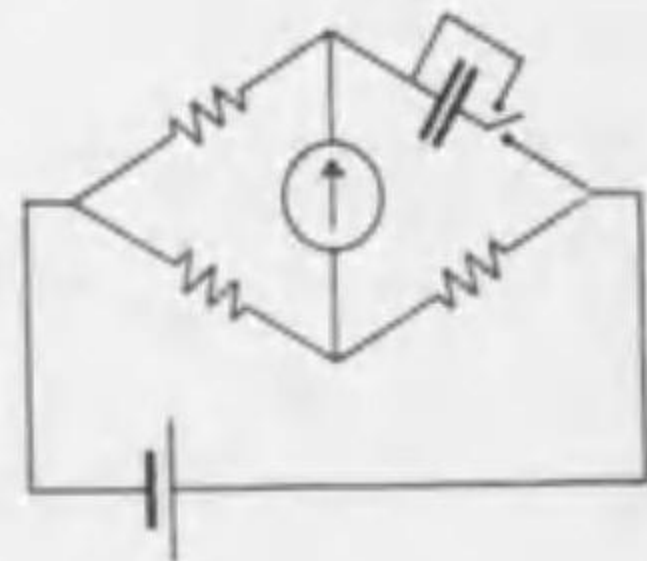
第1圖

蓄電器の容量をその形より計算し兩板の電位差を電氣計 E によつて測れば放電の電氣量が靜電單位によつて求められる。また弾動電流計によれば放電の電氣量を電磁單位によつて測ることができる。精密なる測定の結果によれば⁽¹⁾

(1) ローゼンドルセーの測定では圖の如き蓄電器の電鍵 K を交互に a 及び b に接觸せしめて蓄電器の充放電を繰返し平均としてこの蓄電器を経て一定の電流が流れる如からしめる。蓄電器の容量を C 充電の電圧を V 單位時間の放電回数を n とすれば單位時間に nCV なる電氣量が流れる。これが電圧 V の下に流れる故にも $\frac{1}{nC}$ なる抵抗ある如くに作用する。 C を蓄電器の形より計算すればこの抵抗が靜電單位で求められる。

次にこの装置をホイートストン橋につないでこの抵抗を測定する。その場合に他の抵抗が電磁單位で知られてあれば上記の抵抗が電磁單位で測定せられる。

抵抗を電磁單位で測るには例へば次圖の如き方法が用ひられる。一のコイル L と抵抗 R とに



$$c = 2.99790 \times 10^{10} \text{ 秒}^{-1}$$

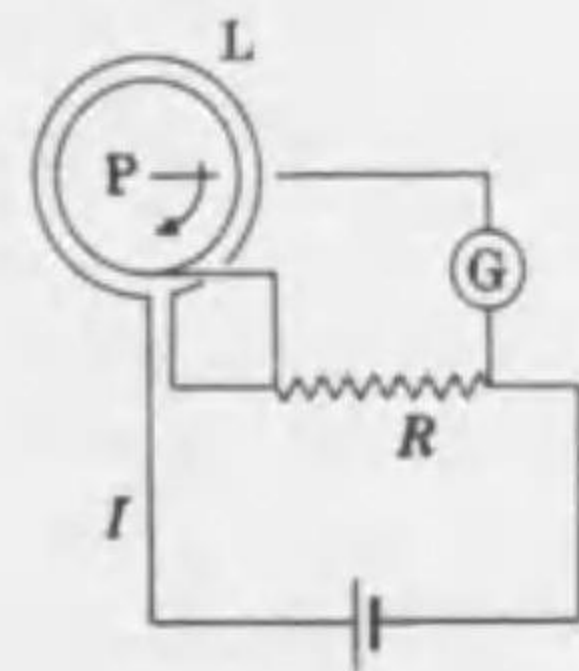
この値は全く真空中の光の速度に等しい。また次章に述べる處によつても之等二つの恒数が同一なることは確實と考へられる。

電氣量に於ては電磁單位が靜電單位の c 倍に等しく電流についてもまた同じい。電流に於て傳導電流のみならず變位電流をも同率に論ずるとすれば電氣感度に於てもその電磁單位を靜電單位の c 倍と定めなければならない。

然るに一方に於て電場の電磁單位は電磁單位の荷電に作用して單位の力を生ずべき電場として定められる故にその靜電單位の $\frac{1}{c}$ に等しくなければならない。電磁單位を靜電單位に較べれば電氣感度に於て c 倍となり電場に於て $\frac{1}{c}$ となる故に電磁單位に於て電媒恒數 1 なる物質すなはち單位の電場に於て單位の電氣感度を現はす物質は靜電單位に於て電媒恒數 c^2 なるを要する。靜電單位に於て電媒恒數 1 ならば電磁單位に於ては電媒恒數 $\frac{1}{c^2}$ に相當する。真空の電媒恒數は電磁單位に於て $\frac{1}{c^2}$ と表はされる。

同様の理論は逆に磁氣感度と磁場とを靜電單位によつて表はす場合にも成立つ。靜電單位を電磁單位と較べれば磁氣感度に於て c 倍となり磁場に於て $\frac{1}{c}$ となり従つて真空の透磁率は $\frac{1}{c^2}$ に等しい。

172. 實用單位 基本單位の多くは實用に際して或は大に過ぎ或は小に過ぎる故に普通には所謂實用單位を用ひる。實用單位は次表に示す如くに何れも電磁單位の 10 の或る累數倍に等しい。



直列に電流を通し L の内部に銅板 P を廻轉する。コイルの中の磁場の作用によつて銅板の中に中央から周邊に向ふ感應動電力が生ずる。その値はコイルの電流 I と銅板の單位時間の廻轉數 p とに比例し kIp と表はされる。 k は計算によつて求められる。銅板の中央と周邊とを電流計 G を経て抵抗 R の兩端につなぎ G に電流が流れないやうに銅板の廻轉數を調節すれば IR が kIp に等しい。即ち R は kp に等しい。

仕事	ジュール	基本単位エルグの 10^7 倍	
工率	ワット	基本単位の 10^7 倍	毎秒1ジュールの工率
電流	アンペア ⁽¹⁾	電磁単位の 10^{-1} 倍	
電氣量	クーロン	電磁単位の 10^{-1} 倍	1アンペアの電流によつて1秒間に運ばれる電氣量
電位	ボルト ⁽²⁾	電磁単位の 10^8 倍	1クーロンの電氣量を持ち來たすに1ジュールの仕事をするときの電位
電氣容量	ファラド	電磁単位の 10^{-9} 倍	電位を1ボルトとするに1クーロンの電氣を要するときの電氣容量
電氣抵抗	オーム ⁽³⁾	電磁単位の 10^9 倍	1アンペアの電流を得るに1ボルトの電位差を要するときの抵抗
自己感應 相互感應	ヘンリー ヘンリー	電磁単位の 10^9 倍 電磁単位の 10^9 倍	回路の電流が毎秒1アンペアの率で増減するとき1ボルトの感應動電力を生ずる感應

(1) 實用上の國際規定、硝酸銀の水溶液より毎秒 0.00111800 瓦の銀を析出するべき電流。

1 國際アンペア = 0.99997×10^{-1} 電磁單位

(2) ウェストン標準電池の動電力は攝氏 t 度に於て

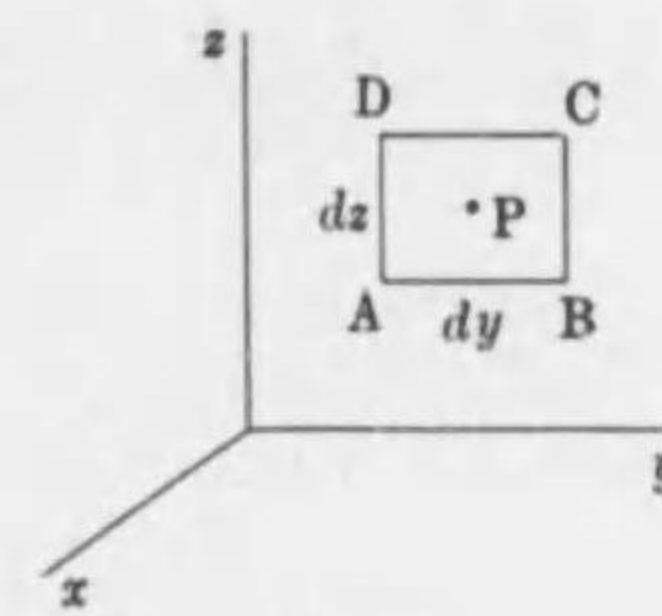
$$1.01830 - 0.0000406(t-20) - 0.00000095(t-20)^2 + 0.0000000(t-20)^3 \text{ ボルト.}$$

但しこゝには脚註 (1) (3) の規定に基づいて定めたボルトを以て表はしてある。1 國際ボルト = 1.00049×10^8 電磁單位

(3) 實用上の國際規定、攝氏零度に於て質量 14.4521 瓦 長さ 106.300 厘の均一なる水銀柱の抵抗。1 國際オーム = 1.00052×10^9 電磁單位

第二十六章 電 磁 波

173. マクスウェルの方程式 第23章と第24章とに述べた處によれば電氣の移動または電場の變化によつて磁場が生じ磁場の變化はまた電場を誘起し電場と磁場との空間に於ける分布は相互に關聯して變化する。その狀況は空間の各點に於ける電場磁場と電流とを各點の坐標と時刻との函數として表はすことによつて明かにせられる。



第1圖

今一點 P の附近に於ける電流の密度を i とし磁場を H と表はし yz 面に平行に P 點の周圍に小さい長方形 ABCD をとりその二邊は yz の軸に平行とし且つ AB を $2dy$ とし BC を $2dz$ とする。この長方形の周邊に沿ふて單位の正磁極を動かし第23章10を適用する。磁場の AB に沿ふ分力は平均として P 點に於ける H_y より $\frac{\partial H_y}{\partial z} dz$ だけ小さくこの線の上の移動による仕事は

$$+2\left(H_y - \frac{\partial H_y}{\partial z} dz\right) dy$$

同様に CD の上の仕事は

$$-2\left(H_y + \frac{\partial H_y}{\partial z} dz\right) dy$$

また BC と DA の上の仕事は

$$+2\left(H_z + \frac{\partial H_z}{\partial y} dy\right) dz$$

$$-2\left(H_z - \frac{\partial H_z}{\partial y} dy\right) dz$$

故に全體の仕事は

$$4\left(\frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z}\right)dydz \quad 1$$

然るに閉線 ABCD に囲まれる電流は

$$4i_x dydz \quad 2$$

に等しく従つてこの 4π 倍を 1 に等しいと置けば

$$\frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = 4\pi i_x$$

同様に

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = 4\pi i_y \quad 3$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_z}{\partial y} = 4\pi i_z$$

次にはこの長方形に沿ふて單位の正電氣を動かし第 24 章 5 を適用する。P 點に於ける電場を \mathbf{E} とし磁氣感應度を \mathbf{B} とすれば長方形 DCBA に沿ふて移動せしめる仕事は前と同様にして

$$-4\left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right)dydz \quad 4$$

然るに DCBA を通過する磁氣感應線の數は $4B_x dydz$ に等しい。故にその變化の速さは

$$4\frac{\partial B_x}{\partial t} dydz \quad 5$$

よつてこれを 4 に等しいと置けば

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{\partial B_x}{\partial t}$$

同様に

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{\partial B_y}{\partial t} \quad 6$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_z}{\partial y} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$$

マクスウエルの考へによれば 3 6 の二組の關係は如何なる電場磁場にも適用せられる。之等の式はマクスウエルの方程式と稱し恰も力學に於ける運動の方程式に相當し電磁氣的の現象は凡てこの式に従つて生ずると考へられる。

(1) 164 節に述べた如くに方向の關係を逆にする。

上記の電流 i は傳導電流のみでなく變位電流をも包含する。眞空または電媒質に於ては變位電流のみなる故に

$$i = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial D}{\partial t} \quad 7$$

この場合には 3 が

$$\frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{\partial D_x}{\partial t}$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{\partial D_y}{\partial t} \quad 8$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_z}{\partial y} = \frac{\partial D_z}{\partial t}$$

となり 6 と對稱の形をとる。

また P 點を中心として稜の長さ $2dx, 2dy, 2dz$ なる直六面體 ABCD を考へガウスの定理を適用する。BC 面を内より外に過る電氣感應度は

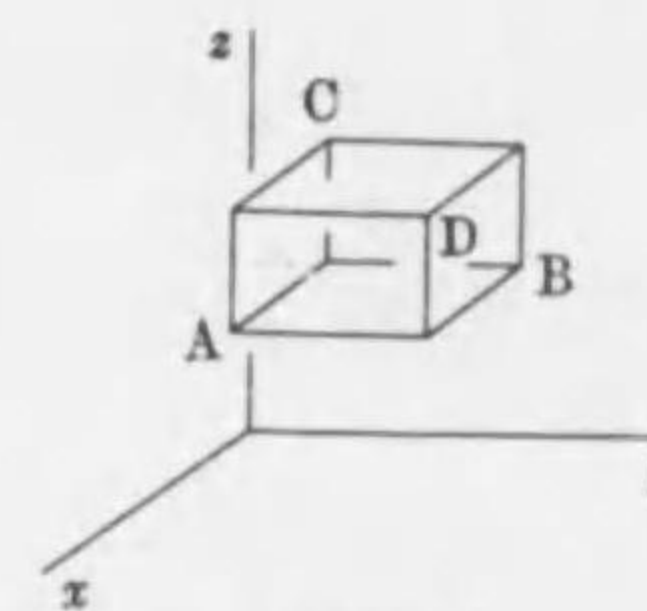
$$-4\left(D_x - \frac{\partial D_x}{\partial x} dx\right)dydz$$

また AD 面を外に過る電氣感應度は

$$+4\left(D_x + \frac{\partial D_x}{\partial x} dx\right)dydz$$

併せて兩面を過つて外に向ふものは

$$8\frac{\partial D_x}{\partial x} dx dy dz$$



第 2 圖

同様に CA DB 及び AB CD の四面を内より外に過るものを計算すればこの直六面體の内より外に向ふ電氣感應度は

$$8\left(\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}\right)dx dy dz \quad 9$$

と表はされる。

荷電の分布の密度を單位體積について ρ とすればこの直六面體の中の荷電は

$$8\rho dx dy dz$$

この 4π 倍を 9 に等しいと置けば

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = 4\pi\rho \quad 10$$

同様にして磁気感度を考へるに游離の磁気が存在しないために

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \tag{11}$$

この兩式 10 11 もまた定常状態のみならず凡ての場合に成立つものと考へられる。⁽¹⁾

174. 電磁波 一の電媒質について電媒恒數と透磁率とを $\epsilon \mu$ とすれば 6 8 は

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial x} &= \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} & \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -\frac{\mu}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t} & \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\frac{\mu}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial y} &= \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} & \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} &= -\frac{\mu}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} \end{aligned} \tag{12}$$

とも表はされる。但し 6 8 に於ては電場磁場等を凡て統一した單位で表はしたけれどもこゝには電場を靜電單位で表はし磁場は電磁單位で表はすこととする。なほまた游離の荷電がない場合を考へれば 10 11 は

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \quad \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0 \tag{13}$$

となる。

⁽¹⁾ 空間の各點に一種のベクトル \mathbf{p} が分布せるとき

$$q_x = \frac{\partial p_z}{\partial y} - \frac{\partial p_y}{\partial z} \quad q_y = \frac{\partial p_x}{\partial z} - \frac{\partial p_z}{\partial x} \quad q_z = \frac{\partial p_y}{\partial x} - \frac{\partial p_x}{\partial y}$$

をまた一種のベクトル \mathbf{q} の分素と考へ得ることが證明せられる。この \mathbf{q} を \mathbf{p} の廻轉と云ひ

$$\text{rot } \mathbf{p}$$

と表はす。また

$$\frac{\partial p_x}{\partial x} + \frac{\partial p_y}{\partial y} + \frac{\partial p_z}{\partial z}$$

は一種のスカラーなることが證明せられる。これを p の發散と名づけ

$$\text{div } \mathbf{p}$$

と表はす。之等の記號を用ひれば 3 8 及び 6 は

$$\text{rot } \mathbf{H} = 4\pi \mathbf{i} \quad \text{rot } \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

10 11 は

$$\text{div } \mathbf{D} = 4\pi \rho \quad \text{div } \mathbf{B} = 0$$

の如くに表はされる

之等の式は例へば

$$\begin{aligned} E_x = 0 \quad E_y &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} A \cos 2\pi(\nu t - \kappa x) \quad E_z = 0 \\ H_x = 0 \quad H_y = 0 \quad H_z &= \frac{1}{\sqrt{\mu}} A \cos 2\pi(\nu t - \kappa x) \end{aligned} \tag{14}$$

と置いて満足せられる。⁽¹⁾ 但し

$$\frac{\nu}{\kappa} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}} \tag{15}$$

之等の式は電場磁場が波動の如くに x 軸の方向に傳播することを表はす。この如きものを電磁波と稱する。 ν は振動數を表はし κ は波數を示し従つて 15 は傳播速度 V に等しい。

12 の左の第一式によつて

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial x} \right) = \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} \tag{16}$$

また右の第二第三式によれば

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial y \partial t} - \frac{\partial^2 H_y}{\partial z \partial t} = -\frac{c}{\mu} \left(\frac{\partial^2 E_y}{\partial y \partial x} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial x} \right) \tag{17}$$

之等の兩式は左邊が同一なる故に右邊もまた相等しくなければならぬ。また 13 によつて

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial x \partial z} = -\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2}$$

これを 17 の右邊に入れて 16 の右邊に等しく置けば

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \tag{18}$$

なほ同様の式が E_y, E_z, H_y, H_z に對して得られる。この式は絲と膜との運動の式に類する。即ち電場磁場は絲または膜の變位と同様の狀況

⁽¹⁾ 14 の各項を微分して 12 13 に代入すれば直に檢證せられる。12 の左右の第一式は各項が悉く 0 となつて明かに充たされる。右の第二式と左の第三式も同様にして各項が凡て 0 になる。左の第二式と右の第三式は

$$\begin{aligned} -2\pi \frac{1}{\sqrt{\mu}} \kappa A \sin 2\pi(\nu t - \kappa x) &= -2\pi \nu \frac{\epsilon}{c\sqrt{\epsilon}} A \sin 2\pi(\nu t - \kappa x) \\ +2\pi \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \kappa A \sin 2\pi(\nu t - \kappa x) &= +2\pi \nu \frac{\mu}{c\sqrt{\mu}} A \sin 2\pi(\nu t - \kappa x) \end{aligned}$$

となつてともに 15 によつて充たされる。13 の兩式も各項 0 となつて同時に成立つ。

を以て傳播する。この式を第14章1と比較しても $\frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ が傳播の速度 V なることが知られる。眞空に於ては $\epsilon\mu$ がともに1に等しく眞空の中の電磁波の速度は c に等しい。⁽¹⁾

12によつて明かなる如く電場と磁場とは必ず相伴ひ一方のみが單獨に傳播するを得ない。⁽²⁾ 平面波に於ては電場と磁場とが互に垂直に且つ進行の方向に直角である。即ち一種の横波である。なほ上の場合に電磁波の進行方向に對する電場磁場の方向の關係は14によつて明かなる如くに右旋の關係を有する。

既に述べた如くに電場磁場には單位體積に對して

$$\frac{\epsilon}{8\pi} E^2 \quad \frac{\mu}{8\pi} H^2$$

なるエネルギーが含まれ電磁波の傳播に伴つて移動する。14の平面波に於ては單位體積について

$$\frac{A^2}{8\pi} \cos^2 2\pi(\nu t - \kappa x) \quad \frac{A^2}{8\pi} \cos^2 2\pi(\nu t - \kappa x)$$

なるエネルギーが含まれ電場磁場によるものを併せて

$$\frac{A^2}{4\pi} \cos^2 2\pi(\nu t - \kappa x) \quad 19$$

なるエネルギーが速度 V を以て移動する。

この電磁波に於ては電場磁場が互に垂直に交り之等と直角にエネルギーが移動する。このこと

は上記の例に限らず凡て一點に於ける電場と磁場とが交叉する場合

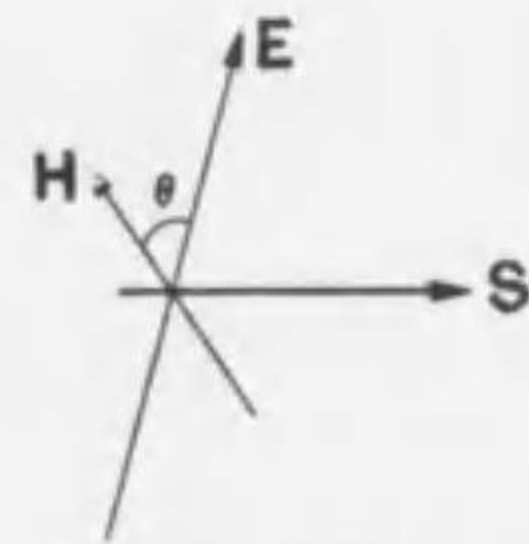
⁽¹⁾ 電場磁場を統一した單位で測るとすれば 12 に於て c が略され 15 の代りに

$$V = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

なる結果が得られる。但し $\epsilon\mu$ も統一した單位で表はされなければならない。眞空を考へるに靜電單位に於ては $\epsilon = 1 \mu = \frac{1}{c^2}$ 電磁單位では $\epsilon = \frac{1}{c^2} \mu = 1$ 何れにしても

$$V = c$$

⁽²⁾ 例へば電場のみがあつて磁場がないとすれば 12 の左式の左邊が 0 となり従つて電場が時刻に對して不變でなければならない。同様に電場がなく磁場のみがあるとすればこれが時刻に關係しない。即ち電場磁場が單獨に存在し得るのは定常狀態に限る。



第3圖

には兩者に直角にエネルギーが流れると考へられる。電場と磁場との間の傾きの角を θ とすれば之等を含む平面の單位面積を通じて單位時間に

$$S = \frac{1}{4\pi} EH \sin \theta \quad 20$$

なる量のエネルギーが電場磁場に對し右旋の關係をなす方向に流れる。このエネルギーの流れ S を **ポインティングの勢力流** と名づける。

175. 振動子 圖の如き二つの導體 AB を例へば交流發電機⁽¹⁾の兩極につないで交互に正負に帯電せしむればこれ等を中心として四方に傳播する電磁波を生ずる。この如き装置を **振動子** と稱する。AB が眞空の中に l なる距離を隔て且つこれ等の荷電が振動數 ν を以て變化し A の荷電は

$$Q \cos 2\pi \nu t$$

B の荷電はこの反對なりとすればこのとき生ずる電場磁場の強さは振動子に極めて近い部分を除き

$$E = 4\pi^2 \frac{\nu^2 l}{c^2 r} Q \sin \theta \cos 2\pi(\nu t - \kappa r) \quad \frac{\nu}{\kappa} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} \quad 21$$

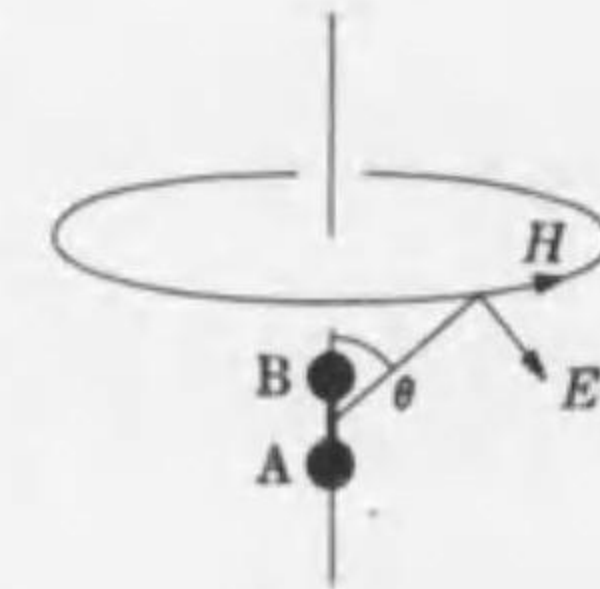
$$H = 4\pi^2 \frac{\nu^2 l}{c^2 r} Q \sin \theta \cos 2\pi(\nu t - \kappa r)$$

と計算せられる。⁽²⁾ こゝに r は振動子よりの距離 θ は AB の方向と r との間の角を表はす。電場は AB を含む平面の中で r に直角に生じ磁場は AB を軸として圓く繞る。21には圖の方向を正としてあらはす。

以上の電場磁場は振動子より四方に向つて發散する球面波をなしその振幅は AB 線の上に於ては零となりこれと直角の方向に於て最も大きい。且つ同一の方向に於ては振幅が距離に逆比例して減少する。従つて單位體積の中に含まれるエネルギーは距離の二乗に逆比例して減少する。振動子よりの距離が著しく増せば球面波の一部を前節に述べ

⁽¹⁾ $S = \frac{1}{4\pi} [EH]$

⁽²⁾ E, Q は靜電單位 H は電磁單位で表はす。



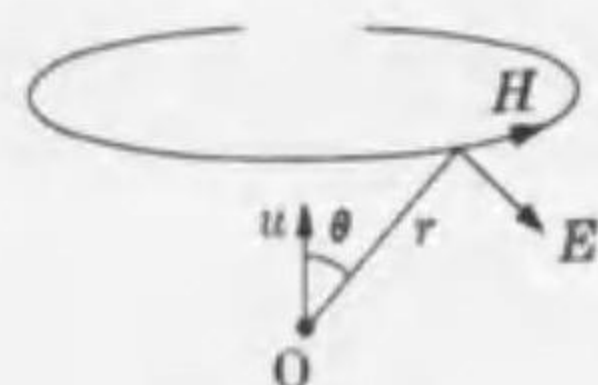
第4圖

た如き平面波と考へることもできる。

電子論によれば電子または陽極が加速度を以て運動するときその荷電によつて生ずる一點の電場磁場は荷電の極めて近くを除いて略々

$$E = \frac{e u}{c^2 r} \sin \theta \quad H = \frac{e u}{c^2 r} \sin \theta \quad 22$$

と表はされる。(1) 此に e は荷電を表はし u はその加速度を表はす。 r はその運動をなした点 O よりの距離 θ はこれが加速度となす角を表はす。電場は r と u とを含む平面の内に r と直角に生じ磁場は u を軸として圓形に生ずる。之等の電場磁場は荷電の運動の後 $\frac{r}{c}$ なる時間を経てこの點に達する。前記の振動子による電磁波も AB の間を



第5圖

動く無数の電子の加速度による電場磁場の合成に過ぎない。

振動子より發する電磁波の振幅は21によつて明かな如く交流の振動數の二乗に比例する。従つて電磁波は振動數の甚だ大きい交流を用ひて初めて發生せしめることができる。振動數の大なる交流を得るには特種の交流發電機または三極真空管によるを常とする。また前々章に述べた如き蓄電器の放電によつて電氣振動を起さしめても振動數の甚だ大きい交流を生じ従つて電磁波が得られる。

ヘルツが始めて電磁波を發生せしめた装置に於ては圖に示す如き二つの金屬棒を各々感應コイルの兩極につなぎ兩者の間に火花放電をなさしめる。但しこの装置に於ては一樣に連續する電磁波は得難い。放電の電氣振動の減衰に伴つて發生する電磁波もまた減衰し各回の放電によつて減衰波の列が生ずる。



第6圖

振動子の兩端より二本の導線を平行に張ればこの導線に沿ふて傳播する特殊の電磁波を生ずる。之をレツヘル波と名づ

(1) $e E$ は靜電單位 H は電磁單位で表はす。荷電が極めて大なる速度を有するときにはこの式がなほ少しく複雑になる。

ける。この傳播の速度もまた光の速度に等しい。

176. 電磁波の散亂と反射屈折 導體が電磁波の作用を受ければこれがためにその導體の中に電流を生ずる。且つこの導體が適當の電氣容量と自己感應とを有して電磁波と同一の振動數の振動回路を形成するときには共振によつて特に著しい電流が生ずる。例へば圓形導線の兩端に金屬の球を附けその間に少しく間隙を置いて圓の平面を電磁波の磁場に直角ならしめれば電場の作用によつて電氣振動を生じ兩球の間隙に火花が現はれる。



第7圖

電磁波が導體に當つて電氣振動を生ずればそのために更に電磁波が生じて四方に擴がる。この電磁波を二次波と云ひこれに對して初めの電磁波を一次波と稱へる。この現象を電磁波の散亂と名づける。

導體の中に振動電流が生ずるときは熱が發生する。このエネルギーは一次波として入射したものゝ一部なること云ふまでもない。これがために一次波の強さは減少する。實際に二次波は自から四方に擴がるとともに一方に於て一次波を減殺する如く方向反對の電場磁場を以て現はれる。(1)

電磁波が廣い平面の導體に當るときはその表面の各點から二次波を生ずる。この場合には各點に生ずる二次波が互に重なり合ふ結果として反射波を形成する。入射波が表面に垂直ならば反射波も表面に垂直なること云ふまでもない。導體に抵抗がなければ導體の中で熱としてエネルギーの失はれることがなく入射波のエネルギーは總て反射波に變ずる。垂直に入射して完全に反射を生じたときには入射波と反射波とが重なつて定常波を生ずる。

例へば x 方向に進む平面波

$$E_y = + \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} A \cos 2\pi(\nu t - \kappa x) \quad H_z = + \frac{1}{\sqrt{\mu}} A \cos 2\pi(\nu t - \kappa x)$$

が yz 平面によつて反射せられ反對に進む平面波

(1) 次頁脚註(2) 參照。

$$E_y = -\frac{1}{\sqrt{\epsilon}} A \cos 2\pi(\nu t + \kappa x) \quad H_z = +\frac{1}{\sqrt{\mu}} A \cos 2\pi(\nu t + \kappa x)$$

となり之等が重なれば

$$E_y = \frac{2}{\sqrt{\epsilon}} A \sin 2\pi \kappa x \sin 2\pi \nu t \quad H_z = \frac{2}{\sqrt{\mu}} A \cos 2\pi \kappa x \cos 2\pi \nu t \quad 23$$

導體の表面に於ては電場が零となり⁽¹⁾こゝに電場の節を生ずる。然るに磁場に関してはこの點に於て入射波と反射波とが互に助け合つて腹を生ずる。またこの表面から半波長ごとに節または腹が現はれ常に電場の節は磁場の腹となり電場の腹が磁場の節になる。⁽²⁾

なほこの現象は導體の表面に限らず電媒質の境界に電磁波が入射するときにも現はれ入射波の一部は反射して原の電媒質に歸り一部は屈折して他方の電媒質の中に進む。

電媒質の中に於ける電磁波の傳播を電子論より考へるに電媒質が眞空と異なるは物質の内の電子と陽核とが電場磁場の作用によつて變位する故に過ぎない。従つて電媒質の中を電磁波が傳播するときには電子等の運動のために二次波を生じて之が一次波の残りに重なり同様の作用を繰返して逐次に進行する。そのために全體として傳播する速度が眞空の中に於けると等しくない。

177. 電磁氣光學說 マクスウェルは上記の如き電磁波に關する諸種の現象がヘルツの實驗によつて確認せられる以前にこれ等を理論によつて豫想しなほこの外にも電磁波と光とが種々の性質を共通にすることを認めて光を電磁波の一種とする結論に達した。この考へによれば光が横波なる可きことは勿論また電磁波に對して殆ど完全な反射を生ずる金屬が光に對しても良好な反射を示すことも當然のこととして説明せられる。

電磁氣光學說に最も重要なるは眞空の中の電磁波の速度が光の速度

(1) 抵抗のない導體の中には電場があり得ない。その表面に於ても電場は常に零でなければならぬことがマクスウェルの方程式によつて證明せられる。

(2) 導體の表面から前方へと同様に後方へも二次波が生ずべきであるけれども之が入射波と相殺する。そのために導體の背後には電磁波が注しないことになる。

と同一なることで既に述べた如くに電磁波の速度は電氣量と磁氣量との靜電單位と電磁單位との大きさの比によつて定まり 2.99790×10^{10} 厘米²秒⁻¹と計算せられる。また光の速度は 2.99796×10^{10} 厘米²秒⁻¹と測定せられ兩者の間に測定の誤差を超える差異を認め得ない。

更に電媒質の中の速度についても相當の一致が認められる。174節の結果によれば電磁波の屈折率 n と電媒恒數 ϵ との間には

$$n = \sqrt{\epsilon}$$

なる關係がなければならぬ。併しこれ等の量は分子原子の配列とその構造とに關係する。振動數が極めて大きい光の電場に於ける分極が定常の電場に於ける分極と同様に生ずることは豫期するを得ない。従つてこの點に於て兩者の間に完全の一致を見ることは望み難く實際に光の屈折率は振動數によつて著しく異なる。併し赤外線に就いて比較をとれば

物質	ϵ	n^2
石油	2.07	2.08
二酸化炭素	2.00	2.08

が得られる。

既に述べた如くに電氣感應度 D は電場 E と分極 P との和を表はし分極は物質の内部の電子と陽核との變位によつて生ずる。光の如くに電場が週期的に変化するとき電子と陽核との變位もまたこれに伴ひ従つて分極が週期的な變化をなすことは云ふまでもない。併しこの場合の電子と陽核との運動は電場によつて誘起せられる強制運動をなす故にその振幅は振動數に關係する。即ち分極の生ずる程度 $\frac{P}{E}$ 従つて電媒恒數 ϵ に當る $\frac{D}{E}$ が振動數によつて異なる。従つて光の屈折率 n が振動數に關係しなければならぬ。

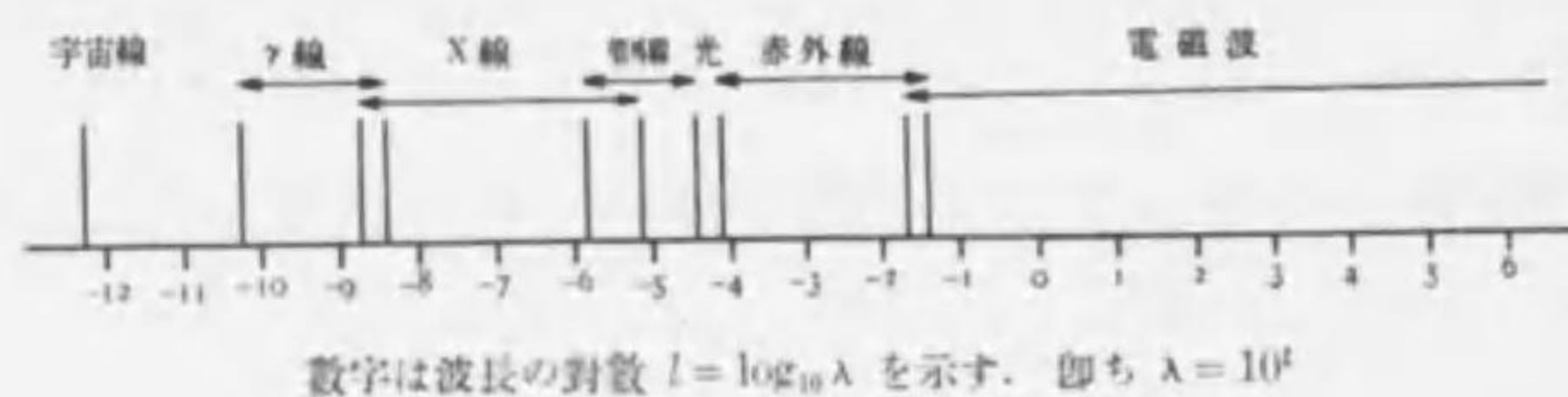
特に光の振動數が電子の自由振動の振動數に近いときには共振によつて著しい分極を生じ光の振動數がこれを遠ざかるに従つて分極の程度が減少する。 $\frac{D}{E}$ 即ち n^2 はこの自由振動の附近に於て大きく光の振動數がこれより小となるにつれて電媒恒數 ϵ に近づく。またこの自由振

動の振動数よりも光の振動数が大なるときには強制振動の位相が反対となるために分極が電場と逆に生ずる。⁽¹⁾ $\frac{D}{E}$ 即ち n^2 は 1 より小さく光の振動数が大となるにつれて次第に 1 に近づく。光の分散はこの如くにも説明せられる。

物質を熱して高温に至らしめればその中に含まれる電子と陽核との熱運動の烈しくなるに従ひその加速度によつて電磁波が生ずる。高温の物体が光を發することはこの理由によると考へられる。熱運動の烈しいほど加速度も大きく従つて輻射の量は増し平均としての振動数が大となり波長の短い光を多く發することになる。即ち低温のものは微弱なる赤外線を發し高温に至るに従つて白色に輝く。

普通の光及び赤外線と同じく紫外線も電磁波の一種なるは勿論なほその外に後章に述べる X 線 γ 線もまた電磁波に屬する。これ等各種の電磁波が著しく性質を異にすることは總て波長の差に基づく。いま諸種の電磁波についてその波長を挙げれば⁽²⁾

電氣振動による電磁波	∞	—	2×10^{-2} 浬
赤外線	2×10^{-2}	—	8×10^{-3}
光	8×10^{-3}	—	4×10^{-3}
紫外線	4×10^{-3}	—	1×10^{-4}
X 線	1×10^{-4}	—	1×10^{-9}
γ 線	1×10^{-9}	—	1×10^{-10}



第 8 圖

なほこの外に γ 線に類し更に著しく波長の短い線が空中の至る處に⁽³⁾

(1) SI 節参照。

(2) この分類は判然たる境界を有するものではない。

(3) この線の本性は未だ充分に明かでない。

見出される。この線は宇宙線と名づけられ恐らくは天體に於て發せられるものと考へられる。その波長は極めて短く最短のものは 10^{-10} 浬の程度と推定せられる。

178. 電磁波と偏光 前記 14 の電磁波では電場磁場が一定の方向に振動する。光の直線偏光は即ちこの如きものでなければならぬ。針金を以て格子を作りこれに電磁波を當てるに若し電場が針金に平行ならばこの中に電流を生じ恰も金屬板に於けると同様に電磁波は反射せられ通過するを得ない。然るに若し電磁波の電場が針金に直角なときにはその中に電流を生じないために恰もこの格子が無いと同じく電磁波はよくこれを通過する。電氣石は結晶軸の方向とこれに直角な方向とに於て原子の配列が著しく異なるために電場が結晶軸に直角なる光は著しく吸収せられ電場がこれに平行な光はよく通過すると考へられる。なほ二つの媒質の境界に於て反射屈折をなすときに生ずる偏光の現象を電磁波に於ける場合と比較して考へれば光の所謂振動方向は電場の方向に相當し偏光面と稱するものは磁場と光の進行方向とを含む平面に相當する。

互に直角な二つの直線偏光

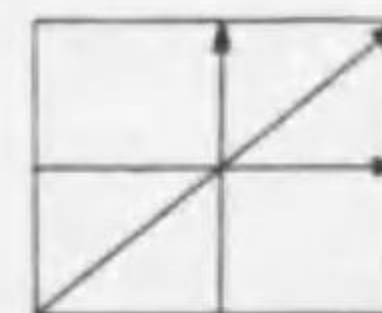
$$E_y = + \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} A' \cos 2\pi(\nu t - \kappa x - \delta')$$

$$H_z = + \frac{1}{\sqrt{\mu}} A' \cos 2\pi(\nu t - \kappa x - \delta')$$

$$E_z = + \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} A'' \cos 2\pi(\nu t - \kappa x - \delta'')$$

$$H_y = - \frac{1}{\sqrt{\mu}} A'' \cos 2\pi(\nu t - \kappa x - \delta'')$$

が合成せられた結果は位相の差 $\delta' - \delta''$ に關係する。この差が零なる場合には電場が $\frac{A'}{\sqrt{\epsilon}}$ と $\frac{A''}{\sqrt{\epsilon}}$ とを合成せる $\sqrt{\frac{A'^2 + A''^2}{\epsilon}}$ を振幅とし磁場は $\frac{A'}{\sqrt{\mu}}$ と $\frac{A''}{\sqrt{\mu}}$ とを合成せる $\sqrt{\frac{A'^2 + A''^2}{\mu}}$ を振幅とする一の直線偏光が生ずる。然るに一般の場合には合成電場と合成磁場とが恰も橢圓運動の如くに變化する。若しこの位相の差が $\frac{\pi}{2}$ となり且つ A' と A'' とが等しいときには圓運動に相當するものを生ずる。即ち各點に於ける電場磁場



第 9 圖

は一樣の強さを以て光の進行方向の周りに廻轉する。橢圓偏光または

圓偏光は之等の如きものと考へられる。

179. 光の壓力 マクスウエルの考へによれば光が物質に當つて反射吸収を受ける場合にはその物質に壓力を及ぼす。既に述べた如く電場磁場に於ては電力線磁力線に沿ふて引力が作用しこれと直角の方向に壓力が作用する。例へば物體の表面に直線偏光

$$E_y = \frac{A}{\sqrt{\epsilon}} \cos 2\pi(\nu t - \kappa x) \quad H_z = \frac{A}{\sqrt{\mu}} \cos 2\pi(\nu t - \kappa x)$$



第 10 圖

が垂直に入射しこれが悉く吸収せられる場合をとり表面の近くを考へるに電場磁場の二乗の平均は⁽¹⁾

$$\frac{A^2}{2\epsilon} \quad \frac{A^2}{2\mu}$$

この表面の單位面積に於ける壓力は第 19 章 33 第

20 章 22 により電場と磁場とによるものを併せて

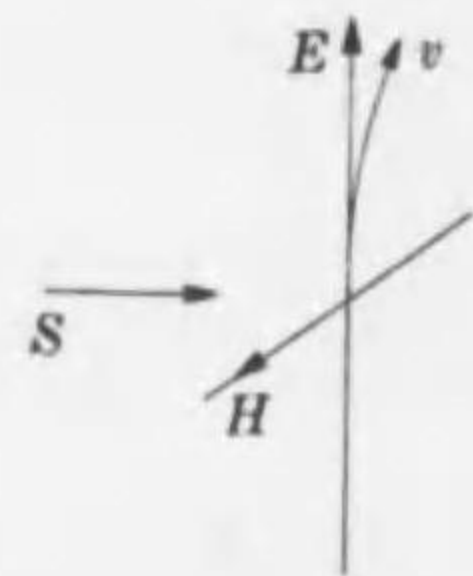
$$\frac{1}{8\pi} A^2 \quad 24$$

と表はされる。

電子論によつて考へるに光が物體に當つてその電場の作用により電子等の運動を生ずればその速度が磁場と直角なるため更にこれによつて力の作用を生ずる。圖に示す如くにこの力は光波の進行の方向と一致する。従つて物體は光によつて壓力を受けることになる。

物體が光を完全に反射するときにはその表面に接する電場は零となり磁場は二倍となるために壓力は二倍となる。また自ら光を發する物體は同様にして壓力を受ける。光の壓力は極めて小さいけれども高度の眞空の中に鋭敏なる振秤を置きその腕の兩端に軽い板を附けてこれに光

(1) $\cos^2\theta = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta)$ の平均は $\frac{1}{2}$



第 11 圖

S は電磁波の進行方向
v は正電氣を有する粒子が動かされる方向をあらはす。始めは電場に従つて上方に動き始めるけれども速度が大となるにつれ磁場の作用を受けて右方に曲る

を當てれば板の廻轉が認められる。

上記の 24 は壓力を表はすととも單位體積に含まれる電場と磁場とのエネルギーの和にも等しい。従つて光が物體の表面に垂直に入射するときその單位面積に對する壓力は光の單位體積に含まれるエネルギーに等しい。

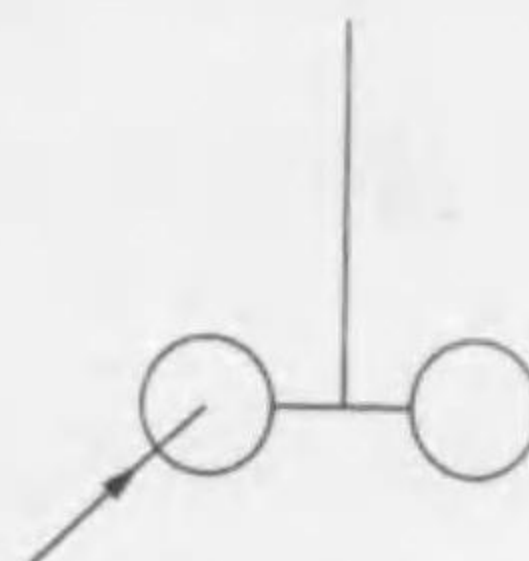
眞空に於ては光が單位時間に c なる距離を進む故に光線に垂直なる表面には單位面積につき

$$\frac{1}{8\pi} A^2 c$$

なるエネルギーが入射する。假にこのエネルギーが $\frac{1}{8\pi c} A^2$ なる質量に相當する慣性を有し速度 c を以て運動すると考へれば單位時間につき

$$\frac{1}{8\pi c} A^2 c = \frac{1}{8\pi} A^2$$

なる運動量が表面に入射することゝなり恰も上記の壓力を表面に及ぼす。また完全反射の場合には運動量の變化が二倍となつて壓力も二倍になる。垂直入射の場合のみならず一般に光の壓力の作用は光が慣性を有する微粒なる如くに生ずる。例へば斜に入射する場合には壓力の作用も少くまた完全に透過するときには壓力が現はれない。U なるエネルギーは $\frac{U}{c}$ なる質量を有すると考へてよい。

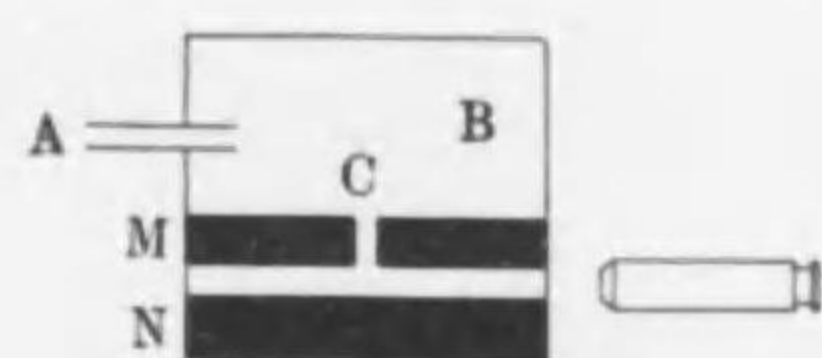


第 12 圖

第二十七章 陰極線とX線

180. 電子と陽核の荷電 既に述べた如く原子は一個の陽核とその周囲を繞る電子の一群とより構成せられ各電子の帯びる負電氣の量は總て同じく陽核の帯びる正電氣の量はその整数倍に相當する。従つて電子一個の荷電は物體の荷電として最小の單位をなし正負何れの帶電も必ずこの量の整数倍として現はれなければならない。このことは次の如き實驗によつても確證せられる。

圖の如くに二枚の金屬板MNを上下に相對せしめこれを電池の兩極



第1圖

に繋いで兩板の間に強い電場を生ぜしめる。また霧吹によつて油水銀グリセリン等の蒸發し難い液體の微滴をBの中に散布すれば滴は各々大きさに相當する一定の速度を以て落下する。その微滴の一個が小孔Cを経て兩金屬板の間に入り來つたとき側面からこれを照し顯微鏡によつてその位置を測定する。

兩板の間に電位差がないときには小滴が重力と空氣の抵抗とを受けて落下する。併し小滴は噴出の際に摩擦によつて帶電するために兩板の間に強い電場を作用せしめれば重力に逆つて小滴を上昇させることができる。

小滴がたゞ重力と空氣の抵抗とを受けて落下するときには滴の速度がその大きさによつて定められる。50節に述べた如くに半径 a 質量 m なる球形の物體が重力 mg の作用によつて氣體の中を落下するときの速度は

$$v = \frac{mg}{6\pi a \eta} \quad 1$$

但し η は氣體の粘性係数を表はす。球の密度を ρ とすれば

$$m = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho$$

なるによつて

$$m = \frac{9\pi v \eta}{g} \left(\frac{2e\eta}{g\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \quad 2$$

即ち落下の速度を測れば小滴の質量が知られる。

また滴が上昇する場合には重力 mg と電場 E より受ける力 eE とは反對の方向に作用するために上昇の速度は

$$v' = \frac{eE - mg}{6\pi a \eta} \quad 3$$

1.3より小球の荷電は

$$e = \frac{mg}{E} (v + v')$$

2より

$$e = \frac{9\pi \eta}{E} \left(\frac{2e\eta}{g\rho} \right)^{\frac{1}{2}} (v + v') \quad 4$$

よつて e が求められる。

斯くして多數の小滴について測定せる結果によれば小滴の荷電は常に一定量に等しいか或はその整数倍としてのみ現はれ決してその中間の荷電の現はれることがない。その最小の電氣量は

$$4.770 \times 10^{-10} \text{ 靜電單位}$$

と測定せられる。⁽¹⁾電子一個の荷電もこれに等しくなければならない。

斯くして最小荷電を知ればこれによつて種々の量を計算することができる。水素イオン H^+ は水素の原子が電子を失つて陽に帶電したものに外ならない。1瓦原子を電解によつて析出せしむるに96494クーロン即ち 28928×10^{10} 靜電單位の電氣量を要する故に水素1瓦原子の中に含まれる原子の數 L は

(1) 球の半径が小さいために多少の修正を要する。

(2) 200節に述べる方法によればこれよりも稍大なる値

$$4.810 \times 10^{-10} \text{ 靜電單位}$$

が得られる。

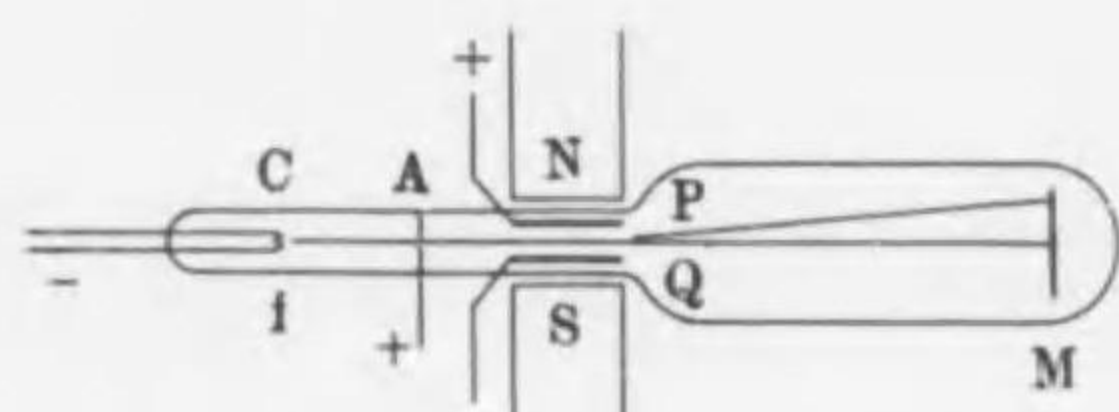
$$6.06 \times 10^{23}$$

でなければならない。他の元素に於ても 1 瓦原子の原子の数は總てこれに等しい。また水素 1 瓦原子の質量 1.0078 瓦をこの数にて割れば水素原子の一個の質量が

$$1.662 \times 10^{-24} \text{瓦}$$

と計算せられる。他の元素に於ては原子の質量が原子量に比例して大きい。

181. 陰極線 圖の如き真空の硝子管にタングステンの細線 f を封



第 2 圖

入し之に電流を通じ白熱して熱電子を逸出せしめる。またこれと相對して電極 A を封入し電池またはその他の方法によつて A を正とし f を負として大なる電壓を與へれば f より

逸出する電子が A に引かれ速度を得てその上に落ちる。若し A に細孔があれば電子の一部はこれを通過して後方に進行する。この如き真空管をブラウン管と名づけ A を陽極 f を陰極と云ひこの電子の流れを陰極線と名づける。その正面に寫眞乾板 M を置けば陰極線はこれに當つて感光作用を生じまた硫化亜鉛の如きものを置けばその上に螢光が現はれる。

今 f と A との間の電位差を V とすれば荷電 e なる電子が f より A に至る間に電場によつてなされる仕事は eV に等しい。電子の質量を m この仕事によつて得る速度を v とすれば

$$\frac{1}{2} m v^2 = eV \quad 5$$

即ち

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}} \quad 6$$

またこの管の中に二枚の金属板 PQ を圖の如く上下に置き電池の兩極に繋いで兩板の間に電場を作れば電子は電場によつて速度に垂直の

力を受けるために陰極線が上に向つて彎曲する。その彎曲の程度は一方に於て電子の有する荷電により他方に電子の質量と速度とに關係する。

このとき電子が電場より受ける力は上に向ひ水平の方向には力が作用しないために水平の分速度は變化しない。初めの速度を v とし PQ 兩板の長さを a とすれば電子が電場の中を通過するに要する時間は $\frac{a}{v}$ 従つて電子の荷電を e 質量を m とし電場の強さを E とすれば電子は電場から eE の力を上方に受けてその方向に

$$\frac{eE a}{m v}$$

なる速度を得そのために陰極線が

$$\frac{eE a}{m v^2}$$

なる角だけ偏倚する。 PQ の中央から M に至る距離を l とすれば M に於て生ずる上下の變位は

$$\frac{eE a l}{m v^2} \quad 7$$

で表はされる。

次に磁極 NS をこの管の傍に置き電場の代りに磁場を上下に作用せしめる場合を考へれば電子が磁場より受ける力は圖の面に垂直に前方に向ふ。磁場の強さを H とすればこの力は

$$\frac{e}{c} v H$$

で表はされる。⁽¹⁾ この場合には速度の大きさが不變に保たれ方向のみが變化する。併し方向の變化が小さければ水平の分速度は殆ど不變と見做し得べく力は常に前方に作用すると考へてよい。前と同様にして M に於て生ずる變位は

$$\frac{eHb l}{em v} \quad 8$$

になる。但し b は電子の通過する磁場の長さを表はす。

⁽¹⁾ e は静電單位 H は電磁單位で表はす。

若し電場と磁場とを上下の方向に同時に作用せしめれば磁場による變位 x と電場による變位 y とが次式で表はされる。

$$x = \frac{eHb}{cmv} l \quad y = \frac{eEa}{mv^2} l$$

従つて

$$\frac{e}{m} = \frac{e^2 a E x^2}{b^2 l H^2 y} \quad 9$$

なる関係がなければならぬ。電子の速度が種々なる場合には M の上に 9 に相當する拋物線をなして現はれる。

斯くして電場磁場を作用せしめたときの陰極線の偏倚を測ればこれから電子の荷電と質量との比を求めることができる。荷電は既に知られたる故に質量が計算せられる。電子一個の質量は

$$9.02 \times 10^{-31} \text{ 瓦}$$

と測定せられ即ち水素原子の質量の約 $\frac{1}{1800}$ に相當する。電子の質量は斯く小なるゆゑ原子の質量は殆んど全く陽核に屬する。

182. 電磁的質量 一般に帶電した物體が靜止の状態にあるとき各部分の荷電は相互に斥力を及ぼすけれどもその力は總和に於て互に相殺しそのために全體としての運動を生ずることはない。また帶電體が一樣な運動をなすときにも帶電各部の相互の作用は物體の運動に關係しない。

併し帶電體が加速度を有するときには著しく狀況を異にする。前章



第 3 圖

にも述べた如く荷電が加速度を以て動くときにはその周圍に加速度と反對の方向に向ふ電場を生ずる。⁽¹⁾ 従つてその電場にある他の荷電はこれによつて力の作用を受けること云ふまでもない。帶電體が加速度 u を有するときその一部 A に於ける荷電による電場が他部 B に作用し B に於ける荷電による電場が A に作用するため

に帶電體は全體として加速度と反對の方向に力を受ける。その力の大

⁽¹⁾ 前章第 5 圖参照。

さは加速度に比例し且つ物體が現に有する速度が小さいときにはこれに關係しない。この力は常に加速度と反對に生じ速度が増減するを妨げる方向に作用する。従つて外から力を加へて帶電せる物體に加速度を與へるときには物體の慣性に相當する力の外になほこの電磁的の作用に對する力を作用せしめるを要する。即ち物體に荷電があればその慣性を増し恰も質量が増加するに同じい。よつてこの如き慣性に相當する質量を**電磁的質量**と名づける。

この質量は物體の荷電の量に作ふこと勿論であるけれども一定の荷電に對してもなほ物體の大小に關係する。一般に荷電が密集した場合に大きく荷電が稀薄な場合には小さい。例へば物體が半徑 a なる球形をなしその表面に荷電 e が一樣に分布した場合にはその電磁的質量が

$$m = \frac{2}{3} \frac{e^2}{ac^2} \quad 10$$

と計算せられる。

斯く考へれば電子と陽核とはその荷電のために電磁的質量を有しななければならぬ。假にこれを球としてその表面に荷電が一樣に分布したものと考へ前節と前々節に述べた質量から計算すれば電子の半徑は 1.88×10^{-13} 釐となり水素の陽核の半徑は 1.01×10^{-10} 釐の程度と推定せられる。然しなほ他の作用による慣性があれば半徑がこれより大きくなければならぬ。且つまた電場磁場の分布が電子と陽核との極めて近くに於ても完全に推測の如くなるか否かは疑はしくマクスウエルの方程式も多少の修正を要すると考へられる。故に電子と陽核との半徑についてはたゞ概略の推測をなし得るに過ぎない。⁽¹⁾ 尚ほまた後に述べる如く水素以外の原子の陽核は複雑な構造を有するけれども種々の研究の結果によればその半徑は 10^{-12} 釐を越えないと考へられる。

電磁的作用によつて慣性が現はれることはその原理に於て第 24 章に述べた自己感應の現象と一致する。帶電體の速度が増減すればその周

⁽¹⁾ 後章に述べる如くに電子と陽核との本性には不明の點があつて之等の大きさについて明瞭な定義を下すことも困難である。

圍に伴ふ電場磁場のエネルギーが増減する。帯電體の速度を増すために外から加へる力のなす仕事は周圍の電場磁場のエネルギーを増すに用ひられる。また物體が速度を失ふときには周圍の電場磁場のエネルギーにより外から作用する力に逆つて仕事をなすことになる。たゞ加速運動には電磁波の輻射を作ふために仕事の一部が常にこれに費される。加速度が甚しく大ならばこれに費される仕事もまた大きいけれども加速度が小ならば仕事の大部分は周圍の電場磁場のエネルギーの増減に相當する。

帯電體の加速度によつて生ずる電場磁場が自身に作用する力は物體の速度が小さい場合には殆どこれに關係しないけれども速度が大きいときはこれに關係し一定の加速度に於ても現在の速度の大小によつて異なる。且つまたその速度と平行に加速するときと直角に加速するときによつても差を生ずる。即ち電磁的質量は速度に關係し且つ速度に對する加速度の方向にも關係する。帯電體の速度が光の速度に較べて小さい範圍ではこの如き關係が著しくないために電磁的質量も全く一定と見做し得るけれども帯電體の速度が光の速度に近いときには電磁的質量は甚しく増加する。

183. 氣體の電氣傳導 一般に普通の狀態の氣體は殆ど游離荷電を含まず氣體の中に二つの電極を置きこれに電位差を與へても電流は通じないけれども兩極の間の電場を強くして或る値に達せしめれば遂にその間に火花放電を生ずる。兩極間の電位差の一の値に對して放電の生じ得べき最大の距離を**放電距離**と名づける。放電距離は電極の形に關係し滑かな球形の電極では放電を生じ難く針狀の電極では放電を生じ易い。また氣體の種類と壓力とによつても異なるけれども例へば通常の空氣に於ては針狀の兩極の間の距離1厘米に對する放電の最小電壓が凡そ9000ボルトに近い。

氣體が電離して正負のイオンが浮游するときこれを二つの電極の間に置けば正のイオンは陰極に向ひ負のイオンは陽極に向つて動き電流を生ずる。この場合にイオンは電場によつて引かれるためにその速度

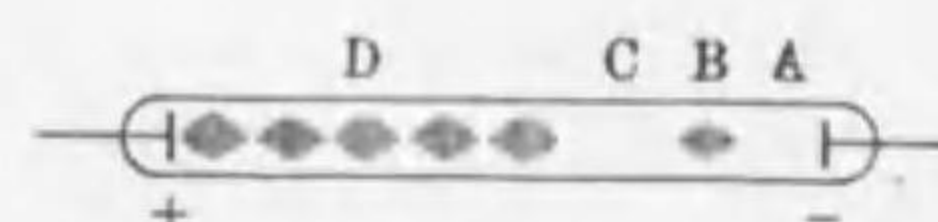
が次第に増すべきであるけれども絶えず他の分子と衝突するために電場の作用によつて得た速度を失ふ。従つてイオンの速度は甚しくは増加せずたゞ平均として一定の速度で移動する。電極の間の電位差を増せばイオンが他の分子と衝突する以前に得る速度が増加するためにイオンの移動する平均速度が増大する。

併しながら電場が極めて強大となればイオンが短い距離を動く間にも極めて大きい速度を得ることとなりその大なる速度を以て他の分子と衝突する結果その分子が破壊せられて新にまた正負のイオンを生ずる。そのイオンはまた他の分子と衝突して更にイオンを生ずるためにイオンの數は急に増加し遂に電極の間に烈しい電流を生じて火花を作ふ。總て氣體の中には微量のイオンが浮游するを常とするため電場が或る強さに達すれば必ずこの如き放電を生ずる。

このときイオンが他の分子と衝突するまでに電場の作用を受けて得る速度はその衝突までの時間に比例する。氣體の壓力が高く平均自由行路が短ければこの時間は短く逆に壓力が低く平均自由行路が長ければこの時間が長い。従つて壓力が高ければ放電を生じ難く壓力が低ければ放電を生じ易い。且つ放電に要する電場の強さは氣體の分子が破壊せられることの難易にも關係し水素に於ては空氣に於けるよりも放電を生じ易い。

硝子管の中に二つの電極を封入して管内の空氣を漸次に稀薄ならしめれば放電電壓が氣體の壓力の減するに従つて小となり遂には線狀の火花をなさず管の大部分に亘つて

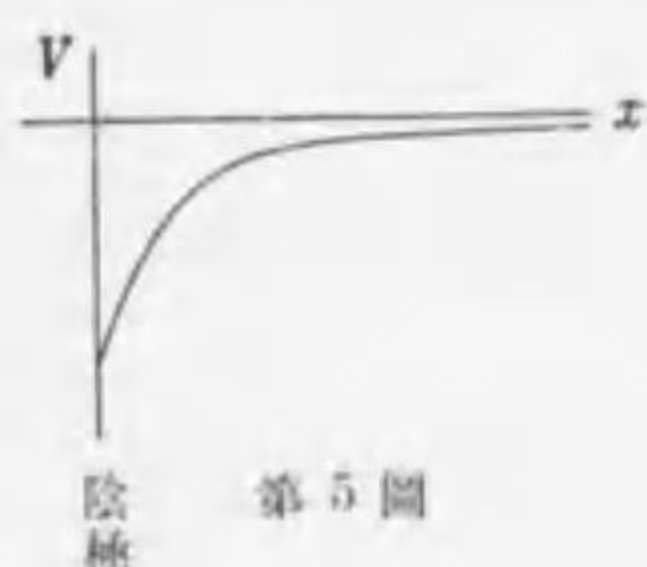
輝く光が現はれる。先づ陰極の周圍の暗黒部Aに次いで陰光と稱する微光Bあり更に第二の暗黒部Cを経て陽光と稱する光輝Dが現は



第4圖

れる。この部分では明暗が交互に鱗狀をなしてその一端は陽極に達する。陽光の色は管内の氣體の種類によりその氣體に特有の輝線スペクトルが現はれる。この種の管を**ガイスレル管**と名づける。

184. 真空放電と陰極線陽極線 ガイスレル管内の氣體を更に稀薄にすれば鱗狀の光は漸次にその數を減じて遂に消滅するとともに放電電壓が再び高くなる。管内の壓力がこの如き程度に達したものをクルツクス管と名づける。この管に於ては陽イオンが大なる速度を以て陰極に衝突するために陰極の表面から電子が逸出しこれが陰極よりの斥力のためまた高速度を以て陽イオンと反對に動き陰極線を生ずる。これが管壁の硝子に當れば緑色の螢光を發しその中途に障礙物を置けばその後影を生ずる。陰極線を受ける壁に極めて薄い金屬板を用ひればこれを透してこの線を管外に取出すことができる。これをレナルド線とも稱する。



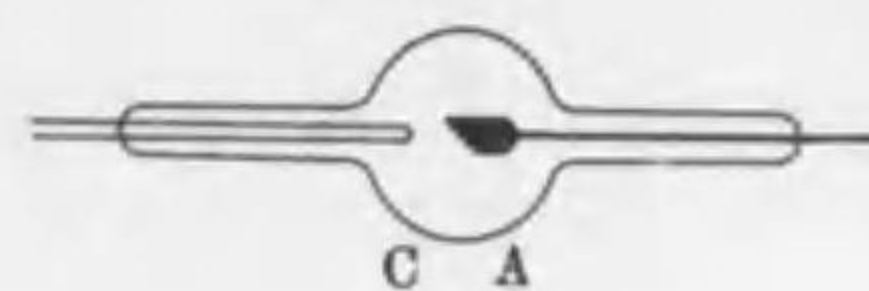
第5圖

於て甚しい勾配を有し従つて強い電場は殆どこの部分のみに限られる。氣體の中のイオンと陰極より逸出する電子との大なる速度は主としてこの部分の電場によつて得られる。この電場は陰極の表面に垂直なるため陰極線は陰極に垂直に射出せられる。陰極線を得るためにこの種の管を用ひることも少くない。181節のブラウン管の陰極としてたゞ一枚の板を用ひ管内に適量の氣體を残して放電せしめれば同様の作用をなさしむることができる。

真空管の陰極として多數の細孔を有する板を用ひれば陰極の小孔を通つて陽極と反對の側に光芒の生ずるを認める。これを陽極線と名づける。陽極線は高速度を有する陽イオンより成り電場磁場を作用せしめれば陰極線と反對に彎曲する。陰極線に對すると同様にしてこの線の偏倚を測定すれば陽イオンの荷電と質量との比を求めることができる。

185. X線 陰極線が物體に當るときは高速度の電子が物體を構成する原子に當つて急にその速度を失ふため電磁波の輻射を生ずる。これをX線と名づける。通常これを得るには次圖の如き真空管を用ひて

陰極Cより發する陰極線を金屬塊の陽極Aの上に集中せしめる。この



第6圖

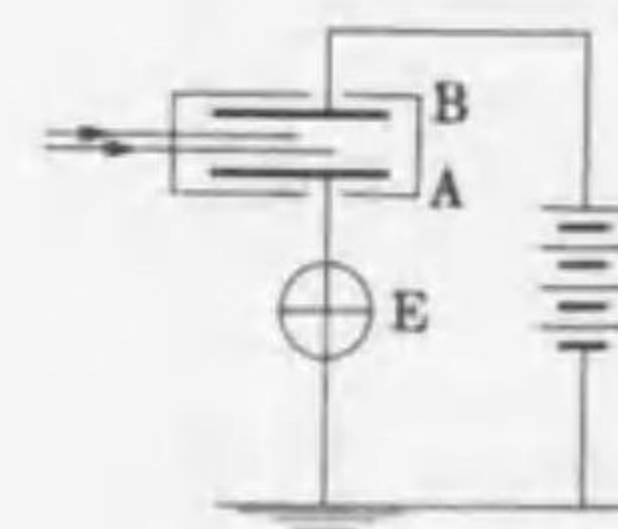
陽極を對陰極とも名づける。兩極の電壓を數萬ボルトならしめれば對陰極の上の陰極線の當る處からX線を生ずる。

X線は對陰極から四方に直進しその速度は光の速度に等しい。これが物體に當つて吸収せられれば熱を生じ寫眞の感光作用を呈した特殊の物質に當るとき螢光を發せしめ種々の點に於て光または紫外線と共通の性質を有する。併しその著しい特性として普通の光に對して不透明なる物質をもよく通過する。一般にX線が物質を通過し或はこれに吸収せられる程度は物質の密度とこれを構成する元素の原子番號とに關係し大體に於て密度と原子番號とが大なるほど吸収が著しい。また真空管の兩極の間の電壓が低いときに生ずるX線は吸収せられること甚しく電壓が高いときに生ずるものは物質をよく通過する。

X線が物體に當るときその物體がまたX線を發する。この現象は後に述べる如く二種の作用によつて生じその一は恰も光の散亂に相當し他の一は螢光に相當する。第一の作用によつて生ずるX線を散亂線と云ひ第二の作用によつて生ずるX線を螢光線と稱する。これ等の兩者を併せて二次X線と云ひこれに對し最初のX線を一次X線と稱する。

X線が物質に吸収せられるときには熱を生ずる故に特殊のボロメーターを用ひてX線の量を測定することができる。併し通常は主として次の方法を用ひる

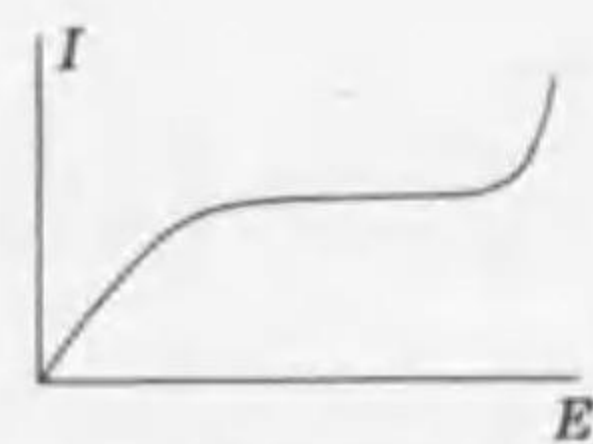
X線が氣體に當ればこれを電離して正負のイオンを生ずる。二つの金屬板A Bを圖の如く空氣を距て、相對せしめ兩極の間に電位差を與へX線をその中間に入射せしめれば電流を生ずる。Aを電氣計Eに繋ぎBを高電位に置けばBの荷電



第7圖

は空気を経てAに移る。単位時間にAに移る荷電を測ればBよりAに流れる電流が求められる。この電流はX線によつて生ずるイオンの数に比例し従つてX線の強さに比例する。故に電気計の指度の變化する速さによつてX線の強さを知ることができる。場合によつてはBを箱の外壁としAとしては金属棒を絶縁して箱の中に置く。この如き装置を電離槽と名づける。

兩極の間の電場が弱ければ正負のイオンが各々ABに達するまでに長い時間を要しその間には正負のイオンが相引いて再び通常の分子に歸るために實際に兩極に達するイオンはたゞ一部に過ぎない。併し電場が強ければイオンは生ずるや直にAまたはBに達するためにその間に再び通常の分子に歸ることがない。X線によつて生ずるイオンの全部が兩極に達する。従つてAB間の電流は単位時間に生ずるイオンの数によつて定められる。即ちX線の強さのみによつて定まり兩極の間の電場には關係しない。従つて兩極の間の電場Eと電流Iとの間の關係は略々圖に示す如くに電場の或る強さに於て電流が電場と殆ど無關係の値に達する。この電流を飽和電流と名づけX線等の強さの測定には多くこの飽和電流を用ひる。通常状態の空氣に於ては電場の強さが約 100 ボルト cm^{-1} に於て飽和に達する。



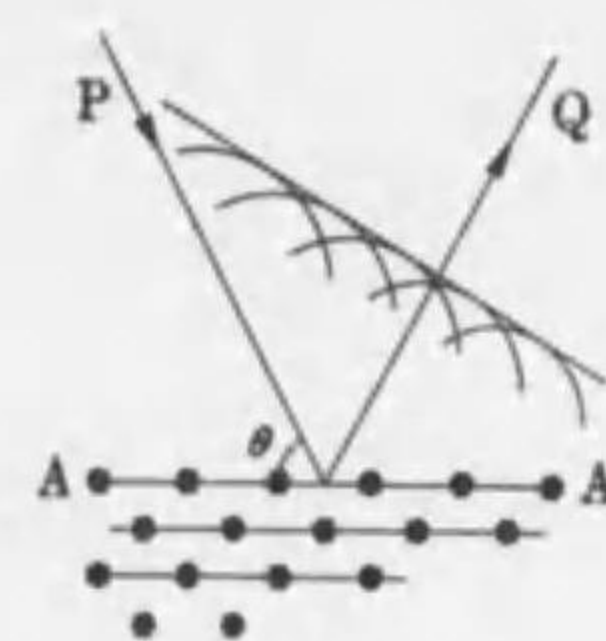
第8圖

兩極の間の電場を更に強くして殆ど火花放電を生ずる状態に近づければ既に述べた如くイオンが衝突によつてその数を増し再び電流が増加する。この場合は微量のX線によつても相當の電流を生ずる故に特に微弱なるX線の測定に應用せられる。

186. X線の干渉 X線は電磁波の一種に屬すること光と同様であるけれどもその波長は更に小なるために細隙に於ける廻折の現象は光の場合の如くに著しくない。併し次節に述べる如くに廻折格子に於て干渉を認めることができる。

X線が結晶體に當れば結晶の中に規則正しく整列する原子から散亂

する二次線が重なり合つて干渉の現象を現はす。いまAAなる原子の整列面にX線がPの方向より入射する場合を考へるに之等の原子に當



第9圖

つて散亂する二次波は各々その原子を中心として擴がり互に重なり合ふ結果として圖の如くに一の反射波を形成する。この場合に二次波はたゞAA面の中なる原子の位置のみを中心として生ずるけれどもこれ等の重なり合ふ結果は少しく遠くに於て全く平面波と見做すことができる。恰もこの整列面が一様な反射を生ずるに等しい。同様にしてBB CC 等

の整列面よりも反射せられ多數の反射波が同じ方向に生ずる。單に一面のみの反射は極めて弱いけれども多數の整列面よりの反射が助け合ふときには強い反射が現はれる。

今この入射線Pと反射面との間の角を θ としbよりPに至る垂線の足をnとすればAA BB 兩面よりの反射波の徑路の差は

$$\delta = ab - an$$

然るに兩反射面の間隔をdとすれば

$$an = ab \cos 2\theta \quad ab \sin \theta = d$$

によつて

$$\delta = 2d \sin \theta$$

δ がX線の波長 λ の整数倍に等しい方向に於てはこれ等の反射波が互に相助ける。CC DD の面よりの反射についてもまた同じ。即ち

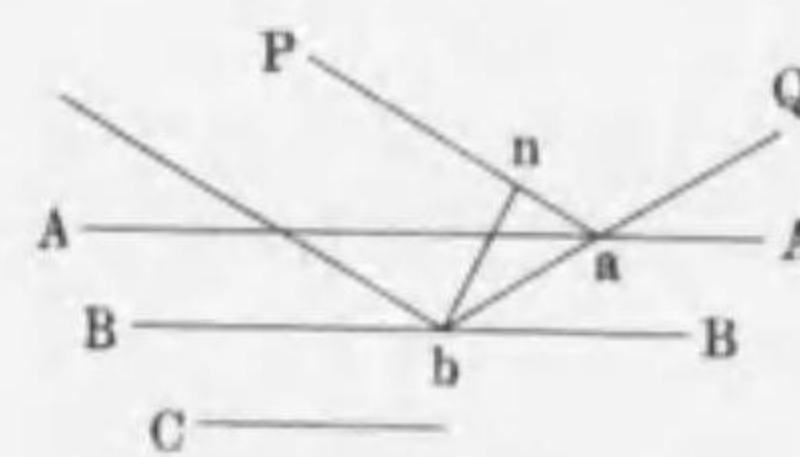
$$2d \sin \theta = n\lambda$$

11

の方向に於ては無数の整列面から反射するものが悉く相助けて著しく強い反射を生ずる。

この反射は通常の光の反射と異なり結晶の表面のみならず内部に於

(1) $\delta = ab(1 - \cos 2\theta) = 2ab \sin^2 \theta = 2d \sin \theta$



第10圖

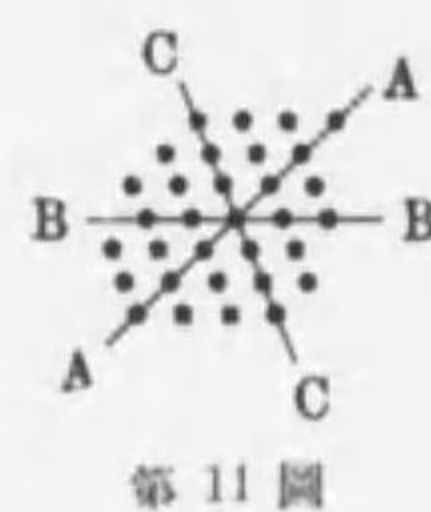
でも生ずる。また角 θ に於て反射するX線は n によつて定まる波長を有するものに限り他の波長のは全く反射を生じない。若し他の波長のX線を反射せしめんとすれば他の適當の角で入射せしめなければならない。

但しこの反射を生ずる角はたゞ一には限らない。 n が 1 2 なるに従つて n から定まる θ は

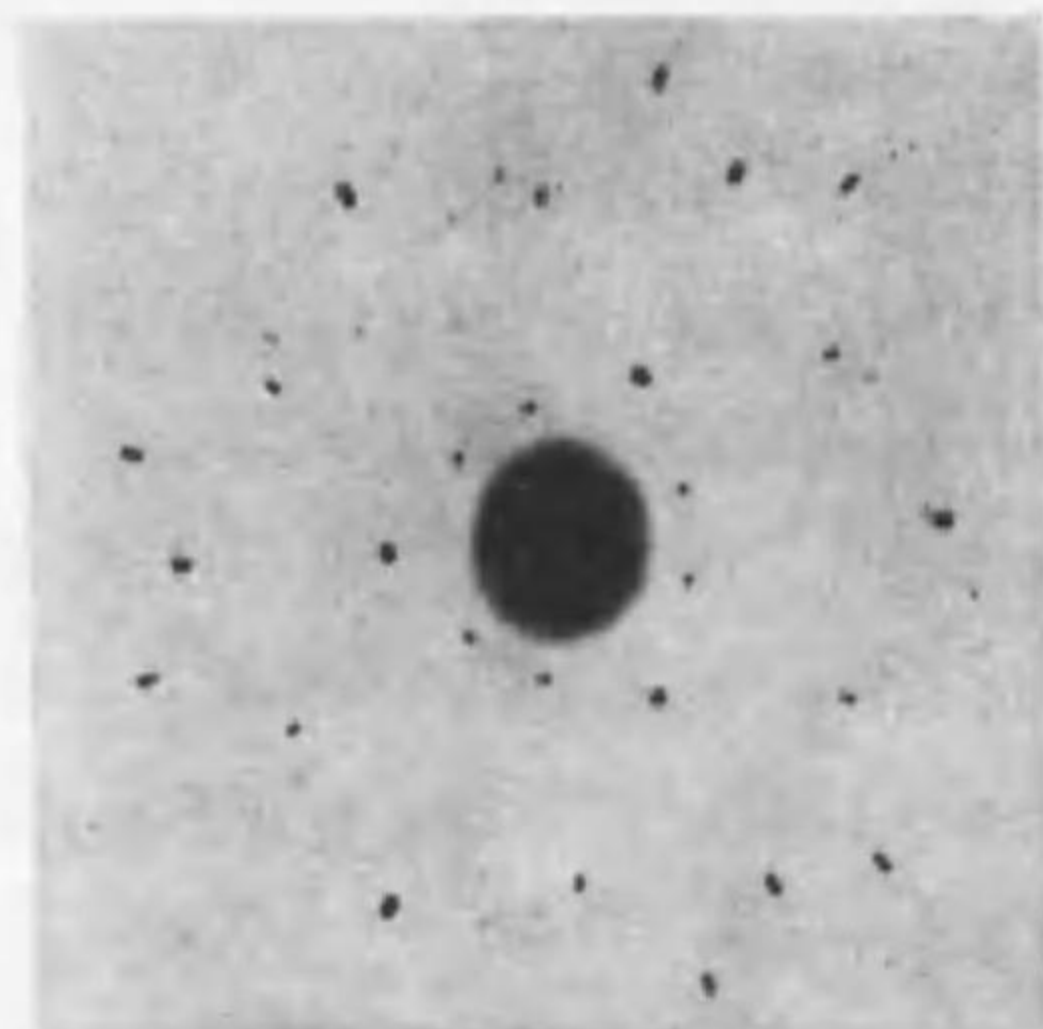
$$\sin^{-1} \frac{\lambda}{2d} \quad \sin^{-1} \frac{2\lambda}{2d} \quad \dots$$

に等しい。これ等の場合の反射を一次二次等の反射と稱する。

併しながら原子の整列面は種々の傾きに考へることが出来る。例へば左圖の AA BB 等は總て各々整列面と見做し得られる。また普通に得られるX線は種々の波長のものを含むこと宛も白色の



光に類する。この如きX線を結晶に入射せしめれば各々の整列面がその間隔と傾きとに應ずる波長のものを選んで反射する故同時に無数の方向に反射を生じ結晶の後に寫眞乾板を置いて之等を受ければ右圖の如くに多数の黒點が現はれる。この黒點をラウエ斑點と稱する。



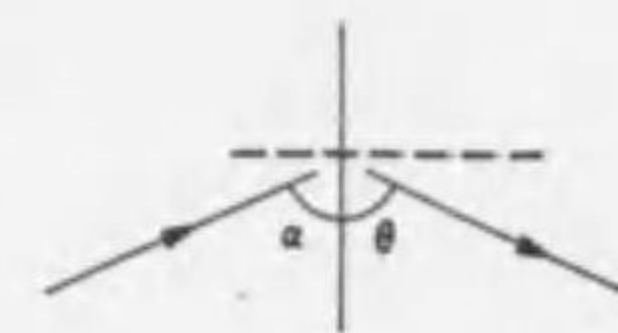
第 12 圖

金剛石の正八面體の面に垂直にX線を入射せしめたるもの。中央の黒點は直接に結晶を通過し來るX線によつて生じ周圍のものは反射したX線による。

187. X線スペクトル X線の波長は多く結晶に於ける干渉によつて測定せられるけれども通常の廻折格子もまたこの測定に用ひられる。既に第17章12に示した如くに光が廻折格子に斜に入射するとき生ずる干渉光の方向は

$$a(\sin\theta - \sin\alpha) = m\lambda$$

で定められる。 a は格子の線の間隔を表はし α と θ とは圖の如くに入射線と干渉線との格子に對する傾きを表はす。この式より



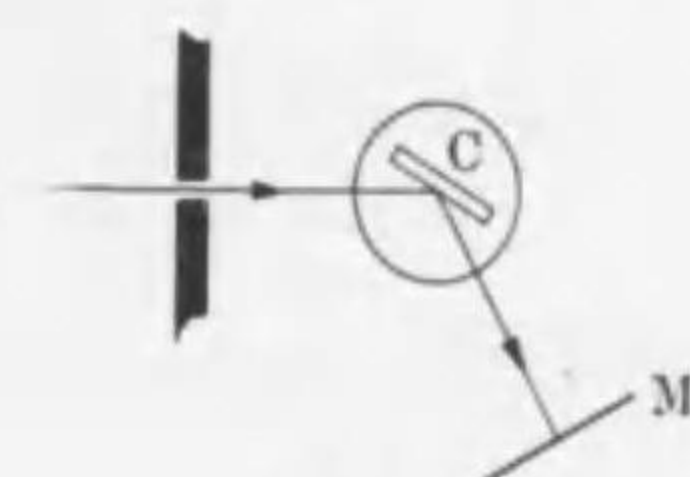
第 13 圖

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{a \cos\theta}$$

θ を $\frac{\pi}{2}$ に近くすれば分散度は極めて大きい。即ち波長 λ の微小なる變化に對しても干渉線の方角の變化が大きい。X線に對しては平面格子または凹面格子を用ひその面に平行に近く入射せしめて干渉の方角を測定する。

結晶に於けるX線の反射は n に従つて生ずる故に原子の整列面の間隔 d と反射の角 θ とを知ればこれによつて波長 λ が求められる。 d は後章に述べる如くにその結晶の密度と原子の質量とによつて計算せられる。

分光器のプリズムの位置に結晶を置きその前に細隙を置いて細いX線を結晶に當て結晶を廻轉すればこれが入射線と所定の角をなすに至



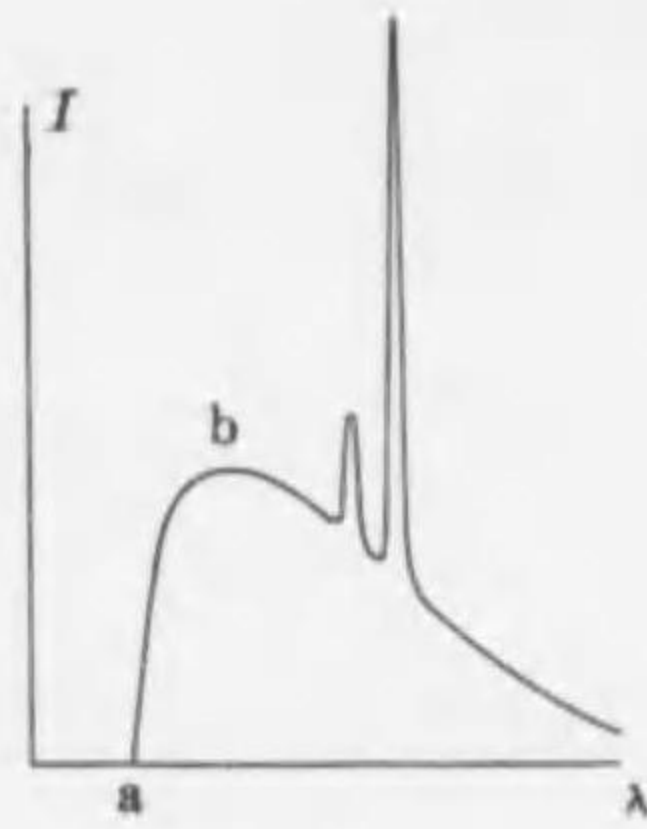
第 14 圖

つて反射を生ずる。左圖の如くに寫眞乾板 M を置けばその上に線が現はれる。その位置は波長 λ によつて異なり種々の波長のX線が同時に入射するときは各波長のものが漸次に乾板の上に現はれスペクトルを生ずる。これ等の關係は廻折格子

によつて光のスペクトルが現はれると異なる。たゞ廻折格子では一の傾きに於て總ての波長に對するスペクトルが得られるけれどもこの場合には結晶を廻轉しなければならない。一の傾きに於てはたゞ特定の波長に對する反射のみが現はれる。

上記の乾板の代りに電離槽を置き結晶から反射するX線の強さを測ればスペクトルの各部の強さを比較することができる。次圖は斯くして得られたX線スペクトルの一例を示す。このスペクトルは最小波長

a に始まり b に於て最大の強さを有しその後次第に減少する。その波長と強さとの関係は黒體輻射に於ける関係に類する故にこの如き X 線を白色 X 線と名づける。



第 15 圖

X 線を發生する真空管の兩極の電圧が高い場合には最小波長も最強部分の波長も凡て短く平均の波長が短い。これに反して兩極の電圧が低いときには全體として波長が長い。最小波長 λ は兩極の間の電位差 V に逆比例し

$$\lambda V = C \quad 12$$

と表はされる。 λ を V を靜電單位で表せば C は 4.12×10^{-7} と測定せられる。⁽¹⁾ 普通に X 線と稱するもの λ 波長は約 $0.1 - 1 \times 10^{-8}$ 厘米の範圍に屬し光の波長の約 $\frac{1}{10000}$ に相當する。従つて振動数は甚だ大きく 10^{18} 秒⁻¹にも達する。なほ廣く X 線と稱する範圍には波長が 100×10^{-8} 厘米の程度のものまでも含まれる。

第 15 圖に示した如くに多くの場合には白色 X 線の中の二三の個處に著しく強い線が現はれる。これに対する波長は對陰極を作る元素によつて定まり X 線を發生せしめるときの他の狀況には關係しない。また對陰極を作る元素の化學的狀態の如何にも殆ど關係なく若し對陰極に二三の元素が含まれる場合には之等に対する線が同時に現はれる。この X 線を元素の特性 X 線と名づける。

特性 X 線のスペクトルは普通の光に於ける輝線スペクトルに相當し光のスペクトルを紫外線の範圍を越えて更に波長の短い側に延長せる部分に外ならない。これを通常の輝線スペクトルに比較すれば著しく簡単なことが認められる。即ち多數の線は K L 等の數個の群となつて現はれ且つその線の配列は何れの元素に於ても殆ど相等しい。た

(1) λ を 10^{-8} 厘米 V をボルトで表せば

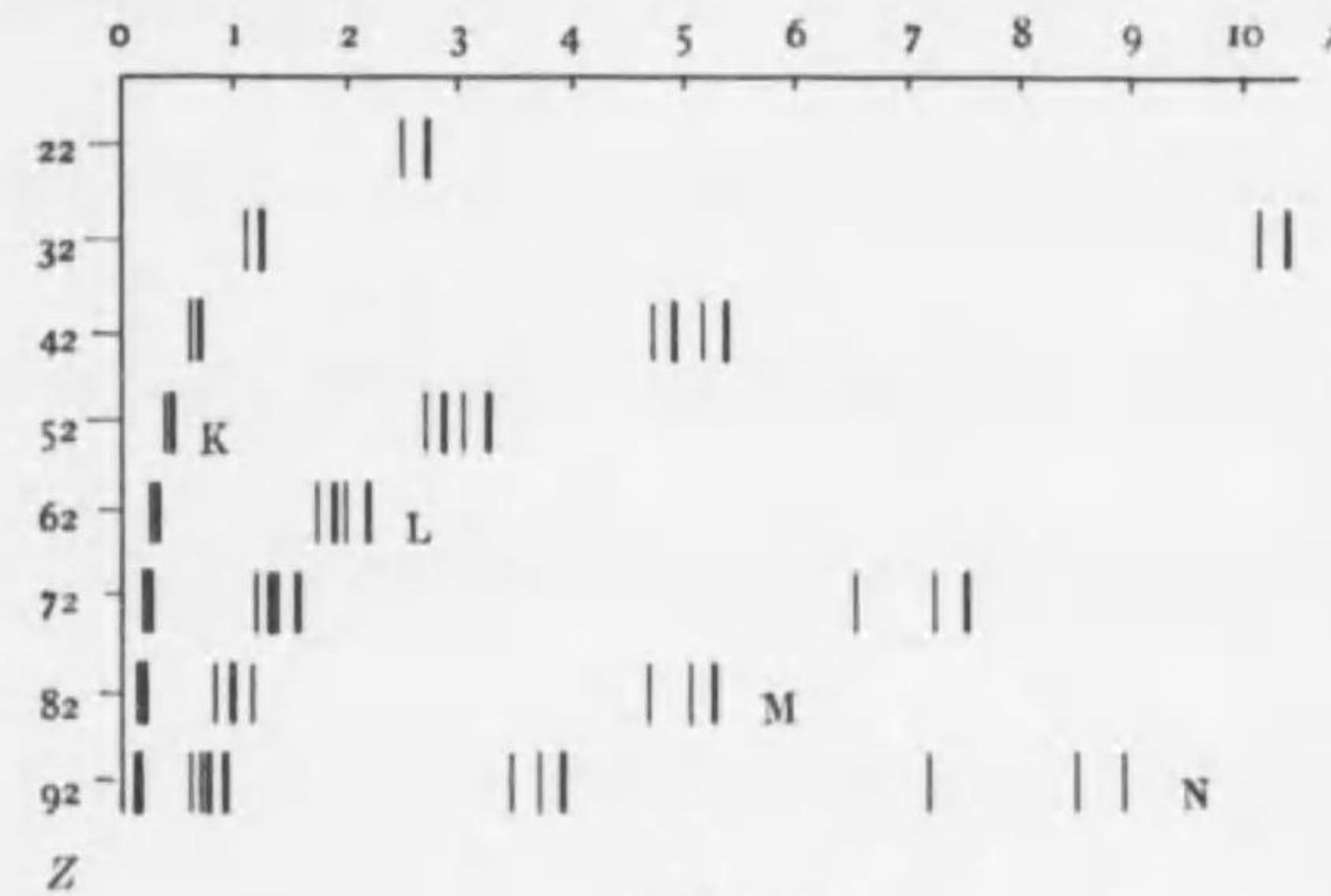
$$C = 12345$$



第 16 圖

波長の單位は 10^{-8} 厘米

原子番号が大ならば各線の波長が短く原子番号が小ならば各線の波



第 17 圖

Z は原子番号 λ は波長、波長の單位は 10^{-8} 厘米

長が長くその關係は極めて規則正しい⁽¹⁾。これがために X 線スペクトルは普通の光のスペクトルと同様に化學分析に應用せられる。既知

の元素を指示し得るのみでなく未知の元素についてもその波長によつて原子番号を推定することができる。

188. X 線の吸収 強さ I なる X 線が或る物質の中で dx なる距離を進む間の減少は

$$\mu I dx$$

と表はされる。従つてその強さ I と初めの強さ I_0 との間の關係は

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

(1) 例へば K 系に屬する最強の線 K_{α} の波長 λ は

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{3}{4} R (Z-1)^2$$

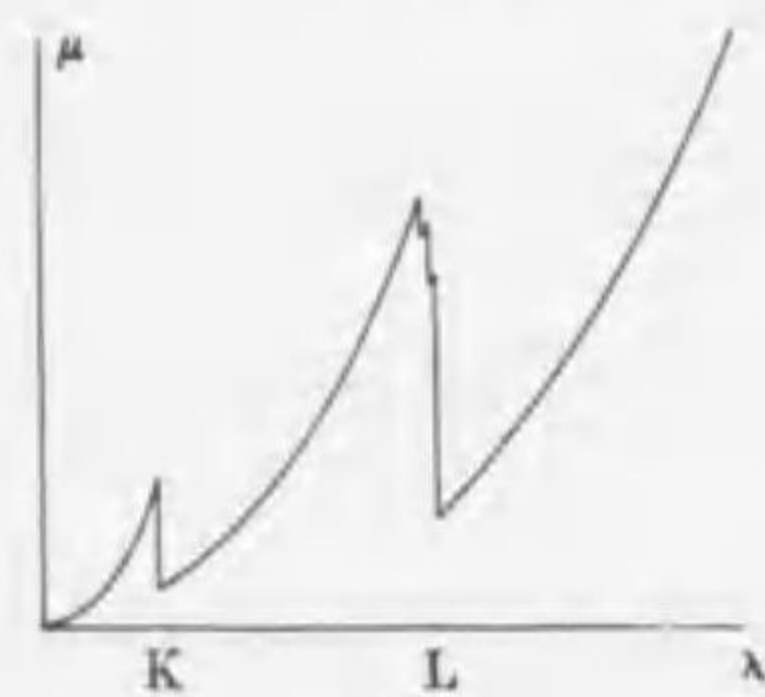
と表はされる。 Z はその元素の原子番号を表はし R は元素の種類に關係しない恒數

$$1.09737 \times 10^8 \text{ 厘米}^{-1}$$

である。この法則をモーゼレーの法則と稱する。

となる。こゝに μ は吸収率と云ひX線の波長と物質によつて定まりこれが小さければX線はよく透過しこれが大なれば透過し難い。

X線の吸収せられる量はその通過した物質の量に比例すべき故に μ はその密度に比例する。よつてこれと密度 ρ との比 $\frac{\mu}{\rho}$ を比吸収率と名づける。吸収率は大体に於て波長の長いX線に於て大きく波長の短いものに於ては小さい。換言すれば波長の長いX線は物質を通過し難くその短いものは物質を通過し易い。X線を発生する真空管の両極の間の電圧が高いときに生ずるものは短い波長に富むために物質を通過し



第 18 圖

易く電圧の低い場合に發するものは長い波長に富むために物質を通過し難い。

併しX線の波長と吸収率との關係は稍々複雑である。即ち一の元素に対するこの關係は左圖に示す如くK Lの數個處に吸収率の急激に變化することが認められる。その中間に於ては吸収率が波長

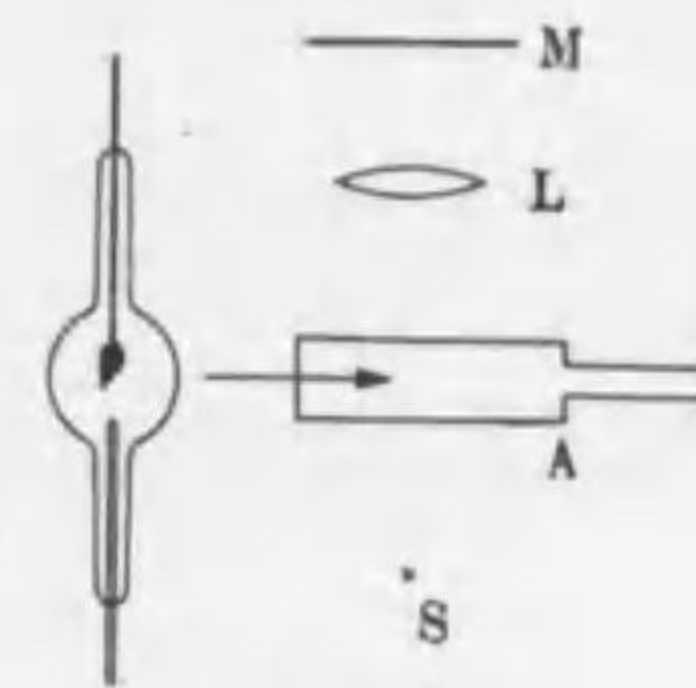
とともに増すけれども之等の點に於ては吸収率が却つて波長の長い側に於て小さく波長の短い側に於て大きい。これ等の點をK L等の吸収限界と名づける。この吸収限界は吸収する物質の原子番號に關係する。總て元素の原子番號の大なるほど各吸収限界が波長の短い側に移動すること特性X線に於けると同じい。

吸収率も殆ど全く元素の種類のみによつて定まりその化學的狀態その他に殆ど關係しない。若し物質が數種の元素よりなればこれ等が化合せるか單に混合せるかに關係なく兩元素に對する吸収が相重なつて現はれる。たゞ吸収限界の部分に於て極めて微細な變化が認められるに過ぎない。

189. 二次陰極線 X線が物體に當ればその表面の原子から高速度を以て電子が逸出し従つて物體は電子を失つて正に帶電する。X線が氣體を通過するとき電離を生ずることもまたこの性質に基づく。X線の作用によつて氣體の分子から電子が逸出するためにイオンを生ずる

に止まらず逸出した電子はまたそのエネルギーを以て他の分子を破壊し多數のイオンを生ずる。物體から電子を逸出せしむるこの作用は一般に光電効果と名づけ普通の光に於てもこの作用が認められる。併し逸出する電子の速度はX線に於て遙に大きい。この逸出する電子を二次陰極線と名づけこれに對してX線を發生せしむる真空管の中の陰極線を一次陰極線と稱する。

X線による氣體の電離の狀況はウイルソンの方法によつて極めて明



第 18 圖

かに觀察することができる。箱Aの兩面を硝子としてこの中に水蒸氣を以て飽和した空氣を入れこれを急に眞空に連絡すれば斷熱膨脹によつて溫度が降り水蒸氣は過飽和の狀態をとる。このときX線を入射せしめれば空氣の分子より逸出する二次陰極線の通路に多數のイオンを生ずる。過飽和の水蒸氣はこれ等を中心として集まり微小なる

水滴を作る。故に側面より火花放電を以て照し寫眞乾板Mの上に撮影すれば二次陰極線の徑路が連続せる水滴として現はれる。右圖はその一例を示す。

190. X線の屈折と偏り X線は波長が極めて短いために普通の光の如き反射屈折を示さない。波長が物質を構成する原子の間隔よりも小さいために各原子によつて生ずる二次波の互に助け合ふ程度が少く多くの場合にはたゞ四方に散亂するに止まり強い反射波屈折波を生じない。併しX線も波長の長いものに於ては屈折が認められる。例へば波長 2×10^{-8} 厘米のX線の硝子に對する屈折率は約 0.999987 と測定せられる。一般にX線の屈折率は1より小さい。従つて物體の表面に微小の角をなしてX線が當るときには全反射が現はれる。



第 19 圖

X線もまた電磁波なる故に光と同様に偏りの現象を現はす。例へば

表に示す如くに放射元素は三個の系統に分れる。その一は UI に始まり UII より Ra を経て RaG に終る。これをウラン—ラヂウム系と名づける。また Pa に始まり Ae を経て AeD に終る一系をアクチニウム系と稱する。他の一は Th に始まり ThD に終る。これをトリウム系と名づける。なほこの放射能は特に原子量の大なる元素に現はれるのみでなくカリウムルビヂウム等に於てもまた認められる。

192. 放射線の性質 α 線は正電氣を帯びたる粒子が高速度を以て動くものでその本性は陽極線に屬する。陽極線に對すると同様の方法によつて電場磁場を作用せしめその荷電と質量との比を測ることができる。種々の測定によればこの比が水素陽核に於ける比の半ばに等しい。然るに他方に α 線の荷電を測定すれば粒子一個の荷電は電子の荷電の二倍に等しく従つてその質量は水素原子の四倍即ちヘリウム原子の質量に等しい。故に α 粒子は電子の二個を缺くヘリウム原子に外ならない。また α 線を極めて薄い硝子壁を通して真空管に入射せしめればその中にヘリウムの蓄積することが認められる。 α 線の速度はこれを發する放射物質によつて異なるけれども大略 10^8 厘米秒⁻¹ の程度のもが多い。 α 線は速度が大なると同時にその質量もまた大きいために運動のエネルギーが極めて大きく従つて氣體を電離する作用もまた極めて著しい。例へば α 線が空氣を通過して電離作用を失ふまでに生ずる陰陽イオンの數は一個の α 粒子に對して 2×10^4 個の多數に達する。

また α 線は寫眞の感光作用を有し且つ硫化亞鉛に當るとき螢光を發せしめる。この作用は極めて著しく擴大鏡を用ひて見れば各個の α 線によつて生ずる閃光を認めることができる。このことは α 線を檢出してその數を算へるに用ひられる。

然しながら α 線が物質を通過する力は甚だ小さく例へば紙片の如きものも全く α 線を遮ることができる。空氣の中に於ても僅かに數厘米を通過し得るに過ぎない。例へば RaC' より發する α 線は常溫常壓の空氣 7 厘米を通過すれば急にその電離作用を失ふ。この長さを α 線の到達距離と名づける。 α 線の初速が大なるほど到達距離も大きい。

次に β 線はその本性に於て全く陰極線と同じく高速度を以て動く電子に外ならない。たゞその速度が普通の陰極線に較べて大なるを常とする。例へば RaC より發する β 線の速度は 2.96×10^{10} 厘米秒⁻¹ にも達する。 β 線は物質を通過することも著しく例へば厚さ $\frac{1}{2}$ 毫米のアルミニウムを通過せしめても略々半減するに過ぎない。

また γ 線はその本性に於て全く X 線と同じく電磁波に屬する。たゞ波長が X 線に較べて更に短い。例へば RaB より發する最短の波長は 7×10^{-12} 厘米に過ぎない。従つて之が物質を通過すること著しく鉛の約 1 厘米を通過して漸く半減する。假に RaB の β 線 γ 線と同様のものを真空管によつて發生せしめるとすれば兩極の間に殆ど 10^7 ボルトの電位差を要する。

前章第 18 圖のウイルソンの實驗装置を用ひ X 線の代りに箱の中に放射物質を入れてこれより生ずる α 線の徑路を撮影すれば右の如き圖が得られる。 α 線は運動量が大なるために氣體の分子と衝突しても方向を變ずることが少く殆ど直線に進行したゞその徑



第 1 圖

路の終りに於て急に屈曲しまたは分岐が現はれる。前者は α 線が漸次に運動量を失ひ衝突によつて方向が變化し易くなるために生ずる。後者は α 線が氣體の原子の陽核に衝突してこれに高速度を與へ自らまた横に屈折したものと考へられる。

左圖は同様にして得たる β 線の徑路を示すもので α 線に比較して電離作用が甚しく小さいために鮮明な徑路を示さない。且つ運動量が小さいために衝突による屈曲が甚しい。

之等の放射線を物體の表面に入射せしめるときには電子を逸出せしめ且つ γ 線を生ずる。こ



第 2 圖

れ等を二次β線二次γ線と名づける。⁽¹⁾ 其中α線によつて生ずるβ線は速度が特に小さくδ線と名づけられる。

193. 變脱の速さ 放射物質は變脱によつて他の元素に變化するためにその量が時刻とともに減少する。實驗によれば短い時間に生ずる變脱は現在の量に比例して生ずる。且つその速さは元素によつて定まり壓力溫度その他の狀況に關係しない。いま原子の数を n としこれが時間 dt の間に dn だけ變化するとすれば

$$dn = -\lambda n dt \quad 1$$

最初の量を n_0 とすれば各瞬間の量は

$$n = n_0 e^{-\lambda t} \quad 1$$

λ は變脱率と云ひこれによつて變脱の速さが表はされる。即ち λ が大ならば變脱は速く λ が小ならば變脱が遅い。α線またはβ線γ線の放射は原子の數に比例する故に電離作用もまた上の法則によつて減少する。

假に t が $\frac{1}{\lambda}$ なる時刻をとれば

$$n = n_0 e^{-1}$$

従つてこの時間にその物質は $\frac{1}{e}$ に減ずる。通常この時間を以て變脱の遅速を表はしこれをその物質の平均壽命と名づける。或はまたこの代りに物質が半減するまでの時間を以てすることも多い。これを半減期と稱する。これを τ と表はせば

$$\frac{1}{2} n_0 = n_0 e^{-\lambda \tau}$$

即ち⁽²⁾

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \log_e 2 \quad 2$$

半減期の大きさは放射物質によつて甚しく異なり或は極めて短く或は極めて長く前表に示す如くである。

(1) 二次陰極線二次 X 線と同様。

(2) $\log_e 2 = 0.693$

放射物質が變脱によつて減少すればこれより生ずる次位の物質はそれだけ増加しなければならない。初めの物質の一原子から次の物質の一原子を生ずる故に初めの物質の原子の減少

$$n_0(1 - e^{-\lambda t})$$

だけ次位の原子の數 n' が増加しなければならない。但しこの次位の物質がまた自ら變脱して減少する場合にはそのために n' がまた減少するけれども若しこの變脱が極めて遅いか或は全く生じない場合には上の如くにしてその原子の數が定められる。

一般に A なる物質が漸次 A' A'' と變脱するとしこれ等の原子の數を n, n', \dots その變脱率を λ, λ', \dots とすれば A に就いては前記 1 の如く A' A'' についてはその減少が漸次にこれに先だつ物質の變脱によつて補はれる故に

$$\frac{dn'}{dt} = -\lambda' n' - \frac{dn}{dt} \quad \frac{dn''}{dt} = -\lambda'' n'' - \frac{dn'}{dt} \quad \dots \quad 3$$

よつて

$$n' = n_0' e^{-\lambda' t} - n_0 \frac{\lambda}{\lambda' - \lambda} (e^{-\lambda' t} - e^{-\lambda t})$$

$$n'' = n_0'' e^{-\lambda'' t} \quad 4$$

$$- n_0' \frac{\lambda}{\lambda'' - \lambda'} (e^{-\lambda'' t} - e^{-\lambda' t})$$

$$+ n_0 \left[\frac{\lambda \lambda'}{(\lambda - \lambda')(\lambda - \lambda'')} e^{-\lambda t} \right.$$

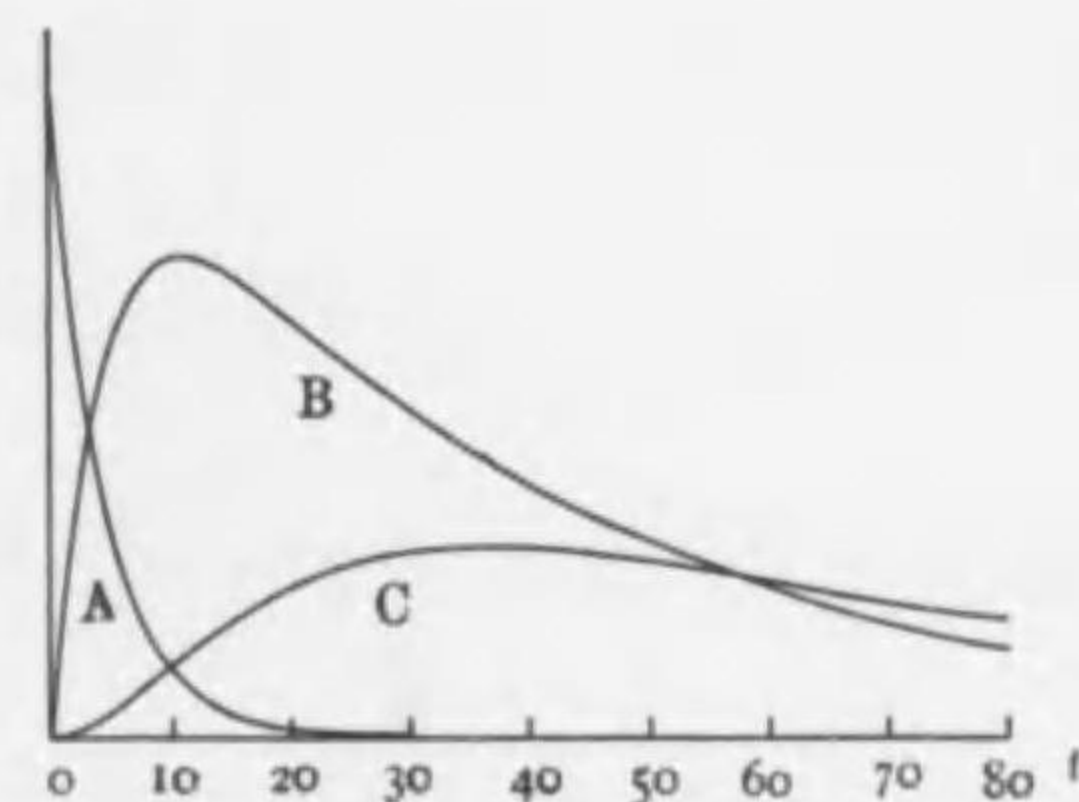
$$+ \frac{\lambda \lambda'}{(\lambda' - \lambda'')(\lambda' - \lambda)} e^{-\lambda' t}$$

$$\left. + \frac{\lambda \lambda'}{(\lambda'' - \lambda)(\lambda'' - \lambda')} e^{-\lambda'' t} \right] \quad 5$$

.....

n_0, n_0'' がともに零なる場合について考へれば圖の如き経過になる。即ち n は n_0 より始まつて漸次に減少し n' は零より始まつて最初は増し次で再び減少する。 n'' は更に遅れて増加を始めまた同様に減少する。

194. 放射平衡 若し假に A の變脱とともに他よりこれを補ひその



第 3 圖
圖には A を Ra A とし A' と A'' とを Ra B 及び Ra C とする。時間の單位は分。

量を一定に保つと考へれば絶えず一定の速さを以てA'が生ずるためにその初めの量の如何に關らず暫時の後には一定の量n'に近づく。この場合にはAがA'に變る數とA'がA''に變る數とが等しくなければならない。若し假にA'の量が初めこれより多ければAよりA'に變るよりもA'よりA''に變る數が多いために次第に減少し逆にA'の量がこれよりも少ければ失はるゝ數よりも生ずる數が多いために次第に増加する。同様にしてA''.....もまた總て一定の量を保つて定常の状態を生ずる。この状態を放射平衡と云ひ各物質の量を相互の平衡量と名づける。この場合には

$$\lambda n = \lambda' n' = \lambda'' n'' = \dots \quad 6$$

即ち單位時間に生ずる變脱の數は總ての物質について互に相等しい。

實際にこの如き場合は現はれないけれどもAの變脱が極めて緩慢でその半減期がA'A''.....等の半減期に比して甚だ大きく且つAが多量にある場合には殆ど常に一定の速さを以てA'を生ずることゝなりA'A''...等が殆どこれと平衡の量を保つ。

ラヂウムの1瓦と平衡にあるRnの量を1キユリーと云ひ種々の場合にRnの量を測る單位として用ひる。この量は常溫常壓に於て0.0006 鈎の量に相當する。

通常状態のラヂウムの發する放射線はこれと平衡にあるRn RaA等の放射線をも同時に包含する。この中にもRaCの放射能は殊に烈しくこれが放射するα線β線はその速度が著しく大きい。

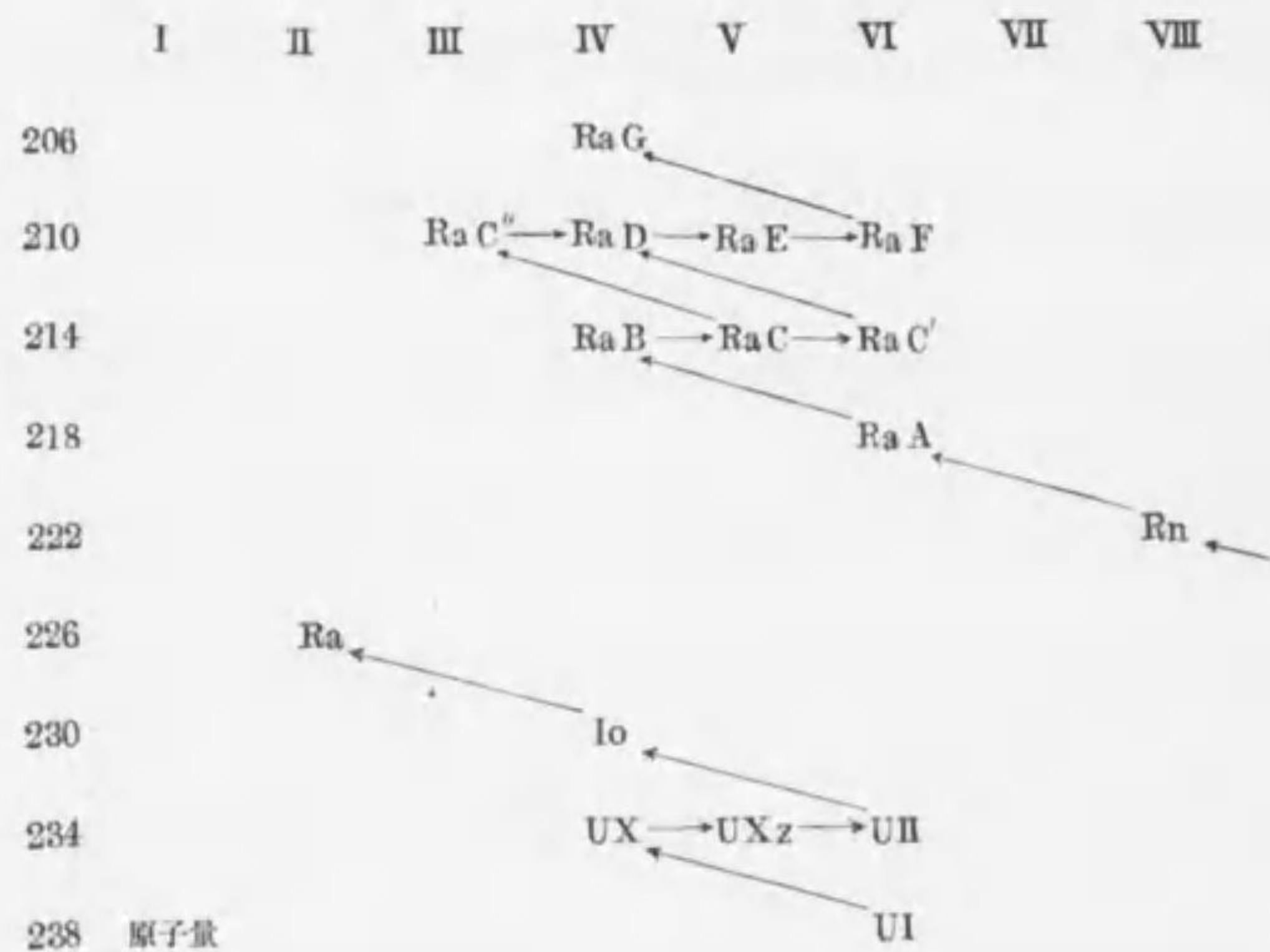
195. 放射元素の變位則 放射元素は放射線を發して變脱するとともにその化學性質もまたこれに伴つて變化する。その變化はα線またはβ線の放射に關係して極めて規則正しい。

先づα線を放射して變脱する場合を考へれば元素週期表に於てアルカリ金屬II群88のRaは稀有氣體VIII群86のRnに變じ次でRaAに變化する。このRaAはその化學性質に於て全くPoと同じくVI群84に位置する。更にこれより生ずるRaBは鉛と全く同じ化學性質を有しIV群82に位置する。

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	¹ H 1.0078							² He 4.002
2	³ Li 6.940	⁴ Be 9.012	⁵ B 10.82	⁶ C 12.00	⁷ N 14.008	⁸ O 16.000	⁹ F 19.000	¹⁰ Ne 20.183
3	¹¹ Na 22.987	¹² Mg 24.32	¹³ Al 26.97	¹⁴ Si 28.06	¹⁵ P 31.02	¹⁶ S 32.06	¹⁷ Cl 35.457	¹⁸ A 39.944
4	¹⁹ K 39.10	²⁰ Ca 40.08	²¹ Sc 45.10	²² Ti 47.88	²³ V 50.95	²⁴ Cr 52.01	²⁵ Mn 54.93	²⁶ Fe 55.84
	²⁹ Cu 63.57	³⁰ Zn 65.38	³¹ Ga 69.72	³² Ge 72.60	³³ As 74.93	³⁴ Se 79.2	³⁵ Br 79.916	²⁷ Co 58.93
	³⁷ Rb 85.44	³⁸ Sr 87.63	³⁹ Y 88.92	⁴⁰ Zr 91.22	⁴¹ Nb 93.3	⁴² Mo 96.0	⁴³ Ma 101.7	²⁸ Ni 58.69
5	⁴⁷ Ag 107.880	⁴⁸ Cd 112.41	⁴⁹ In 114.8	⁵⁰ Sn 118.70	⁵¹ Sb 121.76	⁵² Te 127.5	⁵³ I 126.932	³⁶ Kr 83.7
	⁵⁵ Cs 132.81	⁵⁶ Ba 137.36	⁵⁷ La 138.90	⁷² Hf 178.5	⁷³ Ta 181.4	⁷⁴ W 184.0	⁷⁵ Re 186.31	⁴⁴ Rn 102.91
6	⁷⁹ Au 197.2	⁸⁰ Hg 200.61	⁸¹ Tl 204.39	⁸² Pb 207.22	⁸³ Bi 209.00	⁸⁴ Po	⁷⁶ Os 190.8	⁴⁵ Rh 102.91
	⁸⁷ ? 225.97	⁸⁸ Ra 225.97	⁸⁹ Ac	⁹⁰ Th 232.12	⁹¹ Pa	⁹² U 238.14	⁷⁷ Ir 193.1	⁴⁶ Pd 106.3
	⁵⁸ Ce 140.13	⁵⁹ Pr 140.92	⁶⁰ Nd 144.27	⁶² Sm 150.43	⁶³ Eu 152.0	⁶⁴ Gd 157.3	⁷⁸ Pt 195.23	⁸⁶ Rn 222.0
	⁶⁵ Tb 189.2	⁶⁶ Dy 162.46	⁶⁷ Ho 163.5	⁶⁹ Tm 169.4	⁷⁰ Yb 173.5	⁷¹ Lu 175.0		

化學記號の左側の數字は原子番号で下にあるは原子量

次にβ線を放射して變脱する場合を考へればIV群⁸²のRaBより生ずるRaCは蒼鉛と全く同じ化學性質を有してV群⁸³に位置する。また同様にIV群⁸²のRaDより生ずるRaEもまたV群⁸³の位置に來りこれより生ずるPo即ちRaFはVI群⁸⁴に位置する。これを要するに化學性質はα線を發する場合に2だけ溯りβ線を發する場合には1だけ進むことになる。その關係は次の表によつて更に明かに示される



若しα線を放射すること一回の後にβ線を放射すること二回ならば元素の化學性質は再び全く舊に復する。

放射元素の原子がα線を放射することは疑もなく陽核に生ずる現象に屬する。即ちα線の放射に伴つて陽核は電子の二個に相當する正電氣を失ふ。然るに上記の如くにα線の放射を生ずる毎に原子番號は2づつ溯る。これ等を併せ考へれば原子番號の1づつ増すに従つて陽核の荷電は電子一個に相當するだけ増すことを要する。而して原子番號1なる水素の原子は電子一個を有するに止まり二個以上を有する如き形跡がない。また原子番號2なるヘリウム原子はたゞ二個の電子を有

するものと認められる。これより推して考へれば陽核の荷電は原子番號の數だけの電子に相當しこれが周圍に伴ふ電子の數も原子番號に等しくなければならない。

斯く考へればβ線の放射に伴ふ變脱は陽核が電子の一個に相當する負電氣を失ふとしてよく説明せられる。即ち陽核は負電氣を失ふ結果として正の荷電を増すに同じく原子番號は1だけ進む。負の荷電は電子として存在するのみなる故に變脱に際して陽核の中から電子が逸出しなければならない。但しβ線の電子は總て陽核から直接に放射せられるものに限らず陽核より放射せられた電子のために周圍の電子が外に逐はれたものもこの中に含まれると考へられる。

α線を發する變脱に於ては陽核がヘリウムの陽核に等しい質量を失ふと同時に陽核の荷電の變化のために周圍の電子の二個は過剰となつて棄て去られる。即ち放射元素の原子は恰もヘリウムの原子一個の質量だけを失ふこととなりこの元素の原子量が4だけ減少する。β線を放射する變脱に於ては陽核が電子一個を失ふけれども陽核の荷電の増加のために周圍に伴ふ電子を一個だけ増すこととなり原子の質量には影響がない。即ちこの變脱に際して原子量は全く變化しない。

放射元素は極めて微量に得られるのみなるために原子量の測定は多くの場合に甚だ困難であるけれどもRaの原子量は225.97と測定せられる。ウラン鑛に現はれRaGと推定せられる鉛は原子量206.1と測定せられる。RaよりRaFに至る間にα線を放射すること5回なるを考へればこの事實も上記の變位則を證明すると見做し得られる。

196. 同位元素 前節に述べた如くにRaAとRaFとは同一の化學性質を有してVI群⁸⁴に位置しRaD RaGと鉛ともまた共通の化學性質を有してIV群⁸²に位置する。これ等の元素の他に對する化學反應は勿論スペクトルその他の物理性質⁽¹⁾に於ても殆ど全く一致し放射能と原子量とに於ける差を除けばその外には時として微細なる差異を示すに

(1) RaGと鉛とを比較すれば融解點にも0.06度を越える差はなく電氣抵抗も $\frac{1}{1000000}$ を超える差がない。

過ぎない。従つてこれ等が混合して存在するときにはこれを分離すること極めて困難である。斯く化学性質を全く等しくする元素を同位元素と名づける。

184 節に述べた如くに陽極線を電場磁場によつて偏倚せしめればこれによつて原子一個の質量が知られる。従つてこの方法を用ひれば同位元素の原子の質量の差を検出することができる。アストン等の研究によれば普通に純粹の元素と稱するものもまた多數の同位元素より成ることが知られる。こゝに二三の例を挙げれば

元素	原子量	元素	原子量
H	1.0078	Hg	195.910
He	4.002		197.909
			198.909
Li	6.009		199.908
	7.008		200.908
O	15.9914		201.907
	17.981		203.906
Cl	34.964		
	36.960		
Sn	111.858		
	113.856		
	114.854		
	115.852		
	116.853		
	117.850		
	118.849		
	119.847		
	120.846		
	121.845		
	123.842		

放射變脱に際して α 線 β 線が原子の陽核から放射せられることより見ればこれ等の元素の陽核は多數のヘリウム陽核と電子とを含むべきこと疑ない。ウランが RaG に至るまでに α 線を放射すること 8 回 β 線を放射すること 6 回なるを以て見ればウランの陽核は少くも 8 個のヘリウム陽核と 6 個の電子とを有しなければならない。また陽核の構造の差異によつて生ずる同位元素が放射性のない通常元素にも現はれリシウムの如く原子番号の低いものにも認められることより考へれば原子の陽核の構造は總ての元素に於て甚だ複雑なものでなければならぬ。

空素の如き原子量の小さい元素に RaC より發する高速度の α 線を當てれば α 線に類し且つ到達距離の極めて大きい放射線を生ずる。その荷電としては電子一個に相當する正電氣を有しその質量は水素原子の一個に等しい。即ちその放射線は水素の陽核に外ならない。且つこの水素の陽核は空素原子と α 線との衝突の結果として生ずるものに疑なく従つて空素の陽核は水素陽核を含むと推定せられる。なほ空素の外に礬素ナトリウム等の多數の元素も α 線によつて水素陽核を放射することが認められる。⁽¹⁾

斯くして現今一般に信ぜられる學說によれば凡て原子の陽核は水素陽核と電子とによつて構成せられる。例へば炭素に於ては 12 個の水素陽核と 6 個の電子とより成り陽核全體としての荷電は電子 6 個に相當する。また原子量 35 なる鹽素に於ては 35 個の水素陽核と 18 個の電子より成り原子量 37 のものは 37 個の水素陽核と 20 個の電子とより成り何れも陽核の荷電は電子 17 個に相當する。ヘリウムの陽核もまた 4 個の水素陽核と 2 個の電子との集合と考へられる。自然に生ずる α 線が總てヘリウム陽核なるを見ればこの如き集合が特に鞏固なる一團をなして諸種の陽核の中に含まれるものと推定せられる。水素陽核をまた素子とも稱へる。

この如き假説によれば多くの元素の原子量を各々の同位元素に對して個々に測定するとき極めて整数に近い値を得ることもよく説明せられる。たゞ水素とヘリウムとの原子量は 1.0078 と 4.002 との比をなし完全に整数比をなさない。且つ他の元素に於ても表の如くに整数よりの差が認められるけれども素子と電子とが結合して陽核を作るとき質量に多小の變化を生ずべきことが他方より推測せられる。相對論によればこの結合が鞏固なるほど全體としての質量は各個の質量の和より減少する。従つて鞏固なる構造を有するヘリウム陽核の質量が素子 4 個と電子 2 個との質量の和より少いことも當然と見做し得られる。且

(1) ベリウム等に於ては質量が水素原子に等しく荷電を有しない粒子と思はれるものが現はれる。またリシウム等に高速度を以て水素陽核が當るとき α 線が現はれる。

つ多くの元素の陽核に於て素子と電子との大多数がヘリウム陽核を成して含まれると考へれば前表に見る如くに原子量が水素の原子量に對してよりも寧ろヘリウムの原子量に對して整数に近い比をなすことがよく説明せられる。⁽¹⁾ なほこの比も上と同じ理由によつて完全なる整数より稍と小さい。

⁽¹⁾ 水素に對しても原子量 1.2 等の同位元素があると考へられる點もある。

第二十九章 分子及び結晶

197. 元素の化學性質 原子の内部に於て電子が陽核の周圍に如何に分布して如何なる狀況にあるかは現今も未だ十分に明かでない。その複雑なるべきことは勿論なほその解決の困難は電子と陽核との個々の本性が從來一般の考へと著しく異なるに基づくと推測せられる。併し次の如き簡単な考察を以てするもなほ原子の種々の性質を略々説明することができる。

原子の正規の状態に於ては全體としての荷電はなく陽核はその電氣量に相當する数の電子を伴ふ。即ち陽核を繞る電子の数は陽核の電氣量によつて決定せられる。またその電子の分布と運動とは陽核と電子との間の相互作用によつて定まるべきこと云ふまでもない。陽核の電子に及ぼす作用が主として電磁的のものなるべきことを考へれば電子の分布と運動とが陽核の荷電によつて定まることとなり従つて原子の構造は陽核の荷電によつて支配せられる。⁽¹⁾

一の原子と他の原子との相互作用がこれ等の電磁的性質に基づくとすれば相互作用もまた各原子の中の電子の分布と運動とによつて定められる。従つて元素の化學性質は陽核の荷電によつて決定せられその質量には殆ど關係しない。放射元素の化學性質の變化も斯く考へればよく理解せられる。

いま假に一の陽核の荷電を素子一個より始めて逐次に増加し同時に電子を一個づゝ附加して次第に原子番號の高い原子を構成すると考へる。最初のもは陽核の荷電 1 個に對して電子 1 個を伴へる原子即ち水素に外ならない。第二のもは陽核の荷電 2 個に對して電子 2 個を

⁽¹⁾ 陽核が電子に及ぼす作用の中には萬有引力をも含むべきであるけれども陽核と電子との質量より計算すれば萬有引力はこれ等の荷電による引力に比して極めて小さい。

伴つてヘリウムとなり第三はリシウム第四はベリリウムを生じ斯くして進めば逐次に總ての元素が合成せられる。

このとき電子の分布が如何に變化するかは詳細の研究を要するけれども初め電子の数の少い場合には各々陽核より等距離の位置を占め一の球面をなして陽核を圍むべきことが容易に考へ得られる。併し電子の相互の斥力のため一の球層を成し得る電子の数は甚しく増すを得ない。或る限界を越へて電子が増加すればその電子は舊の球層に入ることなく外方に孤立することとなり更に逐次に電子の数を増せば第二の球層が形成せられる。更にまた電子の数を増せば第二の球層も充滿して第三の球層が形成せられ漸次に外方に發達する。⁽¹⁾

198. 原子價 一の層が完成せられたる状態に於ては電子の分布が正しい對稱の形を保つべく従つてこの状態は極めて安定なるものと考えられる。化學作用の殆ど無い稀有氣體はこの如き構造を有するものでなければならぬ。ヘリウムは第一層の完成したるものネオンアルゴンは第二層第三層が完成したるものと考えられる。⁽²⁾

之等の次に位する原子に於ては一の層が完成せられなほその外部に一個の電子を有する。この電子は外部に孤立するため比較的に分離し易い。稀有氣體に次ぐアルカリ金屬はこの如きものと考へられる。アルカリ金屬が容易に一個の電子を失つて一價の陽イオンとなることはこれに相當する。更に次の原子に於ては外部に二個の電子を有すべくアルカリ土金屬はこの如きものと考へられる。この金屬は容易に二個の電子を失つて二價の陽イオンを生ずる。

稀有氣體の直前に於ては最外層に一個の電子を缺く故にこの球層は更に一個の電子を得て安定なる完成形に近づく傾向を有する。ハロゲン元素の原子が容易に一個の電子を捉へて一價の陰イオンを作ることとはこのためと考へられる。同様にして更にこの前に位する酸素硫黄の如きものは最外層に二個の電子を缺くために二個の電子を捉へて二價

(1) 212 節参照。

(2) 212 節表参照。

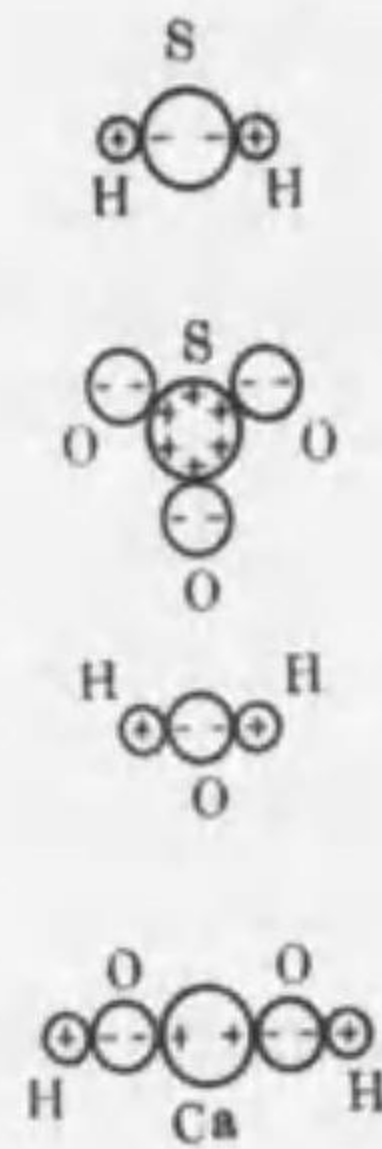
の陰イオンを生ずる。

アルカリ原子とハロゲン原子が相近づけばアルカリ原子の最も外にある一個の電子はハロゲン原子の最外層に奪はれてアルカリは陽イオンとなりハロゲンは陰イオンとなりその正負の荷電のために互に引き合つて一團をなし分子を形成する。アルカリハロゲン化合物はこの如きものと考へられる。同様にしてアルカリ土金屬の原子がハロゲン原子の二個に近づけば前者の外部の二個の電子が二つのハロゲン原子の最外層に入つて各々イオンとなり三者一團の分子を形成する。アルカリ土金屬の原子が酸素または硫黄の原子に近づけば二個の電子が前者より後者に移つて分子を形成し酸化物または硫化物を生ずる。

ナトリウムが一個の電子を失つたものは恰もネオンと同様の構造を有したる陽核の荷電が素子一個だけ多い。また鹽素が一個の電子を得た結果はアルゴンと同様の構造となつてたゞ陽核の荷電が素子一個だけ少い。何れの場合にも原子の構造はこれに近い稀有氣體の原子の形をとつて安定を得んとする。

元素の原子價は原子の最外層によつて定まり最外層の電子が少いときにはその數に應ずる陽性原子價を示し最外層が完成に近いときには電子の不足に應じ陰性原子價を現はすことになる。一の原子が稀有氣體の形に近づくには最外の電子を捨て、陽イオンを作ると外より電子を得て最外層を完成し陰イオンを作るとの兩種の場合があり得る。従つて一個の原子の原子價も一定でない。例へば硫黄について考へれば H_2S を作るときには最外層が水素二原子の電子を奪ひ SO_2 を作るときには最外層の六個の電子が酸素三原子に奪はれて次圖の如き分子を生ずる。

また $NaOH$ を考へるに O の最外層は Na と H とより電子一個づつを奪ひ同様に $Ca(OH)_2$ に於ては H と Ca との電子二個が O に奪はれて圖の如き分子を形成する。 $NaOH$ の分子に於て Na^+ と H^+ とはともに素子一個の荷電を以て O^{--} に附着するけれども Na^+ は H^+ よりもその形大なるために Na^+ と O^{--} との間の力は O^{--} と H^+ との間の力に比して



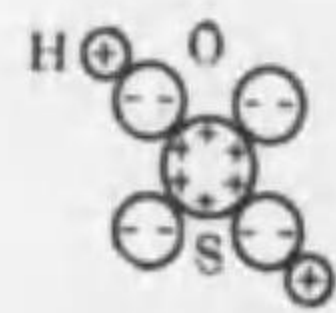
第1圖

弱い。従つてこの分子が他よりの作用によつて破壊するときには主として Na⁺ と O⁻ との間に於て分裂する。NaOH が水に溶解しまたは熱によつて溶解するとき電離して Na⁺ イオンと OH⁻ イオンとを生じ鹽基として作用するのはこの如き理由によると考へられる。

また H₂SO₄ に就いて考へれば S は陽性に作用して圖の如き構造の分子を形成すること前の場合と殆ど同じい。併しこの場合には S⁺⁺⁺ の荷電が多いため之と O⁻ との間の力は甚だ強いのみならず他方に H⁺ はその斥力を受けて O⁻ との間の力が甚しく弱められる。これがため H⁺ は著しく分離

し易い。故に H₂SO₄ は酸として作用する。

上に述べた如くに原子がイオンをなして分子を形成するときにはこの結合を極性結合と名づける。尚ほまた種々の分子の中には原子がイオンを作らないものも多い。例へば Cl₂ に於ては二つの原子がイオンを作ると考へ得ない。この如き場合の結合を非極性結合と稱する。



第2圖

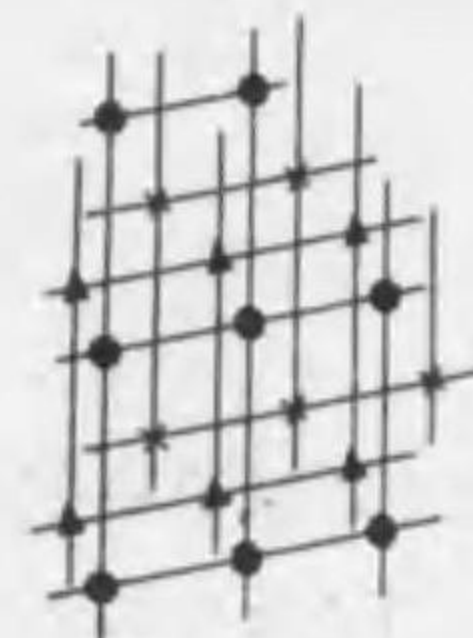
199. 結晶 多數の原子が集合する場合には相互の作用によつて最も安定なる配列をなして静止する。原子の種類によつて相互の作用も種々に異なり従つて原子の配列の種々なるべきことは勿論であるけれども一般にその配列は規則正しいものでなければならぬ。故に固態は殆ど總て結晶より成り原子の配列の不規則なるもの即ち所謂無定形の固體は極めて少い。硝子等の例外は寧ろ粘性の大なる液體と見做し得られる。



第3圖

上圖に示すが如くに原子が最も簡單なる配列をなすものとして原子整列の直線の三個を平行坐標軸にとりこの軸の上の配列距離を a, b, c とすれば x, y, z が a, b, c の整數倍に當る點に各々一個の原子が位置す

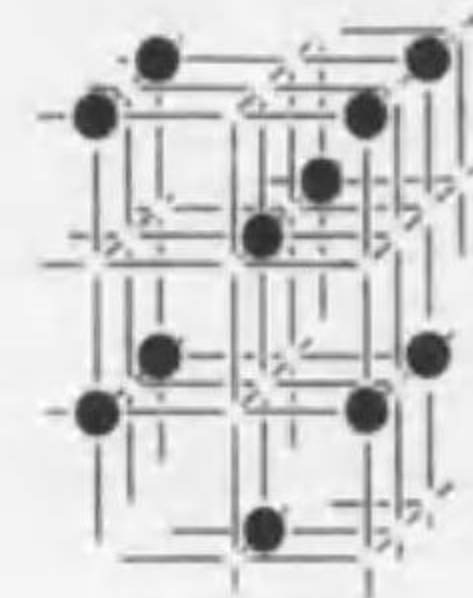
る。この如き配列を一般に單空間格子と云ひ a, b, c をその格子恒數と名づける。若し各軸が互に直角に且つ a, b, c が總て相等しければこの格子を單立方格子と名づける。



第4圖

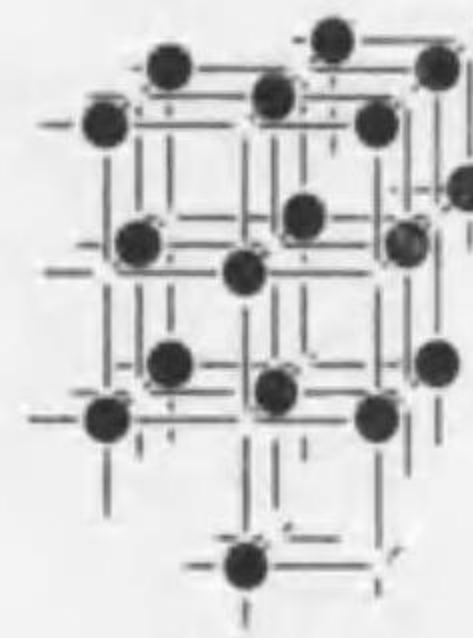
一般に複雑な原子配列もまたこれを單格子に分解して考へることが出来る。即ち一般の原子配列に於ても圖の如くに同種にして同等の位置にある原子を選べばこれ等は單格子を形成する。結晶の全體はこれ等の單格子を重ねたものと考へてもよい。

例へば下圖の如く單立方格子の各立方形の中央に更に原子を配した場合には後者がまた一の單立方格子を作る。この全體の配列を體心立方格子と稱する。また單立方格子の各立方形の各面の中央に更に原子を配した場合には全體の配列が四個の單立方格子の重複と見做し得られる。これを面心立方格子と名づける。



第5圖

この一の單格子に従ひ結晶を多數の平行六面體に分割して考へるとき内部の原子の分布は何



第6圖

れの平行六面體に於ても全く同一でなければならぬ。この平行六面體を單位胞と稱する。この體積を D としこれに屬する原子の質量の和を M とすれば結晶の密度は

$$\rho = \frac{M}{D}$$

従つて M を知れば D が求め得られる。例へば體心立方格子に就いて考へれば一の單位胞に二個の原子が所屬する。一の原子の質量を m とし格子恒數を a とすれば

$$\rho = \frac{2m}{a^3} \quad 1$$

この原子の原子量を μ とし 1 立方格子の中の原子の数を L とすれば m は

$\frac{\mu}{L}$ に等しく

$$a^3 = \frac{2\mu}{\rho L} \quad 2$$

面心立方格子に於ては一の単位胞に四個の原子が所屬する⁽¹⁾。従つて上と同様にして

$$a^3 = \frac{4\mu}{\rho L} \quad 3$$

と計算せられる。

200. 格子型とX線の反射 既に 186 節に述べた如くに原子の整列面からX線が反射するときX線の波長 λ と整列面の間隔 d 及び整列面と入射するX線の方向との間の角 θ に就いて

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad 4$$

なる関係が成立つ。従つて既知の波長のX線を用ひて反射の際の角を測定すれば整列面の間隔を知り得る。整列面の間隔は原子配列の形式によつて異なる故これによつて原子の配列を推定することができる。

一例として假に單立方格子を考へれば整列面(100)の間隔は格子恒数 a に等しい。また整列面(110)の間隔は $\frac{a}{\sqrt{2}}$ に等しく整列面(111)の間隔は $\frac{a}{\sqrt{3}}$ に等しい。然るに體心立方格子に於てはこれ等(100)(110)(111)面の間隔が $\frac{a}{2}$ $\frac{a}{\sqrt{2}}$ $\frac{a}{2\sqrt{3}}$ に等しく更に面心立方格子に於ては同じく(100)(110)(111)面の間隔が $\frac{a}{2}$ $\frac{a}{\sqrt{2}}$ $\frac{a}{\sqrt{3}}$ に等しい。従つて種々の傾きに於て整列面の間隔の相対比をX線の反射によつて測定すればこれによつて配列の形式を定めることができる。配列の形式を知れば前節の如くして格子恒数が知られる。

結晶が化合物なる場合には二種以上の原子が交互に整列する。例へ

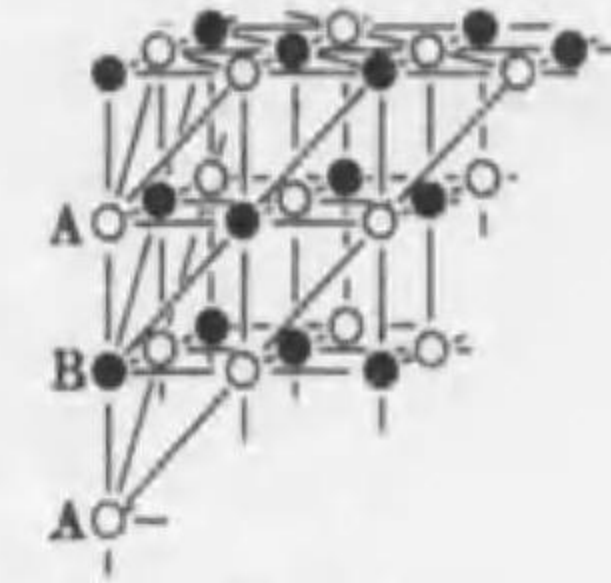
(1) 中央に1個六面の中央に $\frac{1}{2}$ 個づゝ八隅に $\frac{1}{8}$ 個づゝの原子が一の単位胞に所屬する。或は單位胞を少しく小さく考へれば4個がこれに所屬すること明かである。

(2) 整列面の傾きを示すためにはこれが原子配列の軸 $xy z$ を切る截片の比を示せばよい。 $xy z$ 軸を $a b c$ の整数倍 $la mb ne$ に於て切る整列面とこれに平行な整列面とを示すに $l m n$ の三数を以てしたは

$$\frac{1}{l} \quad \frac{1}{m} \quad \frac{1}{n}$$

ば圖に示す所謂岩鹽型の格子に於ては二種の原子が各々面心立方格子をなして互に一方が他方の立方形の中央に

位する。然るに(111)の整列面は交互に何れか一種の原子のみを含みX線を反射する性質が等しくない。一般にX線を反射する性質は原子の中に含まれる電子の多少に伴ふ故に原子番號の高い原子を含む整列面Aは原子番號の低い原子を含む整列面Bよりも強い反射を生ずる。A A の間隔を d とすれば第一次の反射



第7圖

$$2d \sin \theta = \lambda$$

の方向に於てA A の反射は互に助け合ひ同様にしてB B の反射も互に助け合ふ。併し兩種の整列面よりの反射を比較すれば之等の反射が各々半波長の差を以て重なり合ふためにAとBとが互に反對に作用する。即ち反射するX線の振幅は兩種の整列面が反射する振幅の差に等しい。従つて反射の強さはその差の二乗に比例して弱い。

然るに第二次の反射

$$2d \sin \theta = 2\lambda$$

に於てはA A とB B との反射が各々一波長の差を以て重なり合ふために總ての反射が完全に助け合ふ。即ち反射するX線の振幅は兩種の整列面の反射する振幅の和に等しい。従つて反射の強さはこの和の二乗に比例して強い。

更に第三次の反射に於ては兩種の反射が $1\frac{1}{2}$ 波長の差を以て重なる故に第一次の反射と同様の状況を生じ第四次の反射に於ては2波長の差となる故に第二次の反射と同じ。即ち奇數次の反射は弱く偶數次

なる三数を以てすることができる。普通にはこの三数の比を保つて成るべく小さい整数を選びこれによつて整列面の傾きを示すことにする。例へば $(h_1 h_2 h_3)$ 面とは $xy z$ 軸を $\frac{1}{h_1}a \frac{1}{h_2}b \frac{1}{h_3}c$ に於て切るかまたはこれに平行な整列面を表はす。上の三数をその面のミラーの指標と稱する。整列面は傾きを示すことを要するのみでその位置を考へる必要は稀である。従つて $h_1 h_2 h_3$ の三数の各個の値は必要でない。故に分數を避けて整数として表はす。立方格子では $a b c$ が相等しい故に $h_1 h_2 h_3$ は整列面の法線の $xy z$ 軸に對する方向餘弦に比例する。

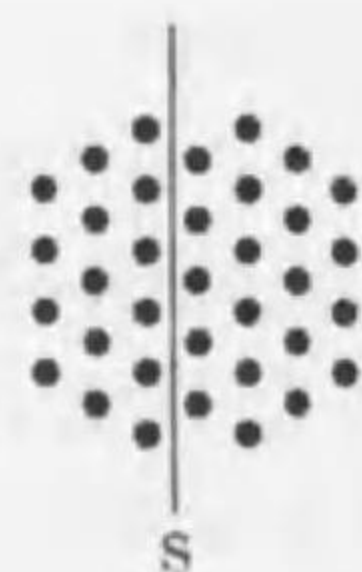
の反射は強い。この如く各次の反射の強さを比較すれば原子の配列をよく推定することもできる。原子の配列の形式を知れば前節により例へば2の如くして格子恒数 a が計算せられる。

結晶	原子配列	a	結晶	原子配列	a
アルミニウム	面心立方格子	4.04×10^{-8} ㎝	ナトリウム	体心立方格子	4.30×10^{-8} ㎝
銅	”	3.60	鐵	”	2.86
金	”	4.07	鹽化ナトリウム	岩鹽型	5.628
白金	”	3.918	沃化カリウム	”	7.05

何れの結晶に於ても相隣る原子の間隔は 10^{-8} ㎝の程度にある。結晶に限らず液體氣體の分子を成す場合にも殆ど同じく例へば窒素 N_2 に於ける二つの原子の距離は 1.1×10^{-8} ㎝と推定せられる。

またX線の波長を廻折格子によつて測りそのX線を用ひて4により a を直接に測定することができる。従つてこれより逆に1瓦原子の原子の數 L が計算せられ更に電子の荷電 e が求められる。

201. 結晶の弾性 結晶を組織する各原子は各々その左右前後から受ける力の安定に釣合ふ位置に靜止する故にこれを少しく變位せしむるとき周囲より作用する力はこれを舊の位置に還す如くに作用する。原子が右に偏れば左方の原子より引かれ右方の原子よりは斥けられる。また圖の如き原子配列を左右から壓縮すれば左右の間隔は各部に於て一様に縮少するとともに相隣る原子の間の斥力が増して引力に勝ち互に遠ざからんとする傾向を生ずる。若し左右より壓縮する力を除けば再び遠ざかつて舊に復する。

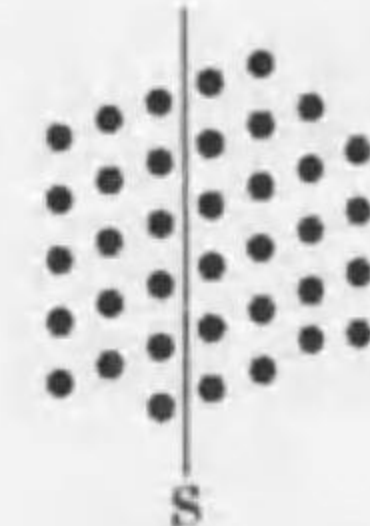


第8圖

一の断面 S を通じて右側の原子が左側のものに及ぼす作用と左側の原子が右側のものに及ぼす作用とは互に反作用をなし力の大きさは相等しく方向が相反する。この作用を個々に考へれば或は正しく左右に作用するもの或は斜に作用するものがあつて極めて複雑であるけれども断面 S を隔て、互に作用し合ふものは S の兩側に於てこれに極めて近

いものに限られる。 S の面積を原子の間隔に比し極めて大きくとれば平均として兩側が一様の作用を及ぼし合ふと考へることができる。この作用を S に垂直と平行との分力に分解すれば垂直な作用は即ち既に述べた張力壓力となり平行な作用は迂りの歪力に相當する。前圖の如き配列に於ては左右と上下とが同等でないために歪みと歪力との關係即ち彈性率も上下と左右とに於て等しくない。

また前圖の如き原子配列に於ては左右が對稱なるために正しく左右から壓縮したときには合力として S に垂直な作用を生ずる。併し左圖の如き原子配列に於ては左右の對稱を缺くために迂りの歪力を生ずるを常とする。



第9圖

この如く結晶の弾性は甚だ複雑し一般に歪みと歪力との關係が多數の恒數によつて定められる。對稱性の多い結晶ほどこの關係が簡單になるけれども立方晶系の場合にも尙ほこれを等方質と見做すを得ない。⁽¹⁾

202. 壓電氣と焦電氣 閃亞鉛鑛の結晶を切つてその三個の結晶軸に等角をなす如き面 (111) に平行なる板を作りその兩面に垂直に壓力を加へれば一面は正に他面は負に帶電する。逆に張力を與へれば前と反對に帶電し側面より板面に平行に引きまたは押す場合にも同様に板面に帶電を生ずる。この現象は壓電氣と名づけ水晶その他の結晶にも現はれる。

假に簡單のために右圖の如き原子配列の結晶を上下より壓縮する場合を考へるに上下の間隔が一様に縮むと同時に少しく左右の伸長が生ずる。この場合にA列のものが相近づくためにB列のものは左に押され同様にB列のものが相近づくためにA列のものが右に押される。⁽²⁾ 即ちAの原子は總て



第10圖

⁽¹⁾ 45 節參照。

⁽²⁾ 例へば原子を剛體球の如くに考へる。

右に B の原子は總て左に移動しなければならない。CD …… に於ても同様の状況を生ずる故にこの結晶は AB CD …… の間に於て左右に伸びる。但し BC DE …… の間は舊の如くに保たれる。従つて左右の伸長は全く一樣でなく恰も一樣の伸長の後に AC …… が右に BD …… が左に少しく移動したと同様の結果が現はれる。

この結晶が極性化合物より成り A が陽 B が陰のイオンをなす場合には上下よりの壓縮のために正負の電氣が左右に移動して分極を生じ恰も左右兩端の面が帯電すると同様の結果を生ずる。上下に伸長する場合にはこれと逆の分極を生ずる。

この原子配列を左右から壓縮した場合には正しく左右に相隣るものが更に近づくことは困難なるために A は B の中間にまた B は A の中間に更に深く進入する。左右の縮小は主として AB CD …… の如き處に生じて BC DE …… の間には殆ど生じない。その結果は恰も一樣な收縮の後に AC …… が左に BD …… が右に少しく移動せると同様の結果を生じ全體としての分極を伴ふことになる。兩面より張力を作用せしむる場合にはこれと反対の分極が生ずる。⁽¹⁾

一般に複雑な原子配列の結晶を歪ましむるときには各種の原子の移動が異なりイオンの結晶に於ては分極を生ずる。逆にこの如き結晶に電場を作用せしめれば上記と逆の作用によつて歪みを生ずる。

水晶を側面に平行に切つて板を作り兩面に錫箔を貼りこれを電氣計につなげば兩面に作用する壓力を測定することができる。またこれを交流の電源につないで板を伸縮せしめれば音波を發生する。殊に交流の振動數を大きくし板の厚さを適當にして共振せしめれば振動數の極めて大きい音波をも強く發生せしめることができる。

電氣石を熱すれば結晶の兩端に正負の電氣が現はれ水晶を熱すれば

(1) 結晶片の左右兩端が正イオンの層で終るときには結晶の中に正荷電が過剰にあることとなり反対に負イオンの層で終れば負荷電が過剰になる。また左端が負イオン右端が正イオンなるときには平均に於て正負の荷電が左右に偏ることになる。従つて通常の状態に於ても既に外部に對する電氣作用を有する。併し實際には結晶の表面に他のイオンまたは電子等が吸着せられ之等のために外部に對する作用が消殺せられてゐる。故に外壓の効果だけが分極として現はれる。

側面に沿ふて交互に正負の帯電が現はれる。この現象は焦電氣と名づけ壓電氣と同様に熱膨脹に伴ふ原子の移動に基づく。

電場の作用によつて歪みを生ずることは特殊の結晶に限らず一般の電媒質は總て多少この性質を有する。要するに電場のために原子の間の相互作用が變化する故に外ならない。この現象を電歪と稱する。

また同様の作用は物質に磁場を作用せしむるときにも現はれる。鐵ニッケル等の強磁性體に磁場を作用せしむるとき磁化に伴つて伸縮することが認められる。これを磁歪と稱する。

203. 結晶と電磁波 電場の作用によつて個々の原子の中に於て陽核と電子とが反對に變位するのみでなく極性化合物の結晶に於ては陰陽兩種のイオンが反對に變位する。例へば水の分子 H_2O に於ては H^+ と O^{2-} とが反對に動き岩鹽の結晶に於ては Na^+ と Cl^- とが反對に移動する。但しその變位は周圍の關係に制せられるために必しも電場に沿ふて生じない。たゞ氣體液體に於ては平均として電場の方向に分極を生ずるけれども結晶に於ては電場と變位即ち分極とが傾きをなすことになる。一般にはたゞ互に直角をなし結晶軸に對して特定の傾きにある三個の方向に於てのみ電場と分極とが一致して生ずる。⁽¹⁾ この三個の方向を電媒主軸と稱へこれに對する電媒恒數の値をその主値と名づける。電場が一般の方向に作用するとき生ずる分極は恰も各主軸の方向に電場の分力が作用する場合の分極を合せたものと考へ得られる。

同じ理由によつて電磁波が結晶の中を傳播する速度は電場の方向によつて異なることになる。電場によつてイオンまたは電子に生ずる振動の振幅はその方向によつて異なるのみならず一般には電場の方向に生じない。たゞ電媒主軸の方向に於てのみ電場と分極とが一致して生ずる。従つて光の屈折率は偏光の方向によつて異なるのみならず一般の光はそのまゝ結晶の中を傳播するを得ず互に直角な二つの偏光に分れる。例へば電媒主軸 σ の方向に傳播する光波は $\psi = \sigma$ 平面に平行に振

(1) 結晶の對稱性が多いほど等方質に近い。

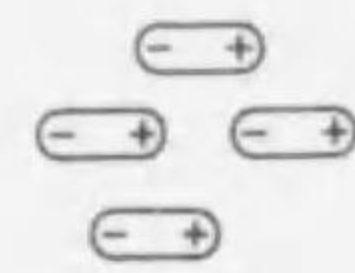
(2) 第 18 章參照。

動するけれども y 方向の分振動と z 方向の分振動とは各々異なる速度を以て傳播するために x 方向に進む光は二つの偏光となつて分離する。

この如き性質は結晶に於てのみならず硝子等の等方質が歪みを受けた場合にも現はれる。歪みを受けた状態に於ては原子の相互關係が四方に一樣ならざるため恰も結晶と同様に 123 節に述べた如き現象を現はす。従つて逆に偏光によつて歪みの程度を知ることできる。

既に述べた如くに光波の電場による電子と陽核との振幅は振動數に關係する。光の振動數が内部の自由振動の振動數と一致すれば共振を生じて振幅が甚しく大となり電媒質もその光に対しては金屬の如くに作用する。例へば岩鹽は振動數 5.68×10^{12} 秒⁻¹ の赤外線に対して著しい反射を示し瓦斯燈より發する赤外線を岩鹽によつて幾回も反射せしめれば他の光は透過し去つて殆ど純粹に上の赤外線のみが残る⁽¹⁾。この現象は Na⁺ イオンと Cl⁻ イオンとが反對に動く自由振動に対する共振によると考へられる。

更にまた或種の物質に於ては原子の配列が螺旋狀の性質を有するためその左旋なるか右旋なるかに従つて左旋と右旋との圓偏光に対する振動の程度を異にする。そのために兩種の圓偏光の傳播の速度が異なり従つて直線偏光に於ては偏光面の廻轉を生ずる。水晶に於ては結晶の中の原子配列によつてこの性質が現はれ砂糖の水溶液では個々の分子の中の原子配列によつてこの性質が現はれる。

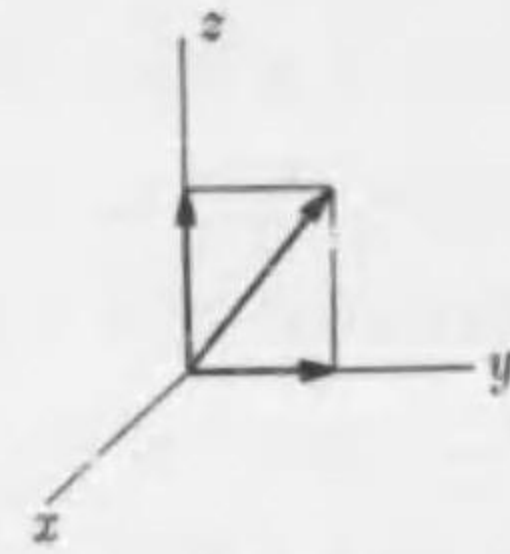


第 11 圖

歪みによつて等方質が複屈折を現はす如く電場が外より作用するときにも同様のことが現はれる。これをケル効果と名づける⁽²⁾。この現象は例へばニトロベンゾールに於て特に著しい。蓄電器の兩板の間に

(1) これによつて上の赤外線を残留線とも稱する。

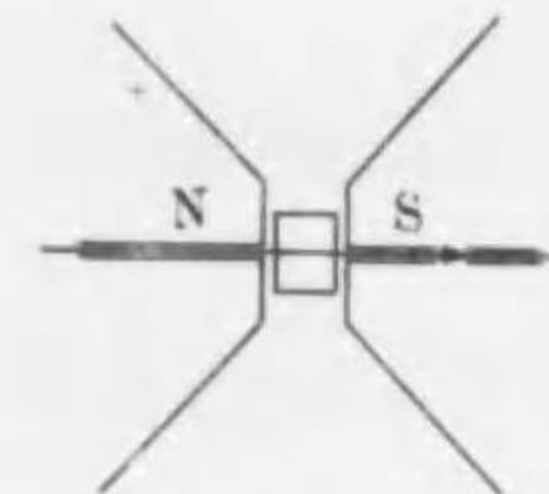
(2) 磁石の端面に於て光が反射するとき偏光状態が變化することをケル効果と名づける。



第 10 圖

この液體を置いて光を通せば複屈折の現象が認められる。この如き液體に於ては分子が細長く電場の作用によつて一方に整列するためと考へられる。

等方質に磁場を作用せしめるときは廻轉偏光と類似の現象が現はれる。即ち磁場の方向に光が傳播するとき左旋と右旋の圓偏光はその速度を異にし直線偏光に於ては偏光面が廻轉する。この現象をファラデー効果と名づける。電磁石の兩極の間に物質を置き電磁石の鐵心の細



第 12 圖

孔を通じて直線偏光を送り檢光子によつて觀ればこの効果が認められる。

この場合に偏光面の廻轉は旋光體に於ける廻轉と類するけれどもファラデー効果に於ては磁場を逆にするとき偏光面の廻轉も逆になる。旋光體に於ては之を逆にしても同一の廻轉が現はれる。

第三十章 量子論

204. 量子論 前記の電子と陽核との理論に於てはこれ等を微小な粒子と見做しその周圍に電場磁場を伴ふと考へる。これ等の粒子が或は動いて輻射を發生し或は集まつて原子を構成することは總てこの電場磁場の作用に基づく。この電場磁場と荷電との關係はマクスウエルの方程式によつて定められる故この電子と陽核との理論即ち電子論は全く力學と電磁氣學とを基礎とする。

併しながら一方に於ては上の如き考へを以て説明し難い現象もまた尠くない。例へば陽核と電子とが正負の荷電によつて相引くとすればこれ等が安定なる一個の原子を構成するためには何等かの作用がこの引力に對抗して電子と陽核とを適當の距離に保ちこれ等の併合を妨げなければならない。多くの學者は電子が陽核の周圍を運行して恰も遊星と太陽との關係をなすものとし公轉の遠心力が引力に釣合ふと考へたけれども若し原子の内部に電子がこの如き運動をなすとすればその加速度によつて電磁波を輻射しなければならない。従つて電子はそのエネルギーを失ひ遂に陽核の上に落下するを免れ得ない。電子と陽核とが一個の原子を構成することは明かに從來の電磁氣學に矛盾することとなりこれを説明し得ない。この如き困難は原子の内部に生ずる現象またはその程度の極めて小規模に生ずる現象に關係して屢々現はれる。これ等はたゞ單に現象の複雑なるによつて生ずるに止まらず從來の理論の基礎に何等かの缺陷あることを指示する。

既に述べた如く黒體輻射をスペクトルに分解すれば各振動數に對するエネルギーの分布は第16章9で表はされ或る振動數のエネルギーが最も多量に含まれ振動數の大なるものも小なるものもともに少い。然るにこの輻射は物質を構成する電子と陽核との熱運動によつて生ずる

電磁波なる故に電磁氣學に基づいて計算せられる。この結果もまた實際に反して後節に述べる25の如き式が得られる。併しながら一方に於てこの計算は輻射を發する原子の構造その他の詳細に關係なく從來の電磁氣學に基づく限り如何なる計算によるも同一の結果が得られる。

プランクがこの現象を説明するために試みた假説によれば原子に於ける輻射の發生吸収は連続的に行はれず必ず一定量のエネルギー ϵ を單位として生じこの ϵ より小さい量の發生吸収は生じ得ない。且つまたこの單位 ϵ はその輻射の振動數 ν に比例し

$$\epsilon = h\nu \quad 1$$

なる關係があると考へる。但し h はプランクの恒數を表はす。即ちこのエネルギーの單位は波長の長い輻射に於ては小さく波長の短い輻射に於て大きい。 ϵ をエネルギー量子と名づける。

プランクはこの假説によつて熱輻射の法則を説明し得たけれどもこの假説は明かに從來の電磁氣學に反する。電磁氣學によれば輻射は電子の加速度に伴つて生じ特に或る量を單位として生ずる如き制限はあり得ない。然しながらプランクの假説はその後多くの人々によつて種々の現象を説明するに用ひられ且つその結果がよく實際に適合することを見ればこの説は略々正しいものと考へられる。

205. 光電効果 189節に述べた如くに紫外線 X線等の波長の短い電磁波が物質に當るときはこれを構成する原子から電子を逸出せしめる。これ等の線が空氣を電離せしめることもこの性質に基づく。通常的光もこの性質を有するけれどもその作用が弱いためにアルカリ金屬等の特殊の物質に於て認められるに過ぎない。この現象を一般に光電効果と稱する。

このとき逸出する電子の速度は種々であるけれどもその最も速かなるものゝ速度は入射線の強さに關係なくたゞその振動數によつて定められる。入射線の強さはたゞ逸出する電子の數にのみ關係する。入射線の強さを増せば逸出する電子の數もこれに比例して増すけれどもその速度には影響しない。殊に入射線が甚だ弱いときには逸出に要する

エネルギーを吸収するに多大の時間を要すると推察せられるに拘らず実際には直に逸出を始めることは従来の電磁氣學によつて説明するを得ない。

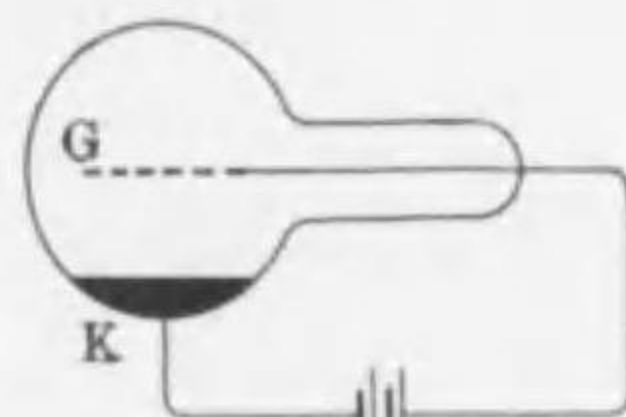
アインシュタインの考へによれば放射の中のエネルギーは ϵ づきの團塊をなしこれが全體として原子に吸収せられ逸出する電子の運動のエネルギーに變化する。この説に従へば電子の質量を m 逸出の速度を v とするとき

$$\frac{1}{2} m v^2 = h\nu \quad 2$$

の関係がなければならぬ。たゞ逸出の途に於て他の電子に衝突する等の理由によつてエネルギーの一部を失ふものもあり得べく上式は何等の障碍なくして逸出するものに適用せられる。若し逸出の際に周囲よりの作用に對し P なるエネルギーを費すとすれば最大の速度も尙ほ 2 より定まるものに比して小さい。即ち

$$\frac{1}{2} m v^2 = h\nu - P \quad 3$$

なる関係がなければならぬ。 P は物質によつて定まり入射線には関係しない。



第1圖

この関係は次の如く實驗によつて確證せられる。X線 γ 線等に於ては振動數 ν が大なるためにこれに對するエネルギー ϵ も大きく従つて物質に關係する恒數 P は省略せられる。たゞ莖外線及び普通の光に於ては振動數が小なるために P を省略するを得ない。振動數が $\frac{P}{h}$ よりも小なる場合には光電効果は生じ得ない。 P はアルカリ金屬等に於て最も小さく従つて最も鋭敏に作用し黄色の光によつても尙ほこの効果を生ずる

真空管に例へばアルカリ金屬 K と金網 G とを二つの電極として封入し電池を圖の如くにつなぎ K の表面に光を當てればこれより逸出する

電子によつて電流を生ずる。電壓を與へないときにも電子の一部は G に達する故に G を電氣計に繋げばこれが負に帶電することが認められる。このとき G に來る電子を悉く反撥せんとすれば逆に電壓を加へなければならぬ。電子の荷電を e とすればその電壓は少くも

$$eV = \frac{1}{2} m v^2 \quad 4$$

なる V よりも大きくなければならぬ。この如くして逸出の最大速度が測定せられる。3の關係に従つて

$$eV = h\nu - P \quad 5$$

ν を異にする種々の光について V を測定すればこれより h を求めることもできる。

上の關係は電子のエネルギーが放射に變ずる場合にも成立つ。185節に述べたる如くにして發生するX線の中には種々の波長のものを含むけれども波長の短い側には限界があつて之より短い波長のものは現はれない。その最短波長に對する振動數 ν は兩極間の電壓 V により

$$h\nu = eV \quad 6$$

で定められる。⁽¹⁾ 陰極線の速度と兩極の電壓との間にも4の關係が成立ち従つて

$$h\nu = \frac{1}{2} m v^2$$

の關係を得る。即ち電子のエネルギーが放射に變ずるときにはそのエネルギーを一量子とする放射を生ずる。但しこの陰極線の中には他の電子に衝突する等によつてエネルギーの一部を失つて後にX線の放射を生ずるものもあるためにX線の中には振動數が更に小なるものも含まれる。6は特に障碍を受けることなしに運動のエネルギーが放射に變ずるときに適用せられる。即ち4はX線を發生するときの電壓とX線の中の最大振動數の關係を示すことになる。

206. コンプトン効果 X線が物體に當り散亂して生ずる二次線を

(1) 第27章第15圖參照。

(2) 第27章21。

スペクトルに分解すれば一次線と同一の波長を有するX線とともに之よりも波長の少しく長いものが含まれる。これ等の波長の差は入射線 i と散乱線 s との間の角 θ に関係し

$$A(1 - \cos\theta) \quad 7$$

で表はされる。ここに A は物質にも入射線にも関係ない恒数を表はしその値は 0.024×10^{-8} 輻と測定せられる。この現象を**コンプトン効果**と名づける。

この現象もまた光電効果の如くにしてよく説明せられる。コンプトン等の考へによればX線の量子が電子に當るとき恰も物體の衝突の如くに量子は電子に運動を與へその作用によつてエネルギーを失ひ運動量もまた變化する。量子一個のエネルギー $h\nu$ は 179 節に述べた如くに $\frac{h\nu}{c}$ なる運動量を作ふ。衝突の後に振動数が ν' となればエネルギーは $h\nu'$ その運動量は $\frac{h\nu'}{c}$ に變化する。電子の質量を m とし衝突によつて電子の得た速度を v とするに衝突の前後に於て i の方向の運動量は全體として變化なく

$$\frac{h\nu'}{c} \cos\theta + m v \cos\varphi = \frac{h\nu}{c} \quad 8$$

の関係がなければならない。ここに φ は i と v との間の角を表はす。また i に直角な運動量は全體として零でなければならない。即ち

$$\frac{h\nu'}{c} \sin\theta - m v \sin\varphi = 0 \quad 9$$

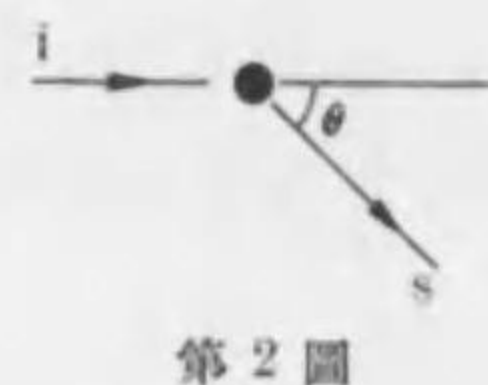
またエネルギーが不變なるためには

$$\frac{1}{2} m v^2 + h\nu' = h\nu \quad 10$$

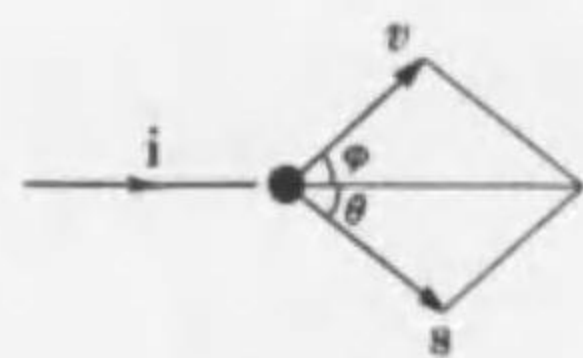
初めの二式より φ を消去すれば

$$\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h\nu}{c}\frac{h\nu'}{c}\cos\theta = m^2 v^2$$

これと 10 とによつて



第2圖



第3圖

$$2m(h\nu - h\nu') = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h\nu}{c}\frac{h\nu'}{c}\cos\theta$$

ν と ν' との差を小とすれば右邊に於てこれ等をともに ν と見做してよい。即ち

$$\nu - \nu' = \frac{h\nu^2}{m c^2} (1 - \cos\theta)$$

ν ν' に對する波長を λ λ' とすれば

$$\lambda' - \lambda = \frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu} = c \frac{\nu - \nu'}{\nu^2}$$

と置くことができる。従つて

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m c} (1 - \cos\theta) \quad 11$$

即ち 7 が得られる。また $\frac{h}{m c}$ を計算すれば實際に測定せられたる A と一致する。

ベンゼン或は水晶の如く極めて透明な液體または固體に強い單光を通じ側面に散亂する光を分解すれば入射した光と同じ波長のもの、外にこれと少しく波長を異にする光が認められる。この現象を**ラマン効果**と稱する。このとき散亂した光の波長は散亂を生ずる物質に關係し原の振動數 ν と散亂した後の振動數 ν' との差はこの物質が赤外線に對して示す吸收帶の振動數 n に等しい。

この現象は次の如くにも説明せられる。もし始めの入射光のエネルギー $h\nu$ の一部 hn が吸收せられて熱運動のエネルギーとなりその残りが一量子なる光を生ずると考へれば

$$h\nu' = h\nu - hn$$

即ち

$$\nu' = \nu - n \quad 12$$

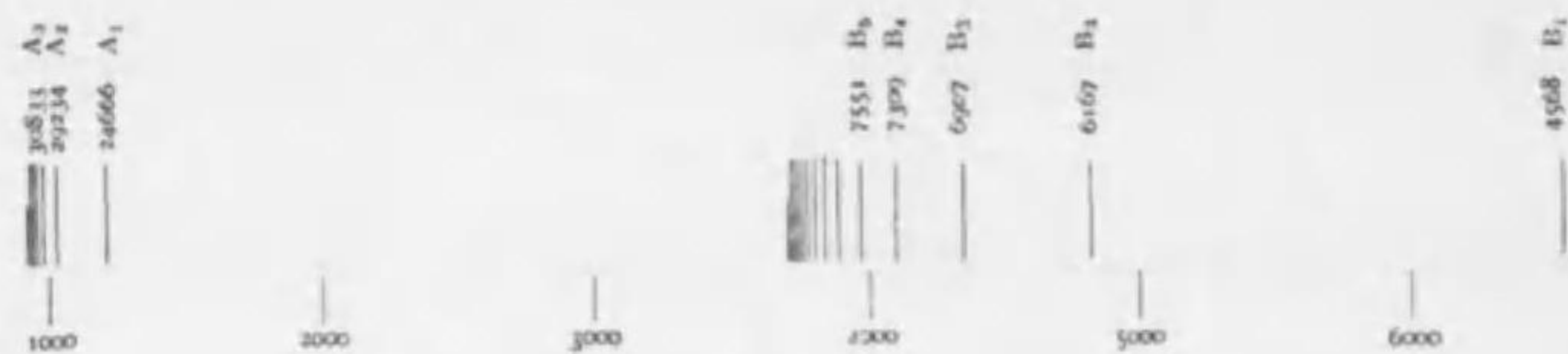
なる振動數の光を生ずる。逆に熱運動のエネルギーが原の光のエネルギーに加はれば

$$\nu' = \nu + n \quad 13$$

なる振動數の光が生ずる。

207. 水素のスペクトル 鹽類を無色の焰に入れ或は金屬の電極の

間に火花を發せしめるときに生ずる輝線スペクトルの線の配列は元素によつて種々であるけれども水素に於ては輝線の數も少くその配列も



第4圖

下の數字は波長 單位は 10^{-8} 厘米 上の數字は振動數 單位は 秒^{-1}

圖に示す如くに極めて規則正しい。圖のAに屬する線はライマン系列と名づけBに屬する線はバルマー系列と名づける。なほ波長の長い側にはパーシエン系列及びブラツケット系列と名づけるものが認められる。之等の振動數を測定せる結果によればすべて

$$\nu = cR \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad 14$$

と表はされる。但し n_1 はライマン系列に於ては1バルマー系列に於ては2パーシエン系列に於ては3ブラツケット系列に於ては4なる整數を表はし n_2 は各系列に於て n_1 より大なる整數 n_1+1, n_1+2, \dots を表はす。 c は光の速度 R はリドベルクの恒數と名づけその値は

$$109737.1 \text{ 厘米}^{-1}$$

である。所謂 $H_\alpha, H_\beta, H_\gamma, H_\delta$ 等の線はバルマー系列に屬する。ライマン系列は全く紫外線に屬しパーシエン系列とブラツケット系列とは總て全く赤外線に屬する。

	H_α	H_β	H_γ	H_δ	空氣中の波長 單位 10^{-8} 厘米
測定波長	6563.80	4861.33	4340.47	4101.74	
14より計算せる波長 $\frac{c}{\nu}$	6563.80	4861.38	4340.51	4101.78	

(1) 14は

$$\kappa = R \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

とも表はされる κ 即ち $\frac{1}{\lambda}$ は精密に測り得るため R も精密に知られる。併し c の測定が之に比して不精密なるため ν は λ ほど精密には知り得ない。

スペクトルがこの如く簡單なる關係を有することは水素原子がたゞ一個の電子を有しその構造が極めて簡單なるに基づく。

208. ボーアの原子模型 一個の電子が陽核の周りに圓運動をなしその遠心力が陽核よりの引力と釣合ふとすれば軌道の半徑 r と公轉の角速度 ω との間には

$$m r \omega^2 = - \frac{eE}{r^2} \quad 15$$

の關係がなければならぬ。但し m は電子の質量を表はし E は陽核の荷電 e は電子の荷電を表はすこととする。陽核の質量は電子の質量に比して甚しく大なる故に陽核の運動は殆ど省略せられる。電子の角速度が種々に變化すれば r もまたこれに伴つて變化し如何なる半徑の軌道も特殊の地位を占むべき理由は無いけれどもボーアの假説によれば軌道の中心に關する電子の角運動量が $\frac{h}{2\pi}$ の整數倍に等しい運動のみが自然に現はれ他の軌道に於ける運動は何等かの理由によつて現はれないと考へる。即ち

$$m r^2 \omega = n \frac{h}{2\pi} \quad 16$$

こゝに n は整數を表はしこれをその軌道の量子數と名づける。15と16とによつて

$$r = - \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m e E} \quad 17$$

n が1なる半徑は 0.532×10^{-8} 厘米となり他の軌道の半徑はその4, 9, ... 倍に相當する。

半徑 r 角速度 ω なるときの電子の運動のエネルギーは15によつて

$$\frac{1}{2} m (\omega r)^2 = - \frac{eE}{2r}$$

またこのとき引力による位置のエネルギーは23節によつて

$$\frac{eE}{r}$$

(1) 水素に於ては

$$e = -E$$

である。

従つて全エネルギーは

$$\frac{eE}{2r}$$

で表はされる。17によつてこのエネルギーは

$$U_n = -\frac{2\pi^2 m e^2 E^2}{h^2} \frac{1}{n^2} \quad 18$$

更にボーアの假定によれば電子がこれ等の軌道の何れかの上には運行する間は電磁波の輻射を生ずることなく従つて一定のエネルギーを持続する。たゞ外方の軌道に於ける運行は内側の軌道に於ける運行に比べて安定の度が少く電子は何等かの機会ある毎に内側の軌道の上に移轉する。後の状態のエネルギーは初めの状態のエネルギーより小なるため遷移の際に過剰のエネルギーを電磁波として外部に輻射する。その電磁波はこの輻射するエネルギーを一量子として現はれる。即ちそのエネルギーと振動数との間には

$$\epsilon = h\nu \quad 19$$

の関係が成立つ。

電子が量子数 n_1 の軌道より n_2 の軌道に移るとき過剰となるエネルギーは

— は

$$U_{n_1} - U_{n_2} = \frac{2\pi^2 m e^2 E^2}{h^2} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

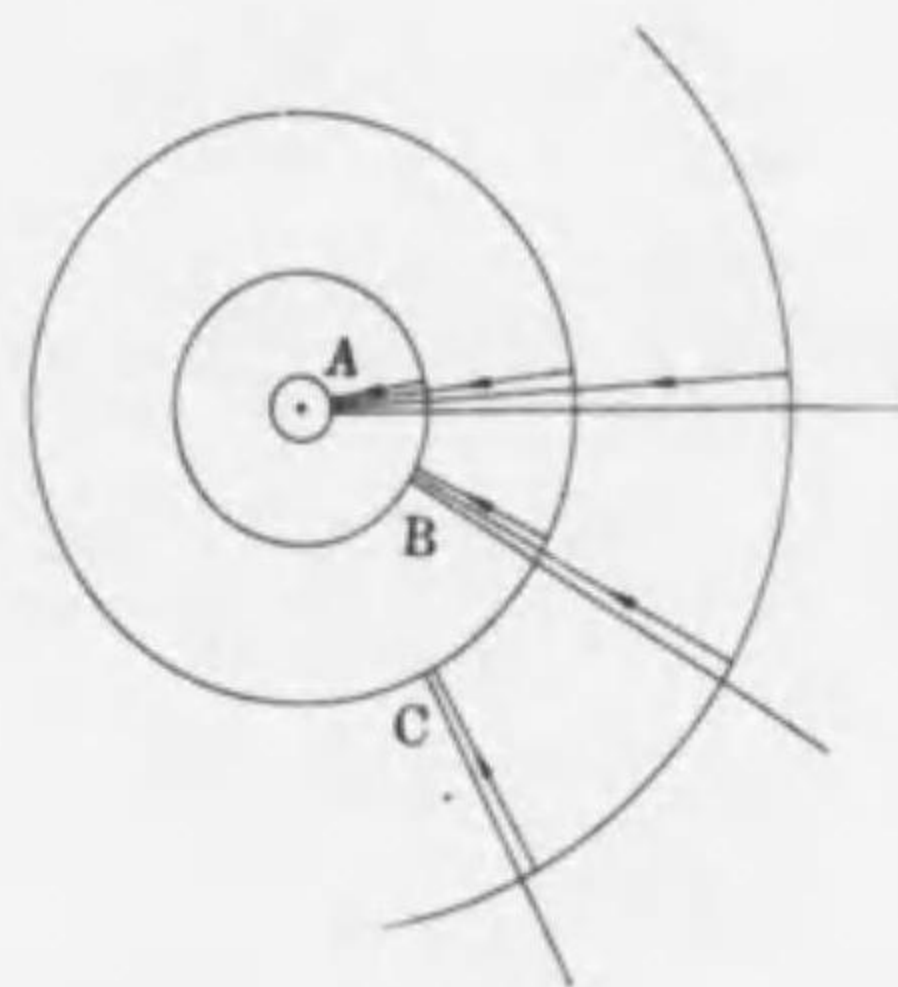
その輻射の振動数は

$$h\nu = U_{n_1} - U_{n_2} \quad 20$$

によつて定まる。即ち

$$\nu = \frac{2\pi^2 m e^2 E^2}{h^3} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad 21$$

で表はされる。この式は前に述べた如くに水素のスペクトルの振動数の式と同一の形を有するのみならず既知の $m e E h$ よりその係数を計算すれば前記の eR と極めて良く一致した値が得られる。ライマン系列は最も内部の軌道に他の軌道より移る場合に生じバルマー系列は第二の



第5圖

ライマン系列は最も内部の軌道に他の軌道より移る場合に生じバルマー系列は第二の

軌道にその外部の軌道から移る場合に生ずる。各軌道に於けるエネルギーとその間の遷移とは第6圖 a の如くに表はされる。

輻射が外部から原子に入射すれば恰も上記と逆の遷移を生じ同時に輻射のエネルギーは吸収せられる。その吸収せらるゝ輻射の振動数は遷移に要するエネルギーに對して20の關係をなす故に白色の光が入射すれば特定の振動数の部分が吸収せられて吸収スペクトルを生ずる。

209. 量子條件 ボーアの理論を擴張せるゾンマーフェルトの考へによれば力學的に可能なる電子の運動の中で實際に現はれるものは

$$\int p_r dr = n' h \quad \int p_\theta d\theta = k h \quad 22$$

なる条件によつて定められる。これを量子条件と名づける。こゝに p_r は動径の方向の分運動量 $m \frac{dr}{dt}$ を表はし p_θ は公轉の角運動量 $mr^2 \frac{d\theta}{dt}$ を表はす。 n', k は何れも整数を表はし積分の範圍は r については一回の變化の後に舊の値に歸るまでをとり θ については舊の方向に歸るまでをとる。前節の圓運動もまたこの条件に適する。

上の条件によれば圓運動のみならず楕圓運動もまた現はれる。その計算によれば軌道の長軸 $2a$ と短軸 $2b$ とが

$$a = -\frac{n^2 h}{4\pi^2 e E} \quad b = \frac{k}{n} a \quad 23$$



第6圖

横線の高さは各軌道に對するエネルギー U_n を示す。二つの線の高さの差は遷移に際して輻射せられるエネルギーを表はすことになる。0 はエネルギーの0なる高さを示す

によつて定められる。但し n は $n'+k$ を表はす、 n を主量子数と云ひ k を副量子数と名づける。 k が n なる場合には前記の圓軌道となり他の場合にはその圓の直徑に等しい長軸を有しその $\frac{k}{n}$ 倍を短軸とする橢圓軌道が現はれる。

23節に述べた如く上記の橢圓運動に於けるエネルギーは長軸 a によつて定まり短軸 b に關係しない。従つて橢圓運動のエネルギーは n 即ち $n'+k$ によつて定まり18に等しい。併しながら相對論に基づき速度による質量の變化をも考へて論ずれば電子の運動は上記の橢圓運動と少しく異なることになる。量子條件に適するものゝエネルギーは同一の n に対しても k によつて少しく異なり k の小なるほど即ち扁平な橢圓に相當するものほど小さく第6圖⁽¹⁾の如くなる。主量子数が n_1 より n_2 に移る場合にもその際の副量子数 k_1 と k_2 とによつてエネルギーの過剰に少しく差を生じそのため輻射せられる光の振動数が少しく異なる。 H_α , H_β 等の線を精密に観測するとき單純な一個の線でないことは上記の如く副量子数の異なる種々の遷移によつて生ずる光の集まりとして説明せられる。

上記の如き考察を更に進めたる結果として多くの人の承認する處によれば一個の電子の状態は n, l, s, m なる四個の量子数によつて定められる。 n は前記の $1, 2, 3, \dots$ 等の整数をとりその状態のエネルギーは主として之によつて定められる。 l は $0, 1, 2, \dots, (n-1)$ なる整数をとる。この量子数は前記の副量子数に當り⁽²⁾電子の運動の角運動量を定める。 s は $+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ の何れかに等しい。この量子数は電子が自轉をなすために有する角運動量を定めると考へられる。また l と s との和なる $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots, \frac{2n-1}{2}$ を j と表はす。この量子数は上の兩種の角運動量の合成を定めると考へられる。 m は $-j, -(j-1), \dots, +(j-1), +j$ なる

(1) ソンマーフェルトの計算では

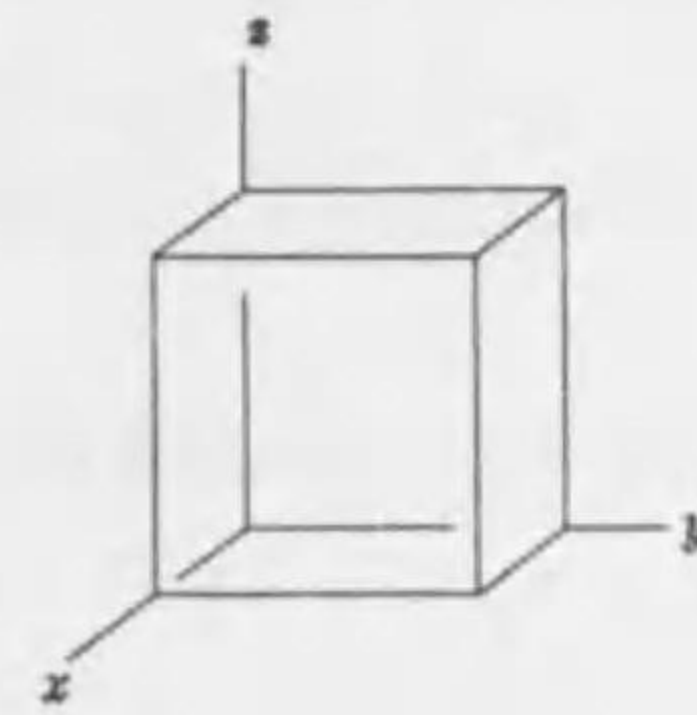
$$U = -\frac{2\pi^2 m e^2 E^2}{h^2} \left[\frac{1}{n^4} + \frac{\alpha^2}{n^4} \left(\frac{E}{e} \right)^2 \left(\frac{1}{4} + \frac{n-k}{k} \right) + \dots \right] \quad \alpha = \frac{2\pi e^2}{hc}$$

なる式が得られる。

(2) $l = k - 1$ と考へる。

る値をとる。この量子数は i によつて定まる角運動量の方向を定めると考へられる。

210. プランクの輻射式 假に單位體積の立方形の箱をとりその四



第7圖

壁を完全なる反射面としその内に於ける電磁波を考へる。第26章18と第12章2541との比較によつて明かなる如く箱の内部の電場磁場の振動は恰も絲または膜の振動に類する。その標準振動に於ては壁面に平行なる節面を生じて全體の空間を直六面體に區劃すること恰も第12章42と類する。その區劃の細密なるほど振動数は大きい。

計算の結果によればこの振動数 ν の單位の幅に屬する標準振動の数は

$$p = \frac{16\pi\nu^2}{c^3} \quad 24$$

と求められる。⁽¹⁾ エネルギー等配則によつて各振動に平均として絶對溫度 T に比例するエネルギー $\frac{1}{2}kT$ が所屬するとすれば單位體積に含まれるそのエネルギーは

$$\rho = \frac{8\pi}{c^3} kT\nu^2 \quad 25$$

で表はされる。 ρ と輻射の強さ κ とは互に比例し

$$\kappa = \frac{\rho c}{4}$$

なる關係がある故に⁽²⁾

$$\kappa = \frac{2\pi}{c^2} kT\nu^2 \quad 25$$

(1) $d\nu$ なる範圍に対しては $p d\nu$

(2) 密度 ρ のエネルギーが速度 c を以て種々の方向に傳播する。よつて半量が右に半量が左に動くとも考へられる。前者について右方向に向ふ平均の分速度を考へれば $\frac{c}{2}$ が得られる。 $\frac{\rho}{2}$ なる密度のエネルギーが $\frac{c}{2}$ の速度を以て右方に動けば右方の壁は單位時間について $\frac{\rho c}{4}$ なるエネルギーを受くべきことになる。右方の壁が黒ければ之だけのエネルギーが吸收せられる。且つ同量のエネルギーが輻射せられる。

なる式が得られる。この式を実験と比較するに振動数 ν の小なる側に於てはよく實際と一致するけれども ν の大なる側に於てはその差が甚しい。

いま多数の原子を考へ之より發する輻射と之が吸收する輻射とが互に平衡にあるとする。その中の一部はエネルギーの小なる状態 A にあり他の一部はエネルギーの大なる状態 B にあつて A にあるものは輻射を吸收して B に移り B にあるものは輻射を發して A に移る。

アインシュタインの考へによれば輻射を吸收して A より B に移るもの数は A にある原子の数 n_1 に比例し且つ吸收せらるゝ輻射の密度 ρ に比例し單位時間に對する数は

$$\alpha n_1 \rho$$

と表はされる。また逆に B より A に移ることは一方に輻射と關係なく生じその数は B にある原子の数 n_2 に比例して單位時間につき

$$\beta n_2$$

と表はされる。また他方には B より A に移ることも輻射によつて影響せられる。その数は n_2 と ρ とに比例し單位時間につき

$$\gamma n_2 \rho$$

と置くことができる。

平衡の状態に於ては A より B に移るものと B より A に移るものとが等しくなければならない。従つて

$$\alpha n_1 \rho = \beta n_2 + \gamma n_2 \rho$$

故に

$$\rho = \frac{\beta}{\alpha \frac{n_1}{n_2} - \gamma}$$

状態 B にある原子のエネルギー U_2 は状態 A にある原子のエネルギー U_1 に比して吸收せられた輻射のエネルギー $h\nu$ だけ大きい。68 節に述べた如くに A にある原子と B にある原子との数が $e^{-\frac{U_1}{kT}}$ と $e^{-\frac{U_2}{kT}}$ とに比例すると考へれば

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{e^{-\frac{U_1}{kT}}}{e^{-\frac{U_2}{kT}}}$$

また

$$U_2 - U_1 = h\nu$$

よつて

$$\frac{n_1}{n_2} = e^{\frac{h\nu}{kT}}$$

従つて

$$\rho = \frac{\beta}{\alpha e^{\frac{h\nu}{kT}} - \gamma}$$

この式に於て ν が小なる場合を取れば

$$\rho = \frac{\beta}{\alpha - \gamma + \alpha \frac{h\nu}{kT}}$$

これが 25 と一致するためには

$$\alpha = \gamma \quad \frac{\beta}{\alpha} = 8\pi \frac{h\nu^3}{c^3}$$

なるを要しプランクの輻射式

$$\rho = 8\pi \frac{h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad \kappa = 2\pi \frac{h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad 26$$

が得られる。

211. 低温に於ける比熱 前節に述べた如くに平衡輻射に於て各振動に平均として $\frac{1}{2}kT$ なるエネルギーが所屬するとすれば 25 を得べきに拘らず實際の關係は 26 によつて表はされる。兩式を比較して $\frac{\rho}{\kappa}$ を計算すれば一の振動に對するエネルギーは平均として $\frac{1}{2}kT$ でなく

$$q = \frac{1}{2} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad 27$$

なることが知られる。 $\frac{h\nu}{kT}$ が小なるときには q が $\frac{1}{2}kT$ となるけれども $h\nu$ が大なるときには 0 に近い。即ち振動数の小なる運動にはエネルギー

一等配則が適用せられるけれども振動数の大なる運動にはこれが適用せられない。一種の振動について考へれば温度の高いときには平均として $\frac{1}{2}kT$ のエネルギーを有するけれども温度が低いときには平均として極めて僅少のエネルギーを有するに過ぎない。

このことは輻射についてのみならず一般に成立つと考へられる。例へば固体の原子の振動をとりその標準振動について各々振動数に應じ $2T$ の率を以て運動のエネルギーが所屬すると考へれば熱運動のエネルギーが計算せられる。その温度に対する増減の率を求めれば固体の比熱が知られる。例へば一個の振動について考へれば $2T$ によつて

$$\frac{dq}{dT} = \frac{1}{2}k \left(\frac{h\nu}{kT} \right)^2 \frac{e^{\frac{h\nu}{kT}}}{\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)^2} \quad 28$$

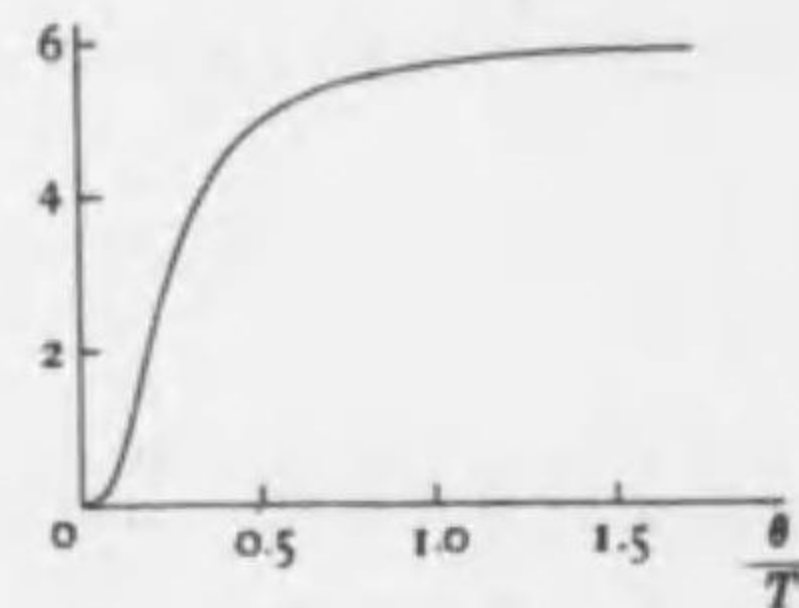
なる熱容量が現はれる。但し固体の原子の振動に於ては運動のエネルギーと同量の位置のエネルギーを伴ふ故に熱容量が上の二倍になる。

此の如くして原子の振動より計算せる結果によれば固体の元素の原子熱は略々

$$C = 3R \left[12 \frac{1}{\left(\frac{\theta}{T} \right)^3} \int_0^{\frac{\theta}{T}} \frac{\zeta^3}{e^{\zeta} - 1} d\zeta - \frac{3 \frac{\theta}{T}}{e^{\frac{\theta}{T}} - 1} \right] \quad 29$$

で表はされる。⁽¹⁾こゝに R は氣體恒数を表はし θ はその固体に特有の恒数で特性温度と稱する。 T が大なれば C は $3R$ となり T が 0 に近づけば C は急に減少する。 C と T との関係は第 9 章第 4 圖に示せる實際の測定とよく一致する。二三の固体元素について θ の値を挙げれば

⁽¹⁾ $\int_0^{\frac{\theta}{T}} \frac{\zeta^3}{e^{\zeta} - 1} d\zeta$ は $\frac{\theta}{T}$ の函数である。 C の値を圖に示せば



固体	θ
金刚石	1830
アルミニウム	390
銅	315
金	190
鉛	88

金刚石では θ が大なるために常温に於ける原子熱が著しく小さい。併し他の元素に於ても温度が降るに従つて振動数の大なる運動が云はゞ凍結するために比熱が次第に減少する。

氣體の分子は相互に衝突し不規則なる運動をなすともにも複雑な分子に於ては廻轉運動をなし或は一分子の内にも原子の振動を伴ふ。故に分子が一個の原子より成る場合には定積分子熱が $\frac{3}{2}R$ であるけれども分子が二個以上の原子より成る場合には分子熱が更に大きい。併しながら原子の振動は多くの場合に振動数が大なるためこれによる比熱は高温に至つて現はれる。また低温に於ては廻轉運動による比熱も消滅する。

なほ種々の推論によれば絶対零度に於ては總ての熱容量が零に近くと考へられる。⁽¹⁾ 金属の内部の自由電子は恰も氣體に類するけれども電子の質量は著しく小さいために常温に至つても未だ低温の變則状態を脱せずその運動は金属の比熱に關係しない。

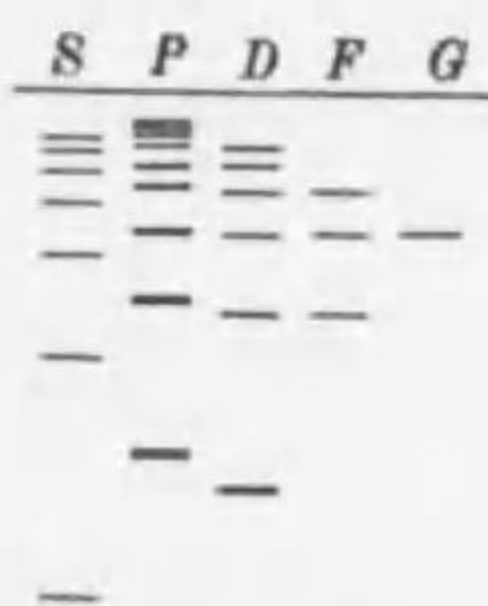
⁽¹⁾ 熱容量は絶対零度に於て 0 となるけれども熱運動のエネルギーが同時に 0 となるか否かはまた別に考へなければならぬ。熱運動のエネルギーの一部が絶対零度に於ても残留すると考へることもできる。

$$T = \frac{cR}{(n+\alpha)^2}$$

なる項の差として表はされる。(1) n は 1 2 3 等の整数をとる. α を除けば水素のスペクトルと全く一致する. 水素の場合と比較して考へればこの項は原子の定常状態のエネルギー U に相当し

$$T = -\frac{1}{h}U$$

と考へられる。(2)

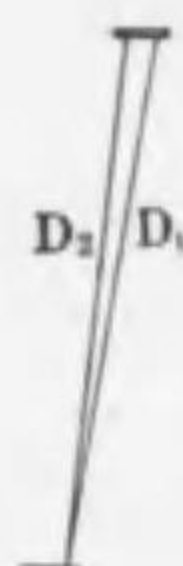


この項の中に現はれる恒数 α は元素の種類にもよるけれども一の元素に於ても通常 $s p d f$ と表はされる数種の値をとる. 之等に従つて項は

$$1S = \frac{cR}{(1+s)^2} \quad 2S = \frac{cR}{(2+s)^2} \quad 3S = \frac{cR}{(3+s)^2} \quad \dots$$

$$2P = \frac{cR}{(2+p)^2} \quad 3P = \frac{cR}{(3+p)^2} \quad \dots$$

$$3D = \frac{cR}{(3+d)^2} \quad \dots$$



第1圖

等の数枝に分れる. 例へばナトリウムのスペクトルには圖に示す如く多種の項が現はれる. この $s p d f$ 等の恒数が現はれることは輻射を生ずる電子が受ける中心よりの作用が陽核を圍む他の

電子の複雑な分布に關係し水素陽核の作用と異なる故と考へられる.

更に精細に見れば之等の項の中 S を除き $P D$ 等は場合により各々極めて微小の差を有する 2 個 3 個 の項より成ることが認められ

(1) 分光學に於てはエネルギーの代りに項を考へることが多い. 項の差は直に遷移に於ける輻射の振動數に等しい. エネルギーが負になるときも項は正にする. また分光學に於ては振動數の代りに波數 κ を考へる場合が多い. 項を

$$\frac{R}{(n+\alpha)^2}$$

とすれば項の差が直に輻射の波數を示すことになる.

(2) 但しこのエネルギーには原子が有するエネルギーの全部を考へるを要しない. 一の電子が無限に遠く離れたときの状態を標準に取りそのときのエネルギーを 0 と置くを常とする.

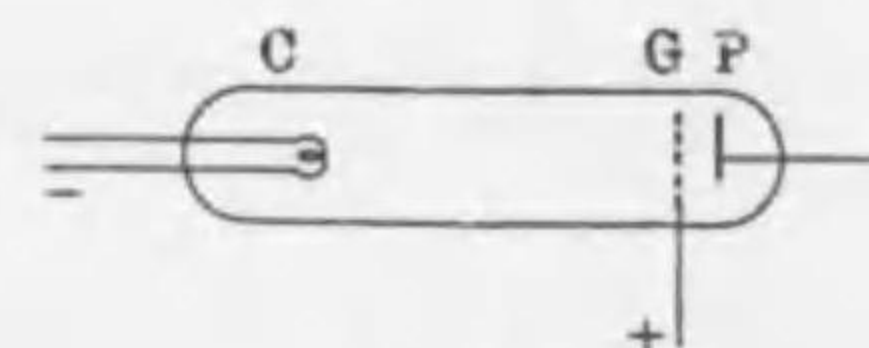
る. 例へばアルカリ金屬に於ては $P D$ が各々二重に現はれる. 従つてスペクトルには極めて密接した一對の線が現はれる. D_1, D_2 と稱せらるゝ線もこの場合の一に屬する. アルカリ土金屬に於ては總ての項が單一なるものと $P D$ が各々三重なるものと二群のスペクトルが現はれ原子價の高い元素に於ては之等の項に更に複雑な多重性が認められる.

既に述べた如く水素に於ても主として主量子數によつて定まる各状態のエネルギーが他の量子數にも少しく關係するため各項が多重になる. 上記の項も遷移をなす電子とその残りの電子との量子數によつて定められる. 例へばアルカリ金屬に於ては一の n に對して $l j$ の

	s	p	d	f	
l	0	1	2	3	$n-1$
j	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}, \frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}, \frac{7}{2}$	$\frac{2n-3}{2}, \frac{2n-1}{2}$

なる $2n-1$ 組が所屬する. $s p d$ 等は $l j$ によつて定まり s を除き $p d$ 等が各々二つづゝあることは l が 0 のときの外 j が二つづゝ所屬する故と考へればよく説明せられる.

214. 電離電壓 原子の内の電子が常に或る特定の狀態にあることは次の如き實驗によつても檢證せられる. 例へば圖の如く真空管に陰極 C と之に對して網狀の陽極 G とを封入し $C G$ の間に圖の如く電壓を與へて C より發する熱電子を G に向はし

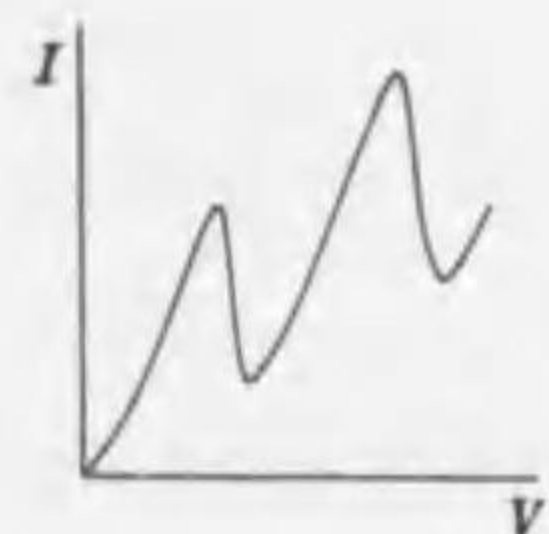


第2圖

める. G とその後方の金屬板 P との間には逆に少しく電壓を與へ電子が G を洩れて P に達するを稍と妨ぐる如くする. また管内は稀薄な氣體を以て充たす.

電子は C より發して氣體の分子と衝突しつゝ G に向ひ多くこの上に落ちるけれども一部は G の間隙を通過し $G P$ 間の電場に逆つて P に達する. P に達する數は電子の運動のエネルギーの大なるほど多い. 従

つてCG間の電圧を漸次に増せばPに達する電子の数Iもまた増加する。然るに電子の運動のエネルギーが氣體原子の電子の一個を量子数の大なる状態に移すに足るに至れば電子が衝突に際して失ふエネルギーが急に増加するためPに達する電子の量が著しく減少する。更にCG間の電圧を増して電子のエネルギーを増し氣體原子の中に他の遷移を生ぜしむるに至れば陰極線のPに達する量が再び減少する。



第3圖

斯の如き場合のCG間の電圧を測れば氣體原子に於ける電子の遷移のエネルギーが求められる。例へば水銀の蒸氣に於ては4.9ボルトの電圧に於てこの如き現象が認められる。このことは輝線スペクトルより得られる結果とよく一致する。

CG間の電圧を更に大ならしめれば遂には氣體の原子より一個の電子を逸出せしめることができる。この場合の電圧を電離電圧と名づける。これをVとし電子の荷電をeとすればeVがその原子より電子一個を逸出せしめる仕事を表はす。二三の元素について電離電圧の値を挙げれば

元素	V
ヘリウム	24.5
ネオン	21.5
アルゴン	15.3
水銀	10.96
ナトリウム	5.13

215. 特性X線 光の輻射に関する前節の理論は特性X線が輻射せらるゝ場合にも適用せられる。實際にK系L系……等の特性X線の振動数も若干の項の差として表はされる。

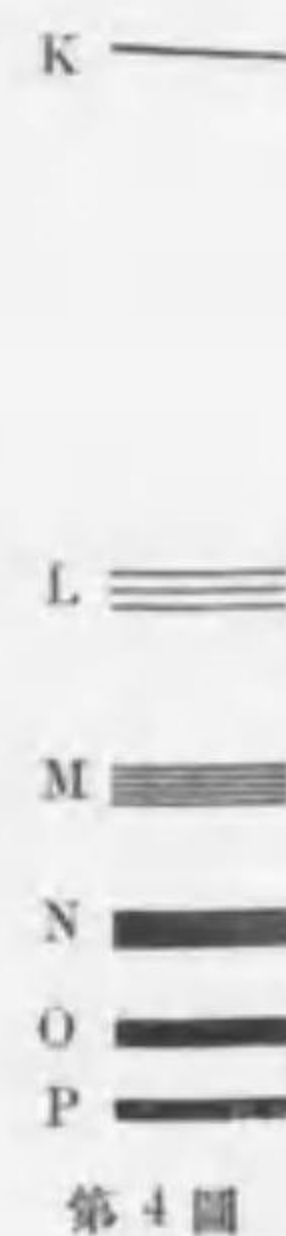
原子が外部から輻射を受けまたは電子の衝突を受けるときそのエネルギーが小ならば周囲の電子が量子数の稍々大なる状態に移るに過ぎない。従つてそのために生ずる輻射の振動数は小さい。然るに外より

の攪亂が強大なるときには深部に位する電子をも逸出せしめる。この如き場合には外側の電子が斯く生じた内部の缺位に移轉する。この遷移は陽核の近くに於て生ずるためその際に過剰となるエネルギーが大きく従つて生ずる輻射の振動数も大きい。通常の光として現はれる輻射は原子の周囲に於ける遷移によつて生じX線として現はれる輻射は原子の深部に於ける遷移によつて生ずると考へられる。

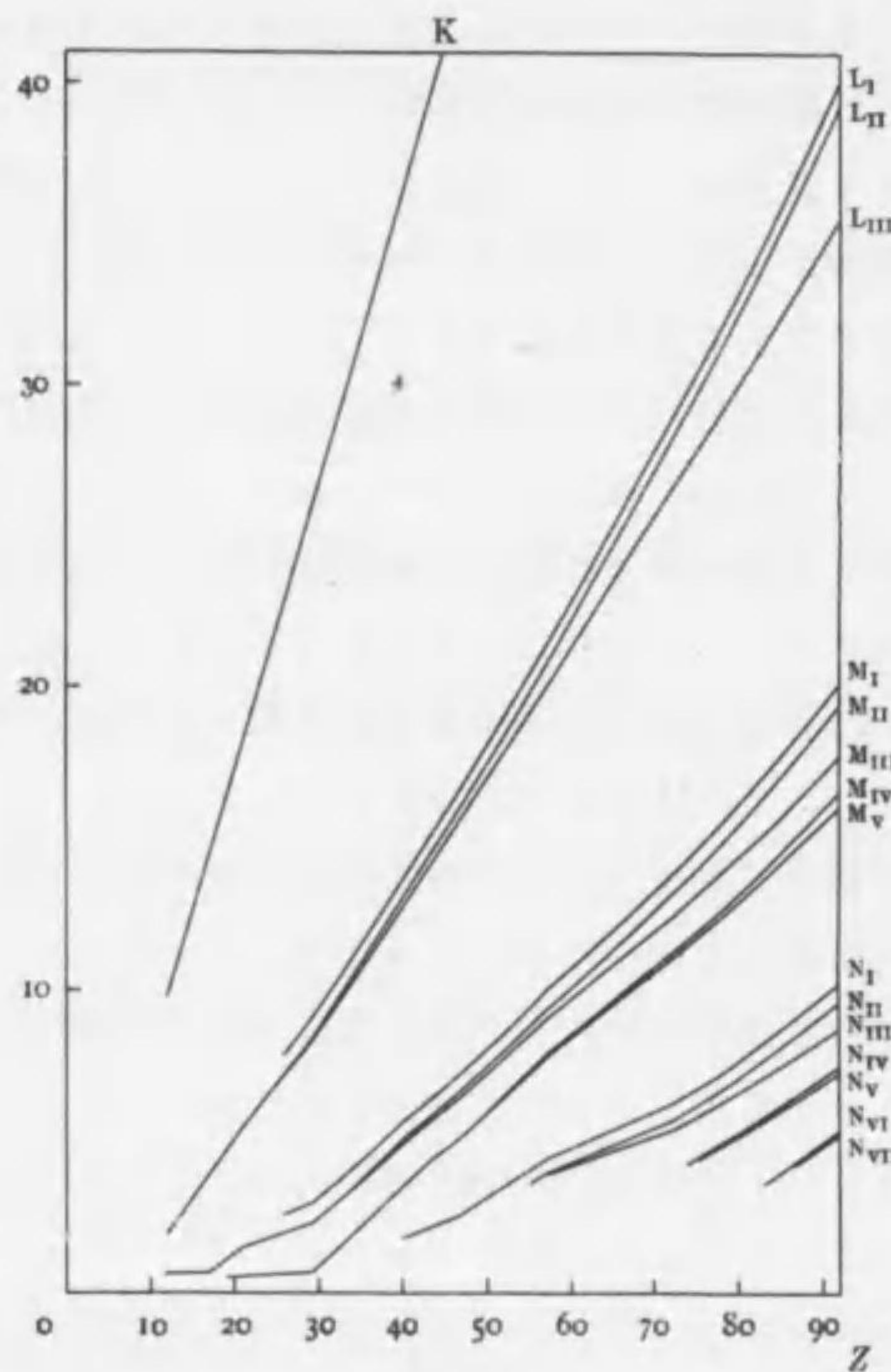
原子の内部に於てK層は最も陽核に近くLM……等の層は逐次にその外にある。水素の場合と比較して考へればK層に缺位あるときその外の電子がこの缺位に移る場合の輻射はライマン系列に類して振動数が最も大きい。L層に缺位あるときに生ずる輻射はバルマー系列に類して振動数は前者に次ぎMN……等の層に缺位あるとき生ずる輻射の振動数は逐次に小さい。特性X線のK系はK層に缺位あるときに生じLM……等の系はLM……等の層に缺位あるときに生ずる。

この如く考へればX線スペクトルの項の最大のものはK層に缺位あるときのエネルギーに相当し次で小なる項は逐次にLM……等の層に缺位ある場合のエネルギーに相当する。即ち之等の層に屬する電子の一個を無限に遠ざけるに要するエネルギーの $\frac{1}{h}$ 倍に等しい。實際にX線スペクトルの項はKLM……等に分類せられ且つLM……層の細分に對應してLM……項が3個5個……より成ることが認められる。

208節の理論に於ては一の量子数に對する原子のエネルギーUが陽核の荷電Eの二乗に比例する。一般の原子は多數の電子を含むけれども周囲にある電子を無視し深部の電子が種々の元素に於て相似の分布をとると考へれば之等によるエネルギーは原子番号Zの二乗に比例する。K層の缺位によるエネルギーの増減もまた略々Zに比例しなければならぬ。實際K項は殆どZに比例する。LM……項もまた同様の理由により圖の如く原子番号に伴つて増大する。



第4圖



第5圖
圖の高さは項 T の平方根に比例し $\sqrt{\frac{T}{cR}}$ を表はす、

この層への遷移が生じ之に属する系の特性 X 線が現はれる。この限界の電圧をその特性 X 線の励發電壓と稱する。

X 線が原子に當つてその中の電子を外に逸出せしめるとき X 線は吸収せられる。併しそれがためには X 線のエネルギーが逸出に要するエネルギーよりも大きくなければならない。即ち X 線の振動数が電子の属する層の項よりも大なることを要する。振動数がこの値よりも少しく小なるものと大なるものとを比較すれば前者はその層の電子によつ

特性 X 線を生ずるには先づ深部の電子の一個を外に逸出せしめなければならぬ。これがためには電子の属する層に應じて相當のエネルギーを要する。このエネルギーはその層に対する項の h 倍に等しい。真空管によつて X 線を生ぜしめるには兩極の間の電圧 V が充分に高く電子の荷電との積 eV が項 T に対し

$$eV = hT$$

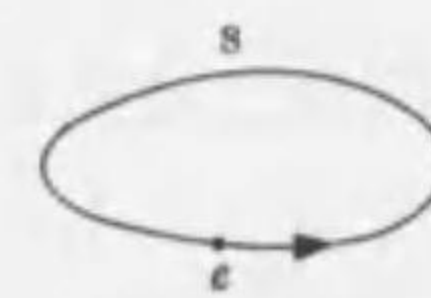
を超えるとき始めてこの層の電子が外に逐はれ次でこ

て吸収せらるゝことなく後者はその吸収を受ける。従つてこゝに吸収の限界が生ずる。

216. 物質の磁性 既に述べた如くに荷電の運動はその周圍に磁場を伴ひ圓形の電流は扁平なる磁石の如くに作用する。荷電を有する電子が陽核の周圍に運行すれば平均として一の回路を流れる電流と同様の作用をなさなければならぬ。

今 e なる荷電を有するものが一の軌道に沿ふて運動し單位時間に於ける周回数が n なる場合を考へれば軌道の一點を單位時間に ne だけの荷電が通過する故に平均としての磁氣作用は ne なる電流が軌道を回路として流れるに等しい。軌道の面積を S とすれば 160 節に述べた如くにこの磁氣作用は能率

$$q = neS \quad 1$$



第6圖

なる磁石に等しい。斯くの如く原子の内に軌道運動をなす電子があるとすれば原子が各々微小な磁石として作用することがよく説明せられる。

併しながら一の原子に属する多數の電子の生ずる磁氣作用が互に反對に向ひ相消す場合には全體として磁氣能率を有しない。従つてこの如き原子は常磁性を示さない。却つて外より磁場が作用すればそのため電子の運動が變化しその變化は常に磁場と反對の磁氣能率を現はす如くなる。⁽¹⁾ 反磁性はこのために現はれる。この作用は常磁性體に於ても存在するけれども一般に常磁性は大なるためたゞ之を少しく減殺するに過ぎない。

電子が軌道の上を運行すればそのために角運動量を有する。面積速度は nS なる故に m なる質量の原子の角運動量は

$$Q = 2mnS \quad 2$$

故に

⁽¹⁾ 電子の運動を恰も一の閉電流と考へれば電磁氣感應により磁場と反對の能率が生じなければならぬ。

$$\frac{q}{Q} = \frac{e}{2m}$$

3

即ち磁気能率は一定の比を以て角運動量を伴ふことになる。



第7圖

磁性體が磁化すればその磁気能率に伴ふ角運動量が磁化の方向に向ふため I なる磁化度に対しては單位體積につき $\frac{2m}{e}I$ なる角運動量が内部に於て磁化の方向に生ずる。従つてこの反動のため磁性體は全體として逆に廻轉しなければならぬ。實際に磁性の強い物體を極めて細い糸で吊し磁場を作用せしめれば磁化の際に逆に廻轉を生ずることが認められる。これをアインシュタイン-ドハース効果と名づける。之と逆に磁性體を急速に廻轉せしめるとき磁化を生ずることも認められる。併しながら精密なる測定によれば強磁性體に於ては上記の理論に反して3の關係が成立たず $\frac{q}{Q}$ は約二倍の大きさを有する。このことは電子が自轉のためにも磁気能率と角運動量とを有しその比が3に於ける2倍なるに因ると推測せられる。

既に209節に述べた如くに電子の角運動量は量子数 l によつて定まり

$$\frac{h}{2\pi} \tag{4}$$

に對して特定の關係にある大きさを有する。これに伴つて電子の磁気能率も必ず

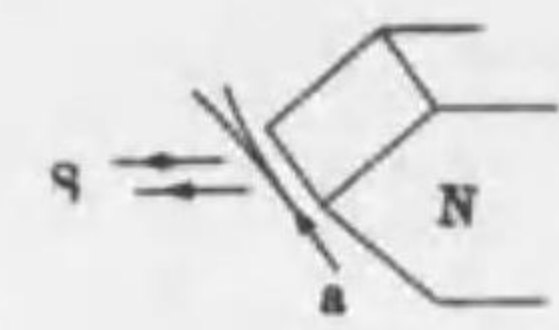
$$\frac{he}{4\pi m} \tag{5}$$

に對し特定の關係をなす大きさを以て現はれる。この磁気能率5をボーアの磁子とも名づける。

また電子は特定の軌道運動をなすのみでなく原子が外より磁場の作用を受けるときには軌道が外よりの作用に對して特定の傾きのみをとり得ると考へられる。即ち原子は磁気能率が外よりの磁場に對して特定の方向をとる如くに傾く。このことは例へば次の如き實驗によつて明かにせられる。

眞空の中に銀を熱しその蒸氣を細隙を通して噴出せしめ原子の流れ a を右圖の如くに双形の磁極の稜に沿ふて通過

せしめるに銀の原子はその有する磁気能率の軸が磁場 NS の方向またはこれに反對の方向のみをとりその中間のものがない。前者は磁場の強い右側に引かれ後者は左に斥けられる故に銀の

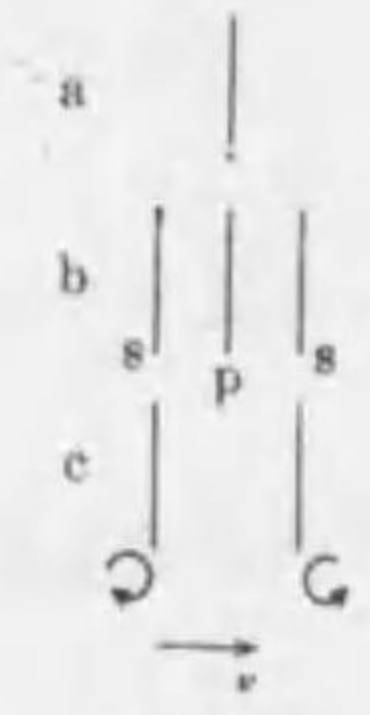


第8圖

原子の流れは左右の二枝に分れる。この流れを特殊の試薬を塗布せる板に受ければその上に二個の細線が現はれる。なほ銀の蒸氣の代りに水素の原子を用ひても同様の結果が得られる。

217. ゼーマン効果とスタルク効果 輝線スペクトルを發する光源

に強い磁場を外から作用せしめれば各輝線が一般に數個の線に分れる。これをゼーマン効果と稱する。その分裂の狀況は光源の元素によりまた各輝線によつて一様でないけれども例へば水素の輝線に於ては磁場と直角の方向より見るとき各線が三個づつに分れ磁場の方向より見れば各線が二個づつに分れる。且つこれ等の線は各々偏光の状態を異にし磁場と直角の方向に發する光は磁場に平行と直角との二種の直線偏光よりなり磁場に平行に發する光は左右反對の圓偏光として現はれる。これ等の線に對する振動數と磁場が作用しない場合の振動數との差は



第9圖

a は磁場が作用しない場合 b は磁場に直角の方向より見る場合 c は磁場に向つて見る場合のスペクトル線を示す。b に於て p は磁場に平行 s は磁場に直角な直線偏光で c に於ける兩個偏光の廻轉方向は矢の如くなる。

$$\frac{eH}{4\pi cm} \tag{6}$$

と表はされる。但し H は磁場 m は電子の質量 e はその荷電を表はす。

上の如き分裂は正則ゼーマン効果と稱し水素のみならず他の種々のスペクトル線に於ても現はれるけれども多くの輝線は更に複雑な分裂

(1) 138 節參照。磁場は N 極の稜の附近で強く左方に於て弱い。

(2) e は靜電單位 H は電磁單位で表はす。