

新 潮 叢 書 第 一 種

科 學 方 法 論

王 星 拱 編

目錄

序言

引說

第一章 現象界之複雜

聯合和換合

第二章 或然之理論和他的測算

或然之測算

第三章 歸納的論理

因果律

密耳三三三的五律令

歷史的方法和物理的方法

第四章 現象的權量

目錄

七五

四二

二四

一七



80753251

確切的權量之需境

權量之儀器

單位之選訂

常數之規定

第五章 錯誤之免除和減少

一百六

免除之方法

常定

更正

賠償

反覆

平均

第六章 觀察和試驗

一百三十三

觀察

觀察之錯誤

負號的辯論

試驗

無關的情境之移除

特別情境之

創造

外撥的情境之訪求

負號的結果

第七章 逼近之理論

一百七十六

逼近之算學的原理

微果之獨立之逼近

第八章 假定之用法

一百九十六

假定之條件

判決的試驗

不完全的假定之容納

假定之節用

第九章 知識之類別

二百二十一

經驗的知識 理解的知識 證實的知識 引伸的知識 分量的研究所得的知

識 分量的研究中理論試驗之不符

第十章 綜合和推較

二百四十三

綜合 綜合之價值 推較 總言

第十一章 分類

二百六十五

分類之分類 演繹的分類 歸納的分類 總言

第十二章 例外之應付

二百九十二

虛僞的例外 貌似例外 獨殊的例外 極端的例外 外撥的例外 未解

的例外 限制的例外 衝突的例外 總言

科學方法論

第十三章 概括的結論

三百十

四

序言

這一部書，是我從北京大學講義稿子編輯起來的。自從蔡子民先生到北京大學之後，大學裏的各部分，都極力的要革除「文理分馳」的弊病；因爲「文」「理」不能溝通，那文學哲學方面的學生，流於空談玄想，沒有實驗的精神，就成些變形的舉子了。那科學工程方面的學生，祇知道片段的事實，沒有綜合的權能，就成些被動的機械了。這兩種人材，都不能適應將來世界之環境。試問我國教育之目的，能說不是要造就適應將來世界環境的人材嗎？如何能夠達到這個目的，自然要從各科的教學同時下手；但是我希望這一部小書，在這個大功業之中，也能盡他分內的力量。

這部書分爲上下兩卷：卷上是科學方法論，卷下是科學發達史和科學中

科學方法論

之綜合的理論。九年一月編者誌。

第一卷

科學方法論

引說

自華太發明蒸汽機以來，各種應用的科學，兼程前進，一日千里，生出許多奇異的事業，爲前古所未聞；人類戰勝天然界之權力，一天一天的增長，而且人類生活的狀況，也一天一天的改變了。於是有人以爲科學之價值，不過是淺近的功利，至於搜探宇宙之奧奧，維持社會之道德，自然有那「玄之又玄」和那「天經地義」的學術，去擔負這個責任，不是科學所敢與聞的。此種謬誤的見解，也不是自現在起的。即十六七世紀中著名哲學家培根

Bacon 對於科學，也曾有偏而不全的評判；他說：「科學和人類的權力，互相依附，並且趨向同一的目的。」若把培根的意思，簡約成一個公式，就是「知識即權力。」笛卡兒（Descartes）對於科學的評判，比較的寬闊些；他以為：從科學之中，我們可以取得最有益於人生的知識。至於近代的普通觀察家，看見飛機可以升入天空一萬多英尺，電極爐可以熱到三千六百度，等等事業，都伸着舌頭奔走相告，說道：「奇異哉科學！」他們以為這些事業，是科學之唯一的出產品。若說及我國之持「東方尙道西方尙藝」之論調的老先生，他們必定以為科學是區區微藝，和個人方面之「正心誠意」，社會方面之「體國經野」無關，那更是不待言了。

從歷史上看來，科學之進步，不是單在應用一方面進行，也不單是理論一

方面進行。若是單在一方面進行，則科學不能發達到現在的地步了。埃及的古科學所以中絕的緣故，是因為他們單在量地、數星上做工夫，沒有理論上的綜合。希臘的古科學所以中絕的緣故，是因為他們單在他們所叫做理性的 *Rational* 非功利的 *Disinterested* 學術上做工夫，於人類生活太不相關。至於現在我們所享受的所研究的科學，是在文藝復興時代重行出世的。科學何以在那個時代重行出世呢？是因為那個時代宗教勢力太大，大家都想解脫思想，從不可知的神道上，遷移到可知的人道上來，所以那個時代的科學，完全以求正確的知識為目的。自文藝復興算起，一直過了好幾百年，科學在應用的方面，都沒有若何的關係。所以有人說，科學之發生，原於求知。而原於應用。當牛敦 *Newton* 著天然哲學之算學原理的時候，決沒有料及後

世航海家，須用他的吸力定律以資測算。當安栢耳 Ampère 法來德 Faraday 研究電磁感應之現象的時候，決沒有料及現在的工業狀況，爲電機所搖動的，有如此之大。然而應用的科學之發達，又可以供給理論之材料。加耳腦 Carnot 之火之動力論，原來是用以解釋機器爲火所鼓動之原理，他當初並沒有料到熱動學就由此而產出，而近代之能力論，又從熱動學而產出。德斐爾 Deville 研究白金之接觸的作用，本是爲實業而進行，那個時候，他也未曾料到析解之理論，就由此而發明，而化學的力學之發達，又即以此爲發軔之始。故應用理論兩方面，須得同時並進。若沒有應用方面的利用厚生，則理論家不能有藥品儀器等試驗室的材料，和工廠商場等社會的材料以供研究。而且決不能永遠受社會上的歡迎和輔助，於是本身不能自立。若沒有理

論方面的搜求新理，則應用的知識，每天照舊演習，其來源之涸竭，是可立而待的；而且人民之思想，永不能逃出於原有的範圍之外，而社會上之罪惡，也永遠不能洗除，則輪船，火車，大礮，飛機，都變成製造奴隸的東西了。

科學初發生的時候，

指文藝復興時代

所謂科學，不過指算學，天文學，力學，數種而

言。以後科學的意義，漸漸的增長，所以科學的範圍，也漸漸的推廣。到了現在，我們以為凡是確切的明晰的有系統的學術，都可以叫做科學。伍耳夫

Vol

三說：凡有系統而探其真實的教訓，我皆謂為科學的。換一句話說，凡是經科學方法研究出來的，都可以叫做科學；因為科學之所以為科學，非以其資料之不同，正以其方法之特異。宇宙間之資料，總不外乎天地日月草木鳥獸，政教風俗愛憎苦樂等等，便是在非科學的學術

如文學宗教之類

之中，所用的也是

這些資料。從這些資料之中，若是探求真實出來，那就成爲科學了。科學方法，就是探求真實之工具啊。

自孔德 Comte 提倡實證主義，穆勒 Mill 實行邏輯革命以來，科學方法之重要，漸漸的爲公衆所承認。因爲中古經院派 Scholasticans 遺留下來的邏輯，陷於形式的窠臼，於實事的研究，竟直漠不相關；所以有科學方法出來取而代之。科學方法是什麼呢？換一個名子，就可以叫做實質的邏輯。Material Logic 形式的邏輯。重推論。實質的邏輯。重試驗。形式的邏輯。重定律。實質的邏輯。重事實。形式的邏輯。重理性。實質的邏輯。重直覺。形式的邏輯。重傳衍。實質的邏輯。重創造。形式的邏輯。重證明。實質的邏輯。重發明。形式的邏輯。是靜的。實質的邏輯。是動的。形式的邏輯。把未知包在已知之中，像一個小圈。

包。在。一。個。大。圈。裡。邊。一。樣。實。質。的。邏。輯。把。未。知。伸。在。已。知。之。外。像。從。一。條。直。線。向。前。另。外。伸。長。一。條。直。線。出。來。一。樣。科。學。之。所。以。能。有。進。步。因。爲。他。無。處。不。用。這。個。方。法。無。處。不。有。這。個。精。神。這。個。方。法。精。神。之。影。響。在。人。類。思。想。上。非。常。的。大。不。可。遏。抑。所。以。科。學。不。但。是。改。變。人。類。之。物。質。的。生。活。啊。

哲。學。界。有。人。曾。分。學。術。爲。行。知。覺。三。科；屬。於。行。的。是。道。德。的 *Moral*，以。善。爲。歸。屬。於。知。的。爲。智。慧。的 *Intellectual*，以。真。實。爲。歸；屬。於。覺。的。爲。情。感。的 *Sentimental*，以。美。爲。歸。科。學。乃。是。屬。於。知。的。有。把。這。個。界。限。看。得。過。於。板。滯。的。人。竟。直。以。爲。科。學。的。知。識。是。完。全。客。觀。的。若。是。把。科。學。的。力。量。增。高。人。類。將。要。爲。客。觀。所。驅。遣。甚。至。於。墮。落。滅。亡。其。實。用。我。們。自。己。的。器。官。腦。髓。去。研。究。科。學。決。不。至。陷。於。客。觀。之。桎。梏。我。們。姑。且。不。論。科。學。的。起。源。是。否。有。求。善。和。求。美。的。心。理。

夾在求真實的心理裏邊，然而科學所得的效果，於行和覺的方面，却是大有裨益，已經是大家所公認的。

科學之於人類，不但是在物理的方面，物質的方面，有利用厚生之利益，他在道德的方面，使人能深辨是非，而改變物我之觀念。因為科學所貢獻於道德界的，有二種禮物：（一）真實之意義；科學不以從前遺留下來的真實算作真實，是要從自己的鑑別得來。換一句話說，科學中之真實，是要隨時進步的。（二）因果的秩序；科學以為我是物的分子，物是我的環境，若是要有好果，須得我去造個好因。這不是科學對於道德的方面的利益嗎！而且科學之中，具有秩序與諧和。Order and harmony 二個原素。這兩個原素，就是美中之不可缺乏的。秩序之反對為紊亂，諧和之反對為衝突，科學之中，若是有紊亂和衝突的地

方，那就不成其爲科學了。所以科學對於美的方面，也是大有利益的。

依以上所說的結論下來，科學是求真實的。真實和善和美是分不開的。然而科學的真實，果能算得真實嗎？這到是個很有研究的價值之問題。現在討論這個問題，先要在「知識緣何而來」着手。

科學是什麼呢？乃是人類智慧之出產品；在心的方面，和思想律相符，在物的方面，又適宜於外界的。心的方面的動作，有思想律去管理他，物的方面的動作，有天然定律去管理他。這兩方面都是有定的，然後科學纔能構成。

思想律是普遍的，凡人之思想之動作，都經歷這個途徑；所以人類之審度，在同一的情境之中，必定得同一的結論。然而我們尋常辨論，每有意見不同，又是什麼道理呢？難道各人的思想之進行，不經歷同一的途徑嗎？這是因爲

事實繁複，或張本不同的緣故。當我們心中對於一樁事實構造一個意見的時候，若是事實之原因過於複雜，而各人所認定的原因不同，或者各人之習慣、遺傳、氣質、Temperment 不同，都可以生出不同的意見。持個性主義的人，並且重視這些主觀的因子。指習慣遺傳氣質希臘人對於知識和意見，曾劃有鴻溝的界限；他們以為無可辨駁的，是知識，可以辨駁的，是意見。其實這個區別，也不過是等級的問題罷了。

我們生活於宇宙之間，必定和外界的環境相適應，不獨支體的生活，是這樣的，即精神的。智慧生活，也是這樣的。我們的手足耳目，若不能和環境相應，必不能發達到現在的地步。即我們審度之權能，若不能和「用我們的審度以應付的」外界之物相符合，那就也無從發達了。如果我們根據於觀察

的事實以預測將來，而屢次受了欺騙，如根據每日太陽將出若明日太陽不出那就是騙我們了。則審度之權能，無從發達。但是自然界是不欺騙我們的。赫胥黎 Huxley 說，自然界向來不置我們於紊亂之鄉。朋加烈 Poincaré 說：「自然界是和一，unity 若不是和一，則其各部決不互相關係。」這是說無因果之可言。從經驗的方面看來，足見外界的物，是有一定的秩序，經由定律而進行的；而我們的智慧，若是經由思想律而審度，可以逐漸的尋出這些秩序，用定律去管理他。科學的真實，是把智慧的我和天然的物，同裝在一個不可分離的圈子裡，何曾是完全客觀的呢！

我們爲何要發達審度之權能呢？同支體之發達，是一樣的原因，是因爲我們。有生之欲望，若要生存，不能不有這個權能。我們遇着一個困難，就要思

想一番思想所得的結果，若是和事實相符，就是適用的——真實的知識了，那審度的權能，就增加一層了。縱然偶有不符，也是增加我們的新教訓，於我們也是有益的。人類以下的動物，也是如此。達爾文 Darwin 聖文 Owen 做過許多試驗，證明高等動物的智慧，是由低等動物的本能進化而來的。波格生 Bergson 也以爲智慧是從本能中晶結出來的。本能是因爲生存而有的，智慧也是因爲生存而有的。這樣看來，惟其因爲人類要滿足生存之欲望，纔發達智慧，纔發達科學，何至於隨着客觀而墮落滅亡呢！

宇宙各部之各方面，和我們的器官，有聯續不同的接觸，輸入於意識範圍之中。由我們的直覺，從這些多而異的中間，選擇出簡而同的出來，用以構造知識，如定律理論假定等等。故我之自己，乃是外物變遷之認識所靠作定準

的，換一句話說，我就是參考之中心點。

再就概念一方面而言；當我們和外物接觸的時候，我們察見這些外物有兩種原素：一是客觀的原素，如密度堅度等等，是外物所自有的；二為主觀的原素，如物與我之距離，和我所用以窺此物之角度，等等，是由我所定的。這些原素，是無限的。我們祇能選擇這兩種原素之若干保存起來，叫做概念。故概念之成立，有強訂。Arbitrary 的性質。換一句話說，乃是由我的選擇而定的。一物之概念之成立，既是強訂的，則將來此物之概念，或因新原素之發生，或因主觀的原素，和客觀的原素之關係，加進分明，都有修正之餘地。概念既可修正，則凡以概念為基礎所構造起來的知識，都可以修正了。所以科學的真實，僅有逼近的。Approximate 性質。既是逼近的，就可以進步而無窮了。

再就思想的方面而言：當我們解決一個問題，或構造一個理論的時候，應如何着手呢？若將所有的知識之分子合攏在一處，依聯合換合（見第一章）支配起來，可以得無限的結合式。惟其因為我們有解決構造之志願，我們可以在這些知識之分子之中，直覺的選擇若干適宜的分子出來，再驅策這些分子，四方馳驟，就同化學中之氣體分子一般，一直到了這些分子中之有效的分子 Successful Molecules。彼此聯合，成了一個言之成理的理論，纔算得圓滿；這原是化學中的語詞。彼此聯合，成了一個言之成理的理論，纔算得圓滿；然後再拿試驗去證明他。總而言之，無論是什麼理論假定之構造，都有我們的志願在那邊做驅策的主人，不是純粹的理性所能奏效的。詳見 Boissac's 科學和方法

總括一句話說，科學的真實，是用簡約之方法求出來的。什麼是簡約之方法呢？就是拋除無關緊要的情境，在異之間求出同來。惟其如此，所以我們能

用過去預測將來，因為過去的現象，和將來的現象，祇要有重要的同點，我們就可以預測，至於無關緊要的情境，祇好不計算他。然而我們何以知道這些情境是無關緊要的呢？這也有強訂假定的色彩。因為我們有這強訂假定之必要。請看外界如此的繁複，若是我們想用智慧把他表托 Represent 出來，非簡約不能動手。我們明明的知道：簡約不能免有犧牲之連帶，然而必得如此，我們纔能走到較緊而較有定的界線之中，使我們所研究的較為確定，而在較穩固的基地上旅行，於是我們纔能和真實的接近。科學家用這個方法，在永增不已的繁複之中，按步進行，且相信科學之各部，都有同一的趨向，而希望在永不停歇的勞動之終局，可以尋得一個和一。這個和一，就是意昂尼 *Jonia, Greece.* 的哲子所已經夢想到的，讓我們都向着這個目的而前進。但

是我們用簡約的方法，層層前進，祇能說，方法愈好，失望就是錯誤愈少。然而無論什麼方法，決不能保證我們一路平安的進步，西揭威克 *Silgewick* 說：「錯誤之危險，乃是我們前進的動作之代價。」我們切莫要因失望而氣餒，這纔是科學的精神！

第一章 現象界之繁複

現象界是什麼呢？就是物質改換能力表現所生出的。物質能力兩樣東西，是不能分開的。物質藉能力而改換，能力依物質而表現。改換前的物質就是因，改換後的物質就是果；表現前的能力就是因，表現後的能力就是果。因為物質能力兩樣東西，都是不滅的，所以因果必定相等。物質能力究竟是一元，可真是不滅的。詳見第二卷中。物質不同，為水，為石，為木，為空氣，為肌肉，為神經。能力不同，為熱，為光，為聲，為電，為動，為思想。這些不同的物質，改換不息，這些不同的能力，表現不息。所以在這個無限的時間空間之中，生出各種不同的現象。有許多現象，同時不同空間而發生的，例如我現在正在寫這本書，外邊樹上有隻鳥叫，天上有一片雲飛過，這樣的符合，不必有關係的。有許多現象，同空間不

同時間而發生的，例如門外這條路上，今朝有兩隻狗打架，明朝有一輛摩托車撞死一個人，這樣的接續，也不必有關系的。科學的責任，就是要找出這些現象的確切的關係——因果的關係。在這個無限的時間空間之中，無時無處沒有現象，因為無時無處沒有物質改換，沒有能力表現；換個名詞來說，就是無時無處沒有變遷。

現象就是變遷。無變遷就不能有現象。現象就是異。無異就不能使我們覺得有現象。天然界中的異，異到什麼地步呢？我們推求宇宙的原始，有人以為萬衆之多，是由少生來的，少是由一生出來的，一是由無生出來的；有人以為宇宙中的原素，總祇有這麼多，前而復前，一直到了無限，永遠是這麼多。我們在這角兩難 *Dilemma* 的兩隻角上，我們都不能得結論的，姑且把他放在一

邊。但是少（原素）能生多，（合物）是大家公認的，並且可以拿算學的原理來表明他；祇要有少數的原素，經過聯合（Combination）和換合（Permutation）的支配，可以生出億萬京垓不同的合物。試看英文二十六個字母，可以造成千萬無數的字，常見的二十幾種原質，可以化成千萬無數的化合物，就可以知道自然界中異的可能了。

聯合和換合

設有A B C三個字母，現在我們要從其中迭取二個字母聯合起來，（每次字母不能全同，但是次序無關緊要。）我們可以造成三個不同的字。這個三，就是聯合數。若是用公式來表明他，拿 x 代分個的總數，拿 y 代每次取出的字母的數，他的聯合的公式，就是，

$$\begin{array}{r}
 A B \quad 一 \\
 A C \quad 二 \\
 B C \quad 三 \\
 (AB=BA) \\
 (AC=CA) \\
 (BC=CB)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 x(x-1)(x-2)\cdots[x-(y-1)] \\
 \hline
 1 \times 2 \cdots x y \\
 \hline
 \frac{2(3-1)}{1 \times 2} = 3。
 \end{array}$$

設有 A B C 三個字母，現在我們要從其中選取二個字母換合起來，（每次字母無妨全同，但是次序須得不同。）我們可以造成六個不同的字。這六個就是換合數。若是用公式來表明他，拿 x 代分個的總數，拿 y 代每次取出

$$\begin{array}{r}
 A B \quad 一 \\
 A C \quad 二 \\
 B C \quad 三 \\
 B A \quad 四 \\
 C A \quad 五 \\
 C B \quad 六
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 x(x-1)(x-2)\cdots[x-(y-1)] \\
 \hline
 = 3(3-1) = 6。
 \end{array}$$

據以上榜樣看來，可見得換合數比聯合數更大。然而這不過是三個分個在那裡支配。若是分個的總數增加，則聯合數和換合數又增加得非常的快。試看以下所引的例，就知道了。

設有一個會，會中有二十六個會員，現在我們要選三個幹事，每次選出的人（分個）不能全同，則我們可以選出不同的幹事團，有

$$\frac{26 \times 25 \times 24}{1 \times 2 \times 3} = 3600$$

三千六百之多。這個三千六百，就是他的聯合數。若是每次選出的人（分個）不能全同，並且職務之分配（就是上節的次序）也須得不同，譬如此次甲為丙為會計，下次甲為書記，乙為主席，丙為會計，選出的人雖同，但是職務的分配不同，都算作不同的幹事團。則我們可以選出不同的幹事團，有 $26 \times 25 \times 24 = 15600$ 一萬五千六百之多。這個一萬五千六百，就是他的換合數。

然而這還是就每次取出三個而言，若是取出的數，每次變換，則聯合數和換合數又增加得非常的快。有人曾經測算，二十四個字母的不同的支配，有 620, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 之多，這個多而加多的權勢還了得麼！

自然界中的現象有含具聯合的原理的，例如造土火藥，先放炭，再加硝，再加硫黃，或是先放硝，再加硫黃，再加炭；又如造人爲石，先放西門丁，再加卵石，再加沙，或是先放沙，再加卵石，再加西門丁，祇要各部的股分不差，無論次序如何，結果的現象是相同的。自然界中的現象，又有含具換合的原理的，例如生電機 *Dynamo* 用動力變成電，電動機 *Motor* 用電變成動力，生電機和電動機的現象，是不同的，這是原於時間的緣故。又如地，在日月之間，就有月食，

月在地日之間，就有日食，日食和月食的現象是不同的，這是原於空間的緣故。我們研究外界的實在，*External reality* 思想於時間之中，動作於空間之中，同換合原理相遇的時候，比聯合的原理更多，可見得天然界中的異。簡直是無窮的。在這個無窮的異之中，我們要找各現象的彼此一定的關係。然後製出定律來管理他。再進一層說，我們遵守天然界的定律來統轄天然界。*We Command Nature by obeying her laws* 這就是科學家莊嚴尊貴的勞動。若要問這些關係如何尋法，我們先從或然之理論入手。

第二章 或然之理論和他的測算

或然是怎麼講呢？就是我們對於外界現象的關係，不敢決定的意思，拿算學來說，必然是一，不能是○，凡是小於一大於○的數，都是或然數。譬如我們

把一個錢拋擲在空中，若要預測這一個錢落地的時候，還是頭朝上，還是尾朝上，我們祇能用或然來判斷他。又如我們在碗裏擲一粒骰子，若要預測他或成么或成二……或成六，我們也祇能用或然來判斷他。據這種代表的榜樣而言，還是外界現象的關係，都是這樣的無定呢？還是我們對於外界的知識不完全，所以不能判斷這些關係的必然呢？我們要知道：或然的理論。是主觀的。不是客觀的。是緣於心的。不是緣於物的。外界現象的關係。是有定的。是必然的。就是拿以上兩個榜樣而言，也是如此。拋錢於空中，錢落地時，或爲頭，或爲尾，是因錢的腹背偶有不勻，手拋的力量偶有輕重，空氣的抵抗偶有偏向，種種原故而定的。擲骰於碗裏，或成么，或成六，是因骰之各方面的形勢偶有不同，手擲之力量偶有輕重，碗底對於各面的磨擦，偶有偏向，而定的。不

過我們不能完完全全知道這些情形。祇好下一個或然的判斷罷了。這樣看來，我們若有完全的知識，就可以判斷必然。但是我們對於天然界，若要有完全的知識，除非是能知道無限。試問我們能到知道無限的地位嗎？既然不能，那麼我們所用的假定理論定律種種去解釋天然界現象的關係，都不過是或然的罷了。

但是或然的數，自○至一，等級不同，或爲○.○○……○.01，或爲○.99……○.99。在功用的方面說起來，祇要用這個理論的時間很長，的時間愈長，或然的判斷愈準。等級最低之或然數，等於不能，等級最高的或然數，等於必然。或然數等級的高低，又以我們知識之完缺爲準。我們知識之完缺，又以我們經驗之多寡和確妄爲準。所以科學家的意見，都以爲知識從經驗而來。科學注重經驗，也就是這個道理。

現在我們再拿幾個具體的事例來說明他。

現在有個某甲，我們要推測他將來如何而死：(一)爲鬼打死，(二)爲狐蠱死，(三)爲刀兵殺死，(四)爲輪船火車碰撞而死，(五)由病而「壽終正寢」。我們祇須稍有知識，一定撇開(一)(二)兩層不算。若再能查考外交內政各節，就能推測某甲生時，應有戰爭或搶劫與否，那就能定(三)之或然數。若再能知道交通機關管理火車輪船的章程完備與否，那就能定(四)之或然數。若再能得歷年人民生死統計表以供參考，再將某甲之體質、習慣、行爲，詳細考察，就能定(五)之或然數。又如報紙上登載一段新聞，說某月某日，有一隻船在大洋中沉沒了，我們要推測這隻船究竟因爲何故而沉沒：(一)爲鯨魚所吞，(二)爲海龍王所收沒，(三)爲颶風所翻，(四)爲礁石所碰，(五)因船朽而破敗。我們祇須稍有知識，也必定撇

開(一)(二)兩層不算。若再能知道海洋的氣候，就能推測該時該處應否有颶風，那就能定(三)之或然數。若再能知海洋的地理，就能推測該處是否有礁石，那就能定(四)之或然數。若再能搜得該公司所記載該船的歷史，或再能訪求該船的碎塊，詳加考究，那就能定(五)之或然數。讀者諸君，不必疑惑以上所引的(一)(二)兩條，是奇怪而無謂的。野蠻人的推測之中，這樣的理由，佔最大的勢力，便是我國的士大夫的腦海裏頭，也是爲這般資料所布滿的，因爲他們都沒有知識的緣故。所以我們要在或然的判斷之中，而求比較的確切，必須知識增加，知識愈增加，那就愈與必然的判斷相近了。

或然之測算

- (一) 以可遇事爲分母，以期遇事爲分子，除得的數，就是這期遇事的或然

數。例如拋一錢於空中，可遇事為二，頭和尾期遇事為一，頭或尾所以每拋一次之中，或頭尾之或然數為 $\frac{1}{2}$ 。又如擲骰於碗中，可遇事為六，么、二、三、四、五、六期遇事為一，么、或二、或三、或四、或五、或六所以每擲一次之中，或二……或六之或然數為 $\frac{1}{6}$ 。

(二) 若是期遇事為二，但是這二事不能同時發見，則此二期遇事的公共的或然數，等於此二期遇事的各自的或然數相加。例如擲骰於碗中，而期么和六，但是一粒骰，不能同時是為么而又為六，所以么和六的公共的或然數為 $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ 。

(三) 若是可遇事，不能都成期遇事，那就用可成的期遇事為分子，用可遇事的總數為分母，除得之數，就是這可成的期遇事之或然數。例如有 R, O, M, A, 四個字母，隨便亂擺，我們要知道他的「可成有意義的拉丁字」之或然數

是多少。依換合法算之，這四個字母， $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ 可成二十四個字。然而我們考察這二十四字中間，祇有七個字 *Roma, Ramo, oram, mora, maro, Armo, Amor* 是有意義的。所以他的「可成有意義的拉丁字」之或然數，爲 $\frac{7}{24}$ 。又如 *K, Na, Cl* 三個原質，每次用一個迭相化合，我們要知道他的「可成化合物」之或然數是多少。依聯合法算之， $\frac{3 \times 2}{2 \times 1} = 6$ 可成三個化合物。然而考察這二個化合物，*KCl, NaCl, KNa* 之中，祇有 *KCl, NaCl* 是可能的，所以他的「可成化合物」之或然數，爲 $\frac{2}{3}$ 。

(四) 若是有一個、二個、或多於二個，獨立的期遇事，可以同時發見，「這二期遇事同時發見」之或然數，等於這二期遇事各自的或然數相乘。例如我在街上走，每四次遇 A 一次，那就是說「我遇 A」的或然數爲 $\frac{1}{4}$ 。每三次遇 B 一次，那

就是說「我遇B」的或然數爲 $\frac{1}{3}$ 。那麼，「我和A、B同時相遇」的或然數，爲 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$ 。換一句話說，我在街上走，每十二次裏，應該有一次和A、B同時相遇。這種的考察，在科學中是很重要的，如果我和A、B同時相遇的次數很多，就可以推求A、B必定有關係，或是同在一處做工，或是同受一定的時間的限制，不是偶然碰着的。

(五) 若是有二個或多於二個相依的期遇事，B的發見，依於A的發見，C的發見，依於B的發見，但是A發見的時候，B可發見，可不發見，要求「A發見的時候，B發見的時候，C可發見，可不發見」之或然數，用A發見的或然數，和「A爲B的記號」之或然數，和「B爲C的記號」之或然數相乘，便是。據這個原理而言，傳言之可信的價值極低。例如A、B二人，同作一樁事的證人，A是親眼看見這樁事的，B是聽

見A說的。設若A尋常說話，四次有三次可信，B尋常說話，五次有四次可信，那就是說「A的發見」之或然數，就是A的話可信的價值為 $\frac{3}{4}$ 。「A為B之記號」之或然數，如A所說的話是真實可信的，B所說的話，在 $\frac{3}{4}$ 。由這兩個或然數，這個真實之中，祇有五分之四是真實可信的。為 $\frac{4}{5}$ 。由這兩個或然數，往前推測，「A發見的時候B的發見」之或然數，就是對於這樁事的證明，B的話可信的價值，為 $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ 。若是再有C，是聽見B說的，也來作這樁事的證人，他的話的可信價值，就更低了。輕信、傳言和捏造、誣詎、同罪、求真實的人，敢不小心嗎！

(六) 如有二個獨立的期遇事，可以和一樁事同時發見，要求「這兩個獨立的期遇事同為這樁事的記號」之或然數，用「這兩個獨立的期遇事各自為這樁事的記號」之或然數，各從一減之，再把這兩個剩數一減，或然數所剩的，有人

叫做未必然數、Number of improbability 我意甯可相乘，再把這相乘的得數，從一叫做或然數的副數、Complementary number 減之，這個剩數，就是我們要求的或然數。設用 P 和 P_2 分代「這兩個獨立的期遇事各自爲這樁事的記號」之或然數，用 x 代「他倆同爲這樁事的記號」之或然數，他的公式如下：

$$x = 1 - (1 - P_1)(1 - P_2)$$

這種方法，對於徵集的證據、試驗的推較，非普遍的理論，都有用處。譬如用一個試驗來推較地心究爲何體，共有八點可資推較，其中有五點和地心爲液體的理論相合，有三點和地心爲氣體的理論相合；那就是說，地心爲液體的理論之或然數爲 $\frac{5}{8}$ ，地心爲氣體的理論之或然數爲 $\frac{3}{8}$ 。從這兩個或然數往前推測，「地心之中液體氣體俱有」的理論之或然數，爲 $1 - \left(1 - \frac{5}{8}\right)\left(\frac{3}{8}\right)$

(1 - $\frac{3}{8}$) \parallel $\frac{49}{64}$ 稍稍比 $\frac{3}{4}$ 大一點了。地心之中，可以同時有氣體又有液體，就是說可以同時發見的。再拿

一個榜樣，用語言來表明他，多數教育發達的國家都興旺，多數實業發達的國家也都興旺，那麼，教育實業都發達的國家，更是大多數都興旺的了。教育發達

實業發達可以同時發見的，並且是常時如此的。

(七) 若是有不同的原因，都可以獨自產出同一的事，則「此事由某原因產出」之或然數，和「某原因可以產出此事」之或然數，成正比例。拿公式來講：用「某原因可以產出此事」之或然數爲分子，用「各原因包某原因而言可以產出此事」之或然數相加的總數爲分母，除得的數，就是「此事由某原因產出」之或然數。再用符號繫住我們的思想，以便表明這個道理。譬如有一椿事E，依我們所知的而言，有三個原因：C₁ C₂ C₃。這三個原因之中，祇要有一

個，此事就可以發見。若是「有 C_1 就有 E 」之或然數為 P_1 ，「有 C_2 就有 E 」之或然數為 P_2 ，「有 C_3 就有 E 」之或然數為 P_3 那麼，「此事 E 由 C_1 產出」之或然數，為 $\frac{P_1}{P_1+P_2+P_3}$ ；「此事 E 由 C_2 產出」之或然數，為 $\frac{P_2}{P_1+P_2+P_3}$ ；其餘可以由此類推。

再拿邏輯家常見的一個試驗來表明他。現在有三個盒子，每個盒子裡裝了十個球。第一個盒子裏，有七個白球，三個黑球，就第一個而言，「隨便拿取得白球」之或然數，為 $\frac{7}{10}$ 。第二個盒子裏，有四個白球，六個黑球，就第二個盒子而言，「隨便拿取得白球」之或然數，為 $\frac{4}{10}$ 。第三個盒子裏，有三個白球，七個黑球，就第三個盒子而言，「隨便拿取得白球」之或然數，為 $\frac{3}{10}$ 。再把這三十個球合在一處，若是隨便拿取得了一個白球，就是說此我們要測算這個白球原來是從那一個盒子裏出來的。那麼，「這個白球從第一個

「盒子裏出來」就是此事_E由_{C₁}產出之或然數，爲

$$\frac{\frac{7}{10}}{\frac{7}{10} + \frac{4}{10} + \frac{3}{10}} = \frac{7}{7+4+3} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}。$$

「這個白球從第二個盒子裏出來」就是此事_E由_{C₂}產出之或然數，爲

$$\frac{\frac{4}{10}}{\frac{7}{10} + \frac{4}{10} + \frac{3}{10}} = \frac{4}{7+4+3} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}。$$

「這個白球從第三個盒子裏出來」就是此事_E由_{C₃}產出之或然數，爲

$$\frac{\frac{3}{10}}{\frac{7}{10} + \frac{4}{10} + \frac{3}{10}} = \frac{3}{7+4+3} = \frac{3}{14}$$

(八) 若是一樁事，屢次發見，永遠未曾失誤，要求「此事再發見一次」之或然數，用此事已經發見的次數加一為分子，用此事已經發見的次數加二為分母，除得的數，便是。若用 n 代此事發見的次數，用 k 代此事再發見一次的或然數，他的公式為：

$$k = \frac{n+1}{n+2}$$

例如太陽系中的九個行星，木火兩星中間的五百小行星共作一個行星計算。都遵守鉢德 Bode 的定律，鉢德定律說：若以金星與太陽之距離為四，那水星與太陽之距離就是四加三，地球與太陽之距離就是四加六，火星與太陽之距離就是四加

十二小行星團與太陽之距離，就是四加二十四木星與太陽之距離，就是四加四十八其餘由此類推。如果海王星外又有一個行星，「這個行星也遵守鉢德定律」之或然數，爲 $\frac{9+1}{9+2} \parallel 10。$

(九) 若是一樁事，屢次發見，永遠未曾失誤，要求「此事再發見多於一次」之或然數，用此事已經發見的次數加一爲分子，用此事已經發見的次數，加要求此事再發見的次數，再加一爲分母，除得的數，便是。若用 n 代此事已經發見的次數，用 m 代要求此事再發見的次數，用 x 代「此事再發見 m 次」之或然數，他的公式爲：

$$x \parallel \frac{n+1}{n+m+1}$$

譬如在太陽系之中海王星外，又有三個行星，「這三個行星也都遵守鉢德定律」之或然數，爲 $\frac{9+1}{9+3+1} \parallel 10。$

(十) 若是一樁事，發見若干次，失誤若干次，要求「此事再發見一次」之或然數，用此事發見的次數加一爲分子，用此事發見的次數，加此事失誤的次數，加二爲分母，除得的數，便是。如用 n 代此事發見的次數， m 代此事失誤的次數， x 代「此事再發見一次」之或然數，他的公式爲：

$$x = \frac{n+1}{n+m+2}$$

例如現在已經發明的原質，有八十一個，其中有六十二個是金類，就是此事發見。有十九個是非金類，就是此事失誤。若是我們要推測下次發明的原質，還是金類，還

是非金類，那「下次發明的原質爲金類」之或然數，爲 $\frac{62+1}{81+2} = \frac{63}{83}$ ，「下次

發明的原質爲非金類」之或然數，以非金類爲此事之發見，以金類爲此事之失誤。爲 $\frac{19+1}{81+2} = \frac{20}{83}$

凡關於或然的測算，以上已經搜括得狠完備了。但是我們運用或然的測算，仍當十分小心。如果測算公式中的符號，不能真正代表自然界中事實之張本，如第七條C₁是否真正為E的原因。或者公式中用作張本的數目，不能明白知道，如第七條中P₁是否為十分之七。我們仍然難免錯誤的危險，不過我們把或然的原理記在腦中，用或然的測算去推論問題，總可以使我們限定期望的分量；換一句話說，總可以。使。我。們。不。期。望。非。必。然。的。為。必。然。的。不。期。望。不。可。能。的。為。可。能。的。

依第八，第九，第十三條而言，太陽每日必出，歷百萬次，永遠未曾失誤，於是「明日太陽將再出」之或然數，為 $\frac{1,000,000+1}{1,000,000+2}$ 。這個或然數之等級極高，固然是不錯了。然而我們要推求以後百萬日太陽仍然是每日必出，他的或然數，就成了 $\frac{1,000,000+1}{2,000,000+1}$ ，幾乎成了 $\frac{1}{2}$ ；這是什麼意思呢？難道我們不能判斷以

後百萬日的太陽，也是每日必出嗎？凡人都是要死的，歷驗百萬個，永遠未曾失誤，於是「某甲將死」之或然數，爲 $\frac{1,000,000 + 1}{1,000,000 + 2}$ 。這個或然數之等級極高，固然是不錯了。然而我們要推求北京城裡一百萬人都是將要死的，他的或然數，就成了 $\frac{1,000,000 + 1}{2,000,000 + 1}$ 。幾乎成了 $\frac{1}{2}$ 。這是什麼意思呢？難道我們不能判斷北京城裡一百萬人將來都是要死的嗎？依或然的理論說起來，我們經驗有限，心思有限，凡事在沒有發見以前，我們都不能決定他是必然的。如果推測的次數愈多，則或然數的等級就愈低，因爲恐怕有我們未曾閱歷的，或者並且有我們未曾想到的原因在裡面攙雜着。便說日出人死，我們不知道明天的太陽，是否和今天的太陽，是全同的，未死的某甲，和已死的某乙，是否是全同的，所以凡是預測，都是或然的。然而預測將來，是科學之無上的價值，科學

之預測的本領，果然是這樣的不中用嗎？我們須知道：我們研究現象，都是即「已知」以推「未知」，若是不知「未知」的情境，Condition 可是和「已知」的情境都同，例如我們不知道海王星外將或尋得的行星的情境，可是能尋得的九行星的情境相同，況且海王星已經不十分遵守鉢德定律，若推論到海王星外，或者不知道「未知」的情境，究竟和那一項「已知」的情境相同，例如我們不知道將來發明原質時候的情境，還是和已知的發明非金類，是和已知的發明金類原質時候的情境相同，還是原質時候的情境相同。我們祇好用或然的測算，為唯一的濟窮的方法。至於日出人死等等問題，我們已經擅定 Assume 「已知」和「未知」的情境，逐件都相同的，我們擅定明天未出的太陽，也吸攝太陽系裏的行星，也有溫度未死的某甲和已死的某乙，在生物學的意義之中，都是人都是相同的。若是明天的太陽和未死的某甲，不在這些情境之中，那就不是我們用界說所定的太陽和自然人了。用太陽和人推論非我們可以用歸納的原理，用少數經驗

的事，去預測多數未曾經驗的事。這樣的預測當然也有假定的性質。Hypothetical Character 然而這個假定的性質是含在擅定的階級裡。不是含在推論的階級裡。譬如煮水至百度而沸騰是確切的經驗。到將來再煮水的時候，這裏有假定的性質。至於我們從此推論這個未經驗的水在同一的情境之中，若煮到百度的時候就沸騰是必然的，不是或然的。若是擅定情境就是同的，就能推論結果簡單說就是同的。這就是天然齊一 Uniformity of nature 的定律。至於這個定律如何證明，並無人能說得出。我們祇能說千萬無數的經驗都指向這個定律的路上。我們就把這定律做個界限，再講歸納的論理學的大概，以爲以後研究的基礎。

第二章 歸納的論理

在第一章裡，我們已經用聯合換合的公式，表明現象界的異。在第二章裡，

我們已經用或然的理論，猜度這些各不相同的現象，或者有關係存乎其間。這一章所討論的，是如何自現象之觀察，可以前進到定律之規訂，以備預測將來之用——就是論理學中所叫做歸納的。預測將來，本是我們唯一的目的。然而我們所有對於外界的知識，最初都是原於經驗，那些我們未曾接觸的將來，又何從而知道呢？有人必定答道，因審度 *Reasoning* 而知道，因為審度的功用，就是能告勸我們在一定的情境之中，有一定的現象必將發現。然而我們要問：如果我們可以拿器官去觀察這個現象，那就用不着審度了；如果我們不能拿器官去觀察這個現象，又憑藉什麼去審度呢？這樣看來，在歸納的審度之中，必定用「已知」去推「未知」。但是把「已知」和「未知」擺在一處，用一個定律去統轄他倆，那麼，我們的知識之中，似乎加了若干新材料。指

的知了。然而沒有新接觸，不會增加新材料於知識界，凡推論的審度，無論是演繹的，是歸納的，都不過是拿出我們經驗的內容，指已知的，已揭出而整理之罷了。所以培根說：「我們僅僅能知道我們所曾經觀察的，但是要拿經驗的來原，和知識的內容，合在一處計算。」然而對於這一點，意見不同的很多。重歸納的人說，依心理學的聯想律而言，凡人遇同一的情境的時候，必期備有同一的事發現，所以自此推彼，是審度的正軌。重演繹的人說，凡人遇同一的情境的時候，必期備有同一的事發現，誠然是不錯的，然而這個時候審度人的心裡，實在是把「凡有這情境的時候都有這事發現」一個普遍的定律做前提的，仍然是從全推偏，並不是從此推彼呀。又有人說，縱然我們擅定「未知」的情境，因和「已知」的情境相同，我們並沒有權柄去審度「未知」的結果果和「

已知」的結果相同，我們所以能如此審度的緣故，全憑藉於我們的信仰。至於含有宗教意味的論調，當然更以信仰為主體了。又有人說，我們遇見相同的情境，就期備有同一的事發現，這是因為我們心理上有所組合的判斷：Theific Judgment。我們所以能如此審度的緣故，不是論理的功效，是全憑我們的直覺，因為同因必有同果，這中間有和「 $\frac{1}{2}$ 」的美。

因果律

歸納是什麼呢？就是求各現象之因果的關係而構成定律。凡現象都有因，因前又有因，一直到第一因而止，或者到無限而「止」，都不是我們所能講的。現在我們就呈具於我們面前的現象逐件研求，知道既往將來之中，因必有果，果必有因，因曾為果，果又為因，這因果的關係，是有定的。這叫做因果律。

因字究竟怎麼講法，我們還尋不出完全同一的意見。現在我們取一個最普通的最簡約的最明晰確切的來說：「因」是一個現象的永不變的無條件的極相近的，以上是性質的並且和他指現象相等的。以上是分量的前引。這個現象就是這個前引的果。

永不變是怎麼講呢？這中間就有天然齊一的原理。有這個因，就有這個果，屢次如此，永不變的。例如煮水至百度就沸騰，煮至百度就是因，沸騰就是果，屢次不變。但是這樣虛浮的斷論，還不能定因果的關係，因為有些時候，有些地方，水要煮到百零一二度纔能沸騰，又有些時候，有些地方，祇要煮到九十八九度，就沸騰了，所以要有以下的條件來限制他。

無條件是怎麼講呢？這幾個字易生誤解；他的真意義，是說一因動作的時

候，祇要在一定的情境之中，就能生果，除此情境之外，不須有他力相幫助的。例如我們說，煮水至百度就沸騰，應該說在緯度四十五度，海平面上，七百六十公分汞的壓力之下，凡不含溶解物的水，煮到百度就沸騰。這是說，祇要有這些條件，另外不須有別樣條件——就是不須有他力相幫助，水煮至百度就沸騰。科學愈進步，這種條件愈嚴密，所以以上所說的無條件，最好是在不須外助去解釋他。

極相近是怎麼講呢？這是說：有這個因，立刻就有這個果。因為萬物變遷，物中的分子是動而不息的，剛變遷前的情境是因，剛變遷後的現象是果；若是其間有可覺的時間，必定另有別的現象發現，至少也有分子或電子的變動。例如煮水到百度就沸騰，在以上所說的情境之中，不容遲過一秒鐘的萬分之一。

相等是怎麼講呢？這樣分量的因果的研究，是近來科學最大的進步。科學的預測的本領，也因之而增加。有這樣多的因，就有這樣多的果。物質能力都不滅，已經為化學熱動學所證明，就是因果相等的道理。例如有這樣多的水，從二十度煮到百度，剛要這樣多的熱，再使這樣多的水，盡變成蒸汽，又剛要那樣多的熱，一毫不須多，一毫不能少。但是這個相等，是說因和果有一定的分量的關係，並不是說數目的同一。

參觀現象
之權量

激力和置境 我們觀察現象，有時似乎有極大的果從極小的因生出的，其實因果仍然是相等，不過這個因可以分析為兩項：一為激力，*Moving force*；二為置境，*Collocation*。例如用一粒鹽加於過飽和點的鹽溶液之中，這溶液中所有溶解的鹽，立刻全體停積為固體。加一粒鹽，不是很小的因嗎？全體

停積爲固體，不是很大的果嗎？然而我們須知道：加一粒鹽，不過是這個現象的激力，另外還有鹽的過飽的情形，*super-saturation* 是這個現象的置境。如果沒有這個置境，那加一粒鹽的激力，就不能生出全體停積的大果了。又如有一個人演說，可以鼓起多人哄動。一個人演說，不是很小的因嗎？多人哄動，不是很大的果嗎？然而我們須知道：一個人演說，不過是這個現象的激力，另外還有羣衆的好動不平的心理，是這個現象的置境。如果沒有這個置境，那一個人演說的激力，就不能生出多人哄動的大果了。其餘社會的現象，彼此互相影響的很多。依表面的觀察，往往有因果不相等的表見，這都是因爲置境裡面，有我們未曾懂得清楚的地方。如果我們懂得清楚這個置境，拿他和激力合算起來，因果沒有不相等的。

偶然的符合 自然界中，現象的繁複，第一章已經表明了。我們觀察現象，難免不遇見同時間的，同空間的符合，或者同數目的符合，似乎具有直接的，或間接的因果的關係。我們遇見這類的符合的時候，縱然以為這些現象是有關係的，也得要持研究的態度。研究的方法有二：（一）歸納的，就是多集舉例，詳加考察，可是每次都是如此。（二）演繹的，就是用已知的明晰確切的天然定律去解釋他。若是用這兩個方法所得的結果不良，我們祇能判定這些現象是偶然的符合，不能承認這些現象是同出於一因的，或是此因彼果的。此種以偶然的符合為因果的關係的推論——不合論理的推論，在歷史上人類的思想界，佔據很大的勢力。古代西洋人，以為數目中的七，在自然界中，為各現象的關係的標幟。在字母中有七個母音，在琴上有七根絃，在昴星裡有

七點，在特伯埃及古京城有七王，皮達各耳 Pythagoras 又加了天文的七政，音樂

的七節，點金化學家又加了金類中的七個原質，星期中的七日，就是「空前絕後」的大科學家牛敦，也曾經有一個時候疑心聲有七節，光有七份，是聲浪光浪中的關係。古代中國人（就是現在的中國人何獨不然！）以為數目中的五，在自然界中，為各現象的關係的標幟。在物質中有五行，在人身有五臟五官，在物性中有五味五色，在君主有五帝。至於四時四方，似乎和五不相干了；然而他們偏能用土行四季，土居中央的胡說，來穿鑿附會這五的關係，巧哉！巧哉！

昔時有一個人，在海邊遊翫，看見一個教堂裡面，掛了十三個人的肖像。這個人就問當地的居民是什麼原故。居民答說：「這十三個人是曾經在這個

教堂裡禱告；以後航海翻船而獲救的。」這個人又問道：「曾經在這個教堂裡禱告，以後航海翻船而淹死的人的肖像在什麼地方呢？」足見中了就算不中就不算，*Men cannot when hit but no when miss*。本是人類有恐懼有希望的時候最易生的錯誤。星卜中的迷信就是依此而成立的。若用以上所說的歸納法來研究，試問所有的舉例，可能每次都是如此呢？

一千八百三十年的時候，法國議院裡有四百零二個議員，其中有甲黨二百二十一人，混號叫做羅伯司皮耳的尾巴，*La queue de Robespierre*。有乙黨一百八十一人，混號叫做中正人，*Les hommes d'ans*。若是按字母的次序用一，二，三，……二十四，二十五，二十六代替以上混號中的字母逐個相加，甲黨混號的總數，恰恰是二百二十一，乙黨混號的總數，恰恰是一百

八十一。當時有人以爲這些議員的數目，和議員的品格有關係。若是用以上所說的演繹法來研究，試問可有已知的明晰確切的定律，能解釋這個關係呢？

密耳 MIII 的五律令

密耳用因果律做根據，發明歸納的律令五條，論理學的書上都有的。科學方法的大部分，都是歸納的論理學，所以我們現在把他簡單研究一番。

一 合同之方法 Method of Agreement 在二個 或多於二個 舉例 Instances 之中，有一個同一的現象發現，倘若在這二個 或多於二個 舉例之中，又有一個同一的情境，(Circumstance or condition) 在這現象之前，(或在這現象之後) 這情境就是這現象的因。(或是這現象的果)

再用符號來表明他：在第一舉例之中，有 A B C 各事實，又有 p q r 各事實隨着他。在第二舉例之中，有 A D E 各事實，又有 p s t 各事實隨着他。那麼，A 就是 p 的因，p 就是 A 的果。

第一舉例

A	B	C	因
p	q	r	果

第二舉例

A	D	E	因
p	s	t	果

例如燒一塊淨炭於空氣（淡四養）之中，那炭就發生燃炬的現象，有光燄，淨炭盡變為氣體而上騰，這是一個舉例。又把炭末和綠酸鉀（鉀綠養三）相和，用火燒他，那炭也發生

第一因

一 C 養少淡多

果

r 有光燄

第二因

二 E 養氣充足

果

t 微炸而放火星

舉 B 淡

Q 氣體上騰

舉 D 綠化鉀

S 留有白灰

例 A 養

P 燃炬

例 A 養

P 燃炬

燃炬的現象，微炸而放射火星，燃炬之後，留有白灰，這又是一個舉例。按以上符號逐一推求，在第一舉例之中，有 A p，有 B q，有 C r，沒有 D s 和 E t，在第二舉例之中，有 A p，有 D s，有 E t，沒有 B q 和 C r；那麼，在這二個舉例之中，有同一的情境 A 在，在同一的現象 P 之前，所以 A 就是 P 的因，P 就是 A 的果。另外還須有反證（見以後差別的方法）就是要證明沒有 A 就不能有 P。在我們所引的舉例之中，養就是燃炬的因，或者再用嚴密的詞意來說，自由養氣的產出，就是燃炬現象的因。至於 B C 是否為 q r 的因，D E 是否為 s t 的因，當另外取別的舉例來比較，纔能證明。

二 正負合併之方法 *Joint method of agreement and difference* 在一個

或
多
於
二
個

舉例之中，有一個同一的現象發現，這二個舉例，僅僅另有一個情境

(在這現象之前，或在這現象之後)

相同，又在別的二個

或
多
於
二
個

舉例之中，

這現象不發現，這二個舉例，除「沒有這個情境」一點相同外，別無他項相同；

這情境就是這現象的因，(或果)或者是這現象的因的不可缺少的一部分。

再用符號來表明他：第一組的舉例，都有情境 A，都有現象 P；第二組的舉

例，都沒有情境 A，都沒有現象 P；則 A 是 P 的因，P 就是 A 的果。

第一 因果 第二 因果 因果 因果

組的 (一) B C (二) D E 組的 (一) G H (二) D K

舉例 A P A P 舉例 C r B q

(一)

(二)

(一)

(二)

現在我們再拿一個具體的舉例來講明他：白達爾文發明「動物用顏色保護他的安全」的理論後，華烈司（Huxley）用他去解釋北冰洋動物的顏色。北冰洋有終年雪不熔化的地方，這地方有終年顏色皆白的動物，如北極熊，美洲的北極兔，雪鴉，和格林蘭鷲，都是可舉的例子。北冰洋又有夏季無雪，冬季有雪的地方，這地方有冬季變白，夏季變別種顏色的動物，如北冰兔，北冰狐，北冰狸，都是可舉的例子。這白和非白的顏色，依達爾文的理論而言，都是保護安全的東西。肉食動物，藉此易於攫食，被食的動物，藉此易於避禍。然而也有人拿別的理论來解釋這白顏色。他們說：這北極動物顏色白的原故，是因爲雪的白色的化學的反應，或是因爲白色可以減少輻射的失熱，以便保衛體溫，也能言之成理。但是華烈司又尋出有生在終年有雪的地方，

而顏色不白的動物，例如冰貂終年永遠是褐色，貉羊也是終年褐色，烏雅的顏色是黑的。依表面上看來，這些舉例，似乎可以否認達爾文的理論了。然而華烈司詳細考察，纔知道冰貂是生活在樹上的，他的褐色，恰和樹皮的顏色相同；貉羊的生命的安安全全，全靠速認同伴而歸羣，所以他需要有可辨的顏色，

因

果

因

果

第一

A 終年有雪

P 終年白色

第二

(一)

G 樹上生活

X 褐色

組的

(一)

B 他因 例如冰滑

Q 他果 例如足有柔毛

組的

(二)

H 須認同伴

W 褐色

舉例

(二)

D 他因 例如溫度低

S 他果 例如身有絨毛

舉例

(三)

K 不須攪食
不須避禍

Z 黑色

較之難辨的顏色，還要加重；烏鴉用死肉作食料，不須攫食，也不須避禍，所以不妨「知其白而守其黑。」試就以上所列的表看來，第一組所表明的，或因終年有雪，若要保護安全，必得終年白色。或因冬季有雪，若要保護安全，必得冬季白色。第二組所表明的，或因生活樹上，若要保護安全，必得褐色，或因須速認同伴以保護安全，必得褐色，或因沒有攫食避禍的需要，所以不必要有白色。由第二組的舉例，可以證明「顏色保護安全」的理論的普遍，並可否證反應保溫二說的真實。因為冰貂，貉羊，烏鴉，也受雪色的反應，也有保衛體溫的需要，和白色的動物是一樣的。這第二組的舉例，可以證明保護安全的理論，是培根所叫做的判斷的試驗。Experimentalis Crucis 或判斷的事實。Crucial facts 第八章當再詳之。

三 差別之方法 Method of Difference 如有一二個舉例，在第一舉例之中，

有一個現象發見，在第二舉例之中，這個現象不發現，但是在這二個舉例之中，除「有一個情境，見於第一舉例，不見於第二舉例，」之外，其餘情境都是同的，這一個情境就是這個現象的因，或是這個現象的因的不可缺少的部份。

再用符號來表明他：在第一舉例之中，有情境 A, B, C, 有現象 p, q, r, 在第二舉例之中，有情境 B, C, 有現象 q, r, 獨沒有情境 A, 又沒有現象 p, 所以 A 是 p 的因。

第一因果 第二因果

若要取具體的實事，來證明這個律令的用處，

一 C r 二 C r
 舉 B q 舉 B q
 例 A p 例

物理化學書的裏面，異常的多。例如加里里約用試驗證明空氣是有重量的，他把一個瓶，裝滿空

氣，用天平戥他，有若干重量；他再把瓶裏的空氣吸出，再用天平戥他，重量減少若干；足見這空氣的吸出，就是重量減少的原因，換一句話說，空氣也是有重量的。物理學家又拿試驗證明空氣傳聲，把一架鐘擺在一個玻璃盒裡，一個彈性極大的鐘座上面，我們在盒外可以聽見鐘擺的聲響；再將玻璃盒裡的空氣吸出，我們在盒外，就祇能看見鐘擺的搖動，但是他的聲響，非常的薄弱，所以不能完全吸盡，況且鐘座彈性雖大，總能傳聲若干。足見這空氣就是傳聲的原因。

四 同變的方法 *Method of Concomitant variation* 若是有一個現象，增減遞變，又有一個現象，也跟隨他遞變（但是同時必須沒有他項變遷）此現象必為彼現象的因或果，或是這兩個現象之間，必有間接的因果的關係。

(甲) 譬如有三個舉例，其中現象 A 和 P 同時遞變，其餘的現象 B 和 Q 永遠

第一 因果 第二 因果 第三 因果 不變，則 A 是 P 的因。或物理化學書裡

一 B Q 二 B Q 三 B B 面，可以證明這個律令的用處的，也是

舉 A P 舉 A' P' 舉 A' P' 非常的多。例如鮑以耳 Boyle 定律說：

例 例 例 凡在溫度不變的時候，氣體的壓力愈

大，他的體積愈小，在這個試驗裡，壓力大小，就是體積小大的原因。格羅撒克

Gay-Lussac 的定律說：凡在壓力不變的時候，氣體的溫度愈大，他的體積愈

大，在這個試驗裡，溫度高低，就是體積小大的原因。不過這個「不變」是由

我們強訂的，以便研究因果的關係，然後我們纔不得為攙擾的情境即所混

亂；因為溫度和壓力，都和體積有因果的關係，並不是 A P 和 B Q 各自為因

鮑以耳定律	因	果	格羅	因	果
A 壓力變	B 溫度不變	q 體積不變	撒克	B 壓力不變	q 體積不變
		P 體積變	定律	A 溫度變	P 體積變

果的。無論研究那一種的問題，用這個方法的，日見其多，又可用方圖法 (Graphic method) 來表明他，經濟學裏也常用這個方法。

(乙) 譬如有三個舉例，其中的現象 A 和 P 同時遞變，然而其餘的現象，如 B, C, r, D, E, S, t, F, G, W, x 等，也屢次不同；若要斷定 A 是 P 的因，那就比上節所談的難得多了。因爲第二

舉例中的 P 或者是由於 C D 的，第三舉例中的 P 或者是由於 E G 的。像這樣的難處，在研究歷史學社會學的時候，常常遇着。然而祇要徵集的舉例極多，則 A 和 P 的關係的疑點的減少極快。參觀第五章平均法但是又有人可以辨駁：A 和 P 的關係，不是相為因果的，是原於同因的，這也不是詭辨哪。我們且拿一個實事來說：費利 *Ferri* 研究法國刑事犯案，和法國的出產，找出來葡萄收穫的增加，和刑事罪案的增加，成正比例。葡萄是造酒的原料，所以他推論酒是犯罪的因。若是拿符號來記他，A 是葡萄收穫，P 是刑事犯，然而我們何以知道：當這些時候，設有別的社會的變遷，如生活艱難，繁華增盛，等等情境，在符號中為 B, C, D, E, F, G, 所代表的，是犯罪的因呢？我們又何以知道：沒有他項情境，逐年遞變，是這兩個現象公共的因呢？譬如依觀象臺的紀載，犯罪案增加這幾年裏日熱逐年加多。

那麼我們可以說日熱加多，葡萄易於長育，所以收穫增加，日熱加多，可以增加人的暴躁性，所以犯罪案加多，那就是說，日熱加多是葡萄收穫增加和犯罪案加多的費利所取的舉例，祇有五個，或者還不夠做「葡萄收穫是犯罪的公共的因」的確證。然而如果我們要說別的情境，是犯罪的因，或者另有一個情境，是這兩個現象的公共的因，又必須在各處統計表裡搜集舉例來證明他，纔能下「取而代之」的結論。

把同類的現象列成等級來研究他，或者是發明真理的正軌。若不知道這現象的因，可以用假定作引導，再看和別的事實是否符合。例如高等動物，從狢到猿，從猿到人，他們的前肢的組織的完備，有不同的等級。我們可以假定操作便利的需要，是前肢發達的因，再考察狢，猿，人，其餘部分的組織，如耳朵，腦子，聲帶也有不同的等級，這就是符合了。又如從河獾到三趾馬，從三

趾馬到中趾馬，從中趾馬到主趾馬，從主趾馬到現在的一趾馬，他們的趾的組織，有不同的等級，赫胥黎假定：奔駛快速的需要，是中趾發達的原因，再考察主趾馬的化石，是在多存系和少存系的上部找出來的，中趾馬的化石，是在少存系的下部找出來的，三趾馬的化石，是在且存系的上部找出來的，河貘^五的化石，是在且存系的下部找出來的，——總而言之，時代愈古，馬的趾愈多，這些事實，恰恰和進化的理論相符合。

五 剩餘的方法 *Method of residue* 如果有一班現象，已經定了他們的因果的關係，現在有一個現象，其中有一部分是此果，將此果減除於此現象之中，其剩餘的現象，就是一個情境減除此因的剩餘的果。

再拿符號來表明他：現在有一個舉例，他的前引，是 A, B, C, 他的後隨，是 P,

q_r 。我們已經知道： q_r 是 BC 的果，於是將 BC 減除於 ABC 之中，將 Q_r 減除於 pqr 之中，第二層所剩餘的 p ，必定是第一層所剩餘的 A 的果。這個方法，似乎和差別的方法相同；但是在差別的方法裡，我們不知道 BC 和 q_r 有若何的因果的關係，在剩餘的方法裡，我們確切知道 BC 是 q_r 的因。若是在科學裡，我們已經有若干定律可以定因果的關係，然而有時因果似乎不符，生出特殊的現象。這個特殊的現象，必定有個特殊的因。參觀第十三章

例外的 應付 化學中發明原質，往往是由此而得來的。例如淡的性質，我們已經知道得狠詳細。勞列 Rayleigh 把從淡化合物裏取出的淡，純粹的淡 和從空氣裡取出的淡相比，尋出他倆的光份密度，都不同。他已經知道純粹的淡的光份密度，應該是多少，現在他尋出從空氣裏取出的淡的光份密度不同，那麼，必定有

個另外的因，纔能生出這個不同的果。蘭姆塞 *Ramsay* 跟隨這個指導，就尋出空氣中除淡和養之外，又有氫類氣體。氫類氣體，就是這個現象的剩餘的因了。我們再在物理學中，舉一個例：鮑以耳定律說：氣體的壓力，和體積成反比例，現在有一個氣體，要做這個試驗，以硫酸_三淡_三等他的體積因壓力而縮小，但是過於這個壓力所能使他縮小的地位，那麼，除這個壓力之外，必定還有個因，纔能生出這個特別的果。從此研求，我們纔知道：氣體將變液體的時，體積易於縮小。氣體變液，就是這個現象的剩餘的因了。我們再在經濟社會等學裏舉一兩個例：如一國進口出口貨的價值，必定相等，他倆比較的剩餘，就是利益，或是外漏。又如人身和社會的組織，用物和需要，必定相等；但是現在的人身，有無用（並常有害）的機具，如虫腸，尾骨，之類；社會有無用的禮

俗，如祭神和其他無謂的風俗，是什麼緣故呢？這是因為有遺傳力 *Hereditary force* 和沿襲力 *Traditional force* 是這些剩餘現象的因。

歷史的方法和物理的方法

歸納的論理，我們已經用着因果律和密耳的五個律令理出頭緒出來了。至於演繹的論理，除形式的一方面外，可講的不大多，所以我們在這裏可以略去他。然而我們研究問題，有時不是純粹的歸納或純粹的演繹，所不能了結的。所以我們要有歸納演繹的合併。這合併的方法，分爲兩類：一是歷史的方法，二是物理的方法。歷史的方法，是以歸納爲主，演繹爲副；又有人把他叫做反行的演繹法。物理的方法，是以演繹爲主，歸納爲副；又有人把他叫做直接的演繹法。

歷史的方法是：搜集同類的事實，研究他實在是否有可較的同點，如果有可較的同點，就設一個經驗的定律 Empirical law 來統轄他，然後再從這些事實的本性，推求一個理性的解釋出來。若是拿這個分法分成段落，就是：（一）徵集、確切、可較的事實，（二）設經驗的定律，（三）就這些事實的本性，找出一個因果的理由。生物社會等學之中，用這個方法的時候極多。例如我們研究歷史，搜得若干事實，如希臘的文明，起於雅典，羅馬的文明，起於羅馬城，埃及的文明，起於特伯，這是確切可較的事實。然後設一個經驗的定律說：「凡文明都起於城市。」然後就這些事實的本性，來找出其中因果的理由。這理由是什麼呢？凡是城市的地方，人民必多，人民既多，必定有公衆的組織，公衆的組織，就是文明的起點。又如我們研究生物學，搜得若干事實，如豬的耳朵是垂

的，狗的耳朵也是垂的，驢的耳朵也是垂的，牛的耳朵也是垂的，這是確切可較的事實。然後設一個經驗的定律說：「凡家畜的乳哺的耳朵，都是垂的。」然後就這些事實的本性，來找出其中因果的理由。這理由是什麼呢？凡家畜生命的安全，有主人保護他，沒有外來的危險，用不着有豎耳朵替他來做崗位。凡是這樣訂成的定律，就可以作後人研究的指導了。

物理的方法是：用一個已知的定律作前導，來研究呈具於我們面前的現象，推論一個結果出來，然後再拿試驗來證明他。若是拿這個方法分成段落，就是：（一）詳尋可用以研究這個現象的定律，若沒有定律，可用假代代替；（二）詳記在這個現象的情境之中，由這些定律演繹所得的結果；（三）比較理論的結果和試驗的結果，可是兩相符合。物理學化學之中，用這個方法的時候極多。例如我們研

究抽水管裏水之升起的問題，有三個已知的定律，可以拿來研究這個問題。

(A) 空氣壓力每平方寸有十五磅之重；(B) 凡液體傳遞壓力，各方面都相等；(C) 凡物受壓力的時候，若是沒有他力和這壓力相抗，必定要生「動」的效果。然後把這三個定律擺在抽水管的情境之中，看演繹出來的結果如何。當抽水管中活栓 Piston 上升的時候，管中成了真空，管外空氣的壓力壓在水上，這水受了空氣的壓力，自然要往沒壓力的處所走去。沒壓力的處所，就是管中的真空，所以水應該向管中上升，一直到了管中水的重量，和管外空氣壓力相等時，方纔停止。然後再看試驗的結果，可是和這個理論的結果相符。據我們的試驗，在緯度四十五度海平面，用抽水管抽水，可以升到三十三英尺之高，三十三英尺高的水的重量，恰恰和空氣壓力相等。於是這個現象可

以解釋，而古人「天然怕真空」Nature abhors Vacuum 的謬說，可以破除

了。古人相信水在真空管中，可以升到無限。有時我們研究的問題，無從直接試驗，那麼，我們祇能

用小式的試驗代替他。例如我們研究太陽系的進化的問題，有流體球旋轉

的定律，凡流體球旋轉的時候，他的離心力隨速率而增加，可以使此球的赤道射出若干流體。可用於此事的研究。然後

把這個定律，擺在太陽系進化的情境之中，假定太陽為流體，旋轉不已。看演繹出來的結

果如何。當太陽繞軸自轉的時候，他的赤道可以射出流體若干，先成環，後成

斷片，後成圓球。圓球自轉公轉，和中心太陽旋轉的方向一樣。地球為扁圓形，土星有三環，都

是因爲赤道射出流體的緣故。但是我們不能拿太陽地球着在手裏來做試驗，所以我們祇

能用小式的試驗來推較他，看他的結果，可是和理論相符。第一二層的理論

的推度，康德 Kant 已經想到，拉布拉司 Laplace 又將他修備一番。至於第

三層試驗的證明，一直到了布拉托 Plateau 方纔做到。布拉托把一點油珠懸於酒精和水的交互溶液之中，因為油的密度大於酒精，小於水，布拉托把油的密度相等，所以油珠不受地心吸力的影響，可以在交互溶液裏不上不下的懸着。用一根銅絲穿過這個油珠，把這銅絲的上端，嵌在一個銅盤的中心，將這銅盤旋轉，油珠也跟着旋轉。當旋轉到一定的速率的時候，油珠的赤道處，射出油若干，成一個環，這環也跟着油珠旋轉。「此事雖小，可以喻大」，這不就是太陽系進化的證明嗎？科學裡邊用小式的試驗去證明天然現象的很多，如火山，地動的變形，虹，蜃樓，等現象，都是用這個方法證明的。這樣小式的試驗，又可以叫做天然的做儗。Initiation of nature

我們把第一方法叫做歷史的方法，把第二方法叫做物理的方法，不過是

因爲第一方法，多用於歷史等學之中；第二方法，多用於物理等學之中，並不是第一方法不能用於物理化學的研究，第二方法不能用於歷史社會學的研究。其實物理學化學中有許多問題，例如物理的性質和化學的成分的關係，光學和化變的關係，現在科學家正在用第一方法研究他，便是算學的發明，也靠著異中求同的歸納，並不是演繹的。詳見朋加烈 Boineart 科學和方法 生物學，社會學中，有許多問題，可以用我們已知的定律——如生物學裡的遺傳律，心理學裡的聯想律，經濟學裡的價值，租賃，工薪，利潤等律——作個指導來研究他。總而言之，用歷史的方法，必有理解，否則沒有預測的價值，用物理的方法，必有試驗證明，否則恐怕落於虛妄了。

第四章 現象的權量

物理的科學愈發達，分量的權量愈精確；分量的權量愈精確，預測的本領愈高，而且發明的機會愈多。因為有許多微細的現象之區別，非精確的分量的權量，不足以表見出來。加耳底 *Orford* 天文家以「在某小時之內有日食發見」為精確的時間的權量，現在的格羅維基把一秒鐘的百分之一，都算作不可忽的時間了。埃及的量地家以「用碼計算地之長短」為精確的空間的權量，現在的測量家便是一寸的十分之一，都是必算的數了。西拉伯的化學家以一錢為精確的重量的權量，現在的化學試驗室中，一格蘭姆的千分之一，都是很大的數了。赫切耳 *Herschel* 說：「數目的精確，是科學的唯一的靈魂。」試問我們所常用的轉瞬，須臾，小而無內，輕如鴻毛，這些空疏的狀況，對於外界現象的研究，能有數目的精確麼？但是要得這樣精確的權量，不

是我們的器官所能奏效的，必須有儀器來輔助他。所以在科學之中，一個新儀器的發明，往往是一個新時期的開始。因為我們人類工作的進步，原於裸體的。智慧的。遠不及原於人爲的方法的。和原於人爲的材料的多。然而精確的權量，也不能本身獨立，必定有算學的理論，同時並進，相輔而行。在理論的方面，有這樣精確的預測，在實驗的方面，就應該有這樣精確的權量去證明他。科學之中，並不是要實驗就不要理論哪。

上章所說的因果相等之關係，必須有精確的權量，纔能進行研究。我們研究外界的實在，如僅爲性質的研究，那不過是「是否此事發見，是否此物存在」的問題。若是進到分量的研究，這問題就立刻派演支繁了。第一，我們要問：這事現象和他的因相等不相等，同變不同變？若是同變，我們又要問：還是同

方向呢？還是異方向呢？如氣體之溫度愈高，體積愈大，是同方向的同變；得了

這一層的答案，我們又要問：這事之變，和他的因之變，還是成一個簡單的比

例呢？如氣體溫度體積之同變，還是有何種高級的關係呢？例如氣體行動之

之平方成反比例，又物之輻射和他，譬如我們研究鹽化學中鹽之意義甚廣

的絕對溫度之四乘方成正比例。都是。之溶解於水之問題，首先為性質的研究，此鹽還是能溶解於水，如硝酸

化鉀 KNO_3 呢？還是不能溶解於水，如矽酸化鎂 $MgSiO_3$ 呢？如此鹽能

溶解於水，其次就須做分量的研究了。我們就要問：此鹽的溶度 *Solubility*

幾何？換一句話說：在一定的情境之中，每立方寸的水，能溶解此鹽若干公錢？

格爾 我們又要問：此鹽的溶度，是否和溫度同變？如和溫度同變，凡物之溶度

變。 我們又要問：還是同方向，——溫度愈高，溶度愈大，和硝酸化鉀一樣

呢？多數物之溶度都因溫度增加而增加。還是異方向，溫度愈高，溶度愈小，和硫酸化

鈣 CaSO_4 一樣呢？還是首先同方向，然後異方向，當溫度加高的時

候，此鹽之溶度漸大，到了一個最高點後，溫度加高，溶度反漸小，和硫酸化鈉

$\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$ 一樣呢。先同方向時，是含水結晶的硫酸化鈉，後異方向時，是無水的硫酸化鈉。若是此鹽

之溶度，和溫度的同變，為同方向的，我們又要問：還是當溫度加高的時候，溶

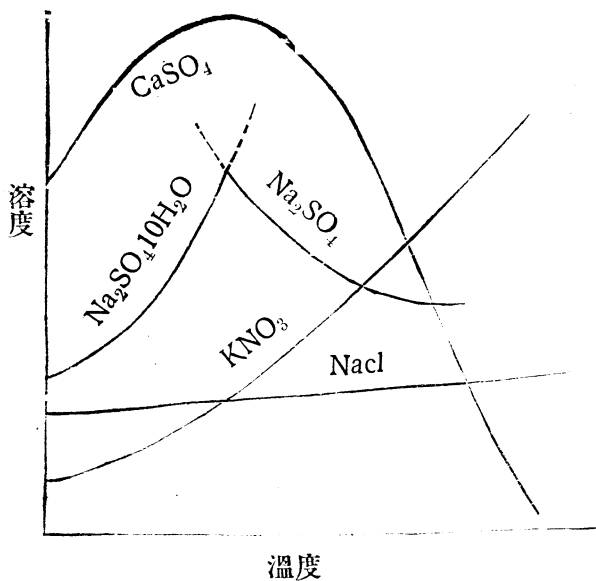
度之增加極快，和硝酸化鉀一樣呢？還是當溫度加高的時候，溶度之增加極

緩，和鹽酸化鈉一樣呢？以上數鹽之溶度，在本頁表中，都可以看得出，足見每

鹽都須得有獨自的試驗，還沒有一定的定律，可以包括無遺。然而以上不過

是說，溫度和溶度的關係，我們又要知道壓力和溶度，也許有關係。例如碳酸

化鈣 CaCO_3 在水中之溶度，因壓力增加而增加。氣體溶度和壓力的關係極其明顯。而且



水中如有已溶解的鹽，則已溶解的鹽，和後來溶解的鹽，也許有關係。例如兩個同電離或譯為電離的鹽，同溶解於一施溶物 Solvent 之中，必互減其溶度。如硝酸化鈉和硝酸化鉀，同在一施溶物中溶解，則互減其溶度。又如硝酸化鈉和鹽酸化鈉，同在一施溶物中溶解，亦互減其溶度。因為在前例中，有硝酸根 NO_3^- 是相同的電離，在後例中，有鈉 Na^+ 是相同的電離。然而以上所說的，都是拿水作施溶物而言。其次又

當拿別的施溶物來試驗，例如酒精，煤油，和他項液體，還多得狠咧。這樣看來，溶解之問題之研究，實在是一個探不盡的北極了。我們研究科學的，不怕沒有新發生的問題。

確切的權量之需境

我們要求確切的權量，有兩個必需的情境：第一是界線之清晰，若是一事或一物的兩端，渾沌不分，則權量甚難確切。例如月食的影子，頗難斷他何處爲端，何處爲末，然而用屢試的方法，*Repetition* 可以減少此困難若干度。又如一事或一物之中，聯續不斷，沒有可較的點，則權量亦難確切。例如光份自紫至紅，聯續漸變，毫無間斷，若是沒有日光光份的黑線，和一定的鹽所發的單光份，如含鈉的鹽（*Fraunhofer's lines*）那就無從得確切的權量了。便是

歷史中的紀事，也必拿幾行大事，作爲參考點，以明前後，和以上所說的，是一樣的理由。

第二是標準物。和所量物之可等。有時我們把標準物的分量不動，而增減所量物的分量，使他倆相等；例如我們量一燈之光濃，把一個標準燈不動，移動所量燈，至所量燈的光濃和標準燈的光濃相等的時候，然後計算。詳法見後有時把所量物的分量不動，而增減標準物的分量，使他倆相等；例如我們用天秤稱物重，遞加法碼，到法碼的重量和物的重量相等時候，纔止。總而言之，我們須能夠增減標準物或所量物之分量，或和所量物的分量有數學的關係的分量，使他相等，纔能有確切的權量。我們如何能到這步田地呢？須得標準物之單位，能屢次試驗而不誤，又須得所量的得數確是標準單位的倍數或

分數，依這兩層說來，我們須得考較儀器之精良了。

權量之儀器

什麼叫做權量，就是設法使標準物的分量和所量物的分量相等，既已如上節所說了。然而我們可以換一句話說，什麼叫做權量，就是尋覓一個標準物的分量和一個所量物的分量之中間的比例數。例如十秒和一秒是十和一的比，百寸和一寸是百和一的比。要尋覓這個比例數，不能不倚靠儀器來辨別他，因為我們的器官的辨別力有限，並且易生錯誤的緣故。但是就便我們用儀器了，然而最終的辨別，還須得用器官來判斷，或是以聽官斷二聲之相等，或是以視官斷二長之相等，或是以觸官斷二臭味之相等，不過儀器的用處，能夠叫外界的現象呈具易於辨別的性質，所以我們用器官去判斷他，不至易生錯誤罷了。況且科

學中的權量，漸漸趨入「用空間的權量代替各種的權量」之途徑。例如汞寒暑表之量溫度，以其狹管中汞之上下爲憑。天平之量物重，以其垂針之左右爲憑。就是時間之長短，也可以用一筒紙捲上的墨線爲憑。法以一筒紙捲沾於圓軸之上，在若干時間內，自轉一次。例如空氣壓力表和加倫德Calendar's Pyrometer都用這個方法。有若干時間之流行，就有若干空間之越過，去代替他。又如機器之量力表，Indicator也是用一張紙上的墨線，量機器輪一週的力。因爲空間的現象，易接觸於知官，而空間的觀念，又易成立於精神界的緣故。

我們拿標準物和所量物的分量相較，可以用主變式，客變式，共正變式，共負變式，使之相等。各種不同的儀器之權量現象，都不外乎用這四個方法。設以 p 代所量物的分量， q 代標準物的分量，以 x 和 y 代他倆的比例數，而他

倆的等式爲 $\frac{x}{y} = \frac{p}{q}$ 和 y 就是我們所要尋的比例數。這個公式，可以有四個寫法：(一)主變式，(二)客變式，(三)共正變式，(四)共負變式。
見揭其司 Jevon 科學之原理

式 變 主 (一)

$$p = \frac{x}{y} q$$

式 變 客 (二)

$$p \frac{y}{x} = q$$

式 變 正 共 (三)

$$p y = x q$$

式 變 負 共 (四)

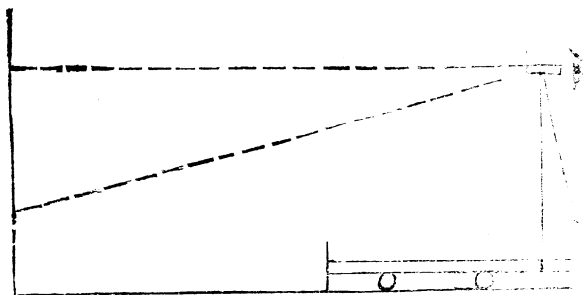
$$\frac{p}{x} = \frac{q}{y}$$

什麼是主變式呢？就是變標準物的分量，使之和所量物的分量相等的式子。我們用這個方法的權量極多。如所量物的分量，小於標準物的分量，我們就分標準物的分量，使之和所量物的分量相等。例如測量學中的角度，是一週的分數；普通汞寒暑表的度數，是自水的冰點到水的沸點之間的分數。如

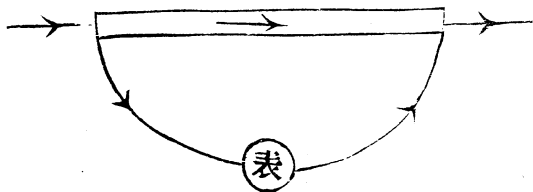
所量物的分量，大於標準物的分量，我們就乘標準物的分量，使之和所量物的分量相等。例如測量學中之量長，以一尺爲基礎，我們就可以說某物之長若干尺；物理學中之量熱，以一咖 Calorie 爲基礎，我們就可以說某物所含之熱若干咖。他例多不勝舉。

什麼是容變式呢？就是變所量物的分量，使之和標準物的分量相等的式子。如所量物的分量過小，我們須將此分量乘起來，使之和標準物的分量相等。例如汞寒暑表中，汞之漲率甚小，不能量極小的溫度之變遷，我們可以增加表管之細狹，則汞之漲縮，就可以看得出了。如栢克茫 Bevan 寒暑表 金類桿因熱而增加的長甚少，我們可以用聯桿去加大他。如上 圖甲。如所量物的分量過大，我們須將此分量除出來，使之和標準物的分量相等。例如空中墜物之速率太

現象的權量



甲



乙

快，無從權量，加里里約 Galileo 權

量一物瀉於斜面之較緩的速率，

然後用三角術算得空中墜物之

速率。又如電力過大，無從權量，衛

脫司東 Wheatstone 抽出此電

力之一小部分而量之，然後用算

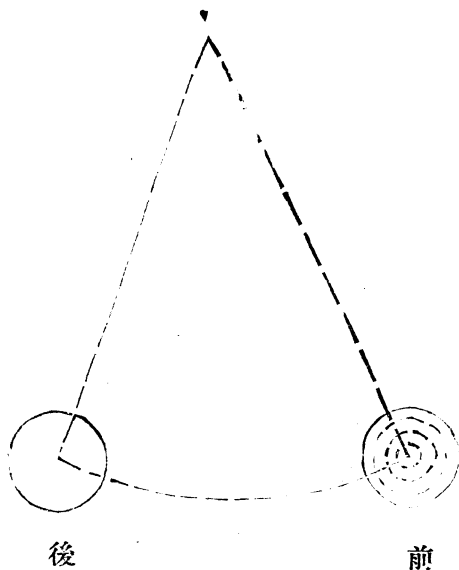
術能得此一小部分和全體的一

定的關係，就可以得全體的電力

了。如上圖乙

什麼是共正變式呢？亦名爲就
屢試法就

是既乘標準物的分量，又乘所量物的分量，使之底於公倍數時而相等。例如

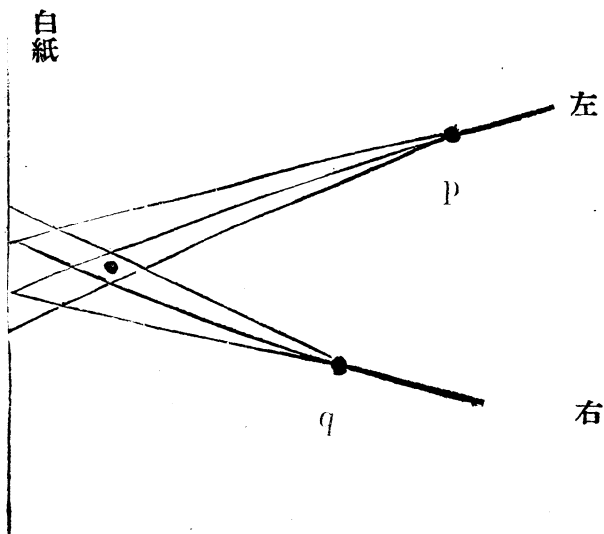


球擺 Pendulum 之試驗，就是用

這個方法的。以細線懸一球擺，使其幅 Amplitude 不大（不過三度）則其與地心吸力成反比例。這三個分量的關係，可以 $t = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ 的公式表明之。 t 為一擺的時間， L 為線長， g 為地心吸力， π 為三·一四一六。如我們欲求各處地心吸力之不同，只須以既知的 t 算之，我們欲考定時間之標準，法以只須以既知的 L 算之。法以不同長的二球擺，懸於一處，一前一後，同時擺動，至彼球擺為此球

擺所遮蔽的時候，記之。至第二次彼球擺爲此球擺所遮蔽的時候，又記之。再
 把這兩個球擺擺動的次數記下來，我們可得 $t_1 \gamma = t_2 \alpha$ 的等式。此公式中
 一擺的時間 t_2 爲彼球一擺的時間 γ 爲兩次兩球相蔽之間此球擺動的次
 數 α 爲兩次兩球相蔽之間彼球擺動的次數。設如我們知道 t_1 爲一秒（標
 準物的分量）我們就可以知道 T_2 爲若干秒了。○我們把 $t = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ 可以
 變作 $\alpha = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$ 在同一的地方， α 是同一的所以 $\frac{4\pi^2 L_1}{T_1^2} = \frac{4\pi^2 L_2}{T_2^2}$ 即 $\frac{L_1}{T_1^2} = \frac{L_2}{T_2^2}$ 但是
 球擺的線長和兩次兩球相蔽之間該球擺動的次數成反比例所以 $t_1 \gamma = t_2 \alpha$ 。設若以 t_1 以 q 代 t_2 那 $t_1 \gamma$
 = $t_2 \alpha$ 的等式，就是 $t_1 \gamma = q \alpha$ 的同正變式。球擺之試驗，簡約而甚確切，宇
 宙間許多大題目，如地心之吸力，地球之密度，即比重和時間之權量，都是用他
 考定的。

什麼是共負變式呢？就是既除標準物的分量，又除所量物的分量，使之底



於公分數時而相等。光濃表 Photometer

meter 之權量，就是用這個方法的。

法以一黑豎桿擺在一張平白紙之

前，黑豎桿之兩傍，斜置二尺，以一標

準燈 P 置左尺之上，以一所量燈 Q

置右尺之上，前後移動，到了那黑豎

桿所射於白紙上的兩個影子此燈所生

之影處，僅受彼燈之光，彼燈所生之

影處，僅受此燈之光，白紙上其餘的

處所同時受彼等濃的時候，再量二

燈各自和白紙的距離。因為我們知

道一個燈之在某處之光濃，和某處和此燈之距離之平方成反比例，所以我們可以用 $\frac{I_1}{d_1^2} = \frac{I_2}{d_2^2}$ 的等式去算他。 d_1 為標準燈之光濃，是已知的， d_1 和 d_2 是量得的， I_2 是所量燈之光濃，可以一索而得。這個等式，就是通用的 $\frac{I}{d^2} = \frac{P}{4\pi r^2}$ 的共負變式。

間接的權量 以上所說的，都是直接的權量，有時所量的分量 A，和另外一個分量 B 之間，有一定的算學的關係。我們祇須知道 B，就可以知道 A，這叫做間接的權量。科學之中，採用這個方法的時候也極多。例如法來德 (Faraday) 權量金葉之厚，積二千片金葉，量得他的總重量，是二四·八九公錢，蘭格姆量得他的面積，是二一·四五平方公寸。生的米達他知道金的比重是一九·五，所以他算得這金葉的總厚，應該是二二·三〇公寸。但是這金葉共有二千張，所以每張是 $\frac{1}{2000}$ 公寸。以上權量的單位是由英國的單位變來的。換一句話說，我們直接量

金葉的重量，就可以間接量金葉之厚。又如加倫德 Calendar 的熱偶火度表 Thermocouple Pyrometer 之構造，是利用電力和溫度的關係。如有二不同的金類絲，兩端相交，若是兩端交點處溫度不同，則此絲之中，生有電流，此電流之力之大小，和二交點處之溫度差成正比例。若是甲交點處溫度永不變，那麼，我們祇要直覺量金類絲裏之電力，就可以間接量乙交點處之溫度了。

權量之分序 有時所量物過多，最好是先從其中取出幾個，詳細量之，以備後來權量他物之參考。例如測量家先定基礎點若干，然後山谷村莊都靠他作參考。天文家考求星之行動，以一定的星為標準，其餘的星都取考於此標準星，至今格林維基尚有標準星表冊。但是這種基礎標準的權量，必得狠確切，否則誤而生誤，遺害就不淺了。

有時所量物的分量，和標準物的分量，相差過大，我們可以在二者之中，取出一個，承上、接下的，分量，暫作標準，以便計算。譬如我們測量的標準分量是一尺。若是要量北京和上海的距離，至少也得用一里爲標準，纔能進行。又如我們比較太陽和星的光濃，可以用滿月的光濃爲標準。烏拉司敦 *Wollaston* 用這個方法，量得太陽的光濃，大於滿月的光濃八〇一〇七二倍，滿月之光濃，大於天南星 *A. centauri* 星的光濃二七四〇八倍，由此可以進推太陽的光濃，和此星的光濃的比例，是二二〇〇〇〇〇〇〇和一的比較。

單位之選訂

權量的方法，既是以二量相較，那麼，我們必得有一個標準的分量，經公衆所承認的，纔能進行哪。標準的分量，叫做單位。Unit 科學中之分量的研究，

只有兩種題目，不要單位；第一是抽象的數目，第二是週天的度數。因為抽象的數目，不沾物質，不用有具體的單位去計算他；週天的度數，是一週的分量，祇要是一週，無論是地球赤道處的一週，或是網球聯跡處的一週，度數都是一樣的，不須有此週為彼週的單位。其餘的權量，都要有標準的單位去駕馭他。然而各種現象，森羅不一，從各方面研究起來，各方面都要有單位，纔能應用。若是沒有基礎的單位，把他們聯屬起來，那就過於複雜，在理論的方面，不能收「左右逢源」的能效了。我們把現象之發見之需要，分析起來，可以看得出以下的理由。現象發見於時間空間之中，所以我們記載現象，首先須定時間和空間的單位。現象因為物質改換而發見，至於能力表見，以速率、速度、熱量、光量、電量等等演產的單位。況且以客觀的物質而言，依科學實用的方面看起來，至少也有物質之

體量，Mass 是物質所自有的，所以其次要定體量的單位。用地心吸力乘體量就是重量。

這三項叫做基礎的單位。有了這三項做基礎，然後可以積次 Dimension 而定其他各項分量的單位了。但是我們須知道：各分量之單位，都是人類所強訂的，以便我們的研究，並不是天生如此的。

時間之單位 時間之流行，毫無間斷，無從知其始終，凡各種動作生活，都發見於其中。然而時間究竟是什麼，仍無人能說得出。從前有人問聖僧奧格司丁 St. Augustin 道：「時間是什麼？」奧格司丁的巧答是：「你若不問，我都知道他。」亞里士多德 Aristotle 說：「時間乃是用前後運動的數目。」毫柏司 Hobbes 說：「時間是動之前後之幻象。」康德 Kant 以爲時間空間，是先天的，不是由經驗得來的，因爲我們不能設想沒有時間空間。波格森以時間

爲實體的存在。但是這些辨論，都不能增加我們的知識。我們祇要知道時間。流行是有定的，是可量的，並不是對於甲是從容緩步，對於乙是馬上加鞭哪。我們既是要量時間，必得有個單位。最初的時間之單位，自然是以一日爲方便。以後因爲一日裏的動作太多，所以我們又用一日之二十四分之一，叫做一小時，以後又用一日之八萬六千四百分之一，叫做一秒。但是日有常日 *solar day* 和星日 *Sidereal day* 的區別，前單位利於日用的生活，後單位利於天推測起來，地球自轉之速率，因潮之磨擦，當逐漸縮小，那麼，我們究竟拿什麼文的考察。而且據理論做時間分量的標準呢？現在科學權衡制 *C. G. S. units* 強訂平均常日之八萬六千四百分之一爲一秒。時間之權量之精確，近來進步甚快，用球擺量時間，可到一秒，用時計線 *Chronograph* 量時間，可到一秒。

之千分之一，輝脫司東 Wheatstone 用電花的試驗量時間，可到一秒之十萬分之一，那栢耳 Nobel 用炸藥的試驗量時間，可到一秒之百萬分之一。我們要量外界的現象，以時間之權量爲最重要。「時之爲用大矣哉。」

空間 空間究竟是什麼？「亦有難言之處。」依哲理說起來，空間是相對的，不是絕對的。譬如我今天在這裡講書，我說，下星期一，我還到這裡講書。今天的「這裏」和下星期一的「這裏」並不是絕對的同一的空間。因爲地球天天旋轉，太陽天天旋轉，到下星期一，不知道又轉到那裏去了。我們祇能說，我今天在離景山若干丈尺或的地方講書，下星期一我還到離景山若干丈尺或的地方講書。這是硬拿空間的一點作標準，其餘的空間，是和這個標準相對的。不過依科學的「淺陋」的意見看起來，把空間當做絕對的——像牛敦

就是這樣的——並無妨礙。——不但無妨礙，並且可以礪助力學之進行。因為我們祇要可量在二點之間空間的分量，這分量不變遷，就夠了。縱然這分量變遷，祇要別的空間的分量，同時變遷到同一的地步，仍是無妨礙的。——我們仍然可以得確切的權量。譬如我們拿尺量布，得若干尺，明天布變長了，祇要尺也變長，我們的體幹，以及各物都變長了，那有什麼關係呢？所以在實用的方面，我們儘可斷言空間是可量的。

現象發見，有祇須時間而不須空間的，例如精神界之思想。然而據科學唯物的眼光看來，思想是緣於神經物質之改換，這種改換，也在空間之中，不過不能像外界的空間之可量罷了。至於外界的現象，自然都可以分析為分子之動，進一層說，可分析為電子之動。凡動之研究，都要拿時間和空間來做參考。所以我們

定了時間的單位之後，又要定空間的單位。

空間的標準，如何定呢？有三個方法可以定他：（一）造一個標準的金類桿，使百長皆取考於此，（二）以地球之圓週，或地球之圓週之一部分，爲標準，（三）以每秒擺動一次的球擺之長爲標準。這三個方法，從外貌看起來，都狠便易。然而詳細考察起來，各有各的困難之點。若是以金類桿爲標準，金類又隨溫度而漲縮。若是以地球的圓週爲標準，則地球因失熱而稍縮小，況且地球過大，也難得確切。現在我們所定的空間標準，是一根白金桿，藏在巴黎記錄院 *l'Observatoire de Paris* 裏面。在零度時，他的長算作一密達。從前密達之界說，是地球圓週之四分之一。空間權量之確切，在科學裏，進步也是非常的快，我們用極端顯微鏡，可以量得一密達之一千萬分之一了。

體量 依放射的試驗而言，物質之有體量，不過是外貌的，其實他是電磁力之表現。並且物質體量之大小，依其中電子之速率之大小而不同，不過在一定的速率限制以內，不至於發生體量的變遷，所以我們覺得體量是有定的。現在我們就以此爲界線，說體量是可量的。這體量的標準如何定呢？我們取一立方公寸生的密達之水，在四度時的重量，體量和地心吸力相乘就是重量。算作一公錢。格蘭姆水在四度時密度最大。現在最精的天秤，可量到一格蘭姆之百萬分之一了。

以上三個單位，叫做法國權衡制。Centimeter-gramme-Second system 物理學
或簡稱 C. G. S Units

家馬克司惠兒 Maxwell 曾經提議用一定的光浪在以太中之浪長爲空間之單位，以光浪所需過此浪長的時間爲時間之單位，用最低的原子量，爲體量的單位。如此乃是天然的單位，不是強訂的單位。然而分量過小，在實際的

方面，却沒方法去用他。

附屬的單位 以上選定的三個單位，既不是過大，又不是過小，適宜於多數權量之用。然有時所量物的分量過大或過小，我們也可以用這些單位的分數或倍數為單位。但是這些附屬的單位和基礎的單位的關係，必定要確切。先以量長而言，密達之上，有基羅密達，一千密達之下，有生的密達，密達之百分之一。一米里密達。密達之千分之一。至於用顯微鏡量長，須用 μ 一米里密達之千分之一為單位。又化學中常用毛爾 M 為單位，毛爾是什麼呢？乃是分子量之數，用具體的格蘭姆表出來的。例如輕之分子量是二，所以輕之一毛爾是二格蘭姆，炭養之分子量是四十四，所以炭養之二毛爾是四十四格蘭姆。又如量量小的電流，可用小電壓 μ 為單位，量量小的電抗，可用小昂 μ $Microm$ 為單位。但電壓和昂姆都總而言之，諸如此類的附屬的單位，都

可以隨時新訂以便利用的。

演產的單位 從時間、長、體量、三個的單位，可以演產出來許多單位。如體積之單位，是由長之單位自乘三次而來的，速率之單位，是由長之單位被時間之單位除一次而來的，速差之單位，是由長之單位被時間之單位除兩次而來的。其他由此演產出來的單位，都可以如此算出。單位之演產的關係之研究，叫做積次之理論。Theory of dimension 茲將普通的演產的單位和基礎的單位之積次的關係，用空隙數目前無記號字。代為所乘，以一代為所除，以○代無關係，列表表見出來，如下。

暫用的單位 凡能力之變相——如熱如電——之權量，都可以用這理論，求出他和基礎的單位之關係。因為熱和工作的關係，可以喬耳 Joule

單位 Units	積次 Dimension		
	長	體量	時間
速率 Velocity	1	0	-1
速差 Acceleration	1	0	-2
力 Force	1	1	-2
工作Work能力energy	2	1	-2
體積 Volume	3	0	0
密度 Density	-3	1	0
面積 Area	2	0	0
壓力 Pressure	-1	1	-2
角度 Angle	0	0	0
權力 Power	2	1	-3
動量 Momentum	1	1	-1

表出電和工作的關係，可以樺太
 表出，都是
 我們所能知道的。
 若光濃和能力的
 關係，我們尚不知
 道。試問我們必須
 等待到我們能知
 道光濃和能力的
 關係的時候，我們

纔去量光濃嗎？果其如此，則光學以及他學和光學有關係的部分，都要停滯不前了。所以我們設一個暫用的單位，叫做一燭的，Candle Power 來量他。

常數之規定

我們研究現象同變的時候，可以尋得出兩個分量之間，有一個關係數。這關係數叫做常數。Constant 設以 $A \parallel B$ 代兩個同變的分量，以 K 代常數，則此分量的關係，可以 $A \parallel KB$ 的公式表明之。若是把 K 規定了，我們對於 $A \parallel B$ 二數，祇要知其一，就可以知其二。這樣看來，常數 K 的功用，豈不極大嗎！他可以節省多少工夫，他可以促進多少進步，他可以解決多少問題。各支科學裏邊，都有這種常數。科學愈發達，其中的常數愈加多，因常數加多，而科學更易。

於發達。……就是因爲節省工夫，例如算學中的 π ，三·一四一六，替我們省多少麻煩，凡圓週圓球之測算，都要靠他成事；物理學中的 J (Joule's equivalent of heat, 42 cal/grms) 對於熱動學之測算，和能力論之綜合，他的功用，真是擢髮難數。便說其餘各科學中，比較 π 、 J 的功用較少的常數，對於其所屬的本部，都有莫大的功勞。例如算學中之對數表，天文學中之諸星出沒表，物理學中之蒸汽壓力表，水之漲率表，化學中之原子量，以及其他常數，都是逐年增加，並且已規定的常數，也是逐年愈加確切。若是我們要做分量的研究，祇須揭開書篋，予取予携，使我們不至花費腦筋於無用之地，這是何等的方便！即以有機的現象之研究而言，醫學家常以人的形式，身材，食料之分量，含蓄之分量，排泄之分量，筋肉的能力，神經的能力之分量，列成比較表，然後用常數來表明

他們的分量的關係。社會學中也可以用統計比較的方法，去尋經濟的狀況，衛生的狀況，肉體和精神狀況，彼此分量的關係。這種關係數，有時叫做「社會數」。Social number 這種「社會數」，自然難免有歧分的地方；然而這樣的知識增加，縱不能使我們構造定律，總可以供給我們各種張本，而作假定的引導，不至於毫無憑藉，逞力思辨，流入於虛妄的途徑啊。

第五章 錯誤之免除和減少

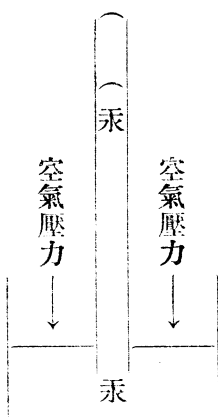
現象界的繁複，既已如第一章所說的了。然而我們須得生活動作，決沒有畏難而退的道理。所以無論如何繁複，我們還是要研究的。我們研究現象，理想的最好的方法，是每次提出一個現象出來，而研究之。權量之。無奈現象界不能應允我們的要求，每次送一個「六親無靠」的現象於我們之前，等我們

詳細權量他，所以這個目的，（每次提出一個現象而權量之）無論我們如何精巧，是不能完全達到的。從根本上說起，我們爲什麼要權量呢？是因爲要尋出現象之因果的關係，而發明現象界的定律。既是要尋出因果的關係，最好是變換因的情境，而考求果的現象之變換。歸納法之同變律令倘若我們能夠每次變換一個情境，（沒有他項情境與之俱變）以考求之，則試驗並非難事。然而每次變換一個情境的時候，不能撇開少許外攙的情境之同時變換，所以結果的現象，也有少許外攙的現象雜在裏邊。這些外攙的現象，在另外一個範圍之內，每能供給發明之材料；歸納法之剩餘律令然而從我們所要權量的現象的方面看來，這些外攙的現象，乃是擾亂的分子，就是錯誤的根源。科學既是要求真實，自然是要免除錯誤，縱然不能免除，亦必得把他減少到最低度。

先舉一兩個例子來說。如我們量液體溫度之增加的方法，是用汞寒暑表置於此液體之中，再看他窄管裏邊汞之升起多少。因為汞是遇熱而膨漲的。然而當汞受熱而膨漲的時候，儲汞的玻璃泡和窄管，也受熱而膨漲，所以「我們所憑藉以指示溫度」的汞之外貌的膨漲，實在是汞之絕對的膨漲，和玻璃泡管之膨漲之差數。再進一層，來考究這個問題，玻璃泡必因外受液體的加大的壓力因液體溫度加高而收縮，又必因內受汞的加大的壓力因汞的溫度也加高而膨漲，不過這個膨漲收縮所生的錯誤，都是很小的罷了。又如我們用氣壓表或名風雨表去量空氣壓力之變動，溫度也在裏邊擾亂，因為表管裏汞之升降，一由於空氣壓力之變動，壓力大則汞升，壓力小則汞降。一由於空氣溫度之變動。溫度高則汞升，溫度低則汞降。所以管裏汞之升降，實在是這兩個原因所生的結果之總數。就是拿空

氣壓力來說，又有一小部分是空氣中所含的水蒸汽之壓力，並非空氣本身之壓力，所以我們所量的空氣壓力，又是空氣本身之壓力，和空氣所含的水蒸汽之壓力之總數。所以記錄氣壓表的人，

汞氣壓表構造之原理



要把當時空氣所含的水蒸汽之壓力，和當時空氣的溫度找出來，以便更正氣壓表的數目。

又有外攙的現象之分量，比欲量的現象之分量還大的，大有「婢作夫人」之勢。例如汞之可縮率，Compressibility，受壓力而縮小的分量。遠小於儲汞之玻璃管

之漲率。因壓力外擠而澎漲的分量。試驗的方法，置汞於玻璃管中，在汞上加以壓力，則汞因此壓力下壓而縮小之分量，遠小於玻璃管因此壓力外擠而漲大之分量；

那麼，我們若要量汞之可縮率，反爲玻璃管之漲率所攙擾，不能量了。又如恆星之平替 Parallax 之分量，較小於望遠鏡所生的錯誤之分量；那麼，我們若要量平替，反爲望遠鏡的錯誤所攙擾，不能量了。又如二物化變的速率，往往甚小，然而有時可以化變甚速，因爲有第三者外攙物接觸的緣故。Catalysis 例如最輕和養在燃點下，化合甚緩，若有外攙物如瓷瓦，如玻璃，如金類（以白金爲最）炭屑等接觸劑來促進他，則化合甚快。又如小粉和水化合而成兩種糖，因爲有麥精醇促進的緣故。又如白糖的甜味，原於外攙物褐糖 Raminose 之刺激的佔大部分，鹽之鹹原於外攙物溴化鎂之刺激的佔大部分。又如各種香水之香，多原於外攙物的刺激，也可同此比較。凡如此類的問題，必須先考定外攙的現象之分量，然後能夠談到權量我們所要量的分量。

據此看來，我們權量現象，隨處都可以發生錯誤，因爲隨處都有外攙的現象的緣故。最好的辦法，當然是完全將他免除。然而免除之目的，能達到的時

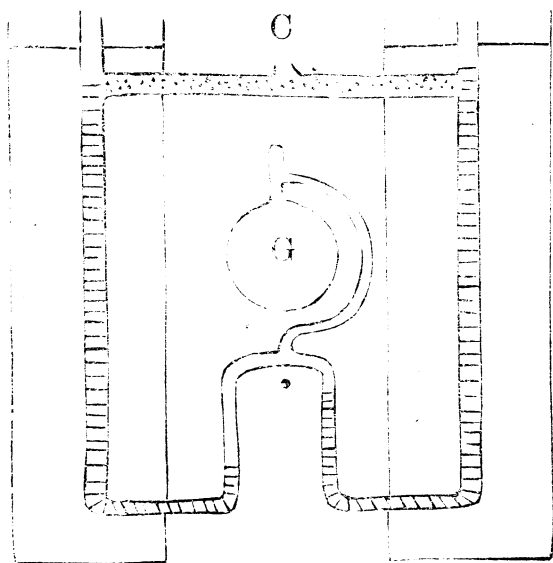
候很少。不得已而思其次，我們祇能減少他。現在我們依照揭芳斯 *Jevons* 的方法，把物理學裏所用免除和減少錯誤之方法，分爲六項，逐一研究，如下：(一) 免除；*Removal* (二) 常定；或譯 *Differentiation* (三) 更正；*Correction* (四) 賠償；*Compensation* (五) 反覆；*Reversal* (六) 平均。 *Means*

免除之方法

我們觀察試驗，有時可以尋得一個機會，沒有外擾的現象，發見就令發見分量也是極小的，不至於生出擾亂的結果。例如天文家研究天體的行動，第一最重要的儀器，就是時計表。就時計表的根本上說起，他計時間，是以球擺之擺動爲憑。然而球擺的懸桿之長，因溫度不同而伸縮；那麼，球擺每次擺動的時間，也因溫度不同而有長短不同。見時間之單位節 的錯誤了。若要免除或減少

這個錯誤，有兩個方法；第一是用不同的金類作球擺的懸桿，見後賠價節然而這個方法所得的結果，尚不足以滿天文家之意。天文家所常用的是第二方法，他用一個確切的時計表，擺在入地二十餘丈深的地洞裏邊，使他不受地面溫度變遷之擾動，這項錯誤，就可以免除了。又如航海家用指北針去定方向，他所遇的擾動的分子，是浪動和船上的鐵。因為浪動使船不平，而羅盤也因之不平，指北針和吸鐵石同性，鐵可以改變他的方向。這兩項所生的錯誤，都是很大的。要免除這種錯誤，法以羅盤浮在一盆汞的面上，如此則船雖不平，而汞面總是平的，可以免除第一錯誤；再把這個羅盤的儀器，放在一個大鐵環裏邊，使指北針各方所受的吸力，都是相等的，這實在是非常定之方法可以免除第二錯誤。又如用汞之漲縮，量溫度之高低，必先得汞之絕對的漲率為標準，這個

權量，纔能確切。參觀法以U形管中貯汞，使其左支永在零處，使其右支熟至



錯誤之免除和減少

若干度。因兩支上可相通，並且○處有一孔可與空氣相通，所以兩支裡的汞之平面，永與○平行。然後用氣壓表量兩支中壓力之不同，右支壓力大，左支壓力小，從壓力之差別，我們可以算「得密度之差別，從密度之差別，我們可以算得出右支裏汞膨漲若干而「得汞之絕對的漲率，於是貯汞

的玻璃管之膨漲，完全沒有關係了。又如朋孫熱量表，Bunsen's ice calorimeter 當試驗的時候，外邊用冰圍之，使外攙的熱不得由傳導或輻射而至熱量表之中，由此而生的錯誤，就可以免除了。

常定

我們觀察試驗，有時可以製造一種情境，使外攙的現象，當觀察試驗的時候，常定而不變，所以我們做二次或多於二次的權量，受他的擾動，都到同等的地位，所以得數可免錯誤。拿符號說起來，我們要量 x 和 Y 的差數，當量 x 的時候，有錯誤 R 夾在裏邊，到量 Y 的時候，又有錯誤 R 夾在裏邊，那麼， $(x + R) - (Y + R)$ 還是等於 $x - Y$ ，所以總得數是沒有錯誤的。例如我們用天秤戥物，左盤有 A ，右盤有 B ，兩邊如果相稱，則 $A - B$ 的重量，必定是相等。

了。然而我們恐怕天秤的橫竿，尖架，法碼，各處，微有缺點，則A B 的重量，究竟相等不相等，還是一個疑問。若是取去B 而以C 代之，如C 仍和A 相等，則C 和B 之相等，必是一定的。因為凡有外攙的情境，使B 的分量，生那麼多的錯誤，必定使C 的分量，也生那麼多的錯誤，兩下相消掉了。又如植物學家要研究「植物萌芽生長之偏向由於內部生機」之問題，對於這個研究，可生錯誤的外攙的情境，有光，有熱，有濕空氣，有地心吸力四項。因為這四項情境，都可以使植物萌芽偏向一邊。這些擾動的分子，都不易於免除，至於地心吸力，則竟直不能免除。所以植物學家想出一個緩轉的方法 *Method of slow rotation* 來試驗他；法以一桿橫臥，桿之一端，有一爪可握一盆底，盆裏貯土和植物，用一個緩轉的摩托，使此桿繞其長軸而自轉，於是光熱濕空氣地心吸力，

對於植物萌芽之擾動，各方皆等。如果植物的萌芽，仍有偏向，則這個偏向，必定是原於內部的生機了。

更正

我們觀察試驗，有時可以另外權量外擾的現象的分量，由此可以更正我們所要量的分量。這樣的更正，往往可以靠科學中已定的常數而做到的。例如氣壓表，無論在何溫度時的數目，可以更正為在零度時的數目。氣壓表中有一小部分由於汞之溫度加高而膨脹參觀本章第一節。又如我們測量日星之高，可以減去已經測定的平替和空氣折光的錯誤。然而有時沒有一定的常數，可以決定錯誤的多寡，到這樣的地方，我們須得另外權量外擾的現象。例如我們要量一架機器之工作，工作原於能力的，看第四章演產的單位之表。機器之能力，一部分變為有用的工作，

useful work 又有一部分消耗於機器之磨擦。但是我們不知道磨擦消耗多少，所以必定另外權量他。司密敦 *Smith* 用這個方法去量水輪 和我國水磨水碓一 樣之有用的工作，他先量水輪每點鐘所用的水之體積，和水源之高，而得道理 水之能力之總數。然而這個能力之總數，不盡變為有用的工作，有一部分消耗於水輪之磨擦，所以他另外做個試驗，去量水輪磨擦要消耗能力多少。法以一滑車掛一根繩子，這繩子之一端，繫着法碼，這繩子之又一端，繞在空水輪之軸上，法碼下墜而輪轉，並且使輪轉的速率，和水轉輪時相等，因為我們知道法碼的重量，所以我們可以算得出水輪磨擦所消耗的能力。把這個消耗的能力，在能力之總數裏減下來，其剩餘的，就是水輪之有用的工作。又如我們量一物之比熱，先增高此物之溫度，然後置於熱量表裏邊，於是熱量表

裡的水之溫度加高若干。既知道熱量表中水之體積，又知道表中水之溫度，又知道水之比熱，所以我們知道熱量表中之水，所受於此物之熱有幾何。然而當熱量表中之水溫度加高的時候，表外的空氣較冷，所以必有少許的熱，由輻射而失去於表外。若是我們要量這個失去的分量，法以二個同樣的熱量表，同時試驗，以第一表量此物之比熱，以第二表量由輻射失去的熱，以所失的熱，加於第一表所量的熱，就得了我們所要量的熱之真數。又如化學定量分析裏的空白試驗，Blank experiment 也是更正的方法。例如我們要量一肥料中淡之分量，波生的或百分數 Percentage 恐怕我們所用的化學品中，雜有淡合物，又恐怕當試驗的時候，有從空氣中或從水中來的淡合物，攙在裏邊。所以我們做定量分析的時候，另外用一個空瓶，中間沒有肥料 用真試驗裏所要用的化學

品，照真試驗的方法一樣的做去，看他的結果，究竟有淡沒有。如果有淡，這淡就是從化學品或空氣或水裏來的，不是從肥料來的。因為空白試驗裏沒有用肥料把這個淡的分量，從真試驗的得數中減去，則剩餘的得數，就是肥料之淡的波生的了。

賠償

我們觀察試驗的時候，如果知道外攙的錯誤之性質和分量，有時可以用一個、相等、而相反的、去消除他。例如用天秤戥物，此物必佔據空間，則此空間之中之原有的空氣，必爲此物所代替；那麼，法碼所記載的重量，乃是此物的真重量減少此物所代替的空氣的重量，就有錯誤發生了。不過所戥的物，若是固體液體，由此發生的錯誤極小，可以不必計算。若是氣體，這錯誤就很大，

不能不設法免除了。所以我們權量氣體之分量，要用兩稱 *Masses* 之

方法：法以兩個同體積的玻璃泡，懸於左右二盤之上，以右泡儲空氣，右盤上

將左泡抽成真空，看兩盤相等時候重量多少，再將我們所要量的氣體，右盤上

Q 在左泡之中，再看兩盤相等時候，重

量多少，兩下相減，纔能得在泡裏氣體

的眞重量。若是極精細的權量，即法碼

計。又如時計表上球擺之懸竿，隨溫度



之變而長短不同，因之而擺動的時間不同。我們可以用兩個不同的金類，造

球擺之懸竿，叫做賠償的懸竿。*Compensating Pendulum* 如圖粗線爲一金

類 A，細線爲另一金類 B，A B 之漲率不同，如 R 點懸不動，當溫度增高的時

候，A 漲使 Q 球下墜，B 漲使 Q 上升，若上升下墜恰相等，在構造懸竿之前可由 A、B 之漲率算出則自 R 至 Q 之長，就永遠不因溫度高低而變，於是我們可以得到真實的時間之權量了。

反覆

我們觀察試驗，有時可以反覆儀器之秩序，或反覆試驗之次第，使所有外擾的擾動，在順行的時候生自此向彼的錯誤，在逆行的時候，生自彼向此的錯誤，再取二法所得的平均數，算做得數，就可以準而不誤了。凡能用這個方法的時候，總要用他，因為這個方法，減少錯誤之能力極大。例如我們用天秤戥物，若是天秤之橫桿尖架，稍有缺點，則得數必有錯誤，這種錯誤，可用反覆之方法去免除他。法以物置右盤，以法碼置左盤，戥之，再以物置左盤，以法碼

置右盤，戩之，那麼所有外攙的錯誤，在這兩次裏，方向必定相反，而且分量必定相等。若是我們取二次的平均數做得數，就沒有錯誤了。又如我們要量空氣傳聲的速率，有外攙的情境——空氣之不靜風和不淨灰塵和水蒸汽來擾動他，而生錯誤。這個錯誤，也可以用反覆之方法去免除他。法從距離若干里之甲乙二站，同時發聲，在乙站記載甲站所發的聲之速率，在甲站記載乙站所發的聲之速率，若有空氣之擾動，增加此聲之速率，必減少彼聲之速率，所以二速率之平均數，就是聲在空氣中之速率。又如我們求電流表 Ammeter 之標準，先反覆電流之分量，漸加漸減，每次考察電刺表 Galvanometer 裏磁針偏向之角度若干，然後又反覆電流之方向，又漸加漸減，如前，於是我們可得四行得數，在這四行得數之中，取其平均，那錯誤就很少了。電磁學的試驗之中，

用反覆方法的時候甚多。

平均

上段反覆之方法，也是用平均得數爲憑，所以也可以算得是平均之方法。這一段所說的平均之方法，專是就得數的平均而言，至於如何得到這個得數，或用反覆之方法，一層，在所不論。這是平均之方法本身的用處。因爲到了我們不能知道外擾的擾動是什麼，又不能用反覆之方法去免除他的時候，惟有多集得數，取其平均，可以逼近於真實。從實際的方面講起來，我們研究現象，權量愈精確，則微細的錯誤之發明愈多。所以二以上的得數，終不能十分符合，縱然有時十分符合，絲毫不差，真正的科學家，不但信這樣得數是絕對的真實，反而疑惑這樣得數的錯誤更多。因爲絲毫不差的符合，往往緣

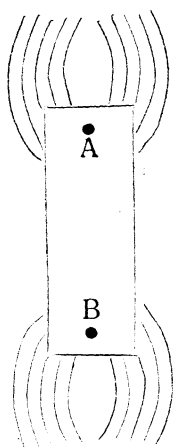
於儀器之缺點，永遠偏於一方面的錯誤，或者緣於觀察人之偏見，永遠桎梏真實，使之和他所期望的得數相符合。這種偏見有時是無意識的。Unconscious這樣看來，微細的錯誤，乃是我們權量裏面必有的，而且不可少的事情。*No err is human!*所以我們對於小有不合的得數，除非有專門長久的經驗，或可憑他的眼光去判斷這些得數之是非，否則沒有以此爲真實以彼爲錯誤的理由；那麼，惟有平均之一法，可以使我們較逼近於真實了。

平均可分三類：一是假用的平均；*Fictitious mean* 二是確切的平均；*Probable mean* 三是或然的平均；*Probable mean*

假用的平均 假用的平均，是多數的分量之普通代表數，可以和他項多數的分量相比較的。例如物體之重心點，磁石之極點，氣體之平均速度，都是

的。凡一物之體積，無論他的形式是怎樣，我們可以尋出一個重心點。此點或在物體之中，例如一球之重心在球之中心，或在物體之外，例如一環之重心點在環心之處。這樣平均之方法，可以使我們設

A 爲北極點



B 爲南極點

想此物體所有的物質微點，都聚集在此點，所以此物體所有的重力，都可以算是自此點發出的。磁石之吸力，彎曲

如弧，繁多如絲，我們可尋出一個極點，這樣辦法，可以使我們設想所有磁石之同性的物質，都聚集在此點。圖所以此磁石所有的吸力，都可以算是自此點發出的。又如氣動說 *Kinetic theory of gases* 裏所說的氣體分子的平均速率，氣體分子的平均徑長，*Mean free path* 都是假用的平均，因爲各分

子之速率，大小不等，各二分子之距離，即徑長也是長短不等，繁雜紛亂得狠，但是我們可以用一個平均速率徑長，去代表無數的不同的速率徑長，使我們可以設想：氣體分子之動，無論如何雜亂無章，然而他們的總結果，等於「他們的速率，都是和平均速率相等，他們的徑長，都是和平均徑長相等」的結果。這叫做大數之定律。Law of large numbers 朋加烈 Boincare 說：「凡是分子複雜的時候，若是他們的動作，是半秩序的，我們到沒有方法對付他，若是他們的動作，是完全無秩序的，我們反可以找一個秩序出來。」這就是用假用的平均之方法。

假用的平均數，又可以叫做均數 Average 依算學而言，有三種不同。一是數學的均數，他的公式是： $\frac{1}{2}(a+b)$ ， $\frac{1}{3}(a+b+c)$ ……；二是幾何的均數，

他的公式是： $\sqrt[3]{2 \times \sqrt{a \times b}, 3 \times \sqrt{a \times b \times c}, \dots}$ ；三是諧和的均數，他的公式是： $\frac{1}{\frac{1}{2}(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})}, \frac{1}{\frac{1}{3}(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c})}, \dots$ 。設以 a, b, c 代三個數，以 x 代此三數的均數，則 $Y(x, x, x, \dots)$ 必等於 $Y(a, b, c, \dots)$ 。設 a 為 1, b 為 2, c 為 3，則此三數的數學的均數為 $\frac{1+2+3}{3} = 2$ ，此三數的幾何的均數為 $\sqrt[3]{1 \times 2 \times 3} = 1.85$ ，此三數的諧和的均數為 $\frac{1}{\frac{1}{3}(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3})} = 1.43$ 。可見幾何的均數，小於數學的均數，諧和的均數，又小於幾何的均數。凡社會的經濟的統計學裏所用的均數，例如人口增加，貨價增加等類的均數，都是幾何的均數。譬如某國人口在百年裏增加一倍——就是增加百分之百，100%。倘若我們要知道每十年裏平均增加率若干，依幾何的均數求之，是 $10 \times \sqrt[10]{\frac{100}{100} \times \frac{200}{100}} = 10 \times \sqrt[10]{2} = 1.072$ 。取其大數而言，每十年中之平均增

加率，是百分之七。譬如中華民國元年，中國人口一百兆，到民國百年，中國人口增加到二百兆。（這不過取其數目之便利以作比喻。）他的增加率之幾何的均數，是百分之七。據此算之，民國十年時，中國人口是一百零七兆，民國二十年時，是一百一十五兆，民國三十年時，是一百二十二兆，有奇，民國四十年時，是一百三十一兆，民國五十年時，是一百四十四兆，民國六十年時，是一百五十九兆，民國七十年時，是一百七十四兆，民國八十年時，是一百九十二兆，民國九十年時，是二百零七兆，民國九十七年時，是二百三十二兆，和二百零七兆，不符，是因爲以上是用百分之七算的，沒有用百分之七·二去算的緣故。

確切的平均 確切的平均，是說正的、錯、誤、和、負、的、錯、誤、恰、恰、相、消、所以平均數在這個範圍以內，可以算得確切的。上段反覆之方法所得的平均數，就是屬於此類的。現在另舉一例，來表明這種方法的用處。如有二因同時生果，有時二因同道而聯，所以結果的現象，是二因之果之總數。有時二因背道而馳，所以結果的現象，是二因之果之差數。若是我們要求二果之各自的分量，

可以用平均之方法。例如朔望的時候，日月之吸力同升潮，所以此潮是日潮月潮之總數。二弦的時候，日之吸力降潮，日之吸力升潮，所以此潮是日潮月潮之差數。若是我們要求日潮月潮各自的分量，以一朔望潮加一弦潮，以二除其總數，就得月潮之分量。以一朔望潮減一弦潮，以二除其差數，就得日潮之分量。

或然的平均 如有二以上的得數參差不齊，而完全不知其出於何因，我們可以從此不齊的得數之中，先求得一個均數，假用的平均然後求出一個界限，則真實的得數必在這個界限以內，這叫做或然的平均，這個方法又叫做錯誤之定律。Law of error 這個定律是算學的，不是物理的，是形式的，不是實質的，因為我們不知道微細的錯誤之原因是什麼，所以用個籠統的方法去

駕馭他。這方法可分爲八層：

- (一) 以所有的試驗的得數相加，以試驗之次數除之，是得均數。
- (二) 求此均數和各得數之差，或正或負，是得各差數。
- (三) 將此差數自乘，其得數自然都是正號的，是得各差數之平方。
- (四) 將所有的差數之平方相加，是得差數之平方之總數。
- (五) 以試驗之次數減一，除此總數，是平均的錯誤之平方。
- (六) 求上層得數之平方根，是得每次試驗之平均的錯誤。
- (七) 以試驗之次數之平方根，除上層得數，是得平均的得數（均數）之平均的錯誤。
- (八) 以常數 $\frac{2}{3}$ （或以較確的 0.6745）乘上層得數，是得平均的得數之

或然的錯誤。

例如我們測量一山之高，共測量五次，其得數爲 293, 301, 306, 307, 313。若要知道他們的平均的得數之或然的錯誤，照上列各條求之。先尋諸得數和均數之差數，這五個差數是 11, 3, 2, 3, 0。我們不管他是正號的是負號的，因爲他們的平方都是正號的。此諸差數之平方，爲 121, 9, 4, 9, 81。把這些平方加起來，得總數 224。再用試驗之次數減一（即四）除之，得 56。56 之平方根，爲 7.5。試驗之平方根爲 2.24，以 224 除 7.5 得 3.35。以 $\frac{2}{3}$ 乘之，得 2.23 或 2.1。就是均數之或然的錯誤。以 304 加 $2 \cdot \frac{1}{4}$ 得 306 $\frac{1}{4}$ 以 304 減 $2 \cdot \frac{1}{4}$ 得 301 $\frac{3}{4}$ 則此山之高之真數，必在 306 $\frac{1}{4}$ 和 301 $\frac{3}{4}$ 之間。依此方法推求，可以知道得數之可信的價值。用平均之方法去求真實，足見人類智慧之孱弱，不能有「包涵萬象」的本

領。然而又足見人類智慧之高强，於「無可奈何」之中，總尋得出一條進行的途徑出來。以或然的理論而言，我們雖不能知道外攙的情境是什麼，然而正號的錯誤，和負號的錯誤，或可相等而相消。若是再要進求確切，須用各種不同的儀器來作試驗。例如溫度之權量，可以同時用汞寒暑表，空氣寒暑表，酒精寒暑表，去考訂他；或者用根據原理不同的試驗，從各方面去考求他。例如原子量之考訂，可以用化學分析法，氣體密度法，比熱法，同式法，沸點法，冰點法，去研究。若是各試驗的得數都相符，那得數必定有「雖不中不遠矣」的資格了。歷史家考求事實之真確，*authenticity*，也須得從根源不同的書籍之中，搜出結案相同的證據來。若此書根據於彼書，不能算作兩個證據，參觀或然之測算第五條。因為根據不同的證據之數，和「錯誤同一方向」之或然數，成反比例；換一句話說，證據愈多，則

「錯誤同一方向」之或然數愈小，而可逼近於真實。否則一有錯誤，無法補救，所以研究歷史的人，有一個「金科玉律」的命令，是一證就是無證。Testis unus, testis nullus, 科學家所以如此小心謹慎的道理，也是因為錯誤最易陷人啊。

第六章 觀察和試驗

知識緣於經驗以前已經說過。經驗最初的起源，往往由於無意的接觸。——開眼必有所見，張耳必有所聞，——由這種無意的見聞，再用假定經驗雙方進行，於是成個有系統的科學。例如極光 Polarisation 之物理學，原於巴托林那司 Batholinus 無意發見白堊之複折光；電磁學原於加耳方尼 Galvani 無意發見蛙腿之顫動；動物學之分類，原於俄根 Oken 無意察見高等動物之脊椎。又有牛敦 Newton 之故事告勸我們說，普遍吸力定律之發明，原於

牛敦無意看見蘋果之落地。讀者諸君有曾讀過Jamb's tales的，必定知道中國人烤豬之寓言。這段故事說：古代中國人，不懂得烹飪。有一天住宅失火，所畜的豬燒死了。這中國人用手搬那燒死的豬，適巧他的指頭觸到口裏，頓覺有味，以後他就知道燒豬吃和他項烹飪之藝術了。但是無意的接觸，不過是發起興趣的起點。從此往下，若是沒有有眼光有系統的研究，仍是沒用。我們怎樣去研究呢？就是先設個假定，參觀第八章然後用經驗去證明。現在我們先說科學的經驗。經驗分爲兩種：一是觀察，二是試驗。或譯實驗我可以留給 Pragmatism 至於 Experiment 可以試驗譯之。

觀察和試驗之區別 在天然的情境之下，記錄現象之進行，叫做觀察。用人力改變天然的情境，然後記錄現象之進行，叫做試驗。簡括一句說，試驗就

是觀察和天然的情境之改變之總數。所以赫切耳 *Herschel* 說：觀察和試驗，統同可以叫做觀察，不過「觀察」是被動的觀察，試驗是主動的觀察罷了。試驗的結果，比觀察的結果，較爲確切。因爲在試驗的時候，現象之情境，是我們自己規定的，所以可疑之點較爲少些。然而觀察和試驗之區別，也不過是等級的問題，並不是類別的問題。古代天文家記錄日星之行動，純爲觀察的科學，然而現在天文家，選擇一定的時間和空間，來考察各星之平替和他們的出沒，已經是試驗了。又如氣候學，可以算得純粹的觀察的科學，然而我們可以上高山，升飛機入空中，乘船入海，取各種不同的觀察點，也就是試驗了。總而言之，純粹的觀察之價值，究有多高，實有可以懷疑之處。我們現在所注重的，是要把人的改造，加入於天然界之活動之中。再看這「非天然」的結果，

可是和指導的預測相符。而且判斷真實。錯誤之本領試驗也。比觀察高得多。我們舉兩個極端的例子來說：地球是圓的這個理論，文藝新生時代的天文家，已經由很精詳的觀察證明了。然而倘若沒有哥倫布麥哲倫之親身環行地球，恐怕歐美的人民，也還有相信地是平的之說的咧。又如地球扁圓兩極處圓徑較赤道處圓徑較長這個理論，牛敦已經由液體旋轉之定律推出，夫蘭司梯 *Münster* 牛敦的助手 已經由觀察證明了。然而若是沒有毛波第 *Maupeirtuis* 親身往北極測量，這個理論之真實之價值，能有如此的高嗎？

觀察

天然界中之現象，往往甚緩而柔，易於逃出我們的觀察之範圍，因為天然的主司 *Natural agency* 之工作往往甚緩而柔的緣故。主司之工作為因現象為果。 例如

日熱可以使水變成蒸汽，氣候之乾燥可以使動物覓水於他方。這兩樣現象，都是狠緩而柔的，不易入我們的觀察界。若要研究這種現象，有兩個方法：（一）觀察之時，間之延長；天然的主司之工作雖緩而柔，然而日計不足，歲計有餘，祇要時間甚長，耐心觀察，總可以看見他的結果。例如江河之兩岸，當浪的處所，必定逐日侵削，避浪的處所，必定逐日增長。不過這樣的侵削增長，都是極緩而柔，不易使人注意。然而數十年後，侵削的處所，必定成港，增長的處所，必定成灘，這個結果，就是很大的了。又如固體分子之擺動，是一個極其不易觀察的現象。然而有人以一平金塊放在一平鉛塊之上，到四年後取出，將金塊鉛塊都切成薄片而分析之。在金塊之上部，尋出鉛，在鉛塊之下部尋出金，足見有金之分子逃入鉛塊之中，有鉛之分子逃入金塊之中了。（二）主司力之增，

加；自然界中之主司力，如熱，如光，如電，如動力，往往甚緩而柔，但是我們能增加此種主司之分量，此已有試驗的性質而考察其結果。例如以灰石放在濃炭酸之中，立刻溶解，則自然界中雨所含之炭酸，也必定能溶解灰石，和他種可溶解於炭酸的崖石，不過較緩而柔罷了。又如以火煮水，水就逐漸蒸發而沸騰，則自然界中之日熱，也必定使水蒸發，蒸發就是較緩而柔的沸騰。

我們當觀察的時候，要得確切的結果，必須留意以下三種情境，是否是錯誤的來源：(一)心理的情境；(二)器官和儀器的情境；(三)外界的情境。

心理的情境 我們若是要得確切的結果，不能有主觀的偏見。培根說：「人心就同不平的鏡子一樣，他所攝的天然之影相，不能和天然完全相同。」若是有希望，恐懼，愛悅，等等情緒夾在裡面，那就更易生錯誤了。然而各鏡之

不同，不必一律，此鏡甲處稍凸，乙處稍凹，彼鏡甲處稍凹，乙處稍凸，所以確切的結果，必以多數觀察爲憑，並須以多數不同的人的觀察爲憑，則錯誤或有相消之機會。所以皮加 Picard 說，科學的真實，也有公衆的意義。

心理的情境，各人不同，對於無機界之鑑別，已經可以生出不同的意見，至於對於有機界——社會問題之研究，更可以生出的意見了。依失勒 Schiller 說，這些不同的意見，不是完全由於問題中事實之繁複，但是又由於觀察人的生理組織之不同。這樣看來，主觀的心理的情境，也是緣於客觀的生理的組織。例如甲見貓而歡悅，乙見貓而惡恨，甲見紅色而鬱悶，乙見紅色而愉快，這是因爲甲乙二人生理組織不同，感觸同一的東西，可以生不同的反應。所以對於同一的社會的現象，甲可以抱樂觀，乙可以抱悲觀，甲乙二人都有理

由，不能抑此而揚彼。這就是個性主義之理由之一端。不過個性必得無害於羣性，所以我們終當以公眾的意義為憑哪。

公平的研究，不能容有情緒雜於其間，縱使觀察人忠誠公正，以真實為目的，尚且有時被特異的心理所奴隸而不自知。至於有心作偽，或記憶力之萎弱，或眼光之短促，必生錯誤，那更不待說了。總之，觀察人在觀察的時候，雖然要能深信其所信的原理，纔能勇猛前進，尋覓他所預期的結果。這種態度在試驗中尤為重要。例如牛敦 Newton 德斐 Davy 遇着試驗理論微有不合的時候，寧可相信試驗有錯誤，而不相信他們所根據的理論有錯誤。然而同時又要有謙虛認錯之態度，承認觀察所得的和他所預期的不符的結果，肯拋棄他的原來錯誤的意見。這種態度，好多科學家，不能抱持。例如達爾敦 Dalton 看見波

賽里約 Berzelius 用字母作化學符號之簡易，仍然保守他自己的圖畫的化學符號。波賽里約看見別人較好的化合之理論發見後，仍然要替他的兩配的化合之理論 Dualistic theory of chemical combination 作無理的辯護。這是我所不能諱言的，歉甚！歉甚！

歷史中所載的事實，有真實的，有非真實的，夾在一處。如歷史所記載的日食，氣候之特變，地震，火山，山崩，川竭，現今淘汰的生物之存在，動物和民族之遷移，奇怪的風俗，無論紀載如何不完，我們終須用他作研究的資料。但是我們須得考察他的真實，然後能定取舍。考訂歷史的事實之唯一的方法，也是從各不同的方面，搜集舉例而比較之，Comparison of independent record or tradition 不能以一派沿習的傳說為憑，參觀上章平均法因為那是先入為主的主

觀的偏見。

歷史上遺傳的誤信，最足使人存主觀的偏見，在社會學的各部，固然是如此的，就是在物理的科學之中，也曾有此種誤信，見於科學歷史之中。例如日繞地球之說，直到哥白尼 Copernicus 方纔破除；輕物下墜緩於重物之說，直到加里里約 Galileo 牛敦 Newton 方纔破除；中古學子都以爲永行的機器 Perpetual engine 是可能的事，直到加耳挪 Carnot 方纔破除。凡此種的誤信，都是用試驗破掉的。因爲那些誤信的學說，不能解釋他們所做的試驗。

又有習慣的錯誤，或叫做個人的錯誤，也易於混入觀察的結果之中。所以我們觀察，須得取多數的人的觀察爲憑。例如算學中之測算，有人屢以 9 爲 6，有人屢以 6 爲 9，顏色之辨別，有人屢以紅爲橘，有人屢以紫爲藍，都是這

種錯誤。

器官和儀器的情境 我們觀察現象，以公衆的器官所能觀察的，和我們所有的儀器所能觀察的爲憑，至於器官必不能有缺陷，儀器必能合用，那是不待說的了。但是器官和儀器之觀察，也有一定的限制。天然界中也許有微細的現象，不是器官所能觀察的。例如音度 Frequency 過於每秒三萬八千次的聲，不能爲耳所聞，過紫 Ultraviolet 以外和極紅 Infrared 以內的光，不能爲目所見。就便說到儀器，也許有微細的現象，不是我們現在所有的儀器所能觀察的。例如望遠鏡不能窺見暗於第十二級 這是四寸口的望遠鏡所能窺見的，若要窺見更暗 的星，必須用更大的鏡口。但是鏡口過大，實際上極其困難。無病的裸眼，可以窺見第六級的星。以上的星，極端顯微鏡不能窺見小於十萬分之一米里密達之物。然而此種現象未入觀察界的，除非另

有方法證其存在的，參觀外界的情境我們決不承認爲事實，因爲恐怕流於虛妄的緣故。

科學中之觀察，注重儀器過於器官，因爲器官觀察，縱然確切，有時仍然不能入真實之門。例如管口激水，以裸眼觀之，乃是一條不斷的線，然而實在是無數水珠聯接搖擺，印於眼珠甚快，故成一條線。又如手執一火，在暗室中，搖成一圈，以裸眼觀之，乃是一個火圈，然而實在是一點火接續旋轉，印於眼珠甚快，故成一圈。又如影戲之活動，竟像一體之行動，然而實在是無數相片接續射影而成的幻像。凡這些現象，精巧的儀器，都可以辨別得出。如管口射水，快鏡可以分成水珠，輕養爆炸之火浪，也可以快鏡分爲三級，每級的浪式不同。又如微細的熱的分量，我們的觸官不能察覺的，寒暑表熱量表可以試得

出。又如電的分量，竟直不是器官所能察覺的，當然要用儀器偵探了。

外界的情境 就令心理公平，器官準確，然而還要考察外界的情境，是否盡爲觀察界所收羅。因爲天然界所呈的現象，有易爲我們所觀察的，有不易爲我們所觀察的，有竟直不能爲我們所觀察的。我們對於第一種的現象，必須詳考，當我們觀察的時候，是否爲主觀的偏見所驅使，或爲外界的面貌所蒙蔽，如忙覺時短，間覺日長，重物下墜，似速於輕物，日似繞地而行之類。對於第二種的現象，必須用精巧的儀器來輔器，官之不足。如水和空氣中的微蠟，非顯微鏡不能窺見，分量甚少的物之存在，非精細的化學分析不能發見之類。對於第三種的現象，必須用旁證、推較之法，以證明之。例如原子之重量，我們無法可以直接去戥量他，必須用分析的結果，或蒸汽之密度去旁證他。這些

不能直接觀察的觀西。地質歷史中，冰川時代所遺留的磊泥土，上有刃迹，現有人叫做具體的觀念。

在冰川區域

如阿耳皮
司格林蘭

的磊泥土，也有刃迹。現在有刃迹的磊泥土，都是原於

冰川的，那麼，地質歷史中所遺留的有刃迹的磊泥土，或者也是原於冰川的。

這個或然數很高，因為這兩種磊泥土的同點很多。由此而知地質歷史中有個冰川代。這是用推較的

方法。凡歷史中不能重行發見不讓我們試驗的事實，歷史的事實，以時間為

去不返的，故曰不能重行發見。祇能用即今推古的方法去推較他。

外境的情境，不能為我們的所觀察的，歷史學裡極多。天文學中之彗星，依歷史所紀載的，不過四五千之多，然而我們若將南半球所見的而未經紀載的彗星，和天空遠處未經望遠鏡所窺見的彗星，合而計之，則拉布拉司(Laplace)之測算，說天空中之彗星，多如海中之魚，或者也是無足怪的。地球上所

見的隕石，歷史所紀載的有限，然而以天文家的測算而言，每二十四小時，當有四百兆隕石，見於地球的空氣圍之中。但是此種測算，在該科學之中，必有確切的張本，方纔有可信的價值；並且要由各不同的張本而測算所得的結果，都能互相符合，我們纔能承認他是真實；這叫做事實之互符。Consilience of facts。若是不能做到這步田地，我們祇能給予各不相同的結果，一個比較的或然數。例如地球之壽算，物理學家依地球失熱率推算，約爲四十兆年，生物學家依生物進化率推算，爲數百兆年以上，仍然還是未解決的問題啊。

歷史所記載的事實，往往缺而不完，就此缺而不完的事實，首先須從各方，面考察他們本身之真實不真實。至於未曾記載的事實，須用復原，Restoration 之方法，求之。復原之方法，也不外乎推較——就是用現在的事實，推較

古時的事實。例如希臘羅馬之金類古器，遺傳在博物院裡的黃銅 *Bronze* 多而鐵少。依外貌看起來，好像希臘羅馬人多用黃銅而少用鐵了。實在是因爲鐵之朽壞，比黃銅較易，所以古時遺留下來的鐵，比黃銅較少。又有人誤信古人所住的房屋，指希臘羅馬古建築。比現在人所住的房屋較爲堅固。然而實在是古時平民所住的不堅固的房屋，都倒塌了，我們不能親眼看見他，凡我們所能看見的古建築，都是貴族的「狠考較的」——堅固的房屋罷了。又如地層中之化石所代表的動物，都是堅甲或有骨之類，那麼，難道地質歷史的古代之中，就沒有昆虫如蝴蝶、環節如蚯蚓等等動物嗎？這不過是因爲他們沒有堅結的部分，不能遺留於化石界罷了。

我們觀察現象界之活動，有時祇能得段落的事實；若是要把這些事實接

續起來，成一個有系統的理論，那就不是純粹的觀察 Pure empiricism 紀載無數的事實所能了事的了。必須經過以下兩種方法：（一）事實之聯續；我們觀察事實，將所得的短系的因果的關係，聯成長系的因果的關係。例如水蒸發而成蒸汽，是一個事實，蒸汽凝結成雲，又是一個事實，雲降成雨，又是一個事實。雨流而成江河，又是一個事實。我們雖未曾看見一定的水之分子，走過這些階級，然而我們可以把這些事實聯續起來，於是知道自水而蒸汽，而雲而雨，而江河，有長系的因果的關係。又如我們考察地質，看見崖石疏解而成泥沙，又見河流夾有泥沙，又見泥沙停澱為三角洲，又見海岸逐漸升起。我們雖未曾看見一定的崖石之一部，歷過這些階級，然而可以將這些事實聯續起來，於是知道崖石疏解而成泥沙，為河流所遷徙，停澱於海底，又升起而成

陸地，有長系的因果的關係，同一條練子一樣的貫串於這些現象之中了。（二）過、渡、物、之、發、見；我們觀察現象界之活動，有時看見兩個事實，並無直接的因果的關係，若是我們能夠發見他倆中間的過渡的事實，那就可以把他倆聯合起來了。算學中之中置 Intrapolation 與此可相比較。例如日光養育植物，是一個事實，植物經

燃炬而生火之熱，又是一個事實。我們並不知道日光和火熱有若何的關係，我們必須發見「植物中的葉綠質，吸收日光而變成潛能力，藏於植物組織之中，」這個事實，纔知道日光變為潛能力，火之熱就是由這潛能力變換而來。又如我們考察化石，見有爬行，又見有飛禽，不能斷定他倆有進化的關係。我們必須發見化石界中之飛蜴 Pterosaurius 和古翼 Archaeopteryx 等類，——飛蜴是爬行而能飛的，近於飛禽古翼是飛禽而有齒的，近於爬行這些動物，是爬行

飛禽中間之過渡物——纔能證明爬行經歷飛蜴古翼等過渡物而進化爲飛禽啊。參觀第九章

觀察之錯誤

以上所言的心理的，器官的，外界的情境，都可以生出觀察之錯誤，德毛根 Demorgan 把這些錯誤分爲四條，如下：

- (一) A 不是 B 之因，但是「我們察覺 A」爲 B 之因，巫覡之符咒，催眠家之催眠，都是依此而成立的。例如催眠的人使人心中心預期待他的法術之靈驗，因爲受者的心上，有尊崇畏懼各種心理的狀況，而施者的預令，果成事實。若是受者沒有這些心理，那施者就無法可施了。這是緣於心理的，情境之，錯誤。
- (二) A 不是 B 之因，但是必須有 A，然後我們能察覺 B。若在沒有 A 的時候，

就令有B，我們也不能察覺他，或者易於忽略而不察覺他。古代天文家，都

以爲夏天多彗星，換一句話說，就是以爲氣候之熱是彗星發見之因。然而其

實是：因爲夏天雲少，西歐氣候更是如此人就易於察覺彗星罷了。古人又以爲月光能

生冷，換一句話說，月光是冷之因。然而其實是因爲凡有月光的時候，必定沒有雲，空氣圍中既沒有雲，那地面上晝間所受的熱，就易於散到空中，所以我們覺得冷罷了。這是緣於外界的情境之錯誤。

(三) A不是B的因，但是我們察覺A，是我們察覺B之因。在天文學氣候學中，大家都曾經以爲月滿是無雲的因，就是著名天文家赫切耳 Herschel 也曾經以爲月滿和無雲兩個現象，每每同時發見。然而其實是：尋常月光不滿的時候，我們多不注意天空有雲沒有，而且必到了無雲的時候，我們纔能

察覺月滿之光。因爲我們察覺月滿之光，我們纔察覺無雲之氣候。他倆的中間，並沒有因果的關係。這項誤信，一直到近代格羅維基 Greenwich 天文臺記錄許多觀察的結果，方纔破除。這是緣於心理的、和外界的情境之錯誤。

(四) A 不是 B 的因，B 實在是 A 的因，但是 B 不易爲我們所察覺，所以我們必察覺 A，纔能察覺 B。例如空氣含水蒸汽而流動上騰，是結雲之因。然而空氣和水蒸汽，都是透明的，我們不能或不易察覺空氣中之有水蒸汽，和空氣之流動上騰，到了成雲的時候，我們纔察覺天空有雲。因雲之行動，反像雲是空氣流動之因，因雲能致雨，反像雲爲空氣中有水蒸汽之因。又如從前哲學家以爲客觀的美，是主觀的愛之因，現在哲學家詳細研究人類之志願和興趣，纔知道主觀的愛，是客觀的美之因。因爲主觀的愛之起源，是個狠精敏

的心理的現象，不易爲我們所察覺的，所以從前的哲學家，反以爲客觀的美，是主觀的愛之因。這是緣於心理的、和器官的、情境之、錯誤。

負號的辨論

觀察之錯誤，我們固然可以種種方法減除了。然而現象無限，我們所能觀察的，能有幾何。況且宇宙間不同的原素，又可以聯合換合而生出新現象，我們那裏能觀察得盡呢？現象界中有目所未見之色，有耳所未聞之聲，有熱點所未觸之熱……自從科學發達，新發見的現象，日見其多。古人不知道微徽是什麼東西，現在我們能辨別微徽種類之多，等於他類的動物了。古人不知道天王星海王星，現在我們能窺見他們了。二十年前的化學家，以爲原質不變，現在我們知道有能變的鐳了。二十年前的地質學家，以爲新成世之前

無人類，現在我們在冰川系中尋出人類的化石，而知道冰川代新成世之前已有

人類了。從前歷史學家以為希臘哲學是一時崛起的，現在我們知道希臘哲

學也是由印度斐尼西亞的文明逐漸進化而來的了。這樣看來，有許多古代

所未曾觀察到的，現在已能證明其有，則現在所未曾觀察到的，又何能斷定

其無呢？里畢詩（*Leibniz*）說：「發明之秘訣，就是以無事為不可能。」換一句話

說，凡是未曾觀察到的，都是可有的，那麼，我們所持的負號的辨論 *Negative*

argument —— 以未曾觀察到的當作不可有的 —— 都不是信嗎？

設若有一個人，向我說道：「現象界裡，有若干現象，必定在那裡發見，現在

我們不曾觀察得着，不過是因為我們的觀察不精詳罷了。」我的第一個反

問，就是：「你可能用旁證的方法去證明他？」見上節如果不能，我的第二個反問，

就是：「你所說的現象之分量有多大。包時間的和空間的分量很小的現象，可以適在觀察人觀察間斷的時候發見，例如流星隕石需時甚短，當天文家未觀察的時候，他發見了，有空間的分量很小的現象，可以在那裏發見，而我們無從觀察，例如空氣中之微塵和微蠱。」你所說的現象，可有確切的理論的根據？如果分量很小，或有確切的理論的根據，我們須得詳細研究他，到是個很好的發明之指導。若是他不能答復這兩個條件，那就是虛妄的懸想，*Chimeric speculation*。我就可以拿負號的辨論來抵制他了。所以負號的辨論，有這兩個條件，也自有他的價值。（一）以觀察力之範圍為限制；例如有人說，生物界裏倘有大如肺勞蠱的微蠱，倘未發見，這個論調之或然數很高。若是他說生物界裏倘有大如牛馬的乳哺，未曾發見，我們就可以說是決沒有的。因為現在動物學家的搜考，已經如此詳備，若有大如牛馬的動物，必定已經發見了。又如有人說，海王星軌

道以內，尙有大如木火二星間小行星的行星，尙未發見，這個論調之或然數很高。若是他說，海王星軌道以內，尙有大如木星的行星，我們可以說是決沒有的。因爲天文學家所用的望遠鏡，已經如此精確，若有大如木星的行星，必定已經發見了。拿或然的言詞來說，「未見的現象可有」之或然數，和此現象之分量成反比例。此未見的現象之分量愈大，則其「可有」的或然數愈小。(二)以確切的理論的根據爲輔助；例如蠻德里耶夫 Mendel'ev 因爲週期律中有一定的空隙，而斷定自然界中必有我們現在所叫做的鈶 Caesium 銻 Selenium 和鉬 Germanium 之存在。至於有機化學中之構造，化學家往往能預測「可以由人構造而成」的化合物之性質，那更不待言了。又如植物食炭養而洩養又吸養而吐炭養^二同時並行。第一層是易於觀察的，第二層是不易

於觀察的，里畢詩並且以爲植物自食其糞，是一個毫無道理的意見。然而據生物的理论說來，生物必藉養氣而生活，植物既是生物，也應該有吸養氣而吐炭養之動作，嗣後植物學家照試驗動物的方法去試驗植物，果然尋出植物也有呼吸之現象。這都是根據於確切的理論的。

設有一現象 P ，依我們所知道的，有兩個原因 C_1 ， C_2 。現在我們已經證明了 C_1 不是 P 的原因，我們固然可以用負號的辨論說 C_1 不是 P 的原因。然而我們若用換對的 *alternative* 「二者必居一於此」的理由說 C_2 必是 P 的原因，那還是，很靠不住的。科學中雖也有時候用這個方法，然而那是在應用的範圍以內，我們的確知道：除這幾個換對分子以外，決無他分子可以攙入，因拿果的話來比較，就是除這幾個原因之外，決無他項原因。拿我們纔能夠如此判斷。例如我們證明橫線垂

線所成之角，既不是銳角，又不是鈍角，就可以斷定他是直角，因為除鈍角銳角直角之外，別無他角。若不能的確定知道 C_1 C_2 之外，別無他因，則我們仍須求 C_2 爲 p 之因之實證。例如音樂之性質之美劣，我們可以擬定有兩個原因，一爲音度 Frequency 之多少；二爲聲浪擺動之形式。音度不是音樂性質之因，早已證明。然而聲浪之形式，爲音樂性質之因，從前因爲儀器粗鹵，不能證明，一直到赫耳姆毫司 Helmholtz 用亮針嵌於各種樂器之上，以顯微鏡窺之，纔能證明聲浪形式果有不同。於是聲浪的形式爲音樂之性質之因，方纔算得證明的事實。又如湖 宣洩湖原於河流
澎漲不在此例。 之成立之原因有三：一原於妨礙物之停積；二原於石層之剝下；三原於外海之割割。地質學家研究阿耳皮司和喜馬拉亞山間的湖，已經證明這些湖不是原於外海之割割，和石層之剝下。

的，然而必待尋出湖旁有冰川停積物，纔能承認這些湖實原於妨阻物之停積而成立的。

試驗

我們研究現象，有時可以改變現象發生時的情境，如溫度，壓力，電之擾動，光之濃度，化力之分量，……再考察這些現象之相隨的變遷，這叫做試驗。

在做一個試驗的時候，可數的情境極多，竟直可說是無限的。試取「二木摩擦生熱」這個簡單的試驗而言，可數的情境有多少呢？二木之形式，堅度，及其化學的組織，化學的性質，摩擦之壓力，及其速率，周圍空氣之溫度，壓力，及其化學的成分，二木和地面之距離，及地之吸力，和地之磁流，摩擦人之溫

度，及其他性質；日熱之輻射；雲中之電擾；就是行星之位置，也是要計算的。若從純理的 *analog* 方面說來，我們不能斷定以上名單裏邊，那種情境，和摩擦生熱的現象，沒有關係。我們到了這個時候，祇能取出似乎和這現象有關係的情境而試驗之。

試驗之方法，在每次移去一個似乎和這現象有關係的情境。參觀差別之方法 即

以二木摩擦生熱而言，周圍的空氣，似乎和生熱有關係，所以我們須在真空之中，以二木互相摩擦，若二木仍然生熱，我們就知道空氣和生熱沒有關係了。又週圍的熱物件，也似乎和生熱有關係，因為週圍的熱物件，可以傳熱於二木，所以我們須用一器，週圍用冰圍之，使器中之溫度，永在冰點，然後以二木摩擦於此器之中，若二木仍然生熱，我們就知道週圍的熱物件，和生熱沒

有關係了。又二木之性質，也似乎和生熱有關係，所以我們要用二金類互相摩擦，若二金摩擦也能生熱，我們就知道二木之性質，和生熱沒有關係了。如此進行，每次移去一個似乎和這現象有關係的情境，到最後的結果，然後知道摩擦之能力——僅此摩擦之能力——和生熱的現象有因果的關係，那就是說摩擦之能力是熱之因。

這樣看來，我們做試驗的時候，要將現象發生時所有的情境，一個一個的都試驗一番，那就煩苦極了。古人說得好，人生不滿百，一生能夠成就幾個試驗呢？設有一現象 P ，當發見的時候，有情境 A, B, C, D ，我們尚不知道那項情境，是這現象之因。若依聯合之原理來做試驗，則 $A, B, C, D, A, B, C, A, C, D, B, C, D, \dots, \dots, A, B, C, D$ 都要試驗過，共有十六個試驗，若是這現象發見的時

候，有十二情境，則須做的試驗，有四千〇九十六個之多，若情境更多，則須做的試驗，更多得嚇死人了！我們到了這個地方，乞靈於形式的邏輯，是沒用的。那麼，我們究竟用什麼做指導呢？有人說，在這樣地方，惟有經驗可作指導，因為有充足的經驗，所以有深切的眼光。——這是由這個眼光，可以猜度那項情境似乎和這現象有關係，然後再拿這些「考取」的情境試驗一番。有人說，要有充足的經驗，纔有深切的眼光，固然是不錯的，然而這還不是探本窮源的說法，在這樣地方，惟有志願可作指導。因為我們有想化繁為簡的志願。——想用最簡約的方法，去構造科學的志願（先有這個欲望，然後有這個志願）（The desire of constructing the science in the most simple way, in schiller's words）所以我們有綜合的直覺。就是把和這現象有關的經驗綜合起來。這個直覺，可以告訴我們那項情境大約

是和這現象有關係的，決不至於拿那些完全的牛頭不對馬嘴的情境來騙我們去做那些煩雜嘈亂無所歸屬的試驗。例如摩擦生熱之現象，由直覺之指導，決不至於叫我們去試驗他和地球之磁流有關係麼，他和行星之位置有關係麼。

無關的情境之移除

無關的情境，若不能移除，往往誤認為有關的情境。例如珍珠殼之光澤，從前的人都以為是原於珍珠殼之化學的成分，換一句話說，珍珠殼之化學的成分，是他的光澤之因，——和光澤有關的情境。柏羅司特 Brewster 無意之中，以松脂印珍珠殼，看見松脂之印面上，也有光澤和珍珠殼一樣。隨後他又以珍珠殼印於坎拿大膠，黃臘，和鉛的上面，看見這些物件之印面上，也有

光澤和珍珠殼一樣。然後纔知道化學的成分，是和光澤無關的情境。和光澤有關的情境，乃是珍珠殼表面一層之特別組織。Surface structure 又如聲之尖度，Pitch 從前的人都以為是原於樂器之材料。換一句話說，樂器之材料，是聲之尖度之因。——和尖度有關的情境。現在我們尋出聲之尖度，以其音度 Frequency 每秒鐘裏聲浪擺動之次數 為憑，無論樂器是什麼材料——或金，或石，或土，或木，——祇須音度是一樣的，他們的尖度也是一樣的，然後知道音度是聲之尖度之因。又如用銅球貯電，銅球貯電之量，似乎和銅球的內組有關，然而依試驗的結果，空心銅球和實心銅球，祇要體積 不是體量 相同，他們的貯電之量也相同，然後知道銅球之面積之大小，乃是貯電量之大小之因。總而言之，如果我們疑心那項情境和一項現象有關，就要去試驗：把這個情境移除的

時候，可是沒有這個現象。如果移、除、這、個、情、境、還有、這、個、現、象、那、麼、這、個、情、境、就、和、這、個、現、象、無、關、了。

當試驗的時候，必每次移、除、或、改、變、改、變、指、增、減、分、量、說一個情境，使其餘的情境完

全都同，然後再考察那結果的現象。若是同時移、除、或、改、變、兩、個、情、境、而、結、果、的、現、象、有、變、遷、則、我、們、很、難、判、斷、此、結、果、之、變、遷、還、是、原、於、此、情、境、之、移、除、或、改、變、還、是、原、於、彼、情、境、之、移、除、或、改、變、改、變、指、增、減、分、量、說還是原於彼此二情境之移、除、或、改、變、之、合、總。若是同時移、除、或、改、變、兩、個、情、境、而、結、果、的、現、象、沒、有、變、遷、則、我、們、也、很、難、判、斷、還、是、此、現、象、和、彼、此、二、情、境、都、沒、有、關、係、還、是、彼、此、二、情、境、對、於、此、現、象、之、關、係、恰、相、反、而、相、消、所、以、結、果、的、現、象、仍、然、沒、有、變、遷。例如鹿化西

Lavoicier 試驗動物必需養氣而生活，先以一瓶內貯空氣，燃燭其中，到養氣

用盡的時候，拿一隻兔放在裏邊，這隻兔就死了。然而這個試驗，尙不能證明動物必需養氣而生活。因爲這個試驗，同時移除一個情境——養氣，又添入一個情境——炭養。所以我們不能斷定這隻兔之死，還是原於養氣之缺乏，還是原於炭養之毒。所以我們須得另外做個試驗，用汞代燭，照上法試驗之。於是瓶中所剩的氣體，都是淡氣，因爲汞和養化合而成固體的汞養。拿一隻兔放在瓶裏，兔也死了。纔能證明動物必需養氣而生活。又如我們試驗物面凝露之多寡，有兩個情境，對於凝露之現象，都似乎有關係：一爲物面之形式，二爲物之傳熱之快慢。設若用一塊粗鐵板，一塊銅板，一塊玻璃板，同擺在露天之下，這三塊板上的凝露，必有多寡不同。然而我們不能斷定形式或傳熱是凝露之因。所以我們須得先用同物傳熱率是相同的不同面的使其面之形式有光滑凸凹不同板，去試驗物面之

形式，是否和凝露有關係；再用同面使其面之形式都是光滑的不同物的各物傳熱快慢不同去試驗物之傳熱之速率，是否和凝露有關係。依試驗之結果，兩項都是和凝露有關係的。

特別情境之創造

我們住在地球上，地球上的空氣，有一定的密度，溫度，壓力，含水量；地球上的日光，有一定的濃度；地球上所受的吸力，也有一定的分量；總而言之，地球上天然情境之變遷甚小，若是我們，僅在這些天然情境之中，研究物之現象和這些情境之關係，則我們所得的知識有限。例如空氣之溫度永在二十度上下，若我們要研究一物在高度時之行爲如何，例如要研究淡氣在高度時，是否仍是惰氣，或者我們要研究一物在低溫度時之行爲如何，例如

要研究輕氣在低溫度時，是否遵守鮑以耳定律，則我們必須用電弧爐製造高溫度，可至三千六百度用液氣機製造低溫度，可至零度下二百五十度然後試驗纔可以進行。又如我們要研究一物不受壓力時之行爲如何，例如要研究電之穿過玻璃管之時，呈具何等狀況，或者我們要研究一物在受最大的壓力時之行爲如何，例如要研究水是否因壓力而縮小，則我們必須用吸氣機製造真空，用螺紋紐製造最大的壓力，然後試驗纔能進行。科學之進步，大半都由於特別情境之創造。因爲天然的情境，往往甚緩而柔，不但供給我們知識有限，並且很難使我們有增進知識之機會。參觀觀察節而這些特別情境之創造，也就是人類戰勝天然之方法。培根的知識即權力之公式，對於這一點是很有道理的。況且自然界中，還有些現象，發見於我們所住的情境之外的，例如日月行星

上的問題，地球中心之問題，那些溫度壓力等情境，都和球面上的不同，所以必有人造的情境去做效他，否則無從試驗了。

外攙的情境之訪求

試驗的時候，或有外攙的情境，和我們所研究的現象有關，因為我們不知道這種外攙的情境之性質，所以雖有極謹慎的防閑，尙恐不能免除他們所生的錯誤。亞拉伯點金化學家 *Andrius Plotonius* 賤金可變貴金之謬說，一半由於外攙的情境。因為金類如銅鉛礦儲中，多半雜有少數的金，金之量雖少，然而幾乎無處不有，每噸海水中有三英分 (0.003) 金，崖石泥土之中，都有少數的金在裡邊。鉛鑛中雜有銀，若將這些不淨的賤金類，如銅用法化鍊，可得少許金銀。所以古化學家，以為這少許金銀，是由鉛銅等變來的，這是外攙的情境所生的錯誤。

在化學中不淨物之研究，乃是一個最重要的問題。古人以電析水，屯輕之

極負電

有鹼，屯養之極

正電

有酸，他們就以爲電可以生鹼和酸。德斐 Davy

以瑪瑙池貯水，電析之後，鹼和酸頓減少，他用最淨的蒸餾水，鹼和酸更減少。德斐至此，得了正當的指導，知道兩極處之鹼和酸，不必是緣於電的。他再做試驗的時候，就特別小心，不用手沾儀器，又把儀器擺在一個盒子裡，將盒子裡空氣抽出，於是電析之後，屯輕之極並無鹼，屯養之極並無酸，他然後知道兩極處之酸和鹼，不是電所生的，乃是外攙的情境不淨物所生的。因爲水中有少許鹽，玻璃中有鹼，手上和空氣中都有垢膩，垢膩中也有鹽，雖爲量無多，然而有時可以生錯誤而有餘。又如古人以三角稜鏡察光份，看見凡物之燃炬，都出黃光，Davy爲鈉之特具的光份。所以他們以爲黃光份乃是物之普通的光份。赫切

耳竟直以爲分光鏡之分析是無用的。以後司汪 W. W. W.發明最少的鹽——一格蘭姆百萬分之一——都可以生出黃光，纔知道無論何處，都有少許鹽，所以無論何物，當燃炬時，都發黃光。然後化學家纔把分光鏡之分析，算作分析中的最準的方法。因爲各原質都有特具的光份。朋孫 Bunsen 和羅司各 Robt. 於是用分光鏡發明許多原質。到了近來，有許多的大問題，如物質一元說，窺測太陽和星中的原質和地球上的原質是否一樣。電子論，光份之不同，由於電子之速率不同。都要藉分光鏡之輔助而解決了。

近日化學分析，一天精密似一天。化學家尋出有些化學的變遷，原於第三不淨物，就是接觸劑之促進。例如以鈉置水中，則鈉自燃而生輕氣，若以鈉置於最淨的水中，則幾乎沒有自燃之現象。因爲鈉之自燃，並不是原於鈉和水之直

接化變，實在是原於不淨物之促進的緣故。又如炭到燃點的時候，則自燃而生炭養，若以極乾的炭和極乾的養氣擺在一處，就是到了燃點，也不自燃。因為炭和養之化合，原於不淨的水蒸汽之促進的緣故。

據以上所說的幾個舉例看來，我們做試驗的時候，首先必定要知道儀器

和藥品之性質——要研究儀器中的物質，是否和我們所研究的現象有關

係。如玻璃中有鹼，可以擾亂電析之類。又要研究藥品是否是純淨的。觀察節裏所說的空白的試驗，可以減少這個錯誤。

所以我們凡是要做重要的試驗，——為他項試驗的基礎之試驗，須得特、意、

用材料、不同的儀器，如德斐瑪瑙地。用不同的方法、取來的藥品，如剩餘律令中所引的勞列用

由空氣中取出的淡氣和由淡合物中取出的淡氣相比。來做試驗，並且改變試驗之做法，此時而如此彼、

時、而、如、此、如德斐電析之試驗。期望或可發見錯誤之弱點，使我們可以尋出錯誤之

來原。若是用同一的儀器，同一的藥品，同一的做法，而所得的結果完全同一，切莫自許爲權量之確切，更當用剛纔所說的方法去鍛鍊他。一誤豈容再誤，不過是叫人防備錯誤的教訓，我們須知道：一誤之後，是最容易再誤的。參觀平均法之方

負號的結果

我們當試驗之時，有時不能得預期的結果。若斷爲無此結果——就是以未見爲非有——仍是不妥當的，因爲或者有極細的結果，不能試驗得出，或爲較大的結果所蒙蔽的緣故。例如我們沒有看見月球上有空氣，而斷言月球上無空氣，實在是不妥的。我們祇能說：如果月球上有空氣，也必定是最稀薄的，同抽氣筒裡所剩的一樣。又如我們不能量吸力之速率，而斷言吸力傳

達，是不需時間的，Instantaneous 也是靠不住的結論，我們祇能說：吸力之速率如此之快，依拉布拉斯測算，至少亦等於光之速率之五千萬倍。我們沒有方法量他罷了。但是現在權量之儀器之偵探之能力，已經大得可驚可駭。依化學分析，每立方寸水中，有一格蘭姆之五千萬分之一的夫新，Fuchine 有有機顏料 都可以發見；若是用分光鏡分析，一格蘭姆之萬萬分之一，都可以發見；寒暑表之量溫度，可以量到一度之八千八百分之一；若說有分量若何大的物質之改換，能力之表現，逃出於試驗範圍之外，他的或然數，也必是極小的。但是這就我們觀察試驗所已到的區域而言，若是我們對於未曾詳細的觀察試驗的問題，而持「以未見爲非有」的意見，那就等於武斷。譬如有一瓶天然水我們僅僅粗率的把他電析過一次，便斷言這水中除輕養外，別無他質，那是極靠不住的。近來有持侵略

主義的人說：「戰爭是人類的天性。」他又說：「若是天地之間，有「人類可以不戰爭而存在」的原理，這個原理必定已經被人發明了。從歷史上看來，既沒有人發明過這個原理，足見宇宙中無此原理。」這個荒謬之談，正犯着這個弊病。我們要問：從前思想言論不自由的時代，可是曾有人詳細研究過這個問題？設若我們回到十四五紀的時候，沒有見過近代「光怪陸離」的科學，可能挺着肚子說：科學是不可能的，若是可能的，古人必定已經發明了呢？這位侵略家的論調，不是和這個說法是一樣的「邏輯」嗎？諸君諸君，研究要緊；不要拿耳朶當眼睛。參觀或然之測算也不要把走馬看花的瀏覽當作細撥牛毛的搜尋。

第七章 逼近之理論

科學的真實，可分三種：一爲經驗的真實，是由直接的觀察試驗得來的；二

爲方法的真實，是由推論得來的；三爲擅定的真實，是無從證明而我們必須擅定的。這三種真實之價值，據科學家唯物物的意見，以第一種爲最高，因爲他是經歷製造最少的。然而這些經驗的真實，都是絕對的真實，不能再進的嗎？我們的答案，是不然！不然！科學中之觀察試驗之方法，雖是極其嚴密，然而他所得的真實，仍不過是逼近的，*approximate*。不是絕對的。

經驗的真實，不過是逼近的，有兩個原因：（一）凡與我們相接觸之物，無論是天然的，是人爲的，因爲受了多數的因——大的小的極小的——同時對於此物發生的影響，決不能有個完全的性質，和恰如一定的數之分量。（二）縱然有物有個完全的性質，和恰如一定的數之分量，然而依我們的有限的器官儀器，也沒有方法可以尋得出來。現在且拿幾個舉例來講他。

幾何學中常常的說完全的點，完全的直線，完全的圓球，都不過是假定的，是逼近的。其實宇宙之間，客觀界裡並無「完全」之存在。完全之一字，不過在字典上可以找得出來。完全的點是不能有的，點一着迹，便有體積，便不成其為完全了。客觀界裡也沒有完全的直線，即隕星向地球而隕落，因為他星球之吸引，因為空氣各方面抵抗之不同，因為空氣流動之攙擾，也不能成其為完全的直線。客觀界裡，也沒有完全的圓球，即水和酒精互交溶液中之油珠，見物理的方法中布拉托之試驗。因為油珠之動，不能同時各方皆等，因為溶液之流動有偏向，也不能成其為完全的圓球。縱令天然界中有完全的點——算學的點，完全的直線，完全的圓球，然而我們所用的顯微鏡，無論如何精巧，決不能察見完全的點；我們所用的繩尺，決不能辨別直線究竟是否完全；我們所用的量

圓表，決不能辨別圓球是否完全。物理學中研究力，速率，電流，光，熱，種種分量，常常的說，此分量和彼分量恰相等，此分量恰爲彼分量之若干倍數；此分量恰爲彼分量之若干分數，都不過是假定的，是逼近的，縱有恰相等，恰爲倍數，或恰爲分數的，兩個分量，然而我們我用的權量的儀器，也決不能證明這個「恰」——這個完全。

就牛敦吸力定律——科學中之最真實的最普遍的定律而言，似乎可以算得完全的真實了。然而詳細考察起來，也不過是逼近的，吸力定律說道：宇宙間所有的物之微點，和他物之微點皆相吸，他倆相吸之力之大小，依他倆的體量之大小和距離之遠近而定；那麼，若要知道二物相吸之力之大小，必定先知道二物之體量，和二物之距離，和二物以外的物之位置，纔能下手，然

而天文家測算太陽和行星之吸力，並未會計及太陽系以外的千萬星球對於太陽系之吸力，是若干大。他們擅定這些星球和太陽系之吸力很小——小到可忽的地步。就令他們集合太陽系以外的星球之吸力而計算，這個定律，仍不過是逼近的。這個斷案有兩個原因：（一）天文家拿星球都當作橢圓，擅定這些星球之面，都是平勻而無凸凹，他的內質，又無各部濃薄之不同。其實這個擅定，並不是和事實細部相符合，球面有山海之不平，球心之物質，又較濃於他部之物質。（二）縱云球面平圓，內質均勻，然而我們用算學去測算，決不能拿許多物體星球同時互吸之現象，收在一個公式之下來算他，我們對於三體以上之互吸的問題，已經沒方法可以駕馭，所以我們祇能將我們所認為無關重要的，棄之於不算之列，然後纔能進行。然而這樣表現出來的結果，已

經不是完全的真實了——不過是逼近的了。

無論在那種物理的科學之中，拿算學來研究現象，都祇能得逼近的結果，因爲外界的現象，是複雜的，我們必定用簡約之方法，把他們收縮到最小的。時間的延續和最小的空間的佔據。先說時間的方面，我們不能把一個現象之完全進步的歷史，籠統計算。我們祇能把這個現象和這個現象之極相近的前引，參觀因果律合在一處計算，並且擅定這個現象，不受他的最遠的歷史何等的影響。這個擅定，是極有用的，然而並不是真實的真實的！我們必定如此辦法，纔能拿微分公式去駕馭他。再說空間的方面，我們觀察試驗的時候，也不能把一個現象之四圍及其內部淆亂的事實，完全托出。我們祇能把他分析到佔據空間最小的部分。例如我們研究固體漸冷之現象，這熱在這固體

之中，流行不已，剛離 A 點，已到 B 點，剛到 B 點，又離 B 點而到 C 點，如此類推，我們若要研究他，祇能計算兩個比鄰的點之中之熱之交換，而擅定距離甚遠的分子之溫度，決不至於互相影響。又如一桿之折彎形式，極其複雜。若直接研究，竟直無路可尋。但是我們把這個折彎當作桿中無數分子變遷之結合，Resultant 而擅定每個分子之變遷，是依他直接所受的力而定，和他間接所受的力經過旁的分子而來的，不相關。參觀微果之獨立這些擅定，都不是絕對的真實，不過是逼近的真實罷了。

把一個現象收縮到最小的部分之行動，還不夠，我們還要用簡約的方法去駕馭他。一羣微點，每個有每個的動作。例如每個有每個的行動的速率，換一句話說，每個有每個的能力之儲蓄。Energy contents 卽以一個特別的微

點而論，他的行動之速率，因碰擊而變遷；以前行動的速率，和以後行動的速率，不是一樣的；那麼，我們究竟用什麼時候什麼微點之行動之速率爲標準呢？這個標準，沒方法尋得着。所以我們祇能取這些微點之平均的速率。這就是擅定這些微點最小的部分之動作之總數，可以爲此平均所代表。這樣的擅定，更不能算作絕對的真實了。參觀平均之方法

據以上所說的而言，在理論的方面，既沒有完全的真實。現在我們再在試驗的方面考察之。凡我們所有的儀器，以備觀察及試驗之用的，都沒有完全的性質。例如以一線懸鉛錘，是我們所用的垂直線，然而此線既不能爲完全的直線，此錘又不能爲完全的各面皆稱的錘。況且地面不平，若是此線之左有一山，此線之右有一窪，則此錘各方所受的吸力不等；於是此線之引伸線，

不能恰抵地球之中心，就不是完全的垂直線了。以盒貯水銀，此水銀之平面，是我們所用的水平線。然而液體和貯器相值之處，因微管吸力而有斜上（其形如 \cap ）斜下（其形如 \cup ）之不平，影響及於全面。又因地而不平，故地心吸力對於此平面，不能各處皆等，所以水銀之平面，也不能為完全的水平線。又如球擺 *pendulum* 之完全，必在極小的幅振 *amplitude* 以內，紐戲 *Torion Balance* 之完全，必在極小的角度以內。這個極小，都是指無限的小說的。試問到了無限的小，還有什麼幅振角度之可言。所以試驗所得的結果，都不是完全的真實啊。

科學家研究現象，或從事實而構造定律，或依定律而解釋事實，如果理論定試驗事實兩方面的得數，不能十分相符，一方面要考究這個定律是否將所

有對於此現象有關的情境，都計算在裡邊，一方面要增加儀器之精巧，使我們可以得更確切的得數。當構造定律的時候，總要拋除若干關係較小的情境，然後這個定律之骨架，纔可以撐得起來。這個定律，當然祇有逼近的價值，描寫的價值，並不是客觀的實在。再增進儀器之精巧，往往可以把從前未經計算的情境，詳細的找出來，於是又可以修正從前所定的定律之公式。但是無論如何修正，總不過在逼近的地步。例如鮑以耳試驗氣體體積和壓力之關係，而構造一個定律，他並沒有計算氣體之分子之本身的體積，和分子之互相的吸力，換一句話說，他用簡約之方法，擅定氣體之分子，都是算學的點，而且這些分子之彼此的距離甚遠，沒有互相的吸力，然後體積和壓力，纔能夠完全成反比例。在鮑以耳或者是不自覺的 *Unconsciously* 用着這

個簡約之方法，因為他所用的試驗的儀器過於簡單，並不能找出氣體分子本身的體積，和分子之互相的吸力。到了後來儀器精巧了，許多物理學家找出來：氣體的行為，和鮑以耳定律不符。所以方德華 Van de Waals把氣體之分子之本身的體積，和分子之互相的吸力，這兩個情境，加入計算之中，將鮑以耳定律之定律公式，修改為 $(p + \frac{a}{v^2})(v - b) = c$ 之定律公式。

a 為分子之互相的吸力，然而這還不過是逼近的真實，因為方德華之計算， b 為分子之本身的體積。現在物理家仍不能逃上段所說的時間，空間，平均，三個簡約之方法之外。

是「鮑以耳定律祇能對於完全氣體 Perfect gas 算得真的，」這完全就是說，氣體分子之本身的體積，和氣體之體積相比較，是極小的，氣體分子之彼此的距離，是極遠的，但是這個極字，必定當作無限的講，那定律纔算得是真的，試問那是可能的嗎？

又如牛敦拿吸力定律解釋太陽系之行動，先擅定太陽和行星都是完全的圓球，又擅定這圓球所生

的吸力，等於此吸力皆發生於圓球之中心點。參觀假用的平均因為吸力定律所說的二物相吸，原指二點而言，星球既不是點，那麼，他這個解釋，祇能算作逼近的了。這是一層的簡約。他然後再把「地球赤道處凸起甚於兩極」這個情境，收入計算，而測度地球赤道凸起處之吸引月球，生出繁複的結果。但是他將海陸不平攙擾的情境，屏之不入計算之列。這又是一層簡約。足見我們所有的定律，就是到了鮑以耳定律，吸力定律——最真實的定律——的地步。決不能和外界完全相符，不過是一種器具，供我們描寫現象罷了。從此又可以看得出科學中之真實，都是從簡約得來，不過是逼近的，再行前進，又可以更加逼近。若是攏統計算，鉅細兼收，勢必至紊亂而無系統，雖有人以為「大道其在斯乎」，然而實在他和真實還相隔十萬八千里咧。

逼近之算學的原理

科學中的真實是逼近的，若用算學的原理來解釋他，更加明白。凡科學中的研究，都從性質的而變為分量的，都是要發明此分量和彼分量之關係，換一句話說，都是要發明彼分量對於此分量之函數，Function 因為彼分量隨此分量之變而同變。設以 x 代此分量，以 y 代彼分量，則他倆的關係，可以以下公式表明出來；

$$y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 \dots \dots \dots$$

在此公式之中，A、B、C、D、E，都須用試驗求出來，都是常數，是有定的。若權量之確切，可到 $\frac{1}{10,000}$ 米里密達，設 x 為 $\frac{1}{100}$ 米里密達，則 x^2 為 $\frac{1}{10,000}$ 米里密達， x^3 為 $\frac{1}{1,000,000}$ 米里密達，至於其餘的 x 之高級方，那就更小了。除非 D

和 E 是特別的大數，則以上的公式，竟直變成 $y = A + Bx$ ，因為 0 的數，已經出了權量之限制之外，不必加入於計算之列。如 x 之數更小，則以上的公式，竟直變成 $y = \Delta$ ，因為 x 已經出了權量之限制之外，那就是 y 不隨 x 之變而同變了；換一句話說，就是彼分量不隨此分量之變而同變。若是以後增進權量之確切，則 $y = \Delta$ 又可以變成 $y = A + Bx + \dots$ ；拿言詞來說，就是向來以為彼分量不隨此分量之變而同變，現在找出來彼分量也隨此分量之變而同變了。例如天空中有若干星，古時都以為是恆星，因為古人不能偵察這些星之行動。然而自望遠鏡逐漸進步之後，天文家能夠偵察他們的行動，把他們又定作行星了。設以 y 代空間的變， x 代時間之變，古時的公式為 $y = \Delta$ ，就是這些星的地位，不隨時間之變而變，現在的公式為 $y = A + Bx$ ，

就是這些星的地位，也隨時間之變而變了。若是將來望遠鏡更加確切，則 y 和 $\alpha^2, \alpha^3, \alpha^4$ 及 x 之更高級方的關係，也許可以次第發明的。

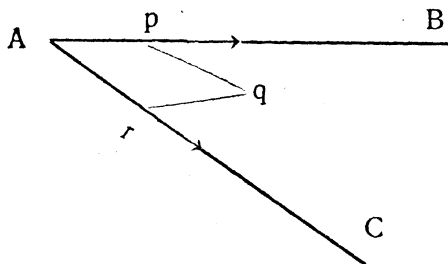
微果之獨立之逼近

在物理的科學之中，研究現象之因果的關係，必用簡約之方法，以甚小的因所生的甚小的果，都當作獨立的，參觀第一八一葉空間的佔據。換一句話說，就是兩個甚小的因各生其果，並沒有互相的關係。再拿符號來說，有一個甚小的因 A 生果 p，又有一個甚小的因 B 生果 q，設若 A 和 B 同時動作，則我們擅定他倆所生的果，不過是 p 和 q 相加，沒有互相的關係。但是必須 A 和 B 都是甚小的，我們纔能如此擅定啊。即以天秤戥物而言，一個一磅的法碼，爲一磅重，兩個一磅的法碼，爲兩磅重。這兩個法碼都爲地心所吸，然而又互相吸，又爲周

圍之物所吸。設若我們拿天秤戥一物，有兩磅重，我們何以知道此物中之物質之互吸，和兩個法碼之互吸是相等的，又何以知道此物和此兩個法碼所受的周圍之物之吸力是相等的，實在無人能說。不過我們擅定這些互相的吸力，和地心吸力比較起來，是小而可忽的罷了。至於其他的權量，都含具這種偏近的擅定的性質。這個擅定，是我們所必需的。若是沒有這個擅定，則科學進步，縱然不是不可能的，也必定要慢得多了。

設有一個現象，有一個因 A，可以使他自一變到 $1+x$ ，又有一個因 B，可以使他自一變到 $1+y$ 。若是這兩個因同時對於這現象而動作，則此現象必自一變到 $(1+x)(1+y) = 1+x+y+xy$ 。倘若 x 和 y 都是甚小的，則 xy 必更小，可以棄之而不算。所以這公式變成 $1+x+y$ 。拿言詞來說，就是二

句說，這兩個力有互相的關係，並不能獨立行動。然而這平行體愈小，則二力



果，都不過是逼近的。

有一班人有一種謬誤的意見，他們以為不能完全用算學去研究的生物

互相的關係愈微，到了極小的時候，則此二力同時動作所生的結果，竟直等於他倆各自獨立的結果相加。所以算學家測算二力相持所生的動，如天文中之離心力向心力。可以撒散成無數小平行體來算他，不至於生出可量的錯誤。即如曲線一條，若取其極小的一段，竟直可以當作直線，用直線之方程式來算他，凡如此得來的結

學社會學之中的定律，不過是逼近的真實，若是能用算學去研究的物理學化學之中的定律，可以算是絕對的真實。以上所選的幾個舉例，當可以推翻這種見解了。我們研究現象之因果的關係，看見有若干的因和果，常相接而不離，用歸納的於是定一個定律，說：有這個因必定有這個果。這樣的定律，雖從事實得來，然而他的真實，仍不過是抽象的。因為在具體的事實之方面，我們把許多關係甚小的因，都拋棄於這個定律之範圍之外。況且據以上所說的看來，二因獨自生果，是就現象分析到最小的部分的時候而言。若在別的地方，往往有許多複雜的因 *Complexity of causes* 同時共作，而發生互相關係，所以生出的果，不是各因獨自的果之相加。參觀第三章到了這個地位，那定律之真實更祇有抽象的價值了。伊索寓言上載有一段故事，說：有一

個老村嫗養一隻母雞，他每天喂鷄若干大麥，每天可得一卵之報酬。他想：他每天用對倍大麥喂雞，每天必能得二卵之報酬了。誰知試驗的結果，雞吃多了，過於肥了，每天一卵亦不可得了！我又記得某某說苑中也載有一段故事，叫做一文典，適和剛才所說的相反。有一村嫗，偶爾拾得一文錢，他就用這錢買了一個雞卵，從卵中孵出一隻母雞。他便將這母雞三年中所生之卵售得的錢儲蓄起來，買了一隻牝豬。他又將這牝豬三年以內所生的豬仔售得的錢儲蓄起來，買了一隻牝牛。「牝牛生牝牛，三年滿山頭。」他以後便多財而財愈多，竟能開了一個典舖。諸君恕我拿如此村野的故事，來佔據許多行數，因為我要表明複雜的，因可以同時共作，生出不能預測的果，不是一個簡單的。抽象的。逼近的。定律所能管轄得了的。不過我們總得要找出這樣的一個。

定。律。來。纔。能。有。進。行。的。基。礎。纔。能。有。推。測。的。指。導。否。則。就。要。發「手無斧柯，奈龜山何」之嗟嘆了。

第八章 假定之用法

以上所說的觀察試驗，如何可以確切，如何可以算得真實，都是完全從事實一方面下手。但是我們研究真實，不是僅此事實之紀錄所能了事的。在根本的方面說起來，知識最初的起源，都是無意的接觸。並且有從無意的觀察，和亂碰的試驗，而能得最大的結果的，固然不錯。然而若要使這些無意和亂碰之所得，成一個有系統的理論，必得有假定。做指導，接續下去，做些選擇的觀察。試驗，纔能達到這個目的。況且宇宙間的情境，繁雜無量，若是不把無意的觀察，和亂碰的試驗，當作正當的研究之方法，那麼，研究人的心中，更必須。

有預期的假定，來做探海燈。即在每日生活之中，用假定的地方，也是非常的多；例如我們要做一件事，必定預擬一個做法，而期望事實的結果，和我心裡的目的相符。這就是假定。假定是什麼呢？就是「非由事實直接歸納而成」的定律。」況且就是由事實直接歸納而成的定律，也含有假定之性質，因為定律是表明一定的現象，緣於一定的情境而生，還有其他較不重要的情境，沒有收入計算之列，試問這個現象將來重行發見之時，我們敢斷定未曾收入計算的情境，屢次都是不重要的嗎？既不能斷定，那定律就含有假定的性質了。若說到非由事實直接歸納而成的「定律」——就是本章所講的假定——更祇有引導之價值。當我們構定這個假定之時，也許把各科科學的知識搜來，用作問題解決之輔助。例如拿水推較電，拿空氣推較以太，這個假定，

究竟真實不真實，全靠他將來和事實相符不相符而定，全靠他能夠解釋事實圓滿不圓滿而定，全靠他能夠進行 *work* 不能夠進行而定。決不能先存一個一定不移的態度。這樣「試試看」的態度就是科學家在試驗室的態度。如果試驗了不成——就是負號的結果，我們並沒有虛耗腦力。指構造假定

手力指做試驗去證明假定於無用之地。因為這樣的結果，可以示知我們這個假定之虛偽。各科學報中常登載一定的試驗否認一個理論或假定之真實。並且往往同時可以指示我們另外一個可能的假定之途徑，於是重行構造新假定，重行拿試驗來證實這新假定，直到假定和事實相符時為滿足。

假定之價值，究有多高，各家的意見不同。大概歸納家輕視假定，演繹家重視假定。培根以「從事實之徵集之中構成定律」為研究之唯一的方法；穆

勒以「從此推彼」爲推論之正宗。這都是輕視假定的。笛卡兒 *Descartes* 的哲學方程式是「我想故我是。」引伸出來說，就是心裏構造起來的理論，就是假祇要是根據於最簡約的原理，自然會和外物的事實相符。這就是以爲假定是真實的，無須有試驗的證明。 *Experimental verification* 萊柏尼 *Leibnitz* 以充足的理性 *Sufficient reason* 爲可信的基礎。這兩派都有偏見。其實科學中的研究，不是用純粹的培根法，也不是用純粹的笛卡兒法。我們觀察現象，看見有若干事實之聯續， *association of facts* 如月暈而風，礎潤而雨，月暈和風有關係沒有我不能說，這一個舉例，不過取其便當罷了。 之類，我們就設個假定，說這些事實，有若何的因果的關係，參觀試驗節摩擦生熱之試驗。 再作試驗來證明他。又看見有些事實有若干同點，如氣體分子和天河，同爲無數分個集成之羣之類，我們就設個假定說：這

些事實，又有其他的同點，再作試驗來證明他。參觀綜合和推較總而言之，全由玄想的思辨所得的假定，易陷於虛妄，固無價值之可言，若是有理論的根據的假定，或以事實逐層比較而得的假定，可以作我們的指導，節省我們隨處亂碰的精力。況且創造知識，又靠着合宜的假定之構造，遠不陷於「隨意所之」之虛妄，近不流於墨守舊有之拘泥，但是須得經過證實一層，纔能算真有價值罷了。這樣看來，若是有一定的條件，叫我們不能隨意構造假定，那就可以減少虛妄之危險，而又能收創造知識之功了。

假定之條件

要限制隨意逞力之思辨，必有一定的條件，使假定必須經過。這些條件是什麼呢？毫栢司 Hobbes 所定的條件有兩個：（一）必為我們的心意所能思議

的，Conceivable 而非無意識的奇怪；(二)必能應用於事實之解釋。鮑以耳 Boyle 另加一個條件，(三)必不和已承認的定律相衝突。然而這三個條件，還不能十分確當。若沒有附屬的詳細條件，仍不能為具體的方法。例如吸力之假定，言：二星球之相吸，即有億兆里之距離，亦幾乎不須時間；光動之假定，言：光浪每秒鐘內擺動七百兆兆次，都出乎心意所能思議之外。然而沒有他項假定來解釋我們所觀察的吸力和光之現象，則此種曾經被控告為不可思議的假定，仍為科學中之真實。參觀節用之定律 又如必不能和已承認的定律相衝突之一層，也有使人拘泥成見之弊病。天然界決不自相衝突，凡是兩相衝突的假定，決不能同時並為真實，那是一定的道理。然而我們研究天然現象，決不能篤信舊假定——已承認的定律——而不信用新假定，因為舊假定也

許是不對的。試看科學發達史中，新假定推翻舊假定的地方很多。例如天文學中日中之假定，推翻地中之假定；化學中養化之假定，推翻火質之假定；光學中浪動之假定，推翻微粒之假定。一詳見第二四葉這種例子非常之多。這樣看來，以上所說的兩個條件，並不是絕對的必須遵守的，現在總括一句說，假定必與事實相符。

這樣看來，假定究竟應該經過那幾個條件呢？總括一句話說，假定必與事實相符，至於詳細的條件，各家大同小異，現在我們可以將這些條件分列三層如下：（一）物理的、概念的假定之意義，必為物理的概念，他的內包外延，必不含糊，又不模稜，可以置於試驗之法庭，以備嚴加攷證。（二）定律之符，合由此假定得來的結果，不能和已承認為真實的而永未曾失誤過的定律相衝突。（三）試

驗之、證實：Verification 由此假定得來的結果，和由試驗所得的結果必定相符。現在再爲逐條言之。

一 物理的概念 設若我們假定一物 或爲物質、或爲能力、或爲抽象的觀念。 之存在，此物必有一定的表德；設若我假定一物之動作，此動作必有齊一的進行。我所說的齊一的進行，是說在同一的情境之中，必生同一的現象。此表德和進行，必是不含糊而不模稜的，然後可以給我們一個證實之機會。凡神異的學說，所以不能成立的理由，第一就是不能爲此條件所通過。例如巫人言能驅遣神說人的過去的歷史；試問神之表德如何，巫人之答辭，必含糊而不定。況且他所說的，有驗的，有不驗的，巫人對於不驗之解釋，必定說神沒來，或是神撒謊，是神之動作，不是齊一的進行了。又如風水家說，地氣可以保佑子孫；若問地氣

之表德如何，風水家也必定無詞以對。況且有「一墓之下」的子孫甲乙兩支，有甲盛而乙衰的，也有甲先盛而後衰，乙先衰而後盛的，風水家必定說，地氣按一定的時期而轉的，那就不是齊一的進行了。凡如此含糊模稜的假定，不是物理的概念，無從證明他是真實非真實，凡不允許我們證實的都可以算做非真實的。不然，「胸中無媿」又怕什麼密檢嚴搜呢？

在未經證實_{第三條件}之前，我們雖不能直接觀察一物之存在，或一物之動作，

然而可以已知的物之存在，物之動作，推較而定其表德和進行。譬如我們假定一物 A 和 A 之動作，以解決一定的問題，因為我們不能於未研究之先，知道 A 之表德和動作如何，我們必從一個已知的 B 之表德和動作而推較之。例如我們假定以太之存在，雖不能直接的知道以太的表德和動作，然而可

以由空氣浪水浪而推較以太必有彈性，有惰性，和物質相。且必受力而後動，

動必生波。和物質相。又如我們假定電流之動作，雖不能直接的知道電之表

德動作，然而可以從水之動作，而推較電必有流，自此至彼，和水相同。且電懸

Potential，或譯電壓愈大的，電能力亦愈大，如水懸 Head 愈大的，水能力亦愈大

一般，而且有物能貯多電，有物祇能貯少電，如大碗可貯多水，小碗祇能貯少

水一般。和水相同。如此推較，而得一定的物理的概念，並可以拿算學式表明

出來，那麼，這個假定之真實不真實，可以送給試驗的法庭去判斷了。

(二) 定律之符合 我們構造假定，不能和已承認為真實而永未曾失誤過

的定律相衝突，如果衝突，必定先證明此定律之非真實，然後能成立此假定

之真實。若是沒有發見可疑為與此定律不符的事實，這種辦法，往往勞而無

功。例如自地心吸力之定律，已經多方證明以後，若是有人假定有一個和地心吸力背道而馳之物，我們必定嗤笑他是無常識，決不以爲他有玄渺的哲學思想。又如自生物必死的定律，久爲我們所公認之後，若有人假定人可以長生不死，我們豈不要歪着嘴笑他嗎？熱動學 Thermodynamics 中常用能力不滅的定律做根據，去證明一個組體 System 自 A 變至 B 時所發出的熱，和此組體自 B 變回 A 時所吸收的熱，必定相等。有時沒有試驗可以證明，而敢如此斷言，是什麼道理呢？因爲這個定律，在能用試驗證明他的時候，永未曾失誤過一次，他的資格太深了，我們犯不着去招惹他！但是這個條件，不過嚴行防備假定之虛僞，並不是禁止我們棄舊而求新哪。若遇有事實和舊假定或定不相符，或貌似相符而實不相符，我們當然可以用與此事實相符的

新假定去代替他。這樣看來，這個條件並沒有壅塞新進之弊病。大凡我們總是遇着若干事實，似乎有和舊有的定律假定不符的地方，我們方纔構造一個和舊有定律假定相衝突的新假定，決不至於無端的捏造一個「明日太陽將出於西」的假定。如果那樣的無端捏造，不過是思辨的遊戲品罷了，算什麼科學知識呢？科學之中，用新假定代替舊假定的極多。但是都是在發見了一班事實和舊假定不符的時候，纔有這樣的革命的運動。事實必須佔有相當的地位，*Facts must be accorded their appropriate places*。這是實證哲學所提倡，科學家所歡迎的，那有桎梏新事實於舊理論定假之下的道理呢！例如海恩 *Huyghen* 看見光之速率的現象，依牛敦的微點的光學，無從解釋，他就創造浪動的光學——新假定去代替他。又如鹿化西 *Lavoicier* 看見

「金類受燃必增重量」之現象，依施達耳 Stahl 的火質的化學，無從解釋，他就創造養化的化學去代替他。參觀判決的試驗。又有時有一個新假定之發生，不是完全推翻舊假定，但是限定、舊假定之範圍，或是修正、舊假定之意義，則此二假定，必不是相對的衝突。Contradictory 例如電子論言，原子乃是集電子而成的，似乎和原子論相衝突。然而近來的原子論之組織，不過以原子做一個算學的積體，Mathematical entity 而構成定份倍份換份之定律。至於原子不可分的一層，並不是原子論中不可缺乏的條件。參觀第二卷原子論這是原子論的範圍，因電子論而限定的。電子論研究原子以下的問題，至於原子以上的問題，如定份倍份之類，仍爲原子論所管理的。又如生物進化之理論，達爾文 Darwin 說：強者存，弱者滅；克爾泡得金 Kropotkin 說：互助者存，獨孤者滅。這

兩個假定，也不是相對的衝突。因爲強者不必都是獨孤者，弱者不必都是互助者。況且達氏強弱二字，不應專指驅力之偉大和薄弱而言。因爲地質歷史中，有翼耳 *Pterygotus* 古葦 *Calamites* 西鳥 *Hesperornis* 齒齒 *Iguanodon* 等，人類歷史中，有勾恩司 *Huns* 羅馬波斯蒙古土耳其西班牙拿破崙威廉第二等，都是驅力偉大而反滅或衰的，因爲獨孤的緣故。生物界裏，有同類相助的動物，如白蟻和蜂，有異類相助的生物，或稱爲互生的 *Symbiosis* 生物，如珊瑚和納犁波耳 *Nullipore* 碗豆類 *Leguminosae* 和他的根上幾種微菌，人類歷史中有十字軍，抵制拿破崙的聯盟國，和抵制德國的協約國等，都是驅力薄弱，或是比較的薄弱而反存而盛的，因爲互助的緣故。那麼，互助的纔真是強，那僅此驅力偉大的，不是真強，獨孤的纔真是弱，那僅此驅力薄弱，不

是真弱。而且達氏的重要的意思，還是和蘭馬克 Lamarck 原來的假定「凡最適宜者皆生存」The fittest survive 一樣的。克氏的學說，更比蘭馬克和達氏的學說更加精密罷了。所以我們可以說，達氏之假定，由克氏的假定而修正了。

(三)試驗的證實 若要一個假定成立為真實，還須得試驗去證實他和他預測的事實相符。這個條件是極重要的。凡用以證實此假定之事實，必是確切的事實，用確切的觀察和試驗。必得都和預測的假定相符，若是有一不符，又不能解釋這個不符的理由，參觀例外之應付則此假定仍然沒有圓滿的資格。因為錯於一即錯於凡。Falsa in uno, falsa in omnibus 例如我們假定以太之擺動，有一定的速率，則在密物中應該較緩，在疏物中應該較快，現在我們量得光

在玻璃中的速率緩，光在水中的速率較快，在空氣中的速率更快，恰和這假定所預測的相符。又如我們假定生物之保護的顏色，都和環境之顏色相同，先由若干事實之指導，而構造此假定。則北極之生物顏色，應該是白的，沙漠之生物顏色，應該是黃的。徵之事實，果然不錯。如此，那假定就算得真實了。反之，凡是和事實不符的，都不是真實。例如笛卡兒之烟環行動說，Vortical motion 假定星球之行動，如水之旋渦，則行星在遠日端 aphelia 行動之速率，較緩於在近日端 perihelia 之行動之速率，現在天文所窺測的，沒有這種現象。若依牛敦自轉公轉同一方向之假定，就沒有這個困難了。況且烟環行動說，又不能拿算學第一條件亦不合。又如牛敦顏色之理論，假定物之有顏色之不同，因為他的微點有大小不同，微點大的趨於黑的一端，微點小的趨於白和透明的一端，因為微

點大的能返光，微點小的不能返光的，祇能讓緣故。然而在試驗的方面，煤末極細而不能返光，況且用熱量表量之，白的反而返光和輻射的熱，黑的反而收光和輻射的熱，這些事實，都和這個假定不符。若依光份之理論，便沒有這個困難了。光份之理論說各物顏色之不同，由於各物吸收光份不同，返射光份不同，返射的光份就是該物的顏色。

判決的試驗

有時有兩個假定，都能「持之有故，言之成理」，都能和一定的事實相符，我們如何辨別他倆的真實非真實呢？對於這樣的辨別，培根發明一個方法，至今還是適宜於應用的。這個方法，就是尋出一個或多於一個的事實，和甲假定相符，和乙假定不相符的，——可以證實甲假定，又可以否認乙假定的事實，來判斷他倆而定其去留。這個方法，叫做判斷的試驗，或路牌的試驗。

Experimenta crucis 言如歧路之間，行人徬徨，莫知所之，有了這個路牌，行人就可以定應行的途徑了。例如當天文家測算未準，窺探未精的時候，地中的天文和日中的天文，都可以解釋太陽系中一部分的現象，就是和事實相符。如每日太陽必出沒，每年有四季之類。然而哥本尼 Copernicus 測算，依日中說而推論，水星金星繞行於地球軌道之內，可以見其各面之不同，依地中說而推論，沒有這個現象。到了一千六百年，加里里約 Galileo 用望遠鏡果然窺見水星金星各面之不同。又地球赤道處之貿易風，證明地球之動，否認地球之不動；天空墜物必偏於東，證明地球向東而行，也否認地球之不動。更有他種天文的現象，如星球之光差，都是這兩個假定中之判斷的事實。又如光學中牛敦之微點說，和海恩之浪動說，對於光之一部分的動作，如返光折光之類，

都能解釋。然而依微點說，光爲極微的物質，光既爲物質，則光在密物中，因受吸力較大，速率應快，在疏物中，因受吸力較小，速率應緩；依浪動說，光爲以太之波動，是能力之一種，光既是能力，則光在密物中，因受抗力較大，速率應緩，在疏物中，因受抗物較小，速率應快。現在依試驗之所得，光在玻璃中之速率，小於光在空氣中之速率，光在空氣中之速率，大於光在水中之速率；又光既爲物質，則凸鏡聚光點處，必可得物質若干，光若爲能力，則凸鏡聚光點處，必爲濃光，或變爲他能力。依試驗的結果，凸鏡聚光點處，光變爲熱，這些試驗，都是能證明浪動之假定，而又能否證微點之假定的。判斷假定之真偽，減除心意之游疑，是這種試驗之莫大的功勞。

不完全的假定之容納

假定之真僞，既有以上所說的方法去考訂了。然而當新舊假定交代之時，往往有不能劃然若割取此舍彼之困難。因爲科學之中，舊假定當日之成立，亦必根據於一部分的事實，爲其成立之理由。如果這一部分的事實是對的，而且現在仍然發見的，則此舊假定到倒塌的時候，也許還有偏安的資格。又科學之中，新假定初發見的時代，根基每不能穩固，就同幼稚的嬰兒一般。若要增長強壯，必得要逐漸的滋養他。科學祇求真實，祇求適用，也不是完全的維新，也不是完全的守舊。所以我們對於偏安的舊假定，不能不容納他，對於幼稚的、新假定，也不能不容納他。

設有一個舊假定，從前以爲他可以解釋全數的現象，現在找出來，他祇能解釋局部的現象，那麼，這個假定，仍然還有局部的價值。例如地質學中原有

的石層成立之假定，以爲所有的石層，除火成石外，都是由海水停積而來的。現在我們找出來，有些石層，是原於於冰川之停積的，有些石層，是原於於河湖之停積的，有些石層，是原於於風之停積的。然而還有多數石層，是原於海水之停積的，所以海水停積石層之假定，我們仍當容納他，不過取消他的「一統天下」的資格罷了。又有一種假定，他原來的目的，本不過是解釋他範圍以內的事實，本沒有要解釋他範圍以外的事實之野心。我們決不能因爲他不能解他範圍以外的事實，而不容納他於科學之中。例如生物進化之假定——就是達爾文的種類之起原 *Origin of species* 所呈獻的——不過解釋高等動物是由低等動物進化而來，並不是解釋生命從何而來的。有些宗教家因爲他不能解釋生命之起原，就籠統攻擊種類之起源之假定，那就

是責備打漁的不能造船了，不是科學家公平的態度。

有時根據於若干事實，或一定的原理，而構造一個新假定，若要搜集多數確切的事實來證實他，往往要需費甚久的時間。然而這個新假定，仍有「前程遠大」的希望，我們應當收納他。例如生物進化論家假定：生物依環境之不同，而分化為不同的種類。至於各生物分化，如何進行，當初並沒有多數事實去證實他。必從石層中取出各種化石而考察之，又考察現存生物之變遷，方能達到證實的目的。然而這都不是短期以內所能奏效的。又如電子論，有算學原理作根據，又能解釋許多事實，參觀第二卷但是他還有缺點，如正電子之體量，並未計算，和不能解釋吸力之類。然而誰知道電子論之將來，不要成科學哲學中無上的「萬應丹」嗎？後生可畏，安得而不容納他！

假定之節用

我們研究現象，有時須得假定一個理論的存體，Theoretical existence 來解釋我們所研究的問題。這個理論的存體，若經過各方面的旁證，就成了具體的觀念。參觀觀察章第一四四以下頁然而這種存體，除非是解釋現象非此不可的時候，決不能隨意捏造。奧康 William of Occam 中古哲學家說：「理論的存體，非急需切莫增加。」Theoretical existences are not to be increased without necessity。漢密耳敦 Hamilton 說：「切莫假定多於我們所需要以解釋事實的因，或煩瑣的因。」Neither more nor onerous causes are to be assumed than are necessary to account for the phenomena。這都含有實證哲學之精神。奧康的原文，就是我們所叫做的節用之定律，Law of Parsimony 又叫做奧康刀。

Occam's razor 有了這樣的限制，我們的思想的構造，纔不至於流於虛妄，然而他又不禁止我們觀察新發生的事實。例如我們研究電的現象，非假定電流的存在不可；我們研究光的現象，非假定以太之存在不可。至於雨之現象，祇要把空氣中水蒸汽算作因，就可以解釋了，何必要什麼雨神呢？人類之起源，祇要把人猿的似人猿進化算作因，就可以解釋了，何必要什麼上帝創造呢？

當我們構造一個假定的觀念，來解釋一個問題，最好是我們所用的觀念，和我們所研究的問題，是緊接的，Relevant 不是文不對題的。換一句話說，這個觀念，是在本問題之區域以內尋出來的。例如用動的觀念去解釋流體的行為，是緊接的，若是用他去解釋固體的行為，那就比較的疏遠些了，因為動的觀念，原來是從流體之研究中得來的。又如用進化的觀念，去解釋生物之

狀態習慣一切是緊接的，若是用他去解釋星球之沿革，那就比較的疏遠些了，因為進化的觀念，原來是從生物之研究得來的。若是所用的解釋的觀念，和所研究的問題，不能十分的緊相接屬，則事實之證實之要求，必要更加重大些。

若是在本問題區域以內，找不出一個解釋的觀念來，也可以用推較的方法，在別的區域裡，借一個解釋的觀念來。但是我們須得緊記：這個借來的觀念，不過是個記號，Symbol 用來以便描寫我們所要研究的對象，千萬不能反客為主，為記號所驅使而不自知。這種觀念，有人叫做記號的假定，Symbolic hypothesis。有人叫做描寫的假定，Descriptive hypothesis。再拿電和以太作舉例來講：物理學家研究電流，首先用水流來做記號，研究以太，首先拿空

氣或水來做記號。其實電流和水流不是一樣的，水流自此向彼，電流雙方對流，所以電學中有單流和複流兩個理論。以太和空氣也不是一樣的，空氣之彈性有限，以太之彈性比鋼還強。所以楊氏 Young 說以太不但有彈性並且是絕對的固體！那些爭辨單流雙流之理論之是非的，和懷疑以太既比氣體空疏，他的彈性何以比固體還大的，都是拿記號當作本身，所以纔生出這些衝突困難啊。

第九章 知識之類別

我們用已知推論未知，就是預測。Prediction 這個預測，準到什麼地步，大概要靠我們已有的知識之價值而定。依第三章歷史的方法，和物理的方法而言，凡用歷史的方法，僅由經驗得來的知識，叫做經驗的知識； Empirical knowledge 先由經驗得來，而又尋出因果的理由的，叫做理解的知識； Expla-

ined knowledge 凡用物理的方法，僅由假定構造得來的，叫做引伸的知識；Deduced knowledge 先由假定構造得來，而又經試驗證實的，叫做證實的知識。Verified knowledge 在歷史的方法之方面，理解的知識之價值較高，經驗的知識之價值較低；在物理的方法之方面，證實的知識之價值較高，引伸的知識之價值較低。死驗的知識，是知其當然的，理解的知識，是知其所以然的；引伸的知識，是知其應然的，證實的知識，是知其果然的。我們有時要拿多數已有的知識合攏一處，構造一個假定，去預測將來，包未知的問題之解釋而言，凡是我所未知的，都是我之知識之將來。若是這個假定之分子，都是價值很高的，都是和我所預測的問題是緊接的，見上章那預測雖不能是必然的，然而他的或然之等級，也一定是很高的了。

經驗的知識

經驗的知識，由徵集事實得來，有時雖能構成一個經驗的定律，然而我們尚不能用理論去解釋他的理由。這種知識就同不成篇幅的地圖之碎片一般；甲片有山，乙片有河，丙片有城，丁片有野，然而我們不知道這些山河城野彼此方向的關係若何。若要知道這樣的關係，必將這些碎片聚成一幅大圖，那就成了理解的知識了。經驗的知識，雖每次未曾失誤，然而依嚴密的方法說起來，還未便用他去推論未知。因為我們不知道他的情境，即究竟是什麼，若是情境有變遷，那更無從推論他的結果了。

蝮蠅在東，朝齋於西，是說一方有日光，一方有雨泡，則有蝮蠅，這是一個經驗的知識。然而必待光學家拿折光之理論把他解釋之後，我們纔能把他當

作靠得住的定律。況且人類的心理，也必以能得理解爲滿足。再以折光的現象而言，如蝟螈，如露珠上之彩色，如光線穿過三角稜而改方向而分爲光份，如以一桿半沒於水中而水下之半段斜折，這都是不相聯屬的現象。然而自笛卡兒牛敦由試驗之表明，而知「光自疏物至密物中，或自密物至疏物中，必折而他向，且分爲光份」，然後知道凡以上不同的現象，都是折光在不同的情境之中所生出的。化學之中，尙有許多知識，是經驗的。例如炭輕合物之折光甚劇，即折光指號甚高。凡物含有一定的電駛，即伊洪或一定的色子，Chromophore 必有一定的顏色，因爲顏色和成分的關係，我們尙不能明瞭；這些知識，都不過是經驗的。又如藍眼的白雄貓都是聾子，絳紅色 Scarlet 的花都不香，因爲我們不知聾和香的因究竟是什麼，所以不敢斷言他是每次如此的。這都

是經驗的知識。然而經驗的知識，終勝於無知識萬倍，因為這些知識，可以供給我們研究之材料，而且在實用的方面，功用也是很大的。參觀下段分量的知識我們切不能保持理性派之意見，把這些知識，都看作一錢不值啊。

無意的發明 科學知識，往往起於無意的發明，以前曾經說過了。例如豪逸 Henry 無意的在石階上打破一塊白堊，而見白堊碎塊的結晶形式，和白堊整個的結晶形式相同，於是發明結晶學。研究晶體中微點集合之陣法和晶體之形式之關係。 栢克烈耳 Bequerel 無意的察見含鈾 uranium 的礦物發光，和 X 光線相同，於是發明放射的化學。然而欲從無意發明的現象，成就一個有系統的知識，仍須有合法的研究。詳見第六章 接續下去，所以拉格郎施 Lagrange 說：「凡徼倖以無意而發明的，也必定具有可以徼倖的資格。」況且科學發達之後，無意發

明之機會，比較的減少。社會生活上新發生的事實，不在此例。試看化學發達史十九世紀之上半，爲發明事實之時代，以無意而發明的很多。十九世紀之下半，爲綜合理論之時代。近來化學中之發明，多半有理論的指導，在旁的科學裡，也是這樣的。然而天然界，乃是一個吸不盡的噴泉，祇要我們和他逐日相接觸，仍有意外的現象，常時的攙入研究之途徑。但是這個不速之客，也是我們所應該歡迎的。

理解的知識

理解的知識，先由事實之歸納得來，再就此事實之本性，*The nature of the case* 用理論或假定解釋出來，因果的，理由。這種知識，又可以叫做綜合的，*Generalised* 推尋的，*Reasoned* 說理的，*Theorised* 聯屬的，這是說和他項定律或理論或假定的*Derived* 或理性的 *Rational* 知識。自經驗的知識進而爲理性的相聯屬的。

知識必經過以下三種方法之一：(一)多因之分；析。這是說求出一個事實的幾個原因，例如我們知道地球繞日而行，這是一個經驗的知識。若要使他成個理解的知識，須分析地球繞日而行之因，爲：(A)地球旋轉，有離心力，在每切點均欲照圓徑之引伸線而直行，地球和太陽互相吸攝，太陽吸力大，因體量大故地球時欲向太陽而前行。二力相持，於是地球繞日而行於其所行的軌道。有如此理解的知識，然後可以推求其他星球互相的關係了。(二)窺遠的。因果之接續，這是說尋出經驗的因果之間，有多數的因果，聯成一線。參觀觀察章例如無貓即無橄欖，Olive 這是個經驗的知識。若要使他成個理解的知識，須將此隔遠的因果之間之因果，接續起來。無貓則有鼠，有鼠則毀壞蜂巢，蜂巢毀壞則花之雄雌蕊不能媒合，雄雌蕊不能媒合，則無橄欖之收穫。有了這個理解的

知識，然後可以推求其他植物之收穫和花媒之關係了。(三分個之綜合；這是說用一個普遍的定律，把貌似不相聯屬的現象貫穿起來，上節所說的折光之現象，就是一個舉例。又如水流就下，水上有木則飄，空氣中之輕氣球可以上升，似是不相聯屬的現象，都是經驗的知識。若要使他成個理解的知識，須用地心吸力之定律，把他們綜合起來，然後知道水之就下，是因為地心吸力之吸引，水上之木能飄，是因為木所受的吸力，不及水所受的吸力之大，空氣中之輕氣球能上升，是因為輕氣所受的吸力，不及空氣所受的吸力之大，都是吸力這位先生在那裡主持。又如鐵之銹，血之清刷，燈之燃炬，有機物之腐潰，似是不相聯屬的事實，都是經驗的知識。若要使他變成理解的知識，須用養化的之理論，把他們綜合起來，然後知道鐵之銹，是因為鐵和養化合，血之

清刷，是因爲血球 Hemoglobin 和養化合，燈之燃炬，是因爲炭輕合物 Hydrocarbon 和養化合，有機物之腐潰，是因爲有機物質和養化合。有了這些理解的知識，然後可以推求別的水動 Hydraulics 的氣動 Pneumatic 的現象，然後可以推求別的養化的現象了。綜合之方法極其重要，下章再爲說明。

證實的知識

證實的知識，先由理論或假定演繹得來，再用事實證實的。如何能得這樣的知識呢？第八章第六章裡已經將細目說出。大凡科學中之知識，多半是由預測而後證實。預測是理論一方面的事，證實是試驗一方面的事。這兩樣相符，就是真實。孔德 Comte 說：「預測之準確，是理論之真實之證據。」這預測如何能準確，或趨向於準確之方向呢？一、要方法之嚴密，第八章所說的。二、要材料之

充足，各科學部內之分工所得。方法之嚴密，莫過於科學中所用的方法，材料增加，更有藉於科學，所以科學就是增長我們預測之本領之工具。例如野蠻人類能預測明日太陽將出，然而必有氣候學的知識，纔能預測明日氣候如何。又如粗淺覬國者，能預測「人民無知識」的國家必亡，然而必有歷史的世界的知識，纔能預測「人民沒有和當世潮流相適應的知識」的國家亦必亡。

化學中之發明，可以說是原於無意的較多於其他物理科學。然而自十九世紀之中葉，化學中之理論，都具有彼此相關的系統，故近來的化學發明，多有先期的預測，而尤以有機化學爲然。例如鹼性物 Alkaloid 和松脂類 Terpene 中新合物之構成，莫不有先期的預測。

從一個確切的因果的關係，或用外因之攙雜，或用因果之反行，往往可以

預測一個「可以拿試驗來證實」的結果。例如我們已知道熱爲固體膨漲之因，我們可以預測：若使固體受熱，而周圍偪塞，無自由膨漲之路，則必內部互相撐擠而破裂。這是在熱因之外，又加一個周圍之偪塞的因。又如熱爲氣體膨漲之因，我們可以預測：若使氣體自行膨漲，非受熱而膨漲乃自重壓力處自行膨漲 Adiabatic expansion 則必吸收熱，於是發明「使氣體變爲液體」之氣液機。這是把熱和膨漲的因果顛倒過來的。但是凡這樣的預測，都要拿試驗來證實，纔算靠得住。

引伸的知識

引伸的知識，是由純粹的推論，或推較得來，無從用試驗證明的。此種知識，本身尙待證明，若用他做推論之張本，往往可生極大的錯誤。所以他的價值

不高。例如化學家用理論的推論，而知炭和矽的氣體密度是多大，然而我們未曾得着氣體的炭和矽。矽炭在三千五百度則成氣體。而權量其密度，則不能用他去推論。高溫度時炭和矽的他項性質。又如電學家因為鐵有磁性，別的金類也有有弱磁性的，於是引伸而說：凡物都有磁性，或反磁性，不過鐵之磁性最大，所以我們可以察覺他，他物之有甚弱的磁性，或有反磁性的，都不能為我們所察覺。但是現在科學家都不相信這話了。他們以磁性是鐵和其餘少數全數的特有的性質。丁德耳 Tyndal 說：「一鐵柱為地之磁力所吸，就是一磁，其頂為南極，其足為北極。」揭芳斯 Jernons 說：「由此推論，我們可以說：一石柱為地之磁力所反，是一反磁，其頂為北極，其足為南極。」試問我們對於電磁的問題，能以如此的文不對題的石柱去解釋嗎？總之，我們對於這種引伸的知識，要設法用試驗去證實他。若是徒愛思

辨之有趣，不但證實他，而且引伸不已，即不流於虛妄，亦必陷於詭辨了。離事實而玄想，固無不可能的，然而其如事實何。

分量的研究所得的知識

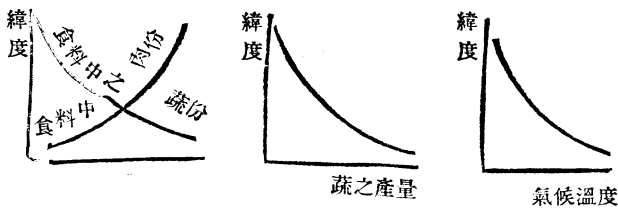
以上所說的知識，多就性質的而言。科學中分量的研究，日見其多。由此而得的知識，也可以分作經驗的，理解的，證實的，引伸的，四類。

(一) 經驗的 這是說從直接的權量之所得，而沒有理論，可以貫串的。我們研究現象，若是祇能記錄現象之一定的分量，而不知道此分量何以不多不少，又不知道此分量和彼分量有若何的關係，都是經驗的分量的知識。例如天文臺中之星辰出沒表，氣候臺之氣候表，地球各處磁浪表，工程師之建築材料之牽力抗力紐力表，警察處之人民生死表，及各處之統計表，都是屬於

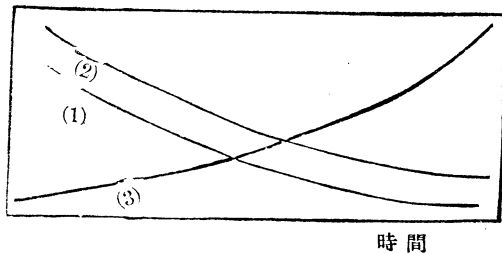
此類的。此種的表，在實用的方面，功用極大，因為他可以供給我們的攷證。至於在理論的方面，各有意見不同。重演繹的以為，此種數目表，不能促使科學進步，因為他沒有理論的聯屬，使人徒費精力，而不知進步之途徑。重歸納的以為，此種數目表之功用甚多，因為我們可以在此數目之中，比較此分量和彼分量之同和不同，而尋出經驗的普遍的定律，至少也可以尋出經驗的逼近的綜合。Approximate generalisation 如政治學社會學所研究的問題，往往涉及人民之氣質不同，教育之等級不同，生活之狀態不同，頗難得普遍的定律。然而有了逼近的綜合，也可以給我們一個指導，可以使我們得個或然的推測。試問在未會研究過的學科之中，又何從乞靈於已知的定律來演繹呢？況且這些經驗的綜合或定律，又可有「進而至於理解」的希望。

(二)理解的 這是說先由直接的權量得來，又尋出此分量、和彼分量、的關係，並可以解釋他的理由。歸納法中的同變律，就是自二個現象或多於二個的現象之間，求出因果的關係。這二個分量同變之狀況，可用分格圖的方法 Graphic method 去表明他。例如生物學家研究各處居民食料之問題，知道寒帶居民食料中多肉，熱帶居民食料中多蔬，溫帶居民食料中蔬肉約參半；這是一個分量的權量。又知道熱帶之溫度高，寒帶之溫度低，溫帶之溫度適中，這又是個分量的權量。又知道熱帶產可食的植物多，溫帶次之，寒帶最少，這又是個分量的權量。用三個平行的方格圖，可以看得明白這些分量的關係，然後可以用理論去解釋他：(一)氣候之溫度愈高，則其處居民食肉愈多，因為肉食增長體溫之權力，比蔬食較大的緣故。(二)該處產蔬愈多，則其處居民

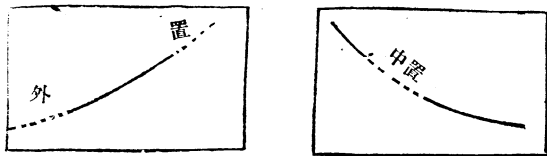
第一



第二



第三



食蔬愈多，若寒帶產蔬甚少，則該處居民，惟有獵取鳥獸以充食料，這是生活因環境而變遷的緣故。再取一個理論學書中常引的舉例來講，就是英國茶之消耗之研究。第二圖中橫標量時間，豎標量三個分量，一為茶稅，二為茶價，三為茶之消耗。這三個分

量之關係，不難一覽而知，茶稅愈低，則茶價愈低，茶價愈低，則茶之消耗愈大。所以研究政治經濟等學的人，把統計表看得非常的重要啊。

方格圖的方法，是將橫標豎標所量的分量之交點，聯成一條線，而攷察此分量和彼分量之伸縮，增減，升降的變遷。然而有時我們所徵集的根據中間斷了，祇能得兩條不相接續的線，如第三甲圖中之黑線到了這個時候，我們可以用中置 *Intrapolation* 的方法，照這兩條線的傾向聯接起來。如第三甲圖中之虛線有時

我們祇能徵集得一段的根據，在方格圖上可以一段之線代表出來，如第三乙圖中之黑線若是要推論這段前後的兩個分量之關係，我們可以用外置 *Extrapolation*

的方法，照這一條線的傾向，引伸起來。如第三乙圖中之虛線但是這種方法，須得有個限制。若是間斷不長，中置自無妨礙，引伸不遠，外置亦可通融。否則恐怕

代表自代表，事實自事實，兩下不相符了。

(三) 證實的 這是說先由理論預測若干分量，再由試驗去證實他的。凡在可以用算學駕馭的科學之中，這樣得來的知識極多。理論試驗之相符和徵集事實而得理解，同是科學研究中的樂事。夫烈納耳 Fresnel 說：「試驗的數目和預測的數目之符合，是我研究算學之最大的酬報。」科學史中這種符合甚多。例如牛敦以吸力定律測算月球為地球所吸，其向地墜落之速率，必為每分鐘十五英尺，再用測量的試驗所得的月球軌道之里數來證實他，其得數為每分鐘十三英尺，牛敦以為這理論試驗兩方面的結果不相符合了。不料到了十五年後，他又得了一個更確切的月球軌道之里數，而算出月球向地墜落之速率，恰為每分鐘十五英尺，纔能證實他的預測之真實。又如

空氣之比熱，依熱動學之原理之預測，必爲○・二三七八，以水之比熱爲單位烈格那

脫 Regault 用試驗去量空氣之比熱，其得數爲○・二三七七，於是他的理論的預測之真實，纔算得證實了。

(四) 引伸的 依理論預測所得的分量，不能如光浪之速率，直接的用權量

證明，又不能如原子之重量，間接的用權量證明，即第六章所說的旁證。又不能如氣體

分子行動之速率，可用根據不同的理論所預測的分量相比較而符合。氣體

行動之速率，由氣動之理論所預測的，和由氣體穿射 Gasous Diffusion 之理論所預測的相符合，第六章所說事實之符合，可相比較。這種分量

的知識，也祇有研究之價值。若用他去作推論之張本，極不可靠。例如地球之壽算，空中隕星之數，火雲中之溫度，有人說有七百兆度 都不能算做已證實的數目。

分量的研究中理論試驗之不符

在物理的科學之中，常用理論去預測現象之分量，而用試驗去證實他。如果二者不相符合，我們應該持如何的態度呢？到了這個時候，我們應該先研究這個不符的理由。這個不符的理由，概括起來，約可分爲五類：（一）或由於試驗時偶爾的錯誤；（二）理論原來沒有錯誤，或由於算學公式中，所取的常數 Constant 不對，而生錯誤；（三）或由於算學公式之錯誤，如以正比例爲反比例，以高級的比例爲簡單的比例之類；（四）或由於未知的情境^因，攙雜在裡邊，從此前進，可以發明新現象；（五）或由於理論之根本錯誤。

我們遇着這種不符的時候，究竟應該斷定那項錯誤是這個不符的原因，也沒有一望而知的妙訣，須用以下所說的方法，去做嚴密的偵探。

倘若試驗不是十分煩索的，我們應該多做試驗，而取其平均。試驗次數愈

多，則偶爾的錯誤愈少，因為偶爾的錯誤和試驗之次數之平方成反比例。如結果仍然不相符合，則或有深根的錯誤夾在裡邊。我們應該改變儀器之體積，即容及其形式，用各種不同的材料去做儀器及附品，而希望錯誤之發見。

參觀試驗節下
德斐之試驗。如果結果仍然不相符合，則須用「根據不同的原理而可得同樣的結果」之試驗去攷求他；如原子量之攷訂，可用分析法，可用氣體密度法，以及他法之類。如結果仍然不符，則我們可以相信權量的試驗裡邊，沒有錯誤，而懷疑理論公式中所用的常數之不對了。如此常數為自己另從一個試驗求得的，則照前法再做試驗去求他；如此常數為以前科學家所求得的，而又經多數大學會所承認的，則不必懷疑其不對，並不是不能懷疑，如果懷疑須得重行做試驗去攷訂。而可懷疑另有外攙的，因夾在裡邊了。有了這一線的指導，往往可以

發明新大陸出來。

然而以上所說的方法，是依在理論確有根據，而又恰能應用，——和我們所研究的緊相接屬的時候而言。若是理論沒有確切的根據，如以火質說，或空中隕星之數目，或生力說，為根據之類。或是理論雖有根據，而不能應用於此事實之研究，如用電析律於氣析之研究，用淡溶液律於極濃溶液之研究，用人類之目的的運動之理論於無機界之機械的運動之研究。那第一層是「烏何有」第二層是文不對題——驢頭不對馬嘴，就是理論一方面的根本錯誤，犯不着枉勞精力，在試驗的方面經過以上所說的各層方法了。

科學進步，知識增加，各分科的知識，可以互相貫通，互相解釋。所以經驗的知識，可以長成理解的知識。然而我們研究之本領，也是逐日增長的。參觀現象之權

量對於「壁壘森嚴」的天然界，我們可以有「深入敵境」之權力和精神。所以引伸的知識，往往也可以進爲證實的知識。但是無論如何進步，終不能達到完全真實之所在。參觀偏近之理論 真實是無窮的，我們永遠在這條無窮的路上前進。

第十章 綜合和推較

科學之價值，在能用已知推論未知，用少數經驗的現象，推論多數未曾經驗的現象。這樣的推論，有兩個方法：從分個推論到共總，叫做綜合，從此分個推論到彼分個，叫做推較。這兩種推論，都是從觀察所得的若干同點，推論其他的同點，不過在綜合裡，我可以知道這些同點之彼此的因果的關係，在推較裡，我們尚不知道這些同點彼此關係，若何。總而言之，我們所有的推。

論，都是自狹而廣，自少而多，所以我們推論所得的知識，都可以算得新的。縱然就演繹法而言，自共總推論到分個，似乎是自廣而狹，自多而少，換一句話說，演繹中之結論，已包含在大前提之中，不能算得新的了。然而從大前提之構造的時候，到我們用這個大前提來推論的時候，其間中詞 *Middle term* 所代表的對象，誰能保證沒有變遷呢？所以我們用普遍的定律去推論分個的事實的時候，必須擅定小前提中之客詞，和大前提中之主詞，是完全同一的，然後纔能得一個靠得住的結論。試問擅定是怎樣講呢？就是拿不知的當做知的計算。這不知的不能算得新的嗎？再拿我們常引的極端的例子來說：由每日太陽必出的定律，而推論明日太陽必出，我們必須擅定明日太陽之情境和從前構造此定律時所觀察的太陽之情境，是完全同一的；由凡人皆

死的定律，而推論某某必死，我們必須擅定某某之情境，和從前構造此定律時所觀察的人之情境，是完全同一的。不過在這樣的推論之中，過去的經驗如此之多，這擅定之危險極少，所以這推論之假定的性質，也因之而減至最低度。至於綜合之推論，雖有因果律爲憑，然而我們必須擅定每次的因，情是完全同一的，纔能構成一個普遍的定律。若後人用這個定律去推論分個的事實，我們也不能完全保證他，不過這個定律，可以作他們的指導罷了。這樣看來，在演繹的推論之中，我們擅定現在所推論的分個，和從前的構造定律。所觀察的分個，是完全同一的；在歸納即綜的推論之中，我們擅定將來用此定。推論的分個，和現在所觀察的分個，是完全同一的，都不過是或然的。時候。至於推較，不過在兩個對象或兩個現象之若干同點而推論他點或者也有

同的，那更是或然的了；因為我們還不知道他們的因果的關係的緣故。

據以上所說的看來，我們凡在推論的時候，都不能免第一步擅定的階級，不是靠得住的。那麼，我們何取乎要有綜合和推較之方法呢？何取乎要有普遍的定律呢？極端的經驗派就有這樣的謬誤的見解。加來耳 (Calye) 說：「除事實之外別無他項是重要的，約翰拉克蘭從這裡走過，此中有可羨慕的真實，理論有什麼用處呢？」然而這是歷史的事實，不是科學的事實。科學的事實，在能重行發現。科學之所以成爲科學，就是把這些可以重行發見的事實，綜合在一處，拿一個普遍的定律去管理他。所以無論是何科學，都含有普遍的性質。至於歷史的事實，在科學家看起來，是無用的，因為約翰拉克蘭不能再從這裡經過，是不能重行發現的，是沒有普遍的性質的。亞里士多德在二

千年以前，已經說過，「沒有學問是研究分個的。」因為分個是無限的，是不能（完全）為我們所知道的。

綜合和推較，都是自物對象或現象之同點而推論其他同點，至於此物或現象仍有異點，並無礙於推論之進行。在綜合之中，同之外，延大而內包小；在推較之中，同之外，延小而內包大。譬如有一物，其性質為 A、B、C、D；又有一物，其性質為 A、B、E；又有一物，其性質為 A、B、G、H。若將來發見一物，其性質中有 A，則我們可以推論其性質中亦必有 B，參觀合同律或另有他項性質 x、y，並不牽涉到這個問題。這叫做綜合。例如物有重量皆有惰性，這是由重量之同，A、而推論惰性之同，B。至於物之顏色，堅度，密度，……等等性質，無論異到什麼田地，都不能攙入綜合之範圍。又如我們看見光聲、熱、電、磁、化學等能

力之表現，必有物質之改換，我們可以由能力表現之同，A、推論物質改換之同，B。至於光能力使以太波動，聲能力使空氣波動，熱能力使溫度加高，電磁能力使電壓即電懸變遷，化學能力使物化分化合，這些異點，都於這個綜合無關。因為在這兩個綜合之中，我們知道重量和惰性，能力表現和物質改換，有因果的關係。又譬如有一物，其性質為A、B、C、D、E，又有一物，我們已看見其性質為A、B、C、D，則可推論此物亦必有性質E。這叫做推較。例如氣體之行動，其分子極繁，其速率極快，其分子之彼此的距離極大，其每個分子之行動，不受他分子之吸引。現在我們拿他去推較天河星體之行動，天河中之星體極繁，這些星體行動之速率極快，這些星體之彼此的距離極大，於是我們可以推論天河中各星體之行動，不受他星體之吸引。又如生物組織中之細胞，

其數甚繁，各有各的機能，彼此互相幫助，一部的細胞壞了，——不能盡其機能，那生物之全體就要受傷。現在我們拿他去推較人類社會中之個人，數也是極繁的，也是各有各的機能，彼此分工而共治，我們可以推論，若是一部的個人壞了，那社會之全體也就要受害了。至於氣體和天河之異點，如形式氣分子自由行動，其共總為圓球，體密度之氣體中之各分子，是最小的微點，天河中心，密天河乃是一個扁盤形。密度之火雲 Nebulae 和星球 Cluster 都是中心，疏而四之類，細胞和個人之異點，如細胞可以分判 Nuclear division 為一細胞，不能有自由行動 Locomotion 之類，都不在推較範圍之內。康德 Kant 說：「有一(性質)在多(物)中，則此一(性質)亦在凡(物)中。」Eines in vielen, also in allen. 這樣的推論，叫做綜合；「有多(性質)在一(物)中，則其餘(性質)亦在此一(物)中。」Vieles in einem, also auch das übrige in demselben

這樣的推論，叫做推較。綜合之憑藉，在同之舉例之多。大外延推較之憑藉，在同之切入之深。內包但是這二個之區別，也不過是等級的問題。因為因果的關係有時不能斬截了當的表現出來。同之外延小的，必有內包來補償他，同之內包小的，必有外延來補償他。然而論他倆確切的價值，當以綜合為較高。

綜合

綜合有兩個意義；一是自事實之歸納而構成定律，一是自較少普遍的定律而歸併於較多普遍的定律。論及此點，須知科學中之定律，以其普遍之程度不同，可分為二類：（一）一級定律；（二）二級定律。二級定律又可分為二小類：（甲）演產的定律，（乙）經驗的定律。一級定律，是普遍的程度最高的定律。他是無處不然的，除自明理外，沒有比他的程度再高的了。自明理 Axiom 也可分為二類：一是直覺的 Intuitive

自明理我們不能設想他不是如此的。例如數學之中若是對於「 1 」的命題是真的，對於「 $=$ 」也是真的，對於「 $2+1$ 」也是真的，則對於無論何數都是真的。二是共認的 Conventional 自明理，是我們以為如此最適宜的。例如幾何學中的自明理都歸此類。照這些自明理構造，是成 Euclidian 幾何學，不照這些自明理構造，是成 Non-Euclidian 幾何學。然而如天文學中之吸力定律，化學中之定份、倍份、換份、諸定律，生物學中之遺傳定律，心理學中之聯想定律，都是的。二級定律的普遍的程度，比一級程度低了。這些定律可以告愬我們：在一定的情境之中，必有一定的結果，若我們能分析這情境，那就是演產的定律。例如水動學中「水在真空管中必升起三十三英尺之高」這個定律，我們可以分析他的情境爲：（一）空氣之壓力，（二）液體傳遞壓力，（三）物受力必動。參觀第三章。若我們尚不能分析他的情境，那就是經驗的定律。例如銻德定律，詳見第二章。我們尚不能知道何以如此。故經驗的定律之價值，較演產的定律更底。

又有逼近的綜合，Approximate generalisation 也應當附屬在二級定律之下。其公式爲「多數 x 皆爲 y 」。在社會生物等學之中，此種逼近的綜合甚多。例如多數人皆先計算自己的利益，多數北極動物皆白色之類。然須得同時研究去解釋那個少數的「不」。這個少數的「不」叫做負號的舉例，Negative instances 或叫做例外。Exception 若能解釋這些例外，則此逼近的綜合變成普遍的定律。例如華烈司考察飛禽之顏色，看見多數弱鳥易爲肉食的生物所攫食的，而又棲息於無遮蔽之巢的，雌者之顏色皆黯淡，雄者之顏色皆燦爛，因爲雌者有孵卵的職務，必須如此，纔能爲天然所選擇而保存其種。但是他同時又發見許多例外，所以他又要詳細的研究這些例外，把他一條一條的解釋下來。第一例外是：有弱鳥雄雌皆顏色燦爛的。他詳細考究，看出這些

鳥是住在有遮蔽的巢裡的，或是住在穴裡的，所以他們用不着保護的顏色。
第二例外是：有顏色黯淡的弱鳥，也住在有遮蔽的巢裡。他又詳細考究，看出這些鳥的巢之遮蔽，是爲遮蔽風雨的，他們的黯淡顏色，乃是平時生活曠野之中所需要的，不是爲孵卵的保護而設。第三例外是：有鳥顏色易辨而又棲息於無遮蔽之巢。他又詳細考察，看出這些鳥都是攫食他種小動物的，如昆蟲類無須有保護的顏色。第四例外是：有鳥雄者顏色黯淡，雌者顏色燦爛，而又棲息於無遮蔽之巢。他又詳細考察，看出這些鳥雄者孵卵，雌者較強，外出取食。然後他纔能由以上逼近的綜合，構成一個定律，說：凡顏色燦爛的弱鳥，皆棲息於有遮蔽之巢。這樣看來，由千頭萬緒的事實之中，構成一個定律，不是輕易的事體。若是不能解釋這些例外，也須得把他明白表示出來，指示後人一

個、研究、之、途、徑。這樣方法，對於大公的共同的科學之進步，最有益。大科學家的著述裡，往往有「我不能解釋這個例外」之論調。能夠這樣的不諱其所不知，那纔真正是大科學家的態度呢！

若是能造統計表而計算之，則可用百分數，波生的 Percentage 去代、替、偏、近的、綜、合。例如凡染虎疫的人，其百分之七十皆是傷命的；寄居中國的西洋人，其百分之六十，皆為英國人；將來由這樣的百分數而推論，可以得一個一定的或然數。否則自百分之五十一，至百分之九十九，其間尚有最大的空隙啊。

定律之構成 定律之構造，首先須尋出同點之因果的關係，這部書中已經說得很多了。既尋出確切的因果的關係，即令到了我們觀察不能底試驗不能及的地方，我們還可以推論他。例如依我們的試驗，水和鹼以及他物在

溫度不同的時候，具不同的形體，溫度高則為氣體，溫度低則為液體，溫度更低則為固體。而知道溫度為

形體變遷之因。於是我們可以綜合而構成一個定律，說：凡物在溫度不同的時候，皆能具不同的形體。又如依我們的觀察，太陽系的星球，皆互相吸引，而知道吸力和物質不離，換一句話說，物質之存在，是吸力之因，於是我們可以綜合而構成一個定律，說：凡天空無量星球皆互相吸引。不過這樣的綜合，推論到觀察試驗所不能及的地方，必須保持實證的精神，立兩個限制：（一）因果的、憑藉、必、確、切、（二）推論的、階、級、不、能、過、多。參觀第九章引伸的知識和下段綜合之價值

定律之歸併 這就是第九章中所說的分個之綜合，是從貌似無涉的定律，看出他的深根的同點來，歸併於一個更為普遍的定律之下。例如摩擦必生熱，是一個定律，煤油燃炬必生光，又是一個定律，擊磬必出聲，又是一個定

律，酸和鹼相遇必化變而生鹽和水，又是一個定律……都像是一「自爲風氣」的定律。然而自物理學大進步之後，纔知道這些不同的動的現象，都是由能力表現而來。所以把這些定律，都歸併於一個更普遍的定律「能力生動」——能力生工作 *Energy produces work* ——之下。又如松子熟時，必生翅隨風而羣飛，苔實熟時，必藉實殼炸裂的彈力而輸送種子於離根較遠之處，珊瑚除萌生之外，必另生涸卵，魚生卵時，必在大浪之處。這些貌似不相關涉的事實，中間有兩個同點：一是產兒多，二是播種遠。於是，我們可以綜合起來說：凡產兒多的生物，播種必遠。又可以把這個定律，歸併到一個更普遍的定律，「凡生物都有傳種之欲望」之下。那產兒多的生物，必定播種「被於四方」，纔能勉人口過繁之危險呢。

綜合之價值

我們研究衆多的現象，求出同點，綜合起來。然而他們的異點，都在未曾收錄之列。若是到了一個特別的現象，我們仍然要分析研究這個特別的現象之本身。——便是現象之異點，也是必須研究的。那麼，分析的方面的知識，必定精密而確切。綜合方面的知識，必定掛一而漏萬。又何取乎有綜合的知識呢？例如若是我們知道橢圓的性質，知道雙曲線之性質，知道拋物線之性質，分析的。又何必要知道第二級之曲線之性質呢？綜合的。然而我們研究科學，共同的。是要獲思想經濟之效。馬赫 Mach 以思想經濟爲科學之唯一的職務，確是有見地的言論。當我們研究現象的時候，若是有已成的定律作指導，要節省多少的腦力。若是我們自己構造定律，又可以節省後人的腦力。這是綜合之

莫大的功勞。不然，森羅萬衆，異不勝異，若將分個記錄起來，那就勞而無功了。試問若有人想作文章，而讀不分部首的字典，是可能的嗎？縱云可能，也必定不勝其苦了。所以每次綜合，都在科學進步上加一個頭銜。

然而我們又不能貪綜合之美，名而陷入於急促的綜合。Hasty Generalisation 之弊，途人類原有好作綜合之癖性，往往從不多不確的經驗之中，未能了解因果的關係，而遽作綜合的判斷。這樣的判斷若載在著述之中，最爲科學進行之障礙物。例如以前所引的同時間的同空間的同數目的現象，古人曾作急促的綜合，遺害於思想界，何等可怕！所以培根說：「我們的智慧，無須再加翅膀，但須有鉛錘做個墜子，使他緩緩的進行。」朋加烈說：古人綜合，我們現在笑他以不同爲同，我們綜合，誰能知道我們的子孫不笑我們以不

同爲同呢？」綜合之好處雖多，但是要謹防誤入迷途啊。

推較

推較也有兩個意義：一是、一種、沒有、充分、的、證明、之、推論，二是、暫、繫、觀、念、之、貨、品。凡我們研究現象，若是不能得其因果的關係，祇能拿已知的現象和未知的現象之同點，兩相比較，而推論其他的同點。但是對於這個推論的結果，我們若是把他當作證明，那是極其不充分的。我們若是把他當作假定，那就當設法再去作試驗以證明他，這到是引導發明之好方法。

拿推較去推論，當然祇有或然的結論。這個結論的或然數，並且是狠低的。就這個狠低的或然數之中，若欲定其高，下須用以下三個條件去考察他：（一）同點之數目愈多，同點之重要愈大，則推較之或然數愈高。例如綠與輕化合

而成鹽酸 HCl ，綠與銀化合而成難溶解的鹽酸化銀 $AgCl$ ，綠爲二原子的分子， Cl_2 綠之氣體有色，綠易溶解於水。現在拿綠和青 $Cyanogen$ 推較，青與輕化合而成青酸 HON ，青與銀化合而成難溶解的青酸化銀 $AgON$ ，青爲二原子羣的分子 $C_{12}N_2$ ，青之氣體有色，是綠氣和青氣之重要的化學的物理的性質，極多。同點，由是而推論青亦易溶解於水，則或然數很高。綠和青另有其含具化學的意味過深，所以我未曾引他。（二）同點之數目愈少，同點之重要愈小，則推較之或然數愈低。例如蛇能游行水裡，蛇體長而無足，蛇是有毒的。現在拿蛇和鱧推較，鱧也能游行水中，鱧也是體長而無足，是他倆的同點甚少，而且這些同點並不是重要的性質，重要的性質是他的內部的組織，由是而推論鱧也是有毒的，縱云不是錯誤，也是極其未必然的——就是或然數很低。（三）所推論的未知點愈多，則推較

之、或、然、數、亦、愈、低。例如地球上有空氣，地球之北極有冰，地球之北極全是白的。現在拿地球和火星推較，火星上也有空氣，火星之北極有白點，這個白點並且冬天大而夏天小，由此推論火星北極亦有冰，是狠或然的事——就是或然數很高。若是由此推論火星上亦有生物，亦有理性的動物，則所推論的未知點過多，或然數就降低了。然而現在有人窺見火星上有如網的白帶，似是運河，地球上也有左右溝通的運河。若是由此推論火星上也有人類，理性的動物則或然數可以加高了。因爲白點之對於冰，運河之對於人類，都是重要的指示。但是要辨別同點之重要、不重要，仍須有充分的知識，纔能著手。例如研究鯨之組織，沒有動物學知識的人必定用魚類去推較，而不用乳哺類去推較。研究印度人之人種，沒有人種學的知識的人，必定用顏色相同的馬來人去

推較，而不用骨相同的歐洲人去推較。有人把推較和歸納歸納之中必有綜合叫做知識製造法； Knowledge making process，然而製造也必得有原料，如果原料缺乏，縱令方法如何精密，也是巧婦不能作無米之炊啊。

上段已經說過，推較另有一個意義，是暫繫觀念之貨品。這就是第八章中所說的記號的假定。大凡我們覺察一個現象的時候，必須將此現象聯合於一個相似的已知的現象，即與此現象具有同點的現象。然後用觀察或試驗去研究他，纔能走到發明的地位。例如海恩 Haugben 以聲浪之現象，推較光浪之現象，而發明浪擺之理論。法來德 Faraday 以電紐之現象，以電傳於螺旋的銅線之中。推較極光紐之現象，光線經過一定的晶體後即折紐而成極光。而發明光與電磁同出一原之理論。假如有

一現象，和已知的現象，毫無同點可尋，則欲研究此現象，除亂碰外，別無他法。

亂碰既不是正當的方法，則凡欲研究一現象，惟有從推較入手。無論其同點若何的微淡，我們總須利用他作個起點。所以注重「創造的智慧」的人，對於推較之價值，極力增加。克古烈 Kekulé 自叙其環類化合物 Ring compounds 理論之發明史，說：他在倫敦車上，恍惚看見空中塵點，結成環形，又有小塵點附屬大塵點而跳舞，於是推較環類化合物爲六炭集成之環，每一個炭攜帶一個輕，就同大塵點攜帶小塵點一般。他從此構成環類化合物之理論，對於有機物質之一部，均有圓滿的解釋——均與事實相符。湯姆生 Thomson 之電子論，乃是由美約漂磁 Meyer's floating magnets 用多數負磁漂於水上，再成不同的陣勢。和太陽系的觀念，推較而起原的。以後再用算學的法式去發達他。這樣看來，推較之動作，直是引導發明之無上的工具。不過我們須得把他當做。

研究之起點，不能把他當做結論之終局，纔不至於陷入唯心的組造 *Mental synthesis* 之危險哪。

總言

推較和綜合之區別，也不過是等級的問題。二者都是取二以上的現象之已知的同點，去推論未知的同點。不過綜合中之同，廣須多於深，推較中之同，深須多於廣。故從多數現象之中之少數同點而推論他同點，叫做綜合。從少數現象之中之多數同點去推論同點，叫做推較。綜合之中，有時同點雖少，而可以推論，是因爲我們須得尋出同點之因果的關係的緣故。推較的條件較寬，所以推較在證明的方面，沒有什麼價值，然而在發明的方面，就當「名列凌煙」了。

第十一章 分類

分類是什麼呢？乃是依事實或對象之同點，在心理上，集合的方法。何以說是心理上的集合呢？因為分類也同綜合一樣，包已知和未知而言。由綜合而得的定律，我們可以推論事實或現象之有一定的同點的，都在此定律範圍之下。由分類而得的類，我們可以推論事實或對象之有一定的同點的，都歸屬於此類。例如人為動物中之一類，即我們所未見過的阿富汗人，古巴人，凡是能用天然界製造器具的動物，Persons of the human race的，都歸屬於人類。又如平行方為幾何形中之一類，即我們所未見過的形，其對面的線是平行的，其對面的角是相等的，都歸屬於平行方之類。故分類也可以叫做綜合之一種。不過依尋常的意義，二者是平列的，綜合是從天然界的動的方面分析之，分類是從天然

界之靜的方面分析之。二者皆能。拯。扶。我。們。於。繁。複。雜。亂。之。中。由。綜。合。而。知。一。現。象。之。因。由。分。類。而。可。置。一。對。象。於。適。宜。的。地。位。這。一。層。分。類。的。功。用。凡一對象必有一個適宜的地位。是希臘哲學家所最注重的。這樣宗譜式的分類之觀念，近來雖已打消，然分類之方法，仍為研究之必需品。而且依聯想律而言，凡憶起一事物的時候，必有與此事物相同的，為聯想之介紹，故分類又有可以提醒憶起之功用。

然分類之功用，又能叫我們記憶我們所需要的。即下文同存的性質。至於我們所需要的，即下文偶見的性質。則不必枉費腦力去記憶他。分類所以能使我們記憶我們所需要的緣故，是因為當分類的時候，有一個重要的性質，為分類之基礎，即 *undumentum divisions* 可以表出同存的性質。*Correlated or co-existent prop*

—aries 同是一羣事物，因分類者之目的不同，可用不同的方法以分之。然而科學的分類，以能表出同存的性質最多的爲最適宜。例如化學中之金類原質，分析家所分之類，和化學家^{化學家的}所分之類不同。卽以汞，鉛，銀，之原質而言，分析家以其皆能成「不溶解於鹽酸的綠化物」，故置之於第一類。化學家則以汞與鋅與鋷同歸一類，因爲他們的原子價都是二，他們的氣體都是一原子的分子，以鉛與錫同歸一類，因爲他們的原子價都是四或二，都成同式的綠合物，以銀與金與銅同歸一類，因爲他們的原子價都是一，都是軟金類。凡原質的性質，都是和原子價同存的性質。又如植物界之顯花類，園藝學家把他們分爲草本，木本，或依顏色去分，或依花季去分。然而植物學家則分爲單子葉類，雙子葉類，因爲凡單子葉類之葉之水脈皆平行，雙子葉之葉之水

表 一

ABCdF
ABcde
AbCDE
AbcDe
(一)

表 二 第

AbCDE	ABCdE
AbcDe	ABcde
abCDE	aBCdE
abcDe	aBcde
(二)	(一)

分
類

分別。換一句話說，以 A 爲重要的性質，作分類之基礎，不能表出同存的性質。試再以 B 爲重要的性質，作分類之基礎，將以上換列而類分之，則各性質之表現如第二表。

在第二表之中，試稍加考察，即能看出凡有 B 者皆無 D，凡無 B 者皆有 D，已經尋得同存的性質之一種。無是負號的，也算性質。如凡卵生者皆無乳，凡有喙者皆無齒之類。比以 A 爲重要的性質所分之類好得多了。試再以 C 爲重要的性質，作分類之基礎，將以上八物再排列而類分之，則各性質之表現如第三表。

第三表

ABCdE	ABcde
aBCdE	aBcde
AbCDE	AbcDe
abCDE	abcDe
(一)	(二)

在第三表之中，我們可以看出，凡有C者皆有E，凡無C者皆無E，已經尋出C與E為同存的性質，並且同是正號的。在第三表之中，凡CE以外之性質，如A，如B，如D，都是偶見的性質，無關於分類之進行。故此三法之中，以第三法為最適宜。例如晶學家分結晶體為六類，以結晶形式為其重要的性質，因為以結晶形式而分類，則其同存的性質，如光學的性質，和分子的組織，都可以表現出來。至於結晶體之大小顏色，比重等等的性質，都是偶見的性質，和這個分類無關。又如動物學家以脊椎為重要的性質，分動物為二大類，一為有脊椎類，一為無脊椎類，也可以表明其他同存

的性質。如凡有脊椎者皆有齒或喙，凡無脊椎者無之；凡有脊椎者皆有神經總管在背脊上，皆有可漲縮的循環機關即在腹下，凡無脊椎的神經循環系之組織皆不同。若飛行，游行，步行，肉食，素食，和其他的性質，在這個總分類的階級，都是偶見的性質。

以上所說的形式用符號的分類法，不過說明同存的性質之表現，爲分類之用之一端。若是每次分類，都照此法實行，那就不勝其苦了。倘有八百物，其可取出以比較的性質有五百，試問能用這類方法去分他們嗎？所以不能不有

別的方法去代替他。參觀後節歸納的分類

這樣看來，分類之價值，以能表現出同存的性質爲第一，所以揭芳司修改赫胥黎的分類之界說，物之分類，乃是實在的或理想的排列，集其同者，離其

異者，「第一爲表出同存的性質第二」凡括弧以內的係揭芳司所爲佑助我們的心思，以便領會和記憶此等物之性質。加其餘係赫胥黎之原文。

前而曾經說過，分類乃是從自然界之靜的方面而分析之，故祇能表出同存的性質。然而在動的方面，我們還要研究。如能在同存的性質之中，求出因果的關係，依嚴格說起來，同存的性質本無因果之可言。例如等邊的三角，能說等邊爲等角之因，或者等角爲等邊之因。然而普通事實中所說的同存的性質，往往因知識增加可以尋出因果的理由。例如游水的飛禽，足趾之間皆有網，自無知識者看來，游水和有網是同存的性質。然而自有知識者看來，游水的需要爲網足之發展之因。諸如此類甚多。則經驗的同存，變爲理解的因果。換一句話說，靜的方面的類，變成活的方面的定律了。所以有人說，自然界之最終的解釋，永遠是因果律。因果律乃是經驗之系統之脊椎。

分類之分類

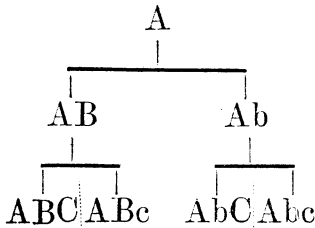
分類之方法，可以分爲演繹的和歸納的二類。自共總分至分個，叫做演繹的分類。自分個彙至共總，叫做歸納的分類。

演繹的分類

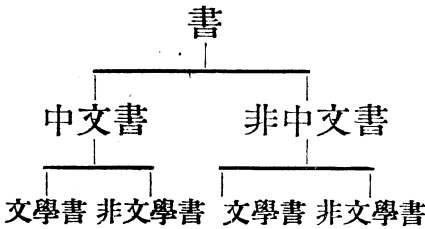
演繹的分類，又可以叫做理想的分類，或形式的分類。在一羣之中，取一個，重要的，性質，爲分類之基礎。其一類爲有此性質者，其一類爲無此性質者。然後用兩枝法，*Dichotomy*，逐層前進。每次前進，分一大類爲二小類。凡被分的大類叫做屬，*Genus*。凡分出的小類叫做種，*Species*。然而在演繹的分類之中，屬和種不過是對待的名詞，屬對於其上的大類也是種，種對於其下的小類也是屬。以符號記之，在大類 A 之中，以 B 爲重要的性質而分之，得 A^B 和 A^b 兩小

類。再從AB和Ab兩小類之中以C為重要的性質而分之，得ABC和AbC及AbC和Abc

甲

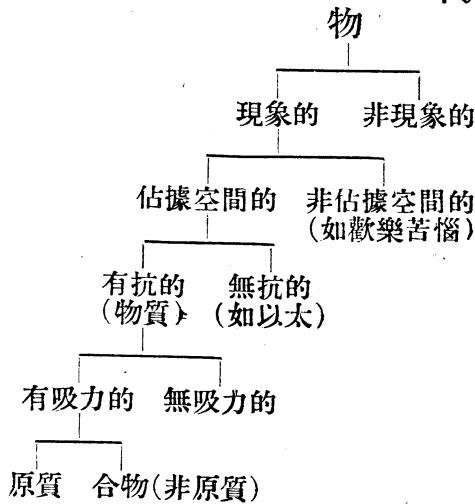


乙



再舉一個例來表明他，如我們將書分類，先以中文的為分類之基礎，而分為中文的，和非中文的二小類。再以文學的為分類之基礎，而分中文的書為文學的和非文學的，又分非中文的書為文學的和非文學的，四個更小類，如乙表所呈列的。

丙



依兩枝法而言，我們可以將宇宙間所有的物，作一個最該括的分類，以物為共總，照丙表所表而分之。這樣的計畫，就是亞里士多德所夢想的「宇宙大成譜」。

照這個分類的方法，就便分到原質，還可從他的異點如製法不同和異式 Allotropy往下分去。然後又將非現象的，非佔據

空間的，逐層細分。然而試就此表看來，實有非我們所能思議的。如非現象的物，無吸力的物質，可是能存在的呢？如其不能，我們又何必虛設此類呢？就形

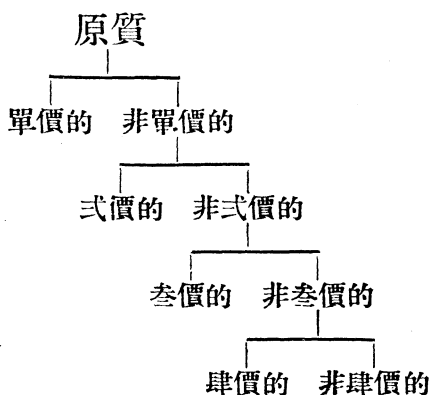
式而言，我們分 A 爲 AB 和 Ab，若無 Ab，即無無 B 的 A，是我們並未曾分 A 了。如此的類，其本身或不能存在，不過爲正負二名詞所生出的。然而在純理的

— *Prin.* 或譯先天的 或譯無經驗的 方面言之，有正即可設想有負。故如此負號的類，是否不能存在，尙非我們所能解決的問題。即以事實而言，礮和鐵礮，固然是有分別，因爲有非鐵的礮，乃是銅或他種金類所造成的。至於礮和金類礮，似乎沒有分別了，因爲依我們所知道的，凡礮都是金類所造成的。然而誰能知道古代初民，沒有用木造礮的呢？又如三十年前，火車和蒸汽火車，毫無分別，因爲那時候的火車，都是用蒸汽駛行的。然而現在已經有用電駛行，和用煤氣駛行的火車了。依現在我們所知道，火車，和用燃料生能力的火車，實在是沒有分別，然而誰能知道我們的後人，不用水力，風力，日光，鐳之疏解所生之能

力，去駛行火車呢？這樣看來，如不以所知爲範圍，則此負號的類，也當設以有待。因爲我們不能斷定沒有這個「沒有」。然而依科學的實證的精神而言，甯可以所知爲範圍，凡不可思議的負號的類，實在用不着虛設他。若是將來知識增加，尋出此負號的類之存在，則現在所分之類，當然是可以變遷的。試看生物，礦物，原質，各行的分類，都已經受過多少的變遷。若是徒憑一己之空想，將往古來今，上下四旁的所有，包含在一個囊括無遺的分類之中，那是絕對不可能的。

又有數目的分類，重兩枝法的，也用兩枝的形式以分之，似乎是無謂的舉動，因爲依數目之性質而言，每個數目，皆與其他數目，自爲區別。例如化學家類分原質，依其原子價之不同，而分爲單價的，式價的，叁價的，肆價的，等類。若

丁



是用兩枝法，依丁表分之，未免是穿鑿事實，來就理論之範圍，那就是論理學中所叫做的巧辭了。

再進一層說，依「有正即可設想有負」之理論而言，則最初的屬 *Summum Genus* 是什麼？幾千年的哲學，不能解釋這個問題。依丙表所列的共總為物，則有物即有非物，故物仍不能算得最初的屬。物與非物之上又是

什麼呢？便無實證的意義之可言了。又最末的種 *Infima species* 是什麼，亦有甚難言之處。依丙表中所列的分個，為原質和化合物。試就原質而言，又可

以分爲金類，非金類。金類又可以分爲分個的原質，如銅，如鉛，都是的。然而此銅與彼銅，不能算是同一的，至少也有時間的空間的不同。總而言之，往下分去，稍有異點，——無論其異點若何的小——皆可類分。宇宙之間，祇有相等的 *Equal* 東西，沒有同一的 *Same* 東西，那麼，真正最末的種，或爲無與同類的分個，或包未曾發見的而言，竟直是無限了。故在理論的方面看來，上窮而莫測其初，下探而莫知其末。然而在實用的方面看來，各科學的範圍之中，皆有最初的屬，和最末的種。例如動物學中，以動物爲最初的屬，以貓狗等爲最末的種；化學中以具體的物質爲最初的屬，以原質爲最末的種。法律中以其國之理性的動物及其產業爲最初的屬，心理學中以意識爲最初的屬，都是有一定的範圍的。

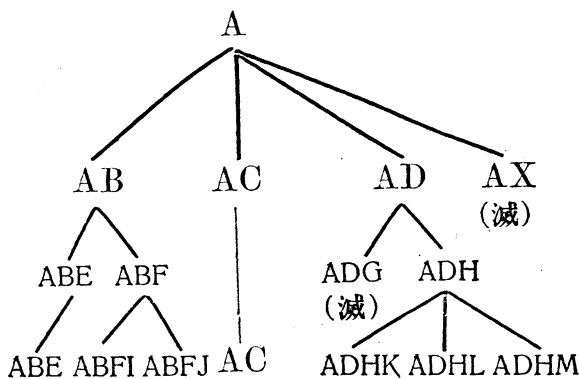
歸納的分類

歸納的分類，又可以叫做實在的分類，研究中所最常用的。當我們研究物之性質而類分之時，若能盡得物之性質，層層往下分去，固乃是至好的。然而我們所知道的物之性質，是由比較和經驗得來，不過是物之性質之一部分。若云以重要的性質，作分類之基礎，則重要二字，究作何解，尚難有確定的意見，還是最顯著的嗎？還是最古的呢？還是最有因力的呢？*Causally influential*又可譯為最能生效果的，還是最能表出同存的性質的呢？即依上節而言，以最能表出同存的性質的為重要，然而彼可以表出此之同存，此亦可表出彼之同存。如一物有三項性質：A, B, C，我們可以說，A表出B, C之同存，也可以說B表出A, C之同存，也可以說C表出A, B之同存。這不是一國三公嗎？

況且自進化學說包有機界進化之種之變衍論 Theory of variation of species 和無機界進化之放射化學 Radio chemistry 而言發
 明之後，從前所謂天然的類，都已經破除了。從前以自由行動之能否，為植物
 物之區別，現今我們尋出轉蠕 Volvocales 類之生物，以礦物為食，植物性而又
 能動，以及多數的徽黴，都在動物植物之間。從前以脊椎之有無，為動物界中
 二類之斬截的區別，現在我們尋出化石中有盾首 Cephalaspis 其組織已成
 魚，而其頭猶有盾骨，等於無脊椎類。和現在生存的狗魚 Scyllium canicula 其脊
 椎尚為脆骨，其鱗尚硬如刺，這兩種都是介於高甲 Cretacea 無脊椎類 與魚 Fisces 有脊
 椎類之間的。蕨類植物，隱花而有水管束，乃是介於隱花顯花二類之間的。化學
 原質中之鉀 Arsenic 銻 Tellurium 等，乃是介於金類非金類之間的。科學愈
 發達，此種二類中間的過渡物之發見者愈多，而分類之界限，漸漸由天然的，

而變爲強訂的。因爲自然界中之萬物，形如一樹，我們所得接觸而研究的，不過是他的一個橫截面罷了。若是退而求其根，進而求其杪，並無類之可言，乃是一個永遠動的變的推廣的分衍的聯續。Continuum 即以人類的美術而言，也是毫無間斷的。例如希臘文明和巴比倫文明，埃及文明，從前以爲是不相干涉的；現在我們尋出巴比倫埃及文明，由斐尼亞亞而至格列特，Crete由格列特而至希臘，唐詩闊大，宋詩縝密，似是不同的類；然而西崑詩體，則在二者之間，北書有骨，南書有姿，似是不同的類，然而八分書體，則在二者之間。這兩條例，也不過是信手拈來的，我總而言之，各項美術科學，都是逐漸進化而來的。參觀此種進化的變遷，以生物學中之研究爲最美備。誠就生物而言，設有一生物 A，生若干子孫 AB, AC, AD, AX, 佈散於若干面積之上。由各處之氣

分
類



候，食物，地勢，仇敵，各有不同，故各處的子孫，
 都要適應環境而變成不同的種。其不合環
 境者則消滅，例如AX。其未曾經歷若何不同
 的環境者亦無若何變遷，故仍為原種，例如
 AC。其餘的子孫，都是逐代依環境之不同而
 變遷，久而久之，竟直與始祖毫不相侔了。這
 樣看來，分類之動作之中，又有一個最大的
 目的；這目的是什麼呢？就是各類之彼此血
 統的 Genetic 亦可譯作 發生的 關係。血統的關係
 愈親，則其同點愈多，血統的關係愈疏，則其

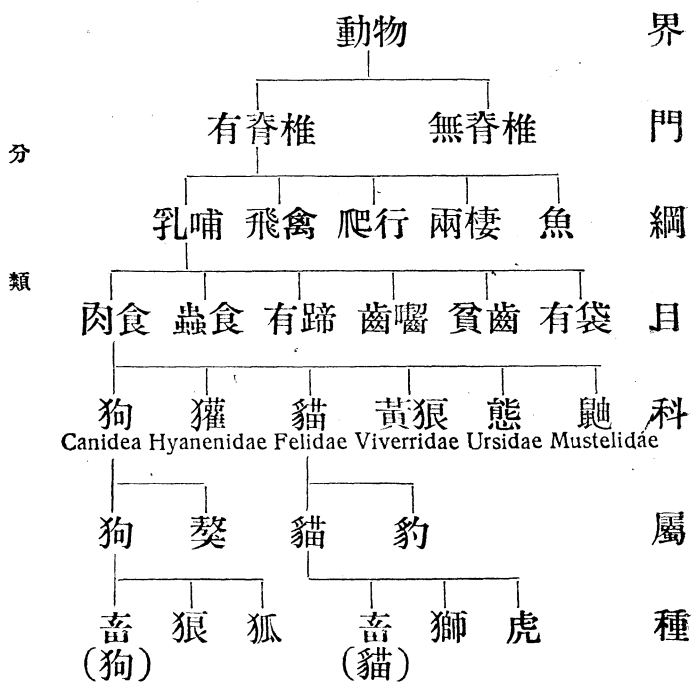
同點愈少。故赫胥黎的分類之界說，又可以經第二次修正而爲物之分類。爲實在的，或理想的排列，集其同者，離其異者，第一爲表出彼此血統的關係，第二爲表出同存的性質，第三爲佑助我們的心思，以領會及記憶此等物之性質。

自然界既是一個漸變的聯續，凡不同的物，都有過渡物介乎其中，各物之性質又多。譬如有一物A，有一班性質與B同，有一班性質與C同，又有一班性質與他物同。所以我們分類之方法，須將被分物之所有的性質，通同記錄下來而比較之。這是歸納的分類所必經的途徑。又叫做列載的方法。Diagnostic method 其同點多者置之距離甚近的處所，其異點多者置之距離甚遠的處所。多數共有的同點，算作最重要的。例如植物子葉之單雙，動物脊椎

之有無，因爲他能夠作分大類的基礎。少數共有的同點，重要較輕，例如貓之爪甲能伸縮，狗之爪甲不能伸縮，因爲他祇能作分小類之基礎。又凡一物之機支，與其特別的習慣關係較少者，也是較重要的性質，例如動物之脊椎，與其陸居，水居，肉食，素食，種種習慣，沒有關係，所以較爲重要，而可以作分大類的基礎。至於齒爪，是和素食肉食有關係的，足，鬃，肺，腮，是和陸居水居有關係的，重要較輕，祇能作分小類之基礎。因爲愈與特別習慣無關係的機支，愈不易爲環境所變遷，故縱而至於已滅的生物，橫而至於遍球的生物，多數都具有這個性質。至於同存的性質，自當通同記錄下來，以備將來辨物歸類之輔助。歸納的方法，依以上所說的看來，若是欲達精密確切之目的，不是便易的事體，然而我們可以以下三層概括之。

(一)將所有的被彙的，分個總集於一處，或在理想之中總集一處，取其有同點者，同歸一類。
 (二)同點愈多者，集之愈近，異點愈多者，離之愈遠。
 (三)有同點者，既歸於一類，然後取他類之，與此類異少而同多者，又歸一大類，如此上行，至最初的共總而止。

生物學中之類，就是由這方法得來的。但是在演繹法中所謂屬與種，不過是對待的名詞，然而在歸納法中，我們須利用地位之穩固，把種當作最低的類。若是種之下，再有分類，則用族 Variety 以名之。種之上為屬，屬之上，則另用他項名詞，如科目，綱門之類，以名之。試就己表看來，畜狗為一種，狼為一種，狐為一種，然而這三種動物，皆有齒四十二，其爪皆不可握，故同歸狗屬。畜貓為一種，獅為一種，虎為一種，然而這三種動物，皆有齒三十，其爪皆可握，故同歸



貓屬。又有獾與狗相似，但不及狼狐之甚，故與狗等不同屬而同科。又有豹與貓相似。但不及獅虎之甚，故與貓等不同屬而同科。然而貓，豹，狗，獾，……皆

有犬牙，皆有爪可攫動物，皆食肉，與牛馬等有磨齒，有蹄，食素者，及兔鼠等有剪牙，善嚙者，不同，故同歸

肉食目。然有肉食，有蹄，等動物，皆胎生，皆以乳哺其幼，與他動物卵生者不同，故同歸乳哺綱。然而乳哺，飛禽，等動物，皆有脊椎，與蝦，蚊，蚯蚓不同，故同歸有脊椎門。有脊椎門與無脊椎門的動物，皆以生物爲食料，與植物以礦物爲食料者不同，故同歸動物界。動物就是動物學中之最初的共總了。

生物學中如此的分類，現在我們都知道不過是強斷的，並不是永遠不變的。礦物學中之分類，也是如此，因爲礦物受熱，水，地動，退晶 *devitrification* 種種影響，也是在那裡時時刻刻的變遷的。進而至於化學中之分類，也不過是天然界之橫截面，因爲自放射化學和火雲之分光鏡的分析發明之後，我們都知道原質也是進化而變遷的，不過多數原質之壽算爲億萬年，我們無從覘察其生死罷了。物理學中之分類，也不是是個橫截面，因爲固體，液體，氣體，

之分類，都是依球面之空氣過度而定的。

表式的分類 科學之中，有時因爲類之界線不清，或分個過繁，我們可取一個性質最簡明的，以爲表式，而以其他分個之與此表式有一定的同點者，皆歸一類。這叫做表式的分類。Classification by types 表式之本身也是一個分個。他分個之性質，決不能與此分個皆同；但是我們取此表式之若干性質作爲標準，凡他分個之性質，有與此標準同者，卽與此標準同類。依嚴格而言，表式的分類，不能算得邏輯的方法。然而爲濟窮取便起見，表式的分類，可以有簡約之功用。例如植物中之菌類，每以 *Amoeba* 爲表式；動物中之原生類每以幻式 *Amoeba* 爲表式。至於有機化學中之分類，前人曾有以表式之理論 Theory of types 去駕馭他的。近來化學發達，凡有機物之組織，有許

多都已經研究出來了。故有機物之分類，乃是依其組織而定的，但是仍然含有表式的意味。例如凡有 CHO 之羣者，皆歸醃 aldehyde 類，而以醋醃 acet-aldehyde 爲表式，凡有 CO 之羣者，皆歸醑 Ketone 類，而以乙醑 diethyl ketone 爲表式。因下等生物數目極繁，化學中每年新發明的化合物，約有二百之多，若取其可得研究的性質總算起來，有同有異，而同異之分量，又是每個不同的。既不能以一刀劃斷的方法，分成全括同類而不遺的 Inclusive 及不容異類攙入的 Exclusive 類，而又要構成一個逼近的系統，則表式的分類之價值，對於濟窮一方面，是極大的，至少也可以算得有系統的分類之第一步。至於在試驗的學習裡邊，更當利用表式的分類。例如我們解剖植物，每類如類藻類之中，分個之數，可謂爲無窮的，我們祇能取出一二可爲表式的而解剖

之。又如我們分析有機化合物，每類如醣類之中，分個之多，也是不勝數的，我們祇能取出一二可爲表式者而分析之。卽如研究一國一時代之思潮，也須取一二有勢力的學說以爲表式，爲研究之門徑。例如十九世紀上半之英國政治思潮，可以斯賓塞耳 Spencer 之學說爲表式；十九世紀下半德國之道德思潮，可以尼采 Nietzsche 之學說爲表式。這都是用簡約之方法作研究之基礎啊。

總言

總而言之，綜合和分類，都是從異點之間求其同點。科學知識所以能夠有系統，就是綜合和分類的功勞，故有人以求同點於異點之間，爲科學之起源。大凡我們察覺一個現象的時候，必覺得現在所察覺的，和剛纔所察覺的，有

異點，然後纔能辨別這個現象。discrimination 然而我們若是僅能辨別這個現象，仍不過是得着一個負號的報告，無從推論其他點。所以必覺得現在所察覺的，和從前所察覺的，有同點，然後纔能識定此現象。Identification 既能如此識定，那就可以用已知而推論未知了。但是如此的推論，仍須試驗來證實他，纔能算得真實啊。辨別和識定，乃是人類智慧之活動之兩大關鍵。異點之間的同點，乃是宇宙變遷中之旗幟，叫我們怎樣用舊的去對付新的。

第十二章 例外之應付

各料科學之中，都有若干定律爲中心。凡該科範圍以內的現象，可以該科的定律去預測他。然而我們與外界相接觸，有時發見例外的現象——定律不能預測的現象，應當用什麼方法去應付呢？若是定律真有普遍的價值，則

不當有例外之發生，但是定律是憑我們過去的經驗而構造起來的。過去的經驗，無論若何充足，總祇能指示我們將來一定的現象，大約和一定的定律相符，並不能保證我們將來一定的現象，永遠和一定的定律相符。所以例外是。可以。隨。時。出。現。的。但是每個現象，必定有一個因，例外的現象，也必定有個例外的因，參觀剩餘之方法我們須得研究這個例外的因罷了。這個例外的因，若是我們在別的地方所已知的，我們就可以解釋此現象和定律何以不符；例如下第一節至第五節之例外，若是我們所未知的，我們正當利用他做引導去發明新定律。如例以下第六節至第八節之例外，所以我們遇着例外的時候，應當有希望。構造。新。解。釋。和。發。明。新。定。律。的。樂。觀，不應當有哀悼。舊。定。律。破。產。的。悲。觀。

況且例外之研究之重要，不但是以上所說的兩端。若是我們一生所接觸

的現象，每次都和預測相符，而且每日所觀察的，都是尋常習見的現象，則我們研究之興趣，就便易趨於頹廢了。例外之發見，正足以引起我們的注意，而激發我們的興趣。預測和結果相符，固然是研究者之賞品，夫烈納耳預測和結果不相符，也是研究者之興奮劑。因為例外乃真是知識之新材料，我們可以依驚奇之心理，向前探測，這也是科學進步原因之一端。故有人說「驚奇乃是不知之女，又是發明之母。」此種發明之機會，隨地都有。即在日用尋常之間，若詳加攷察，常有未曾注意的例外。因為人類之知識有限，天然界之奇異無窮，凡研究家都可以做發明家，不必氣餒心灰的嗟嘆英雄無用武之地！例外的現象，也有種類不同，有不是真正和定律不符的，有可以限制定律之範圍的，有可以推翻舊定律而引導發明的。況且一個定律或一個理論成

立的時候，雖經過嚴密的方法，往往不能一時驟增美備，故例外之發現，不但有發明新定律之可能，而且有修補舊定律之功用。所以古語說，例外證驗定律。Exception tests rule 現在照揭芳司所分的八類，逐類引例說明，然後再說我們遇着例外的時候，應當抱持的態度。他所分的八類，是（一）虛偽的例外，False exception（二）貌似例外，Apparent exception（三）獨殊的例外，Singular exception（四）極端的例外，Divergent exception（五）外攙的例外，Accidental exception（六）未解的例外，Novel exception（七）限制的例外，Limiting exception（八）衝突的例外，Real exception

以上名稱不是完全照原意翻譯的。前五種，可以叫做整理，舊定律的，例外，後三種，可以叫做引導，新發明的，例外。

虛偽的例外

虛偽的例外，本身原不存在，不過是偶因，心理的，懸想所生的，錯誤。至於觀察人的心理上，何以生此錯誤，自然也有因。但是在客觀方面的事實，並不成爲例外。英王查里斯有一天忽爾問皇家學會一個奇怪的問題：「凡物都有重量，現在我用一桶裝水，再把活魚放在裏邊，而重量不增，是什麼道理？請貴會研究。」皇家學會回了一個很聰明的很勇敢的答復：「活魚不增水之重量，是否是真事實？」查里斯尊居優處，何以忽生出如此天開的妙想，外人不得而知，然而必定有個心理的原因。即在科學之中，也有這樣的例。科本尼之地動說，可以解釋許多現象，然而有一個虛偽的例外，科本尼之弟子好久不能解釋，這也是地動說遲期獲信之原因之一。那時候反對地動說的人說：在船桅上墜一石，此石必落船後，若地球往東旋轉，則在塔上墜一石，此石必不

墜於塔脚，而墜於偏西之處。當時持地動說的人，沒有方法去解釋他。其實這是一個虛偽的例外，其本身並不存在。船桅上墜石而石必落後的緣故，是因爲船之前行的動，傳於此石，故此石有前行之傾向，漸下而漸少。若墜石於塔頂，或墜石於深井之中，不但不應當墜於偏西之處，並且應當墜於偏東之處。因爲塔頂處地球旋轉之速率，大於塔脚處地球旋轉之速率，井口處地球旋轉之速率，大於井底處地球旋轉之速率。此墜石偏東的理論，已有人用試驗證明了。墜石偏西的理論，是完全由錯誤的懸想生出來的。所以我們觀察必
要精確啊。參觀第六章

貌似的外

貌似的外，是說一個現象，似乎和定律不符，而實在，是相符的。當現象發

現之時，在一定的情境之中，不但使定律掩蔽而改樣，並且似乎和定律相反而矛盾，故粗心的觀察家，往往被他蒙蔽而看作例外。古代科學家以爲物有重的，如銅，鐵，等，自能下墜，物有輕的，如烟，燄，泡，雲，等，自能上浮，直至加里里約牛敦纔證明凡物皆重，即烟燄泡雲，也是重的，不過較輕於空氣，所以能上浮罷了。故上浮的物，乃是「凡物皆重」之定律之貌似的外例。又如全返光的現象，乃是光學定律中之貌似的外例。依返光折光定律而言，凡光線自第一容器至第二容器之時，其一部遵守返光律，而返歸第一容器，其一部分遵守折光定律，而折入第二容器。若光線自密容器入疏容器中，如自玻璃入空氣有時無折光而僅有返光，這個現象，叫做全返光。[Total reflection] 因爲折光角大於臨界角 Critical angle 的緣故，故不能折而全返，實在和返光折光定律並不是相

悖的。

獨殊的例外

獨殊的例外，本來遵守定律，不過表現出來，一種獨殊的性質。這本是算學中的名詞。例如球軸線當球旋轉的時候，也遵守球轉之定律，然而此軸線並不動。又如球之兩極，當球旋轉的時候，也遵守球轉之定律，然而此極點並不動。故在地球上觀察各星，各星都有出沒，惟北極星不動，並不是北極星和他星不同，是因爲北極星正對地球之北極，在地球上看不出他的動罷了。他如圓也可以叫做獨殊的橢圓，但其二心之距離爲零，橢圓也可以叫做獨殊的曲線，但其兩端相遇。

極端的例外

例外之應付

極端的例外和定律也不相悖，但是在特別的情境之中，發見爲分量極大，或性質最顯的現象。金類中之汞，依其鎔度言之，可以叫做例外的金類。乳哺類之蝙蝠，其脇皮特別發達而能飛，可以叫做例外的乳哺。然而汞並不悖金類之定律，蝙蝠並不悖乳哺之定律。又如在氣候學社會學之中，此種現象亦多。例如一羣人中有極高的，有極矮的。夏季之溫度，有時高於尋常，冬季之溫度，有時低於尋常。這都是極端的例外。昔人以爲這樣不能必定的知識，不能算作科學的知識，然而據或然之理論而言，所有的知識，都不過是或然的。至於多力會作之時，其置境往往不易分析。所以常常發見極端的例外，如暴風驟雨，大水，以及社會驟動之類。我們對於這些現象之預測判斷，或然的等級更低了。

外攙的例外

外攙的例外，是說一個現象不全是由定律所指定的動因所生而爲外來的動因所攙擾；但是這個外來的動因也是我們所知道的，所以我們能夠解他。例如一個礦物有一定的結晶的形式。拿因果來講，礦物之分子之編列爲因，礦物之結晶的形式爲果。然而地下泉水流通之處，一礦物甲可以被泉水漸漸的溶解完了，然後又有泉水已經溶解的礦物乙，自溶液中停滯分出，將甲所遺的模型，漸漸填塞起來，於是生出結晶家所叫做的假式的晶體。

Pseudomorph 是乙之結晶形式，不是全依分子之編列而定，乃是依模型之限制而成。如白堊有時具有絲石膏之結晶形式，絲石膏有時具有白堊之結晶形式，這些例外的現象，都是緣於外攙的動因——舊礦物的模型——而

生的。又如在白熱鉗片上加一滴水，則此水珠旋轉不止。這個現象，物理學家叫做圓球特境。Spheroidal state 凡水熱至百度因即沸騰，果白熱鉗之溫度，約在六百度以上，而水珠能不沸騰而旋轉，是因為珠外有一層傳熱極緩的水衣，水傳熱極緩包住珠裏的水，使不沸騰的緣故。這一層傳熱極緩的水衣，是個外攙的動因。

未解的例外

未解的例外，也是說一個現象，為外來的動因所攙擾，但是我們還不知道，這個動因是什麼，換一句話說，這個外來的動因，究竟應歸何種定律之範圍，尚在須待發明之列。凡我們遇見例外可斷為緣於外因的時候，有兩條途徑可取。若管理此外因之定律為已知的，則可用之以解釋此例外，如上節所言

之類。若管理此外因之定律爲未知的，則須研究他，發明他。這樣的例外，有懸停許久而未解的。例如古人見磁石吸鐵之現象，和「凡重物皆下墜」之定律不符，因爲鐵被吸而可以上行；又和彼時所信的「凡輕物皆上浮」之定律不符，因爲鐵是重的。這個現象，在古時爲未解的例外，直至中古之時，物理學家以磁力算作一個與他力相等的力，方纔得圓滿的解釋。又如達爾敦 Dalton 的定份之定律，說：凡一物皆有一定的成分，例如白堊之成分爲鈣炭養_三鈣百_四，炭百分之十二，然_四而化學家分析白堊，有時察見其中有鎂，和以上所說的成分不同，經歷許久，未能解釋。直至米朔里施，*Mitscherlich* 從這個現象發明了同式律，*Law of isomorphism* 凡組織相類的化合物有同一的結晶形式，纔把這個現象解釋得圓滿；因爲鎂和鈣乃是相類的原質，白堊中之鈣，可以爲鎂所代替。是在這個現象之中，

定份之定律，爲同式之定律所攙擾了。科學之中，由未解的例外而發明新定律之例子極多，竟直是舉不勝舉啊。

限制的例外

限制的例外，是說由此現象而限制，定律之應用，或縮小，定律之範圍。當此定律成立的時候，其所根據的事實，並沒有與此定律不符的，不過綜合過於快速，將此定律侵越到他所不能管理的現象罷了。此種例外之反對定律，不是全體的，但是局部的。例如從前地質學家定了一個「凡地層皆由海水停積而成」之定律，現在我們尋出黃土石由風停積而成，珊瑚礁由生物停積而成，由此例外而限制「海水停積」之定律之應用。又如亞里士多德定了一個「凡鵝皆白」之定律，直到二千年後，纔有人在澳洲發見黑鵝，由此例外，而

改變「凡鵝皆白」之定律，爲凡歐洲鵝皆白之定律，這就是縮小範圍了。

衝突的例外

衝突的例外，是說一個現象和，管理，這個現象的，定律，兩不相容，可以使我們，推翻，這個，定律的。凡一現象與一定律相衝突，不是觀察有錯誤，就是定律不真實。若是此衝突的例外，已經證明是真實的，則定律自當歸於取締之列，決沒有桎梏新發生的事實，去曲就他的範圍的道理。科學史中新舊換代，無時無之。今天強有力的定律，明天也許就不中用了。今天時髦的理論，明天也許就變成古董了。現在祇取一兩個舉例以表明之。鹿化西研究各種酸，設一個定律，說：凡酸皆含有養。故鹿化西名養爲酸化素。然而波陶烈 Berthollet 尋出鹽酸中沒有養，而其酸性反強，這是個衝突的例外。故波氏推翻鹿氏之定律，而另設「

凡酸皆含有輕」嚴格言之。凡酸皆含有輕電駛。之定律以代之。亞里士多德看見管能抽水

而設一個天然怕真空言物在真空之中可以升至無限。之定律。然而陶里塞里 Torricelli 尋

出水在真空管中，僅能升至三十三英尺之高，這是個衝突的例外。故陶氏推

翻亞氏之古說，而另以空氣壓力之理論代之。參觀物理的方法。凡判斷的試驗，見第八章

對於其所否認之假定，都是衝突的例外。凡是一個衝突的例外發見之時，就

是一個定律理論或假定告終之日。科學之中最重諧和，決不能同時同地收

納兩相矛盾的門徒。

總言

科學發達，無論在什麼階級，總有例外呈獻於我們之前。有人以為科學愈發達，定律愈增加，則例外之發見愈少。其實這是個謬誤的見解。科學儘管發

達終不能耗盡自然界之奇異。故例外之發見，可以亙古不窮。英國有一句俗語，每個定律都有例外，*To every rule there are exceptions*。到是狠不錯的。何以隨時隨處，可以發見例外呢？約有三個原因：（一）試就聯合換合之原理而言，由若干原質所發生的現象，可以多至無限。人類知識之範圍有限，那能說自然界所有的現象，都已經我們研究過的呢！（二）定律是由我們構造出來，用以描寫外界的動作，就同美術家用油畫描寫風景一般。油畫不是風景的本身，定律也不是現象的本身。現象是繁複的，因為多數動作同時動作。定律是簡約的。現象是具體的，定律是抽象的，總有若干不符。（三）宇宙進化，時時不同。現在所研究的外界，和古人所研究的不同，將來所研究的外界，和現在所研究的又不同。試問地球初出太陽的時候，有現在的固體地殼嗎？地質歷史之古生期中，有現在

的高等動物嗎？人類歷史之中古期中，有現在的輪船火車嗎？外界既是在那裏時時刻刻的變遷，則將來的現象，自然有我們現在所不能察見的。無論推論如何精巧，終不能窮其變化。這樣看來，科學之發達，在綜合的方面，以定律爲中心，在分析的方面，反以例外爲起點。倘若此例外是虛偽的，貌似獨殊的，極端的外攙的，則我們可以用各區域中固有的定律，參錯貫通，以解釋新逢的事實。倘若這個例外，是未解的，限制的，衝突的，則我們可以從此例外而求新定律。在以上兩層之中，或是聯合固有的定律而成一個新理論，如物理法中所引管抽水之例。或是尋出新定律之存在，如米朔里施由白堊而發明同式律。都是於科學進步大有功的。

當我們發見一個出乎意外的——和定律不符的——現象的時候，應該

怎麼的對付他的？若是遽然因這個例外而拋棄已有的定律，似乎易陷於虛妄；然而天然界中之奇異，是無窮的，我們又何能抹然新發見的例外，而保護老朽的定律呢？科學家最重公平，到了這個時候，也無所謂守舊，也無所謂維新。大概應付例外之應經的進徑，首先須攷訂這個例外，是否真正存在。若是真正存在，再審察這個例外，是否真正和定律不相符。若是真正不相符，再審察這個例外，是否可以在旁的區域之內，找出一個定律來解釋他。若是不能，那就不能怪我們要「舍其舊而新是謀」了。再從此研究，或可推翻舊定律，以新定律取其領土而代之；或可限制舊定律，而給予新定律以相當的割據的土；地；或可另外發明新定律，而深入未曾探過的新大陸。在這些新得的區域之中，層層步步前進。如前永無終了之一日。羅司金二三三說，「知之不全，

但是知之不止，乃是人生最大的樂趣。」這一句話，到可以表現科學進取的精神。

第十三章 概括的結論

在以上十二章中，我們已經把科學中所用的方法，分門別類的討論過了，並且在討論各種方法的時候，我們已經選擇一些具體的例子，來說明他。從這些頁數裏邊，我們可以看得出：科學方法，就是實質的邏輯。這個邏輯的用途，就是叫我們如何製造真實的適用的知識。

知識究竟應該如何製造，各家有各家的意見不同。知識之理論，本是哲學之中打不了的官司。然而類別起來，大約不外乎以下所說的兩派。現在我們且看這兩派的意見如何，再看科學家的意見，和他們有什麼不同的地方。

第一派歸納派、經驗派、無定派、多元派說：「每個事實有每個事實的個性，沒有兩個相同的事實。宇宙就是無數的分個的事實集合起來的，並沒有什麼類，什麼定律，可以管理他。換一句話說，宇宙是沒有秩序的。」這樣的意見，恰恰和希臘哲學相反；希臘哲學家以為宇宙就是和一，這一派以為宇宙就是分歧。把宇宙看作無數不同的「形形色色」，本不是不可思議的玄想。而且在進化的方面看來，宇宙一層一層的接續，不斷的往前進行，每一層所發見的，都是新的，決不會和已經過去的那一層相同。況且宇宙之進行，既是接續不斷，則已無層之可分，又何從而比較呢？換一句話說，宇宙是無定的。所以我們不能預測將來，即最近的將來，也不是我們所能預測的。這是從異的方面着想，參觀第一章也是個性主義之理由之一端，我們自然是承認他的。但是每個事實，有無限

的參攷點。就是表德或性質。無論取如何相同的兩個事實比較起來，他倆的參攷點，決不能完全是同的。然而無論取如何不同的兩個事實比較起來，他倆的參攷點，也決不能完全是不同的。如果絲毫沒有同點，我們實在沒有方法去研究他，祇能一點一點的記錄下來，無系統之可言，還成什麼知識呢？個體的事實固然不能抹煞。然而類和定律也有簡便的大用處。不過類和定律祇能做推測的指導，決不能桎梏事實而納之於其範圍之中罷了。所以科學家的意見，對於「我們預測不能十分準確」是承認的，對於「我們完全不能預測」是不承認的。這是科學家的意見和這一派不同的地方。

第二派演繹派。理性派。有定派。一元派。說：「宇宙間的各事實，都是有系統相貫屬的。換一句話說，宇宙是有秩序的。若是得着這個普遍的系統秩序，例如類和定律，那

分個的事實，都包含在裏邊了。所以我們從普遍推論分個，是不難一索而得的。而且因果律是無可辨駁的，有一定的因，必有一定的果。宇宙間的無數事實，都有迭相接續的因果的關係。所以宇宙是有定的。然而既是有定的，爲何我們有時不能預測將來呢？這是因爲我們的預測所憑藉的張本，未曾完備的緣故。若是有一個「超人」，能夠看得無限，聽得無限，記憶得無限，他必能推論到四海之外，預測到百世之下，都沒有毫絲的錯誤的。「科學最注重因果律——科學之成立，就是靠因果律作脊椎，當然承認宇宙是有定的。然而我們觀察，是用我們的器官，不是用「超人」的器官，我們推論，是用我們的智慧，不是用「超人」的智慧。所以我們的推論，都不過是或然的。參觀第二章這樣的意見和意志自由論並不衝突。講意志自由 (Free will) 的人，極力的反對因果律，

至少也以爲：因果律是不能管理意志的。他們恐怕：如果因果律是真實的，是普遍的，我們的意志將有「爲外境的因所強迫，去願意我們所不願意的」的時候，豈不是人類的大苦惱嗎？殊不知，因果律不過表明一種關係，因不能強迫果，和果不能強迫因一般，不過有個時間的先後罷了。我們的意志願意傾向何方，不能不受歷史和環境的影響。卽講意志自由的人，也不能否認的。祇要我們智慧發達，能夠明白的分析外界的情境，讓我們可以自由的權衡輕重，自由的選擇途徑，就沒有「願意我們所不願意的」的苦惱了。再歸到推論的本身，我們用我們有限的智慧，去預測將來，不能十分確切的，這個預測究竟確切不確切，還要靠試驗來證明。他這是科學家的意見和這一派不同的地方。

那麼，科學方法，和別的思想方法既然不同，他的特點在什麼地方呢？概括起來，我們可以說，科學方法有以下四個特點。

(一) 張本之確切 知識最初的起源，都是由於器官的感觸，不過當感觸的時候，有個主觀的「我」在裏面認識罷了。這些感觸之所得，叫做感觸張本。Sense Data 我們所有的不真實的知識，有許多都是由於這些張本之不確切。第五章第六章所說的各種減少錯誤防備錯誤的方法，都是叫我們如何能得確切張本的利器，而況各種科學儀器，不但能幫助我們得確切的張本，並且能使我們可以觀察我們裸體的器官所不能觀察的東西。

(二) 事實之分析和選擇 當我們研究外界現象的時候，這現象必定呈具複雜紛紜的狀況，我們必須把他分析到最小的部分，參觀第七章纔能着手。而且

如此分析之後，縱云有什麼錯誤，也易於發見出來。分析是智慧的能事，科學中智慧發達最強，所以科學擅長於分析。化學中之原子論，力學中之微分，都是用這個方法的。但是如此分析還不能算完事，我們必定從過去的經驗之中，選擇那些和我們現在所研究的東西相緊接的觀念，綜合起來，然後能夠得着一個結果。參觀第八章假定之構造和第九章之推較這綜合一層，若是靠智慧理性，是沒用的，我們祇能靠直覺去選擇。但是既靠直覺，就不是方法所能範圍的了。不過這樣的直覺，可以培養得來。無論什麼問題，我們總得要自身研究一番，使我們自身常有比較創造的機會。這就是自動的教育之原理。

(三) 推論之合法 尋常的邏輯，是專門討論這個問題的；對於這一層，科學方法和他有什麼區別呢？科學方法和尋常的邏輯，都注重界說之清晰，都注

重概念之確定，——赫胥黎把他叫做物理的概念。這是他倆相同的地方。然而尋常的邏輯，把這個概念看做具體的，把他所推論的對象和這個概念看做同一的東西。科學方法以爲：這個概念看做抽象的，我們所推論的對象，不是界說裏純淨的假定，不過是這個概念的影子，也許有大同小異的地方。例如「人是要死的」是人的界說，要死的觀念是人的概念。這是抽象的。現在我們推論某甲，某甲是具體的，某甲的「人」和界說裡的「人」或概念裡的「人」並不是所以推論的結果，若能滿足一個界說，都是一個新真實。參觀第九章第一節。

(四) 試驗之證實 科學知識，不是純淨的經驗——個體的記錄所能了事的，必定有選擇和推論。但是選擇是一種簡約之方法，由簡約得來的，不是真實的本身。參觀引說如何能斷定他是真實呢？推論的時候，所推論的具體的東西，和用以推論的抽象的概念，因爲有時間空間構造概念界說之時間空間和推論之時間空間，之不

同，不是同一的，何以知道推論所得的是真實呢？而且概念之成立，也是由選擇而來的，參觀引說概念不能將他所代表的東西的表德，完全包在裏邊。所以真實之最後的判斷，還要靠著試驗。如果沒有試驗證實一層，這知識製造法，並沒有完事；試問製造法半途中止，那裏能夠有良好的產品呢？實驗派把實行看做思想的一部份，正是因為這個理由。從前的人說，知而不行，知是無益的；現在我們說，知而不行，並知也不能算作知啊。

正誤表

頁數	行數	字數	誤	正
二十一	七	一、二	不能	無妨
二十一	七	五、六	並且	但是
二十一	七	十九	也	刪去
二十八	六	十二	是	刪去
三十二	二	十九	p	P
三十二	五	公式	$1 = (1 - P_1) \dots$	$1 - (1 - P_1) \dots$
三十四	四	八	見	用
四十	二	公式	$\dots = 2$	$\dots + 2$
四十七	五	二十九	在	用

四十八	九	二十五	溶	刪去
五十	一	十五	繫	繁
五十二	三		Caunt	Count
五十二	三		No	Not
五十九	九	小註	Experimentis	Experimenta
七十	三	二十三	分	方
七十五	四	三	學	刪去
七十六	六	二十七	西	亞
八十五	二	小註	其	芳
八十五	二	同上	Jevon	Jevons
八十九	六	以下若上	空白	P

九十二 五 七 覺 接

九十六 七、八 第八行「文的攷察而且據理論」九字在第七行「推測起來」之上。

九十九 七 難得確切之下遺落」的權量」三字。

九十九 十 十一 千 萬

一百二 二 十六 的 刪去

一百一十一 三 Carrection Correction

一百五十七 十 「而吐炭養」之下遺落「這兩項動作」五字

一百六十一 二 Apion Apion

一百七十三 二 三 養 養二

一百七十三 八 小註 地 池

一百七十九 四 十五 我 所

一百八十四 五

Tarion

Torsion

二百十三 五

「軌道之內」之下遺落「所以我們」四字

二百二十一 三

二十五

雙

對

二百二十二 五

十

死

經

二百二十五 九

小註

「第六」之下遺落「第八」二字

二百二十七 四

「面直行」之下遺落(B)字

二百二十八 十

三

的

刪去

二百三十二 六

小注

全數

金類

二百四十三 九

邊我之下遺落「們」字

二百四十四 七

九、十、十一

靠得住

一定

二百四十七 十

攙入之下遺落「這個」二字

二百五十四 十

二十五

醜

秉

二百六十 二

九

色

臭

二百六十 四

十五

色

臭

三百六十二 一

骨相之下遺落「相」字

三百六十八 一

瓣皆之下遺落「爲」字

三百八十八 十

十八

是

刪去

三百十七 三

十八十九

看做

是

科學方法論

中華民國九年
四月初版

科學概論第一卷

科學方法論

每冊定價大洋六角

外埠酌加郵費

編者 王 星 北京大學教授 拱

北京彰儀門內白紙坊
財政部印刷局

印刷者 北京 漢花園
北京大學出版部

發行者 北京 中華書局
天津 中華書局

分售者 上海 亞東圖書館
亞東圖書館

封 底