#44

00

建築陰影及透視

高公潤著

卷　上

建築陰影投射法

第一章　點與線及平面形陰影之求法

Part 1 Shadows Points. Lines and Shapes

凡建築上之製圖，如正面圖，側面圖，剖面圖等，均爲投影幾何中之正投象（Orthogonal Projection 以下稱爲投象）故僅根據一圖，不能得其立體之概念。譬如吾人僅觀其正面圖僅能知其高及寬而無法知其深度；設一立面圖與一平面圖綜合而觀，則雖可知其深度，但在不諳投影幾何者觀之，亦殊難望其了解，故不若用陰影法表示之爲得計也。

吾人觀察立體之物體於日光下，則因立體有受光處與陰暗處之分，而有立體之感覺。故陰影法者實爲表現立體之立體性(Solidity)之良好方法。且用線條表示物體之缺點甚多，亦不得不用陰影法以補助之。

下節所述乃專爲解釋陰影法日光之角度，以及求簡單陰影之方法，其基本原理將彙集於通則一及通則二中。

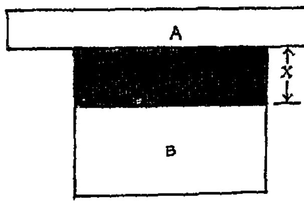


圖1

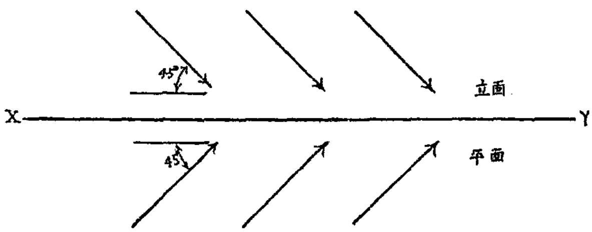


圖2

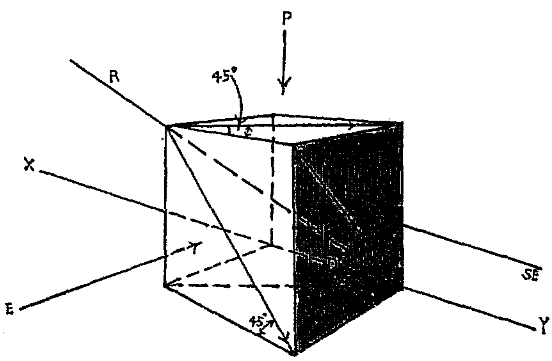


圖3

習用光線之解釋 The Conventional Lighting Described

第三向量—圖 1 前文已述及僅用一個立面圖，無法知其第三向量，（即物體之深度）故不得不加陰影，畫家寫生時對於各方向之光線均有趣味。但建築製圖上射影法之光線，則僅取一種方向，俾對於各物之影得以比較之。不特此也，根據此種方向光線之射影之結果，可以因而得知物體某部突出於前某部凹入於後，並可以量其影而知其突出之度究爲若干。譬如圖 1 之 x 爲影之高度，量 x 之高，可以知該物體 A平面較 B平面突出之度亦爲 x 。

光線之平觀角—圖 2 根據上節理由，普通實用上恒取光線之平觀角 (The Apparent Angle of the Light Rays) 爲45度，如圖 2所示，光線之平面投象與立面投象均爲45度之角，此種光線均爲平行之日光。X—Y 線爲縱座標面與橫座標面相交之線，平面圖即畫在橫座標面上，立面圖即繪於縱座標面上，縱橫二座標面相交之角爲90度。

光線之眞正角—圖 3 光線之角度，在平面圖及立面圖上雖爲45度，而實際眞正之角並非45度。在圖 3 中 RL 穿入一立方體中其方向適可以代表上節所言光線之方向。如由P方向觀察此線，適成45度之線此即平面圖上之方向；由 E 方向觀察之亦爲45度線，此即正立面圖上之方向；由 S E 方向觀察之亦成45度線 此即側面圖上之方向。易言之，即光線在正面圖上，平面圖上，側面圖上之投影均爲45度線。惟此線與地面所構成之眞角乃爲D角（約35度，見註一）。此線爲正立方體，由左前角至後右角之對角線，分言之光線之方向爲由前向後，由左向右。

光線眞角度之求法在簡單之作題中並非必要，但須知光線之眞角度在複雜之作業中常能使工作簡單而迅速，此將在第四章中詳述之。

註一：光線之眞角度爲35.264度，但對於不甚大比例尺之圖中即用35度，亦甚確。其數學之計算式見附錄中。

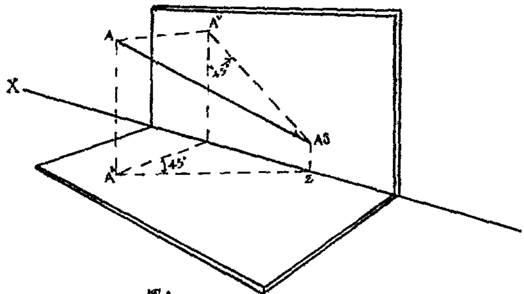


圖4

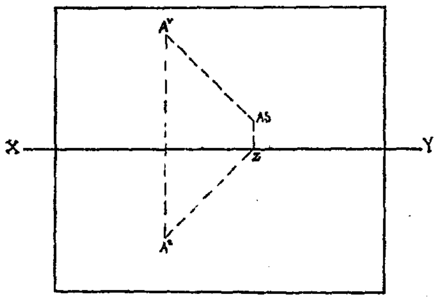


圖5

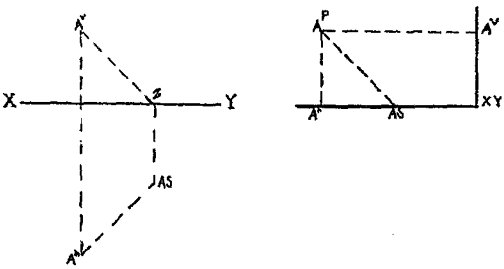


圖6

點之射影(Shadows of Points)

圖 4　幾何學中之點，並無體積及大小，故無法投射其影。惟為解釋起見，如透視圖 4 所示，設空中有一極小之物體如A點，其投影將如何？A點之立面投象為A^v，其平面投象為A^h，A點之影，即為AS。AS之求法係在平面圖上繪光線之平面圖如A^h-Z線，再在立面上繪通過A^v之光線如A^v-AS線，由Z再繪垂直線，則得AS點，此為在透視圖上表示者，其正式之畫法將於下節述之。

圖 5　通過A點之立面圖A^v，繪光線之立面圖其方向為由左向右45度。再通過A點之平面圖A^h，繪光線之平面圖其方向為由前向後45度，與XY線遇於Z點。再由Z點繪一垂直線與光線之立面圖交於AS點，AS即為A點之影。閱圖4與圖 5相參對，即可明瞭矣。

圖 6　如點距橫座標面，較距縱座標面為近時，則此點之影落於橫座標面上；反之如點距縱座標面近時，影即落於縱座標面上，如圖6、A點之立面圖A^v距XY為近，故A點之影，遂落於橫座標面上，再參閱右方之側立面圖，更可明瞭。

通則I：點之射影

求已知一點之射影，先在平面圖及立面圖中，通過該點各作45度斜線，以為光線之立面圖及平面圖；再視此之二斜線何線先與XY線有相交點，由此交點繪一豎影與較長之光線相交，即為已知點之影。

換言之，即係求光線與受線面之交點。

如求點投於曲柱面或平面之影。其曲柱面或平面之基線與某座標面相垂直者，則本通則亦可適用，而以該平面或曲柱面對於垂直座標面上之投象圖為準（即XY線）而行此法。

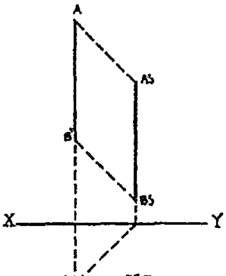


圖7

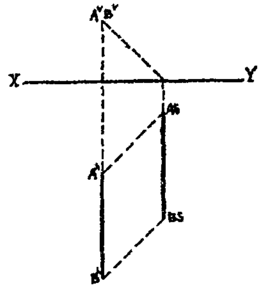


圖8

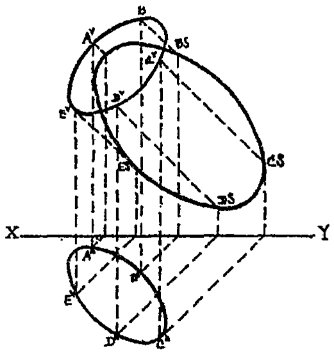


圖9

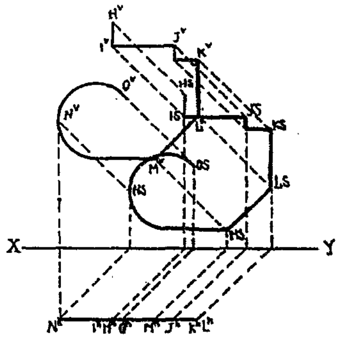


圖10

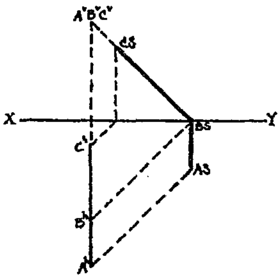


圖11

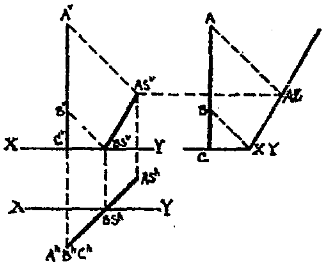


圖12

線之射影(Shadows of Lines)

曲線與直線在平面圖上及立面圖上之影—圖7及圖8(直線) 線爲一群之點連結而成，故求該線之影乃先繪該線在平面圖上及立面圖上各點之45度線，而用前法求點之射影法求之。如該線爲直線，而其影又完全在同一平面上如圖7及圖8中所示AB線，則吾人可知其影亦爲直線。則僅將該線兩端之影連爲一直線可也。兩圖中AS—BS爲AB線之影。

圖9及10(曲線及折線) 圖9上之ABCDE爲曲線圖10之上HIJKLMNO爲折線而兼曲線，求其影之法爲在平面圖上及立面圖上各選若干之點而求其各該點之影。然後將此諸點之影相連而得該線之影。惟圖中所示僅取數點而未詳示，學者自行研習可也。

一線之影兼及於兩平面者—圖 11 ABC線之各點，其C點之影在縱面上如CS，而A點之影AS在橫面上，此種情形不得即將AS與CS逕行相連如前二節所言之法，蓋因二點不在同一平面上也。必須再求B點之影而可以知其影爲 AS-BS-CS 折線。

斜面上所受之影及投影圖—圖 12 以上各節所述，均爲橫面上及縱面上所受之影，而縱面與橫面均在XY線上相交，然吾人須知受影之面可成任何傾斜之角度，如圖12所示。

設受影之面傾斜，則須繪一側立面圖，在側立面圖繪光線之投影以代平面圖上之投影；在側面圖上：ABC線之影，一部投於橫面線C-XY上，一部份投於斜面線XY-AZ上。正立面圖上通過A'點作A-AS45度線，再由側立面圖上AZ引一橫線與A'-AS'相交而得AS' 點，此即A點之影之立面圖。影之立面圖即爲AS'-BS'線，影之平面圖即爲AS^h-BS^h-C^{h}直線。

如果ABC線變爲曲線，或斜面變爲曲面時，其求影之法亦同此，不過須多求數點以聯曲線而得影線而已。

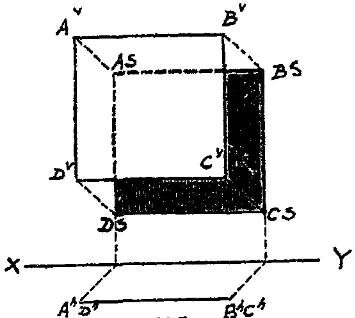


圖13

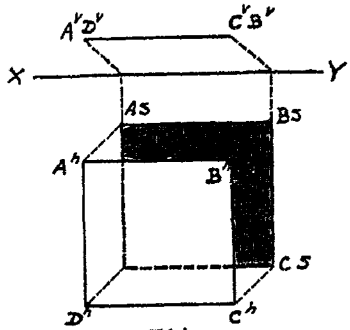


圖14

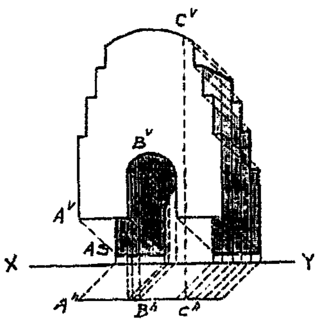


圖15

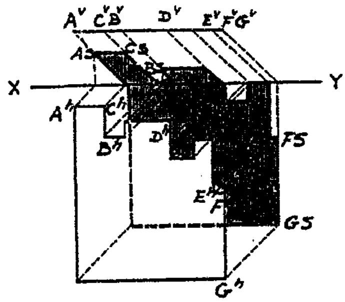


圖16

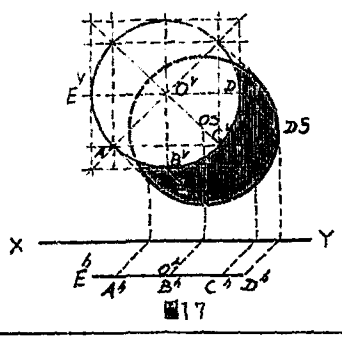


圖17

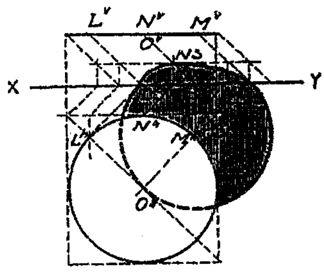


圖18

平面形之影 (Shadows Of Shapes)

爲解釋上便利起見，凡以下各平面形之厚度，均假設有一線之厚度。

圖 13 縱立之方形ABCD其平面圖爲一直線A'D' B'C' ，先求其四角之影然後連爲直線，亦爲一方形，卽爲方形之影。

圖 14 橫平之方形ABCD，其影落於橫面上，而不落於縱面上，因立面圖上經過45度光線，較平面圖上各相當點之光線先與XY線相遇故也（閱通則I）。

圖 15 如平面形上有曲線或不規則之線，則須多求該線上各點之影以定其影之曲線。本圖上僅A,B,C,三點註有文字，其求法俱用前法求之。

圖 16 平面形之外線上各點之射影，何點之影落於橫面上，何點之影落於縱面上，均須決定；然後卽可以決定平面形某部之影落於橫面上或縱面上（參閱通則I及圖11）。本圖之例，一部之影落於橫面上，一部之影落於縱面上。

圖 17 圓形之影，可在圓周上任選數點而求其射影。然通常之法，乃將圓周八等分之爲八點，而求此八點之射影，本圖所示爲特殊情形，此圓之影完全落於縱平面上，且其圓之位置完全與縱平面平行，故可將圓心O先射其影於縱面上如OS，然後以OS爲圓心，以原來之圓半徑爲半徑而繪圓周，此圓周卽爲原來圓周之影。

圖 18 圓形之影，一部分落於橫面上，一部分落於縱面上，落於縱面上之影爲橢圓之一部分。而其餘落於橫面上之影，乃恰爲一圓。吾人可用上節之方法以OS^h爲圓心而繪之。縱面之影與橫面。影應在XY線上相接，如LS,MS,兩點是也。

吾人根據以上各題可知平面形如與受影之面平行時，則其影完全與原平面形同樣，如圖 17 所示。

第二章　簡單立體形之陰及影

Part II　shades and shadows of simple Three-Dimensional Forms

定義：　本影界(Dividing Line)爲一個物體上受直接光線部分與陰暗不受直接光線部分之分界之線。

定義：　本影(又名陰Shade)爲一個物體上不受直接光線部分。

定義：　影(Shadow)包含某物體後面(或下面)之平面或曲面上一部分面積，該部分面積上之光線爲某物體所遮斷。

通則II　立體形之影

以下各節爲求立體形之本影及影之必要步驟：

1.　依平面圖與立面圖中之光線方向而定"本影界"之立面圖與平面圖。

2.　在"本影界"之立面圖及平面圖中，任選足用諸點以定其方向之轉變。

3.　在"本影界"之立面圖及平面圖中，任選相當各點，通過此各點在立面圖及平面圖中各作45度之光線用通則I之法求此各光線與各受影之交點之立面圖及平面圖。此各交點依次聯以一線，此線即爲"影界"(Shadow Line)。"影界"即爲受影面上影之外緣線。

定義：　影界(Shadow Line)爲受影面上受直接光線部分面積與光線被遮斷部分面積之分界之線。

定理：受影面上之"影界"爲遮光體之"本影界"之影，落於受影面上而成者。

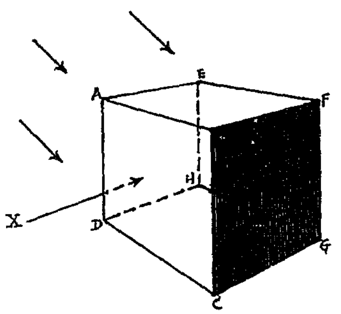


圖19

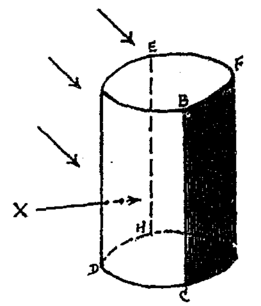


圖20

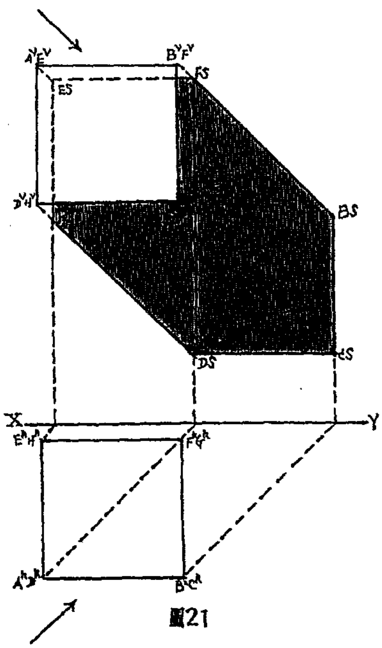


圖21

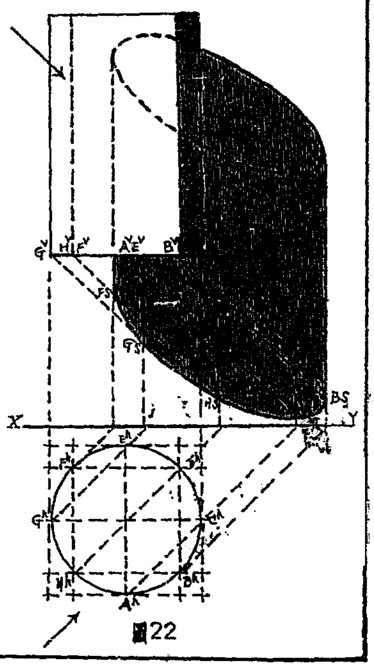


圖22

立方體與圓柱體(Cube and Cylinder)

圖19及圖20 根據上節所示，吾人首先根據習用光線之方向，以定物體上之"本影界"，根據此"本影界"再投射於受影面上而得影界。圖19及圖20，為立方體與圓柱體之透視圖，二圖中之DCBEHD線為區分受光部分與陰暗部分之"本影界"，在圖21圖22中正立面圖中所示之影，即為圖19及圖20中由X方向所見之象。

圖21 由平面圖中立面圖中光線之方向可以決定立方體之本影界為DC-CB-BF-FE-EH-HD六線（參照圖19），故將此線投於座標面上而得其影界。其中A點及G點不在影界之上，A點鄰接之三面，完全受光，G點鄰接之三面完全不受光。（參照圖19）。不受光之點不能射其影於影界上

圖22 立面圖中圓柱之本影界，為二直線，其求法：係在平面圖中作45度線切柱體於F"及B"二點，再由該二點，引豎直線於立面圖中，而得其本影界，柱之上圓底完全受光，下圓底完全不受光。本影界上FGHAB圓周之影之求法如圖18，上底圓周之影之求法。本圖上雖未表明，然其法與求下底之橢圓形相同。

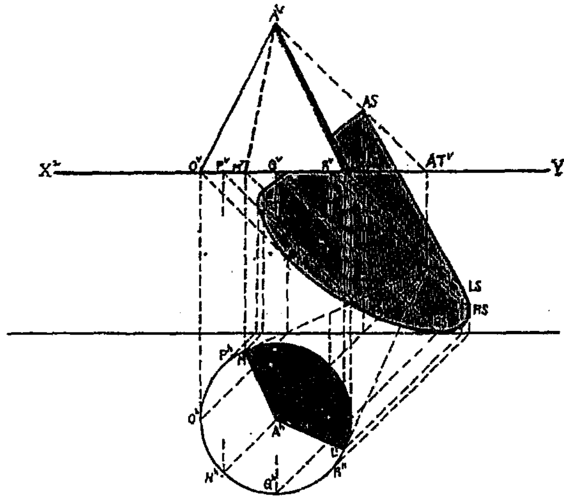


圖23

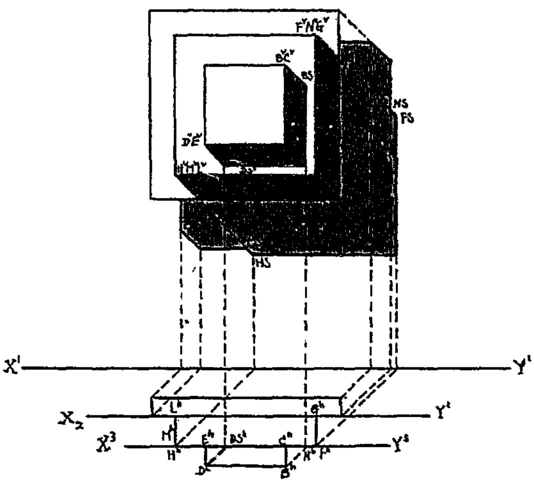


圖24

錐之射影，投射於二個以上豎直面上之影

The Conej Shadows Extended Over Two Or More Vertical Planes

錐之射影—圖23 經過錐底作一平面如X^2 Y^2，將錐頂之影投於其上即爲AT^v與AT^h，在平面圖上由AT^h引圓錐底之切線，其切點爲M^h及L^h兩點，由錐頂A^h連M^h及L^h，是即爲圓錐之本影界，在立面圖上亦求其相當之L^vA^v，及M^vL^v線，然後以LA，MA，線及MNL圓弧線爲本影界用前數節所述之方法而投射其影於座標平面上（此時須以X^1Y^1爲準）。但有一種情形須加注意者，即圓錐之基線與橫面相交之角度小於35.2度者，其上部之圓錐曲面將完全受光而無本影。射於其他受影面上之影，亦僅有錐底圓形之影而已。

投射於二個以上豎直面上之影—圖24 參照平面圖上可知橫邊 BC及DE 之影必落於其最近之CEFH豎直面上，此豎直面以X^3Y^3爲界線一如縱座標面以X^1Y^1線爲交線然。通過D^h之光線遇X^3Y^3於一點，由此點(DS^h)引一豎線於立面圖上與通過D^v之光線相交而得DS^v點。其餘三點亦同此，更參閱平面圖可知FNG稜之影，一部分落於X^1Y^1平面上（即FN一段），一部落於X^2Y^2平面上(即NG一段）。FN一段之影係由平面圖上F^h點引45度線與X^1Y^1遇於一點，再由此點引豎線於立面圖上而得之。NG一段則爲X^2Y^2相遇上引而得之者。HML之影亦然，一部落於物體之表面上，一部落於縱座標平面上；其餘各本影界之影，落於縱座標平面上，遂成影界。

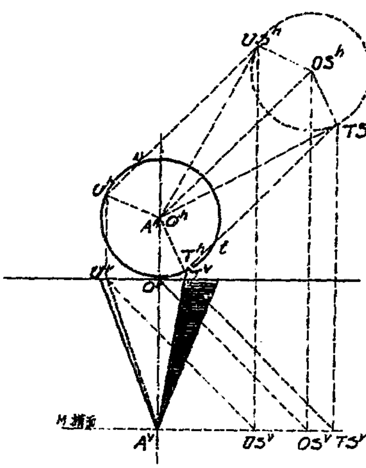

US^h
OS^h
TS^h
U^h
A^h O^h
T^h
U^v
O^v
T^v
A^v
US^v
OS^v
TS^v

圖25

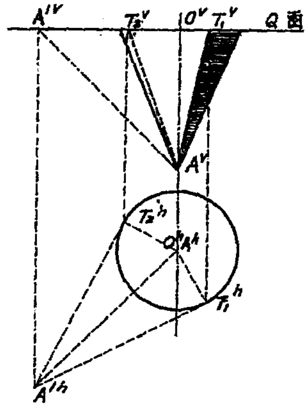

A'^v
T2^v
O^v
T1^v
Q 面
A^v
T2^h
O^h A^h
T1^h
A'^h

圖26

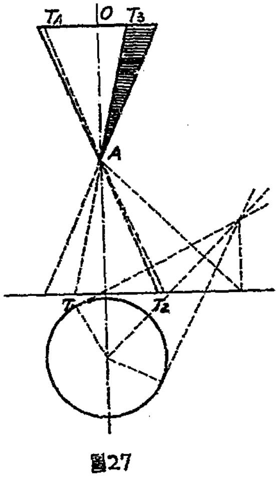

T1
O
T3
A
T1
T2

圖27

倒置錐形之本影

上節所述爲正置錐形其錐尖向上，茲所述者爲尖向端下之錐形，共有三法，述之如下。

錐尖引平面法—圖25。 通過錐尖A引錐尖引一橫面M，與H面平行。然後將錐底射影於M面上，其錐底圓心之影爲OS^h及OS^v（OS^h爲OS之橫面投象，OS^v爲OS之立面投象，）根據圖17之定理用原錐底之半徑爲半徑以OS^h爲圓心畫一圓周；再由A^h引二直線切於此圓周得切點TS^h及US^h，再由此二點逆引45°光線遇原來錐底於T^h及U^h兩點，聯A^hT^h線及A^hU^h線即爲本影界之平面象；將T^h，U^h引於立面圖中即得T^v及U^v兩點聯A^vU^v線及A^vU^v線即爲本影界之立面象。注意此處A^hT^h與OS^h—TS^h線平行A^h—U^h線與OS^h—US^h線平行。

上法有一弊，即逆引之每條光線與原來錐底相交，各有二點如圖中之T^h,t,U^h,u是也，因此每易迷眩而至錯誤。鑑別之法，固可以A^hT^h平行OS^h,TS^h否而判斷之，又可用TS點及US點之立面投象TS^v及US^v之逆引光線而求得T^v及U^v點而決定之，然後引至平面圖中應與前法求得之T^h及U^h吻合於一縱線上，即知無誤矣。

錐底引平面法，又名逆投影法—圖26。 先由錐底引一橫面Q平行於H面；再由A逆引45°之光線，與Q面交於A'點（A'^h，A'^v爲A'點之平面投象及立面投象）然後再由A'點引錐底之切線（因A'與錐底同在一個平面上故能引其切線）即得切點T_1，T_2兩點，連錐尖A得AT_1，AT_2兩線，即其本影界也。此法簡單，且無眩惑之弊。

利用正置錐形法—圖27。 由倒置錐形之尖端向下方延長引一正置圓錐形，用圖23之法求其本影界，如圖中之T_1A，T_2A兩直線，再向上延長達於倒置錐形面上即得T_3A，T_4A兩本影界，所異者T_2A本在前面，引至上部成T_4A反在後面，T_1A本在後面引至上部反趨於前面，此點亦易錯誤，學者尤應注意也。

以上之法似以第二法爲優，又旋轉曲面之求影，頗多借重於外切圓錐，學者對於錐之射影必須透澈了解，始可進而研究旋轉曲面之射影也。

第三章　複曲向面之本影及影

Part III Shades and Shadows Of Complex Forms

本章所包含之各形爲複曲面，其影不能直接投射而出。蓋複曲面者，其各處曲度之變化不能全在平面圖及立面圖中充足表示者也。故須用剖割原理 ThePrincipal Of "Slicing" 及其他原理以求之。

複曲向面之影，亦由其本影界投射而成，但單曲向面之本影界易求，而複曲向面之本影界乃較難。例如球形爲一複曲向面，吾人除在平面圖及立面圖上見其形爲圓形之外，此外更無可知。故知曲面愈複雜，其立面圖及平面圖乃愈不足用。是以在求本影界必須先設若干之平面，將此立體之複曲向面形，剖割爲若干平面的曲線形，此法乃將立體剖爲若干之薄片一如吾人之剖麵包者然，包含日光之平面在平面圖上成45度之角而垂直於橫座標面，故割開物體之剖面乃爲垂直於橫面而與縱座標面成45度角之平面。該各割開之剖線在平面圖上爲45度之斜直線，而在立面圖上則爲一曲線。

以上所述原理爲剖割法原理之一，尚有其他若干原理，均可藉以求複曲向旋轉面之本影，將於本章內述之也。

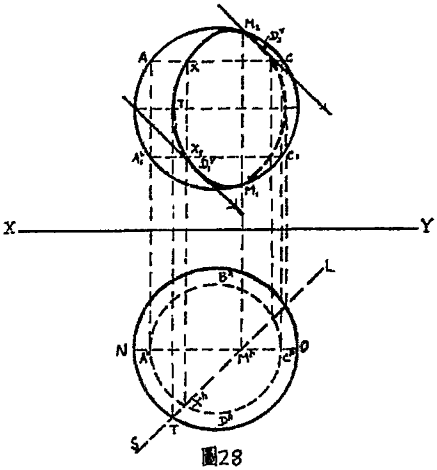


圖28

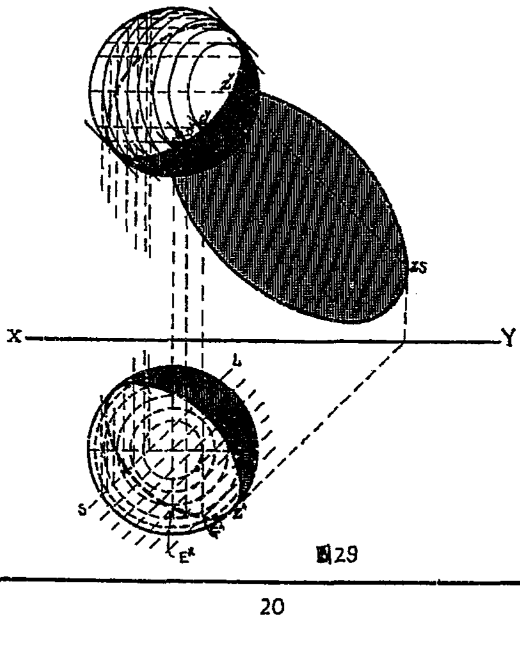


圖29

球體 The Sphere

球體剖割之法—圖28 在平面圖上任意先給一45度之剖割線如SL線。此線之立面圖求法如下：在平面圖上以任一之半徑作球之"緯線圓"$A^hB^hC^hD^h$，此緯線圓有兩個，一在球之上半部，一在球之下半部如立面圖中A^vC^v，及$A^v{}_1C^v{}_1$是也。剖割線SL之平面乃與此二緯線圓在X^h點相交。由X^h點設一豎垂線引至立面圖中則得$X^v{}_1$與$X^v{}_2$二點。SL線又與球之最大緯線圓相交於T^h點，T^h點之立面圖為T^v，平面圖中SL線又與NO線相交於M^h，NO線乃代表球體之正經線圓者也，故M點之立面圖，乃應由M^h引一豎線於立面圖中與球之正經線圓相交而得$M_1{}^v$，$M_2{}^v$二點，聯結$M_1{}^v$，$X_1{}^v$，$T_1{}^vX_2{}^v$，$M_2{}^v$是為SL剖切線之立面圖之一半。其餘一半亦用同法求得而成一橢圓。如將球體用其他之剖切線之，其求法均同此。

在立面圖中繪45度之光線，此光線與剖切線立面圖之橢圓有二切點（Tangent Points）即球體之本影界上之二點也，如$D_1{}^v$，$D_2{}^v$。若由$D_1{}^v$，$D_2{}^v$引一豎垂線而相交於SL線上即得$D_1{}^h$與$D_2{}^h$。

球體之本影與影—圖29 照上節及圖之法，多設若干個剖割線而求其立面圖，然後在立面圖中各引45度之切線而得各切點如$E^vD^vG^v$諸點，以曲線聯此諸點，則得球之本影界之立面圖。此本影界之立面為一橢圓，以通過球心之45度線為其長軸。以上節第二段之方法可求得本影界諸點之平面圖。球體之本影界，在立面圖中在平面圖中均為一橢圓，惟其長徑之方向均與光線方向正交。

本影界之立面圖及平面圖既求得，則可求其投射於座標面上之影，如圖28所示。

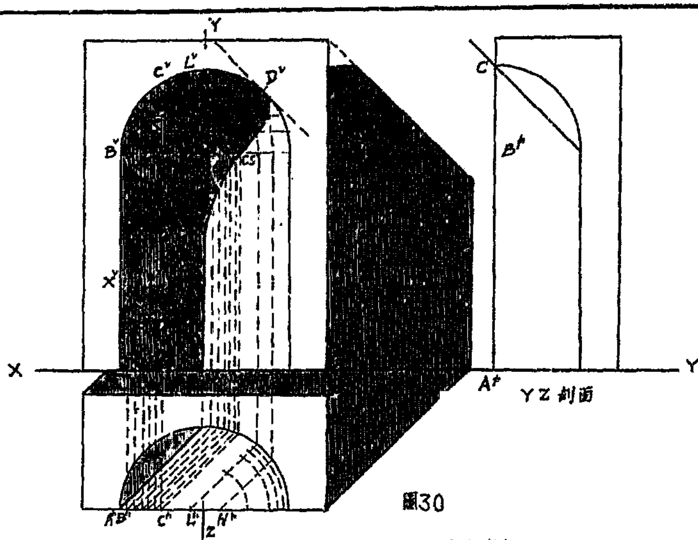


圖30

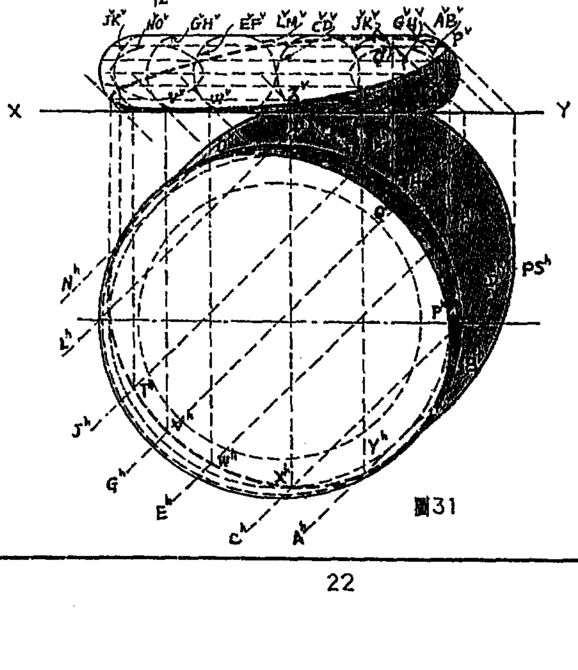


圖31

壁龕與環形

The Niche and The Torus Moulding

球頂壁龕—圖30 球頂壁龕爲一半圓柱而其上部覆以四分之一球面。全部凹入於壁中，故名龕。其直稜AB，及曲稜BD，將投其影於後部之曲面上；曲稜上之D點爲曲稜與光線(45度線)之切線，A，X，B，C各點之影之求法，即在平面圖中A^p，X^p，C^p，B^p引45度線遇於曲柱面上，更從而上引，與立面圖中過A^v，X^v，B^v，C^v諸點之45度線相遇而成。惟此曲線在CS點以上時，則其影將落於凹球面上，而不得用此法，而將改用剖割法。

剖割線L^pM^p之立面圖之求法如圖所示，在立面圖中L^v點引45度線與L^vM^v剖割曲線之立面圖相遇，得P點。此P點即爲L點之影落於凹球面上者，再作其餘各處之剖割線而得其影(例如N^pO^p剖割線而得N點之影爲Q)。

平面圖中之影界爲直稜AX一段之投影。

環形—圖31 環形可視爲壓扁之球形，其一切剖割之法均與球形相同。既得剖割線之立面圖，仍作45度之光線而求其切點V，W，X諸點是，依次聯諸切點即爲環形之本影界。本影界之平面圖，由立面圖剖割曲面上諸切點投於平面圖中諸相當剖割線即得，然後依次聯之如U^p，V^p，W^p，X^p，Y^p諸點是也。其投於他受影面上之影，即在立面圖上及平面圖上之本影界，選擇相當諸點而投之於受影面上，即影界之求法也。

圖28—31 所示諸例爲剖割法絕好之說明。然此法頗費工作及時間；下節中，諸圖所示之法乃較簡捷而可以避免用剖割之法者也。

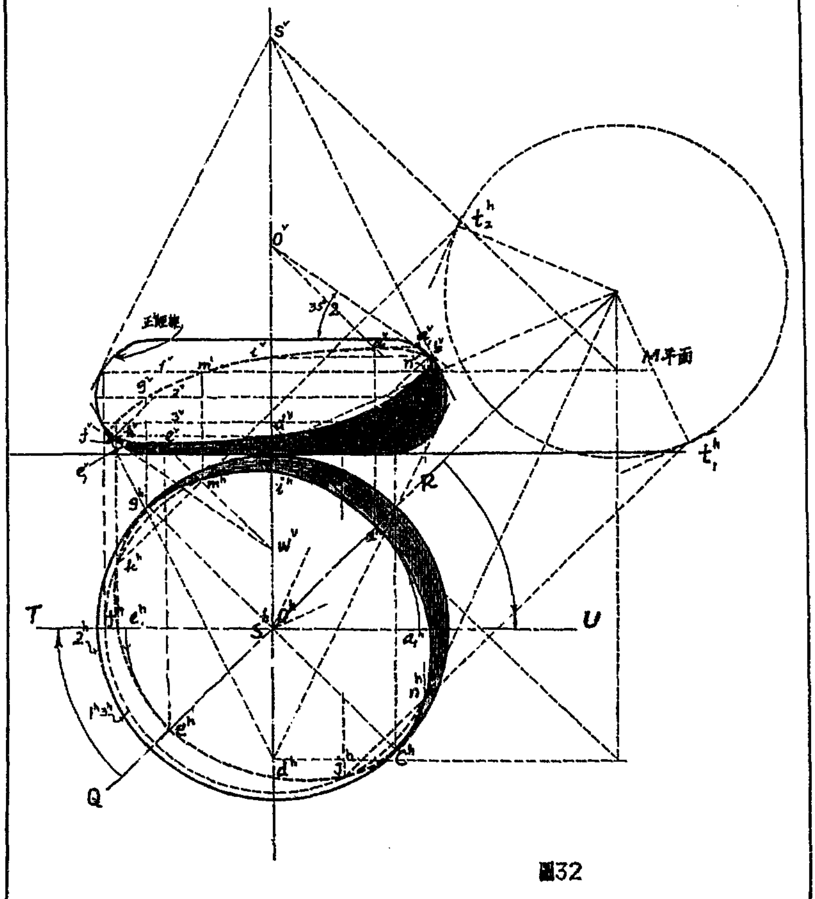


圖32

求旋轉面之本影用外切圓錐形法

圖32 本圖所示仍為一環形，與圖31之形相同。然前節之法弊在過繁且切點不易準確，故本節特介紹此法，為歐洲所通用者。其作法為先將旋轉面分為若干之緯線圓，如圖中1,2,3 諸圓；然後作切於該緯線圓上之外切圓錐，如圖中1圓之外切錐之尖端在S點，而其底則在1圓之M面上。於是按前章之方法求出圓錐之本影界與底接觸之點即得n與m兩點(參照前章圖23)，此種方法隨處繼續為剖緯線圓而為之，即得旋轉曲面上各本影界點；依次聯之，即得本影界曲線也。

然應注意者，即最大之圓，（2圓）其外切錐形之尖端延長至無限遠，換言之，即為一圓柱，故此圓上之本影界，即為平面圖中光線與2^h之切點e^h,g^h兩點引入立面圖中得e^v,g^v兩點。又最大圓以下之緯線圓，其外切錐為倒置錐形，可依前章圖25－27之法求其本影界點。又立面圖上在正經線上之本影界，即為正經線與45度線之切點如b^v,f^v兩點是也，此兩點名為立面圖上本影界線之虛實轉換臨界點。其平面投象必在TU直線上，如b^h,f^h。

最高點與最低點。 最高點最低點必在QR上，QR為通過旋轉軸而包含光線之一剖後面。故QR剖環形之剖面必為一經線(meridian)形狀；將此剖面以原軸為軸旋轉向45度，使與TU相合，則環形之剖面必與正經線相合。但此QR面上之光線，經旋轉以後，乃為真角度(與XY線成35°.2之角)如圖中之$o^v a^v$線是也。依此方向，求得與正經線之切點如a^v及e^v兩點，投入平面圖中，得a_1^h、及e_1^h、於TU線上此為旋轉以後之位置。如欲求其原位置，尚須加以反旋轉之法。

反旋轉。 反旋轉之法有二：(I)由平面圖中a_1^h及e_1^h，以o_1^h為圓心，以$o^h e_1^h$或$o^h a_1^h$為半徑向反方向旋轉45°畫弧與QR相交，即得a^h與e^h點。由a^h點或e^h引豎線於立面圖中再由a_1^v及e_1^v引橫線與此二豎線相交即得a^h及e^h兩點。(II)由a_1^v及e^v引橫線，再由o^v及u^v引45°度線連橫線於a^v及e^v兩點，再由a_1^v及e_1^v引豎線於QR線上即得a_1^h及e_1^h。

此法較諸剖割法為準確，且易求；一切旋轉曲面均可照此法求其本影界。

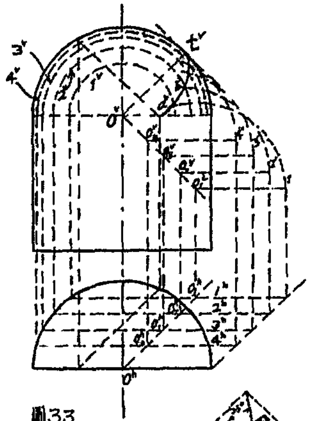


圖33

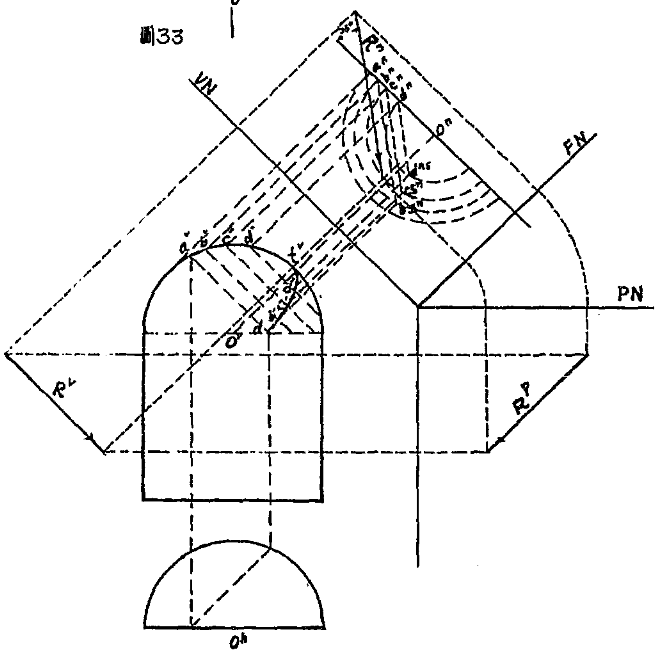


圖34

壁龕之影之其他求法

利用平行V面之補助剖面法—圖33。 將壁龕用若干縱剖面，如圖1",2",3",4"，剖割之，則剖成若干之圓如1',2',3',4'；此諸圓在立面圖上為同心圓。然後再將壁龕之最前面之邊線，射其影於1,2,3,4諸縱面上，則得1',2',3',4諸圓。例如第二剖面2，所割壁龕之線為2'，邊線之影射於2面上者為2'，2'與2同在一平面上，2'與2'之交點b即為邊線之影之一點。其他諸點亦同此作法。此法亦較圖30為準確且易於作圖。

利用平行於光線之剖面而求影法—圖34 作一平行於光線而垂直於V面之平面例如X面，又作若干平行於X面之剖面如a'—a，b'—b，等，此等諸剖面，割壁龕頂為一圓弧，而自正面觀之，仍為一直線，例如b'—b'是也。然自X面上之投象觀之則恰為一圓弧，如$\widehat{b''bs''}$圓弧是也。然後再求日光R之X面投象R',R'之求法，如圖所示。吾人嘗知光線與V面所成之角為53°.2，若然，則光線為X面所包含，R'與XX之角度亦當為35°.2。苟知此理，則R'之求法可以省去。吾人然後分龕緣為a,b,c,d諸點，同時亦得a",b",c",d"諸點。從a",b",諸點引R'平行線，與$\widehat{a''as''}$,$\widehat{b''bs''}$諸弧，遇於as",bs"諸點，再由as",bs"諸點引VX之垂線延長至左面圖中，與a'—a',b'—b'，諸線相遇而得a',b',c',諸點，依次聯之即得其影界焉。

以上二法均較圖30之法簡而準確，無利用其他曲線之繁。

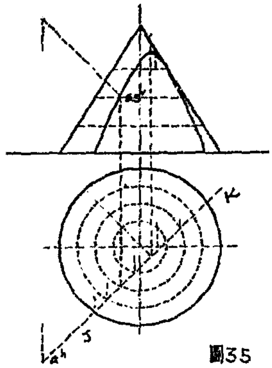


圖35

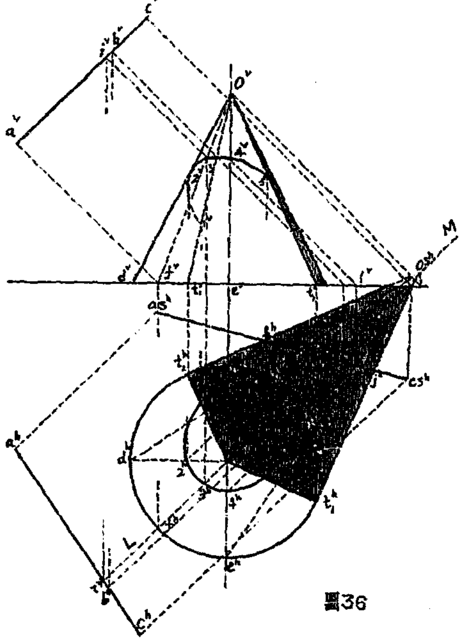


圖36

旋轉曲面爲受影面之求影法

以上所述各節，均爲旋轉曲面之本影之求法；以下將述及其他物體如其影落於旋轉曲面上，將以何法求之。旋轉曲面共別爲二大類：1 單曲向旋轉曲面，其生線爲直線如圓錐圓柱等是也。2, 雙曲向旋轉面(Double Curved surface of Revolution)如球形，環形等是也。以下各法除圖36以外，餘者均可用以解決一切旋轉曲面之受影問題。

剖割法—圖35 空中之a點，射其影於旋轉曲面錐面上；求其影之法，爲作一平面包含a點及光線并與V面垂直即JK面；於是求SK面與錐形之交線。此交線在本題中爲一雙曲線。(Hyperbola)交線既求得之後，更通過a^v作45度之線此線與剖割曲線相交於as^v, as^h即點在錐形上之射影。

剖割之法爲最不便之法，因求剖割曲線至繁瑣且不易準確也。然僅求一點之影則無需用剖割法爲簡便；且旋轉曲面之本影若用剖割法求得者，既剖割曲線均已求出，自可利用之以求受影之點，無庸改用他法矣。

直線之影落於錐面上之法—圖36， 本圖可名之爲反射投影法。如圖所示爲一直線，其影將落於後方之錐形上。可先求錐形及直線落於地面(H面)圖之影，及錐形之本影。錐形之影爲$os^h-t_1^h$及$os^h-t_2^h$，直線。直線ac之影，爲as^h-cs^h。as^h-cs^h與$os^h-t_1^h$及$os^h-t_2^h$交於j^h, k^h二點，由此二點逆引45度線與錐之本影界$o-t^h$, $o-t_2^h$交於1^h, 5^h，二點更引至立面圖中之本影界上而得1^v, 5^v兩點。又基線oc之影爲os^h-c^h線，此線與a—c之影交於l^h點，由l^h點逆引45°線交於o^hc^h則得4^h點。od上所受之影2^h及2^v亦用類此之方法求得之。所繁難者即of上之影無法求得，當另用他法求之也。

作平面LM，包含光線及錐頂，則LM截ac直線於i點，因此可求得i^h及i^v，再由f^h引線而求得f^v，聯結o^vf^v直線，由i^v引45度線，交於o^v-f^v而得3^v點，再引縱線於o^hf^h上而得3^h點。

又4點之立面圖4^v點，亦無法直接投射而得之。可由l^h引豎線於XY線上得l^v再由l^v逆引45度線與o^vc^v得一交點即4^v點也。

本圖之法爲錐體之反射求影法，不限於圓錐，凡一切錐形均可用之。

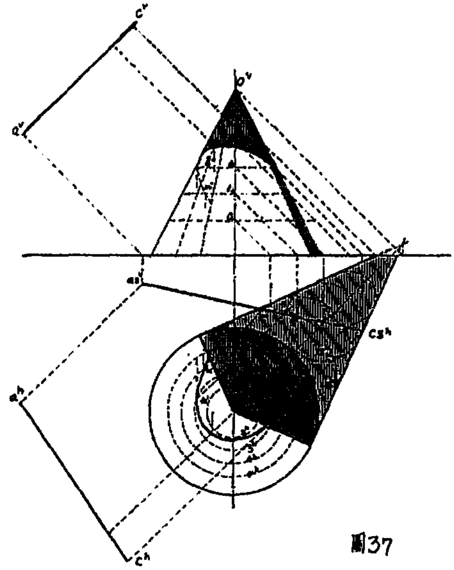


圖37

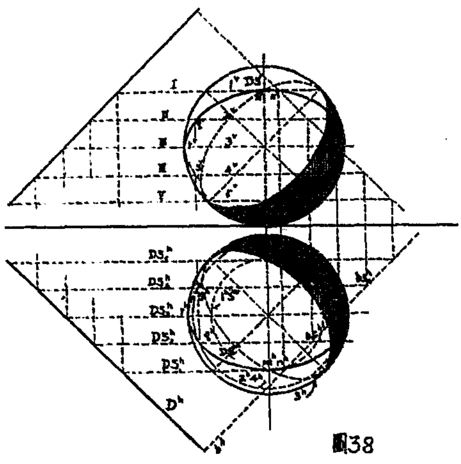


圖38

以旋轉曲為受影面反射求影法－圖37。本圖雖以錐為例，然一切旋轉曲面皆適用之。蓋凡旋轉曲面，均有與軸垂直之緯線圓也。本圖先求旋轉曲面與直線在H面上之影（如前節之法。然後再將旋轉面分為若干緯線圓，並射出其影於H面上，例如緯線圓1,2,3,4,5之影為 $1s^h,2s^h,3s^h,4s^h,5s^h$，且均為圓形。（參照圖17之法）。設欲求緯線圓4上之影，則由$4s^h$與as^h-bs線之交點m逆引一45度之光線與4^h交於m'點，再由m'點引縱線至立面圖中與4^v相交於m''點，m''即為緯線圓4上之影點。

其餘各點之求法均同此，本法之優點，為可以完全無須用剖割面，且極易準確，如果其遮光體與受光體之影已先求得，則事半功倍，尤見迅速矣。

借面求影法—圖38。通過旋轉面各緯線圓作若干平面（如圖上之I,II,III,IV,V,諸面，如是則緯線圓1在I面上；2在II面上。於是更將空中之直線D投其影於I,II,III諸面上，則得Ds^v_1,Ds^v_2,Ds^v_3,………等線。Ds^v_1在平面I之上與緯線圓相交於m^h,n^h兩點，引縱線於1^v上得m^v,n^v兩點。其餘之各點，如q點在緯線圓2上，r點在3上，s點在4上，其他各點已在球之陰影中故不復詳繪出之。

本法之優點，第一無紊亂之弊；第二，無須假手於陰影，第三，準確而簡單。設欲求旋轉面之本影時，併用外切錐形法，則各緯線圓具在，自可收迅速之效矣。

第四章　各種形體之簡捷射影法

Part IV Rapid Methods for Shade and Shadows of Various Forms

先前各節所述其射影之方法，爲事實上之方法。其工作也，必須兼有立面平面略圖，然後可以着手求其射影。及吾人習之已久，乃知有若干情形中無需平面圖亦可知其射影。其影可僅於一立面圖中求之，而無須採用剖割法。例如平圓形，球形等均以較簡之法行之。以下數節之方法均應記熟。遇有情形相合之機會，即可利用。此法之優點，則爲可以省略無數之補助線。然尤有爲學者進一言者，即前此第一章至第三章之原理未完全了解後，不得輒即採取本章所述之法，以爲終南之捷徑。本章所言之物體，均爲前數章之故物，學者僅採用其方法之簡捷可也。

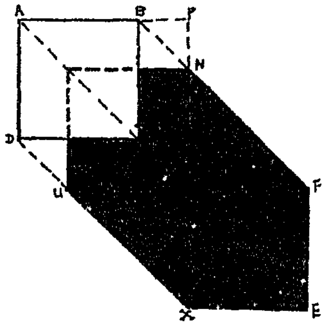


圖39

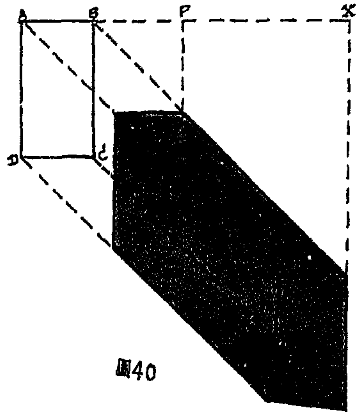
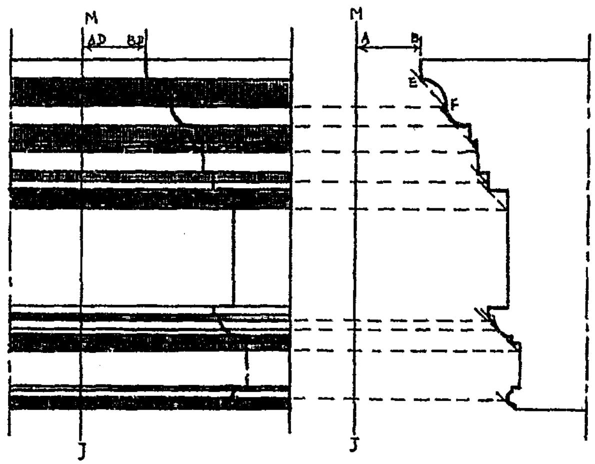


圖40



正立面

剖面

圖41

簡單立體射於平面上及不規則面上之射影

Shadows of Simple Forms on Plane and Irregular Surfaces

無平面圖而求一立方體射其影於縱面上之法—圖39。 已知一立方體之立面圖，及該體距縱面之距離，如圖 A B C D 爲立方體之正立面形， BP 爲該體距其後縱面之距離，進45 度對角線AE及BF。由P點向下引一縱線 交斜線於 N，T二點，N，T二點，卽可指定立方體前面及後面之二方形之影，再斜角線UX及NF，即可完成其影界。

如將圖幅旋轉以左邊爲下邊，則立方形 A B C D 可視爲在平面圖上之立方形。以BP距離置於立方體之下而求其影亦可無須用立面圖，此可與圖 21對照。

矩形角柱體射其影於縱面上（或橫面上）之法—圖40。 其法爲先將角柱之後面與受影縱面之距離 BP量於AB橫線之延長線上。再將角柱前一平面至後一平面之距離PX量截於AB延長線上，由P及X引縱垂線而下與各 45 度線相交而定各點如前節所述。

本前二節所述之法，可爲一切角柱體射影於一面之通法。

直立之桿射於不規則曲面上之影—圖41。 直立之桿之影投射於其後之不規則面上由 BD點起曲折下行，其影曲折之狀，恰如該曲面剖面之外緣線，其AD-BD之距離，亦卽爲該桿距至該受影面之距離。（卽側面圖上AB之距離）曲面本身之影消減其桿之影之一部分。受影面之影，以側面圖上各突出稜角各點引45度線與其剖面線相遇，橫引於立面圖上而定之。

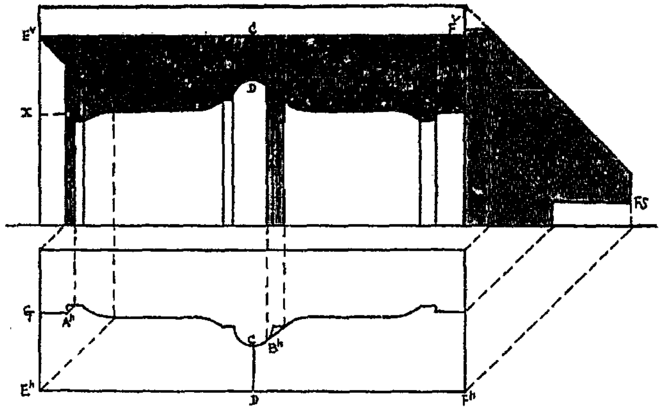


圖42

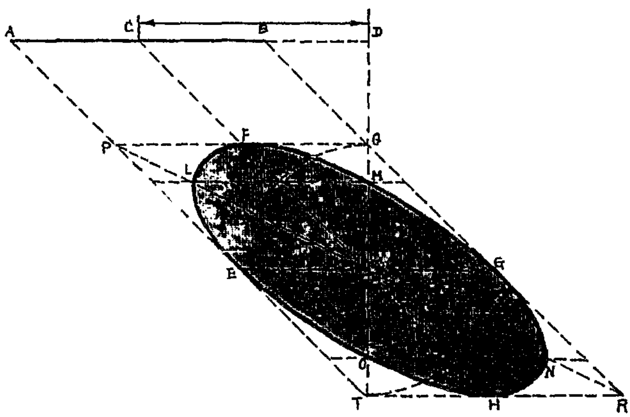


圖43

投射於線脚槽上之影；平圓形之影

Shadow on Mouldings ; Shadows of Discs

水平稜之影射於直立之線脚槽上者—圖42, 橫平面突出之稜FF，其影射落於直立曲面線脚槽上，其影界外沿曲折之形，恰與線脚槽(Mouldings)剖面形相似而相反。此可以無須投影面直接繪出之，如曲面圖上CD之距離，即為平面圖上EF稜距該受影面之距離。左面直稜EG之影，雖落於曲面上，然其立面圖仍為45度之斜直線。影界X-FS一段，因已為光線所照故無須繪，立面圖中有二條縱影，其寬度乃從A^p及B^p兩點投影而定之者。

水平位置之平圓形射於縱面上之影—圖43, 本圖亦無須平面圖而可以求其影者，AB線代表一平圓形，CD為已知該圓形之圓心至受影縱面之距離，由D點向下繪一縱線，與45度線VT及BR交於Q及T兩點。由Q及T引二橫線，則適構成一平行四邊形，此形為橢圓影界之外切四邊形，聯此四邊形之對角線PR則得橢圓之心於CS點。過此點再引其橫軸FH及EG線。E，F，G，H為橢圓上之四點。以CS為圓心，以短對角線QT之半為半徑，截FH線上二點，為W及K，由W及K上各引二橫線於對角線上則得L，M，N，O，此亦為橢圓上四點。將八點依次聯之，可得影界之橢圓影。(並參閱圖18)

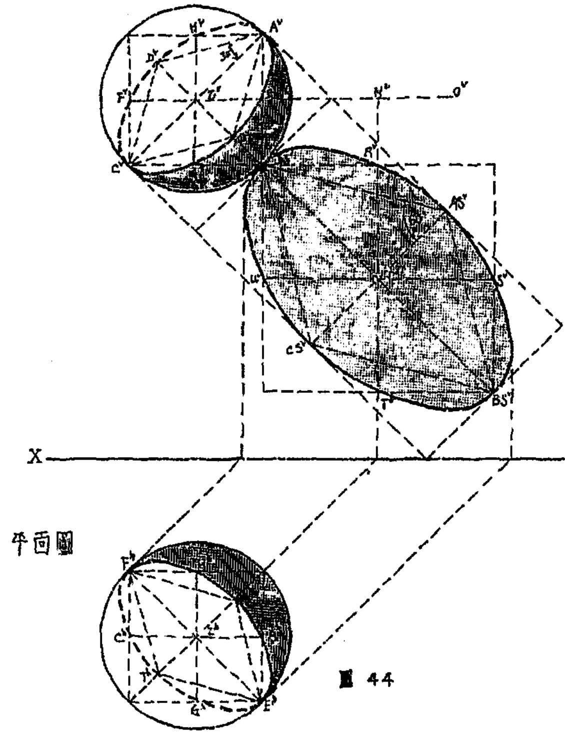


圖 44

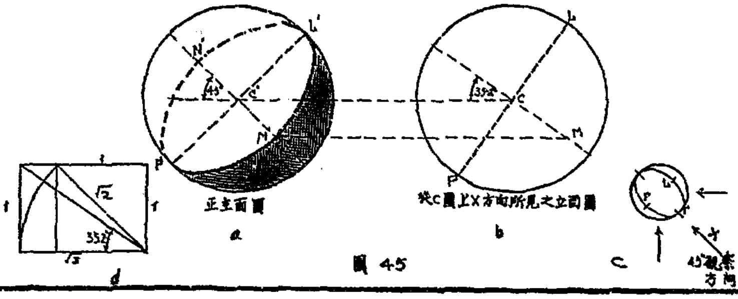


圖 45

球體之本影及影

Shade and Shadow of a Sphere

不用剖割法求球體之本影界—圖44。 就前章用剖割法所求球體之本影之經驗，已知球體之本影界無論在立面圖上如平面圖上均爲一橢圓，其長軸與光線之方向成爲直角，其橢圓內含二個等邊三角形，以橢圓之短徑爲其公共底。作此橢圓之法，在立面圖中由橢圓之長軸AC線上，由A點及C點各作與AC成30度之角，此四線交於D點及B點。A，B，C，D爲橢圓之四點，BD爲橢圓之短軸。更由A點及C點畫橫線及縱線，而成一方形。由球心Z點，畫橫線及縱線，而得方形四邊形之中點H，E，G，F四點，此四點亦爲橢圓上之點。連之即得橢圓。平面圖上之橢圓亦用同法求之，而以EF爲其長徑。

不用剖割法求球體之影界 球體之影，亦可不用投射而求其影，如圖44。先將球心與受影面之距離，ZN，沿ZO橫線量之於N點，由N點下引縱線與DZB線之延長線相交於M，是爲影之中心。由M引橢圓之短半徑，其方向垂直於ZM，短徑之兩端爲此線與AC兩點所引45度線之交點。長軸之定法，與上節所言者相同，並亦以方形定其餘四點而聯之，如圖所示。（本節所示，可與圖29參照。）

圖45。 圖45所示，爲另一有趣定球上本影界之法。先給一由45度方向觀察球形之立面圖如45a所示（並參看圖45c之小平面圖）。此圖上之本影界乃成爲一直線PCL。PCL線與日光之眞角度方向成垂直角（日光方向成與水平線成35.2度，參閱第一章圖3）。光線與橫面所成之角，爲立方體對角線與其底所成之角。故可以幾何方法求之如圖45b中所示者。然後再在b圖中L引垂線下遇於M。再由M點引橫線於a之立面圖中與45度線相交於M^1點。作C^1N^1令等於C^1N^1，即得橢圓之短徑，以L^1P^1爲長徑。更照前節方法作方形而得四點，以繪橢圓。

實際上繪圖之時，一切補助之線均在一圖上繪之。圖45所示之法，非謂其較圖44之方法爲良，但可以因此而得利用認識光線之眞角度。學理上之裨益實大也。

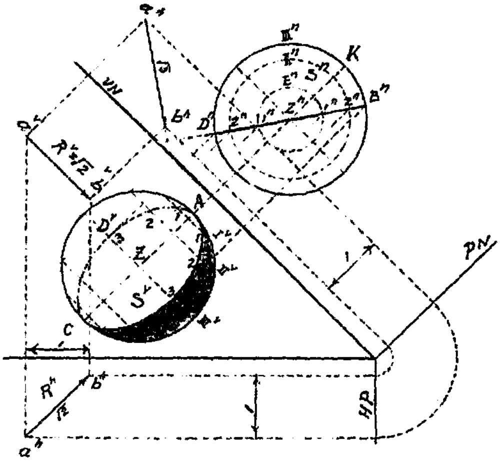


圖46

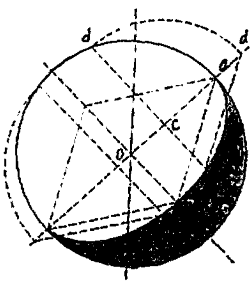


圖47

前節之證明

圖44之證明—圖46。 圖44所示之球形本影之短徑之求法，長徑與短徑之比為 $\cot 30^\circ=\sqrt{3}$，茲以圖46證之如下：

先作一球形之立面圖，再作一光線，其立面圖為 $a'-b'$，平面圖為 $a-b$。作一N面平行於光線而與V面垂直，VN為N與V之交線；PN為N與側面P之交線。然後求球形對於N面之投象，及光線對於N面之投象則得 $a''-b''$。（球形在N面上之投象，名為 S''。）吾人已知N既與光線平行，則 S'' 上之本影界當為一直線，其方向與 $a''-b''$ 垂直，且為球之直徑，如 $D''-B''$ 是也。於是平行於N面作球形之割面，所割出者，為Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ諸圓；Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ圓在V面投象為直線，在N面投象為圓如圖所示。Ⅰ''，Ⅱ''，Ⅲ''諸圓，與球之本影界 $D''-B''$ 直線相交於 $1''$，$2''$，B''，D'' 諸點，再由 $1''$，$2''$，B''，D'' 諸點，引垂直於VN之線於立面圖中與Ⅰ'，Ⅱ'，Ⅲ'相交，而得 $1'$，$2'$，B'，D' 諸點，聯結此諸點，即得本影界之立面圖。$D'B'$ 在最大之緯線圓上，所得為橢圓之短徑。

證明：設光線之V面投象 a'，b' 兩點中之水平距離為1，則 $a'-b'$ 及 $a''-b''$ 之距離為 $\sqrt{2}$，$a-b$ 為光線之真長度為 $\sqrt{(2)^2+(1)^2}=\sqrt{3}$，而 $a-b$ 與VN之角為 $35^\circ{-}2$ 而 $\angle Z''B''B''=35^\circ.2$。

$$D''-B'':D-B=1:\sin 35^\circ.2=1:\frac{1}{\sqrt{3}}=\sqrt{3},$$

然 $D-B$ 為球之直徑，故 $D''-B''=A-C$。

以是吾人證明橢圓長短徑之比恰等於 $\sqrt{3}:1$ 故可用30°直三角形求之也。圖46之法。亦為求球形本影界之一法。亦甚準確。

橢圓簡捷之作法—圖47。 然求影當力求簡捷；設用圖44之法，繪球之本影及影，則半個橢圓上僅可求五點，一個橢圓上僅有八點。如球之半徑過大時，假點數雖少，不足於用。然其長短半徑，既已求出，則求其橢圓不難用下法求得之：圖47中之橢圓oa為長半徑，ob為短半徑，均已求得，聯ad線，並繪以o為圓心以oa為半徑之圓。任意繪一線cd平行于短軸，與長軸交於c，與圓交於d，以c為圓心，以d為半徑繪一弧，交oa之延長線於 d' 作 $d'e$ 平行於ab遇cd於e，e為橢圓上之一點。有此方法，則可補圖44之不足矣。

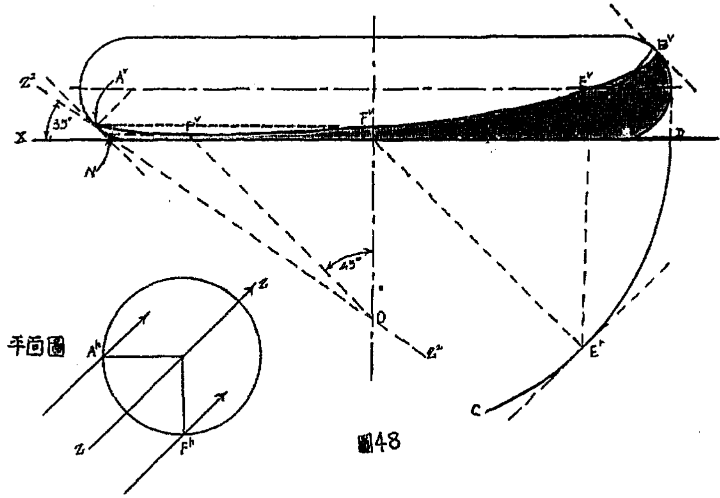


圖48

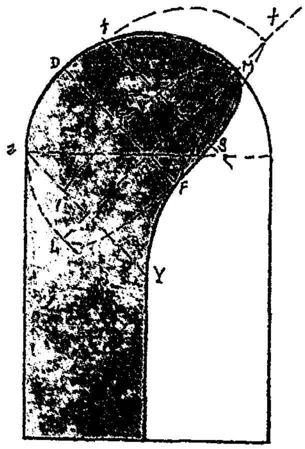


圖49

環形及壁龕形

The Torus Moulding ; The Niche

不用剖割法求立面圖中環形之本影界—圖48。環形本影界可用下法求出五點：

A'B兩點爲立面圖中本影界兩端之二點　可用45度光線切於環形兩端之圓周線上而得A，B兩切點。又參照平面圖環形之外周線（CD），光線與CD線切於E'點，故在立面圖中最大圓上將E'求得。E'亦爲本影界上之一點。又參閱小平面圖，可知F點受光情形與A點受光情形相同。（蓋A點與F點之位置，從45度光線Z-Z方向觀之，適爲對稱）。故在A點，與F點處光線相切點之高度亦必相同。由A'點引一橫線與軸線相交，則得F'點。F'點亦爲本影上之點；此時已有四點，惟A與F之間，尚須一點，以定曲線。

小平面圖中Z-Z與平面之真角度，約爲35度。設將通過Z-Z之縱剖割面旋轉於左方而與縱座標面平行，則Z-Z縱剖割面所剖割環形外線之形狀，則適與左方環形之正經線疊合，而爲一半圓形。光線 Z^2-Z^2 之方向，亦呈現其真角度。作 Z^2Z^2 線與XY成35.2度之角而與半圓形相切，其切點爲N。由N點引一橫線 Z^2-Z^2 與旋轉軸相交於O由O點向上引45度線與Z之橫線相交於P，此爲本影界上之第五點。依次連結A　P，F，E，B即爲本影界(參閱圖32)。

不用剖割法求壁龕之本影界—圖49. 壁龕正面圖上之本影界之求法，可以不用剖割法及平面圖而大略求之如下：先由圓心C點作45度光線CD，再由C點繪CM線垂直於CD，將CD之長分爲三分；用其一分，截於DC之延長線上得F點；以CM爲長半徑又以FC爲短半徑，繪橢圓由M點起至ZC線上爲止。曲線由Y點以下變爲直線。Y點者，係由Z點引45度線與過圓心C之垂線相交，而得Y點。(參閱圖30)。

短徑既得，可用圖47之方法而求其橢圓上之各點，可完全無須平面圖及側面圖矣。

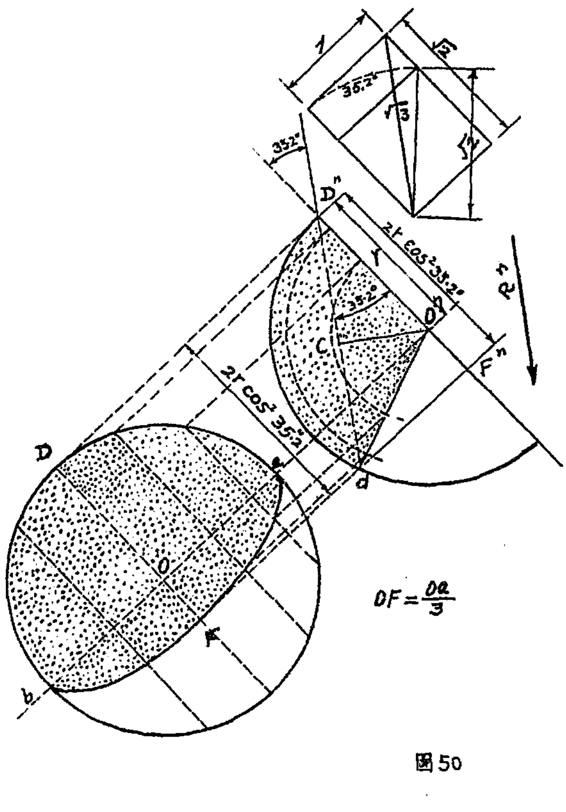

1
$\sqrt{2}$
35.2°
$\sqrt{3}$
$\sqrt{2}$
35.2°
D″
2r cos² 35.2°
r
35.2°
O″
C
F″
R″
2r cos² 35.2°
D
a
d
O
F
b
$DF = \frac{Da}{3}$

图50

關於圖49之証明—圖50。 前節所示，球頂壁龕之影界為橢圓其短徑為長徑之三分之一。茲用圖34之法求其短徑，並證明之。為便利起見設壁龕完全為半球形，從光線方向剖之，如右上圖所示則D點之影在N面上為d引入立面圖中為F（參閱圖34）又光線對於D′F′線為35°.2之角。從O′作O′C垂直於D′d′得中點C，証明如下

$$D'C = r\cos 35^\circ.2$$

$$D'b = 2\times D'C = 2r\cos 35^\circ.2$$

$$DF = D'F' = D'b.\cos 35^\circ.2 = 2r\cos^2 35^\circ.2$$

但 $\cos 35^\circ.2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$（參照右上角之小圖）

故 $DF = 2r\times\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{4}{3}r$

$$OF = DF - OD = \frac{4}{3}r - r = \frac{1}{3}r$$

第五章　各種建築物之本影及影

Part V Shades and Shadows of Built Up Forms

本章所示之諸圖，爲各種不同之形體羅列而成，其陰影之投射，當更較繁難。惟其射影之原理，仍不外乎前此所舉之通則I及通則II及以前四章所述之方法。圖52及53爲表示較複雜之以角柱，圓錐，圓柱，圓球諸體相貫而成之體之射影。其影之美觀及作用於茲可見。其除各圖皆羅列各種典型建築物之影，初學者可用較大之比例尺描繪各圖而求其射影，以資熟練。

射影之法，雖所以表示物體之第三向量，亦用以表示光線下物體之美，故以下各圖雖可以線條表示陰影，然亦可用水彩表示之當更增其美觀。且建築圖案，除工作詳圖外，大體均須着色，着色亦爲重要技術之一。初學者應多練習着色之法。着色之法須輕重均勻，調色時水分宜多；尤須一次敷之，不可分爲數次。如一次不能敷完，則不能勻佈，其相接之處，輒有痕迹，有礙美觀矣。陰影之距目近者，其色深，距目遠者，其色淡，方能表示太空之中有空氣之存在。本影與物後之影，亦宜以色彩之深淺分別表示之。

繪圖之墨水如爲防水墨水（Waterproof Ink）則可先繪墨線，無用之鉛筆線，則以軟橡皮擦去之，然後再施水彩。如所用之墨水不能防水，則鉛筆稿繪成後，先着色而後繪墨線，所以防止墨水之受水滲污也。

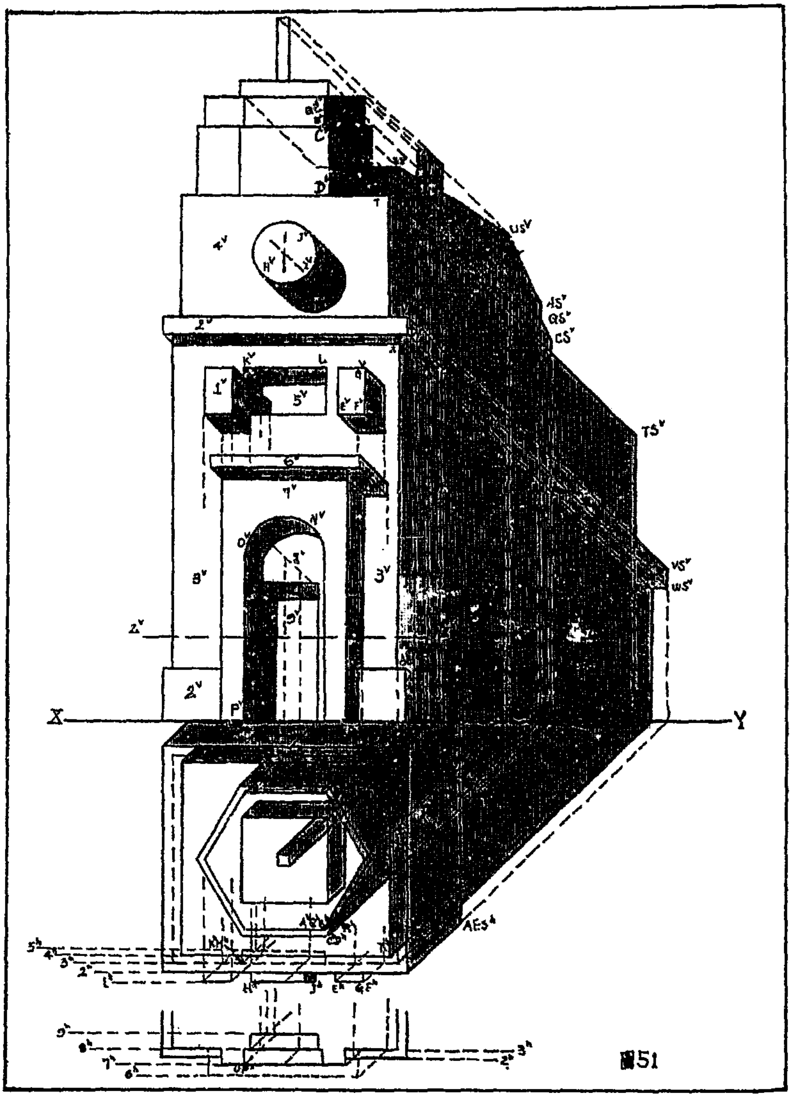


圖51

相貫角柱形之本影及影

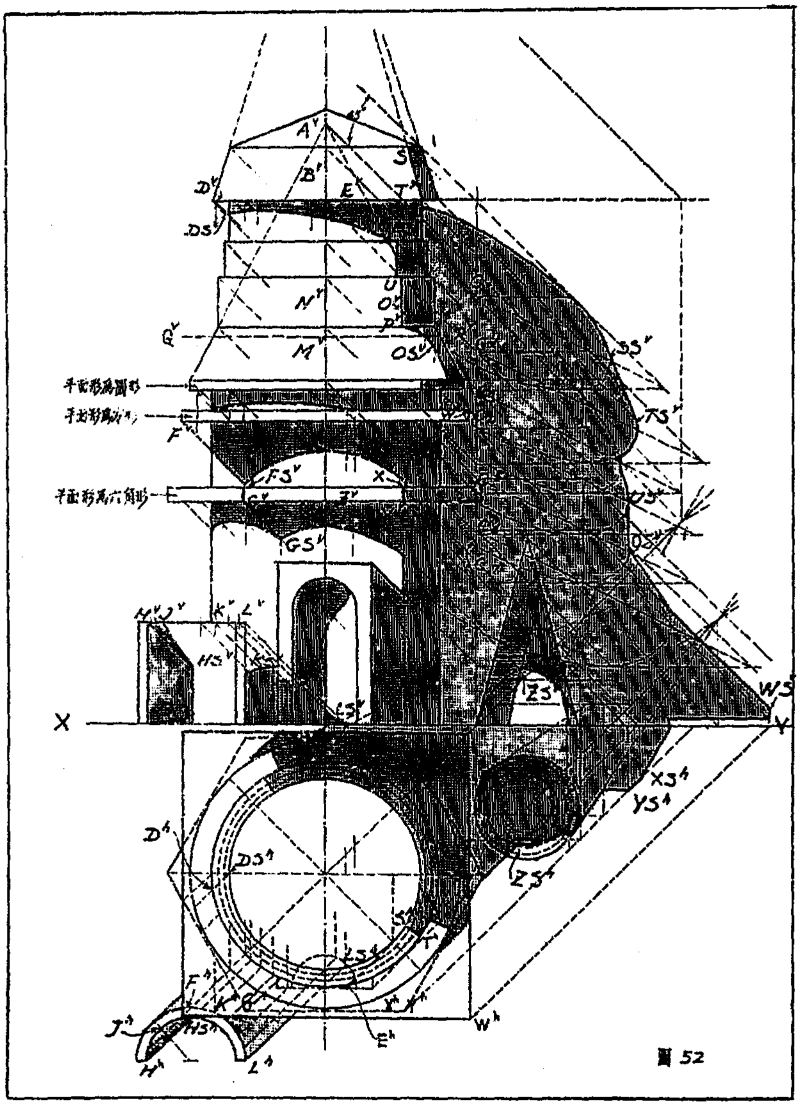
Shades and Shadows of Interpenetrating Prismatic Forms

立面圖上之本影及影—圖51。 先就平面圖上研究立面圖各面何者爲光線所照射，在平面圖上，何者不能直接受到45度光線之照射，其面在立面圖上卽不能得直接光線。例如立面圖之上部AB及CD兩縱稜爲本影界之一段。而凸出之矩形之稜EF及FG亦爲本影界，而可以投其影於其他面上。立面上之影，係以一面圖及平面圖直接投射而得。某面在平面圖之線可以代表其面，一如XY線在平面圖上可以代表縱座標面者然。爲解釋之便利起見，立面圖Z-Z線以下之平面圖，重繪於上平面之下方。此二個平面圖上之各個不同之表面，概以數碼1—9表示之。立面圖上亦然。關於圓稜之影之求法(JH1圖)，可參閱圖17；(第一章)。關於直稜EF，FG之影，參閱圖21(第二章)。凹面5上之影係KM及KL之影從平面圖上投射於直線5ʰ上，復上引而定之者也。參閱平面圖更知KM稜下部之影爲左方突出之矩形之影所掩。OP縱稜之影，一部落於平面8上，一部落於平面9上，此可以投於平面圖之8；9兩線上而定之者也。

平面圖上之影 欲知平面上之影作何狀，應先就立面圖上研究之。從立面圖上及平面圖上AQB點引45度光線，則知Q點之影適落於平面體上R點。同理立面圖上CD稜SD一段之影亦落於方平面上。立面圖上各橫線，俱可認爲各橫面之XY線而據此以求各橫面上所受之影。

背景及前景上之影。 背景(縱座標面)上及前景(地面)上之影界，係以立面圖上及平面圖上之本影界上各點投其影於地面上或縱座標面上而成。然背景上之影界及前景上之影界本不完全；緣各物之影先將投射於各突出之橫面上，其餘部份始投射於背景及前景之上也。例如AS—QS一段影界爲縱稜AQB射於背景上之影；但此段之影僅有AQ一部分落其影於背景之上，其QB一段已落於橫平六角面上。吾人須牢記凡本影界上某二部分已落於某物體之上時，則絕對不能再投射其影於前景或背景面上。故其射影之工作，僅將各本影界未投射於其他物面上之部分投於前景及背景面已。

立面圖中T,V,W,X,AE各點之影爲TS',VS',WS',XS'及AES'。



平面形爲圓形
平面形爲方形
平面形爲六角形
A^v
B^v
D^v
DS^v
E
S
T^v
U
N^v
M^v
OS^v
Q^v
F^v
FS^v
X
GS^v
HS^v
K^v
L^v
LS^v
ZS^v
WS^v
X
Y
XS^h
YS^h
D^h
DS^h
ZS^h
LS^h
F^h
K^h
J^h
HS^h
H^h
L^h
E^h
W^h

圖 52

相貫之圓錐形，圓柱形等之本影及影

Shades and Shadows of Interpenetrating Conical and Cylindrical Forms Etc.

立面圖上之本影及影—圖52。 本圖爲各種立體合成之形，上部爲集合圓錐及圓柱而成，最上部之圓錐 A 之上部無本影。因其基線與底面所構之角，小於 35.2 度也。錐截體B之本影界及其他各錐體之本影界，均用圖 23之方法求之(在第二章)。各圓柱體之本影界之求法，爲在平面上繪圓柱之45度光線之切點，而後引入立面圖上而成其本影界。上部圓柱體之線界 DS^v–ES^v 曲線之求法，爲由平面圖上，圓錐之邊線 D^hE^h 上選擇數點向後作45度之影線與柱之邊線交於 CS^h， ES^h 等處，由 DS^h，ES^h 上引垂線與 D^vDS^v 線，及 E^vES^v 線遇於，DS^v，ES^v 等點，聯之即成此曲線。方盤之邊與六角形之邊之影亦同此求法。立面圖上之 F^v 其平面圖爲 F^h，以此二點投射而得 FS^v。六角形上之G點亦如此投射而得 GS^v 。其餘各處均逐點如此投射而得其曲線。壁龕之射影法已詳載於圖30及圖49等圖。左方之凹圓柱形之影均用上法直接投射之於 H^h–HS^h 曲線而定之。該形之後稜KL線之影可投於後面之塔壁及壁龕上。L^v 點之影爲 LS^v，K點之影爲 NS^v ，以上二點之投射均用直接投射法，圓塔壁之影射於後部之錐形上者則用剖割法(見後)。

平面圖上之本影及影 立面圖中之截錐體B及M之本影界，其求法如圖23。圓柱形 N上OP一段之影，P–OS 曲線，係用剖割緯線圓一個 QR，以求得之。P–OS 影在平面圖上爲 B錐形之外線所遮。關於剖割法，參閱圖29。或圖35。或用反射投影法或借面求影法以求之，(參閱圖36，圖38。)均無不可。

後景及前景上之影 各形體上之本影界既求得各繫以相當之字母，然後各從相當之點作45度光線以XY爲準而投射之，由通則1之法而求得地上及後景上之影。凡本

影界及物形之外線，其影已投一部份於其他形上時，則此部份不得投影於前景上或後景上。背景之影，有若干相壓之橢圓，其求法可用圖43之平行四邊形法，各橢圓之中心為 C_1，C_2，C_3，C_4，C_5，C_6；C_7 等。立面圖中之C與T點在後景上之影為 SS^v，TS^v；其餘各點如 U，O，W，X諸點之影為 US^v，OS^v，WS^v，XS^v，等。右方圓錐形之影之求法，如圖23。此圓錐形表面上所受之影為：突出壁龕之一部，塔身一部份，及六角擔之一部份，ZY 一段之影。（本圖之例突出壁龕之影與塔身之影恰巧重合，成為一線）凡垂直之稜，其影之平面為一直線，如平面上 ZS^h 左方一段是也。之立面圖上此段之求法 則為將此圓錐分割為若干緯線圓而求之，如圖所示為一雙曲線。由 ZS 起向左一段之曲線為ZY一段之影，亦用剖割法求之。或用圖35,36,37,38之法求其亦較便也。

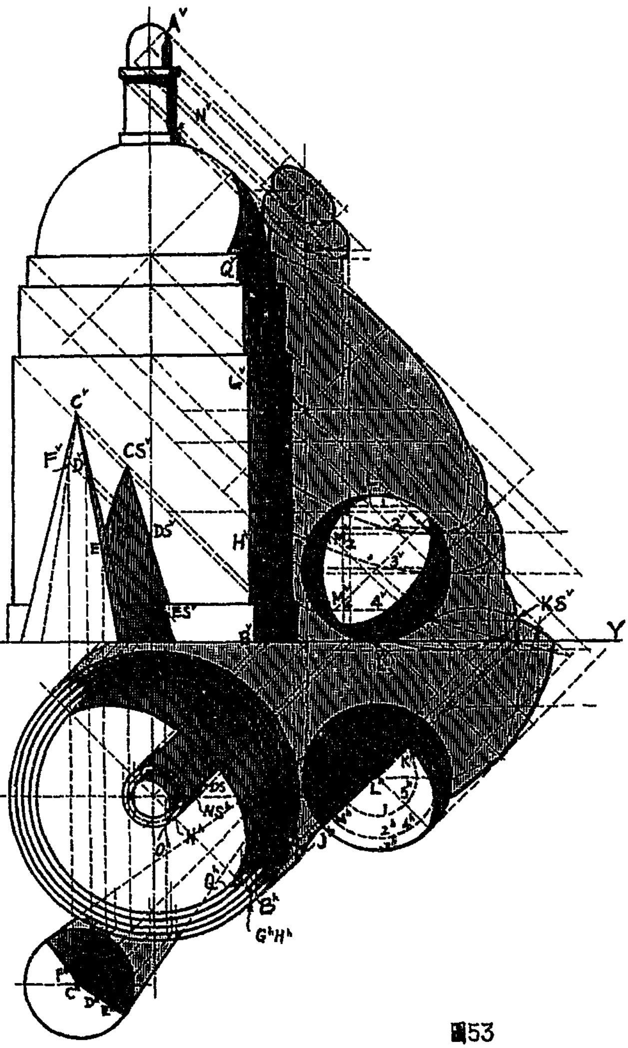


圖53

相連貫之球體，柱體，錐體等，其影落於平面及曲面上法

Interpenjrating Spherical，Cylindrical anb Conical Forms With their Shadows Cast on Curved and Flat-sure Surfaces

立面圖上之本影及影—圖53。 本影界由A^v起至B^v止，其求法可參照圖44，圖22；其圓錐本影界之求法，可參照圖23。左方圓錐形之本影界，既以圖23之方法求出。其影界之求法，可用圓錐平面上及立面上本影界上尋出相當之點，而向後右方之兩個柱體投射，例如本影界上C，D，E，F諸點之影，卽爲CS^v，D^v，E^v，F^v各點是也。此影界非直線，而略有灣曲。GH直線投射於球體上之影，其平面圖爲一直線，如J^hK^h；此線上諸點如J^hL^h其立面圖卽為J^v，L_1^v，L_2^v。在平面圖中作多數緯線圓如1^h，2^h，3^h，4^h，5^h，諸圓與J^hK^h交於J^h，$_1M^h$諸點。再在立面圖中求作緯線圓之立面圖如1^v，2^v，3^v，4^v，5^v諸線。然後由J^h，及M^h向上引線遇1^v，2^v，3^v，4^v，5^v於J^v，M^v_2，M^v_4，諸點，聯此諸點卽得一橢圓。

平面圖上之本影及影 球體圓頂及錐體本影及影之平面圖之求法，均按照圖23及圖44求之。平面圖上影界NS^h–OS^h一段，為圓稜N^vO^v之影落於球形圓頂上者。NS^h–OS^h上其餘各點之求法。應用剖割法（Slicing），如圖35所示。或借面求影法如圖38所示。

後景及前景上之影 後景（後背牆壁）上，及前景（地面）上之影可用界線XY爲投影之準而求之，然求柱體及球體影之方法，則有簡速之方法可資利用，如圖43及圖44之方法是也。凡既投在物體上之影，則其部份卽不能再投於前景及後景上。例如：立面圖上G^vH^v一段之影既落在球形上，卽不能再投射於牆壁上或地上。壁上之形爲許多橢圓所構成者。此種橢圓亦可用圖44之簡速平行四邊形法求之。

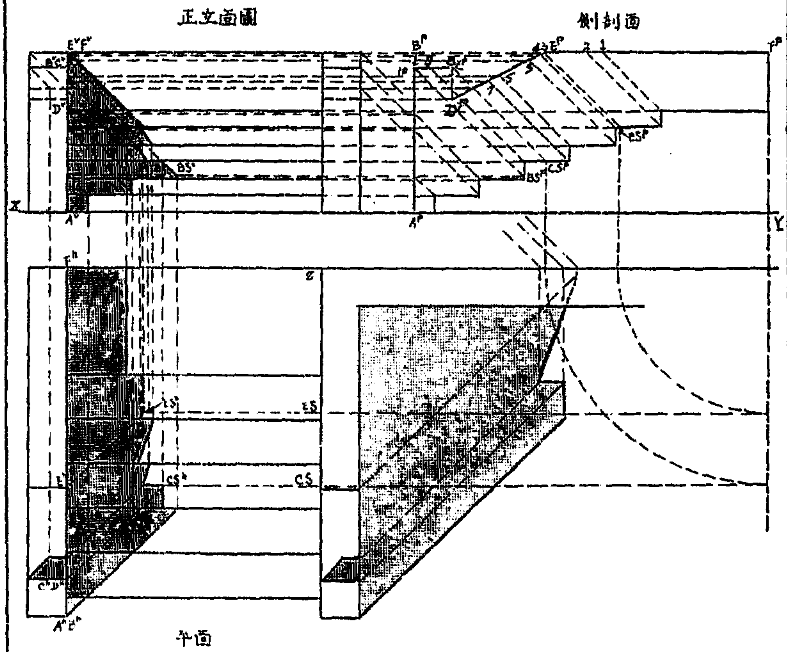


圖 54

台塔上之影

Shadows on Steps

圖54。　求本影界上ABCDEF之影，投於塔面上之法，必須先繪一塔級之側剖面，以便得知何段之影落於何級上。由側面圖上各舉步（risor）之頂點及底點各向上引45度線之斜線，與A^{p}，B^{p}，C^{p}，D^{p}，E^{p}線相交於1，2，3，4各點，由此各點引橫線於前立面圖中之A^{v}，B^{v}，C^{v}，D^{v}，E^{v}線上。再由此各點引45度線而至各相當之塔面線上，即得影界諸點。然後各以直線聯之。

然所應注意者　則影界各點並不在同一直線之上，未可以一直線聯之。例如本影界在E，D，C，B點處改變其方向，C點之影適落於踏步上(在平面圖上)，而B點之影則在舉步上(在立面圖上)。BS^{v}之求法，係由側剖面上B^{p}引45度線與舉步線相遇於BS^{p}，由BS點引橫線於立面圖與通過B^{v}之45度線相遇而得BS^{v}，平面圖上ES^{h}及CS^{h}之求法亦如此。例如平面圖上之ES—ES^{h}線及CS^{h}—CS線為由剖面圖上ES^{p}，CS^{p}旋轉投影而來者。例如ES^{p}至$F^{p}Y$之距離等於ES^{h}—ES線與$F^{h}Z$之距離。觀於平面圖上可知E—D段之影之方向與前者不同也。

該形右部之影，為投射於地上之影，其投影之方法，係以XY為準。

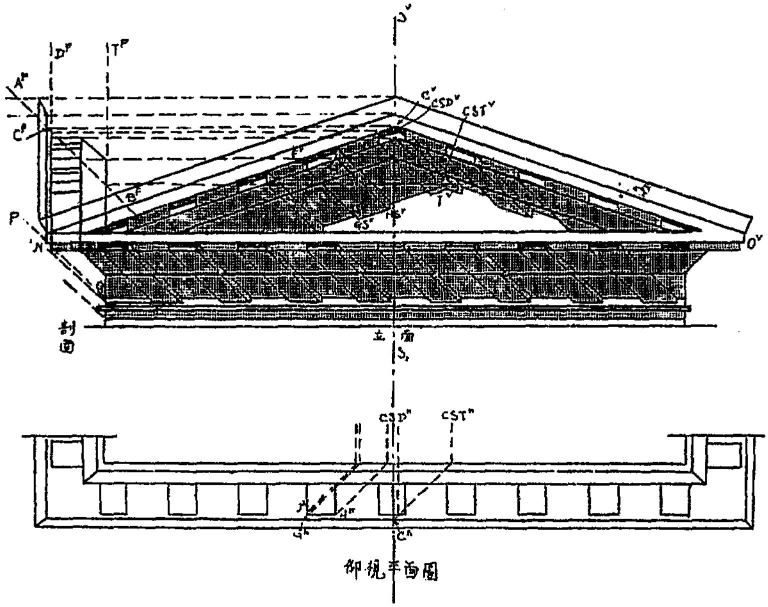


圖 55

山墻頭之影

Shadows on a Pediment

本圖中所示稜線之影落於二不同之平面上。

此圖所用之原理及方法與圖24無異，讀者可以參閱。

在左方剖面圖中之AB光線之側面圖，可以表示C稜之影既可落於塊托(Dentel)表面(D^v)上，又可落於山花(Tympanum)表面(T^v)上。

由C^v處繪一45度之光線A^vB^v與D^v線接觸，然後由此點引一橫線於立面圖中，則與C^v處之45度線C^v–$(CSD)^v$相遇於$(CSD)^v$點，此點即為C點在D面上之影；CST^v點之求法亦如此，CST^v為C點在T平面上之影。再由(CSD)點繪與屋頂坡度平行之線，則為檐緣落於各塊托上之影界。由CST點繪屋頂之平行線則為檐緣落於山花上之影界，各塊托上尚有受光部分其影則投射於山花表面T上，於是F，H，G各點之影遂為FS，HS^v，GS^v諸點。FH稜為垂直之稜，故其影亦為垂直。

立面圖下部NO線為一本影界，NO線及其下塊托之影，可用剖面圖中光線PQ及其平行線定之，可以無須用平面圖。

立面上之影亦可完全不用側剖面而僅用平面，例如C^p點在平面圖上，作光線通過此點與塊托外緣相遇而得$(CSD)^p$點，再由此點向上引線與通過C^v點之光線相遇而定(GSD)點，其餘G，H諸點之影之求法亦如此，應加注意者，J^pG^p之影在立面圖上為JS^v及GS^v點。JS^v–GS^v為一斜線，JG之距離可在剖面圖上用一斜45度線而求之。

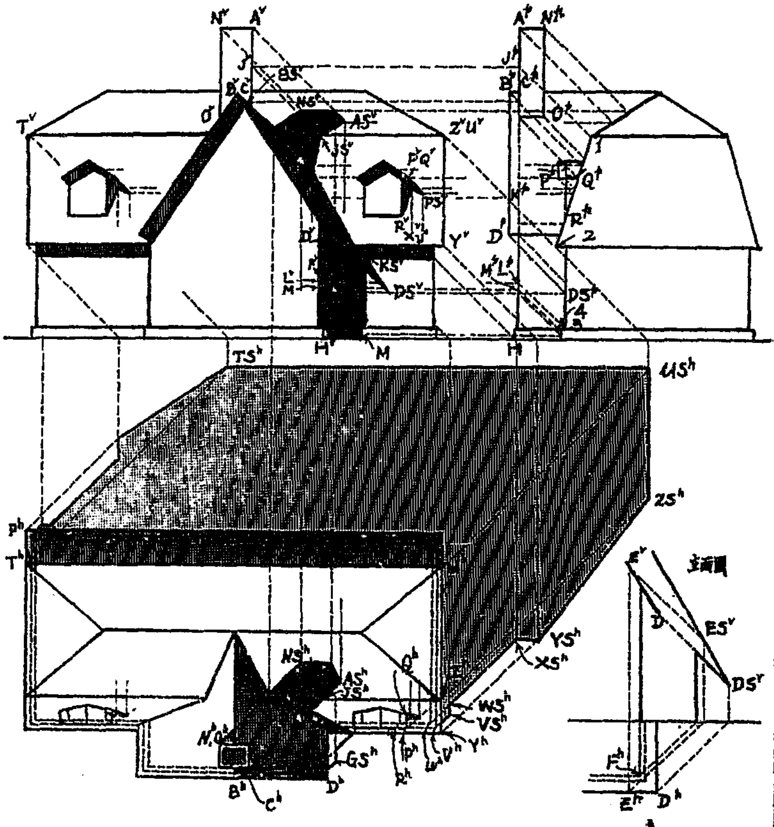


圖56a

圖56

芒撒式屋頂之影

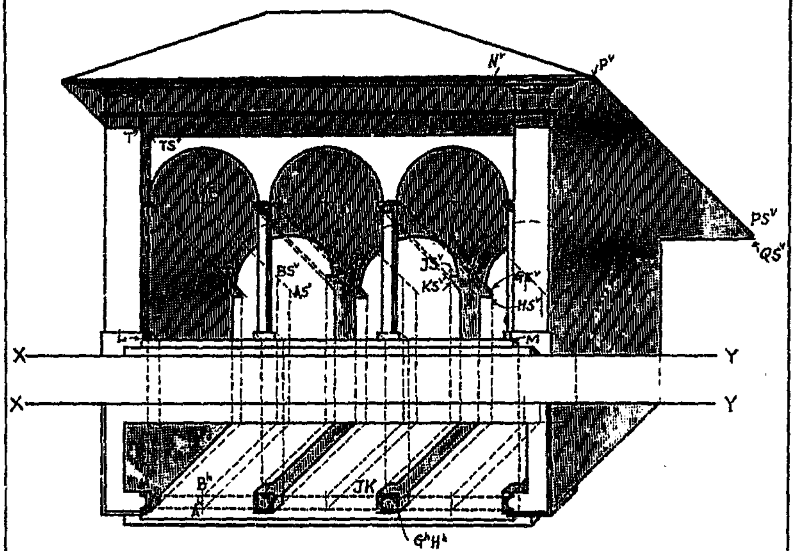
Shadows on a Mansard Roof

立面圖上之影—圖56 及56a. 如圖所示，屋頂之各個平面均非垂直及橫平者。故其原理乃應用圖12之作法，必需一側面圖或一側剖面圖以求之。

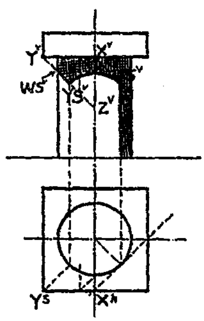
由光線之方向可以決定兩立面圖中之ABCDEFGH等線為本影界，本影界者可以投其影於其他屋頂面上或墻面上者也。側面圖中之1，2，3，4諸點為一種分區點，可以由此數點向上斜引45度度線而至本影界上以知本影界何段之影投於何處者也，此法與圖54相同。

例如由側面圖中1點引上行45度線得J'點，由J'引橫線於立面圖中得J'點，再由J'點引45度線與屋頂稜相遇而得J點之影，其N，L，M三點亦用同樣方法由2，3，4諸點求得之。烟筒之後稜NO亦為本影界，屋脊尖處，DEF之投影法見圖56a。CS—ES為DE一段之投影。正面圖中右面之天窗之本影界為QP線及R縱線，（此可參看側面圖）。其正面圖上之影可從側面圖中各相當點引光線投於屋頂上，再引橫線於立面圖中，與由各點所引之45度線相交而得其影。

平面圖中之影 屋頂上所受烟筒及山墻之影，可由立面圖中各影引線下垂至平面圖中，而與平面各相當點之光線相交而得之。由側立面中可看出最後方之屋頂面全部在陰影中。故RTU平面全為黑暗，而TU線乃為一本影界。地上之影係將V，W，X，Y，Z，U，T諸點投於地上而得之，以XY為折射之標準。用通則I之方法求之。



N^v
P^v
T^v
TS^v
PS^v
QS^v
BS^v
AS^v
JS^v
KS^v
HS^v
M
X
Y
X
Y
B^h
A^h
JK
G^hH^h



Y^v
X^v
WS^v
S^v
Z^v
Y^s
X^h

圖57 圖57

排拱之影

Shadows in Arcade

圖57。 本圖所示之平面圖乃爲建築之橫剖面，如此乃得見地板上之影。半圓拱之邊稜之影投射於後面墻上之法，詳見圖17。其法即將AB兩圓用通則I之法投射之影於後墻上，則得BS^v與AS^v二點；以此二點爲圓心，仍用圓拱之半徑爲半徑，作二半圓，DE爲前面拱稜之影，EF爲後面拱稜受光一部分之影。

柱頭上之方盤（abacus）之影射於柱身上之法，係用直接投影法，如圖57a所示之法是也。方盤之影未落於柱身上之部分，則落其影於後面墻上。如G，H，J，K四點之影爲GS^v，HS^v，JS^v，KS^v。柱底方盤之影應以LM爲準線用通則I之法而投射之。

圖57a. YS—ZS曲線爲圓周之一部分，以Z點爲中心。YS—XS曲線爲YX一段之影。（YS-XS曲線爲通過YX線與柱體成45度之平面與柱面所交之線。）如從側面觀之，此段曲線乃成一直線如WS—YS。YS—XS一段本非圓形，實際乃係橢圓形，惟從前面觀之乃爲一圓形。其中心在Y^v—Z^v 45度線與柱軸之交點Z^v上，其半徑與柱之半徑相同，

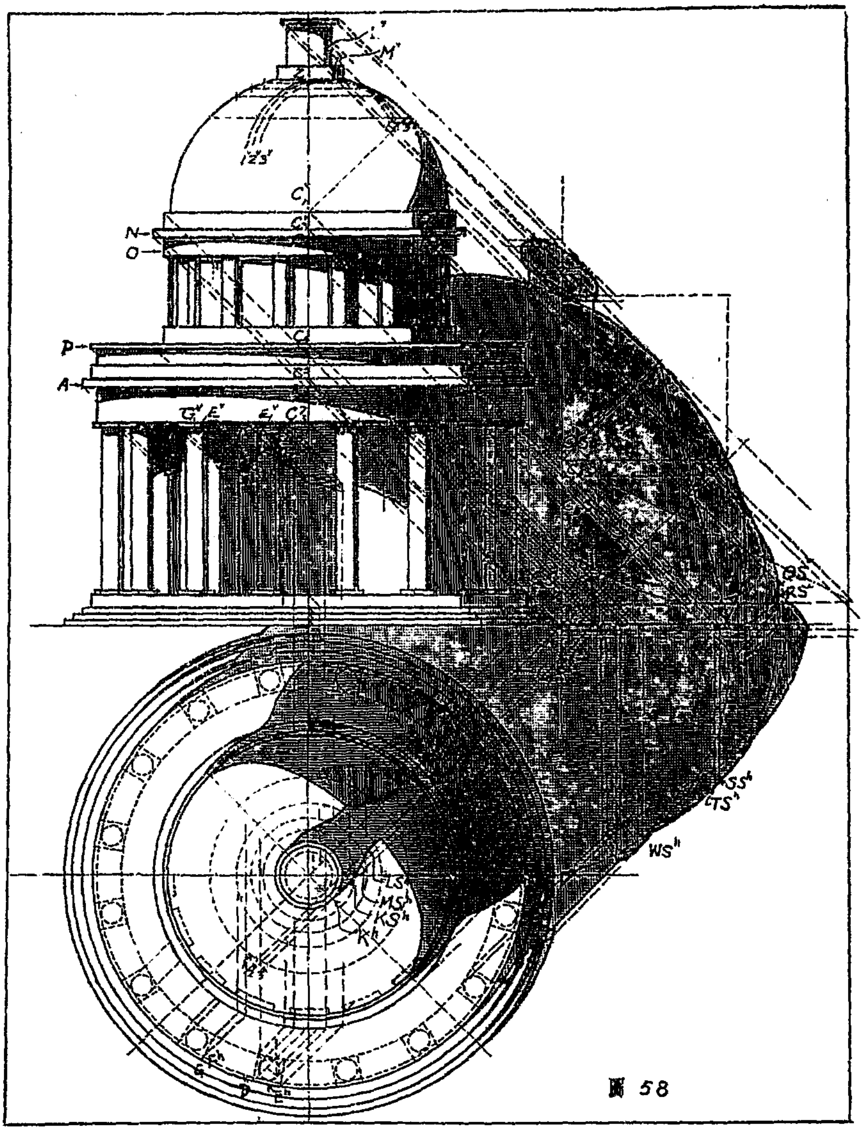


圖 58

球頂拱及排柱

Dome Form with Colonnade

圖58。 此圖所示之法與圖53略同。其平面不甚完全，然對於投影已足用。

立面圖上建築物上之影。 凡柱體之影界，俱由圓柱平面與光線之切點上引縱線而求得之。球頂拱之本影界爲橢圓之一部分，其求法如圖44。圓形稜如N及O等之影之求法，爲將各圓形之平面及立面上各選相當之點，以受影柱面在平面圖中之曲線爲準，用通則I之方法求之。

柱頂方盤之影射於柱面上之法，如E點及D點所示，其影爲ES及DS。

柱頂方盤之影射於壁上之法，如G點及F點所示，其影爲GS及FS。

以上兩小節之射影法，如不甚明瞭時，可參閱圖59，較爲詳確。

平面圖中建築物上之陰影及本影。 球形拱上之本影界，爲一橢圓，其求法如圖44。

曲線LS—KS爲圓柱體Z上緣之影。設受影面爲一橫平之平面時，則其影亦爲一圓周，其半徑與原來柱體之半徑相等。但現在之受影面爲球面，故需用數個補助剖割線，如圖上之1，2，3。此剖割線在平面上爲直線，在立面上爲曲線。然後將K MI L三點分別引光線，令與其各個之剖割線相交，即得KS^h，MS^h，LS^h之影界，較詳確之法參閱圖60，或用圖38之借面求影法求之。

立面圖中N圓稜及O圓稜一部分之影落於P平面上，其影爲真圓，而以平面圖中之CN^h，CO^h爲圓心。

圓堵數層之影，亦同上法。

後景及前景上之影 本影界上之各點，可用XY線爲準，用通則I之法，而投射於前景及後景上。凡各部之本影界已投射其影於建築物上者，則復不投其影於前景及後景之影界上，故本題上之某部本影界已投射其影於建築物上者，則該部分投於前景或後景之影必爲外伸之檐影所淹沒也。各部上之圓周之影投於後景上者，爲一群之橢圓，可用圖43之方法求之，而以C_1，C_2，C_3，C_4，C_5爲其中心。其他二圓亦投其影於前景上，以C_6，C_7爲心而成圓周。（參閱圖53。）

其圖中圓形及橢圓形，可再用直接投射法以較正其是否準確。柱頂方盤W之影爲WS。

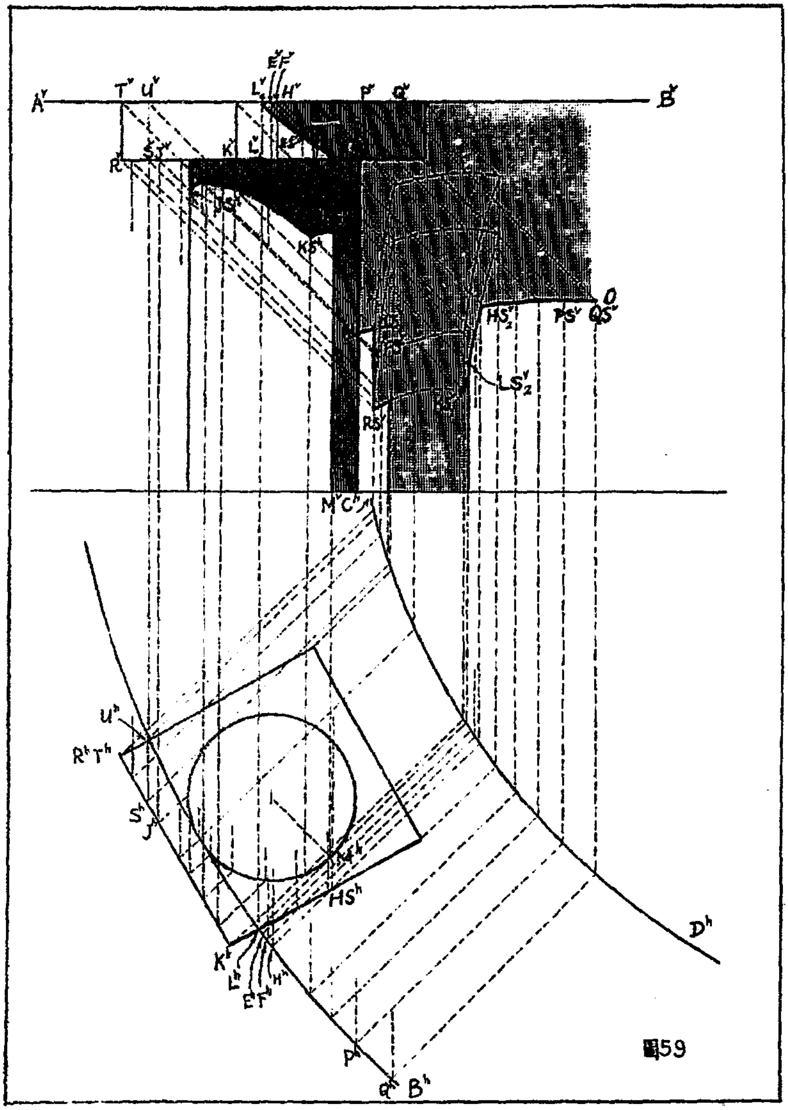


圖59

柱頂及柱頂方盤之影投射於曲面上

Shadow of Abacus and Column on Ca urved Surface

圖59 (圖58之補充圖) 本圖所示者爲圓柱及其柱上部之方盤。其上部承一曲線之檐枋(卽AB線)，射其影於內部之彎曲墻(CD)上。

最首卽求曲檐射於柱頂盤上之影。卽將F，G，H三點求其影FS，GS，HS三點

方盤之下端I–K一段，其影落於柱面上爲IS'–KS'曲線，其他一段之影爲KS'–LS曲線。

縱立之本影界LS'–M一段，爲平面上M'切點上引而成。

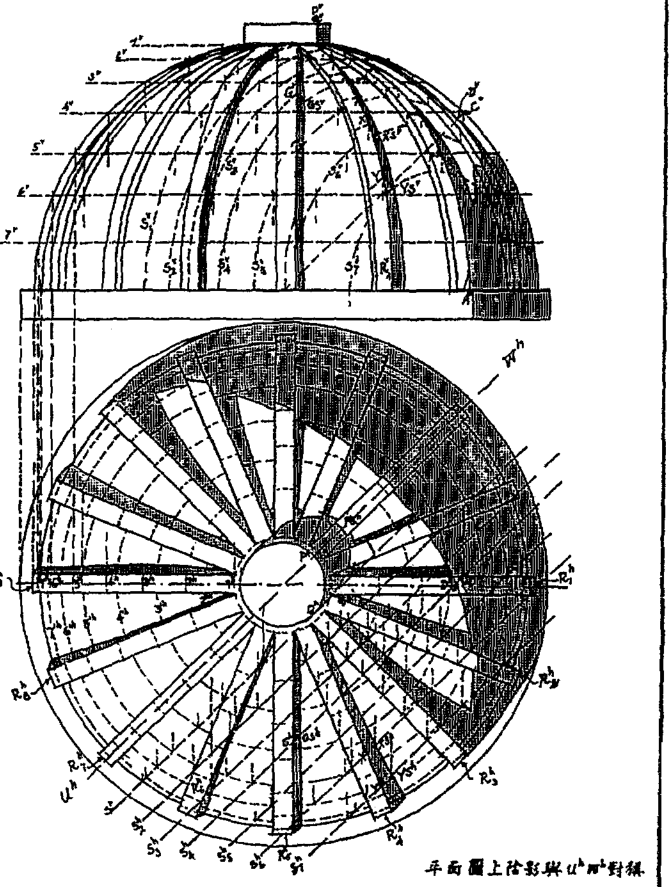
曲檐上AB之影爲從平面上及立面上各選數點如P，Q等點，而投其影於CD線上。其影卽立面圖上NO線。

方盤下線L至HS之影，用直接投影法將該數點直接投射於CD' 線上。其投於曲面上之影爲LS_2'–HS_2'曲線。

J點左方方盤下線之影(卽R–S)卽在曲面CD線上RS–SS一段。方盤SJ一段之影，已爲柱身所遮，故在立面圖上不得而見。方盤之縱稜TR之影亦爲縱線。如TS'–RS'是也。

方盤其餘一部份之影爲TS'–US'，爲立面圖上T'U' 及平面圖上R'T'–U'一段之影。

若將檐頭除去，則方盤之影乃如虛線所示，此完全之影乃表示直線之影如何變成拗線。



平面圖上陰影與 U^h W^h 對稱

圖 60

球形頂上之凸肋之影

The Shadows of Rids on a Dome Form

立面圖上之本影及影－圖60。（圖58之補充圖） 本圖所示為球體上附以凸肋，其凸肋之縱剖面為矩形。球頂及肋骨之本影界係用圖上之方法求出；用A，B，C，D字樣註明。

球面上肋骨之影係用割劃法求之，其割劃紋在立面圖及平面圖上為S_1，S_2，S_3等線。惟僅S_1一紋將畫法求出，其餘從略。水平割劃圈均附有1，2，3，4等字樣，關於割劃法之原理。均詳於圖28及圖29中。

割劃紋S_1，截正面二肋骨之右緣於G及H兩點，由立面圖中求得G，H後，通過此二點作45度線交S_1紋於GH及HS二點，此二點即為其影。

每個割劃紋，割得凸肋後，必可求得一點之影。

平面上之本影及影。 小圓柱體之上緣之影，可以落於球面及肋骨上，亦用割劃之法求之如前。本圖平面圖之U^hW^h為其割劃面之一，此割劃紋有兩立面圖，如US及NS是也。其求法均以由割劃紋與割劃圈在平面圖上之交點，引縱線於立面圖中與割劃圈之立面圖相遇而定其點，逐點連之即得。

由立面圖中Q引45度線與球面上之割劃紋相遇而得QS。又由P引45度線與凸肋面上之割劃紋相遇而得PS。然後再由此二影點下引垂線，遇其相當之割劃線而得影點之平面圖。

再作相似之割劃線數次，即可求得圓柱上緣射於球面及凸肋面之影，各為一曲線，如平面圖所示是也。

平面圖上凸肋投於球面上之影，其求法為將立面圖上諸影線與割劃圈1，2，3，4相交之點，引縱線於平面圖中遇割劃圈1，2，3，4等相遇而定影線之平面圖。

例如立面圖中B_4肋骨之影，與割劃圈遇於X，Y，Z諸點，由此諸點引線下至平面圖中與3^h，4^h，5^h相遇而定X^h，Y^h，Z^h影點於平面圖中。其餘諸肋骨在平面圖中之影之求法亦然。

在平面圖中之影適與U^hW^h線對稱，故可求其一半，而向彼面作對稱之圖形可也。

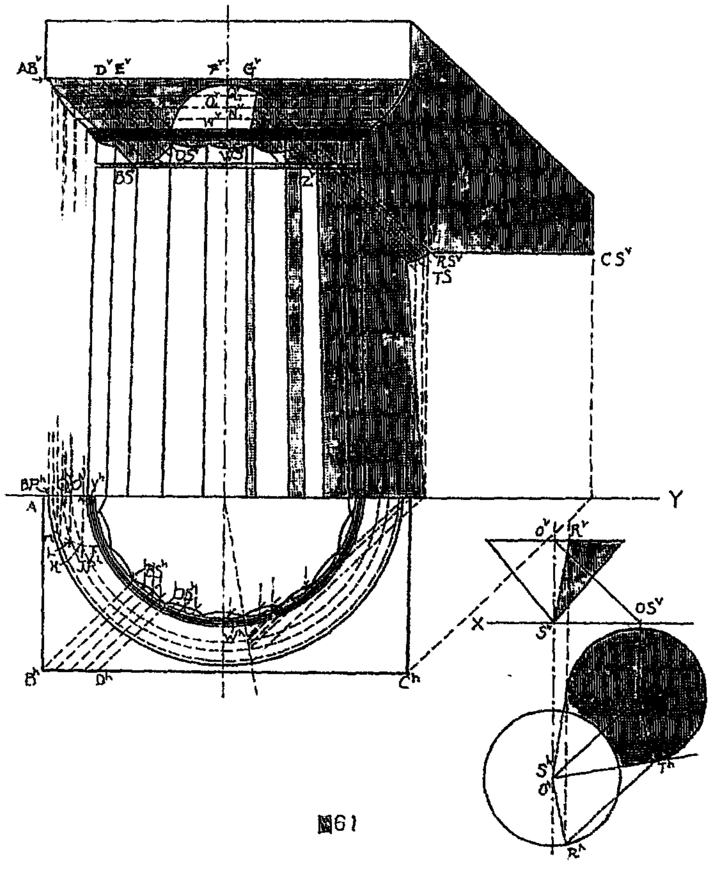


圖61

多利式柱頭之本影及影

Elevation Shade and Shadow of a Doric Capital

圖61。柱頭半嵌於一縱面以承受其影，註頭方盤附註以A，B，C字樣者其下緣爲一本影界，此線上之各點乃投其影於其下部之半圓瓠(echinus)及柱身與後面牆上。B點之影用通則I之方法投其影於柱身上，如Bs^v是也。A與B間其餘各點之影，在立面圖上乃成爲一45度之直線。BD一段之影，用直接折射法投於溝槽之平面線上而折射之，乃得BS^v-DS^v。其餘EFG等處之影，應落於半圓瓠之曲面上，故不能用直接投射法求之。此種方法固可用圖60之剖割法將曲面線45度之方向剖成若干薄片，而求其所受之影何在；但下文亦介紹一種迅速之方法以解之。

吾人可知之影，在立面圖中僅有BJ一段爲直線，故先繪出之，BJ線之平面圖爲一曲線，可將半圓瓠分割爲若干水平之圓用而求得之，即B^v-J曲線是也。（此割出之圓周，平面圖上爲若干之同心圓，立面圖上爲若干之橫直線，閱圖自明）量平面圖中KN，LO，MQ諸距離於立面圖中之各綠線圓與中線之交點上即得NK，LO，MQ諸點，連接M，L，K諸點即得其影　此曲線再在彼方爲對稱之聯續則得FG一段之影，其餘CG一段之影則落於牆上而爲RS^v-CS^v。

倒錐形之本影界爲$R^vT^vS^v$求此本影界之方法如圖右下角附圖所示，其方法與圖26大略相同，必須先求圓錐對於橫平面之影然後再逆求其本影界。T點爲通過錐頂點與影界圓周之切點，過T點作45度線與錐之底遇於U，由U點引垂線上行而得R點於立面圖中。

在圖61中，設法於平面上定錐形之本影界後，再由平行剖割圓法投其本影界於立面圖中，即得本影界$R^vT^vS^v$略如一直線。RT一段之影，係投影於後面之縱面上而得其影爲RS^v-TS^v；其T^vS^v一段之影，則投射於凹槽線上，如Z點是也。

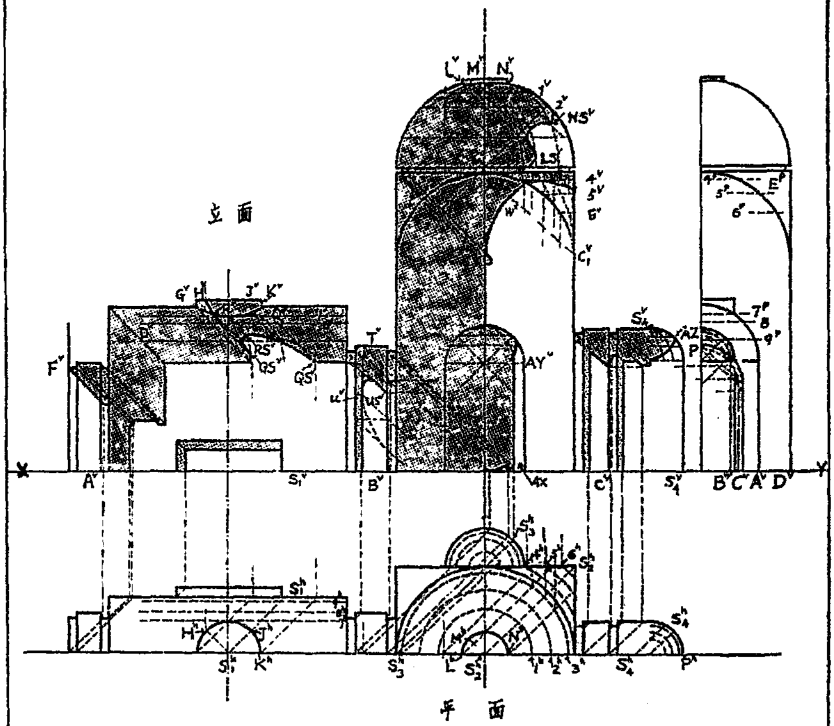


圖62

半剖立面內景之影

Shadows in a Half-section Elevation of an Interior

圖62。 本圖所示爲一內景剖面之圖，其剖開處之直稜與曲稜之影投於平面及圓曲面上，平面圖上所有之線條，僅爲立面射影所需要之線條；而右方剖面圖所以示立面各物大概之形狀者也。例如：A 爲方形之孔，B及C 爲半圓形，D 爲非桶形天井（Barrel Vault），F爲一半球形之圓頂壓於方形之上者。

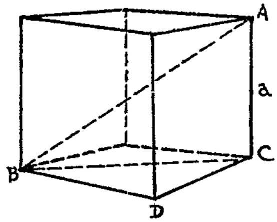
本題所求，卽將平面與立面圖中註有 F，G，H，J，K，L，M，N，P諸邊線之影，投於各不同之內面上者也。

左方A 孔之影，用直接投影法求之，其圓孔與桶形天井相交貫處曲稜 QR 之影，用剖割法在立面及平面圖中剖割若干割片可以求得其影爲 QS-RS ； 在本圖中僅示及剖割 $S_1^hS_1^h$ 一處，在立面圖中卽爲 JS_1^v 剖割紋。JS 剖割紋之求法，卽爲在平面圖中作 7^h，8^h，9^h 諸補助剖線與 $S_1^hS_1^h$ 相交與諸點，由此諸點上引垂線於立面圖中，求其相當之點於相當之補助剖線上，卽得 JS_1^v。平面圖中 7，8，9 諸線之距離，係由剖面圖中求得，影界HR 之求法，可參閱圖　　，該圖中詳示半柱體影線之求法，半柱體上線GH之影爲 RS-GS，用剖割法同於 S_1S_1 之法。

B孔四分之一圓 TU 之影可用圖 52 方法繪曲線，然所需要者僅爲 US-TS 一段。半球頂上部之孔投於球內面之影，及半球頂下部一周凸出之線投於外伸部分之影皆用剖割法求之；本圖僅示其一個剖紋如 S_2S_2，NS-MS爲MN之影，MS-LS 爲上線ML之影。半球體內影界之求法可參閱圖33及圖30。註有 W 字處之影界稜處爲圓周之一部分， 其半徑與球體半徑相同，而以C_1爲圓心者也。AX 處小段之影係用直接投射法以其平面圖爲準而折射者也。由平面剖割紋 $S_3^hS_3^h$ 之立面圖處，可求得一短曲影線 AY。壁龕上部橢圓之求法見圖33及34。C 孔之影之求法與B 孔相同，AZ 處曲線影界係用若干之剖割紋求得之，$S_4^hS_4^h$爲剖割紋之一。平面圖中及立面圖中各剖割紋均標以1至9之數字。

附　　錄

A B C 角之數學的計算



立方體之對角線與底面所成之角，可以數學之方法求之如下：

所求之角如圖中之ABC角。

設立方體一邊之長AC=a；則底面上之對角線之長BC=$a\sqrt{2}$，因BC爲等腰直三角形之弦，其長度爲腰長之$\sqrt{2}$倍也。

ABC角之正切(即tangent)如下：

$$\tan\angle ABC=\frac{AC}{BC}=\frac{a}{a\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

此數值在幾何上極爲精確，而在計算上，則須求出其數值至相當精確之位數。

例如：　$\sqrt{2}=1.4142136$　　求至七位小數

$\tan\angle ABC=0.7071068$

查八線表中之正切表　　　　　　　　　　　　差數

35°15′0″	之正切…………………0.7067301		
			3767
∠ABC	之正切…………………0.7071068		
			596
35°16′0″	之正切…………………0.7071664		

故將35°15′0″與35°16′0″間之60″分爲3767與596之比例即51.8″。

故ABC角應爲35°15′51.8″或35.264°

第六章　燈射影

前五章所述各法，概爲日光射影。日光之光源甚遠，故假設爲平行之光線。但建築上有時須繪屋内部燈光之射影，尤以近代之内部裝飾圖案中，注重視燈光之美；在昔時不甚多用之燈光射影法，今乃恆遇之矣。

且燈射影與透視法（Perspective）有相同之點，燈射影係求燈光與受影面之交點；透視法係求目光與畫面（Picture plane）之交點；原則固相同也。然燈射影之受影面不必盡爲平面，而透視法之畫面則盡爲平面，是燈射影且難於透視法也。習燈射影既竟之後，對於透視法可不學而能矣。

習透視法者，對於普通形狀之物，皆可以較簡之法求之，惟對於雙曲向旋轉面（Double-curved Surface of Revolution）則非先求其觀點光線與物體之切線不可，此種方法在透視法中講解，極爲繁重。今於燈射影部份中先解決之，則習透視時，可以事半功倍，不發透視法之嘆失焉。

燈射影者，自燈發光，其光線及於物體及受影面。凡光所照及者，則明；不及，則暗。本影及影之定義，仍如前五章。所不同者，日光距地球極遠，所發之光，係平行光線，其光線成爲柱體；燈光所發之光，爲自一點發出，成幅射形而四射，其光線成爲錐體；而光線之進行成爲直線，則二者均同也。

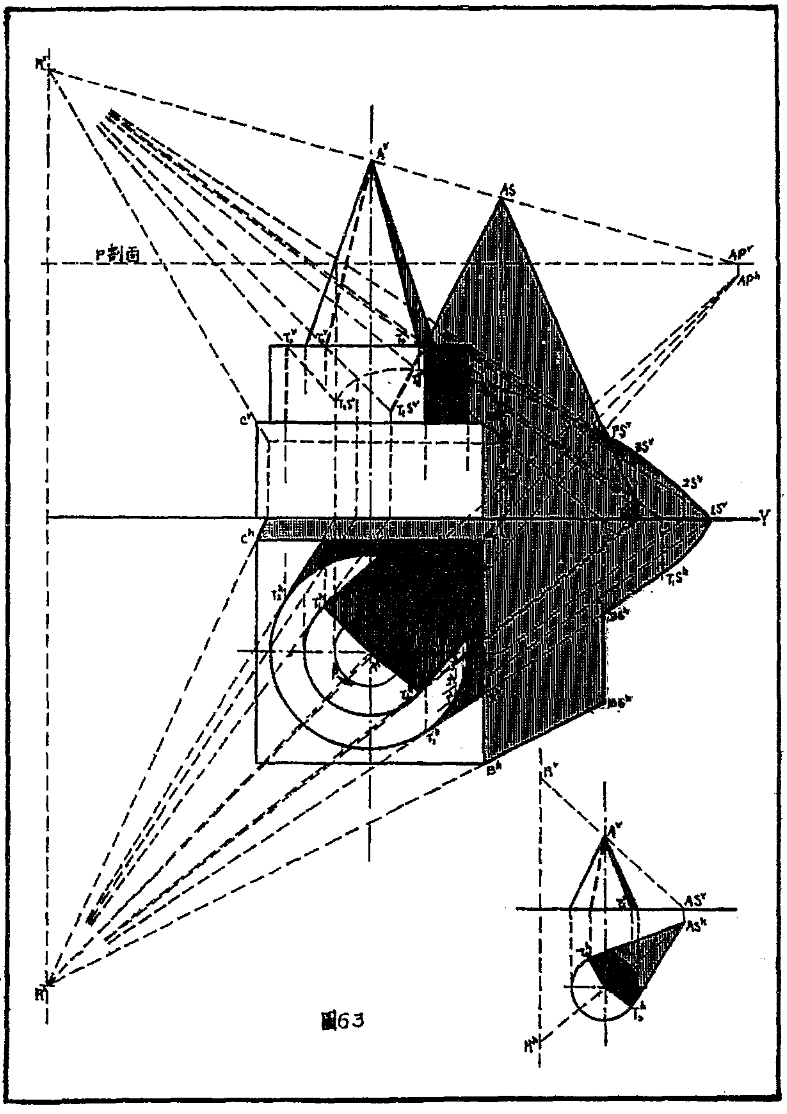


圖63

燈光對於平面形，柱形，錐形之射影

立面圖上之影—圖63

錐形之本影。 錐體本影之求法，與日射影方法相同；惟其光線係自光源R點發出而非45度方向而已，其求法如圖 63 所示。如紙幅過短時，則可截取錐形一部分而為之，如圖中之P剖面是也。t_1AP^h及t_2AP^h為P平面上之影界，t_1及t_2為切點。由A^v聯t_1及t_2即為錐形之本影界，更由T_3^h上引縱線至立面圖中後得T_3，聯T_3與A即得立面圖之本影界。

柱體之本影。 在平面圖中，由R^h引柱體外緣圓周之切線，其切點為T_1，T_2兩點，由此引一垂線於立面圖中柱體側面上，即為柱體之本影界。

方形之本影。 平面圖中$B^hF^hC^h$為本影界，立面圖中B^vD^v下之縱線為本影界。

後景上之影。 由R聯A為一直線；又在平面圖中，聯R^hA^h為一直線；引長與XY相遇於一點，由此點向上引縱線與R A之線相遇於AS，即為A點投於後景上之影。用同樣方法求出T_3，T_4之影為T_3S及T_4S，聯結T_3S-AS及T_4S-AS即為錐形之影。

柱體投於後景上之影 將柱體之外周分為1，2，3諸點。用前述方法投射之。即得其影為1S，2S，3S諸點。連為曲線即得。

平面圖上之影。

錐體在圓柱表面上之影：由T_3^h作線平行於t_2-AP^h，由T_4^h作線平行於t_1-AP^h即得。其餘B^h之影，D^h之影，T_1^h之影之求法，與求後景上之影之法相同。

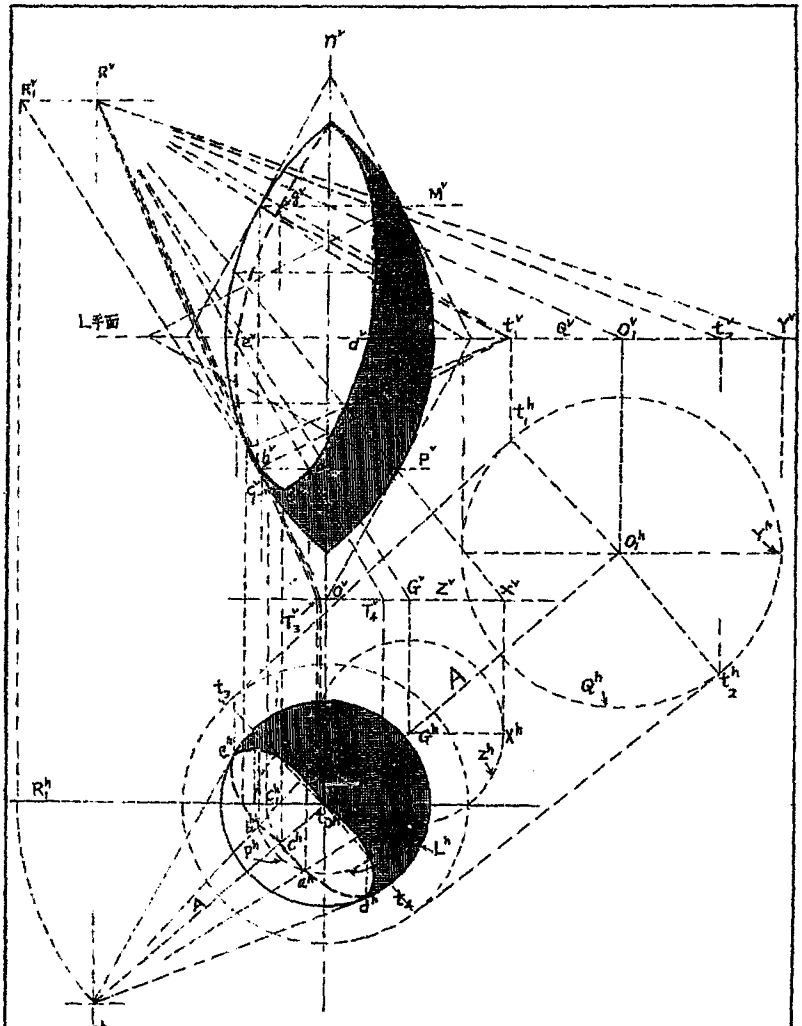

n^v
R^v
R_1^v
M^v
L平面
t_1^v
Q^v
O_1^v
t_2^v
Y^v
t_1^h
P^v
O_1^h
Y^h
G^v
Z^v
X^v
T_3^v
T_4^v
A
t_3
Q^h
t_2^h
G^h
X^h
Z^h
R_1^h
L^h
P^h
A
t_4
R^h

圖64

用外切錐形法求旋轉曲面之燈射影

圖64。在旋轉曲面上作與其旋轉軸垂直之平面 M^v 面剖之，則剖線爲一圓形名爲緯線圓（Parallel），其平面圖爲M^h圓。由M^v與旋轉面外緣經線之交點作一相切錐形，其頂點爲n^v，如紙幅廣大足用，可以圖 63 之方法求錐體之本影界，但本圖n^v過高僅能求 M^v 與L^v間錐截台體之本影界，其法如下：

先求M圓之圓心投射於L平面上之影爲 O_1^h 其半徑爲 O^v-y^v,（亦即爲 $O_1^vy^v$）以作圓周Q^h；L^h圓在L平面上；作L^h及Q^h之公切線在L^h上之切點爲t_3，t_4兩點。由u^h聯t_3及t_4爲二直線與M^h圓相遇於g^h及f^h兩點，是即本影界上兩點；由g^h及f^h上引直線遇M^v線，即得g^v，f^v兩點。

在L平面上之本影界；平面上之外切圓錐乃變爲一正圓柱，因其頂點延長至一無窮遠故也。故由平面圖中R^h點引L^h圓之切線，其切點爲e^h，d^h兩點，即本影界是也。

在L平面以下之各緯線圓上各本影界點之求法，乃用倒立外切錐體以求之，如P平面處之外切圓錐，其頂點爲O^v。通過O^v點作一平面正交於旋轉軸，即Z平面。將圓錐上底之影投於其上，如Z^h圓，由O^h引Z^h圓之切線其切點爲 T_3^h，T_4^h；再由此二點引垂線與Z^v相交而得T_3^v，T_4^v兩點。聯結$T_3^v-R^v$線，與P^v相交於d^v，聯$T_4^v-R^v$與P^v相交於a^v，再投入P圓上而得a^h，d^h兩點。

求本影界上最高最低點之法： 求本影界上最高最低點之法：過R點及旋轉軸作一平面 A–A面剖之，即將旋轉面剖成一曲線。如將此剖割線A–A旋轉至$R_1^hO^h$之線時；則剖割曲線遂與立面圖中旋轉曲面之外緣正經線（Principle Meridian）相合。於是由 R_1^v（光源旋轉後之位置）引正經線之切線其切點爲 C_1^v。由 C_1^v 引垂線於$R_1^hO^h$ 線上而得C_1^h。由C_1^h逆旋轉於原來之A–A線上得C^h；由C^h上引垂線由C_1^v引橫線，兩線相遇處，即得C^v。C點爲本影界上最低之點。

C點之求法用相切圓錐法亦可求之，惟不若此法準確而已。

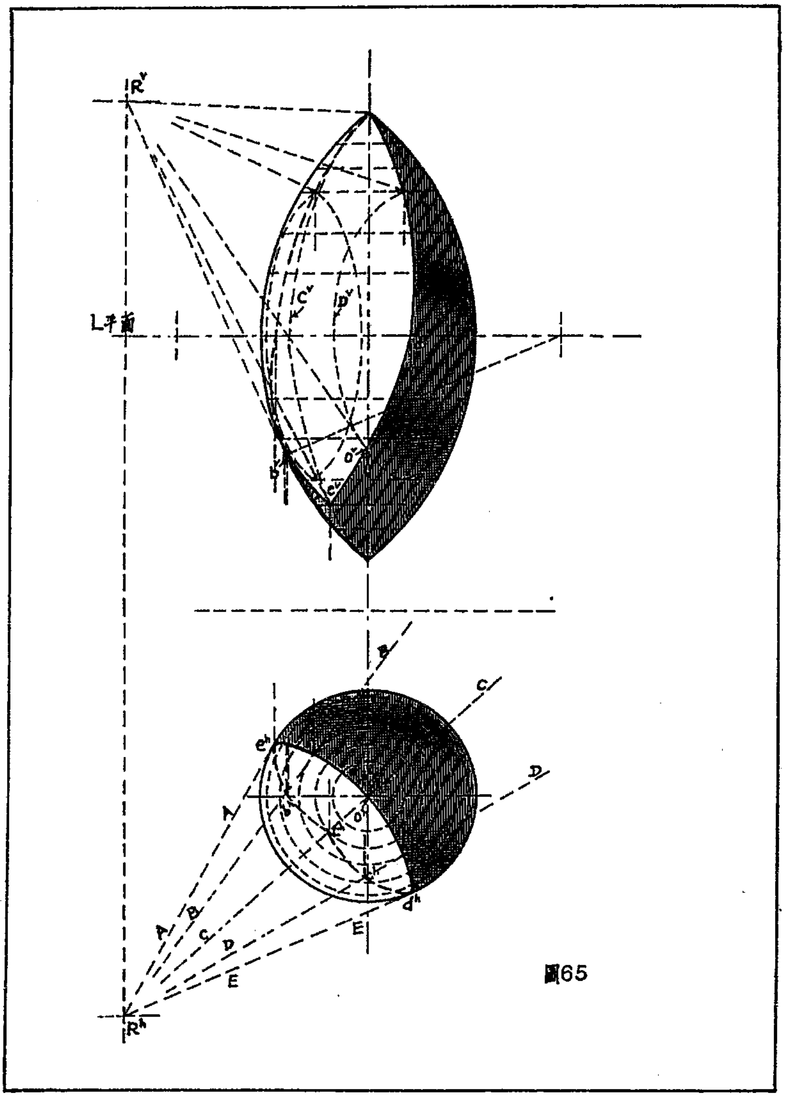


圖65

用剖割法求旋轉曲面之本影界

圖65。此法之命題與圖 64 無異，而方法則不同。

先將平面圖中，通過R^h作D–D，C–C，B–B諸割線；割此曲面為D^v，C^v，B^v諸曲線；再由R^v引C^v，D^v，B^v諸曲線之切線，其切點為a^v，f^v，e^v，d^v，b^v，g^v諸點。再由a^v，f^v，e^v，d^v，b^v，g^v諸點引垂線於平面圖中諸剖割線上卽得a^h，f^h，e^h，d^h，b^h，g^h諸點，然後再在平面圖中及立面圖中依次聯之，卽得本影界。

此法之弊，為切點之位置不易準確，又剖割曲線之立面圖之繪出甚為煩難。

卷　下

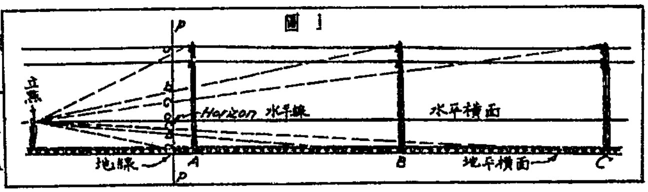
透　視　畫　法

透　視　法

第一章　直線透視

1. 透視法者 爲吾人立於某定點而觀察某一物體所呈之象之畫法；如以幾何學言之，則爲由觀察者之目與目的物上各點引光線之錐形(the cone of rays)此光線與一垂直平面之交點，即爲該物體之透視圖。此平面名曰"圖面"(picture plane)藝術家之透視(artists' perspective)與幾何學之透視(geometrical perspective)之分別即爲畫家之透視以繪出目的物發出之光線射於畫家之眼球面網膜上之像爲標準，而幾何之透視則以目的物之光線投射於一平面上，頗似照相器後面之玻璃感光平板，然此二者除頗寬廣之視野角度外，其差別頗微。

2. 透視學之基本觀念。—設吾人立於一頗長之鐵軌之間，如圖1所示，幷立一張透明之平板於目前，此透明板可代表畫面(簡稱之曰P,P)，一切景物即投射於此畫面上，由電桿A與觀察者之目連二光線之直線，此光線與P.P.相交之部分爲aa，aa' 即爲電桿A



在P.P.上之高度，同樣原理電桿B亦有其透視之高度bb',，此bb'較aa'爲短，電桿C之透視高c'c則更短，aa',bb',cc'等高度之比頗相合於吾人日常觀察物體網膜上所得之印象，故吾人觀察物體愈近則見其愈高大，愈遠則愈短小也。由此圖中觀之，各電桿在畫面上之投影每後一枚電桿輒比前一枚之電桿爲短，推而言之，設有一電桿在無窮遠之處則該桿在畫面上之投影，必在水平線上之0點從觀察者之目作一水平之平面此面名曰水平面(the plane of the horizon)，水平面與畫面之交線爲一橫平之線名爲水平線或天際線(horizon)同理，地面與畫面相交之線名曰地線(ground line)。畫較大之物

號如建築物等之透視圖時其水平線恆取較地線高 5$\frac{1}{2}$ 英呎，蓋此爲人目距地面之高度也。觀察者之位置，名爲立點 (station point) 避免透視圖過小起見立點至畫面之距離不得小於物體高度或寬度之二倍。

圖2所示之圖爲圖工中觀察者所見之形象圖1中aa',bb',cc', 各交點在圖2中爲A,B,C,各電桿，凡此各電桿漸遠漸短以漸近於水平線而隱滅，兩條鐵軌亦漸遠漸近，漸至相交而隱。以此類推凡與水平面平行之線均至水平線上而隱滅，

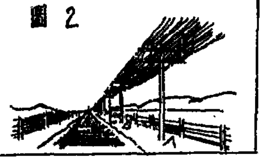


圖 2

故可得定理如下： 凡與水平面平行之線必有其滅點於水平線上 ， 凡一組之平行線均有一公共之滅點。 又如圖中之電線及軌道，均有一公共滅點則又有一定理如下： 與畫面垂直之水平線必以觀點心爲其滅點。觀點心(Center of vision)又稱主滅點(Principlo vanishing point)。其點爲由觀察者之目引一垂直於畫面之水平線，此線與畫面之交點即爲主滅點。

凡直立之線均爲與畫面平行者，其與畫面相交之點在無窮遠之處。 故在畫面上各垂直之線之透視圖仍爲直立之縱平行線，平行而無滅點。

3. 透視圖之分類。—普通之透視分爲兩類：(工) 斜角透視圖 (angular perspectivo) 。(2) 平行透視圖 (Parallel Perspectivo). 平行透視圖爲斜角透視圖之特殊情形。

物體之位置與畫面不平行，即物體中之各主要平面並無與畫面平行者，謂之斜角透視圖。物體主要平面可與畫面成任何角度，然爲便利起見則常令其成三十度之角。設物體之主要平面與畫面平行或相交於 0° 之角，則所成之透視名曰平行透視圖。圖2之透視爲平行透視圖，因電桿上之橫木及鐵道上枕木均與畫面平行故也。

4. 斜角透視圖畫法—圖3所示爲一紀念碑之畫法，其碑之正面圖及頂面圖均已用正投影圖表示明確，設將碑座之前角設於畫面上 其長邊與畫面成 30° 之角，觀察人立於碑前角之前面12呎處，其目睹之高度爲5呎。

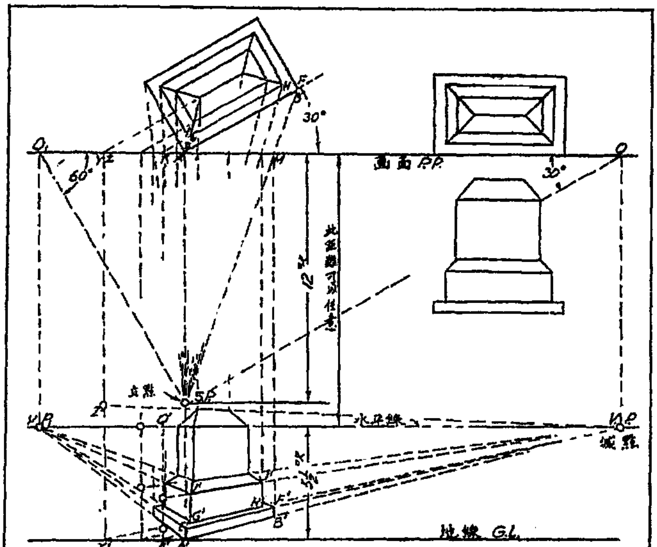


圖 3

圖 3 之上半部爲頂面圖，下半部則爲透視圖，畫面 P.P 離開頂面圖而向前旋轉以與畫面相合於是透視圖遂呈顯於紙上。上部之斜平面圖係用以求透視圖者，在實際上工作時常另用一紙繪之而以圖釘照傾斜之位置釘於紙上，透視圖繪成後卽拆下之。

從頂面圖中，由立點繪各點之光線，立點爲觀察者目睛之頂面圖，其高度爲離地5英呎，AB橫平線中通過AB兩點之光線與 P.P.畫面交於AMO一段，設此碑沿AB之延長線而向後右方移至於無窮遠，（其方向仍與畫面成三十度）則其光線與畫面相交之一段如（如AMO）逐漸漸縮短，漸近O點時其長度遂爲零。可知此O點卽爲AB一組平行線之滅點之頂面投象。又由圖上可見此O點係由 S.P.點引一30°之線與畫面相交而得，此爲所有 30° 線之滅點。以此類推凡某一組平行線之滅點，可由 S.P.引該組線之平行線與P.P.相交而得之。如將畫圖向下移動若干距離，然後以地線G.L.為軸而將畫面旋轉使與吾人之紙相合，則可看見該透視圖作何形象。水平線在G.L.線上5英呎處。頂面圖

上滅點O 在透視圖上爲水平線上之V.P.點，如欲求60°之線之滅點時，由S.P.點引60°線交於P.P.上之O.點，後由此點引垂線於水平線上而得V.P.。

頂面圖中AB線之透視圖A'-B',可由透視圖中A'引一線過V.P.點，再由M點引一垂線與此線相交而得B'點，因碑座之前角AE在畫面上，故其A'E'之高度爲AE之原高度也。

5. 縱度量線 (Vertical Measurements)。—由圖1及2圖之可知因光線成幅射形關係，凡畫面背後之線愈遠則愈短。愈近愈長，而僅有在畫面上之線爲其真長，故知凡舉行度量時，僅能將欲量之線引至畫面上行之，例如欲求GH-JI面之透視圖，須假想作一縱面包含此面將此縱面延長與畫面交於K點（在頂面圖上。）此交點在透視圖上爲Q'K'線。即名爲度量線 (measuring line)，在此線上由地線向上分別量截G,I,兩點之眞高度，再由此兩量點向

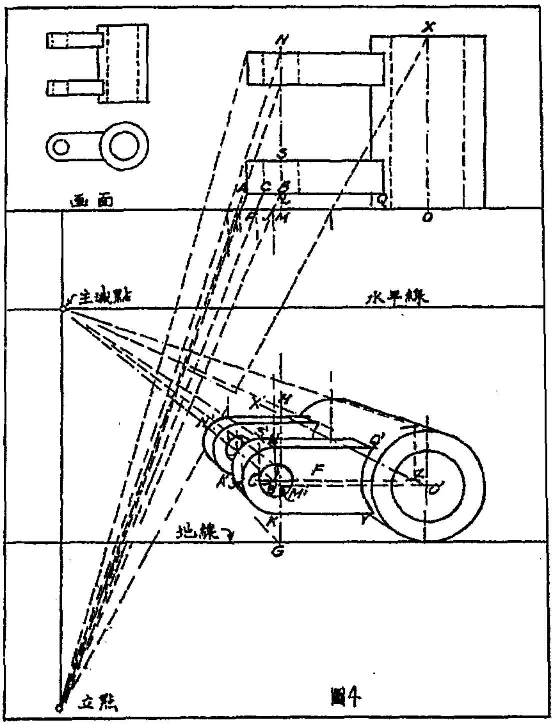


圖4

V.P.滅點引直線此二線謂之減線，然後在頂面圖上由S.P.與H,G兩點引直線令與P.P.相交，由此二交點引垂線與減線相交即得GHE之透視線，用相同之方法求出其他各部分，而繪成全部之透視圖，其Z'N'線為碑右線之實量線。

6. 繪圖之次序。—(1)繪物體之頂面圖，令其與P.P.面成一斜角；(2)定立點S.P.之位置由立點繪物體各點之光線(此各光線名曰光線錐體cone of rays)，然後求得光線與畫面之交點；(3)在頂面圖中由S.P.繪二線平行於物體之兩邊線交P.P.面於二點，此二點為二滅點之頂面投影；(4)繪畫面中之天際線及地線；(5)將頂面圖中之二滅點引垂線投於天際線上；(6)開始畫透視圖先由地面時畫起以次直立之。

通常為節省紙幅起見，恒將透視圖置於立點及畫面之間如圖4所示，其輻射線聚集之點如V.P.及S.P.可各用針一枚插入則於繪直線時迅速而準確。

7.平行透視圖。—凡圖中有縱面中含圓弧線及其他曲線者，用平行透視法頗為便利，蓋圓弧及其他曲線可以原狀繪出也。又繪房屋之內景及街道之景用此法亦頗相宜。

8. 平行透視圖之畫法。—圖4平行透視圖之畫法次序亦如前節所云，先繪製平面圖。在平面圖中定物體之位置，畫面之位置，立點之位置等，然後再定天際線地線，目睛之高度等於透視圖幅之中，惟物體中含有曲線之縱平面之位置必須與畫面平行。此縱面中之諸橫線在透視圖中亦為橫平線而無滅點。凡水平之線與畫面垂直之線其透視圖之滅點即為視點心(center of Vision)如圖2.(因此種透視圖僅有一滅點，故有時又名曰一點透視。)除繪房屋內景為例外，凡S.P.均在物體之偏左或偏右，又為繪圖便利起見，常將物體之一平面與畫面相合，則其面之大小在透視圖上為原大而不縮小。

如圖4.圓筒形之一端適在畫面上，故其透視之圓心O'適在O點之垂直線上而其圓之直徑亦不縮小。由O'畫軸線過於C.V.是為O'N'線，軸線MN透視圖之求法為通過MN作一縱平面，此縱平面與畫面相交於GH度量線，在GH線按M點之高度量得M'點。聯M'及C.V.即得M'N'軸線。

旣得此兩軸線，以此軸線爲骨幹而繪透視圖，其畫法遂簡化。由平面圖B中心點至S.P.聯一直線與P.P.相交於J點，由J點引垂線至M'N'線上得B'點，更由B'引一橫線如B'Z線是爲該物體最前面Q側臂之中線，更由A點同樣引光線A—S.P交P.P.面於I點，下引至B'Z線上而得A'點。A'B'爲側臂前面之半徑。圓孔C'B'之半徑係由平面圖中交點PJ一段所定。而圓弧QY之圓心係在O'X'上之Z點，更繪LQ'及KY兩切線，F面已完成矣。

其餘各部分畫法均與此法相同。閱圖自可明瞭。

9. 旋轉平面法(The Revolved plan Method)——此法有時亦名爲垂線與對角線法(the method of diagonals and perpendiculars)，亦常用於平行透視法以代光線穿體法，頗爲便利。此法之原理，乃基於任何一點之透視圖可用通過該點之二相交之線之透視圖而定之。此二相交之線一線與畫面垂直，一線與畫面成45°之角。本法之重要特點，爲畫面並不移動位置而而直接旋轉之以與紙面相合。故在平面圖中之P.P.線本所以代表畫面之一邊者，今即以此邊爲軸而旋轉之，旋轉以後此邊即成爲透視圖中之地線。例如圖

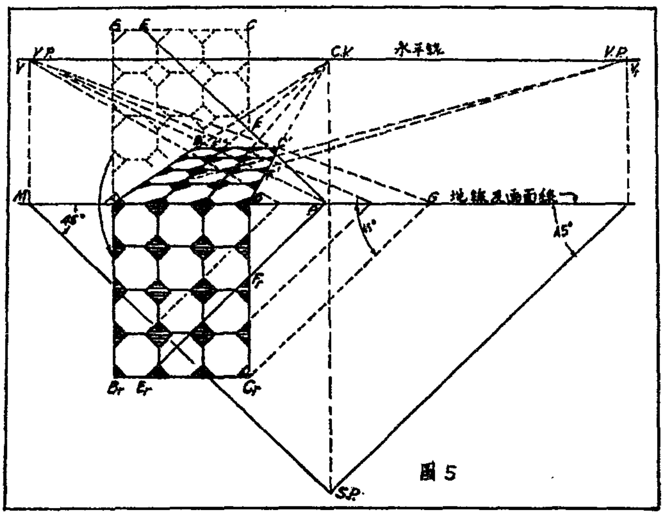


圖 5

5中之虛線ABCD為方磚地板之平面圖，畫面即旋轉而置於其上，凡與畫面垂直之線皆以視點心C.V.為滅點。凡45°之斜直線如EF等皆以V.為滅點，V之求法即由S.P.點繪一45°線交P.P.於M，由M引垂線於天際線則得V點。V_1點之求法亦如之。為避免透視圖與平面圖重疊，便利起見，其平面圖不畫於地線以上，而將其旋轉180°而繪於地線以下，此圖為上下顛倒如ABrCrD，直線EF顛倒後為ErP。

10. 旋轉平面之畫法——圖5繪一地線及天際線，定S.P.之位置；用上節之法求出V及V_1，更繪出旋轉後之平面圖ABrCrDr，其前面之邊應在地線上。由平面圖每一點向地線繪垂線及45°之對角線，此垂線及對角線與地線皆有其交點，由垂線之交點向C.V.滅點引線；再由對角線之交點向V引線，此二種線之交點即可定方格形之透視。另一斜之45°線以V_1為滅點，V，V_1，兩點稱為相距點，蓋V點之距C.V.夠S.P.之距P.P.，故名相距點也。用此法繪透視圖可以完全無須繪其平面圖，僅在地線上量各距離即可從事繪製之，例如DC之長度可以由C量至G，引GV線與C—C.V.相交而得C'點之透視DC'即DC線之透視。

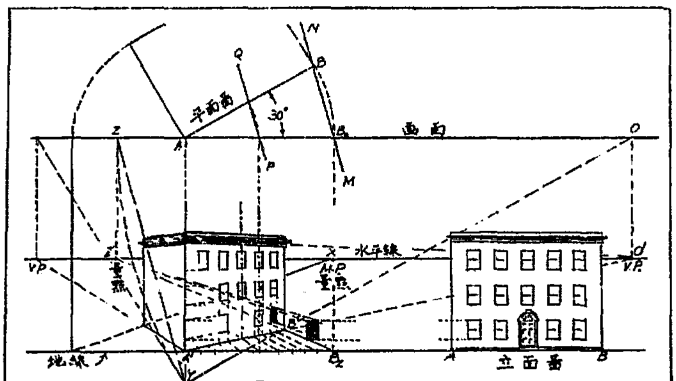


圖 6

11. 量點（Measuring points）— 用間標原理斜角透視圖亦可不用光線錐形法其水平方面之分點可用"量點"之法定之。量點法之特點，為便於分截各分點；例如一個牆上之一列門窗之求法。用此法之優點為圖紙上只簡單無複雜

紊亂之線條，且可免去過長投射線之不準確，又常用光線錐形法求出之透視圖線上之分段可用此法復核其是否准確。

如用量點法以分圖6之AB牆上之門窗，平面圖AB直線旋轉於AB^0處以作分度之標準AB_0之長度引下於地線上爲$A'B_2$，其間之各門口窗口之分點俱可以原比例尺直接截於其上，然後在平面圖引NM及QP線，然由S.P.引NM之平行線與畫面相交而定Z^1點於天際線上。此點爲B_2B^1線之滅點名曰量點(Measuring Points)。

$A'B_2$線上之各分度點與量點聯線以截於$A'L'$線上，則定透視圖墻上門窗口之各分度點，然後再引縱線則門窗可循此法繪全。其建築物側面之墻之畫法亦可從平面圖中將此墻以A點爲心而旋轉，用前法求出另一量點N，然後照前法繪全之。

三角形ABB_0及三角形OZY爲相似三角形（因其相當邊互相平行故也），因$AB=AB_0$，故$OY=OZ=OZ^1$。是知量點與其相當線之滅點之距離適等於由立點與其相當線方向平行之方向至畫面之距離。實際作圖上根據此原理得一較便利之法，則以爲圓心通過SP作一圓弧截於畫面上得Z點，下引垂線則得Z'點。然吾人所當牢記之基本觀念，則爲量點也者，爲聯結墻上點之原來位置及其旋轉後位置之線之滅點是也。

圖6中建築物之正面圖植立於透視圖旁之地線上，則凡墻上之一切高度如門口之高度等可由此正面圖引水平線至透視圖之度量線AD上而無須再用兩腳規截量之。本法之優點即在便利；吾人可用一物之兩個正投象圖，即可繪出其物之透視圖。實際上，吾人卽可利用一物體之三個正投象圖，用圖釘釘於紙旁卽可繪出其物之透視圖而無須再費工力量其各部之長度；時間與勞力兩俱經濟也。

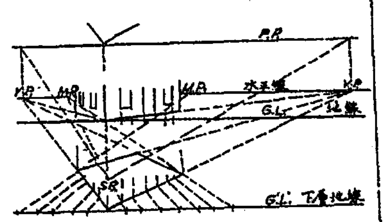


圖 7

12. 透視平面圖法(Perspective plan Method)——在實際工作上恒先繪一平面圖之透視圖於地線之下方，吾人

觀之須假此平面圖係在地窖中之地面上者。在此平面圖上先將墻上之門窗分度點分妥，然後再引縱線引至地線上方之各滅線上，此法可免在需要之圖幅上引若干紊亂之線條及滅點等法至善也。如圖7所示是其一例。

13. 傾斜線之透視畫法（Perspective of Inclined Lines）。—前數節所云，皆關乎水平之線或縱線之透視畫法，而傾斜線不與焉。傾斜線者，既不與地面及畫面垂直，又不與地面及畫面平行者也。此種線條既與畫面相傾斜則其滅點必不在天際線上，而在天際線之上方，或下方，以其傾斜度之大小而定。

傾斜線之透視圖　以其線上兩點之透視圖雖可以定之，但欲求甚多傾斜線之透視圖，而用此法則未免太嫌煩瑣。設一圖中有許多平行之傾斜線，則可求其滅點而繪之，可省許多工力。一組之平行傾斜線，恆有一公共之滅點。

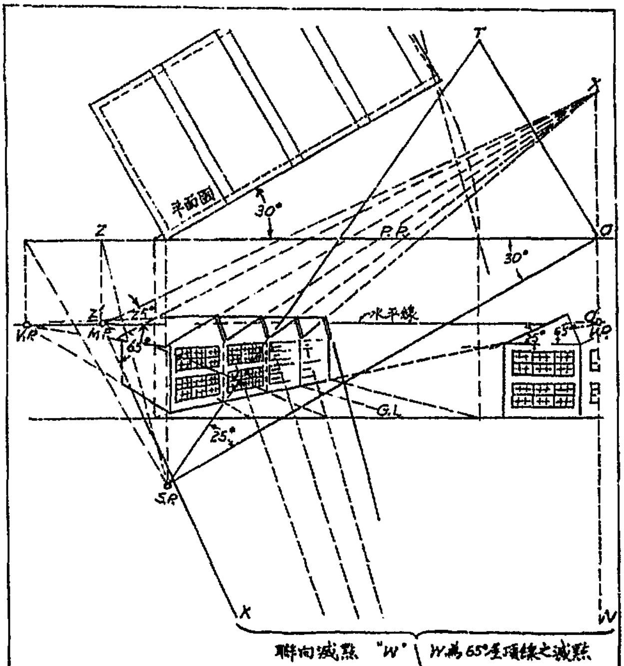


圖 8

圖8所示為利用傾斜線之滅

點繪一有鋸齒形屋頂工廠之透視圖。其圖之根部用量點法求出，茲不再述。此處之新問題乃如何求此坡形房頂之二組斜線（一為25°一為65°）之滅點。

圖中YO為由SP點以30°方向至P.P.面之水平距離。由O點引縱線投射於天際線上，得O'點，是為30°線之滅點。在YO同一縱面上作一向上傾斜25°之斜線是為OT線。T點應與O'在同一之垂直縱線上，T點較O'高之高度，即直角三角形YOT中OT段之長度，故在O'T上截O'X=OT，X即為25°傾斜線之滅點。

第二法，—直三角形YOT及Z'O'X中，OT=O'X，Z'O'=YO，故二個三角形全等，即O'Z'X角等於25°。易言之即由量點Z'作一線平行於傾斜線(25°)，與該線滅點O'上之垂線相交即得傾斜線之滅點。此法之優點即在作本題之前部時已將量點Z'求出，此時自可加以利用，極為便利。前節所示之方法，無量點時可用之。

坡度較陡之屋頂，斜度為65°，亦可用相同之方法求之。由量點Z'繪Z'K直線其傾斜度為65°；Z'K線與O'T之垂線O'X相交於W點，W點即65°傾斜線之滅點。

14. 圓之透視 (Circles in Perspective)。—圓之透視為橢圓，其長短二軸為一特殊之角度不易尋得，通常求圓之透視即用幾何方法將橢圓逐點求之，（參看圖9）。雖可在圓上任選各點而求其透視，然較為便利之方法則恒選圓之外切方形之切點及方形對角線上之四點

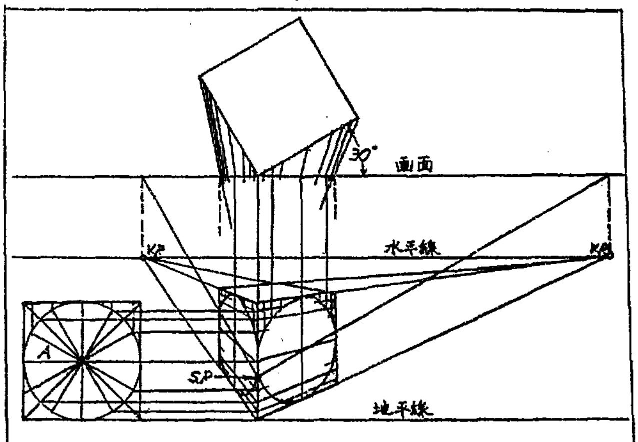


圖 9

，或30°，60°線上之交點等，如圖中A所示。用此種角度之補助線每次可以求得二點或二點以上。

求任意之曲線之透視可在曲線上選用若干足用之點，用縱橫座標定其各點之位置然後求之，先求出諸座標線之透視及各點之透視 然後以一曲線poly聯之。

第三章 圓之透視，交拱之透視。

15. 圓之透視之各種方法。——圖版I中均為圓拱之透視圖，圖1為平行透視法如第八節圖4相同，其中P點為主滅點其D點為相距點即45°線之滅點。相距點至P點之距離，等於人目至畫面之距離。本圖即用此法以定各線之透視位置。

16. 圖版I圖2.——本圖中之圓拱為不須平面圖之求法。圓拱BMLNE之圓心C'，係利用對角線E'H'與B'G'之交點，向下引縱線遇於A'P線上而得之，更向上引縱線遇於H'P線而得L'。對角線上之M'及N'兩點，係在A''V'線上，由A'線向上取一點，其高度等於對圖中之BK高度；更由此點向滅點P引線，與E'N'及B'G'相遇而得M'，N'兩點。圖中d點為G'B'對角線之滅點。

17. 圖版I圖3.——本圖中之圓拱，係為量點法求之者。圖中之D與D'為量點。圖中之er=ER，rc=RC，CQ=cq，BQ=bq，其$\overline{A'B}$之長為圓拱至畫面之距離。茲舉其一點之求法以概其餘：例如N'點之透視，係由r引rD線與A''P線交於R'點更由R'引垂線而上與ND'交於N'點即得之。L點雖為圓弧之最高點，但L'點不非圓透視圖中之最高點，其最高點為ω點。ω點之求法 為先假設A''K線為畫面，又在地平線DD'上截取GS'=GS=OP（即人目離畫面之距離）後 由S點引BLE圓周之切線SO，得O為切點；S'O線與A''K有交點V，由V引橫線，再由O引橫線遇A''K於$\mathcal{P}$；引$\mathcal{P}$P線與橫VW線相遇於ω點。ω為O點之透視圖，亦即圓周之透視圖之最高點也

18. 圖版I圖4.——本圖有平面圖，為完全利用滅點法所作之斜角透視圖。在平面圖中延長各線，與畫面遇於X，Y，T諸點。再據此諸點引縱線於地線上為X'，T''，Y'，諸點。在圖之上部P為主滅點；OP為人目至畫面之距離，PF線為地平線。由O點引OF

線平行於 KH 線與地平線遇於 F'點，是爲K',H'及A'G' 之滅點。再從O點引OF'平行於GY線遇地平線於F'點，是爲 $\overline{K''B''}$ 及 $\overline{H''E''}$ 之滅點。於是由X'，T'' 兩點向F滅點引線，再由 Y'等點向F'引線，遂得平面圖之透視圖，如A'',B'' K'',及H''E'',G''諸點。

更在T''點引豎點 $\overline{T''T'''}$，再將建築物諸點之高度量於此高度線上，如T''',T' 兩點再引 $\overline{T'''F}$ 線及T'F滅線，與A'',B'',F'',G''諸點之豎線相遇於A',B',E',G',A''' 諸點，復由此諸點向F'引滅線，與後面諸豎線相遇如K',H' 等點，則建築物之直線輪廓已具，再用量點法求圓弧之透視圖。

以F 爲中心，$\overline{OF}$ 爲半徑，繪一弧與地平線交於$\mathcal{S}$點；$\mathcal{S}$點爲量點。復在平面圖中以T 爲中心以 $\overline{TB}$, $\overline{TC}$,TE,等長爲半徑，作弧，與畫面XY交於b,c,e,諸點；引豎線而上與T'e'橫線交於b',c',e'諸點；以c'爲圓心$\overline{b'e'}$爲直徑繪半圓 d'm'T'n'e'。在半圓上任取m'T'n'諸點引橫線，交高度線於t',t'',x',x''諸點，由此諸點與F點引滅線如 $\overline{t''F}$, $\overline{t'F}$, $\overline{x'F}$, x'F，與m'$\overline{\mathcal{S}}$, $\overline{T'\mathcal{S}}$, $\overline{n'\mathcal{S}}$ 交於M',L',N',及M'',L'',N'',各點。連之即得前後兩圓之透視圖，此即所謂量點法是也。

透視圓弧之最高點ω之求法如下：由 T''T''' 豎線與地平線 FF 之交點R，引 $\overline{RS}$ ∥ KH 至 F。再由O點引橫線，與 RS相交於S。以R爲圓心，RS爲半徑，繪一弧與地平線交於S'；由S'引b'T'e'圓相切線$\overline{S'o}$，交T'''T'' 於V點，由V 點引橫線與 o$\mathcal{S}$ 交於ω即爲最高點。Vω橫線爲ω點橢圓之切點。

19. 圖版Ⅱ圖2.—圖2爲兩個拱道（Voult）相貫之透視圖，其平面仰視圖如圖1所示。兩個拱道之半徑相同，中線相交，故其拱之交線之仰視象，成爲 $\overline{HK}$ 及 $\overline{IG}$ 兩個直線。惟其拱道交線實際上爲二個橢圓，并非直線，特其仰視平面圖成爲二直線耳。茲述其交線之透視求法如下：

先將四個方柱腿之透視圖求得之，如 A,B,E,F,G,H,o,K,I,b,V,L,Q,U 及圓拱之起點處V',B',E',F',G',H',o',K'I',b',L',Q',諸點，再繪前後兩圓弧B'ZE',及L'Q'。再用量點法求出透視圓弧br'z's'e', 及其相對之橢圓弧。（以相距點D爲量點用18節之方法求

之）。交線之中心C點，係橢圓周最高點Z,引橫線與縱線相交於T',t'兩點；再由T'引$\overline{T'D}$線與$\overline{ZP}$相交於C點，聯$\overline{t'c}$,$\overline{t'c}$與T'C為交線G'CI'與H'CK'之切線。其他點如M及N點之求法，係由圓周上R引橫線，得T及t點，由R引$\overline{RP}$線，再聯$\overline{TD}$線，$\overline{RP}$與$\overline{TD}$之交點卽得M。更聯tP交橢圓bze於r'點由r'引橫線交RP於N點。M與m點對稱N與n點對稱；更聯結G'Mcnl'為橢圓及H'mcNK'為橢圓，則為二交線。

交線最高之點∝'之求法—在地平線上截$\overline{\omega O''}=\overline{PD}$（卽人目至畫面之距離），由O''引B'ZE'圓周之切線為∝O''（∝為切點）$\overline{\propto O''}$與$\overline{FF''}$交於θ，由θ引橫線與$\overline{\propto P}$滅線交於∝'',是為交線橢圓之最高點。由∝引橫線遇$\overline{FF''}$于$\mathscr{P}$聯$\mathscr{P}$P與θ∝''橫線交於$\mathscr{P}$'點，是卽側面拱e's$\mathscr{P}$'zrb'之最高點。$\mathscr{P}$'與γ對稱。

20. 圖版11圖3.—本圖與圖2不同之點，為正面拱道之最前面不在畫面上。其側面拱為排拱(Arcade)，排拱中心至中心之距離等於ae。第二道排拱之交線L'M'C''n v'之求法，係利用對角滅線LVD（D為對角線LVD，與GIU之滅點）。茲舉求該曲線一點M'之法如下：

在正面圓拱上取R點，聯RP線，再由R引豎線與AE相交而得ξ，聯結Pξ與LVD對角線交於μ點。由μ引豎線與RP交於M'卽得M'點。

又法：由R引橫線與BB'''交於B'',聯B''P與LL'之延長線交於λ；聯結λD與RP相交而得M'點。

交線曲線上最高點$\mathscr{P}$及$\mathscr{P}$''之求法—在地線上Y點截YO=PD（卽人目至畫面之距）。由O聯OP與AE之延長線交於ω．由O引豎線與地平線交於O'；由ω引豎線與地平線交於ω'。由O'引bz'e'之切線其切點為∝；又由ω'引B'ZE'之切線，切點為∝'。由∝及∝聯P點，∝,∝''P三點必在一直線上。ω'∝'與EF豎線交於θ'；θ'∝與YY'交於θ．由θ'或θ引橫線與∝∝'P線相交而得$\mathscr{P}$點。（θ與θ'同在一橫線上）又由Y點向右量YY''=ac（側面拱中心至中心之距離），由Y''引豎線Y''Y'''；更在地平線上量PO''PD+ZY''．由O''引bz'e'之切線∝''O'',∝''為切點。O''∝,與Y''Y'''交於θ''。由θ''引橫

線與∝"P相交於$\mathscr{S}$"點，是爲曲線WN'C"$\mathscr{S}$"Q'之最高點。

第三章　透視之陰影法。

21. 透視圖之陰影其光線之方向可以任意，非若正投象法之光線，採取平面立面均爲 45° 之方向也。蓋正投象圖之陰及影，有輔助正面圖及平面圖之功用，藉陰影之部位，可以顯得其第三向量 (Third Demension)。而透視圖中之陰影，無論採取何種方向，均不能以尺度量之，故其方向可以任意；而其作用，不過爲取其象眞而已，是以美觀爲目的而求之者也。

附有陰影之透視圖，固可先從正投象之立面圖及平面圖中將陰影求出，而後將其改成透視圖中之陰及影；然此法須費兩重工作及時間，故不經濟。本章所述乃用一種方法直接於透視圖中求得之。

22. 圖版 III 圖1.— $\mathscr{S}$點爲豎直之線其影落于水平面上之影之滅點。例如EB稜爲縱直線其影 BO ，必以$\mathscr{S}$爲滅點。其他縱線之影落於水平面上之影亦均以$\mathscr{S}$爲滅點，如 nq,Cc, 等線是也。$\mathscr{S}$點縱線下之$\mathscr{S}$'點，爲日光之滅點。吾人恒假設日光爲平行之光線；凡平行之線不與畫面平行者自必有其滅點。

定光線滅點$\mathscr{S}$'之法—在射影學中，吾人知日光之方向有二個投象圖。光線之橫面投象與界線所成之角，謂之平觀角；光線之縱投象與界線所成之角謂之立觀角；光線與水平面所成之角謂之眞角度。如圖1所示，在主滅點P引一直線與PD垂直，截PO=PD（即人目至畫面之距離），由O點引O$\mathscr{S}$平行於光線之橫面投象，（即令∠PO$\mathscr{S}$=光線之平觀角。）與地平線交於$\mathscr{S}$點。$\mathscr{S}$點爲縱線之影之滅點。更從$\mathscr{S}$引一縱線下垂，由主滅點P引一線平行於光線之縱面投象，（即∠$\mathscr{S}$P$\mathscr{S}$'=光線之立觀角）與$\mathscr{S}$點下之縱線交於$\mathscr{S}$'，即爲日光之滅點。

又法：以$\mathscr{S}$爲圓心，以$\mathscr{S}$O爲半徑作弧，交地平線於O",由O"引一線平行於光線之眞方向，（即∠$\mathscr{S}$O"$\mathscr{S}$=光線與地面之眞角度），遇$\mathscr{S}$$\mathscr{S}$'縱線於$\mathscr{S}$'點。此兩法所求結果應相同。

23. 已定光線之滅點及影滅點求本影及影法—圖版 III 圖1. 由光線滅點$\mathscr{S}'$引$B'\mathscr{S}'$由$\mathscr{S}$點引$B\mathscr{S}$與$B'\mathscr{S}'$交於O點，BO為BB'之影，O點為B'之影。其餘E',C'之影之求法亦同此。由此知方座之本影界為B－B'—C'—E'—E線。

圓柱之本影及影—由$\mathscr{S}$點引柱底MN橢圓之切線，其切點為M及N兩點。切線$M\mathscr{S}$及$N\mathscr{S}$為M'M及NN'之影。由M點及N點引縱線，即為圓柱之本影界。影界$MR\mathscr{S}$與方座之B'C'交於R,更由R聯$\mathscr{S}'$,$R\mathscr{S}'$與OCP影界交於P點，$P\mathscr{S}$線為MM之影。再由M上端M'引$M'\mathscr{S}'$線與$P\mathscr{S}$交於m'點，m'為M'落於地面上之影。其R',N'之影，均用此法求得其影為r',n,各點，聯n'r'm'為橢圓即得。m'p及n'p為n'r'm'曲線之切線。

24. 圖版Ⅲ圖2.旋轉曲面之透視圖及陰影—本圖所示為一旋轉曲面而成之瓶。圖中 FP 線為地平線，P 為主滅點；$\mathscr{S}'$為日光之滅點；$\mathscr{S}$ 為光線在水平面上投象之滅點；XY 為地線。X"Y" 為選擇一任意高度之水平面與瓶面相交之交線，通過X"Y"之水平面與瓶面相割成為一圓，此圓之直徑可根據 X"Y" 橫面距地面之高度在側面圖中引補助線而量得之。此圓在透視圖中乃成為一橢圓如$\alpha\beta\gamma$曲線是也。（此橢圓可用 X"Y" 為新地線以第二章各節之方法求之。）此圓心之透視圖為C'點。（其ω點為橢圓長短軸相交之點，決非圓心之透視圖此節須認清。）

瓶面之透視之求法＿在側面圖中選擇各種不同之高度，用前節之方法而繪各緯線圓之透視橢圓，如 ALB,$\alpha\beta\gamma$, ENK 諸橢圓；再作一圓滑之包線，包括此各橢圓之左右兩外線，如 AGE 及 BHK 兩線是也，此線名為輪廓線或包括線（Contour or Envelope）。

已知旋轉面之輪廓線求其本影法—先將曲面分成若干緯線圓，（其透視圖為橢圓），例如$\alpha\beta\gamma$橢圓上M一點為本影界。其求法由橢圓上G點引經線之切線，與旋轉軸交於T點，T點為通過該圓與旋轉面相切之錐體之頂點。聯$T\mathscr{S}$及$G\mathscr{S}$兩線交於R點（R 係與橢圓$\alpha\beta\gamma$同在一水平面上），由R 點引橢圓之切線，得M 點，是為$\alpha\beta\gamma$圖上之本影界。

既得本影界之後可求其落於地面上之影。譬如本影界，M，其在地面上之平面象爲m，由M向$\mathscr{S}'$引線，再由m向$\mathscr{S}$引直線，此二直線相交於q點，是即爲M點在地面上之陰影。其餘各點之影之求法均照此類推。

25. 交拱之影—圖版Ⅲ圖3。 本圖爲圖版Ⅱ圖2之交拱，係一平行透視圖。先定$\mathscr{S}$與$\mathscr{S}'$二滅點。聯$P\mathscr{S}'$線。作平行於$P\mathscr{S}'$之直線與圓拱相切，得切點E'。是即影界之起點。又作M'－N'點平行於$P\mathscr{S}'$，與圓拱外線割於M'，N'兩點；由N'聯主滅點P爲一直線與M'－N'線相交於m'點，是即M'之影。e'點之影爲F'，亦用同法求之者。

側面拱之影起始點爲T'。求T'點之法，係由$\mathscr{S}'$引橫線，與Op相交於$\mathscr{S}''$；由$\mathscr{S}''$引側面圓拱之切線，得切點T'。側面圓拱上Q'之影爲Q''。其求法爲由Q'向$\mathscr{S}''$引直線，與圓拱相交於S點；由S點引橫線SQ''，更由Q'連$\mathscr{S}'$，與SQ''相交於Q''點。其餘各點均用此法求之。

正面圓拱尚有一部分落於立柱ab平面上。ab平面與正面圓拱平面相平行，故其影仍爲圓形，不過在透視圖中其半徑縮小而已。其方法爲從圓拱起點A'引A'$\mathscr{S}'$線，更由A，之平面象A點引A$\mathscr{S}$線與ab交於a點。由a引縱線與A'$\mathscr{S}'$交於a'點是即圓影之起點。b'點之求法，係由b點引$\mathscr{S}$b線延長之與XY相交於B點。由B點上引縱線在圓拱上得B'點，由B'點聯B'$\mathscr{S}'$線與bb'線相交於b'點。吾人既知此影之圓心在a'i線上，則根據a'b'直線之中點垂線可得圓心i點也。得i點後，以i爲圓心，ia'＝ib'爲半徑，繪一圓弧a'b'，即其影也。

地上之影其方法如前各節所述，茲無須贅及之。

第四章　旋轉曲面之透視，用光線錐體法。

26. 光線錐體法—圖版Ⅳ。 光線錐體法爲透視法中之最基本方法，亦爲透視法中最準確之方法。旋轉曲面固可以圖版Ⅲ圖2之方法求之。然外包線不易準確，其切點尤不準確；且須繪多數之橢圓，其法至爲拙劣。茲由圖版Ⅳ所示，介紹一種光線錐體法。

在圖版Ⅳ中圖1爲旋轉體之側面象 O爲目睛之側面投象，XY線爲畫面。圖2左方

求爲旋轉體之平面象，O'爲目睛之平面象XY爲畫面。

第一步：先假設目睛爲光源，用上卷所述求燈射影之法，求旋轉面之本影界。(參考上卷圖64至圖65。)卽定其本影界在圖2中爲 ABMDNFFendmbA曲線；在圖1中爲A'B'M'D'N'E'F'曲線。此本影界卽爲透視圖之最外輪廓。

第二步：卽由此本影界上各點與目睛引直線而求其與畫面之交點。例如在圖1中O'D'線與畫面之交點爲δ'；O'E'直線與畫面之交點爲ε'。在圖2中OD與畫面之交點爲δ，OE與畫面之交點爲ε其餘諸點以此類推。

第三步：在透視圖中定主滅點P。從P引一縱線，PK''是爲旋轉體之透視圖之軸線。再由圖2中聯oc線與畫面交於∝點。∝卽爲PK軸線之平面投象。例如欲求D點之透視圖，先由δ'點引橫平線與PK''交於一點(卽4)；然後在圖2中量∝δ之長，更由圖3中截4d''=4D''=∝δ'',d''及D''卽爲D點及d點之透視圖。用同樣方法，亦可求出E及e之透視圖爲e''及E''。其餘諸點之求法均與此相同。求得後以一曲線聯之卽爲該旋轉曲面之透視圖。

此法較外包線法準確，且較簡捷，故人多樂於用之。惟第一步求本影界手續紛繁耳。

第一步求本影界之方法最好利用外切圓錐法。雖在上卷圖64中已有說明，茲再述一便利之法如下：譬如在緯線圓Pp上欲求其本影界，先須求其側面圖P'p'；然後再在圖1中求其P'點之切線S'p'T'。此切線與旋轉軸相交於S'點，與ZO'(卽水平線)相交於T'點。投T'點於圖2中得T點，以旋轉軸C爲圓心，以cT=ZT'爲半徑畫一圓，(是爲圓錐之底)；由O與此圓圖引切線得I點，聯I及c爲一直線與緯線圓Pp相交於M，是卽Pp上之本影界點。再引縱線投於圖1中之P'-f'上則得M'點。Pf圓上之m點係與M點對稱。

然同一錐底可成二個不同之圓錐。譬如T點，更可引一直線TS''與旋轉面相切於Q'引Q'q'橫線，可代表另一緯線圓。引Q'Q縱線於圖1中，則得Qq圓如前法。延長Ic線

與Qq相交於n點。向上引縱線則在 Qq 上得N點，在Q q 上得N 點。亦顯簡捷也。

第五章　透視之燈射影

27. 透視之燈射影—圖V版。 本圖版左上角上之正投象圖，設依其所示之條件繪成透視圖，則如右方之圖。本圖中之透視並無若干問題，其成問題者，乃圖中有一燈，欲求其燈罩射於壁上，及天花板上及門上之影。及求其棹子射於地上之影。其燈之心發光點透視爲C。

第一步先求出燈發光點之透視圖爲C點。又求出燈發光點對於天花之投象之透視圖爲C_4。又求出燈發光點對於壁之投象之透視圖爲 C_3。又求出燈發光點對於門邊板上之投象之透視圖爲 a_4。又求出燈發光點對於地上投象之透視圖爲 C_1。再將全部透視圖繪出。

玆以求棹子之影爲例而說明之。求出C_1以後，第二步卽將棹面對於地上投象之透視圖繪出如圖上之1'.2',3'諸點。再由發光點C引一直線通過棹角1,更在C_1聯1'爲一直線，此二直線C—1與C_1—1'相交於1s點，1s 卽棹角1之燈影，其餘三點之影亦可照此法同樣而求得之如 2s,3s,4s 點。然4s點因在棹之後面其4' 不甚明顯故求之相當混亂；玆更可以利用已求出之1s點及3s點而求得之。其法由1s引一直線聯滅點 V'，又由3s 引一直線聯滅點V,則該二直線相交於4s點。

求燈罩在天花板之影之法。— C_4 點求出以後，用上節之方法求出燈罩上緣之影爲5's,6's,7's,8's方框。然後由C_4點引燈桿上邊之切線如tz線等八條直線卽得燈罩在天花板上之全部陰影。

燈罩在右方壁上之影。—先定燈罩7—8線中點之透視圖爲d_2,聯c—d_2，線；再由C_2引一縱線與cd_2交於d_2s點，卽爲d_2 之影。由 d_2s 聯滅點V是爲燈罩之影。再由C點聯C—8,C—7兩線，與d_2s—V交於7s及8s兩點，卽爲7,8兩點之影。由C_2 聯7s 及8s 而延長之卽爲5–8及6–7兩段射於右方壁上之影。C_2–8s線與壁角線遇於K點。

燈罩在左方壁上之影。—由K點與滅點V'聯線而向左延長之，則得 n–m–K 線。是卽爲燈罩下緣 5–8 之影。惟其中間有一段係射於門邊板及門扇上者，須仍以他法

之。

燈罩在門邊板上及門扇上之影。 由a_4引縱線與門邊之底線（虛線）相交於C_2；更聯C_1–C_2線與門之底線相交於C'_2。然後求得5–8邊線之中點之透視圖為d_1，聯c–d_1線而延長之，與a_4–C_2相交於d_1s；由d_1s聯V'點，是即門邊板平面上之影界。其實際上僅在門邊板上二段為可見之影界，其中部一段因係在空中故為虛線。由C'_2引一縱線向上，與C–d_1–d_1s線相遇於d_1s'點，是即d_1之影落於門扇上者。由d_1s'聯V'，即為門扇上之影。d_1s'–v'線與邊線遇於g點，聯g–h線，是即門洞壁上之影。由l點聯c–l線向左延長之，與n–m線遇於m點，m為l點之影。由m引一縱線，是為門邊板在牆上之影。

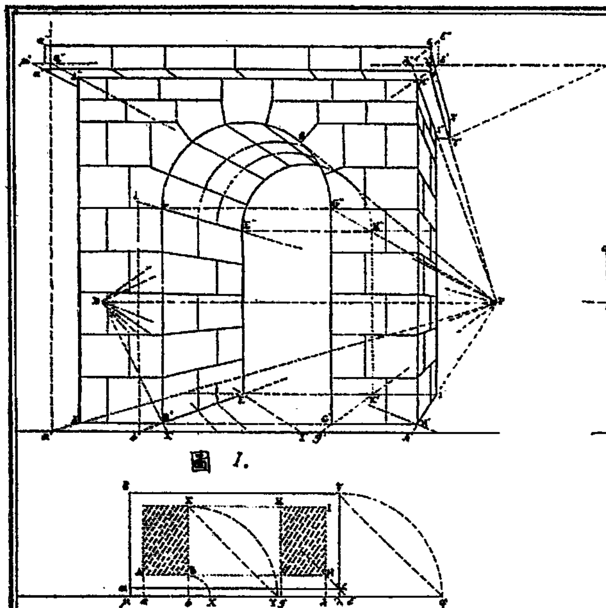


圖 1.

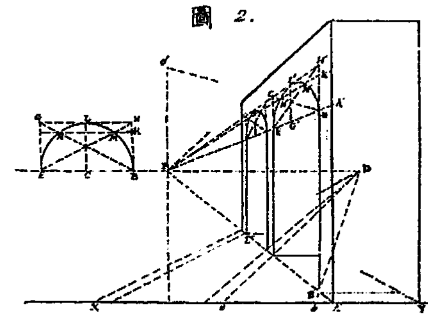


圖 2.

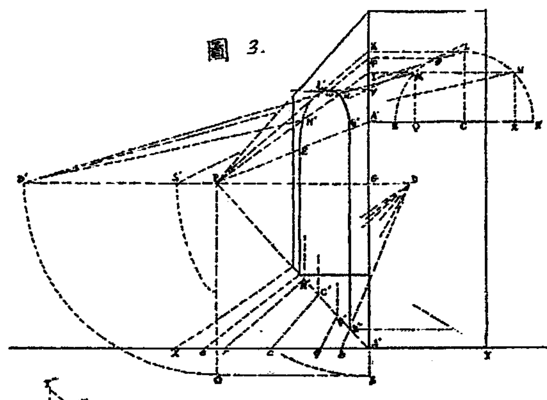


圖 3.

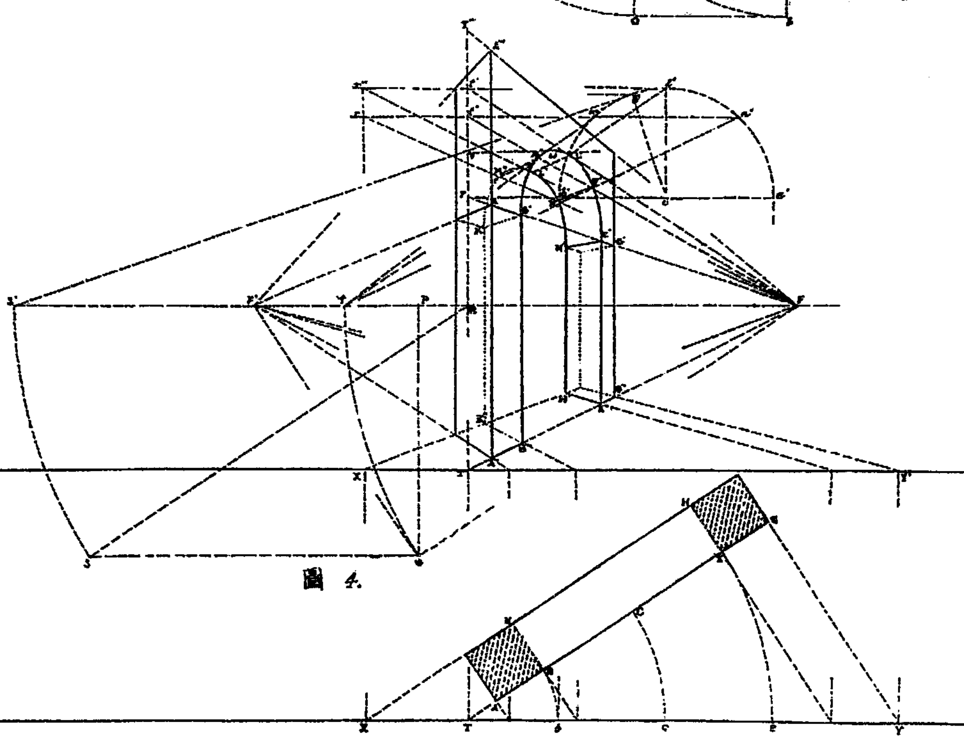


圖 4.

圖版 I

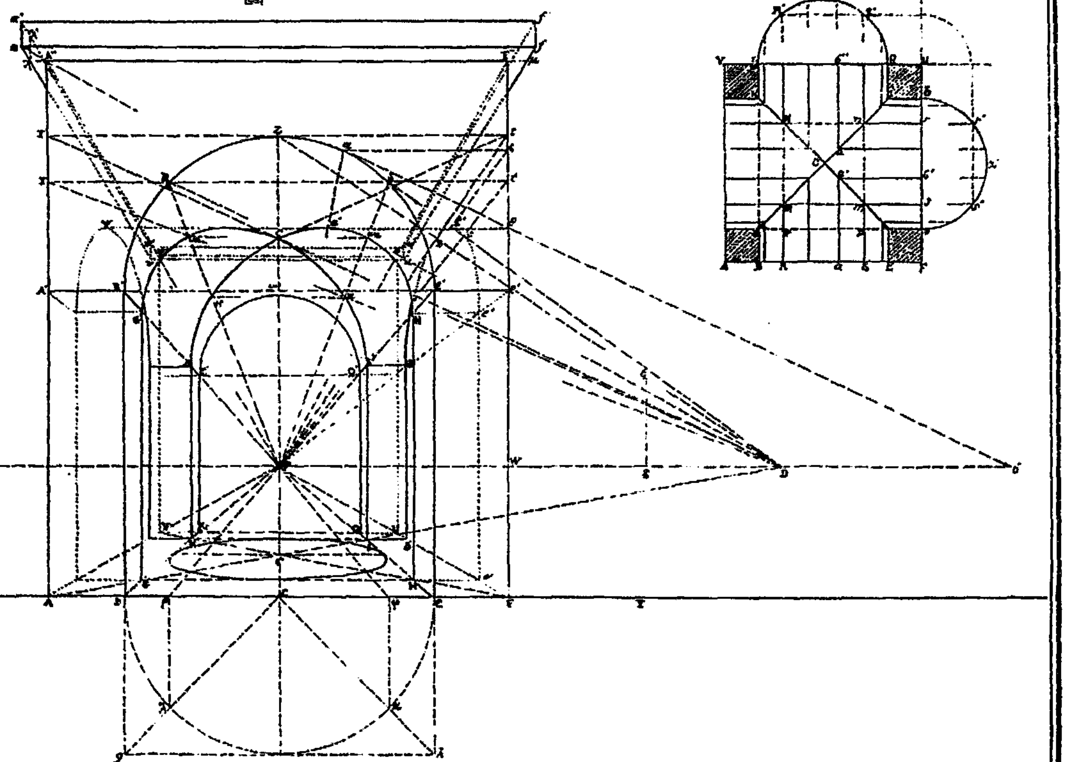


圖 2.

圖 1.

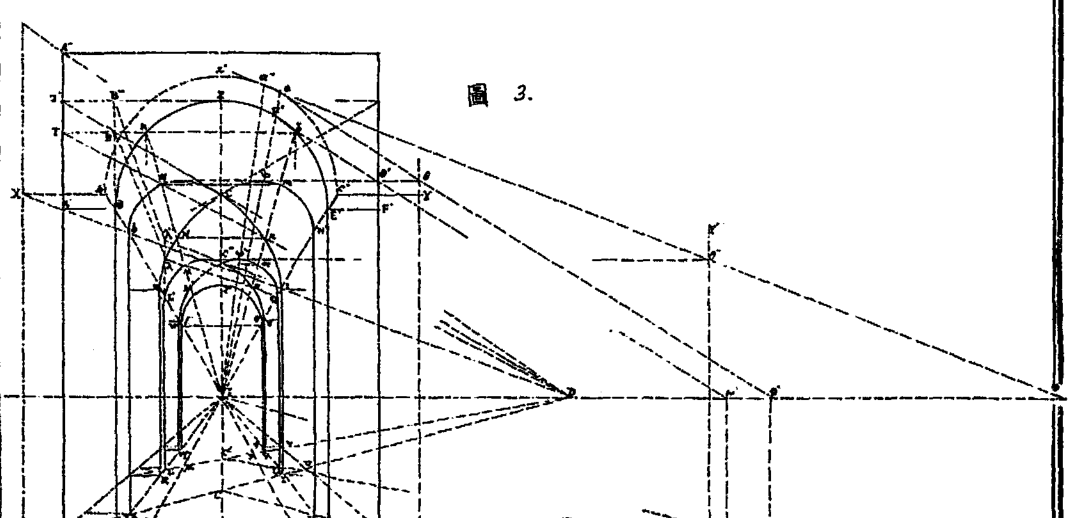
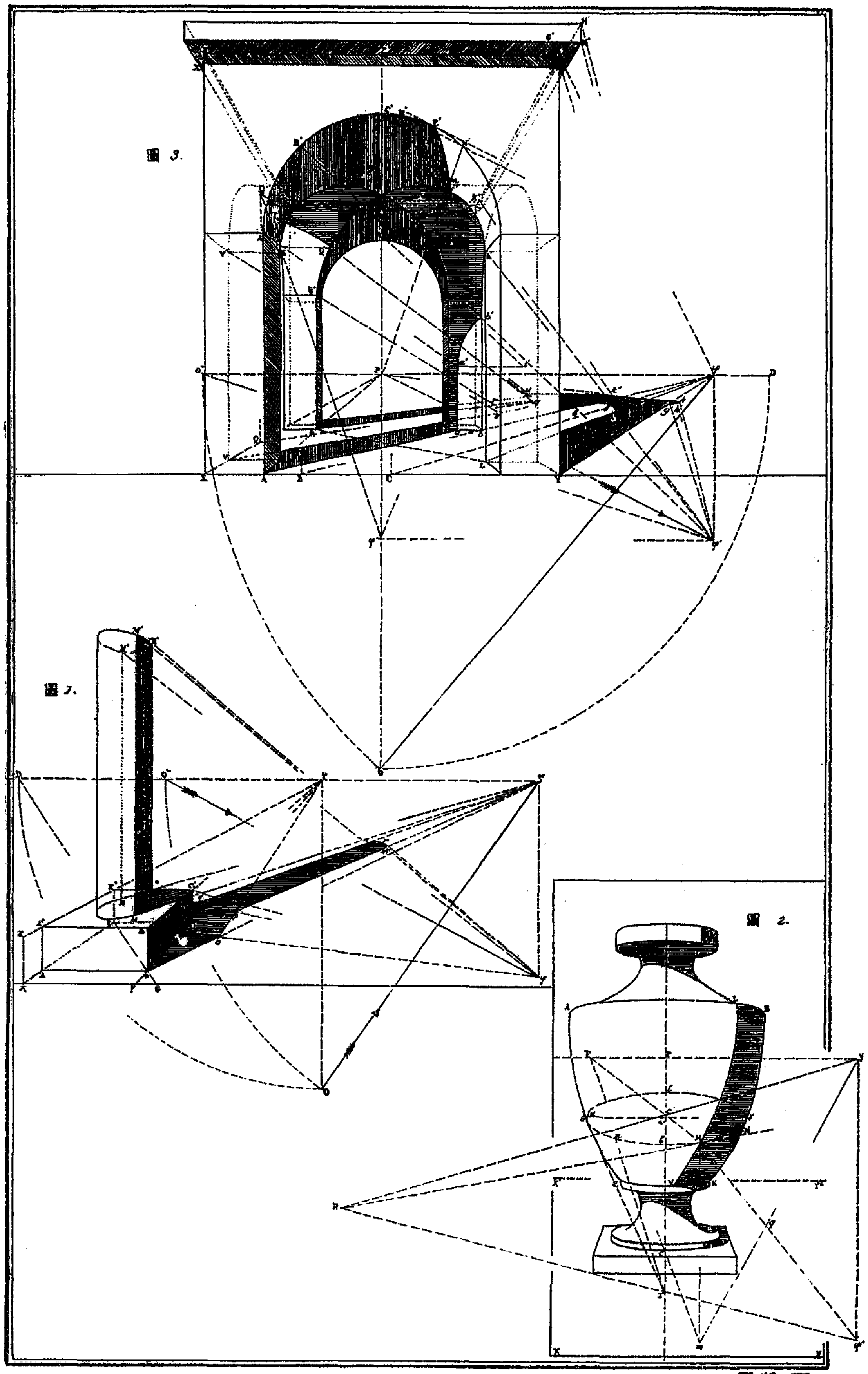
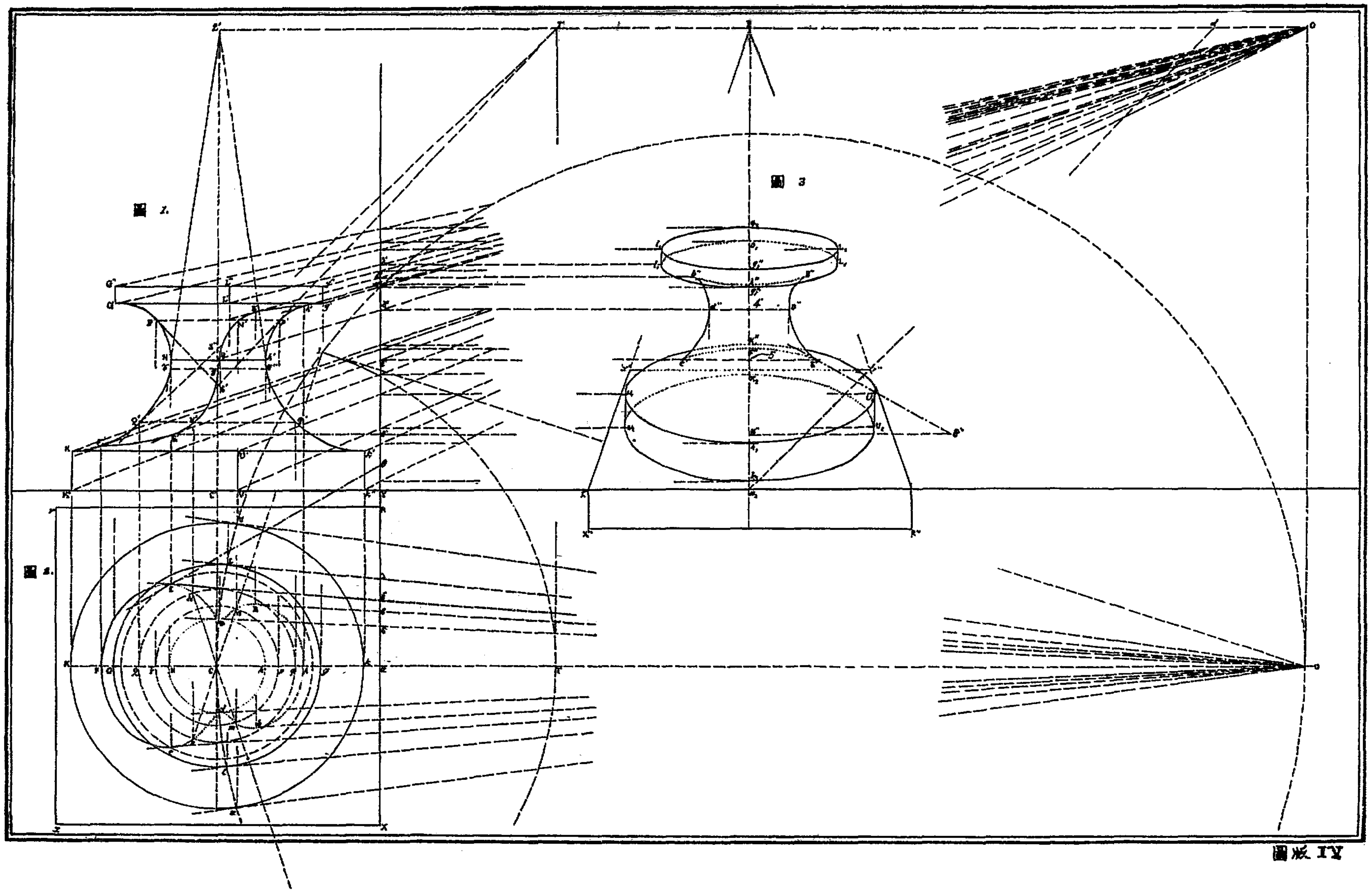


圖 3.

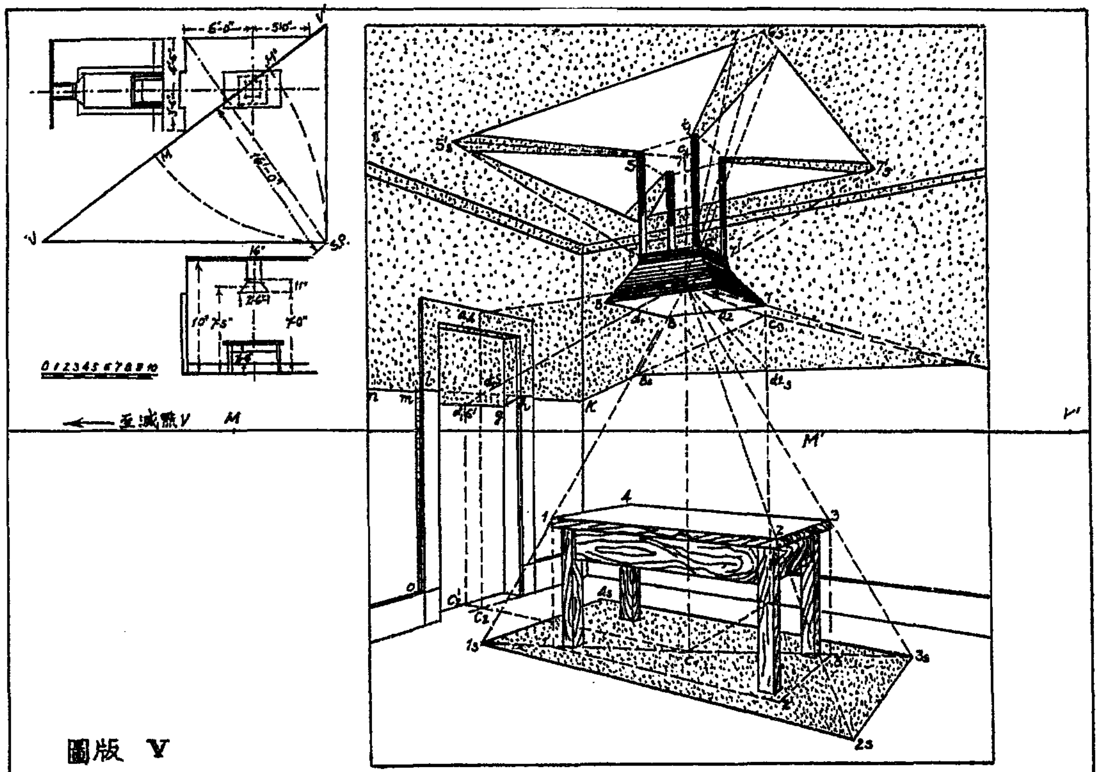
圖版 II



圖版 Ⅲ



圖版 IV



圖版 V

建築陰影及透視 全一冊

（定價國幣三元五角）

著者 高公潤

發行處 國立北京大學工學院

印刷者 北京西單牌樓路西 同懋增南紙店 電話西(二)五九零號

中華民國三十二年三月一日