題解中心

幾何學辭典

索引

亞書店 印行

索引例言

●本辭典以問題解法爲中心，翻檢之時有待於靈便之索引，自屬必要．●但本辭典與他種辭典不同，帶有練習解題之性質，故全書順序，始自初步問題，逐步遞進，由淺入深，以期單用本書即能進窺堂奧，而無事他求．●是以爲使用本辭典者之便利計，注意於下列二事：●第一，所載各題，除至少數外，均各附圖，以檢索幾何學問題時，從圖形入手，實爲最妙之法也．●第二，另編索引，分册裝訂，不附於卷末，俾檢索之時，得便宜使用，而免上下翻查之障礙．●索引之編製，一以問題之種類爲歸，分類之法詳於索引目次，讀者可辨明所查問題係屬何種性質，先就目次得其所屬，檢明頁數，再查索引本文，自能檢得所求之題．●本辭典所集問題達二千四百有餘，搜羅雖不可謂殆盡，而於中等程度以及較高程度需用之題，自信已屬至廣 ●本書所漏列之題雖已於續幾何學辭典中補入，而其解法實多可藉本書所載問題稍加推考即可得之．●類別問題之際，有取假設中之主要者，有取終結中之主要者，均斟酌題意之所重輕而定，例如 24 題［二對頂角之二等分線，成一直線］依其假設而歸入［角］部；38 題［一直線與他二直線交，若一組錯角相等，則後二直線平行］則依其終結而歸入［平行直線］部 ●有時節取題文，而仍以不妨原意爲限，例如平行四邊形 ABCD 之作 □ABCD，在檢索上反形便利．●有時並用符號以代題文，例如 744 題可代以 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$ 是．

幾何學辭典索引

目　次

第一　定理之部

第二 作圖題之部

第三 軌跡之部

第四 計算問題之部

第五 極大極小 123

第六 雜題

I. 計算的作圖

II. 附錄(近世幾何)

幾何學辭典

(索 引)

第一 定理之部

1. 點

2. 直 線

3. 角

4. 直角

5. 垂線及斜線

6. 平行直線

7. 二等邊三角形

[△ABC 中, 假定 AB=AC].

8. 正三角形

●正三角形中,由一頂點至其對邊引垂線,則此垂線上之正方形,等於半邊上正方形之三倍. 780

●正三角形之內切圓,外接圓,傍切圓之半徑,成 1:2:3 之比. 989

●設 ABC 為正三角形,E 為 AC 上之一點,在 BC 之延線上取 CD, CF,令分別等於 CA, CE. 命 AF, DE 之交點為 H,則 CH:CE＝AC:AC＋CE. 1081

●設 P 為等邊三角形 ABC 之外接圓弧 BC 上之任意點,則 PA 上之正方形等於 BC 上之正方形與矩形 PB·PC 之和. 1195

●由圓之內接正三角形之各角頂,至此圓之任意直徑引垂線,則在此直徑一側之二垂線之和,等於在他側之一垂線.又是等垂足中,其在中心之一側者,至中心之距離,等於在他側之二距離之和. 1279

●圓之內接正三角形之各邊,自過對角頂之直徑,截取四分之一. 1332

●正三角形外接圓之直徑,等於內切圓直徑之二倍. 1334

●設 P 為正三角形外接圓周上之任意點,則 $\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$ 一定.又若 ABCP, A′B′C′P′ 為同心圓, ABC, A′B′C′ 為正三角形,則 $\overline{AP'}^2+\overline{BP'}^2+\overline{CP'}^2=\overline{A'P}^2+\overline{B'P}^2+\overline{C'P}^2$. ... 1347

9. 直角三角形

[△ABC 中,假定 C 為直角]

●直角三角形斜邊 BC 兩端外角之二等分線,其所成之角 BDC 等於直角之半分. 123

●直角三角形得分為兩二等邊三角形.據此,斜邊之中點距三角頂等遠. 124, 248

●設直角三角形 ABC 之直角為 A, $\hat{A}$ 之二等分線為 AD,斜邊 BC 之中點為 M,而 MD 垂直於 BC,則 MA, MD 相等. 125

●設直角三角形之一銳角,等於他銳角之二倍,則斜邊等於最小邊之二倍. 127

●直角三角形之斜邊,大於他邊. 135

●兩直角三角形,若有一銳角及其隣邊,或一銳角及其對邊相等,則兩形全等. 140

●直角三角形 ABC 中,就其直角之二邊 AB, AC 上作正方形 ABDM, ACEN,由對直角頂 A 之角頂 D, E,引斜邊 BC 延

10. 三角形

[△ABC 中, 假定 $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ 之對邊分別爲 a, b, c, $s=\frac{1}{2}(a+b+c)$].

11. 平行四邊形

12. 菱形

13. 矩形

14. 正 方 形

15. 梯形

16. 四邊形

17. 多角形

18. 正多角形

19. 射影

20. 圓

21. 等 圓

22. 對稱

23. 二 圓

● 一圓之切線，若過兩圓之相似中心，則又切於他圓. 1117

● 設一直線過兩圓之平行半徑之端，則又過兩圓之相似中心. 1118

● 設兩圓相交，在其公弦上取任意點 X，過 X 在各圓內引弦 AB, CD，則矩形 AX·XB，等於矩形 CX·XD. ... 1227

● 由相交二圓之公弦延線上之點，至二圓所引之切線相等. 1228

● 設 C 為相交二圓公弦上之一點，過 C 引一直線，令交一圓周於 A, D，他圓周於 B, E，則 AB:BC=DE:CD. 1229

● 由兩圓之相似中心 O，引任意直線，令交一圓於 R, R′，他圓於 S, S′ [R 與 S, R′ 與 S′ 分別對應，即若 OR<OR′，則 OS<OS′]，則矩形 OR·OS′ 及矩形 OR′·OS 相等. 1232

● 過兩圓之相似中心 O，引任意直線，令交一圓於 P, P′，他圓於 Q, Q′ [若 OP 小於 OP′，則 OQ 小於 OQ′]，則 P 與 Q [或 P′ 與 Q′] 分別與其圓之中心聯結之半徑相平行. 命二圓公切線之切點，分別為 T, T′，則 PT 平行於 QT′，又 P′T 平行於 Q′T′. 命過 O 之他任意直線交二圓周於 R, R′，及 S, S′，則四點 P, Q′, R, S′ 在一圓周上. 又如是之四點有幾組? 1291

● 外切於一圓之兩個等邊三角形，相交而成六角形，此六角形雖恆為等邊，而不恆為等角. 592

● 試由圓之對稱關係，以證二圓相交，則其中心線將公弦垂直二等分. 644

● 設平行四邊形 ABCD 之對角線交點為 O，則三角形 AOB, COD 之外接圓相切於 O. 645

● 設兩圓之切點為 A，公切線與中心線之交點為 S，公切線與兩圓之切點為 P, Q，則線分 SA 為線分 SP, SQ 之比例中項. 1133

● 二圓之根軸將公切線二等分. 1249

● 過二定點之圓周與一定圓周之根軸，與過此二定點之直線，或交於同點，或相平行. 1250

● 二圓之外公切線與內公切線之四交點，在過二圓中心之一圓周上. 647

● 設兩圓內切於 A，大圓之弦 BC，切小圓於 D，聯結 AB, AC. 命其與小圓之交點分別為 P, Q，則 DC·AP = DB·AQ. 1266

● 設兩圓相切，則過切點之直線所分之優弓形或劣弓形面積之比，等於半徑平方之比. 1268

24. 同心圓

25. 圓之弦

26. 圓之弧

27. 圓周角

28. 內 接 形

29. 外切形

30. 三個以上之圓

31. 切線

則圓之半徑爲切線 EF 上切點所分二部之比例中項. 1120

●設 OA, OB 切中心爲 C 之圓於 A, B, 由 O 引任意割線,令交圓周於 P, Q, 交 AB 於 R, 則 O, R 分 PQ 於調和. 1283

●延長圓中互相垂直之二直徑,令其與任意切線交, 由其交點分別向圓引他切線,則所引二切線平行. 587

●於圓 O 之任意直徑 CD 之兩端,引二切線,令分別交他切線於 A, B, 則角 AOB 爲直角. 588

●設由圓之中心,至圓外一點之距離,等於圓之直徑,則由此點至圓所引二切線間之角度如何? 589

●由圓外之一點,至圓所引二切線之夾角,若其點距中心遠,則小,距中心近,則大. 590

●由圓外之點 P, 至此圓引切線 PA, PB 及割線 PCD, 又由 A 引平行於 CD 之弦 AE, 則 EB 將弦 CD 二等分. 591

●由圓外定直線上之任意點,引二切線,則聯結二切點之弦,過一定點. 1251

32. 切圓

●設二定圓外切, 今作切此二圓之任意圓; (1) 二定圓在其外方, (2) 二定圓包含其內; (3) 一定圓在外,一定圓在內; 則在此三情形下, 由外切圓之中心至二定圓中心之距離之差,等於定圓半徑之差或和. 設二定圓內切,則如何? 602

●設二圓外切於 E, 一直線分別切二圓於 A, B, 則以 AB 爲直徑之圓過 E, 且切於聯結原圓中心之直線,而 AEB 爲直角. 605

●設中心爲 C, C′ 之二圓,外切於 A, 引此二圓之公切線,命其切點爲 P, Q, 則角 PCA, QC′A 之二等分線垂直相交於 PQ 上之一點. 606

●設二圓相切,則過切點之任意直線,由圓所截得之弓形,含等弓形角. 617

●過二外切圓之切點,作一直線, 在此直線與二圓圓周之交點,作各圓之切線,則此二切線平行. 618

●設二圓外切,引切於各圓之切線, 令其切點在聯結中心直線之異側,且令其互相平行,則二切線之切點,與圓之切點在一直線上. 616

●聯結相切二圓之平行直徑 AB, CD 之端與端 [外切時, 取在中心線之異側者; 內切時, 取在中心線之同側者] 之直線過切點. 620

33. 圓之方積

第二　作圖題之部

1. 點

2. 角

3. 直線

4. 切線

5 弦

6. 三角形

[條件簡單者]

[三角形 ABC 中,在頂點 A, B, C, 之角,分別以 $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ 表之,其對邊分別以 a, b, c, 表之,由 A, B, C 所引之中線分別以 AA′, BB′, CC′ 表之,命其長分別爲 m_a, m_b, m_c, 又命垂線 AD$=h_a$, BE$=h_b$, CF$=h_c$, 命二等分線 $AM_a=w_a$, $BM_b=w_b$, $CM_c=w_c$. 又外心表以 O, 內心表以 I, 三傍上表以 I_a, I_b, I_c, 而外接圓,內切圓,三傍切圓之半徑分別表以 r, ρ, ρ_a, ρ_b, ρ_c, 垂心表以 H, 重心表以 G.]

已知以下各件,求作三角形.

7. 直角三角形

[△ABC 中命 C 爲直角]

8. 二等邊三角形

[△ABC 中命 AB＝AC]

9. 正三角形

10. 內接三角形

11. 外接〔切〕三角形

12. 三角形之雜題

13. 四邊形

14. 平行四邊形

15. 矩形

16. 菱形

17. 正方形

18. 梯形

19. 多角形

20. 正多角形

21. 圓

第三　軌跡之部

1. 等遠點之軌跡

2. 定遠點之軌跡

3. 等長線端之點之軌跡

4. 定長線端之點之軌跡

5. 中點之軌跡

6. 定比分點之軌跡

7. 令距離成定比之點之軌跡

8. 交點之軌跡

9. 頂點之軌跡

10. 中心之軌跡

11. 令成等積之點之軌跡

12. 令成定積之點之軌跡

13. 張等角之點之軌跡

14. 雜題

第四 計算問題之部

1. 求線分之長

2. 求邊之長

3. 求直徑,半徑之長

4. 求高，距離，弦之長

5. 求面積

6. 求比

7. 求邊數

8. 雜題

第五 極大極小

過一定點;(2) 設任意直線 YPZ 之 Y 在過 P, R 之圓周上, Z 在過 P, Q 之圓周上,且 YR, ZQ 交於 X, 則 X 在過 Q, R 之圓周上; (3) 角 XOY, YOZ, ZOX 一定; (4) 垂直於 PO 引 YPZ, 則 ZX, XY 分別垂直於 QO, RO; 此時 XYZ 爲三邊過 P, Q, R 且與 ABC 等角之極大三角形. ... 2270

- 前題中若三角形 ABC 之邊 a, b, c 一定, O 爲三圓之交點,則 $a\cdot OP+b\cdot OQ+c\cdot OR$ 較 O 在他位置時爲極小. ... 2271
- 設 A, B 爲所設點, P 爲在一定圓周上之點, 則比 PA : PB 之極大或極小,在 P 爲定圓與過 A, B 之他圓之直交點時. ... 2272
- 設 ABC 爲定三角形, D 爲 AB 上之定點, E 爲 AB 延線上之定點,以 D 爲頂點, 底之延線過 E, 且內接於 ABC 之諸三角形中, 以由底之兩端所引 CA, CB 之平行線交於 AB 上者爲極大. ... 2273
- 若交截四邊形之四邊爲所設邊, 則其兩三角形面積之差, 在四點爲共圓點時極小. ... 2274
- 若四邊形之四邊 a, b, c, d 爲所設邊,則其對角線間之銳角,在此四邊形內接於圓時, (1) 若非交截四邊形,爲極大. (2) 若爲交截四邊形,爲極小. 但此處 $a^2-b^2+c^2-d^2\neq 0$; 否則,對角線直交,面積爲極小. ... 2275
- 兩圓不交,求其間最短及最長之距離. ... 2276
- 所設圓之一切內接矩形中, 有極大面積者爲正方形. ... 2277
- 求內接於所設半圓之極大矩形. ... 2278
- 所設圓之二定切線與一不定切線所圍三角形之面積, 在不定切線二等分於切點時爲極大或極小. ... 2279
- 對角線爲定量之平行四邊形中,以菱形之面積爲極大. ... 2280
- 設四邊形之對角線爲定量, 則其面積在此對角線直交時爲極大. 而此對角線不論互截於何點, 與面積完全無關. ... 2281
- 所設正方形之內接正方形中,有極小面積者, 乃等於原正方形之半分者. ... 2282
- 命所設圓之中心爲 C, 圓外之所設點爲 A, 過 A 引直線 AXY, 命其與圓之交點爲 X, Y, 則三角形 CXY 極大時之位置如何? ... 2283
- 命所設圓之中心爲 C, 此圓之弦爲 XY, 垂直於 XY 引 CP, 則 (1) CP+XP, (2) CP·PX 在何時爲極大? ... 2284

... ... 2300

●設 A 及 B 爲二定點，分別在中心爲 C 之定圓之內部及外部，BC, AC 分別爲半徑之 m, n 倍，P, Q 爲定圓周上之二點. 於是若此二點爲圓 ACB 與定圓之交點，則 (1) $m\cdot PA+n\cdot PB$ 爲極小，(2) $m\cdot QA\sim n\cdot QB$ 爲極大. 但 C 與 P 在 AB 之異側，C 與 Q 在 AB 之同側. 2301

●設 ABC 爲所設三角形，試在角 A 之二等分線上求一點 P，令 $P\hat{B}C$ 與 $P\hat{C}B$ 之差爲極大；並證極大時是等角之和等於角 BAC 之半分. 2302

●設邊數爲已知之多角形之各頂點，分別在與邊數同個數之定直線上，則此多角形周之極小，在此定直線皆將多角形之外角二等分時. 2303

●邊數爲已知之等周多角形中，正多角形有極大之面積. 2304

●多角形中，若除一邊外之其他各邊皆爲所設長時，則此多角形之極大，在內接於除外之一邊爲直徑之半圓時. 又試由是導出，若多角形之一切邊爲所設長，則此多角形之極大，在內接於圓時. 2305

●設多角形中，除一邊外，其他各邊皆爲定長，而除外一邊之兩隣邊相平行，然則此多角形何時爲極大? ... 2306

●(1) 圓之內接同邊數諸多角形中，以正多角形之面積及周爲極大. (2) 圓外之切同邊數諸多角形中，以正多角形之面積及周爲極小. 2307

●設四邊形之一邊固定，其對邊恆過一定點，而不定頂點分別在所設二直線上，則此四邊形在何時爲極大? 2308

●試在一所設直線上求一點，令由二所設點至此點之距離上正方形之和爲最小. 2309

●試在正方形內求一點，令由此點至四頂點之直線上之正方形和爲最小. 2310

●設 AB 爲圓中之定弦，XY 爲一任意弦，後弦之中點 Z 在前弦上，求 XY 之最大及最小者. 又 Z 愈近 AB 之中點，則 XY 愈大，試證之. 2311

●由所設點至所設圓周之最長及最短直線過中心. 2312

●設 A, B 爲圓外之二定點，試在圓周上求一點 P，令由 A, B 至 P 之距離和爲極大或極小. 2313

●等周之平面形中，圓爲最大. 2314

●有等面積之平面形中，周最小者爲圓. 2315

●邊長分別相等之直線形中，內接於圓者爲最大. 2316

●有等周之三角形中，正三角形爲最大. 2317

第六 雜題

I. 計算的作圖

1. 代數式之作圖

2. 代數幾何法例題

II. 附錄(近世幾何)

1 共點性及共線性

2. 相似中心

切於他圓. 2351

●聯結兩圓中平行半徑之端之直線，若此二半徑在中心線之異側，則過相似內心，若此二半徑在中心線之同側，則過相似外心. 2352

●過兩圓之相似中心，引截兩圓之一直線，則至此對應截點之二半徑相平行. 2353

●過二圓之相似中心，引截兩圓之一直線，其截點上之切線，垂直於過此點之半徑，且此四切線兩兩平行. ... 2354

●過兩圓之相似中心，引截兩圓之一直線，則由相似中心至不對應二點之二距離所包之矩形等於至他不對應二點之二距離所包之矩形，且此二矩形各爲常數. ... 2355

●有一動圓，若切於二定圓，則過其切點之直線，過此二定圓之相似中心；但此相似中心，在二相切爲同種類時，則爲外心，在二相切爲異種類時，則爲內心. 2356

●由二定成之相似中心，至切此二圓之任意圓所引之切線有定長. 2357

●有三圓，兩兩取之，得六相似中心，其位置之關係如次. (α) 聯結各圓中心與他二圓相似內心之三直線爲共點線. (β) 三相似外心爲共線點. (γ) 一雙圓之相似外心與他二雙圓之二相似內心爲共線點. 2358

3. 同軸圓

●二圓之根軸，乃至此二圓之切線相等之點之軌跡. 2359

●設兩圓相交，則其根軸爲此兩圓之公弦. 2360

●設有二任意圓，則與其有同根軸之圓無數. ... 2361

●由任意點至二圓引二切線，此切線之平方差，等於中心線與由此點至根軸所引之垂線所包矩形之二倍. 2362

●前題中 P 若在根軸 RA 上，則 PV=PU. 2363

●2362 題中若 PU=0，則 $\overline{PV}^2=2BC\cdot PN$. 2364

●2362 題中若 PU=0, CV=0, 則 $\overline{PC}^2=2BC\cdot PN$. 2365

●2362 題中若 PXX′, PYY′ 爲割線，則 $PX\cdot PX'-PY\cdot PY'=2BC\cdot PN$. 2366

●有中心不在一直線上之三圓，兩兩取之，則其根軸爲共點線. 2367

●設三圓同軸，則由其一圓周上之一點至他圓所引切線之平方比，等於由後二圓之中心至前一圓中心之距離之比. 2368

●前題中若圓 B 縮小而爲限點 L，則 $\overline{PT}^2:\overline{PL}^2=CA:CL$. 據

4. 相 切

5. 倒 形 法

6 調和點列

7. 極及極直線

●引一圓之割線 XBA, XCD, 命 BC, AD 之交點為 Y, AC, BD 之交點為 Z, 則 YZ 為 X 之極直線, XY 為 Z 之極直線. 2428

幾何學上應知之

算學家年表

[生卒之年,均用公元,第一數目表生年,第二數目表卒年,加負號者爲公元前,加?號者爲約數.]

【Ahmes】 (ä'mes). −1700? 埃及之僧. 所著算學書爲世界上之最古者.

【Anaxagoras】 (an-aks-ag'ō-ras). −499, −428. 希臘之哲學家兼算學家.

【Archimedes】 (är-ki-mē'dēz). −287, −212. 西西利人. 古代之算學及物理學大家.

【Aryabhatta】 (är-yä-bhä'ta). 476 生. 古印度之算學家. 著有代數學及幾何學.

【Boscovich】 (bos'ko-vich). Roger Joseph. 1711, 1787. 意大利之算學家,星學家,物理學家.

【Bramagupta】 (bräh-ma-göp'ta). 598 生. 印度之算學家. 印度最古著作家之一.

【Carnot】 (kär-no), Lazare Nicholas Marguerite. 1753. 1823. 法國之算學家及物理學家.

【Cavalieei】 (kä-vä-lē-ē'rē), Bonaventura. 1598, 1647. 意大利之有名算學家.

【Ceulen】 (koi'len), Ludolph van. 1540, 1610. 荷蘭之幾何學家.

【Ceva】 (chā'vä), Giovanni. 1648, 1737?. 意大利之幾何學家.

【Dase】 (dä'ze), Zaharias. 1824, 1861. 德國之有名計算家.

【De Morgan】 (dē-môr'gan), Augustus. 1806, 1871. 英國之算學家及物理學家.

【Descartes】 (dā-kärt'), Rene. 1596, 1650. 法國之有名算學,物理學,哲學家. 始創解析幾何學.

[Euclid] (ū'klid). −300? 埃及之有名幾何學著作家.

[Euler] (oi'ler), Leonhard. 1707, 1783. 瑞士人. 近世算學大家之一.

[Fermat] (fer-mä), Pierre de. 1601, 1665. 法國之著名算學家.

[Gauss] (gous), Karl Friedrich. 1777, 1855. 德國人. 近世算學大家之一.

[Henridci] (hen-rē-tsē), Olaus. 1840 生. 幾何學之近世著作家. 嘗居於倫敦.

[Hero] (hēr'ō) of Alexandria. 或 [Heron] (hē'ron). −110? 希臘之有名測量及機械學家.

[Hippocrates] (hi-pok'ra-tez) of Chios −470 生. 幾何學最初教科書之著者.

[Jones] (jōnz), William, 1675, 1749. 英國之教員.

[Kepler] (kep'ler), Johann. 1571, 1630. 德國之算學及物理學家,而尤以星學著名.

[Leibnitz] (lib'nits), Gollfried Willhelm. 1646, 1716. 德之著名哲學家兼算學家. 始創微積分學者之一人.

[Lexell] (lex'el), Anders Johann. 1740, 1784. 瑞典之算學家.

[L' Huilier] (l'wē-ē-ā'), Simon Antoine Jean, 1750, 1840. 瑞士之算學家.

[Lindemann] (lin'de-man), Ferdinand. 1852 生. 德國之教授.

[Menelaus] (men-e-lā'us). −100? 希臘之算學及星學家. 三角法最初著者之一.

[Möbius] (mē'bē-ōs), August Ferdinand. 1790, 1868. 德國之算學及星學家. 近世幾何學之一名著者.

[Monge] (mônzh), Gaspard. 1746, 1818. 法國人. 始創畫法幾何學. 巴黎百工學校創辦人之一.

[Œnopides] (ē-nop'i-dēz). −465. 希臘古幾何學家.

[Pascal] (päs-käl'), Blaise. 1623, 1662. 法國之有名算學,物理學,及哲學家.

[Plato] (plā'tō). −429?, −348? 希臘之有名哲學家及幾何學家.

[Poncelet] (pôns-lā'), Jean Victor. 1788, 1867. 法國

題解中心

算學辭典

册數	五巨册	各附索引一小册
版口大小	長20公分	闊13公分
裝訂式樣	布面精裝	背脊金字
印刷用紙	上等米色桃林紙	

分册名	定價	出書期
幾何學辭典	四元	已出
代數學辭典	五元五角	24年6月底
三角法辭典	五元	24年10月底
續幾何辭典	四元	25年2月底
算術辭典	五元五角	25年6月底

題解中心

幾何學索引

[附入辭典,不另售]

編譯者 薛德炯 吳載耀

發行者 陳邦楨

印刷者 新亞書店

總發行所 新亞書店 上海四馬路中市

中華民國二十四年四月初版

新辽