3

752ff

(2)

新師範教科書

算術

全一冊

編者
吳江 陳懷書
校者
江都 任誠 江都 許崇德

中華書局印行

編輯大意

一. 數學科教學要旨,在明晰數量性質及其關係,并熟習計算;俾能應用於日常生活,及小學教材,兼以鍛鍊思考,以期有精密之理想及正確之觀念.

一. 算術爲小學校重要之學科,卽爲師範生必備之學識;故教學此科之要旨,不惟培養其實質,並須於形式方面有充分之研究與練習,以期能直接應用於將來.

一. 求積各法,純爲幾何的應用,固當移併於混合數學之中;卽平立開方,雖亦爲基本運算之一,然學者苟於代數方式幾何形體,先有領會,則說理立法,自較簡明,故悉以留作混合數學之教材,並藉以節省算術教學之時間.

一. 複名數之通法,化法,原可不必復習,惟因名數之關係,常法恆不合於乘法之原則,故舉數例以示範.而與余商榷者,丁君文年與有功焉,附誌之以表謝忱.

一. 本書體例與日人林鶴一氏所著之算術相仿,問題亦多取材於彼,附誌於此,示不掠美.

一. 講習科用此書時,凡標題下附※者,示二年講習科可以略去;附※※者,示三年講習科可以略去,而二年講習科所必修者也.

一. 是書爲銜接小學起見,所有命數法記數法及四則,概從省略,以免重複而節時間.

一. 本書注重定名正字,俗名如圜,(與圓異)曲線也,而以爲平面形,銀圓,國幣也而呼爲洋錢;俗體字如圓爲元,釐爲厘之類,不敢苟同,教者幸注意之.

一. 本書問題答案,另刊小册,專供教員之用.

新師範算術教科書

目　次

第一編　四則及複名數

第二編　整數之性質

第三編　分數

第四編　比及比例

第五編　成數算法及利息算法

新師範教科書

算術

第一編

四則及複名數

第一章　計算之練習

1. 式. **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9** 與零(Naught)之記號 **0**, 近世通用之數字(Digit 或 Figure)也; +, −, ×, ÷ 與相等之記號(Sign of equality) =, 則告吾人以加之減之乘之除之,與夫如此數者等於若干之符號(Sign)也.以文字述之則爲文言,以符號表之則成**式**(Expression).例如有三數(Number)於此,曰五十四,五十四之九倍,五十四之半,合之共等於若干?則爲

1. $54+54\times9+54\div2$. 其他如
2. $1300-395-432$.
3. $56\times15\times8\times4$.
4. $5985\div5\div7\div9$.
5. $1132+508-235$.
6. $738\times18-541+100$.
7. $624\times15+42\times23$.
8. $475\div25-720\div80$.

9. $340-522\div18\times4$.

10. $1637-92\times8+8\times5$. 皆式也.

凡式之計算,應由左而右.但式中含有加減乘除諸符號時,宜先乘除而後加減.

【注意】 凡文字下加橫線者,爲重要之點,應注意.

習　題

試計算上之十題.

2. 括號. 式中各數有時以括弧( ) Parenthesis [ ] { } Bracket 或括線—— Vinculum 括之爲一組者,所以表明是諸數者,計算之爲一數.然後與括號外之數相加減乘除之意也.例如

1. $59-(25+8)$.
2. $965-(90-45)$.
3. $(85+45)-(42-16)\times5$.
4. $186\times(35+65)$.
5. $725-\{650-(136+321)\}$.
6. $\{42\times(36+14)-36\div(4\times3)\}\times15$.
7. $(6130-\overline{169+397})\div\{(694-365)\div7\}$.
8. $35\times[\{100-\overline{64-48}\times5)+88\}\div18]$.

括弧括線並用之式,應自其最內者始,以次遞及於外.

習　題

試計算上之八題.

問題一

1. 以式表六萬二千五百八十,三千八百,八千六百九十五,十萬五千七十九,九百二十五萬七百四十諸數,而求其和(Sum).上之計算,若將加數之排列變為種種,其和恆不變,試驗之.〔加法(Addition)之驗算〕

2. (1)以分為單位(Unit),用式表八十三圓五角八分,三圓五角,八圓六角九分七釐,一百六圓七分九釐,九千三百五十圓八角三分諸數,相加而計算之.

(2)以圓為單位,用式表上之計算,縱書之以求其和.

3. 以式表六十二個五分九釐,三個七分,八個五分九釐七毫,六個九釐九毫,七千三百五十個二分四釐,縱書之而求其和.

4. 以萬石為單位,用式表二十五萬三千石,一百八十五萬石,八十七萬五百石諸數,相加而計算之. 學者知以萬石或千石為單位之簡便否?

5. 從六萬八千二百八十七,減四萬九千八百八十八,以此餘數(Remainder)與減數(Subtrahend)相加,其和等於被減數(Minuend),試驗之.〔減法(Subtraction)之驗算〕

自被減數減去餘數,其餘數等於減數,試驗之. 上述三種,試各以式表之.

6. (1)自一百六十圓,減七十九圓六角,七十二圓三角五分,及八元之和,試以一圓為單位而計算之.

(2)自八十六個七分,六十三個五分五釐,及八個之和,減一百三十個.

7. 以圓為單位,從三十五圓,減九圓六角與七圓七

角五分二數之差(Difference),而計算之.

8. 以三千九百四十八,乘六萬二十五. 又試以此乘數(Multiplier)與被乘數(Multiplicand)交換而求其積(Product),與前所得結果相比較. [乘法(Multiplication)之驗算]而以式表之.

9. (1)以角爲單位,求二圓五角之三百八十五倍.此題之驗算若何? 試各以式表之.

乘法之乘數,必爲不名數(Abstract number).又被乘數爲名數(Concrete number)時,積亦與之同名,其單位與被乘數相同,應注意.

(2)以圓爲單位,而行上之計算,並說明被乘數爲小數(Decimal)時之乘法.

10. 以二個五分乘三百七十二個,就此計算,說明乘數爲小數時,乘法之意義及其運算之方法. 又依此計算說明前問題(2)驗算之方法.

11. (1)以三十五個五釐八毫,乘一百二十八個九釐八毫,就此計算,說明一般小數乘法之運算方法.

(2)以六釐五毫乘六百五十個八分五毫.

12. 以三萬六千七百八十九,除一億七千九百三十四萬六千三百七十五.

以此商(Quotient)乘除數(Divisor),其積等於被除數(Dividend),試驗之. [除法(Division)驗算之一]

又以此商除被除數,其商等於除數,試驗之. [除法驗算之二]

13. 以六萬九千五百四十二,除二億三千五百四萬六千二百三十八,商以整數(Integer)爲限,其餘數應書出之.

商×除數+餘數=被除數.

又自被除數減餘數,而以商除之,其結果等於除數,試驗之.

試按上之公式以驗得數(Answer)之誤否. 試以式表上之三種計算.

14. (1)以分爲單位,以一萬二千五百八十四除五百二萬六千六百七十八圓八角,此題之驗算若何?

(2)以圓爲單位,而行上之計算,依此說明被除數帶有小數時之除法. 又驗以此商除被除數其結果等於除數時,應改單位爲分,(欲使除數爲整數也)而計算之,依此說明除數爲小數時之除法.

【注意】 除數爲不名數,則商與被除數爲同單位之名數.

又被除數與除數爲同單位之名數,則商爲不名數.

15. 以四十六個二分七釐除一萬六千八百九十七個八分四毫. 以此商爲除數,除原被除數,其結果等於原除數,試驗之.

依上之二種計算,說明一般小數除法之運算方法.

16. 以三十四除七斗八升二合,試以石,斗,升,合爲單位,分四次運算.

17. 以六萬八千五百四十三,除二百三十三萬四百六十二圓三角八分,商以整數爲限,其餘數應書出.

18. 以五千七百五十八,除五百七十三萬三千一百九,商至小數第二位,第三位以下捨棄之則何如? 收入則何如? 又若求至小數第三位以下四捨五入則何如?

19. 以八零小數點(Decimal point)七二六,除二八三一七九小數點零五八四六,求小數第三位以下捨棄之,或收入之,或四捨五入三種之商.

20. 試計算以下各式.

(1) $67.2+6.5\times42.-46.8\times3.$

(2) $472.5\div25-16.7\times1.5\times0.6.$

(3) $\{39.7-(18+36.5)\times(0.48-0.16)\}\div(1-0.9832).$

(4) $\{(68.37+29.61)\div(\overline{0.16+3.98}\div18)\}\times(2.3+1.43).$

3. 速算法總論. 學者既習以上諸題,對於四則之理法,應已了解.顧數學以算術爲基礎.算術以計算爲能事.計算之道,以速爲貴.曷由而速?曰熟而已矣.曷由而熟?曰練習而已矣.加法爲計算之初步,加法不速,乘法除法均無由速也,故習算者當自練習加法起.下列諸法,理極淺顯,法亦簡而易行,依法練習數十日而猶不能速熟者,未之有也.

4. 速加法.

甲. 基數加法.

練習加法自二基數(Simple number)相加始.任何二基數相加,共有不同之式81個,例如

$$\begin{array}{r}4\\ \underline{3}\end{array}\quad\begin{array}{r}2\\ \underline{9}\end{array}\quad\begin{array}{r}1\\ \underline{8}\end{array}\quad\begin{array}{r}5\\ \underline{7}\end{array}\quad 等.$$

學者宜自列一表熟讀之.讀時宜隨口說出答數,不得曰某數加某數等於某數.

乙. 二基數相加,練習已熟,即可練習三基數相加.

	8	4	9	7	1
例如	4	8	4	7	9
	5	9	7	9	3

仍以一見卽呼出其和爲主,學者宜仿上法,列表讀之.

丙. 三基數相加表,業經讀熟,進而練習四數相加;例如 8, 7, 6, 4 四數相加,口中不當云 8 加 7 得 15,15 加 6 得 21,21 加 4 得 25,祇可云逐次加得之和,15,21,25.而在二基數及三基數相加已經熟練之人,可云 15,25,或 17,25;且練習旣久,卽不呼 15 或 17,而逕呼曰 25,亦非難能之事.

丁. 長行諸基數相加,宜合倂二數或三數爲一數,自上而下,或自下而上加之.在乙法未經熟練之時,不妨逐數相加,但遇有 3, 7,或 2, 8 等數相鄰時,宜合倂加之.如遇九可呼 10,而於下一數減 1 加之,遇 8 亦可呼 10,而於下一數減 2 加之.

$$\begin{array}{r}2\\4\\6\\9\\6\\5\\1\\3\\7\\8\\2\\8\\4\\\hline 65\end{array}$$

例如左式相加,口中宜呼 6, 12,21,27, 32,33,43,53,63,65.

戊. 兩位並加法. 若干二位數相加,常法先加個位諸數,後加十位諸數,在基數加法已經熟練之人,解此自屬易易.但究宜兩位並

加爲貴,例如下題.

$$\begin{array}{r} 78 \\ 53 \\ 26 \\ 45 \\ \hline 202 \end{array}$$

口中宜呼 45,65,71,124,194,202.

練習此法,亦宜仿下式任意造表讀之.

$$\begin{array}{r} 52 \\ 73 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 46 \\ 89 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 75 \\ 32 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 98 \\ 46 \\ 23 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 51 \\ 74 \\ 89 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 19 \\ 38 \\ 57 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 362 \\ 743 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 374 \\ 513 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13.9 \\ 2.0 \\ 10.8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 7.93 \\ 4.68 \\ 5.00 \\ \hline \end{array}$$

讀法,如 $\begin{array}{r} 52 \\ 73 \\ \hline \end{array}$, 宜呼 123,125; $\begin{array}{r} 46 \\ 89 \\ \hline \end{array}$, 宜呼 129,135. 稍事練習,可逕呼曰 125,135,毋庸分別相加矣.

己. 三位並加法. 法與兩位並加同.

【例】

$$\begin{array}{r} 324 \\ 567 \\ 789 \\ 415 \\ \hline 2095 \end{array}$$

計算時宜呼爲 424, 504, 1204, 1211, 1271, 1771, 1775, 1795, 2095. 而加法表讀熟之人,自能合併二數爲一數,而呼曰 1204, 2095.

庚. 多數相加法. 上列諸法苟經熟練,則多位相加,自屬易事,或分行相加,或分段而合併兩位或三位加之.

例如下題,以最右二行爲一段,其中二行

爲一段,最左三行又爲一段.

```
 4827608
 2694712
 3697483
 6274912
 6357149
 8692740
────────
32544604
```

先求最右一段之和爲204,寫04,以進位之2與次段相加得346,寫46,以進位之3與左一段相加得3254,寫於左,卽得答爲32544604.

【注意】 進位之數,宜隨時加於左行,不可於左行下記小點或小文字.

5. 速減法.

甲. 減法僅有二數,無論用何種方法,皆較加法爲易.通常減法,恆列被減數於減數之上,差數於減數之下,然實際應用,可不必依此排列.下列三式須注意,并仿此練習之.

【例1】
```
 543789……………………減數
 651328……………………被減數
────────
 107539……………………差數
```

【例2】
```
 123456789……………………減數
 864197532……………………差數
──────────
 987654321……………………被減數
```

【例3】
```
        579124)
        963158(
差數……949963)……………………減數
        765438(
        694125)
        837542)
       ─────────
       4789350……………………被減數
```

【注意】 例 3 之法,最適用於加法之驗算.

乙. 減法中常有時從一數內減去衆數之和,或從衆數之和內減去一數,更或從衆數之和內減去衆數之和,若必先求其和,再行減法,未免迂緩,是宜加減同時行之.

【例 1】

43871		……被減數
3628	}	
4539	}	……減數
846	}	
34858		……差數

【說明】 先求減數個位 8, 9, 6 之和23;10之倍數較23略大者爲30,30加被減數之個位 1,得31減去23,得 8,是卽差數個位數字.乃以30之 3 與減數十位諸數相加得12;10之倍數較12略大者爲20,20加被減數之十位數 7 爲27,自27減去12,得15,此 5 卽差數十位數字.再以27之 2 減去15之 1,得 1,與減數百位數字相加,得20,卽以20與被減數百位數字 8 相加,得28,自28減20,得 8,卽差數之百位數字.以 2 與減數千位數字相加,得 9;10之倍數與 9 相近者爲10,與被減數之千位 3 相加,得13,自13減 9,得 4,卽差數之千位數字.自被減數萬位數字 4 減去13之 1,得 3,卽差數之萬位數字.故得差數爲34858.

【例 2】

731	}	
862	}	……被減數
1032	}	
1939		……減數
686		……差數

說明從略.

【例3】

$$\left.\begin{array}{r}44859\\33478\\7832\\29473\end{array}\right\}\cdots\cdots\text{被減數}$$

$$\left.\begin{array}{r}24785\\4937\\6849\end{array}\right\}\cdots\cdots\text{減數}$$

$$\overline{79071}\cdots\cdots\text{差數}$$

減數個位之和爲21;10之倍數較21略大者爲30.故自30減21得9,再加被減數個位之和22,得31,自31減30得1,是卽差數個位數字.斯時口中應呼30−21+22−30=1.減數十位之和爲15,故應呼20−15+22−20=7, 7卽差數十位數字.百位千位等均仿此算之口中說

30−24+24−30=0,

20−14+23−20=9,

10−2+9−10=7,

故得差數爲79071.

6. 速乘法. 乘法較加法稍形複雜,應用亦較廣,練習更不容緩.茲將其法條舉於下,學者若持之以漸,貞之以恆,習練旣久,熟極而流.則一生應用,其味無窮矣.

甲. 九九表須看至極熟,(逆九九亦包於其中)凡二基數相乘,以一見卽說出其積爲主.例如以7乘8,一見卽知其積爲56,口中不可說七八五十六歌訣.

【註】 逆九九,卽顚倒歌訣中首二字而得者,如八三二十四,九七六十三等.

乙. 進位之數,不可於左側記點或小文字,宜隨時加於應進之位上.蓋人極至愚,記憶力縱極薄弱,亦不應並此一剎那間之記憶而不能.推原其故,實因二基數相乘,不能看出其積,口中必須默讀歌訣一句,所進之數,深恐遺忘,遂致有此習慣.此習不改,不足與言乘法也.

丙. 一百以內諸數相乘,以隨口念出其積,不需計算爲貴.然此非初學所可驟幾,宜自造一表,先讀二十以內諸數,依次遞增至99乘99爲度.在未經讀熟以前,宜先就下列諸法練習之.練習既久,則凡兩二位數相乘,自能一思即得結果矣.

【例1】
$$\begin{array}{r} 57 \\ 93 \\ \hline 5301 \end{array}$$

先以兩個位相乘,即 $3\times7=21$, 書1於個位下.次以乘數個位乘被乘數十位,及乘數十位乘被乘數個位,再加進位之數,即 $3\times5+9\times7+2=80$,書0於十位下.次以兩十位相乘,加進位之數,即 $9\times5+8=53$,即百位千位之數,書於左,即得答數爲5301.用此法可省去部分積(Partial product)而逕得答數.在兩二位數雖所省之時間無多,若擴而充之,多位數相乘時,亦用此法,則所省實多矣.

(例2.)
$$\begin{array}{r} 346 \\ 718 \\ \hline 248428 \end{array}$$

計算之順序如下:

$$8\times 6=48$$

$$8\times 4+1\times 6+4=42$$

$$8\times 3+7\times 6+1\times 4+4=74$$

$$1\times 3+7\times 4+7=38$$

$$7\times 3+3=24$$

積之定位法

個位＝個位×個位

十位＝個位×十位＋十位×個位

百位＝個位×百位＋百位×個位＋十位×十位

千位＝十位×百位＋百位×十位

萬位＝百位×百位

如有二位數與多位數相乘,亦可仿上法計算。

【例3】

$$\begin{array}{r} 136 \\ 57 \\ \hline 7752 \end{array}$$

計算之順序

$$7\times 6=42$$

$$7\times 3+5\times 6+4=55$$

$$7\times 1+5\times 3+5=27$$

$$5\times 1+2=7$$

【例4】

$$\begin{array}{r} 73912 \\ 23 \\ \hline 1699976 \end{array}$$

計算之順序

$$3\times 2=6$$

$$3\times 1+2\times 2=7$$

$$3\times 9+2\times 1=29$$

$$3\times3+2\times9+2=29$$
$$3\times7+2\times3+2=29$$
$$2\times7+2=16$$

7. 速除法. 學者於上列諸法,已經練熟,則除法之演算自無難處.然尚有兩事,學者亟須注意而練習之.

甲. 凡除數爲二十以內之數,宜用短除法.即部分積與餘數不必每次寫出,逕書商數,以目視被除數,而口中能呼出其商爲度.

【例】
$$17\overline{)987654321}$$
$$\quad 58097313$$

乙. 除數爲多位數時,商數每位與除數相乘之積,不必寫出,而逕書餘數.即每乘一位,隨時自被除數或已得之餘數內減去.此在減法已經熟練之人,毫不費事,然所省之時間亦不少矣.

【例】 求 $975318642\div2397$ 之商

975318642	2397
16518	406891
21366	
21904	
3312	
915	

問題二

1. 下列A,B兩行諸數,求由(1)至(12),(2)至(13),(3)至(14),

以至(7)至(18)之和。

	A		B
(1)	93847695	(1)	74693825
(2)	62376428	(2)	43927296
(3)	81924763	(3)	85673248
(4)	30892469	(4)	25936874
(5)	22048692	(5)	68479236
(6)	34279867	(6)	37291862
(7)	42963249	(7)	43918734
(8)	23842761	(8)	25687296
(9)	98279646	(9)	82734604
(10)	24635735	(10)	35683729
(11)	93937264	(11)	46928794
(12)	26793426	(12)	68279836
(13)	38947365	(13)	40921345
(14)	94636491	(14)	72804965
(15)	69927948	(15)	34918246
(16)	37428963	(16)	39467829
(17)	54682718	(17)	62918295
(18)	29654736	(18)	46289374

2. 下列諸式,試自甲組諸數之和,減去乙組諸數之和。

(1)		(2)		(3)		(4)	
甲	4635	乙	687	甲	2578	甲	8754
	7698		439		487		965
	463		645		573		867
	2345		2369		1257		867
乙	213		184	乙	634	乙	4582
	124	甲	6312				768
			432				

	(5)		(6)		(7)		(8)
	9487		26437		643		753
乙	6548	甲	3258	乙	721	乙	479
	4658		4390		235		947
甲	3842		8643		456		68
	7584	乙	5758		346	甲	412
				甲	1245		

3. 下列各數,試求連續二數,或任意二數之積。

(1) 23　(2) 98　(3) 45
(4) 76　(5) 452　(6) 586
(7) 784　(8) 693　(9) 4652
(10) 3594　(11) 7082　(12) 9637
(13) 12345　(14) 35791　(15) 86432
(16) 74539　(17) 164382　(18) 902675
(19) 4358024　(20) 123498765

4. 解上題時所得諸積,試各以乘數除之.

【註】 加減乘除問題,最占篇幅,本書不能多舉,學者宜隨事隨地練習之。

8. 簡便算法. 學者能於上述四則之速算諸法,隨時隨事加以練習,則神明變化,實有不可思議之樂境.然遇特殊之數,仍可施行簡法,雖云偏而不全,要亦別有妙用;且當速算法未經純熟以前,亦可應用也.

9. 加減之簡法.

【例1】 $46+15-24$之式,試暗算之。

【解】 諸數相加減,其被減數若不小於減數,則順序雖變,能得相同之結果.

故 $46+15-24=46-24+15=22+15=37$.

如此變其順序,則無論加減,皆可於同位施之.

【例2】　$15-8.57-1.63$ 之式,試暗算之.

【解】　自一數減衆數,逐一減去之結果,與自一數減去衆數之和相等.

故 $15-8.57-1.63=15-(8.57+1.63)=15-10.2=4.8$.

如此可避計算之繁.

【例3】　用暗算法,求478與397之和.

【解】　加3於397,可得便於計算之數400.故先加400,後減3,較加397爲易,故 $478+397=478+400-3=878-3=875$.

【例4】　用暗算法,求 $6.78-5.94$ 之值.

【解】　加0.06於5.94,可得便於計算之數6.故先減6,然後加0.06,較減5.94爲易.

故 $6.78-5.94=6.78-6+0.06=0.84$.

10. 乘除之簡法.

【例1】　試計算 365.9×800.

(運算)
```
    365.9
  ×   800
 ---------
 2927 20.0
```

【解】　因800爲8與100之積,而以衆數之積乘某數,或除某數,等於以衆數連乘之,或連除之;故以800乘某數,等於先乘以8,後乘以100.然變某數爲10倍,100倍,1000倍等,卽將其數之個位依10,100,1000等0之個數,移於其右可也.故依此運算可得上之簡法.

【例2】　試計算 $5789.2\div1300$,商至小數第三位,以下四捨五入.

```
            4.453强
(運算) 13(00)57.892
            52
            ─────
             58
             52
             ─────
              69
              65
              ─────
               42
               39
               ─────
                3        答4.45强.
```

【解】 1300者,13與100之積.故以1300除某數時,等於先以100除,後以13除.而以10,100,1000等除某數時,即將其個位依10,100,1000等數中0之個數,移於其左可也.故由此運算,可得上之簡法.依上二例,凡乘數或除數,其右端有一個或二個以上之0時,皆可將10,100,1000等與其他之因數相分,而行簡便之連乘法或連除法.

【例3】 試計算225×48.

```
(運算)   225          (常法)   225
       ×  6                    48
       ─────                 ─────
        1350                  1800
           8                  900
       ─────                 ─────
       10800                 10800
```

【解】 因48為6與8之積,故以48乘某數,等於先以8乘,後以6乘.依此法可省通常乘法運算中之加算.

【例4】 (1)試計算4640÷32.

```
(運算) 4)4640
       8)1160
          145      答145.
```

【解】 因32為4與8之積,故以32除某數,等於先以4除,後以8除.

(2)試計算8675÷63.

(運算)
$$\begin{array}{r}7\underline{)8675}\\ 9\underline{)1239}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots 2\\ 137\cdots\cdots\cdots 6\times7=\underline{42}\\ 44\end{array}$$

答商137,餘44.

【解】　因63為7與9之積,故以63除某數,等於以7與9連除之商上之運算,因第二次之餘數6,出於7除原數所得之商,故以7乘之,使還為原數之餘數,得42;與第一次所餘之2相加,得44,此即以63除原數所得之餘數也.

【例5】　試計算34.87×427.

(運算)
$$\begin{array}{r}34.87\\ \underline{\times\ 4\,27}\\ 244\,09\cdots\cdots\cdots 3487\times7\\ \underline{14645\,4}\cdots\cdots\cdots 24409\times6\\ 14889.49\qquad 答\ 14889.49.\end{array}$$

【解】　因乘數427為420與7之和,而420為7之60倍;故以427乘某數,等於將7倍之積,與7倍之積之60倍相加之和,如是則演算時較為簡便.

【例6】　試計算98×7.

【解】　因98加2可得便於計算之數100,而以某數乘二數之差,等於某數逐一乘二數,然後求其差;故以7乘98,等於自100×7內減2×7,而計算較簡.

即　$98\times7=(100-2)\times7=100\times7-2\times7=700-14=686.$

【例7】　試計算7.24×25.

【解】　因25為100÷4,故將某數倍以25,等於先倍以100,後除以4.如此則依暗算可得某數之25倍.

即　$7.24\times25=7.24\times100\div4=724\div4=181.$

【例8】　試計算742875÷25.

【解】 因25=100÷4,故以25除某數,等於先乘以4,後以100除.

即 $742875\div25=742875\times4\div100=2971500\div100=29715$.

【例9】 試計算469873×125.

【解】 因$125=1000\div8$,故以125乘某數,等於先以1000乘,後以8除.

即 $469873\times125=469873\times1000\div8=469873000\div8$

$=58734125$.

【例10】 試計算$356\div1.25$.

【解】 因$1.25=10\div8$,故以1.25除某數,等於先以8乘,後以10除.

即 $356\div1.25=356\times8\div10=2848\div10=284.8$.

其他如75,375,625,875,175等皆可仿此運算.

因 $375=3000\div8$

$625=5000\div8$

$875=7000\div8$

$75=300\div4$

$175=700\div4$ 故也.

【例11】 試計算43862×17.

【解】 因$17=10+7$,故以17乘某數,等於以10乘某數與7乘某數之和.而以10乘某數,僅於某數之個位下加以一0已足,再以7乘某數寫於其下,加之,即得.

$$\begin{array}{r}438620\\ \underline{307034}\\ 745654\end{array}$$

凡以11至19各數乘某數,皆可仿此算之.

【例12】 試計算$938467\times11\times111$.

【解】 兩數相乘,被乘數爲任何數,乘數爲11時,則其積以被乘數之個位十位之和爲十位數,以被乘數十位百位之和爲百位數,以被乘數之百位千位之和,爲千位數等等,而以被乘數之首末兩位爲積之首末兩位.如和數大於十,則進位如常法,其理觀下式自明.若乘數爲 111, 1111, 可仿此求之.

(簡法)

$$\begin{array}{r} 938467 \\ \hline 10323137 \\ \hline 1145868207 \end{array}$$

(常法)

$$\begin{array}{r} 938467 \\ 11 \\ \hline 938467 \\ 938467 \\ \hline 10323137 \\ 111 \\ \hline 10323137 \\ 10323137 \\ 10323137 \\ \hline 1145868207 \end{array}$$

【例 13】 試計算 98×94 及 988×979 及 9998×9876.

【解】

$$\begin{aligned} 98\times94 &= (100-2)\times(100-6) \\ &= 100\times100-100\times6-100\times2+2\times6 \\ &= 100\times100-100\times(6+2)+2\times6 \\ &= 100\times(100-\overline{6+2})+2\times6 \\ &= \{(100-2)-6\}\times100+2\times6 \\ &= (98-6)\times100+2\times6. \\ \text{或}\quad &= \{(100-6)-2\}\times100+2\times6 \\ &= (94-2)\times100+2\times6. \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} 98\cdots\cdots2 \\ 94\cdots\cdots6 \\ \hline 9212 \end{array}\qquad \begin{array}{l} 988\cdots\cdots12 \\ 979\cdots\cdots21 \\ \hline 967252 \end{array}\qquad \begin{array}{l} 9998\cdots\cdots\cdots2 \\ 9876\cdots\cdots124 \\ \hline 98740248 \end{array}$$

凡被乘數及乘數之位數相同,而俱甚近於 100, 1000, 10000…………者,則第以被乘數及乘數各與 100, 1000, 10000

……………相減爲差數,兩差數相乘,即得積之下半截;(倘兩差相乘之位數,多於乘數及被乘數者,即非此款之例.)被乘數(或乘數)內減去乘數(或被乘數)與 100, 1000, 10000 等之差,爲積之上半截.(如乘數被乘數各二位,則上半截之末位在百位上,若各爲三位,則上半截之末位在千位上.)

【例 14】 求多位數之平方法.

(1)

$$\begin{array}{l}
\quad\;\; 3456^2 \\
\hline
\;9162536 \\
\;244060 \\
\quad 3048 \\
\quad\;\; 36 \\
\hline
11843936
\end{array}$$

【解】

$$\begin{aligned}
3456^2 &= (3000+400+50+6)^2 \\
&= 3000^2+400^2+50^2+6^2+2\times3000\times400 \\
&\quad +2\times3000\times50+2\times3000\times6+2\times400 \\
&\quad \times50+2\times400\times6+2\times50\times6 \\
&= 3000^2+400^2+50^2+6^2 \\
&\quad +2\times(3000\times400+400\times50+50\times6) \\
&\quad +2\times(3000\times50+400\times6)+2\times3000\times6.
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{l}
\qquad\qquad\quad 189346245^2 \\
\hline
\quad 164810916360041625 \\
\quad 17445424482416 40 \\
\qquad 18487236164820 \\
\qquad\quad 66508123260 \\
\qquad\qquad 896362440 \\
\qquad\qquad 12327230 \\
\qquad\qquad\quad 46490 \\
\qquad\qquad\qquad 880 \\
\qquad\qquad\qquad 10 \\
\hline
\;35852000495600025
\end{array}$$

部分積中,第一行係原數各位數之平方數,不足二位

者,加一0於其左以補足之.第二行係以最右第一位與第二位相乘積之二倍,次係第二位與第三位相乘積之二倍,再次係第三位與第四位相乘積之二倍,如是順序以相連二數字相乘,而二倍之.第三行係第一位第三位之積之二倍,第二位,第四位之積之二倍,第三位,第五位之積之二倍,如是順序以每隔一位兩數字相乘而二倍之.第四行係自右端起,每隔二位相乘積之二倍,第五行係自右端起每隔三位相乘積之二倍,如是每下一行卽多隔一位,至第一位與左一位相乘積之二倍爲止,然後依常法加之,卽得所求之積.

以此與尋常乘法演算比較,則繁簡不同,昭昭然矣.

問題三

試以暗算計算下列各式:

1. 3203−1387+2589.
2. 89.75+46.31−40.25
3. 12.34+5.96+3.04.
4. 142−57−33−32.
5. 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10.
6. 3256+2188+1262+2192.
7. 56.3467−2.9997.
8. 453682−89997.
9. 100000−56978.
10. 34 999+53.645.

下列各式,試用相當之簡法計算其值.

11. 6750×8000　　12. 37.52圓×2000.

13. 48.325石×51000　　14. 985800÷5800.

15. 6489÷400(商以整數爲限,以下仿此,但被除數除數爲小數時不在此限。)

16. 1349.12÷340.
17. 34892×45.
18. 102.48圓×56.
19. 678人×486.
20. 40062×639.
21. 9086÷28.
22. 2688.32÷0.32.
23. 5440人÷64人。
24. 27.81÷72.
25. 65.52÷5.6
26. 8005÷450.
27. 99×3785.
28. 48.52×49.
29. 12.02×10.2.
30. 39.7×25.
31. 39.7824÷5.
32. 62847×25.
33. 639742÷25.
34. 291746÷125.
35. 473825×125.
36. 461063×75.
37. 396841×75.
38. 600875÷625
39. 567924×375.
40. 789246÷875.
41. 436986×875.
42. 924003×875.
43. 267059÷175.
44. 237382÷875.
45. 267095×625.
46. 500724×175.
47. 35297×12.
48. 82628×14.
49. 435068×19.
50. 793284×13.
51. 53179×16.
52. 246802×18.
53. 94237×11.
54. 9385×111.
55. 257912×111.
56. 23417×1111.
57. 9832×11111.
58. 4389×11×111.
59. 125×133.
60. 243×255.
61. 97×82.
62. 58×54.
63. 93×96。
64. 43725×3999.
65. 113×142。

66.	49×41.	**67.**	998×982.
68.	47×42.	**69.**	9992×9987.
70.	33333^2.	**71.**	72468×1003.
72.	98326×12672.	**73.**	54632^2.
74.	8756241^2.	**75.**	538^2.
76.	285^2.	**77.**	99999^2.
78.	84642×3251.	**79.**	45986×3125.
80.	75×54.	**81.**	35×65.
82.	79862×10998.	**83.**	59964×28456.
84.	173^2.	**85.**	20425^2.
86.	9988×9987.	**87.**	98736×111.
88.	85493×1112.	**89.**	9324×1212.
90.	75328×7260123.	**91.**	69548×89993.
92.	49756×398426.	**93.**	4675×6125.
94.	57392×20001.	**95.**	9325×173451.
96.	$333^2\times1111$.	**97.**	343×357.
98.	99992×99897.	**99.**	128496×1854.
100.	4688×4812.		

11. 省略算法總論※ 於位數甚多之數,將其若干位以後之數棄之而不計,謂之省略;所用計算之法,謂之省略算法(Approximation).

例如云我國人口約四萬萬人,面積三千萬方里,此整數之用省略者也;如云$\frac{355}{113}$約等於$\frac{22}{7}$,此分數之用省略者也;如云圓周爲直徑

3.1416倍,此小數之用省略者也.但本書所論者,專以小數為限.因小數之計算,常有需用之位數無多,若依常法演算,則其大部分皆歸於無用,時間腦力均不經濟,故不得不別立算法也.

12. 省略加法* 多數相加,各數均為多位之小數,則自需用小數位之右一位或二,三位,加以比加數少一之數,(例如三數相加則加2,四數相加則加3,餘類推.)但使加於某位而不致變動需用之位,則加法卽自某位演起,而他位概從省略.

【例1】 求9.7856342+8.0958354+0.7352943之和至毫位.

9.785	6
8.095	8
0.735	2
18.616	

【解】 所求之和,以小數三位為止,而第四位6, 8, 2加2之和為18,故第五位任為何數,不致變動毫位;故自毫位之右一位加起,而餘位概從省略.

【例2】 求5.3298742+9.6581231+0.9897651+4.1224755+7.4399568之和至釐位止.

5.32	98
9.65	81
0.98	97
4.12	24
7.43	99
27.53	

因毫位諸數字之和爲37,若絲位進位之數爲4,則必影響於毫位,故當自絲位加起,而其餘概從省略.

13. 省略減法＊　小數相減,可自需用之末位減起,而省略其他各位,但

(1) 如右一位之數爲上大下小,則末位依原數而減.

(2) 如右一位之數爲上小下大,則減數之末位宜加 1.

(3) 如右一位之數爲上下相同,則再視右二位之數,而依(1)或(2)定之.

【例1】　求6.975432與2.864358之較至毫位止.

$$\begin{array}{r|l} 6.975 & 4 \\ 2.864 & 3 \\ \hline 4.111 & \end{array}$$

需用之小數爲三位,而第四位之數上大下小,故依(1)法.

【例2】　求2.564308與0.927856之差至毫位止.

$$\begin{array}{r|l} 2.564 & 3 \\ 0.927 & 8 \\ \hline 1.636 & \end{array}$$

因毫之右一位爲上小下大,故從(2)法.

【例3】　求12.078654391與8.2949580322之較至絲位.

$$\begin{array}{r|l} 12.0786 & 54 \\ 8.2949 & 58 \\ \hline 3.7836 & \end{array}$$

因絲位之右一位上下皆爲5,故從(3)法及(2)法.

14. 省略乘法＊　【原理】　甲乙兩數相

乘,其乘積之末位如爲丙位,設將甲數進若干位,乙數退若干位,則其積之末位仍爲丙位.反是若將甲數退若干位,乙數進若干位,則其積之末位亦必仍爲丙位.

例如　$6\times0.4=2.4$ 末位爲分位.

$60\times0.04=2.4$ 末位仍爲分位.

$0.6\times4=0.06\times40=0.006\times400=600\times0.004$ 末位均仍爲分位.

應用上理,得省略乘法如下.

先寫被乘數,於需用小數若干位之右二位置乘數之個位,顚倒乘數數字之次序而書之.次以乘數之各位,自被乘數中與乘數同在一行之數字起,向左次第乘之,其餘槪從省略.

乘得之各部分積,其末位皆與乘數之個位在一行上.如右位有應進位之數,則宜併入.最後以各部分積相加,將右端之二位棄之,卽爲所求之積.

【例 1】　求 $3.1415926535\times2.182818284$ 之積至絲位止.

```
                        3.141592
                        818281.2
                        ---------
3141592×2...............6283184
 314159×1................314159
31415×8+7................251327
 3141×2+1..................6283
   314×8...................2512
    31×1.....................31
     3×8.....................24
                        ---------
                        6.857520
```

【解】　因所求之小數僅四位,故於再右二位,卽小數點後第六位置乘數之個位 2,依法乘之,棄其末二位,卽

得所求之積6.8572,積之小數點,與被乘數之小數點,同在一直線上.

【例 2】　求 0.693147×0.017453 之積,至小數五位止.

```
               0.693147
                354710.0
              ------------
  69314×1 ..........6931 4
6931×7+2 ..........4851 9
    693×4 ..........277 2
  69×5+1 ..........34 6
    6×3+2 ..........2 0
              ------------
              0.01209714
```

15. 省略除法※　【原理】(1)凡除數有整數者,若求商數至某位而止,則被除數中與商數有關係之數,亦僅至某位而止.

例如　有數357.69724 以 6 或 7 或6.823574除之,若商數求至釐位爲止,則與被除數中釐位右之724無關;所得之商,與被除數爲357.69 而除得者無異.

(2)除數不變,被除數乘之以10,與被除數不變而除數除之以10者,其所得之商無異.

例如　被除數爲63,除數爲90,則

$630\div90=7$, 及 $63\div9=7$.

故 $(63\times10)\div90=63\div(90\div10)$.

應用上述二理,得小數省略除法如下:

先寫被除數及除數如常法,若除數有整數者,則視商數需用之小數若干位,在被除數之小數中,截取多一之位數,併在除數中截取與被除數相應之位數,然後相除;既得商之第一位,乃以之乘截取之除數併入右位應進之數,自被除數減之.嗣後商數每添一位,則除數之右少乘一位,故

每次之減數遞少,而商數易於求得.

【例 1】　求357.69724÷6.823574之商至釐位.

```
6.8|2|3|574)357.697|24(52.42
            341 178...............68235×5+3
            ------
             16 519
             13 647............... 6823×2+1
             ------
              2 872
              2 729................682×4+1
              -----
                143
                136................68×2
                ---
                  9
```

需用小數兩位,故於被除數中多取一位,至小數三位,其故因防末位之誤差,影響及於商數也. 尋常除法至不足除時,則於餘數後加一0,即不啻以10乘被除數.此法於除數屢去一位,不啻以10除除數,故所得之商無異.

【例 2】　求3.5769724÷0.06823574之商至釐位.

【解】　以100乘被除數及除數,得
357.69724及6.823574,然後依上法除之.

【例 3】　求357697.24÷6823.574之商至釐位.

【解】　以1000除被除數及除數,得
357.69724及6.823574,然後依上法除之.

問題四*

1. 求下列各式之和.

(1) 129.35712+22.41235+19.45211+7.382941至小數第三位.

(2) 5.31843+27.51627+17.43896+0.01857至小數第三位.

(3) 5.3255781+3.4678112+4.0283947+25.5392143

+0.8946225+1.02578463至小數第四位.

(4) 0.3762581+2.059384+4.9635742+3.76209 +1.0305724至小數第五位.

2. 求下列各式之差.

(1) 2.467381−1.376823至小數第三位.

(2) 52.3456341−1.6至小數第四位.

(3) 14.2356789−13.4796804至毫位.

(4) 0.9876432−0.04398527至絲位.

(5) 2.49812[illegible]5−1 0039527至毫位.

3. 求下列各式之積.

(1) 976.52834×54.723至分位.

(2) 5.3258×72.53至釐位.

(3) 340.7825×0.564至毫位.

(4) 0.9263×963.58至絲位.

(5) 0.83329×645至毫位.

(6) 0.25678×0.0784至絲位.

(7) 3546.5×26.4073至釐位.

4. 求下列各式之商.

(1) 1854.3728÷7.825至釐位.

(2) 21.706÷384.57至絲位.

(3) 0.8957÷2.384至毫位.

(4) 0.90578÷0.0253至釐位.

(5) 0.09278÷0.0468至毫位.

(6) 358÷0.627至釐位.

(7) 4.30728÷715.482至絲位.

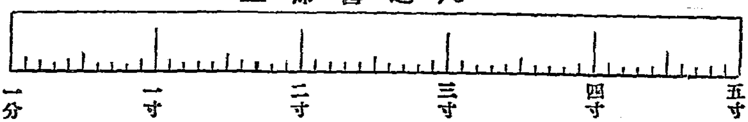
第二章　複名數

16. 長度. 量物之長短者用度,其基本單位爲尺.今將其名稱及命位列表如下.

長度表

10	毫	=1	釐
10	釐	=1	分
10	分	=1	寸
10	寸	=1	尺
5	尺	=1	步
2	步	=1	丈
180	丈	=1	里
200	里	=1	度

工部營造尺



我國尺有工部營造尺及海關尺之分,部尺小而關尺大,部尺一尺合關尺八寸九分強,尋常尺字乃指部尺也.

化複名數爲單名數,謂之通法 (Reduction descending);化單名數爲複名數,謂之命法 (Reduction ascending). 今將通法命法舉例如下,學者須注意各式中名數之寫法,而深究其理.

【例 1】 試通3里42丈1步3尺爲尺數.

(運　算)

丈	步	尺
180	2	5
×3	×582	×1165
540	1164	5825
+42	+1	+3
582	1165	5828

答5828尺.

【注意】 運算中各行上之丈,步,尺等字乃一直線下各數所公用者.

【例 2】 試通3里42丈1步3尺爲丈數.

(運　算) 5尺)3尺 → 0.6

1步 +0.6 = 1.6步；2步)1.6步 → 0.8

丈
180
×3
540
+42
582
+0.8
582.8

答582.8丈.

【例 3】 試命5828尺爲複名數.

(運　算) 5尺)5828尺 → 1165……3尺

2步)1165步 → 582……1步

180丈)582丈 → 3……42丈

答3里42丈1步3尺.

【例 4】 試命582.8丈爲複名數.

(運　算) 180丈)582丈 → 3…42丈

2步	5尺
×0.8	×0.6
1.6	3.0

答3里42丈1步3尺.

習　題

1. 將三十五尺,百六十七分,三千九十二釐,二百八十九毫等數,各用丈以下之複名數表之.

2. 將百九十五丈千二百七十步,一萬二千五百六十尺等數,各以里,丈,步,尺之複名數表之.

3. 將4.126里, 0.724丈, 120.65步, 0.24尺, 0.15寸, 15.38分等數,各以複名數表之.

4. 將二尺六寸五分,四寸五釐,七分五釐二毫,三丈八尺,各以尺,寸,分,釐,毫爲單位表之.

5. 將六步二尺四寸,七丈一步三尺,十五里二十六丈一步三尺,十四里一步二尺等數,各以尺,步,丈,里爲單位表之. (小數第六位以下四捨五入)

17. 面積. 量物之表面者用面積度,其基本單位爲方尺.方尺乃一正方形,四邊之長皆相等,而每邊長一尺者也.惟量地時以畝爲基本單位,其名稱及命位列表如下.

面積表

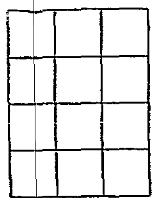
100	平方寸	=	1	方尺
100	平方尺	=	1	方丈
25	平方尺	=	1	方步
4	平方步	=	1	方丈
6	平方丈	=	1	分
10	分	=	1	畝
100	畝	=	1	頃
540	畝	=	1	方里

分以下有釐,毫,絲,忽,等名,爲十進法,通常田地買賣及納稅均以十進法計算.

【例 1】　問每邊 3 尺之正方形,其面積爲何.

【解】　因每邊 1 尺之正方形,其面積爲 1 方尺;今每邊爲 3 尺,卽 1 尺之 3 倍,故其面積爲 1 方尺之 3 倍之 3 倍.

∴此正方形之面積爲 1 方尺×3×3=9 方尺.



【例 2】　有矩形,縱 3 尺,闊 4 尺,問其面積爲幾平方尺.

【解】　依例 1 理得

矩形之面積=1 方尺×3×4=12 方尺

(參看附錄 I 第一章 1)

習　題

1. 三千七百八十九方丈,二千五百二十五方尺,十二萬四百七十方寸,各以複名數表之.

又五十萬方步之地,以複名數表之則何如?

2. 15.36 方步,23.4 方丈,0.347 方里等數,各以複名數表之.

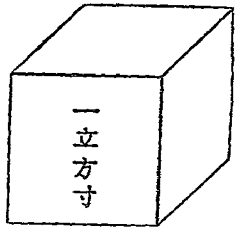
3. 將七平方尺三平方寸,二方丈二方尺五方寸,各以方丈,方尺,方寸爲單位表之.

4. 六頃七畝二十七方步,三方里四頃五畝十六方步等數,各以方里,頃,畝,方步爲單位以表之.(小數至第三位以下四捨五入)

18. 體積.　凡物所占之空間,謂之體.計其所占之多寡,用體積以表之.體積之基本單位

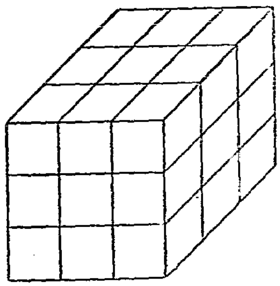
為立方尺,其名稱及命位列表如下.

1000 立方寸	=	1 立方尺
125 立方尺		1 立方步
8 立方步	=	1 立方丈



【例 1】　有立方體,每邊長 3 尺,求其體積.

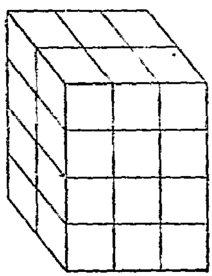
【解】　縱橫高各 1 尺之立方體,其體積為 1 立方尺. 故高與橫各 1 尺縱 3 尺之體,其體積為 1 立方尺之 3 倍,即 1 立方尺 $\times 3=3$ 立方尺.又高 1 尺縱 3 尺橫 3 尺之體,其體積為 3 立方尺之 3 倍,即 3 立方尺 $\times 3=9$ 立方尺.又縱 3 尺橫 3 尺高 3 尺之立方體,其體積為 9 立方尺 $\times 3=27$ 立方尺,故所求之立方體,其體積為 27 立方尺.



【例 2】　有直方體,長 3 尺,闊 2 尺,高 4 尺,求其體積.

【解】　依例 1 理得

直方體之體積 $=1$ 立方尺 $\times 3\times 2\times 4=24$ 立方尺. (參看附錄 I 第二章 7)



習題

1. 十二萬三千四百五十六立方寸,七千二十八立方寸,試各以複名數表之.

2. 九十八立方丈二立方步一百二立方尺七百九十三立方寸,試以立方丈,立方步,立方尺,立方寸爲單位表之.

19. 容量. 物體之大小,又可用容量表之.其基本單位爲升.1 升之體積爲 31.6 立方寸.茲將其名稱及命位列表如下.

容量表
10 勺 = 1 合
10 合 = 1 升
10 升 = 1 斗
10 斗 = 1 石

習題

1. 將二千三百五十勺,四千六合,六千四十升,四千五百十八斗,各表以複名數.

2. 9.2 合, 3.16 升, 4.902 斗, 0.614 石,各表以複名數.

3. 將 2 斗 3 合 4 勺, 4 升 5 合 9 勺, 7 石 8 升 9 合,各表以勺,合,升,斗,石爲單位之數.

20. 衡制. 衡制以兩爲基本單位,其名稱及命位列表如下.

衡制表
10 分＝1 錢
10 錢＝1 兩
16 兩＝1 斤
200 斤＝1 引

分以下亦用釐,毫,絲,忽,等名.

我國衡制,有庫平關平之分,關平惟海關徵稅用之,庫平一兩,合關平九錢八分三釐(參看57).尋常兩字,皆指庫平也.

習題

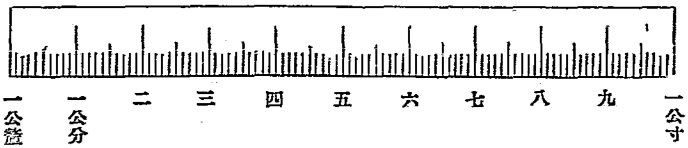
1. 將三千五百兩,十五萬九千五百四十兩,二萬五十兩,各以斤,引爲單位表之.

2. 將6.765引,0.4326斤,5.75兩,各表以複名數.

3. 將五引,四百兩,二百五十斤,四十兩,七百五十兩四錢,各表以引,斤,兩爲單位之數.

21. 萬國權度通制. 此制亦名米突制,創於法國,現今通行日廣,專用者有德意志等三十二國,兼用者有我國及英吉利等十國.其長度之基本單位爲米突,原器以白金製成,在攝氏寒暑表零度時首尾兩標點間之長,當地球子午線之長四千萬分之一.原器貯於巴黎萬國權度同盟局,後世幾經密測,知一米突等於

地球子午線之長$\frac{1}{40003423}$.惟既經萬國同盟會會議而定,各國仍無異議,一律採用.我國於營造尺庫平制外,兼用此制,定名公尺,於四年一月公布.原器歸農商部保管.農商部依原器製造副原器二份,以一份存農商部,爲製造各種標準器之用,餘一份存教育部.茲將此制之度量衡列表如下.



萬國權度通制長度表					
本國名	英文	音譯	西文略號	舊時中文略號	進位
公釐	Millimeter	米理米突	mm.	粍	各位皆以十進
公分	Centimeter	生的米突	cm.	糎	
公寸	Decimeter	特西米突	dm.	粉	
公尺	Meter	米突	m.	米	
公丈	Decameter	特卡米突	Dm.	籵	
公引	Hectometer	海克脫米突	Hm.	粨	
公里	Kilometer	啟羅米突	Km.	粁	

面積之單位曰平方公尺,其名稱及命位列表如下.

萬國權度通制面積表					
本國名	英文原名	音譯	英文略號	舊時中文略號	進位
平方公釐	Square millimeter	平方米里米突	Sq. mm. 或 mm^2	方粍	各位皆以百進
平方公分	Square centimeter	平方生的米突	Sq. cm. 或 cm^2	方糎	
平方公寸	Square decimeter	平方特西米突	Sq. dm. 或 dm^2	方粉	
平方公尺	Square meter	平方米突	Sq. m. 或 m^2	方粎	
平方公丈	Square decameter	平方特卡米突	Sq. Dm. 或 Dm^2	方籵	
平方公引	Square hectometer	平方海克脫米突	Sq. Hm. 或 Hm^2	方粨	
平方公里	Square kilometer	平方啟羅米突	Sq. Km. 或 Km^2	方粁	

地積之單位曰公畝,其名稱及命位如下.

萬國權度通制地積表						
本國名	英文	音譯	舊時中文略號	西文略號	與面積制之等數	進位
公　釐	Centiare	生搭爾	糎	ca.	1平方公尺	以百進
公　畝	Are	安爾	安	a.	1平方公丈	
公　頃	Hectare	合搭爾	粨	Ha.	1平方公引	

萬國權度通制體積表								
本國名	立方公里	立方公引	立方公丈	立方公尺	立方公寸	立方公分	立方公釐	進位
略號	立粁	立粨	立籵	立粎	立粉	立糎	立粍	以千進

英文原名,於長度各名之前,各附以 Cubic.

容量之基本單位爲公升,卽一立方公寸之體積,列表如下.

萬國權度通制容量表					
本國名	英文原名	音譯	西文略號	舊時中文略號	進位
公撮	Milliliter	米里立脫耳	ml.	竓	各位皆以十進
公勺	Centiliter	生的立脫耳	cl.	竰	
公合	Deciliter	特西立脫耳	dl.	竕	
公升	Liter	立脫耳	l.	竔	
公斗	Decaliter	特卡立脫耳	Dl.	竍	
公石	Hektoliter	海克脫立脫耳	Hl.	竡	
公秉	Kiloliter	啟羅立脫耳	Kl.	竏	

衡之基本單位爲公分,其重量當攝氏表4度時蒸溜水一公升千分之一之重.公分千倍重量卽公斤. 公斤之砝碼亦以白金爲之,貯於萬國權度同盟局.

萬國權度通制衡制表					
本國名	英文原名	音譯	西文略號	舊時中文略號	進位
公絲	Milligram	米里克蘭姆	mg.	兞	各位皆以十進
公毫	Centigram	生的克蘭姆	cg	兣	
公釐	Decigram	特西克蘭姆	dg.	兝	
公分	Gram	克蘭姆	g.	克	
公錢	Decagram	特卡克蘭姆	Dg.	兙	
公兩	Hektogram	海克脫克蘭姆	Hg.	兡	
公斤	Kilogram	啟羅克蘭姆	Kg.	兛	
公衡	Myriagram		Mg.		
公石	Quintal		I		
公鐓	Tonne或Ton	法噸	T.或mt.		

萬國權度通制度量衡之讀法,唯用一單位;例如1500公尺,僅可讀爲1500公尺,或15公引,或1.5公里;不能讀爲1公里5公引.

權度比較,前此概從約數,而根據不確,出入滋多.自權度法公布以來,營造尺庫平制與萬國權度通制始有正確之比較.茲列表如下.

1尺……………………0.32公尺

1斤……………………0.596816公斤

1升……………1.0354688公升
1公尺……………3.125尺
1公斤……………1.6755563斤
1公升……………0.9657461升

習　題

1. 試化3120公尺爲公里,再化爲公分.
2. 0.47698公里,以公引,公丈,公尺,公分爲單位表之
3. 1公頃等於若干平方公尺?
4. 179.365平方公釐,等於若干平方公里?
5. 試改2.34立方公尺爲立方公釐.
6. 9.35公升爲若干立方公分?

22. 時間. 時間(Time)者,年月日及時之總稱也.其基本單位爲日(Day),積日爲月(Month),積月爲年(Year).計年之法,名曰曆法.法有新舊兩種,以地球繞太陽一周之日數爲一年者曰新曆(或曰陽曆),我國現在所通用者也;以月繞地球一周之日數爲一月者,曰舊曆(或曰陰曆),我國前清以前常用之,今已廢而不用.茲列新曆月日等之關係表如下.

曆　法　表

名稱	年	月	週	日	時	分
等數	12月 平年365日 閏年366日	四,六,九,十一月各30日 二月平28日閏29日 其餘各月均31日	7日	24小時	60分 即 一點鐘	60秒

地球上任一點由第一次正對太陽至第二次正對太陽,其經過之時間,名曰一**太陽日**(Solar day),即地球對太陽自轉一周是也.然因地球繞日而行,其軌道不爲圓形,其與太陽之距離,日日不同,故兩正午相距之時間不能劃一,(如十二月二十二日較九月十五日幾長一分鐘)於是取地球公轉一周之總日數而平均之,定爲時間之單位,命之曰**平均太陽日**(Mean solar day),省之曰日.吾人通常所稱之日,自夜半十二時起,至次夜十二時止,與平均太陽日之時間相同.每日之前半稱爲上午,後半稱爲下午.近今電報局火車站等處,改用新法,一日中不分上午下午,但自一時起順數至二十四時,即下午二時爲十四時,下午十一時爲二十三時.

定閏年之法

曆法既以地球繞日一周爲一年,然地球繞日一次,約爲365日5時48分46秒,即365.2422日.曆法每年日數必取整數,故所餘之0.2422日,必置閏年以歸納之.惟因0.2422日×4=0.9688日,比1日祗少0.0312日,故每四年置一閏年.又因0.0312日×25=0.78日,比一日祗少0.22

日,故每百年遇當置閏之年,又不置閏. 又因0.22日$\times 4=0.88$日,比1日只少0.12日,故四百年遇不置閏之年,又仍置閏. 由是定平年與閏年,其法甚易,凡西曆尋常年數爲四之倍數及逢百年數爲400之倍數者,皆爲閏年,其他則爲平年;如1920年及2000年,皆爲閏年,而1921年及2100年,則爲平年也. 民國元年適當西曆1912年,故以民國年數加於1911年,卽與西曆年數相合. 因此民國某年之爲閏年與否,可加1911年於民國年數而用上法判定之.

習　題

1. 將七十時,百五十九分,千七百九十五秒,八萬五千七百秒,各表以複名數.

2. 將四十六秒,五分十五秒,五時五分三十四秒,五日五時五十六秒,各表以日,時,分,秒爲單位之數. (小數第六位以下四捨五入)

3. 將0.06日,0.036時,2.38分,各表以複名數.

4. 設一年爲十二月,一月爲三十日,試將656日,98月,55年8.25月,各表以複名數.

23. 幣制. 我國幣制,向以銀爲主,鑄成錠形或馬蹄形或各種散塊. 通商以後,墨西哥銀圓(Mexican dallar),(俗名鷹洋或英洋)充斥全國,前清製龍圓以圖抵制,外加銀角(俗名小洋)

銅圓以輔之,民國三年二月政府頒定國幣條例,乃定銀爲本位,名主幣曰圓,(1圓=10角=100分=1000釐)而以鎳銅二種幣輔之,即今所謂新幣也. 其制如下.

國幣表

幣別	質別	價值	重量(庫平)	成分
正幣	銀幣	一圓	七錢二分	銀九銅一
輔幣	銀幣	五角	三錢六分	銀七銅三
		二角	一錢四分四釐	銀七銅三
		一角	七分二釐	銀七銅三
	鎳幣	五分	七分	鎳二五銅七五
	銅幣	二分	二錢八分	銅九五錫四鉛一
		一分	一錢八分	銅九五錫四鉛一
		五釐	九分	銅九五錫四鉛一
		二釐	四分五釐	銅九五錫四鉛一
		一釐	二分五釐	銅九五錫四鉛一

按幣制條例雖經規定,而鑄成之幣無多,市上仍未通用. 行用於市面者,尙有前清光緒宣統年間北洋,東三省,江南,湖北,廣東,安徽等省所鑄之銀圓,及銀角銅圓等舊幣.且吾國

向以銅錢為本位之習慣,實際上不易變更,於是主幣輔幣價格遂有不同,而銀錢乃有行市.欲除此弊,非實行統一不可. 我國歷代行用之銀塊,10000分中約含純銀9868分有奇,用於市面,皆按其重量及成分而定其價值.主要者凡三種,官署所用之標準單位曰庫平,海關收稅所用之標準單位曰關平,上海商界通用之標準單位曰規銀. 茲列三種銀之比較表如下.

庫平銀	關平銀	規　銀
1	0.983	1.095
1.017	1	1.114
0.913	0.898	1

上列銀兩之比較,以成分及重量為標準.然若以銀兩兌換銀圓,則因時價有漲落,即不能列一定之比較矣. 赤金之金塊,係北京所鑄,其重量以漕平(漕平1兩＝庫平0.9824241兩,為從前漕運所用,今江蘇等處商人,多襲用之)計算,每塊重10兩至50兩,1000分中含純金980分.

標金之金塊為上海所通行.其重量亦以

漕平計算,每塊重10兩.1000分中含純金978分.

金塊對於銀之價值,時有漲落. 我國以銀爲本位,與世界各國之以金爲本位者不同;故所借外債,歸還時常有鎊虧之慮,損失不少也.

【例 1】 3 里152丈 1 步 3 尺與 2 里56丈 1 步 4 尺之和爲若干?

(運 算)

里	丈	步	尺
3	152	1	3
+2	56	1	4
5	208	2	5尺)7(1
+1	+1	+1	5
6	180丈)209(1	2步)3(1	2
	180	2	
	29	1	

答 6 里29丈 1 步 2 尺.

【例 2】 試求 6 里52丈 1 步 3 尺與 2 里64丈 4 尺之差.

(運 算)

里	丈	步	尺
6	52	1	3
−1		−1	
	+180		+5
5	232	0	8
−2	64	0	4
3	168	0	4

答 3 里168丈 4 尺.

【注意】 因自 3 尺減 4 尺不足減,必取 1 步化爲 5 尺,與 3 尺相加,然後可減 4 尺. 因非十進之複名數之減法,遇此等情形時,每易致誤,故先改 6 里52丈 1 步 3 尺爲 5 里 232 丈 8 尺,然後再施減法. 但此爲初學者說法,

熟練後不必如是·

【例 3】 求3里84丈1步2尺之8倍.

(運　算)

里	丈	步	尺
3	84	1	2
×			8
24	672	8	5尺)16(3
+3	+5	+3	15
27	180丈)677(3	2步)11(5	1
	540	10	
	137	1	

答27里137丈1步1尺·

【例 4】 以6除142丈1步3尺得若干·

(運　算)

丈	步	尺
23	1	3
6)142	2	5
12	×4	×3
22	8	15
18	+1	+3
4	9	18
	6	18
	3	0

答23丈1步3尺·

【例 9】 問3里42丈1步3尺爲145丈1步2尺之幾倍·

(運　算) 145丈1步2尺=1457尺

3里42丈1步3尺=5828尺

∴5828尺÷1457尺=4

答4倍·

問題五

行次之加法及減法而求其複名數之答·

1. 5里8丈1步＋18.56里＋3丈1步4尺－2丈1.5步－7里3.5丈

2. 1方里3頃5畝17方步＋6方里4.5頃－5方里2頃7畝20方步－0.24方里

3. 15日3時40分56秒－3日15時20分30秒＋9.46日－5.87時

4. 25年6月17日－18年8月26日＋15年5月7日(一年作十二個月,一月作三十日計算)

行次之乘法以求複名數之答.

5. 6里3丈1步4尺×2.5.

6. 8里37丈2尺×2.5.

7. 8方里5頃7畝15方步×36.

8 5方里1頃8畝13.6方丈×4.5.

9. 5時24分40秒×8.

10. 4日2.15時×14.4.

行次之除法,以求其複名數之答.

11. 9里35丈1步4尺÷8.

12. 2里48.5丈÷16.

13. 18方里2頃5畝24方丈÷12.

14. 15日4時56分30秒÷96.

15. 3方里2頃6畝÷7.5.

16. 167日15時45分÷37.5.

試行次之除法.(商以整數爲限,其餘之複名數,應書出之)

17. 625圓3角8分÷47圓5角.

18. 145石3斗4升2合÷6斗4升5合.

19. 2675引130斤÷95引50斤.

20. 5丈6尺4寸÷3尺2寸5分.

第三章 四則及複名數之應用

24. 應用問題解法.

凡解應用問題,應知下列三事:

I. 熟審問題之意義,以求施行計算之端緒.

II. 運算時務宜用簡法以期其速.

III. 所得之結果,須行驗算法以期其正確.

玆就應用整數小數及複名數之四則問題,揭其解法如次.

25. 加減之應用.

集合二數以上爲一數時用加法;從一數減去不大於此數之數時,用減法,減法者,加法之逆也.

【例 1】 據民國八年預算冊,中央歲出門敎育經費爲三千六百九十一萬六千十七圓;而陸軍經費較此數多二萬一千九百五十一萬五千五百六十四圓,而其他諸費爲三萬九千一百二十六萬二百六圓;問陸軍經費爲若干,又歲出總數爲若干.

【解】 陸軍經費爲敎育經費36916017圓與219515564圓所集合之數,故依加法

36916017圓+219515564圓=256431581圓.

答二萬五千六百四十三萬一千五百八十一圓,

又歲出總數爲陸軍經費256431581圓與敎育經費36916017圓及其他經費391260206圓所集合之數. 故依加法

256431581 圓 + 36916017 圓 + 391260206 圓 = 684607804 圓.
答六萬八千四百六十萬七千八百四圓.

【驗】 256431581 圓 − 36916017 圓 = 219515564 圓
684607804 圓 − 36916017 圓 − 256431581 圓
= 391260206 圓.

【例 2】 歐洲大戰始於民國三年八月二日,終於民國七年十一月十一日,問此戰事經若干年,月,日,又總數爲若干日.其期間自開始之日起而末日亦算入,依曆法以行計算,但民國五年爲閏年.

【解】 (1)民國三年爲民國紀元第三年,其七年爲第七年,故從三年八月二日至七年八月一日之年數,爲從七年內減去三年,故依減法

7年 − 3年 = 4年

又八月爲從一月計起之第八個月,十一月爲其第十一個月,故從民國七年八月二日至其年之十一月一日之月數,爲從十一月內取去八月,故依減法

11月 − 8月 = 3月

又二日爲從月之一日起計算之第二日,即其月已經過一日也.故自十一月二日至其月之十一日之日數爲從十一日內取去一日,則得自十一月二日至十一月十一日之日數,故依減法

11日 − 1日 = 10日

故戰事期間爲四年三個月十日.

(2)自民國三年八月二日至七年八月一日爲 4 年,即 365 日 × 4;但民國五年爲閏年,故四年中共有 365 日 × 4 + 1 日 = 1461 日.又依曆法將其餘每月之日數集合之,更與 1461 日相加,即得所求之總日數;但八月中之日數爲 31 日 − 1 日,

故依加法

$$1461日+(31日-1日)+30日+31日+11日=1563日$$

卽此戰事期間之總日數爲一千五百六十三日.

【驗】 此問題之驗算,學者可試行之.

【注意】 七年,十一月,二日等爲年,月,日之名,非名數.

問題六

1. 津浦鐵路由徐州至濟南爲 557 里,而由浦口至徐州較此遠52里,又由天津至濟南較浦口至徐州又遠19里;問津浦路綫共長若干.

2. 某學校調查其各年級生徒之運動成績而作下表,試將此表中各合計欄之數算出.

合計	丁	丙	乙	甲	成績 年級
	18	24	7	3	一
	9	18	15	4	二
	16	17	10	2	三
	12	10	11	5	四
					計合

3. 有旅人於土曜日十五時三十分由甲地乘汽車動身,至日曜日二十時二十五分抵乙地;又於二十二時乘汽船,至月曜日九時抵丙地;復於十一時乘汽車前行,至二十二時二十分抵丁地.問由甲至丁共費幾日幾時幾分.

4. 據民國十一年郵政總局調查,本部十八省人口之總數如下,試縱書之以求其和.

合計	雲南	貴州	廣東	廣西	四川	甘肅	陝西	湖南	湖北	福建	浙江	江西	安徽	江蘇	河南	山東	山西	直隸
	九八三九一八〇	一一二一六四〇〇	三七一六七七〇一	一二二五八三三五	四九七八二八一〇	五九二七九九七	九四六五五五八	二八四四三二七九	二七一六七二四四	一三一五七七九一	二二〇四三三〇〇	二四四六六八〇〇	一九八三二六六五	三三七八六〇六四	三〇八三一九〇九	三〇八〇三二四五	一一一七四九五一	三四一八六七一一

5. 我國於民國紀元元年建設共和政體,是年爲西曆紀元1912年,而美洲合衆國之建設共和爲西曆1776年,法蘭西爲1792年,俄羅斯爲1917年,德意志爲1918年,瑞士爲1815年,葡萄牙爲1910年.問此六國變更政體,各當民國紀元前幾年,或紀元後幾年.

6. 試就下列現金出納簿記入逐日餘數,及三十日之本月存款,並合計支出數與收入數以驗記帳有無錯誤.

7. 法律上所規定之期間計算法,其期間之首日概不算入,而以期間之末日終了爲滿,試依此法計算以下諸題之期間,各以民國何年何月何日爲滿.

(1)從民國二年十月十日起,八十日期間.

現金出納簿

民國十三年

月	日	摘要	收入	支出	餘數
			圓	圓	圓
9	1	上月轉入數	58.500		
	2	洗浴零用費		.750	
	4	兒童學費		2.000	
	5	生命保險費		8.250	
	8	數學書二部		12.547	
	9	剪髮洗浴		.600	
	12	鞋襪		1.750	
	16	俸給收入	156.000		
	17	提交家用		60.000	
	22	宴賓客費		9.400	
	27	郵政儲金		10.000	
	29	購衣一件		12.500	
	30	日報費		1.000	
	,,	車夫工食		9.000	
	,,	牛乳		3.000	
	,,	屋租		13.000	
	,,	電燈費		2.630	
	30	本月存款			

(2)從民國四年五月九日起,三個月期間.

(3)從民國八年五月四日起,三年期間.

8. 依上題之期間計算法,試以年月日計算以下各題之期間.

(1)自民國九年六月十五日,至次年七月三十一日.

(2)自本年本月本日(即計算此題之日)至本學年之末日.

9. 法律上所規定之年齡計算法,概以某年月日之誕生日至次年之誕生日爲滿一歲.問民國五年七月二十一日所生之兒童,滿二十歲時爲民國何年何月何日.

10. 習慣上所稱某人年齡若干歲,概從誕生之日起,稱爲一歲;至次年一月一日即稱爲二歲;設某兒童之誕日爲民國元年十一月三十日,而今年爲十三歲;問其滿十三歲時究在何年月日.

11. 今年父爲四十一歲,母比父大一歲;又兄爲二十一歲,妹比兄小八歲,弟則更小四歲.問此三子所生之年各在其父母若干歲時.

12. 學校之前有一川,其上流之甲村與學校相隔三里五十五丈,乙村與學校相隔三里半,而下流之丙村與學校相隔七里七十三丈.問此三村相距各若干里.

26. 乘法之應用.

依某數將一數簡便集合之,用乘法.

【例 1】 某校禮堂其椅子之排列,橫爲八張,縱爲三十二張.設每張坐四人,無一空位,問有學生若干人.

【解】 因椅子之數,每縱列有一張,橫列即有八張,

故縱列有32張時,則椅子之總數爲32個8張所集合之數,即8張之32倍.故依乘法,得

椅子總數=8張×32=256張

因此椅子每張坐四人,故學生之總數爲256個4人所集合之數,即4人之256倍.故依乘法,知學生之總數爲

4人×256=1024人.

【驗】 因每縱列有1張,橫列即有8張,而每張坐四人故橫列之人數爲4人×8=32人.然因每縱列有32張,故學生總數爲32人×32=1024人.

【注意】 上之8張×32, 4人×256,其32及256非32張與256張.又4人×8, 32人×32其8及32亦非8張與32張,須善理會之.因乘法上之乘數必爲不名數也.

【例2】 買米五石五斗,每石價銀九圓五角四分;問需銀若干.

【解】 5石爲5個1石所集合之數,即1石之5倍.又1斗爲1石十分之一,5斗爲5個1石十分之一所集合,即1石之0.5倍.是以5石5斗爲1石之5.5倍,5石5斗之價爲1石之價9.54圓之5.5倍.故依乘法得米之總價爲

9.54圓×5.5=52.47圓.

【驗】 5石之價=9.54圓×5=47.7圓

5斗之價=9.54圓×.5=4.77圓

5石5斗之價=52.47圓.

【注意】 上之9.54圓×5.5,其5.5爲不名數,應注意.

27. 除法之應用.

求一數爲他一數與何數之積時用除法,除法者,乘法之逆也.

應用除法,有次之二種關係:其一求一數含若干個其他之數時,

此為知積與被乘數,以求乘數之計算也;

【例 1】 買每石價銀九圓五角四分之米,今有銀五十二圓四角七分,問可買米若干.

【解】 求集合若干個 9.54 圓始成 52.47 圓之數,即求 52.47 圓中含若干個 9.54 圓.所得之數,可依之以買米,故依除法得

$$52.47\text{圓}\div 9.54\text{圓}=5.5.$$

即可買 5.5 個 1 石之米,即可買米五石五斗也.

【驗】 9.54 圓 × 5.5 = 52.47 圓.

【注意】 上之除法 52.47 圓 ÷ 9.54 圓之商 5.5 為不名數.凡求一數含若干個其他之數時,其商必為不名數,而除數與被除數為同單位之名數.

其二將一數等分為若干分時,

此為已知積與乘數.以求被乘數之計算也.

【例 2】 米五石五斗之價為五十二圓四角七分,求米一石之價.

【解】 將 1 石之價若干圓,集合 5.5 次,則為 52.47 圓即求將 52.47 圓等分為 5.5 分,可得若干.故依除法得

$$52.47\text{圓}\div 5.5=9.54\text{圓},$$

即米 1 石之價為九圓五角四分也.

【驗】 9.54 圓 × 5.5 = 52.47 圓.

【注意】 上之 52.47 圓 ÷ 5.5 之除數 5.5,為不名數.凡以一數等分他數時,其商與被除數為同單位之名數而除

數爲不名數.

【例 3】 國幣一圓,本日值銀七錢二分四釐八毫,昨日值銀七錢二分二釐一毫,前日值銀七錢一分八釐五毫;問此三日間之平均價(Average value)爲若干.

【解】 凡所謂平均者,乃將若干個數集合之,而依其個數以等分之也.故依加法及除法得

$$(7.248\text{錢}+7.221\text{錢}+7.185\text{錢})\div 3=21.654\text{錢}\div 3$$
$$=7.218\text{錢}.$$

即三日間之平均價爲七錢二分一釐八毫.

問題七

1. 我國人口據最近調查爲五億四千二百八十九萬九百三十四.設全國人民有十分之一吸食紙烟,每人每日耗銀五分,問一年總計若干圓.

2. 以五角銀幣排爲縱二十五枚橫十二枚之方陣,問此金額總計爲若干圓.

3. 津浦鐵路車價,二等約爲三等之二倍,頭等約爲三等之三倍.今三等車價由天津至濟南爲四圓九角,由濟南至徐州爲四圓五角,由徐州至浦口爲四圓六角五分,問二等及頭等之車價各若干.

4. 田一畝值銀二十八圓五角五分,問五頃三十七畝七分五釐之田價幾何.

5. 設米之收穫量每畝爲三石八斗九升二合,問三十六畝一分八釐之田,可收米若干.

6. 有每日快三分半之時計,於金曜日午後六時二十分對準,問至次週月曜日正午,較正時快幾分.(分之小數第三位以下四捨五入)

7. 將二丈六尺七寸之布,二分之,復以其每分二分之,更以其每分三分之.問共分爲若干條,又每條長若干.

8. 郵政局章程,凡國內往來信件,每重庫平五錢三分六釐者取資三分;若稍過此重量,復取資三分.今有重一兩六錢之信,問應納資幾何.

9. 世界最高之峰爲新幾內亞之諾斯山脈中黑爾姑兒斯峰,其高爲五十七里八十四丈一步一尺;而我國最高峰之崑崙爲二十八里三十五丈.問黑爾姑兒斯峰高於崑崙山若干倍.(小數第三位以下四捨五入)

10. 米三斗五升之價爲二圓七角三分.問一圓可買米若干,(不滿合四捨五入)又此米一石之價若干.

11. 民國紀元前一年,日本海參由上海輸入之量爲五十六萬八千一百斤,其價爲十四萬三千八百九十九兩.試求每百斤平均之價格.(不滿一分者四捨五入)

12. 甲乙兩地之鐵路長375.2哩.今有一特別快車於十時由甲地開行,至二十一時三十分抵乙地,問此車每時間平均之速度若何.(小數第三位以下四捨五入)

28. 英美日度量衡幣制及中外各制之換算.

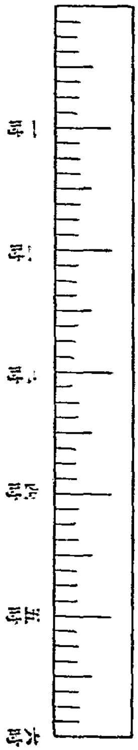
(甲) 英美二國之度量衡,大略相同.今將其重要者列表如下.

英美長度表	
12 吋 Inch(in.)	=1 呎 Foot(ft.)
3 呎	=1 碼 Yard(yd.)
$5\frac{1}{2}$ 碼	=1 桿 Rod(rd.)
320 桿	=1 哩 Mile(mi.)

1 呎=0.9525 尺=0.305 公尺

1 哩=2.794 里=1.609 公里

1 海里(浬)Nautical mile=$\begin{cases}\text{英 6080 呎}\\ \text{美 6086 呎}\end{cases}$=3.219 里



英國尺

英美面積表
144 方吋=1 方呎 Square foot
9 方呎=1 方碼 Square yard
$30\frac{1}{4}$ 方碼=1 方桿 Square rod
160 方桿=1 噉 Acre (ac·)
640 噉 =1 方哩 Square mile

1 噉=6.586 畝

1 方哩=7.806 方里

英美體積表
1728 立方吋=1 立方呎
27 立方呎=1 立方碼

1 立方呎=0.8641 立方尺

英美量制表——液量
4 哈 Yill =1 㕷 Pint
2 㕷 =1 㖿 Quart
4 㖿 =1 嗧 Gallon
$31\frac{1}{2}$ 嗧 =1 桶 Barrel

(英) 1 嗧=277.274 立方吋=4.544 公升=4.388 升
(美) 1 嗧=231 立方吋=3.785 公升=3.656 升

1 嗧之容積,在華氏寒暖計62度,氣壓30吋時,蒸溜水10磅之體積.

英美量制表——乾量	
2 呏 Pint	=1 嗱 Quart
4 嗱	=1 嗧 Gallon
2 嗧	=1 呌 Peck
4 呌	=1 嘝 Bushel

(英) 1 嗧=277.274 立方吋
(美) 1 嗧=268.803 立方吋
(英) 1 呏=0.549 升
(美) 1 呏=0.532 升
(英) 1 嘝=0.351 石
(美) 1 嘝=0.340 石

英美衡制表——常衡	
$437\frac{1}{2}$ 格林 Grain	=1 唡 Ounce
16 唡	=1 磅 Pound
英美 2240 磅	=1 噸 Ton
美 2000 磅	=1 噸 Ton

1 唡=0.76 兩　　1 磅=12.16 兩=0.45 公斤

英 1 噸=1702.4 斤=1016.05 公斤
美 1 噸=1520 斤= 907.18 公斤

(附)金衡表　1磅=16唡,　1 唡= 中 0.82 兩

(乙)

日本長度表
10 分＝1 寸
10 寸＝1 尺
6 尺＝1 間
10 尺＝1 丈
60 間＝1 町
36 町＝1 里

日 1 尺＝0.303 公尺＝中 0.947 尺

日 1 里＝3.929 公里＝中 6.818 里

日本面積表
10 勺＝1 合
10 合＝1 步(或坪)
30 步＝1 畝
10 畝＝1 段
10 段＝1 町
1555.2 町＝1 方里

日 1 步＝3.306 平方公尺＝中 32.283 方尺

日 1 畝＝0.991 公畝＝中 0.1614 畝

日本量制表
10 勺＝1 合
10 合＝1 升
10 升＝1 斗
10 斗＝1 石

日1升=1.808公升=中1.385升

日本衡制表
10 分 = 1 匁(兩)
160 匁 = 1 斤
1000 匁 = 1 貫

日 1 匁=3.75 公分=中0.1005 兩

日 1 斤=中 16.085 兩

日 1 貫=中 100.5 兩

【註】 匁讀若蒙眉.

(丙) 外國貨幣. 外國貨幣種類甚多,茲就其主要者略舉如下.

英	制
12 辨士 Penny(d)	=1 先令 Shilling(S)
20 先令	=1 鎊 Pound(£)

1 鎊=中國標金漕平 0.204249122 兩

美	制
1 弗 Dollar($)=100 仙 Cents	

1 弗=中國標金漕平 0.0419698 兩

法	制
1 佛郎 Franc(F)=100 生丁 Centime	

1 佛郎=中國標金漕平 0.008098 兩

德　　　　制
1馬克 Mark(M)=100分尼 Pfennig(Pf)

1馬克=中國標金漕平0.0099978兩

俄　　　　制
1盧布 Pouble(rb)=100戈比 Kopeck(ko)

1盧布=中國標金漕平0.0215932兩

日　　　　制
100錢=1圓(￥)

1圓=中國標金漕平0.0209203兩

【例 1】 部尺一尺等於三十二公分,關尺一尺等於三十五公分八;問部尺一尺當關尺若干.

【解】 因三十二公分爲一部尺,三十五公分八爲一關尺;故求32公分中含若干35.8公分,即可知部尺一尺等於關尺幾許.故依除法

32公分÷ 5.8公分=0.8938................

觀此則一部尺約爲關尺0.8938倍,即約當關尺八寸九分三釐八毫强.

【注意】 上之除法之商,0.8938爲不名數.

【例 2】 1升之體積爲31.6立方寸,問一公升爲若干升.(小數五位以下四捨五入)

【解】 一公升之體積爲一立方公寸,而一公寸爲0.1公尺,即等於0.3125尺,故一公升之體積爲

$(0.3125)^3$立方尺=0.030517578125立方尺

$=30.517578125$立方寸.

然一升爲31.6立方寸,故求30.517578125立方寸中含若干31.6立方寸,依除法,

30.517578125立方寸÷31.6立方寸=0.96574……

即一公升約爲一升之0.96574倍,即約當九合六勺五抄七撮强也.

問題八

1. 有某甲身長四尺六寸(部尺),其衣長三尺二寸(關尺)問身長與衣長之差若干.

2. 一公里爲若干里?又一里爲若干公里?(小數至五位以下四捨五入)

3. 問一碼及一吋各合部尺幾尺幾寸幾分.(不滿分者四捨五入)

4. 空氣包圍地球,厚不過一百五十里.問合若干公里,又爲若干哩.(小數第四位以下四捨五入)

5. 世界列國中,本國及屬地之面積並計最廣者爲英,有11343706方哩.次則爲俄,有8674657方哩.再次則爲我國,有34179840方里.問英俄之面積各爲我國若干倍.(小數三位以下四捨五入)

6. 世界第一大河爲埃及之尼羅河;我國第一大河爲揚子江,其次爲黃河.揚子江較黃河長二百哩,尼羅河較揚子江長一千二百哩,而尼羅河長四千二百哩,問黃河長若干里.

7. 上海至天津之航路爲七百四十浬,至香港爲八百二十浬,至日本長崎爲四百十二浬,至美國舊金山爲四千九百三十二浬,試各以我國之複名數表之.(不滿一步

者四捨五入)

8. 由上海至南京之鐵路,長一百九十三哩,航路長二百零一浬.問航路與鐵路相差若干里步.(不滿步者四捨五入)

9. 世界最深之水為日本南方之北太平洋,深約九千六百三十六公尺.問合日本若干丈.(小數第四位以下四捨五入)

10. 問一公畝合我國若干畝.(小數第四位以下四捨五入)

11. 問一畝合若干公畝.(小數第四位以下四捨五入)

12. 民國九年日本輸入我國之棉,共128222擔,值價銀4299131海關兩.問棉之重合若干公斤,每公斤值銀若干兩.(小數三位以下四捨五入)

13. 一噉等於若干公畝.(小數三位以下四捨五入)

14. 日本1畝等於我國0.1614畝,試驗之.

15. 一升等於1.0354688公升,試驗之.

16. 世界第一小麥出產國之美利堅,其收穫量平均一噉為14.03嘝.問與每畝若干斗升相當.(不滿升者四捨五入)

17. 日本1升,合我國1.385升,試驗之.

18. 問純水一合重若干兩.(不滿分者四捨五入)

19. 英國一噸等於若干公噸.(即公鐓)

20. 海圻巡洋艦為四千三百噸,試以引表之.

【注意】凡不明言為公噸而渾言之曰噸者,皆為英噸.下列21至25各題答數不滿分者,均四捨五入.

21. 從8鎊9先令5辨士與15鎊7先令2辨士之

和內減16先令8辨士,問其差為我國若干圓;但一鎊作為5.15圓.(先令及辨士改算時小數第三位以下四捨五入)

22. 問五十弗八十七仙為若干圓.但一弗作為2.05圓.又一圓換55仙時,百圓可換若干.

23. 百二十七佛郎四十六生丁,可換若干圓. 但一佛郎作3.625角.

24. 問八百馬克為若干圓,但一馬克作為4.5角.

25. 一盧布可換銀9.4角;問73盧布84戈比可換若干圓.

26. 有銀235圓,問可換日幣若干圓.但日幣一圓可換國幣9.24角.(小數第三位以下四捨五入)

27. 甲午之役賠款二億兩,兌換英幣為三千二百九十萬九百八十鎊七先令七辨士.問其時每兩可換若干先令辨士.(辨士之小數第三位以下四捨五入)

29. 歸一法(Unitary method).

【例1】 米四斗五升之價為二圓六角一分時,問二石三斗五升之價為若干.

【解】 因米45升之價為261分,

故1升之價為261分÷45=5.8分,

故米235升之價為5.8分×235=1363.0分=13.63圓.

【驗】 因米235升之價為13.63圓,

故米1升之價為13.63圓÷235=0.058圓,

故米45升之價為0.058圓×45=2.61圓,

即知此答數之正確.

【例2】 八人作工,五日可成.今命十人作之,問需幾日可成.

【解】 因8人共作一事所需之時間為5日,

若 1 人作之,則所需之時間必為 5 日×8=40 日,
故 10 人作之,所需之時間,必為 40 日÷10=4 日.

【驗】　因 10 人共作一事所需之時間為 4 日,
若 1 人作之則所需之時間必為 4 日×10=40 日,
故 8 人作之,所需之時間,必為 40 日÷8=5 日.
故知此答數為正確.

【例 3】　每袋三斗五升之麥六袋,價共四圓二角.問同樣之麥,每袋裝四斗,其五袋之價共若干.

【解】　因每袋 3.5 斗之麥 6 袋,價共 4.2 圓.
故每袋 3.5 斗之麥 1 袋,價為 4.2 圓÷6=0.7 圓.
故每袋 1 斗之麥 1 袋,價為 0.7 圓÷3.5=0.2 圓.
故每袋 4 斗之麥 1 袋,價為 0.2 圓×4=0.8 圓.
故每袋 4 斗之麥 5 袋,價為 0.8 圓×5=4 圓.

【驗】　每袋 40 升之麥 5 袋,價為 400 分.
故每袋 40 升之麥 1 袋,價為 400 分÷5=80 分.
故每袋 1 升之麥 1 袋,價為 80 分÷40=2 分.
故每袋 35 升之麥 1 袋,價為 2 分×35=70 分.
故每袋 35 升之麥 6 袋,價為 70 分×6=420 分.
故知此答數不誤.

習　題

1.　鉛筆一打價值三角六分.問九枝之價若干.

2.　每罎三斗二升之酒,價二十圓八角.試求同樣之酒七升五合之價.

3.　四十八畝二分之田,穫米三十一石八斗一升二合.問五頃三畝之田可穫米若干.(不滿合者四捨五入)

4.　用等大之管五枝,注水於槽十五分時即滿.若用

等大之管三枝,需幾分時?

30. 植木算法.

【例 1】 長六十步之路,一旁每隔五步植柳一株,而兩端亦須有柳,問需柳若干株.

【解】 設將一端所植之一株柳,置而不計,則依每5步1株之規定,視60步爲5步之若干倍,即爲所需之柳數.故依除法得

$$60\text{步}\div5\text{步}=12.$$

即除一端所植之1株外,需柳12株.故將此12株與1株集合之,即得總數爲

$$12\text{株}+1\text{株}=13\text{株}.$$

【驗】 除一端所植之一株外,依每兩株距離五步之規定,將5步依13−1之數集合之,則全距離爲

$$5\text{步}\times(13-1)=60\text{步}.$$

即知上答之正確.

習 題

1. 某街長八里,每隔10丈有一電燈.設街之兩端均有電燈,問有燈若干.

2. 某校廊下柱與柱之距離爲二丈四尺.設於兩柱之間,懸燈十一盞,距離皆相等,而燈與柱之距離亦等於燈與燈之距離.問此距離爲若干尺.

3. 路長七十五步,兩旁依等距離植樹,而路之兩端均有樹,總計六十二株.問樹與樹之距離爲若干步.

31. 行程算法.

【例 1】 甲乙二人相隔七十八里,同時相向而行,每

時甲行六里,乙行七里.問經若干時始相遇.

【解】 甲與乙之距離初為78里,然每時甲行六里,乙行七里,故每時甲乙共行(6+7)里;即甲乙之距離每時減少(6+7)里.故此距離次第減少至於零時,即為二人相遇之時.故求78里為(6+7)里之若干倍,即為二人由出發至相遇所經之時數.而

78里÷(6+7)里=6,故自出發至相遇共經6時.

【驗】 6時內各人所行之里數,

甲……………………6里×6=36里.

乙……………………7里×6=42里.

全距離…………………………78里.

【例2】 甲船之速每時為十二浬,乙船為十三浬半.設出發時甲在乙前六浬,問乙追及甲須若干時.

【解】 兩船距離初為6浬,然每時甲進12浬,乙進13.5浬,則每時乙與甲之距離減少(13.5−12)浬;故此距離次第減少,以至於零時,即為乙追及甲之時.

故求6浬為(13.5−12)浬之若干倍,即為乙追及甲之時數,

而　6浬÷(13.5浬−12浬)=4.

故乙船追及甲船須經4時.

【驗】 4時內各船所行之浬數.

乙……………13.5浬×4=54浬.

甲…………………12浬×4=48浬.

所追之距離……………=6浬.

習　題

1. 由甲街至乙街之車價,往時每里二十五文,歸時

每里十七文.設乘車往返共用車價一百四十七文,問兩街距離若干里.

2. 鉛筆一支價二分,毛筆一支價三分.今以銀一角五分,買兩種筆,支數相同,問各爲若干支.

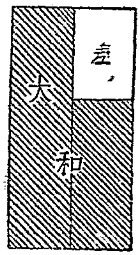
3. 某火車站停滯未運之貨物,已有二千四百五十七噸,預計平均每日尙有六十三噸之增加.設自某日起每日運送一百二噸,問經若干日,此車站始無滯貨.

4. 舂米一千八百石,用甲廠之機,則需六十日,若用乙廠之機,則需四十日.設兩廠之機幷用,問需幾日.

5. 以桃若干個,等分於若干兒童.若一人與六個,則餘七個,若一人與七個,則少一個.然則桃幾個?兒童幾人?

32. 和差算法.

【例】 有大小二數,其和爲七十八,其差爲二十八,問二數各若干.



【解】 小數較大數少28,故將此不足之數加於大小兩數之和,則得大數之二倍.

故大數$=(78+28)\div2=53$.

小數$=78-53=25$.

【驗】 二數之和$=53+25=78$.

二數之差$=53-25=28$.

【別解】 此問題依同樣方法,亦可先求小數.

即 小數爲$(78-28)\div2=25$.

大數爲 $78-25=53$.

【驗】 二數之和爲$53+25=78$.

二數之差爲$53-25=28$.

習 題

1. 世界人口約十四億四千六十五萬,其中我國較其餘各國少五億六千四百二十二萬二千人,問我國及其餘各國之人數各若干.

2. 某人以遺產三萬八千圓,捐助甲乙二校,甲校較乙校多得一萬圓,問各得若干圓.

3. 某校第一年生分爲甲乙丙三組,但知乙組較甲組多23人,丙組又比乙組多13人,總計107人.問各組人數各若干.

4. 舟行河中,逆流而上,二時半行十五里;順流而下,一時行十五里.求此舟之漕力(卽舟子操舟之力)及河流之速若何.

33. 雞兔算法.

【例】 鷄與兔共十三隻,共有四十二足,問鷄兔各若干隻.

【解】 因鷄有二足,兔有四足,故一鷄一兔足數之差爲(4−2)隻.假使總數十三隻皆爲兔,則應有足4×13隻.今僅有四十二隻,其差爲(4×13−42)隻,此差卽實際不爲兔而爲鷄每隻少足(4−2)隻之數所集合者也.

因之鷄之數爲$(4\times13-42)\div(4-2)=5.$

兔之數爲$13-5=8.$

【驗】 鷄之足數爲2×5隻$=10$隻.

兔之足數爲4×8隻$=32$隻.

鷄與兔之總足數爲 42隻.

【別解】 此問題亦可依上之同樣方法,先求兔之隻數.

$$\left.\begin{array}{r}(42\text{隻}-2\text{隻}\times13)\div(4\text{隻}-2\text{隻})=8,\text{兔八隻}.\\ 13-8=5,\text{鷄五隻}.\end{array}\right\}\text{答}$$

習題

1. 二角銀幣與五分鎳幣共二十六枚,總計值銀一圓六角,問其中二角銀幣與五分鎳幣各若干枚.

2. 某音樂會之會費,特別席每名五角,普通席每名三角,總計到會者有七百五十五人,而會費之收入爲二百六十六圓九角.問特別席及普通席各若干人.

3. 某工人之工價,每日六角,設作夜工一次,則另給二角.今此工人於十六日間共得工價十一圓,問作夜工幾次.

34. 年齡算法.

【例 1】 甲乙二人所有金,合計爲六圓五分而甲所有金爲乙所有金之一倍半.問二人各有金若干.

【解】 因甲所有金爲乙1.5倍,故將甲所有金與乙所有金集合之,則爲乙所有金之(1+1.5)倍.而此金額爲6.05圓,故

乙所有金=6.05圓÷(1+1.5)=2.42圓.

甲所有金=6.05圓−2.42圓=3.63圓.

【驗】 甲所有金=2.42圓×1.5=3.63圓.

【例 2】 母年爲四十三歲,子年爲十三歲,問幾年後母年爲子年之三倍.

【解】 母年與子年之差爲43歲−13歲,而此差始終不變.即母年爲子年3倍之年,其差亦如此.故其年母子歲數之差,即爲子年之(3−1)倍.因之

(43歲−13歲)÷(3−1)=15歲.

此即母年爲子年3倍時子之歲數也.然今年子爲13歲,而

15歲−13歲=2歲,

故二年後母年爲子年之3倍.

【驗】 $(13\text{歲}+2\text{歲})\times3=45\text{歲}$.

【例 3】 甲之所有金初爲乙之六倍;其後因甲得五十圓,乙得百七十五圓,故此時甲之所有金爲乙之所有金之二倍.問二人原有金各若干.

【解】 設甲所有金無論何時皆爲乙所有金之6倍,則甲之新得金亦當爲乙之新得金6倍.即乙新得金既爲175圓,則甲當得175圓×6.然因甲之新得金僅爲50圓,故甲現有金爲乙現有金之2倍.而此175圓×6−50圓,卽爲乙現有金之(6−2)倍.因之乙之現有金爲

$$(175\text{圓}\times6-50\text{圓})\div(6-2)=250\text{圓}.$$

而乙原有金爲 $250\text{圓}-175\text{圓}=75\text{圓}$.

甲原有金爲 $75\text{圓}\times6=450\text{圓}$.

【驗】 乙之現有金之二倍爲 $(75\text{圓}+175\text{圓})\times2$
$=500\text{圓}$.

甲之現有金爲 $450\text{圓}+50\text{圓}=500\text{圓}$.

習題

1. 甲所有金爲乙所有金三倍,而二人所有金之差爲九圓六角,問二人各有金若干.

2. 買硯一方及書一冊,共用銀六圓.但知書價較硯價之三倍貴二角,問各值若干圓.

3. 東西兩倉所存之米,袋數相同.若從東倉移三百袋於西倉,則西倉之袋數爲東倉之五倍.問每倉原有若干袋.

問題九

1. 某校禮堂備椅若干張,每張坐四人,可容四百八十八人.若每張坐五人,可容若干人?

2. 某工程雇夫役三十六人,二十六日間之總工價為三百七十四圓四角;求四十八人十六日間之總工價.

3. 有米若干袋,用每輛載十五袋之牛車六輛運之,二十四次運完.設用每輛載十二袋之馬車九輛運之,問須幾次運完.

4. 某橋之一邊電燈數,合兩端總計之為七十八盞;而各電燈之距離為六尺,求橋之長.

5. 布長 5 丈,日剪 1 尺,問幾日剪畢.

6. 於長一丈二尺之壁上,懸一尺二寸之畫鏡五方.鏡與鏡之距離為六寸,壁之兩隅與兩端之鏡,其距離亦相等.問此距離為若干尺.

7. 某火車站停滯貨物二千四百五十七噸,預計每日平均增加六十三噸.設從某日起,每日運送一百二噸,問幾日後始能將積貨運清.

8. 舂米一千八百石,用甲機則需六十日,用乙機則需四十日.設兩機並用,問需若干日.

9. 僱車自城下鄉,去時每十里用銀二角五分,歸時每五里用銀一角,往反共用銀一圓三角五分;問此鄉距城若干里.

10. 某巡洋艦追捕敵之運送船至某地點,知敵之運送船於四十分前經過此地.設此運送船之速度每時為十五浬,巡洋艦為二十浬,問若干時後,巡洋艦即可追及運送船.

11. 以桃若干個,等分於若干兒童.若每人與七個,則餘六個,每人與八個,則少五個.問桃及兒童數各若干.

12. 某農家僱男女工各八人,二十五日內共付工價四百圓.但男工一人每日之工價較女工一人每日之工價多一角二分,問男女工一人一日之工價各若干.

13. 試分60為二數,令一數增7,為他一數減10之數

14. 小船駛於河中,溯流而上,十五里需時二時半;順流而下,歸至原處,僅需一時.問此河流每時之速,及此船在靜水中之速各若干里.

15. 某人預備建築四十九方步之屋宇,其建築費預算每方步需銀四十四圓.其後建築費雖未縮減而建築物所佔之面積,縮成三十九方步半.其中有一部分每方步為七十二圓,其餘部分每方步為四十圓,問兩部分各為若干方步.

16. 某人買每個平均價銀三分之鷄卵二百個,賣時棄其中之腐敗者十二個,而將其餘分為兩種,大者每個賣銀三分五釐,小者每個賣銀三分二釐,共得利銀三角五分五釐;問所賣之大小個數各若干.

17. 鉛筆一枝價二分,毛筆一枝價三分.今以二角五分買鉛筆與毛筆兩種,而枝數相等,問各為若干枝.

18. 賣上筆八枝,中筆四十五枝,下筆六十枝,共得三圓五角四分.問上中下每枝筆之價各若干;但一枝之價,中為下之一倍半,上為下之二倍半.

19. 甲瓶有酒一斗五升,乙瓶有酒七升;從兩瓶汲出等量之酒,則甲瓶所餘之酒,為乙瓶之五倍.問現存之酒各若干升.

20. 甲家財產原為乙家財產之七倍,後因甲家損失二萬五千圓,乙家增益二萬圓,故此時甲家財產為乙家財產之四倍.問現在兩家財產各若干圓.

※雜題一

1. 自某數與26之和減去37,而以17乘其差,所得之積又以48除之,得商50,餘14.求某數.

2. 民國九年,我國輸出之紅茶額為十二萬七千八百三十二擔,其價格為三百十八萬七千七百九十三兩.問平均每擔價若干.(不滿一兩者四捨五入)

3. 有柑子一百八十個,問至少須增幾個,即可為十三人所等分;又一人所得之個數若何.

4. 民國前十年輸入之紙烟價額,為關秤銀二千四百九十一萬二千八百三十一兩.設其時關秤銀一兩,可換三先令六辨士,問此紙烟之價額合英幣若干鎊.

5. 甲乙二人以相等之金購田一頃二畝;分析時,甲取七十畝,而以每畝四十二圓之價還乙.問乙共得若干圓.

6. 某地天文台報告,其地之雨量,於二十四時間達一百六十九公分.(就雨量表之深而言)試算出一方步內降雨若干升.(不滿升者四捨五入)

7. 甲乙丙三人旅行,去時車價三圓六角九分,由甲支付;其他雜費四圓三角七分,由乙支付;丙則付郵費及回時船價二圓六角五分.此旅行費如需三人平均支出,而使乙清算此帳,問應收入若干,或支出若干.

8. 東西二村之間,有一小學校,距東村二里半,距西村四里半.設學校改建於兩村等距離之地,問從東村方面向西村移幾里.

9. 某書上下二卷,值銀一圓一角.今買上卷七冊,下卷十冊,共用銀九圓二角.問上下卷之價各若干.

10. 某校校友會開會,到者二十六人,合攝一影,各得

一張.其正附片三張之共價爲三圓五角,此外每多一張加銀三角.問平均每一人所出之攝影費爲若干.

11. 某工人立志儲金,於每日所得工資六角五分內,限定祇用五角,其餘悉數儲蓄.問此蓄金達百圓以上時,至少須經若干日.

12. 某園之石欄,以相等距離立大石柱二十三根,而各大石柱間,復配以小石柱三根.設小石柱每根之價爲五角六分,問小石柱之總價若干.

13. 某學校之算術問題集,同樣者有十五冊,今借與生徒四十五人傳抄,限六日內抄齊.問每隔幾日一交代;但交代時僅交原本.

14. 有人販茶三百五十二斤,在原產地每百斤之價爲十七圓.今賣時除扣運費一圓二角三分外,尚得利十圓.問平均每一斤之賣價若干.(釐位收入)

15. 某寄宿舍有寄宿生四十五人,某日買米若干,足供此人數十五日之食;乃經三日後,有五人出舍.問所餘之米,可供所餘之人若干日之食.

16. 某種文字用四號活字印刷,設每頁十三行,每行二十五字,則爲六頁及十一行八字.今改用五號活字印刷,每頁十五行,每行三十二字,問其頁數及所餘之行數與字數各若干.

17. 長四十五步之汽車,於我前完全通過時,需經若干時?但此汽車之速力,每時爲七十五里. 又此汽車完全通過百十七步之長橋,需經若干時?

18. 有一風景郵片夾,其中有每張值銀二分五釐之片若干張,售價共九角五分.若所夾者換爲每張值銀二分之片,而張數不變,則售價爲八角五分.問此夾之價若干;又

郵片之張數若干.

19. 有鷄卵若干個,每個賣銀三分五釐,則可得利銀九角六分;若每個賣二分八釐,則虧本七角二分.求鷄卵之個數,及每個之買價.

20. 某人以小刀十二柄賣銀三圓七角五分.所得之利,等於三柄小刀原價之和.問每柄原價爲若干.

21. 由山麓之甲村至山腰之乙村,往與返之車價共五角.今甲村某人往五次,與返二次之車價,共用一圓九角六分.問一往與一返之車價各若干.

22. 甲書一册之價,較乙書一册之價貴四圓五角;而甲書三册之價,與乙書五册之價相等.問每册價各若干.

23. 今年父爲三十七歲,長子爲十一歲,次子爲七歲,女爲三歲,問幾年後子女歲數之和,與其時父之歲數相等.

24. 甲村與乙村之地價原相等,後因地方盛衰關係,甲村每分貴九圓,乙村每分賤七圓,故現在地價甲村爲乙村三倍.問每分地價各若干.

25. 東倉貯米一千八百袋,西倉貯米一千五百袋.今兩倉日各出米二十五袋,運往他處;問若干日後,東倉所餘之袋數爲西倉之二倍.

26. 某報紙之廣告欄中,若用五號活字,則可得每行二十字十二行.今於此處登百二十六字之廣告文,問此文中至多可用二號活字若干個;但二號活字之縱與横,各爲五號活字之二倍.

27. 某站之汽車乘客共二百七十八.此中二等客數爲一等客之十四倍,又三等客爲一等客之七十五倍,問一,二,三等客各若干人.

28. 某包件之郵費爲四角八分,今用一角與四分兩

種郵票,而一角郵票之張數,爲四分郵票之二倍.問各爲若干張.

29. 綢衣十件與布衣二十件,價共二十九圓六角,而綢衣二件之價,較布衣三件之價少一角.問一件之價各若干.

30. 有棋子若干個,排成正方形,則餘十五個;復排成縱橫較前各多一行之正方形,則少三十六個.問此棋子總數爲若干.

第二編

整數之性質

本編專論整數故凡言數者皆整數也

第一章 倍數

35. 倍數(Multiple). 以乙數除甲數,得整數之商而無餘數時,則甲數爲乙數之倍數.

例如35爲5,7等之倍數,而36爲4,9等之倍數也.

36. 倍數之和及差.

例如35爲5之倍數,40亦爲5之倍數,則35與40各爲5之倍數;故35與40之和75,亦爲5之某整數倍.(幾倍乎)即75爲5之倍數.

故所謂某數之倍數者,即以某數乘其數所得之整數倍也.

又如72爲8之倍數,40亦爲8之倍數,即72與40共爲8之倍數;故72與40之差32,亦爲8之某整數倍.(幾倍乎)即32爲8之倍數.

【法則】 某倍數之和或差,亦爲某數之倍數.

37. 倍數之倍數.

例如 8 爲 4 之倍數,48 又爲 8 之倍數,故 48 爲 4 之某整數倍.(幾倍乎)即 48 爲 4 之倍數.

【法則】 <u>某數倍數之倍數,又爲某數之倍數.</u>

38. <u>10, 100, 1000, 等之倍數.</u>

使某數爲 10 倍, 100 倍, 1000 倍等,即將某數右端加以與乘數左端相等之 0 即得.故右端有一 0 之數,即爲 10 之倍數,有二 0 之數,即爲 100 之倍數,有三 0 之數,即爲 1000 之倍數也.

39. <u>2 之倍數.</u>

【例】 578 爲 2 之倍數乎?

【解】 578 者, 570 與 8 之和也.

570 爲 10 之倍數,又 10 爲 2 之倍數,故 570 爲 2 之倍數;而 8 又爲 2 之倍數,故 570 與 8 之和,亦爲 2 之倍數.

【法則】 <u>某數之個位爲 0, 或爲 2 之倍數時,則此數爲 2 之倍數.</u>

2 之倍數稱爲偶數(Even number),非 2 之倍數稱爲奇數(Odd number).

習　題

1. 試順次選出由一至一百中之偶數,其個位數字相同者,書爲一組.

40. <u>5 之倍數.</u>

【例】 835為5之倍數乎?

【解】 835者,830與5之和也.

830為10之倍數,10又為5之倍數,故830為5之倍數;而830與5之和,亦為5之倍數.

【法則】 某數之個位為0,或為5時,則此數為5之倍數.

習題

1. 試順次選出由一至一百中5之倍數,其個位數字相同者,書為一組.

41. 4之倍數,25之倍數.

【例1】 524為4之倍數乎?

【解】 524者,為500與24之和也.

500為100之倍數,100又為4之倍數,故500為4之倍數;而24又為4之倍數,故500與24之和,為4之倍數.

【例2】 325為25之倍數乎?

【解】 325者,300與25之和也.

300為100之倍數,100又為25之倍數,故300為25之倍數;而300與25之和,亦為25之倍數.

【法則】 某數之右端二位皆為0或為4之倍數時,則此數為4之倍數.

某數之右端二位皆為0,或為25之倍數,則此數為25之倍數.

習題

1. 試選出由一至一百中4之倍數,其個位數字相

同者,書爲一組.

2. 試順次選出由一至千數中25之倍數,其左端二位數字相同者,書爲一組.

42. 8之倍數,125之倍數.

【例1】 1832爲8之倍數乎?

【解】 1832者,1000與832之和也.1000爲8之倍數832亦爲8之倍數,故1000與832之和,亦爲8之倍數.

【例2】 4625爲125之倍數乎?

【解】 4625者,4000與625之和也.4000爲1000之倍數,1000又爲125之倍數,故4000爲125之倍數;而625亦爲125之倍數,故4000與625之和,亦爲125之倍數.

【法則】 某數右端三位皆爲0,或爲8之倍數,則此數爲8之倍數.

某數右端三位皆爲0,或爲125之倍數時,則此數爲125之倍數.

43. 9之倍數.

10爲加1於9之數,故如10之6倍60,卽加6於9之6倍也.

又100爲加1於9之11倍中,故如100之7倍700,卽加7於9之11倍之7倍中也.

依上理,如5000卽爲加5於9之111倍之5倍數中,又80000卽加8於9之1111倍之8倍數中也.

故60.700.5000.80000等數之和,爲85760,卽

等於9之某數倍加8, 5, 7, 6等數之和.故任何整數,等於9之倍數與各位數字之和.

【例】 13257爲9之倍數乎?

【解】 13257爲9之倍數加1, 3, 2, 5, 7,諸數之和,卽9之倍數加18也.而18爲9之倍數,故13257爲9之倍數.

【法則】 某整數數字之和爲9之倍數時,則此數爲9之倍數.

44. 3之倍數.

【例】 567爲3之倍數乎?

【解】 567爲9之倍數加5,6,7諸數之和.而9爲3之倍數,故爲9之倍數者,又爲3之倍數.今567爲3之倍數加5, 6, 7,卽加18之和;而18爲3之倍數,故567爲3之倍數.

【法則】 某整數數字之和爲3之倍數時,則此數卽3之倍數.

45. 11之倍數.

10爲從11減1之數,如10之3倍30,卽從11之3倍減3也.

又100爲11之9倍加1,故100之2倍200,卽加2於11之9倍之2倍中也.

依上理,如5000卽爲從11之91倍之5倍減5;又60000卽爲從11之909倍之6倍中加6也.

故30,200,5000,60000,等數之和65230,卽等

於11之某倍數,加百位數字及萬位數字,(卽從個位起之奇數位數字3及6)減十位數字及千位數字.(卽從個位起之偶數位數字3及5)卽

$65230=11$之某倍數$+6+2+0-3-5$.

故任何整數均等於11之某倍數,加奇數位數字,減偶數位數字.

例如　$367=11$之某倍數$+3+7-6$.

$605214=11$之某倍數$+4+2+0-1-5-6$.

【例】　63745爲11之倍數乎?

【解】　$63745=11$之倍數$+5+7+6-4-3$

$=11$之倍數$+(5+7+6)-(4+3)$

$=11$之倍數$+18\quad -7$

$=11$之倍數$+11$.

故63745爲11之倍數.

【法則】　<u>某數奇位數字之和與偶位數字之和相等時,或其差爲11之倍數時,則此數爲11之倍數</u>.

習題

1. 試說明3729爲11之倍數.
2. 試說明8668爲11之倍數.

46. 7與11及13之倍數.

從末位起,每三位爲一節,自右而左,定爲第一節,第二節,第三節等等.(末節不滿三位,卽以一位或二位爲一節.)將各節之數,皆作

爲三位數,以奇節偶節各相加,若兩得數相等,則原數能以 7 除盡,又能以 11 或 13 除盡;若兩加得數一大一小,則從大數減小數,其餘數能以 7 除盡,則原數亦能以 7 除盡,餘數若能以 11 或 13 除盡,則原數亦能以 11 或 13 除盡.此法因 7 與 11 及 13 三數之連乘積爲 1001,第四位數字等於第一位數字;故以三位爲一節,對減抵消其可約之數,而多位之數變爲少位之數矣.

例如求 25703825 爲 7 之倍數否,則以 825 爲第一節,703 爲第二節,25 爲第三節,第一節與第三節相加爲 825+25 等於 850,自此數減第二節 703,其差爲 147,147 爲 7 之倍數,故知 25703825 爲 7 之倍數.

又如求 435781907 爲 11 之倍數否.

因 $435+907-781=561=11$ 之倍數.

故 435781907 爲 11 之倍數.

又如有數 14976234,問能以 13 除盡否.

因 $976-(234+14)=728=13$ 之倍數.

故 14976234 爲 13 之倍數. 故能以 13 除盡.

再如求 907102998131897 爲何數之倍數.

因 $897+998+907-(131+102)=2569$.

而 $569-2=567=7$ 之倍數.

故原數爲 7 之倍數.

問題十

1. 下列各數中,孰為 2 之倍數?孰為 4 之倍數?孰為 8 之倍數? 其非 4 之倍數(8 之倍數)者,以 4 (8)除之,其餘數為何?又欲使此等數為 4 (8)之倍數,應加何數?

111, 170, 210, 377, 1002, 4309, 12345, 114, 346, 810, 700, 2004, 30020, 168, 340, 565, 2168, 4340, 6565, 10000, 235748。

2. 下列各數中,孰為 5 之倍數?孰為 25 之倍數?孰為 125 之倍數? 其非 5 (25, 125)之倍數者,以 5 (25, 125)除之,其餘數若何?

1025, 7035, 5675, 86460, 1107, 200, 30[illegible], 1012, 13040, 4375, 85625, 3500, 41370, 91250.

3. 3 之倍數為偶數時,即為 6 之倍數,試說明之.

4. 下列各數中,孰為 3 之倍數?孰為 9 之倍數?孰為 6 之倍數? 其非 3 (6, 9)之倍數者,應加何數或減何數,始為 3 (6, 9)之倍數.

51, 117, 207, 512, 408, 825, 2104, 3609, 5810, 8001, 25450, 26050, 46593, 61654.

5. 下列各數中,孰為 7 之倍數?孰為 11 之倍數?孰為 13 之倍數?

27755, 361816, 594, 6006, 73908, 139491, 40469, 505050, 313599, 15975974, 2184798, 4872483, 3675430.

第二章　約　數

47. 約數.

以乙數除甲數,得整數之商而無餘數時,則謂乙數為甲數之約數(Measure),亦即甲數之因數(Factor).

例如 5 爲 35 之約數,6 爲 36 之約數.

故甲數爲乙數之倍數時,乙數即爲甲數之約數;乙數爲甲數之約數時,甲數即爲乙數之倍數.以約數除某數,名之曰約.

習　題

1. 何數可以 2 爲約數?
2. 何數可以 5 爲約數?
3. 何數可以 4 爲約數? 8 爲約數?25 爲約數?125 爲約數?
4. 何數可以 3 爲約數? 9 爲約數?
5. 何數可以 7 爲約數?
6. 何數可以 11 爲約數?
7. 何數可以 13 爲約數?

48. 素數.

凡整數皆爲 1 與其數之自身相乘積,故任何整數至少必有 1 與其數之自身之二約數.除 1 與其數之自身外無約數之整數,名曰**素數**(Prime number),或曰**質數**.對於素數而名其他不爲素數之整數,曰**複數**(Composite number),或曰**合數**.

例如 2, 3, 7 等爲素數,4, 6, 8 等爲複數也.

49. 由 1 至 100 之素數.

求由 1 至 100 之素數,法先將自 1 至 100

之數次第書出之,將 1 及 2 存之,而自 2 以下,凡 2 之倍數悉棄之.次將 3 存之,自 3 以下,凡 3 之倍數悉棄之.順次以及於凡 5 之倍數及 7 之倍數之數,悉如上法棄之,則得 100 以內之素數.

1	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

50. 大於100之素數.

欲知大於100之數爲素數與否,可用素數 2, 3, 5 等爲除數,次第除之,至所得之商,小於除數,尙不能除盡,則此數卽爲素數.

例如有數 331, 以 2, 3, 5 等數次第除之,皆不能盡;至除數爲 19 時,所得之商 17,已小於 19,仍不能除盡.設再以大於 19 之數除之,而能除盡,則商數必小於 17.假令 331 有小於 17 之約數,則此數必能除盡 331; 然小於 17 之數,已知

無一可除 331 者,故不必再試,而 331 必為素數無疑.

51. 複數之素因數分解.

複數之因數為素數者,名曰**素因數**(Prime factor).

複數可以素因數之積表之.求某數之素因數,謂之**素因數分解**(Factorisation).

【例】 將 2310 分解為素因數之積.

(運 算)
2)2310....末位為 0 故有約數 2.
3)1155....1+1+5+5=3 之倍數故有約數 3.
5)385....末位為 5 故有約數 5.
7)77....7 能除盡故有約數 7.
11

故 $2310=2\times3\times5\times7\times11$.

【法則】 分解某數為素因數,法以由小而大之素數累除之,以得素數之商為止.此等約數及商,卽所求之素因數也.

問題十一

1. 試判別次之各數孰為素數.

(1) 101, (2) 239, (3) 509, (4) 713,
(5) 1613, (6) 3723, (7) 5083, (8) 6557,
(9) 7383, (10) 11667.

2. 分解次之各數為素因數之積.

(1) 64, (2) 120, (3) 630, (4) 968,
(5) 3125, (6) 9282, (7) 34776, (8) 16500,
(9) 34776, (10) 402325.

第三章 最大公約數

52. 公約數,最大公約數.

諸數公有之約數,爲諸數之**公約數**(Common measure),而公約數中之最大者,名曰**最大公約數**(Greatest common meosure).

例如12,18,30之公約數及最大公約數如下.

12之約數爲 1, 2, 3, 4, ※, 6, ※, ※, 12, ※, ※, ※.

18之約數爲 1, 2, 3, ※, ※, 6, 9, ※, ※, ※, 18, ※.

30之約數爲 1, 2, 3, ※, 5, 6, ※, 10, ※, 15, ※, 30.

12,18,30之公約數爲 1, 2, 3, 6.

其最大公約數爲 6.

若諸數惟有 1 爲公約數,則諸數卽爲無公約數.凡無公約數之諸數,謂之**互素數**(Relative prime).互素數不必皆爲素數.又諸數中有兩數爲互素數,卽諸數皆爲互素數.

如 4 與 9 互素數也,又 4 與 9 與 12 亦爲互素數.

習題

試求以下各組之公約數及最大公約數.

1. 8, 12 | **2.** 18,24 | **3.** 10,15,25.

甲數爲乙數之約數時,甲數卽爲甲乙二數之最大公約數. (試舉二三例)

53. 求最大公約數法.

【例 1】 求24,36,60之最大公約數.

（運　算）
$$\begin{array}{r|rrr} 4 & 24 & 36 & 60 \\ \hline 3 & 6 & 9 & 15 \\ \hline & 2 & 3 & 5 \end{array}$$

∴　24,36,60之最大公約數爲$4\times3=12$.

【說明】　4爲24,36,60之公約數,3又爲4除各數所得之商之公約數,故4×3爲此等數之公約數.而以3除6, 9, 15所得之商,除1以外無公約數,故4×3即所求之最大公約數.

【驗】　$24\div12=2$,　$36\div12=3$,　$60\div12=5$.

而2, 3, 5除1以外無公約數,故12爲所求之最大公約數.

【法則】　有易於求得公約數之諸數,欲求其最大公約數,先以諸數之公約數約之,所得之商,復以其公約數約之,累次如此,至所得之商,除1以外無公約數時,則此等公約數之積,即所求之最大公約數.

習　題

求以下各組之數之最大公約數.

1. 16,20.	2. 18,24.	3. 45,60.
4. 24,36,60.	5. 35,70,105.	6. 34,90,126.
7. 48,72,120.	8. 88,132,220.	

【例2】　求371及7049之最大公約數.

（運　算）
$$\begin{array}{r} 371)7049(19 \\ \underline{371} \\ 3339 \\ \underline{3339} \end{array}$$

∴　371及7049之最大公約數爲371.

【說明】　以371除7049而無餘數,則371即7049之約

數,亦即所求之最大公約數.（參看第52節）

【例 3】 求429及1848之最大公約數.

（運　算）
```
429)1848(4
    1716
    ----
     132)429(3
         396
         ---
          33)132(4
             132
             ---
               0
```

上式太占篇幅,可以改用下式.

3	429	1848	4
	396	1716	
	33	132	4
		132	
		0	

∴　429及1848之最大公約數爲33.

【說明】 二數之公約數,又爲此等數和及差之約數.

今 $1848-429\times4=132$,

故1848與429之公約數,即爲132之約數,亦爲429與132之公約數.

是以1848及429之公約數,與429及132之公約數無異.

依同理而1848及429之公約數,與132及33之公約數無異.然132及33之最大公約數爲33,故所求1848及429之最大公約數,亦必爲33也明矣.

【驗】 $429\div33=13$,　$1848\div33=56$.

而13及56除1以外無公約數,故知此數不悞.

【法則】 凡求二數之最大公約數,先以小數除大數,無餘數時,此小數即爲二數之最大公約數;有餘之時,則以

此除數除前之除數,如是輾轉除之至無除數時爲止.其最後之除數,卽爲所求之最大公約數.

【例 4】 求222,333,481三數之最大公約數.

```
(運 算) 222)333(1              111)481(4
            222                    444
           ───                    ───
            111)222(2               37)111(3
                222                    111
                ───                    ───
                  0                      0

或      2 | 222 | 333 | 1      3 | 111 | 481 | 4
          | 222 | 222 |          | 111 | 444 |
          |───────────|          |───────────|
          |   0 | 111 |          |   0 |  37 |
```

∴ 222,333,481之最大公約數爲37.

【說明】 先求222與333之最大公約數得111,次以此最大公約數111,與第三數481求其最大公約數,得37,此卽所求之最大公約數.

【驗】 $222\div37=6.\quad 333\times37=9.\quad 481\div37=13$。

而6, 9, 13除1以外無公約數,故知答數不悞.

【法則】 凡求三數以上之最大公約數,先求其中二數之最大公約數,次以此最大公約數與第三數求最大公約數,如是次第求之,最後所得之最大公約數,卽所求之最大公約數.

問題十二

試求以下各組之數之最大公約數.

1. 90, 126.
2. 115, 253.
3. 145, 232.
4. 294, 548.
5. 356, 1623.
6. 525, 675.
7. 327, 1635.
8. 1710, 2736.

9.	685, 959, 1644.	**10.**	576, 792, 936.
11.	140, 245, 315.	**12.**	235, 329, 423, 752.
13.	292, 1022, 1095.	**14.**	945, 1575, 1890.
15.	909, 1414, 2323, 4242.	**16.**	128, 192, 320, 368, 4320.
17.	21807, 526779.	**18.**	13518, 38830.
19.	132038, 369772.	**20.**	720100, 913330, 15440.

第四章　最小公倍數

54. 公倍數,最小公倍數.

諸數公有之倍數,名曰此諸數之**公倍數**(Common multiple);而公倍數中之最小者名曰**最小公倍數**(Lowest common multiple)。

例如求 4 及 6 之公倍數,及最小公倍數如下。

4 之倍數爲 4, *, 8, 12, 16, *, 20, 24, 28, *, 32, 36, ……………

6 之倍數爲 *, 6, *, 12, *, 18, *, 24, *, 30, *, 36, ……………

4, 6 之公倍數爲 …………12, …………24, …………36, ……………

其最小公倍數爲 12。

【注意】 公約數之數有限,公倍數之數無限。

習題

試求以下各組之數之公倍數,并求其最小公倍數.

1. 6, 8. | **2.** 8, 9. | **3.** 8, 12.

4. 4, 10. | **5.** 10, 15.

甲數爲乙數之倍數時,甲數即爲甲乙二數之最小公倍數. (試舉三例)

【注意】 凡二數以上之最小公倍數,以此等數除

之所得之商無公因數.

55. 求最小公倍數法.

【例 1】 求12,18,20之最小公倍數.

(運 算)
$$\begin{array}{r|rrr} 2) & 12 & 18 & 20 \\ \hline 2) & 6 & 9 & 10 \\ \hline 3) & 3 & 9 & 5 \\ \hline & 1 & 3 & 5 \end{array}$$

∴ 12,18,20之最小公倍數爲

$2\times2\times3\times3\times5=180.$

【說明】 求12,18,20之二個以上共通素因數,得二個2及一個3,故12,18,20之最小公倍數,卽此等公因數二個2及一個3與其他因數3,5之積也.

$$12=2\times2\times3.$$
$$18=2\qquad\times3\times3.$$
$$20=2\times2\qquad\qquad\times5.$$

最小公倍數$=2\times2\times3\times3\times5=180.$

【驗】 $180\div12=15$, $180\div18=10$, $180\div20=9.$

而15,10,9無公因數,故知不悞.

【法則】 有易於求得公約數之諸數,欲求其最小公倍數,卽以二數以上之共通素因數除此諸數,至所得之商無共通素因數爲止.此等素因數與商之積,卽所求之最小公倍數也.

【注意】 求諸數之最小公倍數時,若諸數無公因數,則此等數之積,卽所求之最小公倍數.

【例 2】 求12,18,24,27之最小公倍數.

(運 算)
$$\begin{array}{r|rrrr} 2) & \cancel{12} & 18 & 24 & 27 \\ \hline 3) & & 9 & 12 & 27 \\ \hline & & & 4 & 9 \end{array}$$

∴　12,18,24,27之最小公倍數爲
$2\times 3\times 4\times 9=216.$

【說明】第一層因24爲12之倍數,則12之因數,悉含於24之因數中;第二層因27爲9之倍數,則9之因數,悉含於27之因數中;是以運算時,將12與9省去,求得最小公倍數爲216.

【驗】　$216\div 12=18,\quad 216\div 18=12,$
$216\div 24=9,\quad 216\div 27=8,$

而18,12,9,8無公因數,故所求之最小公倍數爲216.

問題十三甲

試求以下各組之數之最小公倍數.

1.	5, 7.	2.	11, 20.	3.	3, 5, 8.
4.	7, 15, 16.	5.	16, 24.	6.	36, 45.
7.	15, 18, 20.	8.	21, 50, 35.	9.	33, 55, 231.
10.	26,30,39,65.	11.	35,36,45,63.	12.	15,20,25,75.

【例3】　求237,2844之最小公倍數.

(運　算)
$$\begin{array}{r|r|l} 237 & 2844 & 12 \\ & 237 & \\ \hline & 474 & \\ & 474 & \\ \hline & 0 & \end{array}$$

∴　237, 2844之最小公倍數爲2844.

【說明】以小數237除大數2844適盡無餘,則2844爲237之倍數,是以2844卽所求之最小公倍數.(參看54節)

【例4】　求185, 333之最小公倍數.

(運　算)

$$\begin{array}{r|r|r|l}
1 & 185 & 333 & 1 \\
 & 148 & 185 & \\ \cline{2-3}
 & 37 & 148 & 4 \\
 & & 148 & \\ \cline{3-3}
 & & 0 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
333\div37=9, \\
185\times9=1665,
\end{array}$$

$\therefore$ 所求之最小公倍數為1665.

【說明】 先求185與333之最大公約數,得37,以37除333得商9,以之乘他一數185,卽得最小公倍數1665.其理由如下.

因　　$185=37\times5,\quad 333=37\times9,$

故最小公倍數 $=37\times5\times9=1665.$

【驗】 $1665\div185=9,\quad 1665\div333=5.$

而9與5無公因數,故知不誤.

【注意】 以最大公約數37除185,所得之商乘333,亦得相同之結果.

【法則】 凡求二數之最小公倍數,先求其最大公約數,以此最大公約數除二數中任一數,所得之商與他一數相乘,其積卽所求之最小公倍數.

【注意】 二數之最大公約數與最小公倍數之積,等於二數之積.

$$\text{例如}\ 185\times333=\underbrace{(5\times\overbrace{37)\times(37}^{\text{最大公約數}}\times9)}_{\text{最小公倍數}}$$

【例5】 求354,531,649之最小公倍數.

(運　算)

$$\begin{array}{r|r|r|l}
2 & 354 & 531 & 1 \\
 & 354 & 354 & \\ \cline{2-3}
 & 0 & 177 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
531\div177=3, \\
354\times3=1062.
\end{array}$$

$$\begin{array}{c|r|r|c}
1 & 649 & 1062 & 1\\
 & 413 & 649 & \\ \cline{2-3}
1 & 236 & 413 & 1\\
 & 177 & 236 & \\ \cline{2-3}
 & 59 & 177 & 3\\
 & & 177 & \\ \cline{3-3}
 & & 0 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
1062 \div 59 = 18\\
649 \times 18 = 11682
\end{array}$$

$\therefore$ 11682爲所求之最小公倍數.

【說明】 先求354與531之最小公倍數,得1062;次以1062與第三數649求最小公倍數,得11682,此卽所求354,531,649之最小公倍數也.

【驗】 $11682 \div 531 = 22$,

$11682 \div 649 = 18$,

$11682 \div 354 = 33$,

而33,22,18無公因數,故知所求不悞.

【法則】 凡求三數以上之最小公倍數,先求其中二數之最小公倍數,次以此最小公倍數與第三數求最小公倍數,如是順次求之,其最後所得之最小公倍數,卽所求之最小公倍數也.

問題十三乙

求以下各組之最小公倍數.

1.	750, 3750.	**2.**	223, 2899.
3.	212, 371.	**4.**	376, 705.
5.	1380, 805.	**6.**	7287, 2776.
7.	85, 136, 153.	**8.**	318, 424, 795.
9.	4277, 1974, 2961.	**10.**	132, 161, 168, 253.
11.	2520, 2772, 30888.	**12.**	156, 168, 208, 432.

13. 67925, 51870, 46585. **14.** 85, 102, 119, 186.

15. 155, 186, 279, 837. **16.** 1927, 2501, 2747, 2867, 87.

第五章 整數性質之應用

56. 應用問題之例.

應用本篇所講整數性質,以解問題,示例如次.

【例 1】 有3458, 4327, 4524三數,以某數除第一數餘14,除第二數餘15,除第三數餘16,試求此數之最大者.

【解】 所求之數能除盡$3458-14$, $4327-15$, $4524-16$三數,而無餘數,故此數為三數之最大公約數.而

$3458-14=3444$, $4327-15=4312$, $4524-16=4508$.

此三數之最大公約數為28.

故所求之數卽28.

【驗】 $3458=123\times28+14$,

$4327=154\times28+15$,

$4524=161\times28+16$.

【例 2】 以32, 36, 48三數除某數,均餘12,試求此被除數之最小者.

【解】 所求之數,卽32, 36, 48三數之最小公倍數加12也.然此三數之最小公倍數為288,故所求之數為

$$288+12=300.$$

【驗】 $300=32\times9+12$, $300=36\times8+12$,

$300=48\times6+12$.

問題十四

1. 自1至100諸數中,5之倍數有幾?7之倍數有幾?

2. 由民國元年至民國三十三年間,共有幾個閏年?

3. 以13除近於100之某數,適盡無餘.求某數.

4. 以4, 6, 8三數除某數,皆能除盡;而某數與100最近.求某數.

5. 某學校之運動會,將高級生十八名與低級生二十四名,合並等分爲數組.而各組中高級生與低級生之人數,相差須爲最小,組數須爲最多,問每組中高級生與低級生各有幾人.

6. 某數能以3及9除盡者,若將其各位數字任意顚倒排列,變爲各種之數,仍爲3及9所能除盡.其理若何?

7. 二數之最大公約數與最小公倍數之積爲千二百九十六,已知一數爲五十四,問最大公約數及最小公倍數各若干.

8. 舊歷以甲乙丙丁戊己庚辛壬癸之十干與子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥之十二支,順次相配以紀年,今民國十三年爲甲子,問再逢甲子爲民國何年.

9. 長六百十二公尺寬四百八十六公尺之矩形池,周圍依等距離植樹,而木之株數須最少,問應植樹若干株;但四隅均須有樹.

10. 有甲乙二數,其最大公約數爲十三,以最大公約數除最小公倍數,所得之商爲四十六,問各數若干.但二數均大於十三.

雜題二*

1. 三位數中,(自100至999)能以25除盡之數有若干?

2. 有甲種布三丈四尺五寸,與乙種布二丈七尺六

寸,若將此兩種布剪成等長之段,且爲最大者,問各得若干段,又一段之長若干.

3. 有縱九寸一分橫六寸五分之紙,若欲剪成若干正方形之紙片,而此紙片務必爲最大者,問其一邊之長若干,又紙片之張數若何.

4. 以倉內二百四袋之米移於船,船內百八十袋之麥移於倉,問至多須用車若干輛,一往返即可運完.但往時運米各車所載之袋數須相等,而返時運麥各車所載之袋數亦須相等.又一車所載米麥之袋數各若干?

5. 甲種書一册價七角五分,乙種書價四角五分,問至少以甲種若干册與乙種若干册交換,使兩種書之總價值相等.

6. 以縱七寸五分,橫三寸六分,高二寸之磚.堆成最小立方體.問此立方體之磚堆,其縱橫高各需若干塊.

7. 不用普通除法而以11除 456789,求其除數.

8. 甲乙丙三人環行周圍三十丈之池,甲每分時之速度爲十五丈,乙十丈,丙六丈,問幾分時後三人同會於原出發點.

9. 某路之右側,每隔 6 尺植槐一株,其左側每隔 3 尺植柳一株.設槐與柳相對共有二十八次,問路長若干.但路之兩端均須有樹.

10. 天津有油八百簍,烟台有油四百四簍,牛莊有油七百五十六簍,皆須運至上海.某輪船只能裝五百簍以內之數,問三處應各裝若干簍,方爲公允.

11. 將棋子五百四個,等分爲若干分;使每分之個數能排成正方形,而每分之個數務必最多.問可分若干分.

12. 加何數於77893 中,使其數能以8除盡,亦能以 9

除盡,又能以11除盡,試求所加之數之最小者.

13. 二數之積爲5915,其最大公約數爲13,問二數各若干.但各數均大於13.

14. 有不滿二百之人數,以每14人或12人爲一列,皆餘8人;若以8人爲一列,則無餘數.問共有若干人.

15. 二位數與其顚倒數之和,等於其個位數字與十位數字之和之十一倍;又二位數與其顚倒數之差,等於其個位數字與十位數字之差之九倍.其理由何如?

【解】 例如有數84,則其顚倒數爲48,

$$\begin{aligned}84+48&=(80+4)+(40+8)=(8\times10+4)\\&\quad+(4\times10+8)=8\times10+4+4\times10+8\\&=(8\times10+8)+(4\times10+4)=8\times(10+1)\\&\quad+4\times(10+1)=8\times11+4\times11=(8+4)\times11.\end{aligned}$$

又84與其顚倒數48之差,

即 $$\begin{aligned}84-48&=(80+4)-(40+8)=(8\times10+4)-(4\times10+8)\\&=8\times10+4-4\times10-8=(8\times10-8)-(4\times10-4)\\&=8\times(10-1)-4\times(10-1)=8\times9-4\times9=(8-4)\times9.\end{aligned}$$

16. 有二位數,其原數與顚倒數之和爲121,而個位數字與十位數字之相乘積爲28,問原數如何.

17. 有二位數,其原數與顚倒數之和爲121,而其原數之兩數字之差爲3,求原數.

18. 二數之和爲84,其最大公約數爲12.問二數如何.

19. 某馬車前輪之周圍爲15尺,後輪爲12尺,設出行後各輪之某點同時着地,有三十六次,問車行若干遠.

20. 以金182圓等分於若干人,若每人所得之圓數,等於人數,則不足1份.問人數若何.

21. 有三書記,甲每四日禿筆一枝,乙則六日,丙則八

日;設於某月一日同用新筆,問再同時同用新筆在何日.

22. 某家茶會,每二人共食一盤點心,三人共食一盤水菓,四人共食一盤乾菓.設共用盤子65個,然則人數幾何?

23. 上海與橫濱之距離約4704里.有甲乙二船,同時甲以每時84里之速度自橫濱開向上海,乙以每時56里之速度自上海開向橫濱,若各船抵港,均毫不停留,即返原地,問需若干日,二船相會於一港,又相會於何地.

24. 有文一篇,共有462字.設每行字數皆相等,而行數與每行字數爲連續數,惟行數比每行字數少.試求行數及字數各若干.

25. 某人原有金80圓,後因僱每日工金二角之工人若干名,數星期後,僅存38圓.問工人數及星期數.但工人數與星期數之差須爲最大者.

第三編
分數
第一章 總論

57. 分數之意義.

表不足單位之量,於小數外又用分數.

例如有一數,聚其七個則成一,卽取一而七等分之之意,是爲七分之一,卽分數 $\frac{1}{7}$ 也.

又如有一數,合其四個則成一圓,今僅有其三,是爲四分之三圓,卽分數 $\frac{3}{4}$ 圓也.

上之 $\frac{1}{7}$, $\frac{3}{4}$ 圓爲分數;其 7 及 4 爲**分母**(Denominator), 1 及 3 爲**分子**(Numerator). 分母及分子,稱爲分數兩**項**(term). **分數**(Fraction)者,表等分 1 爲若干分,而取其幾分之數也.

58. 分數之種類.

例如 $\frac{7}{7}$,係將 1 七等分之而取其七之數,故等於 1. 又如 $\frac{9}{7}$,係將 1 七等分之而取其九

之數,故較 1 大.是以凡分子與分母相等之分數,皆等於 1;而分子大於分母之分數,皆大於 1.

分子等於分母或大於分母之分數,名曰**假分數**(Improper fraction);分子小於分母之分數,名曰**眞分數**(Proper fraction).

$\frac{7}{7}$, $\frac{9}{7}$等即假分數;$\frac{1}{7}$, $\frac{3}{4}$圓等,即眞分數也.又整數與眞分數相合而成之數,名曰**帶分數**(Mixed fraction),(又名混分數)$6\frac{3}{7}$, $8\frac{1}{5}$圓等即帶分數也.

【注意】 $6\frac{3}{7}$讀爲六與七分之三,或六個又七分之三.若 $8\frac{1}{5}$ 圓,則讀爲八圓又五分之一,或八又五分之一圓.

習題

1. 試將次之分數意義,一一說明之,並舉其孰爲假分數,眞分數,或帶分數.

$$\frac{1}{6},\ \frac{7}{8},\ \frac{10}{10},\ \frac{19}{15},\ 3\frac{1}{2},\ \frac{125}{100}.$$

2. 試將次之分數意義,一一說明之,並各表以諸等數.

$\frac{1}{4}$圓, $3\frac{2}{5}$石, $4\frac{4}{5}$尺, $\frac{5}{8}$斤, $1\frac{5}{6}$里, $5\frac{7}{15}$時.

3. 一先令爲一鎊幾分之一?五先令當一鎊之若干?

又一辨士及七辨士各當一鎊若干?

4. 試比較下組分數之大小.

(1) $\frac{13}{15}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{11}{15}$.　　(2) $\frac{5}{13}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{11}$.

59. 分數與除法之關係.

例如$\frac{2}{5}$,乃將 2 等分爲 5 分,而取其一分之意.

故分數得視爲分母除分子所得之商,故表除法之餘數,得用分數之形.

如 $13\div4$ 之結果爲商數 3,與餘數 1,得以 $3\frac{1}{4}$表之.又表除法亦可用分數形.

例如 $13\div4$ 可書爲$\frac{13}{4}$,此時分子相當於被除數,分母相當於除數,而橫線相當於除號.

習　題

1. 試將 $8\div11$, $15\div32$, $45\div100$, $63\div31$ 各表以分數之形.

2. 將上題之除法結果,表以分數之形.

3. 一箱煤油用三個月,平均一個月用若干.

4. 環運動場之周行二次,費時五分,問一分時行若干.

5. 二百斤爲一引,問一斤等於若干引.

6. 試將三丈表以里之分數,二十九分表以時之分

數,十三兩表以斤之分數.

第二章 分數化法

60. 假分數及帶分數之化法.

【例 1】 化$\frac{375}{125}$爲整數.

【解】 $375\div125=3$.

【例 2】 化$\frac{431}{67}$爲帶分數.

【解】 $431\div67=6\frac{29}{67}$.

【法則】 化假分數爲整數或帶分數,以分母除分子,而以分數之形表其餘數.

【例 3】 化 $6\frac{29}{67}$爲假分數.

【解】 $6\frac{29}{67}=\frac{6\times67+29}{67}=\frac{431}{67}$.

【法則】 化帶分數爲假分數,將其整數部分與分母之積,加於分子爲分子,而以原分母爲分母.

習題

化次之假分數爲整數,或帶分數,而化帶分數爲假分數.

1. $\frac{3}{2}$. 2. $\frac{121}{25}$. 3. $\frac{307}{50}$. 4. $\frac{351}{13}$.

5. $3\frac{1}{2}$. 6. $8\frac{1}{10}$. 7. $21\frac{1}{3}$. 8. $105\frac{4}{5}$.

61. 約分.

分數之兩項除 1 以外無公約數時,此分數名爲**最簡分數**,亦名**既約分數**(Lowest terms).

例如 $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{7}$ 等爲最簡分數,而 $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{6}{8}$ 等爲非最簡分數.

如 $\frac{2}{4}$ 之分子 2,以 2 除之,得 $\frac{1}{4}$ 時,則分數之值,爲原分數之二分之一.次以 2 除此 $\frac{1}{4}$ 之分母 4,得 $\frac{1}{2}$ 時,則分數之值,爲 $\frac{1}{4}$ 之二倍.故 $\frac{2}{4}$ 之分母及分子,各以 2 除之,其所得之分數 $\frac{1}{2}$,爲原分數 $\frac{2}{4}$ 之二分之一之二倍,卽等於原分數.凡以同數除分數之兩項,而分數之值不變.

以公約數約分數兩項,名曰**約分**;依約分法,得化分數爲最簡分數.

【例 1】 化 $\frac{855}{915}$ 爲最簡分數.

(運 算)

$$
\begin{array}{rl}
 & 57 \\
(5) & \cancel{285} \\
(3) & \cancel{855} \\
\hline
(3) & \cancel{915} \\
(5) & \cancel{305} \\
 & 61
\end{array}
=\frac{57}{61}.
$$

【說明】 先以公約數 3 約分數兩項 915 與 855，得 305 與 285；次以公約數 5 約 305 與 285，得 61 與 57，而 61 與 57 除 1 以外無公約數，故 $\frac{57}{61}$ 即所求之最簡分數。

【例 2】 化 $\frac{2471}{4589}$ 爲最簡分數。

【解】 求 4589 與 2471 之最大公約數得 353，因之

$$\frac{2471 \div 353}{4589 \div 353} = \frac{7}{13}.$$

習題

1. 化次之分數爲最簡分數。

(1) $\frac{45}{60}$. (2) $\frac{165}{264}$. (3) $\frac{210}{246}$.

(4) $\frac{896}{1280}$. (5) $\frac{1375}{3125}$. (6) $\frac{2286}{5103}$.

2. 化次之分數爲最簡分數。

(1) $\frac{403}{527}$. (2) $\frac{329}{517}$. (3) $\frac{485}{1164}$.

(4) $\frac{1995}{3059}$. (5) $\frac{3107}{3824}$.

62. 通分.

設以 2 乘分數 $\frac{2}{3}$ 之分子得 $\frac{2}{3}$，則分數之值爲原分數之二倍。次以 2 乘此 $\frac{2}{3}$ 之分母 3，得 $\frac{2}{6}$，則分數之值爲 $\frac{2}{3}$ 之二分之一。故 $\frac{1}{3}$ 之分

母及分子,各以 2 乘之,其所得之分數$\frac{2}{6}$,爲原數之二倍之二分之一,即等於原分數;(試將$\frac{2}{6}$約分)故凡以同數乘分數兩項,分數之值不變.

【例 1】　化 5 爲有分母 3 之分數.

【解】　凡整數等於以其數爲分子,而以 1 爲分母之假分數,故 5 等於$\frac{5}{1}$;然欲化$\frac{5}{1}$爲 3 爲分母之分數,則分母 1 不可不以 3 倍之,而欲使分數之值不變,同時又不可不以 3 倍其分子,即

$$5=\frac{5}{1}=\frac{5\times3}{1\times3}=\frac{15}{3}.$$

【驗】　化假分數$\frac{15}{3}$爲整數,得 5,故知不誤.

習　題

將次之整數各化爲以 3, 5, 8, 10, 100 等爲分母之分數.

1. 1,　**2.** 7,　**3.** 15,　**4.** 21,　**5.** 100.

【例 2】　化$\frac{2}{3}$爲以 12 爲分母之分數.

【解】　$12\div3=4,\ \frac{2}{3}=\frac{2\times4}{3\times4}=\frac{8}{12}.$

【驗】　將$\frac{8}{12}$以 4 約分,得$\frac{2}{3}$.

習　題

化次之分數,使其分母爲其旁括弧內所記之數.

1. $\frac{2}{5}$(10).　　**2.** $\frac{7}{12}$(60).

3. $\frac{11}{36}(144)$.　　　4. $\frac{16}{75}(150)$.

化二以上異分母之分數,爲同分母之分數,而不變其值,名曰**通分**.

通分所用之共通分母,名曰**公分母**,亦曰**通分母**.

【例 3】 將$\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$通分.

【解】 公分母須爲各分數之分母 3, 4, 5,等所能整除者,卽須爲此等數之公倍數.

故求 3, 4, 5 之公倍數,則$3\times4\times5$卽 60,其一也.而將$\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$通分,卽化此等分數各成 60 爲分母之分數.卽

$$\left.\begin{array}{ll} 60\div3=20, & \frac{1}{3}=\frac{1\times20}{3\times20}=\frac{20}{60} \\ 60\div4=15, & \frac{3}{4}=\frac{3\times15}{4\times15}=\frac{45}{60} \\ 60\div5=12, & \frac{4}{5}=\frac{4\times12}{5\times12}=\frac{48}{60} \end{array}\right\}\text{答}$$

【驗】 將$\frac{20}{60}$, $\frac{45}{60}$, $\frac{48}{60}$約分,得$\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$.

【注意】 60 爲 3, 4, 5 之公倍數,且爲最小公倍數,通常之公分母,因計算之便利,故用各分母之最小公倍數,而名此爲最小公分母.

【法則】 通分者,將各分數化成以各分母之最小公倍數爲分母之分數也.

【例 4】 將$\frac{3}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{18}$通分.

【解】　求 8, 12, 18 之最小公倍數,得 72.

$$\left.\begin{array}{ll} 72\div 8=9, & \dfrac{3}{8}=\dfrac{3\times 9}{8\times 9}=\dfrac{27}{72} \\ 72\div 12=6, & \dfrac{5}{12}=\dfrac{5\times 6}{12\times 6}=\dfrac{30}{72} \\ 72\div 18=4, & \dfrac{7}{18}=\dfrac{7\times 4}{18\times 4}=\dfrac{28}{72} \end{array}\right\}\text{答}$$

【驗】　$\frac{27}{72}$, $\frac{30}{72}$, $\frac{28}{72}$ 約分,得 $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{18}$.

【例 5】　試比較 $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{18}$ 之大小.

【解】　將 $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{18}$ 通分,得 $\frac{27}{72}$, $\frac{30}{72}$, $\frac{28}{72}$.

故 $\frac{5}{12}$ 為最大,$\frac{7}{18}$ 次之,而 $\frac{3}{8}$ 為最小.

問題十五

以將下各組之分數通分,且比較其大小.

1. $1, \frac{7}{8}$.　　2. $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}$.　　3. $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$.

4. $\frac{7}{12}, \frac{8}{15}$.　　5. $\frac{37}{60}, \frac{28}{45}$.　　6. $\frac{58}{111}, \frac{75}{148}$.

7. $\frac{1}{2}, \frac{3}{7}, \frac{5}{9}$.　　8. $\frac{3}{13}, \frac{4}{17}, \frac{5}{21}$.

9. $\frac{3}{10}, \frac{5}{18}, \frac{13}{45}$.　　10. $\frac{3}{16}, \frac{5}{24}, \frac{13}{36}$.

11. $\frac{4}{15}, \frac{6}{25}, \frac{9}{35}$.　　12. $\frac{4}{129}, \frac{5}{172}, \frac{8}{215}$.

13. $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{5}{9}$.　　14. $\frac{3}{16}, \frac{7}{24}, \frac{13}{38}, \frac{17}{48}$.

15. $\frac{5}{12}$, $\frac{1}{21}$, $\frac{11}{35}$, $\frac{16}{45}$, $\frac{20}{63}$.

第三章 分數加法及減法

63. 分數加法.

【例 1】 求$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}+\frac{5}{7}$之值.

【解】 $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}+\frac{5}{7}=\frac{2+3+5}{7}=\frac{10}{7}=1\frac{3}{7}$. 答

【例 2】 試計算 $1\frac{5}{6}+2\frac{1}{8}+4\frac{4}{15}$.

【解】 $\frac{5}{6}+\frac{1}{8}+\frac{4}{15}=\frac{100}{120}+\frac{15}{120}+\frac{32}{120}=\frac{147}{120}$

$=1\frac{27}{120}=1\frac{9}{40}$ ……………………分數部分之和.

$1+2+4=7$ ……………………………整數部分之和.

$7+1\frac{9}{40}=8\frac{9}{40}$. 答

【法則】 加二個以上之分數,若其分母相同,即以各分數分子之和為分子,而以其分母為分母,作一分數.

若其分母不同,則先通分而後依此法運算.

加帶分數時,將整數部分與分數部分,分別相加而後求其和.

【注意】 凡分數計算之結果為假分數者,宜化為整數或帶分數,其可以約分者,宜化為最簡分數.

64. 分數減法.

【例 1】 求$\frac{7}{8}-\frac{3}{8}$之值.

【解】 $\frac{7}{8}-\frac{3}{8}=\frac{7-3}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$. 答

【例 2】 試計算 $8-5\frac{5}{6}$.

【解】 $1-\frac{5}{6}=\frac{6}{6}-\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$……………分數部分之差.

$8-1-5=2$……………………整數部分之差.

$2+\frac{1}{6}=2\frac{1}{6}$. 答

【說明】 此例因被減數缺分數部分,故從整數部分 8 借 1,化為同分母之假分數;於是將整數部分與分數部分分別行減法,然後求其和.

【例 3】 試計算 $10\frac{1}{8}-5\frac{5}{12}$.

【解】 $\frac{1}{8}-\frac{5}{12}=\frac{3}{24}-\frac{10}{24}$

$\frac{24+3}{24}-\frac{10}{24}=\frac{27-10}{24}=\frac{17}{24}$…分數部分之差.

$10-1-5=4$……………………整數部分之差.

$4+\frac{17}{24}=4\frac{17}{24}$. 答

【法則】 分數減分數,分母相同時,即以其分子之差為分子,而以其分母為分母,作一分數.

其分母相異時,則先通分而後依此法運算.帶分數之減法,為將整數部分與分數部分分別相減,而後求其和.

【注意】 被減數之分數部分,小於減數之分數部分,則從被減數之整數部分借 1,化為同分母之假分數,而以其分子加於被減數之分子,然後行減法.

問題十六

求下列各式之值.

1. $\frac{5}{17}+\frac{2}{17}+\frac{3}{17}$.

2. $\frac{7}{18}+\frac{9}{18}+\frac{5}{18}$.

3. $3\frac{2}{15}+2\frac{7}{15}+5+4\frac{8}{15}$.

4. $6\frac{5}{18}+4\frac{7}{12}+5\frac{1}{10}+\frac{16}{25}$.

5. $16\frac{1}{10}+10\frac{3}{14}+8\frac{9}{35}+7\frac{16}{25}$.

6. $\frac{7}{16}-\frac{3}{16}$.

7. $12\frac{7}{9}-10\frac{4}{9}$.

8. $100-55\frac{26}{93}$.

9. $25\frac{7}{15}-18\frac{9}{25}$.

10. $6\frac{3}{8}+9\frac{5}{12}-\frac{7}{18}-6\frac{8}{27}$.

11. $16\frac{11}{39}-9\frac{41}{65}$.

12. $28\frac{1}{5}-9\frac{7}{12}+16\frac{8}{15}-\left(125\frac{13}{48}-107\frac{49}{120}\right)$.

第四章 分數之乘法及除法

65. 整數乘分數法.

【例 1】 試計算$\frac{3}{7}\times 2$.

(運算) $\frac{3}{7}\times 2=\frac{3\times 2}{7}=\frac{6}{7}$, 答

【說明】 將$\frac{3}{7}$二倍之,係將 1 等分為 7,而取其 3,更取其二倍,即等於將 1 等分為 7,而取其3×2,故得$\frac{6}{7}$.

【法則】 以整數乘分數,係將其分子與整數之積為

分子,而以其原分母爲分母,作一分數.

【例 2】 試計算 $6\frac{5}{12}\times 8$.

(運　算) $6\frac{5}{12}\times 8=\frac{77}{\cancel{12}_{3}}\times\overset{2}{\cancel{8}}=\frac{154}{3}=51\frac{1}{3}$.

【注意一】 被乘數之分母與乘數,有公約數時,運算中宜約分.

【注意二】 此例又可如次式,將整數部分與分數部分,分別乘之而後相加.

$6\times 8=48,\quad \frac{5}{\cancel{12}_{3}}\times\overset{2}{\cancel{8}}=\frac{5\times 2}{3}=\frac{10}{3}=3\frac{1}{3},$

$48+3\frac{1}{3}=51\frac{1}{3}$. 答

習　題

計算下列各式.

1. $\frac{1}{6}\times 6$.　　2. $\frac{11}{17}\times 3$.　　3. $\frac{5}{24}\times 4$.

4. $\frac{7}{12}\times 36$.　　5. $\frac{16}{33}\times 42$.　　6. $8\frac{3}{8}\times 5$.

7. $11\frac{7}{16}\times 40$.　　8. $27\frac{8}{15}\times 45$.

66. 整數除分數法.

【例 1】 計算 $\frac{3}{7}\div 2$.

(運　算) $\frac{3}{7}\div 2=\frac{3}{7\times 2}=\frac{3}{14}$. 答

【說明】 將 2 除 $\frac{3}{7}$ 之商,與 2 相乘,必為原數;故將 $\frac{3}{7}$ 之分母以 2 乘之,得 $\frac{3}{14}$,此分數若以 2 乘之,則得 $\frac{3}{7}$,是以 $\frac{3}{14}$ 卽所求之商.

【法則】 以整數除分數,係將其分母與此整數之積為分母,而以原分子為分子,作一分數.

【例 2】 試計算 $9\frac{3}{7}\div 4$.

(運 算) $$9\frac{3}{7}\div 4=\frac{66}{7}\div 4=\frac{\overset{33}{\cancel{66}}}{7\times\underset{2}{\cancel{4}}}=\frac{33}{14}$$

$$=2\frac{5}{14}.$$ 答

【注意一】 被除數化成假分數之分子與除數,有公約數時,運算中宜約分.

【注意二】 此例又可如次式,將整數部分與分數部分,分別除之而後相加.

$$4\,)\,9\,(2$$
$$\underline{8}$$
$$1$$

$$1+\frac{3}{7}=\frac{10}{7},$$

$$\frac{10}{7}\div 4=\frac{\overset{5}{\cancel{10}}}{7\times\underset{2}{\cancel{4}}}=\frac{5}{14},$$

$$2+\frac{5}{14}=2\frac{5}{14}.$$ 答

習 題

計算下列各式.

1. $\frac{1}{5}\div 6$.　　2. $\frac{8}{11}\div 6$.　　3. $\frac{18}{25}\div 6$.

4. $\frac{7}{8}\div 21$.　　5. $\frac{15}{16}\div 10$.　　6. $8\frac{5}{9}\div 4$.

7. $23\frac{1}{10}\div 22$.　　8. $57\frac{3}{8}\div 34$.

67. 分數乘整數法.

【例 1】　試計算 $5\times\frac{3}{4}$.

(運　算)　$5\times\frac{3}{4}=\frac{5\times 3}{4}=\frac{15}{4}=3\frac{3}{4}$. 答

【說明】　以 $\frac{3}{4}$ 乘 5, 爲取 5 之 $\frac{3}{4}$.卽將 5 等分爲 4 而取其 3 分也.

凡以分數乘整數,卽將此分母等分整數,而取其等於分子之分數也.

然 4 等分 5, 爲 $\frac{5}{4}$,而 $\frac{5}{4}$ 取其 3, 卽等於以 3 乘 $\frac{5}{4}$,是以所求之積爲 $3\frac{3}{4}$.

【注意】　例如乘 2 於某數名曰 2 倍,而乘0.2於某數,名曰0.2倍;故乘 $\frac{3}{4}$ 於某數,亦曰 $\frac{3}{4}$ 倍.

【法則】　分數乘整數,係將整數與分數之分子相乘積爲分子,而以原分母爲分母,作一分數.

【例 2】　試計算 $15\times 3\frac{1}{6}$.

(運　算)　$15\times 3\frac{1}{6}=\overset{5}{\cancel{15}}\times\frac{19}{\underset{2}{\cancel{6}}}=\frac{95}{2}=47\frac{1}{2}$. 答

【說明】　帶分數$3\frac{1}{6}$等於假分數$\frac{19}{6}$,故$3\frac{1}{6}$乘某數等於乘以$\frac{19}{6}$.

【注意一】　被乘數之整數,與乘數之分數之分母,若有公約數,運算中宜約分.

【注意二】　乘$3\frac{1}{6}$於15,爲求15之3倍,與15之$\frac{1}{6}$倍之和.

故上例又可如次式,將整數部分與分數部分,分別相乘而後相加.

$$15\times3=45,\ \overset{5}{\cancel{15}}\times\frac{1}{\underset{2}{\cancel{6}}}=5\times\frac{1}{2}=\frac{5}{2}=2\frac{1}{2},\ 45+2\frac{1}{2}=47\frac{1}{2}.\text{答}$$

習　題

計算下列各式.

1.　$9\times\frac{2}{5}$.　　2.　$30\times\frac{7}{10}$.　　3.　$8\times\frac{5}{24}$.

4.　$36\times\frac{11}{60}$.　　5.　$12\times1\frac{4}{7}$.　　6.　$45\times4\frac{2}{5}$.

7.　$54\times165\times\frac{1}{9}$.　　8.　$154\times5\frac{11}{28}$.

68. 分數除整數法.

【例1】　計算$5\div\frac{2}{3}$.

（運　算）　$5\div\frac{2}{3}=5\times\frac{3}{2}=\frac{15}{2}=7\frac{1}{2}$.

【說明】　以$\frac{2}{3}$除5,爲求5爲$\frac{2}{3}$與何數之積.由是

言之除數雖爲分數,仍可曰除法卽乘法之逆.

故$\frac{2}{3}$除 5 之商,與$\frac{2}{3}$相乘,必仍爲 5,是 3 等分之而取其 2 也.故轉而 2 等分 5,而取其 3,必得此數也明甚,故以$\frac{2}{3}$乘 5,得積 $7\frac{1}{2}$,卽$\frac{2}{3}$除 5 之商也.

【別解】 2 爲$\frac{2}{3}$之三倍.今若以 2 除 5,則得$\frac{5}{2}$.此數較所求之商必小三倍.因本欲以$\frac{2}{3}$除 5,今以其三倍之數除之,故$\frac{2}{3}$除 5 之商,較以 2 除 5 之商大三倍.故$\frac{5}{2}$若以 3 乘之,卽得所求之商$\frac{5}{2}\times 3=\frac{15}{2}=7\frac{1}{2}$矣.

【法則】 以分數除整數,係以此分數之分母爲分子,分子爲分母,作一分數,而乘整數也.

【例 2】 試計算 $25\div 2\frac{11}{12}$.

$$25\div 2\frac{11}{12}=25\div\frac{35}{12}=\overset{5}{\cancel{25}}\times\frac{12}{\underset{7}{\cancel{35}}}=\frac{5\times 12}{7}=\frac{60}{7}=8\frac{4}{7}\text{答.}$$

【注意】 除數爲帶分數時,宜先化爲假分數而後運算.

69. 逆數(Reciprocal).

以某數除 1,所得之商名曰其數之逆數,(或曰倒數).

例如 4 除 1 之商$\frac{1}{4}$,爲 4 之逆數;又$\frac{2}{3}$除 1 之商爲$\frac{3}{2}$,此$\frac{3}{2}$爲$\frac{2}{3}$之逆數.因之 4 爲$\frac{1}{4}$之逆數,$\frac{2}{3}$爲$\frac{3}{2}$之逆數,卽 4

與$\frac{1}{4}$互爲逆數,$\frac{2}{3}$與$\frac{3}{2}$亦互爲逆數故互爲逆數之二數之積,皆等於1.

例如以$\frac{2}{3}$除5,等於以$\frac{3}{2}$乘5.

凡以某數除之,與以其逆數乘之,其實相等。

習題

計算下列各式.

1. $1\div\frac{1}{6}$. 2. $3\div\frac{4}{9}$. 3. $12\div\frac{4}{7}$.

4. $8\div\frac{16}{25}$. 5. $10\div1\frac{2}{5}$. 6. $24\div3\frac{3}{7}$.

7. $32\div7\frac{5}{13}$. 8. $924\div25\frac{5}{13}$.

70. 分數乘分數法.

【例 1】 計算$\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}$.

(運算) $\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}=\frac{3\times5}{4\times7}=\frac{15}{28}$. 答

【說明】 以$\frac{5}{7}$乘$\frac{3}{4}$,爲將$\frac{3}{4}$等分爲7而取其5也。然7等分$\frac{3}{4}$得$\frac{3}{4\times7}$,次取其5,則得$\frac{3\times5}{4\times7}$,故所求之商爲$\frac{15}{28}$.

【法則】 以分數乘分數,係將被乘數之分子,與乘數之分子相乘積爲分子,而以其分母相乘積爲分母,作一分數.

【例 2】 試計算$3\frac{1}{15}\times4\frac{3}{8}$.

$$3\frac{1}{15}\times 4\frac{3}{8}=\frac{\overset{23}{\cancel{46}}}{\underset{3}{\cancel{15}}}\times\frac{\overset{7}{\cancel{35}}}{\underset{4}{\cancel{8}}}=\frac{23\times 7}{3\times 4}=\frac{161}{12}=13\frac{5}{12}.\ \text{答}$$

【注意】 乘數為帶分數時,先宜化為假分數而後運算.

被乘數及乘數之分母與分子,有公約數時,運算時宜約分.

分數乘法,其被乘數與乘數雖更換,而其積不變.

習　題

試計算次式.

1. $\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}$.　　2. $\frac{5}{8}\times\frac{7}{15}$.　　3. $\frac{5}{12}\times\frac{4}{25}$.

4. $3\frac{2}{7}\times\frac{15}{46}$.　　5. $\frac{9}{10}\times 10\frac{2}{3}$.　　6. $5\frac{1}{7}\times\frac{4}{9}$.

7. $\frac{11}{18}\times\frac{20}{33}\times\frac{27}{40}$.　　8. $25\times\frac{8}{15}\times\frac{7}{24}$.

71. 分數除分數法.

【例 1】 試計算$\frac{5}{7}\div\frac{2}{3}$.

(運　算) $\frac{5}{7}\div\frac{2}{3}=\frac{5}{7}\times\frac{3}{2}=\frac{15}{14}=1\frac{1}{14}$. 答

【說明】 $\frac{2}{3}$除$\frac{5}{7}$之商,若以$\frac{2}{3}$乘之,必得$\frac{5}{7}$,是 3 等分之而取其 2 也.故反之將$\frac{5}{7}$等分為 2,而取其 3,即以$\frac{3}{2}$乘$\frac{5}{7}$,則得所求之商為 $1\frac{1}{14}$也明甚.

【驗】 $1\frac{1}{14}\times\frac{2}{3}=\frac{15}{14}\times\frac{2}{3}=\frac{5}{7}$.

【法則】 以分數除分數,係將除數之分母爲分子,分子爲分母,作一分數,以乘被除數之分數.

【例 2】 計算 $6\frac{7}{8}\div4\frac{5}{7}$.

(運算) $6\frac{7}{8}=\frac{55}{8}$, $4\frac{5}{7}=\frac{33}{7}$,

$$\frac{55}{8}\div\frac{33}{7}=\frac{\overset{5}{\cancel{55}}}{8}\times\frac{7}{\underset{3}{\cancel{33}}}=\frac{35}{24}=1\frac{11}{24}.\ 答$$

【注意】 除數爲帶分數時,宜先化爲假分數而後運算.

【注意】 被除數之分子與除數之分子,及被除數之分母與除數之分母,各有公約數時,運算中宜約分.

習題

計算下列各式.

1. $\frac{2}{5}\div\frac{5}{8}$.
2. $\frac{9}{25}\div\frac{9}{25}$.
3. $\frac{35}{36}\div\frac{7}{36}$.
4. $\frac{11}{32}\div\frac{11}{16}$.
5. $\frac{48}{55}\div\frac{64}{121}$.
6. $\frac{52}{75}\div2\frac{3}{5}$.
7. $10\frac{5}{12}\div\frac{45}{56}$.
8. $16\frac{2}{13}\div3\frac{19}{52}$.

72. 繁分數 (Complex fraction). 分數之兩項,雙方或一方由分數或分數式所成者,曰繁分數.

繁分數亦表以分母除分子之意,故可依分數乘除之理,遞次化爲簡分數而得其值.

【例 1】 將 $\dfrac{\frac{7}{8}}{\frac{3}{4}}$ 繁分數簡單之.

(運　算) $\dfrac{\frac{7}{8}}{\frac{3}{4}}=\dfrac{7}{8}\div\dfrac{3}{4}=\dfrac{7}{\cancel{8}_{2}}\times\dfrac{\cancel{4}^{1}}{3}=1\dfrac{1}{6}.$ 答

【例 2】 化 $\dfrac{5}{\frac{1}{4}+\frac{2}{7}}$ 爲簡式.

(運　算) $\dfrac{1}{4}+\dfrac{2}{7}=\dfrac{7+8}{28}=\dfrac{15}{28}.$

$$\frac{5}{\frac{1}{4}+\frac{2}{7}}=\frac{5}{\frac{15}{28}}=5\div\frac{15}{28}=\cancel{5}^{1}\times\frac{28}{\cancel{15}_{3}}$$

$$=\frac{28}{3}=9\frac{1}{3}.\ \text{答}$$

【例 3】 將 $\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{3+\frac{1}{4}}}$ 簡單之.

$$\frac{1}{2+\dfrac{1}{3+\frac{1}{4}}}=\frac{1}{2+\dfrac{1}{\frac{13}{4}}}=\frac{1}{2+\frac{4}{13}}$$

$$=\frac{1}{\frac{30}{13}}=\frac{13}{30}.\ \text{答}$$

【注意】 如此例所示之繁分數,名曰連分數(Continued fraction).

習 題

將次之繁分數簡單之.

1. $\dfrac{\frac{1}{3}}{5}$. 2. $\dfrac{12}{\frac{8}{9}}$. 3. $\dfrac{3\frac{1}{8}}{\frac{15}{16}}$. 4. $\dfrac{1\frac{1}{3}}{2\frac{1}{6}}$.

5. $\dfrac{\frac{3}{5}-\frac{1}{6}}{\frac{3}{5}+\frac{1}{6}}$. 6. $\dfrac{\frac{7}{6}\times\frac{4}{15}}{1\frac{3}{25}\times 10}$. 7. $\dfrac{\frac{4}{5}\div\frac{7}{8}}{\frac{4}{7}\div\frac{9}{10}}$.

8. $\dfrac{3\frac{1}{3}\times 7\frac{1}{7}}{5\frac{5}{49}\div 3\frac{3}{10}}$. 9. $\dfrac{9}{2+\dfrac{5}{7+\frac{1}{7}}}$. 10. $\dfrac{5}{2+\dfrac{5}{2+\frac{5}{7}}}$.

問題十七

計算下列各式.

1. $(8\frac{1}{5}$圓$-5\frac{3}{4}$圓$+\frac{2}{3}$圓$)\times\frac{6}{17}$.

2. $3\frac{2}{5}$里$-(11\frac{3}{7}$里$\div 4)$.

3. $(25\frac{1}{5}$時$\times 6)\div 12\frac{3}{5}$.

4. 2里13丈5尺$\times\frac{22}{7}$.

5. 8鎊15先令$4\frac{3}{8}$辨士$\div 4\frac{1}{3}$.

【注意一】第4依複名數乘法將2里13丈5尺以22倍之而以7分其積凡以分數乘複名數者用此法.

【注意二】第5先將帶分數化爲假分數然後依前題法而乘以逆數.

化次之複雜分數爲簡式.

6. $\dfrac{3\frac{1}{5}-2\frac{3}{4}-\frac{1}{8}}{5\frac{1}{8}-2\frac{3}{5}-\frac{1}{4}}$.

7. $\dfrac{3\frac{5}{8}+2\frac{5}{12}-1\frac{5}{24}}{5\frac{4}{5}+2\frac{9}{10}-1\frac{9}{20}}$.

8. $1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\frac{1}{3}}}$.

9. $\dfrac{21\frac{1}{2}-9\frac{5}{6}}{8\frac{2}{3}+5\frac{3}{16}}\times\dfrac{6\frac{10}{11}}{4\frac{1}{5}\times 9\frac{1}{11}}$.

10. $\dfrac{5\frac{1}{4}+(2\frac{2}{35}\div 1\frac{11}{25})-(\frac{2}{7}\times 15\frac{3}{4})}{(\frac{3}{4}\times 7\frac{3}{7})-(5\frac{3}{5}\div 3\frac{4}{15})}$.

11. $\dfrac{2\frac{1}{5}\times\frac{11}{23}}{\frac{3}{7}\times\frac{2}{17}}\div\dfrac{1\frac{2}{5}\times\frac{11}{19}}{\frac{3}{13}\times 1\frac{6}{17}}$.

12. $(\frac{1}{3}+2\frac{5}{6}+10\frac{1}{2})\div(14\frac{2}{7}-3\frac{4}{5})$.

13. $(\frac{15}{16}\times 48)+(35\times 12\frac{5}{7})-(\frac{5}{8}+\frac{2}{3})+107\frac{3}{4}$.

14. $(462\frac{3}{5}-97\frac{5}{8})\times(34\frac{1}{2}+66\frac{3}{4})$.

15. $(36\div2\frac{1}{4})\times(4\div3\frac{5}{9})\times(1\div\frac{51}{67})\times(10\div\frac{5}{7})$.

16. $(9\div2\frac{5}{13})\times(\frac{15}{37}\div45)\times(2\frac{1}{5}-1\frac{5}{6})$.

17. $2\frac{1}{4}\times\dfrac{10\frac{3}{4}-4\frac{11}{12}}{8\frac{3}{16}-7\frac{2}{3}}\times\dfrac{3\frac{5}{11}}{1\frac{2}{5}\times9\frac{1}{11}}$.

18. $\dfrac{\frac{1}{7}}{8}\times\dfrac{\frac{8}{7}}{9\frac{1}{2}}\times\dfrac{7\frac{1}{9}}{\frac{8}{9}}\times\dfrac{4\frac{3}{4}}{7\frac{3}{14}}\times\dfrac{5}{27}\times1\frac{1}{8}$.

19. $\dfrac{8\frac{1}{6}\text{之}1\frac{13}{14}-1\frac{1}{6}\text{之}2\frac{1}{4}-1\frac{1}{3}\text{之}3\frac{4}{9}}{\frac{1}{6}\times2\frac{5}{6}\times5\frac{2}{3}}$.

20. $\dfrac{\frac{3}{11}\times9\frac{3}{13}\times3\frac{1}{7}\times9\frac{1}{10}}{\frac{4}{17}\times3\frac{9}{19}\times12\frac{1}{7}\times2\frac{10}{33}\times\frac{7}{20}}$.

第五章 分數與小數之關係

73. 化小數為分數法.

例如0.7為將 1 等分為10,而取其 7,即$\frac{7}{10}$也.又 0.07 為將 1 等分為 100,而取其 7,即$\frac{7}{1000}$也.依同理,則 0.17 為$\frac{17}{100}$,而 3.17 為$\frac{317}{100}$.小數者,以

10, 100, 1000 等爲分母之特別分數也.化小數爲分數,係以去其小數點之整數爲分子,而以 10, 100, 1000 等整數爲分母,其 0 之個數,等於小數位數.

【例 2】 化 0.15 爲分數.

(運　算) $0.15=\frac{15}{100}=\frac{3}{20}$. 答

【注意】 化小數爲分數,其結果宜以最簡分數表之.

習　題

化次之小數及帶小數爲分數.

1.	0.5.	2.	0.07.	3.	0.008.	4.	0.12.
5.	0.125.	6.	0.078.	7.	8.1.	8.	8.05.

74. 化分數爲小數法. 分數表分母除分子之商,故以分母除分子,可得等於分數之小數,因之得化分數爲小數.

【例】 化 $\frac{5}{8}$ 爲小數.

(運　算)

$$\begin{array}{r} 0.625 \\ 8\overline{)5.0} \\ \underline{4\,8} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

故 $\frac{5}{8}=0.625$.

習題

化次之分數爲小數.

1. $\frac{3}{5}$. 2. $\frac{17}{8}$. 3. $\frac{21}{16}$. 4. $\frac{1}{20}$.

5. $\frac{12}{25}$. 6. $\frac{9}{40}$. 7. $\frac{75}{64}$. 8. $\frac{8}{125}$.

75. 有限小數 (Finite decimal). 因通常之小數,係以 10, 100, 1000 等爲分母之分數.即以 2×5, $(2\times5)^2$, $(2\times5)^3$ 爲分母之分數,而成最簡分數時,其分母不含 2 及 5 以外之素因數.

由是知此種分數之兩項乘以若干個 2 或 5, 則分母得化爲 10, 100, 1000 等數.即

$$\frac{1}{2}=\frac{1\times5}{2\times5}=\frac{5}{10}=0.5,$$

$$\frac{4}{5}=\frac{4\times2}{5\times2}=\frac{8}{10}=0.8,$$

$$\frac{3}{4}=\frac{3}{2\times2}=\frac{3\times5\times5}{2\times2\times5\times5}=\frac{75}{100}=0.75,$$

$$\frac{1}{20}=\frac{1}{2\times2\times5}=\frac{1\times5}{2\times2\times5\times5}=\frac{5}{100}=0.05.$$

如此種分數化爲小數,則以分母除分子而無餘數,應得有限小數.而其小數之位數,必等於分母中所含素因數 2 或 5 之最多個數

也.

(就前節之各分數,一一檢查之.)

76. 循環小數. 化最簡分數爲小數時,其分母含 2 及 5 以外之素因數,則應得無限小數;例如將 (1)$\frac{1}{3}$, (2)$\frac{2}{7}$, (3)$\frac{3}{22}$ 等各化爲小數.

```
        0.33..............
(1)   3)1.0
         9
        ---
         10
          9
        ---
          1

        0.1363.......
(3)  22)3.0
        22
       ----
         80
         66
        ----
         14
        132
        -----
          80
          66
         ----
          14

        0.2857142.......
(2)   7)2.0
        14
        ---
         60
         56
         ---
          40
          35
          ---
           50
           49
           ---
            10
             7
            ---
             30
             28
             ---
              20
              14
              ---
               6
```

(1)之小數第一位得 3,餘 1,即等於原分數之分子,故任求至若干位,必得商 3 而餘 1,以至無限. (2)至小數第六位得 4,餘 2,等於原分數之分子,故商之數字 2, 8, 5, 7, 1, 4, 必依同順序再現而至無窮. (3)至小數第三位得 6,餘 8,與小數第一位得 1 餘 8 相同,故商

之數字,必依 3, 6 之順序再現,而至無窮.

故凡小數自某位數字起,依同順序周而復始時,此小數名曰**循環小數**(Circulating decimal);而其中如(1)(2)兩例,小數數字悉循環者,名曰**純循環小數**(Pure circulating decimal);而如(3)例有一部分爲不循環之數,則名曰**混循環小數**(Mixed circulating decimal).記循環小數,則將其循環部分(Repetend)首尾二位之上,各附以點表之,名曰**循環點**(Circulating point).如上例則爲

(1) $\frac{1}{3}=0.\dot{3}$.　　(2) $\frac{2}{7}=0.\dot{2}8571\dot{4}$.

(3) $\frac{3}{22}=0.1\dot{3}\dot{6}$.

例如以 7 除某數,其餘數必小於 7,而不出乎 1, 2, 3, 4, 5, 6 六種以外.此六種餘數悉現,而尙有餘數時,其所餘之數字,必爲此六種數字之一.是以化分數爲循環小數,其所得循環部分之位數,常比分母之數小.

習　題

化次之分數爲循環小數.

1. $\frac{1}{9}$.　**2.** $\frac{5}{6}$.　**3.** $\frac{1}{13}$.　**4.** $\frac{4}{17}$

5. $\frac{3}{44}$.　6. $\frac{31}{56}$.　7. $\frac{69}{109}$.　8. $\frac{9}{148}$.

77. 化循環小數爲分數法.

【例 1】　化$0.\dot{7}$爲分數.

(運　算)　$0.\dot{7}=\frac{7}{9}$.

【說明】　$0.\dot{7}\times 10=7.\dot{7}$,

又　$0.\dot{7}\times 1=0.\dot{7}$,

求得其差爲$0.\dot{7}\times 9=7$.

故　$0.\dot{7}=\frac{7}{9}$.

【例 2】　化$0.\dot{0}3\dot{4}$爲分數.

(運　算)　$0.\dot{0}3\dot{4}=\frac{34}{999}$.

【說明】　$0.\dot{0}3\dot{4}\times 1000=34.\dot{0}3\dot{4}$.

$0.\dot{0}3\dot{4}\times\ 1\ =0.\dot{0}3\dot{4}$.

求得其差爲$0.\dot{0}3\dot{4}\times 999=34$,

故　$0.\dot{0}3\dot{4}=\frac{34}{999}$.

【法則】　化純循環小數爲分數,係以循環數去其小數點及循環點,化爲整數作分子,而以等於循環位數之若干個 9,並列之作爲分母.

【例 3】　化$0.4\dot{0}\dot{9}$爲分數.

(運　算)　$0.4\dot{0}\dot{9}=\frac{409-4}{990}=\frac{405}{990}=\frac{9}{22}$.

【說明】　$0.4\dot{0}\dot{9}\times 1000=409.\dot{0}\dot{9}$,

又　$0.4\dot{0}\dot{9}\times 10=4.\dot{0}\dot{9}$.

求得其差爲　$0.4\dot{0}\dot{9}\times 990=409-4$

$=405$.

故　$0.4\dot{0}\dot{9}=\frac{405}{990}=\frac{9}{22}$。

【法則】　化混循環小數爲分數,係將此小數全部及不循環部分,去其循環點及小數點,化爲整數,而以其差作分子;然後以等於循環位數之若干個 9,並附以等於不循環位數之若干個 0 於後,作分母.

習　題

化次之循環小數爲分數.

1. $0.\dot{0}\dot{5}$.　2. $0.\dot{2}\dot{4}$.　3. $0.\dot{1}0\dot{7}$.　4. $0.\dot{1}2\dot{3}$.
5. $0.5\dot{6}$.　6. $0.\dot{2}3\dot{6}$.　7. $0.27\dot{9}$.　8. $\dot{3}.6\dot{9}$.

【注意】　第 8 題之 $\dot{3}.6\dot{9}$,先應改爲 $3.\dot{6}9\dot{3}$,以避整數部分數字之循環,然後將其小數部分化爲分數,而與整數部分相加.

78. 循環小數之加減乘除.

例如 1 公尺等於日本尺 3 尺 3 寸,故 1 日本尺爲 $\frac{10}{33}$ 公尺.而將此 $\frac{10}{33}$ 化爲小數,即得循環小數 $0.\dot{3}\dot{0}$;於此而用四捨五入法,取小數五位,則 1 日尺等於 0.30303 公尺.

是以計算循環小數,概取至小數必要之某位爲止,而將其以下各位省略之.

凡須精密計算時,宜將循環小數化爲分數,而後計算.

【例 1】　試計算 $0.\dot{4}3\dot{6}+0.7\dot{8}\dot{1}$.

【解】　$0.\dot{4}3\dot{6}=\frac{436}{999}$,　$0.7\dot{8}\dot{1}=\frac{781-7}{990}=\frac{774}{990}$,

$$\therefore\quad \frac{436}{999}+\frac{774}{990}=\frac{4364360}{9999990}+\frac{7818174}{9999990}$$

$$=\frac{12182534}{9999990}=1.2\dot{1}8254\dot{6}.$$

【注意】 循環小數之加法,又可如下法,仍用小數之形以計算.

$0.\dot{4}3\dot{6}=0.4$	364364	3…………
$0.7\dot{8}\dot{1}=0.7$	818181	8…………
和$=1.2$	182546	1…………

因二數循環部分之位數須相齊,故此例以小數第二位爲循環部分之首位.

又因第一數循環部分之位數爲 3,第二數循環部分之位數爲 2,故求 2 與 3 之最小公倍數爲 6;而此二數之循環部分,即依此最小公倍數,引而伸之,然後相加.

但循環部分首位之和,有進位數時,宜進於上位,同時並宜加此數於循環部分末位之和內.

【例 2】 試計算$6.\dot{5}\dot{4}-3.2\dot{7}$.

【解】　$6.\dot{5}\dot{4}=6\frac{54}{99}$.

$$3.2\dot{7}=3\frac{27-2}{90}=3\frac{25}{90},$$

$$6.\dot{5}\dot{4}-3.2\dot{7}=6\frac{54}{99}-3\frac{25}{90}=3\frac{265}{990}=3.2\dot{6}\dot{7}.$$

【注意】 循環小數之減法,又可如下例,仍用小數之形以計算.

$6.\dot{5}\dot{4}=6.5$	45	4…………
$3.2\dot{7}=3.2$	77	7…………
差$=3.2$	$\dot{6}\dot{7}$	6…………

【例 3】 試計算$3.\dot{7}\dot{5}\times 0.1\dot{2}$.

【解】 $3.\dot{7}\dot{5}\times 0.1\dot{2}=3\frac{75}{99}\times\frac{11}{90}=\frac{62}{135}=0.4\dot{5}9\dot{2}$. 答

【例 4】 試計算$0.\dot{6}\dot{5}\div 0.2\dot{8}$.

【解】 $0.\dot{6}\dot{5}\div 0.2\dot{8}=\frac{65}{99}\div\frac{26}{90}=\frac{25}{11}=2.\dot{2}\dot{7}$. 答

問題十八

計算下列各式.

1. $5.\dot{6}\dot{5}+7.8\dot{4}+0.\dot{7}5\dot{1}$. (用小數形計算)
2. $3.5\dot{6}-1.\dot{2}\dot{7}-0.\dot{4}3\dot{2}$. (同上)
3. $6.2\dot{7}+18.\dot{6}5\dot{1}+12.345$. (同上)
4. $0.34\dot{7}+0.2\dot{5}\dot{4}+0.4832+0.72\dot{4}\dot{5}$. (同上)
5. $4.1\dot{3}\dot{4}-2.78$.
6. $2.13\dot{7}+5.8\dot{3}\dot{2}+1.29-5.12\dot{5}4\dot{2}$.
7. $0.16-0.0\dot{4}\dot{9}+2.\dot{6}77\dot{9}$.
8. $2.3\dot{6}-1.9\dot{7}\dot{8}+4.\dot{7}-0.00\dot{6}\dot{9}$.
9. $0.41\times 0.\dot{0}3\dot{1}$.
10. $0.\dot{1}4285\dot{7}\times 0.\dot{0}7692\dot{3}$.
11. $59.2\dot{1}\dot{2}\times 44.6\dot{1}$.
12. $6.9\dot{5}\dot{4}\times 5.36\dot{5}$.

13. $65.4\dot{2}\dot{7}\times0.02\dot{4}$.　　**14.** $984.\dot{0}\dot{2}\div2.\dot{3}$.

15. $7.2\dot{3}\div0.4\dot{6}$.　　**16.** $0.25\dot{3}\div5.0\dot{6}$.

17. $3.\dot{8}\dot{1}\div2.2\dot{2}\dot{7}$.

18. 化$\dfrac{35-1.8\dot{3}}{9.\dot{7}-6.\dot{4}}\times\dfrac{1}{71}\div\dfrac{3.1\times0.\dot{1}0\dot{1}}{2.\dot{1}\dot{5}}$爲簡式.

19. 化$\dfrac{2.8\times2.\dot{2}\dot{7}}{1.1\dot{3}\dot{5}}\div\dfrac{4.4-2.8\dot{3}}{1.\dot{6}+2.\dot{6}2\dot{9}}\times\dfrac{6.8\times3}{2.25}$爲簡式.

20. 求$\dfrac{0.00\dot{4}\div0.000\dot{5}}{2.4\dot{2}\dot{3}+3.\dot{5}7\dot{6}+2.\dot{0}00191\dot{1}}$之值.

第六章　分數之應用

79. <u>應用問題解法</u>. 第一編第三章所言關於四則複名數應用問題解法諸注意事項,亦適用於分數應用問題.茲揭數例於下.

【例 1】 某工程初年成其三分之一,次年成其五分之二.問此二年間所成之工程爲若干,又未成之部分爲若干.

【解】 既成部分爲一工程之$\frac{1}{3}$與$\frac{2}{5}$相加之和;未成部分爲從一工程內除去既成部分,卽1減$\frac{1}{3}$與$\frac{2}{5}$之和.

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{5}=\frac{11}{15}.$$

$$1-\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\right)=1-\frac{11}{15}=\frac{4}{15}.$$

故既成部分爲一工程十五分之十一,而未成部分爲其十五分之四也.

上題乃應用分數加減法可解之例也.

【例 2】 問十五之六分之五爲若干.

【解】 15之6分之5,爲將15等分爲6,而取其5,即等於乘分數$\frac{5}{6}$於15所得之積.故所求之數爲

$$\overset{5}{\cancel{15}}\times\frac{5}{\underset{2}{\cancel{6}}}=12\frac{1}{2}.$$

上題乃應用分數乘法可解之例也.

【例 3】 某數之八分之三爲二十四,問此數爲若干.

【解】 某數與$\frac{3}{8}$之積爲24,故以$\frac{3}{8}$除24,得

$$24\div\frac{3}{8}=\overset{8}{\cancel{24}}\times\frac{8}{\underset{1}{\cancel{3}}}=64.$$ 即所求之數.

上題乃應用分數除法可解之例也.

【例 4】 平均每時速度十五哩之汽車,問二時四十分行若干.

【解】 2時40分$=2\frac{40}{60}$時$=2\frac{2}{3}$時.

$$15\text{哩}\times2\frac{2}{3}=40\text{哩}.$$

此爲應用分數計算複名數之例也.

【例 5】 每袋二十一斤之炭六袋,價共四圓二角.問二十四斤一袋之炭五袋,價共若干.

【解】 $$\frac{\overset{\overset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{42}}\times\overset{8}{\cancel{24}}\times5}{\underset{1}{\cancel{21}}\times\underset{\underset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{6}}}=40.$$

上二題乃應用歸一法而行分數計算之例也.

凡用歸一法,宜依繁分數計算,而約分之,可避計算之煩.

【例 6】 有某工程,甲一人成之需五日,乙一人需七日,問二人共作之幾日可成.

【解】 甲一日所成之工程爲$\frac{1}{5}$,乙則爲$\frac{1}{7}$,故一日間甲乙二人所成之工程爲$\frac{1}{5}+\frac{1}{7}$.今一工程爲一日所成工程之$1\div\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{7}\right)=2\frac{11}{12}$. 故二人共成某工程需$2\frac{11}{12}$日.

【例 7】 一點鐘後,鐘之長針與短針相重,在何時何分?

【解】 一點鐘時,於鐘面上短針在長針5區分之前.然每時間速度,長針行60區分,短針行5區分,故一時間長針可追及(60−5)區分,卽一分間可追及$\frac{60-5}{60}$區分.是以$\frac{60-5}{60}$區分除5區分,則得長短針相重所需之分數,卽$5\div\left(\frac{60-5}{60}\right)=5\frac{5}{11}$,卽一點鐘後$5\frac{5}{11}$分也. 故所求時刻爲一時五分又十一分之五.

上二題乃應用行程算法,而行分數計算之例也.(參看第31節)

問題十九

1. 某學校檢查學生體格,其強健者爲全數之十五分之四,中等者爲十二分之七,其餘均爲薄弱者.問何種體格爲最多,又其他二種之差爲若干.

2. 某汽船由甲港駛向乙港,初日行航路八分之三,

次日行五分之二.問第三日之始,此汽船距甲乙兩港各若干.

3. 某學校學生四百七十二人中,有八分之三為寄宿生,其餘為通學生,求通學生之人數.

4. 某人以二萬五千圓分於三校,甲校得五分之二,乙校得八分之三,丙校得其餘.問三校所得各若干.

5. 某桶貯酒若干,初汲出三分之一,次汲出所餘之五分之三.問第二次汲出之酒量,為原酒量若干. 又兩次共汲出若干?桶中尚餘若干?若原酒量為三石六斗,則(1)初次汲出之量,(2)第二次汲出之量,(3)兩次共汲出之量,(4)桶中所餘之量各若干?試各依所得之結果直接算出.

6. 某人初用去貯金十五分之二,次貯入所用金額一倍又三分之二,次又用去所貯金七分之五.問現餘者當原貯金若干.設原貯金為二千三百五十圓,問現所餘者為若干圓.

7. 某鐵路公司之車價,一等為二等之$1\frac{2}{3}$倍,又為三等之$2\frac{1}{2}$倍.設由甲地至乙地之一等車價為七角五分,問二等及三等車價各若干.

8. 買米若干袋,賣去十五分之四,尚餘三百九十六袋.問原有之袋數.

9. 甲之所有金為乙所有金五分之三;若乙所有金比甲多六百圓,則二人所有金各若干.

10. 某人乘人力車行五里二十七丈之路,其車價每里為二分,問共給銀若干.

11. 某時我國一圓可換英國貨幣三先令又八分之三.問其時百三十二圓八角,可換若干先令.

12. 有銀若干圓,二年五個月之利息爲二百六十一圓.問一年間之利息若何.

13. 一圓可買米五升四合,問三斗五升之價若干.

14. 二千公尺等於六千二百五十尺;問二十五公尺當幾尺幾寸幾分幾釐. 又五尺五寸當若干公尺?

15. 某工程甲乙二人共作之,三日即成.若甲一人作之,則需五日.問使乙一人作之,需若干日.

16. 以甲管一枝注水於桶,五分時卽滿.若用乙管一枝則需八分時,今同時以甲管三枝,乙管五枝,注水於等大之桶七個,桶內水滿,問需幾分時.

17. 某工程甲一人作之,需十二日;乙一人作之,需十八日.今二人共作三日,後使乙獨作之,問尙須幾日.

18. (1)求鐘之兩針三點鐘後相重之時刻.

(2)又求兩針成一直線之時刻.

＊雜題三

1. 將 0.37 與 3.027 化爲分數,而求其積.其結果表以小數.

2. 從某數加 $2\frac{2}{5}$ 之和內,減去 $3\frac{3}{4}$,而以 $\frac{4}{11}$ 乘其差,復以 $\frac{1}{5}$ 除其積,得商 3.問某數爲何.

3. 乙之所有金爲甲所有金 $\frac{5}{12}$,丙之所有金爲甲之 $\frac{3}{8}$;問丙之所有金爲乙所有金若干.

4. 有二數,甲數之 $2\frac{2}{3}$ 倍,等於乙數 $1\frac{5}{9}$ 倍,問甲數

當乙數若干.又乙數當甲數若干?若乙數爲$1\frac{1}{5}$,則甲數如何?

5. 有三數,甲數與乙數之和爲$1\frac{1}{6}$,乙數與丙數之和爲$1\frac{5}{12}$,又甲數與丙數之和爲$1\frac{1}{4}$.問三數各若干.

6. 甲數與乙數之和爲$\frac{19}{24}$,而其差爲和之$\frac{1}{19}$.問二數各若干.

7. 有米一宗,男一人食之可供九日;女一人則十二日,童子一人則十八日.今男女童各一人共食之,問足供幾日.

8. 甲乙二人合作一工程,三日而成;乙丙合作則需四日;甲丙合作則需六日.問甲乙丙三人合作之,幾日可成.

9. 以金若干買上等棉紗可得十斤;若買下等棉紗可得十五斤.今以此金買兩種棉紗,而斤數相同,問各得若干斤.

10. 有米若干袋,用大車十六輛運之,須三往返始完;若用小車十六輛運之,則須六往返.今同時用大小車各四輛,問須幾往返即可運完?

11. 某工程甲一人作之,四日而成.今有二倍此項之工程,甲作三日後,代之以乙,經二日半即完工;若開工時即使乙一人作之,幾日可成?

12. 鐘之長短針一度相重後,再相重時,須經若干時?

13. 雇大工十八人小工七十人,十二日間共付工資232.8圓;但小工爲大工三分之二.問大小工一人每日工價各若干.

14. 甲乙二汽船,同時由東港航往西港,而甲比乙早

到一時四十五分.其每時速度甲爲十二浬,乙爲十浬,求東西兩港之距離.

15. 將上下兩種酒混合,造成中酒三斗五升,其下酒之量,爲上酒之五分之二.問下酒加若干升,則爲上酒之五分之三.

16. 某人消費其所有金五分之二,次又消費其所餘之四分之一,終又消費其所餘之三分之一,尙餘三十圓.問此人原有金若干.

17. 某人初用去貯金三分之一,次又貯入五百二十圓,後又用去現有貯金四分之三,尙餘二百三十圓.問最初貯金若干.

18. 一斤之價,中茶爲上茶六分之五,下茶爲中茶四分之三.而上茶二斤之價,比下茶三斤之價多一角五分.求各一斤之價.

19. 某小學畢業生若干名中,有三十名就職業.其進初級中學者,爲總數九分之七.問畢業生有若干名.

20. 甲數與乙數之和爲五十七,而甲之九分之二等於乙之六分之五,問二數各若干.

21. 乙種酒九瓶加銀一角一分,可換甲種酒八瓶.而乙種酒十四瓶加銀六分,可換甲種酒十二瓶.問兩種酒各一瓶之價若干.

22. 酒與油原共七十七桶.後因賣出酒之桶數五分之一,而買入油四桶,則其桶數相等.問原有之桶數各若干

23. 某人於六日間成其工程二十分之九,再經七日與三時,其工即成.問此人每日作工幾時.

24. 以某數除$\frac{2}{3}$,$\frac{4}{9}$,$\frac{8}{15}$三數,均得整數之商.求某

數之最大者.

【注意】

$$\text{諸分數之最小公倍數}=\frac{\text{各分子之最小公倍數}}{\text{各分母之最大公約數}}.$$

$$\text{諸分數之最大公約數}=\frac{\text{各分子之最大公約數}}{\text{各分母之最小公倍數}}.$$

25. 以自由車繞競爭場一周,甲需時一分又八分之七,乙則一分又四分之一,丙則二分又十二分之一.問此三人同時於同地點出發後,再經若干秒,可相會於出發點;又此時三人各行若干周.

第四編

比及比例

第一章　比

80. 比之意義.

甲數爲乙數之幾倍或幾分之幾之關係,名曰甲數對於乙數之**比** (Ratio),名甲數爲比之**前項** (Antecedent),乙數爲比之**後項** (Consequent). 例如書

24對於 6 之比爲 24:6 或 $\frac{24}{6}$.

10人對於15人之比爲10人:15人或$\frac{10人}{15人}$.

1 里對於20丈之比爲 1 里:20丈或$\frac{1里}{20丈}$.

此等之比,其 24, 10 人, 1 里卽比之前項, 6,15 人,20 丈,其後項也.

【注意】 二不名數或同類名數始可相比,至名數與不名數或異類名數則不能相比.

81. 比之値.

甲數對於乙數之比之値,係表甲數爲乙

數之幾倍或幾分之幾倍之數也.

【例 1】 求24:6之值.

【解】 $\frac{24}{6}=4.$

【例 2】 求10人:15人之值.

【解】 $\frac{10人}{15人}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}.$

【法則】 求比之值,應以後項除前項.

【例 3】 求1里:20丈之值.

【解】 1里=180丈, $\therefore \frac{180丈}{20丈}=9.$

【注意】 求異單位同類名數之比值,應將前後兩項改爲同單位之名數.

【注意】 比之值必爲不名數.

二比之值相等時,其比亦等.

例如12:18之值爲$\frac{2}{3}$,而20:30之值亦$\frac{2}{3}$,故12:18與20:30之二比相等.

82. 比之化法.

比之值係以比之後項除前項所得之商,故比之前項當除法之被除數,後項當除數.又比之前項當分數之分子,後項當分母,而比之值當分數;故比之前後兩項,以同數乘之或除之,而比之值不變.(參看61,62節)因之得變比之形爲種種.

【例 1】 化$\frac{2}{3}:\frac{3}{4}$爲整數之比.

【解】 以前後兩項之分母 3 與 4 之最小公倍數 12 乘兩項,得 8:9.

【例 2】 化 56:42 之兩項爲最簡之形.

【解】 以其最大公約數 14 除兩項,得 4:3.

又例如 5 圓:3 圓之值爲$\frac{5}{3}$,而 5:3 之值亦爲$\frac{5}{3}$,故二比相等.

又 2 時:1 時 13 分卽 120 分:73 分,其值等於$\frac{120}{73}$;而 120:73 之值亦爲$\frac{120}{73}$,故此二比亦相等.由是知同單位所表同類名數之比,可去其單位之名,而化爲不名數之比.

83. 求比之各項法.

由除法知　　除數 × 商 = 被除數,

　　　　　　被除數 ÷ 商 = 除數,

故比之式中　後項 × 比之值 = 前項.

　　　　　　前項 ÷ 比之值 = 後項.

故知比之值及兩項之一時,可求其他一項.

【例 1】 某數對於 6 之比爲三分之二,試求某數.

【解】 $6\times\frac{2}{3}=4$,故某數爲 4.

【驗】 4:6 之值爲$\frac{4}{6}$,卽$\frac{2}{3}$.

【注意】 本例題所云比,爲比之值之略,凡比與比之值不虞相混時,可如此略之.

【例 2】 八人對於幾人之比爲五分之四.

【解】 $8人\div\frac{4}{5}=10人$.

【驗】 8人:10人之值爲$\frac{8人}{10人}$,即$\frac{4}{5}$.

【例 3】 有甲乙丙三數,甲數對於乙數之比爲 3:5,乙數對於丙數之比爲 7:8,試求甲對於丙之比.

【解】 甲對於乙之比爲 3:5, 故甲爲 3 時,則乙爲 5. 又乙對於丙之比爲 7:8, 則其值爲$\frac{7}{8}$,故乙爲 5 時,則丙爲 $5\div\frac{7}{8}$ 即 $\frac{5\times8}{7}$,故甲爲 3 時,丙即爲$\frac{5\times8}{7}$.

因之甲對於丙之比爲$3:\frac{5\times8}{7}$,兩項各以7乘之,則得 $3\times7:5\times8$, 即 21:40.

凡知甲數對於乙數之比,乙數對於丙數之比,則作二比前項之積對於後項之積之比,即得甲數對於丙數之比.

84. 反比(Inverse ratio).

甲數對於乙數之**反比**,爲甲數對於乙數之比轉換其前後項而作比也.

例如 6 對於 8 之反比,爲8:6,而 9 圓對於 16 圓之反比爲 16 圓:9 圓是也.

甲數對於乙數之反比,等於甲數之逆數對於乙數之逆數之比.

例如 6 對於 8 之反比 8:6 之值爲$\frac{8}{6}$,即$\frac{4}{3}$;而 6 之逆數對於 8 之逆數之比爲$\frac{1}{6}:\frac{1}{8}$,即

$\frac{1}{6}\times 24:\frac{1}{8}\times 24$,亦即4:3,而此比之值亦爲$\frac{4}{3}$,故二比相等.

【注意】 反比亦名逆比.

對於反比而名通常之比曰**正比**(Direct ratio).

問題二十

1. 試作以下各比而求其值.
   (1) 二十四對於三十之比.
   (2) 二個二分五釐對於四分五釐之比.
   (3) 五分之四對於八分之三之比.
   (4) 四又六分之一對於三又四分之三之比.
   (5) 一丈五尺對於四尺之比.
   (6) 三圓對於六角之比.
2. 試將以下各比化爲整數之比.
   (1) $\frac{5}{12}:2$.　(2) $\frac{5}{6}:\frac{3}{7}$.
   (3) 5斤:$\frac{3}{4}$斤.　(4) $6\frac{1}{2}$石:$5\frac{3}{4}$石.
   (5) 1.7引:0.5引.　(6) 0.01:0.003.
3. 試將以下各比化爲最小之整數比.
   (1) 16:40.　(2) 100圓:75圓.
   (3) 2.31:0.55.　(4) 4:0.5.
   (5) 6.25步:5步.　(6) $2.4:7\frac{1}{5}$.
4. 某數對於三十二分之二十五之比爲五分之四;

求某數.

5. 十五分之八對於某數之比爲九分之二;求某數

6. 甲之所有金爲六百二十五圓,乙之所有金比甲少五十圓;試作甲所有金對於乙所有金之比,及乙所有金對於甲所有金之比,但比之兩項須爲最小整數.

7. 地球表面四分之一爲陸,其餘爲水;試求陸之面積對於水之面積之比,而以最小整數表之.

8. 米一石對於麥一石之價其比爲3:2時,若米一石之價爲十六圓二角,問麥一石價若干.

9. 試作次之反比而各求其值.

(1) 一千二百四人對於六百四十五人之反比.

(2) 二十四辨士又四分之三對於二十八辨士又八分之七之反比.

10. (1) 某數對於八之反比爲三分之二,問此數爲若干.

(2) 米一斗五合對於米若干之反比爲十分之七.

11. 求一哩對於一里之比,而以最小整數表兩項.

12. 成一工程甲需三日,乙需五日.

(1) 求甲所需日數對於乙所需日數之比.

(2) 求甲力對於乙力之比.(同時間所成工程分量之比)

(3) 試證明甲力對於乙力之比,等於甲所需日數對於乙所需日數之反比.

13. (1) 馬尋常行路之速力每秒爲一百公分,人則一秒爲一百十公分;試依此求馬之速力對於人之速力之比,而以最小整數表之.

(2) 依(1)試作同時間內馬所行距離對於人所行距離之比,而以最小整數表兩項.

14. 有大小鷄卵二種,大者三個值一角,小者二個值五分,試求大小各一個價值之比,及以同樣之銀買得大之個數對於小之個數之比,而各以最小整數表之.

15. 甲所有金對於乙所有金之比為 8:9,而乙所有金對於丙所有金之比為15:16,試求甲所有金對於丙所有金之比.

16. 甲每日成某工程三分之二,乙則成其五分之三;又乙五日所成之工程,丙需六日,試求甲力對於丙力之比.

第二章　比例

85. 比例之意義.

第一數對於第二數之比,等於第三數對於第四數之比時,則謂此四數成**比例**(Proportion).

例如 8 對於12之比之值為$\frac{2}{3}$,而18對於27之比之值亦為$\frac{2}{3}$,即

$$8:12=18:27.$$

故 8,12,18,27 四數成比例.

此四數所成之式,名曰**比例式**,而讀為 8 對於12之比,等於18對於27之比.成比例之四數,名曰**比例數**;而各數則名之曰**項**(Term),第

一項與第四項名之曰**外項**(Extreme),第二項與第三項名之曰**內項**(或曰中項)(Mean).

86. 比例之性質.

例如 $8:12=18:27$.

第一項對於第二項之比值爲$\frac{8}{12}$,與第三項對於第四項之比值爲$\frac{18}{27}$,各以12×27乘之,其積相等.

$$\frac{8}{12}\times 12\times 27=\frac{18}{27}\times 12\times 27;$$

卽 $8\times 27=18\times 12$.

此8與27爲比之外項,12與18其內項也.

【法則】 比例外項之積等於內項之積.

【注意】 此法則就比例數悉爲不名數而言.(參看第82節)

依上之法則,凡二數之積等於他二數之積時,可將一組之二數爲外項,而以他一組之二數爲內項,作比例式.

四數成比例時,有二條件如下.

1. 第一項對於第二項之比值,等於第三項對於第四項之比值.

2. 外項之積等於內項之積.

故就二條件之一以驗之,視其適合與否,可以定比例之成立與否.

習 題

試定次之比例之成立否.

1. 5:3=20:2.　　2. 12石:0.9石=32:24.

3. $\frac{1}{3}:\frac{4}{5}$=75圓:180圓.　　4. 6疋:15疋=4斤:10斤.

5. $\frac{1}{6}:1\frac{2}{3}=\frac{9}{10}:8$.　　6. 8人:3人=2.5:9.25.

7. 6時:7.5時=10里:8里.

8. 4步1尺:5步2尺=6.4圓:5圓.

87. 比例之解法.

四個比例數中,知其三數,可應用前節之法而求得他一數.此所求之數名曰**比例未知項**,而求未知項之計算,名曰**解比例**.比例未知項通常用文字 x 表之.

【例 1】 試解16:12=36:x.

【解】 因比例內項之積,等於外項之積,故

$$16\times x=12\times 36,$$

卽

$$x=\frac{12\times 36}{16}=27.$$

【驗】 $16:12=\frac{4}{3},\quad 36:27=\frac{4}{3}.$

【例 2】 試解6疋:10疋=x圓:21.5圓.

【解】 $x=\frac{6\times 21.5}{10}=12.9$,故得答爲十二圓九角.

【驗】 6疋:10疋=$\frac{3}{5}$, $12.9:21.5=\frac{3}{5}$.

【注意】 解含名數之比例時,先去其名數單位之名,而爲不名數,然後運算.

上例第四項係圓爲單位之名數,故 x 亦爲圓單位之

名數,是以將求得之數 12.9 附以圓單位,而得十二圓九角.

【法則】 解比例時,未知項爲外項之一時,即以他外項除兩內項之積;未知項爲內項之一時,即以他內項除兩外項之積.

問題二十一

解次之比例.

1. $8:5=6:x$.

2. $7:\frac{1}{2}=x:6$.

3. $6:x=13.5:1\frac{1}{8}$.

4. $x:1\frac{1}{8}=3\frac{1}{5}:6\frac{2}{3}$.

5. $\frac{1}{2}:\frac{1}{6}=9$日$:x$日.

6. 8疋:5疋$=x$圓:6.1圓.

7. 12000圓$:x$圓$=\frac{5}{8}:\left\{\left(1-\frac{5}{8}\right)\times\frac{1}{2}\right\}$.

8. x:184=4頃1畝1分:2頃6畝4分.

9. 1哩:1里=1分5秒$:x$秒.(不滿一秒者,四捨五入)

10. 15里:132里19丈−100里7丈=1時$:x$時.

第三章 比例之應用

一. 單比例

88. 正比例問題.

有二種名數,其一方名數爲原數若干倍,因之他一方之名數,亦爲原數之若干倍,此時二種名數互爲比例.

例如以某金額買得物品之若干長度,重量,量數,個數;其金額爲原有之 2 倍,3 倍,4 倍等,則其物亦爲原有之 2 倍,3 倍,4 倍;其金額若爲原有之 $\frac{1}{2}$ 倍,$\frac{1}{3}$ 倍,$\frac{1}{4}$ 倍等,則其物品亦爲原有之 $\frac{1}{2}$ 倍,$\frac{1}{3}$ 倍,$\frac{1}{4}$ 倍,卽金額與以此金額買得物品之長度,重量,量數,個數,互爲比例也.

依上理,凡有一定速度之運動物,其經過之距離,與其經過之時間互爲比例;而運動物於一定時間經過之距離,與其速力互爲比例又一定所成之工程之分量,與作工之人數互爲比例.

二種名數爲比例時,其一方第一數對於第二數之比,等於他方第一數對於第二數之比.

例如米五斗之價爲九圓五角,其同樣之米七斗價十三圓三角,則米之量數與其價值互爲比例.

$$5斗 : 7斗 = 9.5圓 : 13.3圓.$$

(試確定此爲正比例)

是以四數成比例時,知其三數,則可求得他一數;例如

(1) 米五斗之價爲九圓五角,問七斗之價若干.

【解】　5斗:7斗=9.5圓:x圓.

$x=\frac{7\times 9.5}{5}=13.3$,故其價爲十三圓三角.

(2)　米五斗之價爲九圓五角,問十三圓三角可買米若干.

【解】　5斗:x斗=9.5圓:13.3圓.

$x=\frac{5\times 13.3}{9.5}=7$,故可買七斗.(參看第87節)

此爲應用比例而解問題之例也.

試將此二題用歸一法解之,而與此法相比較.

【例】　某女工於二小時織布五尺,問織二丈八尺之布需時若干.

【解】　織布時間與成布之長互爲比例.

2時:x時=5尺:28尺,

將此比例解之,得

$$x=\frac{2\times 28}{5}=11\frac{1}{5}.$$

所求之數爲$11\frac{1}{5}$時,即十一時十二分也.

習　題

1.　糖五斤價八角,問十五斤之價若干.

2.　有汽車,走十八哩,需時五十四分;今若走30.6哩,需若干時?

3.　每時速度十四浬之汽船,行二百五十九浬時,其每時速度十二浬之汽船,行若干浬?

4.　一打(十二枝)價二角之鉛筆,十五枝之價若干?又以銀三角可買鉛筆若干枝?

5.　上等棉五斤之價,等於下等棉八斤之價;問上等

棉十六斤之價可買下等棉若干斤.

6. 某工人於三日半成一工程九分之七,問所餘之工程,尚須幾日.

89. 反比例問題.

有二種名數,其一方名數爲原有之若干倍,因之他一方名數,爲原有之若干逆數倍,此二種名數,謂之互爲反比例.

例如工人之數與工人所成工程之日數,若人數爲原有之 2 倍, 3 倍, 4 倍等,因之日數爲原有之 $\frac{1}{2}$ 倍, $\frac{1}{3}$ 倍, $\frac{1}{4}$ 倍等;若人數爲原有之 $\frac{1}{2}$ 倍, $\frac{1}{3}$ 倍, $\frac{1}{4}$ 倍時,則日數即爲原有之 2 倍, 3 倍, 4 倍等,即工人數與成工之時間,互爲反比例.

依上理,凡以一定金額所買得物品之長度,量數,重量,個數,與其物品之價格(一單位之代價)互爲**反比例**(Inverse proportion).

一定工程所需之時間,與作工之人力互爲反比例.

【注意】 對於反比例而言上節所云互爲比例者,名曰互爲正比例(Direct propertion).

二種名數互爲反比例時,其一方之第一數對於第二數之比,等於他方之第一數對於

第二數之反比.

例如三人八日所成之事,六人作之;則需四日;因之人數與所需之時間互爲反比例,故

$$3人:6人=4日:8日.$$

是以二種名數互爲反比例時,若知四比例數中之三數,卽可求得他一數.

例如問三人八日所成之事,六人作之,幾日可成,可立比例式如下,

$$3人:6人=x日:8日.$$

解之,得四日.

試就此例將應用比例之解法,與用歸一法之解法相比較.

【例】 以每升價一角九分五釐之米七斗所賣得之銀,買每升價一角八分二釐之米,問可得若干.

【解】 一定金額所買得物品之量數,與其物品之價格互爲反比例,故

$$195釐:182釐=x斗:7斗,$$

解此比例,得

$$x=\frac{195\times7}{182}=7.5.$$ 卽所求之數爲七斗五升也.

習題

1. 以買每尺八角四分之綢六尺五寸之金額,買每尺九角一分之綢,可得若干?

2. 以每時行六里九時可達之路,若每時行四里半,

幾時可達?

3.　有二工人,甲四日所成之事,乙成之需八日.問甲成某工程三分之一時,乙成同樣之工程幾許.

4.　某金額若七人分之,人得六圓三角.今人得四圓九角,然則人數幾何?

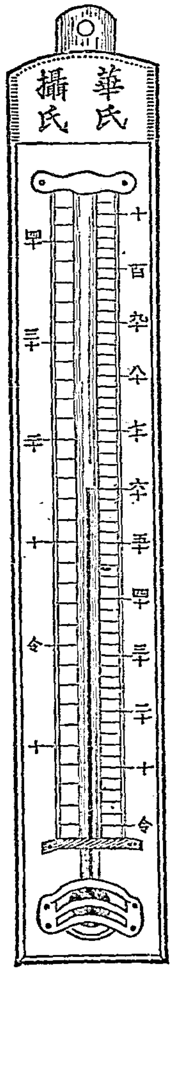
5.　有米一宗,足供若干人平均每人日食五合三十六日之食;若人數無增減,而每人日食四合五勺,問此米可支若干日.又此米若足四十五日,問每人平均日食若干合.

20. 温度問題.

【例 1】　華氏寒暑表七十七度時,當攝氏寒暑表何度?

【解】　計算温度(Temperature),以水凝固時温度之冰點,及沸騰時温度之沸點爲標準.

通常所用華氏寒暑表(Fahrenheit thermometer),其冰點與沸點之間,分百八十度;而科學上所用攝氏寒暑表(Centigrade thermometer),其間分爲一百度.華氏寒暑表之冰點爲三十二度,沸點爲二百十二度;又攝氏寒暑表冰點爲零度,沸點爲一百度.是以兩種寒暑表之温度互爲比例.



然華氏寒暑表之77度,爲冰點上(77－32)度,故

$$180\text{度}:(77-32)\text{度}=100\text{度}:x\text{度},$$

解此比例式,得$x=25$,

故華氏77度等於攝氏25度.

【例 2】 攝氏寒暑表八度時,當華氏何度?

【解】 $100\text{度}:8\text{度}=180\text{度}:x\text{度}$,

解此比例,得$x=14.4$. 卽華氏寒暑表冰點以上14.4度也.

故14.4度+32度=46.4度.

故攝氏八度等於華氏四十六度小數四.

習　題

1. 人體平常溫度爲攝氏三十七度,問當華氏何度.

2. 某年某地最高溫度爲攝氏三十七度二,最低溫度爲攝氏冰點下十三度九,試各改爲華氏溫度.

3. 煤油熱至華氏百十五度,卽發火,問當攝氏何度.

4. 華氏零度,當攝氏何度?

5. 華氏二十七度,當攝氏何度?

6. 此外尙有列氏寒暑表(Reaurur),其冰點爲零度,沸點爲八十度.問列氏六十四度時,當華氏何度,攝氏何度.

91. 比重問題.

【例】 金之比重爲19.2,問一立方寸純金之重量爲若干.

【解】 所謂某物體之比重(Specific gravity)者,卽其物體之重量,對於同體積之水之重量之比値也.

然水一公升(卽一立方公寸)之重量爲一公斤,故某物體一立方公寸之重,其比重之數,應附以公斤單位之名.因之某物體一立方公分之重,其比重之數,應附以公分單位

之名.是以金之比重爲19.2則金一立方公寸之重,卽$(3.125)^3$立方寸之重,爲19.2公斤.而體積與重量互爲比例,故

$(3.125\times3.125\times3.125)$立方寸 : 1立方寸 $=19.2$公斤 : x公斤,

解之,得 $x=0.6291$ 强,卽0.6291公斤,卽629.1公分也.而1公分爲.0268兩,故

1公分 : 629.1公分 $=.0268$兩 : x兩,

解之,得 $x=16.85988$.

故純金一立方寸重爲十六兩八錢五分九釐九毫弱.

習　題

1. 銅之比重爲8.5,問體積十二立方寸之銅棒計若干兩.(小數不滿釐者四捨五入)

2. 某金幣之全重爲四錢四分四毫,中含十分之九純金,若此金之成分爲銀,問全重若干.但金之比重爲19.2,銀之比重爲10.5.(錢之小數第四位以下四捨五入.)

3. 重量相等時,物體之體積與比重互爲反比例.今鉛之比重爲11.3,鐵之比重爲7.8.設鉛棒之體積爲一百九十五立方寸,求等重之鐵棒體積.

92. 弧度,角度.

將圜分爲三百六十分,其一分之弧(Arc),名曰一度(Degree)一度之六十分之一爲一分(Minute),一分之六十分之一爲一秒(Second).

度,分,秒用符號 °, ′, ″, 表之.

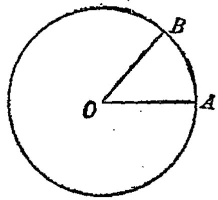
例如所謂30°之弧,意謂其弧對於圜之長之比爲30°:360° 卽圜之十二分之一之長之弧也.

習　題

1. 圓周四分之一之弧,六分之一之弧,二十五分之一之弧,各爲若干度?

2. 90°及22°30′之弧,其長各當圓之幾分之幾?

3. 周5寸之圓,其45°之弧長若干?



從一點出二直線,其所夾者謂之角(Angle). 以此點爲中心,畫一圓,其二線所夾之弧之弧度,用以表角之大小.

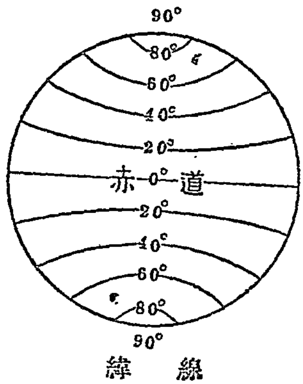
例如左圖,OA,OB所成之角度,等於AB弧之弧度.

90°之角,名爲直角(Right angle).

矩形,卽四個角皆爲直角之四邊形也.

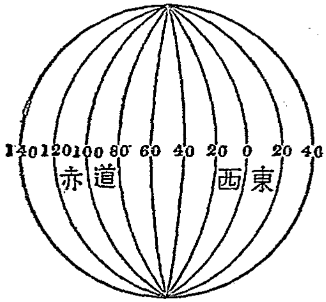
4. 二時,四時,六時,九時之鐘面上兩針所成之角,(狹之方面)其角度各若干?

93. 經度,緯度.



緯線

地形似球,地軸兩端曰兩極(Pole), 居中大圈曰赤道(Equator), 小圈之與赤道平行者曰緯線(Parallels of latitude), 大圈之通過兩極者曰經線(Longitude), 卽子午線(Meridian).緯度(Degrees ef latitude) 自赤道起算,南北各九十度;某地之緯度,卽通過該地點之緯線距赤道之度數也,故緯度有南北之分.各國之經度(Degrees of longitude) 各自其京城起算,然航海者多以英之格林維基(Greenwich) 天文臺起算,東西各百八十度;某地之經度,卽該地之經線與**本初經線**(Prime neridian)在赤道上相距之度數也,故經度有東西之分.



經線

【註一】本初經線,卽經過格林維基之經線.

【註二】緯度用南(S)北(N)記之經度用東(E或−)西(W或+)記之,如 73°26′7″N., 79°8′28″E. (或 −79°8′28″) 讀作北緯七十三度二十六分七秒,東經七十九度八分二十八秒是也.

欲知兩地經緯度之差,當先察方向之異同,同則相減,異則相加.

習題

1. 我國吉林省城爲126°53′E.,新疆省城爲88°28′E.,蒙

古庫倫為48°N.,廣東省城為23°12′N.,試求東西及南北兩地之經緯差.

2. 英國倫敦為51°32′N.,0°5′W.,美國紐約為41°6′N.,74°W.求兩國都城之經差及緯差.

3. 日本東京為北緯35°43′,東經139°40′,求與倫敦之經緯差.

94. 時差問題.

太陽可作每日自東徂西繞地球一周想,故太陽在正南時(即正午),居西者次第較遲,是以各地之正午(即其地之地方時)因之不同.太陽於一時間通過$360°\div24=15°$之弧,故兩地之地方時,每隔經度15°,則生一時之差,每隔15′,則生一分之差,每隔15″,則生一秒之差,是謂**時差**.

〔例1〕 我國極東極西兩省城之時差為若干?(參看上節習題)

【解】 因兩地經度之差與時差互為比例.

故 $15°:(126°53'-88°28')=1$時$:x$時,

解之得 $x=2\dfrac{101}{180}$ 即2時33分40秒.........兩地之時差.

【別解】 因每隔經度15°,則生一時之差,每隔15′,則生一分之差,每隔15″,則生一秒之差,故求經差之度數,分數,秒數中,各含幾個15°,15′,15″,則得時差之時數,分數,秒數.

是以如下所示,用通常之複名數除法運算,即可求得時差之時,分,秒之數.

2(時)	33(分)	40(秒)
15)38(度)	25(分)	600(秒)
30	+480	60
8	505	0
×60	45	
480	55	
	45	
	10	
	×60	
	600	

故兩地之時差爲 2 時 33 分 40 秒.

【例 2】 上海正午(地方時),北京方午前十一時四十分八秒(地方時).今上海之經度爲東經 121°27′,問北京之經度爲何.

【解】 1時:(12時−11時40分8秒)=15°:x°,

解之得 $x=4\frac{29}{30}$,卽兩地經度之差爲 4°58′,而北京地方時較上海地方時遲,

故北京之經度爲 121°27′−4°58′=116°27′. (東經)

【別解】 因每隔 15°,則生一時之差,每隔 15′,則生一分之差,每隔 15″,則生一秒之差;故可由時差 19 分 52 秒以求相應之經差.

19(分)	52(秒)
×	15
285	60)780
+13	13(分)
60)298	
4(度)……………58(分)	

如上所示,依通常複名數乘法運算,直以15乘之,卽得經差 4°58′.

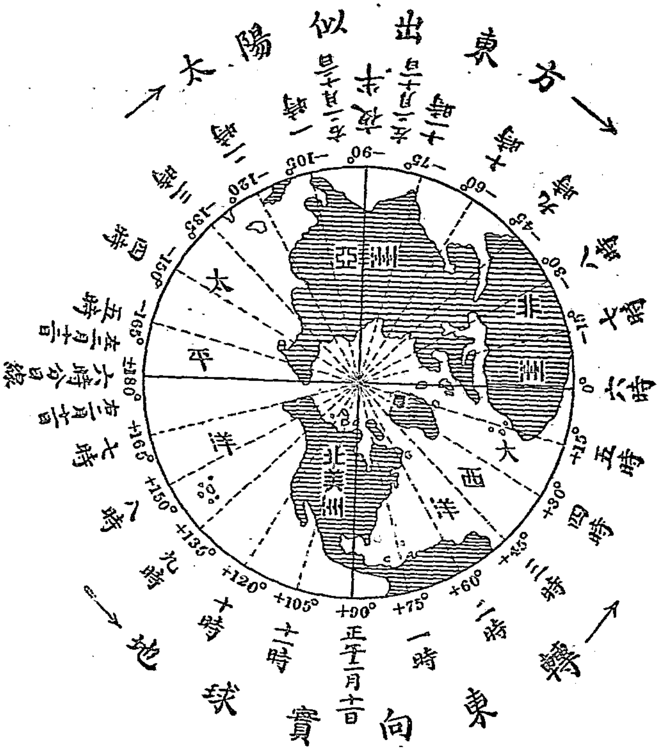
習 題

1. 江蘇省城爲東經118°53′,問此地正午,上海爲何時.

2. 德國柏林爲東經13°23′43″,美國華盛頓爲西經77°4′,求兩地之時差.

3. 攜與上海時間相準之時計,往日本東京,其地正午,而此時計方爲午前十時四十七分八秒,求東京之經度.

95. 標準時.



地球繞日旋轉,由西而東,吾人不覺其轉祇見太陽自東徂西;故地球之東部,較西部得太陽爲早.如圖,+90°(卽西經90度)處爲二月十一日正午十二時,然在+75°處(卽+90°之東十五度)觀之,則日已偏西,已爲下午一時矣.若在+105°處,(卽+90°之西十五度)則日尙未正,方上午十一時耳.依此推之,每東十五度,必過一小時,及達−90°(卽東經90度)處,適爲二月十一日夜半,後至180°處(東西經同),則爲次日(二月十二日)日出時,再往東至+90°處,當爲次日之正午;是地點未易,而時間已相去一日也,有是理乎?究此矛盾之原因,實由不定界線之故.現今世界已公認180°爲界線,命之曰**分日線**(Date line).凡計算時間至此爲止.如圖,+90°正午時,+90°之東計算至180°爲止;180°以東諸地點之時間,則由+90°向西計算,亦以180°爲止.如是180°之東旁爲二月十一日,而180°之西旁則爲二月十二日.分日線爲航海家所必知,過此線者必易一日,自西至東則去一日,(卽改二月十二日爲二月十一日)自東至西則加一日,(卽改二月十一日爲二月十二日)學者當自按圖研究之.

世界標準時　地分東西,時有先後,而全球各地除經度相同者外,其時刻無一相同者.精密言之,吾人每西行百餘丈,則時刻須改遲一秒,或東行百餘丈,則時刻須改早一秒.欲免此弊,故十九世紀中葉,泰西各國嘗擇用一種時刻,通行全國,名曰**標準時**(Standard time);猶言全國奉爲時刻之標準,無先後早遲之別也.其時刻多用本國京城子午線之時刻,亦有選用重要商埠之子午線者.惟此法行於壤地狹小之國,尚無不便,而東西橫亙數千里之國,如中國,俄羅斯,美利堅者,則又不可通.於是美國於1880年,首創世界標準時之制.

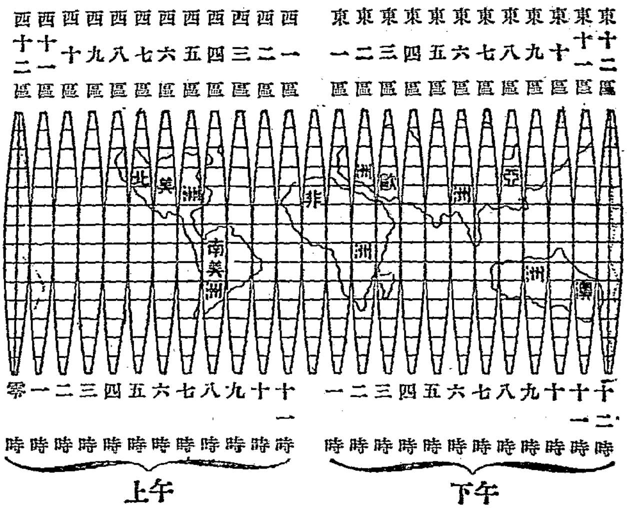
世界標準時者,自格林維基起算,以每十五度經線之時刻爲標準,故全球可分二十四區,名曰標準時區,皆以十五度之經線爲中線.格林維基所在之區,名曰中區;其東十二區爲下午時區,順序名之曰東一區,東二區,東三區,以至東十二區止;其西十二區爲上午時區,順序名之曰西一區,西二區,西三區,以至西十二區止.東第十二區與西第十二區同爲一區,日之界線在焉,亦晨夕之所由分也.

經度十五度既當平時一時,故二十四區

標準時,即周日二十四時之表示.以格林維基所在之中區爲正午十二時或零時,則東一區爲下午一時,東二區即爲下午二時,東三區即爲下午三時,區名與時數相合,最易記憶.至西一區爲上午十一時,西二區爲上午十時,西三區爲上午九時,區名與時數雖不合,而區數與時數相加,則得十二,亦不難記憶者也.

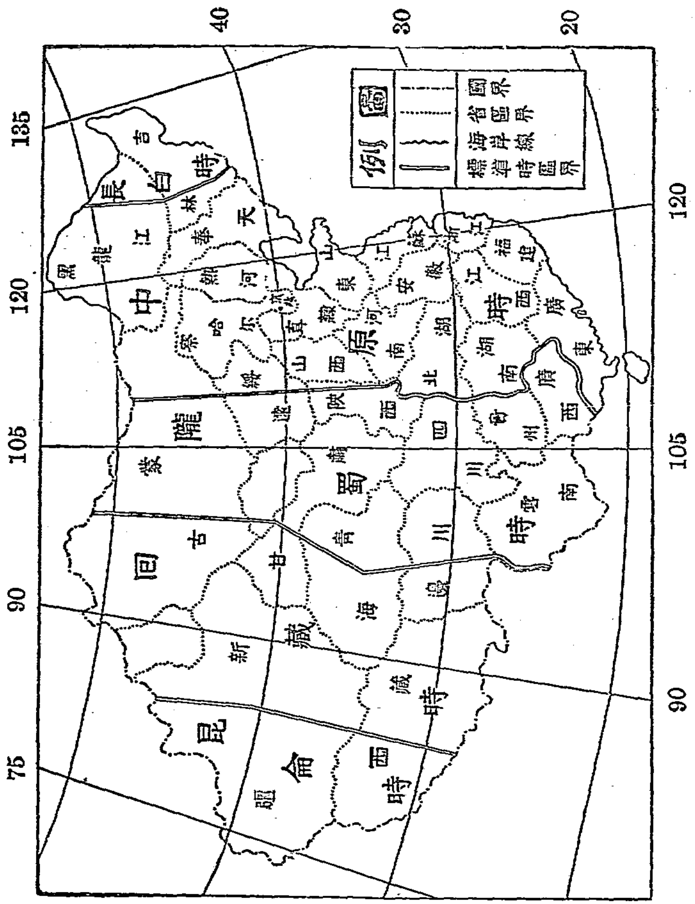
標準時區以一時爲進退,無奇零分秒之數;如在此區爲五時,則東鄰區即爲六時,西鄰區即爲四時,里差之數可以不計,此其所以爲便也.今列標準時區總圖於下,一覽便當瞭然.

中國標準時　中國幅員遼闊,西起格林維基東經七十二度,東至東經一百三十五度,里差多至四時有餘,其不能用一種時刻通行全國,彰彰明矣.民國三年仿世界標準時之制,將中國全部畫爲五區,以東經一百二十度爲標準者,曰中原時區,以百零五度經線之時刻爲標準者,曰隴蜀時區,以九十度經線之時刻爲標準者,曰回藏時區,以上三者皆整時區也;以八十二度半之經線爲標準者,曰昆侖時區,



(兩端區內之虛線為日之界線)

以百二十七度半經線之時刻爲標準者,曰長白時區,以上二者皆半時區也.各區範圍暫以省區之界線爲限,其距省區界較遠者,則擇重要城鎮誌之;如中原時區包括奉天,熱河,察哈爾,京兆,直隸,山東,山西,河南,江蘇,安徽,江西,浙江,福建,湖北,湖南,廣東等省區及黑龍江省愛暉、綏化以西,吉林省哈爾濱、吉林省城以西,綏遠區歸綏以東等地,餘詳下列之中國標準時區總圖.



問題二十二

1. 某地之米,每畝收穫平均為一石五斗六升試算

出二頃三畝五分之收穫量·

2. 鐵路旁所立表示路線傾斜度之木標,若其所記爲1/160,卽示對於距離升降之比爲160:1之意也.問對於傾斜度距離一哩,升降爲若干呎·

3. 有一里縮爲一寸之地圖,其二寸二分五釐之兩地,實距離若干?

4. 影長與實物之高爲比例·今立二尺六寸之棒,度其影之長爲三尺二寸;同時度得某記念碑之影爲四丈八尺,試求此碑之高·

5. 以銀一圓買炭,能得七十五斤,若買柴則得二百三十一斤·今以炭三百斤與柴交換,問可得若干斤·

6. 依硝石七兩五錢,木炭一兩五錢,硫黃一兩之比例,混合而成火藥.若用硝石三十斤時,木炭及硫黃各若干斤?

7. 將農夫三人六日間所耕之田,使農夫八人耕之,需幾日幾時?但每人每日作工爲十二時·

8. 以五十四圓買布十二疋,後又用去運費一圓四角;若欲得利八圓,則此五疋布應賣若干圓? (不滿分者四捨五入)

9. 月俸五十圓之官,於三月十三日就任,從次日起依本月之日數按日支俸;問本月應得若干圓· (不滿釐者四捨五入)

10. 有預定每日作十時十五日可成之業,若於着手後每日增二時,問較預定日數早幾日可成?

11. 修繕一路,用三十人,五十四日間可成·設欲以此日數六分之五完工,問應增若干人·

12. 有炭二千五百噸,其十五分之七,價值爲一萬一

百五十圓.問其五分之一價爲若干.

13. 甲火車長二十八丈八尺,乙火車長二十一丈六尺.今此兩車相向而行,自相會至全相離需五秒;若甲車追乙車,則自追及至完全超過,需三十五秒.問此兩車之速度,每時各爲若干里.

14. 某驅逐艦發見十五浬之前,有敵人運送船一艘;於是出其三十浬之全速力追之.若此運送船之速力爲十八浬,則自發見至被捕時逃幾浬?

15. 買鷄卵若干個,每四個價七分.今以三個賣八分,得利十六圓五角.問原買之個數爲若干.

16. 由六時至七時,鐘之兩針成直角有兩次.問各在何時何分.

17. 一日快十五分之鐘,問一時間快幾秒.又此鐘經過一時,其正確之鐘經過幾分幾秒?

18. 糖五斤之價,等於茶二斤之價.若以三圓六角買得二十斤之糖,問五圓四角可買茶幾斤.

19. 供給男三人之米,可供給女五人.若有米一宗,足供男八人十四日之食,問以之供給男十人,女二人,可支幾日.

20. 用牛車八輛或馬車九輛,十日間可運完之貨物;若使牛車七輛與馬車四輛共運之,問幾日可完.

二. 複比例

96. 複比(Compound ratio).

二個以上之比,以其前項之積爲前項,後項之積爲後項所成之比,名曰複比.

例如2:3, 4:5之複比爲2×4:3×5, 或$\frac{2\times4}{3\times5}$;而5日:8日, 6人:10人, 8時:7時三個比之複比爲$\frac{5\times6\times8}{8\times10\times7}$,或5×6×8:8×10×7;而2:3,4:5之複比,及5日:8日, 6人:10人, 8時:7時之複比,可書之如下.

$$\left.\begin{matrix}2:3\\4:5\end{matrix}\right\}\quad 及\quad \left.\begin{matrix}5日:8日\\6人:10人\\8時:7時\end{matrix}\right\}.$$

【注意】 求名數比之複比,先化之爲不名數之比,而後求其各項之積.（參看第82節)對於複比而名通常之比曰單比.複比之值,等於組成此比諸比值之積.

上之二個複比之值,一爲$\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}$即$\frac{8}{15}$,一爲$\frac{5}{8}\times\frac{6}{10}\times\frac{8}{7}$即$\frac{3}{7}$.

複比之兩項,得以公約數約之,或乘以倍數,而使之簡單;例如

$$\left.\begin{matrix}6:8\\4:9\end{matrix}\right\}爲\overset{1}{\cancel{\overset{3}{\cancel{6}}}}\times\overset{1}{\cancel{4}}:\overset{1}{\cancel{\overset{4}{\cancel{8}}}}\times\overset{3}{\cancel{9}}\ 即\ 1:3,$$

$$又\left.\begin{matrix}\frac{3}{4}:\frac{5}{8}\\6:9\end{matrix}\right\}兩項各乘以8,且約之得$$

$$\overset{2}{\cancel{8}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}\times\overset{2}{\cancel{6}}:\overset{1}{\cancel{8}}\times\frac{5}{\underset{1}{\cancel{8}}}\times\overset{1}{\cancel{\overset{3}{\cancel{9}}}}\ 即\ 4:5,$$

【例】 米三石之價等於麥五石之價;求米六石對於麥四石之價之比.

【解】 假設中間有一米 4 石之價,則因物價之比當以相同金額所買得之分量不變時,等於所買得量數之比.

米 6 石價 : 米 4 石價=6 : 4.

又物價之比,若所買之量數不變時,則等於以相同金額所買得之分量之反比;故

米 4 石價 : 麥 4 石價=5 : 3.

故米 6 石價 : 麥 4 石價=$6\times5 : 4\times3$. 卽物價之比,當以相同金額買得之分量,及所買之量數俱變時,等於此分量之反比,與量數正比之複比;故米 6 石對於麥 4 石之價之比爲 $5\times6 : 4\times3$.

習題

1. 求五人九日所成之工程,對於六人十日間所成同樣工程之比. (務表以簡單之數)

2. 求每頁十三行每行二十五字之八頁字數,對於每頁十五行每行三十二字之三頁字數之比. (同上)

3. 男工對於女工工價之比爲 7 : 4, 求雇男工二十人十五日間所需工價,對於雇女工三十八二週間所需工價之比. (同上)

4. 甲九日間所成之工程,乙六日能成之;求甲十五日間所成工程,對於乙十二日所成工程之比. (同上)

5. 一時間輪船行 18 里,自由車行四十里;求輪船行二十里所需之時間,對於自由車行十五里所需時間之比

97. 複比例(Compound proportion).

例如米三石之價等於麥五石之價時,而

米六石之價爲九十六圓,麥四石之價爲三十八圓四角,則米六石之價對於麥四石之價之比,等於三石對於五石之反比,與六石對於四石之比之複比.(參看前例)此比卽

96圓 : 38.4圓.

$$故\quad \left.\begin{matrix}5石:3石\\6石:4石\end{matrix}\right\}=96圓:38.4圓.$$

如此比例名曰**複比例**;對於複比例而名通常之比例曰**單比例**(Simple proportion).

複比例式中之未知項,亦以外項(或內項)除內項(或外項)之積,解而得之.(參看第87節)

例如上述之比例,以麥四石之價作爲未知數,

$$則得\quad \left.\begin{matrix}5石:3石\\6石:4石\end{matrix}\right\}=96圓:x圓,$$

$$x=\frac{3\times4\times96}{5\times6}=38.4.$$

卽得所求麥四石之價爲三十八圓四角.

98. 複比例問題.

以下所示爲應用複比例可解問題之例,學者需一一應用四則,及分數,求別法以解之,而與此解法相比較.

【例 1】 每袋裝二百二十斤半之炭六袋,共價四圓二角;若同樣之炭每袋裝二百五十二斤,問五袋之價若干.

【解】

$$\left.\begin{array}{r} 220.5\text{斤}:252\text{斤} \\ 6\text{袋}:5\text{袋} \\ 4.2\text{圓}:x\text{圓} \end{array}\right|\left.\begin{array}{r} 220.5\text{斤}:252\text{斤} \\ 6\text{袋}:5\text{袋} \end{array}\right\}=4.2\text{圓}:x\text{圓};$$

$$x=\frac{252\times5\times4.2}{220.5\times6}=4。$$

卽所求之價爲四圓.

【說明】此所求之數爲炭價而炭價之比.當袋數不變時,等於每袋所入量之比.又每袋所入量不變時,則等於袋數之比.若每袋所入量及袋數俱變時,卽等於此等比之複比;因之而得上之複比例.

【注意】解複比例問題時,先按題意將必要之數摘出而整頓之,如此解之始所示,分組列記,以明諸數之關係.

【例2】有甲乙二書記,甲寫三頁時,乙能寫四頁.今甲每日寫字八小時,十日間寫成四百八十頁;問乙欲於十五日間寫成七百二十頁,每日應寫幾小時.

【解】

$$\left.\begin{array}{rr} (\text{反})\ 3\text{頁}: & 4\text{頁} \\ 8\text{時}: & x\text{時} \\ (\text{反})\ 10\text{日}: & 15\text{日} \\ 480\text{頁}: & 720\text{頁} \end{array}\right|\left.\begin{array}{rr} 4\text{頁}: & 3\text{頁} \\ 15\text{日}: & 10\text{日} \\ 480\text{頁}: & 720\text{頁} \end{array}\right\}=8\text{時}:x\text{時};$$

$$x=\frac{3\times10\times720\times8}{4\times15\times480}=6.$$

卽所求之時間爲六時也.

【說明】此所求之數爲一日寫字之時間;而一日寫字時間之比,當日數及寫字總頁數不變時,等於同時間所寫之頁數之反比.

又同時間所寫頁數及寫字總頁數不變時,等於日數

之反比.

又同時間所寫頁數及日數不變時,則等於總頁數之比.

若同時間所寫頁數與日數及寫字總頁數俱變時,即等於同時間所寫頁數之反比,與日數之反比,及寫字總頁數之比之複比;因之而得上之複比例.

問題二十三

1. 用夫役五人,九日間修成四十八丈之道路;依此比例,用夫役六人,十日間可修成道路若干?

2. 寫每頁十五行每行三十二字之書,四十五分間寫三頁.問寫每頁十三行每行二十五字之書八頁,需時若干.

3. 甲九日所成之業,乙能於六日成之.若甲於十五日間成某工程三分之二,則乙於十二日間可成此項工程若干?

4. 男工對於女工每日工價之比爲7:4.今雇男工二十八十五日間需銀一百五圓,問雇女工三十八二週間需銀若干.

5. 汽車對於自行車速度之比爲16:9;若汽車行百二十里需二時半,則自行車行九十里,需時若干?

6. 甲乙二正方形,其一邊之長之比爲4:3;設甲地價爲二千圓,問乙地價若干.

7. 有甲乙二圓池其半徑之比爲3:5.甲池面積爲三千六百方步,問乙池面積爲若干.

【注意】圓之面積,與半徑二乘方爲比例.

8. 有甲乙二立方體,其一邊之長之比爲4:3.甲之

體積爲二百立方公分,問乙之體積爲若干.

9. 直徑二寸之鐵球,重24兩3錢.問直徑一寸五分之銅球重若干.(但鐵之比重爲7.8,銅之比重8.5.)

【注意】 球之體積與直徑三乘方爲比例.

10. 某時建築二十六方步面積之屋,需銀八百五十五圓;若今日材料及工價均較前騰貴,其每方步建築費之比爲115:140,依此比例,計算七十方步之建築費爲若干?

11. 雇男工五人,每日插秧十二時,三日間可插成二十畝.依此比例若一頃二十五畝之秧,每日插十二時半,而欲於四日間完工,問需雇女工若干人;但男與女力之比爲8:5.

12. 有深二尺五寸長二尺一寸横二尺之水槽,用小管三枝注水,需七分時始滿;若以大管四枝注水於深二尺四寸長二尺横一尺八寸之槽,需時幾分?但小管六枝注水之量,等於大管五枝注水之量.

13. 大人行三步時,童子行二步;又大人三步之距離,等於童子五步之距離.問大人行一里時,童子行路若干.又大人一時間所行之路,童子行之,需時若干?

14. 用馬車五輛,能於四日間將米五百袋運至距離五十六里之地.今欲於三日間將米七百袋運至距離十八里之地,問須牛車幾輛.但馬車與牛車速之比爲5:3,又力之比爲4:5.

三. 連鎖法

99. 連鎖法(Chain rule).

第一量等於第二量,第二量等於第三量,

第三量等於第四量,如是既知其順次相連二量之關係,則第一量與最後一量之關係,可用簡法求之.

此方法名曰**連鎖法**.今示其例於次.

【例】　米三石之價等於麥十石之價,麥七石之價等於豆三石之價;問米三石五斗之價,等於豆幾石之價.

【解】　豆 x 石 ⟶ 米3.5石
米 3 石 ⟵ 麥10石
麥 7 石 ⟵⟶ 豆 3 石,

$$x=\frac{3.5\times10\times3}{7\times3}=5.\ \text{答 5 石}.$$

【說明】　以同價買得米之分量對於豆之分量之比,等於3石:10石與7石:3石之複比,故

$$\left.\begin{array}{l}3\text{石}:10\text{石}\\7\text{石}:\ \ 3\text{石}\end{array}\right\}=3.5\text{石}:x\text{石}.$$

將此複比例與前連鎖法之式對照,則複比例之外項 x 石,3 石,7 石爲前式之左邊,而內項10石,3石,3.5石爲其右邊.

是以將未知項首列之,而以價之相等量與之同列.其同種類同單位之量,由右向左順次使之斜對;然後以左邊各數之積除右邊各數之積,即得未知項.

【注意】　連鎖法之式,其最後之量,應與首列之未知項同種類同單位.

問　題　二　十　四

1. 米五石之價,等於鹽十四石之價;鹽二十四石之價,等於醬油五石之價;醬油十石之價,等於酒六石之價;問米一石之價,等於酒幾石之價. 又酒七石之價等於米幾石之價?

2. 糖五斤之價等於茶三斤之價;茶六斤之價等於咖啡五斤之價;若糖三斤之價爲五角四分,問咖啡八斤之價爲若干.

3. 法幣八佛郎等於俄幣三盧布;俄幣六盧布等於德幣十三馬克;德幣一百一馬克等於美幣二十四弗;美幣四十七弗等於英幣十鎊;英幣一鎊等於印度幣十五羅比;若法幣一佛郎等於我國幣二角,問印度幣一羅比當我國幣若干.(不滿一分者四捨五入)

4. 某時倫敦之銀塊市況,一溫司値二十五辨士又十六分之十一;而二十五溫司之重,當我國十九兩.設其時百辨士當四圓二角,問銀塊一兩當我國幣若干.

5. 有三工人,甲六日所成之業,乙五日成之;乙八日所成之業,丙九日成之;問丙十日所成之業,甲幾日能成.

6. 一日間甲能成某工程三分之二,乙能成五分之三;又乙五日所成之事,丙成之須六日.問甲造成二十隻箱之時內,丙能造成同樣之箱若干隻.

四. 配分法

100. 連比(Continued ratio).

例如甲數對於乙數之比爲 2:3, 又乙數對於丙數之比爲 3:4, (參看第 83 節例 3) 則甲數對於丙數之比爲 2:4 明矣.

卽甲乙丙三數相互之比爲2:3:4,而名此爲甲乙丙三數之**連比**.

連比之各項,得以同數除之或乘之,而使之簡單.

【例 1】 試將30:45:60簡單之.

【解】 各項以最大公約數除之得2:3:4.

【例 2】 試將$1:1\frac{1}{2}:2\frac{2}{3}:3\frac{3}{4}$簡單之.

【解】 先將各帶分數化爲假分數,

$$1:\frac{3}{2}:\frac{8}{3}:\frac{15}{4},$$

次以最小公倍數12乘之,

得 12:18:32:45.答

101. 求連比法.

【例】 有三數,甲對於乙之比爲2:3, 乙對於丙之比爲4:5, 試求甲乙丙之連比.

【解】 求比之值爲$\frac{4}{5}$,前項爲3之比之後項爲$3\div\frac{4}{5}$,卽$\frac{15}{4}$.(參看第83節)故乙對於丙之比,又爲$3:\frac{15}{4}$,卽

甲對於乙之比爲2:3,

乙對於丙之比爲$3:\frac{15}{4}$.

因之甲對於丙之比爲$2:\frac{15}{4}$,

而所求甲乙丙之連比爲$2:3:\frac{15}{4}$.

卽 8:12:15.

【注意】 此兩比之2:3之後項及4:5之前項其最小公倍數爲12,故又可如次式直接求得之.

$$\begin{array}{cccccc}
(甲) & (乙) & (丙) & & & \\
(8) & : & (12) & & & \\
2 & : & 3 & & & \\
 & & 4 & : & 5 & \\
 & & (12) & : & (15) & \\
\hline
8 & : & 12 & : & 15 & 答
\end{array}$$

習　題

1. 試將次之連比簡單之.

(1) 48 : 32 : 80.　　(2) 1 : 1.6 : 2 : 2.25.

(3) $\frac{5}{6} : \frac{7}{8} : \frac{11}{20}$.　　(4) $\frac{7}{9} : 21 : 3\frac{4}{15}$.

2. 甲所有金爲三千六百圓,乙所有金爲二千四百圓,丙所有金爲千八百圓,求三人所有金之連比.

3. 有筆三種,各一枝之價,上筆對於中筆之比爲5:3,中筆對於下筆之比爲 9:5, 求一枝之價之連比.

4. 有三工人,甲成某工程五分之三時,乙則成六分之五;乙成四分之三時,丙則成二分之一.求三人之連比.

5. 每人每日之工資,男子對於女子之比爲 6:5, 女子對於童子之比爲 7:3, 求男子五日間與女子六日間及童子七日間工資之連比. (每日工資與日數複比之連比)

102. 配分(Division into proportional parts).

例如將60依 4 與 5 與 6 之比分之,則分得之三數,其連比等於 4 與 5 與 6 之連比;此

算法名曰配分.(按分比例)

【例 1】 將60依4與5與6之比例分之.

(運算) $4+5+6=15$,

$$\left.\begin{array}{ll} 15:4=60:x, & x=16, \\ 15:5=60:x, & x=20, \\ 15:6=60:x, & x=24. \end{array}\right\}\text{答}$$

【說明】 求得第一數4,第二數5,第三數6之和爲15,故所求60對於三部分之數之比各爲15:4, 15:5, 15:6,明矣.

因之而得上之三比例.

【驗】 $16+20+24=60$,

而 $16=4\times\frac{60}{15}$, $20=5\times\frac{60}{15}$, $24=6\times\frac{60}{15}$.

故 $16:20:24$ 等於 $4:5:6$.

【注意】 解上三比例以先求$\frac{60}{15}$卽4爲便,此數名曰按分率.

【例 2】 以七千圓分於甲乙丙三人,甲所得二分之一,等於乙所得三分之一,乙所得四分之一,等於丙所得五分之一,問三人所得各若干.

【解】 $\frac{1}{3}:\frac{1}{2}$……………………甲與乙所得之比,

$\frac{1}{5}:\frac{1}{4}$……………………乙與丙所得之比,

故三人所得之連比爲

$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}:\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}:\frac{1}{4}\times\frac{1}{2},$$

卽 $\frac{1}{15}:\frac{1}{10}:\frac{1}{8}$,卽 $8:12:15$.

因　$8+12+15=35$,

$$\left.\begin{array}{l}35:\ 8=7000\text{圓}:x\text{圓},\\ 35:12=7000\text{圓}:x\text{圓},\\ 35:15=7000\text{圓}:x\text{圓},\end{array}\right|\begin{array}{ll}x=1600. & (\text{甲})\\ x=2400. & (\text{乙})\\ x=3000. & (\text{丙})\end{array}$$

答甲一千六百圓,乙二千四百圓,丙三千圓.

【驗】　$1600+2400+3000=7000$(圓).

103. 合股算法(Partnership).

【例】　甲乙丙三人合股營商,其資本金甲出六百圓經八個月,乙出五百圓經七個月,丙出千圓經五個月;今得利三百三十二圓五角,問三人各得若干.

【解】　出資者所得利金之比,等於所出金額之比與時期之比之複比;故配分總利金時,宜依此複比配成比例分之.卽

$$\left.\begin{array}{r}600\text{圓}:500\text{圓}:1000\text{圓}\\ 8\text{月}:\ \ 7\text{月}:\ \ \ 5\text{月}\end{array}\right\}\text{三人所得之連比.將此簡單之,}$$

卽

$600\times8:500\times7:1000\times5$ 卽 $48:35:50$.

因之 $48+35+50=133$,

$133:48=332.5:x,\ x=120,$ (甲)

$133:35=332.5:x,\ x=87.5,$(乙)

$133:50=332.5:x,\ x=125.$ (丙)

答甲百二十圓,乙八十七圓五角,丙百二十五圓.

【驗】　$120+87.5+125=332.5$(圓).

問題二十五

1. 某家定諸費用之比例,食費爲 5,住宅費衣服費

儲金各爲2,其他雜費爲3.此家每月所入爲七十五圓問其各項費用爲若干但不滿一角者捨之其所餘者加入儲金.

2. 某工程由甲乙丙三人成之,其總工價爲二十九圓七角五分,而甲作十五日,乙作十二日,丙作八日.今依作工日數分配工資,問各得若干.

3. 有甲乙丙丁四組之土木業,共同包攬工費二萬二千三百二十圓之工程若甲成工程三分之一,乙成四分之一,丙成九分之二,丁成其餘,問此工費如何分配.

4. 某車站調查其一日間下車之客數,共有四千六百七十五人.其中三等客數與二等客數之比爲10:3,而二等客數與一等客數之比爲4:1,試算出各等之客數.

5. 鷄卵之價,大三個等於中四個,中五個等於小六個.今買大中小三種,數各相等,總計用銀八圓五角五分,問三種之價各若干.

6. 兄十二歲,弟九歲,妹八歲,今以菓子九十二個分給三人,而使每人所得與其年齡爲反比,問應得若干個.

7. 某火車之車價,其三等二等一等之連比爲2:3:5.今甲地至乙地之三等與二等車價之差爲一圓八角三分,問各等車價幾何.

8. 有甲乙丙三書記,甲寫五頁時,乙寫四頁半;乙寫四頁時,丙寫三頁半.今三人於同時間所寫之字,甲比丙多八十五頁,問三人所寫之頁數各若干.

9. 甲出資本五千圓,乙出三千圓,丙出二千圓,共營商業得利金七百五十二圓,依資本之比例分配,問三人各得若干.

10. 甲乙丙丁共營一業,甲出八千圓經六個月,乙與

丙各出八千圓經五個月,丁出六千圓經四個月;若得利千九百圓,問各人可得若干圓.

11. 甲出資本五百圓營業,四個月後乙加入三百圓;若自開業後經六個月,得利百八十圓,問各得若干圓.

12. 甲出資本一萬圓營業,二個月後,乙出資本五千圓加入;其後又經三個月,丙於甲資本中承受三千圓以加入.今開業一年,於所得利中提出三千四百圓分配於出資本者,問三人各得若干圓.

13. 某公司有職員六人,各願以所得俸金為比例,而出總額五十圓之捐款.若此中月俸五十圓者一人,三十圓者一人,四十圓者二人,三十五圓者二人,問各人擔負額為若干.但不滿一角者四捨五入.

14. 以米五百六十三石五斗,賑濟某縣水災,依男4女2.5童子1.5之比例,分配於罹災者三千二百七十三人.若此中男子為千二百七人,女為千三百十四人,童子為七百五十二人,則男三人女二人童子三人之家應給米若干.但按分率求至合之小數第三位,而答數之不滿一合者,四捨五入.

五. 混合法

104. 混合法(其一)(Alligation).

【例】 每斗價八角之大豆,與每斗價六角之大豆,依3:2混合之,問每斗價若干.

(運　算)

$$\begin{array}{r} 8\text{角}\times 3=24\text{角} \\ 6\text{角}\times 2=12\text{角} \\ \hline 5)\underline{36\phantom{\text{角}}} \\ 7.2\text{角} \end{array}$$

【說明】 實際混合之量,一爲若干斗之 3 倍,一爲若干斗之 2 倍,而混合後實際之量,即爲若干斗之 5 倍.因之混合後大豆之總價爲36角之若干倍;是以混合後大豆每斗之價,爲以 5 之若干倍除同倍數之36角,即等於以 5 除36角.

習　題

1. 一斤價四角之茶,與一斤價七角之茶,依7:5之比混合之;求其一斤之價.

2. 一磅價六角八分之酒精,與一磅價四角五分之酒精,與水混合之,其連比爲3:2:1;求此酒精一磅之價.

3. 0.95成色(每兩中含 0.95 兩純銀之比)之銀,與 0.8 成色之銀,及0.75成色之銀,依 7:2:1 之連比鎔合之;問所造之銀色若何.

4. 二十二金(每二十四兩中含二十二兩純金)之金,與十八金及銅,依連比2:3:1鎔合之;問造成之金色若何.

105. 混合法(其二).

【例 1】 (1)將一斗價八角之麥,與一斗價六角之麥混合之,使成一斗價七角二分之麥;試求此混合之比.

(運　算)

標準價	原價	比較	混合之比	
72分	80分	損 8分	$\cancel{12}$ 3	
	60分	益12分	$\cancel{8}$ 2	答 3:2

【說明】 一斗價 8 角之麥,落至 7 角 2 分,則一斗損失 8 分.此損失即須取償於一斗價 6 角之麥.而 6 角之麥,1 斗得利 1 角 2 分,故

12分：8分=1斗：x斗，$x=\frac{8}{12}$。

卽8角之麥1斗對於6角之麥$\frac{8}{12}$斗混合之,則無損益.因之兩種混合之比爲1：$\frac{8}{12}$,卽12:8,亦卽3:2.

通常運算,爲依上所示之方法,求原價與標準價之差而造成反比.

【驗】　(8角×3+6角×2)÷(3+2)=7.2角.

(2)依上例若用一斗8角之麥一石五斗,問一斗6角之麥應用若干.

(運算)

標準價	原價	比較	混合量
72分	80分	損 8分	15斗
	60分	益 12分	x斗

12分：8分×15=1斗：x斗，x=10斗.　答1石.

【說明】　8角之麥,每賣一斗,損失8分,故15斗損失(15×8)分;是以應須有1斗得利1角2分之麥若干混合之.依此比例知欲得8×15分之利益,須有此麥10斗,卽所求之答爲1石.

【驗】　(8角×15+6角×10)÷(15+10)=7.2角.

(3)依上比例,欲得混合麥三斗,問各應混合若干.

【解】

標準價	原價	比較	混合之比
72分	80分	損 8分	12 3
	60分	益 12分	8 2

3+2：3=3斗：x斗，x=1.8斗.

$3+2:2=3$斗$:x$斗, $x=1.2$斗。

答 8 角之麥 1 斗 8 升,6 角之麥 1 斗 2 升.

【說明】 依(1)之方法,混合之比為$3:2$,次依比例配分,而知 3 斗為1.8斗與1.2斗所混合.

【例 2】 (1)將每斗價 8 角,價 6 角 5 分,價 6 角之麥三種混合之,使成每斗價 7 角 2 分之麥,問其混合之連比若何.

(運 算)

標準價	原價	比較	混合之比		
72分	80分	損 8分	7	$\cancel{12}\,3$	10
	65分	益 7分	8		8
	60分	益12分		$\cancel{8}\,2$	2

【說明】 依例 1 (1)之方法,則 7 角 2 分之麥為 8 角之麥與 6 角 5 分之麥$7:8$所混合,又為 8 角之麥與 6 角之麥$3:2$所混合,故此三種之連比為$7+3:8:2$卽$5:4:1$.

【驗】 $(8$角$\times5+6.5$角$\times4+6$角$\times1)\div(5+4+1)=7.2$角.

【注意】 上列三種麥之連比,又可為$7+12:8:8$卽$19:8:8$也明矣.又 8 角之麥對於6角5分之麥,其混合比值為$\frac{7}{8}$,故可以$14:16$, $21:24$等種種之比表之.而 8 角之麥對於 6 角之麥,其混合之比值為$\frac{3}{2}$,故可以$6:4$, $9:6$等種種之比表之.所以三種麥混合之連比,可得種種.例如

(1) $14+9:16:6$卽$23:16:6$,

(2) $21+6:24:4$卽$27:24:4$.

故所答無一定,此名為不定問題.

(2)依上例設定 8 角之麥對於 6 角 5 分之麥混合之比為3:2,求三種麥之連比.

【解】

標準價	原價	比較	混合之比
72分	80分	損 8分	3
	65分	益 7分	2
	60分	益12分	x

$$12\text{分}:8\text{分}\times3-7\text{分}\times2=1\text{斗}:x\text{斗},\ x=\frac{5}{6}\text{斗}$$

$$3:2:\frac{5}{6}=18:12:5\text{答}$$

【說明】 8 角對於 6 角 5 分之麥,其混合之比為 3:2,故假定取此兩種麥為 3 斗與 2 斗,則所損失者為$(8\times3-7\times2)$分.然取 6 角一斗之麥卽得利12分.故依此比例欲得$(8\times3-7\times2)$分之利,不可不取$\frac{5}{6}$斗之麥;是以此三種麥之連比為$3:2:\frac{5}{6}$卽$18:12:5$.

【驗】 $(8\text{角}\times18+6.5\text{角}\times12+6\text{角}\times5)\div(18+12+5)=7.2\text{角}$.

問題二十六

1. 買每分值銀十八元五角之宅基地若干,後又買與其地相連之每分值銀二十二圓之地若干;此兩地面積之比為8:5.今以每分得銀二十一元之價完全賣出,問其損益若干.

2. 以每袋重二十八斤二兩值銀四角八分之炭,與每袋重二十五斤值銀三角八分之炭,依3:2混合之,造成每

袋重二十六斤四兩之炭十袋,賣銀四圓八角.問損益若何.

3. 有酒四種,一爲上酒,一爲下酒,一爲上 3 下 2 之混合酒,一爲上 4 下 1 之混合酒.今將此四種酒依 3:1:4:2 之連比混合之,問此酒所含上下之比若干.

4. 三角八分一斤之果子,與二角四分一斤之果子,各賣若干斤,其平均價每斤爲三角二分.求兩種果子斤數之比.

5. 一升價一角八分七釐與一升價一角七分二釐之米混合之,得一升價一角七分八釐之米.問其混合之比若何.又混合之米爲一斗,問兩種各若干.

6. 雞兔共十八隻,共有四十二足.問雞兔各若干隻,試依混合法解之.

7. 三個價一角之蘋果,與五個價一角二分之蘋果,混合六百個,賣二十圓.其中得利二圓一角.問兩種蘋果各賣若干個.(試用混合法及雞兔算法雙解之)

8. 一斤價四角八分,四角二分,三角二分之茶三種,平均每斤以四角販入.若四角八分之茶爲十二斤,三角二分之茶爲十四斤,問四角二分之茶應販若干斤.

※雜題四

1. 米四升八合值一圓時,某家一個月內所付米價爲十圓五角;若米五升六合值一圓時,此家一個月所付之價若干?

2. 男三人所食之米等於女五人所食;求米五升五合值一圓時,男十一人八日間所需之米價,對於米五升四合值一圓時,女十二人九日間所需之米價之比.

3. 一日慢十分之鐘,於土曜日正午與正時相合;若

至次週月曜日午前,此鐘爲八時.間此時正時爲何時何分.

4. 一日快八分之鐘,若欲使其於午後十時與正時相合,問其日之正午應使此鐘慢幾分.

5. 某家之鐘每十六時慢三分,而時表則每日快三分.今此鐘及表於某日曜日正午較準,問經若干日則此鐘及表所示時刻相差十分;問此時正時爲何時.又此鐘此表各示何時何分?

6. 横十六步四尺縱七步三尺之矩形宅地,變賣價格爲二千三百圓.今依此比例,問横二十七步四尺五寸縱二十五步二尺之矩形宅地,賣價爲若干.

7. 某種木板圖之彫刻費,與其圖面積之平方寸數爲比例.今縱三寸横二寸五分之木板圖四個,與縱二寸四分横一寸二分者五個,及縱一寸五分横一寸八分者二個之彫刻費,總計四十四圓八角二分;依此比例計算,則縱三寸二分横一寸六分者六個之彫刻費爲若干?

8. 男工四人之工價與女工五人等.今以雇男工十五人十二日間之工價,雇男工十人及女工若干人,足支十日.問女工人數若何.

9. 有三十工人共作四十七日可成之工程,若作十二日後,其中有十六人他去,問所餘之工程尚需若干日始完.

10. 有一工程,每日用十五工人作工九時,預定二十日可完.乃經過八日,僅成三分之一.若欲如預定日數作成,此後每日應增幾小時,或增若干人.

11. 甲乘自由車自某地出發,經九分時,乙亦乘自由車從同地出發追甲,行十七分時至中途某處.此處係甲四分四十五秒前所經過之處,問再經幾分時乙卽追及甲.

12. 每時速度十八哩之汽車,由某站出發後,經五小時,其同站有一快車出發.此車行一百二十哩,與前車距離僅十五哩.問此快車再行若干哩,即可追及前車.

13. 有三汽船,甲由東港向西港,乙丙由西港向東港.此三船同時出發後,於中途某地點甲船先與乙船遇;復經一時二十分,又與丙船相遇.而每時之速度,甲船爲十四浬,乙船爲十二浬半,丙船爲十浬.問東西兩港相距若干浬.

14. 有一口徑五分,長一丈二尺之圓鐵管,其重爲四十二兩.今有同質之管八枝,其口徑爲七分五釐,而長爲原有管之長之三分之二.問此等管共重若干.

15. 某校運動會獎品,每個之價,二等比一等少三分之一,三等比二等少四分之一.今獎品費共二十一圓.而一等獎品爲四十個,二等獎品爲三十個,三等獎品爲二十個.問各等每個之價爲若干.

16. 某銀行所立獎金標準有二:一爲依行員之俸額分甲乙丙三級,其獎金之比例爲 3:2:1. 一爲依行員之勞績分上中下三等,其獎金之比例爲 5:3:1. 故各等級之獎金額,即等於此二種比之複比如下.

甲	甲	甲	乙	乙	乙	丙	丙	丙
上	中	下	上	中	下	上	中	下

3 : 3 : 3 : 2 : 2 : 2 : 1 : 1 : 1

5 : 3 : 1 : 5 : 3 : 1 : 5 : 3 : 1

今依此比例,將五千圓獎金分給甲上二人,甲中三人,乙上五人,乙中十人,乙下五人,丙上一人,丙中二人.問各級一人所得若干.但不滿一圓者捨棄之,其所餘之金平均之,加給丙級各人.

17. 有鐘三架,於某日正午相合.至次日之晝,甲示十

二時,乙則慢五分,乙示十二時,丙則慢三分.問丙示十二時時,甲示何時.

18. 某工人包一工程,定於其年之十二月三十日完工.設自九月二十八日著手,每日用工匠五人,自午前八時至午後五時工作,至十一月三十日僅成其工程五分之三而因晝短之故,自次日起,每日又不得不減一時.今欲如期完工,問自減時之日起,每日應增工匠幾人.

19. 男三人於五日間所成之工,女五人作之則需四日.今女八人於五日間成某工程七分之四,而以所餘者使男十人作之,問需幾日幾時始完工.但每日作工時間男女均為八時.

20. 一斤價七角二分之酒,與一斤價六角之酒,加水混合,得一斤價六角四分之酒.此等混合量之連比若何.(試示二例一一驗之)

又(1)若所用六角之酒為七角二分之酒之三分之二,其連比若何?

又(2)若所用之水為七角二分之酒之十分之一,其連比若何?

21. 某農有甲乙丙三所田,某年每畝之收穫量,甲地為一石五斗,乙地為一石四斗,丙地為一石一斗.而三處之田,平均每畝收穫量為一石三斗.設甲地對於乙地面積之比為3 : 5,而其差為二畝四分二釐,問三所之田各若干畝.

第五編

成數算法及利息算法

第一章　成數算法

106. 成數之意義。甲數對於乙數之比值,以小數表之者,曰**成數**;其甲數名曰**子數**,乙數名曰**母數**.

子數與比之前項相當,母數與比之後項相當,而子數常小於母數.

表成數之小數,其第一位稱爲分,第二位稱爲釐,第三位稱爲毫,第四位稱爲絲.例如 5 對於 16 之成數爲$\frac{5}{16}$,即 0.3125,而讀爲三分一釐二毫五絲.此 5 即子數,16 即母數.

表成數之小數,又可書爲分數形,而如分數之讀法.

例如將成數 0.05 即五釐,書爲$\frac{5}{100}$,則讀爲百分之五.

又將成數 0.125 即一分二釐五毫,書爲$\frac{125}{1000}$,則讀爲千分之百二十五.

107. 百分(Percentage).

成數又有以百分之一爲基本者.

例如讀0.05爲百分之五,0.2爲百分之二十,又0.255爲百分之二十五小數點五,或百分之二十五半.

成數之百分之五,卽 5 對於 100 之成數.

其成分百分之二十等,意亦同.

如此以百分之一爲基本表成數者,特名之曰**百分率**(百分比例).

百分率爲西洋表成數之法,以「百分之」或「每百分」之符號 % 表之,而讀爲怕仙特(Percent); 例如書 0.05 爲 5%, 0.2 爲 20%, 0.255 則爲 $25\frac{1}{2}$%.

習　題

1. 試讀次之成數.
   0.25, 0.06, 0.008, 0.015, 0.0015.
2. 試以小數表次之成數.
   三分, 七釐, 六釐五毫, 四釐, 五分,
   五分六釐, 五毫六絲.
3. 試將上二問之成數,各表以百分率.
4. 試將次之成數,以小數表之,而以通常之讀法讀之.

12%, 7%, 50%, $37\frac{1}{2}\%$ 6.3%.

108. 成數與子數母數之關係及其計算法.

成數＝子數÷母數,(比值＝前項÷後項).

子數＝母數×成數,(前項＝後項×比值).

母數＝子數÷成數,(後項＝前項÷比值).

由上之關係,故成數與子數母數三者之中,無論知何二數,卽可求得他一數.

【例 1】 民國元年我國出口之茶,總價額爲三千三百七十七萬七千兩;民國十年爲一千二百六十萬五千兩.求後者對於前者之成數.

【解】 求12605千兩對於33777千兩之成數,故以12605千兩爲子數,以33777千兩爲母數,卽

12605千兩÷33777千兩＝0.373.

答三分七釐强.

【例 2】 某都會每日發行之某報,有十六萬八千分.其中八分五釐賣於都下,問爲若干份.

【解】 168000爲母數,0.85爲成數.

故 $168000\times0.85=142800$.

答十四萬二千八百份.

【例 3】 某人從所有之田內,賣去三十六畝七分二釐.而此所賣之田爲原有田二分七釐.問原有田若干畝.

【解】 36.72畝爲子數,0.27爲成數,

故 36.72畝÷0.27＝136畝＝1頃36畝.

答一頃三十六畝.

109. 合計數,折扣數.

成數算法中,母數與子數之和名曰**合計數**(Amount),或母子和;母數與子數之差名曰**折扣數**(Discount),或母子差.

由108節知子數=母數×成數,

故　合計數=母數×(1+成數).

　　折扣數=母數×(1−成數).

　　母數=合計數÷(1+成數).

　　母數=折扣數÷(1−成數).

【例1】 (1)米一石價十六圓五角,若此價騰貴一分二釐時,問其價為若干.

【解】 米之原價為母數,所貴之價為子數,騰貴後之價為合計數,故由上之公式,得

16.5圓×(1+0.12)=18.48圓.

答每石價銀十八圓四角八分.

【注意】 此問題先求子數以加母數亦可.

即　16.5圓×0.12=1.98圓……………………騰貴之金

16.5圓+1.98圓=18.48圓.

答每石價銀十八圓四角八分.

(2)米一石之價為十六圓五角,若此價下落一分二釐時,問其價為若干.

【解】 所求之價為折扣數,故由公式得

16.5圓×(1−0.12)=14.52圓.

答每石價銀十四圓五角二分.

【注意】 此問題可先求子數,然後自母數減之亦可.

16.5圓$\times 0.12 = 1.98$圓……………下落之金

16.5圓$- 1.98$圓$= 14.52$圓.

【例 2】 (1)米價較前騰貴一分二釐時,其一石價爲十八圓四角八分,求原價.

【解】 所求之價爲母數, 0.12 爲成數,現時之價爲合計數,故由公式得

18.48圓$\div (1 + 0.12) = 16.5$圓.

答十六圓五角.

(2)米價較前下落一分二釐時,其一石價爲十四圓五角二分,求原價.

【解】 現時之米價爲折扣數,所求之價爲母數,故由公式得

14.5圓$\div (1 - 0.12) = 16.5$圓.

答十六圓五角.

【例 3】 定價三百五十圓之物,若照定價減三分賣之,問得若干圓.

【解】 350圓爲母數,所求之金爲折扣數,

故 350圓$\times (1 - 0.3) = 245$圓.

答二百四十五圓.

【注意】 減三分亦名七折,是以減二分減一分等,亦名八折九折.

問題二十七

1. 民國五年中央豫算歲入總額爲三億一千五百七十八萬圓,而關稅爲七千二百三十四萬圓,又關稅中之海關稅爲五千九百十七萬圓;求關稅對於歲入總額之成

數,及海關稅對於關稅之成數.(不滿一釐者四捨五入)

2. 據最近調查全國學校共十四萬九千四百七十二所,其中師範學校有八百十九所,中學校有七百四十三所,求師範及中學各對於全國學校之成數.

3. 就次表中各數對於總面積百分之比例,記入空欄內.(小數第三位四捨五入)

土地	面積(方哩)	百分比例
本部	1532420	
東三省	363610	
蒙古	1367600	
西藏	463200	
新疆	550340	
總計		

4. 某學校投考之人數爲四千七百九人,其每百人對於入學之數爲三十一人小數二一强,問入學者之人數約若干.

5. 某人於一年營業所得之利益一萬二千圓,以其六釐奬給同人,二分作儲蓄,餘者爲己所得.又以己所得之七釐五毫特別加給同人,二釐五毫捐助慈善事業,其餘始爲己所淨得.問同人之奬金及儲蓄捐款各得金若干圓.

6. 某人從其資產中撥出二萬八百六十四圓購地,若此金當其全資產之三分二釐,問全資產爲若干.

7. 某地鹽價較去年貴二分五釐,故一石貴九角九

分,問去今兩年鹽價各若干.

8. 某出版業者以其所發行之圖書,批發於大販賣店,較定價減二分五釐.今於某月計算,賣出之帳照定價爲二萬三千三百六十圓八角,問實得金若干.

9. 有甲乙二時計,甲價爲十八圓五角,乙價較甲價貴一分六釐.問乙價爲若干.

10. 我國人口據庚子亂後所調查爲四億七百二十五萬三千二十九人,而據民國十一年所調查,爲四億四千七百十五萬四千九百五十三人.問人口之增加成數若何,試求至毫位.

11. 某年某省麥大豐收,其收數爲二千二百十六萬七千四百八十六石,較平年增收二百六十五萬四千十二石,求此增收之成數.(不滿毫者四捨五入)

12. 某炭商以所販入若干噸之炭賣去四分六釐,後又賣去其餘二分五釐.問第二次所賣之額,及兩次共賣之額與現所餘之額,各當販入者之成分若何.若所販入者爲二百噸,問此等噸數各若干.

第二章 成數算法之應用

110. 損益(Gain and loss). 買賣物品所生之利益或損失,用損益額對於原價之比較,可表示最適當之損失或利益之觀念.

就此計算,其原價即母數,利益額或損失額即子數,而賣價得利益時當合計數,有損失時當折扣數.

111. 酬金(Commission).　立於買主賣主之間,以媒介買賣者,其得於買主賣主之雙方或一方之報酬,名曰**酬金**,或曰**用錢**.

酬金依通常買賣價格爲母數而定其成數,故賣主之實收額,爲從買賣價格減去酬金之折扣數;而買主之支出額,爲買賣價格與酬金之合計數.

【例】 某人以七千二百圓所買之地,賣得八千圓,而買賣時均出二釐五毫之酬金;問此買賣之損益及成數若何.

【解】　7200圓×(1+0.025)=7380圓…………支出額

　　　8000圓×(1−0.025)=7800圓…………實收額

故　　7800圓−7380圓=420圓…………………利益

次求利益之成數,爲利益金420圓對於支出額7380圓之比較,即

420圓÷7380圓=0.0569.

答 $\begin{cases}\text{利益四百二十圓.}\\ \text{成數五釐七毫弱.}\end{cases}$

【注意】 通常計算損益及酬金之成數,概取至毫位;有餘者四捨五入.

解以下各題應依此例.

習　題

1. 某木商買每枝價五角七分之杉木二百枝,賣時得利二分四釐,問總利金爲若干.

2. 某商買入每箱價三圓二角八分之媒油五百箱後市價下落一分二釐.問此商人損失若干.

3. 買紙五百束,每束二角八分;後因市價騰貴,每束賣三角五分.問此利益之成數若何.

4. 買每百斤價四十八圓之茶千五百斤,賣得七百圓;問其損益之成數若何.

5. 某商買每噸價七圓六角二分之炭二百噸,其運費及其他諸雜費又用去二百六十八圓四角;後賣得千九百八十六圓.問其損益之成數若何.

6. 某書店從英國買每册價十二先令八辨士(郵費在內)之書,賣七圓二角.問其利益之成數若何;但一鎊照九圓八角四分六釐計算.

7. 由某儈之媒介,賣買價格二千四百圓之屋.此儈從賣主得酬金二釐,從買主得酬金二釐五毫.問其所得之酬金合計為若干圓.

112. 賦稅. 因國家或地方行政費用,國家及地方向人民徵收之金額,名曰賦稅(Tax).賦稅有**國家稅**與**地方稅**之別,國稅乃人民直接納於國庫,以供國家行政之用者;地方稅乃人民納於官廳,以供地方行政之用者也.各稅之細目如次.

(1) 田稅. 我國田賦,歷代不同.大率一切賦役,量地計丁;凡一歲之供費,皆計畝徵銀,由官折辦.前清沿明舊制,初不稍改;後因人口增加,與人口轉移,難以調查,人口稅不便徵收,乃

以人丁稅加入地糧中,謂之**地丁銀**.民國成立,田賦之稅尚未改革,而各省土地肥瘠不同,稅率亦不劃一,其算法與成數算法無關,茲略之.

(2) 關稅. 就貨徵稅謂之**關稅**.我國徵稅之地分兩種:通商口岸設海關;內地則設常關及釐卡.釐卡所抽之稅謂之**釐金**.海關稅有**進口稅**,**出口稅**二種,其稅則 (Tariff) 有三種:(1) **從價稅** (Advalorem), (卽按價抽稅)按買價納百分之幾爲稅,大率香料,藥材,機器之類,皆按價抽稅;(2) **從量稅** (Specific duty), (卽按件抽稅)按物品件數計算稅銀,如綢布論疋,糧食論石是,大率粗物或製成之物皆按件數或重量抽稅;(3) 若外國運來之米糧以及書籍,地圖,新聞紙等,則概歸免稅 (Duty free).常關所徵之稅,亦有從量稅從價稅之別.又有在物品出產處抽收者,名曰**落地稅**,運輸經過地抽收者,曰**通過稅**.

(3) 消費稅. 最大宗爲鹽稅.此項賦稅我國歷朝視爲大利,晚唐至清,舊制相沿,歷時雖久,變更雖頻,而制度相差殊不甚遠.稅率每百斤約三圓.

此外尚有茶稅,糖稅,棉稅,菸酒稅等各項之稅.

(4)所得稅. 按民國三年一月十一日公布之所得稅條例,在民國內地有住所或一年以上之居所者,負完納所得稅之義務.又在民國內地雖無住所或一年以上之居所,而有財產或營業或公債社債之利息者,亦就所得負完納之義務.其稅則依所得者之成數定之.

(5)註册稅. 凡土地,房屋,船舶,公司,律師,版權,印刷權,商標,礦業護照等,請求登記時,納稅若干,名曰註册稅.稅率亦種種不同.

(6)契稅. 按契稅條例,所謂契者,指不動產之賣契而言.

不動產之買主或承典人須於契約成立後六個月以內,依下列稅率赴該管徵稅官署呈驗註册.賣契稅納契價百分之九,典契稅納契價百分之六.

先典後賣之賣契,得以原納典契稅額劃抵賣契稅;但以承典人屬於一人爲限制.

(7)營業稅. 凡設店舖經營各項特種營業者,皆須向徵收官署按照等級納稅,請領營業執照.

習　題

1. 某船出口,載茶葉3580箱,每箱値銀3兩5錢8

分.按稅則當以2.5%納稅,問共應納稅若干.

2. 某邑地方稅中,其地租附加稅爲地租千分之六十二,營業附加稅爲營業稅百分之五.問對於地租五圓二角一分五釐及營業稅七十五圓一角八分之附加稅,合計爲若干.

3. 某人由中人買得價格一萬五千圓之田地及房屋,用去二釐之酬金,又納千分之三十五註冊稅.問此不動產之買入費總計爲若干.

4. 所得稅以政府所決定之所得金額爲課稅之標準,若某公司應課所得稅之稅率,爲其所得金額千分之四十,問決定所得金額爲五萬八千九百二十圓九角之某公司,應納所得稅爲若干.

5. 某人所得金額決定爲二千四百五十六圓九角五分,應納所得稅爲若干?但稅率爲千分之十.

113. 保險(Insurance). 賠償由不測災難所生之房屋,生命,船舶,物品,等之損失方法,名曰**保險**.保險人繳**保險費**(Premium)於保險公司,在所立契約(Policy)期限內,其保險之目的物有損失時,保險公司應依契約上保險金之數,賠於保險人.保險之種類有**人壽保險**(Life insurance),**火災保險**(Fire insurance),**海上保險**(Marine insurance)等,其保險費概依對於**保險金**(Insured amount)之成數而定.

習　題

1. 某人房屋火災保險金爲一萬二千圓,其每年之保險費依千分之五半而定;問其保險費爲若干.

2. 某人以其値六萬七千五百圓之房屋及二萬五千圓之物品,共以八分定保險金額,每年保險之成數爲千分之五.問此保險費合計爲若干.

3. 依上問,若繳三年保險費後,所保險者悉數燒失,問此人總計損失若干.

114. 內折,外折(Inside dimensions and Outside dimensions). 原價十圓之物,賣十二圓五角,得利二圓五角,以此利益爲子數,原價爲母數,求得成數.

$$2.5\text{圓} \div 10\text{圓} = 0.25.$$

卽得利益二圓五角爲原價十圓之二分五釐,前已言之矣;然此又名賣價十二圓五角之外二分五釐.

某數之外若干成者,以此數爲合計數之成數也.

卽

$$12.5\text{圓} \div (1+0.25) = 10\text{圓} \cdots\cdots\cdots\text{母數}$$

$$2.5\text{圓} \div 10\text{圓} = 0.25 \cdots\cdots\cdots\text{外折}$$

又此時若以十二圓五角爲母數,則從此數內減去二圓五角,所得之數十圓,卽爲折扣數.

子數對於折扣數之成數,名曰外折,對於外折而名通常子數對於母數之成數曰內折.

【例】 舂糙米四斗五升,得白米三斗六升,問所耗之米當內幾折或外幾折.

【解】 所耗之米為(45−36)升,即 9 升,是為子數,而 45 升為母數,36 升即為折扣數,故

9 升÷45 升=0.2,內二分
9 升÷36 升=0.25,外二分五釐

【驗】 求 45 升之外 0.25 則得 9 升,即
45 升÷(1+0.25)=36 升,
36 升×0.25=9 升 或 45 升−36 升=9 升.

習　題

1. 以四圓八角之帽賣四圓五角,則其內外折若干?

2. 舂二斗五升之糙米,內耗一分五釐,外耗一分五釐時,各可得精米若干?

3. 以指環一只賣百六十八圓,獲外五釐之利,問其原價及利益各若干.

問題二十八

1. 某人以所有田之四分捐助小學校,三分三釐捐助善堂,其餘捐助寺院.其捐助小學校與捐助寺院之田,相差十八畝七分二釐,而此田之價每畝為一百九十六圓五角六分.問此三段地之畝數,及地價各為若干.

2. 某小商從批發店內照定價八折半販入商品若干,賣時照定價減五釐,求其利益之成數.又定價若為八圓五角,問買價及賣價各若干.

3. 有一物品,若賣一百六十一圓,則得利一分五釐.

問賣百三十六圓五角時,其損益之成數若何.

4. 某出品人以其製造品委託某店代售,許以酬金三釐二毫.若此物品之實價値百五十圓,今欲得利一分二釐,問應定價若干.(不滿圓者收入之)

5. 某人販入每十斤價八角六分之麵粉四百斤,其後市價跌落一分五釐,又販入六百斤,至市價騰至每十斤價八角四分時,悉數賣出之.問其損益之成數若何.

6. 某人初以所有田五分之三,較原價得利一分五釐賣去.次賣去其所餘之四分之一,得利二分五釐.次又照原價賣去其所餘之田.三次皆出酬金二釐,所得淨利爲四百六十三圓五角.問此田全部之原價爲若干.

7. 某行依百分之十稅率納稅,從某製造廠販入毛織物若干;每疋得酬金五釐,以十三圓八角六分轉賣與小商人,問製造廠賣出之實價若干.

8. 某人所得金額決定爲七百八十圓時其所得稅額爲若干?但稅率爲千分之五.

9. 決定所得金額爲四千九百五十二圓二角五分之人,與五千二十四圓六角之人,納所得稅後,餘者孰多?且多若干?但所得金三千圓以上,五千圓以下者,稅率爲千分之十五.其五千圓以上,未滿一萬圓者,爲千分之二十.

10. 某市稅中,其地租附加稅爲地租百分之三半,所得附加稅爲所得稅百分之八半,房租附加稅爲房稅百分之五.今地租十八圓七角二分二釐,所得稅十六圓五角,房稅一圓七角八分之人,其附加稅合計爲若干.

11. 內四分當外幾分,外二分五釐當內幾分.

12. 某海上保險公司與人立一契約,其船之保險金額爲二十五萬圓,貨物之保險金額爲八萬七千圓.今此船

於航海時遇險,結局賠償金額船爲十分之四,貨物爲十分之七.設其保險費之成數爲千分之三,問此公司所受之損失爲若干.

13. 某商從麵粉廠販入麵粉若干,轉賣與小商,得利五釐,而此小商以每斤價銀六分八釐六毫七忽賣之,因之得利一分.若麵粉廠賣與某商時,亦得利一分,求此麵粉每百斤之原價.

14. 某人托牙行代賣紗十捆,實得一千一百十六圓六角四分.設其時一捆之價爲百十二圓,求牙行所得酬金之成數.

15. 某人以二十五畝之地托牙行代賣,獲利二分,而一釐二毫之酬金爲九十圓.問一畝之原價若何.

第三章　利息算法

115. 利息. 借主報酬貸主借與金錢之酬金,名曰利息(Interest).所借之金曰本金(Principal),借得之時日曰期限.一定期間之利息,通常依對於本金之成數而定,此成數名曰利率.

例如年利率五釐,月利率一釐者,卽一年間之利率爲五釐,一月間之利率爲一釐之意也.

【注意】 年利率一分,一釐者,指一年間利息對於本金之成數爲十分之一,百分之一也.月利率一分,一釐者,指一月間利息對於本金之成數爲百分之一,千分之一也.此分,釐之用法,與以前所述之成數命位不能盡同,(參

看第 106 節)而年利,月利間亦互有區別.

年利率及月利率,則略稱之爲年利及月利.利息算法中,計算期限,其首日與末日之除去與否,雖各從其習慣而定;至其計算方法則依本書問題六第 7 題所說.是以定年利或月利時,若有一年未滿之餘數,則一年作爲十二個月,或三百六十五日計算;有一月未滿之餘數時,則一個月作爲三十日計算.

116. 求利息法.

【例】 本金五百圓,年利六釐;問五年間利息若干.

【解】 0.06×5……………………五年間之利率.

500 圓 $\times0.06\times5=150$ 圓…………五年間之利息.

答一百五十圓.

【公式】利息 = 本金 × 利率 × 期限.

117. 求本利和法. 本金與利息之和,名曰**本利和**(Amount).

【例】 本金一千圓,年利八釐,二年三個月後,本利和若干?

【解】 2 年 3 月 $=2\frac{3}{12}$ 年……………………期限

1000 圓 $\times0.08\times2\frac{3}{12}=180$ 圓……………利息

1000 圓 $+180$ 圓 $=1180$ 圓……………本利和

或求本利和對於本金之成數得

$1+0.08\times2\frac{3}{12}$,(參看第 109 節)

由此得 $1000圓\times(1+0.08\times2\frac{3}{12})=1180圓$.

答一千一百八十圓.

【公式】本利和＝本金×(1+利率×期限).

118. 求本金利率及期限法.

【例 1】 (1)年利七釐,四年半之利息爲七百五十六圓,問本金幾何.

0.07×4.5……………………四年半之利率

$756圓\div(0.07\times4.5)=2400圓$……………本金

答二千四百圓.

(2)今年四月二日至明年十一月八日,其年利七釐五毫之本利和爲八百九十六圓,首末兩日均不計利,問本金爲若干.

【解】 除去首末二日,自今年四月三日起至明年十一月七日止,爲1年219日卽 $1\frac{219}{365}$ 年.

$1+0.075\times1\frac{219}{365}$…所求本利和對於本金之成數,

$896圓\div(1+0.075\times1\frac{219}{365})=800圓$……………本金.

答八百圓.

【公式】本金＝利息÷(利率×期限).

本金＝本利和÷(1+利率×期限).

【例 2】 本金二千五百圓,一年四個月之利息爲四百圓,其月利率如何?

【解】 1年4月＝16月…………………期限之月數.

$400圓\div2500圓$…………一年四個月之利率.

400圓÷2500圓÷16……………………………月利率.

卽 400圓÷(2500圓×16)=0.01.

答一分.

【公式】利率＝利息÷(本金×期限).

【例3】 本金六百圓,年利八釐,試求貸出若干時,可得利息一百二十八圓.

【解】 128圓÷600圓…………利息對於本金之成數.

128圓÷600圓÷0.08……………………期限之年數.

卽 128圓÷(600圓×0.08)=$2\frac{8}{12}$(卽2年8月).

答二年八個月.

【公式】期限＝利息÷(本金×利率).

【注意】凡計算利息不滿一分者捨棄之.

習　題

1. 本金三百二十圓,年利六釐五毫,三年間利息爲若干? 又二年二個月及三年八十二日間之利息各爲若干? 又此等本利和爲若干?

2. 本金八百圓,月利一分二釐,二年二個月利息爲若干? 又三個月十七日之利息爲若干? 又此等之本利和爲若干?

3. 本金一千五百圓,年利一分,於某年三月六日貸出,至次年五月十日收還問其利息若干;但首末兩日均加入期限.

4. 本年二月借得七百五十圓,明年八月歸還,若月利爲一分五釐,其利息爲若干?但首末兩月亦加入期限.

5. 年利六釐四毫,二年半之利息爲五十一圓二角.

其本金若何?

6. 年利七釐五毫,三年四個月之本利和爲千圓.其本金若何?

7. 本金千二百圓,三年五個月間利息爲二百四十六圓.其年利若何?又其月利若何?

8. 借得八百圓,年利七釐五毫,其利息共一百六十五圓,求其期限.

119. 日利. 一日間之利息,名曰**日利**,通常以本金爲百圓表之.

例如日利一分八釐者,卽本金百圓,一日間之利息爲銀圓一分八釐之意也.

【例】 試求本金六百四十圓,日利一分七釐五毫,七十八日之利息.

【解】 $1.75\text{分} \times 6.4 \times 78 = 873.6\text{分}$.

答八圓七角三分六釐.

習題

1. 借得六百圓,日利一分八釐,一百七十五日間,應出利息若干?

2. 某年十月十七日借得四百五十圓,次年一月二十三日歸還,若日利爲二分,問本利合計爲若干,但首末兩日均加入期限.

3. 借得二百五十圓,於八十七日間,出利息五圓二角二分,其日利率若何?

4. 銀行儲金日利一分三釐,郵局儲金年利五釐,試算出其年利與日利之差各若何.

120. 複利法.

將一定之期限內利息加入本金,作爲次期之本金;如此計算其所生之利息法,名曰**複利法**(Compound interest).

銀行儲蓄及郵局儲金之計算利息,概依複利法.對於此法而名通常之利息計算法,曰**單利法**(Simple interest).

【例 1】 本金一千五百圓,年利六釐,若每半年加利息於本金,問一年半之本利和爲若干.

【解】 期限爲1.5年÷0.5年卽3,而一期之利率爲0.06÷2卽0.03,故

第一期末本利和$=1500$圓$\times(1+0.03)=$第二期本金.

第二期末本利和$=1500$圓$\times(1+0.03)\times(1+0.03)$

$=$第三期本金.

第三期本利和$=1500$圓$\times(1+0.03)\times(1+0.03)\times(1+0.03)$

$=1500$圓$\times(1+0.03)^3=1639.0905$圓.

答一千六百三十九圓九分.

【公式】本利和 $=$ 本金 $\times(1+$ 利率$)^{\text{期限數}}$

計算複利,如期限長則甚繁;故預將

$(1+$利率$)^{\text{期限數}}$

算出,而作一表,名曰**複利表**,以備計算之用.

複利表

本金1經過某年數之本利合計

期	二釐	二釐五毫	三釐	三釐五毫	四釐	四釐五毫	五釐
1	1.02	1.025	1.03	1.035	1.04	1.045	1.05
2	1.0404	1.050625	1.0609	1.071225	1.0816	1.092025	1.1025
3	1.061208	1.076891	1.092727	1.108718	1.124864	1.141166	1.157625
4	1.082432	1.103813	1.125509	1.147523	1.169859	1.192519	1.215506
5	1.104081	1.131408	1.159274	1.187686	1.216653	1.246182	1.276282
6	1.126162	1.159693	1.194052	1.229255	1.265319	1.302260	1.340096
7	1.148686	1.188686	1.229874	1.272279	1.315932	1.360862	1.407100
8	1.171659	1.218403	1.266770	1.316809	1.368569	1.422101	1.477455
9	1.195093	1.248863	1.304773	1.362897	1.423312	1.486095	1.551328
10	1.218994	1.280085	1.343916	1.410599	1.480244	1.552969	1.628895
11	1.243374	1.312087	1.384234	1.459979	1.539454	1.622853	1.710339
12	1.268242	1.344889	1.425761	1.511069	1.601032	1.695881	1.795856
13	1.293607	1.378511	1.468534	1.563956	1.665074	1.772196	1.885649
14	1.319479	1.412974	1.512590	1.618695	1.731676	1.851945	1.979932
15	1.345868	1.448298	1.557967	1.675349	1.800944	1.935282	2.078928
16	1.372786	1.484506	1.604706	1.733986	1.872981	2.022370	2.182875
17	1.400241	1.521618	1.652848	1.794676	1.947900	2.113377	2.292018
18	1.428246	1.559659	1.702433	1.857489	2.025817	2.208479	2.406619
19	1.456811	1.598650	1.753506	1.922501	2.106849	2.307860	2.526950
20	1.485947	1.638616	1.806111	1.989789	2.191123	2.411714	2.653298
21	1.515666	1.679582	1.860295	2.059431	2.278768	2.520241	2.785962
22	1.545980	1.721571	1.916103	2.131512	2.369919	2.633652	2.925261
23	1.576899	1.764611	1.973587	2.206114	2.464716	2.752166	3.071524
24	1.608437	1.808726	2.032794	2.283328	2.563304	2.876014	3.225100
25	1.640610	1.853944	2.093778	2.363245	2.665836	3.005434	3.386355

複利表

本金1經過某年數之本利合計

六釐	七釐	八釐	九釐	一分	一分一釐	一分二釐	期
1.06	1.07	1.08	1.09	1.1	1.11	1.12	1
1.1236	1.1449	1.1664	1.1881	1.21	1.2321	1.2544	2
1.191016	1.225043	1.259712	1.295029	1.331	1.367631	1.404908	3
1.262477	1.310796	1.360489	1.411582	1.4641	1.518070	1.573519	4
1.338226	1.402552	1.469328	1.538624	1.61051	1.685058	1.762342	5
1.418519	1.500730	1.586874	1.677100	1.771561	1.870414	1.973822	6
1.503630	1.605781	1.713824	1.828039	1.948717	2.076160	2.210681	7
1.593848	1.718186	1.850930	1.992503	2.143589	2.304534	2.475963	8
1.689479	1.838459	1.999005	2.171893	2.357948	2.558036	2.773073	9
1.790848	1.967151	2.158925	2.367364	2.593742	2.839420	3.105848	10
1.898299	2.104852	2.331639	2.580426	2.853117	3.151757	3.478549	11
2.012196	2.252192	2.518170	2.812665	3.138428	3.498450	3.895975	12
2.132928	2.409845	2.719624	3.065805	3.452271	3.883279	4.363492	13
2.260904	2.578534	2.937194	3.341727	3.797498	4.310440	4.887111	14
2.396558	2.759031	3.172169	3.642482	4.177248	4.784588	5.473565	15
2.540352	2.952164	3.425943	3.970306	4.594973	5.310893	6.130392	16
2.692773	3.158815	3.700018	4.327633	5.054470	5.895091	6.866040	17
2.854339	3.379932	3.996019	4.717120	5.559917	6.543551	7.689964	18
3.025600	3.616527	4.315701	5.141661	6.115909	7.263324	8.612760	19
3.207135	3.869684	4.660957	5.604411	6.727500	8.062309	9.646291	20
3.399564	4.140562	5.033834	6.108808	7.400250	8.949163	10.803846	21
3.603537	4.430402	5.436540	6.658600	8.140275	9.933571	12.100308	22
3.819750	4.740530	5.871464	7.257874	8.954302	11.026264	13.552345	23
4.048935	5.072367	6.341181	7.911083	9.849733	12.239153	15.178626	24
4.291871	5.427433	6.848475	8.623081	10.834706	13.58546	17.000061	25

【例 2】　本金五百圓,年利五釐,六年七個月間之本利和若何?但每年利息加入本金.

【解】　本金五百圓,一期之利率爲 0.05, 則 6 年之本利和爲 500 圓 $\times(1+0.05)^6$,卽第 7 年之本金.是以 6 年 7 月之本利和爲

$$500\text{圓}\times(1+0.05)^6\times\left(1+0.05\times\frac{7}{12}\right).$$

依上表,則$(1+0.05)^6$爲 1.340096.用此數計算,卽得 6895.8 之答.

【例 3】　以半年爲一期,依複利法求本金一千五百圓年利六釐五毫之一年十個月間利息.但不滿一圓者,不生利息,分以下一概捨棄.

【解】　1 年 10 月＝3 期限 4 月,

0.065÷2＝0.0325…………一期之利率.

1500 圓………………………………本金,

第一期利息＝1500 圓×0.0325＝48.75 圓.

第二期本金＝1548.75 圓.

第二期利息＝1548 圓×0.0325＝50.31 圓.

第三期本金＝1599.06 圓.

第三期利息＝1599 圓×0.0325＝51.96 圓.

第四期本金＝1651.02 圓.

第四期利息＝1651 圓 $\times0.0325\times\frac{4}{6}$＝35.77 圓.

故全期限之本利和＝1686.79 圓.

而本金＝1500 圓,

故全期限之利息＝186.79 圓.

習　題

1. 一年爲一期,依複利法計算本金五百圓年利六釐四年間本利和.

2. 一年爲一期,依複利法,計算本金三百五十圓年利七釐五毫之二年八個月間利息.

3. 依第1題,若半年爲一期,其本利和若何? (用複利表)

4. 本金八百二十圓,半年爲一期,年利六釐五毫,三年四月之複利息若何?

5. 依第1題,若半年爲一期,本金不滿一圓者無利息,則其本利和若干?

6. 依第2題,若半年爲一期,其本金不滿一圓者無利息,其利息若干?

第四章 利息算法之應用

121. 公債(Bond),股票(Stock).

政府或地方所借之金名曰**公債**;交於債主之證書名曰**公債票**. 公債之利息依對於所載金額之成數而定.

股分公司之資本金,等分爲若干股,其出股本者名曰**股東**(Share holder). 公司授以證書,名曰**股票**.公司按年依定章付**官利**於股東.公司有餘利時,至決算期,配分於各股東,名曰**紅利**;其成數依餘利對於股分金額而定. 公債與股票可以賣買,其價格稱爲**時價**,無定值.

利息或紅利對於時價之成分,名曰實利.

【例】 年利五釐之某種公債,票面價額百圓,時價八十三圓五角,其實利若干?

【解】 100圓×0.05=5圓……………………一年之利息.

5圓÷83.5圓=0.0599……………………………實利.

答年利約六釐.

習題

1. 公債之利息,通常分一年爲二期,每半年支付一次.今有票面價額五百圓年利五釐之公債票十張,及票面價額百圓年利六釐之公債票五張,問半年間所得之利息共若干.

2. 某公司每半年決算一次,某公司之官利紅利年一分二釐;問有此股票三十張,每張票面價額百圓,半年間得利若干.

3. 某公司之股本,定額二千七百萬圓,其中未繳納者有六百七十五萬圓;若此公司之某期(半年)紅利銀爲一百四十一萬七千五百圓,問其紅利率年若干.

4. 某種鐵路股票,每股二十圓,時價爲二十七圓八角,若買票面價值五千圓之股本,問需銀若干.

5. 某人買每股五十圓之股票百股,每股之時價爲四十八圓五角;後以每股五十二圓四角之時價悉數賣出.設買時每股出一角之酬金,賣時每股出一角五分之酬金,問此人淨得利若干.

6. 某紡織公司之股票,每股五十圓,時價爲九十圓.又每股二十五圓之股票,時價爲七十五圓,設此公司之紅利率爲年二分二釐,問此兩種股票之實利各若干.

122. 期票,折扣.

期票者,定於某期日支付某金額之證券也.支票有二種,一為**定期支票**,一為**匯兌支票**.

持有支票之人,得於期前預先支取;惟此時應將當日至滿期日所生之利息,從**票面金額**(Face of note)內扣去,名曰**折扣**(Discount).扣去之數名曰**折扣值**;減去折扣值之餘金,名曰**現值**(Present worth).

【例】　有人持民國十四年三月三十一日支取二千五百圓之匯票,於是年二月十二日向銀行支取,其折扣為日利二分二釐,問現值幾何.

【解】　銀行計算折扣期限,通常將支付日及滿期日均加入.因是年為閏年,故折扣期限為 18+31 即 49 日.

以票面金額2500為母數,依日利2.2分計算49日之利息.

2.2分×25×49=2695分……………………折扣值.

2500圓−26.95圓=2473.05圓……………………現值.

答二千四百七十三圓五分.

【公式】折扣值=票面金額×利率×期限.

現值=票面金額−折扣值.

【注意】　據理論上折扣值應以現值為本金,加去期限內所生之利息,則票面金額相當於本利和;故由118節公式得

$$2500\text{圓}\div\left(1\text{圓}+\frac{2.2\text{分}\times 49}{100}\right)=2473.32\text{……………………}$$

即現值爲二千四百七十三圓三角二分.

然此計算較繁,故習慣多不用之.實際依此法所得現金與前法所得現金,相差僅27分.此兩法,前者名銀行折扣,後者名眞折扣.銀行折扣當票面金額之內折,眞折扣當其外折.

銀行折扣較眞折扣之折扣値多.

銀行折扣與預扣利息之貸金相同.

習　題

1. 有人持三月三十一日支取千圓之期票,於其年三月一日至銀行支款,其現值若何?但折扣定爲日利三分.(折扣當日及滿期日均加入期限.)

2. 有人持十月二十五日支取五百六十圓之期票,與十二月三十一日支取七百五十圓之匯票,於其年九月六日至銀行支款;若折扣爲日利二分八釐,問現值共若干.

3. 應於明年五月歸還之借金六百圓,若於今年十一月歸還,依年利八釐折扣,其折扣之月及滿期之月均加入期限;問實際所還之金爲若干,試用銀行折扣及眞折扣兩法計算之.(不滿分者捨棄之)

123. <u>支付平均日</u>. 將各異其支付日期之款,於同時支付,而使其利息無損益,不可不定一支付之日.此日名曰**支付平均日**.

【例】 二個月後支付三百五十圓,四個月後支付二百五十圓,五個月後支付二百圓;若欲同時支付,試求其期.

【解】 $350圓\times2=700圓.$

$250圓\times4=1000圓.$

$200圓\times5=1000圓.$

$800圓\qquad 2700圓.$

$2700圓:800圓=x月:1月,$

$x=3\frac{3}{8}月.$(卽3月11.25日)

答三個月十一日後.

【說明】 350圓2月間所生之利息,與250圓4月間所生之利息,及200圓5月間所生之利息,等於2700圓1月間所生之利息.故依此比例以求800圓於幾月間可生此利息,而得所求之日期.

【注意】 一個月作三十日計算.

習題

1. 二個月後支付二千圓,四個月後支付七百五十圓,八個月後支付二百五十圓,若欲一次完全支付,試求其支付日.

上之問題以年利六釐計算,求各部利息以驗答數.

2. 某種儲金,五月九日起,每月九日交五圓,十次交齊.若欲一次交齊,問應在何月何日.

3. 上題若交三次後,再一次交齊,問其日爲何日.

124. 存款.

存款於銀行,其法有二,一曰**定期存款**(Fixed deposit),一曰**活期存款**(Current account).今分論如下.

(甲)定期存款　凡按定期存款於銀行者，未到期前不能支付.縱能支付,亦無利息.其利率之多寡,視期間之長短而定.大概定期三個月者年利率 3 釐,六個月者 4 釐,一年者一分.一年以上之存款,亦依複利計算.

(乙)活期存款　此種存款提用之期無定,大抵不給利息;即有亦甚微,至多年利率爲一釐或二釐耳.每年六月,十二月各結算一次,所有利息加入本金.

125. 儲蓄.

銀行儲蓄可分**活期儲蓄**,**定期儲蓄**,**零存整付**,**整存零付**四種.今分述於下.

(甲)活期儲蓄　此種儲蓄不拘期限,可以隨時收付.其年利率大概四釐,每月或三個月或半年結算一次,應得利息,併入本金重復生利.

(乙)定期儲蓄　此種儲蓄每半年結算一次,而以所得利息併儲生利.利率大小,依定期之長短而定.

(丙)零存整付　每期存儲一定之數,而於最後一期本利一併支付者,曰零存整付.若存銀在各期之初,取銀在第末期之末,則其每期

零存之數,與最後整付之數,可由下列二公式求之.

$$零存銀=整付銀\div\left\{\frac{1+利率}{利率}\times\left[(1+利率)^{期限}-1\right]\right\}$$

$$整付銀=零存銀\times\left\{\frac{1+利率}{利率}\times\left[(1+利率)^{期限}-1\right]\right\}$$

【注意一】 上列公式中之$(1+利率)^{期限}$,可於複利表中查得,不必計算.

【例 1】 年利八釐,每年存銀二百五十圓,五年後本利一併支付;問共得若干圓.

【解】 依公式得

$$整付銀=250\times\left\{\frac{1+0.08}{0.08}\times\left[(1+0.08)^5-1\right]\right\}圓$$

$$=1583.982圓.$$

【例 2】 年利一分二釐,四年後欲得五千圓;問每隔二月,應存若干圓於銀行.

【解】 年利0.12,每二月爲一期,故利率爲0.02,期限爲24;故依公式得

$$零存銀=5000\div\left\{\frac{1+0.02}{0.02}\times\left[(1+0.02)^{24}-1\right]\right\}圓$$

$$=161.133圓.$$

(丁)整存零付　最初儲銀若干,其後每期支付一定之數,至最後一期,本利適清者曰整存零付.若存銀在第一期之初,取銀在各期之

末,則其最初整存之數,與各期零付之數,可由下列二公式求之.

$$\text{整存銀}=\text{零付銀}\times\left[\frac{1}{\text{利率}}\times\left\{1-\frac{1}{(1+\text{利率})^{\text{期限}}}\right\}\right]$$

$$\text{零付銀}=\text{整存銀}\div\left[\frac{1}{\text{利率}}\times\left\{1-\frac{1}{(1+\text{利率})^{\text{期限}}}\right\}\right]$$

【例1】年利一分二釐,問應存若干圓於銀行,則六年內每半年可付三百圓.

【解】半年利率為六釐,期限為為十二,依公式得

$$\text{整存銀}=300\times\left[\frac{1}{0.06}\times\left\{1-\frac{1}{(1+0.06)^{12}}\right\}\right]$$

$$=2515.152\text{圓}.$$

【例2】存銀八千圓於銀行,年利一分二釐,每三月付款一次,五年付清.問每次得若干圓.

【解】依公式得

$$\text{零付銀}=8000\div\left[\frac{1}{0.04}\times\left\{1-\frac{1}{(1+0.04)^{20}}\right\}\right]$$

$$=588.654\text{圓}.$$

【注意二】存款及儲蓄章程,各銀行不同,不能預定.上述各節,特其大略耳.

習　題

1. 年利六釐,一年為一期,每月存銀十二圓於儲蓄銀行,定期五年,問期滿可得本利和若干.

2. 依整存零付法,存銀一千圓於銀行,年利一分,定期八年,問每月可付回本息若干.

問題二十九

1. 於公債利息課所得稅千分之二十,問有年利五釐公債五千圓之人,若除去所得稅,其半年間得利若干.

2. 某種票面價額英幣百鎊之公債,其年利四釐者,時價爲八十三鎊又四分之三,年利四釐半者,時價爲九十一鎊又八分之三,年利五釐者,爲百鎊又八分之五.問此三種公債之實利各若干.(不滿毫者四捨五入)

3. 票面價額五十圓之股票,其一股之時價,在十二月末爲八十五圓,次年一月末則爲八十一圓六角.但前者附年一分五釐之半年紅利,後者無之.而當時銀行儲金爲日利一分三釐,設將儲金支出,買此股票,問前者與後者相較,利益孰多,但紅利定於次年一月末支取.

4. 某人於五月九日存六個月定期存款一千圓,忽遇要事,於十月十日支取,照日利一分三釐計利.若定期存款之利率爲年六釐五毫,問此人利息上受虧若干.(但存入日及支出日不計息,以下仿此.)

5. 郵局儲金之利率爲五釐,銀行儲金爲日利一分三釐,問本金百圓之一年間利息孰多,且多若干.但銀行一年計算利息一次加入本金,郵局則一年兩次,惟郵局不滿圓者不計利息,不滿分者捨棄之.

6. 利率年百分之六,利息積至與本金相等時,問從儲入之年起,在第幾年.(以單利法計算)

7. 一年二個月可落成之工程,其費爲一萬五千圓,約定先付五千圓,餘款俟落成後支付.乃開工兩個月後付

去五千圓,自此以後,經四個月又付去五千圓;問支付餘金應在何時.

8. 有甲乙二款,甲款約定八個月後付五百四十圓;乙款約定十一個月後付一千一百十圓.今此兩種款若欲同時支付,問其平均期如何.但年利均為一分二釐.

9. 一年後出版之某種書籍預約券,其購買方法甲種為即時付二十四圓,乙種為即時付五圓,一年後再付二十圓.設當時銀行儲金為日利一分三釐,試依銀行折扣計算甲乙二種孰有利益,且為數若干.

10. 某銀行之期票,其票面金額五千圓,支付日期為十一月八日.設以此期票於其年之八月二日向該行支取,依日利二分二釐折扣;而此銀行復將此票持向中國銀行支取,依日利一分八釐折扣.問某銀行所得利益若干.

11. 郵局儲金為年利五釐,本金不滿圓者無利息,又儲入及支付之月不加入期限,每年於六月末計算利息一次加入本金,而計算時不滿釐者捨棄之.今於某年六月儲入一百圓,若於第三年之五月末支出,問本利和為若干.

12. 以一千四百九十圓,買每股已繳三十七圓五角之股票二十股.其後每股又繳十二圓五角.若得年利二分五釐之紅利,其實利若何?

13. 以時價八十三圓五角,買票面價額百圓,年利五釐之公債票若干張,酬金每張為一角.若一個月得利二十五圓,問總買價及酬金合計為若干.

14. 以銀行所借之金,買每股時價八十三圓六角,票面價額為五十圓之股票百股.設銀行日利為一分九釐五毫,而此公司之紅利為年利一分二釐,問一年間之損益若何.

15. 某人買每股票面價額三十七圓五角之銀行股票五十股,某期(半年)所得之紅利爲百十二圓五角,當年七釐五毫之實利.問紅利率及買入時價各若干.

16. 某種公債年利五釐,票面價額百圓,應募時實繳九十二圓;自募集之年起,滿七年卽歸還.問實利若干.

※雜題五

1. 某人以時價九十五圓五角五分,賣每股票面價額五十圓,紅利率一分五釐之股票百股;其酬金每股爲一角五分.若減去此酬金之費,而以所餘者盡買每股票面價額十二圓五角紅利率年二分二釐時價三十一圓七角之股票,而此每股之酬金爲一角.問此人一年間之收入增減若何.

2. 某人爲某公司代售麪粉 500 袋,將淨得之銀轉購白糖;若麪粉每袋銀二圓八角,糖價每磅銀 $9\frac{1}{2}$ 分,兩項酬金均爲 2 釐,問代購之糖若干磅,又兩項酬金合計若干.

3. 商業習慣有所謂連折扣(Discount series)者,卽折而又折,扣而又扣也.其中第一次折扣乃對於原價而言,第二次以下則對於餘值而言.設有銀 9580 圓,依八折,九折,八五折,連扣之,問淨餘若干.

4. 某公司爲人保屋一所,保險率爲二釐二毫五絲.後以所保之 $\frac{3}{5}$ 轉請他一公司保之,保險率二釐五毫,乃餘保費 197.25 圓.求此屋之保險額.

5. 玻瓶 950 個,運到之後,內耗 1 分 2 釐;問尚餘若干.

6. 某學生考入某中學校時,儲銀某行,年利七釐,每

年一期,六年後中學畢業升入大學正科,每月可得利息24圓作學費.求原存金若干.

7. 單利複利之外,又有所謂期利(Annual interest)者;每期未付之息,亦須於末次付款時,按率生利.例如存銀500圓於銀行,年利5釐,定期三年,則第一年之利金25圓,二年間應生利2.5圓,第二年之利金25圓,一年間應得利1.25圓,故三年後之利金共為75圓+2.5圓+1.25圓=78.75圓.依此計算,問本金750圓四年六月二十五日間之利共若干.

8. 年利8釐,每半年為一期,與同利率之單利法8年間利息之差為93.1924圓.求本金.

9. 本金一萬二千圓,年利七釐,(單利)若干年後,得利息3598圓.求年數.

10. 某人第一次借銀500圓,年利若干,已滿六個月;第二次借銀450圓,年利一分二釐,已滿三個月.合計兩項利息為36圓.問第一次借款之利率如何.

11. 某銀行借銀500圓與甲,年利5釐;又借300圓與乙,而甲所借三年之利息,與乙四年之利息相等.求乙之利率.

12. 某甲於六月一日借銀1000圓,年利一分二釐.於九月二十五日還150圓,十二月二十五日還108圓,次年四月五日還250圓,六月二十五日還80圓.欲於十二月十五日還清,問需銀若干.

13. 某人借銀3000圓,年利1分5釐.五個月後,又借銀6000圓,年利1分.問此後經幾個月,則兩種借款之利息適相等.(單利)

14. 某人有三種存款,其利率皆相等.第一種500圓,三個月後可以支取,第二種800圓須六個月支取,第三種

600圓,須八個月支取.今欲併爲甲乙二種存款,甲爲1200圓,四個月支取;問乙爲若干圓,又其期限如何.

15. 向銀行支取3年後250圓之期票,若依年利5釐之單利折扣,與以年利5釐之複利折扣,問現值之差幾何.

16. 凡金額之由銀行匯劃者,其所出之據,謂之銀行匯票(Bank draft).銀行於額金之外,另收小費以爲酬勞,名曰匯水(Premium).設某甲由上海匯6250圓至南京,匯水爲$\frac{1}{4}$%;問某甲共應付金幾何.

17. 某年四月末起,每月末儲銀一圓於郵局,問至次年六月末決算期,本利合計爲若干.(參看問題二十九第17)

18. 次之郵局儲金,至六月末本利合計爲若干?(同上)

月日	收入	支出
三月十日	十圓	
四月十八日	五十圓	
六月三日		十五圓
七月二十五日	十八圓	
八月十一日	八角	
十月十一日	五圓	
十月三十日		四十圓
十二月三十日	百圓	
一月五日	百圓	
一月三十日	五十圓	
二月三日		十圓
二月八日		八圓

19. 試算次之銀行儲金之五月末及十一月末利息,各記入餘額欄內.但日利爲一分二釐,本金不滿圓者無利;

釐位一概捨棄;五月末及十一月末計算利息,加入本金·

月	日	儲入額	支出額	餘額
一	八	一二五.○○元	元	元
二	九	三八.○○		
三	一○		五○.○○	
四	七	八○.○○		
五	一五	一五○.○○		
六	八	三五五.○○		
七	二二		二五.○○	
八	一		一○○.○○	
九	一九		二五.○○	
一○	三○		五○.○○	
一一	八	五○○.○○		

20. 習時應還之百圓債,改爲分期攤付而以此時爲始,先付若干,以後每三個月付與此同樣之金額,共四次而債清·問每次所付之金額爲若干·(但以年利八分計算,不滿分者四捨五入·)

附錄一

面積及體積**

第一章 面積之計算.

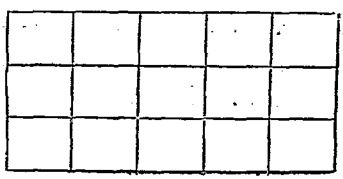
凡面積單位爲一正方形,其邊爲長度單位.面積單位之名係於長度單位之名上,冠以平方或方等語.

例如以平方尺,平方寸,平方里,平方公尺,平方公里等量面積時,乃以一平方尺,一平方寸等爲單位也.

1. 矩形. 凡四邊形每相鄰二邊間之角皆爲直角者,謂之**矩形**(Rectangle).矩形之任一邊稱爲**底邊**(Base).底邊相鄰之任一邊稱爲**高**(Altitude).

【例】 求縱三尺,橫五尺之矩形之面積.

【解】 因縱橫各一尺之正方形,其面積爲一平方尺;故縱 1 尺橫 5 尺矩形之面積,卽爲 5 平方尺.而求縱 3 尺橫 5 尺之矩形面積,卽將 3 個 5 平方尺集合之也.故依乘法,得



$$5\text{平方尺}\times 3=15\text{平方尺}.$$

【驗】將縱3尺橫1尺矩形之面積5倍之,則得同樣之結果.

$$3平方尺\times5=15平方尺.$$

故矩形之面積,乃以表縱與橫之數之積,附以與長度單位相當面積單位之名也.就上之例,

$$3\times5=15(平方尺),$$

以簡單之式表之如次.

【公式】矩形面積＝縱×橫.

習題

1. 每邊一寸之平方形,面積爲若干平方分?又每邊長一尺之平方形,面積爲若干平方寸?又爲若干平方分?

2. 每邊長二公尺之平方形,面積爲若干平方公分?又爲若干平方公里?又每邊長一公里之平方形,面積爲若干公畝?

3. 一方丈爲若干平方尺?又一畝一畝各爲若干平方尺?

4. 一公畝爲若干平方公尺?又一公頃爲若干平方公里?又爲若干平方公尺?

5. 二平方尺與二尺平方,有無區別?

6. 有一矩形,縱六丈,橫四丈,問其面積爲若干平方步;又爲若干平方尺.

7. 縱六寸,橫四寸之面積爲若干?

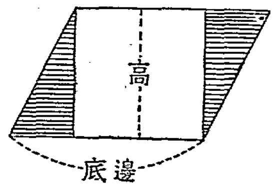
8. 有矩形田,縱三十五丈,面積爲八百四十方丈,其橫若何?

2. 平形四邊形. 四邊形每相對之兩邊,

兩兩平行者,謂之**平行四邊形**(Parallelogram).平行四邊形可任以其一邊爲**底邊**,底邊與其平行邊之距離爲**高**.

【例】 有一平行四邊形,底邊九尺,高五尺,問其面積若干.

【解】 如右圖所示,凡平行四邊形,移其一端之有餘,以補他端之不足,則得一同底邊同高之矩形;故底邊 9 尺高 5 尺之平行四邊形之面積爲



9平方尺×5=45平方尺.

【公式】平行四邊形之面積＝底邊×高.

習題

1. 求底邊 5 步高 3 步平行四邊形之田之面積,而以畝表之.

2. 求底邊三公分,高八公分,平行四邊形之面積.

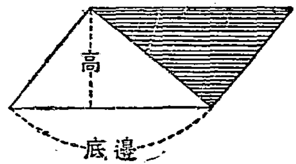
3. 高四寸,面積七十二平方寸之平行四邊形,其底邊爲若干尺?

3. 三角形. 三直線所圍之平面形曰**三角形**(Triangle).三角形之任一邊可爲**底邊**,自對角頂點至底邊之垂線爲**高**.

【例】 三角形之底邊九寸,高六寸,求其面積.

【解】 如下圖所示,於原三角形之一邊作一等大

之三角形,則合兩三角形成一平行四邊形,而底邊及高仍與原三角形相等.故三角形之面積爲同底同高平行四邊形面積之半,故底邊 9 寸高 6 寸之三角形面積爲



$$9\text{平方寸}\times6\div2=27\text{平方寸}.$$

【公式】三角形之面積＝底邊×高÷2.

習　題

1. 底邊八尺,高一丈三尺之三角形,其面積爲若干平方尺?

2. 底邊六步,高九步之三角形地積爲若干方步?又以諸等數表之則何如?

3. 底邊五公分,高七公分半之三角形,其面積爲若干平方公分?

4. 底邊一尺二寸,面積四十八平方寸之三角形,其高若何?

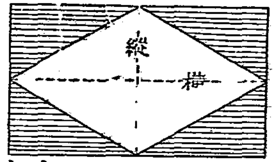
5. 有三角形之地,其面積爲二十七方步半,高爲五步,問底邊若何.

4. 菱形. 四邊皆相等之平行四邊形曰菱形(Rhombus).連結菱形相對兩頂點之直線曰對角線,或名其一爲縱,餘一爲橫.

【例】 有菱形,縱八寸,橫一尺四寸,問其面積爲若干.

【解】 如圖所示,與菱形同縱同橫之矩形爲菱形

面積之二倍故縱 8 寸橫 1 尺 4 寸菱形之面積,等於縱 8 寸橫 1 尺 4 寸之矩形面積之半。即



8 平方寸×14÷2=56 平方寸.

【公式】菱形面積＝縱×橫÷2.

【注意】菱形之面積,亦可如平行四邊形之面積就底邊與高以求之.試就上圖用尺量之,而行計算以試驗之.

習　題

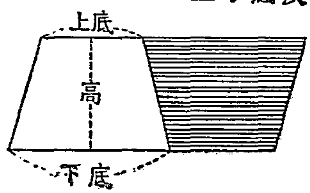
1. 有菱形,縱八公寸,橫十三公寸,試求其面積爲若干平方公寸.

2. 面積七十方步,縱十七步半之菱形,其橫若何?

5. 梯形. 四邊形僅有兩邊平行者,謂之**梯形**(Trapezoid).其平行兩邊皆爲底邊,短者稱爲**上底**,長者稱爲**下底**,兩底之距離稱爲**高**.

【例】 有梯形,下底八尺,上底五尺,高六尺,問其面積幾何.

【解】 如圖所示,於原梯形之一邊,作一上下底反對之等大梯形,則得一平形四邊形,其高與梯形同,而底邊爲上底與下底之和.即梯形面積爲以上下底之和爲底邊及高之平行四邊形之半.故上底五尺,下底八尺,高六尺梯形之面積爲



(8+5)平方尺×6÷2=39平方尺.

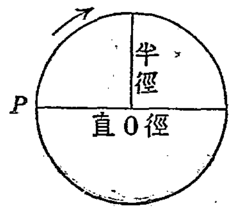
【公式】梯形之面積=(上底+下底)×高÷2.

習　題

1. 某學校之運動場爲梯形,上底爲十八步,下底爲三十三步,高爲十二步,求此運動場之面積.

2. 求上底四公丈,下底八公引,高六公里之梯形田面積.

6. 圓. 以兩脚規一脚之針立於O點,而以他一脚着於P點,依矢之方向旋轉一周,而合於P點,則發於P而歸於P之線,謂之圓(Circle). 圓周(Circumference)者,卽此圓之長. O爲圓之中心,簡稱圓心(Center).由此點至圓上任一點之直線,謂之半徑(Radius), 半徑之長皆相等.又由圓上任一點所引經過圓心而至圓上他點之直線,謂之徑(Diameter),(或曰直徑)直徑之長爲半徑之二倍.



以直徑之長除圓之長,所得之商爲3.1416弱.此數謂之圓周率,通例以希臘字母π表之.(參看第92節)

【例】 (1)求直徑一尺之圓周.

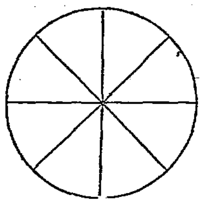
【解】 因圓周爲直徑之3.1416倍,故直徑一尺之

圓之長為

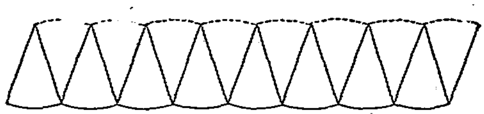
$$1\text{尺}\times 3.1416=3.1416\text{尺}.$$

【公式】圓之長＝圓周率×徑。

(2)求半徑五寸之圓面積.



甲圖



乙圖

【解】　如圖所示,取相等二圓,各分為無數相等三角形.(其數相同)將此等三角形排列之,如乙圖,則其形與平行四邊形相類,其高約為圓之半徑,其底邊約為圓之長.故半徑五寸之圓,其面積為高五寸底邊$(5\times2\times3.1416)$寸之矩形之半.即圓之面積為

$$5\text{平方寸}\times(5\times2\times3.1416)\div2=78.54\text{平方寸}.$$

【公式】圓面積＝半徑×圓之長÷2。

或　　圓面積＝(半徑)^2×圓周率.

習　題

1.　求直徑三尺之圓及其面積.

2.　求直徑八公分之圓及其面積.

3.　求半徑七步半之圓及其面積.(不滿一公分及一平方公分者,又不滿一步及一平方步者,均四捨五入.)

4.　有周長百三十七步之圓池,問此池之直徑及面

積各若干.(不滿一步及一平方步者,四捨五入.)

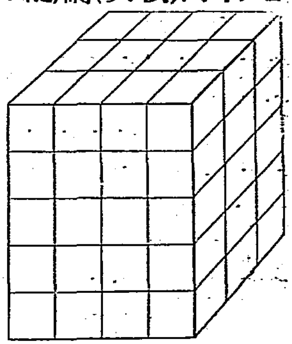
第二章　體積之計算.

凡體積單位即以一長度單位為邊之立方體之體積.

體積單位之名,係於一邊之長度單位上,冠以立方之名.

例如立方尺,立方寸,立方公尺,立方公分等.

7. 直方體. 由三對矩形圍成之立體,謂之**直方體**,或**直六面體** (Right parallelopiped). 直六面體中兩兩相對之面各相等;任何兩平面之交界之線曰稜,恆以長(或縱)闊(或橫)高名之.



【例】 有直方體,長三尺,闊四尺,高五尺,試求其體積.

【解】 長闊高各一尺之立方體,其體積為 1 立方尺;故高與闊各一尺長三尺之直方體之體積為 3 立方尺.而求長三尺闊四尺高五尺之直方體之體積,即將以 4 所集合之 3 立方尺,更以 5 集合之也.故依乘法

$$3\text{立方尺}\times 4\times 5=60\text{立方尺}.$$

【驗】 將以 3 所集合長與高各 1 尺闊 4 尺之直方體體積,更以 5 集合之,或將以 4 所集合長與闊各 1 尺

高5尺之直方體體積,更以3集合之,均得同樣之結果,卽

4立方尺×3×5=60立方尺.

5立方尺×4×3=60立方尺.

故直方體之體積,爲將表長闊高三數之連乘積,附以與長單位相當之體積單位之名也.

以公式表之如次,

【公式一】 直方體之體積＝長×闊×高.

又因長與闊之積,等於直方體之底面積,故

【公式二】 直方體之體積＝底面積×高.

習題

1. 有立方體,每邊長一寸,問其體積爲若干立方分.又邊一尺之立方體體積爲若干立方寸?又爲若干立方分?

2. 邊長一公分之立方體體積爲若干立方公釐?又邊長一公尺之立方體體積爲若干立方公分?又爲若干立方公釐?

3. 一升之容積爲31.6立方寸,(縱橫各四寸,高一寸九分七釐五毫之直方體)試將此數以立方分表之.又將斗及石之體積表以立方尺之數,又各表以立方分之數.

4. 試將一公升之體積表以立方公尺及立方公分.又將公石以立方公尺之數表之.

5. 二立方尺與二尺立方之區別若何?

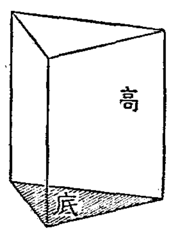
6. 求縱六寸橫八寸高一尺之直方體體積.

7. 求縱七公分,橫九公分,高十二公分之直方體體積.

8. 求底面六十三平方尺,高一丈二尺之直方體體積.

9. 求縱八尺橫七尺體積八百四十立方尺直方體之高.

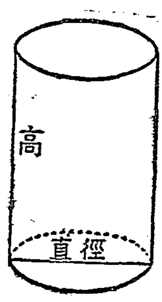
8. 柱體. 以各種平面形爲上下兩面之立體,謂之**柱體**.柱體之底爲多角形,其側面爲矩形者,曰**直角柱**(Right prism).底面爲圓,其側面展平之則成矩形者,謂之**直圓柱**(Right circular cylinder).上下兩面謂之**底面**,兩底面之距離爲**高**.



【例 1】 有三角柱,底面積五平方尺,高八尺,試求其體積.

【解】 因底面積 5 平方尺高 1 尺之三角柱,其體積爲 5 立方尺.故底面積 5 平方尺,高 8 尺之三角柱體積,卽爲 8 個 5 立方尺所集合.故依乘法

$$5\text{立方尺}\times 8=40\text{立方尺}.$$



【例 2】 有圓柱,底面直徑一尺,高三尺,試求其體積及側面積.

【解】 此圓柱之底面積爲

$$(1\div 2)^2\text{平方寸}\times 3.1416=78.54\text{平方寸}.$$

故此圓柱之體積爲

$$78.54\text{立方寸}\times 30=2356\text{立方寸}.$$

又圓柱之側面積,等於以底面之周作底邊,圓柱之高作高之矩形之面積.

故此圓柱之側面積為

1平方尺×3.1416×3=9.4248平方尺.

【公式】 角柱或圓柱之體積=底面積×高.

【公式】 角柱或圓柱之側面積=底周×高.

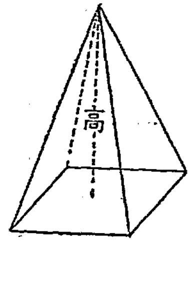
習題

1. 求底面積十五平方公分,高六公分之三角柱體積.

2. 求底面直徑九公分,高十五公分之圓柱體積及側面積.

3. 底面五寸五分平方,長七尺之四角柱體積為若干?

9. 角錐,圓錐. 以各種平面形為底面,而以一點為頂之立體,謂之**錐體**.錐體之底為正多角形,而諸側面為諸全等之三角形者,謂之**正角錐**(Right pyramid).錐體之底為圓,而頂點與圓上任何點之距離(此距離名斜高)皆相等者,曰**正圓錐**(Right circular cone).自頂點至底面之距離曰**高**.



【例】 (1)有四角錐,底面九寸平方,高一尺,試求其體積.

【解】 此四角錐之底面積為

$(9)^2$平方寸=81平方寸.

故其體積為

(81×10)立方寸÷3=270立方寸.

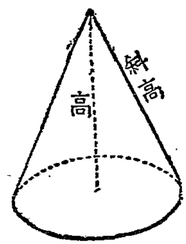
(2)有圓錐,底面直徑六寸,高八寸,求其體積.

【解】　此圓錐之底面積爲

$(6\div2)^2$平方寸$\times3.1416=28.2744$平方寸.

故此圓錐之體積爲

(28.2744×8)立方寸$\div3=75.3987$立方寸.



【公式】角錐及圓錐之體積

$=\frac{1}{3}\times$底面積$\times$高.

(3)試求底周一尺八寸,斜高九寸之圓錐之側面積.

【解】　底周一尺八寸,斜高九寸之圓錐側面積爲

(18×9)平方寸$\div2=81$平方寸.

【公式】圓錐之側面積$=\frac{1}{2}\times$底周$\times$斜高.

習　題

1.　試求底面積六平方尺,高八尺之三角錐體積.

2.　試求底面直徑八公分,高五公分,斜高六公分之圓錐體積及側面積.

10. 球.　固定半圓之直徑而旋轉之,則所成之曲面爲球(Sphere).圓之中心,半徑,直徑,卽球之中心,半徑,直徑.

【例】　試求直徑一尺之球面積及體積.

【解】　直徑一尺之球,其表面積爲

$(1)^2$平方尺$\times3.1416=3.1416$平方尺.

又其體積爲

$((1)^3 \times 3.1416)$立方尺$\div 6 = 0.5236$立方尺.

$= 523.6$立方寸.

【公式】 球之面積$=$(直徑)$^2 \times$圓周率.

【公式】 球之體積$=$(直徑)$^3 \times$圓周率$\div 6$.

習　題

1. 問直徑五寸之球面積及體積各若干.

2. 試求直徑五寸六分四釐之球體積.(不滿一立方寸者四捨五入)

問　題

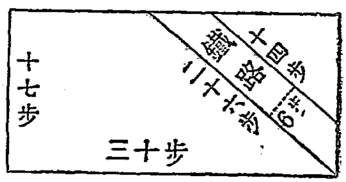
1. 矩形地,縱百二十步,橫九十步;設於其內側掘周圍寬一步之溝,而於溝之內側圍以柵欄,問溝之全面積及柵欄之全長爲若干.

2. 縱六尺橫三尺之窗,今用縱一尺一寸五分橫一尺之紙糊之;問需紙若干張.

3. 求底邊二十七步四尺,高十三步二尺之三角形地積.

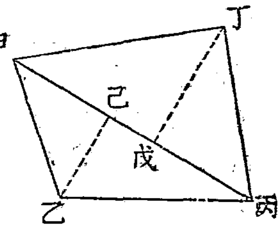
4. 試求縱一尺二寸,橫一尺五寸,高二尺之箱之全面積.

5. 如右圖所示之矩形田,其一部分爲舖鐵路之用.問此鐵路所用之地及田之餘地各若干.



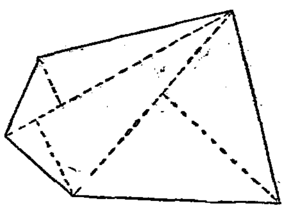
6. 面積七畝十九方步半,高三十三步半之三角形田,其底邊爲若干尺?

7. 通常計算多角形(Polygon)之面積,係如右圖,先分之爲若干個三角形,而量其底邊及高,逐一計算其面積,然後求其和.此圖中甲丙之長爲八步半,乙己之長爲三步,丁戊之長爲六步,問此多角形之地爲若干方步.

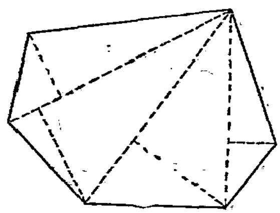


8. 下列二圖,以尺量之,用一分代一步,而求多角形地之面積.

(1)



(2)



9. 周圍六尺五寸之松樹,其直徑爲若干?(不滿分者四捨五入)

10. 運動場上因競走設內外二圈.其內圈與外圈之距離爲二步,而內圈之長爲一里一百二十丈,問其半徑爲若干.又競走時沿內圈走與沿外圈走一周間,其距離之差若干?(不滿尺者四捨五入)

11. 矩形之田,縱二里三十四丈,橫三里七丈;中有圓池,周長二里五十七丈.試求田及池之面積.

12. 長二尺一寸,寬二尺,深二尺二寸之水槽,可容水若干?(不滿升者四捨五入)

13. 方形之升,縱橫各四寸,高一寸九分七釐五毫,問一升之容積爲若干立方寸.

14. 底邊二十六步,高九步半,平行四邊形之地,其上若舖厚一尺二寸之沙,問需若干立方尺.又設運沙之車每輛能容縱一步,橫三尺,高一尺,問需沙車幾輛.

15. 計算砂石泥土等類之體積,以長闊各一丈而厚一尺者爲單位,名之曰方,即 100 立方尺也.今有砂一堆,高一尺七寸,長一丈二尺,闊一丈,問合若干方.

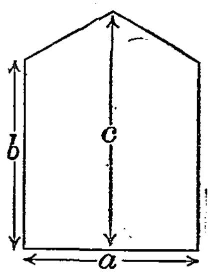
16. 量木時所用之單位爲司脫(Stere),即一立方公尺.今有木一堆,高二公尺半,闊一公尺,長二十八公尺.問合若干司脫.

17. 計貨物之體積以四十立方英尺(呎)爲單位,名之曰噸(Ton).今有縱七呎,橫五呎半,高九呎之貨物,問爲若干噸.

18. 測汽船之容積,所用單位亦爲噸.此噸爲一百立方呎.測帆船容積所用之單位爲石,每石爲三立方尺一六.今汽船之容積爲九十五萬九千六百四十七噸,帆船之容積爲二百五十萬八千七百三十石,試將此帆船之石數改爲噸數,以求二船之總噸數.但一百立方呎約爲八十六立方尺四.(不滿一噸者四捨五入)

19. 截面四寸平方,長五尺半之柱,其側面以每張縱一尺橫八寸之紙糊之,問需紙若干張.

20. 客廳一所,高二丈一尺,東西長二丈八尺,南北長一丈四尺;今欲以紙糊其四壁,每紙一張,可糊三平方尺半,問共需紙若干張.



21. 有一倉廒,其截面如右圖,$a=20$尺,$b=22$尺,$c=27$尺東西長三丈.若於此倉內滿貯糧食,不留隙地,問能貯糧若干石.(不滿一石者四捨五入)

22. 地球之直徑約為二萬二千一百四十五里,試求其面積及體積.(不滿一萬方里及百萬立方里者,均四捨五入)

23. 底面直徑與高相等之圓筒,其側面積與適能嵌入此筒內之球面積相等,試說明之.設球及圓筒之直徑各為五寸以驗之.

24. 球之直徑為二倍時,其面積及體積各增若干倍,又直徑為三倍時若何?

附錄二

開方法**

第一章 開平方

1. 平方根.

甲數之平方爲乙數時,則甲數爲乙數之**平方根**(Square root). 例如 7 之平方爲49,故49之平方根爲7.

記某數之平方根,於其數冠以根號 $\sqrt{\ }$ 或 $\sqrt[2]{\ }$ 之符號,例如 $\sqrt{49}$.

2. 開平方(Extraction of square root)。

求某數平方根之法,曰**開平方**.

基數(卽一位數)之平方如次,

$1^2=1,\quad 2^2=4,\quad 3^2=9,\quad 4^2=16,\quad 5^2=25,$

$6^2=36,\quad 7^2=49,\quad 8^2=64,\quad 9^2=81.$

依此可知 $\sqrt{50}$ 在 7 與 8 兩數之間.

3. 二數和之平方.

例如 $8^2=(5+3)^2$.

$$\begin{aligned}(5+3)^2&=(5+3)\times 8=5\times 8+3\times 8\\&=\{5\times(5+3)\}+\{3\times(5+3)\}\\&=5\times 5+(5\times 3)+(3\times 5)+3\times 3=5^2+2\times(5\times 3)+3^2=64.\end{aligned}$$

【公式】$(甲+乙)^2=甲^2+2\times甲\times乙+乙^2$.

【定理】甲數與乙數和之平方,等於甲乙數平方之和,加兩數之積之二倍.

【例 1】　將43作(40+3)而求其平方.

【解】　$43^2=(40+3)^2=40^2+2\times(40\times3)+3^2$

$=1600+240+9=1849$. 答

【例 2】　將835作爲(800+35)或(830+5)而求其平方.

【解】　$835^2=(800+35)^2=800^2+2\times800\times35+35^2$.

$=640000+56000+1225=697225$.

又　$835^2=(830+5)^2=830^2+2\times830\times5+5^2$

$=688900+8300+25=697225$. 答

習　題

將25作爲(20+5),64作爲(60+4)各求其平方.

4. 平方根之位數.

因　$1^2=1,\ 10^2=100,\ 100^2=10000,\ 1000^2=1000000$.

故一位或二位整數之平方根爲一位數,三位或四位整數之平方根爲二位數,五位或六位整數之平方根爲三位數,是以從一位起,每二位分爲一部,此部數等於所求平方根之位數.

例如473258可分爲47|32|58,

故其平方根爲三位數,而此平方根之最高位數必爲6也明矣.

習　題

求144,625,5776,47084,21160之平方根位數及其最高位之數.

5. 整數開平方法.

【例 1】　求1849之平方根.

(運　算)

$$
\begin{array}{r|l}
 & 4\ 3 \\
\cline{2-2}
 & 1849 \\
4 & 16 \\
\cline{2-2}
 & 249 \\
83 & 249 \\
\cline{2-2}
 & 0
\end{array}
$$

答43.

【說明】　所求之平方根爲二位數,其最高位卽十位之數字,必爲4也明矣.故

$1849=(40+基數)^2=40^2+2\times 40\times 基數+基數^2$,

卽 $1849-1600=80\times 基數+基數^2$,

故從第一部18百減4十之平方16百,則餘2百.

又 $249=80\times 基數+基數^2=(80+基數)\times 基數$,

故於第一部所餘之2百內加第二部49爲249,而以4十之二倍8十除之,得商3,推定此爲根之個位數字.將此數字加於8十,更以此數乘之,而從249內減其積,無剩餘,則所求之平方根爲43.

【驗】　$43^2=1849$.

【例 2】　求148225之平方根.

(運　算)

$$
\begin{array}{r|l}
 & 3\ \ 8\ \ 5 \\
\cline{2-2}
 & 14,82,25 \\
3 & 9 \\
\cline{2-2}
 & 582 \\
68 & 544 \\
\cline{2-2}
 & 3825 \\
765 & 3825 \\
\cline{2-2}
 & 0
\end{array}
$$

【說明】 所求之平方根爲三位數,其最高位卽百位之數字必爲 3 也明矣.故

$$148225=(300+\text{二位數})^2$$
$$=90000+(2\times300\times\text{二位數})+\text{二位數}^2.$$

故從第一部 14 萬減 3 百之平方 9 萬,餘 5 萬.

又 $$58225=600\times\text{二位數}+\text{二位數}^2,$$

故於第一部所餘之 5 萬加第二部 82 百爲 582 百,而以 3 百之 2 倍 6 百除之,得商 8 十,推定根之十位數字爲 8.

又 $$58225=600\times(80+\text{基數})+(80+\text{基數})^2$$
$$=(600+80+\text{基數})\times(80+\text{基數})$$
$$=680\times80+(680+80)\times\text{基數}+\text{基數}^2,$$

故於 3 百之 2 倍 6 百,加 8 十,更以 8 十乘之,得積 544 百,以減 582,餘 38 百.

又 $$3825=760\times\text{基數}+\text{基數}^2,$$
$$=(760+\text{基數})\times\text{基數}.$$

故於第二部所餘 38 百,加第三部 25,爲 3825,而除以 38 十之二倍 76 十,得商 5,推定此爲根之個位數字 5.將 5 加於 76 十,更以 5 乘之,而以其積減 3825,無餘數,卽所求之平方根爲 385.

【驗】 $385^2=148225.$

【注意】 依上例,推定根之十位數字時,以 6 百除 582 百,雖可得 9 十,然 6 百與 9 十之和,乘以 9 十,其積爲 621 百,較 582 百大,故不可用.

【例 3】 求 3640514 之平方根.

(運算)

```
           1  9  0  8
      ┌──────────────
      │ 3,64,05,14
    1 │ 1
      ├──────────────
      │ 2 64
   29 │ 2 61
      ├──────────────
      │    3 05 14
 3808 │    3 04 64
      ├──────────────
      │         50
```

答平方根1908,餘50.

【說明】 求根之十位數字,以所得之根19百之2倍38百除305百,其商不足1十,故根之十位數字爲0.次將第四部14加之,以所得之根190十之2倍380十除之,得商8,此卽根之個位數字也.

然最後餘50,則知3640514開不盡,而此五十之數名曰開平方之餘.

【驗】 $1908^2+50=3640464+50$

$$=3640514.$$

【注意】 3640514之平方根爲1908與1909之間某數,依後之所說方法,尙可開至小數部分以得其近似値(略近値)如此根數名曰不盡根數(Surd).

6. 小數開平方法.

因 $0.1^2=0.01,\quad 0.01^2=0.0001,\quad 0.001^2=0.000001.$

是小數平方之小數位,爲小數位數之2倍,故小數平方根之位數,爲小數位數之二分之一.

依此從小數第一位起,每二位爲一部,可知根之小數位數.

【例 1】　試求0.2809之平方根.

```
       | 0. 5  3
       |---------
       | 0.28,09
   5   |  25
       |---------
       |   309
 103   |   309
       |---------
       |     0
```

答0.53.

【驗】　$0.53^2=0.2809$.

【例 2】　試求$\sqrt{4.296}$至小數第三位.

(運算)

```
          2, 0  7  2
       |-------------
       | 4.29,60,00
   2   | 4
       |-------------
       |  2960
 407   |  2849
       |-------------
       |   11100
4142   |    8284
       |-------------
       |    2816
```

【驗】　$2.072^2+0.002816=4.296$.

【注意】　4.296之小數位數爲奇數,故知其平方根爲不盡數.

所求之根需至小數第三位,故添0至小數第六位,然後運算.

7. 分數開平方法.

分數之開平方,其分母能開盡者,則將分母分子分別開之;分母開不盡,則化分數爲小數以開之.

【例 1】　試開$\frac{729}{1225}$之平方.

【解】 $\sqrt{\frac{729}{1225}}=\frac{\sqrt{729}}{\sqrt{1225}}=\frac{27}{35}$. 答

【例 2】 試開$\frac{3}{5}$平方.(小數不滿第三位捨棄之)

【解】 $\sqrt{\frac{3}{5}}=\sqrt{0.6}=0.774$..............答 0.774 强.

【例 3】 試開$\frac{2}{7}$平方.(小數不滿第四位四捨五入)

【解】 根須求至第五位,故應化$\frac{2}{7}$至小數第十位以開之.

$$\sqrt{\frac{2}{7}}=\sqrt{0.2857142857}=0.53452.$$ 答 0.53452 强.

【別解】 將$\frac{2}{7}$分母分子各以 7 乘之,則分母改爲平方數,故能開盡.

$$\sqrt{\frac{2}{7}}=\frac{\sqrt{2\times7}}{\sqrt{7\times7}}=\frac{\sqrt{14}}{7}=\frac{3.74165\ldots\ldots}{7}=0.53452\ldots\ldots$$

答 0.53452 强.

8. 開平方之簡法.

將平方數分解爲素因數,若有相同之二因數,則此因數卽爲平方根之一因數;或有不同及不成對者,則依法開之,而與開得之根數連乘之,卽得.

【例 1】 求 7056 之平方根.

【解】 $\sqrt{7056}=\sqrt{2\times2\times2\times2\times3\times3\times7\times7}$

$=\sqrt{2^2\times2^2\times3^2\times7^2}=2\times2\times3\times7=84.$

【例 2】 求 32 之平方根.

【解】 $\sqrt{32}=\sqrt{4\times4\times2}=\sqrt{4^2\times2}=4\sqrt{2}=4\times1.4142$
$=5.65658.$

【例 3】 求$\frac{27}{98}$之平方根.

【解】 $\sqrt{\frac{27}{98}}=\sqrt{\frac{9\times3}{49\times2}}=\sqrt{\frac{3^2\times3}{7^2\times2}\times\frac{2}{2}}=\sqrt{\frac{3^2\times3\times2}{7^2\times2^2}}$
$=\frac{3}{7\times2}\sqrt{6}=\frac{3}{14}\times2.44948=0.52489.$

9. 省略開平方法.

大小兩數和之平方,等於兩數平方之和,加兩數乘積之二倍,此本編第3節之定理也.然設其數之小者爲甚小,則小者之平方,不但比大者之平方爲甚小,卽此兩數之乘積亦必甚小;此時若將甚小之平方捨棄之,則兩數和之平方,可謂略等於大者之平方,加兩數乘積之二倍.

例如　$(1.039562)^2=(1.039+0.000562)^2$
$=1.039^2+2\times1.039\times0.000562+0.000562^2$
$=1.079521+0.001167836+0.000000315844$
$=1.080689151844,$

而　$1.079521+0.0001167836=1.080688836.$

故可謂　$1.080689151844=1.080688836$ 略.

應用上理,得開平方之省略法.

先用通常之法,求得需用平方根半份以上之位數,卽以此已得根數之二倍,除此時之

餘數積,以所得之商續寫於已得根數之右,補足需用之位數.

【例 1】 求1.080689151844之平方根,至小數第六位.

【解】 先依常法開至小數三位,得1.039.此時所餘之積爲 0.001168151844,可視爲等於已得根與後位根乘積之二倍,故以1.039×2除之,(用省略法)得商 0.000562,續寫於已得根之右,即得所求之根爲1.039562.

問題一

試求以下各數之平方根,但開不盡者,其小數第四位以下四捨五入.

1.	289.	2.	961.	3.	11664.
4.	247009.	5.	313600.	6.	1272384.
7.	64.915.	8.	660741025.	9.	1444076001.
10.	15241383936.	11.	0.64.	12.	0.0081.
13.	0.000004.	14.	0.0225.	15.	0.378225.
16.	0.00654481.	17.	2.89.	18.	116.64.
19.	10.53.	20.	28.9.	21.	11.664.
22.	0.4.	23.	$\frac{9}{16}$.	24.	$\frac{121}{196}$.
25.	$\frac{625}{5184}$.	26.	$\frac{1}{5}$.	27.	$\frac{1}{2}$.
28.	$\frac{3}{11}$.	29.	$\frac{7}{12}$.	30.	$\frac{11}{23}$.

第二章 開立方

10. 立方根.

甲數之立方爲乙數時,則名甲數爲乙數之立方根(Cubic root).

例如 5 之立方爲 125,故 125 之立方根爲 5.

記某數之立方根,則於其上冠以 $\sqrt[3]{}$ 符號.

例如 $\sqrt[3]{25}$.

11. 開立方.

由某數求立方根之法,名曰開立方.

由 1 至 10 之數,其立方如次.

$1^3=1,\quad 2^3=8,\quad 3^3=27,\quad 4^3=64,\quad 5^3=125,$

$6^3=216,\quad 7^3=343,\quad 8^3=512,\quad 9^3=729.$

依此如求 250 之立方根,則知其立方根之一位爲 6, 餘 34.

習題

求 6, 15, 42, 100, 151, 250, 490, 640, 817 各立方根之一位數字及其餘數.

12. 二數和之立方.

例如 $9^3=(4+5)^3$

$$(4+5)^3=(4+5)^2\times 9=(4^2+2\times 4\times 5+5^2)\times 9$$
$$=4^2\times(4+5)+2\times 4\times 5(4+5)+5^2(4+5)$$
$$=4^3+4^2\times 5+2\times 4^2\times 5+2\times 4\times 5^2\times 5^2\times 4+5^3$$
$$=4^2+3\times 4^2\times 5+3\times 4\times 5^2+5^3.$$

【公式】$(甲+乙)^3=甲^3+3\times甲^2\times乙$
$+3\times甲\times乙^2+乙^3$.

【定理】甲數與乙數和之立方,等於甲數立方與甲數平方及乙數之積之三倍,甲數與乙數平方之積之三倍,及乙數之立方之和.

【例 2】 命28為(20+8)而求其立方.

【解】 $28^3=(20+8)^3$
$=20^3+3\times20^2\times8+3\times20\times8^2+8^3$
$=8000+9600+3840+512$
$=21952.$ 答

【例 3】 將315作為(300+15)或(310+5),而求其立方.

【解】 $315^3=(300+15)^3$
$=300^3+3\times300^2\times15+3\times300\times15^2+15^3$
$=27000000+4050000+202500+3375$
$=31255875.$ 答

又 $315^3=(310+5)^3$
$=310^3+3\times310^2\times5+3\times310\times5^2+5^3$
$=27791000+1441500+23250+125$
$=31255875.$ 答

習題

1. 命56為(50+6)而求其立方.
2. 命451為(400+51)或(450+1)而求其立方.

13 立方根之位數.

因 $1^3=1,\quad 10^3=1000,\quad 100^3=1000000,$

$1000^3=1000000000.$

故三位以內數之立方根爲一位數,四位至六位數之立方根爲二位數,七位至九位數之立方根爲三位數;是以從一位起,每三位爲一部,由部數卽可知其立方根之位數,且可知其最高位之數字.

【例 1】　求74132004之立方根之位數,及其最高位之數字.

【解】　74,132,004可分爲三部,故其立方根爲三位數.

又此立方根之最高位數字,其立方不大於第一部74者,其最近數爲 4.

習　題

1. 求 123, 5678, 34172, 537094, 6900854 之立方根之位數,及其最高位之數字.

14. 整數開立方法.

【例 1】　求21952之立方根.

(運　算)

$$
\begin{array}{r|l}
 & \;\;2\;\;\;8 \\ \cline{2-2}
 & 21,952 \\
3\times 20^2=1200 & \;\;8 \\ \cline{2-2}
3\times 20\times 8=\;\;480 & 13952 \\
8^2=\;\;\;\;64 & \\ \cline{1-1}
1744 & 13952 \\ \cline{2-2}
 & \;\;\;\;\;\;\;\;0
\end{array}
$$

答28.

【說明】　所求之立方根爲二位數,其最高位爲十

位,而數字必為2也明矣.

$$21925=(20+基數)^3$$

$$=20^3+3\times20^2\times基數+3\times20\times基數^2+基數^3.$$

故由第一部21千減2十之立方8千,餘13千.次以第二區分952加13千為13952,而以3×20^2即1200除之,得商8,推定其為根之個位數字.

$$3\times20^2\times8+3\times20\times8^2+8^3$$

即 $(3\times20^2+3\times20\times8+8^2)\times8=13952.$

將此數以減13952,無餘數,即所求之立方根為28.

【驗】 $28^3=21952.$

【注意】 於上例推定立方根之個位數字時,以3×20^2即1200除13952,雖可得10,或9,然10固不可用,若9則假定其為立方之個位數字,試作

$$3\times20^2\times9+3\times20\times9^2+9^3.$$

得16389,比13952為大,故通常推定根之數字,往往經此手續.

【例2】 求31255875之立方根.

(運算)

		3　1　5
		31,255,875
$3\times30^2=$	2700	27
$3\times30\times1=$	90	4255
$1^2=$	1	2791
	2791	1464875
$3\times310^2=$	288300	
$3\times310\times5=$	4650	
$5^2=$	25	
	292975	1464875
		0

答315.

【說明】 所求之根爲三位數,其最高位爲百位,而數字必爲3. 次依例 1 之方法,得立方根之十位數字1. 次以第三部875加第一及第二部所餘之1464千爲1464875.然

$$31255875=(310+\text{基數})^3.$$

故　3×310^2 卽 288300 除 1464875,依前法得立方根之個位數字爲 5.

【驗】 $315^3=31255875$.

【例 3】 試求5132463之立方根.

(運　算)

	1　7　2
	5,132,463
	1
$3\times10^2=$ 300	4132
$3\times10\times7=$ 210	
$7^2=$ 49	
559	3913
$3\times170^2=$86700	219463
$3\times170\times2=$ 1020	
$2^2=$ 4	
87724	175448
	44015

答立方根172,餘44015.

【驗】 $172^3+44015=5132463$.

15. 小數及分數開立方法.

小數立方根之小數位數,爲小數位數之三分之一,是以小數之開立方,從小數之第一位起,向右每三位爲一部. (參看第 6 節)

又分數之開立方,其分母之開得盡者,須

分母分子分別開之;其分母開不盡者,須化為小數以開之.(參看7節)

【例1】 試開8.489664立方.

(運算)

$$
\begin{array}{r|l}
 & \quad 2.\ \ 0\ \ 4 \\
 & 8.4\ 8\ 9,6\ 6\ 4 \\
 & 8 \\
3\times 200^2=120000 & \quad 4\ 8\ 9\ 6\ 6\ 4 \\
3\times 200\times 4=\quad 2400 & \\
4^2=\quad 16 & \\
122416 & \quad 4\ 8\ 9\ 6\ 6\ 4 \\
 & \qquad\qquad 0
\end{array}
$$

【解】 求立方根之小數第一位數字,以$3\times 20^2=1200$釐除小數第一部489毫,其商不足1分,故根之分位為0.

次將小數第二部664微加之,而以3×200^2卽120000絲除之得4釐;是以如上運算,知立方根之釐位數字為4.

【驗】 $2.04^3=8.849664$.

【例2】 求$\frac{343}{110592}$之立方根.

【解】 $\sqrt[3]{\frac{343}{110592}}=\frac{7}{48}$. 答$\frac{7}{48}$.

【例3】 求$\frac{3}{5}$之立方根.

【解】 $\sqrt[3]{\frac{3}{5}}=\sqrt[3]{0.6}=0.843\cdots\cdots$ 答0.843强.

【例4】 試求$\frac{5}{12}$之立方根.

【解】 $\sqrt[3]{\frac{5}{12}}=\sqrt[3]{\frac{5\times 18}{12\times 18}}=\frac{\sqrt[3]{90}}{\sqrt[3]{216}}=\frac{4.481}{6}=0.746.$

答0.75弱.

16. 開立方之簡法.

應用因數分解法仿 8 節之例,得開立方之簡法.

【例 1】 求1728之立方根.

【解】 $\sqrt[3]{1728}=\sqrt[3]{4\times4\times4\times3\times3\times3}=\sqrt[3]{4^3\times3^3}=12.$

【例 2】 求$\sqrt[3]{500}$之立方根.

【解】 $\sqrt[3]{500}=\sqrt[3]{5^3\times4}=5\sqrt[3]{4}=5\times1.5274=7.673.$

17. 省略開立方法.

大小兩數和之立方,等於兩數立方之和,加大者平方乘小者之 3 倍,及小者平方乘大者之三倍.設其小者爲數甚小,則小者之立方,及小者平方乘大者之三倍,數亦甚小;若竟捨棄之,則兩數之立方,可謂略等於大者之立方,加大者平方乘小者之三倍.應用上理,得省略開立方之法.

先用通常之法,求得需用立方根半份以上之位數,卽以此已得根之平方三倍,除此時之餘積,以其商補足立方根需用之位數.

【例】 求$\sqrt[3]{687}$之値至小數四位.

【解】 先依常法,求得小數二位之立方根爲 8.82;此時之餘積爲0.871032.將8.82自乘得方冪爲 77.7924,又三倍之則爲233.3772.以此數除0.871032,得商0.0037,補足於已得根,卽得所求立方根爲8.8237.

【注意】用此法求得之立方根,比眞正之立方根爲略大.

問題二

求以下各數之立方根,其開不盡者小數第三位以下四捨五入.(1—15)

1. 3375. 2. 13824. 3. 59319.
4. 24642171. 5. 152273304. 6. 348913664.
7. 12812904. 8. 29417779.503. 9. 0.512.
10. 4.913. 11. 0.103823. 12. 0.000195112.
13. $\frac{1331}{15625}$. 14. $\frac{5}{6}$. 15. $\frac{3}{4}$. 16. $2\frac{7}{8}$.

用簡法求下列各數之立方根.

17. 1331. 18. 148877 19. 1860867.
20. 389017. 21. 912.673. 22. $27\frac{125}{343}$.

用省略法求下列各數之立方根.

23. 171.467 至小數四位.
24. 0.005 至絲位.
25. 5.71423 至小數五位.
26. $\frac{5}{6}$至小數四位.

18. 開高次方法.

求高次方根屬於代數學之範圍,惟高次方之次數若以 2 與 3 爲因數者,則可疊開平方立方而得其根.

例如 $\sqrt[6]{15625}=\sqrt{(\sqrt[3]{15625})}=\sqrt{25}=5.$

$$\sqrt[8]{256}=\sqrt{(\sqrt[4]{256})}=\sqrt{\{\sqrt{(\sqrt{256})}\}}=\sqrt{\{\sqrt{16}\}}$$
$$=\sqrt{4}=2.$$
$$\sqrt[9]{19683}=\sqrt[3]{\sqrt[3]{19683}}=\sqrt[3]{27}=3.$$

疊開平方立方之順序,與其結果無關,孰先孰後,可以任意開之.

例如 $\sqrt[6]{15625}=\sqrt{\sqrt[3]{15625}}=\sqrt{25}=5$
$$=\sqrt[3]{\sqrt{15625}}=\sqrt[3]{125}=5.$$

問題三

1. 求104976之四次方根.
2. 求2985984之六次方根.
3. 求25632.972850442049之六次方根.
4. 求244140625之十二次方根.
5. 求28211.09907456之八次方根.

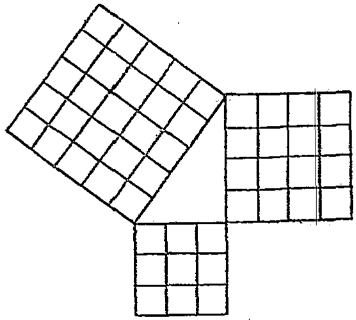
第三章　開方法之應用

19. 直角三角形三邊之關係.

三角形之三角,有一爲直角者,名曰**直角三角形**.

直角三角形之三邊中,其對於直角之邊曰**斜邊**.

直角三角形之斜邊上所作正方形之面積,等於他二邊上所作兩正方形之和,即直角三角形之斜邊平方等於他二邊平方之和.



【例】 直角三角形夾直角之二邊其長為三寸與四寸,問其斜邊之長若干.

【解】 $\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5.$ 答 5 寸.

問題四

1. 某正方形之面積為六平方尺二五,其一邊之長為若干?

2. 面積二畝四分之正方形地,其一邊之長為若干?

3. 面積三百方步之三角形,其底邊與高相等,問此邊及高各若干.(不滿步者四捨五入)

4. 面積二百四十平方寸之圓形盆,其直徑為若干?但圓周率為$\frac{22}{7}$,直徑不滿寸者四捨五入.

5. 有一矩形,其縱橫之比為 3:2,而面積為四千三百七十四方步,問其縱橫各若干.

6. 體積六百立方寸之立方體,其一邊之長為若干?(不滿分者四捨五入)

7. 有直角柱體,底面為正方形,長為縱之十五倍,其體積為九百六十立方寸,問長為若干.

8. 約容一斗之立方體形之箱,其裏面縱橫高各若干?(不滿分者四捨五入)

9. 高與底面直徑相等之圓柱,其體積爲千三百六十立方寸,問此圓柱之高,及底面直徑各若干.

10. 地球之面積爲三千二百十五萬方里,試求其直徑.

11. 求斜邊一尺他邊四寸之直角三角形面積.

12. 從周二尺七寸五分之圓木,可取幾寸邊之方柱?

13. 有數,以其三分之一乘之,則得 432. 問其數若干.

14. 有數,其三倍與五倍之積爲10140,求其數.

15. 有三數,其比爲8:9:10,其積爲19440,求各數.

16. 甲數之平方積乘乙數爲1452,乙數之平方積乘甲數爲1584,求甲乙二數.

17. 有銀二百圓,依複利法貸出,二年後得本利和爲233.28圓,求利率.

18. 買米麥若干石,石數相同.若以米之買價買麥,則得192石,以麥之買價買米,則得147石,求米麥之石數.

19. 有四數,其各三數之連乘積爲60, 72, 90, 120,求各數.

20. 本銀600圓,三年後得利74.9184圓,求複利率.

21. 有矩形,其面積爲54平方丈,而長闊兩邊之和爲15丈.問長闊各幾何.

22. 有二數,其差爲 2,其積爲143,求二數.

23. 二數之差爲20,其最小公倍數爲240,求兩數.

24. 有帶分數,其分數之分母等於整數部分之二倍,又其分子爲17;若化爲假分數,其分子爲2467. 問此帶分數若何.

附錄三

全書復習問題

1. 試求下式之值.

$1.35^3+4.05\times1.35^2-1.5325\times1.35+0.010375.$

2. 中華民國元年一月一日為月曜日,問以後再遇一月一日為月曜日在何年. 但民國元年為閏年.

3. 有由甲地經乙丙兩地而至丁地之汽船,其進行之速度,在甲乙兩地間(距離為百六十浬)為十二浬半,在乙丙兩地間(距離為三百九十五浬)為十浬半,在丙丁兩地間(距離二百七十浬) 為十二浬半.設某日午後四時,由甲地開行,問至丁地在何日何時. 但在乙地泊四小時,丙地泊六小時. (不滿分者四捨五入)

4. 有一蒸汽機關,其馬力為百二十四,每日運轉十二時.設一馬力運轉一小時所需之炭為五磅,而此炭一噸之價為六圓五角,問此蒸汽機關一個月(三十日)所消費之炭,其價為若干.

5. 問大軍艦所用六噸之巨錨,等於體重百十四斤之人若干人之重.

6. 兩地之距離在五十萬分之一地圖上為4.8公分,問實地之距離為若干.

7. 甲軍艦所載巨砲之口徑為三十二公分,乙軍艦所載巨砲之口徑為十二吋,問兩種砲之口徑孰大孰小.

8. 三千畝當若干英畝?(噉)但求至英畝小數二位,以下四捨五入.

9. 清水一立方公分之重爲一公分,而一公分爲 0.0268 兩.問清水一升之重爲若干.

10. 以厚一寸之板,作內面長四尺五寸,寬三尺,深二尺八寸之水槽,其容量爲幾石幾斗幾升.

11. 重十二公斤之銅四十塊,可鑄成底面直徑一寸六分,長二尺五寸之圓棒幾根?但一立方寸之銅,重六兩四錢八分.

12. 四十八人登山伐木,二十八日可完.若最初六日用預定之人數,後增七人,復作八日,若仍欲依預定日數完工,問以後每日作工應減爲若干人.

13. 有甲乙二船,甲逆行於二千四百公尺之河需一時,下行需十五分;今乙逆行此路需一時二十分,問下行需若干時.

14. 敵與我相距五千公尺,敵之砲兵退却,我以騎兵追之,敵之速度一分時行一百公尺,我則爲四百公尺.五分時後,敵復返而迎擊,彼此接近,至相距一千公尺時,敵兵始以砲擊我.問自敵兵退却至以砲擊我,其間經若干時.

15. 有甲乙二人於同地同方向旅行.甲遲乙五日出發,但乙每日所行之路相等,而甲則第一日行十六里,以後每日增一里半,經十日而追及乙.問乙每日所行之路若干.

16. 五角一個之銀幣,及五圓一個之金幣,共九十二個,而價值爲一百圓.問兩種幣各若干個.

17. 某人由甲地至乙地,每時行三里,則較預定遲三時始到;若每時行五里,則較預定早一時到.問依預定之時到乙地,每時之速度若何.

18. 父之現年五十四歲,母爲四十歲,而長子爲十五歲,次子十三歲,三子十一歲,四子九歲,五子七歲,問幾年後

父母年齡之和等於諸子年齡之和.

19. 以每日相等之工資,雇甲乙二工人.甲作工六十五日,得米二袋及銀十四圓八角五分;乙作工百五日,得米五袋及銀十一圓二角五分.問米一袋之價及工人一日一人之工資.

20. (1)試化0.342857142857142857140......爲分數.

(2)試求$0.16\div0.00\dot{2}\dot{7}$之值.

(3)試將$(4\frac{2}{11}+2\frac{1}{8})\times\frac{11}{20}\div(5\frac{5}{8}+3.5\div2\frac{2}{3})$簡單之

(4)求$\dfrac{1\frac{1}{4}\times1\frac{2}{7}+\frac{1}{3}\times2\frac{1}{4}-\frac{13}{28}\times2}{\frac{13}{28}\times2+\frac{1}{3}\times2\frac{1}{4}-1\frac{1}{4}\times1\frac{2}{7}}$之值.

(5)求$\dfrac{6\frac{2}{3}+4\frac{1}{4}-(7\frac{1}{2}\times\frac{1}{3})}{5\frac{1}{21}-\{2\frac{9}{14}\div(5\frac{1}{9}\div8\frac{4}{11})\}}$之值至小數第三位.

21. (1)化$0.0\dot{3}\dot{7}$爲分數.

(2)試化$(\frac{1}{3}+0.\dot{6}\times\frac{3}{8})\times\dfrac{0.\dot{5}\times2-0.\dot{8}}{2.\dot{3}-1.\dot{5}}$爲簡單分數.

(3)試以$(0.\dot{2}\dot{3}+0.\dot{1}\dot{4})$除$(0.2\dot{3}+0.1\dot{4})$.

(4)試將次式簡單之.

$$\frac{2\frac{1}{2}\times2\frac{1}{4}\times2\frac{1}{2}}{2\times1\frac{1}{8}\times4\frac{5}{8}}-\frac{6\frac{19}{28}-5\frac{1}{4}}{2\frac{1}{5}-1\frac{1}{7}}.$$

(5) 將 $\dfrac{\dfrac{0.02226}{0.001325}-\dfrac{0.2574}{0.143}}{0.31\times0.17+\dfrac{1.171962}{5.94}}$ 簡單之.

22. 有某工程,用甲種工人一人需六十日完工,用乙種工人一人需八十日.今用甲種工人三人,與乙種工人五人,使之工作八日,問工可完竣否;若未完工,尚餘該工程幾分之幾.

23. 甲乙二人協力作一工程,甲因患病休業五日,故需十五日;若不休業,十二日卽可成就.問使一人作之,各需若干日.

24. 用甲乙丙三管注水於桶,單用甲管九時始滿,單用乙管十二時始滿,若用乙丙二管,七時卽滿.今先用丙管注水,達桶之八分之三,閉之而開他二管.問由最初起,經過若干時,全桶始能滿水.

25. 有正方形之石若干塊,初除去十分之一,次又除去其殘餘之十分之一;若將現餘之石,排成正方形,則每邊為15塊,尚餘18塊.問原有石若干塊.

26. 某人以遺產分配於其子女,長子得半分,次子得三分之一,其餘為三女所等分;而長子所得比女子一人多二千八百六十圓,問遺產之總額若干.

27. 以金若干圓分於甲乙丙三人,甲取十五分之四,乙取五分之二.後乙以已之所得各以七分之一與甲丙,因之丙所得為八十二圓.問甲乙二人實收入若干圓.

28. 某學校入學試驗,及格者比受驗者八分之一多二十五人,落第者比受驗者五分之四多三十五人.問受驗者總共若干人.

29. 某學校之二年生比一年生少二十八,比三年生

多三十人;又四年生比三年生少二十人,比五年生多十五人,而五年生爲總人數之十分之一,問各學年之人數若何.

30. 有住河岸之人,一日向上游某地遠足,往時步行,每時之速度爲六里;達目的地後,遊覽三小時始回,而回時乘每時十里之小舟,計往返共費十一時.問步行之距離爲幾里. 但往返之路程相等.

31. 甲乙二汽船航行於東西兩港間,甲需三晝夜,乙需二晝夜半.設今日午前八時乙船於東港出發,而甲船於昨日正午由西港出發,問中途相會在何時.

32. 有一汽船,由甲港駛至乙港,用全速力之四分之三,則需八時.設其回時有六時用往時之速,其餘用全速,問回時共需時若干.

33. 行相等之距離,甲需四分三十三秒,乙需四分四十秒.設二人爲一哩之競走,而使二人同時入決勝點,問乙需立於出發點前幾碼.

34. 甲乙二人各乘自由車行四十五里之路,乙比甲先行二十分,而甲比乙先四十五分時到,其時乙在甲後十里.問甲之速度若何. 又甲追及乙時,距出發點幾里?

35. 有甲乙二手杖,甲杖較乙杖長六十五分之二.設以二杖在長十九丈八尺之廊下,由一端量至他端,均爲五十;惟甲杖超出廊下末端若干尺,乙杖不及末端若干尺,而甲杖超出之長,等於乙杖不及之長.問二杖之長各若干.

36. 一圓周上有四個動體,於同點同時同向運動,三秒間甲行全周七分之二,乙行全周九分之四,丙行全周五分之二,丁行全周十一分之六;若各動體始終以此速度運動,問出發後經若干時,可同時聚於出發點.

37. 有鉛板二塊:甲長一尺五寸,寬八寸,厚三寸;乙長

一尺二寸,寬六寸,厚三寸五分.試求其重之比.

38. 有甲乙二時計,於某日正午撥準.其次日正午,甲爲零時五分,乙爲十一時五十四分.問此日(卽撥準之次日)午後甲示六時時,實爲何時. 又此時乙示何時?

39. 八人或二十童子十八日可成之工,若使十人及十五童子合作之,幾日可完?

40. 男二十四人二十六日可成之工,今以女三十二人作之,問需幾日. 但女十人當男八人.

41. A,B二汽船,其速度之比爲5:7.A向甲地,B向乙地,同於某日正午由某地開行,A於次日午前八時抵甲地,問B何時抵乙地;但某地至甲地四百浬,甲地至乙地四百六十九浬.

42. 男三人與童子四人協力耕作四十五畝之田,九日完工.問男十人童七人協力耕長三百二十公尺,寬二百四十公尺之矩形田,需幾日. 但一男一童力之比爲8:5.

43. 二個互嚙之有齒廻轉車,大者齒數三十二,小者齒數二十四;而大者每二分半時間回轉三十次,問小者於四十五分間廻轉若干次.

44. 一百五十工人每日作工八小時,十二週間可落成之工程,於著手七週後,增二十五人,每日作工十小時.問再經幾日卽完工.

45. 甲乙二人競走,甲走三十九步,乙走四十一步,而甲十九步之距離,等於乙二十步之距離.今甲於五分二十八秒間,走千八百碼,問甲勝幾碼及幾秒.

46. 甲乙丙三人爲八百八十碼競走,結果甲勝乙十一碼,勝丙三十三碼.問乙勝丙若干碼.

47. 上布二十七疋之價,等於白布四十疋之價.上布

七十五疋之價,等於綢紗六十四疋之價.今以白布三十二疋,換綢紗十三疋,因之損失四圓六角五分,問各一疋之價若干.

48. 以四百六十五圓分與甲乙丙丁四人,甲與乙之比爲七與六,乙與丙與丁之比爲四與五與七,問丁之所得若干.

49. 某戰事某村出下級軍官五人,兵卒十人.其中戰死者下級軍官一人,兵卒二人,其他無恙凱旋.其村中之軍人救濟會以六百圓恤各軍人,其配分之方法,係生存之軍官及兵卒各一人爲四與三之比,又戰死者各遺族得生存者一人之二分.問生存者各一人及戰死者各遺族之恤金各若干.

50. 有甲乙二人,甲出二千五百圓,乙出四千圓,合股營商,一年後決算,損失五百二十圓.此時丙以四千五百圓加入,又經一年,得利二千三百五十八圓.問甲乙丙三人之所得各幾何. 但損益額應按所出金額分配,而前次所損,與丙無關.

51. 有五人,其年齡之比,甲與乙爲5:4,乙與丙爲3:2,丙與丁爲8:7,丁與戊爲4:3.今甲較戊大三十九歲,問各人之年齡.

52. 甲乙丙所有金合計爲一百圓;甲爲乙之二倍,乙之所有金比丙多十二圓.問三人所有金各若干.

53. 問含百分之二鹽分之海水,蒸發幾許之水,則可得含百分之十八鹽分之水.

54. 有甲乙丙丁四種豆,一斗之價甲四角,乙三角八分,丙三角五分,丁三角四分.今混合此四種豆,得一斗價三角七分之豆二十八石,若欲乙,丙,丁,之比爲2:5:6,問需豆各

若干斗.

55. 一萬二千噸之戰鬬艦,與八千噸之巡洋艦合共十隻.其造船費爲九千七百六十萬圓;而戰鬬艦一噸值千圓,巡洋艦一噸值八百圓;問兩種軍艦之隻數各若干.

56. 甲麥二斗,乙麥三斗之價爲三圓六角;甲麥三斗乙麥四斗之價爲五圓七分.今混合之得一斗價七角五分之麥三石八斗.問各需若干斗.

57. 求次之八數平均數,且其中之最大及最小數對於平均數爲幾%.

79.23, 81.07, 87.90, 76.42, 73.65, 80.88, 79.51, 78.31.

58. 某地某年之收穫,比前年減二分,比平年增九分二釐.問前年比平年增收若干.

59. 某校所招之新生,其中二分五釐身體不合格;其餘之九分之四第一日學術試驗即落第.因之僅錄取七百四十八人,求投考者之總數.

60. 某人有地二所,各賣四千三百三十一圓二角五分.甲地對於買價獲利一分二釐五毫,乙地損失一分二釐五毫;問全體損益若干圓. 又全體買額對於損益之成分若何? (不滿毫者四捨五入)

61. 某物品照定價減二分出售,對於原價尙得利一分,求定價增原價之成數.

62. 某農家本年之收穫額,比前二年之平均額增加八釐,而此三年間之收穫額,合計爲五千二百三十六石.問本年收穫若干石.

63. 某人買照定價減二分之書籍若干部,旋照定價賣去所買部數五分之三多十部,本金即收回.問所買之部數若何.

64. 某商人買每斗價二角四分之豆與三角六分之豆共九石,混合之賣三十六圓,得利二分.問所買之豆各若干石.

65. 某貨物之賣價爲四百九十四圓,因支出賣價一分二釐五毫之酬金,對於原價遂損失一釐二毫;問原價如何.

66. 某屋價值六千圓,其保險金爲五千五百圓,設年付一釐二毫之保險費,三年後罹火災;問其損失若何.

67. 於甲地買煤千五百噸,每噸之價爲十一圓五角;運往乙地,每噸又費去三圓二角五分之運費.今每噸賣十七圓二角,而買賣日數相距三十日;設其總支出之金額,以日利三分貸得,問得利若干圓,又其成數若何.

68. 某公司所得之淨利,當資本之一分;今以此利銀一分作公積金,七分分於股東,尚餘五百六十圓,問資本金爲若干圓.

69. 有人借年利七釐之金,買票面價額百圓時價九十六圓年利六釐之公債票,其票面價四千五百圓;求半年間之借金利息及公債息之差.

70. 賣年利五釐之票面總價額七千八百圓之公債票,其時價爲每百圓得九十三圓五角.設以此金買年利七釐五毫之每百圓時價百十圓五角之公債票,問六個月間所得利息增減若何.

71. 某種地之每月租金,一畝爲銀七分五釐,而其他消耗當租金之成數七釐;設買此種之地,以前之同樣租金租與他人,而欲得年利一分二釐之利,問每畝之買價應爲若干圓.

72. 以月利一分二釐五毫之單利,每月借十五圓作

學費,問一年終了,其本利合計爲若干.

73. 某人持某年十一月十日支付五百八十圓之期票,於其年之六月三日向銀行支付,其折扣率爲年利五釐五毫,問現値爲若干.（但不滿釐者四捨五入）

74. 應於一年半後支付二千六百四十五圓,若暫時支付,其折扣爲年利一分五釐.問現値爲若干.

75. 應於一年後支付之二千五百圓,今八個月後支付千五百圓,問其餘應在何時支付.

76. 有本金若干,以年利二分借出三年,其複利較單利多二十四圓,問本利合計各若干;但計算複利以一年爲一期.

77. (1) 9.86965056之平方根若何.

(2) 求$\frac{22}{7}$之平方根;但小數取至第四位,以下四捨五入.

(3) 試計算$\sqrt{\frac{215472}{108}}$至小數第二位.

(4) 試計算$\sqrt{121\frac{1}{3}}$至小數第四位.

(5) 求1698181681之四次方根.

(6) 求122615.327232之立方根.

(7) 試計算$\sqrt[3]{8\frac{1}{3}}$至小數第四位.

(8) 求$\sqrt[3]{2}$至小數第二位.

(9) 試算出$\sqrt{25.481}$與$\sqrt[3]{128.3092}$之差.

(10) 求$\sqrt[8]{5764801}$之値.

78. 將三千人之軍隊分爲四人一排,各排相隔三尺.今以每時二里之速度過長百二十丈之橋,問需若干時.

79. 甲作十五日,成某工程八分之五;後使乙助之,作五日而完工.問一人獨作,各需若干日.

80. 以脚踏車行十五時而達之路;歸時以前之速度二倍又五分之二,行二時五分,又行五里始達全路之半.問全路之長若干.

81. 有三種酒,甲三升又二分之一,乙五升又四分之一,丙九升又三分之一;今以之貯於容量相等之瓶,而瓶數爲最少.問瓶數各若干.

82. 將圓周率3.14159作$\frac{22}{7}$計算,則半徑百二十尺之圓周,其差爲幾寸?

83. 有矩形地,長百二十丈,廣八十四丈.今於其四隅及周圍植櫻樹若干株,而樹與樹之距離相等,且須最大.問可植樹若干株.

84. 甲乙丙三人同時於同地同向出發,繞行周二十里之島,每時甲行五里,乙行八里,丙行十里;問三人出發後經若干時,始再會於出發點.

85. 甲之速度每時三里,乙之速度每時二里;甲行二小時後,乙始動身,而甲至二十七里之地,復歸舊路.問與乙相會時,乙行路若干里.

86. 有船於某年六月二十二日午前八時,由東經百三十四度四十六分五十秒之某港,以每小時十八浬之速度,沿赤道向東行,七十二小時抵某地;問其地之經度及時日若何. 但一浬爲赤道之弧一分之長.

87. 八百八十碼競走,甲若許乙先行十四碼,則無勝負.又五百七十碼競走,乙若許丙先行二十四碼,則無勝負.今一千一百碼競走,甲若許丙先行六十碼,問尙勝丙幾碼.

88. 甲以二千圓營商,三個月後乙以三千圓附入;其後又經三個月,丙以四千五百圓附入.自最初營業時起,經一年而得利銀二千五百圓.設此中以二分五釐作公積金,餘者三人分配,問各得若干.

89. 米一石八斗之價,等於麥二石七斗之價;今以此價買等量之米麥,問其量各若干.

90. 內徑二寸,外徑三寸,長九尺之鐵管重若干斤?但鐵之比重爲7.22.

91. 沿鐵路有甲乙兩站,甲站之煤價每噸爲七圓五角,乙站之煤價每噸爲六圓三角,而一噸之運費每哩爲銀二分五釐.今甲乙之間丙站所買入之煤,彼此均無損益,問丙與甲之距離若干哩. 又甲乙之距離爲百哩.

92. 某人以年一分四釐之單利,借得四百五十圓;第一年末還二百十三圓,第二年末還米八石,第三年末還二百七十三圓七角,本利均清.問米值若干圓. 但每年末所還之銀,爲本金一部分,與各年末利息之和.

93. 某市人口爲三萬九千人,設每年增一分二釐,問三年後之人數若干.

94. 某人以一萬五千圓存於銀行,每年依複利計利,三年後共得一萬七千三百六十四圓三角七分五釐;問利率若何.

95. 築長百六十尺,高十五尺,厚六尺之堤,用甲工十六人,乙工五人,需五十日完工;若用甲工十七人,乙工十人,則需四十日完工.今築長七百二十尺,高十四尺,厚八尺之堤,用甲工二十二人,乙工四十五人,問若干日完工.

96. 某室長與闊之比爲四與三,其面積爲六千三百四十八平方寸.今欲於此室內堆積正方體之箱一萬二千

百六十七立方寸三層,問箱數若干.

97. 高二尺四寸,底面直徑一尺四寸之直圓錐體,其體積及表面積各若干?

98. 地板面積爲百十七平方尺之室,其一方之牆面積爲百三十方尺,而其相連之牆面積爲九十平方尺,問此室之長寬高各若干.

99. 由東西兩站同時出發之甲乙二汽車,相會後,甲以六時四十五分,乙以八時二十分,各抵相對之站.問甲乙行此全距離所需之時間各若干.

100. 甲乙二船,從D港出航,甲向正西航 4 小時,折向正南航二小時,又折向正東航 6 小時,抵一A 島;乙向正東航10小時,折向正北航7.5小時,抵一 B 島.AB 二島之距離爲100里,而甲乙兩船每時速度之比如5.4,求二船每小時之速度.

(終)

代數

新中學教科書 代數學 精裝一冊 一元二角 平裝一冊 八角

新中學教科書 代數習題詳解 精裝一冊 一元六角

審定 新制代數教本 二冊 各一元二角

新制代數教本答數 二冊 各一角五分

中華中學代數教科書 二冊 各五角

審定 代數學教科書 一冊 一元二角

中華書局發行

牢(507)

有著作權不准翻印

民國十四年十月發行
民國十五年十一月三版

新師範教科書 算術（全一冊）

◉【定價銀八角】
（外埠酌加郵匯費）

編者 吳江陳懷書
校者 江都任誠 江都許崇德
發行者 中華書局
印刷者 上海 中華書局
印刷所 上海靜安寺路二七七號 中華書局
總發行所 上海棋盤街 中華書局
分發行所 中華書局 北京 天津 保定 張家口 濟南 青島 太原 開封 鄭州 西安 蘭州 南京 徐州 杭州 蘭溪 安慶 蕪湖 南昌 九江 漢口 武昌 沙市 長沙 衡州 常德 成都 重慶 福州 廈門 廣州 潮州 汕頭 雲南 貴陽 奉天 吉林 哈爾濱 新加坡