幾何原本 一

幾何原本

（一）

利瑪竇口譯
徐光啓筆受

刻幾何原本序

唐虞之世。自羲和治歷。暨司空、后稷、工、虞、典樂五官者。非度數不爲功。周官六藝。數與居一焉。而五藝者。不以度數從事。亦不得工也。襄曠之於音。般墨之於械。豈有他謬巧哉。精於用法而已。故嘗謂三代而上爲此業者。盛有原原本本、師傳曹習之學。而畢喪於祖龍之焰。漢以來、多任意揣摩。如盲人射的。虛發無效。或依儗形似。如持螢燭象。得首失尾。至於今而此道盡廢。有不得不廢者矣。幾何原本者。度數之宗。所以窮方圓平直之情。盡規矩準繩之用也。利先生從少年時。論道之暇。留意藝學。且此業在彼中所謂師傳曹習者。其師丁氏。又絕代名家也。以故極精其說。而與不佞游久。講譚餘晷。時時及之。因請其象數諸書。更以華文。獨謂此書未譯。則他書俱不可得論。遂共翻其要約六卷。既卒業而復之。由顯入微。從疑得信。蓋不用爲用。衆用所基。眞可謂萬象之形囿。百家之學海。雖實未竟。然以當他書。既可得而論矣。私心自謂。不意古學廢絕二千年後。頓獲補綴唐虞三代之闕典遺義。其裨益當世。定復不小。因偕二三同志。刻而傳之。先生曰。是書也。以當百家之用。庶幾有羲和般墨其人乎。猶其小者。有大用於此。將以習人之靈才。令細而確也。余以謂小用大用。實在其人。如鄧林伐樹。棟梁榱桷。恣所取之耳。顧惟先生之學。略有三種。大者修身事天。小者格物窮理。物理之一端別爲象數。一一皆精實典要。洞無可疑。其分解擘析。亦能使人無疑。而余乃亟傳其小者。趨欲先其易信。使人繹其文。想見其意理。而知先生之學。可信不疑。大

槩如是。則是書之爲用更大矣。他所說幾何諸家。藉此爲用。略具其自叙中。不備論。吳淞徐光啓書。

譯幾何原本引

夫儒者之學。亟致其知。致其知、當由明達物理耳。物理渺隱。人才頑昏。不因既明累推其未明。吾知奚至哉。吾西陬國雖褊小。而其庠校所業格物窮理之法。視諸列邦爲獨備焉。故審究物理之書極繁富也。彼士立論宗旨。惟尙理之所據。弗取人之所意。蓋曰理之審、乃令我知。若夫人之意、又令我意耳。知之謂、謂無疑焉。而意猶兼疑也。然虛理隱理之論。雖據有眞指。而釋疑不盡者。尙可以他理駁焉。能引人以是之。而不能使人信其無或非也。獨實理者、明理者、剖散心疑。能強人不得不是之。不復有理以疵之。其所致之知。且深且固。則無有若幾何一家者矣。幾何家者。專察物之分限者也。其分者若截以爲數。則顯物幾何衆也。若完以爲度。則指物幾何大也。其數與度。或脫於物體而空論之。則數者立算法家。度者立量法家也。或二者在物體而偕其物議之。則議數者如在音相濟爲和而立律呂樂家。議度者如在動天迭運爲時而立天文歷家也。此四大支流析百派。其一量天地之大。若各重天之厚薄。日月星體去地遠近幾許。大小幾倍。地球圍徑道里之數。又量山岳與樓臺之高。井谷之深。兩地相距之遠近。土田城郭宮室之廣袤。廩庾大器之容藏也。其一測景以明四時之候。晝夜之長短。日出入之辰。以定天地方位。歲首三朝分至啓閉之期。閏月之年。閏日之月也。其一造器以儀天地。以審七政次舍。以演八音。以自鳴知時。以便民用。以祭上帝也。其一經理水土木石諸工。築城郭。作爲樓臺宮殿。上棟下宇。疏河注泉。造作橋梁。如是

諸等營建。非惟飾美觀好。必謀度堅固。更千萬年不圮不壞也。其一製機巧。用小力轉大重。升高致遠。以運芻糧。以便泄注。乾水地。水乾地。以上下舫舶。如是諸等機器。或借風氣。或依水流。或用輪盤。或設關捩。或恃空虛也。其一察目視勢。以遠近正邪高下之差。照物狀可畫立圜立方之度數於平版之上。可遠測物度及眞形。畫小使目視大。畫近使目視遠。畫圜使目視球。畫像有坳突。畫室屋有明闇也。其一爲地理者。自輿地山海全圖。至五方四海。方之各國。海之各島。一州一郡。僉布之簡中。如指掌焉。全圖與天相應。方之圖與全相接。宗與支相稱。不錯不紊。則以圖之分寸尺尋。知地海之百千萬里。因小知大。因邇知遐。不悞觀覽。爲陸海行道之指南也。此類皆幾何家正屬矣。若其餘家。大道小道。無不藉幾何之論以成其業者。夫爲國從政。必熟邊境形勢。外國之道里遠近。壤地廣狹。乃可以議禮賓來往之儀。以虞不虞之變。不爾。不妄懼之。必誤輕之矣。不計算本國生耗出入錢穀之凡。無以謀其政事。自不知天文而恃信他人傳說。多爲僞術所亂熒也。農人不豫知天時。無以播殖百嘉種。無以備旱乾水溢之災而保國本也。醫者不知察日月五星躔次。與病體相視乖和逆順。而妄施藥石針砭。非徒無益。抑有大害。故時見小恙微痾。神藥不效。少壯多夭折。蓋不明天時故耳。商賈懵於計會。則百貨之貿易。子母之入出。儕類之衰分。咸晦混。或欺其偶。或受其偶欺。均不可也。今不暇詳諸家借幾何之術者。惟兵法一家。國之大事。安危之本。所須此道。尤最亟焉。故智勇之將。必先幾何之學。不然者。雖智勇無所用之。彼天官時日之屬。豈良將所留心乎。良將所急。先計軍馬芻粟之盈詘。道里地形之遠近險易廣狹死生。次計列營布陣形勢所宜。或用

圓形以示寡。或用角形以示衆。或爲卻月象以圍敵。或作銳勢以潰散之。其次策諸攻守器械。熟計便利。展轉相勝。新新無已。備觀列國史傳所載。誰有經營一新巧機器而不爲戰勝守固之藉者乎。以衆勝寡。強勝弱。奚貴以寡弱勝衆強。非智士之神力不能也。以余所聞。吾西國千六百年前。天主教未大行。列國多相幷兼。其間英士有能以羸少之卒。當十倍之師。守孤危之城。禦水陸之攻。如中夏所稱公輸、墨翟。九攻九拒者。時時有之。彼操何術以然。熟於幾何之學而已。以是可見此道所關世用至廣至急也。是故經世之雋偉志士。前作後述。不絕於世。時時紹明增益。論撰綦爲盛隆焉。乃至中古。吾西庠特出一聞士。名曰歐几里得。修幾何之學。邁勝先士。而開迪後進。其道益光。所制作甚衆甚精。生平著書。了無一語可疑惑者。其幾何原本一書。尤確而當。曰原本者。明幾何之所以然。凡爲其說者。無不由此出也。故後人稱之曰。歐几里得、以他書踰人。以此書踰己。今詳味其書。規摹次第。洵爲奇矣。題論之首。先標界說。次設公論題論所據。次乃具題。題有本解。有作法。有推論。先之所徵。必後之所恃。十三卷中。五百餘題。一脈貫通。卷與卷。題與題。相結倚。一先不可後。一後不可先。纍纍交承。至終不絕也。初言實理。至易至明。漸次積累。終竟乃發奧微之義。若暫觀後來一二題旨。即其所言。人所難測。亦所難信。及以前題爲據。層層印證。重重開發。則義如列眉。往往釋然而失笑矣。千百年來。非無好勝強辯之士。終身力索。不能議其隻字。若夫從事幾何之學者。雖神明天縱。不得不藉此爲階梯焉。此書未達而欲坐進其道。非但學者無所措其意。即教者亦無所措其口也。吾西庠如向所云幾何之屬幾百家。爲書無慮萬卷。皆以此書爲基。每立一義。即

引爲證據焉。用他書證者。必標其名。用此書證者。直云某卷某題而已。視爲幾何家之日用飲食也。至今世又復崛起一名士。爲竇所從學幾何之本師。曰丁先生。開廓此道。益多著述。竇昔游西海。所過名邦。每遘顓門名家。輒言後世不可知。若今世以前。則丁先生之於幾何。無兩也。先生於此書。覃精已久。既爲之集解。又復推求續補。凡二卷。與元書都爲十五卷。又每卷之中。因其義類。各造新論。然後此書至詳至備。其爲後學津梁。殆無遺憾矣。竇自入中國。竊見爲幾何之學者。其人與書。信自不乏。獨未睹有原本之論。既闕根基。遂難創造。即有斐然述作者。亦不能推明所以然之故。其是者、己亦無從別白。有謬者、人亦無從辨正。當此之時。遽有志翻譯此書。質之當世賢人君子。用酬其嘉信旅人之意也。而才既菲薄。且東西文理。又自絕殊。字義相求。仍多闕略。了然於口。尚可勉圖。肆筆爲文。便成艱澁矣。嗣是以來。屢逢志士左提右挈。而每患作輟。三進三止。嗚呼。此游藝之學。言象之粗。而齟齬若是。允哉始事之難也。有志竟成。以需今日。歲庚子。竇因貢獻。僑邸燕臺。癸卯冬。則吳下徐太史先生來。太史既自精心長於文筆。與旅人輩交游頗久。私計得與對譯。成書不難。於時以計偕至。及春薦南宮。選爲庶常。然方讀中祕書。時得晤言。多咨論天主大道。以修身昭事爲急。未遑此土苴之業也。客秋乃詢西庠舉業。余以格物實義應。及譚幾何家之說。余爲述此書之精。且陳翻譯之難。及向來中輟狀。先生曰。吾先正有言。一物不知。儒者之恥。今此一家已失傳。爲其學者。皆闇中摸索耳。既遇此書。又遇子不驕不吝。欲相指授。豈可畏勞玩日。當吾世而失之。嗚呼。吾避難。難自長大。吾迎難。難自消微。必成之。先生就功。命余口傳。自以筆受焉。反覆展轉。求合

本書之意以中夏之文重復訂政凡三易稿先生勤余不敢承以怠迄今春首其最要者前六卷獲卒業矣但歐几里得本文已不遺旨若丁先生之文惟譯註首論耳大史意方銳欲竟之余曰止請先傳此使同志者習之果以爲用也而後徐計其餘大史曰然是書也苟爲用竟之何必在我遂輟譯而梓是謀以公布之不忍一日私藏焉梓成竇爲撮其大意弁諸簡端自顧不文安敢竊附述作之林蓋聊敍本書指要以及翻譯因起使後之習者知夫創通大義緣力俱艱相期增修以終美業庶俾開濟之士究心實理於向所陳百種道藝咸精其能上爲國家立功立事卽竇鞏數年來旅食大官受恩深厚亦得藉手萬分之一矣

萬歷丁未泰西利瑪竇謹書

幾何原本雜議

下學工夫。有理有事。此書爲益。能令學理者祛其浮氣。練其精心。學事者資其定法。發其巧思。故舉世無一人不當學。聞西國古有大學師。門生常數百千人。來學者。先問能通此書乃聽入。何故。欲其心思細密而已。其門下所出名士極多。

能精此書者。無一書不可精。好學此書者。無一事不可學。

凡他事能作者能言之。不能作者亦能言之。獨此書爲用。能言者卽能作者。若不能作。自是不能言。何故。言時一毫未了。向後不能措一語。何由得妄言之。以故精心此學。不無知言之助。

凡人學問有解得一半者。有解得十九或十一者。獨幾何之學。通卽全通。蔽卽全蔽。更無高下分數可論。

人具上資而意理疏莽。卽上資無用。人具中材而心思縝密。卽中材有用。能通幾何之學。縝密甚矣。故率天下之人而歸於實用者。是或其所由之道也。

此書有四不必。不必疑。不必揣。不必試。不必改。有四不可得。欲脫之不可得。欲駁之不可得。欲減之不可得。欲前後更置之不可得。有三至三能。似至晦。實至明。故能以其明明他物之至晦。似至繁。實至簡。故能以其簡簡他物之至繁。似至難。實至易。故能以其易易他物之至難。易生於簡。簡生於明。綜其妙在明而已。

此書爲用至廣。在此時尤所急須。余譯竟。隨偕同好者梓傳之。利先生作敍。亦最喜其亟傳也。意皆欲公諸人人。令當世亟習焉。而習者蓋寡。竊意百年之後。必人人習之。即又以爲習之晚也。而謬謂余先識。余何先識之有。

有初覽此書者。疑奧深難通。仍謂余當顯其文句。余對之。度數之理。本無隱奧。至於文句。則爾日推敲再四。顯明極矣。倘未及留意。望之似奧深焉。譬行重山中。四望無路。及行到彼。蹊徑歷然。請假旬日之功。一究其旨。即知諸篇自首迄尾。悉皆顯明文句。

吳淞徐光啓記

題幾何原本再校本

是書刻於丁未歲。板留京師。戊申春。利先生以校正本見寄。令南方有好事者重刻之。累年來。竟無有。校本留寘家塾。暨庚戌北上。先生沒矣。遺書中得一本。其別後所自業者。校訂皆手跡。追惟篝燈函丈時。不勝人琴之感。其友龐、熊兩先生遂以見遺。庋置久之。辛亥夏季。積雨無聊。屬都下方爭論歷法事。余念牙絃一輟。行復五年。恐遂遺忘。因偕二先生重閱一過。有所增定。比於前刻。差無遺憾矣。續成大業。未知何日。未知何人。書以竢焉。吳淞徐光啓。

幾何原本第一卷之首 界說三十六 公論十九 求作四

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

界說三十六則

凡造論先當分別解說論中所用名目。故曰界說。

凡歷法、地理、樂律、算章、技藝、工巧諸事。有度、有數者。皆依賴十府中幾何府屬。凡論幾何先從一點始。

自點引之爲線。線展爲面。面積爲體。是名三度。

第一界

點者無分。

無長短、廣狹、厚薄。 如下圖。凡圖十干爲識。干盡用十二支。支盡用八卦八音。

甲。

第二界

線、有長無廣。

試如一平面。光照之。有光無光之間。不容一物。是線也。眞平眞圜相遇。其遇處止有一點。行則止有一線。

線有直、有曲

第三界

凡線之界是點。凡線有界者。兩界必是點。

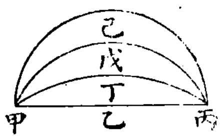
第四界

凡直線止有兩端。兩端之間。上下更無一點。

兩點之間。至徑者直線也。稍曲則繞而長矣。

直線之中點能遮兩界。　凡量遠近。皆用直線。

甲乙丙是直線。甲丁丙、甲戊丙、甲己丙。皆是曲線。



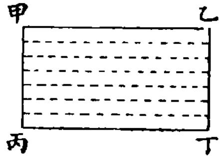
第五界

面者。止有長有廣。

一體所見為面。

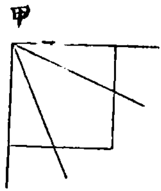
凡體之影極似於面。無厚之極。

想一線橫行、所留之迹即成面也。



第六界

面之界是線。



第七界

平面一面平。在界之內。

平面中間線。能遮兩界。

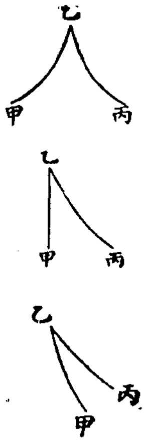
平面者。諸方皆作直線。

試如一方面。用一直繩施於一角。繞面運轉。不礙不空。是平面也。

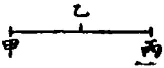
若曲面者。則中間線不遮兩界。

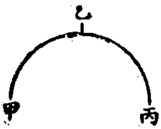
第八界

平角者。兩直線於平面縱橫相遇交接處。



凡言甲乙丙角。皆指平角。





如上甲乙、乙丙、二線。平行相遇。不能作角。

如上甲乙、乙丙二線。雖相遇。不作平角。爲是曲線。

所謂角。止是兩線相遇。不以線之大小較論。

第九界

直線相遇作角。爲直線角。

平地兩直線相遇。爲直線角。本書中所論止是直線角。但作角有三等。今附著於此。

一直線角。二曲線角。三雜線角。 如下六圖。

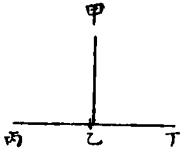
第十界

一直線垂於橫直線之上。若兩角等。必兩成直角。而直線下垂者。謂之橫線之垂線。

量法。常用兩直角。及垂線。垂線加於橫線之上。必不作銳角及鈍角。

若甲乙線至丙丁上。則乙之左右作兩角相等。爲直角。而甲乙爲垂線。

若甲乙爲橫線。則丙丁又爲甲乙之垂線。何者。丙乙與甲乙相遇。雖止一直角。然甲線若垂下過乙。則丙線上下定成兩直角。所以丙乙亦爲甲乙之垂線。如今用矩尺。一縱一橫。互相爲直線。相爲垂線。五



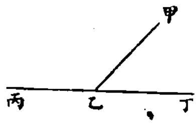
凡直線上有兩角相連是相等者。定俱直角。中間線爲垂線。

反用之。若是直角。則兩線定俱是垂線。

第十一界

凡角大於直角。爲鈍角。

如甲乙丙角與甲乙丁角不等。而甲乙丙大於甲乙丁。則甲乙丙爲鈍角。



第十二界

凡角小於直角。爲銳角。

如前圖甲乙丁是。

通上三界論之。直角一而已。鈍角銳角。其大小不等。乃至無數。

是後凡指言角者。俱用三字爲識。其第二字。即所指角也。 如前圖甲乙丙三字。第二乙字。即所指鈍角。若言甲乙丁。即第二乙字。是所指銳角。

第十三界

界者。一物之始終。

今所論有三界。點爲線之界。線爲面之界。面爲體之界。體不可爲界。

第十四界

或在一界、或在多界之間。爲形。

一界之形。如平圜、立圜等物。多界之形。如平方、立方、及平立三角、六八角等物。 圖見後卷。

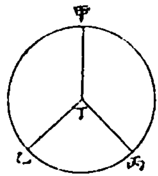
第十五界

圜者。一形於平地居一界之間。自界至中心作直線俱等。若甲乙丙爲圜。丁爲中心。則自甲至丁、與乙至丁、丙至丁。其線俱等。

外圓線爲圜之界。內形爲圜。

一說。圜是一形。乃一線屈轉一周。復於元處所作。如上圖甲丁線轉至乙丁。乙丁轉至丙丁。丙丁又至甲丁。復元處。其中形即成圜。

第十六界



圜之中處。爲圜心。

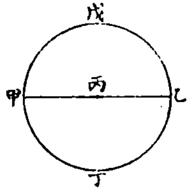
第十七界

自圜之一界作一直線。過中心至他界。爲圜徑。徑分圜兩平分。

甲丁乙戊圜。自甲至乙、過丙心、作一直線。爲圜徑。

第十八界

徑線與半圜之界所作形。爲半圜。



第十九界

在直線界中之形。爲直線形。

第二十界

在三直線界中之形。爲三邊形。

第二十一界

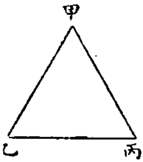
在四直線界中之形爲四邊形。

第二十二界

在多直線界中之形爲多邊形。五邊以上俱是。

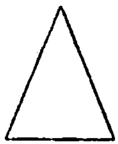
第二十三界

三邊形三邊線等。爲平邊三角形。



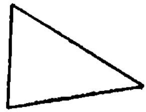
第二十四界

三邊形。有兩邊線等。爲兩邊等三角形。或銳或鈍



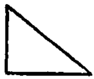
第二十五界

三邊形。三邊線俱不等。為三不等三角形。



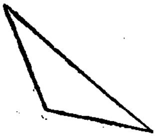
第二十六界

三邊形。有一直角。為三邊直角形。



第二十七界

三邊形。有一鈍角。為三邊鈍角形。



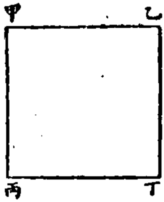
第二十八界

三邊形有三銳角。爲三邊各銳角形。

凡三邊形。恆以在下者爲底。在上二邊爲腰。

第二十九界

四邊形。四邊線等。而角直。爲直角方形。

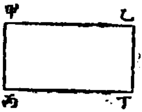


第三十界

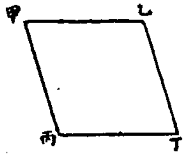
直角形。其角俱是直角。其邊兩兩相等。

如上甲乙丙丁形。甲乙邊與丙丁邊自相等。甲丙與乙丁自相等。

第三十一界

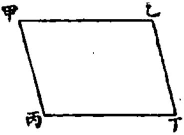


斜方形。四邊等。但非直角。



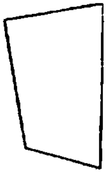
第三十二界

長斜方形。其邊兩兩相等。但非直角。



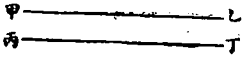
第三十三界

已上方形四種。謂之有法四邊形。四種之外。他方形。皆謂之無法四邊形。



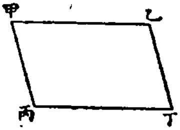
第三十四界

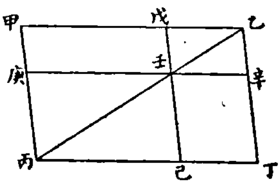
兩直線於同面行至無窮。不相離。亦不相遠。而不得相遇。爲平行線。



第三十五界

一形。每兩邊有平行線。爲平行線方形。





凡平行線方形。若於兩對角作一直線。其直線為對角線。又於兩邊縱橫各作一平行線。其兩平行線與對角線交羅相遇。即此形分為四平行線方形。其兩形有對角線者。為角線方形。其兩形無對角線者。為餘方形。

甲乙丁丙方形。於丙乙兩角作一線。為對角線。又依乙丁平行。作戊己線。依甲乙平行。作庚辛線。其對角線與戊己、庚辛、兩線。交羅相遇於壬。即作大小四平行線方形矣。則庚壬己丙、及戊壬辛乙、兩方形。謂之角線方形。而甲庚壬戊、及壬己丁辛、謂之餘方形。

求作四則

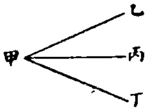
求作者。不得言不可作。

第一求

自此點至彼點。求作一直線。

此求亦出上篇。蓋自此點直行至彼點。即是直線。

自甲至乙。或至丙、至丁。俱可作直線。



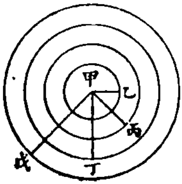
第二求

一有界直線。求從彼界直行引長之。

如甲乙線。從乙引至丙。或引至丁。俱一直行。

第三求

不論大小。以點爲心。求作一圜。



小之至極。數窮盡故也。此說非是。凡度與數不同，數者。可以長。不可以短。長數無窮。短數有限。如百數減半成五十。減之又減。至一而止。一以下。不可損矣。自百以上。增之可至無窮。故曰可長不可短也。度者。可以長。亦可以短。長者增之可至無窮。短者減之亦復無盡。嘗見莊子稱一尺之棰。日取其半。萬世不竭。亦此理也。何者。自有而分。不免爲有。若減之可盡。是有化爲無也。有化爲無。猶可言也。令已分者更復合之。合之又合。仍爲尺棰，是始合之初。兩無能幷爲一有也。兩無能幷爲一有。不可言也。

公論十九則

公論者。不可疑。

第一論

設有多度。彼此俱與他等。則彼與此自相等。

第二論

有多度等。若所加之度等。則合幷之度亦等。

第三論

有多度等。若所減之度等。則所存之度亦等。

第四論
有多度不等。若所加之度等。則合幷之度不等。

第五論
有多度不等。若所減之度等。則所存之度不等。

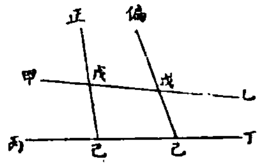
第六論
有多度俱倍於此度。則彼多度俱等。

第七論
有多度俱半於此度。則彼多度亦等。

第八論
有二度自相合。則二度必等。以一度加一度之上。

第九論
全大於其分。如一尺大於一寸。寸者、全尺中十分中之一分也。

第十論
直角俱相等。見界說十。



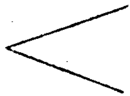
有二橫直線。或正或偏。任加一縱線。若三線之間。同方兩角。小於兩直角。則此二橫直線。愈長愈相近。必至相遇。

甲乙、丙丁、二橫直線。任意作一戊己縱線。或正或偏。若戊己線旁同方兩角。俱小於直角。或并之小於兩直角。則甲乙丙丁線。愈長愈相近。必有相遇之處。

欲明此理。宜察平行線不得相遇者。界說卅四 加一垂線。即三線之間定爲直角。便知此論兩角小於直角者。其行不得不相遇矣。

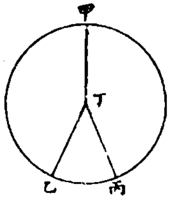
第十二論

兩直線。不能爲有界之形。



第十三論

兩直線。止能於一點相遇。



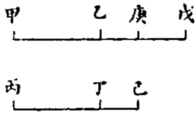
如云線長界近。相交不止一點。試於丙乙二界。各出直線交於丁。假令其交不止一點。當引至甲。則甲丁乙、宜爲甲丙乙圜之徑。而甲丁丙、亦如之 界說十七 夫

甲丁乙。圜之右半也。而甲丁丙。亦右半也　界說十七　甲丁乙爲全。甲丁丙爲其分。而俱稱右半。是全與其分等也。本篇九。

第十四論

有幾何度等。若所加之度各不等。則合并之差。與所加之差等。

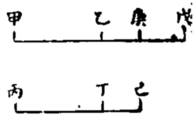
甲乙、丙丁線等。於甲乙加乙戊。於丙丁加丁己。則甲戊大於丙己者。庚戊線也。而乙戊大於丁己。亦如之。



第十五論

有幾何度不等。若所加之度等。則合并所贏之度。與元所贏之度等。

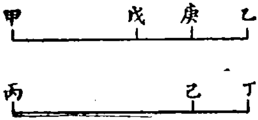
如下圖反說之。戊乙、己丁線不等。於戊乙加乙甲。於己丁加丁丙。則戊甲大於己丙者。戊庚線也。而戊乙大於己丁。亦如之。



第十六論

有幾何度等。若所減之度不等。則餘度所羸之度。與減去所羸之度等。

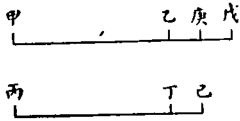
甲乙、丙丁、線等。於甲乙減戊乙。於丙丁減己丁。則乙戊大於丁己者。庚戊也。而丙己大於甲戊。亦如之。



第十七論

有幾何度不等。若所減之度等。則餘度所賸之度。與元所賸之度等。

如十四論反說之。甲戊、丙己、線不等。於甲戊減甲乙。於丙己減丙丁。則乙戊長於丁己者。亦庚戊也。與甲戊長於丙己者等矣。



第十八論

全與諸分之幷等。

第十九論

有二全度。此全倍於彼全。若此全所減之度。倍於彼全所減之度。則此較亦倍於彼較。相減之餘曰較。

如此度二十。彼度十。於二十減六。於十減三。則此較十四。彼較七。

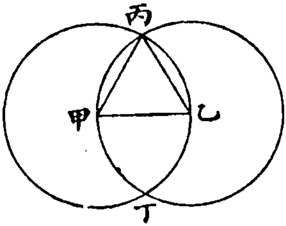
幾何原本第一卷

本篇論三角形　計四十八題

第一題

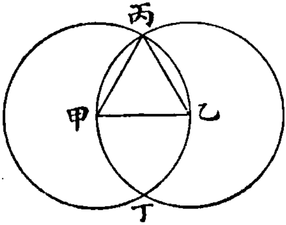
於有界直線上。求立平邊三角形。

法曰。甲乙直線上。求立平邊三角形。先以甲爲心。乙爲界。作丙乙丁圜。次以乙爲心。甲爲界。作丙甲丁圜。兩圜相交於丙、於丁。末自甲至丙。丙至乙。各作直線。卽甲乙丙爲平邊三角形。



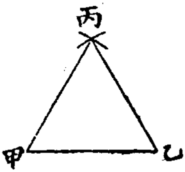
論曰。以甲爲心。至圜之界。其甲乙線。與甲丙、甲丁、線等。以乙爲心。則乙甲線。與乙丙、乙丁、線亦等。何者。凡爲圜。自心至界。各線俱等故。界說十五　既乙丙等於乙甲。而甲丙亦等於甲乙。卽甲丙亦等於乙丙。公論

一三邊等。如所求。凡論有二種。此以是爲論者。正論也。下倣此。



其用法。不必作兩圜。但以甲爲心。乙爲界。作近丙一短界線。乙爲心。甲爲界。亦如之。兩短界線交處。即得丙。

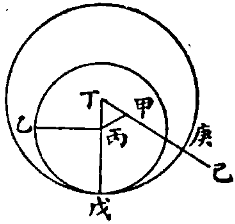
諸三角形。俱推前用法作之。詳本篇廿二。

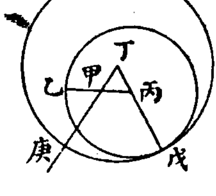


第二題

一直線。線或內、或外、有一點。求以點爲界作直線。與元線等。

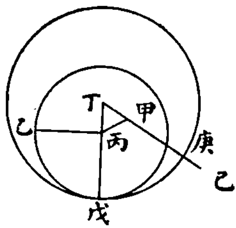
法曰。有甲點。及乙丙線。求以甲爲界作一線。與乙丙等。先以丙爲心。乙爲界。乙爲心丙爲界亦可作。作丙乙圜。第三求次觀甲點。若在丙乙之外。則自甲至丙作甲丙線。第一求 如左上圖。或甲在丙乙之內則截取甲至丙一分線。如左下圖。兩法俱以甲丙線爲底。任於上下作甲丁丙平邊三角形。本篇一。次自三角形兩腰線引長之。第二求 其丁丙、引至丙乙圜界而止。爲丙戊線。其丁甲、引之出丙乙圜外、稍長。爲甲己線。末以丁爲心。戊爲界。作丁戊圜。其甲己線、與丁戊圜、相交於庚。卽甲庚線、與乙丙線等。

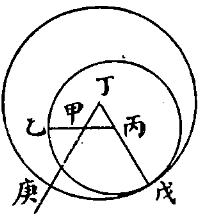




論曰。丁戊、丁庚線。同以丁爲心。戊、庚爲界。故等。界說十五 於丁戊線減丁丙。丁庚線減丁甲。其所減兩腰線等。則所存亦等。公論四 夫丙戊與丙乙。同以丙爲心。戊、乙爲界。亦等。界說十五 卽甲庚與丙乙等。公論一。

若所設甲點。即在丙乙線之一界。其法尤易。假如點在丙。即以丙爲心。作乙戊圜。從丙至戊、即所求。

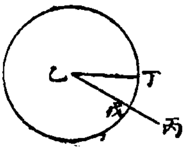




第三題

兩直線。一長一短。求於長線、減去短線之度。

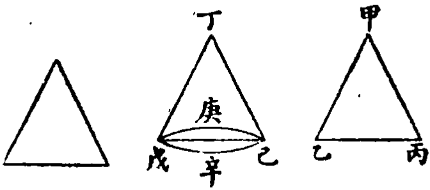
法曰。甲短線。乙丙長線。求於乙丙、減甲。先以甲爲度。從乙引至別界。作乙丁線。本篇二 次以乙爲心。丁爲界作圜。第三求 圜界與乙丙交於戊。即乙戊、與等甲之乙丁等。蓋乙丁、乙戊同心同圜。故界說十五。

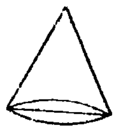


第四題

兩三角形。若相當之兩腰線各等。各兩腰線間之角等。則兩底線必等。而兩形亦等。其餘各兩角相當者俱等。

解曰。甲乙丙、丁戊己、兩三角形之甲、與丁、兩角等。甲丙、與丁己、兩線。甲乙、與丁戊、兩線。各等。題言乙丙、與戊己兩底線必等。而兩三角形亦等。甲乙丙、與丁戊己、兩角。甲丙乙、與丁己戊、兩角。俱等。

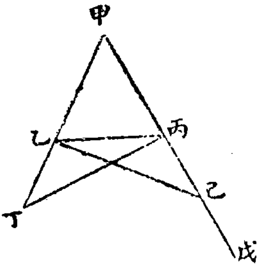




論曰。如云乙丙、與戊己、不等。卽令將甲角置丁角之上。兩角必相合、無大小。甲丙、與丁己。甲乙、與丁戊。亦必相合，無大小。公論八 此二俱等。而云乙丙、與戊己、不等。必乙丙底或在戊己之上、爲庚。或在其下、爲辛。癸。戊己旣爲直線。而戊庚己又爲直線。則兩線當別作一形。是兩線能相合爲形也。辛倣此。公論十二 以上爲論者。駁論也。下倣此。

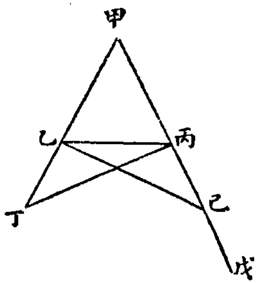
第五題

三角形。若兩腰等。則底線兩端之兩角等。而兩腰引出之。其底之外兩角亦等。



解曰。甲乙丙三角形。其甲丙、與甲乙、兩腰等。題言甲丙乙、與甲乙丙、兩角等。又自甲丙線、任引至戊。甲乙線、任引至丁。其乙丙戊、與丙乙丁、兩外角、亦等。

論曰。試如甲戊線稍長。卽從甲戊截取一分。與甲丁等。爲甲己。本篇三 次自丙至丁。乙至己。各作直線。第一求 卽甲己乙、甲丁丙、兩三角形必等。何者。此兩形之甲角同。甲己。與甲丁兩腰又等。甲

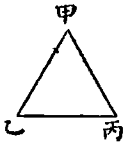


乙、與甲丙、兩腰又等。則其底丙丁、與乙己、必等。而底線兩端相當之各兩角。亦等矣。本篇四 又乙丙己、與丙乙丁、兩三角形亦等。何者。此兩形之丙丁乙、與乙己丙、兩角既等。本論 而甲己、甲丁、兩腰。各減相等之甲丙、甲乙線。卽所存丙己、乙丁、兩腰又等。公論三 丙丁、與乙己、兩底又等。本論 又乙丙同腰。卽乙丙丁、與丙乙己、兩角亦等也。則丙之外、乙丙己角、與乙之外、丙乙丁角、必等矣。本篇四 次觀甲乙己、與甲丙丁、兩角既等。於甲乙己、減丙乙己角。甲丙丁、減乙丙丁角。則所存甲丙乙、與甲乙丙、兩角必等。公論三

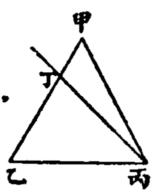
增。從前形。知三邊等形、其三角俱等。

第六題

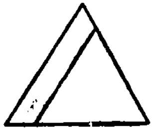
三角形。若底線兩端之兩角等。則兩腰亦等。



解曰。甲乙丙三角形。其甲乙丙、與甲丙乙、兩角等。題言甲乙、與甲丙、兩腰亦等。



論曰。如云兩腰線不等。而一長一短。試辨之。若甲乙爲長線。卽令比甲丙線、截去所長之度爲乙丁線、而乙丁與甲丙等。本篇三 次自丁至丙作直線。則本形成兩三角形。其一爲甲乙丙。其一爲丁乙丙。而甲乙丙全形與丁乙丙分形同也。是全與其分等也。公論九 何者。彼言丁乙丙分形之乙丁、與甲乙丙兩形之甲丙、兩線既等。丁乙丙分形之乙丙、與甲乙丙全形之乙丙、又同線。而元設丁乙丙、與甲丙乙、兩角等。則丁乙丙、與甲乙丙、兩形亦等也。本篇四 是全與其分等也。故底線兩端之兩角等者。兩腰必等也。

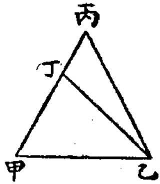


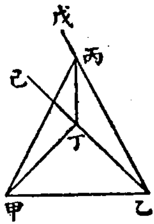
第七題

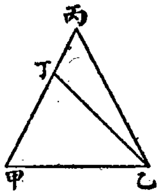
一線爲底。出兩腰線。其相遇止有一點。不得別有腰線與元腰線等而於此點外相遇。

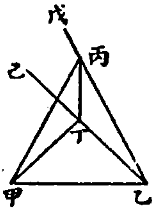
解曰。甲乙線爲底。於甲、於乙、各出一線。至丙點相遇。題言此爲一定之處。不得於甲上更出一線、與甲丙等。乙上更出一線、與乙丙等。而不於丙相遇。

論曰。若言有別相遇於丁者。卽問丁當在丙內邪。丙外邪。若言丁在丙內。則有二說。俱不可通。何者。若言丁在甲丙元線之內。則如第一圖。丁在甲丙兩界之間矣。如此。卽甲丁是甲丙之分。而云甲丙與甲丁等也。是全與其分等也。公論九 若言丁在甲丙乙三角頂間。則如第二圖、丁在甲丙乙之間矣。卽令自



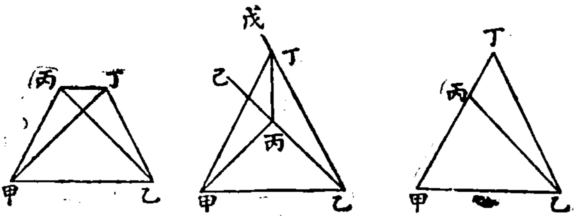






丙至丁、作丙丁線。而乙丁丙、甲丁丙、又成兩三角形。次從乙丁引出至己。從乙丙引出至戊。則乙丁丙形之乙丁、乙丙、兩腰等者。其底線兩端之兩角、乙丁丙、乙丙丁。宜亦等也。其

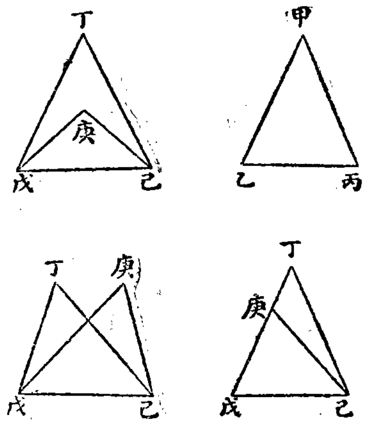
第八題



底之外兩角。己丁丙、戊丙丁。宜亦等也[本篇五]而甲丁丙形之甲丁、甲丙、兩腰等者。其底線兩端之兩角甲丙丁、甲丁丙。宜亦等也。[本篇五]夫甲丙丁角。本小於戊丙丁角、而爲其分。今言甲丁丙、與甲丙丁、兩角等。則甲丁丙、亦小於戊丙丁矣。何況己丁丙、又甲丁丙之分。更小於戊丙丁可知。何言底外兩角等乎。若言丁在丙外。又有三說。俱不可通。何者。若言丁在甲丙元線外。是丁甲即在丙甲元線之上。則甲丙與甲丁等矣。即如上第一說駁之。若言丁在甲丙乙三角頂外。即如上第二說駁之。若言丁在丙外。而後出二線。一在三角形內。一在其外。甲丁線與乙丙線相交。如第五圖。即令將丙丁相聯作直線。是甲丁丙。又成一三角形。而甲丙丁、宜與甲丁丙、兩角等也。[本篇五]夫甲丁丙角。本小於丙丁乙角、而爲其分。據如彼論。則甲丙丁角。亦小於丙丁乙角矣。又丙丁乙、亦成一三角形。而丙丁乙、宜與丁丙乙、兩角等也。[本篇五]夫丁丙乙角。本小於甲丙丁角。而爲其分。據如彼論。則丙丁乙角、亦小於甲丙丁角矣。此二說者。豈不自相戾乎。

兩三角形若相當之兩腰各等。兩底亦等。則兩腰間角必等。

解曰。甲乙丙、丁戊己兩三角形。其甲乙與丁戊、兩腰。甲丙與丁己、兩腰。各等。乙丙、與戊己、兩底亦等。題言甲與丁、兩角必等。

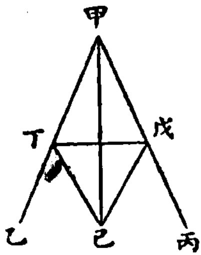


論曰。試以丁戊己形。加於甲乙丙形之上。問丁角在甲角上邪、否邪。若在上。卽兩角等矣。公論八 或謂不然。乃在於庚。卽問庚當在丁戊線之內邪。或在三角頂之內邪。或在三角頂之外邪。皆依前論駁之。本篇七

系。本題止論甲丁角。若旋轉依法論之。即三角皆同。可見凡線等。則角必等。不可疑也。

第九題

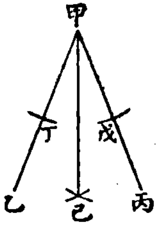
有直線角。求兩平分之。



法曰。乙甲丙角。求兩平分之。先於甲乙線任截一分為甲丁。本篇三。次於甲丙亦截甲戊與甲丁等。次自丁至戊作直線。次以丁戊為底。立平邊三角形。本篇一。為丁戊己形。末自己至甲作直線。即乙甲丙角為兩平分。

論曰。丁甲己、與戊甲己、兩三角形之甲丁、與甲戊、兩線等。甲己同是一線。戊己、與丁己、兩底又等。何言兩底等。初從戊丁底作此三角平形。此二線為腰。各等戊丁故。則丁甲己、與戊甲己、兩角必等。本篇八。

用法。如上截取甲丁、甲戊。即以丁為心。向乙、丙、間任作一短界線。次用元度。以戊為心。亦如之。兩界線交處得己。本篇一。

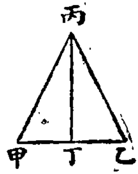


第十題

一有界線。求兩平分之。

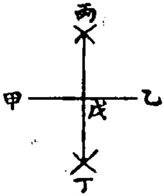
法曰。甲乙線。求兩平分。先以甲乙為底。作甲乙丙兩邊等三角形。本篇一。次以甲丙乙角兩平分之。本篇九。

得丙丁直線。卽分甲乙於丁。



論曰。丙丁乙。丙丁甲。兩三角形之丙乙、丙甲、兩腰等。而丙丁同線。甲丙丁、與乙丙丁、兩角又等。本篇九則甲丁、與乙丁、兩線必等。本篇四。

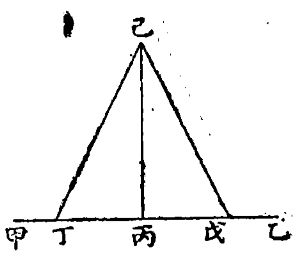
用法。以甲爲心。任用一度。但須長於甲乙線之半。向上向下、各作一短界線。次用元度。以乙爲心。亦如之。兩界線交處、卽丙、丁。末作丙丁直線。卽分甲乙於戊。



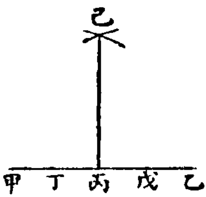
第十一題

一直線任於一點上求作垂線。

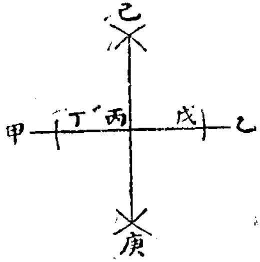
法曰。甲乙直線。任指一點於丙。求丙上作垂線。先於丙左、右。任用一度。各截一界。爲丁、爲戊。本篇三次以丁戊爲底作兩邊等角形。本篇一爲丁己戊。末自己至丙作直線。卽己丙爲甲乙之垂線。



論曰。丁己丙、與戊己丙、兩角形之己丁、己戊、兩腰等。而己丙同線。丙丁、與丙戊、兩底又等。卽兩形必等。丁、與戊、兩角亦等。（本篇五）丁己丙、與戊己丙、兩角亦等。（本篇八九）則丁丙己、與戊丙己兩角必等矣。等卽是直角。直角卽是垂線。（界說十）（此後三角形多稱角形省文也。）

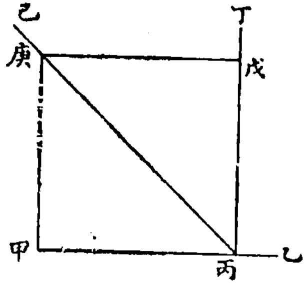


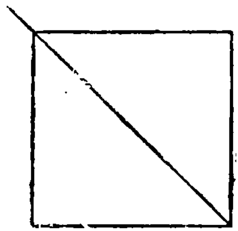
用法。于丙點左、右。如上截取丁、與戊。卽以丁爲心。任用一度。但須長於丙丁線。向丙上方作短界線。次用元度。以戊爲心。亦如之。兩界線交處、卽己。



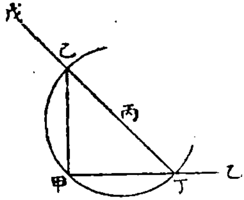
又用法。於丙左、右。如上截取丁、與戊。卽任用一度。以丁爲心。於丙上、下方、各作短界線。次用元度。以戊爲心。亦如之。則上交爲己。下交爲庚。末作己庚直線。視直線交於丙點、卽得。是用法、又爲嘗巧之法。

增。若甲乙線所欲立垂線之點。乃在線末甲界上。甲外無餘線可截。則於甲乙線上。任取一點。爲丙。如前法、於丙上立丁丙垂線。次以甲丙丁角。兩平分之。本篇九爲己丙線。次以甲丙爲度。於丁丙垂線上、截戊丙線。本篇三次於戊上、如前法。立垂線。與己丙線相遇、爲庚。末自庚至甲、作直線。如所求。





論曰。庚甲丙、與庚丙戊、兩角形之甲丙、戊丙、兩線既等。庚丙同線。戊丙庚、與甲丙庚、兩角又等。即甲庚、戊庚、兩線必等。本篇四 而對同邊之甲角戊角、亦等。本篇四 戊既直角。則甲亦直角。是甲庚爲甲乙之垂線。界說十 用法。甲點上、欲立垂線。先以甲爲心。向元線上方、任抵一界、作丙點。次用元度、以丙爲心。作大半圜。圜界與甲乙線相遇、爲丁。次自丁至丙、作直線。引長之至戊、爲戊丁線。戊丁與圜界相遇爲己。末自己至甲、作直線。即所求。此法今未能論。論見第三卷第三十一題。

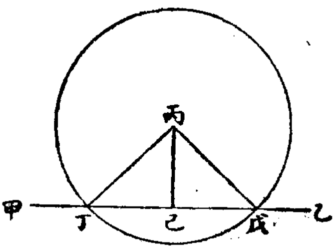


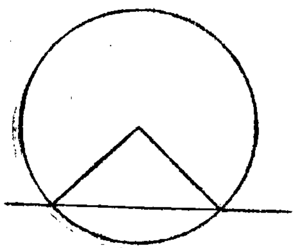
第十二題

有無界直線。線外有一點。求於點上作垂線。至直線上。

法曰。甲乙線外有丙點。求從丙作垂線至甲乙。先以丙爲心。作一圜。令兩交於甲乙線。爲丁爲戊。次從丁戊、各作直線至丙。次兩平分丁戊於己。本篇十 末自丙自己作直線。即丙己、爲甲乙之垂線。

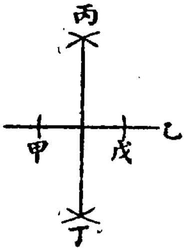
論曰丙己丁、丙己戊、兩角形之丙丁、丙戊、兩線等。丙己同線。則丙戊己、與丙丁己、兩角必等。本篇八 而丁丙己與戊丙己兩角又等。則丙己丁、與丙己戊、等皆直角。本篇四 而丙己定爲垂線矣。



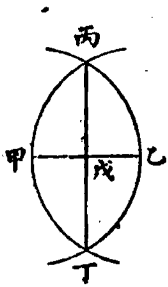


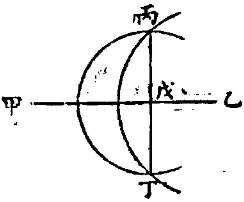
用法。以丙爲心。向直線兩處、各作短界線。爲甲、爲乙。次用元度。以甲爲心。向丙點相望處。作短界線。乙

爲心。亦如之兩界線交處、爲丁。末自丙至丁、作直線。則丙戊爲垂線。



又用法。於甲乙線上。近甲、近乙。任取一點爲心。以丙爲界作一圜界。於丙點、及相望處。各稍引長之。次於甲乙線上。視前心或相望如前圖。或進或退、如後圖任移一點爲心。以丙爲界作一圜界至與前圜交處得丁。末自丙至丁。作直線、得戊。若近界作垂線。無可截取。亦用此法。



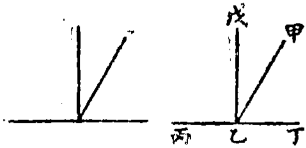


第十三題

一直線。至他直線上所作兩角。非直角。卽等於兩直角。

解曰。甲線、下至丙丁線。遇於乙。其甲乙丙、與甲乙丁、作兩角。題言此兩角、當是直角。若非直角。卽是一銳一鈍。而幷之等於兩直角。

論曰。試於乙上作垂線、爲戊乙。本篇十一令戊乙丙、與戊乙丁、爲兩直角。卽甲乙丁、甲乙戊、兩銳角。幷之與戊乙丁直角等矣。次於甲乙丁、甲乙戊、兩銳角。又加戊乙丙一直角。幷此三角。定與戊乙丙、戊乙丁、兩直角等也。公論十八次於甲乙戊、又加戊乙丙。幷此銳、直、兩角。定與甲乙丙鈍角等也。次於甲乙戊、戊乙丙、銳、直、兩角。又加甲乙丁銳角。幷此三角。定與甲乙丁、甲乙丙、銳、鈍、兩角等也。夫甲乙丁、甲乙戊、戊乙丙、三角。旣與兩直角等。則甲乙丁、與甲乙丙、兩角。定與兩直角等。公論一

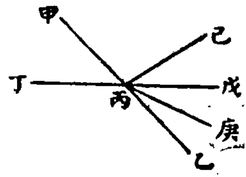


第十四題

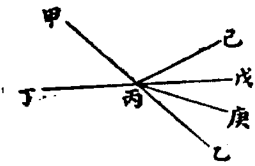
一直線。於線上一點。出不同方兩直線。偕元線、每旁作兩角。若每旁兩角、與兩直角等。卽後出兩線、爲一直線。

解曰。甲乙線。於丙點上、左出一線、爲丙丁。右出一線、爲丙戊。若甲丙戊、甲丙丁、兩角、與兩直角等。題言

丁丙、與丙戊、是一直線。



論曰。如云不然。令別作一直線。必從丁丙更引出一線。或離戊而上、爲丁丙己。或離戊而下爲丁丙庚也。若上於戊。則甲丙線、至丁丙己直線上。爲甲丙己、甲丙丁兩角。此兩角宜與兩直角等。本篇十三 如此。卽



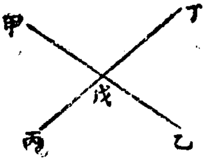
甲丙戊、甲丙丁、兩角、與甲丙己、甲丙丁。兩角亦等矣。試減甲丙丁角、而以甲丙戊、與甲丙己、兩角較之。果相等乎。公論三 夫甲丙己。本小於甲丙戊、而爲其分。今曰相等。是全與其分等也。公論九 若下於戊。則甲丙線、至丁丙庚直線上。爲甲丙庚、甲丙丁、兩角。此兩角、宜與兩直角等。本篇十三 如此。卽甲丙庚、甲丙丁、兩角、與甲丙戊、甲丙丁、兩角亦等矣。試減甲丙丁角、而以甲丙戊、與甲丙庚較之。果相等乎。公論三 夫甲丙戊。實小於甲丙庚、而爲其分。今曰相等。是全與

其分等也。公論九 兩者皆非。則丁丙戊、是一直線。

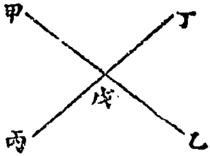
第十五題

凡兩直線相交作四角。每兩交角必等。

解曰。甲乙、與丙丁、兩線相交於戊。題言甲戊丙、與丁戊乙、兩角。甲戊丁、與甲戊乙、兩角。各等。



論曰。丁戊線、至甲乙線上。則甲戊丁、丁戊乙、兩角、與兩直角等。本篇十三 甲戊線。至丙丁線上。則甲戊丙、甲戊丁、兩角、與兩直角等。本篇十三 如此。卽丁戊乙甲戊丁、兩角。亦與甲戊丁、甲戊丙兩角等。公論十 試減同用之甲戊丁角。其所存丁戊乙甲戊丙、兩角必等。公論三 又丁戊線、至甲乙線上。則甲戊丁、丁戊乙、兩角、與兩直角等。本篇十三 乙戊線、至丙丁線上。則丁戊乙、丙戊乙、兩角、與兩直角等。本篇十三 如此。卽甲戊丁、丁戊乙、兩角、亦與丁戊乙、丙戊乙、兩角等。公論十 試減同用之丁戊乙角。其所存甲

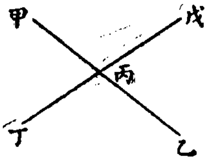


戊丁、丙戊乙、兩角必等。

一系。推顯兩直線相交於中點上作四角。與四直角等。

二系。一點之上。兩直線相交。不論幾許線。幾許角。定與四直角等。公論十八。

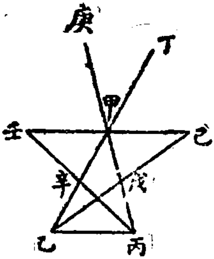
增題。一直線內出不同方兩直線。而所作兩交角等。卽後出兩線。爲一直線。



解曰。甲乙線內取丙點。出丙丁、丙戊、兩線。而所作甲丙戊、丁丙乙、兩交角等。或甲丙丁、戊丙乙、兩交角等。題言戊丙、丙丁、卽一直線。

論曰。甲丙戊角。既與丁丙乙角等。每加一戊丙乙角。卽甲丙戊、戊丙乙兩角。必與丁丙乙、戊丙乙、兩角等。公論二。而甲丙戊、戊丙乙、與兩直角等。本篇十三。則丁丙乙、戊丙乙。亦與兩直角等。是戊丙、丙丁爲一直線。本篇十四。

第十六題

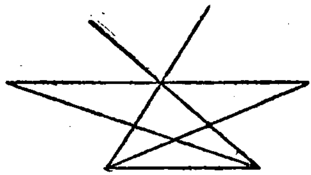


凡三角形之外角。必大於相對之各角。

解曰。甲乙丙角形。自乙甲線引之至丁。題言外角丁甲丙。必大於相對之內角甲乙丙、甲丙乙。

論曰。欲顯丁甲丙角、大於甲丙乙角。試以甲丙線、兩平分於戊。本篇十自乙至戊作直線。引長之。從戊外截取戊己、與乙戊等。本篇三次

自甲至己、作直線。卽甲戊己、戊乙丙、兩角形之戊己、與戊乙、兩線等。戊甲、與戊丙、兩線等。甲戊己、乙戊丙、兩交角又等。本篇十五則甲己、與乙丙、兩底亦等。本篇四兩形之各邊、各角、俱等。而己甲戊、與戊丙乙、兩角亦等矣。夫己甲戊。乃丁甲丙之分。則丁甲丙、大於己甲戊。亦大於相等之戊丙乙。而丁甲丙外角。不大於相對之甲丙乙內角乎。次顯丁甲丙、大於甲乙丙。試自丙甲線、引長之至庚。次以甲乙線兩平分於辛。本篇十自丙至辛。作直線引長之。從辛外截取辛壬、與丙辛等。本篇三次自甲至壬、作直線。依前論推顯甲辛壬、辛丙乙、兩角形之各邊、各角、俱等。則壬甲辛、與辛乙丙、兩角亦等矣。夫壬甲辛。乃庚甲乙之分。必小於庚甲乙也。庚甲乙、又與丁甲丙、兩交角等。本篇十五則甲乙丙內角。不小於丁甲丙外角乎。其餘乙丙上作外角、俱大於相對之內角。依此推顯。

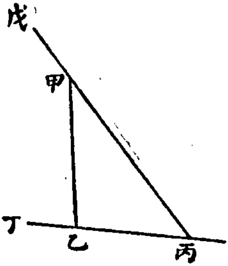


第十七題

凡三角形之每兩角。必小於兩直角。

解曰。甲乙丙角形。題言甲乙丙、甲丙乙、兩角。丙甲乙、甲乙丙兩角。甲丙乙。丙甲乙、兩角。皆小於兩直角。

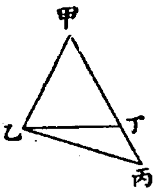
論曰。試用兩邊線丙甲、引出至戊。丙乙、引出至丁。卽甲乙丁外角。



大於相對之甲丙乙內角矣。本篇十六 此兩率者。每加一甲乙丙角。則甲乙丁、甲乙丙。必大於甲丙乙、甲乙丙矣。公論四 夫甲乙丁、甲乙丙、與兩直角等也。本篇十三 則甲丙乙、甲乙丙、小於兩直角也。餘二倣此。

第十八題

凡三角形。大邊對大角。小邊對小角。

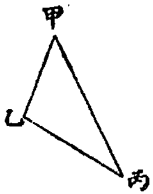


解曰。甲乙丙角形之甲丙邊。大於甲乙邊、乙丙邊。題言甲乙丙角、大於乙丙甲角、乙甲丙角。

論曰。甲丙邊、大於甲乙邊。卽於甲丙線上、截甲丁。與甲乙等。本篇三 自乙至丁作直線。則甲乙丁、與甲丁乙、兩角等矣。本篇五 夫甲丁乙角者。乙丙丁角形之外角。必大於相對之丁丙乙內角。本篇十六 則甲乙丁角、亦大於甲丙乙角。而況甲乙丙、又函甲乙丁於其中。不又大於甲丙乙乎。如乙丙邊、大於甲乙邊。則乙甲丙角、亦大於甲丙乙角。依此推顯。

第十九題

凡三角形。大角對大邊。小角對小邊。

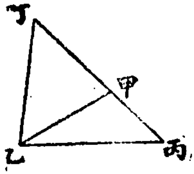


解曰。甲乙丙角形。乙角大於丙角。題言對乙角之甲丙邊、必大於對丙角之甲乙邊。

論曰。如云不然。令言或等、或小。若言甲丙與甲乙等。則甲丙乙角、宜與甲

乙丙角等矣。本篇五 何設乙角大於丙角也。若言甲丙小於甲乙。則甲丙邊、對甲乙丙大角。宜大。本篇十八 又何言小也。如甲角大於丙角。則乙丙邊大於甲乙邊。依此推顯。

第二十題



凡三角形之兩邊。幷之必大於一邊。

解曰。甲乙丙角形。題言甲丙、甲乙邊。幷之必大於乙丙邊。甲丙、丙乙。幷之必大於甲乙。甲乙、乙丙。幷之必大於甲丙。

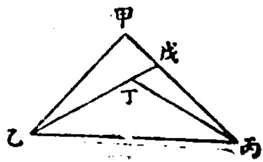
論曰。試於丙甲邊引長之。以甲乙爲度。截取甲丁。本篇三 自丁至乙、作直線。令甲丁、甲乙、兩腰等。而甲丁乙、甲乙丁、兩角亦等。本篇五 卽丙乙丁角、大於甲乙丁角。亦大於丙丁乙角矣。夫丁丙邊。對丙乙丁大角也。豈不大於乙丙邊、對丙丁乙小角者乎。本篇十九 又甲丁、甲乙、兩線。各加甲丙線。等也。則甲乙加甲丙者。與丙丁等矣。丙丁既大於乙丙。則甲乙、甲丙、兩邊。幷必大於乙丙邊也。餘二倣此。

第二十一題

凡三角形。於一邊之兩界、出兩線。復作一三角形、在其內。則內形兩腰。幷之必小於相對兩腰。而後兩線所作角。必大於相對角。

解曰。甲乙丙角形。於乙丙邊之兩界、各出一線。遇於丁。題言丁丙、丁乙、兩線幷。必小於甲乙、甲丙幷。而

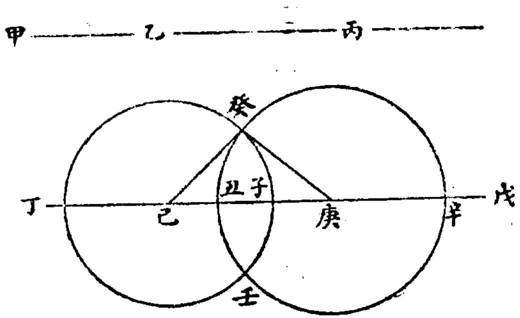
乙丁丙角、必大於乙甲丙角。



論曰。試用內一線引長之。如乙丁、引之至戊。即乙甲戊角形之乙甲、甲戊、兩線幷。必大於乙戊線也。本篇二十。此二率者。每加一戊丙線。則乙甲、甲戊、戊丙幷。必大於乙戊、戊丙幷矣。公論四　又戊丁丙角形之戊丁、戊丙線幷。必大於丁丙線也。此二率者。每加一丁乙線。則戊丁、戊丙、丁乙幷。必大於丁丙、丁乙、幷矣。公論四　夫乙甲、甲戊、戊丙、既大於乙戊、戊丙。豈不更大於丁丙、丁乙乎。本篇二十　又乙甲戊角形之丙戊丁外角。大於相對之乙甲戊內角。本篇十六　即丁戊丙角形之乙丁丙外角。亦大於相對之丁戊丙內角矣。而乙丁丙角。豈不更大於乙甲丙角乎。

第二十二題

三直線。求作三角形。其每兩線并大於一線也。

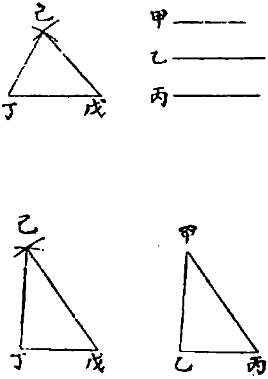


法曰。甲、乙、丙、三線。其第一、第二、線并。大於第三線。（若兩線比第三線・或等或小・即不能作三角形・見本篇二十・）求作三角形。先任作丁戊線。長於三線并。次以甲爲度。從丁、截取丁己線。（本篇三・）以乙爲度。從己、截取己庚線。以丙爲度。從庚截取庚辛線。次以己爲心。丁爲界。作丁壬癸圜。以庚爲心。辛爲界。作辛壬癸圜。其兩圜相遇。下爲壬。上爲癸。末以庚己爲底。作癸庚、癸己、兩直線。即得己癸庚三角形。（用壬亦可作・若丁壬癸圜不到子・辛壬癸圜不到丑・即是兩線或等・或小於第三線・不成三角形矣・）

論曰。此角形之丁己、己癸線。皆同圜之半徑。等。（界說十五）則己癸、與甲等。庚辛、庚癸線。亦皆同圜之半徑。等。則庚癸與丙等。己庚、元以乙爲度。則角形三線。與所設三線等。

用法。任以一線爲底。以底之一界爲心。第二線爲度。向上作短界線。次以又一界爲心。第三線爲度。向上作短界線。兩界線交處、向下作兩腰。如所求。

若設一三角形。求別作一形、與之等。亦用此法。



第二十三題

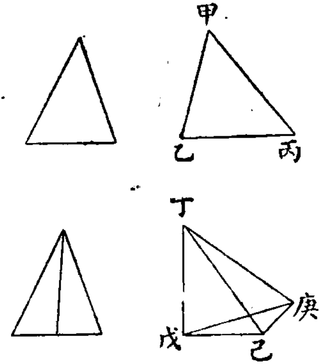
一直線。任於一點上、求作一角。與所設角等。

法曰。甲乙線。於丙點求作一角。與丁戊己角等。先於戊丁線。任取一點、爲庚。於戊己線。任取一點、爲辛。自庚至辛、作直線。次依甲乙線、作丙壬癸角形。與戊庚辛角形等。本篇廿二 卽丙壬、丙癸、兩腰。與戊庚、戊辛、兩腰等。壬癸底與庚辛底、又等。則丙角、與戊角、必等。本篇八。

第二十四題

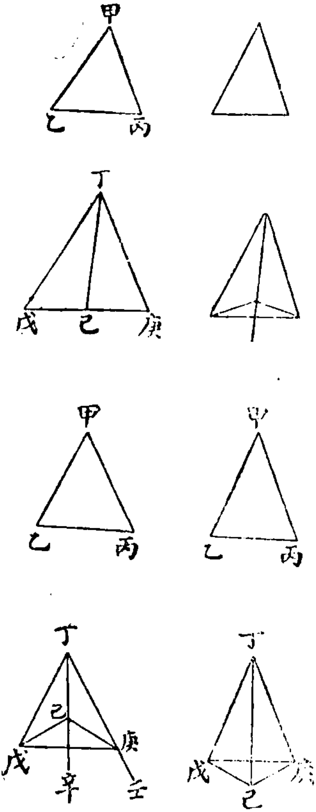
兩三角形相當之兩腰、各等。若一形之腰間角大。則底亦大。

解曰。甲乙丙與丁戊己兩角形。其甲乙、與丁戊、兩腰。甲丙與丁己兩腰各等。若乙甲丙角、大於戊丁己角、題言乙丙底、必大於戊己底。



論曰。試依丁戊線。從丁點、作戊丁庚角。與乙甲丙角等。（本篇廿三）則戊丁庚角、大於、戊丁己角。而丁庚腰在丁己之外矣。次截丁庚線、與丁己等。（本篇三）卽丁庚、丁己、俱與甲丙等。又自戊至庚作直線。是甲乙、與丁戊。甲丙與丁庚。腰線各等。乙甲丙、與戊丁庚、兩角亦等。而乙丙、與戊庚、兩底必等也。（本篇四）次問所作戊

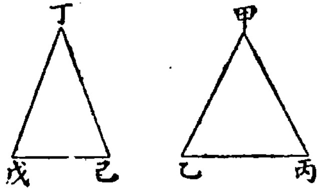
庚底。合在戊己底上形。抑同在一線形。抑在其下形。若在上。即如第二圖。自己至庚作直線。則丁庚己角形之丁庚、丁己兩腰等而丁庚己與丁己庚兩角亦等矣。本篇五 夫戊庚己角。乃丁庚己角之分。必小於丁庚己。亦必小於相等之丁己庚。而丁己庚又戊己庚角之分。則戊庚己、益小於戊己庚也。公論九 則對戊庚己小角之戊己腰。必小於對戊己庚大角之戊庚腰也。本篇十九 若戊己、與戊庚兩底同線。即如第四圖。戊己乃戊庚之分。則戊己必小於戊庚也。公論九 若戊庚在戊己之下。即如第六圖。自己至庚作直線。次引丁庚線出於壬。引丁己線出於辛。則丁庚、丁己兩腰等。而辛己庚、壬庚己、兩外角亦等矣。本篇五 夫戊庚己角。乃壬庚己角之分。必小於壬庚己。亦必小於相等之辛己庚。而辛己庚、又戊己庚角之分。



則戊庚己、益小於戊己庚也。公論九・則對戊庚己小角之戊己腰、必小於對戊己庚大角之戊庚腰也。本篇十九是三戊己、皆小於等戊庚之乙丙本篇四也。

第二十五題

兩三角形、相當之兩腰各等、若一形之底大、則腰間角亦大。



解曰、甲乙丙、與丁戊己兩角形、其甲乙、與丁戊、甲丙、與丁己、各兩腰等。若乙丙底、大於戊己底。題言乙甲丙角、大於戊丁己角。

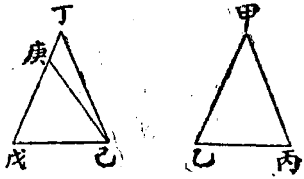
論曰、如云不然、令言或小、或等。若言等、則兩形之兩腰各等、腰間角又等、宜兩底亦等。本篇四何設乙丙底大也。若言乙甲丙角小、則對乙甲丙角之乙丙線、宜亦小。本篇廿四何設乙丙底大也。

第二十六題 二支

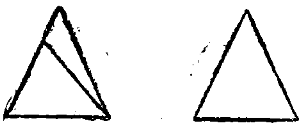
兩三角形、有相當之兩角等、及相當之一邊等、則餘兩邊必等。餘一角亦等。

其一邊、不論在兩角之內、及一角之對。

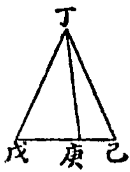
先解一邊在兩角之內者、曰、甲乙丙角形之甲乙丙、甲丙乙、兩角。與丁戊己角形之丁戊己、丁己戊、兩角、各等。在兩角內之乙丙邊、與戊己邊、又等。題言甲乙、與丁戊、兩邊。甲丙與丁己、兩邊。各等。而乙甲丙角、與戊丁己角、亦等。

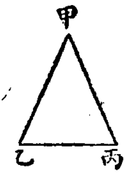


論曰。如云兩邊不等。而丁戊大於甲乙。令於丁戊線。截取庚戊、與甲乙等(本篇三)次自庚至己作直線。卽庚戊己角形之庚戊、戊己、兩邊。宜與甲乙、乙丙、兩邊等矣。夫乙角與戊角、元等。則甲丙與庚己、宜等。(本篇四)而庚己戊角、與甲丙乙角。宜亦等也。(本篇四)既設丁己戊、與甲丙乙、兩角等。今又言庚己戊、與甲丙乙、兩角等。是庚己戊、與丁己戊、亦等。全與其分等矣。(公論九)以此見兩邊必等。兩邊既等。則餘一角亦等。



後解相等邊、不在兩角之內。而在一角之對者、曰甲乙丙角形之乙角、丙角。與丁戊己角形之戊角、丁己戊角。各等。而對丙之甲乙邊、與對己之丁戊邊、又等。題言甲丙、與丁己、兩邊。丙乙、與己戊、兩邊。各等。而甲角、與戊丁己角、亦等。





論曰。如云兩邊不等、而戊己大於乙丙。令於戊己線。截取戊庚、與乙丙等。本篇三 次自丁至庚作直線。卽丁戊庚角形之丁戊、戊庚、兩邊。宜與甲乙、乙丙、兩邊等矣。夫乙角、與戊角元等。則甲丙、與丁庚、宜等。本篇四 而丁庚戊角、與甲丙乙角、宜亦等也。既設丁己戊、與甲丙乙、兩角等。今又言丁庚戊、與甲丙乙、兩角等。是丁庚戊外角、與相對之丁己戊內角、等矣。本篇十六 可乎。以此見兩邊必等。兩邊既等。則餘一角亦等。

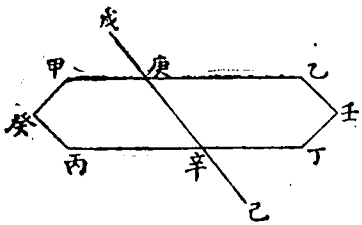
第二十七題

兩直線。有他直線交加其上。若內相對兩角等。卽兩直線必平行。

解曰。甲乙、丙丁、兩直線。加他直線戊己。交於庚、於辛。而甲庚辛、與丁辛庚、兩角等。題言甲乙、丙丁、兩線

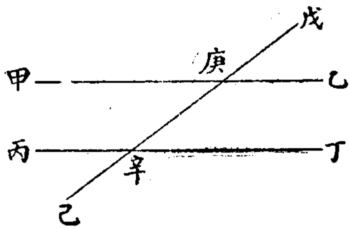
必平行。

論曰。如云不然。則甲乙、丙丁、兩直線。必至相遇於壬。而庚辛壬、成三角形。則甲庚辛外角。宜大於相對之庚辛壬內角矣。本篇十六 乃先設相等乎。若設乙庚辛角、與丙辛庚角等。亦依此論。若言甲乙、丙丁、兩直線相遇於癸。亦依此論。



第二十八題　二支

兩直線。有他直線交加其上。若外角、與同方相對之內角等。或同方兩內角、與兩直角等。卽兩直線必平行。



先解曰、甲乙、丙丁、兩直線。加他直線戊己。交於庚、於辛。其戊庚甲外角、與同方相對之庚辛丙內角等。題言甲乙、丙丁、兩線必平行。

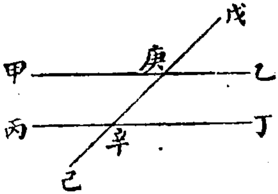
論曰。乙庚辛角、與相對之內角丙辛庚等。本篇廿七 戊庚甲與乙庚辛、兩交角亦等。本篇十五 卽兩直線必平行。後解曰。甲庚辛、丙辛庚兩內角。與兩直角等題言甲乙、丙丁、兩線必平行。

論曰。甲庚辛、丙辛庚、兩角與兩直角等。而甲庚戊、甲庚辛、兩角、亦與兩直角等。本篇十三 試減同用之甲庚辛。卽所存甲庚戊、與丙辛庚、等矣。旣外角與同方相對之內角等。卽甲乙、丙丁、必平行。本題

第二十九題 三支

兩平行線。有他直線交加其上。則內相對兩角、必等。外角與同方相對之內角、亦等。同方兩內角、亦與兩直角等。

先解曰。此反前二題。故同前圖。有甲乙、丙丁、二平行線。加他直線戊己。交於庚、於辛。題言甲庚辛、與丁辛庚內相對兩角必等。



論曰。如云不然。而甲庚辛、大於丁辛庚。則丁辛庚、加辛庚乙。宜小於辛庚甲、加辛庚乙矣。（公論四）夫辛庚甲、辛庚乙。元與兩直角等。（本篇十三）據如彼論則丁辛庚、辛庚乙、兩角、小於兩直角。而甲乙、丙丁、兩直線向乙丁行。必相遇也。（公論十一）可謂平行線乎。

次解曰。戊庚甲外角、與同方相對之庚辛丙內角、等。

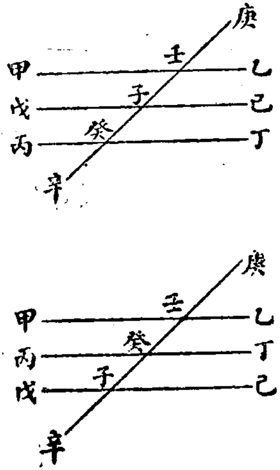
論曰。乙庚辛、與相對之丙辛庚、兩內角等。（本題）則乙庚辛交角相等之戊庚甲、（本篇十五）與丙辛庚、必等。（公論一）

後解曰。甲庚辛、丙辛庚、兩內角、與兩直角等。

論曰。戊庚甲、與庚辛丙兩角既等。（本題）而每加一甲庚辛角。則庚辛丙、甲庚辛、兩角、與甲庚辛、戊庚甲、兩角、必等。（公論二）夫甲庚辛、戊庚甲、本與兩直角等。（本篇十三）則甲庚辛、丙辛庚、兩內角、亦與兩直角等。

第三十題

兩直線與他直線平行。則元兩線亦平行。



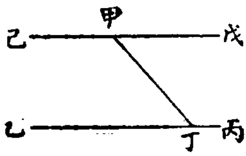
解曰。此題所指線。在同面者。不同面線。後別有論。如甲乙、丙丁、兩直線。各與他線戊己平行。題言甲乙、與丙丁、亦平行。

論曰。試作庚辛直線。交加於三直線。甲乙於壬。戊己於子。丙丁於癸。其甲乙、與戊己、既平行。卽甲壬子、與相對之己子壬、兩內角等。本篇廿九 丙丁、與戊己、既平行、卽丁癸子內角、與己子壬外角、亦等。本篇廿九 丁癸子、與甲壬子。亦爲相對之內角。亦等。公論一 而甲乙、丙丁、爲平行線。本篇廿七。

第三十一題

一點上求作直線、與所設直線平行。

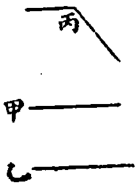
法曰。甲點上求作直線。與乙丙平行。先從甲點向乙丙線。任指一處、作直線、爲甲丁。卽乙丙線上成甲丁乙角。次於甲點上作一角。與甲丁乙等。本篇廿三 爲戊甲丁。從戊甲線引之至己。卽己戊、與乙丙、平行。

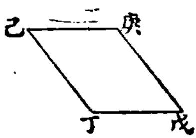


論曰。戊己、乙丙、兩線。有甲丁線聯之。其所作戊甲丁、與甲丁乙、相對之兩內角等。卽平行線。本篇廿七。

增。從此題、生一用法。設一角。兩線。求作有法四邊形。有角與所設角等。兩兩邊線、與所設線等。

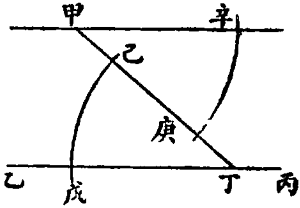
法曰。先作己丁戊角、與丙等。次截丁戊線。與甲等。己丁線、與乙等。末依丁戊平行、作己庚。依己丁平行、作庚戊。卽所求。

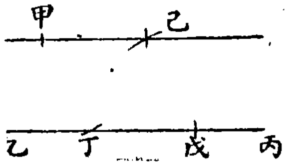




本題用法。於甲點求作直線。與乙丙平行。先作甲丁線。次以丁爲心。任作戊己圜界。次用元度。以甲爲心。作庚辛圜界。稍長於戊己。次取戊己圜界爲度。於庚辛圜界。截取庚辛。末自甲至辛作直線。各引長之。卽所求。

又用法。以甲點爲心。於乙丙線近乙處。任指一點作短界線、爲丁。次用元度。以丁爲心。於乙丙上。向丙截取一分、作短界線、爲戊。次用元度。以戊爲心向上與甲平處、作短界線。又用元度以甲爲心向甲平處、作短界線。後兩界線交處、爲己。自甲至己、作直線各引長之。卽所求。

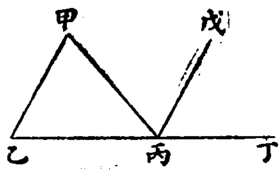




第三十二題

凡三角形之外角、與相對之內兩角幷、等。凡三角形之內三角幷、與兩直角等。

先解曰。甲乙丙角形。試從乙丙邊、引至丁。題言甲丙丁外角、與相對之內兩角甲、乙、幷、等。



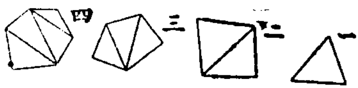
論曰。試作戊丙線、與甲乙平行。本篇三一 介甲丙爲甲乙、戊丙、之交加線。則乙甲丙角、與相對之甲丙戊角等。本篇廿九 又乙丁線與兩平行線相遇則戊丙丁外角、與相對之甲乙丙內角、等。本篇廿九 既甲丙戊、與乙甲丙、等而戊丙丁、與甲乙丙、又等。則甲丙丁外角、與內兩角甲、乙、幷等矣。

後解曰。甲、乙、丙、三角幷與兩直角等。

論曰。既甲丙丁角、與甲、乙、兩角幷、等。更於甲丙丁、加甲丙乙。則甲丙丁、甲丙乙、兩角幷、與甲、乙、丙、內三角幷、等矣。公論二 夫甲丙丁、甲丙乙、幷元與兩直角等。本篇十三 則甲、乙、丙、內三角幷。亦與兩直角等。

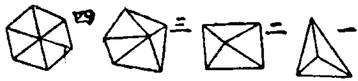
增。從此推知凡第一形、當兩直角。第二形、當四直角。第三形。當六直角。自此以上至於無窮。每命形之數。倍之、爲所當直角之數。凡一線。二線。不能爲形。故三邊爲第一形。四邊爲第二形。五邊爲第三形。六邊爲第四形。做此以至無窮。又視每形邊數、減二邊。卽所存邊數是本形之數。

論曰。如下四圖。第一形、三邊。減二邊。存一邊。卽是本形一數。倍之、當兩直角。本題第二形四邊。減二邊。存二邊。卽是本形二數。倍之、當四直角。欲顯此理。試以第二形、作一對角線。成兩三角形。每形當兩直角。幷之、則當四直角矣。第三形、五邊。減二邊。存三邊。卽是本形三數。倍之、當六直角。欲顯此理。試以第三形。作兩對角線。成三三角形。每形當兩直角。幷之、亦當六直角矣。其餘依此推顯、以至無窮。



又一法。每形視其邊數。每邊當兩直角。而減四直角。其存者。即本形所當直角。

論曰。欲顯此理。試於形中任作一點。從此點向各角、俱作直線。令每形所分角形之數。如其邊數。每一分形三角。當二直角。本題其近點之處。不論幾角。皆當四直角。本篇十五之系。次減近點諸角。即是減四直角。其存者。則本形所當直角。如上第四形六邊。中間任指一點。從點向各角分為六三角形。每一分形三角。六形共十八角。今於近點處減當四直角之六角。所存近邊十二角。當八直角。餘倣此。



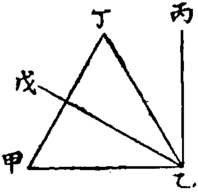
一系。凡諸種角形之三角并、俱相等。本題增。

二系。凡兩腰等角形。若腰間直角。則餘兩角、每當直角之半。腰間鈍角。則餘兩角、俱小於半直角。腰間銳角。則餘兩角、俱大於半直角。

三系。平邊角形。每角當直角三分之二。

四系。平邊角形。若從一角向對邊、作垂線。分為兩角形。此分形、各有一直角、在垂線之下兩旁。則垂線之上兩旁角。每當直角三分之一。其餘兩角。每當直角三分之二。

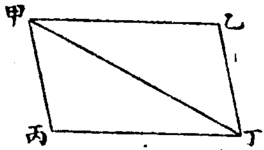
增。從三系、可分一直角為三平分。其法任於一邊、立平邊角形。次分對直角一邊為兩平分。從此邊對角作垂線、即所求。如上圖甲乙丙直角。求三分之。



先於甲乙線上作甲乙丁平邊角形。本篇一 次平分甲丁於戊。本篇九 末作乙戊直線。

第三十三題

兩平行相等線之界有兩線聯之其兩線亦平行亦相等。

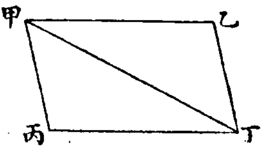


解曰甲乙、丙丁、兩平行相等線有甲丙、乙丁、兩線聯之題言甲丙、乙丁、亦平行相等線。

論曰試作甲丁對角線為甲乙、丙丁、之交加線。即乙甲丁、丙丁甲、相對兩內角等本篇廿九 又甲丁線上、下、兩角形之甲乙、丙丁、兩邊既等。甲丁同邊。則對乙甲丁角之乙丁線、與對丙丁甲角之甲丙線、亦等。本篇廿九 而乙丁甲、與丙甲丁、兩角亦等也。本篇四 此兩角者。甲丙、乙丁、之內相對角也。兩角既等。則甲丙、乙丁、兩線必平行。本篇廿七

第三十四題

凡平行線方形。每相對兩邊線、各等。每相對兩角、各等。對角線、分本形、兩平分。



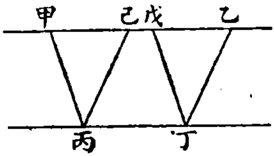
解曰甲乙丁丙平行方形界說三五 題言甲乙、與丙丁、兩線。甲丙與乙丁、兩線。各等。又言乙、與丙兩角乙甲丙、與丙丁乙、兩角各等。又言若作甲丁對角線。即分本形為兩平分。

論曰。甲乙、與丙丁、既平行。則乙甲丁、與丙丁甲、相對之兩內角等。本篇廿九 甲丙、與乙

丁、既平行。則乙丁甲、與丙甲丁、相對之兩內角等。本篇廿九 甲乙丁角形之乙甲丁、乙丁甲、兩角、與甲丁丙角形之丙丁甲丙甲丁、兩角、既各等。甲丁同邊。則甲乙、與丙丁。甲丙、與乙丁。俱等也。而丙角與相對之乙角、亦等矣。本篇廿六 又乙丁甲角加丙丁甲角。與丙甲丁角、加乙甲丁角、既等。即乙甲丙與丙丁乙、相對兩角、亦等也。公論二 又甲乙丁、甲丁丙兩角形之甲乙、乙丁、兩邊。與丁丙、丙甲、兩邊各等。腰間之乙角、與丙角、亦等。則兩角形必等。本篇四 而甲丁線、分本形為兩平分。

第三十五題

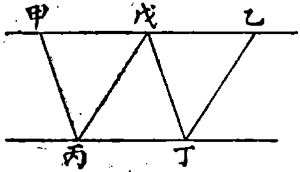
兩平行方形。若同在平行線內。又同底。則兩形必等。



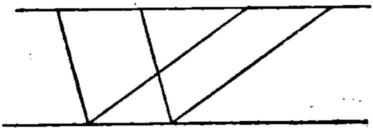
解曰。甲乙、丙丁、兩平行線內。有丙丁戊甲、與丙丁乙己、兩平行方形。同丙丁底。題言此兩形等。等者。不謂腰等、角等。謂所函之地等。後言形等者、多倣此。

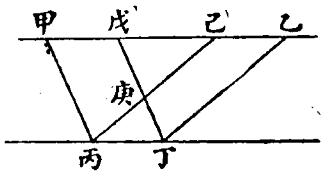
先論曰。設己在甲戊之內。其丙丁戊甲、與丙丁乙己。皆平行方形。丙丁同底。則甲戊、與丙丁。己乙、與丙丁。各相對之兩邊各等。本篇三四 而甲戊、與己乙、亦等。公論一 試於甲戊、己乙、兩線、各減己戊。即甲己、與戊乙、亦等。公論三 而甲丙、與戊丁、元等。本篇三四 乙戊丁外角、與己甲丙內角、又等。本篇廿九 則乙戊丁、與己甲丙、兩角形必等矣。本篇四 次於兩角形。每加一丙丁戊己無法四邊形。則丙丁戊甲、與丙丁乙己、兩平行方形等也。公論二

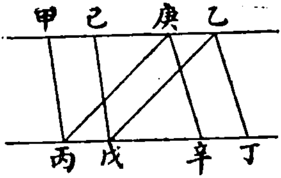
次論曰。設己、戊同點。依前甲戊、與戊乙等。乙戊丁、與戊甲丙、兩角形等。本論四。而每加一戊丁丙角形。則丙丁戊甲、與丙丁乙戊、兩平行方形必等。公論二。



後論曰。設己點在戊之外。而丙己、與戊丁、兩線交於庚。依前甲戊、與己乙、兩線等。而每加一戊己線。即戊乙、與甲己、兩線亦等。公論二 因顯己甲丙、與乙戊丁、兩角形亦等。本篇四 次每減一己戊庚角形。則所存戊庚丙甲、與乙己庚丁、兩無法四邊形、亦等。公論三 次於兩無法形。每加一庚丁丙角形。則丙丁戊甲、與丙丁乙己、兩平行方形必等。公論二。







第三十六題

兩平行線內。有兩平行方形。若底等。則形亦等。

解曰。甲乙、丙丁、兩平行線內。有甲丙戊己、與庚辛丁乙、兩平行方形。而丙戊、與辛丁、兩底等。題言兩形亦等。

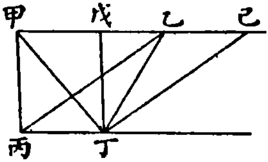
論曰。試自丙至庚。戊至乙。各作直線相聯。其丙戊、庚乙、各與辛丁等。則丙戊、與庚乙、亦等。本篇卅四 庚乙、與丙戊、既平行線。則庚丙、與乙戊、亦平行線。本篇

卅三而甲丙戊己、與庚丙戊乙、兩平行方形、同丙戊底者、等矣。本篇三五 庚辛丁乙。與庚丙戊乙、兩平行方形、同庚乙底者、亦等矣。本篇三五 既爾。則庚辛丁乙、與甲丙戊己、亦等。公論一。

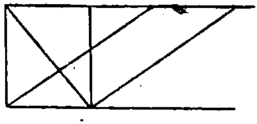
第三十七題

兩平行線內有兩三角形。若同底。則兩形必等。

解曰。甲乙、丙丁、兩平行線內、有甲丙丁、乙丙丁、兩角形。同丙丁底。題言兩形必等。



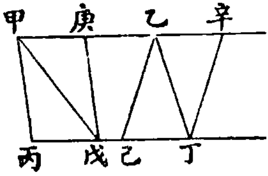
論曰。試自丁至戊、作直線。與甲丙平行。次自丁至己、作直線。與乙丙平行。本篇三一 夫甲丙丁戊、乙丙丁己、兩平行方形在甲乙、丙丁、兩平行線內。同丙丁底。既等。本篇三五 則甲丙丁角形為甲丙丁戊方形之半。與乙丙丁角形為乙丙丁己方形之半者。甲丁乙丁兩對角線。平分兩方形。見本篇卅四。 亦等。公論七。

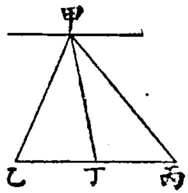


第三十八題

兩平行線內。有兩三角形。若底等。則兩形必等。

解曰。甲乙、丙丁、兩平行線內。有甲丙戊、與乙己丁、兩角形。而丙戊、與己丁、兩底等。題言兩形必等。

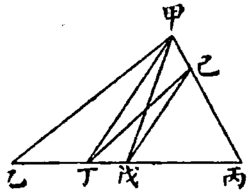




論曰.試自庚至戊辛至丁.各作直線.與甲丙、乙己平行.卅一本篇 其甲丙戊庚、與乙己丁辛、兩平行方形既等.卅六本篇 則甲丙戊、與乙己丁、兩角形.爲兩方形之半者、卅四本篇 亦等.七公論.

增.凡角形.任於一邊、兩平分之.向對角作直線.即分本形爲兩平分.

論曰.甲乙丙角形.試以乙丙邊、兩平分於丁.十本篇 自丁至甲作直線.即甲丁線、分本形爲兩平分.何者.試於甲角上作直線.與乙丙平行.卅一本篇 則甲乙丁、甲丁丙兩角形在兩平行線內.兩底等.兩形亦等.本題.



二增題.凡角形.任於一邊.任作一點.求從點分本形、爲兩平分.

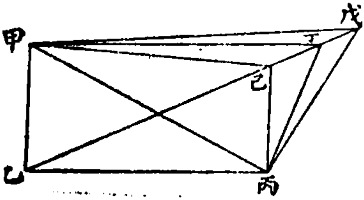
法曰.甲乙丙角形.從丁點求兩平分.先自丁至相對甲角、作甲丁直線.次平分乙丙線於戊.十本篇 作戊己線、與甲丁平行.卅一本篇 末作己丁直線.即分本形爲兩平分.

論曰.試作甲戊直線.即甲戊己、己丁戊、兩角形、在兩平行線內、同己戊底者、等.而每加一己戊丙形.則己丁丙、與甲戊丙、兩角形亦等.二公論 夫甲戊丙爲甲乙丙之半.本題增. 則己丁丙、亦甲乙丙之半.

第三十九題

兩三角形。其底同。其形等。必在兩平行線內。

解曰。甲乙丙、與丁丙乙兩角形之乙丙底同。其形復等。題言在兩平行線內者。葢云、自甲、至丁、作直線。必與乙丙平行。

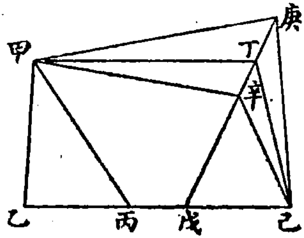


論曰。如云不然。令從甲別作直線、與乙丙平行。本篇卅一 必在甲丁之上。或在其下矣。設在上、爲甲戊。而乙丁線、引出至戊。卽作戊丙直線。是甲乙丙、宜與戊丙乙、兩角形等矣。本篇卅七 夫甲乙丙、與丁丙乙、旣等。而與戊丙乙、復等是全與其分等也。公論九 設在甲丁下、爲甲己。卽作己丙直線。是己丙乙、與丁丙乙、亦等。

如前駁之。

第四十題

兩三角形。其底等。其形等。必在兩平行線內。



解曰。甲乙丙、與丁戊己、兩角形之乙丙、與戊己、兩底等。其形亦等。題言在兩平行線內者。蓋云、自甲至丁、作直線。必與乙己平行。

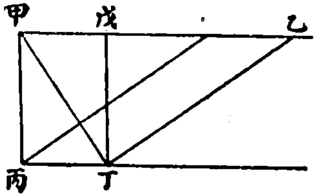
論曰。如云不然。令從甲、別作直線、與乙己平行。本篇卅一 必在甲丁之上。或在其下矣。設在上、爲甲庚。而戊丁線、引出至庚、卽作庚己直線。是甲乙丙、宜與庚戊己、兩角形等矣。本篇三八 夫甲乙丙、與丁戊己既等。而與庚戊己、復等。是全與其分等也。公論九 設在甲丁下、爲甲辛。卽作辛己直線。是辛戊己、與丁戊己、亦等。如前駁之。

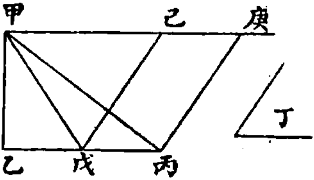
第四十一題

兩平行線內。有一平行方形。一三角形。同底。則方形倍大於三角形。

解曰。甲乙、丙丁、兩平行線內。有甲丙丁戊方形。乙丁丙角形。同丙丁底。題言方形倍大於角形。

論曰。試作甲丁直線。分方形爲兩平分。則甲丙丁與乙丁丙兩角形等矣。本篇卅七 夫甲丙丁戊。倍大於甲丙丁。本篇卅三 必倍大於乙丁丙。





第四十二題

有三角形。求作平行方形、與之等。而方形角、有與所設角等。

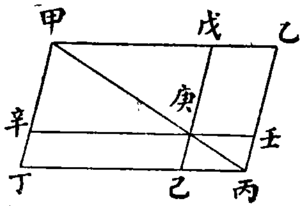
法曰。設甲乙丙角形。丁角。求作平行方形。與甲乙丙角形等、而有丁角。先分一邊為兩平分。如乙丙邊、平分於戊。本篇十 次作丙戊己角、與丁角等。本篇廿三 次自甲作直線、與乙丙平行。本篇卅一 而與戊己線遇於己。末自丙作直線、與戊己平行、為丙庚。本篇卅一 而與甲己線遇於庚。則得己戊丙庚平行方形、與甲乙丙角形等。

論曰。試自甲至戊、作直線。其甲戊丙角形、與己戊丙庚平行方形。在兩平行線內。同底。則己戊丙庚、倍大於甲戊丙矣。本篇四一 夫甲乙丙、亦倍大於甲戊丙。本篇卅八增 卽與己戊丙庚等。公論六。

第四十三題

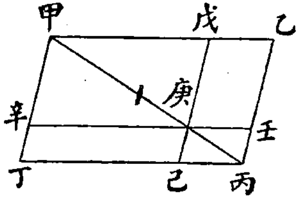
凡方形對角線旁、兩餘方形。自相等。

解曰。甲乙丙丁方形。有甲丙對角線。題言兩旁之乙壬庚戊、與庚己丁辛、兩餘方形、界說卅六 必等。



論曰。甲乙丙、甲丙丁、兩角形等。本篇卅四 甲戊庚、甲庚辛、兩角形亦等。本篇卅四 而於甲乙丙、減甲戊庚。於甲丙丁、減甲庚辛。則所存乙丙庚戊、與庚丙丁辛、兩無法四邊形亦等矣。公論三 又庚壬丙己角線方形之庚

丙己、庚丙壬、兩角形等。本篇三四　而於兩無法四邊形、每減其一。則所存乙壬庚戊、與庚己丁辛、兩餘方形。安得不等。公論三。

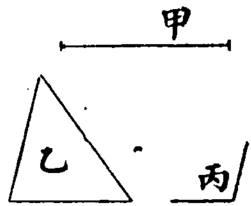


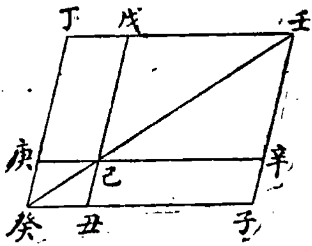
第四十四題

一直線上。求作平行方形。與所設三角形等。而方形角、有與所設角等。

法曰。設甲線。乙角形。丙角。求於甲線上、作平行方形。與乙角形等、而有丙角。先作丁戊己庚平行方形、與乙角形等。而戊己庚角與丙角等。本篇四二　次於庚己線、引長之。作己辛線與甲等。次作辛壬線、與戊己平行。本篇三一　次於丁戊引長之。與辛壬線遇於壬。次自壬至己、作對角線、引出之。又自丁庚引長之。與對角線遇於癸。次自癸作直線、與庚辛平行。又於壬辛引長之。與癸線遇於子。末於戊己引長之、至癸子

線。得丑。卽己丑子辛平行方形、如所求。





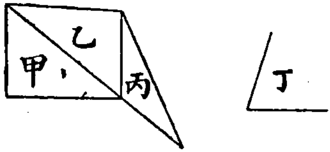
論曰。此方形之己辛線、與甲等。而辛己丑角、爲戊己庚之交角。本篇十五則與丙等。又本形與戊己庚丁、同爲餘方形。等。本篇四三則與乙角形等。

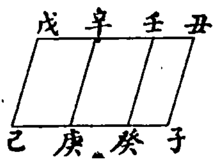
第四十五題

有多邊直線形。求作一平行方形、與之等。而方形角、有與所設角等。

法曰。設甲乙丙五邊形。丁角。求作平行方形、與五邊形等。而有丁角。先分五邊形爲甲、乙、丙、三三角形。次作戊己庚辛平行方形。與甲等。而有丁角。本篇四二次於戊辛、己庚、兩平行線、引長之。作庚辛壬癸平行

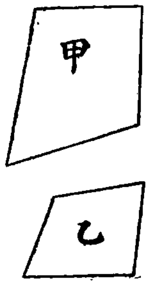
方形。與乙等、而有丁角。本篇四四 末復引前線、作壬癸子丑平行方形。與丙等、而有丁角。本篇四四 卽此三形幷、
爲一平行方形。與甲、乙、丙、幷形等、而有丁角。自五以上、可至無窮。俱倣此法。

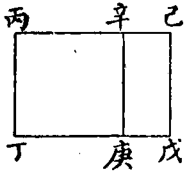




論曰。戊己庚、與辛庚癸兩角等。而每加一己庚辛角。卽辛庚癸、己庚辛、兩角、定與己庚辛、戊己庚、兩角
等。夫己庚辛戊己庚。是兩平行線內角與兩直角等也。本篇廿九 則己庚辛、辛庚癸、亦與兩直角等。而己庚、
庚癸爲一直線也。本篇十四 又戊辛庚與戊己庚、兩對角等。而辛壬癸、與辛庚癸兩對角亦等。則戊己庚辛、
庚辛壬癸、皆平行方形也。本篇卅四 壬癸子丑。依此推顯。本篇三十 卽與戊己癸壬幷爲一平行方形矣。
增題。兩直線形、不等。求相減之較幾何。

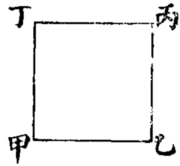
法曰。甲、與乙、兩直線形。甲大於乙。以乙減甲。求較幾何。先任作丁丙己戊平行方形。與甲等。次於丙丁線上。依丁角、作丁丙辛庚平行方形、與乙等。本題卽得辛庚戊己、爲相減之較矣。何者。丁丙己戊之大於丁丙辛庚較。餘一辛庚戊己也。則甲大於乙。亦辛庚戊己也。





第四十六題

一直線上。求立直角方形。

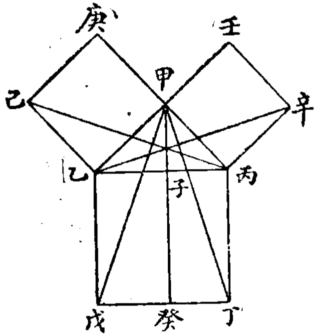


法曰。甲乙線上。求立直角方形。先於甲、乙、兩界、各立垂線。爲丁甲、爲丙乙。皆與甲乙線等。本篇十一　次作丁丙線相聯。卽甲乙丙丁爲直角方形。

論曰。甲、乙、兩角俱直角。則丁甲、丙乙、爲平行線。本篇廿八　此兩線、自相等。則丁丙。與甲乙、亦平行線。本篇三三　而甲乙丙丁四線。俱平行俱相等。又甲、乙、俱直角。則相對丁、丙亦俱直角。本篇卅四　而甲乙丙丁、定爲四直角方形。

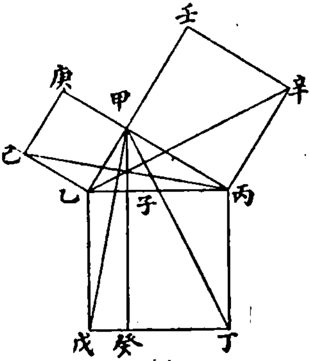
第四十七題

凡三邊直角形。對直角邊上、所作直角方形。與餘兩邊上、所作兩直角方形幷、等。



解曰。甲乙丙角形。於對乙甲丙直角之乙丙邊上、作乙丙丁戊直角方形。本篇四六　題言此形、與甲乙邊上、所作甲乙己庚、及甲丙邊上、所作甲丙辛壬、兩直角方形幷。等。

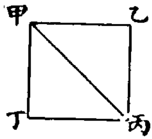
論曰。試從甲作甲癸直線。與乙戊丙丁平行。本篇卅一　而平分乙丙邊於子。次自甲至丁、至戊、各作直線。末自乙至辛、自丙至己、各作直線。其乙甲丙、與乙甲庚、旣皆直角。卽庚甲、甲丙、是一直線。本篇十四　依顯乙甲、甲壬、亦一直線。又丙乙戊、與甲乙己、旣皆直角。而每加一甲乙丙角。卽甲乙戊、與丙乙己、兩角亦等。公論二　依顯

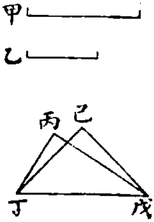


甲丙丁、與乙丙辛、兩角亦等。又甲乙戊角形之甲乙、乙戊、兩邊、與丙乙己角形之己乙、乙丙、兩邊等。甲乙戊、與丙乙己兩角復等。則對等角之甲戊、與丙己、兩邊亦等。而此兩角形、亦等矣。本篇四 夫甲乙己庚直角方形。倍大於同乙己底、同在平行線內之丙乙己角形。本篇四一 而乙戊癸子直角形。亦倍大於同乙戊底、同在平行線內之甲乙戊角形。則甲乙己庚、不與乙戊癸子等乎。公論六 依顯甲丙辛壬直角方形、與丙丁癸子直角形等。則乙戊丁丙形一、與甲乙己庚、甲丙辛壬、兩形幷等矣。

一增。凡直角方形之對角線上。作直角方形。倍大於元形。如甲乙丙丁直角方形之甲丙線上。作直角方形。倍大於甲乙丙丁形。

二增題。設不等兩直角方形。如一以甲爲邊。一以乙爲邊。求別作兩直角方形。自相等。而并之、又與元設兩形并、等。



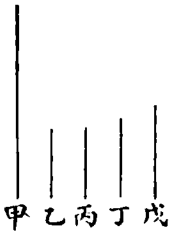


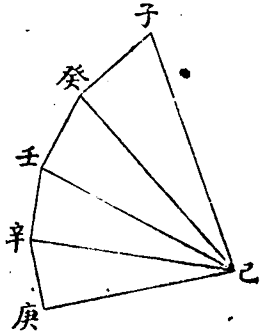
法曰。先作丙戊線、與甲等。次作戊丙丁直角、而丙丁線、與乙等。次作戊丁線相聯末於丙丁戊角、丙戊丁角、各作一角。皆半於直角。己戊己丁、兩腰遇於己。公論十一而等。本篇六即己戊、己丁、兩線上所作兩直角方形自相等。而并之、又與丙戊丙丁、上所作兩直角方形并、等。

論曰。己丁戊、己戊丁、兩角。既皆半於直角。則丁己戊爲直角。本篇卅二而對直角之丁戊線上、所作直角方形、與兩腰線上、所作兩直角方形并、等矣。本題己戊、與己丁、既等。則其上所作兩直角方形自相等矣。又丁戊線上、所作直角方形。與丙丁、丙戊、線上所作兩直角方形并、既等。則己戊、己丁、上兩直角方形并、與丙戊、丙丁、上兩直角方形并、亦等。

三增題。多直角方形。求并作一直角方形。與之等。

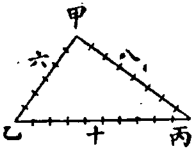
法曰。如五直角方形。以甲、乙、丙、丁、戊、爲邊。任等、不等。求作一直角方形、與五形幷、等。先作己庚辛直角。而己庚線、與甲等。庚辛線、與乙等。次作己辛線。旋作己辛壬直角。而辛壬與丙等。次作己壬線。旋作己壬癸直角。而壬癸與丁等。次作己癸線。旋作己癸子直角。而癸子與戊等。末作己子線。題言己子線上、所作直角方形、即所求。





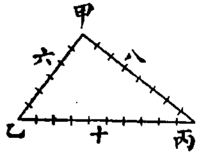
論曰。己辛上。作直角方形。與甲、乙、兩形幷等。本題 己壬上作直角方形。與己辛、及丙、兩形幷、等。餘倣此推顯。可至無窮。

四增。三邊直角形。以兩邊求第三邊長短之數。



法曰。甲乙丙角形。甲爲直角。先得甲乙、甲丙、兩邊長短之數。如甲乙六。甲丙八。求乙丙邊長短之數。其甲乙、甲丙、上所作兩直角方形幷。既與乙丙上所作直

角方形等。本題 則甲乙之冪、自乘之數曰冪 得三十六。甲丙之冪、得六十四。并之得百。而乙丙之冪亦百。百開方得十。即乙丙數十也。又設先得甲乙乙丙。如甲乙六。乙丙十。而求甲丙之數。其甲乙、甲丙、上兩直角方形并既與乙丙上直角方形等。則甲乙之冪、得三十六。乙丙之冪得百。百減三十六。得甲丙之冪六十四。六十四開方得八。即甲丙八也。求甲乙倣此。

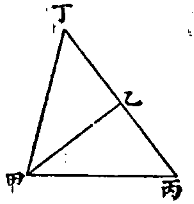


此以開方盡實者為例。其不盡實者。自具算家分法。

第四十八題

凡三角形之一邊上所作直角方形。與餘邊所作兩直角方形并、等。則對一邊之角、必直角。

解曰。此反前題。如甲乙丙角形。其甲丙邊上所作直角方形與甲乙、乙丙、邊上所作兩直角方形并、等。題言甲乙丙角、必直角。



論曰。試於乙上作甲乙丁直角。而乙丁、與乙丙、兩線等。次作丁甲線相聯。其甲乙丁既直角。則甲丁上直角方形與甲乙、乙丁、上兩直角方形并、等。本篇四七 而甲乙、乙丁、上兩直角方形并。與甲乙、乙丙、上兩直角方形并又等。甲乙同。乙丁、乙丙、等故。 即丁甲上直角方形。與甲丙上直角方形、必等。夫甲乙丁角形之甲乙、乙丁、兩腰。與甲乙丙角形之甲乙、乙丙、兩腰既等。而丁甲、甲丙、兩底又等。則對底線之兩角亦等。本篇八 甲乙丁既直角。即甲乙丙亦直角。