



Control de Estructura Variable
en
Sistemas Híbridos de Generación de Energía

Fernando Valenciaga

Tesis presentada para obtener el grado de

DOCTOR EN INGENIERÍA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

FACULTAD DE INGENIERÍA

Departamento de Electrotecnia

Noviembre 2001

*A mis queridos viejos,
a quienes siempre llevaré presente.*

PREFACIO

Deseo expresar mi agradecimiento a los integrantes del Laboratorio de Electrónica Industrial, Control e Instrumentación (LEICI) de la Facultad de Ingeniería de la U.N.L.P. por generar día a día un clima de trabajo ameno y agradable. Entre ellos quiero agradecer muy especialmente a Paul Puleston, no sólo por los aportes realizados durante el desarrollo de este trabajo sino principalmente por su apoyo en momentos difíciles.

Finalmente le agradezco a Julieta su paciencia, ya que fue ella quien soportó estoicamente las quejas y desencantos surgidos a lo largo de este trabajo de tesis.

Indice

Capítulo 1: Introducción	1
1.1 Motivaciones	1
1.2 Organización de la Tesis	3
1.3 Principales Aportes Originales	4
Capítulo 2: Sistemas Híbridos de Conversión de Energía	5
2.1 Introducción	5
2.2 Fuentes Energéticas Renovables	6
2.3 Sistemas de Almacenamiento de Energía	9
2.4 Estructuras de SHGEE	10
2.5 Presentación del SHGEE Seleccionado	12
2.5.1 Modos de Funcionamiento	13
2.6 Resumen	14
Capítulo 3: La Energía Solar Fotovoltaica	15
3.1 Conversión de la Energía Solar	15
3.2 El Efecto Fotovoltaico	16
3.3 Modelado Eléctrico de la Celda Fotovoltaica	18
3.4 Rendimiento de las Celdas Fotovoltaicas	22
3.5 Materiales Semiconductores Empleados en Celdas Fotovoltaicas	23
3.6 Tendencias Tecnológicas y Nuevas Estructuras	24
3.6.1 Celdas Policristalinas de Película Delgada	24
3.6.2 Celdas Multijuntura	25
3.7 Resumen	25

Capítulo 4: El Viento y las Turbinas Eólicas	27
4.1 Origen del Viento	27
4.2 Composición del Viento	29
4.3 Caracterización de la Velocidad Media del Viento	30
4.3.1 Gradiente Vertical	31
4.3.2 Distribución Probabilística	32
4.4 Caracterización de la Turbulencia	33
4.5 Potencia del Viento	34
4.6 Las Turbinas Eólicas	35
4.7 Aerodinámica de las Turbinas Eólicas	36
4.7.1 El Límite de Betz	36
4.7.2 Fuerzas Sobre las Palas de las Turbinas	38
4.7.3 Coeficientes de Potencia y Torque	41
4.8 Resumen	43
Capítulo 5: Control por Regímenes Deslizantes y Pasividad	45
5.1 Control por Modo Deslizante	45
5.1.1 Definición de Régimen Deslizante	46
5.1.2 Régimen Deslizante Ideal	48
5.1.3 Condiciones de Existencia del Régimen Deslizante	49
5.1.4 Invariancia Frente a Perturbaciones	51
5.1.5 Regímenes Deslizantes Reales	55
5.2 Control por Pasividad y Modo Deslizante	56
5.2.1 Sistemas Pasivos	56
5.2.2 Operadores de Proyección	57
5.2.3 Forma Canónica Energética (FCE) de SNL	59
5.2.4 Pasivación por Realimentación de Sistemas en la FCE	61
5.2.5 Regímenes Deslizantes y Pasividad	63
5.3 Resumen	65

Capítulo 6: Modelado del SHGEE	67
6.1 Descripción del SHGEE	67
6.2 Caracterización del Subsistema Eólico	69
6.2.1 Modelado Estático del GSIP	69
6.2.2 Modelado Dinámico del GSIP	74
6.2.3 Modelado del Subsistema Eólico	81
6.3 Caracterización del Subsistema Fotovoltaico	82
6.4 Modelado del SHGEE	84
6.5 Resumen	85
Capítulo 7: Estrategia de Operación y Diseño del Control	87
7.1 Estrategia de Control	87
7.2 Diseño del Control	91
7.2.1 Subsistema de Generación Eólico	91
A. Primer Modo de Operación: Regulación de Potencia	92
B. Segundo Modo de Operación: Conversión Optima	99
C. Estrategia de Decisión y Ley de Control Resultante	101
D. Solución a los Problemas de Implementación	105
7.2.2 Subsistema de Generación Fotovoltaico	106
A. Primer Modo de Operación: Regulación de Potencia	108
B. Segundo Modo de Operación: Conversión Optima	109
C. Síntesis de la Ley de Control Resultante	110
7.2.3 Síntesis del Control del SHGEE	111
7.3 Resultados de Simulación	113
7.4 Resumen	123
Capítulo 8: Control de Esfuerzo Mínimo	125
8.1 Introducción	125
8.2 Análisis Geométrico Diferencial del Control Propuesto	126
8.3 Control de Esfuerzo Mínimo	129
8.4 Aplicación del Método Propuesto en el Diseño del Contolador Eólico	133
8.5 Resultados de Simulación	136
8.6 Resumen	146

Capítulo 9: Conclusiones	147
Referencias	151
Apéndices	157
Apéndice A: Datos del SHGEE Utilizado en las Simulaciones	157
A.1 Parámetros del Subsistema Eólico	157
A.2 Parámetros del Subsistema Fotovoltaico	158
A.3 Dimensionamiento del Banco de Baterías	159
Apéndice B: Cálculo Detallado de la Ley de Control (Capítulo 7)	160
B.1 Análisis de la Expresión (7.6)	160
B.2 Cálculo Detallado de la Ley de Control	161
Apéndice C: Cálculo Detallado de la Ley de Control (Capítulo 8)	169
C.1 Análisis de la Expresión (8.20)	169
C.2 Cálculo Detallado de la Ley de Control	170

Lista de Símbolos

A	<i>factor de idealidad de la juntura de una celda</i>
A_R	<i>área de barrido de la turbina eólica de longitud de pala R</i>
B_{is}	<i>densidad de flujo en el entrehierro del GSIP producido por el bobinado estatístico i</i>
C_b	<i>capacidad equivalente del banco de baterías</i>
C_f	<i>valor del capacitor utilizado en el convertidor DC/DC del subsistema fotovoltaico</i>
$C_p(\cdot)$	<i>coeficiente de potencia de una turbina eólica</i>
$C_t(\cdot)$	<i>coeficiente de torque de una turbina eólica</i>
E	<i>energía del fotón</i>
E_b	<i>tensión equivalente del banco de baterías en vacío</i>
E_c	<i>energía por unidad de volumen de una masa de aire</i>
E_f	<i>f.e.m pico por fase del GSIP</i>
E_{go}	<i>ancho de la banda de aislación de una juntura</i>
f	<i>frecuencia de radiación</i>
$f(\cdot)$	<i>campo vectorial de deriva</i>
$f.m.m$	<i>fuerza magneto-motriz</i>
$g(\cdot)$	<i>espesor del entrehierro del GSIP</i>
$g(\cdot)$	<i>campo vectorial de control</i>
h	<i>constante de Plank</i>
i_b	<i>corriente sobre el banco de baterías</i>
I_{bref}	<i>corriente de referencia del banco de baterías</i>
i_d	<i>corriente de salida del GSIP sobre el eje d de un marco de referencia bifásico solidario al rotor</i>
i_f	<i>corriente de salida del subsistema fotovoltaico</i>
I_{or}	<i>corriente de saturación inversa de referencia</i>
I_{ph}	<i>fotocorriente de cortocircuito</i>
$I_{pv}; (i_{pv})$	<i>corriente de salida de una celda fotovoltaica</i>
i_q	<i>corriente de salida del GSIP sobre el eje q de un marco de referencia bifásico solidario al rotor</i>
I_{rs}	<i>corriente de saturación inversa</i>
I_s	<i>corriente pico por fase del GSIP</i>
I_{sc}	<i>corriente de cortocircuito de referencia de una celda fotovoltaica</i>
i_w	<i>corriente de salida del subsistema eólico</i>
J	<i>momento de inercia de las partes rotantes</i>
$J(\cdot)$	<i>matriz antisimétrica de la descomposición canónica energética de un sistema dinámico</i>
K	<i>constante de Boltzman</i>
K_I	<i>coeficiente de temperatura de la corriente de cortocircuito de una celda fotovoltaica</i>
K_{opt}	<i>constante correspondiente a la generación de máxima potencia eólica</i>
l	<i>longitud activa de una espira del GSIP</i>
L_d	<i>inductancia estatística del GSIP sobre el eje q de un marco de referencia bifásico solidario al rotor</i>

L_f	valor del inductor utilizado en el convertidor DC/DC del subsistema fotovoltaico
L_{ls}	inductancia de dispersión por fase del GSIP
L_m	inductancia de magnetización por fase del GSIP
L_s	inductancia sincrónica por fase del GSIP
L_q	inductancia estatórica del GSIP sobre el eje q de un marco de referencia bifásico solidario al rotor
L_{isis}	inductancia propia del bobinado estatórico i
L_{isjs}	inductancia mutua entre los bobinados estatóricos i - j
m	masa
$\mathbf{M}(\cdot)$	operador de proyección
n_p	número de arreglos de celdas conectados en paralelo
n_s	número de celdas conectadas en serie
N_i	número de espiras del bobinado i
P	número de polos del GSIP
P_f	potencia fotovoltaica ficticia
P_m	potencia mecánica en el eje del GSIP
P_{pv}	potencia de salida de una celda fotovoltaica
P_{wref}	potencia de referencia para el subsistema eólico
P_{pvref}	potencia de referencia para el subsistema fotovoltaico
q	carga eléctrica del electrón
$\mathbf{Q}(\cdot)$	matriz simétrica de la descomposición canónica energética de un sistema dinámico
r_s	resistencia serie por fase del GSIP
R_b	resistencia equivalente del banco de baterías
R_s	resistencia serie equivalente de una celda fotovoltaica
R_{sh}	resistencia 'shunt' de una celda fotovoltaica
$s(\cdot)$	superficie de deslizamiento
$s_{pv}(\cdot)$	superficie de deslizamiento del subsistema fotovoltaico
$s_w(\cdot)$	superficie de deslizamiento del subsistema eólico
T	temperatura absoluta
T_e	torque eléctrico del GSIP
T_r	temperatura absoluta de referencia
T_t	torque impulsor producido por una turbina eólica
u	señal de control
u_{eq}	control equivalente
u_{pv}	señal de control del subsistema fotovoltaico
u_w	señal de control del subsistema eólico
v	velocidad de viento
v_b	tensión instantánea sobre el banco de baterías
v_c	tensión sobre C_b
v_d	tensión en bornes del GSIP sobre el eje d de un marco de referencia bifásico solidario al rotor
v_{is}	tensión instantánea sobre el bobinado estatórico i del GSIP
v_q	tensión en bornes del GSIP sobre el eje q de un marco de referencia bifásico solidario al rotor
$V(\cdot)$	función de energía de Lyapunov
\bar{V}	velocidad media de viento
V_{pv}	tensión en bornes de una celda fotovoltaica
V_s	tensión pico por fase del GSIP

w_w	<i>señal de control auxiliar del subsistema eólico</i>
W_c	<i>energía almacenada en el campo magnético del entrehierro</i>
\mathbf{x}	<i>vector de estados</i>
X_s	<i>reactancia sincrónica por fase del GSIP</i>
$y(\cdot)$	<i>salida del sistema dinámico</i>
$\alpha_1, \alpha_2:$	<i>constantes de forma de la sección transversal del rotor del GSIP</i>
δ	<i>ángulo de torque</i>
ϕ_r	<i>ángulo genérico tomado sobre el desarrollo lineal del rotor del GSIP</i>
ϕ_s	<i>ángulo genérico tomado sobre el desarrollo lineal del estator del GSIP</i>
ϕ_{sr}	<i>flujo concatenado por cada arrollamiento estatórico del GSIP</i>
Φ_{is}	<i>flujo total concatenado por el bobinado estatórico i</i>
Φ_{isjs}	<i>flujo concatenado por el bobinado estatórico i producto del campo generado en el entrehierro por el bobinado estatórico j</i>
γ	<i>constante de ajuste de la velocidad de acercamiento a la superficie</i>
λ_i	<i>radiación solar incidente</i>
λ	<i>relación de velocidades de punta de pala</i>
μ_0	<i>permitividad del vacío</i>
$\boldsymbol{\mu}$	<i>vector tangente a la superficie de deslizamiento</i>
θ_r	<i>ángulo que marca la posición relativa del rotor respecto al eje del bobinado estatórico a</i>
ρ	<i>densidad del aire</i>
v	<i>señal de control auxiliar</i>
ζ	<i>función escalar suave</i>
ω_e	<i>velocidad angular eléctrica de rotación del GSIP</i>
ω_{elim}	<i>velocidad angular eléctrica de rotación límite del GSIP con tensión constante en bornes</i>
ω_{eSW}	<i>velocidad angular eléctrica de conmutación del objetivo de control</i>
ω_{mSW}	<i>velocidad angular mecánica de conmutación del objetivo de control</i>
ω_m	<i>velocidad angular mecánica de rotación del GSIP</i>
ξ	<i>campo vectorial de perturbaciones no estructuradas</i>

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivaciones

La forma de vida del hombre moderno ha contribuido a generar individuos fuertemente dependientes de la energía eléctrica. Tanto en los centros urbanos como en sitios aislados, la vida diaria actual se encuentra condicionada por el uso de un conjunto de implementos alimentados eléctricamente. Esta característica social, en conjunto con el crecimiento poblacional y la industrialización progresiva de los países en vías de desarrollo, ha configurado un escenario mundial donde la demanda energética, especialmente eléctrica, se incrementa velozmente (Jayadev, 1995; Ramakumar *et al.*, 1999; Saied y Jaboori, 1989).

Motivado por este rápido crecimiento de la demanda en conjunto con causas, tales como el anunciado agotamiento de los combustibles fósiles y una mayor conciencia ambiental, el mundo desarrollado comenzó a investigar décadas atrás la posibilidad de aprovechar eficientemente diferentes fuentes energéticas renovables. Así, producto de esta incipiente tendencia y de los avances logrados en el campo espacial, en la década de 1960 se realizó en Chile la primer experiencia de electrificación autónoma de zonas rurales utilizando paneles fotovoltaicos (Lysen, 1994). Posteriormente, la crisis petrolera de 1973 impulsó vigorosamente la investigación en este campo, a partir de lo cual la energía eólica surgió como la fuente energética renovable más promisoría (Freris, 1990; Jadayev, 1995).

A lo largo de estos años, con mayor o menor éxito, otras fuentes energéticas renovables han sido y continúan siendo estudiadas con el objetivo de aprovecharlas en la generación eléctrica. Entre ellas encontramos fuentes tales como la energía geotérmica, la de biomasa, la térmica-solar, la hidráulica por micro-turbinas y la marítima por mareas o por olas (Ramakumar *et al.*, 1999). Sin embargo, la notable

reducción de los costos involucrados en la generación eólica hasta niveles competitivos respecto de las formas tradicionales de generación ha desplazado, al menos temporalmente, a estas otras fuentes energéticas del centro de la escena.

En su conjunto, las energías renovables presentan una serie de características atractivas. Entre ellas se encuentra principalmente su libre disponibilidad y una capacidad de generación inagotable bajo la escala temporal humana. En cuanto a su aprovechamiento puede decirse que tiene como principal interés su característica no contaminante y su gran modularidad. Es esta última la que hace su explotación sumamente versátil, ya que permite conformar sistemas modulares basados en uno o varios tipos de fuentes energéticas, conectados o aislados de la red de distribución de energía eléctrica. Por otra parte esta propiedad le aporta a los sistemas la posibilidad de ampliar progresivamente su potencia de generación a medida que se incremente la demanda (Hua *et al.*, 1998).

Los sistemas de generación basados en energías renovables pueden ser clasificados de diversas maneras. Una de las formas posibles está basada en su conectividad, permitiendo así diferenciarlos entre sistemas vinculados a la red de distribución y sistemas aislados. El primer grupo se caracteriza en general por las elevadas potencias de generación que involucra. Por su parte el segundo es más modesto en este sentido, estando habitualmente destinado a electrificar pequeñas localidades aisladas de la red de distribución. Estos últimos, conocidos como sistemas autónomos, emplean por lo general diversas formas de generación en forma conjunta, siendo esta característica la que les aporta el calificativo de '*híbridos*'. El diseño y control de este tipo de sistemas resulta técnicamente más complejo que el correspondiente a sistemas que simplemente tienden a aumentar la potencia disponible de infraestructuras ya existentes (Jayadev, 1995).

Dentro de los sistemas híbridos autónomos, la tendencia actual consiste en determinar un control general que defina tanto la estrategia de operación como las leyes de control a aplicar en cada caso, de manera de mejorar el desempeño del sistema frente a un marco de operación fuertemente aleatorio. En este sentido la presente tesis aborda esta problemática sobre un sistema híbrido en particular. El objetivo propuesto consiste en controlar la magnitud de la potencia generada, de manera de satisfacer los requerimientos de una carga variante en el tiempo y, simultáneamente, proveer la potencia necesaria para seguir un ciclo de carga/mantenimiento especificado sobre su subsistema de almacenamiento de energía. Esta estrategia permite extender la vida útil del subsistema de almacenamiento cuyo costo tiene un importante peso relativo sobre el precio total del sistema. Dadas las características aleatorias de los fenómenos involucrados en la generación y en la carga, el control debe considerar la operación bajo diferentes combinaciones de disponibilidad de recursos (Grauers y Carlson, 1991; Mufti *et al.*, 1998).

El diseño de las leyes de control se realiza bajo un marco teórico que unifica aspectos del control por estructura variable con conceptos de pasividad (Sira-Ramirez y Ríos Bolívar, 1999). Este marco, permite conformar una metodología adecuada para abordar el diseño de controladores de sistemas no lineales. Por su intermedio se obtienen leyes de control por realimentación de estados conmutada que presentan varias propiedades atractivas. Entre ellas podrían citarse la robustez frente a ciertas incertidumbres paramétricas y a dinámica no modelada, buen rechazo a perturbaciones y límites de conmutación dependientes de los estados (Sira-Ramirez, 1988; Sira-Ramirez y Ríos Bolívar, 1999; Utkin, 1992 y 1993). Esta última característica permite

disminuir la magnitud del *chattering* asociado a los regímenes deslizantes, mejorando así la regulación sobre la salida del sistema que se desea controlar.

Por último, es importante decir que si bien tanto el diseño de la estrategia de operación como el de las leyes de control se realiza sobre un sistema híbrido autónomo particular, los fundamentos en que está basado este diseño pueden extrapolarse fácilmente a otras topologías.

1.2. Organización de la Tesis

La presente tesis ha sido organizada de la siguiente manera. En su primer parte, conformada por los capítulos 2, 3, 4 y 5, se exponen los fundamentos teóricos que posteriormente permiten abordar la etapa de diseño. En particular, el capítulo 2 presenta una introducción a las energías renovables y a las estructuras de sistemas híbridos autónomos, para luego presentar la topología y características del sistema híbrido particular sobre el que se desarrollará la tesis. A continuación, los capítulos 3 y 4 describen los dispositivos tecnológicos existentes para el aprovechamiento de la energía solar y eólica respectivamente, como así también sus principios de funcionamiento. Finalmente en el capítulo 5, se describen brevemente los fundamentos teóricos y las propiedades del control de estructura variable y sus regímenes deslizantes asociados. En este capítulo se analiza también la pasivación de sistemas por realimentación de estados conmutada, desde un marco teórico unificado que incorpora conceptos de pasividad y modos deslizantes.

En su segunda parte, compuesta por los capítulos 6, 7, 8 y 9, la tesis presenta las contribuciones originales. En el capítulo 6 se desarrolla el modelado dinámico del sistema híbrido de generación eléctrica propuesto y se analizan sus características. El modelo allí obtenido se utiliza como base para el diseño del control en los capítulos subsiguientes. El capítulo 7 básicamente presenta el diseño de una estrategia de operación para el sistema híbrido, basada en cuatro modos de funcionamiento. Para cada uno de ellos se realiza también el desarrollo de las leyes de control respectivas. Estas últimas se obtienen por aplicación de los conceptos teóricos introducidos previamente. En el capítulo 8, se analiza el control desarrollado en el capítulo anterior, desde el punto de vista de la geometría diferencial. Producto de este análisis, se propone una metodología diferente para el diseño de las leyes de control. Esta permite simplificar el diseño realizado con anterioridad, posibilita controlar la velocidad de acercamiento a la superficie de deslizamiento e incorpora términos de rechazo a perturbaciones de norma máxima acotada. Por último, en el capítulo 9, se exponen las conclusiones y principales aportes originales.

Finalmente, la tercer parte de la tesis está conformada por los apéndices. En ellos se reúnen diversas demostraciones y cálculos matemáticos, como así también los valores correspondientes a los parámetros que intervienen en las simulaciones presentadas en los capítulos 7 y 8.

1.3. Principales Aportes Originales

Los principales aportes originales que se presentan en esta tesis son:

- Desarrollo de un modelo dinámico no lineal para un sistema híbrido autónomo que incluye generación eólica, fotovoltaica, almacenamiento a través de un banco de baterías y una carga cuya magnitud varía en el tiempo.
- Diseño de una estrategia de operación que incluye diversos modos de operación y de una secuencia de conmutación entre ellos basada en la disponibilidad de recursos de generación. La implementación de esta estrategia descansa en la creación de dos variables ficticias (velocidad angular límite de conmutación y potencia fotovoltaica óptima), en la medición de la velocidad angular de rotación del eje de la turbina eólica y en la determinación de la potencia fotovoltaica requerida.
- Diseño de superficies de deslizamiento que permiten cumplir adecuadamente los objetivos de control propuestos. Sobre cada subsistema de generación se plantean dos superficies que determinan su operación bajo el criterio de regulación de la potencia generada o de conversión óptima. Las diferentes combinaciones entre estos objetivos individuales de funcionamiento, determinan los modos de operación del sistema general.
- Diseño de leyes de control por realimentación de estados conmutada que permiten regular u optimizar la potencia generada por el subsistema eólico sin la necesidad de medir o estimar la velocidad del viento. La optimización de la conversión energética se basa en la medición de la velocidad angular de giro del eje de la turbina.
- Implementación mediante regímenes deslizantes del algoritmo IncCond para la búsqueda del punto óptimo de conversión de energía fotovoltaica. Esta implementación permite la mayor velocidad de convergencia hacia el punto de operación buscado.
- Análisis geométrico diferencial de la metodología de diseño basada en el marco teórico unificado de regímenes deslizantes y pasividad.
- Desarrollo de una metodología para el diseño de un control denominado de esfuerzo mínimo. Este enfoque teórico permite generar un control que cancela parte de las fuerzas internas del sistema, añade control sobre la velocidad de acercamiento a la superficie y permite incorporar rechazo a perturbaciones o variaciones paramétricas no estructuradas de norma máxima conocida.

Finalmente, es importante destacar que algunos resultados parciales de este trabajo de tesis han sido utilizados para la confección de una serie de artículos enviados a revistas internacionales y conferencias (Valenciaga *et al.*, 2000a, 2000b, 2000c, 2001a y 2001b). Algunos de ellos se encuentran aún en período de evaluación.

Capítulo 2

Sistemas Híbridos de Conversión de Energía

En este capítulo se presentan los sistemas híbridos de conversión de energía detallando principalmente los recursos energéticos alternativos disponibles y las formas más comunes de almacenamiento energético que estos sistemas utilizan. Luego, se introduce una estructura general que permite enmarcar a la totalidad de los sistemas híbridos de generación de energía eléctrica evitando las clasificaciones arbitrarias. Finalmente se presenta el sistema híbrido particular sobre el que se desarrolla la presente tesis y se analizan sus modos de funcionamiento.

2.1. Introducción

Los sistemas de conversión de energía basados en fuentes energéticas renovables son utilizados bajo dos aplicaciones claramente diferenciadas. La primera de ellas corresponde a sistemas de conversión vinculados eléctricamente a una red de distribución de potencia de cortocircuito varias veces mayor que la potencia nominal del sistema considerado. Usualmente dentro de esta categoría se encuentran sistemas de generación de potencia elevada, del orden de los centenares de KW, como por ejemplo los que pueden hallarse en granjas eólicas o fotovoltaicas.

Otra aplicación substancialmente diferente corresponde a los sistemas de conversión de energía autónomos, es decir sistemas aislados de una red de distribución de gran potencia. Esta clase de sistemas es utilizada generalmente para alimentar cargas simples o redes locales débiles. Debido a la naturaleza temporal aleatoria que

usualmente presentan los recursos energéticos primarios utilizados por estos sistemas, es una práctica común disponer en ellos de algún medio de generación de resguardo que permita cubrir ocasionales períodos de falta de suministro. Históricamente los sistemas autónomos han utilizado como dispositivo de resguardo el generador diesel. Sin embargo, en lugares aislados su empleo acarrea problemas operativos tanto desde el punto de vista del suministro de combustible como de su reparación y mantenimiento. Esta característica produce como efecto final la reducción de la confiabilidad del sistema en su conjunto (Borowy y Salameh, 1996). La tendencia actual para evitar la utilización del generador diesel consiste en combinar dentro de un mismo sistema módulos de generación que exploten diferentes recursos energéticos alternativos. Así, a partir de su complementación, se reduce la probabilidad de interrupción del suministro. En este sentido, también suele incorporarse algún medio de almacenamiento energético que pueda enfrentar la provisión de energía para el caso en que las fuentes alternativas empleadas presenten un período de escasez concurrente. Estos sistemas de generación combinados reciben el nombre de *Sistemas Híbridos de Generación de Energía Eléctrica (SHGEE)*. Su aplicación principal se encuentra en la provisión de energía eléctrica para pequeños asentamientos poblacionales y/o industriales en áreas aisladas, en centrales repetidoras de telecomunicaciones, estaciones de bombeo de fluidos, etc. De acuerdo a estimaciones de organismos internacionales, existe un amplio mercado potencial para los SHGEE. Aproximadamente el 40% de la población mundial vive actualmente en sitios sin conexión a red de distribución eléctrica alguna. En casos que impliquen distancias mayores a 3 Km de tendido resulta más económica la instalación de un sistema híbrido de generación que invertir en líneas de transmisión (Jayadev, 1995).

2.2. Fuentes Energéticas Renovables

Existe un conjunto importante de fuentes energéticas renovables potencialmente utilizables para la generación de energía eléctrica. En particular, salvo la energía geotérmica y la energía proveniente de las mareas, las restantes fuentes de energía alternativa corresponden a diferentes manifestaciones de la energía originalmente proveniente del sol, transformada a lo largo del tiempo por variados mecanismos naturales. Ejemplo de ello son la energía eólica, la energía de biomasa, la energía hidráulica, etc. Una breve descripción correspondiente a cada una de las más importantes fuentes de energía renovable se da a continuación (WWW 2.1):

❖ *Energía Solar:*

El sol irradia sobre el planeta Tierra 100.000 TWh cada hora. Para el aprovechamiento de esta energía se emplean básicamente dos métodos. Estos son: la conversión fotovoltaica o la calefacción de algún fluido. El primero de ellos utiliza semiconductores fotosensibles que permiten convertir directamente los fotones provenientes del sol en energía eléctrica. Si bien el rendimiento de los módulos fotovoltaicos es reducido (12%-18%), su costo ha ido decreciendo con la expansión de su utilización, tornándose actualmente en una alternativa viable y atractiva producto

principalmente de los bajos costos de mantenimiento e instalación que posee. La segunda técnica para el aprovechamiento de la energía solar consiste en emplear el calor que la radiación del sol produce, para generar electricidad en forma indirecta. Estos sistemas emplean superficies colectoras de los rayos solares para calentar un fluido que posteriormente es forzado a describir un ciclo termodinámico. El trabajo útil obtenido a través de este ciclo permite impulsar un generador de energía eléctrica.

❖ ***Energía Eólica:***

La energía eólica ha sido aprovechada por el hombre desde los albores de la civilización. En el pasado, sus usos principales tuvieron lugar principalmente en la navegación, el bombeo de agua y la molienda de granos. Recién pasada la mitad del siglo XX y ante necesidades energéticas concretas, los sistemas de conversión de energía eólica a eléctrica recibieron un gran impulso. En la actualidad este recurso se presenta como uno de los más promisorios dentro del ámbito de las energías alternativas. Su aprovechamiento se realiza a partir de una turbina que, al ser impulsada por el viento, pone en funcionamiento algún tipo de generador eléctrico. Mundialmente existen muchos emplazamientos comerciales para el aprovechamiento de este tipo de energía. La importancia de este recurso energético se evidencia en las expectativas que se tienen sobre el futuro del mismo. Algunos países como Dinamarca esperan poder cubrir para el año 2005 un importante porcentaje de sus necesidades energéticas (10%) a partir de la generación eólica. La Argentina posee zonas como la patagonia donde este recurso tiene gran potencialidad. Si bien su explotación es aún incipiente ya existen varios emplazamientos para su aprovechamiento.

❖ ***Geotérmica:***

Bajo la corteza de nuestro planeta se encuentra almacenada en forma de calor una gran cantidad de energía denominada energía geotérmica. Parte de ella se encuentra dentro de reservorios formados en zonas de roca porosa en forma de vapor o agua caliente. Para su explotación, se bombea el fluido hacia la superficie donde la energía que posee almacenada en forma de calor se emplea para mover un generador eléctrico. El tipo de proceso utilizado en esta conversión energética depende de la temperatura a la cual se encuentre el fluido. Si bien su aprovechamiento resulta dificultoso debido a la baja conductividad térmica de los materiales involucrados, existen zonas que presentan un elevado gradiente térmico resultando aptas para la explotación de esta energía. En la actualidad se están investigando otras formas de utilización de este recurso ya que se presenta como una energía confiable de gran potencialidad y de operación ininterrumpida.

❖ ***Energía Hidroeléctrica:***

El agua fluyendo desde un nivel superior a otro inferior posee en cada instante una cantidad de energía que se manifiesta en parte como energía potencial y en parte como energía cinética. Es esta última clase de energía la susceptible de ser transformada en trabajo constituyéndose por lo tanto en la base de todo aprovechamiento hidráulico. Desde la antigüedad el hombre utilizó la energía cinética del agua de los ríos en la construcción de molinos hidráulicos. Sin embargo, fue recién a finales del siglo XIX cuando se la empleó por primera vez en la generación de energía eléctrica. A pesar de ser ésta una energía renovable limpia, en la actualidad su principal explotación se

realiza a partir de grandes centrales hidroeléctricas las cuales producen un alto impacto ambiental. En menor escala también se la puede aprovechar a través de microturbinas. Si bien la utilización de estas minicentrales hidroeléctricas está condicionada por las características del lugar de emplazamiento, suponen un mínimo impacto ambiental.

❖ **Energía de Biomasa:**

Se define como biomasa a toda la materia orgánica de origen vegetal o animal, incluyendo en ella a los materiales procedentes de su transformación natural o artificial. Desde el punto de vista energético, la biomasa se puede aprovechar de dos maneras; quemándola para producir calor o transformándola en combustible. La naturaleza de la biomasa es muy variada, pero en general se puede decir que se compone de hidratos de carbono, lípidos y proteínas. Su utilización con fines energéticos requiere de su pre procesamiento mediante procesos físicos (triturado, compactado y/o secado), químicos (hidrólisis, pirólisis y/o gasificación), biológicos (microorganismos) y/o termoquímicos (combustión, gasificación o pirólisis). En el caso de su transformación a combustible se pueden obtener combustibles sólidos (leña, astillas, carbón vegetal), líquidos (biocarburantes, aceites, aldehidos, alcoholes, cetonas, ácidos orgánicos) o gaseosos (biogas, hidrógeno).

❖ **Energía del Mar:**

Los mares son grandes reservorios de energía, acumulada a partir de la interacción la masa de agua realiza con la radiación solar, el viento y la influencia gravitacional del Sol y la Luna. De esta manera, su energía puede clasificarse de acuerdo a su procedencia en energía térmica, energía de las olas o energía de las mareas respectivamente.

La conversión de la energía térmica oceánica es un método para transformar en energía útil la diferencia de temperatura entre el agua de la superficie y el agua que se encuentra en la profundidad. Si bien actualmente existen dos sistemas para el aprovechamiento de esta fuente energética los rendimientos obtenidos son bajos. La tecnología utilizada para su explotación se encuentra en una incipiente etapa experimental.

Las olas del mar son un derivado terciario de la energía solar. Únicamente el 0,01% del flujo de la energía solar se transforma en energía de las olas. Una de las propiedades características de las olas es su capacidad de desplazarse a grandes distancias con poca pérdida de energía. Así, la energía generada en cualquier parte del océano termina en los bordes continentales. En comparación la densidad de energía de las olas por metro de costa es un orden de magnitud mayor que la densidad de energía solar por metro cuadrado, constituyendo por lo tanto un recurso de gran potencialidad. Dentro de los sistemas ideados para su aprovechamiento se puede realizar una clasificación entre los dispositivos flotantes y los fijos a la plataforma continental. Todos ellos se encuentran en etapa de experimentación.

La energía estimada que se disipa por las mareas es del orden de 22.000 TWh al año. De esta energía se considera recuperable una cantidad que ronda los 200 TWh. El obstáculo principal para la explotación de esta fuente es el económico. Los costos de inversión tienden a ser altos con respecto al rendimiento. La limitación para la construcción de estas centrales, no solamente se centra en el alto costo de la energía producida, sino también en el impacto ambiental que generan.

2.3. Sistemas de Almacenamiento de Energía

La mayor parte de las fuentes energéticas renovables presentan regímenes variables en cuanto a su disponibilidad que, si bien pueden ser predecibles, exceden la capacidad de control del hombre. Ejemplo de ello son las mareas, los vientos, la radiación solar, etc. Surge entonces la probabilidad de existencias de desfases entre las posibilidades de generación a partir de este tipo de fuentes y las necesidades de consumo. En sistemas autónomos esta particularidad lleva a tener bajo disponibilidad algún medio de generación seguro que permita solventar la provisión de energía durante períodos de escasez de las fuentes primarias. Históricamente se han empleado para este propósito los generadores diesel, sin embargo en muchas aplicaciones resulta más conveniente el empleo de algún tipo de almacenamiento energético. En este sentido los principales medios existentes son los siguientes:

❖ *Baterías:*

La batería electroquímica ha sido desde su creación la principal forma de almacenamiento eléctrico de rápida disponibilidad. Si bien su empleo presenta dificultades, aún en la actualidad sigue siendo el método de almacenamiento de uso preponderante en los sistemas eléctricos. Las dificultades que presenta incluyen su tasa de auto descarga, los ciclos de carga a seguir para extender su rango de vida útil, su dependencia con la temperatura, el reciclado de sus materiales y fundamentalmente el alto costo por unidad de energía almacenada (Hung S. T. *et al.*, 1993). Existe una gran variedad de tipos de baterías entre las que se pueden encontrar las de plomo-ácido, níquel-cadmio (Ni-Cd), níquel-metal hídrido (Ni-MH), etc. sin embargo en aplicaciones donde resultan necesarios almacenamientos de magnitud la batería tradicional de ácido-plomo sigue siendo la más difundida.

❖ *Volantes de Inercia*

Los volantes de inercia son dispositivos que permiten almacenar energía en forma de energía cinética a partir de la rotación de un volante con alto momento de inercia. Actualmente estos dispositivos logran almacenar cantidades de energía comparables a la de una batería, con la ventaja adicional de no contener materiales peligrosos ni de ser afectados por cambios de temperatura. Por otra parte son confiables y de bajo mantenimiento por lo cual resultan ideales para complementar o reemplazar los sistemas de baterías de plomo-ácido de pequeña capacidad. Generalmente se los emplea para compensar variaciones temporales (del orden del minuto) que, producto de la naturaleza aleatoria de los recursos energéticos renovables, aparecen en la potencia generada por este tipo de sistemas (Infield, 1994).

❖ *Ultra capacitores:*

Los ultra capacitores son versiones de alta energía de los tradicionales capacitores electrolíticos. La capacidad de almacenamiento de estos dispositivos se incrementa con el área efectiva del capacitor por lo que los esfuerzos de desarrollo están enfocados en optimizar la superficie de la misma. En particular estos elementos están siendo

estudiados en el ámbito de los vehículos híbridos como dispositivos de almacenamiento de corto tiempo. Los desarrollos actuales giran en torno a crear dispositivos con capacidades de 5Wh por Kg y de potencias por Kg del orden de 1.000W.

❖ **Hidrógeno:**

Una forma limpia de almacenar energía es a partir de la descomposición del agua por electrólisis. De este proceso se obtienen hidrógeno y oxígeno que luego, mediante el empleo de celdas de combustible (*'fuel cells'*), se recombinan produciendo agua y electricidad. Una de las ventajas principales que tiene esta forma de almacenamiento es la de su transportabilidad, permitiendo la desvinculación física entre el centro de producción y el de consumo. Si bien el corazón del método (membrana de intercambio protónico) se encuentra en período de desarrollo experimental, el proceso cíclico total posee un rendimiento aproximado del 55% (Crockett *et al.*, 1995). Por otra parte esta forma de almacenamiento, a diferencia de las vistas con anterioridad, resulta especialmente apta para almacenamientos de largo término (Crockett *et al.*, 1997). Sus características hacen que este novedoso procedimiento resulte sumamente atractivo. En los últimos años ha recibido especial interés por parte de la comunidad científica especialmente en el marco de los vehículos híbridos.

2.4. Estructuras de SHGEE

Existen diferentes criterios de clasificación de SHGEE. Entre ellos podemos encontrar divisiones que hacen hincapié en los recursos energéticos utilizados, otras que los agrupan respecto a su funcionalidad (carga de baterías, bombeo de agua, etc.), otras que se fijan en las características de la red a la cual proveen de energía, etc. Uno de los criterios de clasificación más comúnmente utilizado consiste en agruparlos de acuerdo a la estructura de conexión bajo la cual se vinculan los módulos componentes del sistema. De acuerdo con este criterio se han propuesto tres estructuras básicas de clasificación, cuales son: *estructura serie*, *estructura conmutada* y *estructura paralelo* (Nayar *et al.*, 1993). Sin embargo, bajo las pautas propuestas, este criterio de clasificación mezcla aspectos estructurales con aspectos propios de la estrategia de operación. De esta manera, la misma clasificación debilita el poder descriptivo de la topología del sistema. En realidad los SHGEE presentes en la literatura responden estructuralmente a una única topología general como la que se presenta en la figura 2.1. Luego, cada aplicación en particular reducirá esta estructura general de acuerdo a los tipos de subsistemas de generación y almacenamiento que utilice, al tipo de carga y a los fines específicos buscados.

Como se observa en la figura 2.1 el desarrollo de cualquier sistema híbrido se realiza en torno a dos buses colectores de energía de carácter general: uno de corriente alterna (CA) y otro de corriente continua (CC). Estos buses permiten uniformizar la naturaleza de la energía que cada subsistema componente aporta o toma de los mismos. Entre los buses colectores y cada módulo de generación generalmente se dispone de un convertidor estático de energía. Este convertidor no sólo permite adaptar las

características de la energía suministrada, sino que comúnmente también se lo utiliza como medio para controlar el punto de operación del módulo generador.

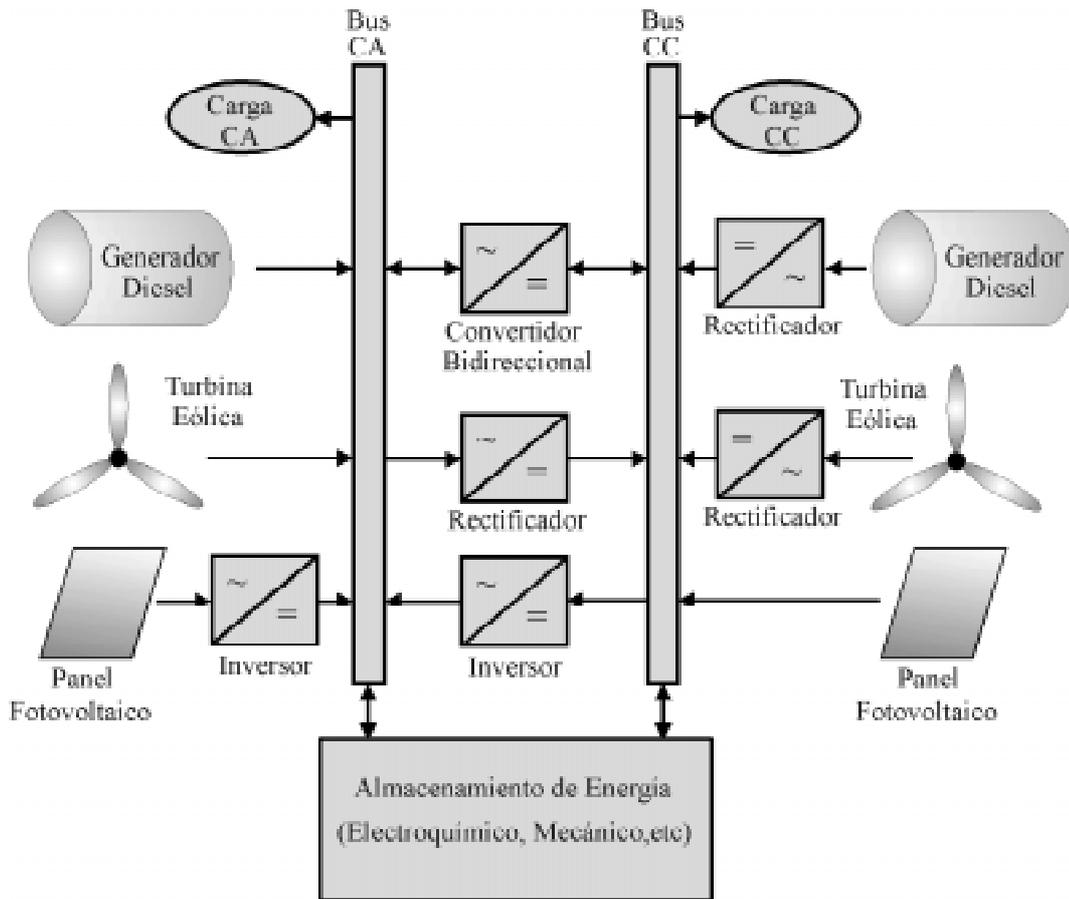


Figura 2.1: Estructura General de SHGEE

La vinculación entre los buses de CC y CA también se realiza a través de convertidores estáticos de energía. El tipo de convertidor utilizado en cada caso dependerá de la direccionalidad del suministro eléctrico, pudiendo en algunos casos utilizarse convertidores bidireccionales.

Estructuralmente la topología de carácter general presentada en la figura 2.1 describe la ventajosa modularidad de estos sistemas. Es decir, nuevos recursos de generación, de igual o diversa naturaleza, pueden ser integrados al sistema sobre el bus de CA o sobre el de CC. La única restricción existente consiste en adaptar la forma de suministro de la energía. De esta manera, la potencia nominal del sistema puede ser incrementada de a pasos discretos con el fin de adaptarse a nuevos requisitos de carga. La desventaja asociada a esta particularidad se presenta desde el punto de vista económico ya que cada módulo componente lleva en general asociado su propio sistema de conversión estático.

2.5. Presentación del SHGEE Seleccionado

La elección de los recursos energéticos y medios de almacenamiento a utilizar en un sistema híbrido suele definirse a partir de una aplicación en particular. Fundamentalmente su diseño depende de la evaluación conjunta de tres factores principales cuales son: los recursos energéticos existentes en el lugar de emplazamiento, los requisitos de suministro y el peso económico relativo de los módulos componentes. En términos generales una configuración que se adapta a la mayoría de las aplicaciones es la que combina la generación fotovoltaica y la eólica. Su versatilidad se debe a que se basa en los recursos energéticos renovables más abundantes y ampliamente esparcidos en el planeta, contando con la ventaja de su libre disponibilidad. Adicionalmente, estas energías presentan naturalmente perfiles temporales de existencia de carácter complementario, característica que permite minimizar la magnitud de los recursos de almacenamiento. Esta última particularidad resulta importante desde el punto de vista económico debido a la importante influencia relativa que ejercen los costos de los módulos de almacenamiento sobre el costo final del sistema (Borowy y Salameh, 1996). En este sentido, existen varios enfoques para definir la magnitud de los diferentes subsistemas que formarán parte de los sistemas híbridos basados en la energías eólica y fotovoltaica. Ejemplo de ello son los trabajos de: Borowy y Salameh, 1996; Yokoyama *et al.*, 1994; Chedid y Rahman, 1997; Markvart, 1996 y Kellogg *et al.*, 1998.

El SHGEE sobre el cual se desarrolla esta tesis es el que se presenta en la figura 2.2. Como puede observarse corresponde a una simplificación de la estructura general introducida en la sección anterior. En este caso, el sistema está construido alrededor de un bus de corriente continua que vincula subsistemas de generación eólica y fotovoltaica. Como medio de almacenamiento se cuenta con un banco de baterías obtenido a partir de la combinación en paralelo de arreglos de baterías conectadas en serie. Este banco de baterías impone la tensión existente sobre el bus de corriente continua. Finalmente, a fin de adaptar la naturaleza de la energía eléctrica entregada por el sistema, se cuenta con un inversor de tensión que alimenta una carga alterna variante en el tiempo.

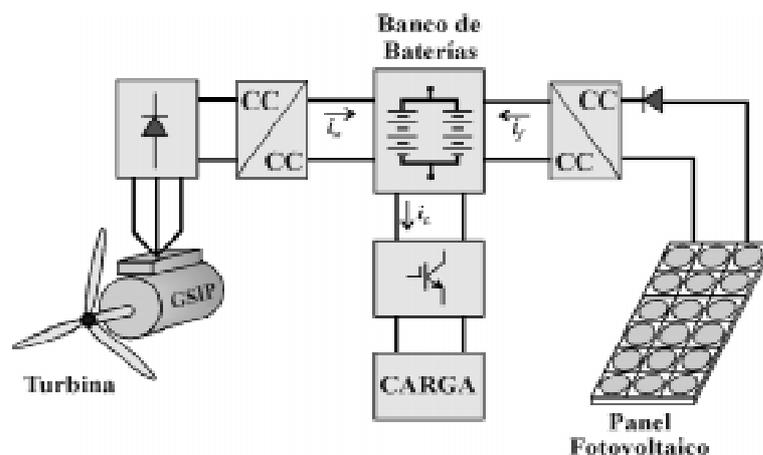


Figura 2.2: Sistema Híbrido de Generación de Energía Eléctrica Seleccionado

Como módulos de generación el sistema híbrido de la figura 2.2 posee un subsistema de generación fotovoltaico y otro de generación eólica. El primero de ellos

está constituido por un arreglo de celdas fotovoltaicas y un convertidor estático CC/CC. Este último elemento se utiliza con el fin de manejar el punto de operación del panel fotovoltaico de forma de controlar la potencia que genera y que finalmente es inyectada en el bus de corriente continua. El segundo módulo de generación consiste en una turbina eólica tripala, un generador sincrónico de imán permanente multipolar (GSIP), un rectificador trifásico y un convertidor estático CC/CC. Al igual que en el subsistema fotovoltaico, esta configuración presenta la posibilidad de controlar a través del convertidor CC/CC la potencia generada por el subsistema eólico.

Como desventaja relativa, el sistema híbrido propuesto posee un único medio de suministro eléctrico hacia la carga. Así, el convertidor estático encargado de la adaptación eléctrica se ve forzado a procesar la totalidad de la potencia entregada. Una posible solución a este problema consiste en incorporar un inversor trifásico de forma de realizar un procesamiento más eficiente de la energía suministrada. Otra solución alternativa puede plantearse a partir de la subdivisión de las cargas en varias redes locales, cada una de ellas alimentada a través de un convertidor propio.

2.5.1. Modos de Funcionamiento

El SHGEE presentado posee diferentes modos de funcionamiento. Estos modos están determinados por las condiciones ambientales bajo las cuales el sistema se encuentra operando, por las condiciones de carga del subsistema de almacenamiento y por la demanda energética que impone la carga. Básicamente estos modos de funcionamiento están definidos por el balance energético entre la generación y el consumo, considerando dentro de este último tanto los requisitos provenientes de la carga como la recuperación del estado de carga del banco de baterías.

Modo 1: se encuentra determinado por un banco de baterías con carga plena y condiciones de generación suficientes como para satisfacer los requerimientos energéticos de la carga. Bajo estas condiciones los recursos de generación se vuelcan casi con exclusividad a satisfacer las necesidades de la carga. Una pequeña parte de la energía generada se destina a compensar las pérdidas intrínsecas del banco de baterías (corriente de mantenimiento).

Modo 2: se distingue del modo de funcionamiento anterior en que el banco de baterías se encuentra en recuperación. Las condiciones de generación resultan suficientes para sobrellevar un régimen especificado de recarga del banco de baterías y satisfacer simultáneamente los requisitos energéticos de la carga. Bajo este modo de operación y también bajo el modo 1, los recursos de energía disponibles pueden provenir de diferentes combinaciones de funcionamiento de los subsistemas fotovoltaico y eólico. La determinación de cómo se distribuye entre ellos el peso de la generación estará determinada por la estrategia de funcionamiento que se adopte.

Modo 3: está definido por condiciones de generación insuficientes y un estado de almacenamiento completo. En estas circunstancias los subsistemas de generación operan de modo de extraer la máxima cantidad de energía posible

de los medios energéticos respectivos. Teniendo como prioridad los requisitos energéticos de la carga, el banco de baterías aportará la energía restante de modo de evitar la salida de servicio del sistema.

Modo 4: se encuentra determinado por condiciones de generación insuficientes y el sistema de almacenamiento descargado. La carga no puede ser satisfecha en sus requerimientos produciéndose la salida de servicio del sistema. Los recursos de generación se destinan entonces a recuperar el estado de carga plena del banco de baterías. De ser posible esta recuperación se produce bajo un ciclo de carga especificado. Al igual que en los modos 1 y 2, la distribución de las necesidades de generación entre los subsistemas eólico y fotovoltaico dependerá de la estrategia elegida.

Debido al comportamiento aleatorio tanto de los recursos energéticos involucrados como de las necesidades de alimentación eléctrica, el sistema migrará de un modo de operación a otro de acuerdo a las condiciones imperantes. La determinación de operar en uno u otro modo estará a cargo de un control general funcionando como supervisor. Finalmente, debe aclararse que los modos de funcionamiento generales vistos en esta sección no corresponden estrictamente a los que se introducen al definir la estrategia de operación propuesta para la operación del sistema.

2.6. Resumen

En este capítulo se realizó inicialmente una presentación de los sistemas híbridos de generación de energía eléctrica. A continuación se introdujeron brevemente los tipos de energías renovables de las cuales estos sistemas toman provecho y los dispositivos más comunes para el almacenamiento de la energía generada. Posteriormente se elaboró una estructura general que permite enmarcar la totalidad de los SHGEE analizando sus ventajas e inconvenientes. Finalmente se especificó la estructura particular sobre la que se llevará a cabo el trabajo de tesis y se establecieron sus modos generales de operación.

Capítulo 3

La Energía Solar Fotovoltaica

En este capítulo se presentan las formas de aprovechamiento de la energía solar haciendo hincapié en la conversión fotovoltaica. Se describe el principio físico de funcionamiento de las celdas solares, la estructura constructiva básica empleada en la fabricación de celdas, los variados tipos de materiales utilizados en su confección y las tendencias tecnológicas actuales. Se determina también un modelo matemático y circuital que describe macroscópicamente el funcionamiento eléctrico de la celda y se realiza un análisis de los diferentes factores que afectan su rendimiento.

3.1. Conversión de la Energía Solar

Se estima que la cantidad de energía que el sol irradia sobre la tierra cada día es mayor que la que consumiría la población mundial actual en 27 años. Si bien sólo una pequeña parte de la energía irradiada sobre la Tierra resulta prácticamente aprovechable, la cifra mencionada da una idea de la potencialidad que este recurso energético posee. Otras características que lo hacen muy atractivo son su libre disponibilidad, su inextinguibilidad y la posibilidad de una explotación libre de polución ambiental. Otra particularidad interesante es su presencia geográficamente distribuida, a pesar de que la viabilidad de su explotación se encuentra condicionada por la cantidad de radiación recibida en cada sitio. Esta última depende de un conjunto de factores como ser la posición geográfica, la estación del año, la hora del día y el clima del lugar.

Existen dos formas básicas para generar electricidad a partir de la energía que el Sol irradia sobre la Tierra. Una de ellas consiste en utilizar el calor que dicha radiación produce. Con este fin se utilizan espejos y lentes que concentran los rayos solares sobre un receptor ubicado en el punto focal del arreglo. Allí, la radiación es utilizada para elevar la temperatura de un fluido que permite transportar la energía acumulada en él en forma de calor hasta una turbina generadora de electricidad. La mayor planta generadora de este tipo dispone de una potencia nominal de 354 MW y se encuentra situada en California.

La segunda forma de utilizar la radiación solar para la generación de energía eléctrica es a partir del empleo de celdas fotovoltaicas. Estos dispositivos permiten convertir directamente la radiación solar en electricidad sin la necesidad de ningún proceso intermedio. Además de las características generales ya mencionadas, la conversión fotovoltaica posee otros aspectos interesantes que hacen su utilización aún más atractiva. Entre ellos se encuentran (Szlufcik *et al.*, 1997):

- ❖ Su modularidad, la cual le permite ser utilizada en proyectos de pequeña o gran potencia, de manera centralizada o no.
- ❖ La posibilidad de ser integrada directamente en la construcción de casas y edificios.
- ❖ La inexistencia de partes móviles, lo cual reduce su mantenimiento y aumenta su confiabilidad.
- ❖ Su abundancia en áreas donde en el futuro se prevé una demanda energética importante (Australia, Africa, Asia y Sudamérica).

Dentro de las características desventajosas que posee esta forma de conversión energética, se podrían citar el costo de los paneles fotovoltaicos y su bajo rendimiento. En cuanto al primer factor puede decirse que, si bien históricamente los precios de estos dispositivos han sido altos, producto de la difusión que han alcanzado, en la actualidad resultan accesibles. El costo comercial promedio de un panel fotovoltaico es del orden de \$3-4 por watt pico disponible. Con respecto al rendimiento la mayoría de los paneles comerciales se encuentra entre el 13% y 16%. Sin embargo, nuevos dispositivos de laboratorio ya han alcanzado rendimientos de hasta el 24% (Szlufcik *et al.*, 1997).

3.2. El Efecto Fotovoltaico

El principio físico que describe el proceso por el cual una celda fotovoltaica convierte parte de la radiación solar en energía eléctrica se denomina *efecto fotovoltaico*. A continuación se presenta una síntesis del mismo.

La descripción cuántica de la luz establece que la misma está compuesta por un conjunto de partículas denominadas fotones. Cada una de estas partículas tiene asociada una energía que se encuentra en relación directa con la longitud de onda de la luz que compone. Así, en el marco de esta descripción cuántica, una luz monocromática estará compuesta por un conjunto de fotones de igual energía. La relación existente entre la

energía del fotón y la longitud de onda correspondiente a su radiación (en el contexto de la descripción electromagnética de la luz) puede expresarse como (Beiser, 1981):

$$E = h \cdot f, \quad (3.1)$$

donde h representa la constante de Plank.

La luz solar está conformada por un conjunto amplio de radiaciones de diferente longitud de onda. En la figura 3.1 se especifica el rango que abarca su espectro, detallando el intervalo de luz visible. Tomando en cuenta este espectro y de acuerdo a lo establecido previamente, puede decirse que la radiación solar está compuesta por un conjunto de fotones de variada energía. Así, cuando la luz solar impacta sobre una celda fotovoltaica, parte de estos fotones son reflejados, parte de ellos pasan a través de ella y parte son absorbidos. Estos últimos son los que intervienen en el proceso de conversión energética. La cualidad de que un fotón sea absorbido o no depende exclusivamente de la cantidad de energía que este fotón posea en relación con el ancho de la banda de aislación de la juntura que compone la celda. De aquí es directo establecer que sólo una parte del espectro correspondiente a la luz solar intervendrá en el proceso de conversión fotovoltaico.

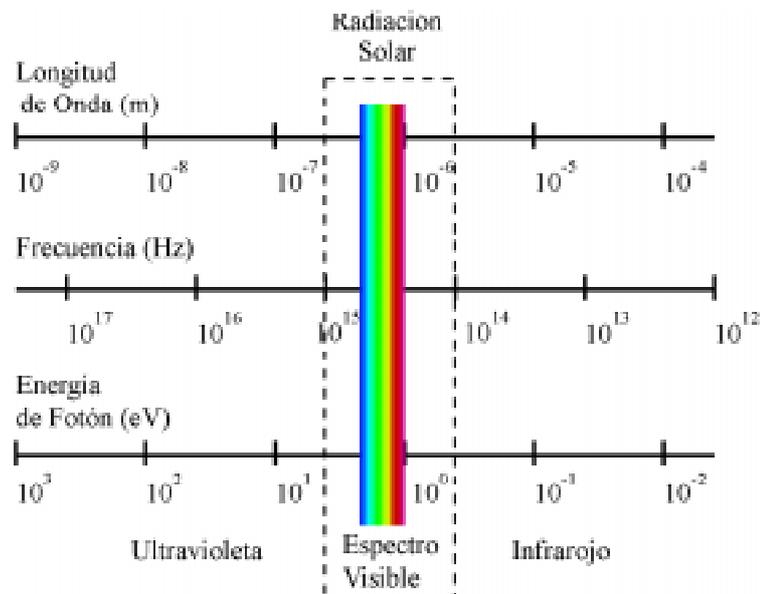


Figura 3.1: Espectro de la Radiación Solar

Esquemáticamente la mayoría de las celdas fotovoltaicas poseen la estructura general especificada en la figura 3.2. Como en ella se observa, el cuerpo principal de la estructura está conformado por un material semiconductor sobre el que se efectúa un dopado a fin de conformar en su interior una juntura $p-n$. Sobre la cara anterior de este cuerpo se dispone una grilla metálica que forma el contacto frontal y, sobre su cara posterior, una lámina metálica que actúa como contacto posterior. Estos contactos metálicos son los que permiten extraer en forma de corriente eléctrica la energía solar convertida por la celda. Finalmente sobre la cara anterior se observa una lámina de material antireflectante utilizada con el propósito de disminuir las pérdidas por reflexión.

Funcionalmente, cuando la luz solar ingresa en la celda, los fotones que la componen excitan los electrones presentes en la banda de valencia produciendo que una

parte de ellos pase a la banda de conducción. Esta migración genera en el interior de la celda pares electrón-hueco. El fuerte campo eléctrico existente en la juntura, agrupa en la zona n a los electrones de conducción generados y en la zona p a los huecos correspondientes. Allí, la mayor parte de estas partículas son recolectadas por los contactos metálicos dispuestos en la celda, estableciéndose una corriente eléctrica. El valor de esta corriente es función del área efectiva de la celda y promedia los $30\text{mA}/\text{cm}^2$ para una radiación de $100\text{mW}/\text{cm}^2$.

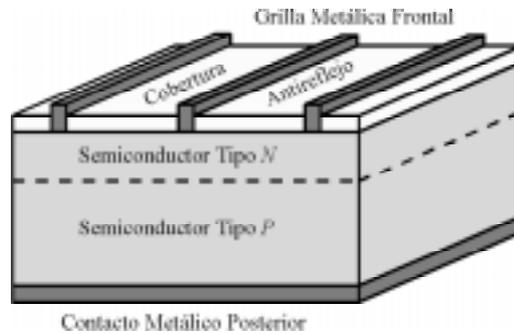


Figura 3.2: Esquema Estructural de una Celda Fotovoltaica General

3.3. Modelado Eléctrico de la Celda Fotovoltaica

La operación de una celda solar ideal puede modelarse a partir del esquema circuitual de la figura 3.3. En él, la fuente de corriente da cuenta de la corriente generada por los fotones efectivamente absorbidos por la celda (*fotocorriente*), el diodo D_1 modela la corriente de difusión y el diodo D_2 representa la corriente de generación - recombinación en el espacio de carga de la juntura. Matemáticamente la característica tensión - corriente de la celda se describe a través de (Slufcik *et al.*, 1997):

$$I_{pv} = I_{ph} - I_{rs1} \left(e^{qV_{pv}/KT} - 1 \right) - I_{rs2} \left(e^{qV_{pv}/2KT} - 1 \right), \quad (3.2)$$

donde I_{ph} es la fotocorriente, I_{rs1} e I_{rs2} son las corrientes de saturación inversa de los diodos D_1 y D_2 respectivamente, q la carga del electrón, K la constante de Boltzman y T la temperatura de la celda.

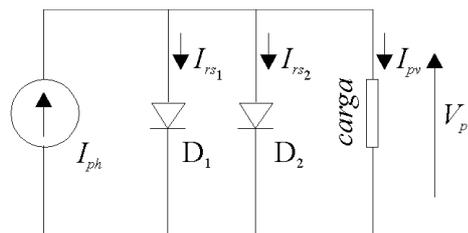


Figura 3.3: Circuito Equivalente de una Celda Fotovoltaica Ideal.

Una descripción más precisa de una celda real puede obtenerse incorporando al modelo los siguientes elementos:

- ❖ Una resistencia serie (R_s), que añade las pérdidas de potencia debido a los contactos y a la resistividad que presenta el silicio al movimiento libre de los electrones.
- ❖ Una conductancia *shunt* (R_{sh}), representando la corriente de pérdida en la juntura.
- ❖ Corrientes adicionales que se incorporan a través del llamado factor de idealidad (A). Este factor manifiesta la desviación de la celda considerada respecto de la celda ideal, encontrándose en el rango de 1 a 5 (Hussein *et al.*, 1995). Su introducción se realiza en la expresión de la corriente correspondiente al diodo D_2 .

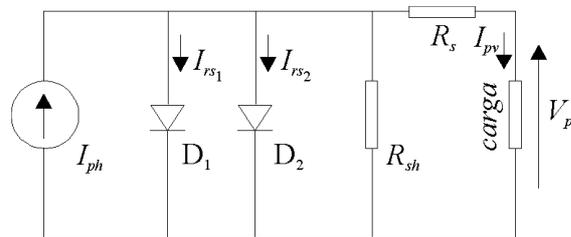


Figura 3.4: Circuito Equivalente de una Celda Fotovoltaica Real.

En la figura 3.4 se presenta el circuito equivalente completo que describe la operación real de una celda fotovoltaica. La expresión analítica que describe el funcionamiento de este circuito está dada por:

$$I_{pv} = I_{ph} - I_{rs1} \left(e^{q(V_{pv} + I_{pv}R_s)/KT} - 1 \right) - I_{rs2} \left(e^{q(V_{pv} + I_{pv}R_s)/AKT} - 1 \right) - \frac{(V_{pv} + I_{pv}R_s)}{R_{sh}} \quad (3.3)$$

A los fines prácticos este modelo resulta excesivamente detallado por lo cual frecuentemente se lo utiliza en una versión simplificada cercana a la descripción de la celda ideal. En ella se desprecia la conductancia que da cuenta de la corriente de pérdida en la juntura (R_{sh}), como así también la corriente correspondiente al diodo D_1 . Bajo estas consideraciones, la expresión (3.3) se reduce a:

$$I_{pv} = I_{ph} - I_{rs} \left(e^{q(V_{pv} + I_{pv}R_s)/AKT} - 1 \right) \quad (3.4)$$

En esta ecuación, la dependencia que manifiesta la celda respecto a la radiación como así también parte de su dependencia térmica se encuentran ocultas bajo las nomenclaturas de fotocorriente y corriente de saturación inversa. Las expresiones que ponen de manifiesto su comportamiento respecto a estos dos parámetros están dadas respectivamente por:

$$I_{ph} = (I_{sc} + K_I(T - T_r))\lambda_i / 100 \quad (3.5)$$

$$I_{rs} = I_{or} \left(\frac{T}{T_r} \right)^3 e^{-\frac{qE_{go}}{KT} \left(\frac{1}{T_r} - \frac{1}{T} \right)}, \quad (3.6)$$

donde I_{or} es la corriente de saturación inversa a la temperatura de referencia T_r , E_{go} es el ancho de la banda de aislación de la juntura, I_{sc} es la corriente de cortocircuito de la celda a la temperatura y radiación de referencia, K_I es el coeficiente de temperatura de la corriente de cortocircuito y λ_i es la radiación en mW/cm^2 .

A partir de la ecuación 3.4 resulta directo obtener la expresión de la potencia eléctrica desarrollada por la celda. Esta es:

$$P_{pv} = I_{ph} V_{pv} - I_{rs} V_{pv} \left(e^{\frac{q(V_{pv} + I_{pv} R_s)}{AKT}} - 1 \right) \quad (3.7)$$

A continuación las figuras 3.5 y 3.6 describen gráficamente las características eléctricas externas correspondientes a una celda fotovoltaica típica. En la primer figura se presentan las curvas corriente - tensión en bornes de la celda para dos temperaturas de funcionamiento y diferentes radiaciones. En la figura 3.6 se grafica la potencia eléctrica correspondiente a cada una de las curvas de la figura 3.5.

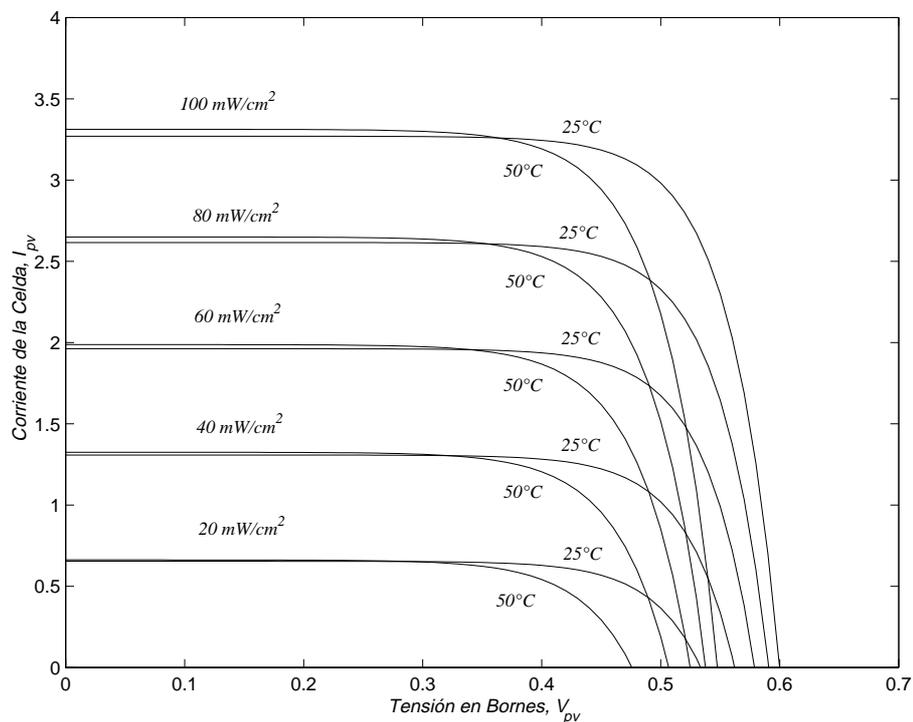


Figura 3.5: Características Tensión-Corriente de una Celda Fotovoltaica Típica.

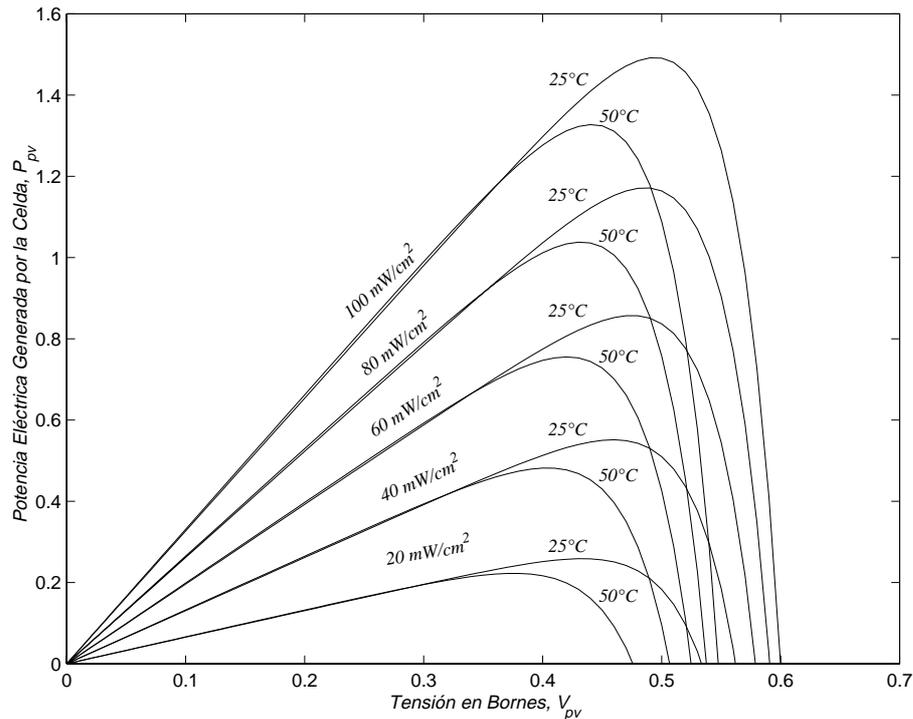


Figura 3.6: Curvas de Potencia Correspondientes a una Celda Fotovoltaica Típica.

En esta última figura se puede observar la fuerte dependencia existente entre el punto de máxima generación de potencia de la celda (PMGP) y las condiciones atmosféricas (radiación y temperatura). Luego, cualquier sistema de explotación de energía fotovoltaica que busque maximizar la conversión de potencia, deberá poder controlar el punto de operación de la celda de manera de seguir los movimientos que realice el PMGP producto de variaciones en las condiciones atmosféricas.

Los módulos fotovoltaicos comerciales se construyen a partir de la conexión de un conjunto de celdas. Dependiendo de la potencia buscada y de la tensión deseada en bornes del arreglo, se implementan distintas combinaciones de conexión. La expresión que determina la corriente generada por un módulo de este tipo es similar a la ecuación 3.4. Aparece únicamente modificada por la introducción de los coeficientes n_p y n_s . El coeficiente n_p representa el número de arreglos serie conectados en paralelo, mientras que, el coeficiente n_s , tiene en cuenta el número de celdas que conforman cada arreglo serie. Analíticamente, esto se expresa como:

$$I_{pv} = n_p I_{ph} - n_p I_{rs} \left(e^{q(V_{pv} + I_{pv} R_s) / n_s A K T} - 1 \right) \quad (3.8)$$

A partir de la ecuación (3.8), es directo establecer la expresión correspondiente a la potencia generada por el arreglo de celdas fotovoltaicas:

$$P_{pv} = n_p I_{ph} V_{pv} - n_p I_{rs} V_{pv} \left(e^{q(V_{pv} + I_{pv} R_s) / n_s A K T} - 1 \right) \quad (3.9)$$

De esta última ecuación es inmediato observar la dependencia existente entre la tensión correspondiente al PMGP y las condiciones atmosféricas.

3.4. Rendimiento de las Celdas Fotovoltaicas

La eficiencia de las celdas fotovoltaicas, es decir la relación existente entre la potencia eléctrica máxima disponible a la salida de la celda y la potencia lumínica incidente, está afectada por una serie de factores de naturaleza diversa. Algunos de ellos presentan límites inevitables, marcados por la física de la conversión fotovoltaica. Otros, provienen de limitaciones tecnológicas propias de los procesos de fabricación de las celdas pudiendo entonces ser mejorados. Dentro de los factores inevitables que degradan la eficiencia de las celdas fotovoltaicas se encuentran:

- ❖ Factor de pérdida por fotones de energía reducida. Los fotones con energías menores que la correspondiente a la banda de aislación (E_g) de la juntura $p-n$ considerada, no contribuyen a la generación de pares electrón-hueco.
- ❖ Factor de pérdida por fotones de alta energía. En el espectro de interés cada fotón puede generar solamente un par electrón-hueco. El resto de su energía se disipa principalmente en forma de calor.
- ❖ Factor de Voltaje. Este factor es la relación existente entre la máxima tensión de vacío desarrollada por la celda (V_{oc}) y la tensión correspondiente a la banda de aislación (E_g/q). Su límite superior está limitado a un valor de 0,65 sobre celdas delgadas y llega a 0,72 en celdas de 20 μ m de espesor.
- ❖ Fill Factor (FF). Este factor definido como la relación $P_{max}/V_{oc} \cdot I_{sc}$ (donde P_{max} corresponde a la potencia máxima de la celda e I_{sc} a su corriente de cortocircuito) tiene un valor ideal de 0,89.

Otros factores que inciden en la eficiencia final de la celda son producto de la disposición estructural de la misma y de los procesos de fabricación. Entre ellos encontramos:

- ❖ Factor de pérdida por reflexión. Parte de la energía incidente es reflejada por la superficie no metalizada de la celda. La influencia de este efecto se reduce a partir de tratamientos químicos y/o mecánicos sobre la superficie de la celda y a través de la deposición de coberturas antirreflejo.
- ❖ Factor de pérdida por cobertura del contacto frontal. Parte de la superficie anterior de la celda se cubre con un contacto metalizado que disminuye el área de incidencia efectiva. El factor de cobertura resulta del compromiso entre las pérdidas por sombra y las pérdidas causadas por resistencia serie. Como resultado de este compromiso se dispone un contacto frontal de estructura mallada. Para evitar este factor de pérdidas, algunas celdas fotovoltaicas usan disposiciones estructurales diferentes ubicando ambos contactos en la parte posterior de la misma.
- ❖ Factor de pérdida por absorción incompleta. Se produce debido al espesor limitado de la celda. Se mejora a partir de técnicas que logran atrapar la luz en el interior de la celda (light-trapping).
- ❖ Eficiencia de recolección. No todos los portadores generados llegan a alcanzar los contactos. Parte de ellos se recombinan en el cuerpo semiconductor y parte en la superficie. A pesar de ser inevitable, existen técnicas que permiten reducir su contribución al mínimo.

3.5. Materiales Semiconductores Empleados en Celdas Fotovoltaicas

Si bien el principal objetivo de la producción industrial de módulos fotovoltaicos consiste en abaratar los costos de producción manteniendo rendimientos aceptables, existen otros ámbitos donde maximizar la eficiencia constituye el desafío primordial. Es con este objetivo que nuevos materiales y estructuras han sido y son investigadas. A continuación se presenta una breve reseña de los principales tipos de materiales existentes refiriendo los rendimientos que han evidenciado (WWW 3.1).

❖ *Silicio Monocristalino:*

El silicio es el material más común en la producción de celdas fotovoltaicas comerciales. Como ventaja se puede decir que es el segundo elemento más abundante en la naturaleza. Sin embargo, presenta la desventaja económica de tener que ser refinado hasta un 99,9999% de pureza para su utilización. En su versión monocristalina, presenta una estructura uniforme ya que el material ha crecido a partir de un único cristal. Esta uniformidad es ideal para que los electrones puedan transferirse eficientemente a través de la estructura. Actualmente, diseños de laboratorio basados en este material han llegado a eficiencias cercanas al 24%. Los módulos comerciales ya exceden el 15%.

❖ *Silicio Policristalino:*

A diferencia del silicio monocristalino, este material no posee una estructura cristalina uniforme. Su estructura está conformada por un conjunto de pequeños cristales, por lo cual se dice que es granulada. Estos cristales introducen límites naturales al flujo libre de los electrones propiciando la recombinación de las partículas conductoras. Como efecto final se observa una disminución de la potencia de salida de la celda. Sin embargo, la producción de este tipo de material es mucho más económica que la de silicio monocristalino por lo que actualmente se están investigando las formas de mitigar el efecto que introduce la multiplicidad cristalina. Celdas fabricadas especialmente con fines de investigación han llegado a evidenciar eficiencias cercanas al 18%, sin embargo las celdas comerciales sólo se aproximan a un 14%.

❖ *Silicio Amorfo:*

El silicio amorfo, al igual que el vidrio común, es un material que no presenta ningún orden atómico particular. No forma una red cristalina y contiene un gran número de defectos estructurales. Fue la primer forma de silicio no cristalino utilizada en la producción de materiales fotovoltaicos. En 1996 ya se empleaba en más del 15% de la producción mundial de celdas fotovoltaicas. Algunos modelos experimentales han excedido el 10% de eficiencia, aunque los modelos comerciales se encuentran en el rango del 5% al 7%. Por otra parte este material presenta la ventaja de absorber eficientemente la radiación solar (un 40% más que el silicio monocristalino), permitiendo ahorrar una gran cantidad de material. Una lámina de 1 micrón logra absorber el 90% de la radiación solar útil. Otra de sus bondades es que puede ser producido a temperaturas menores y depositado sobre sustratos de menor costo. Este tipo de material se utiliza mucho en dispositivos

de consumo como calculadoras y relojes. Existe una gran expectativa para que en un futuro cercano este tipo de material permita reemplazar los vidrios con tinte empleados en la construcción de edificios.

❖ *Teluro de Cadmio:*

Si bien la tecnología de fabricación de celdas empleando este material se encuentra en sus comienzos, se prevé una cercana etapa de comercialización. Las eficiencias logradas con este material han alcanzado un 16% en desarrollos de laboratorio. Los módulos comerciales alcanzarían en sus primeras versiones eficiencias en el rango del 6% al 8%.

❖ *Seleniuro de Cobre e Indio:*

Celdas fabricadas con este material han logrado demostrar eficiencias de hasta 18,8%, superando el mejor rendimiento registrado de una celda de silicio policristalino (17,8%). La tecnología de fabricación que emplea este tipo de material aún debe superar importantes barreras para instalarse en el marco de la producción comercial.

❖ *Arseniuro de Galio o de Concentración:*

Este material es especialmente adecuado para su uso en celdas solares multijuntura de alta eficiencia. Algunas características ventajosas del mismo son su gran absorción de la radiación solar (reduce el espesor necesario de la celda), su insensibilidad al calor y también su resistencia al daño por radiación. Esta última particularidad en conjunto con su alta eficiencia lo hace especialmente apto para las aplicaciones espaciales. Celdas de este material construidas con fines de investigación han alcanzado eficiencias superiores al 25%.

3.6. Tendencias Tecnológicas y Nuevas Estructuras

3.6.1. Celdas Policristalinas de Película Delgada

Los análisis realizados dentro del ámbito de la producción industrial actual de celdas fotovoltaicas indican que, del costo final de producción de un panel, un 40-50% se debe a la preparación del lingote de material semiconductor y a su corte en obleas de alrededor de 200 μ m. La fabricación de la celda y el montaje del módulo comparten en porcentajes similares (25-30%) el resto del costo de fabricación. Por otra parte, las técnicas actuales de corte de las obleas implica importantes pérdidas de material semiconductor refinado.

Este panorama propició que en los últimos años haya surgido una nueva tecnología de producción, denominada de película delgada, que elimina los costos de preparación y corte del lingote semiconductor. Esta técnica permite fabricar sobre substratos económicos (grafito, vidrio, plásticos, etc.), celdas de menor espesor (20-

50µm) con el consecuente ahorro de material semiconductor. El proceso de producción consiste en la deposición secuencial sobre el sustrato de las diferentes capas que componen la celda. Existen varios métodos para realizar la deposición (crecimiento epitaxial en fase líquida, deposición por vapores químicos, etc.). Todos ellos resultan más económicos que la preparación de las obleas semiconductoras. Como ventaja adicional esta técnica permite construir celdas de mayor área abaratando los costos de montaje y simplificando su conexionado. Celdas de 675cm² han demostrado desarrollar eficiencias de hasta un 11,6%.

3.6.2. Celdas Multijuntura

En la actualidad los dispositivos fotovoltaicos más comunes utilizan una única juntura para crear el campo eléctrico dentro del semiconductor. En este tipo de celda, solamente los fotones que poseen una energía igual o mayor que la existente entre las bandas de valencia y conducción pueden generar electrones libres. De esta manera una porción de los fotones incidentes no se utiliza en la generación de electricidad. Para evitar este comportamiento las celdas multijuntura apilan una serie de juntas individuales ordenadas en forma descendente de acuerdo al ancho energético de su banda de aislación. Así, la juntura superior captura los fotones de mayor energía dejando pasar los de energía menor que son absorbidos por las juntas subyacentes. De esta manera, se reduce notoriamente el factor de pérdida por fotones de alta energía que afecta notoriamente el rendimiento de las celdas ampliando el espectro de luz útil para la conversión. Celdas multijuntura basadas en arseniuro de galio han logrado exceder el 30% de eficiencia.

3.7. Resumen

En este capítulo se presentaron inicialmente las formas de aprovechamiento de la energía solar, haciendo hincapié en la conversión fotovoltaica. A continuación se realizó una breve descripción del fenómeno fotoeléctrico y se presentó la estructura básica general aplicable al conjunto de las celdas fotovoltaicas. Acto seguido, se desarrolló un modelo matemático que describe el comportamiento eléctrico de las celdas fotoeléctricas y se presentaron en forma gráfica sus características corriente - tensión y potencia - tensión vistas desde los bornes. Posteriormente se analizaron los factores que intervienen en la determinación del rendimiento de las celdas clasificándolos según su naturaleza. Luego, se realizó una síntesis de los materiales semiconductores utilizados en la confección de celdas, presentando los rendimientos logrados por cada uno de ellos y, finalmente, se comentaron las nuevas tendencias tecnológicas en cuanto a la producción de celdas fotovoltaicas.

Capítulo 4

El Viento y las Turbinas Eólicas

En este capítulo se analizan las principales características del viento y los fundamentos relativos a su aprovechamiento a través de las turbinas eólicas. En la primera parte, se resume el origen de los vientos, su composición en el espectro frecuencial, las formas empleadas para su caracterización y, finalmente, su contenido de potencia. La segunda mitad del capítulo se encuentra abocada a la explicación del principio de funcionamiento de las turbinas eólicas. Se presentan los tipos de turbinas existentes, se analiza su aerodinámica, se introducen los coeficientes empleados en su caracterización y los valores máximos de eficiencia que limitan su operación.

4.1. Origen del Viento

Desde el punto de vista de su origen, el viento es un fenómeno energético de características terciarias, provocado por los efectos de la radiación solar que ingresa en la atmósfera terrestre. Básicamente su dinámica puede explicarse a partir de los regímenes de insolación diferenciados que existen sobre las distintas latitudes terrestres. La importante radiación solar que la superficie terrestre recibe en su zona ecuatorial, provoca el calentamiento de las capas inferiores de aire, haciendo que este ascienda hacia las capas altas de la atmósfera (10 km). Desde allí, el aire caliente se esparce hacia las regiones polares donde comienza a enfriarse descendiendo nuevamente hacia la superficie terrestre. Esto sucede aproximadamente a 30° de latitud norte y sur. De esta

manera, se originan centros de baja presión en zonas ecuatoriales y de alta presión a aproximadamente 30° de latitud. Sobre los polos, debido a la baja temperatura que posee el aire también se producen centros de alta presión (Walker y Jenkins, 1997).

Si la tierra no rotara, el aire, luego de descender, se dirigiría nuevamente hacia el ecuador sobre el mismo meridiano. Sin embargo, el efecto de coriolis hace que en el hemisferio norte cualquier movimiento derive hacia la derecha y recíprocamente en el hemisferio sur. Así, al aproximarse a zonas de baja presión, el aire del hemisferio norte tenderá a girar en sentido antihorario y en sentido horario en el hemisferio sur. Considerando esta explicación, se puede establecer como resultado general que la dirección del viento preponderante estará relacionada con la latitud de acuerdo a la siguiente tabla (WWW 4.1):

Latitud	90°N-60°N	60°N-30°N	30°N-0°N	0°S-30°S	30°S-60°S	60°S-90°S
Dirección	Noreste	Sudoeste	Noreste	Sudeste	Noroeste	Sudeste

Tabla 4.1: Relación entre Latitud y Viento Preponderante

La dirección del viento preponderante analizada hasta aquí, está determinada casi con exclusividad por las diferencias térmicas entre las distintas masas de aire y no por los accidentes superficiales de la tierra. Estos flujos de aire son denominados vientos geotrópicos y tienen lugar por encima de los 1000 metros de altitud. A alturas menores la dirección y velocidad del viento se encuentra influenciada por vientos locales, fuerzas de fricción, accidentes topográficos (obstrucciones) y por particularidades geográficas (Freris, 1990). Así, la dirección y velocidad del mismo a baja altitud resulta de la suma de todos estos efectos. La intensidad relativa entre unos u otros determinará en definitiva las características del viento resultante.

Como vientos locales se pueden citar las brisas marinas, producto del calentamiento diferenciado de las masas de tierra y agua (vientos Monzones, Alisios, etc.) o los vientos de valle, producto del calentamiento de las laderas sur/norte en el hemisferio norte/sur (viento Zonda (Andes), viento Chinook (Rocosas), viento Foehn (Alpes), etc.).

Tipo de Superficie	Agua Calma	Tierras de Cultivo Con terreno Suave, sin casas	Tierras de Cultivo con casas aisladas	Pueblos, Bosques, Terrenos Irregulares	Ciudades con edificaciones altas (Rascacielos)
Longitud de Rugosidad	0,0002	0,03	0,1	0,4	1,6
Clase	0	1	2	3	4

Tabla 4.2: Tipo de Terreno, Longitud de Rugosidad y Clase

Por su parte, las fuerzas de fricción se encuentran determinadas por las características superficiales del terreno. Su efecto principal consiste en disminuir la

velocidad del flujo de aire. Para caracterizar esta acción, existe una clasificación que agrupa los diferentes tipos de terreno en clases, basándose en lo que se denomina 'longitud de rugosidad', es decir la altura en metros por encima del terreno donde la velocidad del viento es teóricamente nula. En la Tabla 4.2 se presentan los valores de longitud de rugosidad y clase para diferentes tipos de superficies.

Los obstáculos, tales como arboles, edificios, formaciones rocosas, etc. afectan significativamente la velocidad del viento y a menudo crean turbulencias en su entorno. El decrecimiento de velocidad dependerá de la magnitud y porosidad del obstáculo, siendo este efecto más pronunciado en sus cercanías. La turbulencia es más intensa por detrás de un objeto que por delante del mismo, pudiendo extenderse en altura hasta tres veces su tamaño. La figura 4.1 presenta esquemáticamente la turbulencia generada por un obstáculo interpuesto en un flujo de aire.

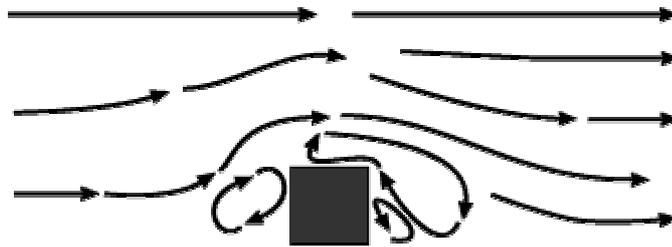


Figura 4.1: Turbulencia Generada por un Obstáculo

4.2. Composición del Viento

La velocidad del viento es de naturaleza aleatoriamente variable. Se encuentra regida por la superposición de los efectos micro y macro meteorológicos e influenciada por las particularidades del terreno circundante. Las variaciones lentas de velocidad se asocian a los regímenes meteorológicos globales, evidenciando periodos de aproximadamente 4 días. Los cambios de mayor frecuencia se deben al efecto de turbulencias provocadas por obstáculos y a la rugosidad misma del terreno, teniendo su energía centrada alrededor de períodos de 1 minuto. En la figura 4.2 se presenta la caracterización espectral de la velocidad de viento a través del denominado espectro de van der Hoven. En él se pueden observar los picos correspondientes a los procesos analizados anteriormente separados por un valle de mínima energía. Esta particularidad del espectro es la que justifica medir la media de la velocidad de viento sobre intervalos que van de 20 minutos a 1 hora. De esta manera se eliminan de la medición los efectos de los procesos micro meteorológicos (Freris, 1990). Una particularidad interesante de la caracterización espectral de van der Hoven es que, si bien la altura de los picos puede cambiar con la posición geográfica, su ubicación y la forma general del espectro sólo sufren alteraciones menores (Hassan y Sykes, 1990; Freris, 1990; Ekelund, 1997).

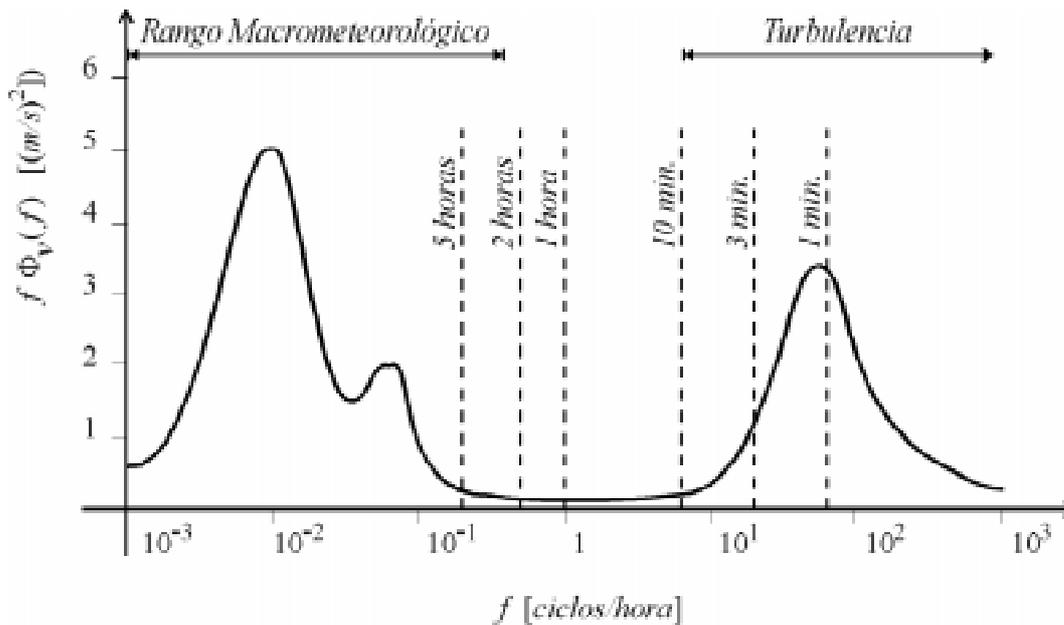


Figura 4.2: Espectro de van der Hoven

Debe notarse que el eje vertical de la figura 4.2 corresponde al producto entre la densidad espectral de potencia ($\Phi_v(f)$) y la frecuencia (f). Esta representación se utiliza con el fin de poder evaluar gráficamente el contenido de potencia sobre cualquier intervalo frecuencial (Ekelund, 1997). La ausencia de esta representación invalidaría la medida de potencia debido al empleo de una tara logarítmica sobre el eje de abscisas.

De acuerdo a lo visto precedentemente, la variable aleatoria que representa la velocidad media de viento se relaciona exclusivamente con la parte inferior del espectro de van der Hoven. La sección del espectro de mayor frecuencia determina las características de la turbulencia atmosférica. En las dos secciones subsiguientes se presenta una modelización para ambos fenómenos.

4.3. Caracterización de la Velocidad Media del Viento

La medición de la velocidad media de viento sobre intervalos prolongados permite desafectar las variaciones provocadas por procesos micro meteorológicos o turbulencia atmosférica. Al adoptar esta metodología de medición, la velocidad media pasa a ser una variable aleatoria cuasi estacionaria, cuyos cambios corresponden a la evolución de las condiciones macro meteorológicas (Freris, 1990). Por otra parte, existe una fuerte dependencia entre la altura de medición y los resultados obtenidos. Una caracterización de la velocidad media con respecto a estos dos aspectos se presenta en las siguientes subsecciones.

4.3.1. Gradiente Vertical

La rugosidad superficial de la tierra ejerce fuerzas de roce sobre las capas más bajas del aire en movimiento, provocando su enlentecimiento. A su vez, estas capas ejercen el mismo efecto sobre las capas subsiguientes, generando así una variación de la velocidad media del viento con la altura. Este fenómeno se produce exclusivamente sobre la llamada atmósfera planetaria, es decir la porción inferior de la atmósfera compuesta por la capa superficial (0 m, ~100 m) y capa de Ekman (~100m, 2000m). Por encima de esta última los efectos debidos a la rugosidad de la superficie resultan despreciables.

Existen diversas funciones para modelar el comportamiento de la variación de la velocidad media del viento con la altura. Dentro de los más aceptados se encuentra una modificación del modelo logarítmico de Prandtl y el modelo exponencial (Freris, 1990; Walker y Jenkins, 1997). El primero de ellos permite obtener la velocidad media de viento (\bar{V}) a una altura arbitraria (z), a través de la siguiente expresión:

$$\bar{V}(z) = \bar{V}(h) \frac{\ln(z/z_o)}{\ln(h/z_o)}, \quad (4.1)$$

donde z_o es la longitud de rugosidad de la superficie, h es una altura de referencia y $\bar{V}(h)$ es la velocidad media medida a esa altura.

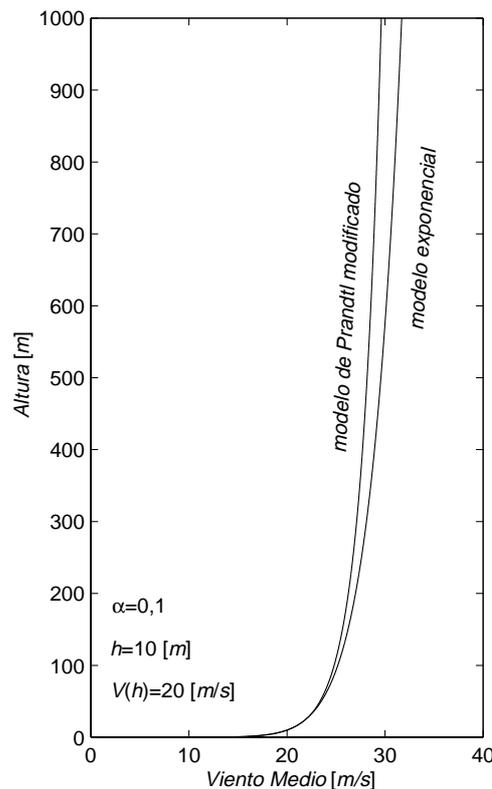


Figura 4.3: Perfil Vertical de la Velocidad Media del Viento

Por su parte, el modelo exponencial puede expresarse a partir de la ecuación:

$$\bar{V}(z) = \bar{V}(h) \left(\frac{z}{h} \right)^\alpha, \quad (4.2)$$

donde el factor α depende de la rugosidad de la superficie de acuerdo a la siguiente relación empírica (Freris, 1990):

$$z_o = 15,25 e^{(-1/\alpha)}, \quad (4.3)$$

En la figura 4.3 se presentan los perfiles correspondientes a la velocidad media de viento calculados con los modelos presentados anteriormente.

4.3.2. Distribución Probabilística

La velocidad media del viento es una variable aleatoria, de características cuasi estacionarias desde el punto de vista dinámico. De acuerdo a mediciones realizadas se acepta que esta variable aleatoria asume una función de distribución de probabilidades conocida como distribución de Weibull. La misma puede expresarse como (Walker y Jenkins, 1997):

$$p(\bar{V}) = \frac{k}{C} \left(\frac{V}{C} \right)^{k-1} e^{-\left(\frac{V}{C} \right)^k}, \quad (4.4)$$

donde C y k son conocidos como parámetros de escala y de forma respectivamente. El valor correspondiente a estos parámetros depende de cada sitio en particular. La apariencia típica de esta función de distribución de probabilidades puede observarse en la figura 4.4 para $C=7,3$ y $k=1,9$.

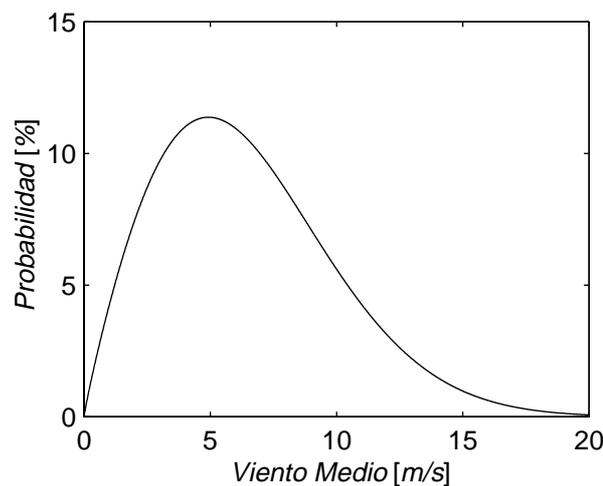


Figura 4.4: Función de Distribución de Probabilidades de Weibull ($C=7,3$; $k=1,9$)

La determinación de las características particulares de la distribución de Weibull en un determinado lugar resulta de vital importancia en la evaluación económica de una explotación eólica. A partir de ella se puede calcular una estimación de la potencia media anual y así evaluar correctamente la potencialidad del recurso eólico en el sitio bajo consideración.

4.4. Caracterización de la Turbulencia

Dentro de la denominada turbulencia se agrupan todas las desviaciones de la velocidad del viento instantáneo alrededor de su valor medio cuasi estacionario. De acuerdo a esta definición la velocidad instantánea de viento se podría expresar como:

$$v(t) = v_T(t) - \bar{V}, \quad (4.5)$$

donde v corresponde a la velocidad instantánea, \bar{V} a la velocidad media cuasi estacionaria y v_T representa la turbulencia.

Observaciones experimentales indican que las fluctuaciones del viento alrededor de su valor medio pueden ser representadas adecuadamente a través de una función de distribución de probabilidades normal dada por (Freris, 1990):

$$p(v) = \frac{1}{\sigma_v \sqrt{2\pi}} e^{(-v^2/2\sigma_v^2)}, \quad (4.6)$$

donde la varianza σ_v^2 , que describe la variabilidad de la velocidad de viento, está dada por:

$$\sigma_v^2 = \overline{v^2} = \frac{1}{T} \int_{t_o-T/2}^{t_o+T/2} [v_T(t) - \bar{V}]^2 dt \quad (4.7)$$

Una medida de la cantidad de ráfagas presentes en el viento se mide por medio de la intensidad de turbulencia, definida como:

$$I_v = \frac{\sigma_v}{\bar{V}} \quad (4.8)$$

Dentro de la capa atmosférica planetaria la varianza se incrementa con la velocidad de viento. Sin embargo, dado que su crecimiento con la altura es menor que el de la velocidad media de viento, la intensidad de turbulencia tiende a disminuir con la altura. El perfil vertical de esta última se encuentra representado por la expresión (Hassan y Sykes, 1990; Freris, 1990):

$$I_v(z) = \frac{1}{\ln(z/z_o)} \quad (4.9)$$

Desde el punto de vista frecuencial existen diversas funciones que permiten modelar en forma aproximada la parte turbulenta del espectro de van der Hoven. Entre ellas podemos encontrar (Ekelund, 1997):

❖ Espectro de von Karman:

$$\Phi_v(f) = \frac{K}{(1 + (2\pi f T_v)^2)^{5/6}} \quad (4.10)$$

❖ Espectro de Kaimal:

$$\Phi_v(f) = \frac{K}{|1 + 2\pi f T_v|^{5/3}} \quad (4.11)$$

❖ Espectro racional:

$$\Phi_v(f) = \frac{K}{1 + (2\pi f T_v)^2} \quad (4.12)$$

Todos estos modelos utilizan las constantes T_v y K como parámetros. Ambas dependen de la altura, siendo la primera de ellas la que se relaciona con el ancho de banda de la turbulencia. Para el espectro racional el perfil vertical de esta constante está dado por la expresión:

$$T_v = \frac{4,14 z}{\bar{V}(z)}, \quad (4.13)$$

Por otra parte, la constante K se relaciona directamente con la potencia de la turbulencia (σ_v^2) a través de la expresión (para el espectro racional):

$$K = \frac{\sigma_v^2 T_v}{\pi} \quad (4.14)$$

4.5. Potencia del Viento

La potencia que desarrolla un flujo de aire puede determinarse a partir de la energía cinética que posee su masa. Así, considerando que el aire tiene una densidad ρ , la energía cinética por unidad de volumen de una masa de aire desplazándose a velocidad v , estará dada por:

$$E_c = \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (4.15)$$

Luego, tomando un volumen de sección transversal A y de longitud l en la dirección del viento, es directo obtener que la potencia contenida en esa masa de aire se expresa como:

$$P = \frac{1}{2} \rho A v^3 \quad (4.16)$$

En la ecuación (4.16) se observa que la potencia depende de la velocidad del viento en una forma no lineal. Así, el cálculo de la potencia media anual en un determinado sitio no resulta inmediato. Para ello, se debe primero hallar la función de distribución de probabilidades correspondiente a la potencia (a partir de la distribución de Weibull correspondiente a la velocidad media del viento) y luego calcular su esperanza. El cálculo directo de la potencia media anual a partir de la ecuación (4.16) empleando la velocidad media de viento conduce a subestimar el recurso eólico en un factor de aproximadamente dos (WWW 4.1).

4.6. Las Turbinas Eólicas

Las turbinas eólicas son dispositivos que permiten convertir parte de la energía cinética contenida en las masas de aire en movimiento en energía mecánica de rotación. Posteriormente, de acuerdo al objetivo buscado, esta energía puede usarse directamente en su forma mecánica o bien convertirse eficientemente en energía eléctrica. La principal forma de clasificación de turbinas eólicas se basa en el tipo de fuerzas de impulsión que las mismas utilizan. De acuerdo a ello, se las puede agrupar en turbinas de arrastre aerodinámico o en turbinas de sustentación aerodinámica. El primer grupo utiliza el empuje originado por la deflexión del flujo de aire sobre las palas. Se caracteriza por desarrollar velocidades tangenciales menores que la velocidad del viento y por un relativamente alto valor de torque sobre el eje. El segundo grupo produce la rotación de la turbina a partir de las fuerzas aerodinámicas de sustentación, basándose en el mismo principio aerodinámico bajo el cual se diseñan las alas de los aviones. Las palas de estas turbinas desarrollan velocidades lineales varias veces mayores que la velocidad del viento. Sin embargo, los niveles de torque alcanzados sobre el eje son bajos. Este último tipo de turbina es la que generalmente se emplea para la conversión de energía eólica en energía eléctrica. La razón de esta elección se basa en las altas velocidades de rotación necesarias para la generación eléctrica y en su mayor eficiencia (Walker y Jenkins, 1997).

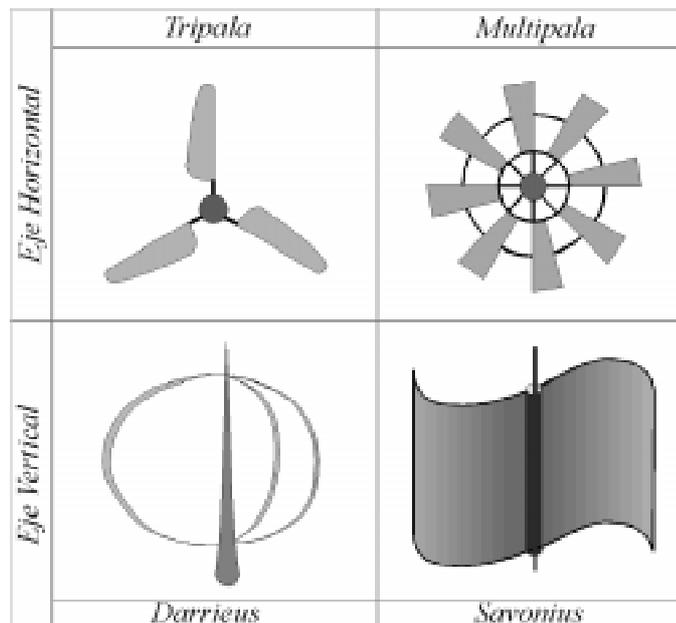


Figura 4.5: Turbinas Eólicas de Eje Horizontal y Vertical

Otro principio de clasificación posible se basa en la posición del eje sobre el cual gira la turbina (figura 4.5). De acuerdo a ello se las puede agrupar en turbinas de eje vertical o de eje horizontal. Las turbinas de eje vertical poseen varias ventajas. En particular, operan en forma independiente de la dirección del viento por lo cual no necesitan ningún mecanismo de posicionamiento. Por otra parte, la pesada maquinaria empleada en la generación eléctrica (caja de engranajes, generador, etc.) pueden ubicarse sobre el nivel del suelo. Finalmente, también se puede decir que no es

necesario construir una torre para su emplazamiento y que, debido a su posición, las palas no sufren fatiga por fuerzas gravitacionales. Como contrapartida, este tipo de turbinas necesita de algún tipo de mecanismo de arranque y presentan un torque altamente fluctuante.

Las turbinas de eje horizontal de una o varias palas son las de mayor utilización y técnicamente más desarrolladas. Presentan algunos inconvenientes como la necesidad de construir torres de emplazamiento y el empleo de mecanismos de direccionamiento a fin de posicionarlas frente al viento. Sin embargo, también poseen ventajas importantes. Entre ellas se tiene que no necesitan mecanismos de arranque y que, debido a su altura, emplean flujos de aire de mayor velocidad media y menor turbulencia. Se logra así, un incremento importante en la magnitud y calidad de la potencia generada.

A continuación, la tabla 4.3 presenta los tipos más comunes de turbinas resumiendo sus principales características.

<i>Rotor</i>	<i>Eje</i>	<i>Fuerza Empleada</i>	<i>Carga Típica</i>	<i>Velocidad de Giro</i>	<i>Torque</i>	<i>Eficiencia</i>
<i>Tripala</i>	Horizontal	Sustentación	Generador Eléctrico	Alta	Bajo	0,42
<i>Darrieus</i>	Vertical	Sustentación	Generador Eléctrico	Alta	Bajo	0,40
<i>Multipala</i>	Horizontal	Arrastre	Generador Eléctrico o Bomba	Baja	Alto	0,30
<i>Savonius</i>	Vertical	Arrastre	Bomba	Baja	Alto	0,15

Tabla 4.3: Características de Rotores Típicos

4.7. Aerodinámica de las Turbinas Eólicas

4.7.1. El Límite de Betz

Las turbinas eólicas sólo son capaces de convertir en energía útil una porción de la energía cinética que posee el flujo de aire que atraviesa su área frontal. Para determinar que proporción de la energía del aire en movimiento puede ser utilizada, considérese el flujo ideal de aire a través de una turbina presentado en la figura 4.6. En él, se asume como simplificación que la turbina real es reemplazada por un número infinito de finas palas, convirtiéndose así en un disco actuador. Esto permite considerar que las presiones por delante y detrás del rotor son uniformes y que los cambios de densidad son despreciables (Walker y Jenkins, 1997).

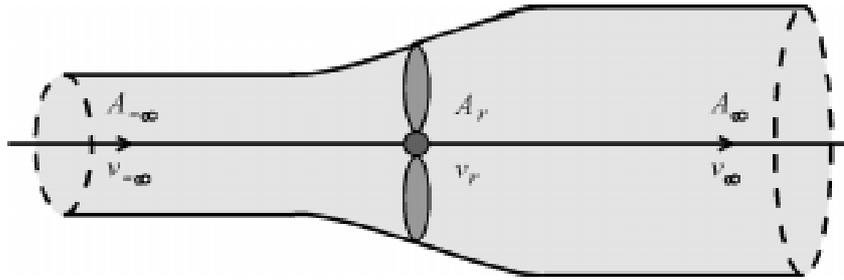


Figura 4.6: Flujo Ideal de Aire a Través de una Turbina Eólica

En la figura 4.6, se presenta el denominado tubo de flujo, representando el movimiento ideal de aire en su paso a través del disco actuador. El ensanchamiento que se observa en su zona media se origina en el principio de conservación del flujo de masa ya que a lo largo del tubo no existen fuentes ni sumideros. Analíticamente esto puede expresarse como:

$$\dot{m} = \rho A_{-\infty} v_{-\infty} = \rho A_r v_r = \rho A_{\infty} v_{\infty}, \quad (4.17)$$

donde A_i y v_i corresponden al área transversal y a la velocidad para las distintas secciones del tubo. La fuerza ejercida sobre el rotor está dada por la variación producida en la cantidad de movimiento entregada por el flujo de aire al rotor:

$$F_r = \frac{d[m(v_{-\infty} - v_{\infty})]}{dt} = \dot{m}(v_{-\infty} - v_{\infty}) = \rho A_r v_r (v_{-\infty} - v_{\infty}) \quad (4.18)$$

Por otra parte, la potencia extraída por el rotor será igual a la variación temporal de la energía cinética del flujo de aire en su paso a través mismo, es decir:

$$P_r = \frac{d\left[\frac{1}{2} m (v_{-\infty}^2 - v_{\infty}^2)\right]}{dt} = \frac{1}{2} \dot{m} (v_{-\infty}^2 - v_{\infty}^2) = \frac{1}{2} \rho A_r v_r (v_{-\infty}^2 - v_{\infty}^2) \quad (4.19)$$

Dado que la potencia extraída por el rotor también puede expresarse como $P_r = F_r v_r$, con un poco de manipulación algebraica se puede obtener la relación existente entre las diferentes velocidades:

$$v_r = \frac{1}{2}(v_{-\infty} + v_{\infty}) \quad (4.20)$$

Luego, considerando (4.20), la potencia extraída por el rotor puede reescribirse en términos de la potencia contenida en el flujo de aire, previo a interactuar con el rotor (ecuación (4.16)), como:

$$P_r = \frac{1}{2} \rho A_r v_{-\infty}^3 \left[4a(1-a^2)\right], \quad (4.21)$$

donde a se denomina factor de flujo axial y respeta la relación: $a = 1 - v_r/v_{-\infty}$.

Analizando esta última ecuación, se determina que el denominado coeficiente de potencia del rotor ideal asume la expresión:

$$C_p = 4a(1-a^2) \quad (4.22)$$

El valor máximo de este coeficiente corresponde a $16/27$ (0,593), siendo conocido como límite de Betz. Los diseños de turbinas modernas logran actualmente valores máximos de coeficientes de potencia de alrededor de 0,4.

Finalmente, cabe aclarar que si bien la determinación del coeficiente de potencia se ha realizado para turbinas de eje horizontal, su expresión es válida para cualquier clase de turbina (Walker y Jenkins, 1997).

4.7.2. Fuerzas Sobre las Palas de las Turbinas

Cuando un objeto se mueve en un fluido viscoso, se produce a su alrededor una distribución de presiones que dependerá de la forma que el objeto posea. En la figura 4.7 se presenta el caso particular del perfil de una pala de turbina y la distribución de líneas de flujo a su alrededor. Como puede observarse, por encima del perfil las líneas de flujo se concentran, mientras que por debajo se esparcen. Esto determina que la velocidad del flujo de aire sea mayor por encima del perfil que por debajo del mismo. Luego, por el principio de Bernoulli, se tendrá una diferencia de presiones entre la parte superior e inferior del perfil que resulta en una fuerza denominada fuerza de sustentación (F_s).

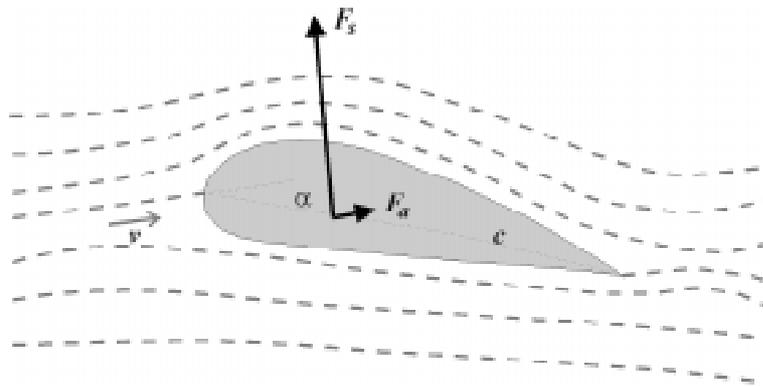


Figura 4.7: Esquema de Fuerzas Sobre un Perfil de Pala de Turbina

Por otra parte, cualquier objeto que se encuentre bajo las circunstancias descriptas sufre la acción de una fuerza en el sentido del flujo de aire. Esta fuerza se denomina fuerza de arrastre (F_a) y está determinada por la resistencia aerodinámica que presenta el objeto. En el caso del perfil de una pala de turbina, su forma es diseñada de manera de minimizar esta fuerza de arrastre para su posición normal de trabajo. Sin embargo, cuando el ángulo de ataque (α) del perfil pasa un determinado límite, el flujo sobre el mismo deja de ser laminar. Luego, la fuerza de sustentación se reduce al tiempo que la fuerza de arrastre se incrementa. Bajo estas condiciones se dice que la pala ha entrado en pérdida. En la figura 4.8 se presenta el esquema de fuerzas sobre el perfil considerado en condiciones de pérdida.

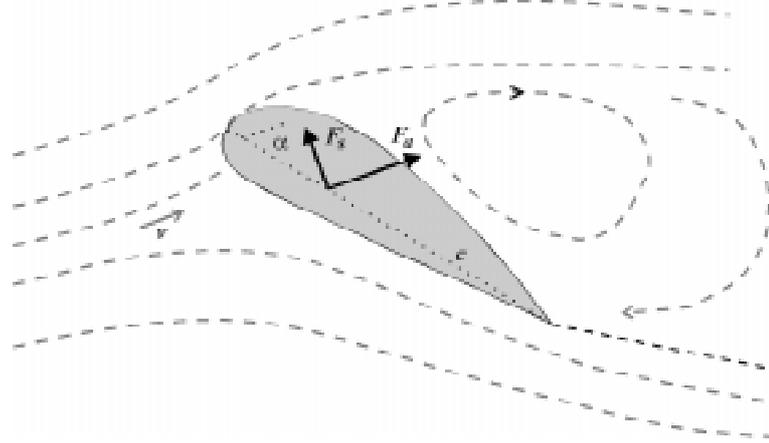


Figura 4.8: Esquema de Fuerzas Sobre un Perfil de Pala de Turbina en Pérdida

En la práctica, las fuerzas de sustentación y de arrastre por unidad de longitud, se expresan en función de los coeficientes de sustentación (C_s) y de arrastre (C_a) respectivamente:

$$F_s = \frac{1}{2} \rho c v^2 C_s(\alpha) \quad (4.23)$$

$$F_a = \frac{1}{2} \rho c v^2 C_a(\alpha), \quad (4.24)$$

donde c corresponde a la cuerda del perfil. Como se expresa en las ecuaciones (4.23) y (4.24) los coeficientes C_s y C_a dependen del ángulo de ataque del perfil. Si bien presentan distintas características para cada diseño, en la figura 4.9 se muestra un par de perfiles típicos en función del ángulo α . En ella se puede observar el abrupto cambio que sufren ambos coeficientes alrededor de los 13° . Por encima de este valor se dice que el perfil ha entrado en pérdida.

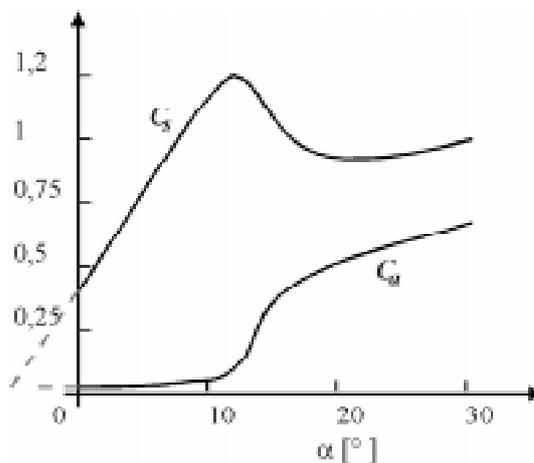


Figura 4.9: Perfiles Típicos de los Coeficientes de Sustentación y Arrastre

Para determinar la magnitud de las fuerzas de sustentación y arrastre sobre cada porción infinitesimal del perfil de pala, se debe previamente establecer dirección y velocidad del viento relativo actuante sobre él. Para ello se debe componer el viento meteorológico real con el viento aparente generado por la rotación. En la figura 4.10 se realiza dicha composición y se especifican las direcciones de las fuerzas de sustentación

y de arrastre producidas. En este gráfico se puede observar que la fuerza de sustentación contribuye a la generación de un torque de rotación en el sentido de giro, mientras que la fuerza de arrastre contribuye con un torque en sentido contrario. Ambas fuerzas también contribuyen a componer una fuerza de empuje axial. Así, para obtener un rotor de alta eficiencia resulta imprescindible realizar un diseño con una alta relación C_s/C_a , es decir que haga prevalecer el torque de sustentación por sobre el de arrastre. Dado que la velocidad tangencial de cada sección transversal de pala aumenta con la distancia radial al eje, la dirección resultante de la composición de velocidades de viento sobre ella también se modifica. Así, para mantener una relación alta entre los coeficientes de sustentación y arrastre, el diseño debe conservar el ángulo de ataque a lo largo del perfil. Esta es la razón por la cual las palas de las turbinas de alto rendimiento se encuentran alabeadas hacia su extremo externo.

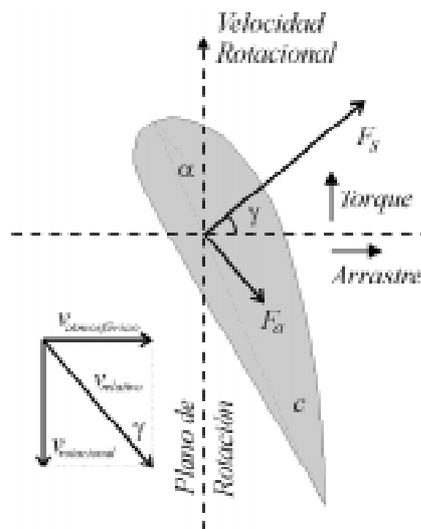


Figura 4.10: Esquema de Fuerzas y Composición de Velocidad Relativa

Para determinar el torque y la fuerza axial actuantes sobre el rotor debe integrarse su efecto sobre cada elemento infinitesimal de pala. Con este fin y de acuerdo a la figura 4.10, la velocidad relativa de viento v_r queda expresada por:

$$v_r = \sqrt{v^2 + (r \omega_m)^2} \quad (4.25)$$

donde ω_m corresponde a la velocidad angular del elemento considerado y r a su distancia radial respecto al centro de rotación. Por otra parte, el ángulo entre la dirección de la velocidad relativa y el plano de rotación es:

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{v}{r \omega_m} \right) \quad (4.26)$$

Luego, de acuerdo a las ecuaciones (4.23)-(4.26), el torque y la fuerza de arrastre axial sobre el elemento de pala considerado serán:

$$\delta T = \frac{1}{2} \rho c r v_r^2 (C_s(\alpha) \sen(\gamma) - C_a(\alpha) \cos(\gamma)) \quad (4.27)$$

$$\delta F_a = \frac{1}{2} \rho c v_r^2 (C_s(\alpha) \cos(\gamma) + C_a(\alpha) \sen(\gamma)) \quad (4.28)$$

El efecto integral de estas fuerzas diferenciales sobre el rotor queda finalmente determinado por las expresiones:

$$T_t = \sum_{i=1}^N \int_0^R \delta T(r) dr \quad (4.29)$$

$$F_t = \sum_{i=1}^N \int_0^R \delta F_a(r) dr, \quad (4.30)$$

donde R y N corresponden a la longitud y número de palas respectivamente.

La ecuación (4.29) pone de manifiesto la dependencia del torque sobre el rotor con respecto al ángulo de ataque de las palas. Esta propiedad permite controlar la potencia generada por la turbina a través de la regulación mecánica de la posición de las palas (*'pitch control'*).

Finalmente, se debe aclarar que las ecuaciones (4.25)-(4.30) son válidas exclusivamente para turbinas de eje horizontal. Para el caso de turbinas de eje vertical se sigue un procedimiento análogo con la salvedad de que en él debe considerarse la dependencia de la dirección de las fuerzas actuantes con la posición del rotor. Dicha dependencia se origina en la variación de la dirección del viento relativo sobre cada punto del recorrido de la pala y es la razón del torque oscilatorio característico de esta clase de turbinas eólicas.

4.7.3. Coeficientes de Potencia y Torque

Una forma común de expresar varias de las ecuaciones vistas es en función de la denominada relación de velocidades de punta de pala. Esta no es más que la relación existente entre la velocidad del viento atmosférico real y la velocidad tangencial de la punta de la pala, es decir:

$$\lambda = \frac{R \omega_m}{v} \quad (4.31)$$

Luego, teniendo en cuenta esta relación, el torque sobre el rotor dado por la ecuación (4.29) puede expresarse como:

$$T_t = \frac{1}{2} \rho A_R R C_t(\lambda) v^2, \quad (4.32)$$

donde A_R es el área de barrido frontal de la turbina y $C_t(\lambda)$ se denomina coeficiente de torque de la turbina. Este último queda determinado como una síntesis de C_s y C_a (ecuación (4.27)).

La potencia desarrollada por la turbina en el eje puede obtenerse directamente a partir de la relación $P = T_t \cdot \omega_m$, como:

$$P_t = \frac{1}{2} \rho A_R C_p(\lambda) v^3, \quad (4.33)$$

donde $C_p(\lambda)$ es conocido como coeficiente de potencia y se relaciona con $C_t(\lambda)$ mediante la ecuación:

$$C_t(\lambda) = C_p(\lambda)/\lambda \quad (4.34)$$

Las ecuaciones (4.32) y (4.33) son válidas tanto para turbinas de eje horizontal como de eje vertical. Sin embargo, en este último caso resulta necesario aclarar que, debido a su característico torque oscilatorio, las ecuaciones se encuentran asociadas a los valores medios de torque y potencia y no a los instantáneos (Fortunato *et al.*, 1995; Paraschivoiu, 1987). En ellas, los coeficientes de torque y potencia utilizados corresponden a valores promediados sobre una revolución de la turbina.

La figura 4.11 presenta perfiles típicos de los coeficientes de torque y potencia para una turbina tripala de eje horizontal. En la gráfica 4.11.a, se puede observar que el coeficiente de potencia desarrolla un único máximo, $C_{p_{opt}}$ (acotado por el límite de Betz), sobre un valor de λ conocido como λ_{opt} . Cuando la turbina opera con esa relación de velocidades de punta de pala, trabaja con máxima eficiencia. De aquí, es directo deducir que para maximizar el rendimiento de conversión en un rango amplio de velocidades de viento, la turbina debe trabajar a velocidad de rotación variable. En la gráfica 4.11.b se observa que el coeficiente de torque también desarrolla un único máximo. Este último se encuentra situado sobre un valor de $\lambda = \lambda_{m\acute{a}x}$ menor que λ_{opt} .

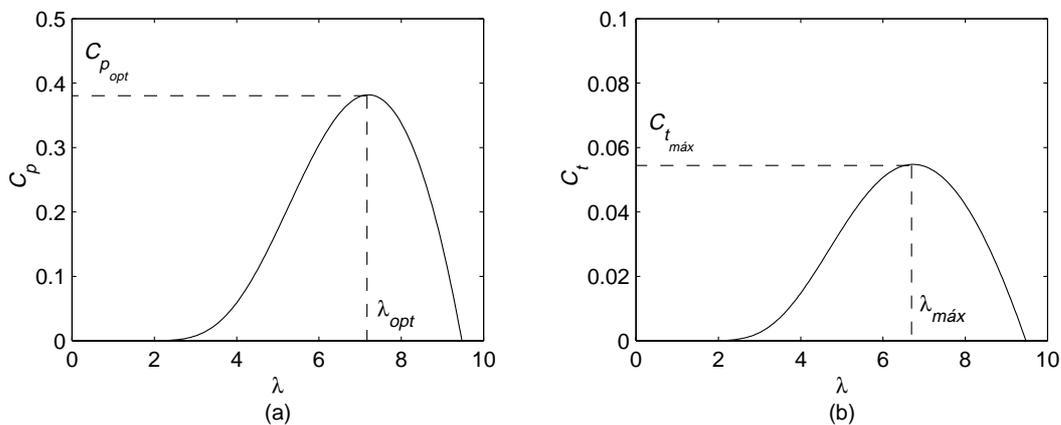


Figura 4.11: a) Coeficiente de Potencia, $C_p(\lambda)$; b) Coeficiente de Torque, $C_t(\lambda)$

Finalmente en la figura 4.12 se presentan las curvas de torque y potencia de la turbina (ecuaciones (4.32) y (4.33)), utilizando la velocidad de viento como parámetro. En particular sobre la gráfica 4.12.a se ha indicado en línea punteada el lugar geométrico de los puntos de máxima potencia.

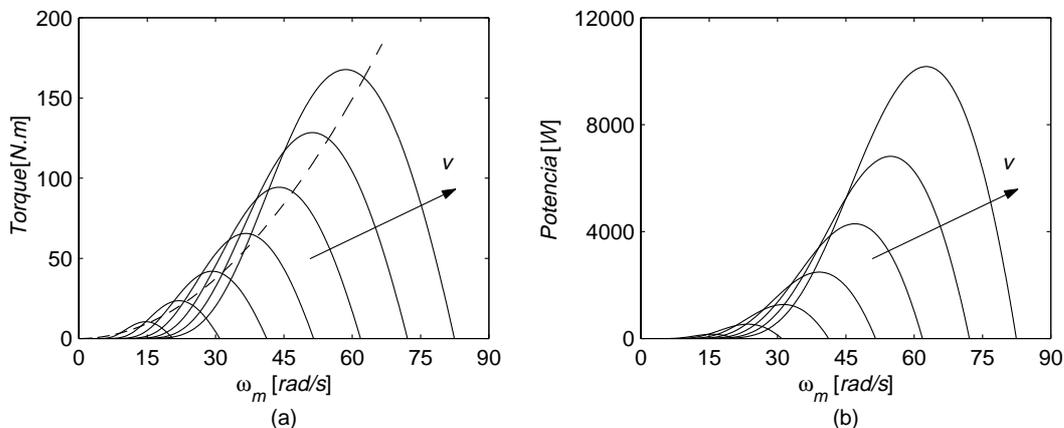


Figura 4.12: a) Curvas de Torque, T_t ; b) Curvas de Potencia, P_t

4.8. Resumen

En la primer parte de este capítulo se analizaron los orígenes del viento y se introdujeron diversos modelos que posibilitan su caracterización. En particular se presentó al viento como la resultante de la superposición de fenómenos meteorológicos globales y locales, siendo su contenido frecuencial caracterizado por el denominado espectro de van der Hoven. Sobre este espectro se observó la clara separación entre sus componentes frecuenciales lo cual posibilita dividirlo en dos bandas, una correspondiente al rango macro meteorológico y otra a la turbulencia. Las componentes de baja frecuencia, constituyentes del denominado viento medio, se modelaron en su variación con la altura como así también en su comportamiento aleatorio a través de la distribución de probabilidades de Weibull. Finalmente se presentaron diversas formas de modelar el comportamiento frecuencial de la turbulencia y se dedujo la expresión que permite determinar el contenido de potencia del viento.

En la segunda parte se analizaron los aspectos aerodinámicos concernientes a las turbinas eólicas. En este sentido se presentó inicialmente el límite de eficiencia ideal que pueden alcanzar las turbinas. Luego, se analizaron las fuerzas actuantes sobre el perfil típico de las palas de las turbinas, para sus diferentes posiciones. Posteriormente, se introdujeron los coeficientes de sustentación y arrastre, y se determinaron las componentes de las fuerzas que participan activamente en la sustentación. Finalmente se derivó la expresión de la potencia extraída por una turbina para lo cual se introdujeron los coeficientes de torque y potencia.

Capítulo 5

Control por Regímenes Deslizantes y Pasividad

En este capítulo se presentan los regímenes de control por modo deslizante analizando las condiciones necesarias y suficientes para su existencia y sus propiedades de robustez. Tratándose de un control de características conmutadas se establece seguidamente su equivalente continuo y se determina su dinámica ideal de deslizamiento. A continuación, se analizan los orígenes de los inconvenientes presentes en implementaciones reales y se citan algunas soluciones posibles. Posteriormente, se introducen los conceptos básicos de pasividad y se examinan las propiedades de los operadores de proyección. Estos últimos son utilizados para obtener una forma canónica de sistemas dinámicos que manifiesta claramente la acción de sus componentes internas respecto de una función de energía determinada. Luego, basándose en esta forma canónica, se presenta la pasivación de sistemas por realimentación y, finalmente, se especifica el diseño sistemático de leyes de control basadas en la aplicación conjunta de conceptos de pasividad y regímenes deslizantes.

5.1. Control por Modo Deslizante

La teoría de control por estructura variable y de los regímenes deslizantes asociados se originó a partir de las investigaciones que, promediando el siglo pasado, llevaron a cabo algunos investigadores de la ex Unión Soviética. En este sentido se pueden citar los trabajos de Emel'yanov e Itkis (Emel'yanov, 1967 y 1970; Itkis, 1976).

La teoría de control por estructura variable se basa en el diseño de una ley de conmutación a aplicar sobre un conjunto de subsistemas continuos. Esta función de control depende de los estados del sistema, de la referencia y, eventualmente, de las perturbaciones presentes en el sistema. Los regímenes deslizantes constituyen una forma particular del control por estructura variable. Su peculiaridad radica en considerar que las conmutaciones ocurren a una frecuencia muy elevada, idealmente infinita, confinando la evolución de los estados del sistema a un subespacio predeterminado del espacio de estados. Estos regímenes deslizantes presentan propiedades muy atractivas. Los controladores resultantes adquieren características de robustez frente a variaciones paramétricas y perturbaciones externas, al tiempo que la dinámica de lazo cerrado reduce su orden.

A posteriori de su presentación en sociedad, esta técnica no tuvo mayor difusión en aplicaciones de ingeniería, en parte por las dificultades asociadas a su implementación y en parte por la falta de métodos adecuados de diseño. Sin embargo, a partir de la década de 1970, un renovado interés hizo reaparecer esta técnica en los primeros planos a nivel mundial. Las razones de este resurgimiento fueron principalmente el reconocimiento de las propiedades citadas previamente y los avances tecnológicos que permitieron comenzar a implementar las estrategias propuestas. La profusa actividad de investigación sobre la temática llevada a cabo durante este período se ve reflejada en la gran cantidad de publicaciones existentes al respecto, algunas de las cuales marcaron grandes avances teóricos.

Las subsecciones siguientes han sido extractadas en parte de las revisiones generales sobre el control por estructura variable disponibles. Entre ellas se pueden citar las realizadas por: Utkin, 1992; Hung *et al.*, 1993; Bulher, 1986; Sira-Ramirez, 1988 y 1992, 1993; Zinober, 1990; Young, 1999. El enfoque que se ha elegido para su presentación es el correspondiente a la geometría diferencial extendido al campo de los regímenes deslizantes.

5.1.1. Definición de Régimen Deslizante

Considérese el sistema dinámico no lineal, afín en el control:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) u, \quad (5.1)$$

donde $\mathbf{x} \in X$ (conjunto abierto de \mathfrak{R}^n) es el denominado vector de estados, $u: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ y \mathbf{f} y \mathbf{g} campos vectoriales suficientemente suaves sobre X con $\mathbf{g}(\mathbf{x}) \neq 0 \forall \mathbf{x} \in X$. Sea además $s(\mathbf{x}): \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ una función suave y de gradiente no nulo sobre X . Luego, el conjunto:

$$S = \{ \mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n : s(\mathbf{x}) = 0 \} \quad (5.2)$$

constituye un variedad regular $n-1$ dimensional sobre X comúnmente denominado variedad de deslizamiento o superficie de conmutación.

Establecido el entorno, puede entonces definirse una ley de control por estructura variable tomando una señal de control conmutada cuyo valor varíe entre dos niveles posibles de acuerdo al signo de $s(\mathbf{x})$:

$$u = \begin{cases} u^+(x) & \text{si } s(x) > 0 \\ u^-(x) & \text{si } s(x) < 0 \end{cases} \quad u^+(x) \neq u^-(x) \quad (5.3)$$

Los denominados valores extremos del control, $u^+(x)$ y $u^-(x)$, se asumen como funciones suaves de x y, sin pérdida de generalidad, cumplen que $u^+(x) > u^-(x)$.

Supóngase que producto de la ley de control establecida, las trayectorias de estado del sistema (5.1) alcanzan la superficie de deslizamiento S quedando, a partir de ese momento, confinadas en su vecindad. Se dice entonces que se ha establecido un régimen deslizante sobre la variedad $s(x) = 0$. La condición para que esto suceda puede escribirse de la siguiente manera:

$$\begin{cases} \lim_{s \rightarrow +0} \langle ds, f + gu^+ \rangle = \lim_{s \rightarrow +0} L_{(f+gu^+)} s < 0 \\ \lim_{s \rightarrow -0} \langle ds, f + gu^- \rangle = \lim_{s \rightarrow -0} L_{(f+gu^-)} s > 0 \end{cases} \quad (5.4)$$

donde la nomenclatura $L_h \sigma$ denota la derivada de Lie o derivada direccional de la función escalar σ con respecto al campo vectorial h . La expresión (5.4) establece como condición necesaria para el establecimiento de un régimen deslizante que la tasa de cambio de $s(x)$ en la dirección del campo controlado $f+gu$, debe oponerse al signo de $s(x)$ a ambos lados de la variedad S . De esta manera, cualquiera sea la posición del sistema respecto de la superficie, el cruce al otro lado de la misma queda garantizado.

En la figura 5.1 se representa esquemáticamente el comportamiento de un sistema operando en régimen deslizante. De ella es directo deducir las condiciones matemáticas necesarias para el establecimiento de un régimen por modo deslizante sobre la superficie $s(x) = 0$.

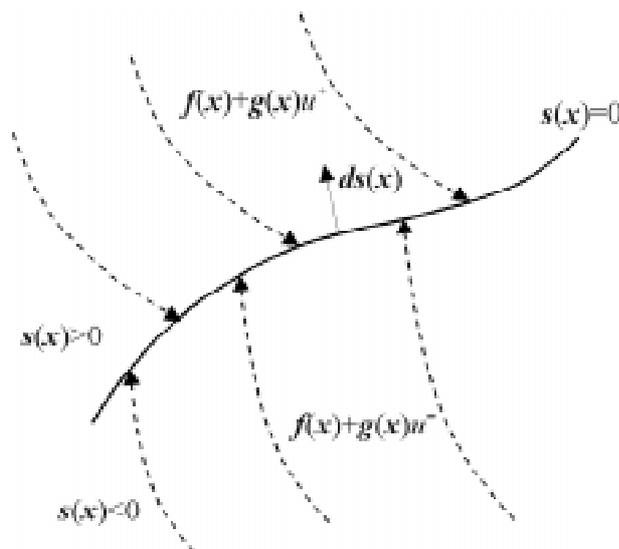


Figura 5.1: Representación de un Sistema Operando en Modo Deslizante

5.1.2. Régimen Deslizante Ideal

Una forma de definir el modo deslizante ideal es a partir del método del control equivalente. Su interpretación geométrica se presenta esquemáticamente en la figura 5.2. Este método fue creado para poder resolver la discontinuidad que, bajo el control por modo deslizante, se presenta en el lado derecho de la ecuación (5.1). La base del método consiste en establecer que $\dot{s}(\mathbf{x}) = 0$ es condición necesaria para mantener la evolución del sistema sobre la variedad $s(\mathbf{x}) = 0$. Luego, se define la acción de control equivalente $u_{eq}(\mathbf{x})$ como una ley ficticia de control por realimentación, suave, para la cual la superficie S es una variedad invariante. Matemáticamente las condiciones de invariancia pueden plantearse como:

$$\begin{cases} s(\mathbf{x}) = 0 \\ \dot{s}(\mathbf{x}) = \langle d\mathbf{s}, \mathbf{f} + \mathbf{g}u_{eq} \rangle = L_{\mathbf{f} + \mathbf{g}u_{eq}} s = 0 \end{cases} \quad (5.5)$$

de donde resulta directo determinar la expresión del control equivalente:

$$u_{eq} = -\frac{L_{\mathbf{f}} s}{L_{\mathbf{g}} s} = -\frac{\langle d\mathbf{s}, \mathbf{f} \rangle}{\langle d\mathbf{s}, \mathbf{g} \rangle} = -\left(\frac{\partial s}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{g} \right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{f} \quad (5.6)$$

Reemplazando (5.6) en (5.1) se obtiene la expresión correspondiente a las trayectorias del sistema dinámico bajo el régimen de deslizamiento ideal, es decir la dinámica ideal de deslizamiento. La misma, describe la evolución del sistema sobre la superficie de deslizamiento:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u_{eq} = \left[\mathbf{I} - \mathbf{g} \left(\frac{\partial s}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{g} \right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial \mathbf{x}^T} \right] \mathbf{f} \quad (5.7)$$

Debe notarse que para que el sistema converja hacia un punto de equilibrio ubicado sobre la superficie, la dinámica ideal de deslizamiento debe ser estable, es decir el sistema debe ser de mínima fase. El tratamiento bajo modos deslizantes de sistemas que no presentan esta característica constituye un tema de actualidad. En este sentido se pueden citar, entre otros, los trabajos de Lu (Lu y Spurgeon, 1996 y 1999) y Gopalswamy (Gopalswamy y Hedrick, 1993).

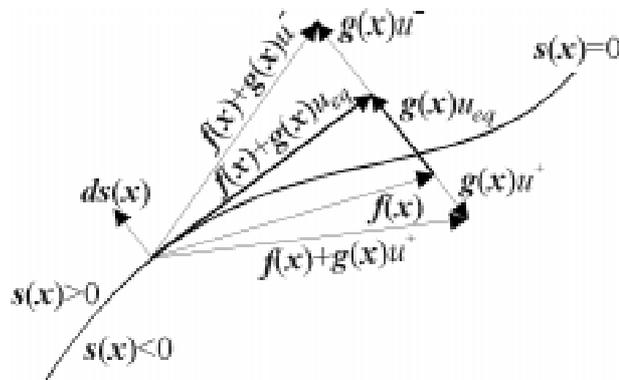


Figura 5.2: Interpretación Geométrica del Método del Control Equivalente

A partir de la ecuación (5.7) puede comprobarse que la expresión entre corchetes constituye un operador de proyección a lo largo de $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ sobre el subespacio tangente a la superficie S en \mathbf{x} (ver subsección 5.2.2) y por lo tanto pertenece al *kernel* de $d\mathbf{s}$ ($\ker\{d\mathbf{s}\}$).

5.1.3. Condiciones de Existencia del Régimen Deslizante

A continuación se analizan las condiciones de necesidad y suficiencia para el establecimiento de un régimen deslizante.

Condiciones Necesarias:

Una condición necesaria para que sobre S exista un régimen deslizante consiste en exigir que el control equivalente esté *bien definido* sobre la superficie. Esto último implica que el control equivalente debe existir y encontrarse unívocamente determinado por las condiciones de invariancia (ecuación 5.5).

A su vez, la condición necesaria y suficiente para determinar que el control equivalente se encuentre bien definido es que se cumpla sobre S la denominada condición de transversalidad. Esta última puede expresarse como:

$$L_{\mathbf{g}}s = \langle d\mathbf{s}, \mathbf{g} \rangle \neq 0 \quad (5.8)$$

Para demostrar la necesidad de esta premisa supóngase que el control equivalente esté bien definido. Luego, necesariamente se cumple la desigualdad (5.8) ya que en caso contrario, para que exista el control equivalente, debería también cumplirse que $L_{\mathbf{f}}s = \langle d\mathbf{s}, \mathbf{f} \rangle = 0$ a partir de lo cual el control equivalente dejaría de ser único.

Para demostrar la suficiencia supóngase que la condición de invariancia se cumple para dos funciones de control equivalente diferentes, al tiempo que la condición de transversalidad continúa siendo válida:

$$\langle d\mathbf{s}, \mathbf{f} + \mathbf{g} u_{eq1} \rangle = \langle d\mathbf{s}, \mathbf{f} + \mathbf{g} u_{eq2} \rangle = 0 \quad (5.9)$$

Luego, operando algebraicamente:

$$(u_{eq1} - u_{eq2}) \langle d\mathbf{s}, \mathbf{g} \rangle = 0 \quad (5.10)$$

lo cual contradice la condición de transversalidad en tanto $u_{eq1} \neq u_{eq2}$.

Geoméricamente el enunciado de necesidad para la existencia de un régimen deslizante puede interpretarse en términos de que el campo vectorial \mathbf{g} no puede ser tangencial a la superficie de deslizamiento. Caso contrario el control no podría hacer que la trayectoria del sistema cruce de un lado a otro de la superficie.

Otra condición de necesidad puede plantearse en los siguientes términos: si sobre S existe un régimen deslizante entonces sobre S se cumple:

$$\langle d\mathbf{s}, \mathbf{g} \rangle < 0 \quad (5.11)$$

Para demostrar este enunciado se retoman las desigualdades (5.4) que definen la existencia de un régimen deslizante sobre S :

$$\langle \mathbf{ds}, \mathbf{f} + \mathbf{g}u^+ \rangle < 0 \text{ y } \langle \mathbf{ds}, \mathbf{f} + \mathbf{g}u^- \rangle > 0 \quad (5.12)$$

Operando se llega a que:

$$(u^+ - u^-) \langle \mathbf{ds}, \mathbf{g} \rangle < 0 \quad (5.13)$$

Luego, bajo la asunción de que $u^+ > u^-$, la condición 5.11 surge en forma inmediata.

Debe notarse que la condición (5.11) no es otra que la condición de transversalidad y que el signo establecido en ella depende de la orientación de la superficie S . Si por ejemplo se definiera una nueva superficie como $s_1(\mathbf{x}) = -s(\mathbf{x}) = 0$, la lógica de conmutación cambiaría ($u^+ < u^-$) y la condición de transversalidad adoptaría la forma $\langle \mathbf{ds}_1, \mathbf{g} \rangle > 0$.

Condiciones Necesarias y Suficientes:

Una condición necesaria y suficiente para la existencia local de un régimen de deslizamiento sobre S es que localmente en X , para $\mathbf{x} \in S$,

$$u^-(\mathbf{x}) < u_{eq}(\mathbf{x}) < u^+(\mathbf{x}) \quad (5.14)$$

Para demostrar la hipótesis de necesidad, supóngase que sobre S existe un régimen deslizante. Luego, por definición:

$$\langle \mathbf{ds}, \mathbf{f} + \mathbf{g}u^+ \rangle = \langle \mathbf{ds}, \mathbf{f} \rangle + u^+ \langle \mathbf{ds}, \mathbf{g} \rangle < 0 \quad (5.15)$$

Dado que debe cumplirse la condición de transversalidad ($\langle \mathbf{ds}, \mathbf{g} \rangle \neq 0$), (5.15) puede escribirse como:

$$\frac{\langle \mathbf{ds}, \mathbf{f} \rangle}{\langle \mathbf{ds}, \mathbf{g} \rangle} + u^+ = -u_{eq}(\mathbf{x}) + u^+ > 0 \quad (5.16)$$

Por otro lado, utilizando la misma mecánica sobre la condición $\langle \mathbf{ds}, \mathbf{f} + \mathbf{g}u^- \rangle > 0$, resulta:

$$\frac{\langle \mathbf{ds}, \mathbf{f} \rangle}{\langle \mathbf{ds}, \mathbf{g} \rangle} + u^- = -u_{eq}(\mathbf{x}) + u^- < 0 \quad (5.17)$$

Así, de (5.16) y (5.17) es inmediato comprobar la condición (5.14).

Para demostrar la suficiencia del enunciado se considera una función suave $u_{eq}(\mathbf{x})$ que satisface la ecuación (5.6) y la condición (5.14). Luego, se puede plantear:

$$0 < u_{eq}(\mathbf{x}) - u^-(\mathbf{x}) < u^+(\mathbf{x}) - u^-(\mathbf{x}) \quad (5.18)$$

y así:

$$0 < w_{eq}(\mathbf{x}) = \frac{u_{eq}(\mathbf{x}) - u^-(\mathbf{x})}{u^+(\mathbf{x}) - u^-(\mathbf{x})} < 1 \quad (5.19)$$

Posteriormente, considerando la expresión (5.19), la condición de invariancia sobre S puede plantearse como:

$$\begin{aligned} \dot{s}(\mathbf{x}) &= \langle \mathbf{d}s, \mathbf{f} + \mathbf{g}u_{eq}(\mathbf{x}) \rangle = w_{eq}(\mathbf{x}) \langle \mathbf{d}s, \mathbf{f} + \mathbf{g}u^+(\mathbf{x}) \rangle \\ &+ (1 - w_{eq}(\mathbf{x})) \langle \mathbf{d}s, \mathbf{f} + \mathbf{g}u^-(\mathbf{x}) \rangle = 0 \end{aligned} \quad (5.20)$$

De esta última ecuación se desprende que las expresiones $\langle \mathbf{d}s, \mathbf{f} + \mathbf{g}u^+(\mathbf{x}) \rangle$ y $\langle \mathbf{d}s, \mathbf{f} + \mathbf{g}u^-(\mathbf{x}) \rangle$ tienen signos opuestos y, como la orientación de la superficie S es arbitraria, con validez local siempre puede decirse que $\langle \mathbf{d}s, \mathbf{f} + \mathbf{g}u^-(\mathbf{x}) \rangle > 0$ y $\langle \mathbf{d}s, \mathbf{f} + \mathbf{g}u^+(\mathbf{x}) \rangle < 0$. Esto significa que se verifican las condiciones de existencia del régimen deslizante.

Es importante destacar que en el caso de haber tomado $u^+ < u^-$, la desigualdad (5.14) se hubiese invertido. Luego, la condición necesaria y suficiente para la existencia del régimen deslizante local sobre S puede generalizarse como:

$$\min(u^+(\mathbf{x}), u^-(\mathbf{x})) < u_{eq}(\mathbf{x}) < \max(u^+(\mathbf{x}), u^-(\mathbf{x})), \quad (5.21)$$

expresión que es independiente de los valores relativos de u^+ y u^- .

5.1.4. Invariancia Frente a Perturbaciones

Considérese el sistema dinámico de la ecuación (5.1) al cual se le ha incorporado bajo el vector $\xi \in \mathcal{R}^n$ el conjunto de incertidumbres paramétricas respecto del campo de deriva nominal ($\mathbf{f}(\mathbf{x})$) y/o perturbaciones externas no estructuradas:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) u + \xi \quad (5.22)$$

Este vector de perturbaciones puede descomponerse en forma unívoca en dos vectores de manera de cumplir:

$$\xi = \zeta \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\mu}, \quad (5.23)$$

donde ζ es una función escalar suave. Como puede observarse, el primer vector de la descomposición pertenece al espacio generado por el campo vectorial de control, es decir $\zeta \mathbf{g}(\mathbf{x}) \in \text{span}\{\mathbf{g}(\mathbf{x})\}$. Por su parte el vector $\boldsymbol{\mu}$ pertenece al espacio tangente a la variedad S , es decir $\boldsymbol{\mu} \in \ker\{\mathbf{d}s\}$.

Considerando la nueva expresión del sistema dinámico dada en (5.22), las ecuaciones obtenidas en las subsecciones anteriores aparecerán en algunos casos modificadas por la presencia del término de perturbaciones. Este es el caso de la expresión del control equivalente que asume la forma:

$$u_{eq} = -\frac{L_{\mathbf{f}+\xi}s}{L_{\mathbf{g}}s} = -\left(\frac{\partial s}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{g}\right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial \mathbf{x}^T} (\mathbf{f} + \xi), \quad (5.24)$$

a partir de lo cual la dinámica ideal de deslizamiento queda:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u_{eq} + \xi = \left[I - g \left(\frac{\partial s}{\partial x^T} g \right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial x^T} \right] (f + \xi) \quad (5.25)$$

Propiedad de Invariancia Fuerte

Se dice que un régimen deslizante exhibe la propiedad de invariancia fuerte respecto a la perturbación ξ siempre y cuando la dinámica ideal de deslizamiento sea independiente de ξ .

Dada la definición anterior, restan determinar las condiciones necesarias y suficientes para que un sistema en régimen deslizante desarrolle la propiedad de invariancia fuerte. En este sentido se dice que un régimen deslizante sobre la variedad S del sistema perturbado (5.22) posee la propiedad de invariancia fuerte respecto a la perturbación ξ si y sólo si se satisface la condición de acoplamiento:

$$\xi \in \text{span}\{g(x)\}, \quad (5.26)$$

para lo cual la perturbación debe estar reducida a $\xi = \zeta g(x)$ (ver figura 5.3).

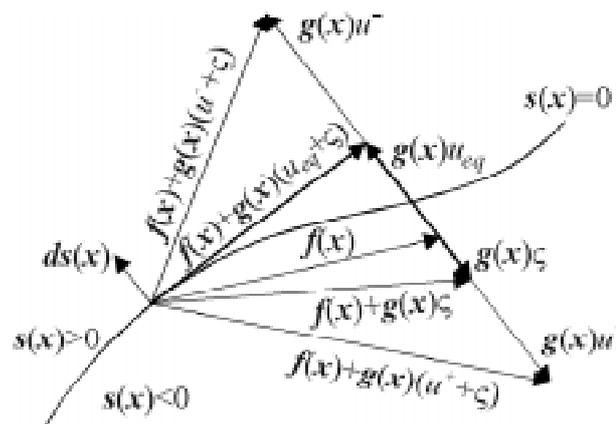


Figura 5.3: Representación Esquemática de la Propiedad de Invariancia Fuerte

La demostración de necesidad de este enunciado resulta directa aplicando sobre (5.25) la definición de invariancia fuerte. Dado que para poseer esta propiedad la dinámica ideal de deslizamiento debe ser independiente de la perturbación:

$$\left[I - g \left(\frac{\partial s}{\partial x^T} g \right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial x^T} \right] \xi = 0, \quad (5.27)$$

desde donde es inmediato obtener:

$$\xi = g \left(\frac{\partial s}{\partial x^T} g \right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial x^T} \xi, \quad (5.28)$$

Esta última ecuación se verifica no trivialmente si y sólo si el vector de perturbaciones es de la forma $\xi = \zeta g(x)$.

La demostración de suficiencia es aún más directa. Si la perturbación satisface la condición de acoplamiento entonces la ecuación (5.25) con $\xi = \zeta \mathbf{g}(\mathbf{x})$ se reduce a la ecuación (5.7) que corresponde a la dinámica ideal del sistema sin perturbar.

Considérese ahora la siguiente propiedad: sea $\xi = \zeta \mathbf{g}(\mathbf{x})$ una perturbación y $u_{eq}^*(\mathbf{x})$ el control equivalente correspondiente a un régimen deslizante sobre la variedad S del sistema sin perturbar (5.1). Sean u^+ y u^- las funciones de control del sistema de estructura variable con $u^+ > u^-$ localmente en X . Luego, si un régimen deslizante del sistema perturbado existe sobre S , necesariamente el vector de perturbaciones es tal que ζ queda acotada por:

$$u_{eq}^*(\mathbf{x}) - u^+(\mathbf{x}) < \zeta < u_{eq}^*(\mathbf{x}) - u^-(\mathbf{x}), \quad (5.29)$$

Para demostrar esta propiedad se acude a la definición de régimen deslizante aplicada sobre el sistema perturbado. Si éste existe sobre la variedad S necesariamente se cumple:

$$\begin{cases} \lim_{s \rightarrow +0} \langle ds, \mathbf{f} + \mathbf{g}u^+ + \xi \rangle = \lim_{s \rightarrow +0} L_{(\mathbf{f} + \mathbf{g}(u^+ + \zeta))} s < 0 \\ \lim_{s \rightarrow -0} \langle ds, \mathbf{f} + \mathbf{g}u^- + \xi \rangle = \lim_{s \rightarrow -0} L_{(\mathbf{f} + \mathbf{g}(u^- + \zeta))} s > 0 \end{cases} \quad (5.30)$$

Esto implica que existe un régimen deslizante para el sistema sin perturbar (5.1) con una ley de control dada por:

$$u = \begin{cases} u^+(\mathbf{x}) + \zeta & \text{si } s(\mathbf{x}) > 0 \\ u^-(\mathbf{x}) + \zeta & \text{si } s(\mathbf{x}) < 0 \end{cases} \quad (5.31)$$

Luego, por la condición necesaria y suficiente para la existencia de un régimen deslizante $u^-(\mathbf{x}) + \zeta < u_{eq}^*(\mathbf{x}) < u^+(\mathbf{x}) + \zeta$ de donde inmediatamente surge (5.29).

Propiedad de Invariancia Débil

Se dice que un régimen deslizante sobre la variedad S posee la propiedad de invariancia débil respecto a un vector de perturbación cuando éste no satisface la condición de acoplamiento, es decir $\xi \notin \text{span}\{\mathbf{g}(\mathbf{x})\}$.

Dado que el vector de perturbaciones puede descomponerse como $\xi = \zeta \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mu$ y que ya se han analizado los efectos producidos por la componente a lo largo de la dirección de $\mathbf{g}(\mathbf{x})$, se analizan a continuación los efectos ejercidos por la componente restante. La figura 5.4 presenta una descripción geométrica de la situación considerada. Para comenzar el análisis se plantea la ecuación del control equivalente (5.24) considerando que $\xi = \mu$:

$$u_{eq}^*(\mathbf{x}) = -\frac{L_{\mathbf{f} + \mu} s}{L_{\mathbf{g}} s} = -\frac{L_{\mathbf{f}} s}{L_{\mathbf{g}} s} = u_{eq}(\mathbf{x}), \quad (5.32)$$

como puede observarse, la expresión obtenida coincide con la correspondiente al sistema sin perturbar (5.6), dado que $\mu \in \ker\{ds\}$. Se concluye entonces que el tipo de perturbación bajo análisis no afecta la determinación del control equivalente.

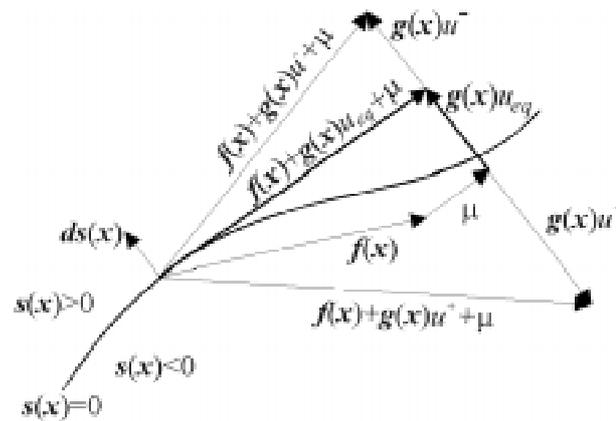


Figura 5.4: Representación Esquemática de la Propiedad de Invariancia Débil

Por otra parte, la dinámica ideal de deslizamiento resulta:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u_{eq}^* + \mu = \left[I - g \left(\frac{\partial s}{\partial x^T} g \right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial x^T} \right] f + \mu, \quad (5.33)$$

quedando obviamente afectada por el vector de perturbaciones.

Incertidumbres en el Campo del Control

Considérese ahora el sistema dinámico de la ecuación (5.1), al cual se le incorpora un vector de incertidumbre sobre el campo del control, es decir:

$$\dot{x} = f(x) + (g(x) + \delta g(x)) u \quad (5.34)$$

Si se supone que el régimen deslizante se mantiene aún en la presencia de la perturbación, la acción de control equivalente queda dada por:

$$u_{eq}(x) = -\frac{L_f s}{L_{g+\delta g} s}, \quad (5.35)$$

resultando obviamente afectada por la perturbación.

Por otra parte, la dinámica ideal de deslizamiento del sistema perturbado está dada por:

$$\dot{x} = \left[I - (g + \delta g) \left(\frac{\partial s}{\partial x^T} (g + \delta g) \right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial x^T} \right] f, \quad (5.36)$$

De esta última ecuación, se ve que si la perturbación actúa equitativamente en todas las direcciones del vector de control, es decir $\delta g(x) = \beta \cdot g(x)$, el sistema satisface la condición de invariancia fuerte respecto de la perturbación. Luego, la dinámica ideal de deslizamiento del sistema perturbado coincide con la correspondiente al sistema sin perturbar.

5.1.5. Regímenes Deslizantes Reales

La característica fundamental de los regímenes deslizantes, cual es la existencia de un deslizamiento sobre una superficie prefijada, se basa en la suposición de un entorno ideal no existente en las aplicaciones prácticas. La presencia de factores no considerados durante el desarrollo teórico trae aparejado un comportamiento oscilatorio alrededor de la superficie de deslizamiento conocido con el nombre de ‘*chattering*’.

En particular, existen dos mecanismos reconocidos como la causa de este comportamiento (Young *et al.*, 1999). Uno de ellos se origina en la presencia del tiempo de cómputo (en implementaciones digitales) y de retardos en los dispositivos de conmutación (frecuencia de conmutación finita). El otro se debe a la dinámica no modelada de sensores y actuadores presentes en la planta. En la mayoría de las aplicaciones de control esta dinámica parásita suele ser despreciada bajo la teoría de ecuaciones diferenciales con perturbaciones singulares (Kokotovic, 1976). Sin embargo, esta teoría no es aplicable a sistemas descritos por ecuaciones diferenciales con miembros derechos discontinuos. En este tipo de sistemas, las interacciones entre la dinámica parásita y el control por modo deslizante generan una componente oscilatoria de frecuencia y amplitud finita (Utkin, 1993; Young *et al.*, 1999).

La presencia del fenómeno del *chattering* trae aparejada una serie de inconvenientes indeseables como pérdida de exactitud en el control, pérdidas por calentamiento en dispositivos electrónicos de potencia y un alto desgaste de las partes mecánicas móviles. Para corregir este comportamiento se han estudiado y propuesto varias soluciones. En la actualidad el control del *chattering* continúa siendo un tópico de gran interés dentro del ámbito de esta técnica de control.

Dentro de las soluciones propuestas, el método tradicional consiste en reemplazar el dispositivo de conmutación por un bloque de alta ganancia y una saturación. Esta combinación da lugar a la existencia de un control continuo de alta ganancia dentro de una banda que rodea la superficie de deslizamiento, eliminando así el problema del *chattering*. Como contrapartida, las propiedades de robustez se pierden parcialmente existiendo un compromiso entre ellas y el ancho de la banda de control continuo (Slotine y Sastry, 1983; Esfandiari y Khalil, 1991).

Un segundo método posible consiste en diseñar un control conmutado con límites adaptables de manera tal que sobre la superficie el sistema tenga el mínimo *chattering* posible. Dentro de esta categoría podrían incluirse los diseños basados en la aplicación conjunta de regímenes deslizantes y pasividad que se presenta en la sección siguiente.

Otras propuestas consisten por ejemplo en el diseño de regímenes deslizantes basados en la utilización de observadores asintóticos que no incluyan la dinámica parásita (Utkin, 1993; Young *et al.*, 1999), o bien en la utilización de regímenes deslizantes dinámicos (Sira-Ramirez, 1992; Sira-Ramirez, 1993).

En suma el *chattering* constituye una limitación importante para la aplicación real de la atractiva técnica de control por estructura variable. La búsqueda de soluciones a este problema sigue siendo una línea de investigación de gran vigencia en la actualidad.

5.2. Control por Pasividad y Modo Deslizante

Los sistemas pasivos son una clase de sistemas dinámicos en los cuales la energía intercambiada con el entorno juega un papel central. En ellos, la cantidad de energía almacenada durante un determinado período no puede ser mayor que la energía que le es suministrada desde el exterior, siendo la diferencia entre ellas la cantidad de energía disipada durante el proceso. La interpretación energética en que se basa la pasividad deja en claro su íntima relación con las características físicas del sistema y en particular con sus propiedades de estabilidad.

El control basado en pasividad de sistemas no lineales es un tema de constante investigación debido a las ventajas relacionadas con la simplicidad del control resultante, su robustez y la naturaleza física de su encuadre. Su tratamiento se inició en la década de 1970, en el contexto de sistemas disipativos, a partir de los trabajos de Willems (Willems, 1972) y Hill (Hill y Moylan, 1976 y 1977). Posteriormente, numerosos trabajos han contribuido a profundizar la comprensión de este enfoque. Una perspectiva actual y completa de la temática puede encontrarse en los libros de Sepulchre (Sepulchre *et al.*, 1997) y van der Shaft (van der Shaft, 1996).

En concordancia con la sección anterior, el enfoque elegido para la presentación del marco teórico conjunto de pasividad y regímenes deslizantes se encuentra bajo la órbita de la geometría diferencial. Las subsecciones que puntualizan los diferentes aspectos de esta teoría han sido parcialmente extractadas de los trabajos realizados por Sira-Ramirez (Sira-Ramirez y Rios-Bolivar, 1999); Escobar (Escobar y Sira-Ramirez, 1998) y Ortega (Ortega *et al.*, 1998).

5.2.1. Sistemas Pasivos

Considérese el sistema dinámico no lineal, afín en el control y de entrada única:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) u ; & \mathbf{x} \in X \in \mathfrak{R}^n ; u \in \mathfrak{R} \\ y = s(\mathbf{x}) & ; y \in \mathfrak{R} \end{cases} \quad (5.37)$$

donde X denota la región de operación del sistema, conteniendo un conjunto de puntos de equilibrio, posiblemente parametrizados en función de u ($\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}}(u)$ dado por la solución de $\mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}) + \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}}) u = 0$). Se asume también la existencia de una función $V: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^+$, C^1 , positiva definida, denominada función de almacenamiento que satisface $V(0)=0$. Luego, se dice que el sistema (5.37) es pasivo si para todas las condiciones iniciales \mathbf{x}_0 , para todo instante T y cualquier entrada de control u se cumple:

$$V(\mathbf{x}(T)) - V(\mathbf{x}(0)) \leq \int_0^T u(t)y(t) dt \quad (5.38)$$

La desigualdad (5.38), denominada desigualdad básica de la pasividad, puede interpretarse en términos energéticos. Esta sugiere que en los sistemas pasivos, la cantidad de energía almacenada durante cualquier intervalo de tiempo debe ser siempre menor que la energía total entregada externamente al sistema durante ese mismo período. En caso de que esta desigualdad sea estricta se dice que el sistema es estrictamente pasivo. Por el contrario si sobre (5.38) predomina la igualdad, se considera que el sistema es un sistema sin pérdidas.

Como consecuencia inmediata de la pasividad estricta, puede decirse que cuando la entrada o salida del sistema (5.37) es idénticamente nula, la función de energía decrece a lo largo del tiempo. También, resulta inmediato determinar que los sistemas estrictamente pasivos con funciones de almacenamiento positivas, son estables en el sentido de Lyapunov y por lo tanto tienen una dinámica de los ceros estable, resultando sistemas de fase mínima.

El sistema (5.37) se define como pasivo por realimentación, si existe una ley de control afín, es decir de la forma $u = \alpha(\mathbf{x}) + \beta(\mathbf{x})\mathbf{v}$, tal que el sistema realimentado resultante $\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\alpha(\mathbf{x})) + (\mathbf{g}(\mathbf{x})\beta(\mathbf{x}))\mathbf{v}$ es pasivo. Esta definición es equivalente al siguiente enunciado: el sistema (5.37) es pasivo por realimentación con respecto a una función de almacenamiento $V(\mathbf{x})$ positiva definida y C^2 , si y sólo si el sistema es de grado relativo uno y débilmente de fase mínima, es decir con dinámica de los ceros estable pero no asintóticamente estable.

Dado el sistema (5.37), decir que el mismo es pasivo con respecto a la función de almacenamiento $V(\mathbf{x}) \in C^1$, positiva definida y con $V(0)=0$, es equivalente a decir que el sistema satisface las condiciones de Kalman - Yakubovich – Popov:

$$\begin{cases} L_f V(\mathbf{x}) = \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \leq 0 \\ L_g V(\mathbf{x}) = \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{g}(\mathbf{x}) = s(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (5.39)$$

5.2.2. Operadores de Proyección

Dado el sistema dinámico (5.37) y la función de almacenamiento $V(\mathbf{x}): \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^+$, se dice que $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ es un operador de proyección a lo largo de la envergadura de $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ sobre el espacio tangente $T_{\mathbf{x}}V$ correspondiente a un conjunto de nivel de la función de almacenamiento $V(\mathbf{x})=cte$, si $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ satisface las siguientes tres condiciones:

$$\begin{cases} i) \quad dV(\mathbf{x}) \mathbf{M}(\mathbf{x}) = 0 \\ ii) \quad \mathbf{M}(\mathbf{x}) \mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0 \\ iii) \quad \mathbf{M}(\mathbf{x})(\mathbf{I} - \mathbf{M}(\mathbf{x})) = 0 \end{cases} \quad (5.40)$$

La primer condición indica que, dado que el operador $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ realiza la proyección sobre $T_{\mathbf{x}}V$ a lo largo de la dirección de $\mathbf{g}(\mathbf{x})$, sus vectores columna deben estar contenidos en $T_{\mathbf{x}}V$. Luego, por ser cada uno de ellos ortogonal a $dV(\mathbf{x})$, el producto es nulo. La segunda condición es inmediata, ya que $\mathbf{g}(\mathbf{x}) \in \ker\{\mathbf{M}(\mathbf{x})\}$ debido a que la

proyección se realiza a lo largo de la envergadura de $\mathbf{g}(\mathbf{x})$. Finalmente, la tercer condición indica que la imagen del operador $\mathbf{I} - \mathbf{M}(\mathbf{x})$ se encuentra sobre el $\text{span}\{\mathbf{g}(\mathbf{x})\}$.

Definidas las propiedades que poseen los operadores de proyección, considérese el sistema dinámico anterior, donde el vector de estados derivado se renombra por comodidad como $\phi(\mathbf{x})$:

$$\dot{\mathbf{x}} = \phi(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) u, \quad (5.41)$$

Luego, si $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ es un operador de proyección sobre el subespacio $T_{\mathbf{x}}V$ a lo largo de $\mathbf{g}(\mathbf{x})$, el campo vectorial $\phi(\mathbf{x})$ puede descomponerse de manera única como:

$$\phi(\mathbf{x}) = \underbrace{\mathbf{M}(\mathbf{x})\phi(\mathbf{x})}_{\in T_{\mathbf{x}}V} + \underbrace{(\mathbf{I} - \mathbf{M}(\mathbf{x}))\phi(\mathbf{x})}_{\in \text{span}\{\mathbf{g}(\mathbf{x})\}} \quad (5.42)$$

siempre que se satisfaga la condición de transversalidad de $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ con respecto a $V(\mathbf{x})=cte$ (ver figura 5.5). Como se ha visto anteriormente, esta última es una de las condiciones solicitadas para el establecimiento de un régimen deslizante sobre la variedad $V(\mathbf{x})=cte$.

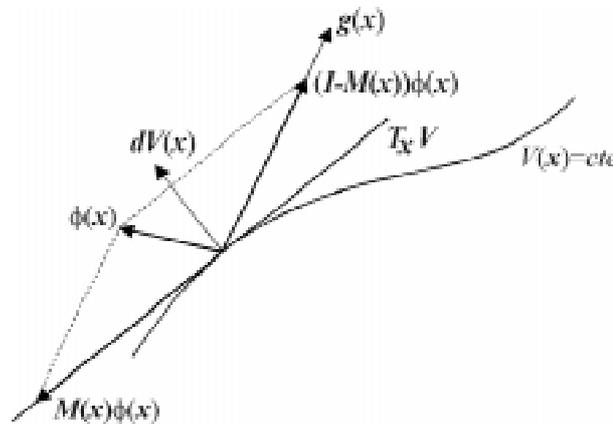


Figura 5.5: Descomposición del Campo Vectorial $\phi(\mathbf{x})$

El subespacio tangente al conjunto de nivel $V(\mathbf{x})=cte$, está descrito por la siguiente ecuación:

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = L_{\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u} V(\mathbf{x}) = \langle dV, \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u \rangle = 0 \quad (5.43)$$

Luego, como se dedujo en subsecciones anteriores, para cada \mathbf{x} existe un único valor de u que satisface la igualdad (5.43) sí y sólo si $L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} V(\mathbf{x}) \neq 0$. De acuerdo a lo visto en la subsección 5.1.2, la expresión del u buscado no es otra que la obtenida para el $u_{eq}(\mathbf{x})$ (ecuación (5.6)). Reemplazando entonces (5.6) en (5.37), se obtiene:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) - \underbrace{\mathbf{g}(\mathbf{x}) \frac{L_{\mathbf{f}(\mathbf{x})} V(\mathbf{x})}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} V(\mathbf{x})}}_{\mathbf{M}(\mathbf{x})} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (5.44)$$

Dado que esta última ecuación confina el movimiento del sistema dinámico al subespacio tangente al conjunto de nivel de $V(\mathbf{x})$ en \mathbf{x} , puede interpretarse que el factor entre corchetes constituye un operador de proyección sobre este subespacio. Luego, debe verificar las propiedades (5.40).

i)

$$dV(\mathbf{x})\mathbf{M}(\mathbf{x}) = \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \left[\mathbf{I} - \mathbf{g}(\mathbf{x}) \frac{\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T}}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x})} \right] =$$

$$\left[\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} - \frac{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x})}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x})} \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{g}(\mathbf{x}) \right] = 0$$

ii)

$$\mathbf{M}(\mathbf{x})\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \left[\mathbf{I} - \mathbf{g}(\mathbf{x}) \frac{\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T}}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x})} \right] \mathbf{g}(\mathbf{x}) =$$

$$= \mathbf{g}(\mathbf{x}) - \mathbf{g}(\mathbf{x}) \frac{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x})}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x})} \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0$$

iii)

$$\mathbf{M}(\mathbf{x})(\mathbf{I} - \mathbf{M}(\mathbf{x})) = \underbrace{\left[\mathbf{I} - \mathbf{g}(\mathbf{x}) \frac{\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T}}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x})} \right]}_{\mathbf{M}(\mathbf{x})} \mathbf{g}(\mathbf{x}) \frac{\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T}}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x})} =$$

$$= \underbrace{\mathbf{M}(\mathbf{x})\mathbf{g}(\mathbf{x})}_{=0} \frac{\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T}}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x})} = 0$$

5.2.3. Forma Canónica Energética de SNL

Los operadores de proyección vistos en la subsección anterior cuentan con una interesante propiedad adicional que, al ser aplicada sobre sistemas dinámicos no lineales, permite expresarlos bajo una estructura particular denominada forma canónica energética.

La propiedad mencionada determina que si $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ es un campo vectorial suave entonces:

a) el vector $\mathbf{M}(\mathbf{x})\mathbf{f}(\mathbf{x})$ puede expresarse como:

$$\mathbf{M}(\mathbf{x})\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \quad (5.45)$$

donde $\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x})$ es una matriz antisimétrica ($\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) + \tilde{\mathbf{J}}^T(\mathbf{x}) = 0$).

b) el vector $(\mathbf{I} - \mathbf{M}(\mathbf{x}))\mathbf{f}(\mathbf{x})$ puede expresarse como:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{M}(\mathbf{x}))\mathbf{f}(\mathbf{x}) = -\frac{1}{2}\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \quad (5.46)$$

donde $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ es una matriz simétrica ($\mathbf{Q}(\mathbf{x}) = \mathbf{Q}^T(\mathbf{x})$).

Para demostrar la primer parte de la proposición considérese el operador de proyección analizado en la sección anterior. Luego:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{x})\mathbf{f}(\mathbf{x}) &= \left[\mathbf{I} - \mathbf{g}(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})/\partial \mathbf{x}^T}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x})} \right] \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \frac{1}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x})} \left[L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x}) - \mathbf{g}(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \right] \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \\ &= \frac{1}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x})} \left[\mathbf{f}(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{I} - \mathbf{g}(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \right] = \\ &= \frac{1}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x})} \left[\mathbf{f}(\mathbf{x})\mathbf{g}^T(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} - \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{f}^T(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right] = \\ &= \frac{1}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x})} \underbrace{\left[\mathbf{f}(\mathbf{x})\mathbf{g}^T(\mathbf{x}) - \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) \right]}_{\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) \text{ antisimétrica}} \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \end{aligned}$$

Análogamente la parte *b*) se prueba de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} (\mathbf{I} - \mathbf{M}(\mathbf{x}))\mathbf{f}(\mathbf{x}) &= \left(\mathbf{I} - \left[\mathbf{I} - \mathbf{g}(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})/\partial \mathbf{x}^T}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x})} \right] \right) \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{g}(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T}}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x})} \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \\ &= \frac{\mathbf{g}(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T}}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x})} \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \frac{1}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x})} \left[\mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) \right] \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \\ &= \frac{1}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x})} \left[\mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) - \mathbf{f}(\mathbf{x})\mathbf{g}^T(\mathbf{x}) + \mathbf{f}(\mathbf{x})\mathbf{g}^T(\mathbf{x}) \right] \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \\ &= \frac{1}{2L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x})} \underbrace{\left[\mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) - \mathbf{f}(\mathbf{x})\mathbf{g}^T(\mathbf{x}) \right]}_{-\frac{1}{2}\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) \text{ antisimétrica}} \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \\ &+ \frac{1}{2L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}V(\mathbf{x})} \underbrace{\left[\mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) + \mathbf{f}(\mathbf{x})\mathbf{g}^T(\mathbf{x}) \right]}_{\mathbf{Q}(\mathbf{x}) \text{ simétrica}} \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = -\frac{1}{2}\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \end{aligned}$$

Como consecuencia de la propiedad recientemente demostrada, resulta inmediato deducir que dado un campo vectorial suave $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, el mismo puede ser descompuesto de la manera siguiente:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{M}(\mathbf{x})\mathbf{f}(\mathbf{x}) + (\mathbf{I} - \mathbf{M}(\mathbf{x}))\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{J}(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}, \quad (5.47)$$

donde $\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x})$ y $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ corresponden respectivamente a las matrices antisimétrica y simétrica vistas anteriormente.

Finalmente, como corolario de estas propiedades, se puede decir que un sistema dinámico no lineal como el dado en (5.37), con una función de almacenamiento positiva definida $V(\mathbf{x})$ que cumpla la condición de transversalidad $L_{g(\mathbf{x})}V(\mathbf{x}) \neq 0$ puede siempre ser expresado en la forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) u = \mathbf{J}(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{g}(\mathbf{x}) u, \quad (5.48)$$

con $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ antisimétrica y $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ simétrica. Luego, siendo $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ simétrica, siempre puede descomponerse como suma dos matrices $\mathbf{Q}_p(\mathbf{x})$ semi positiva definida y $\mathbf{Q}_n(\mathbf{x})$ semi negativa definida. Por lo tanto (5.48) puede reescribirse como:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}_n(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{g}(\mathbf{x}) u, \quad (5.49)$$

donde $\mathbf{Q}(\mathbf{x}) = \mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) + \mathbf{Q}_n(\mathbf{x})$.

Esta forma de expresar el sistema dinámico (5.37) permite exponer las componentes internas del sistema de acuerdo al sentido físico que poseen. En particular, como se demostrará más adelante, el primer término involucra las fuerzas que no trabajan, es decir, corresponde a las fuerzas conservativas del sistema. Por el contrario, el segundo y tercer término representan las fuerzas desestabilizantes y estabilizantes respectivamente, es decir, fuerzas que producen variaciones de sentidos opuestos en la función de almacenamiento energético. Por último, el cuarto término representa la inyección de energía externa dentro del sistema.

Más allá del sentido energético físico explícito que esta representación trae aparejado, la misma resulta de interés ya que permite tratar en forma unificada, dentro de un marco teórico sólido la hamiltonización de sistemas, la pasivación por realimentación y los regímenes deslizantes.

5.2.4. Pasivación por Realimentación de Sistemas en la Forma Canónica Energética

Dado un sistema dinámico no lineal, expresado en la forma canónica energética:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) u = \mathbf{J}(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{g}(\mathbf{x}) u, \\ y(\mathbf{x}) = s(\mathbf{x}) \end{cases}, \quad (5.50)$$

con $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ antisimétrica y $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ simétrica, y una función de almacenamiento $V(\mathbf{x})$ positiva definida que satisface la condición de transversalidad, el problema de pasivación por realimentación consiste en diseñar un control afín de la forma $u = \alpha(\mathbf{x}) + v$ de manera tal que el sistema realimentado sea un sistema pasivo.

A lo largo de las soluciones del sistema realimentado, la derivada temporal de la función de almacenamiento resulta:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{x}) &= \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{J}(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \\ &+ \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}_n(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{g}(\mathbf{x}) (\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}) + \mathbf{v}) \end{aligned} \quad (5.51)$$

Luego, dado que $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ es una matriz antisimétrica:

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = \underbrace{\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}}_{\geq 0} + \underbrace{\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}_n(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}}_{\leq 0} + L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} V(\mathbf{x}) (\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}) + \mathbf{v}) \quad (5.52)$$

Se propone entonces la siguiente realimentación:

$$\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}) = -\frac{1}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} V(\mathbf{x})} \left[\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right] \quad (5.53)$$

que determina que la dinámica del sistema a lazo cerrado pueda expresarse como:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \left[\mathbf{I} - \frac{\mathbf{g}(\mathbf{x})}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} V(\mathbf{x})} \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \right] \mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}_n(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{g}(\mathbf{x}) \mathbf{v} = \quad (5.54)$$

Dado que la expresión entre corchetes corresponde al operador de proyección $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ visto, el segundo término de esta última ecuación puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \left[\mathbf{I} - \frac{\mathbf{g}(\mathbf{x})}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} V(\mathbf{x})} \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \right] \mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} &= \mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\mathbf{g}(\mathbf{x})}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} V(\mathbf{x})} \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \\ &= \frac{1}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} V(\mathbf{x})} \left[\mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g}^T(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} - \mathbf{g}(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right] = \\ &= \frac{1}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} V(\mathbf{x})} \underbrace{\left[\mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g}^T(\mathbf{x}) - \mathbf{g}(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) \right]}_{\mathbf{K}(\mathbf{x})} \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}, \end{aligned}$$

donde se ve que $\mathbf{K}(\mathbf{x})$ corresponde a una matriz antisimétrica. Luego, el sistema realimentado resulta:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= (\mathbf{J}(\mathbf{x}) + \mathbf{K}(\mathbf{x})) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}_n(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{g}(\mathbf{x}) \mathbf{v} = \\ &= \mathbf{J}_k(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}_n(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{g}(\mathbf{x}) \mathbf{v} \end{aligned} \quad (5.55)$$

con $\mathbf{J}_k(\mathbf{x})$ antisimétrica. Por lo tanto, la derivada temporal de la función de almacenamiento de energía a lo largo de las soluciones del sistema realimentado queda:

$$\begin{aligned}\dot{V}(\mathbf{x}) &= \underbrace{\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{J}_k(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}}_{=0} + \underbrace{\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}_n(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}}_{\leq 0} + L_{g(\mathbf{x})} V(\mathbf{x}) \mathbf{v} = \\ &= \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}_n(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + L_{g(\mathbf{x})} V(\mathbf{x}) \mathbf{v} \leq L_{g(\mathbf{x})} V(\mathbf{x}) \mathbf{v}\end{aligned}\quad (5.57)$$

Si la función de salida satisface la igualdad $L_{g(\mathbf{x})} V(\mathbf{x}) = s(\mathbf{x})$, el sistema realimentado resulta pasivo entre la entrada \mathbf{v} y la salida $y(\mathbf{x})$ ya que cumple las condiciones del teorema de KYP. Sin embargo, en general, esta igualdad no se cumple y por lo tanto debe añadirse una nueva consideración sobre $L_{g(\mathbf{x})} V(\mathbf{x})$ para lograr que el sistema sea parcialmente pasivo por realimentación. Esta asunción es equivalente a considerar la pasividad del sistema realimentado entre una entrada auxiliar $w = P(\mathbf{x})\mathbf{v}$ y la salida original (en el caso de sistemas de múltiples entradas $P(\mathbf{x})$ sería una matriz que transforma el vector \mathbf{v} en el vector w). La demostración de existencia de $P(\mathbf{x})$ es inmediata ya que aún en el caso más complejo significa transformar un vector en otro de igual dimensión. La consideración a tener en cuenta es:

$$L_{g(\mathbf{x})} V(\mathbf{x}) = s(\mathbf{x})P(\mathbf{x}) \quad (5.58)$$

con $P(\mathbf{x}) \neq 0$ en X . Debe notarse que en el caso de sistemas de salida única la matriz $P(\mathbf{x})$ pasa a ser una función escalar de \mathbf{x} .

Suponiendo que (5.58) es válida en X , entonces el sistema realimentado

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_k(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}_n(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{g}(\mathbf{x}) P^{-1}(\mathbf{x}) w \\ y = s(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (5.59)$$

es pasivo de salida siempre que $\mathbf{Q}_n(\mathbf{x})$ sea negativa semidefinida y es estrictamente pasivo de salida si es estrictamente negativa definida.

Para demostrar este enunciado se considera nuevamente la derivada temporal de la función de almacenamiento de energía a lo largo de las soluciones del sistema transformado:

$$\begin{aligned}\dot{V}(\mathbf{x}) &= \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{J}_k(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}_n(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + L_{g(\mathbf{x})} V(\mathbf{x}) P^{-1}(\mathbf{x}) w = \\ &= \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}_n(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + s(\mathbf{x})P(\mathbf{x})P^{-1}(\mathbf{x})w \leq s(\mathbf{x})w = y w\end{aligned}\quad (5.60)$$

Evidentemente si $\mathbf{Q}_n(\mathbf{x})$ es negativa definida, la última desigualdad pasa a ser estricta. Luego, siempre puede encontrarse una constante γ positiva tal que:

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}_n(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + y w \leq y w - \gamma \|y\|^2 \quad (5.61)$$

y por lo tanto se comprueba que el sistema es estrictamente pasivo de salida.

5.2.5. Regímenes Deslizantes y Pasividad

Sea el sistema (5.37) con el objetivo de control de estabilizar las trayectorias de la salida a la variedad de deslizamiento $s(\mathbf{x})=0$. Para emplear la técnica introducida en la subsección anterior, se considera que la salida es generadora de una función de energía semi positiva definida:

$$V(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} s^2(\mathbf{x}) \geq 0 \quad (5.62)$$

Luego, el sistema puede expresarse en la forma canónica energética:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}_n(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{g}(\mathbf{x})u, \quad (5.63)$$

que para la función de energía propuesta puede escribirse como:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}'(\mathbf{x}) \frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}'_p(\mathbf{x}) \frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}'_n(\mathbf{x}) \frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{g}(\mathbf{x}) u, \quad (5.64)$$

donde ahora:

$$\mathbf{J}'(\mathbf{x}) = \frac{1}{2L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})s(\mathbf{x})}} \left[\mathbf{f}(\mathbf{x})\mathbf{g}^T(\mathbf{x}) - \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) \right]$$

$$\mathbf{Q}'(\mathbf{x}) = \mathbf{Q}'_p(\mathbf{x}) + \mathbf{Q}'_n(\mathbf{x}) = \frac{1}{2L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})s(\mathbf{x})}} \left[\mathbf{f}(\mathbf{x})\mathbf{g}^T(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) \right]$$

Así, la forma canónica de estructura energética se transforma en una forma canónica que pone de manifiesto el comportamiento de las fuerzas internas del sistema con respecto a la superficie de deslizamiento elegida. Calculando la derivada temporal de la función de energía, la composición interna del sistema se ve claramente:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{x}) &= s(\mathbf{x})\dot{s}(\mathbf{x}) = s(\mathbf{x}) \frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \left[\mathbf{J}'(\mathbf{x}) \frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}'_p(\mathbf{x}) \frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}'_n(\mathbf{x}) \frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{g}(\mathbf{x})u \right] = \\ &= s(\mathbf{x}) \left[\frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}'_p(\mathbf{x}) \frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}'_n(\mathbf{x}) \frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{g}(\mathbf{x}) u \right] \end{aligned} \quad (5.65)$$

En esta última expresión puede observarse que los términos que propugnan el acercamiento o alejamiento del sistema respecto de la superficie dependen de la posición relativa del sistema con respecto a la superficie misma. Es decir, la característica de la contribución que realiza cada término depende del signo de la función $s(\mathbf{x})$. Surge entonces en forma inmediata, una ley de control conmutada que, a cada lado de la superficie, anula la contribución de las fuerzas que alejan al sistema de la variedad de deslizamiento. De esta manera se logra obtener una ley de control adaptable que respeta la naturaleza interna del sistema ya que neutraliza solamente las componentes internas perjudiciales. La característica adaptable proviene de la dependencia que manifiesta el módulo de la señal de control con respecto a los estados del sistema. Esta última propiedad redundante en la reducción del *chattering* y por lo tanto en una mejor regulación de la salida elegida. En la ecuación siguiente se presenta la expresión correspondiente a esta ley de control, a la cual se le ha sumado un término extra que actúa como señal de control auxiliar.

$$u = \begin{cases} -\frac{1}{L_{g(x)}s(x)} \left[\frac{\partial s(x)}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}'_p(x) \frac{\partial s(x)}{\partial \mathbf{x}} \right] + \frac{1}{L_{g(x)}s(x)} \mathbf{v} & \text{si } s(x) \geq 0 \\ -\frac{1}{L_{g(x)}s(x)} \left[\frac{\partial s(x)}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}'_n(x) \frac{\partial s(x)}{\partial \mathbf{x}} \right] + \frac{1}{L_{g(x)}s(x)} \mathbf{v} & \text{si } s(x) < 0 \end{cases} \quad (5.66)$$

Luego, reemplazando (5.66) en (5.65) para las dos posiciones posibles del sistema respecto de la superficie, es directo determinar la pasividad de salida del sistema (estricta o no) respecto de la superficie propuesta a través de ecuaciones análogas a (5.60) o (5.61).

El control equivalente, es decir el control que garantiza la invariancia de la superficie queda en este caso expresado por:

$$u_{eq} = -\frac{\frac{\partial s(x)}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}'(x) \frac{\partial s(x)}{\partial \mathbf{x}}}{\frac{\partial s(x)}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{g}(x)} \quad (5.67)$$

Reemplazando (5.67) en la ecuación correspondiente a la dinámica del sistema y operando algebraicamente, se obtiene que la dinámica ideal de deslizamiento puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{J}'(x) \frac{\partial s(x)}{\partial \mathbf{x}} + \left[\mathbf{I} - \mathbf{g}(x) \frac{\frac{\partial s(x)}{\partial \mathbf{x}^T}}{L_{g(x)}s(x)} \right] \mathbf{Q}'(x) \frac{\partial s(x)}{\partial \mathbf{x}} = \\ &= \mathbf{J}'(x) \frac{\partial s(x)}{\partial \mathbf{x}} + \underbrace{\frac{1}{L_{g(x)}s(x)} \left[\mathbf{Q}'(x) \frac{\partial s(x)}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g}^T(x) - \mathbf{g}(x) \frac{\partial s(x)}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}'(x) \right]}_{\mathbf{A}(x) \text{ antisimétrica}} \frac{\partial s(x)}{\partial \mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{J}}(x) \frac{\partial s(x)}{\partial \mathbf{x}} \end{aligned} \quad (5.68)$$

Esta última ecuación pone de manifiesto que al encontrarse sobre la superficie, el sistema converge hacia el punto de equilibrio con una velocidad determinada por los elementos de $\tilde{\mathbf{J}}(x)$.

Cuando el sistema se encuentra fuera de la superficie, su comportamiento dinámico asume expresiones diferentes de acuerdo a la posición del sistema con respecto a la superficie de deslizamiento:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}'(x) \frac{\partial s(x)}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}'_n(x) \frac{\partial s(x)}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\mathbf{g}(x)}{L_{g(x)}s(x)} \mathbf{v} & \text{si } s(x) \geq 0 \\ \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}'(x) \frac{\partial s(x)}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}'_p(x) \frac{\partial s(x)}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\mathbf{g}(x)}{L_{g(x)}s(x)} \mathbf{v} & \text{si } s(x) < 0 \end{cases} \quad (5.69)$$

En esta última ecuación se observa que la señal de control auxiliar introduce un grado de libertad aún no especificado en el diseño del control. Su presencia puede utilizarse con el fin de inyectar amortiguamiento extra cuando el sistema se encuentra fuera de la superficie. De esta manera puede también controlarse la velocidad del sistema en su movimiento hacia la superficie.

5.3. Resumen

En este capítulo se presentaron las técnicas de control por regímenes deslizantes y pasividad. En la primera sección se abordaron los regímenes deslizantes desde el punto de vista de la geometría diferencial. Inicialmente se definió el significado de un régimen deslizante para posteriormente establecer sus condiciones de existencia y sus propiedades de robustez frente a variaciones paramétricas y perturbaciones externas. Luego, se definió y determinó la expresión correspondiente al control continuo equivalente para, finalmente abordar la problemática de las implementaciones reales.

En la segunda sección se trataron los sistemas pasivos. Primeramente se definieron los sistemas pasivos y sus propiedades. Luego se presentaron los operadores de proyección y se demostraron algunas de sus propiedades. Estos operadores fueron usados posteriormente para transformar cualquier sistema dinámico no lineal afín en el control y expresarlo en la denominada forma canónica energética. A continuación se trató la pasivación de sistemas dinámicos expresados en la forma canónica citada para, finalmente, abordar el tratamiento teórico conjunto de la pasivación de sistemas dinámicos no lineales a partir de regímenes deslizantes.

Capítulo 6

Modelado del SHGEE

En este capítulo se desarrolla un modelo dinámico del Sistema Híbrido de Generación de Energía Eléctrica (SHGEE) presentado en el capítulo 2. Para ello inicialmente se describen en forma detallada las estructuras constitutivas de los subsistemas eólico y fotovoltaico. A posteriori se realiza el modelado estático y dinámico del subsistema eólico, incorporando su interacción con los subsistemas restantes, representados en esta instancia como variables externas. Luego, se efectúa el modelado dinámico del subsistema fotovoltaico y, finalmente, se integran los resultados obtenidos en las etapas anteriores obteniéndose un modelo dinámico completo del SHGEE.

6.1. Descripción del SHGEE

En el capítulo 2 se introdujo la topología del SHGEE adoptado para el desarrollo de este trabajo. Su representación esquemática se observa en la figura 6.1. Sobre este gráfico puede notarse que la estructura del sistema está compuesta por dos subsistemas de generación (subsistemas eólico y fotovoltaico), un módulo de almacenamiento (banco de baterías) y una carga alterna monofásica cuyo valor varía temporalmente. Bajo regímenes de operación normal, cada subsistema de generación aporta energía al denominado bus de corriente continua (CC) desde el cual, por intermedio de un inversor de tensión de estado sólido, se alimenta la carga monofásica. La tensión de este bus se encuentra determinada por el estado de carga del banco de baterías. La presencia del bus de CC impone ciertos condicionamientos sobre las cualidades eléctricas de los aportes de energía sobre él realizados. Por esta razón, cada subsistema de generación consta de un módulo adaptador (convertidor estático) que, a modo de interfaz, permite adecuar la

forma en que se entrega la energía eléctrica generada. Por otra parte, la incorporación de estos convertidores introduce la posibilidad de controlar independientemente el punto de operación de cada subsistema de generación.

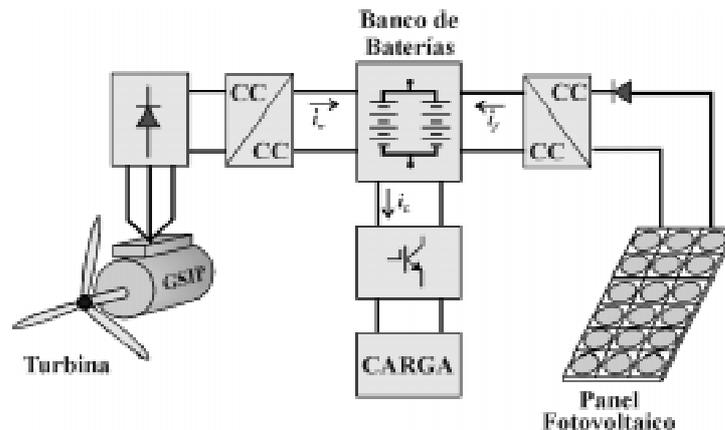


Figura 6.1: Sistema Híbrido de Generación de Energía Eléctrica

El subsistema eólico está compuesto específicamente por una turbina tripala de eje horizontal, un generador sincrónico de imán permanente multipolar y dos módulos estáticos (rectificador trifásico y convertidor CC/CC). Esta estructura posee algunas características interesantes que resulta importante destacar. En primer lugar la turbina opera a velocidad de rotación variable. Como se analizó en capítulos anteriores, esta particularidad permite la aplicación de estrategias de control para maximizar el rendimiento de la conversión energética de la turbina, a la vez que disminuye la polución sonora por ella producida (Chen y Spooner, 1998; Jöckel, 1996). Por otra parte, el empleo de un generador multipolar elimina la necesidad de utilizar cajas de reducción. Esta última característica incrementa la robustez y eficiencia del sistema (Jöckel, 1996) y reduce costos de diversa naturaleza entre los que se pueden citar: costos de mantenimiento, costos estructurales de la torre (menor peso de carga), costos de ensamble, etc. (Chalmers *et al.*, 1999). Es importante destacar que la turbina considerada en este trabajo no dispone de ningún dispositivo mecánico pasivo para la regulación de la potencia generada (*pitch control*). Así, el control deberá realizarse sobre la parte eléctrica del sistema lo cual supone un grado adicional de robustez.

Los subsistemas restantes son estructuralmente más sencillos. El subsistema fotovoltaico está compuesto únicamente por un arreglo de celdas fotovoltaicas y un convertidor estático CC/CC. Por su parte, el subsistema de almacenamiento se compone de un conjunto de baterías dispuestas en un arreglo serie/paralelo. Finalmente, la carga es alimentada desde el bus de CC a través de un inversor estático de tensión.

Un tópico de interés respecto de los sistemas híbridos corresponde al del dimensionamiento de sus partes. Esta práctica puede realizarse bajo distintos objetivos, siendo el más común el correspondiente a minimizar conjuntamente el costo del sistema y la probabilidad de interrupción del suministro. Si bien se trata de un problema simple de optimización, en este caso se encuentra enriquecido por la naturaleza aleatoria de las variables que entran en juego tanto en la generación como en la carga. Este trabajo no incorpora la resolución del dimensionamiento del sistema híbrido elegido bajo las condiciones climáticas de un sitio en particular. Información acerca de los métodos comúnmente empleados puede hallarse en Borowy y Salameh, 1996; Markvart, 1996; Yokoyama *et al.*, 1994; Chedid y Rahman, 1997; Kellogg *et al.*, 1998, etc. Las

magnitudes adoptadas para cada uno de los elementos del sistema de la figura 6.1 pueden encontrarse en el Apéndice A.

6.2. Caracterización del Subsistema Eólico

El subsistema de generación eólico especificado en la sección anterior, está básicamente compuesto por tres partes diferenciadas: la turbina, el generador sincrónico de imán permanente (GSIP) y dos módulos electrónicos de conversión. Los aspectos concernientes a la turbina fueron analizados en el capítulo anterior. Las dos subsecciones siguientes abordan el análisis estático y dinámico del GSIP. Finalmente, en la subsección 6.2.3 los resultados obtenidos se integran en un modelo dinámico del subsistema de generación eólica completo.

6.2.1. Modelado Estático del GSIP

En forma general, el estator de una máquina sincrónica de imán permanente (MSIP) está constituido por un bobinado polifásico distribuido que, al ser conectado a un sistema trifásico equilibrado, genera un campo magnético rotante en el entrehierro. El rotor consiste en un núcleo de hierro sobre el cual se monta un conjunto de imanes permanentes, destinado a interactuar con el campo rotante generado por el estator produciendo torque de rotación.

Existen diferentes formas constructivas que permiten lograr una interacción eficaz entre el campo rotante estático y los imanes del rotor. Una forma de clasificarlas, es a partir de la dirección que presenta el flujo en el entrehierro respecto al eje de la máquina. Siguiendo esta clasificación, se encontrarán MSIP de flujo radial, de flujo axial y de flujo transversal. En la figura 6.2 pueden apreciarse esquemas correspondientes a estas tres configuraciones.

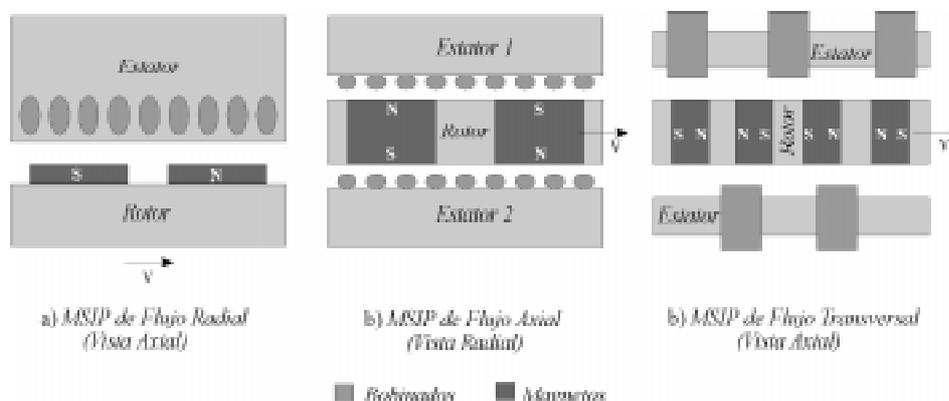


Figura 6.2: Tipos de Maquinas Sincrónicas de Imán Permanente

Para la realización de este trabajo se eligió una MSIP multipolar de flujo radial. Esta selección se basó en varios aspectos importantes. En primer lugar se puede decir que este tipo de máquinas poseen una eficiencia ligeramente superior a las de flujo axial, al tiempo que necesitan menor cantidad de material activo. Por otra parte la topología radial también permite diseños con diámetros externos menores aligerando así su peso (Grauers, 1996). En comparación a las máquinas de flujo transversal, las ventajas citadas anteriormente desaparecen, sin embargo subsiste su mayor simplicidad estructural (Grauers, 1996). Finalmente, debe añadirse que si bien la utilización de las MSIP en turbinas de gran potencia es en la actualidad objeto de estudio, su uso comercial en sistemas de baja envergadura resulta preferencial (WWW 6.1).

En la figura 6.3 se muestra el esquema de una máquina de flujo radial. En ella los bobinados estáticos correspondientes a cada fase se representan en forma concentrada, precisando sus ejes magnéticos (a , b y c). El sentido especificado de las corrientes está determinado por el funcionamiento bajo el modo generador. En la figura también se considera para mayor generalidad un rotor de dos polos salientes, girando a velocidad ω_m . Los ejes magnéticos directo y en cuadratura del rotor se especifican como ejes d y q respectivamente. Los ángulos ϕ_s y ϕ_r son ángulos genéricos tomados a partir de los ejes a y q respectivamente, mientras que el ángulo θ_r corresponde al ángulo entre esos mismos ejes. Cabe aclarar que a pesar de la representación elegida, para el análisis se considera que los bobinados estáticos son en realidad arrollamientos distribuidos sinusoidalmente e idénticos entre sí.

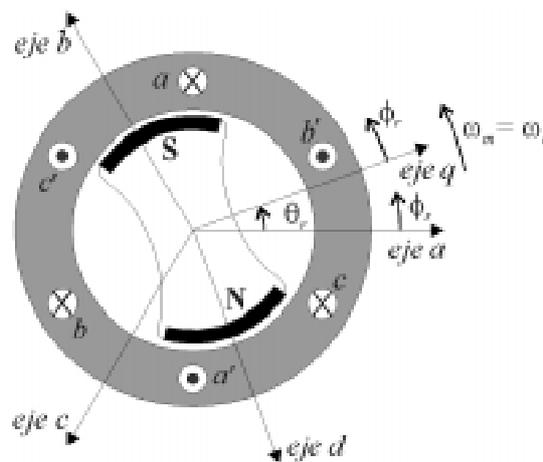


Figura 6.3: Esquema de la Máquina Sincrónica de Imán Permanente

Dado que, desde el punto de vista eléctrico, las MSIP presentan un bobinado estático polifásico similar al de las máquinas de inducción, puede asumirse entonces un circuito equivalente estático por fase de igual topología que el conocido para estas últimas. Sobre este circuito equivalente, el efecto que produce el rotor de imán permanente girando a una velocidad angular mecánica de rotación ω_m , puede incorporarse como una fuerza electro-motriz ($f.e.m.$) de rotación. Si bien el perfil de esta $f.e.m.$ depende de la forma y disposición de los imanes, de aquí en más se lo considerará como sinusoidal. Su amplitud dependerá directamente de la velocidad angular eléctrica (ω_e) y del flujo que, originado en los imanes, es concatenado por los bobinados estáticos (ϕ_{sr}). Así, cuando la máquina funciona como generador, las características de su tensión en bornes (módulo y frecuencia) dependen directamente de la velocidad angular mecánica.

La representación gráfica del circuito equivalente por fase de una MSIP puede observarse en la figura 6.4.. En ella se consideran positivos los sentidos correspondientes a la máquina operando como generador.

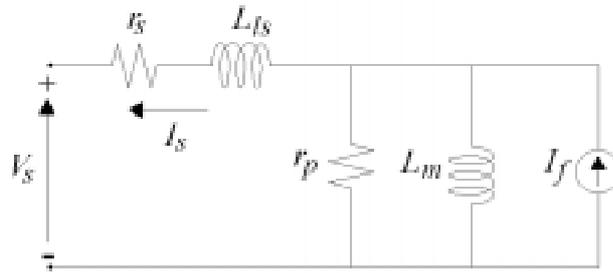


Figura 6.4: Circuito Equivalente por Fase de la MSIP

En esta última figura r_s representa la resistencia propia del bobinado, L_{ls} la inductancia de dispersión, L_m la inductancia de magnetización y r_p las pérdidas en el hierro. Despreciando estas últimas y aplicando el teorema de Thevenin, el circuito de la figura anterior se reduce al que se muestra en la figura 6.5.

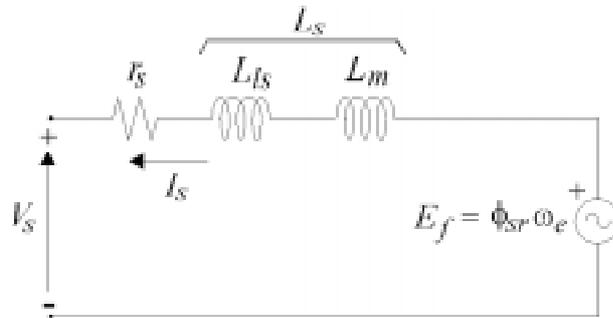


Figura 6.5: Circuito Equivalente Final de la MSIP (por fase)

En la figura 6.6 puede observarse el diagrama fasorial correspondiente al circuito del gráfico anterior para la máquina funcionando en modo generador. Esta condición puede observarse claramente en el retraso que experimenta la tensión en bornes de la máquina (V_s) respecto a la *f.e.m.* de rotación (E_f).

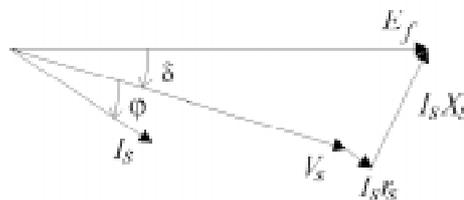


Figura 6.6: Diagrama Fasorial Correspondiente al Circuito Equivalente de la MSIP

A partir de este diagrama fasorial, despreciando la resistencia r_s , se puede escribir:

$$\vec{I}_s = \frac{V_s}{X_s} e^{-j\frac{\pi}{2}} - \frac{E_f}{X_s} e^{-j\left(\delta + \frac{\pi}{2}\right)}, \quad (6.1)$$

donde I_s , V_s y E_f corresponden a valores pico y no eficaces. Luego, tomando las partes reales de ambos miembros, la ecuación anterior queda:

$$I_s \cos(\varphi) = \frac{V_s}{X_s} \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \frac{E_f}{X_s} \cos\left(-\delta - \frac{\pi}{2}\right) \quad (6.2)$$

Operando algebraicamente la ecuación anterior puede reescribirse como:

$$I_s \cos(\varphi) = \frac{E_f}{X_s} \text{sen}(\delta) \quad (6.3)$$

Por otra parte, dado que la potencia eléctrica que entrega la máquina en bornes puede expresarse como:

$$P_e = 3V_s I_s \cos(\varphi) \quad (6.4)$$

utilizando la ecuación (6.3), se obtiene:

$$P_e = \frac{3V_s E_f}{X_s} \text{sen}(\delta) \quad (6.5)$$

Si ahora se considera que no existen pérdidas de conversión, la potencia eléctrica en bornes (P_e) puede equipararse a la potencia mecánica de entrada (P_m). Es decir:

$$P_m = \omega_m T_e = \frac{2}{P} \omega_e T_e = P_e, \quad (6.6)$$

donde P corresponde al número de polos y T_e al torque eléctrico. Finalmente, reemplazando (6.5) en (6.6) se llega a la expresión del torque eléctrico correspondiente a la MSIP funcionando como generador. Esto es:

$$T_e = 3 \frac{P}{2} \frac{V_s}{\omega_e} \frac{E_f}{X_s} \text{sen}(\delta) = 3 \frac{P}{2} \frac{V_s}{\omega_e} \frac{\phi_{sr}}{L_s} \text{sen}(\delta) \quad (6.7)$$

En la figura 6.7, se representa la expresión del torque eléctrico en función del ángulo de torque, manteniendo fijas la tensión y la frecuencia en bornes de la máquina. Estas dos últimas condiciones constituyen frecuentes restricciones en las aplicaciones estándar de la MSIP. Como puede observarse se asume polaridad positiva de torque para la máquina funcionando como motor.

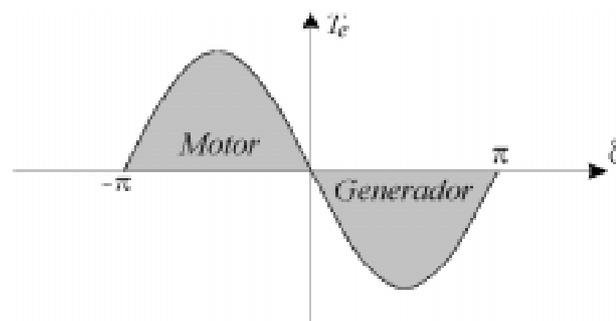


Figura 6.7: Torque Eléctrico de la MSIP con Tensión y Frecuencia Constantes

La vinculación entre los terminales del banco de baterías y el GSIP se realiza a través de un rectificador trifásico y un convertidor CC/CC. El primero de ellos efectúa una adaptación eléctrica cualitativa. Es decir, convierte las corrientes alternas de frecuencia variable presentes en los bobinados del estator en una corriente continua. El segundo módulo tiene por objetivo incorporar una acción de control que permita regular el punto de operación del subsistema, reflejando diferentes valores de tensión sobre los bornes del GSIP. Esto determina que, desde el punto de vista eléctrico, la configuración dada presente sobre los bornes de la máquina una carga puramente activa cuyo valor puede modificarse a través del ciclo de trabajo del convertidor (Muljadi *et al.*, 1996). La figura 6.8 presenta el circuito equivalente por fase del GSIP operando bajo estas condiciones y el diagrama fasorial correspondiente.

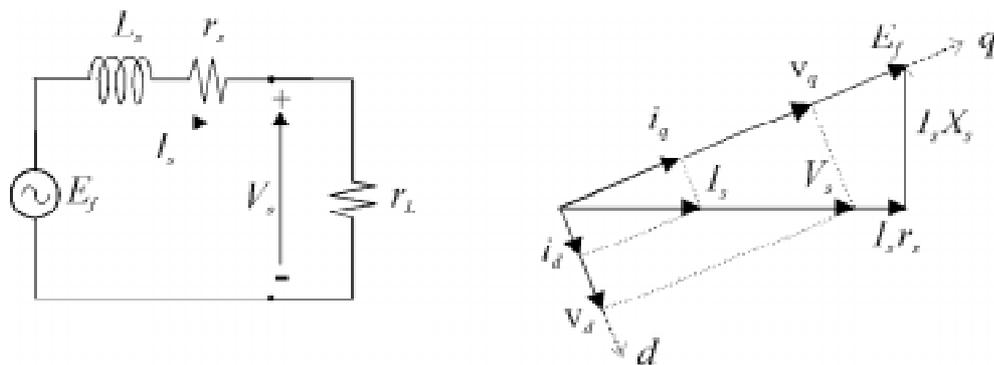


Figura 6.8: Diagrama Fasorial del GSIP con Carga Resistiva

A partir de este último gráfico, despreciando la caída de tensión sobre r_s , puede determinarse una expresión aproximada del torque eléctrico desarrollado por el generador (Muljadi *et al.*, 1996). Esto es:

$$T_e = \frac{3P V_s \phi_{sr}}{4\omega_e L_s} \sqrt{1 - \left(\frac{V_s}{\omega_e \phi_{sr}} \right)^2} \quad (6.8)$$

Es importante destacar que si bien esta configuración permite operar a velocidad de rotación variable, el fijar la tensión en bornes del generador determina la existencia de una velocidad angular límite, por debajo de la cual el sistema no puede generar. Trabajar a velocidades eléctricas angulares menores a la velocidad límite, implica que el módulo de la *f.e.m.* inducida sea menor que el módulo de la tensión en bornes, y que por lo tanto no pueda conformarse el diagrama fasorial de la figura 6.8. En términos eléctricos esta situación se produce cuando la *f.e.m.* inducida no alcanza a poner en directa los diodos del rectificador, impidiendo la circulación de la corriente de estator. La expresión correspondiente a la velocidad límite puede determinarse a partir de la ecuación (6.8) (Muljadi *et al.*, 1996):

$$\omega_{e\lim} = \frac{V_s}{\phi_{sr}} \quad (6.9)$$

En la fig. 6.9, se presentan las curvas del torque aproximado del GSIP en función de la velocidad angular mecánica parametrizadas en términos de V_s . En cada una de ellas puede observarse la existencia de la velocidad límite de generación en el corte con el eje de abscisas.

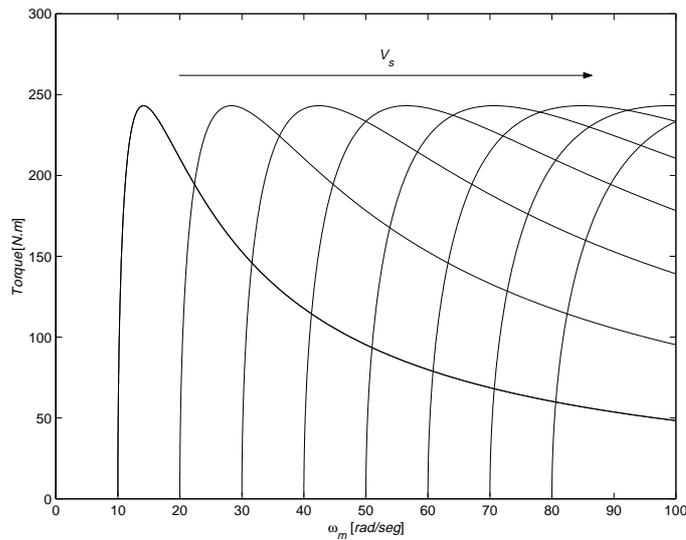


Fig. 6.9: Característica Aproximada $T_e - \omega_m$ del GSIP bajo Condiciones de Carga Resistiva

6.2.2. Modelado Dinámico del GSIP

Al igual que en la subsección anterior para el desarrollo del modelo dinámico de la MSIP se consideran bobinados estáticos distribuidos sinusoidalmente e idénticos entre sí. Se supone también para mayor generalidad un rotor de sección transversal no circular de modo de tener un espesor de entrehierro no uniforme.

El desarrollo del modelo dinámico correspondiente a la MSIP considerada (figura 6.3) incorpora un conjunto de parámetros eléctricos cuyas expresiones deben determinarse previamente. En este sentido, se presenta a continuación la deducción de las expresiones de las inductancias propias y mutuas de los bobinados estáticos. Cabe aclarar que si bien en la figura 6.3 se ha graficado una máquina de dos polos, la deducción de las ecuaciones que representan el modelo dinámico final de la misma, se realiza para un número de polos genérico.

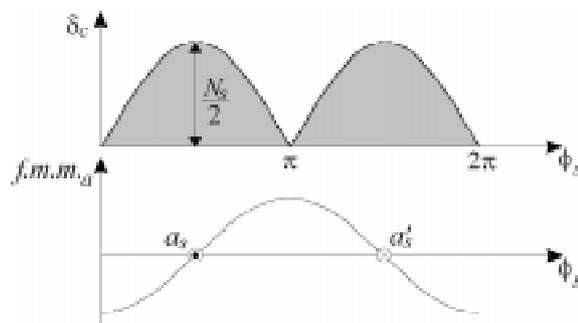


Figura 6.10: Perfil de Densidad de Conductores de la Fase a y fuerza magneto motriz (f.m.m.) Resultante

Como se dijo anteriormente, los bobinados que en la figura 6.3 se representan en forma concentrada, se encuentran en realidad distribuidos sinusoidalmente. Esta distribución particular se realiza, a fin de obtener en el entrehierro una onda de fuerza magneto motriz (*f.m.m.*) de perfil sinusoidal. En la figura 6.10, puede observarse el diagrama de *f.m.m.* correspondiente a la fase *a*, y el perfil de densidad de conductores que le da origen (δ_c).

De acuerdo a esta última figura, la densidad de conductores que presenta el bobinado de la fase *a* sobre el ángulo genérico ϕ_s , puede escribirse como:

$$N_{as} = \begin{cases} \frac{N_s}{2} \text{sen}(\phi_s) & \text{si } \phi_s \in [0, \pi] \\ -\frac{N_s}{2} \text{sen}(\phi_s) & \text{si } \phi_s \in (\pi, 2\pi] \end{cases} \quad (6.10)$$

donde N_s corresponde al número total de espiras del bobinado concentrado equivalente. Así, la *f.m.m.* que la fase *a* desarrolla en el entrehierro resulta:

$$f.m.m._{as} = \frac{N_s}{2} I_{as} \cos(\phi_s) \quad (6.11.a)$$

En forma análoga pueden deducirse fácilmente las *f.m.m.* correspondientes a las fases restantes. Esto es:

$$f.m.m._{bs} = \frac{N_s}{2} I_{bs} \cos(\phi_s - 2\pi/3) \quad (6.11.b)$$

$$f.m.m._{cs} = \frac{N_s}{2} I_{cs} \cos(\phi_s + 2\pi/3) \quad (6.11.c)$$

Teniendo en cuenta las expresiones (6.11) y, dado que la forma particular del rotor considerado determina un espesor de entrehierro que puede expresarse analíticamente como (Krause *et al.*, 1986):

$$g(\phi_r) = \frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2 \cos(2\phi_r)} = \frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2 \cos(2(\phi_s - \theta_r))}, \quad (6.12)$$

donde α_1 y α_2 son constantes de forma de la sección transversal del rotor, la densidad de flujo que cada fase produce en el entrehierro, queda dada por:

$$B_{as}(\phi_s, \theta_r) = \mu_o \frac{N_s I_{as}}{2} \cos(\phi_s) (\alpha_1 - \alpha_2 \cos(2(\phi_s - \theta_r))) \quad (6.13.a)$$

$$B_{bs}(\phi_s, \theta_r) = \mu_o \frac{N_s I_{bs}}{2} \cos(\phi_s - 2\pi/3) (\alpha_1 - \alpha_2 \cos(2(\phi_s - \theta_r))) \quad (6.13.b)$$

$$B_{cs}(\phi_s, \theta_r) = \mu_o \frac{N_s I_{cs}}{2} \cos(\phi_s + 2\pi/3) (\alpha_1 - \alpha_2 \cos(2(\phi_s - \theta_r))), \quad (6.13.c)$$

donde μ_o corresponde a la permitividad del vacío.

Luego, considerando bobinados de fase de paso diametral, el flujo que concatena cada uno de ellos producto de la circulación de una corriente por sus espiras resulta:

$$\Phi_{asas} = \int \frac{2\pi}{\pi} \left(N_{as}(\phi_s) \int_{\phi_s}^{\phi_s + \pi} B_{as}(\xi, \theta_r) r l d\xi \right) d\phi_s \quad (6.14.a)$$

$$\Phi_{bsbs} = \int \frac{2\pi/3}{-\pi/3} \left(N_{bs}(\phi_s) \int_{\phi_s}^{\phi_s + \pi} B_{bs}(\xi, \theta_r) r l d\xi \right) d\phi_s \quad (6.14.b)$$

$$\Phi_{cscs} = \int \frac{4\pi/3}{\pi/3} \left(N_{cs}(\phi_s) \int_{\phi_s}^{\phi_s + \pi} B_{cs}(\xi, \theta_r) r l d\xi \right) d\phi_s, \quad (6.14.c)$$

donde r corresponde al radio medio del bobinado y l a la longitud activa de cada lado de la espira. Reemplazando las ecuaciones (6.10) y (6.13) en (6.14) e integrando se obtienen las expresiones de las inductancias propias de cada uno de los bobinados estáticos:

$$L_{asas} = L_{ls} + \left(\frac{N_s}{2} \right)^2 \pi \mu_o r l \left(\alpha_1 - \frac{\alpha_2}{2} \cos(2\theta_r) \right) \quad (6.15.a)$$

$$L_{bsbs} = L_{ls} + \left(\frac{N_s}{2} \right)^2 \pi \mu_o r l \left(\alpha_1 - \frac{\alpha_2}{2} \cos(2(\theta_r - 2\pi/3)) \right) \quad (6.15.b)$$

$$L_{cscs} = L_{ls} + \left(\frac{N_s}{2} \right)^2 \pi \mu_o r l \left(\alpha_1 - \frac{\alpha_2}{2} \cos(2(\theta_r + 2\pi/3)) \right), \quad (6.15.c)$$

donde L_{ls} corresponde a la inductancia de dispersión.

En forma análoga, las inductancias mutuas entre los bobinados estáticos pueden calcularse a partir de las expresiones:

$$L_{asbs} = \frac{1}{I_{bs}} \left(\int \frac{2\pi}{\pi} \left(N_{as}(\phi_s) \int_{\phi_s}^{\phi_s + \pi} B_{bs}(\xi, \theta_r) r l d\xi \right) d\phi_s \right) \quad (6.16.a)$$

$$L_{ascs} = \frac{1}{I_{cs}} \left(\int \frac{2\pi}{\pi} \left(N_{as}(\phi_s) \int_{\phi_s}^{\phi_s + \pi} B_{cs}(\xi, \theta_r) r l d\xi \right) d\phi_s \right) \quad (6.16.b)$$

$$L_{bscs} = \frac{1}{I_{cs}} \left(\int \frac{2\pi/3}{-\pi/3} \left(N_{bs}(\phi_s) \int_{\phi_s}^{\phi_s + \pi} B_{cs}(\xi, \theta_r) r l d\xi \right) d\phi_s \right), \quad (6.16.c)$$

las cuales conducen a:

$$L_{asbs} = - \left(\frac{N_s}{2} \right)^2 \frac{\pi \mu_o r l}{2} \left(\alpha_1 - \frac{\alpha_2}{2} \cos(2(\theta_r - \pi/3)) \right) \quad (6.17.a)$$

$$L_{ascs} = - \left(\frac{N_s}{2} \right)^2 \frac{\pi \mu_o r l}{2} \left(\alpha_1 - \frac{\alpha_2}{2} \cos(2(\theta_r + \pi/3)) \right) \quad (6.17.b)$$

$$L_{bscs} = - \left(\frac{N_s}{2} \right)^2 \frac{\pi \mu_o r l}{2} \left(\alpha_1 - \frac{\alpha_2}{2} \cos(2(\theta_r + \pi)) \right) \quad (6.17.c)$$

Como puede observarse en las expresiones (6.15) y (6.17), los valores de las inductancias propias y mutuas de los bobinados estáticos, dependen de la posición relativa del rotor. Por lo tanto, las ecuaciones eléctricas que describen el comportamiento de la máquina involucran necesariamente parámetros variantes en el tiempo. En el caso en que la sección transversal del rotor sea circular ($\alpha_2 = 0$), esta dependencia posicional desaparece.

Determinados los parámetros eléctricos, se pueden plantear ahora las ecuaciones eléctricas correspondientes a cada uno de los circuitos estáticos. Para la máquina actuando en modo generador estas ecuaciones están dadas por:

$$v_{as} = -r_s i_{as} + \frac{d\Phi_{as}}{dt} \quad (6.18.a)$$

$$v_{bs} = -r_s i_{bs} + \frac{d\Phi_{bs}}{dt} \quad (6.18.b)$$

$$v_{cs} = -r_s i_{cs} + \frac{d\Phi_{cs}}{dt}, \quad (6.18.c)$$

donde:

$$\Phi_{as} = L_{asas} i_{as} + L_{asbs} i_{bs} + L_{ascs} i_{cs} + \phi_{sr} \text{sen}(\theta_r) \quad (6.19.a)$$

$$\Phi_{bs} = L_{bsas} i_{as} + L_{bsbs} i_{bs} + L_{bscs} i_{cs} + \phi_{sr} \text{sen}(\theta_r - 2\pi/3) \quad (6.19.b)$$

$$\Phi_{cs} = L_{csas} i_{as} + L_{csbs} i_{bs} + L_{cscs} i_{cs} + \phi_{sr} \text{sen}(\theta_r + 2\pi/3), \quad (6.19.c)$$

siendo ϕ_{sr} el valor pico del flujo concatenado por los bobinados estáticos cuyo origen se encuentra en el campo magnético creado por el rotor en el entrehierro. Las ecuaciones (6.18) pueden escribirse en forma compacta como:

$$\mathbf{v}_s = -\mathbf{R}_s \mathbf{i}_s + \frac{d[\Phi_s]}{dt} = -\mathbf{R}_s \mathbf{i}_s + \frac{d[\mathbf{L}_s \mathbf{i}_s + \Phi_{sr}]}{dt} \quad (6.20)$$

donde:

$$\mathbf{v}_s = \begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{i}_s = \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix}, \quad \Phi_s = \begin{bmatrix} \Phi_{as} \\ \Phi_{bs} \\ \Phi_{cs} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_s = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{asas} & L_{asbs} & L_{ascs} \\ L_{asbs} & L_{bsbs} & L_{bscs} \\ L_{ascs} & L_{bscs} & L_{cscs} \end{bmatrix} \text{ y } \Phi_{sr} = \begin{bmatrix} \Phi_{sr} \text{sen}(\theta_r) \\ \Phi_{sr} \text{sen}(\theta_r - 2\pi/3) \\ \Phi_{sr} \text{sen}(\theta_r + 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

A fin de completar el modelo dinámico de la MSIP, resta determinar la expresión correspondiente al torque eléctrico. Esta última puede obtenerse a partir de consideraciones energéticas. Si se asume que el sistema magnético es lineal, el torque eléctrico puede determinarse a partir de:

$$T_e = -\left(\frac{P}{2}\right) \frac{\partial W_c}{\partial \theta_r}, \quad (6.21)$$

donde P corresponde al número de polos y W_c a la energía almacenada en el campo magnético del entrehierro. En forma compacta esta energía puede expresarse como:

$$W_c = \frac{1}{2} \mathbf{i}_s^T \frac{\partial}{\partial \theta_r} (\mathbf{L}_s - L_{ls} \mathbf{I}) \mathbf{i}_s + \mathbf{i}_s^T \frac{\partial}{\partial \theta_r} (\Phi_{sr}) \quad (6.22)$$

Hasta aquí, se ha obtenido un modelo dinámico completo de la MSIP en su representación trifásica. Sin embargo, es evidente que trabajar con las ecuaciones que lo describen (ecuaciones (6.18) y (6.21)) resulta engorroso, ya que las mismas incorporan parámetros variantes en el tiempo, aún en el caso de rotores de sección circular. Con el

fin de simplificar estas ecuaciones y obtener un modelo más sencillo de manipular, se utiliza la transformación de Park (figura 6.11). Esta transformación convierte un sistema de tres ejes fijos (ejes a , b y c) a un sistema de dos ejes que rotan a una velocidad angular genérica ω (ejes q y d). Es importante destacar que para asegurar la invertibilidad de la transformación, se incorpora al sistema bifásico, una tercer componente denominada homopolar o de secuencia cero.

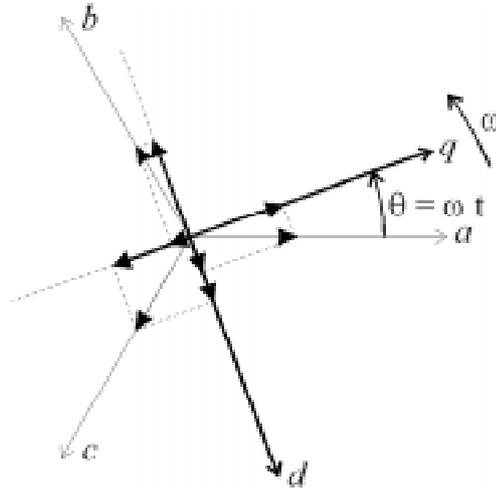


Figura 6.11: Transformación de Tres Ejes Fijos a Dos Ejes Rotantes

Matemáticamente, la transformación de Park puede escribirse en notación matricial como:

$$\mathbf{f}_{qdo} = \begin{bmatrix} f_q \\ f_d \\ f_o \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \cos(\omega t - 2\pi/3) & \cos(\omega t + 2\pi/3) \\ \text{sen}(\omega t) & \text{sen}(\omega t - 2\pi/3) & \text{sen}(\omega t + 2\pi/3) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} = \mathbf{K}_s \mathbf{f}_{abc} \quad (6.23)$$

siendo su inversa:

$$\mathbf{f}_{abc} = \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \text{sen}(\omega t) & 1 \\ \cos(\omega t - 2\pi/3) & \text{sen}(\omega t - 2\pi/3) & 1 \\ \cos(\omega t + 2\pi/3) & \text{sen}(\omega t + 2\pi/3) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_q \\ f_d \\ f_o \end{bmatrix} = \mathbf{K}_s^{-1} \mathbf{f}_{qdo} \quad (6.24)$$

Cabe resaltar que expresada de esta manera, la transformación no es conservativa desde el punto de vista de la potencia. Sin embargo, tiene la particularidad de conservar los módulos lo cual resulta de utilidad desde el punto de vista operativo.

Tomando como referencia un sistema bifásico solidario al rotor y aplicando sobre la ecuación (6.20) la transformación de Park, se obtiene:

$$\left(\mathbf{K}_s^r\right)^{-1} \mathbf{v}_{qdo}^r = -\mathbf{R}_s \left(\mathbf{K}_s^r\right)^{-1} \mathbf{i}_{qdo}^r + \frac{d \left[\left(\mathbf{K}_s^r\right)^{-1} \Phi_{qdo}^r \right]}{dt} \quad (6.25)$$

El superíndice r se incorpora en esta última ecuación a fin de poner de manifiesto que el sistema bifásico se encuentra fijo al rotor. Por simplicidad el mismo será omitido de aquí en más, sin embargo debe considerarse que cualquier ecuación dada en el sistema de referencia bifásico lleva implícita su presencia.

Operando sobre la ecuación (6.25) es directo obtener:

$$\mathbf{v}_{qdo} = -\mathbf{K}_s \mathbf{R}_s (\mathbf{K}_s)^{-1} \mathbf{i}_s + \mathbf{K}_s \frac{d[(\mathbf{K}_s)^{-1}]}{dt} [\Phi_{qdo}] + \frac{d[\Phi_{qdo}]}{dt} \quad (6.26)$$

Además, dado que:

$$\mathbf{K}_s \frac{d[(\mathbf{K}_s)^{-1}]}{dt} = \omega_e \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.27)$$

la ecuación (6.26) se reduce a:

$$\mathbf{v}_{qdo} = -\mathbf{R}_s \mathbf{i}_{qdo} + \omega_e \Phi_{dqo} + s \Phi_{qdo}, \quad (6.28)$$

donde $\Phi_{dqo} = [\Phi_d \quad -\Phi_q \quad 0]^T$ y s representa el operador de Laplace.

Para encontrar la expresión correspondiente a Φ_{qdo} se aplica la transformación de Park sobre las ecuaciones (6.19). Esto es:

$$\Phi_{qdo} = -\mathbf{K}_s \mathbf{L}_s (\mathbf{K}_s)^{-1} \mathbf{i}_{qdo} + \mathbf{K}_s \Phi_{sr} \quad (6.29)$$

De esta ecuación se obtiene:

$$\Phi_{qdo} = - \begin{bmatrix} L_q & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{i}_{qdo} + \begin{bmatrix} 0 \\ \phi_{sr} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

donde:

$$L_q = L_{ls} + \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \pi \mu_o r l \left(\alpha_1 - \frac{\alpha_2}{2}\right) \quad (6.31)$$

$$L_d = L_{ls} + \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \pi \mu_o r l \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2}\right) \quad (6.32)$$

Luego, reemplazando (6.30) en (6.28), se obtienen finalmente las ecuaciones eléctricas correspondientes a la MSIP sobre un marco bifásico solidario al rotor. Esto es:

$$v_q = -r_s i_q - s L_q i_q - \omega_e L_q i_d + \omega_e \phi_{sr} \quad (6.33.a)$$

$$v_d = -r_s i_d - s L_d i_d + \omega_e L_d i_q \quad (6.33.b)$$

$$v_o = -r_s i_o - s L_{ls} i_o \quad (6.33.c)$$

Análogamente la expresión del torque eléctrico sobre el marco de referencia bifásico planteado, puede obtenerse aplicando la transformación de Park sobre la ecuación (6.21). Esto conduce a:

$$T_e = -\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{P}{2}\right)\left((L_d - L_q) i_q i_d + \phi_{sr} i_q\right) \quad (6.34)$$

Debido a que las MSIP utilizadas para aprovechamientos eólicos de potencias moderadas presentan rotor liso ($\alpha_2=0$), a partir de las ecuaciones (6.31) y (6.32) puede verse que $L_q = L_d$. Asumiendo esta particularidad y denotando cualquiera de estas inductancias como L , el conjunto de ecuaciones (6.33) - (6.34) puede expresarse como:

$$v_q = -r_s i_q - s L i_q - \omega_e L i_d + \omega_e \phi_{sr} \quad (6.35.a)$$

$$v_d = -r_s i_d - s L i_d + \omega_e L i_q \quad (6.35.b)$$

$$v_o = -r_s i_o - s L_{ls} i_o \quad (6.35.c)$$

$$T_e = -\frac{3}{2} \left(\frac{P}{2} \right) \phi_{sr} i_q \quad (6.35.d)$$

La figura 6.12 introduce las representaciones circuitales de las ecuaciones anteriores.

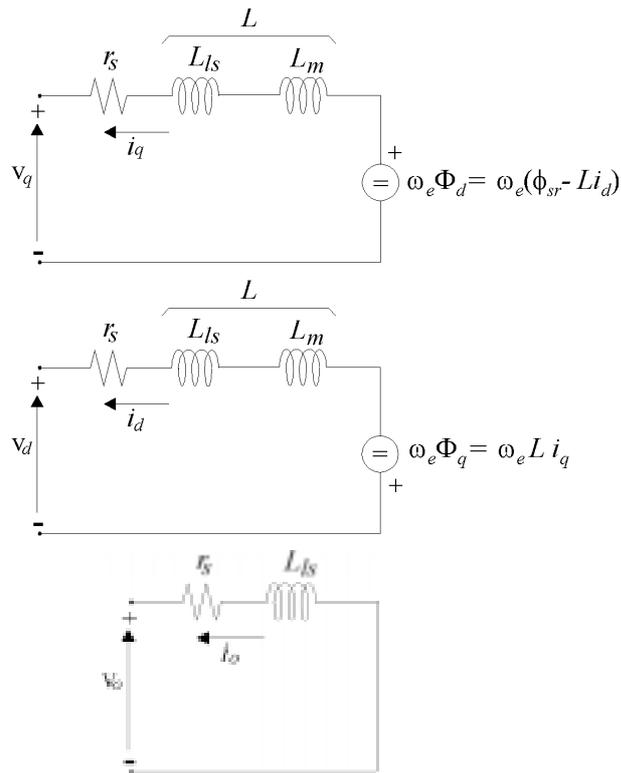


Figura 6.12: Circuitos Equivalentes de la MSIP en un Marco Bifásico Rotórico

En la figura 6.13 se presenta un conjunto de curvas correspondiente al torque del GSIP en función de la velocidad angular mecánica, utilizando la tensión en bornes de la máquina (V_s) como parámetro. Para cada una de las curvas, se grafica en línea de puntos la característica aproximada obtenida en la expresión (6.8). Puede observarse que ambas representaciones comparten el mismo valor de velocidad angular límite sobre el eje de abscisas.

Como comentario final, cabe resaltar que el modelo obtenido en (6.35) presenta la independencia posicional respecto al rotor que se buscó al aplicar la transformada de Park. Por otro lado debe aclararse que, debido a que la componente homopolar no interactúa con las componentes restantes, es habitual no tenerla en cuenta en los modelos, ya que puede incorporarse sin inconveniente en el momento en que resulte necesaria.

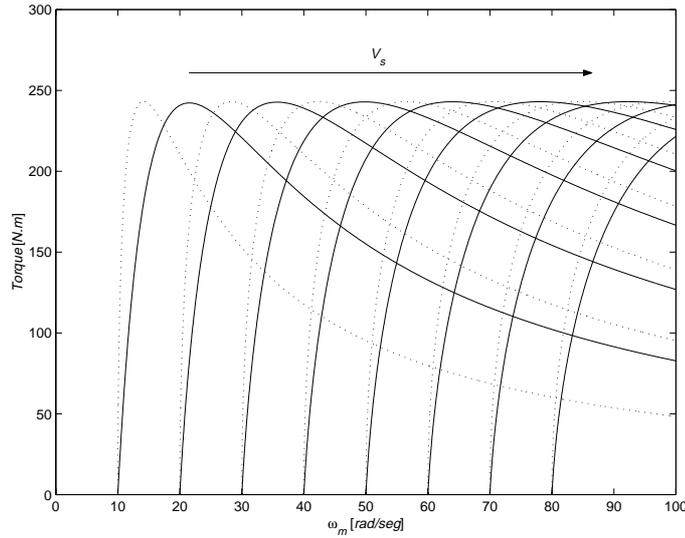


Figura 6.13: Características $T_e - \omega_m$ del GSIP bajo Condiciones de Carga Resistiva

6.2.3. Modelado del Subsistema Eólico

El modelo dinámico del conjunto MSIP-turbina puede obtenerse directamente de las ecuaciones (6.35.a-c) y de la ecuación de balance mecánico. Si en esta última se desprecia el término correspondiente al roce rotacional, el modelo se reduce a:

$$\dot{i}_q = -\frac{r_s}{L} i_q - \omega_e i_d + \frac{\omega_e \phi_{sr}}{L} - \frac{v_q}{L} \quad (6.36.a)$$

$$\dot{i}_d = -\frac{r_s}{L} i_d - \omega_e i_q - \frac{v_d}{L} \quad (6.36.b)$$

$$\dot{\omega}_e = \frac{P}{2J} \left(T_t - \frac{3P}{2} \phi_{sr} i_q \right), \quad (6.36.c)$$

donde T_t representa el torque de impulsión de la turbina y J es el momento de inercia de las partes rotantes del subsistema eólico.

Como se analizó anteriormente, la tensión sobre los bornes del GSIP puede ser controlada modificando el ciclo de trabajo del convertidor CC/CC. La relación existente entre esta tensión y la presente sobre el bus de CC puede expresarse como (Muljadi *et al.*, 1996):

$$V_s = \frac{\pi v_b}{3\sqrt{3}} u_w, \quad (6.37)$$

donde v_b es la tensión del bus de corriente continua y u_w es una función de la relación de trabajo (δ) del convertidor CC/CC ($u_w = k/\delta$ para una topología tipo puente donde k es una relación entre números de espiras). Luego, considerando (6.37) y el esquema fasorial de la figura 6.8, el modelo dinámico del subsistema eólico resulta:

$$\dot{i}_q = -\frac{r_s}{L} i_q - \omega_e i_d + \frac{\omega_e \phi_{sr}}{L} - \frac{\pi v_b i_q u_w}{3\sqrt{3} L \sqrt{i_q^2 + i_d^2}} \quad (6.38.a)$$

$$\dot{i}_d = -\frac{r_s}{L} i_d - \omega_e i_q - \frac{\pi v_b i_d u_w}{3\sqrt{3} L \sqrt{i_q^2 + i_d^2}} \quad (6.38.b)$$

$$\dot{\omega}_e = \frac{P}{2J} \left(T_t - \frac{3}{2} \frac{P}{2} \phi_{sr} i_q \right) \quad (6.38.c)$$

La expresión de la corriente que el subsistema eólico inyecta en el bus de CC se obtiene considerando que la conversión estática posee rendimiento ideal. Luego, equiparando las potencias de entrada y salida del convertidor, se obtiene:

$$i_w = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \sqrt{i_q^2 + i_d^2} u_w \quad (6.39)$$

Como puede observarse en las ecuaciones (6.38) y especialmente en (6.39), el aporte energético que realiza el subsistema eólico sobre el bus de CC puede controlarse a partir del manejo del ciclo de trabajo del convertidor CC/CC.

Finalmente, resulta importante notar que el modelo dinámico obtenido en (6.38) y (6.39) es un modelo no lineal afín en el control por lo que su estructura asume la forma general $\dot{x} = f(x) + g(x)u$, donde $x \in \mathfrak{R}^3$ y $u \in \mathfrak{R}$.

6.3. Caracterización del Subsistema Fotovoltaico

El subsistema de generación fotovoltaico está compuesto por un panel solar y un convertidor CC/CC de topología 'buck'. La incorporación de este convertidor de estado sólido permite manejar la tensión en bornes del panel fotovoltaico de manera de controlar su punto de trabajo. La figura 6.14 presenta la composición eléctrica de éste subsistema de generación. En ella, se observa la estructura interna del convertidor y la representación circuital del panel fotovoltaico a través de una fuente de corriente no lineal. En este último modelo eléctrico no se incluye la resistencia serie intrínseca del panel fotovoltaico dado que habitualmente es muy pequeña y sus efectos son despreciables (Hussein *et al.*, 1995).

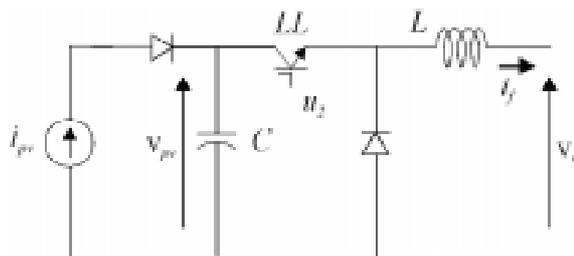


Figura 6.14: Esquema Eléctrico del Subsistema de Generación Fotovoltaico

El efecto eléctrico integral del panel fotovoltaico puede representarse a través de las características eléctricas correspondientes a la fuente de corriente considerada en el circuito. Recordando lo visto en el capítulo 3, la expresión matemática que describe su comportamiento es:

$$i_{pv} = n_p I_{ph} - n_p I_{rs} \left(e^{qV_{pv}/n_s AKT} - 1 \right), \quad (6.40)$$

donde n_s representa el número de celdas en serie que componen cada uno de los n_p arreglos conectados en paralelo, K es la constante de Boltzman y A el factor de idealidad. Las expresiones de I_{ph} e I_{rs} pueden encontrarse en el capítulo 3.

El modelo dinámico del subsistema de generación fotovoltaico se construye a partir de las ecuaciones circuitales de malla para las diferentes posiciones de la llave LL . Así, cuando la llave se encuentra abierta, el circuito de la figura 6.14 se reduce al de la gráfica 6.15.a, siendo las ecuaciones que lo describen:

$$\dot{v}_{pv} = \frac{i_{pv}}{C} \quad (6.41.a)$$

$$\dot{i}_f = -\frac{v_b}{L}, \quad (6.41.b)$$

donde i_f representa la corriente de salida del convertidor.

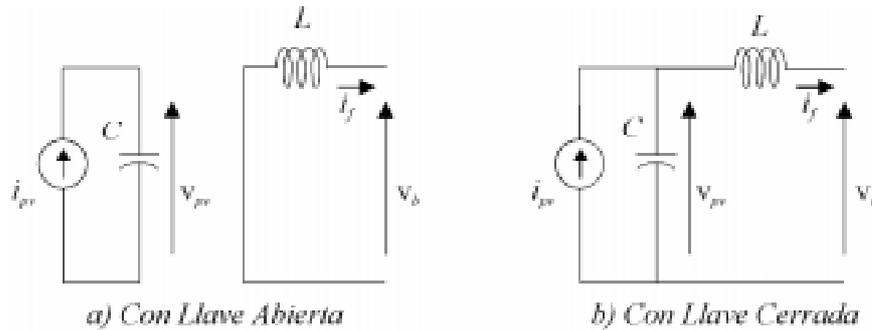


Figura 6.15: Circuito del Subsistema Fotovoltaico

Cuando la llave se cierra, el circuito resultante corresponde al de la gráfica 6.15.b, y en ese caso las ecuaciones de malla correspondientes son:

$$\dot{v}_{pv} = \frac{i_{pv}}{C} - \frac{i_f}{C} \quad (6.42.a)$$

$$\dot{i}_f = -\frac{v_b}{L} + \frac{v_{pv}}{L}, \quad (6.42.b)$$

Luego, describiendo la posición de la llave a través de la variable u_{pv} , la cual puede asumir únicamente los valores 0 para la llave abierta y 1 cuando está cerrada, las ecuaciones (6.41) y (6.42) pueden condensarse en:

$$\dot{v}_{pv} = \frac{i_{pv}}{C} - \frac{i_f}{C} u_{pv} \quad (6.43.a)$$

$$\dot{i}_f = -\frac{v_b}{L} + \frac{v_{pv}}{L} u_{pv} \quad (6.43.b)$$

De esta manera, al igual que en el caso anterior, el aporte energético realizado por el subsistema fotovoltaico sobre el bus de CC, puede controlarse a partir de la regulación del ciclo de trabajo del convertidor *buck*.

El modelo dinámico obtenido en (6.43) es un modelo no lineal afín en el control. Su estructura asume la forma general $\dot{x} = f(x) + g(x) u$ donde $x \in \mathfrak{X}^2$ y $u \in \mathfrak{U}$.

Es importante notar que la dinámica asociada al subsistema de generación fotovoltaico corresponde a la dinámica eléctrica del convertidor CC/CC. Es decir, depende básicamente de los valores de los elementos reactivos que componen el convertidor. Así, este subsistema presenta una dinámica comparativamente rápida frente a la del subsistema eólico, la cual se encuentra básicamente dominada por su modo mecánico.

6.4. Modelado del SHGEE

Desarrollado el modelo dinámico de cada uno de los subsistemas de generación, resulta directo obtener el modelo dinámico final correspondiente al SHGEE. Para ello resta modelar el efecto que la carga y la generación tienen sobre las características eléctricas del bus de CC. En este sentido, la acción de la carga se considera representada por una corriente variable (i_L) reflejada sobre la entrada del inversor estático de tensión a través del cual se alimenta (figura 6.1). Luego, para determinar el efecto producido por las corrientes i_w , i_f e i_L sobre el bus de CC debe determinarse previamente el comportamiento dinámico del banco de baterías. Para ello se adopta un modelo serie elemental, compuesto por una fuente de tensión ideal (E_b), una resistencia (R_b) y un capacitor (C_b). Este último representa los efectos de carga y descarga del banco de baterías. Cabe aclarar que si bien el modelo adoptado es de gran sencillez, a los fines de analizar el comportamiento del SHGEE propuesto presenta suficiente exactitud (Borowy y Salameh, 1997).

Finalmente, considerando las ecuaciones desarrolladas en las secciones previas, el modelo dinámico completo del SHGEE queda expresado por:

$$\dot{i}_q = -\frac{r_s}{L} i_q - \omega_e i_d + \frac{\omega_e \phi_{sr}}{L} - \frac{\pi v_b i_q u_w}{3\sqrt{3} L \sqrt{i_q^2 + i_d^2}} \quad (6.44.a)$$

$$\dot{i}_d = -\frac{r_s}{L} i_d - \omega_e i_q - \frac{\pi v_b i_d u_w}{3\sqrt{3} L \sqrt{i_q^2 + i_d^2}} \quad (6.44.b)$$

$$\dot{\omega}_e = \frac{P}{2J} \left(T_t - \frac{3P}{2} \phi_{sr} i_q \right) \quad (6.44.c)$$

$$\dot{v}_{pv} = \frac{i_{pv}}{C} - \frac{i_f}{C} u_{pv} \quad (6.44.d)$$

$$\dot{i}_f = -\frac{v_b}{L} + \frac{v_{pv}}{L} u_{pv} \quad (6.44.e)$$

$$\dot{v}_c = \frac{i_w + i_f - i_L}{C_b}, \quad (6.44.f)$$

donde $v_b = E_b + v_c + R_b(i_w + i_f - i_L)$ siendo v_c la tensión existente sobre el capacitor C_b e $i_w = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \sqrt{i_q^2 + i_d^2} u_w$ la corriente inyectada por el subsistema eólico sobre el bus de CC.

Como puede observarse en las ecuaciones (6.44), el modelo dinámico final del SHGEE está constituido por los modelos de los subsistemas de generación los cuales se encuentran acoplados a través de la tensión del bus de CC.

6.5. Resumen

En este capítulo se analizaron inicialmente las cualidades del SHGEE propuesto, poniendo especial énfasis en las características del subsistema de generación eólico. Luego, se estudió el comportamiento de estado estacionario del GSIP, y a posteriori se dedujo su modelo dinámico trifásico. Para eliminar la dependencia que este modelo posee respecto de la posición del rotor, se aplicó la transformación de Park. Así, las ecuaciones obtenidas pudieron ser expresadas sobre un marco de referencia bifásico solidario al rotor, eliminando la variabilidad paramétrica temporal que poseían. Luego, se incorporó al modelo obtenido el comportamiento estático de los demás bloques del subsistema eólico. La veloz dinámica de estos bloques fue despreciada frente al comparativamente lento comportamiento del modo mecánico del subsistema eólico. Posteriormente, se tomó el subsistema fotovoltaico y, considerando el modelo circuital más sencillo del panel solar, se determinó su modelo dinámico instantáneo. Finalmente, se incorporó la dinámica del bus de CC, a partir de lo cual se amalgamaron los desarrollos realizados en un modelo dinámico completo del SHGEE.

Capítulo 7

Estrategia de Operación y Diseño del Control

En este capítulo se presenta la estrategia de control adoptada para la operación del SHGEE y de acuerdo a ella se definen las superficies de deslizamiento a utilizar en cada subsistema. Una vez que estas han sido determinadas, se desarrolla el diseño de las leyes de control aplicando los métodos de diseño desarrollados en el capítulo 5, sobre los modelos dinámicos obtenidos en el capítulo 6. Sobre el subsistema eólico el diseño se realiza utilizando el marco teórico unificado de pasividad y modo deslizante. Este marco permite definir una ley de control por realimentación de estados que estabiliza el sistema en el sentido de Lyapunov respecto a una superficie determinada. En el caso del subsistema fotovoltaico, debido a que las características propias de la variable de control del modelo dinámico utilizado imposibilitan la aplicación de esa metodología, se realiza un diseño basado únicamente en técnicas de estructura variable. Finalmente, a fin de evaluar el comportamiento del sistema operando bajo el control diseñado, se analizan los resultados de simulaciones efectuadas bajo condiciones de funcionamiento similares a las reales.

7.1. Estrategia de Control

Los sistemas de generación eléctrica autónomos basados en fuentes de energía renovable, generalmente operan bajo regímenes de conversión energética y demanda de potencia aleatoriamente variables. En el caso de los sistemas híbridos, esta característica

sumada a la utilización conjunta de varios subsistemas de generación y almacenamiento de energía, hacen imprescindible la definición de una estrategia general de operación. El objetivo de esta estrategia es asignar dentro de cada una de las posibles situaciones de operación, una distribución particular del peso de la generación entre los módulos componentes. Cabe recordar que el SHGEE propuesto combina dos subsistemas de generación independientes (eólico y fotovoltaico), almacenamiento a través de baterías y una carga alterna variante en el tiempo.

La definición de cualquier estrategia de operación debe realizarse de acuerdo a un objetivo prefijado. En el caso presente, el objetivo propuesto consiste en maximizar la vida útil del banco de baterías sin dejar de responder a los requisitos de potencia de la carga real. La elección de este objetivo se basa en el elevado costo relativo que, frente a los demás componentes del sistema híbrido, presenta la utilización del almacenamiento energético en baterías (Borowy y Salameh, 1996). Maximizar la vida útil de las baterías significa regular sus ciclos de carga y mantenimiento de acuerdo a ciertas especificaciones. En el caso de baterías simples de ácido - plomo, se conocen varios tipos de ciclos de carga y mantenimiento eficaces. La mayoría de ellos combinan períodos alternados a corriente y tensión constante (Hung S. T. *et al.*, 1993; Unitrode, U-104). El ciclo de mantenimiento se realiza habitualmente a tensión constante y tiende a compensar los efectos de autodescarga de la batería. Por su parte, el ciclo de carga se realiza bajo una corriente constante proporcional a la capacidad de carga de la batería, comúnmente denotada como C. Esta capacidad refiere a la cantidad de ampere - horas que una batería cargada puede entregar nominalmente a una tasa de descarga habitualmente especificada como C/10. Cabe aclarar que en este tipo de baterías la capacidad de carga disponible depende de la magnitud de la corriente de descarga. Esta dependencia se describe a través de una ecuación no lineal conocida como expresión de Peukert (WWW 7.1). En la figura 7.1 se presenta una familia de curvas correspondiente a varios ciclos de carga realizados sobre una celda de ácido - plomo a diferentes corrientes constantes.

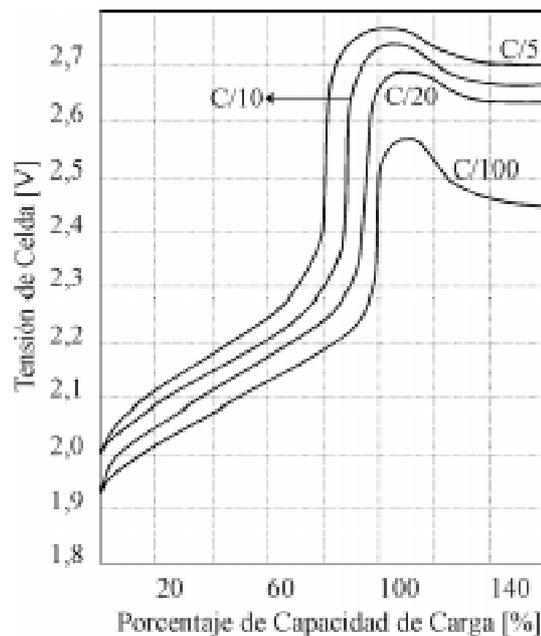


Figura 7.1: Recuperación de la Carga de una Celda de Acido - Plomo

En esta figura puede observarse que para las diferentes tasas de recarga presentadas, la celda recupera su capacidad de carga hasta un determinado porcentaje, luego de lo cual se produce su sobrecarga (tramo vertical). El resultado típico de la sobrecarga es la generación de hidrógeno y oxígeno, lo cual produce finalmente la reducción del nivel de agua. En baterías selladas que operan bajo ciclos de recarga con corrientes moderadas generalmente se produce la recombinación de estos gases sin llegar a la deshidratación de la batería. Sin embargo, en cualquier tipo de empaquetamiento, recargas prolongadas con corrientes mayores que $C/500$, resultan indefectiblemente en deshidratación, corrosión acelerada y reducción de la vida útil.

En el caso de operar con arreglos de baterías que involucren un gran conjunto de celdas en serie, como es el caso del banco de baterías utilizado, el ciclo de carga y mantenimiento recomendado consiste en una secuencia de dos etapas realizadas a diferentes valores de corriente constante. La primera de ellas corresponde al ciclo de carga propiamente dicho y la segunda al período de mantenimiento de la capacidad de carga previamente adquirida. Durante este último período la combinación de la elevada tensión y baja corriente utilizadas posee la ventaja adicional de permitir la ecualización de la carga entre las celdas (Hung S. T. *et al.*, 1993). Los niveles de corriente de mantenimiento se encuentran típicamente entre $0,005C$ y $0,0005C$. De acuerdo a estas especificaciones, se fija como objetivo la operación del banco de baterías del SHGEE bajo un ciclo combinado de corrientes constantes cuyas magnitudes se adecuen al banco particular utilizado. Para denotar en cada parte del ciclo la corriente de referencia se utilizará la nomenclatura $I_{b\ ref}$, sin importar si ella se refiere a la corriente de recarga o de mantenimiento. La determinación de utilizar un valor de referencia u otro dependerá del estado de carga del banco de baterías. Este último puede medirse a partir de la tensión existente en sus bornes.

Sobre cada uno de los subsistemas de generación involucrados en el SHGEE propuesto, existen únicamente dos posibilidades de operación. Una de ellas consiste en regular su potencia de salida; la otra implica operar sobre el punto óptimo de conversión energética. El funcionamiento sobre un modo de trabajo u otro dependerá de la estrategia elegida para distribuir la demanda de potencia entre los subsistemas de generación y de la disponibilidad instantánea de los recursos energéticos involucrados. Para el caso bajo estudio, la estrategia adoptada le asigna al subsistema eólico el rol de generador base y al subsistema fotovoltaico el de generador auxiliar complementario. Esto significa que mientras le sea posible, el subsistema eólico absorberá la responsabilidad de satisfacer en forma exclusiva la demanda de potencia, operando en su modo de regulación de potencia. Cuando la demanda supera su capacidad de generación, el mismo pasa a trabajar en el modo de conversión óptima. Bajo estas circunstancias el subsistema fotovoltaico actúa en su modo de regulación de potencia complementando la generación del subsistema eólico. Finalmente, cuando la demanda supera la capacidad de generación del conjunto, ambos sistemas pasan a trabajar en el modo de generación óptima. En estas condiciones el banco de baterías opera cediendo parte de su energía o bien tomándola a un ritmo menor que el requerido por el ciclo de recarga/mantenimiento especificado. La magnitud del volumen de energía de generación faltante para satisfacer los requisitos de la carga determina la forma de trabajo del sistema de almacenamiento.

La estrategia de operación especificada en el párrafo anterior se detalla en la figura 7.2 a través de un diagrama de estados. En ella P_w corresponde a la potencia generada por el subsistema eólico, P_{pv} a la producida por el subsistema fotovoltaico e i_b a la corriente que circula por el banco de baterías.

En la figura puede observarse que bajo los estados 1 y 2, los subsistemas de generación aportan energía suficiente como para satisfacer la carga y sobrellevar el ciclo de recarga/mantenimiento especificado. Bajo el estado 3 la generación no es suficiente para satisfacer conjuntamente la demanda de la carga y del banco de baterías. En este caso se adjudica la prioridad de suministro a la carga aceptando el apartamiento del ciclo de recarga/mantenimiento especificado. Finalmente, bajo el estado 4 esta situación se ve agudizada de manera tal que se produce la inversión del sentido del flujo de energía sobre el banco de baterías.

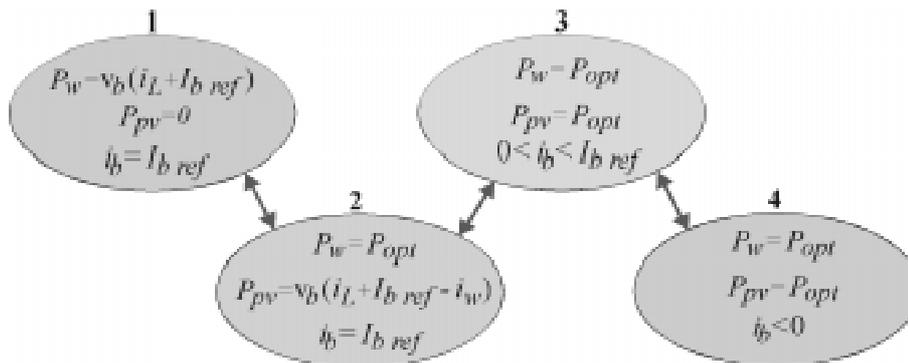


Figura 7.2: Esquema de la Estrategia de Control

Cabe aclarar que en este diagrama no se considera la existencia de un quinto estado que involucre la situación de descarga total del banco de baterías en simultaneidad con recursos de generación insuficientes para satisfacer la carga. La razón de esta omisión se debe a que, desde el punto de vista del control, la circunstancia citada no involucra nuevos modos de funcionamiento sobre los módulos generadores. Bajo estas condiciones la operación del sistema debe estar destinada a recuperar el estado de carga del banco de baterías desatendiendo los requisitos de potencia de la carga. Se produce así la interrupción del suministro eléctrico inicialmente contemplada bajo la denominada probabilidad de pérdida de suministro. El valor correspondiente a esta probabilidad se fija durante la etapa de dimensionamiento de la magnitud de los módulos del SHGEE.

La elección de que sea el subsistema de generación eólica quien cumpla el rol de generador base, se origina en las diferentes velocidades de respuesta que presentan los subsistemas de generación involucrados. Por lo general, el dimensionamiento en cuanto a la capacidad de generación de cada módulo se realiza de manera de que la mayor parte del tiempo el sistema opere bajo el modo de generación concurrente. Bajo este modo de funcionamiento, es el sistema con mayor velocidad de respuesta quien cubre las variaciones rápidas en cuanto a los requerimientos de potencia, actuando así como generador complementario. Extender esta forma de distribución del peso de la generación a los restantes modos de funcionamiento, induce a diseñar una estrategia de trabajo como la especificada.

7.2. Diseño del Control

En esta sección se aborda el diseño del control del SHGEE de acuerdo a la estrategia desarrollada en la sección anterior. Inicialmente se trata el diseño del control del subsistema de generación eólico y posteriormente el correspondiente al subsistema fotovoltaico. En la subsección 7.2.3 se presenta una síntesis de la estrategia de operación y de las leyes de control diseñadas para cada subsistema.

7.2.1. Subsistema de Generación Eólico

Desde el punto de vista del diseño del control, la dinámica del SHGEE puede representarse a partir de dos modelos diferentes. Cada uno de ellos toma en cuenta las ecuaciones dinámicas correspondientes a un único subsistema de generación e integra la acción de los demás módulos del sistema a partir de los efectos que ellos causan sobre la tensión del bus de CC. La validez de este tipo de división del modelo dinámico general del sistema se encuentra justificada, ya que es únicamente sobre la tensión del bus de CC donde se manifiesta el acoplamiento entre todos los módulos componentes. Luego, para el diseño de la ley de control del subsistema de generación eólico, es directo determinar desde las ecuaciones (6.44) el modelo dinámico de interés. El mismo se encuentra expresado por las ecuaciones:

$$i_q = -\frac{r_s}{L} i_q - \omega_e i_d + \frac{\omega_e \phi_{sr}}{L} - \frac{\pi v_b i_q u_w}{3\sqrt{3} L \sqrt{i_q^2 + i_d^2}} \quad (7.1.a)$$

$$i_d = -\frac{r_s}{L} i_d + \omega_e i_q - \frac{\pi v_b i_d u_w}{3\sqrt{3} L \sqrt{i_q^2 + i_d^2}} \quad (7.1.b)$$

$$\dot{\omega}_e = \frac{P}{2J} \left(T_t - \frac{3P}{2} \phi_{sr} i_q \right) \quad (7.1.c)$$

$$\dot{v}_c = (i_w + i_f - i_L) / C_b, \quad (7.1.d)$$

donde $v_b = E_b + v_c + R_b(i_w + i_f - i_L)$ y u_w representa la única variable de control. Las corrientes i_w e i_f corresponden a la inyección de potencia que realizan respectivamente los subsistemas de generación eólico y fotovoltaico sobre el bus de CC. Por su parte, i_L representa la corriente de la carga reflejada sobre la entrada del inversor de tensión. En el tratamiento realizado en esta sección, las corrientes i_f e i_L son consideradas variables temporales medibles, es decir de magnitud conocida.

El modelo dinámico anterior se completa con la expresión correspondiente a la corriente de salida del subsistema eólico la cual puede escribirse como:

$$i_w = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \sqrt{i_q^2 + i_d^2} u_w \quad (7.2)$$

Como se analizó en la sección anterior, cada subsistema de generación puede trabajar exclusivamente bajo el modo de regulación de potencia o bajo el modo de generación óptima. En las dos subsecciones siguientes se aborda el diseño de la ley de control para cada uno de los modos de funcionamiento citados. Posteriormente, se presenta una síntesis del control que abarca ambos modos de operación.

A. Primer modo de Operación: Regulación de Potencia

El primer modo de operación del subsistema eólico, consiste en regular la potencia de salida de manera de satisfacer exactamente la demanda total de potencia. Esta última está conformada por los requerimientos de recarga del banco de baterías y por las necesidades de potencia de la carga misma. En términos matemáticos, significa que el sistema debe seguir la referencia de potencia:

$$P_{wref1} = v_b (i_L + I_{bref}), \quad (7.3)$$

donde I_{bref} corresponde a la corriente de referencia del ciclo de recarga/mantenimiento del banco de baterías. Luego, asumiendo que las etapas de acondicionamiento eléctrico (rectificador y convertidor CC/CC) poseen rendimiento ideal, realizar el seguimiento de potencia citado implica definir la siguiente superficie de deslizamiento:

$$s_{w1}(\mathbf{x}) = P_{wref1} - \left(T_e \omega_m - \frac{3}{2} I_s^2 r_s \right) = 0 \quad (7.4)$$

Cabe aclarar que en esta última expresión, I_s corresponde al valor máximo de la corriente de fase. Luego, el término entre paréntesis representa la potencia en bornes del GSIP. En términos de las variables de estado del sistema, la superficie de deslizamiento (7.4) puede escribirse como:

$$s_{w1}(\mathbf{x}) = P_{wref1} - \frac{3}{2} \phi_{sr} i_q \omega_e + \frac{3}{2} (i_q^2 + i_d^2) r_s = 0 \quad (7.5)$$

Luego, la condición de transversalidad resulta:

$$L_{g(x)} s_{w1}(\mathbf{x}) = -\frac{\pi r_s v_b}{\sqrt{3} L_s} \sqrt{i_q^2 + i_d^2} + \phi_{sr} \omega_e \frac{\pi v_b i_q}{2\sqrt{3} L_s \sqrt{i_q^2 + i_d^2}} \quad (7.6)$$

Es directo establecer que la expresión (7.6) es siempre mayor que cero (ver Apéndice B). Si esto no fuera así, el GSIP operaría con pérdidas de potencia de origen resistivo del orden de aproximadamente una vez y media su potencia mecánica. Luego, la superficie (7.5) resulta de grado relativo unitario, cumpliéndose así la condición necesaria para establecer un régimen deslizante sobre ella.

En este punto cabe realizar la siguiente salvedad. Como puede observarse a través de las ecuaciones (7.1.a) y (7.1.b), la aplicación de una ley de control de características conmutadas sobre la única entrada de control del sistema (u_w), produciría variaciones importantes sobre las corrientes directa i_d y en cuadratura i_q . Luego, estas indeseables variaciones se trasladarían directamente al torque eléctrico resistente y así a la potencia generada por el subsistema de generación eólico.

Desde el punto de vista físico, el comportamiento citado puede visualizarse fácilmente mediante la ayuda de la figura 7.3. En ella se han graficado en el plano torque velocidad angular mecánica las siguientes curvas: en línea de punto y trazo se representa la superficie de deslizamiento (7.5), en línea punteada la curva

correspondiente al torque impulsor de la turbina para un valor de velocidad de viento determinado y en línea llena dos curvas que representan el torque eléctrico resistente del GSIP para dos valores diferentes de u_w .

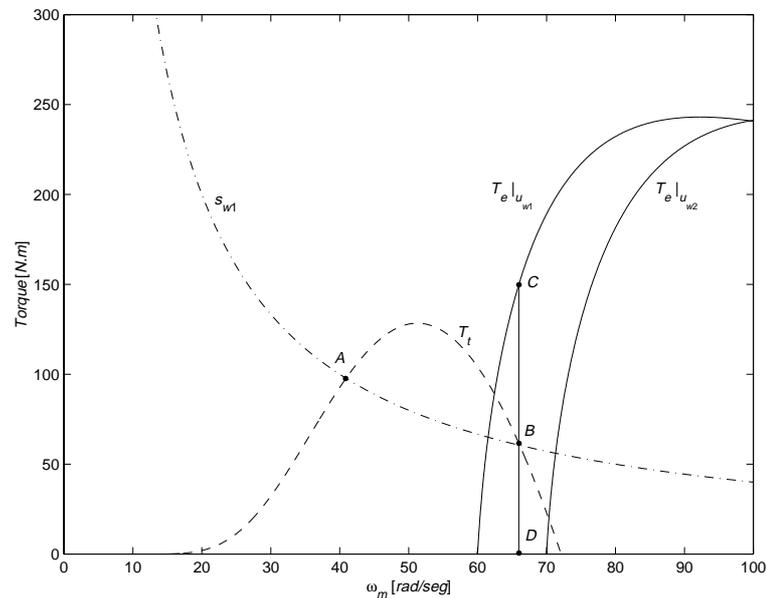


Figura 7.3: Funcionamiento del SHGEE en el Plano Torque-Velocidad con u_w Conmutada

Como puede observarse en esta figura, la curva correspondiente al torque impulsor interseca a la superficie de deslizamiento en los puntos A y B. Estos puntos corresponden a situaciones de equilibrio del sistema. Luego, si se asume una ley de control conmutada, la operación del sistema en estado estacionario alrededor de uno de estos puntos, implicaría que u_w debe conmutar entre valores que determinen curvas de torque eléctrico resistente situadas a ambos lados del punto considerado. Esta situación de operación se grafica en la figura 7.3 para el punto de equilibrio estable B. Dado que la inercia de las partes rotantes tienden a mantener la velocidad de giro del sistema, el conmutar entre los valores de u_w considerados produciría cambios abruptos en el torque resistente. La amplitud de estas variaciones se encontraría representada por el segmento CD que, como se observa, depende de la diferencia existente entre los valores de u_w aplicados. Debe notarse que el torque eléctrico resistente que corresponde al valor u_w2 aplicado es nulo ya que la velocidad angular considerada es menor que la velocidad límite de generación (ecuación (6.9)). Luego, a partir de las ecuaciones (6.35.d) y (7.2) resulta directo visualizar el traslado de estas oscilaciones a la corriente de salida i_w .

El empleo de los conceptos de regímenes deslizantes y pasividad presentados en el capítulo 5, permiten diseñar en forma sistemática las funciones que determinan los límites de conmutación correspondientes a la señal de control u_w . Para cumplir el objetivo de control planteado mediante la superficie de deslizamiento s_w1 , los resultados que arroja su cálculo implican la conmutación de u_w entre dos valores que producen grandes oscilaciones en la corriente de salida del subsistema eólico. A fin de ejemplificar esta situación, en la figura 7.4 se presenta el perfil temporal del torque eléctrico resistente obtenido por simulación, bajo condiciones de estado estacionario y considerando las variables externas como valores fijos. En ella puede observarse la importante amplitud de las oscilaciones referidas.

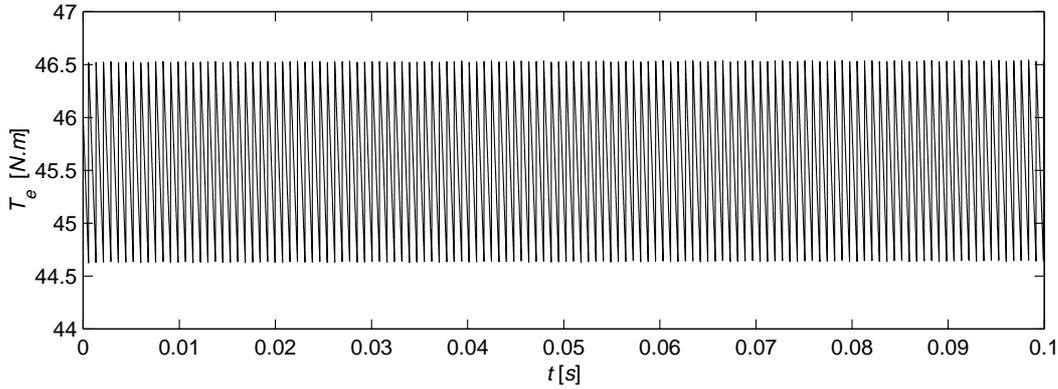


Figura 7.4: Evolución Temporal del Torque Eléctrico Resistente T_e

La solución adoptada para evitar las oscilaciones sobre la corriente de salida del subsistema de generación eólico consiste en extender dinámicamente el modelo del sistema. Esto implica la inserción de un bloque integrador entre u_w y una nueva entrada de control w_w . De esta manera u_w pasa a ser una nueva variable de estado del sistema cuyo valor surge de la integración de la señal de control auxiliar conmutada w_w . Así, los efectos de las conmutaciones en la señal de control resultan filtrados, evitando su manifestación directa sobre las variables de salida del sistema (Ho y Sen, 1991). Luego de este procedimiento, el modelo dinámico del sistema extendido resulta:

$$\dot{i}_q = -\frac{r_s}{L} i_q - \omega_e i_d + \frac{\omega_e \phi_{sr}}{L} - \frac{\pi v_b i_q u_w}{3\sqrt{3} L \sqrt{i_q^2 + i_d^2}} \quad (7.7.a)$$

$$\dot{i}_d = -\frac{r_s}{L} i_d - \omega_e i_q - \frac{\pi v_b i_d u_w}{3\sqrt{3} L \sqrt{i_q^2 + i_d^2}} \quad (7.7.b)$$

$$\dot{\omega}_e = \frac{P}{2J} \left(T_t - \frac{3P}{2} \phi_{sr} i_q \right) \quad (7.7.c)$$

$$\dot{v}_c = (i_w + i_f - i_L) / C_b \quad (7.7.d)$$

$$\dot{u}_w = w_w \quad (7.7.e)$$

Sin embargo, la extensión dinámica del modelo trae aparejado otro problema. En particular, determina el incumplimiento de la condición de transversalidad. La salida deseada (variedad de deslizamiento (7.5)) deja de tener grado relativo unitario. Una manera posible de salvar este inconveniente consiste en definir una nueva superficie de deslizamiento polinomial Hurwitz, que incorpore entre sus términos a la superficie original y a algunas de sus derivadas temporales, creando así un régimen de deslizamiento dinámico (Sira-Ramirez, 1992). Lamentablemente, el empleo de esta solución conlleva a obtener límites de conmutación cuyas expresiones resultan extremadamente complejas y que, adicionalmente, requieren información detallada de la turbina que generalmente no se encuentra disponible.

Otra posibilidad consiste en encontrar una expresión de la superficie de deslizamiento deseada que manifieste una dependencia directa con respecto de la variable de estado u_w . En este sentido se puede plantear la siguiente opción:

$$s_{w1}(\mathbf{x}) = P_{w_{ref1}} - \frac{3}{2} V_s I_s = 0, \quad (7.8)$$

donde V_s e I_s corresponden respectivamente a los valores máximos de la tensión y corriente de fase en bornes del GSIP. Debe observarse que el segundo término de (7.8) representa la potencia de salida en bornes del generador ya que, debido a la configuración utilizada, no existe desfasaje entre las componentes fundamentales de tensión y corriente. Esta potencia resulta idéntica a la que, en la expresión (7.4), involucra el término entre paréntesis. Luego, considerando la ecuación (6.37), la superficie de deslizamiento (7.8) puede escribirse en términos de las variables de estado como:

$$s_{w1}(\mathbf{x}) = P_{w_{ref1}} - \frac{\pi v_b u_w}{2\sqrt{3}} \sqrt{i_q^2 + i_d^2} = 0 \quad (7.9)$$

Así, la condición de transversalidad para esta superficie puede expresarse como:

$$L_{g(x)}s_{w1}(\mathbf{x}) = -\frac{\pi v_b}{2\sqrt{3}} \sqrt{i_q^2 + i_d^2} \quad (7.10)$$

Luego, dado que la expresión (7.10) es siempre menor que cero, se cumplen las condiciones necesarias para establecer un régimen deslizante sobre la variedad (7.9). Desafortunadamente, esta parametrización de la superficie de deslizamiento sobre el sistema extendido dinámicamente resulta ser de no mínima fase y por lo tanto el establecimiento del régimen deslizante sobre ella tiene características inestables.

La solución propuesta consiste entonces en mantener la estructura de la superficie de deslizamiento (7.4), pero utilizar en ella una aproximación lineal del torque eléctrico resistente. Dicha aproximación puede escribirse como:

$$T_{el} = \frac{3P \phi_{sr}^2}{4r_s} (\omega_e - \omega_{elim}) = \frac{3P \phi_{sr}^2}{4r_s} \left(\omega_e - \frac{\pi v_b u_w}{3\sqrt{3} \phi_{sr}} \right) \quad (7.11)$$

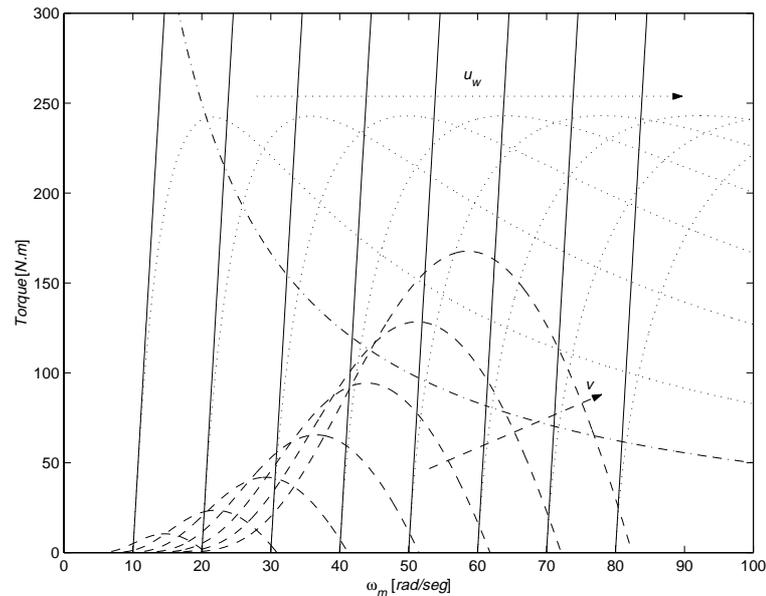


Figura 7.5: Aproximación Lineal del Torque Eléctrico Resistente

En la figura 7.5 se presentan en línea punteada las curvas de torque eléctrico resistente del GSIP y en línea llena la aproximación lineal utilizada. Adicionalmente, en línea de punto y trazo se presenta la curva correspondiente a la potencia nominal de la máquina y en línea de trazos las curvas de torque impulsor para diferentes velocidades de viento. En ella puede observarse que la aproximación utilizada presenta diferentes grados de exactitud dependiendo del punto de trabajo del sistema. Con posterioridad al diseño de la ley de control, se presenta una propuesta para corregir los errores acarreados por su utilización.

Reemplazando (7.11) en (7.4), la expresión correspondiente a la superficie de deslizamiento resulta:

$$s_{w1}(\mathbf{x}) = P_{w_{ref1}} + \frac{3}{2} \sqrt{i_q^2 + i_d^2} r_s - \frac{3\omega_e \phi_{sr}^2}{2r_s} \left(\omega_e - \frac{\pi v_b u_w}{3\sqrt{3} \phi_{sr}} \right) = 0 \quad (7.12)$$

Luego, la condición de transversalidad puede escribirse como:

$$L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} s_{w1}(\mathbf{x}) = \frac{\pi v_b \phi_{sr} \omega_e}{2\sqrt{3} r_s} \quad (7.13)$$

Como puede observarse, la expresión (7.13) es siempre mayor que cero si v_b y ω_e son no nulas, por lo que la variedad seleccionada es de grado relativo unitario.

Asegurada la condición necesaria para la existencia de un régimen por modo deslizante, resta diseñar la ley de control conmutada. Para ello se emplea el procedimiento presentado en el capítulo 5. El cálculo detallado puede encontrarse en el Apéndice B.

Considérese el modelo dinámico extendido del sistema representado por las ecuaciones (7.7), expresado de la siguiente manera:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) w_w = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}) \\ f_2(\mathbf{x}) \\ f_3(\mathbf{x}) \\ f_4(\mathbf{x}) \\ f_5(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1(\mathbf{x}) \\ g_2(\mathbf{x}) \\ g_3(\mathbf{x}) \\ g_4(\mathbf{x}) \\ g_5(\mathbf{x}) \end{bmatrix} w_w, \quad (7.14)$$

donde $\mathbf{x} = [i_q \quad i_d \quad \omega_e \quad v_c \quad u_w]^T$, los $f_i(\mathbf{x})$ son las funciones que corresponden a cada una de las componentes del campo de deriva de (7.7) y $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T$. Luego, asumiendo la función de almacenamiento de energía:

$$V(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} s_{w1}^2(\mathbf{x}), \quad (7.15)$$

el modelo dinámico del sistema puede expresarse en la forma canónica energética:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{x}) \frac{\partial s_{w1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} + \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \frac{\partial s_{w1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} + \mathbf{g}(\mathbf{x}) w_w, \quad (7.16)$$

donde: $\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} s_{w1}(\mathbf{x})} [\mathbf{g}(\mathbf{x}) \mathbf{f}^T(\mathbf{x}) - \mathbf{f}(\mathbf{x}) \mathbf{g}^T(\mathbf{x})]$ es una matriz antisimétrica y

$\mathbf{Q}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} s_{w1}(\mathbf{x})} [\mathbf{g}(\mathbf{x}) \mathbf{f}^T(\mathbf{x}) + \mathbf{f}(\mathbf{x}) \mathbf{g}^T(\mathbf{x})]$ es simétrica.

Determinada la matriz simétrica $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ existen infinitas formas de realizar su descomposición de manera de obtener como resultado una matriz semipositiva definida y otra seminegativa definida. Un criterio sistemático de realizar esta división, consiste en emplear sus autovalores. Bajo esta concepción, el procedimiento implica hallar inicialmente los autovalores y autovectores de $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$. Luego, construir dos matrices diagonales de acuerdo al signo de los autovalores, es decir una matriz diagonal semipositiva definida $\mathbf{Q}_p^d(\mathbf{x})$ y otra matriz diagonal seminegativa definida $\mathbf{Q}_n^d(\mathbf{x})$ tal que $\mathbf{Q}_p^d(\mathbf{x}) + \mathbf{Q}_n^d(\mathbf{x}) = \mathbf{Q}^d(\mathbf{x})$. Dado que las matrices buscadas deben expresarse en el marco de coordenadas en que se encuentra el sistema, se utiliza como matriz de transformación ($\mathbf{P}(\mathbf{x})$) aquella conformada en sus columnas por los autovectores de $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$. Así, finalmente se obtienen $\mathbf{Q}_n = \mathbf{P} \mathbf{Q}_n^d \mathbf{P}^{-1}$ y $\mathbf{Q}_p = \mathbf{P} \mathbf{Q}_p^d \mathbf{P}^{-1}$, luego de lo cual la expresión (7.16) puede escribirse como:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{x}) \frac{\partial s_{w1} V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} + \mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) \frac{\partial s_{w1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} + \mathbf{Q}_n(\mathbf{x}) \frac{\partial s_{w1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} + \mathbf{g}(\mathbf{x}) w_w, \quad (7.17)$$

Realizada la descomposición de $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$, la ley de control se diseña de acuerdo a las ecuaciones (5.66), es decir:

$$w_w = \begin{cases} -\frac{1}{L_{g(\mathbf{x})} s_{w1}(\mathbf{x})} \left[\frac{\partial s_{w1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) \frac{\partial s_{w1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right] & \text{si } s_{w1}(\mathbf{x}) \geq 0 \\ -\frac{1}{L_{g(\mathbf{x})} s_{w1}(\mathbf{x})} \left[\frac{\partial s_{w1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}_n(\mathbf{x}) \frac{\partial s_{w1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right] & \text{si } s_{w1}(\mathbf{x}) < 0 \end{cases} \quad (7.18)$$

Reemplazando en (7.14) las expresiones correspondientes a $L_{g(\mathbf{x})} s_{w1}(\mathbf{x})$ y a las matrices $\mathbf{Q}_p(\mathbf{x})$ y $\mathbf{Q}_n(\mathbf{x})$ obtenidas por el procedimiento descrito, el control resulta:

$$w_w = \begin{cases} s_{w1}(\mathbf{x}) \geq 0 \\ w_w^+ = -\frac{\left[6\sqrt{3}(r_s^2 i_q f_1 + r_s^2 i_d f_2 - \phi_{sr}^2 \omega_e f_3) + \pi v_b \phi_{sr} u_w f_3 + \pi v_b \phi_{sr} \omega_e \sqrt{\sum_{i=1}^4 f_i^2} \right]^2}{(2\pi v_b \phi_{sr} \omega_e)^2 \sqrt{\sum_{i=1}^4 f_i^2}} \\ s_{w1}(\mathbf{x}) < 0 \\ w_w^- = \frac{\left[6\sqrt{3}(r_s^2 i_q f_1 + r_s^2 i_d f_2 - \phi_{sr}^2 \omega_e f_3) + \pi v_b \phi_{sr} u_w f_3 - \pi v_b \phi_{sr} \omega_e \sqrt{\sum_{i=1}^4 f_i^2} \right]^2}{(2\pi v_b \phi_{sr} \omega_e)^2 \sqrt{\sum_{i=1}^4 f_i^2}} \end{cases} \quad (7.19)$$

Esta ley de realimentación conmutada estabiliza el sistema en el sentido de Lyapunov con respecto a la función de energía seleccionada que, como se observa en (7.15), se encuentra en íntima relación con la expresión correspondiente a la superficie de deslizamiento.

Como se dijo anteriormente, la utilización de una expresión aproximada del torque eléctrico resistente en la ecuación de la superficie de deslizamiento, provoca desajustes en el seguimiento de la potencia de referencia. La magnitud de estos desajustes depende del punto de trabajo del GSIP. En la figura 7.6 se ejemplifica la situación referida en el plano torque - velocidad angular mecánica.

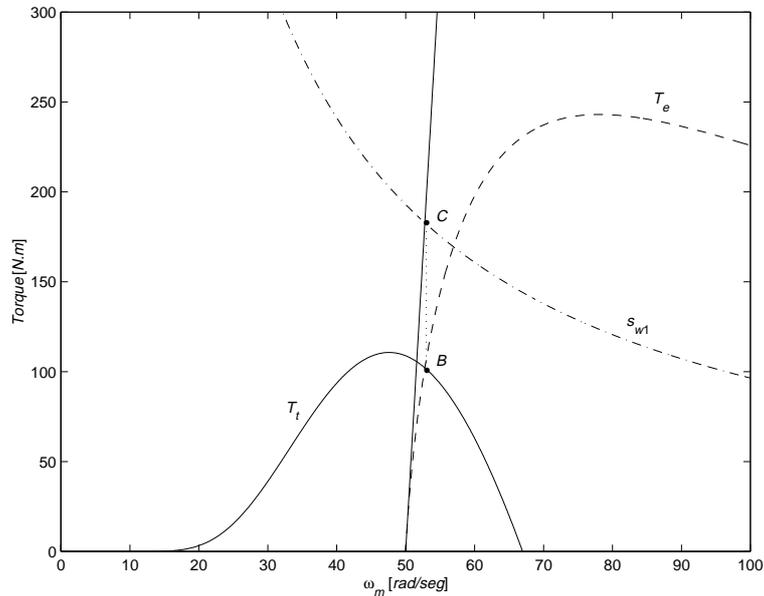


Figura 7.6: Manifestación del Error de Seguimiento en el Plano $T - \omega_m$

En esta figura se representan las siguientes curvas: el torque impulsor para una dada velocidad de viento (en línea llena), la superficie de deslizamiento (7.12) para un valor particular de potencia de referencia (en línea de punto y trazo), el torque eléctrico resistente aproximado (en línea llena) y el correspondiente torque eléctrico resistente exacto (en línea de trazos). En estado estacionario, la operación del sistema bajo la ley de control (7.19) implica que a la velocidad de giro del GSIP, la recta del torque eléctrico aproximado interseca la superficie de deslizamiento (punto C). Sin embargo, dado que la expresión real del torque eléctrico se aparta de la linealización utilizada, el GSIP se encontrará realmente trabajando sobre el punto B. Este punto de operación involucra una potencia de generación menor que la deseada y por lo tanto el seguimiento de la referencia que realiza el sistema, tendrá un error de estado estacionario cuya magnitud depende de la ubicación del punto de operación.

El error de seguimiento considerado puede interpretarse como un error en la referencia de potencia y por lo tanto factible de ser corregido a partir de la incorporación de un término adicional en la expresión de la superficie de deslizamiento. A fin de no modificar el diseño de la ley de control realizado, el término a incorporar no debe depender directamente de las variables de estado del sistema y al mismo tiempo tiene que considerar la ubicación del punto de operación del sistema. Se propone entonces incluir como término correctivo, el obtenido como resolución de la siguiente ecuación diferencial:

$$\dot{P}_{err} = K v_b (I_{bref} - i_b), \quad (7.20)$$

donde K es una constante de diseño que permite ajustar la velocidad de corrección del error. Luego, la nueva referencia de potencia a utilizar en la expresión de la superficie de deslizamiento s_{w1} , asume la forma:

$$P_{wref1} = v_b (i_L + I_{bref}) + P_{err} \quad (7.21)$$

Como puede observarse en (7.20), P_{err} no depende directamente de las variables de estado del sistema y por lo tanto permite mantener la ley de control previamente diseñada. Finalmente, debe resaltarse que el integrador de la señal de error presentado en (7.20), actúa exclusivamente bajo el primer modo de operación para potencias menores que la potencia nominal del GSIP. Al pasar al segundo modo de operación o al superar la potencia nominal referida deja de integrar manteniendo su salida constante.

B. Segundo modo de Operación: Conversión Óptima

Cuando la velocidad del viento no es suficiente para generar la potencia solicitada, el subsistema eólico debe pasar a operar sobre su punto de conversión óptimo. La potencia demandada restante será aportada por el subsistema fotovoltaico y, en caso de ser necesario, también por el banco de baterías. Así, el nuevo objetivo de control fijado para la operación del subsistema eólico, puede sintetizarse en una superficie de deslizamiento análoga a la expresión (7.4). Sin embargo, como en este caso se trata de equiparar potencias que tienen lugar sobre el eje de rotación del subsistema, la superficie de deslizamiento se escribe como:

$$s_{w2}(\mathbf{x}) = P_{wref2} - T_e \omega_m = 0, \quad (7.22)$$

donde la expresión correspondiente a la potencia de referencia se obtiene de la ecuación (4.33) para $\lambda = \lambda_{opt}$:

$$P_{wref2} = K_{opt} \omega_e^3, \quad (7.23)$$

con $K_{opt} = 4C_t(\lambda_{opt}) \rho A R^3 / (P^3 \lambda_{opt}^2)$.

Debe notarse que la ecuación (7.23) no corresponde a la máxima potencia mecánica instantánea obtenible desde la turbina para cada velocidad de viento, sino al lugar geométrico de los puntos de máxima conversión de potencia en el plano torque - velocidad angular mecánica. Luego, el mantener al sistema desplazándose sobre la superficie (7.22) en busca de su punto de equilibrio, resultará en el seguimiento del punto óptimo de conversión correspondiente a variaciones lentas de la velocidad de viento. Debido a la velocidad de respuesta limitada que posee el sistema a lazo cerrado, no podrán seguirse las variaciones de la potencia óptima de conversión producto de turbulencias o variaciones de velocidad de viento de alta frecuencia.

La superficie de deslizamiento (7.22) puede expresarse en términos de las variables de estado del sistema de la siguiente manera:

$$s_{w2}(\mathbf{x}) = K_{opt} \omega_e^3 - \frac{3}{2} \phi_{sr} i_q \omega_e = 0 \quad (7.24)$$

Como puede observarse, esta superficie no cumple la condición de transversalidad ya que no depende directamente de u_w . Para solucionar este problema se propone, al igual que sobre el modo de funcionamiento anterior, utilizar una superficie aproximada obtenida de reemplazar en la ecuación (7.22) el torque eléctrico resistente por su expresión estática linealizada (7.11). Así se obtiene:

$$s_{w2}(\mathbf{x}) = K_{opt} \omega_e^3 - \frac{3\omega_e \phi_{sr}^2}{2R_s} \left(\omega_e - \frac{\pi v_b u_w}{3\sqrt{3} \phi_{sr}} \right) = 0 \quad (7.25)$$

La expresión (7.25) cumple la condición de transversalidad. Sin embargo, su utilización en la regulación del sistema producirá que éste no se desplace exactamente sobre la curva correspondiente al lugar geométrico de conversión óptima, sino por una curva cercana que involucra potencias de generación menores. Este comportamiento puede observarse claramente en la figura 7.7. En ella se grafican en el plano $T-\omega_m$, la superficie de deslizamiento (en línea llena) y varias curvas correspondientes al torque eléctrico resistente para distintos valores de u_w (en línea punteada) con sus respectivas aproximaciones lineales (en línea de trazos). En este diagrama, puede verse que los puntos de funcionamiento estático para los cuales se verifica la ecuación (7.25) (i.e punto B), involucran potencias de generación menores que las correspondientes al lugar geométrico de los puntos de máxima conversión (i.e punto A). Luego, el subsistema eólico generará una potencia menor que la disponible en la turbina, desaprovechando los recursos de generación disponibles bajo una situación de necesidad.

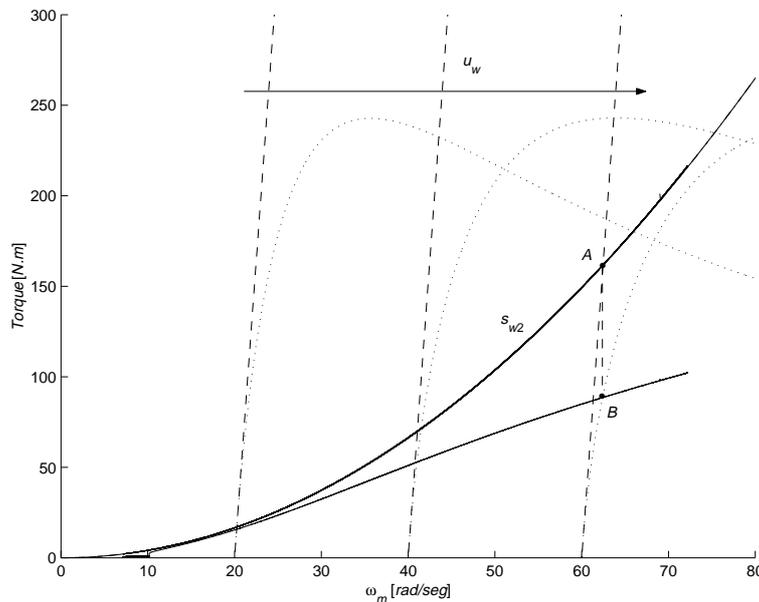


Figura 7.7: Error de Seguimiento del Lugar Geométrico de Conversión Óptima

Una posible solución a este problema consiste, al igual que en el modo de funcionamiento anterior, en modificar la expresión de la potencia de referencia utilizada en la ecuación (7.25). Esta modificación tiene por objeto disminuir las pérdidas que acarrea el empleo de la expresión linealizada del torque eléctrico resistente en (7.25). Su tratamiento detallado se realiza en la subsección C.

Establecida la expresión correspondiente a la superficie, es directo determinar que la condición de transversalidad es idéntica a la obtenida para la superficie s_{w1} . Luego, dado que la superficie tiene grado relativo unitario, el diseño de la ley de control conmutada puede abordarse en forma análoga a la realizada para el modo de funcionamiento anterior (ver Apéndice B). En este caso, del cálculo de las expresiones (5.66) se obtiene:

$$w_w = \begin{cases} s_{w2}(\mathbf{x}) \geq 0 \Rightarrow w_w^+ = -\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^4 f_i^2}}{4} \left[\frac{18 \phi_{sr} f_3}{\sqrt{3\pi} v_b} - \frac{u_x f_3}{\omega_e} - \frac{18 K_{opt} \omega_e f_3}{\sqrt{3\pi} \phi_{sr} v_b} - 1 \right] \\ s_{w2}(\mathbf{x}) < 0 \Rightarrow w_w^- = -\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^4 f_i^2}}{4} \left[\frac{18 \phi_{sr} f_3}{\sqrt{3\pi} v_b} - \frac{u_x f_3}{\omega_e} - \frac{18 K_{opt} \omega_e f_3}{\sqrt{3\pi} \phi_{sr} v_b} + 1 \right] \end{cases} \quad (7.26)$$

Finalmente, resulta importante destacar que el seguimiento del punto óptimo de conversión energética propuesto no se basa en mediciones de la velocidad del viento, sino en mediciones de la velocidad angular de rotación del eje.

C. Estrategia de Decisión y Ley de Control Resultante

En cualquier sistema, la existencia de diferentes modos de funcionamiento determina la necesidad de diseñar una estrategia que permita discernir bajo que circunstancias se debe operar en un modo u otro. En el caso del subsistema eólico, se propone utilizar un mecanismo de decisión basado en la comparación entre la velocidad angular mecánica del sistema y una velocidad angular mecánica límite de conmutación cuya expresión surge del análisis a continuación.

Supóngase que el sistema se encuentra operando inicialmente sobre la superficie de deslizamiento s_{w1} bajo el primer modo de funcionamiento (figura 7.8). En estas condiciones, la potencia mecánica involucrada en el eje del GSIP estará dada por:

$$P_m = v_b (i_L + I_{b \text{ ref}}) - \frac{3}{2} (i_q^2 + i_d^2) r_s \quad (7.27)$$

Bajo estas circunstancias, considérese que sobreviene una disminución temporal de la velocidad de viento que no permite operar en estado estacionario sobre la superficie s_{w1} . Ante esta situación se pretende que, mientras tenga capacidad para hacerlo, el sistema siga operando bajo el primer modo de funcionamiento. Para ello, debe entregar parte de la energía cinética que posee almacenada en sus partes rotantes, produciendo la disminución de su velocidad de rotación. Así, el punto de operación evolucionará sobre s_{w1} hacia la izquierda del plano $T-\omega_m$. Cuando este punto de operación llega a la intersección entre s_{w1} y la curva correspondiente al lugar geométrico de los puntos de conversión óptima, el sistema debe cambiar de modo de operación y comenzar a deslizarse sobre s_{w2} . En ese punto, la potencia mecánica en el eje del GSIP estará dada por:

$$P_m = v_b (i_L + I_{b \text{ ref}}) - \frac{3}{2} (i_q^2 + i_d^2) r_s = K_{opt} \omega_e^3 s_w \quad (7.28)$$

De esta última ecuación surge directamente que la velocidad límite de conmutación puede escribirse como:

$$\omega_{e SW} = \sqrt[3]{\frac{v_b(i_L + I_{b ref}) - \frac{3}{2}(i_q^2 + i_d^2)r_s}{2K_{opt}}} \quad (7.29)$$

Luego, la estrategia general de operación estará dada por:

$$\begin{cases} \omega_e \geq \omega_{e SW} & \Rightarrow 1^{er} \text{ Modo de Operación} \\ \omega_e < \omega_{e SW} & \Rightarrow 2^{do} \text{ Modo de Operación} \end{cases} \quad (7.30)$$

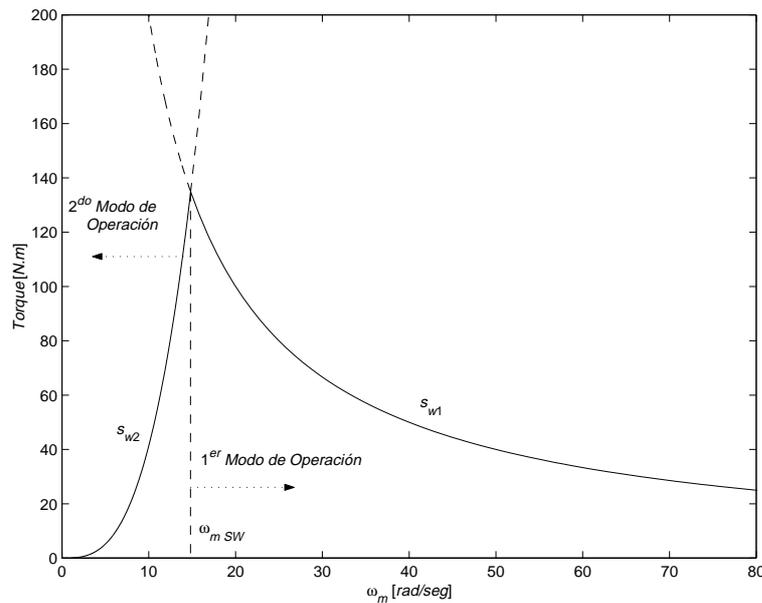


Figura 7.8: Modos de Operación del Subsistema de Generación Eólico

Determinada la velocidad angular de rotación a la cual se produce la conmutación entre los modos de operación del subsistema eólico, se presenta a continuación una propuesta para corregir la potencia de referencia utilizada bajo el segundo modo de operación. Como se dijo en la subsección B, esta corrección tiene por objeto corregir, al menos parcialmente, las pérdidas que acarrea el empleo de la expresión linealizada del torque eléctrico resistente en la ecuación de la superficie de deslizamiento s_{w2} . Estas pérdidas se originan debido a que el sistema desliza sobre una superficie que no corresponde realmente al lugar geométrico de conversión óptima (ver figura 7.7). Para corregir este comportamiento, se propone modificar la constante involucrada en la potencia de referencia P_{ref2} de manera de acercar la superficie de deslizamiento real a la curva de puntos de conversión óptima. La explicación que describe la modificación propuesta se realiza con la ayuda de la figura 7.9.

Con el propósito de determinar la expresión correspondiente a la corrección antedicha, considérese que el subsistema se encuentra operando en estado estacionario con una velocidad angular de rotación que coincide con la velocidad de transición de modo de operación. (punto A - figura 7.9). A esa velocidad de rotación, el punto de trabajo del GSIP se encuentra sobre una hipérbola de potencia constante (curva 1), dada por:

$$P = P_{wref1} + 3 \sqrt{i_q^2 + i_d^2} r_s / 2 \quad (7.31)$$

A esa misma velocidad de rotación, el punto correspondiente a la aproximación lineal del torque eléctrico resistente (punto B), se encuentra sobre una hipérbola paralela a la anterior (curva 2 en línea de trazos). Debe notarse que de acuerdo a la política de corrección del error de seguimiento adoptada para el primer modo de operación, la diferencia de potencia existente entre los puntos A y B, está dada por:

$$\Delta P|_{AB} = P_{err} \quad (7.32)$$

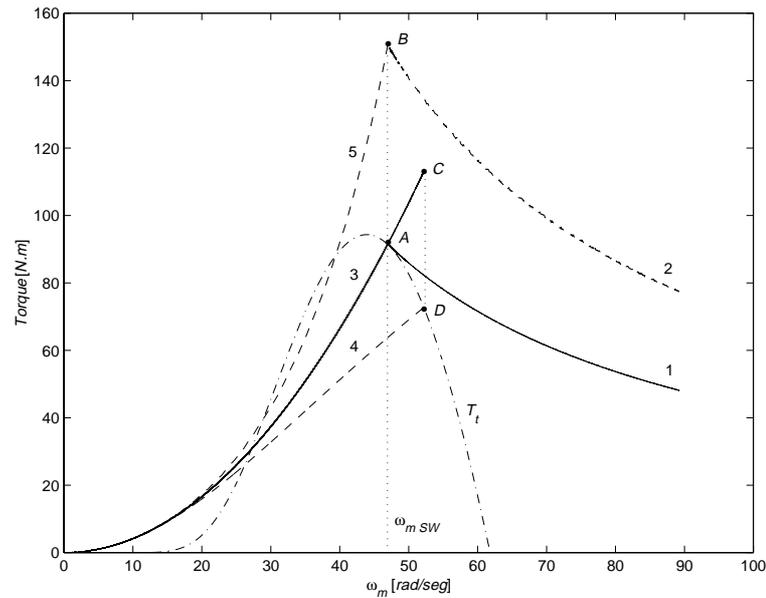


Figura 7.9: Corrección de la Potencia de Referencia del Segundo Modo de Operación

Supóngase ahora que se produce una disminución diferencial en la velocidad de rotación. Ante este cambio, el sistema pasa a operar sobre el segundo modo de funcionamiento. Luego, para que el GSIP siga operando aproximadamente sobre el punto A, la referencia de potencia a utilizar en la expresión de la superficie s_{w2} debe ser:

$$P_{wref2} = K_{opt} \omega_{e SW}^3 + P_{err} \quad (7.33)$$

Así, el punto correspondiente a la aproximación lineal del torque eléctrico continuará estando situado sobre el punto B. En caso de no utilizarse la corrección de la potencia de referencia propuesta en (7.33), el punto estacionario de operación del GSIP pasaría a encontrarse en el punto D (sobre la curva de torque impulsor) y el correspondiente al torque eléctrico resistente linealizado sobre el punto C. Puede observarse que en estas circunstancias, la transición entre modos de operación no resultaría suave. Luego, la nueva expresión de la potencia de referencia para la superficie s_{w2} se plantea como:

$$P_{wref2} = \left(K_{opt} + \frac{P_{err}}{\omega_{e SW}^3} \right) \omega_e^3 = K_{opt}^* \omega_e^3 \quad (7.34)$$

De esta manera, al tiempo que se logra un acercamiento a los puntos de operación del lugar geométrico de máxima conversión en el rango de mayor generación de potencia, esta modificación redundará en una transición suave cuando el sistema pasa del

primer al segundo modo de operación. Es importante destacar que, dado que P_{err} se mantiene constante durante la operación sobre el segundo modo, una transición en sentido contrario resulta suave, siempre y cuando el sistema vuelva a operar sobre la misma superficie s_{w1} .

Finalmente, a continuación se presenta a modo de resumen un compendio de la estrategia de control diseñada para la operación del subsistema de generación eólico:

Si $\omega_e \geq \omega_{eSW} \Rightarrow 1^{er}$ Modo de operación

$$s_{w1}(\mathbf{x}) = P_{wref1} + P_{err} + \frac{3}{2} \sqrt{i_q^2 + i_d^2} r_s - T_{el} \omega_m = 0$$

$$w_w^+ = - \frac{\left[6\sqrt{3} \left(r_s^2 i_q f_1 + r_s^2 i_d f_2 - \phi_{sr}^2 \omega_e f_3 \right) + \pi v_b \phi_{sr} u_w f_3 + \pi v_b \phi_{sr} \omega_e \sqrt{\sum_{i=1}^4 f_i^2} \right]^2}{(2\pi v_b \phi_{sr} \omega_e)^2 \sqrt{\sum_{i=1}^4 f_i^2}}$$

$$w_w^- = \frac{\left[6\sqrt{3} \left(r_s^2 i_q f_1 + r_s^2 i_d f_2 - \phi_{sr}^2 \omega_e f_3 \right) + \pi v_b \phi_{sr} u_w f_3 - \pi v_b \phi_{sr} \omega_e \sqrt{\sum_{i=1}^4 f_i^2} \right]^2}{(2\pi v_b \phi_{sr} \omega_e)^2 \sqrt{\sum_{i=1}^4 f_i^2}}$$

(7.35.a)

Si $\omega_e < \omega_{eSW} \Rightarrow 2^{do}$ Modo de operación

$$s_{w2}(\mathbf{x}) = \left(K_{opt} + \frac{P_{err}}{\omega_{eSW}^3} \right) \omega_e^3 - T_{el} \omega_m = 0$$

$$w_w^+ = - \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^4 f_i^2}}{4} \left[\frac{18 \phi_{sr} f_3}{\sqrt{3} \pi v_b} - \frac{u_x f_3}{\omega_e} - \frac{18 K_{opt}^* \omega_e f_3}{\sqrt{3} \pi \phi_{sr} v_b} - 1 \right]^2$$

$$w_w^- = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^4 f_i^2}}{4} \left[\frac{18 \phi_{sr} f_3}{\sqrt{3} \pi v_b} - \frac{u_x f_3}{\omega_e} - \frac{18 K_{opt}^* \omega_e f_3}{\sqrt{3} \pi \phi_{sr} v_b} + 1 \right]^2$$

(7.35.b)

D. Solución a los Problemas de Implementación.

Como puede observarse en las ecuaciones (7.19) y (7.26) las leyes de control diseñadas dependen de las componentes del campo vectorial de deriva $f(x)$. De acuerdo al modelo dinámico (7.6), la mayor parte de estas componentes pueden calcularse a partir del conocimiento de las variables de estado del sistema. Sin embargo, para realizar el cálculo de la componente $f_3(x)$ es necesario tener información detallada de las características de la turbina ($C_t(\lambda)$) y realizar una medición de la velocidad de viento. Por lo general, las técnicas de control de generadores eólicos basadas en la medición de la velocidad de viento no se consideran apropiadas debido a las dificultades que implica su correcta medición. Por otra parte las turbinas eólicas generalmente no se caracterizan detalladamente. Así, la solución inmediata para obtener información acerca del valor instantáneo de $f_3(x)$ consiste en derivar la señal correspondiente a la velocidad angular de rotación.

El principal problema con el diseño de un bloque derivador es combinar la exactitud del resultado de la operación con la robustez respecto a posibles errores de medición y al ruido (Levant, 1998). En la literatura existen diferentes aproximaciones acerca del diseño de sistemas derivadores. Gran parte de ellas se basa en la aproximación de la transferencia ideal de un bloque derivador a través de algún sistema dinámico lineal. Así, aún en ausencia de ruido, el resultado de la operación es sólo aproximado ya que el derivador es insensible a las componentes de alta frecuencia de la señal. De esta manera la derivación puede considerarse robusta pero no exacta.

Otro método para el diseño de un derivador exacto (con tiempo de convergencia finito) y robusto respecto de ruidos pequeños de cualquier frecuencia se debe a Levant (Levant, 1998). Su implementación se basa en una aplicación de regímenes deslizantes de orden dos sobre el algoritmo de seguimiento de alta calidad de Golembó (Golembó *et al.*, 1976). La definición de este algoritmo de derivación se da a continuación (Levant, 1998).

Dada una señal de entrada $f(t)$ medible, localmente acotada, definida en $[0, \infty)$ que consiste en la suma de ruido y de una señal base cuya derivada tiene una constante de Lipschitz $L_z > 0$, el algoritmo de Levant para calcular la derivada de la señal base puede escribirse mediante las siguientes ecuaciones:

$$\dot{x} = u \quad (7.36)$$

$$u = u_1 - \lambda |x - f(t)|^{1/2} \text{sign}(x - f(t)) \quad (7.37)$$

$$\dot{u}_1 = -\alpha \text{sign}(x - f(t)) \quad (7.38)$$

donde $\alpha, \lambda > 0$ y u es la salida del derivador. Las condiciones suficientes para la convergencia de $u(t)$ a $\dot{f}(t)$ son:

$$\alpha > L_z, \quad \lambda^2 \geq 4L_p \frac{\alpha + L_z}{\alpha - L_z} \quad (7.39)$$

Luego, el problema de derivación de la velocidad angular de rotación del eje, se reduce a diseñar las constantes del algoritmo para obtener un tiempo de convergencia adecuado. La única condición que debe cumplir la señal a derivar es que su derivada sea Lipschitz con una constante $L_p > 0$. En este sentido, puede observarse en la ecuación (7.6.c) que, dado que el espectro correspondiente a la velocidad de viento se encuentra limitado en frecuencia, la derivada de la velocidad angular de rotación es una señal Lipschitz.

7.2.2. Subsistema de Generación Fotovoltaico

Al igual que para el caso del diseño del control del subsistema eólico, el modelo dinámico del SHGEE puede escribirse desde el punto de vista del subsistema fotovoltaico. Los efectos de los demás módulos componentes del sistema se integran a partir de las variaciones que estos producen sobre la tensión del bus de CC. Luego, el modelo dinámico empleado en esta subsección se obtiene tomando desde el modelo completo del SHGEE expresado en (6.44) parte de sus ecuaciones:

$$\dot{v}_{pv} = \frac{i_{pv}}{C} - \frac{i_f}{C} u_{pv} \quad (7.40.a)$$

$$\dot{i}_f = -\frac{v_b}{L} + \frac{v_{pv}}{L} u_{pv}, \quad (7.40.b)$$

$$\dot{v}_c = (i_w + i_f - i_L) / C_b \quad (7.40.c)$$

donde v_b queda determinada por $v_b = E_b + v_c + (i_f + i_w - i_L)R_b$ y u_{pv} es la señal de control conmutada que puede tomar solamente los valores 0 (llave abierta) o 1 (llave cerrada). Debe notarse que las ecuaciones (7.40) corresponden a un modelo no lineal, afín en el control. Su estructura puede expresarse en la forma general $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) u$, donde: $\mathbf{x} = [v_{pv} \quad i_f \quad v_c]^T$, $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [i_{pv}/C \quad -v_b/L \quad (i_f + i_w - i_L)/C_b]^T$ y $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = [-i_f/C \quad v_{pv}/L \quad 0]^T$.

Como se analizó en la sección anterior el subsistema de generación fotovoltaico trabaja, al igual que el subsistema eólico, bajo dos modos posibles de operación. En el primer modo de funcionamiento, la estrategia de control le asigna a este subsistema la tarea de complementar la generación proveniente del subsistema eólico con el objetivo de satisfacer la demanda total de potencia. Luego, el objetivo de control en este modo consiste en regular la potencia de salida del subsistema solar bajo la referencia:

$$P_{pvref} = v_b (i_L + I_{bref} - i_w) \quad (7.41)$$

Cuando las condiciones atmosféricas no son adecuadas para que este subsistema genere la potencia de complemento necesaria, la estrategia de control conmuta su modo de operación de forma que pueda trabajar en su punto de conversión óptima.

En la figura 7.10 se grafica una curva $i_{pv} - v_{pv}$ correspondiente a un arreglo de celdas. Por claridad, en el análisis de esta figura se considera un modelo dinámico promediado del subsistema fotovoltaico. Así, los puntos A y B representan puntos de equilibrio bajo condiciones de generación suficiente para una dada P_{pvref} , graficada en línea de trazos. Bajo este modo de operación resulta conveniente trabajar sobre el sector derecho de las características $i_{pv} - v_{pv}$ del arreglo (punto B) puesto que permite un mayor rango de regulación. Por el contrario, la operación sobre el sector izquierdo (punto A) impone un límite inferior de generación de potencia debido a que v_{pv} no puede ser menor que v_b .

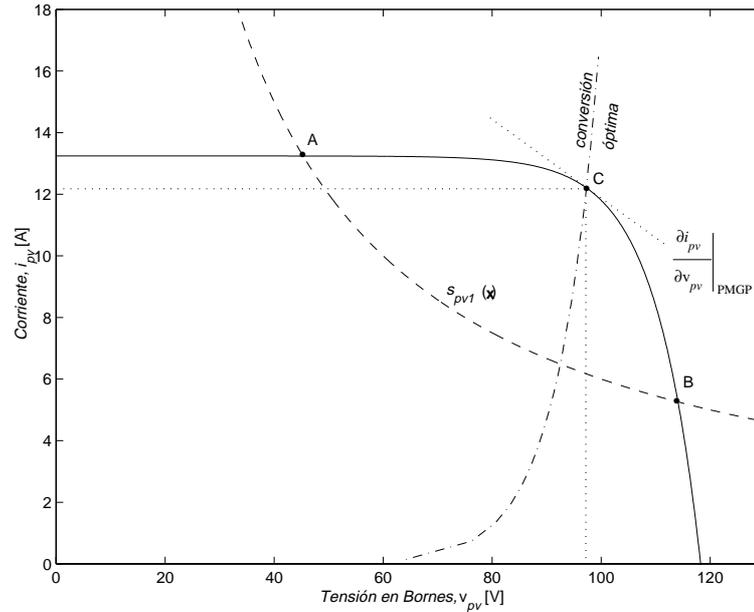


Figura 7.10: Puntos de Operación del Subsistema Fotovoltaico

Finalmente, sobre el lugar geométrico de conversión óptima (en línea de punto y trazo) el punto C representa el punto de máxima generación de potencia (PMGP). Es importante resaltar que sobre él, la conductancia incremental e instantánea poseen el mismo valor pero signo contrario. Esta particularidad surge del siguiente cálculo:

$$\frac{\partial p_{pv}}{\partial v_{pv}} = \frac{\partial(i_{pv}(v_{pv}) \cdot v_{pv})}{\partial v_{pv}} = \frac{\partial i_{pv}}{\partial v_{pv}} v_{pv} + i_{pv} = 0 \quad (7.42)$$

Considerando un convertidor *buck* ideal, la decisión de trabajar en un modo de operación u otro puede tomarse comparando la P_{pvref} con una potencia ficticia obtenida a partir de considerar que el punto de operación real es efectivamente el PMGP. De acuerdo a esta suposición, a partir de (7.42) esta potencia ficticia se define como:

$$P_f = -\frac{\partial i_{pv}}{\partial v_{pv}} v_{pv}^2 \quad (7.43)$$

Luego, la decisión se toma según:

$$\begin{cases} \text{si } P_f \geq P_{pvref} & 1^{er} \text{ Modo de operación} \\ \text{si } P_f < P_{pvref} & 2^{do} \text{ Modo de operación} \end{cases} \quad (7.44)$$

Una explicación más detallada del significado de la potencia ficticia utilizada en la estrategia de conmutación (7.44) se presenta en la subsección C.

El diseño de la ley de control del subsistema de generación fotovoltaico no puede abordarse desde el marco teórico conjunto de estabilización en el sentido de Lyapunov por realimentación de estados conmutada, vista en el capítulo 5. Esto se debe a que la señal de control del modelo dinámico (7.40) no admite más que dos valores posibles, concordantes con el estado de la llave del convertidor *buck*. Luego el diseño del control se realiza mediante la técnica de regímenes deslizantes. Las dos subsecciones siguientes abordan este diseño para cada uno de los modos de funcionamiento citados.

A. Primer Modo de Operación: Regulación de Potencia

El objetivo de control bajo el primer modo de operación consiste en regular la potencia generada por el subsistema fotovoltaico de manera de complementar la generación eólica y satisfacer conjuntamente la demanda total de potencia. Este objetivo puede expresarse a través de la siguiente superficie de deslizamiento:

$$s_{pv1}(\mathbf{x}) = i_L + I_{b_{ref}} - i_w - i_f = 0 \quad (7.45)$$

Para establecer un régimen deslizante sobre la superficie planteada debe satisfacerse la condición de transversalidad, la cual se expresa como:

$$L_{g(x)}s_{pv1}(\mathbf{x}) = \frac{\partial s_{pv1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{g}(\mathbf{x}) = -\frac{v_{pv}}{L}, \quad (7.46)$$

que, como puede observarse en (7.46), es siempre negativa. Luego, para satisfacer la condición de existencia de regímenes deslizantes, la señal de control conmutada resulta:

$$u_{pv} = \begin{cases} 1 & \text{si } s_{pv1}(\mathbf{x}) \geq 0 \\ 0 & \text{si } s_{pv1}(\mathbf{x}) < 0 \end{cases} \quad (7.47)$$

El control equivalente $u_{pv_{eq1}}$, se obtiene planteando la condición de invariancia de la superficie ($\dot{s}_{pv1}(\mathbf{x}) = 0$), de donde:

$$u_{pv_{eq1}}(\mathbf{x}) = -\frac{L_f(\mathbf{x})s_{pv1}(\mathbf{x})}{L_g(\mathbf{x})s_{pv1}(\mathbf{x})} = \frac{v_b}{v_{pv}} \quad (7.48)$$

Posteriormente, substituyendo (7.48) en (7.40) la dinámica ideal de deslizamiento resulta:

$$\dot{v}_{pv} = \frac{i_{pv}}{C} - \frac{i_f}{C} \frac{v_b}{v_{pv}} \quad (7.49.a)$$

$$\dot{v}_c = \frac{I_{b_{ref}}}{C_b} \quad (7.49.b)$$

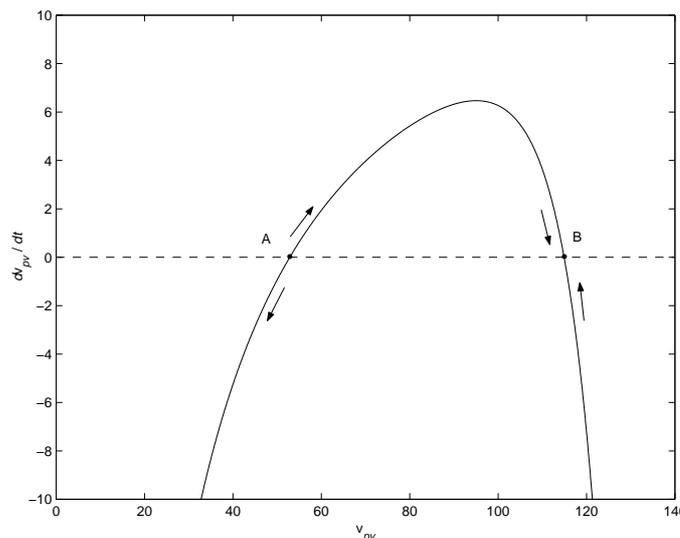


Figura 7.11: Puntos de Equilibrio de la Ecuación (7.49.a)

En la figura 7.11 se grafica la ecuación (7.49.a). En ella pueden observarse los dos puntos de equilibrio posibles (A y B). El punto B es estable y corresponde al punto de operación deseado bajo las circunstancias consideradas. El punto A es un punto de funcionamiento inestable, sin embargo, bajo la política de decisión especificada (ecuación (7.44)), no constituye un punto de operación alcanzable bajo este modo de operación (ver subsección C).

Por último, puede observarse que la ecuación (7.49.b) manifiesta un comportamiento de fase no mínima. No obstante, esta característica no implica la inestabilidad interna del sistema. Solamente representa la recuperación de la carga del banco de baterías bajo el ciclo de carga especificado.

B. Segundo Modo de Operación: Conversión Óptima

Cuando la potencia generada por el subsistema fotovoltaico no alcanza para complementar la generación eólica y así satisfacer la demanda total de potencia, el objetivo de control consiste en seguir el PMGP del subsistema fotovoltaico. Existen diferentes técnicas reportadas en la literatura que permiten cumplir con este objetivo. Algunas de ellas se basan en la medición de las condiciones atmosféricas de operación (Ro y Rahman, 1998), otras requieren modificar temporalmente la topología del arreglo de celdas (Braunstein y Zinger, 1981) y otras se basan en algoritmos que ajustan continuamente la carga efectiva vista por el arreglo (Hussein *et al.*, 1995; Hua *et al.*, 1998; Enslin y Snyman, 1991). Entre todos estos métodos los últimos han demostrado ser los más efectivos para el seguimiento del punto óptimo ya que no se encuentran asociados a las condiciones atmosféricas existentes o al valor de la carga real (Hussein *et al.*, 1995). Estos algoritmos, comúnmente conocidos como de perturbación y observación (P&O), operan produciendo corrimientos respecto del punto de operación y detectando la variación resultante en la potencia de salida. Si la potencia se incrementa, el próximo corrimiento se efectúa en la misma dirección y recíprocamente.

La principal desventaja de los algoritmos de P&O es que no pueden discriminar la procedencia de las variaciones de potencia y por lo tanto no resultan útiles bajo condiciones atmosféricas rápidamente cambiantes. Con el objetivo de evitar este problema en (Hussein *et al.*, 1995) se ha reportado un nuevo método basado en una versión modificada de la ecuación (7.42). Esta ecuación involucra los términos de conductancia incremental e instantánea y es por ello que recibe el nombre de algoritmo IncCond. Tomando este método como base, para el segundo modo de operación se ha diseñado una superficie de deslizamiento que coincide con los lineamientos del algoritmo IncCond, es decir, satisface la ecuación (7.42). La expresión correspondiente a esta superficie puede escribirse como:

$$s_{pv2}(\mathbf{x}) = \frac{\partial i_{pv}}{\partial v_{pv}} + \frac{i_{pv}}{v_{pv}} = 0 \quad (7.50)$$

Para esta superficie la condición de transversalidad en las cercanías del PMGP es:

$$L_{g(x)}s_{pv2}(\mathbf{x}) = \frac{-i_f}{C v_{pv}} \left(\frac{\partial i_{pv}}{\partial v_{pv}} + \frac{i_{pv}}{v_{pv}} \right) \cong \frac{2 i_f i_{pv}}{C v_{pv}^2} \quad (7.51)$$

Dado que la ecuación (7.51) es mayor que cero, la ley de control necesaria para establecer el régimen deslizante sobre s_{pv2} resulta:

$$u_{pv} = \begin{cases} 0 & \text{si } s_{pv2}(\mathbf{x}) \geq 0 \\ 1 & \text{si } s_{pv2}(\mathbf{x}) < 0 \end{cases} \quad (7.52)$$

Luego, planteando la condición de invariancia de la superficie puede determinarse la expresión del control equivalente, el cual puede escribirse como:

$$u_{pv_{eq2}}(\mathbf{x}) = -\frac{L_f(\mathbf{x})s_{pv2}(\mathbf{x})}{L_g(\mathbf{x})s_{pv2}(\mathbf{x})} = \frac{i_{pv}}{i_f} \quad (7.53)$$

Considerando (7.50) y substituyendo (7.53) en (7.40), la dinámica ideal de deslizamiento para el segundo modo de operación resulta:

$$\dot{i}_f = -\frac{v_b}{L} + \frac{v_{pv}}{L} \frac{i_{pv}}{i_f} \quad (7.54.a)$$

$$\dot{v}_c = \frac{i_b}{C_b} \quad (7.54.b)$$

La ecuación (7.54.a) muestra claramente la existencia de un único punto de equilibrio estable. Por otra parte, la ecuación (7.54.b) describe una dinámica estable o inestable dependiendo del signo de i_b . En el primer caso (signo negativo), la dinámica es estable y caracteriza la tasa de descarga del banco de baterías. En caso contrario (signo positivo) la ecuación representa el mismo comportamiento de fase no mínima analizado en la subsección A. La única diferencia radica en que, en este caso, la recarga se realiza bajo la corriente i_b en lugar de $I_{b\text{ref}}$.

Fuera de la superficie, el límite superior de la velocidad de convergencia hacia el PMGP está determinado por tres factores: *i*) la magnitud de los elementos reactivos del convertidor; *ii*) las condiciones atmosféricas; *iii*) la magnitud de la carga. Dado que bajo el modo de acercamiento la ley de control mantiene la llave del convertidor en una única posición (abierta o cerrada), esta versión por modo deslizante del algoritmo IncCond asegura la operación al límite máximo de la velocidad de convergencia.

Por último, es importante destacar que una vez operando en modo deslizante, la magnitud del módulo de *chattering* puede ser considerablemente reducida mediante un apropiado diseño del capacitor C y la inductancia L (Valenciaga *et al.*, 2001). El *chattering* remanente, alrededor del PMGP, resulta de utilidad para el proceso de medición de la conductancia incremental

C. Síntesis de la Ley de Control Resultante

La ley de control que integra ambos modos de operación puede sintetizarse de la siguiente manera:

$$u_{pv} = \begin{cases} \text{si } P_f > P_{pv\text{ref}} \Rightarrow \begin{cases} 1 & \text{si } s_{pv1}(\mathbf{x}) \geq 0 \\ 0 & \text{si } s_{pv1}(\mathbf{x}) < 0 \end{cases} \\ \text{si } P_f \leq P_{pv\text{ref}} \Rightarrow \begin{cases} 0 & \text{si } s_{pv2}(\mathbf{x}) \geq 0 \\ 1 & \text{si } s_{pv2}(\mathbf{x}) < 0 \end{cases} \end{cases} \quad (7.55)$$

Como puede observarse, esta ley de control establece dos zonas de validez diferentes para el primer y segundo modo de operación. A fin de mostrar el dominio de

operación correspondiente a cada uno de ellos, en la figura 7.12 se representa en el plano $i_{pv} - v_{pv}$ la curva correspondiente a la potencia ficticia P_f . Por medio de esta figura es directo determinar que el primer modo de operación toma el control del sistema cuando este opera a la derecha de la curva correspondiente a P_f , mientras que el segundo lo hace a la izquierda de la misma.

Resulta de interés analizar sobre la figura los posibles puntos de equilibrio para el caso en que las condiciones atmosféricas son adecuadas para complementar la generación eólica y así satisfacer la demanda. Para ello sobre la misma figura se ha graficado una curva de potencia generada P_{pv} y otra de potencia de referencia P_{pvref} . Los puntos A y B se corresponden con los puntos teóricos de equilibrio del primer modo representados en la figura 7.10. Sobre la figura 7.12, es inmediato establecer que el punto de equilibrio inestable para el primer modo de operación (punto A), no existe como tal ya que pertenece al dominio del segundo modo. De esta manera la ley de control (7.55) elimina la posible inestabilidad en los alrededores de A ya que obliga al sistema a converger hacia B operando en el segundo modo hasta cruzar la curva correspondiente a la potencia ficticia P_f .

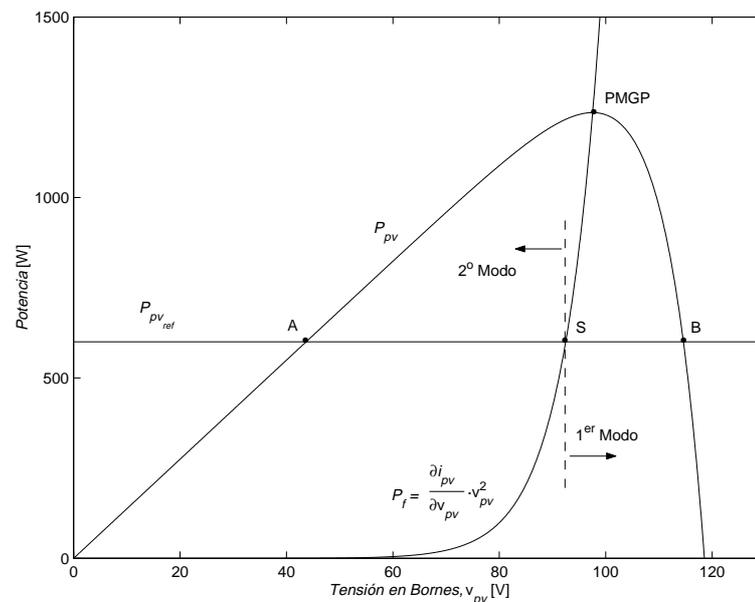


Figura 7.12: Dominio de los Modos de Operación del Sistema Fotovoltaico

7.2.3. Síntesis del Control del SHGEE

En las subsecciones 7.2.1 y 7.2.2 se diseñaron las leyes de control correspondientes a los subsistemas de generación eólico y fotovoltaico respectivamente. Cada una de estas leyes de control asume dos modos de funcionamiento, uno de regulación de potencia y el otro de operación bajo un régimen de conversión óptima. La estrategia de operación del SHGEE realiza una combinación particular de estos modos de operación individuales según se especificó anteriormente. En la figura 7.13 se

presenta en forma esquemática un diagrama que sintetiza la estrategia general de operación.

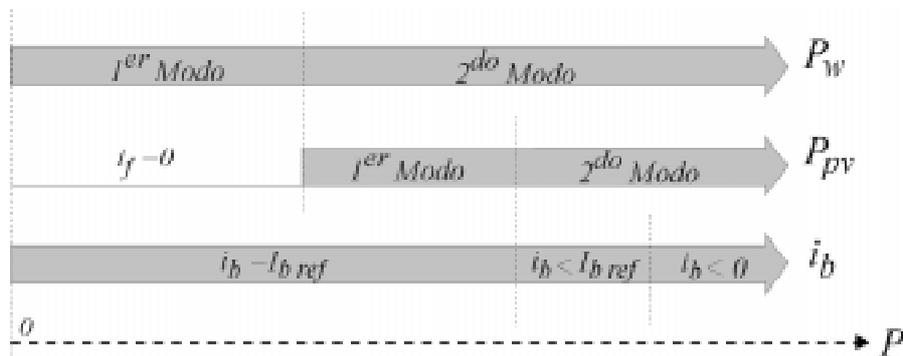


Figura 7.13: Estrategia General de Operación del SHGEE

En este diagrama se puede observar la forma en que se distribuye la generación de potencia entre los módulos generadores para demandas de potencia crecientes. Se incluye también el flujo de potencia correspondiente al banco de baterías. Debe notarse que el límite entre los modos de funcionamiento de cada uno de los subsistemas de generación no es fijo sino que, debido a la naturaleza de los fenómenos involucrados, resulta aleatoriamente variable.

La estrategia general de operación del SHGEE, es decir las superficies de deslizamiento sobre las que se pretende trabajar en cada caso, y las leyes de control a aplicar sobre cada uno de los subsistemas puede sintetizarse de la siguiente manera:

$$\text{si } \omega_e \geq \omega_{eSW} \left\{ \begin{array}{l} s_{w1}(\mathbf{x}_w) = P_{wref1} + P_{err} + \frac{3}{2} \sqrt{i_q^2 + i_d^2} r_s - T_{el} \omega_m = 0 ; \\ w_w = \begin{cases} \text{si } s_{w1}(\mathbf{x}_w) \geq 0 & w_w^+ \\ \text{si } s_{w1}(\mathbf{x}_w) < 0 & w_w^- \end{cases} \\ \\ s_{pv}(\mathbf{x}_{pv}) = i_f = 0 ; \\ u_{pv} = 0 \end{array} \right. \quad (7.56.a)$$

$$\left. \begin{array}{l}
s_{w2}(\mathbf{x}_w) = \left(K_{opt} + \frac{P_{err}}{\omega_e^3 SW} \right) \omega_e^3 - T_{el} \omega_m = 0 ; \\
w_w = \begin{cases} si \ s_{w2}(\mathbf{x}_w) \geq 0 & w_w^+ \\ si \ s_{w2}(\mathbf{x}_w) < 0 & w_w^- \end{cases} \\
si \ \omega_e < \omega_{eSW} \\
s_{pv}(\mathbf{x}_{pv}) = \begin{cases} si \ P_f \leq P_{pvref} \\ si \ P_f > P_{pvref} \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} s_{pv1}(\mathbf{x}_{pv}) = i_L + I_{bref} - i_w - i_f = 0 \\ u_{pv} = \begin{cases} 1 & si \ s_{pv1}(\mathbf{x}_{pv}) \geq 0 \\ 0 & si \ s_{pv1}(\mathbf{x}_{pv}) < 0 \end{cases} \\ s_{pv2}(\mathbf{x}_{pv}) = \frac{\partial i_{pv}}{\partial v_{pv}} + \frac{i_{pv}}{v_{pv}} = 0 \\ u_{pv} = \begin{cases} 0 & si \ s_{pv2}(\mathbf{x}_{pv}) \geq 0 \\ 1 & si \ s_{pv2}(\mathbf{x}_{pv}) < 0 \end{cases} \end{array} \right.
\end{array} \right\} \quad (7.56.b)$$

donde por claridad se ha adoptado la nomenclatura $\mathbf{x}_w = [i_q \ i_d \ \omega_e \ v_c \ u_w]^T$ y $\mathbf{x}_{pv} = [v_{pv} \ i_f \ v_c]^T$, separando así las variables de estado de ambos subsistemas. Como puede observarse las expresiones (7.56) integran los resultados obtenidos en (7.35) y (7.55).

7.3. Resultados de Simulación

A fin de evaluar el comportamiento del SHGEE bajo la estrategia propuesta se analizan a continuación los resultados de su operación obtenidos a través de simulaciones implementadas con frecuencia de conmutación finita. Los valores utilizados para cada uno de los parámetros que intervienen en la simulación se encuentran especificados en el Apéndice A. Las simulaciones se han programado de manera tal que pueda observarse el comportamiento del SHGEE bajo todos los modos de funcionamiento presentes en el sistema y ante las diversas transiciones posibles entre ellos. En este sentido, en la figura 7.14 se presentan los perfiles de velocidad de viento, radiación, temperatura y corriente de carga empleados en las simulaciones. Estos perfiles han sido generados de manera de representar adecuadamente las características particulares de cada una de las variables mencionadas.

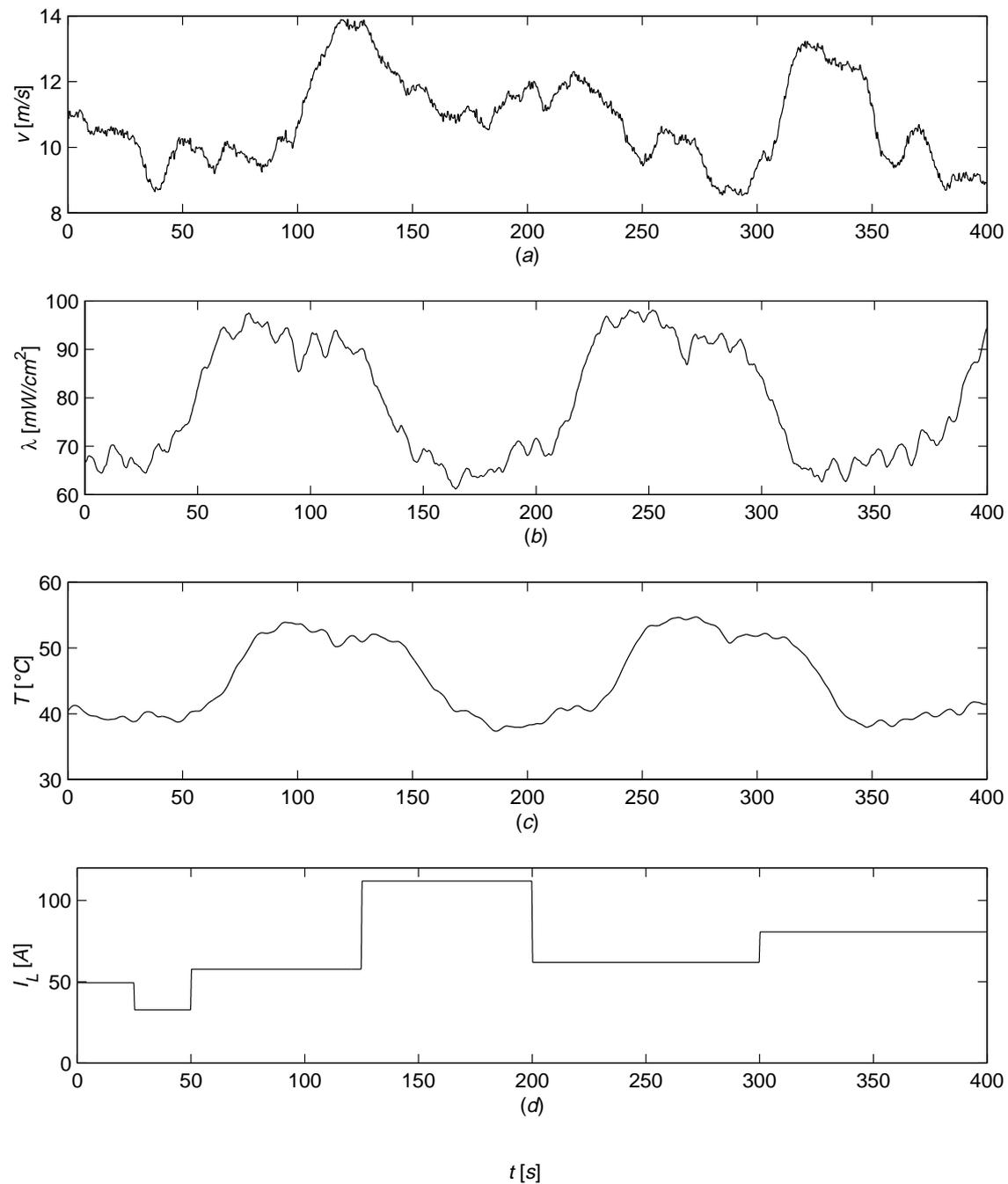


Figura 7.14: a) Velocidad de Viento; b) Radiación; c) Temperatura; d) Corriente de Carga

De acuerdo con las variables especificadas en la figura 7.14, en la figura 7.15 se presentan las curvas correspondientes a la máxima potencia obtenible desde cada uno de los subsistemas de generación (en líneas de trazos) y su suma, que corresponde a la máxima potencia instantánea de generación disponible (en línea llena). En línea de punto y trazo, se presenta también la demanda de potencia total. Estas dos últimas curvas permiten definir aproximadamente el modo de operación bajo el cual trabaja el SHGEE en cada intervalo.

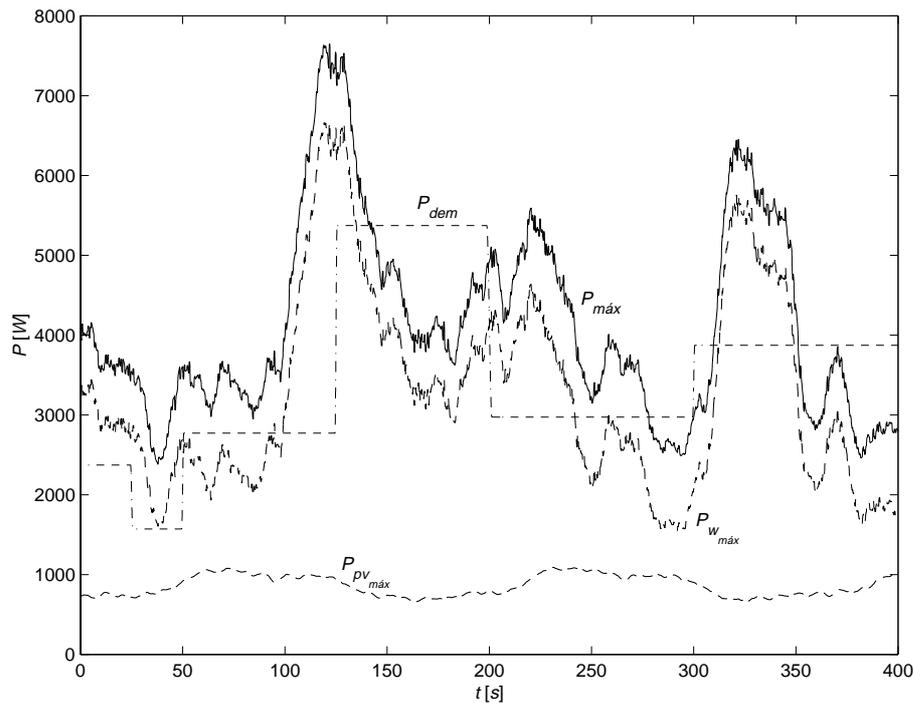


Figura 7.15: Máxima Potencia Eólica Disponible, Máxima Potencia Fotovoltaica Disponible, Máxima Potencia de Generación Disponible y Potencia Total Demandada

La evaluación general del comportamiento del sistema controlado puede realizarse a partir del análisis de la figura 7.16. En la parte *a* de esta figura, se presentan la curva de potencia total demandada (en línea de trazos) y la curva de potencia generada (en línea llena). En ella, puede observarse la buena calidad del seguimiento que realiza el sistema durante períodos con recursos de generación abundantes. Estos períodos corresponden a intervalos donde la potencia total demandada es menor que la potencia máxima de conversión disponible. Su ubicación puede determinarse desde la figura 7.15. Resulta interesante notar que durante los períodos de abundancia, existen intervalos donde el seguimiento es muy preciso y otros donde el sistema presenta una magnitud de *chattering* mayor. Estas oscilaciones se originan en el funcionamiento del subsistema de generación fotovoltaico. Su magnitud puede ser reducida redimensionando los elementos reactivos del convertidor *buck*.

Por el contrario, durante períodos de escasez puede verse cómo el sistema se aparta de la referencia especificada, siendo el banco de baterías quien aporta la energía faltante para satisfacer los requisitos de la carga. Este comportamiento se refleja claramente en la parte *b* de la figura 7.16 donde se ha graficado la corriente circulante por el banco de baterías y la corriente de referencia de su ciclo de carga/mantenimiento (en línea de trazos).

Por último, en la gráfica *c*, se presenta el detalle de la potencia generada por cada uno de los subsistemas. En ella puede observarse que sobre el subsistema eólico se ha incorporado un límite máximo de generación de potencia correspondiente a la potencia nominal del GSIP. Así, durante el intervalo [128 seg., 145 seg.] a pesar de que la velocidad de viento es suficiente para satisfacer la demanda de potencia (ver figura 7.15), dado que ésta supera la potencia nominal del GSIP, se limita su generación y se pone en funcionamiento el subsistema fotovoltaico.

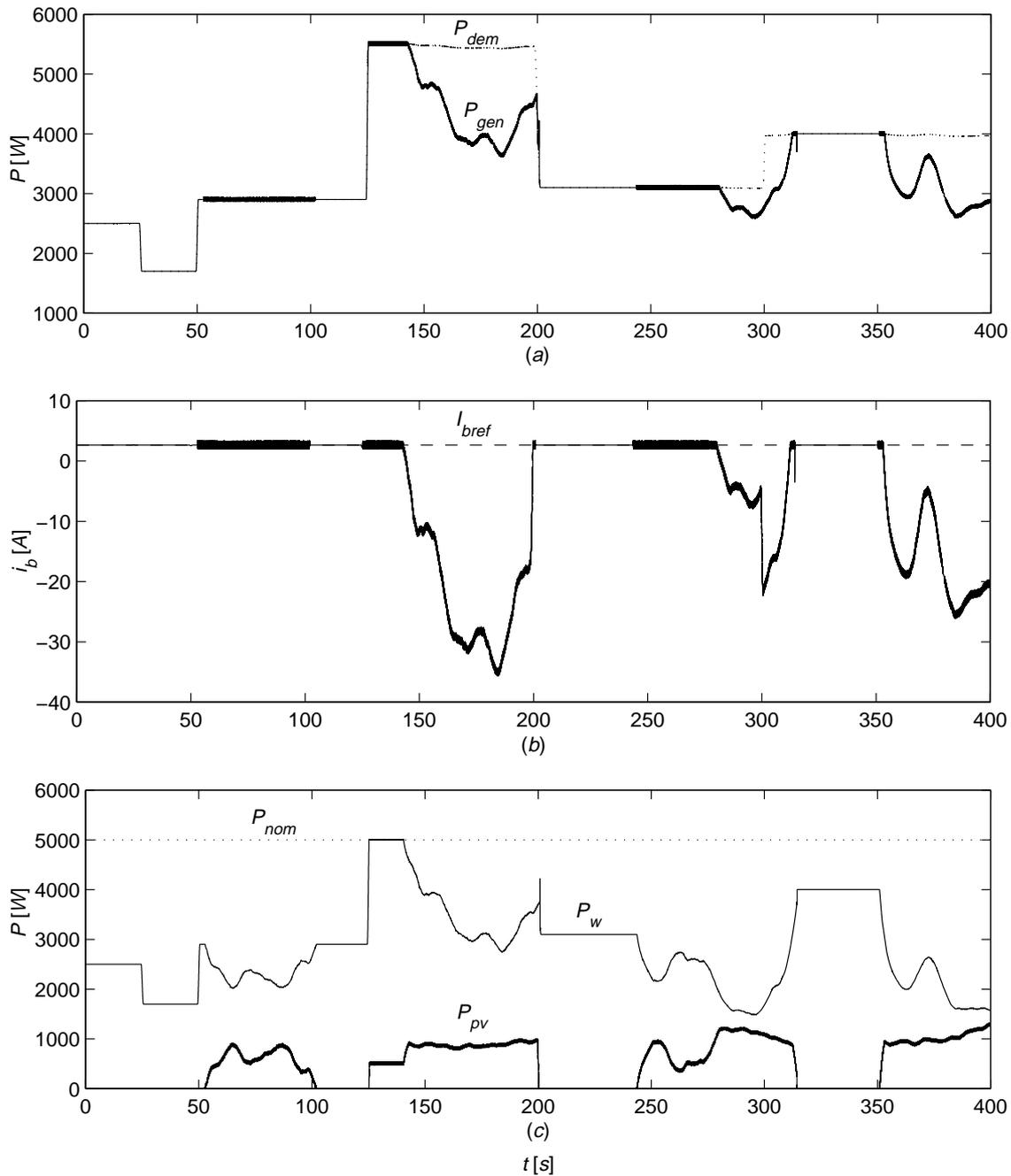


Figura 7.16: a) Potencia de Generación y Potencia Total Demandada; b) Corriente de Batería; c) Potencia Generada por los Subsistemas Eólico y Fotovoltaico

Una vez determinadas en general las buenas cualidades de seguimiento del sistema híbrido actuando bajo el mando del control diseñado, se analiza a continuación el comportamiento de cada uno de los subsistemas de generación en detalle. En primer lugar se aborda el análisis de la parte eólica. En este sentido, en la figura 7.17 se presentan las superficies de deslizamiento s_{w1} y s_{w2} (partes *a* y *b* respectivamente) y la velocidad angular eléctrica en comparación con la velocidad límite de conmutación del modo de operación (parte *c*). En esta figura puede observarse cómo el sistema conmuta la superficie de operación en los instantes en que la velocidad angular eléctrica cruza la velocidad límite ω_{eSW} . Como se analizó en la subsección 7.2.1.c estas conmutaciones resultan suaves cuando las transiciones suceden desde el primer modo de operación al

segundo. En estos casos el sistema abandona la superficie s_{w1} en el mismo instante en que comienza a operar sobre s_{w2} . Puede observarse en la figura 7.17.b que no hay saltos abruptos durante estas transiciones. Por el contrario cuando el sistema pasa de operar en el segundo modo al primero sólo algunas de las transiciones resultan suaves. Ellas corresponden a situaciones en que la potencia de referencia no cambia desde la entrada al segundo modo de operación hasta su salida. El caso contrario puede observarse en las proximidades del instante $t=320$ seg. donde el sistema no se encuentra sobre la superficie s_{w1} cuando el mismo deja de operar bajo el segundo modo de funcionamiento. Como puede observarse en la figura 7.15, este comportamiento se debe al cambio acaecido en la referencia de potencia durante el intervalo en que el sistema funciona bajo el dominio del segundo modo de operación. El reflejo de esta transición abrupta puede observarse en la mayoría de las figuras presentadas.

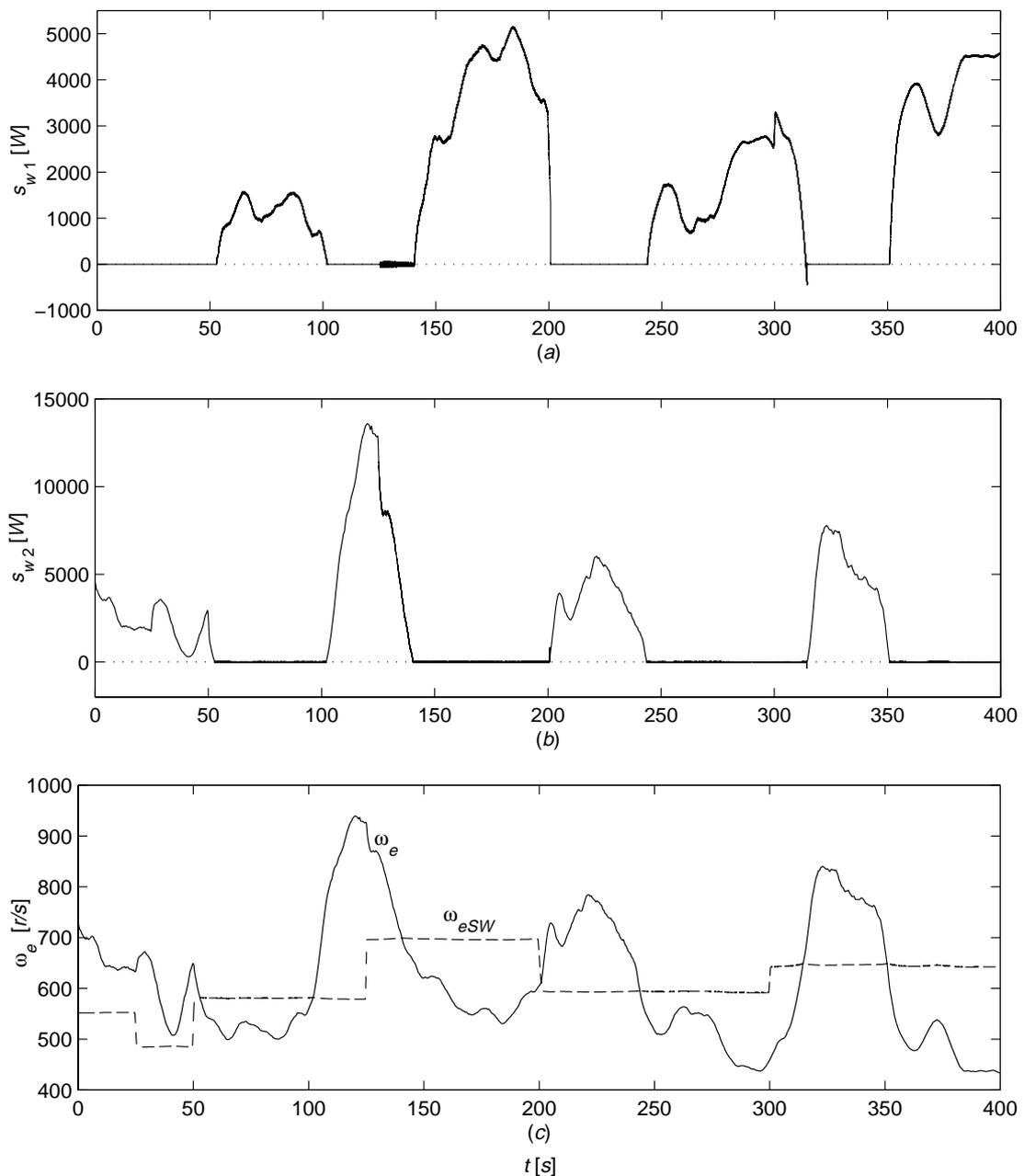


Figura 7.17: a) Superficie de Deslizamiento s_{w1} ; b) Superficie de Deslizamiento s_{w2} ; c) Velocidad Angular Eléctrica y Velocidad Límite de Conmutación

Con el objetivo de visualizar físicamente el comportamiento del sistema, en la figura 7.18 se presenta en el plano torque - velocidad angular mecánica, la evolución del torque eléctrico resistente exacto y de su linealización durante el intervalo [55 seg., 120 seg.]. Sobre esta figura se ha añadido en línea de punto y trazo la curva correspondiente al lugar geométrico de puntos de conversión óptima. En este plano las superficies de deslizamiento corresponden a las curvas descritas por la evolución del torque eléctrico linealizado. Sin embargo, es la curva generada por el torque eléctrico exacto la que contiene los puntos reales de operación del GSIP.

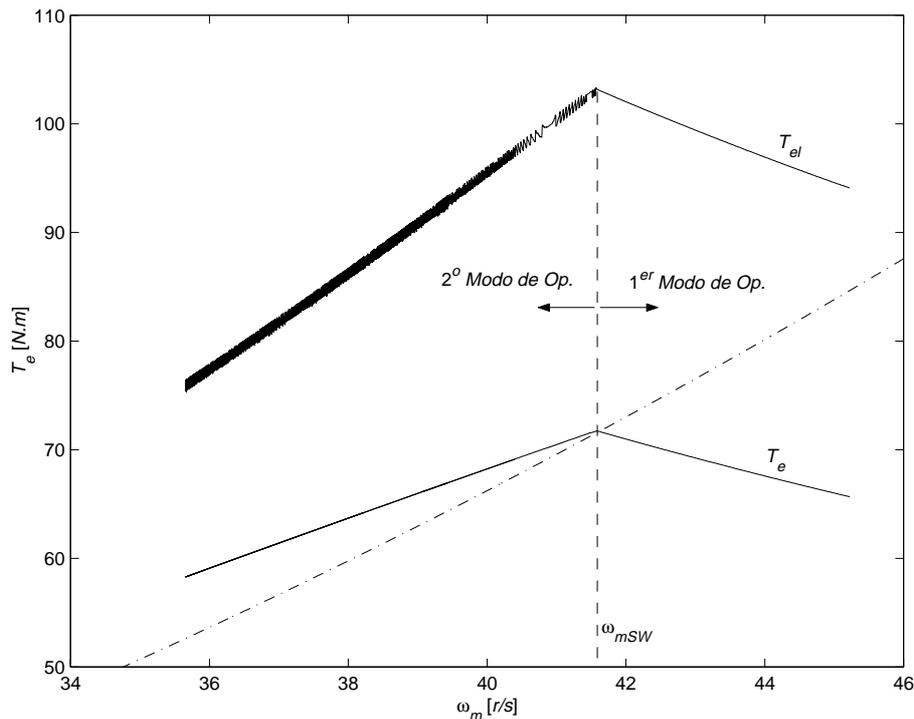


Figura 7.18: Torque Eléctrico Resistente Exacto y Linealizado

La presencia de una transición suave entre las superficies de operación de esta figura parecería contradecir la explicación realizada al respecto en párrafos precedentes. Debido al salto existente en la potencia de referencia en el instante $t=50$ seg. el regreso del sistema al primer modo de funcionamiento ($t \cong 105$ seg.) debería producirse a través de una transición abrupta. Sin embargo, la energía almacenada en las partes rotantes permite que luego del cambio de potencia de referencia sucedido en $t=50$ seg., el subsistema eólico opere unos instantes dentro del primer modo de funcionamiento. Este corto intervalo basta para actualizar el término correctivo de la potencia de referencia (P_{err}) y así lograr una transición suave en su regreso al dominio del primer modo de operación.

Finalmente, puede observarse en la figura 7.18 cómo bajo el segundo modo de operación, el sistema se desplaza por una curva próxima al lugar geométrico de puntos de conversión óptima. Esta curva resulta una buena aproximación para puntos de operación que impliquen potencias elevadas, tornándose regular a medida que disminuye la velocidad y la potencia generada.

Para que bajo el primer modo de funcionamiento el sistema opere sobre la superficie de deslizamiento s_{w1} sin error en el seguimiento de la referencia, en la

subsección 7.2.1.A se incorporó un término extra en la referencia de potencia correspondiente a esa superficie (P_{err}). La figura 7.19 muestra la evolución temporal de dicho término. En ella puede observarse cómo durante la operación bajo el segundo modo de funcionamiento el término referido se mantiene constante. Es esta particularidad la que permite las transiciones suaves cuando el sistema regresa al primer modo de operación sin que se haya producido un cambio en la potencia de referencia y viceversa.

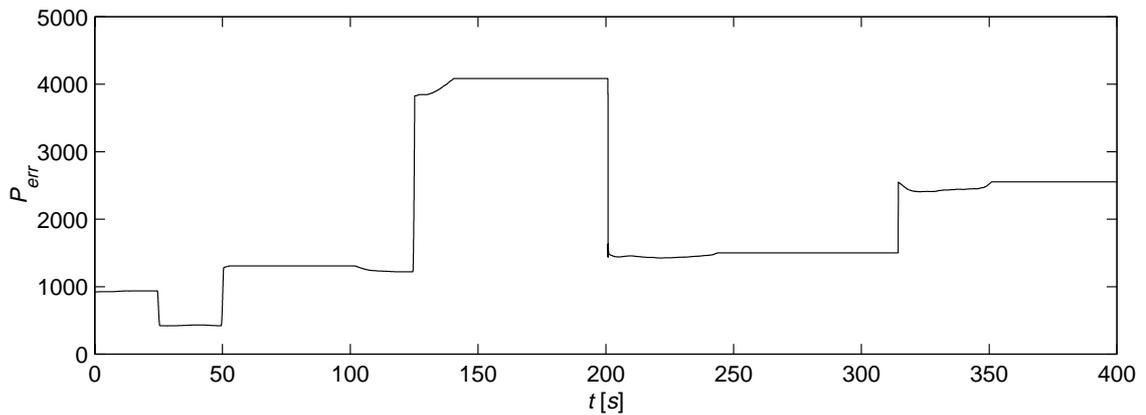


Figura 7.19: Término Correctivo de la Referencia de Potencia en s_{w1}

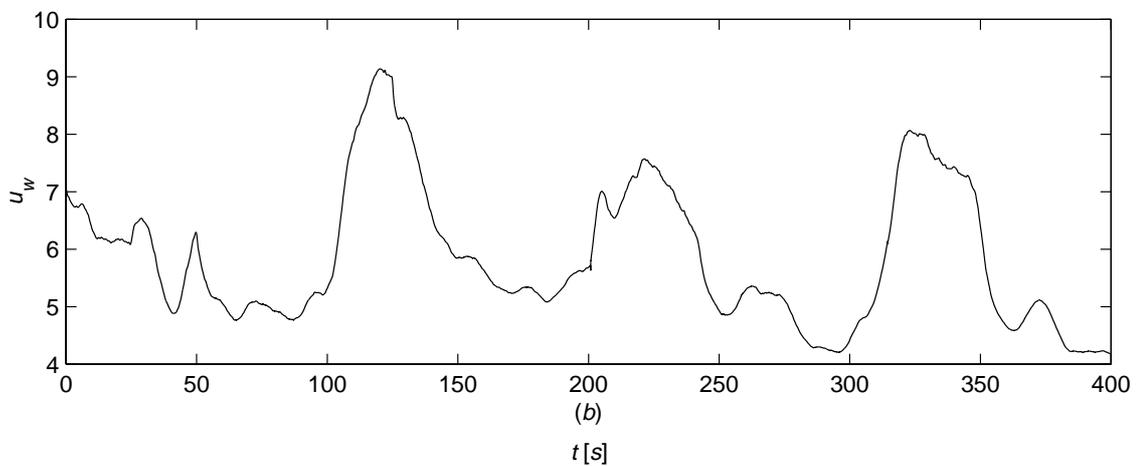
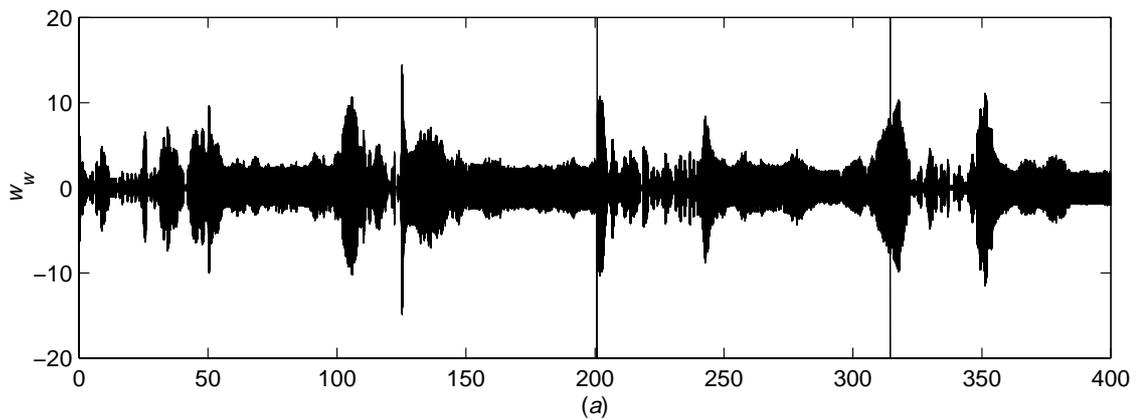


Figura 7.20: a) Variable de Control w_w ; b) u_w

En la figura 7.20 se grafica la variable de control w_w y la variable u_w . En su parte *a* puede observarse la variabilidad de los límites de conmutación generados por el control bajo cualquiera sus modos de operación. Por su parte, la grafica *b* muestra el comportamiento de la variable de control del subsistema de generación eólico previo a la extensión dinámica de su modelo. Esta variable se encuentra en íntima relación con la tensión que el control refleja en bornes del GSIP (ecuación 6.37).

Por último, en la figura 7.21 se presentan la componente $f_3(\mathbf{x})$ del campo de deriva del modelo dinámico del subsistema eólico y su estimación obtenida por medio del algoritmo de Levant. En ella puede observarse la buena calidad de la estimación.

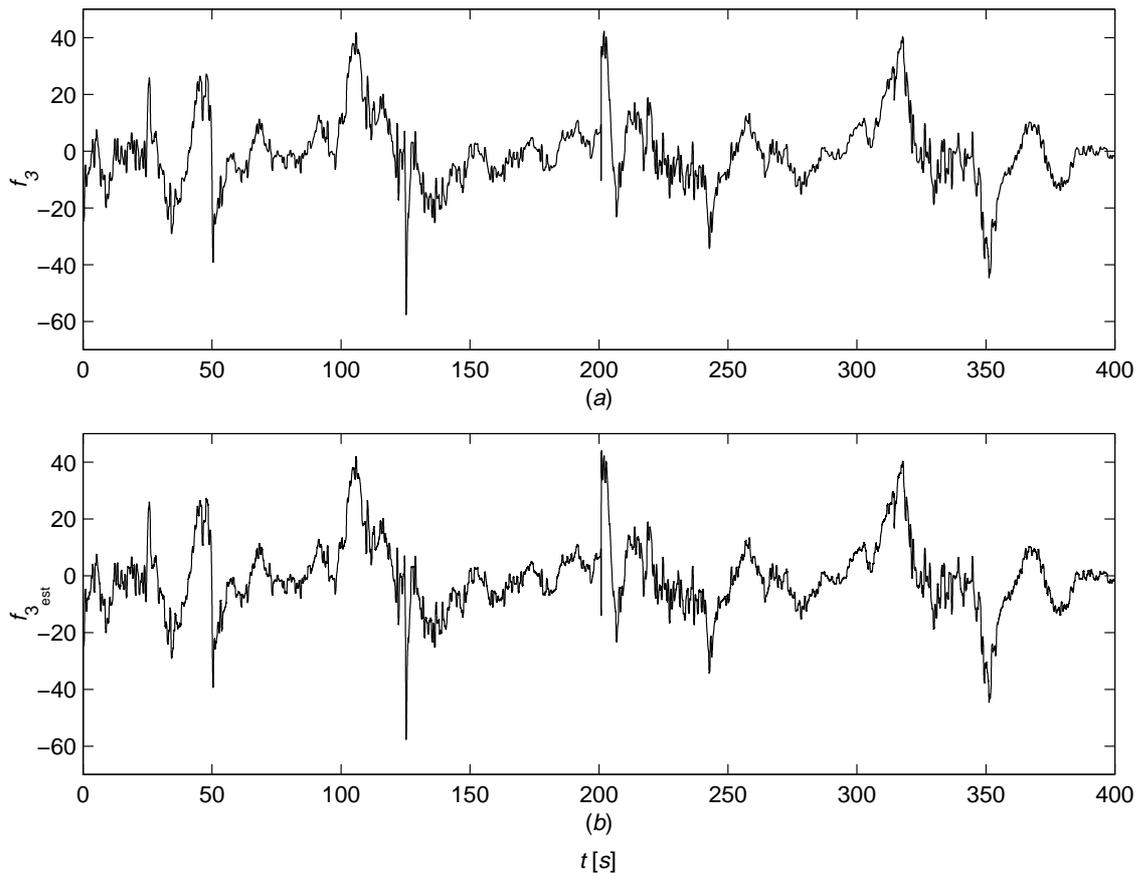


Figura 7.21: a) Componente $f_3(\mathbf{x})$; b) Salida del Algoritmo de Levant

Luego de examinar el comportamiento del subsistema eólico, se pasa a analizar detalladamente el funcionamiento del subsistema fotovoltaico. Para ello en la figura 7.22 se presentan en sus partes *a* y *b* las superficies de deslizamiento s_{pv1} y s_{pv2} respectivamente. En ellas puede observarse que durante los períodos en que el subsistema entra en funcionamiento, el mismo se mantiene alternativamente sobre las superficies con cierta magnitud de *chattering*. En todos los casos el sistema comienza operando sobre la primer superficie y luego, si las circunstancias lo requieren, pasa a operar sobre la superficie de conversión óptima. La aparición de picos abruptos en el comienzo y final de cada período operación que se observan en la gráfica *b* se debe a que, tanto la entrada en funcionamiento como la salida de operación del subsistema se producen bajo el mando del primer modo de funcionamiento. Este proceso causa cambios abruptos en la medida de la conductancia incremental ya que la misma es idénticamente nula durante los intervalos en que el subsistema no se encuentra en operación. Finalmente, en la gráfica *a* puede notarse la aparición de un pico en $t=320$ seg., reflejo del cambio abrupto de superficie de deslizamiento en el subsistema eólico analizado anteriormente.

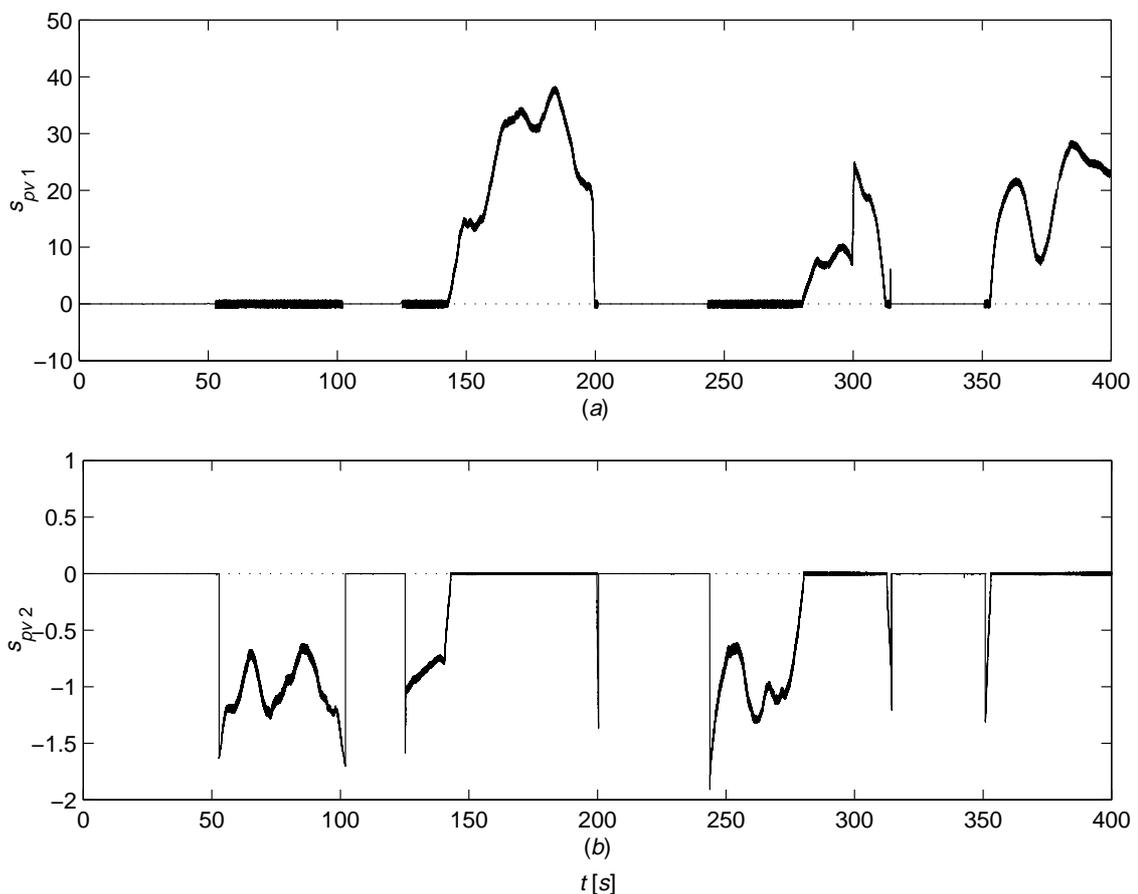


Figura 7.22: a) Superficie de Deslizamiento s_{pv1} ; b) Superficie de Deslizamiento s_{pv2}

Finalmente, a fin de completar el estudio del comportamiento del subsistema fotovoltaico, en la figura 7.23 se grafica la evolución de la corriente y tensión en bornes del arreglo de celdas y de la variable de control u_{pv} . Las variaciones observadas en la tensión v_{pv} durante los períodos de ausencia de generación corresponden al seguimiento del punto $i_{pv}=0$ ante cambios de radiación y temperatura sobre el arreglo de celdas.

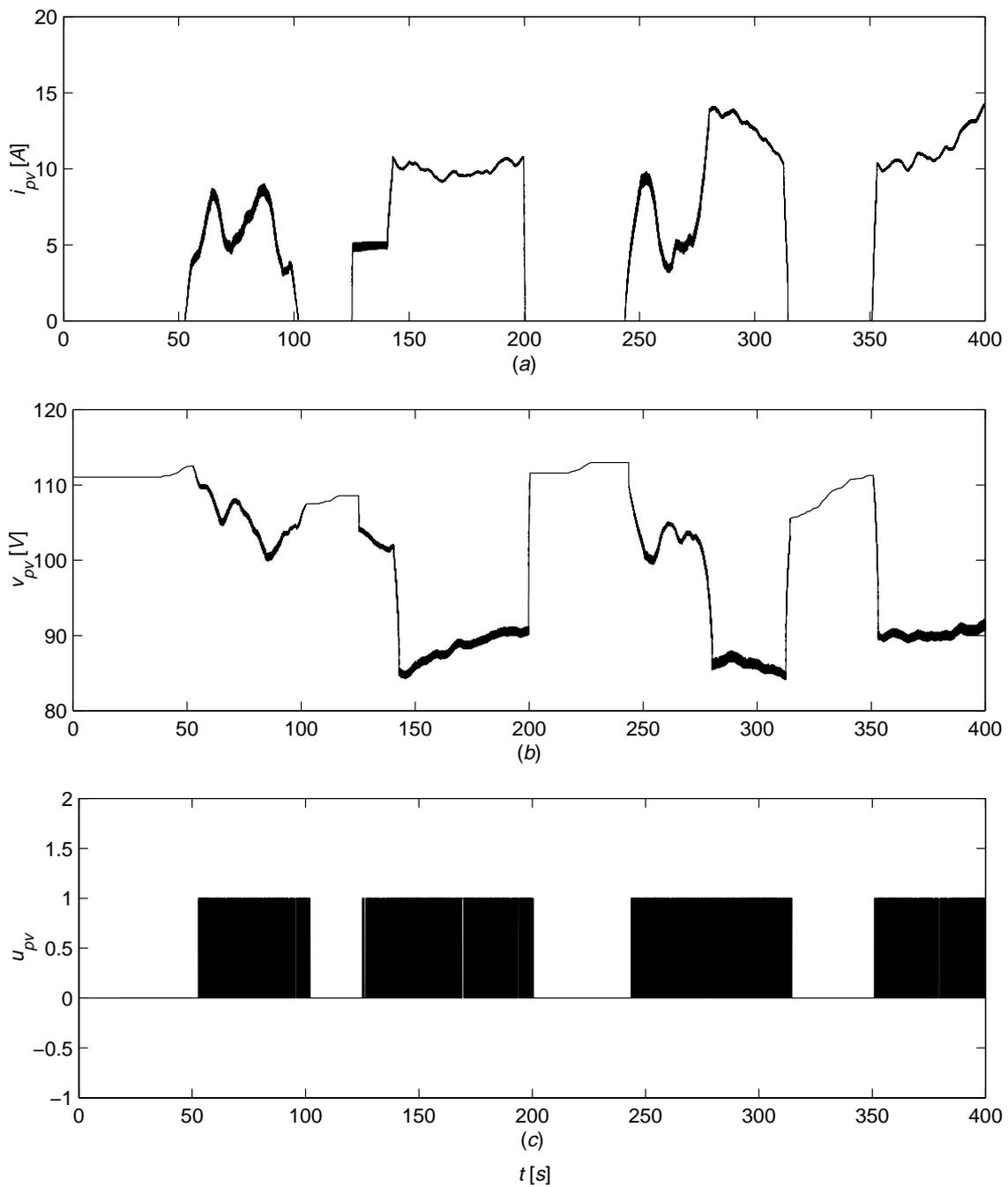


Figura 7.23: a) Corriente de Salida del Arreglo Fotovoltaico (i_{pv}); b) Tensión en Bornes del Arreglo del Arreglo Fotovoltaico (v_{pv}); c) Variable de Control (u_{pv})

7.4. Resumen

En este capítulo se presentó la estrategia general de operación adoptada para el SHGEE. Esta estrategia privilegia el ciclo de carga y mantenimiento del banco de baterías sin descuidar los requisitos de potencia de la carga. De esta manera, se siguen los lineamientos recomendados para extender la vida útil del sistema de almacenamiento. Definida la estrategia de operación se abordó inicialmente el subsistema de generación eólico y se determinó la ley de control a aplicar para cada uno de sus modos de funcionamiento. Para este desarrollo se empleó el marco teórico de estabilización en el sentido de Lyapunov por realimentación de estados conmutada, vista en el capítulo 5. Posteriormente se definió la forma de determinar el modo de operación bajo el cual se encuentra el subsistema y se presentaron soluciones a los problemas de implementación posibles.

Finalizado el tratamiento del subsistema de generación eólico, se analizó el diseño del control para el subsistema fotovoltaico. Dadas las características de la señal de control se determinó la imposibilidad de utilizar el marco teórico conjunto de regímenes deslizantes y pasividad, por lo cual el diseño del control se abordó únicamente desde la óptica de los regímenes deslizantes. Definidas las leyes de control, se presentó una forma de determinar la operación bajo un modo de funcionamiento u otro a partir de la creación de una potencia ficticia. Posteriormente se analizó el dominio correspondiente a cada uno de estos modos.

Finalmente, en la sección 7.2.3 se sintetizó la estrategia y las leyes de control a aplicar en cada caso sobre el SHGEE y, en la sección 7.3, se analizaron las características del control diseñado a través de simulaciones.

Capítulo 8

Control de Esfuerzo Mínimo

En este capítulo se realiza inicialmente el análisis geométrico diferencial detallado de la metodología de diseño del control empleada en el capítulo anterior. A continuación, y a raíz de este análisis, se presenta una nueva propuesta que permite simplificar el diseño del control. Esta simplificación involucra tanto la mecánica que implica su determinación como los cálculos numéricos necesarios para la obtención de su valor final. Presentada la nueva metodología, se obtiene la expresión de la nueva ley de control a aplicar sobre el subsistema eólico y seguidamente se analizan las ventajas que presenta el control obtenido frente al diseño realizado en el capítulo anterior. En la última sección, se analizan los resultados de las simulaciones realizadas bajo condiciones externas de funcionamiento idénticas a las empleadas anteriormente.

8.1. Introducción

En el capítulo anterior se presentó la estrategia general de operación del SHGEE y se diseñaron las leyes de control a aplicar sobre cada uno de los subsistemas de generación en sus diversos modos de funcionamiento. Sobre el final del mismo, se analizaron los resultados obtenidos por simulación, determinando el buen comportamiento que presenta el diseño en cuanto al objetivo de control propuesto. En el caso particular del control diseñado para el subsistema de generación eólico, las características propias del modelo dinámico utilizado y de las salidas elegidas,

condujeron a incorporar diversas modificaciones sobre el procedimiento básico a fin de salvar diversos inconvenientes que surgieron durante el diseño del mismo. Sin embargo, algunas de ellas, al tiempo que aportan soluciones, producen el debilitamiento de ciertas características del control y, en general, incrementan la complejidad del mismo. En este capítulo se pretende evitar la necesidad de incorporar estas modificaciones a partir del desarrollo y posterior aplicación de una nueva forma sistemática en el diseño del control. Esta nueva metodología se encuentra fuertemente emparentada con el análisis geométrico diferencial del modelo dinámico de un sistema expresado en la forma canónica energética.

8.2. Análisis Geométrico Diferencial del Control Propuesto

En el capítulo 5 se presentó un método sistemático que permite expresar el modelo dinámico de un sistema en la denominada forma canónica energética. Esta forma canónica se encuentra dada respecto de una función de energía particular $V(\mathbf{x})$. En el caso del planteo de un control por regímenes deslizantes, dicha función de energía está relacionada con la superficie de deslizamiento deseada a través de una expresión cuadrática. La metodología referida exige como única condición que el modelo del sistema tenga grado relativo unitario respecto de la variedad de deslizamiento, lo cual coincide con los requisitos necesarios para establecer un régimen deslizante. A continuación, se presenta la interpretación geométrica diferencial subyacente bajo las diferentes etapas involucradas en la transformación del modelo dinámico hacia la forma canónica energética. Para ello se considera que el modelo disponible del sistema se encuentra expresado bajo la forma general afín en el control: $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) u$.

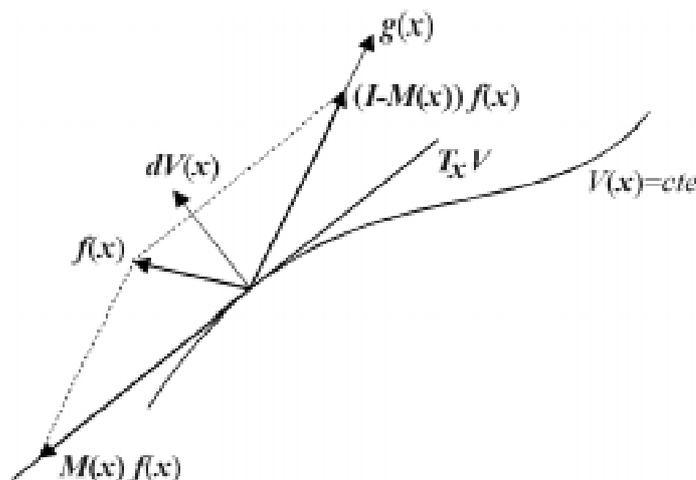


Figura 8.1: Descomposición del Campo Vectorial de Deriva $\mathbf{f}(\mathbf{x})$

El primer paso involucrado en la transformación estructural del modelo dinámico, consiste en descomponer el campo vectorial de deriva $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ en dos componentes particulares. Estas se obtienen a partir de realizar las proyecciones de $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ sobre el

subespacio tangente a la superficie de nivel de la función de energía a lo largo de la envergadura del vector $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ y sobre el vector $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ mismo. Para efectuar dicho procedimiento se utiliza el operador de proyección $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ analizado en la subsección 5.2.2. La figura 8.1 presenta una vista esquemática de la descomposición descrita.

Luego, descomponiendo el vector $(\mathbf{I}-\mathbf{M}(\mathbf{x}))\mathbf{f}(\mathbf{x})$ en su parte tangencial y ortogonal a la superficie y sumando las componentes tangenciales, el modelo dinámico queda expresado matemáticamente por la siguiente ecuación:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{g}(\mathbf{x})u, \quad (8.1)$$

donde las matrices $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ y $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ resultan ser antisimétrica y simétrica respectivamente. Esta característica particular de las matrices $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ y $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ está íntimamente relacionada con la posición respecto de la superficie de nivel de cada uno de los vectores que ellas determinan en la ecuación (8.1). Las expresiones correspondientes a estas matrices pueden encontrarse en la subsección 5.2.3. La configuración vectorial resultante puede observarse en la figura 8.2.

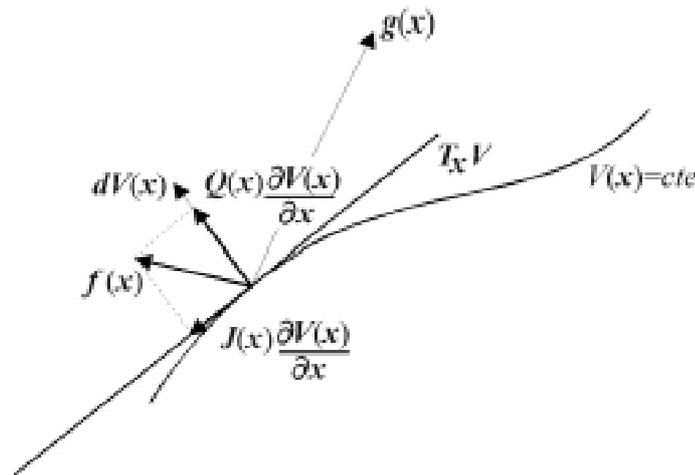


Figura 8.2: Descomposición en Cuadratura del Campo Vectorial de Deriva

De esta última figura resulta claro que, al ser tangencial a la superficie de nivel de la función de energía considerada, la componente vectorial debida a la matriz $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ no produce incrementos o decrementos diferenciales en la función de energía. Por el contrario, dependiendo de la orientación que presente con respecto al vector gradiente de la superficie, la componente vectorial originada por $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ producirá el crecimiento o disminución de $V(\mathbf{x})$. Este comportamiento se ve claramente reflejado en la expresión correspondiente a la derivada temporal de la función de energía:

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{J}(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{g}(\mathbf{x})u \quad (8.2)$$

En la ecuación (8.2) es directo determinar que, al ser la matriz $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ antisimétrica, el término que la involucra es idénticamente nulo y por lo tanto no afecta la derivada temporal de la función de energía. En el caso del segundo término, resulta claro que corresponde al producto escalar entre el vector $\mathbf{Q}(\mathbf{x})\partial V(\mathbf{x})/\partial \mathbf{x}$ y el vector gradiente y por lo tanto, el signo de su aporte depende de relación que exista entre sus direcciones.

A posteriori, el método presentado en el capítulo 5 incorpora la subdivisión de la matriz simétrica $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ en dos matrices $\mathbf{Q}_p(\mathbf{x})$ y $\mathbf{Q}_n(\mathbf{x})$ de características semipositiva

definida y seminegativa definida respectivamente. Vectorialmente, como se observa en la figura 8.3, esta subdivisión implica la descomposición del vector $\mathbf{Q}(\mathbf{x})\partial V(\mathbf{x})/\partial \mathbf{x}$ en dos componentes cuyos productos escalares con el vector gradiente tienen diferente polaridad.

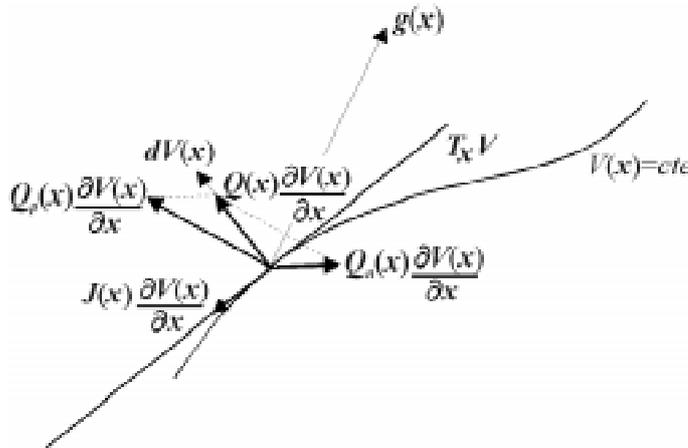


Figura 8.3: Descomposición Vectorial de $\mathbf{Q}(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}$

De esta manera, el modelo dinámico del sistema puede finalmente expresarse en la denominada forma canónica energética respecto de la función de energía $V(\mathbf{x})$:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}_p(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}_n(\mathbf{x})\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{g}(\mathbf{x}) u \quad (8.3)$$

Es importante notar en este punto, que la descomposición de la matriz $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ admite infinitas soluciones y por lo tanto la forma canónica energética en relación con una determinada función de energía no resulta única.

Considérese ahora el caso en que la función de energía se encuentra vinculada a una superficie de deslizamiento $s(\mathbf{x})$ a través de una función cuadrática como la utilizada en el capítulo 5. En la subsección 5.2.5 se ha demostrado que bajo estas circunstancias el modelo dinámico del sistema puede expresarse bajo la forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}'(\mathbf{x})\frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}'_p(\mathbf{x})\frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{Q}'_n(\mathbf{x})\frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{g}(\mathbf{x}) u \quad (8.4)$$

Las expresiones de las matrices $\mathbf{J}'(\mathbf{x})$ y $\mathbf{Q}'_i(\mathbf{x})$ se especifican en la subsección citada anteriormente. Luego, la derivada temporal de la función de energía puede escribirse como:

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = s(\mathbf{x}) \left(\frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{J}'(\mathbf{x}) \frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}'_p(\mathbf{x}) \frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}'_n(\mathbf{x}) \frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{g}(\mathbf{x}) u \right) \quad (8.5)$$

En la figura 8.4 se presenta un diagrama esquemático que permite interpretar la acción de cada término de la ecuación (8.5). En ella puede observarse que cada una de las componentes vectoriales originadas en \mathbf{Q}'_p y \mathbf{Q}'_n presenta una acción opuesta a cada lado de la superficie. A fin de anular alternativamente la acción de la componente que en cada caso tiende a alejar al sistema de la superficie y así establecer un régimen deslizante sobre ella, en la subsección 5.2.5 se propuso la siguiente ley de control conmutada:

$$u = \begin{cases} \text{Si } s(\mathbf{x}) \geq 0 & u = \frac{-1}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}s(\mathbf{x})} \left[\frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}'_p(\mathbf{x}) \frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right] \\ \text{Si } s(\mathbf{x}) < 0 & u = \frac{-1}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}s(\mathbf{x})} \left[\frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}'_n(\mathbf{x}) \frac{\partial s(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right] \end{cases} \quad (8.6)$$

En este punto resulta interesante notar que, dado que el control puede actuar únicamente a lo largo de la envergadura del vector $\mathbf{g}(\mathbf{x})$, la acción de la ley de control de la ecuación (8.6) está dirigida a cancelar la proyección que la componente a anular en cada caso, presenta sobre la dirección de $\mathbf{g}(\mathbf{x})$. Esta es la razón por la cual en las expresiones (8.6) aparece la derivada de Lie de la superficie respecto del vector citado.

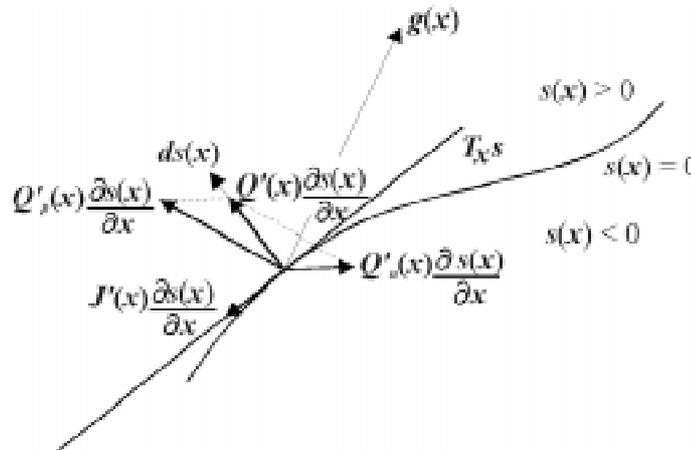


Figura 8.4: Descomposición Vectorial Respecto de la Superficie $s(\mathbf{x})$

En la ecuación (8.6) y también en el último gráfico puede observarse que, debido a que la descomposición de la matriz $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ no es única, el esfuerzo de control realizado para anular alternativamente la acción de cada una de las componentes, dependerá de la división realizada. Análogamente, la amplitud del *chattering* presente bajo una implementación de frecuencia de conmutación finita, dependerá de esta descomposición. Esto se debe a que su amplitud se encuentra en relación directa con el módulo y dirección que presenta la componente vectorial remanente respecto al subespacio ortogonal a la superficie. La presencia de este fenómeno en la regulación de la potencia de salida del subsistema de generación eólico, fue la que motivó en la subsección 7.2.1.A la incorporación de la extensión dinámica en el modelo del sistema híbrido.

8.3. Control de Esfuerzo Mínimo

Con el fin de eliminar la dependencia que manifiesta el esfuerzo de control y la amplitud del *chattering* respecto de la descomposición de la matriz $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$, se propone a continuación un nuevo control al cual se lo ha denominado control de esfuerzo mínimo.

Como se presenta a continuación, la razón de utilizar esta nomenclatura deviene del hecho de que el esfuerzo de control se aplica solamente a neutralizar las componentes del campo de deriva que actúan fuera del subespacio tangente a la superficie de deslizamiento. Desde la figura 8.4 su determinación resulta inmediata ya que, para evitar la necesidad de realizar la descomposición efectuada anteriormente, se propone cancelar directamente la acción de la componente vectorial correspondiente a $Q(x)$. Esto significa aplicar la siguiente ley de control:

$$u = \frac{-1}{L_{g(x)}s(x)} \left[\frac{\partial s(x)}{\partial x^T} Q'(x) \frac{\partial s(x)}{\partial x} \right] \quad (8.7)$$

La ley de control (8.7) asegura que si el sistema se encuentra sobre la superficie, el control lo mantendrá sobre ella únicamente en ausencia de perturbaciones. Sin embargo, dicho control no provee ninguna acción de acercamiento en caso de que el sistema se encuentre fuera de la variedad de deslizamiento. Este comportamiento puede deducirse fácilmente a partir del planteo de la derivada temporal de la función de energía ya que, al utilizar en ella el control de la ecuación (8.7), la misma pasa a ser idénticamente nula. Finalmente, como puede observarse en su definición, la ley de control propuesta no corresponde a un control de características conmutadas y por lo tanto no puede establecer un régimen deslizante.

A fin de proveer la acción necesaria para lograr el acercamiento a la superficie de deslizamiento desde posiciones alejadas, se propone incorporar un nuevo término al control presentado en la ecuación (8.7). Una posibilidad interesante para su diseño consiste en emplear la acción de este término para controlar la velocidad de acercamiento a la superficie. En este sentido considérese la ecuación correspondiente a la derivada temporal de la función de energía:

$$\dot{V}(x) = s(x) \frac{\partial s(x)}{\partial t} = s(x) \left(\frac{\partial s(x)}{\partial x^T} J'(x) \frac{\partial s(x)}{\partial x} + \frac{\partial s(x)}{\partial x^T} Q'(x) \frac{\partial s(x)}{\partial x} + \frac{\partial s(x)}{\partial x^T} g(x) u \right) \quad (8.8)$$

Desde esta ecuación es directo determinar el control auxiliar que cumpla con una determinada ley en cuanto a la velocidad de acercamiento hacia la superficie. Por ejemplo, en caso de buscar imponer una velocidad de acercamiento constante, el control auxiliar estará dado por:

$$-\gamma \frac{\text{sign}(s(x))}{L_{g(x)}s(x)}, \quad (8.9)$$

donde γ corresponde a la velocidad de acercamiento deseada.

Otra posibilidad consistiría en imponer una velocidad de acercamiento proporcional a la distancia del punto de operación con respecto a la variedad de deslizamiento. En este caso, la ley de control estará expresada por:

$$-\gamma \frac{|s(x)| \text{sign}(s(x))}{L_{g(x)}s(x)} \quad (8.10)$$

Luego, de adoptarse el control auxiliar de la expresión (8.10), la ley de control general pasa a estar dada por:

$$u = \frac{-1}{L_{g(x)}s(x)} \left[\frac{\partial s(x)}{\partial x^T} Q'(x) \frac{\partial s(x)}{\partial x} \right] - \gamma \frac{|s(x)| \operatorname{sign}(s(x))}{L_{g(x)}s(x)} \quad (8.11)$$

La presencia de la función signo en el segundo término de la ecuación (8.11) podría inducir a interpretar este control como un control de características conmutadas. Sin embargo, dada la dependencia lineal que este término presenta respecto a la distancia del punto de operación a la superficie de deslizamiento, la acción de control resulta en un acercamiento a la superficie de características asintóticas.

Considérese ahora el caso en el cual el modelo dinámico del sistema presenta además de los vectores de deriva y control, un vector adicional de norma acotada conocida, originado por perturbaciones, variaciones paramétricas no estructuradas y/o dinámica no modelada. La situación referida es la que se presenta en la figura 8.5.

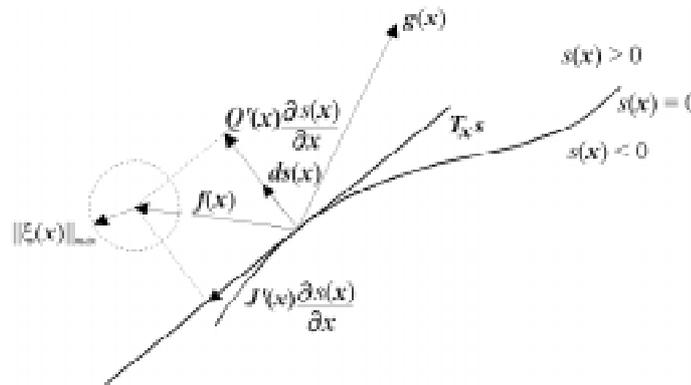


Figura 8.5: Sistema Dinámico con Vector de Perturbaciones No Estructuradas

Bajo esta nueva situación, de acuerdo a las expresiones vistas anteriormente, si el vector de perturbaciones fuera exactamente conocido podría descomponerse de acuerdo a su componente tangencial y ortogonal a la superficie. En ese caso, el modelo dinámico del sistema podría escribirse como:

$$\dot{x} = J'(x) \frac{\partial s(x)}{\partial x} + Q'(x) \frac{\partial s(x)}{\partial x} + \xi_Q(x) \frac{\partial s(x)}{\partial x} + \xi_J(x) \frac{\partial s(x)}{\partial x} + g(x) u \quad (8.12)$$

donde las matrices $\xi_Q(x)$ y $\xi_J(x)$ se obtienen de expresiones similares a las empleadas para determinar las matrices $J'(x)$ y $Q'(x)$ en las cuales el vector $f(x)$ debe reemplazarse por el vector $\xi(x)$, es decir:

$$\xi_Q(x) = \frac{1}{2L_{g(x)}s(x)} \left[\xi(x)g^T(x) + g(x)\xi^T(x) \right] \quad (8.13)$$

$$\xi_J(x) = \frac{1}{2L_{g(x)}s(x)} \left[\xi(x)g^T(x) - g(x)\xi^T(x) \right] \quad (8.14)$$

Luego, a través de la señal de control podría anularse la contribución producida por su componente ortogonal a la superficie en el punto de operación.

Sin embargo, si bien generalmente es posible determinar la cota máxima del vector de perturbaciones, no es común conocer exactamente su módulo y dirección. Por lo tanto, la ley de control que considere en su diseño aspectos de robustez frente a

Analizando los dos últimos términos de la ecuación (8.16) puede notarse que sus acciones se encuentran superpuestas. Este comportamiento puede visualizarse fácilmente en la figura 8.7. En ella se grafican por separado las velocidades de acercamiento a la superficie inducidas por la acción de cada uno de estos términos, en función de la distancia a la misma. Desde esta figura es directo deducir que sobre cada punto de operación, la velocidad de acercamiento efectiva resultará mayor que la deseada debido a la acción de la componente de control (8.15). Análogamente, el sistema presentará un rechazo a perturbaciones mayor que el pretendido, debido a la acción de la componente de control (8.10). En caso de que esta superposición de acciones afecte negativamente el comportamiento que se pretende del sistema, pueden incorporarse a cada uno de los términos analizados acciones *on/off* que independicen sus dominios de operación.

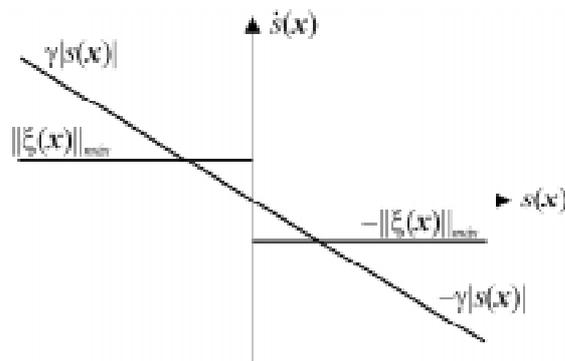


Figura 8.7 Velocidad de Acercamiento a la Superficie de Deslizamiento

8.4. Aplicación de Método Propuesto en el Diseño del Controlador Eólico

La aplicación de la estructura de control analizada en la subsección anterior sobre el modelo dinámico del subsistema de generación eólico, permite incorporar algunas características ventajosas al control resultante. En cierta medida, la mayoría de ellas surge de poder evitar la utilización de la extensión dinámica sobre el modelo del subsistema eólico. Cada una de estas ventajas es analizada en particular luego de realizar los cálculos para la determinación de la expresión del control.

En el capítulo anterior, además de realizarse el diseño y cálculo del control se definió la estrategia sobre la cual se desea que el sistema trabaje. Esta estrategia está basada en la administración de la operación del subsistema eólico entre sus dos modos de funcionamiento. Cada uno de estos modos se encuentra caracterizado a partir de una superficie de deslizamiento. En resumen, la estrategia planteada puede escribirse de la siguiente manera:

$$\begin{cases} \omega_e \geq \omega_{e\ SW} \Rightarrow s_{w1}(\mathbf{x}) = P_{wref1} - \frac{3}{2} \phi_{sr} i_q \omega_e + \frac{3}{2} (i_q^2 + i_d^2) r_s \\ \omega_e < \omega_{e\ SW} \Rightarrow s_{w2}(\mathbf{x}) = K_{opt} \omega_e^3 - \frac{3}{2} \phi_{sr} i_q \omega_e \end{cases} \quad (8.17)$$

donde $\omega_{e\ SW}$ corresponde a la velocidad angular eléctrica de conmutación, P_{wref1} a la potencia de referencia utilizada durante el primer modo de operación y K_{opt} a la constante correspondiente al lugar geométrico de puntos de conversión óptima sobre el plano torque velocidad angular eléctrica. Sus expresiones particulares corresponden a las ecuaciones (7.29), (7.21) y (7.23) respectivamente.

Considérese inicialmente la operación sobre el primer modo de funcionamiento. Como se dijo anteriormente, la mayoría de las propiedades ventajosas de este enfoque del control provienen de evitar la necesidad de extender dinámicamente el modelo dinámico del sistema. Luego, el diseño se realiza a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\dot{i}_q = -\frac{r_s}{L} i_q - \omega_e i_d + \frac{\omega_e \phi_{sr}}{L} - \frac{\pi v_b i_q u_w}{3\sqrt{3} L \sqrt{i_q^2 + i_d^2}} \quad (8.18.a)$$

$$\dot{i}_d = -\frac{r_s}{L} i_d + \omega_e i_q - \frac{\pi v_b i_d u_w}{3\sqrt{3} L \sqrt{i_q^2 + i_d^2}} \quad (8.18.b)$$

$$\dot{\omega}_e = \frac{P}{2J} \left(T_t - \frac{3P}{2} \phi_{sr} i_q \right) \quad (8.18.c)$$

$$\dot{v}_c = (i_w + i_f - i_L) / C_b, \quad (8.18.d)$$

las cuales pueden escribirse en forma matricial como:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ g_4 \end{bmatrix} u_w = \begin{bmatrix} -\frac{r_s}{L} i_q - \omega_e i_d + \frac{\omega_e \phi_{sr}}{L} \\ -\frac{r_s}{L} i_d + \omega_e i_q \\ \frac{P}{2J} \left(T_t - \frac{3P}{2} \phi_{sr} i_q \right) \\ (i_w + i_f - i_L) / C_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{\pi v_b i_q}{3\sqrt{3} L \sqrt{i_q^2 + i_d^2}} \\ -\frac{\pi v_b i_d}{3\sqrt{3} L \sqrt{i_q^2 + i_d^2}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_w \quad (8.19)$$

Considerando este modelo dinámico y la superficie de deslizamiento s_{w1} la condición de transversalidad resulta:

$$L_{\mathbf{g}(x)} s_{w1}(\mathbf{x}) = -\frac{3}{2} \phi_{sr} \omega_e g_1 + 3 r_s (i_q g_1 + i_d g_2) \quad (8.20)$$

Es relativamente directo demostrar que la expresión (8.20) es no nula para cualquier punto de operación (ver Apéndice C), por lo cual se cumplen las condiciones necesarias para establecer un régimen deslizante sobre la superficie considerada. Luego, realizando los cálculos algebraicos que involucra la ecuación (8.16), la expresión correspondiente al control resulta (ver Apéndice C):

$$u_w = - \frac{6r_s(i_q f_1 + i_d f_2) - 3\phi_{sr}(\omega_e f_1 + i_q f_3) + 2\left(\gamma|s_{w1}(\mathbf{x})| + \|\xi(\mathbf{x})\|_{m\acute{a}x} \left| \frac{\partial s_{w1}}{\partial \mathbf{x}} \right| \right) \text{sign}(s_{w1}(\mathbf{x}))}{6r_s(i_q g_1 + i_d g_2) - 3\phi_{sr}\omega_e g_1} \quad (8.21)$$

donde γ y $\|\xi(\mathbf{x})\|_{m\acute{a}x}$ son constantes de dise˜no y $\left| \frac{\partial s_{w1}}{\partial \mathbf{x}} \right| = \frac{3}{2} \sqrt{(4r_s^2(i_q^2 + i_d^2) + \phi_{sr}^2(\omega_e^2 + i_q^2) - 4r_s\phi_{sr}\omega_e i_q)}$.

En el caso de operar dentro del segundo modo de funcionamiento, caracterizado por la superficie de deslizamiento s_{w2} , la condici3n de transversalidad puede expresarse como:

$$L_{g(x)}s_{w2}(\mathbf{x}) = -\frac{3}{2}\phi_{sr}\omega_e g_1 \quad (8.22)$$

Es directo ver que la expresi3n (8.21) es no nula dentro de la regi3n de operaci3n. Luego, al igual que para la superficie anterior, el c3lculo de la ecuaci3n (8.16) arroja la siguiente expresi3n (ver Ap3ndice C):

$$u_w = \left[-\frac{f_1}{g_1} + \frac{2K_{opt}\omega_e f_3}{\phi_{sr}g_1} - \frac{i_q f_3}{g_1\omega_e} \right] + 2\left(\gamma|s_{w2}(\mathbf{x})| + \|\xi(\mathbf{x})\|_{m\acute{a}x} \left| \frac{\partial s_{w2}}{\partial \mathbf{x}} \right| \right) \frac{\text{sign}(s_{w2}(\mathbf{x}))}{3\phi_{sr}\omega_e g_1} \quad (8.23)$$

$$\text{donde } \left| \frac{\partial s_{w2}}{\partial \mathbf{x}} \right| = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\phi_{sr}\omega_e \right)^2 + \left(3K_{opt}\omega_e^2 - \frac{3}{2}\phi_{sr}i_q \right)^2}$$

As3, la expresi3n completa que incluye la estrategia de operaci3n, las superficies de operaci3n y las leyes de control a aplicar en cada caso puede resumirse como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_e \geq \omega_{e\ SW} \Rightarrow s_{w1}(\mathbf{x}) = P_{wref1} - \frac{3}{2}\phi_{sr}i_q\omega_e + \frac{3}{2}(i_q^2 + i_d^2)r_s \\ u_w = - \frac{6r_s(i_q f_1 + i_d f_2) - 3\phi_{sr}(\omega_e f_1 + i_q f_3) + 2\left(\gamma|s_{w1}(\mathbf{x})| + \|\xi(\mathbf{x})\|_{m\acute{a}x} \left| \frac{\partial s_{w1}}{\partial \mathbf{x}} \right| \right) \text{sign}(s_{w1}(\mathbf{x}))}{6r_s(i_q g_1 + i_d g_2) - 3\phi_{sr}\omega_e g_1} \\ \omega_e < \omega_{e\ SW} \Rightarrow s_{w2}(\mathbf{x}) = K_{opt}\omega_e^3 - \frac{3}{2}\phi_{sr}i_q\omega_e \\ u_w = \left[-\frac{f_1}{g_1} + \frac{2K_{opt}\omega_e f_3}{\phi_{sr}g_1} - \frac{i_q f_3}{g_1\omega_e} \right] + 2\left(\gamma|s_{w2}(\mathbf{x})| + \|\xi(\mathbf{x})\|_{m\acute{a}x} \left| \frac{\partial s_{w2}}{\partial \mathbf{x}} \right| \right) \frac{\text{sign}(s_{w2}(\mathbf{x}))}{3\phi_{sr}\omega_e g_1} \end{array} \right. \quad (8.24)$$

Al comienzo de esta secci3n se mencion3 brevemente que el m3todo de dise˜no utilizado en la determinaci3n de un nuevo control para el subsistema e3lico, permite incorporar algunas caracter3sticas ventajosas en la operaci3n del sistema. En primera instancia debe decirse que, dado que esta metodolog3a permite limitar la magnitud m3xima del *chattering* asociado al modo deslizante, no result3 necesario extender din3micamente el modelo del sistema. Debido a esta particularidad se evit3 la aparici3n de muchos de los problemas que debieron salvarse durante el dise˜no realizado en el cap3tulo 7.

En cuanto al primer modo de funcionamiento, la ausencia de la extensión dinámica determina que la superficie s_{w1} inicialmente planteada (ecuación (7.4)) sea de grado relativo unitario. Así, se evita la necesidad de utilizar dentro de su expresión la aproximación lineal del torque eléctrico resistente, lo que a su vez elimina el error de seguimiento de la referencia de potencia. Cabe recordar que para la corrección de este error tuvo que incorporarse un término extra en la referencia de potencia (ecuación (7.21)).

Bajo el segundo modo de funcionamiento sucede algo similar. La ausencia de extensión dinámica determina que la superficie s_{w2} (ecuaciones (7.24) y (8.17)) sea de grado relativo unitario evitando así que en su expresión se utilice la aproximación lineal correspondiente al torque eléctrico resistente. Luego, el sistema puede desplazarse exactamente por el lugar geométrico de máxima conversión, evitando la necesidad de políticas correctivas.

Desde el punto de vista general, se observa que las leyes de control de la expresión (8.24) presentan menor complejidad que las diseñadas en el capítulo anterior tanto en cuanto a los cálculos necesarios para la obtención de sus expresiones como en cuanto a su resolución numérica. Adicionalmente, la ausencia de términos correctivos en las expresiones de las superficies de deslizamiento determina conmutaciones suaves entre los modos de funcionamiento y una estrategia de operación más clara.

Finalmente, resulta importante destacar que al eliminar la extensión dinámica del modelo, el vector $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ no resulta ortogonal al vector de deriva $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ permitiendo incorporar al diseño del control conceptos de robustez frente a perturbaciones, variaciones paramétricas y/o dinámica no modelada.

8.5. Resultados de Simulación

A fin de poder evaluar el comportamiento de la nueva ley de control desarrollada para el subsistema de generación eólico, se presentan y analizan a continuación los resultados de la operación del SHGEE obtenidos por simulación. Específicamente se presentan tres ejemplos de funcionamiento, representando diferentes condiciones de operación. El primero de ellos supone inexistencia de perturbaciones o dinámica no modelada y una ley de control que por lo tanto no incorpora en su expresión términos correctivos en este sentido. El segundo ejemplo considera la misma ley de control del ejemplo anterior pero con existencia de perturbaciones. Finalmente, el tercer ejemplo incorpora en la expresión de la ley de control un término correctivo para la operación bajo ambientes con perturbaciones.

Cada una de las simulaciones correspondiente a los tres ejemplos nombrados ha sido realizada utilizando para las variables externas al sistema las mismas secuencias temporales empleadas en el capítulo anterior. De esta forma se provee una base de operación idéntica que permite comparar los resultados obtenidos para cada uno de los controles diseñados.

A fin de recordar las diferentes condiciones de operación por las que atraviesa el sistema, en la figura 8.8 se repiten las secuencias temporales de potencia ya presentadas

en la figura 7.15. En particular en ella se observan las curvas de máxima potencia obtenible desde cada uno de los subsistemas de generación (en línea de trazos), la curva de máxima potencia instantánea de generación (en línea llena) y la curva de potencia demandada total (en línea de punto y trazo).

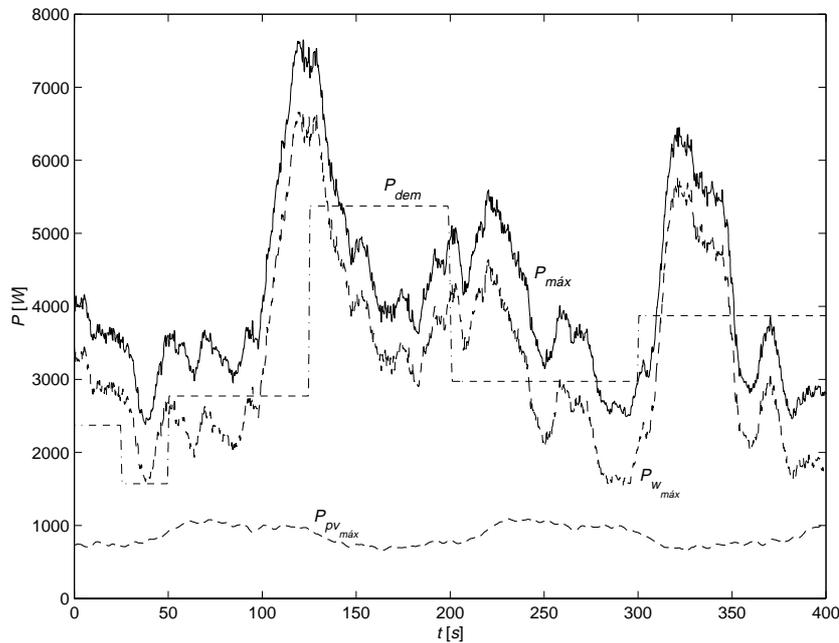


Figura 8.8: Generación Máxima Disponible y Potencia Total Demandada

Ejemplo A: sistema no perturbado

En este ejemplo se considera que el sistema se encuentra operando bajo inexistencia de perturbaciones y que la dinámica del sistema ha sido modelada exactamente. Ante estas circunstancias, la ley de control utilizada sobre el subsistema eólico no incorpora en su diseño aspectos de robustez. Así, la ecuación de la ley de control (8.24) se reduce a:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_e \geq \omega_{eSW} \Rightarrow s_{w1}(\mathbf{x}) = P_{wref1} - \frac{3}{2} \phi_{sr} i_q \omega_e + \frac{3}{2} (i_q^2 + i_d^2) r_s \\ u_w = - \frac{6r_s (i_q f_1 + i_d f_2) - 3\phi_{sr} (\omega_e f_1 + i_q f_3) + 2\gamma |s_{w1}(\mathbf{x})| \text{sign}(s_{w1}(\mathbf{x}))}{6r_s (i_q g_1 + i_d g_2) - 3\phi_{sr} \omega_e g_1} \\ \omega_e < \omega_{eSW} \Rightarrow s_{w2}(\mathbf{x}) = K_{opt} \omega_e^3 - \frac{3}{2} \phi_{sr} i_q \omega_e \\ u_w = \left[-\frac{f_1}{g_1} + \frac{2K_{opt} \omega_e f_3}{\phi_{sr} g_1} - \frac{i_q f_3}{g_1 \omega_e} \right] + 2\gamma |s_{w2}(\mathbf{x})| \frac{\text{sign}(s_{w2}(\mathbf{x}))}{3 \phi_{sr} \omega_e g_1} \end{array} \right. \quad (8.25)$$

A fin de comparar el comportamiento del subsistema eólico bajo esta ley de control, en la figura 8.9 se presenta la evolución del sistema en las vecindades de las superficies de deslizamiento s_{w1} (parte a) y s_{w2} (parte b), la corriente circulante por el banco de baterías (parte c) y la velocidad angular eléctrica en simultáneo con la velocidad angular límite de conmutación (parte d).

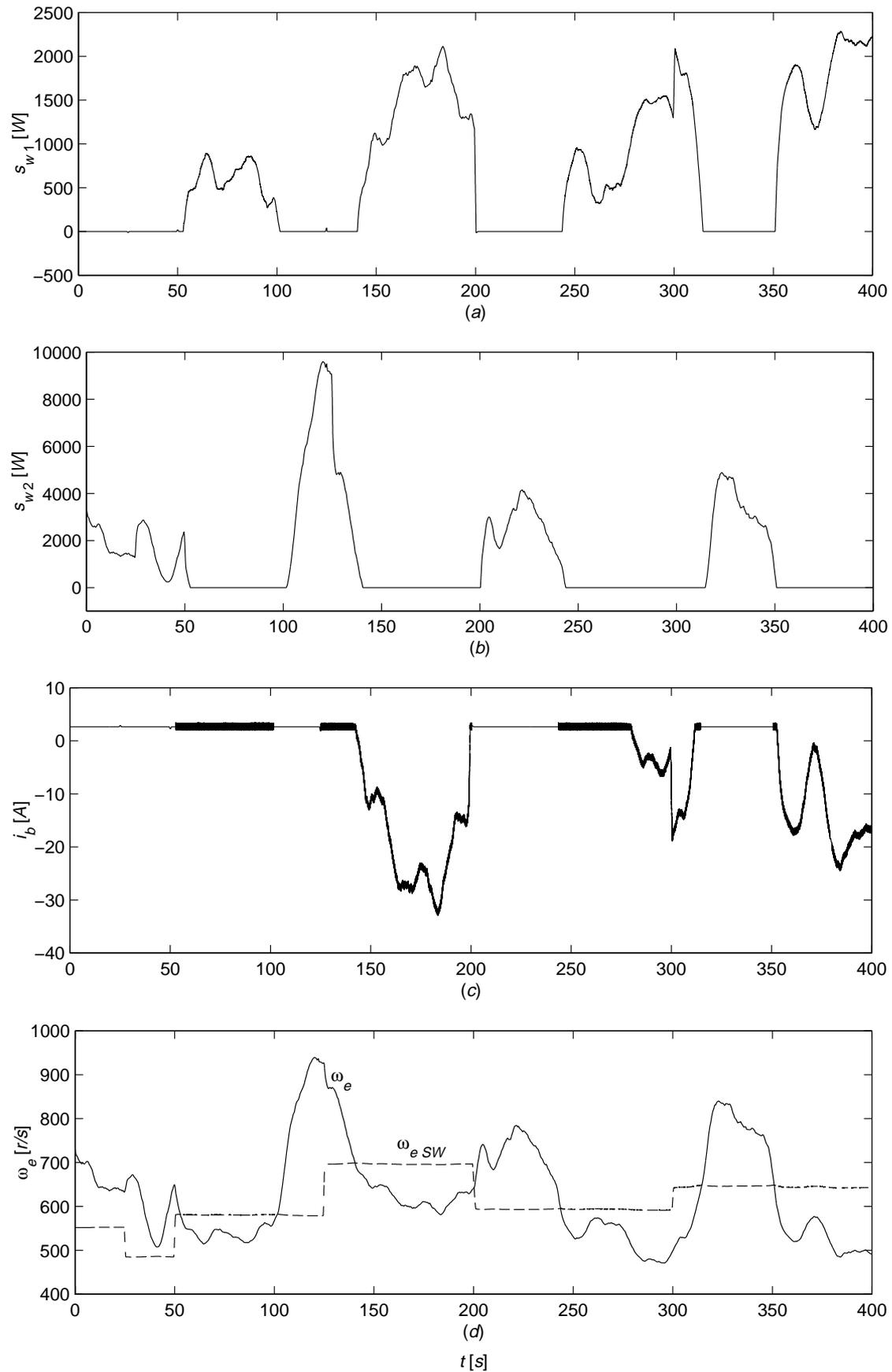


Figura 8.9: a) Superficie s_{w1} ; b) Superficie s_{w2} ; c) Corriente de Batería; d) Velocidad Angular Eléctrica y Velocidad Angular Límite de Conmutación

En esta figura puede observarse el buen seguimiento que presenta el sistema tanto en el primero como en el segundo modo de funcionamiento. Por otra parte, es de destacar la presencia de conmutaciones suaves en todas las transiciones entre modos de operación. A partir de ello se observa la desaparición de picos abruptos durante las conmutaciones del segundo al primer modo de operación (comparar con figura 7.17). Las buenas características del seguimiento redundan en una buena regulación de la corriente de carga del banco de baterías. Al igual que en el capítulo anterior, debe recordarse que el rizado que aparece en algunos intervalos de la gráfica *c*, se debe a la entrada en funcionamiento del subsistema fotovoltaico. Por último, en las gráficas *a* y *c*, puede notarse la existencia de pequeñas perturbaciones en los instantes en que se producen los cambios de carga (25 seg., 50 seg., 125 seg. y 200 seg.). Su aparición se debe a que en las simulaciones se ha empleado una ganancia γ pequeña y por lo tanto pueden eliminarse seleccionando una ganancia mayor.

Como se analizó en la subsección 8.4, una de las importantes ventajas que ofrece el enfoque presentado en este capítulo, es que permite eliminar en el diseño del controlador eólico la utilización de superficies con aproximaciones. Luego, a diferencia de lo que ocurría con el diseño realizado previamente, bajo el segundo modo de operación el subsistema eólico ahora se desplaza efectivamente sobre el lugar geométrico de los puntos de máxima conversión de energía. Para validar este comportamiento, en la figura 8.10 se presenta la evolución del subsistema en el plano torque velocidad angular mecánica durante el intervalo [50 seg., 100 seg.]. En este mismo sentido, en la figura 8.11 se presenta la potencia eólica generada durante este intervalo y la máxima potencia eólica disponible (en línea de trazos).

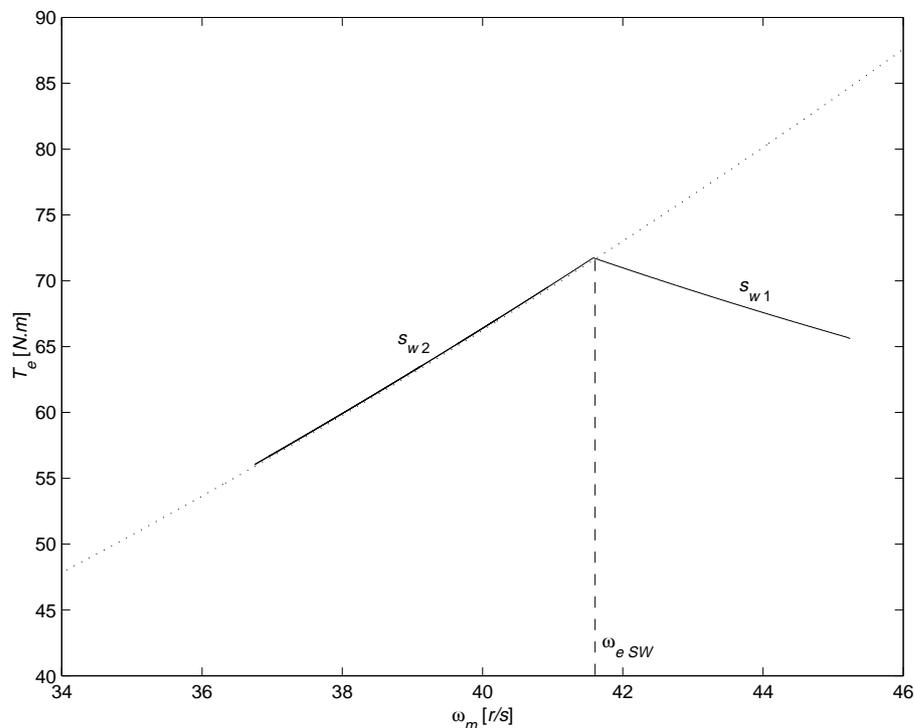


Figura 8.10: Comportamiento del Torque Eléctrico Resistente en el Plano Torque Velocidad Angular Mecánica

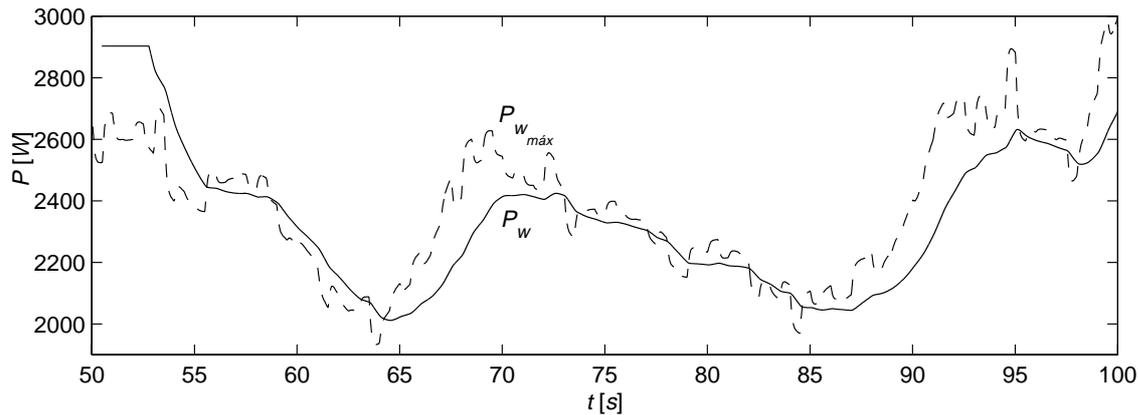


Figura 8.11: Potencia Eólica Generada (línea llena) y Máxima Potencia Eólica Disponible (línea de trazos)

En estas dos últimas figuras puede observarse que luego de un pequeño intervalo de tiempo durante el cual el subsistema funciona bajo el primer modo de operación, el mismo pasa a trabajar bajo el criterio de máxima conversión de potencia. Particularmente, en la figura 8.10 se ve que luego de reducir su velocidad angular de rotación y entrar bajo el dominio del segundo modo de operación, el punto de trabajo del subsistema se desliza exactamente sobre el lugar geométrico de los puntos de máxima conversión (línea punteada). Este comportamiento se refleja también en la figura 8.11, donde a partir de los 53 segundos el subsistema entra en el segundo modo de funcionamiento tratando de seguir la evolución de la máxima potencia de conversión. Este seguimiento no resulta exacto debido que el sistema controlado posee un ancho de banda menor que el espectro correspondiente a las variaciones de máxima potencia de conversión.

Una particularidad interesante a observar en la figura 8.11, es que el subsistema eólico opera inicialmente bajo el primer modo de funcionamiento, generando una potencia mayor que la máxima potencia de conversión disponible. Esta situación aparentemente inconsistente se produce a expensas de una reducción en la energía cinética que almacenan las partes rotantes del subsistema. Su conversión en energía eléctrica se manifiesta como una disminución de la velocidad de rotación del eje del GSIP.

Finalmente, en la figura 8.12 se presentan las siguientes gráficas: en la parte *a* la evolución temporal de la variable de control u_w , en la gráfica *b* el término del control que provee el acercamiento a las superficies de deslizamiento y finalmente, en la parte *c*, la potencia generada por el subsistema eólico. En la gráfica *b* puede observarse que la componente de acercamiento del control se mantiene alrededor del origen, proveyendo la fuerza de control necesaria para acercar el sistema a la superficie cada vez que se produce un desequilibrio. La forma conmutada que presenta esta componente proviene del continuo movimiento experimentado por las variables externas que trasladan al sistema de un lado a otro de la superficie. Si estas variables se mantuvieran constantes durante un intervalo de tiempo suficientemente largo, el sistema se acercaría a la superficie de deslizamiento correspondiente en forma asintótica. En referencia a la última gráfica, resulta interesante notar cómo durante el intervalo en que el GSIP se encuentra generando su potencia nominal, el subsistema presenta, a diferencia del caso anterior, un seguimiento con una amplitud de rizado despreciable (ver figura 8.9.a).

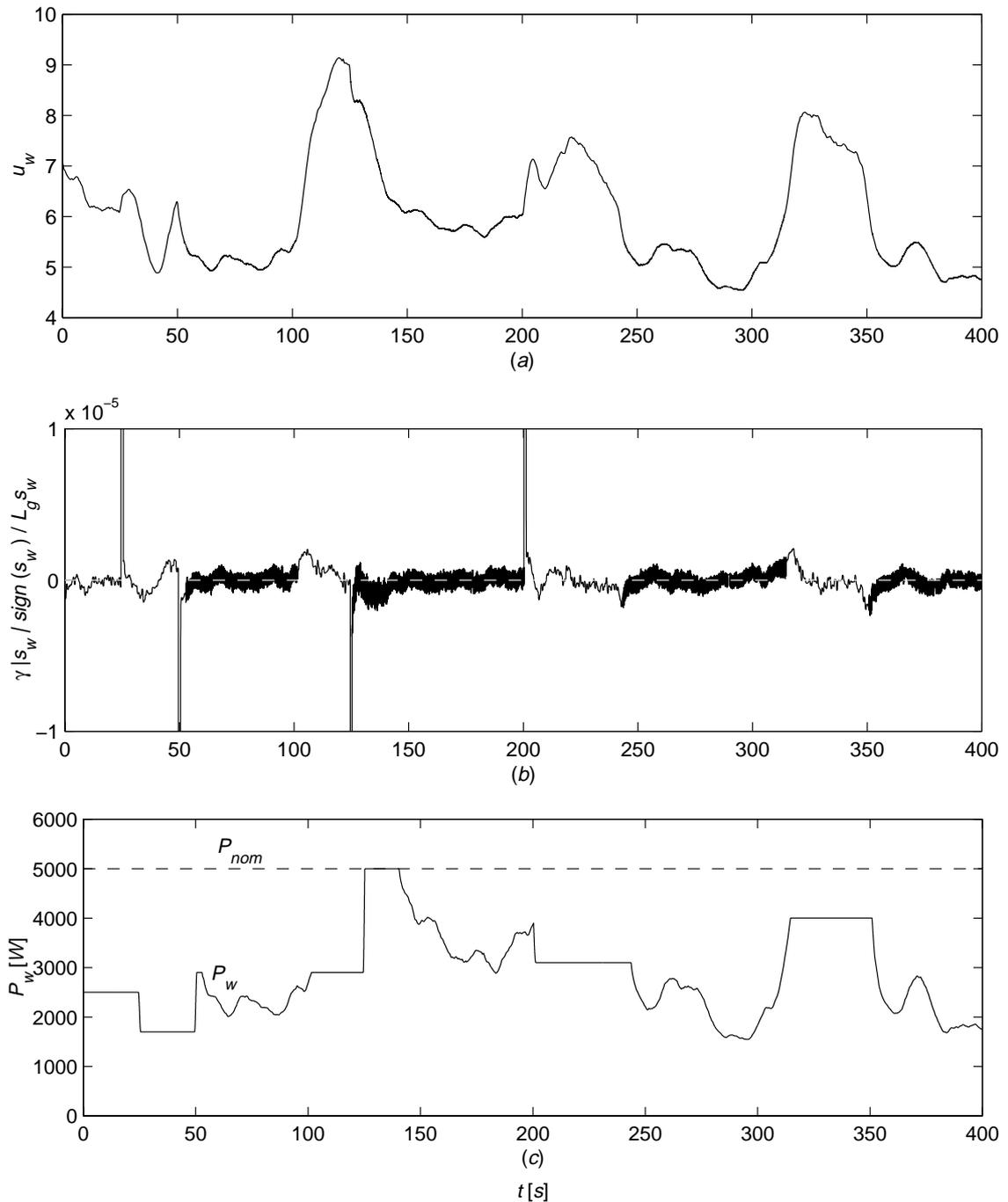


Figura 8.12: a) Señal de Control u_w ; b) Componente de Acercamiento del Control; c) Potencia Eólica Generada

Ejemplo B: sistema perturbado sin rechazo

Al igual que en el caso anterior, en este ejemplo se considera que el subsistema eólico se encuentra gobernado por la ley de control (8.25). Sin embargo, en esta oportunidad la dinámica del subsistema eólico se supone influenciada por un vector de perturbaciones independiente $\xi(\mathbf{x})$ de norma máxima $\|\xi\|_{máx}$ conocida, cuyo origen puede encontrarse en variaciones paramétricas, dinámica no modelada y/o ruido de

medición. En particular, el vector de perturbaciones considerado se encuentra compuesto por un conjunto de componentes lentamente variantes en el tiempo. Los módulos correspondientes a estas perturbaciones son menores al 15% del valor medio de la componente del campo de deriva correspondiente. Las evoluciones porcentuales de cada una de las componentes del vector de $\xi(\mathbf{x})$ son presentadas en la figura 8.13.

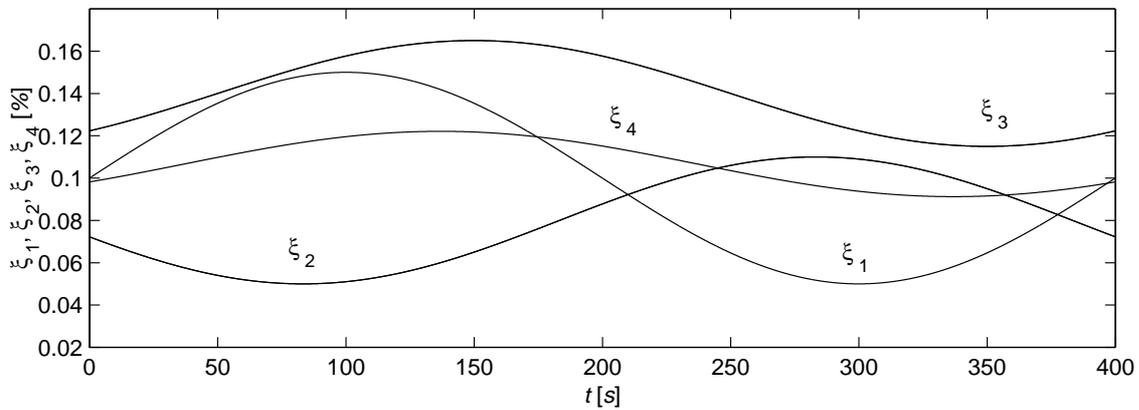


Figura 8.13: Evolución de las Componentes del Vector de Perturbaciones

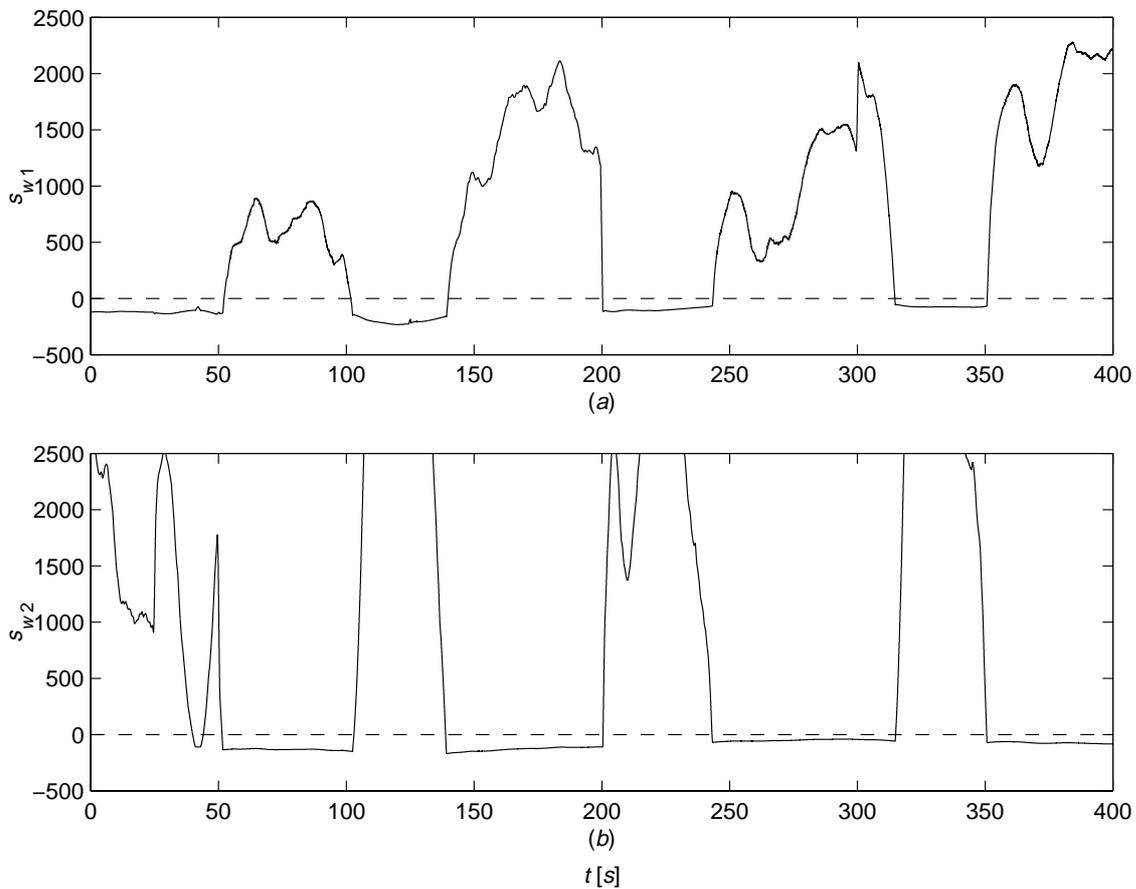


Figura 8.14: a) Evolución Alrededor de s_{w1} ; b) Evolución Alrededor de s_{w2}

Bajo la situación considerada, la ley de control (8.25) no resulta suficiente para que en cualquiera de sus modos de funcionamiento, el punto de operación del subsistema eólico se acerque asintóticamente a la superficie de deslizamiento. Si se observa la expresión del control utilizado, el primero de sus términos tiende a cancelar el efecto provocado por la acción del campo de deriva. Sin embargo, la existencia de un vector de perturbaciones desconocido hace que esta cancelación no resulte exacta. Luego, debido a la presencia de este vector, la acción del segundo término de la ley de control no resulta suficiente para producir el acercamiento asintótico a la superficie.

La situación descrita puede verificarse en la figura 8.14. Para ello, en las gráficas *a* y *b* se presenta la evolución del sistema alrededor de las superficies de deslizamiento s_{w1} y s_{w2} respectivamente. Resulta interesante notar cómo a pesar del pequeño peso relativo que las perturbaciones supuestas tienen respecto del campo de deriva, el sistema se aparta considerablemente de las superficies de deslizamiento. Perturbaciones mayores provocan incluso la inestabilidad del sistema.

Ejemplo C: sistema perturbado con rechazo

Al igual que para el caso anterior, en este último ejemplo se considera que la dinámica del subsistema eólico se encuentra influenciada por un vector de perturbaciones $\xi(x)$, independiente, de norma máxima $\|\xi\|_{m\acute{a}x}$ conocida. Sin embargo, en esta oportunidad el subsistema está gobernado por la ley de control de la expresión (8.24). De esta manera, se pretende mostrar cómo el diseño realizado presenta un buen rechazo al tipo de perturbaciones consideradas.

Para este ejemplo se consideran perturbaciones similares a las presentadas anteriormente, pero de magnitud substancialmente mayor. En la figura 8.15 se presenta el detalle de las mismas, apreciándose en esta figura que son de un orden de magnitud mayor las supuestas en el ejemplo B.

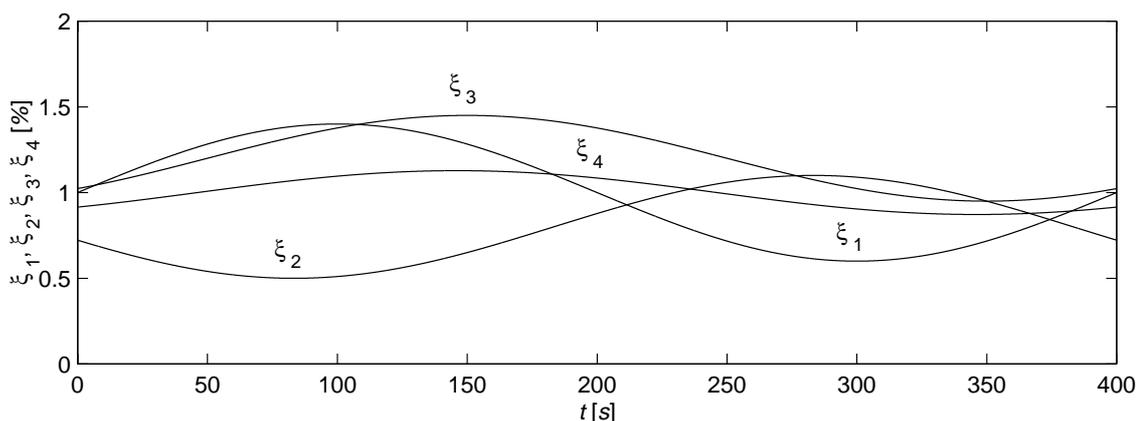


Figura 8.15: Evolución de las Componentes del Vector de Perturbaciones

En la figura 8.16 se presenta la evolución del sistema en las vecindades de las superficies de deslizamiento s_{w1} (parte *a*) y s_{w2} (parte *b*) y la corriente circulante por el banco de baterías (parte *c*). En estas figuras puede observarse cómo aún considerando perturbaciones ciertamente mayores que en el ejemplo B, aplicando el nuevo control el subsistema logra mantenerse alternativamente sobre las superficies de deslizamiento con un pequeño *chattering*. Producto de este control aparece cierto rizado sobre la

regulación de la corriente del banco baterías. El módulo de su excursión depende de la magnitud de perturbaciones que se pretenda rechazar y es inevitable desde la acción de control.

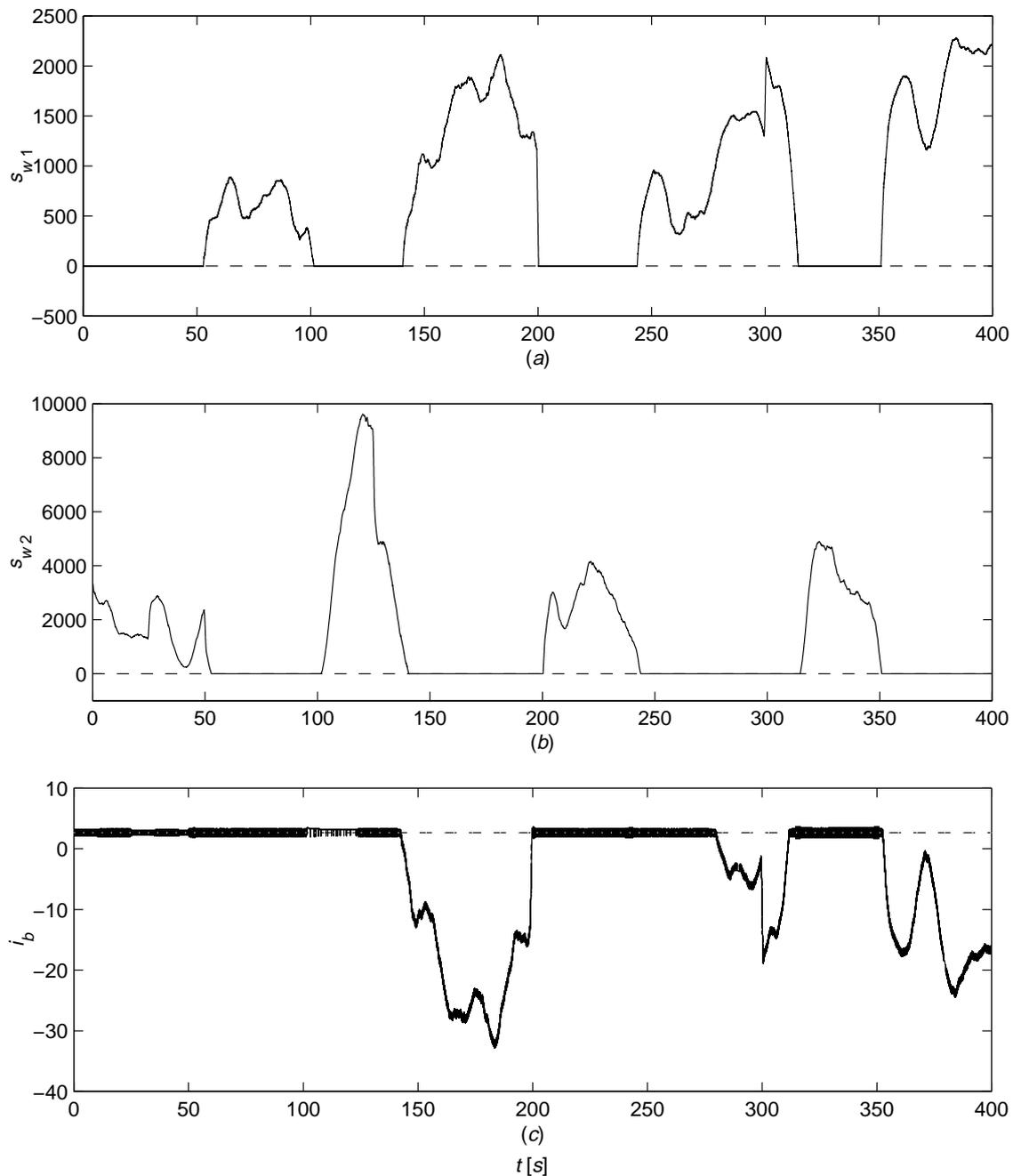


Figura 8.16: a) Superficie s_{w1} ; b) Superficie s_{w2} ; c) Corriente de Batería i_b

Finalmente, en la figura 8.17 se presentan las siguientes gráficas: en la parte *a* la evolución temporal de la variable de control u_w , en la gráfica *b* el término del control que provee el acercamiento a las superficies de deslizamiento y en la parte *c*, el término de control que provee rechazo a perturbaciones. Las escalas correspondientes a las dos últimas gráficas muestran que en este caso el efecto de superposición de acciones

analizado al final de la sección 8.3, no resulta importante una vez que el sistema se encuentra deslizando sobre las superficies.

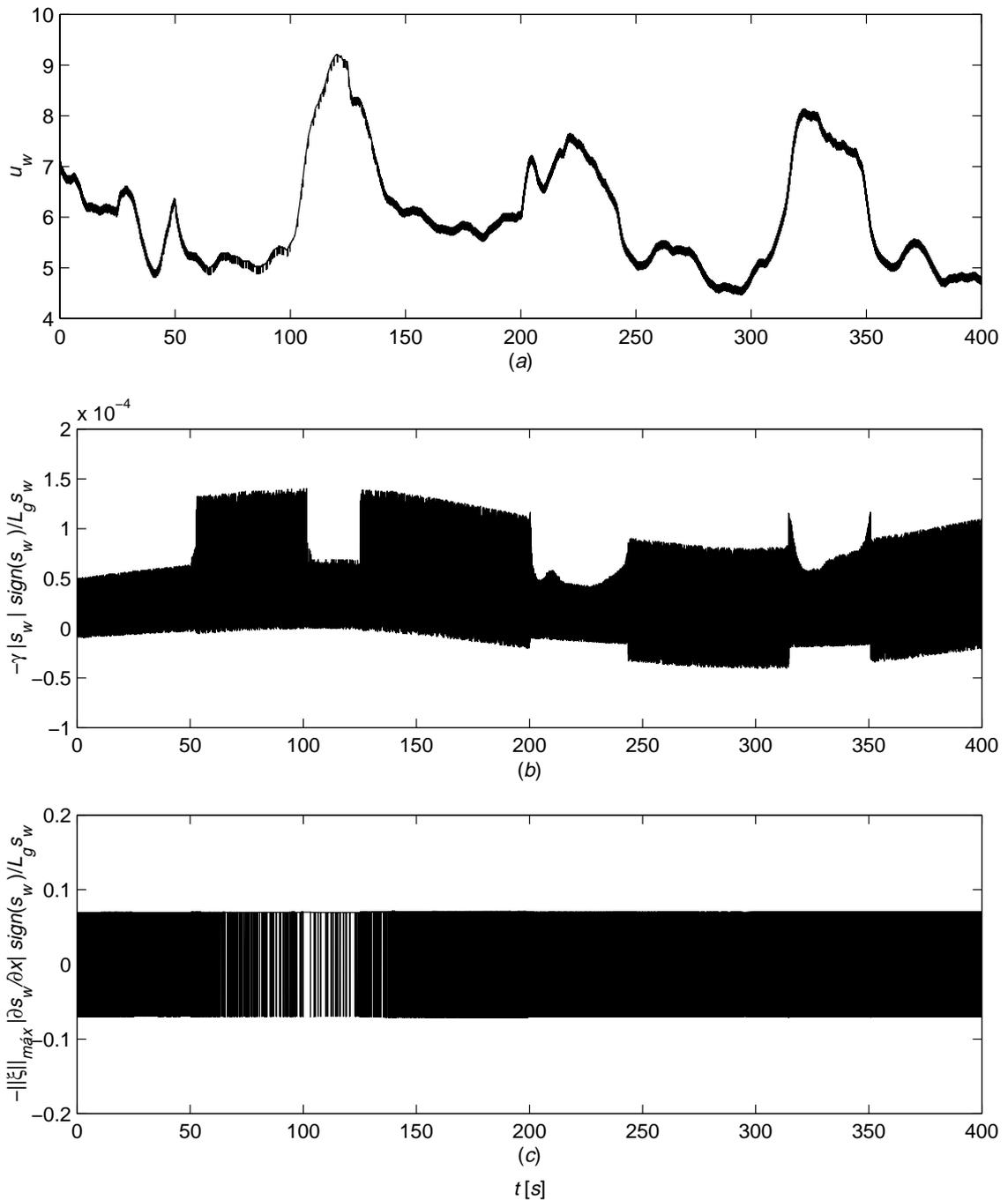


Figura 8.17: a) Señal de Control u_w ; b) Término de Acercamiento; c) Término de Rechazo a Perturbaciones

8.6. Resumen

En este capítulo se realizó el análisis pormenorizado del método de diseño del control por realimentación de estados conmutada bajo la óptica geométrica diferencial. Este método fue el utilizado para diseñar el control presentado en el capítulo anterior. La motivación de este análisis fue generada en la necesidad de desarrollar un método que habilitara un diseño más sencillo desde varios puntos de vista. Así, basado en las conclusiones obtenidas desde el análisis realizado, en la sección 8.3 se presentó un nuevo método de diseño. Al ser aplicado sobre el modelo correspondiente al subsistema de generación eólico, este nuevo enfoque otorga la posibilidad de obtener un control que incorpora características ventajosas en la operación del sistema. La mayoría de estas ventajas surgen de poder evitar la extensión dinámica del modelo. Entre ellas se incluyen principalmente la incorporación de características de robustez frente a perturbaciones y simplicidad tanto en el diseño del control y como en la estrategia final de operación.

Finalmente, en la sección 8.5, se analizaron las características del control diseñado a través de simulaciones. Estas simulaciones se realizaron utilizando para cada una de las variables externas del sistema, las mismas secuencias temporales empleadas en el capítulo anterior. De esta forma se proveyó de una base de operación idéntica que permitió comparar los resultados obtenidos para cada uno de los controles diseñados, evidenciando las características ventajosas del último diseño.

Capítulo 9

Conclusiones

Los trabajos de investigación presentados en esta tesis se centraron en el control de la potencia generada por un sistema híbrido de generación eléctrica autónomo de topología particular. Específicamente, el sistema elegido se encuentra construido alrededor de un bus de corriente continua que vincula subsistemas de generación eólica y fotovoltaica. Como medio de almacenamiento utiliza un banco de baterías de ácido plomo que impone la tensión sobre el bus citado. Finalmente, a fin de adaptar la naturaleza de la energía eléctrica entregada, el sistema cuenta con un inversor de tensión que alimenta una carga temporalmente variable.

A partir del estudio del sistema híbrido adoptado, se propuso una estrategia de operación que considera las diferentes situaciones de generación y demanda posibles. La necesidad de definir una estrategia que regule la operación del sistema surge a partir de la existencia de múltiples recursos aleatorios de generación, en simultaneidad con la exigencia de satisfacer los requerimientos energéticos de una carga variante en el tiempo. En este sentido, la estrategia propuesta en esta tesis se encuentra dirigida a evitar la salida de servicio del sistema y a maximizar la vida útil de los subsistemas componentes. Específicamente su objetivo consiste en satisfacer en forma continua los requisitos de potencia de la carga y simultáneamente proveer un ciclo de recarga/mantenimiento prefijado sobre el subsistema de almacenamiento.

Para llevar a cabo la estrategia antedicha se decidió utilizar al subsistema eólico como generador base y al subsistema fotovoltaico como generador complementario. Esta selección se basó en la mayor velocidad de respuesta que presenta este último subsistema frente a variaciones en la demanda de potencia. A partir del estudio de la distribución de la carga de generación entre los subsistemas de generación propuesta, se definieron sobre el sistema cuatro modos de operación. La determinación del dominio de operación de cada uno de ellos se basó en la creación de dos variables ficticias. La primera de ellas se definió sobre el subsistema de generación eólico y corresponde a la denominada velocidad angular límite de conmutación. La segunda se generó en el ámbito del subsistema fotovoltaico, correspondiendo a una potencia ficticia que supone que cada punto de operación es efectivamente el punto óptimo de conversión. Así, la estrategia de operación creada se destaca por no necesitar información directa de las variables que manifiestan la existencia temporal de los recursos energéticos renovables.

Los cuatro modos de operación que presenta el sistema reflejan sobre cada uno de los subsistemas de generación dos formas de funcionamiento diferentes. La primera de ellas consiste en el seguimiento de una potencia de referencia mientras que la segunda persigue como objetivo obtener la máxima conversión de potencia. En este sentido, con el fin de diseñar las leyes de control que actúan sobre cada una de las formas de funcionamiento de los subsistemas de generación, se desarrolló un modelo dinámico no lineal que integra el comportamiento de los diferentes módulos presentes en el sistema híbrido.

El análisis y diseño de las leyes de control se abordó inicialmente desde un marco teórico que unifica conceptos del control por estructura variable con la teoría básica de pasividad. El empleo de esta técnica permite definir una ley de control por realimentación de estados conmutada que estabiliza el sistema en el sentido de Lyapunov respecto a una superficie determinada. Su utilización resulta especialmente adecuada en este caso, debido a que se ajusta perfectamente al control de sistemas de características no lineales que presenten actuadores con dispositivos electrónicos de conmutación. Sobre esta metodología se planteó una forma de cálculo sistemática para obtener el modelo dinámico del sistema en la llamada forma canónica energética. Si bien esta operatoria no presenta mayor significado que otras propuestas permite automatizar los cálculos. Como contrapartida puede decirse que debido a que se basa en el cálculo de los autovalores de una matriz de funciones, tiene aplicación limitada en cuanto al orden de los sistemas con que puede trabajar.

Las características propias de las variables de control existentes en el sistema determinaron que el enfoque teórico antedicho solamente pudiera aplicarse sobre el subsistema de generación eólico. Para el diseño del control del subsistema fotovoltaico se recurrió exclusivamente a las técnicas de estructura variable. Su aplicación permitió definir un control que bajo el modo de regulación de potencia opera bajo los lineamientos deseados. Para la operación bajo el modo de conversión óptima se generó una superficie derivada del método IncCond de búsqueda del punto de máxima conversión. Su versión por técnicas de modo deslizante propuesta en esta tesis, presenta la máxima velocidad de convergencia hacia el punto óptimo de operación. Esta característica resulta interesante para sistemas fotovoltaicos que trabajan bajo perfiles de radiación rápidamente cambiantes. Bajo cualquiera de los modos de funcionamiento el control de este subsistema de generación introduce oscilaciones de alta frecuencia en la potencia generada. La magnitud de estas oscilaciones puede limitarse a partir del dimensionamiento de los elementos reactivos del subsistema. La aplicación de técnicas de estructura variable permitió adosarle al subsistema características de robustez frente a perturbaciones de origen diverso que actúan en la dirección en que se ejerce el control.

Como se anticipó en párrafos previos, el diseño del control del subsistema eólico se abordó desde el enfoque antedicho. Inicialmente, a fin de evitar oscilaciones inadmisibles en la regulación de potencia del subsistema, su modelo debió extenderse dinámicamente. Luego, dado que las superficies de deslizamiento deseadas no poseían el grado relativo necesario, se plantearon superficies aproximadas incorporando la expresión linealizada del torque eléctrico resistente. Esta acción desencadenó la aparición de errores en la regulación de potencia, los cuales se corrigieron a partir de la adición de nuevos términos en las superficies de deslizamiento. La operación del sistema bajo las leyes de control finalmente obtenidas presentó un muy buen comportamiento en cuanto a la regulación de la potencia generada.

Como contrapartida de los buenos resultados obtenidos mediante este diseño, se determinó su vulnerabilidad a perturbaciones, variaciones paramétricas no estructuradas

y/o términos correspondientes a dinámica no modelada. Adicionalmente, las diversas modificaciones incorporadas con el fin de salvar los inconvenientes surgidos durante el diseño contribuyeron a enturbiar la estrategia. Por otra parte, estas modificaciones también originaron la presencia de algunas conmutaciones abruptas entre los modos de funcionamiento del subsistema eólico y, en el modo de conversión óptima, apartamientos respecto a los puntos de operación deseados.

Con el fin de salvar estos inconvenientes, se propuso abordar el diseño de la ley de control desde una metodología diferente. Para ello, se analizó el método de diseño utilizado anteriormente bajo la óptica de la geometría diferencial a fin de detectar los pasos que originan los inconvenientes. A partir de la evaluación realizada, se presentó una nueva forma de diseño del control a la que se denominó control de esfuerzo mínimo. El control generado presenta acciones en diferentes sentidos. La primera de ellas está dedicada a cancelar las componentes del campo de deriva que promuevan movimientos respecto de la superficie de deslizamiento. La segunda acción se encuentra destinada a producir el acercamiento del punto de operación del sistema a la superficie elegida con una ley de aproximación determinada. Finalmente, la tercera acción permite aportar robustez frente a perturbaciones, variaciones paramétricas y/o dinámica no modelada de norma máxima conocida.

La aplicación del método propuesto al diseño del control del subsistema eólico, permitió evitar la necesidad de extender dinámicamente el modelo del subsistema. Esto desencadenó el surgimiento inmediato de múltiples ventajas. La primera de ellas permitió la adición de criterios de robustez dentro del diseño del control. En segunda instancia permitió definir un criterio de acercamiento a la superficie. En este sentido se definió una ley que determina una velocidad de acercamiento proporcional a la distancia del punto de operación respecto a la superficie. En tercer lugar, se logró evitar la utilización de superficies aproximadas y por lo tanto la posterior aplicación de términos correctivos. Esta cualidad redundó en la eliminación total de conmutaciones abruptas entre superficies de operación y en una estrategia de operación más clara. Finalmente, se logró que el sistema en su segundo modo de operación se desplace efectivamente sobre el lugar geométrico de puntos de máxima conversión. Se destaca que la estrategia de operación sobre esta superficie se implementa sin la necesidad de medir la velocidad del viento. Esto determina que el sistema pueda seguir las variaciones del punto óptimo de frecuencia menor que el ancho de banda del subsistema a lazo cerrado. Como observación final, se señala que la metodología propuesta disminuye la complejidad de las operaciones necesarias para obtener las expresiones de las leyes de control, implicando estas últimas menor carga en cuanto a los cálculos numéricos requeridos. Por otra parte permite un diseño desacoplado de las diferentes acciones que el control ejecuta.

Futuras Líneas de Investigación

El campo de investigación dentro del mundo de los sistemas híbridos de generación de energía eléctrica es prolífico debido a la variedad de subsistemas que pueden integrarse dentro de una configuración particular. Así, una continuación inmediata de este trabajo consistiría en extrapolar los resultados obtenidos sobre diferentes clases de subsistemas generadores no incorporados dentro del sistema tratado. Esto implicaría abordar no sólo el diseño de nuevos controladores sino también una nueva definición de la estrategia de operación del conjunto.

De la misma manera, una posible línea a seguir derivada de esta investigación, consistiría en diseñar controles similares para diferentes estructuras de generadores eólicos, es decir que empleen diferentes clases de generadores eléctricos (GSIP con polos salientes, generadores de inducción, generadores sincrónicos, etc.) conectados o no a la red de distribución.

Específicamente, dentro del trabajo realizado una posible continuación podría enfocarse a la construcción de una metodología sistemática que permita diseñar un control similar al desarrollado en el capítulo anterior, pero de características adaptables en cuanto al rechazo a perturbaciones. De esta manera podría reducirse el ‘*chattering*’ que experimenta el sistema a su mínima expresión.

Otra posibilidad consistiría en abordar el problema de la regulación de la generación de potencia de sistemas eólicos a baja velocidad, lo cual permitiría eliminar restricciones en cuanto al área segura de funcionamiento del generador. La dificultad de trabajar en la zona de bajas velocidades radica en que para muchas configuraciones de sistemas eólicos induce salidas de no mínima fase.

Finalmente, habiendo superado satisfactoriamente las pruebas por simulación, la continuación inmediata de los estudios presentados en esta tesis sería analizar la eficiencia de la estrategia propuesta sobre sistemas reales.

REFERENCIAS

- Beiser A., “*Conceptos de Física Moderna*”, McGraw-Hill, Mexico, 1981.
- Borowy B. S., Salameh Z. M., “*Methodology for Optimally Sizing the Combination of a Battery Bank and PV Array in a Wind/PV Hybrid System*”, IEEE Transactions on Energy Conversion. Vol. 11, No. 2, 1996.
- Borowy B.S., Salameh Z. M.. “*Dynamic Response of an Stand-Alone Wind Energy Conversion System with Battery Energy Storage to a Wind Gust*”. IEEE Transactions on Energy Conversion. Vol. 12, No.1, 1997.
- Braunstein A., Zinger Z. “*On the Dynamic Optimal Coupling of a Solar Cell Array to a Load and Storage Batteries*”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 100, No. 3, 1981.
- Buhler H., “*Reglage par Mode de Glissement*”, Presses Polytechniques Romandes, 1986.
- Chalmers B. J., Wu W., Spooner E., “*An Axial-Flux Permanent Magnet Generator for a Gearless Wind Energy System*”, IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 14, No. 2, 1999.
- Chedid R., Rahman S., “*Unit Sizing and Control of Hybrid Wind-Solar Power Systems*”, IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 12, No. 1, 1997.
- Chen Z., Spooner E., “*Grid Interface Options for Variable-Speed Permanent-Magnet Generators*”, IEE Proceedings on Electric Power Applications, Vol. 145, No. 4, 1998.
- Crockett R. G. M., Newborough M., Highgate D. J., Probert S. D.: “*Electrolyser-Based Energy Management*”, Applied Energy, Vol. 51, 1995.
- Crockett R. G. M., Newborough M., Highgate D. J.: “*Electrolyser-Based Energy Management: A Means for Optimising the Exploitation of Variable Renewable-Energy Resources in Stand-Alone Applications*”, Solar Energy, Vol. 61, No. 5, 1997.
- Ekelund T., “*Modeling and Linear Quadratic Optimal Control of Wind Turbines*”, Technical Report N° 306, Chalmers University of Technology, Göteborg, Suecia, 1997.
- Emel’yanov S. V., “*Variable Structure Control Systems*”, Moscú, Nauka, 1967.
- Emel’yanov S. V., “*Theory of Variable Structure Control Systems*”, Moscú, Nauka, 1970.

- Enslin J. H. R., Snyman D. B.: “*Combined Low-Cost, High Efficient Inverter, Peak Power Tracker and Regulator for PV Applications*”, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 6, No. 1, 1991.
- Escobar G., Sira-Ramirez H., “*A Passivity Based-Sliding Mode Control Approach for the Regulation of Power Factor Precompensators*”, Proceedings of IFAC’98, 1998.
- Esfandiari F., Khalil H. K., “*Stability Analysis of a Continuous Implementation of Variable Structure Control*”, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 36, No. 5, 1991.
- Fortunato B., Dadone A., Trifoni V., “*A Two Dimensional Methodology to Predict Vertical Axis Wind Turbine Performance*”, Journal of Solar Energy Engineering, Vol. 117, 1995.
- Freris L. L., “*Wind Energy Conversion Systems*”, Prentice Hall, Primera Edición, 1990.
- Gipe P., “*Wind Energy Comes of Age*”, John Willey & Sons, Primera Edición, 1995.
- Golembo B. Z., Emel’yanov S. V., Utkin V. I., Shubladze A. M., “*Application of Picewise – Continuous Dynamic Systems to Filtering Problems*”, Automation and Remote Control, Vol. 37, No. 3, 1976.
- Gopalswamy S., Hedrick K. J., “*Tracking Nonlinear Non-Minimum Phase Systems Using Sliding Control*”, International Journal of Control, Vol. 57, No. 5, 1993.
- Grauers A., “*Efficiency of Three Wind Energy Generator Systems*”, IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 11, No. 3, 1996.
- Grauers A., Carlson O., “*A Wind Diesel System With a Variable Speed Turbine*”, Proceedings EWEC’91, Amsterdam 1991.
- Hassan U., Sykes D. M., “*Wind Structure and Statistics*”, Wind Energy Conversion Systems, De. L. L. Freris, Prentice Hall, Hertfordshire, England, 1990.
- Hill D, Moylan P., “*The Stability of Nonlinear Dissipative Systems*”, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol 21, 1976.
- Hill D, Moylan P., “*Stability Results for Nonlinear Feedback Systems*”, Automatica, Vol 13, 1977.
- Ho E. Y. Y., Sen P. C., “*Control Dynamics of Speed Drive Systems Using Sliding Mode Controller with Integral Compensation*”, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 27, No. 5, 1991.
- Hua C., Lin J., Shen C., “*Implementation of a DSP – Controlled Photovoltaic System with Peak Power Tracking*”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 45, No. 1, 1998.
- Hung J. Y., Gao W., Hung J. C., “*Variable Structure Systems: A Survey*”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 40, No. 1, 1993.

-
- Hung S. T., Hopkins D. C., Mosling C. R., "Extension of Battery Life via Charge Equalization Control", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 40, No. 1, 1993.
- Hussein K. H., Muta I., Hoshino T., Osakada M., "Maximum Photovoltaic Power Tracking: an Algorithm for Rapidly Changing Atmospheric Conditions", IEE Proceedings on Generation Transmission and Distribution, Vol. 142, No. 1, 1995.
- Infield D. G.: "Wind Diesel Design and the Role of Short Term Flywheel Energy Storage", Renewable Energy, Vol. 5, Part I, 1994.
- Itkis Y., "Control Systems of Variable Structure", John Wiley and Sons, New York, 1976.
- Jayadev J.: "Harnessing the Wind", IEEE Spectrum, Vol. 32, No. 11, 1995.
- Jöckel S., "Gearless Wind Energy Converters with Permanent Magnet Generators. An Option for the Future?", Proceedings of EUWEC'96, Sweden, 1996.
- Kellogg W. D., Nehrir M. H., Venkataramanan G., Gerez V., "Generation Unit Sizing and Cost Analysis for Stand-Alone Wind Photovoltaic, and Hybrid Wind/PV Systems", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 13, No. 1, 1998.
- Kokotovic P. V., O'Malley R. B., Sannuti P., "Singular Perturbation and Order Reduction in Control Theory", Automatica, Vol. 12, 1976.
- Krause P. C., O. Wasynczuk, S. D. Sudhorff, "Analysis of Electric Machinery". McGraw-Hill Book Company, New York, NY, 1986.
- Levant A., "Robust Exact Differentiation Via Sliding Mode Technique", Automatica, Vol. 34, No. 3, 1998.
- Lysen E. H., "Photovolts for Villages", IEEE Spectrum, Vol. 31, No. 10, 1994.
- Lu X. Y. Spurgeon S., "Dynamic Sliding Mode Control of Non-Minimum Phase Systems", Proceedings of IFAC 1996, San Francisco, USA.
- Lu X. Y. Spurgeon S., "Control of Nonlinear Non-Minimum Phase Systems Using Dynamic Sliding Mode", International Journal of Systems Science, Vol. 30, No. 2, 1999.
- Markvart T. "Sizing of Hybrid Photovoltaic-Wind Energy Systems", Solar Energy (Pergamon Press), Vol. 57, No.4, 1996.
- Mufti M., Balasubramanian R., Tripathy S. C., "Simultaneous Frequency and Voltage Control of Wind-Diesel Power Systems Using Energy Storage", International Journal of Energy Research, Vol. 22, 1998.
- Muljadi E., S. Drouilhet, R. Holz, V. Gevorgian. "Analysis of Wind Power for Battery Charging", Fifteenth ASME Wind Energy Symposium, Huston, Texas, 1996.

- Nayar C. V., Philips S. J., James W. L., Pryor T. L., Remmer D.: “*Novel Wind/Diesel/Battery Hybrid Energy System*”, Solar Energy, Vol. 51, No. 1, 1993.
- Ortega R., Loria A., Sira-Ramirez H., Nicklasson P.: “*Passivity Based Control of Euler Lagrange Systems*”. London: Springer-Verlag, 1998.
- Paraschivoiu I., “*Double Multiple Streamtube Model for Studing Vertical Axis Wind Turbines*”, Journal of Propulsion, Vol. 4, No. 4, 1987.
- Ramakumar R, Bzura J. J., Eyer J., Gutierrez-Vera J., Hoff T. E., Herig C., Iannucci J., Milligan M. R., “*Renewable Technologies and Distribution Systems*”, IEEE Power Engineering Review, Vol. 19, No. 11, 1999.
- Ro K., Rahman S., “*Two Loop Controller for Maximizing Performance of a Grid – Connected Photovoltaic Fuel Cell Hybrid Power Plant*”, IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 13, No. 3, 1998.
- Saied M. M., Jaboori M. G., “*Optimal Solar Array Configuration and DC Motor Field Parameters for Maximum Annual Output Mechanical Energy*”, IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 4, No. 3, 1989.
- Sepulchre R., Jankovic M., Kokotovic P., “*Constructive Nonlinear Control*” Springer-Verlag, London, 1997.
- Sira-Ramirez H., “*Differential Control Methods in Variable-Structure Control*”, International Journal of Control, Vol. 48, No. 4, 1988.
- Sira-Ramirez H., “*Dynamical Sliding Mode Control Strategies in the Regulation of Nonlinear Chemical Processes*”, International Journal of Control, Vol. 56, No. 1, 1992.
- Sira-Ramirez H., “*On the Dynamical Sliding Mode Control of Nonlinear Systems*”, International Journal of Control, Vol. 57, No. 5, 1993.
- Sira-Ramirez H, Ríos-Bolivar M.: “*Feedback Passivity of Nonlinear Multivariable Systems*”, Proceedings of the 1999 Triennial World Congress of IFAC, Beijing, China.
- Slotine J. J. E., Sastry S. S., “*Tracking Control of Nonlinear Systems Using Sliding Surfaces with Application to Robot Manipulators*”, International Journal of Control, Vol. 38, No. 2, 1983
- Szlufcik J., Sivoththaman S., Nijs F. J., Mertens R. P., Van Overstraeten R.: “*Low-Cost Industrial Technologies of Crystalline Silicon Solar Cells*”, Proceedings of the IEEE, Vol. 58, No. 5, 1997.
- Unitrode Application Note U-104 “*Improved Charging Methods for Lead-Acid Batteries Using the UC3906*”
- Utkin V., “*Sliding Mode in Control and Optimization*”, Springer-Verlag, Berlin 1992.

-
- Utkin V., “*Sliding Mode Control Design Principles and Applications to Electric Drives*”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 40, No. 1, 1993.
- Van der Shaft A., “*L₂ – Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control*”, Springer-Verlag, London, 1996.
- Valenciaga F., Puleston P. F., Battaiotto P. E., Mantz R. J.: “*Control de un Sistema Híbrido de Generación de Energía por Técnicas de Pasividad y Modo Deslizante*”, XIII Congreso Brasileiro de Automática, Florianópolis, Brasil, Septiembre 2000 a.
- Valenciaga F., Puleston P. F., Battaiotto P. E., Mantz R. J.: “*Passivity/Sliding Mode Control of a Stand Alone Hybrid Generation System*”, IEE Proceedings on Control Theory and Applications, Vol. 147, No. 6, 2000 b.
- Valenciaga F., Puleston P. F., Battaiotto P. E.: “*Power Control of a Solar/Wind Generation System Without Wind Measurement. A Passivity/Sliding Mode Approach*”, Enviado para su evaluación a IEEE Transactions on Energy Conversion, Agosto 2000 c.
- Valenciaga F., Puleston P. F., Battaiotto P. E.: “*Power Control of a PV Array in a Hybrid Electric Generation System Using Sliding Mode Techniques*”, Aceptado para su publicación en IEE Proceedings on Control Theory and Applications, Octubre 2001 a.
- Valenciaga F., Puleston P. F., Battaiotto P. E.: “*Control de Estructura Variable del Subsistema Solar de un Sistema Híbrido de Generación*”, IX RPIC, Santa Fé, Argentina, Septiembre 2001 b.
- Willems J. C., “*Dissipative Dynamical Systems, Part I and II*”, Archives of Rational Mechanics and Analysis, Vol 45, 1972.
- Walker J. F., Jenkins N., “*Wind Energy Technology*”, John Willey & Sons, Primera edición, 1997.
- WWW 2.1: <http://www.renovables.com>
- WWW 3.1: <http://www.nrel.gov/ncpv>
- WWW 4.1: <http://www.windpower.dk>
- WWW 6.1: <http://www.bergey.com/primer.html>
- WWW 7.1: <http://www.accuoerlikon.com>
- Yokoyama R., Ito K., Yuasa Y., “*Multiobjective Optimal Unit Sizing of Hybrid Power Generation Systems Utilizing Photovoltaic and Wind Energy*”, Journal of Solar Energy Engineering, Vol. 116, 1994.
- Young D. K., Utkin V. I., Özgüner Ü., “*A Control Engineer’s Guide to Sliding Mode Control*”, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 7, No. 3, 1999.

Zinober A. S. I., "*Deterministic Control of Uncertain Systems*", Peter Peregrinus Ltd, London, England.

Apéndice A

Datos del SHGEE Utilizado en las Simulaciones

A.1. Parámetros del Subsistema Eólico

El subsistema de generación eólico está compuesto por el GSIP, la turbina y un conjunto de convertidores estáticos de potencia. A continuación se presentan los valores empleados en las simulaciones para cada uno de los parámetros correspondientes a cada unidad:

Generador Sincrónico de Imán Permanente (GSIP):

$P_n = 5 \text{ KW}$	Potencia nominal
$P = 28$	Número de polos
$\phi_{sr} = 0,2867 \text{ V}\cdot\text{s}$	Flujo concatenado por los bobinados estáticos
$L_s = 3,55 \text{ mHy}$	Inductancia sincrónica
$r_s = 0,3676 \Omega$	Resistencia de los bobinados estáticos

Turbina Eólica y Partes Rotantes:

$C_p(\lambda) = a (b/\lambda - 1) e^{-c/\lambda}$	
$a = 78$	Coefficiente de relación de velocidades de punta de pala
$b = 9,473$	Coefficiente de relación de velocidades de punta de pala

$c = 30$	Coefficiente de relación de velocidades de punta de pala
$\rho = 1,224 \text{ Kg/m}^3$	Densidad del aire
$R = 1,84 \text{ m}$	Radio de las palas
$\lambda_{opt} = 7,2$	Relación de velocidades de punta de pala óptima
$C_{t\ opt} = 0,053$	Máximo coeficiente de torque
$J = 7,856 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$	Momento de inercia de las partes rotantes

Constantes de Control:

$\gamma = 100$	Ganancia en modo de alcance
$\ \xi\ _{m\acute{a}x} = 566,26$	Norma de perturbación máxima (Ejemplo C)

A.2. Parámetros del Subsistema Fotovoltaico

En las simulaciones realizadas se ha considerado un arreglo de celdas fotovoltaicas de 1500W de potencia máxima. Los valores de los parámetros correspondientes al modelo de este arreglo son los siguientes:

$n_s = 200$	Número de celdas en serie por <i>string</i>
$n_p = 5$	Número de <i>strings</i> en paralelo
$q = 1,6e^{-19} \text{ C}$	Carga del electrón
$E_{g0} = 1,10 \text{ eV}$	Ancho de la banda de aislación de juntura
$A=1,60$	Factor de idealidad de la juntura
$K = 1,3805e^{-23} \text{ V }^\circ\text{K/C}$	Constante de Boltzman
$K_i = 0,0017 \text{ A/}^\circ\text{K}$	Coefficiente de temperatura
$T_r = 301,18 \text{ }^\circ\text{K}$	Temperatura de referencia
$I_{or} = 2,0793e^{-6} \text{ A}$	Corriente inversa de saturación a T_r
$I_{sc} = 3,27 \text{ A}$	Corriente de cortocircuito a 100 mW/cm^2 y T_r

Los valores considerados para los elementos reactivos del convertidor estático *buck* son:

$$L_f = 4 \text{ mHy}$$

$$C_f = 1 \text{ mF}$$

Finalmente, debe recalarse que las simulaciones se llevaron a cabo considerando una frecuencia máxima de conmutación de 20 KHz.

A.3. Dimensionamiento del Banco de Baterías

La velocidad angular mecánica límite del GSIP se encuentra relacionada con la tensión existente sobre el bus de corriente continua a partir de la ecuación:

$$\omega_{m\acute{l}im} = \frac{2\pi v_b u_w}{3\sqrt{3}P\phi_{sr}} = \frac{2\pi v_b}{3\sqrt{3}P\phi_{sr}} \frac{k}{\delta} \quad (\text{A.3.1})$$

Luego, si se desea operar dentro de un rango de velocidades que llegue hasta valores mínimos de aproximadamente 10 r/s, desde (A.3.1) se obtiene que el máximo valor de tensión posible sobre el bus de CC no debe exceder los 52 V. Para obtener este resultado se ha supuesto un $k=1$ y un $\delta_{m\acute{a}x}=0,8$.

La tensión estándar de una celda electroquímica de ácido – plomo de descarga profunda corresponde a 2,25 V a plena carga y a 1,6 V cuando se encuentra totalmente descargada. Así, para lograr en condiciones de plena carga una tensión de 52 V sobre el bus de CC, deben conectarse 24 celdas en serie, es decir 4 baterías de 12 V. De esta manera el bus de CC presentará un rango de variación entre 38,4 V y 54 V que corresponde a un intervalo de velocidades angulares mecánicas mínimas entre 7,33 r/s y 10.3 r/s.

Para determinar la capacidad de carga de la celda electroquímica a elegir, se pone como requisito que el conjunto de celdas en serie pueda mantener una carga aproximada de 1 KW durante un mínimo de 12 hs. Utilizando tablas provistas por fabricantes para este propósito (WWW A3), se elige una batería de 12 V cuyas celdas individuales pueden entregar una potencia constante de 53 W durante 12 hs. Luego, una serie de 4 baterías podrá entregar una potencia de 1272 W durante el mismo tiempo.

De acuerdo a los cálculos realizados se selecciona finalmente un banco de baterías de 12 V, dispuesto en cuatro arreglos de cuatro baterías en serie, conectados en paralelo entre sí. Así se logra cubrir una potencia de carga de 5 KW durante 12 hs.

Los parámetros correspondientes al modelo utilizado en las simulaciones para representar este banco de baterías son los siguientes:

$$E_b = 24 \text{ celdas} \cdot 1,6 \text{ V/celda} = 38,4 \text{ V}$$

$$C_b = 4 \text{ series} \cdot 53 \text{ Ah/serie} \cdot 3600 \text{ s/h} / (24 \text{ celdas} \cdot (2,25 \text{ V/celda} - 1,6 \text{ V/celda})) = \\ = 48923 \text{ F}$$

$$R_b = 0,018 \Omega$$

$$I_{bref} = 2,61 \text{ A}$$

Apéndice B

Cálculo Detallado de la Ley de Control (Capítulo 7)

B.1. Análisis de la Expresión (7.6)

A fin de realizar el análisis de la polaridad de la condición de transversalidad (7.6), a continuación se reescribe su expresión:

$$L_{g(x)}s_{w1}(x) = -\frac{\pi r_s v_b}{\sqrt{3}L_s} \sqrt{i_q^2 + i_d^2} + \phi_{sr}\omega_e \frac{\pi v_b i_q}{2\sqrt{3}L_s \sqrt{i_q^2 + i_d^2}} \quad (\text{B.1.1})$$

Considérese inicialmente que esta expresión es menor que cero, es decir:

$$L_{g(x)}s_{w1}(x) = -\frac{\pi r_s v_b}{\sqrt{3}L_s} \sqrt{i_q^2 + i_d^2} + \phi_{sr}\omega_e \frac{\pi v_b i_q}{2\sqrt{3}L_s \sqrt{i_q^2 + i_d^2}} < 0 \quad (\text{B.1.2})$$

Luego, operando algebraicamente esta desigualdad puede escribirse de la siguiente manera:

$$\phi_{sr}\omega_e i_q < 2 r_s (i_q^2 + i_d^2) \quad (\text{B.1.3})$$

El producto de las variables del lado izquierdo de la desigualdad corresponde aproximadamente a la potencia generada por fase por el GSIP para una condición de carga predominantemente resistiva (ver diagrama fasorial de la figura 6.8). Por su parte, el lado derecho corresponde al cuádruple de las pérdidas resistivas por fase. Así, la desigualdad (B.1.3) significaría que el generador operaría prácticamente con mayores pérdidas resistivas que la potencia que genera, lo cual es un absurdo. Luego, la

desigualdad (B.1.2) debe invertirse y por lo tanto la condición de transversalidad resulta mayor que cero.

B.2. Cálculo Detallado de la Ley de Control

Superficie S_{w1}

El modelo dinámico extendido del subsistema eólico puede expresarse en forma matricial como:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) w_w = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}) \\ f_2(\mathbf{x}) \\ f_3(\mathbf{x}) \\ f_4(\mathbf{x}) \\ f_5(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1(\mathbf{x}) \\ g_2(\mathbf{x}) \\ g_3(\mathbf{x}) \\ g_4(\mathbf{x}) \\ g_5(\mathbf{x}) \end{bmatrix} w_w, \quad (\text{B.2.1})$$

donde:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$$

$$f_1(\mathbf{x}) = -\frac{r_s}{L} i_q - \omega_e i_d + \frac{\omega_e \phi_{sr}}{L} - \frac{\pi v_b i_q u_w}{3\sqrt{3} L \sqrt{i_q^2 + i_d^2}}$$

$$f_2(\mathbf{x}) = -\frac{r_s}{L} i_d - \omega_e i_q - \frac{\pi v_b i_d u_w}{3\sqrt{3} L \sqrt{i_q^2 + i_d^2}}$$

$$f_3(\mathbf{x}) = \frac{P}{2J} \left(T_t - \frac{3P}{2} \phi_{sr} i_q \right)$$

$$f_4(\mathbf{x}) = (i_w + i_f - i_L) / C_b$$

$$f_5(\mathbf{x}) = 0$$

La expresión correspondiente a la superficie de deslizamiento puede escribirse como:

$$s_{w1}(\mathbf{x}) = P_{wref1} + \frac{3}{2} \sqrt{i_q^2 + i_d^2} r_s - \frac{3\omega_e \phi_{sr}^2}{2r_s} \left(\omega_e - \frac{\pi v_b u_w}{3\sqrt{3} \phi_{sr}} \right) = 0 \quad (\text{B.2.2})$$

Luego, la condición de transversalidad y el vector gradiente a la superficie resultan:

$$L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} s_{w1}(\mathbf{x}) = \frac{\pi v_b \phi_{sr} \omega_e}{2\sqrt{3} r_s} \quad (\text{B.2.3})$$

$$\frac{\partial s_{w1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \left[3r_s i_q \quad 3r_s i_d \quad \frac{\phi_{sr}(-6\sqrt{3} \omega_e \phi_{sr} + \pi v_b u_w)}{2\sqrt{3} r_s} \quad 0 \quad \frac{\pi v_b \phi_{sr} \omega_e}{2\sqrt{3} r_s} \right]^T \quad (\text{B.2.4})$$

Considerando la expresión de la superficie de deslizamiento, el sistema puede escribirse en la forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{x}) \frac{\partial s_{w1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} + \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \frac{\partial s_{w1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} + \mathbf{g}(\mathbf{x}) w_w, \quad (\text{B.2.5})$$

donde: $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ y $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ asumen las siguientes expresiones:

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} s_{w1}(\mathbf{x})} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & f_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_4 \\ -f_1 & -f_2 & -f_3 & -f_4 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2.6})$$

$$\mathbf{Q}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} s_{w1}(\mathbf{x})} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & f_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_4 \\ f_1 & f_2 & f_3 & f_4 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2.7})$$

La matriz $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ se subdivide en una matriz semipositiva definida y otra seminegativa definida de acuerdo al signo de sus autovalores. A continuación se presenta el vector de autovalores de la matriz $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ y la correspondiente matriz de autovectores.

$$\boldsymbol{\lambda}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} s_{w1}(\mathbf{x})} \begin{bmatrix} \sqrt{f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2} \\ -\sqrt{f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2.8})$$

$$\mathbf{P}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} f_1/f_2 & f_1/f_2 & -f_2/f_1 & -f_4/f_1 & -f_3/f_1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ f_3/f_2 & f_3/f_2 & 0 & 0 & 1 \\ f_4/f_2 & f_4/f_2 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{\sqrt{f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2}}{f_2} & \frac{\sqrt{f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2}}{f_2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2.9})$$

Posteriormente, de acuerdo al signo de los autovalores se conforman dos matrices diagonales, una semipositiva definida y otra seminegativa definida denominadas $\mathbf{Q}_p^d(\mathbf{x})$ y $\mathbf{Q}_n^d(\mathbf{x})$ respectivamente:

$$\mathbf{Q}_p^d(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2}}{2L_{\mathbf{g}}(\mathbf{x})^{s_{w1}}(\mathbf{x})} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2.10})$$

$$\mathbf{Q}_n^d(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-\sqrt{f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2}}{2L_{\mathbf{g}}(\mathbf{x})^{s_{w1}}(\mathbf{x})} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2.11})$$

Para llevar las matrices $\mathbf{Q}_p^d(\mathbf{x})$ y $\mathbf{Q}_n^d(\mathbf{x})$ al sistema de coordenadas en que se encuentra el sistema, se realiza la siguiente transformación:

$$\mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) = \mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{Q}_p^d(\mathbf{x})\mathbf{P}^{-1}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4L_{\mathbf{g}}^{s_{w1}}} \begin{bmatrix} \frac{f_1^2}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_1 f_2}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_1 f_3}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_1 f_4}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & f_1 \\ \frac{f_1 f_2}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_2^2}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_2 f_3}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_2 f_4}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & f_2 \\ \frac{f_1 f_3}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_2 f_3}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_3^2}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_3 f_4}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & f_3 \\ \frac{f_1 f_4}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_2 f_4}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_3 f_4}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_4^2}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & f_4 \\ f_1 & f_2 & f_3 & f_4 & \sqrt{\Sigma f_i^2} \end{bmatrix} \quad (\text{B.2.12})$$

$$\mathbf{Q}_n(\mathbf{x}) = \mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{Q}_n^d(\mathbf{x})\mathbf{P}^{-1}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4L_g s_{w1}} \begin{bmatrix} \frac{-f_1^2}{\sqrt{\sum f_i^2}} & \frac{-f_1 f_2}{\sqrt{\sum f_i^2}} & \frac{-f_1 f_3}{\sqrt{\sum f_i^2}} & \frac{-f_1 f_4}{\sqrt{\sum f_i^2}} & f_1 \\ \frac{-f_1 f_2}{\sqrt{\sum f_i^2}} & \frac{-f_2^2}{\sqrt{\sum f_i^2}} & \frac{-f_2 f_3}{\sqrt{\sum f_i^2}} & \frac{-f_2 f_4}{\sqrt{\sum f_i^2}} & f_2 \\ \frac{-f_1 f_3}{\sqrt{\sum f_i^2}} & \frac{-f_2 f_3}{\sqrt{\sum f_i^2}} & \frac{-f_3^2}{\sqrt{\sum f_i^2}} & \frac{-f_3 f_4}{\sqrt{\sum f_i^2}} & f_3 \\ \frac{-f_1 f_4}{\sqrt{\sum f_i^2}} & \frac{-f_2 f_4}{\sqrt{\sum f_i^2}} & \frac{-f_3 f_4}{\sqrt{\sum f_i^2}} & \frac{-f_4^2}{\sqrt{\sum f_i^2}} & f_4 \\ f_1 & f_2 & f_3 & f_4 & -\sqrt{\sum f_i^2} \end{bmatrix} \quad (\text{B.2.13})$$

De esta manera se verifica que $\mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) + \mathbf{Q}_n(\mathbf{x}) = \mathbf{Q}(\mathbf{x})$.

A partir de aquí, el cálculo de las funciones de realimentación resulta directo ya que sólo se debe reemplazar las expresiones vistas en la ecuación:

$$w_w = \begin{cases} -\frac{1}{2L_g(\mathbf{x})s_{w1}(\mathbf{x})} \left[\frac{\partial s_{w1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) \frac{\partial s_{w1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right] & \text{si } s_{w1}(\mathbf{x}) \geq 0 \\ -\frac{1}{2L_g(\mathbf{x})s_{w1}(\mathbf{x})} \left[\frac{\partial s_{w1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}_n(\mathbf{x}) \frac{\partial s_{w1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right] & \text{si } s_{w1}(\mathbf{x}) < 0 \end{cases} \quad (\text{B.2.14})$$

Así, se obtiene la siguiente expresión para el control por realimentación de estados conmutada:

$$w_w = \begin{cases} s_{w1}(\mathbf{x}) \geq 0 \\ w_w^+ = -\frac{\left[6\sqrt{3}(r_s^2 i_q f_1 + r_s^2 i_d f_2 - \phi_{sr}^2 \omega_e f_3) + \pi v_b \phi_{sr} u_w f_3 + \pi v_b \phi_{sr} \omega_e \sqrt{\sum_{i=1}^4 f_i^2} \right]^2}{(2\pi v_b \phi_{sr} \omega_e)^2 \sqrt{\sum_{i=1}^4 f_i^2}} \\ s_{w1}(\mathbf{x}) \leq 0 \\ w_w^- = \frac{\left[6\sqrt{3}(r_s^2 i_q f_1 + r_s^2 i_d f_2 - \phi_{sr}^2 \omega_e f_3) + \pi v_b \phi_{sr} u_w f_3 - \pi v_b \phi_{sr} \omega_e \sqrt{\sum_{i=1}^4 f_i^2} \right]^2}{(2\pi v_b \phi_{sr} \omega_e)^2 \sqrt{\sum_{i=1}^4 f_i^2}} \end{cases} \quad (\text{B.2.15})$$

Superficie S_{w2}

La expresión correspondiente a la superficie de deslizamiento puede escribirse como:

$$s_{w2}(\mathbf{x}) = K_{opt}^* \omega_e^3 - \frac{3\omega_e \phi_{sr}^2}{2R_s} \left(\omega_e - \frac{\pi v_b u_w}{3\sqrt{3} \phi_{sr}} \right) = 0 \quad (\text{B.2.16})$$

donde $K_{opt}^* = K_{opt} + \frac{P_{err}}{\omega_{eSW}^3}$.

Luego, la condición de transversalidad y el vector gradiente a la superficie resultan:

$$L_{g(\mathbf{x})} s_{w2}(\mathbf{x}) = \frac{\pi v_b \phi_{sr} \omega_e}{2\sqrt{3} r_s} \quad (\text{B.2.17})$$

$$\frac{\partial s_{w2}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \left[0 \quad 0 \quad 3K_{opt}^* \omega_e^2 + \frac{3\phi_{sr}^2 \omega_e}{r_s} + \frac{\pi \phi_{sr} v_b u_w}{2\sqrt{3} r_s} \quad 0 \quad \frac{\pi v_b \phi_{sr} \omega_e}{2\sqrt{3} r_s} \right]^T \quad (\text{B.2.18})$$

Considerando la expresión de la superficie de deslizamiento, el sistema puede escribirse en la forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{x}) \frac{\partial s_{w2}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} + \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \frac{\partial s_{w2}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} + \mathbf{g}(\mathbf{x}) w_w, \quad (\text{B.2.19})$$

donde: $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ y $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ asumen las siguientes expresiones:

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2L_{g(\mathbf{x})} s_{w2}(\mathbf{x})} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & f_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_4 \\ -f_1 & -f_2 & -f_3 & -f_4 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2.20})$$

$$\mathbf{Q}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2L_{g(\mathbf{x})} s_{w2}(\mathbf{x})} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & f_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_4 \\ f_1 & f_2 & f_3 & f_4 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2.21})$$

La matriz $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ se subdivide en una matriz semipositiva definida y otra seminegativa definida de acuerdo al signo de sus autovalores. A continuación se presenta el vector de autovalores de la matriz $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ y la correspondiente matriz de autovectores.

$$\lambda(\mathbf{x}) = \frac{1}{2L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}s_{w2}(\mathbf{x})} \begin{bmatrix} \sqrt{f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2} \\ -\sqrt{f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2.22})$$

$$\mathbf{P}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} f_1/f_2 & f_1/f_2 & -f_2/f_1 & -f_4/f_1 & -f_3/f_1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ f_3/f_2 & f_3/f_2 & 0 & 0 & 1 \\ f_4/f_2 & f_4/f_2 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{\sqrt{f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2}}{f_2} & \frac{\sqrt{f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2}}{f_2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2.23})$$

Posteriormente, de acuerdo al signo de los autovalores se conforman dos matrices diagonales, una semipositiva definida y otra seminegativa definida denominadas $\mathbf{Q}_p^d(\mathbf{x})$ y $\mathbf{Q}_n^d(\mathbf{x})$ respectivamente:

$$\mathbf{Q}_p^d(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2}}{2L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}s_{w2}(\mathbf{x})} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2.24})$$

$$\mathbf{Q}_n^d(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-\sqrt{f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2}}{2L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}s_{w2}(\mathbf{x})} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2.25})$$

Para llevar las matrices $\mathbf{Q}_p^d(\mathbf{x})$ y $\mathbf{Q}_n^d(\mathbf{x})$ al sistema de coordenadas en que se encuentra el sistema, se realiza la siguiente transformación:

$$\mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) = \mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{Q}_p^d(\mathbf{x})\mathbf{P}^{-1}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4L_g s_{w2}} \begin{bmatrix} \frac{f_1^2}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_1 f_2}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_1 f_3}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_1 f_4}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & f_1 \\ \frac{f_1 f_2}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_2^2}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_2 f_3}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_2 f_4}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & f_2 \\ \frac{f_1 f_3}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_2 f_3}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_3^2}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_3 f_4}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & f_3 \\ \frac{f_1 f_4}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_2 f_4}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_3 f_4}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{f_4^2}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & f_4 \\ f_1 & f_2 & f_3 & f_4 & \sqrt{\Sigma f_i^2} \end{bmatrix} \quad (\text{B.2.26})$$

$$\mathbf{Q}_n(\mathbf{x}) = \mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{Q}_n^d(\mathbf{x})\mathbf{P}^{-1}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4L_g s_{w2}} \begin{bmatrix} \frac{-f_1^2}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{-f_1 f_2}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{-f_1 f_3}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{-f_1 f_4}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & f_1 \\ \frac{-f_1 f_2}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{-f_2^2}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{-f_2 f_3}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{-f_2 f_4}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & f_2 \\ \frac{-f_1 f_3}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{-f_2 f_3}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{-f_3^2}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{-f_3 f_4}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & f_3 \\ \frac{-f_1 f_4}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{-f_2 f_4}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{-f_3 f_4}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & \frac{-f_4^2}{\sqrt{\Sigma f_i^2}} & f_4 \\ f_1 & f_2 & f_3 & f_4 & -\sqrt{\Sigma f_i^2} \end{bmatrix} \quad (\text{B.2.27})$$

De esta manera se verifica que $\mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) + \mathbf{Q}_n(\mathbf{x}) = \mathbf{Q}(\mathbf{x})$.

A partir de aquí, el cálculo de las funciones de realimentación resulta directo ya que sólo se debe reemplazar las expresiones vistas en la ecuación:

$$w_w = \begin{cases} -\frac{1}{2L_g(\mathbf{x})s_{w2}(\mathbf{x})} \left[\frac{\partial s_{w2}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}_p(\mathbf{x}) \frac{\partial s_{w2}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right] & \text{si } s_{w2}(\mathbf{x}) \geq 0 \\ -\frac{1}{2L_g(\mathbf{x})s_{w2}(\mathbf{x})} \left[\frac{\partial s_{w2}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}_n(\mathbf{x}) \frac{\partial s_{w2}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right] & \text{si } s_{w2}(\mathbf{x}) < 0 \end{cases} \quad (\text{B.2.28})$$

Así, se obtiene la siguiente expresión para el control por realimentación de estados conmutada para la superficie s_{w2} :

$$w_w = \begin{cases} s_{w2}(\mathbf{x}) \geq 0 \Rightarrow w_w^+ = -\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^4 f_i^2}}{4} \left[\frac{18 \phi_{sr} f_3}{\sqrt{3\pi} v_b} - \frac{u_x f_3}{\omega_e} - \frac{18K_{opt}^* \omega_e f_3}{\sqrt{3\pi} \phi_{sr} v_b} - 1 \right] \\ s_{w2}(\mathbf{x}) \leq 0 \Rightarrow w_w^- = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^4 f_i^2}}{4} \left[\frac{18 \phi_{sr} f_3}{\sqrt{3\pi} v_b} - \frac{u_x f_3}{\omega_e} - \frac{18K_{opt}^* \omega_e f_3}{\sqrt{3\pi} \phi_{sr} v_b} + 1 \right] \end{cases} \quad (\text{B.2.29})$$

Apéndice C

Cálculo Detallado de la Ley de Control (Capítulo 8)

C.1. Análisis de la Expresión (8.20)

A fin de realizar el análisis de la polaridad de la condición de transversalidad (8.20), a continuación se reescribe su expresión:

$$L_{g(x)s_{w1}}(\mathbf{x}) = -\frac{3}{2}\phi_{sr}\omega_e g_1 + 3r_s(i_q g_1 + i_d g_2) \quad (\text{C.1.1})$$

Reemplazando en ella las componentes del vector $g(\mathbf{x})$ y operando algebraicamente se obtiene:

$$L_{g(x)s_{w1}}(\mathbf{x}) = \frac{\pi\phi_{sr}\omega_e v_b i_q}{2\sqrt{3(i_q^2 + i_d^2)}L} - \frac{\pi v_b r_s}{\sqrt{3}L} \sqrt{i_q^2 + i_d^2} \quad (\text{C.1.2})$$

Considérese inicialmente que esta expresión es menor que cero, es decir:

$$L_{g(x)s_{w1}}(\mathbf{x}) = \frac{\pi\phi_{sr}\omega_e v_b i_q}{2\sqrt{3(i_q^2 + i_d^2)}L} - \frac{\pi v_b r_s}{\sqrt{3}L} \sqrt{i_q^2 + i_d^2} < 0 \quad (\text{C.1.3})$$

Luego, mediante manipulaciones algebraicas esta desigualdad puede escribirse de la siguiente manera:

$$\phi_{sr}\omega_e i_q < 2r_s(i_q^2 + i_d^2) \quad (\text{C.1.4})$$

El producto de las variables del lado izquierdo de la desigualdad corresponde aproximadamente a la potencia generada por fase por el GSIP para una condición de

carga predominantemente resistiva (ver diagrama fasorial de la figura 6.8). Por su parte, el lado derecho corresponde al cuádruple de las pérdidas resistivas por fase. Así, la desigualdad (B.1.3) significa que el generador operaría prácticamente con mayores pérdidas resistivas que la potencia que genera, lo cual es un absurdo. Luego, la desigualdad (B.1.2) debe invertirse y por lo tanto la condición de transversalidad resulta mayor que cero.

C.2. Cálculo Detallado de la Ley de Control

Superficie S_{w1}

El modelo dinámico del subsistema eólico puede expresarse en forma matricial como:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ g_4 \end{bmatrix} u_w = \begin{bmatrix} -\frac{r_s}{L} i_q - \omega_e i_d + \frac{\omega_e \phi_{sr}}{L} \\ -\frac{r_s}{L} i_d + \omega_e i_q \\ \frac{P}{2J} \left(T_t - \frac{3P}{2} \phi_{sr} i_q \right) \\ (i_w + i_f - i_L)/C_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{\pi v_b i_q}{3\sqrt{3} L \sqrt{i_q^2 + i_d^2}} \\ -\frac{\pi v_b i_d}{3\sqrt{3} L \sqrt{i_q^2 + i_d^2}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_w \quad (C.2.1)$$

La expresión correspondiente a la superficie de deslizamiento puede escribirse como:

$$s_{w1}(\mathbf{x}) = P_{wref1} - \frac{3}{2} \phi_{sr} i_q \omega_e + \frac{3}{2} (i_q^2 + i_d^2) r_s = 0 \quad (C.2.2)$$

Luego, la condición de transversalidad y el vector gradiente a la superficie resultan:

$$L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} s_{w1}(\mathbf{x}) = \frac{\pi \phi_{sr} \omega_e v_b i_q}{2\sqrt{3}(i_q^2 + i_d^2) L} - \frac{\pi v_b r_s}{\sqrt{3} L} \sqrt{i_q^2 + i_d^2} \quad (C.2.3)$$

$$\frac{\partial s_{w1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 3r_s i_q - \frac{3}{2} \phi_{sr} \omega_e & 3r_s i_d & \frac{3}{2} \phi_{sr} i_q & 0 \end{bmatrix}^T \quad (C.2.4)$$

Considerando la expresión de la superficie de deslizamiento, el sistema puede escribirse en la forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{x}) \frac{\partial s_{w1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} + \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \frac{\partial s_{w1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} + \mathbf{g}(\mathbf{x}) u_w, \quad (C.2.5)$$

donde: $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ y $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ asumen las siguientes expresiones:

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}s_{w1}(\mathbf{x})} \begin{bmatrix} 0 & f_{1g2} - f_{2g1} & -f_{3g1} & -f_{4g1} \\ -f_{1g2} + f_{2g1} & 0 & -f_{3g2} & -f_{4g2} \\ f_{3g1} & f_{3g2} & 0 & 0 \\ f_{4g1} & f_{4g2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.2.6})$$

$$\mathbf{Q}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}s_{w1}(\mathbf{x})} \begin{bmatrix} 2f_{1g1} & f_{1g2} + f_{2g1} & f_{3g1} & f_{4g1} \\ f_{1g2} + f_{2g1} & 2f_{2g2} & f_{3g2} & f_{4g2} \\ f_{3g1} & f_{3g2} & 0 & 0 \\ f_{4g1} & f_{4g2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.2.7})$$

A partir de aquí, el cálculo de las funciones de realimentación resulta directo ya que sólo se deben reemplazar las expresiones vistas en la ecuación:

$$u_w = \frac{-1}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}s_{w1}(\mathbf{x})} \left[\frac{\partial s_{w1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \frac{\partial s_{w1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right] - \left(\gamma |s_{w1}(\mathbf{x})| + \|\xi(\mathbf{x})\|_{\text{máx}} \left| \frac{\partial s_{w1}}{\partial \mathbf{x}} \right| \right) \frac{\text{sign}(s_{w1}(\mathbf{x}))}{L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}s_{w1}(\mathbf{x})} \quad (\text{C.2.8})$$

Así, se obtiene la siguiente expresión para el control por realimentación de estados conmutada:

$$u_w = - \frac{6r_s(i_q f_1 + i_d f_2) - 3\phi_{sr}(\omega_e f_1 + i_q f_3) + 2 \left(\gamma |s_{w1}(\mathbf{x})| + \|\xi(\mathbf{x})\|_{\text{máx}} \left| \frac{\partial s_{w1}}{\partial \mathbf{x}} \right| \right) \text{sign}(s_{w1}(\mathbf{x}))}{6r_s(i_q g_1 + i_d g_2) - 3\phi_{sr}\omega_e g_1} \quad (\text{C.2.9})$$

$$\text{donde: } \left| \frac{\partial s_{w1}}{\partial \mathbf{x}} \right| = \frac{3}{2} \sqrt{(4r_s^2(i_q^2 + i_d^2) + \phi_{sr}^2(\omega_e^2 + i_q^2) - 4r_s\phi_{sr}\omega_e i_q)}$$

Superficie S_{w2}

La expresión correspondiente a la superficie de deslizamiento puede escribirse como:

$$s_{w2}(\mathbf{x}) = K_{opt}\omega_e^3 - \frac{3}{2}\phi_{sr}i_q\omega_e = 0 \quad (\text{C.2.10})$$

Luego, la condición de transversalidad y el vector gradiente a la superficie resultan:

$$L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}s_{w2}(\mathbf{x}) = -\frac{3}{2}\phi_{sr}\omega_e g_1 \quad (\text{C.2.11})$$

$$\frac{\partial s_{w2}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \left[-\frac{3}{2} \phi_{sr} \omega_e \quad 0 \quad 3K_{opt} \omega_e^2 - \frac{3}{2} \phi_{sr} i_q \quad 0 \right]^T \quad (C.2.12)$$

Considerando la expresión de la superficie de deslizamiento, el sistema puede escribirse en la forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{x}) \frac{\partial s_{w2}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} + \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \frac{\partial s_{w2}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} + \mathbf{g}(\mathbf{x}) u_w, \quad (C.2.13)$$

donde: $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ y $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ asumen las siguientes expresiones:

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2L_{g(\mathbf{x})} s_{w2}(\mathbf{x})} \begin{bmatrix} 0 & f_{1g2} - f_{2g1} & -f_{3g1} & -f_{4g1} \\ -f_{1g2} + f_{2g1} & 0 & -f_{3g2} & -f_{4g2} \\ f_{3g1} & f_{3g2} & 0 & 0 \\ f_{4g1} & f_{4g2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (C.2.14)$$

$$\mathbf{Q}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2L_{g(\mathbf{x})} s_{w2}(\mathbf{x})} \begin{bmatrix} 2f_{1g1} & f_{1g2} + f_{2g1} & f_{3g1} & f_{4g1} \\ f_{1g2} + f_{2g1} & 2f_{2g2} & f_{3g2} & f_{4g2} \\ f_{3g1} & f_{3g2} & 0 & 0 \\ f_{4g1} & f_{4g2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (C.2.15)$$

A partir de aquí, el cálculo de las funciones de realimentación resulta directo ya que sólo se deben reemplazar las expresiones vistas en la ecuación:

$$u_w = \frac{-1}{L_{g(\mathbf{x})} s_{w2}(\mathbf{x})} \left[\frac{\partial s_{w2}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \frac{\partial s_{w2}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right] - \left(\gamma |s_{w2}(\mathbf{x})| + \|\xi(\mathbf{x})\|_{m\acute{a}x} \left| \frac{\partial s_{w2}}{\partial \mathbf{x}} \right| \right) \frac{\text{sign}(s_{w2}(\mathbf{x}))}{L_{g(\mathbf{x})} s_{w2}(\mathbf{x})} \quad (C.2.16)$$

Así, se obtiene la siguiente expresión para el control por realimentación de estados conmutada:

$$u_w = \left[-\frac{f_1}{g_1} + \frac{2K_{opt} \omega_e f_3}{\phi_{sr} g_1} - \frac{i_q f_3}{g_1 \omega_e} \right] + 2 \left(\gamma |s_{w2}(\mathbf{x})| + \|\xi(\mathbf{x})\|_{m\acute{a}x} \left| \frac{\partial s_{w2}}{\partial \mathbf{x}} \right| \right) \frac{\text{sign}(s_{w2}(\mathbf{x}))}{3 \phi_{sr} \omega_e g_1} \quad (C.2.17)$$

$$\text{donde: } \left| \frac{\partial s_{w2}}{\partial \mathbf{x}} \right| = \sqrt{\left(\frac{3}{2} \phi_{sr} \omega_e \right)^2 + \left(3K_{opt} \omega_e^2 - \frac{3}{2} \phi_{sr} i_q \right)^2}$$