〔例三〕 次ノ各組ノ最大公約數ヲ求ム.

(一) 26, 247 (二) 135, 180, 225

解 (一) $26=2\times13$ $247\div13=19$

$$\begin{array}{r|rr} 13 & 26, & 247 \\ \hline & 2, & 19 \end{array}$$

答 13

(二) $135=3.3.3.5$ 此中他ノ二ッニ共通ナル素因數ヲ求ムレバ

$$\begin{array}{r|rrr} 3 & 135 & 180 & 225 \\ \hline 3 & 45 & 60 & 75 \\ \hline 5 & 15 & 20 & 25 \\ \hline & 3 & 4 & 5 \end{array}$$

$3.3.5=45$ 答

驗算

$$\begin{array}{r|rrr} 45 & 135, & 180, & 225 \\ \hline & 3, & 4, & 5 \end{array}$$

45ヲnトスレバ各數ハ$3n, 4n, 5n$ナリ.

〔2〕 各數に共通なる素因數の積が其等の最大公約數なり.

【注意2】 (一) 與へられたる數の中に負の數がある時にも公約數には正の數を採用す. 例へバ -18 ト 12 トノ最大公約數ハ 6 ナリトスルガ如シ.

(二) 分數の最大公約數は通分して求めらる.

〔例四〕 次ノ各組ノ數ノ最大公約數ヲ求ム.

$(-36, 20)$ $\left(\frac{7}{6}, -\frac{7}{4}\right)$ (13.5寸, 18寸, 22.5寸)

解 (一) ハ通分スレバ $\frac{14}{12}, -\frac{21}{12}$ 答 $\frac{7}{12}$

$\frac{7}{12}$ヲnトスレバ各數ハ$2n$ト, $-3n$ナリ.

(二) ハ分ヲ單位トスレバ 135, 180, 225 ニシテ,其最大公約數ハ45ナルユエ, 答 4寸5分

代數式の最大公約數とは,二つ以上の整式の公約數の中次數の最大なる式をいふ. 但し其等の式の係數の最大公約數を係數とす.

〔例五〕 次ノ各組ノ式ノ最大公約數ヲ求ム.

(一) $A=\frac{7}{6}ab^2c^3$ $B=-\frac{7}{4}a^2b^3c$

$$\begin{array}{r|rr} \frac{7}{12}ab^2c & A & B \\ \hline & 2c^2, & -3ab \end{array}$$

答 $\frac{7}{12}ab^2c$

(二) $A=ac(a-b)$ $B=bc(b-a)$

$$\begin{array}{r|rr} c(a-b) & A, & B \\ \hline & a, & -b \end{array}$$

答 $c(a-b)$

(三) $A=1-x^2$ $B=3x^2-7x+4$

$$\begin{array}{r|rr} x-1 & A, & B \\ \hline & -(x+1), & 3x-4 \end{array}$$

解 $A=-1(x+1)(x-1)$ $B=(x-1)(3x-4)$ 答 $x-1$

(四) $A=3x^2-4x+1$
$B=4x^2-5x+1$

$$\begin{array}{r|rr} x-1 & A & B \\ \hline & 3x-1, & 4x-1 \end{array}$$

解 $B-A=x^2-x=x(x-1)$

$A=(x-1)(3x-1)$ $B=(x-1)(4x-1)$ 答 $x-1$

(五) $A=x^2+5x+6$
$B=x^3+x^2-3x+2$

$$\begin{array}{r|rr} x+2 & A & B \\ \hline & x+3, & x^2-x-1 \end{array}$$

解 $A=(x+2)(x+3)$ $B\div(x+2)=x^2-x-1$ 答 $x+2$

【注意3】 (*a*) 公約數ガ $(b-a)$, 或ハ $(1-x)$ ナル時モ $(a-b)$ 或ハ $(x-1)$ トシテ, 答ヘテヨシ.

(*b*) A, B ノ最大公約數ヲ G トスレバ, A, B ハ共ニ G ノ倍數ナルユヱ [例ヘバ $A=G \cdot a$ $B=G \cdot b$], $A+B$, $A \sim B$, 或ハ $mA \pm nB$ モ G ノ倍數ナリ (例五(四)).

(*c*) 例五(五) ノ如ク, **先づ簡單なる式の方を**因數に分解して後, 其因數の何れが公約數なるかを驗すべし (例三(一)).

〔例題〕 次ノ各組ノ最大約數ヲ求ム.

1. $(34,\ 85)$ $(-54,\ 126)$ $(54,\ -90,\ 126)$ $(42,\ 126,\ 210)$

2. $\{9ab^3,\ 6a^2b\}$ $\{ab^3,\ a^2bc,\ abc^2\}$ $\{x^2-y^2,\ y^3-x^3\}$

3. $\{6ab(a+b)^2,\ 4a^2(a^2-b^2)\}$ $\{bc(b-a)(b-c),\ ac(a-b)(a-c)\}$

4. $\{x^2+x-6,\ x^2-5x+6\}$ $\{x^2-4x+3,\ 4x^3-8x^2-19x+21\}$

5. $\{3x^3+2x^2-x,\ 5x^4+3x^3-2x^2\}$

$\{6(x^2-9),\ 9(x+3),\ 10(x^2-x-12)\}$

【注意】 卷末附錄問題ニ就テ,各自補習スベシ.

40. 連除法の例, 分離係數法

〔例一〕 87 ト, 232 トノ最大公約數ヲ求ム.

演算

	87		232
		2	174
	58	1	58...(*a*)
最大公約數...	**29**	2	58

$$29\ \underline{)\ 87,\ 232}\qquad \begin{cases} 87=29\times 3 \\ 232=29\times 8 \end{cases}$$
$$\quad 3,\ \ 8$$

答 **29**

說明 上ノ演算ハ次ノ演算(甲)ヲ簡單ニセルモノナリ.

```
                 2                           2
(甲)   87 ) 232              (乙)   3n ) 8n
           174    1                      6n    1
(a)...      58 ( 87                      2n ) 3n
                 58   2                        2n    2
最大公約數......29 ) 58      最大公約數......n ) 2n
                      58                             2n
```

計算の理由 87 ト 232 トハ何レモ其**最大公約數 n の倍數**ナルユヱ, 232 ヨリ 87×2 ヲ引キタル殘リ **58 も n の倍數**ナリ.

次ニ 87 ト 58 トハ何レモ n ノ倍數ナルユヱ, 87 ヨリ 58 ヲ引キタル殘リ **29 も n の倍數**ナリ. 因テ

n は 29 より大ならず..........................(1)

然ルニ **29 は 58 の約數**ナルユヱ, **87 (=58+29) の約數なり**, 從テ **232 (=87×2+58) の約數**ナリ. 卽チ

29 は 87 と 232 との公約數なり..............(2)

而シテ 29 ヨリ大ナル公約數ナシ (1). 故ニ 29 ガ最大公約數 (n) ナリ.

(乙) ハ 87 ト 232 トヲ各 $n(=29)$ ヲ用ヒテ表シ,連除シタルモノニシテ,之ト(甲)トヲ較ブレバ諒解ニ便ナリ.

【注意1】 例ヘバ 1 冊ノ價 29 錢ノ書物ヲ 1 冊ヨリ 8 冊迄ノ次次ノ價ノ表ヲ作レバ,オノヅト(甲)ノ說明ヲ諳示スルコトトナル.

(一) 演算(甲)ノ途中(a)ノ列ビノ二數 58 ト 87 トノ中 **58(=2×29)** ヨリ因數 **2 を取捨てて** 29 ト 87 トシテ,連除法ヲ續ケテヨシ. 此事ハ代數式ノ連除法ニテハ屢其必要アルモノナリ. **取捨つる因數が相手方に共通ならざれば何にてもよし**,最初ヨリ 232 ヲ 2 ニテ約シテモヨシ.

(二) 二つの數を其最大公約數にて割りたる商の間には 1 より外に公約數なし.

互に素なる數とは 1 より外に公約數なき二つの整數なり. 二つが代數式なる場合には**互に既約なり**といふ.

〔例二〕 $\mathrm{A}=x^3+3ax^2-a^2x-3a^3$,

$\mathrm{B}=x^4+4ax^3-12a^3x-9a^4$ ノ最大公約數ヲ求ム,

(A) $x^3+3ax^2-a^2x-3a^3$		$x^4+4ax^3-12a^3x-9a^4$ (B)
(G・x)…$x^3+4ax^3+3a^2x$	x	$x^4+3ax^3-a^2x^2-3a^3x$ ……(A・x)
$-ax^2-4a^2x-3a^3$		(− $ax^3+a^2x^2-9a^3x-9a^4$
($-a$・G)…$-ax^2-4a^2x-3a^3$	a	$ax^3+3a^2x^2-a^3x-3a^4$ (−
	x	$-2a^2$) $-2a^2x^2-8a^3x-6a^4$
	$-a$	$x^2+4ax+3a^2$…

……最大公約數(G)

驗算 $x^2+4ax+3a^2$) A, B

$x-a,\ x^2-3a^2$

答 $\boldsymbol{x^2+4ax+3a^2}$

〔例三〕 $\mathrm{A}=3x^4+15x^3+5x^2+10x+2$,

$\mathrm{B}=2x^4+9x^3+14x+3$ ノ場合.

(A) $3x^4+15x^3+5x^2+10x+2$		$2x^4+9x^3+14x+3$ (B)
$(-1.c)$…$3x^4+10x^3-22x^2-5x$	2	$6x^4+27x^3+42x+9$……(B×3)
(D)…………$5x^3+27x^2+15x+2$	$-x$	$6x^4+30x^3+10x^2+20x+4$……(A×2)
(D×3)……$15x^3+81x^2+45x+6$	-5	(−
$(-5.c)$………$15x^3+50x^2-110x-25$	5	$-3x^3-10x^2+22x+5$……(C)
31) $31x^2+15x+31$	$-3x$	$-3x^3-15x^2-3x$………$(-3x.\mathrm{G})$
最大公約數(G)……x^2+5x+1	5	$5x^2+25x+5$
		$5x^2+25x+5$….(G×5)

驗算 x^2+5x+1) A, B

$3x^2+2,\ 2x^2-x+3$

$$\therefore \begin{cases} \mathrm{A}=(x^2+5x+1)(3x^2+2) \\ \mathrm{B}=(x^2+5x+1)(2x^2-x+3) \end{cases}$$ 答 $\boldsymbol{x^2+5x+1}$

說明 先ヅ(B)×3ヲ作リ,之ヲ(A)ニテ割リタリ.

次ニ其殘リ(C)ニテ,(A)ヲ割リタル殘リ(D)ニ 3 ヲ掛ケテ,割リ續ケタル剩餘ヲ,31 ニテ約シテ得タル式(G)ニテ,(C)ガ割リ切レタレバ,之ガ答ナリ.

最初(A)×2ヲ(B)ニテ割リテモヨシ.

分離係數記法　例ヘバ $3x^4+15x^3+5x^2+10x+2$ ヲ記スニ,次次ノ項ノ係數ヲ分離シタルモノヲ,其符號ノママツヅケテ書キテ **3+15+5+10+2** トスルコトアリ. 此略記法ヲ**分離係數記法**トイフ.

例ヘバ x ニ就テ三次ノ多項式ヲ共降冪ノ順ニ排列シタルモノノ分離係數記法ガ (一) **1+4+0−5**, (二) $1-3a+3a^2-a^3$ ナルトキハ其多項式ハ

(一) x^3+4x^2-5 (二) $x^3-3ax^2+3a^2x-a^3$ ナリ.　(二) ハ a ニ就テ昇冪ノ順ニ排列セラレタル式ナレバ,一層簡單ニ **1−3+3−1** ト記スコトヲ得.

分離係數法ニヨレル例三ノ演算ハ次ノ如シ.

(A)　3+15+　5+　10+2		2+　9+　0+14+3　(B)
(−1.c)　3+10−22−　5	1	6+27+　0+42+9......(B×3)
(D).........5+27+　15+2	−1	6+30+10+20+4......(A×2)
(D×3).......15+81+　45+6	−5	(−
(−5c) ......15+50−110−25	5	−　3−10+22+5......(c)
31) 31+155+31	−3	−　3−15−3............(−3.G)
最大公約數(G)..1+　5+1	5	5+25+5
		5+25+5......(G×5)

答　x^2+5x+1

驗算

x^2+5x+1)　A,　　B
　　　　　$3x+2$,　$2x^2-x+3$

$A=(x^2+5x+1)(3x^2+2)$

$B=(x^2+5x+1)(2x^2-x+3)$

ツマリ例三ノ排置ニ於テ, x ノ處ヲ總テ1トシ項ノ缺ケタル處ニ **+0** ヲ入レタルナリ.

〔**例四**〕 $A=4x^2-5x+1$, $B=3x^3-3x^2+x-1$ ノ場合

解　$A=(x-1)(4x-1)$

$B=(x-1)(3x^2+1)$

答　$x-1$

```
       3+0+1
1-1 ) 3-3+1-1......(B)
      3-3
          1-1
          1-1
```

若シ此場合ニ連除法ニヨラントスレバ,先ヅ $A+B=3x^3+x^2-4x=x(3x^2+x-4)$ ヲ作リ, B ノ代リニ $3x^2+x-4$ ヲ用フベシ.

【**注意2**】 A, B ノ最大公約數ヲ G トスレバ

$$\begin{cases} A=a.G \cdots\cdots\cdots\cdots(1) \\ B=b.G \cdots\cdots\cdots\cdots(2) \end{cases}$$

ト置カル (a, b モ代數式), 故ニ A ト B トヲ見較ベテ,其初項ヲ消去スルモ,或ハ其末項ヲ消去スルモ任意ニシテ演算ノ目的ハ迅速ニ**Gの簡單なる倍數**ヲ見出スニアリ.

問題第二十九集

次ノ各組ノ數ノ最大公約數ヲ求ム(1−4).

1. (357, 391)　(1927, 1517)　(462, 714, 798)　(16時20分, 8時4分)
2. $3x^3+x^2-3x+1$　$9x^4+12x^3-4x-1$
3. $12x^3+13x^2+6x+1$　$1+7x+16x^2+16x^3$

4. x^3+x^2-x+1　x^3+3x^2-x-3　x^3+x^2-2

次ノ各式(**5-7**)ヲ因數ニ分解セヨ(公約數ヲ有ス).

5. $x^3-4xy^3+15y^2$　$x^4+x^2y^2+25y^4$

6. x^3+x^2-2　x^3+2x^2-3

7. $3x^3+5x^2-15x+4$　$6x^3+27x^2+21x-9$

41. 最小公倍數を求むる例

〔例一〕 20米ハ11間ニ等シク,共ニ660寸ナリ.

此場合ニ 660寸ハ, 33寸(=1米)ト60寸(=1間)トノ最小公倍量, 660ハ33ト60トノ最小公倍數ナリ.

最小公倍數とは二つ以上の數に共通せる倍數(**公倍數**)の中最小なるものなり. 公倍數が名數(量)なる時は,之を**公倍量**といふ.

11ト20トノ最小公倍數ハ11×20ナル如ク

〔1〕 互に素なる二つの數の最小公倍數は其二つの數の積なり(附錄第3節).

2米ト1米トノ最小公倍量ハ2米ナルガ如ク.

〔2〕 甲乙二つの數ありて,甲が乙の倍數なる時は,甲は此等の最小公倍數なり.

2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5 ノ最小公倍數ハ 2^5 ナルガ如ク,

〔3〕 同じ底數の種種の冪の最小公倍數は,其中の最高次の冪なり.

〔例二〕 40, 60, 84 ノ最小公倍數ヲ求ム.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 40,\ 60,\ 84 \\ \hline 2 & 20,\ 30,\ 42 \\ \hline 3 & 10,\ 15,\ 21 \\ \hline & 10\quad 5\quad 7 \end{array}$$

$\therefore\ 2^2.3.10.7=840$ 答

驗算 $840\div40=21$　$840\div60=14$　$840\div84=10$

說明 各數ニ共通ナル素因數ト,共通ナラザル素因數トヲ,取リ落シ無ク,又餘分ニ取ラヌ樣ニ(法則〔3〕ニヨリテ)取リテ,其連乘積ヲ求メタルナリ.

$$\begin{cases} 40=2.2.2.5=2^3.5 \\ 60=2.2.3.5=2^2.3.5 \\ 84=2.2.3.7=2^2.3.7 \end{cases}$$

5ハ10ノ約數ナルユヱ,之ヲ省キテ考フ(法則〔**2**〕).

【注意1】 驗算ニ於テ,最小公倍數ヲ各數ニテ割リタル商ノ間ニハ公約數ナシ.

若シ最小公倍數トシテ840ノ代リニ$840n$ヲ採リテ驗算スレバ,次ニ示セルガ如ク,商ノ間ニ公約數nガ現レ,公倍數トシタル數$840n$ノ中ニ餘分ノ因數nガアルコトガ分ル.

$$\begin{cases} 840n\div40=21n \\ 840n\div60=14n \\ 840n\div84=10n \end{cases}$$

〔例三〕 87ト232トノ最小公倍數ヲ求ム(前節例).

$$\begin{array}{r|rr} 29 & 87, & 232 \\ \hline & 3, & 8 \end{array}$$

29.3.8=696 答

[驗算] 696=87×8

696=232×3

〔4〕 二つの數 A, B を其最大公約數 G にて割りたる商を a, b, 最小公倍數を L とすれば

$$\begin{array}{r|rr} G & A & B \\ \hline & a, & b \end{array} \qquad L=G.a.b.=A.b=B.a=\frac{A.B}{G}$$

〔注意2〕 今後最小公倍數ヲ L, 最大公約數ヲ G ニテ表スコトトス.

〔例四〕 276, 805, 560 ノ最小公倍數(L)ヲ求ム.

$$\begin{array}{r|rrr} 23 & 276 & 805 & 560 \\ \hline 2 & 12 & 35 & 560 \\ \hline 2 & 6 & 35 & 280 \\ \hline 5 & 3 & 35 & 140 \\ \hline & 3 & 7 & 28 \end{array} \qquad \begin{array}{r|c|r} 276 & 2 & 805 \\ 253 & & 552 \\ \hline 23 & 1 & 253 \\ & 1 & 23 \\ & 1 & 23 \\ & & 23 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|c|r} 23 & 2 & 560 \\ & & 46 \\ \hline & & 100 \end{array}$$

(∴ 23 ト 560 トハ互ニ素ナリ)

L=23.2.2.5.3.28=38640 答

[驗算] L=276×140 L=805×48 L=560×69

$$\begin{array}{r} 140 \\ 276\,\overline{)\,38640} \\ 276 \\ \hline 1104 \\ 1104 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 48 \\ 805\,\overline{)\,38640} \\ 3220 \\ \hline 6440 \\ 6440 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 69 \\ 560\,\overline{)\,38640} \\ 3360 \\ \hline 5040 \\ 5040 \\ \hline \end{array}$$

〔5〕 幾つかの數の最小公倍數を求むるには,此等の數に共通なる素因數と,共通ならざる素因數とを,取落しなく,又餘分に取らぬ樣に取りて,其

等の連乘積を作るべし. 一つの數が他の數の約數なることを見付け次第約數の方を消すべし,又必ず答を各數にて割り試むべし.

〔注意3〕 (一) **−18** と **+12** との最小公倍數は **+36** なりとす. (二) 分數の最小公倍數は,通分して求む.

〔例五〕 次ノ各組ノ數ノ最小公倍數ヲ求ム.

(一) $\frac{7}{6}$, $-\frac{7}{4}$ (二) 2.76 寸, 8.05 寸, 5.6 寸

[解] (一) ハ通分スレバ $\frac{14}{12}, -\frac{21}{12}$ ∴ $\frac{7.2.3}{12}=\frac{7}{2}$ 答

$$\frac{7}{2}=\left(\frac{14}{12}\right)\times 3 \quad \frac{7}{2}=\left(-\frac{21}{12}\right)\times(-2)$$

(二) 厘ヲ單位トスレバ, 276, 805, 560 ニシテ其最小公倍數ハ 38640 ナルヲ以テ(例四) 答 38尺6寸4分

代數式の最小公倍數とは二つ以上の整式の公倍數の中,次數の最小なるものなり. 但し其等の式の係數の最小公倍數を係數とす.

〔例六〕 次ノ各組ノ式ノ最小公倍數ヲ求ム.

(一) $A=\frac{7}{6}ab^2c^3$ $B=-\frac{7}{4}a^2b^2c$ 答 $L=\frac{7}{2}a^2b^2c^3$

$L=A.3a$ $L=B.(-2c^2)$

(二) $A=ac(a-b)$, $B=bc(b-a)$ 答 $L=abc(a-b)$

$L=A.b \qquad L=B.(-a)$

(三) $\mathbf{A=1-x^2} \quad \mathbf{B=3x^2-7x+4}$ (第 39 節 例 五)

$$\begin{array}{r|ll} x-1 & A, & B \\ \hline & -(x+1), & 3x-4 \end{array} \qquad L=(x-1)(x+1)(3x-4) \text{ 答}$$

$L=A.\{-(3x-4)\} \quad L=B.(x+1)$ (注意 2 (一))

(四) $\mathbf{A=3x^4+15x^3+5x^2+10x+2}$

$\mathbf{B=2x^4+9x^3+14x+3}$ (前 節 例)

$$\begin{array}{r|ll} x^2+5x+1 & A, & B \\ \hline & 3x^2+2, & 2x^2-x+3 \end{array}$$

$L=(x^2+5x+1)(3x^2+2)(2x^2-x+3)$　答

$L=A.(2x^2-x+3) \qquad L=B.(3x^2+2)$

(五) $\mathbf{A=x^3-x^2-4x+4} \qquad \mathbf{B=x^3-2x^2-x+2}$

$\mathbf{C=x^3+2x^2-x-2}$

$$\begin{array}{r|lll} x-1 & A & B & C \\ \hline x-2 & x^2-4 & x^2-x-2 & x^2+3x+2 \\ \hline x+2 & x+2 & x+1 & x^2+3x+2 \ldots\ldots(a) \\ \hline x+1 & 1 & x+1 & x+1 \\ \hline & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$L=(x-1)(x-2)(x+2)(x+1)$　答

$L=A.(x+1) \qquad L=B.(x+2) \qquad L=C.(x-2)$

(a) ノ段ニ於テ, $x+2$, $x+1$ ハ x^2+3x+2 ノ約數ナルユヱ,之ヲ省キテ,答 $L=(x-1)(x-2)(x^2+3x+2)$ トシテモヨシ.

【注意4】 代數式ノ最小公倍數ハ積ノ式ニテ答フベシ,之ヲ展開シ置クニ及バズ(第 38 節注意 1).

三ツ以上ノ式ノ最小公倍數ヲ求ムルニモ,前例(或ハ例四)ノ排置法ニヨリテ求ムルガ捷徑ナリ.

問題 第三十集

次ノ各組ノ最小公倍數ヲ求ム.

1. (8, 9)　(16, 24)　(15, 21, 42)　(27, 55, 99, 15, 45)

2. (−54, 126)　$\left(\frac{2}{5}, -2\frac{2}{3}\right)$　$\left(-4\frac{2}{5}, -3\frac{2}{3}\right)$

(16時20分, 8時4分)

3. (286匁, 651匁)　(949, 1387)　(462, 714, 798)

(13間.2, 23間.4, 15間.6)

4. $(9ab^3, 6a^2b)$　$(18ax^2, 72ay^2, 12xy)$　$(2x-2, 1-x^2)$

5. $\{a-b, b-a\}$　$\{(x-y)(x-z), (y-x)(y-z), (z-x)(z-y)\}$

6. $\{4(x+y), 6(x^2-y^2), 8(x^3+y^3)\}$　$\{a^2-b^2, b^3-a^3\}$

7. $\{6(x^2-9), \ 9(x+3), \ 10(x^2-x-12)\}$

8. $x^2+3x+2, \ x^2+4x+3, \ x^2+5x+6$

9. $x^3+x^2-2, \ x^3+2x^2-3$

10. $x^3+x^2-x+1, \ x^3+3x^2-x-3, \ x^3+x^2-2$

補習問題 第三十一集

生徒諸子ハ各自此補習問題ニヨリテ本篇ノ練習ヲ補フヲ良シトス.

次ノ各組ニ就テ, 其總テノ公約數ヲ求ム.

1. (一) (126, 210) (二) ($8abx$, $10axy$) (三) (a^3b^5, a^7b^2)

2. (一) 48 ト 72 トノ總テノ公倍數ヲ表ス式ヲ求ム.

(二) $48x=72y$ ナルトキ, x ト y トヲ表ス式如何.

(三) $3663x=4477y$ ナルトキ, x, y ヲ求ム.

(四) $\frac{2}{5}a^2X=-2\frac{2}{3}abY$ ナル時, X, Y ヲ求ム.

3. A, B 二數ノ最大公約數 G ト, 其最小公倍數 L トノ組 (G, L) ガ次ノ如キ場合ニ於ケル, A, B ヲ求ム.

(4, 36) (22, 660) (xy^2, bx^2y^3) ($x+3$, x^2-x-12)

4. $G=abc^2$, $A.B=6a^3b^2c^4$ ナレバ, A, B 如何 (前題).

5. 次ノ各組ニ就テ, (1) ト (2) トニテ聯立方程式解法ノ時ノ如ク, 加減法ヲ施シテ一ツノ等式ヲ作リ, 其右邊ガ原等式ノ右邊同志ノ最大公約數トナリタル時ノ左邊ヲ求ム.

(甲) $\begin{cases} A=232 \ldots\ldots\ldots\ldots(1) \\ B=87 \ldots\ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$ 　　$\boxed{解}$ (2)×3−(1) $3B-A=29$

答 3B−A

(乙) $\begin{cases} A=115 \ldots\ldots\ldots\ldots(1) \\ B=161 \ldots\ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$ 　　(丙) $\begin{cases} A=3x^2-4x+1 \ldots\ldots(1) \\ B=4x^2-5x+1 \ldots\ldots(2) \end{cases}$

6. $A=x^2+8x+15$ ト $B=x^2+ax+6$ トガ公約數 (一次式ノ) ヲ有スル樣ニ a ノ數値ヲ定メヨ.

7. 一邊ガ abc^2 (寸) ナル正方形ヲ, 幾ツカ列ベ合セテ作リタル矩形ノ面積ガ, $30a^2b^2c^4$ (平方寸) トナレリ. ヨリテ其周ヲ求ム (a, b, c ハ皆相異ナレル素數ナリトス).

8. A, B 二數 (或ハ二式) ニテ連除法ヲ行ヒタル時,

$B=Aq+c$, 　$A=Cr+D$, 　$C=Ds$

ナリトシテ, D ヲ用ヒテ A, B ヲ表セ.

```
        A ) B ( q
            Aq
            ──
            C ) A ( r
                Cr
                ──
最大公約數 … D ) C ( s
                 sD
                 ──
```

9. (一) 横縱ガ $6ab$, $9ac$ ナル一ツノ矩形 A アリ, A ヲ相等シキ大サノ成ルベク大ナル正方形ニ分ツコトヲ求ム (a, b, c ハ相異ナレル素數).

(二) 又 A ニ等シキ矩形ヲ如何樣ニ列ベ合スレバ正方形ナラシムルコトヲ得ベキカ.

10. 三十秒, 一分, 三分, 二十五分, 四十五分毎ニ鳴ル五箇ノ汽笛ガ一齊ニ鳴リ始メタル時ヨリ, 其次ニ再ビ一齊ニ鳴リ始ムルマデノ時間幾許.

11. $A=1+6x+13x^2+12x^3$ $B=1+7x+16x^2+16x^3$ ニ就テ, (一) 最小公倍數 L ヲ求ム. (二) $x=10$ トシタル時, A, B ノ數値ノ最小公倍數及 L ノ數値ヲ求ム.

12. $6x^2-13x+6$, $3x^2+13x-10$, $2x^2+7x-15$ ノ L ヲ求ム.

13. $5(x-a)^3$, $4ax^2(x^2-a^2)^2$, $6x^3(a-x)$ ノ L ヲ求ム.

14. $2.3^2.5^3.a$, $2^2.3^2.5^2.b$, $2^3.3^2.5.a.b$ ノ G ト L トヲ求ム.

15. $(1-2x)(2x-7)$ ト $(2x^2-5x+2)$ トノ L ヲ求ム.

16. 次ノ各數ヲ素因數ニ分解セヨ.

574 　692 　858 　1242 　1258 　3003 　5324

17. 第35節乘法ノ公式 (或ハ例) ヲ (1) ヨリ (7) マデ復唱セヨ.

18. $(-a+b+c-d)^2-(-a-b+c+d)(a-b-c+d)$ ヲ展開セヨ.

19. $(y+z)(z+x)(x+y)+xyz$ ヲ, (一) x ノ, (二) y ノ, (三) z ノ何レモ降冪ノ順ニ整頓セヨ.

20. 第34節，第36節因數分解法ノ公式(或ハ例)ヲ(1)ヨリ(6)マデ復習セヨ。

次ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ(21–23)。

21. $\frac{1}{6}x^2+\frac{5}{6}ax+a^2$　　$7x-10-x^2$　　$15x^2+14nx-8n^2$

22. $a^2-2ad+d^2-b^2+2bc-c^2$　　$a^4-a^3b-ab^3+b^4$

23. $(x^2+3x)^2-3(x^2+3x)-8$　　z^4+4z^2+16

24. 分離係數記法(第40節例二)ニヨリテ，(十七 6, 7, 8)．及[十八 6, 9)ヲ練習セヨ。

25. $x^2-3x-70,\ x^3-39x+70,\ x^3-49x+7$ ノ L ヲ求ム。

26. (一) $4x^2-12x+c$ ガ $2x-3$ ノ倍數トナル樣ニ c ノ値ヲ定メヨ。

(二) $(a-b)x+12$ ガ $2x+(a+b)$ ノ倍數トナル樣ニ a, b ノ關係式ヲ求ム。

27. $A=x^2+ax+6$ ト $B=x^2+bx-6$ トガ x ノ一次式(G)ヲ公約數ニ有スル樣ニ，a, b ノ關係式ヲ求ム。

解 $A+B=2x^2+(a+b)x=x\{2x+(a+b)\}$

$\therefore$ $2x+(a+b)$ ハ G ノ倍數ナリ……………(1)

$A-B=(a-b)x+12$ モ G ノ倍數ナリ‥(2)

$\therefore \begin{cases} (1)\times(a+b)\ldots\ldots 2(a-b)x+(a^2-b^2)\ldots\ldots(3) \text{ ト} \\ (2)\times 2\ldots\ldots\ldots 2(a-b)x+24\ldots\ldots\ldots\ldots(4) \text{ トモ G ノ倍數ナリ.} \end{cases}$

$\therefore$ $a^2-b^2=24$　　　答 $(a+b)(a-b)=24$

應用 答ノ關係式ニヨリテ

(一) $\begin{cases} a+b=6 \\ a-b=4 \end{cases}$ 即チ $\begin{cases} a=5 \\ b=1 \end{cases}$ ノ時 $\begin{cases} A=x^2+5x+6=(x+2)(x+3) \\ B=x^2+x-6=(x+2)(x-3) \end{cases}$

$G=x+2$

(二) $\begin{cases} a+b=-12 \\ a-b=-2 \end{cases}$ 即チ $\begin{cases} a=-7 \\ b=-5 \end{cases}$ ノ時 $\begin{cases} A=x^2-7x+6=(x-1)(x-6) \\ B=x^2-5x-6=(x+1)(x-6) \end{cases}$

$G=x-6$

28. $A=x^2+ax+6$ ト，$B=x^2+bx-12$ トガ x ノ一次式(G)ヲ公約數ニ有スル樣ニ，a, b ノ關係式ヲ求ム。

次ノ各方程式ヲ解ケ(29–30)。

29. (一) $3(x-1)^2-3(x^2-1)=x-5$　　(二) $\frac{1}{3}y=\frac{1}{2}x-1$　$\frac{1}{4}y=\frac{2}{5}x-1$

30. (一) $\begin{cases} \frac{2}{3}x-(y-4)-\frac{1}{5}(4x-1)=0 \\ \frac{20}{3}-\frac{1}{6}(x-5)=9-y \end{cases}$　　(二) $\begin{cases} x-\frac{1}{7}y-2)=5 \\ 4y-\frac{1}{3}(x+10)=3 \end{cases}$

第五篇

分數式,一次方程式ノ續キ

分數式

42. 分數の例

〔例一〕 (一) 或學校ノ入學試驗ニ於テ合格者ノ人數 (a) ハ志願者人數 (b) ノ五分ノ二ニ當ルトイフ時ノ「**五分の二**」$\left(\frac{2}{5}\right)$ ハ**眞分數**ナリ.

(二) 一貫目ノ重サハ目方ノ原器ノ重サノ四分ノ十五ナリトイフ時ノ「**四分の十五**」$\left(\frac{15}{4}\right)$ ハ**假分數**ナリ.

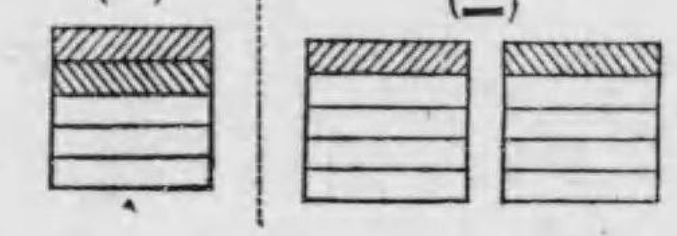
(三) スベテ圓周 (p) ハ其直徑 (d) ノ三倍ト七分ノ一ナリ(大約)トイフ時ノ「**三と七分の一**」$\left(3\frac{1}{7}\right)$ ハ**帶分數**ナリ.

分數とは,一と看做したる量を幾つかに等分したるものの幾倍かに等しきものを表す所の數なり. 分數に於て一を幾つに等分したるかを表す數を其**分母**といひ,等分したる其一分を幾つ合せたるかを表す數を其**分子**といふ.

【注意1】 p ガ d ノ $3\frac{1}{7}$ 倍ナレバ $p=3\frac{1}{7}d$ ニシテ $3\frac{1}{7}$ ヲ p ノ d ニ對スル**係數**,或ハ**比**トイフ.

〔例二〕 $\frac{2}{5}$ ハ 1 ヲ 5 等分シタルモノノ二倍 $(1\div5+2)$ ヲ示セドモ,乘除ノ順序ヲ交換シテ考フレバ $(1\times2\div5)$ 卽チ 2 ヲ 5 ニテ割リタル商 $2\div5$ トモ考ヘラル(第10節).

(一)　(二)



$$\frac{A}{B}=A\div B \quad \left(\text{或ハ } A\div B=\frac{A}{B}\right) \cdots\cdots[1]$$

〔1〕 分數は分子を分母にて割りたる商なり.

代數式の分數ノ意義ハ斯樣ニ考ヘラル,卽チ**整式を以て**,或他の整式(或は數)を除したる商の式を除號を用ひずして,分數の形に表したるものを**分數式**といふ.

$$\frac{A}{B}\times B\left(\text{或ハ } B\times\frac{A}{B}\right)=A \quad \cdots\cdots[2]$$

〔2〕 分數式と其分母との積は其分子に等し.

【注意2】 $A-A=0$ と $\frac{A}{A}=1$ とを混同すべからず.

分子,分母の等しき分數の値は1なり(第8節定義).

算術ニ於ケル分數ノ兩項ハ正ノ整數ナレドモ,

代數式ノ分數 $\frac{A}{B}$ ノ兩項 A, B ハ整式ナルガ故ニ,正若クハ負ノ整數,分數ヲ表ス. 此差違アルニ拘ラズ分數式 $\frac{A}{B}$ ニ係ル計算ハ $\frac{A}{B}$ ガ尋常ノ分數ナル時ト同樣ナリ(第3節注意2).

今後**分數式**トイフベキヲ略シテ,單ニ**分數**トイフコト多シ.

〔例三〕 x ニ就テ考フレバ $\frac{3a^2}{x+a}$ ハ眞分數, $\frac{x}{x-a}$, $\frac{x^2-ax+a^2}{x+a}$ ハ**假分數**, $x-2a+\frac{3a^2}{x-a}$ ハ**帶分數**ナリ,卽チ分數式に於て,其中の或一つの文字に就て,分子の次數が分母のより低からざれば之を**假分數**,分子の次數が分母のより低ければ之を**眞分數**と稱し,整式と分數式との和を**帶分數**といふ(第24節例三).

〔例四〕 (一) $355 \div 113$ ハ割リ算シテ $3\frac{16}{113}$

驗算 $3\times113+16=355$ $\therefore$ $3\frac{16}{113}=\frac{355}{113}$

(二) $(x^2-ax+a^2)\div(x+a)$ ノ全商ハ $x-2a+\frac{3a^2}{x+a}$

驗算 $(x-2a)(x+a)+3a^2=x^2-ax+a^2$ (第24節例三).

〔3〕 (一) 假分數は除法によりて,帶分數に直すことを得. (二) 帶分數は剩餘ある割り算の驗算の時と同樣にして,之を假分數に直すことを得.

(三) 整式 A は之を任意の數 B を分母とする分數式 $\frac{A \cdot B}{B}$ ニ直すことを得.

【注意3】 算術ニアリテハ普通假分數ハ帶分數ニ直シテ答フ. 代數式ニアリテハ一定シ難シ,然レドモ帶分數ヲ假分數ニ直シ,且其分母子ヲ因數ニ分解シ置キテ答フルコト多シ(第36節注意1).

又例ヘバ $\frac{1}{3}a+\frac{1}{3}b$ ハ $\frac{1}{3}(a+b)$ 或ハ $\frac{a+b}{3}$ ト答フベシ.

〔例五〕 $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$ ナルコトヲ證明セヨ.

證明 兩邊ニ bd を掛くるに

$$(\text{左邊})\times bd=\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}\times b\times d=\left(\frac{a}{b}\times b\right)\times\left(\frac{c}{d}\times d\right)=ca \quad (1)$$

$$(\text{右邊})\times bd=\frac{ac}{bd}\times bd=ac \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

(1), (2) ノ結果相等シ. 故ニ原ノ等式ハ眞ナリ.

ツマリ原等式ノ左邊ハ $ac \div bd$ ヲ $(a\div b)(c\div d)$ ニヨリテ求メタルナリ[第8節(5), 第10節(1)].

【注意4】 分數計算ノ正否ハ,斯樣ニ,其兩邊ヲ同樣ニ還元シテ證明セラルルコト多シ.

〔例題〕 1. 次ノ各ヲ證明セヨ((二)ハ $a \neq b$ トス).

(一) $x-2a+\dfrac{3a^2}{x+a}=a-2x+\dfrac{3x^2}{a+x}$　(二) $\dfrac{a^2}{b^2}\neq\dfrac{a}{b}$

2. 次ノ各ヲ二ツノ眞分數ノ項ニテ表セ.

$\dfrac{22}{7}-\dfrac{355}{113}$　$\dfrac{7x-4}{x-1}-\dfrac{7x-26}{x-3}$　$\dfrac{3x-19}{x-13}+\dfrac{5x-25}{x+7}-8$

43. 分數の基本の性質

〔例一〕 前節例一合格者人數 a ト,志願者人數 b トニ就テ $\dfrac{a}{b}=\dfrac{2}{5}$ ナリ. 而シテ各比ノ値 (0.4=4割) ヲ t トスレバ $a=bt$, $2=5t$ ト置クコトヲ得.

〔1〕 $\dfrac{A}{B}=\dfrac{C}{D}$ なる時, 各分數の値を t とすれば $A=Bt$, $C=Dt$ と置くことを得

〔例二〕 或汽車ガ京濱間18哩ヲ28分間ニテ走ル割合ヲ以テスレバ,其 $\dfrac{1}{2}$ ノ距離 9 哩ヲ $\dfrac{1}{2}$ ノ時間14分ニテ走リ,其 n 倍ノ距離 $18n$ 哩ヲ,n 倍ノ時間 $28n$ 分ニテ走ル (-6). 此場合ニ $\dfrac{28}{18}$ 分, $\dfrac{28\div2}{18\div2}$ 分, $\dfrac{28n}{18n}$ 分, ハ何レモ一哩ヲ行クニ要スル時間ニシテ相等シ.

$$\frac{A}{B}=\frac{nA}{nB} \quad 又 \quad \frac{A}{B}=\frac{A\div n}{B\div n} \cdots\cdots\cdots\cdots〔2〕$$

〔2〕 分子と分母とを同じ數にて約し(割リ),或は同じ數にて掛くるも,其分數の値は變らず

(第10節).

〔例三〕 ペン先2錢ニ付3本ナルトキ,其數量ガ此二倍三倍……ニナレバ其價格ハ左表ノ如シ

價格	數量
2錢	3本
4	6
8	12
10	15
12	18
14	21
16	24
……	…

次ノ等式ノ各邊ノ値ハ何レモ此ペン先一本ノ價 t ニ等シ.

$$\left\{\begin{array}{l}\dfrac{14}{21}=\dfrac{8}{12}=t \text{ トスレバ} \\ \dfrac{14}{21}=\dfrac{8}{12}=\dfrac{14+8}{21+12}=\dfrac{14-8}{21-12}=\dfrac{14m+8n}{21m+8n}=\dfrac{14m\sim8n}{21m\sim8n} \\ \qquad =t \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(A)\end{array}\right.$$

$$〔3〕\left\{\begin{array}{l}\dfrac{A}{B}=\dfrac{C}{D} \text{ なる時,此各式の値を } t \text{ とすれば} \\ \dfrac{A}{B}=\dfrac{C}{D}=\dfrac{A+C}{B+D}=\dfrac{A\sim C}{B\sim D}=\dfrac{mA+Cn}{mB+Dn} \\ =\dfrac{mA\sim nC}{mB\sim nD}=t \text{ (加比の理)}\end{array}\right.$$

〔例四〕 或家ニテ人ヲ雇フトキ一年間勤ムルナラバ金28.8圓ト或端物一端トヲ給スベキコトヲ約セリ. 然ルニ其者ハ雇ハレテヨリ五箇月ヲ經テ暇ヲ乞ヒシニヨリ約束ノ端物ト金7.8圓トヲ與ヘタリトイフ. 此端物ノ價格幾許ニ當ルカ.

説明　其端物ノ價格ヲ x 圓トシ,一ケ月ノ給料ヲ比ベテ

$$\frac{28.8+x}{12}=\frac{7.8+x}{5}\left(=\frac{(28.8+x)-(7.8+x)}{12-5}=\frac{21}{7}\right)=3$$

此等式ノ各邊ハ何レモ一箇月ノ給料ヲ表スモノナリ．普通ノ演算ニアリテハ〔　〕ノ部分ハ諳算ニテ行フガヨシ．

$\therefore\ 7.8+x=5\times3 \quad x=7.2$　　答　7圓20錢

〔例五〕　前節例一,合格者人數 a ト,志願者人數 b トニ就テ, $\frac{a}{b}=\frac{2}{5}$ ナレバ, a ト b トノ公度ヲ n トスレバ $a=2n$, $b=5n$ ニテ表サル．

〔4〕　$\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$ なれば $A=Cn$, $B=Dn$ と表さる

〔5〕　$\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$ なれば $\frac{A}{C}=\frac{B}{D}$ なり **(交迭の理)**

〔例六〕
$$\begin{cases} -\dfrac{b-a}{m-n}=\dfrac{a-b}{m-n} & \dfrac{-x+y}{-5}=\dfrac{x-y}{5} \\ \dfrac{-x^2}{x^2-a^2}=\dfrac{x^2}{a^2-x^2} & \dfrac{-x^2}{x^2-a^2}=\dfrac{x^2}{a^2-x^2} \\ \dfrac{2}{-(x+1)}=-\dfrac{2}{x+1} & \end{cases}$$

斯様ナル變形ヲ行フコトヲ,其左邊ノ分數式ヲ整頓ストイフ．

〔例題〕　1. $4\frac{2}{12}$呎$\div2\frac{11}{12}$呎$=10\div7$ ナリ,左邊ノ兩項ノ公度如何．

2. 次ノ各方程式ヲ解ケ．

$$\frac{3}{2+x}=\frac{2}{3+x} \qquad \frac{42}{x-2}=\frac{35}{x-3} \qquad \frac{2x-5}{3x-7}=\frac{2x-7}{3x-5}$$

3. **例三の等式(A)の各邊の分數の分子,分母の最大公約數を求む．**

補習問題 第三十二集

生徒諸子ハ,各自此補習問題ニヨリテ,本節及前節ノ練習ヲ補フガヨシ．

1. 次ノ各ニ就テ,和及差ヲ求ム．

(一) $\frac{5}{12}$呎(=5吋), $\frac{3}{12}$呎(=3吋)　(二) $\frac{x+y}{a}$, $\frac{x-y}{a}$

【注意1】　分母の同じ分數の中,分子の1なるものを,其等の分數單位といふ．

2. $1\div a$　$1\div a\times b$　$\frac{1}{a}\times b\times c$　$\frac{1}{a}\times bc$　$\frac{b}{a}\times c$ ノ各ヲ整頓セヨ．

【注意2】　分數に掛くるには,分子に掛くべし．

3. (一) $\frac{6}{6}$間, $\frac{4}{6}$間, $\frac{2}{6}$間ハ $\frac{1}{6}$間ノ,又 $\frac{2}{6}$間ノ何倍カ．

(二) $\frac{a}{x}$, $\frac{b}{x}$, $\frac{c}{x}$ ハ各 $\frac{n}{x}$ ノ何倍カ．

【注意3】　同分母の分數の比は分子の比に等し．

4. (一) m分ハ幾時ナルカ,又幾日ナルカ．

(二) $\frac{m}{a}\div b$ ヲ求ム．

[注意4] 分數を割るには分母に掛くべし.

次ノ各ヲ帶分數或ハ整式ニ直セ(5—6).

5. $\frac{5}{5}$　1430尺÷36　$\frac{x^2}{x-1}$　$\frac{x^2+3ax+a^2}{x+a}$,　$\frac{a^2+3ax+x^2}{a+x}$

6. $\frac{x^2+y^2}{x-y}$　$-\frac{y^2+x^2}{y-x}$　$\frac{a-x}{x-a}$　$\frac{x^2-x-20}{x^2+x-30}$　$\frac{x^2-7x+12}{x^2-8x+15}$

7. 次ノ各ヲ假分數ニ直セ.

$37\frac{37}{100}$　$1-x+x^2-\frac{x^3}{1+x}$　$x-\frac{x^2}{x+1}$　$a-b-\frac{a^2-ab+b^2}{a+b}$

8. 次ノ各ヲ整式ト眞分數ノ項トニテ表セ.

$x-5+\frac{4x-5}{x-3}$　$a+x-\frac{a^2+x^2}{a+x}$　$x^2-ax+a^2-\frac{x^3}{x+a}$　$x-\frac{x^2}{x+1}$

9. 次ノ各ノ答ヲ分數係數ノ整式ニテ答ヘヨ.

$\frac{x}{2}$　$\frac{x}{3}$　$\frac{x}{2}-\frac{x}{3}$　$\frac{b-a}{480}$　$\frac{x-y}{2}+\frac{x+y}{3}+\frac{x+2y}{4}$

10. $\frac{6+a}{3}=2+a$　$\frac{6a}{3}=2a$　$\frac{5}{5}=0$　$\frac{36\times36\times3}{48\times9\times9}=0$ ヲ驗セ.

11. 次ノ各方程式ヲ解ケ.

$(x+3)\times5-6=69$　$(x+a)\times b-c=m$　$\{(x\div a)-b\}\times d+e=m$

12. 或人所有金x圓ノ中,其五分ノ二ヲ費シ,次ニ殘リノ四分ノ一ヲ費シ,次ニ又殘リノ三分ノ一ヲ費セリ. 殘リノxニ對スル係數如何.

13. $\frac{14}{21}=\frac{8}{12}$ ナルコトニヨリテ, $14=8n$, $21=12n$ ト置ケバ, nハ何ヲ表スカ.

14. $\frac{4}{5}=\frac{4+x}{5+y}$ ナルトキ, x, y ノ關係式如何(簡單ニ).

15. $4>x>0$ トス. $\frac{4}{5}$, $\frac{4+x}{5+x}$, $\frac{4-x}{5-x}$ ハ各1ニ何程不足スルカト考ヘテ,大サノ順ヲ求ム.

16. 次ノ各方程式ヲ解ケ.

$\frac{x+12}{x+4}=\frac{x+3}{x-1}$　$\frac{x+4}{3x-8}=\frac{x+5}{3x-7}$　$\frac{6x-2}{2x+7}=\frac{3x-2}{x+3}$

17 分數ノ基本ノ性質[(1)ヨリ(5)迄]ヲ復唱セヨ.

44. 約分の例

〔例一〕 二ツノ直六面體 A, B アリ, 其横縱高サ, A ハ 48, 12, 28 (糎), B ハ 32, 42, 18 (糎) ナリ. 其體積 A ハ B ノ幾分ノ幾ツナルカ.

解 $\frac{A}{B}=\frac{\overset{6}{48}\times12\times28}{\underset{4}{32}\times42\times18}=\frac{2}{3}$ 答

說明 先ヅ 48 ト 32 トヲ,其公約數 8 ニテ約セバ $\frac{6\times12\times28}{4\times42\times18}$ トナル. 此事ハ二ツノ直六面體 A, B ヲ各其横ノ長サヲ八等分シ,從テ元ノ體積ノ八分ノ一ニ當レル體積ヲ比ベタルコトニ當ル (圖ヲ畫ケ).

ツマリ積ノ式ノ一ツノ因數ヲ約セバ,其式ノ數値ガ約セラレタルコトニ當ル (第 10 篇). 故ニ斯樣ニ分母子ノ公約數ヲ見付ケ次第,次次約シテ答 $\frac{2}{3}$ ヲ得タルナリ [前節(2)]. $\frac{2}{3}$ ヲ**既約分數**トイフ.

本例ニテハ $n=8064$ トスレバ, $A=2n$, $B=3n$ ナリ.

約分とは分數の値を變へずして,其二項を小さ

くすることなり.

既約分數とは分數の分母,分子が公約數を有せざるものなり.

〔例二〕 $\dfrac{\mathbf{65}}{\mathbf{91}}=\dfrac{5\times13}{,,}=\dfrac{5}{7}$ 答

$\dfrac{\boldsymbol{a^2-5a}}{\boldsymbol{a^2-4a-5}}=\dfrac{a(a-5)}{,,}=\dfrac{a}{a+1}$ 答

$\dfrac{\boldsymbol{3x^3-3x^2+x-1}}{\boldsymbol{4x^2-5x+1}}=\dfrac{,,}{(4x-1)(x-1)}=\dfrac{3x^2+1}{4x-1}$ 答

(第 40 節例四)

説明 第39節注意**3** (c) ニヨリ,先ヅ簡單ナル方ヲ因數ニ分解シテ,公約數ヲ求メタルナリ.

〔例三〕 **$x=3$ なる時, $\dfrac{\mathsf{A}}{\mathsf{B}}=\dfrac{x^2+2x-15}{x^2+5x-24}$ の數値を求む.**

解 x ヲ 3 トスレバ, $\dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}=\dfrac{9+6-15}{9+15-24}=\dfrac{\mathbf{0}}{\mathbf{0}}$ 故ニ A, B ハ $(x-3)$ ナル**公約數を有す** (第 25 節).

$$\therefore\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}=\frac{(x-3)(x+5)}{(x-3)(x+8)}=\frac{x+5}{x+8}$$

x ヲ 3 トスレバ $\dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}=\dfrac{8}{11}$ 答

〔例題〕 **1.** 代數計算ノ定義ヲ復唱セヨ (第 3 節).

2. $x=3$ トシテ例二ヲ驗セ.

問題 第三十三集

次ノ各ヲ既約分數ニ直セ.

1. $\dfrac{6\times42\times72}{36\times32\times18}$ 　0.875　$\dfrac{300}{225}$　$\dfrac{287}{369}$　$\dfrac{2021}{6407}$

2. $\dfrac{a^2b^2}{a^2+ab}$　$\dfrac{x-x^2}{x-1}$　$\dfrac{(x+1)^2}{x^2-1}$　$\dfrac{(a-b)^2}{a^2-b^2}$　$\dfrac{a^2x-ax^2}{x^2-a^2}$

3. $\dfrac{ax-a}{b-bx}$　$\dfrac{7a^2b-7ab^2}{7a^2c-7ac^2}$　$\dfrac{3x^2-12ax}{48a^2-3x^2}$　$\dfrac{3a^2x-2ax^2}{2a^2x-3ax^2}$

4. $\dfrac{x^2-x-20}{x^2+x-30}$　$\dfrac{x^2-7x+12}{x^2-8x+15}$　$\dfrac{2a^2-ab-3b^2}{2a^2-5ab+3b^2}$

$\dfrac{x^2-(a-1)x-a}{x^2-(b-1)x-b}$

5. $3-\dfrac{19(x+7)}{5x^2+33x-14}$　$\dfrac{ax+a-x-1}{ax-a-x+1}$　$\dfrac{a^2-b^2+c^2+2ac}{a^2-b^2-c^2+2ac}$

6. $\dfrac{x^2-y^2}{(x+y)^2(x-y)^2}$　$\dfrac{a^3-b^3}{a^4+a^2b^2+b^4}$　$\dfrac{(x^3-y^3)(x+y)}{(x^3+y^3)(x-y)}$

7. $\dfrac{3x^2-8x+5}{x^3-4x^2+5x-2}$　$\dfrac{x^3-6x^2+14x-15}{x^3-2x^2+2x+5}$

$\dfrac{n^4+2n^3+2n^2+2n+1}{2n^3+3n^2-1}$

8. 文字ノ數値ヲ何レモ 1 トシテ **7.** ヲ驗セ.

9. $x=3$ ナル時 $\dfrac{x^2-4x+3}{4x^3-9x^2-15x+18}$ ノ數値ヲ求ム.

45. 通分,分數の加法,減法

通分とは,二つ以上の分數の値を變へずして,其等を同じ分母の分數に直すことなり.

〔例一〕 $\frac{19}{24}$, $\frac{5}{28}$, $\frac{14}{45}$ ヲ通分スルコト.

演算 $\frac{19}{24}$, $\frac{5}{28}$, $\frac{14}{45}$

$$\begin{array}{r|lll} 2 & 24, & 28, & 45 \\ \hline 2 & 12, & 14, & 45 \\ \hline 3 & 6, & 7, & 45 \\ \hline & 2, & 7, & 15 \end{array}$$

公分母=2.2,3.2.7.15

=**2520**

之ヲ各分母ニテ割レバ

$3.5.7 \quad 2.3^2.5 \quad 2^3.7$

$\therefore \frac{1995}{2520}, \frac{450}{2520}, \frac{784}{2520}$ 答

【注意1】 公分母トスベキ數(**2520**n)ハ幾通リモアル中,2520ハ**最小公分母**ナリ. 通分ハイツモ此通リ行ヒ亂雜ニナラヌ樣注意スベシ.

答ヲ $\frac{1995}{L}$, $\frac{450}{L}$, $\frac{784}{L}$, L=2520 ト略記シテモヨシ.

通分ハ加法減法ノ準備トシテ肝要ナレドモ,幾ツカアル分數ノ比ヲ求メ,或ハ其等ノ間ノ最大公約數,最小公倍數ヲ求ムルニモ應用セラル.

前ノ場合 $\frac{1}{2520}$ ヲ a ニテ表セバ各分數ハ $1995a$, $450a$, $784a$ ニテ表サレ,此等ノ間ノ計算ハ總テ整式ノ時通リニ行ハルルモノナリ.

〔例二〕 $\frac{A}{a^2b(x+a)}$, $\frac{B}{a^2b(x-a)}$, $\frac{C}{ab(x^2-a^2)}$ ヲ通分スルコト.

演算 公分母 $L=a^2b^2(x^2-a^2)$

之ヲ各分母ニテ割レバ $b(x-a)$, $a(x+a)$, ab

答 $\frac{b(x-a)A}{L}$, $\frac{a(x+a)B}{L}$, $\frac{abC}{L}$, $L=a^2b^2(x^2-a^2)$

〔例題〕 1. $\left\{\frac{55}{56}, \frac{44}{63}, \frac{11}{72}\right\}$

$\left\{\frac{2a}{2a-3}, \frac{5}{6a+9}, \frac{4(3a+b)}{3(4a^2-9)}\right\}$ (通分)

2. $\frac{55}{56}$, $\frac{44}{63}$, $\frac{11}{72}$ 及此和ハ夫夫,此等ノ最大公約數ノ何倍ナルカ.

〔例三〕 (一) $16\frac{1}{12}+4\frac{5}{12}-17\frac{17}{18}$

$=3\frac{3+15-34}{36}=2\frac{20}{36}=2\frac{5}{9}$ 答

(二) $F=\frac{a^3+a^2b}{a^3-ab^2}-\frac{ab}{a^2+ab}-\frac{ab^3}{a^3b-ab^3}$

各分母ハ $a(a^2-b^2)$ $a(a+b)$ $ab(a^2-b^2)$

$\therefore$ 公分母 $L=ab(a^2-b^2)$ 之ヲ各分母ニテ割レ

ハ　$b,\quad b(a-b)\quad 1$

$$\therefore\ \mathrm{F}=\frac{(a^3b+a^2b^2)-(a^2b^2-ab^3)-ab^3}{ab(a^2-b^2)}=\frac{a^3b}{ab(a^2-b^2)}$$

$$=\frac{a^2}{a^2-b^2}\quad \text{答}$$

【注意2】　(一) 斯様ニ,主要ナル變化ヲ簡明ニ記スガヨシ.

(二) 三ツ以上ノ分數ヲ加フルニハ,之ヲ悉ク一度ニ通分シテ加フル代リニ,次次ニ加フルカ,又ハ適當ニ之ヲ幾組カニ區分シテ,其各組ニ就テ和ヲ求メテ後,更ニ其等ノ和ヲ求ムルガ,便利ナルコトアリ.

帶分數ニ化シ得ル場合ニ於テハ,先ヅ此化法ヲ施シテ後ニ,整式ト分數式トヲ別別ニ加フルガ便利ナルコトアリ.

〔**例四**〕　(一) $\dfrac{a}{a+b}+\dfrac{ab}{a^2-b^2}-\dfrac{a^2}{a^2+b^2}$　$=\dfrac{a^2-ab+ab}{a^2-b^2}$

$$=\frac{a^2}{a^2-b^2}-\frac{a^2}{a^2+b^2}\quad =\frac{a^4+a^2b^2-a^2b^2+b^4}{a^4-b^4}$$

$$=\frac{a^2\{a^2+b^2-(a^2+b^2)\}}{a^4-b^4}=\frac{2a^2b^2}{a^4-b^4}\quad \text{答}$$

(二) $\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{1}{1+x}+\dfrac{2}{1+x^2}+\dfrac{4}{1+x^4}$

$$=\frac{2}{1-x^2}+\frac{2}{1+x^2}+\frac{4}{1+x^4}$$

$$=\frac{4}{1-x^4}+\frac{4}{1+x^4}=\frac{8}{1-x^8}\quad \text{答}$$

(三) $\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{x+2}$

$$=\frac{2}{x^2-1}+\frac{4}{x^2-4}=\frac{6x^2-12}{(x^2-1)(x^2-4)}\quad \text{答}$$

(四) $\dfrac{1}{x-3}+\dfrac{3}{x+1}-\dfrac{3}{x-1}-\dfrac{1}{x+3}$

$$=\frac{6}{x^2-9}+\frac{-6}{x^2-1}=\frac{48}{(x^2-9)(x^2-1)}\quad \text{答}$$

(五) $\dfrac{2x-3a}{x-2a}-\dfrac{2x-a}{x-a}=\left(2+\dfrac{a}{x-2a}\right)-\left(2+\dfrac{a}{x-a}\right)$

$$=\frac{a^2}{(x-2a)(x-a)}\quad \text{答}$$

(六) $\dfrac{a}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{b}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{c}{(c-a)(c-b)}$

$$=\frac{a(b-c)-b(a-c)+c(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$=\frac{(ab-ac)-(ab-bc)+(ca-cb)}{〃}=\frac{0}{〃}=0\quad \text{答}$$

【注意3】　同分母ノ分數ノ加法,減法ハ配分定則ニ基クモノナリ.

〔**例五**〕　$x=3$ なる時，$\mathrm{F}=\dfrac{7}{x-3}-\dfrac{6x+3}{x(x-3)}$ の數値を求む.

解 $F=\frac{7x-(6x+3)}{x(x-3)}=\frac{x-3}{x(x-3)}=\frac{1}{x}$

$x=3$ トシテ　　答 $\frac{1}{3}$

分數式の數値は之を一つの既約分數に直して求むべし. 其時も猶分母が0となる時は問題は不能なり(第16節注意).

問題 第三十四集

次ノ計算ヲ行ヘ.

1. $3\frac{4}{7}$圓$+1\frac{11}{14}$圓$+2\frac{5}{21}$圓$+\frac{19}{28}$圓　　$\frac{a+b}{a-b}+\frac{a-b}{a+b}$

2. $\frac{8}{15(x-1)}+\frac{9}{10(x+1)}$　　$\frac{2x}{x^2-y^2}+\frac{1}{x+y}-\frac{1}{x-y}$

$\left(x-\frac{x^2}{x+1}\right)+\frac{x}{x-1}$

3. $1\frac{2}{3}-1\frac{1}{6}+1\frac{7}{12}-1\frac{13}{24}$　　$\left(\frac{a}{a-1}-1\right)-\frac{1}{a(a-1)}$

4. $\left(\frac{x}{x-a}+\frac{x}{x+a}\right)+\frac{2x^2}{x^2+a^2}$

$\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)+\left(\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+4}\right)$

5. $\left(\frac{1}{x-3a}-\frac{1}{x+3a}\right)+\left(\frac{3}{x+a}-\frac{3}{x-a}\right)$　　$2-\frac{x^3-11x+8}{x^2-6x+8}$

6. $\frac{x}{x+2}+\frac{4}{x+6}-1$　　$\frac{m(x-a)}{x-b}+\frac{n(x-b)}{x-a}-(m+n)$

7. $\frac{x-2y}{xy}+\frac{3y-a}{ay}$　　$\frac{x-y}{3n}+\frac{2x+y}{6n}-\frac{x-2y}{12n}$

8. $\frac{b+c}{(a-b)(a-c)}+\frac{c+a}{(b-c)(b-a)}+\frac{a+b}{(c-a)(c-b)}$

9. $\frac{b-c}{(x-b)(x-c)}+\frac{c-a}{(x-c)(x-a)}+\frac{a-b}{(x-a)(x-b)}$

10. (一) $\frac{a}{a+t}$ ト $\frac{a+n}{a+t+n}$ トハ各1ヨリ何程小ナルカ.

(二) 又之ニヨリテ $a(a+t+n)$ ト $(a+t)(a+n)$ トハ何レガ大ナルカヲ求ム.

11. $xy=624\times624$ ニ就テ $x=624+a$ トス, ヨリテ y ヲ 624−( ) ノ形ニテ求ム.

12. 次ノ各ハ,實ト法トヲ通分シテ,後其商ヲ求ム.

$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}$　　$\frac{a+x}{b}\div\frac{a^2-x^2}{ab}$　　$\frac{1}{1-x^2}\div\left(\frac{1}{1-x}-\frac{1}{1+x}\right)$

13. $\frac{6y}{ax}$, $\frac{9y}{bx}$ ノ最小公倍數ヲ求ム.

14. 文字ノ數値ヲ $x=2$, $y=1$ トシテ 2. ヲ驗セ.

15. 次ノ場合ノ數値ヲ求ム.

(一) $x=2$,　$\frac{4x}{x^2-4}-\frac{2}{x-2}$

(二) $x=1$,　$\frac{x^2-3x}{x^2-1}+\frac{1}{x-1}$

補　習　問　題

16. $\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}$　　$\frac{1}{x-1}-\frac{1}{2(x+1)}-\frac{x+3}{2(x^2+1)}$　　$a-b-\frac{a^2+b^2}{a-b}$

17. $\frac{2}{x-2}-\frac{1}{x+2}-\frac{x+6}{x^2+4}$　　$\frac{x+3}{x^2-3x+2}+\frac{x+2}{x^2-4x+3}-\frac{x+1}{x^2-5x+6}$

18. $\frac{1}{a}-\frac{3}{a+1}+\frac{3}{a+2}-\frac{1}{a+3}$　　$\frac{1}{a-b}-\frac{1}{a+b}-\frac{2b}{a^2+b^2}-\frac{4b^3}{a^4+b^4}$

19. $\frac{1}{x-2}-\frac{2}{x-1}+\frac{2}{x+1}-\frac{1}{x+2}$　　$\frac{1}{x-2}-\frac{4}{x-1}+\frac{6}{x}-\frac{4}{x+1}+\frac{1}{x+2}$

20. $\frac{x-y}{x+y}-\frac{x^3-y^3}{x^3+y^3}$　　$\frac{x^2-3x-10}{x^2-8x+15}-\frac{x^2+2x-3}{x^2-3x+2}$

21. $\frac{5x+3}{x-1}+\frac{2x-3}{2x-2}-6$　　$\frac{20+6x}{x+1}+\frac{60+8x}{x+3}-14-\frac{48}{x+1}$

22. $\left(\frac{x-a}{x-2a}-\frac{x-2a}{x-3a}\right)-\left(\frac{x-7a}{x-8a}-\frac{x-8a}{x-9a}\right)$　　$\frac{a}{x(a-x)}+\frac{x}{a(x-a)}$

23. $\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-a)(b-c)}$　　$\frac{x^2}{(a-x)(x-y)}-\frac{y^2}{(a-y)(x-y)}$

24. $\frac{3a-5b}{15ab}-\frac{a-7c}{12ac}-\frac{5b-4c}{20bc}+\frac{3}{4a}+\frac{3}{5b}+\frac{4}{3c}$

25. $\frac{1}{(a-b)(c-a)}+\frac{1}{(b-c)(a-b)}+\frac{1}{(c-a)(b-c)}$

26. $\frac{x-1}{x^2-8x+15}-\frac{2(x-3)}{x^2-6x+5}+\frac{x-5}{x^2-4x+3}$

27. 次ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ.

$x-\frac{1}{x}-\frac{8}{3}$　　$x^2+\frac{1}{x^2}+2$　　$n^3-\frac{1}{n^3}$　　$2n^2-5-\frac{3}{n^2}$

28. $x+y=2z$ ナル時, $\frac{x}{x-z}+\frac{y}{y-z}=2$ ナリ, 之ヲ驗セ.

29. 二ツノ割リ算ノ商 $m\div a$ ト $n\div b$ トノ和ヲ一ツノ割リ算ノ商トシテ求ムル方法如何.

30. 次ノ各式ノ數値ヲ求ム.

(一) $x=2,\ 4,\ 6,\ -1,\ -2,\ 0$ ノ時, 26. ノ式ノ數値 (二) $x=1$, $\frac{x^2}{x-1}-\frac{1}{x-1}$ (三) $x=3$, $\frac{5x-12}{(x-2)(x-3)}-\frac{x}{x-3}-1$

46. 分數の乘法及除法の例

〔例一〕 $\frac{5}{8}\times 3=\frac{15}{8}=1\frac{7}{8}$ 答

$\because\ \frac{5}{8}\times 3=\frac{5}{8}+\frac{5}{8}+\frac{5}{8}=\frac{5+5+5}{8}=\frac{5\times 3}{8}$ (三十二 2)

分數式 $\frac{A}{B}$ ニ係ル計算ハ $\frac{A}{B}$ ガ尋常ノ分數ナル時ト同樣ナリ (第 42 節注意 2).

〔1〕 分數に整數を掛くるには,其整數を分子に掛くればよし〔第 10 節 (1)〕. $\frac{A}{B}\times M=\frac{A\cdot M}{B}$

〔例二〕 汽船二晝夜ノ行程ガ n 海里ナレバ,其一時間ノ速サハ $\frac{n}{2}\div 24$ 或ハ $\frac{n}{2\times 24}$ (海里). (三十二 4)

〔2〕 分數を整數にて割るには,其整數を分母に掛くればよし〔第 8 節 (5)〕. $\frac{A}{B}\div M=\frac{A}{B\cdot M}$

〔例三〕 $\frac{5}{36}$ 町ハ何間ナルカトイフ

$60\text{間}\div 36\times 5=\frac{60\text{間}\times 5}{36}=8\frac{1}{3}$ 間　答

此計算ヲ 60 間ニ $\frac{5}{36}$ ヲ掛クルトイフ (第 11 節例三)

〔3〕 $M\times\frac{C}{D}=\frac{M.C}{D}$　　$\frac{A}{B}\times\frac{C}{D}=\frac{A.C}{B.D}$

説明 $\frac{A}{B}\times\frac{C}{D}$ ハ例三ニヨリテ $\frac{A}{B}\div D\times C$

故ニ法則(2)ニヨリテ　$=\frac{A}{B.D}\times C$

故ニ法則(1)ニヨリテ　$=\frac{A.C}{B.D}$

〔例四〕 スベテ圓周ハ其直徑ノ $\frac{22}{7}$ 倍ニ等シトスレバ周圍ガ6町58間アル圓形ノ湖水ノ直徑ハ　418間$\div22\times7=\frac{418^{間}\times7}{22}=$133間＝2町13間　答

此計算ハ(何程)の $\frac{22}{7}$ 倍が6町58間なるかト考ヘテ求メタルユヱ，**6町58間を $\frac{22}{7}$ にて割りたるなり**(第8節除法定義). 而シテ其演算ハ**6町58間に $\frac{22}{7}$ を掛けたるなり.**

逆數 $\frac{7}{22}$ ト $\frac{22}{7}$ トノ如ク，積が1となる二つの數は**互に逆數なり**といふ(第10節).

〔4〕 $\frac{A}{B}\div\frac{C}{D}=\frac{A}{B}\times\frac{D}{C}$　　或數にて割るには其逆數を掛くべし.

【注意1】 (一) **零の逆數は無し.**

(二) **圓周率** 3.1416 **にて割るには**其逆數 0.3183

を掛くるに等し.

(三) **0.142857を掛くるは,**其逆數 $7+\frac{1}{142857}$ 即ち，略7にて割るに等し.

(四) $\frac{x}{y}=\frac{a}{b}$ なれば $\frac{y}{x}=\frac{b}{a}$ なり. **二つの式が**相等しければ其逆數も又相等し.

(五) $ax=by=cz$ なれば, $\frac{x}{\frac{1}{a}}=\frac{y}{\frac{1}{b}}=\frac{z}{\frac{1}{c}}$ なり.

〔例五〕 (一) $\frac{7}{8}\div1\frac{3}{25}\times\frac{4}{15}=\frac{7.25.4}{8.28.15}=\frac{5}{24}$　答

(二) $\frac{a\times b}{a-b}\times(a^2-b^2)\div\frac{3(a+b)}{ab}=\frac{(a+b).(a^2-b^2).ab}{(a-b).3(a+b)}$

$=\frac{1}{3}ab(a+b)$　答

(三) $\frac{x^2-x+1}{x^3-1}\div\frac{x^3+1}{x^2+x+1}\times\frac{x+1}{x-1}$

$=\frac{(x^2-x+1).(x^2+x+1).(x+1)}{(x-1)(x^2+x+1).(x+1)(x^2-x+1).(x-1)}$

$=\frac{1}{(x-1)^2}$　答

(四) $\left(\frac{b}{3a-b}+\frac{3a}{3a+b}\right).\frac{3a-b}{9a^2+b^2}\div\left(\frac{1}{3a-b}-\frac{1}{3a+b}\right)$

$=\frac{(9a^2+b^2).(3a-b).(3a-b)(3a+b)}{(3a-b)(3a+b).(9a^2+b^2).2b}=\frac{3a-b}{2b}$　答

(五) $\frac{M}{a(a+4x)}\div\frac{N}{x(a+4x)}=\frac{xM}{aN}$　答

(六) $\dfrac{a(a+4x)}{\mathrm{M}} \div \dfrac{x(a+4x)}{\mathrm{N}} = \dfrac{a\mathrm{N}}{x\mathrm{M}}$ 答

【注意2】 (a) (五) ノ如ク,割リ算ニ於テハ實ト法トヲ同分母ノ分數ニ通分シタルモノヲ考ヘテ(諸算),直ニ其分子ヲ用ヒテ答ヲ書キ下シ得ルコトアリ(三十四 12.)

(b) (六) ノ如ク,實ト法トヲ其公約數ニテ約シテ(諸算),答ヲ直ニ書キ下シ得ルコトアリ.

(c) $\dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}} \times \dfrac{\mathrm{C}}{\mathrm{D}}$ ハ此形ノママ乍ラ $\left(\dfrac{\mathrm{A.C}}{\mathrm{B.D}}\right.$ ト書キ直サズトモ$\left.\right)$,直ニAトDトヲ,又BトCトヲ其公約數ニテ約シテ可ナリ.

(d) 注意 (a), (b) ニヨレバ, $\dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}} \div \dfrac{\mathrm{C}}{\mathrm{D}}$ ハ此形ノママ乍ラ $\left(\dfrac{\mathrm{A.D}}{\mathrm{B.C}}\right.$ ト書キ直サズトモ$\left.\right)$,直ニAトCヲ,又BトDヲ其公約數ニテ約シテ可ナリ.

問題 第三十五集

次ノ各式ヲ計算セヨ.

1. $\dfrac{28}{39} \div \dfrac{21}{26} \times \dfrac{3}{8}$　　$\dfrac{a-b}{a+b} \times (a^2-b^2) \div \dfrac{a-b}{ab}$　　$\dfrac{ax}{(a-x)^2} \div \dfrac{ab}{x^2-a^2}$

2. $\left(\dfrac{1}{3a-b} - \dfrac{1}{3a+b}\right) \div \dfrac{3a+b}{9a^2+b^2} \div \left(\dfrac{b}{3a-b} + \dfrac{3a}{3a+b}\right)$

$\dfrac{(a+b)^2}{a^2-b^2} \times \dfrac{(a-b)^2}{(a+b)^3}$

3. $\dfrac{4y^3}{5x^3} \div \dfrac{15y^2}{16x^2} \div \dfrac{20x^4}{16x^3y}$

$\left(\dfrac{y}{x-y} + \dfrac{x}{x+y}\right) \times \dfrac{x-y}{x^2+y^2} \div \left(\dfrac{1}{x-y} - \dfrac{1}{x+y}\right)$

4. $\dfrac{4x^2-y^2}{\mathrm{M}} \div \dfrac{2x+y}{\mathrm{N}}$　　$\dfrac{\mathrm{M}}{a^2(9x^2-4)} \div \dfrac{\mathrm{N}}{a(3x+2)}$

$\dfrac{4x^2-y^2}{a^2(9x^2-4)} \div \dfrac{2x+y}{a(3x+2)}$

5. $\left(1+\dfrac{a^2-ab}{a^2+ab}\right) \div \left(1-\dfrac{ab-b^2}{ab+b^2}\right)$

$\left(\dfrac{a+b}{a-b} - \dfrac{a-b}{a+b}\right) \div \left(\dfrac{a+b}{a-b} + \dfrac{a-b}{a+b}\right)$

6. $\left(\dfrac{a^3-b^3}{a-b} - \dfrac{a^3+b^3}{a+b}\right) \div \dfrac{4ab}{a^2-b^2}$

$\left(1-\dfrac{x-5}{x^2-25}\right) \times \left(1-\dfrac{3x-6}{x^2+2x-8}\right) \div \dfrac{x+1}{x^2+5x}$

補　習　問　題

7. 第46節ノ公式(四ツ)ヲ復唱セヨ.

8. 逆數トハ如何,次ノ各ノ逆數ヲ求ム.

$5,\ 1,\ \dfrac{3}{4},\ \dfrac{1}{3},\ 3\dfrac{4}{7},\ -3.5,\ -0.03,\ 1+\dfrac{x-y}{x+y},\ \dfrac{x}{1-x^2}-\dfrac{x}{1+x^2}$

9. 3尺÷3.1416　　5尺÷3.1416　　12尺÷3.1416　　20尺÷3.1416

10. 3.1416×0.142857　　31.8584×0.142857　　35×0.142857

11. 次ノ方程式ヲ解ケ.

$\frac{1}{x}=3\frac{1}{3}$　$\frac{a}{x}=\frac{c}{b}$　$\frac{10}{x}+\frac{4}{9}=\frac{9}{x}+\frac{1}{2}$　$\frac{1}{X}=\frac{a^2}{a-b}+\frac{b^2}{b-a}$

12. (一) 次ノ各ノ式ヲ簡單ニセヨ.

(二) 次ニ其加號[+]ヲ乘號[×]ニ, 減號[-]ヲ除號[÷]ニ變ヘテ求ム.

$16x-[4-\{3-8x+(6-9x\}]$　$a-\{a+b-[a+b+c-(a+b+c+d)]\}$

13. $\frac{a-b}{M}\div\frac{2b}{M}$　$\frac{M}{(a-b)^2}\div\frac{N}{ab(a-b)^2}$　$\frac{(m+n)^2}{A}\div\frac{xy(m+n)^2}{B}$

14. $\frac{(m+n)^2}{(a-b)^3}\div\frac{xy(m+n)^2}{ab(a-b)^2}$

$\left(1-\frac{9x-81}{x^2-17x+72}\right)\times\frac{x^2-25}{x^2-1}\div\left(1-\frac{13x-13}{x^2-9x+8}\right)$

15. $\frac{x^2-(m+p)x+mp}{x^2-(m+n)x+mn}\div\frac{x^2-p^2}{x^2-n^2}$　$\frac{x^2+xy}{x^2-xy}\times\frac{x-y}{(x+y)^2}\times\frac{x^2y^2(x+y)^2}{xy(x^2-y^2)}$

16. $\left(x^4-\frac{5}{4}x^3+\frac{11}{8}x^2-\frac{1}{2}x\right)\div\left(x^2-\frac{1}{2}x\right)$

$\left(n^2-\frac{2n}{n-1}\right)\times\frac{n^3-1}{n^2-1}\div(n^3+n^2+n)$

17. 金 m 圓ヲ甲, 乙, 丙ノ三人ニテ分ツニ, 甲ハ其 $\frac{1}{a}$ ヲ取リ, 乙ハ其 $\frac{1}{b}$ ヲ取リ, 丙ハ其殘リヲ取レリ. 丙ノ取リ前ノ m 圓ニ對スル係數如何.

18. 前題ニ於テ甲ハ其 $\frac{1}{a}$ ヲ取リ, 乙ハ其殘リノ $\frac{1}{b}$ ヲ取リ, 丙ハ其又殘リヲ取レリ, 丙ノ取リ前ノ m 圓ニ對スル係數如何.

47. 繁分數の例

繁分數式(**繁分數**) とは, **A**, **B** の一方若くは, 双方が分數式なる場合に, **A** を **B** にて割りたる商

の式を $\frac{A}{B}$ と書きたるものなり.

【注意1】 普通ノ分數式 $\frac{A}{B}$ ニアリテハ, A, B ハ皆整式ナリ.

繁分數式ハ計算ニヨリテ, 普通ノ分數式ニ變形セラル. 今次ニ之ガ計算ヲ說カンニ先ヅ算術ノ場合ヲ復習スベシ.

〔例一〕 (一) $\frac{5}{\frac{1}{4}+\frac{2}{7}}=\frac{5.4.7}{15}=\frac{28}{3}=9\frac{1}{3}$ 答

(二) $2+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{4}}}}=2+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{4+\cfrac{4}{17}}}=2+\cfrac{1}{4+\cfrac{17}{72}}$

$=2\frac{72}{305}$ 答

【注意2】 (a) イツモ斯樣ニ主要ナル變化ヲ簡明ニ示スベシ. 若シ補助計算ヲ要スレバ, 之ヲ其側ニ示スベシ.

(b) 例一(二) ニテハ, $\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{4}}=\frac{4}{17}$, $\cfrac{1}{4+\cfrac{4}{17}}=\frac{17}{72}$, $\cfrac{1}{4+\cfrac{17}{72}}=\frac{72}{305}$ トセリ, 即チ, **最も短き分數線と, 其次の分數線とに係れる部分を併せて一度に扱ふが**

よし.

〔例二〕 (一) $$F=\frac{3\frac{1}{3}\times3\frac{3}{10}}{5\frac{5}{49}\div7\frac{1}{7}}=\frac{10.33.49.50}{3.10.250.7}=\frac{77}{5}$$

$$=15\frac{2}{5}\quad \text{答}$$

(二) $$F=\frac{3\frac{1}{17}+17\frac{1}{3}}{\frac{1}{17}\times2\frac{1}{6}}$$

$$3\frac{1}{17}+17\frac{1}{3}=20+\frac{3+17}{17\times3}=\frac{20\times52}{17\times3}$$

$$\therefore\ F=\frac{20.52.17.6}{17.3.13}=160 \qquad \text{答}\ 160$$

【注意3】 (a) 例二(一)ノ原式ノ下項ニアル $\div7\frac{1}{7}$ ハ，$\times7\frac{1}{7}$ トシテ上項ニアルニ同ジ. 上下兩項ガ乘除號 (×, ÷) ノミニテ續キタル式ナル時ハ，イツモ此例ノ如ク計算スベシ.

(b) **例二**(二)ノ如ク，途中ノ部分的計算ヲ終ヘテ，再ビ**原式**ニ立チ歸ル時，此移リ變リヲ簡明ニ示サンガ爲メ，初メヨリ**原式**ヲ F $\left(\text{或ハ } \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}} \text{ 等}\right)$ ト名ヅケ置クガ便利ナリ(第40節例).

〔例三〕 $$\frac{a-\frac{a-x}{1+ax}}{1+\frac{a(a-x)}{1+ax}}=\frac{a^2x+x}{1+a^2}=x \quad \text{答}$$

$$a(1+ax)-(a-x)=a^2x+x$$
$$(1+ax)+a(a-x)=1+a^2$$

說明 上項ト，下項トヲ(1+ax) ヲ公分母トシテ通分シタル分子ト，分子トノ比ヲ取リタルナリ[前節注意2, (a)].

〔例四〕 $$\frac{\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}}{1-\frac{a^2+b^2}{(a+b)^2}}=\frac{4ab.(a+b)^2}{(a-b)(a+b).2ab}=\frac{2(a+b)}{a-b}\quad \text{答}$$

$(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$ [第36節(6)]

$$(a+b)^2-(a^2+b^2)=2ab$$

說明 上項ハ $\frac{4ab}{(a-b)(a+b)}$ トナリ，下項ハ $\frac{2ab}{(a+b)^2}$ トナル. ヨリテ下項ノ逆數ヲ(上項ニ)掛ケタルナリ.

〔例五〕 $$\frac{a}{a-\frac{a+2}{a+2-\frac{a-1}{a}}}=\frac{a}{a-\frac{a(a+2)}{a^2+a+1}}$$

$$=\frac{a(a^2+a+1)}{a(a^2-1)}=\frac{a^2+a+1}{a^2-1}\quad \text{答}$$

〔例六〕 (一) $$F=\frac{\dfrac{1+x}{1-x}-\dfrac{1-x}{1+x}}{1-\dfrac{1+x^2}{(1+x)^2}}+\frac{x}{x-\dfrac{x+2}{x+2-\dfrac{x-1}{x}}}$$

(第一項) $=\dfrac{2(1+x)}{1-x}$ (例四)　第二項 $=\dfrac{x^2+x+1}{x^2-1}$ (例五)

故ニ

$$F=\frac{2(1+x)}{1-x}+\frac{x^2+x+1}{x^2-1}=\frac{2(1+x)^2-(x^2+x+1)}{1-x^2}$$

$$=\frac{1+3x+x^2}{1-x^2}$$ 答

(二) $$F=\frac{\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}+2}{x+y}+\frac{\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}-2}{x-y}$$

$$=\frac{x^2+y^2+2xy}{xy(x+y)}+\frac{x^2+y^2-2xy}{xy(x-y)}$$

$$=\frac{x+y}{xy}+\frac{x-y}{xy}=\frac{2x}{xy}=\frac{2}{y}$$ 答 $\dfrac{2}{y}$

問題 第三十六集

次ノ各式ヲ計算セヨ.

1. $\dfrac{\dfrac{1}{4}+\dfrac{2}{3}}{\dfrac{7}{9}\times 8-\dfrac{3}{5}}$　2. $\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{5+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{3}}}}$　3. $\dfrac{\dfrac{4}{3}}{5}\times\dfrac{4}{\dfrac{3}{5}}$

4. $\dfrac{3\frac{2}{3}-5\frac{1}{4}\div 3\frac{1}{2}+4\frac{5}{6}}{3\frac{2}{3}\times 5\frac{1}{4}-3\frac{1}{2}\times 4\frac{5}{6}}$

5. 前題 (1), (2), (3), (4) ノ答ヲ用ヒテ $\dfrac{(1)\times(2)}{(4)-(3)}$ ヲ計算セヨ.

6. $\dfrac{a-\dfrac{a-b}{1+ab}}{1+\dfrac{a(a-b)}{1+ab}}$　7. $\dfrac{x}{x-\dfrac{x+2}{x+2-\dfrac{x+1}{x}}}$

8. $\dfrac{x}{x-\dfrac{x+2}{x+2-\dfrac{x+2}{x}}}$　9. $\dfrac{\dfrac{a}{b}+2+\dfrac{b}{a}}{a+b}-\dfrac{\dfrac{a}{b}-2+\dfrac{b}{a}}{a-b}$

10. $\dfrac{\dfrac{x+y}{x-y}-\dfrac{x-y}{x+y}}{\dfrac{x^2+y^2}{(x-y)^2}-1}$　$\dfrac{\dfrac{m^2+n^2}{n}-m}{\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{m}}\times\dfrac{m^2-n^2}{m^3+n^3}$

11. $\left\{\dfrac{b+\dfrac{a-b}{1+ab}}{1-\dfrac{b(a-b)}{1+ab}}-\dfrac{a-\dfrac{a-b}{1-ab}}{1-\dfrac{a(a-b)}{1-ab}}\right\}\div\left(\dfrac{a}{b}-\dfrac{b}{a}\right)$

12. 前題 (6), (9), (11), ノ答ヲ用ヒテ $\dfrac{(6)\div(9)}{(11)}$ ヲ計算セヨ.

補習問題

13. $\dfrac{1+x}{1+\dfrac{x}{1+x+\dfrac{2x^2}{1-x}}}$　14. $\dfrac{\dfrac{x+a}{x-a}-\dfrac{x-a}{x+a}}{\dfrac{x+a}{x-a}+\dfrac{x-a}{x+a}}$ (又 $x:a=5:3$ トシテ驗セ)

15. $\frac{r^2-s^2}{r^2+s^2}\left(s-\frac{rs}{r+s}\right)\left(r+\frac{rs}{r-s}\right)$ **16.** $3\frac{1}{3}\times\frac{7\frac{3}{4}-1\frac{11}{12}}{7\frac{3}{16}+6\frac{2}{3}}\div\frac{3\frac{5}{11}}{1\frac{2}{5}\times 9\frac{1}{11}}$

17. $x=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$ ナル時 $\frac{x-2}{x-2-\frac{x}{x-\frac{x-1}{x-2}}}$ ノ數値幾許.

18. $\frac{7x-4}{x-1}=\frac{7x-26}{x-3}$ ノ根ヲ $x=\frac{7}{4}$ トシテ驗セ.

19. $\frac{n}{x-n}-\frac{p}{x-p}=\frac{n-p}{x}$ ニ就テ $x=\frac{np}{n+p}$ ヲ驗セ.

〔注意〕 分數方程式ノ根ノ驗算ニハ,繁分數ノ計算ヲ要スルコト多シ.

20. $x=\frac{a+1}{ab+1},\ y=\frac{a(b+1)}{ab+1}$ ナルトキ, $\frac{x+y-1}{x-y+1}=a$ ヲ驗證セヨ.

21. $\frac{28}{18}=\frac{42}{27}=\frac{42m\pm 28n}{27m\pm 18n}$ 各分數ノ分子,分母ノ最大公約數如何.

22. (一) $0.1416,\ \frac{88}{1416}$ ヲ各1ヲ分子トスル繁分數ニ直セ.

(二) **3.1416 及三十一8.の $\frac{A}{B}$** ヲ各連分數ニ直セ.

23. $\frac{x^2-yz+xy-xz}{m(x+y)-x-y}$ $\frac{(x^2-5x+6)-(x^2-7x+12)}{(x^2-5x+6)(x^2-7x+12)}$ $\frac{x(x+10)+24}{8x^2-29x-12}$

24. $\left(\frac{x+2a}{a-2x}-\frac{a+2x}{x-2a}\right)\times\left(\frac{2}{2a-x}-\frac{1}{a-x}\right)$, 又 $a=2n,\ b=3n$ トシテ驗セ.

25. $\frac{x^2-3x-10}{x^2-8x+15}-\frac{x^2+2x-3}{x^2-3x+2}$, 又數値ヲ入レテ驗セ.

26. $\frac{5}{8},\ \frac{7}{24},\ \frac{3}{20}$ ヲ, $300n$ ヲ分母トスル繁分數ニ直セ.

27. $\mathrm{X}\div\left(1-\frac{b}{a}\right)=\left(1+\frac{a}{b}\right)\div\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$ ニ就テ X ヲ求ム.

28. $\frac{x+5}{(x+2)(x+3)}=\frac{\mathrm{A}}{x+2}+\frac{\mathrm{B}}{x+3}$ ガ恒等式トナル樣ニ A, B ヲ定メヨ. 但シ A, B ハ x ヲ含マズ.

29. 一晝夜ニ n 分後ルル時計ヲ今日正午正時ニ合セ置ケバ,明日此時計ガ正午ハ正時ノ何時何分ナルカ.

30 或人東京ヲ出發シテ,諸國ヲ遊歷シ,長崎ニ到ルマデニ初メノ所持金ノ $\frac{3}{4}$ ヲ費シ,長崎ニテ45圓ノ爲替ヲ受取リ,再ビ所持金ノ $\frac{3}{7}$ ヲ九州旅行中ニ費シ,其又殘金ノ $\frac{3}{5}$ ヲ歸途ニ費シタルニ,此費セシ旅費總計261圓ナリシト,出發ノ際幾圓所持セシカ.

一次方程式の續き

48. 分數方程式を解く例(一元の場合)

$\frac{12}{x}+5=8$ ハ分數方程式ニシテ, $24-7x=3$ ハ整方程式ナリ.

分數方程式とは,方程式が,未知數を表す文字の分母にある分數式を含むものなり.

整方程式とは,方程式が未知元に就ての分數式を含まざるものなり. 第三篇ニ於テ論ジタルハ多ク整方程式ナリ.

〔**例一**〕 $\frac{x-2}{2x+1}+\frac{x-1}{3(x-3)}=\frac{5}{6}$ ヲ解クコト.

$\boxed{\text{解}}$ **公分母Lを $6(2x+1)(x-3)$ として**

$$6(x-2)(x-3)+2(x-1)(2x+1)=5(2x+1)(x-3)$$

$$(6x^2-30x+36)+(4x^2-2x-2)=(10x^2-25x-15)$$

$$-7x+49=0 \quad \cdots\cdots\cdots\text{(A)} \qquad \therefore\ x=7$$

$x=7$ はLを零とせず, 故に根なり.　　答 $x=7$

|驗算|　$\dfrac{7-2}{14+1}+\dfrac{7-1}{3(7-3)}=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{5}{6}$

|說明|　**公分母Lを $6(2x+1)(x-3)$ として**トアルハ,

$6(2x+1)(x-3)$ をLと名づく, Lを公分母として兩邊の式を通分したる時の分子を比ぶればトイフコトヲ略言セルナリ.

(A) ノ左邊ヲ分子トシ, L ヲ分母トスル分數式

$$\frac{-7x+49}{6(2x+1)(x+3)} \quad \cdots\cdots\cdots\text{(B)}$$

ハ原方程式ノ兩邊ノ差ナリ.

x ガ 7 ナル時, (B) ノ分子 $-7(x-7)$ ハ 0 トナリ, 分母 L ハ 0 トナラズ, 故ニ此時 (B) ノ數値ハ 0 トナル [第 16 節 (2)]. 卽チ $x=7$ ハ原方程式ノ兩邊ノ差ヲ 0 ナラシムルヲ以テ根ナリ. 此事ヲ解ニハ **$x=7$ はLを零とせず, 故に根なり**ト略言セリ. 而シテ原方程式ハ,其他ニ根ヲ有セズ (第 16 節).

規則　分數方程式を解くには,其左右兩邊の差を一つの分數式に纒め,之を既約分數に化したる時の分子を零に等しと置きて解くべし.

【注意 1】　前例ニ於テ, 解法ノ演算中ニアリテハ, 分數式 (B) ヲ作ラザリシモ, $x=7$ ヲ得タル後, **$x=7$ はLを零とせざること**ヲ確メタレバ, 卽チ (B) ガ既約分數ナルコトヲ確メタルコトニ當ル. **解法の規則**ハ通例,斯樣ニ運用セラルルモノナリ.

〔例題〕　1. $\dfrac{x+2}{2x-1}+\dfrac{x+1}{3(x+3)}=\dfrac{5}{6}$ ヲ解ケ.

2. $\dfrac{x+1}{4(x+2)}+\dfrac{x+4}{5x+13}=\dfrac{9}{20}$ ヲ解ケ.

3. 1. ハ其兩邊ヲ 6 倍シ, 2. ハ其兩邊ヲ 20 倍シ, 分數項ヲ各帶分數ニシテ再ビ解キテ見ヨ.

〔例二〕　$\dfrac{3x-6}{2x^2-3x-2}=0$ ヲ解クコト.

|解|　左邊ヲ變形スレバ $\dfrac{3(x-2)}{(x-2)(2x+1)}=0$

$$\therefore\ \frac{3}{2x+1}=0 \qquad \therefore\ \text{不能ナリ.}$$

【注意 2】　此時若シ直ニ分子ヲ 0 ニ等シト置ケバ　$3x-6=0$　$\therefore\ x=2$ トナル.

而シテ之ヲ驗セバ $\dfrac{6-6}{8-6-2}=\dfrac{0}{0}$ トナリ, 分子, 分母ニ $x-2$ ナル公約數ガアルコトガ分ル (第 25 節), 故ニ之ヲ約シ去レバ方程式ハ根ヲ有セズ.

分數方程式の左右兩邊の差を既約分數に直さ

ずして解きて得る根は分母を零ならしむることあり.

〔例三〕 $\frac{x^2}{x-2}-1=\frac{4}{x-2}+5$ ヲ解クコト.

解 $\frac{x^2-4}{x-2}-6=0$ ∴ $x+2-6=0$ 答 $x=4$

驗算 $\frac{16}{4-2}-1=8-1=7$……………………(1)

$\frac{4}{4-2}+5=7$……………………………(2)

【注意3】 例三ヲ,公分母Lヲ $(x-2)$ トシテ,例一ノ如ク解ケバ

$$x^2-(x-2)-4-5(x-2)=0$$

$$x^2-6x+8=0 \qquad (x-4)(x-2)=0 \text{…………(A)}$$

$$\therefore\ x=4 \text{ 或ハ } x=2$$

$x=4$ ハLヲ0トセズ,故ニ根ナリ. 答 $x=4$

$x=2$ ハ分母Lヲ0トス,然ルニ(A)ニヨレバ,原方程式ノ兩邊ノ差ヲ零ニ等シト置キタルモノハ

$$\frac{(x-4)(x-2)}{x-2}=0 \text{……(B)} \qquad \therefore\ \frac{x-4}{1}=0$$

∴ $x=4$ ダケガ根ナリ.

〔例四〕 $\frac{3x+5}{x^2-1}=\frac{2}{x^2-1}$ ヲ解クコト.

解 $\frac{3x+3}{x^2-1}=0$ $\frac{3}{x-1}=0$ ∴ 不能ナリ.

説明 原方程式ノ左邊ヲ變形スレバ,方程式ハ

$$\frac{3x+3}{x^2-1}+\frac{2}{x^2-1}=\frac{2}{x^2-1}$$

即チ $$\frac{3}{x-1}+\frac{2}{x^2-1}=\frac{2}{x^2-1} \text{………………(A)}$$

故ニ(A)ノ左邊ハ常ニ其右邊ヨリ $\frac{3}{x-1}$ ダケ大ナリ,故ニ方程式ハ不能ナリ.

【注意4】 方程式ガ不定又ハ不能ナル時ハ,其事ヲ明カナラシムベシ(第27節例五注意).

分數方程式ノ兩邊ノ差ヲ一ツノ分數ニ纏メタル時ノ分母Lヲ省カズシテ,分數ヲ既約分數ニスルガ便利ナルコトアリ. 例四以下ハ皆是ナリ.

〔例五〕 $x+\frac{1}{x-1}=\frac{x}{x-1}$ ヲ解クコト.

解 $x+\frac{1-x}{x-1}=0$ ∴ $x-1=0$ 答 $x=1$

説明 $x=1$ トスレバ,兩邊トモ $\frac{1}{0}$ トイフ不能ノ式ヲ得(第16節注意). 然レドモ此場合ニモ,原方程式ノ兩邊ノ差ハ零トナルヲ以テ,$x=1$ ハ根ナリ(第46節例5).

【注意5】 **x に a を代入したる時,分數式 $\frac{A}{B}$ が**

(一) $\frac{A}{B}=\frac{0}{m}$ となれば $\frac{0}{m}=0$ なり, (二) $\frac{A}{B}=\frac{0}{0}$

となれば A, B は $x-a$ なる公約數を有す(第25節).

(三) x に a を代入したる時, 方程式 $\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$ が $\frac{m}{0}=\frac{t}{0}$ となる時も $\left(\frac{A}{B}-\frac{C}{D}\right)$ は零となることあり(第45節例五).

〔例題〕 次ノ各方程式ヲ解ケ(簡單ナルハ諳算).

1. $\frac{15}{x}=3\frac{1}{3}$ $\quad \frac{x-3}{8}=\frac{x-3}{x}$ $\quad \frac{x}{x-3}=\frac{8}{x-3}$

$\frac{3}{4(x-1)}=\frac{2}{3x+1}$

2. $\frac{2x-5}{x-3}-\frac{2x-2}{2x+1}=\frac{x-2}{x-3}$ $\quad \frac{x^2}{x-1}=\frac{1}{x-1}+10$

3. $\frac{x-1}{x-3}=\frac{x-2}{x-3}$ $\quad \frac{1}{x+3}-\frac{1}{x-3}+\frac{2x}{x^2-9}=0$

49. 分數方程式を解く例(續き)

〔例一〕 (一) $\frac{b-c}{bx-c}=\frac{a+c}{ax+c}$ ヲ解ケ.

解 $\frac{b-c}{bx-c}=\frac{a+c}{ax+c}=\frac{bc+ac}{bc+ac}=1$

$\therefore\ ax+c=a+c$ 答 $x=1$

驗算 $\frac{b-c}{b-c}=1$……(1) $\quad \frac{a+c}{a+c}=1$…………(2)

說明 $\frac{b-c}{bx-c}=\frac{a+c}{ax+c}=\frac{b(a+c)-a(b-c)}{b(ax+c)-a(bx-c)}$

$=\frac{bc+ac}{bc+ac}$ [第43節(3)].

(二) $\frac{a+x}{a-x}=\frac{a+b}{a-b}$ ヲ解ケ.

解 $\frac{a+x}{a+b}=\frac{a-x}{a-b}=\frac{2a}{2a}=1$ $\quad \therefore\ a+x=a+b \quad x=b$

驗算 $\frac{a+b}{a+b}=1$………(1) $\quad \frac{a-b}{a-b}=1$………(2)

說明 $\frac{a+x}{a-x}=\frac{a+b}{a-b}$ ヲ $\frac{a+x}{a+b}=\frac{a-x}{a-b}$ トシテ前例ノ如ク解ケリ[第43節(5)].

〔例題〕 1. $\frac{b+c}{bx+c}=\frac{a-c}{ax-c}$ $\quad \frac{a-x}{a+x}=\frac{a+b}{a-b}$

$\frac{6}{x-2}=\frac{5}{x-3}$

2. $\frac{x+2}{x-2}=\frac{4}{3}$ $\quad \frac{45}{2x-3}=\frac{57}{4x+5}$ $\quad \frac{1+x}{1-x}=\frac{2}{3}$

3. $\frac{x+1}{x-1}=\frac{a+b}{a-b}$ $\quad \frac{a}{a-x}=\frac{b}{b-x}$ $\quad \frac{16}{3x-4}=\frac{27}{5x-6}$

4. $\frac{x-4}{x-5}=\frac{x-1}{x-3}$ $\quad \frac{7x-21}{7x-26}=\frac{x-1}{x-2}$ $\quad \frac{2x-1}{2x-6}=\frac{3x-6}{3x-1}$

〔例二〕 $\frac{3x-19}{x-13}+\frac{5x-25}{x+7}=8$ ヲ解クコト,

解 $\left(3+\frac{20}{x-13}\right)+\left(5-\frac{60}{x+7}\right)=8$

$$\therefore\ \frac{20}{x-13}-\frac{60}{x+7}=0$$ (第 42 節例題).

$$x+7-3(x-13)=0 \qquad \text{答}\ x=23$$

[驗算] $$\frac{69-19}{23-13}+\frac{115-25}{23+7}=\frac{50}{10}+\frac{90}{30}=5+3=8$$

〔例題〕 次ノ方程式ヲ解ク.

1. $\dfrac{3x+19}{x+13}+\dfrac{5x+25}{x-7}=8$　　$\dfrac{x-16}{x-17}+\dfrac{x-14}{x-9}=2$

2. $\dfrac{x-2}{2x+1}+\dfrac{x-1}{3(x-3)}=\dfrac{5}{6}$ [先ヅ兩邊ヲ 6 倍シテ例二ニヨル(前節例一)].

3. $\dfrac{x+1}{4(x+2)}+\dfrac{x+4}{5x+13}=\dfrac{9}{20}$ (先ヅ兩邊ヲ 20 倍セヨ).

〔例三〕 $$\frac{1}{x-5}+\frac{1}{x+2}=\frac{1}{x-4}+\frac{1}{x+1} \qquad \cdots\cdots(1)$$

[解] $$\frac{1}{(x-5)(x-4)}+\frac{-1}{(x+2)(x+1)}=0 \qquad \cdots\cdots(2)$$

$$(x+2)(x+1)-(x-5)(x-4)=0$$

$$\therefore\ 12x-18=0 \qquad \text{答}\ x=\frac{3}{2}$$

[驗算] $$\frac{1}{\frac{3}{2}-5}+\frac{1}{\frac{3}{2}+2}=\frac{2}{-7}+\frac{2}{7}=0\ (\text{左邊})$$

$$\frac{1}{\frac{3}{2}-4}+\frac{1}{\frac{3}{2}+1}=\frac{2}{-5}+\frac{2}{5}=0\ (\text{右邊})$$

[說明] (1) ノ兩邊ノ差 $\dfrac{1}{x-5}+\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{1}{x-4}-\dfrac{1}{x+1}$ ノ二項宛ヲ纏メテ $\left(\dfrac{1}{x-5}-\dfrac{1}{x-4}\right)+\left(\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{1}{x+1}\right)$ トシテ (2) ノ左邊トス.

〔例四〕 $\dfrac{17}{x-16}+\dfrac{15}{x-18}=\dfrac{32}{x-17}$ ヲ解クコト.

[解] 32 ハ 17+15 ナルコトニヨリ

$$17\left(\frac{1}{x-16}-\frac{1}{x-17}\right)+15\left(\frac{1}{x-18}-\frac{1}{x-17}\right)=0$$

$$\frac{-17}{(x-16)(x-17)}+\frac{15}{(x-18)(x-17)}=0$$ 之ヲ解キテ

答 $x=33$

[驗算] $$\frac{17}{33-16}+\frac{15}{33-18}=1+1=2 \qquad \cdots\cdots(1)$$

$$\frac{32}{33-17}=2 \qquad \cdots\cdots(2)$$

〔例題〕 **1.** $\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{x-8}=\dfrac{1}{x-6}+\dfrac{1}{x-4}$

2. $\dfrac{3}{x-7}+\dfrac{1}{x-9}=\dfrac{4}{x-8}$　　$\dfrac{21}{x-98}-\dfrac{71}{x-94}=\dfrac{21}{x+44}-\dfrac{71}{x-52}$

〔例五〕 $\dfrac{x-8}{x-10}+\dfrac{x-4}{x-6}=\dfrac{x-5}{x-7}+\dfrac{x-7}{x-9}$ ヲ解ケ.

[解] $$\left(1+\frac{2}{x-10}\right)+\left(1+\frac{2}{x-6}\right)$$

$$=\left(1+\frac{2}{x-7}\right)+\left(1+\frac{2}{x-9}\right)$$

兩邊ノ差ヲ二項ヅツ纏メテ

$$\frac{-3}{(x-10)(x-7)}+\frac{3}{(x-6)(x-9)}=0$$ 之ヲ解キテ 答 $x=8$

驗算 $\frac{0}{-2}+\frac{4}{2}=2$……(1) $\frac{3}{1}+\frac{1}{-1}=2$…(2)

〔例六〕 $\frac{5(2x^2+3)}{2x+1}-\frac{7x-5}{2x-5}=5x-6$ ヲ解ケ.

解 先ヅ兩邊ヲ2倍シテ,分數項ヲ帶分數ニスレバ $\left(10x-5+\frac{35}{2x+1}\right)-\left(7+\frac{25}{2x-5}\right)=10x-12$

∴ $\frac{35}{2x+1}-\frac{25}{2x-5}=0$ 之ヲ解キテ 答 $x=10$

驗算 $\frac{5\times203}{21}-\frac{65}{15}=\frac{1015-91}{21}=\frac{924}{21}=44$ (1)

$5\times10-6=44$ ……………………………(2)

【注意】 根ノ驗算ハ特別ノ場合ノ外ハ,原方程式ノママノ兩邊ノ數値ヲ求メテ比較スベシ. 驗算ハ根ノ正確ナルコトノ自信ヲ得ンガ爲メナレバ,此目的ニ違ハザル樣ニ,精確ニ行フベシ.

〔例題〕 1. $\frac{5x-8}{x-2}+\frac{6x-44}{x-7}=\frac{10x-8}{x-1}+\frac{x-8}{x-6}$

2. $\frac{5(2x^2+3)}{2x-1}+\frac{7x+5}{2x+5}=5x+6$

問題 第三十七集

次ノ各ヲ解ケ,解法ノ變化ハ主要ナルモノヲ簡明ニ記スベシ.

1. $\frac{3}{x+2}=\frac{2}{x+3}$ $\frac{2x-14}{3x-14}=\frac{3}{8}$ $\frac{x+8}{x+9}=\frac{x+5}{x+7}$

$\frac{x+3}{x+6}=\frac{x+2}{x+4}$

2. $(x-8):(x-9)=(x-5):(x-7)$

$(x-3)(x-4)=(x-6)(x-2)$

3. $\frac{2x-1}{2(x-3)}=\frac{3(x-2)}{3x-1}$ $\frac{5}{7}\cdot\frac{2x-5}{3x-7}=\frac{2}{3}\cdot\frac{5x-2}{7x-3}$

4. $\frac{6(2x+1)}{3x-15}-\frac{6(x-11)}{2x-10}=6$

$\frac{3x-2}{x+3}+\frac{7x-3}{x+2}+\frac{x+100}{x^2+5x+6}=10$

5. $\frac{6x}{x-7}-\frac{x}{x-6}=5$ $\frac{3}{x+3}-\frac{4}{2x-4}=\frac{1}{x-1}$

$\frac{61}{x-38}+\frac{37}{x-62}=\frac{98}{x-50}$

6. $\frac{5}{x-17}+\frac{3}{x-19}=\frac{8}{x-18}$

$\frac{1}{(x-3)(x-4)}+\frac{1}{(x-1)(x-3)}=\frac{3}{(x-1)(x-4)}$

7. $\dfrac{2x-5}{5}+\dfrac{x-3}{2x-15}=\dfrac{4x-14}{10}$

$\dfrac{x}{x-2}+\dfrac{x-9}{x-7}=\dfrac{x-8}{x-6}+\dfrac{x+1}{x-1}$

8. $\dfrac{9}{x-7}-\dfrac{5}{x-8}=\dfrac{9}{x-2}-\dfrac{5}{x+1}$

$\dfrac{71}{x+94}-\dfrac{21}{x+98}=\dfrac{71}{x+52}-\dfrac{21}{x-44}$

補　習　問　題

9. $\dfrac{x^2}{2x^2+5x}=0$　　$\dfrac{x^2-4}{x^2-5x+6}=0$　　$\dfrac{x^2+2x-15}{x^2+5x-24}=0$

10. $\dfrac{(x-3)^2}{2x(x-3)}=0$　　$\dfrac{x^2-3x}{x^2-1}+2+\dfrac{1}{x-1}=0$

11. $\dfrac{x^2-11x}{x^2-1}+2+\dfrac{5}{x-1}=0$　　$\dfrac{2x^2}{x^2-1}+\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{x}{x+1}=2$

12. $\dfrac{5}{x+3}+\dfrac{3}{2(x+3)}+\dfrac{7}{2(x+3)}=\dfrac{1}{2}$　　$\dfrac{7x+26}{x+21}=\dfrac{17+4x}{21}+\dfrac{10-x}{3}+\dfrac{13+x}{7}$

13. $\dfrac{6x+15}{8x-15}-\dfrac{1+8x}{15}=\dfrac{1-x}{3}+\dfrac{3-x}{5}$　　$\dfrac{2}{7}\left[\dfrac{5}{12}\left\{\dfrac{7}{8}\left(\dfrac{3}{4x}+5\right)-10\right\}+3\right]=8$

14. $\dfrac{x+1}{x-1}-\dfrac{x-3}{x+3}=\dfrac{8}{x}$　　$\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{1}{x+10}=\dfrac{1}{x+4}+\dfrac{1}{x+8}$

15. $\dfrac{5(x-2)}{x+2}-\dfrac{2(x-3)}{x+2}=3$　　$\dfrac{x-3}{x-5}=\left(\dfrac{2x-3}{2x-5}\right)^2$

16. $\dfrac{0.3x-1}{0.5x-0.4}=\dfrac{0.5+1.2x}{2x-0.1}$　　$\dfrac{1-1.4x}{0.2+x}=\dfrac{0.7(x-1)}{0.1-0.5x}$

7. $\dfrac{x-8}{x-3}+\dfrac{x-3}{x-5}+\dfrac{x-9}{x-7}=\dfrac{x-1}{x-3}+\dfrac{x-13}{x-5}+\dfrac{x-6}{x-7}$

50. 聯立分數方程式の例

〔例一〕 $\begin{cases}\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{y}=2\cdots\cdots\cdots\cdots(1)\\[2mm]\dfrac{9}{x}-\dfrac{4}{y}=1\cdots\cdots\cdots\cdots(2)\end{cases}$ ヲ解クコト.

解　(1)×2+(2)　$\dfrac{15}{x}=5$　∴　$x=3$　　答 $\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$

之ヲ(1)ニ代入シテ　$y=2$

驗算　$\dfrac{3}{3}+\dfrac{2}{2}=2\cdots\cdots(1)$　　$\dfrac{9}{3}-\dfrac{4}{2}=3-2=1\cdots(2)$

〔例題〕 1. $\begin{cases}\dfrac{3}{x}+\dfrac{4}{y}=3\\[2mm]\dfrac{6}{x}-\dfrac{2}{y}=1\end{cases}$　　2. $\begin{cases}2x+y=10xy\\3x+4y=20xy\end{cases}$

答 $\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}$　$\begin{cases}x=(\ \ )\\y=(\ \ )\end{cases}$

〔例二〕 $\begin{cases}\dfrac{2x+5}{3y-7}=\dfrac{3}{2}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)\\[2mm]\dfrac{2y-5}{x+10}=\dfrac{1}{2}\cdots\cdots\cdots\cdots(2)\end{cases}$ ヲ解クコト.

解　(1) ヨリ　$4x-9y=-31\cdots\cdots\cdots(3)$
(2) ヨリ　$-x+4y=20\cdots\cdots\cdots(4)$

(3)+(4)×4　$7y=49$　∴　$y=7$　　答 $\begin{cases}x=8\\y=7\end{cases}$

∴ (4) ニヨリ　$x=8$

驗算 (1) $\dfrac{16+5}{21-7}=\dfrac{21}{14}=\dfrac{3}{2}$ (2) $\dfrac{14-5}{8+10}=\dfrac{9}{18}=\dfrac{1}{2}$

〔例三〕 $\begin{cases}\dfrac{x-3}{2y+5}=\dfrac{x+1}{2y-7}\cdots\cdots\cdots(1)\\ 3y-2x=19\ \cdots\cdots\cdots\cdots(2)\end{cases}$ ヲ解クコト.

解 (1) ヨリ $\dfrac{x-3}{2y+5}=\dfrac{x+1}{2y-7}=\dfrac{-4}{12}=\dfrac{-1}{3}$

$$\left.\begin{aligned}\therefore\ \mathbf{3x+2y=4}\cdots\cdots\cdots(3)\\ 又\ \mathbf{-2x+3y=19}\cdots\cdots\cdots(2)\end{aligned}\right\}$$

(3)×2+(2)×3 $13y=65$ $\left.\begin{aligned}y=5\\ \therefore\ x=-2\end{aligned}\right\}$ 答

驗算 (1) $\dfrac{-2-3}{10+5}=-\dfrac{1}{3}$ (左邊)

$\dfrac{-2+1}{10-7}=-\dfrac{1}{3}$ (右邊)

(2) $15-2(-2)=19$

〔例題〕 **1.** $\begin{cases}\dfrac{3x+1}{4-3y}=\dfrac{4}{3}\\ x+y=1\end{cases}$ **2.** $\begin{cases}\dfrac{x+3}{2y+5}=\dfrac{x+1}{2y+7}\\ 2x+3y=19\end{cases}$

〔例四〕 $\begin{cases}\dfrac{x+3y}{x-y}=8\cdots\cdots\cdots(1)\\ \dfrac{7x-13}{3y-5}=4\cdots\cdots\cdots(2)\end{cases}$ ヲ解クコト.

解 (1) ヨリ $7x=11x$ $\therefore$ $\mathbf{x=11n}$ $\mathbf{y=7n}\cdots(3)$

之ヲ(2)ニ代入シテ $\dfrac{77n-13}{21n-5}=4$ $(84-77)n=7$

$\therefore$ $n=1$ 答 $\begin{cases}x=11\\ y=7\end{cases}$

驗算 (1) $\dfrac{11+21}{11-7}=\dfrac{32}{4}=8$ (2) $\dfrac{77-13}{21-5}=\dfrac{64}{16}=4$

〔例五〕 $\begin{cases}\dfrac{6x+9}{4}+\dfrac{3x+5y}{4x-6}=\dfrac{13}{4}+\dfrac{3x+4}{2}\cdots\cdots(1)\\ \dfrac{8y+7}{10}+\dfrac{6x-3y}{2y-8}=4+\dfrac{4y-9}{5}\cdots\cdots(2)\end{cases}$

解 (1)×4 $\mathbf{6x+9+\dfrac{6x+10y}{2x-3}=13+6x+8}$

$\therefore$ $18x-10y=36$ $\therefore$ $9x-5y=18\cdots\cdots\cdots(3)$

(2)×10 $\mathbf{8y+7+\dfrac{30x-15y}{y-4}=40+8y-18}$

$\therefore$ $30x-30y=-60$ $\therefore$ $x-y=-2\cdots\cdots\cdots(4)$

(3)−(4)×5 $4x=28$ $\left.\begin{aligned}x=7\\ \therefore\ y=9\end{aligned}\right\}$ 答

驗算 (1) $\begin{cases}\dfrac{42+9}{4}+\dfrac{21+45}{28-6}=\dfrac{51}{4}+\dfrac{66}{22}\\ \qquad=\dfrac{63}{4}\cdots\cdots(左邊)\\ \dfrac{13}{4}+\dfrac{21+4}{2}=\dfrac{63}{4}\ \cdots\cdots\cdots(右邊)\end{cases}$

(2) $\begin{cases} \dfrac{72+7}{10}+\dfrac{42-27}{18-8}=\dfrac{79}{10}+\dfrac{15}{10}=\dfrac{94}{10}=\dfrac{47}{5} & \text{(左邊)} \\ 4+\dfrac{36-9}{5}=\dfrac{47}{5} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \text{(右邊)} \end{cases}$

〔例題〕 1. $\left\{\dfrac{x+3y}{x-y}=8 \quad \dfrac{7y-13}{3x-15}=\dfrac{5}{3}\right\}$

2. $\begin{cases} x-\dfrac{2y-x}{23-x}=20-\dfrac{59-2x}{2} \\ y+\dfrac{y-3}{x-18}=30-\dfrac{73-3x}{3} \end{cases}$

問題 第三十八集

1. $\begin{cases} 3x+\dfrac{5}{y}=15 \\ 5x+\dfrac{9}{y}=26 \end{cases}$ $\begin{cases} 2\left(\dfrac{1}{x+2}\right)+3\left(\dfrac{1}{y+3}\right)=1 \\ 3\left(\dfrac{1}{x+2}\right)+2\left(\dfrac{1}{y+3}\right)=1 \end{cases}$

$\begin{cases} \dfrac{12}{x-3}+\dfrac{8}{y-1}=8 \\ \dfrac{27}{x-3}-\dfrac{12}{y-1}=3 \end{cases}$

2. $\begin{cases} \dfrac{1}{3x+1}=\dfrac{2}{5y+4} \\ \dfrac{1}{4x-3}=\dfrac{2}{7x-6} \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{x+2}{y+7}=\dfrac{x-2}{y-3} \\ \dfrac{x+3y-4}{x+y}=2 \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{x-4}{y+4}=\dfrac{x-3}{y+7} \\ \dfrac{x+2}{y-2}=\dfrac{x+5}{y-1} \end{cases}$

3. $\begin{cases} \dfrac{1}{4x-3}=\dfrac{2}{7y-6} \\ \dfrac{1}{3x+2}=\dfrac{2}{5y+8} \end{cases}$ $\begin{cases} y=5x-14 \\ \dfrac{2x+7}{9}+\dfrac{7x-44}{y}=\dfrac{4x+27}{18} \end{cases}$

4. $\begin{cases} \dfrac{2}{x}-\dfrac{5}{y}+\dfrac{3}{z}=7 \\ \dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{y}-\dfrac{2}{z}=6 \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{3}{y}+\dfrac{1}{z}=2 \end{cases}$ (第31節例一) $\begin{cases} \dfrac{4}{x}-\dfrac{3}{y}=1 \\ \dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{z}=4 \\ \dfrac{3}{y}-\dfrac{1}{z}=0 \end{cases}$

補 習 問 題

5. $\begin{cases} \dfrac{x+1}{y-1}-\dfrac{x-1}{y}=\dfrac{6}{y} \\ x-y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{xy}{y+2x}=\dfrac{1}{10} \\ \dfrac{xy}{4y+3x}=\dfrac{1}{20} \end{cases}$ $(x\neq 0,\ y\neq 0)$

6. $\begin{cases} \dfrac{1}{4x-3}=\dfrac{2}{7y-6} \\ \dfrac{1}{3x+1}=\dfrac{2}{5y+4} \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{1}{4x-3}=\dfrac{2}{7y-6} \\ \dfrac{1}{3x+2}=\dfrac{2}{3y+8} \end{cases}$

7. $\begin{cases} (x-1)(5y-3)=3(3x+1) \\ (x-1)(4y+3)=3(7y-1) \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{x+1}{y+1}=2 \quad \dfrac{y+2}{z+1}=4 \\ \dfrac{z+3}{x+1}=\dfrac{1}{2} \end{cases}$

8. $\begin{cases} \dfrac{x+y+1}{y-x+3}=\dfrac{(x+6y)-5(x+2y-1)}{4(x-2)-(4y+3)} \quad \dfrac{2z+3}{z+2}=\dfrac{2y+1}{y+1} \\ (3x-8)(z+1)+(2-x)(3z+1)=0 \end{cases}$

51. 文字方程式の例

〔例一〕 一萬四百圓ノ賞與金ヲ甲,乙,丙ノ三等ニ區別シテ與ヘントスルニ,甲賞ヲ受クル者十人,乙賞ヲ受クル者三十人,丙賞ヲ受クル者五十人ニシテ,甲,乙,丙ノ賞ハ次第ニd圓宛ノ差アル樣ニナサントス. 各一人ノ取リ前幾許(第28節例一).

[解] 甲,乙,丙各一人ノ取リ前ヲ$(x+d)$圓,x圓,$(x-d)$圓トシテ,賞與金總額ヲ比ベテ

$$10(x+d)+30x+50(x-d)=10400 \quad \cdots\cdots(1)$$

$$\therefore \ 9x=1040+4d \qquad \therefore \ x=\frac{1}{9}(1040+4d) \quad \cdots\cdots(2)$$

答 $\begin{cases} \text{甲}\ \frac{1}{9}(1040+13d)\ \text{圓},\quad \text{乙}\ \frac{1}{9}(1040+4d)\ \text{圓}, \\ \text{丙}\ \frac{1}{9}(1040-5d)\ \text{圓} \\ \text{但シ}\ d\ \text{ハ}\ 208\ \text{ヨリ小ナリ.} \end{cases}$

[驗算] $\frac{1}{9}(1040+13d)\times 10+\frac{1}{9}(1040+4d)\times 30 +\frac{1}{9}(1040-5d)\times 50$

$$=\frac{1}{9}\{(10400+130d)+(10400\times 3+130d)+(10400\times 5-250d)\}$$

$$=\frac{1}{9}\times\{10400\times(1+3+5)\}=10400$$

dガ208ヨリ小ナラザレバ丙ノ取リ分ハ負ノ數トナリ問題ハ不可能ナリ.

[應用] 例ヘバ$d=100$トスレバ,甲260圓,乙160圓,丙60圓ニシテ,第28節例一ノ答ヲ得.

【注意1】 例ヘバ事實ノ實際ニ於テモ,斯樣ナル場合ニ,賞與金分配ノ案ヲ立ツルニハ,各等級ノ差ヲ次第ニ,丁度百圓宛トハ定メ難クシテ,本例ノ如ク,先ヅ其差ヲd圓トシテ,廣ク應用セラルル解答ヲ作リタル上ニ,之ヲ吟味シテdヲ適當ニ定ムルコトアリ. 代數學ハ斯樣ノ場合ニ適用セラレテ便利ナルモノナリ.

例ヘバ此場合ニ於テ,答ガ整數トナリ,丙ノ分ガ負數トナラヌ樣ニdヲ定ムル仕方ハ

答 $\begin{cases} d=9n+1 \quad \text{且}\ n<23\ \text{トシテ} \\ \text{甲}\ (117+13n)\ \text{圓},\ \text{乙}\ (116+4n)\ \text{圓},\ \text{丙}\ (115-5n)\ \text{圓} \end{cases}$

$n=11$トスレバ前ノ數値ヲ得.

又$n=12$トスレバ甲273圓,乙164圓,丙55圓ヲ得.

方程式(1)ヲ文字方程式トイフ.

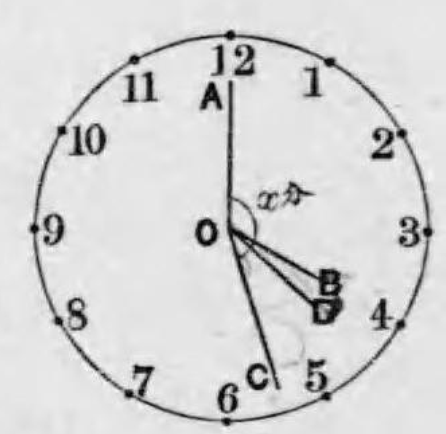
文字方程式とは既知數と看做さるる文字を含む方程式なり.

【注意2】 文字方程式ヲ解キタル時ハ,成ルベク文字ノ適宜ノ數値ヲ入レテ見テ,根ノ數値ヲ示シ置クベシ,

〔例題〕 (一) 父ハ40歳,子ハ10歳ナリ,父ノ年ガ子ノ年ノn倍トナルハ幾年後ナルカ.

(二) $n=2, 3, 4, 5, 6, 7$ 等ヲ與ヘタル時ノ答數ノ中,正或ハ負ノ整數ナルモノヲ求ム.

〔例二〕 時計ノ兩針ガ第n時(例ヘバ4時)ト,第$(n+1)$時(例ヘバ5時)トノ間ニ於テ,長針ノ位置ガ短針ノ位置ヨリt分(t分劃,例ヘバ5分劃)ダケ進ミタル位置ヲ求ム.



[解] 圖ノ如ク,丁度第n時ニハ,長針ハ天(AO)ヲ指シ,短針ハOBヲ指ス. 求ムル長針ノ位置ヲOC,短針ノ位置ヲODトス. 長針ガOAヨリ,OC迄x分(分劃)進ム間ニ,短針ハOBヨリ,OD迄進ミ其間ハ$\frac{x}{12}$分(分劃)ナリ. 又ODトOCトノ間ハt分(分劃), OBトOAトノ間ハ$5n$分(分劃)ナリ.

故ニ $$x=5n+\frac{x}{12}+t \quad\cdots\cdots(1)$$

$$\therefore\ x=(5n+t)+\frac{(5n+t)}{11} \quad\cdots\cdots(2)$$

答 第n時後$\left\{(5n+t)+\frac{(5n+t)}{11}\right\}$分

[驗算] $$5n+\left\{(5n+t)+\frac{(5n+t)}{11}\right\}\cdot\frac{1}{12}+t$$

$$=(5n+t)+\left\{\frac{(5n+t).12}{11}\cdot\frac{1}{12}\right\}=(5n+t)+\frac{(5n+t)}{11}$$

[應用] $n=4,\ t=5$ トスレバ,

$$(5n+t)+\frac{(5n+t)}{11}=25+\frac{25}{11}=27\frac{3}{11}$$ 答 4時$27\frac{3}{11}$分

【注意3】 例二ノ應用トシテ,長針ガ短針ヨリ5分(分劃)前ニアル時刻ヲ求ムルニハ $t=-5$ トスレバヨシ.

〔例題〕 例二ノ結果ヲ用ヒテ,七時ト八時トノ間ニ於テ,(一)兩針ノ直角ヲナス位置ヲ二ツ求ム. (二)一直線ヲナス位置ヲ求ム. (三)全ク相合スル位置ヲ求ム.

〔例三〕 相手ノ者ニ任意ノ二數ヲ考ヘシメテ,之ヲ判定スルタメニ,(一)先ヅ第一ノ數ノ3倍ト,第二ノ數ノ5倍トノ和(m)ヲ言ハシメ,(二)次ニ

第一ノ數ノ2倍ト第二ノ數ノ3倍トノ和(n)ヲ言ハシム. ヨリテ相手ノ者ノ初メニ考ヘタル二ツノ數ヲ判定スルコトヲ求ム(二十二12).

解 $\begin{cases} 3x+5y=m \ldots\ldots(1) \\ 2x+3y=n \ldots\ldots(2) \end{cases}$　$\therefore \begin{cases} x=5n-3m \\ y=2m-3n \end{cases}$

判定法 (二)の答の5倍と, (一)の答の3倍との差が第一數, (一)の答の2倍と, (二)の答の3倍との差が第二數なり.

驗算 $3(5n-3m)+5(2m-3n)=m$

$2(5n-3m)+3(2m-3n)=n$

應用 $m=35$, $n=22$ ナレバ,

$5.22-3.35=\mathbf{5}$ 第一數　$2.35-3.22=\mathbf{4}$ 第二數

【注意4】 上ノ聯立方程式ノ各ハ**文字方程式**ナリ. 今次ニ一層廣キ意味ヲ有スル**文字方程式**ノ例ヲ示サントス.

〔例四〕 一學級五十人ノ學生ヨリ,各次ノ如キ方程式ヲ作ラシメタリトス.

方程式ノ左邊ハxト任意ノ一既知數トノ差ノ平方,其右邊ハxト他ノ任意ノ一既知數トノ差ノ平方ナルモノ

ヨリテ此總テノ方程式ノ解ヲ求メントス.

說明 此等ノ五十箇ノ方程式ノ**標準の形**ハ

$$(x-a)^2=(x-b)^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

ナリ. 兩邊ノ差ヲ因數ニ分解スレバ

$$(b-a)(2x-a-b)=0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

$$\therefore\ b-a \neq 0 \text{ として } x=\frac{1}{2}(a+b) \ldots\ldots\ldots(3)$$

故ニ此等ノ五十箇ノ方程式ノ根ハ次ノ法則ニヨリテ求メラル.

解法 (一) $b-a\neq0$ 卽ち,其二種の既知數相等しからざる時は,其和の半分が根なり.
(二) 又 $a=b$ なれば恒等式にして,其根は不定なり.

【注意5】 文字方程式ハ,其中ノ既知數ヲ表ス文字ノ數值ノ或特別ナル場合ニアリテハ,不定方程式トナリ,或ハ不能方程式トナルコトアリ. 故ニ其等ノ場合ヲモ併セテ答フルガ正式ナリ.

例ヘバ **$(x-a)^2=(x-b)^2$ の根は $a\neq b$ として $\frac{1}{2}(a+b)$, 但し $a=b$ なれば不定なり** ト答フルガ如シ. ツマリ,方程式ノ兩邊ヘ掛ケ,或ハ兩邊ヲ割リタル乘數或ハ除數ハ零ニアラズトイフ條件ヲ答

ニ書キ添フレバヨシ.

〔例題〕 1. 例四ノ驗算ヲ行ヘ.

2. $(x+a)^2=(x-b)^2$ $a(x-a)=b(x-b)$ ノ各ヲ解ケ.

〔例五〕 $\dfrac{a}{x-a}-\dfrac{b}{x-b}=\dfrac{a-b}{x}$ ヲ解ケ.

解 $\dfrac{(a-b)x}{(x-a)(x-b)}=\dfrac{a-b}{x}$

$\therefore$ $a-b\neq 0$ **として** $\dfrac{x}{(x-a)(x-b)}=\dfrac{1}{x}$

$\therefore$ $x(x-a)(x-b)$ ヲ公分母 L トシテ

$x^2=(x-a)(x-b)$ $\therefore$ $(a+b)x=ab$

$\therefore$ $a+b\neq 0$ **として** $x=\dfrac{ab}{a+b}$

$x=\dfrac{ab}{a+b}$ **は L を零とせざるものとして根なり.**

答 $\left\{\begin{array}{l}a-b\neq 0,\ a+b\neq 0, \text{根ハ } x(x-a)(x-b) \text{ ヲ零ト}\\ \text{セザルモノトシテ, } x=\dfrac{ab}{a+b}\end{array}\right.$

應用 $a=6,\ b=3$ トスレバ, $\dfrac{ab}{a+b}=2$ トナル.

即チ $\dfrac{6}{x-6}-\dfrac{3}{x-3}=\dfrac{6-3}{x}$ ノ根ハ $x=2$ ナリ.

【注意6】 文字方程式ノ正式ノ解答ハ斯様ニ繁雑ナルモノナレバ,初學ノ間ハ先ヅ第參篇ノ如クニ,主トシテ根 $\left(\dfrac{ab}{a+b}\right)$ ヲ求ムルコト(略解法)ヲ練習スベシ.

〔例六〕 聯立二元一次方程式ノ標準形

$$\begin{cases} ax+by=c \text{..............(1)} \\ a'x+b'y=c' \text{...........(2)} \end{cases}$$

ノ根ハ $x=\dfrac{cb'-c'b}{ab'-a'b}$ $y=\dfrac{ac'-a'c}{ab'-a'b}$ ナリ.

是レ聯立二元一次方程式ノ**根の公式**ナリ,サレド此公式ハ簡單ナラザルガ故ニ,實際ニハ各箇ノ場合ニ應ジテ,其未知元ノ係數ヲ見較ベテ解クガ捷徑ナリ. 之ニ反シテ,例二例四等ノ結果ハ何レモ簡單ナレバ,夫夫其類種ノ方程式ノ**根の公式**トシテ便利ナルモノナリ.

〔例題〕 1. $\begin{cases} \dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}=a+b \\ \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=m+n \end{cases}$ 2. $\begin{cases} ax+by=a^2+b^2 \\ bx+ay=2ab \end{cases}$

問題 第三十九集

1. $\dfrac{2x+3a}{x+a}=\dfrac{2(3x+2a)}{3x+a}$ 2. $\dfrac{3(x-a)}{b}-\dfrac{2(x-b)}{a}=1$

3. $a+b+\dfrac{x}{a+b}=a-b+\dfrac{x}{a-b}$

4. $\dfrac{m(x+a)}{x+b}+\dfrac{n(x+b)}{x+a}=m+n$

5. $\dfrac{l-x}{l}+\dfrac{m-x}{m}+\dfrac{n-x}{n}=3$

6. $\dfrac{ax}{b}+\dfrac{bx}{a}+\dfrac{2ab}{a+b}=\dfrac{(a+b)^2x}{ab}$　　7. $\begin{cases}x:y=3:4\\ ax+by=m\end{cases}$

8. $\begin{cases}x:y=(a+b-c):(a-b+c)\\ (a+b-c)x-(a-b+c)y=4a(b-c)\end{cases}$

9. $\begin{cases}3x+2y=5a^2+ab+5b^2\\ 3y+2x=5a^2-ab+5b^2\end{cases}$　　10. $\begin{cases}ax+by=2a\\ x+y=\dfrac{a^2+b^2}{ab}\end{cases}$

11. $\begin{cases}n(x-y)-z=0\\ n(x+y)-z=0\\ x+y=2m\end{cases}$　　12. $\begin{cases}\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}-\dfrac{1}{x}=\dfrac{2}{a}\\ \dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=\dfrac{2}{b}\\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}-\dfrac{1}{z}=\dfrac{2}{c}\end{cases}$

13. 第51節例二ノ結果ヲ用ヒテ,時計ノ兩針ガ直角ヲ成ス位置ヲ盤面上總テ求ム.

14. a 圓ニテ米ヲ買ハバ k 石ヲ得ベク,麥ヲ買ハバ m 石ヲ得ベシ. 此金ニテ,(一) 米ト麥トヲ同石數求ムルコト,(二) 合セテ b 石求ムルコト.

15. 甲乙二人ニテ,或一工事 (其仕事ノ量ヲ a トス)ヲナスニ,30 日間ニ仕上ゲ得ベシトイフ.

然ルニ甲ハ4日,乙ハ8日間休業セシニ由リ,$5\frac{1}{2}$ 日後レタリト. 各一人ガ一日ニ成ス仕事ノ量ヲ求ム.

16. 前題ノ場合ニ工賃總計 160 圓ヲ如何ニ分配スベキカ.

17. 或仕事ヲ仕上グルニ,乙丙共ニ働ク時ハ l 日,甲丙共ニ働ク時ハ m 日,甲乙共ニ働ク時ハ n 日ヲ要ストイフ. (一) 各人ガ一日ニ成ス仕事ノ量ヲ求ム. (二) 三人共力スレバ幾日ニテ共仕事ヲ仕上グベキカ.

18. 分數ノ分子,分母ヨリ或同ジ數ヲ引キテ得ル所ノ分數ノ値ヲ元ノ分數ノ逆數ニ等シカラシムルコトヲ求ム. 最初ノ分數ガ $\frac{3}{5}$, $\frac{6}{10}$, $\frac{9}{15}$ ナラバ如何.

19. 或人 A 驛ヨリ B 驛ニ行クニ,毎時ノ速サヲ $\frac{1}{2}$ 哩增セバ豫定ノ時間ヨリ,其 $\frac{1}{8}$ ダケ少ナキ時間ニテ,B 驛ニ着スベシトイフ. 毎時ノ速サヲ求ム. 又毎時ノ速サヲ $\frac{1}{2}$ 哩ヅツ減ズレバ豫定時間ヨリ 1 時間多クカカルトシテ A, B 間ノ距離ヲ求ム.

20. 四輪車アリ，前輪ハ後輪ヨリ小ナリ．120尺ノ路ヲ行ク間ニ前輪ハ後輪ヨリ6回多ク廻轉セリ，若シ前輪ノ周ヲ其$\frac{1}{4}$ダケ，後輪ノ周ヲ其$\frac{1}{5}$ダケ大ナラシメバ，同距離ヲ行クニ前輪ハ後輪ヨリ4回多ク廻轉スベシトイフ．兩輪ノ周ヲ求ム．

631，1404．

21. 甲，乙兩地ニ電信線ヲ架スルニ，其柱ノ距離相等シ，今若シ柱ノ間ノ距離ノ減ズルコト16尺ナラバ，其數ノ増スコト3本ナリ，又柱ノ間ノ距離ヲ44尺増サバ其數減ズルコト六本ナリ，兩地間ノ距離如何．

22. 兄弟三人アリ，其年齡長子ハa歲，次子ハb歲，末子ハc歲テリ．(一) 繪葉書m枚ヲ三人ニ分チ，長子ノ取リ分ノa倍，次子ノ取リ分ノb倍，末子ノ取リ分ノc倍ガ相等シクナル樣ニスルコトヲ求ム(之ヲ年齡ニ反比例スル樣ニ分ツトイフ)．(二) 又地面m段ヲa, b, cニ比例スル樣ニ分ツコトヲ求ム．

23. 甲數ニテ乙數ヲ除セバ商aヲ得テbヲ殘シ，乙數ニテ甲數ヲ除セバ商bヲ得テ，aヲ殘ス

各數如何．

24. 急行汽車ト普通汽車トノ速サノ比ヲ5:4トス．而シテ乘客ガ一時間此各車ニ乘ル時，急行車ノ賃金ハ普通車ノ賃金ヨリ15錢高キガ故ニ何レニ乘リテモ，等シキ賃金ヲ拂ヘバ等距離ヲ行キ得ベシ．然ラバ各一時間ノ賃金幾許．

25. 福岡，三池間ノ鐵道距離50哩トシ，今石炭一噸ノ價三池ニ於テハa圓，福岡ニ於テハb圓ナリ，而シテ石炭一噸ノ汽車賃一哩ニ付n錢ナルトキハ，中間ノ需用者ニ於テ石炭ヲ兩地何レヨリ買取ルモ其實費相等シキ所ハ福岡ヨリ幾哩隔ツル處ナルカ．

補　習　問　題

26. $\dfrac{x-a}{b-x}=\dfrac{x-b}{a-x}$

27. $\dfrac{3(x-2a)}{b}+\dfrac{2(x-3b)}{a}=13$

28. $\dfrac{a(2x+1)}{3b}-\dfrac{5ax-4b}{5b}=\dfrac{4}{5}$

29. $\dfrac{ax}{b}-\dfrac{b-x}{2c}+\dfrac{a(b-x)}{3b}=a$

30. $\begin{cases} ax+by=2a \\ x+y=\dfrac{a^2+b^2}{ab} \end{cases}$

31. $\dfrac{b-x}{a+x}+\dfrac{c-x}{a-x}=\dfrac{a(c-2x)}{a^2-x^2}$

32. $\begin{cases} \dfrac{x}{y}=\dfrac{a}{b} \\ \dfrac{x+1}{y+1}=\dfrac{c}{d} \end{cases}$

33. $\begin{cases} 5x+3y=4a+b \\ 3x+5y=4a-b \end{cases}$

34. $\begin{cases} 3x-y=2(a+b)^2 \\ 3y-x=2(a-b)^2 \end{cases}$　　**35.** $\begin{cases} (a-b)x+(a+b)y=a+b \\ \dfrac{y}{a+b}-\dfrac{y}{a-b}=\dfrac{1}{a+b} \end{cases}$

36. $\begin{cases} ax+by-cz=2ab \\ by+cz-ax=2bc \\ cz+ax-by=2ac \end{cases}$　　**37.** $\begin{cases} \dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=2a \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{z}=2b \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=2c \end{cases}$

38. 或分數ノ分母ニ a ヲ加フレバ其値 $\frac{2}{3}$ ニ等シクナリ,又分母ヨリ a ヲ減ズレバ $\frac{4}{5}$ ニ等シクナルトイフ,此分數如何.

39. $\frac{1}{x-a}-\frac{1}{x-b}$ ト $\frac{a-b}{x^2-ab}$ トハ, x ガ如何ナル場合ニ同値ノ式トナルベキカ. 但シ $a \neq b$ トス. 又 x ガ正ノ整數トナル様ニ, a, b ノ數値ヲ求メヨ.

40. 鐵道規則ニテハ乘客手荷物 x 斤迄ハ無賃ニシテ,ソレヨリ多キ分ハ超過ノ斤數ト,哩數トニ比例シテ運賃ヲ拂フベキモノトス. 今甲乙二人分合セテ百斤ノ手荷物ヲ携ヘ,甲ハ50錢,乙ハ1圓50錢ヲ拂ヘリ. 此荷物若シ一人ノ携フルモノナル時ハ正ニ3圓50錢ヲ拂フベシトイフ. x ヲ求メヨ.

又100斤, 50錢, 150錢, 350錢ノ代リニ, k 斤, a 錢, b 錢, m 錢トスレバ x 如何.

附　　録

34. $\begin{cases} 3x-y=2(a+b)^2 \\ 3y-x=2(a-b)^2 \end{cases}$

35. $\begin{cases} (a-b)x+(a+b)y=a+b \\ \dfrac{y}{a+b}-\dfrac{y}{a-b}=\dfrac{1}{a+b} \end{cases}$

36. $\begin{cases} ax+by-cz=2ab \\ by+cz-ax=2bc \\ cz+ax-by=2ac \end{cases}$

37. $\begin{cases} \dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=2a \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{z}=2b \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=2c \end{cases}$

38. 或分數ノ分母ニaヲ加フレバ其値$\frac{2}{3}$ニ等シクナリ,又分母ヨリaヲ減ズレバ$\frac{4}{5}$ニ等シクナルトイフ,此分數如何.

39. $\dfrac{1}{x-a}-\dfrac{1}{x-b}$ ト $\dfrac{a-b}{x^2-ab}$ トハ,xガ如何ナル場合ニ同値ノ式トナルベキカ. 但シ$a \neq b$トス. 又xガ正ノ整數トナル樣ニ,a, bノ數値ヲ求メヨ.

40. 鐵道規則ニテハ乘客手荷物x斤迄ハ無賃ニシテ,ソレヨリ多キ分ハ超過ノ斤數ト,哩數トニ比例シテ運賃ヲ拂フベキモノトス. 今甲乙二人分合セテ百斤ノ手荷物ヲ携ヘ,甲ハ50錢,乙ハ1圓50錢ヲ拂ヘリ. 此荷物若シ一人ノ携フルモノナル時ハ正ニ3圓50錢ヲ拂フベシトイフ. xヲ求メヨ.

又100斤,50錢,150錢,350錢ノ代リニ,k斤,a錢,b錢,m錢トスレバx如何.

附　　　　錄

附　　録

目　次

〔一〕 摘　要

		頁
1.	第一篇 (緒論,四則の原理,負の數) 摘要 13問 …	1
2.	第二篇 (代數式の四則) 摘要 13問 … … …	2
3.	第三篇 (一次方程式) 摘要 26問 … … … …	3
4.	第四篇 (因數分解法,公約數及公倍數) 摘要 22問 …	6
5.	第五篇 (分數式,一次方程式の續き) 摘要 38問 …	8

〔二〕 整數の性質

1.	素數の求め方 … … … … … … …	12
2.	9 或は 3 にて割りたる剩餘 … … … …	13
3.	互に素なる數に關する原則 … … … …	15
	練習問題 63問 … … … … … … …	17

〔三〕 簡便計算法

1.	5, 25, 125, 625 にて乘除する場合 … …	24
2.	直加乘法,直減乘法,直加除法 … … …	24
3.	乘法の公式による場合二種 … … … …	26
	練習問題 33問 … … … … … … …	27

附　　録

〔一〕 摘　要

1. 第一篇 (緒論,四則の原理,負の數) 摘要

1. 次の諸語の定義を述べよ.

(一) 代數學,代數式,同値の式,代數計算,因數

(二) 乘冪,單項式,多項式,恒等式,方程式

2. 次の諸原則を諳誦せよ.

(一) 加法の原則(二ツ),減法の原則(五ツ),加法減法の原則(五ツ)

(二) 乘法の原則(三ツ),除法の原則(八ツ),乘除法の原則(三ツ)

3. 減法及除法の定義,逆數の定義を復唱せよ.

4. (一) 還元法の規則を述べよ.

(二) $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-1\frac{1}{2}\right)-1\frac{1}{2}\right\}-1\frac{1}{2}\right]=1\frac{1}{2}$ を解け.

5. 負の數に關する根原の規定を例につきて述べよ.

6. 負の數の加法及減法の規則を述べよ.

7. 代數學上の數を各種共三つ,例を擧げて表解せよ.

8. 零の定義を述べよ. 零に關する計算の規則を述べよ.

9. 負數單位とは如何. $+a$ と $-a$ との意義如何.

10. 次の各方程式を解け.

$(x-7)(x-5)=0$　$x(x+5)=3(x+5)$　$x^2-3x=0$　$\frac{x-2}{x(x-3)}=\frac{x-2}{8(x-3)}$

11. $a>b$ とす,(一) an と bn,(二) $\frac{a}{n}$ と $\frac{b}{n}$ は各何れが大なるか.

12. (一) a^2-25　(二) $(a-2)(7-a)$ 卽ち $-(a-2)(a-7)$ の數値は,各 a

附　　録

目　次

〔一〕 摘　要

頁

1. 第一篇 (緒論,四則の原理,負の數) 摘要 13問 … 1
2. 第二篇 (代數式の四則) 摘要 13問 … … … 2
3. 第三篇 (一次方程式) 摘要 26問 … … … … 3
4. 第四篇 (因數分解法,公約數及公倍數) 摘要 22問 … 6
5. 第五篇 (分數式,一次方程式の續き) 摘要 38問 … 8

〔二〕 整數の性質

1. 素數の求め方 … … … … … … … 12
2. 9 或は 3 にて割りたる剰餘 … … … … 13
3. 互に素なる數に關する原則 … … … … 15

練習問題 63問 … … … … … … … 17

〔三〕 簡便計算法

1. 5, 25, 125, 625 にて乘除する場合 … … 24
2. 直加乘法,直減乘法,直加除法 … … … 24
3. 乘法の公式による場合二種 … … … … 26

練習問題 33問 … … … … … … … 27

附　　録

〔一〕 摘　要

1. 第一篇 (緒論,四則の原理,負の數) 摘要

1. 次の諸語の定義を述べよ.

(一) 代數學,代數式,同値の式,代數計算,因數

(二) 乘冪,單項式,多項式,恒等式,方程式

2. 次の諸原則を諳誦せよ.

(一) 加法の原則(二ツ), 減法の原則(五ツ), 加法減法の原則(五ツ)

(二) 乘法の原則(三ツ), 除法の原則(八ツ), 乘除法の原則(三ツ)

3. 減法及除法の定義,逆數の定義を復唱せよ.

4. (一) 還元法の規則を述べよ.

(二) $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-1\frac{1}{2}\right)-1\frac{1}{2}\right\}-1\frac{1}{2}\right]=1\frac{1}{2}$ を解け.

5. 負の數に關する根原の規定を例につきて述べよ.

6. 負の數の加法及減法の規則を述べよ.

7. 代數學上の數を各種共三つ,例を擧げて表解せよ.

8. 零の定義を述べよ. 零に關する計算の規則を述べよ.

9. 負數單位とは如何. $+a$ と $-a$ との意義如何.

10. 次の各方程式を解け.

$(x-7)(x-5)=0$　$x(x+5)=3(x+5)$　$x^2-3x=0$　$\frac{x-2}{x(x-3)}=\frac{x-2}{8(x-3)}$

11. $a>b$ とす,(一) an と bn,(二) $\frac{a}{n}$ と $\frac{b}{n}$ は各何れが大なるか.

12. (一) a^2-25　(二) $(a-2)(7-a)$ 卽ち $-(a-2)(a-7)$ の數値は,各 a

の數値が如何なる場合に正の數となり，負の數となり，又は零となるべきか.

13. $a=3,\ b=-5,\ c=-7$ として，次の等式を驗せ

$$\left(\frac{a+b+c}{3}-a\right)+\left(\frac{a+b+c}{3}-b\right)=\left(c-\frac{a+b+c}{3}\right)$$

2. 第二篇(代數式の四則)摘要

1. 係數，指數，同類項の定義を述べよ.
2. 同類項加法の規則を述べよ.
3. 括弧を取り去る規則と，括弧に括る規則(加法，減法に於ける)を述べよ.
4. $1.34x^2-7.6x+9.37 \quad -9.4x^2-8.7x-81.7 \quad 9.76x^2+9.3x+4.33$ を加へよ(驗算 $x=10$).
5. $$\begin{array}{l}\frac{5}{3}x+\frac{7}{2}y-\frac{9}{4}z-\frac{11}{6}u+\frac{13}{3}v-\frac{5}{8}p+\frac{1}{4}\\ \frac{7}{2}x-\frac{9}{4}y-\frac{11}{6}z+\frac{13}{3}u-\frac{5}{3}v-\frac{7}{12}p-\frac{5}{12}\\ \hline\end{array}(-$$
6. 乘冪，及其底數の定義を述べよ. 又例に就て積の式と冪の式との相違を示せ.
7. 指數の定則を述べよ.
8. $2^9-9^2 \quad 25^3.12^2 \quad \frac{2\,3^6+3.2^6}{7.3^2+3.7^2} \quad \frac{3(2a^2b^3)^2}{4(3x^3y^2)^3}\cdot\frac{7(3x^4y^3)^2}{5(2ab^2)^3}$ を各計算せよ.
9. 多項式ノ整頓法如何. 次の各を x の降冪の順に整頓せよ.

(一) $lx^2+lmx-mx^2-mnx+lmn-lnx-nx^2$

(二) $7\frac{1}{2}x\left(\frac{5}{3x}-\frac{3}{10}-\frac{x}{15}\right)-\frac{2}{3x}\left(2x-3\frac{1}{4}x^2-\frac{3}{4}x^3\right)$

(三) $2xy-\frac{3}{2}x(2x-y)-3\left\{\frac{xy}{2}-\frac{2}{3}y(x+2y)\right\}$

10. 次の各式を展開せよ(x の降冪の順に).

$(x+a)(x+b)(x+c) \quad \left(\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x+\frac{3}{4}\right)$ {驗算 $x=6$}

11. $\{nx^3+(n^2+n-2)x^2-3nx^2-n^2+n+2\}\div(x+n+1)$ {驗算 $n=2x=4$}
12. 剰餘の定理を述べよ.
13. 剰餘の定理によりて，$x\pm1,\ x\pm2,\ x\pm4,\ x\pm8$ の中，何れが $3x^3-14x^2+20x-8$ の約數なるかを求めよ.
14. 問題第十五より第十九迄を反復練習せよ(二度或は三度繰り返せ)此場合には迅速を主眼として，正しき答を求むべし(第40節分離係數を參照).

3. 第三篇(一次方程式)摘要

1. 一元一次方程式とは如何.
2. 方程式解法の基本の法則(五ツ)を擧げよ.
3. $\frac{4(13x-0.6)}{5}+\frac{3(1.2-x)}{10}=\frac{9x+0.2}{20}+\frac{5+7x}{4}+x$ を解け.
4. $5\frac{1}{3}-2\frac{1}{2}\left(4.6-3\frac{1}{3}x\right)=4.7x-0.8\left(3\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}\right)$ を解け.
5. $(x-3)(x-4)=(x-6)(x-2)$ なる場合に $(x-2)(x-3)$ 及 $(x-4)(x-6)$ の數値を求む.
6. $(2x+1)(x-2)=(2x-1)(x-3)+n$ を，(一) 方程式として解け，(二) n が $7,\ -5,\ 4x,\ 4x-5$ の各場合に於ける x を求む.
7. 二元一次方程式，聯立方程式の定義を述べよ.
8. 一組の聯立方程式に就て三通りの解法(加減法，代入法，比較法)を例示せよ.
9. $\begin{cases}23x+15y=4\frac{1}{4}\\ 48x+45y=18\end{cases} \quad \begin{cases}\frac{2x-y+3}{3}-\frac{x-2y+3}{4}=4\\ \frac{3x-4y+3}{4}+\frac{4x-2y-9}{3}=4\end{cases}$ の各を解け.
10. 次の各に就て，未知元の比を求む.

$$\begin{cases}\frac{1}{3}y=\frac{1}{x}x-1\\ \frac{1}{4}y=\frac{2}{5}x-1\end{cases}\qquad\begin{cases}x-2y+z=0\\ 3x+y-2z=0\end{cases}$$

11. 聯立三元一次方程式解法に於ける加減法及代入法の規則を述べよ.

12. 次の各聯立方程式を解け.

$$\begin{cases}x+2y+3z=15.4\\ 3x+5y+7z=37.4\\ 5x+8y+11z=59.4\end{cases}\qquad\begin{cases}(2x-1)(y+1)=2(x+1)(y-1)\\ (x+4)(z+1)=(x+2)(z+2)\\ (y-2)(z+3)=(y-1)(z+1)\end{cases}$$

13. 次の各を解け, (一) は先づ根の比を求む.

$$(一)\begin{cases}x+2y+3z-9u=0\\ 3x-y-5z+u=0\\ 2x+3y-4z-5u=0\\ x+y+z+u=24\end{cases}\qquad(二)\begin{cases}3x+y+z=20\\ x+4y+3u=30\\ 6x+z+3u=40\\ 8y+3z+5u=50\end{cases}$$

14. $2x+3y=2$ $6x-3y=2$ $3x-y=m$ が聯立する様に m の數値を定めよ.

15. $2a+5b=53$ に適合する様に a, b の數値を正の整數にて五組求む.

16. 二位の整數あり, 此數の一の位の數字と十の位の數字とを入れ換へて得る數を原數に加へたる和は 55 なり, 二つの數字の間の關係式如何. 斯様なる二位の整數を總て求む.

17. $6x^3+lx^2+30x+m$ が $2x-1$, $x-3$ にて整除せらるる様にせんには, l, m の數値を如何に定むべきか.

18. 或温度が華氏寒暖計の f 度にして, 攝氏の c 度なりと.
(一) f と c との關係式を求む. (二) 又 $f-c=53.9$ (三) $f=c$ (四) $f=-c$ なる場合の f, c を求む.

19. 方程式應用問題解法の段階如何.

20. 敵軍は戰敗れて, 其兵員の $\frac{2}{9}$ 死傷し, 1.29 萬人捕虜となれり. 其後敵は 0.6 萬人の援兵を得たれども, 追撃戰に於て其時の兵員の $\frac{1}{6}$ を失ひ, 今 10.8 萬人を餘せり. 初め戰場に臨みし敵の兵數如何.

21. 或人土地若干坪を三子に分配するに長子には, 先づ百坪と殘りの四分の一とを與へ, 殘りの中より次子には二百坪と其殘りの四分の一とを與へ, 末子には其殘りを悉く與へたるに丁度全面積の三分の一に當れり. 各子の取り前を求む.

22. 林檎 850 箱を甲乙丙三人の商人に分配したるに, 甲のを 30 箱增し, 乙のを 10 箱增せば, 其比は 7:6 となり, 又乙のより 40 箱を減らし, 丙のに 10 箱を增せば, 相等しくなるといふ. 各の取り前如何.

23. 甲乙丙三人の農夫あり, 甲乙の兩人にて耕すに, 6 日間に田地 7 段 2 畝を, 甲丙の兩人ならば 9 日間に 9 段 7.2 畝を, 乙丙の兩人ならば, 15 日間に 1 町 4 段 4 畝を耕し得べしといふ. 各が一日に成す仕事の量を求む.

24. 二十年前には, 材料と手間賃と合せて五千圓にて出來上りし建築物が, 材料は十割, 賃金は七割五分騰貴したる現時にては九千二百圓を要すといふ, 此建物の材料及手間賃現今幾許なるか.

25. 二十圓金貨 (1 箇の目方 $\frac{40}{9}$ 匁) x 箇と, 十圓金貨 (1 箇 $\frac{20}{9}$ 匁) y 箇と, 五十錢銀貨 (2.7 匁) z 箇との金高合せて 280 圓あり.
(一) 五十錢銀貨の金高は十圓金貨の金高の $\frac{1}{5}$ に等しく, 又十圓金貨の金高は二十圓金貨の金高より 50 圓多しと

いふ, 各貨幾箇宛なるか. (二) (金高は合計280圓) 若し又貨幣の數合計 38 箇, 目方合計 114 匁ならば各貨幾箇宛なるか.

26. 甲, 乙, 丙三人あり, 各若干金を所持す, 最初に乙, 丙の所持金に等しき分の金高を甲より夫夫乙丙に與へ, 次に此時乙は, 甲, 丙の所持金に等しきだけの金高を甲丙に與へ, 最後に此時, 甲, 乙の所持金に等しきだけの金高を丙より夫夫甲乙に與へたるに三人の所持金相等しく何れも 64 圓となれりといふ. 最初各人何程所持せしか.

又 64 圓を m 圓とすれば如何 (解法を選ばず).

4. 第四篇 (因數分解法, 公約數及公倍數) 摘要

1. 因數分解 (整數の, 及代數式の), 素數, 非素數, 素因數の定義を述べよ.
2. 同一文字に就て, 二つの多項式 A, B ある時. A を, B を法として部分分解すとは如何.
3. 1 と 100 との間にある素數 25 箇を迅速に呼べ.
4. (一) a^2b^2c, (二) 72 に就て, 各の總ての約數を求む.
5. 12^2, 20^3, $27^2\times36^2$, $45^3\times56^3$, $63\times72^2\times81^3$ を各素因數に分解せよ.
6. 乘法の公式 (或は肝要なる例) を七つ諳誦せよ.
7. 因數分解法の公式 (或は例) を九ツ諳誦せよ.
8. 最大公約數, 最小公倍數 (整數の, 及代數式の) の定義を述べよ.
9. 1286, 651 の最大公約數を, 連除法によりて求め, 且其理由を說明せよ,
10. 最小公倍數に關する法則を四ツ述べよ.
11. 2684, 6028 の總ての公約數を求む.

12. 1107, 3075, 7421 の最小公倍數を求む.
13. 1 より 20 迄の整數の最小公倍數を求む.
14. $x^2-mx+60$ が $(x-a)(x-b)$ といふ形に分解せらるる樣に m, a, b (何れも正或は負の整數) を求めよ.
15. $x^2-17x+m$ が $(x-a)(x-b)$ といふ形に分解せらるる樣に m, a, b (何れも正の整數) を求めよ.
16. 乘法の公式によりて, 次の各を展開せよ.

(一) $(mx+ny)(tx+ny)$ $(mx-n)(tx-n)$ $(3x+5y)(6x-7y)$

(二) $(x+3)(x+5)+(x-3)(x+5)+(x+3)(x-5)+(x-3)(x-5)$

(三) $(x^2+nx+n^2)(x^2-nx+n^2)$ $(5x^3-x^2+4x-3)(5x^3-x^2-4x+3)$

(四) $(-a+b+c-d)(-a-b-c+d)-(-a-b+c+d)(a-b-c+d)$

(五) $(2x^2+3x-4)^2-(3x^2-4x+2)^2$ $\left(6x^2-3x+4-\frac{2}{x}\right)\left(6x^2+3x-4-\frac{2}{x}\right)$

(六) $(x+a)^2(x+b)$ $(x+a)^2(x+b)^2$ $(2y-3z)(4y^2+6yz+9z^2)$

(七) $(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)=x^4+14x^3+71x^2+(\ )x+120$, ( ) を求む.

(八) $(x+y+z)(x+y-z)(y+z-x)+(x+y-z)^2(x-y+z)$

$=(\ )x^2+(\ )x+(\ )$, ( ) を求む.

17. 次の各を因數に分解せよ.

(一) $xy^2z+7yz-8xy-56$ $95p^2q-209pq^2-5p+11q$

(二) $4a^2+10a+6$ $4x^2y^2-2xy-90$ $9x^2+15xy-104y^2$

(三) $27x^2+90xy+75y^2$ $3a^2-5a-3b^2+5b$ $3a^2-6ab-4a+3b^2+4b$

(四) $m^2-4mn+4n^2-9p^2$ $121a^2-9b^2-6bc-c^2$ $(x+n)^4-(x-n)^4$

(五) $(x^2-10)(x^2-3)-78$ $(x^2-5)^2+(x^2-1)^2-40$ $6x^4-35-11x^2$

(六) $x^4+b^2x^2+b^4$ $x^4-4(a^2+b^2)x^2+4a^2b^2$ $a^2x^4-(a^4+1)x^4+a^2$

(七) $(b-1)^2+4b$ $(x^2+y^2)^2-(x^2-y^2)^2$ $(4x^2+9y^2)-24x^2y^2$

(八) $(x^3-y^3)-x(x^2-y^2)+y(x-y)^2$ $4x^2-(x^2-b^2+1)^2$

(九) $15a^3-15+2a^2+2a+2$ x^3-343n^3 $8x^3-36x^2y+54xy^2-27y^3$

(十) $2x^3-5x^2+5x-2$ $6x^3-19x^2+19x-6$ $2x^3-7x^2+7x-2$

18. 次の各式を平方に括れ.

(一) $(9-2x)^2-(1-3x)^2$ $15-7x+2x^2$ $(a-x)(b+x)$

(二) $18x^2+10xy-15y^2$ $3x^2-xy-10y^2$ $(a+x)(b-x)+(a-x)(b+x)$

19. 二數の和を s, 其差を d, 其積を p とす, よりて次の各場合の問題を解くこと.

(一) p と d とが, 次の如き場合に s^2 を求む.

$(p=48,\ d=22)$ $(48,\ 8)$ $(48,\ 13)$ $(12,\ 11)$ $(72b^2,\ b)$ $(60,\ 11)$

(二) p と s とが, 次の如き場合に d^2 を求む.

$(p=24,\ s=25)$ $(24,\ 14)$ $(36,\ 13)$ $(40n^2,\ 13n)$ $(60,\ 19)$ $(18,\ 11)$

(三) s と d とが次の如き場合に p を求む.

$(s=80,\ d=2)$ $(80,\ 4)$ $(100,\ 8)$ $(160,\ 10)$ $(600,\ 12)$ $(800,\ 16)$

20. $n^4-3n^3+20n^2-33n+45$, $n^4+n^3-10n^2+23n-21$ の最大公約數を求めて, 各を因數に分解せよ.

21. $7x^2+20x-3$, $5x^2+16x+3$, x^3+3x^2+5x+5 の最小公倍數を求む.

22. $3x^3+x^2-8x+4$, $3x^3+7x^2-4$, $x^3+6x^2+11x+6$ の最小公倍數を求む.

5. 第五篇(分數式. 方程式の續き)摘要

1. 分數, 約分, 通分の意義を述べよ.

2. 帶分數を假分數に直し, 假分數を帶分數に直す法則を述べよ.

3. 分數の基本の性質を五つ述べよ.

4. 次の各分數の分子分母の最大公約數を求む.

$$\frac{119}{91}=\frac{51}{39}=\frac{119+51}{91+39}=\frac{119-51}{91-39}=\frac{119.m\pm51.n}{91.m\pm39.n}$$

5. 次の各を, 帶分數, 或は眞分數にて答へよ(既約にして).

$$\frac{6x^3+5x^2+6x-5}{2x^3+3x^2+4x-3} \qquad \frac{4a^2+b^2}{4a^2-b^2}-\frac{2a-b}{2a+b} \qquad x-\frac{x^2}{x+1}+\frac{x}{x-1}$$

6. 次の各の大さの順序を定めよ(文字は何れも正の整數を表すものとす).

$$\left(\frac{a}{a+b},\ \frac{a+c}{a+b+c},\ \frac{a+nc}{a+b+nc}\right) \qquad \{a\times(a+b+c),\ (a+b)(a+c)\}$$

7. (約分) $\dfrac{a^4+ab(a^2+b^2)+b^4}{a^4+a^2b^2+b^4}$ $\dfrac{x^6+y^6}{x^4-x^2y^2+y^4}$ $\dfrac{n^6+n^4-n^2-1}{n^8-n^6+n^2-1}$

8. 通分の演算の組立てを例によりて述べよ.

9. $\dfrac{n+2}{n+1}+\dfrac{n+1}{n}+\dfrac{n}{n-1}-3$ $\dfrac{x+y}{x^3-y^3}+\dfrac{x-y}{x^3+y^3}-\dfrac{2(x^2-y^2)}{x^4+x^2y^2+y^4}$ の各を計算せよ.

10. $\dfrac{34n+27}{(4n+3)(7n+6)}=\dfrac{(\ \ )}{4n+3}+\dfrac{(\ \ )}{7n+6}$ の(　)を求む(n を含まず).

11. $\left(\dfrac{x}{a}-\dfrac{a}{x}-\dfrac{y}{b}-\dfrac{b}{y}\right)\left(\dfrac{x}{a}+\dfrac{a}{x}-\dfrac{y}{b}+\dfrac{b}{y}\right)$ を展開せよ.

12. $\dfrac{a^3x-x^4}{ax^2+a^2x}\div\left\{\dfrac{a^4+a^3x+a^2x^2}{(a^2-x^2)^3}\div\left(1+\dfrac{x}{a}\right)^2\right\}$ を簡單にせよ.

13. $-\dfrac{x}{2y}\left(-\dfrac{2y}{4z}+\dfrac{4a}{5x}-\dfrac{3ay}{5bx}\right)-\dfrac{3a}{5z}\left(\dfrac{5x}{2a}-\dfrac{7z}{3y}+\dfrac{z}{2b}\right)$ を簡單にせよ.

14. $nx^2+bx-\dfrac{2b^2}{n}$, $\dfrac{n^2}{b^2}x^2-\left(2n+\dfrac{n}{b}\right)x+2b$ の最大公約數如何.

15. $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{m}{a}+\dfrac{n}{b}\right)$ と $\dfrac{m+n}{a+b}$ との差を求む.

16. 一斤 a 錢の茶 m 斤と, 一斤 b 錢の茶 n 斤とを混合すれば, (一) 平均一斤何程, (二) m 錢より何程安きか, (三) n 錢より何程高きか(但 $m<n$).

17. $x:y:z=3:4:5$ なる時, 次の各の數値を求む.

$$\frac{x}{x+y}+\frac{3y}{7(x-y)}-\frac{y^2}{x^2-y^2} \qquad \frac{x+2y}{2z-x}+\frac{x-2y}{2z+x}-\frac{4xz}{4z^2-x^2}$$

18. $a=3,\ b=4,\ c=6$ として次式を計算せよ.

$$\frac{bc(a+x)}{(a-b)(a-c)}+\frac{ca(b+x)}{(b-c)(b-a)}+\frac{ab(c+x)}{(c-a)(c-b)}$$

19. $\dfrac{x^2-(m+p)x+mp}{x^2-(m+n)x+mn}$ の數値は m の數値如何に係はらざることを說明せよ(驗算 $x=3$, $n=5$, $p=6$, $m=0, 1, 2, 3$).

20. $n=3$ なる時 $\dfrac{9+8n^2-n^4}{n^5-3n^4-n-3}$ の數値を求む.

21. 某數あり, 之に次次 a を加へ, b を掛け, c を引き, d にて割りたるに商 m, 剩餘 r を得たり, 元數幾許.

22. $x-\dfrac{1}{x}$　$x^3-\dfrac{1}{x^3}$　$x^2-2x+1-\dfrac{4}{x}+\dfrac{4}{x^2}$ を各因數に分解せよ.

23. 20秒間に $\dfrac{1}{6}$ 哩駛る汽車は t 時間に幾哩駛るか, 又 l 哩を幾時間に駛るべきか.

24. a 人の男子, 或は b 人の童子にて, n 日間に m 段の田を耕すといふ. 今 $(a-p)$ 人の男子が $(n-p)$ 日間に $(m+p)$ 段の田を耕作せんには, 助力すべき童子の數幾許.

25. 次の式の括弧を取り去れ.

(一) $2a-\{3b-(5b-2x)\}+\{b-(-3x-4a)\}$

(二) $2a\div\{3b\div(5b\div2x)\}\times\{b\div(1\div3x+3a)\}$

26. $\dfrac{a+x}{x(x-y)(x-z)}+\dfrac{a+y}{y(y-z)(y-x)}+\dfrac{a+z}{z(z-x)(z-y)}$ を計算せよ.

27. $\dfrac{\dfrac{m^2}{n^2}+\dfrac{n^2}{m^2}+2}{\dfrac{m^3}{n^3}-\dfrac{n^3}{m^3}-3\left(\dfrac{m}{n}-\dfrac{n}{m}\right)}\div\dfrac{\dfrac{m}{n}+\dfrac{n}{m}}{\dfrac{n^4}{m^2}+\dfrac{m^2}{n^2}-2}$ を計算せよ.

28. $\dfrac{l+m+n-3lmn}{l'+m'+n'-3l'm'n'}$ に就て, $l=\dfrac{x+a}{x-a}$, $m=\dfrac{x+b}{x-b}$, $n=\dfrac{x+c}{x-c}$

$l'=\dfrac{x}{x-a}$, $m=\dfrac{x}{x-b}$, $n=\dfrac{x}{x-c}$ として計算せよ.

29. $k=\dfrac{px+p}{px+s}$, $l=\dfrac{py+q}{ry+s}$, $m=\dfrac{p}{r}$, $n=\dfrac{q}{s}$ として, 次式を計算せよ.

$$\frac{k-m}{l-m}\div\frac{k-n}{l-n}$$

30. 分數方程式(一元)の解法の規則を述べよ. 又標準の解法を例示せよ.

次の各方程式を解け(31−38).

31. $\dfrac{3x+1}{x}-\dfrac{48x+19}{16x+1}=\dfrac{1}{791}$　$\dfrac{12-15x}{12-28x}=\dfrac{35-15x}{35-28x}$

32. $\dfrac{2x^2-3x+5}{7x^2-4x-2}=\dfrac{2}{7}$　$\dfrac{2x^2-14x+9}{3x^2-14x+24}=\dfrac{3}{8}$　$\dfrac{ax^2-bx+c}{mx^2-nx+p}=\dfrac{c}{p}$

33. $\dfrac{5x-1}{3(x+1)}-\dfrac{2x+2}{2(x-1)}=\dfrac{x^2-30x+2}{6x^2-6}$　$\dfrac{a}{c}-\dfrac{ax}{cx-1}=\dfrac{c}{a}-\dfrac{cx}{ax-1}$

34. $\dfrac{7x-13}{2x-1}+\dfrac{13x-28}{2x-3}+\dfrac{28x+43}{4x^2-8x+3}=10$

35. $\dfrac{ax-b}{mx-p}+\dfrac{cx-d}{nx-q}+\dfrac{(bn+dm)x-(bq+dp)}{(mx-p)(nx-q)}=\dfrac{a}{m}+\dfrac{c}{n}$

36. $\begin{cases}\dfrac{x-c}{y-c}=\dfrac{a}{b}\\ x-y=a-b\end{cases}$　$\begin{cases}\dfrac{5x}{0.7}+\dfrac{0.3}{y}=6\\ \dfrac{10x}{7}+\dfrac{9}{y}=31\end{cases}$　$\begin{cases}(x+1)(2y+1)=5x+9y+1\\ (x+2)(3y+1)=9x+13y+2\end{cases}$

37. $\begin{cases}\dfrac{x-a+c}{y-a+b}=\dfrac{b}{c}\\ \dfrac{x+c}{y+b}=\dfrac{a+b}{a+c}\end{cases}$　$\begin{cases}\dfrac{6}{x}+\dfrac{4}{y}+\dfrac{5}{z}=4\\ \dfrac{3}{x}+\dfrac{8}{y}+\dfrac{5}{z}=4\\ \dfrac{9}{x}+\dfrac{12}{y}-\dfrac{10}{z}=4\end{cases}$　$\begin{cases}-ax+by+cz=p\\ ax-by+cz=q\\ ax+by-cz=r\end{cases}$

38. $\begin{cases}y+z+u=a\\ z+u+x=b\\ u+x+y=c\\ x+y+z=d\end{cases}$　$\begin{cases}y+z=au\\ x+z=bu\\ x+y=cu\\ \dfrac{1-x}{1-y}=\dfrac{a}{b}\end{cases}$　$\begin{cases}x+y=m\\ y+z=a\\ z+u=n\\ u-x=b\end{cases}$　$\begin{cases}7x+5y+z-u=a\\ 7y+5z+u-x=b\\ 7z+5u+x-y=c\\ 7u+5x+y-z=d\end{cases}$

〔二〕 整數の性質

1. 素數の求め方

100より小なる素數の求め方 1より100までの整數を悉く書きて(十箇づつ十行に書くがよし)

(一) 2を殘して,其次より,偶數を悉く消し

(二) 次に3を殘して,其次より3の倍數を悉く消し

(三) 5を殘して,其次より5の倍數を悉く消し

(四) 7を殘して,其次より7の倍數を悉く消せば

殘れる26箇の整數は總て素數なり. 即ち次の如し

1	2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37
41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97

〔注意1〕 上の手數を(一),(二),(三),(四)まで行へば10迄の數の倍數は,悉く消されたる譯なるゆゑ,消し殘りの數は10迄の數の倍數ならざるものなり. 然るに11の倍數は如何にといふに,$11\times11=121$にして書きたる數の中にあらず,故に消し殘りの數は皆素數なり.

〔例題〕 1. 上の仕方によれば,何故に,**4**の倍數,**6**の倍數,**8**の倍數,**9**の倍數は消されたる譯なるか.

2. 101より120までの整數を悉く書きて,之に上の(一),(二),(三),(四)の手數を施して,其中より素數を五つ見出せ.

〔例〕 421は素數なるか. 答 421は素數なり.

説明 421は2,3,5,7の何れにても割り切れず(諳算),次に

$$\begin{cases}421=11.38+3\\ \;\;,,\;=13.32+5\\ \;\;,,\;=17.24+13\\ \;\;,,\;=19.22+3\\ \;\;,,\;=23.18+7\end{cases}$$

商が法より小さくなつても割り切れず,故に素數なり(注意1參照).

〔注意2〕 $a=n.q+r(r<n)$に於て,nに,順次に2,3,5,7,11,...なる素數を當箝めて,部分分解したる時,qがnより小となりても尚剩餘rが零となることなければaは素數なるなり(**或整數aが素數なるか,非素數なるかを確むる方法**).

2. 9或は3にて割りたる剩餘

〔例一〕 (一) 例へば千より1を引けば殘りは999にして9の倍數なり. 二千は千が二つ集まれるものなる故,各の千より1を引き,都合二千より2を引けば,殘りは9の倍數となる,故に **2000=(9の或倍數)+2** なり.

(二) 又例へば2635は,2000と,600と,30と,5ととの集まれるものにして,

$$\begin{cases}2000\text{ は (9の或倍數)と 2 との集まれるもの}\\ 600\text{ は (9の或倍數)と 6 との集まれるもの}\\ 30\text{ は (9の或倍數)と 3 との集まれるもの}\end{cases}$$

故に **2635は(9の或倍數)と(2+6+3+5)との集まれるものなり.**

(三) 之と同樣にして,或他の整數7584は9の或倍數と,(7+5+8+4)との集まれるものなることを知る. 故に

〔法則1〕 一つの整數の數字の和を9にて割りたる剩餘は,其整數を9にて割りたる剩餘に當る.

〔例二〕 又9の中には,3が丁度三つ含まるる故,例一(二)によりて,次のことが分る.

2635 は (3 の或倍數) と (2+6+3+5) との集まれるものなり.

故に次の法則を得.

〔法則2〕 一つの整數の數字の和を3にて割りたる剩餘は,其整數を3にて割りたる剩餘に當る.

〔例三〕 例へば五桁の整數は

$$ax^4+bx^3+cx^2+dx+e,\ 但し\ x=10$$

にして,之を(一) $(x-1)$ にて割りたる剩餘は $(a+b+c+d+e)$ なり,(二) $(x+1)$ にて割りたる剩餘は $(a-b+c-d+e)$ なり(剩餘定理).

(一)によれば前の〔法則1〕を得.(二)によれば次の法則を得.

〔法則3〕 一つの整數の數字に,一位より初めて,交互に〔+〕,〔−〕,〔+〕,〔−〕.....の符號を附したるものの和を11にて割りたる剩餘は,其整數を11にて割りたる剩餘に當る.

例へば　56432=(11の或倍數)+(2−3+4−6+5)

　　　　　　　=　　　　〃　　　+2

又例へば 756432=(11の或倍數)+(2−3+4−6+5−7)

　　　　　　　=　　　　〃　　　−5

　　　　　　　=(11の或倍數)+(11−5)

　　　　　　　=　　　　〃　　　+6

〔例題〕 **1.** 次の各數を9にて割りたる剩餘を求む.

13257　32571　38567　85673　35642　56432

2. 次の各數を3にて割りたる剩餘を求む.

685005　850056　386124　361248　38567

3. 117　375　1542　3836　23450　117375　3751542　の各を,(一)9にて,(二)3にて,(三)11にて割りたる剩餘を求む.

4. (一) $(ax+b)(cx+d)$ を x にて割りて得べき剩餘を求む.

(二) 117×375 を10にて割りて得べき剩餘を求む.

(三) 117×375　3856×2543 の各を9にて割りて得べき剩餘を求む(實際積を作り,其積に就て再試みよ)

3. 互に素なる數に關する原則

〔例一〕 468 と 204 との公約數 2, 3, 4, 6 等は總て,其最大公約數の約數にして,最大公約數は總ての公約數の倍數なることを說明せよ.

說明 (甲) 204 と 468 とは其公約數 n (n は 2, 3, 4, 6 等を通じて表す)の倍數なる故,468 より 204×2(=408) を引きたる殘り 60 も n の倍數なり.

次第に此の如くして,連除法に於ける最後の除數(最大公約數)まで n の倍數なることが分る.

```
              2                                        2
(甲) 204 ) 468 ......................(乙)...68n ) 156n
           408     3 ..............................136n     3
            60 ( 204 ............................ 20n ) 68n
                 180    2 .............................60n     2
                  24 ( 60 ..............................8n ) 20n
                        48   2 ..............................16n     2
     最大公約數 .........12 ) 24 ............... 最大公約數 ....4n ) 8n
                             24 .................................... 8n
```

說明 (乙) 例へば公約數の一つ3を,n にて表せば,468 と 204 とは $156n$ と $68n$ とにて表さる.之にて連除法(乙)を行へば最大公約數は $4n$ となりて,n の倍數なることが分る.

之によりて次の原則を得.

〔原則1〕 二つの數の最大公約數は,其二つの數の公約數の倍數なり.　二つの數の總ての公約數は,其二つの數の最大公約數の約數なり.

〔例二〕 互に素なる數27と16との一つ27に,或整數nを掛けたるもの$27n$が16の倍數なる時は,nは16の倍數なることを說明せよ.

説明 16と27とは互に素なる數なる故,$16n$と$27n$との最大公約數はnなり……………………………………………(a)

又16は$27n$の約數なる故(假定),16は$27n$と$16n$との公約數なり……………………………………………………(b)

(a)と(b)とによりて,16はnの約數にして,nは16の倍數なることを知る(原則(1)による).

```
     1
16 ) 27
     16    1
     11 ) 16
          11    2
           5 ) 11
               10   5
最大公約數 .. 1 ) 5
                    5
```

```
      1
16n ( 27n
      16n     1
      11n ) 16n
            11n     2
             5n ) 11n
                  10n    5
最大公約數 ...n ( 5n
                         5n
```

之によりて次の原則を得.

〔原則2〕 anがbの倍數にして,aとbとが互に素なる數なる時は,nはbの倍數なり.

〔例三〕 45×51が,素數17の倍數にして,45が17の倍數にあらずとすれば,51は17の倍數なることを說明せよ.

説明 45は17の倍數にあらず,又17は素數なる故,17と45との間には1より外の公約數なし,卽ち17と45とは互に素なる數なり.

然して45×51は17の倍數なる故,51は17の倍數なり(原則2による).

之によりて次の原則を得.

〔原則3〕 積が或素數の倍數なる時は,因數の中少くとも一つは,此素數の倍數なり. 或素數の倍數にあらざる數の積は亦此素數の倍數にあらず.

〔原則4〕 互に素なる二つの數の最小公倍數は其二つの數の積なり.

例へば20と11との最小公倍數は20×11=220なり. 此事は,原則2によりて說明せらる.

```
3寸 ) 33寸, 60寸
       11    20
(最小公倍量)=3寸×11×20
           =66尺
```

一米(33寸)と一間(60寸)との最小公倍量を求むる,左記の算法は此原則4によりて說明せらる.

練習問題

生徒諸子が,次の諸問題を反復練習することは,各種の計算に熟達する基本となるものにして肝要なることなり.

1. 1より50迄の整數を次の四種に分類せよ.

(一) 偶數にして3の倍數ならざるもの

(二) 偶數にして3の倍數なるもの

(三) 奇數にして3の倍數ならざるもの

(四) 奇數にして3の倍數なるもの

次の各數の中,非素數は之を素因數に分解し,素數は其素數なることを確めよ(2−5).

2. 108 140 450 2520 12000 12^2 18^2 20^2

3. 193 91×111 10300 30.51.28 14.36.390 499

4. (2.3.5.7)+1 (2.2.5.7)+1 (1.2.3.4.5.6.7)+1 91×121 85×870

5. 1935000 108×156 98×225 91.104.117 51.374.462

6. 二數の和をs,其差をd,其積をpとす. 次の各場合に於ける二數を求む.

(一)　($p=24$, $s=11$)　(30, 7)　(32, 4)　(40, 6)　(40, 13)

(二)　($p=28$, $d=12$)　(48, 13)　(48, 22)　(28, 3)　(20, 8)

(三)　$\left(p=\frac{3}{9},\ s=\frac{4}{3}\right)$　$\left(\frac{4}{9},\ \frac{4}{3}\right)$　$\left(\frac{40}{9},\ \frac{13}{3}\right)$　$\left(\frac{8}{9},\ \frac{6}{3}\right)$　$\left(\frac{15}{16},\ 2\right)$

(四)　$\left(p=\frac{28}{4},\ d=\frac{3}{2}\right)$　$\left(\frac{20}{9},\ \frac{8}{3}\right)$　$\left(\frac{40}{36},\ \frac{3}{6}\right)$　$\left(\frac{20}{3},\ \frac{4}{3}\right)$　$\left(\frac{35}{9},\ \frac{2}{3}\right)$

(五)　$\left(p=\frac{35}{9},\ s=4\right)$　$\left(\frac{10}{9},\ \frac{13}{6}\right)$　$\left(\frac{9}{4},\ \frac{15}{4}\right)$;　$\left(p=\frac{20}{3},\ d=\frac{4}{3}\right)$　(1500, 20)

7. 正方形の一邊を表す數が,次の各場合に於て,其等の正方形の面積を表す數を素因數に分解せよ.

12　144　1150　2160　$2^3.3^2.5$　10000

8. 正方形の面積を表す數が,次の各場合に於て,其等の正方形の一邊の長さを表す數を求む.

144　576　625　1024　1296　1521

9. 立方體の一邊を表す數が,次の各場合に於て,其等の立方體の體積を表す數を素因數に分解せよ.

8　216　512　1150　2160　$2^4.3^3.5^2$　7000

10. 立方體の體積を表す數が,次の各場合に於て,其等の立方形の稜の長さを表す數を求む.

216　512　1331　3375　13824　157464　31255875

11. 上の問題 **2.** の八つの數の積を素因數に分解せよ.

12. 100 と 200 との間にある總ての素數 21 箇を求む.

次の各組の數の最大公約數を求む(**13-15**).

13. (24, 36)　(16, 32)　(150, 180)　(108, 180)　(12, 18, 30)　(88, 132)

14. (88, 121)　($65n$, $91n$)　($85t$, $51t$)　(39, 51)　(221, 1821)　(437, 1691)

15. (39, 741)　(343, 5586)　(949, 1387)　$\left(\frac{98}{n},\ \frac{294}{n}\right)$　$\left(\frac{645}{x},\ \frac{1204}{x}\right)$

次の各比,或は各連比を最簡なる整數の比に直して答へよ,

亦各比の項の最大公度を求む.(**16-19**).

16. (90円:126円:234円)　(160日:100日:128日)　(18.米75:14.米25:10.米5:6米75)

17. (2.円25:3.円75:1.円5)　(15日:21.日5:13.日5)　(3噸$\frac{560}{2240}$:20噸$\frac{392}{2240}$)

18. (858坪:429坪:286坪)　(4段9畝21歩:3段5畝15歩:2段1畝9歩)

19. (3663:4477)　(4738:8234)　(4559:7004)　(13618:38830)

20. 次の各分數を既約分數に直せ,且分子分母の最大公約數を求む.

$\frac{231\times169}{441\times143}$　$\frac{8.12.24}{9.16.36}$　$\frac{840\times2028}{3080\times2340}$　$\frac{237.340.650}{79.255.520.5}$

21. 混成旅團あり,歩兵 3600 人,騎兵 800 人,砲兵 1200 人,工兵 600 人より成る.此等各種人數の公度を求め,連比を求む.

22. (一)　$x:y=3:7$ にして,x, y の最大公約數 396 なる時,x, y, $x+y$ を求む.

(二)　$x:y:z=5:3:2$ にして,x, y, z の最大公約數 270 なる時,x, y, z 及其和を求む.

(三)　270 を $3:4:5$ に比例配分せよ.

次の各組の數の最小公倍數を求む(**23-25**).

23. (5, 6)　(11, 8)　(18, 6)　(16, 24)　(6, 10, 15)　(15, 18, 20)　(21, 30, 35)

24. (16, 30, 24)　(15, 36, 24, 30)　(12, 60, 90, 84)　(26, 30, 39, 65)

25. (556, 973)　(209, 323, 221)　(13.円2, 23.円4, 15.円6)　(26, 221, 312)

26. 上の問題の **23.** の 7 つの答の最小公倍數を求む.

27. 次の各組の分數を通分せよ.

$\left(\frac{1}{15},\ \frac{1}{11},\ \frac{1}{36},\ \frac{1}{8}\right)$　$\left(\frac{1}{88},\ \frac{1}{120},\ \frac{1}{44},\ \frac{1}{165}\right)$　$\left(\frac{a}{8},\ \frac{a}{21},\ \frac{a}{20}\right)$

28. 次の(一)より(五)までの各組の最小公倍量を求む.

(一)　A, B, C 三騎兵が或馬場を一周するに夫夫要する時間 2 分と,1.8 分と,3 分と

(二) 嚙み合ひて廻る二つの齒車の齒の數 90 と, 144 と

(三) 四輪車の前輪の周 1 丈と, 後輪の周 9 尺 6 寸と

(四) 或自轉車乘每分の速さ 264 間と, 圓形のとらつくの周圍 1980 間と

(五) 靴下一足に付損失 6 錢と, 手袋一組に付利益 8 錢と

---

29. 次の各數に就て, 其總ての約數を求む.

24　　36　　2187　　4096　　7830

30. 一寸平方を如何に列べ合すれば其面積が(一) 192 平方寸の矩形, (二) 1188 平方寸の矩形となるべきか.

31. $x^2-mx+192$ が $(x-a)(x-b)$ といふ形の兩因數に括らるる樣に m, a, b を求む. 但し何れも正の整數なり.

次の各組の數の最小公倍數を求む(**32-35**).

32. (36, 48)　(108, 135)　(715, 585)　(1120, 896)　(5000, 4375)

33. (36, 60, 48)　(140, 112, 168)　(140, 210, 245)　(306, 408, 126)

34. (36, 48, 40, 42)　(384, 512, 756, 1008)　(136, 120, 204, 240)

35. (225, 136, 175, 450)　(54, 57, 114, 171, 513)　(84, 252, 99, 504, 693)

36. (一) 24, 42, 50 の最小公倍數を l とす. よりて l を各數にて割りたる商 $\frac{l}{24}, \frac{l}{42}, \frac{l}{50}$ の最小公倍數を求む.

同樣に次の各組に就て, 最小公倍數を求む. 但し l とは其組の與へられたる數(分母に記されたる數)の最小公倍數なり.

(二) $\left(\frac{l}{84}, \frac{l}{228}, \frac{l}{132}\right)$　$\left(\frac{l}{45}, \frac{l}{35}, \frac{l}{53}\right)$　$\left(\frac{l}{24}, \frac{l}{49}, \frac{l}{25}\right)$　$\left(\frac{l}{24}, \frac{l}{30}, \frac{l}{36}\right)$

(三) $\left(\frac{l}{232}, \frac{l}{348}, \frac{l}{145}\right)$　$\left(\frac{l}{20}, \frac{l}{18}, \frac{l}{45}, \frac{l}{48}\right)$　$\left(\frac{l}{105}, \frac{l}{126}, \frac{l}{196}\right)$

37. 次の各組の最大公約數を求む.

(一) $a=819,\ b=1911$ 及 $a+b$

(二) $a=24732,\ b=6552$ 及 $a-b$

(三) $a=58784,\ b=3872$ 及 $a-2b$

(四) $a=228456.\ b=47952$ 及 $a-3b$

(五) $a=28428,\ b=4116$ 及 $a-3b$

38. 次の各數を素因數に分解せよ.

256　　756　　2048　　5904　　7560　　7848　　36504

39. 1 より 20 までの總ての整數の連乘積を, 素因數に分解したりと考ふれば, 其時の 2 の, 及 3 の羃指數幾許.

40. 次の各組の分數の最小公倍數を求む.

(一) $\left(\frac{3}{4}, \frac{5}{8}\right)$　$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}\right)$　$\left(\frac{1}{3}, \frac{3}{8}, \frac{5}{12}\right)$　$\left(\frac{7}{9}, \frac{5}{6}\right)$　$\left(\frac{1}{5}, \frac{2}{15}, \frac{3}{20}\right)$

(二) $\left(\frac{4}{5}, \frac{1}{7}, \frac{34}{35}\right)$　$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{7}{16}\right)$　$\left(\frac{4}{15}, \frac{7}{12}, \frac{5}{8}, \frac{12}{25}\right)$　$\left(\frac{27}{32}, \frac{19}{48}, \frac{31}{64}, \frac{11}{80}\right)$

(三) $\left(\frac{47}{57}, \frac{13}{38}, \frac{111}{190}, \frac{37}{76}\right)$　$\left(\frac{53}{92}, \frac{15}{23}, \frac{44}{69}\right)$　$\left(\frac{125}{144}, \frac{35}{36}, \frac{11}{12}, \frac{7}{8}\right)$

41. (一) $\left(\frac{16}{63}, \frac{48}{105}\right)$ なる二つの分數に就て, 其何れを掛くるも其都度, 結果に整數を得べき數の中最小なるものを求む. 同樣に次の各組に就て求む.

(二) $\left(\frac{102}{357}, \frac{201}{391}\right)$　$\left(\frac{250}{99}, \frac{300}{504}, \frac{510}{693}\right)$　$\left(\frac{234}{143}, \frac{216}{187}, \frac{740}{221}\right)$

(三) $\left(1\frac{1}{5}, 4\frac{3}{8}, 2\frac{4}{9}\right)$　$\left(5, 4, \frac{3}{5}, 4\frac{1}{6}\right)$　$\left(\frac{3}{10}, 7, 1\frac{13}{15}, 7\frac{7}{9}, 10\frac{3}{20}\right)$

42. x, y, z を何れも正の整數とす, 次の各場合を解け.

(一) $xy=6,\ yz=15,\ xz=10$　　(二) $xy=40,\ yz=140,\ xz=56$

43. x, y を矩形の相隣れる二邊, xy を其面積とす. 次の各場合に x, y (何れも整數)を求む.

(一) 〔$x=2y\quad xy=288$〕　　(二) 〔$x:y=4:3\quad xy=78732$〕

44. 一邊が4糎なる正方形を幾箇列べ合すれば,周の長さ148糎なる矩形となるべきか.

45. $g \overline{) \begin{array}{cc} A & B \\ \hline a & b \end{array}}$ 二つの整數A,Bを其最大公約數gにて割りたる商をa, b,最小公倍數をlとす. 次の各場合にa, bを求む.

(一) $g=126$ $A+B=1134$ (二) $g=13$ $A.B=5915$

(三) $g=12$ $A.B=1728$ (四) $A=36$ $lg=1728$

(五) $l=144$ $A.B=1728$ (六) $g=6937$ $A+B=104055$

次の各分數式を計算せよ,等號の右邊なるは答なり.

46. $\left\{3\frac{4}{7}\times3\frac{1}{5}-\left(3\frac{1}{2}\times2\frac{1}{3}\right)\right\}\div2\frac{13}{21}=1.24545\ldots\ldots\ldots\ldots$

47. $\dfrac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}{\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}}\div\dfrac{1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}{\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}}=\dfrac{1075}{3731}$ $\dfrac{6.7089\times5.1234}{3.1416}=10.941$

48. $\dfrac{3\frac{3}{8}+1\frac{1}{8}\times3\frac{1}{5}+3\frac{5}{12}}{117\frac{13}{40}-106\frac{11}{15}}\div\dfrac{28\div4\times7-13\div2\times4}{1\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}\times3\frac{5}{6}}=\dfrac{1}{6}$

49. $a=\left(3\frac{1}{4}-\frac{29}{52}+\frac{4}{13}\right)\times2.\dot{3}$ $b=\dfrac{\frac{11}{13}\times\frac{143}{1331}\times\frac{121}{12}}{\frac{1}{6}+\frac{1}{2}+\frac{2}{3}}\times\left(10+\frac{16}{88}\right)$

なる時, $a-b=\frac{7}{13}$ なることを驗せ.

50. $\dfrac{\frac{11}{12}\times9\frac{9}{11}}{1\frac{7}{9}\times\frac{27}{64}}\times\left(1\frac{1}{4}+\frac{39}{104}-\frac{7}{8}\right)=9$ $\dfrac{123123}{161007}-\dfrac{72171}{272646}=\dfrac{1}{2}$

51. $\dfrac{-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}}{-\frac{1}{4}+\frac{1}{16}-\frac{1}{64}}=0.7843$ $\dfrac{2}{38}\times\left(\dfrac{333390}{333333}-\dfrac{999999}{999999}\right)=0.\dot{0}0000\dot{9}$

52. $\dfrac{\left(\frac{4}{11}\div\frac{3}{5}\right)+\left(\frac{1}{11}\times2\right)+\frac{1}{6}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{11}\right)}{\frac{1}{4\frac{1}{2}}+\frac{1}{5\frac{1}{2}}+\frac{1}{7\frac{1}{2}}}=1\frac{1}{2}$

53. $\dfrac{7\frac{1}{8}-6\frac{1}{7}}{7\frac{1}{8}\times6\frac{1}{7}}+\dfrac{9\frac{1}{10}-7\frac{1}{8}}{9\frac{1}{10}\times7\frac{1}{8}}-\dfrac{9\frac{1}{10}-6\frac{1}{7}}{6\frac{1}{7}\times9\frac{1}{10}}=0$

次の方程式を解きて驗せ.

54. $\left\{3\frac{4}{7}\times3\frac{1}{5}-\left(3\frac{1}{2}x\right)\right\}\div2\frac{13}{21}=1{\cdot}2\dot{4}\dot{5}$

55. $x=\dfrac{4.0\dot{6}\times140.25}{142\frac{3}{8}}$

56. $\dfrac{2^6.(2^6-x)}{2.3.4.5\,6}\times\dfrac{1}{12}=\dfrac{7}{15}$

57. $\dfrac{2^{10}.(2^{10}-1)}{2.3.4.5.6.8.9.10}\times\dfrac{x}{66}=\dfrac{62}{945}$

58. $\left(\frac{23}{49}-\frac{39}{65}+\frac{182}{273}\right)\times\frac{893}{1273}\div x=1$

59. $\dfrac{\frac{11}{12}\times9\frac{9}{11}}{1\frac{7}{9}\times\frac{27}{64}}\times\left(x+\frac{39}{104}-\frac{7}{8}\right)=9$

60. $\dfrac{1}{2+\frac{3}{4\frac{1}{5}}}\div\dfrac{x}{3+\frac{1}{4\frac{5}{6}}}=\dfrac{651}{1102}$

61. $\dfrac{3\frac{1}{15}-4\frac{3}{20}+2\frac{1}{12}}{3\frac{1}{25}-2\frac{1}{10}}\times\dfrac{3\frac{2}{15}}{\frac{2}{3}+\frac{3}{8}-x}=3\frac{5}{9}$

62. $\dfrac{x+17\frac{1}{3}}{\frac{1}{17}\times2\frac{1}{6}}+4\frac{6}{99}\times140.25\div142\frac{3}{8}=164$

63. $\dfrac{x-4\frac{3}{20}+2\frac{1}{12}}{3\frac{1}{25}-2\frac{1}{10}}\times\dfrac{3\frac{2}{15}}{\frac{2}{3}+\frac{3}{8}-\frac{5}{48}}=3\frac{5}{9}$

〔三〕 簡便計算法

1. 5, 25, 125, 625 にて乘除する場合

〔例一〕 789125÷25　863.625÷2.5　8394.5÷0.25 は先づ實と法とに4を乘じて考ふべし(答を求めよ).

〔例二〕 43964×25　981.936×25　8394.8×2.5　123456×0.25 は先づ實を4にて割り,法に4を乘じて考ふべし(答如何).

〔1〕 乘法或は除法に於て,

(一) 法が 5, 50,......0.5, 0.05......なれば,法に 2 を乘じ.

(二) 法が 25, 250, ...2.5, 0.25 .... なれば法に 4 を乘じ.

(三) 法が 125, 1250,......12.5, 1.25......なれば法に 8 を乘じ.

(四) 法が 625, 6250, ...62.5, 6.25 .....なれば法に 16 を乘じたるものにて乘除する場合に導くべし.

〔例題〕 1. 739.84×5　7598×0.5　6375÷0.05　7839÷0.005

2. 981.936×25　43965×2.5　23456÷0.25　182÷0.025

3. 384×125　468.024×0.125　95478÷0.0125　16÷0.125

4. (4687, 56329, 749417)×625　(24375, 56329)÷6.25

【注意】 15(=5×3), 75(=25×3), 375(=125×3) にて乘除するにも,上の簡便法が應用せらる.

2. 直加乘法,直減乘法,直加除法等

〔例一〕 (一) **342×11=3762** 答　(二) **3456×11=38016** 答

説明 (一) の答は末位より書き初め各位の數字は

千位 3　百位 (3+4)　十位 (4+2)　一位 2 なり,即ち

342
342 (+
――
3762

とするに同じ

(二) の答も末位より書き初め各位の數字は,

萬位 3　千位 (3+4)　百位 (4+5)　十位 (5+6)　一位 6　但し,[illegible]つ左へ繰り上ぐるなり.

【注意】 各場合とも答は直に書き下すべし.

〔例題〕 1. (123.45円, 56321尺, 444.44米, 463975)×11

2. (63424, 481.76匁, 2462.34円, 483.894米)×1.1

〔例二〕 (一) **4639円×1.05**
4870.95円.........答

(二) 或は **4639円×1.05**
231.95
――
4870.95円.........答

(三) **4639円×521**
9278
23195
――
2416919...... 答

説明 (一) 4639 圓の處へ直に其百分の五(5歩)を加へたるなり(**直加乘法**). (二) は 4639 圓の處へ,其5歩 231.95 圓を書き添へて加へたるものなり(**直加乘法**) ....〔2〕

〔例題〕 1. 564円×1.2　589円×1.05　3665円×1.06　375×103

2. 5462×123　589×1.28　3665×1.36　3575×1302

3. 384×801　735×40.1　3575×501　31416×14142

〔例三〕 (一) **4639円×0.95......$1.0\bar{5}$**
231.95
―――(−
4407.05円......答

(二) 23745×998..... $100\bar{2}$
47490
―――(−
23697510......答

説明 (一) 4639 圓より其5歩を引きたるなり(**直減乘法**)...〔3〕

〔例四〕 (一) **4407.05円÷0.95**

4639円 答
0.95) 4407.05
$1.0\bar{5}$
20 (+
607
30 (+
370
15 (+
855
855 (−

(二) 23697510÷998

23745......答
998) 23697510
$100\bar{2}$
4 (+
3737
6 (+
7435
14 (+
4491
8 (+
4990
4990 (−

説明 法 0.95 を 1−0.05 卽ち 1.05 として, 代數式の除法の時の如く計算したるなり(**直加除法**)……………………〔4〕

〔例題〕 **1.** 38234×0.997 67482×9.975 4237.5×4996

2. 前題の結果を直加除法にて驗せ.

3. 乗法の公式による場合(二種)

$$\begin{cases} a+b=x \text{ なれば} \\ (nx+a)(nx+b)=n(n+1)x^2+ab \end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots〔5〕$$

〔例一〕 (一) **35×35=1225** 答 (二) 43×47=2021 答

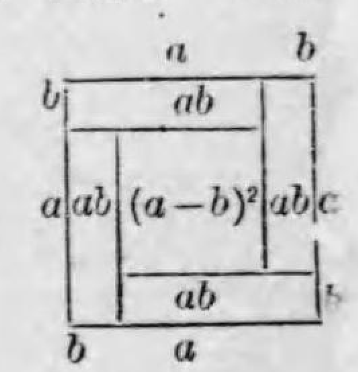
説明 (一) 35×35 は乗法九九三四**十二**, 五五**二十五**故に 1225 とす. 1200 は公式の $n(n+1)x^2$ に當り, 25 は ab に當る.

(二) 43×47 は乗法九九, 四五**二十**, 三七**二十一** ∴ **20 21** と 2000 は公式の $n(n+1)x^2$ に當り, 21 は ab に當る.

〔例題〕 **1.** 15×15 25×25 45×45 55×55 65×65 95×95

2. 81×89 82×88 83×87 84×86 85×85 63×67 64×6

$$\left.\begin{aligned} ab&=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2 \\ ab&=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(a-\frac{a+b}{2}\right)^2 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots〔6〕$$



〔例二〕 (一) **37×43=1591** 答

(二) **54×66=3564** 答

説明 (一) 37 と 43 との平均數 40 の平方 1600 より, $(43-40)^2$ を引きたるなり. (二) は $60^2-6^2=3600-36=3564$ とす.

〔例題〕 **1.** 35×45 45×55 55×65 22×38 32×48

2. 57×63 58×62 59×61 61×79 62×78 68×72

【注意1】 11 より 21 までの整數の平方次の如し.

n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	21
n^2	121	144	169	196	225	256	289	324	361	441

之を記憶すれば, 公式〔6〕の應用の範圍一層廣きことを得.

〔例三〕 (一) 135×125=16875 [∴ $13^2.100-5^2$]

(二) 166×154=25564 [∴ $16^2.100-6^2$)

〔例題〕 145×195 172×148 129×131 149×151 164×176

【注意2】 (一) 前の如く平方數を諳記する外, 次の如き表を完成して, 例へば 15 までの二つの整數の積を記憶すれば, 其應用廣大なり.

$a\times b$ の値

$a \backslash b$	7	8	9	11	12	13	14	15
7								
8								
9								
11								
12								
13								
14								
15								

(二) 公式〔6〕を Quartar square の理(**四分平方の理**)と唱ふ.

〔例題〕 之によりて, 二つの數の和 s, と其差 d と, 其積 p とり中の二つが次の如き場合に就て殘りのものを求む(正の數).

($s=1500$, $d=6$), ($p=1224$, $s=70$), ($p=2021$, $d=4$), ($p=28731$, $d=26$)

練習問題

1. {2.8 7839 63424 956735 7856.125 780175}÷25

2. {4.65 49756 56786}×12.5 {63424円, 956銭76}×3.75

3. 58.503÷0.125 58.305÷0.375 1913.475÷0.0125 43.96×6.25

4. 7870円×0.0625 213696円×0.25×1.25 84576×0.75×625

5. 659.37×3.01 5039×0.97 38234×9974 6748×9.975

6. 783×10.5 8756×10.03 4857×1.045 52836×0.0106

7. 229960.926÷993 36339.876÷9978 46278×9.73

8. 71×79 72×78 73×77 74×76 75×75 81×89 82×88

9. 83×87 84×86 85×85 91×99 92×98 93×97 94×96

10. 95×95 101×109 102×108 103×107 104×106 105×105

11. 121×129　122×128　123×127　124×126　125×125　135×135

12. 61×59　62×58　63×57　64×56　65×55　66×54

13. 67×53　68×52　69×51　71×69　72×68　73×67

14. 74×66　75×65　76×64　77×63　78×62　79×61

15. 81×79　82×78　83×77　84×76　85×75　86×74

16. 87×73　88×72　89×71　91×89　92×88　93×87

17. 94×86　95×85　96×84　97×83　98×82　99×81

18. 45×75　45×85　45×95　45×105　45×115　45×125

19. 45×135　45×145　65×95　65×105　55×95　65×115

20. 75×135　75×145　75×155　75×165　85×115　95×135

21. 52×28　53×27　54×26　55×25　56×24　57×23

22. 66×34　67×33　68×22　66×44　67×43　68×42　69×41

23. 72×48　74×46　77×53　83×57　84×56　92×68　93×67

24. 147×133　146×134　151×129　152×128　163×137　147×173

25. 0.075^2　505^2　950^2　49.5^2　695^2　0.015^2　1255^2

26. $123^2=\left.\begin{matrix}144\\729\end{matrix}\right\}=15129$　121^2　122^2　124^2　125^2　126^2

27. $53^2=2809$ によりて，532^2　534^2　537^2　539^2　533^2

28. $87^2=7569$ によりて 871^2　872^2　875^2　876^2　878^2　879^2

29. $8034\times7508=60319272$ なる時，8035×7509　8033×7507

30. $89250\times76360=6815130000$ なる時，89249×76361

31. $831\times754\sim832\times753$　$831\times754\sim830\times755$　公式〔6〕ニヨル．

32. 28^2-12^2　37^2-23^2　96^2-56^2　927^2-73^2　529^2-71^2

33. 簡便計算の法則（或は例）を〔1〕より〔6〕まで復唱せよ．

【注意】 生徒諸子が數の分合に慣れ，簡便計算法の效果を收めんと欲せば，よく說明を熟讀し，法則を諳んじ，練習問題に就て幾十遍も反覆練習すること肝要なり．

——〈終〉——

賣切等にて課業に御差支の際は直接御注文被下候はゞ直に御送附可致候
本館發行の教科書は常に多數の製本準備有之候につき萬一各地賣捌所に

著作
權
所有

大正三年十二月廿七日訂正再版發行
大正三年十二月廿四日訂正再版印刷
大正三年十月三十日發行
大正三年十月廿七日印刷

定價金六拾五錢

中學代數教科書　卷上

著作者　千本福隆　東京市小石川區大塚坂下町百十番地
發行者　上原才一郎　東京市神田區裏神保町六番地
發行所　光風館書店　東京市神田區裏神保町六番地　〔振替口座東京三二七番〕〔電話本局二千三十九番〕
印刷者　四海民藏　東京市神田區裏神保町六番地

終