

東北行政委員會教育部規定

初中臨時教材

算 術

丁 江 顏泗南 編 著
徐 宜 朱德讓

東北書店印行

1 9 4 9

目 錄

第一章 整小數四則

- 1 大數字的讀法
- 2 大數字的記法
- 3 什麼是整數
- 4 什麼是小數
- 5 加法
- 6 加法練習 (心算)
- 7 加法性質
- 8 加法速算
- 9 減法
- 10 減法練習 (心算)
- 11 減法性質
- 12 減法速算
- 13 乘法
- 14 乘法練習 (心算)
- 15 乘法性質

- 16 乘法速算
- 17 除法
- 18 除法練習——乘除還原法
- 19 除法性質
- 20 小數除法
- 21 速算法
- 22 四則混合算法
- 23 括號
四則雜題
本章討論題

第二章 複名數

- 1 名數，不名數，單名數
• 複名數
- 2 度量衡
- 3 標準制
- 4 市用制

- 5 營造尺庫平制
 - 6 英美制
 - 7 複名數與單名數的互化
 - 8 十進複名數的互化
 - 9 非十進複名數的互化
 - 10 複名數的換算
 - 11 複名數四則
 - 12 時間
 - 13 角度
- 本章討論題

第三章 求積

- 1 面積及面積單位
 - 2 面積的計算法
 - 3 地積及地積單位
 - 4 量地法(1)——分割法
 - 5 量地法(2)——割補法
 - 6 如何量長度
 - 7 如何定高
 - 8 體積，體積單位及其計算法
- 本章討論題

第四章 整數性質

- 1 單數和雙數
- 2 約數和倍數
- 3 質數和複數
- 4 質約數

- 5 質約數的分解法
 - 6 公約數，最大公約數
 - 7 最大公約數的求法
 - 8 公倍數，最小公倍數
 - 9 最小公倍數的求法
- 本章討論題

第五章 分數

- 1 什麼叫分數
 - 2 分數與整數除法
 - 3 擴分和約分
 - 4 分數的分類
 - 5 假分數與整數的互化
 - 6 假分數與帶分數的互化
 - 7 分數的比較
 - 8 通分
 - 9 同分母分數的加法
 - 10 異分母分數加法
 - 11 帶分數與假分數的加法
 - 12 分數減法
 - 13 整數乘分數
 - 14 分數乘整數
 - 15 分數乘分數
 - 16 整數除分數
 - 17 分數除整數
 - 18 分數除分數
 - 19 分數混合運算
 - 20 兩種溫度表
- 本章討論題

第六章 百分法

- 1 什麼叫百分法
 - 2 分數小數化百分率法
 - 3 母數子數同百分率的關係
 - 4 母子和
 - 6 母子差
 - 6 折扣
 - 7 分紅提成
 - 8 稅收
 - 9 單利息
- 本章討論題

第七章 簡單統計

- 1 統計圖表
- 2 長條圖

- 3 圓形圖
 - 4 曲線圖
- 本章討論題

第八章 比及比例

- 1 比
 - 2 比與除及分數·比的大小
 - 3 比的化簡和擴大
 - 4 正比和反比
 - 5 反比的求法
 - 6 連比
 - 7 複比
 - 8 比例
 - 9 正比例同反比例
 - 10 複比例
 - 11 配分
- 本章討論題

算 術

第一章 整小數四則

大數字的讀法和記法

在報紙上，賬目上，統計材料中，經常遇到大數字。自己記賬，做統計時，大數字也很多，因此它們的讀法和記法是必須練習的。

第一節 大數字的讀法

讀數必須熟悉數字各位的名稱，今列表於下。

第二節 大數的記法

通常所謂記數法，即指怎樣把中國字記成阿拉伯字，或橫寫和豎寫的中國數碼的方法。

例 1. 十個月自衛戰爭中繳獲軍糧八百七十八萬七千零二十斤，應記做

878,7020斤或八七八，七〇二〇斤 或 $\overline{878} \cdot \overline{7020}$ 斤

把各數字按各位名稱排列起，沒有數的位置補以零。

例 2. 某機關買布用七百萬零三百元，應記做

700,0300元 或七〇〇，〇三〇〇元 或 $\overline{700} \cdot \overline{0300}$ 元

上面說過，習慣讀法中間夾有許多零的數，只用一個零來代表，那麼在記時，凡是未讀出的零都應補上，不能記做 70300元。

另一種記法

例 3. 某機機投入生產的資金為一百八十五萬五千元。

以百萬元作單位記做 1.855百萬元 一·八五五百萬元

1. $\overline{1} \cdot \overline{855}$ 百萬元。

以萬元作單位記做 185.5萬元 一八五·五萬元 1 $\overline{85} \cdot \overline{5}$

萬元。

例 4. 去年六月美元一元合蔣幣五萬五千元。

以千元作單位記做 55千元 五五千元 $\overline{55}$ 千元

以萬元作單位記做 5.5萬元 五·五萬元 $\overline{5} \cdot \overline{5}$ 萬元

習 題

一、讀下面的數：

1. 803,7205

2. 706,3004,0008
3. 中國四大家族僅在外國的財產達 200,0000,0000 美金。
4. 蔣介石用於內戰的軍費每日達 1333.0000.0000 元（蔣幣）。
5. 石島漁民在二十天中獲利 3.84 萬萬元（北幣）。

二、用阿拉伯字，中國橫寫和豎寫的數碼，四位分節及提高單位法，各記出下面的數：

1. 四千二百五十四萬萬（億）八千七百萬。
2. 十二萬萬（億）零九百三十三。
3. 美國軍費一九四五年總額達一千萬萬（億）美金。
4. 政府發放肥田粉四千五百六十萬二千三百斤。
5. 一年自衛戰爭殲滅蔣軍達一百十二萬人。

第三節 什麼是整數

從 1 起， $1+1=2$ ， $1+1+1=3$ ， $1+1+1+1=4$ ， $1+1+1+1+1=5$ ， $1+1+1+1+1+1=6$ ，……可以寫出無窮盡的數，這些以 1 做單位，而加成的無窮盡的數，叫做整數。

一切數都是十進的，構成這一切數是以 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 和 0，因此 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 和 0 是構成一切數的基數。

總起來說：用 1 作單位以 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 和 0 組成的一切數叫整數。

第四節 什麼叫小數

1 是整數的單位，也就是說 1 是整數中最小的，那麼

小數左帶有整數的，叫帶小數，但通常簡稱小數。

十分內以 0.1 爲單位，百分內以 0.01 爲單位，千分內以 0.001 爲單位。

小數和整數不是絕對的，而是相對的，視所定的單位而言，如三丈二尺五寸布，以丈作單位記做 3.25 丈，則二尺五寸不爲一丈，爲一丈的百分之二十五，所以 3 丈爲整數，二尺五寸爲小數。若以尺爲單位記做 32.5 尺，則丈尺都是整數，而五寸爲小數；若以寸爲單位記做 325 寸，則沒有小數。所以小於一個單位的數叫做小數。

第五節 加法

例 1. 甲縣參軍 3124 人，乙縣參軍 809 人，丙縣參軍 1076 人，問三縣參軍人數共多少？

解： 求三縣參軍人數的總和

$$\begin{array}{r}
 \text{即} \quad 3124 \cdots \cdots \text{被加數} \\
 \quad \quad 809 \cdots \cdots \text{加數} \\
 \quad \quad + 1076 \cdots \cdots \text{加數} \\
 \hline
 \quad \quad 5009 \text{ (人)} \cdots \cdots \text{和}
 \end{array}$$

列成算式 $3124 + 809 + 1076 = 5009$ (人)

答：三縣參軍共 5009 人

例 2. 某工廠第一個月獲利 25.3 萬元，第二個月獲利 19.26 萬元，第三個月獲利 30 萬元，第四個月獲利 6.3 萬元，問四個月共獲利多少元？

解： 求四個月獲利的總和

$$\begin{array}{r}
 \text{即} \quad 25.3 \\
 \quad 19.26 \\
 \quad 30 \\
 + \quad 6.3 \\
 \hline
 \end{array}$$

80.86 (萬元)

列成算式 $25.3 + 19.26 + 30 + 6.3 = 80.86$ (萬元)

答：四個月共獲利 80.86 萬元，即八十萬八千六百元。

由上面兩例可以說：凡是求整數或小數中，兩數或兩數以上的數的總和的方法，叫整小數加法。

加法公式：被加數 + 加數 = 和

甲 + 乙 = 丙

演算時的幾點注意：

1. 同種類同單位才能相加
如三斤肉和五斤肉能相加
三斤肉和五斤麵不能相加 (不同種類)
三斤米和五升米不能相加 (不同單位)
2. 知道上面的情形後，列算式可不必寫單位，只在答數後附以所求的單位，用 () 括起來，如加法的例 1，例 2。
3. 0 加某數，或某數加 0 仍得原數。
如 $0 + 5 = 5$ (∵ 零個加上 5 個仍為 5 個)
 $5 + 0 = 5$ (∵ 5 個加上零個仍為 5 個)
(註) 『∵』讀做因為，以後常用。
4. 小數加法須把被加數，加數的小數點對齊，因必須同單位才能相加，如加法的例 2。
5. 小數加法內，某加數或被加數是整數的，它的小數點是在最末一位，如加法例 2。
6. 比較簡單的加法，可直接用算式算

如 $23+12+124=159$

$5.24+1.3+0.2=6.74$

驗 算

在未學減法以前，只有再倒算一遍來檢查（用心算，不用算草）

如

原 算				心算檢查			
8	6	7	4	8	6	7	4
+7	+2	+3	+6	+1	+2	+3	+6
↓	↓	↓	↓	↑	↑	↑	↑
9	9	3	0	9	9	3	0

若兩次得和相同，就是不錯。

（說明）『↓』是表示從上依次向下加各數

『↑』是表示從下依次向上加各數

第六節 加法練習（心算）

每種方法必須熟練才能運用自如，計算迅速，以下就是加法的幾種心算練習方法。

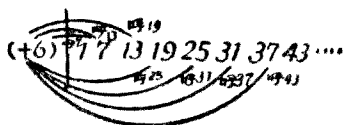
例 1.

3	2	6
5	2	8
9	6	7
+	+	+
2	0	4
2	2	6

上例可稱為呼唱法。是指進行加時，每次數與數相加的計算過程在心裏，只讀出每次計算的和。如上題個位 6 和 8 相加，很快讀出和 14；14 再和 7 相加，很快讀出和 21，……以此類推。多用這種方法就會熟練和正確。

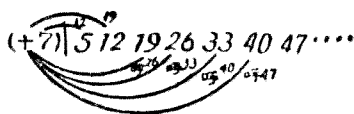
經常練習還可用下面的方法：

例 2.



通常寫做 $(+6) | 17 \ 13 \ 19 \ 25 \ 31 \ 37 \ 43 \dots\dots$

例 3.

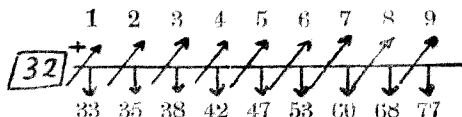


通常寫做 $(+7) | 5 \ 12 \ 19 \ 26 \ 33 \ 40 \ 47 \dots\dots$

〔說明〕 $(+6)$ 和豎線右的 1 是代示 $1+6$ 的意思，得和 7 呼出，寫在 1 的右邊稍離開點的地方，這 7 再和 6 相加得和 13，呼出，寫在 7 的右邊稍離開點的地方，以此類推直至你願意停止的那個數為止。例 3 同理。豎線左右兩數可任意選擇。

可豎寫，即每次得和寫在數的下面，等到停止了所有的和也可再相加起來，學者可自己試試看。

例 4.



〔說明〕 橫線左下首的 32 是加數，裏面的數字可任意選擇。橫線上面的 1, 2, 3, 4, …… 9, 是固定的。 $1+32=33$ ，寫在橫線下對着 1

的地方，這33再和2相加得和35，寫在橫線下對着2的地方，以此類推，直至加到9爲止。『↗』表示箭頭兩端的數相加，『↓』表示得的和寫到下面去，平常可省去這些。

習 題

- $(+8) | 12 \cdots \cdots 220$
- $(+7) | 15 \cdots \cdots 202$
- $\boxed{28} + \underline{123456789}$
- $\boxed{17} + \underline{123456789}$
- $17602 + 3000 + 352400 + 40052 + 6234 + 232620 = ?$
- 什麼叫整數和小數？
- 整數和小數是怎樣定的？
- 試記出以下各數：

十分之七	三又百分之四十二	百分之六
五又千分之四	千分之一百零三	
五二點四	一點零三	點零零八
點一三	四點四二五	
- 銀行貸麥種給一區17824斤，二區30000斤，三區35000斤，四區34000斤，五區40500斤，六區43500斤，七區40000斤，問共貸麥種多少斤？
- 小米每斗3200元，又知麥每斗比小米貴1300元，問麥每斗多少元？
- $25.43 + 6.54 + 0.35 + 40 + 880 + 10.42 + 0.504 = ?$

第七節 加法性質

1. 例1. 甲有鉛筆4枝，乙有2枝，丙有5枝，丁有3枝，問共有鉛筆多少枝？

解：把甲，乙，丙，丁，各有枝數順次加起

即 $4 + 2 + 5 + 3 = 14$ (枝) …………… (一)

若乙，甲，丙，丁順次加起

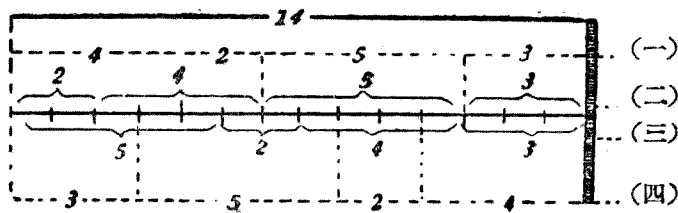
即 $2 + 4 + 5 + 3 = 14$ (枝) …………… (二)

若丙，乙，甲，丁，順次加起

即 $5 + 2 + 4 + 3 = 14$ (枝) …………… (三)

若丁，丙，乙，甲，順次加起

即 $3 + 5 + 2 + 4 = 14$ (枝) …………… (四)



$$\begin{aligned} \therefore (\text{讀作所以}) \quad & 4 + 2 + 5 + 3 = 2 + 4 + 5 + 3 = 5 + 2 + 4 + 3 \\ & = 3 + 5 + 2 + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{公式} \quad & \text{甲} + \text{乙} + \text{丙} + \text{丁} = \text{乙} + \text{甲} + \text{丙} + \text{丁} = \text{丙} + \text{乙} + \text{甲} + \\ & \text{丁} = \text{丁} + \text{丙} + \text{乙} + \text{甲} \end{aligned}$$

加法內被加數，加數可任意調換位置，它的和不變（小數同樣），這叫做加法交換律

2. 上例可發展為：

$$4 + 2 + 5 + 3 = 14$$

$$(5 + 4) + (2 + 3) = 14$$

$$(3 + 4) + (5 + 2) = 14$$

$$(3 + 4 + 5) + 2 = 14$$

即被加數和加數可先和式內任何一數或幾個數結合，然後將其和相加，它的結果不變，這叫做加法結合律。

$$\text{公式 } 甲+乙+丙+丁=(丙+甲)+(乙+丁)=(丁+甲)+(乙+丙)=(丁+甲+丙)+丁$$

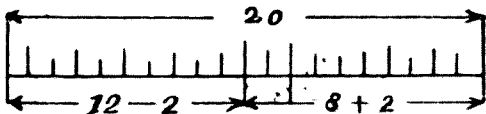
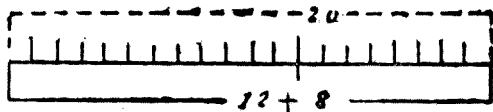
3. 例2. 甲原有12張紙，乙原有8張紙，但後來甲用去2張，乙未用去而又買進2張，問他們原來共有紙多少張，後來又共有紙多少張？

解： 原共有應為 $12+8$

後來共有應為 $12-2+(8+2)$

那麼 $12+8=20$ （張紙）

$12-2+(8+2)=10+10=20$ （張紙）



∴兩數相加，被加數減以某數，而加數加以同數，它的和不變。

$$\text{公式 } 甲+乙=(甲-丙)+(乙+丙)$$

4. 同理，若甲原有12張，又買進2張；乙原有8張用去2張，現在，甲乙兩人共有多少張？

則原來共有 $12+8=20$ （張紙）

現在共有 $12+2+(8-2)=20$ （張紙）

即兩數相加，被加數加以某數，加數減以同數，它的和不變。

公式 甲+乙=(甲+丙)+(乙-丙)

第八節 加法速算

根據加法的幾個性質可以做以下的速算法：

例 1.

	3 ⁺²	}	5	}	8 ⁺²	}	4
	2	}	7	}	6	}	3
	5	}	1	}	3	}	9
	8	}	9	}	2	}	6
+	7	}	3 ⁺²	}	4	}	1
	2		7		5		3

∴ 3584 + 2763 + 5139 + 8926 + 7341 = 27753

例 2.

$$2 + 3 + 7 + 9 + 8 = 20 + 9 = 29$$

例 3.

$$93 + 544 + 7 + 56 + 85 = 100 + 600 + 85 = 785$$

根據加法性質 1、2，可先把被加數加數凡能合成 10、100、5……或它們的倍數的，先分別加起來，再求出總和。

例 4.

	37 + 9	$= 37 - 1 + (9 + 1)$ $= 37 - 1 + 10$ $= 37 + 10 - 1 = 46$
--	--------	---

$$\begin{aligned} \text{例 5. } 352+97 &= 352-3+(97+3) \\ &= 352-3+100 \\ &= 352+100-3=449 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例 6. } 37+12 &= 37+2+(12-2) \\ &= 37+2+10 \\ &= 37+10+2=49 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例 7. } 352+104 &= 352+4+(104-4) \\ &= 352+4+100 \\ &= 352+100+4=456 \end{aligned}$$

〔說明〕 『 \square 』表示實際運算時可用心算，不列此步算式。

根據加法性質 3、4，若加數比 10、100……稍小或稍大，可先當做 10、100……相加，而後減去或加上多加的或少加的數。

速算不只是做幾個題目即能熟練，主要是在經常運用到日常計算中去，和心算同樣，重在多練習，多運用。

習 題

一、用速算法算出下列各題

$$\begin{array}{r} 1. \quad 3542 \\ \quad \quad 376 \\ \quad \quad 5568 \\ \quad \quad 7035 \\ \quad \quad 2734 \\ \hline + \quad 562 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2. \quad 1234 \\ \quad \quad 6578 \\ \quad \quad 1019 \\ \quad \quad 2113 \\ \quad \quad 4166 \\ \hline + \quad 522 \end{array}$$

二、用心算答出下列各題的答數

- 103斤，95斤合起來是幾斤？
- 385元，106元合起來是多少元？

5. $208+99+102=?$

第九節 減法

例 1. 甲向合作社入股 15000 元，乙入股 9000 元，問甲比乙多入股多少元？或乙比甲少入股多少元？或乙加多少元即等是甲的元數？

解： 求兩數之差即得

$$\begin{array}{r}
 15000 \dots\dots\dots \text{被減數} \\
 - 9000 \dots\dots\dots \text{減數} \\
 \hline
 6000 \text{ (元)} \dots\dots\dots \text{差}
 \end{array}$$

列成算式 $15000-9000=6000$ (元)

答：甲比乙多入股 6000 元

乙比甲少入股 6000 元

乙再加 6000 元即等於甲的元數

例 2. 某機關，某月，經費預算為 385000 元，但實際支出 468500 元，問超支多少元？

解： 從實際支出中減去預算即得超支數

$$\begin{array}{r}
 468500 \\
 -385000 \\
 \hline
 83500 \text{ (元)}
 \end{array}$$

列成算式 $468500-385000=83500$ (元)

答：超支 83500 元

若把例 2 的單位提高到萬元

$$\begin{array}{r}
 \text{即 } 46.85 \text{ (萬元)} \\
 -38.50 \text{ (萬元)} \\
 \hline
 8.35 \text{ (萬元)}
 \end{array}$$

列成算式 $46.85-38.50=8.35$ (萬元)

不管整數和小數，凡求兩數差的，都用減法。

減法公式 被減數 - 減數 = 差

甲 - 乙 = 丙

演算時的幾點注意：

1. 同種類，同單位才能相減。（同加法）
2. 列算式同加法，不寫單位。
3. 被減數中某位數不够減減數的，須從某位數的上位借，如例 1 和例 2。
4. 0 減某數不能減，但 0 上位有數者可借，某數減 0 仍為某數。

如 $0 - 2$ 不能減；但 $10 - 2 = 8$ $2 - 0 = 2$ （兩個減去 0 個）

5. 小數減法須把被減數，減數與差的小數點對齊，如上面例 3，因必須同單位。
6. 減法的另一種計算法：

$$\begin{array}{r}
 \text{如} \quad 4 \quad 2 \quad 5 \\
 \quad \quad +1 \quad +1 \\
 - \quad \quad \quad 6 \quad 9 \\
 \hline
 \quad \quad 3 \quad | \quad + \quad | \quad + \quad | \quad +
 \end{array}$$

因減數加差數等於被減數

$$\text{即 } 69 + 356 = 425$$

由上例也可看出減法是從加法發展來的。

第十節 減法練習(心算)

例 1. $100 - 7$ $93 - 7$ $86 - 7$ $79 - 7$ $72 - 7$ $65 - 7$

$$(-7 \mid 100 \quad 93 \quad 86 \quad 79 \quad 72 \quad 65 \quad 58 \quad 51 \quad 44 \dots$$

例 2.
$$\begin{array}{cccccccc} & 112-1 & 108-1 & 104-1 & 100-1 & 96-1 & 92-1 & \\ & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \\ (-4 \mid & 112 & 108 & 104 & 100 & 96 & 92 & 88 \dots\dots \end{array}$$

例 3.
$$\begin{array}{r} (-9) \mid \begin{array}{l} 201 \\ 192 \\ 183 \\ 174 \\ \dots\dots \\ \dots\dots \\ + \dots\dots \end{array} \\ \hline (\quad) \end{array}$$

例 4.
$$\begin{array}{r} \boxed{27} + \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \hline 28 & 30 & 33 & 37 & 42 & 48 & 55 & 63 & 72 \end{array} \\ \begin{array}{cccccccc} 72 & 71 & 69 & 66 & 62 & 57 & 51 & 44 & 36 \end{array} \boxed{27} \\ \hline \begin{array}{cccccccc} \diagdown & \diagdown & \diagdown & \diagdown & \diagdown & \diagdown & \diagdown & \diagdown & \diagdown \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{array} \end{array}$$

〔說明〕 前面是加法，後面一部份是減法。把加的最後一個和，去減第二條橫線下面的 1，得差寫到對着 1 的橫線上面，這第一個差再和 2 相減，得第二個差，寫到對着 2 的橫線上面，以此類推，直至減到 9。最後的得差應和最初的加數同（即加減還原法），若不同，則計算有錯。↘ 是表示箭頭兩頭的數相減。

習 題

1. $(-6) \mid 188$ 2. $(-9) \mid 205$

3.
$$\begin{array}{r} \boxed{17} + \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \hline & & & & & & & & \end{array} \\ \hline \begin{array}{cccccccc} & & & & & & & & \\ - & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{array} \end{array}$$

$$4. \quad \boxed{35} + \overbrace{1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9} - \overbrace{1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9}$$

5. $35425 - 1380 = ?$

6. $100.54 - 20.99 = ?$ (5.6.用加差法)

7. 中國農業在國民黨統制下，在民國七年，全國耕地面積為13 1447 2190畝，到民國十九年，則荒地面積為11,7734,0261畝，問民國十九年耕地面積為多少畝？

8. 某人買肥皂兩塊用500元，買毛巾一塊用350元，買自來水筆一枝3200元，共付店員4500元，問應找回多少元。

第十一節 減法性質

1. 例1. 某人共有20張紙，第一次用去4張，第二次用去5張，第三次用去3張，問還剩多少張？

解： 從20張內減去第一，二，三次用的即得。

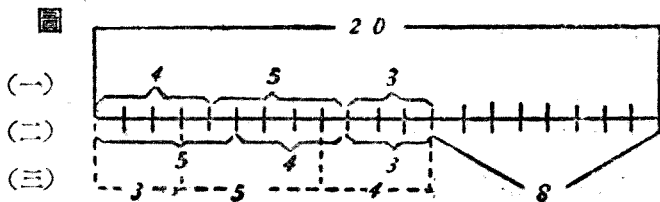
$$20 - 4 - 5 - 3 = 8 \text{ (張紙)} \dots\dots\dots (一)$$

但20張減去第二，一，三次用的也得。

$$20 - 5 - 4 - 3 = 8 \text{ (張紙)} \dots\dots\dots (二)$$

若20張減去第三，二，一次用的也得。

$$20 - 3 - 5 - 4 = 8 \text{ (張紙)} \dots\dots\dots (三)$$



$$\therefore 20 - 4 - 5 - 3 = 20 - 5 - 4 - 3 = 20 - 3 - 5 - 4$$

公式 甲—乙—丙—丁=甲—丙—乙—丁=甲—丁—丙—乙

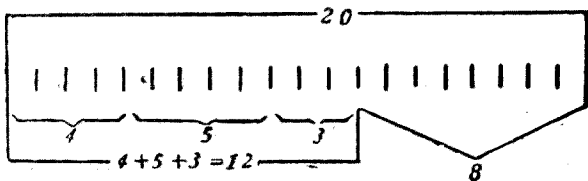
∴ 連減法中各減數互換位置，所得的差不變，這叫減法交換律。

2. 由上面的例可發展為：

從20張紙內減去所用紙的和

$$\therefore 20 - (4 + 5 + 3) = 8 \text{ (張紙)}$$

圖



$$\therefore 20 - 4 - 5 - 3 = 20 - (4 + 5 + 3)$$

公式 甲—乙—丙—丁=甲—(乙+丙+丁)

∴ 連減法內，可先求各減數的和，再從被減數中減去各減數的和，所得的差不變這叫減法結合律。

3. 加減可還原

例 2.	$30 + 25 = 55$	被加數 + 加數 = 和	甲 + 乙 = 丙
------	----------------	--------------	-----------

	$55 - 25 = 30$	和 - 加數 = 被加數	丙 - 乙 = 甲
--	----------------	--------------	-----------

	$55 - 30 = 25$	和 - 被加數 = 加數	丙 - 甲 = 乙
--	----------------	--------------	-----------

例 3.	$30 - 25 = 5$	被減數 - 減數 = 差	甲 - 乙 = 丙
------	---------------	--------------	-----------

	$5 + 25 = 30$	差 + 減數 = 被減數	丙 + 乙 = 甲
--	---------------	--------------	-----------

	$30 - 5 = 25$	被減數 - 差 = 減數	甲 - 丙 = 乙
--	---------------	--------------	-----------

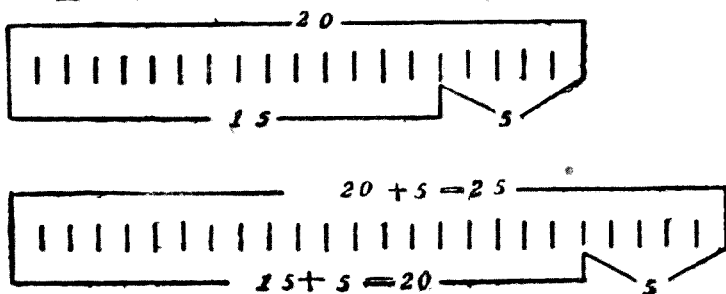
(加減驗算，可以用上面的還原法。)

4. 例 1. 甲家原養 20 隻羊，乙家原養 15 隻羊，後來每家又各買 5 隻，問他兩家原相差多少隻，後又相差多少隻？

解： 原來乙比甲家差 $20 - 15 = 5$ (隻)

後來乙比甲家差 $20 + 5 - (15 + 5) = 5$ (隻)

圖



$$\therefore 20 - 15 = 20 + 5 - (15 + 5)$$

公式 甲 - 乙 = 甲 + 丙 - (乙 + 丙)

兩數相減，被減數和減數同時加以同數，得差不變。

5. 同理： $20 - 15 = 5$

$$20 - 5 - (15 - 5) = 5$$

$$\therefore 20 - 15 = 20 - 5 - (15 - 5)$$

公式 甲 - 乙 = 甲 - 丙 - (乙 - 丙)

兩數相減，被減數和減數同時減以同數，得差不變。

第十二節 減法速算

1. 連減法：用減法性質 2 (結合減數)，運算時較快。

$$\begin{aligned}
 \text{2. 例1. } 37-9 &= 37+1-(9+1) \\
 &= 37+1-10 \\
 &= 37-10+1=28
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{例 2. } 2056-995 &= 2056+5-(995+5) \\
 &= 2056+5-1000 \\
 &= 2056-1000+5=1061
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{例 3. } 37-12 &= 37-2-(12-2) \\
 &= 37-2-10 \\
 &= 37-10-2=25
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{例 4. } 2056-105 &= 2056-5-(105-5) \\
 &= 2056-5-100 \\
 &= 2056-100-5=1951
 \end{aligned}$$

〔說明〕 『 \square 』表示在實際計算時用心算，不列入算草。根據性質4，減數比10、100……稍小或稍大者，先當作10、100……減去，然後再加或減所多減去或少減去的數。

$$\begin{aligned}
 \text{3. 例 5. } 36+4-13+5-8-4+15 \\
 &= 36+4+5+15-(13+8+4) \\
 &= 60-25=35
 \end{aligned}$$

有加減相雜的，可按加和減的性質1、2，把它們交換與結合起來，計算比較方便和迅速。

習 題

口答下列各題：

$$1. 354-103=? \quad 2. 402-9=?$$

3. 155斤減去95斤剩多少斤？

用速算計算下式：

$$4. \quad 54 + 8 - 24 + 5 - 18 - 25 + 10 = ?$$

$$5. \quad 114 - 32 + 54 - 25 - 15 + 55 + 2 = ?$$

第十三節 乘法

例 1. 某合作社共 8 人，每人每月需糧 56 斤，問這合作社每月共需糧多少斤？

解： 每人每月 56 斤，8 人每月就需糧 56 斤的 8 倍。

$$\begin{array}{r} \text{即} \quad 56 \cdots \cdots \text{被乘數} \\ \times \quad 8 \cdots \cdots \text{乘數} \\ \hline 448 \text{(斤)} \cdots \cdots \text{積} \end{array}$$

列成算式 $56 \times 8 = 448$ (斤糧)

答：這合作社每月共需糧 448 斤

這題本可用 8 個 56 斤連加起來，如 $56 + 56 + 56 \cdots \cdots$ 但太麻煩，因此製成了『九九歌』，使 56 斤和 8 相乘，方便多了。由此可知，乘法是由加法發展來的。

例 2. 某村婦教會有 17 人爲高小程度，文盲和半文盲爲高小程度人數的 11 倍，問文盲和半文盲的共有多少人？

$$\begin{array}{r} \text{解：} \quad \quad \quad 17 \\ \quad \quad \times \quad 11 \\ \quad \quad \hline \quad \quad 17 \\ \quad + \quad 17 \\ \quad \hline 187 \text{(人)} \end{array}$$

列成算式 $17 \times 11 = 187$ (人)

答 文盲和半文盲的共有 187 人

例 3. 米每石 2.5 萬元，問 7 石米多少元？

解： 2.5萬元的7倍，即

$$\begin{array}{r} 2.5 \\ \times 7 \\ \hline 17.5 \text{ (萬元)} \end{array}$$

列成算式 $2.5 \times 7 = 17.5$ (萬元)

答 7石共17.5萬元，即十七萬五千元

凡求某數（整數或小數）的幾倍的方法，叫做乘法。

乘法公式 被乘數 \times 乘數 = 積

甲 \times 乙 = 丙

演算時的幾點注意：

1. 名數乘法，乘數常作不名數，是表示幾倍的意思，積的單位與被乘數的單位同。

如上例1，每人每月56斤糧，8人每月共多少斤糧？

56斤不能被8人乘，而是56斤的8倍

$$\therefore 56 \text{斤} \times 8 = 448 \text{斤}$$

2. 上面的情形知道了，但列式不必寫單位，同加減法。

3. $0 \times$ 某數，某數 $\times 0$ 仍等於0。

如 $0 \times 3 = 0$ 即0的3倍仍為0

$3 \times 0 = 0$ 即3的0倍仍為0

4. 多位數乘法，每前一位的乘積比後一位的乘積，要向左移一位，然後相加，因為前一位是後一位的十倍。

$$\begin{array}{r} \text{如 } 125 \\ \times 125 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 625 \dots = 125 \times 5 = 625 \text{ —對齊上邊的個、十、百位。} \\ 250 \square \dots = 125 \times 20 = 250 \square \text{ —對齊上邊的個、十、百、} \\ + 125 \square \square \dots = 125 \times 100 = 125 \square \square \text{ —對齊上邊的個、十、百、} \\ \hline 15625 \end{array}$$

千位，個位0省去。
千、萬位，個十位的省去。

5. 乘數的中間有零時，可省去不乘，但零前一位的乘積，須向式移，與零數相同的位數。

$$\begin{array}{r}
 \text{如} \quad 1234 \\
 \times 1002 \\
 \hline
 2468 \\
 + 123400 \\
 \hline
 1236468
 \end{array}$$

6. 所得積的小數位，等是被乘數與乘數的小數位數的和。

例1. $2.5 \times 7 = 17.5$

∵ 被乘數小數只有一位，乘數沒有小數，所以小數位數的和是 $1 + 0 = 1$ ，因此積的小數位數只有一位。

例2. 每畝地產苞米3.5斗，問4.5畝地共產苞米多少斗？

解： 3.5斗的4.5倍即

$$\begin{array}{r}
 3.5 \\
 \times 4.5 \\
 \hline
 175 \\
 + 140 \\
 \hline
 15.75 \text{ (斗)}
 \end{array}
 \quad \therefore 4.5 \text{畝地共產} 15.75 \text{斗苞米}$$

∵ 3.5斗的小數為1位，4.5的小數也為1位，他們小數位數之和為 $1 + 1 = 2$ ，所以積的小數位數有兩位。

〔注意〕 若乘數是純小數，得的積應小於被乘數。

如 $15 \times 0.3 = 4.5$ $4.5 \times 0.3 = 1.35$

7. 若所得積的位數，少於被乘數與乘數小數位數的和時，少幾位乘積的前面應補幾個0，然後於0前點小數點。

$$\begin{array}{r}
 \text{如} \quad 0.25 \\
 \times 0.3 \\
 \hline
 075
 \end{array}
 \quad \therefore 0.25 \times 0.3 = 0.075$$

∵ 被乘數與乘數的小數位數之和是三位，乘得的積的位數只有兩位，所以前面補一個0。

8. 若所得積末位有零時，點過小數點後可去掉這些 0，但中間有零不能去掉。

$$\begin{array}{r} \text{如} \quad .25 \\ \times \quad .4 \\ \hline .100 \end{array}$$

$$\therefore 0.25 \times 0.4 = 0.1$$

$$\begin{array}{r} \text{如} \quad .1003 \\ \times \quad .2 \\ \hline .02006 \end{array}$$

$$\therefore 0.1003 \times 0.2 = 0.02006$$

第十四節 乘法練習(心算)

例 1.

$$\begin{array}{r} \times \\ 3 \leftarrow -2 \\ \downarrow \\ 6 \leftarrow -3 \\ \downarrow \\ 18 \leftarrow -4 \\ \downarrow \\ 72 \leftarrow -5 \\ \downarrow \\ 360 \leftarrow -6 \\ \downarrow \\ 2160 \leftarrow -7 \\ \downarrow \end{array}$$

通常可寫做

$$\begin{array}{r} \times \\ 32 \\ 63 \\ 184 \\ 725 \\ 3606 \\ 21607 \\ 151208 \\ 1209609 \\ +1088640 \\ \hline 1227339 \end{array}$$

例 2.

$$\begin{array}{r} \times \\ 52 \\ 103 \\ 304 \\ 1205 \\ 6006 \\ 36007 \\ 252008 \\ 2016009 \\ +1814400 \\ \hline 2044666 \end{array}$$

〔說明〕 豎線右面的 1、2、3、4、5、6、7、8、9

爲乘數，是不變的，因任何大數的乘法，離不開用這幾個數乘。豎線左爲被乘數，第一個數可以任意選擇。進行乘時，乘數 2 和線左第一數乘，得積寫在第一數下面，作第二被乘數，它再和線右 3 相乘，得積寫在第一積的下面作第三個被乘數，和 4 相乘……以此類推，直到用 9 乘完爲止，所有的積可再相加，作加法練習。← 是表示箭頭兩端的數進行相乘；↓ 是表示相乘的積寫在下面。

例 3.

$$\begin{array}{r}
 \times \\
 153 \\
 45 \\
 135 \\
 405 \\
 1215 \\
 3645 \\
 10935 \\
 + 32805 \\
 \hline
 49100
 \end{array}$$

〔說明〕 15 爲被乘數，3 爲乘數，相乘得積 45，寫在 15 的下面，45 再和 3 相乘得 135，寫在 45 下面，135 再和 3 相乘……直到願意停止處停止，所有積也可以用加法加起來。乘數和被乘數都可任意選擇。

習 題

1.

$$\begin{array}{r}
 \times \\
 9 \mid 2 \\
 3 \\
 4 \\
 5 \\
 6 \\
 7 \\
 8 \\
 9
 \end{array}$$

2.

$$\begin{array}{r}
 \times \\
 13 \mid 2 \\
 3 \\
 4 \\
 5 \\
 6 \\
 7 \\
 8 \\
 9
 \end{array}$$

3.

$$19 \mid 9$$

4. $12.34 \times 35 = ?$

5. $4562 \times 5.3 = ?$

6. $1.23 \times 0.08 = ?$

7. 某機關共有 152 人，每人每天按 2.5 斤木柴供給，問這機關每年需木柴多少斤？（一年按 365 日計算）

8. 某鹽場有 3115 個鹽灘，每灘每年產鹽 3092 担，問此鹽場每年共產鹽多少担？

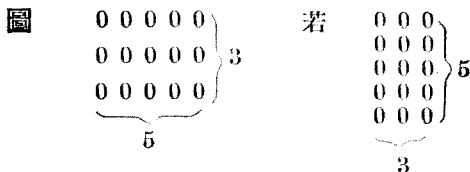
9. 每人分一丈四尺布，問 85 人共需布多少？（以丈、寸為單位，各算一遍。）

第十五節 乘法性質

1. 例 1. 每排五人，三排共多少人？

解： $5 \times 3 = 15$ （人）

但 $3 \times 5 = 15$ （人）



一排五人，三排共 15 人。 一排三人，五排亦為 15 人。

例 2. 有兩隊人，每隊都是五人一排，共三排，問這兩隊共有多少人？並按原來人數，保持 3、5、2 的關係，問可變換多少隊形？

解： 一隊為 $5 \times 3 = 15$ （人）

兩隊共為 $5 \times 3 \times 2 = 30$ （人）

如

$$5 \times 3 \times 2 \left\{ \begin{array}{l} 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \end{array} \right\} 5 \times 3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \end{array} \right.$$

但若按每排三人共五排分爲兩隊也得：

$$3 \times 5 \times 2 = 30 \text{ (人)}$$

■

$$3 \times 5 \times 2 \left\{ \begin{array}{l} 0 \ 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \end{array} \right\} 3 \times 5$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \ 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \end{array} \right.$$

若以每排二人，共五排，分成三隊也得：

$$2 \times 5 \times 3 = 30 \text{ (人)}$$

■

$$2 \times 5$$

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{2 \times 5 \times 3}$$

若以每排二人，共三排，分成五隊也得：

$$2 \times 3 \times 5 = 30 \text{ (人)}$$

$$\begin{array}{cccccccccc}
 \text{圖} & 2 \times 3 & & & & & & & & & \\
 & \overbrace{0 \ 0} & 0 \ 0 & 0 \ 0 & 0 \ 0 & 0 \ 0 & 0 \ 0 & 0 \ 0 & 0 \ 0 & \\
 & 0 \ 0 & 0 \ 0 & 0 \ 0 & 0 \ 0 & 0 \ 0 & 0 \ 0 & 0 \ 0 & 0 \ 0 & \\
 & 0 \ 0 & 0 \ 0 & 0 \ 0 & 0 \ 0 & 0 \ 0 & 0 \ 0 & 0 \ 0 & 0 \ 0 & \\
 & \underbrace{\hspace{10em}} & & & & & & & & \\
 & & & & & & & & & 2 \times 3 \times 5
 \end{array}$$

這樣排下去，可以不只排出以上四種來。

但由上兩例可以得出：

$$5 \times 3 \times 2 = 3 \times 5 \times 2 = 2 \times 5 \times 3 = 2 \times 3 \times 5 = \dots$$

$$\begin{array}{l}
 \text{公式} \quad \text{甲} \times \text{乙} \times \text{丙} = \text{乙} \times \text{甲} \times \text{丙} = \text{丙} \times \text{甲} \times \text{乙} = \text{丙} \times \text{乙} \times \text{甲} \\
 = \dots\dots\dots
 \end{array}$$

就是說：乘法的被乘數和乘數，可以任意調換位置而積不變，這叫乘法交換律。

2. 由上一種性質可發展為：

$$5 \times 3 \times 2 = 30$$

$$5 \times (3 \times 2) = 30$$

$$(2 \times 5) \times 3 = 30$$

∴ 乘法中被乘數和乘數，可任意先和式內一數或幾個數相乘，再以所得積相乘，其結果不變。這叫乘法結合律。

3. 例 3. 牲口一頭，每天耕地 4 畝，一人每天刨地 0.8 畝，每互助組把牲口 8 頭和 8 個人，同時工作，問一天共耕多少畝？

解：按題意可以有兩種算法：

1. 先求每頭牲口和每個人一天共耕地為 $4 + 0.8$ 畝，8 個人和 8 頭牲口每天共耕地為：

$$(4 + 0.8) \times 8 = 4.8 \times 8 = 38.4 \text{ (畝)}.$$

2. 先求牲口 8 頭每天共耕地爲 4×8 (畝)，8 人每天共耕田 0.8×8 (畝)。

∴ 8 頭牲口和 8 個人每天共耕地爲：

$$4 \times 8 + 0.8 \times 8 = 32 + 6.4 = 38.4 \text{ (畝)}$$

可知道兩數相加後再乘以某數，和某數先分別乘以兩數，而後相加，其結果不變，這叫乘法分配律。

例 4. 若上題問 8 頭牲口比 8 個人每天多耕地多少畝？

解： 也有兩種算法

1. 先求一頭牲口比一個人每天多耕地爲 $4 - 0.8$ (畝)，8 頭牲口該多： $(4 - 0.8) \times 8 = 3.2 \times 8 = 25.6$ (畝)。
2. 先求 8 頭牲口每天耕地爲 4×8 (畝)，8 個人每天完成地爲 0.8×8 (畝)。

8 頭牲口比 8 個人共多耕地爲：

$$4 \times 8 - 0.8 \times 8 = 32 - 6.4 = 25.6 \text{ (畝)}$$

知道兩數相減後乘以某數，和某數先分別和兩數相乘後相減，其結果不變。這叫乘法分配律。

$$\therefore (4 - 0.8) \times 8 = 4 \times 8 - 0.8 \times 8$$

$$(4 - 0.8) \times 8 = 4 \times 8 - 0.8 \times 8$$

公式 $(甲 + 乙) \times 丙 = 甲 \times 丙 + 乙 \times 丙$

$(甲 - 乙) \times 丙 = 甲 \times 丙 - 乙 \times 丙$

4. 例 5. $3 \times 6 = 18$

$$\text{若 } 3 \times 3 \times (6 \div 3) = 9 \times 2 = 18$$

$$\text{若 } 3 \div 3 \times (6 \times 3) = 1 \times 18 = 18$$

∴ 兩數相乘，被乘數若乘或除以某數，同時乘數必須除以或乘以同數，其結果不變。乘數或除數不得爲 0。

第十六節 乘法速算

例 1. $386 \times 10 = 3860$

例 2. $286 \times 100 = 28600$

例 3. $386 \times 1000 = 386000$

∴ 乘數是10、100、1000……的，只要在被乘數後加一個，兩個，三個……零（乘數幾個零，便加幾個）即得，不用相乘。

例 4. $386 \times 20 = 3860 \times 2 = 7720$

例 5. $386 \times 300 = 38600 \times 3 = 11580$

例 6. $386 \times 5000 = 386000 \times 5 = 1930000$

∴ 乘數是10、100、1000的倍數的，先在被乘數上加零（乘數幾個零便加幾個）後，再和幾倍來乘。

例 7. $25 \times 73 \times 5 \times 4 \times 8 = 73 \times (25 \times 4) \times (5 \times 8)$

$$= 73 \times 100 \times 40$$

$$= 7300 \times 40 = 73000 \times 4 = 292000$$

例 8. $5 \times 8 \times 16 \times 25 \times 9 \times 625 = (5 \times 8 \times 25) \times (16 \times 625) \times 9$

$$= 1000 \times 10000 \times 9$$

$$= 10000000 \times 9$$

$$= 9000,0000$$

∴ 連乘法裏，有的可先交換結合相乘，成爲10、100、1000……或它的倍數，而後再和其他乘數相乘。

例 9. $56 \times 48 = 56 \times 6 \times 8 = 336 \times 8 = 2688$

例 10. $238 \times 144 = 238 \times 6 \times 8 \times 3 = 1428 \times 8 \times 3$

$$= 11424 \times 3 = 34272$$

一般的兩位乘法，不如一位乘法方便和快。∴若乘數是多位的，而又等於幾個單位數的積，可以把它分成幾個單位數去連乘。

$$\begin{aligned} \text{例11. } 325 \times 97 &= 325 \times (100 - 3) = 325 \times 100 - 325 \times 3 \\ &= 32500 - 975 = 31525 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例12. } 325 \times 1002 &= 325 \times (1000 + 2) \\ &= 325 \times 1000 + 325 \times 2 = 325000 + 650 \\ &= 325650 \end{aligned}$$

∴若乘數近於10、100、1000……等，可先用10、100、1000……等乘被乘數，再加或減乘數的少乘或多乘被乘數的幾倍。

$$\begin{array}{r} \text{例13.} \quad \begin{array}{r} 35 \\ \times 11 \\ \hline 35 \\ + 35 \\ \hline 385 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{若省去乘可直接} \\ \begin{array}{r} 35 \\ + 35 \\ \hline 385 \end{array} \end{array} \end{array}$$

$$\text{即 } 35 \times 11 = 35 + 350 = 385$$

$$\text{例14. } 685 \times 11 = 685 + 6850 = 7535$$

$$\begin{array}{r} \text{例15.} \quad \begin{array}{r} 37 \\ \times 22 \\ \hline 74 \\ + 74 \\ \hline 814 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{若省去乘可直接} \\ \begin{array}{r} 74 \\ + 74 \\ \hline 814 \end{array} \end{array} \end{array}$$

$$\text{即 } 37 \times 22 = 74 + 740 = 814$$

$$\text{例16. } 37 \times 33 = 111 + 1110 = 1221$$

∴若乘數是11、22、33、44……等，可把乘數的個位數與被乘數相乘的積，和把這個積向左移一位的數相加即得。

習 題

一、按速算法計算下列各式：

1. $154 \times 25 \times 8 \times 4 = ?$
2. $108 \times 11 = ?$
3. $86 \times 44 = ?$
4. $8642 \times 2003 = ?$
5. $765.23 \times 100 = ?$
6. 豆油每斤價 350 元問 98 斤共多少元？
7. 每尺布 205 元問 8 尺布多少元？
8. $15 \times 3 + 8 \times 3 + 2 \times 3 = ?$

10. 一樣多的錢，每斗 4500 元的糧可買 2 斗，若 1500 元一斗的數則買 6 斗，問這是什麼道理，若反之又是什麼道理，試證明之。

第十七節 除法

例 1. 某甲獻金 1000 元，乙獻金 250 元，問甲獻的是乙的幾倍。

解：按題意看 1000 元裏有幾個 250 元

$$\text{那麼 } 1000 - 250 = 750$$

$$750 - 250 = 500$$

$$500 - 250 = 250$$

$$250 - 250 = 0$$

從 1000 裏減去了四個 250 恰好減完，知道 1000 裏有 4 個 250。也就是 1000 為 250 的 4 倍，但這種減法不方便，後來演變為乘法的逆算，即是除法，如上例可用 4 乘 250 得積恰為 1000，那麼 4 就是表示 250 的 4 倍。

$$\begin{array}{r}
 \text{如} \\
 \text{除數} \cdots \cdots 250 \quad \overline{) \quad 1000} \quad \begin{array}{l} 4 \cdots \cdots \text{商} \\ \text{被除數} \end{array} \\
 \underline{-1000} \quad \cdots \cdots = 250 \times 4 = 1000 \\
 0
 \end{array}$$

列成算式 $1000 \div 250 = 4$ (倍)

答 甲獻金為乙獻的4倍

例2. 某班學生織毛襪生產，自合作社領到毛線126斤，分給6個組。問每組可分線多少斤？

解：按題意是把126斤線分成6份，每份的斤數，即為每組所分的線數，若先以某數乘6能得126，這個數即為每組應得的斤數。

$$\begin{array}{r}
 21 \text{ (斤)} \\
 6 \overline{) 126} \\
 \underline{12} \quad \cdots \cdots 20 \times 6 = 120 \\
 6 \\
 \underline{6} \quad \cdots \cdots 1 \times 6 = 6 \\
 0
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 21 \\ 6 \overline{) 126} \\ \underline{12} \\ 6 \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}} \right\} \text{共為 } 126 \text{ 斤}$$

列成算式 $126 \div 6 = 21$ (斤)

答 每組應分毛線21斤

由上兩例，可知道求某數是另一數的幾倍，或均分某數為幾份的方法，叫除法。

除法公式 被除數 \div 除數 = 商

甲 \div 乙 = 丙

運算時的幾點注意：

1. 名數除法，若被除數和除數為同名數，所得的商為異名數，這個異名，隨題中的需要而定。

如上例1. $1000 \text{元} \div 250 \text{元} = 4$ (倍)

若題意更換為每工工資為250元，1000元可僱幾個工。

則 $1000 \text{元} \div 250 \text{元} = 4$ (個工)

這（倍）和（工）都是題中所需要的。

若被除數和除數為異名，除數作為不名數，商的單位同於被除數的單位。

如上例2. 126斤，6組分，不能寫成 $126\text{斤} \div 6\text{組}$ 而6當作不名數，即用6分的意思。

$$126\text{斤} \div 6 = 21\text{斤} \quad (\text{同於被除數的單位})$$

2. 上面的情形知道了，平常列式時可全列不名數，只在商後附以單位用（ ）括起。

$$\text{如 } 1000 \div 250 = 4 \text{ (倍)}$$

$$126 \div 6 = 21 \text{ (斤)}$$

3. 商須對齊被除數的位。

$$\text{例 } 340715 \div 821 = ?$$

十	4	1	5	
	(萬)	(萬)	(千)	(百)
821	3	4	0	7
	3	2	8	4
	1	2	3	1
	8	2	1
	4	1	0	5
	4	1	0	5
	0			

$= 821 \times 400 = 328400$ $= 821 \times 10 = 8210$
 $= 821 \times 5 = 4105$

} 演算時可以省去

$$\therefore 340715 \div 821 = 415$$

4. 在演算中間，若餘數後將被除數拉下一位，仍不够除，可再拉下一位或幾位，到够除為止，但商數須補一個或幾個零。

.....補的零

如

23	2	3	0	8	0	5
	2	3	0	8	0	5
	2	3				
	0	8	0		
	6	9				
	1	1	5			
	1	1	5			
	0					

將0拉下不够除，再將8拉下仍不够除，再將0拉下才够除，因多拉下兩位，所以在商1後須補兩個0。

5. 不能整除（以上幾例，都是能除盡的，叫整除；若除不盡的，叫不能整除）的兩種算法——餘數；四捨五入。

例 1. 銀行發放豆種14357斗，給13個區，問每區應得多少斗？

解：把14357斗均分成13份，即得。

$$\begin{array}{r}
 1104 \\
 13 \overline{) 14357} \\
 \underline{13} \\
 13 \\
 \underline{13} \\
 57 \\
 \underline{52} \\
 5 \quad (\text{餘數})
 \end{array}$$

∴ $14357 \div 13 = 1104$ (斗) 尚餘 5 斗

答 每區應分得豆種1104斗，尚餘 5 斗。

上題另一種算法：

$$\begin{array}{r}
 1104.384 \\
 13 \overline{) 14357} \\
 \underline{13} \\
 13 \\
 \underline{13} \\
 57 \\
 \underline{52} \\
 60 \\
 \underline{59} \\
 110 \\
 \underline{104} \\
 50 \\
 \underline{32} \\
 8
 \end{array}$$

• $14357 \div 13 = 1104.38$ (斗) 強

答 每區應分得豆種1104.38斗強

這就是四捨法，即除到小數後第三位是 5（凡小於 5 的），可以捨去不要，在商後附以弱字，表示實際的商稍多些。

例 2. 若是發放 14360 斗給 13 個區，每區得多少斗？

$$\begin{array}{r}
 1104.6\overset{+1}{5} \\
 13 \overline{) 14360} \\
 \underline{13} \\
 13 \\
 \underline{13} \\
 60 \\
 \underline{52} \\
 80 \\
 \underline{78} \\
 20 \\
 \underline{13} \\
 70 \\
 \underline{65} \\
 5
 \end{array}$$

$$\therefore 14360 \div 13 = 1104.62 \text{ (斗) 弱}$$

答 每區應分得豆種 1104.62 斗弱

這就是五入法，即除到小數後第三位是 5（凡 5 以上的數），可把本數字去掉，於上一位加 1，在商後附以弱字，表示實際的商比這數稍少些。

以上兩例總叫四捨五入法，在日常的計算中很重要，因在實際計算中不一定能整除的。

如題目要求到小數後兩位止，須算到第三位，要求到小數後三位止，則須算到第四位，這多着的一位，便於捨入。規定算到小數後幾位，要看單位的大小而定，單位小

例 2.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \times \\
 \textcircled{3} 2 \\
 63 \\
 184 \\
 725 \\
 3606 \\
 21607 \\
 151208 \\
 1209609 \\
 1088640 \\
 544320 \\
 181440 \\
 45380 \\
 9072 \\
 1512 \\
 216 \\
 27 \\
 \textcircled{3}
 \end{array} \\
 \div \\
 \begin{array}{r}
 2 \\
 3 \\
 4 \\
 5 \\
 6 \\
 7 \\
 8 \\
 9
 \end{array}
 \end{array}$$

〔說明〕 例子的上半是乘，下半是除，即把乘 9 的最後得積，作被除數，用 2 來除，得商寫到第一被除數下，作第二被除數，以 3 除之，得商寫在第二被除數下作第三被除數，以 4 除之，類推下去直到用 9 除完，最後的商應和最先一個被乘數等。因為是還原，若兩數不同，則計算定有錯誤。

習 題

1. 什麼樣的問題用除法解決，是否都屬於以上所講的範圍呢？
 2. $85 \div 8 \div 12 = ?$
 3. $423 \div 13 = ?$
- } 除不盡用四捨五入，求到小數後兩位。

$$\begin{array}{r}
 \times \\
 14 \overline{) 23456789} \\
 \hline
 2 \overline{) 3456789} \\
 \hline
 3 \\
 4 \\
 5 \\
 6 \\
 7 \\
 8 \\
 9
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \times \\
 9 \overline{) 23456789} \\
 \hline
 2 \overline{) 3456789} \\
 \hline
 3 \\
 4 \\
 5 \\
 6 \\
 7 \\
 8 \\
 9
 \end{array}$$

6. 90000元可買算術課本 120 冊，問每冊價多少元？
7. 苞米15斤價 975 元，有款1495元，問可買多少斤苞米。

第十九節 除法性質

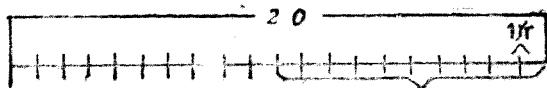
1. 例 1. 某校課餘生產組兩組，每組 5 人，共紡花 20 斤，問每人平均紡花多少斤？

解： 每組平均為 $20 \div 2 = 10$ (斤)

每人平均則為 $20 \div 2 \div 5 = 2$ (斤)

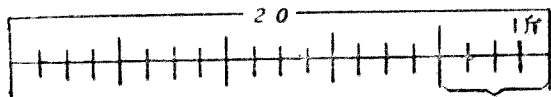
但 $20 \div 5 \div 2 = 2$ (斤)

例



$$20 \div 2 = 10 \text{ 斤}$$

$$10 \div 5 = 2 \text{ 斤}$$



$$20 \div 5 = 4 \text{ 斤}$$

$$4 \div 2 = 2 \text{ 斤}$$

∴ 連除法中的除數，可任意交換位置，所得的值不變，這叫除法交換律〔注意〕：被除數不能和除數交換。

$$\text{公式 } 甲 \div 乙 \div 丙 = 甲 \div 丙 \div 乙$$

2. 例 2. 由上例可發展為：

若先求兩組的人數，再用總人數來分

$$\text{則為 } 20 \div (2 \times 5) = 20 \div 10 = 2 \text{ (斤)}$$

〔注意〕 連除式內除數加括號時，原來的除號括在括號內，應變為乘號，去括號時，括號內的乘號應變為除號。

∴ 連除式中的除數，可以先乘起來，用除數的積除被除數，得值不變，這叫除法結合律。

$$\text{公式 } 甲 \div 乙 \div 丙 = 甲 \div (乙 \times 丙)$$

3. 例 3. 某村住的某機關，組織 10 個勞動力，幫助老百姓拔麥子，一小時拔 1 畝，村中民兵也組織 10 人，一小時拔 2 畝，問每組各一人，平均每小時拔麥子多少畝

解： 可有兩種算法：

一、一畝為 10 分

∴ $10 + 20$ 為兩組 20 人每時共拔的畝數

那麼 $(10 + 20) \div 10$ 為每組各一人每時所拔的畝數。

$$\text{則 } (10 + 20) \div 10 = 30 \div 10 = 3 \text{ (分) 即 } 0.3 \text{ 畝}$$

答 每組各一人每小時可拔 0.3 畝 (即 3 分)

二、 $10 \div 10$ 爲某機關每人每小時所拔的分數。

$20 \div 10$ 爲民兵每人每小時所拔的分數。

那麼 $10 \div 10 + 20 \div 10$ 爲每組各一人每時所拔的分數

則 $10 \div 10 + 20 \div 10 = 1 + 2 = 3$ (分) 即 0.3 畝

$\therefore (10+20) \div 10 = 10 \div 10 + 20 \div 10$

\therefore 幾個數相加被某數除，也等於每個數先被某數除，然後再相加。

公式 $(甲+乙+丙) \div 丁 = 甲 \div 丁 + 乙 \div 丁 + 丙 \div 丁$

例 4. 若上題問兩組平均每人一小時誰拔的多，多多少？

解： 也有兩種算法

一、 $20-10$ 爲民兵 10 人比某機關 10 人多拔的分數。

那麼 $(20-10) \div 10$ 爲民兵每人每小時比某機關每人每小時所多拔的分數

則 $(20-10) \div 10 = 10 \div 10 = 1$ (分) 即 0.1 畝

答：民兵每人每小時多拔 1 分或 0.1 畝

二、 $20 \div 10$ 爲民兵每人每小時所拔分數

$10 \div 10$ 爲某機關每人每小時所拔分數

那麼 $20 \div 10 - 10 \div 10$ 爲民兵每人每小時比某機關每人每小時所多拔的分數。

則 $20 \div 10 - 10 \div 10 = 2 - 1 = 1$ (分) 即 0.1 畝

$\therefore (20-10) \div 10 = 20 \div 10 - 10 \div 10$

\therefore 幾個數相減被某數除，也等於每個數先各被某數除而後再相減。

公式 $(甲-乙-丙) \div 丁 = 甲 \div 丁 - 乙 \div 丁 - 丙 \div 丁$

以上兩例，就是除法的分配律。

4. 例 5. 12枝鉛筆分給3人，每人得幾枝？若把12枝的三倍分給3人的三倍，每人又分得多少枝？

解 $12 \div 3 = 4$ (枝) (每人分得)

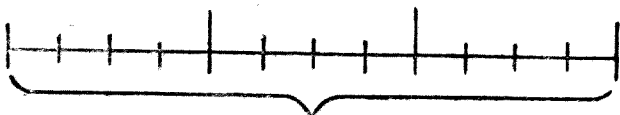
12×3 爲12枝的三倍

3×3 爲3人的三倍

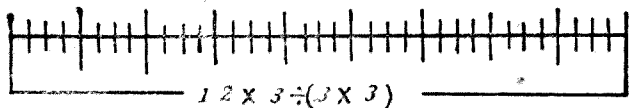
$12 \times 3 \div (3 \times 3)$ 爲三倍後每人所分的

$12 \times 3 \div (3 \times 3) = 36 \div 9 = 4$ (枝)

$\therefore 12 \div 3 = 12 \times 3 \div (3 \times 3)$



$$12 \div 3 = 4$$



$$12 \times 3 \div (3 \times 3)$$

\therefore 兩數相除，被除數增大幾倍，除數也增大幾倍，得商不變。

公式 $甲 \div 乙 = 甲 \times 丙 \div (乙 \times 丙)$

例 6. 原有鉛筆24枝，分給4人，每人得幾枝？後來鉛筆減少一半，人數也減少一半，問每人得多少枝？

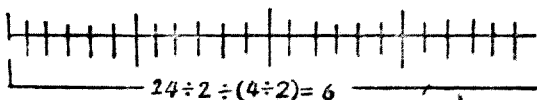
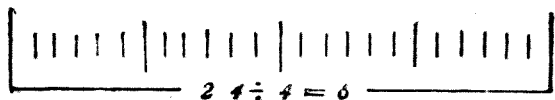
解： $24 \div 4 = 6$ (枝)

24的一半爲 $24 \div 2$

4的一半爲 $4 \div 2$

$\therefore 24 \div 2 \div (4 \div 2) = 12 \div 2 = 6$ (枝)

圖



∴ 兩數相除，被除數縮小幾倍，除數也縮小幾倍，得商不變。

第二十節 小數除法

1. 例 1. 有 0.375 萬元，給 15 人分，每人可得多少萬元？

$$\begin{array}{r}
 .025 \\
 15 \overline{) 375} \\
 \underline{30} \\
 75 \\
 \underline{75} \\
 0
 \end{array}$$

列成算式 $0.375 \div 15 = 0.025$ (萬元)

答 每人可分得 0.025 萬元 (250)

∴ 商是對齊被除的位。若只被除數有小數，商的小數須和被除數的小數對齊。

2. 例 2. 糴米 0.5 升需 125 元，問糴米一升需多少元？

解： 把 125 用 0.5 除即得

根據除法性質4,

$$\begin{aligned} 125 \div 0.5 &= 125 \times 10 \div (0.5 \times 10) \\ &= 1250 \div 5 = 250 \text{ (元)} \end{aligned}$$

演草

$$\begin{array}{r} 250 \\ 5 \overline{) 1250} \\ \underline{10} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

∴ 若將某數的小數點向右移一位，即增加某數的十倍，向右移兩位，即增加百倍，以此類推。

若僅除數為小數，而將其小數點去掉，則原小數點右有幾位，在被除數的末位後須加幾個零。

3. 例 3. 地 1.5 畝共產穀 8.025 斗，問每畝產穀多少斗？

解： 把 8.025 用 1.5 除即得

根據除法性質4, 把除數變為整數：

$$\begin{aligned} 8.025 \div 1.5 &= 8.025 \times 10 \div (1.5 \times 10) \\ &= 80.25 \div 15 = 5.35 \text{ (斗)} \end{aligned}$$

演草

$$\begin{array}{r} 5.35 \\ 15 \overline{) 80.25} \\ \underline{75} \\ 52 \\ \underline{45} \\ 75 \\ \underline{75} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore 8.025 \div 1.5 = 5.35 \text{ (斗)}$$

∴ 除數和被除數均為小數，可將除數的小數點去掉，但除數原有幾位，小數則須將被除數的小數點向右移幾位。

第二一節 速算法

例 1. $2688 \div 48 = 2688 \div 6 \div 8 = 448 \div 8 = 56$

例 2. $567 \div 63 = 567 \div 9 \div 7 = 63 \div 7 = 9$

∴ 若除數是多位數，而等於幾個單位數的積，可把它分成幾個單位數連除。（用心算即可）

例 3. $43680 \div 240 = 4368 \div 24 = 4368 \div 4 \div 6$
 $= 1092 \div 6 = 182$

例 4. $39000 \div 300 = 390 \div 3 = 130$

∴ 某整數的末幾位都為零，如去掉一個零即縮小十倍，去掉兩個零即縮小百倍，以此類推，∴ 若被除數和除數末幾位都為零，可以先割去同樣多的零，然後再除。

例 5. $4625 \div 10 = 462.5$

例 6. $4625 \div 100 = 46.25$

例 7. $4625 \div 1000 = 4.625$

∴ 若將某小數點向左移一位，即縮小原數的十倍，向左移兩位，即縮小一百倍，∴ 若除數是 10, 100, 1000……的，只要把被除數的小數點向左移一，二，三……位即不須除。

例 8. $15 \div 5 + 30 \div 5 = 45 \div 5 + 10 \div 5$

$$=(15+30-45+10) \div 5 = 10 \div 5 = 2$$

(根據性質3.，分配律)

∴ 若求用某數去分別除許多數的和與差，可根據分配待，先求出許多數的和與差，然後再用某數去除。

習 題

一、用速算法計算下列各題：

1. $953000 \div 5 \div 125 \div 8 \div 4 \div 5 = ?$

2. $135.24 \div 12 = ?$ 3. $135.24 \div 1.2 = ?$

4. $5768 \div 0.8 = ?$ 5. $74000 \div 80 = ?$

6. $90000 \div 5000 = ?$ 7. $8259 \div 100 = ?$

8. $108 \div 9 + 42 \div 9 - 72 \div 9 + 9 \div 9 = ?$

9. 若將120本書分給30個學習小組，則每組得4本；若將60本書分給15個學習小組，即每組得多少本？為什麼？試說明道理。

第二二節 四則混合算法

例1. 某人原有2000元，因零費用去700元，後來領薪水3500元，送朋友1200元，買文具用去600元，問這人究竟還有多少元？

解：按題意原存 $2000 - 700 = 1300$ (元)
 後來領薪水共有 $1300 + 3500 = 4800$ (元)
 送朋友後還有 $4800 - 1200 = 3600$ (元)
 買文具後還有 $3600 - 600 = 3000$ (元)

上面幾步式子，可列爲一式即：

$$\begin{aligned}
 & 2000 - 700 + 3500 - 1200 - 600 \\
 &= 1300 + 3500 - 1200 - 600 \\
 &= 4800 - 1200 - 600 \\
 &= 3600 - 600 = 3000 \text{ (元)}
 \end{aligned}$$

答 這人還有3000元

由上例可知一個式子內，有加、減的，可自左至右，按次序該加即加，該減即減，一步步算下去。

例2. 某村農會分出三家富農多餘土地25畝，分給6家貧農，問每家貧農得田多少畝？

解： 按題意分出三家富農多餘土地共 $25 \times 3 = 75$ (畝)
6家貧農得田 $75 \div 6 = 12.5$ (畝)

以上兩步式子，可列成一式即：

$$25 \times 3 \div 6 = 75 \div 6 = 12.5 \text{ (畝)}$$

答 每家貧農得田12.5畝

由上例可知一個式子內有乘和除的，可自左至右按次序該乘即乘，該除即除，一步步的算下去。

例3. 某紡線組共4人，去年每人紡花60斤，而今年則共多紡80斤，但今年每斤花紡成線平時要消耗0.01875斤（即3錢），問今年平均每人紡多少斤花？

解： 今年每人平均多紡 $80 \div 4 = 20$ (斤)
今年平均每人共紡 $60 + 20 = 80$ (斤)
今年每人共消耗花 $0.01875 \times 80 = 1.5$ (斤)
 \therefore 實際每人紡花 $80 - 1.5 = 78.5$ (斤)

以上四步式子，可列爲一式即：

$$\begin{aligned}
 & 60 + 80 \div 4 - 0.01875 \times (60 + 80 \div 4) \\
 &= 60 + 20 - 0.01875 \times 80
 \end{aligned}$$

$$= 80 - 1.5 = 78.5 \text{ (斤)}$$

由上例可知一個式內雖有加、減、乘、除的，演算時須先乘除而後加、減，不能順次算下去。

第二三節 括號

例 1. 某家男 4 人，女 3 人，一年生產棉花 13 斤，又買棉花 8 斤，作為織布縫衣之用，問每人每年平均用棉花多少斤？

解：一年共用棉花為 $13 + 8 = 21$ (斤)

全家人口為 $4 + 3 = 7$ (口)

那麼每人每年平均用棉花為 $21 \div 7 = 3$ (斤)

以上三步式可列為一式即：

$$(13 + 8) \div (4 + 3) = 21 \div 7 = 3 \text{ (斤)}$$

答 平均每人每年用 3 斤棉花

『()』叫做圓括號，也叫做小括號。它的作用，是表示括號內的數應該看作一個數，須先算得結果。如果不用括號，則上例即為 $13 + 8 \div 4 + 3$ ，按四則運算法則，是先除即 $13 + 2 + 3$ ，則完全錯誤，因此必須用『()』以標明。

例 2. 某互助組，合夥饑兩頭驢，一頭牛，每年平均每頭須乾草 1100 斤，但園有時可野外放青，年底結算共節約乾草 500 斤，問實際平均每頭每月須乾草多少斤？

解：兩頭驢，一頭牛每年共須乾草 $1100 \times (2 + 1) = 3300$ (斤)

節約後共須 $3300 - 500 = 2800$ (斤)

每月平均須乾草 $2800 \div 12 = 233.33$ (斤) 弱

以上三步式子，可列爲一個式子即：

$$\begin{aligned} (1100 \times (2 + 1) - 500) \div 12 &= (1100 \times 3 - 500) \div 12 \\ &= 2800 \div 12 = 233.34 \text{ (斤) 弱} \end{aligned}$$

答 每月平均須乾草233.34斤弱

『〔 〕』叫做方括號，也叫做中括號。若根據題意，單用圓括號還不能列成一個全式子，可再加『〔 〕』以補不足，作用和（ ）一樣，習慣多用在圓括號外層。

計算兩層或多層括號時，應先算出最內層的結果，去掉內層括號，再計算外一層，在括號完全去掉求出答數爲止。

- 括號內有加、減、乘、除的，也須按四則計算法則，先乘除後加減。

括號除掉以上兩種，還有『{ }』叫做組括號，和『—』叫線括號，可根據需要而增加。這幾種括號，在習慣上常以（ ）爲最內層，〔 〕爲中層，以{ }爲最外層，如不足用時，可以—爲最內層。

如 $\{ [(-)] \}$

也可 $\{ [(-)] \}$

上面只講過兩種用法，因爲日常中有兩種括號，一般的已够用。如果遇有很複雜的問題，只要懂得了用法，可以隨意運用。

列式時和計算時的幾點注意：

等號『=』兩邊的總和，必須相等；如果等號兩邊不等『≠』即完全錯誤。

例 1. 某校教員，每月 300 斤薪糧的 15 人，350 斤的一人，問

這校每月須多少斤薪糧？

式子常錯列爲 $300 \times 15 = 4500 + 350 = 4850$ (斤)

但 $300 \times 15 \neq 4500 + 350$

因等號兩邊的值不等

應爲 $300 \times 15 + 350 = 4500 + 350 = 4850$ (斤)

有人只看數字在前面的，列在式前，不仔細研究題意。

例 2. 某人買鉛筆用去 50 元，買毛巾用去 280 元，共拿出 400 元，問應找回多少元？

常錯列爲 $50 - 280 - 400 = 70$ (元)

因 $50 - 280 - 400 \neq 70$ (元)

應爲 $400 - 280 - 50 = 70$ (元)

例 3 5 人分 100 元，每人得多少元？

常錯列爲 $5 \div 100 = 20$

而 $5 \div 100 \neq 20$

應 $100 \div 5 = 20$ (元)

例 4. 計算時如：

$$25 + 7 + 8 - 12 - 3 + 5$$

$$\text{則 } = 32 + 8 = 40 - 12 = 28 - 3 = 25 + 5 = 30$$

$$\text{因 } 25 + 7 + 8 - 12 - 3 + 5 \neq 32 + 8 \neq 40 - 12$$

$$\neq 28 - 3 \neq 25 + 5$$

$$\text{應爲 } 25 + 7 + 8 - 12 - 3 + 5 = 32 + 8 - 12 - 3 + 5$$

$$= 40 - 12 - 3 + 5$$

$$= 28 - 3 + 5 = 25 + 5 = 30$$

四則雜題

1. $8236 - 7280 + 9540 - 7565 + 12500 - 9800 = ?$

2. $1054 \times 105 \div 5 \times 8 \div 16 = ?$

3. $2313 \times 7 + 2 \times 4 + 6 + 8 = ?$

4. $20 + 3 + 25 \div 5 + 3 + 26 \div 2 = ?$

5. $2460 \div 2 - 32 \div 8 - 2 - 33 \div 4 = ?$

6. $1695 \div 40 \div 5 - 128 + 6 \div 2 = ?$

7. $135 + 30 \div 5 - 128 + 6 \div 2 = ?$

8. $45 + 35 \times 4 - 173 \div 89 = ?$

9. $(27920 + 5880) \div 365 = ?$

10. $(8000 \times 25 - 100000) \div 160 = ?$

11. $2540 + 53 - 400 \div (32 + 19) = ?$

12. $1360 \times 2 \div 85 \times [(85 + 15) \div 2] - 1360 = ?$

13. $9 + 8 \times \{7 + 6 \times [5 + 4 \times (3 + 2 \times 1)]\} = ?$

14. 小麥每斤300元，苞米每斤200元，豆子每斤250元，今各買25斤，問粗糧比細糧能多用多少元？

15. 某婦女每月紡線賺200元，每年做鞋賺4500元，每年織布3丈，每丈賺1200元，問一年共生產多少元？

16. 上題如果這婦女又和別人合做買賣共賺15000元，兩人平分，她一年則共賺多少元？

17. 某村周家種小麥24畝，因比去年多上了糞，又打井灌溉共收小麥37.44石；林家也種小麥2畝，地級與周家相同，但因上糞不多，也沒打井灌溉，結果每畝收小麥1.2石。問周家比林家共多收多少石？

18. 某甲種豆經過選種，每畝產203.6斤，某乙沒有經過選種，3.5畝產578.9斤。問甲比乙共多產豆多少斤？

19. 某人僱包工開荒，共開4天，食糧每天3斤，工資每天4.15斤，先付去12.5斤，問還須付糧多少斤？

20. 硫磺5錢，石灰5錢，水294.84錢，放在鐵罐中煮沸，

成黃色的硫磺石灰水，可治疥瘡，現在硫磺10錢，石灰12錢，製硫磺石灰水，須水多少錢？

21. 某醫院醫生用雞蛋白治癒燙傷者 2000 人，每人要用雞蛋白一個，價15元，紗布一方價 8 元，問共須多少元？

22. 某運輸隊包運玻璃 2000 塊，每塊運費 6 元，若破碎一塊，除不得該塊的運費外，尚須賠償 4 元。今有人實得運費 11960 元，問破碎了幾塊？

23. 飛機追趕開行的火車，從追及到完全追過，須 20 秒鐘。火車的長為 300 尺，速度為每秒鐘 60 尺。飛機的長為 30 尺。求飛機每秒鐘的速度？

提示： 1. 假定飛機頭緊接車尾。

2. 飛機的機尾脫離車頭，才是完全追過。

24. 某人有一急事，須11時內趕路 1285 里，現在已經坐汽車 4 小時，走 417 里，下剩的路程乘火車，若如期趕到，問火車每時走多少里？

25. 五人每日織布 0.68 丈，若加夜工，可多織 0.34 丈，織 45 日，共織 35.7 丈，問做夜工幾次？

26. 某織布工人，每年工資糧為 3.6 石，若能超過定額即可分紅，今年上半年增產額合糧 5 石，下半年增產額合糧 3 石，廠方以全年增產的十分之三分給，問這工人全年共得多少石？

27. 某紗廠討論決定，每天以出 50 包紗為定額，超出時大家分紅，如每天超出 25 包，每包則能賺 800 元，廠方得 100000 元，其餘的由 160 工人均分，問每人每天分紅多少元？

28. 某合作社買綢若干疋，每疋 28000 元，賣出時每疋為 35000 元，拿所得的利，可買每疋 14000 元的布 50 尺，問原來買綢若干疋？

29. 延安南區合作社在四〇年，資本為股金 2000 元，18 個工

作人員作股金 20000 元，但工作人員中以工作效率的大小所作股金數不等，1200 元的 3 人，1500 元的 4 人，1700 元的 4 人，1800 元的 2 人。所獲純利按勞資股金平分，這年五月份共獲利 50000 元，問每人分得紅利多少元？

提示：求勞力股每元分得多少元。

30. 在烟台近郊試用拖拉機，每小時可耕荒地 6 畝，若用牲口，每天可耕 4 畝，人力每天只耕半畝，問拖拉機一部一天（按 8 小時），可抵多少牲口或人力？

本章討論題

1. 什麼是整數和小數？
2. 加法有些什麼特點，舉例說明之？
3. 減法有些什麼特點，舉例說明之？
4. 乘法有些什麼特點，舉例說明之？
5. 除法有些什麼特點，舉例說明之？
6. 為什麼要有先乘除後加減的法則？
7. 為什麼要有括號？

第二章 複名數

第一節 名數；不名數；單名數； 複名數。

前一章講四則運算時，碰到很多數，有些數後面帶有單位，如 2 人，3 尺，4 斤等稱爲名數，有些數後面沒有單位如：4、9、20 等，稱爲不名數。

在名數中有的只含一個單位如：2 人，3 尺爲單名數；有的含有兩個或兩個以上的單位如：4 斤 5 兩，2 丈 4 尺 5 寸爲複名數。

第二節 度量衡

布的長短，路的遠近，都以長短計算稱爲度；糧食有多少，汽油有多少，都以容量計算，稱爲量；鐵有多少重，

車子載重如何，都以重量計算，稱為衡。

世界各國因習慣不同，各有自己的度量衡制度。中國各地因民間習慣不同，度量衡很不統一：在臨沂買九尺布，用上海的尺量就有13尺多；在甲村一升小米15斤，走不了百多里路，一升小米只有11斤；稱有大到35兩，小到14兩多的，所以現在只能講幾種比較統一的制度。

第三節 標準制

標準制也稱萬國公制或米突制，是法國革命後所訂，全部都是十進，並且度量衡三者之間有一定的關係，計算時很方便，為世界各國所採用，科學上應用最多。

長度表：

公里	公引	公丈	公尺	公寸	公分	公厘
浬			米 (米達)		厘	毫
KM			M		CM	MM

其中常用的有公里、公尺、公分。

例 1. 京滬鐵路長311.04公里

例 2. 某人高1.5公尺

例 3. 美製榴彈炮口徑10生的5（即10.5公分）

例 4. 大炮口徑32公分

注意：長度公分與重量公分不同。

容量表： 1 公升 = 1 立方公寸

公 秉	公 石	公 斗	公 升	公 合	公 勺	公 撮
			立升 (L)			C. C.

其中常用的有公升，公撮（通用c. c.）

例 6. 某傷員輸血 200c. c.

例 7. 蒸溜水 2 公升

重量表：

公 噸	公 担	公 衡	公 斤	公 兩	公 錢	公 分
			KG			G 克瓦

其中常用的有公斤（尪）、公分（克、瓦）

例 8. 汽車載重 1000 公斤

例 9. 蘇打粉 10 公分（或 10 克、10 瓦）

第四節 市用制

市用制是根據標準制，照顧民間舊習慣改訂的，爲了和舊制有區別，各單位前面都加『市』字

長度表	市 引	市 丈	市 尺	市 寸	市 分	市 厘	市 毫
容量表	市 石	市 斗	市 升	市 合	市 勺	市 撮	
重量表			市 兩	市 錢	市 分	市 厘	市 毫

自右至左全部十進

1 市担 = 100 市斤 1 市斤 = 10 市兩

1 市里 = 150 市丈 1 市步 = 5 市尺

市用制與標準制的關係如下：

1 公尺 = 3 市尺 1 公斤 = 2 市斤

1 公升 = 1 市升

因此市用制又稱爲一、二、三制。

第五節 營造尺庫平制：

也稱舊制，尺稱營造尺，兩稱爲庫平兩。

長度表	引	丈	尺	寸	分	厘	毫
容量表	石	斗	升	合	勺	撮	
重量表			兩	錢	分	厘	毫

自右至左全部十進

營造尺 1 里 = 180 丈 1 丈 = 2 步 1 步 = 5 尺

庫平 1 担 = 100 斤 1 斤 = 16 兩

營造尺是清朝工部造的尺，也稱部尺，是縱排一百個黍的長。『兩』，也是工部所定，稱爲庫平兩。

第六節 英美制

英美制有些單位在中國比較通行，一般都不是十進。

長度長：

哩(英里)	碼	呎(英尺)	吋(英寸)
1760碼	3 呎	12吋	

重量表：

噸	磅	兩
2000磅	10兩	

1 重噸 (英噸) = 2240磅

1 噸 = 1680斤 (2240磅)

容量表：

加倫	磅
4 磅	

例 1. 洋布20碼 2 呎

例 2. 牛奶 4 磅

例 3. 汽油40加倫

例 4. 汽車載重 2 噸

習 題

1. 1 公里 = ? 市里 2. 1 英里 = ? 英尺

3. 1 重噸 = ? 兩

4. 市用制和舊制，在名稱上和進率上，有些什麼不同，一一舉出來。

5. 你所碰到的單位有那些？有和以上所講的不同的嗎？都舉出來。

第七節 複名數與單名數的互化

爲了應用上的便利，有時需要將單名數化爲複名數，複名數化爲單名數，根據以上所講，單位的進率，有的十進，有的非十進，所以互化的方法也不同。

第八節 十進複名數的互化

十進複名數的進率和不名數的進率一樣，都是滿10進一位，所以互化時很簡單：

例1. 將8公尺4公寸7公分化爲以公尺、公尺、公寸、公分各爲單位的單名數。

$$\begin{aligned}\text{解：} \quad 8 \text{ 公尺 } 4 \text{ 公寸 } 7 \text{ 公分} &= 0.847 \text{ 公尺} \\ &= 8.47 \text{ 公尺} \\ &= 84.7 \text{ 公寸} \\ &= 847 \text{ 公分}\end{aligned}$$

所以將十進複名數化爲單名數，可直接用小數表示，小數點前面，整數的單位，就是單名數的單位。

例2. 將0.0467公担化爲複名數：

$$\text{解：} \quad 0.0467 \text{ 公担} = 4 \text{ 公斤 } 6 \text{ 公兩 } 7 \text{ 公分}$$

∴ 所以在十進制中將單名數化爲複名數時，各單位照小數點前面一位數的單位，依次向下推，或向上推。

第九節 非十進複名數的互化

非十進複名數的進率和不名數的進率不同，一切非十

進複名數互化時，不能直接用小數表示，必須經過計算。

例1. 將4哩30碼2呎化作以碼為單位的單名數。

解： 題上須要變換的單位有哩和呎，根據英美制長度表

： 1哩 = 1760碼 1碼 = 3呎

∴ $1760 \times 4 = 7040$ (碼) 即 4哩 = 7040碼

$2 \div 3 = 0.67$ 即 2呎 = 0.67碼

∴ 4哩3碼2呎 = $7040 + 3 + 0.67 = 7070.67$ 碼

例2. 經測量結果，兩村距離是36895市尺，試化做複名數。

解： 根據市用制長度表 1市里 = 150市尺

1市丈 = 10市尺

∴ 36895 市尺 = 3689 市丈 5市尺

$3689 \div 150 = 24$ 餘89

即 3689 市丈 = 24 市里 89市丈

∴ 36895 市尺 = 24 市里 89市丈 5市尺

習 題

1. 長城的長約為664.8450尺，化作複名數？
2. 電光每秒鐘速度299850公里，合幾公尺？
3. 平漢鐵路長933哩，合幾呎？

第十節 複名數的換算

從甲地運到乙地的洋布，甲地是以碼計算，要折合爲尺才能出賣，這種折合稱爲換算。在換算時須知道1碼＝？尺，又稱爲當量，一切不同的度量衡制度，都應該知道彼此的當量，才能進行換算。現將各種當量列於下：

$$1 \text{ 公尺} = 3 \text{ 市尺} = 3.2808 \text{ 呎}$$

$$1 \text{ 公斤} = 2 \text{ 市斤} = 2.2046 \text{ 磅}$$

$$1 \text{ 公升} = 1 \text{ 市升} = 0.264 \text{ 加侖}$$

$$1 \text{ 加侖} = 3.785 \text{ 公升 (美制)}$$

$$1 \text{ 公里} = 2 \text{ 市里}$$

例 1. 某商人自青島運來洋布若干疋，每疋長40碼，合多少公尺？

$$\text{因 } 1 \text{ 公尺} = 3.28 \text{ 呎} \quad 1 \text{ 碼} = 3 \text{ 呎} \quad \text{每疋洋布長 } 40 \text{ 碼}$$

$$\therefore 3 \times 40 \div 3.28 = 36.585 \text{ (公尺)}$$

答：洋布每疋合 36.585 公尺，(3 公尺，6 公尺，5 公寸，8 公分，5 公厘)

∴ 換算前應先將複名數化爲單名數，然後用當量乘或除，再將所得的單名數化爲複名數。

例 2. 某人在甲地買小麥 3 斗 2 升，每升重 15 斤，共用北幣 1600 元，拿到乙地賣，乙地每升小麥重 11 斤，向每升應賣多少元才不虧本？

解：甲乙兩地的升不一樣大，必須求出他們的當量。甲地一升重 15 斤，乙地每升重 11 斤

$$\therefore \text{乙地一升相當甲地的 } 15 \div 11 = 1.363 \text{ (升)}$$

三斗二升小麥合 $1.363 \times 32 = 43.616$ (升)

∴ 每升應賣 $1600 \div 43.62 = 389$ 元

答 每升應賣 389 元才不虧本

習 題

1. 長江長3202哩，平漢鐵路長 933 哩各合多少公里？
2. 一商人以18兩買進，以16兩賣出，買進時 200 斤，賣出時有多少斤？
3. 1市斤 = ? 公斤 1市尺 = ? 公尺 1市升 = ? 公升
1市里 = ? 公里

第十一節 複名數四則

加 法

例 1. 某人趕集，買青菜13斤，豬肉5斤7兩，油9兩4錢，鹽半斤。他的籃子裏共放了幾斤幾兩幾錢重？

	斤	兩	錢
菜	13		
肉	5	7	
油		9	4
鹽		8	
+			
	18	10	24
	2	20	4
	20	4	

答 他籃子裏共放了20斤4兩4錢重。

∴ 複名數相加時，將各種單位對齊，每種單位進行相加，再把小單位進到大單位。

減 法

例 2. 求 3 日 17 小時 54 分 34 秒，1 日 21 時 36 分 45 秒的差？

$$\begin{array}{r}
 \text{日} \quad \text{時} \quad \text{分} \quad \text{秒} \\
 3 \quad 17 \quad 54 \quad 34 \\
 - 1 \quad 21 \quad 36 \quad 45 \\
 \hline
 2 \quad 41 \quad 53 \quad 94 \\
 - 1 \quad 21 \quad 36 \quad 45 \\
 \hline
 1 \quad 20 \quad 17 \quad 49
 \end{array}$$

∴ 複名數相減時，先從最小的單位開始，若某位不足時，可從前一位退下一，合成與某位相同的單位，加入某位，再與減數相減，(如 34 秒減 45 秒可從 54 分退下 1 分，成爲 94 秒，加入 34 秒即 128 秒，再減去 45 秒，等於 83 秒)。

乘 法

例 3. 地球繞太陽轉一周的時間，爲 365 日 5 時 48 分 46 秒，但每年只有 365 日，四年後差多少時間？

解： 每年的時間，比太陽轉一周的時間少 5 時 48 分 46 秒，∴ 四年相差：

$$\begin{array}{r}
 \text{時} \quad \text{分} \quad \text{秒} \\
 \times \quad 5 \quad 48 \quad 46 \\
 \hline
 20 \quad 192 \quad 60 \quad 184 \quad 3 \\
 + \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \\
 \hline
 23 \text{ 時} \quad 60 \quad 195 \quad 3 \\
 \quad \quad \quad - 180 \\
 \quad \quad \quad \hline
 \quad \quad \quad 15 \text{ 分}
 \end{array}$$

答 四年相差 23 時 15 分 4 秒

• 複名數進行乘時，其乘積若超過其單位的定數時，

應按進率進入前一位。(如20時195分184秒，秒分進位的結果，成爲23時15分4秒)。

除 法

例 4. 某處修公路28里123丈6尺，三個村平均分担，問每村應修多少？

里	丈	尺
9	101	2
3 28	123	6
27	+ 180	6
1	303	0
× 180	3	
180	03	
	3	
	0	

答 每村修路9里101丈2尺

∴ 複名數除法，先從大單位除起，其餘數可化爲低級單位，加入下一單位，再進行除。(如28里 ÷ 3 = 9里餘1里，1里化爲180丈，加入123丈得303丈，再用3除303丈。)

由以上複名數的演算，與單名數所不同的，就是：單名數只包含一項計算，而複名數是包含多項。複名數又可化爲單名數，然後演算，最後再將其結果化爲複名數。

習 題

1. 有米三包，各重96斤7兩、89斤9兩、97斤5兩，問三包共重多少？

2. 洋布兩疋各長40碼2呎、41碼1呎，問兩疋共長多少？
3. 地球距太陽冬天1,4700,0000公里，夏天1,5100,0000公里，求平均距離？若光速每秒鐘30,0000公里，太陽大約幾秒鐘可射到地球上？
4. 人體血脈平均每分鐘跳75次，問一晝夜（24小時）可跳多少次？
5. 電閃每秒鐘299850公里，聲音（雷）每秒鐘340公尺，有人見閃後30秒鐘才聽見雷聲，問此人距發生電閃處多遠？

第十二節 時間

從今天太陽當頭（日午）到明天太陽當頭（日午）稱爲一天（太陽日），即地球自轉一週的時間。

1日=24時 1時=60分 1時=4刻

1刻=15分 1分=60秒

自夜半到正午12小時，稱爲上午，自正午到夜半12小時稱爲下午。

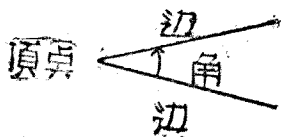
地球繞太陽轉一週（公轉）的時間，要365日5時48分46秒，或者365.2422日。爲便利起見，取一年爲365日，分爲12個月，一、三、五、七、八、十、十二共七個月，稱爲大月，各31天；四、六、九、十一共四個月，稱爲小月，各30天；二月也稱爲小月，有28天。

每一百年稱爲一世紀，如1946年是第二十個世紀的年代，稱爲二十世紀（1946年這種年代，稱爲紀元年，以耶穌降生那一年爲紀元一年，依次往後數。耶穌降生前稱爲紀元前）。

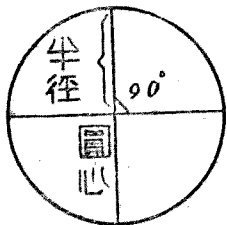
上面講過，地球繞太陽公轉一週的時間有 365.2422 日，一公轉比一年多出 0.2422 日，每四年多 0.9688 日，約合一 天，所以一般每四年設一閏年，加入 2 月成爲 9 日，這一年共 366 日。但每年多 0.2422 日，每四百年多 96.88 日，約合 97 日，因此每 400 年只能設 97 個閏年。（若每四年一閏，400 年應有 100 個閏年）根據這個道理，規定閏年的計算辦法如下：

依紀元的年數，凡可以被 100 整除，但不能被 400 整除的，就不是閏年。如 1900 年不是閏年，但 1600 年是閏年，凡不能被 100 整除，只能整 4 整除的也是閏年，如 1944 年，1948 年。

第十三節 角度



如圖：從任意一點畫兩條直線，這兩條直線所張開的大小叫角度，兩直線叫邊，兩直線的交點叫頂點，角的大小和邊的長短沒有關係。



如圖：用兩足規（圓規）作圓，中間固定的一點叫圓心，另一足轉動做出曲線叫圓周，圓心到圓周的距離叫半徑。

通過圓心，可以把圓分成四等分，每一等分再分爲 90 等

分，每一等分叫一度，所以全圓共有 $90 \times 4 = 360$ （度），簡寫為 360° （數字右上角的小 $^\circ$ ，表示度的意思，讀做度。）

任意兩條直線相交所成的角 $=90^\circ$ 時，這個角叫直角。兩條直線稱為互相垂直。這種情形很多，如方點的兩隣邊，窗的橫格和豎格，門框的兩隣邊，都是互相垂直。

1度 $=60$ 分 1分 $=60$ 秒，分秒的符號為（，）（，，）

如 34度27分18秒，寫作 $34^\circ 27' 18''$

習 題

1. 試求：1225，1189，1593，1553，1840，1342，1940，1947各年，那年是閏年？
2. 月亮繞地球一周的時間是29日12時44分3秒，繞12周的時間是多少？
3. 月亮繞地球12周的時間比一年（地球繞太陽一週）的時間少多少？
4. 陰曆每年以354日計，公轉8次比陽曆八年應多餘多少時間，那麼每八年應設幾個閏年（閏年多一個月，以30日計。）？
5. 某甲每天6時起床，9時睡覺；後來改為5時起床10時睡覺。一年以後，比以前可多餘出多少時間。若多出的時間，用來讀書，每小時能讀4頁，每本書80頁，問可讀幾本？
6. 某人面向北站，後來轉到面向東站，轉了多少度？又從東轉到西，又轉了多少度？

本章討論題

1. 爲什麼要學複名數？
2. 什麼叫一二三制？
3. 試舉出幾種：你能記得的，或常遇到的外國度量衡的單位。
4. 主要用什麼方法來解決換算問題？
5. 爲什麼要有閏年，陽曆和陰曆的閏年爲什麼不同？
6. 什麼叫角，以什麼表示角的大小？

第三章 求積

第一節 面積及面積單位：

面的大小叫面積，面積如何計算，請看下面：

每邊長一寸的正方形，叫一平方寸；每邊長1尺的正方形，叫一平方尺；每邊長1英寸的正方形，叫一平方英寸；每邊長一公尺的正方形，叫一平方公尺；一平方寸，一平方尺，一平方英寸，一平方公尺，都是面積單位，可簡稱為1方寸，1方尺，1方英寸，1方公尺。所以面積單位，根據長闊的單位而定。

一塊面含有一方寸，他的面積是1方寸；含有兩個1

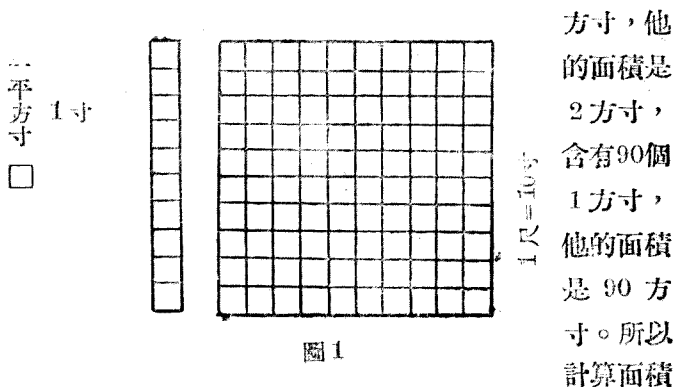


圖 1

的大小，是計算這塊面含有幾個單位面積（如計算長度一樣，是計算含有幾個單位長度）。

如圖 1，積十個相等的單位正方形，成爲一個長方形；積十個相等的長方形，成爲一個大正方形。這大正方形的邊長，等於小正方形邊長的十倍。如果單位正方形的邊長爲 1 寸，大正方形的邊長爲 10 寸即一尺，所以：

$$1 \text{ 方尺} = 100 \text{ 方寸}$$

同理，單位正方形的邊長爲 1 尺，大正方形的邊長爲 1 丈，即：

$$1 \text{ 方丈} = 100 \text{ 方尺}$$

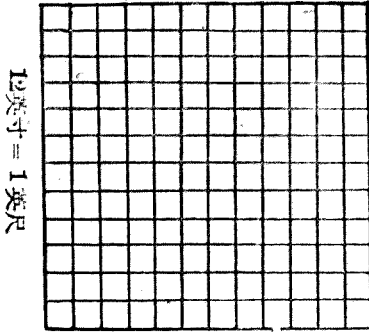
∴ 若邊長的單位是 10 進的，面積的單位是 100 進。若單位正方形的邊長爲 1 英寸，積 12 個平方英寸成爲 1 個長方形，再積 12 個相等的長方形，成爲邊長 1 英尺的大正方形，其中包含 $12 \times 12 = 144$ 個平方英寸，如圖 2：

1 平方英寸

□ 1 英寸
12 英寸



12 英寸 = 1 英尺



12 英寸 = 1 英尺

圖 2

1 平方英尺 = 144

平方英寸

12 × 12, 可寫作

12^2

10 × 10, 可寫作

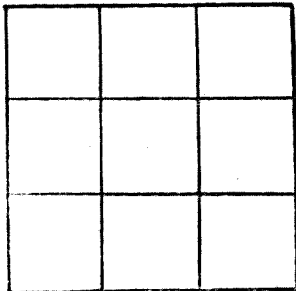
10^2

(各讀作 12 的平方, 10 的平方。)

面積單位的進率 = 長度單位進率的平方。

例：3 尺見方，與 3 方尺有什麼不同？

3 尺



3 尺



1 尺

3 圖

三尺見方的方形，是每邊長三尺的正方形，如圖 3，面積 = 9 方尺。

三方尺是含三個1平方尺的面，他的面積就是3方尺。
 ∴二者不相等。

習 題

1. 1平方碼 = ? 方呎，方呎到方碼的進率是多少？
2. 民間面積單位有那些，與以上所講的意義是否相同？
3. 1平方里 = ? 方尺 1平方公里 = ? 平方公尺？

第二節 面積的計算法 1.

這裏先講幾種有規則面積的計算法。

1. 正方形：四邊相等，各相隣邊相互垂直的形狀叫正方形，中國舊數學稱方田，這種形狀，日常碰到的如：方桌面，單位面積的形狀，也都是正方形。根據第一節。

$$\text{正方形面積} = (\text{邊長})^2 \dots\dots(一)$$

2. 長方形：長濶不等，但相隣邊相互垂直的形狀稱長方形，中國舊數學稱為直田，書、門框、長桌面，都是長方形。

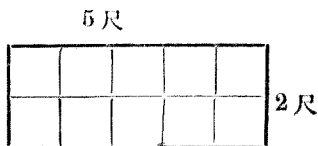


圖 4

例 1. 長 5 公尺，寬 2 公尺的長方形面積多少？

如圖 4，長 5 公尺，寬 2 公尺的長方形包含十個 1 平方公尺的單位正方形，他的面積是 10 平方公尺，但 $10 = 5 \times 2 = \text{長} \times \text{寬}$

∴ 長方形面積 = 長 × 寬……………(二)

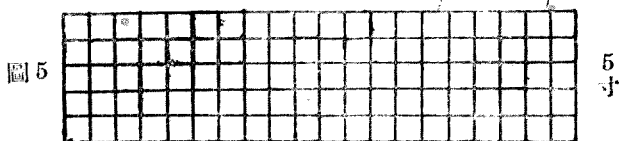
例 2. 一長方形長 2 尺，寬 5 寸，求他的面積。

求面積的方法有兩個：

一、將長 2 尺化爲寸，再求面積，如圖 5

那麼長 = 20 寸 寬 = 5 寸，

2 尺 = 20 寸



∴ 面積 = $20 \times 5 = 100$ (方寸)

二、將寬 5 寸化爲尺，再求面積。

長 = 2 尺 寬 = 0.5 尺

1 尺

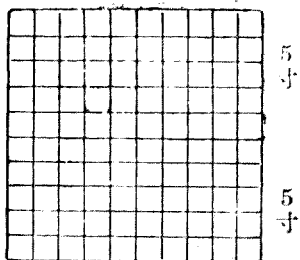


圖 6

∴ 面積 = $2 \times 0.5 = 1$ (方尺)

圖 5 表示用第一法求的面積，將圖 5 的長方形從中間分割爲兩個長方形，再合併爲圖 6，成爲長 1 尺的正方形，即長方形面積 = 1 方尺。

由以上可知道，求面積時，長寬的單位必須一致，如例 2. 長寬的若不一致，就

進行計算得 $2 \times 5 = 10$ ，這個10即不是10方尺，也不是10方寸，是無意義的數字，完全錯誤。

3. 菱形：四邊相等，但相隣邊不成垂直的形狀，叫菱形，中國舊數學稱為梭田，如圖7。

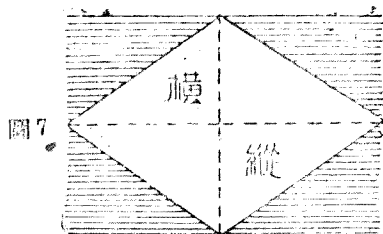
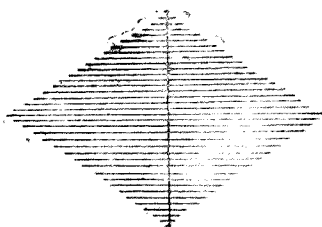


圖7

圖8



白色的四邊形即菱形。將圖7菱形外面四個黑色三角形（只有三邊的形狀叫三角形）剪下來，這四個三角形可以合成圖8的形狀。把圖8的菱形放在圖7的菱形上比較，大小完全一樣，所以圖7長方形面積，等於白色菱形面積的二倍。根據長方形面積的公式，因圖

7長方形的長=菱形的縱，長方形的寬=菱形的橫。

$$\therefore \text{菱形面積} = (\text{縱} \times \text{橫}) \div 2 \cdots \cdots (三)$$

例3. 菱形的縱及橫各等於2丈及8尺，求他的面積。

$$\text{縱} = 2 \text{丈} = 20 \text{尺} \quad \text{橫} = 8 \text{尺} \text{根據}(三)$$

$$\text{菱形面積} = (20 \times 8) \div 2 = 80 \text{ (方尺)}$$

4. 平行四邊形（斜方形）：

凡兩條直線，無論如何延長永不相交，這兩條直線叫做平行線，或者說這兩條直線平行，如方桌的對邊，書的對邊，都是平行線。

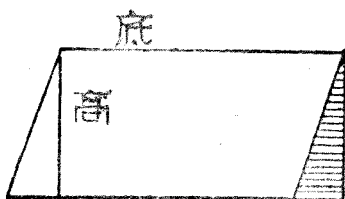


圖 9

兩雙對邊都平行的四邊形，叫做平行四邊形（兩對邊相等），或者叫斜長方形，如圖 9。平行四邊形的高，是對邊之間的

垂線，底是邊的長。

圖 9 黑色三角形與白色三角形的大小相同，因此將平行四邊形的白色三角形割去，放在黑色三角形的位置，變成了長方形，這長方形的面積，與平行四邊形的面積相等。

∴ 平行四邊形的面積 = 底 × 高……(四)

例 4. 一平行四邊形，底 = 20 尺，高 = 1.2 丈，求他的面積。

底 = 20 尺 高 = 1.2 丈 = 12 尺

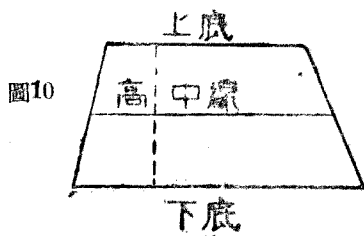
用公式(四) 面積 = $20 \times 12 = 240$ (方尺)

習 題

求下列各形的面積：

1. 正方形： 邊長 = 4 寸 2 尺 1.4 丈 3.5 尺
2. 長方形： 長 = 2 尺 4 寸 } 3 丈 6 尺 } 7 丈 8 尺 }
 寬 = 7 寸 } 2 丈 } 1 丈 6 尺 }
3. 菱形： 縱 = 20 丈 } 8 尺 } 14 丈 7 尺 }
 橫 = 8 丈 5 尺 } 3 尺 5 寸 } 9 尺 }
4. 平行四邊形： 底 = 10 步 } 20 步 } 34.7 步 }
 高 = 5 步 } 7.6 步 } 405 步 }

5 梯形：僅兩邊相平行的四邊形叫梯形，如圖10。中國舊日稱為梯田。兩個平行邊中，短邊叫上底，長邊叫下底，聯結其他兩個不平行邊中點的直線叫中線，上底和下底的垂線叫高。



將兩個相等的梯形合併為圖11，成為一個平行四邊形；這個平行四邊形的底，等於梯形的上底加下底，平行四邊形的高，與原梯形的高相同。

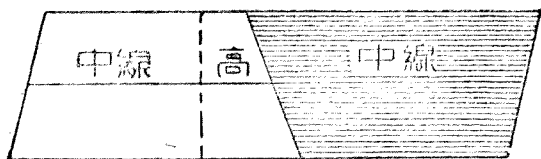


圖11

∴ 原梯形的面積，等於圖11平行四邊形面積的一半，由公式(四)

平行四邊形面積 = 底 × 高 = (原梯形的上底 + 原梯形的下底) × 高

$$\therefore \text{梯形的面積} = (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高} \div 2$$

…… (五)

由圖又可知梯形的中線 = (上底 + 下底) ÷ 2

∴ 公式(五)也可以改為：

$$\text{梯形面積} = \text{中線} \times \text{高} \dots\dots (六)$$

∴ 梯形的面積，用公式(五)或公式(六)，都可以。

例5. 一梯形上底=9尺，下底=11尺，高=5尺，求面積？

用公式(五) 面積 = $(9 + 11) \times 5 \div 2 = 50$ (平方尺)

例6. 一梯形中線長20公尺，高=4.3公尺，求他的面積？用公式(六) 面積 = $20 \times 4.3 = 86$ (平方公尺)

以上所講的，都是各種四邊形的形狀，下面講三邊的形狀。

6. 三角形：只有三邊的形狀，也只包含三個頂點，叫做三角形，中國舊日稱為圭田。三角形的任何一邊都可以當為底，但選擇底以後，三角形的高是對着這個底的頂點到底的垂線。三角形的高，有時會落在三角形的外面，以上都參看圖12。

三角形有一個角是直角的，叫直角三角形。最短的邊叫勾，次長邊叫股，最長的邊叫弦，中國舊日稱為勾股田。

直角三角形的底和高，就是股和勾，如圖13。

用紙剪兩個相等的三角形，合併

為圖14，成為一平行四邊形，所以原三角形的面積，是合併後平行四邊形面積的一半。

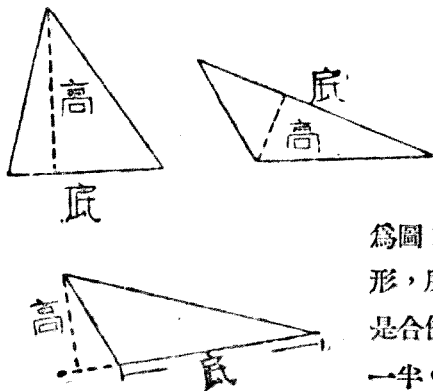


圖12(包括以上三個)

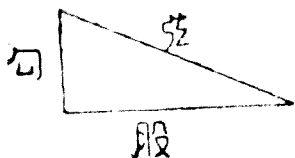


圖13

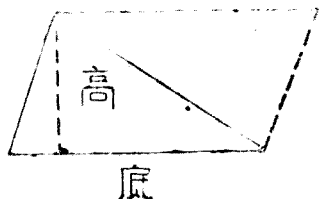


圖14

平行四邊形面積 = 底 × 高

平行四邊形的底 = 原三角形的底

平行四邊形的高 = 原三角形的高

∴ 三角形面積 = (底 × 高) ÷ 2 ……(七)

習 題

求下列各形的面積：

- | | | | |
|-----------|-------------|--------|----------|
| 1. 梯形： | 上底 = 25 步 | 47.5 步 | } 36.4 步 |
| | 下底 = 30.1 步 | 75 步 | |
| | 高 = 15 步 | 20 步 | |
| | | | } 15.6 步 |
| 2. 梯形： | 中線 = 47.6 步 | 35 步 | } 59.6 |
| | 高 = 14 步 | 14.5 步 | |
| | | | |
| 3. 三角形： | 底 = 50 步 | 36.4 步 | } 41.3 步 |
| | 高 = 5 步 | 30 步 | |
| 4. 直角三角形： | 勾 = 2 步 | 45.6 步 | } |
| | 股 = 25 步 | 20.4 步 | |

7. 圓：像鍋蓋、碗口、桶口、銅元等，都是圓的，與三角形、四邊形都不同，以前講角度時曾提過。關於圓的

一些性質，以下再作進一步的講解。

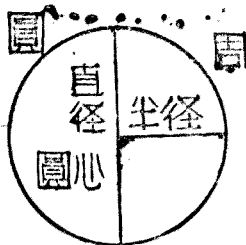


圖15

用兩足規（或圓規）一個，足插在紙上不動，另一足轉動畫出來的圖形叫圓（如圖15）。圓的中心固定點叫圓心，畫出來的圓圈叫圓周。從圓心到圓周上，任何一點的距離都相等（即兩足規兩個足的距離），叫圓的半徑。通過圓心和圓

周相截的直線，叫圓的直徑，所以直徑等於兩個半徑的和，（或 $2 \times$ 半徑）。

將兩足規兩個足的距離放長，畫出來的圓大；距離收短，畫出來的圓小。因此圓的大小，與半徑的大小有關。

可用厚紙片，剪幾個半徑大小不同的圓形。各圓直徑的長度，可直接用尺量出，各圓的周長，可先用線圍量，再用尺量線。試把每個圓下面的關係式求出：

$$\text{圓周} \div \text{直徑} = ?$$

根據精確的計算，任何一個圓，圓周 \div 直徑 = 3.1416

3.1416這個數，有個特殊的名稱，叫圓周率，以符號 π 代表，因此上面的式子可以寫為：

$$\text{圓周} = \text{直徑} \times \pi$$

$$\text{或 } \text{圓周} = 2 \times \text{半徑} \times \pi \cdots \cdots (八)$$

\therefore 任何一圓，只要知道它半徑的長，可用公式（八）求出圓周的長。

用紙剪一個圓，把這個圓，通過圓心，分成很多相等的小塊，如圖16，將各小塊伸展開，一半放在上面，一半放在下面，併成圖17的形狀。新併成的形狀，近似平行四邊形（塊分得愈小愈像），

他的高是圓的半徑，底是周長的一半。積：

$$\text{平行四邊形面積} = \text{底} \times \text{高} = \text{半徑} \times (\text{圓周} \div 2)$$

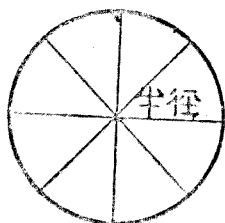


圖16

$$\text{圓周} = 2 \times \text{半徑} \times \pi$$

平行四邊形面積，即圓的面積

$$\therefore \text{圓面積} = \text{半徑} \times (2 \times \text{半徑} \times \pi \div 2)$$

$$= \text{半徑} \times \text{半徑} \times \pi$$

$$= (\text{半徑})^2 \times \pi \cdots \cdots (九)$$

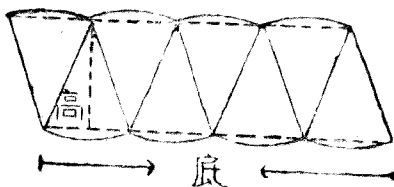


圖17

例7. 井口的半徑

長9寸，面積多大？

用公式(九)

$$\text{面積} = 9^2 \times 3.1416$$

$$= 254.14 (\text{方寸})$$

習 題

1. 各圓的半徑 = 3 尺，5 步，26 丈，求各圓的圓周和面積。
2. 若火車每點鐘走90里，車輪的半徑 = 3.6 尺，每分鐘輪子應轉動多少次？(設 $\pi = 22 \div 7$)

第三節 地積及地積單位

地的面積叫地積，計算地積的單位，有下面幾種：
市用制：

頃	畝	畝	分	厘	毫
10畝	10畝	10分	10厘	10毫	

$$1 \text{ 畝} = 9000 \text{ 平方尺} = 360 \text{ 平方弓}$$

$$1 \text{ 弓} = 5 \text{ 尺} = 1 \text{ 步}$$

標準制：

公 頃	公 畝	公 厘
100公畝	100公厘	

$$1 \text{ 公畝} = 1 \text{ 平方公丈}$$

民間通用舊制，畝的大小各地不同，有的1畝 = 240方弓，有的1畝 = 288方弓，都不合政府的規定。按政府頒佈的標準1畝 = 360方弓。

習 題

1. 試求：1畝 = ? 市畝 = ? 公畝 1市畝 = ? 畝 = ? 公畝
2. 東北：1畝 = 10畝，陝西一帶一畝 = 3畝，如果畝的大小相同，東北1畝 = 陝北的幾畝？

第四節 量地法(1)——分割法

任何一塊地，求他的面積，首先應該決定這塊地是什

麼形狀，是三角形，還是平行四邊形，或是梯形，然後用第二節所講的公式計算。但土地的形狀常是很不規則的，把這些不規則的化成很多規則的形狀，再來計算，這方法叫分割法。

例 1. 任意四邊形的地，(如圖18)，求他的地積？

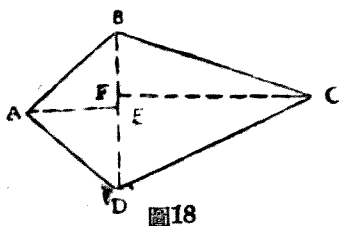


圖18

分割的方法有多種，但以分割後計算愈方便愈好，因此不要把塊數分得太多，可按原來的形狀適當的分割。1. 可分割為兩個三角形 ABD 和 BCD (如圖18)，爲了丈量方便，取 BD 當兩個三角形的公共底，兩三角形的高是

AE和CF，如丈量結果：BD = 11弓 AE = 5.3弓

CF = 13弓，應用第二節公式(七)，兩三角形面積

分別爲： $11 \times 5.3 \div 2 = 29.15$ (方弓)

$11 \times 13 \div 2 = 71.5$ (方弓)

原四邊形的面積，是兩三角形面積之和。

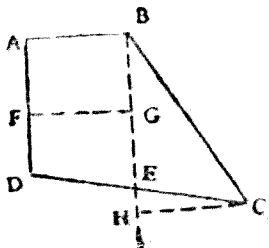
∴ 爲： $29.15 + 71.5 = 100.05$ (方弓)

∴ 1畝 = 360方弓

∴ 化爲畝須用 360 除，即地積是

$100.05 \div 360 = 0.278$ (畝)

圖19



2. 將原四邊形分爲梯形

ABED 和三角形 BEC，如圖 19。

梯形的上底下底，爲 AD 和 BE，他的高是 FG。爲了丈量方便，取 BE 當三角形 BEC 的底，他的高是 CH。

如丈量結果，AD = 9步，

BE = 10步 EG = 7步 CH = 6.4步

根據第二節公式(五)和公式(七)

梯形ABED的面積 = $(9 + 11) \times 7 \div 2 = 70$ (方步)

三角形BEC的面積 = $(10 \times 6.4) \div 2 = 32$ (方步)

∴ 原四邊形面積 = $70 + 32 = 102$ (方步)

化爲畝即地積是 $102 \div 360 = 0.283$ (畝)

以上1和2的兩種分割法，第一法只丈量三次(BD AE CF)，第二法丈量四次，(AD BE, FG, CH)，所以第一法比較簡便。兩種方法丈量的結果相差 $0.445 - 0.416 = 0.029$ (畝)，由此可知，使用的方法不同，丈量的結果可能有些差異，即用同樣的方法丈量兩次，有時結果也可能會不一樣。(因爲丈量時的尺寸，不容易正確)因此爲了可靠，可丈量兩次，取比較可靠的一個，或者取兩個數的平均數。〔如上例的平均數 = $(0.278 + 0.279) \div 2 = 0.288$ (畝)〕

第五節 量地法(2) - 割補法

許多地的地邊不是直線，以山地最多，這種地丈量時用割補法。把地邊拉直，有的地方割去，有的地方多出，割去的補多出的，在實際應用時，割補法與分割法多同時並用。

例2. 一塊很不規則的地，求他的地積？如圖20。

首先用割補法把地邊拉直，成多角形 ABCDEF，再用分割法，把多角形 ABCDEF 分爲梯形 ABCG、平行四邊形 AGHF、三角形 EFH (分割法也有多種)。丈量時如例1一樣，爲了盡量少丈量，找兩種形狀的公共邊BC (梯形 ABCG 的上底)，AG (梯形AB

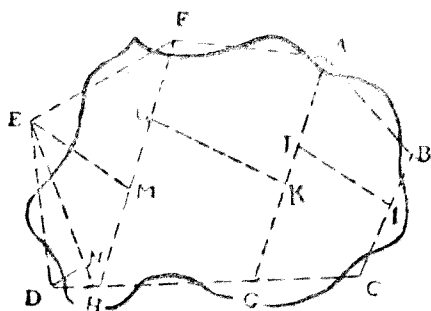


圖20

CG 的下底，平行四邊形AGHF的底，三角形EHF的底FH (=AG) · EH (三角形EHD的底)。此外還有IJ (梯形ABC的高)，LK (平行四邊形AGHF的高)，EM (三角形AFH的高)，DN (三角形EHD的高)。

丈量結果：

$$BC = 8 \text{ 步} \quad AG = FH = 14.2 \text{ 步} \quad EH = 7.5 \text{ 步}$$

$$IJ = 5 \text{ 步} \quad KL = 9.1 \text{ 步} \quad ME = 5.5 \text{ 步}$$

$$ND = 1.5 \text{ 步}$$

$$\therefore \text{梯形 } ABCG \text{ 的面積} = (8 + 14.2) \div 2 \times 5 = 55.5 \text{ (方步)}$$

$$\text{平行四邊形 } AGHF \text{ 的面積} = 14.2 \times 9.1 = 129.22 \text{ (方步)}$$

$$\text{三角形 } EHF \text{ 的面積} = (14.2 \times 5.5) \div 2 = 39.05 \text{ (方步)}$$

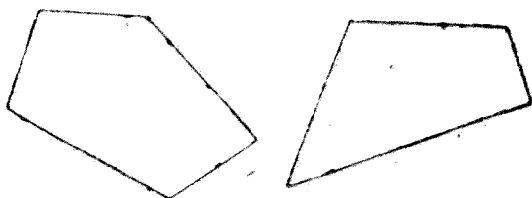
$$\text{三角形 } EHD \text{ 的面積} = (7.5 \times 1.5) \div 2 = 10.25 \text{ (方步)}$$

$$\therefore \text{總面積} = 55.5 + 129.22 + 39.05 + 10.25 = 234.02 \text{ (方步)}$$

$$\text{化爲畝} \quad 234.02 \div 360 = 0.65 \text{ (畝)} \text{ 或 } 6 \text{ 分 } 5 \text{ 厘}$$

習 題

1. 用分割法求下面圖形的面積。(用丈量所需要的長)



2. 用割補法及分割法，求下面圖形的面積。



第六節 如何量長度

根據第5節和第4節所講，丈量土地時，主要是丈量邊長和高，包含量長度和定高兩件事，因為1畝=360方弓，所以量長度時以弓為單位計算，比較方便。在農村裏作成距離五尺的弓形，（如

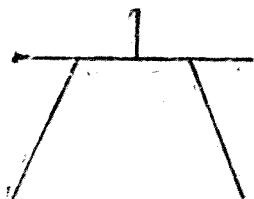


圖21

圖21) 量地時，沿着地邊一弓弓的量過去，（一步也叫一弓），也有作成五尺長的竿子來使用（一步也叫一竿），但這種量法，不易量直，也容易滑過去，因此錯誤很大。如圖22地邊是AB線，用弓或用竿量，合成為ACDEB，因此量得的

長與AB的長不符合。



圖22

這裏介紹下面的方法：

地邊常常不是很直的，丈量時首先應該將地邊拉直，即沿地邊和兩頭每隔五步或十步插上標竿，用眼把這些標竿對齊在一條直線上。

插的方法：用兩個人，先在兩頭插好兩根，然後一個人站在一頭的標竿下面，用眼對齊中間要插的標竿，另一人拿一些標竿，每隔約5步或10步插一根，如果插的沒有和兩頭的標竿對直，站在一頭標竿下的人，揮動右手或左手，表示應該靠右插一些，或靠左插一些，直到插齊為止。

標竿可用木頭特製，下面是尖的，可以插在地下，上面塗上紅的或其他各種顯明的顏色（不能和土的顏色一樣），如果沒有特製的，用很直的木棍，上面掛上小紅旗（容易看清）來代替也可以。

分割土地時，也是用標竿來分割，因為地大，不易在地上劃直線。

地邊拉直或土地分割好了，其次進行丈量。丈量時最好用10步或15步、20步長的鉛絲，（每步用紅布或其他東西做上記號），順着插標竿的方向量。丈量時要兩個人在兩頭將鉛絲拉直，如果鉛絲是20步長，量得的結果共4鉛絲又4.5步，那麼長度 $=20 \times 4 + 4.5 = 84.5$ （步）

有時插標竿和丈量，可配合進行。

如果沒有鉛絲，用繩子代替也可以，進行的方法，和以上一樣。但繩子的伸縮性很大，在太陽下丈量時，繩子會愈用愈長，下雨或天氣潮溼時，會愈用愈短，應該時常糾正他的長度。

第七節 如何定高

第二節所講的各種形狀，如平行四邊形、梯形、三角形，都要

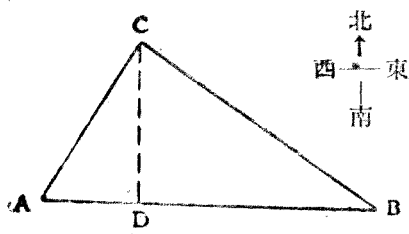
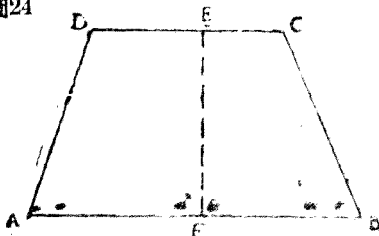


圖23

找出各形狀的高才能求面積。在大塊的土地上，定高比較可靠的方法，是看方向。圖23三角形ABC的底AB，是東西方向，與東西垂直的方向是南北，所以過C點，南北作CD，即三角形ABC的高。



圖24



如圖24，梯形的上底和下底，是指東南偏南，他的垂直方向，應該是東北偏東。在DC的任何一點，照東北偏北的方向劃EF，即梯形ABCD的高。

定高時看定了方向，先插兩頭的標竿，再插中間的。

習 題

同學分成6——8人一組，帶着標竿與鉛絲（或繩子），在田間實地丈量，有問題時，在小組討論研究。

第八節 體積，體積單位 及其計算法

以上講過長度和面積，只有長短是長度，有長有寬是面積，有長寬和厚的是體積，他的單位，根據長寬厚的單位而定。

長寬厚都相等各邊相垂直的形狀叫正方體。長寬厚不相等，但各邊相垂直的形狀叫長方體。

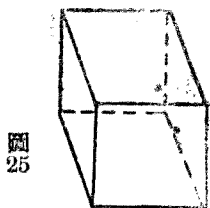


圖 25

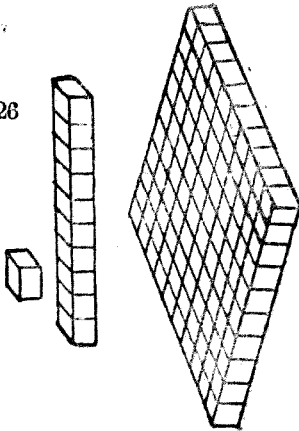


長方體

長寬厚各一寸的立方體叫 1 立方寸，各一尺的叫 1 立方尺，各一丈的叫 1 立方丈。立方寸、立方尺、立方丈，都是體積的單位；即凡每邊是單位長度的正立方體，就是單位體積。計算體積的大小，就是計算他含有幾個單位體積。

如圖 26，集合十個立方寸成爲長一尺，寬厚各 1 寸的長方體，集合十個這樣的長方體成爲長一尺，寬一尺，厚一寸的長方體，集合十個這樣長方體成爲長寬厚各一尺的立方體（如圖 27）。

圖26

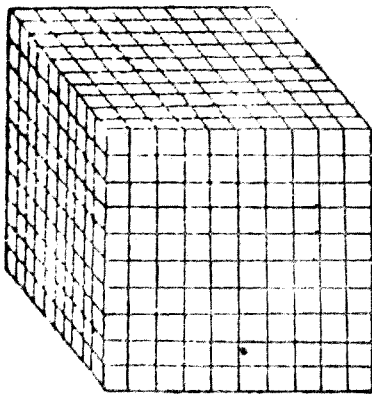


$$\begin{aligned} 1 \text{ 立方尺} &= 10 \times 10 \times 10 \\ &= 10^3 \\ &= 1000 \text{ (立方寸)} \end{aligned}$$

10^3 讀做10的三次方，因此若長度單位是十進的，體積單位是千進的。

同樣集合12個立方英寸成爲長1英尺，寬厚各一英寸的長方體，集合12個這樣的長方體，成爲長1英尺，寬1英尺，厚一英寸的長方體，再集合12個這樣的長方體，成爲長寬厚各一英尺的正立方體。

圖27



$$\begin{aligned} \therefore 1 \text{ 立方呎} &= 12 \times 12 \times 12 \\ &= 12^3 \\ &= 1728 \text{ (立方英寸)} \end{aligned}$$

同樣道理，也可以得出：

$$\begin{aligned} 1 \text{ 立方步} &= 5^3 \\ &= 125 \text{ (立方尺)} \end{aligned}$$

因此，體積單位的進率，是長度單位進率的三次方。

由以上的結果，得出：

正立方體的體積 $=(\text{邊})^3$ …………… (一)

長方體的體積 $=\text{長} \times \text{寬} \times \text{厚}$ …………… (二)

泥土砂石以方計算 1 方 $=100$ 立方尺 (相當長 10 尺，寬 10 尺，厚 1 尺的體積)

例1. 掘一長 10 里寬 3 尺深 5 尺的溝，應出泥土多少方？

計算體積，和計算面積一樣，長寬厚的單位應該統一。

長 $=10$ 里 $=1800 \times 10 = 18000$ (尺) 寬 $=3$ 尺 厚 $=5$ 尺

\therefore 溝的體積 $=18000 \times 3 \times 5 = 54000 \times 5$

$=270000$ (立方尺)

\therefore 1 方 $=100$ 立方尺 而出泥土的體積和溝的體積一樣。

\therefore 應出泥土 $270000 \div 100 = 2700$ (方)

某些地區木頭以料計算。 1 料 $=3200$ 立方寸

(相當面積 40 方寸，厚 8 尺的體積)

例2. 有木頭一根，長 6 尺，寬 2 尺 2 寸，厚 1 尺 8 寸，合幾料？

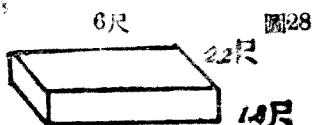
將長寬厚的單位都化爲寸，木頭的體積是：

$60 \times 22 \times 18 = 2376$ (立方寸)

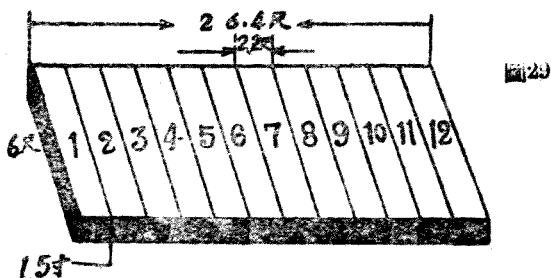
即 $2376 \div 3200 = 0.74$ (料)

量木板以方計算，(與計算泥土砂石的方法不同)

例3. 有木頭一塊，長 6 尺，寬 2 尺 2 寸，厚 1 尺 8 寸，要鋸成厚 1.5 寸的木板，可鋸多少方？



木頭厚 1 尺 8 寸 = 18 寸
 鋸成厚 1 寸 5 分的木板，
 可以鋸：18 ÷ 1.5 = 12 塊



將這 12 塊木板，如圖 29 排列成爲長 6 尺，寬 $2.2 \times 12 = 26.4$ (尺)，厚 1 寸 5 分的長方體，用長除寬得：

$$26.4 \div 6 = 4.4 \text{ (方)}$$

即可以鋸 4.4 方木板

∴ 木板的方，是指木板鋸成後的面積，包含了多少個邊長等於厚木板長的正方形。

這木板也有不管長如何，只把寬排列起來，有多少大，就算多少大。如例 3 爲 $26.4 \text{ 尺} = 2.64 \text{ 丈}$

習 題

1. 長城約長 500 里，平均高 2 丈 5 尺，厚 2 丈，設每人每天能築 1.2 方，用多少人三年可以完成？(一年 = 365 日)

2. 木箱一個，用半寸厚的木板做成，長 4 尺，寬 3 尺，高 1 尺，須用木板多少料？

3. 人每分鐘須呼吸空氣10立方尺。現有高3丈2尺，長5丈8尺，寬2丈4尺的房子，不通空氣，住12個人，問能支持幾分鐘？

4. 有木頭一塊，長6尺，寬1.2尺，厚8寸，能鋸成一寸厚的木板多少方，如每方工資北幣500元，總共工資多少？

5. 渤海劉春永險工，共34000方，某一治河隊為爭取禹王治水隊的光榮稱號，每人每天可完成四方，七天內完工，問這隊共多少人？

本章討論題

1. 計算面積，以什麼做單位？
2. 回憶一下，學過幾種平面形面積的算法。
3. 舉出幾種面積的計算方法來。
4. 地積的求法，與學過的各種面積有什麼關係？
5. 你參加過或看見過丈量土地沒有？與所講的有什麼不同？

提出加以研究。

6. 什麼叫體積？計算體積的單位是什麼？
7. 寫出正方體和長方體體積計算的公式來。

第四章 整數性質

第一節 單數和雙數

從 1 起把整數挨次數上去，永遠數不完。將這些數不完
的整數，照下面的形式，分成上下兩排，再研究一下有
些什麼特點：

2	4	6	8	10	12	14
1	3	5	7	9	11	13

兩排數的每排中相鄰兩數的差都是 2，上排各數都能
用 2 整除，叫雙數或偶數。下排各數都不能用 2 整除，叫
單數或奇數。任何一單數加一或減一，便成爲雙數；任何
一雙數，加一或減一，便成爲單數。

第二節 約數和倍數

任意兩數相除，不是恰好整除，便是有餘數。除法演

算着重在求商，假如不管所得商的大小，只注意一數是否能被另一數整除，就產生了約數與倍數。如 90 能被 9 整除，9 就是 90 的約數，90 就是 9 的倍數，即甲數能被乙數整除，那麼甲數是乙數的倍數，乙數是甲數的約數。

例 $48 \div 8 = 6$ 即 48 能被 8 整除

\therefore 48 是 8 的倍數 8 是 48 的約數

第三節 質數和複數

在第一節講到，整數有雙數和單數兩種，凡雙數都能被 2 整除，因此都是 2 的倍數；在單數中 9 15 21 25 27 33……就不是 2 的倍數，都是 3 或 5 或 7 或 11……等的倍數。但有些單數如 1, 3, 5, 7, 11, 13, 17……等和雙數中的 2，除去原數和 1 以外，不能被任何數整除，這類數稱為質數。

凡整數除去 1 及原數以外，有其他約數的，叫複數，如 4, 6, 8, 9, 15, 30, 36……

因此，一切整數又可分為複數和質數兩種。

找質數比較簡單的方法叫篩法。方法是把一切整數排列起來，將一切複數劃去，剩下的就是質數。(1) 從 2 起劃去 2 以後的雙數，如 4, 6……即除 2 以外劃去一切 2 的倍數；(2) 從 3 起劃去 3 以後每第三個數，如 6, 9, 12……即除 3 以外劃去一切 3 的倍數；(3) 從 5 起劃去 5 以後每第五個數，如 10, 15, 20……即除 5 以外劃去一切 5 的倍數……；如此繼續下去劃去所有複數，剩下的數便是質數。如下表，是從 1 到 100 的整數中，用篩法劃去所有

複數後，找到的質數：（字下加『—』者，表示劃去）

① ② ③ 『4』 ⑤ 『6』 ⑦ 『8』 『9』 『10』
 ⑪ 『12』 ⑬ 『14』 『15』 『16』 ⑰ 『18』 ⑱ 『20』
 『21』 『22』 ⑲ 『24』 『25』 『26』 『27』 『28』 ⑳ 『30』
 ㉑ 『32』 『33』 『34』 『35』 『36』 ㉒ 『38』 『39』 『40』
 ㉓ 『42』 ㉔ 『44』 『45』 『46』 ㉕ 『48』 ㉖ 『50』
 『51』 『52』 ㉗ 『54』 『55』 『56』 『57』 『58』 ㉘ 『60』
 ㉙ 『62』 『63』 『64』 『65』 『66』 ㉚ 『68』 『69』 『70』
 ㉛ 『72』 ㉜ 『74』 『75』 『76』 『77』 『78』 ㉝ 『80』
 『81』 『82』 ㉞ 『84』 『85』 『86』 『87』 『88』 ㉟ 『90』
 ㊱ 『92』 『93』 『94』 『95』 『96』 ㊲ 『98』 『99』 『100』

習 題

1. 兩單數相加，所得的和是單數還是雙數？
2. 兩單數相減，所得的差是單數還是雙數？
3. 兩雙數相加或相減，所得的和或差是單數還是雙數？
4. 3是6的約數，6是24的約數，3和24有什麼關係？如果用倍數的關係來說，24和6有什麼關對？
5. 15是5的倍數，35也是5的倍數，35和15的和或差，和5有什麼關係？如果用約數的關係來說，如何？
6. 15，25，345，都有什麼公共的約數？因此，凡數末位是5的，可被什麼數整除？
7. 10，200，3500，47780，有什麼公共的約數？因此，凡數

的末位是0的，都可以被什麼數整除？

8. 4, 6, 12, 24, 378, 7426, 有什麼公共的約數？因此，凡數的末位是偶數的，都可被什麼數整除？

9. 用篩法找出自100——200以內的質數。

第四節 質約數(質因數)

$$\begin{aligned} \text{如 } 36 &= 12 \times 3 \\ &= 9 \times 4 \\ &= 3 \times 3 \times 2 \times 2 \end{aligned}$$

依第二節，12和3；9和4；3, 3, 和2, 2, 都是36的約數。但是12, 9, 4, 都是複數，2和3都是質數，因此2和3叫36的質約數。

∴ 凡一數的約數是質數的，叫做這數的質約數。

第五節 質約數的分解法

把複數分成兩個或兩個以上的質約數的連乘法的方法，叫質約數的分解法。方法是先用原數所含最小質約數來除，以後挨次及於較大的質約數，如此連續除下去，直到最後所得的商成爲質數爲止。這些除數和最後所得的商，都是原數的質約數。

例1. 分解36爲質約數的連乘積：

依照上面所講的方法，36是雙數，因此有質約數2。

$$36 \div 2 = 18 \quad \text{而18還是雙數，還有質約數2。}$$

$$18 \div 2 = 9 \quad 9 \text{ 是複數，用3還能整除。 } 9 \div 3 = 3$$

最後的商 3 是質數，因此不能再除下去。36 的質約數是 2, 2, 3, 3，寫成連乘積的形式，為 $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

通常爲了簡便起見，用下面演算的形式：

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ \underline{2} \\ 2 \overline{) 18} \\ \underline{2} \\ 3 \overline{) 9} \\ \underline{3} \\ 0 \end{array} \quad \therefore 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

有時爲了計算方便，不一定按大小次序，先用最小的質約數來除，如：

例 2. 試分解 105 爲質約數的連乘積。

根據第一個習題實驗的道理，知道 105 的末位數是 5，所以能被 5 整除，可先用 5 除 105，再分解其他的質約數。

$$\begin{array}{r} \text{即 } 5 \overline{) 105} \\ \underline{5} \\ 3 \overline{) 21} \\ \underline{3} \\ 7 \end{array} \quad \therefore 105 = 3 \times 5 \times 7$$

因此，求某些數的質約數，可先把容易看出的質約數求出，再求其他質約數。

第六節 公約數、最大公約數

下面的問題怎樣解決？

有一長方形屋底，長 2 丈 4 尺 8 寸，寬 9 尺 6 寸，要用整個方磚鋪滿，問有多少種方磚可用（每種邊多麼長），那種用的塊數最少？

先把問題分析一下：

(1) 屋底是長方形的，長 248 寸，寬 96 寸；用來鋪地的磚都

是方的，應各邊等長。

(2) 全用整磚鋪滿。

(3) 可用的方磚若不僅一種，每種的邊各多長？

(4) 各種用的方磚中，每邊多長，用的塊數最少，也就是可用的最大方磚。

由於以上的分析，知道方磚每邊的長度，必須能整除 248 和 96 兩數，須考察可用的方磚有那幾種，方磚每邊最長的，所用的塊數最少。

因此先求 248 和 96 各有那些約數？

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 248} \\ 2 \overline{) 124} \\ 2 \overline{) 62} \\ \quad 31 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 96} \\ 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 248 = 2 \times 2 \times 2 \times 31 \quad 96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\therefore \text{同時能整除 248 和 96 的數有 } 2, \quad 2 \times 2 = 4$$

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

\therefore 方磚可以有三種，各種邊長 2 寸，4 寸，8 寸，其中最大的每邊長 8 寸，因此用每邊長 8 寸的方磚鋪這塊地，用的塊數最少？

由上例可以知道，2、4、8，三數都能整除 248 和 96，因此 2、4、8，叫做 248 和 96 的公約數，在 2、4、8 中以 8 最大，稱為 248 和 96 的最大公約數。

總之，兩數或兩數以上的公共約數叫公約數，其中最大的叫最大公約數。若公約數只有一個，這唯一的公約也就是最大公約數。

第七節 最大公約數的求法

照第六節例題，方法是：

(1) 先把原來各數分解為質約數的連乘積。

(2) 把所有公共質約數取出連乘起來，所得的積，即所求的最大公約數。用下面的方法比較簡單：

$$\begin{array}{r} \text{例 1. } 2 \overline{) 248 \quad 96} \\ 2 \overline{) 124 \quad 48} \\ 2 \overline{) 62 \quad 24} \\ \quad 31 \quad 12 \end{array}$$

\therefore 248和96的最大公約數是 $2 \times 2 \times 2 = 8$

這個方法，把 248 和 96 所有的公約數 2, 2, 2, 都求出來，求得的商是 31 和 12。雖然 12 還有約數，但和 31 沒有公共約數，所以不必再除下去。最後將所有的公約數連乘起來，即所求的最大公約數。

例 2. 求 18, 30, 48 的最大公約數？

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \quad 30 \quad 48} \\ 3 \overline{) 9 \quad 15 \quad 24} \\ \quad 3 \quad 5 \quad 8 \end{array}$$

\therefore 18, 30, 48 的最大公約數是 $2 \times 3 = 6$

習 題

1. 求 24, 36, 60, 84, 的公約數和最大公約數？

2. 求12, 3, 公約數和最大公約數?

3. 某校有男生195人, 女生45人, 分爲若干生產小組, 男生和女生的人數要平均分配, 問至少能分幾組, 每組男女生各多少人?

第八節 公倍數、最小公倍數

試看下面的問題：

例：有線一紮，每6尺，8尺，15尺截斷，都恰好截完，這線至少多長？

分析：（1）既然6尺，8尺，15尺都能截完，線的長應該同是6，8，15的倍數。

（2）6，8，15各數的倍數多到無限，最小的倍數才合要求。因此應先分解6，8，15的質約數。

$$6 = 2 \times 3 \quad 8 = 2 \times 2 \times 2 \quad 15 = 3 \times 5$$

同是6，8，15的倍數的數，必須包含6，8，15各數的質約數，即應包含2，2，2，3，5。

$$\therefore \text{線長} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120 \text{ (尺)}$$

120同是6，8，15的倍數，叫做6，8，15的公倍數。同樣240，360，480……也都是6，8，15的公倍數；這些公倍數中以120爲最小，稱爲最小公倍數。

所以許多數共同的倍數，稱爲這些數的公倍數，公倍數可以多到無限，其中最小的一個爲最小公倍數。

第九節 最小公倍數的求法

照第八節例題，求法是：

(1) 把各數分解為質約數的連乘積

(2) 把他們最多的相同質約數(如 2, 2, 2, 3) 和一切不同質約數(如 5)，連乘起來，所得的積即最小公倍數，較簡便的方法如下：

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 6 \quad 8 \quad 15 \\ \hline 3 \) \ 3 \quad 4 \quad 15 \\ \hline 1 \quad 4 \quad 5 \end{array}$$

2 是 6 和 8 的公約數，但不能整除 15，所以 15 依然照樣寫在商位。3 是 3 和 15 的公約數，但不能整除 4，所以 4 依然照樣寫在商位。

6, 8, 15 的最小公倍數是 $2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$

所以這線至少有 120 尺才能被每 6 尺，8 尺，15 尺，截完。

因此求最小公倍數的簡便方法是：把已知的數排列為橫行，先求這些數的公約數，直到沒有公約數後。其中那幾個數還有公約數，再把它求出，沒有公約數的數照原數寫在商位，最後將所有已求得的公約數和最後的商連乘起來，即所求的最小公倍數。

例 試求 30 35 110 的最小公倍數？

$$\begin{array}{r} 5 \) \ 30 \quad 35 \quad 110 \\ \hline 2 \) \ 6 \quad 7 \quad 22 \\ \hline 3 \quad 7 \quad 11 \end{array}$$

$$\therefore 30, 35, 110 \text{ 的最小公倍數} = 5 \times 2 \times 3 \times 7 \times 11 = 2310$$

習 題

1. 求下列各組數的最小公倍數：
26, 37, 98; 39, 63, 143; 326, 564, 963。
2. 有小麥一堆，分爲等份，若每份三斗，5斗，8斗，都各餘2斗，問這一堆小麥至少有幾斗？
3. 某村七月一日正當星期日逢集，下次逢集又在星期日，該是幾月幾號（每五天一集）？
4. 求12和18的最大公約數和最小公倍數，把他們相乘起來，再把12和18相乘起來，這兩個乘積的結果如何？
5. 求1813, 2109, 2552的最大公約數，再用題4的道理求這三數的最小公倍數？

本章討論題

1. 本章叫做整數性質，學過後，到底覺得整數有些什麼性質？
2. 爲什麼要最大公約數和最小公倍數？
3. 試舉例說明最大公約數和最小公倍數的求法？

第五章 分 數

第一節 什麼叫分數

將1尺分爲四等份，取其中一等份，即1尺的四分之一，寫做 $\frac{1}{4}$ 尺；取其中的二等份，即1尺的四分之二，寫做 $\frac{2}{4}$ 尺……；取其中的四等份，即1尺的四分之四，寫做 $\frac{4}{4}$ 尺……

將一件工程分爲七等份，取其中一等份，即這件工程的 $\frac{1}{7}$ ，取其中三等份，即這工程的 $\frac{3}{7}$ ，取其中的七等份，即這工程的 $\frac{7}{7}$ 。

$$\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4} \dots \frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7} \dots$$

…… $\frac{7}{7}$ ……這些數都叫分數。總之把一個單位分爲若干等份，取其中幾等份，構成分數。分數橫線上面的叫分子，橫線下面的數叫分母，橫線叫分線。 $\frac{1}{1}$ ， $\frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{3}$ ， $\frac{1}{4}$ ， $\frac{1}{5}$ ， $\frac{1}{6}$ ， $\frac{1}{7}$ ……都是分數的單位， $\frac{3}{2}$ 即3個 $\frac{1}{2}$ ； $\frac{4}{7}$ 即4個 $\frac{1}{7}$ 。

在日常問題中，分數怎樣寫法，可看下面的問題。

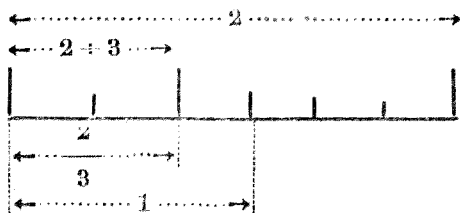
例 1. 在敵人佔領期間，吉林磐石縣呼蘭街三里屯有廿三戶，除三戶有地外，其餘都是無地佃農。問佃農佔全村戶口的幾分之幾？

解： 全村共有 23 戶，只三戶有地，無地佃戶佔 $23 - 3 = 20$ 戶。全村爲一個單位，把這個單位分爲 23 等份 (23 戶)，無地佃農佔 20 戶，即佔 20 等份，是全村的 $\frac{20}{23}$ 或 $\frac{20}{23}$ 。

例 2. 即東縣華山區在土改前，地主每人平均有十畝地，貧農每人平均一畝地。問貧農平均每人土地是地主每人平均土地的幾分之幾？

解： 把地主每人所有土地數，當爲一個單位，把這個單位分爲 10 等份 (十畝)，貧農每人只佔一等份 (一畝)，所以貧農每人所有的土地數，是地主每人所有土地數的 $\frac{1}{10}$ 或 $\frac{1}{10}$ 。

第二節 分數與整數除法



如上圖 $\frac{2}{3}$ ，是將單位 1 分爲三等份，取其中兩份， $2 \div 3$ 是將 2 用 3 除，這二者的結果在圖上表示完全一樣。

因此：
$$\frac{2}{3} = 2 \div 3$$

\therefore 分數的分子可當除法中的被除數，分母可當除法中的除數，除得的商（ $2 \div 3 = 0.66\cdots$ ）也稱爲分數（ $\frac{2}{3}$ ）的值。因此，在整數除法中，許多除不盡的數，常用分數來表示。如：

$$23 \div 3 = 7 \frac{2}{3}$$

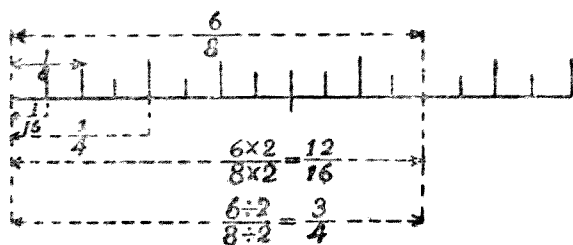
同理，許多除的形式，可以寫成分數的形式，如：

三角形面積 = (底 \times 高) $\div 2$ ，可以寫成 $\frac{\text{底} \times \text{高}}{2}$

梯形面積 = (上底 + 下底) × 高 ÷ 2

$$= \frac{(上底 + 下底) \times 高}{2}$$

第三節 擴分和約分



由上圖 $\frac{6}{8} = \frac{6 \times 2}{8 \times 2} = \frac{12}{16}$

∴ 把分子和分母擴大同樣的倍數，分數的值不變。利用這個性質，可實行擴分——即將分子和分母同樣擴大任何倍。

同樣，由上圖 $\frac{6}{8} = \frac{6 \div 2}{8 \div 2} = \frac{3}{4}$

∴ 把分子和分母縮小同樣倍數，分數的值不變。利用這個性質，可實行約分，即分子和分母若有公約數，可用公約數去除去。

例 1. 將 $\frac{3}{7}$ 擴分

$$\begin{aligned} \frac{3}{7} &= \frac{3 \times 2}{7 \times 2} = \frac{3 \times 3}{7 \times 3} = \frac{3 \times 4}{7 \times 4} = \dots \\ &= \frac{6}{14} = \frac{9}{21} = \frac{12}{28} = \dots \end{aligned}$$

例 2. 將 $\frac{48}{96}$ 約分

$$\begin{aligned} \frac{48}{96} &= \frac{48 \div 2}{96 \div 2} = \frac{48 \div 4}{96 \div 4} = \frac{48 \div 8}{96 \div 8} = \frac{48 \div 6}{96 \div 6} = \frac{48 \div 48}{96 \div 48} \\ &= \frac{24}{48} = \frac{12}{24} = \frac{6}{12} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$\therefore \frac{48}{96}$ 約分時可化成 $\frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{2}$ 不能再進行約分（因 1 和 2 沒有公約數），因此，用約分，可使分數化為最簡的形式。通常約分的簡便寫法是：

$$\frac{\begin{array}{r} 1 \\ \cancel{2} \\ \cancel{6} \\ \cancel{12} \\ \cancel{24} \\ \cancel{48} \\ 96 \end{array}}{96} = \frac{1}{2} \quad \text{或者更簡單可寫為} \quad \frac{\begin{array}{r} 1 \\ \cancel{48} \\ 96 \end{array}}{96} = \frac{1}{2}$$

通常寫分數時，應寫最簡形式，例如：學校中的女生，是男生的 $\frac{2}{10}$ ，其中分子 2 和分母 10，有公約數 2，可化簡為 $\frac{1}{5}$ 。通常應寫作 $\frac{1}{5}$ ，不應寫作 $\frac{2}{10}$ ，因最簡的形式使人概念明確。

習 題

以下各題的分數，都要化成最簡的形式：

1. 東北某地，地主收租每垧地（十畝）每年三石。某年每垧地只收成二石一斗，問地租佔收成的幾分之幾？

2. 某班有學生45人，女生18人，其餘是男生。問男女生各佔全班人數的幾分之幾？

3. 某村每人每年糧食的收穫量最高額為700斤，最低額為100斤。問最低額是最高額的幾分之幾？

4. 某村共有63戶，土改前佃農21戶，貧農26戶，中農10戶，富農6戶，問各佔全村戶口的幾分之幾？

5. 求下列的商，除不淨可用分數表示：

$$37 \div 4 \quad 58 \div 3 \quad 125 \div 6 \quad 148 \div 8$$

第四節 分數的分類

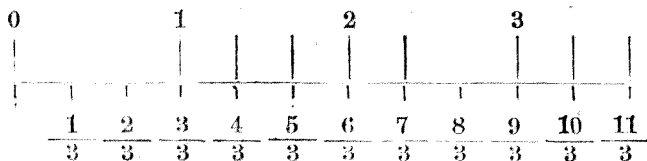
分數是以分子和分母相對的大小來分類，如：

$\frac{1}{3}$ ， $\frac{2}{3}$ ， $\frac{3}{4}$ ， $\frac{3}{7}$ 等分數，分子小於分母叫真分數。

$\frac{3}{3}$ ， $\frac{4}{3}$ ， $\frac{5}{4}$ ， $\frac{7}{7}$ ， $\frac{9}{7}$ 等分數，分子大於分母，或等於分母，叫假分數。

$1\frac{1}{2}$ ， $2\frac{2}{3}$ ， $4\frac{5}{7}$ ， $5\frac{1}{4}$ 等分數，前面帶有整數的叫帶分數。讀作，一又二分之一，二又三分之二，四又七分之五，五又四分之一。

第五節 假分數與整數的互化



如上圖 $\frac{3}{3} = 1$ $\frac{6}{3} = 2$ $\frac{9}{3} = 3$ $\frac{12}{3} = 4 \dots\dots$

將上列各分數化簡，得 $\frac{1}{1} = 1$ $\frac{3}{1} = 3$ $\frac{4}{1} = 4$
 $\frac{5}{1} = 5$

由上面可以知道，有些假分數（分子是分母的倍數的）可化為整數，這個整數是（分子÷分母）的商。任一個整數，也可以化為以 1 作分母的假分數。

用擴分的道理：

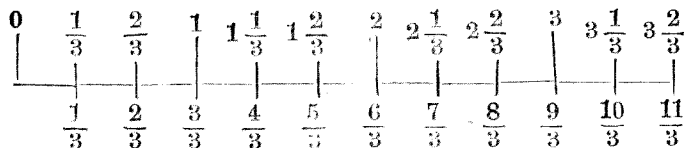
$$3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \frac{15}{5} \dots\dots$$

$$4 = \frac{4}{1} = \frac{8}{2} = \frac{12}{3} = \frac{16}{4} = \frac{20}{5} \dots\dots$$

.....

∴ 整數化為分數時，將整數乘分母作為分子，如將 5 化為以 4 為分母的分數，即 $\frac{5 \times 4}{4} = \frac{20}{4}$

第六節 假分數與帶分數的互化



如上圖 $1 \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ $1 \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ $2 \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$
 $2 \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$ $3 \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$ ……

∴ 帶分數和假分數可以互化。

帶分數化假分數的方法，是將帶分數前面的整數乘分母，所得的積加入原分子為新分子，而分母不動，如：

$$1. \quad 4 \frac{1}{5} = \frac{4 \times 5 + 1}{5} = \frac{21}{5}$$

$$2. \quad 7 \frac{5}{6} = \frac{7 \times 6 + 5}{6} = \frac{47}{6}$$

假分數化帶分數的方法，是用分母除分子，所得的商作帶分數的整數，餘數作新分子，分母不動，如：

$$3. \quad \frac{37}{3} = 12 \frac{1}{3} \quad (\because 37 \div 3 = 12 \text{ 餘 } 1)$$

$$4. \quad \frac{42}{4} = 10 \frac{2}{4} = 10 \frac{1}{2} \quad (\because 42 \div 4 = 10 \text{ 餘 } 2)$$

根據約分，可將 $\frac{42}{4}$ 約為 $\frac{21}{2}$ ，然後再化為帶分數，即：

$$\frac{21}{\cancel{4}_2} = 10\frac{1}{2}$$

習 題

1. 將下列假分數化爲帶分數，或整數：

$$\frac{23}{3}, \frac{84}{4}, \frac{29}{7}, \frac{363}{11}, \frac{3564}{24}$$

2. 將下列各帶分數化爲假分數：

$$1\frac{1}{3}, 3\frac{3}{4}, 7\frac{2}{11}, 21\frac{7}{24}, 34\frac{5}{39}$$

第七節 分數的比較

由第6節的圖可以知道：

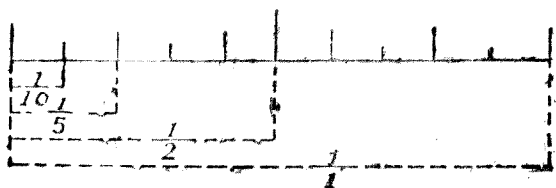
$$\frac{1}{3} < \frac{2}{3} < \frac{3}{3} < \frac{4}{3} < \frac{5}{3} < \dots \quad (< \text{讀做小於})$$

即分數的分母若相同，分子大的分數大，分子小的分數小。

例 1. 比較 $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{9}{4}$ 的大小

解：根據以上所講，分母都是 4，分子的大小，順次是

$$9 > 5 > 3 \quad \therefore \frac{9}{4} > \frac{5}{4} > \frac{3}{4} \quad (> \text{讀做大於})$$



由上圖可以知道 $\frac{1}{10} < \frac{1}{5} < \frac{1}{2} < \frac{1}{1}$

即分數的分子若相同，分母愈大分數愈小，分母愈小分數愈大。

例 2. 比較 $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{3}{12}$ 的大小

解： 根據以上所講， \therefore 分子都是 3，分母的大小順次是 $5 < 7 < 9 < 12$

$$\therefore \frac{3}{5} > \frac{3}{7} > \frac{3}{9} > \frac{3}{12}$$

分子和分母都不相同的分數，可將分數值求出。分數值大的分數大，分數值小的分數小。

例 3. 比較 $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{15}$ 的大小

解： 先求各分數的值：

$$\frac{2}{3} = 0.666\cdots \quad \frac{5}{6} = 0.8333\cdots$$

$$\frac{3}{10} = 0.300 \quad \frac{4}{15} = 0.266$$

$$\therefore 0.833 > 0.666 > 0.300 > 0.266$$

$$\therefore \frac{5}{6} > \frac{2}{3} > \frac{3}{10} > \frac{4}{15}$$

第八節 通 分

第7節所講分數比較的方法，其中最通用的是第一種方法，因為他最方便，不容易錯誤。但是許多分母不同的分數，如何用第一種方法來比較他們的大小？有個方法叫通分，也就是擴分，把各分數擴大到他們的分母相同。

例 1. 將 $\frac{2}{3}$ ， $\frac{5}{6}$ ， $\frac{3}{10}$ ， $\frac{4}{15}$ 通分

解：先求 3，6，10，15 的最小公倍數為 30，將各分數通分，使他們的分母都是 30，即：

$$\frac{2}{3} = \frac{10 \times 2}{30} = \frac{20}{30}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 5}{30} = \frac{25}{30}$$

$$\frac{3}{10} = \frac{3 \times 3}{30} = \frac{9}{30}$$

$$\frac{4}{15} = \frac{2 \times 4}{30} = \frac{8}{30}$$

因此通分的方法，是：先求諸分母的最小公倍數，作為公分母，以各原分母除公分母，再以所得的商乘原分子作新分子。

有了通分的方法後，第7節例3分數大小的比較，可不必求商，即能一目瞭然，因在通分後，分子大小的順序是：

$$25 > 20 > 9 > 8$$

$$\therefore \frac{25}{30} > \frac{20}{30} > \frac{9}{30} > \frac{8}{30}$$

$$\text{即 } \frac{5}{6} > \frac{2}{3} > \frac{3}{10} > \frac{4}{15}$$

通分在異分母分數的加減法中也要用。

習 題

1. 把下列各組分數通分，再比較他們的大小：

$$\frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{6}{11}, \frac{9}{10}; \quad \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{5}{6}, \frac{7}{15}。$$

$$\frac{3}{4}, \frac{2}{7}, \frac{7}{12}, \frac{4}{12}; \quad \frac{4}{7}, \frac{5}{12}, \frac{15}{39}, \frac{11}{21}。$$

2. 把下列各組分數用通分的道理，把分子化爲相同，再比較他們的大小？

$$\frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}; \quad \frac{8}{11}, \frac{7}{15}, \frac{13}{20}。$$

$$\frac{10}{13}, \frac{2}{25}, \frac{5}{29}; \quad \frac{7}{21}, \frac{8}{27}, \frac{2}{3}。$$

3. 求下列各分數的值，並比較各分數的大小。

$$\frac{3}{4}, \frac{9}{11}, \frac{18}{23}, \frac{20}{29}$$

第九節 同分母分數的加法

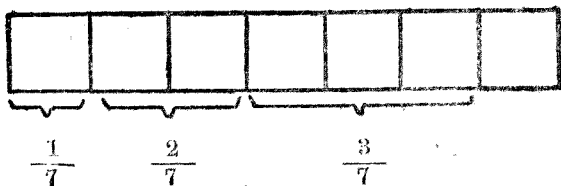
例：某人地若干畝，麥地佔總畝數的 $\frac{1}{7}$ ，穀地佔 $\frac{2}{7}$ ，高粱地佔 $\frac{3}{7}$ ，問三種地共佔總畝數的幾分之幾？

解：三種地各佔總畝數的七分之幾，各分數的單位相同，可以直接相加，分母不動，如：

$$\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{1+2+3}{7} = \frac{6}{7}$$

即麥、穀、高粱，佔總畝數的 $\frac{6}{7}$

用圖表示如下：



第十節 異分母分數加法

例： 某人有錢若干，用全數的 $\frac{2}{5}$ 買筆， $\frac{1}{3}$ 買書， $\frac{1}{6}$ 買紙，三項共用去所有的錢幾分之幾？

$\frac{2}{5}$ ， $\frac{1}{3}$ ， $\frac{1}{6}$ 的分母各不同，（即單位不同），應先通分（使單位統一）再相加：5，3，6 的最小公倍數為 30，所以：

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} &= \frac{12}{30} & \frac{1}{3} &= \frac{10}{30} & \frac{1}{6} &= \frac{5}{30} \\ \therefore \frac{2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} &= \frac{12}{30} + \frac{10}{30} + \frac{5}{30} = \frac{12+10+5}{30} \\ &= \frac{27}{30} = \frac{9}{10} \end{aligned}$$

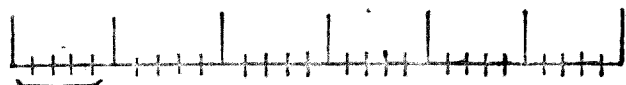
∴ 三項共用去所有錢的 $\frac{9}{10}$ (用圖表示)



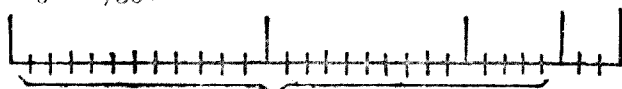
$$\frac{2}{5} = \frac{12}{30}$$



$$\frac{1}{3} = \frac{10}{30}$$



$$\frac{1}{6} = \frac{5}{30}$$



$$\frac{12}{30} + \frac{10}{30} + \frac{5}{30} = \frac{27}{30}$$



$$\frac{27}{30} = \frac{9}{10}$$

第十一節 帶分數與假分數的加法

$$\begin{aligned} \text{例 1. } 2\frac{1}{4} + 3\frac{4}{5} + 1\frac{7}{10} &= (2 + 3 + 1) \\ &+ \left(\frac{1}{4} + \frac{4}{5} + \frac{7}{10}\right) \end{aligned}$$

$$= 6 + \frac{5+16+14}{20}$$

$$= 6 + \frac{35}{20} = 7\frac{15}{20}$$

$$\text{例 2. } 5 + 7\frac{2}{3} + \frac{13}{4} = 5 + 7\frac{2}{3} + 3\frac{1}{4}$$

$$= (5 + 7 + 3) + \frac{8 + 3}{12}$$

$$= 15\frac{11}{12}$$

所以在分數加法中，如有假分數，可先化為帶分數，帶分數相加時，整數與整數相加，分數與分數相加（相加的結果，也要化為最簡），所得的和是帶分數或整數。

第十二節 分數減法

分數減法有同分母減法，異分母減法，帶分數與假分數減法，舉例如：

例 1. 一人行路，步行全長的 $\frac{2}{9}$ ，騎馬走全程的 $\frac{4}{9}$ 其餘坐車，問車行是全程的幾分之幾？

解： 步行全程的 $\frac{2}{9}$ ，騎馬行全程的 $\frac{4}{9}$ ， $\frac{2}{9}$ 和 $\frac{4}{9}$ 都是對全程說的，因此全程是 1，根據擴分的道理，1 可以寫作 $\frac{9}{9}$ ，那麼坐車走全路程的

$$\frac{9}{9} - \frac{2}{9} - \frac{4}{9} = \frac{9-2-4}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\text{或 } 1 - \frac{2}{9} - \frac{4}{9} = \frac{9-2-4}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{或 } 1 - \left(\frac{2}{9} + \frac{4}{9} \right) &= 1 - \frac{6}{9} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{3-2}{3} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

所以同分母分數相減時，分子相減，分母不動。

例 2. 某校休息時間支配，如：睡眠佔全天的 $\frac{1}{3}$ ，學習佔全天的 $\frac{1}{3}$ ，娛樂佔全天的 $\frac{1}{4}$ ，問其他活動佔全天的幾分之幾？

$$\begin{aligned} \text{解： } \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \text{ 都是對全天說的，因此全天是 } 1 \\ \text{即 } 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} &= 1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = 1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right) \\ &= 1 - \frac{8+3}{12} \\ &= \frac{12}{12} - \frac{11}{12} \\ &= \frac{1}{12} \end{aligned}$$

其他活動佔全天的 $\frac{1}{12}$

所以異分母的減去，應先通分，再照同分母減法進行相減。

$$\text{例 3. } 12 - 3\frac{1}{2} - 4\frac{1}{4} - 2\frac{3}{5}$$

有兩種方法演算：

一、將各帶分數的整數部份，與分數部份分別進行演算：

$$\begin{aligned}
 \text{即：} \quad & 12 - 3\frac{1}{2} - 4\frac{1}{4} - 2\frac{3}{5} \\
 & = (12 - 3 - 4 - 2) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{5}\right) \\
 & = 3 - \frac{27}{20} = 3 - 1\frac{7}{20} \\
 & = (3 - 1) - \frac{7}{20} = 2 - \frac{7}{20} \\
 & = 1\frac{20}{20} - \frac{7}{20} = 1\frac{13}{20}
 \end{aligned}$$

二、將各帶分數化爲假分數，再進行通分相減，

$$\begin{aligned}
 \text{即：} \quad & 12 - 3\frac{1}{2} - 4\frac{1}{4} - 2\frac{3}{5} \\
 & = 12 - \frac{7}{2} - \frac{17}{4} - \frac{13}{5} \\
 & = \frac{240 - 70 - 85 - 52}{20} = \frac{33}{20} = 1\frac{13}{20}
 \end{aligned}$$

以上兩種方法，帶分數的整數部份很大，或異分母的分數很多時，第一種方法比較方便。

習 題

1. 求下列諸分數的和：

$$1\frac{1}{2} + 4\frac{4}{5} + \frac{12}{7} = ?$$

$$8\frac{4}{9} + 12\frac{7}{12} + \frac{11}{24} = ?$$

$$5\frac{5}{6} + \frac{47}{36} + \frac{57}{18} = ?$$

$$\frac{47}{39} + 7\frac{7}{9} + 10\frac{13}{14} + \frac{75}{21} = ?$$

2. 求下列諸分數的差：

$$\frac{2}{3} - \frac{5}{12} - \frac{1}{12} = ?$$

$$1\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{3}{4} = ?$$

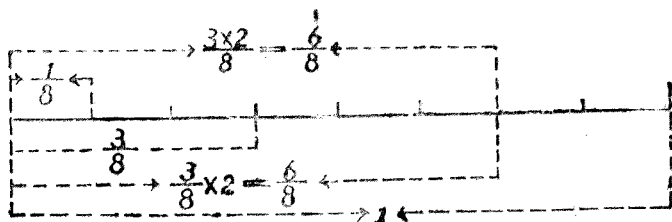
$$3\frac{4}{5} - 1\frac{1}{3} - 2\frac{1}{12} = ?$$

$$4\frac{6}{7} - 2\frac{8}{9} - 1\frac{1}{3} = ?$$

3. 某家全年收穫的糧食，交公糧用去 $\frac{3}{12}$ ，吃糧用去 $\frac{1}{4}$ ，問餘糧佔全年收穫量的幾分之幾？

4. 某合作社結賬，計股息佔盈餘的 $\frac{1}{5}$ ，獎勵金佔盈餘的 $\frac{3}{10}$ ，公益金佔盈餘的 $\frac{1}{10}$ ，公積金佔盈餘的 $\frac{1}{10}$ ，下餘的按社員交易額的大小返還，問返還金佔盈餘的幾分之幾？

第十三節 整數乘分數



如圖： $\frac{3}{8} \times 2 = \frac{6}{8}$ $\frac{3 \times 2}{8} = \frac{6}{8}$

$$\therefore \frac{3}{8} \times 2 = \frac{3 \times 2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\text{或 } \frac{3}{8} \times 2 = \frac{3 \times \overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{4}{\cancel{8}}} = \frac{3}{4}$$

所以乘數乘分數，等於用這個整數乘分數的分子，所得的積，作為新分子。若乘數與分母有公約數時，可約簡。

例：某村土地，平均每人有 $3\frac{1}{3}$ 畝，若一家有五口，按標準應有地幾畝？

解：一人有地 $3\frac{1}{3}$ 畝，5人應有：

$$3\frac{1}{3} \times 5 = \frac{10}{3} \times 5 = \frac{10 \times 5}{3} = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3} \text{ (畝)}$$

$$\begin{aligned} \text{或 } 3\frac{1}{3} \times 5 &= 3 \times 5 + \frac{1}{3} \times 5 = 15 + \frac{5}{3} \\ &= 15 + 1\frac{2}{3} = 16\frac{2}{3} \end{aligned}$$

所以若被乘數是帶分數時，可先化爲假分數，然後相乘，或用乘數乘帶分數的整數及帶分數的分數，再相加亦可。

第十四節 分數乘整數

$$\text{因爲 } \frac{2}{3} = 2 \div 3 \quad (\text{根據第二節})$$

$$\therefore 3 \times \frac{2}{3} = 3 \times 2 \div 3 = 6 \div 3 = 2$$

$$\text{但 } \frac{3 \times 2}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\therefore 3 \times \frac{2}{3} = \frac{\cancel{3} \times 2}{\cancel{3}} = 2$$

$$\text{或根據交換律 } 3 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times 3 = \frac{6}{3} = 2$$

$$\therefore 3 \times \frac{2}{3} = \frac{3}{\cancel{3}} \times \cancel{3} = 2$$

所以分數乘整數時，即用分子乘整數，所得的積作爲新分子，若乘數與分母有公約數時，可約簡。

例：某人存幣 800 元，某次趕集用去 $\frac{5}{16}$ ，問合多少元？

解：這人用去 800 元的 $\frac{5}{16}$ 即

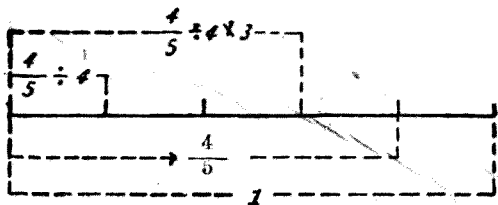
$$800 \times \frac{5}{16} = \frac{800 \times 5}{\frac{16}{\cancel{8} \times 2}} = 250 (\text{元})$$

答 某人趕集用去 250 元

第十五節 分數乘分數

例 1. $\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = ?$

解： 即將 $\frac{4}{5}$ 分爲 4 份取其中的三份，可用圖表示如下：



如上圖， $\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{4}{5} \div 4 \times 3 = \frac{3}{5}$

但 $\frac{\cancel{4} \times 3}{5 \times \cancel{4}} = \frac{3}{5}$ (分子乘分子，分母乘分母)

$\therefore \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{\cancel{4} \times 3}{5 \times \cancel{4}} = \frac{3}{5}$

或 $\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = 4 \div 5 \times 3 \div 4 = 4 \times 3 \div 5 \div 4$
 $= 4 \times 3 \div (5 \times 4)$
 $= \frac{\cancel{4} \times 3}{5 \times \cancel{4}} = \frac{3}{5}$

$\therefore \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{4 \times 3}{5 \times 4} = \frac{3}{5}$

所以分數乘分數時，等於分數的分子乘分子，分母乘

分母，分子和分母各連乘積中有公約數時，可約簡。

例 2. 某人每天能紡線 $\frac{3}{5}$ 斤，問一天半可紡多少？

解： 每天紡 $\frac{3}{5}$ 斤，一天半即 $1\frac{1}{2}$ 天，可紡

$$\frac{3}{5} \times 1\frac{1}{2} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{3 \times 3}{5 \times 2} = \frac{9}{10}$$

答 一天半可紡線 $\frac{9}{10}$ 斤，或 9 兩

所以分數乘分數時，若其中有帶分數，應先化爲假分數，再進行相乘。

習 題

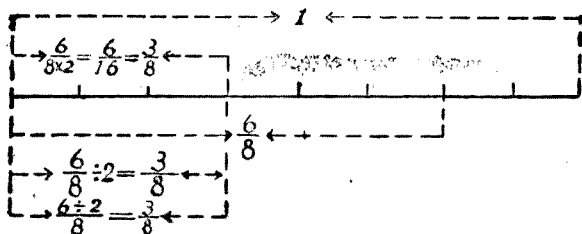
1. 求下列各式的結果：

$$\begin{array}{cccc} \frac{8}{25} \times 3 & \frac{7}{36} \times 12 & 35 \times \frac{3}{8} & 48 \times \frac{5}{12} \\ \frac{9}{32} \times \frac{2}{7} & \frac{15}{77} \times \frac{11}{30} & 5 \frac{8}{27} \times 3 & \frac{6}{17} \times \frac{2}{5} \\ 11 \frac{7}{11} \times \frac{15}{86} \times 5 & \frac{1}{24} \times 2 & \frac{11}{16} & \end{array}$$

2. 某校有學生 270 人，男生佔 $\frac{7}{9}$ ，其餘是女生，問男女生各有多少人？

3. 推小麥成麵，麩子佔 $\frac{1}{4}$ ，現有小麥 340 斤，問可推麵多少斤？

第十六節 整數除分數



如上圖 $\frac{6}{8} \div 2 = \frac{3}{8}$ $\frac{6 \div 2}{8} = \frac{3}{8}$

$$\frac{6}{8 \times 2} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$$\therefore \frac{6}{8} \div 2 = \frac{6 \div 2}{8} = \frac{6}{8 \times 2}$$

所以整數除分數時，可將整數除分子，或將整數乘分母，一般用整數乘分母。若與分子有公共約數時，可約簡。

例 1. $\frac{5}{9} \div 5 = \frac{\cancel{5}}{9 \times \cancel{5}} = \frac{1}{9}$

例 2. $\frac{7}{24} \div 3 = \frac{7}{24 \times 3} = \frac{7}{72}$

例 3. 三人均分 $\frac{9}{10}$ 畝菜園，問每人可分多少畝？

解： $\frac{9}{10} \div 3 = \frac{\cancel{9}^3}{10 \times 3} = \frac{3}{10}$ 即每人可分得 $\frac{3}{10}$ 畝。

第十七節 分數除整數

$$\begin{aligned} \text{例 1. } 3 \div \frac{2}{3} &= 3 \div (2 \div 3) = 3 \div 2 \times 3 \\ &= \frac{3}{2} \times 3 = \frac{3 \times 3}{2} \end{aligned}$$

$$\text{但 } 3 \times \frac{3}{2} = \frac{3 \times 3}{2}$$

$$\therefore 3 \div \frac{2}{3} = 3 \times \frac{3}{2} = \frac{3 \times 3}{2} = \frac{9}{2} = 4 \frac{1}{2}$$

所以分數除整數，等於將分數的分子分母顛倒為分母分子，再進行相乘。

$$\text{例 2. } 4 \div \frac{2}{5} = \cancel{4} \times \frac{5}{\cancel{2}} = 10$$

例 3. 甲乙兩人合股經商，甲出資本 350 元，佔全部資本的 $\frac{7}{12}$ ，問全部多少元？

解： 350 元是全部資本的 $\frac{7}{12}$ ，所以全部資本是：

$$350 \div \frac{7}{12} = 350 \times \frac{12}{7} = 600 \text{ 元}$$

答 全部資本是 600 元

(註) 將 $\frac{7}{12}$ 化爲小數，得 $\frac{7}{12} = 0.583\cdots$ 上題可解釋如下：

0.583 的資本是 350 元，一份資本是多少元，解時用 0.583 來除 350；這裏不過把 $\frac{7}{12}$ 換爲小數，道理還是一樣。

第十八節 分數除分數

$$\begin{aligned} \text{例 1. } \frac{2}{3} \div \frac{4}{5} &= \frac{2}{3} \div (4 \div 5) = \frac{2}{3} \div 4 \times 5 \\ &= \frac{2}{3 \times 4} \times 5 = \frac{2 \times 5}{3 \times 4} \end{aligned}$$

$$\text{但 } \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{2 \times 5}{3 \times 4}$$

$$\therefore \frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{2 \times 5}{3 \times 4} = \frac{5}{6}$$

所以分數除分數時，將除數的分子分母，顛倒為分母分子，再與被除數進行相乘。

$$\begin{aligned} \text{例 2. } 2\frac{3}{4} \div 1\frac{1}{2} &= \frac{11}{4} \div \frac{3}{2} = \frac{11}{4} \times \frac{2}{3} \\ &= \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6} \end{aligned}$$

例 3. 有茶葉 $2\frac{1}{2}$ 斤，若每袋裝 $\frac{1}{4}$ 斤，問可裝幾小袋？

解：茶葉共 $2\frac{1}{2}$ 斤，每袋裝 $\frac{1}{4}$ 斤，可裝

$$2\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{5}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{4}{1} = 10 \text{ (袋)}$$

答 每袋裝 $\frac{1}{4}$ 斤，可裝 10 袋

習 題

1. 求下列各式的結果：

$$\frac{12}{17} \div 6 \quad \frac{7}{15} \div 3 \quad 27 \div \frac{9}{16}$$

$$\frac{4}{51} \div 25 \quad \frac{16}{33} \div \frac{8}{11} \quad \frac{23}{60} \div \frac{11}{12}$$

$$\frac{64}{273} \div 1 \frac{65}{91} \quad 7 \frac{5}{16} \div 62 \frac{1}{48}$$

2. 某村新開荒地 148 畝，恰是原耕地的
- $\frac{4}{25}$
- ，問這村原有耕地多少畝？

3. 3 公尺長的鉛絲，切成每段
- $2 \frac{1}{3}$
- 公厘，可切成幾段？

4. 35 日可完成某工程的
- $\frac{5}{8}$
- ，還有幾天可以全部完成？

第十九節 分數混合運算

例 1. 有一工程，甲一個人做工 6 天可成、乙 12 天可成，問每天各作工程的幾分之幾？若甲乙合作一天，作全工程的幾分之幾？

解. 甲獨作 6 天可成，因此每天作全工程的 $\frac{1}{6}$

乙獨作 12 天可成，因此每天作全工程的 $\frac{1}{12}$

甲乙合作每天可作全工程的 $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

例 2. 一生產互助組，規定青年男子一天當一工，牛一頭一天當 $\frac{5}{2}$ 工，小孩一天當 $\frac{1}{3}$ 工，婦女一天當 $\frac{1}{2}$ 工。月底結賬，某家有青年男子二人，每人工作25天，牛一頭工作20天，婦女三人，每人工作10天，小孩一人工作15天，問這家共作了多少工？

解： 青年男子二人，每人每天一工，共工作25天，合
 $2 \times 1 \times 25 = 50$ (工)

牛一頭，每天 $\frac{5}{2}$ 工，共工作20天，合

$$\frac{5}{2} \times 20 = 50 \text{ (工)}$$

婦女三人，每人每天 $\frac{1}{2}$ 工，共工作10天，合

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 3 = 15 \text{ (工)}$$

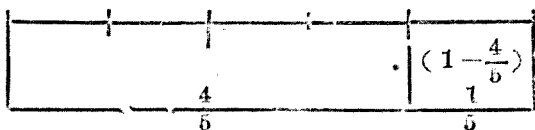
小孩一人，每天 $\frac{1}{3}$ 工，共工作15天，合

$$\frac{1}{3} \times 15 = 5 \text{ (工)}$$

\therefore 這家共計作 $50 + 50 + 15 + 5 = 120$ (工)

例 3. 某學生有錢若干元，膳宿衣服書籍等費，用去 $\frac{4}{5}$ ，尚餘2000元，問該生原有多少元？

解： 2000元 2000元 2000元 2000元 2000元



根據題意，餘下的為原有的 $(1 - \frac{4}{5}) = \frac{1}{5}$

又知道原有的 $\frac{1}{5}$ 為 2000 元

∴ 原有的全數應為 $2000 \div \frac{1}{5} = 10000$ (元)

可直接為 $2000 \div (1 - \frac{4}{5}) = 2000 \div \frac{1}{5}$
 $= 10000$ (元)

若知其膳宿等費為原有的 $\frac{4}{5}$ 是 8000 元，那麼

其原有應為 $8000 \div \frac{4}{5} = 8000 \times \frac{5}{4} = 10000$ (元)

由以上可知，凡已知某數一部份，而又知這一部份是佔全數的幾分之幾（分率），可用這一部份的分率除這一部份，便得出某數的全部。

例 4. 某商店的盈餘，三個股東按股本分，甲得全盈餘的 $\frac{2}{5}$ ，乙得甲的 $\frac{4}{5}$ ，其餘為丙所得是 21000 元，問原盈餘為多少元？

解：對甲所得的 $\frac{2}{5}$ 說，全盈餘應該是 1

∴ 乙丙合得全盈餘的 $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

但乙得的是甲的 $\frac{4}{5}$ ，即全盈餘的 $\frac{2}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{25}$

∴ 丙得全盈餘的 $\frac{3}{5} - \frac{8}{25} = \frac{7}{25}$

但丙實得21000元，所以全部盈餘是

$$21000 \div \frac{7}{25} = 21000 \times \frac{25}{7} = 75000 \text{ (元)}$$

可直接列式爲 $21000 \div (1 - \frac{2}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{4}{5})$

$$= 21000 \div (\frac{3}{5} - \frac{8}{25}) = 21000 \div \frac{15-8}{25}$$

$$= 21000 \div \frac{7}{25} = 21000 \times \frac{25}{7} = 75000 \text{ (元)}$$

答 某商原盈餘 75000 元

習 題

1. 求下列各式的結果：

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{3} - \frac{7}{15};$$

$$(\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{2}{9}) \times (\frac{2}{3} - \frac{1}{2});$$

$$3\frac{4}{5} \times 2\frac{2}{7} \div \frac{27}{50} \div 6;$$

$$(4\frac{5}{7} - \frac{5}{8} + \frac{3}{4}) \div (1\frac{1}{3} + \frac{4}{5}).$$

2. 甲乙兩家共有耕地48畝，已知乙家的地是甲家地的 $\frac{3}{5}$ ，問兩家各有地多少畝？

3. 某塊地因施肥與耕種得宜，比去年增加產量 $\frac{2}{10}$ ，已知去

年的產量是 500 斤。問今年應收糧食多少斤？

4. 某家土地和副業收入共 36000 元，其中副業收入是土地收入的 $\frac{2}{7}$ ，問兩次收入各多少元？

5. 某人有莊稼若干畝，第一天收割全數的 $\frac{3}{5}$ ，第二天收割下餘的 $\frac{3}{4}$ ，第三天又收割餘剩的 $\frac{1}{3}$ ，第四天收割二畝，恰好收完，問這人共有莊稼多少畝？

第二十節 兩種溫度表

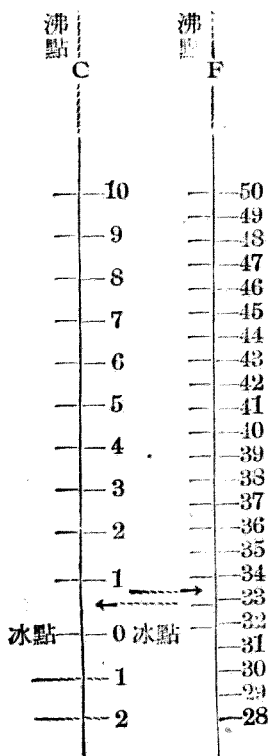
一、華氏溫度表：以水之冰點到沸點做標準，定冰點為 32° ，沸點為 212° ，冰點和沸點之間的距離，等分為 180 等份，每一等份叫 1° 。通常華氏溫度表以『F』代之，如 45° F，即華氏溫度表的 45 度。

二、攝氏溫度表：也以水之冰點到沸點做標準，定冰點為 0° ，沸點為 100° ，冰點到沸點的距離等分為一百等份，每等份 1° 。通常攝氏溫度表以『C』代之，如 45° C，即攝氏溫度表 45 度。 0° 以下叫零下 1° ，零下 2° ……也叫負 1° ，負 2° ……寫做 -1° ， -2° ， -3° ……

三、由上可知，華氏 1° ，等於攝氏的 $\frac{100}{180} = \frac{5}{9}$ 度之長

(如下圖)；攝氏 1° ，等於華氏的 $\frac{180}{100} = \frac{9}{5}$ 度之長(如下

圖)。因此兩種溫度的換算如下：



例 1. 華氏溫度表的 77° ，合攝氏溫度表幾度？

解： 華氏的 77° ，實際是在冰點以上 $77^{\circ} - 32 = 45$ 又因華氏 1 當攝氏的 $\frac{5}{9}$ 度。

\therefore 華氏 45° 當攝氏的

$$\frac{5}{9} \times 45 = 25^{\circ}$$

即在攝氏表 0° 上 25°

$$\text{列式 } \frac{5}{9} \times (77^{\circ} - 32^{\circ})$$

$$= \frac{5}{9} \times 45^{\circ} = 25^{\circ} (\text{C})$$

例 2. 8°C 合 F 幾度？

解： 1°C 合 $\frac{9}{5}^{\circ}\text{F}$

$$\therefore \frac{9}{5} \times 8^{\circ} = 14.4^{\circ} \text{ 的地方}$$

$\therefore 8^{\circ}\text{C}$ 應在華氏表冰點以上的 14.4° 的地方

又因華氏冰點為 32° 度

$$\therefore 8^{\circ}\text{C} \text{ 實際在華氏表的 } 32^{\circ} + 14.4^{\circ} = 46.4^{\circ}$$

$$\text{列式 } \frac{9}{5} \times 8^{\circ} + 32^{\circ} = 46.4^{\circ} (\text{F})$$

習 題

1. 人體的常溫的 37° ，問合華氏多少度？
2. 華氏表的 0° 為攝氏幾度？
3. 一切生物，在 15°C 的溫度下可以生長，問華氏多少度？
4. 某人發燒到 104°F ，問合攝氏多少度？

本章討論題

1. 什麼叫做分數，和小數的區別如何？
2. 分數和除法，有什麼關係？
3. 分數有幾種？舉例說明。
4. 分數的大小如何判別？舉例說明。
5. 什麼叫擴分和約分？有什麼不同？舉例說明。
6. 分數加法內，有些什麼不同的形式？各舉例說明。
7. 分數減法內，有些什麼不同的形式？各舉例說明。
8. 分數乘法內，有些什麼不同的形式？各舉例說明。
9. 分數除法內，有些什麼不同的形式？各舉例說明。
10. 從分數乘除法內，可以看出分數的一個什麼特性來？
11. 寫出兩種溫度換算的公式來。

第六章 百分法

第一節 什麼叫百分法

例：某校有學生 200 人，其中 40 人是女同學，問女同學是全體的百分之幾？

解：女同學 40 人，全體 200 人，女同學是全體的 $\frac{40}{200}$ ，變成百分數便得：

$$\frac{40}{200} = \frac{40 \div 2}{200 \div 2} = \frac{20}{100} = 20\%$$

上題是拿 40 人和 200 人比較，求出 40 人是 200 人的 $\frac{20}{100}$ ，這樣比較，甲乙兩個同類數，求乙數是甲數的百分之幾的算法，便叫做百分法。其中甲數叫做母數，乙數叫做子數，百分之幾叫做百分率，百分率經常用 % 記號來表示。如 20% 讀做百分之二十，3.5% 讀做百分之三又十分之

五，或百分之三點五。

〔註〕：百分也就是以 100 做分母的分數。那麼爲什麼單單用百分呢？十分或者另外的分數，不是也可以嗎？

這只是因爲習慣，而且統一的用百分，容易瞭然，也容易計算。

日常也有用十分的時候，如、今年因天旱，麥子只有七成收，就是說，只能收十成裏的七成，即 $\frac{7}{10}$ ，但也等於 $\frac{70}{100}$ 。

又如甲乙做買賣，甲賺錢合買價的 $\frac{1}{4}$ ，乙賺錢合買價的 $\frac{1}{5}$ ，就不如甲賺買價的 $\frac{25}{100}$ ，乙賺 $\frac{20}{100}$ 來得更顯明。

第二節 分數小數化百分率法

例 1. $\frac{3}{20} = 3 \div 20 = 0.15 = 15\%$

或 $\frac{3}{20} = \frac{3 \times 5}{20 \times 5} = \frac{15}{100} = 15\%$

例 2. $\frac{117}{2600} = 117 \div 2600 = 0.045 = 4.5\%$

或 $\frac{117}{2600} = \frac{117 \div 26}{2600 \div 26} = \frac{4.5}{100} = 4.5\%$

由上例可以得出，化分數小數爲百分率的方法：

1. 小數化爲百分率，只要把小數點向右移兩位，再加上百分號。

2. 分數化百分率，可先把分數化爲小數，照小數的化法去作，或分子分母同乘或同除一數，使分母變爲100。

〔注意〕 求小數時除不盡的，可求到小數三至四位，用四捨五入法。

例 3. $15\% = 0.15$

或 $15\% = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$

例 4. $4.5\% = 0.045$

或 $4.5\% = \frac{4.5}{100} = \frac{45}{1000} = \frac{9}{200}$

〔註〕 $\frac{9}{200} = \frac{117}{2600} \therefore \frac{9 \times 13}{200 \times 13} = \frac{117}{2600}$

從此可得出化百分率爲分數小數法：

1. 把百分率%符號去掉，再把小數向左移兩位，得小數。

2. 用100做分母來代替%符號，再約分或擴分即得分數。

習 題

1. 讀出以下的百分數：

50% 13% 6% 12.5% 7.3%

2. 化以下各數爲百分數：

0.25 0.05 0.0075 0.0125

$\frac{7}{20}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{2}{25}$ $\frac{3}{125}$ $\frac{7}{400}$ $\frac{51}{3000}$

3. 化以下各百分數為小數和分數：

7% 25% 5.06% 0.03% 32.2% 40%

4. 什麼叫百分法

第三節 母數子數同百分率的關係

例 1. 中國有45000萬人口，內36000萬以上是農民，問農民佔全人口的百分之幾？

解： 36000萬是45000萬的 $\frac{36000}{45000}$ ，化為百分率即：

$$\frac{36000}{45000} = \frac{36000 \div 450}{45000 \div 450} = \frac{80}{100} = 80\%$$

所以中國農民是全國人口的80%以上。

由上例知道農民數 36000萬是子數，全國人口45000萬是母數，80%是百分率；只要把母數作分母，子數作分子，就可求出百分率來，寫成式子便是：

$$\frac{\text{子數}}{\text{母數}} = \text{百分率} \dots\dots\dots (一)$$

分數本來就是除法的變相，所以上式也可寫作：

$$\text{子數} \div \text{母數} = \text{百分率}$$

從這裏可以知道百分法的母數，相當於分數的分母，除法裏的除數。子數相當於分數裏的分子或被除數，百分率相當於分數的值或除法的商，三種算法，名稱雖不同，應用時也各有各的便利，但算理都是一樣。於是由除法的公式

$$\text{被除數} \div \text{除數} = \text{商}$$

除數 \times 商 = 被除數

被除數 \div 商 = 除數

\therefore 可以得到百分法的兩個公式

子數 = 母數 \times 百分率…………… (二)

母數 = 子數 \div 百分率…………… (三)

\therefore 只要知道其中任何兩個數，第三個數就可以照公式求出來。

例 2. 某村共有 1524 人，其中不識字的佔 75%，問不識字的有多少人？

解： 不識字的人是 1524 人的 75%，所以不識字的人數是子數，1524 人是母數，75% 是百分率，這是求子數的，應用公式

$$\begin{aligned} \text{(二) 得：} \quad 1524 \times 75\% &= 1524 \times \frac{75}{100} \\ &= 1143 \text{ (人)} \end{aligned}$$

答 不識字的有 1143 人

例 3. 某人販布 10 疋，按布價 3% 報稅，共納稅錢 720 元，問十疋布價是多少元？

解： 稅錢是布價的 3% \therefore 稅錢是子數，總布價是母數，3% 是百分率，用公式 (三) 得：

$$\begin{aligned} 720 \div 3\% &= 720 \div \frac{3}{100} \\ &= 720 \times \frac{100}{3} = 24000 \text{ (元)} \end{aligned}$$

\therefore 布價是 24000 元

習 題

1. 將本校本班的男、女同學各佔全校全班人數的百分數求出

來。

2. 某村中農有 280 戶，全村為 425 戶，問中農佔全村戶數的百分之幾？

3. 找磨房磨麵，講定 75% 交麵，共推 460 斤小麥，問應交麵多少斤？

4. 火藥的成份裏有硫磺佔 12.5%，現製造火藥一宗，用去硫磺 3750 斤，問共有火藥多少斤？

5. 某村參加各種組織的人為全村人口的 85%，這村共有 1540 人，問參加組織有多少人？未參加組織的有多少人？

6. 買貨物一宗，連貨價和一切費用，共用去 261600 元，又知運費佔總錢數的 6%，雜用佔總錢數的 3%，問物價多少元？運費和雜用各多少元？

7. 入口肥皂，規定須納 20% 的稅，今某人輸入一批肥皂，納稅 25100 元，問這批肥皂買價多少元？

第四節 母子和

在百分法裏，母數同子數的和叫做母子和。

例 1. 算術書一冊，原價是 360 元，現因紙貴，增加原價的 30% 出售，問應賣多少元？

解： 增加的價是 $360 \times 30\% = 108$ (元)

原價加上增加的價，便是賣價：賣價是：

$$360 \text{元} + 108 \text{元} = 468 \text{元}$$

這是先求增加價再與原價相加，求出賣價來，須要兩道手續，不如用下面的算式運算，比較方便：

$$360 \times (1 + 30\%) = 360 \times \frac{130}{100} = 468 \text{ (元)}$$

因為增加價是原價的30%倍，原價加上增加價，即原價的一倍，加上原價的30%等於原價的(1+30%)倍，也就是賣價。

在例 1. 中知道原價是母數，增加價是子數，賣價是母子和，所以可以得出求母子和的公式如下：

$$\text{母子和} = \text{母數} \times (1 + \text{百分率}) \cdots \cdots (四)$$

在百分法裏，有時也會遇到由母子和求母數的情形，那麼只要把公式(四)變成下面的公式，便可應用。

$$\text{母數} = \text{母子和} \div (1 + \text{百分率}) \cdots \cdots (五)$$

例 2. 某商店白布每疋賣價是6000元，可獲利25%，問買價是多少元？

解：獲利25%是指利錢對成本(即買價)說的，所以買價是母數，賣價是母子和，用公式(五)可求出買價是：

$$\begin{aligned} 6000 \div (1 + 25\%) &= 6000 \div \frac{125}{100} \\ &= 6000 \times \frac{100}{125} = 4800 \text{ (元)} \end{aligned}$$

第五節 母子差

在百分法裏，母數同子數的差叫母子差。

例 1. 算術書一冊，原價 360 元，現減去30%賣出，問賣價是多少元？

解：減去的價錢是原價的30%，所以減去的價錢是子數，原價是母數，賣價是母子差，所以減去的價錢是。

$$360 \times 30\% = 108 \text{ (元)}$$

$$\text{賣價是 } 360 - 108 = 252 \text{ (元)}$$

$$\begin{aligned} \text{若用一道式子寫出，便是 } & 360 \times (1 - 30\%) \\ & = 360 - 360 \times 30\% = 252 \text{ (元)} \end{aligned}$$

從這個計算方法，又得出求母子差的公式：

$$\text{母子差} = \text{母數} \times (1 - \text{百分率}) \cdots \cdots \text{(六)}$$

由上式又可得出另一個公式：

$$\text{母數} = \text{母子差} \div (1 - \text{百分率}) \cdots \cdots \text{(七)}$$

例 2. 某村房屋被蔣匪軍燒掉 98%，僅剩三間屋，問原有房屋多少間？

解： 原有房屋是母數，燒掉的是子數，剩下的母子差，由公式（七）得：

$$\begin{aligned} 3 \div (1 - 98\%) &= 3 \div \frac{2}{100} \\ &= 3 \times \frac{100}{2} = 150 \text{ (間)} \end{aligned}$$

∴ 原有房屋 150 間

習 題

1. 某商店買進白布每疋（100尺）價15000元，賣出後可獲利25%，問應賣多少錢一尺？
2. 某公營商店爲了平抑市價，把每石進價48000元的小麥，減價6%出售，當時市價爲48000元，問比市價少多少元？
3. 某村在蔣匪佔領期，週圍樹木伐掉75%，現在僅有300棵，問原有樹多少棵？
4. 某合作社批發一百條肥皂共價27000元，可獲利20%，問每條原價多少元？
5. 某中學男女生共540人，裏面女生是男生的25%，問男女生人數各多少？

第六節 折 扣

例 1. 某書定價 350 元，打八折出賣，問實價多少元？若再打八五折實價是多少元？

解： 我國通用折扣，是指實價對定價的百分率，上例的八折，就是說實價是定價的 80%；八五折就是實價是定價的 85%。所以定價是母數，實價是子數，幾折就是百分率。打八折出賣的實價是：

$$350 \times 80\% = 280 \text{ (元)}$$

再打八五折的實價是：

$$350 \times 80\% \times 85\% = 238 \text{ (元)}$$

像這樣把所定的價，或所付的款，減成計算，便叫做折扣，先就定價打折扣，再就得數又打折扣，叫做連打折扣。

對於折扣問題，可把物件的定價看作母數，實價看作子數計算。這是指我國折扣說的；外國的折扣，與我國不同，我們說八折，他們便是 20% 扣。我們的九五折，便是他們的 5% 扣，他們是指扣去的價錢對定價的百分率。所以在外國折扣裏，要把實價看做母子差。

例 2. 向外國買機器一部，定價 8000000 元，用 15% 扣買進，問買價是多少？

$$\text{解： } 8000000 \times (1 - 15\%) = 6800000 \text{ (元)}$$

$$\therefore \text{ 買價是 } 6800000 \text{ 元}$$

習 題

1. 甲乙兩店賣貨相同，定價同是 200 元，售價甲店是雙六八

折（六八折後再打六八折），乙店是對折（就是五折），問那個店賣的便宜？

2. 某合作社減價出售棉花，定價為每斤1300元，非社員按九五折，社員按連九折（雙九折），問社員買可便宜多少元？

3. 在外國買進一部機器，定價為12000000元，現用15% 5%連扣買來，再照原定價九折賣出，問買價為多少元？賣價多少元？

4. 某人買洋布一疋 28000 元，是按定價的八五折買來的，問定價為多少元？

第七節 分紅提成

例 1. 某合作社年終結算，得純利 35000 元，提百分之十作職員獎金，又百分之五十按 50 股均分，百分之四十按勞動力 175 工均分，問職員獎金多少元？每股，每工各得多少元？

解： 職員應提出 $35000 \times 10\% = 3500$ （元）
 每股應分 $35000 \times 50\% = 350$ （元）
 每工應分 $35000 \times 40\% \div 175 = 80$ （元）

像這樣合作社或公司，從所謂純利中，提出一部作職員獎金，或公積金等，便叫做提成。其餘按股及勞動力均分，便叫做分紅，分得的純利又叫做紅利。

第八節 稅·收

例 1. 某商人販來洋布 50 疋，每疋價 20000 元，按 15% 報進口稅，問應納稅多少元？

解： 應納稅為

$$20000 \times 50 \times 15\% = 150000 \text{ (元)}$$

政府向工商家就貨物徵收公款，叫做稅收。稅收除收得一部款子作政府開支及建設用外，還包含用來保護工商業的。稅有『出口』『入口』『轉口』『產銷』等等，如解放區的剩餘貨物，可減低或全免出口稅，獎勵輸出；如某種貨物缺乏，可減低或全免進口稅，獎勵輸入。如須抵制進口或防止出口，可提高稅率。

計算稅收可將物價看作母數，稅錢看作子數稅率是百分率。

習 題

1. 某合作社一季後結賬，得利278,0000元，提出15%爲公積金，提出10%爲公益金，問公積金和公益金各提出多少元？
2. 某公營商店年終結賬，獲利842,0000元，以40%分給勞動力250工，以50%均分給300股，問每工，每股各得紅利多少元？
3. 有一宗價值40,0000元的化妝品進口，按35%納稅，問應納稅多少元？
4. 有鹹魚一宗價值854萬元，按0.2%納出口稅，問應納稅多少元？
5. 某工廠半月獲利400,0000元，提出35,0000元爲紅利，問紅利佔全利的百分之幾？因經理領導好，提全利的0.625%爲獎金，會計也因有功提全利的0.25%爲獎金，全利除去紅利獎金外，下餘3人均分，問經理，會計和其餘三人各得多少元？
6. 某同志今年共節約鞋子三雙，每雙以1700元計；單衣一套合3000元，全部日用品合2500元。爲了鼓勵節約，全部節約金提出25%做爲獎勵，問這同志得到獎勵金多少？
7. 某伙食單位，獎勵伙伙節約，規定節約的糧提出3%給伙

快，到半年後結算，共節約7250斤糧，如每斤糧金45元，問他共得多少元？

第九節 單利息

A 利息：

例 1. 老劉向老楊借錢5200元，說明六個月歸還，每個月照存款加2%的利息，問六個月後共加利息多少元？

解： 一個月的利息是 $5200 \times 2\% = 104$ (元)

∴ 六個月的利息是 $104 \times 6 = 624$ (元)

列成一個式子便是 $5200 \times 2\% \times 6 = 624$ (元)

像這樣向人借錢，到期歸還，在原借的錢數外，另加上若干錢作為報酬。所加的錢便叫做利息，所借的錢叫做本金，利息照原本的百分之幾來計算，這百分之幾便叫做利率。用一年做一期的叫做年利率，一月做一期的叫做月利率，一日做一期的叫做日利率。我國習慣年利率10%叫做年利1分，月利率1%叫做月利1分，日利率0.1%叫做日利1分。

B 單利息：

計算利息時，無論經過若干期數，本金始終不變，就是前期的利不加入後期的本，叫單利息。照上面例題的算法，知道一期的利息等於本金×利率，那多期的利息，只要再用期數乘就得了。公式如下：

$$\text{利息} = \text{本金} \times \text{利率} \times \text{期數} \cdots \cdots (一)$$

由上面的公式，又可變出下面的三個公式來：

$$\text{利率} = \text{利息} \div (\text{本金} \times \text{時期}) \dots\dots\dots (二)$$

$$\text{本金} = \text{利息} \div (\text{利率} \times \text{時期}) \dots\dots\dots (三)$$

$$\text{期數} = \text{利息} \div (\text{本金} \times \text{利率}) \dots\dots\dots (四)$$

由以上四式只要知本金，利息，利率，期數，其中的三個，其它一個便可以求出來。

例 2. 本金4500元，月利率2分5厘（即2.5%）問2年另4個月的利息是多少？

解： 2年零4個月=28個月，由公式（一）得
 $4500 \times 2.5\% \times 28 = 3150$

∴ 兩年零四個月的利息是3150元

例 3. 年利率4%，1年零6個月得利息150元，求本金？

解： 一年六個月=1.5年 由公式（三）得
 $150 \div (4\% \times 1.5) = 150 \div (0.04 \times 1.5)$
 $= 150 \div 0.06 = 2500 \text{ (元)}$

∴ 本金為2500元

例 4. 本金4200元，月利率1分1厘，得利息1818元，求期數？

解： 由公式（四）
 $1818 \div (4200 \times 1.1\%) = 40 \text{ (月)}$

∴ 期數為40個月即三年四個月

例 5. 本金為4500元，1年6個月後拿到利息1350元，問年利率多少？

解： 1年6個月=1.5年 由公式（二）得
 $1350 \div (4500 \times 1.5) = 1350 \div 11250 = 0.12$
 $= 12\%$

∴ 年利率為12%即1分2厘。

C 本利和：

本金同利息的和叫做本利和，在利息計算裏，往往所求的是本利和。

例 6. 老周從銀行裏借到農貸4500元，月利率1分2厘，問6個月後本利一齊還，應多少元？

解： 本利一齊還，那麼還的錢數就是本金加上利息的和，即

$$\begin{aligned} & 4500 + 4500 \times 1.2\% \times 6 \\ &= 4500 \times (1 + 1.2\% \times 6) \\ &= 4500 \times \frac{107.2}{100} = 4824 \text{ (元)} \end{aligned}$$

∴ 本利一齊應還4824元

從上面計算，可得出求本利和的公式如下：

$$\text{本利和} = \text{本金} \times (1 + \text{利率} \times \text{期數}) \dots\dots (五)$$

從公式(五)又可得下面的公式：

$$\text{本金} = \text{本利和} \div (1 + \text{利率} \times \text{期數}) \dots\dots (六)$$

〔注意〕 年利率裏，期數須用年做單位，月利率以月做期數的單位，日利率以日作期數的單位。凡只說年或月的，1年做12個月算，1月作30日計算。

習 題

1. 某合作社向某銀行借6萬元，月利0.5%，三個月後，本利歸還，問共應還多少元？
2. 三個農民向合作社借12000元買農具，月利1分，六個月

後三人各付利息元多少？

3. 年利率12% 1年零5個月後，收回本利和 362.7元，求本金是多少元？

4. 本金 4000 元，年利率 5.5%，期末本利共 4440元，求期數。

5. 本金4000元，14個月得利3080元；問月利率多少？

本章討論題

1. 什麼叫百分法？其各部的名稱如何？
2. 試舉例說明百分的求法，它和除法有什麼關係？
3. 分數、小數，怎樣化成百分率？
4. 百分率怎樣化爲分數、或小數？
5. 從百分求法，可以列出幾個公式來？這些公式又解決什麼問題？
6. 什麼叫母子和、母子差？舉例說明。
7. 求母子和、母子差的幾個公式如何？並說明它的用處。
8. 百分法具體應用在什麼地方？

第七章 簡單統計

第一節 統計圖表

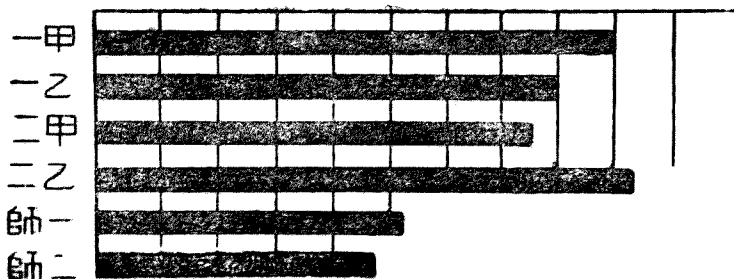
數量的大小可以用圖形表示出來，例如某中學人數如下表：

級 別	一甲	一乙	二甲	二乙	師一	師二
人 數	45	40	38	47	26	24

用長圖代表人數，可以作成下面的圖形：

人數

0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50



上面的表，叫做統計表；上面的圖，叫做統計圖。統計表的目的，是把許多事實，列成有系統的表式，以便觀察比較和計算；統計圖是根據統計表，把全部事實，和互相關係，用圖形表現出來，使閱者能一目了然。統計圖的種類很多，今將簡易的幾種介紹於後。

第二節 長條圖

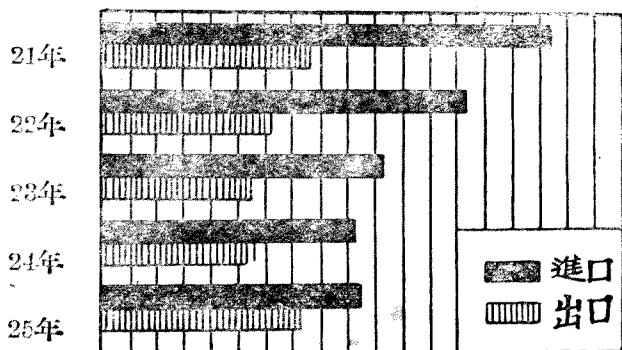
用許多平行長條的長短，來代表數量的圖形，叫做長條圖。第一節的圖，便是長條圖的一種，那是用簡單的長條代表數量的，叫做單式長條圖，長條圖還有種種。

一、複式長條圖

例 我國自民國二十一年至二十五年中，對外貿易貨值的統計表如下：

年 份	21年	22年	23年	24年	25年
進 口 貨	1635	1345	1030	919	942
出 口 貨	768	612	535	576	707
人 超	867	733	495	343	235

依上表畫成統計圖如下：



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19

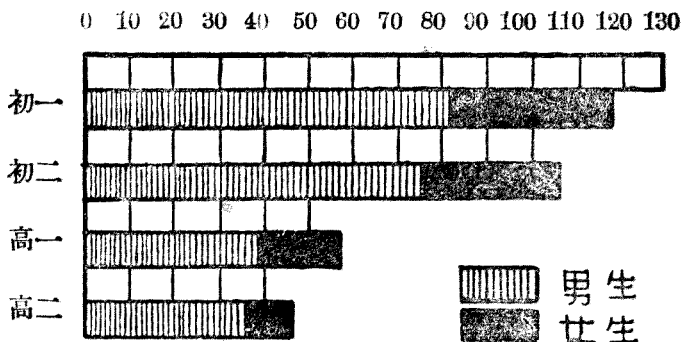
這種圖，是用兩種、或兩種以上的長條，代表一大項目下的幾小項目。上圖是用兩種長條代表各年的出入口貨值。這種圖叫做複式長條圖，既可用它來比較逐年的出入口貨值，又可求出逐年的入超。

二、分段長條圖

例如某中學，各級男女生人數如下表：

年 級	男 生	女 生	總 計	百 分 數
初 一	82	36	118	36.8%
初 二	75	32	107	33.2%
高 一	42	12	54	16.4%
高 二	34	10	44	13.6%
總 計	233	90	323	100%

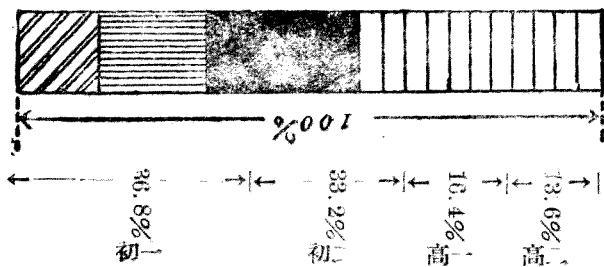
依上表可作成下面的圖形：



這種圖叫做分段長條圖，是將各條內再分成數段，每段用一種花紋或顏色以區別之。上圖各條是代表各級人數，每條分為二段，代表各級男女生的人數，條與條之間既可比較，段與段也容易比較大小。

三、分配長條圖

依前表的各級人數，佔全體的百分數，又可作成下圖：

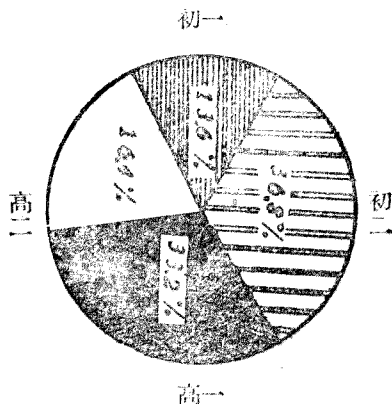


這圖的製法，是以長條的全長表示全部，等分爲一百份，按各項事實佔全部的百分數，分配開來便成。這叫做分配長條圖。這圖雖不能表示各級的總數，却能表現各項佔全部的百分數。

〔註〕各項百分數的求法，是先求各項的總和，再以總和分除各項，再用 100 相乘即得。

第三節 圓形圖

依前表，又可製成圓形圖如下：



上圖或將圓按百分數分開後，各項內不畫線條，只將班級和百分數寫在裏面，也還明顯省事。

這種圖，也是用它來表示各項事實佔全部的百分數，性

質和分配長條圖同，圖的作法如下：

1. 求各項佔全體的百分數。
2. 以各部的百分數乘 3.6° ，得各部在全圓內應佔的度數。
3. 用分角規點定各部應佔的度數點。
4. 由圓心依照點定的度數點，畫若干線，分全圓為若干扇形。
5. 各扇形內，用不同的線條，或顏色填蓋之，以資區別（只作清楚界線亦可）。
6. 各項名稱及百分數，均須寫明於各扇形內，若在圖下另製圖例，也可不寫在裏面。

第四節 曲綫圖

長條圖中表示的數目，只要看各條上端一點就可知道。所以單把這種點記出，一一用直線連起來，不必作成長條，也能表示出來，這叫做曲綫圖。曲綫圖也有種種：

歷史曲綫圖

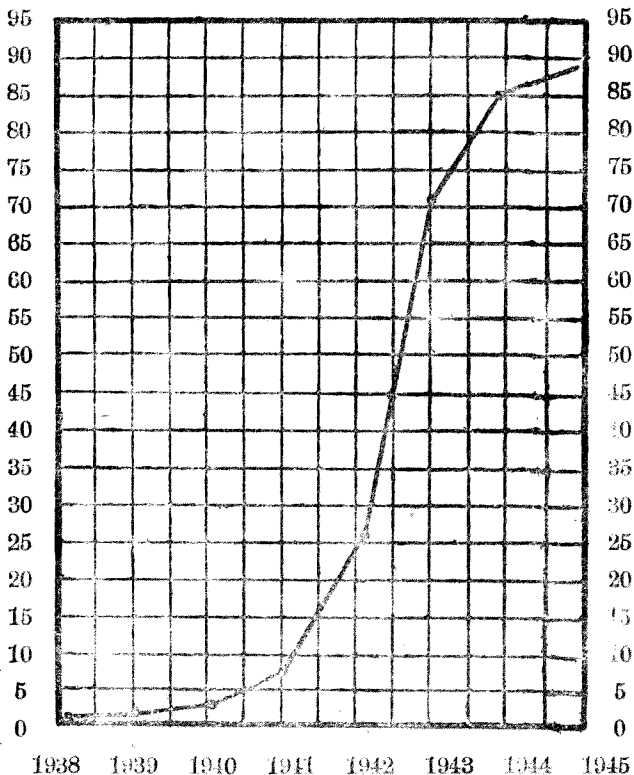
例如：二次世界大戰中，美國戰費逐年支出如下表：
（單位美金百萬圓）。

年份	1938	1939	1940	1941	1942	1943	1944	1945
戰費	1	1.2	1.6	6.4	26	72	87	90

依上表可作成下面圖形：

單位百萬元（美金）

單位百萬元（美金）



這圖的製法，是以橫線表示年份，縱線表示數，利用點的高低，來代表各年的數目，連接各點，便得曲線圖。

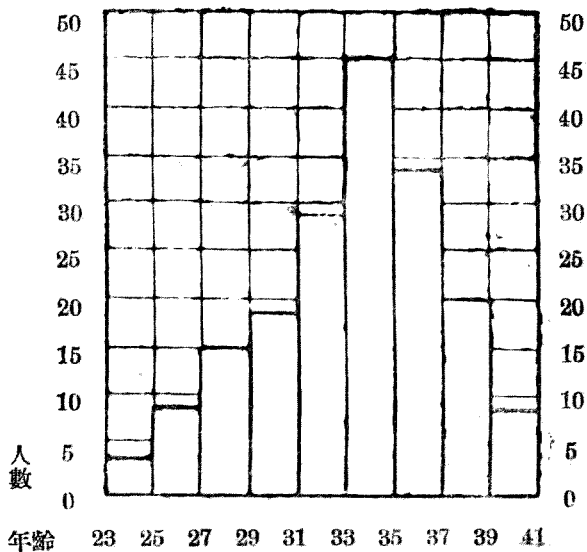
這是因時間變動，數量也隨着變動的圖形，叫做歷史

曲線圖。

例如，某機關職員年齡分配如下表：

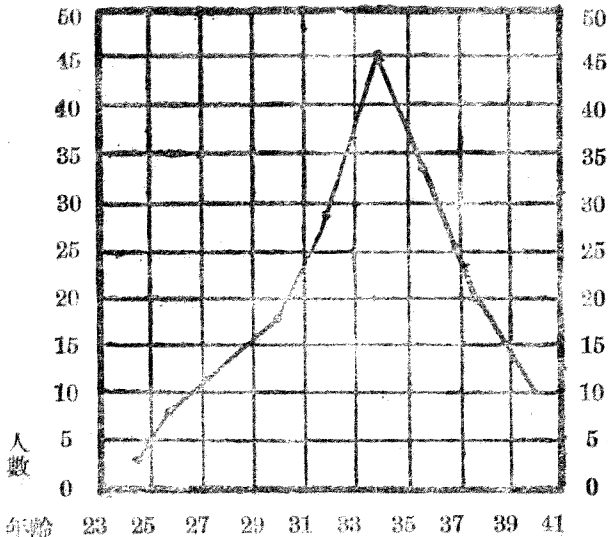
年 齡	人 數	年 齡	人 數	年 齡	人 數
23—25	3	29—31	18	35—37	34
25—27	8	31—33	28	37—39	20
27—29	15	33—35	45	39—41	9

上面的表，叫做分組次數表。是將年齡每隔 2 歲列為一組，每組人數，便是次數。按上表可以作成下面圖形：



上面的圖形，是直立長方形，表示若干組次數分配的圖形，長方形的高代表次數，這種圖叫直方圖。

將上直方圖的各長方形頂線的中點，用直線聯接起來，便成下面的圖形：



這是用曲線表示次數分配統計事實的，所以叫做次數曲線圖。

習 題

1. 民國二十四年，內政部統計七大都市的人口如下，試作統計圖。

南京 973213人 上海 3532852人

北京 1572515人 天津 1062841人
 青島 467060人 漢口 787833人

2. 龍口市解放前後，商號戶數比較如下表：

營業性質	雜貨業	布業	糧業	粉絲業	代理店	茶食店	五金業	磨粉業	鞋業	棧業	漁業	捲煙業	青菜業	小商業
解放前	二二二	五	二九	八	一〇	八	二七	二〇	九	一五	二	〇	二	〇
解放後	一三二	一二	三一	一四	一五	七	三〇	二四	一二	二三	五	五	六	二七

3. 製本級同學年齡分配圖表。
4. 製本級同學成績比較圖表。
5. 製本校同學出身成份表。
6. 作本校男女同學比較圖表及百分圖。
7. 作本校學生籍貫統計圖表及百分圖。
8. 據某村識字青年和兒童的調查表，作統計圖。

識字數	兒童人數	青年人數	識字數	兒童人數	青年人數
200—250	10	5	450—500	20	14
250—300	19	8	500—550	11	9
300—350	19	6	550—600	15	9
350—400	25	15			
400—450	22	10			

9. 某機關半年後結算：

一月份預算553000元，而實支590000元

二月份預算565000元，而實支555000元

三月份預算650000元，而實支700000元

四月份預算665000元，而實支700000元

五月份預算730000元，而實支720000元

六月份預算730000元，而實支770000元

將以上結算結果，製成圖表。

本章討論題

1. 學統計有什麼用？
2. 普通統計圖表有那幾種？

第八章 比及比例

第一節 比

在第一章和第五章講過，甲數被乙數除有兩種結果，一是能整除，得商是整數，一是不能整除，商可用分數表示。

$$\text{如： } 4 \div 2 = 2 \quad 4 \div 5 = \frac{4}{5}$$

前一式是表示4是2的2倍，後一式表示4是5的五分之四，都表示出相除兩數的大小關係，這種關係也可換成下面的說法：

4是2的2倍，也可以說4和2的比是2。

4是5的 $\frac{4}{5}$ ，也可以說4和5的比是 $\frac{4}{5}$ 。

這樣產生一個新的概念，叫比，通常用（：）號代表比，如甲：乙讀作甲比乙，甲叫比的前項，乙叫比的後

項，後項除前項，所得商叫比值。如 $4 : 2$ 的比值是 $4 \div 2 = 2$ ， $4 : 5$ 的比值是 $4 \div 5 = \frac{4}{5}$ 。比值大於 1 的叫優比，小於 1 的叫劣比。

比的前後兩項，必須是同類的，同單位的，如單位不同，應化成同單位，如 3 丈布與 5 尺布的比是 $30 : 5$ ，不能寫做 $3 : 5$ 。

第二節 比與除及分數；比的大小

根據第一節比的定義， $甲 : 乙 = 甲 \div 乙 = \frac{甲}{乙}$ 。

即比的前項和後項，可分別看作被除數和除數，或分子和分母。因此爲了變化方便，比常可寫作分數的形式，分數值即比值。

$$\text{如 } 4 : 5 = \frac{4}{5} = 0.8 \text{ (劣比)}$$

$$3 : 4 = \frac{3}{4} = 0.75 \text{ (劣比)}$$

$$10 : 5 = \frac{10}{5} = 2 \text{ (優比)}$$

比的大小，可看比值的大小或分數的大小而定，如以上三個比，來比較他們的大小：

$$(1) \because \text{他們比值的大小順序，是 } 2 > 0.8 > 0.75$$

$$\therefore 10 : 5 > 4 : 5 > 3 : 4$$

$$(2) \text{通分得 } \frac{4}{5} = \frac{16}{20}, \quad \frac{3}{4} = \frac{15}{20}, \quad \frac{10}{5} = \frac{40}{20}$$

分數大小的順序是 $\frac{10}{5} > \frac{4}{5} > \frac{3}{4}$

$$\therefore 10 : 5 > 4 : 5 > 3 : 4$$

第三節 比的化簡和擴大

比可以寫成分數的形式。因此擴分約分的道理，也可用在比的變化上，即比的前後兩項，同乘一數，或同除一數，比值不變（乘數不得為零）。

$$\text{如 } 8 : 24 = \frac{8}{24} = \frac{1}{3} = 1 : 3$$

$$3 : 7 = \frac{3}{7} = \frac{3 \times 2}{7 \times 2} = \frac{6}{14} = 6 : 14$$

通常可以直接寫為 $8 : 24 = 1 : 3$ $3 : 7 = 6 : 14$

習 題

- 試求下列各比的值，並指出那是優比，那是劣比？
 $3 : 5$ $8 : 6$ $9 : 15$ $4 : 6$ $7 : 8$
- 甲每時能走10里，乙每時能走12里，求他們速度的比？
- 小麥每斤價80元，谷子每斤價50元，二者價格的比如何？
- 姐姐三天紡線10兩，妹妹5天紡線12兩，兩人紡線能力的比如何？

第四節 正比和反比

例 1. 甲每天耕地 3 畝，乙每天耕地 2 畝，甲乙二人耕地能力的比如何？若所耕地畝數相同，所需時間的比怎樣？

解：同是一天，甲耕 3 畝，乙耕 2 畝，所以甲乙二人耕地能力的比是 3 : 2 若就耕地一畝所需時間來看，甲需 $\frac{1}{3}$ 天，乙需 $\frac{1}{2}$ 天，兩者的比是

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{1} = \frac{2}{3} = 2 : 3$$

各耕 2 畝所需的時間的比是 $\frac{1}{3} \times 2 : \frac{1}{2} \times 2 = 4 : 6$

各耕 3 畝所需的時間的比是 $\frac{1}{3} \times 3 : \frac{1}{2} \times 3 = 6 : 9$

.....

根據第三節 $\frac{1}{3} : \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times 2 : \frac{1}{2} \times 2$
 $= \frac{1}{3} \times 3 : \frac{1}{2} \times 3 = \dots\dots$

因此只要所耕畝數相同，所需時間的比，都是一樣，即 2 : 3

∴ 時間相同，甲乙二人耕地能力的比是 3 : 2

耕地相同，甲乙二人所需時間之比是 2 : 3

這兩個比的前項和後項恰好相互倒轉，若以 3 : 2 為正比，2 : 3 就是 3 : 2 的反比；若以 2 : 3 為正比，3

∴ 2 就是 2 : 3 的反比，因此正比和反比是對的，而非絕對的。

第五節 反比的求法

例 1. 求 2 : 3 的反比？

根據第 4 節 2 : 3 的反比應該是 $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 3 : 2$

$\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$ 叫做 2 和 3 的倒數，所以求某比的反比時，將某比兩項的倒數相比即得。

解 2. 求 $1 : \frac{1}{5}$ 的反比

1 和 $\frac{1}{5}$ 的倒數分別為 1 和 $\frac{1}{\frac{1}{5}}$ ($\because \frac{1}{1} = 1, \therefore 1$ 的倒數仍為 1)

$$\text{但 } \frac{1}{\frac{1}{5}} = 1 \div \frac{1}{5} = 1 \times \frac{5}{1} = 5$$

$$\therefore 1 : \frac{1}{5} \text{ 的反比為 } 1 : \frac{1}{\frac{1}{5}} = 1 : 5$$

[註]如例 2 $\frac{1}{5}$ 的倒數為 5，5 的倒數為 $\frac{1}{5}$ ，因此 5 和 $\frac{1}{5}$ 互為倒數。通常反比的求法，就是把原來的比前後項倒轉來即是，不須用倒數的求法。

習 題

1. 寫出下列各數的倒數：

$$1 ; 2 ; 4 ; 7 ; \frac{1}{2} ; \frac{2}{3} ; \frac{9}{7} .$$

2. 求出下列各比的反比：

$$9 : 8 \quad 10 : 17 \quad 1\frac{1}{2} : 3\frac{3}{4} \quad \frac{11}{8} : \frac{1}{5}$$

$$\frac{5}{6} : \frac{3}{7}$$

3. 豬肉3斤價420元，牛肉5斤價600元，試求兩者價格的比，及一定貨幣對兩者購買力的比，這兩個比有什麼關係？

第六節 連 比

例 1. 甲乙兩家人口的比是2 : 3，乙丙兩家人人口的比是3 : 5，他們三家人口相互成怎樣的比？

解： 甲乙兩家人人口的比是2 : 3

乙丙兩家人人口的比是3 : 5

第一個比的後項和第二個比的前項，同是乙家人口所佔的比數，而又相同，這兩個比可以發生關係：

∴ 甲乙丙三家人口的比為2 : 3 : 5

例 2. 若甲乙兩家人口之比為1 : 2，乙丙兩家人口之比為4 : 3，這三家人口之比如何呢？

解： 甲乙兩家人口之比為1 : 2

乙丙兩家人口之比為4 : 3

第一個比的後項，和第二個比的前項的比數不相同，不能直接寫成連比，必須先變成相同

$$\begin{array}{r} \text{甲} \quad \text{乙} \quad \text{丙} \\ 1 : 2 \\ \quad \quad 4 : 3 \\ \hline 2 : 4 : 3 \end{array}$$

即把第一比的後項 2，和第二比的前項 4 的最小公倍數 4，作他們的共同的數，那麼第一比的後項必須乘以 2，按同擴大幾倍的道理，前項 1 也要乘以 2，所以第一比變為 2 : 4，第二比的前項即為 4，就不用變，即可成為甲乙丙的連比，為 2 : 4 : 3。

如果

$$\begin{array}{r} \text{甲} \quad \text{乙} \quad \text{丙} \\ 1 : 2 \\ \quad \quad 4 : 3 \\ \hline 1 : 2 : 1\frac{1}{2} \end{array}$$

即把第二比縮小 2 倍，和第一比的後項 2 相同的辦法也可，但通常是用上法。

例 3. 求 2 : 3 和 5 : 2 的連比。

$$\begin{array}{r} 2 : 3 \\ \quad \quad 5 : 2 \\ \hline 10 : 15 : 6 \end{array}$$

即第一比後項 3 和第二比前項 5 的最小公倍數，為 $3 \times 5 = 15$ ，所以第一比的前項乘 5，第二比的後項乘 3。第一比的後項和第二比的前項，都為 15 的連比 10 : 15 : 6。

例 4. 求 5 : 3 2 : 1 6 : 7 的連比。

解：

$$\begin{array}{r} 5 : 3 \\ \quad \quad 2 : 1 \\ \hline 10 : 6 : 3 \\ \quad \quad \quad 6 : 7 \\ \hline 20 : 12 : 6 : 7 \end{array}$$

即先求兩個單比的連比，再求這連比和第三單比的連比。

第七節 複 比

例 1. 有兩塊長方形的地，第一塊長20尺，寬15尺，第二塊長24尺，寬20尺，他們面積之比怎樣？

解： 第一塊長方形的面積是 $20 \times 15 = 300$ （平方尺）

第二塊長方形的面積是 $24 \times 20 = 480$ （平方尺）

∴ 他們面積的比為 $300 : 480 = 5 : 8$

若就長寬的比來看：

長的比是 $20 : 24 = 5 : 6$

寬的比是 $15 : 20 = 3 : 4$

以上兩比的前項之積與後項之積的比是：

$$5 \times 3 : 6 \times 4 = 15 : 24 = 5 : 8$$

這個比恰是兩長方形面積之比，這樣各前項之積，與各後項之積所成之比，叫原來諸比的複比，可寫成下面的形式。

$$\left. \begin{array}{l} 5 : 6 \\ 3 : 4 \end{array} \right\} = 5 \times 3 : 6 \times 4 = 15 : 24 = 5 : 8$$

用文字來說：即長方形面積之比，等於長邊的比和寬邊的比的複比。

習

1. 試求下列各組比的連比：

$$1 : 3, 2 : 5; \quad 3 : 4, 9 : 10;$$

$$\frac{2}{3} : \frac{1}{4}, \frac{1}{5} : 3; \quad 6 : 5, 5 : 7, 8 : 9.$$

2. 試求下列各複比：

$$\left. \begin{array}{l} 5 : 8 \\ 3 : 4 \end{array} \right\} = ? \quad \left. \begin{array}{l} 7 : 4 \\ 10 : 13 \end{array} \right\} = ? \quad \left. \begin{array}{l} 14 : 25 \\ 31 : 38 \end{array} \right\} = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{3} : \frac{2}{5} \\ \frac{6}{7} : \frac{3}{5} \end{array} \right\} = ? \quad \left. \begin{array}{l} 1\frac{3}{4} : 2\frac{4}{5} \\ 3\frac{1}{6} : 15 \end{array} \right\} = ?$$

3. 甲汽車每時走60里，乙汽車每時走50里，甲車開8小時，乙車開10小時，他們所有路程的比如何？

4. 有兩塊三角形的地，一塊底長80尺，高25尺；另一塊底長70尺，高30尺。它們面積的比怎樣？

5. 有木箱兩個，長的比是10：9，寬的比是8：7，深的比是4：5，它們容積之比如何？

第八節 比例

例 1. 海水每20斤含有食鹽 0.5 斤。如有海水 150 斤，含食鹽多少？

解： 20斤海水中含食鹽 0.5 斤，150 斤海水是 20 斤的
 $150 \div 20 = 7.5$ (倍) \therefore 含有 7.5 個 0.5 斤食鹽，

即 3.75 斤食鹽。

就是說：150 是 20 的幾倍，也就是 0.5 的幾倍。用式子來表示即：
 $150 : 20 = 150$ 斤內所含食鹽的斤數： 0.5

這個式子叫比例式，或簡稱比例，包含了兩個相等的比，通常把所要求的數用英文字母 X 來代表， \therefore 上式可寫為：

$$150 : 20 = X : 0.5$$

式中等號前的比叫前比，等號後的比叫後比；從左端起順次叫比例的第一，第二，第三，第四項；第一第四兩項，又叫比例的外項，第二第三兩項，叫比例的內項。

根據上面所求的結果，比例式可寫為：

$$150 : 20 = 3.75 : 0.5$$

$$\text{即 } \frac{150}{20} = \frac{3.75}{0.5}$$

$$\text{兩邊各乘以 } 20 \times 0.5 \text{ 得 } \frac{150}{20} \times 20 \times 0.5 = \frac{3.75}{0.5} \times 20 \times 0.5$$

$$\text{或 } 150 \times 0.5 = 3.75 \times 20$$

150×0.5 是比例式兩外項的積， 3.75×20 是比例兩內項的積，因此在比例的各项中，又得到如下的關係：

比例的兩外項相乘積，等於兩內項相乘積。

根據這個關係，比例中的四項，已知三項，只缺一項未知，可以把這一項求出。

例 2. 試求 $3 : 4 = 9 : X$ 中的 X 值

解： 由例 1 $3 \times X = 4 \times 9$ 一般 $3 \times X$ ，可略去中間的乘號，即 $3X = 4 \times 9$ ，式的兩邊同除以 3

$$\text{得 } \frac{3X}{3} = \frac{4 \times 9}{3} \quad \text{即 } X = \frac{4 \times 9}{3} = 12$$

一般運算時得 $3X = 4 \times 9$ 後，可直接用 3 來除式子的右邊，左邊就為 X 即 $X = \frac{4 \times 9}{3} = 12$

例 3. 一人三小時可走 18 里路，5 小時可走幾里（若走路的速度是一樣）

解： 人走路的速度是一樣的，因此時間增加幾倍，路程

也增加幾倍，可寫成比例式如下：

$$2 : 5 = 18 : X$$

$$2X = 5 \times 18 \quad X = \frac{5 \times 18}{2} = 45$$

∴ 5小時可走45里

習 題

1. 求下列各比例式中的X值。

$$5 : X = 4 : 7 \quad X : 8 = 6 : 5 \quad 9 : 10 = X : 12$$

$$15 : 8 = 20X \quad 0.5 : 0.3 = X : 0.7 \quad X : 2.4 = 0.15 : 4$$

2. 240元可買牛肉2斤，400元可買幾斤？

3. 某抄寫員，3小時能寫字1500個，7小時可寫字多少？

4. 一人兩天可鋤地1.1畝，5天可鋤地多少？

(以上2——4題中都要用比例計算)

第九節 正比例同反比例

請注意下面的事項：

(一) 東西的價格一定，件數增加幾倍，總值也增加幾倍；件數縮小幾倍，總值也縮小幾倍。

(二) 速度一定，時間增大幾倍，走的路程也增大幾倍；時間縮小幾倍，路程也縮小幾倍。

(三) 能力一定，工作時增大幾倍，所完成的工程也增大幾倍；工作時間縮小幾倍，所完成的工程也縮小幾倍。

(四) 長方形的底一定，高增大幾倍，面積也增大幾倍；高縮小幾倍，面積也縮小幾倍。

上列的現象，有一個共同點，即在一定的條件下，相關兩量中一方增大或縮小多少倍，他方也增大縮小多少倍，這兩量的關係，叫做正比例。

再請注意下面的問題：

(五) 總錢數一定，東西的價格增大多少倍，所買東西的件數就縮小多少倍；東西的價格縮小幾倍，所買東西的件數也增大幾倍。

(六) 距離一定，速度增大多少倍，所經過的時間縮小多少倍；速度縮小多少倍，所經過的時間增大多少倍。

(七) 糧食總量一定，人數增大幾倍，所能支持的時間縮小幾倍；人數縮小幾倍，所能支持的時間增大幾倍。

(八) 長方形面積一定，底增大幾倍，高縮小幾倍；底縮小幾倍，高增大幾倍。

上列的現象，也有一個共同點，即在一定條件下，相關兩量中一方增大多少倍，他方縮小多少倍；一方縮小多少倍，他方增大多少倍。這兩量的關係，叫做反比例。

例 1. 某人三小時能耕地五畝，9 小時能耕地幾畝？

解：能力一定，工作時間和工作量成正比例，所以可列比例式如下：

$$3 : 9 = 5 : X \quad X = \frac{45}{3} = 15 \text{ (畝)}$$

即 9 小時可耕地 15 畝

例 2. 用每時 8 里的速度，走一段路程 5 小時到達，若每時

走10里，幾時可到達？

解： 距離一定，速度同所需時間成反比例

$$\therefore 8 : 10 = X : 5 \quad X = \frac{4 \times 5}{10} = 4 \text{ (時)}$$

即每時走10里，4時可到達。

習 題

1. 試找出三件成正比例的事項。
2. 試找出三件成反比例的事項。
3. 修路一段，50人化九天完成。如有80人，幾天可完成？
4. 軍糧一批，可供戰士1500人3個月的食糧，若增加戰士1000人，要少支持多少天？

第十節 複比例

例1. 有甲乙兩塊長方形地，長的比是6 : 5，寬的比是3 : 4，已知甲的面積為900方尺，求乙的面積？

解： 由第七節知道長方形面積的比是長和寬的複比

$$\therefore \left. \begin{array}{l} 6 : 5 \\ 3 : 4 \end{array} \right\} = 900 : X$$

$$\text{即 } 6 \times 3 : 5 \times 4 = 900 : X$$

$$X = \frac{900 \times 5 \times 4}{6 \times 3} = 1000 \text{ (方尺)}$$

\therefore 乙的面積是1000方尺

這樣，一個單比 $900 : X$ ，和外幾個單比的複比 $\left. \begin{array}{l} 6 : 5 \\ 3 : 4 \end{array} \right\}$ ，相等而成比例的叫做複比例。兩個或幾個前項相乘積，為第一項，兩個或幾個後項相乘積為第二項， X 為第四項或第三項，其對應的數為第三項或第四項。

例 2. 有甲乙兩土坑，甲坑長 15 尺，寬 8 尺，深 4 尺，只知乙坑長 16 尺，寬 10 尺，乙坑須有幾尺深，兩者的容積才能相等？

解：長方體的體積等於長寬高相乘的積，所以兩長方體體積的比，等於兩體積的長的比，寬的比高的比三個比的複比，這裏兩坑的容積相等，可以都作為 1 即

設 X 為所求乙坑深的尺數

$$\left. \begin{array}{l} 15 : 16 \\ 8 : 10 \\ 4 : X \end{array} \right\} = 1 : 1$$

$$\therefore 15 \times 8 \times 4 : 16 \times 10 \times X = 1 : 1$$

$$X = \frac{15 \times 8 \times 4}{16 \times 10} = 3 \text{ (尺)}$$

即乙坑 3 尺深才能和甲坑的容積相等

又解：容積既然一定，長的比對深的比為反比例，寬的比對深的比也成反比例。

$$\left. \begin{array}{l} 16 : 15 \\ 10 : 8 \end{array} \right\} = 4 : X$$

$$16 \times 10 : 15 \times 8 = 4 : X \quad X = \frac{15 \times 8 \times 4}{16 \times 10} = 3 \text{ (尺)}$$

$$\text{或 } \left. \begin{array}{l} 15 : 16 \\ 8 : 10 \end{array} \right\} = X : 4 \quad X = \frac{15 \times 8 \times 4}{16 \times 10} = (3 \text{ 尺})$$

例 3. 某變工組 4 人，每日工作 14 小時，5 日可給軍屬代耕 15 畝，現在另一小組 7 人，每日工作 13 小時，問要幾日可代耕 19.5 畝？

解： 日數同人數成反比例，同每日工作時數成反比例，同所耕的畝數成正比例。

設 X 為所求的日數：

$$\left. \begin{array}{l} 7 : 4 \\ 13 : 14 \\ 15 : 19.5 \end{array} \right\} 5 : X \quad X = \frac{4 \times 14 \times 19.5}{7 \times 13 \times 15} = 4 \text{ (日)}$$

$$\text{或 } \left. \begin{array}{l} 4 : 7 \\ 14 : 13 \\ 19.5 : 15 \end{array} \right\} = X = 5 \quad X = \frac{4 \times 14 \times 19.5 \times 5}{7 \times 13 \times 15} \\ = 4 \text{ (日)}$$

由上例，可得解複比例的法則如下：

1. 先把 X 列於第四項，它的同類量做第三項如 5：
 X 。
2. 把其餘的各同類量判定正反比後，分別列於等一
第二項，如上例 $\left. \begin{array}{l} 7 : 4 \\ 13 : 14 \\ 15 : 19.5 \end{array} \right\}$
3. 把所有第一項相乘，來除第二項三項的連乘積，即得。
4. 但 X 也可做第三項，主要應把和其他比的正反比例分清楚。

習 題

1. 試求下列各式的 X 值：

$$\left. \begin{array}{l} 5 : 6 \\ 4 : 7 \end{array} \right\} 10 : X \quad \left. \begin{array}{l} \frac{1}{4} : \frac{1}{3} \\ 9 : 10 \end{array} \right\} X : 27 \quad \left. \begin{array}{l} 7 : 8 \\ 2 : X \end{array} \right\} = 5 : 12$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 : 5 \\ 6 : 1 \\ X : 4 \end{array} \right\} = 9 : 11 \quad \left. \begin{array}{l} 10 : 7 \\ 3 : 8 \\ 15 : 22 \end{array} \right\} = X : 77$$

2. 有一工程，5人每天做8時，27天可完成，6人每天加工一小時，幾天可完成？

3. 黃河某段堤長48丈，171人修築，到第12天已完成18丈。若再添27人，還須幾天可全部完成？

第十一節 配 分

例 1. 某合作社年終結賬，盈利 15 0000 元，按 2 : 3 分作兩部份，作為給社員分紅與擴大營業之用，問各有多少？

解：按 2 : 3 來分，把 15,0000 元分作 $2 + 3 = 5$ 份，社員分紅佔 2 份，擴大營業佔 3 份，所以：

$$2 + 3 : 2 = 15,0000 : X \quad X = \frac{2 \times 15,0000}{5} \\ = 6,0000 \text{ (元)}$$

$$2 + 3 : 3 = 15,0000 : X \quad X = \frac{3 \times 15,0000}{5} \\ = 9,0000 \text{ (元)}$$

∴ 社員分紅 6,0000 元，擴大營業 9,0000 元
這種把一總量，依一定的比另為幾部份的方法叫配分。

例 2. 甲乙丙三戶貧農，分地 50 畝，甲乙兩家按 1 : 2，乙丙兩家按 6 : 11 來分，問各戶應得多少？

解： 先求甲乙丙三戶分地的連比

設 X 甲、 X 乙、 X 丙 爲甲乙丙各分的畝數

$$\begin{array}{r} \text{甲} \quad \text{乙} \quad \text{丙} \\ 1 : 2 \\ \hline 3 : 6 : 11 \end{array}$$

$$\therefore 3 + 6 + 11 = 20$$

$$\begin{aligned} \text{那麼 } 20 : 3 = 50 : X \text{ 甲} & \quad X = \frac{3 \times 50}{20} \\ & = 7.5 \text{ (畝)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20 : 6 = 50 : X \text{ 乙} & \quad X = \frac{6 \times 50}{20} \\ & = 15 \text{ (畝)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20 : 11 = 50 : X \text{ 丙} & \quad X = \frac{11 \times 50}{20} \\ & = 27.5 \text{ (畝)} \end{aligned}$$

\therefore 甲戶應分 7.5 畝 (7 畝半)，乙戶應分 15 畝，丙戶應分 27 畝半。

例 3. 甲乙投資營業，甲投 6 0000 元，經 10 個月乙投 4 0000 元，經八個月，現得利 9 2000 元，問各人應得多少元？

解： 甲乙投資之比爲 $60000 : 40000 = 3 : 2$

月數的數爲 $10 : 8 = 5 : 4$

利錢的分派應按錢數同月數的複比

設 X 爲甲應得利的錢數，或爲乙應得利的錢數

$$\text{即 } \left. \begin{array}{l} 3 : 2 \\ 5 : 4 \end{array} \right\} = (3 \times 5) : (2 \times 4) = 15 : 8$$

$$15 + 8 = 23$$

$$\text{那麼 } 23 : 15 = 9,2000 : X \quad X = \frac{15 \times 9,2000}{23}$$

$$= 6,0000 \text{ (元) 甲得}$$

$$9,2000 - 6,0000 = 3,2000 \text{ (元) 乙得}$$

∴ 甲應分6,0000元， 乙應分3,2000元

$$\text{若 } 32 : 8 = 9,2000 : X \quad X = \frac{8 \times 9,2000}{32}$$

$$= 3,2000 \text{ (元) 乙得}$$

$$9,2000 - 3,2000 = 6,0000 \text{ (元) 甲得}$$

習 題

1. 甲乙丙三人合夥經營一商店，年終結賬，共盈利35450元，甲乙丙三人按3 : 4 : 5的比分，各人應分多少元？
2. 甲乙丙三人合作一件事，共得工錢20250元，其中甲做7日，乙做9日，丙做11日，公平分配，每人各得多少元？
3. 製醬：用豆，麵，鹽，依7 : 5 : 4的比造成，現有豆70斤，應放多少麵，多少鹽？
4. 黃銅是銅2份鋅1份的合金，問重12斤的黃銅中，含銅鋅各多少？
5. 甲乙丙三人，各出資本經商，甲出30000元，經二個月後乙出20000元，過四個月後，丙出12500元。過8個月後，得到96000元，依資本和月份的多少分配，問各應得若干元？

本章討論題

1. 什麼叫做比，舉例說明？
2. 比和除法、分數的關係如何？

3. 怎樣叫做正比反比？
4. 什麼叫連比和複比舉例說明。
5. 什麼叫比例，它有什麼特性？
6. 指出比例的各项名稱？
7. 舉出日常中幾個正比例和反比例的例子來。
8. 什麼叫複比例？舉例說明。
9. 複比例的各项名稱和特點？
10. 複比例的正反比如何比法？
11. 什麼叫做配分比例，有什麼用？



算 術

1949. 5. 初版 長. 1-20,000.

基本定價： 435元