譯　例

1. 本書首尾一貫,有一定不移之系統,字斟句酌,耐人尋味,譯稿力求忠實,除度量衡改為中制外,未敢擅為纂易.

2. 原著為便於理解計,每有以日常慣用之度量衡表出各項數量之例,如水之密度(第12頁),大氣之壓力(第161頁),地球之速度(第218頁)等,現已一律改用我國慣用之尺度,以符著者本旨.

3. 各項常數如落體之加速度(第249頁),地球磁力(第624頁),亦一律改用我國固有之數值,尤以第250頁所舉之表為原書所無,特惜此種數值,由來已久,最近又無報告,無從保證其吻合之程度而已.

4. 原書因行文輕重,分用三種字體排印,以醒眉目,我國現行活字,種類太少,不敷應用,除問題及解答外,只得一律用五號活字,雖不甚清晰,亦不得已也. 不過圖中符號,仍仿原書,用細密方角黑體(Tining gothic condensed),而表數量之文字,仍用斜體(Italic),以示區別.

5. 原書之末,附有該國入學考試問題及其解答,將及二百頁之多,占全書四分之一之分量,為彼國人士參考之用.對於此項目的,譯者以為不如另行編作單本,更為適當.且適於彼國者,與我更若風馬牛之不相及,實無盲從之必要,因而從略.

6. 原書設有旁註,爲提要之用,略嫌過占篇幅,譯本排列較諸原書已甚清晰,無此必要,故亦略去.

7. 原著旁註中,附有各項重要名詞之原文,分英文與德文兩種,供參讀歐籍之參考,用意至善,尤以科學名詞尙未決定譯語之我國,更非一一列舉不可,否則將令讀者無從摸索矣. 譯本雖略去旁註,但對於此項原文,則仍其舊,順列於各名詞之次,其前半段用正體者爲英文,後半段用斜體者爲德文. 至於各種單位人名,則英德相同,故亦只列一項. 又原書除重要之名詞外,均未註原文,譯本則將範圍略爲擴充,雖次要者,亦代爲補出,以濟其不足.

8. 文中遇有重要處所,則於其下,加一波線,讀者務宜特別注意.

9. 索引概仿原書,以簡明爲主旨.

10. 書末更附譯名對照表數十頁,分歐漢及漢歐兩種,以供隨時檢索之用.

11. 譯稿自着筆以迄出版,共歷七年之久,改易次數,不知凡幾,排成後再一檢查,仍多不能自滿,手民之誤,猶其次焉,如承讀者不吝指教,俾得隨時更正,無任歡迎.

目　次

緒　說

第一篇
物　性

第一章　物質

第二章　物質之力學的性質

第三章　物質之分子的現象

第 二 篇

力學上: 剛體之平衡

第一章 力

第二章 不平行力之平衡及面之反抗力

第三章 平行力之平衡及重心

第四章 有支點之剛體之平衡

第五章 關於平衡之定理

附簡單機械之幾何學的用途

第三篇
力學中　流體之平衡

第一章　液體內之壓力

第二章　氣壓

第三章　氣體之壓力

第四章　液體之自由表面

第五章　虹吸及唧筒

第六章　流體之浮力

第四篇
力學下　運動

第一章　速度及加速度

第二章　運動定律

第三章　落體及拋體之運動

第四章　圓運動及振動

第五章　流體之運動

第六章　功能

第五篇
熱學

第一章　熱

第二章　熱之移動

第三章　物體之膨脹收縮

第四章　溶解及凝固

第五章　氣化及液化

第六章　熱能

第六篇
音學

第一章　波動

第七篇

光學

第二章　光之反射

第三章　光之屈折

第四章　光學器械及眼

第五章　不同色之光

第六章　光之作用及暗線

第七章　關於大氣之現象

第八章　光的波動說

第八篇
電磁學上　磁

第九篇
電磁學中　靜電

第一章　電之發生

第二章 靜電誘導

第三章 放電

第十篇
電磁學下 電流

第一章 電池及電流

第二章 電勢及能

第三章 歐姆定律

第四章 電流之熱效應

第五章 電流之化學效應

第六章 電流之磁效應

第七章 電磁誘導

第八章 電振動及電波

第九章 電子及放射性

附　　錄

物理學精義

緒說

§1. 物理學及物質.

物理學(physics; *Physik*) 一科簡言之爲關於**物質** (matter; *Materie*)之學. 今試先言物質.

［定義］ 物質之存在,可用手之感觸以覺察之.

例如筆,墨,紙,硯,金,木,水,油等,皆爲物質. 不問其形狀大小如何,則稱爲物質;若兼指其形狀大小而言,則須稱作**物體**(body; *Körper*). 換言之,物體者,若干量之物質,聚而成形之謂也.

§2. 物理學所研究之對象,爲物質所秉賦之屬性,及與物質有關係之種種變化.

與物質有關係之變化可由五官察及之者,通常稱之爲**現象** (phenomenon; *Phänomene*). 例如物體之運動,冷熱,擊之出聲,發而爲光等,皆爲現象.

§3. 若干種現象之中,常含有一共通之關係時,此關係卽爲一種物理學定律(physical law; *Physikalisches Gesetz*). 物理學家之目的,在以極少數之簡單定律,解釋一切現象.

§4. 單位.

物理學上之議論概為大小強弱間之關係,因而有種種之量(quantity; *Grösse*). 表示各種量之大小時,須就其同種類之中,擇一單位(unit; *Einheit*)以作標準,而定其為單位量之若干倍. 即以此倍數,表其量之大小.

§5. 物理學上所常用之各種量中,以長,重(物理上稱為質量)時間,溫度,四種最為重要,各定有便宜之單位,稱曰基本單位(fundamental units; *Grundeinheiten*). 玆將此四種單位最常用者略舉如下:——

長之單位用尺,粎,英呎,及其倍數或其分數等;

重量即質量之單位用斤,克,磅,及其倍數或其分數等;

時間之單位用日,時,分,秒等;

溫度之單位用攝氏度及華氏度等.

§6. 表其他各種量之單位時,無須任意另行選定,即用上列之四種基本單位,作為基礎,擇其中與之有簡單關係者,定為單位. 例如長之單位若用尺,而積之單位即可定為每邊一尺之正方形,即所謂平方尺;體積之單位即可定為每邊一尺之正六面體,即所謂立方尺. 又如長之單位用英哩,時間之單位用時,速度之單位即可定作一時間一英哩,即所謂[每時哩]. 凡如此種由基木單位結合而成之單位,曰誘導單位(derived units; *abgeleitete Einheiten*).

§7. C.G.S.單位制.

物理學上通常以糎作長之單位,克作質量之單位,秒作時間之單位,攝氏度作溫度之單位。此種單位之體系,稱爲C.G.S.單位制. C爲centimeter(糎)之略字,G爲gram(克之略字,S爲second(秒)之略字,攝氏表雖未列出,然亦含在其中.

§8. 未曾指出單位之表示法.

算術中表矩形之面積,常用表其兩邊之長之數之乘積.如是而得之數字,其單位並未指出,須視其表長之單位如何,始能決定. 如長之單位用尺,則所得者卽爲平方尺;如長之單位爲粎,則所得者卽爲平方粎. 其他之量,亦復如是. 如所論者爲若干種量間之關係,只須將誘導單位,按此方法選定,使其與基本單位相應,則不問其基本單位爲何,各量之數字間之關係,恒一定不變. 例如"以速度 v 運動之物體,經過時間 t 後所到達之距離爲 vt"之一定理中,其長之單位用尺,時間之單位用秒,速度之單位用每秒尺,固眞;長之單位用哩,時間之單位用時,速度之單位用每時哩,亦眞.

§9. 長之標準.

長之標準用法國所藏之國際米達原器,爲白金及鉉之合金作成之尺,其橫切面如圖 1. A面上與兩端接近處,刻有兩線

圖 1.

此兩線間之距離在攝氏 0.15 度時,表 1 粎. 我國所定之營造尺,爲 1 粎之百分之三十二,故可由此換算而出.

原器因寒暖而有伸縮,故對於温度,須加以一定之制限,方有準則.

§10. 副尺.

測一物之長,以其一端置於尺上之一線下,若其他端恰能與尺上之他一線相重,此兩線間之距離,即所測之長. 如他端不能恰與他一線相重,而在尺上所刻兩線之間,即其長有零數時,須用特別裝置以求之,此種裝置名曰**副尺** (vernier; *Nonius*).

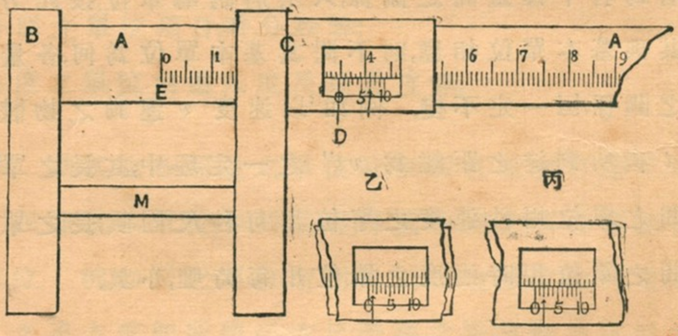


圖 2.

圖 2 爲工人測棒長時所用之器械. A 爲尺,其上刻有尺度,其一端有一 B 棒,固定於其上且與之垂直. 另有一 C 棒,與 B 平行,套於 A 上,可以左右滑動. 將 C 滑至左端,使其左

緣與B之右緣恰相重合. 此時C上之D線,與A上所刻之零點卽E線恰相重合. 欲測M之長,卽以之挾於B與C之間,C上之D線所指之尺度,卽M之長. 如圖上所示,則M之長除34粍而外,尙有零數.

C上之D線右側,亦刻有若干線,卽所謂副尺是也. 副尺上之十小格,恰與A之主尺上之九小格相等,故其一格,等於$\frac{9}{10}$粍. 每一格比主尺上之一格短$\frac{1}{10}$粍. 故D線若在A上之某一線之右端$\frac{1}{10}$粍之位置時,D之次一線,卽副尺上刻有1字之線恰與A上之次一線相重,如乙(圖中之箭卽相重處). 如D線在A上之某一線之右端$\frac{2}{10}$粍之位置時,D之第二線,卽副尺上刻有2字之線,恰與A上之再次一線相重,如丙. 甲所示之位置,副尺上刻有7字之線,與主尺上之線恰相一致,故D線較主尺上之34粍之線,尙多$\frac{7}{10}$粍在其右邊. 換言之,卽所測之M棒共長34.7粍.

種種器械上皆備有副尺以測零數,其所測出之零數,並不限於$\frac{1}{10}$,如上例然. 便利上或分作$\frac{1}{20}$,或作$\frac{1}{30}$,其理則一. 總而言之,欲測主尺上一格之$\frac{1}{n}$時,卽將主尺上之n-1格,等分爲n格,刻於副尺上. 如此,副尺上之一格,等於主尺上一格之$\frac{n-1}{n}$,兩者之差,適等於$\frac{1}{n}$. 故副尺每動$\frac{1}{n}$,其前之一格卽與主尺上之線相重. 視其相重之處爲第幾格,卽知其零數爲n分之幾.

又有一種副尺,其一格較之主尺上之一格,轉長$\frac{1}{n}$者,其

理仍與上相同．不過副尺每向右進 $\frac{1}{n}$，則副尺之左邊，即有一線與主尺上之某一線相重．故若在副尺上將 1, 2, 3 等字，自右至左順次刻去即可．

§11. 欲測極小之長，如紙之厚薄，毛之粗細，等，即副尺亦不爲功．須利用螺旋始可(參照§193)．

§12. 質量之標準

物理學上所用之質量標準，爲法國所藏之原器，其質量定爲 1 瓩．其千分之 37.301，我國定作庫秤一兩．

§13. 單位比較表

長及體積:

1 粎 = 3.125 營造尺，　　1 營造尺 = .32 粎

1 粴 = $\frac{1}{100}$ 粎，　　1 粍 = $\frac{1}{1000}$ 粎

1 粁 = 1000 粎 = (約 1.8 里)

1 呎 = 0.98753 營造尺 = 0.3048 粎

1 吋 = $\frac{1}{12}$ 呎，　　1 碼 = 3 呎

1 哩 = 1760 碼 = (約 2.8 里)

1 升 = 1.0355 竔，　　1 竔 = (約) 30.5 立方寸

質量:

1 瓩 = 庫秤 1 斤 10 兩 8 錢　　庫秤 1 兩 = 37.316 克

$$1\text{克} = \frac{1}{1000}\text{瓩} = \text{庫秤}2.68\text{分}, \qquad 1\text{毬} = \frac{1}{1000}\text{克}$$

1磅 = 0.4536,瓩 = 12.16兩

$$1\text{溫司} = \frac{1}{16}\text{磅}; \quad 1\text{格令} = \frac{1}{7000}\text{磅}; \quad 1\text{噸} = 2240\text{磅}$$

溫度:

32° F. = 0°C., 212° F. = 100°C.

溫度之差 9° F. = 5°C.

如 t°C. = t'° F. 則 $t' = t\frac{9}{5} + 32$

由攝氏度數求華氏度數之簡便法如下. 例如攝氏37°, 以2乘之得74,°以10除之得7.4. 卽由74減去7.4得66.6,再加32得98.6卽華氏之度數.

第一編 物性

第一章 物質

§14. 物質.

物質之存在,可用手之感觸以覺察之(見§1)云者,即言物質占有立體的空間,非推開之,手決不能達於其所占據之空間之內. 此種占有立體的空間之性質,稱爲**填充性**(impenetrability; *Undurchdringlichkeit*). 又或着眼於二物質不能同時占據同一空間,而稱之爲物質之**不可入性**.

§15. **注意**(1). 空氣之類,以手觸之,確難察覺其存在. 然如盛之於氣枕等類之中,自外壓之,即可見其不易壓縮. 即空氣亦占有空間,其存在即可由此察覺而得.

(2) 通常下物質之定義,每謂"凡由五官可覺察之物,皆曰物質." 但耳所能聽之音,眼所能見之光,並非物質,僅物質中所起之作用或現象而已. 其詳見後.

(3) 因上述"用手之感觸"一語,即有人謂:凡手不能及之地,如日,月,天體等類,皆不能稱爲物質. 事實上確如其言,不經撫摩,何從斷定其爲影爲形. 不過偶然見其並非時有

時滅,及由其他種種之事實,間接考察,始能斷定其爲物質耳. 古書上載有三日並出,其中之二,全屬虛影,並非實地存在之物,故不能稱爲物質. 由此可知,眼之觀察,亦並不足靠.

〔問〕 土及地面是否物質?

(答) 土爲物質,固不待論,地面乃指地球之表面而言,無所謂厚,故未嘗占有立體的空間,因亦不能稱爲物質.

〔問〕 顏料與色是否物質?

(答) 顏料可以獨立存在,當然可以稱爲物質,色則不能離卻顏料或其他之物質自存,故不能稱爲物質,只不過物質附隨之性質而已.

§16. 物質常住.

物質有一極重要之性質,即"無論受何種處理,生何種變化,其分量恒不變." 例如蠟燭燃燒後,雖似已消滅,然同時卻有二氧化碳及水等發生,此等物質皆含於蠟燭之內. 變化之前後,物質全體之分量,並不增減,故得一定律如下,通稱之曰**物質常住**(conservation of matter; *Erhaltung der Materie*)

〔定律〕 物質不能創生,亦不能消滅.

注意 化學上證明物質常住,每用其重量不因化學變化而有增減之實驗. 此一實驗,可以表出兩種事實,一爲物質常住,一爲重力常住(見§35)

§17. 質量

通常謂重量爲若干斤,若干兩,或若干瓩,若干克,若干磅

等,皆指物質之量而言. 物理上稱物質之量曰質量(mass; *Masse*). 故斤,兩,瓩,克,磅等,皆質量之單位.

由上述之物質常住之定律觀之,1 克之物體,無論經何種處置,在何種地方,其質量仍爲 1 克.

注意 此處謂一克之物質,無論在何時何地,仍爲一克之一語,似覺其爲當然之結果,可以不言而喻. 實則至爲重要,欲確切了解質量之觀念以及斤,克,磅,等名稱之眞義,非此不可. 因物質之分量,與其輕重,頗易相混故也. 詳見後§38.

§18. 密度

日常每謂"軟木爲輕,鉛爲重,"若正當解釋之,頗有語弊,因軟木雖輕,積多則重,鉛雖重,減少卽輕. 故須改作"就大小(體積)觀之,軟木分外覺其輕,鉛分外覺其重,"卽取同一體積之部分,比較而言,軟木輕而鉛重. 欲表明此種差別,僅言此輕彼重,殊不合理. 在物理學上,則用密度(density; *Dichte*)一語以區別之,而曰鉛之密度大,軟木之密度小. 密度之定義如下:

［定義］ 就同一之體積而言,質量有大有小,表明此種差別之量,稱曰密度.密度者,單位體積所有之質量也.

例如鉛之密度每一立方糎爲 11.3 克,軟木之密度每一立方糎爲 0.24 克.

注意(1) 曰輕曰重,皆對於重力(見§35)而言,密度則就

其質量而言,與重力無涉.

(2)　一切物質,莫不因溫度變化,生出體積上之變化(見第五篇第三章). 故密度亦隨溫度而變. 例如體積若有增加,其全體之質量並不稍變,故其一單位體積所含之質量不得不減少,結果密度卽減小. 不過此種變化極微,通常大都略去不論.

§19. 水之密度,非加以特別之注意不可,其 1 立方糎之質量恰爲 1 克.

注意　嚴密言之,須在攝氏 4 度時,始有此密度. 若在其他之溫度,皆較此略小(見 §424). 不過通常只須用"每 1 立方糎 1 克"卽足.

〔問〕水之密度若用尺與兩表之,當爲若干?

(答)　1 尺 = 32 糎,　1 立方尺 = $(32)^3$ 立方糎. 故 1 立方尺之水重 $(32)^3$ 克,　卽 $0,0268 \times (32)^3$ 兩,約 878 兩,卽約 54 斤 14 兩.

§20. 比重

就同一體積而言,表物質之或輕或重時,通常多不用密度,而用**比重**(specific gravity; *spezifische Gewicht*),其定義如下:

〔定義〕 物質之密度,與攝氏 4 度之水之密度之比,稱爲該物質之比重.

或作"任意體積之質量與等體積之攝氏4度之水之質量之比,稱爲比重"亦可,第須注意"攝氏 4 度"之一語而已. 例如

鉛之密度每立方糎爲 11.3 克,水則爲每立方糎 1 克. 故鉛之密度爲水之密度之11.3倍. 因得鉛之比重爲11.3.

§21. 由此而得一定理如下:——

［定理］ 用立方糎及克以表各物質之密度時,其數與其比重常相一致.

故若已知其物質之比重爲 s, 卽每立方糎之質量爲 s 克,故此物質之 v 體積所有之質量 m 克,可由下式求得:

$$m = sv$$

若不用克及糎作單位,卽不能得如是簡單之式.

§22. 各種物質之比重如下表:

物質	比重	物質	比重	物質	比重
白金	21.5	鐵	7.8	水	1.00
金	19.3	鋅	7.1	冰	0.92
水銀	13.6	金剛石	3.5	酒精	0.78
鉛	11.3	玻璃	3	乾桐	0.3
銀	10.5	岩石	前後 3–2.5	軟木	0.24
銅	8.9	鎂	2.6		

注意　此等數字,不過大略如此. 因同一名稱之物質,或種類不同,或製法有異,其密度遂亦有大小之別. 卽屬完全同一之物質,因溫度變化,其密度亦不能不變.

§23. 例. 直徑 1 粍之銅線,欲用 30 碼,問須購若干磅始足敷用? 按 30 碼即 30×3 呎,又卽 $30 \times 3 \times 0.3048$ 粎,又卽 $30 \times 3 \times 0.3048 \times 100$ 糎.

直徑 1 粍之圓面積爲 $(0.05)^2\pi$ 卽 $\frac{3.14 \times 0.25}{100}$ 平方糎. 故體積當等於 $\frac{3.14 \times 0.25}{100} \times 30 \times 3 \times 0.3048 \times 100$ 立方糎. 檢表知銅之比重爲 8.9, 故所要銅線之質量當爲 $\frac{3.14 \times 0.25}{100} \times 30 \times 3 \times 0.3048 \times 100 \times 8.9$ 克. 而 1 克 $= \frac{1}{0.4536} \times \frac{1}{1000}$ 磅. 故得

$$\frac{3.14 \times 0.25}{100} \times 30 \times 3 \times 0.3048 \times 100 \times 8.9 \times \frac{1}{0.4536 \times 1000}$$

注意 此種計算之結果,只能自最初之數字算起,至第二位或第三位,即非截止不可.

〔問〕 1 磅銅造成直徑 $\frac{1}{64}$ 吋之銅線時,其長約有若干碼?

(答) $$0.4536 \underset{\text{瓩}}{\Big|} \times 1000 \underset{\text{克體積爲}}{\Big|} \times \frac{1}{8.9} \underset{\text{立方糎}}{\Big|} \times \frac{12}{30.48} \underset{\text{立方吋}}{\Big|} \times \frac{1}{3.14 \times (0.05)^2} \underset{\text{長爲吋}}{\Big|} \times \frac{1}{12} \underset{\text{呎}}{\Big|} \times \frac{1}{3} \underset{\text{碼}}{\Big|} = 71 \text{碼}$$

〔問〕 黃銅爲銅及鋅之合金. 今若假定此兩種金屬混合時,不生體積上之變化,用 6 成銅, 4 成鋅製成之黃銅,其比重應爲若干?

(答) 黃銅 1 瓩之中含銅 600 克,鋅 400 克,未混合前兩種金屬之體積爲 $\frac{600}{8.9}$ 與 $\frac{400}{7.1}$ 立方糎,其和爲黃銅 1 瓩之體積, 故其比重當爲 $1000 \div \left(\frac{600}{8.9} + \frac{400}{7.1}\right) = 8.1$

§24. 比重之測定.

物質若無空隙,而又能成一有規則之形狀,例如一圓柱體,則可用尺測此圓柱之高及其直徑,更用秤以測其質量,卽可由前法求得其比重.

§25. 測液體之比重,多用一種玻璃製之瓶,名曰比重瓶(pycnometer; *Pyknometer*)者以求之. 瓶有塞,瓶內滿盛以欲測之液體,然後加塞,使瓶內除該液體,不留稍許餘地,則在瓶內之液體,即爲一定之容積.

命空瓶之重爲 w,瓶內盛滿以水時之重爲 W,瓶內滿盛以欲測之液體時之重爲 W',如是,$W-w$ 爲水之質量,$W'-w$ 爲同容積之液體之質量. 故欲測之比重,當爲 $\frac{W'-w}{W-w}$.

形狀無一定規則之小固體,入水後不生變化者,其比重亦可用比重瓶求之. 命固體之重爲 k,瓶內滿盛水時之重爲 W,瓶內盛固體後再加水令滿,然後權之,其重設爲 W'. 如此,則 $W'-k$ 爲瓶內除去固體之體積而外,其餘之部分,滿盛以水時之重量. 故知 $(W-W'-k)$ 當爲與固體同體積之水重. 由此可得 $\frac{k}{W-W'-k}$ 爲固體之比重.

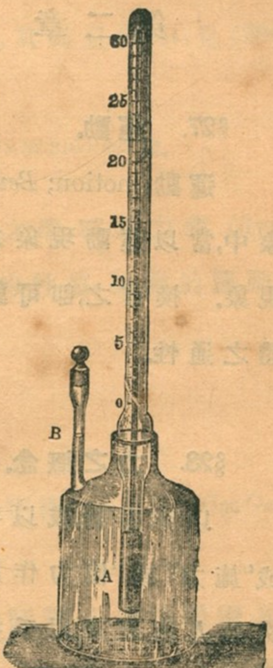


圖 3.

注意 用比重瓶作精密之觀測時,須識使用時之溫度. 故於瓶塞上,附有一溫度計,如圖 3.

§26. 求比重有時用液體浮力(見§254)之方法見§257, 258, 264, 266.

〔問〕設有一比重瓶,空瓶之重爲30克,盛水時重80克,盛酒精時重70克,瓶之容積及酒精之比重各爲若干?

(答) 容積等於80--30=50之水之容積,即50立方糎,此酒精之比重爲 $\frac{70-30}{50}$ 即0.8.

〔問〕上問之比重瓶中,盛15克之砂,然後加水令滿,權其重,得90克,問砂之體積及其比重各若干?

(答) 砂之體積,可由前問中滿盛以水時之80克減去 90−15 克即與5克之水相同,即5竰. 比重則爲 $\frac{15}{5}$ 即3.

第二章　物質之力學的性質

§27. 運動.

運動(motion; *Bewegung*) 爲物體變更位置之現象,各種現象中,當以運動現象爲最簡單,無論何種物質,皆能發生此種現象. 換言之,即**可動性** (mobility; *Beweglichkeit*) 當爲物質全體之通性.

§28. 力之概念.

以手推物,或以手曳物時,物理學謂爲"加力(force; *Kraft*)"或"施力"或"使力作用"於物體. 或謂爲"物體受力之作用." 例如人面東立,用手推其前面之物體,則此物體即受一向東之力作用,若自西方曳之,物體上即有一向西之力作用. 故在物體之西,以手推之,或在物體之東,以手曳之,其作用於物

體之力,同一向東. 凡言力,皆須如此例,非將其方向言明不可.

§29. 言力之大小,通常用若干斤重之力,或若干克重之力(或略作若干斤之力,若干克之力). 例如以70斤重之力(或略作70斤之力)曳索,即所用之力,與手提70斤重之物體時所用之力相等. (與在平處之70斤重之物體,使之向橫處運動時不同).

物理學上,用以量力之單位,為達因(dyne; *Dyne*) 略稱作**達**. 1 達之力,等於 1 克之重之 $\frac{1}{980}$,其為量極小(見§294)

〔問〕 一斤之重為若干達?

(答) 一斤為 16×3.7316 克,故其重為 16×37.316×980 達.

§30. 研究關於物體之運動及力之學,稱為**力學** (dynamics; *Mechanik*). 本章為物質之力學的性質,卽關於運動及力之物質之性質.

§31. 慣性定律

關於物體之運動及靜止,有**慣性定律**(law of inertia; *Gesetz der Trägheit*). 其律如下:——

[定律] 物體不受外力之作用時,靜止者恒繼續其靜止之狀態,運動者恒向同一之方向,以同一之速度,繼續進行.

此定律之實例,如立於船上,或電車火車上等,皆可以覺察之.停止未開之車船,最初開行時,人體欲與之同時運動,非有一向前方之力,作用於身體不可. 或用手曳車船上之一處,或將兩足張開,藉此使身體向前,否則車船雖動,身體仍留原處,故向後倒. 又車船進行速度,由緩變急時,亦與此相同. 反之,如由急變緩,或停止時,須用手曳住前方之物體,藉此將身體推向後方,否則車船雖停,身體仍欲前進,故向前仆. 又車船之速度,雖不變動,若其進行之方向,驟有變化,如圖4,循ABC向右轉角時,當用手或用足,使身體向右,否則身體仍欲取原有之方向,循直線ABC′進行,故向左傾.

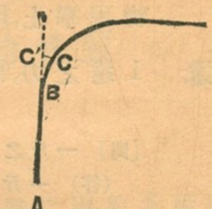


圖 4.

注意(1) 火車及電車等,由急轉緩,漸至停止時,車中之人,有時與上述之結果相反,轉向後倒. 蓋因車行漸緩時,必以力推自身向後,以防前倒,及車已停止時,此力已可不用,然已用慣之力,不能使其突然停止,故身體不得不向後倒.

(2) 桌上所放之物體,欲使之離去,雖無人加之以力,亦不易落下,仍停止於桌上,似與上述之慣性定律相反. 實則並非物體自身能停止不動,乃受桌面之摩擦力,成此結果,與慣性定律並不衝突(見§298).

(3) 桌上放紙一張,紙上置一重物,如銅幣一枚,用力將紙驟然抽去,銅幣仍留於桌上原處. 平常以爲由於物體之

慣性作用,實則不能完全用慣性說明.滿足之解釋,當見§300.

§32. **力之定義.**

慣性定律若自反面觀之,即可得力之定義如下:

[定義] 力爲使靜止之物體運動,使運動之物體變其遲速或方向之作用.

注意 (1) 由此定義觀之,力並不限於人類或有生物,始能施之於物體. 如飛來之球,遇障礙物時,此障礙物卽能施力於球,使之停止.

(2) 靜止之物體上,雖加之以力,亦有並不起運動者,如用力推房屋之支柱,支柱雖不起運動,然有力作用於其上,則甚明. 故須別無障礙之物存在,始能起運動之作用.

§33. **宇宙引力.**

宇宙間之一切物體,大者如日月地球,小者如砂礫塵埃,莫不具有彼此互相吸引之力,此種力稱曰宇宙引力(universal gravitation; *allgemeine Gravitation*).

此種互相吸引之力,與二物體之質量及其相隔之距離有關,卽質量愈大,引力亦愈大,距離愈大,引力則愈小. 更精嚴言之,卽爲宇宙引力之定律,如下:

[定律] 甲乙兩物體間之宇宙引力,與甲乙兩物體之質量之乘積爲正比例,與甲乙兩物體間之距離之平

方爲反比例.

例如用質量等於甲之二倍之物體以代甲,用質量等於乙質量之三倍之物體以代乙,則宇宙引力當爲前此之 2×3 卽 6 倍. 若更將其距離改作前此之兩倍遠,則其宇宙引力當爲 $6\times\frac{1}{2^2}$ 卽原來之 $\frac{3}{2}$ 倍. 故若以 m, m' 表兩物體之質量,以 r 表其間之距離,則

$$\text{宇宙引力與}\frac{mm'}{r^2}\text{爲比例}$$

§34. 由實驗測得,兩物體之質量各爲 1 克,相距 1 糎時,其間作用之宇宙引力,約等於 $\frac{1}{15,000,000,000}$ 克. 故 m 克與 m' 克兩物體相距 r 糎時,其間之宇宙引力等於 $\frac{mm'}{15,000,000,000\times r^2}$ 克之重. 太陽與地球之質量極大,故彼此相隔之距離,雖有 93,000,000 哩,而彼此所受之宇宙引力,則約有 4,000,000,000,000,000,000 噸.

§35. 重力.

地球上之物體,苟無他物支持之,卽自行落下,向下方運動. 是則地球上一切物體,莫不受一種向下之力作用,此力卽地球之引力. 故得

[定義] 地球上之物體,所受地球之引力,稱曰重力 (gravity; *Schwerkraft*)

手提之物,有輕重之別,輕者因所受之地球引力小,重者因所受之引力大. 故物體之重量,卽作用於其上之重力.

§36. 重力作用之方向,正向上下,此方向稱爲**鉛直方向**(vertical direction; *senkrechte Richtung*). 與此方向垂直之方向,稱曰**水平方向**(horizontal direction; *wagrechte Rechtung*).

§37. 物體所受之重力,乃由於該物體與地球間之宇宙引力而生. 地球之物質所占之範圍,異常廣闊. 一物體 M 所受之宇宙引力,係由地球上 A, B, C, D 等各部分所受者,集合而成(圖 5). 由數學計算時,將地球看作球形,其各部分與地心之距離相等者,密度亦看成相等. 如此,可將其全質量,集中於其中心計算之,其作用與固有者無異. 再用 §33 之定律,以求宇宙引力時,命甲物體之質量爲 m,卽地球全體之質量,距離 r 用地球之半徑,此二者均爲常數. 故引力之大小僅與乙物體卽欲測其重力之物體之質量 m' 爲比例. 因得定理如下:

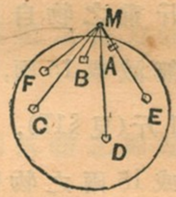


圖 5

[定理] 地球上各物體之重,與其質量爲比例.

注意 上述之結果,乃將地球看作規則之球形,物質之配佈;亦極有規律,此外並無他種作用. 但實際上,地球旣非完全球形,又因其自轉不能不稍受影響(見 §319). 故就不同之地面,用兩物體實測比較之,決不能如上述之定律. 然如

在同一之地面上試之,則與定理完全一致.

〔問〕一物體離地面之高,等於地球之半徑,其重當爲若干?

（答）此物體與地心之距離,爲地面與地心距離之二倍,故其重當爲由宇宙引力定律得出者之四分之一.

§38. 重量及質量. 判斷物體之重量,每謂其有若干斤,或若干瓩,乃應用上述之定律而得,在同一地位,當然正當無疑,不過質量自質量,重量自重量,二者決不可混同. 例如1斤重之物,自地面漸次舉高,準前之定律,卽應漸次減輕,然從無減成15兩,14兩者. 質量1斤之物體,無論攜至何處,仍爲1斤(見§17). 只能謂爲在高處1斤之物體之重,與地面14兩或15兩之物體之重相等而已. 斤瓩等完全爲質量之單位,不能誤作重量卽力之單位.

由上述之定律,可知在同一地點上,兩物體之重量之比,與此兩物體之質量之比相等,無論在何地點,質量旣不變,故兩物體之重量之比,亦決不因地點而異. 日常使用天秤以比較物體之重量時,卽屬此理(見§170).

§39. 不同地點之重力. 距地面愈遠,物體之重愈輕.然通常所能達之距離之範圍內,相差甚微. 昇高1丈,不過約減去百萬分之一而已.

物體之重量,不特因距地面之高低,而生差別,卽同一在海面上,亦因地而異. 赤道附近最輕,兩極地方最重,二者之差約爲二百分之一,卽在赤道附近之200斤之物體,其重量

與在兩極地方之 201 斤之物體，約略相等。在赤道地方與兩極地方所生之重量不同之一原因，爲地球並非完全球形，兩極距地心之距離較赤道爲近故也(地心與赤道之距離爲 6377 粁，地心與兩極之距離爲 6356 粁)。

〔問〕在兩極地方，須將物體舉高若干，一物體之重，始與在赤道地面之海面上之重相等?

(答) 以二百分之一除百萬分之一，即約等於 5000 丈。

§40. 在物理學上，謂物體較重之地點，爲其處之重力強；物體較輕之地點，其處之重力弱。

注意 重力之強度，若欲以數字表之，則用落體之加速度(見 §306)。

§41. 通常表力之單位，皆用單位質量之重量(見 §29)。重量旣因地點不同，而略有差異，故欲精密計算時，須將地點指定，如言"在上海海面上若干斤之重"。不過因地上而生之差別至微，通常即不指出，亦無大礙。

§42. 地球之質量. 由宇宙引力之實數(見 §34)及地球之半徑(平均半徑約爲 6400 粁)，即可計算地球之質量。即相距 6400 粁之二物體，其一之質量爲 1 克，其他之質量即地球之質量爲 m' 克。以此代入前之公式內，即得一瓩之物體所受之地心引力，即一克之重量。故令 $m=1$ 克，$r=(6400\times 1000\times 100)$ 糎。則得 $\frac{1\times m'}{15,000,000,000\times(6400\times 1000\times 100)^2}=1$ 克

之重,由此式以求 m',即

$$m'=15{,}000{,}000{,}000\times(6400\times1000\times100)^2$$

$$=15\times10^9\times64^2\times10^{14}$$

$$=15\times64^2\times10^{23}$$

$$=4.6\times10^{27}$$

即地球之質量約等於 5×10^{27} 克.

第三章 物質之分子的現象

§43. 物質之狀態.

物質之種類甚多,通常則分之爲固體,液體,氣體,三種,謂之爲**物質之狀態**(states of matter; *Zustände der Materie*).

固體(solid bodies; *feste Körper*) 如金,銀,銅,鐵,木,石,橡皮等,各有一定之形狀大小,若加以外力,使其彎曲,或壓之使緊致其形狀大小發生變動時,即能發出抵抗之力以拒之,不過抵抗力之大小,各不相同而已. 如塊狀之金屬石類等,抵抗力極大,雖曲之壓之,其形狀大小,幾無變化;然如細長之金屬線,或橡皮等,其抵抗力甚小,形狀大小極易變動. 兩者雖不同,然其爲固體則一. 又如紙張,布帛,絲線,金箔等類,其形狀尤易變化,然只須略有保持其形狀之性質,或對於小量之外力能發生抵抗者,皆稱爲固體.

§44. <u>液體</u> liquids; *tropfenförmige Flüssigkeiten*) 如水,石油,水銀等,各有一定之體積,雖加以壓力,亦毫不縮小,不過形狀最易變動,無論傾入何種器中,皆能充滿全器,不留一隙,卽對於保持體積,有極大之抵抗力,對於保持形狀,則毫無之. 具如是之性質者,概曰液體.

如以玻璃瓶盛水令滿,上加以軟木塞,然後以力壓塞,使水縮小,瓶內之水,卽由塞之四周溢出,否則瓶底必至壓破,水之體積絕不縮小.

§45. <u>氣體</u>(gases; *Gase*) 如空氣,水蒸氣等,其體積及形狀皆無一定,無論入何種容器,皆能瀰漫之.

氣體能充滿容器之性質,故有壓向容器之壁之力,稱曰氣體之壓力(pressure; *Druck*). 同一量之氣體,被壓縮後,其對於一定面積之壓力,必較前增加,容器愈大,則此種壓力愈減(詳見§220). 欲支持已被壓縮之氣體,必須自外向氣體施以壓力,恰與氣體現具之壓力相等. 若欲將氣體更行壓縮,則自外所施之壓力,且須較氣體現具之壓力爲大.

液體與氣體總稱爲流體(fluid, *Flüssigkeit*).

§46. 如蜂蜜,牛皮糖等類,在相當短期間內,具有一定之形狀,對於欲變更其形狀之力,亦有少許之抵抗,就此點論之,似應屬於固體,然作用之力雖極小,只須經過相當之時間,卽不能抵抗,形狀亦因之漸次變更成爲液體. 眞正之固體,其

抵抗並不拘作用時間之短長,與蜜糖等類不同. 此種介在固體與液體間之物質,稱曰**黏體**(viscous bodies; *zähe Körper*).

§47. **注意** 煤煙爲氣體及微小之固體粒子,混合而成者,並非純粹之氣體. 熱水上面之白色氣體,爲水蒸氣,空氣,與微小之水滴混合而成,亦非純粹之氣體. 純粹之水蒸氣與空氣相同,並無色之可言.

§48. **分子.**

氣體與液體之易於分割,固毋庸論,卽固體亦未嘗不然. 無論任何部分,只須用適當之方法,皆可分取而出. 例如欲分爲一分重,一分之百分之一,萬分之一,均無不可,只須分取之方法,與秤量之方法適當而已. 此種性質,爲物質之特性.

然由各種物理學上之事實,間接考之. 吾人所能分取之部分,均不外各物質所固有之一定之單位質量之整數倍. 若欲將此種單位質量之分數,分取而出,實屬絕不可能. 換言之:卽物質之分量,不拘大小,必爲其固有之單位質量之若干個集合而成. 此種單位質量,極其微小,卽增減一二,亦於實際上之測定,毫無影響,更何論其分數. 故此單位質量之分數,在實際上,直不成問題.

[定義] 各物質所固有之最小單位量,卽組成各物質之物,稱爲該物質之**分子** molecules; *Moleküle*).

注意　若僅言"組成各物質之最小單位量,"則成為將分子用化學分解後而成之原子,故須加以"該物質所固有之"之字樣. 教科書中或有作"不失其物質之性質之最小量"者,然分子之性質,與由分子集合而成之物質之性質,當然不能相同,故本書不作"不失其物質之性質"而作"其物質所固有."

§49. **分子之大小**(dimension of molecules; *Molekulardemension*)詳§902,因物質之種類不同,而有差別. 約略言之,百萬或千萬個之分子,密排作一列,亦不過1粍而已.

§50. 分子組成物質之狀況,大略如下: 如氣體等類物質,並無一定之體積,其分子間當然有空隙. 氣體體積之大小,完全由此種空隙之大小而定. 即液體固體等之物質,雖不能壓之使縮,然其分子間,亦未嘗不有空隙. 譬之囊中盛豆,自外雖加以壓力,囊之體積並不減少,而豆與豆間之空隙,依然存在如故. 此種性質,稱為**分子的有孔性**(porosity of molecules; *Molekularporosität*)(參照§903).

二種不同種類之液體互相混合時,其混合液之體積,有較未混合前兩液體之體積之和為小者. 例如體積50之水,與體積50之酒精相混而成混合液,其體積不為100而為96. 又兩種不同種類之金屬混合而成之合金,亦與此相同. 此種現象,若由上述之分子的有孔性解釋之,自屬當然之結果.

譬之大小不同形狀各異之甲乙兩種豆類,共入一囊時,甲種之豆可以侵入乙種之分子間之空隙,故其結果,較之甲乙獨立存在時之體積爲小.

又如**結晶體**(crystals; *Kristalle*)之類,其分子之排列極有規律,故其外形亦極整齊(參照§868).

§51. **分子之運動.**

一切物質自表面觀之,雖似靜止,實則其分子恒運動不已(參照 901). 其中尤以氣體分子之運動,旣迅速而又自由. 其速度通常一秒間可行數百粎乃至數千粎,與鎗彈之發射速度約略相同. 不過進行中,與其他之分子衝突不已,其方向因而瞬息千變,故運行雖速,一秒鐘之後,决不能行至數百粎或數千粎之遠. 液體之分子甚形密接,猶之被捲入雜沓羣衆中之人,其運動極不自由,有時且被推至他處,亦不克自主. 固體之分子,其排列狀況有定,故各分子只能在其位置周圍之極小範圍內運動.

§52. 此種分子之運動,其遲速因溫度而有不同,溫度愈高,運動愈急;溫度愈低,運動愈緩. 故溫度之高低,只能由此種分子運動之或緩或急以察之. 卽分子運動轉急,吾人卽發生溫暖之感覺;分子之運動轉緩,吾人卽發生寒冷之感覺.

§53. 分子運動之急速,初無界限可言,無論速至若何程

度皆可,故物體之溫度之昇高,亦無界限.　然在低溫時,分子之運動,由緩而至於完全停止,此時之溫度,當爲低溫度之極限,不能再有較此溫度更低者.　由種種事實以推察之,此種低溫之極限,當爲攝氏零下273度.　實際上,亦僅能得在此溫度附近之低溫,即此零下273度,亦無法能達.

此種分子運動停止之溫度,即寒冷之極限溫度,亦即攝氏零下273度,稱爲**絕對零度**(absolute zero point; *absolute Nullpunkt*).　用此零點作爲基礎,以測出之溫度,稱爲**絕對溫度**(absolute temperature; *absolute Temperatur*).　故攝氏之t度,當爲絕對溫度之$273+t$度.

§54.　氣體中之分子運動,知之最詳,氫分子在攝氏零度時之速度平均爲1700每秒米,氧分子則爲425每秒米.

§55.　分子引力.

試取水,絲線,石,金屬等,固體持其兩端而曳之,極不易斷,即此等物體對於欲曳斷之之力,有抵抗之性質.　若自其中點分爲左右兩段觀之,左段有力以曳住右段,右段亦有力以曳住左段,務使彼此不相離開,始能有此現象.　故得一定義如下:——

［定義］　在同一物質中互相隣接之部分彼此相曳之力,曰**凝集力**(cohesion; *Kohäsion*).

注意　"互相隣接之部分"雖只不過言其"極相接近之部分". 然一旦既經破壞後之金屬或瓷器等類,將其破壞處照原樣湊和,自外壓緊,使其互相接近,似應發生凝集力,以恢復其原狀. 實際上則決不然,因既經破壞之後,無論如何湊合,全體決不能完全密接故也.

§56, 液體之凝集力不如固體爲甚,故欲將其一部分分開,爲事甚易,不過易則雖易,究總不免具有少許之凝集力,試觀盃邊或棒端,常掛有水滴,(圖 6)卽其明證. 今將此種水滴分爲上下兩部觀之,下部ABC爲重力引之向下,而上部則以凝集力引之向上,故不落下.

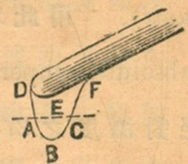


圖 6

§57. 氣體並無一定之體積,欲如何擴張,皆無不可,由此觀之,直可稱之爲無一毫之凝集力. 但若再加以精密之觀察,卽知其否,不過如 §51 所述,其分子飛行不已,故雖有少許分子間之引力,終亦不克顯出而已.

§58. 液體之滴懸垂於棒端時,棒與液體間,有相引之力作用,以支持之,致不墜落. 故不同種類之物質,互相密接時,其間亦有引力發生.

[定義] 異種物質互相密接時發生之引力,曰**附着力** (adhesion; *Adhäsion*).

附着力因兩種物質之種類不同,大小各別. 例如玻璃或木,都易附着水,然入水銀內皆毫不附着.

§59. 凝集力及附着力皆爲組成物質之分子間之引力,故此兩種力又合稱爲**分子引力** (molecular attraction; *Molekülarkräft*). 換言之,即同性質之分子間之分子引力爲凝集力,異性質之分子間之分子引力爲附着力. 二者之共通注意點如下: (1) 只能於極相接近之分子間發生; (2) 其強弱因物質之種類而異. 此兩點爲分子引力與宇宙引力不同之處.

§60. 彈性.

固體中如 §43 所述,受外力作用卽變其形狀大小者,爲數甚衆,如弓,橡皮,彈條等皆卽其例.

挽弓時,欲保持其彎曲之形狀,必用一定之力將弦挽住不放,始可. 由此可知弓之形狀,苟有變動,其實質內卽有一種力發生,使其恢復故狀. 故若將手放開,箭卽得一極大之速度,皆此力使然. 又如扯長之橡皮,亦復如是,其兩端被曳緊時,其各部分皆生出一種引力,使互相鄰近之部分,互相接近,故若將曳住兩端之力停止,立卽縮回故狀.

[定義] 凡物體之形狀大小有變動時,其實質內卽發生一種力以恢復之,此力名曰**彈力** (elastic force; *elastische Kräfte*) 發生彈力之性質,曰**彈性** (elasticity; *Elasti-*

zität), 有彈性之物質曰彈性體 (elastic bodies; *elastische Körper*).

注意　(1)彈性出於分子引力之凝集力.

(2)　不易伸長之棒或金屬線,加力使之伸長;不易曲撓之物體,加力使之曲撓時,物體中自然發生分子引力以支持之. 無論如何難伸難曲之物體,遇有外力作用於其上時,嚴格言之,必生少許之變形. 例如鐵線等類,通常以為不易伸長者,果以力引伸之,亦必生相當之伸長. 故嚴格言之:一切物體皆具有彈性;一切物體遇外力作用而生之分子引力,皆為彈力. 然通常專指有形狀上之變化者,曰彈力,其不生形狀變化之實質內之力,則不認為彈力.

§61. 彈性體之應用. 彈性體之應用極廣. 單利用其恢復故狀之一性質以作成之物體,如精巧之機械,多數小兒之玩具等. 日常必須之要具,如鎖中之彈簧(圖7),亦其一例.

如圖所示,為日常抽屜上所裝之暗鎖. A為長方形之銅片. 此銅片昇上時,抽屜卽被鎖牢;須銅片降下後,抽屜方可自由抽動. 欲觀其上下情況,可將抽屜抽開,用鑰在鎖眼內轉動,卽見表面銅片之後,有一方形銅塊時出時入,

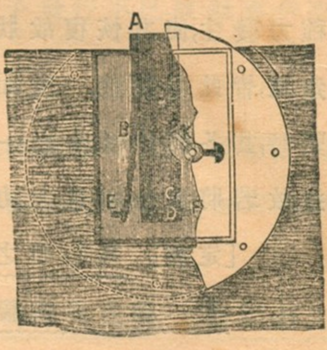


圖7

卽A之上部. A之左側有一彈簧B,其右側下部有二小缺(C及D),中部有一大缺(在K之左方). E與F爲固定於鎖上之棒,彈簧B卽賴此E棒支住.因此彈簧之力,A之下部隨時皆被壓向右方. 如圖爲鎖牢之時,因彈簧之力將F棒嵌入缺處D,故雖自A之上部加力,亦不能押下. 然用鑰K向左轉,鑰之突部卽與K之左方之大缺相觸,其力較彈簧之力爲大,將A推向左方,故F卽能離開D之缺處,再將鑰繼續向下轉,故A之全體,皆隨之降下. 及缺處C行至F時,鑰端已達於極下之地位,故A又受彈力,推向右方,致F完全嵌入C之缺部. 此爲開鎖時之狀况,關時只須將鑰逆轉之,使A昇上,F嵌入D之缺處,卽成此圖所示之狀况.

其他各種暗鎖,形狀頗極複雜,然其根本作用,亦不過如此.

§62. 其次之應用,則爲彈簧秤(見§68),弓,鐘錶,及其他各種用以運轉機械之彈條等.

上鐘錶時,係將其中之鋼製帶狀彈簧(如圖中之Z,俗名發條)捲緊. 彈簧欲回復其固有之形狀,故支持之之部分遂發生轉動. 及至彈簧完全恢復固有之形狀時,卽無此種作用,鐘錶之機械,亦立卽停止.

圖8之A爲嵌有錶輪之軸棒,沿圖中所畫箭頭方向,向右轉之,彈簧Z卽被捲緊. 齒輪B固定於軸棒上,齒輪C則

否,卽由此 C 之齒輪,與其他之齒輪相聯絡. B 與 C 之關係,如圖所示,制齒器 H 受彈條 K 之力推入 B 之一齒缺內. 當捲彈簧之時, B 齒輪上與 H 相接觸之部分,離 H 而向左轉,故甚自如. 然既捲後之彈簧,欲復其故狀時,爲制齒器阻住,故 C 得以同時向右轉動(如圖中箭頭所示之方向). 簡言之:卽用制齒器,則捲彈簧時不生作用,彈簧由捲緊狀態恢復故狀時,則引起他部分之運動.

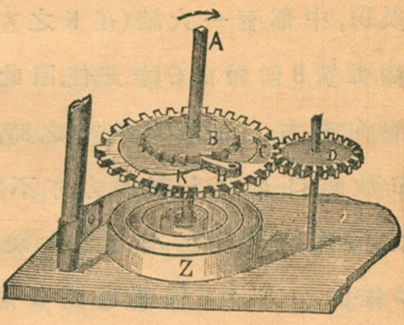


圖 8

由此種作用以引起他部分運動,欲保持一適宜之速度;則又須用§334所述之方法.

§63. 永久變形. 鉛條略加以力曲之,卽不能恢復其故狀,爲缺少彈性之物體. 卽有彈性之物體,苟加以較大之力,則力止後,亦不能完全恢復故有之形狀,略存稍許變形之痕跡,此種性質以金屬爲尤著. 金屬之能造成種種美術工藝品,卽此種性質使然. 如種種之金箔錫箔,銅絲鐵絲,以及用極細之金屬絲造成種種之美術品,鑄入模型內造成之各種貨幣徽章,皆其實例.

金屬之能被展開以造成箔之性質,曰**展性** (malleability; *Dehnbarkeit*). 展性之最著者為金,金箔之厚,通常可至1釐之數千分之一. 又銅鐵絲等類,係將棒狀之物,強迫之自小孔中通過而成,此種延長之性質,稱曰**延性**(ductility; *Ziehbarkeit*). 武拉斯呑(Wollaston)氏用特別方法將白金線延成直徑不過1釐之六百分之一之程度,特名之曰武拉斯呑絲 (Wollaston wire; *Wollastonsche Draht*).

又所加之外力過大,超過一定之範圍後,物體遂生破裂,或竟斷折,此種現象亦日常所常見者.

§64. 虎克定律. 取各種彈性體,實驗其所起之變形,與所受之外力,常有一定之關係,曰虎克定律(Hooke's law; *Hookesches Gesetz*)如下:——

[定律] 在彈性體能恢復故狀之範圍內,變形之量與外力之大小為正比例.

例如將銅絲之上端固定,而於其下端懸1斤重之錘,銅絲延長1分,則懸2斤重之錘時,即延長2分,懸3斤重時,即延長3分

§65. 注意 僅言彈性體之變形,則除銅絲等類之延長而外,尚有種種錯雜之變形,即同一物體,其各部分之變化,亦不一樣. 例如將棒CD之A,B二點支住,於其中央加以重錘,則中央所生之彎曲為最大,由中央至左右兩端,逐漸減小,至支點處,則等於零,再過支點而外,如AC,BD等之間,更無所謂

彎曲. 就全體觀之,支點間之部分,既有彎曲,則支點外之部亦必與之連成一片,然皆爲直線狀,只不過成傾斜

圖 9

之狀態,並非變直爲曲. 即同一之棒,上載同一之重錘,因其支點不同,變形亦異. 所謂"變形之量"究指何項而言,殊不明確. 故精密之虎克定律,其意義當如下:

"彈性體上某定點之支持狀況一定不變,再於其上之某一定點,加以種種之力,彈性體中之任一點,由原有之位置,移至彎曲後之位置之距離,與所加之外力爲正比例."

例如前圖所示之棒,固不能變,即其支點之位置,與夫置重錘之中點,亦不可變動. 如此,所置之重錘若爲 1 瓩,其中點垂下之距離爲1粍;則中點之重錘爲2瓩時,垂下之距離當爲2粍;重錘爲 3 瓩時,距離當爲 3 粍. 其他各點之移動程度,亦與此相同.

§66. 伸長. 一定之物質如鐵絲之類被引伸時,其伸長(elongation; *Dehnung*)之分量,與外力爲正比例,與絲長亦爲正比例,與絲之橫斷面積爲反比例. 其與外力爲正比例,由於虎克定律,固無待論;其與長爲正比例,可就下例想之,絲長若爲n尺,則與n條互相連接各長1尺各受同一引伸力者相同,

故全體之伸長,當爲1尺之伸長之n倍. 又與橫斷面積爲反比例之理,可由下例證明. 如有甲乙二絲,乙之橫斷面積爲甲之二倍,卽不啻爲二條甲絲相並而成,故以相等之力引伸甲乙二絲,則甲以一條之絲所支之力,乙則以二條支之,故乙每條所支之力,僅爲甲之一半,卽乙所受之力,只甲之一半,故其伸長亦僅與甲之伸長之半相等.

故若以S表橫斷面積,l表長,P表外面所施之引伸力,s表伸長,則s與$\frac{Pl}{S}$爲比例,若命$\frac{Pl}{Ss}=E$則E當以長,外力,橫斷面積等皆無關係,而爲一定之量,其值因物質而有不同,稱之曰楊氏彈性率(Young's modulus of elasticity; *Youngsche Elastizitätsmodul*).

由上式觀之,若伸長與力之比例,無論力之大小,皆屬有效,則以與彈性率相等之力,引伸單位橫斷面積之金屬絲,卽得$\frac{P}{S}=E$,故$s=l$卽絲可被伸長至原有之二倍. (此例只示其伸長之比例,實際上所加之力不必如是之大,絲已斷折矣.)

次將各種緊要物質之彈性率及其破壞張力(tenacity; Festigkeit)(卽若以此力引伸,絲卽斷折),表示如下,單位則用每平方粍上作用之瓩數:——

	彈性率	破壞張力		彈性率	破壞張力
鋼鐵	22,000	{4,500 10,000	錫	4,000	350
鑄鐵	10,000	{1,200 1,800	鉛	500	125

銅	13,000	2,000 3,000	玻璃	5,100 8,200	250
鎂	6,800	1,000	樫木	1,500	1,520

橫斷面積爲 S 平方粍,長爲 l 粍之絲(或棒),用 P 瓩之力扯之,若命此物質之楊氏彈性率爲每平方粍 E 瓩,則 $s=\frac{Pl}{ES}$ 粍.

§67. 彎曲. 變形中最緊要者爲前圖所示之彎曲 (flexure; *Biegung*). 棒生彎曲時,其凹之一側(圖之上側)收縮,凸出之一側(圖之下側)伸長,故AB, CD, EF 等上中下三部分之線,在未彎曲時,皆屬同一之長,既經彎曲之後,AB 縮短,EF 伸長,對於此種伸縮而生之抵抗彈力,每欲使之恢復其故狀. 故棒受外力而生之彎曲程度,即由於抵抗此種伸縮之彈性而定. 如圖中所示置錘於其中點,中點因而降下 s 粍之距離,則由虎克定律,此 s 不特當與作用於中點之 W 瓩之力爲正比例,且須與棒之厚 d 粍,廣 b 粍,兩支點間之距離 l 粍,及物質之彈性率 E (每平方粍瓩)等有關係,由計算之結果,知

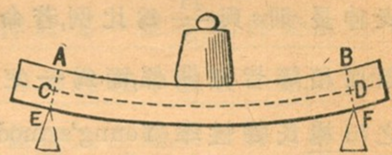


圖 10

$$s=\frac{Wl^3}{4Ebd^3}.$$

§68. 彈簧秤. 彈簧秤(spring balance; *Federwage*)爲一種不用錘或砝碼等類之物以衡物體質量之器械. 其構造原理,係用所欲秤之物體,以曳彈簧,或壓彈簧,彈簧所生之變形

之大小,表現於器外,由此卽能察出所秤之物體重量爲若干.圖11所示,爲最簡單之彈簧秤,函中作螺線狀之曲線,上端固定於函,下端連接一棒者,卽鋼製之彈簧,物體懸於其下端,故卽以物體之重,曳此彈簧向下.使用時,將函懸於一固定之釘,於下端之盤內,置所欲測之物體.彈簧下端之棒上附有一指針,函面刻有度數,故彈簧伸長,此指針卽在度數上指出其伸長之分量.若先用已知質量之物試之,觀指針所指何處,卽一一刻出之,則無論何種未知之質量,皆可按所刻之度數讀出.

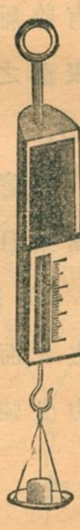


圖 11

"自動秤"亦此彈簧秤之一種,載物於其上,自然指出物體之質量.惟多將盛物之皿,置於秤之上端,取其便於秤物,故不用伸長而用壓縮,爲不同耳.日常秤信件,秤食料品等類,概用之.

§69. 注意. 彈簧秤所示者爲重量,(卽令用同一之器械,秤同一之物體,)在重力不同之處(§39)行之,其結果亦不相同.蓋因支持物體之重量,係與重力完全無關係之彈力.彈力無論在何種地方,只能伸長同一之長度.故在赤道地方之201斤重之物體,與在兩極地方之200斤重之物體,所示之刻度恰相同(見§39).

要之,彈簧秤爲秤力之器械,與天秤,稱(§170)等秤質量者

不同

§70. 表面張力.

於紙上或板上,置少量之水銀,則立成一小球四處旋轉. 蓮葉上之水滴,亦然. 由幾何學言之,體積一定之各種圖形中,當以球之面積爲最小,故水滴等之成球狀,乃由於其表面具有收縮之性質,欲以極小之面積包極大之體積故也. 此種表面之特性,稱曰**表面張力**(surface tension; *Oberflächenspannung*).

注意 (1) 表面張力由於分子引力欲將液體牽引成一密集且有規則之形狀而生.

(2) 板上之水銀與蓮葉上之水,多則不能成球形,其上部之表面漸次與水平面接近者,因所受之重力作用較表面張力尤強故也.

§71. 石鹼液球有一極薄之石鹼液膜包圍於外. 此種**液體之薄膜**(thin film of liquids; *Flüssigkeitslamellen*),其表面雖廣,然其重量則甚小,故表面張力之作用,尤其顯著. 一薄膜之表面,又分表裏兩層,此兩層表面莫不具有收縮之力,務使其所占之面積縮小,與石鹼液膜力欲縮小者正復相同. 但石鹼液球之中均包有一定之空氣,故不能無限制縮小,只能就此一定體積之空氣,縮成面積之最小者而已,石鹼液球之

作球形,卽此理也.

又如將鐵絲曲作圖中之ABCD狀之框,上架一鐵絲EF,全體用石鹼液薄膜罩住,將框放平,鐵絲EF立卽被曳向BC而去.由此可見石鹼液之薄膜收縮,故EF始被曳去也. 如EF之重量不大,則卽令以AD之端向下,BC向上,仍能將EF曳上.

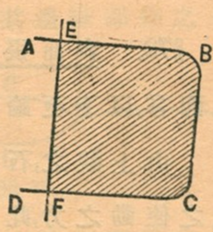


圖 12.

又欲示石鹼液薄膜之收縮,可行圖13之實驗. 將鐵絲曲作環狀,如圖中之甲,其上罩以石鹼液之薄膜,另用一極細之絲線,作一小圈,浸入石鹼液中而後置之於薄膜之上,用棒將此小綫圈之中部刺破,線圈立卽變成乙之狀況. 蓋因周圍之薄膜,向各方一律收縮,使線圈所占之面積,務成極大,故線圈成爲圓形(由幾何學言之,周圍一定之各種圖形中,當以圓之面積爲最大).

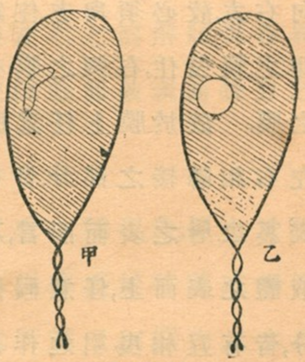


圖 13.

注意 關於液體薄膜所當注意者,爲石鹼液球之收縮與小孩玩具中之橡皮輕氣球,壓其內部之空氣而生之收縮,其結果雖同,而根本則異. 橡皮輕氣球之收縮,由於其內部實質之收縮,石鹼液球則由於其表裏二面之薄膜收縮,與其

內部之實質無涉.

§72. 表面張力之強度. 上述各節只就表面張力之作用而言,以下更論其大小.

由上觀之,石鹼液之薄膜,對於橫架之鐵絲或線圈,皆有曳之使動之力,此種被曳之現象,凡膜所附着之部分,莫不皆然. 例如圖13之鐵絲框,亦同受薄膜之引力. 試於膜中假定一境界線 ABC,其左側之膜,可以支住右側之膜,使之不縮向右方,故必須與支住鐵絲框同樣,將右側之膜曳住,右側之膜亦同樣曳住左側之膜. 故於膜上任意假想之一直線,其左右相隣接之部分,皆有互相曳引之作用. 所謂膜,係指其表裏二層之表面而言,乃石鹼液之表面之作用,換言之,即"在液體之表面上,任意假想一境界線,在此線左右相隣接之部分,皆有互相曳引之作用." 此曳引之力即表面張力,其分量可就左右兩部分之境界線每長1糎所受之引力若干以表之. 水之表面張力,每1糎約等於80瓱之重. 例如圖12曳鐵絲時,膜之廣EF爲3糎,則曳鐵絲之力(表面有表裏兩重故)等於3×80×2=480瓱之重.

圖 14

§73. 表面張力其他之實例. 以菜油一滴入於水中,則凝而不散,作球狀浮於水面;以石油試之,立即四向擴散,成一

薄層. 生此差異之原因,出於表面張力之關係,如圖中所示,爲油滴浮於水面之例,其形如圖中之ADBC,其邊緣部分之A受水之表面張力,被曳向AE之方向,然同時又受AC方向油之表面張力,與AD方向之水與油之間之境界面之表面張力.

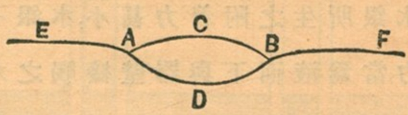


圖 15

故在菜油之例,則AC,AD方向之表面張力,恰足以支持AE方向之表面張力,故油滴不至曳開,然在石油,則不足以支持,故立卽散開.

於清潔之水面上浮樟腦一小塊,樟腦卽在水面轉動不已. 蓋樟腦因其形狀不同,故其前後左右之溶解狀況各異,溶解狀況不同,故生出表面張力之差,樟腦卽被表面張力之大者,引之而去,故生轉動.

§74. <u>與器壁相接觸之液體.</u> 又有一種現象,係由於附着力及表面張力兩種作用而起. 如以水盛於玻璃或未塗漆之木碗內,如其器壁之物質能爲水所潤溼,則器內之水與器壁接近處之表面,較中央略爲凸起,如圖16中之甲. 蓋因附着於器壁上之水表面AB與器物內之水表面CD連爲一片互相牽引,故其間之部分,卽呈彎曲,較其他部分之水表面略高. 反之,如以

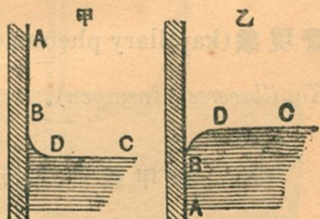


圖 16

水銀盛入玻璃或未塗漆之木器內,則與器壁接近處,水銀之表面較中央部分,略爲凹下,如圖中之乙. 因玻璃或木質與水銀所生之附着力甚小,水銀不能附於器壁之上,故作用之力,當爲液面下與器壁接觸之水銀表面AB,與器物內之水銀表面CD連接一片互相牽引,其結果遂令其間之部分呈此彎曲狀況,較其他部分之水銀表面略低. 池中蓮葉上,若有多量之水,亦呈此種現象. 此等作用再進一步,卽成微管現象.

§75. 微管現象.

內徑極細之管,曰微管(capillary tube; *Kapillarröhre*),以其一部分插入液體內時,卽有兩種不同之現象發生. 如以玻璃管立於水內,玻璃能爲水所潤溼,故液體卽沿管面上昇,呈凹形之表面,如圖17中之甲. 如以玻璃管立於水銀內,玻璃不能爲水銀所潤溼,故管中之液面,較管外爲低,呈凸形之表面,如圖中之乙. 通常合此兩種現象而稱之曰微管現象(kapillary phenomena; *Kapillarerscheinungen*).

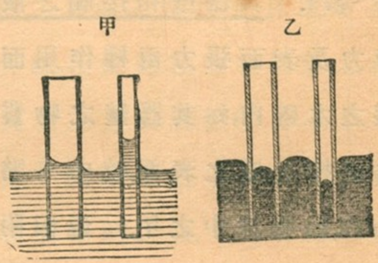


圖 17

§76. 就甲圖而言,其管之內面,爲一圓筒狀之液體薄膜所罩住,此薄膜與下方之液體連成一片. 換言之,卽管內之ABCD液面,如一有底之細長袋狀,此薄膜受表面張力之作用,

頻欲收縮,故將其底面牽引而上,至於圖中之B′C′之位置,故較管外之液體表面爲高. 又就乙圖而言,液體既不能附着於器壁之內面,袋形之液體表面ABCD當然只能生於液面之下,再受表面張力之作用,卽被牽引而下,至於B′C′之位置,故較外管之液面爲低.

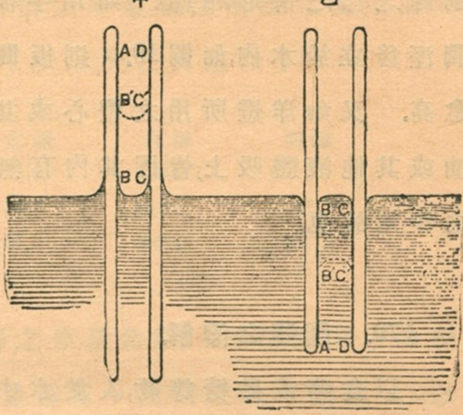


圖 18

§77. 由實驗結果,得一定律如下:——

[定律] 微管現象所生之液體在管內上昇之高,與下降之低皆與管之直徑爲反比例.

故在直徑異常狹小之微管內,液面有昇降至數尺以上者.

§78. 卽在不成管形之物體間,亦有微管現象發生. 例如以兩棒或兩板相接,立於液體之內,則其間之狹處之液面,較之其他部分之液面,或昇上若干(與前圖之甲之情形相應),或降下若干(與

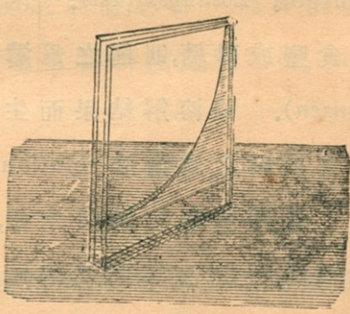


圖 19

前圖之乙之情形相應). 如用平板兩面相接作一楔形,使其潤溼後立於水內,如圖19. 則板間之間隙愈狹,水面之上昇愈高. 又如洋燈所用之燈心,或其他之棉線,紙類等物,能將油或其他液體吸上,皆因其內有無數之細孔,與微管有同樣之作用故也.

§79. 固體之溶解.

以食鹽或砂糖等物,入於水中,只須水之分量充足,食鹽及砂糖,皆失其固體形狀,造成一種全體同樣之液體,即平常所謂之鹽水糖水等.

［定義］ 凡固體入於液體內失去其固有之固體形狀,而成一全體同樣之液體時,此種現象,稱爲固體之溶解(dissolution; *Auflösung*).

其固體則謂之爲溶解入於水內,或簡稱之爲溶於水內.

至於使固體能溶化之液體,如上述之水,則稱之爲**溶媒**(solvent; *Lösungsmittel*). 溶解於液體中之固體,如上文所舉之食鹽或砂糖,則稱之爲**溶質**(dissolved substances; *gelöste Substanzen*). 因溶解結果而生出之液體,如上例所舉之鹽水或糖水,則稱之爲**溶液**(solution; *Lösung*).

各種鹽類溶解於水中,爲溶解中最緊要之一種,其他如酒精,醇,揮發油等,則爲溶解脂肪類之必要物質.

溶解現象,大約由於分子引力及分子運動而成.

§80. 固體在液體內溶解之分量,視溶解時之溫度而定.例如同在100質量之水內,可以溶解之質量如下:——

	食鹽	白糖	明礬
攝氏0度時	35.6	179.2	3.9
" " 30 " "	36.3	219.5	22.0
" " 100 " "	39.6	487.2	357.5

由此觀之,溫度愈高,則溶解之分量愈增. 此種影響以明礬爲最著(其在100度時之分量爲在0度時之九十倍以上),以食鹽爲最小.

§81. 上表所示之分量,係100質量之水中,盡量所能溶解之分量,過此即不能溶解. 此時所得之溶液稱曰飽和溶液(saturated solution; *sättigte Lösung*).

§82. 如取在高溫度時溶有多量固體之溶液,將其溫度降低,使其對於此低溫之飽和濃度,較之所設之溶液之濃度爲小,則溶質即不能再保持其溶解之狀態,必有一部分恢復其固體之形狀,如是而成之固體,通常皆爲結晶體(crystal; *Kristall*).

§83. **氣體之吸收.**

液體又能將與之接觸之氣體溶解,此種現象,稱曰氣體之吸收(absorption; *Absorption*). 如硇精,氯化氫等之溶解於

水,皆其顯著之例. 又如天然之水,其內實含有吸收之空氣及二氧化碳等.

液體所能吸收之氣體之分量,與溫度及壓力,皆有關係.其與壓力之關係,則有亨利定律(Henry's law; *Henrysches Gesetz*)如下:——

[定律] 一定量之液體,在一定溫度之下所能吸收之氣體之最大量(質量)與此氣體在液體表面上所呈之壓力爲正比例.

夏日所飲之汽水,皮酒等,皆用極大之壓力,使多量之二氧化碳吸收於水內而成. 故壓力一去,二氧化碳立即逸出.

設有溶解於液體內之若干氣體,若使其全量與液體離開,置之於與現在同一壓力之處,則其體積當爲若干? 按氣體之密度,在同溫度時,當與壓力爲正比例(見 221),故若將質量二倍之氣體,置於壓力二倍之處,其體積上並不生差異. 故壓力雖爲二倍,液體所能溶解之氣體之體積,則依然與前同樣. 質言之:即若就體積而言,無論其壓力爲二倍,或爲若干倍,所能溶解之氣體之體積,與前時完全相等. 故上述之定律,又可用下列之文字表出之:——

一定量液體所能吸收之氣體體積,因氣體而異,與壓力並無關係.

試將攝氏15度之水,對於各種氣體所能吸收之程度,表列於下:——

硇精………………………	水之體積之727倍
氯化氫………………………	450倍
二氧化碳………………………	1倍
養氣………………………	$\frac{1}{34}$倍
淡氣………………………	$\frac{1}{70}$倍

注意　吸收量最顯著之氣體,不能遵守亨利定律. 如氯化氫即其一例. 又上表所列之數字,皆係就通常之壓力而言.

§84. 又吸收與溫度之關係如下:——

溫度愈高,液體所能吸收之氣體分量愈減.

故已吸有多量氣體之水,只須熱之,即可將其所吸之氣體放出. 例如用玻璃器盛天然水熱之,當其尚未沸騰之前,先有若干之氣泡被於器壁,此種氣泡皆前此為水吸收之空氣,被熱逸出者也.

§85. 氣體又能為固體所吸收,如鈀,鉑等之金屬,能吸收輕氣,皆最顯著之例.

有若干氣體皆能為木炭所吸收. 因木炭有無數之小孔,其實質之表面頗大,氣體密集於此種廣大之表面,得附着其上. 此種作用,稱曰凝着(adsorption; *Adsorption*).

§86. 又有一種現象,與上述之吸收頗相類,而實畧有不同. 如氯化鈣或強硫酸等,能吸收空氣中或其他氣體中所

含有之水蒸氣,卽其一例. 此種現象乃由一種特別之分子引力而成,與上述之原因不同. 化學上或物理學上之實驗,遇有須使含有水蒸氣之氣體乾燥(卽收去其所含有之水蒸氣)時,卽利用此種性質,使氣體通過強硫酸或氯化鈣之塊內,以達其目的.

§87. 液體之擴散及滲透.

以兩種不同之液體,盛於一器內攪攪之,因液體之種類不同,有能彼此混合者,有不能者. 如水與油卽不能互相混合之例;如水與酒精,卽能互相混合之例.

試將能互相混合之兩種液體,盛入一器之內,卽令將較重之液體卽比重較大之液體,緩緩置於器底,如圖20,其初雖尙存有界限,然暫時之後,上下卽漸次混合爲一,不復得而分別之矣.

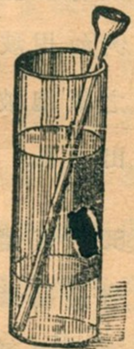


圖 20

［定義］ 可以互相混合之兩種液體,互相接觸靜止時,自能漸次混合之現象,稱曰**擴散**(diffusion; *Diffusion*).

擴散之作用次第進行,結果卽成全部一樣之液體. 用長管一個,將硫酸銅溶液,緩緩傾入盛水之玻璃器之下面,其初無色之水在器之上端,青色之硫酸銅溶液沉於器底,兩者之間有判然之境界,如是若干時後,青色漸次上昇,擴散進行之狀

況可以由此觀察之.

§88. 再將上述之實驗畧加變更,不使水與硫酸銅溶液直接接觸,而用一生瓷,或膀胱,橡皮膜等類間之,此兩種液體仍能透過間隔之壁,互相混合,如圖21.

[定義] 凡可以互相混合之兩種液體,透過間隔之壁以相混合之現象,曰滲透(osmosis; *Osmose*).

取一無底之瓶,以膀胱蒙於底上,然後以硫酸銅溶液注入其內,另用一較大之器,內盛以水,取上述之瓶浸入水中,如圖21. 瓶外之水透過膀胱滲入瓶內,瓶內之硫酸銅溶液,同時亦滲出瓶外,但滲入者多,

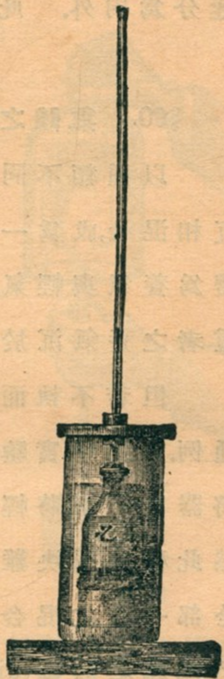


圖 21

滲出者少,故瓶上所插之細管中之液面,漸次昇上. 凡在動植物細胞內之物質透過細胞或出或入,皆屬此種滲透作用.

液體之擴散及滲透作用,雖液體全體靜止,亦能發生,由此觀之,其原因乃出於分子之運動(見§51)及引力作用可知.

§89. 如上述之實驗,膀胱膜之一方爲水,其他一方爲種種物質溶成之溶液時,溶液透過膀胱滲出水中之速度,因溶質之性質,有遲速之分. 鹽類最速,蛋白,膠等類則遲. 利用此種性質,可將混和溶化於水中之種種物質,因其滲透之遲

速分為內外. 此種方法,名曰**透析**(dialysis; *Dialyse*).

§90. 氣體之混合及滲透.

以種類不同之氣體,同入於一器內,執而搖之,則全體卽互相混合,成為一種全部同樣之混合氣體. 例如所用之氣體為養氣與輕氣,密度逈不相同,然決無輕者之輕氣浮於上,重者之養氣沉於下之理.

但若不執而搖之,則最初總以較輕之氣體浮於上方為通例. 化學實驗,欲將輕氣在空氣中由一器移至他器時,每將器口向下,將輕氣自下向上注入,所謂上方置換,卽其實例. 然此種狀況決難持久,若干時後卽自然混合,結局仍成一種全部一樣之混合氣體. 此種不經動搖自能混合之現象名曰**氣體之散擴**(diffusion through partition; *Diffusion durch Scheidewand*). 然一般所謂之氣體擴散,皆指透過間壁之混合而言,其詳見下節,對於本節所指之毫無間隔之混合,則稱之曰**自由擴散**(free diffusion; *freie Diffusion*),以示區別.

§91. 氣體亦有透過生瓷或薄膜卽滲透(或擴散)之性質,用圖22之器具,卽可實驗. 先取生瓷之器一個,以蓋嚴封其口,於蓋上插入一長玻璃管,使管與蓋之間不留稍許空隙,管之一端浸入水中. 生瓷之器內當然為空氣充滿. 另取一較大之器,充滿輕氣,執此器自上籠罩於生瓷器之上,卽見有

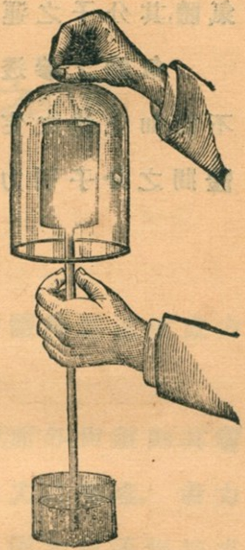


圖 22

無數氣泡自水中之管口噴出.卽輕氣自生瓷器之壁,滲透入於生瓷器之內之證據.同時生瓷器內之空氣,亦透過生瓷器之壁滲出,然其量遠不及滲入之輕氣爲多,故成氣泡自管口逸出.

暫時之後,再將外罩之器取開,水卽由長管昇上.卽生瓷內之輕氣,滲出生瓷器壁外之證據.同時生瓷器外之空氣,亦透過器壁滲入生瓷器內,然其量遠不及滲出之輕氣爲多,故水自長管上昇.綜合以上兩次實驗,得一定律曰:——

[定律] 在同一狀況之下,密度小(卽較輕)者,較之密度大(卽較重)者,其滲透爲較速.

此定律僅就滲透之遲速而言,若更進一步,研究其滲透之分量之關係,則有格累謨之定律(Graham's law; *Grahamsches Gesetz*),其言如下:——

透過器壁之氣體擴散(滲透)速度,與氣體之密度之平方根爲反比例.

§92. 氣體之擴散及滲透作用,雖氣體之全體皆在靜止狀態之中,亦能進行,與液體之擴散滲透無異,故其原因亦屬於分子之運動.據氣體之分子運動理論言之,密度愈小之

氣體,其分子之運動愈速,與上述之滲透定律相符.

氣體之滲透因所隔之膜之種類不同,而有區別,故有時不能如上述之定律進行者,其原因大約由於膜之物質與氣體間之分子引力之關係云.

第二篇　力學上　剛體之平衡

第一章　力

§93. 力之要素.

凡欲使靜止之物體運動,或運動之物體變其速度或方向之作用,曰力(force; *Kraft*)(參看§32).

論力之關係,除其大小方向(見§§28, 29)而外,尙須知其**着力點**(point of action; *Aufpunkt*),此三者稱爲**力之要素.** 着力點云者,爲物體上直接受力之作用之一點,例如以手指按桌,則手指所觸之點,卽力之作用點. 又如作用於物體之重力,凡物體之各小部分,皆力之作用點.

在圖上表力之方法,係自其着力點,沿力之方向作一有限直線,其線長與力之大小爲比例,線之一端附以箭頭. 例如圖23中之AB線分所表之力,爲自物體上之A點,由左推物體使向右方之壓力,或自右方曳物體使向右方之引力. 有時表壓力係由着力點沿力之反對方向作一直線,而於着力點上加一箭頭以表之. 例如圖中之B'A'卽表A'點所受之自左向右之壓力.

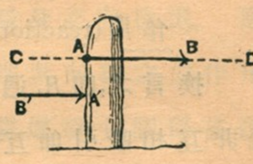


圖 23.

§94. 通過着力點沿力之方向所作之直線,曰力之作用線(line of action; *Aktionslinie*). 如前圖含有AB線分之直線CD,卽力AB之作用線.

§95. 反作用.

人若在運動自由之物體上,如在浮於水面之船上,或靜止不動之鞦韆板上,以手引其他之固定物體,則其自身轉爲此固定物體引近;以手推其他之固定物體,則其自身轉爲此物體推開. 又如在船或鞦韆板上,以手或推或引其他能自由運動之物體,則其自身亦同時運動與前述之例同.

此種現象爲一極普遍之定律,卽甲物體若以力引乙物體,則乙同時亦必以力引甲;甲若以力推乙,則乙同時亦必以力推甲.

[定義] 凡甲以力加於乙,乙同時必加於甲之力,曰反作用(reaction; *Gegenwirkung*).

換言之,卽凡遇有力之作用時,必同時有兩物體存在,彼此非互相吸引卽互相推斥,始能表現. 再就兩物體所生之運動詳察之,一般皆準下列之定律進行,卽所謂**反作用定律**(law of reaction; *Gegenwirkungsgesetz*):

[定律] 甲受於乙之力,與乙同時受於甲之力卽反作用,方向恒相反,大小則恒相等.

注意　由是觀之,作用與反作用,彼此皆立於同等之地

位,孰爲本來之作用,孰爲反作用,本無一定. 不過無論以何者爲作用,則其他之一卽爲其反作用.

§96. 吾人日常上每於不知不覺之中,應用反作用之例頗多. 例如步行時,必先以足踏於地面,蹴之向後,身體始由地面之反作用,向前方進行. 其他如鳥之能飛於空中,魚之能遊於水內,皆屬同一之理.

例 1. 人在靜止不動之船上,以力抵船之一部,船終不動,可用反作用定律以說明之. 譬如人以力抵船使向東方,則船同時亦必以同等之力抵人,使向西方. 若人與船,彼此並不相連,可以自由獨立行動,則受此作用及反作用後,人固然向西進行,船亦同時向東進行. 但實際上人與船旣合爲一體,不能分離,則此同一物體上,雖受一向東之力,然同時又受一相等之向西之力,彼此恰足相償,故其結果不能顯出.

例 2. 演放大礮時,彈離礮口同時礮身必向後退. 蓋礮身加力於彈,使之前進,同時須受彈丸推其向後之力作用,故不得不後退(實際上彈之發射,由於火藥爆發,其關係甚複雜,然如將火藥與礮身併作一體觀之,卽如上文所述).

例 3. 人如陷於泥田之深處,欲拔出其右足,則其左足必益陷入泥內. 其所以致此之理由,決非因其全身之重,僅用左足承之己也,實則欲將右足拔出時,非有一大力引之使上不可,旣有此力,卽必有其反作用,此反作用卽右足施於右

邊之腰部股部使之向下之力. 其效果與另有一人居於泥中以此力引此人之腰部股部,使其向下時之狀況完全相同. 因而與此腰部股部連爲一體之身體全體以及其左足,遂不得不益入益深.

§97. 力之平衡.

使靜止之物體運動,爲力之作用,使運動之物體變其速度或其方向,亦爲力之作用. 然有時雖有力之作用,亦無此類之變化隨之而起者. 換言之,卽雖有若干個之力,作用於一物體,其結果與並無一力之作用時相等. 此種狀況,稱爲此若干個之力,彼此恰成平衡(equilibrium; *Gleichgewicht*).

若干個之力作用於一靜止之物體上而成平衡時,尤屬重要,此時又可稱爲此物體在平衡狀態. 例如桌面上置一重物,則引之向下之重力,與桌面抵之向上之力,二者互相平衡,物體受此兩力之作用,亦成平衡.

§98. 二力之平衡.

二力互相平衡,爲平衡中之最簡單而又最重要者. 例如兩人各執繩之一端,彼此用力相曳各不相下之狀況,卽屬此類. 此時之定律如下:——

[定律] 二力作用於一物體互成平衡時,當限於(1)彼此之大小相等,(2)同在一直線上,(3)作用之方向恰

相反對.

必須在同一直線上之理由,可由下例說明. 例如兩人各執棒之一端,彼此相抵時,棒之兩端所受之力,若如圖24中之甲之狀況,其作用之方向,雖彼此正相反對,然作用線並不一致時,棒之右端必向下轉,左端必向上轉,決不能靜止不動.必得如乙之狀況,二力皆在同一之直線上,卽在連結A, B兩着力點而成之直線上作用,始能平衡,或如丙之狀況卽二力互相牽引時,亦須如是始成平衡.

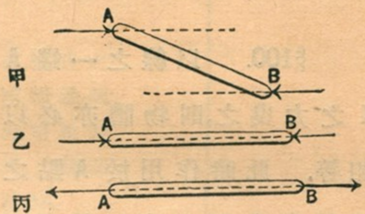


圖 24.

將繩之一端繫於不動之柱上,執其他端而曳之,使成平衡時,柱亦必以力曳繩,其大小與人曳繩之力相等. 又如以棒之一端,抵於不動之物體上,而自棒之他端用力推之,使成平衡時,必其不動之物體,亦以相等之力,推棒使返而然.

§99. 線之平衡. 在輕而且細之線之兩端,各有一力作用,彼此互相牽引而成平衡時,尤爲二力平衡中之最要之例.就線之特性而言,此時之形狀必成一直線,其方向與力之方向一致.

木匠於木板或柱上作直線時,必用其墨斗,卽以一着墨之細線,執其兩端而彈之卽成. 成衣匠所用之粉囊,亦其一

例,皆此現象之應用也.

注意　線之質若不輕,則其中央之部分必彎曲向下,不能成一直線.更嚴密言之,則無論何種細線,皆不能免,不過輕而且細之線,若以力緊張之,卽看成一直線,亦所差無幾,故如上述.

§100.　以線之一端 A 繫於一物體上,而自其他端 B,以 K 之力曳之,則物體亦必以 K′ 力,沿 BA 方向曳此線,K′ 且與 K 相等.此時作用於 A 點之線之反作用,K″,與 K′ 相等,可以看成線曳 A 點之力.換言之,卽若以 K 之力自 B 端曳線時,其結果與用相等之力曳 A 端相等.卽此線可以視爲一種媒體,在其一端所加之力,可以傳至他端;力之作用卽沿其方向而生.

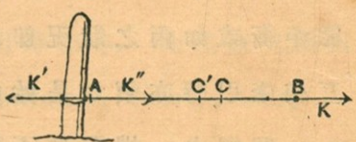


圖 25.

§101.　又如上述之例,就 AB 間之任意一點 C 言之,亦與 A 點相同.卽在 C 左方之 CA 部分,用 K 之力曳其右方之 CB 部分,同時右方之部分,亦以同一之力曳之使返.卽在 C′ 點或其他任何點上,亦復如是,左右兩部分皆以同一之 K 力彼此相曳.此卽用 K 之力緊張線時之狀況,此 K 之力卽線之**張力**(tension; *Zug*).

§102.　鉛錘.　線之平衡之簡單應用,則爲鉛錘,卽用以

求鉛直之方向(見§36)之器,狀如圖26用一重而且小之物體,繫於線之一端而懸垂之卽成. 若將線之上端支住,令其全體不與他物體接觸,俟其靜止不動時,線之方向卽重力之方向,亦卽鉛直之方向.

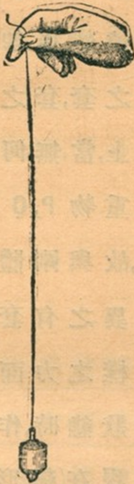


圖26.

〔問〕房屋之柱是否欹斜,將用何法以檢查之?

(答) 取鉛錘一個,懸於柱之東邊或西邊,視鉛錘之線與柱之稜是否彼此相重,然後再懸之於柱之南邊或北邊作同樣之檢查. 柱之偏斜與否,及其偏向何方,皆可由此察知.

103. 作用於剛體之力.

[定義] 無論受何種力之作用(卽無論其爲壓力或爲張力),皆不變其形狀大小之固體,曰剛體(rigid body; *starrer Körper*)

故若嚴格言之,無論何種固體,皆具有少許之彈性(見§60),故剛體爲實際上不能存在之物,不過形狀大小之變化極其微小之固體,皆可視爲與剛體相同.

注意　剛體平衡之理論其所以重要之理由,因其可以應用於非剛體,卽形狀大小之變化頗爲顯著之固體之上故也. 例如圖27,爲一具有屈撓性質之棒AB,

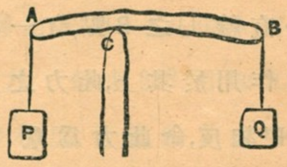


圖27.

將其C點支住,於兩端之A,B兩點,各懸一重物如P,Q,棒形略撓,然後卽成平衡. 今試假想此棒有此極輕而又極其堅牢之套,套之形狀與撓屈後之棒形完全一樣. 將此套籠於棒上,當無何等阻礙,故棒仍成平衡狀態. 然後將兩端所懸之重物P,Q取去,棒上旣有套籠住,當仍保持其撓屈後之形狀,故與剛體無異. 故當兩端懸有重物P,Q時,此種與剛體無異之有套之棒,與原本具有撓屈性質之實際上之棒,皆受同樣之力而成平衡. 故卽令形狀可以變化之固體,若在平衡狀態時,作用於其上之力之關係(卽平衡之條件)與作用於與現在(變形後之)之固體同形之剛體上之力之關係,完全相同.

§104. [定理] 作用於剛體之力,無論作用於其作用線上之任何一點,其作用皆屬同等.

證明. 設P,P′爲二相等之力,P之着力點爲A,P′之着力點爲A′,沿同一直線AA′作用於一剛體上,如圖28,則此兩力之作用,必屬同等,其證明如下:

設於P,P′兩力而外,再想像同一直線上之B點,有一相等之力作用於其上,此力之方向與P,P′相反,命此力爲Q.

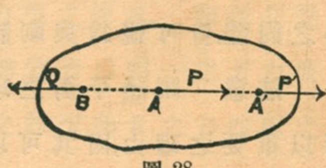


圖 28.

試就P,P′,Q三力而言,P與Q恰成平衡(見§98)不生作用,故雖有P,P′,Q之三力,然其作用只與僅

有P′一力時之作用同等. 準同樣論法,則P′與Q亦可視作互爲平衡,不生作用,故其結果,與僅有P作用同等. 故P之作用與P′之作用完全同等.

因有此定理,故論作用於剛體上之力之平衡時,不必注意於其着力點,只須注意其作用線即足.

§105. 合力.

［定義］ 有若干個之力如 A, B, C 等同時作用於同一物體之上,其所生之結果,與僅有另一力R作用時所生之結果同等時,此另一之力R, 稱爲A, B, C等數力之合力(resultant force; *resultierende Kraft*).

由所設之若干個之力,以求其合力之程序,稱爲**力之合成**(composition of forces; *Zusammensetzung der Kraften*).

注意 數力同時作用於同一物體上,所生之結果,不能限定其必有一合力.

§106. 如有 A, B, C 等三個以上之力,同時作用於同一物體上而成平衡時,除去其中之一力A,其他諸力B, C等相合之作用,與A恰成平衡. 故若能尋出另外一力,與A可成平衡,則此力卽可看成B, C等力之合力. 但由§98, 可知凡在A之作用線上作用之力,若與A相等相反,皆能與A成平衡,故得定理如下:——

［定理］ A, B, C 等數力同時作用於一物體上而成平衡時,除去其中之一力 A, 其餘諸力之合力 R, 其作用(1)必沿 A 之作用線,(2)方向必與 A 正相反對,(3)大小恰與 A 相等.

第二章　不平行力之平衡及面之反抗力

§107. 三力之平衡.

三力作用於一點而成平衡時,可用下述之實驗檢查之:

實驗. 如圖 29, 於 A, B 兩處,各裝一滑輪,用一細線,套於滑輪 A 上,其一端繫一重錘 P; 又用一細線套於滑輪 B 上,於其一端繫一重錘 Q. 將此兩條細線之他一端,連結一處如圖中之 O 點,於此 O 點更繫一重錘 S.

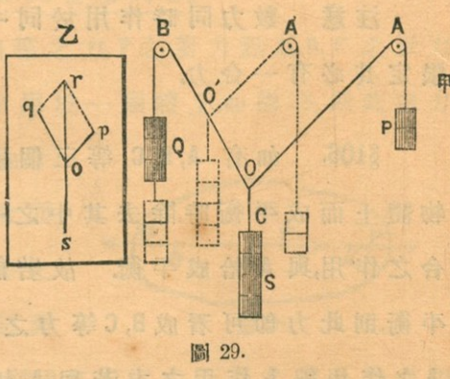


圖 29.

然後以手執此 O 點,將其移至種種位置,使 OA, OB 之方向任意變動. 然一將手放開, O 點必返一定點,即 OA, OB 必取一定

之方向,始能平衡. 又如將AB兩滑輪之位置,加以變動,如將A移至A′處,則O點亦必同時由O移至O′點. 不過O點雖移動,然兩線之方向,仍不稍變,卽此時之O′B與原之OB重在一處,而O′A則與原之OA成一平行線,故其方向並未變動.

今試就O點論之,其受OA線曳之使向OA方向之力,依滑輪之性質(見§175),當與P之重力相等;其受OB線曳之使向OB方向之力,當與Q之重力相等. 同時又受S之重力,曳之向下. [至於P,Q兩錘之本身,不過爲便於使其曳O向OA,OB方向而設(見§176),故對於重力曳P,Q使向下方之一事,可暫置不論,只論直接作用於O點上之力卽足.] 由此實驗,可知P,Q,S三力作用於一點而成平衡時,其方向恒一定.

實驗(續). 欲更進而檢查此等一定之方向,與P,Q,S究有何種關係時,可用一紙立於OA,OB,OC之後,於紙上將此三線之方向畫出,如乙圖中之op,oq,os(本書之圖中之op,oq,os乃係與OA,OB,OC平行而作之直線),使op,oq,os之長,與P,Q,S之重力爲比例;如此則 op,oq,os 卽各爲P,Q,S之代表線(見§93). 自q點引qr直線與op平行,自 p 點引pr直線與oq平行,成oprq之平行四邊形. 此平行四邊形之對角線or恰與os成一直線,其長亦正相等. 如作平行四邊形時,不用op,oq之兩邊,而用op與os,亦復如是,卽其對角線or仍與oq在一直線上,其長亦相等. 又於or,oq之上作一平行四邊形,亦然.

由上述之實驗,得一定律如下:

[定律]　三力作用於一點而成平衡時,通過任意之一點 O,作此三力之代表線,以其中任何二代表線爲邊,作一平行四邊形,則通過 O 點之對角線,必與其餘之一代表線在同一直線,上大小相等,位置則恰在其反對之方向.

如用三角法上之符號表之,當爲

$$op:pq:or=\sin pro:\sin rop:\sin opr.$$

若再就甲圖言之,則

$$P:Q:S=\sin BOC:\sin COA:\sin AOB,$$

此式卽爲三力平衡之條件.

§108.　有此定律,則遇有已知之三力成平衡時,卽可求得其方向之關係.　卽在前圖, opr 之三角形之三邊之長,既屬已知,卽可用作圖法將此三角形作出,因可求得 op, oq, os 三者之間,彼此所夾之角度.

然而此種作圖法,並非不拘三力之大小如何,皆屬可能.由幾何學定理,知凡三角形之兩邊之和必大於其他之一邊,故若所設之三力中如有二力之和小於其他之一力時,作圖卽屬不可能.　此時平衡應成若何狀況,由前述之實驗不難檢查而得.　例如由前圖 29 中之 S 之重,移去其三以加入於 P 之中(卽 $P=5, Q=3, S=1$),此時三線之結合處卽 O 點,必恒爲 P 曳去,不能更成平衡.　換言之,卽如有一力 P 較其他之二

力之和爲大時,實際上卽不能成平衡.

〔問〕 如三力中之一力,P,恰等於其他二力之和卽$Q+R$時,其情形如何?

(答) 此題可照上述之作圖法解之.此時之Q及R之力在同一之方向作用,而P則在其反對之方向,三者皆在同一之直線上.

〔問〕 相等之三力成平衡時,其方向之關係如何?

(答) 此時之opr三角形,恰成一正三角形,故三力作用之方向,彼此皆成120度之角.

§109. 力之合成.

P, Q, R三力平衡時,P, Q兩力合成之結果,與S恰成平衡,故P, Q之合力,不啻將S逆置而成(見§106). 然自圖29之乙觀之,將S之代表線os(向下)逆置而成者爲or(向上),故or當爲op, oq卽P, Q之合力之代表線. 因得一般之定律如下:

〔定律〕 op, oq所代表之力P, Q之合力,爲以op, oq所成之平行四邊形之對角線or所代表之力R.

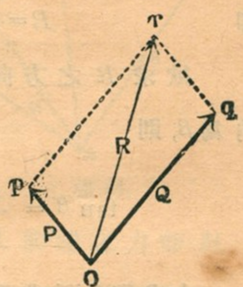


圖 30.

此定律通稱爲力之平行四邊形定律(parallelogram of forces; *Kräftenparallelogram*)

§110. 如P, Q二力爲已知,無須注意其着力點,僅欲求得其合力之大小及其方向卽足時,可以不必作平行四邊形

只須先作P,次由P之前端作Q,然後將P之末端與Q之前端連結之,即得其合力R. 此法稱曰力之三角形(triangle of forces; *Dreieck der Kräfte*).

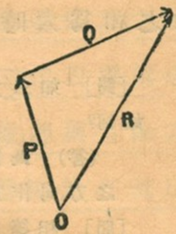


圖 31.

§111. 如有二力之作用線,皆在同一直線上時,照前述之方法以求此二力之合力,此合力仍作用於此直線上,其大小則等於前兩力之和,或其差.

§112. <u>合力之計算.</u> 如P,Q二力,彼此互成垂直,其合力R可由計算求得. 即就直角三角形opr而言,

$$\mathrm{pr}=Q,$$

故 $$R^2=P^2+Q^2,$$

即 $$R=\sqrt{P^2+Q^2}.$$

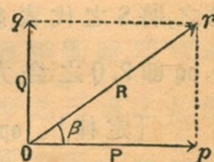


圖 32.

欲求R之方向,命其與P所成之角爲β,則

$$\tan\beta=\frac{Q}{P}.$$

如P與Q不成垂直時,計算稍爲複雜,命P,Q間之角度爲α,則

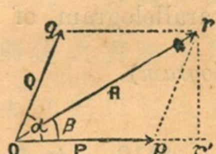


圖 33.

$$\begin{aligned}R^2=\mathrm{or}^2&=\mathrm{rr}'^2+\mathrm{or}'^2\\&=\mathrm{rr}'^2+(\mathrm{op}+\mathrm{pr}')^2\\&=\mathrm{rr}'^2+\mathrm{op}^2+\mathrm{pr}'^2+2\mathrm{op}.\mathrm{pr}',\end{aligned}$$

即 $$R^2=(rr'^2+pr'^2)+op^2+2op\,pr'$$

$$=pr^2+op^2+2\,op\cdot pr\cdot\cos rpr',$$

即 $$R=\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha}.$$

又由 $$\sin\beta=\frac{rr'}{R}=\frac{Q\sin\alpha}{R}$$

可知求得合力之方向.

§113. 三力以上之力之合力. 將上述之方法推廣之,無論有若干個力,作用於一點,其合力皆不難求出. 如圖34, H, K, L, M 等同為作用於 O 點之力. 自任意一點如乙圖中之A,引H,自H之前端引K,自K之前端引L,又自L之前端引M. 如是將諸力引完後,始由最初之力H之始點即A點,引一直線至最後之力M之前端得R,此力即為全體之合力. 何則? H與K之合力為由A點引至K之前端之力Ak,此力與L之合力,即K, H, L三者之合力,為由A點引至L前端之力即Al. 以下無論有若干個之力,皆可按此方法以求之. 此種圖形,稱為**力之多邊形**(polygon of forces; *Polygon der Kräfte*)

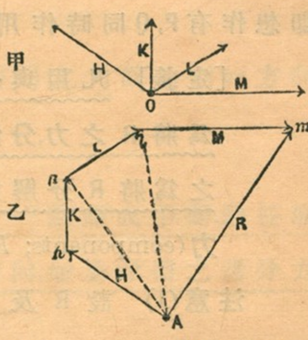


圖 34.

注意 數力成平衡時,其合力當等於零. 故照上述之方法作圖時,結果應得 $R=0$. 即將此數力一一順次作出,其最終之一點,與其最初出發之一點,必相一致.

〔問〕在互相垂直之方向上,各有一相等之力 P 作用於一點上時,其合力如何?

（答）由力之平行四邊形法作成之圖,爲一正方形,故合力之方向,爲此兩力之二等分線之方向,其大則等於 $\sqrt{2}.P$.

〔問〕在互相垂直之方向上,有兩力,一爲 $P=1$, 一爲 $Q=\sqrt{3}$,同時作用於一點上,其合力如何?

（答）由直角三角形之定理,合力當爲 $\sqrt{1+3}=2$; 其方向則與 P 作 $60°$ 之角,與 Q 作 $30°$ 之角.

§114. 力之分解.

設有P, Q, R三力,其關係如前圖30, R之作用,與R, Q兩力合成之作用,完全同等. 故實際上雖僅有R之一力作用,然卽想作有P, Q同時作用以代之,其結果亦無稍異,故

〔定義〕凡用與一力R同等之二力P, Q替代其力時,稱爲將R之力,分解(resolution; *Zerlegung*)爲P與Q,或稱之爲將R分解於op, oq之方向. P, Q則稱爲R之分力(components; *Komponenten*)

注意(1) 設R及op, oq之方向爲已知,則其兩分力P及Q卽不難求出. 只須由R之代表線or之r端,引兩直線使其與op, oq平行. 此兩直線截成之op之長,卽代表P力,截成之oq之長,卽代表Q力. 但此法須限於R與op, oq之平面成平行,始能有效.

(2) 已知數"力之合力,固爲一定之力;然一已知之力之分力,則並無一定,視其所取作分力之方向如何,可以分解成爲若干種之分力.

§115. 垂直分力. 力之分解中最爲緊要者,卽將已知之一力 K, 在一已知之方向 ox 及與其垂直之方向 oy 分解之. 欲求此力之 ox 方向之分力 X, 只須由 K 之代表線之端向 ox 引一垂線,由 O 點至此垂線之足之長,卽 X. 如是而得之 X, 稱爲在 ox 方向之 K 之**垂直分力** (rectangular components; *rechtwinklige Komponenten*) 或單稱爲 ox 方向之 K 之分力. 卽凡言某方向之分力,而未將與此方向組合之他之分解方向指出時,皆屬垂直分力.

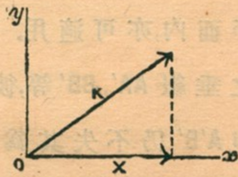


圖 35.

如用三角法之符號,命 ox 與 K 力間之角爲 α, 則 ox 方向之 K 之垂直分力之値,當爲 $K\cos\alpha$.

§116. [定理] 如有數力作用於一點而成平衡,則任取一直線將此數力分解於其方向,如是而得之諸分力之代數和,必等於零.

證明. 如將此平衡之諸力,順次晝出,如圖 36 之 ABCDEA, 其最終之點,必仍返其最初出發之一點(見 §113 之注意). 自此多邊形之角頂,向任意之一直線 ox 作垂線 AA′, BB′ 等,卽得

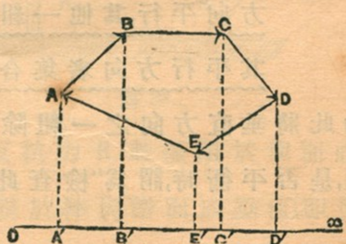


圖 36.

A'B', B'C', C'D', D'E', E'A' 等爲諸力在 ox 方向之垂直分力．此等分力中,其向同一方向之 A'B', B'C', C'D' 之和,與向反對方向之 D'E', E'A' 之和,恰相等,故其代數和等於 0.

注意　上述之定理,卽 AB, BC 等諸力與 ox 不在同一之平面內,亦可適用．此時向 ox 所引之垂線 AA', BB' 等,彼此雖不成平行,但 A'B' 仍不失其爲 AB 之垂直分力．因通過 A 點,引一直線與 ox 平行,將力 AB 分解於其上,得 AB''．但 AB''B'A' 爲一矩形,故知 A'B' = AB''.

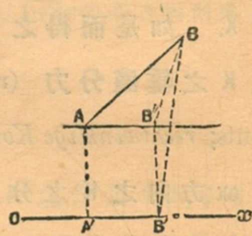


圖 37.

§117.　上例已知之各力之作用,與同時有 ox 方向之分力及垂直於 ox 方向之分力之作用完全同等．又 ox 上之諸分力之代數和等於零之意義,卽言此等分力彼此恰相平衡．故上述之定理,又可如下表之:

全體成平衡之數力,如能分爲兩組,一組與一定之某方向平行,其他一組則與此一定方向成垂直時,卽將其平行方向者集合之,亦必成平衡.

如此將垂直方向之一組除去不論,僅檢查其平行方面之一組,是否平衡時,謂爲"檢查此一方向之平衡."

§118.　固體面之反抗力.

如以任一物體,壓在一固體之面上,則固體亦以同等之力轉壓此物體(反作用). 此轉壓之力,稱爲固體面之**反抗力**.

［定義］ 與固體之面接觸之物體,欲使固體運動,則固體對之卽生抵抗,而轉以力加諸物體之上,此力卽反抗力.

§119. 滑面.

［定義］ 僅於與面成垂直之方向有反抗力之固體之面,曰滑面(smooth surface; *glatte Fläche*).

於固定之滑面上,直立一棒,自棒之他端以力沿棒之方向抵之,如棒之方向與滑面恰成垂直(甲圖),則抵棒之力,與滑面之反抗力,恰成平衡,棒卽靜止不動. 如棒稍斜(乙圖)則其與滑面接觸之一端卽起滑動. 何則? 棒若平衡,則面之反抗力與抵棒之力,二者當成平衡,故反抗力非沿棒之方向作用不可(見§98). 然滑面之反抗力 R, 旣僅限於與面成垂直之一方向,故棒之位置,亦僅限於棒與滑面成垂直(卽甲圖)之時,方能保持平衡.

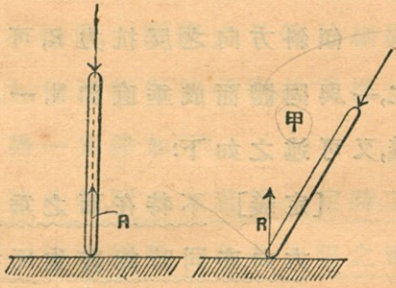


圖 38.

§120. 在水平滑面上之物體,自橫面以極微小之引力或壓力加之,皆能使之運動. 何故?因其既爲滑面,故僅有向上之反抗力,即支持物體之重之力,對於橫向實無力足以支持之,故雖受極微小之力,亦不能不起運動.

§121. **粗面.**

上述之滑面,爲理想上之物,實際並無如是之物存在. 所有一切固體之面,大抵皆爲粗糙之面.

[定義] 對於面之垂直線稍呈傾斜之方向上,亦能起反抗力之固體面,曰**粗面**(rough surface; *rauhe Fläche*).

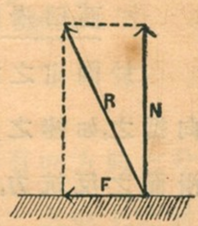


圖 39.

傾斜方向之反抗力 R,可以分解爲二,一與固體面成垂直即 N,一與固體面平行即 F,故上之定義,又可述之如下:

[定義] 不特在面之垂直方向有反抗力,並在其平行方向,亦同時能發生反抗力之固體面曰粗面.

[定義] 粗面之反抗力在與面平行之方向之分力(即平行於面之反抗力),曰**摩擦力**(friction; *Reibung*).

就圖 39 言之,R 爲全反抗力,N 爲垂直反抗力,F 爲摩擦力.

§122. 粗面之性質可由實驗檢察之如下:

實驗(1). 試於水平之固體面(如桌面)上,置一適當之平板,板上載適當之重錘.以一細線套於桌旁之滑輪上,一端繫之於平板之側面,一端則懸一盤,盤內置若干砝碼,如圖40. 如此,則細線曳板之張力,當等於盤內砝碼之重(見§176). 今將盤內之砝碼漸次增多,如其力在一定之大 Q 以內,板絕不動,如比 Q 略大,立即滑走.

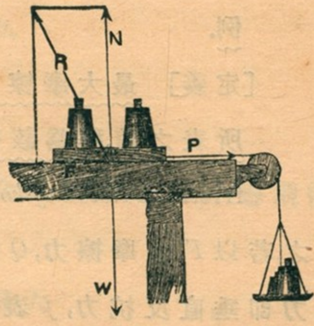


圖 40.

由此實驗,可知板在靜止狀態時,垂直反抗力N,等於板及板上所承之重量之和 W (見§117),此力爲兩接觸面間相壓之力,其値恒一定,與P之大小無關. 摩擦力F等於細線之張力P. 其後P漸增至 Q 以上,即不能保持平衡,故可推知摩擦F,絕不能超出 Q 以上,因得一定律如下:

[定律] (1). 兩接觸面彼此相壓之力若爲一定時,其能發生之摩擦力,亦有一定之極限. 此最大限之摩擦力,稱曰最大摩擦力.

實驗(2). 將板上所載之重錘或增或減以求每次使板滑走時所需之最小之力 Q 爲若干? 由種種結果中發見板上之重力(即板自身之重) W,與所需之極小之 P,恰成正比例,即 $\frac{P}{W}$ 之比爲一常數. 由此得一定律如下:

［定律］(2)　最大摩擦力與接觸面間之壓力爲正比例.

［定義］最大摩擦力與接觸面間之壓力之比卽 $\frac{P}{W}$ 所表之值,稱爲該接觸面間之**摩擦係數**(coefficient of friction; *Reibungskoeffizient*).

要之,若以 F 表摩擦力,Q 表最大摩擦力,N 表接觸面間相壓之力卽垂直反抗力,f 表摩擦係數,則其關係如下:

$$Q = fN;$$

$$F \leqq fN.$$

§123. 更就各種之接觸面實驗之,結果得知摩擦係數之値,因接觸面之性質而異. 摩擦係數甚小之接觸面,爲在一定之相壓之力之下,祇須極小之力,卽足使之滑動之面,卽易於滑動之面,日常實際上所謂之滑面,卽指此而言. 反之,摩擦係數之値甚大者,則稱之爲粗面.

摩擦係數之値,大約如下. 木質與木質之接觸面間,通常約爲 $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{3}$,如塗油於上,使之更易滑動,則摩擦係數之値,可小至 $\frac{1}{10}$ 又如磚塊等之粗面,其摩擦係數之値,大至 4 或 5 等.

注意　前節所謂之滑面,爲理想上之面,其最大摩擦力等於 0,卽摩擦係數等於 0 之面. 卽日常稱爲滑面之極端者.

〔問〕 設有摩擦係數等於0.5之水平板,其上置一重10斤之物體,從側面用力曳板使其滑走,須力若干?

（答） 須用 $0.5\times10=5$ 斤以上之力.

§124. 粗面之全反抗力.

由摩擦力之定律,可以推知全反抗力之方向(參觀§121之定義).

設命N爲垂直反抗力,Q爲最大摩擦力,S爲物體將起滑動時之全反抗力,即N與Q之合力. 當其尚未滑動之時,摩擦力F當較Q爲小,故全反抗力R之作用方向,當在S與N之間.

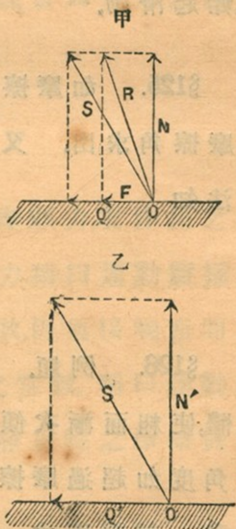


圖 41.

更就同一之接觸面,將其壓力即垂直反抗力加以變動,由N增至N′(如圖41之乙),此時之最大摩擦力當按其定義由Q變爲Q′,即

$$Q':N'=Q:N,$$

由相似三角形之定理,可知

$$\angle SON=\angle S'ON',$$

即S與S′在同一之方向. 因得一定律如下:

「定律」 1. 就同一之接觸面而言,物體將欲滑動時,其面之反抗力(即全反抗力)之方向,與面之垂直線恆作一定之角度,與面之壓力之大小無關.

此一定之角度,稱爲該接觸面之摩擦角 (angle of friction; *Reibungswinkel*).

2. 物體尚未滑動之前,面之反抗力與其垂線所作之角,恆較摩擦角爲小.

故若以棒抵於一粗面之上,如 §119 之乙圖,不問其所用之壓力之大小如何,須俟其傾斜之角度達於一定之值(卽摩擦角)時,始起滑動.

§125. 如摩擦係數 $\frac{Q}{N}$ 之值爲已知,卽不難由作圖法將摩擦角求出. 又如以 f 表摩擦係數,α 表摩擦角則由三角法,知

$$\tan\alpha = f.$$

§126. 例題. 於粗面上置一物體,使粗面漸次傾斜,如圖 42. 傾斜角度如超過摩擦角時,物體立卽滑動. 試證明之.

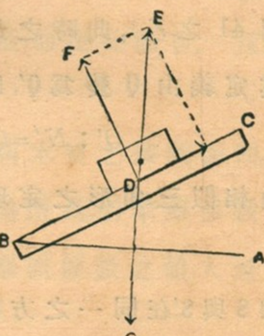


圖 42.

此時作用於物體之力,爲其重力及面之反抗力. 如以 DE 表全反抗力(卽垂直反抗力 DF 與摩擦力之合力). DE 當與重力成正反對之方向,卽成鉛直之方向. 圖中 AB 爲水平線,DE 爲鉛直線,DF 爲

BC面上之垂線,故ABC角等於FDE角. 因FDE角不能超過摩擦角α之上(上述之定律2),故ABC角亦不能超過α角.

注意　此時AB面既已傾斜,則使物體沿AB滑動之力之方向,亦不得不傾斜,故就其對於面之關係而言,當爲圖40之重力與測面之引力兩者合成之力. 又此例題應當注意之點如下: 對於已知之接觸面,物體將欲滑動時之傾斜角度,等於摩擦角,而摩擦角則依接觸面之性質爲一定之值,與面上所載之物體之輕重無關.

§127. 運動摩擦力.

物體在一固體面上滑動中所受之摩擦力,其作用之方向,與運動之方向正相反對;此時之摩擦力,稱曰**運動摩擦力.** 運動摩擦力與靜止時之最大摩擦力相倣,仍與接觸面間之壓力爲比例;此比即 $\dfrac{\text{運動摩擦力}}{\text{壓力}}$ 所表之常數, 稱曰**運動摩擦之係數.** 運動摩擦之係數通常皆較靜止時之摩擦係數爲小.

與運動摩擦力有關係之運動之實例,見§298.

靜止時之摩擦係數,對於運動摩擦之係數欲加以區別時,特稱之爲**靜止摩擦之係數**.

§128. 滾子或車輪之作用.

在地面上欲將物體曳動,必使極大之力,然如於物體之

下,插入堅硬木質製成之圓柱,卽通常所謂之滾子,或將物體置於車上,然後曳之,雖小力亦足使動.

此時若物體爲完全堅硬之物質,決無因受壓力卽生收縮之性,或所用之車軸,爲完全平滑面,則由下述之證明,可以推知此時物體所受之反抗力,與接觸面適成垂直,卽完全與滑面相等. 故無論用小至若何程度之力,皆可使之行動.

但在實際上,接觸面因受壓力作用,必略生變形,決不能如完全之滑面,不過較之未用滾子或車之時,只須小力卽足使物運動而已. 此時對於物體運動所生之抵抗力,雖與摩擦力之性質不同,然仍倣摩擦力之例,而稱之曰**轉動摩擦力**. 前述之摩擦力則稱爲"滑動摩擦力"以示區別. 轉動摩擦力常較滑動摩擦力之値爲小.

§129. 作用之說明. 現試假定滾子或車,以及與之接觸之固體,皆爲完全堅硬之物質,如所用者爲車,則車輪亦假定爲極滑之面,以說明其作用.

因此種作用,不問滾子或車上之物體面,是否水平,皆應得同一之結果,故圖43,特就其傾斜時說明之.

第 43 圖

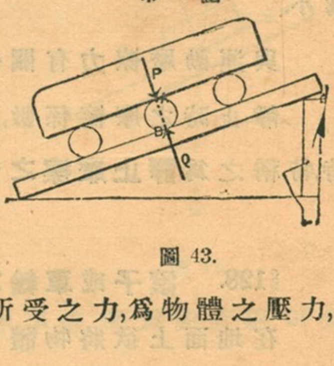


圖 43.

滾子插於物體與板之間,當一切物體均靜止不動時,滾子所受之力,爲物體之壓力,及

板之反抗力Q(滾子雖亦受有其自身之重力,但與上述之兩力比較,其值頗小,故可略去不論). 命滾子與物體接觸之點爲A,與板接觸之點爲B. 據§98,滾子受物體之壓力及板之反抗力而成平衡時,此兩力當在連結其作用點之直線卽AB之上作用,卽作用之方向,當與板面成垂直.

滾子受物體之壓力,旣與板面垂直,則物體受滾子之力,亦當與板面垂直. 此種性質,與將物體置於完全之滑面上時相同,故將滾子插入後,其作用與完全之滑面相同.

§130. 如物體係置於車上,而車軸之面甚滑,車輪則在一粗面上,此時車之作用,亦與上述之理相同. 如將車輪自身之重,暫置不論,則作用於車之力,僅有兩種;一爲由面而來之Q,一爲由車軸而來之P. 此兩力同作用於車上而成平衡. 車軸之面旣爲圓滑之面,則軸面對於車輪之壓力,當與軸面(卽圖44中之小圓)成垂直,故其作用線須通過圓心C. 因此力與輪所受由面而來之力,恰成平衡,故輪由兩方所受之力,當沿BC之直線作用,C爲車軸之中心,B爲車與面之接觸點,換言之,卽作用於輪之力,當與接觸面成垂直. 卽物體所受之力與接觸面常成垂直,故與完全之滑面相同.

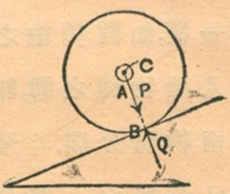


圖 44.

〔問〕腳踏車之車輪與車軸之間,有無數鋼質之小球,其效用安在?

(答) 此種小球,介在車輪與車軸之間,與滾子之作用相同,故其效用,係使車軸成一極滑之面. 通常之滾子爲圓筒狀之柱,此處雖爲球,然其理則同. 圖45之A爲車軸,B爲固着於A之輪,其外面有淺溝. C爲固着於車輪上之小輪,其內面亦有淺溝. 鋼質之小球卽在B,C之淺溝之內.

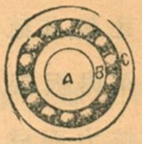


圖 45.

§131. 楔.

楔(wedge; *Keil*)通常爲堅固之木製成之物,其主要部分爲二平面,其間之角度成一銳角,二面之交線則成一棱,如圖46中之H. 將此銳棱嵌入兩物體之間,卽可將在其兩側之兩物體分開. 又木匠鋸木時,常於已鋸開之一部分,將楔嵌入,然後再繼續鋸下,卽覺其易.

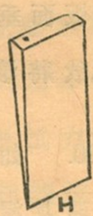


圖 46.

§132. 先試設想楔之兩面,皆爲完全滑面,就鋸木之側卽於已裂開之部分,插入一楔,以研究其作用,如圖47. 楔之右側,爲A之部分,其壓楔之右面之力,因楔面爲完全滑面,故當與楔之右面成垂直. 如以P表此力,則P之代表線,當如圖47

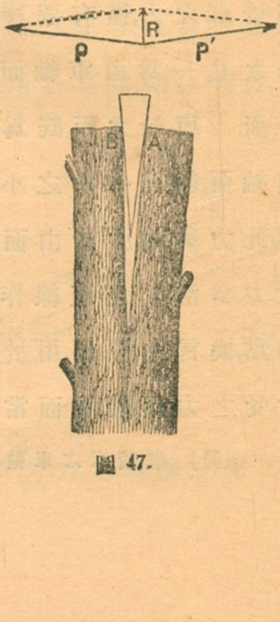


圖 47.

之上面之狀況,與楔之右面恰爲垂直. 其次B之部分作用於楔左面之力,亦當於楔之左面成垂直,故其代表線之方向當如圖中之P′. 如是,則楔之兩面,所受之力之合力,當爲圖中之R.

如楔之角度甚小,P,P′兩力間所夾之角.幾等於兩直角,故R之值較P,P′之值皆爲異常之小. 卽由楔之兩側作用於楔之力雖大,然其合力則甚小,此種性質乃楔之特性. 故如圖47,楔在劈開處時,雖其兩側所受之力極強,然只須由上方加以微小之力(卽與R相等之力)卽足以保持其現狀,不至被擠而出. 如由上面所加之力,較此R略大,則楔更可深入. 換言之,卽木材之左右部分抵抗力雖大,然如利用楔之特性,亦可用比較上甚小之力,使之分裂.

§133. <u>粗面之楔</u>. 上節所述之理論,係將楔之兩面,看成完全滑面,但實際上之楔並非滑面,概爲粗面. 故欲使楔保持其位置,幷不必自上面加以力. 因楔欲脫出時,其接觸面卽生摩擦力以防阻之,故不易脫出.

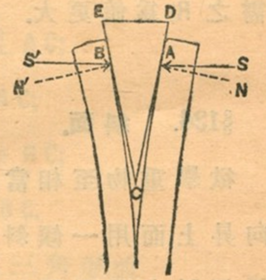


圖 48.

此時作用於楔之力僅有兩面之反抗力(包含摩擦力在內),而成平衡. 故此等反抗力,當如圖48中之SA, S′B,同沿一直線上

作用(參看§98). 由摩擦角(見§124)之理, AS 之方向與面之垂線 NA 間所作之角,不能超過摩擦角. 故不必由上方加力,亦可使楔不致脫出,只能限於 ∠NAS ∠N′BS′ 等較摩擦角之値爲小之時,又因 ∠NAS + ∠N′BS′ = ∠DCE. 故楔之兩面所夾之角,若在摩擦角之二倍以下時,卽不自上方加力,楔亦不能自行脫出.

又欲使楔深入木內時,則摩擦力 F, F′ 當如圖49之方向,以妨礙楔之進行. 非由上面加力勝過此摩擦力,楔必不能下. 因此時之摩擦力,等於楔之兩側面之垂直壓力乘摩擦係數(見§122), 故側面所受之壓力愈大,則摩擦力亦大,故欲使楔深入木中,必須由上面加以相當之大力,始得勝過此摩擦力. 此時所須之力,較之前節將楔面看作完全滑面時所需之 R, 爲値更大.

圖 49

§134. 斜面.

欲舉重物至相當之高處時,有時不直接使之沿鉛直之方向昇上,而用一傾斜之面承之,使其沿此傾斜之平面上昇. 此種傾斜之平面稱曰**斜面**(inclined plane; *schiefe Ebene*). 通常之山坡,雖非吾人由外特意取來之物,然亦實際上之一斜面也.

§135. 斜面若為完全之滑面,則置物體於其上,若不另以他力支持之之時,必自行滑落. 至應以幾許之力始足支持之,則須視加力之方向如何,始能決定.

[定理] 如所加之力 P, 與斜面平行,則 P 與物體之重 W 之比,當等於斜面高 h 與其長 l 之比,即

$$P : W = h : l.$$

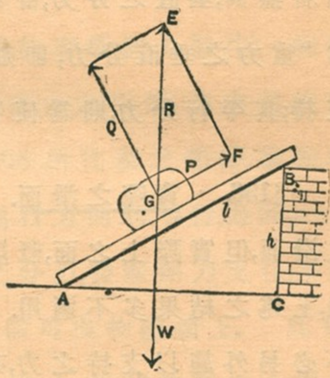


圖 50

證明: 試命 Q 為斜面對於物體之反抗力. 因支持物體之重,為 P 與 Q 之兩力,故其合力 R 當與物體之重 W 相等,且其方向亦必沿同一之鉛直線作用. 但 Q 之方向旣與斜面成垂直(見§119),故

$$EF \perp AB, \quad EG \perp AC;$$

$$\angle FEG = \angle BAC;$$

$$GF \parallel AB, \quad GE \parallel BC;$$

$$\angle EGF = \angle ABC.$$

故 ABC 三角形,與 EGF 三角形為相似三角形,故

$$\frac{FG}{EG} = \frac{P}{R} = \frac{P}{W} = \frac{h}{l}.$$

如以 α 表斜面之傾斜角度,由三角法可知欲舉重為 W 之物,所須之力當為

$$P = W \sin \alpha.$$

由此觀之,傾斜之角度愈大(即 $h : l$ 之值愈小)則所須之力亦愈小.

注意　就前圖50而言,若將 W 分解成兩分力,一與斜面平行,一與斜面垂直. 如此,則平行之分力,當與將 P 反轉而成者無異;垂直之分力,當與將 Q 反轉而成者無異. 故可謂為"重力之垂直分力,即加於斜面之壓力,為斜面之反抗所支持;其平行分力,則為使物體向下方運動之引力".

§136. 實際之滑面. 上節所述之斜面,假定其為完全之滑面,但實際上之面,概屬粗面,故將物體直接置於斜面上時,上述之結果多不適用. 通常即以重物體置於斜面之上,不必另外施以支持之力,亦不滑落(見§126). 一方面若欲將物體沿傾斜之粗面曳上時,所需之力亦較滑面時為大.

因此實際上欲將重物曳至高地時,每於斜面與物體之間,插入滾子或車輪等類之物,如此,則斜面雖為粗面,後因滾子及車輪等之關係(見§128),其作用與完全之滑面無異,故上述之結果,依然可以適用.

§137. 應用滾子或車輪以曳物體上斜面之時,物體之運動方向,始終僅限於滾子或車輪轉動之方向. 故上斜面所取之路,若不直向其最高點(如圖51中所示之 AB 方向)進行,而故取斜道,如圖中 AC 方向,物體亦依然向滾子或車輪

所轉之方向進行,決不至向其左右方向運動. 因左右方向之運動,受摩擦力作用,爲其所妨礙故也.（即滾子或車輪之作用,只能使其轉動之方向之運動,與滑面上之運動同等,至

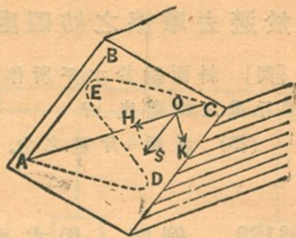


圖 51

其左右之方向之運動,則不生作用,故有摩擦力發生）. 物體旣在斜面上,取一斜道 AC 進行,則重力之作用,除去被垂直反抗力支持之部分,僅有圖中之 OS 所代表之部分,欲使物體滑下. 今將OS分解爲二,一與進行方向AC平行,得OH,一與進行方向成垂直,得 OK. 此 OK 之分力,被摩擦力支住,不起作用. 故所加之力,只須勝過 OH, 即可曳物體使上. 此 OH 之値,較之完全滑面時所要之 OS 尤小,故其効率尤大;取此種進路,不啻另擇一種斜面,其傾角比實際之斜面尤小,而使物體沿之上昇也. 通常每見人曳重車上坡時,從不一往直上,多轉折取之形途徑,如圖中之ADEC,即屬此理. 要之,此種結果,完全利用左右方向,有摩擦力作用,不致滑動而得,若爲平滑之斜面,則即無此作用矣.

又因實際之斜面皆爲粗面反而利用之者,如曳車上坡,即其實例. 如其爲完全滑面,則無論如何用力,皆因足滑,不能加力,若爲粗面,即無此弊. 故由此言之,則在傾斜之粗面上,用滾子或車輪等,一方面爲利用摩擦,一方面又不得不謂

其巧於避去摩擦之妨礙處云.

〔問〕 斜面對於水平所作之角度為30度時,須用若干之力,始能將10斤重之物體曳上?

(答) 須用5斤重之力.

§138. 例題. 用水平方向之力以支持斜面上之物體,需力若干?

答. 以P表水平之力,做圖50將作用諸力之圖畫出,如圖52. 由圖可知P與物體之重W之比,即$\frac{P}{R}$當與斜面下之直三角形之高與其底之比即$\frac{h}{b}$故得

$$P=\frac{h}{b}W.$$

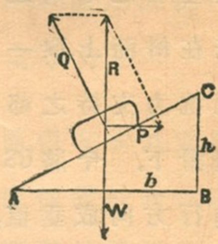


圖 52

第三章 平行力之平衡及重心

§139. 平力行之合力.

欲求兩平行力之合力,可作下述之實驗:

實驗: 取全體一樣粗細之直棒一條,如圖53之AB,於左右各懸一重物,如圖中之P及Q,以線繫於棒之中點O,而懸掛之. 試將P,Q之位置變動,使棒不稍偏欹. 然後測定

OA, OB 之長,其結果知 $\frac{\text{OA}}{\text{OB}}$ 之比,恰等於重錘 $\frac{Q}{P}$ 之比,

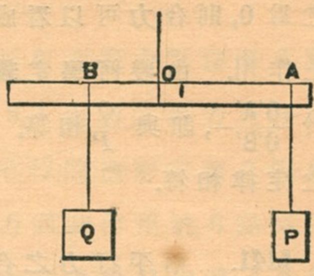


圖 53

即 $$\frac{\text{OA}}{\text{OB}}=\frac{Q}{P}.$$

此時作用於中央所懸之線上之力,除支持棒重而外,並以與兩錘之重之和即 $P+Q$ 相等之力,提棒使之向上. 即在 A 點作用之力 P, 與在 B 點作用之力 Q, 爲在 O 點作用之 $P+Q$ 所支住. 故知 P, Q 兩力之合力,爲在 O 點作用之向下之 $P+Q$ (見§106), 合力之着力點 O, 與 P, Q 之着力點 A, B 間之關係,由上述之比例式可以求出.

[定律] 同方向之兩平行力 P, Q 作用於剛體之二點時,其合力 R (1)等於 P 與 Q 之和,(2)方向與 P, Q 相同,(3)將 P, Q 之作用點連結而成之線分,依力之逆比而分之,所得之分點即合力之着力點.

§140. 上述之實驗,力之方向雖與 AB 線成垂直,然其結果即在不垂直時亦可適用. 何則? 如圖 54, AB 與 P, Q 之作用線不成垂直時,另作一 A′B′ 線,垂直於 P, Q 之作用線. P, Q 之着力點可以看作 A′, B′ 兩點 (參看§94). 其合力 R, 等於 $P+Q$, 其作用線與 P, Q 之作用線平行,着力點,則將 A′B′ 線分按上述之比分之而得,即 O′ 點. 此作用線與 AB 相交之點,如

命之爲 O,則合力可以看成在此 O 點上作用. 由幾何學定義,知 $\frac{OA}{OB}$ 等於 $\frac{O'A'}{O'B'}$,卽與 $\frac{Q}{P}$ 相等. 故與上述之定律相符.

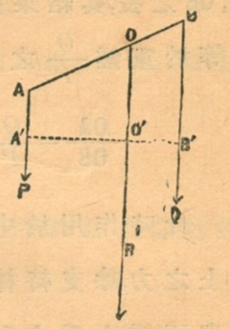


圖 54

§141. 兩平行力之合力之定理,可由力之平行四邊形法求出,其法如下.

設 P, Q 爲兩平行力,各作用於 A, B 兩點. 假想沿 AB 線方向有大小相等方向相反之兩力 K, K′, 各作用於 A, B 兩點. 關於 P, Q, K, K′ 之四力之作用,可以分爲兩種論之. K 與 K′ 既屬彼此平衡之力(見 §98) 則 P, Q, K, K′ 之四力之作用,與 P, Q 兩力之作用,完全同等.

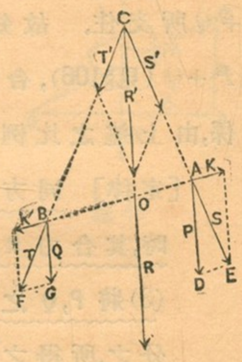


圖 55

命 S 爲 P, K 之合力,命 T 爲 Q, K′ 之合力,命 C 爲 S 與 T 之交點. 如此則 P, Q, K, K′ 之四力之作用,與 S, T 兩力之作用同等. 而 S, T 兩力,又與在 C 點作用之 S′, T′ 兩力同等. 命 R′ 爲 S′, T′ 兩力之合力, O 爲 R′ 與 AB 線之交點,則 R′ 之作用當與在 O 點作用之 R 相等. P, Q, K, K′ 之四力,既與 R′ 同等, R′ 又與 R 同等,故 P, Q, K, K′ 當然與 R 同等. 除去 K, K′ 之兩平衡力外,故 R

可以看作P,Q之合力.

R既與R′同等,卽不啻將R′由C之着力點移至O點,其他幷無一毫不同之處. 故與將S,T兩力之着力在移至O點時之合力相等(只須將S′T′R′之平行四邊形移至O點想之卽明). 卽R之作用,與P,Q,K,K′四力同時作用於O點時所生之作用相同,然其中之K與K′兩力,彼此恰足相償,不生作用,故與P,Q兩力同時作用於O點時所生之作用相同. 故R之方向與P,Q兩力相同,且等於$P+Q$.

因△COA與△ADE爲相似三角形,故

$$\frac{AD}{DE}=\frac{CO}{OA}=\frac{P}{K},$$

卽
$$P=\frac{CO}{OA}K;$$

又因△COB與△BGF爲相似三角形,故

$$\frac{BG}{GF}=\frac{CO}{OB}=\frac{Q}{K'},$$

卽
$$Q=\frac{CO}{OB}K';$$

但
$$K=K';$$

故
$$\frac{Q}{P}=\frac{CO}{OB}\div\frac{CO}{OA}=\frac{OA}{OB},$$

卽
$$\frac{OA}{OB}=\frac{Q}{P}.$$

上述之定理,如此卽證明之矣.

§142. 如平行力有三個以上時,先由上述方法,求出其

中任何兩力之合力,再以此合力與第三之力仍按上法合成之,準此以往,無論有若干之平行力,皆可求得其合力.

§143. 三平行力之平衡.

如剛體上之 A 點,有 P 力作用,B 點有 Q 力作用,C 點有 S 力作用,各力皆平行,而成平衡時,其關係當如下:

如 P, Q, S 三力皆在同一之方向,當然不成平衡,故既成平衡,其中必有一力之方向,與其餘兩力之方向相反.

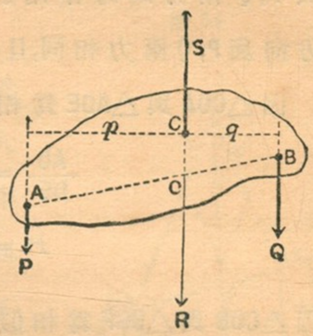


圖 56

試命方向相同之兩力爲 P, Q, 則此兩力之合力 R 由前節定理當等於 $P+Q$ 且作用於 O 點. 故可用此在 O 點作用之 R 以代 P, Q 兩力. 卽在 C 點作用之 S 當與在 O 點作用之 R 成平衡. 故 R 與 S 應在同一直線上作用,且彼此相等. 卽

$$S=R=P+Q.$$

試由 C 點向 P, Q 之作用線上作垂線,命 p 爲由 C 點至 P 之垂線之長,命 q 爲自 C 在至 Q 之垂線之長,則由幾何學,知

$$\frac{p}{q}=\frac{\mathrm{AO}}{\mathrm{OB}},$$

由前節之定理 $$\frac{\mathrm{OA}}{\mathrm{OB}}=\frac{Q}{P},$$

即
$$\frac{p}{q}=\frac{Q}{P}.$$

故得一定理如下:

［定理］ 三平行力 P, Q, S 成平衡時,(1)三力之作用線,皆在同一之平面內,(2)在兩側之兩力方向相同,在中間之一力之方向,則與之相反,(3)在中間之力等於在兩側之力之和,(4)由中間之力之作用點 C 引至兩側之力 P,Q 之垂直距離,與力 P, Q 之大小成反比例.

注意 此第(4)條之關係,並不必限於由 C 至 P, Q 之垂直距離爲然,即由 P 之着力點 A 引至其他之二力 Q, S 之垂直距離,或由 Q 之着力點 B 引至其他二力 P, S 之垂直距離,亦有同一之關係. 今試證之如下:

由 A 點引至 Q 之作用線之距離爲 $p+q$, 引至 S 之作用線之距離爲 p, 故

$$\frac{p+q}{p}=1+\frac{q}{p}=1+\frac{P}{Q}=\frac{P+Q}{Q}=\frac{S}{Q},$$

與 Q, S 兩力之大小,恰成反比例. 再由 B 點引至 P, S 之作用線之距離,亦與此相同.

〔問〕 如在棒上懸一重物,甲乙兩人各持棒之一端以支之,如甲用之力爲一,乙用之力爲二,須如何始可?

(答) 甲所出之力爲向上方之 1, 乙所出之力,爲向上之 2, 其合爲 3, 故可支持重爲 3 之物體. 物體所懸之點,與甲乙兩端之距離,當與甲乙之力爲反比例,即由懸物之點至甲之距離當爲至乙端之倍. 即物體所懸之點與乙端之距離,等於棒長之三分之一.

§144.　反對方向之平行力.

由前節之關係,對於反對方向之平行力,可以求其合力.

如圖56之A點作用之P,B點作用之Q,及C點作用之S,三者成爲平衡,一方面觀之,亦可看成作用於B點之Q與作用於C點之S,兩者合成之結果,與作用於A點之P成爲平衡.故Q與S之合力,與P相等,沿通過A點之平行線作用,其方向則與P相反.至A點之位置,則由前節之注意,知其與Q,S之距離之比,即圖56中之$\frac{p+q}{p}$,當與$\frac{S}{Q}$之比相等.故得一定理如下:

〔定理〕反對方向之兩平行力作用時,其合力(1)等於兩力之差,(2)方向與大者之方向相同,(3)其作用線與兩力之作用線同在一平面內,而在大力之外側,(4)其位置與兩力之距離之比,等於兩力之反比.

即如所設之兩反對平行力爲Q及S,設$S>Q$,其作用線之間隔爲q,則合力之大爲$P=S-Q$,合力作用線與S之作用線之距離p,當爲$\frac{p+q}{p}=\frac{S}{Q}$,即$p=\frac{Q}{S-Q}\times q$.

〔問〕於長棒之一端懸一重物,而以兩手執其他端以支持之,各力之作用如何?

〔答〕力之作用當如圖57之狀況,即與物體接近之手,須向上提,與物體相隔較遠之手,須向下壓,始成平衡.而提上之力須較壓下之力大,兩者之差與物體及棒重之和相等.

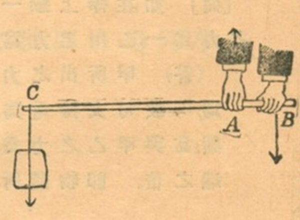


圖 57.

§145. 偶力 [定義] 方向相反,大小相等之兩平行力,沿平行線作用之時,此兩力合稱曰偶力(couple; *Kräftepaar*).

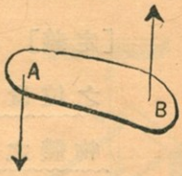


圖 58.

此時如照前節所述之方法,求其合力及其着力點時,因 $S=Q$,故

$$P=S-Q=0,$$

$$p=\frac{Q}{0}\times q=\infty.$$

卽合力爲在無窮遠點作用之 0 之力. 實際上如是之力不能存在,故得偶力之定理如下:

[定理] 沿平行線作用之大小相等方向相反之兩力,並無合力.

卽偶力決不能與單獨之力同等;故不能加一力使與偶力成平衡.

僅有偶力作用於物體時,只能發生轉動,決不能使物體全部向任何方向進行. 例如以兩手轉動陀螺時,其加於軸上之作用,卽爲偶力.

§146. 重心.

更進而研究重力對於物體所施之作用,凡組成物體之各小部分,莫不一律受重力之作用. 此等重力,皆同爲向下方之平行力,故其合力,當等於此等各小部分之重力之和,卽與物體全體之重量相等,其作用方向亦向下方. 其作用點

之位置因物體形狀各有一定,與物體之位置方向並無關係(證明見下).

［定義］ 作用於物體全體之重力之作用點,不受物體之位置方向之影響,恆爲物體上之一定點,此點稱曰物體之重心(centre of gravity; *Schwerpunkt*).

§147. 證明: 試將物體分爲無數之小部分,命 m 爲在 A 點之質量, m' 爲在 B 點之質量, m'' 爲在 C 點之質量,物體之全體卽由此等 m, m', m''……集合而成.作用於 m, m' 上之兩重力,與作用於 G′ 點(卽將 AB 照 m 與 m' 之反比而分之之點)之 $m+m'$ 之質量上之重力同等(見§139). 故 A 點之 m, B 點之 m', 及 C 點之 m'',三者與 G′ 點之 $m+m'$, 及 C 點之 m'' 之兩者,完全同等,且又與 G″ 點(卽將 G′C 線,照 $m+m'$ 與 m'' 之反比而分之之點)作用之 $m+m'+m''$ 同等. 準此,將物體各部分,一一逐漸加入,卽知作用於各部分之重力,當與經過一定點 G 之力相同,而與物體位置之方向無關.

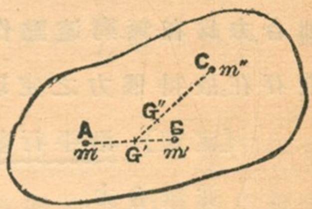


圖 59.

§148. 具有上述性質之點,可以由實驗證明其確實存在,並可將其位置求出.

實驗: 任取一物體,於其上之 A, B, C 等點,繫以細線一條,先將 A 處所繫之線之一端,懸於固定之鉤上,此時 A 點所

繫之線,即成鉛直方向,更取一鉛錘繫於另一線上而垂之,使與 A 點恰相接觸,則此鉛錘線即可看成繫於 A 點之直線之延長線,(因兩線皆爲鉛直線,故云).

此鉛直線如在 A 點以下之部分,又與物體上之一點, A′ 恰相接觸,則將此 A′ 點特別記出,然後用線將 A, A′ 兩點連接之. 若鉛錘線不能在 A 以下部分之物體上之點相接觸,則另用一細線,張於物體外之任意之兩點,然後求鉛錘線與此新設之直線之接觸點,命之爲 A′. 其次再將繫於 B 點之線懸吊之,照前法求出 B′ 點,將 B, B′ 兩點亦以一直線連結之.

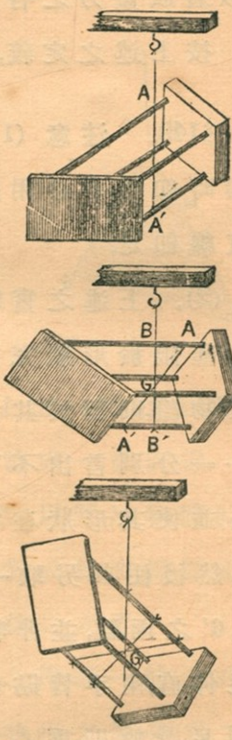


圖 60.

如此則 AA′ 之直線必與 BB′ 之直線相交於一點,命此點爲 G. 如於 A,B 兩點之外,任意再取一 C 點,以線繫於此處,將物體懸掛時,此線之延長線,亦必經過此 G 點.

如此就物體上一切之點實驗之,則各線之延長線皆必通過同一之點,此點即重心之位置. 何則? 因實驗時,係以一條線將物體懸住,故當其平衡時,在物體各部分作用之重力,與線之張力彼此恰相支住,故重力之合力,必作用於其延

長線卽通過G點之鉛直線上. 無論物體之位置方向如何變動,重力之合力,總在通過G點之鉛直線上作用,故此G點,可以看成重力之合力之作用點,與物體之位置方向,毫無關係. 按上述之定義,此G點卽物體之重心.

§149. 注意 (1) 如用任意形狀之平面板,以行上述之實驗時,卽可不必用細線連結A, A′等之兩點,只須於板上畫一直線卽足.

(2). 上述之實驗,爲證明剛體有重心,并求其位置所在之法,僅限於形狀完全不變之物體,始能適用. 如爲形狀變動之物體,則對於其各種形狀,各有一定之重心,非將此等重心,一一分別言出不可. 如任取物體之一形狀,照上法求其重心,並使其形狀在實驗中決不稍變,如是而得之重心,命之爲G,然後使其另取一形狀,再照前法求出其重心,命之爲G′. 此G, G′之兩點,並非物體上同一之點. 譬如人之身體,如將兩足伸直,兩手皆貼置膝上,則其重心當在腰部;如將兩手伸上,兩足灣轉,則重心當在腹之中部(參看§153).

§150. 物體之形狀卽其物質之分布,同爲極有規律時,其重心之位置,可由其形狀求出. 例如用等質之物質造成粗細一律之直棒,其重心旣無偏於左方之理,亦無偏於右方之理,故必在其中點. 其他如用等質之物質造成之圓形,正方形,平行四邊形,等樣之厚薄一律之平面板,或球體,立方體

等,其重心皆爲其幾何學的中心.

§151. 例題. 等質等厚之三角板之重心,當在何處?

試想此板爲一極薄之板,於板上引無數之平行線,使與此板之任何一邊平行,即用此無數之平行線將此板分爲無數之細棒. 其中之一細棒LM,既爲全體一樣之粗細,故作用於其物質之重力,與物質全體集中於其中點K時之作用同等. 命D爲BC之中點,則此K點當在AD

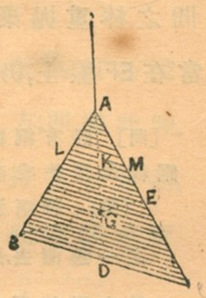


圖 61.

之直線上,即各棒之物質各集於AD線上之一點作用,故用一線繫於A點將三角板懸吊之時,AD線當成一鉛直線. 故重心當在AD線上. 準此若將線繫於B點,以懸吊物體時,則B點與AC之中點E連結而成之AE直線,當成鉛直線,即重心當在BE線上. 故三角板之重心,爲其中線之交點.

如板雖爲等質,然並非極薄(但全體之厚薄一律)之時,則圖61中之K,以及A,B,C,D,E等,皆看作在將板之厚分爲二等分之平面上. 前之證明法,仍可適用.

§152. 合成物體之重心.

設有兩物體,其重心位置爲A,B,皆屬既知,如圖62. 今將此兩物體合成一體,其重心當在連結A,B之直線上,即將

AB照質量之反比而分之之點(見89頁). 又如圖67 (106頁)之物體,馬之重心爲E,球之重心爲F,如將連絡此兩者間之棒重拋棄不計,則全體之重心G,當在EF線上,仍照此法將EF分爲兩分之分點.

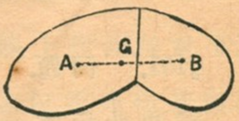


圖 62.

〔問〕 設有銅線一條,長1尺4寸,今在其6寸及8寸之分點處,將此銅線屈折使成直角形狀,如是而成之物體,其重心安在?

(答) 將兩邊之中點用直線連結之,然後在此直線上,由8寸長之一邊測去,距離爲 $\frac{6}{6+8}\times\sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2+\left(\frac{8}{2}\right)^2}$ 寸,即2寸1分4釐有餘之點,即所求之重心.

§153. 由上述可知(1)一物體甲之右(左)側,若附以他一物體乙,合成體之重心之位置,較甲物體之重心之位置,偏向右(左)方. 例如圖63之甲,未將A之部分附上時,重心之位置在G,既將A之部分加上,即移至G′點. (2)反之,若將物體之右(左)方之一部分切去,合成體之重心即偏往左(右)方. 同例,將A之部分切去後重心即由G′點移至G點. (3)如將物體上之某一部分,移向左方或右方,則其重心亦較本來之位置向同一方向移動. 例如此被移動之部分之重心爲甲圖之A,移動後即在乙圖之A′,如命G爲其餘之一部之重心,則合成體之重心,在甲圖時爲G′,在乙圖時即

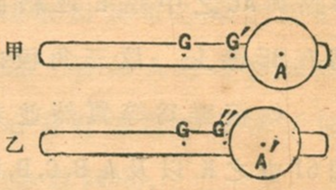


圖 63.

移至G″. 此時因有

$$\frac{GG''}{GA'}=\frac{GG'}{GA}$$

之關係,故A′若較A更與左方接近,則G″亦較G′更與左方接近.

前曾舉一例,言人若將兩足蹺彎,兩手上伸,則其重心較之將兩足伸直兩手貼置膝上時之重心,畧在上方;卽屬此理.又如變戲法之人,在一繩上往來自如時,手中必持有一重物,或棒或袋,左右搖動,其目的亦在使其重心,按照此理移至所踏之繩上.

§154. 物體之靜止.

關於物體在支持面之上,能否靜止,抑或傾倒之問題,須將其與面接觸之點,卽支點,及物體之重心之位置,配置之狀況檢出,然後始能解決.

論物體之靜止狀況,常用基底之一語. 基底者,卽用細線圍繞一切支點而成之圖形. 例如圖64之物體甲,其底爲

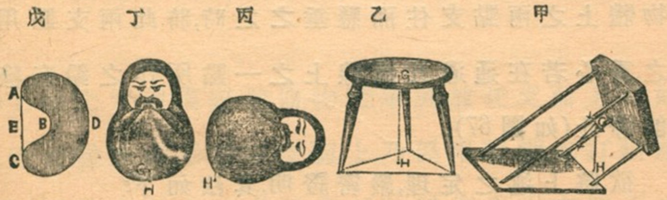


圖64.

一平行四邊形,其上之一切各點,皆與支面接觸,故若用線圍其一切之支點,所得之圖形仍爲原有之平行四邊形,故此時之基底卽此平行四邊形. 又如乙圖之物體,爲其三足卽三點所支住,用線將此三足圍繞,與將此三點各用直線連接時無異,故此時之基底,爲以此三點作頂點之三角形. 又如戊圖之物體,如其與接觸面相觸之部分爲ABCD,則其基底爲AECD,卽將A點與C點用一切線連結而成. 又如丙,丁等物體,其支點僅有一點,故此支點卽其基底.

至於物體之靜止顚覆問題,則可由下述之定理決定之.

[定理] 通過物體重心之鉛直線,與接觸面相交之點,若在基底以內,則物體靜止.

例如就甲圖而言,重力沿 GH 之方向以曳物體,在此 GH 線之右方,幷無支持物體之物,故物體向右方傾倒. 又如丙圖之位置,亦不能靜止. 反之,如乙圖之H,適在基底之正中,丁圖之H,恰與基底之點一致,故俱能靜止.

又若將物體之一點支住,重心反在支點之下時,須重心適在通過支點之鉛直線上,物體方能靜止(見圖26). 又如將物體上之兩點支住而懸垂之之時,將此兩支點用直線連接之,重心若在通過此直線上之一點所作之鉛直線上時,物體卽靜止(如圖67).

欲將上述之定理,嚴密證明,其法如下:

在各支點處,皆有一鉛直向上之反抗力,作用於物體,力

之大小,悉與物體及接觸面間相壓之力相應. 將各支點之反抗力,按照前述平行力合成之法求其合力,先將兩點用直線連結,則此兩力之合力,當在此直線上之一點,後再將此點與其他之支點連結,再求其合力之支點,如是而得之點,又當在直線上. 準此類推,一切支點處作用之反抗力之合力着力點,均在基底之內. 故此點若與物體之重心,同在一鉛直線上,則成平衡. 今試假定重心不在通過此點之鉛直線上,而在其右側,物體將欲傾向右旁,故右側之支點,所受之壓迫較前更強,因而生出之反抗力亦愈多. 結果反抗力之合力之作用點,自然移向此方,卽移向重心之位置. 故若通過重心之鉛直線,落於基底之內,合力之作用線自然與此鉛直線一致,而成平衡,但如通過重心之鉛直線,不落於基底之內時,合力之作用線卽不能移至其處,故物體不能靜止,必向其方向傾倒.

§155. 注意 (1) 上述定理無論支面爲水平面,或爲斜面,皆同樣可以適用. 不過此處只論物體之傾覆與否,與物體是否沿斜面滑動之問題不同. 關於物體之滑下與否,見§126.

(2)上述之定理,僅限於將物體單純放在支面上時,始能適用. 若物體並非單放在支面上,乃係用漿糊或釘類將其一部分釘連於支面上時,支面對於物體作用之力,卽不止單

獨向上之一反抗力而已. 故物體受反抗力作用,雖欲離却支面,然因漿糊釘類等之作用,轉將物體曳向下方. 故雖通過重心之鉛直線,落於基底以外,物體亦不至顚覆.

〔問〕 如有直六面體之磚,其三稜之長爲7.5寸,3.5寸,1.8寸. 又有一斜面,其高h爲其底b之$\frac{1}{5}$. 如將磚疊砌於此斜面之上,可以疊砌若干之磚? 疊砌之法,係任取三稜中之一稜,使各磚之此稜皆在平行位置,且直接與斜面接觸之磚,僅有一塊,磚與磚相接觸之面,皆爲同樣之面,並須完全相重,毫無參差不齊之狀況. 又磚面皆極粗,決無滑動之慮.

(答) 試將磚之三種稜,就其長短,分爲長,中,短,三稜以示區別,題旨所要求之疊法,如圖65之狀況,共有六種疊法

	水平方向之稜	向傾斜方向之稜	與斜面垂直之稜
1.	長	中	短
2.	長	短	中
3.	中	長	短
4.	中	短	長
5.	短	長	中
6.	短	中	長

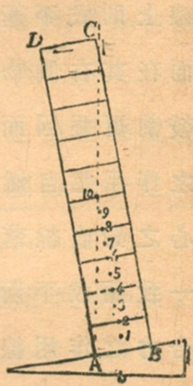


圖 65.

今專就第一種論之,基底當然爲AB之面. 磚僅有一塊時,重心之位置在1之一點,兩塊時則在2之一點,三塊時則在3之一點,所積愈高,則重心之位置,愈移向左方. 通過A點作鉛直線AE重心若移至AE線之左方時,磚卽傾覆. 因重心恰在通過A點之對角線AC之上,故C之角頂在AE線右方之時,不至傾覆. 又因AEB角與斜面之傾斜角度相等,故BE當等於5×AB,卽5×3.5寸卽17.5寸. 只須BC之値,不超過此數,卽不致顚覆,故本題之答數當爲$\frac{17.5}{18}$之整數部分,卽9塊,照此方法求得其他各種疊法之答數爲2, 20, 1, 10, 2等.

§156. 平衡之穩度.

使在平衡狀態之物體,略向一方偏斜,然後將手放開,通常之物體皆向其原位置運動. 例如圖66之甲,或乙,如略向右方偏斜,此時物體與支面接觸之處,僅有A之一點,然後將手放開,令其自由運動. 因重心G在通過A點之鉛直線之左方,

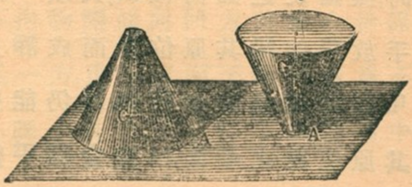


圖66.

故物體向左方卽向其原位置開始運動,直至其完全恢復固有之位置爲止. 凡如此類之平衡,雖略偏斜,然一自由時,卽恢復其原有之位置者,稱曰**穩平衡**(stable equilibrium; *stabiles Gleichgewicht*).

§157. 雖爲穩平衡之物體,但若使其漸次傾斜,通常仍必傾覆. 比較上此傾斜之度數不必十分多卽足以令物體傾覆時,其最初之靜止位置之**穩度**(stability; *Stabilität*)小;比較上此傾斜之度數甚大時,其最初靜止位置之穩度大.

如圖66之甲乙兩種物體,其重心在G,以A點爲支點使其向右方傾斜,此時如AG線出於鉛直線之右方,物體立卽傾覆,故當其在靜止之位置時,AG線與鉛直線所作之角度愈大,物體之穩度亦愈大. 故如圖66所示之物體乙,基底大而重心低者,通常極難傾覆;反之,如物體甲,基體小而重心高者,最易傾覆.

如圖67之物體,或如前圖64之不倒翁等類,重心在支點之下時,無論使之如何傾斜,只須一將手放開,卽歸其原位置而成靜止.凡如此類無論如何傾斜,仍能復其原位置之平衡,曰**完全穩平衡**.

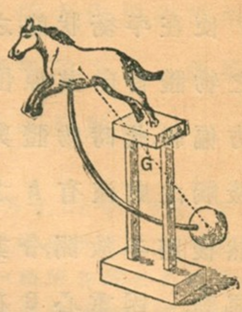


圖 67.

§158. 如雞卵或其他有一尖端之物體,使其尖端向下,若能將物體之重心,恰置於其上,照理應爲平衡之位置.但若由此位置,略微使其傾斜,然後將手放開,其傾斜之度必愈形增大,以至於傾覆爲止.凡如此類自其平衡位置,雖使其略爲傾斜,然一旦將手放開,卽與其原來之平衡位置愈離愈遠之平衡,曰**不穩平衡**(unstable equilibrium; *labiles Gleichgewicht*).但實際上,雖欲將物體置於不穩平衡之位置,亦決不能恰能得此位置,無論如何注意,總必有些微之差,故物體決無有能靜止於其不穩平衡之位置者.

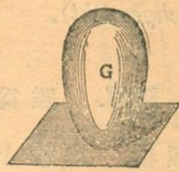


圖 68.

§159. 如有一球體,其重心卽其中心,將此球置於一水平之板上,俟其靜止後,再使其從靜止之位置,略微傾斜,然後將手放開,物體既不傾覆,亦不復返其原位置,卽在現在之位置平衡.如是者曰**中立平衡** (neutral equilibrium; *neutrales*

Gleichgewicht).

§160. 平衡之穩度問題,由於將物體畧微傾斜時,其重心之移動狀況如何而決. 不拘物體傾向何方,其重心皆係上昇者,卽爲穩平衡;如傾向某一方,重心返而下降者,則爲不穩平衡;不論如何傾斜,其重心既不昇上,又不降下者,卽爲中立平衡.

卽穩平衡之中,其傾斜之範圍,有時亦有一定之限制.如超過此一定範圍以外時,重心返而降下時,遂一變而成不穩之平衡. 穩度之大小,卽由此範圍之大小而定. 如無論如何傾斜,其重心皆係上昇,決無下降之時,卽爲完全之穩平衡.

〔問〕 載有多量棉花之車,與載有同一重量之鐵,在崎嶇不平之途中進行時,載棉花之車,較之載鐵之車,容易傾覆,其故安在?

(答) 同一重量之棉花,其體積遠大於同一重量之鐵之體積,今車面既爲一定,故載棉花時,其高度必較載鐵時爲高. 因而載棉花之車之重心,較鐵車高. 故行於崎嶇之途中,比較上棉車略有傾斜,即有傾覆之虞.

第四章　有支點之剛體之平衡

§161. 力矩.

如將剛體上之一點或一直線支住不動,此剛體受力之作用時,當以此不動之點爲中心,或以此不動之直線爲軸,而

在其周圍轉動．但轉動之方向有與時計上之指針轉動之方向相同者，有與之相反者．故對於作用之力，須加以區別．凡與時針轉動之方向相同者，曰**順時針**(clockwise; *rechtsgängig*)；與時針相反者，曰**逆時針**(counter-clockwise; *linksgängig*)．

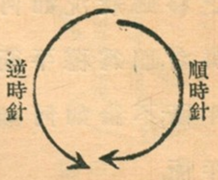


圖 69.

［定義］ 有支點之物體，受力之作用時，由支點引至力之作用線之垂直距離，稱為**力臂**(arm of force; *Arm der Kräften*)，臂與力之相乘積，稱為**力矩**(moment; *Moment*)．

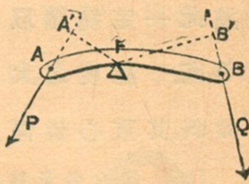


圖 70.

例如圖 70，F 為支點，P 之力作用於 A 點，Q 之力作用於 B 點，由支點引至作用線之垂線為 FA′, FB′，即 PQ 兩力之臂．又 P 力對於此物體，欲使其沿逆時針方向轉動之矩為 $P \times FA'$；Q 力對此物體，欲使其沿順時針方向轉動之矩為 $Q \times FB'$．

§162. 槓桿之定理．

如有兩力作用於有支點之剛體上，而剛體靜止不動時，此兩力之作用，其一必為欲使物體沿順時針方向轉動，其他必為欲使物體沿逆時針方向轉動，設如圖 71 之物體，F 為支點，力 P 作用於 A 點，力 Q 作用於 B 點；P 之作用欲使物體沿逆

時針方向轉動,Q 之作用欲使物體沿順時針方向轉動. 物體雖受此兩力作用,仍能保持其平衡之狀況.

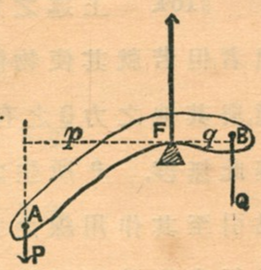


圖 71.

先設想 P, Q 爲兩平行力. 剛體除受此兩力之作用外,尙有支點 F 之反抗力,如圖中之 S, 亦作用於此剛體之上,與 P, Q 之作用恰成平衡,故 F 點之位置,及 S 之大小,皆當具有如前圖56中之C點之關係. 故若以 p, q 表由支點引至P, Q 之作用線上之垂線距離,則得

$$\frac{p}{q}=\frac{Q}{P}, \text{ 或 } Pp=Qq.$$

故得一定理如下:

［定理］ 有支點之剛體,受兩力作用使其作反對方向之轉動而成平衡時,此兩力之矩必相等.

此定理通常稱爲**槓桿之定理. 槓桿**(lever, *Hebel*) 爲一極堅牢之棒,如圖73之甲,工人用之以起重物,卽本此理,故名.

§163. 無論何種之力,作用於有支點之物體上時,其結果只能使物體在支點之周圍作轉動. 然由上述之關係,相等之力矩作用於物體使其作反對之轉動時,彼此恰相抵償,不起作用. 由此觀之,力矩卽表各力對於物體所生之轉動之大小之量.

§164. 上述之定理,係將 P, Q 兩力,假定爲兩平行力求出者,但若就其使物體轉動之點言之,P 之一力,能生若干效應,與其他之力 Q 之有無,並無關係,故 P 與 Q 是否平行,當然亦與此無涉. P 所生之轉動效應,僅由其自身之大小及自支點引至其作用線之垂直距離兩者而定. 故 P, Q 兩力卽不平行,亦依然可以適用. 又或支點在物體之一端時,各力之矩旣同一表其使物體轉動之作用大小之量,故槓桿之定理,依然可以完全適用.

§165. 作用力雖不平行,亦可適用上述定理之說,可以直接證明如下:——

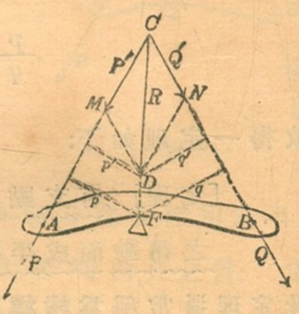


圖 72.

如 P 作用於 A 點, Q 作用於 B 點,而成平衡,兩力之作用線不成平行,命其相交之點爲 C. 故可用作用於 C 點而與 P, Q 兩力同大同向之 P′, Q′ 兩力,以代 P, Q (見§104). 命 P′, Q′ 之合力爲 R, 此 R 當與 F 點作用之反抗力成平衡,故 R 之方向,必在此 CF 之直線上(見§98). 自 R 之代表線之端 D, 引至 P, Q 之垂線距離,如命之爲 p', q', 則 $P'\times p'$ 與 $Q'\times q'$ 同表 CMDN 平行四邊形之面積,故

$$P'\times p' = Q'\times q';$$

又因

$$P = P', \; Q = Q';$$

故 $$P \times p' = Q \times q'.$$

但 $$\frac{p'}{p} = \frac{CD}{CF}, \quad \frac{q'}{q} = \frac{CD}{CF},$$

故 $$p' = \frac{CD}{CF} \times p, \quad q' = \frac{CD}{CF} \times q,$$

代入上式 $$P \times \frac{CD}{CF} \times p = Q \times \frac{CD}{CF} \times q.$$

故 $$P \times p = Q \times q.$$

此卽槓桿之定理.

§166. 實例. 如圖73所示各例,皆爲槓桿之利用. 甲爲工人通常使用之槓桿. 所起之石之抵抗力,與手施之力

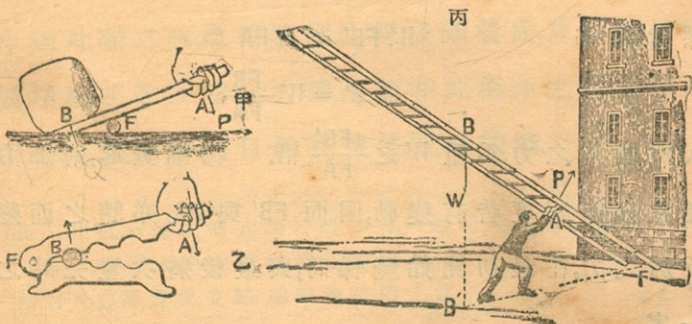


圖 73.

間之關係如次. 在B點之抵抗力,卽石壓槓桿之力爲Q,人在A點所加之力爲P,支點爲F,將AFB看作一直線,則須

$$P.FA = Q.FB, \quad \therefore \frac{Q}{P} = \frac{FA}{FB},$$

始得平衡. 依反作用定律,可知此Q之力,爲槓桿舉石之力. 故手實施之力雖爲P,而石所受之力,則爲P之$\frac{FA}{FB}$倍. 故

FB較FA愈小,則手實施之力雖小,而石所受之力則甚大.

乙圖爲使軟木塞柔軟之器械. 其上部之棒爲樞F支住,木塞插入B處,而於A點加力壓之. 此爲支點在槓桿之一端之例,B點作用之木塞之反抗力,壓棒使向上方. 力矩之關係,與前相同,卽

(木塞所受之力,卽抵抗力)×FB=(手加之力)×FA.

故木塞所受之力當爲手加之力之$\frac{FA}{FB}$倍.

丙圖爲豎起重梯之例,作用之兩力幷不平行. 如命人加之力爲P,梯之重力爲W,則W之作用線BB′當爲重力之方向,卽成一鉛直線,故水平線FB′之長,卽W之臂. 力矩之關係當爲

$$W.FB'=P.FA$$

$$P=W\frac{FB'}{FA}$$

卽人所實施之力,爲重W之$\frac{FB'}{FA}$倍. 梯漸豎起,則加力之點與梯之傾斜程度皆有變動,因而FB′與FA,亦隨之而變. 故人所加之力,在最初開始豎梯時,與最後將次豎完時之間,並非一定.

注意. 如甲乙兩例,人所施之力,與石或木塞之反抗力,爲主要之作用力,故槓桿自身之重,可以不必加入計算. 然在丙例,則梯之重成爲主要之抵抗力,故不能略.

〔問〕 設有一扁擔,長6尺,於其端懸6斤重之物,於其他端懸9斤重之物,須以何處承於肩上,始得平衡?

(答) 設命x尺爲所求之支點與6斤重之一端之距離,則支點與9斤重之端之距離,當爲$(6-x)$尺。成平衡時,此兩力之矩須相等,

即　$6x=9(6-x)$，即 $x=3.6$

即支點與懸6斤重之端之距離爲3尺6寸.

〔問〕用鐵鉗將釘挾住時,釘所受之力如何?

（答）手施於鉗柄之力,爲上下兩方之 P,如圖74. 故釘之兩面所受之力,當各等於

$$P\times\frac{FC}{FA}$$

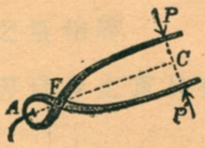


圖 74.

〔問〕用鐵鉗拔釘之時,釘所受之拔力如何?

（答）手施於鉗柄之壓力爲 Q,故釘所受之拔力當爲 $Q\times\frac{F'C'}{F'B}$ 故支點 F' 愈與 B 點接近,其效愈大.

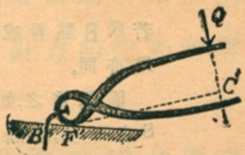


圖 75.

注意. 其他如火鉗,拔毛用之鐵鋏等類,均有支點之物,當然可以適用槓桿之定理,但其主要之作用,並不在槓桿之定理. 因此類之物,概用極硬之鐵或鋼製成,其鋏住目的物之處,面積極小,故所施之力雖小,而在此極小之面積作用之力則甚強. 因而可將目的物挾住,或竟挾斷.

〔問〕用槳行船之時,人加於槳之力,與船所受之力之關係如何?

（答）槳沒入水內之點爲 C,如圖76. 如將此 C 點看成支點,則船施於槳上之壓力當爲

$$Q=P\times\frac{AC}{BC},$$

船由槳所受之壓力 Q',當爲此 Q 之反作用,故仍等於 $P\times\frac{AC}{BC}$. 由此可知船被推之力,實較人所施之力 P 爲大. 但實際上人係在船中施力,故其足部及臀部同時以與 P 相等之 P' 力,推船使向反對之方向. 故船所受之力之全體,應爲

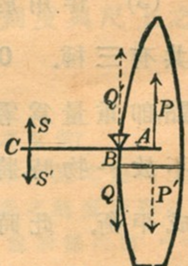


圖 76.

$$Q'-P'=P\left(\frac{AC}{BC}-1\right)$$
$$=P\,\frac{AC-BC}{BC}$$
$$=P\,\frac{AB}{AC}$$

若將B點看成支點,計算水推槳端之力S(或槳推水之力S'),其結果亦同。

簡單言之,如將船,人,槳三者看成一個物體,則其所受之力,僅此S之一力,故船卽因此力之作用,向前進行。

§167. 桿秤.

我國從來測物體之質量時,概用桿秤 (steelyard; *Schnellyard*)或曰稱,其理卽槓桿之定理. 卽將稱桿看作一槓桿,手提之繩之根處,爲其支點,則作用於稱桿之各力如下:

(1) 稱桿自身之重,

(2) 作用於B點之稱盤及盤上之物體之重,

(3) 作用於A點之錘之重,共有三種. O點爲刻度之起點,卽重量爲零之一點,如盤內不放一物時,將錘移於O點卽成平衡. 此時順時針方向之力矩與逆時針方向之力矩必相等. 如盤內之物體其重爲W,則須將錘移至A點,如圖77,始成平衡,卽兩方向之力矩,恰相等. 將此前後兩種平衡比較觀之,卽可知順時針方向

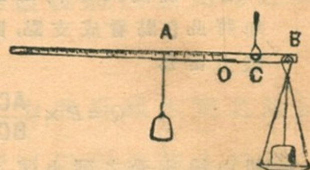


圖 77.

之矩所增之量，當與逆時針方向之矩所增之量相等。

(1)　因前後皆係同用一繩為支點，故桿自身之重具有一定之矩，與矩之增減無關係。

(2)　如以 b 表BC間之距離，因後者比較前者所增加之重量，為盤內所放之物體之重，即 W，故順時針方向之矩所增之量，當為 Wb。

(3)　錘自身之重雖未變，然臂則由 OC 增至 AC，故逆時針方向之矩所增之量，當為 $P\times \mathrm{AC}-P\times \mathrm{OC}$，即 $P\times \mathrm{OA}$。

此兩方向之矩所增之量，應彼此相等，即

$$Wb=P\times \mathrm{OA}.$$

如命OA之長，即自O點至懸錘處之距離，為 a，則

$$Wb=Pa.$$

此中之 b，P 兩量，固定不變，故 W 與 a 成正比例。即若將 W 之重增為1兩，2兩，3兩等時，錘之位置由O點測去，當為1，2，3等之距離，即成等間隔之距離。稱桿上之刻度與尺上之刻度無異，同作等距離之間隔，即屬此理。

〔問〕不用他秤，即由稱之自身，可否求得其錘之質量？

(答)　將手提之繩與懸盤處之距離測出，再由手提之繩向反對之方向，即通常懸錘之一邊，取相等之距離，此處之刻度所表之重量，即錘之重。何則？假令將與錘同重之物，置於盤內，因 $W=P$ 故由上述之關係，求得 $a=b$。

§168.　天平.

天平(balance; *Wage*) 爲測定正確之質量時所用之器,其主要部分仍爲一桿. 桿之中央及其兩端之近處,各有一刃 (knife edge; *Schneide*), 固着於上. 刃爲鋼質或其他之堅硬物質所製,其形如圖 78 中之 K; 有一極銳利之棱,如圖中之 R. 中央之一刃向下,兩端之刃則向上. 此三刃之棱之方向,與桿長之方向成垂直,且爲水平,故圖上各棱均縮成一點. 中央之刃以堅質之平面承之,棱卽成槓桿之支點,左右兩刃與中央之刃之距離相等,載物體及砝碼之盤,卽懸於此兩刃之上. 此三刃並且在同一之平面上.

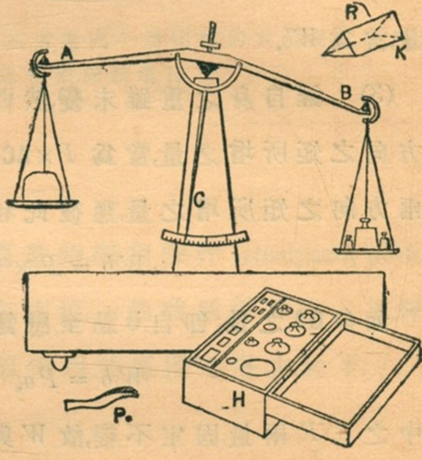


圖 78.

故天平不外一槓桿而受有臂長相等之兩力之作用者也. 物體與砝碼等重時,卽質量相等(§73)時,桿卽在水平之位置靜止. 圖中之 C, 爲固着於桿上之指針,將桿之傾斜分量擴大之,令其容易看出.

§169. 天平上附屬之砝碼盒 H 之中,所有之砝碼之重量,大約如下:——

50克	5克	0.5克	0.05克	0.005克
20克	2克	0.2克	0.02克	0.002克
10克	2克	0.2克	0.02克	0.002克
10克	1克	0.1克	0.01克	0.001克

共20個. 由此20個之中,揀出若干個配合,只須選擇方法適宜,可自101.11克以下,至毫爲止之一切質量,皆可測出. 何則? 因無論何種位數(卽10位,1位,0.1位,0.01位,0.001位等),皆有5,2,1,1,或5,2,2,1等之砝碼,由此內只須取出數個配合得宜,則由1至9之數,均可表出. 各位均可表出由1至9之數,全體當然可以表出任何之數矣.

今將物體放於天平之一盤內,而以砝碼放於其他之一盤,斟酌將砝碼之數或增或減,使兩盤內之質量,無過不足爲止,然後將盤內之砝碼總加之,卽得物體之質量. 圖78中之P,爲將砝碼由盒中挾出時所用之鋏.

§170. 天平雖係用以比較作用於物體及砝碼上之重力,然只能測定質量,不能測定重量. 由前§36,得知一地方之重力,與質量爲比例,故作用於天平之兩盤中之物體之重力若相等,卽不外表示兩盤內之質量相等,卽物體之質量可由所用之質量標準之砝碼,精確表出,故云天平爲測定質量之器械. 又由前§39,可知物體之重量,因地而異,如是之差,卽砝碼亦有之,故在某一地方物體與砝碼苟成平衡,則無論攜至何處,亦必平衡;卽因地方不同而生之重力上之差別,在

天平上實無法可以表出,故云天平不能決定物體之重量.

不特天平如此,卽稱亦然. 因作用於稱上之力,皆爲重力,故在某一地方,將錘懸於稱桿上之一點而成平衡時,卽移至他處,仍在同一位置平衡. 故稱亦爲測定質量之器,不能測定重量.

上述之議論,並不僅限於一定之地點,乃就一般之關係而言者. 若僅限於一定之地點時,因重力旣無差異,故天平與稱皆可看爲測定重量之器.

§171. 輪軸.

輪軸 (wheel and axle; *Rad und Whelle*) 亦槓桿之一種應用,其主要部分有二,如圖 79. 一爲半徑等於 OB 之輪,一爲半徑等於OA之軸棒,此兩部分彼此互相固着,連爲一體. 軸棒之中心有一小孔,如圖中最小之圓,全體皆支持於此小孔之上,只能在小孔之周圍作轉動. 如軸棒上纏有一抵抗物 W,而於輪上加以力 P,使軸棒轉動,因而可將 W 捲向上方.

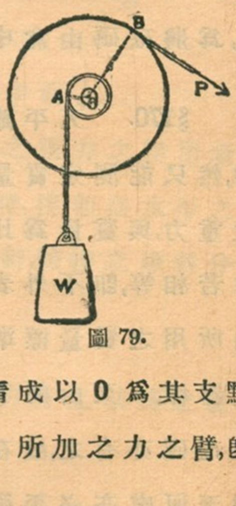


圖 79.

輪軸之中心 O 旣被支住不動,故可看成以 O 爲其支點之一槓桿,抵抗力之臂卽軸棒之半徑 OA, 所加之力之臂,卽輪之半徑 OB, 故平衡時之關係當爲

$$\frac{\text{抵抗力}}{\text{人加之力}}=\frac{\text{輪之半徑}}{\text{軸之半徑}}$$

故若輪之半徑爲軸之半徑之 n 倍時,人只須施以抵抗力之 $\frac{1}{n}$ 之力,卽可將物體捲上.

又如圖80之甲,爲輪船上搬舵之裝置,D爲軸,F爲軸心之小孔,卽支點,W爲人施力之輪,捲於軸棒之繩端,則連結於

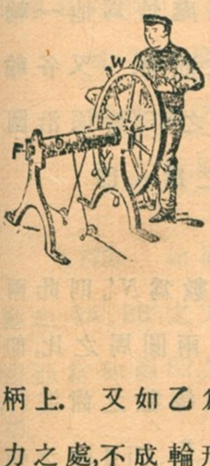


圖 80.

舵柄上. 又如乙爲工人用以牽曳極重之物體之裝置. 其加力之處,不成輪形,只爲通常之槓桿,但其原理則與甲相同.

§172. 傳達轉動之裝置.

工業上將兩個以上之輪,順次連結,使其轉動之裝置,亦不外一種略爲複雜之輪軸而已. 如是之輪,通常有一軸棒,軸棒之中心則支於一固定之軸心上,軸棒與輪合爲一體在此固定之軸心之周圍轉動,成一輪軸.

將一輪之轉動傳與他輪之方法中之一種,即將**齒輪** (toothed wheel; *Zahnrad*) 安於兩軸棒之周,使其互相嵌合,如圖 81. 齒輪即輪之周圍,有若干個之齒狀突起,齒與齒之間皆有相等之間隔. 嵌合時,一輪之空隙處恰爲他一輪之齒所嵌入,故若一輪轉動,他之一輪亦隨之而轉. 又各輪之齒寬與隙寬相加之長,如輪 A 之 CD, 及輪 B 之 CE(皆係沿圖中點線之圓周測出者)須彼此相等. 如命之爲 a, 即

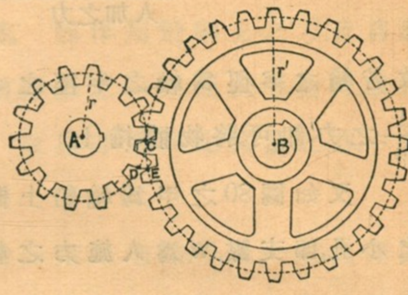


圖 81.

$$弧 \mathrm{CD} = 弧 \mathrm{CE} = a.$$

又命輪 A 一周之齒數爲 N, 輪 B 一周之齒數爲 N', 則此兩圓之圓周各爲 aN, aN'. 故 $N : N'$ 之比,等於兩圓周之比,即等於半徑 $r : r'$ 之比. 又因轉動時兩輪皆以等數之齒進行,故若有 n 個之齒數轉過,輪 A 之轉動數當爲 $\frac{n}{N}$, 而 B 輪之轉動數,則當爲 $\frac{n}{N'}$, 即與其齒數爲反比例,因而與半徑爲反比例.

試假定

$$N' = kN,$$

即

$$r' = kr.$$

今若將一半徑爲 R 之輪,固着於 A 上,又將一半徑爲 R' 之軸棒,固着於 B 上(圖 81 中未畫出),然後加力 P 於 A 之輪上,以曳

捲在B之軸上之抵抗體 W.

設命 Q 表互相接觸之兩齒間相壓之力,則此力 Q 對於輪A爲支持 P 之力,對於輪B爲支持 W 之力. 作用於輪A上各力之矩之關係,爲

$$P \times R = Q \times r,$$

作用於輪B上之各力矩之關係(因 $r' = kr$)當爲

$$Q \times kr = W \times R';$$

故　　　作用於B之力矩 $= k \times PR$

簡單言之,即

插入一個齒數爲 k 倍之齒輪之聯絡時,即不啻以直接所施之力矩之 k 倍,作用於抵抗之輪軸上,而其轉動之數,同時亦成爲 $\frac{1}{k}$.

§173. 如欲聯絡之兩齒輪之轉動軸 AA′, BB′ 之方向,不成平行時,則其齒面當如圖82,外形當爲圓錐之橫斷形.

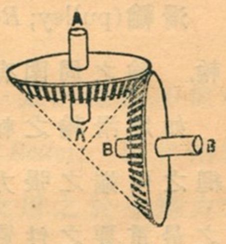


圖 82.

§174. 如兩轉動軸雖互相平行,然彼此所隔之距離較遠時,欲將其一之轉動傳至其他,須在與兩軸方向成垂直之平面內,用適宜半徑之輪(無齒者)固着於此

圖 83.

兩輪之上,如圖83之A,B. 然後用皮帶一條,連結其兩端成一環狀,套於A,B兩輪之上.

皮帶與輪之間,通常並不滑動,帶進之距離與各輪圓周所進之距離相等,故輪之轉動數,與將此兩輪直接用齒輪連結時同一關係. 作用於其上之力則如下. 例如此裝置沿圖中所示之方向轉動時,假定將A之轉動傳至B上,則A曳上方之帶使B轉動;此時上方之帶之張力T,必較下方之帶之張力T'爲大. 此兩力之差,即$T-T'$之作用,對於A則爲抵抗其轉動,對於B則爲使之開始轉動之力,即與前所舉齒輪例中之力Q相當. 其餘之關係,完全同前.

§175. 滑輪.

滑輪(pulley; *Rolle*)爲能在其軸之周圍作極平滑之轉動之輪. 輪之周圍有溝紋,備繩套於其上.

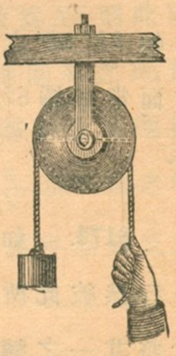


圖 84.

如將滑輪之軸,用適宜方法支住,則其繩之兩端之張力,彼此恆相等,此爲滑輪之最重要之性質. 何以言之? 如其在圖84之位置上平衡時,假定用一種適當方法,將陷入輪周溝內之繩之部分(即自A點至B點之部分),完全固着於輪上,其結果仍當一樣. 如此,則AB間之繩之部分與輪,即可看成一體,而作用於其上之力,即在A B兩點,

沿繩之方向作用之繩之張力(§100) T, T' 之兩者而已．此兩力之臂,當然即輪之半徑,故滑輪不過一兩臂相等之槓桿．更由槓桿定理,知其左右兩方之繩之張力,彼此相等．

注意 (1)　上述之定理,并不限於須將滑輪之心軸支住,使其在一定之位置時,皆能有效．何則?假使其心軸並不固定,滑輪亦可平衡,則可用適當之方法,使其心軸卽在其現在之位置上固定,亦不生絲毫之影響．故作用於繩上之張力之關係,亦與心軸固定時相同．

(2)　就前節所述之皮帶言之,則其轉動部分之上下兩方之皮帶,張力之差頗大;但若就滑輪言之,則懸於其上之繩之張力,彼此相等．蓋因前者有抗抵力作用於轉動之部分上,欲停止其轉動;後者卽滑輪之轉動部,並未受絲毫之抵抗力作用,故兩者截然不同．

§176.　如前圖84之滑輪,其心軸在一定之位置,不能自由移至他處者,曰定滑輪(fixed pulley; *feste Rolle*)．因作用於此種滑輪兩端之繩上之張力,彼此相等,故用之於不變力之大小,僅變其作用之方向之時．如於井上裝此種滑輪以汲井水,卽其一例．

§177.　如圖85之滑輪,裝於欲使其運動之物體上,使其與物體同時運動者,曰動滑輪(moving pulley; *lose Rolle*)．此輪之心輪,爲固着於物體之框支住,繩之兩端之張力,彼此

相等,與定滑輪無異.　故若以十之力曳繩之一端,使其上昇,同時繩之他端所繫住之部分,亦以十之力曳繩使其向上.　兩繩共以二十之力曳物,故可以支持二十之重之物體.　換言之,即用此種滑輪,可以用一之力,與二之抵抗力成平衡.

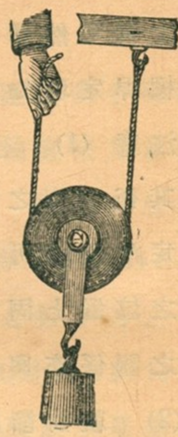


圖 85.

注意　如繩之左右兩部分不成平行時,其合力當爲支持滑輪之力,故用一之力,即不能與二之抵抗力相平衡.

§178.　又如圖86,用繩一條,連套於若干個動滑輪及定滑輪上者,曰**複滑輪** (compound pulley; *Flaschenzüge*). 各定滑輪皆裝於一固定框內,各動滑輪則又別用一框裝之,裝動滑輪之框,懸於物體上.　設人用一之力曳繩一端,則由滑輪之性質,知其全體皆受有一之張力作用.　由圖觀之,物體共受有六條繩牽住,故物體即受六之力曳上.　此種裝置,多用以舉笨重之物體.

圖 86.

第五章　關於平衡之定理

附　簡單器械之幾何學的用途

§179. 虛運動原理

如用前節之複滑輪裝置,即可用支持一斤之力,將 6 斤重之物體支住. 且若所用之力,較支持 1 斤之力略微加大,即可將物體曳上. 由此觀之,此種裝置之長處,似覺甚大,但若繼續將物體曳上時,手曳過之繩雖甚長,而物體昇上之距離則甚小,故又不能不謂爲此種裝置之短處. 因欲使物體上昇 5 寸,非使各條繩皆短 5 寸不可,總計非短去 3 尺不可. 故手曳過之繩,非達此數,物體不能上昇 5 寸. 換言之,物體上昇之距離(5 寸)僅手曳之距離(3 尺)之六分之一. 即力之作用點及抵抗力之作用點之進行距離之比,等於平衡時力與抵抗力之反比.

上述之理舉凡槓桿,輪軸,滑輪,全可適用. 例如在輪軸之例,若輪之半徑爲軸之半徑之 n 倍,則雖可用一力足以支持 n 倍之抵抗力,然着力點在輪之周圍環行一周之後,抵抗力亦僅在軸之周圍環行一周,故抵抗物之運動距離,亦僅着力點之運動距離之 $\frac{1}{n}$(因圓周與半徑爲比例). 要而言之,

［定理］ 此等裝置在平衡時作用之力與抵抗力,與此等裝置按其固有之運動法進行時,力與抵抗力之着力點進行之距離爲反比例.

簡言之,卽

力之方面有若干倍之利益,則進行距離之方面,卽有若干倍之損失.

此種定律,除上述之裝置而外,卽對於其他各種之裝置,俱可適用,通稱爲**虛運動原理** (principle of virtual displacements; *Prinzip der virtuellen Verschiebungen*).

注意: 此定理係指力及抵抗力之着力點之運動方向,與力及抵抗力之作用方向或其反對之方向相一致時,始能適用. 否則須參照下面(§181)之注意.

§180. 虛功原理 ［定義］ 凡一物體對於一抵抗物體施力,使此抵抗體沿力之方向進行時,稱爲『此物體對於此抵抗體作若干之功(work; *Arbeit*)』功之大小則以受抵抗之物體上之點進行之距離與力之相乘積表之.

例如人將重量爲 W 之物體徐徐舉起,上昇至 s 之高處時,距離 s 與力 W 之乘積 Ws, 卽人對於物體所作之功.

上例爲直接加力於抵抗物體上之例,現更就使用槓桿,輪軸,滑輪等類時,檢查其功之關係.

假定作用之力 P 與抵抗力 W 成平衡,如使此等裝置,按照其固有之運動法,略微運動,命 p, w 爲 P, W 之作用點運動之距離,則由前節虛運動原則,得

$$\frac{P}{W}=\frac{w}{p},$$

卽

$$Pp=Ww.$$

此處雖將 P 假定作恰能與 W 成平衡,但若將 P 之值看成較此值略大之時,卽足勝過抵抗力而起運動(但其運動極遲).此時之 P 與 W 之關係,因極小之量無法可以表出,故仍爲 $Pp=Ww$ 之關係,即具有 $Pp=Ww$ 關係之力 P,勝過抵抗力 W,徐徐開始其運動.

例如人用 P 之力將圖86中之複滑輪之繩端,曳進 p 之距離,因而將重量爲 W 之物體曳上之距離爲 w,此時茍由其結果觀之,則 Ww 爲人作之功.但由用 P 之力曳進 p 之距離觀之,則 Pp 當爲人直接所作之功.卽人若直接作 Pp 之功,由結果言之,則爲作 Ww 之功.但由上述之關係,$Pp=Ww$,故人直接所作之功,與結果所現出之功,彼此相等.卽用此等複滑輪時,若從功之方面觀之,旣無所得,亦無所失.卽在其他之各裝置,亦與此相同.要之,

使用槓桿,輪軸,滑輪等類之裝置時,在力之方面及進行距離之方面,雖各有得失,然在功之方面,則毫無之.

此亦爲虛運動原理之一種敘述法,通常特稱之曰虛功

原理(principle of virtual work; *Prinzip der virtuellen Arbeit*).

§181. <u>關於虛運動原理及功之注意.</u> 上述之虛運動原理及所作之功,皆係指力(兼自外所施之力與抵抗力之二者而言)之作用方向,恰與其着力點之運動方向(或與其運動反對之方向)完全一致時而言. 若其中有一力之作用方向,不能與其着力點之運動方向一致時,須將此力分解為兩直角分力(見§115)一與作用點之運動方向平行,一與之垂直. 先試取此平行方向之分力論之,則上述之原理仍可適用. 例如圖87之槓桿,F為其支點,作用於A點之力P,與AF不成垂直時,將此力P分解為X,Y之兩直角分力,AF方向之分力為Y,其垂直方向卽A點運動之方向之分力為X. 此分力Y之作用,只將槓桿壓住或曳開,對於轉動並不生效力. 故若只論轉動,則力P與僅有一X之分力者無異. 故應用虛運動原理時,須用其在作用點之運動方向之直角分力,以代P之自身始可.

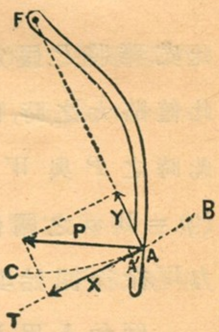


圖 87.

對於計算功時,亦須如是. 例如加P之力於抵抗體之A點,使其由A點運動至A′點時,依AA′及與之垂直之方向,將P分解為X,Y之兩分力. 抵抗物在Y之方向既不能運動,當然不能作功. 能作功者僅X之分力,故所作之功當為X×AA′

若命力之方向與運動方向間之角度為 α, 命物體受力 P 作用後,其着力點進行之距離為 s, 則由三角學,可知所作之功,當為 $Ps\cos\alpha$.

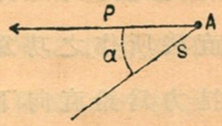


圖 88.

§182. 楔及斜面. 楔之面若為完全之滑面,則虛運動原理,亦可適用. 試就圖 89 論之,楔所插進木內之距離雖大,然木之左右兩部分離開之距離則甚小. 假定將楔之全長 AB, 完全插入木內,則木之左右兩部分所分開之距離,當與楔之上端之厚 CD 相等. 此關係恰與虛運動原理一致.

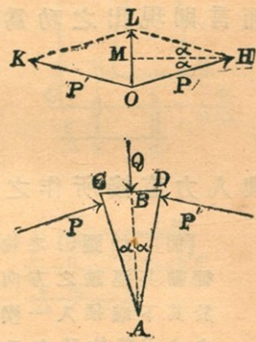


圖 89.

假定楔之角為 2α, 由上使楔插入木中所加之力 Q, 當與 P,P′ 兩力之合力 OL 相等,即 $Q=2P\sin\alpha$. 命楔面之長,即 AC 之長,為 l, 全楔皆埋入木內時,在力 Q 作用方向進行之距離,即 AB 之長,當為 $l\cos\alpha$, 今 Q 既為 $2P\sin\alpha$, 故其所作之功當為 $2Pl\sin\alpha\cos\alpha$. 左右之抵抗所進行之距離 BC, BD, 各為 $l\sin\alpha$, 抵抗力各為 P, 運動方向與抵抗力之方向間之角度為 α, 故由前節計算,其所作之功,當各為 $P\times l\sin\alpha\cos\alpha$. 兩方合計,共作 $2Pl\sin\alpha\cos\alpha$ 之功,與由 Q 力計算之結果相同.

§183. 虛運動原理對於平滑之斜面亦可適用. 例如

沿斜面之方向加力P於抵抗物體,使其進行l之距離.此時人直接所作之功爲Pl. 再由其結果觀之,抵抗力爲鉛直向下之W重力,抵抗力在此方向之正反對方向進行之距離,爲斜面上下兩點間之鉛直高之差,即h. 故由結果而言,則現出之功爲Wh. 但由§135,可知

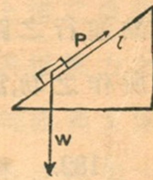


圖 90.

$$P = W \times \frac{h}{l},$$

$$Pl = Wh.$$

與人力直接所作之功相等,即與虛運動原理完全一致.

〔問〕 如圖91之物體W,在左右方向不能行動,其運動之方向,限於上下之方向. 若於其下端插入一楔,使其昇上時,此時所用之力P與物體之重W間之關係如何?

(答) 楔若推進AC之距離,則物體卽上昇BC之距離,故由虛運動原理,知

$$P = W \times \frac{BC}{AC}$$

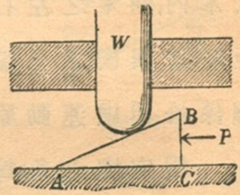


圖 91.

§184. 虛運動原理或虛功原理,並不僅限於上舉之數例,凡無摩擦力之類作用之一切裝置,皆可適用. 此爲一般理論上業已證明之事實. 以下卽利用此原理以論其他重要之例. 又本書後面§209之問題,亦卽其一例.

§185. **磅稱.**

磅稱爲測人之體重,或大貨物,以及其他重物體之質量

時所用之器械,爲槓桿應用之一實例.　無論將物體放於此器之臺上任何位置,皆不生差異.　若在簡單之槓桿,莫不因物體所懸之位置不同,而生力矩之差,今磅稱雖不外槓桿之應用,然無此種性質,故極爲有趣.

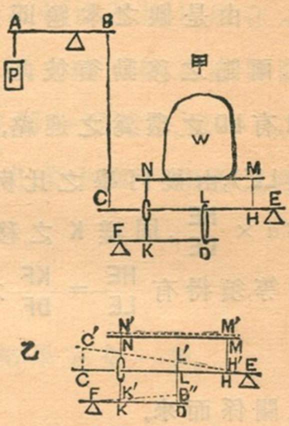


圖 92.

磅稱之主要部分如圖 92,爲上部之一槓桿 AB, 與下方之 CE 及 DF 兩槓桿,合計共三槓桿組成. MN 爲其臺面, 其上所置之物體 W 爲其重量,作用於 H, K 之兩點. 作用於 K 點之重力, 由 LD 之環狀物,將 CE 之桿槓曳向下方,作用於 H 點之重,直接將 CE 之槓桿壓向下方.　即物體之重,係將 CE 之槓桿,壓向下方.　此作用經連絡棒 BC 之作用,傳至 AB 之槓桿上,與其左方所懸之錘成平衡.

欲明磅稱之平衡,須先研究其三槓桿之平衡,今試應用虛運動原理以檢查之.

設想 AB 槓桿上,只懸有一錘,其重爲 P,臺上所置之物體之重爲 W.　如錘略微移下少許,假定其爲 1 分, W 因而昇上 w 分,由虛運動原理,知 $P.1=W.w$ 時,兩者恰成平衡.　上述之之磅稱特性,無論將物體置於臺上何處,皆與同一之 P 力成爲平衡.　故上式無論何時對於同一之 P 皆成平衡,此爲磅

稱之必要條件．換言之,卽無論將此物體,放於稱臺上之任何一點,皆須昇上 w 之距離．卽此一組之槓桿,略微變動時,其台上之物體並不傾斜,只作上下之移動而已．

由是觀之,本題卽成爲一完全之幾何學上之問題,卽 H, K 兩點之移動,須彼此相等．然與 H, K 有關係之兩槓桿之間,有 LD 之環爲之連絡,故若命 a 爲 LD 移動之距離(卽圖 92 乙之 LL′),由幾何學之比例式,可知 H 移動之距離(圖中之 HH′)當爲 $a\times\frac{\mathrm{HE}}{\mathrm{LE}}$,同樣 K 之移動距離,當爲 $a\times\frac{\mathrm{KF}}{\mathrm{DF}}$．欲使此兩者相等,須得有 $\frac{\mathrm{HE}}{\mathrm{LE}}=\frac{\mathrm{KF}}{\mathrm{DF}}$ 之關係．故磅稱之特性卽由

$$\frac{\mathrm{HE}}{\mathrm{LE}}=\frac{\mathrm{KF}}{\mathrm{DF}}$$

之關係而來．

§186. 又用槓桿之定理以解釋磅稱,其法如下:——

槓桿 AB,因受錘之作用,其 B 端卽被曳上,命曳 B 點使上之力爲 Q,又命 LD 環曳 D 點使向上方,曳 L 點使向下方之力爲 R,命 K 點所受之由上壓下之重力爲 V,則 H 點所受之由上壓下之力,當爲 $W-V$．如此槓桿 FD 之平衡關係,當爲

$$V.\,\mathrm{KF}=R.\,\mathrm{DF},$$

槓桿 CE 之平衡關係,當爲

$$Q.\,\mathrm{CE}=(W-V)\,\mathrm{HE}+R.\,\mathrm{LE}.$$

由此兩式將未知量之 R 消去,則得

$$Q.\,\mathrm{CE}=(W-V).\mathrm{HE}+V\frac{\mathrm{KF}}{\mathrm{DF}}.\,\mathrm{LE}=W.\,\mathrm{HE}+V.\,\mathrm{LE}\left(\frac{\mathrm{KF}}{\mathrm{DF}}-\frac{\mathrm{HE}}{\mathrm{LE}}\right),$$

爲平衡之條件. 式中對於將物體放於台上各點時而生變動之量,僅 V 之一種. 若將 W 放於 K 點之近傍,則作用於 K 點之重力多,故 V 之值大;若將 V 置於 H 點近傍,則作用於 H 點之重力多,故 V 之值小. 前述磅稱之特性,不因 W 所在之位置不同而生差異,故不拘 V 之值如何,Q 總不變,爲必要而充分之條件(因 Q 若不變,則 P 亦可在同一位置上成平衡). 故欲使上式無論何時皆能成立時,除使式中與 V 相乘之項,即 $\frac{KF}{DF}-\frac{HE}{LE}$,等於 0 之外,別無他法,故

$$\frac{HE}{LE}=\frac{KF}{DF}$$

爲必要而又充分之條件. 與前節之結果完全一致.

§187. 螺旋.

螺旋(screw; *Schraube*)由兩部分構成,其一部分爲圖 93 之甲,爲一圓柱狀之棒,棒之側面有凹凸相間之條,成一極有規則之螺紋,稱曰**雄螺旋**(male screw; *Schraubenspindel*),其他一部分之橫斷面,如圖 93 之乙,爲一圓筒狀之孔,其內側亦有同樣之凹凸相間之條,稱曰**雌螺旋**(female screw; *Schraubenmutter*).

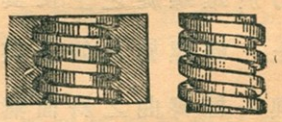
乙  甲

圖 93.

如將雄螺旋轉入雌螺旋中時,雄者之凸出部恰與雌者之凹部相合;雄者之凹部又恰與雌者之凸出部相合.

由雄螺旋之凸出部上之一點 A,沿軸之方向測至其次

之一凸出部上之同樣之點B之距離,稱爲螺旋之旋距(pitch; *Ganghöhe*). 又由凹部上之一點,沿同一方向測至其次之凹部上之同樣之點之距離,亦與此相等. 再就雌螺旋試之亦然.

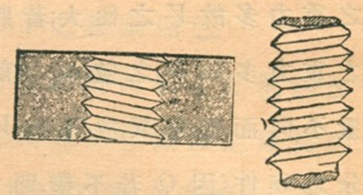


圖 94.

螺旋上之條形有種種,最通常者如圖94所示之狀.

§188. 將雌螺旋固定不動,使雄螺旋在其內轉動一周,此時雄之凸出各部分,皆沿雌之凹部進行,故雄者之全體所進退之距離卽爲一旋距. 通常轉動雄螺旋時,皆將雄螺旋之端,特別製成較粗之柱,並付以槓桿,以便加力於其上. 如此,則卽令對於雄螺旋之進退,略有抵抗之力,亦易勝過之矣.

試取一例,以明螺旋之作用. 設將雌螺旋固定不動,如圖95之M,雄螺旋O則嵌入於M之內,於O之下懸一重錘W. 加力於雄螺旋之上,使其轉動,因而將W曳上. 雌螺旋之條上突出之部分,其上面與一種彎曲之斜面無異. 雄螺旋旣支於其面上,故與將一重物體放在一斜面上時相同,只不過物體此時與斜面相接觸之部分,異常之長而巳.

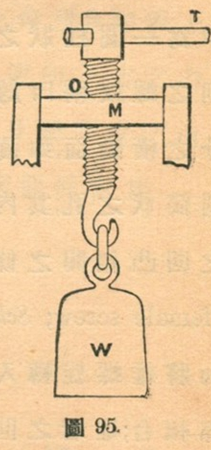


圖 95.

假定螺旋之面爲滑面,本題卽與在斜面上將物體曳上時相同. 故可使用虛運動原則(見§183及§184,又可使用槓桿定理,亦同一原理)以求所加之力 P 與抵抗力 W 間之關係.卽螺旋轉動一周之間,抵抗物體被推進與旋距相等之距離.故如以 p 表旋距,則抵抗物體所受之功當爲 Wp. 又加力於槓桿上之點,與螺旋中心線相隔之距離,若命之爲 a,同時此作力點,在力之方向(卽在水平方向)所進之距離,當爲一圓周卽 $2\pi a$ (雖在垂直方向,亦進行少許,然因其與力之方向成垂直,與所作之功無關係,故可不論). 故力 P 直接所作之功當爲 $2\pi a \cdot P$.

2πa

據虛運動原理,此兩種之功須相等,故得 $Wp=2\pi a P$,卽 $W=\dfrac{2\pi a}{p}\times P$,卽在與中心相隔 a 之距離處,以 P 之力作用時,可以將懸於雄螺旋上之 $\dfrac{2\pi a}{p}\times P$ 重之物體支住.

上例之螺旋上面,雖有重物之重力作用,但卽無此抵抗物,亦同一理. 要之,

如在與螺旋中心相距 a 處,加力以轉動螺旋時,抵抗螺旋進行之物體上,卽受 $\dfrac{2\pi a}{p}$ 之力作用,其中之 p,表螺旋之旋距,

注意: 圖93之螺旋,其條之上面雖爲斜面,然對於左右兩方,幷無絲毫傾斜. 故若在斜面頂上,用水平方向之力以轉動之時,卽與前§138之例題,完全相同.

圖94之螺旋,其條之上面,對於左右兩方,亦有傾斜. 但

欲使螺旋在此左右傾斜之方向,爲其反對之一側支住,不能運動,須用如何之力以支持之之一問題,則與並無左右方向之傾斜者相同.

〔問〕 圖96爲裝訂書籍用之裝置,用以壓緊紙張者. 其框之上面之棒之中央,刻有雌螺旋,雄螺旋卽嵌合於其內. 螺旋之下端緊接一平面板,紙張卽置於此板之下. 轉動軸上附有橫桿,以備加力. 假定加力之點與軸之距離爲1尺,旋距爲3分,問紙所受之壓力若干? 與螺旋之粗細有無關係?

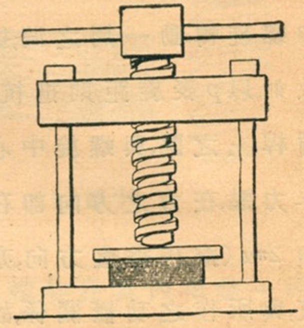


圖 96.

(答) 着力點轉動一周之間,其進行之距離當等於$2\pi\times1$尺,卽628分. 因旋距爲3分,故抵抗力約爲所加之力之209倍. 計算時,螺旋之粗細,並未牽入,故無關係.

§189. 粗面螺旋. 前節所述,係將螺旋之接觸面,看成滑面時之關係,實際上螺旋皆爲粗面,故必有少許之摩擦力作用. 故通常卽令加以上述之力,亦因其他之抵抗力之關係,不能沿其條上之斜面作平滑之轉動. 但如欲加力使其勝過下面所懸之重或其他之抵抗力時,必須較上節所述之力爲大,始能使螺旋轉動.

平常使用之螺旋,轉以利用其摩擦力之時爲多. 例如洋油燈上捲燈心用之螺旋,或如將一細棒插入他之一粗棒中之孔內,而由其側面加螺旋以壓之,使其不生動搖等,所謂"將螺旋轉緊,"卽指轉動至雌雄之接觸面發生壓力之作用

而言．如此,即有與壓力爲比例之摩擦力作用,故螺旋不易拔脫.

§190. <u>無窮螺旋</u>. 用一雄螺旋與一齒輪合成之裝置,如圖 97,稱曰**無窮螺旋**(endless screw; *Schraube ohne Ende*). 螺旋上條與條間之溝處,恰與齒輪上之齒互相嵌合,即以齒輪之齒代雌螺旋之用. 兩者皆在固定之位置上轉動. 雄螺旋每轉一周,齒輪上之齒卽轉進一個. 如齒輪上共有30齒,則須螺旋轉動30周之後,齒輪始轉一周. 如於螺旋之端,附以長1尺之槓桿,齒輪上附以一半徑等於1寸之軸,軸上懸一抵抗之物體,

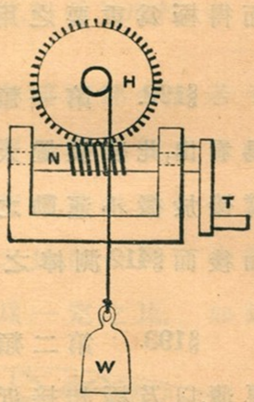


圖 97.

則螺旋轉動30周之間,手進之距離爲 $2\pi \times 1 \times 30$ 尺,抵抗物所進之距離爲 $2\pi \times 1$ 寸,故抵抗物體運動之距離,爲手運動之距離之 $\frac{1}{300}$,然同時用1之力卽可與300之抵抗力成平衡. 此種裝置,螺旋與齒輪,兩者皆在固定之位置上轉動,其作用繼續至於無窮,與通常之螺旋不同,故名無窮螺旋,多用之以曳極重之物體.

§191. **簡單器械之幾何學的用途.**

前述之槓桿,輪軸,滑輪,斜面,楔,螺旋等,總稱曰**簡單器械**(simple machines; *einfache Maschinen*).

以上各節所述,概就此種裝置之力學上的用途而言,卽若加小力於其上,卽可使抵抗物體受大力之作用. 但此等裝置之用途,並不限於此一類. 尙有因其幾何學的結構上,而得極爲重要之用途者. 試舉其數端如下:

§192. 第一類之用途,係將微小之運動廓大之,使其容易看出,此類裝置大抵用一種極輕便之槓桿輪軸等,使其短臂接於微小運動之部分,則其長臂卽顯出較著之運動. 例如後面§412測棒之膨脹之裝置,及§216之無液氣壓計等.

§193. 第二類之用途,在測極細或極長物體之粗細或厚薄,以及極相接近之兩點間之距離等之裝置,卽通常所謂之**測微計**(micrometer; *Mikrometer*).

測微計之形狀如圖98. 其框爲鐵製,上部M處刻有雌螺旋,O爲一雄螺旋. 雄螺旋轉入後,其下端之A,卽與框上突出部分B相接. 突出部之上面及雄螺旋之下面,皆爲極平滑之面. 欲測之目的物,卽挾入其間. 轉動螺旋,使目的之物恰爲上下兩面夾住,此時雄螺旋之下端與突出部之上端所隔之距離,卽所測

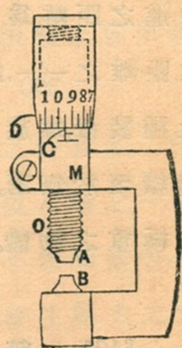


圖 98.

之厚,亦卽雄螺旋由 A,B 相接之位置,至現在之位置,共退上之距離. 若旋距爲 1 粍,則螺旋轉一周之間,A 端出入之距離卽 1 粍. 故雄螺旋轉動若干周,卽其退出之距離之粍數,此數可由框之上部之刻度 C 讀之,其不滿完全一周之粍數,則由固定於螺旋上之 D 處周圍之刻度讀之. 用此器可測至粍之百分之一之位. 如圖 98 所示之數,則爲 1.95 粍.

§194. 第三類之用途係使機械中之種種部分(如若干個之指針)以一定之比例運動之裝置,通常由若干個之齒輪而成. 其一實例爲鐘錶之齒輪裝置,其時針,分針,秒針等之軸間,各嵌有齒輪,齒輪之半徑,具有一定之比(卽一周之齒數爲一定之比)故時針分針秒針之轉動,亦爲一定之比. 如圖 99 所示,時針與分針之齒輪運動爲 1 與 12 之比. 分針與 P 之齒輪同固着於一軸棒上,時針則與 S 之齒輪又同

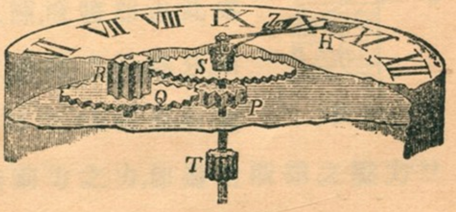


圖 99.

固着於另一軸棒上. 時針之軸棒,爲一中空之管,分針之軸棒,適在管之內面,故兩軸棒可以各自轉動,不相干涉. P 之齒輪轉動時,除分針轉動而外,同時 Q 之齒輪亦起轉動,固着於 Q 上之 R,亦從之轉動,R 旣轉,則 S 亦轉,故時針亦同時轉動. 就齒數而言,Q 之齒數爲 R 之 3 倍,S 爲 R 之 4 倍,故 P

轉動一周之間,S僅轉一周之$\frac{1}{12}$。下方之齒輪T,與因發條之彈力而轉之齒輪相嵌合,卽發生上述之運動之齒輪。

欲求一秒鐘內轉動數百次以上之轉數時,法將轉動軸刻爲螺旋,而於其橫面置一齒輪,使其成一無窮螺旋(見§190)。如此,則比較上齒輪轉動較緩,故可一一數出,然後卽可將欲求之轉動數由計算推出。

第三篇　力學中　流體之平衡

第一章　液體中之壓力

§195.　液體之性質.

液體對於壓力之抵抗力甚大,故其體積幾無變化可言;然對於變化其形狀之作用,則絕對無絲毫之抵抗力(見§44).

§196.　液體之壓力.

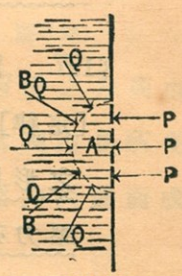


圖100.

由日常經驗,得知無論何種液體,必須用有密閉之底及有密閉之側面之器具,始能保持之,如底或側面上稍有孔隙,液體卽由此處流出.[1]　蓋因在孔隙處之液體之一部分,如圖100中之A,爲其後面之部分BB所推,故流出孔外.　此種由後面推向前方之力,卽通常所謂之壓力[2]

(1)　如容器之上面,亦係密閉之時,底面或側面雖有孔隙,液體亦有不流出者,其理詳後面§213.　此處所指者爲通常之器具,卽上面爲露開之器.

(2)　凡二物質間,或同一物質之兩部分之間,彼此相推或相壓之力,皆用此語表之.

(pressure; *Druck*). 如孔被封固時,此處之壁必施 P 之力,以與此壓力 Q 平衡,始能將液體 A 支住. 依反作用定律,同時液體亦必以與此相等之力,壓器壁之內面. 如是作用於器壁與液體間相壓之力,亦即壓力. 欲實驗容器內面之壓力,可用一膠皮膜蒙住器壁上之孔,即可見膜因受壓力作用,膨向外方(參照§199). 要之,

液體內相接之兩部分之間(如圖 100 之 A 與 B),或液體及與之相接之他物體之間,通常有相壓之力作用. 稱之曰壓力.

§197. 關於壓力之方向,有下述之定律:——

[定律] 靜止液體對於其器壁所施之壓力,不問器壁之形狀如何,恒與其面成垂直. 液體內兩部分間之壓力亦然,即與其境界面垂直.

例如在圖 101 所示之器中之液體,對於容器之各部分之壓力,以及圖 100 中 A, B 兩部分彼此作用之壓力,其作用方向,皆如圖中所示,與器面或境界面成垂直.

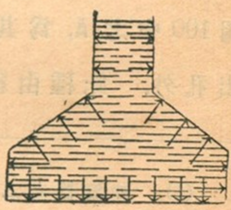


圖 101.

§198. 此定律可由液體之根本性質證明之如下:——

試於靜止之液體中,取一板狀之部分,如圖 102 中之 ABCD. 若欲令此部分,向一方滑動,此種作用並不使液體之體積變

化,只能令其形狀變化,故液體對之決無抵抗.　卽此板狀部分下面CD以下之部分對於板狀部分,幷不發生摩擦力之類作用.　故兩部分之境界面CD上作用之力,與滑面之反抗力相同,其作用之方向,與面成垂直.　卽上述壓力與境界面成垂直之理.

圖 102.

又如圖103,與器壁A直接接觸之液體之極薄層之部分,如圖中之BC.　此一部分與其內部之D之部分間作用之壓力,依前理,當與BC之境界面成垂直.　但液體旣在器中靜止不動,BC部分亦當平衡,卽此部分由A所受之力與由D所受之力須成平衡.　故由A所受之力,亦當與由D所受之力,同垂直於境界面(見§98),卽壁面所受之壓力與壁面成垂直之理.

圖 103.

§199.　壓力之定律.

上述之壓力,其大小如何?　因位置不同,所生之差異如何?　對於此類問題,均可由實驗檢查之.

圖104之甲,W爲一金屬製成之環,其下用一橡皮膜M蒙住,橡皮膜之中央一點,附一金屬之細棒T,T之下端附一指針H.　橡皮膜內面所受之壓力大,則膜向外脹出之度多,膜內所受之壓力小,則膜之脹出少.　膜脹卽壓T棒,其程度經

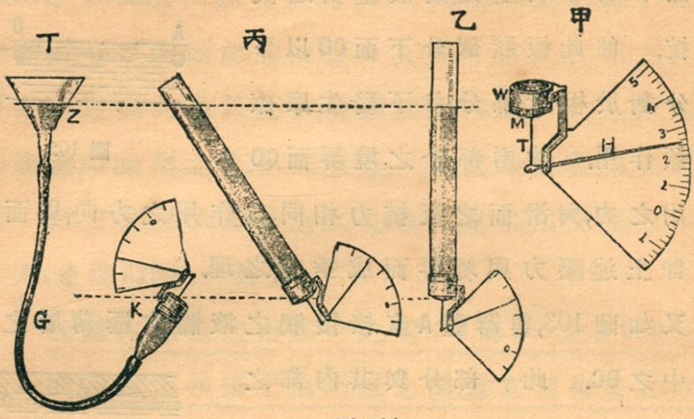


圖 104.

H 之指針廓大之後,即由其所指之刻度讀之. 故讀指針所示之刻度,即足以測知膜內作用之壓力. 此種裝置通常稱爲測壓裝置. W 環上有螺旋,可以將各種形狀之管,裝於其上.

實驗 (1) 如圖 104 之乙,係將測壓裝置裝於玻璃圓筒之一端,將圓筒直立,然後注水於內. 水愈多則膜之膨脹愈大. 由此可知膜所受之壓力,因水增而加大.

(2) 初見以爲水量增多,則膜所支之重量亦多,故膜之膨脹加大,似屬當然之事,其實膨脹之多寡,并不由於水之分量. 何則,試不變筒內之水之分量,只將圓筒略微傾斜,膜之膨脹立卽減小. 在此位置,如欲使膜之膨脹之分量,與前相等,須如丙圖,非再注入若干之水,使其鉛直方面之深,與前相等不可.

(3)　又如丁圖將一短圓筒K裝於測壓裝置上,K之他端用一長橡皮管連接之,管之他端,接於一漏斗Z之上,將水注入漏斗內,使全體充滿不留絲毫之空氣在內.　將漏斗固定於圖中所示之位置上,而執K之圓筒,使其移至種種之位置,檢查膜之膨脹之狀況.　如膜之高,卽漏斗內水面之高,與膜之高之差不變,則無論將圓筒在同一水平面內移至何處,又無論膜面向上向下向橫向斜,膜之膨脹程度皆不變.　此一定不變之膨脹分量,若將膜之位置移上,立卽減少;移下立卽增多.　如圖中用點線將漏斗內水面與膜相隔之鉛直距離表出,如此距離,恰與(1)(2)之實驗時之水深(亦卽鉛直方向測出之深)相等,則其膨脹之分量,亦必與(1)(2)之膨脹相等.　又如將圓筒舉上,使膜之中點與漏斗內之水面等高,則不拘膜之方向如何,其面皆成一平面,不復膨出.　若由此再舉上,膜面轉一變而爲凹下矣.　此凹下之理由,於第二章中詳述之(參照第162頁中之問題).

由上述之實驗觀之,可得一結論如下:——

膜所受之壓力,因水面與膜之鉛直方向之距離而定,與膜面方向(向上,向下,向橫,向斜等)及膜與水面間(只須有物連絡)之形狀如何,全無關係.

上述之實驗用橡皮膜之目的,只在表明其所受壓力之大小,故卽令用他種面代之,當然亦同此理,不過旣用其他之面,卽不能再云"膜所受之壓力,"須以"作用於一定面積上之

壓力"代之. 又此實驗雖係就水而言,但即用他種之液體實驗,結果當然亦同. 故得一定律如下:——

[定律] (1) 作用於液體內一定面積上之壓力,不問其面之方向如何? 由表面至此面之連絡形狀如何? 只依由表面至此面之鉛直深度定之.

§200. 作用於一定面積上之壓力,雖知其與深度共增,然增加之狀況如何,大體可由測壓裝置之指針讀之,不過指針所示之刻度,不能必其與壓力成精確之正比例,故不如就其他適當形狀之器論之為當.

注水於平底之圓筒內而直立之之時,支持水之重量之力,僅有底面之壓力. 器壁當然亦有壓力施於水,但此等壓力,概與器壁垂直,即在水平之方向作用,故對於支持鉛直方向作用之重力,直無關係可言(見§117).

故此時底面所受之壓力,當然與水重相等. 此係將水之上面,看成並無其他物體壓於其上,故得如是結果,若其表面受有一種壓力,(如圖105中之點線所表之力)時,底面除支持水重而外,同時又非支持此壓力不可,故底面所受之壓力,須將液體表面所壓力加入其內. 故得一定律如下:——

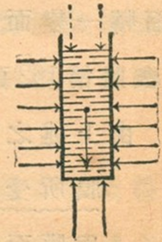


圖 105.

[定律] (2). 在液體內面距表面 h 深處之一定面積

S上所受之壓力,較液體表面所受之壓力更多體積爲Sh之液體之重.

注意: 液體之表面上通常受有一種壓力之實例,當於§210中述之.

§201. 壓力之強度.

在一定位置之單位面積上作用之壓力,稱爲其點之壓力之強度.

如不致生誤解之處,壓力之強度通常皆略稱爲"壓力"故壓力有兩種意義,通常對於在任意所設之全面積上作用之壓力,則稱之曰"全壓力",以示其與此處所謂之壓力有別.

故若令壓力之強度爲p,則在此處之面積S上作用之全壓力P,當有下式之關係:——

$$P=p\times S$$

注意: 如附有單位之名稱時,全壓力與通常之力相同,爲"若干斤之重"或"若干達,"壓力之強度則"每平方尺若干斤之重",或"每平方糎若干糎",兩者逈然不同.

§202. 作用於液體內一點之壓力.

如在液體內之一處,置一平面狀之物,如板之類,當亦如上所述,不問此面之方向如何,皆有一定強度之壓力作用於

其上.實際上即不置此板狀之物,只在液體內部通過任意之一點,設想一小境界面,不問此境界面之方向如何,在其兩方之液體,彼此相壓相支之力,與支持一固體之面時相同.

[定義] 通過液體內之一點,在任何方向上設想一境界面,在此境界兩側之液體彼此作用之壓力强度,其值恒一定,稱爲"此一點之壓力."

簡言之,卽上述定律中之壓力強度,並不限於固體面,卽在液體內之一點,不拘面之方向如何,皆可言之.

§203. 壓力之式.

如液體之密度爲每立方尺 w 斤,表面之壓力爲每平方尺 p 斤之重,此時如命 p' 斤爲深 d 尺處每平方尺上所受之壓力.因底面1平方尺高 d 尺之液體質量爲 wd 斤,故得

$$p' = p + wd$$

之關係.如用其他之單位,亦可照推.

注意:上述之關係,p 係液體表面上之一點,但若液體內之一點 A 所受之壓力爲 p,並非液體之表面上之點時,此關係依然可以成立.不過此時測其他一點

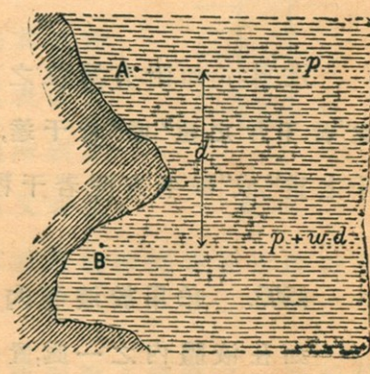


圖 106.

如圖106中之B之深度 d 時,須由此A點測去始可. 何以言之? 試於A處設想一水平之境界面,將此面之上下兩部分之液體,分作兩部分想之,則A點即爲其下面一部分之表面上之一點,此點由上面受有 p 之壓力作用,故與本節所述之情形,完全相同.

§204. 理論的證明.

前節由實驗上將液體壓力之定律述出,但理論上僅用"液體之壓力之作用方向與面成垂直"之根本性質,亦可證明之.

(1) 圖107中之T點爲液體中之一點,命 p 爲此點之水平面M所受之壓力強度,命 p' 爲斜面M′所受之壓力強度,M與M′間之傾斜角爲 K. 如此,則 p 當與 p' 相等.

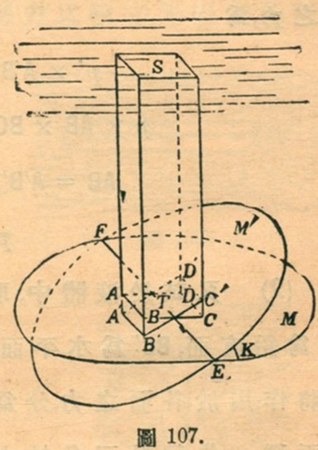


圖 107.

何則? 今試由T點起,在其上面取一鉛直之液體柱ST,此柱之邊,令其與M, M′兩面之交線EF平行,柱底爲AC之平面時,與爲A′C′之斜面時,有何關係,試比較論之. 將一切作用之力,皆分解爲水平及鉛直兩方向之力,若單就鉛直力之平衡而言(見§117),則作用於此柱之橫側面之壓力,係水平方向

之力,故不生關係,只須論面 S 之壓力,液柱之重,及底面之壓力三者即足. 面 S 之壓力及液柱之重,不問其底面爲 AC,或爲 A′C′,皆無差異. 故面 AC 之壓力當與面 A′C′ 之壓力之鉛直分力相等,始能與相等之力成平衡.

因 p 爲面 AC 上單位面積之壓力,故面 AC 上之之鉛直方向之力爲

$$p \times \mathrm{AB} \times \mathrm{BC}$$

又 A′C′ 之壓力方向,即面 A′C′ 之垂線方向,與鉛直線間之角度,等於面 A′C′ 與水平面間之角度,即等於 K, 故面 A′C′ 之鉛直方向之力,爲

$$p' \times \mathrm{A'B'} \times \mathrm{B'C'} \times \cos K,$$

故 $$p \times \mathrm{AB} \times \mathrm{BC} = p' \times \mathrm{A'B'} \times \mathrm{B'C'} \times \cos K,$$

但 $$\mathrm{AB} = \mathrm{A'B'}, \quad \mathrm{BC} = \mathrm{B'C'} \cos K,$$

故 $$p = p'.$$

(2)　又試於液體中,取一三角柱狀之部分,如圖 108,其 AC 爲鉛直面,BC′ 爲水平面,AC′ 爲斜面,而 ABB′, DCC′ 爲其端面. 亦將作用於各面之力,分爲鉛直水平兩種. 先就此三角柱之左右方向(即與 BB′ 平行之方向)之平衡論之,因作用於兩端面及 BC′ 之壓力,以及重力,皆與 BB′ 垂直,不生關係,故只須 AC 面上之壓力,與 AC′ 面上

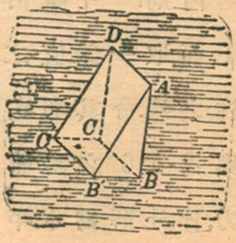


圖 108

之壓力兩者在此方向成平衡即足. 試命 p, p' 爲此兩面上之壓力之強度,兩面上之水平力(因 AC′ 之垂線與水平線間之角等於 BAB′ 角)當爲 $p \times AB \times BC$, $p' \times AB' \times B'C' \times \cos BAB'$.

故得 $$p \times AB \times BC = p' \times AB' \times B'C' \times \cos BAB'.$$

但 $$BC = B'C', \quad AB = AB' \cos BAB',$$

故 $$p' = p.$$

由 (1), (2) 之兩證明,可知不拘面之方向爲水平,或爲鉛直,或爲斜面,其壓力之強度恆相等. 此相等之強度,即所謂"液體內之一點之壓力."

(3) 其次再取相隔兩點之壓力比較之,先假定此兩點 A,B 在同一之高,如圖 109. 於 A, B 之間,試設想一極細之液體柱,其兩端之面與 AB 線垂直. 現就 AB 方向之平衡論之. 側面(即與 AB 線平行之面)之壓力及重力,皆與此方向之平衡不生關係,故 A, B 兩端之壓力相等. 又因此兩面之面積亦相等,故 A,B 兩點之壓力強度,彼此相等. 在同一高處之兩點,其壓力恆相等,即由此證明.

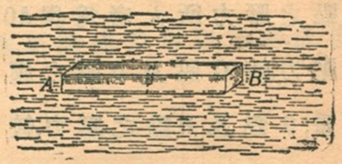


圖 109.

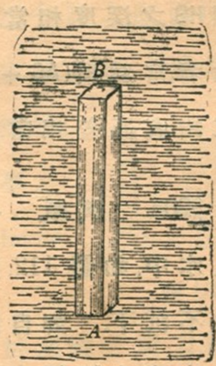


圖 110.

(4) 其次假定此 A, B 之兩點,在一鉛直線上,如圖 110. 於

A, B 之間,設想一鉛直柱狀之液體部分,柱之兩端之面,爲兩水平面.現就鉛直方向之平衡論之,其結果與§200相同.

(5)　由(3)(4)兩關係,可知兩點之間,如有同一液體之連絡,則不問其連絡之形狀如何,作用於此兩點間之壓力關係,皆須遵從前述之定律.例如圖111液中之 A, B 兩點之間,用一曲管爲之連絡,欲知此兩點間之關係,可沿圖中所引之 AC, CD, DE 等之水平及鉛直之路,由 A 以達於 B.然後再應用(3),(4)之結果,可知 C 點及 D 點之壓力,較 A 點之壓力所大者,爲與AC之深度相當之液重;E 點及 F 點之壓力,較 C 點及 D 點之壓力所大者,爲與DE之深度相當之液重;G 點及 H點之壓力,較 E 點及 F 點之壓力所大者,爲與FG之深度相當之液重;B點之壓力較 G 點, H點之壓力所小者,爲與HB之深度相當之液重.故 B 點之壓力,較 A 點之壓力,所大者,當爲與(AC + DE + EG − HB)之深度相當,即與A,B兩點間之鉛直高差相當之液重.即前述之定律.

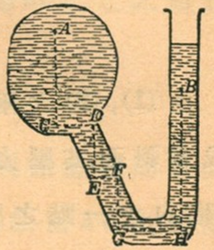


圖 111.

§205.　例題.　一無底之圓筒,以一玻璃板承其底,全體浸入水中,如圖 112,通常玻璃板入水必沉,然此時之玻璃板則決不沉下.如自圓筒之上面,注水入筒,筒內之水面約與筒外之水表面等高時,玻璃板即離開其底,自由沉下.試言

其故.

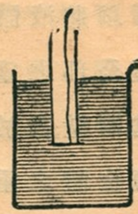


圖 112.

玻璃板之下面,受有壓力作用,其方向正向上方,其大小可由前節之定律計算而得,如命玻璃板之面積爲 S 平方糎,板在水面下之深度爲 d 糎,則板上所受之壓力爲 Sd 克. 又命 S' 爲玻璃板在圓筒以外之部分之面積,則此玻璃所受由上面向下作用之壓力當爲 $S'd$ 克. 兩者之差卽 $(S-S')d$ 克之壓力,爲玻璃所受由下面向上作用之壓力,故玻璃板不致沉下. 如將玻璃圓筒及玻璃板之薄,略去不論,則 $(S-S')d$ 克卽等於筒內水面與筒外水面等高時,筒內之水之重量. 故若自上注入之水,達於如是之高,上下兩方面作用於玻璃板之壓力,彼此恰相抵銷,更無他力可以支持,故板以其自身之重自由沉下.

§206. 例題. 注水入底面積相等之器內,使器內之水面等長,如圖 113, 由上述之定律計算之,各器之底面所受之壓力應相等,然自水之重量觀之,則有多寡之別. 重量雖不相同,而底面所受之壓力仍能相等,並無妨礙,果何故歟? 此種現象通常稱爲"液學之怪事"(hydrostatical paradox; *hydrostatische Paradoxon*).

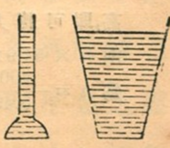


圖 113.

在上部廣闊之器內,其器壁作用於液體之壓力,斜向上

方,可以將液體重量之一部分支住,故其底面所受之力,幷非液體全部之重。在上部狹窄之器內,其下方漸次變爲寬闊之處,器壁對於液體所作用之壓力,斜向下方,故其底面除受液體全體之重量而外,又須受此等地方斜向下方之壓力之鉛直分力。故器內所容之液體,雖有多寡之分,而其底面受相等之壓力作用,並無不合理之處。

〔問〕設海水之比重爲1.02,問海面下240丈之深處所受之壓力,較海面上之壓力大若干?

(答) 由前§19之問題,可知1立方尺之純粹之水,有54斤14兩之質量,故海水每立方尺有$54\frac{14}{16}\times 1.02$即$54.9\times 1.02$斤。故在240丈深處每平方尺所受之壓力,較之表面所受者,大$240\times 10\times 54.9\times 1.02=134395$斤。(如是大力,殊堪注意。如用一廣口之罎,以膠皮膜蒙其口,沉於海中,則不必沉至如是之深,膠皮膜已被壓入罎內再由水中取出視之,膜已破裂,卽因受此大力作用所致)。

〔問〕於"水壓韝",卽圖114中所示之袋可以在上下兩方自由伸縮者,之上,裝一水平之板,由袋口引出一長管,使水自此管口注入。設板在袋內之部分,爲直徑一尺之圓形,今有一人重100斤坐於板上,問須將水注入若干,始能將此人壓上?

(答) 與水之分量無關,只須將管放於上方,使管內之水面,由板之下面測去,達於一定之高,即可將人壓上。如命h爲所要之高,則可由$h\times 54.9\times\frac{\pi}{4}=100$之式,將$h$算出。結果爲$h=\frac{400}{5.49}=2.82$尺。

圖 114.

§207. 壓力之傳達.

由前述各節,知液體中任意之甲乙兩點間之壓力之差,

與深度之差爲比例. 故若甲點之壓力增多若干,液體仍不失其爲靜止(因深度之差或壓力之差皆未變),則乙點之壓力,亦非增相等之量不可. 卽凡用液體連絡之處,皆一律增加同量之壓力. [又可如下想之: 欲使其一點之壓力增大無異於其點之上面注下若干液體,使其深度增加,故所有之點,皆增加同樣之深,因而所有之點,皆增同樣之壓力.] 要之,得壓力傳達之定律如下:——

[定律] 增加液體一部分之壓力,其結果令凡有液體連絡之處,全體皆增加同量之壓力強度.

故此定律又稱曰"液體傳達壓力"之定律.

例如將自來水管之栓放開時,水卽迸出,因水管口與自來水公司之水塔之間,有自來水管爲之連絡,水塔上之水受機械力作用,其壓力遂傳達於管口,故水始能迸出.

液體傳達壓力之理又稱爲巴斯加之原理(Pascal's principle; *Pascalsches Prinzip*).

§208. 若在全部密閉之液體內,加極大之壓力於其一點,所加之壓力較之液體之重甚大時,則傳達於各部分之壓力,較之因液體重量而生之壓力之差尤大,故可將液體之重所生之差略去不論(例如每一平方寸上加以百斤重之壓力時,則對於有二三尺高差所生之壓力差,每平方寸上不過一斤上下而已,當然不足議論). 故結果如下: 凡有液體連絡之部分,各處之壓力強度皆爲一樣. 卽

［定理］ 如將重力略去不論,則凡有液體連絡之處其壓力全體皆爲一樣.

注意: 通常所謂之巴斯加原理,或液體傳達壓力之原理,皆指此節之意義而言. 如前節所述,則爲其廣意者.

§209. 壓力之強度一樣,卽作用於單位面積上之壓力無論在何處,皆係相等,故

大小不同之各種面積所受之壓力,莫不與其面積爲比例.

例如兩器之間有液體爲之連絡,如圖 115, 器爲直徑不同之大小兩圓筒,各插有一活塞,若於小活塞之上加以若干之壓力,則大活塞上所受之壓力與小活塞上之壓力之比,當等於大活塞之面積與小活塞之面積之比.

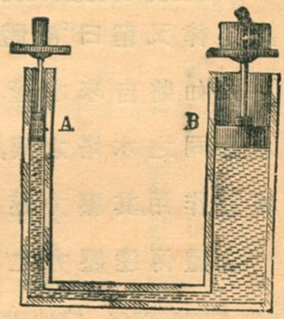


圖 115.

由此理可以造一器械,只須用極小之力,卽可加極大之力於抵抗之物體上. 如圖 116 之甲, 卽其一例,器名布累馬水壓機(Bramah's hydraulic press; *Bramahsche hydraulische Presse*). 乙圖爲其切面圖.

左方有瓣之裝置與唧筒(詳後 §244)相同,將槓桿 O 舉上時,小活塞 a 昇上,同時水由 S 口流入筒內,槓桿降下時. S 閉

緊,小活塞上卽受壓力之作用. 小活塞與大活塞之間有一曲管如甲圖(在乙圖則爲 6) 爲之連絡,故小活塞上所受之壓力,經由此管傳達至於大活塞 C 之上面,推之昇上. 若兩活塞之直徑爲 1 與 10 之比,則其面積當爲 1 與 100 之比,故其上所受之壓力,亦爲 1 與 100 之比. 此外尙須加入槓桿之關係,例如手加於桿柄之力爲 1,而小活塞所受之力爲 5,則活塞 C 上之台 K 上之物體,所受之壓力當爲實際手加於槓桿上之力之五百倍.

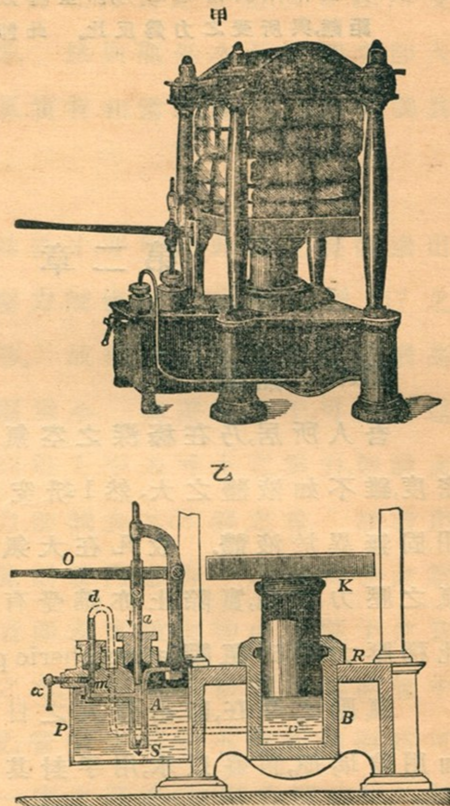


圖 116.

〔問〕 試證明水壓機亦可適用虛運動原理. (但假定無論如何壓水,水之容積總不致被壓縮).

(答) 小活塞壓下若干距離,則其筒內原在此處之水,卽被壓往大圓筒之下端,因以使其活塞昇上. 故若命小活塞之面積爲 a, 其降下距離爲 s, 大活塞之面積爲 A, 大活塞昇上之距離爲 S, 則 as 及 AS 同爲由一筒移至他筒之水之體積,當彼此相等. 卽 $as=AS$ 故 $s:S=A:a$, 卽活塞之進行距離與其面積成反比. 然一

方面作用於活塞之力,即全壓力,與面積爲反比例,故活塞之進行距離,與所受之力爲反比。此即虛運動原理。

第二章　氣壓

§210. 氣壓.

吾人所居,乃在極深之空氣海,即"大氣",之底。空氣之密度,雖不如液體之大,然1竔究有1.2克左右,其受重力之作用,固無異於液體。故凡在大氣中之一切物體,莫不應受大氣之壓力作用,實際上亦確受有此種壓力作用,其證明如下。此種壓力稱曰氣壓(atmospheric pressure; *atmosphärischer Druck*)。

氣壓之存在,即由吾人之日常生活上,亦足以證之。例如用玻璃瓶,滿盛以水,用手封其瓶口,倒插入於其他之一盛水器內之水中,如圖117之位置。然後將手放開,瓶內之水,并不降下與瓶外之水成一水平面。此時與瓶外水面,乃在同一水平面上之瓶中之點A,最少亦須受有液內液體之重,壓於其上。即A以下之部分,應受此壓力壓向下方,然而此處之水之所以并未曾被壓出瓶外,實因B處亦受有壓力作用,始能支持之。

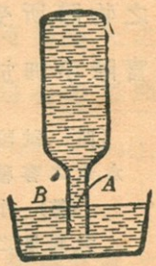


圖 117.

由前述之定理,A,B 旣同高,又有液體爲之連絡,故 B 點所受之壓力,當與 A 點所受者相等. 然與瓶外水面接觸者卽大氣,故由此事實足以證明,大氣實有相當之壓力,作用於與其接觸之面上.

§211. 大氣之壓力究爲若干,亦可用此類之裝置求出. 何則? 瓶外之水面所受之壓力,旣僅限於氣壓,而圖 117 之 A 點之壓力,又須與氣壓相等. 故瓶中比 A 點之位置猶高之點,其所受之壓力當較氣壓爲小. 其差爲若干,可由前述之定律求之. 卽每高 1 寸,則每 1 平方寸上之壓力,卽減去與一立方寸之水重相等之力,卽減去 8.78 錢之重. 故若用一極長之管,以代圖 117 之瓶,則管內必有一處,其所受之壓力,適成爲 0. 壓力爲 0 云者卽未曾被他物由上壓下之意,故其上當然不能更有一滴之水. 卽令最初將水充滿管中,然一放成圖 117 之倒立位置,管中之水,卽不復如用瓶時可以停止,管內水面只能達於一定之高度(卽壓力減成 0 之高),其餘之水,皆必落下. 由 A 點至管內水面之距離共若干寸,可以測出,再以 8.78 之數乘之,卽得 A 點之壓力爲若干,因而可知每平方寸上所受之氣壓爲若干.

上述雖可由實際求得,但須用 3 丈 5 尺以上之長管始足敷用,業已不便,又須將此極長之管直立於鉛直之方向,尤非通常之屋內所能辦到.

但此種實驗,初不僅限於水,且有較水更適當者在,即水銀是也. 水銀之比重爲 13.6,故用水銀時,所須之管長,只須爲用水時之管長之 $\frac{1}{13.6}$,即足敷用. [用水銀以測氣壓,不特可以用較短之管而已,此外尙有一長處,亦爲水所不能及,其詳見§446].

§212. 實驗: 用長約80糎,一端封固之玻璃管,以水銀充滿其內,不令少許之空氣留於管中,用指按住管口,將管插入另一水銀杯內,然後去指使管直立. 如此管之上部,果有空處,水銀面不能昇過此處,如前節所述. 此時管中水銀面上之空處,既無空氣,亦無其他物質存在,是曰托里拆利眞空 (Toricellis' vacuum; *Toricellisches Vakuum*). 如此處不爲眞空,而爲空氣等類,則將管由直立位置傾斜作圖 118 中之最右端之狀況時,管中卽爲水銀充滿,不留空隙,如果有空氣存在,卽應有少許之氣泡,殘留於其中,今既無空隙,可知其並無空氣矣. 管中水銀面之高(卽由管外水銀面測至管內水銀面之鉛直距離),如圖 118 所示,不

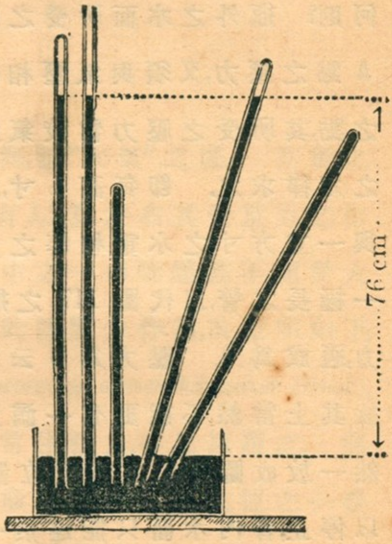


圖 118.

特與管之長短無關,並與管之位置是否鉛直,抑或傾斜,亦無關係,恆為一定之値,決不變化. 所謂一定値決不變化,當然指一定之地點一定之時刻內而言,如換一地方或換一時刻,卽略有差異. 通常之平地距海水面相差無幾之地點,此一定之値約在74糎乃至78糎之間. 狂風暴雨之時,有低至72糎者.

如圖118中之實驗,管內水銀面上,幷未受他物之壓力;故此處之壓力當等於0. 如其高為76糎,則管外水銀面上所受之壓力,卽大氣壓力,當等於每平方糎 $76\times13.6=1034$ 克之重.

大氣壓力之路數,如下: 每平方糎上約為1瓩之重;每平方寸上,約為13斤之重,每平方吋上,約為15磅之重. 此等數字,皆須熟記之.

§213. 注意: (1) 無論何種液體,其表面如與大氣相接觸時,其表面之壓力,不等於零,而等於氣壓之數. 故在比重等於 w 之液體下 d 糎深處之點,所受之壓力當為每平方糎上(約一瓩之氣壓)+(wd 克).

(2) 在空氣內之物體,每平方寸之面積約受13斤重之氣壓,其作用不為不大,然並不覺有此壓力者,因各方皆同一受有與此同大之力作用故也. 至於此種作用於物體各部分之氣壓之合力,究有何作用,則詳§259.

〔問〕細口之玻璃瓶中,滿盛以水,雖倒立之,水亦不流出,其故安在?

(答) 因有大氣之壓力支持之。

注意: 如用廣口之瓶試之,水卽流出。由氣壓之作用言之,應不問瓶口之爲廣爲狹,皆當相同。其所以生此差異,實因空氣由廣口瓶之廣面積中之一部分侵入瓶內,因而將瓶內之水,由其餘之部分擠出,故在廣口瓶時,水可流出,然在細口瓶,因其面積太狹,無此餘地以容空氣及水之交換,故水不能流出。至於瓶口須小至若何程度,水與空氣始不能交換,可由表面張力之作用以求之。故若用一廣口之瓶,滿充以水,另用一板或洋紙一張,剪成恰與瓶口一樣形狀,加於瓶口,然後將瓶顚倒,則空氣與水之交換,卽爲其妨礙,不如前此之易。此時瓶內之水,因之亦得大氣壓力支持,不復流出。

〔問〕如前圖104之丁,由橡皮膜之膨脹程度以測水之壓力時,如將膜舉至漏斗中水面之高處,膜卽復其平坦狀態,再舉高卽轉而窪下,試說明其故。

(答) 漏斗中之水面上,受有氣壓作用,故橡皮膜若與之同高,則水施於膜之壓力,當與氣壓相等。膜雖受有此力,並不膨脹者,因膜之外面,亦有同樣之大氣壓力作用,故結局膜之上面,與未受力之作用時無異。又若將膜再舉高若干,則膜之內面所受之壓力,當較氣壓爲小;膜外之壓力,則仍爲氣壓,故結局外面之壓力勝過內面,遂致窪下。

§214.　氣壓之表示法.

實際上表示氣壓之强度,不言"每平方糎上有若干",而言其所能支持之水銀柱之高,如上例之76糎是也。通常且

用粍爲單位,如上例,爲760粍之氣壓.

又表氣壓之大者稱曰"氣壓高",小者稱曰"氣壓低". 此高低兩字,亦出於水銀柱之高度.

水銀柱爲760粍之氣壓,稱曰**標準氣壓**.

表極大之壓力時,每用標準氣壓作單位,而言其爲"若干氣壓". 例如 §206 之問題,海水中之壓力每平方尺爲 134395 斤,卽每平方寸約1344斤,卽約爲103氣壓.

〔問〕 氣壓爲b粍,用比重爲w之液體,作§212之實驗,須用若干長之管,始足數用?

(答) 欲使比重爲w之液體,生出水銀柱高b粍之壓力,則須有$\frac{13.6}{w}\times b$深之液體始可(§200)故管須較此更長,方足數用.

§215. 氣壓計.

測氣壓之器,曰**氣壓計**(barometer; *Barometer*). 其最普通之形狀,如圖 119, 與前節所述之水銀裝置之原理,完全相同. 下部爲一水銀容器,如圖中之 T, 與 T 連絡之玻璃管,大部分爲金屬製成之管所蔽,僅有其上面之一部分,卽水銀面所在之部分,可由金屬管上特開之空處窺之. 金屬管上刻有 M 之刻度,讀之卽可知管內水銀面之高爲若干.

水銀容器 T 之底,爲皮製成,圖上最下端有一螺旋 A,將此螺旋轉上轉下,容器之皮底亦隨之上下,器內之水銀面,當然亦不得不同時上下. 器內有一固定白色針,由象牙造成,如圖中之 H,金屬管上所刻之刻度 M 所表之數,卽由此 H 之

尖端測出之高．故將螺旋轉至適當之處,使器內水銀面恰在此處．

又圖上之 B,爲使副尺(見§10) S 上下之螺旋,設此副尺,以便讀出水銀面高之零數．用法係將副尺之下端,使與管內之水銀面相合,即可將與其處相當之管上之刻度,及其零數讀出．

圖中之 K,爲一溫度計．欲作精密之測定時,對於水銀或刻度之金屬因溫度而生之膨脹(參觀§412),即不可不論．故備一溫度計以檢之(參照卷末之補註 1)．

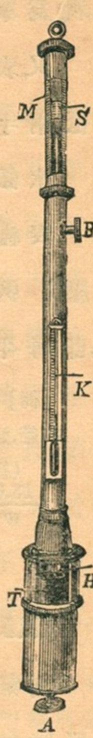


圖 119.

§216.　無液氣壓計(Aneroid; *Aneroid*)爲不用液體之氣壓計,其小形者如圖 120．甲爲其外形,乙則示其內部之構造,故將其外殼取去一半,其主要部分,爲一扁平圓形之金屬盒,如圖中

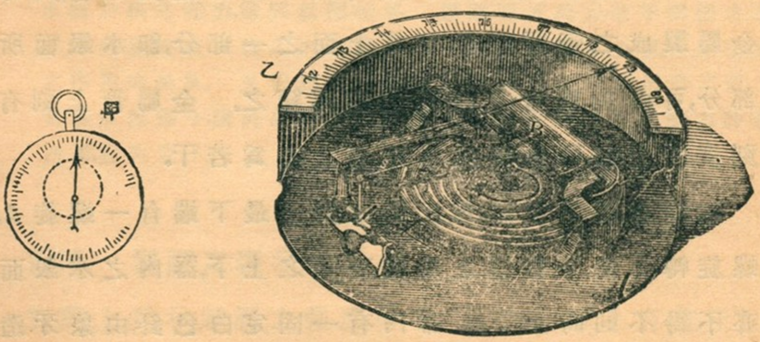


圖 120.

之K(卽甲圖中點線所示之處). 盒內之空氣幾完全抽去,爲一眞空(參照補註 2),盒上面爲金屬製薄板,富有彈性,作圓形之凸凹盤旋如圖所示,故其中央部分易於作內外之運動盒面無論何時,皆因受大氣壓力之故,略被壓向內面. 大氣壓力如有變動,則其壓向內面之程度或將加多,否則卽將減少. 此運動極其弱微. 盒之中央部上有一棒與之接觸,盒面如有出入,則此棒卽因之使彈條B運動,彈條B上附有l之之臂,故盒面之運動雖微,經此等裝置,卽可廓大. 如是廓大之l端之運動,再經 m, 使 t 所固定之軸起轉動,t 之端因而作左右之運動,以曳住 s. 但 s 之端則爲鏈形,纏繞於指針之軸棒上,故 t 之端所作之左右運動,結局令指針之軸棒起轉動作用,指針之運動,因此異常顯著. 指針之軸棒上裝有法條,如圖中所示. 將鏈常常曳住者,卽此法條欲使軸棒轉動之力.

§217. 氣壓計及氣候.

氣壓計雖爲測大氣壓力之器,然可以預告氣候,故亦名晴雨計. 按地球上各地方之氣壓之分布,與氣象有極密切之關係. 某一地方之氣壓,較其周圍全體之氣壓,特別低下時,其處卽爲"低氣壓",此時其附近地方,通常皆有極強之風雨. 如是之低氣壓,漸次移至他處. 其向某地方漸相接近之時,其處之氣壓,卽當漸次降低;迨其完全通過後,其地之氣

壓,始漸次昇上. 故氣壓降下過甚時,概爲風雨之徵;上昇過甚時,概爲晴和之徵. 氣壓計之名晴雨計,卽由此理. 然風雨或其他氣象,並不僅限於氣壓,尙須受地形以及其他多數之原因所支配,故不能專恃氣壓計以測天氣,只不過得其大略之關係而已.

§218. 氣壓計與土地之高低.

高處之液體其壓力較低處者爲小,大氣中亦與此相同,卽愈在高處,則氣壓愈小. 大氣之密度不如液體之密度大,故高低之差不大時(如就一容器之中或一室之內而論)儘可不必議論其壓力之影響,然如山頂與山脚,其差甚大之處,壓力之差,卽異常顯著. 如其處並不甚高,卽可將空氣之密度,看成一定之數(每竔約爲1.2克)計算之,與計算液體壓力時相同. 但如兩地之高低相差過遠之時,全部之密度卽不能完全看成一樣,愈高之處,其壓力愈減,故不能如前此之簡單. 由海面上昇1粁時,氣壓約減90粍,再昇上1粁,卽約減80粍(較前所減之分量爲少),由此再昇1粁,卽約減70粍. 由此觀之,高與壓力之關係,大抵如下:——

有一定高差之兩點上所受之壓力,成一定之比.

例如高差爲1粁時,此一定之比之值,約爲$\frac{15}{17}$. 故在高約3750米之山上,其氣壓當爲$760\times\left(\frac{15}{17}\right)^{3.75}$,卽約等於480粍.

此關係旣明,則登山時,由氣壓之減低,卽足以算出所登

之山,已高若干. 實際上登山之人,每攜有氣壓計,卽作此用,尤以無液氣壓計,便於攜帶,故多用之.

設氣壓計在某處爲 b 粍,在他一處爲 B 粍,兩處高低之差爲 h 米,則其最簡單之關係式,爲

$$h = 18432(1 + 0.00390\,t)\,(1+0.0026\cos 2L)\log\frac{B}{b}$$

式中之 t 表兩處之平均之溫度(攝氏),L 表其地之緯度,log 爲以10爲底之對數.

注意: 用氣壓計測出之高,不能得精密之結果. 第一因大氣之密度分布,不能常如上述關係之精密. 第二因同一地點之氣壓,亦時有變化. 故於不同之時刻觀測而得之氣壓,決不能作正確之比較. 第三因氣壓之分布,通常不能成平衡狀態時之分布. 空氣動搖甚形激烈時,尤以近處有低氣壓之時,卽同一高度之地點,其氣壓之相差,亦大相懸殊,故由氣壓不能測知土地之高,自屬必然之理. 要之,由氣壓計測出之土地之高度,決不能十分精密,是可斷言.

第三章　氣體之壓力

§219. 氣體之壓力.

氣體並無一定之體積,苟非各方各有力支持之,立卽擴

開,無論如何廣大之處,皆必爲其充滿(見§45). 作化學實驗時,每於滿盛種種氣體之器上,加以極輕之蓋,此時卽不必特別加力以按此蓋,蓋上亦受有每平方寸13斤重之大氣壓力但理論上,蓋雖應受有如是大之壓力作用,而實際上又並無受力之狀況,卽足以證明器內之氣體,當亦以與此相做之壓力,施於蓋之內面. 故知,

氣體無論在何種狀況,皆以壓力加於其容器之壁.

若從無一定形狀之一點言之,則氣體與液體並無差別,故壓力作用之方向,亦當與在液體時相同,卽與容器之壁成垂直,且除高低之範圍極大者而外,壓力與高度之關係,亦與在液體時相同. 因氣體之密度遠小於液體,故若就同一容器而論,其中各點因高低而生之壓力之差別,通常儘可置之度外. 卽凡在同一容器內各點,其壓力皆相同. 此同一之壓力,稱曰**器內氣體之壓力.**

注意: 器內氣體之壓力,旣可表氣體加於其容器之壁上各部分之壓力強度,又可表容器之壁面各部分,加於氣體上之壓力之強度.

§220. 波義耳定律.

一定分量(質量)之氣體,在一密閉之器內所生之壓力,因其體積之大小,而有不同. 其壓力與體積之關係,可由實驗測定之如下:——

實驗: 如圖121, AB 爲一玻璃管,其A之一端封固,B一之端則否,管上刻有刻度,表由A點測出之容積數目. CD爲兩端開放之玻璃管,B端與D端之間,用一極厚之橡皮管,(或纏有金屬之橡皮管)連結之. 將AB立於適當之臺上,使成鉛直,CD可自由移上移下,至任意之位置. 試於A處封入適當分量之空氣,其下自E點起直至管CD之一點F爲止,管中全用水銀充滿之(1).

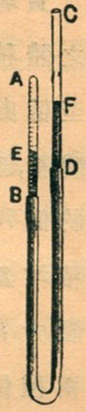


圖 112

次將CD移至種種之高之處,讀每次空氣容積之刻度,同時並測定其壓力. 因A內之空氣,其壓力各點皆相同,故其壓力等於A處之空氣加於E之水銀面上之壓力,卽F點之壓力加EF高差所生之壓力. (如F在E點之下,則等於F之壓力減去EF高差所生之壓力). 如以水銀柱之高表壓力,F點之壓力,卽大氣壓力,可由氣壓計測得. 如實驗之地面距海水面,並不十分過高,則大抵可以作成760粍. 至於由EF高差而生之壓力,因液體爲水銀,故卽以其高差表之. 例如氣壓計所示之氣壓爲760粍,F比E高10粍,則E點之壓力,卽A處之氣體之壓力,當爲770粍,若F比E低10粍,則E點之壓力,卽A處空氣之壓力,當爲750粍.

---

(1) 如在圖121之簡單裝置時,欲將水銀貫入管中,使A處空氣之分量,恰如希望之分量,其法實難. 故實際上,A處有一細孔,孔中有一活栓,可以自由啓閉. 先將活栓放開,自C處將水銀貫入,俟水銀面,卽E點已至管中之適當地位(例如約在AB之中點)時,然後將A處之活栓閉住

實驗時,務將CD盡量昇至高處,使氣體之體積減成其原有之體積(卽E點與F點等高時之體積)之一半,又盡量將CD移至低處,使氣體之體積增爲其原有體積之二倍. 將每次之體積,卽壓力,測出. 卽知體積減爲一半時,E之水銀面較F約低760粍,A中空氣之壓力當爲760+760,卽原有之二倍;體積增爲二倍時,E點之水銀面較F點約高380粍,A中空氣之壓力當爲760−380,卽原有之一半. 此種比例,不僅限於此兩種位置,卽在其間之任何位置,皆同樣成立. 卽體積若爲原有之$\frac{n}{m}$時,壓力卽成原有之$\frac{m}{n}$.

由上述之實驗,得一定律如下:——

[定律] 一定量之氣體之壓力,與其體積爲反比例.

或可換言之如下:——

一定量之氣體之體積,與其所受之壓力爲反比例.

上述之定律,爲溫度一定不變時,一定量之氣體之體積與其壓力間之關係,通常稱曰波義耳定律,或曰馬略特定律(Boyle's law; *Mariottesche Gesetz*).

§221. 一定量之氣體之體積,與其密度成反比例,故上述之定律,又可改作

同一溫度之下,氣體之密度與其壓力成正比例.

但密度與壓力,兩者均與氣體之分量無關,故僅就氣體之一部分之密度壓力言之,與就全體之密度壓力言之,並無差別

故與氣體之分量毫無關係. 故波義耳定律又可改作

各種氣體之壓力,在同一溫度之下與其密度成正比例.

此種敘述,因其字面上與分量並無關係,故其應用範圍,較前者尤廣. 例如大氣之密度及其壓力之值(通常為每竔1.2克及760粍),若為已知,則由密閉空氣之壓力,卽不難將其密度算出. 例如密閉空氣之壓力為500粍時,其密度則為每竔$1.2 \times \frac{500}{760}$克.

§222. 實例. 用波義耳定律,及氣壓,可以說明種種緊要現象,試舉數端如下:

(1) 如有一管,一端插入水中,自其他端用口吸之,水卽自管中昇上,係何作用?

答. 此時因筋肉作用,將口中以及與口連絡之肺部之容積擴大,然管之他端,旣為水所封閉,空氣之出入不能自由,故結局係以一定分量之空氣,擴充於較大之容積內. 因而其作用之壓力,不得不減小. 此壓力減小之空氣,直至管中之水面為止,故管內水面所受之壓力因之亦減. 兩管外之水面所受之壓力為大氣壓力,旣大於管內水面所受之壓力,故壓水使由管昇上. 此卽吸上時之作用.

(2) 用上法以管吸水,可吸高若干? 如用其他之液體

又如何?

答. 無論如何用力吸之,至多只能使管內空氣完全吸盡,卽管內悉成眞空爲止. 大氣壓力如假定爲 760 粍,則此時水可昇上之最高距離當爲 760 × 13.6 粍,卽約等於 3 丈 2 尺(參照 §214 節之問題). 如用其他之液體,亦與此相同,卽以其比重除 3 丈 2 尺,卽得其能達之最高距離.

(3) 如圖 122 所示之玻璃器具,名曰**移液管** (pipette; *Pipette*) 欲自一器中將其液體之少量取出時多用之. 用法係將管之下端,卽較細之一端,浸入液中,自其上端吸之,然後以手指緊按上端之孔,將全管取出,水在管中卽不滴下. 如將按住之端之孔之手指取開,管中之液體立卽由其下端流出. 試說明其作用.

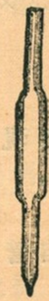


圖 122.

答 吸上之作用與前題完全相同. 次將手指按住上端之孔,則管中液體上面之空氣,與外面之大氣不能相通,故管內之液體自下端管孔流出之量愈多,同時管內水面上之空氣所占之體積愈大,壓力愈小. 壓力減至一定之程度時,與其管中所餘之液體柱相當之壓力相加,卽與大氣之壓力之相等. 此時在管之下端之孔作用之大氣壓力,恰足將此壓力支住,故液體不致落下. 最後將上端之手放開,則液體上面亦有大氣壓力作用,

故液體卽以其本身之重力,自然落下.

(4)　地點愈高,則大氣愈形稀薄(稀薄云者,指同一容積內所含之質量甚少之意). 有是理乎?

答　有: 凡在高處之氣壓小,故密度小,卽不得不稀薄. 但欲求其數量間之關係,非認其為同一溫度,不能直接應用波義耳定律. 但實際上,人皆知高處之溫度,通常較低處為低,溫度低(如次節所述)轉足以使空氣密縮,故高處之空氣之稀薄,完全由於氣壓小而然.

§223. 沙爾定律.

波義耳定律,係就溫度相同時之氣體之壓力與體積間之關係而言,如溫度不同,則此等關係當依沙爾定律(Charles' law; *Charlessches Gesetz*). 或稱作給呂薩克定律 (Gay Lussac's law; *Gay-Lussacsches Gesetz*).

[定律]　壓力不變時,一定量之氣體之體積,隨溫度而增,溫度每昇一度,體積增加其在同一壓力及攝氏 0 度時之體積之 $\frac{1}{273}$.

卽在 0 度時有 273 體積之氣體,在同一壓力及 t 度時,當有 $273+t$ 之體積. 故又可換言之如下:——

同一壓力之下,一定量之氣體所有之體積,與 $273+t$ 卽絕對溫度(見§53),為比例.

§224. **實驗.** 欲實驗上述之定律,可用圖 123 之裝置. 即將前實驗波義耳定律時所用之裝置(如圖中之甲)中之 A B 部分,置於乙圖之玻璃鐘內. 鐘之狹口,有一栓,AB 即由栓中通過. 加栓後水即不致漏出. 鐘內盛各種溫度之水. 如此,則 AB 內之空氣,不久即與鐘內之水成同一溫度,由插入水中之溫度計,即可將其溫度讀出.

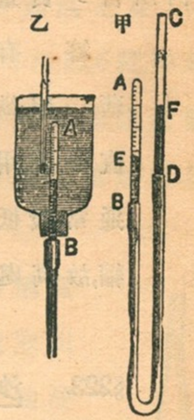


圖 123

然後將 CD 管上下移動,使 E, F 之水銀面常在同一之水平面上,將鐘內之水,變作種種之溫度,每次 E, F 成同一水平後, A 內所有之空氣體積,一一由其管上所備之刻度讀出. 如此,則壓力與外面之大氣壓力既始終相等,故可將 t 度時體積 v, 及 t' 度時之體積 v', 一一讀出. 由此等數值,即可以求得 $\frac{v}{v'}=\frac{273+t}{273+t'}$ 之關係. 例如鐘內之水,一次為攝氏 10 度,一次為攝氏 80 度,則氣體之體積當為 $\frac{283}{353}$,即約等於 $\frac{4}{5}$ 之比.

§225. **氣體之式.**

既知波義耳及沙爾之定律,即可求出一定量之氣體,當其壓力溫度兩者同時變化時,其體積上之關係. 例如(甲)壓力為 p, 溫度為 t, 體積為 v 之氣體,當其為(乙)壓力等於 p', 溫

甲	p	t	v
丙	p	t'	v''
乙	p'	t'	v'

度等於 t',體積等於 v' 時,其容量間之關係,可依下述之次序求之. 先求壓力與溫度兩者之中,有一不變,例如壓力仍爲原本之 p,只溫度由 t 變而爲 t' 時之關係即(丙). 假定此時之體積爲 v''. 則 v 與 v'' 既在同一壓力之下,故可由沙爾定律,將其關係求出. 又 v'' 與 v' 既在同一溫度之下,故可由波義耳定律,將其關係求出. 如此則 v 與 v' 之關係,自然可得. 其計算如次:——

$$v'' = v \times \frac{273+t'}{273+t} \qquad \text{(沙爾定律)}$$

$$v' = v'' \times \frac{p}{p'} \qquad \text{(波義耳定律)}$$

故
$$v' = v \times \frac{273+t'}{273+t} \times \frac{p}{p'}$$

此式如以文字表之,則爲

[定律] 一定量之氣體之體積,與絕對溫度爲正比例,與壓力爲反比例.

如不論一定量之氣體所占有之體積,而論其密度,即無注目於一定量之必要,如前§221所述. 因密度與一定量所占之體積爲反比例,故上述之關係可以換言之如下:——

[定律] 各種氣體之密度,與其壓力爲正比例,與其絕對溫度爲反比例.

注意: (1) 在同一壓力之下,體積對於溫度變化1度時所生之膨脹或收縮,不問其壓力之大小如何,氣體之種類如

何,概等於其在0度及同一壓力時之體積之$\frac{1}{273}$,此數不過表其大概之關係而已,並非精確之關係. 空氣,輕氣等之氣體,與此大略相等,若爲二氧化碳,則在通常之氣壓時,此數約爲$\frac{1}{270}$,壓力愈大,此數亦更增大.

(2) 波義耳及沙爾之定律,其溫度之t卽在零度以下時,亦可適用. 但大多數之氣體,溫度過低,卽一變而成液體,將近變成液體之時,上述之定律,卽不適用.

(3) 由上式觀之,攝氏零下273度($t=-273$),卽絕對零度時,氣體之體積應等於零,實際上此種溫度,爲人力所不能實現(見§53). 且一切氣體,未達此低溫之前,均皆化爲液體矣.

§226. 例題. 將氣體密閉於一定容積之器內,使溫度昇上時,將有何現象發生?

答 壓力增大. 其關係可由前節所述之計算法求出. 卽,使v與v'相等,則p與p'之間,當有下列之關係:

$$p' = p\,\frac{273+t'}{273+t}$$

其結果爲壓力與絕對溫度爲比例.

〔問〕 已軟之橡皮球,於火上微熱之,卽成堅硬,試言其故.

(答) 因其中之空氣之壓力增大故也.

〔問〕 在攝氏0度,氣壓760粍時,1竔之空氣重1.293克. 問在同一壓力攝氏35度時,爲若干? 又0度及480粍時,若干?

(答) $1.293 \times \frac{273}{273+35} = 1.146$ 每竔克

$1.293 \times \frac{480}{760} = 0.817$ 每竔克.

〔問〕 如有0度之氣體,不變其壓力,欲使其體積減成一半時,須如何始可?

〔答〕 令其溫度低下至零下136.5度卽可.

§227. 混合氣體.

如有甲乙兩種氣體互相混合時,則甲乙兩氣體同一充滿混和氣體之全部,並非某一部分爲甲,而其鄰之部分爲乙.換言之,卽由混合氣體內,任意取出一極小之部分而檢查之;甲乙兩種皆以同一之比例混合存在,與全體之混和比例相同.〔如能將一個一個之分子取出,則可將甲氣體與乙氣體分開,實際上旣不能取出各個分子;故亦不能使甲乙分離〕.

故論混合氣體時,可謂其1立方糎之中,含有甲氣體若干克,及乙氣體若干克. 卽用此數表"僅有甲時之密度"及"僅有乙時之密度,"通常稱之曰各氣體之**部分密度**(partial density; *Partialdichte*). 例如混合氣體爲10竔,重30克,其中含有甲氣體10克,乙氣體20克,則僅有甲時之密度(卽甲之部分密度)爲1每竔克,僅有乙時之密度(卽乙之部分密度)爲2每竔克.

§228. 〔定律〕 混和氣體之壓力,與各氣體以其自身之密度單獨存在時所生之壓力之和相等.

卽甲氣體不問乙氣體之存在與否,其對於器壁所施之壓力皆爲一定;乙氣體不問甲氣體之存在與否,其對於器壁所施

之壓力,亦爲一定. 器壁同時受此兩種壓力之作用,故實際上與受此兩種壓力之和之作用相同. 此定律稱曰道爾頓定律(Dalton's law; *Daltonsches Gesetz*).

兩種氣體如斯各以與其自身之密度相當之壓力,施於器壁時,此兩壓力,稱爲各種氣體之部分壓(partial pressure; *Partialdruck*).

氣體之種類卽在二以上之時,亦復如是. 一切氣體之部分壓之和,與器壁實際所受之壓力相等.

〔問〕 空氣可以看成養氣與淡氣兩種氣體混合而成之物,質量100克之內,共含養氣23克,淡氣77克. 空氣之壓力等於760粍時,各氣體之部分壓若干? 但若就同溫度同壓力之輕氣比較而言,則養氣爲輕氣之16倍,淡氣爲輕氣之14倍.

(答) 試取760粍之壓力時之空氣,其質量爲100克之部分論之. 命養氣之部分壓爲p',淡氣之部分壓爲p''. 試用部分壓與p'相等之輕氣,以代此空氣內所含存之養氣(卽23克),則輕氣之質量當爲$\frac{23}{16}$克;又用部分壓與p''相等之輕氣,以代此空氣內所含存之淡氣(卽77克),則其質量當爲$\frac{77}{14}$克. 此想像上之兩種輕氣,在同一之地位,故密度與質量爲比例,又因在同一之溫度,故與壓力p', p''爲比例. 故$\frac{p'}{p''}$之比,當等於此等質量之比$\frac{23}{16} \div \frac{77}{14}$,卽$\frac{23}{88}$,卽約等於1:4之比. 然一方面知$p'+p''$爲760粍,故得

$$p' = 760 \times \frac{23}{23+88} = 157.$$

$$p'' = 760 \times \frac{88}{32+88} = 603.$$

23

第四章 液體之自由表面

§229. 液體之自由表面.

液體之面,由兩部分而成,其與固體接觸者,與固體同一形狀,其不與固體接觸者,另有一定之形狀,名之曰**自由表面**(free surface; *freie Fläche*). 日常所見容器內之各種液體,池內之水等,其液體之自由表面,爲與重力作用方向成垂直之平面,卽通常所謂之**水平面**(level of water; *Wasserspiegel*).

如石油與水,彼此不能混和之兩種液體,互相接觸存在時,其接觸之境界面,亦成一水平面,比重較小之液體恆在比重較大之液體上靜止.

§230. 上述之事項,爲日常所習見,無可容疑,但其何以成此現象,則可用壓力之定律說明之. 設表面上有A, B兩點,其高差爲 d, 此兩點成平衡時,兩點之壓力之差,由 ACB 之連絡以想之,應爲 $d\times w$ (w 表在下之液體之密度),由 AC′B 之連絡以想之,應爲 $d\times w'$ (w' 表在上之液體或氣體之密度). 此兩式所表之量若爲同一之量,則除上下兩液體,皆爲同一之密度(卽 $w'=w$)而外,卽唯有

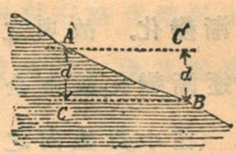


圖 124.

$d=0$ 而已. 以式表之;即

$$d \times w = d \times w'$$

$$\therefore d(w - w') = 0$$

故若 $w \neq w'$;則惟有 $d=0$,即面非成水平不可. ($w=w'$ 即上下皆爲同一密度之液體時,境界面即不限定其必爲水平面).

或如次證之. 假設面爲一傾斜面,如圖 125 之 AB, 命 BB′ 爲水平面. 於 AB 與 BB′ 之間,任取一 BC 面,單就 ACB 之液體部分觀之,則必沿 BC 之斜面滑下(因液體內無摩擦力之類作用). 故靜止之液體,其自由表面決不能傾斜,即與重力之作用方向,恆成垂直.

圖 125.

§231. 注意: (1) 極廣濶之液面,如海,如湖等,在其上各點 A, B, C 作用之重力方向,皆約略向地球之中心 O, 故彼此不成平行,其方向逐漸變化. 故與之成垂直之表面,其方向亦必逐漸變化.故由全體言之,乃爲一種彎曲之面. (在小器皿內之液體表面,若嚴格言之,亦必成彎曲,不過其彎曲之程度甚小,不足論耳).

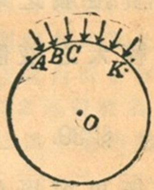


圖 126.

(2) 又液體之表面與器物之壁相接之部分,受表面張力作用,被曳向上或向下,如 §74 所述.

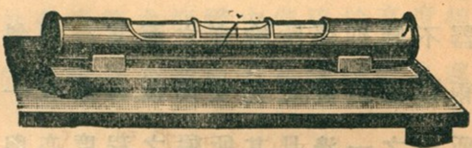
要之,此處所述之事項,係器內液體占有廣闊之表面時,

指其表面中不甚與器壁接近之部分而言.

§232. 水準器.

水準器(level; *Libelle*)爲檢查固體之面是否水平之器械.其狀如圖 127 之甲,於金屬製之框內,裝一玻璃管,管內盛酒精或醚等之液體,僅留少許之空氣,成一氣泡. 此玻璃管之中部較兩端略高,其縱切面如乙圖,爲一彎曲之管. 裝管於框時,須注意左右之高低,將此器置於水平面上時,使氣泡恰在管之中央.

甲



乙

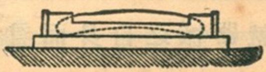


圖 127

液體之面成水平,氣泡更在其上,故有氣泡之處,爲管中之最高處,故此器所在之地,如桌面,如向左右略有傾斜,則管之中央,卽不成其爲最高之處,桌面之較高之一邊,當爲管之最高部分. 故當如乙圖所示,氣泡亦將偏向他方. 故若將水準器放於目的物上,觀其氣泡偏向何方,卽知其方較他方爲高.

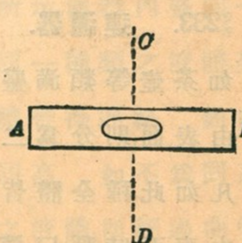


圖 128.

注意: (1) 用水準器所能測之傾斜,只限於水準器放置之方向,如

圖 128 中之AB方向之傾斜,至於其垂直方向,即CD方向,有無傾斜,則無從知之.故檢查某物體之面是否眞正水平,須將水準器放在互相垂直之兩方向上檢查之,始可.

(2) 如水準器與其框之裝置法不準,則即將此器置於水平面之上,其氣泡亦偏向一方.此時欲判斷是否爲水準器不確,抑係所檢查之面,爲有傾斜之面,法將水準器之左右兩端之位置,互相交換後,再檢查一次.如氣泡仍偏在前次所在之一邊,且其所偏之程度,亦與前相等,則知其水準器本屬正準,傾斜者乃目的之面.如氣泡所在之邊,與前次適相反對(即就器械之自身而言,前後兩次皆偏向同一方向),且其所偏之程度,亦與前相同,則目的之面爲水平,管與框之裝置爲不正確.

(3) 水準器中氣泡周圍之部分,即液面與玻璃接觸之處,受表面張力作用,不能成水平,但液之中央部分爲水平,故氣泡移向管中最高之處,並不受何妨礙.

§233. 連通器.

如茶壺等類滿盛以水時,液體在器內全體連爲一片,但其自由表面,則分爲二處,一爲壺之中央部分,一爲壺口之部分.凡如此種全體皆有連絡之一種類之液體,有若干分離之自由表面時,稱曰連通器(communicating vessels; *kommunizierende Gefässe*).

連通器共有兩種.一種爲兩自由表面上之氣體,皆有連絡;其他一種之兩自由表面上之氣體並無連絡.

§234. 自由表面上氣體有連絡時,因此有連絡之氣體之壓力爲一定,故兩自由表面上所受之壓力亦相等.然由液體壓力之根本性質,可知有連絡之液體中,僅限於高度相同之點,始有相等之壓力,故此兩自由表面,非在同一之高處不可.

如圖 129 所示,卽應用上述之器,木匠決定建築房屋之基礎時,欲使其無高低之差,卽用此法.兩方所見之水,有中央之管爲之連絡,水之表面上,皆同在大氣之中,故其高相等.故若將此裝置,放於兩基礎之上,兩方之水面與各基礎相距之高,彼此皆相等時,卽無高低之差.又如乙圖所示,兩器內盛同一種類之液體,另用一曲管,其內亦充滿此同一種類之液體,架於此兩器之間,使兩器內之液體因之全體皆得連絡.如此,則由前述之理,可知兩器內之液面,必爲同高.如不爲同高,則以曲管連絡之之時,液面較高之器內之液體,卽經過曲管流入液面較低之器內,直至兩器內之液面,達於同高爲止.

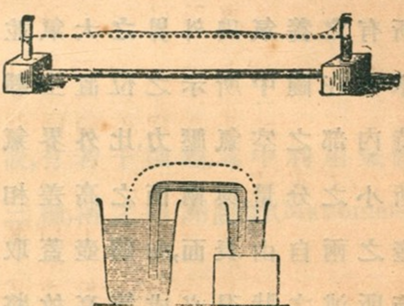


圖 129.

§235. 反之,兩自由表面上之氣體,如無連絡之時,即無理由指其兩方之壓力相等(或偶然有相等之時,然非通常),故通常皆爲不等. 兩自由表面上之壓力既不等,則其平衡時兩部分之液體面之高必不同. 此種現象亦日常屢見不鮮者.

如圖 130 爲養金魚之鉢,其自由表面有二,一爲外器與內器間之輪形部分,一爲內器之內部. 其內器之表面之上所有之養氣與外界之大氣並無連絡,故水可在圖中所示之位置上靜止不動(此時內部之空氣壓力,比外界氣壓爲小,其所小之分量,與兩面之高差相當). 又茶壺之兩自由表面,如將壺蓋取去,則爲前節所述之狀況,必成等高,故將壺口降低,使其傾斜,水即由壺口流出. 但若將壺蓋密閉之,使水面上之空氣不與外界之大氣相通時,則成本節所述之狀況,故雖傾斜之,水亦不流出,此吾人日常所習見者. 前 §222 (1) 以管吸水之例,亦即此理,管中之氣壓小,故管內之水面昇上.

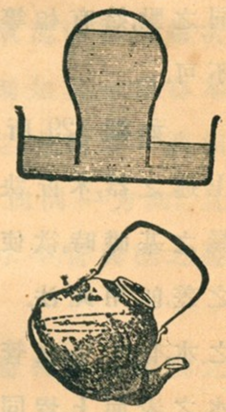


圖 130.

注意: 以管立於液體中,管粗則恰如上述之定律,管細則生微管現象,見 §75, 即與上述之定律不符.

〔問〕 茶壺之蓋上,每有細孔,其效用安在?

(答) 蓋上之孔,係使壺內之自由表面上之空氣,與壺口內之自由表面上之空氣連絡,即不致壺雖傾斜亦不能使壺內之水流出.

〔問〕如圖131所示之水壺除水之出口A而外,另有一孔B,其效安在?

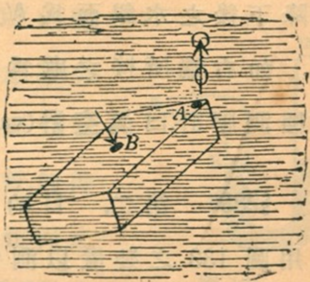


圖 131.

(答) 此B之孔,其用與前問同,卽使壺內之水面,亦受大氣壓力作用,故得流出。與蓋上有孔者不同之處,卽當注水入B孔內之時,壺內原有之空氣,卽由A孔逸出。再若將此器全體沉入水內,使A孔高於B孔,則A孔所受之壓力,當較B孔所受爲小,故壺內原有之空氣,自A孔排水而出,同時在B孔近處壓力較大之水,卽流入壺中。

§236. 測壓計.

測密閉氣體之壓力之裝置,有若干種類,其中利用氣體及液體性質之最簡單者,共有三種,稱之曰**測壓計**(Manometer; *Manometer*)。

§237. 第一. 測小壓力,如將器內之空氣之大部分,用空氣唧筒抽出,使器內將近成一眞空,而測其氣壓。此時當用圖132之裝置,卽一曲玻璃管,其A之一端密閉,注水銀入管內時,務使此密閉之一端之管內,不留少許之空氣,以其開放之一端連結於所欲測氣壓之處。命水銀充滿A端時之水銀面所在地爲D,欲測之氣壓,如較AD之水銀柱之壓力猶大,固不成問題,如所欲測之壓力,較AD之水銀

圖 132.

柱爲小,則 A 端之水銀必降下,而於 A 端成若干之眞空. 例如降下後之水銀面爲 A′ 及 D′,則 A′ 與 D′ 之差,卽目的處之壓力. 如右端所接之處爲眞空,則兩端內之水銀面,必爲等高. 此種測壓計,曰**眞空計**(vacuum gauge; Vakuummesser).

§238. 第二. 目的處之壓力,與大氣壓力所差無幾時,則用圖 133 之裝置以測定之. 器爲兩端皆開放之曲管,一端 A 與空氣接觸,一端 B 則連結於目的處. 其曲部之內,則盛以水銀或其他之液體. 例如 B 之壓力,較氣壓略大,原在 C 處之面被壓至 C′ 處,原在 D 處之面,被壓至 D′ 處時, B 之壓力當較大氣壓力大 C′D′ 兩點之高差. 如目的處之壓力較大氣壓力爲小時,則 D 之一端當在 C 端之上,其數量上之計量亦同前.

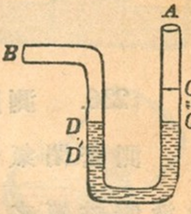


圖 133.

目的處之壓力,與大氣壓力,相差甚大時,管中卽用水銀;如其相差不大時,則用水. 如表壓力時,係用水銀柱之高,則管中盛水銀時,卽以 C, D 兩點之高差,加入氣壓之內,或由氣壓內減出卽可. 如管中盛水時,則以 13.6 除 C, D 兩點之高差,而以其商數加入氣壓或由氣壓減出始可.

§239. 第三. 測更大之壓力時,用圖 134 之裝置,卽用一曲玻璃管,其密閉之 D 端,內封有少許之空氣,其下則以水銀封之. 以 A 端連接於目的處,如 A 端之壓力,爲通常之氣

壓,水銀面在兩端之 B, C 兩點,彼此等高,如壓力增大,C 處之面昇至 C′, 同時 B 處之面降至 B′, 而 DC′ 之體積適成 DC 之半,由波義耳定律,知 C′ 之壓力爲 2 氣壓,如 DC′ 適成 DC 之三分之一,則知其爲 3 氣壓,故再加 C′ 與 B′ 之間之高差,卽得目的處之壓力. 用此方法,則無論如何之高壓,皆可求得. 不過壓力愈高,則 DC′ 之體積之測定,亦愈易錯誤,欲求精密之結果,實非易事.

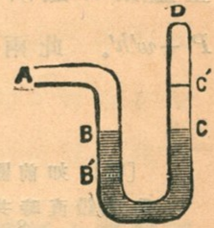


圖 134.

§240. 除以上所述之三種而外,倘有測定蒸汽鍋爐中壓力之器械,與無液氣壓計同一原理,利用金屬之彈性製成. 此種壓力計,多有圓形之面,其上刻度,由指針之運動將其壓力表出.

§241. 關於兩種液體之例題. (1) 於兩端開放之曲管,如圖 135 之中,先盛以一種液體,次由 C 端,再注入一種液體,其比重較前者爲小,兩者彼此不能混合. 如此,則由 C 至 A, 爲後加之液體,由 A 至 B, 爲前此之比重較大之液體,C 之面恆較 B 之面爲高. 兩種液體之境界面爲 AA′, 由境界面測至 B, C 兩面之高,命之爲 $AC = h$, $A'B = h'$, 則 h 與 h' 之比,當與兩液體之比重爲反比例. 何則? 就同一水平面上之 A, A′ 兩點觀之,既爲同一之液體所連絡,而又等高,故其壓力相等.

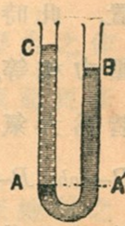


圖 135.

如命 P 為氣壓, w, w' 為在 C 點及 B 點之液體之單位體積之重量,則 A 點所受之壓力當為 $P+wh$, A′ 點所受之壓力,當為 $P+w'h'$. 此兩力相等,即 $P+wh=P+w'h'$, 故得

$$\frac{h}{h'}=\frac{w'}{w}.$$

〔問〕 如前圖 AC 之部分為石油,鉛直時共長 1 尺 8 寸, A′B 之部分為水,鉛直時共長 1 尺 6 寸,問石油之比重若干?

(答) $\frac{8}{9}$.

例題 (2) 前法只能比較彼此不相混合之兩種液體之比重,如兩種液體可以互相混合之時,則當用圖 136 之裝置以比較之. CD 為玻璃曲管,其上有一支管,將欲比較之兩種液體,各盛入一器內,如圖中之 A, B, 曲管之兩端各插入一器中,自上端之支管將空氣吸出,使液體昇入管中如圖上之位置. 此時 C 與 D, 為有連絡之氣體之部分,故壓力相等. 然 A 及 B 之液體面所受之壓力,皆為大氣之壓力,故若與前用同一之符號,則

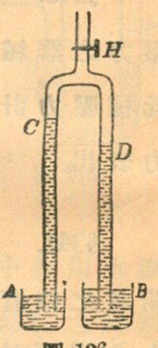


圖 136.

$P-wh$, $P-w'h'$ 為 CD 管內封閉之氣體之壓力,彼此應相等. 故 $wh=w'h'$, 故兩液體之比重,與 AC, BD 之高成反比例.

第五章 虹吸及唧筒

§242. 虹吸

用前圖 129 之乙之裝置,卽以兩器盛同種類之液體,再以一曲管充滿同一之液體架於其上,以作連絡. 如將兩器中之任何一器降下少許,如圖 137 之甲,則因液面之高低不同,液體卽由較高之器 A,移至較低之器 B 內,直至兩器內之液體面,仍成等高爲止. 液體在移動中,須昇至管中之高處,與所以能昇上之理,則由於 A 器內之液體面受有大氣壓力之作用. 又將一器之位置,更降下至乙圖之位置,使其液面更在曲管之端以下,則液體之移動,仍毫不受影響.

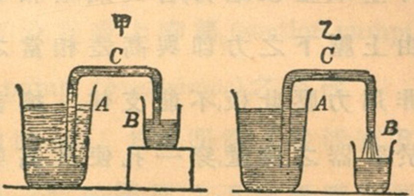


圖 137.

上述之裝置,每用之於將器內所盛之液體移至他器之時. 如是,雖不必將容器傾斜,亦能使其內之液體移入他器之曲管,曰**虹吸**(siphon; *Heber*).

§243. 欲說明上述現象,試於曲管中最高之處,卽 C 點,假設一隔板,使液體之運動爲其隔住,因而停止不動. 此時

隔板之左方所受之壓力爲(氣壓)−(與AC之高差相當之壓力),
隔板之右方所受之壓力爲(氣壓)−(與BC之高差相當之壓力).
此式中之B,在甲圖爲器內之液面,在乙圖則爲曲管之下端.
故B如較A低,則隔板左方所受之壓力大於右方所受者,故
如將隔板取去,液體卽自左向右移動.

又如爲圖137之乙之狀況時,可設想用一板將管之外端B處塞住,液體對於此板之壓力,較液面之壓力卽大氣壓力,多出與AB之高差d相當之液體柱,故板外空氣壓板之力,若與氣壓相等,則板所受由上壓下之力(卽與高差相當之壓力)大,故非用力壓此板,不能支住.換言之,卽不啻於容器之側壁,穿一孔使其高與B相等.以板塞住B之下端之管孔,與塞住此器壁所穿之孔相同.故若將B下之板取去,管內之水由B孔流出,與將器壁所穿之孔放開時,液體由之流出時無異.

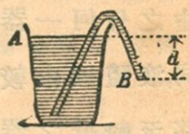


圖 138.

〔問〕在何種狀況時卽用虹吸亦不生效用?

(答)如目的在將甲器內之液體移至乙器內時,(1)曲管之彎曲部分,自甲器之液面觀之,過於太高,與由甲器液面測至曲管最高之點之鉛直距離相等之液體柱太重,氣壓不足以支持之時,譬如液體爲水銀,此鉛直距離若在760粍以上;液體爲水,此鉛直距離如在3丈2尺以上之時.曲管之上部已成眞空,液體之連絡,因而被其切斷,故不生虹吸之作用.(2)甲器內之液體,漸次移入乙器之內,兩器內之液面已成同一之高之後.(3)如在甲器內之虹吸之管長,則移動之作用繼續進行,至甲器內之液面降至外管之端之高處爲止.(4)如甲器內之虹吸之管短,則作用繼續至甲器內之液面,降至此管之端爲止.

§244. 水唧筒.

汲水用之唧筒,其主要部分,共有四種,即圓筒 (cylinder; *Zilinder*),恰能嵌入圓筒內之活塞(piston; *Kolben*),移動活塞之棒(rod; *Rute*),及瓣(valve; *Ventile*).

瓣之作用,在使空氣或水,只能自一方通過他方,不能逆其方向通過,其形有種種. 圖 139 所示之各種,皆使水僅能通至上方之瓣,水如欲流向下方,瓣立即將通路閉塞,故不能通過.

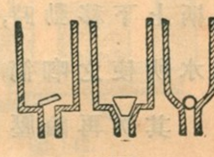


圖 139.

唧筒若就其作用論之,可分爲**吸上唧筒**(suction pump; *Sangpumpe*),與**壓上唧筒**(force pump; *Druckpumpe*)之兩種.

先述吸上唧筒. 其形如圖 140. E 爲圓筒, K 爲活塞, B, B′ 爲兩瓣,一裝於活塞之下端,一裝於圓筒之下部,兩瓣均使水或空氣,自由通過至上方,但不能通至下方. 最初先將柄曳上,如甲圖,則活塞 K 之下方,即成眞空,既成眞空,則圓筒內之壓力,即較外面之大氣壓力爲小,外部之水因受大氣之壓力作用,被壓昇入圓筒內.

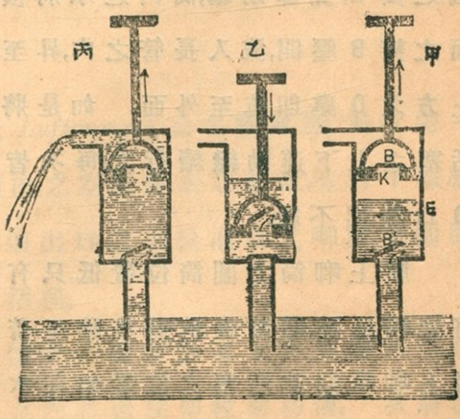


圖 140.

其次將柄壓下如乙圖,則下瓣閉而上瓣開,活塞即全體沒入水內,降至圓筒之下端前,在圓筒內活塞下面之水,因而昇上再將柄曳上如丙圖時,上瓣又閉,故將活塞上面之水壓出外面,同時活塞下面,將筒底之水吸上. 名雖稱爲吸上,其實則因活塞下面,生出空處,外面氣壓因而將水壓上. 又如繼續將柄上下移動時,每次活塞移上,均有水流出. 通常自井中汲水所使之喞筒,概屬此類.

其次再論壓上喞筒. 其構造如圖141. 水之入口處A,有一向內開之瓣,與高處之水之出口D連絡之處,即B處,有一向外開之瓣. 如將活塞移上,如甲圖時,水即由圓筒之底,通過瓣A流入圓筒之內. 次將活塞移下,如乙圖時,筒底之瓣A,立即閉塞,筒內之水將橫面之瓣B壓開,流入長管之內,昇至上方之D處,即流至外面. 如是將活塞之上下運動繼續行之,每次皆依同一之理,即可使水由D口流出不絕.

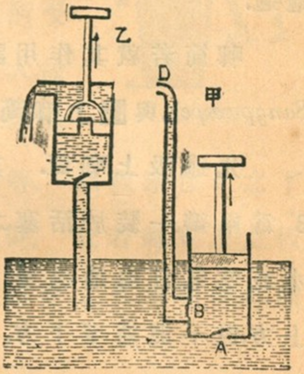


圖 141.

壓上喞筒之圓筒位置低,只有將水壓上之作用,故只須將管BD延長,則無論欲將水移至若何高處,皆可辦到. 若在吸上喞筒,則其活塞之位置,如在水面上3丈2尺以上之時(見§222),水即不能昇入圓筒之內,故即無效[但上面圓筒之

部分較活塞長亦無礙].

§245. 於壓上唧筒之下部裝一管如吸上唧筒之狀,即可得一種唧筒,兼有兩種作用.救火用唧筒卽屬此類,狀如圖142. 左右皆為此種作用之唧筒,其活塞交相上下時,水之流出卽不斷絕.

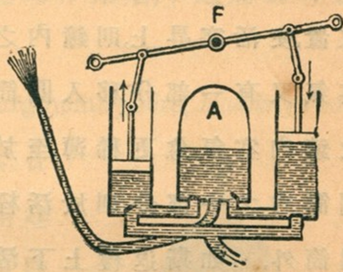


圖 142.

無論為吸上,為壓下,水之流出,皆斷而不續,欲防此弊,須如圖 142 之裝置,加一密閉空氣之處,卽所謂"空氣室" (air chamber; *Luftkammer*) 者,於水之通路之中. 用唧筒吸取之水,流入此空氣室內,壓迫室內之空氣,故空氣恆受甚大之壓力,卽活塞已無壓水出外之作用時,亦以此密閉空氣之壓力,將水壓出,故水之流出不致斷絕.

§246. 空氣唧筒.

空氣唧筒 (air pump; *Luftpumpe*) 又名排氣機,為欲將一密閉之室內,例如圖143鐘內,之空氣抽去之裝置,有若干種類.

圖中所示者,用有兩個出口之活栓而成之唧筒,其圓筒下端所示之黑斷面處,卽活栓.

如將活栓轉至甲之位置,然後使活塞上昇,則鐘內空氣之一部分,卽擴充於圓筒之內,其密度卽較前稀薄. 次將活

栓轉至乙之位置,然後使活塞降下,則擴充於圓筒內之空氣,即被壓於筒外. 又將活栓轉至甲之位置,使活塞昇上,則鐘內之稀薄空氣又有一部分移入圓筒之內,故鐘內空氣愈更稀薄,至於移至

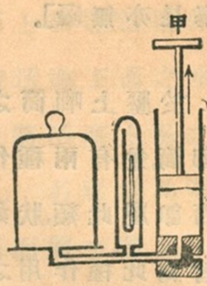


圖 148.

圓筒內之一部分,則於活栓轉至乙之位置後活塞降下時,排出筒外. 如斯返覆上下活塞,鐘內之空氣卽漸次稀薄.

實際上所用之器械,欲免去活塞上下時,一一將活栓轉動之煩,故用瓣之裝置,與水喞筒時同. 如此則活塞上下時,瓣自能開閉,以排筒內之空氣.

〔問〕 命 V 爲鐘之容積, v 爲圓筒之容積,活塞上下 n 次後,鐘內空氣之密度,與最初之密度之比,當爲 $\left(\frac{V}{V+v}\right)^n$,試證明之. 但活塞每次昇上時,活塞之上幷不餘少許空隙,活塞每次降下時,其活塞之下,亦不留少許空隙. 幷將連絡管中之體積,略去不論.

(答) 每上下一次,原在於鐘內之體積 V 之空氣,卽膨脹而成 $V+v$ 之體積,故其擴張後之密度,與原有之密度之比,當爲 $\frac{V}{V+v}$,無論上下若干次,皆與此同一理,故上下 n 次後,其密度與原有之密度之比,當爲 $\left(\frac{V}{V+v}\right)^n$.

§247. 用空氣喞筒,可得種種現象,爲通常大氣中所不能得見者. 例如已萎縮後之膀胱,置於喞筒之鐘內,俟空氣抽去後,膀胱卽鼓脹如初. 蓋因未抽去空氣之前,膀胱內之空氣壓力,適與膀胱外之大氣壓力相等,故內外兩方面,似皆未曾受何種壓力之作用,但旣將膀胱外之空氣抽去若干,則

外面之空氣壓力卽不如前此之强,故受內面空氣之壓力,使其容積擴大,簡單言之,卽前 §45 所述,氣體對於容器之壁,恒有壓力作用,其所以外觀上幷不見此作用者,不過爲器外之力所支持而已.

圖 144 爲**馬德堡半球**(Magdeburg hemisphere; *Halbkugel von Magdeburg*),卽鐵製之兩半球,內空,合之則成一球,僅其下部餘一孔. 用空氣唧筒將球內之空氣抽去,然後用活栓封閉之,雖用大力亦難將此兩半球分開. 因球外受有大氣壓力之作用故也. 如將活栓轉動,使空氣得入球內,則球內所受之壓力,亦與氣壓相等,內外恰相抵消,不生作用,故兩半球可以分開. 簡單言之,此實驗可以證明大氣壓力之存在.

圖 144.

§248. "眞空"之意義. 雖非正眞之眞空但若將其內之空氣大部分抽去,僅餘極稀薄之氣體時,亦稱爲**眞空**(vacuum; *luftleerer Raum*). 如其稀薄之程度甚低,卽尙有大部分之空氣存在時,謂之爲"低度眞空";如其稀薄之程度頗高,卽所餘之空氣已無多時,則謂之爲"高度眞空". 至於眞正之眞空,當爲高度眞空之極度.

§249. 水銀空氣唧筒. 特爲欲造成高度眞空而用之空氣唧筒之中,有不用圓筒及活塞等,而用水銀使其在管中或器內流動,因此將器內空氣,漸次驅出者,其種類頗多,概稱之曰水銀空氣唧筒(mercury air pump; *Quecksilberluft pumpe*). 其最古而又最簡單者,爲斯普稜革爾 (Sprengel; *Sprengel*) 之水銀空氣唧筒,其構造如圖 145. 其主要部分爲 ABCD 之玻璃管, DC 之長較氣壓計猶長. B 處連接於欲排除空氣之目的處 H. E 爲盛水銀之器,用厚橡皮管 FGA 連結 E 與 A. 由 A 至 G 之長,亦較氣壓計爲長. FG 之間有 O 可以任意開閉,以調節水銀通過之分量. 如將 O 調節得宜,使 B 處之水銀滴滴落下,毫不間斷,又不致連成一片,則當水銀暫時切斷之時, H 中之氣體,卽在水銀滴與 BAG 水銀柱之間膨脹,此膨脹後之空氣,經其次流出之水銀滴,將其與 H 之通路隔斷,只能隨水銀滴落下,至 D 處始由下端逸出. 故 H 內之氣體,因之漸成稀薄.

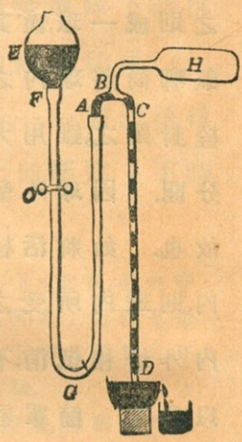


圖 145.

§250. 在通常用圓筒之空氣唧筒,其活塞或活栓以及瓣等各部分,皆不能免有若干容留空氣之處,故雖覺業已將空氣完全驅出,然活塞下面,仍有空氣存在,次因其與鐘之部

分連爲一氣,故不能使空氣無限制稀薄. 就此點論之,水銀空氣唧筒,較平常用圓筒之唧筒爲優. 不過斯普稜革爾之水銀空氣唧筒,其作用未免過於遲鈍,至爲不便. 近來發明各種空氣唧筒,無論其用圓筒,或用水銀,其作用多有極佳者.

§251. 格德(Gaede; *Gaede*)之空氣唧筒. 此種唧筒之外形如圖146. P爲空氣唧筒,M爲用電流而起轉動之裝置(詳見後第十篇第六章之電動機)轉動經L革帶之連絡,傳至P之後面之輪.

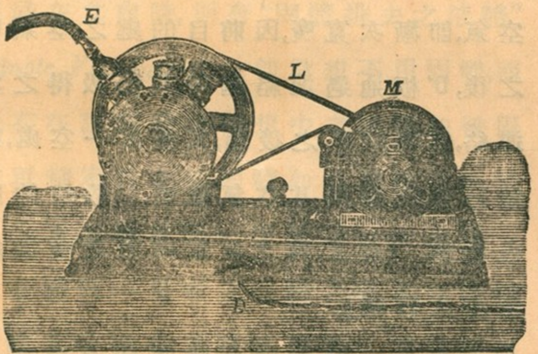


圖 146.

此器之內部構造及其作用,可用圖 147 以說明之. A爲固定於臺上之圓筒,B爲圓柱與L革帶所套住之C輪共同轉動,其轉動之軸,

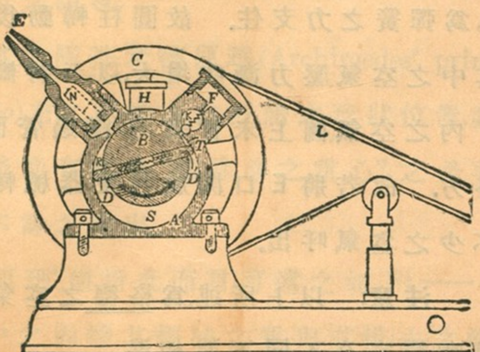


圖 147.

並不在圓筒 A 之中心線上,故 B 圓柱與圓筒之間,常餘一新月形狀之空間. 圓柱 B 之上,有橫溝,有板 DD′ 密嵌於其上,DD′ 因彈簧作用;恒被壓向外方,故板之外側,無論何時,皆與 A 之內側密相接觸,新月形之空間,因此被分爲 R, S, T 之三部分. E 爲與欲將空氣抽出之器連接之處,由此經過小孔,卽與新月形之處之一端連絡,故 B 若依箭頭方向轉動時,R 之空氣,卽漸次寬廣,因將目的處之空氣吸出. 圓柱轉動半周之後,D′ 板通過連絡處時,其已吸得之空氣,卽與目的處斷決連絡,但同時 D′ 之後面,又生出一空處,與 R 相同,此空氣卽繼續自目的處,將其空氣吸出. 故目的處之空氣,漸次被吸而成稀薄. [在 E 內之 N 爲極密之金屬網,以防外面之物,隨空氣而入器械].

如是吸取之空氣,隨圓柱之轉動,先至 S 之位置,次又至 T 之位置,空處 T 之端,有小孔,此小孔上有一由外關閉之瓣 K,爲彈簧之力支住. 故圓柱轉動後,T 之空處卽漸次狹小,其中之空氣壓力漸次增大,以至將瓣壓開,出於 F 處. 旣至 F 內之空氣(圖上未曾畫出)經過管而至 H 處,再由 H 以出於外方. 故若將 E 口開放後使器械轉動,則 H 上端之口,卽有不少之空氣呼出.

注意: 以上所述,爲格德之空氣唧筒,與格德之水銀空氣唧筒完全不同,不能相混.

第六章 流體之浮力

§252. 阿基米德之原理.

液體中若有固體浸在其內時,則有"固體排去之液體"(displaced liquid; *verdrängte Flüssigkeit*). 卽設想不用固體,而以其周圍之液體代之存在該處時,此假想中之液體,卽被固體所排去之液體. 若再精密言之,卽固體如全部皆在液體中時,其所排去之液體云者,卽與其同一形狀,同一大小,同一位置,而又與固體周圍液體同一種類之液體之謂也;如固體只有一部分在液體中時,其所排去之液體云者,則爲與液面以下之固體部分同一形狀,同一大小,同一位置,而又與其周圍液體同一種類之液體之謂也.

注意: 若單就下述之阿基米德原理(Archimedes' principle; *Archimedisches Prinzip*)言之,則排去之液體之形狀位置,並無一定言明之必要,但後節有想像"排除液之重心"之必要,故其形狀位置,皆不可不爲之定出.

所謂"阿基米得之原理"卽指此而言,可述之如下:——

［定律］ 在液體中之固體,其輕減之重,與其排去之液體之重相等.

卽全體皆在液中之固體,所減輕之重,與此固體自身同一體積,與其周圍同質之液體之重相等;僅有一部分在液中時,其所減輕之重,則與其在液面下之部分同一體積,與周圍同質之液體之重相等.

§253. 上述之定律,可用實驗證之. 先取入水不溼,而又不致崩壞之固體(如石,金屬,玻璃,陶器等),秤其重量得 W. 次任意定一適宜之位置,如圖 148 左邊之甲,使器中之水,直至器口邊爲止,器口之下另置一杯,承受由器中流出之水. 然後如乙圖,將固體浸入液內,秤其重量,得 W', 又將自器內溢出之水重秤之,得 W''. 如此,則有 $W-W'=W''$ 之關係.

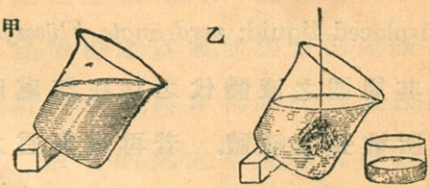


圖 148

〔問〕比重2.5之十斤重之石,在水中秤之,其重如何?

(答) 與石同體積之水重爲 $10\times\frac{1}{2.5}$ 卽4斤. 故石在水中之重爲 $10-4=6$ 斤.

§254. 浮力.

所謂固體在液內減輕,非指作用於固體之重力減少而言. 重力並未少變,只不過液體對於固體之面之各部分作用之壓力,其合力恰與排去之液體之重相等,且其作用之方

向又係鉛直向上,故成此結果. 如是,

［定義］ 作用於液中固體面之壓力之合力,曰液體之浮力(buoyancy; *Auftrieb*).

§255. 要之,阿基米得之原理,爲浮力與排去之液體之重相等,其作用方向,則爲鉛直向上. 此原理不特可由理論上說明,且可將浮力之作用線位置,同時求出.

按凡在液體中之固體,其各面各部分所受之壓力,由前§200,若能知其各部分在液面下之深度及其面之大小方向,卽可決定,與物質之種類並無關係. 然若將固體取去,而用與之同一形狀,與周圍同質之液體,置於同一位置上時,此液體部分之表面上各部分所受之壓力,當然與固體時相同,故此等壓力之合力,卽浮力,當然亦不變. 但既經如是換過,卽成全體一樣之液體,其中之任何部分,皆無失其平衡之理. 故代替固體之液體部分,不必由外部加以若何之力,卽以其自身之重,與周圍壓力之合力,卽浮力之作用,自成平衡,然則此浮力,當然須與此液體部分之重相等,且須沿通過其重心之鉛直線,向上方作用(見§98). 此處所謂之液體部分,卽固體所排去之液體,故得一定理如下:——

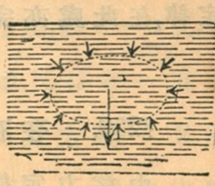


圖 149.

［定理］ 作用於液中固體之浮力,與固體排去之液體

之重相等,且沿通過排去液體之重心之鉛直線,向上作用.

此卽浮力之定律,前述之阿基米得原理,卽此定律之一部分.

注意: 前圖所示者爲固體完全在液體內時之例. 如有一部分在液體外,如圖 150 時,依前所下之定義,此時若以排去之液體(卽圖中充滿 ACBD 之液體)代原有之固體,亦成平衡. 故上述關於浮力之大小及其作用線之定律,在此處亦完全可以適用.

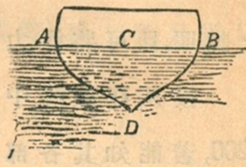


圖 150.

§256. 在液體內之物體之運動.

由浮力定律可以推知下列之事項.

如固體較同容積之液體爲輕,則卽令一旦全體沉下,然因其所受之浮力,大於其所受之重力,故若將手放開,物體立卽浮上,必有一部分出於液體以外,被其所排除之液體部分,較固體之體積爲小,因而成爲平衡(卽 §260 所述之狀況). 如固體較同體積之液體爲重,則若將手放開,浮力不足以支持重力故全體直沉至全液體之底爲止,其超過浮力之重力部分,卽以器底支持之.

又固體之重,與同體積之液體之重,彼此相等時,無論將固體置於液體中任何地位,皆卽在其處靜止,決不上下運動. 如固體之重心,與其排去之液體之重心,不在一鉛直線上時,

卽不能在所放置之地位靜止,須轉動至一位置,使此兩重心同在一鉛直線上,然後始能靜止.

〔問〕能浮出於水銀上面之金屬爲何? 試舉其二三種.

(答) 鋅,鐵,銅,鉛等,一切比重較水銀爲小之物,皆具此性質.

§257.　關於比重及體積測定之應用.

應用阿基米得原理,卽可用天平,求出沉在水中之任何形狀之固體體積及其比重.　試命 W 克爲固體在空氣中秤得之重,全部沉入水內秤之,得 w 克,此兩者之差,卽 $W-w$ 克,爲其排去之水之重,卽與固體同體積之水之重,又按每一立方糎之水,重 1 克,故此固體之體積當爲 $W-w$ 立方糎.　又固體之比重,爲其重量 W 克與同體積之水重 $W-w$ 克之比,卽爲 $\dfrac{W}{W-w}$.

§258.　欲求某種液體之比重,而又有一種固體,無論浸入水內或浸入欲測比重之液體內,皆無妨礙時,仍可用同一方法以求之.

令此固體在空氣中之重爲 W,浸入所欲測之液體內之重爲 w,浸入水中時之重爲 w'.　則與固體同體積之液體重量當爲 $W-w$,與固體同體積之水之重量當爲 $W-w'$,故欲求之液體之比重,當爲 $\dfrac{W-w}{W-w'}$.

注意:　測定比重之其他之方法,如 §24, 25, 264, 266 等.

〔問〕如有一金屬片,在空氣中測之,重21克,浸於水中測之,重19克,問其體積及比重各若干?

(答)同體積之水爲21－19卽2克,故所求之體積爲2立方糎,比重爲21克與2克之比,卽等於10.5(此數爲銀之比重,故題中之金屬片,似爲銀製成)。

〔問〕在空氣中重4兩3錢,浸入水內重4兩1錢之固體,其體積及比重各若干?

(答)體積爲2錢之水之體積,卽2×3.7301立方糎,至其比重則爲$\frac{43}{43-41}$卽21.5(此數與白金之比重相等,故題中之固體,似係白金)。

注意:由此問題,可知欲求體積,須將重量換算成爲克數,如求比重,則無須換算,卽用其原設之單位。

〔問〕求某種液體之比重時,用100克之玻璃塊,沉於水中秤之,得65克,沉入此液體內秤之,得70克。問此液體之比重若干?

(答)與此玻璃塊同體積之水,重100－65＝35克,與其同體積之液體,重100－70＝30克,故比重當爲$\frac{30}{35}$卽0.86。

〔問〕以比重2.5之石塊重5兩,沉於某種液體之中,卽成3兩4錢,求此液體之比重。

(答)與石同體積之水,重$\frac{50}{2.5}$卽2兩,此液體則重50－34＝16錢,故比重當爲$\frac{16}{20}$卽0.8。

§259. 大氣之浮力.

阿基米得之原理,卽在大氣中之物體,亦可適用之。空氣之密度,通常爲1.2每竏克左右,故與地面接近之物體,每一竏之體積,約受1.2克之浮力作用。前於§213中,曾加一注意(2),卽指此而言,一切物體之表面上一切部分,每一平方寸上,雖受有13斤重之壓力作用,其爲數不爲不大,然其合力,不過使物體每一竏之體積,受1.2克之力,浮向上方而已。

體積大重量輕之物體所受之大氣浮力,其作用特別顯著,固無待論。如白金1竡重21500克,因大氣浮力減輕1.2克,故其影響尙不及一萬分之一。然如爲軟木,則其重爲240克,故因大氣浮力影響,減輕約二百分之一。

尙有較此爲大者,如氣球等類是也。此類物體,其內概充滿煤氣或輕氣等,其密度均較空氣之密度小,故氣球上雖載以人及若干重器具,猶較同體積之空氣爲輕。故大氣之浮力,較其自身之重爲大,一放開後,卽在大氣中昇上。但大氣密度,不能到處一定,如水中然,愈在上面其密度愈小,故輕氣球等類之物,不能浮出一部分至空氣以外之地。愈昇上則大氣之浮力愈減小,最後直至完全與物體之重量相等爲止。此時與物體同體積之周圍之空氣之重,與物體自身之重相等。既昇至此地位後,物體立卽停止,既不能再昇,亦不降下。

§260. 液體上之浮體.

浮於液體表面不受他力作用而成靜止之物體,其所受之力,僅其自身之重及液體之浮力兩者而已。物體受此兩力而成平衡,故此兩力之大小必相等,又非在一共通之直線上作用不可(見前§98) 然依浮力定律,浮力當與排去之液體之重相等,又須沿通過該液體重心之鉛直線作用,因得下列之兩種關係:——

［定律］(1)　浮體所排去之液體之重,等於浮體之重.

(2)　浮體之重心與其排去之液體之重心,同在一鉛直線上.

例如有一直六面體,其物質之分布全體一律,其比重爲$\frac{1}{2}$,此物體浮於水面時,當如圖151之甲之狀況,其一對之面,成爲水平,水面恰及其厚之一半.　此時其排去之液體之體積恰爲物體之體積之一半,而液體之密度則爲物體之密度之倍,故其重與物體之重相等,與第一條件恰相符合.　又其排去之液亦爲一直六面體,其重心 G′ 與物體下半部之中心相當,卽恰在物體之重心之正下方,又與第二條件相符.　故物體須在此位置方成平衡.

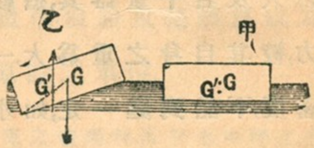


圖 151.

反之,如相對兩面之平行對角線,恰在水面上,如乙圖所示之狀况時,物體之體積之一半,在水面以下,一方面物體之比重爲$\frac{1}{2}$,故與第一條件恰相符合.　但其排去之液體之重心在 G′ 之位置(與前§151之三角板之重心相同),並不在 G 之正下面,故與第二條件不符.　此時之重力與浮力,當沿圖中箭頭所示之方向,起其作用,故物體不能靜止,須向順時針方向轉動,達於甲圖之位置後,始能靜止.

［問］用全體組織一樣之木質,作成一扁平圓柱,厚三寸,使其圓面成爲水平,置於水面上,則浮出水外之厚爲一寸.　此木之比重若干?

(答) $\frac{2}{3}$。何則？因此木與其體積之三分之二之水，同一質量故也。

〔問〕器內盛水，冰浮於上，冰融後水面昇上乎？抑下降乎？

(答) 不昇不降。何則？冰融後卽成同重之水，其浮於水面之時，冰之重與其排去之水之重相等，故其融後所成之水，亦恰與冰所排去之水同一體積，以之充滿其處，不應有過不足，故水面不昇不降。

〔問〕冰之比重0.92爲已知，問冰浮於水上時，其在水面上之部分，與在水面下之部分之比若何？

(答) 令冰之全重爲1，則與在水面下之部分同一體積之水，其重亦當爲1。故此部分之冰之重當爲1×0.92；因知水面以上之部分之冰，其重當爲1−0.92卽0.08。故水面以上之部分與水面以下之部分之比爲$\frac{8}{92}$，卽水面下之部分約爲水面上之部分之十一倍半。

〔問〕有軟木一塊重5錢，其比重爲0.24，欲附以少許之鉛，鉛之比重爲11.3，使其全體沉入水中，問至少須鉛若干？

(答) 與5錢之軟塞同體積之水，其重爲$\frac{5}{0.24}$錢，與x錢同體積之水，其重爲$\frac{x}{11.3}$錢。軟木與鉛並在一處沉於水內所受之浮力，爲等於全體積之水之重，卽等於$\frac{5}{0.24}+\frac{x}{11.3}$錢之重。故此幷在一處之鉛，及軟木，或沉或浮之境界，卽浮力與物體之重相等之時，卽

$$\frac{5}{0.24}+\frac{x}{11.3}=5+x,$$

$$x=17.4$$

故只須用17.4錢以上之鉛，卽足使此軟木全體沉下。

〔問〕於膀胱之中，封入若干之空氣，不必使更膨脹，以適當之錘繫於其下，然後放之海水中，如在淺處放之，立卽浮上；如在深處放之，轉而沉下。究係何故？又其境界面應在何處？

(答) 膀胱入　愈深，則其外面所受之壓力愈大，故其體積被壓力壓縮。因之深處作用之浮力，亦不得不小。如是體積與浮力之減小，幷無一定之限制。〔何則？因膀胱本身，對於使其萎縮之作用，毫無抵抗之性質(卽自已並無膨脹之性質)，故支持外面壓力者，乃其內面所封閉之空氣之壓力，此壓力恆與其外面所受之壓力相等。然在水深處，此外面之力，可以無限增大，而內面所封密之空氣(依波義耳定律却不能無限縮小)〕。故錘如非過重，能

使最初尙未十分壓縮之膀胱,可以浮起之程度,則將此全體用力壓入水中,其初雖因浮力大過錘之重力,故全體浮出,然漸次壓下,則此超過重力之浮力,卽漸次減小,全體壓至一定之深處時,浮力已不足浮起所懸之錘,再下全體立卽沉下矣.

試命此境界之深處爲 D 粎,膀胱內所容之空氣在空氣中爲 V 竍,在 D 尺深處之體積爲 V' 竍,氣壓爲 B 粍,則在 D 尺深處之壓力,若以水銀柱長表之,當爲 $B+\frac{1.02}{13.6}\times 1000\,D$ 粍,故

$$V'=V\times\frac{B}{B+\frac{1020}{13.6}\times D}$$

命 v 竍爲錘之體積,W 瓩爲全體之重,則此重量當與全體之浮力,卽 $(V'+v)\times 1.02$ 克相等.故

$$W=1.02\times\left(\frac{VB}{B+\frac{1020\,D}{13.6}}+v\right);$$

故

$$D=\frac{1.02(V+v)-W}{W-1.02\,v}\times\frac{13.6}{1020}\times B.$$

§261.　浮體平衡之穩度.

前節所述之兩條件,雖皆可以滿足,然如浮體之平衡爲不穩平衡時,實際上決不能在此位置上靜止,必傾向一方,變成其他之穩平衡位置,始成靜止.例如組織一樣之細棒,橫浮於水面上,固爲穩平衡,若豎立之使浮於水面,卽成不穩之平衡,其作用如圖 152(G 爲棒之重,C 爲排去之液體之重心).

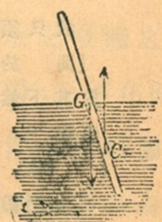


圖 152.

§262.　浮體雖傾斜,其形狀亦不變時,其所受之重力,恒在一定之重心 G 上作用.浮力則不然.在平衡之位置時,

C 爲排去之液體之重心,故浮力當通過此點作用,如前節所述. 如物體略微傾斜至圖 153 之乙之狀態時,排去液體之形,由 ABD 變成 A′B′D,故其重心亦由 C 點移至物體所傾向之一方(卽圖之右方)而至於 C′(見§153 重心之變動). 故在傾斜之位置時,浮力當沿通過 C′之鉛直線 C′M 作用,而重力則仍在通過G點之鉛直線下作用. 若如圖 135,線 C′M 比 G 點更在物體所傾斜之方,卽 C′M 與 CG 線之交點 M,如在 G 點之上,則浮力與重力之作用,在使物體減少其傾斜程度,觀圖自明.

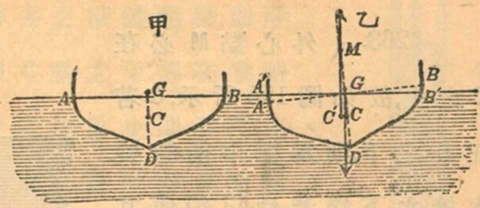


圖 153.

反之,如圖 154 通過 C′之鉛直線與CG線之交點M,在 G 點之下時,浮力與重力之作用,在使物體增加其傾斜之程度,卽使其顚覆爲止. 如是性質之M點,其定義如下:——

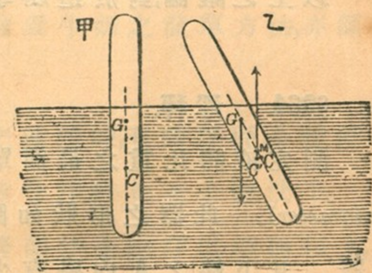


圖 154.

[定義] 物體自其平衡位置略微傾斜時,浮力之作用線,與連結未傾斜以前所排去之液體之重心及物體本身之重心之直線,相交之點,曰**外心點**(metacentre; *Metazentrum*).

用此語,則平衡之穩否,由下列之定理而決:——

[定理] 外心點若較重心高則穩,低則不穩.

§263. 外心點M必在C之上,故如圖155所示,G若在C之下,則爲穩平衡無疑.木棒之下端,若付以鉛,使其重心降低,卽屬此例.

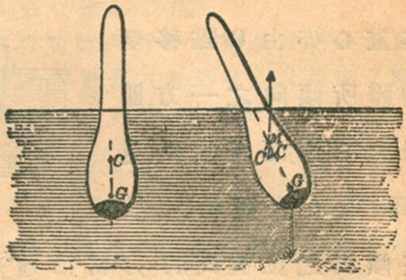


圖 155.

反之,若G在C之上,如前節之二例,卽有穩與不穩之兩種. 其究屬於何種,則由外心點之位置而定. 外心點之位置,則由物體之形狀而定.

以上之議論,對於造船學有重大關係,固無待言.

§264. 浮秤.

測定液體比重之最簡單方法,莫如用浮秤 (Areometer; *Aräometer*). 此器之形狀如圖156所示,爲一完全封閉之玻璃器. 其下端之A內盛有少許之水銀,或若干鉛粒,故較上端頗重. 其中部B處內空,較全管粗,爲排去液體體積之主要部分. 其上之C處爲粗細一樣之玻璃管,管中有刻度之紙片.

將此器放入欲測其比重之目的液體之內,其重心當在A之附近,而排去之液體之重心,約在B部之中,器在液中,直

立而浮如圖 156. 浮秤爲重量一定不變之浮體,故其排去之液體之重,其值恒一定不變,故液體之比重如大,則排去之液體體積,即浮秤在液內之部分,即小,即 C 管之下部在液體表面附近靜止. 如液體之比重小,則浮秤在液內之部分大,即 C 管之上部在液體表面附近而成靜止. 故讀 C 管內紙上之刻度,視液面與何處相合,即可推知液體之比重爲若干.

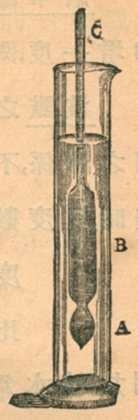


圖 156.

混水之酒精,其比重之大因混入水之分量而異,水愈多則其比重愈大,愈近純粹,則其比重愈小. 故由酒精之比重,可以察知其內所混入之水之分量. 對於此種目的,以用浮秤最爲便利. 檢查牛奶之簡單方法,亦係應用此理.

如用一浮秤,測比重甚小之液體時,有時浮秤全體浸入液體全體之中,浮力猶有不足,遂令浮秤竟至全體沈下. 又如測比重甚大之液體時,即細管部分全體浮出液面以上,有時亦有不足,甚至並 B 之部分亦浮出液體以外. 在此兩種時候,浮秤皆無所施其用,故一浮秤所能測出之比重,其範圍各有一定.

§265. 用浮秤以表比重時,通例不言其比重爲若干,而言其爲屠華德(Twaddle)之若干度,或波默(Beaumé)之若干度

屠華德度數,係以比重 1 為 0,自此以上,比重每增 0.005,即增一度,例如屠華德 10 度,即比重 1.05 之謂.

波默之度數,係將浮秤管上平分而刻出之數,故與比重間之關係,不能如屠華德度數之簡單. 用於較水為輕之液體時,其度數如下:——

度數	10	15	20	25	30	35	40
比重	1.000	0.963	0.928	0.897	0.867	0.842	0.817

用於較水為重之液體時,其度數如下:——

度數	0	13	24	34	42	49
比重	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5

§266. 浮秤之種類,並不限於前節所述之數種,其他尚有若干種,其最重要者為尼科爾遜(Nicholson)浮秤. 用時使其浮於水上,以測細小之固體之比重,其形如圖 157. A 為金屬製成之中空物體,其上下皆有承物之盤,其下有錘,在水中浮起成一鉛直之位置;僅以器械放之水中,則浮起必過高. 故最初於上面之盤中置 D 之砝碼,然後將砝碼增減,使其等於 W 之時,C 之附近之標點,恰昇至水面之上. 其次取目的物若干,使其較 W 略少;而置之於 D 之盤上,再加若干之砝碼,使等於 W' 時,同一之標點,恰在水面之上. 最後將此物體移

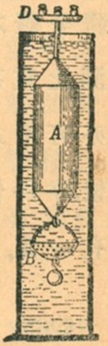


圖 157.

置水中之 B 盤內，而於 D 盤內加添法碼 W''，使同一標點，仍恰在水面之上。如此則

$$\text{物體在空氣中之重} = W - W'$$

$$\text{物體在水中之重} = W - W''$$

$$\text{同體積之水之重} = (W - W') - (W - W'') = W'' - W'$$

故
$$\text{比重} = \frac{W - W'}{W'' - W'}.$$

第四篇 力學下 運動

第一章 速度及加速度

§267. 速度.

一物體之進行,有速有遲. 在一定之時間內,經過之路程長者,則其進行速,路程短者,則其進行遲. 如是之遲速程度,稱之曰**速度**(velocity; *Geschwindigkeit*).

［定義］ 速度爲表路程對於時間之比,即對於一定時間表所經過之路程之量.

表速度之方法,係以時間之單位及在此時間內所經過之路程兩者表之. 如"每一時間若干里"或"一時間若干里"或"每時若干里"等,皆通常表速度之法.

此種量無論在何處,皆只能表速度,決不能表長;速度與長,乃完全不同之量,自不待言. 但如上述之表法,於數之下,即接以"里"字,里爲長之單位,故易使人誤會作所表者爲長,不易辨其爲速度矣. 欲去此弊,可將"每時"兩字移後,使與"里"字緊接,而成"若干每時里",即不致混雜. 即將"每時里"之字,連爲一片以作速度之單位. 如用他種之長之單位及