暦算全書

環中黍尺　巻一至巻三

第六冊

小引

環中黍尺者。所以明平儀弧角正形。乃天外觀天之法。而渾天之畫影也。天圜而動。無晷刻停。而六合以內。經緯歷然亘萬古而不變。此即常静之體也。人惟圜於其中。不惟常動者不能得其端倪。即常静之體。所為經緯歷然者。亦無能擬諸形容。惟置身天外。以平觀大圜之立體。則周天三百六十經緯之度。辟半劃分明。皆能變渾體為平面。而寫諸片楮。按度考之。若以頗黎水晶通明之質。琢成渾象。而陳之几案也。又若有鏤空玲瓏之渾儀。取影於燭。而惟肖也。故可以算法證儀。亦可以量法代算。可以獨喻。可以衆曉。平儀弧角之用。斯其妙矣。庚辰中秋。鼎偶需寒疾。謝務屏絕。展轉牀褥間。斗室虛明。心間無寄。秋光入戶。秋

夜彌長。平時測算之緒來我胸臆積思所通引伸觸類。乃知曆書中斜弧三角矢線加減之圖。特以推明算理。故為斜望之形。其弧線與平面相離。聊足以彷彿意象。啓人疑悟。而不可以實度比量。固不如平儀之經緯皆為實度。弧角悉歸正形。可以算即可以量。為的確而簡易也。病間。錄枕上之所得。輒成小帙。然思之所引無方。而筆之所追未能什一。庶存大致。俟同志之講求耳。此第一卷原序也。餘詳目錄

康熙三十有九年重九前七日勿菴力疾書時年六十有八

環中黍尺目錄

甲數乙數法 以加減代乘除

卷五

加減捷法

加減捷法補遺

加減又法 解恒星曆指第四題

加減通法

有垂弧及次形。而斜弧三角可算。乃若三邊求角。則未有以處也。環中黍尺之法。則可以三邊求角（如有黃赤兩緯度可求其經）可以徑求對角之邊（如有黃道經緯。徑求赤道之緯）可立術起妙。而取徑遙深。非專書備論。難諳厥故矣。書成于康熙庚辰。非一時之筆。故與舉要各自爲首尾

凡測算必有圖。而圖弧角者。必以正形。厥理斯顯。于是以測渾圓。則衡縮欹衺。環應無窮。殆不翅纍黍定尺也。本書命名。蓋取諸此

用八綫至弧度而奇。然理本平實。以八綫量弧度。至用矢而簡然義益多通。要亦惟平儀正形。與之相應。一卷之先數後數。所爲直探其根以發其藏也

平儀以視法。變渾爲平。而可算者亦可量。即眎度皆實度矣。二卷之平儀論。所以博其趣。而三極通幾。其用法也（黍尺名書于茲益著）

矢度之用。已詳首卷。而餘弦之用。亦可參觀。故又有三卷之初數次數也 初數次數。本用乘除。亦可以加減代之。故有加減法。以疏厥義（自三卷以後亦非一時所撰今以類相附而仍各爲之卷）

四巻之甲乙數。即初數次數之變也。而彼以乘除。此以加減。則繁簡殊矣

五巻之法。亦加減也。而特為省徑。故稱捷焉。用初數。不用次數。用矢度。不用餘弦。以視甲乙數。又省其半然不可不知其變。故又有補遺之術也

恒星曆指之法。別成規式。而以加減法相提而論。固異名而同實。是以命之又法也

以上環中黍尺之法。約之有六。用乘除者二。其一先數後數。其一初數次數也。用加減者四。初數次數也。甲乙數也。捷法也。又法也。本書中具此六術。然而加減捷法。其尤為善之善者歟

外有不係三邊求角之正用。並可通之以加減之法者。是為加減通法。蓋術之約有其理必精。數之確者為用斯溥。茲附數則于五巻之末。以發其例

兼濟堂纂刻梅勿菴先生曆算全書

環中黍尺

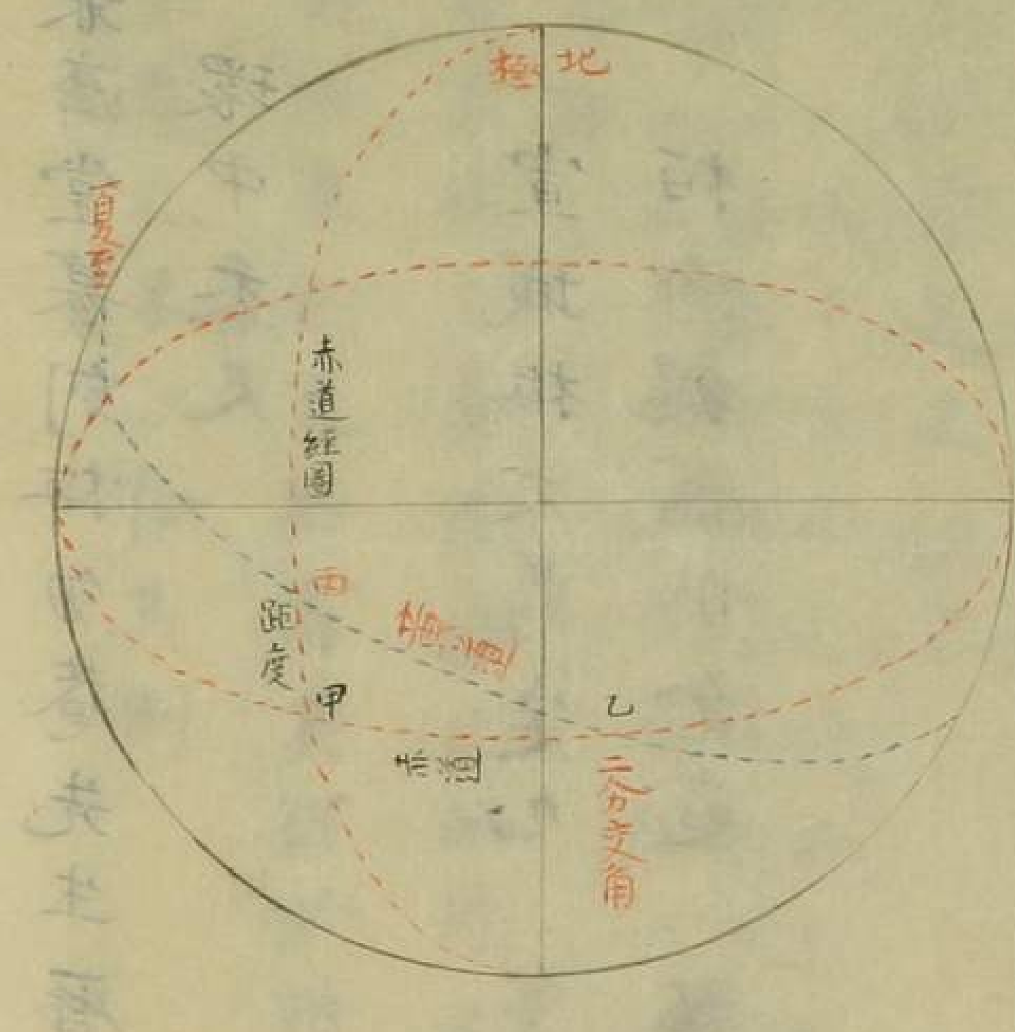
宣城梅文鼎定九 著
柏鄉魏荔彤念庭 輯
男 乾斅一元
士敏仲文
士説崇寛 同校正
錫山後學楊作枚學山 訂補

總論

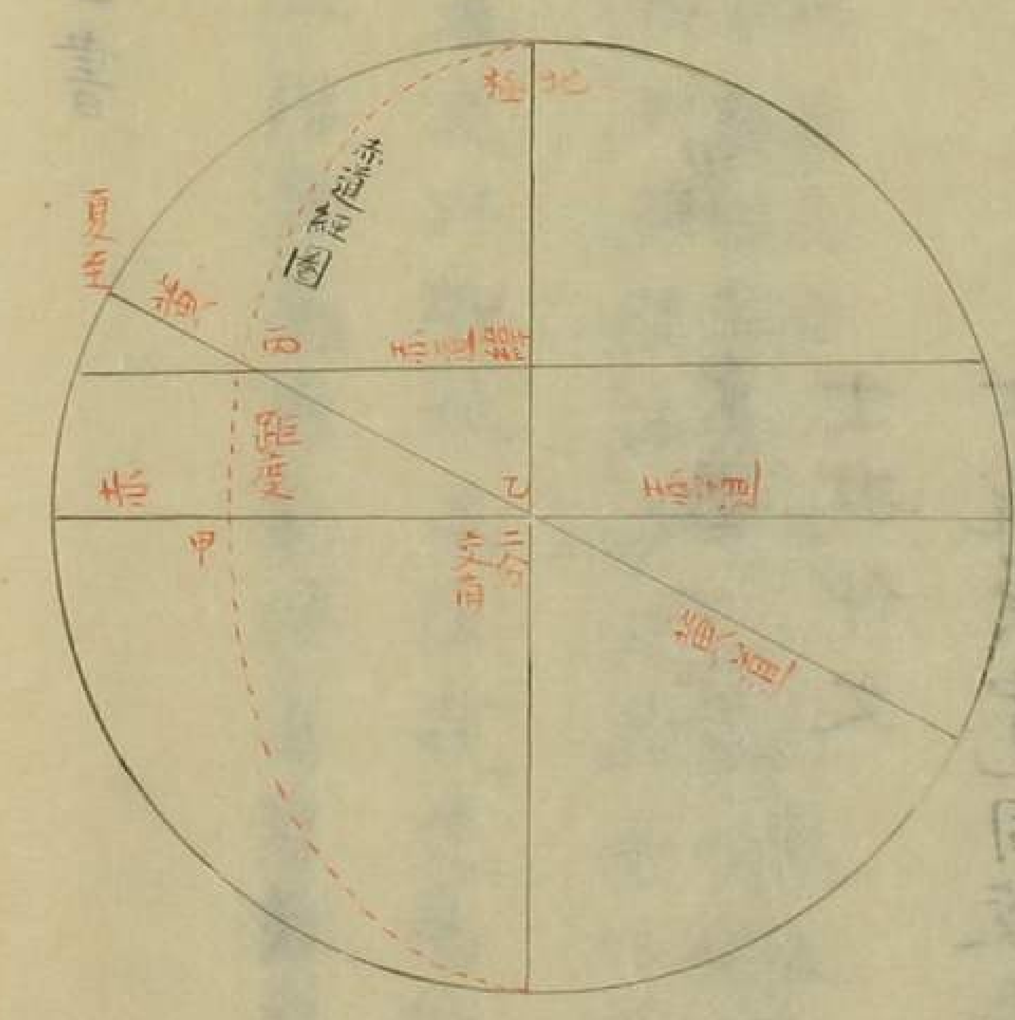
弧三角用平儀正形之理

作圖之法有二。一為借象。一為正形。以平寫渾。不得已而為側眺遥望之形。以曲狀其變。然多借象而非正形。茲一準平儀法度。寘二極于上下。而從旁平視之如置身大員之表以觀大員則渾球上凸面之經緯弧角。一一可寫于平面。而悉為正形。于是測望之法。步筭之源。皆不煩箋疏而解

斜視之圖



平儀正形



平儀用實度之理

斜視之圖。無實度可紀。弧角之形。其實度非算不知聊足相擬。茲者平儀既歸正形。則度皆實度。循圖可得。即量法與算法。通為一術。以擷徑查角度。以距綫查弧度並詳二卷

平儀用矢線之理

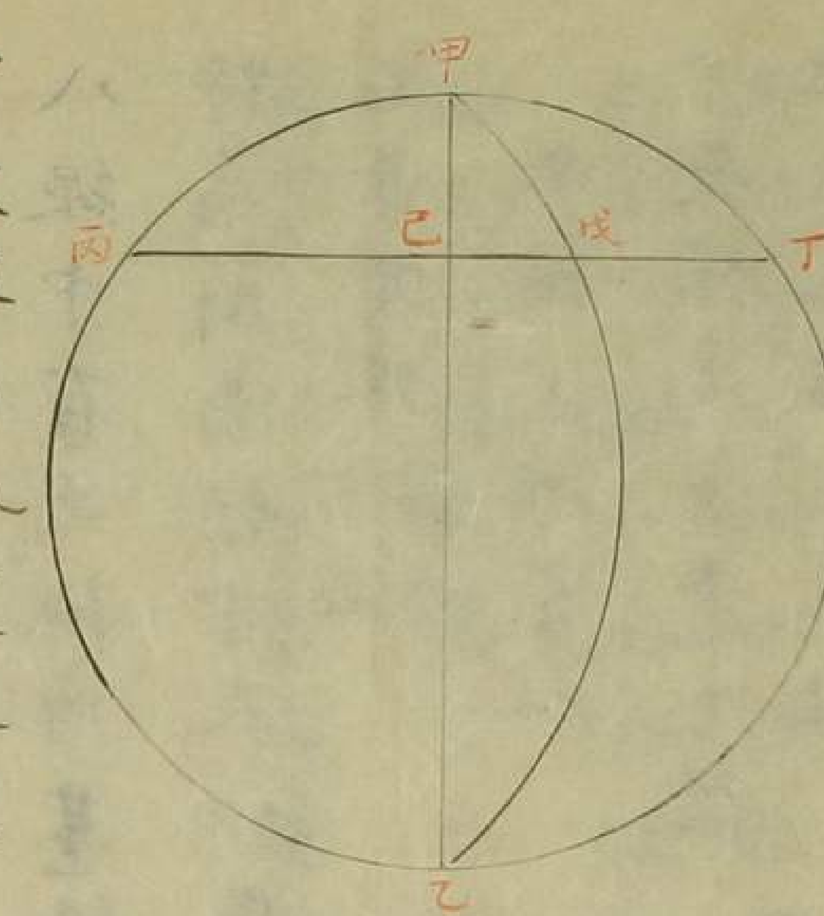
八線中有矢。他用甚稀。乃若三邊求角。則矢綫之用為多。而又特為簡易。信古人以弧矢測渾員。其法不易。然亦惟平儀正形。能著其理下文詳之

矢線之用有二

一矢線為角度之限　鈍角用大矢　銳角用小矢小矢即正矢也從半徑言之為正矢從全徑言之為小矢

法曰。置角度于平儀之用。則平員全徑為角

綫所分。而一為小矢。一為大矢平儀橫徑。即渾員之腰圈。故大矢即鈍角度。小矢即銳角度



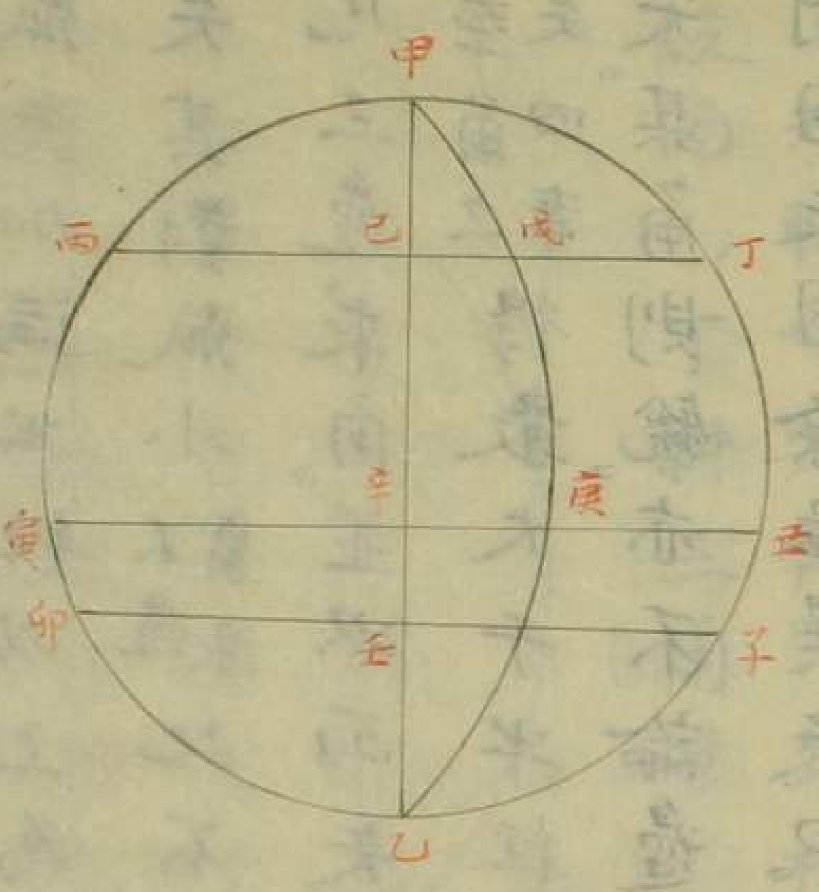
如圖。渾球上甲戊。甲丁甲丙三小弧。與甲己同度。故同用甲己為正矢丁乙。戊乙。丙乙。三過弧。與己乙同度。故同用己乙為大矢

一矢較為弧度之差

大弧用大矢。弧度過象限為大弧。故大矢亦大于半徑小弧用小矢。弧度不及象限為小弧故正矢小于半徑較弧與對弧並同

法曰。置較弧對弧于員周。角旁兩弧之較為較弧亦曰存弧。對角之弧為對弧亦曰底弧則各有矢綫而同軸。可得其差。謂之兩矢較也

較弧對弧並小。則為兩正矢之較兩弧俱象限以正故俱用正矢較弧小對弧大。為正矢大矢之較較弧在象限以下。用正矢。對弧過象限。用大矢較弧對弧並大。為兩大矢之較兩弧俱過象限故俱用大矢凡較弧必小于對弧。則較弧矢亦小于對弧矢。故無以較弧大矢較對弧正矢之事。法所以恒用加也若較弧用大矢則對弧必更大



如圖。壬乙弧之正矢辛乙庚乙寅乙二弧同用子乙弧之正矢壬乙。癸乙卯乙同用則辛壬為兩矢之較。即為癸乙寅乙兩弧度之較也。或壬乙與子乙。或庚乙與癸乙。或寅乙與卯乙並同

又如戊乙弧之大矢己乙。與丑乙弧之正矢辛乙相較。得較己辛。或子乙弧之正矢壬乙。與丙乙弧之大矢己乙相較。得較己壬。皆大矢與正矢較也

又如甲丑弧之大矢辛甲。與甲卯弧之大矢壬甲相較。得較辛壬。則兩大矢較也

約法

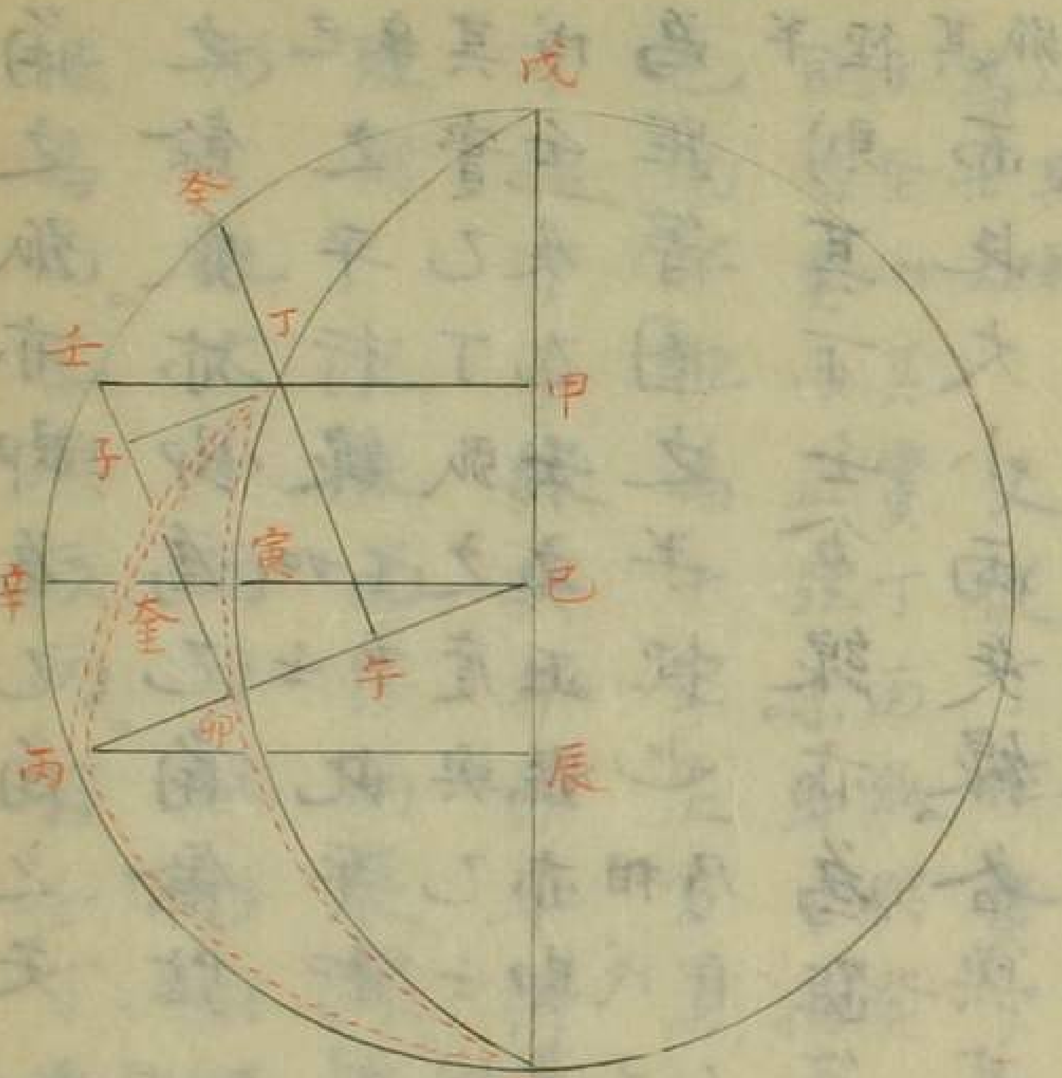
凡求對角之弧並以角之矢為比例。鈍角用大矢。銳角用正矢。求得兩矢較半徑方一率。正弦矩二率。角之矢三率。兩矢較四率。以加較弧之矢較弧大用大矢。較弧小用正矢得對弧矢。加滿半徑以上為大矢。其對弧大過象限加不滿半徑為小矢其對弧小不過象限此不論角之銳鈍。邊之同異。通為一法

凡三邊求角。並以兩矢較為比例。求角之矢半徑方一率。餘割矩二率。兩矢較三率角之矢四率得數大于半徑為大矢。其角則鈍。得數小于半徑為正矢。其角則銳。亦不論邊之同異。通為一法

間用矢用餘弦異乎。曰。矢。餘弦。相待而成者也可以矢算者。亦可用餘弦立算。但加減尚須詳審。若矢線。則一例用加。尤為簡妙

先數後數法

此以平儀弧角正形解渾球上斜弧三角用矢度矢較為比例之根也先得數者。正弦上距等圈矢也。與角之矢相比。後得數者。兩矢較也。與較弧矢相加



設丙乙丁斜三角形　有乙銳角　有丙乙弧小于象限。丁乙弧大于象限是為角旁之兩弧不同類求丁丙。為對角之弧用較弧角旁兩弧相減及對弧兩正矢之較。為加差

法以大小兩邊各引長之。滿半周。過于戊作戊甲乙圜徑　又于圜徑折半處。己命為渾圜心　又自己心作橫半徑。如己寅辛則寅辛即乙

角之弧。亦即為乙角之矢。平視之為矢度。實即角度之弧蹐縮而成而寅己即乙角之餘弧。亦即為乙角餘弦。因視法。能令餘弧蹐縮成餘弦又自丁作橫半徑己辛之平行線如壬丁甲此平行線。即乙丁大邊之正弦。因平視故。乙丁小于乙壬。其實乙丁弧之度與乙壬同大。今壬甲既為戊壬及乙壬之正弦亦即為乙丁之正弦矣而此正弦甲壬又即為距等圈之半徑也相戊己乙為半渾圈之中剖圈面側立形。乃自壬丁甲橫切之則壬甲為其橫切之半徑則其丁壬分線。亦為距等圈上丁壬弧之矢線矣有距等圈半徑。即有其弧而此大小兩矢線。各與其半徑之比例皆等己辛大圈之半徑大。故寅辛矢亦大。甲壬距等圈之半徑小。故壬丁矢亦小。然其度皆乙角。故比例一也。距等雖用戊角。而戊角即乙角有兩弧線限之。故也

法為己辛與甲壬。若寅辛與壬丁

一率半徑己辛

二率大弧正弦壬甲即距等圈之半徑

三率乙角矢寅辛

四率先得數壬丁即距等圈之正矢

次從丙向己心作丙己半徑。此線為加減之主線以較弧對弧俱用為半徑而生矢度又從壬作壬卯。為壬丙較弧之正弦壬乙既同丁乙。則丁乙弧之大于丙乙其較為壬丙又從丁作癸丁午線。為丁丙對弧之正弦因平視故。丁丙弧小于癸丙。其實丁丙弧與癸丙同大。癸午既為癸丙正弦。亦即丁丙之正弦矣因兩正弦平行。又同抵己丙半徑為十字正方角。故比例生焉此立算之根本又從丁作丁子線與午卯平行而等。以有對弧較弧兩正弦為之限也成壬丁子句股形又從丙作丙辰線。為乙丙小邊之正弦。成己丙辰句股形此大小兩句股形相似。己丙辰與卯己全小形相似。則亦與壬丁子形相似。等角等勢故也

法為丙己與辰丙。若壬丁與丁子

一率	半徑丙巳	弦	
二率	小弧正弦辰丙	股	
三率	先得數壬丁	小弦	
四率	丙矢較丁子	小股	

省算法用合理

一	二	三	四
半徑己辛	大弧弦壬甲	乙角矢寅辛	先得數壬丁

一	二	三	四
半徑丙巳	小弧弦辰丙	先得數壬丁	後得數丁子

合		之	
一	二	三	四
半徑上方	丙正弦矩	乙角矢寅辛	後得數丁子
即丙首率相乘	丙二率相乘	先得數對去不乘故俱用本數	即較弧對弧丙矢之數午卯

因上兩宗內。各有先得數。而一為三率。一為四率。故對去不用

乃以後得數為矢較。加較弧矢卯丙以午卯加卯丙也成對弧矢午丙。末以對弧矢午丙減半徑。巳丙成對弧餘弦午巳檢表得對弧丁丙之度

又法。以後得數減較弧餘弦以午卯減卯巳成對弧餘弦。午巳檢表得對弧丁丙度。亦同丙正矢之較即丙餘弦較也。故加之得矢者。減之即得餘弦

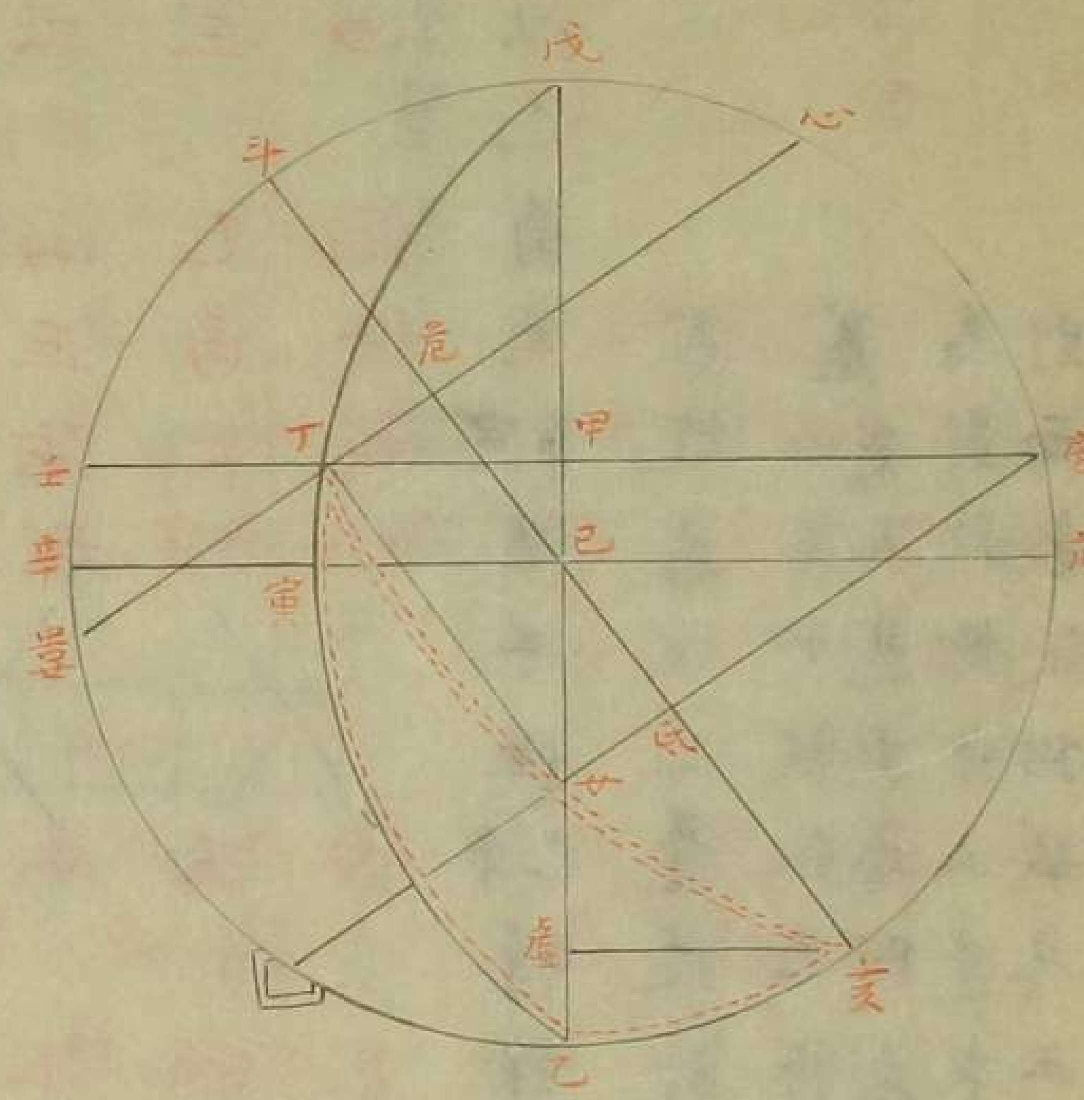
若先有三邊而求乙銳角。則反用其率因前四率反之。以首率為次率。三率為四率

一 半徑上方	二 丙正弦矩	三 乙角矢寅辛	四 丙矢較午卯
一 丙正弦矩	二 半徑上方	三 丙矢較午卯	四 乙角矢寅辛
半徑上方	丙餘割線相乘矩		

以乙角矢寅辛減半徑辛巳得餘弦。寅巳檢表得乙角之度

右銳角以二邊求對邊。及三邊求角。並以兩矢較為加差以差加較弧矢。得對弧矢。三邊求角則為三率亦為兩餘弦較依又法以差減較弧餘弦。為對弧餘弦三邊求角則兩餘弦相減為三率角與弧異類。對邊小

設亥乙丁斜弧三角形　有乙鈍角　有亥乙小弧。丁乙大弧
求亥丁對角弧　用較弧正矢。與對弧大矢之較。為加差
法以大小兩邊各引長之滿半周。過于戊。又依小邊半周。乙亥戊補其餘半周戊辛乙成全圓　又從戊至乙作圓徑　又作亢



戊乙徑。為取角度之根。亢寅角度及房甲與亥虛兩正弦。皆依之以立。大矢即鈍角之弧度。小矢即銳角之弧度。

亥斗徑。為加減之根。房氐及危心兩正弦依之以立。有兩正弦。即有兩餘弦及大小矢。而加減之用生焉

辛橫徑。兩徑相交于巳。即圓心。則寅辛為乙角之小矢。而寅亢為乙角之大矢寅巳亢即乙鈍角之弧度平視之成大矢　若自寅點作直線。與戊乙平行。取距戊乙之度。加象限。即角度　又從丁作房丁壬橫線。與亢辛橫徑平行。此線即丁乙大邊正弦之倍數房丁壬與亢辛平行。則房乙即丁乙也。因平視故。丁乙小于房乙耳。而房甲既為房乙之正弦。亦即丁乙正弦也。房甲既為正弦。房壬則倍正弦矣。倍正弦即通弦而此壬房倍正弦。又即為距等圈之全徑想全體渾圓。從壬丁房橫切之。成距等圈。而房壬其全徑則房丁公線。亦即為距等圈上丁甲房弧之大矢有距等圈全徑。即有其全圈。而房甲丁其切弧而此兩大矢線各與其全徑之比例皆等亢辛全徑大。故寅亢大矢亦大。房壬距等圈之全徑小。故房丁大矢亦小。然其度皆乙角之度。在乙丁戊及乙房戊兩弧線之中。故各與其全圓之比例等。而其大矢亦各與其全徑之比例等。即各與其半徑之比例亦等。若以甲為心。壬為界。作半圓于房壬線上、則距等之弧度見矣。法為亢辛全徑與房壬距等全徑

即倍正弦若寅亢鈍角大矢與房丁。先得數。亦距等大矢而亢已半徑與房甲。乙丁正弦。亦距等半徑亦若寅亢與房丁

一率　亢已　半徑
二率　房甲　大邊之正弦。亦距等半徑
三率　寅亢　鈍角大矢
四率　房丁　先得數。亦距等大矢

次從亥過已心。作亥已斗全徑。為加減主線。較弧對弧之弦。倶過此全徑。而生大小矢又從房作房氐線。為房亥較弧之正弦準前論。房乙同丁乙。則丁乙之大于亥乙。其較房亥又從丁作心丁婁線。與房氐正弦平行。而交亥斗徑于危。如十字。則此線為亥丁對弧之倍正弦因視法。心亥弧大于亥丁。其實即亥丁也。亥丁為平視蹐編之形。心亥為正形。而心危者心亥弧之正弦也。是即亥丁弧之正弦。而心丁婁其倍弦矣又

從丁作丁女線。與斗亥徑平行。亦引房氐較弧之正弦為通弦。而與丁女線遇于女。成丁女房句股形。又從亥作亥虛線。與亢辛橫徑及大邊之正弦房甲倶平行。成亥虛已句股形。此大小兩句股形相似亥已即徑線。與丁女平行。亥虛與房甲丁平行。則大形之丁角。與小形之亥角等。而女與虛並正角。則為等角而相似法為已亥半徑與亥虛小邊正弦若房丁先得數。即距等大矢與丁女後得數。亦即氐危。為較弧正矢氐亥及對弧大矢危亥之較

一率　半徑已亥　弦
二率　小邊正弦亥虛　句
三率　先得數房丁　大弦
四率　後得數丁女　大句

乃以省算法平之

一	二	三	四
亢己	房甲	寅亢	房丁
半徑	大邊正弦	鈍角大矢	先得數

一	二	三	四
己亥	亥虛	房丁	丁女
半徑	小邊正弦	先得數	後得數即氐危

合之			
一	二	三	四
半徑自乘方	正弦相乘矩	鈍角大矢	後得數即較弧正矢與對弧大矢之較

乃以後得數加較弧正矢以氐危加氐亥成危亥為對弧大矢。內減半徑。

得對弧餘弦。撿表得度。以減半周。為對弧之度

又法。于後得數內。減去較弧餘弦。成對弧餘弦。于氐危內減氐已。其餘危已。即對弧餘弦乃以餘弦撿表得度。以減半周。為對弧之度

大矢與小矢之較。即兩餘弦併也。內減去一餘弦。即得一餘弦矣。

觀圖自明　前用銳角。是于較弧餘弦內減得數。為對弧餘弦。此用鈍角。是于得數內減較弧餘弦。為對弧餘弦

若有三邊而求角度者。則反用其率

一　半徑上方　一　兩正弦矩　半徑上方

二　兩正弦矩　二　半徑上方　兩餘割相乘矩

三　鈍角大矢寅亢　三　兩餘弦并氐危　即較弧正矢與對弧大矢之較

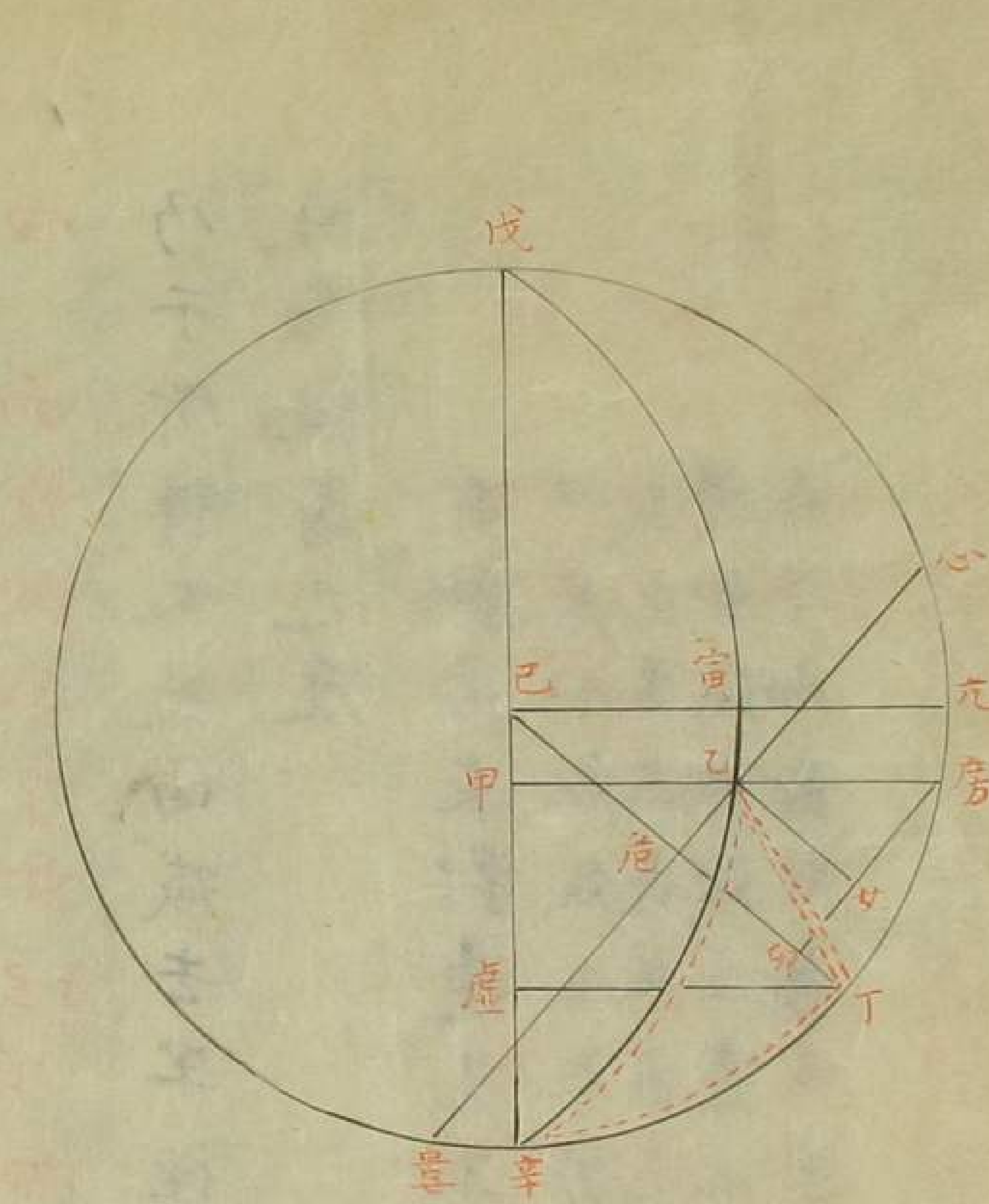
四　兩餘弦并丁女即氐危　四　鈍角大矢寅亢

乃于所得大矢內。減去半徑成餘弦。以餘弦檢表得度。用減半周。為鈍角之度

右鈍角求對邊。及三邊求鈍角。並用兩矢之較為加差。以差加較弧正矢。得對弧大矢。又為三邊求角之三率

即得對弧餘弦。為三率三邊求角

其鈍角𠔋兩弧異類。對弧大亦為兩餘弦并。依又法。減較弧餘弦。



設丁辛乙斜弧三角形

有辛丁邊。五十度一十分 丁乙對角邊。六十度 辛乙邊。八十度 三邊並小。求辛鈍角

法先為戊亢辛全員 作戊辛員徑 又作亢巳横員徑兩徑十字相交于巳心。此線上有角度

次于戊辛徑左右任取自辛數至丁。如所設角旁小邊五十度一十分之數。截丁辛為小邊 又從丁過巳作徑線此線上有加減度為較弧對角弧兩正弦所依 仍自辛過丁數至房。如所設大邊八十度之數。截房丁為大小兩邊之較弧 又自丁過房數至心如所設對邊六十度之數。截心丁與乙丁等 仍自丁過辛截晝丁度如心丁。乃作晝心直線聯之。為心于對弧之倍正弦 又從房作房甲横線。與亢巳横徑平行。此為乙辛大邊之正弦因視法房辛即乙辛詳後 次視晝心倍弦與房甲正弦兩線相過于乙。命為斜弧形之角 乃從乙角向辛。作乙辛弧此弧亦八十度與房辛同大是所設角旁之大邊理在平儀視法。房辛是真度。乙辛是視乃為平躋縮之形。想平儀原係渾體。從房乙甲横切之。則自房至甲為距等圈之九十度。從此線上度度作弧至辛極並八十度。不惟乙辛與房辛同大。即甲辛亦與房辛同大也。他倣此 又從乙向丁。作乙丁弧。此弧亦六十度與心丁同大是所設對角之邊切渾員以心晝距等圈。而以丁為極。則危丁亦六十度與心丁同大矣。乙丁同大不言可知 遂成乙辛丁斜弧三角在球上之形。與所設等 又從乙引乙辛弧線至戊。成心乙戊半周側立形。此線截亢巳半徑于寅。則亢寅為辛角矢度。

而寅己其餘弦　次從丁作丁虛橫線。與房甲正弦平行。是為辛丁小邊之正弦　又從房作房卯線。與心危晝平行。則此線為房丁較弧之正弦。其心危則乙丁對弧之正弦　又從乙作乙女線。與卯危平行而等。線在兩正弦平行線之中。而亦平行不得不等　是為較弧與對弧兩正矢之較。房卯為較弧正弦。則卯己為餘弦。而卯丁其矢。又心危為對弧正弦。則危己為餘弦。而危丁其矢。此兩正矢之較為危卯。而乙女與之等。則乙女亦兩矢之較矣

法曰。己丁虛句股形。與房乙女句股形相似 房乙與丁虛平行。乙女與己丁平行。則所作之大形丁角小形乙角必等。而大形之虛小形之女並正角。則兩形相似 故丁虛 小邊正弦 與丁己 半徑 若乙女 即卯危較弧餘弦與對弧餘弦之較 與乙房 先得數

又房甲正弦之分為乙房。猶亢己之分為寅亢。其全與分之比例皆相似 從房甲線切渾員。成距等圈。而房甲為其半徑。猶渾員之有亢己為半徑也。兩半徑同為戊寅辛弧線所分。則乙房為距等圈半徑之矢度。猶寅亢為大員半徑之矢度也。其比例俱相似 故房甲 大邊正弦。即距等圈半徑 與亢己 大員之半徑 若乙房 先得數。即距等圈之矢 與寅亢 後得數。即角之矢線

以省算法平之。即異乘同乘。異除同除

一 小邊正弦丁虛
二 半徑丁己
三 兩矢較乙女
四 先得數乙房

數同省用

一 大邊正弦房甲
二 半徑亢己
三 先得數乙房
四 辛角之矢寅亢

合　之

一 兩正弦相乘矩
二 兩半徑自乘方
三 兩矢較乙女
四 辛角之矢寅亢

半徑方
兩餘割相乘矩

大邊 八十度
小邊 五十度一十分
較弧 二十九度五十分
對弧 六十度

餘割 一〇一五四三　一三〇二二三
相乘 一三二二三二三四〇八九

餘弦 八六七四八　五〇〇〇〇
正矢 一三二五二　五〇〇〇〇
其較 三六七四八

一半徑方一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇 首率除。宜去十尾位。故先于二率去五位。倂數只去五位。即如共去十位也

二餘割矩三二三三二三四〇八九 用減半徑。得辛角餘弦五一四〇八

三兩矢較三六七四八

四銳角矢四八五九二

撿表得五十九度四分。為辛角之度 此與曆書所算五十八度五十三分。只差十一分

又法。徑求餘弦 法曰。房甲之分為乙房而其餘乙甲。猶亢已之分為亢寅。而其餘寅已也。故其全與分餘之比例亦相似。法為房甲 正弦 與亢已。半徑 若乙甲 正弦分線之餘 與寅已 半徑截矢之餘。即角之餘弦

准前論。小邊之正弦虛丁 句 與半徑丁已。弦 若較弧對弧兩矢之較乙女 小句 與大邊正弦之分線乙房 小弦 也。先求乙房為先得數。以轉減大邊正弦房甲。得分餘線乙甲

一 小邊五十度 正弦 丁虛 七六七九一

二 半徑 丁已 一〇〇〇〇〇

三 較弧廿九度五。對弧六十度〇。兩正矢較乙女 三六七四八

四 先得數大邊正弦之分線 乙房 四七八五四

以先得數減大邊八十度正弦房甲 九八四八一

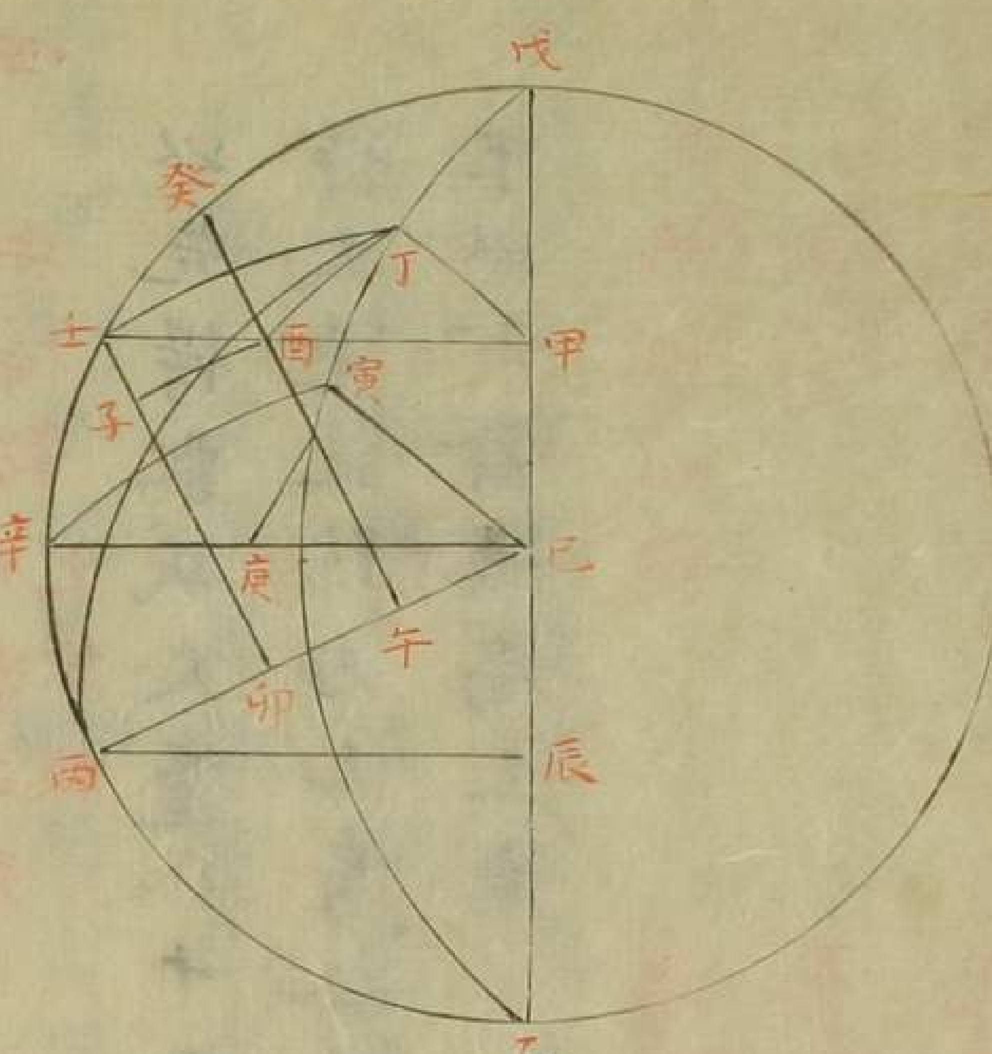
得大邊正弦內乙房分線之餘乙甲 五〇六二七

末以分餘綫為三率

一	大邊正弦	房甲	九八四四一
二	半徑	亢已	一〇〇〇〇〇
三	分餘綫	乙甲	五〇六二七
四	角之餘弦	寅已	五一四〇七

〇撿表得五十九度〇四分。與先算合

附曆書斜弧三角圖　稍為校正

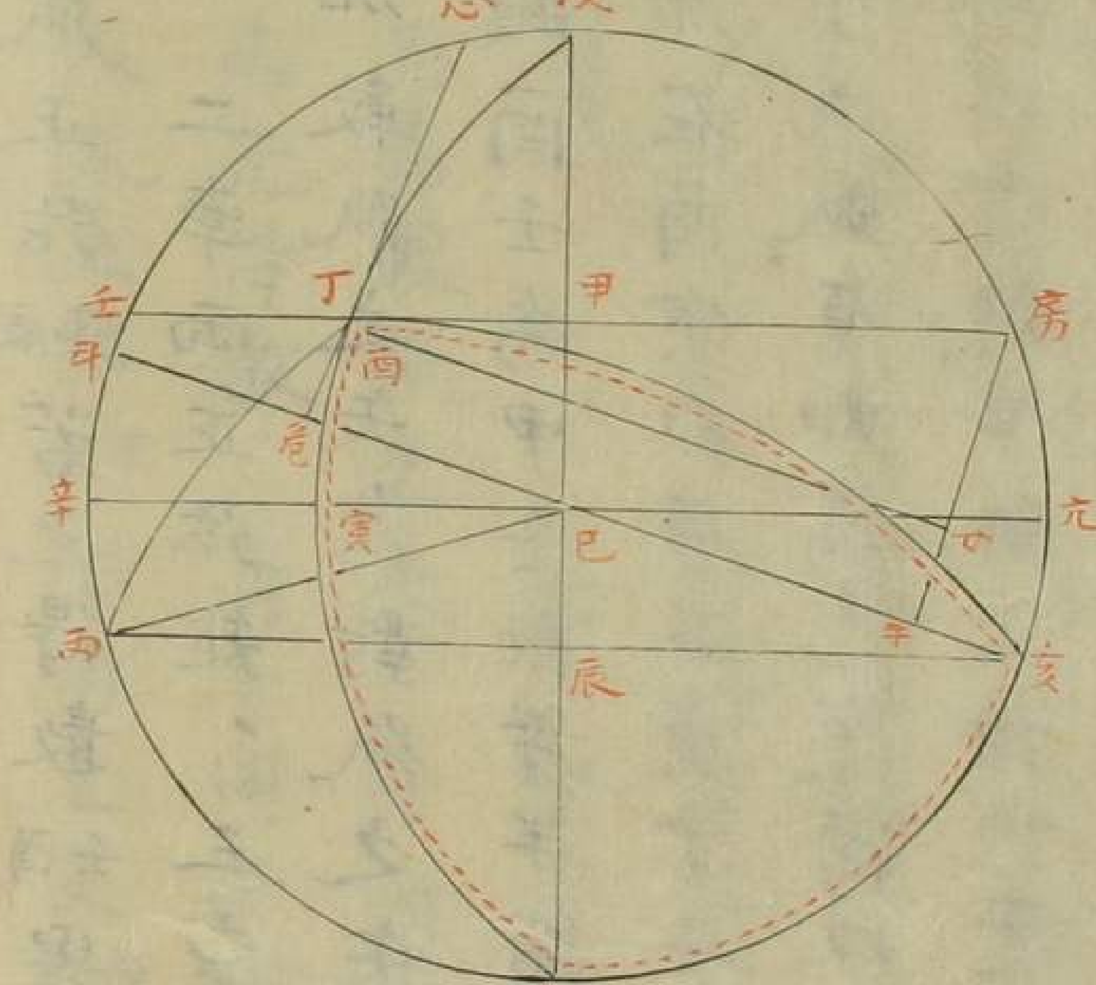


丙乙丁弧三角形
乙丙角旁小弧　壬乙同丁乙。爲
角旁大弧　壬丙爲較弧　癸丙
同丁丙。爲對角之弧　甲壬爲大
弧正弦　辰丙爲小弧正弦　壬
卯爲較弧正弦　癸午爲對弧正
弦　寅辛爲乙角之弧　庚辛爲
乙角之矢　卯丙爲較弧之矢　午丙爲對弧之矢　午卯爲
兩矢較　酉壬爲先得數　酉子同午卯。亦兩矢之較
法爲全數。己辛與大弧正弦甲壬若角之矢庚辛與先得數酉壬也　又

全數己丙與小弧正弦辰丙若先得數酉壬與兩矢較酉子或午卯也
一率全之方　二率兩正弦矩　三率角之矢　四率得兩矢
較以兩矢較加較弧之矢爲對弧之矢
論曰此因欲顯酉壬爲甲壬距等半圈之矢度。故特爲斜望之
形。其實丁點原在酉寅點原在庚丁壬弧即酉壬線。寅辛弧即
庚辛線。乙寅丁戊弧。原即爲乙庚酉戊弧也。故以平儀圖之則
皆歸正位矣。所以者何。平儀上惟經度有弧線之形。其距等圈
緯度皆成直線。而寅庚爲角度之正弦。直立下垂。從其頂視之
成一點矣。丁酉者。大弧正弦甲壬上所作距等圈之正弦也。從
頂視之而成一點。與寅庚一也。其寅己半徑。勢成斜倚。從上眎
之。與己庚餘弦同爲一線甲丁與甲酉亦然。此皆平面正形。可

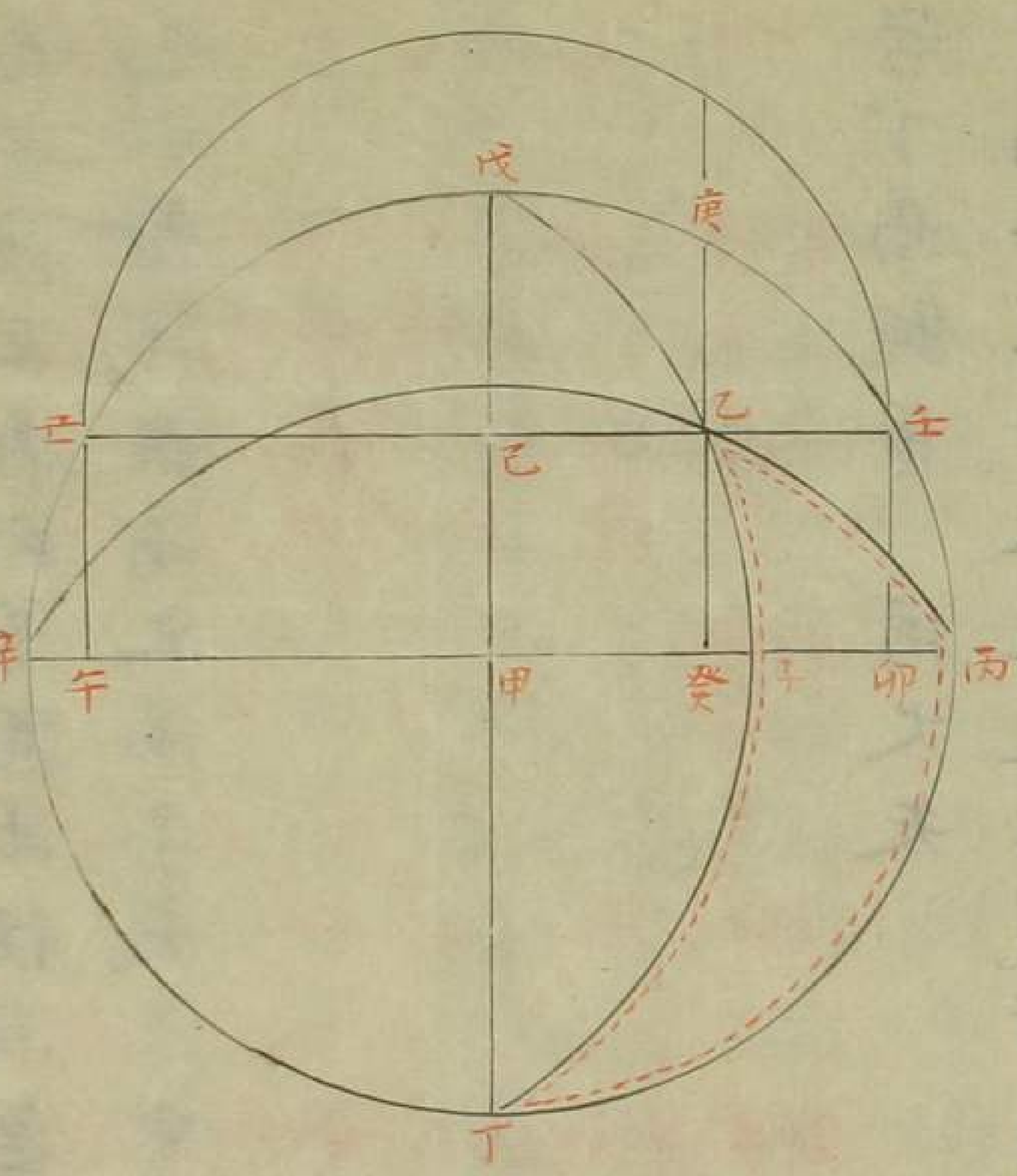
以算。亦可以量。非同斜望比也。愚故謂惟平儀為正形也
若乙角為鈍角。成亥乙丁三角形。則當用房亥較弧之正矢。牛亥
與同丁亥對弧之心亥弧大矢危亥相減成丙矢之較牛危女酉即
以較加較弧正矢。為對弧大矢 法詳前例。但前例鈍角旁小弧不同乙丙。故此圖以相同者論
之更見其
理之不易

乙為鈍角用大矢之圖



此用平儀正形故丁與酉同為一點

設角之一邊適足九十度。一邊大 用鈍角餘角一鈍一銳
法為半徑與大邊之正弦。若角之矢與丙矢較也。亦若角之餘
弦與對弧之餘弦



乙丁丙斜三角形 丙丁邊適足九十度 乙丁邊大于九十度 丁銳角 求對邊丙乙

法先作平員分十字。從丁數丁壬及丁壬。並如乙丁度。作距等線聯之壬壬 又于壬壬線上取乙點 法以壬己為度。己為心。作半員分勾度。而自壬取角度。得乙點 作庚乙癸直線。為對弧之正弦 又取壬丙為較弧。作壬

卯正弦。較弧之矢卯丙。對弧之矢癸丙。其較卯癸與壬乙等。壬己正弦。又即距等圈半徑。而為丁乙戊弧所分。則壬乙如矢。乙己如餘弦。與角之丙子矢子甲餘弦同比例

一 半徑丙甲
二 大邊正弦壬己
三 角之矢子丙
四 兩矢較壬乙即卯癸

一 半徑丙甲
二 大邊正弦壬己
三 角之餘弦子甲
四 對弧餘弦乙己即癸甲

若丁為鈍角 用大矢

法為半徑與大邊之正弦。若角之大矢與兩矢較也。亦若鈍角之餘弦與對弧之餘弦

借前圖作乙辛為對角之弧。成乙丁辛三角形。三角俱鈍作壬午為較弧丑辛正弦。以丑丁同乙丁故 其庚癸為對弧乙辛之正弦。以庚辛即乙辛故 較弧之正矢午辛。對弧之大矢癸辛。其較癸午與丑乙等

依前論。壬乙為距等圈小矢。則乙丑為大矢。壬丑為距等圈全徑。與其大矢乙丑之比例。若丙辛全徑與鈍角之大矢子辛。則己丑為距等半徑。與其大矢丑乙。亦若甲辛半徑與鈍角之大矢子辛也。而丑己原為乙丁大邊之正弦。丑乙原與癸午等 故法為半徑甲辛與鈍角之大矢子辛若大邊之正弦丑己與兩矢較丑乙或癸午也

一 半徑甲辛
二 大邊正弦丑己
三 鈍角大矢子辛
四 兩矢較癸午

一 半徑甲辛
二 大邊正弦丑己
三 鈍角餘弦子甲
四 對邊餘弦乙己

用餘弦入表得度以減半周。得對邊之度

一系　距等圈上弧度所分之矢。與餘弦。與大矢。與其半徑或
全徑。並與大圈上諸數比例俱等
又按前法。亦可以算一邊小于象限之三角
於前圖。取乙戊丙斜弧三角形。用戊鋭角餘角一鈍一鋭有丙戊大邊
足九十度。有乙戊邊小于九十度　求對戊角之乙丙邊
法從乙點作壬巳線。為小邊乙戊之正弦以壬戊即乙戊故　又取壬
丙為較弧。作壬卯為其正弦　又從乙點作庚癸。為對弧乙丙
之正弦以庚丙即乙丙故　于是較弧之矢為卯丙　對弧之矢為癸
丙。而得兩矢之較為癸卯　則又引戊乙小邊之弧過半徑于
子。而合大圈于丁。分子丙為戊角之矢。子甲為角之餘弦
法曰。丙甲半徑與壬巳。小邊弦。若子丙。戊角之矢與乙壬兩矢較也。得乙壬。
即得癸卯
捷法。不用較弧。但作壬巳。為小弧乙戊之正弦。作庚癸。為乙丙
對弧之正弦。其餘弦癸甲　又引小邊戊乙分半徑于子。得子
甲。為戊角之餘弦
法曰。丙甲半徑與壬巳。小邊正弦若子甲戊角餘弦與乙巳對邊餘弦得乙巳得
癸甲矣
又于前圖。取辛戊乙三角形。用戊鈍角餘角並鋭有戊辛大邊九十
度。有戊乙邊小于九十度　求對戊鈍角之辛乙邊
用捷法　于乙點作壬巳。為乙戊小邊之通弦　作庚癸。為乙
辛對弧之正弦　其餘弦甲癸　又引戊乙小邊割丙辛全徑
於子。分子辛為鈍角大矢。子甲為鈍角餘弦

法為甲辛與壬己。若子甲與乙己。得乙己。即得癸甲

一 半徑甲辛 即丙辛全徑之半
二 小邊壬己 正弦 即壬丑通弦之半
三 鈍角子甲 餘弦
四 對邊癸甲 餘弦 即乙己

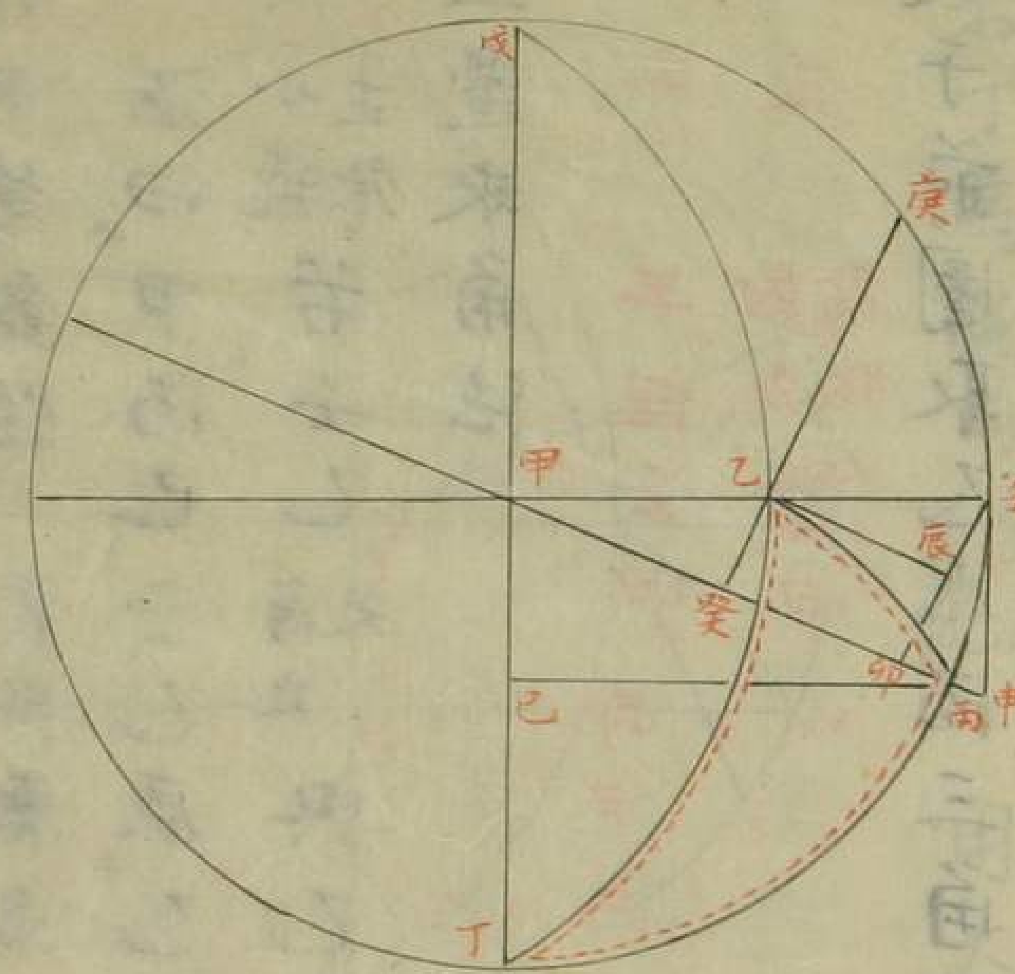
若先有三邊而求角。則反用其率

一 半徑
二 小邊餘割
三 對邊餘弦
四 角之餘弦

一系。凡斜弧三角形。有一邊足九十度。其餘一邊。不拘小大通

為一法。皆以半徑與正弦。若角之矢與兩矢較也。亦若角之餘弦與對邊之餘弦

若置大小邊于員周。其算亦同



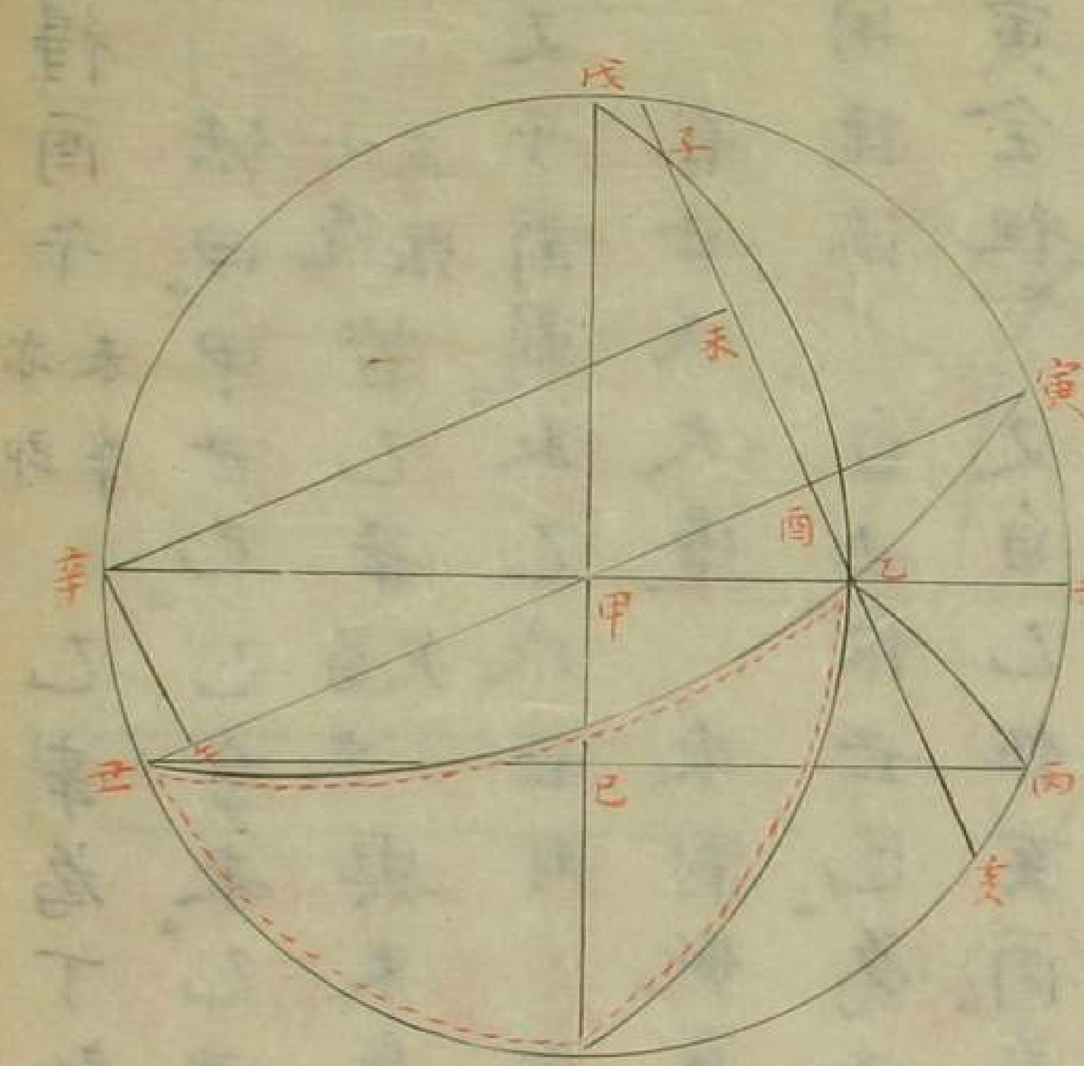
乙丁丙斜弧三角形 乙丁邊適是九十度 丁丙邊小于九十度 有丁鈍角 求對邊丙乙

法于平員邊取丙丁度。作丙己。為小邊之正弦 又自丙作丙甲過心線 又作壬卯線。為丙壬較弧之正弦 又作庚乙癸線。為對弧乙丙之正弦 庚丙即乙丙故

乙壬為丁角之矢 乙甲為丁角之餘

弦　癸丙為對弧之矢　癸甲為餘弦　卯丙為較弧之矢
卯甲為餘弦　對弧較弧兩矢之較卯癸亦即乙辰
法曰。甲丙己。壬乙辰。乙甲癸。三句股相似。故甲丙半徑與丙己。
小邊正弦若壬乙角之矢與乙辰。兩矢較亦若乙甲角之餘弦與甲癸對弧餘弦
三邊求角法
一　半徑壬甲即甲丙　二　小邊餘割申甲
三　對弧餘弦癸甲　四　角之餘弦乙壬
又于前圖取乙戊丙三角形　用戊鋭角餘角一鈍一鋭　有乙戊邊
九十度　有戊丙大邊　求對戊角之丙乙邊
用捷法　自丙作丙己。為丙戊大邊之正弦　即從丙作丙甲
半徑　乃于乙點作庚癸。為丙乙對弧之正弦。其餘弦癸甲。而

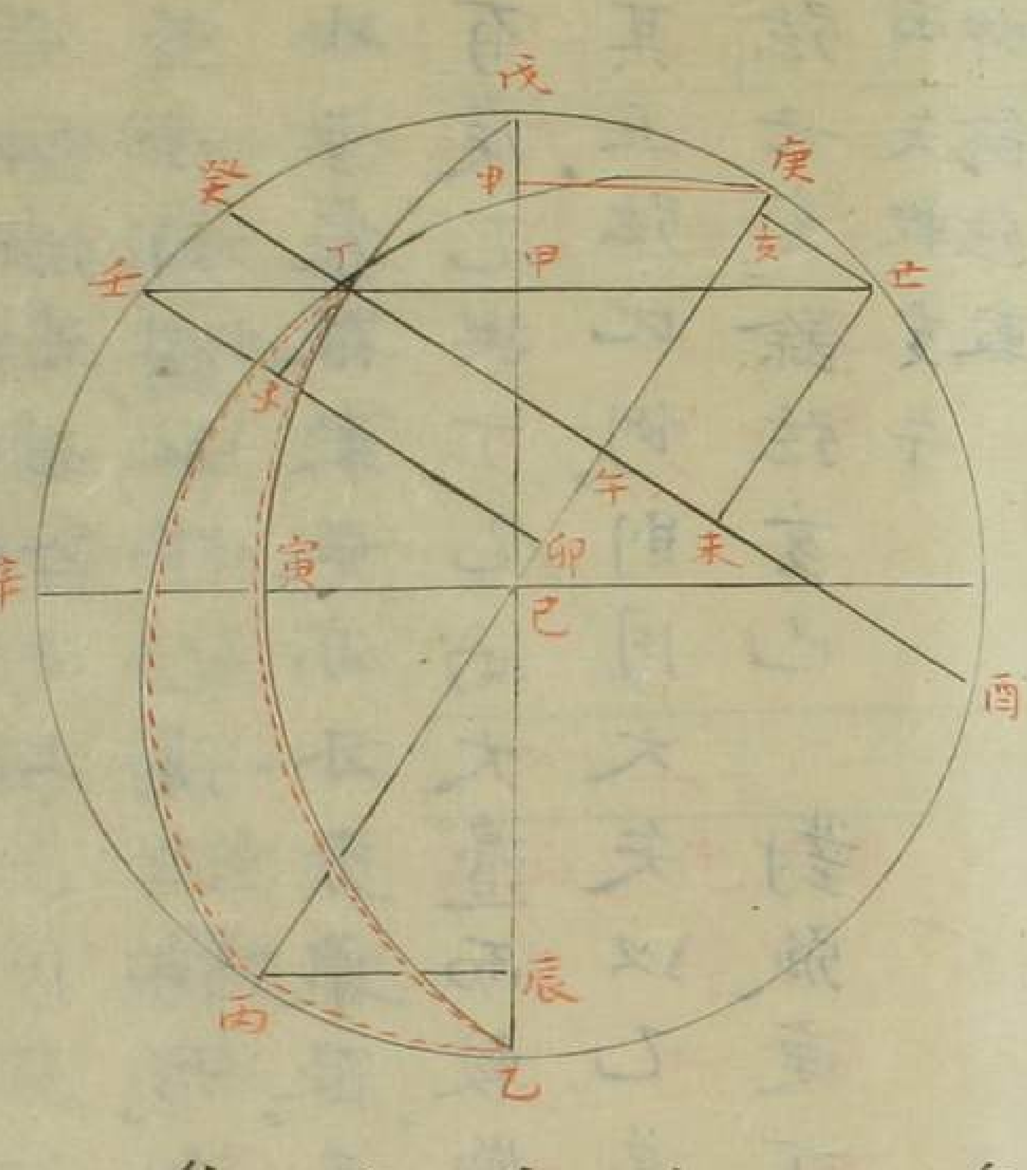
戊乙弧。原分乙甲為戊角之餘弦
法曰。甲丙己句股與乙甲癸相似。故甲丙半徑與丙己大邊之弦若
乙甲角之餘弦與甲癸對邊餘弦
若丁為鈍角餘角並鈍　用大矢



借前圖。作壬乙為對角之弧　成
壬丁乙三角丁為鈍角　作壬甲寅徑
又作辛壬較弧之正弦辛午　以
丁同丁乙故　作壬乙對弧之正弦子
酉。引過乙至亥。成通弦　又作辛
未線與酉午平行。而等　較弧之
正矢午壬。對弧之大矢酉壬。相較

得酉午亦即末辛　乙辛為丁鈍角大矢　乙甲為鈍角餘弦
法曰。甲壬巳。乙辛未。乙甲酉。一句股相似。故甲壬半徑與壬巳。
小邊正弦若乙辛角大矢與未辛兩矢較亦若乙甲角之餘弦與甲酉對弧餘弦
又于前圖。取乙戊壬形　用戊鈍角三角俱鈍　有乙戊邊九十度
有壬戊大邊　求對鈍角之壬乙邊
用捷法　自壬作壬巳。為壬戊大邊之正弦　又自壬作壬甲、
寅全徑　又自乙作亥酉。為對邊壬乙之正弦　以亥壬即乙壬故　其
餘弦酉甲。而乙甲原為戊鈍角之餘弦
法曰。甲壬巳句股形。與乙甲酉相似。故甲壬半徑與壬巳。大邊正弦
若乙甲鈍角餘弦　與甲酉對邊餘弦
又設丙乙丁三角形　乙為銳角餘一鈍一銳　乙丙邊小　丁乙

邊大　對邊丁丙大于象限　較
弧壬丙亦大于象限
惟對邊較弧俱大于象限。故所得
為兩大矢之較
其正弦比例仍用小矢。以角為銳
角也



四	三	二	一
先得數	角之矢	大邊弦	半徑
丁壬	寅辛	甲壬	己辛

四	三	二	一
後得數	先得數	小邊弦	半徑
子丁	丁壬	辰丙	己丙

合之			
四	三	二	一
後得數兩大矢較	角之矢	正弦矩	半徑方
丁子即卯午	寅辛	甲壬 辰丙 三	己辛 己丙 乘

壬丙較弧之大矢卯丙加後得數午卯。為對弧丁丙之大矢丁丙即癸丙故大矢午丙內減半徑巳丙。得午巳為餘弦。以檢表得庚癸之度。以減半周。得癸丙之度。即對弧丁丙之度

又法。以得數午卯。加較弧之餘弦卯巳。得午巳。為對弧餘弦以兩大矢較。即兩餘弦較也。餘同上

若于前圖。取丁乙庚三角形。則角旁兩邊俱大于象限而對邊小于象限。較弧亦小于象限。乙為鈍角三角俱鈍有庚乙與丁乙兩大邊而較弧壬庚小。故所得為兩小矢之較。其正弦比例。則用大矢。以乙為鈍角故也　壬庚為較弧其正弦壬亥。餘弦亥巳　對弧庚丁。即庚酉。其正弦酉午。餘弦午巳兩矢較亥午即餘弦較

一	二	三	四
半徑戌巳	乙丁正弦壬甲	乙角大矢戌寅	先得數壬丁

一	二	三	四
半徑庚巳	庚乙正弦庚申	先得數壬丁	兩矢較未壬

合之

一	二	三	四
半徑方	兩正弦矩	乙角大矢戌寅	兩矢較未壬即午亥

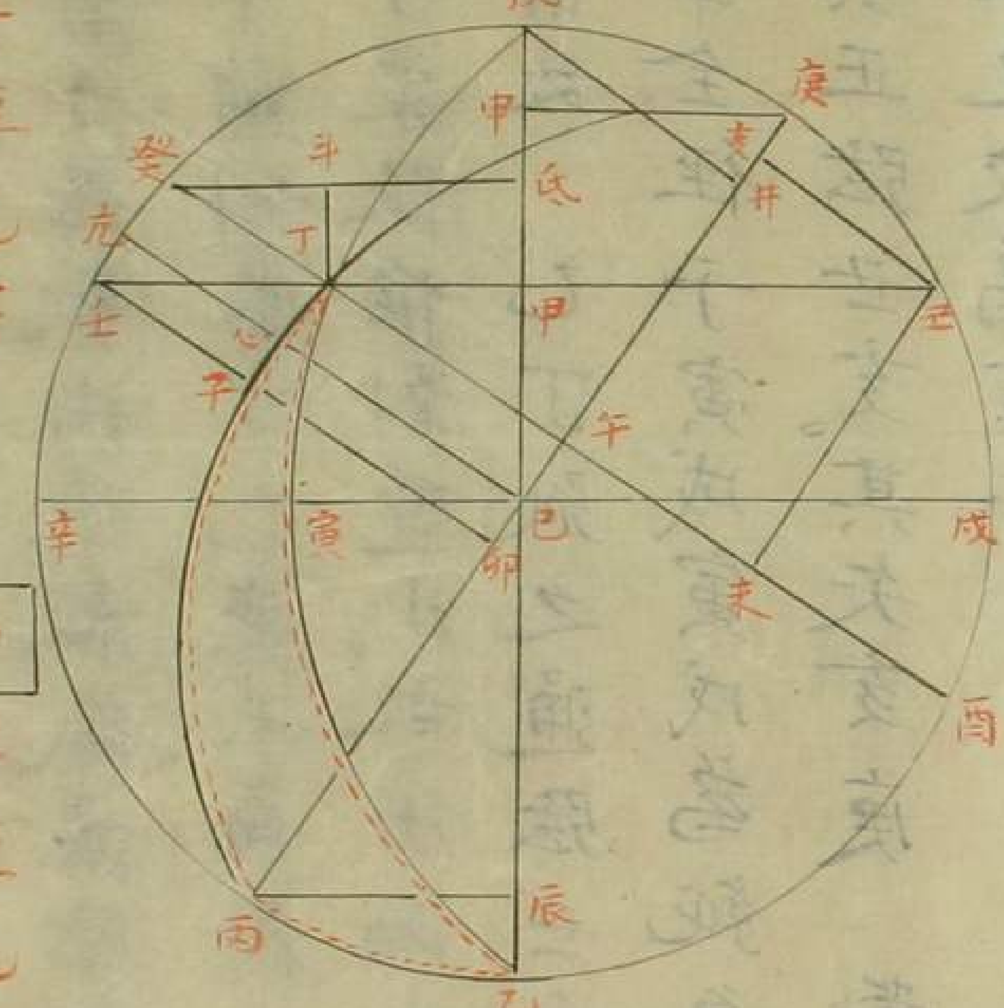
以兩矢較亥午。加壬庚較弧之矢庚亥。成午庚為對弧丁庚之矢以矢減半徑庚巳得對弧之餘弦午巳檢表得丁庚度

論曰先得數何以能為句股比例也。曰。先得數。即距等圈徑之分線也其勢既與全徑平行。又其線為弧線所分。其分之一端。必與對弧相會。蓋對弧亦從此分也其又一端。必與較弧相會。是此分線恒在較弧對弧兩正弦平行線之中。斜交兩線作角而為弦。則兩正弦距線。必為此線之句矣。而兩矢之較。即從兩正弦之距

而生故不論大矢小矢。其義一也

然則正弦上所作句股。何以能與先得數之句股相似耶。曰。兩全徑相交于員心。則成角。各正弦又皆為各全徑之十字橫線。則其相交。亦必成角。而橫線所作之角。必與其徑線輳心之角等。角等則比例等矣　大邊小邊之正弦皆全徑之十字橫線也。較弧對弧之正弦。皆又一全徑之十字橫線也。此兩十字之各線相交。而成種々句股。其角皆等

又設丙乙丁三角形　乙為鈍角 一餘一鈍



乙丙邊小　丁乙邊大　對弧丁丙大于象限　較弧壬丙小于象限　所得為對弧大矢與較弧小矢之較

其正弦比例。仍用小矢。以乙鈍角故

一	二	三	四
半徑巳辛	大邊弦甲壬	角之矢寅辛	先得數丁壬

一	二	三	四
半徑巳丙	小邊弦辰丙	先得數丁壬	兩餘弦并丁子

合		之	
一	二	三	四
半徑方	正弦矩	角之矢寅辛	兩餘弦并丁子即卯午

兩餘弦并。即大矢與小矢之較也
法以得數午卯加較弧之正矢卯丙。成午丙為對弧之大矢。午
丙內減去半徑巳丙。得午巳餘弦。乃以餘弦撿表得度以減半
周。得對弧丁丙之度
若于得數內減較弧餘弦卯巳。亦即得午巳餘弦。餘如上
又于前圖取丁乙庚三角形　乙為鈍角（三角俱鈍）　角旁兩邊俱
大于象限惟對邊小。故用兩正矢較其正弦比例仍用大矢。以
鈍角故　乙丁弧之通弦壬壬。為乙丁弧所割。成壬丁。亦割其
戌辛全徑于寅戌寅戌為鈍角大矢。而比例等　又壬庚為較
弧。其正弦壬亥。其矢亥庚　對弧庚丁之通弦酉癸。其矢午庚
兩矢之較為亥午

一	二	三	四
半徑巳戌	丁乙正弦甲壬	角大矢戌寅	先得數壬丁

一	二	三	四
半徑巳庚弦	庚乙正弦申庚句	先得數壬丁弦	兩矢較壬未句

合		之	
一	二	三	四
半徑方	正弦矩	角大矢戌寅	兩矢較壬未午即亥

仍于前圖取丁戊庚三角形　戊鈍角（餘並銳）　三邊俱小于象
限　戊丁弧之通弦壬壬。正弦甲壬　又引戊丁弧過全徑于
寅。會于乙。則寅戊為戊鈍角之大矢。亦割壬壬通弦于丁。則壬
丁與通弦若寅戊大矢與全徑也　又戊庚弧之正弦庚申為
句則巳庚半徑為其弦。其比例。若壬未為句而壬丁為弦也
又壬庚為較弧。其正弦壬亥。其餘弦亥巳。其矢亥庚　對弧庚
丁之通弦酉癸。正弦癸午。餘弦午巳。其矢午庚。兩矢之較為亥

午對弧小。故用兩小矢之較。戊鈍角。故以角之大矢為比例。並同上條

一	二	三	四
半徑戊巳	丁戊正弦壬甲	角大矢戊寅	先得數壬丁

一	二	三	四
半徑庚巳弦	戊庚正弦庚申句	先得數壬丁弦	兩矢較未壬句

合		之	
一	二	三	四
半徑方	正弦矩	角大矢戊寅	兩矢較未壬即午亥

兩法並用鈍角。其度同所求之庚丁弧又同。故其法並同。即此可明三角之理

仍于前圖。取丁丙戊三角形　有丁丙及戊丙二大邊　有兩銳角餘一鈍一銳求丁戊對邊　法引丁丙及戊丙二弧會于庚作庚丙徑　作已亢及已戊丙半徑　作癸午為丁丙邊正弦而丁丙弧。割癸午正弦于丁亦割亢已半徑于心則亢已之分為心亢。猶癸午之分癸丁也　又作戊井。為戊丙弧之正弦。成戊已井句股形　又從丁作壬甲。為對弧戊丁之正弦其矢甲戊　又取癸戊為較弧以癸丙同丁丙故　作癸氐為較弧正弦。其矢氐戊。兩矢之較為氐甲　又從丁作斗丁。與氐甲平行而等。成丁斗癸小句股形。與戊已井形相似。則已戊弦與井戊句。若癸丁弦與斗丁句也此因對弧小。故所得為小矢之較。而用兩鈍角。故只用角之正矢為比例。又此因用兩角求戊丁邊。故另為比例。若用戊角求丁丙弧。則與第一條之法同矣

一	二	三	四
半徑已亢	丁丙正弦午癸	角之矢心亢	先得數丁癸

一	二	三	四
半徑已戊弦	戊丙正弦井戊句	先得數丁癸弦	兩矢較斗丁句

合		之	
一	二	三	四
半徑方	正弦矩	角之矢心亢	兩矢較斗丁即氐甲

以甲氐加較弧之矢氐戊成甲戊。為對弧之矢如法取其度。得
丁戊

右例。以一圖而成四種三角形。皆可以入算而諸綫錯綜。有條不紊。可見理之真者。如取影于燈。宛折惟肖也。又丁丙戊三角形。亦可以戊角立算。餘三角並然。丁乙丙形。可用丙角。庚戊丁形。庚乙丁形。俱可用庚角

計開

一圖中三角形凡四
一丁乙丙形　一丁戊丙形　一丁乙庚形　一丁戊庚形
全徑凡二
一戊乙徑　一庚丙徑
算例凡八

一丁乙丙形用乙銳角
一丁戊丙形用戊銳角　並以求對角之弧丁丙
一丁乙庚形用乙鈍角
一丁戊庚形用戊鈍角　並以求對角之弧丁庚
一丁丙戊形用丙銳角
一丁庚戊形用庚銳角　並以求對角之弧丁戊
一丁丙乙形用丙鈍角
一丁庚乙形用庚鈍角　並以求對角之弧丁乙

右前四例。皆以乙戊徑為主線。丙庚徑為加減綫。後四例。皆以丙庚徑為主線。乙戊徑為加減綫

一條　凡三角形。以一邊就全員。則此一邊之兩端。皆可作線

過心。為全員之徑。而一為主線一為加減線。皆視其所用之
角

凡所用角在徑線之端。則此徑為主線。餘一徑為加減線

凡用銳角。則主線在形外。用鈍角。則主線在形內

凡角旁兩弧線。引長之。各成半周。必復相會而作角。其角必
與原角等

凡主線皆連于所用角之銳端。或在形內。或在形外。並同。其
引長之對角。亦必連于主線之又一端也。若主線在形內。破
鈍角端者。其引長之鈍角亦然

一係　凡兩徑線。必與兩弧相應。如角旁弧。引長成半周。其首
尾皆至主線之端。是主線即為此弧之徑也。如對角弧。引長
成半周。首尾皆至加減線之端。是加減線即為對弧之徑也
主線既為引長角旁一弧之徑又原為全員之徑。而角旁又
一弧之引長線。即全員也。故角旁兩弧。皆以主線為之徑
加減線既為對弧之徑而較弧在員周。其端亦與加減線相
連。又加減線原為全員徑。故較弧對弧。皆以加減線為徑

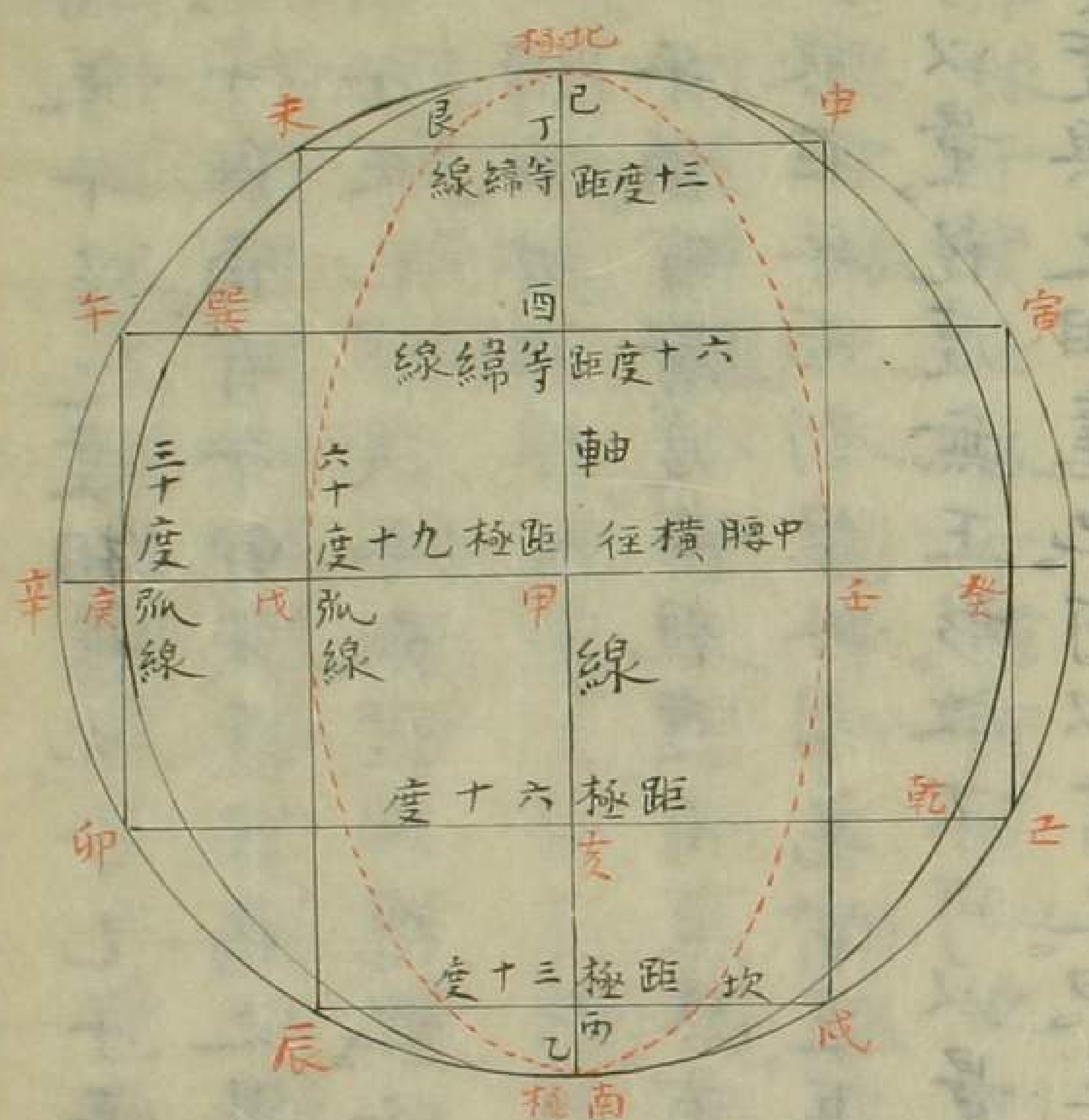
一係　凡全徑。必有其十字過心之横徑。而正弦皆與之平行
皆以十字交于全徑。引之即成通弦
主線既為角旁兩弧之徑。故角旁兩弧之正弦通弦。皆以十
字交于主線之上。而其餘弦其矢。皆在主線
加減線既為對弧較弧之徑。故對弧較弧之正弦。皆以十字
交于加減線。而其餘弦其矢。皆在加減線

一係　凡角竒之弧。引長之步過橫徑。分為角之矢。角之餘弦。
若鈍角則分大矢
角竒引長之弧過橫徑者。亦過正弦通弦。故其全與分之比
例。皆與角之大小矢及餘弦之比例等

環中黍尺卷二

平儀論　論以量代算之理

平儀應外周度圖



以橫線截弧度。以直線取角度。並與外周相應

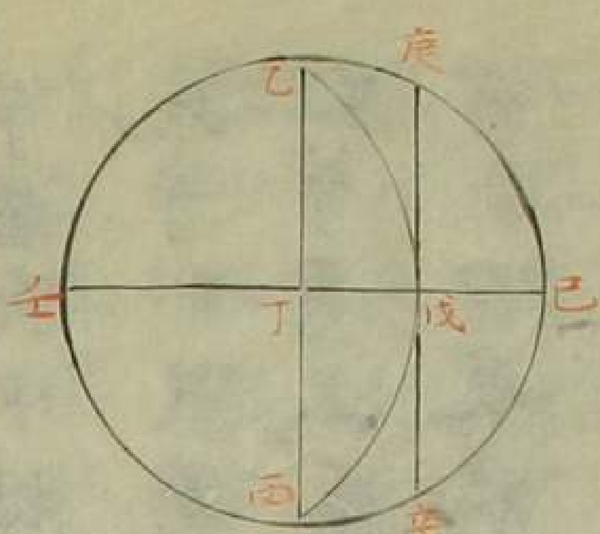
如艮己弧距極三十度。為申未橫線所截。故其度與外周未己相應。坎乙應戌乙亦同。又乾乙弧距極六十度。為壬卯橫線所截。故其度與外周壬乙相應。巽己應午己亦同

又如戊己辛角。有未戊辰直線為之限。知其為六十度角。以與外周未午辛之度相應也。癸乙子三十度角。應子丑度亦然。又庚己子鈍角。有午卯庚直線為之限。知其為百五十度角。以與外周午未巳申寅子弧度相應也。壬乙辛百二十度角應戌乙辰卯辛弧亦然

論曰。平儀有實度。有視度。有直線。有弧線。直線在平面。皆實度也。弧線在平面。則惟外周為實度。其餘皆視度也。實度有正形。故可以量。視度無正形。故不可以量。然而亦可量者。以有外周之實度與之相應也。何以言之。曰。平儀者渾體之畫影也。置渾球于案。自其頂視之則惟外周三百六十度。無改觀也其近內之弧度。漸以側立而其線漸縮而短。離邊愈遠其側立之勢益高。其蹐縮愈甚。至于正中且變為直線而與員徑齊觀矣。此蹐縮之狀隨度之高下而遷。其數無紀。故曰不可以量也。然而以法量之則有不得而遁者。以有距等圈之緯度為之限也。試横置渾球于案。任依一緯度直切之。則成側立之距等圈矣。此距等圈與中腰之大圈平行。其相距之緯度等。故曰距等也。其距既等則其圈雖小于大圈。而其為三百六十度者不殊也。從此距等圈上。逐度作經度之弧。其距極亦皆等。特以側立之故。各度之視度蹐縮不同。而皆小于邊之真度。其實與邊度並同。無小大也。特外周則眡體而內線立體耳。故曰不可量而可量者。以有外周之度與之相應也。此量弧度之法也。弧度者。緯度也

量法詳後

然則其量角度也柰何。曰。角度者。乃經度也。經度之數。皆在腰圍之大圈。此大圈者。在平儀則變為直線。不可以量。然而亦可以量者。亦以外周之度與之相應也。試于平儀內任作一弧角。

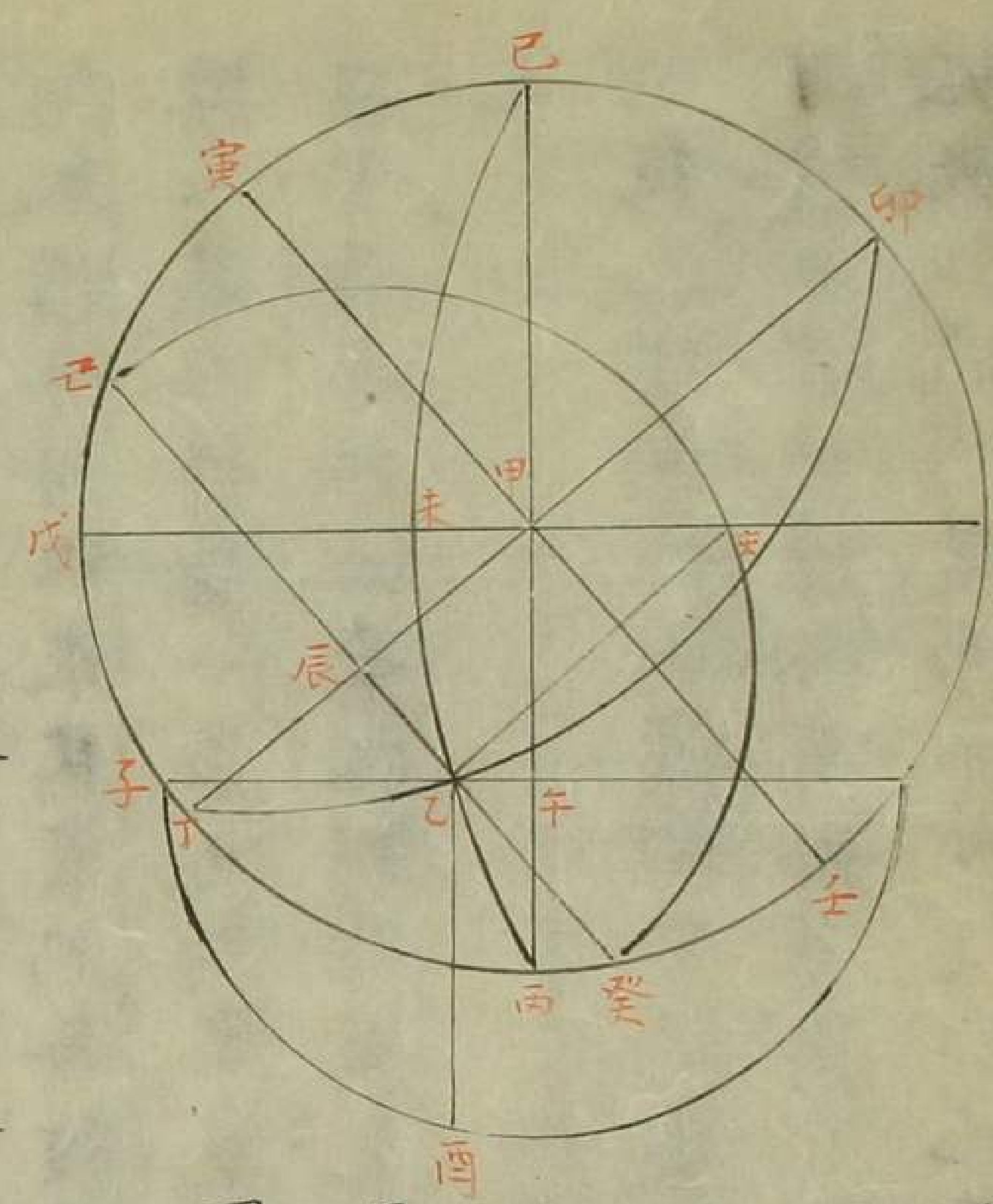


如乙已丙平員。內作已丙戊角。欲知其度。則引此弧線過横徑于戊。而會于乙。則已戊弧。即丙銳角之度。戊壬弧即丙鈍角之度也。然已戊與戊壬兩弧。皆以視法變為平線。又何以量其度。法于戊點作庚辛直線與乙丙直徑平行則已庚弧之度。即戊已弧之度。亦即丙銳角之度矣其餘庚乙壬之度。即戊丁壬弧之度。亦即丙鈍角之度矣。故曰不可量而實可量者。以有外周之度與之相應也

然此法。惟角旁弧度適足九十度如戊丙則其數明晰。若角旁之弧或不足九十度又何以量之。曰。凡言弧角者。必有三邊。如上所疏。既以一邊就外周真度。其餘二邊。必與此一邊之兩端。相遇于外周而成角。此相遇之兩點。即餘兩弧起處。法即從此起數。借外周以求其度。而各循其度。作距等横線。乃視兩距等線交處。而得餘一角之所在。遂補作餘兩弧。而弧三角之形。究在平面。再以法量之。則所求之角。可得其度矣。此量角度之法也

今設乙丁丙弧三角形丁丙邊五十。度乙丙邊五十五度。乙丁邊六十。度。而未知其角

法先作戊已庚丙平員。又作已丙及戊庚縱横兩徑。任以丁丙



邊之度。自直線之左。從丙量至丁。得五十。度為丁丙邊。又自丙左右各數五十五度。如辛丙及子丙。皆如乙丙之度。乃作辛子線聯之。為五十五度之距等圈　又自丁作卯丁徑線。自丁左右各數六十。度為癸丁及壬丁。皆如乙丁之數亦作壬癸線聯之。為六十。度之距等圈此兩距等線相交于乙。則乙點即為乙丙及乙丁丙邊相遇之處而又為一角也　乃自乙角。作乙丙及乙丁丙。弧。則乙丙丁三角弧形。宛然平面矣。再以法量之。則丁丙兩角。亦俱可知

欲知丙角。即用辛子距等線。以半線午子為度。以午為心。作子酉辛半員。勻分一百八十度。此辛子徑上距等圈之真形也乃自乙點作直線。與午丙徑平行。截半員于酉。乃從酉數至子得酉子若干度。此即乙丙丁銳角之度。以減半周。得酉辛若干度。亦即乙丙辛鈍角之度也　欲知丁角。亦即用壬癸距等線。以半線辰癸為度。辰為心。作壬亥癸半員。分一百八十度。此亦壬癸徑上距等圈之正形也。乃自乙點作直線。與辰卯徑平行。截半員于亥。即從亥數至癸。得亥癸若干度。此即乙丁丙銳角之度。以減半周。得亥壬若干度。又即乙丁壬鈍角之度也

計開

丙角七十八度稍弱　以算考之。得七十七度五十五分

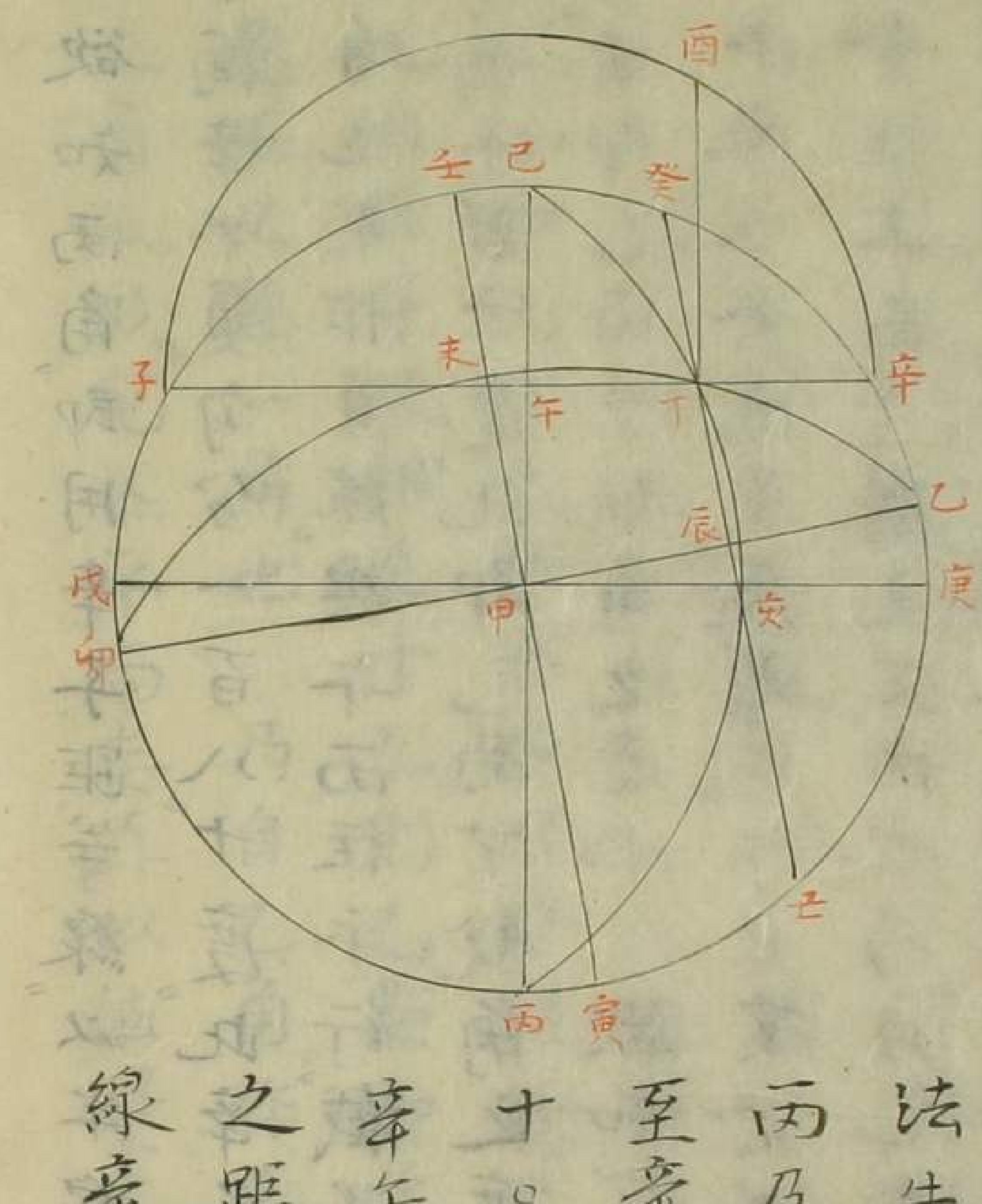
丁角六十七度三分度

之二以算考之。得六十七度三十九分

右量角度以圖代算欲得零分。須再以算法考之即知無誤

又設乙丙丁弧三角形有六十○度丙角。有乙丙邊一百○○

度有丁丙邊一百二十○度。求丁乙邊對角之邊



法先為巳戊丙庚大圓。作巳

丙及庚戊十字徑。乃自丙數

至辛。如所設丁丙邊一百二

十○度自丙至子亦如之作

辛午子線為一百二十○度

之距等圈又以距等之半

線辛午為度。午為心。作辛酉

子半圈。勻分一百八十度。乃自辛數至酉。如所設丙角六十度。

而自酉作酉丁直線。與巳甲徑平行至丁。遂如法作丁丙邊

又自丙數至乙。如所設乙丙邊一百○○度。又從乙過甲心至

卯。作大圈徑。亦作寅壬橫徑。乃補作丁乙邊。乙丙丁三角弧形。宛然在目

又自丁作壬丁癸距等線與寅壬平行。末自乙數至癸。得若干

度即乙丁之度

計開

丁乙線五十九度强以算考之得五十九度○七分

右量弧度以圖代算若用規尺。可免逐圖勻分之度有例在後條

又若先有乙丁對角邊丁丙角旁邊。有丙角。而求乙丙角旁之

邊仍借前圖

法先作己戊丙員。及十字徑線。又以丁丙邊之度。取丙辛及丙子。作辛子距等線。又作子酉辛半員。取辛酉角度。作酉丁直線。遂從丁作丁丙邊。皆如前　次以所設丁乙邊五十九度。倍之。作一百十八度少。于本員周。取其通弦。即距等線癸壬之度乃以通弦線。就丁點還就游移。使合于外周而不離丁點。成壬丁癸線。即省所象壬乙癸弧。乃以弧度折半于乙則乙丙外周之度。即所求乙丙邊。于是補作乙丁線。成三角之象

又法。以丁乙倍度之通弦壬癸半之于辰。乃從辰。作卯甲辰過心徑線。即割大員周于乙。而乙癸及乙壬之弧度。以平分而等。皆如乙丁度。亦遂得乙丙度。餘如上

又若先有乙丙兩角及乙丙邊。在兩角之中亦仍借前圖

法先作己戊丙員。及十字徑線。皆如前。乃自丙數至乙。截乙丙為所設之邊　次作丙角。法于戊庚横徑。如前法求庚亥。如所設丙角之度。遂從亥點作弧如丙亥己則丙角成矣　次作乙角。法于乙點作乙甲卯徑。亦作壬寅横徑。乃自寅至未如前法求寅未如所設乙角之度。遂從未點作弧如卯未乙則乙鈍角亦成矣兩弧線交于丁角。乃補作壬癸乃辛子兩距等線。則弧度皆得

案此兩弧線必以雖子形作之。方準。若丁點離兩横徑不遠則所差亦不多也

再論平儀

凡平儀上。弧線皆經度。而直線皆緯度

惟外周經度。亦可當緯度。又最中長徑。緯度。亦為經度

平儀上。弧線皆在渾面。而直線皆在平面

試以渾球。從兩極中半濶處直切之。如用極至交圏為度。以剖渾儀圏則成平面
矣。以此平面覆置于案。而從中腰横切之。如赤道半圏則成横徑于
平面矣。如赤道之徑又以此横徑為主。離其上下。作平行線而横切
之。則皆成距等圏之徑線于平面矣。大横徑各距極九十度。逐
度皆可作距等圏。即皆有距等徑線在平面。故曰皆緯度也。此
線既為距等圏之徑。則其徑上所乘之距等圏。距極皆等。即任
指一點作弧度。其去極度皆等。故以為緯度之限也
若又別指一處為極如赤道極外。又有黄道極。又如天頂亦為極則其對度亦一極
也。亦可知前横切。作横徑如黄道之徑于平面。其横徑上下亦皆有
九十度之距等圏與其徑線矣。如黄道亦有緯度故直線有相交之用
也

準此觀之。渾球之外圏。隨處可指為極。即有對度之極。兩極相
對。則皆有直線為之軸。軸上作横徑。横徑上下。即皆有九十度
之距等徑線而相交相錯。其象于變而向股之形成。比例之用
生。加減之法出矣如黄赤兩極外。又有天頂地心之極而天頂地心。隨北極之高下而變又此所
用外同。特渾球上經圏之一耳。若準上法。于球上各經圏皆平
切之。皆為大圏。則亦可隨處為極以生諸距等緯線。而相交相
錯之用。乃不可以億計矣。如天頂地心。既隨極出地度而異其南北。亦可因各地然度而異其東西
由是推之。渾球上無一處不可為極。故所求之點即極也。何以
言之。凡于球上任指一點。即能于此點之上作十字直線以會
于所對之點。而十字所分之角。皆九十度。即逐度可作線以會
于對點。而他線之極。此點上線皆能與之會。故曰所求之點即

極也

又論平儀

凡平儀上弧線皆經度也。而弧有長短者則緯度也。是故弧線為經度。而即能載緯度。蓋載緯度者。必以經度也。若無經度則亦無緯度矣

平儀上直線。皆緯度也。而線有大小者。則經度也。是故直線為緯度。而即能載經度。蓋載經度者。必以緯度也。若無緯度。則亦無經度矣所云直線指橫徑及其上下之距等徑而言

弧線能載緯度。即又能分緯度之大小。直線能載經度。即又能分經度之長短

假如平面作一弧。引長之。其兩端皆至外周。則分此外周為兩半員。而各得百八十度。即所作之弧。亦百八十度矣。此百八十者皆緯度。故曰能載緯度也。而此平面上所乘之半渾員。其經度亦百八十。而皆紀于腰圍之緯圈。若于腰圍緯圈上。任指一經度作弧線。必會于兩極而因此弧線。割緯圈以成角度。故又曰能分緯度也。不但此也。若從此弧線之百八十度上。任取一度。作平行距等緯圈。其距等圈上所分之緯。必小于腰圍之緯圈。而其所載距等圈之經度。皆與角度等。即近極最小之緯圈亦然。何以能然曰。緯圈小。則其度從之而小。而為兩弧線所限。角度不變也。故緯圈之大小。弧度分之也

然弧線之長短。又皆以緯圈截之而成。而緯圈必有徑在平面上。與圈相應。故曰。直線能載經度。即又能分經度之長短也

復論平儀

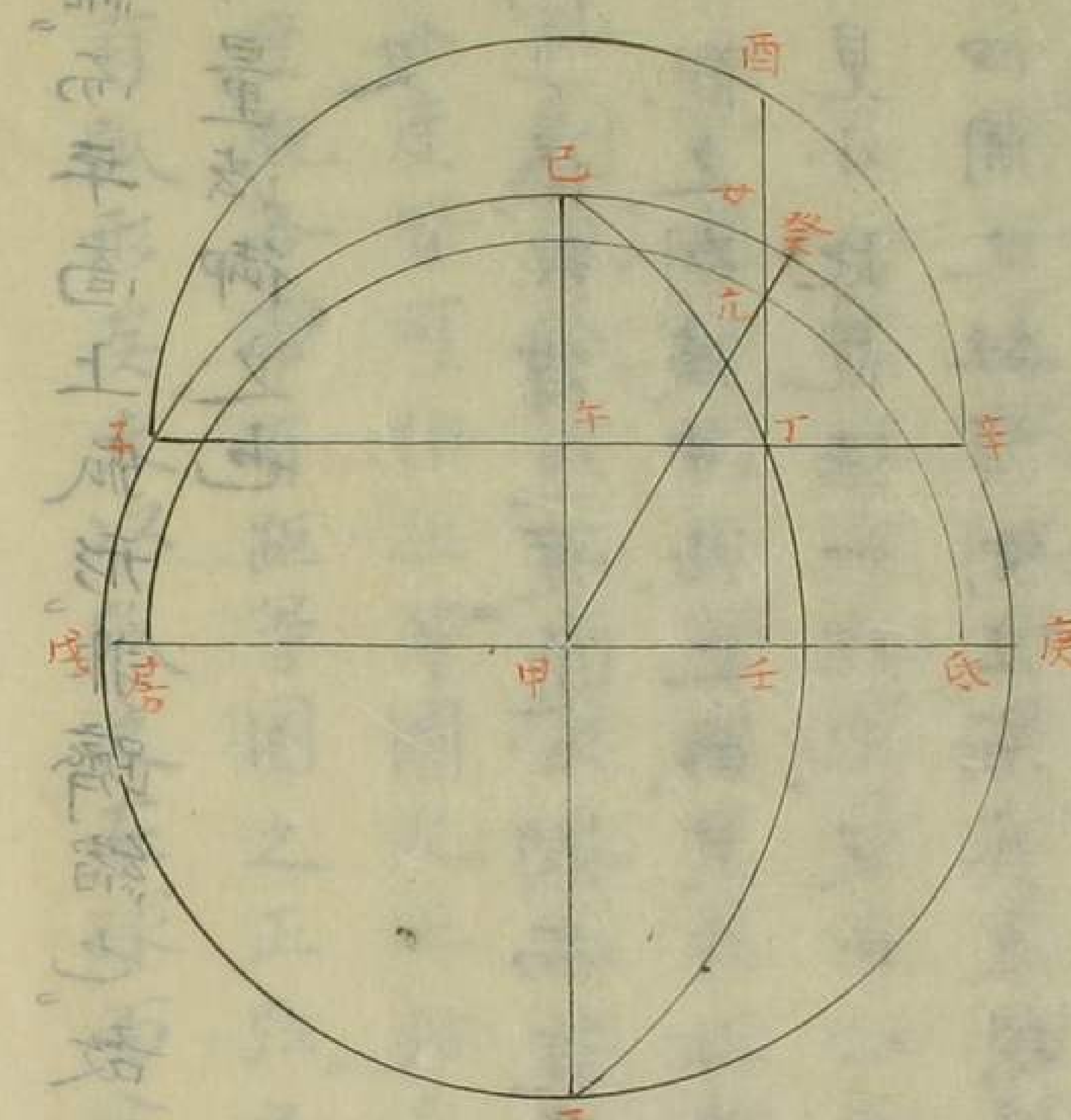
平儀上直線弧線皆正形也。問前論直線有正形。弧線躋縮無正形。茲何以云皆正形。曰躋縮者球上度也。然其在平面。則亦正形矣。有中剖之半渾球于此。覆而觀之。任于其緯度直切至平面。則皆直線也。而其切處則皆距等圈之半員。即皆載有經度一百八十也。從此半員上。任指一經度作直線。下垂至平面。直立如懸針。則距等圈度之正弦也。若引此經度作弧以會于兩極。則此弧度上所載之緯度一百八十。每度皆可作距等圈。即每度皆可作距等圈之正弦矣。由是觀之。此弧上一百八十緯度既各帶有距等圈之正弦。即皆能正立于平面。而平面上亦有弧形矣。夫以弧立在球面言之。則以側立之故。而視為躋縮。而平面上弧形。非躋縮也。故曰皆正形也。惟其為正形。故可以量法御之也

又

問平儀經緯之度。近心濶而近邊狹。何也。曰渾員之形。從其外而觀之。則成中凸之形。其中心隆起處。近目而見大。四周遠目而見小。此視法一理也。又中心之經緯度平鋪。而其度舒。故見大。四周之經緯側立。而其度垜疊。故見小。此又視法一理也。若以量法言之。則近內之經緯。無均平之數。數皆紀之于外周。外周之度。皆以距等線為限。而近中線之距等線。以兩旁所用之弧度皆直過。與橫直線所差少。故其間濶。近兩極之距等線。則其兩旁之弧度皆斜過。與橫直線懸殊。故其間窄。此量法之理

也。固不能强而齊一之矣。夫惟不能强而齊。故正弦之數以生。八線由斯以出。尺算比例之法。由斯可以量代算。而測算之用。遂可以坐天之內。觀天之外己

取角度又法



設如己戊丙庚員。有子辛距等緯線。有所分丁辛小緯線。求其所載經度。以命所求之角丙角

本法。取距等半徑午辛作子酉辛半員。從丁作酉丁線。乃紀酉辛之度。為丁辛之度

今用捷法徑于丁點。作女丁壬線。與己甲徑平行。再用距等半徑午辛為度。從甲心。作虛半員。截女壬線于亢。即從此引甲亢線至癸。則數大圈庚癸之度。為丁辛角度即丙角也

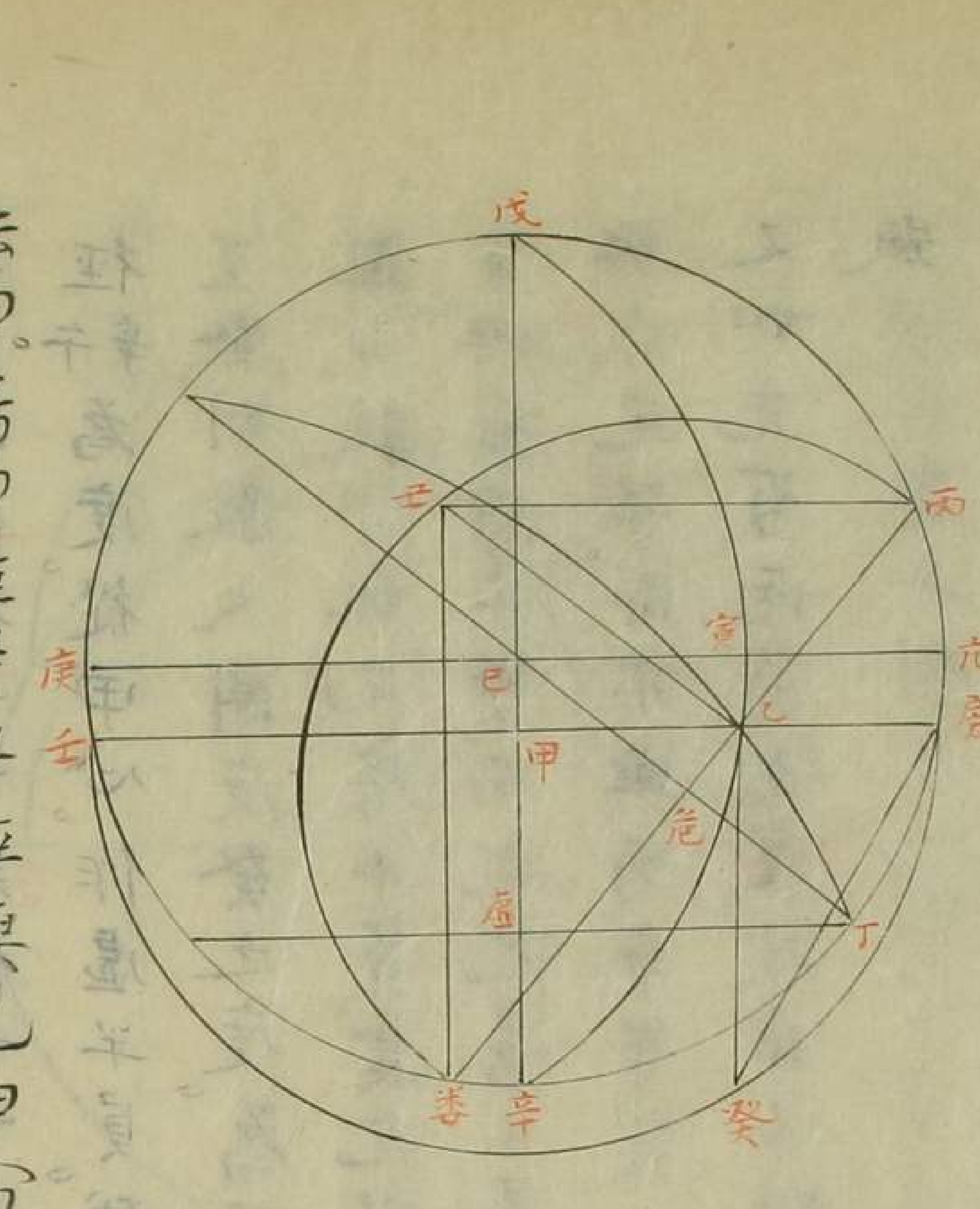
解曰。試作氐亢房半員。其亢甲半徑。既與午辛等。則氐亢房半員。與辛酉子等。而氐亢房半員。又與大員同甲心。則庚癸之度。與氐亢等。即亦與酉辛等矣

又如先有丙角之度。及辛子距等線。而求丁點所在。以作丙丁弧

法從大圈庚數至癸。令庚癸如丙角之度。即從癸向甲心。作癸甲線半徑 次以距等之半徑辛午為度。從甲心作半員。截癸甲半徑于亢。乃自亢作亢丁壬線。截辛午于丁。即得丁點

用規尺法

設如乙丁辛弧三角形。有乙丁邊六十度一十分。有乙辛邊八十度。有丁辛邊五十度。求辛鋭角



如法。依三邊各作圖。法以十字剖平員。自主線端辛。數所設丁辛五十度至丁。乃自丁作徑線過己心。又依所設丁乙六十度。自丁左數至昼右數至丙。皆六十度作丙昼線為距等圈之徑。又自辛依所設辛乙八十度至房。亦左至壬。作房壬距等徑線。此兩距等線交于乙。乃作乙丁及辛乙兩線則三角形。究然在目

今以量法求辛角

法曰。房甲距等半徑與乙甲分線。若亢己半徑與辛角之餘弦

寅己

法以比例尺正弦線。用規器取圖中房甲之度。于半徑九十度定尺。再取乙甲度。于本線求正弦等度。得角之餘度。乃以所得餘度。轉減象限。命為辛角之度

依法得餘弦三十一度弱。即得辛角為五十九度强

又法以房甲為度甲為心。作房癸壬距等半圈。又作乙癸正弦與己辛平行。如前以房甲度于正弦九十度定尺再以乙癸度取正弦度。命為辛角度

又法。作房癸線。用分員線。取房甲度于六十度定尺。再取房癸線于分員線求等度。得數。命為辛角之度。更捷

論曰。既以房甲為半徑。則乙癸即正弦。乙甲即餘弦。房癸即分

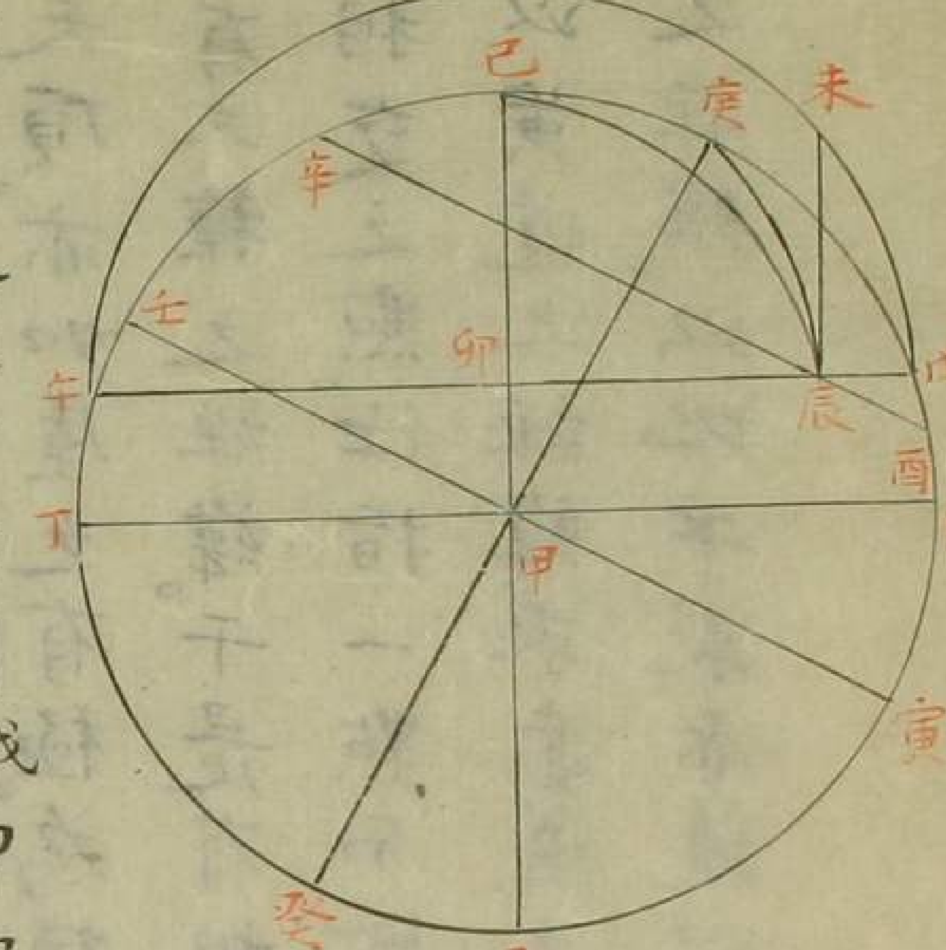
員。皆距等圈上比例也。其取角度。與分半周度而數房癸之度
並同。然量法較捷
又求丁鈍角
法以丙危為度危為心作畫壬丙半員。又作壬乙線當角之正
弦則乙危當餘弦
乃取距等半徑。丙危度于正弦線九十度定尺。再取乙危度求
得正弦線等度。命為鈍角之餘弦。以所得加九十度。為丁鈍角
度
依法得餘弦十二度太即得丁鈍角一百〇二度太
或取壬乙線。求正弦線上度命為鈍角之正弦。以所得減半周
度。餘為丁鈍角度兩法互用相考。更確

又法作畫壬分員線。取丙危半徑。于分員線六十度定尺而求
畫壬分員之度分。為丁鈍角亦可與正弦法參考
論曰。兼用正弦兩法。分員線一法以相考理明數確。然比半周
度之工。尚為省力。是故量捷于算。而尺更捷矣
若兼作丙壬分員。以所得度減半周亦同。如此。則分員線亦有
兩法合之正弦。成四法矣
又論曰。此條三邊求角。前條有二邊一角求弧。可互明也。故用
圖亦可以求角用尺亦可以求弧。智者通之可也

三極通幾

平員則有心。渾員則有極。如赤道以北辰為極。而黃道亦有黃極。人所居又以天頂為極。故曰三極也。極云者。經緯度之所宗。如赤道經緯悉宗北極。而黃道經緯自宗黃極。地平上經緯又宗天頂。亦如屋之有極。為楹桷宇梠楶梲之所宗也。既有三極即有三種之經緯。于是有相交相割而成角度。角之銳端即兩線相交之點。任指一點而皆有三種經緯之度與之相應焉。故可以黃道之經緯求赤道之經緯。亦可以赤道之經緯求地平上之經緯。以地平求赤道。以赤道求黃道。亦然。舉例如後

以黃道經緯求赤道經緯

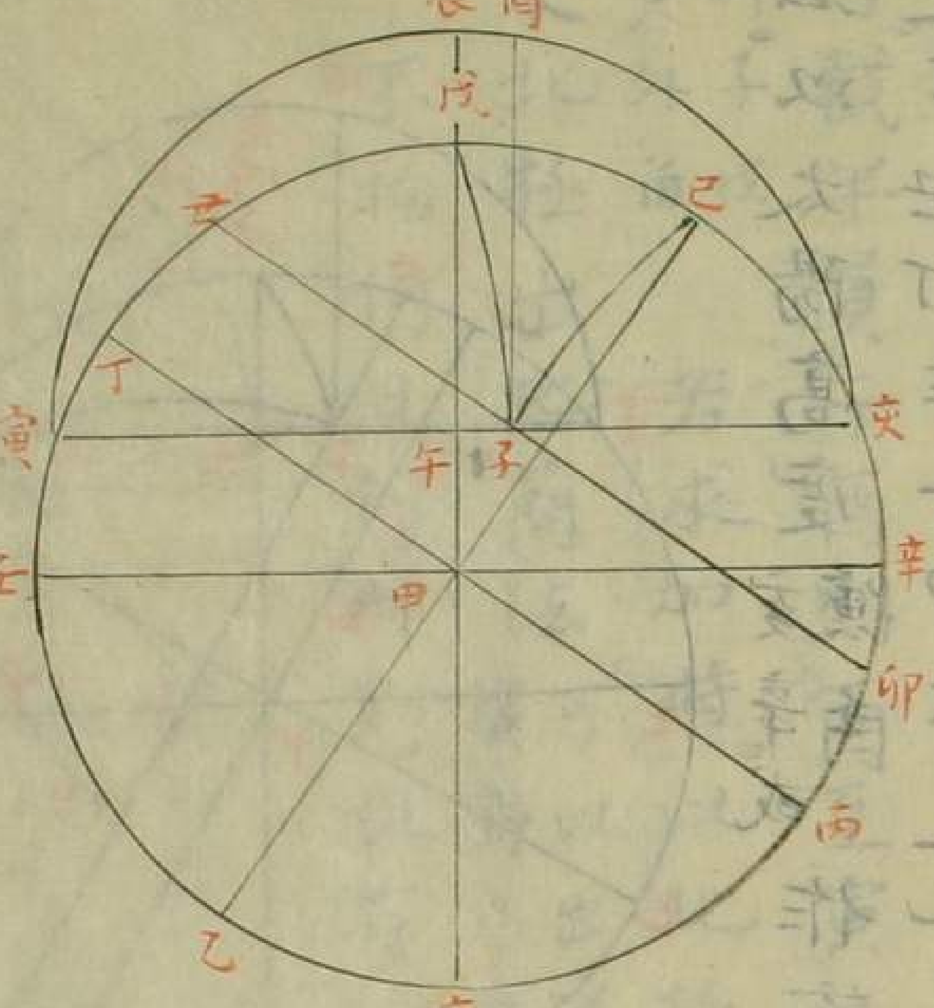


巳辰庚斜弧三角形

巳丁乙丙為極至交圈　巳為北極　丙甲丁為赤道　庚為黃極　壬甲寅為黃道　星在辰　辰庚為黃極距星之緯　辰庚酉角為黃道經度　今求赤道經緯法自辰作黃道距等緯圈酉辛又自辰作赤道距等緯圈戊午即知此星辰在赤道之北。其距緯戊丙或午丁次以赤道距等半徑戊卯為度。卯為心。作午未戊半員又作未辰直線。與巳甲平行。則未戊弧即為赤道經度即戊巳辰角

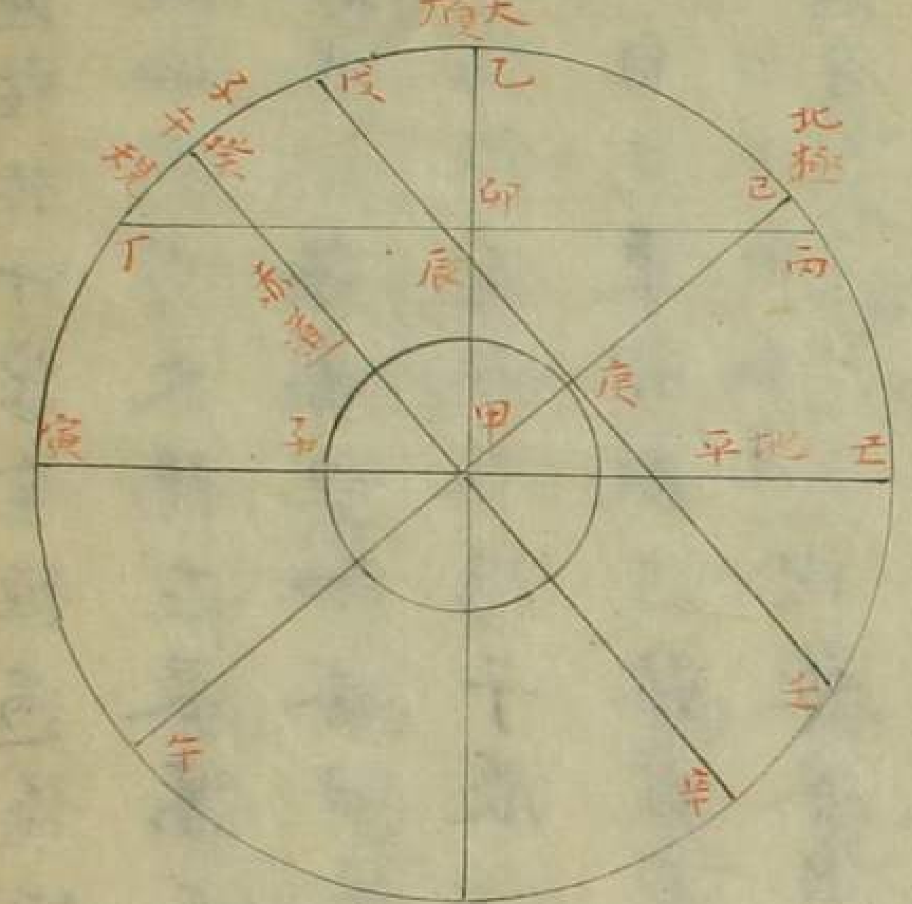
若先有赤道經緯。而求黃道經緯。亦同

以赤道經緯求地平經緯



巳子戊三角形三角皆鈍

戊壬庚辛為子午規　壬辛為地平　戊為天頂　巳為北極　丁丙為赤道　星在子　子巳為星距北極　巳角為星距午規。經度即緯圈上壬子之距　求地平上經緯法。自子作寅亥線。與辛壬地平平行。即知地平上星之高度亥辛或壬寅　次作寅酉亥半員以亥寅半線亥午為度午為心又從子作酉子直線。與戊甲天頂垂線平行。即子寅為星距午方之度。為子戊寅角。數酉至寅之弧。即得星在午左或午右之方位。是為地平上之經度。按此圖為星在卯酉線之北。數酉辰若干度。即知其

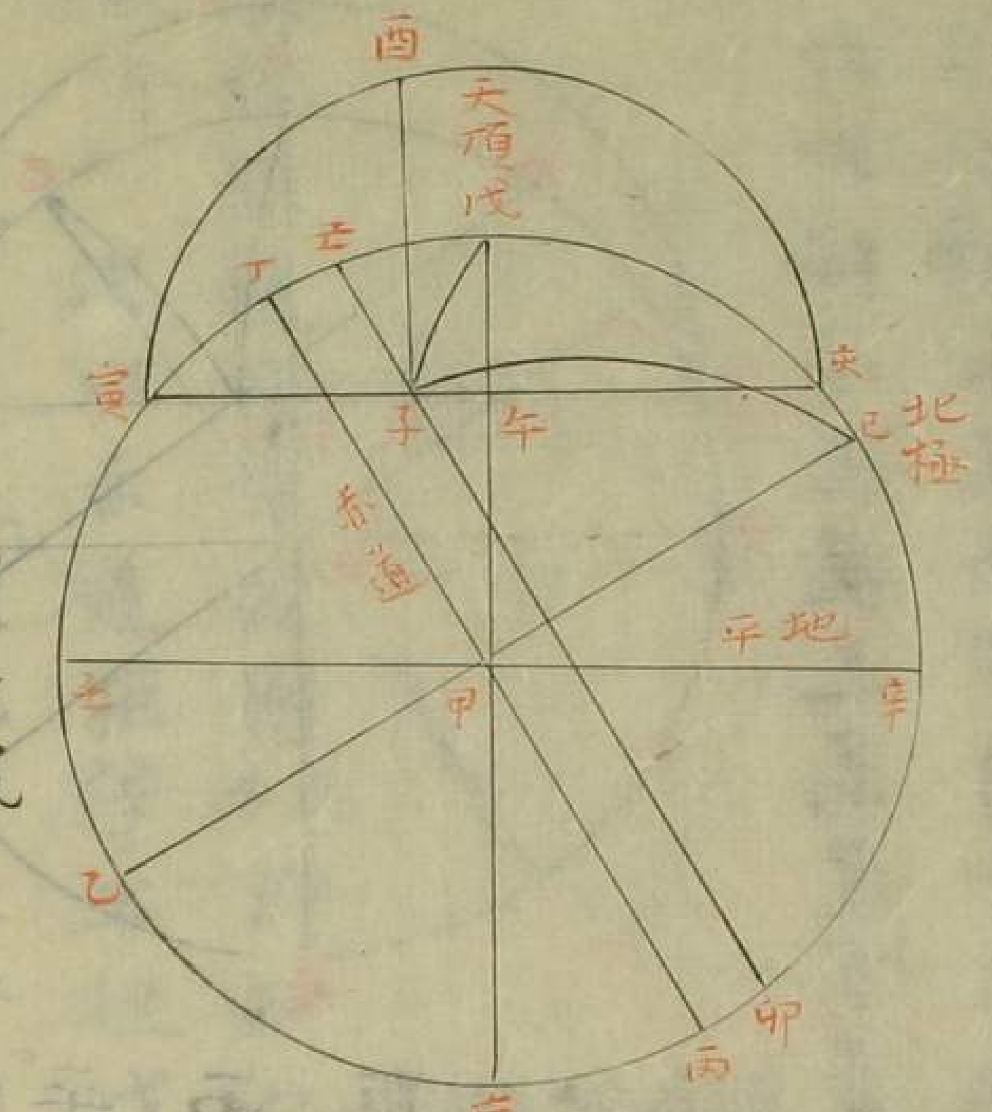


午為心。作亥酉寅半員。分百八十度又自子作酉子直線。與戊甲平
行。截半員于酉則酉至寅之度。即太陽所到方位離午正之度
即子戊寅外角 若求加時。以北極赤緯線準此求之。用子已戊角

求北極出地簡法可以出洋。知其國土所當經緯。西北廣野亦然。與地度弧角可以參用
不拘何日何時刻。但有地平真高度。及真方位。即可得之
法曰。先以所測高度。及方位。如法作
圖。取作平儀上太陽所在之點即地平經緯交處
次查本日太陽在赤道南北緯
度。用作半徑。于儀心作一小員。末自
太陽所在點作橫線。切小員而過。引
長之至邊。此即赤緯通弦也。乃平分

星距卯酉線若干度也。星距赤道為緯。距午線時刻為經
以兩緯度求經度

若先得地平上經緯高度為緯。方位為經。而求赤道經緯。其理亦同
已子戊斜弧三角形



假如北極高三十度已辛高 戊
寅壬為午規 太陽在子。距赤
道北十度其距丑丁。或卯丙。緯度 子丑
為太陽距午線加時經度即子已丑
角 寅壬為太陽高度即亥辛
求太陽所在之方
法。以太陽高度亥辛或寅壬作亥寅地平高度緯線。又以太陽距赤
道緯丑丁卯丙作丑卯赤道北緯線。兩線相交于子。乃以亥午為度

通弦。作十字全徑過儀心。即兩極之軸。數其度得出地度

假如測得大陽在辰高三十四度。方位在正卯南三度強。而不知本地極高。但知本日太陽赤緯十九度。今求北極度

如法作圖。安太陽于辰（詳下文）先作丙丁線。為地平高度。次用法。自正東卯數正弦度至辰。得近南三度。為地平經度。（或以丙卯為半徑。作半規。取應度分亦同）直　次依本日太陽赤緯十九度（以員半徑取庚甲十九度正弦）為小員半徑。作子庚小員。末自太陽辰作橫線戊壬。切小員于庚

乃自庚向甲心。作大員徑線己午。則己即北極（數己丑之度。為極出地度）依法求得本地極高四十度

論曰。此法最簡最真然。心得正方案之法。以測地平經度始無錯誤

環中黍尺卷三

初數次數法（加減代乘除之法。從初數次數而生。故先論之）

上卷之法。用角旁兩正弦相乘。今則兼用兩餘弦。故別之為初數次數。其法有二。其一次數與對弧餘弦相加。其一相減也。相加又有二。一銳角。一鈍角也。相減有四。或餘弦內減次數。或次數內減去餘弦。而又各分銳角鈍角也

約法　三邊求角

對邊大（象限以上）
- 兩邊同類 — 次數與餘弦相加 — 角鈍
- 兩邊異類
  - 餘弦大內減次數 — 角鈍
  - 次數大內減餘弦 — 角銳

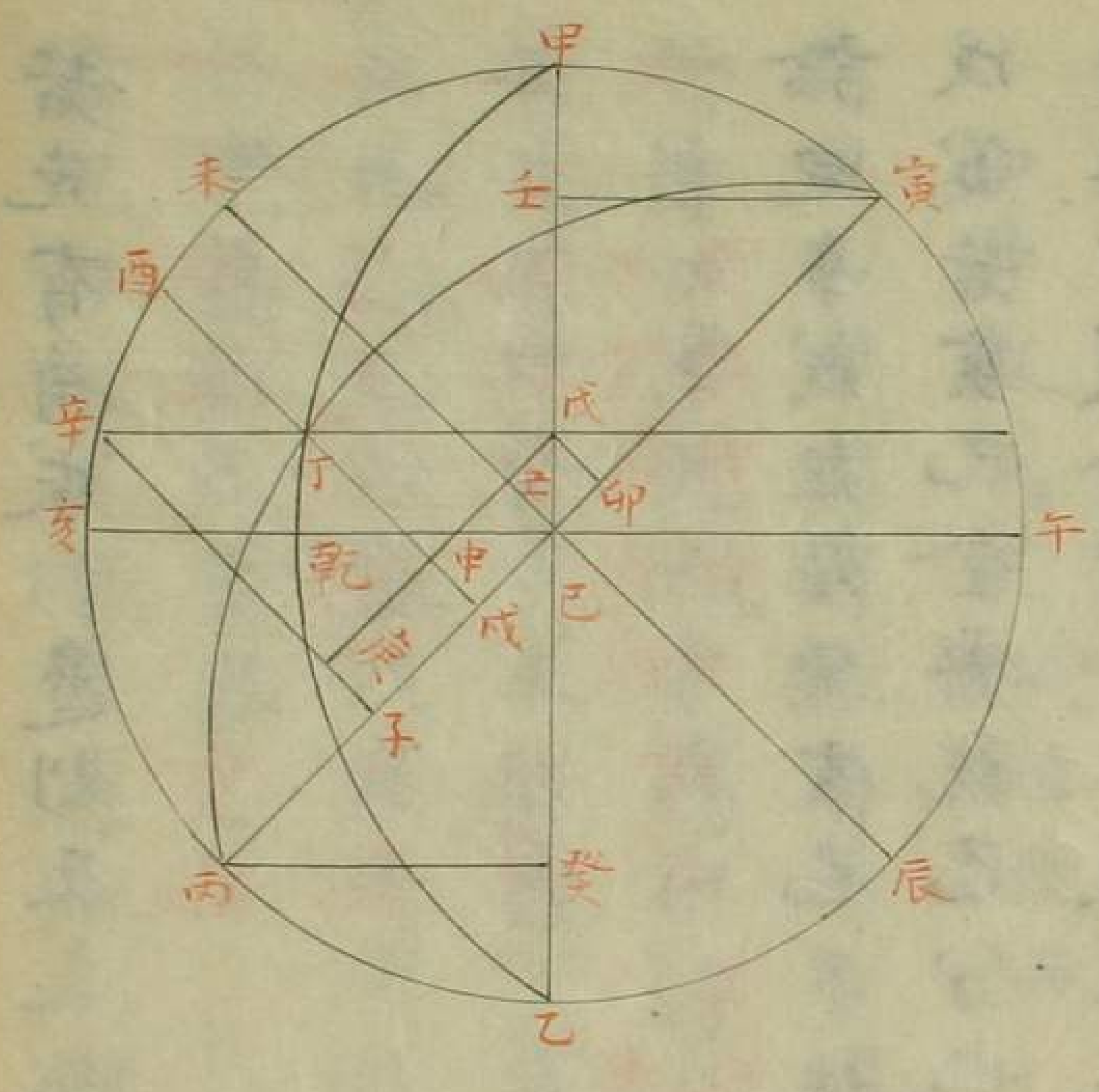
對邊小（象限以下）
- 兩邊異類 — 次數與餘弦相加 — 角銳
- 兩邊同類
  - 餘弦大內減次數 — 角銳
  - 次數大內減餘弦 — 角鈍

角求對邊

- 鈍角
  - 兩邊異類 — 得類與次數相加 ┐
  - 兩邊同類
    - 得數大內減次數 ┘ — 對邊大 象限以上
    - 次數大內減得數 — 對邊小 象限以下
- 銳角
  - 兩邊同類 — 得數與次類相加 ┐
  - 兩邊異類
    - 得數大內減次數 ┘ — 對邊小 象限以下
    - 次數大內減得數 — 對邊大 象限以上

餘弦次數相加例 銳角法鈍角法各一

丁乙丙形有三邊。求乙銳角。角旁大弧丁乙（正弦辛戊 餘弦巳戊）小弧丙乙（正弦丙癸 餘弦巳癸）兩正弦相乘。全數除之。成初得數戊庚。又以兩餘弦相乘。全數除之。成次得數戊壬。（即卯巳）乃以次得數卯巳。加對弧之餘弦巳戊。成卯戊（即申戊）



一 初得數 戊庚
二 次得數與對弧餘弦相并 申戊
三 半徑 亥巳
四 角之餘弦 巳乾
以餘弦檢表得乙銳角之度

若先有角求對邊則反之

一　半徑　亥巳

二　角之餘弦　巳乾

三　初得數　戊庚

四　次得數與對弧餘弦相并　申戌　以次得數戊壬減之得對弧餘弦壬申。即巳戌

論曰。辛戊正弦與亥巳半徑。同為乙丁弧所分。則辛戊全與丁戊分。若亥巳全與乾巳分也。而辛戊弦與丁戊小弦。又若戊庚句與申戊小句也。故戊庚與申戊。必若亥巳與乾巳

若用丁甲丙形。其算並同。何以明之。甲丁者。乙丁半周之餘。甲丙者。乙丙半周之餘。其所用正弦並同。又同用丁丙為對角之弧。甲角又同乙角。皆以乾巳為餘弦故也

右係對邊小于象限。角旁弧異類。故其法用加。而為鈍角

仍用前圖。取丁甲寅三角形　有三邊求甲鈍角　角兩旁弧同類

對角邊大。為寅丁。其正弦酉戌。餘弦戌巳　旁弧丁甲。其正弦辛戊。餘弦巳戊　又旁弧寅甲。其正弦寅壬。餘弦壬巳

初得數戊庚　半徑除兩正弦矩　次得數卯巳　半徑除兩餘弦矩

所用三率。與前銳角形並同。亦以卯巳加巳戌。成申戌。為三率。所得四率乾巳。亦為甲角之餘弦　末以餘弦檢表。得度以減半周。餘為甲鈍角之度

若先有甲鈍角。求對邊丁寅。則反用其率。一半徑亥巳。二角餘弦乾巳。三初數戊庚。四申戌。末以次數戊壬。去減得數甲戌。餘壬申。為對弧餘弦

論曰。對弧寅丁係過弧。與銳角形對弧丁丙。相與為半周之正

餘度。同用酉戌為正弦。戌巳為餘弦。角旁弧丁甲。即乙丁半周之餘度。同用辛戌為正弦。戌巳為餘弦。甲寅弧、又與乙丙弧等度。其正弦壬寅。同癸丙餘弦壬巳。同癸巳故加減數並同。所異者。對弧大。而兩旁弧又同類。故為鈍角

若用寅乙丁形。其算並同。以同用丁寅對弧。而兩弧在角旁者。寅乙為寅甲半周之餘。丁乙為丁甲半周之餘所用之正弦餘弦並同故也。甲角同乙角。皆以乾巳餘弦度轉減半周為其度

右係對邊大于象限。而角旁兩弧同類。故其法用加。而為鈍角

正餘交變例

若角旁兩邊以象限相加減而用其餘弧則正弦餘弦之名互易。而所得初數次數不變三率之用亦不變

解曰。弧小。以減象限得餘弧。弧大以象限減之而用其餘。亦餘弧也。其故何也。凡過弧與其減半周之餘度。同用一正弦。故過弧內減象限之餘。即反為過弧之餘弧亦曰剩弧。而此剩弧之正弦。即過弧之餘弦也

若兩弧內。一用餘度。則其初數次數。皆為正弦乘餘弦。半徑除之之數。然其數不變何也。一弧既用餘度。則本弧之正弦。變為餘弧之餘弦而其又一弧仍係本度。則正弦不變。然則先所用兩正弦相乘為初數者。今不變而為餘乘正矣。次數倣此

試仍以前圖明之丁乙丙形。任以乙角旁之乙丁弧即辛乙內。減去亥乙象弧。其剩弧亥辛之正弦戊巳。即乙辛過弧之餘弦也。

又亥辛之餘弦辛戊。即過弧乙辛之正弦也。然則先以辛戊正弦乘丙癸正弦者。今不變為辛戊餘弦乘丙癸正弦乎。然但變其名為餘乘正。而辛戊之數不變。則其所得之初數戊庚。亦不變也。次數做論按此法即測星時第二法所用

若角旁兩弧。俱改用餘弧。則初數變為兩餘弦相乘。次數變為兩正弦相乘。蓋以正變餘。餘變正。而所得之初數次數不變義見前

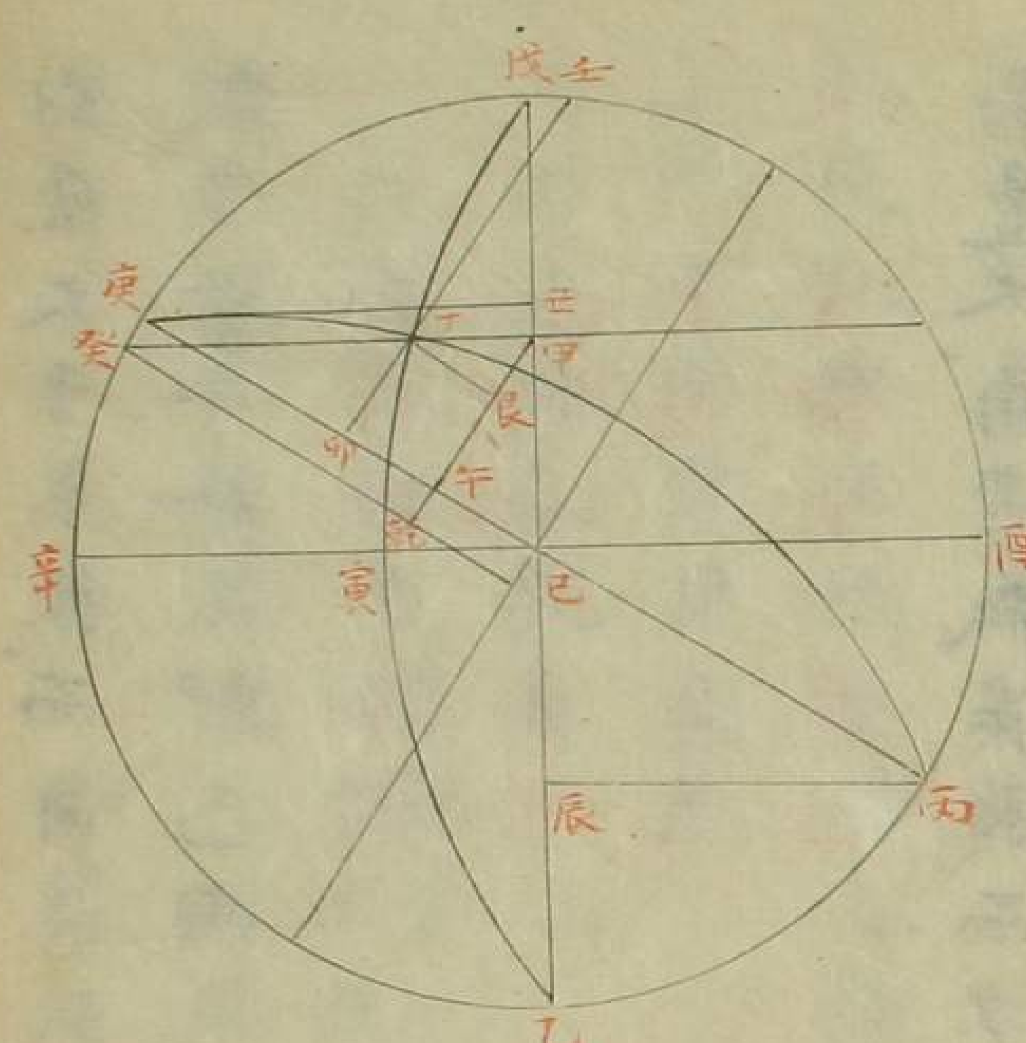
試仍以前圖明之。丁乙丙形。乙角旁兩弧。乙丁改用辛亥。乙丙改用丙亥。皆餘弧也。則丙癸辛戊兩正弦。皆變餘弦丙癸為丙亥弧餘弦。辛戊為辛亥弧餘弦。癸巳戊巳兩餘弦。皆變正弦。癸巳為丙亥弧正弦。戊巳為辛亥弧正弦。然則先以兩正相乘者。今為兩餘。然雖變兩餘。而其為丙癸與辛戊者不變。故其所得之初數戊庚。亦不變也次數做論

總例

凡弧度與半周相減之餘。則所用之正弦同。餘弦亦同

凡弧度與象限相減之餘則所用之正弦變餘。餘弦變正

餘弦內減次數例 鈍角法銳角法各一



丁乙丙弧三角形有三邊。求乙鈍角 丙乙小弧。其正弦丙辰。餘弦辰巳 丁乙大弧。其正弦癸甲。餘弦甲巳 是為角旁之兩弧不同類 癸乾初得數兩正弦乘。半徑除之類 午巳次得數兩餘弦乘。半徑除之數 丁丙對邊大。其正弦壬卯。餘弦卯巳

對邊大于象限。而角旁弧不同類。宜相減 對弧餘弦大于次數。法當于餘弦卯巳內。減去次得數午巳。餘午卯。即艮丁 為二率

一 初得數 癸乾

二 次得減餘弦 艮丁

三 半徑 辛巳

四 角餘弦 寅巳

對邊大。角旁弧異類。而次數小。減對弧餘弦。其角為鈍。宜以四率寅巳。檢餘弦表得度以減半周度。其餘即為乙鈍角之度 即寅酉大矢之度

若先有乙鈍角。求對弧。則反用其率

一 半徑 辛巳

二 角餘弦 寅巳

三 初得數 癸乾

四 次得減餘弦 艮丁

既得艮丁。乃以次數加之。成卯巳餘弦。檢表得度以減半周。得丁丙對邊之度

凡過弧與其減半周之餘度。同用一餘弦。故以餘弦檢表。得度以減半周即得過弧

仍用前圖取銳角

丁戊庚三角形。係銳角。此形有三銳角 有三邊。求戊角 戊庚小邊。其正弦庚壬。餘弦壬巳 丁戊次小邊。其正弦癸甲。餘弦甲巳 是為角旁弧同類 初得數癸乾。半徑除兩正弦矩 次得數午巳。半徑除兩

矩餘弦 丁庚對邊小。其正弦壬卯。餘弦卯巳。對邊小于象限。而角旁弧同類。宜相減 次數午巳。小于對弧餘弦卯巳。以午巳去減卯巳。餘卯午 即艮丁

一	初得數	癸乾
二	次得數減餘弦	艮丁
三	半徑	辛巳
四	角餘弦	寅巳

對邊小。角旁弧同類。而次數小。去減餘弦。其角為鈍。宜以四率寅巳。檢餘弦表。得戊鈍角之度

若先有戊鈍角度。求對邊丁庚。則反用其率

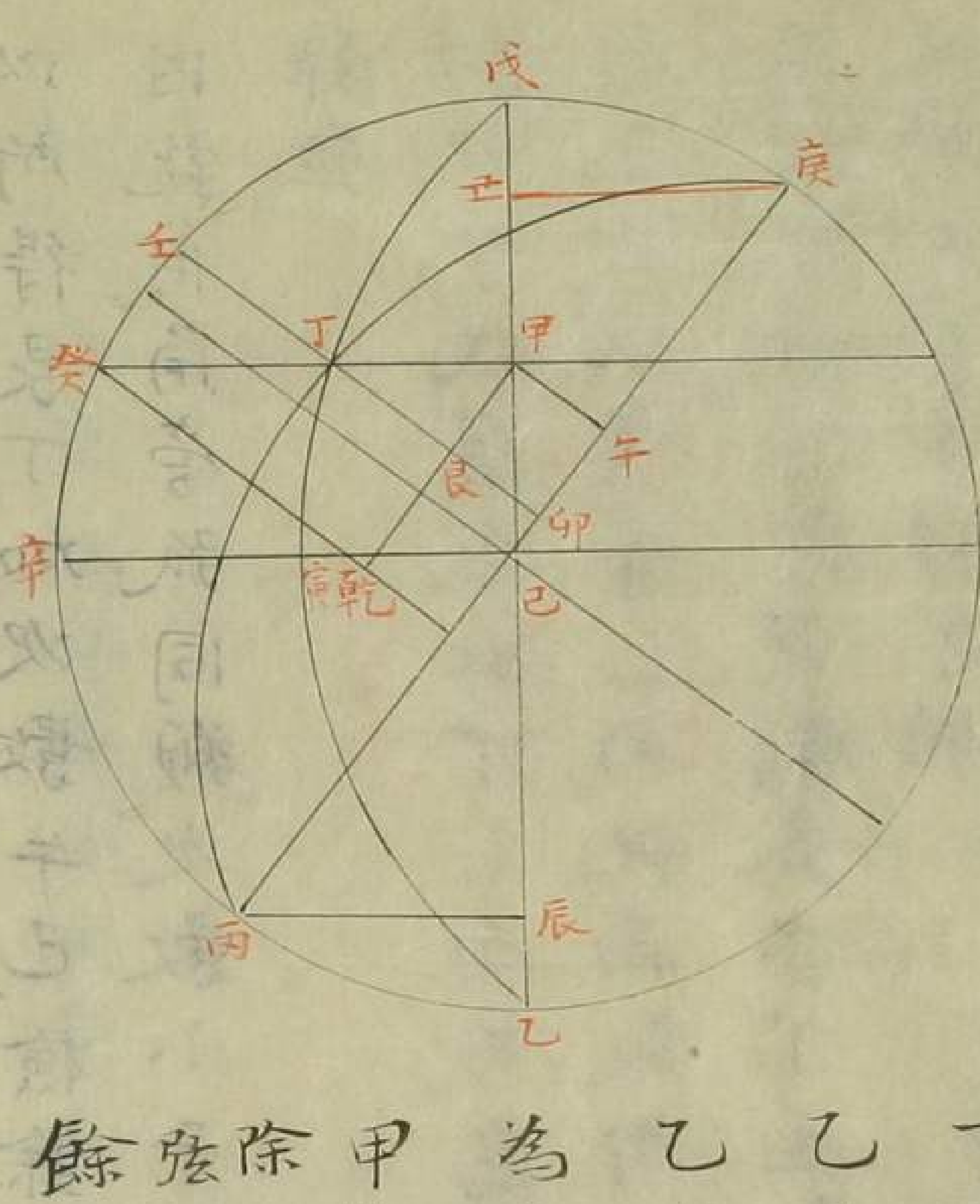
一	半徑	辛巳
二	角餘弦	寅巳
三	初得數	癸乾
四	次得數減餘弦	艮丁

以所得艮丁。加次數午巳。檢餘弦表。得丁庚對邊之度

因鈍角。角旁弧同類。次數小于餘弦。得數後。宜加次數為對邊餘弦

論曰。丁戊庚形。與丁乙丙形。為相易之形。故丁戊為丁乙減半周之餘。戊庚等乙丙。此兩弧所用之正弦餘弦並同。則初數次數亦同矣。而丁庚對弧亦丁丙對弧減半周之餘。則所用餘邊又同。加減安得不同

次數內轉減餘弦例 銳角法鈍角法各一



丁乙丙形。三邊求乙角角係銳丙
乙小邊。正弦辰丙。餘弦辰巳丁
乙大邊。正弦癸甲。餘弦甲巳是
為角旁之兩邊不同類初得數
甲乾半徑除兩正弦矩次得數午巳半徑
除兩餘弦矩丁丙對邊大。正弦壬卯
餘弦卯巳對邊大。而角旁弧不
同類。宜相減次數午巳。大于對弧餘弦卯巳。法當于午巳內
減卯巳。餘午卯即甲艮為二率

一 初得數 甲乾
二 餘弦減次數之餘 甲艮
三 半徑 辛巳
四 角餘弦 寅巳

對邊大。角旁弧異類。而次數大。受對弧餘弦之減。其角為鈍。宜
以四率寅巳。檢餘弦表。得乙鈍角之度即寅辛矢度
若先有乙角。而求對邊丁丙。則反用其率

一 半徑 辛巳
二 角餘弦 寅巳
三 初得數 甲乾
四 餘弦減次數之餘 甲艮

末以所得甲艮。轉減次數午巳。得對弧餘弦卯巳。檢表得度。以

減半周。為對弧丁丙度

前圖取鈍角

丁戊庚形。三邊求戊角 係鈍角 戊庚小邊。正弦壬庚。餘弦壬巳

丁戊次小邊。正弦癸甲。餘弦甲巳 是為角旁両弧同類

初數甲乾 半徑除両正弦矩 次數午巳 半徑除両餘弦矩 丁庚對邊小。正

弦壬卯。餘弦卯巳 對邊小。而角旁両弧同類。宜相減 次數

午巳。大于對邊餘弦卯巳。當于午巳丙。減卯巳。餘午卯 即甲艮

一 初得數 甲乾

二 餘弦減次數之餘 甲艮

三 半徑 辛巳

四 角餘弦 寅巳

對邊小。角旁弧同類。而次數大。內減去餘弦。其角為鈍。宜以四

率寅巳。檢餘弦表。得度以減半周。得戊鈍角之度

若先有戊鈍角。而求對邊丁庚。則反用其率

一 半徑 辛巳

二 角餘弦 寅巳

三 初得數 甲乾

四 餘弦減次數之餘 甲艮

末以所得甲艮。轉減次數午巳。得對弧餘弦卯巳。檢表得對弧

丁庚之度

一係 半渾員面所成斜三角形。左右皆相對。如左鈍角者。右

必鈍也。對邊左小者。右必大也。角旁之邊。左為同類者。右必異

類也。自旁面弧。一居員周。一居員面。此員面弧線。左右所同用也。而員周之弧左右有大小。故同于左者。不同于右

加減法以代乗除

初數次數。並以乗除而得。今以総弧存弧之餘弦。相加減而半之。即與乗除之所得脗合。法簡而妙。而甲數乙數之用。亦從此生矣

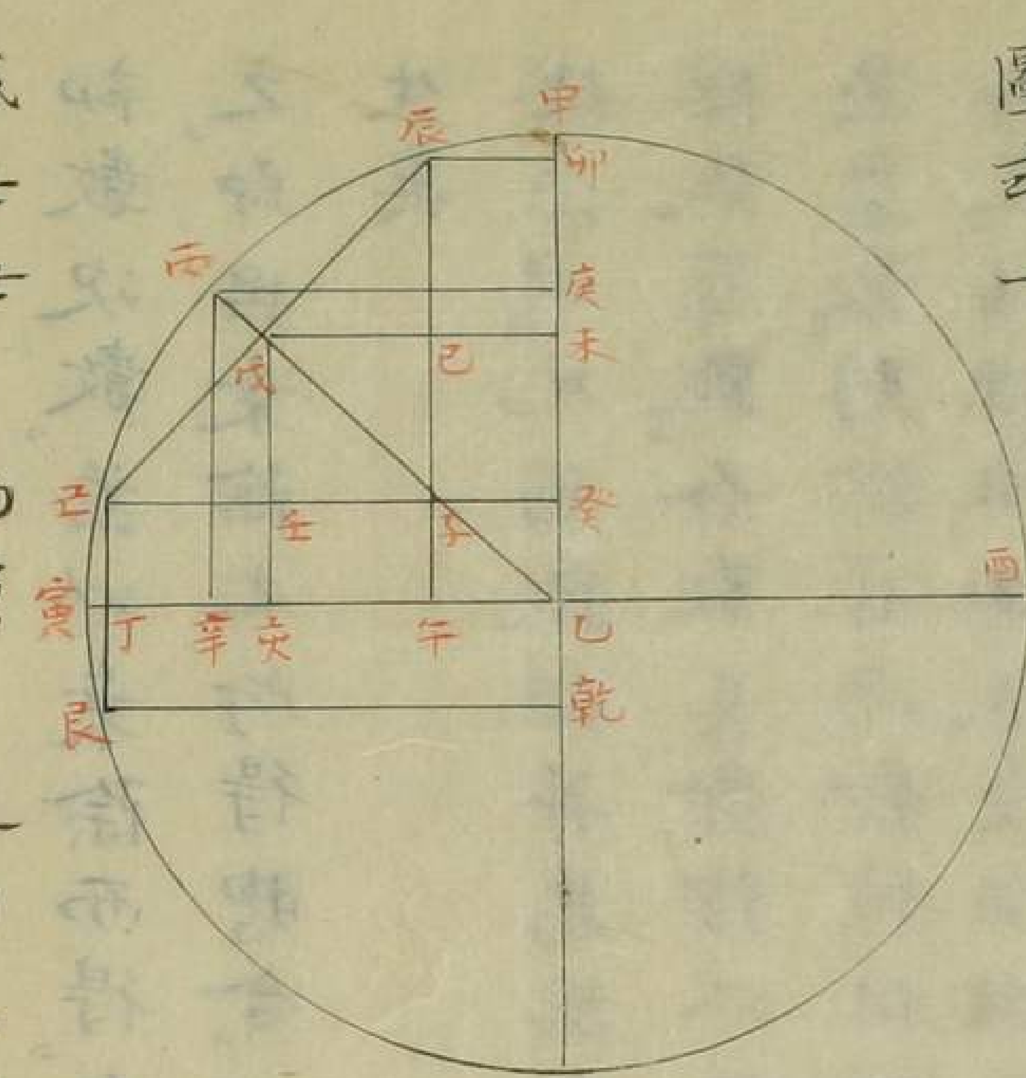
総法曰。凡両弧相并為総弧。相減為存弧、存弧一曰較弧

総弧存弧。各取其餘弦以相加減成初數次數　法曰。視総弧過象限。則総存両餘弦相加。総弧不過象限。則相減。皆折半為初數。即原設両弧之正弦相乗。半径除之之數以初數轉減存弧餘弦。即為次數。即原設両弧之餘弦相乗。半径除之之數又法。揔弧過象限。両餘弦相減。不過象限。則相加。並折半為次數又法。初數以相加成者。以揔弧餘弦減。初數以相減成者。以揔弧餘弦加。並加減初數為次數。亦同

又取総弧存弧之正弦相加減成甲數乙數　法曰。以総存両

正弦相加。折半為甲數即原設大弧正弦。乘小弧餘弦。半徑除之之數總存兩正弦相減折半為乙數。即原設小弧正弦。乘大弧餘弦。半徑除之之數又法。以存弧正弦。減甲數。其餘為乙數。亦同又法。以甲數減揔弧正弦。即得乙數

圖式一



總弧在象限內。兩餘弦相減

大弧丙寅　小弧辰丙即壬丙二

弧相加為總弧辰寅　相減得存

弧壬寅　壬寅存弧之餘弦壬癸亦即丁乙

辰寅總弧之餘弦卯辰即癸子。亦即乙午

兩餘弦相減壬癸內減子癸。存壬子。或乙丁內減乙午。存午丁

其餘半之。壬子半之于壬。成壬壬即亥丁為丙寅辰丙

二弧兩正弦相乘。半徑除之之數。即初得數也

以初得數轉減存弧之餘弦。以壬壬減壬癸。其餘癸壬。亦即亥乙其餘為大小

二弧兩餘弦相乘。半徑除之之數。即次得數也

論曰。丙辛。大弧之正弦也。壬戊。小弧之正弦也。以句股形相似

之故。乙丙半徑弦與丙辛正弦股若壬戊正弦小弦與壬壬初

得數也。小股其半而得者何也。曰。辰戊同壬戊。則戊己亦同壬

壬。而壬子即己戊。則子壬者。初得數壬壬之倍數。故半之即得

辛乙大弧之餘弦也。戊乙。小弧之餘弦也。乙丙半徑弦與辛乙

餘弦。句若戊乙餘弦小弦與亥乙次得數也。小句又以存弧餘

弦內。兼有初得次得兩數。故減初得次也。壬癸餘弦內。有壬壬初數。癸壬次數。故減壬壬。即得癸壬也。或于乙丁內減亥丁。得亥乙。並同

以上用總存兩餘弦加減

又壬寅存弧之正弦壬丁。即午子。或癸乙辰寅総弧之正弦辰午。即卯乙
丙正弦相加半之。為大弧正弦兼小弧餘弦。半徑除之之數。即
甲數也　以甲數轉減総弧之正弦。以午己減辰午。其餘己辰。亦即卯未是為大
弧餘弦兼小弧正弦。半徑除之之數。即乙數也
論曰。乙辛。大弧之餘弦也。辰戊。小弧之正弦也。以兩句股形同
比例之故。丙乙半徑弦與乙辛餘弦句若辰戊正弦小弦與辰
己乙數也小句
又丙辛。大弧之正弦也。戊乙。小弧之餘弦也。而丙乙半徑弦與
丙辛正弦股若戊乙餘弦小弦與戊亥甲數小股也。又以総弧正弦
內。兼有甲乙兩數。故減乙得甲。減甲亦得乙矣辰午正弦內。有辰己乙數。己午
甲數。故減辰己。得己午
若減己午。亦必得辰己

以上用総存兩正弦加減
若以酉丙為大弧。丙壬為小弧。則其総弧酉壬。正弦壬丁。餘弦壬癸其存
弧辰酉。正弦辰午。餘弦卯辰但互易存捴之名。其他並同
論曰。凡過象限之弧。與其減半周之餘弧。同用一正弦。如丙酉
過弧。以減半周得丙寅。所用正弦丙辛餘弦。辛乙皆丙酉弧與丙寅
弧之所同也。故但易総存之名而正餘加減之用不變
又法
凡過象限之弧。即截去象限用其餘度。如法加減但以総弧為
存弧。存弧為総弧。而総存之餘弦為正弦。正弦為餘弦
如。酉丙過弧。截去酉甲象限。只用丙甲為大弧。與丙壬小弧相
加減。則壬甲為総弧。其正弦壬癸。餘弦壬丁。而辰甲為存弧。其

正弦卯辰。餘弦辰午。是総存正餘名。皆互易也
法以総存丙正弦相減。而其餘折半為甲數巳癸內減卯辰餘巳子半之得巳壬為甲數
仍以甲數轉減総弧正弦甲數巳壬。轉減巳癸。其餘癸壬。即乙數是其名雖
易而其實不易也。但撗易為直
論曰。去過弧之象限而用之。則過弧之正弦為餘。餘弦為正矣。
故加減而得之數。皆兩弧之正弦乗餘。餘弦乗正之數。而非復
正乗正。餘乗餘之數也。何也。過弧之正餘互易。而小弧之正餘
如故也
如丙酉過弧。去象限為丙甲。則其正弦丙庚。即過弧之餘弦也。
丙庚即辛乙故其餘弦庚乙。即過弧之正弦也。庚乙即丙辛故而小弧丙壬之
正弦壬戊。餘弦戊乙。皆如舊。故先得之巳壬。為大弧餘弦丙辛。

乗小弧正弦壬戊。而丙乙半徑除之也非兩正弦相乗也。乙數
轉減正弦而得之亥乙即癸壬。即戊未亦為大弧正弦辛乙。乗小弧餘
弦戊乙。而半徑除之也。非兩餘弦相乗也
又論曰。又法。即測夜時篇中測星距午之第二法也。加減代乗
除。只此一例。而絶不與七卷八巻之乗除求初數次數者相蒙。
雖有學者。何從悟入乎。愚故為之詳説。以發其覆
又論曰。元法依圖直看。直者正弦撗者餘弦。又法正餘互易則
圖當撗看變立體為眠體。本以総存兩餘弦加減者。變為兩正
弦加減然其數並同
又論曰。又法。是用大弧之餘度。而小弧則用元度。何以言之。測
星條。用星之赤緯。即去極之餘度也其用赤道高則極去天頂

之元度也然而亦緯在南者。則是于星去極度截去象限之數也。何以亦為餘度曰。過弧既與其減半周之餘度。同一正弦。則此減半周之餘度。亦即正弧也。然則此截去象限而餘者。非即正弧之餘度乎

大弧過象限若干度。與不及象限若干度。其正弦並同。故加減可通為一法 此又測星條用法之意

約法

両弧俱用本度。或俱用餘度。相加減以取総存二弧。是両正或両餘也。則用総存両餘弦加減法。取初得數惟視総存二弧。俱在一象限則相減。或分跨両象限則相加。皆以初數減存弧之餘弦。為次得數

若両弧内有一過弧。則総弧之正弦小于存弧。而餘弦反大當以初數減総弧之餘弦。為次數

若一弧用本度。一弧用餘度相加減以取総存之弧。是一正一餘也。則用総存両正弦加減法。其加減皆視両正弦原法或加或減取甲數。即以甲數減総弧正弦餘為乙數

若過弧節去象限而用其剩度。與餘度同法 凡餘度。是以本度減象限而得名。今反以象限減過弧。故別之曰剩

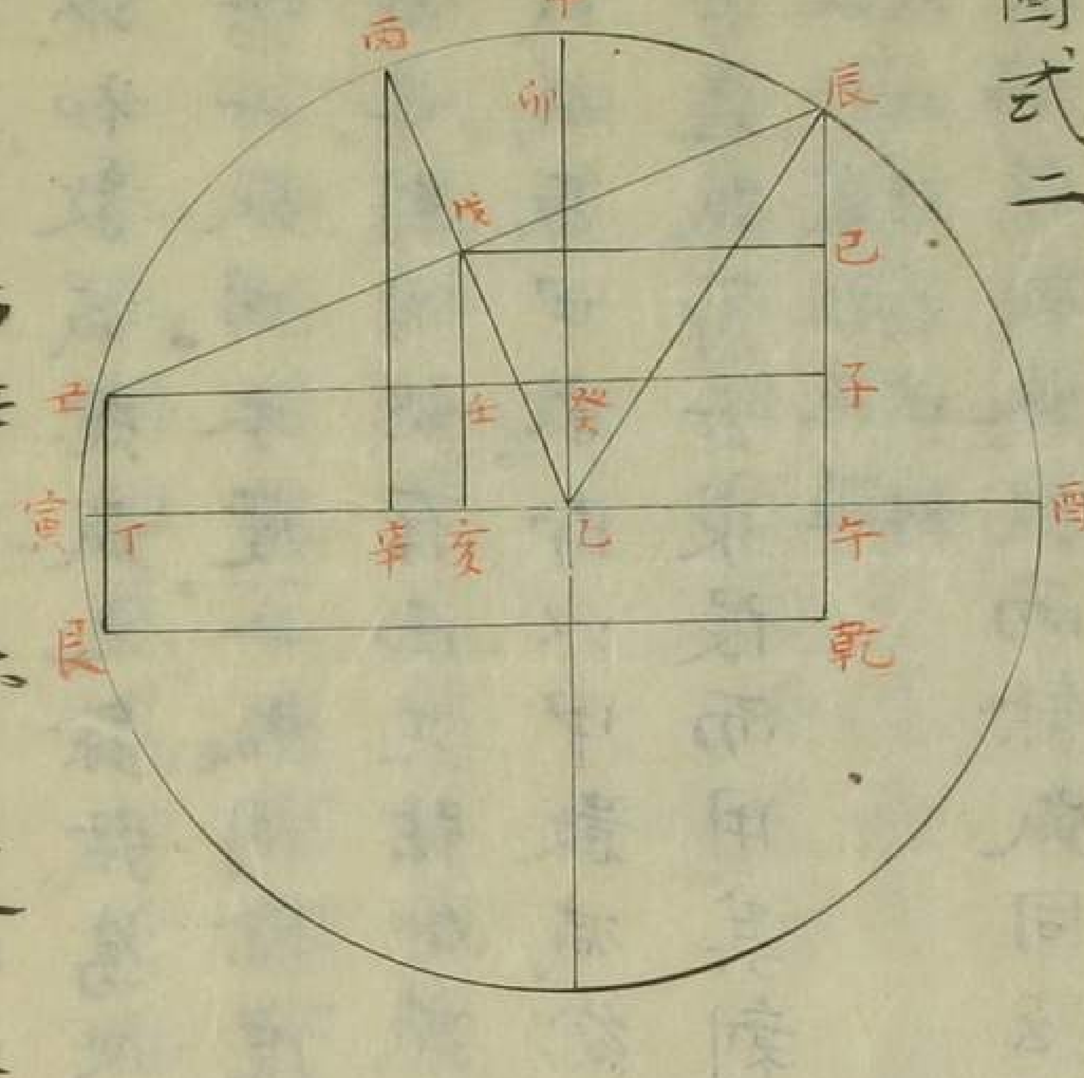
若両弧俱剩弧。與両餘弧同法

若只一剩弧。與一正一餘同法

論曰。過弧用剩度為餘弧。其法甚簡捷。凡過弧皆當用之。可不用本度矣 筭普天星經緯歲差宜此

又按。凡存弧之餘弦內。兼有兩正弦相乘。兩餘弦相乘兩數。即初次兩得數也。凡總弧之正弦內。兼有此正弦乘彼餘弦。彼正弦乘此餘弦之數。即甲乙兩數也。故易其名以別之也

圖式二



大弧寅丙。正弦丙辛。餘弦辛乙

小弧辰丙即壬丙正弦辰戊即壬戊餘弦戊乙

二弧相加為摠弧辰寅。正弦辰午。餘弦午乙

相減為存弧壬寅。正弦壬丁。餘弦丁乙

存總兩餘弦午乙丁乙相并。成午丁半之于亥。成亥丁。即初得數。大小二弧兩正弦丙辛辰戊相乘。半徑除之之數也

以初得數亥丁。轉減存弧之餘弦丁乙。餘亥乙。即次得數。大小二弧兩餘弦辛乙戊乙相乘半徑除之之數也

論曰。以句股形相似之故。丙乙半徑與丙辛正弦。若戊壬正弦與初數壬士即亥丁也。皆弦比股也

又丙乙半徑與辛乙餘弦。若戊乙餘弦與次數亥乙也。皆弦比句也

以上用総存兩餘弦加減。因総弧跨過象限。故相加

又存弧正弦壬丁。與摠弧正弦辰午相加。成辰乾。以午乾等丁艮。亦即壬丁也折半得巳午。即戊亥。辰子折半為巳子。子乾折半為午子。合之成巳午為甲數。大弧正弦丙辛。乘小弧餘弦戊乙。半徑丙乙除之也

以甲數巳午。轉減総弧正弦辰午。餘辰巳。為乙數。大弧餘弦辛

乙。乗小弧正弦辰戊。半徑丙乙除之也

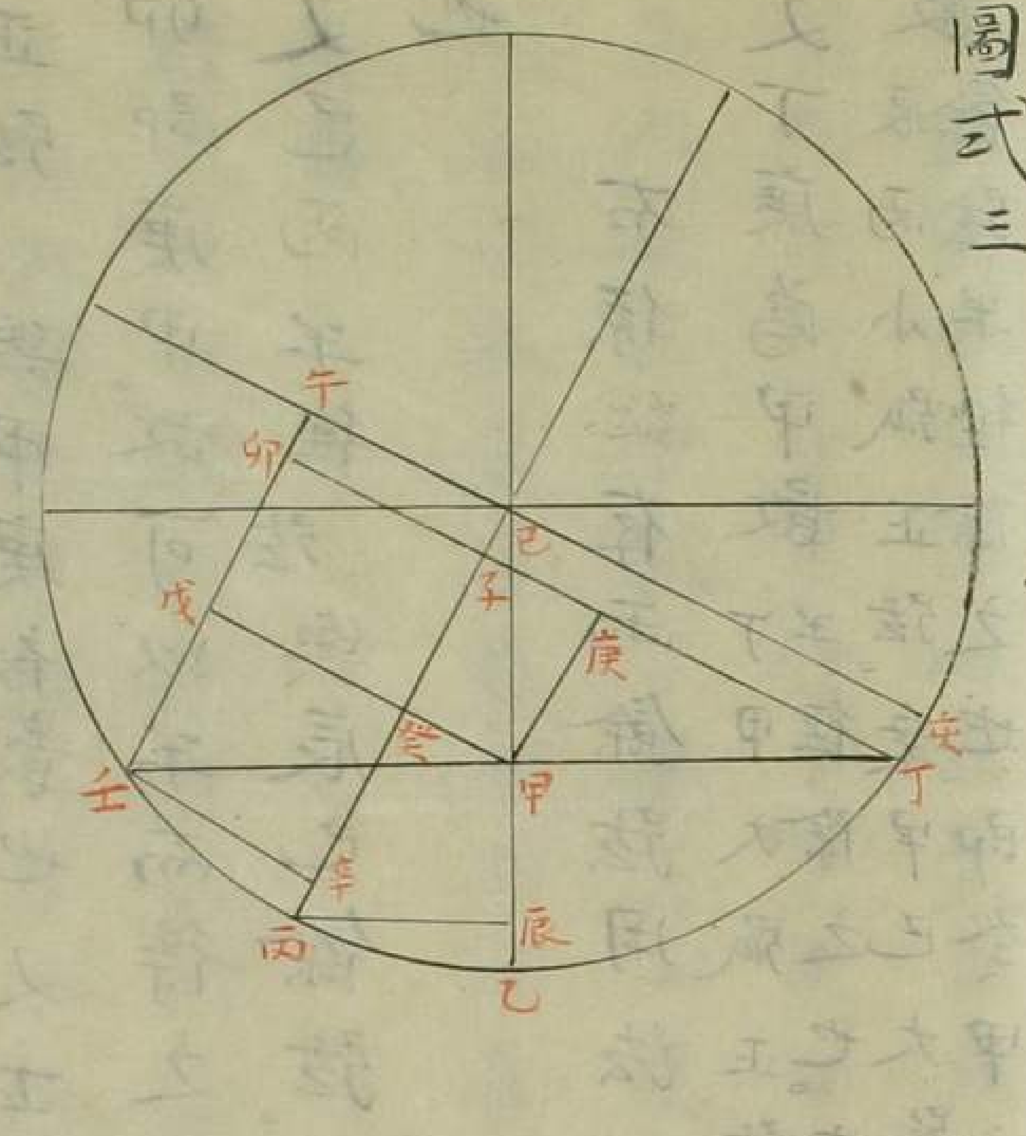
以上用総存両正弦加減

若用酉丙過弧為大弧。丙壬為小弧。則其総弧酉壬。存弧酉辰。但互易存総之名。其它並同。以過弧酉丙所用之正弦丙辛。餘弦辛乙。即丙寅弧所同用故也

又法

于酉丙過弧内。截去象限酉甲。只用其剰弧甲丙。則甲丙反為小弧。丙壬反為大弧 説見前條

圖式三



総弧在象限内。両餘弦相減乙丙小弧。其正弦丙辰。餘弦辰已丁乙稍大弧。其正弦丁甲。餘弦甲已戊壬初得数 両正弦相乗。半徑除也。即庚甲。或戊午戊次得数 両餘弦相乗。半徑除也。即卯已癸今汝用加減。以省乗除以二弧相加。成総弧丁丙。其正弦子丁。餘弦子已又二弧相較。成存弧壬丙。其正弦壬辛 即午已 餘弦辛已。即壬午 于存弧之餘弦辛已内。減去総弧之餘弦已子。存子辛半之于癸得子癸。及辛癸。皆初得数也。亦即戊壬也。或于壬午丙減午卯。半之于戊。得卯戊及戊壬。亦同。亦即庚甲也

又于存弧餘弦辛已内。仍減

去初得數辛癸。存癸己即次得數也壬午内。減戊壬。存午戊。亦同
此因捴弧在象限内。故以捴弧餘弦。減存弧餘弦。求初數是初
數小于次數
解曰。以句股形相似之故。己丙半徑弦與丙辰正弦。句若丁甲
正弦弦與甲庚初數也又壬甲等甲丁。故庚甲亦等戊壬。而戊
卯即庚甲。故可以半而得之也
又己丙半徑弦與辰己餘弦。股若甲己餘弦弦與己癸次數股
也

右係総存两餘弦用法

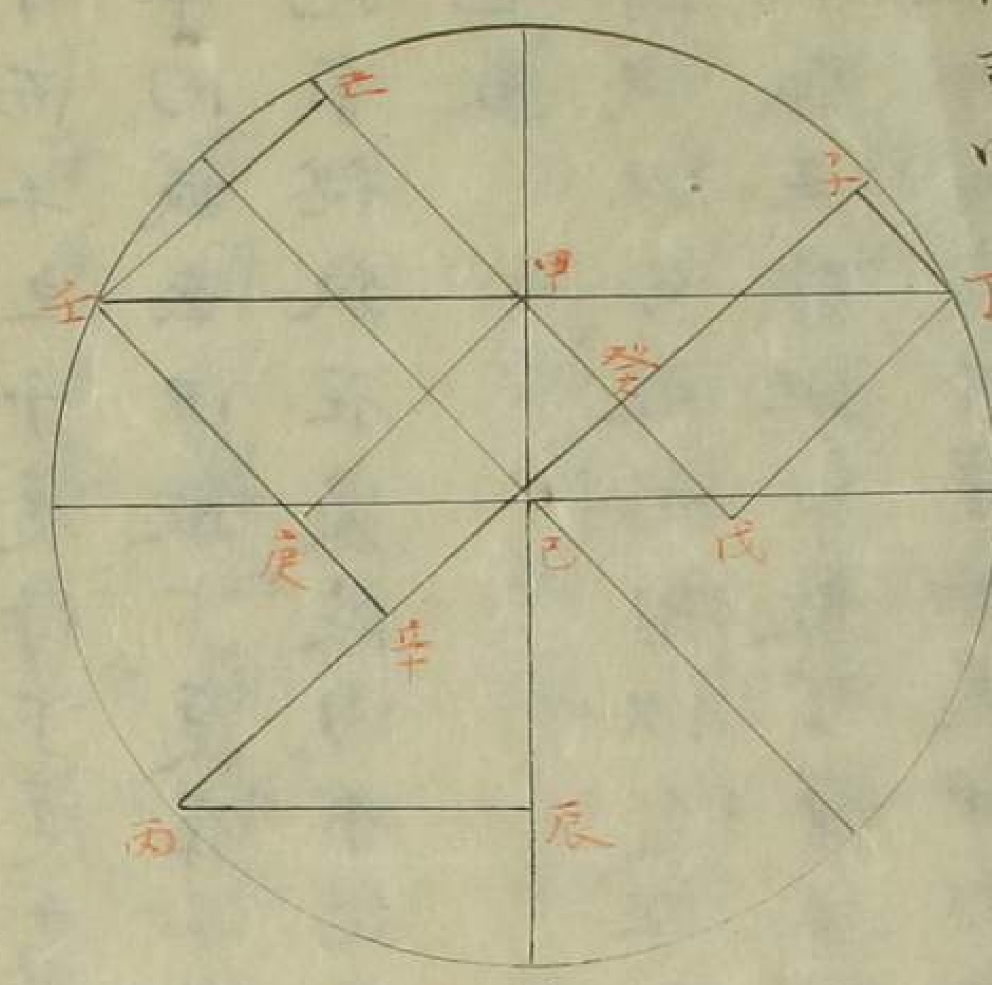
又丁庚為甲數丁甲大弧正弦。乗辰己小弧餘弦。半徑除之也。亦即庚卯。即甲戊子庚為乙
數辰丙小弧正弦。乗甲己大弧餘弦半徑除之也。即癸甲

今改用加減法。以存弧正弦子卯。即辛壬加捴弧正弦子丁成卯
丁。而半之于庚。得丁庚為甲數亦即庚卯即戊甲仍于捴弧正弦丁
子内。減去甲數丁庚存子庚即癸甲為乙數
此亦捴弧在象限内。亦捴存两正弦相加。求甲數。是甲數大于
乙數
解曰。以句股形相似之故。己丙半徑與辰己小弧餘弦。若丁甲
大弧正弦與甲數丁庚。皆弦與股之比例也。又丁甲等壬甲。故
戊甲亦等丁庚。而戊甲即庚卯。故可以半而得之也
又己丙半徑與丙辰小弧正弦。若甲己大弧餘弦與乙數甲癸
即子庚皆弦與句之比例也

右係捴存两正弦用法

一係　凡兩弧內無過弧。則存弧之餘弦大故其中有初次兩數。而捴弧則正弦大。故其中有甲乙兩數雖兩數相加。能令捴弧跨過象限此理不變。餘弦仍係存弧大。正弦仍係捴弧大

圖式四



總弧過象限兩餘弦相加　乙丙

小弧。正弦辰丙。餘弦辰己　乙丁

過弧正弦丁甲餘弦甲己　初得

數戊丁　半徑除兩正弦矩即子癸亦即癸辛亦即庚甲

次得數癸己　半徑除兩餘弦矩

今用加減代乘除。以二弧相加成總弧丁丙。正弦丁子餘弦子己

又二弧相較。成存弧壬丙。正弦壬辛。餘弦辛己　乃以總存兩餘弦相加。成子辛　子己加辛己　而半之于癸。得子癸及癸辛　亦即丁戊即庚甲　初得數也　又以初數子癸。轉減捴弧之餘弦子己。餘癸己。次得數也　此因捴弧跨過象限。故兩餘弦相加。求初數。是初數大于次數

解曰。以句股形相似故半徑己丙與正弦丙辰若正弦丁甲與初數丁戊皆弦與股之比例也　又半徑丙己與餘弦辰己。若餘弦甲己與次數癸己。皆弦與句之比例也　又壬甲等丁甲。則庚甲亦等戊丁而辛癸亦等子癸。故半而得

右用總存兩餘弦加減

又甲數壬甲。小弧餘弦辰己。乘過弧正弦丁甲。半徑除之也

乙數癸甲。小弧正弦辰丙。乘過弧餘弦甲己。半徑除之也

今用加減。捴存兩正弦相加。成壬戊　癸戊與正弦丁子等壬癸與正弦辛壬等。故以相加。

即戌壬戌半之于甲。得壬甲亦即甲戌為甲數仍以甲數壬甲。轉減存弧正弦壬癸餘癸甲。為乙數或以総弧正弦癸戌減甲數甲戌。亦即得乙數癸甲

此亦捴弧跨象限外。仍係捴存兩正弦相加。求甲數甲數仍大于乙數

解曰。半徑丙已與小弧餘弦辰已。若大弧正弦丁甲與甲數壬甲。皆以弦比句也　又半徑丙已與小弧正弦辰丙。若大弧餘弦甲已與乙數癸甲。皆以弦比股也　又壬甲等丁甲。則甲戌亦等壬庚。而壬庚即壬甲。故半之而得

右用捴存兩正弦加減一係　凡兩弧内有過弧者。捴弧之餘弦反大。故初次兩數皆在捴弧餘弦内。而捴弧之正弦反小。故甲乙兩數皆在存弧正弦内也此必原有一過弧。始用此例。非謂捴弧過象限也。觀圖自明