

8.4 Esercizi

8.4.1 Esercizi dei singoli paragrafi

8.1 - Equazioni irrazionali con un solo radicale

Risolvi le seguenti equazioni irrazionali con un radicale.

8.1 (*). Risolvi le seguenti equazioni irrazionali con un radicale.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{2x+1} = 7; & \text{c) } \sqrt[4]{2x+1} = 2; \\ \text{b) } \sqrt{4-x^2} = 1; & \text{d) } \sqrt[3]{2x+1} = -2. \end{array}$$

8.2. Risolvi le seguenti equazioni irrazionali con un radicale.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt[3]{x+1} = -1; & \text{c) } \sqrt{5x-2} = -4; \\ \text{b) } \sqrt[3]{x^2-6x} = 3; & \text{d) } \sqrt{2-x^2+x} = 6. \end{array}$$

8.3 (*). Risolvi le seguenti equazioni irrazionali con un radicale.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{2x^2+9} = 2; & \text{c) } \sqrt{3x+10} = 1 - \frac{3}{2}x; \\ \text{b) } \sqrt[3]{16x-64} = x-4; & \text{d) } \sqrt[3]{3x+10} = 1 - \frac{3}{2}x. \end{array}$$

8.4 (*). Risolvi le seguenti equazioni irrazionali con un radicale.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } -3 = \sqrt{\frac{2}{x+1}}; & \text{c) } \sqrt[3]{3x+1-3x^2} = x; \\ \text{b) } x - \sqrt{x+2} = 0; & \text{d) } \sqrt{25-x^2+x} = 7. \end{array}$$

8.5 (*). Risolvi le seguenti equazioni irrazionali con un radicale.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{x^2+1} - 3 + x^2 = (x-2)^2; & \text{c) } \sqrt{\frac{2+3x}{x}} = \frac{1}{x} + 1; \\ \text{b) } \sqrt{\frac{x-1}{3-x}} = \frac{1}{x-3}; & \text{d) } \sqrt{3x^2+10} = 3x. \end{array}$$

8.6 (*). Risolvi le seguenti equazioni irrazionali con un radicale.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt[3]{\frac{2x^2-1}{x}} - x = 0; & \text{c) } \frac{4x+1}{2x} = \sqrt{\frac{2}{x+1}}; \\ \text{b) } \sqrt[2]{\frac{2x^2-1}{x}} - x = 0; & \text{d) } \sqrt{\frac{x-1}{3-x}} = \frac{1}{x-3}. \end{array}$$

8.7 (*). Risolvi le seguenti equazioni irrazionali con un radicale.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x\sqrt{x^2-4} = x^2-4; & \text{c) } \frac{\sqrt{2x-3}}{x-2} = 2; \\ \text{b) } \sqrt[3]{2x^2-7x+5} = 1-x; & \text{d) } \sqrt{4x-1} = \sqrt{2} + \sqrt{3}. \end{array}$$

8.8 (*). Risolvi le seguenti equazioni irrazionali con un radicale.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{x+2} = x-1; & \text{c) } (3-x)^2 - \sqrt{x-2x^2+5} = (x-3)(x-2); \\ \text{b) } 2\sqrt{x^2-4x-33} - x = 15; & \text{d) } 4x + \frac{1}{2}\sqrt{25-x^2} = \frac{7}{2}(x+1). \end{array}$$

8.9 (*). Risolvi le seguenti equazioni irrazionali con un radicale.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{1}{3}\sqrt{5x^2+4x-8} + x = 2\left(x - \frac{1}{3}\right); & \text{c) } \sqrt[4]{\frac{(x-1)^3}{x}} \cdot \sqrt[4]{\frac{x^3}{x-1}} = x + \frac{3}{2}. \\ \text{b) } 1-x + \sqrt{8x^2-21x+34} = -3+2x; \end{array}$$

8.2 - Equazioni irrazionali con più radicali

8.10 (*). Risolvi le seguenti equazioni irrazionali con più radicali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{3x-5} = \sqrt{1-x}; & \text{c) } \sqrt{x-2} = 1 - \sqrt{3-x}; \\ \text{b) } \sqrt{3x-2} = \sqrt{2x-3}; & \text{d) } \sqrt{6-3x} = 2 + \sqrt{x+1}. \end{array}$$

8.11 (*). Risolvi le seguenti equazioni irrazionali con più radicali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{4-3x} = \sqrt{x^2-x-1}; & \text{c) } \sqrt{3-x} = \sqrt{x+1}-1; \\ \text{b) } \sqrt{3-2x} = -\sqrt{x^2+3}; & \text{d) } 2\sqrt{x-1} = \sqrt{1+2x}+1. \end{array}$$

8.12 (*). Risolvi le seguenti equazioni irrazionali con più radicali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 3\sqrt{x-x^2} = 2\sqrt{x-1}; & \text{c) } \sqrt{x^2-x-3} = 2\sqrt{x+5}; \\ \text{b) } \sqrt{x+1} = 3\sqrt{4-x}; & \text{d) } 1 + 2\sqrt{1-\frac{2}{3}x} = \sqrt{2x+1}. \end{array}$$

8.13 (*). Risolvi le seguenti equazioni irrazionali con più radicali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 4 - \sqrt{x-2} = \sqrt{x-1} + 3; & \text{c) } \sqrt{x^3-2x^2} = 3\sqrt{x^2-2x}; \\ \text{b) } 2 - 2\sqrt{2-x} = 4\sqrt{1-x}; & \text{d) } 3\sqrt{x^4-x^3} = 4\sqrt{x^4+2x^3}. \end{array}$$

8.14 (*). Risolvi le seguenti equazioni irrazionali con più radicali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{2x^2-4x-3} = \sqrt{x^2-1}; & \text{c) } \sqrt{x+12}-1 = \sqrt{1-x}; \\ \text{b) } \sqrt{x^2+8} = \sqrt{4-x^2}; & \text{d) } \sqrt{2x-5} = 3 - \sqrt{x+1}. \end{array}$$

8.15 (*). Risolvi le seguenti equazioni irrazionali con più radicali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{x^2-2x+3} = \sqrt{1-x^2+2x}; & \text{c) } \sqrt{x^2+6x+9} + 2\sqrt{1-x} = 0; \\ \text{b) } \sqrt{4x-7} + \sqrt{7x-4x^2} = 0; & \text{d) } \sqrt{2x+1} + \sqrt{x-2} = 4. \end{array}$$

8.16 (*). Risolvi le seguenti equazioni irrazionali con più radicali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{x^2-4} = 3 + 2\sqrt{1-x^2}; & \text{c) } \sqrt{2x+1} = 3 + 2\sqrt{x-6}; \\ \text{b) } \sqrt{4+x^2} = 1 + \sqrt{x^2-1}; & \text{d) } \sqrt{x-2} - \sqrt{2x-1} = \sqrt{5x-1}. \end{array}$$

8.17 (*). Risolvi le seguenti equazioni irrazionali con più radicali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{4-x} + 2\sqrt{x} = 0; & \text{c) } 5 - \sqrt[3]{2(x-1)} = \sqrt[3]{37-2x}; \\ \text{b) } \sqrt{16+x} - \sqrt{x} = \sqrt{x-5}; & \text{d) } \sqrt{x-1} = \sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}. \end{array}$$

8.18 (*). Risolvi le seguenti equazioni irrazionali con più radicali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{\frac{3-2x}{x-1}} + \sqrt{2x-1} = \sqrt{\frac{1}{x-1}}; & \text{c) } \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}} = \sqrt{x-1}; \\ \text{b) } \sqrt{(x-1)^2 + \sqrt{5x-6}} = 2-x; & \text{d) } \sqrt{\frac{x}{4-x}} + 3\sqrt{\frac{4-x}{x}} - 4 = 0; \\ & \text{e) } \frac{5}{6-\sqrt{x}} + \frac{1}{2} = \frac{6}{5-\sqrt{x}}. \end{array}$$

8.3 - Disequazioni irrazionali

8.19 (*). Risolvi le seguenti disequazioni irrazionali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{4x^2-x} \geq -2x+1; & \text{c) } \sqrt{2x-1} \geq x-8; \\ \text{b) } \sqrt{x^2-x-2} \leq 2x+6; & \text{d) } \sqrt{x^2-3x+2} < 7-5x. \end{array}$$

8.20 (*). Risolvi le seguenti disequazioni irrazionali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{9x^2+2x} \geq 3x-4; & \text{c) } \sqrt{16-2x^2} < x+4; \\ \text{b) } \sqrt{x^2-2x} \geq 5-x; & \text{d) } \sqrt{3-2x} \leq \sqrt{1-x^2}. \end{array}$$

8.21 (*). Risolvi le seguenti disequazioni irrazionali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{4x^2+2x} \geq 2x-3; & \text{c) } \sqrt{2x^2-x-1} > \sqrt{x-3}; \\ \text{b) } \sqrt{1-x^2} > 2x-1; & \text{d) } \sqrt{x^2+2x+1} \leq \sqrt{1-x^2}. \end{array}$$

8.22 (*). Risolvi le seguenti disequazioni irrazionali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{16x^2+2x} \geq -4x-1; & \text{c) } \sqrt{x^2-3x+2} \leq \sqrt{3x^2-2x-1}; \\ \text{b) } \sqrt{x^2-1} < x+3; & \text{d) } \sqrt{9x^2-x} \geq -3x+6. \end{array}$$

8.23 (*). Risolvi le seguenti disequazioni irrazionali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{x^2+1} \leq \frac{x+\sqrt{3}}{2}; & \text{c) } \sqrt{x^2+1} \leq \frac{1}{2}x+1; \\ \text{b) } \sqrt{x^2-5x} \geq x-4; & \text{d) } \sqrt{10x-x^2} > \sqrt{2x^2-32}. \end{array}$$

8.24 (*). Risolvi le seguenti disequazioni irrazionali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{x^2+x} \geq x+3; & \text{c) } \sqrt{x^2+1} \leq \sqrt{1-x^2}; \\ \text{b) } \sqrt{x^2+1} \leq \frac{1}{2}x-1; & \text{d) } \sqrt{2x^2+x} \geq \sqrt{4-x^2}. \end{array}$$

8.25 (*). Risolvi le seguenti disequazioni irrazionali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 3\sqrt{3x+x^2} < 2\sqrt{2x-x^3}; & \text{c) } \sqrt{x^5-x^3} < 2\sqrt{x^4+2x^3}. \\ \text{b) } 2\sqrt{x+x^3} > \sqrt{2x^3-3x^2}; & \end{array}$$

8.26 (*). Risolvi le seguenti disequazioni irrazionali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{3-2x} \leq \sqrt{1+x^2}; & \text{c) } \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} \geq \frac{1}{x}; \\ \text{b) } \sqrt{\frac{x^2-1}{2+x}} < \sqrt{x}; & \text{d) } \sqrt{\left|\frac{x+1}{x-1}\right|} > 1. \end{array}$$

8.4.2 Risposte

8.1. a) $x = 24$, b) $x_{1,2} = \pm\sqrt{3}$, c) $x = \frac{15}{2}$, d) $x = -\frac{9}{2}$.

8.2. a) $x = -2$, b) $x_1 = -3 \vee x_2 = 9$, c) \emptyset , d) \emptyset .

8.3. a) \emptyset , b) $x_1 = 4 \vee x_2 = 8$, c) $x = \frac{4-2\sqrt{13}}{3}$, d) $x = -\frac{2}{3}$.

8.4. a) \emptyset , b) $x = 2$, c) $x = 1$, d) $x_1 = 3 \vee x_2 = 4$.

8.5. a) $x_1 = \frac{4}{3}$, b) \emptyset , c) $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, d) $x = \frac{\sqrt{15}}{3}$.

8.6. a) $x_1 = -1 \vee x_2 = 1$, b) $x_1 = 1 \vee x_2 = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$, c) \emptyset , d) \emptyset .

8.7. a) $x_{1,2} = \mp 2$, b) $x_1 = 1 \vee x_2 = -2 \vee x_3 = 2$, c) $x = \frac{9+\sqrt{5}}{4}$, d) $x = \frac{3+\sqrt{6}}{2}$.

8.8. a) $x = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$, b) $x_1 = 21 \vee x_2 = -\frac{17}{3}$, c) $x_1 = 1 \vee x_2 = \frac{4}{3}$, d) $x_1 = 3 \vee x_2 = 4$.

8.9. a) $x_1 = 1 \vee x_2 = 3$, b) $x = 6$, c) $x = -\frac{9}{16}$.

8.10. a) $x = \frac{3}{2}$ non acc, b) $x = -1$ non acc, c) $x_1 = 2 \vee x_2 = 3$, d) $x = \frac{3-2\sqrt{6}}{4}$.

8.11. a) $x = -1 - \sqrt{6}$, b) \emptyset , c) $x = \frac{2+\sqrt{7}}{2}$, d) $x = 4 + 2\sqrt{2}$.

8.12. a) $x = 1$, b) $x = \frac{7}{2}$, c) $x_{1,2} = \frac{5 \pm 3\sqrt{13}}{2}$, d) $x = \frac{60}{49}$.

8.13. a) $x = 2$, b) $x = 1$, c) $x_1 = 0 \vee x_2 = 2 \vee x_3 = 9$, d) $x_1 = 0 \vee x_2 = -\frac{41}{7}$.

8.14. a) $x = 2 + \sqrt{6}$, b) \emptyset , c) $x = -3$, d) $x = 3$.

8.15. a) $x = 1$, b) $x = \frac{7}{4}$, c) \emptyset , d) $x = 45 - 24\sqrt{3}$.

8.16. a) \emptyset , b) $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$, c) $x = 26 - 6\sqrt{11}$, d) $x = \frac{7-3\sqrt{5}}{2}$.

- 8.17. a) \emptyset , b) $x = 9$, c) $x_1 = 5 \vee x_2 = \frac{29}{2}$, d) $x = 5$.
- 8.18. a) $x = \frac{3}{2}$, b) $x = \frac{5}{4}$, c) $x = 1$, d) $x_1 = 2 \vee x_2 = \frac{18}{5}$, e) $x_1 = 1 \vee x_2 = 64$.
- 8.19. a) $x \geq \frac{1}{3}$, b) $-2 \leq x \leq -1 \vee x \geq 2$, c) $\frac{1}{2} \leq x \leq 13$, d) $x \leq 1$.
- 8.20. a) $x \leq -\frac{2}{9} \vee x \geq 0$, b) $x \geq \frac{25}{8}$, c) $-2\sqrt{2} \leq x < -\frac{8}{3} \vee 0 < x \leq 2\sqrt{2}$, d) \emptyset .
- 8.21. a) $x \leq -\frac{1}{2} \vee x \geq 0$, b) $-1 \leq x < \frac{4}{5}$, c) $x \geq 3$, d) $-1 \leq x \leq 0$.
- 8.22. a) $x \leq -\frac{1}{8} \vee x \geq 0$, b) $-\frac{5}{3} < x \leq -1 \vee x \geq 1$, c) $x \leq -\frac{3}{2} \vee x = 1 \vee x \geq 2$, d) $x \geq \frac{36}{35}$.
- 8.23. a) $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$, b) $x \leq 0 \vee x \geq \frac{16}{3}$, c) $0 \leq x \leq \frac{4}{3}$, d) $4 \leq x < \frac{16}{3}$.
- 8.24. a) $x \leq -\frac{9}{5}$, b) \emptyset , c) $x = 0$, d) $-2 \leq x \leq -\frac{4}{3} \vee 1 \leq x \leq 2$.
- 8.25. a) $x \leq -3$, b) $x \geq \frac{3}{2}$, c) $1 \leq x < 2 + \sqrt{13}$.
- 8.26. a) $x \leq -1 - \sqrt{3} \vee \sqrt{3} - 1 \leq x \leq \frac{3}{2}$, b) $x \geq 1$, c) $-2 < x < 0 \vee \sqrt{2} \leq x < 2$, d) $x > 0 \wedge x \neq 1$.