

Е Л Е М Е Н Т Ъ

Д Е

М А Т Е М А Т И К Ъ,

Д Е

А Г А Г. А С А К І.

М Ъ Д У Л А Р А К А Д Е М І Е Й Д Е Р О М А.

П А Р Т Ъ П. А Л Г Е Б Р А.



Е Ш І Ї.

Д Типографія Алвиней.

1837.

В О К А Б Ъ Л А Р.

А к ъ в и н т е л о р т е х н и ч е л и н т р е в ъ -
и н ц а т е л и н а ч ѣ с т з к а р т е .

А к с і о м з , П р о п ѡ н е р е а т ѡ т д е в е д е р а т з
л и к ѡ т н ѡ а р е л и п с z д е a ф и д о в е д и т z .

А л т е р н а т и в . К ѡ н ц ѡ н ѡ л к ѡ н ц а л т ѡ л .

А р а н ж а м е н т , П о т р и в и р ѣ с ѣ ѡ а л к z т ѡ и р ѣ .

А ф е к т а т , л и с z м и н а т к ѡ о а р е ч е .

В а л о р е , а ч е л ч е п р е ц ѡ ѡ ѡ с ѣ ѡ т р а ѡ е .

В е р т и к а л , л и н і е д р е п т д и н с ѡ с л и ц о с .

В и ц е в е р с а , д е ж м е с п ѡ з р ѡ ѡ .

В о л ѡ м е н , л и т и н д е р ѣ ч е к ѡ п р и н ц е ѡ н т р ѡ п .

Д е д ѡ ч е , a a d ѡ ч е д и n a l t a .

д е м о н с т р а ц і е , д о в а д z .

Д е р а з z , A s z т р а ѡ e .

Д е т е р м и н а т , х о т z р и т .

Д и ф и н и ц і a , д е с к р і е р ѣ ч е е с т e ѡ n л ѡ k p ѡ .

д и ф е р е н ц і a , д е с c z в и р ѣ .

Е к в a л , л и т o k m a .

Е к в и в a л e н т , ч e a p e т o т a ч e л п р e c k a
ѡ n a l t ѡ .

Е к с a k т , k ѣ p л т o k m a .

Е к с п o н e н т , и ѡ м z p п e д ѣ с ѡ p a л и т e p и л o r
л и s z m i n z т o r д e г р a d ѡ л п ѡ т e p і ѡ .

Е к с п р и м a , p o c т и п р и n o a p e ч e .

Е к c т р e м ѡ , a ч e л д e л a k a n z t .

ИмаџинаріѸ, ЛикипѸит.

Индика, Лнсзмна.

ИнкоменсѸравил, че нѸ сѸ поате мѸсѸра.

ИпотезѸ, пропѸнерѸ че сѸ га деодатѸ де адевѸр.

Ираціонал, кѸтѸме че нѸ сѸ поате ростѸ
прин нѸмере ЛнтрѸцѸннчѸ прин ФракціѸ.

КалкѸлаѸ, СокотѸлаѸ.

Коефициент, нѸмѸр афлѸторіѸ ЛнантѸ
Лнтернлор.

Комбинаціе, ЛмѸнарѸ а доѸж сѸѸ маѸ
мѸлте лѸкрѸрѸ.

Компараціе, алѸтѸраре Лнтре доѸж лѸкрѸрѸ.

КомпѸрѸѸѸ, алѸтѸрѸѸѸ Ѹна кѸ алѸа.

КомѸн, пентрѸ ѸнѸ ши алѸѸ.

КонсекѸтив, че ѸрмѸѸѸ ЛдатѸ.

КонтраріѸ, Днн протѸвѸ.

Кореспондент, Каре сѸ потрѸвѸеѸе.

ЛѸнгот, вѸкатѸ де метал.

Моном, кѸтѸме кѸ Ѹн термѸн.

МѸлтиплѸ, Ѹн нѸмѸр че кѸпрѸнде пе алѸ-
тѸл Ѹн нѸмѸр де орѸ.

НегатѸв, каре нѸ есте.

ОпѸс, ЛмпротѸвѸит.

Ордина, орѸндѸн.

ПозѸтив, кѸрѸ есте Лн флѸптѸ.

Полином, кѸтѸме кѸ маѸ мѸлте термѸне.

ПречедѸѸѸ, че сѸ афлѸ ЛнантѸ алѸѸл.

ПродѸче, а наѸе.

- Радикала, семн де рздзчинз.
Реал, лн фінцз.
Регулез, аfache регулат.
Резола, аfache резолюцій, дезлегаре.
Резонемент, цѣдекатз.
Рекапитула, пофтори дин лнчепѣт.
Релативз, че сз атѣриз де алѣ.
Репродуче, анаще дин ноѣ.
Речипрок, дин ѡмбе пзрцїй.
Сигнификаціе, ѡн лцзлес.
Символе, семн прии каре сз лцзлесг май
мѣлте лѣкрѣрїй.
Скприма, адесfache.
Термин, хотар.
Трактѣзз, лмвцз.
Дн детаїл, кѣ амѣрѣнтѣл.
Дн клѣзив, лмпреѣнз кѣ.



ТАБЛА МАТЕРІІЛОР.

	<u>Фаца-</u>
Днанте кѣвѣнт.	
Днтродучере л Алцебрз.	1.
Де Адиціе.	9.
Де Сѣвтрацере.	10.
Де Димѣлцире.	14.
Де лнмѣлцирѣ кѣтімилор інкомплексе. .	17.

	Флаца.
Де лнмѡлцирѣ кѡтимілолр комплексе.	22.
Де Лмпзрцирѣ	25.
Де лмпзрцирѣ кѡтимілолр інкомплексе.	27.
Де лмпзрцирѣ кѡтимилор комплексе.	31.
А л фла пе тоцй лмпзрцирѣ ексакуцй а ѡ- ней кѡтимй Алѡсвраиче.	42.
Деспре пѡтерй ши рѡдзчинй.	45.
Регѡла лнтзй.	49.
Регѡла коефициентилор.	51.
Екстраѡерѣ рѡдзчинилор де кѡтимй літерале.	55.
Демонстрація.	58.
Де фракцйй.	67.
Рѡдѡчерѣ фракціилор ла тот ачел нѡмиторй.	69.
Рѡдѡчерѣ ѡнѡй лнтрег л фракцйй.	70.
Рѡдѡчерѣ фракціилор ла лнтреѡцйй.	71.
Де Аднція фракціилор.	71.
Де Сѡѡтраѡерѣ фракціилор.	72.
Де лнмѡлцирѣ фракціилор.	73.
Де лмпзрцирѣ фракціилор.	74.
Де лнформарѣ пѡтерилор де фракцйй.	77.
Де екстраѡерѣ рѡдзчинилор де фракцйй.	78.
Де калкѡлѡла радикалилор.	79.
Де калкѡлѡла пѡтерилор.	87.
Де Екѡацйй.	93.
Де Солѡція проѡ: екѡацйй граѡѡлѡй лнтзй.	99.
Де екѡація граѡѡлѡй ал допѡе.	115.



ДНАІНТЕ - КЪВЖНТ.

Алцебра сѣѣ Аритметика универсалъ , сѣ поате сокоти ка о лимвз , лн каре сѣ ростеск оарекаре періодае дате , че , дѣпз регѣлиле де литере , лнтрѣ ачѣста ашахате , сѣ лѣгз , ши апоѣ прин десцифрарѣ (дезлегарѣ) ре-зѣлтателор ачестей легзтѣрѣ , сѣ капзтз оаре-каре хотзрѣрѣ , каре , а ле доважди прин алт мижлок , ар фи грѣѣ ши ѣнеорѣ кѣр кѣ непѣ-тинцз .

Ачѣ маѣ веке карте асѣпра Алцебрѣ , че сѣ кѣноаще , есте а лѣѣ Діофантѣс де ла Алексан-дрѣ лн Египет , че аѣ трзнт лн векѣл аа 4-ле дѣпз Хс :

Алцебра поартз ачест нѣме де ла лнтемен-торѣл ачестей цѣинце Цевр лмвзцатѣл А-равѣ , кариле лн а 9 сѣтз дѣпз Хс : трзла ла Севила лн Испанѣа .

Дар ачѣстз цѣинцз , каре прекѣл саѣ зис , саѣ лнтродѣс л Европа де Аравѣѣ , саѣ лн-

тревѣицѣт, ши апоѣ саѣ прелѣкрат дѣ Италиенѣ
пе ла лнчепѣтѣл векѣлѣѣ ол 15-ле.

Дѣпѣ ачѣста Дескарт л Франція, Ейлер
л Германія ши маѣ алес мариле Невтон л
Англіа аѣ адѣс ачѣстѣ цѣиинцѣ ла деплинѣтѣ-
тѣ прѣн каре астиѣ га саѣ фѣкѣт кеа ачелор
маѣ лналте проблеме л кѣпринѣлѣ Матема-
тичсѣ ши а Физичѣѣ.

Д лимба Ромѣнѣскѣ ам лнчепѣт ачѣстѣ
цѣиинцѣ а парадоси л Ешѣ лнтѣгоарѣ ла анѣл
1815, га р акѣма пентрѣ лнчепѣторѣѣ сѣ дѣ ла
лѣминѣ ачѣстѣ прескѣртаре дѣ Алѣеврѣ, орѣн-
дѣитѣ ла класѣриле дѣ ѣманіоаре .

А. Г. Асаки.

Ешѣ 20 Август 1837.

А Л Ц Е Б Р Ъ.

1. Алцебра есте о парте а Математичій каре трактѣзз деспре мѣрме лн генерал, рогитѣ прин оарекаре симболе, семне сѣѣ характире а кзрора сигнификаціе сѣѣ валоре нѣ есте хотзритѣ.

2. Семнеле че сз лнтревѣнцызз лн Алцебрз сжнт литериле Алфавитѣлѣн.

Цифрилe нѣ сар пѣтѣ лнтревѣнца лнтрѣ ачѣста пентрѣ кз сигнификаціа лор есте дeтерминатѣ лн атжрнарѣ нѣмѣрѣлѣн, де ши т нѣ хотзрѣще спеціа (Фелѣл) мѣримилор пре каре ле лнсзминѣзз.

3. Фолосѣл Алцебрій есте а фаче прин т операцијн атжт асѣпра кзтимилор некѣноскѣте прекѣм ши асѣпра челор кѣноскѣте.

4. Ачеле лнтѣн литере а Алфавитѣлѣн лнсзминѣзз кѣтимн кѣноскѣте, прекѣм a, b, c, d, e ; тѣр челе дeпeѣрмѣ прекѣм r, s, t, v, x, e лнсзминѣзз кѣтимн некѣноскѣте.

5. Кѣтимиле некѣноскѣте сжнт ачеле каре

сз кавътз. Де ексемплав; дѣкз сар лнтреба каре есте нѣмзрѣл че, лмпзрцит прин 6, ба да 24 ла кжторѣ? атѣнче кжтнмѣ некѣноскъ-тз есте ачѣ кжѣтатз; ши лн ексемплав про-пѣс сз поате лнсзмна 6 прин а, 24 прин б, шр нѣмзрѣл кжѣтат прин х; атѣнче операція сз лнсзмнѣзз лн ачест фелѣ:

$x: a, \text{ сѣѣ } \frac{x}{a} = b,$ нѣмзрѣл кжѣтат есте 144, продѣктѣл де $a \times b = x$ лмпзрцитѣл, ши $x = 144.$

Н о т а . Днчепжторѣ сз афлз адесеорѣ лн нсдѣмернре деспре сигнификація характриѣрилор а, б, с, d, &, пентрѣ кж ачесте лнтере нѣ лмфзцошазз ла минте нич ѣн обѣкт хот-тзрит . Днсз сз кѣвине а ци кж кѣр де ачел пентрѣ кж нѣ лнсзмнѣзз де сине нимикз, сз пот лнтреѣвинца де а експрима орѣ че фелѣ де мзрнме, де лнтнндере, де нѣмере, де нѣ-цалз, & .

6. Дн Алцебрз сз фак кѣ лнтере тот а-челе операціѣ че ши лн Аритметикз кѣ нѣ-мере; адекз: Адѣнарѣ, Сѣѣтраѣерѣ, Днмѣлци-рѣ ши Дмпзрцирѣ .

7. Маѣ наинте де а трактариси деспре а-честе деосзѣнте операціѣ, ноѣ вом фаче кѣ-

носкѣте семнелс ши терминиле че сѣ лнтре-
вѣицазѣ лн Алцебрѣ.

Семнѣл + лнсѣмнѣзѣ п л ъ с сѣѣ а д і ц і а ;
— лнсѣмнѣзѣ м н н ѣ с маѣ пѣциш, сѣѣ с ѣ в-
т р а ц е р ѣ, X лнсѣмнѣзѣ лнмѣлцит прин, сѣѣ
л н м ѣ л ц и р ѣ, тѣр лнпѣрцирѣ сѣ лнсѣмнѣзѣ
прин доѣж пѣикте : сѣѣ $\frac{a}{b}$, каре вра сѣ зикѣ а
лмпѣрцит прин b . Семнѣл = лнсѣмнѣзѣ е г а-
л н т а т е еква (лнтолма) тѣр $>$ маѣ ма ре,
дѣкѣ кѣтимѣ сѣ афлѣ лнтре крачиле семнѣ-
лѣн; тѣр лн казѣл днн противѣ, маѣ мнѣ,
аша дар $a > b$ лнсѣмнѣзѣ кѣ а есте маѣ ма ре
декѣт b , сѣѣ b маѣ мнѣ декѣт a .

8. Кѣтимѣ алцебраиче сѣ нѣмек лнтреле
алфѣвнтѣлѣн кѣ кариле сѣ оперѣзѣ. Ачесте
кѣтимѣ сѣнт снмпле, инкомплексе сѣѣ мо-
номе, атѣнче кѣнд еле нѣ сѣнт лнтре снше
ѣните прин семнеле + сѣѣ —; лнкѣт, + a ,
+ $5 a b$, — $7 c d$, сѣнт трѣн кѣтимѣ некомпле-
ксе. Кѣнд лнсѣ ачесте кѣтимѣ сѣнт ѣните ла
ѣнлок прин семнѣл + сѣѣ —, атѣнче сома лор
сѣ нѣмече кѣтнме компѣсѣ, компле-
ксѣ сѣѣ полномѣ. Прекѣм $a — b$
+ $c — d + f — g$ сѣнт кѣтимѣ комплексе
сѣѣ полномѣ.

9. Да по л и н о м е, пзрциле диспзрци-
те прин семниле +, —, сз нѳмеск термине;
лнкѳт, лн кѳтимиле ab —, $cd + fg$, сз афлз
трій термине.

10. Кѳтимиле каре сѳнт компѳсе нѳмаѳ
дин доѳѳ термине сз нѳмеск б и н о м е; ачеле
ѳин трій, т р и н о м е; ши ачеле дин маѳ мѳл-
те, сз нѳмеск, п о л и н о м е.

11. Кѳтимиле сѳнт де доѳѳ фелѳрѳ: кѳ-
тимѳ позитиве, ши кѳтимѳ негативе. Кѳ-
тимиле позитиве сѳнт ачеле каре сѳнт прече-
дѳите (аѳ лн интѳ лор) де семнѳл п л ѳ с, лр
кѳтимѳ негативе сѳнт ачеле каре сѳнт прече-
дѳите де семнѳл м и н ѳ с.

12. Кѳнд ла о кѳтиме комплексз, сз афлз
дѳрѳндѳ маѳ мѳлте термине негативе, атѳн-
че сз кѳвине адѳна ачеле термине негативе,
ши сома лор а о скз дѳ де ла сома терминилор
позитиве. Де ексемплз: $15 - 9 - 3 =$
 3 ; а семене, лн Алѳеврз $a + b - c - d =$
 $a - c + b - d$; лнсз пентрѳ ачѳста сз кѳ-
вине ка терминиле негативе сз фие дѳрѳндѳ
скрнсз кѳч нѳ ар ѳрма тот ачел резултат дѳкз
рѳндѳгала семнилор ар фи скимбѳгз.

13. Кѳтимиле инкомплексе каре нѳ аѳ сем-

не сѣнт сокотите ка кѹм ар авѣ сѣмнѹл + ши сѣнт пѹрѹре позитиве. Дикѣт, a b есте тот ачѣл че ши + a b , & .

14. Кѣтимиле позитиве ши челе негативе сѣнт кѣтимѣ рееле (Лнфинцате), кѣч кѣтимиле негативе нѹ сѣнт негациа сѣѣ липса ачелор позитиве, че оарекаре мѣримѣ опѹсе ла ачеле че сѣ сокогеск а фи позитиве. Аша дѣр, дѣкѣ мишкарѣ пѣмѣнтѹлѣ спре рѣсѣрит есте позитивѣ, атѹнче мишкарѣ спре апѣс ар фи негативѣ. Асемене ши кѣтимѣ негативѣ, Лн алѣтѹраре кѹ мишкарѣ спре рѣсѣрит, нѹ есте дѣ а нѹ авѣ нич о мишкаре, че дѣ а о авѣ спре апѣс. Ши кѣтимѣ негативѣ Лн алѣтѹраре кѹ а оарекаре аверѣ сѣнт даторинле че ле ар чинева, гар нѹ а нѹ авѣ ничѣ о аверѣ .

15. Атѹнче кѣнд сѣ компѣрѣѣ доѹѣ кѣтимѣ еквале, пѣинд ачест семн = Лнтре доѹѣ, ачѣл сѣ кѣмѣ е к в а ц и е .

16. Челе доѹѣ кѣтимѣ каре сѣ компѣрѣѣ сѣ нѹмеск мѣ д ѹ л а р ѣ а е к в а ц и ѣ .

17. Нѹмериле кариле прѣчѣдѣѣ пѣлитѣре сѣ нѹмеск к о е ф и ц и е н т е , прѣкѹм 5 a b .

18. Нѹмериле че сѣ пѣн дѣсѣпра литернлор ши спре дѣрѣпта сѣ нѹмеск е к с п о н е н т е .

Кънд о кѣтима некомплексъ нѣ аре ниц кѣм ѡн експонент детерминаг. атѣнче н сѣ дѣ ѡнимѣ.

19. Коефициента лнсѣмнѣзѣ аднѣа сѣѣ рѣпетнѣа кѣтимаѣ прѣ лѣнгѣ каре сѣ афлѣ. Днѣкѣт, δa есте тот ачѣа че ши $a + a + a + a + a$.

20. Гар'експонента лнсѣмнѣзѣ лнмѣлѣурѣк. Аша дар a^5 есте тот ачѣа че ши $a \times a \times a$.

21. Кѣтимаѣ некомплексѣ сѣ нѣмѣск асемѣзнате, атѣнче кънд еле кѣпрнѣд тот ачѣеле лнтере скрнсе де атѣте де орѣ лн фн ешкаре днн кѣтимаѣ. Днѣкѣт, $+3a$ ши $+2a$ сѣнт кѣтимаѣ асемѣзнате. $+5ab$ ши $-2ab$ сѣнт гарѣш кѣтимаѣ асѣмѣзнате. Аша дар, спре а фн доѣж кѣтимаѣ асѣмѣзнате, нѣ есте неѣое сѣ дѣѣе тот ачѣас семне шнч тот ачѣеле коефициентѣ; че сѣ кѣѣнне сѣ дѣѣе тот ачѣеле лнтере, ши ка ачѣеле лнтере сѣ фнѣ скрнсе тот де атѣте орѣ лн ѡна кѣт ши лн алтѣ кѣтимаѣ. Аша дар aab ши ab нѣ сѣнт кѣтимаѣ асѣмѣзнате, пенѣтрѣ кѣ лнтера a сѣ афлѣз скрнсѣ лн о кѣтимаѣ маѣ мѣлт дѣкѣт лн алтѣ.

Тоате ачѣестѣ сѣ лнцѣлѣг дѣ кѣтимаѣ комплексе.

22. Кънд о кѣтме арے май мѣлте тер-
 мине асѣмзнате, атѣнче еле сѣ адѣнѣ рн ѣн син-
 гур термин, каре ачѣста сѣ нѣмече а рѣдѣче
 кѣтимѣ асѣмзнате ла а лорѣ че май симпѣз экс-
 пресие. Ачѣстѣ редѣкѣе сѣ фаче рн доѣж
 фелѣрѣ: сѣѣ адѣнѣнд не коэфѣциѣнтѣ рнтре
 сине, сѣѣ скѣзѣинѣдѣн ѣнѣл де ла алѣл, дѣрѣ
 кѣм амѣндѣѣж аѣ семне поѣзитѣе сѣѣ негати-
 ве, сѣѣ дѣрѣ кѣм ѣнѣл дин термине есте по-
 зитѣе тар алѣл негатиѣе; дечѣн; дѣкѣз коэфѣци-
 ентѣ рн аѣ семнѣл +, атѣнчѣ ла сома сѣ ва пѣ-
 не семнѣл п л ѣ с. Дѣкѣз коэфѣциѣнтѣл не ка-
 риле ѣл скѣдем арے семнѣл м и н ѣ с, атѣнче
 сѣ пѣне тарѣш + п л ѣ с, ла рнтѣмпларе кънд
 коэфѣциѣнтѣл де ла каре сѣ скаде, фѣнѣнд май
 маре, ар аѣе семнѣл +. Дѣнѣз ла сомѣз сѣ ва
 пѣне семнѣл — м и н ѣ с, атѣнче кънд кѣтимѣѣ
 скѣзѣѣтѣ асемене ар аѣѣ семнѣл м и н ѣ с. А-
 ша дар, кѣтимѣѣ $3 a b b + 5 a b b = 8 a b b$,
 прекѣм ши — $5 a b b + 15 a b b = 10 a b b$,
 — $12 a b b + 7 a b b = - 5 a b b$, — $3 a b b$
 + $3 a b b = 0$.

23. Дар дѣкѣз терминиле асѣмзнате аѣ де-
 осѣенте семне, атѣнче сѣ кѣбинѣе скѣдѣ не ачел
 май мѣк коэфѣциѣнт де ла ачел май маре ши

рзмзшица а о скріе кѣ семнѣа ачелѣнѣ маѣ ма-
ре коефіціент . Де Ексемпль : Пен-
трѣ де а фаче рздѣчерѣ кѣтимѣй — $3ab +$
 $5ab + 7aa$ а кзріа челе лнтзѣ доѣж термине
сѣнт асзмзнате, сз кѣвине а сѣвтраце 3 де ла
5, ши а скріе 2 кѣ семнѣа + .

Асеминне спре а фаче редѣчерѣ кѣтимѣй
 $3cx - 7xx + 5xx$ а кзріа челе доѣж дѣпе-
ѣрмз термине сѣнт асзмзнате, сз кѣвине
сѣвтраце 5 де ла 7, ши рзмзшица 2 а о скріе
кѣ семнѣа — .

24. Дѣрз ачѣстз пилдз ши лн ѣрмарѣ челор
пзнз акѣма зисе маѣ сѣс, се веде кѣ, дѣкз кѣ-
тимѣле асзмзнате аѣ дѣосебнѣе семне дар тот
ачеле коефіціенте, ачесте термине се нимическ
лнтре сине. Днкѣт, $6cx - 7cx + 7cx =$
 $6cx$.

Дѣкз сар скріе нѣмере лн лок де лнтере че
ле репрезентѣз, атѣнче двѣнд еле о ѣнѣме ко-
мѣнз де асемине сар рздѣче. Днкѣт, $4 + 7 - 3$
сз фаче + 8 .., $3 - 6 - 8 + 11$ сз фаче 0.

Нот а. Пентрѣ де а кѣноаце маѣ ѣшор тер-
минеле асзмзнате, бине есте а скріе лнтерѣле
дѣрз а лор рждѣгалз алфавитѣкз, маѣ алес кѣнд
терминѣле сз алкѣтѣеск днн маѣ мѣлѣе лнтере.

Д Е А Д І Ц І Е .

25. Адиція есте о операціе прин каре сз квітз сома а май мѣлтор кѣтимѣ а тот ачеѣ специѣ.

Спре а сз пѣтѣ адзѣци ла ѣн лок кѣтимѣ алцебранче, сз кѣвине а ле скріе аша прекѣм еле сѣнт, фѣрѣ а скимба семниле каре ле пропшеск: де екземплѣ, воннд а адзѣци $+ b$ кѣ а, сар кѣвени скріе $a + b$; дар, воннд адзѣци $- b$ кѣ а, сар кѣвени скріе $a - b$. Спре а адзѣци $c - d$ кѣ $a + b$, сз ва скріе $a + b + c - d$; асемине, спре а адзѣци $- 3 a a b + 2 a d$, кѣ $6 a a b - 9 a d + 3 c d f$, сз ва скріе $6 a a b - 9 a d + 3 c d f - 3 a a b + 2 a d$.

26. Дѣкѣ, дѣпз адиціе, сѣнт оарекаре кѣтимѣ асѣмзнате, прекѣм лн каѣѣл треѣѣт, атѣнч ели сз фаче рѣдѣчерѣ прин сѣѣтраѣере лн кинѣл ѣрмѣтор:

$$\begin{array}{r}
 6 a a b - 9 a d + 3 c d f \\
 - 3 a a b + 2 a d \\
 \hline
 + 3 a a b - 7 a d + 3 c d f
 \end{array}$$

Ачѣстѣ рѣдѣчере се фаче л практикѣ тот де одатѣ кѣ адиція.

Операція ачѣста нѣ аре неѣое де дѣмонстра-

ла о алтѣ, сѣ кѣвине а скимба семниле кѣтимей
 де ла каре аре а сѣ сѣтраце, ши а лѣса ачеле
 а кѣтимей де ла каре вонм а о сѣтраце.

Е к с е м п л ѣ.

Пентрѣ де а сѣтраце b де ла a , сѣ кѣви-
 не скріе $a - b$; дар пентрѣ де а сѣтраце —
 b де ла a , сѣ кѣвине скріе $a + b$; пентрѣ де
 а сѣтраце $c - d$ де ла $a + b$ сѣ ва скріе $a + b$
 — $c + d$; пентрѣ де а сѣтраце — $5aa\bar{b} + 3ad$,
 де ла $7aab - 9ad + 5cd$, сѣ ва скріе, $7aab$
 — $9ad + 5cd + 5a\bar{a}b - 3ad$.

30. Дѣкѣ, дѣпѣ о сѣтрацере. сѣ афлѣ кѣтимѣ
 асѣмзнате ла рѣмѣшицѣ, атѣиче се кѣвине а фа-
 че рѣдѣчерѣ, ка ши аи аднѣіе, аи кѣт, ла е-
 ксемпѣла де мѣй сѣс. $7aab - 9ad + 5cd +$
 $5a\bar{a}b - 3ad = 12aab - 12ad + 5cd$.

31. Спре а фѣче ацѣлегѣтор кѣвѣнтѣла дѣиче
 а сѣтрацереѣ алѣебраікѣ сѣ кѣвине скимба семни-
 ле, нои вом лѣдѣи ексемпѣл аи цифре. Вонм а
 сѣтраце $8 - 3$ де ла 12 , сѣ кѣвине скріе 12
 — $8 + 3$, кѣчѣй де сар скріе $12 - 8$ ведерат
 есте кѣм кѣ прѣ мѣлат сѣй сѣкѣзѣт де ла 12 , пен-
 трѣ кѣ нѣ есте скопос а сѣ сѣтраце 8 де ла
 12 , че нѣмай $8 - 3$, каре есте май пѣцин де-

тимъ a ши $-c$, тот ачѣ кѣтима b , рѣмшица ачелор доуж соме $a + b$ ши $b - c$ тревѣе сѣ фие тот ачета че ши ачелор доуж лнтѣмъ кѣтимъ a ши $-c$. Дар, скѣзунд $b - c$ де ла $a + b$, рѣмшица есте $a + b - b + c$, сѣѣ $a + c$. Дечн, дѣкѣ сѣ скаде $-c$ де ла a , ши рѣмшица де асемине ва фи $a + c$.

Е к с е м п л е .

Де ла кѣтимъ $a b + c$	} де ла кѣтимъ $2xy - 2ax$
а сѣ свѣтраѣе $a c - d$	
рѣмшица $ab + c - ac + d$	рѣмшица xy .

34. Дѣкѣ кѣтимъ че оре a сѣ свѣтраѣе есте о фракціе, атѣнче сѣ кѣвине а скимѣа нѣмаѣ семниле нѣмзрѣторѣвлѣнн еѣ, сѣѣ а нѣмиторѣвлѣнн: кѣч, прекѣм сѣ ва ве дѣ, дѣкѣ ѣниле ши алтиле сар скимѣа де одатѣ, атѣнче фракціа ар рѣмшиѣ тот лн аче старе лн каре сѣѣ пропѣс.

Дечн пентрѣ де а свѣтраѣе $\frac{a^2 - x^2}{a - x}$ де ла b ,
скрѣѣ $b - \frac{a^2 + x^2}{a - x}$, сѣѣ $b + \frac{a^2 - x^2}{-a + x}$.

35. Дикът прекъм адіція нъ адоце пъръре пѣ о кѣтиме, де асеминѣ съвтрацирѣ нъ о лнпѣцънѣхъ тот дѣна; кѣч — b скъзундѣсѣ де ла a , фаче $a + b > a$.



Д Е Д И М Ъ Д Ц И Р Ъ .

36. Димѣлцирѣ есте о операцие прин каре сѣ га о кѣтиме де атѣте орѣ кѣте ѡнимѣ сѣ афлѣ лн чезлантѣ. Ачѣ лнтѣн сѣ нѣмече Д м ѣ л ц и т о р ѣ , ал донае Д и м ѣ л ц и т ѣ , гѣ р резултатѣл ачестей операциѣ сѣ нѣмече П р о д ѣ к т ѣ .

Димѣлцѣтѣл есте кѣтимѣ, че сѣ лнмѣлцѣще, гѣ р лнмѣлцѣторѣл есте ачѣа прин каре сѣ лнмѣлцѣще.

Ачѣстѣ дефиницие сѣ кѣвинне лнмѣлцѣрѣнѣ алицевранче атѣт кѣт ши ачѣн кѣ нѣмѣре. Д и к ѣ т a лнмѣлци a прин b , есте тот ачѣа че a лѣл a де атѣте орѣ кѣте есте лнсѣмнатѣ прин b .

37. Продуктѹл дин доѹж кѹтимѹ аацебраиче сѹ лисамнѹ пѹинд ѹна алѹтѹре кѹ алта. Дикѹт ab лисамнѹѹз продуктѹл де a прин b ; aa , продуктѹл де a прин a . Асемене сѹ нѹмеск лимѹацинтѹл ши лимѹацинтѹрѹл рѹдѹзчиниле продуктѹлѹѹ. Дикѹт, a ши b сѹнт рѹдѹзчиниле продуктѹлѹѹ ab , кѹнд амѹидѹѹж рѹдѹзчиннѹ сѹнт еквале, атѹнче вале сѹ нѹмеск Рѹдѹзчиннѹ квалдрате. Аша дѹр кѹтимѹ a есте рѹдѹзчинна квалдратѹ а продуктѹлѹѹ aa сѹѹ $a \times a$.

38. Дн аацебрѹ сѹ лисамнѹ доѹж фелиѹрѹ де лимѹацѹрѹѹ: адекѹ де нѹмере инкомплексе ши де нѹмере комплексе (Аритм: § 5). Маѹ наните де але експлика, сѹ кѹвине а цин кѹ продуктѹл де abc есте тот ачела, орѹ кѹм сѹр пѹзш рѹндѹл лимѹацѹрѹѹѹ, адекѹ кѹ продуктѹлѹе abc , acb , bac , bca , cab , cba , сѹнт еквале. Тот ачѹста есте пентрѹ тоате продуктѹрѹ ши тоате кѹтимѹ. Доѹж кѹтимѹ пот а лѹа доѹж аранжаменте; 3 кѹтимѹ, 2 орѹ 3, сѹѹ 6 аранжаменте; патрѹ кѹтимѹ, 4 орѹ 6 сѹѹ 24 аранжаменте, ши аша маѹ де парте.

39. Продуктѹл де 5 прин 4 есте тот ачела че ши де 4 прин 5. Тот асемене ѹрмѹѹзѹ

ши лн Алцербз: а лнмѡлци а прин б сѣѡ пе б прин а, продуктѡл есте тот а б, сѣѡ б а, &.

Продуктѡрилл че сз наск дин лнмѡлцѡрѣ тот ачелор кѡтимѡ сѡнт еквалл, орѡ дѡпѡ каре рѡнд сар лнмѡлци ачесте кѡтимѡ.

Демонстраціа сѣѡ довада.

40. Ведерат есте кз тоате продуктѡрилл ачелор тріѡ кѡтимѡ abc сѡнт еквалл, кзч дѣкз, лнтре ачеле шасз продуктѡрѡ каре пот ѡрма дин лнмѡлцѡрѣ ачелор тріѡ кѡтимѡ abc , сар лѡа доѡѡ abc , сѣѡ ab , ѡнде лнтера а есте ачѣ лнтѡѡ, сз веде кз ачесте доѡѡ продуктѡрѡ сѡнт еквалл, пентрѡ кз ачесте доѡѡ продуктѡ cb ши bc сѡнт еквалл, прекѡм маѡ сѡс ам зис, дин каре ѡрмѣзз кз лнмѡлцѡнд а прин bc , сѣѡ прин cb , продуктѡл ва фи пѡрѡре тот ачела. Асемене ѡрмѣзз ши пентрѡ лнтера b , дѣкз га сз ва ашеза ла лнчепѡт, ши пентрѡ лнтера c ; лнкѡт ачеле шасз продуктѡрѡ, че сз пот лнформа дин тріѡ кѡтимѡ abc , сѡнт еквалл. Асемене ѡрмѣзз пентрѡ тоатѡ комбинаціиле де лнтере, ор каре ар фи рѡндѡл лнкарѡ сар пѡне.

Д е л н м њ л ц и р ѣ н ѡ м е р и л о р
и н к о м п л е к с е .

41. Да л н м њ л ц и р ѣ л л ѡ с б р а н к ѡ а ѣ а с ѡ п ѡ з и
т р и ѣ р с ѡ л е : а ч ѣ л н ѡ ѡ е с т ѣ п е н т р ѡ с е м н е
к а р е п р о ѡ ѡ е с к п е к ѡ т и м н а е ; а д ѡ ѡ , п е н т р ѡ
ц и ф р и л е к о е ф и ц и е н т е , п а р а т р и а п e н т р ѡ л и т e -
р и л e ч e л н ѡ ѡ ц ѡ ѡ ѡ ѡ п e к ѡ т и м ѡ .

Р е г ѡ л а л н т ѡ ѡ . Д а к ѡ л н м ѡ л ц ѡ т ѡ ѡ ш и
л н м ѡ л ц ѡ т ѡ р ѡ ѡ а ѣ с e м н e a c ѡ z м ѡ н а т e , а т ѡ ѡ ч e
п р о д ѡ к т ѡ ѡ т р e б ѡ e с ѡ л н e ѡ s e м н ѡ ѡ л ѡ ѡ c , п а р
к ѡ ѡ ѡ s e м н и л e с ѡ ѡ ѡ т д e ѡ c ѡ z ѡ n t e , а т ѡ ѡ ч e п р o д ѡ к -
т ѡ ѡ ѡ a ѡ ѡ s e м н ѡ ѡ m ѡ ѡ ѡ c .

Д е е к с e м п л ѡ : $+ a$ л н м ѡ л ц ѡ т п р и ѡ $+ b$ ф а ч e
 $+ a b$. — a л н м ѡ л ц и ѡ т п р и ѡ $- b$ ф а ч e $+ a b$ п а р ѡ
 $+ a$ л н м ѡ л ц и ѡ т п р и ѡ $- b$ ф а ч e $- a b$.

Р е г ѡ л а а д ѡ ѡ . К о e ф и ц и e н т и л e с ѡ л -
м ѡ л ц e с к к а ш и т o a т e ч e л e л a n t e н ѡ м e р e , л н -
с ѡ s ѡ к ѡ ѡ n e a ѡ a д ѡ ѡ ч e a ѡ ѡ ѡ t e k ѡ , д ѣ к ѡ ѡ o л и -
т c р ѡ ѡ ѡ a р e ѡ ѡ k o e ф и ц и e н т л н c z м ѡ n a t , с ѡ k a д e
a л c o k o t и д e ѡ ѡ ѡ m e .

Д е е к с e м п л ѡ .

$$+ 3 a x + 2 b = 6 a b \text{ — } . 4 a x + b = - 4 a b \\ = 5 a b^2 c .$$

Регула а триа. Пентрѣ де а лнзмна кз доѣм сѣѣ маѣ мѣлте кѣтимѣ литерале сѣит лнмѣлците ѣнле прин алтале, сѣ скрїѣ ѣнле ѣѣпз алтеле, фѣрѣ семн, сѣѣ лнтрс ачеле доѣм литере се скрїе семнѣл \times . Лнкѣт, продѣктѣл де а прин b есте $a b$ сѣѣ $a \times b$; ачел де $ab \times cd$ есте $abcd$ сѣѣ $ab \times cd$, &.

42. Кѣнд о литерѣ сѣ алфлз де маѣ мѣлтеорѣ скрнсѣ лн ѣн продѣкт $aaa b$, атѣнче лн лок де а скрїе литера a де трїѣ орѣ, сѣ полте скрїе нѣмаѣ о синѣрѣ датѣ, скрїнѣд дѣсѣпра спре дрѣпта о цифрѣ че лнзмнѣѣз де кѣтеорѣ ачѣ литерѣ аре сѣ се скрїе, сѣѣ сѣ се лнмѣлцаскз прин лнѣѣм m , ачѣстѣ цифрѣ сѣ нѣмече експонент, лнкѣт, лн ексемпѣл треѣѣт, лн лок де а скрїе $aaa b$, сѣ ва скрїе $a^3 b$ че аре тот ачел валоре. Аша дар, $a^4 = a a a a$, асемене $a^2, b^2, c^3 = a a, b b, c c c$.

43. Кѣнд воим а алѣ ѣн експонент генералнн, атѣнче ел сѣ експрнмѣѣз прин о литерѣ; ексемпѣлѣ: a^n, b^r , &. Аиче n лнзмнѣѣз пѣтерѣ кѣтимеѣ a , гар r пѣтерѣ кѣтимеѣ b .

44. Кѣнд о литерѣ есте скрнсѣ нѣмаѣ о синѣрѣ датѣ, шн кѣ m нѣ аре ѣн експонент лнзм-

нат, а тѣмъ чинимъ есте а еѣ експонент; де екземпль: $a = a^1$, $b c^2 = b^1 c^2$.

45. Сѣ кѣвине деосъбен пе коэффициентъа де експонентъа чиней литере: де екземпль: 3 а, есте кѣ тотъа алта декъат a^3 . Спре а пѣтрѣнде вине, сѣ сокотим кѣ а лнсмѣѣхъ 4, а тѣмъ чинимъ 3а ва експрима де 3 орѣ 4, а декъ 12, лн лок кѣнд a^3 сѣѣ а а а ва фи еквал кѣ 64, кѣчѣ $a \times a = 16$. Аша дар маѣ лнмѣлцѣнд л-кѣ а а сѣѣ 16 прин а сѣѣ 4, вом авѣ 64, каре есте чн продукт кѣр деосъбит де 3 а сѣѣ 12.

46. Кѣнд, ла лнмѣлциторѣа ши лнмѣлцитъа сѣ афлз тот о литерѣ кѣ експоненте еквале сѣѣ инеквале, а тѣмъ чинимъ литерѣ ачѣста сѣ скрѣе о син-гѣрѣ датъ лр експонентиле сѣ адѣнз; че сѣ атинѣе де коэффициенте, еле сѣ лнмѣлцѣск.

І. Демонстраціе.

+ X + дѣ п л ѣ с. Лнмѣлциторѣа авѣнд семнѣа п л ѣ с, лнмѣлцитѣ сѣ фаче прин а-днѣе; де алтѣ парте ши лнмѣлцитъа аре семнѣа п л ѣ с; дрепт ачѣа га есте окѣтѣме позитивѣ. Лнкѣт ачѣ кѣтѣме позитивѣ сѣ га

де май мѡлте орѣ, лнмѡлциндѡ п лѡс прин п лѡс.
 Дечѣй продѡктѡл есте ѡн резултат де кѡ-
 тимѣй позитиве; лнкѡт требѡѣ а фи пропзшит
 де семнѡл п лѡс.

II. Доменстрацие.

+X — сѣѡ — X+ дѡ м н н ѡс; кѡч атѡт
 лн ѡнѡл кѡм ши лн датѡл каѡ, фѣнна кѡ
 лнмѡлцитѡл сѣѡ лнмѡлциторѡл аѡ семне
 м н н ѡс, лнмѡлцирѣ сѡ фаче прин мнѡлочи-
 рѣ сѡвтрацерѣй, пентрѡ кѡ о кѡтѣме негативѡ
 сѡ сѡвтраце де атѡте орѣ де кѡте орѣ есте
 лнзмнатѡ прин о алтѡ кѡтѣме позитивѡ.
 Дечѣй продѡктѡл требѡѣ сѡ аѣѡ сѡмнѡл м н -
 н ѡс.

III. Демонстрацие.

Лн ѡрмѡ, — X — дѡ п лѡс, кѡч, лн ачест
 каѡ, лнмѡлциторѡл авѡндѡ сѡмнѡл м н н ѡс,
 ачест лнмѡлцитор есте сѡвтраѡс де ла лн-
 мѡлцитѡл; лнкѡ ноѣ ам вѡзѡт кѡ сѡвтрацерѣ
 сѡ фаче скнмѡжндѡсѡ семнеле. Дечѣй про-
 дѡктѡл требѡѣ сѡ аѣѡ семнѡл п лѡс.

Пентрѡ де а лнцѡлеѡ ачесте май вине,
 сѡ кѡвине аш адѡче амните кѡ а лнмѡлци

минус прин минус, есте тот ачае че ши
а свѣтраце яна сѣѣ маѣ мѣлте кѣтимѣ не-
гативе. Дар, ведерат есте кѣ пентрѣ де а
пѣтѣ свѣтраце кѣтимѣ негативе, сѣ кѣвине
скимба сѣзмѣла де минуса лн плауса. Дрепт-
ачеа, продуктѣла тревѣѣ сѣ фие пропѣшит
де семѣла +.

Сѣ лѣзм, де ексемпѣла, 4 мѣримѣ позити-
ве, ши сѣ ле лнмѣлцим прин + 3, ведерат есте
кѣ продуктѣла ва фи о мѣриме позитивѣ ши про-
пѣшитѣ де семѣла +. Прин ачѣста сѣ веде
кѣ, фиинда $+ a \times + b$ дѣ $+ ab$, апоѣ неапѣ-
рат $+ a \times - b$ ва да $- ab$; кѣчѣѣ продуктѣ-
ла де $+ a \times - b$ тревѣѣ сѣ анбе ѣн семн
опозат (кѣр пе дос) де ачѣла де $+ \times +$.
Дечѣѣ, $+ \times +$ дѣ $+$; дечѣѣ, $+ \times -$ дѣ $-$.

Пе ачѣст темѣѣ, ши резонѣнда тот лн а-
чѣст кнп, лѣсне сѣ подѣте лнцѣлѣце кѣ $- a$.
 $\times - b$ тревѣѣ дѣѣ ла продукт ѣн семн део-
себит де $+ a \times - b$. Дар, ам взѣѣт кѣ
ачѣст дѣн ѣрмѣ продукт аре семѣла минуса.
Дечѣѣ, $- \times -$ тревѣѣ сѣ анбе ла продукт
семѣла 4.

Линиалцирѣ нумерилор комплексе.

47. Вонд а линиалци о кѣтине комплексз прин о алтз кѣтине комплексз, тревѣн, пре-кѣм ла линиалцирѣ аритметикз, а линиалци тоа-те терминеле линиалцитѣлѣн прин фиешкаре термин а линиалциторѣлѣн, ши апоѣ а адѣна продуктѣриле партикѣларе, линиалжиндѣсз де а фаче редѣкциѣде кѣтимилор че дѣ тот ачеле литере, пре-кѣм ам зис пентрѣ адѣцие.

I. Ексемпль.

Дѣкз ам вон а линиалци $a - 6b$ прин $2c - d$, сз кѣвине скрѣе:

$$\begin{array}{r} a - 6b \\ 2c - d \\ \hline - ad + 6bd. \\ \hline 2ac - 12bc \\ \hline 2ac - 12bc - ad + 6bd. \end{array}$$

Пре-кѣм сз веде, саѣ линиалцит тот линиал-цитѣл; 1^о $a - 6b$ прин $-d$, тѣрз продуктѣл есте $-ad + 6bd$; 2^о. прин $2c$, продуктѣл есте $2ac - 12bc$; линиалцирѣ, адѣнѣнд про-дѣктѣриле партикѣларе, сома есте $2ac - 12bc - ad + 6bd$.

Сар пѣтѣ фаче ачѣстѣ операціе лнчепжнѣ
кѣ ачел лнтѣн термин а лнмѣлциторѣлѣн, ши
атѣнче продѣктѣл ар фи тот ачела.

$$\begin{array}{r}
 \text{Лнкѣт, } a - 6b \\
 2c - d \\
 \hline
 2ac - 12bc \\
 - ad + 6bd \\
 \hline
 \underline{2ac - 12bc - ad + 6bd.}
 \end{array}$$

II. Е к с е м п л ѣ.

$$\begin{array}{r}
 a + b \\
 a - b \\
 \hline
 - ab - bb \text{ сѣѣ } b^2 \\
 + aa \text{ сѣѣ } a^2 + ab \\
 \hline
 + aa \text{ сѣѣ } + a^2 - bb \text{ сѣѣ } b^2 \\
 \text{сѣѣ } a^2 - b^2.
 \end{array}$$

Лн ачест ексемплѣ амѣндоѣѣ термине $+ ab$
ши $- ab$ сѣ лнмическ ѣнѣл пе алѣѣ, фѣ-
кѣнѣѣѣ рѣдѣкціе.

Пентрѣ практирнсирѣ лнчепѣторнлор лн

ачесте операцій, вом да анче лнкз ексем-
пале ґрмзторре :

Е к с е м п л е .

Лимвалцнтґа - - - - - $a + b$

Лимвалцнторґа - - - - - $a - b$

I. **Продґктґрґ партнїче** - $\left\{ \begin{array}{l} a^2 + ab \\ - ab - b^2 \end{array} \right.$

Продґктґа тотал - - $a^2 - b^2.$

Лимвалцнтґа $a^2 + 2ab + 2b^2$

Лимвалцнторґа $a^2 - 2ab + 2b^2$

II. **Продґктґрґ партнїче** $\left\{ \begin{array}{l} a^4 + 2a^2b + 2a^2b^2 \\ - 2a^2b - 4a^2b^2 - 4ab^3 \\ + 2a^2b + 4ab^3 + 4b^4 \end{array} \right.$

Продґктґа тотал $a^4 + 4b^4.$

Лимвалцнтґа - - $4a + 2bc$

Лимвалцнторґа $4a + 2bc$

III. **Продґктґрґ партнїче** $\left\{ \begin{array}{l} 16a^2 + 8abc \\ + 8abc + 4b^2c^2 \end{array} \right.$

Продґктґа тотал $16a^2 + 16abc + 4b^2c^2.$

48. Пентрґ де а лимвалци ґн орґче по-

лином прии ъи моном, дестѣл есте а скріе пе ачест моном ли фіешкїре термин а полиномѣ-лѣй. Лнѣжт $p q + r + 1 \times x$ сѣ фаче $p q x + r x + x$. Шї речїпрок, дѣкѣ тот о кѣтїме есте скрісѣ ли маї мѣлте термїне консекѣтїве, га фаче ъи продѣкт кѣ толте челе че нѣ алкѣтѣск пе га ли ачслеш термїне. Лнѣжт $a^2 x^2 - b^2 x^2$ есте продѣктѣл де $a^2 - b^2 \times x^2 \dots x - b x + x^2 c$ есте продѣктѣл де $1 - b + x c \times x$.

49. Кѣнд фѣкѣторїй сѣнт л нѣмѣр лмпѣрекет, атѣнче семнѣл продѣктѣлѣй нѣ скїмѣѣ, скїмѣжнѣдѣсѣ де одѣтѣ тѣате семнїле каре лнѣрѣз ли аї сѣї фѣкѣторїй; га р кѣнд ії сѣнт л нѣмѣр непѣрекет атѣнче семнѣл сѣ скїмѣѣ.

Лнїкѣт: $+ a \times + b$, сѣѣ $- a \times - b$ дѣѣ де о потрївѣ $+ ab$; лнсѣ $+ a \times + b c$ дѣѣ $+ a b c$, кѣнд $- a \times - b + - c$ дѣѣ $- a b c$.



ДЕСПРЕ ЛНПЪРЦІРЕ.

50. Лнпѣрцїрѣ есте о операціе прии каре сѣ кѣѣтѣ де кѣте орїй о кѣтїме кѣпрїнде пе о алѣѣ.

Е к с е м п л ѣ .

А лмпѣрцїи $\frac{a b}{a}$, есте тот ачел че а кѣѣта

де кѣте орѣ a есте кѣпринсз \wedge н ab , адекз де b .

51. Ла \wedge мпзрцире аѣ a сз \wedge нсзмна триѣ лѣкрѣрѣ: \wedge м п з р ц и т ѣ л, \wedge м п з р ц и т о р ѣ л ш и К ж т о р ѣ л. \wedge мпзрцитѣл есте кѣтимѣ каре сз \wedge мпзрцеце; \wedge мпзрциторѣл, а чеа прин каре сз \wedge мпзрцеце; тар кѣторѣл, есте кѣтимѣ каре \wedge нсзмнѣзз де кѣте орѣ \wedge мпзрциторѣл есте кѣпринс \wedge \wedge мпзрцитѣл : \wedge н казѣл пропѣ сз веде кѣмкз кѣторѣл есте b .

Спре a \wedge нсзмна кѣмкз есте a сз \wedge мпзрци о кѣтиме прин о алтз, сз скріе \wedge н кипѣл ѣрмзтор: $\frac{ab}{a}$, адекз \wedge мпзрцитѣл есте ашззат дѣсѣпра, тар \wedge мпзрциторѣл . де десѣлт, де осзвиндѣсе прин о трзсзтѣрз, ш и сз кѣвинтѣзз : ab \wedge мпзрцит прин a . Сз скріе $\frac{ab}{a} = b$; асемене $\frac{1}{6}^8 = 3$. \wedge нкѣт триѣ есте кѣторѣл де $\frac{1}{6}^8$ прекѣм b есте кѣторѣл де $\frac{ab}{a}$.

52. Сз кѣвинне \wedge нсзмна кз \wedge мпзрцирѣ ш и \wedge нмѣлцирѣ сѣнт операциѣ опѣсе (\wedge мпротивите ѣна алтѣа). \wedge нмѣлцирѣ пѣне лѣкрѣрѣле ла лок \wedge н каре еле сз афла \wedge нанитѣ \wedge мпзрциреѣ, \wedge нкѣт, $\frac{ab}{a} = b$ ш и $b \times a = ab$, де асемене $\frac{1}{6}^8 = 3$ ш и $3 \times 6 = 18$.

Де лмпзрцирѣ кѣтимилор
некомплексе.

53. Есте де лнзмнат ла лмпзрцире, де-
спре семне, коефициенте ши литере, тот а-
челе регѣле че ши пентрѣ лнмѣлцире.

а.) Дѣкз лмпзрцитѣла ши лмпзрциторѣла аѣ
семнѣла +, кѣторѣла тревѣн сѣ аѣе семнѣла +;
дѣкз ѣнѣла днн доѣ аре семнѣла —, атѣиче кѣ-
торѣла ва авѣ семнѣла —, гар дѣкз амѣндоѣ аѣ
семнѣла —, атѣиче кѣторѣла ва авѣ семнѣла +.

Лнкѣт пентрѣ лмпзрцирѣ кѣтимилор мономе
сѣ стѣторичеѣе ѣрмѣтоаре регѣлз:

Адекз кѣторѣла семнелор асѣмзнате есте
позитѣв, гар кѣторѣла семнелор деосеѣите есте
негатѣв. Лнкѣт:

$$\begin{array}{cccc} + & - & + & - \\ - & сѣѣ & - & = +; & - & сѣѣ & - & = - \\ + & - & - & & + & - & + & \end{array}$$

б.) Че сѣ атинѣе де коефициенте, операция
сѣ фѣче кѣ еле ка л Аритметикз.

с.) Гар пентрѣ литериле, сѣ ѣерг ачеле че сѣнт
комѣне лмпзрцитѣлѣн ши лмпзрциторѣлѣн, дар
ла лмпзрцире експонентѣн сѣ скад ачел маѣ
нк де ла ачел маѣ маре.

I. Екземпляр.

$$\frac{+ 3 a^2 x}{+ 3 a} = a x .$$

II.

$$\frac{+ 12 a b^4}{- 4 a b} = - 3 b^3$$

III.

$$\frac{- 15 a d x}{+ 3 a x} = - 5 d .$$

IV.

$$\frac{- 32 a^3 b^4}{- 4 a^2 b^2} = 8 b^2 .$$

V.

$$\frac{+ 17 a b}{+ 5 b} = \frac{15 a b}{5 b} + \frac{2 a b}{5 b} = 3 a + \frac{2 a b}{5 b} .$$

Съ сокотим ли ачест дин ырмъ экземпляръ къ $17 a b = 47$, ши къ $5 b = 15$, лмпзрцинд $\frac{47}{15} = 3 \frac{2}{15}$.

Аша дар кжторял де $\frac{17 a b}{5 b} = 3 a + \frac{2 a}{5 b}$.

Дѣкъ лмпзрцитял ши лмпзрцинторял ар фи тот ачѣ кжтме, атыче кжторял ар фи

Фаче лмпзрцирѣ:

$$\frac{a^3 b}{a d} \qquad \frac{a^4 b^5}{a^2 b}$$

сѣѣ $\frac{a b}{d}$ $\frac{b^4}{a}$ щергънд литериле
кѡмуне.

Тот де асемене сар фаче дѣкз лмпзрцитѣл
ши лмпзрцитѡрѣл нѣ ар авѣ нич о литерз
кѡмѣнз.

55. Ансз дѣкз, дѣпз че сз вор щерѣ литериле
кѡмѣне ла лмпзрцитѡрѣл ши ла лмпзрцитѣл,
нѣ рѣмѣне нилннкз ла ачест дин ѡрмз, атѣн-
че и сз дз ѡннмѣ лн ачест кнп:

$$\frac{a c}{a b c} = \frac{c}{b}$$

Кзч дѣкз, сз лнмѣлцеце лмпзрцитѡрѣл прнм
кѡторѣл, атѣнче сз ва репрѡдѣче лмпзрцитѣл.

56. Де сз афлз ла лмпзрцитѡрѣл ши ла
лмпзрцитѣл тот авѣ литерз, атѣнче спре а фаче
лмпзрцирѣ, сз скѡде експонентѣл лмпзрци-
торѣлѣй де ла ачел а лмпзрцитѣлѣй.

Е к с е м п л з

$$\frac{a^5}{a^3} = a^{5-3} = a^2$$

Ачѣста атѣриѣ де ачеле че ам зис ла лн-мѣлцире ѡнде сѣ кѣвине адѣна пе експоненти; гар пентрѣ лмпзрцире сѣ кѣвине ай свѣтраѣе.

57. Дѣкз експонентѣл лмпзрцитѣрѣлѣнѣ ши ачела а лмпзрцитѣлѣнѣ сѣнт тот ачѣа, атѣнче кѣторѣл ва авѣ н ѣ л з де експонент, ши еква-ле кѣ ѡннеме.

Е к с е м п л ѡ .

$$\frac{a^4}{a^4} = a^0 = 1$$

58. Дѣкз експонентѣл а лмпзрцитѣрѣлѣнѣ есте маѣ маре дежѣт ачел а лмпзрцитѣлѣнѣ, атѣнче кѣторѣл ва авѣ ѡн експонент негатиѣ.

Де ексемплѣ :

$$\frac{a^2}{a^5} = a^{-3} = \frac{3}{a} \text{ пентрѣ кѣ о кѣтне ши алта}$$

еквалѣзѣ кѣ $\frac{a^2}{a^5}$.

Де лмпзрцирѣ кѣтнимилор
к о м п л е к с е .

59. Дѣкз лмпзрцитѣл есте комплекс. гар лмпзр-цитѣрѣл инкомплекс, атѣнче тревѣѣ: 1^о) а лмпзр-ци пе ачел лнтѣн термин а лмпзрцитѣлѣнѣ при

Лмпзрцииторѡл, пзхннд рѣгѡлнлѣ прѣскрнсе пѣн-
трѡ лмпзрциирѣ нѡмернлор ннкомплексѣ, шн
дѡпз ачѣста . а скрїѣ пѣ кжторѡл дѣ опартѣ ;

2°) А лнмѡлцн пѣ лмпзрцииторѡл прнн тер-
мннѡл карнлѣ сѡ скрїѣ лл кжгорїѣ.

3°) А сѡѡтраѣ дѣ лл лмпзрцитѡл пѣ про-
дѡктѡл лмпзрцитѡлѡлїѣ прнн кжторїѣ, пзхннд
рѣгѡлнлѣ сѡѡтраѣрїѣ, аднкѡ, скнмѡлнд семннлѣ
продѡктѡлѡлїѣ ,

4°) А фѡѣ рздѡкцїа термннлор асѡмзна-
ѣ ѣ рзмѡн дѡпз сѡѡтраѣрѣ. Асемѣне о-
перациѣ сѡ фак асѡпрл ѡлоралантѣ термннѣ
л лмпзрцитѡлѡлїѣ; ачлѣ лнтѡлїѣ трїѣ операциѣ
сѡ фак лн лмпзрциирѣ нѡмернлор; глр л патрл
ѣстѣ лнѡшнтѡ лмпзрцирїѣ алѡѡѡрлнѣ.

Е к с е м п л ѡ

$$\begin{array}{r}
 6a^5b^4 - 8a^4b^5 + 4a^3b^6 \\
 - 6a^5b^4 + 8a^4b^5 - 4a^3b^6 \\
 \quad 0 \quad \quad 0 \quad \quad 0
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 2a^2b \\
 \hline
 3a^5b^5 - 4a^2b^2 + 2ab^5
 \end{array}
 \right.$$

Лмпзрциирѣ пѣ ачѣл лнтѡлїѣ термнн $6a^5b^4$
л лмпзрцитѡлѡлїѣ прнн $2a^2b$, лмпзрциитор,
кжторѡл ѣстѣ $3a^5b^5$, пѣ карнлѣ жл скрїѣ

сѣ ачест лмпзрциитор . Фак лнмѣлцирѣ, про-
дѣктѣл есте + 6 $a^5 b^4$; фак сѣвтрацирѣ ским-
бѣнд семил продѣктѣлѣнн днн + лн —, пе
карле жл скрїѣ сѣ лнпзрцитѣл . Дѣпз че сѣ
фаче рздѣкціе, жм рзмѣне нѣла, пе каре о
скрїѣ дедесѣпт, лн лок де а щерѣ терминіе .

Асемене оперез асѣпра терминѣлѣнн ал донле
ши асѣпра ачелѣнн ал трїиле . Днкенн лмпзр-
цирѣ, сѣ ва гзси де кѣтор 3 $a^5 b^4$ — 4 $a^5 b^4$
+ 2 $a b^5$.

60. Дѣкѣ лмпзрцитѣл ши лмпзрциторѣл
сѣнт кѣтимнн полиноме, адикѣ комплексе,
атѣнче сѣ фак тот ачеле операцинн асѣпра ачелѣнн
лнтѣнн мѣдѣларнн а лмпзрцитѣлѣнн, ши дѣ-
кѣ тоате терминіле а лмпзрцитѣлѣнн нѣ сѣнт
щерсе дѣпз рздѣчере, апонн сѣ фаче нар опе-
раціа асѣпра терминелор а лмпзрцитѣлѣнн, каре
нѣ сар фн щерс лн рздѣчере ши асѣпра ачелор
а продѣктѣлѣнн а лмпзрциторѣлѣнн нещерсе; ши
аша сѣ ѣрмѣзз пѣнз нѣ ва рзмѣне нимнн ла
лмпзрцитѣл, де есте кѣ пѣтинцз .

Ла ачел лнтѣнн каз , лмпзрцирѣ сѣ фаче
нѣмѣнн принн ачел лнтѣнн терминн а лмпзрцитор-
ѣлѣнн, дар лн ал донле каз сѣ лмѣлцзск
тоате терминіле а лмпзрциторѣлѣнн принн кѣ-

торѣл, ши тоате термине а продуктѣлѣй тре-
вѣй а ле събтраце де ла лмпзрцитѣл.

61. Спре а фаче операція кѣ май маре лн-
лесире, сз кѣвине ордина пе лмпзрцитѣл ши
пе лмпзрцитторѣл, аша лнкѣт сз сз регѣлезе
постѣл терминелор каре аѣ литере домнитоаре,
лнкѣт ачеле че кѣпринд пѣтерѣ май лналте сз
пречедѣзз адикз сз мѣргз лнантѣ ачелор че
сѣнт май пѣцин лнзлцате, адикз: сз кѣвине
скрїе терминиле дѣпз рѣндѣл скз-
ззторѣ де експоненте а ле ачестей
литере.

Де ексемпмѣ: воина а лмпзрци — $b^5 + 3ab^2$
— $3a^2b + a^5$ прин $b^5 - 2ab + a^2$, сз кѣви-
не ордина лн ачест кип:

$$\begin{array}{r}
 a^5 - 3a^2b + 3ab^2 - b^5 \\
 - a^5 + 2a^2b - ab^2 \\
 \hline
 0 \quad 0 \quad 0 \\
 - a^2b + 2ab^2 - b^5 \\
 - a^2b - 2ab^2 + b^5 \\
 \hline
 0 \quad 0 \quad 0.
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l} a^2 - 2ab + b^2 \\ a - b. \end{array} \right.$$

Май наннте лмпзрцеск пе терминѣл чел лнтѣй
лмпзрцитѣлѣй a^3 прин ачел лнтѣй термин
а лмпзрцитторѣлѣй a^2 , ши скрїѣ а ла кѣторѣ;

Дѹпз ачед лнмѹлицеск пе лмпзрциторѹл лнтрег прин кѹторѹл кзпзтат a , сѹвтраг продѹктѹл $a^3 - 2a^2b + ab^2$ а лмпзрцитѹлѹн, скимбжнд семниле дин + лн —, ши вицеверса, каре скрїѹ сѹв терминиле асзмзна-те а лмпзрцитѹлѹн; фак рздѹкциа, ши жм рзмѹне де ла лмпзрцитѹл — $2a^2b + 2ab^3 - b^5$.

Фак асемине операциѹ асѹпра ачестей рзмзшицз, лмпзрцинд пе ачел лнтзѹн термин а лмпзрцитѹлѹн, рзмас прин ачел лнтзѹн термин а лмпзрциторѹлѹн кариле есте a^3 , ши скрїѹ пе кѹторѹл — b . Фак лнмѹлицирѹк ши сѹвтрацерѹк, прекѹм ам жис; асемине фак ши рздѹкциа, ши прекѹм нѹм маѹ рзмѹне нимикз, лмпзрцирѹк сз лнкїе, пр кѹторѹл есте $a - b$.

А л т е к с е м п л ѹ

$$24a^3 - 16ab - 30ac + 20bc \left\{ \begin{array}{l} 6a - 4b \\ 4a - 5c \end{array} \right.$$

Ђрмжнд методѹлѹн че саѹ дрѹтат лн ексем-пла трекѹт, кѹторѹл ва фи $4a - 5c$.

62. Лмпзрцирѹк кѹтимилор алцебраиче сз фаче пѹрѹрѹк лн тот ачел кип, де ши лмпзр-цитѹл аре маѹ мѹлте кѹтимѹ лн каре ли-тера че доминѹхз сз фиѹ лнзлцатз тот ла ачѹ пѹтере, ши кз де асемне сз афлз ши ла

Лмпзрциитор.

Дѣкз сз афлз барекаре литере лн ачел лн-
тзѣ термин а лмпзрцииторѣлѣѣ, каре нѣ сз афлз
ла лмпзрциитѣл, сѣѣ кз о литереѣ есте л-
нзлцатз ла о маѣ лналтз пѣтере лн ачест
днитзѣ термин дѣкзт ла лмпзрциитѣл, атыче
лмпзрциирѣ нѣ сз полте фаче фзрз фракциѣ,
лнкжт сз кѣвине пѣмаѣ а семнѣи лмпзрциирѣ.

Ноѣ вом да ѣн ексемплѣ лн каре терминсѣ
лмпзрциитѣлѣѣ сз вор афла ла о пѣтере маѣ
лналтз дѣкзт ла лмпзрцииторѣл: Die де лм-
пзрцит :

$$\begin{array}{r}
 p^4 \ 0 \ 0 \ 0 \ - \ r \ 4 \quad \left| \frac{p - r}{p^3 + p^2 r + p r^2 + r^3} \right. \\
 - \ p^4 + p^5 r, \\
 \quad 0 \ - \ p^3 r + p^2 r^2 \\
 \quad \quad 0 \ - \ p^2 r^2 + p r^3 \\
 \quad \quad \quad 0 \quad p r^3 + r^4 \\
 \quad \quad \quad \quad 0 \quad 0
 \end{array}$$

Лимѣлциитѣ пе кжторѣл прин лмпзрцииторѣл,
продѣктѣриле каре сз гзсѣск кѣпринѣ дѣосевн-
теле пѣтерѣѣ дѣ р ши дѣ r, каре липсѣк лмпзр-
циитѣлѣѣ, дар фѣшкариле кѣ дѣосевнтѣ сем-
не ши пѣнтрѣл ачѣста трѣвѣе сз липсѣкз.

Гатъ ачѣстъ лмѡлицире: Ам скрис нѡле пен-
трѡ де а лнсзмна локѡл терминелор че липсеск
ла продѡкт, прекѡм ла лмпзрцитѡл:

$$p^5 + p^2 r + p r^2 + r^5 \text{ лмѡлицитѡл.}$$

$$p - r, \text{ лмѡлицитѡриѡл.}$$

$$\begin{array}{r} \hline - p^5 r - p^2 r^2 - p r^3 - r^4 \\ p^4 + p^3 r + p^2 r^2 + p r^3 \\ \hline p^4 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad - r^4. \end{array}$$

Дѡпз че сз ва фаче ачест ексемплѡ, вине
ва фи де а маѡ фаче кѡтева алте де ачел
фелѡ, спре а сз практиси лн ачесте опера-
циѡ. Асемене ексемпле сз вор пѡтѣ а фла
лн ачест кип: сз вор лѡа дѡѡж кѡтимѡ ком-
плексе (полиноме) каре се вор лнмѡлицн ѡна
прин алта; продѡктѡл ва фи лмпзрцитѡл, гар
лмпзрцитѡриѡл ва фи ѡна сѣѡ алта дин ачесте
дѡѡж кѡтимѡ кариле саѡ фот лнмѡлицит; фак-
торѡл ва продѡче пе ачел каре саѡ фост
лзсат.

64. Лнтѡмплѡндрѡсз а нѡ сз пѡтѣ фаче
лмпзрцирѣ фзрз рзмѡшницз, атѡнче лмпзр-
цитѡриѡл сз скрие сѡв лмпзрцитѡл, лн форма
фракциѡ; сѣѡ лмпзрцирѣ сз фаче л деосѡѡн,
гар рзмѡшница сз скрие сѡв форма фракциѡ.

Фие $ab + ac - bc + bd$, а сз лмпзрци
 при $a - b$, а твнчѣ лмпзрцирѣ сз поате
 семнѣи лн дчест кид:

$$\frac{ab + ac - bc + bd}{a - b}, \text{ сѣѣ а оперѣи}$$

л парте, ши кжторѣл ва фи:

$$b + c + \frac{bd}{a-b}$$

І. Ексемплаг.

лмпзрцирѣ	{	$x^5 - ax^2 + abx - abc$ $0 \quad 0 \quad 0$ $-bx^2 + acx$ 0 $-cx^2 + bcx$		$x^2 - ax + ab$ $-bx$ <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> $x - c$	лмпзр- цишор. кжшорѣ
А...	{	$-x^5 + ax^2 - abx$ $0 \quad 0 \quad 0$ $+bx^2$ 0			
В...	{	$-cx^2 + acx - abc$ $0 \quad 0 \quad 0$ $+bcx$ 0			
В...	{	$cx^2 - acx + abc$ $0 \quad 0 \quad 0$ $-bcx$ 0			

Дѹпѹ че тоате сѹ вор ордона лн привирѹ де
 x , зик $\frac{x^2}{x^2} = x$ каре скрїѹ ла кѹторїѹ; лнмѹл-
 цѹск пе лмпзрциторѹл прин x , пр продѹктѹл
 сѹѹ жл скрїѹ л. А кѹ семнїле контрарїе, спре
 ал сѹбтраѹе де ла лмпзрцитѹл. Пѹннд О сѹѹ
 фїешкаре днн термїнїле че сѹ нїмїческ. Рѹ-
 мѹшїца о скрїѹ лн P , шї зик дѹпѹ ачесте :

$$-\frac{c x^2}{x^2} = -c$$
; скрїѹ $-c$ ла кѹторїѹ. Лнмѹлцїнд
 шї сѹбтрѹгїнд дѹпѹ регїлїле цїѹте, скрїѹ
 продѹктѹл ла B кѹ семне контрарїе; шї пре-
 кѹм нѹмаї есѹ нїчї о нож рѹмѹшїцѹ, еѹ лн-
 кеї кѹмкѹ кѹторїѹл ексакт есте $x - c$.

65. Де сѹ поате, сѹ кѹбїне ордона лн а-
 ша кїп ка ачел лнтѹї термїн а лмпзрциторїѹ-
 лѹї сѹ фїе некомплекс, прекум лн ексем-
 плаѹ трекут; шї дѹкѹ ачѹста нѹ сѹ полпе
 фаче, сѹ кѹбїне кѹѹта пе кѹторїѹл л детаїл
 (кѹ амзрїнтѹл), лмпзрцїнд л деосѹѹї пе фїеш-
 каре термїн комплекс а лмпзрцитѹлѹї прин лн-
 трегѹл лмпзрцитор.

Пентрѹ ачѹста: сѹ ордонез пе ѹнѹл шї пе ал-
 тѹл лн привирѹ ѹнеї нож лїтере каре пе лнтѹїл
 термїн а лмпзрциторїѹлѹї сѹ факѹ-їнкомплекс,

ШИ ПЕ ЛИТЪИЪЛ ТЕРМИН А ЛМПЪРЦИТЪЛЪИЪ АТЪТ ДЪ
КОМПЛЕКС КЪТ ВА ФИ КЪ ПЪЦИНЦЪ,

III. Е К С Е М П Л Я

Лмърцигуд.	$\left\{ \begin{array}{l} a^5 - a^4bc - a^3b^2 - a^2b^2 + ab^2c + b^5 \\ 0 \qquad \qquad \qquad 0 \\ a^5b - a^4c - a^3b^2 \\ - a^5 + a^2b^2 \\ 0 \qquad 0 \\ - a^4b \\ 0 \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} a^3 - b^2 \\ + a^3b \\ \hline a - ac - b \end{array} \right\} \begin{array}{l} \uparrow \text{Лмър-} \\ \text{цигор.} \\ \text{кѣгор.} \end{array}$
А.	$\left\{ \begin{array}{l} - a^4bc - a^3b + ab^2c + b^5 \\ 0 \qquad \qquad \qquad 0 \\ - a^4c - a^3b^2 \\ 0 \end{array} \right.$	<p style="text-align: center;">(КАЗА 1)</p> $\begin{array}{r} a^4b + a^3a^3b + a^5 \\ \hline a^2 \end{array}$
В.	$\left\{ \begin{array}{l} + a^4c - ab^2c \\ 0 \qquad \qquad 0 \\ + a^4bc \\ 0 \end{array} \right.$	<p style="text-align: center;">(КАЗА 2)</p> $\begin{array}{r} -a^4bc - a^4c^1a^3b + a^5 \\ \hline -ac \end{array}$
Р''	$\left\{ \begin{array}{l} - a^5b + b^5 \\ 0 \qquad 0 \\ - a^5b^2 \\ 0 \end{array} \right.$	<p style="text-align: center;">(КАЗА 3)</p> $\begin{array}{r} -a^3b^2 - a^5b a^5b + a^5 \\ \hline -b \end{array}$
С.	$\left\{ \begin{array}{l} + a^3b + b^5 \\ 0 \qquad 0 \\ + a^3b^2 \\ 0 \end{array} \right.$	<hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin-bottom: 5px;"/> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin-bottom: 5px;"/>

Лмпзрцитѣл ши лмпзрциторѣл фїи́нд аиче ордонате л привирѣ литерїи a , аѣ фїешкаре де лнтѣѣл а лор термин о кѣтїме полиномѣ сѣѣ комплексѣ; де ачел лмпзрцеск лдеосевѣ ачѣстѣ кѣтїме, ордонѣи́нд лпривирѣ литерїи b (вез каѣа 1), пар кѣторѣл дрепт есте a^2 ; лнмѣлцѣнд пе лмпзрцитѣл прин a^2 ши скїмѣѣнд семнїле, капѣт кѣтїмѣ A ; апоѣ рѣдѣѣкѣнд тоате, ачѣ лнтѣѣ рѣзмѣшицѣ есте P'

Фїи́нд кѣ лнтѣѣл термин а ле ачестей рѣзмѣшицѣ есте комплекс, прекѣм ши ачел лнтѣѣ термин а лмпзрциторѣлѣѣ, еѣ маѣ фак лндеосевѣ о лмпзрцире; ши ордонѣи́ндѣѣ лн привирѣ литерїи b (вез каѣа 2), кѣторѣл есте — ac ; лмѣлцѣнд — ac прин лнтрегѣл лмпзрциторѣ, скїмѣѣнд семнїле, ам продѣѣктѣл B . ши дѣпѣ рѣдѣѣѣїе есѣ а доѣа рѣзмѣшицѣ P'' .

Апоѣ фїи́нд кѣ ачел лнтѣѣ термин а ле ачестей а доѣа рѣзмѣшицѣ есте лнкѣ комплекс, і фак лндеосевѣ лмпзрцирѣ (вез каѣа 3), ши кѣторѣл есте — b . Лнмѣлцѣнд — b прин лмпзрциторѣл, ши скїмѣѣнд семнїле, ам кѣтїмѣ C ; рѣдѣѣкѣнд дѣпѣ регѣле, нѣм рѣмѣне нимикѣ. Днн ачѣста лнкеѣ кѣ ексак-

тил кжторѣ есте $a - a c - b$.

Фак дин ноѣ прѣла лнмѣлцжнд пе лмпзр-
циторѣл прин ачест кжторѣ, каре жм аз де
продѣкт пе лмпзрцитѣл пропѣс.

А афла пе тоцѣ лмпзрциторѣи
ексакцѣ а ѣнеѣ кжтимѣ алцебраиче.

66. Пентрѣ де а афла пе ачел маѣ маре лм-
пзрциторѣ комѣн а доѣж нѣмере дате a ши b ,
лмпзрцеце пе ачел маѣ маре, че ил сокотек
 a , прин ачел маѣ мик b ; де ва еши ачѣ
лртѣи рзмѣшицѣ c , лмпзрцеце b прин c ; де
ва еши о а доѣл рзмѣшицѣ d , лмпзрцеце c
прин d ; де маѣ есѣ о а трѣа рзмѣшицѣ e , лм-
пзрцеце d прин e ; ши лн ѣрмѣ, де веѣ кѣпѣ-
та о лмпзрцире фѣрѣ рзмѣшицѣ, агѣиче лм-
пзрциторѣл ачелѣи резултат ва фи нѣмѣрѣл
кѣѣтат.

Сѣ лзмѣрим ачест ексемплѣ прин цифре. Сѣ
чере ачел маѣ маре лмпзрцитор комѣн а нѣ-
мѣрѣлѣи 384 ши а 56.

1°.) Лмпзрцеск 384 прин 56, ши ал $\frac{384}{56} =$
6, кѣ 48 рзмѣшицѣ.

2°.) Фѣрѣ а лѣа аминте ла кжторѣ, лмпзр-

цеск 56 прин 48, ши ам $\frac{5}{4} \frac{6}{8} = 1$, ши 8 рзмзшицз.

3^о.) Лмпзрцеск 48 прин 8, ши ам $\frac{4}{8} = 6$, фзрз рзмзшицз. Дин ачесте лнкей кз 8 есте ачел май маре нумзр кариле поате лмпзрци деодатз пе 384 ши пе 56.

67. Асемине спре а афла пе тоцй лмпзрциторй ексакцй а ыней кжтимй алицебранче, сз оперѣзз прекым май сус кз нумере; адекз: динтзй сз лмпзрцесе кжтимѣ пропѣсз прин тоцй а ей лмпзрциторй симплй, пзны сз ва кзпхта де кжторй ынимѣ. Дупз ачѣета сз лимѣцеск тоцй ачещй лмпзрциторй ынйй прин алицй, ши тотимѣ ачестор продѣктѣрй ши ачесторй лмпзрциторй симплй, кжпринде пе тоцй лмпзрциторй ексакцй а кжтимей пропѣсе.

Е к с е м п л ы .

Фіе кжтимѣ $a^3 b + a^2 b^2$ акзріа тоцй лмпзрциторй аѣ а сз гзси ; еѣ лншир прекым ырмѣзз :

$$\begin{array}{l|l}
 a^3 b + a^2 b^2 & a \\
 a^2 b + a b^2 & a, a^2. \\
 a b + b^2 & b, a b, a^2 b \\
 a + b & a + b, a^2 + a b, a^3 + a^2 b, a b + b^2, a^2 b + a b^2, \\
 1 & a^3 b + a^2 b^2.
 \end{array}$$

Траг о линіе дин сѣс љнціос, пентрѣ де а деосеви пе љмпзрциторій; апољ љмпзрциндѣ кѣтимѣ датз прин а, кѣторѣа есте $a^2b + ab^2$ пе каре на скріѣ сѣс кѣтимѣ пропѣсз. Взд кѣ ачел кѣторѣ сз маљ поате љмпзрци прин а, дечљ скріѣ а спре дрѣпта, тар пе кѣторѣа $ab + b^2$ спре стѣнга линій. Димѣлцѣндѣ љмпзрциндѣ пе љмпзрциторій афлацљ, ам a^2 каре скріѣ спре дрѣпта ши тот пе ачѣ линіе че ши а. $ab + b^2$ непѣтѣндѣ а сз љмпзрци декѣт прин б, скріѣ б спре дрѣпта линій вертикале, тар пе кѣторѣа $a + b$ спре стѣнга. Димѣлцѣск пе тоцљ љмпзрциторій гѣсницљ прин б, ши скріѣ пе ачелаш линіе продѣктѣриле ab , а б. $a + b$ непѣтѣндѣ а сз љмпзрци декѣт прин сине љсѣш, еѣ жл скріѣ љн рангѣа љмпзрциторіорій ши скріѣ 1 ла кѣторѣ, љн ѣрмѣ љмѣлциндѣ пе ачест ноѣ љмпзрцитор прин тоцљ челланцљ а кѣма афлацљ, скріѣ продѣктѣриле лор пе тот ачѣ линіе, ши ам аколо пе тоцљ љмпзрциторій а кѣтимељ пропѣсе.

68. Да љмпзрциндѣ рѣгѣлељ, че ам дат ла 66, пентрѣ де а афла ачел маљ маре комѣн љмпзрциторій, сѣѣ ачѣ маљ маре мзсѣрѣ комѣнѣ де доѣж нѣмере, сз кѣвине а ѣѣа

аминте кз фіешкаре нѣмзр компѣс деразъ дѣи
 лмѣлцирѣ де оарекаре нѣмере симпле, ши кз
 лн фіешкаре ексактз лмпзрцире, лмпзрциито-
 рѣла мзсѣрз пе лмпзрцитѣл; ши кз лндатз
 че есте вре о рзмзшицз, скззундѣсз ачѣ рз-
 мзшицз де ла лмпзрцитѣл, лмпзрцииторѣла
 на ѣа мзсѣра ексакт.

Де ексемплав, $\frac{1}{2}$ дз 5 де кѣторѣ ши 2 де
 рзмзшицз, сѣвтраце 2 де ла 17, атѣнче лм-
 пзрцииторѣла 3 ва мзсѣра ексакт пе 17 — 2,
 каре сѣнт 15.



Д Е С П Р Е П Ѣ Т Е Р Ѣ

Де рз дз чинѣ.

69. Сз нѣмече Пѣтере а ѣней мз-
 римѣ продуктѣла дчестей мзримѣ лнмѣлците
 прин ѣниме, сѣѣ прин га лнсаш, ѣна сѣѣ маѣ
 мѣлте орѣ.

70. Ачѣстз пѣтере сз нѣмече ши гра-
 дѣ. Дечѣ ачѣ лнтзѣ пѣтере де a есте a ,
 сѣѣ де 3 есте 3, лнтзѣ пѣтере де ab е-
 сте ab .

71. А дова пѣтере каре сз нѣмеще К в а д р а т , есте о мзрине лнмѣлицитз прин лнсаш сине. aa есте квадратѣл де $a \times a$, пре-кѣм 9 есте квадратѣл сѣѣ а дова пѣтере де 3.

72. А треа пѣтере сѣѣ К в б в в есте про-дуктѣл квадратѣлѣн лнмѣлицит прин а са лн-тже пѣтере, а декз а дова пѣтере лнмѣлицитз прин лнсаш сине, ши аша маѣ департе. Лн-кѣт, 27 есте продуктѣл квадратѣлѣн де 9 сѣѣ прин а са лнтже пѣтере 3; aaa есте еквал кѣ $a \times a \times a$ сѣѣ a^3 .

74. А патра пѣтере, сѣѣ К в а д р а т — к в а д р а т , есте продуктѣл квадратѣлѣн лн-мѣлицит прин лнсаш ел. $aaaa$, сѣѣ $9 \times 9 = 81$, есте квадратѣл — квадрат де 3.

74. А чинчѣ пѣтере сз нѣмеще ши к в а д р а т — к в б в в , пентрѣ кѣ есте продуктѣл квадратѣлѣн прин кѣбѣл ѣнѣн нѣмзр. Де е-ксемплѣ, a^5 , есте продуктѣл де $a^2 \times a^3 = a^5$.

Пентрѣ асемине кѣвѣнт, а шеса пѣтере сз нѣмеще к в б в в — к в б в в .

75. Сз нѣмеще р з д з чин з а ѣнеѣ пѣтерѣн о мзрине лнмѣлицитз прин ѣнне сѣѣ прин лнсаш сине. Де ексемплѣ 4 есте рзdzчина де

16 ши де 64, &. а есте рздзчина де а, а' де а' &. О рздзчинз га деосеbite нѣмирѣ, дѣпз пѣтереиле а кзрора' га есте рздзчинз. Рздзчина лнтзѣ, а доѣ а сѣѣ квадратз, а триа сѣѣ кѣвз, &.

79. Лнтжа рздзчинз а ѣнеѣ мзримѣ есте кѣр лнсаш ачѣ пѣтере. Рздзчина лнтзѣ де а есте а, де 4 есте 4, &.

77. Кѣнд сз трактѣзз деспре ѣи квадрат ши сз ворвеще деспре а са рздзчинз, тотѣѣѣна сз кѣвине лнцзлече о рздзчинз квадратз.

78. Пентрѣ де а лнсзмна рздзчина ѣнеѣ мзримѣ, сз пѣне ачест семнѣ $\sqrt{\quad}$ лнаннтѣ ачѣѣ мзримѣ, ши сз скріе дѣсѣпра семнѣлѣѣ цифра че лнсзмнѣзз пе рздзчина каре воим а семнѣи, аша дар, семнѣл $\sqrt{\quad}$ аратз рздзчина квадратз; семнѣл $\sqrt[5]{\quad}$, рздзчина а треа сѣѣ кѣвѣ. Тот ачеле семне сз лнтреѣѣинцазз пентрѣ де а сзмнѣи о рздзчинз а кѣтимилор комплексе. Лнкѣт $\sqrt{a^2 + 2ab + b^2}$ експримѣзз рздзчина квадратз а кѣмимеѣ $a^2 + 2ab + b^2$. Линіа трасз дѣсѣпра кѣтимилор сзмнѣеще рздзчина кѣтимилор афлзтоаре де дѣсѣпт. Пентрѣ а семнѣи рздзчина квадратз а ѣнѣѣ нѣмзр, сз полте а нѣ скріе цифре песте семнѣл,

че а скріє нѳмаї: $\sqrt{a^2 + 2ab + b^2}$.

79. Вонд а лнзла о мзрме ла о пѳтере дѳтермінатз, сз кѳвине лнмѳлци ачѳстз мзрме прин га лнкаш, дѳ атѳтѳ орї, маї пѳцин ѳна, кѳте ѳнимї сѳит, сѳѳ кѳте ѳнимї дѳ сз фїе ла експонент.

Аша дѳр, пентрѳ дѳ а лнзла а ла о а па-тра пѳтере, сз кѳвине лнмѳлци а прин сине, дѳ 4 орї маї пѳцин ѳна, сѳѳ дѳ 3 орї, ши аша маї департе-

Кѳвннтѳл еѳте кз, пентрѳ дѳ а лнзла о мзрме ла а еї а доѳа пѳтере, адѳкз ла квадрат, трѳбѳї нѳмаї одѳтз а лнмѳлци а-чѳстз мзрме прин сине.

Ачѳсте че ѳлѳ зис сз аплѳкз ши ла кѳ-тимї, ннкрмплексе.

Тѳт асемене, рѳзѳлатат сз полте кзпзта лнмѳлцинд пе експонентѳл а фїешкзріа лнтереф прин експонентѳл а пѳтерїї ла каре еѳте а сз лнзла кѳтімѳ. Пентрѳ дѳ а лнзла $a b^2 c^4$ ла а треа пѳтере, лнмѳлцѳск пе експоненти лн-тернлор a, b, c , каре сѳит 1, 2, 4, прин 3, ши гѳсѳск $a^3 b^6 c^{12}$; асемене вої лѳѳ а шѳса пѳтере дѳ $a^3 b^6 c^{12} \times 6 = a^{18}, b^{36}, c^{72}$, &: каре еѳте а шѳса пѳтере дѳ a^3, b^6, c^{12} .

Дѣкз кѣтимѣ алцебранкз аре ѡн коефициент, сз кѣвине ал лнзлаца ла пѣтерѣ пропѣсз, лн-кѣт, а чинчѣ пѣтере де $2a^2b^2$ есте $32a^{10}, b^{15}$.

80. Тоате пѣтериле а ѡней кѣтимѣ инкомплексе пожитиве сѣнт пожитиве; дар дѣкз о кѣтине инкомплексз есте негативз, атѣнчѣ нѣмаѣ пѣтериле непзрекете сѣнт негативе тар челеланте пожитиве. Лнкѣт, а доѡа пѣтере де — a есте пожитивз, пентрѣ кз — X — дѣ +; дар пентрѣ а треа пѣтере ѡрмѣсз кѣр контра, фіннд кз — $a^2 X + a$ дѣ — a , &. Дечѣ пѣтериле пзрекете а ѡней кѣтимѣ негативе инкомплексе нѣ дѣ ресле (лнфінцате) рздзчинѣ; кзчѣ, — a^2 нѣ поате двѣ дерздзчинз ничѣ + a , ничѣ — a , фіннд кз квадратѡа лор дѣ де асемине + a^2 . Дечѣ, — a^2 нѣ поате двѣ алта декѣт о рздзчинз імацинаріе (лнкипѣитз) ши сз експрнмѣсз лн ачест фелію: $\sqrt{-a^2}$.

Воинд а лнзлаца пе ѡн вином, ла орѣ каре пѣтере, атѣнче сѣнт доѡѡ регѡле де ѡрмат: ачѣ лнтѣѣ привеще пе литере, тар а доѡа пе коефициенте.

81. Регѡла лнтѣѣ. 1.) Маѣнна-

инте сз кѣвине лнзлаца пе литера би ном ѡла ѡн
ла пѣтерѣ пропѣсз, ачѣста ва фи лнтѣѡл тер-
минн а пѣтеріѡ. 2.) А лнзлаца ачѣстз днтѣѡн
литерз ла о пѣтере кѣ ѡн град маѡ цѡос, ши
дѣпз ачѣста а о лнмѣлци прин ачѣ лнтѣѡн пѣ-
тере а литеріѡ а доѡа, продуктѡл ва фи ал дои-
ле терминн а пѣтеріѡ кѣѣтате: 3.) Челеланте
термине сз вор кѣпѣта, тот лмѡѡциѡѡнн дѣ
ѡн град пѣтерѣ ачѡ лнтѣѡн литере, ши а-
дѣѡѡнн дѣ ѡн град пѣтерѣ литеріѡ а доѡа,
пѣнз сз ѡѡѡѡѡѡ ла ѡн терминн ѡнде ачѣстз
а доѡа литерз есте синѡѡрз ши лнзлацатз ла
тот ачѣ пѣтере че ши ачѣ лнтѣѡн ла тер-
минѡл лнтѣѡн. Аша дѡр, а чинчѣ пѣтере
дѣ $a + b$ есте $a^5 + a^4 b + a^3 b^2 + a^2 b^3 + a b^4 + b^5$.
Ачел лнтѣѡн терминн есте a^5 , аде-
кѣ а чинчѣ пѣтере дѣ a , пентрѡ кѣ есте а сз
лнзлаца $a + b$ ла а чинчѣ пѣтере; $a^4 b$ про-
дѡкт дѣ a^4 прин b есте ал доиле терминн л
каре а есте лнзлацатз ла пѣтере маѡ пѣѡннз
дѣ ѡн град дѣкѡт лн ал доиле; кѡнн дѣ b есте
лнзлацатз ла ѡн град маѡ мѡлт, ши аша маѡ
департе пентрѡ челеланте термине. Лн ѡрмз,
ачел депѣѡрмз терминн b^5 есте о пѣтере дѣ b

каре есте тот ачем че ши де a ши ачел лн-
тжй термин, &.

Дѣккь ѡна дши кжтимиле биномѡлѡй есте не-
гативъ, атѡнче тоате терминиле пѡтерій дѡ
алтернатив (не рѡнд) семнѡл + ши семнѡл
— . Днкжт, а чинчѡ пѡтере де $a - b$, фзрѡ
а кѡпринде пе коефициенте, есте $a^5 - a^4 b +$
 $a^3 b^2 - a^2 b^3 + a b^4 - b^5$.

82. А доѡа рсѡлѡз, сѡѡ рсѡла коефициѡтелор.

Днаниште ачелѡй лнтжй термин нѡ сѡ скрие
ничй кѡм коефициѡнт, че ла ачел ал доале сѡ дѡ
ѡн коефициѡнт екѡла кѡ експонентѡл ачелѡй
лнтжй. Дн ексемпѡла де мѡй сѡс, скрїѡ 5 де
коефициѡнт ла ал доале термин, пентрѡ кѡ
експонентѡл ачелѡй лнтжй есте 5; Дечй
ал доале термин, кѡ ал сѡѡ коефициѡнт, есте
 $5 a^4 b$.

Пентрѡ де а гжси пе коефициѡнтѡла ал тер-
минѡлѡй ал трїиле, сѡ кѡвине а сѡ ацѡѡтора
кѡ терминѡла кариле на пропѡшѡще, адекѡ кѡ
ачел ал доале; сѡ кѡвине лнмѡлци пе коефи-
циѡнтѡла ал ачестѡй ал доале термин прин ек-
спонентѡла ачїй лнтжй лнтере a а тот ачелѡй
термин; дечй сѡ кѡвине лнмѡлци 5 прин 4 ши

а лмпзрци продуктѹл 20 прин 2, кариле лн-
сзмнѣзѹ рангѹл че кѹпринде ачел термин л
пѹтерѣ. Аша дар, 10 есте коефициѹнтѹл де
ал тринле термин ab^2 . Пентрѹ коефициѹнтѹл а
терминѹлѹн ал патриле a^2b^3 , сз лнмѹлцзще кое-
фициѹнтѹл 10 де ал тринле термин прин експо-
нентѹл 3 а ле ачелѹн кариле на пропозшзще, ши
сз лмпзрцеще продуктѹл 30 прин 3, кариле
лнсзмнѣзѹ рангѹл че кѹпринде тот ачел ал
тринле термин л пѹтере. Дар, кѹторѹл де
30 прин 3 есте 10; дечн ши коефициѹнтѹл де
ал патрилѣ термин есте 10. Асемине опе-
рациѹ сз фак пентрѹ тсате челеланте термине.
Аша дар, пентрѹ де а афла пе коефициѹнтѹл
ѹнѹн термин де о пѹтере а ѹнѹн бинном, сз
кѹвине а сз цѹѹтора кѹ терминѹл че на про-
пзшзще, а лнмѹлци пе коефициѹнтѹл а ле а-
честѹн термин пропзшиторѹ прин експонентѹл
ачиѹ лнтзѹн а сале литере, ши дѹпз ачѣ-
ста а лмпзрци продуктѹл прин нѹмзрѹл ка-
рилe лнсзмнѣзѹ рангѹл терминѹлѹн л пѹтере.
Атѹнче кѹторѹл а ле ачестей лмпзрцирѹ, е-
сте кѹѹтатѹл коефициѹнт.

Дѹпз ачесте регѹле, а чинчѣ пѹтере де $a + b$,
кѹ а сале коефициенте, есте $a^5 + 5a^4b +$
 $10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$.

Амандоѡ терминиле екстреме каре сѡнт
 лнтѡѡ шн ачел депе ѡрмз нѡ аѡ коефи-
 циенте лнсзмнате, пентрѡ кз а лор коефици-
 ент есте нѡмаѡ ѡнимѡ.

Терминиле мнжлоѡе, каре де асемине сѡнт
 депзртате де ла ачеле екстреме, аѡ тот ачел
 коефициент. Лнкѡт, лн ексемплаѡ де маѡ
 сѡс, терминиле $a^5 b^3$ шн $a^3 b^5$, фиинд део-
 потривз депзртате де ла екстремиле, аѡ фи-
 ешкаре 10 де коефициент; асемине ѡрмѡѡз кѡ
 амандоѡѡ термине $a^4 b$ шн $a b^4$, фиешкаре аѡ
 5 де коефициент, ка ѡнилe че сѡнт деопотри-
 вз депзртате де ла екстреме. Дѡпз ачесте,
 дѡкз саѡ афлат коефициенте де ѡѡмзтатѡѡ
 терминилор а ѡней пѡтерѡ де ѡн вином, де
 присос есте а кѡѡта челеланте, пентрѡ кз аѡ
 коефициенте еквале кѡ ачеле а лтѡилор тер-
 мине.

Аша дар тот лн ексемплаѡ маѡ сѡс лнсзм-
 нат, $a^5 + 5 a^4 b + 10 a^3 b^2$ фиинд терминиле
 де ѡѡмзтатѡѡ ачестѡѡѡ вином, терминѡѡ де чел-
 лантз ѡѡмзтате бор фи еквале, шн лн ѡр-
 марѡ $10 a^3 b^2 + 5 a b^4 + b^5$. Ла лнтѡмпларе
 кѡнд ачесте термине ар фи ѡн нѡмзр немпз-
 рекет, сѡ бор кѡѡта коефициентиле ачелср лн-

тзѣ термины, пзи ла ачел де мишлок лнклѣ-
 зиве, кариле нѣ аре ѣн асемине; дѣпз регѣла
 датз, челеланте, прекѣм ам зис маѣ сѣс, вор
 фи асзмзнате кѣ ачеле лнтзѣ корреспонденте.
 Фие, де ексемплѣ, $a + b$ а сз рздика ла а ше-
 са пѣтере. Ачѣстз пѣтере есте $a^6 + 6 a^5 b +$
 $15 a^4 b^2 + 20 a^3 b^3 + 15 a^2 b^4 + 6 a b^5 + b^6$.

83. Дѣкз, ла ѣн вином, ѣна дин доѣл литере,
 аре де коефициент алта декѣт ѣниме, сз кѣвине
 лнмѣлци пе коефициентѣл а фиешкзрѣга термин
 а пѣтерѣѣ пзин ачелаш град а коефициентѣлѣѣ,
 ка ачела ла каре ачѣстз литерз есте лнзлаца-
 тз л термин.

84. Дечѣ, спре а лнзлаца $a + 3 b$ ла а патра
 пѣтере, сз кѣвине маѣнаинте лнзлаца $a + b$
 ши апоѣ а лнмѣлци пе коефициентѣл ѣнде сз
 афлз b пзин пѣтерѣ ла каре b есте лнзлаца-
 тз лн ачест термин.

Іатз ачѣстз пѣтере де $a + 3 b$: $a^4 + 3 \times$
 $4 a^3 b + 9 \times 6 a^2 b^2 + 27 a \times 4 a b^3 + 81 b^4$.

Дѣкз ши а ар авѣ ѣн коефициент, сар кѣ-
 вени лнмѣлци пе коефициенти а терминилор каре
 кѣпринд пе a пзин пѣтериле ла каре a есте
 лнзлацатз. Дѣкз, де ексемплѣ, ар фи $2 a$,
 сар кѣвени оперѣи лн ачест кип спре ал лнзла-

ца ла а патра пўтере, $2a + 3b$ каре еквалѣзз
 $16a^4 + 8 \times 3 \times 4a^3b + 4 \times 9 \times 6a^2b^2 + 2 \times$
 $27 \times 4ab^3 + 81b^4$.

Дѣпз че вом лнмѣлци не коефициенти вом кз-
 пзта $16a^4 + 96a^3b + 216a^2b^2 + 216ab^3 +$
 $81b^4$.

85. Д ърма квадрателор ши пўтерилор,
 деспре каре ам ворбит, вом да регуле асѣ-
 пра операціилор опўсе, адекз ачеле асѣпра
 скоатеріѣ рздзчинилор квадрате, каре аратз
 де а афла рздзчина кѣтмемѣ пропўсе, фіе де
 ексемплѣ, 100: еѣ скот рздзчина квадратз
 каре есте 10, ши каре ачѣстз сз нѣмеце а
 екстраце сѣѣ а скоате рздзчина квадратз.
 Дечѣ асѣпра кѣтимилор литерале $a^2 + 2ab$
 $+ b^2$, рздзчина квадратз есте $a + b$.

Екстрацерѣ рздзчинилор де кѣ-
 тимѣ литерале.

86. Дѣкз кѣтимѣ литералз есте инком-
 плексз, атѣнче рздзчина сз екстраце лмпзрцинд
 не експонентѣл а фіешкзріа литере прин нѣ-
 мзрѣл кѣриле лнсзмнѣзз рздзчина.

Рздзчина квадратз де a^4b^6 есте a^2b^3 .

Рздзчина кѣбенкз де $a^5b^4c^6$ есте $ab^{\frac{4}{3}}c^2$, &c.

Литрѣ ачѣста сѣ ва ѣрма методѣа лифор-
мзрїи пѣтерилор а ѣнеи кѣтимїи инкомплексе,
кѣчи, фїинд кѣ пентрѣ де а лизлца о кѣтиме
ла орїи каре пѣтере, сѣ кѣвине а лимѣлци
пе експонентѣа а мзримей прин експонентѣа
пѣтерїи ла каре воим лизлца пе кѣти-
ме. Дин ачѣста ѣрмѣзѣ кѣ, спре а фаче
екстрацѣрѣ рѣдѣчиней каре есте операцие опѣ-
сѣ кѣ лиформарѣ пѣтерилор, сѣ кѣвине ли-
пзрци пе експонентѣа а кѣтимей прин нѣмзрѣа
лисзмнѣторїю граѣа рѣдѣчиней.

87. Асемине сѣ поате семнїи рѣдѣчиннаѣ
ѣнеи кѣтимїи комплексе, трѣгїанд асѣпра ачестей
кѣтимїи о линїе, ши пѣинд спре дрѣпта а-
честей линїи о фракцие а кѣрїа нѣмзрѣторїю сѣ
фїе ѣнимѣ, гар нѣмиторїѣа нѣмзрѣа че лисзм-
нѣзѣ рѣдѣчина.

Аша дар, рѣдѣчина квадратѣ де $a - b^2 + c$
есте $\underline{a - b^2 + c}$, $\frac{1}{2}$, рѣдѣчина кѣвнкѣ а тот а-
чїи кѣтимїи естe $\underline{a - b^2 + c \frac{1}{2}}$; рѣдѣчина ква-
дратѣ де $a^2 + b^3$, естe $\underline{a^2 + b^3 \frac{1}{2}}$; рѣдѣчина
кѣвнкѣ, де $a^2 + b^3 + c$ естe $\underline{a^2 + b^3 + c \frac{1}{2}}$;
рѣдѣчина n де $a - b + c$ естe $\underline{a - b + c \frac{1}{n}}$.

Ла лнтжмпларе кѣнд кѣтимѣ комплексз ар
фи акѣма лнзлцатз ла о пѣтере сзмнѣитз де
ѣн експонент пѣс ла капзтѣл линіѣ, атѣнчѣ сар
кѣвени а лмпзрци пе ачест експонент прин нѣмз-
рѣл че лнсзмнѣѣз пе рздзчина; лнкѣт, рз-
дзчина де $a b^2$ есте $a b^{\frac{2}{2}}$; рздзчина а треа
де $a - b^5$ есте $\overline{a - b^{\frac{5}{3}}}$, &.

Асемине сз полте семнѣи рздзчина лн ачест
кип, дѣндѣи пе лмпзрцииторѣл де експонент:
 $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$, $a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$, &.

88. Екстрацерѣ рздзчиней квадрате а кѣти-
млор литерале сз фаче тот лн ачел кип че ши
ачелор кѣ нѣмере, кѣ ачѣстз лнсз кз нѣ сз
пзѣще рангѣл пентрѣ деосевителе продѣктѣрѣѣ
че воим але сѣвтраѣе, ши кз нѣ сз кѣвине
лмпзрци кѣтимеле литерале лн класѣрѣѣ,
прекѣм сз фаче пентрѣ экстрацерѣ рздзчини-
лор кѣ нѣмере. Лнсз дѣпз фіешкаре сѣвтра-
ѣере сз кѣвине а фаче рздѣчерѣ кѣтимилор
дсзмзнате, фіе де ексемплѣ, кѣтимѣ $9 b^4 -$
 $12 b^2 d x + 24 b^2 f y + 4 d^2 x^2 - 16 d f x y +$
 $16 f^2 y^2$, каре есте ордонатз л привирѣ литерей
 b ; дечн маѣ лтзѣн сз кѣвине экстраѣе рздзчина
квдратз а ле ачестей кѣтимѣ.

$$\begin{array}{r}
 9b^4 - 12b^3dx + 24b^2fy + 4d^2x^2 - 16dfxy + 16f^2y^2 \\
 - 9b^4 + 12b^3dx - 24b^2fy - 4d^2x^2 + 16dfxy - 16f^2y^2 \\
 \hline
 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\
 \hline
 3b^4 - 2dx + 4fy \\
 6b^4 \\
 6b^4 - 4dx
 \end{array}$$

Демонстрація.
 Дух че сз ва ордона л ачест кип кѣтимѣ пропх сз трзганд дедесѣпт о линіе ши алта спре дрѣпта а ле ачестей кѣтимѣ, апоѣ оперез кѣ ачел л тзѣ термин $9b^4$, л тзѣл нѣмзр а кзрѣл рѣдзчина квадратз есте $3b^2$, пе карле на скріѣ спре дрѣпта; на лналцѣ ла квадратѣл сзѣ, ши капзт $9b^4$; фак сѣвтрацерѣ, дух че лам скрис дедесѣпт ачелѣ лнтзѣ термин, джн дѣѣ семнѣл опѣс. Прекѣм ачесте довѣж кѣтимѣ сз нимнческ, скріѣ нѣла дедесѣпт.

Трек ла нѣмзрѣл ал доиле, еѣ де лмпзрцитор пе терминѣл ал доиле — $12b^3dx$ а кзрѣл лмпзрцитор есте лндонтѣл

де ачеа че ам гзсит ла рздзчинз каре им дз
 $6b^2$, ши дхпз лмпзрцире ам де кжторй
 $-2dx$ пе кариле на скрйё лнхрма де $3b^2$.
 Дхпз ачёста лмхлцзск пе лмпзрциторхл $6b^2$
 прин $-2dx$, ши дхпз че ам адзоцит квадра-
 тхл де $-2dx$, капзт де продукт, $-12b^2dx$
 $-4d^2x^2$ кариле аре а сз скзде де ла кжтимё
 пропхсз, ши дхпз че сз ва фи фзкхг свётра-
 цёрё, скринидхсз семнеле контрарйе, фак рз-
 дхкця, ши им рзмжн нхмай ачесте трий тер-
 мине $+24b^2fy - 16dfxy + 16f^2y^2$, асх-
 пра кзрора оперез ка ши асхпра терминилов
 челор дин хрмз, лхжнд $24b^2fy$ де лмпзр-
 цитхл, гар де лмпзрциторй $6b^2 - 4dx$, каре
 есте лндонтхл де ачеа че сз афлз ла рздз-
 чинз. Лмпзрцеск $24b^2fy$ прин $6b^2$, ачел
 лнтзй термин а лмпзрциторйхлй, ши ам де
 кжторй $+4fy$, каре скрйё ла рздзчинз. Дхпз
 ачёста лмхлцзск пе лнтрегхл лмпзрциторй
 прин $4fy$, ши продуктхл есте $24b^2fy - 16$
 $dfxy$ кзтрз кариле адоог $16f^2y^2$, че есте
 квадратхл терминхлй каре ам пхс ла рздзчинз;
 на скрйё свёт ачеле дин хрмз термине а кж-
 тимей пропхсе, кх семне контрарйе, ши дх-
 пз че воё фаче рздхкця, нхм рзмжне ними-

кз ши операція саѣ лнкеет. Дикжт, рздзчи-
на кѣтимей пропѣсе есте $3b^2 - 2dx + 4fy$.

Пентрѣ де а адевери операція, сз ва л-
нзлаца кѣтимѣ ла а ей пѣтере, ши дѣккз про-
дѣктѣла есте еквал кѣ кѣтимѣ пропѣсз, атѣн-
че операція есте . вине фѣкѣтз, сокотиндѣсз
кз нѣ ар фи фост ничѣ о рзмзшицз; кзчѣ дѣккз
ар фи вро рзмзшицз, сар кѣвени а. о адоци
кзтрз продѣкт, ши сома ачестей рзмзшице ши
а продѣктѣлѣй требѣй сз фие еквалз кѣ кѣти-
мѣ пропѣсз.

Ла екстрацирѣ кѣтимилор литерале нѣ ѣрмѣ-
зз прѣвз ничѣ ла лмпзрцирѣ ачестор кѣтимѣй.

89. Спре практисирѣ екстрацерѣй рздзчинни-
лор, рекапитѣлѣвина рѣгѣлиле лнтрѣ ачѣста да-
те, ноѣ ком зиче кз: пентрѣ де а екстраце орѣ
че рздзчиннз дин ѣн бином, сз кѣвине маѣ
лнтзѣ обсерва л че кип сѣ лнформѣзз пѣ-
терѣ релативз кзтрз рздзчина че сз кѣтз, спре
а сз пѣтѣ практика операціѣ контраріе (вѣз
Аритм: §. 160).

Дечѣ, дѣккз сз черчетѣзз динтзѣ квадр-
тѣла биномѣлѣй $a + b$ сѣѣ $- a - b$, каре есте
 $a^2 + 2ab + b^2$; ачел де $a - b$ сѣѣ де $- a + b$;
каре есте $a^2 - 2ab + b^2$; ачел де тринномѣла

$a + b + c$ кариле есте $a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$; вом гзси кз лндеовщїе квад-
ратъа ѱнѱ полином есте еквал
кѱ сома квадрателор а фїешкз-
рѱга термин, плѱс лндонтъа про-
дукт а фїешкзрѱга лнмѱлцит прин-
тоате челеланте. Дин каре апоѱсз ва-
дедѱче ѱрмзтоаре регѱлз пентрѱ де а екстра-
це рздзчина квадратъ виномъ.

90. Регѱла. I.) Сз се ордонезе кѱтимѱ
л привирѱ ѱнеѱ литере каре сз фїе ѱн квадрат
деплн. II.) Сз се екстрагз, дѱпз методѱа моно-
мілор, рздзчина квадратъ ачелѱѱ лнтзѱ термин,
ши се се скрїе алзтѱре. III.) Сз се лналцъ пе-
ачест лтзѱ термин ла квадрат, ши сз се сѱбтрагз
де ла кѱтимѱ пропѱсз; IV.) Сз се лмпзрцѱкз
пе лтзѱа термин а ле ачестей рзмзшицъ прин-
лдоїтѱа а рздзчиней афлате, ши сз се гае пе кѱ-
торїо пентрѱ ал доиле термин кзѱтат.

91. Сз кѱтз рздзчина квадратъ а три-
номѱлѱѱ $a^2 - 2ab + b^2$

$$\begin{array}{r} \text{Квадрат... } a - 2ab \times b^2 \\ \quad - a^2 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} a - 2ab \times b^2 \\ - a^2 \end{array}} \right\} \frac{ab \text{ рздзчинз}}{2a - b}$$

$$\text{I. Рзмзшицз. } - 2ab + b^2$$

$$\quad + 2ab - b^2$$

$$\text{II. Рзмзшицз } - - - - 0$$

Майнаинте скрію прекым сз веде лн ек-
 темпала де май сѣс ордонаг лн привирѣ ли-
 терій а. Дѣпз ачѣста зик: рздзчина квадра-
 тз де a^2 есте а, каре скрію алзтѣре кѣ пѣте-
 рѣ деосзвнцѣво прин о линіѣцз. Лналцѣ пе а ла
 квадрат пе карле нл скрію сѣс кѣтимѣ пропо-
 сз кѣ семнѣл — спре а о сѣвтраце, ши а кѣ-
 пзта ачѣ лнтзѣ рзмзшицз. Лндоеск пе ачел
 лнтзѣ термин а лнмѣлциндѣл прин 2 , скрію $2a$
 сѣс рздзчинз, спре а лнпзрци. прин $2a$ пе ачел
 лнтзѣ термин — $2ab$ а рзмзшиціѣ, ши пѣн пе
 кѣторѣл — b ла рздзчинз, ка кѣм ар авѣ сз
 фіе ал доиле термин, дѣкз кѣтимѣ пропѣсз е-
 сте квадратѣл ѣнѣ бінѣм. Центру де а мз лкре-
 динца кѣ ачѣста есте аша, май скрію лнкз —
 b алзтѣре кѣ $2a$, ши лнмѣлцеск пе ал доиле
 термин афлат — b прин $2a - b$; скрію пе
 продѣктѣл — $2ab + b^2$ кѣ семне контра-
 ріе сѣс ачѣ лнтзѣ рзмзшицз; ши прекым,
 дѣпз че сз ва фаче рздзкціа, нм вине 0 , л-
 кей кѣмкз рздзчина ексактз есте $a - b$.

92. Фіе гарзш кѣтимѣ $a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$ а кзріа сз чере рздзчина
 квадратз.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Квадрат } a^2 + 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2 \\ - a^2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a + b + c \text{ рѣдичинъ} \\ \hline 2a + b \end{array}$$

$$\text{I. Рѣзшиць. } \begin{array}{l} 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2 \\ - 2ab - b^2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2a + 2b + c. \\ \hline \end{array}$$

$$\text{II. Рѣзшицьъ } \begin{array}{l} 2ac + 2bc + c^2 \\ - 2ac - 2bc - c^2 \end{array}$$

Скріи́ндъ кѣтнимѣ дѣлзъ че съ ва ордона ли привирѣ лигерій а, зик: рѣдичина квадратъ де a^2 есте а, каре скріѵ азтѣре, тар лидоітѣла де $2a$ дедесѣт. Лицлцжндъ пе а ла квадрат, ши сѣбтрзгжндѣла, ам де лнтзе рѣзшиць $2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$.

Дрептачеа лмпзрцеск пе терминѣл лнтзіѵ а ле ачестей рѣзшице прии $2a$, шій скріѵ кѣторѣл b ла рѣдичинѣ ши дедесѣт, азтѣре кѣ $2a$, лмѣлцзск пе b прии $2a + b$, ши дѣлзъ че воѵ сѣбтраѣе продуктѣла ачій лнтзій рѣзшице ам де а доѣла рѣзшиць $2ac + 2bc + c^2$.

Сокотіндъ апоѵ тоате челе че ам скріс ла рѣдичинѣ ка ѣн лнтзіѵ термин, ши пе ачела пе карле ил каѣт ка ал доале, лидоеск рѣдичина, ши маѵ скріѵ лнкз пе дедесѣт $2a + 2b$. Лмпзрцеск тоатѣ партѣ ал аче-

стѣй термин ал доиле термин кариле тѣ есте
 ѡн квадрат, адекъ, $2ac + 2bc$ прии $2a +$
 $2b$, сѣѣ пе ачел лнтзѣ термин а ѡиѣл прии
 терминѣ лнтзѣ ал ачеллантей. Скриѣ пе
 кѣторѣл с ла рѣдзчиннз ши алзтѣре кѣ лмпзр-
 циторѣл кариле сѣ фаче $2a + 2b + c$, каре
 лнмѣлцѣт фїиѣл прии с, скриѣ ачел продѣкт сѣѣт
 а доѣа рѣмзшищз, кѣ семне контрарїе; ши
 пентрѣ кз тоате сѣ рѣдѣк ла 0, лнкеѣ кз ек-
 сакта рѣдзчиннз есте $a + b + c$.

Ексемпляр.

$$\begin{array}{r}
 \text{Квадрат. } a^2 + 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2 \\
 \cdot \quad \quad \quad - a^2 \\
 \hline
 \text{I. Рѣмъшиць } 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2 \\
 \quad \quad \quad - 2ab - b^2 \\
 \hline
 \text{II. Рѣмъшиць } \dots \dots 2ac + 2bc + c^2 \\
 \quad \quad \quad - 2ac - 2bc - c^2 \\
 \hline
 \text{0}
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} a+b+c \text{ рѣдѣчинз.} \\ \hline 2a+b \\ \hline 2a+2b+c \\ \hline 0 \end{array}$$

93. Пентрѣ де а екстраѣ рѣдзчиѣна дин поли-
 номе каре сѣѣт пѣтерѣѣ маѣ лналте, тревѣѣ,
 ка ши пентрѣ квадрат, а кѣноаѣе кипѣл кѣ ка-
 ре ачесте пѣтерѣѣ сѣѣт компѣсе.
 Дечѣѣ, дѣкз сѣ черчетѣзз кѣѣл де $a + b$,

карле есте $a^3 + 3 a^2 b + 3 a b^2 + b^3$, сж ва
ведѣ кѣмкѣ кѣбѣл ѡнѣн винѡм есте компѣс
дин кѣбѣл ачелѣн лнтѣн термин а рѣдѣчиней
(a^3); дин трїнтѣл квадрат а лнтѣлѣлѣн термин
лнтѣлцнт принѣл донле ($3 a^2 b$); дин лнтрїнтѣл
квадрат. де ачел ал донле, лнтѣлцнт принѣ
чел лнтѣн ($3 b^2 a$), ши дин кѣбѣл ачелѣн ал
донле (b^3). Дин каре сж лнкев ѡрмѣтоаре Ре-
гѣлѣ.

94. I.) Сж се ордонѣзе кѣтимѣ лн при-
вирѣ ѡней лнтере ка сж фїе ѡн кѣе деплн,
II.) Сж се екстрѣгѣ дѣлѣз кнѣл монѡмлор
рѣдѣчннѣ кѣбїкѣ дин ачел лнтѣн термин, ши
скрїесѣ алѣтѣре. ка лнтѣлѣ термин а рѣдѣчн-
ней; III.) Сж се лналцѣ пе ачест лнтѣн
термин ал кѣе, ши сѣбѣтрѣгѣндѣл де ал кѣ-
тимѣ пропѣсѣ, сж се скрїе рѣмѣшнцѣ дедесѣнт;
IV.) Дмпѣрѣцѣскѣсѣ лнтѣлѣ термин ал ачестей
рѣмѣшнцѣ прин лнтрїнтѣл квадрат ачелѣн
лнтѣн термин а рѣдѣчннѣн, ши лѣсѣ кѣ-
торѣл дрѣпт ал донле термин кѣѣтѣт.

Фїе кѣтимѣ $a^3 + 3 a^2 b + 3 a b^2 + b^3$ дин каре
сж кѣѣтѣ рѣдѣчннѣ кѣбїкѣ.

Е к с е м п л я .

$$\left. \begin{array}{r} \text{Квѣд... } a^5 + 3a^2b + 3ab^2 + b^5 \\ - a^5 \\ \hline \end{array} \right\} \frac{a+b}{a+b} \text{ рздзчина кѣѣкѣ.}$$

$$\text{I. Рѣмѣшиць } 3a^2b + 3ab^2 + b^5 \\ - 3a^2b - 3ab^2 - b^5$$

$$\text{II. Рѣмѣшиць } - - - - 0.$$

Дѣпѣ че сѣ ва ордо̀на , прѣкѣм маѣ сѣс сѣ веде, ѣик: рздзчина кѣѣкѣ де a^5 есте a , ка- ре скрѣѣ алзтѣре. Дѣжнд кѣѣл еѣ a^5 , на срѣѣ кѣ ѣн семн контрарѣѣ сѣѣ кѣтнимѣ пропѣсѣ; ши апоѣ рздѣкѣнд , ам де лнтѣе рѣмѣшиць $3a^2b + 3ab^2 + b^5$.

Фѣнд кѣ лнтѣѣл термин а ле ачестѣѣ рѣ- мѣшице оре сѣ кѣпрѣндѣ пе лнтрѣнтѣл квадрат ачелѣѣ лнтѣѣ термин а рздзчинѣѣ, лнмѣлцѣт прин ал допле, спре а лѣѣ пе ачест ал допле, лмпѣрѣцѣск пе ачел лнтѣѣ термин а ле ачестѣѣ рѣмѣшиць прин лнтрѣнтѣл квадрат де a ка- риле есте $3a^2$, тар кѣторѣл ва фи b . Спре а лѣ лнкредѣнѣца кѣмѣкѣ ачеста есте ал допле термин, еѣ пе лнтрѣнтѣл квадрат ачелѣѣ л- тѣѣ лнмѣлцѣт прин ал допле ($3a^2b$), лн- трѣнтѣл квадрат де ал допле лнмѣлцѣт прин ачел лнтѣѣ ($3ab^2$), кѣѣл де ачел ал допле

(b^3), ши ле скріє хѣ семне контраріе сѣѣт ачѣ
 лнтзѣ рзмзшнцз. Фіннд кз тоате термінеле
 сз нимическ, лнкеѣ кз $a + b$ есте рздз-
 чина ексактз а кѣтмемѣ пропѣсз.

95. Дѣкз ачел лнтзѣ термин а кѣтмемѣ
 пропѣсз ар авѣ ѣн коефнціент нѣмерк, атѣнче
 рздзчина и сз ба екстраѣе дѣпз кипѣл нѣме-
 рилор каре саѣ арзтат лн Аритметикз (156
 пзнз 187).

Дѣкз рздзчина кѣбикз аре сз фіе маѣ мѣлт
 декѣт ѣн бнном, апсѣ дѣпз че сз вор фи а-
 флат ачеле доѣ днтзѣ термине, прин ме-
 тодѣл лнсзмнат ла §. 93, сз ба кѣѣта ал трі-
 неле, сокотинд ачеле доѣѣ термине афлате
 дрепт лнтзѣ термин, гар ачела че сз каѣтз
 дрепт ал допеле.



ДЕСПРЕ ФРАКЦІІ,

96. Лн трактатѣл де Аритметикз ам дат
 дефиниціа фракцінлор ши регѣлилеле че аѣ а сз
 ѣрма спре а оперѣн деосебнते префачерѣ, фзрз

а скимба а лор валоре, Тот ачеле операций сз фак ши асупра кѣтими лор алцебранче.

Дн Алцебрз ка ши дн Аритметикз фракція сз експримѣзз прин доаж нѣмере, дин каре ѡнѣл аратз дн кѣте пзрцѣ тотѣл саѣ дмпзрцит, ши кареле сз нѣмеще Н ѡ м и т о р; тар алѣл аратз кѣте де ачесте пзрцѣ саѣ лѣат, ши сз нѣмеще Н ѡ м з р з т о р. Фракціиле сз скріѣ ашл: $\frac{a}{b}$; а есте н ѡ м з р з т о р тар b н ѡ м и т о р ѡ л.

Р з д ѡ к ц і а ф р а в ц і и л о р л а т е р м и н е м а й м и ч ѣ .

97. Рздѡкціа фракціилор ла термине май мичѣ сз фаче дмпзрциндѣсз нѣмзрзторѡл ши нѣмиторѡл тот прин о кѣтине. Дс ексемпль, спре а рздѡче $\frac{ad}{bd}$, сз ва лѣа d де дмпзрциторѡ комѡн, ши атѡнче ва еши

$\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd}$.

98. Фіешкаре дмпзрциторѡ ексакт а ѡнѣл мзримѣ есте асемине ексакт дмпзрцитор а мѣлтиплілор (адикз а нѣмзрѣлѣнѣ днмѣлцит) а ле ачестеѣ мзримѣ. Дѣкз d есте ексакт дмпзрциторѡ де b , а поѣ ел есте асемине ши де ab ; днмѣлцитѣл лѣн b , сокотиндѣсз кз a есте

Ѹн нѸмзр лнтрег, адикз, кз дѣкз d сз кѸ-
 принде екскт л b , апоѸ де асемине ел есте
 екскт кѸпрник лн фіешкаре мѸлтиплаѸ де b .
 ДечѸ, дѣкз d есте кѸпрник екскт де тріѸ орѸ
 л b , апоѸ ел есте. кѸпрник де чинчоріѸ маѸ.мѸлт
 л $5b$.

99. Фіешкаре лмпзрциторѸ екскт а пзрци-
 лор ѸнѸ тотѸ есте де асемине лмпзрцитор
 екскт а тотѸлѸѸ. Дѣкз $a = b + c$, ши кз
 d сз фіе лмпзрциторѸ де b ши де c , апоѸ
 ел. есте асемине лмпзрциторіѸ ши де a ; кзч,
 дѣкз d лмпзрцеѸе екскт пе b ши пе c , апоѸ ел
 ва лмпзрци екскт пе a де каре b ши c сѸнт
 довж пзрциѸ. Тот ачѣста ѸрмѣзѸ ши пентрѸ
 лмпзрциторѸл екскт а тотѸлѸѸ ши а ѸнеѸ
 дин пзрциле сале; ел асемине есте лмпзрци-
 торѸ екскт а чеелантеѸ пзрциѸ каре, кѸ ачѣ лн-
 тзѸ, алкзтѸеск пе тотѸл. ДечѸ, лн ексем-
 плаѸ сѸс лнсзмінат, дѣкз d лмпзрцеѸе екскт
 пе a ши пе b , ел асемине ва фи лмпзрцитор
 де c че есте алтѸ парте де a .

Рз дѸ черѣ фракцінлор ла тот ачел
 нѸмитор.

100. Лн ачѣста сз ѸрмѣзѸ ла АлѸебрѸ

тот ачел метод че ши лн Аритметикз. Деч,
 спре а рздуче фракциале $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$, сз кѳвине лн-
 мѳлци пе амжндѳж термине a ши b ачїй лн-
 тзїй фракциїй прин d , че есте нѳмиторїю ачїй ал
 донле, ши вом авѳк пентрѳ ачѳ лнтзїй $\frac{a d}{b d}$.

Асемине сз кѳвине лнмѳлци пе амжндѳж
 термине $c d$ ачїй ал донле прин b , нѳмиторїю
 ачїй лнтзїй, ши вом авѳк $\frac{b c}{b d}$. Дечїй амжн-
 дѳж фракциїй рздѳсе вор фи $\frac{a d}{b d}$ ши $\frac{b c}{b d}$ каре аѳ
 тот ачел валоре че ши ачеле динтзїй $\frac{a}{b}$ ши $\frac{c}{d}$.

Рздѳчерѳ ҃н҃҃ лтрег л фракциїй.

101. Спре а рздѳче ҃н лтрег л фракциїй,
 лн Алѳеврз ка л Аритметикз, сз кѳвине а
 да фракциїей о ҃ннїме де нѳмиторїю. Де ексем-
 плѳ: $a = \frac{a}{1}$, ши вонїд а аве ҃н алт нѳми-
 торїю декїт ҃ннїме, преїѳм де ексемплѳ: b ,
 сз ва афла $a = \frac{a b}{b}$.

Рз дѣ черѣ фракціи лор ла
лнтреціѣ.

102. Спре арз дѣче фракціѣ ла ѡн лнтрег,
сз кѡвине, лн Алцебрз ка лн Аритметикз,
ка нѡмзрзторѣл сз фіе маѣ маре, сѣѣ мз-
кар атѣт дѣ маре ка нѡмиторѣл. Нѡмзрзто-
рѣл сз лмпзрцзще прин нѡмиторѣл, атѣнче кѡ-
торѣл есте лнтрегѣл сѣѣ валора фракціѣ.

Дечѣ, $\frac{a b}{b} = a$, а семине $\frac{a b d}{a d} = b$; лн-

сз лн Алцебрз лесне есте а бндѣ кз ачѣстз
рз дѣчере нѣ сз поате фаче декѣт кѡнд сѣнт
литере еквале ла нѡмзрзторѣ шн ла нѡмиторѣ.

Аша дар фракціа $\frac{a d}{b}$ нѣ сз поате рз дѣче
ла лнтреціѣ.

Де Адиціа фракціи лор,

103. Пентрѣ де а адѣна дѡѣж сѣѣ маѣ
мѡлте фракціѣ лн Алцебрз ка шн лн Арит-
метикз, тревѣѣ маѣ лнтзѣ а ле рз дѣче ла
тот ачел нѡмиторѣ, де нѣ ле аѣ де о потрн-
вз, шн дѣпз ачѣста а адзоци ла ѡн лок пе
нѡмзрзторѣ, лзсѣндѣ пе нѡмиторѣл кѡмѣн.
Фіе, де ексемплѣ, амѣндѡѣж фракціѣ $\frac{a}{b}$ шн $\frac{c}{d}$

каре сз кѣвин а сз адѣна, еѣ ле рздѣк ла ѣн нѣмиторѣ, прии каре сз префак $\frac{a d}{b d}$ ши $\frac{b c}{b d}$; дѣпз каре еѣ адаог нѣмаѣ пе нѣмзрзторѣ, лзсѣндѣле пе нѣмиторѣла комѣн. Сѣма есте
$$\frac{a d + b c}{b d}$$

104. Ла лнтѣмпларе кѣнд ар вон а сз дѣдѣци ѣн лнтрег ши о фракціе кѣ ѣн лнтрег ши кѣ о фракціе, сз кѣвине адѣна лнтрегѣла кѣ лнтрегѣла гар фракціа кѣ фракціа (вез лнтрегѣла чѣста лн Аритметикѣ деспре фракціѣ).

Де Сѣвтраце рѣ фракцін лор.

105. Воинд а сѣвтраце о фракціе де ла о фракціе, кѣнд еле дѣ десѣвниѣ нѣмзрзторѣ, атѣнче сз рздѣк ла тот ачел нѣмиторѣ, ши апоѣ сз скаде нѣмзрзторѣла ачѣй пе каре о вонм сѣвтраце де ла нѣмзрзторѣла ачелантеѣ, лзсѣндѣле ѣн нѣмиторѣ комѣн. Операциа сз фаче ка лн Аритметикѣ. Де ексемпляр : дѣкѣ дѣ ла фракціа $\frac{a}{b}$ ам вон а сѣвтраце пе $\frac{c}{d}$ требѣѣ маѣ нанте а ле рздѣче ла ачелаш нѣмиторѣ, прекѣм

ам зис ла адіціе, ши ачесте доѡж фракціѡ вор фи
 $\frac{a d}{b d}$ ши $\frac{b c}{b d}$ каре аѡ тот ачѣ валоре ши тот ачел
 нѡмиторю; дѡпз ачѣста сз скаде пѣ нѡмзрз-
 торѡла $b c$ а фракціѡ а доѡа де ла нѡмзрзторѡла
 ачѡѡ лнтзѡ, ши вом авѣ $\frac{a d - b c}{b d}$, каре есте
 дифференціа ачелор доѡж фракціѡ пропѡсе.

Пентрѡ де а свѣтраѡе пѣ ѡн лнтрег, ши пѣ о
 фракціе де ла ѡн лнтрег ши де ла о фракціе,
 сз ва ѡрма тот ачѣ регѡлз че ши пентрѡ свѣ-
 траѡерѣ ординарз: Сз скад лнтрециле де ла
 челе лнтреѡѡ ши фракциле де ла фракціѡ, пре-
 кѡм саѡ зис.

Де лнмѡлцирѣ фракціилор.

106. Пентрѡ лнмѡлцирѣ фракціилор Алге-
 браиче, сз вор ѡрма тот ачеле регѡле че ши
 пентрѡ лнмѡлцирѣ фракціилор, лн Аритмети-
 кз.

Дечѡѡ, продуктѡла де $\frac{a}{b}$ прин c есте $\frac{ac}{b}$, гѡр
 протѡктѡла де $\frac{a}{b}$ прин $\frac{c}{d}$ есте $\frac{ac}{bd}$.

Саѡ взѡѡт кз, пентрѡ де а адѡна сѣѡ а
 скзѡѣ фракціѡѡ, сз кѡвине а ле рзѡѡче ла тот

ачелаш нѣмиторѣ. Ачѣстз рздѣчере нѣ есте де тरेѣинцз нич пентрѣ лнмѣлцирѣ. нич пентрѣ лмпзрцирѣ фракціилор.

Де Лмпзрцирѣ Фракціилор.

107. О фракціе поате фи лмпзрцитз прин ѣн лнтрег сѣѣ прин о алтз фракціе сѣѣ ѣн лнтрег прин о фракціе.

Пентрѣ де а лмпзрци о фракціе прин ѣн лнтрег лн Алѣебрз ка ши лн Аритметикз, сз кѣвине лнмѣлци пе нѣмиторѣл фракціѣ прин лнтрегѣл кариле есте лмпзрциторѣл, лзсѣнд тот ачел нѣмзрзторѣ. Де ексемплѣ, пентрѣ де а лмпзрци $\frac{a}{b}$ прин с, сз кѣвине лнмѣлци пе нѣмиторѣл b прин с, ши кѣторѣл ва фи $\frac{a}{bc}$.

Спре а пѣтѣ лнцзлеце кѣвѣнтѣл ачестеѣ операціѣ, сз кѣвине лѣаминте кз, воинд а лмпзрци $\frac{a}{b}$ прин с, сз кѣтз о алтз каре сз фие нѣмай паргѣ сзмнѣнтз де кзтрз лмпзрциторѣл с.

Пентрѣ де а лмпзрци о фракціе прин о фракціе, треѣѣе а лнмѣлци пе нѣмзрзторѣл фракціѣ лмпзрциторѣл прин нѣмиторѣл фракціѣ лмпзрциторѣлѣн. Продуктѣл ва фи нѣмзрз-

торѣа кѣторѣаѣѣ; дѣпѣ ачѣста сѣ кѣвине лн-
мѣлци пе нѣмиторѣа а лмпзрцитѣаѣѣ прин
нѣмзрѣторѣа а лмпзрциторѣаѣѣ ши продѣктѣа
ва фи нѣмиторѣа кѣторѣаѣѣ. Де ексемпла, дѣкѣ
воим а лмпзрци фракція $\frac{a}{b}$ прин $\frac{c}{d}$, кѣторѣа ва фї
 $\frac{a d}{b c}$; дѣр дѣкѣ фракціиле др авѣ тот ачел нѣ-
митор, атѣне дестѣа есте а лмпзрци пе нѣ-
мзрѣторѣа а лмпзрцитѣаѣѣ прин нѣмзрѣто-
рѣа а лмпзрциторѣаѣѣ. Анкѣт, кѣторѣа де
 $\frac{a}{b} + \frac{c}{b}$ есте $\frac{a b}{b c}$ сѣѣ $\frac{a}{c}$ прекѣм маѣ сѣс ам зис,
лмпзрцинд пе нѣмзрѣторѣа кѣторѣаѣѣ прин
ачест нѣмиторѣа.

Пентрѣ де а лмпзрци пе ѣн нѣмзр лн-
трег прин о фракціе, сѣ кѣвине рздѣче пе
лнтрегѣа ла о фракціе каре сѣ анѣе ѣнине де
нѣмиторѣа, ши дѣпѣ ачѣста а оперѣи ка пѣнтрѣ
лмпзрцирѣ ѣнеѣ фракціѣ орин о фракціе.

Ам взѣѣт кѣ кѣторѣа де $\frac{a}{b}$ прин c есте
 $\frac{a}{bc}$; кѣторѣа де $a = \frac{a}{1}$ прин $\frac{c}{d}$ есте $\frac{ad}{c}$.

Спре а лмпзрци пе ѣн лнтрег ши пе о фракціе
прин ѣн лнтрег ши прин о фракціе, тревѣе а
рздѣче пе лмпзрцитѣа ла о синѣрѣз фракціе,

ши асемине пе лмпзрциторѣла ла о сингърз фракціе, ши апоѣ а лмпзрци пе ачѣ лнтѣѣ прин ачѣ а доѣла. Дар дѣкз фракція каре есте де лмпзрциторѣ ар фи маѣ микз декѣт ѣнимѣ, атѣнче кзторѣла ва фи маѣ маре декѣт лмпзрцитѣла, ноѣ вом да ѣн ексемплѣ прин цифре. Фіе фракція $\frac{5}{6}$ а сз лмпзрци прин $\frac{2}{3}$, кѣторѣла ва фи $\frac{1}{2} = 1$ кариле есте маѣ маре декѣт лмпзрцитѣла $\frac{5}{6}$. Резонѣла есте, кз кѣторѣла есте кѣ атѣта маѣ маре кѣ кѣт лмпзрциторѣла есте маѣ мик. Дечѣѣ, дѣкз лмпзрциторѣла есте ѣнине, кѣторѣла есте еква кѣ лмпзрцитѣла; лнкѣт, дѣкз лмпзрцитѣла есте маѣ мик декѣт ѣнимѣ, кѣторѣла треѣѣ сз фіе маѣ маре декѣт лмпзрцитѣла. Пре лѣнѣз ачесте, лмпзрцитѣла есте ла лмпзрциторѣла преѣм кѣторѣла есте ла ѣнине, ши лмпзрцитѣла есте ла кѣторѣла преѣм лмпзрциторѣла есте ла ѣнине; дечѣѣ, дѣкз лмпзрциторѣла есте маѣ мик декѣт ѣнимѣ, асемине ши лмпзрцитѣла есте маѣ мик декѣт кѣторѣла.

Маѣ пѣтем адѣѣѣ кз, дѣкз сз лмпзрцеѣѣ прин о фракціе маѣ микз декѣт ѣнимѣ, атѣнче сз каѣтѣ де кѣте орѣ ачѣстѣ фракціе е-

сте кърпикъ лн лмпзрцитѣл. Де екземплав:
дѣккз ар фи 100 а сз лмпзрци прин $\frac{1}{2}$, ве-
дерат есте кк $\frac{1}{2}$ сз кърпикде лн 100 маѣ
мѣлт декѣт де о сѣтз орѣ.

Де лнформарѣ пѣтерилор
де фракциѣ.

108. Дѣпз тоатѣ кѣте саѣ зис пкнз окѣма,
есте фолрте ѣшор а лнцзлеце дѣѣстз опе-
раціе.

Пентрѣ де а авѣ квадратѣл ѣнеѣ фракциѣ;
треѣѣ а лнцзла пе нѣмзрѣторѣл ши пе нѣ-
миторѣл, фіеш каре ла квадратѣл сѣѣ. Лн-

кѣт, квадратѣл де $\frac{a}{b}$ есте $\frac{a}{b} \frac{a}{b}$; квадратѣл де
 $\frac{a+b}{c}$ есте $\frac{a^2 + 2ad + d^2}{c}$; кѣѣѣл де $\frac{a}{b}$ есте $\frac{a^3}{b^3}$.

Сз парѣ кѣмкз квадратѣл, сѣѣ орѣ каре
алтз пѣтере маѣ лналтз де о кѣратз фракціе,
есте маѣ микк декѣт фракціа; де екземплав,
квадратѣл де $\frac{1}{2}$ есте нѣмаѣ цѣмзтатѣ де $\frac{1}{2}$;
квадратѣл фракциѣ $\frac{1}{2}$ есте нѣмаѣ а са тринме, ши
квадратѣл де $\frac{1}{4}$ есте нѣмаѣ а са патринме.

Де екстрацери рѣзачинилор
де фракціи.

109. Пентрѣ де а екстраце рѣзачиниле де фракціи литерале сѣѣ алцебранче, прекѣм пентрѣ ачеле а нѣмерилор, сѣ кѣвинне маи нанте а екстраце рѣзачина дин нѣмзрѣторю ши апой ачел дин нѣмиторю.

Рѣзачина квадратѣ де $\frac{a}{b} \frac{a}{b}$ есте $\frac{a}{b}$.

Рѣзачина кубикѣ де $\frac{a^3}{b^3}$ есте $\frac{a}{b}$.

Ди деокше, пентрѣ де а екстраце ор че рѣзачинѣ а ѣней фракціи, треѣѣи екстраце рѣзачина асѣмзнатѣ а нѣмзрѣторѣлѣи ши а нѣмиторѣлѣи фракціи. Кѣч дѣкѣ, пентрѣ де а лѣзлаца о фракціе ла квадратѣлѣей, сѣ кѣвинне лѣзлаца пе нѣмзрѣторѣл ши пе нѣмиторѣл, фіешкаре ла ал сѣѣ квадрат, дин ачѣста ѣрмѣзѣкѣ пентрѣ де а екстраце рѣзачина квадратѣ а ѣней фракціи треѣѣи а екстраце рѣзачина дин нѣмзрѣторю ши ачел дин нѣмиторю, фіиндѣкѣ лнформарѣ пѣтерилор ши екстрацери рѣзачинилор сѣнт операціи контраріи. Асеминне

резонемента сз поате фаче асупра алтор рздзчині
прекѡм а трія, а патра, &.

Де калкѡлѡл Радикално р.

110. Радикале сз нѡмеск кѡтимиле а-
фектате (каре аѡ) де ѡн семн радикал (де рздз-
чинѡз) прекѡм сѡнт $a \sqrt{b}$ сѡѡ $a \times \sqrt{b}$, \sqrt{aa} ,
 $\sqrt{a-b}$, $\sqrt{64}$, $3\sqrt{5}$, &.

Ачесте кѡтимѡ де ши сз нѡмеск інкомен-
сѡравиле (немсѡсѡрѡтоаре) сѡѡ іраціона-
ле, кѡ тоате ачесте есте деосеѡире дитре
радикалеш кѡтимеле інкомесѡравиле, пенітрѡ кѡ
кѡтимѡ пот фи сзмнѡнте прин семнѡл радикал,
фѡрѡ а фи інкоменсѡравиле: прекѡм \sqrt{aa} ,
 $\sqrt{64}$, че сѡнт тот ача че а ши 8.

Пре лѡнгѡ ачесте, інкоменсѡравилале пот фи
сзмнѡнте прин експоненте фрѡціонале, ши а-
тѡнче ачеле інкоменсѡравиле нѡ сѡнт нѡмите
радикале. Ноѡ ам фост ѡнс кѡ дѡкѡз радика-
лѡл есте сингѡр, фѡрѡ експонент, атѡнче сѡ
кѡвнне а сѡпт днѡцѡлеѡе кѡ експонентѡл есте
2. Аша дар, \sqrt{aa} ши $\sqrt{64}$ днѡсзмнѡѡѡз тот
ача че $\sqrt[3]{aa}$ ши $\sqrt[3]{64}$. Асемнне ам фост
ѡнс кѡ атѡнче кѡнд есте о лнне. тра-

сз дѣсѣпра а май мѣлтор кѣтимѣ, ачѣста е-
сте ѡн семи кз тоате ачесте кѣтимѣ алкзтѣ-
еск нѣмай о кѣтине. Дечѣ, $\sqrt{a+b}$ лнсзм-
нѣзз рздзчина де $a+b$ тар нѣ нѣмай де a .
Асемине $\sqrt{b+c}$ \sqrt{a} сѣѣ $\sqrt{b+c} \times \sqrt{a}$ лн-
сзмнѣзз кз кѣтимине b ши c сѣнт ѡна ши
алта лмѣлците прин \sqrt{a} ; дар $\sqrt{b+c}$ \sqrt{a}
лнсзмнѣзз кз нѣмай с есте лмѣлцит прин
 \sqrt{a} .

111. Асѣпра радикалилор сз фак тот аче-
ле операцѣ че ши асѣпра ачелор лнтреѣ, сз
май фак лнсз ши алтеле че ли сѣнт парти-
кѣлар лнсѣшите: 1), дѣкз ѡн радикал аре
вре о кѣтине деосевнтз де ѡнине, лнантѣ
сзмнѣлѣ радикал, сз поате стрзмѣта ачѣс-
тз кѣтине дѣпз, сѣѣ сѣѣ ачел сзми, фзрз
лѣ снмѣа валоре. Де ачеа требѣл лнзлца а-
чѣетз кѣтине каре сз афлз лнантѣ сзмнѣ-
лѣ ла пѣтерѣ сзмнѣитз де експонентѣл сем-
нѣлѣл, ши дѣпз ачѣста требѣл лнмѣлци ачѣс-
тз пѣтере прин кѣтимѣ радикалз, адекз а-
чеа че сз афлз сѣѣ сзмнѣл.

Лнкѣт, $a \sqrt{b}$ сѣѣ $a \times \sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$. a^3
 $\sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a^3 c^3 b}$. $5 \sqrt{3} = \sqrt{25} \times 3$ сѣѣ
 $\sqrt{75}$. Дѣкз лнантѣ сзмнѣлѣ радикал нѣ сз

афлаз кѣтимае, атѣнче сз сокотеце тотдѣва
 шине. Дикѣт, $\sqrt{75} = 1\sqrt{75}$.

112. Унеорѣ сз поате, речипрок, а стрѣмѣ-
 та днаниѣ семнѣлѣн о парте де ачае че сз
 афлаз сѣпт ачелш семн. Атѣнче, ачае че
 сз афлаз сѣв семн, треѣве сз фие продѣктѣл
 ѣнеѣ кѣтимиѣ прин о пѣтере семнѣитѣ де экс-
 поментѣл семнѣлѣн радикал.

Дикѣт, $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$, пентрѣ кѣ $a^2 b$
 есте продѣктѣл де b прин квадратѣл де a . А-
 семине $\sqrt[3]{a^3 c^3 b} = a c \sqrt[3]{b}$ $\sqrt{a^2 c} = a \sqrt{c}$ — $a^2 d = a$
 $\sqrt{c} = d$. $\sqrt{75}$ сѣѣ $\sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$; ши
 прин ачѣста радикалиле сз рѣдѣк ла о експресие
 маѣ симплѣ.

113. Сз поате димѣлци сѣѣ дмѣрци экспо-
 нентѣл а семнѣлѣн радикал, фѣрѣ а скимѣ ва-
 лора кѣтимаеѣ. Пентрѣ ачѣста треѣѣн днѣлца
 ачае че сз афлаз сѣв семн ла пѣтерѣ семнѣитѣ
 прин димѣлциторѣл, сѣѣ а екстраѣе рѣдѣ-
 чина пе каре о семнѣеце дмѣрциторѣл экспо-
 нентѣлѣн.

Де ексемплѣ: $\sqrt[3]{a} = \sqrt[6]{a^2}$, пентрѣ кѣ экспо-
 нентѣл 2 сѣѣ димѣлцинт прин 3, ши кѣ кѣти-

мѣ а саѣ рѣдникат ла а треа пѣтере.

Асеминѣ, $a \sqrt[3]{c^2} = a \sqrt[3]{c^8}$. Резонѣла ачестей операциѣ есте кѣ лнмѣлциндѣ пе експонентѣла а семнѣлѣнѣ радикал, кѣ атѣга сѣ лмпѣлцинтѣлѣ кѣтимѣ афлѣтларе сѣе семнѣла кѣ кѣт сѣ алаѣце лнлѣлциндѣла ла пѣтерѣ лнлѣлцинтѣла де лмѣлцинтѣла.

Пентрѣ резонѣла опѣс, $a \sqrt[5]{c^6} = a \sqrt[5]{c^2}$, пентрѣ кѣ саѣ екстрас а треа рѣдѣлцинтѣ дин c^6 , ши кѣ асемине саѣ лмпѣлцинт експонентѣла 15 прин 3.

114. Пентрѣ де а рѣдѣче доѣл радикале ла тот ачел експонент, сѣ лнтрѣлѣлцинтѣлѣ треѣлѣта операциѣ; сѣ лнмѣлцеск експоненти ѣнѣл прин алаѣла, ши фѣешкаре дин кѣгимнѣле радикале сѣ лнлѣлцѣ ла пѣтерѣ прин каре сѣ лнмѣлцесѣ експонентѣла семнѣлѣнѣ сѣѣ.

Фѣе амѣндоѣл радикале $a \sqrt[3]{c}$ ши $b \sqrt[3]{d}$, каре треѣлѣнѣ а рѣдѣче ла тот ачел експонент. Лнмѣлцеск 2 прин 3, ши продѣлѣла 6 ва фи експонентѣла комѣн. Дѣлѣл ачѣста лнлѣлцѣ с ла а треа пѣтерѣ, тар d ла а доѣла, пентрѣ кѣ експонентѣла ачелѣнѣ лнтѣнѣ радикал саѣ лнмѣлцинт

прии 3, ши кэ експонентѣ ачелѣ а донде сѣѣ димѣнциѣ прии 2; ши ам амѣндѣж радикале $a \sqrt{c}$ ши $b \sqrt[6]{d}$ каре сѣнт де ачел валоре че ши ачеле доѣж динтѣѣ. Диндеобѣце, $a \sqrt[n]{c}$ ши $b \sqrt[p]{d}$ сѣнт еквиваленте кѣ $a \sqrt[np]{c^p}$ ши $b \sqrt[np]{d^n}$.

115. Операціѣ челе комѣне ла динтерѣѣ ши ла радикале сѣнт: Аднѣѣ, Сѣбтраѣерѣ, Димѣнциѣрѣ, Дмпѣрѣѣрѣ. Динформѣрѣ пѣтернлор ши екстраѣерѣ рѣдѣчинилор

116. Аднѣѣ радикалор сѣ фѣче кѣ ачел а кѣтимилор алѣебриѣче, ѣшиндѣле ла ѣн лок кѣ тот ачеле семне + сѣѣ — каре ле пропѣшѣск. Динѣжт, сома де $a \sqrt{c}$ ши де $b \sqrt{d}$ есте $a \sqrt{c} + b \sqrt{d}$.

Дакѣ кѣтимиле радикале сѣнт тот ачеле, прекѣм ши експонентиле семнилор, атѣче кѣтрѣ сома сѣ адаог кѣтимиле каре сѣнт нѣмаѣ диннѣтѣ семнилор. Де ексемплѣ: сома де $a \sqrt{c}$ ши де $b \sqrt{c}$ есте $a + b \sqrt{c}$; ачел де $a \sqrt{c}$ ши де \sqrt{c} есте $a + 1 \sqrt{c}$.

117. Пентрѣ де а сѣбтраѣе ѣн радикал де ла ѣн алѣѣ, сѣ скнмѣѣ семнѣл + сѣѣ — ал ачелѣѣ

че аре а сз съвтраѹе. Аша дар, пентрѹ де а скздѣ $b\sqrt{d}$ де ла $a\sqrt{c}$, сз ва скріе $a\sqrt{c} - b\sqrt{d}$. Спре а ршцзлеѹе вше лчѣстз реглаз, ноѹ вом да ѹн алт ексемпѹл рш цифре: Дѣкз ар авѣ а сз съвтраѹе $6\sqrt{5}$ де ла $8\sqrt{3}$, рзмзшшца ар фш $2\sqrt{5}$; асемине, шш рзмзшшца де $a\sqrt{c}$ де ла $b\sqrt{c}$ есте $a - b\sqrt{c}$.

118. Пентрѹ де а ршмѹлщш ѹн раднкал ршш ѹн рштрег сѣѣ ршш о фрлщїе, сѣѣ ршш ѹн алт раднкал, сѹнт доѹз реглае а сз пзщш:

I) Дѣкз ршмѹлщшторїѹл есте ѹн рштрег сѣѣ о фрлщїе, атѹнчѣ тревѹѹ а ршмѹлщш нѹмѹл кѹтшмѣ че ршпзшщщє не семнѹл ршш ршмѹлщшторїѹл. Ршдѹктѹл де $a\sqrt{d}$ ршш b есте $ab\sqrt{d}$, гар ачела а тот ачелѹѹ раднкал ршш фрлщїа $\frac{b}{c}$ есте $\frac{ab}{c}\sqrt{d}$. Асемине, ршдѹктѹл де $\sqrt{d} = 1\sqrt{d}$ ршш b сѣѣ ршш $\frac{b}{c}$ есте $b\sqrt{d}$ сѣѣ $\frac{b}{c}\sqrt{d}$.

II.) Дѣкз шш ршмѹлщшторїѹл есте ѹн раднкал, лпоѹ сз ршмѹлщщє кѹтшмѣ че ршпзшщщє не семнѹл ршш кѹтшмѣ каре асемине ршпзшщщє не семнѹл; гар ачел каре сз афлз сѹет ѹн семш ршш ачел че сз афлз сѹе челлалнт семш.

Дикжт продуктѣл де $a \sqrt{c}$ прин $b \sqrt{d}$ есте $ab \sqrt{cd}$; продуктѣл де $a \sqrt{c}$ прин \sqrt{d} есте $a \sqrt{cd}$; продуктѣл де $\frac{a}{b} \sqrt{\frac{e}{f}}$ прин $\frac{c}{d} \sqrt{\frac{g}{h}}$ есте $\frac{ac}{bd} \sqrt{\frac{eg}{fh}}$.

119. Асемине ырмѣзъ ши пентрѣ лмпзрцирѣ, ын радикал поате фи лмпзрцит, сѣѣ прин ын лнтрег, сѣѣ прин о фракціе, сѣѣ прин ын алт радикал. Ла ачѣстз лмпрецираре сжнт прзш доѣж регѣле а сз обсерва :

I.) Дѣкз лмпзрциторѣл есте ын лнтрег сѣѣ о фракціе, атѣнче требѣѣ а лмпзрци нѣмай ачела че сз офлз лнантѣ семнѣлѣѣ. Дикжт, кжторѣл де $a \sqrt{b}$ прин c есте $\frac{a}{c} \sqrt{b}$; ачела де \sqrt{b} сѣѣ де $1 \sqrt{b}$ прин c есте $\frac{c}{c} \sqrt{b}$, &c.

II.) Дѣкз лмпзрциторѣл есте ын радикал, атѣнче требѣѣ а лмпзрци не амжндоѣз кжтимѣ а лмпзрцитѣлѣѣ прин ачеле а лмпзрциторѣлѣѣ. Ачѣ лнтѣѣ прин ачѣ лнтзѣѣ, а доѣа прин а доѣа. Дикжт, кжторѣл де $a \sqrt{c}$ прин $b \sqrt{d}$ есте $\frac{a}{b} \sqrt{\frac{c}{d}}$; ачела де $a \sqrt{c}$ прин \sqrt{d} сѣѣ $1 \sqrt{d}$ есте $a \sqrt{\frac{c}{d}}$; ачела де \sqrt{c} прин $b \sqrt{d}$ есте $\frac{1}{b} \sqrt{\frac{c}{d}}$. Асемине, кжторѣл де $ab \sqrt{cd}$ прин $b \sqrt{c}$ есте $a \sqrt{d}$; ачела де

$a \sqrt{c c - d d}$ при $a \sqrt{c - d}$ есте $\sqrt{c + d}$.
 Къторѣл а лнтрѣгълѣи а при $c \sqrt{d}$ есте
 $\frac{a}{c} \sqrt{d}$.

120. Пентрѣ де а лнзлаца пе ѣи рѣднкала ла
 о пѣтере, трѣвѣи лнзлаца ла лчѣстѣ пѣтере
 пе амандовѣж кѣтимѣи а радикалѣлѣи, а жтт пе
 ача че пропѣшеце пе семнѣл прѣкѣм ши пе
 ача че жѣи ѣрмѣзѣж. Аша дар, кѣвѣл де $a \sqrt{b}$
 есте $a^3 \sqrt{b^3}$; кѣвѣл де $c \sqrt[3]{d}$ есте $c^3 \sqrt[3]{d^3}$
 $d^3 = c d$; пентрѣ кѣ $\sqrt[3]{d^3} = d$. Квадратѣл
 де $a \sqrt{b}$ есте $a^2 \sqrt{b^2} = a b$, пентрѣ кѣ
 $\sqrt{b} = b$.

121. Дѣкѣ ам вои екстрѣце рѣдѣчина днн
 ѣи радикал, апои ар трѣвѣи а екстрѣце дннтѣи,
 де ва фи кѣ пѣтницѣж, рѣдѣчина асѣмѣнатѣ
 а доѣж кѣтимѣи афлѣтоаре лнаннте ши дѣ-
 лѣ сѣмнѣл. Рѣдѣчина квадратѣ де $a^2 \sqrt{b^6}$
 есте $a \sqrt{b^2}$.

Сѣ поате кѣпѣта асемене рѣзѣлатат при
 ѣи алт мнѣлок, стрѣмѣтѣнд сѣѣт семн кѣти-
 мѣ афлѣтоаре лнантѣ лѣи ши кѣ каре есте
 ѣнитѣ, ши лнмѣлцинд пе експонентѣл сѣмнѣ-
 лѣи при експонентѣл рѣдѣчинѣи. Лнжѣт, рѣ-

ДЗЧИНА а ТРЕА СЪЪ КЪБИКЪ ДЕ $a \sqrt[3]{b}$ ЕСТЕ $\sqrt[5]{a^3 b}$;
 РЪДЗЧИНА КВАДРАТЪ ДЕ $a b \sqrt[5]{c}$ ЕСТЕ $\sqrt[10]{a^2 b^2 c}$;
 РЪДЗЧИНА а ШЕСА ДЕ $\sqrt[3]{b}$ ЕСТЕ $\sqrt[12]{b}$.

Ачесте операциѣ депе челе че ам зис пзиз акѣма, нѣ дѣ липсѣ де демонстрациѣ.

ДЕ КАЛКУЛА ПЪТЕРИЛОР.

122. ПЕНТРЪ ДЕ а ЛНЦЗЛЕЦЕ БИНЕ АЧЕСТ КАЛКУЛА, СЪ КЪБИНЕ АШ АДЪЧЕ АМИНТЕ ДЕ ЛНМЪЛЦИРЪ ШИ ДЕ ЛМПЪРЦИРЪ КЪТИМИЛОР АЦЕБРАИЧЕ.

ДЪПРЕ АЧЕЛЕ ЧЕ СЪЪ ЗИС ЛН АЧЕСТЕ ДОУЖ ОПЕРАЦИѣ, СЪ ВА ВЕДЪ КЪ a^2 ШИ a^{-2} СЪНТ КЪТИМЪ ОПЪСЕ, АДЪКЪ, ДЪКЪ АЧЪ ЛНТЪИ ЕКВАЛЪЗЪ КЪ 10, а ДОУА ВА ЕКВАЛА МИНЪС 10, ДЪЧЪ, УНИМЪ ЕСТЕ МИЖЛОЧИТЪ ПРОПОРЦИОНАЛЪ ЛНТРЕ a^2 ШИ a^{-2} ; ДЕ АСЕМЕНЕ ЕСТЕ ПЕНТРЪ a^4 ШИ a^{-4} , ПЕНТРЪ a^4 ШИ a^{-4} . СЪ СОКОТИМЪ КЪ а ЕКВАЛЪЗЪ 10, АТЪНЧЕ a^2 ВА ЕКВАЛА 100 ШИ a^{-2} СЪЪ $\frac{1}{a^{-2}} = \frac{1}{100}$.

123. ПЕНТРЪ ДЕ а ЛНЗЛЦА О КЪМИМЕ ла о

п'ятере, сз к'бнше лнм'лци пе експонент'л ал ачестей к'жтим'й прии експонент'л п'терей. А тринле п'терей де a с'к'б a' ши де a^2 с'жнт a^5 ши a^6 . Пентр'л де екстраце дин еле р'д'зчинна, сз лмпзр'ц'ше експонент'л п'терей прии експонент'л р'д'зчиней. Деч'й, лн е'семп'л'л де ма'й с'к'с, р'д'зчинна к'бнк'з де a^6 е'с. е a^5 с'к'б a^2 ; ачел де a^1 есте a . Р'д'зчинна квадрат'з де a^2 есте a ; р'д'зчинна n де a^m есте $a^{\frac{n}{m}}$. Каре сз пот експрима лн ачест кип: $\sqrt[n]{a^m}$, &.

Лн деовше сз полте лнтребу'шца семн'л радикал пентр'л де a семн'шн о п'тере a кзр'я експонент есте о фракцие, л'жнд де експонент a семн'л'л'й радикал пе н'мнтор'л'л фракци'й, ши л'жнд пе н'мзр'зтор'л'л де експонент a п'терей $b^{\frac{5}{2}} = \sqrt[2]{b^5}$ ши $a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a^1}$ с'к'б $\sqrt[3]{a}$; асемине $b^{-\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{b^m}$.

124. Дин ачеле че ам зис, сз веде кз радикалиле а 'не'й мзрим'й пот фи сокотите канише п'терей а кзрора експоненте с'жнт фракционаре. Аша дар, р'д'зчинна квадрат'з де a

есте $a^{\frac{1}{2}}$; рздѣчина кѣвнкѣ де b есте $b^{\frac{1}{2}}$, ши рздѣчина а патра де a есте $a^{\frac{1}{2}}$, &.

Дечѣ кѣ рздѣчинале сѣ поате оперѣи ка кѣ пѣтерѣй. Дикѣт, прекѣм спре а лнмѣлци a^2 прин a^5 , тревѣѣ адѣна пе експоненти, де а семине пентрѣ де а лнмѣлци $a^{\frac{1}{2}}$ прин $a^{\frac{1}{5}}$ сѣ вор адѣна експонентале, ѣр продуктѣл ва фи $a^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{5} = a^{\frac{7}{10}}$.

125. Кѣтнмале каре дѣ експоненте негативе пот фи сокотиче ка нице дѣвѣрате пѣтерѣй де фракциѣй: фи де ексемпалѣ, $a = 10$ a^{-3} сѣѣ $\frac{1}{a^3} = \frac{1}{1000}$ ва фи а треа пѣтере а фракциѣй $\frac{1}{70}$. Дин каре сѣ веде кѣмкѣ кѣ ачесте кѣтнмѣ сѣ поате оперѣи ка кѣ пѣтернле ординаре.

Дн ѣрмарѣ ачелор зисе, ѣшор сѣ поате лнцзлеце методѣл де а фаче калкѣле асѣпра пѣтернлор. Дѣестѣл сѣ ва лзмѣри ачѣста кѣ кѣтева ексемпале.

126. Пентрѣ де адѣна ла ѣн лок оарекаре пѣтерѣй, сѣѣ пентрѣ де а сѣвтраце о пѣтере де ла о алтѣ, сѣ кѣвнине ѣрма регулнлор челор ординаре. Сома де $3a^m$ ши де $5a^m$ есте $8a^m$; сома де a^5 ши a^3 есте $a^5 + a^3$;

сома де a^5 ши де a^{-5} есте $a + a^{-5}$; сома де a^4 ши де $-b^2$ есте $a^4 - b^2$. Деосебирѣ де $6a^5$ ши де $2a^5$ есте $4a^5$: ачел де a^m ши де a^n есте $a^m - a^n$; деосебирѣ де a^m ши де a^{-n} есте $a^m - a^{-n}$: ачел де a^m ши де $-b^n$ есте $a^m + b^n$. Ли тоате ачесте екземпле де съвтрацере ноӱ ам скъзъят а дова мзриме де ла ачѣ ли тѣи.

127. Пентрѣ де а ли мѣлци пѣтериле ӱнеӱ мзримӱ, требѣӱ адѣна пе експонентеле пѣтерилор .

$$a^r \times a^s = a^8; \quad a^r \times a^{-s} = a^{r-s} \text{ сѣӱ } a^r;$$

$$a^{\frac{r}{p}} \times a^m = a^{\frac{r}{p} + m}; \quad a^{\frac{m}{n}} \times a^{\frac{r}{s}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{r}{s}} = a^{\frac{ms + nr}{ns}}.$$

128. Дар дакъ пѣтериле аӱ деосебите мзримӱ, атѣнче сз пѣн ӱна алтѣре кѣ алта, фзрз а адѣна експонентиле . $a^s \times b^t = a^s b^t$;

$$a^m \times b^{-n} = a^m b^{-n}. \quad \text{Дар, } b^{-n} = \frac{1}{b^n}, \text{ дечӱ } a^m$$

$$b^{-n} = a^m \times \frac{1}{b^n} = \frac{1 a^m}{b^n} \text{ сѣӱ } \frac{a^m}{b^n}; \quad \text{дечӱ, } a^m b^{-n}$$

$$= \frac{a^m}{b^n}. \quad \text{Бине ва фи де а сз практиси адесеорӱ$$

ли операций де ачест фелӱ.

129. ПентрѸ де а лмпзрци о пѸтере а Ѹ-
ней мзримѸ прин о алтз пѸтере де тот ачел
мзриме, сз кѸвине а сѸвтраце пе експонентѸл
лмпзрциториѸлѸй де ла експонентѸл а лм-
пзрцитѸлѸй. ДикѸт, кѸторѸл де a^5 прин a^2
ши $a^5 : a^2 = a^3$; кѸторѸл де a^4 прин $a^3 = a^4$
 $- : 3 = a^{13}$, &c. ДѸкз пѸтериле сѸит де део-
себите мзримѸ, атѸиче кѸторѸл есте о фрак-
цие. КѸторѸл де a^5 прин b^2 есте $\frac{a^5}{b^2}$; ачела
де a^m прин b^{-n} есте $\frac{a^m}{b^{-n}}$. Дар, $b^{-n} = b^{\frac{1}{n}}$; лн-
сз кѸторѸл де a^m прин $\frac{1}{b^n}$ есте $\frac{a^m b^n}{1}$. ДечѸ,
 $\frac{a^m}{b^{-n}} = a^m b^n$, каре ера а сз демонстра.

130. Дин ачесте сз веде кѸмкз Ѹи експонент
негатив поате пѸрѸрѸ сз се префакз л позитив,
сгрзмѸтѸнд пѸтерѸ де ла нѸмзрзторѸ ла нѸми-
торѸ, сѸѸ де ла нѸмиторѸ ла нѸмзрзторѸ. ДикѸт,
 b^{-n} сѸѸ $\frac{b^{-n}}{1} = \frac{1}{b^n}$; $ab^{-n} = \frac{a}{b^n}$; $\frac{a}{b^{-n}} = ab^n$.

131. Асемине сз поате рздѸче о фракцие
ла лнтрег, пѸинд пе нѸмиториѸл лн локѸл нѸ-

мзрзторѣлѣн, нѣмаѣ сз кѣвине скимѣа семнѣл
нѣмиторѣлѣн. Ексемплѣ: $\frac{a}{b^2} = ab^{-2}$, ши $\frac{a}{b^{-2}}$
 $= ab^2$.

132. Дѣкз ам вон лнзлаца о пѣтере ла о
латз пѣтере, атѣнче сар кѣвени лнмѣлци пе
експонентѣл ачѣн лнтзѣн прин експонентѣл ачѣн
а доба. Пѣтериле $\frac{5}{2}$ ши $-\frac{5}{2}$ де a^4 сѣнт $a^{\frac{1-5}{2}}$
ши a^{-2} сѣѣ a^6 ши a^{-6} . Пѣтериле $\frac{r}{s}$ ши
 $-\frac{r}{s}$ де $a^{\frac{nr}{ns}}$ сѣнт $a^{\frac{nr}{ns}}$ ши $a^{-\frac{nr}{ns}}$ че еквалѣзз
кѣ $\frac{1}{a^{\frac{nr}{ns}}}$, &.

133. Пентрѣ де а екстраѣе о рздзчинз дин
о пѣгерѣ, сз кѣвине лнпзрци пе експонентѣл
а пѣтерѣн прин експонентѣл рздзчинѣн. Лн-
кѣт, рздзчиниле $\frac{2}{3}$ ши $-\frac{2}{3}$ а ѣнѣн пѣтерѣн,
де ексемплѣ де a^4 сѣнт $a^{\frac{1-2}{3}}$ ши $a^{-\frac{1}{3}}$ сѣѣ a^6
ши a^{-6} . Рздзчиниле $\frac{r}{s}$ ши $-\frac{r}{s}$ де $a^{-\frac{m}{n}}$ сѣнт
 $a^{\frac{mr}{ns}}$ ши $a^{-\frac{mr}{ns}}$ сѣѣ $\frac{1}{a^{\frac{mr}{ns}}}$

Рздычыніла $\frac{1}{r}$ шн $— \frac{1}{r}$ де a^{-n} сжнт $a \frac{nr}{1}$ сѣѳ
 a^{-nr} шн $\frac{nr}{a}$ сѣѳ a^{-nr} .

Дин ачесте сз веде кз пентрѳ де а днзла-
ца о пѳтере ла о алтз пѳтере а кзрїа експо-
нент есте $\frac{3}{2}$ сѣѳ $— \frac{3}{2} \frac{r}{s}$ сѣѳ $— \frac{r}{s}$ сз кз-
внне оперѳн ка пентрѳ де а экстраце рздычи-
на кѣр дин ачеле кѳтимѳ.

Д Е Е К В А Ц І Ї .

134. Еквациа сз нѳмеще ѳна сѣѳ маѳ
мѳлате кѳтимѳ еквалє кѳ ѳна сѣѳ кѳ маѳ
мѳлате алте кѳтимѳ.

Дв ексемплѳ, $8 = 5 + 3$ есте о еквациє
пентрѳ кз 8 есте о кѳтимє еквалз кѳ $5 + 3$.
Де асемене, сокотинд кз $a x - 2 b$ еквалѣ-
зз кѳ $4 c y + d$, вом авѣ еквациа $a x - 2 b$
 $= 4 c y + d$.

Ачєа че сз афлз ла стѳнга семнѳлѳн де

ЕКВАЛИТАТЕ СЪ ИЪМЕЩЕ МЪДЪЛАРЪА ЛТЪН, А ЧЕА ЧЕ ЕСТЕ СПРЕ ДРЪПТА, АА ДОІЛЕ МЪДЪЛАР ЛНЖЪТ, ЛН ЕКСЕМПАЛА ДЕ МАЙ СЪС, А $x - 2b$, ЛНТЪІА МЪДЪЛАР А ЕКВАЦІЙ, КЪПРИНДЕ ДОЖЪ ТЕРМИНЕ: А x ЕСТЕ ҪН ТЕРМИН, ШИ — $2b$ ЕСТЕ АСЕМЕНЕ ҪН АЛТ ТЕРМИН. АСЕМЕНЕ, $4c$ У ШИ $+ d$ СЖИТ ДОЖЪ ТЕРМИНЕ АЧЕЛЪЙ АА ДОНЛЕ МЪДЪЛАР А ТОГ АЧЕЙ ЕКВАЦІЙ.

135. ЛН ФІЕШКАРЕ ПРОБЛЕМЪ, СЖИТ МЪРИМЪЙ НЕКЪНОСКЪТЕ, КЪЧ ЛН АЛТ ФЕЛЮ НЪ АР ФИ НЕВОЕ ДЕ А ФАЧЕ О ЛНТРЕВАРЕ. МЪРИМИЛЕ КЪНОСКЪТЕ СЛЪЖЪСК ДЕ ТЕРМИНЕ ДЕ КОМПРАЦІЕ (АЛЪТЪРАРЕ) СПРЕ А ПОВЪЦЪН КЪТЪРЪ КЪНОЦИИЦА ЧЕЛОР НЕКЪНОСКЪТЕ..

136. ЕКВАЦИИЛЕ СЖИТ ДЕ ДЕОСКЪНТЕ ГРАДЪРЪЙ, КАРЕ СЪ ИЪМЕСК ДЪИЪ ТЕРМИИЛА ҪНДЕ НЕКЪНОСКЪТЛА ЕСТЕ ЛНЦАЦАТ АА А СА ЧЪ МАЙ ЛНАЛТЪ ПЪТЕРЕ. ЛНЖЪТ ЕКВАЦИИЛЕ СЖИТ ДЕ ГРАДЪА ЛНТЪЙ, ДЕ АА ДОНЛЕ ДЕ АА ТРИИЛЕ, ДЕ АА ПАТРЪЛЕ, ДЕ АА ЧИНЧИЛЕ \mathbb{C} , ДЪПРЕКЪМ НЕКЪНОСКЪТА ЕСТЕ ЛНЦАЦАТЪ АА ЛНТЪІА, А ДОА, А ТРИА СЪЪ А ПАТРА ПЪТЕРЕ. ЛНЖЪТ, О ЕКВАЦИЕ ЕСТЕ ДЕ ГРАДЪА ЛНТЪЙ, КЪИД НЕКЪНОСКЪТА ЕСТЕ ДЕ ГРАДЪА ЛНТЪЙ. ДЕ АЧЕСТ ФЕЛЮ ЕСТЕ

еквація $x + b = c$ ши $ax + b = c$; Де ал доиле град, $x^2 = c$ ши $x^2 + ax = c$; де ал тріиле град, $x^3 + ax + bx = cdf$. А-емене есте ши пентрѸ алтеле. Еквацииле де градыл лнтзѸ сѸ нѸмеск симпле, пар челе-ланге компѸсе.

137. Резолуція сѸѸ днзлегарѸ а фіешкрѸй проблеме сѸ разымз пе Ѹрмзтоаре Аксиомз: ДовѸ кѸтимѸй еквале, адзоците сѸѸ лм-пѸцинате деопотривз, требѸй пѸрѸре сѸ дее резултатѸрѸй еквале; дин каре ѸрмѸзз кѸмкз о еквацие нѸ сѸ ватзмз, де сѸ ва адзоци кзтрз фіешкаре мздѸларѸй сѸѸ де и сѸ ва скз-дѸ тот дчѸ кѸтимс; сѸѸ лнкз дѸкз амѸн-доѸ мздѸларѸй сѸ лмѸлцеск сѸѸ сѸ лмпзрцеск прии тот дчел нѸмкр.

138. ПентрѸ де а транспорта термине де ла Ѹн мздѸлар а еквациѸй ла Ѹн алт мз-дѸлар, требѸй а ле скпримл (нимичі) лн ѸнѸл ши а ле скріе лн алтѸл; скимѸндѸле сем-ниле.

ДнкѸт, еквациа $ax - 26 = 4cy + d$ есте еквалз кѸ Ѹрмзтоаре: транспортѸнѸ — 26 дчелѸй лнтзѸй мздѸларѸй. $ax = 4cy + d + 26$.

Сѣѣ лн цифре : $20 - 6 = 9 + 5$.

Вом авѣ, транспортанд — 6 ачелѣѣ лнтѣѣ мздуларіе ла ал донле, $20 = 9 + 5 + 6$.

Ачѣста операция нѣ аре невое де де-монстраціе.

139 Ла екваціѣ сѣ лнтреѣѣѣѣѣѣ лн-мѣлцирѣ, атѣнче кѣнд есте врс о фракціе дѣ скѣѣѣѣѣ. Дрепачеа сѣ лнмѣлцирѣк тоате тер-миниле екваціѣ прин нѣмнторіѣл фракціѣ че е-сте а сѣ сѣѣтраѣе. Фіе екваціа $\frac{x}{a} + b = z - d$ де ла каре есте а сѣ сѣѣтраѣе фракціа $\frac{x}{a}$. Треѣѣѣ лнмѣлци тоате терминеле еква-ціѣ прин нѣмнторіѣл a , ши атѣнче ва еши ѣр-мѣтоаре екваціе: $\frac{a x}{a} + a b = a z - a d$; лн сѣ $\frac{a x}{a}$ есте еквак кѣ x . Аша др авѣ екваціе есте еквак кѣ авѣста $x + a b = a z - a d$.

Дечнѣ, сѣ веде кѣ л фракціа сѣѣтраѣсѣ, нѣмн-торіѣл x рѣмѣне лн локѣл фракціеѣ $\frac{x}{a}$. Лнкѣт лндеѣѣѣѣѣ, спре а фаче сѣ піарѣ

фракціє, сз кѣвине лнмѡлци тоате термннне екваціѣ прнн нѡмнторіѡл фракціѣ, шн а лѡса се нѡмѡрѡторіѡл лн локѡл фракціѣ, фѡрѡ ал лнмѡлцн. Де асемнне сар фаче пентрѡ тоате фракцінне каре сѡр пѡтѡ афла лн екваціє, лнмѡлцннѡлѡе ѡнне дѡнѡ алтеле, прекѡм сѡѡ флѡѡт днчѣ маѣ сѡс.

Редернт ссте кѡ валоре фракціѣ нѡ сѡ скнмѡла, пентрѡ кѡ сѡ лнмѡлцеск нѡмаѣ ачеле доѡѡ мѡдѡлѡрѣѣ, каре сѡнт кѡтнмѣ екваас, прнн тог ачѡ мѡрнне.

140. Пентрѡ де а дѡзѡвѡра не нѡѡноѡѡта че есте лнмѡлцнтѡ прнн о гѡтнне кѡоскѡгѡ, сѡ лнтрѡкѡннцѡѡѡ лнмѡрѡцнрѡ. Фіе екваціѡ $ax + b = cd$ а кѡрѡ кѡ гѡтѡ нѡѡноѡѡгѡ x есте лнмѡлцнтѡ прнн a . Сѡре а дѡзѡвѡра не ачѡгѡ кѡтнне нѡѡноскѡѡгѡ шн а о лѡса снпѡрѡ пентрѡ ѡнѡл днн термннне екваціѣ, сѡ кѡвнне лнмѡрѡцн тоате термннне прнн a , каре ва да $\frac{ax}{a} + \frac{b}{a} = \frac{cd}{a}$; дѡр $\frac{ax}{a} = x$.

Дечѣ, екваціѡ трѡѡтѡ сѡ ва фаче $x + \frac{b}{a} = \frac{cd}{a}$ лн кѡре нѡм ѣ нѡѡноѡѡѡта x есте ѡнѡл

днн термннне сквациї.

141. Дѣкз некѣноскѣта есте лнзлцатз ла вре о пѣтере, н сз екстрѣе рздзчнна, аднкз, дѣкз некѣноскѣта есте лнзлцатз лн еквацие ла квадрат, сз кѣвнне аї екстрѣе рздзчнна квадратз, дѣкз есте лнзлцатз ла кѣвѣ, сз кѣвнне а н сз екстрѣе рздзчнна кѣвнкз, шн аша маї департе. Де ексемплѣ. авжнд еквациа $x^2 = a^2$ а кзріа некѣноскѣта x есте лнзлцатз ла квадрат, атѣнче тревѣї а екстрѣе рздзчнна квадратз днн фїсшкаре мздѣларю а еквациї, шн вом абѣ $x = a$.

Асемнне, спре а рѣзола (дѣзлега) $x^3 = a + c$, тревѣї аї екстрѣе рздзчнна кѣвнкз, каре нн ва да $x = \sqrt[3]{a + c}$.

142. Пенгрѣ рѣзолѣціа еквациїлар неапзратз есте Сѣвстнтѣціа, кѣре есте а пѣне валоре ѣнеї кѣноскѣте лн локѣл ачестей некѣноскѣте. Де ексемплѣ, авжнд амжндѣвѣз еквациїне $x + y = a$ шн $x - y = d$, шн кз ам вон а сѣвстнтѣн лн ачѣ лнтзїї еквацие валоре де x лн локѣл ачестей некѣноскѣте, атѣнче сз кѣвнне лѣа валоре де x лн а доѣа еквацие, каре сз фаче лзсжнд пе x сингѣрз лн мздѣларѣл лнтзїї, шн а доѣа еквацие ва

фи $x = d + y$; лнкжт, $d + y$ есте валоре де x ; дѣпѣ ачѣста сѣ ва свѣститѣи $d + y$ л локѣл де x лн ачѣ лнгзѣи екваціе, ши вом авѣ $d + y + y = a$ л лок де $x + y = a$.

Асемине свѣститѣціе сѣ ва фаче пентрѣ тоате некѣноскѣтеле, **С**.

143. Пентрѣ де а гзси солѣціа проблемилор де граѣла лнтзѣи, сѣнт трѣи регѣле де обсерват:

1.) Треѣѣ а рѣдѣѣе, Проблема лн еквиціѣи, експримѣндѣ рапортѣрилѣ мѣримилор кѣноскѣте кѣ челе некѣноскѣте, сѣѣ ши ачѣле каре сѣнт лнтре кѣтимилѣ некѣноскѣте ла ѣн лок компарѣите (алѣгѣратѣ).

П р о б л е м а I.

Бран ши Стан аѣ ѣн нѣмѣр де оѣ; дѣкѣз Бран ар да дин а ле сале чинчѣѣчѣи оѣ лѣи Стан, атѣнѣ иѣ ар авѣ деопотрѣвѣ ѣнѣл кѣт алѣл; дар дѣкѣз Стан ар да чинчѣѣчѣи лѣи Бран, атѣнѣ ачѣста ар авѣ де трѣи орѣи мѣи мѣлт дѣкѣт ачѣла че аѣ рѣзмѣс лѣи Стан. Кѣте оѣ авѣ фѣешкаре дин иѣ ?

Пентрѣ де а ашѣѣа ачѣстѣ проблемѣ лн екваціе, x репрезентѣѣѣз тѣрма лѣи Бран, ши y тѣрма лѣи Стан. Аша дар, $x - 50 = y + 50$. Ачѣста есте ачѣ лнтзѣи конѣнѣціе а Проблемѣи.

Фигури сѣвстиг $3y - 150 = y + 100 + 50$.
 Дикват, ноѣ ага ѡхлугат о снигърѣ некѣноскѣтѣ
 каре есте y , че лнцѣмѣхѣ нѣмзрѣл онлор
 лѣѣ Стан.

А треа рсгѣлѣ ши ва лѣвѣца а кѣноаѣе ва-
 лоре ачест ѣ некѣносскѣте.

III.) Прии ачѣсгѣ рсгѣлѣ кѣтимѣ некѣно-
 скѣтѣ сѣ ласѣ снигърѣ лн ѣнѣл дин мзѣларѣ,
 стрѣмѣтѣнд тоате мзрнмнѣ кѣноскѣте лн
 челадант мзѣларѣ, лн кнѣл ѣрмѣторѣ: $3y$
 $- 150 = y + 150$, стрѣмѣтѣнд пе кѣтимѣ кѣ-
 носкѣтѣ дин ачел лѣѣѣ термнн лн ал донѣе, ши
 пѣзнѣнд пѣрѣре рсгѣла семнлор, вом авѣ $3y$
 $= y + 150 + 150$ сѣѣ $3y = y + 300$; ши стрѣ-
 мѣтѣнд пе y дин ал донѣе мзѣларѣ лѣ ачел
 лнѣгѣнѣ, вом авѣ $3y - y = 300$ сѣѣ $2y = 300$.
 Дн ѣрмѣ, фннѣ кѣ y есте лнмѣлѣнт прии
 2, лнмѣлѣцеск пе амѣндохѣ мзѣларѣ прии
 2, ши ам $y = 150$; дечѣ Стан авѣ лн а са
 тѣрмѣ 150 оѣ.

Пентрѣ де а кѣноаѣе каре ера нѣмзрѣл о-
 илор а тѣрмѣѣ лѣѣ Бран, тревѣнѣ а сѣвстнѣнѣ
 150 лн локѣл де y , лн ѣннѣе дин екваѣнѣ лн
 каре сѣ гѣсеск некѣноскѣтеле x ши y . Дн-
 кѣт, лѣ ачѣ лнѣгѣнѣ екваѣе каре есте $x -$

$50 = y + 50$, сѣѣ $x - 50 = 170 + 50$, сѣѣ $x - 50 = 200$. Стрѣмѣтѣца — 50 лн ал допле мз-
дѣларѣ, вом авѣ $x = 200 + 50$ сѣѣ $x = 250$,
нѣмзрѣл онлор алѣѣ Бран. Лнкѣт, рѣспѣнсѣл
лнтрѣвзрѣѣ прѣпѣсе есге кѣ тѣрма лѣѣ Бран
сѣ алѣзтѣѣ днн 250 оѣ, гѣр ачѣга алѣѣ Стан
днн 150 оѣ.

Днн ачѣсга сѣ вѣде кѣ, ал рѣздѣче о лнтрѣ-
варѣ сѣѣ о прѣвѣлмз лн еѣвацѣѣ, есге ал тра-
дѣче сѣѣ ал о кѣвѣнтѣ лн лнмѣл Алѣѣвранкѣ.

Прнн ачѣсѣт мѣтод сѣ пот днзлѣга тоатѣ
прѣвѣлмѣче сѣ прѣпѣн лндѣовѣше.

Прѣвѣлмѣ II.

Ѣн пѣзннтѣ шн ѣн фѣѣ ал фѣѣшкарѣ ѣн нѣмзр
дѣ портогалѣ. лнкѣт дѣѣкѣз фѣѣѣл ар да пѣзннтѣ-
лѣѣ ѣна днн алѣ салѣ, ат нѣѣ ѣнѣл ар авѣ ал-
тѣѣтѣ кѣѣт шн олѣѣл; шн дннпрѣтнѣвѣз, дѣѣкѣз
пѣзннтѣлѣ ар да ѣнл фѣѣѣлѣѣ сѣѣ днн алѣ салѣ,
атѣнѣче фѣѣѣл ар авѣѣ нѣмзр ал лндѣонт дѣ ачѣ-
лѣ че ар рѣзмѣѣнѣѣ пѣзннтѣлѣѣѣ сѣѣ. Сѣз чѣрѣ ал
ѣнн нѣмзрѣл портогалнлор ал пѣзннтѣлѣѣѣ шн ал-
чѣлѣ ал портогалнлор фѣѣѣлѣѣѣ. Дѣпѣз рѣсѣѣлнлѣ
дѣтѣ, нѣмзрѣл портогалнлор пѣзннтѣлѣѣѣ сѣ вѣ
нѣмн ал, шн нѣмзрѣл портогалнлор фѣѣѣлѣѣѣ m ,

атѣнче вом авѣ ачѣстѣ екваціе: $m - 1 = a + 1$
 ши $2a - 2 = m + 1$; ши дѣпѣ а доѣа ре-
 гѣла вом авѣ, ѣрмѣнд сѣвѣтѣѣѣа, $2a - 2$
 $= a + 2 + 1$ сѣѣ $2a - 2 = a + 3$. Дн
 ѣрмѣ, аплѣмѣнд а тѣса регѣла, вом авѣ $a = 5$,
 ши сѣвѣтѣѣнѣнд ачѣстѣ валоре каре есте тоа-
 чѣ кѣносѣѣтѣ де a ла лѣнтѣа екваціе $m - 1$
 $= a + 1$, вом гѣси $m = 7$; дѣчѣ пѣрѣнтѣ-
 ле авѣ 5 порѣогале гѣр фѣѣла 7.

Дн сѣ мн а ре. Регѣла а доѣа есте неа-
 пѣратѣ нѣмаѣ атѣнче кѣнд прѣвѣлема кѣпрѣнде
 чел пѣцин доѣа некѣносѣѣте; авѣнд лѣнсѣ нѣ-
 маѣ о снѣгѣрѣ, атѣнче сѣ лѣнтѣевѣнѣѣаѣ нѣ-
 маѣ регѣла лѣнтѣѣ ши а тѣса.

П р о б л е м а III.

Ѣрѣста ѣнѣѣ пѣрѣнтѣ есте лѣнѣѣсѣтѣ де Ѣрѣ-
 ста фѣѣѣлѣѣ сѣѣ, гѣр сома ѣмѣелор Ѣрѣсте ес-
 те де 91 аѣѣ. Каре есте Ѣрѣста фѣѣѣлѣѣ? ши
 каре есте ачѣѣ а пѣрѣнтѣлѣѣ?

Пе кѣнд Арѣтѣметѣчѣѣ сѣр перѣде лѣнѣ снѣгѣре
 черѣѣрѣѣ, Алѣѣѣрѣстѣѣл ва зѣче аѣа: еѣ нѣмѣск
 x Ѣрѣста фѣѣѣлѣѣ, дѣчѣ дѣпѣ кѣнѣнѣѣа прѣвѣле-
 мѣѣ Ѣрѣста пѣрѣнтѣлѣѣ ва сѣ фѣѣе $6x$. Дѣр
 ачѣсте доѣа Ѣрѣсте сомаѣсѣѣте фѣлѣк 91 де аѣѣ;

Дикжт леем $7x = 91$, ши патъ проблема а-
шхзатъ ли екваціе.

Дадатъ че о проблемъ есте, прехм ам хис,
традъсъ ли лимва Давеврникъ, рхмзшнца ре-
жолвцій есте кѣр о цѣлзріе. Дечн, сѣ ва зї-
че: Дѣз $7x = 91$, апоѣ $x = \frac{91}{7} = 13$, ли-
кжт фіѣл аре 13 анї; гѣр нхрштеле ва авѣ 78,
пентрѣ кѣ л фангѣ $13 + 78 = 91$.

Патъ проблема режолвнтъ, гѣр режолвція ли-
кредншцатъ, пентрѣ кѣ га рхсвнде конднцій
пропѣсе.

144. Дн лчест мик сксемпалъ вом маѣ дкел
(144) кѣ кѣ спре а днхвзрѣ пе некѣно-
скѣта кѣнд сѣ афлѣ афектатъ де орѣ каре кое-
фнціент, сѣ кѣ вше дмншрци тоатъ еквація прин-
тот лчест коефнціент. Аша дар спре а гѣш
валоре де x ли хрмзтоарѣ екваціе $ax = b$
сѣ ва скріе $x = \frac{b}{a}$.

Проблема IV.

Каре есте нѣмзрѣл а кѣрѣл о трїнме ши о
патрїме адѣнате ла хн лок фѣк 63?

Еѣ нѣмеск лчест нѣмзр x , а са трїнме ва
фі $\frac{x}{3}$, а са патрїме $\frac{x}{4}$. Дар лчесте доѣз

парциј виште ла њи лок аџ а фаче 63 ; Дечѣ

де еквація проваломсѣ ам $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 63$.

Рздѣкѣнд ла њи комѣи нѣмнторю ши сомѣ-

рѣкѣнд ачеле доѡѡ фрѣкциѣ, воѣ авѣ $\frac{7x}{12} =$

63. Дечѣ некѡноскѣта ва авѣ де коѣфициѣнт
 „7” приѣ кѣре воѣ лѣмѡрци амѣндѡѡѡ мѡдѡлѡрѣ
 де еквациѣ дѡѡѡ рѣгѡла трѣкѡѡѡ, кѣре ѡм ва

да $x = \frac{12 \cdot 63}{7} = \frac{12 \cdot 9 \cdot 7}{7} = 12 \cdot 9 = 108$.

Кѡчѣ а трѣа парте дѣи 108 сѣте 36, а пѡтра
 парте сѣте 27, ши $36 + 27 = 63$.

145. Сѡ лѣкѣсм дѣи ачѣст ексѡмплѡ,
 кѡм кѡ тоѡте еквациѣле де ачѣстѡ формѡ:

$\frac{ax}{b} = c$, сѡ дѣѡлѣѡѡ скрѣиѣнд $x = \frac{bc}{a}$:

ши кѡ спре а дѣѡѡѡѡра пе о некѡноскѣтѡ, афѣк-
 тѡѡ де ѡи коѣфициѣнт фрѣкциѡнар, трѣѡѡѡ лѣ-
 мѡлѡци тоѡте термѣнѣле а лѣ еквациѣ приѣ нѣ-
 мнторѣѡла ал ачѣстѡѣ коѣфициѣнт ши а лѣ лѣ-
 мѡѡрци приѣ ал сѡѡ нѣмѡрѡѡторѣѡ.

Прѡклаѣмѡ V.

О чѣтѡте асѣдѡѡѡтѡ аѡ сѡѡѡѡѡѡѡ ѡи кѡмпѡит
 бѡмбѡрдѡмѣнт, ши лѣ ѡрѡмѡре ѡрдѣре де кѡсѣ

ЛН кѹрс дѣ кѹтева зиле. ЛН зѣѡа ЛНТЗН дѣ арс цѣмзгатѣ д нѣмзрѡлѣн каселор сале, а доѡа зѣи а треа парте, гѡр ЛН челеланте саѣ сѣрпат ши дѣ арс а доѡѡспрежечѣ парте дин нѣмзрѡл тотал а каселор, ЛНКѡТ, дѣпз че дѣ ЛНчетат бомбардаментѡл, саѣ гзсит рзмасе 63 дѣ касе. Сз чере а цѣн кѹте касе авѣ ачѣ четате ЛНантѣ ардеріѣ?

Фіе x нѣмзрѡл кариле сз кѡвтз; $\frac{x}{2}$ ва фи експресіа нѣмзрѡлѣн каселор арсе ЛН зѣѡа ЛНТЗН; $\frac{x}{3}$ ши $\frac{x}{12}$ вор експрима ачсле че дѣ арс Л челеланте зиле, ши фінна кз четатѣ сз алкзтѡл нѣмаѣ дин касиле челе арсе ши дин челе рзмасе, апоѣ дѣ екваціа проблеміѣ вом авѣ:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{12} + 63 = x.$$

Сз ЛНКІПѡМ пентрѡ скѣрттарѣ $63 = a$, ши ЛНмѡцаскзсз тоатз екваціа прин ачел маѣ маре нѣмиторіѡ а фракцінлор каре анче есте 12, вом авѣ $6x + 4x + x + 12a = 12x$. ши рздѡкѡннѡ --- $11x + 12a = 12x$ ши лѡѡннѡ дин ѡна ши дин алта парте $11x$ вом авѣ $12a = x$. ЛНКѡТ четатѣ бомбардѡнтз авѣ ЛН а еѣ кѣпринс 756 касе.

Проблема VI.

Тестаментъа ѹнѹй пзринте рзндѹще кѹмкѹ ла фїѹа чел маѹ маре сз се дее де клирономїе 1000 галвинѹи ши $\frac{1}{6}$ дин ачел че ва рзмѹнѹѹ; кѹ ла ал доиле сз се дее 2000 галвинѹи ши $\frac{1}{6}$ дин рзмѹшицѹ ; кѹ ла ал трїнле сз се дее 3000 галвинѹи ши $\frac{1}{6}$ дин рзмѹшицѹ , ши аша маѹ департе пзн ла ачел депе ѹрмѹ фїѹ, а кзрѹга порціе есте рзмѹшица клирономїеѹ. Дїмпзрциндѹсѹ порцінле сз афлѹ кѹм кѹ тоцѹ фїѹ аѹ клирономит дрепте порціѹ. Сз чере а ши 1^о каре ера тогїмѹ ѹверїѹ пзринцецѹѹ ; 2^о каре ера нѹмзрѹа фїнлор ; ши 3^о каре аѹ фост порціа а фїешкзрѹа ?

Ачесте трїѹ днтревзрїѹ ар пѹтѹ да а креде кѹмкѹ дн ачѹстѹ проблемѹ ар фи трїѹ некѹноскѹте; кѹ тоате ачесте лесне есте а днцзлеце кѹмкѹ кѹноскѹндѹсѹ ѹверѹ пзринтѹѹскѹ, тоате челеланте сз вор кѹноаще. Кзчѹ, скззїндѹ де ла ачѹ масѹ 1000 галвинѹи + $\frac{1}{6}$ а рзмѹшицеѹ, каре сз даѹ ла ачел маѹ маре, дестѹа ар фи а дмпзрци клирономїа прин ачѹстѹ порціе ачелѹѹ маѹ маре, гзр кѹторѹа ар фаче кѹноскѹт нѹмзрѹа пзрцилор еквале ши дн ѹрмлре пе ачела а фїнлор. Дечѹ сз кзѹтѹм ѹверѹ пзринтѹѹскѹ.

Еѣ о нѣмек x , ши пентрѣ снѣртаре пѣн $a = 1000$, апоѣ ѣнк, дѣнз че дчел маѣ маре дѣ лѣат 1000 галвинѣ, клирономіа рѣмѣне $x - a$, дар дин ачѣстѣ рѣмѣшицѣ ел аре сѣ маѣ еѣ $\frac{1}{6}$, деч порціа са есте $a + \frac{x - a}{6} = \frac{5a + x}{6}$

рѣдѣкѣнд, ла чот дчел нѣмиторіѣ. Дар ачѣстѣ порціѣ есте еквалз кѣ ачел а фѣрацилор сѣн; лнкѣт дестѣл ѣсте а кѣѣта валоре ацѣвѣранкѣ, де ексемпѣл де порціа ачелѣн ал доиле, пентрѣ де лѣѣ екѣаціа ши а коноаѣше пе x .

Клирономіа, скѣзѣндѣсѣ порціа ачелѣн маѣ маре, рѣмѣне $x - \frac{5a - x}{6} = \frac{5x - 5a}{6}$.

Дин ачѣстѣ рѣмѣшицѣ ал доиле аре сѣ еѣ 2000 галвинѣ $= 2a$, лнкѣт клирономіа ва рѣмѣне $\frac{5x - 5a}{6} - 2a = \frac{5x - 17a}{6}$, а кѣрѣл ше-

сине есте $\frac{5x - 17a}{36}$, апоѣ адѣѣгѣндѣсѣ а-

нѣстѣ рѣмѣшицѣ кѣ 2000 галвинѣ, ком лѣѣ партѣ ачелѣн ал доиле $2a + \frac{5x - 17a}{36} =$

$\frac{55a + 5x}{36}$. Дечн, лѣем екѣаціа $\frac{5a + x}{6}$

$$= \frac{55a - 5x}{36} \quad \text{Дѹпѹ че саѿ афлат еквація}$$

апоѿ нѹмаѿ есте ничѿ о греотате; ши валоре неѹноскѹтеѿ сѹ афлѹ лѹсѹндѹо синѹрѹ ѹн ѹн мѹдѹларѿ. Аиче де ексемплѹ, ѹнмѹлцинд пе амѹндѿ мѹдѹларѿ прин 36 вом авѹ

$$30a + 6x = 55a + 5x.$$

Дѹнд де ла амѹндѿ пѹрѹѿ кѹтимиле комѹне, адекѹ 30a ши 5x, вом афла аверѹ пѹринтѹскѹ $x = 25a = 25,000$ галбинѿ,

Дикѹт порѹиѹ а фиешѹрѹа фиѿ есте де 5000 галбинѿ; ѹр нѹмѹрѹа фѹцилор аѿ фѹст чинѹѿ.

Проблема VII.

Кѹноскѹнд повѹдра а ѹнеѿ короне де доѹѹ металѹрѿ, де ексемплѹ: де аѹр ши де арѹинт, а гѹси кѹтимѹ де аѹр ши ачѹа де арѹинт, каре сѹнт амѹстекате ѹн ачѹѹѹѹ коронѹ.

Дн Физикѹ есте прѹвѹнт кѹ корпѹсѹрнле вѹр-тоасѹ, ѹмплѹнтате ѹн апѹ, перд дин а лор поварѹ атѹта кѹт траѹе ѹн ѹсемише волѹмен де апѹ; де ексемплѹ: дѹкѹ о бѹкатѹ де фиѹр траѹе 100 литре, ши кѹ волѹменѹа еква а апѹ кѹ ачѹа а фиѹрѹлѹѿ траѹе 12 литре, а-тѹнче фиѹрѹа, кѹфѹндат ѹн апѹ, ва траѹе нѹмаѿ

88 де литре, пентрѣ кѣ ва перде 12 литре
дини а са поварѣ.

Дини ачесте ѣрмѣхѣ кѣ лѣжид павзрѣ екви
лнхѣ де деосебитѣ металѣрѣ, де аѣр, де арѣинт
ши де арѣмѣ, ши кѣ сѣ лмплѣнтѣ лн апѣ,
атѣиче металѣрѣ челе маѣ греле вор перде
маѣ пѣцин дини а лор поварѣ декѣт челеланте,
пентрѣ кѣ еле вор авѣ маѣ пѣцин волѣмен.
Днѣжт, аѣрѣл фѣлнѣ маѣ грѣв дѣжт арѣинтѣл,
волѣменѣл де аѣр ва пѣрде маѣ пѣцин дѣжт
ачел де арѣинт, гѣр волѣменѣл де цинт ва
пѣрде маѣ пѣцин дѣжт ачел де арѣмѣ, пен-
трѣ кѣ арѣнетѣл траѣе м ѣ мѣлт дѣжт арама.

Пентрѣ де а дѣскопери л каре кѣтѣме ар-
ѣинтѣл сѣ афлѣ аместекат лн ачѣстѣ коронѣ.
сѣ кѣвѣше лѣа ѣн лѣнгот (о бѣкатѣ) де аѣр кѣрат шѣ
о бѣкатѣ де арѣинт, фѣешкаре де о поварѣ ск-
валѣ кѣ повара коронѣ; апоѣ а лмплѣнта лн
апѣ корона ши ачеле доѣ бѣкѣцѣ, ши дѣкѣ
ачѣстѣ коронѣ перде маѣ мѣлт дини а еѣ по-
варѣ дѣжт бѣката де аѣр, ши маѣ пѣцин
дѣжт бѣката де арѣинт, гѣ нѣ есте де арѣинт
лнѣрнт че есте дини аместекѣтѣрѣ.

Дрѣптачѣга трѣбѣѣ а да нѣмѣрѣ ла деосеби-
теле мѣрѣмѣ карѣле лнтрѣ лн ачѣстѣ пробле-

мз: фіе дечй p повара вѣкзцій де аѣр, а ле вѣкзцій де арцинт ши а ле коронеѣ; а пердерѣ че фаче де а еѣ поварѣ вѣката де арцинт лмплжнтатѣ лн апѣ, ши б пердерѣ вѣкзцій де аѣр, с а ле коронеѣ, х кѣтимѣ де арцинт аместекат лн коронѣ, ши у кѣтимѣ де аѣр. Статориичиндѣсѣ ачесте, авем доѣж екваціѣ, пентрѣ кѣ сѣнт доѣж некѣноскѣте х ши у. Ачѣ лнтѣѣ ѣшор сѣ поате афла: ѣ ва фи $x + y = p$, пентрѣ кѣ корона есте фѣкѣтѣ нѣмай дин аѣр ши дин арцинт.

Пентрѣ а доѣа рехонеѣ лн ачест фелѣ, фіннд кѣ лн ачѣ коронѣ есте нѣмай аѣр ши арцинт, сѣ кѣвине ка пердерѣ де поварѣ че фаче корона лн апѣ лмплжнтатѣ сѣ фіе ла ача де аѣр ши де арцинт аместекат лн коронѣ, прекѣм пердерѣ че фаче вѣката де арцинт лмплжнтатѣ лн апѣ есте кѣтрѣ пердерѣ че фаче кѣтимѣ де арцинт аместекатѣ лн коронѣ; лнкѣт дѣкѣ вѣката де арцинт есте лндонтѣ декѣт кѣтимѣ арцинтѣлѣѣ коронеѣ, пердерѣ поварѣ а вѣкзціѣ ва фи лндонтѣ де ача а поварѣ арцинтѣлѣѣ дин коронѣ.

Іатѣ о адоѣа екваціе каре сѣ кѣвине цинѣ л минте: пердерѣ де поварѣ че аѣ фѣкѣт ко-

рона амплитатъ μ и Δp есте еквилъ а чед
 а възцилор де метал, физъ а интродуце
 новъ несъноскуте осевите де x ши y , ши а-
 тѣиче фак ачѣстъ пропорціе: $p : x :: a : \frac{a x}{p}$.

Ачест термин $\frac{a x}{p}$ инсумиѣхъ пердере че фа-
 че кѣтимѣ де аршинѣ а короней. Кѣил сѣ а-
 флаъ μ и Δp ; пентрѣ къ ачѣстъ пердере есте
 а интродуѣ термин а пропорцій. Гси, а асеминѣ
 резон, физкѣнд пропорція δp кѣтоарѣ вом аѣ
 експресиѣ де пердере а δp аместеат μ
 коронъ: $p : y :: b : \frac{b y}{p}$, кѣре инсумиѣхъ къ
 възкѣта де аѣр инсумиѣт прин p , есте кѣтрѣ
 аѣрѣл аместекат μ и δp , прѣкъм пердере де
 повѣрѣ а аѣрѣлѣ есте кѣтрѣ пердере че фа-
 че аѣрѣл короней. Инкѣт, $\frac{b y}{p}$ инсумиѣхъ пер-
 дере де повѣрѣ де аѣрѣл аместекат μ и ко-
 ронъ, ши $\frac{a x}{p}$ ачед а повѣрѣ аршинѣлѣлѣ. Ин-
 сѣ, ачесте доѣм пердере лѣ ши лок интродуците
 сѣлѣхъ пердере короней. Дечѣ, вом аѣл ѣр-

мзтоаре екваціе:

$$\frac{ax}{p} + \frac{by}{p} = c \text{ сѣѣ } \frac{ax + by}{p} = c. \text{ Днкжт,}$$

ачеле доуз екваціи каре експримвѣз кондциіне проблеміи, сжит: $x + y = p$ ши $\frac{ax + by}{p} = c.$

Апанкѣина а доѡа ши а треа регѡлз, вине $ax + by = cp$, дѡпз каре лас y сингѡр л мздѡларѡл лнтзѡ ачїи лнтзѡ екваціи, ши ам $p - x = y$; сѡбститѡѡез ачѣстз валоре л локѡла де y лн ачелантз екваціе, ши ам $ax + by = cp$; дар пентрѡ кз y есте лнмѡлцинт прин b лн ачѣстз екваціе, апоѡї тревѡї аселмине а лнмѡлци $p - x$ прин b , ши продѡктѡла есте $b(p - bx)$ каре пѡн л локѡла де by , ши гзсеск ачѣстз екваціе $ax + b(p - bx) = cp$, лн каре сз афлз нѡмаї ѡн сингѡр фелѡ де некѡносѡте каре сз кѡбине лзса лн ачел лнтзѡ мздѡларѡ; дечїи зик: фїина кз $ax + b(p - bx) = cp$, тревѡї ка $ax - bx = cp - bp$. Днкз, ачел лнтзѡ мздѡларѡ а ле ачестей днн ѡрмз екваціи есте продѡктѡла де x прин $a - b$. Дечїи, лмпзрцинд пе амжндої мздѡларѡї прин

$$a - b, \text{ ва вени } x = \frac{c p}{a} - \frac{b p}{b}.$$

Ачѣстз валоре де x голтз кѣноскѣтз сз поате пѣне лн еквиціа лнтзѣ, пентрѣ де а гзси валоре де y ; дар ачѣста нѣ есте тре-вѣитор, пентрѣкз, кѣноскѣнд кѣтимѣ арцинтѣ-лѣѣ, лесне сз ва пѣтѣ кѣноаще ачѣа ал аѣрѣ-лѣѣ.

Сз пропѣнем акѣма кѣмкз корона трзѣѣ нѣмаѣ 10 литре, ши кз га пердѣ доѣж тримѣ де литрз а повзрѣѣ салѣ, лмплѣнтатз фѣинд лн апз; кз бѣката де арцинт, трзгѣнд а е-мине 10 литре, пердѣ а зѣчѣ парте а повзрѣѣ салѣ, ши кз бѣката де аѣр де асе-мине поварз пердѣ а ноѣспреѣече парте де а са поварз, ачѣсте пропѣндѣле, вом авѣ $p = 10$, $a = 1$ сѣѣ $\frac{1}{10}$, $c = \frac{2}{3}$, $= \frac{10}{19}$, ши сѣѣстѣѣнд ачѣсте партикѣларѣ валоре л локѣл литернлор, вом авѣ $c p - b p = \frac{20}{3} - \frac{100}{19}$, сѣѣ рздѣкѣнд ачѣсте фракціѣ ла тот ачѣл нѣ-миторѣ $c p - b p = \frac{380}{57} - \frac{500}{57} = \frac{80}{57}$. А-семине, $a - b = 1 - \frac{10}{19} = \frac{19}{19} - \frac{10}{19} = \frac{9}{19}$.

Дар, Ли еквація $x = \frac{c p - b p}{a - b}$; нѣмзрз-
 т' рѣл $c p - b p$ есте Лмпзрцит прин $a - b$.
 Дечѣ, тревѣѣ Лмпзрци $\frac{8}{5}$ прин $\frac{9}{19}$ ши кѣто-
 рѣл $\frac{5}{1} \frac{2}{3}$ ва Лнсзмна валоре де x каре есте
 кѣтнмѣ де арцит аместекат Ли коронѣ. Деч,
 фзкжндѣсз Лмпзрцирѣ, сѣ веде кѣ корона авѣ
 апропе де трѣѣ антрѣ арцит, ши пентрѣ кѣ пи-
 сте тот трзцѣ 10 лигре, апоѣ га авѣ апроа-
 пе 7 лигре аѣр.

Ачѣстѣ проблемѣ сѣ поате аплика ла регу-
 лиле де алегациѣ (Аритмет: §. 154).

Де екваціѣ а гра дѣлѣѣ ал доиле.

146. Пентрѣ де а резолна о екваціѣ де
 гра дѣл ал доиле, тревѣѣ маѣнаинте а фаче
 ка терминѣл кариле кѣпринде пе а доѣл пѣтере
 а некѣноскѣтей сѣ аѣѣе сзмнѣл +, де нѣл а-
 ре, Дар, пентрѣ ачѣста, ла Лнтѣмпларе кжндѣ
 ачѣстѣ некѣноскѣтѣ ар авѣ семнѣл —, нѣ рѣ-
 мѣне алта дѣкжт а транспорта пе ачест тер-
 мин дин ѣн мѣдѣларѣ Ли алтѣл, кѣ терми-
 нѣл че кѣпринде пе Лнтѣл пѣтере а некѣноскѣ-
 тей.

Е к с е м п л а ш .

А г з си до ш н ш мере а к з р о р а
с о м з ш и п р о д ш к т с ж н т к ш н о с к ш т е .

С з ш н ч е м к ш м к з с о м а е с т е 34, п а р п р о д ш -
к т ш л 280; Т р е б ш й а г з си к а р е е с т е ф и е ш к а р е
д н и а ч е с т е д о ш н ш м е р е ? А ч е л л н т з й н ш м з р
е с т е x п а р а л д о н л ш y ; а с е м и т е н ш м е с к 2 а
с о м а а ч е с т о р д о ш н ш м е р е , ш и b п р о д ш к т ш л .
Д ш п з а ч е с т е , в о м а в ш б ш ш р м з т о а р е д о ш н е к в а -
ц и й $x + y = 2 a$ ш и $x y = b$.

Л н ш р м и р ш р е г ш л е й а д о ш л , а ч е с т е д o ш н е к -
в а ц и й т р е б ш й а л е р з д ш ч е л н о а г р е а к а р е с з
к ш п р и н д з н ш м а й ш и с и н г ш р ф е л ю д е н е к ш н o с к ш -
т з . Д е а ч е л е ш в а л о р е д е y л н а ч ш л н т з й
е к в а ц и е , ш и а ф л ш $y = 2 a - x$; а п о й с ш б -
с т и т ш б е з а ч е с т в о л о р е д е y л н а д o ш л е к в а ц и e ,
о б с е р в ж н д к з y ф i ш н d л н м ш л ц и г п р и н x , в а -
л о р е д е y , а д е к з д е $2 a - x$, т р е б ш й а -
с е м и ш е с з ф i e л н м ш л ц и т з п р и н x ; ш и л н
ш р м и р e $x y$ е с т е е к в а л к ш $2 a x - x x$. Д е ч ,
а д o ш л e к в а ц i e с з р з д ш ч е л а а ч ш с т a : $2 a x -$
 $x x = b$. Д а р , а ч ш с т з e к в a ц i e e с т e д e г р a -
д ш л а л д o н л e , ц e н т р ш к з x e с т e л н з ш ц a т л a

ал сѣ квадрат. Деспре алтз парте, га кѣ-
принде деосевите пѣтерѣ а некѣноскѣтей, пре-
кѣм $x x$ ши $2 a x$. Пентрѣ де а гзси солѣція
ачестей проблеме, тревѣн аглика регѣла каре
ам дато маѣ сѣс, л кнѣл ѣрмзтерѣ:

Маѣ лнтзѣ стрзмѣт $x x$ ши $2 a x$ ла ал
донле мзѣларѣ гар b ла ачел лнтзѣ, ши ам
 $- b = x x - 2 a x$, сѣѣ $x x - 2 a x = - b$.
Ачѣстз прегзтире фзкжндѣсз, еѣ квадратѣл
де ѣѣмзтатѣ кѣтимеѣ каре лмѣлцѣще пе лн-
тзга пѣтере а некѣноскѣтей ши каре есте $2 a$, ши
адаог ачест квадрат ла фѣшкаре дин мзѣл-
ларѣѣ екваціеѣ. Дар, ѣѣмзтатѣ де $2 a$ есте
 a , ши квадратѣл а ле ачестей ѣѣмзтзцѣѣ есте
 $a a$. Де ачел тревѣн адзоѣн $a a$ кзтрз
фѣешкарле дин мзѣларѣѣ екваціѣ, ши воѣ а-
вѣ ноѣ еквалитате $x x - 2 a x = a a - b$.
Дар ачел лнтзѣ мзѣларѣѣ а ле ачестей еква-
ціѣ есте ѣн квадрат деплин де каре $x - a$ есте
рзѣзчѣна, прекѣм сз ва ведѣ екстрзгжнд рзѣзчѣ-
на квадратз а ле ачестѣѣ лнтѣѣ мзѣларѣѣ, сѣѣ
лнмѣлцинд $x - a$ прин лнсѣш ел. Дечѣ,
лѣжнд рзѣзчѣнна квадратз дин фѣешкаре мзѣл-
лар ал екваціѣѣ трекѣте, воѣ авѣ еквалита-

тѣ $x - a = \sqrt{aa - b}$. Ачест ал доиле мздѣлар нефінда ѡн квадрат деплин, лнтре-вѣнцыз семнѣл радикал пентрѣ де ай експри-ма рздѣчна, непѣтѣнда га фи екстрасѣ лн ли-тере. Дар, пентрѣ кѣ $x - a \sqrt{aa - b}$, ѡрмѣыз кѣ $x = a + \sqrt{aa - b}$, дечн нѣ рзмѣне алта декѣт а сѣбститѣи лн ал доиле мздѣлар валоре кѣноскѣта а литерилор а ши b . Лнсѣ, дѣпѣ Ипотеѣа $2a = 34$, дечн $a = 17$ ши $aa = 289$. Деспрѣ алтѣ парте, $b = 280$, дечн $\sqrt{aa - b} = \sqrt{289 - 280}$. Дар, $289 - 280 = 9$, Дечн, $\sqrt{aa - b} = \sqrt{9}$; лнсѣ, $\sqrt{9} = 3$; Дечн $\sqrt{aa - b} = 3$. А-ша дар еквѣцѣа $x = a + \sqrt{aa - b}$ сѣ рѣ-дѣче ла ачѣста : $x = 17 + 3$, сѣѣ $x = 20$.

Дѣкѣ ла фѣещекаре мздѣларн ам адаос ква-дратѣла де цѣмѣтатѣ кѣтимѣн каре лмѣлцѣ-це пе некѣноскѣта, ера скопос ка ачест лн-тѣн мздѣларн кариле кѣпринде пе некѣноскѣта сѣ се факѣ ѡн деплин квадрат, ши пѣрѣрѣѣ ка еши ачел рѣзѣлатат пѣзѣндѣсѣ ачѣстѣ рѣгѣлѣ.

147. Мѣн есте лнкѣ ѡн алт мнѣлок спре

а гзси солѸціа ачесте проблеме; та сз лнтемем-
гзз не ачѸстз регѸлз каре сз кѸвине а о цн-
нѸ аминте; ши каре есте Ѹрмзгоаре.

ДѸкз доѸж кѸтимнѸ сѸнт инеквале, ачѸ маѸ
маре есте еквалз кѸ ѸѸмзтатѸ сомей, пѸс
ѸѸмзтатѸ дифференціѸ (деосевирей), гар чѸ маѸ
минкз есте еквалз кѸ ѸѸмзтатѸ сомей, минѸс
ѸѸмзтатѸ дифференціѸ. ДечнѸ дестѸл есте а
кѸноаще ѸѸмзтатѸ сомей ши ѸѸмзтатѸ ди-
ференціѸ; дар ѸѸмзтатѸ сомей есте кѸноскѸ-
тз, пентрѸ кз сомѸ лнтрѸгз, принѸ Іпотезз,
есте 2а. ДечнѸ, нѸмаѸ о сингѸрз некѸноскѸтз
аѸ рзмас а сз кѸѸта, адекз: ѸѸмзтатѸ дифе-
ренціѸ, лнкат нѸмаѸ о сингѸрз евѸаціе аѸ
рзмас а сз фаче пентрѸ де а сз реѸола про-
блема.

Сз нѸмим з ѸѸмзтатѸ дифференціѸ а доѸж
нѸмере; фіннд а ѸѸмзтатѸ сомей. ДечнѸ а-
чел маѸ маре днн доѸж нѸмере есте $a + z$ гар
ачел маѸ мик есте $a - z$. Дар, продѸктѸл
де $a + z$ принѸ $a - z$ есте $a^2 - z^2$. ДечнѸ, фі-
ннд кз b лнсзминѸзз продѸктѸл нѸмернлор кз-
Ѹтате, ѸрмѸзз кз $a^2 - z^2 = b$. ДечнѸ, $a^2 -$
 $b^2 = z^2$, сѸѸ $z^2 = a^2 - b$.

Апой пѣина л лок де a^2 ши де b нѣмериле
 каре сѣнт лнсамнате прин ачесте литере, а-
 фла $x^2 = 289 - 280$, сѣѣ $x^2 = 9$. Лн-
 кѣт, екстреманд рѣдзчина квадратъ дин фіеш-
 каре мзѣларѣ, вом авѣ $x = 3$, адикъ, кѣ
 цѣмзтатѣ дифференціѣ есте 3 ; дар сома фі-
 инд 34 , цѣмзтатѣ ачестей соме есте 17 ;
 дечѣ, ачел маѣ маре дин нѣмериле кѣѣтате
 есте $17 + 3 = 20$, тар ачел маѣ мнѣ есте 17
 $- 3 = 14$. Ведерат кѣ ачесте доѣѣ нѣмере
 20 ши 14 сѣнт ачеле каре сѣ кѣѣта, пентрѣ
 кѣ сома лор есте 34 тар продуктѣл 280 .



