

詳 明 易 解 實 用

算 術 三 百 難 題 詳 解

李 小 川 著

益 智 書 店 印 行

詳明 易解 實用

# 精選算術三百難題詳解

李小川 著

益智書店印行

康德六年八月三十日印刷  
康德六年九月三十日發行

精選算術三百難題詳解

定價國幣五角  
（外埠加掛號費）

著 作 人

小 川 幸  
新 京 北 大 街 三 十 號

發 行 人

宋 逸 民  
新 京 北 大 街 益 智 書 店

印 刷 人

廣 一 齋 民  
新 京 北 大 街 三 十 號

印 刷 所

益 智 書 店 印 刷 部  
新 京 北 大 街 益 智 書 店 內

不 準 翻 印

發 行 所

新 京 市  
北 大 街

益 智 書 店

益 智 書 店

電 話 二 · 五 一 九 一 番  
振 替 新 京 二 三 五 六 號

# 目 次

整數四則雜問	.....60題	.....1—20頁
約數及倍數	.....20題	.....21—28頁
分數雜問	.....70題	.....29—63頁
諸等數	.....12題	.....64—68頁
單比例	.....41題	.....69—84頁
複比例	.....15題	.....85—94頁
配分比例	.....14題	.....95—98頁
混合比例	.....8題	.....99—103頁
百分法	.....18題	.....104—110頁
連鎖法	.....12題	.....111—117頁
開方法	.....24題	.....118—127頁
雜問	.....13題	.....128—131頁

## 整數四則雜問

(1) 今有二數.其和爲58.其差爲16.問二數各幾何.

(解) 58爲大數與小數之和.而小數比大數少16.則小數加16.可成大數.故58加16.即大數之兩倍也.故大數 $(58+16)\div 2=37$ .大數比小數多16則大數減16可成小數.故58減16即小數之兩倍也.故小數爲 $(58-16)\div 2=21$ .

(2) 甲乙二校之學生共1576人若將甲校之學生移56人於乙校.則兩校之人數適相等.問各校人數原若干.

(解) 二數之和1576.其差 $56\times 2=112$ .依前法解之得.

甲校之學生爲 $(1576+112)\div 2=844$ 人.

乙校之學生爲 $(1576-112)\div 2=732$ 人.

(3) 今將150分爲二分若以二數之差數除和數.其得數爲25.問此二分.各若干.

(解) 題云以差數除和數得25.則以25除和數必得差數.故差數爲 $150\div 25=6$ .則大分 $(150+6)$

$\div 2 = 78$ . 小分  $(150 - 6) \div 2 = 72$ .

(4) 今有兩列車. 一長 92 尺. 一長 84 尺. 若相向進行. 則 2 秒時相離. 若同向進行. 後車須 8 秒時追過. 求各車每秒之速度.

(解) 兩車未開時. 車頭相向. 則兩車體長  $92 + 84 = 176$ . 相向進行 2 秒時相離. 則兩車於二秒時中可共行 176 尺. 於 1 秒時中可共行 88 尺. 即兩車所行之和數. 題云同向進行後車於 8 秒時追過 176 尺. 則 1 秒時追過 22 尺. 即每秒兩車之差數. 故後車每秒之速率爲  $(88 + 22) \div 2 = 55$  尺. 前車每秒之速率爲  $(88 + 22) \div 2 = 33$  尺.

(5) 今有 355 與 113 兩數. 試各加一相等之數則此數. 爲彼數之 3 倍. 求加數如何.

(解) 加一同數於大小兩數. 則大者爲小者之 3 倍. 如以兩數. 相減則所餘者必爲小數之 2 倍. 故  $355 - 113 = 242$ .  $242 \div 2 = 121$  爲小數之一倍. 如是增加之數爲  $121 - 113 = 8$ .

(6) 父之年 40. 子之年 8. 問幾年後父年爲子年之 3 倍.

(解) 父子之年相差  $40 - 8 = 32$ . 以後父增 1 歲. 子亦增 1 歲. 則 32 歲之差數. 毫無增

減。題云父爲子之3倍。則此32應爲子年之兩倍子之年爲  $\{32 \div (3-1)\} = 16$  歲。再以3倍之得48。即父年也。故父年爲子之三倍應在  $16-8=8$  年後。

(7) 父之年41。子之年17。問何時父年可爲子年之5倍。

(解) 父之年比子多  $41-17=24$  年。此年即爲子年之  $5-1=4$  倍數彼時子年爲  $24 \div 4=6$  歲。則必在距今  $17-6=11$  年前也。

(8) 甲乙丙列車。其速度1秒時甲58尺。乙44尺。而甲車之長487尺。乙車之長635尺。問此兩車相向進行。幾時行過。

(解) 1秒時兩車共行  $58+44=102$  尺。兩車頭相對時。兩車共長  $487+635=1122$  尺。以每秒之速率除之。即  $1122 \div 102=11$  秒時。

(9) 有火車長270尺。甲乙二人。與車同方向進行。甲每秒行5尺。火車10秒追過之。若火車追過乙。祇須9秒時間。乙每秒之速率如何

(解) 火車追過甲之尺數爲  $5 \times 10 + 270 = 320$  尺。是火車每秒之速率爲  $320 \div 10 = 32$  尺。9秒之速率爲  $32 \times 9 = 288$  尺。減去車長。餘  $288 - 270 = 18$  尺。即乙9秒時所行之尺數也。故乙每秒之速率爲  $18 \div 9 = 2$  尺。

(10) 羅紗 48 尺，賣銀 48.95 圓所得之利，等於 7 尺之原價，問 1 尺之原價如何。

(解) 48 尺之賣價，等於  $48 + 7 = 55$  尺之原價，故 1 尺之原價  $48.95 \div 55 = .89$  圓。

(11) 買絹 91 疋，去洋 132 圓，今欲留 3 疋自用，將其餘者售去，適符本銀，問每疋售價若干。

(解) 共 91 疋，若留 3 疋，則祇售 88 疋，使適符本金 132 圓之數，故 1 疋之售價  $132 \div 88 = 1.5$  圓。

(12) 有麥 1575 石，賣得銀 2160 圓，但知損失之本，等於 135 石之原價，問 1 石之原價適若干。

(解) 所賣之 2160 圓即係  $1575 - 135 = 1440$  石之買本，故 1 石之原價  $2160 \div 1440 = 1.5$  圓。

(13) 買米若干石，去銀 3500 圓，賣時每售 1 圓，賺米 2 升至賣盡時，獲利 500 圓，問原買米若干石。

(解) 每賣 1 圓賺米 2 升，今共賺  $3500 \times 2 = 7000$  升，即值 500 圓，而每圓，賣  $7000 \div 500 = 14$  升，加賺 2 升，即 1 圓之買本  $14 + 2 = 16$  升，故買入之石數為  $3500 \times 16 = 5600$  石。

(14) 有矩形之地 1 方長 250 丈，闊 170 丈，今欲於其固圍，建 2 丈一間一房屋，問可得若干間



(解) 週圍之長 $(250+170) \times 2 = 840$ 丈.每間2丈  
可得 $840 \div 2 = 420$ 間.因減去四隅複數4間.即  
 $420 - 4 = 416$ 間也.

(15) 有蝸牛自26尺之樹下上升.每日晝上5  
尺.夜下2尺.問何日能達樹梢.

(解) 蝸牛1晝夜中.能上升 $5 - 2 = 3$ 尺.而最後  
之1日.但上5尺不下.故上升 $26 - 5 = 21$ 尺.即得  
 $21 \div 3 = 7$ 晝夜.第8日自朝至暮上升5尺.故 $7 + 1 = 8$ 日之夕即達樹梢

(16) 甲乙丙三人分金若干圓.甲乙共40圓.  
乙丙共50圓.甲丙共70圓.問各分得若干.

(解)  $40 + 50 + 70 = 160$ 圓.即甲乙丙相加之和  
之2倍.故甲乙丙3人之和為 $160 \div 2 = 80$ 圓.故  
甲之所得 $80 - 50 = 30$ 圓.乙之所得 $80 - 70 = 10$ 圓  
丙之所得 $80 - 40 = 40$ 圓.

(17) 兩地相距180里.有甲乙兩人.同時相向  
進行.甲每時可行26里.乙每時可行34里.問  
若干時相會.

(解) 甲乙二人每時之速率相加 $34 + 26 = 60$   
里.以除距離.即得 $180 \div 60 = 3$ 時間.

(18) 甲乙二人力車. 甲一時行 108 丈. 乙一行 85 丈. 今有 934 之行程. 甲比乙早行 3 時間. 問甲於歸途中遇乙時. 乙行若干丈.

(解) 甲乙二人所行之全距離  $934 \times 2 = 1868$  丈. 除甲先行 3 時外則尚有  $1868 - 108 \times 3 = 1544$  丈. 爲甲乙同時起行之距離. 復以甲乙每時所行之和除之. 即得共行之時  $1544 \div (108 + 85) = 8$  時. 故乙行之程爲  $85 \times 8 = 680$  丈.

(19) 一人賣柿子. 以金 1 圓賣 20 枚售盡得利 20 圓. 若 1 圓賣 25 枚. 則賠本 10 圓. 問柿子若干枚.

(解) 1 個之價  $100 \text{分} \div 20 = 5 \text{分}$ . 則可得 20 圓之利. 若 1 個賣  $100 \div 25 = 4 \text{分}$ . 則賠本 10 圓. 故 1 個價之差爲  $5 - 4 = 1 \text{分}$ . 則賣全數之差  $20 + 10 = 30 \text{圓}$ . 若以 1 個價之差除全差. 即得柿子總數  $30 \div 01 = 3000 \text{枚}$ .

(20) 甲乙二人共行於 630 里之途. 甲日行 4 里. 乙日行 35 里. 甲每行 100 里. 休息 2 日. 乙每行 220 里. 休息 3 日. 問甲比乙多行若干日始到.

(解) 甲行全路之日數爲  $630 \div 42 = 15 \text{日}$ . 而乙行爲  $630 \div 35 = 18 \text{日}$ . 630 里中能容 100 里者 6. 故

甲須休息六次，能容230里者2，故乙須休息二次，如是則甲須 $15+6\times 2=27$ 日乙須 $18+3\times 2=24$ 日，故甲比乙多行 $27-24=3$ 日。

(21) 有一樹以繩繞3週，則餘六尺，繞5週則不足10尺，問樹週及繩長。

(解) 初餘6尺與後不足10尺共長 $6+10=16$ 尺，因週數差為 $5-3=2$ 週，故 $16\div 2=8$ 尺即樹週

(22) 有橘若干分給幼童，若3人各給4枚，其餘皆給3枚，則餘9枚，若一人獨給3枚，其餘皆給5枚，則適盡，問橘及幼童各若干。

(解) 依題前半意，則可云每童3枚餘 $9+3=12$ 枚，後半意則可云每童5枚不足2枚故12枚加二枚，每童可分給二枚，故童之數為 $(12+2)\div (5-3)=7$ 人，而橘之數為 $7\times 3+12=33$ 枚，又 $7\times 5-2=33$ 枚。

(23) 帽五頂與靴3雙之價相等但知兩價相差1圓2角，求帽1頂靴1雙之價。

(解) 以帽易靴差12圓，若以帽5頂易靴5雙則差6圓，此6圓與靴2雙之價相當，故靴1雙價 $6\div 2=3$ 圓，帽1頂價 $3-1.2=1.8$ 圓。

(24) 搬運玻璃器200個，每個力資4分，若損

壞 1 個賠償 9 分. 共給 735 圓. 問損若干.

(解) 共該運費  $200 \times 0.04 = 8$  圓. 今少給  $8 - 7.35 = 65$  圓. 損 1 個償 9 分. 復扣力資 4 分. 則損 1 個必少給  $9 + 4 = 13$  分. 故損壞為  $65 \div 13 = 5$  個

(25) 甲乙丙 3 人分金 1800 圓. 甲有乙之 2 倍乙比丙多 200 圓. 問各分得幾何.

(解) 題云丙比乙少 200 圓. 若加 200 於總金額內. 即成乙 2 倍與甲之和也. 而甲 = 2 乙則此  $1800 + 200 = 2000$  圓. 正與 4 乙相當. 故乙  $2000 \div 4 = 500$  圓. 則丙  $500 - 200 = 300$  圓. 甲  $500 \times 2 = 1000$  圓.

(26) 甲乙二舉人各自營業. 原本相同. 一年之後. 甲得利 300 圓. 乙失本 450 圓. 如是則甲之錢等於乙之 2 倍. 問原本各如何.

(解) 甲乙本原相同. 其後甲加 300 圓. 乙少 450 圓. 則其差異  $300 + 450 = 750$  圓. 即相差之一倍也. 故此時乙之所有為 750 圓. 則其原本為  $750 + 450 = 1200$  圓.

(27) 甲乙二人合本經商. 初出本時. 甲有乙之 4 倍. 其後甲加 300 圓. 乙加 1500 圓. 兩人之本適等. 問原本各若干.

(解) 甲乙之本原差 3 倍. 今乙比甲多加之

數爲  $1500 - 300 = 1200$  圓. 正與所差之倍數相等故 1 倍爲  $1200 \div 3 = \underline{400}$  圓. 即乙原本. 而甲原本爲  $400 \times 4 = \underline{1600}$  圓.

(28) 甲乙丙三人分金 1000 圓. 乙之所得比甲之 2 倍多 6 圓. 丙之所得比甲乙之和多 22 圓. 問各得若干.

(解) 丙比甲乙之和. 差 22 圓. 如是丙即得  $(1000 + 22) \div 2 = \underline{511}$  圓. 則甲乙共  $1000 - 511 = 489$  圓. 而乙之所得. 爲甲之 2 倍少 6 圓. 故  $489 - 6 = 483$  圓. 恰與甲之 3 倍相當. 故  $483 \div 3 = \underline{161}$  圓. 即也. 而乙爲  $161 \times 2 + 6 = \underline{328}$  圓.

(29) 龜鶴 100 頭. 共足 350 隻. 問各若干

(解) 記以 100 悉作龜. 其足數當爲  $100 \times 4 = 400$  隻. 依題云則尙少  $400 - 350 = 50$  隻. 因龜鶴足之差爲 2. 故以 2 除之. 即得鶴數爲  $50 \div 2 = 25$  頭. 龜數爲  $100 - 25 = 75$  頭.

(30) 欲登 350 字之廣告於新聞紙. 若以五號活字排印. 則有 20 行. 每行 22 字之空隙. 今欲彌其空隙. 須插入 2 號活字若干枚. 但知 2 號活字一枚之容積. 當 5 號 1 枚之 4 倍. 求 2 號活字須若干.

(解) 此面積共能容五號字  $22 \times 20 = 440$  字. 因

所登之字不足  $440 - 350 = 90$  字. 故以 2 號與 5 號容積之差. 除不足數. 即得 2 號字之數  $90 \div (4 - 1) = \underline{30}$  字.

(31) 有鷄蛋 10 匣. 大匣容 18 枚. 小匣容 12 枚. 共值 3024 文. 若每枚落價 2 文. 則共值 2520 文. 問各若干匣.

(解) 鷄蛋之總數  $(3024 - 2520) \div 2 = 252$  個. 與 29 題同理. 求得 18 枚者之匣數為  $(18 \times 18 - 252) \div (18 - 12) = 72 \div 6 = 12$  匣. 12 枚者之匣數為  $18 - 12 = \underline{6}$  匣.

(32) 有一船下行於 52 里之河中. 費 13 時. 上行費 26 時. 問水流之速度及盪力各如何.

(解) 上行一時之里數  $52 \div 26 = 2$  里. 爲盪力與水力之差. 下行一時之里數  $52 \div 13 = 4$  里. 爲盪力與水力之和. 依和差理而得一時之盪力爲  $(4 + 2) \div 2 = \underline{3}$  里. 水力爲  $(4 - 2) \div 2 = 1$  里.

(33) 甲乙二人. 共駕船於 420 英里之河中. 甲下行 7 時. 上行 21 時. 乙上行 14 時. 問下行須若干時.

(解) 甲一時間之上行速度  $420 \div 21 = 20$  英里. 乙一時間之上行速度  $420 \div 14 = 30$  英里. 甲 1 時

間之下行速度  $420 \div 7 = 60$  英里. 故水 1 時間之速度,  $(60 - 20) \div 2 = 20$  英里. 以乙上行一時之速度, 加水力之 2 倍即得下行一時間之速度  $30 + 20 \times 2 = 70$  英里. 故乙下行之時間爲  $420 \div 70 = 6$  時間.

(31) 有一河降雨後水流每時之速率, 中流 75 里, 沿岸 45 里, 今有汽船一艘, 沿岸上行, 12 時始達 480 里, 若自中流還原地須若干時.

(解) 上行一時間之率  $48 \div 12 = 40$  里, 而船之盪力爲  $40 + 45 = 85$  里, 因中流一時間下行之速率爲  $85 + 75 = 160$  里, 故須  $480 \div 160 = 3$  時間.

(35) 有河一段, 甲自上流下行, 乙同時自下流上行, 經 9 時間遇甲, 而甲已行全長之半又 243 里, 祇知每時間之盪力, 45 里, 乙 51 里, 問水流每時之速率如何.

(解) 此時甲比乙多行里數爲  $243 \times 2 = 486$  里, 則每時間多行之里數爲  $486 \div 9 = 54$  里, 而乙之盪力比甲多  $51 - 45 = 6$  里, 故水一時間之速率爲  $(54 - 6) \div 2 = 24$  里.

(36) 甲乙二人, 同乘火車, 共攜行李 600 斤, 因火車規定, 搭附行李, 每人有一定之重量, 過其限制, 則須按給運費, 今甲出運費 1 圓 4 角.

乙出運費4角.若令一人搭附.須出2圓4角.求每人限制之重量如何.

(解) 此行李一人攜之.多出 $24 - (14 + 4) = 6$ 角.如是則行李之運費.必為 $24 + 6 = 30$ 圓.而一斤之運費為 $3 \div 600 = .005$ 故一人之限制為 $.6 \div .005 = 120$ 斤.

(37) 同等量之運送船二艘.上行可得運費42圓.下行可得運費30圓.若甲下行4里.乙上行2里.相遇.交換貨物.乙應補甲若干圓.

(解) 甲乙兩地之距離 $4 + 2 = 6$ 里.下1里之運費 $30 \div 6 = 5$ 圓.上一里之運費 $42 \div 6 = 7$ 圓.甲4里上下.應得 $(7 + 5) \times 4 = 48$ 圓.今甲已得30圓.如是則乙應補給甲 $48 - 30 = 18$ 圓.

(38) 有火車以每秒35尺之速度.向火車站進發.鳴第一聲汽笛.進行2310尺.始鳴第二聲汽笛.今在火車站者.聞第一聲後.須經幾秒時間聞第二聲.但音響一秒之速度為1155尺

(解) 從鳴第一次起.至鳴第二次時.共經 $2310 \div 35 = 66$ 秒而音響之傳達為 $2310 \div 1155 = 2$ 秒.如是耽延2秒故其所求之時間距離為 $66 + 2 = 68$ 秒.

(39) 有人放槍打靶.經5秒時.始聞槍子中



靶之聲。若前進 2220 尺放槍。則祇須 3 秒時可聞。求音響 1 秒之速度如何。

(解) 全距離須 5 秒時間。若前進 2220 尺只須 3 秒時間。於是可知音響 1 秒之速度  $2220 \div (5-3) = \underline{1110}$  尺。

(40) 甲倉貯米 5000 袋。乙倉貯米 2000 袋。今甲倉每日取出 250 袋。乙倉每日取出 50 袋。問同取至若干日餘米相等。

(解) 甲乙貯之差  $5000 - 2000 = 3000$  袋。日取之差  $250 - 50 = 200$  袋。若求兩倉的等之時。以日取差除倉貯差。即得相等之日數。即  $3000 \div 200 = \underline{15}$  日

(41) 有甲乙二童賽跑於若干丈之間。甲每分時之速度。較乙之 2 倍少 18 丈。若以先行 48 丈甲始出發。則經 8 分時同達。問 1 分時甲乙速度各如何。

(解) 甲每分時比乙多行  $48 \div 8 = 6$  丈。又依題云甲比乙之 2 倍少 18 丈。即甲比乙之 1 倍多 6。而 2 倍少 18 也。故乙每分之速度  $18 + 6 = \underline{24}$  丈。甲每分之速度  $24 + 6 = \underline{30}$  丈。

(42) 有 2 位數。其單位數字。爲十位數字之 3 倍。若以此數字減 7。則兩位之數字相同。問此數如何。

(解) 凡一個數減去7.其十倍必減1.而單位必加3.今云相等.則原來之數.十位必多 $3+1=4$ .即兩位相差之 $3-1=2$ 倍.故單位之數為2.十位之數為6.而原數為62也.

(43) 有18人.同行至144里之地.雇人力車16輛.須使各人乘車之時間相等.問各應乘車若干里.步行若干里.

(解) 每車行144里.則16輛車.共行之總數為 $144 \times 16 = 2304$ 里.以18人分乘之.則一人當乘 $2304 \div 18 = 128$ 里.而每人步行之里數為 $144 - 128 = 16$ 里

(44) 有甲乙丙三人分金100圓乙比甲多18圓.丙比乙少20圓.問各分若干圓.

(解) 依題意甲比乙少18圓.而比丙多2圓則甲之數即 $(100 - 18 + 2) \div 3 = 84 \div 3 = 28$ 圓而乙之數為 $28 + 18 = 46$ 圓.丙之數為 $28 - 2 = 26$ 圓.

(45) 有甲乙丙三桶各盛酒若干.先以甲桶傾入乙丙.使各增1倍之重量.次以乙桶如法傾入甲丙.再以丙桶如法傾入甲乙.如是則各桶皆16斤.問各桶原盛酒幾何.

(解) 最後之量  $\begin{cases} \text{甲} = 16 \text{斤} \\ \text{乙} = 16 \text{斤} \\ \text{丙} = 16 \text{斤} \end{cases}$  自甲乙傾入丙.

即還第二次結果  $\begin{cases} \text{甲} = 16 \div 2 = 8 \text{斗} \\ \text{乙} = 16 \div 2 = 8 \text{斗} \\ \text{丙} = 16 + 8 + 8 = 32 \text{斗} \end{cases}$

自甲丙傾入乙。

即還原第一次結果  $\begin{cases} \text{甲} = 8 \div 2 = 4 \text{斗} \\ \text{乙} = 8 + 4 + 16 = 28 \text{斗} \\ \text{丙} = 32 \div 2 = 16 \text{斗} \end{cases}$  自乙內傾入甲。

即還原最初之量  $\begin{cases} \text{甲} = 4 + 14 + 8 = \underline{26 \text{斗}} \\ \text{乙} = 28 \div 2 = \underline{14 \text{斗}} \\ \text{丙} = 16 \div 2 = 8 \text{斗} \end{cases}$

初之量即各桶之原酒也。

(46) 甲乙丙三人，各將手中所持金比較，只云甲乙和 35 圓，乙丙和 45 圓，甲丙和 40 圓，問各持幾何。

(解)  $35 + 45 = 80$  圓，即 (甲 + 丙 + 2乙) 之數也。若與甲丙和相減，即得  $80 - 40 = 40$  圓，為 2 乙之數。故乙為  $40 \div 2 = \underline{20}$  圓，而甲為  $35 - 20 = \underline{15}$  圓，丙為  $45 - 15 = \underline{30}$  圓。由此可得下之定式。

$$\text{甲 } (35 + 40 - 45) \div 2 = \underline{15 \text{圓}}$$

$$\text{乙 } (45 + 35 - 40) \div 2 = \underline{20 \text{圓}}$$

$$\text{丙 } (45 + 40 - 35) \div 2 = \underline{30 \text{圓}}$$

(47) 運動會之入場券，大人 8 分，幼童 5 分，只知入場人數共 1355 人，得洋 100 圓，問大人幼童各若干。

(解) 入場者皆爲大人. 則該洋  $1355 \times .08 = 108.4$  圓. 與所得相差  $108.4 - 100 = 8.4$  圓. 因大人一名與幼童一名. 相差  $8 - 5 = 3$  分. 故幼童數爲  $8.4 \div .03 = 280$  人. 大人數爲  $1355 - 280 = 1075$  人.

(48) 上酒 5 斤. 與水 1 斤混合. 每斤售錢 25 文. 若每斤祇售 20 文. 該混合水若干斤.

(解) 混合酒  $(5+1)$  斤. 共值  $25 \times 6 = 150$  文. 此即上酒 5 斤之價. 若以 20 文售之. 須  $150 \div 20 = 7.5$  斤始足本. 故應混合水  $7.5 - 5 = 2.5$  斤.

(49) 一人以若干之麥易大豆. 而麥每石值 3.23 圓. 因麥比豆廉. 故欲易同等之石數. 須補 17.1 圓. 若不補則大豆少 4.5 石. 問此人有麥幾石.

(解) 此 17.1 圓. 即大豆 4.5 石之價也. 故大豆 1 石之價  $17.1 \div 4.5 = 3.8$  圓而與麥之價相差  $3.8 - 3.23 = .57$ . 故麥之石數爲  $1710 \div 57 = 30$  石.

(50) 有若干兵士排列方陣. 不足 41 人. 若每邊少 1 人. 則餘 100 人. 問兵士之總數如何.

(解) 依題云兩方陣之差爲  $100 + 41 = 141$  人. 此 141 人即兩邊與交角一人. 故一邊之人數爲  $(141 - 1) \div 2 = 70$  人. 則總人數爲  $(70)^2 + 100 = 5000$  人.

(51) 有一橋不知其寬只云30尺長之木.經橋下流過.須14秒時.若46尺長之木須18秒.問水流之速及橋寬幾何.

(解) 兩木皆全通過此橋下.而兩木之長相差 $46-30=16$ 尺.時間之差為 $18-14=4$ 秒.故1秒時間之速度為 $16\div 4=\underline{4}$ 尺.18秒時當流 $18\times 4=72$ 尺.此中減去木長.即橋寬為 $72-46=\underline{26}$ 尺.

(52) 某市賑救貧民之費分兩種.有常年費與臨時增加費.原有貧民900人共需費1768圓.若有3000人時.則須3808圓.如有1000人時.需費幾何.

(解) 依題將常費相消.而得增加之數為 $3808-1768=2040$ 圓.而增加之人數為 $3000-960=2040$ 人.即每人分 $2040\div 2040=1$ 圓.故常年費為 $1768-1\times 960=808$ 圓.而1000人之救助費為 $1\times 1000+808=\underline{1808}$ 圓.

(53) 有巡查5人.夜派3人分巡.自午後7時至翌日午前5時止.問每人當休息若干時.

(解) 自7時至5時之間.經過10時.則分巡之時間為 $10\times 3=30$ 時.以5人當之.即每人應分巡 $30\div 5=6$ 時.故一人之休息為 $10-6=\underline{4}$ 時.

(54) 一人將囊中錢用去一半.復又加入囊

中36.8圓.後又用去現數之半多12.7圓.則僅餘30圓.問囊中原有錢若干圓.

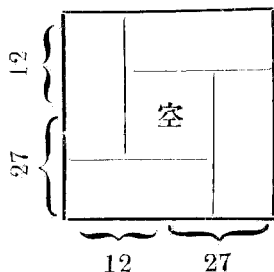
(解) 最後30圓若未多用時.必為 $30+12.7=42.7$ 圓.以2倍之減36.8.即得原數之一半也.其算式如下  $30+12.7=42.7$ 圓  $42.7\times 2=85.4$ 圓  $85.4-36.8=48.6$ 圓  $48.6\times 2=97.2$ 圓.故求得囊中最初之數為97圓2角.

(55) 有甲乙二木槽.甲容96桶.乙容9桶.今由甲流入乙.每時6桶問須流若干時.方能使乙有甲之3倍.

(解) 最終之時.甲乙共為 $3+1=4$ 倍而全量為 $96+9=105$ 桶.故1倍為 $105\div 4=26.25$ 桶.即用終時之容量也.所流出者為 $96-26.25=69.75$ 桶.以每時流出之數除之即.得 $69.75\div 6=11$ 時37分30秒

(56) 有一將總兵士1296人.作中空方陣.每邊各排12列.問每邊人數若干.

(解) 如圖矩形所容之人數為 $1296\div 4=324$ 人.以12列約之.則1列為 $324\div 12=27$ 人.故每邊人數 $27+12=$ 39人.



(57) 實驗以水爲率.而空氣輕770倍.則水銀之比重爲136倍.問須若干立方寸之重.便等於水銀1立方寸重.

(解) 空氣770立方寸 = 水1立方寸.而水136立方寸 = 水銀1立方寸.故水銀1立方寸之重.爲  $770 \times 1 \times 136 = \underline{194720}$  立方寸空氣重等.

(58) 租甲乙兩地.每畝賃金8分.時共該給金44.8圓.若甲每畝之賃金增2分.乙增1分.則該給金52.8圓.問各地之畝數如何.

(解) 兩地畝數之和爲  $4480 \div 8 = 560$  畝.其後甲每畝之賃金.增爲10分.乙增9分.則此問題.可準第29題證之.560畝與龜鶴之共頭數相似.10分及9與足相似.52.8圓與共足數相似.故甲地畝數爲  $(5280 - 560 \times 9) \div (10 - 9) = \underline{240}$  畝而乙地

畝數爲 $(560 \times 10 - 5280) \div (10 - 9) = \underline{320}$ 畝。(或 $560 - 240 = 320$ 畝)。

(59) 有書兩箱僱甲乙丙三人。運75里之地。一人一箱。輪流背負。至運完時。甲比乙多負5里。比丙多負7里。問各負若干里。

(解) 兩箱運行之里數。共 $75 \times 2 = 150$ 里。若乙加5里。丙加7里。均與甲等。故 $150 + 5 + 7 = 162$ 里 $= 3$ 甲。故甲所負之里數爲 $162 \div 3 = 54$ 里。乙 $= 54 - 5 = 49$ 里。丙 $= 54 - 7 = 47$ 里。

(60) 甲乙二人共作一事業。8日可成。若甲乙共作2日後。令甲獨作。則尚須9日始成。問各獨作須幾日。

(解) 甲獨作之9日。與甲乙共作之 $8 - 2 = 6$ 日相當。今甲僅多作 $9 - 6 = 3$ 日。則此3日。正與乙6日所作相等。於是可知甲1日之工。等於乙2日之工。即乙8日之工等於甲4日之工。故甲獨作之日數爲 $8 + 4 = \underline{12}$ 日。而乙獨作之日數爲 $(4 + 8) \times 2 = 24$ 日。



## 約數及倍數

(1) 一人有金 500 圓. 自朔日起. 每日所用相等. 至 20 晨核算. 僅餘 101 圓. 問每日用若干圓.

(解) 用去之金爲  $500 - 101 = 399$  圓. 而 399 以因數分解之爲  $399 = 21 \times 19$ . 依題意所求之日數爲 19 日. 故每日所用之金爲  $3 \times 7 = \underline{21}$  圓.

(2) 以某數除 2323 餘 23. 若除 4247 則餘 22. 以除 5346 又餘 21. 問最大除數如何.

(解)  $2323 - 23 = 2300$ .  $4247 - 22 = 4225$ .  $5346 - 21 = 5325$ . 求得此三數之最大公約數. 即此三數之最大除數爲 25 也.

(3) 有三角形市街. 三邊之長爲 104 丈. 240 丈 152 丈. 今欲置電燈須求最遠之等距離. 及最少之燈數. 但各隅配一燈問各燈. 之距離如何. 燈數如何.

(解) 求置最少之燈數. 必求最遠之距離. 故各燈之距離爲 104. 152. 240 之最大公約數爲 8 蓋則燈數爲  $(104 + 152 + 240) \div 8 = \underline{62}$  個.

(4) 有甲乙丙三人. 常住宿於某棧. 甲每 10 日一到. 乙每 15 日一到. 丙每 25 日一到. 今於

閏四月十五日里會後，問下次當於何日相會。

(解) 求 10, 15, 25 三數之最小公倍數為 150。  
即三人再會之期也。因  $(30-15)+29+30+29 \div 30$   
四月 五月六月七月八月  
 $=133$  日，尙差 17 日。故 再會之期當在九月十七日也。

(5) 以某數除 5302 與 4316 均餘 15。問此數為何。

(解)  $5302-15=5287$  與  $4316-15=4301$  皆可為某數能除盡無餘之數也。故須求此二數之最大公約數。即為某數也。如法求得某數為 17。

(6) 兩數相加為 420。而兩數之公約數 35。問此兩數為幾何。併問合本題答案有幾何。

(解)  $420=35 \times 12$  若 12 任分為兩份，皆可為 35 之倍數。故得如下之配合。

$$35+12=35(11+1)=\underline{385+35}$$

$$35(10+2)=\underline{350+70}$$

$$35(9+3)=\underline{315+105}$$

$$35(8+4)=\underline{280+140}$$

$$35(7+5)=\underline{245+175}$$

$$35(6+6)=\underline{210+210}$$

故此 6 答均可合問。

(7) 以某數倍最小之平方積而得 1845 試求其倍數如何。

(解) 分其素因數  $1845 = 3 \times 3 \times 5 \times 41$  於此可知 3. 為最小之平方數. 故倍數為  $5 \times 41 = 205$  即平方之倍數也.

(8) 兩數相乘之積為 60480. 而兩數之最小公倍數為 5040 問此兩數為何.

(解) 凡兩數相乘之積. 等於兩數之最大公約數與最小公倍數相乘之積. 故此兩數之最大公約數. 為  $60480 \div 5040 = 12$ . 公倍數所含之素因數.  $5040 = 12 \times (2^2 \times 3 \times 5 \times 7)$  故可以 12 乘括弧內之數而得分配如下之幾數. 均可合問. 即  $(12 \times 1)$  與  $(12 \times 2^3 \times 3 \times 5 \times 7 \text{ 或 } 2 \times 23)$  與  $(12 \times 5 \times 3 \times 7)$ . 或  $(12 \times 2^3 \times 5 \times 3)$  與  $(2 \times 7)$ . 以上四答均可合問.

(9) 今用 2 尺 4 寸長. 1 尺 8 寸闊之磚. 舖成最小之正方形. 須若干磚.

(解) 正方形之一邊. 必須能容磚之長闊為度. 故須求 24 與 18 之最小公倍數. 為  $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2 = 72$  寸. 乃有磚長之 3 倍闊之 4 倍. 故所求之磚數. 為  $3 \times 4 = 12$  塊.

(10) 以 1 至 10 之各整數為法 均能除盡之平

方數.試求其最小者如何.

(解) 求1至10之最小平方數.須求得1至10之最小公倍數. $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$ 即 $2^2 \times 2 \times 3^2 \times 5^3 \times 7$ 因要最小平方數則須自乘.故得 $2^2 \times 2^3 \times 3^3 \times 5^2 \times 7^2 = (2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7)^2 = (420)^2 = \underline{176400}$ .

(11) 今年十月十二是甲子日問下次甲子日如何.

(解) 以十干十二支推算.須求得10與12之小公倍數 $2^3 \times 3 \times 5 = 60$ 循環一次.則再遇甲子.連本日須61日.即 $61 - (30 - 11) = 29 = 13$ 日.即十二月十三日也.

(12) 今用磚砌成最小正立方體積知磚之長7寸2分.寬3寸2分.厚1寸8分.問須磚幾何

(解) 欲求最小立方.則立方之邊.必求能容磚之長寬厚三者而長寬厚三者之最小公倍數.爲 $72 \cdot 32 \cdot 18 \cdot 2^6 \times 3^2 = 288$ 即可爲立方體積之邊也

故磚之數爲 $\frac{288 \times 288 \times 288}{72 \times 32 \times 18} = \underline{576}$ 塊.

(13) 今有2數之和爲418.若以小數除大數則得21適盡.問此二數爲何.

(解) 大數含小數之21倍與小數之1倍相加.

共得 22 倍，恰與 418 相當，故 1 倍爲  $418 \div 22 = 19$  卽小數也，則大數爲  $19 \times 21 = 399$ 。

(14) 甲乙二人持金買物甲金 270 圓，乙金 150 圓，物之價分四等，爲 35 圓 25 圓 15 圓 10 圓，今欲令買同等之物，而又爲最少數使金適盡無餘，問所買之物爲何等。

(解) 所買物之價，必求能納二人所持金而又適爲最大之數，今 270 與 150 之公約數，爲 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30，以四等物價衡之，惟 15 可相當，故所買之物，爲 15 之價也。

(15) 一所公園內之荷花池，周圍 1 里有甲乙丙三人乘腳踏車賽跑，各一時間之速力，甲 6 里，乙 10 里，丙 12 里，問於一時間內，甲被乙丙各追若干次。

(解) 甲乙丙每一時間，繞周圍之次數，甲爲  $6 \div 1 = 6$  次，乙爲  $10 \div 1 = 10$  次，丙爲  $12 \div 1 = 12$  次，故甲被乙追過  $10 - 6 = 4$  次，被丙追過  $12 - 6 = 6$  次。

(16) 今有一數以 3 除之數 2，以 5 除之餘 4，以 7 除之餘 6，試求其最小之數。

(解) 此餘數皆此除數少 1 若此數加 1 則 3, 5, 7, 均可除盡，故此數必爲此三法數之公倍數

減 1, 即  $3 \times 5 \times 7 - 1 = 104$ .

(17) 今有二數之大公約數, 與小公倍數相乘, 得 18674229, 其一數為 6601, 問其餘一數為何, 并求大公約及小公倍.

(解) 依前第8題理, 最大公約數, 乘最小公倍數 = 此數  $\times$  彼數, 故其餘一數為  $18674229 \div 6601 = 2829$ , 分兩數之素數  $= 2829 = 41 \times 23 \times 36601 \parallel 41 \times 23 \times 7$  以兩數之相同者連乘, 即  $41 \times 23 = 943$  為 大公約數, 則  $18674229 - 943 = 19803$  為 小公倍數.

(18) 甲乙兩寺撞鐘, 每撞一聲, 甲隔 3 秒時間乙隔 4 秒時間, 如是各撞 12 聲, 若一人居兩寺之間, 可聞若干之聲響.

(解) 兩聲相合時為 3 與 4 之之小公倍數, 即 12 秒 24 秒, 而甲自第一聲後再經  $3 \times (12 - 1) = 33$  秒而撞畢, 其中與乙同響者, 為第一秒, 第十二秒, 第二十四秒之 3 聲, 則甲乙遞續之聲數, 為  $12 \times 2 = 24$  聲, 於此減去同響之 3 聲, 則  $24 - 3 = 21$  即其人外聞之聲也.

(19) 機械內有大小兩車輪, 大輪外周 128 齒, 小輪外周 80 齒, 問兩輪初相嚙之後, 須經若干迴轉, 方可得原齒再相遇.

(解) 80 與 128 之最小公倍數為 640, 故小輪迴

轉之數. 爲  $640 \div 80 = 8$  周方遇一次正適大輪迴  
 轉  $640 \div 128 = 5$  周方可相遇.

(20) 一學校有男學生 629 人. 女學生 481 人. 男女各分爲若干班. 但須令男女各班之人數相等. 試求最少之班數幾何及每班之人數各若干.

(解) 每班人數相等. 則求得兩總數之公約數. 即每班之人數也. 先分兩數之素因數.  $629 = 37 \times 17$ .  $481 = 37 \times 13$ . 於此可知 37 爲公約數. 即各班之人數. 故男學生之班數爲  $629 \div 37 = 17$  班. 女學生之班數爲  $481 \div 37 = 13$  班.

## 分 數 雜 問

(1) 今有  $\frac{3}{7}$  試加一同數於分子分母使成  $\frac{3}{5}$   
 問加之數如何.

(解) 二數加入同數某差不變. 然而分數子母之差. 可約之. 爲  $7-3=4$ .  $5-3=2$ . 而  $4 \div 2 = 2$ . 故  
 $\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{6}{10}$  與  $\frac{3}{7}$  比較即可得所加之數  
 爲  $10-7=3$ . 或  $(6-3)=3$ .

(2) 有分數其分子加 3 則成 1. 若分母加 2 則成

$\frac{1}{2}$ . 問原分數爲何.

(解) 分子加3爲1. 即分母分子相等也. 而原分數之分母. 必比分子多3也明矣. 當分母加2之時. 其分母比分子其多5即差也故  $\frac{1}{2} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{10}$ .

而原分數則爲  $\frac{5}{10-2} = \frac{5}{8}$  或  $1 \times \frac{5}{5} = \frac{5}{5}$  而原分

數. 則爲  $\frac{5}{5+3} = \frac{5}{8}$ .

(3) 甲乙二人有同額之歲入. 甲每年除用度外尚餘  $\frac{3}{11}$ . 存貯銀行. 乙每年之用度比甲多570圓. 如是5年之後. 乙負債870圓. 問各歲入幾何.

(解) 五年內乙比甲多用  $570 \times 5 = 2850$  圓. 減去負債. 則得  $2850 - 870 = 1980$  圓. 正與甲五年之積蓄相等. 故一年必餘  $1980 \div 5 = 396$  圓. 即全年之  $\frac{3}{11}$  也. 故歲入之數爲  $396 \div \frac{3}{11} = \frac{396}{1} \times \frac{11}{3} =$



1452圓。

(4) 一人以9時之暇旅行。往乘腳踏車每時8里。歸乘人力車每時4里。問可行若干里而歸。

(解) 往返一里須  $\frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$  時間。故9時間。

可行  $9 \div \frac{3}{8} = 24$  里。

(5) 東西兩地相距60里。今甲丙二人自東啓行。乙一人自西啓行。各同時相向出發。知甲乙丙每時之速率。爲5里。4里。3里。問甲乙相會之後。須經若干時間乙丙始能相會。

(解) 出發甲至乙相會爲  $\frac{60}{5+4}$  時間。則乙丙

相會  $\frac{60}{4+3}$  時間。故所求之時間。爲  $\frac{60}{7} - \frac{60}{9} = 60 \times$

$$\left( \frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) = 60 \times \frac{2}{63} = \frac{40}{21} = 1 \frac{19}{21} \text{ 時間。}$$

(6) 有農夫耕田一畝。須20時。若其子先耕6時。則父再耕16時可畢。問子一人獨耕。須若干時。

(解) 子作6時之工。與父作  $20 - 16 = 4$  時之工

相等.如是則子作 $\frac{6}{4}$ 時之工即與父1時之工相等.故其子一人獨作.須 $20 \times \frac{6}{4} = \underline{30}$ 時間.

(7) 有甲乙二人共作一事6日可成.若甲一人獨作之日數.爲乙一人獨作之日數之 $\frac{2}{3}$ .問各人獨作須若干日.

(解) 乙作6日之事.以甲爲之須 $6 \times \frac{2}{3} = 4$ 日.故甲獨作之日數.爲 $6 + 4 = \underline{10}$ 日.甲作6日之事.以乙爲之必須 $6 \times \frac{3}{2} = 9$ 日.故乙獨作之日數.爲 $6 + 9 = \underline{15}$ 日.

(8) 以菓分給若干童子.若每人給7枚則不足12個.倘再增原數之 $\frac{1}{4}$ 則餘20枚.問童子幾何.

(解) 補不足之12.與所餘之20相加即全數之 $\frac{1}{4}$ 也.故菓子之總數.爲 $(20 + 12) \div \frac{1}{4} = 128$ 枚.而

童子之數. 爲  $(128+12) \div 7 = \underline{20}$  人.

(9) 有一分數若分子加某數則爲  $\frac{2}{3}$  若分子減某數. 則爲  $\frac{2}{5}$ . 問原分數如何.

(解) 同一分數. 其加與減之和. 恰爲原分數之二倍. 故所求之分數爲  $(\frac{2}{4} + \frac{2}{5}) \div 2 = \underline{\frac{8}{15}}$  也.

(10) 有一米商. 買入5圓一石之米若干石. 欲定賣出之價爲6圓. 其後市價下落. 僅照定價  $\frac{2}{3}$  售罄. 如是折本300圓. 問米之石數若干.

(解) 一石值6圓之  $\frac{2}{3}$  即  $6 \times \frac{2}{3} = 4$  圓一石之價也. 因知每石折本一圓. 故米之石數爲  $300 \div 1 = 300$  石.

(11) 甲工7人所得之資. 比乙工9人少5分. 但知備甲工4人之資. 可備以工5人. 問甲乙工資各如何.

(解) 甲4人與乙5人所得之金相等. 故甲7人之金. 即當乙  $\frac{5}{4} \times 7$  之金也. 而5分之資. 即與

$9 - \frac{5}{4} \times 7 = \frac{1}{4}$  相當，則乙一人之工資，為  $5 \div \frac{1}{4} = 20$  分，甲一人之工資，為  $20 \times \frac{5}{4} = \underline{25}$  分。

(12) 一事業以大人 4 人作之，8  $\frac{1}{2}$  日可成，若加為童子一人共作，則只須 8 日可成，問童子一日之工，可當大人一日之幾分之幾。

(解) 依題意，童子作 8 日之工，正與大人 4 人作  $\frac{1}{2}$  日之工相等，而大人 4 人作  $\frac{1}{2}$  日，即大人之  $4 \times \frac{1}{2} = 2$  個工也，如是童子作 8 日，則大人僅作 2 日，故童子 1 日之工，即大人之  $2 \div 8 = \frac{1}{4}$  日也。

(13) 甲乙二人，各買桃若干枚，共計 156 枚，甲買後即食去  $\frac{1}{4}$  而乙又續買 12 枚恰與甲所餘之數相等，問甲乙原買桃若干。

(解) 甲買後即食  $\frac{1}{4}$  所餘者僅  $\frac{3}{4}$ ，而乙加 12 枚適與甲等，假如甲未食時，則甲乙之和為 156

+12. 即與甲之 $\left(1+\frac{3}{4}\right)$ 倍相當. 故甲之初所有.

爲 $(156+12)\div\left(1+\frac{3}{4}\right)=168\div\frac{7}{4}=96$ 枚. 乙之所有爲  
 $156-96=60$ 枚.

(14) 買衣裳各一件. 衣價之2倍. 等於裳價3倍則不足18圓. 而衣價等於衣裳合價之 $\frac{5}{9}$ 問各價如何.

(解) 衣之價爲共價之 $\frac{5}{9}$ . 則裳價必爲1-

$\frac{5}{9}=\frac{4}{9}$ . 裳價之3倍. 比衣價之2倍多18圓. 故衣裳

之共價爲 $18\div\left(3\times\frac{4}{9}-2\times\frac{5}{9}\right)=18\div\frac{2}{9}=81$ 圓. 而得

衣價. 爲 $81\times\frac{5}{9}=\underline{45}$ 圓. 裳價爲 $81\times\frac{4}{9}=\underline{36}$ 圓.

(15) 甲乙二人. 以同額之資本營商. 若干年後. 甲損其5分之1. 乙得利375圓. 如是則甲有乙之2分之1. 問最初之本若干.

(解) 甲損 $\frac{1}{5}$ . 則尚餘本 $\frac{4}{5}$ 而乙此時有甲之2

倍即 $\frac{8}{5}$ 最初時資本同額. 今增入 $\frac{3}{5}$ 者. 因得利

375圓也.故原本爲  $375 \div \frac{3}{5} = \underline{625}$ 圓.

(16) 有酒一瓶.今汲出  $\frac{1}{5}$ .復以水補足其量.

再於其混合液內.汲出  $\frac{1}{4}$ .又以同量之水補入.如是4次.問其所餘之內.尚存酒量幾何.

(解) 經第一次汲出  $\frac{1}{4}$ .則其餘者爲  $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ .  
而第二次汲出爲  $\frac{3}{4}$ 之  $\frac{1}{4}$ .則其餘者爲  $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}$   
 $= \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$ .易爲簡式.則第一次爲  $1 \times \frac{3}{4}$ .第二次爲  
 $1 \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$ .按級遞推.故第四次之所餘.爲  $1 \times$   
 $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{81}{256}$

(17) 求  $\frac{5}{6}$   $\frac{15}{14}$   $\frac{25}{28}$ 之最大公約數爲何.

(解) 求得一分數.以之除各分數.均可得整數者即爲衆分數之最大公約數.而求此數之法.須先求得衆分子之最大公約數.爲新分子.次求得衆分母之最小公倍數.爲新分母即得此題衆分子之公約數爲5.即新分子.衆分母之公倍數爲  $2 \times 3 \times 7 \times 2 = 84$ .即新分母.故所求之最

大公約數爲 $\frac{5}{84}$ 以之除各分數之所得. 皆爲整數也.

(18) 求 $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{7}{10}$ ,  $\frac{7}{15}$ ,  $\frac{8}{25}$ 之最小公倍數如何.

(解) 以衆分數挨次爲法. 除一分數. 均可得整數. 此一數即爲衆分數之最小公倍數. 而求此數之法適與上題相反. 即先求得衆分子之最小公倍數 $2 \times 7 \times 2 \times 2 = 56$ . 爲新分子. 又求得衆分母之最大公約數 5. 之新分母. 而得所求之最小公倍數爲 $\frac{56}{5}$ 以諸分數除之. 所得皆整數也.

(19) 有酒廠造有四種之酒瓶. 甲瓶能容酒 $\frac{6}{7}$ 升. 乙瓶 $\frac{5}{6}$ 升. 丙瓶 $\frac{4}{5}$ 升. 丁瓶 $\frac{3}{8}$ 升. 今出酒之桶. 須能容若干升. 方便裝置各瓶均無餘浮而桶又以最小適用. 問其量如何.

(解) 以 $\frac{6}{7}$ ,  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{3}{8}$ 衆分數爲法. 均可除得整數. 其數即桶之容量也. 若求其容量之最小數. 則非求諸分數之最小公倍數不可. 而諸分子之最小公倍數爲 60. 諸分母無最大公約數惟

有以 1 代之. 故所求之量數爲  $\frac{60}{1} = \underline{60}$  升. 若一桶能容 60 升. 則可裝甲瓶. 爲  $60 \div \frac{6}{7} = \underline{70}$  瓶. 乙爲  $60 \div \frac{5}{6} = 72$  瓶 丙爲  $60 \div \frac{4}{5} = \underline{75}$  瓶. 丁爲  $60 \div \frac{3}{8} = 160$  瓶.

(20) 有金若干. 買米可得 180 石. 以之買麥則可得 270 石. 今將此金買米麥. 其石數相同. 問該若干.

(解) 假定若干金爲 1. 則米 1 石之價爲  $\frac{1}{180}$ . 麥 1 石之價爲  $\frac{1}{270}$ . 而各 1 石之價之和. 爲  $\frac{1}{108} + \frac{1}{270} = \frac{1}{108}$ . 故以之除總金數. 可得  $1 \div \frac{1}{108} = 108$  石. 即米麥各爲 108 石也.

(21) 有一商人. 以金若干及麥 1000 石. 若以之易米 1000 石. 則不足所持金之  $\frac{2}{3}$ . 尙差 50 圓. 故只得照價合計. 如是共易得米 850 石. 其後米價騰貴. 每石得利  $1\frac{1}{4}$  圓. 而所得之總利金. 正與前易米 1000 石. 不足之數相等. 問最初所持之金. 及米 1 石之價若何.



(解) 賣米共得之利金. 爲  $1\frac{1}{4} \times 850 = \frac{2120}{2}$  圓  
 即初買米 1000 石時不足之金也. 又即  
 與持之金之  $\frac{2}{3}$  與 50 圓之和等. 故所持金

$$\left(\frac{2125}{2} \div 50\right) \div \frac{2}{3} = 1518\frac{3}{4} \text{ 圓. 其米少易 } 1000 - 850 =$$

150 石者. 因不足  $850 \times 1\frac{1}{4}$  圓耳故米 1 石之價爲

$$850 \times 1\frac{1}{4} \div 150 = \frac{85}{102} \text{ 圓. 而 } 1000 \text{ 石之價爲 } \frac{85}{12} \times 1000$$

圓若減去所持之金. 即得麥 1000 石之價爲

$$\frac{85000}{12} - \frac{6075}{4} = \frac{66775}{12} \text{ 圓. 以 } 1000 \text{ 石除之. 即得麥 } 1 \text{ 石}$$

$$\text{之價. 爲 } \frac{66775}{12000} = 5\frac{271}{480} \text{ 圓.}$$

(22) 甲乙二人. 各以若干金營商業. 初年甲  
 損其本之  $\frac{2}{5}$ . 而乙得利 500 圓. 此時甲乙之資  
 本適等. 其後甲又損其  $\frac{1}{3}$  乙又獲得若干之利.  
 如是則與甲乙最初之資本轉換. 問乙最後獲利若干.

$$(解) \text{ 甲初損去 } \frac{2}{5}. \text{ 則餘 } \frac{3}{5} \text{ 後又損去 } \frac{1}{3}. \text{ 則餘 } \frac{2}{3}$$

故甲所餘之數爲  $\frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$  即與乙最初之資本等。又甲初損  $\frac{2}{5}$  餘  $\frac{3}{5}$  時。比乙最初之金多 500 圓。故得甲最初之資本爲  $500 \div \left( \frac{3}{5} - \frac{2}{5} \right) = 2500$  圓。故可知乙最後之資本。亦爲 2500 圓。則乙最初之資本爲  $2500 \times \frac{2}{5} = 1000$  圓。若從 2500 減去  $(1000 + 500)$  圓。即爲之所獲得之利金爲  $2500 - 1500 = 1000$  圓也。

(23) 有旅人行 30 里。之道路。其中以一段乘火車。以一段乘馬車。共費 3 時間。若乘火車通全距離。則當早 1 時到。可省馬車  $\frac{2}{5}$  時間。問乘馬車若干里。

(解) 乘火車 30 里。須  $3 - 1 = 2$  時間。則 1 時間之速率。爲  $30 \div 2 = 15$  里。又火車行之時間與馬車行之時間。相差 1 時間。恰與馬車多費之  $\frac{2}{5}$  之時間相等。除之即馬車所行之時間。即  $3 - \frac{5}{2} = \frac{1}{2}$  時間故火車所行之里數爲  $15 \times \frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$  里。則馬車所行之里數。爲  $30 - 7\frac{1}{2} = 22\frac{1}{2}$  里。

(24) 有女教員.以桃李杏共 1521 枚.分與幼稚園若干之學生.每 2 人分桃 1 枚.每 5 人分李 3 枚.每 7 人分杏 4 枚.問人數及各果之個數如何.

(解) 一人所得.各果之和.爲  $\frac{1}{2} + \frac{3}{5} + \frac{4}{7} = \frac{117}{70}$  枚.以之除共果數.即得人數爲  $1521 \div \frac{117}{70} = 910$  人.則桃數爲  $\frac{1}{2} \times 910 = \underline{455}$  枚.李數爲  $\frac{3}{5} \times 910 = \underline{546}$  枚.杏數爲  $\frac{4}{7} \times 910 = \underline{520}$  枚.

(25) 有五個酒樽容量各不等.若乙樽之酒.傾  $\frac{1}{2}$  於甲樽.丙又傾  $\frac{1}{3}$  於乙.丁又傾  $\frac{1}{3}$  於丙.戊又傾  $\frac{1}{6}$  於丁.如是則五樽容量皆爲 3 斗.問各樽最初之量如何.

(解) 戊  $-30 \div \left(1 - \frac{1}{6}\right) = 36$  升.丁之 30 升內減去戊傾入之數  $36 \times \frac{1}{6} = 6$  升.則所餘者爲丁之  $\frac{3}{4}$ .故  $丁 = (30 - 6) \div \frac{3}{4} = 32$  升.同樣得下之各式.

$$丙 = \left(30 - 32 \times \frac{1}{4}\right) \div \frac{2}{3} = \underline{33} \text{ 升.}$$

$$\text{乙} = \left(30 - 33 \times \frac{1}{3}\right) \div \frac{1}{2} = \underline{38 \text{ 升}}.$$

$$\text{甲} = \left(30 - 38 \times \frac{1}{2}\right) = \underline{11 \text{ 升}}.$$

(26) 有四輪車. 前輪之周圍  $5\frac{1}{4}$  尺. 後輪之周圍. 有前輪之  $\frac{5}{3}$  今行若干之距離則後輪比前輪少轉 280 回. 求距離幾何.

(解) 後輪之周圍  $5\frac{1}{4} + \frac{5}{3} = \frac{35}{4}$  尺. 今前輪及後輪. 各進一尺之回轉數. 爲  $\frac{1}{5} - \frac{1}{\frac{35}{4}} =$  而各進一尺間之回轉之差. 爲  $\frac{1}{5} - \frac{1}{\frac{35}{4}} = \frac{8}{105}$  以之除回轉之差數. 即得  $280 \div \frac{8}{105} = \underline{3675 \text{ 尺距離}}.$

(27) 有一農人插苗之時. 豫定稻之收穫. 平田有山田之  $\frac{7}{5}$  後遇乾旱山田遂少收  $\frac{2}{9}$  平田

少收  $\frac{3}{7}$ . 如是僅收穫 80 石. 至出賣時. 每 1 石之值. 比豫定之價昂 5 升. 故所得之金額. 始與豫定之金額等. 問最初豫定每 1 圓之米幾升.

(解) 實收穫山田  $1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$  平田  $\frac{7}{5} \times (1 - \frac{3}{7}) = \frac{4}{5}$ . 山田豫定之石數爲  $80 \div (\frac{7}{9} + \frac{4}{5}) = 80 \times \frac{45}{71}$  石而平田豫定之石數爲  $80 \times \frac{45}{71} \times \frac{7}{5}$  石. 其總升數爲  $80 \times \frac{45}{71} + 80 \frac{45}{71} \times \frac{7}{5} = 80 \times (1 + \frac{7}{5}) \times \frac{45}{71} = \frac{80 \times 45 \times 12}{71 \times 5} = 12169 \frac{1}{71}$  升. 故少收數之  $12169 \frac{1}{71} - 8000 = 4169 \frac{1}{71}$  升. 今能償此少收數者. 因 1 圓之價少賣 5 升耳. 故以 5 升除此少收數. 即得賣入之金額爲  $4169 \frac{1}{71} \div 5 = \frac{59200}{71}$  圓以之除豫算之總米數. 即得. 豫定每圓應給之米幾升矣. 故其式爲  $12169 \frac{1}{71} \div \frac{59200}{71} = \frac{864000}{71} \times \frac{71}{59200} = 14 \frac{22}{37}$  升.

(28) 一人當其父 34 歲時生. 後年齡至父之

$\frac{16}{27}$ 時喪父又歷11年喪母.但知其母享年與其父之享年相等.問生時母之歲幾何.

(解) 子比父少  $34-1=33$  歲以父享年為1倍則子當喪父之年為  $\frac{16}{27}$  倍.父之享年為  $33 \div \left(1 - \frac{16}{27}\right) = 81$  歲依題父81歲之時則母為  $81-11=70$  歲.子為  $81-33=48$  歲.而母子之年之差.為  $70-48=22$  歲.故當母生子之年為  $22+1=23$  歲.

(29) 以1圓1斗4升之米買入若干後以1圓1斗2升之價售去.如是得利80圓.問買入若干石.

(解) 1升之賣價為  $\frac{1}{12}$  圓.買價為  $\frac{1}{14}$  圓.故1升之利為  $\frac{1}{12} - \frac{1}{14} = \frac{1}{84}$  圓.以之除利金.即得買入之米數.為  $80 \div \frac{1}{84} = 67$  石2升.

(30) 有旅行人乘3時間行10里之人力車.欲達其地.於途中換乘馬車.其速可增  $\frac{2}{5}$  至午後6時始達其地.若求更早2時間達到.須早換乘馬車若干里方可.

(解) 人力車之速率爲 $\frac{5}{5}$ .馬車速率爲 $\frac{7}{5}$ .又每時人力車之速率爲 $\frac{10}{3}$ 里馬車之速率爲 $\frac{10}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{14}{3}$ 里若行1里之時間.人力車爲 $\frac{3}{10}$ 時間.馬車爲 $\frac{3}{14}$ 時間.故行1里速率之時間之差.爲 $\frac{3}{10} - \frac{3}{14} = \frac{3}{35}$ 時間.於此可知早1里乘馬車必快 $\frac{3}{35}$ 時今欲快2時間.故以 $\frac{3}{35}$ 除之.即得應先換乘馬車之里數.爲2

$$\div \frac{3}{35} = 23 \frac{1}{3} \text{里.}$$

(31) 有水果商.買柑一簍每12枚價銀6角其後腐壞50枚將其餘者.每3枚售銀2角.如是得利3圓.問此簍內.有柑若干枚.

(解) 一枚之利金.爲 $\frac{2}{3} - \frac{6}{12} = \frac{1}{6}$ 角.金價50枚之原價.尚要得利3圓.則其和爲 $50 \times \frac{6}{12} + 30 = 55$ 角.即贏餘之總數也.故以每枚之利除

之。即得售去枚數。爲  $55 \div \frac{1}{6} = 330$  枚。再加腐壞之 50 枚。即爲原一簍之數。爲  $330 + 50 = \underline{380}$  枚。

(32) 有甲乙二人。以相等之速率。自東而西。甲先行 12 里後乙始出發。及甲直達西端。歸行全距離之  $\frac{2}{15}$  會乙問東西之距離若何。

(解) 甲乙二人。恒有 12 里之距離甲到西地而歸恰行  $12 \div 2 = 6$  里。即全距離之  $\frac{2}{15}$  也。故得全距離爲  $6 \div \frac{2}{15} = \underline{45}$  里。

(33) 有米商以 2100 圓米若干石。預計每賣 1 圓賺米 3 升。可得利 700 圓。後因米價不昂。以米 2 石易麥 3 石。如是共得若干石之麥。至賣出時。麥價又下落 1 升。問其人之損益如何。

(解) 若 1 圓賺 3 升。則 2100 圓。該賺  $3 \times 2100 = 6300$  升。即值 700 圓之賣圓。如是則 1 圓必賣米  $6300 \div 700 = 9$  升。今以之易麥則得  $9 \div \frac{2}{3} = 9$



$\times \frac{3}{2}$  以麥值 1 圓之升數  $\frac{29}{2}$  除之。即賣進之金

額為  $\frac{27}{2} \times (200 + 700) - \frac{29}{2} = 2606\frac{26}{29}$  圓。於

此可知。得利益為  $2606\frac{26}{29} - 2100 = 506\frac{26}{29}$  圓。

(34) 豫定若干之金給貧民。每人 10 圓。除 60 人之外。其餘皆誤給二回。於是較豫定之金增  $\frac{1}{4}$  問貧民之人數若干。

(解) 若再給此 60 人必須再增豫定金之  $\frac{3}{4}$

以給此  $\frac{3}{4}$  人。故以此除所給之金數。即得總人

數為  $60 \div \frac{3}{4} = 80$  人。

(35)  $\frac{4}{21}$  及  $\frac{6}{35}$  以之為法除某數。均可得整商。問此數之最小者為何。

(解) 所求之數。即二數之分數小公倍也。分母 21 35 之最大公約數為 7。又分子 4.6. 之最小

公倍數爲12.故所求之分數爲 $\frac{12}{7}$ 即 $1\frac{5}{7}$ .

(36)  $18\frac{2}{5}$ 尺及 $57\frac{1}{2}$ 尺.各含若干倍之整數.  
問每分最長該若干尺.

(解)  $18\frac{2}{5}$ 、 $57\frac{1}{2}$ 之最大公約數爲 $2\frac{3}{10}$   
即每分之長爲2尺4寸也.

(37) 有空車一時行~~11~~里.載貨一時行9里.今以車10輛.運米1980袋於13里之地.須26則間運齊.問每車該運幾袋.

(解) ~~13~~里往復.須 $\frac{13}{11} \times \frac{13}{9} = \frac{13 \times 20}{11 \times 9}$ 時間.

若以之除26時.即可得回數爲 $26 \div \frac{13 \times 20}{11 \times 9} = \frac{99}{10}$

回往復.故一輛所運之袋數.爲 $198 \div \frac{99}{10} = \underline{20}$   
袋.

(38) 甲乙二人作工.若甲一人作.須15日可成.乙一人作.須25日可成.今甲乙共作.其中乙休業7日.問該幾日作成.

(解) 甲一日作全業之 $\frac{1}{15}$ 乙一日作全業之

$\frac{1}{25}$ 乙休業7日必少作 $\frac{7}{25}$ 以1爲全業若加乙

少作之 $\frac{7}{25}$ 於全業之內即可與甲乙共作之

業等即 $1 + \frac{7}{25}$ 全業以甲乙一日共作之和

$\frac{1}{25} + \frac{1}{15}$ 爲法除之即得共作之日數爲

$$\left(1 + \frac{7}{25}\right) \div \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{15}\right) = \underline{12 \text{ 日}}$$

(39) 一事業甲40日乙60日可成今兩人共爲之其中甲休息若干日如是27日成問甲休息幾日

(解) 設甲不休息而兩人共爲之則只須

$$1 \div \left(\frac{1}{40} + \frac{1}{60}\right) = 24 \text{ 日可成與今比較則多 } 27 -$$

24 = 3日增此3日者因甲休息之故此3日之

工爲 $\left(\frac{1}{40} + \frac{1}{60}\right) \times 3$ 而以甲1日之工除之即得

休息之日數爲 $\left(\frac{1}{40} + \frac{1}{60}\right) \times 3 \div \frac{1}{40} = 5 \text{ 日}$

(40) 自某數減去 $\frac{1}{2}$ 將其餘者又減去 $\frac{1}{3}$ 。又將其減去餘 $\frac{1}{4}$ 。此第減之。直減至 $\frac{1}{30}$ 如是共減 29 次。則餘 10 個。問某數若干。

(解) 假定 1 為某數。初減去 $\frac{1}{2}$ 則餘 $\frac{1}{2}$ 。次減去則餘 $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$ 第三次減去則餘 $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ 同理即得第二十九次乙餘。為 $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \cdots \cdots$   
 $\times \frac{27}{28} \times \frac{28}{29} \times \frac{29}{30} = \frac{1}{30}$ 故某數為 $10 \div \frac{1}{30} = \underline{300}$ 。

(41) 有一山嶺。自東而上達山頂向西而下至平地。共 192 里。 $5\frac{7}{10}$ 日始達。但上山每日 30 里。下山每日 40 里。問東西有若干里。  
 此題與四則雜問 29 題同類。解故略之。

(42) 有一工程。甲獨作之日數。與乙丙共作之日數等。而丙獨作。有甲乙共作 5 倍。若甲乙丙三人合作只須 8 日可成。問各人獨作須若干日。

(解) 全業 8 日可成。因甲與乙丙等。故甲獨

作之日數爲  $8 \times 2 = 16$  日 又丙作日數爲甲乙共  
作日數之 5 倍. 故甲乙丙三人. 共作全業  $\frac{1}{8}$ . 而

其中丙作  $\frac{1}{5+1} = \frac{1}{6}$  由是可知. 丙一人獨作之日數.

爲  $1 \div \left( \frac{1}{8} \times \frac{1}{6} \right) = 48$  日. 又乙丙一日合作全業

$\frac{1}{16}$  減去丙一日作  $\frac{1}{48}$  即乙一日所作之工除全業

即得所求乙一人獨作之日數爲  $1 \div \left( \frac{1}{16} - \frac{1}{48} \right)$

$= 24$  日.

(43) 有 20 畝之大牧場放牛 133 匹. 13 日將  
生草食盡又有 5 畝之牧場. 放牛 28 匹. 則  
日適食盡若有 8 畝之牧場. 將生草 14 日食盡  
可放牛若干匹.

(解) 假定 1 爲牛一匹一日之食量. 則大牧  
場一畝 13 日. 可供牛  $\frac{1 \times 133 \times 13}{20}$  匹之食. 小牧場

一畝 16 日可供牛  $\frac{1 \times 28 \times 16}{5}$  匹之食. 前後兩畝草

量之差數. 爲  $\frac{1 \times 28 \times 16}{5} - \frac{1 \times 133 \times 13}{20} = \frac{63}{20}$ . 即是  $\frac{3}{20}$

日間之生長草量。故一日一畝之生長草量。爲  $\frac{63}{20} \div 3 = \frac{21}{20}$  而一畝原有之草量。爲  $\frac{28 \times 16}{5}$

$-\frac{21}{20} \times 16 = \frac{364}{5}$  故今 8 畝 14 日間之生草量爲

$\frac{364}{5} \times 8 \frac{12}{20} \times 14 \times 8 = 700$ 。又牛一日間之食量。

爲  $1 \times 14 = 14$  故可放牛  $700 \div 14 = \underline{500}$  頭。

(44) 前題 8 畝之牧場。若放牛 50 匹則生草可支持幾日。

(解) 牧場固有之草  $\frac{364}{5} \times 8$ 。而 50 匹 1 日之食量。爲  $1 \times 50$ 。每日新生長之草  $\frac{21}{20} \times 8$  與每日之食量相減爲  $1 \times 50 \times 8 = \frac{208}{5}$  即每日消耗

原有之草。故食盡之日數爲  $\frac{364}{5} \times 8 \div \frac{208}{5} = 14$  日。

(45) 一人飼鷄若干隻初年之終增其  $\frac{1}{3}$ 。次年之終又增其全數之  $\frac{1}{4}$ 。第三年之終又增全數之  $\frac{1}{5}$  如是共得 72 隻問原飼若干隻。

(解) 以 1 爲原數. 初年增  $\frac{1}{3}$  則共得  $\frac{4}{3}$ . 次年

終增爲  $\frac{4}{3} \times \frac{5}{4}$  第三年終增爲  $\frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times$

$\frac{6}{5}$  恰與至終 72 隻相等. 故約之即得  $72 \div$

$\left(\frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{6}{5}\right) = \underline{36}$  隻. 即原數也.

(46) 長  $63\frac{3}{4}$  尺之皮帶. 掛於兩滑車之上. 大

滑車之周圍  $16\frac{5}{8}$  尺. 小滑車之周圍  $2\frac{23}{48}$  尺.

問兩滑車與皮帶相挨之各點. 均與前同點各轉若干次.

(解) 求兩滑車與皮帶相挨擦之點相同. 須先求得一數以此三數爲法. 均能除盡者爲度. 故非求此三數之最小公倍數不可. 依 18 題之法求之. 則三數之素數. 爲  $3 \times 5 \times 7 \times 17 \times 16$   
 $44 \times 2$

$\frac{7 \times 17}{4 \times 12}$ . 即得最小之公倍數爲  $\frac{3 \times 5 \times 7 \times 17 \times 16}{4}$ . 以

各車之周之長除之. 即得大滑車之轉數. 爲 510 回. 小滑車爲 3420 回.

(47) 有池不知其深淺. 用一繩二折之墜石入

底，尚餘9尺。又將此繩三折入之，僅餘1尺問池深幾何尺。

(解) 先求繩之長，以繩之 $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$ 與 $(9-1)$ 尺相等故得繩之長為 $(9-1) \div \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right) = 8 \times \frac{6}{1} = 48$ 尺。由是得池水之深，為 $48 \text{ 尺} \div 2 - 9 = 24 - 9 = 15$ 尺。

(48) 有職工每日作10時間，作若干日得工資2圓7角，今作日數有前之四倍而每日作8時間，則共得846圓，問初作工幾日。

(解) 後得之金，當前得之金之倍數，為 $(270+846) \div 270 = 4\frac{2}{15}$ 倍。後作工一日，比前作工一日之 $\frac{8}{10}$ 即與 $\frac{2}{15}$ 倍相當，故前作之日數，為 $\frac{8}{10} \div \frac{2}{15} = 6$ 日。

(49) 漁夫一隊溺死十分之三，又有四分之一負傷，其餘僅存330人，問原數若干。

(解) 全數除溺死之外，餘 $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$ 全數，減去負傷則餘 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ ，故得 $\frac{7}{10} \times \frac{3}{4} = \frac{21}{40}$ 恰



與所餘之數等. 故得全漁夫數. 爲  $630 \div \frac{21}{40}$   
 $= 1200$  人.

(50) 有一學校. 分三次試驗學生. 先以全數之  $\frac{1}{3}$  試驗得及格者  $\frac{1}{3}$ . 又以他  $\frac{1}{3}$  試驗. 得及格者  $\frac{1}{2}$ . 其餘  $\frac{1}{3}$  得及格  $\frac{2}{3}$ . 問全校學生之得及格者有幾分之幾.

(解) 初  $\frac{1}{3}$  之得及格者. 爲全數之  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$   
 次之  $\frac{1}{3}$  得及格者. 爲全數之  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ . 餘  $\frac{1}{3}$  之  
 得及格者. 爲全數之  $\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$ . 故全校總得  
 及格者. 爲  $\frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ .

(51) 有某數五分之四之八分之七. 爲 105 問此數爲何.

(解) 五分之四之八分之七. 即  $\frac{4}{5} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{10}$  即

與 105 相當. 故爲所求之數. 爲  $105 \div \frac{7}{10} = \underline{150}$ .

(52) 有某數.其 $\frac{1}{2}$ 比 $\frac{1}{3}$ 多12.問此數爲何.

(解) 12即 $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$ 之差.故除之即得某數爲 $12 \div$

$$\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=72.$$

(53) 一人旅行.於東西兩市間之.乘汽車 $\frac{3}{4}$ .

乘馬車 $\frac{4}{21}$ 尙須步行15里始達.問兩市之距離若何.

(解) 15重.爲東西兩市間之 $1-\left(\frac{3}{4}+\frac{4}{21}\right)$ 距離.

故全距離爲 $15 \div \left\{1-\left(\frac{3}{4}+\frac{4}{21}\right)\right\}=252$ 里.

(54) 一大之浴池.冷熱二水管齊開.經6分時流滿若只開冷水管10分時可滿.問只開水管須若干時方滿.

(解) 二管齊開時.一分間流入全池之 $\frac{1}{6}$ .冷

水管開一分間流入全池之 $\frac{1}{10}$ .故熱水管開一

分時間.流入 $\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{20}\right)$ 若流滿須得 $1 \div \left(\frac{1}{6}-\frac{1}{20}\right)$   
 $=15$ 分時間.

(55) 甲乙丙三人作工.甲獨作工 $2\frac{1}{2}$ 日能成.  
 乙3日.丙 $3\frac{3}{4}$ 日能成.問三人共作須幾日可成.

解) 甲一日作全業之 $\frac{2}{5}$ .乙作 $\frac{1}{3}$ .丙作 $\frac{4}{15}$ .故得三  
 人一日合作之工.爲 $\frac{2}{5}+\frac{1}{3}+\frac{4}{15}$ 以之除一全工  
 業.即得合作日數. $1 \div \left(\frac{2}{5}+\frac{1}{3}+\frac{4}{15}\right)=1$ 即一  
日也.

(56) 有甲乙二馬.甲馬價之 $\frac{3}{4}$ 與乙馬價之  
 $\frac{4}{5}$ 等.今甲馬價之 $\frac{5}{6}$ 比乙馬價多 $3\frac{1}{3}$ 圓.問二馬價之  
 價各若何.

(解) 乙馬之價.與甲馬之 $\frac{3}{4} \div \frac{4}{5} = \frac{15}{16}$ 相等.

若減去甲之 $\frac{5}{6}$ 其差爲 $\frac{15}{16} - \frac{5}{6} = \frac{5}{48}$ 恰與 $3\frac{1}{3}$

圓相等. 故得甲馬之價爲 $3\frac{1}{3} \div \frac{5}{48} = 32$

圓. 由此可得乙馬之價. 爲 $32 \times \frac{5}{6} + 3\frac{1}{3} =$   
30圓.

(57) 製造軍艦二艘. 其價甲比乙三倍少32000圓. 而乙占總價之 $\frac{3}{7}$ . 求各值幾何

(解) 乙爲共價之 $\frac{3}{7}$ 則甲爲共價之 $\frac{4}{7}$ . 故乙之

3倍爲 $\frac{9}{7}$ 比甲多 $\frac{9}{7} - \frac{4}{7} = \frac{5}{7}$ 倍. 恰如題云乙之

三倍. 比甲差32000圓相等. 故得總價. 爲32000

$\div \frac{6}{7} = 44800$ 圓. 則甲艦值 $44800 \times \frac{4}{7} = \underline{25600}$ 圓.

乙艦值爲 $44800 \times \frac{3}{7} = \underline{19200}$ 圓.

(58) 一魚池. 可容水14石6斗2升. 有甲乙兩管注入. 甲三分時注入7升. 乙五分時9升. 又有丙丁兩管流出. 丙四分時流出5升. 丁七分時8升. 今各管一齊出入. 問須歷若干時始滿

(解) 甲一分時注入 $\frac{7}{3}$ 升.乙一分時注入 $\frac{9}{5}$ 升.

丙一分時流出 $\frac{5}{4}$ 升.丁一分時流出 $\frac{8}{7}$ 升.若各

管齊開.則一分時之差.爲 $\frac{7}{3} + \frac{9}{5} - \frac{5}{4} - \frac{8}{7}$ 即多

注入池內之水.故注入須得 $1402 \div \left( \frac{7}{3} + \frac{9}{5} - \frac{5}{4} - \frac{8}{7} \right) = 14$ .即14時間也.

14時間也.

(69) 有甲乙二人.共有金150圓.甲用去所有金之 $\frac{4}{9}$ .乙用去所有金之 $\frac{1}{6}$ .則兩人所餘相等.問各有金幾何.

(解) 甲消費 $\frac{4}{9}$ .僅餘 $\frac{5}{9}$ 以之除一.即得現金

之倍數.爲 $1 \div \frac{5}{9} = \frac{9}{5}$ .乙消費 $\frac{1}{6}$ 則餘 $\frac{5}{6}$ .如上即

得 $1 \div \frac{5}{6} = \frac{6}{5}$ 爲乙現金之倍數.兩數相加得3倍.

故得相等之數.爲 $150 \div 3 = 50$ .而甲數爲 $50 \times \frac{5}{9}$

=90圓. 乙數爲  $50 \times \frac{6}{5} = \underline{60}$ 圓.

(60) 驗球墜下之反動力. 其反動之高可達原高之  $\frac{4}{7}$ . 今球擊地三回. 至終一次之高. 有  $9\frac{1}{7}$  寸. 問其初自若干高下墜.

(解) 擊地三回尙達  $6\frac{1}{7}$  寸高. 其原高必爲  $9\frac{1}{7} \div \frac{4}{7} \div \frac{4}{7} \div \frac{4}{7} = \frac{64}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} = 49$ . 故原高爲 4尺9寸也.

(61) 水中量鈍金. 其重量減  $\frac{4}{77}$  水中量純銀. 其重量減  $\frac{2}{21}$  今有金銀之混合物  $12\frac{1}{4}$  兩. 在水中量之. 僅得  $11\frac{1}{7}$  兩重. 問其中之金銀各幾何

(解) 悉作金論. 則應少  $12\frac{1}{4} \times \frac{4}{77} = \frac{7}{11}$  兩. 由題論則少  $12\frac{1}{4} - 11\frac{1}{7} = \frac{31}{28}$  兩. 而兩數之差. 爲  $\frac{31}{28} - \frac{7}{11} = \frac{145}{308}$  兩. 又金銀各一兩之差爲  $\frac{2}{21} - \frac{4}{77} = \frac{10}{231}$  兩.

以之除總差.即得  $\frac{145}{308} \div \frac{10}{231} = 10\frac{7}{8}$  兩.即銀數也.

而金之兩數爲  $12\frac{1}{4} - 10\frac{7}{8} = 1\frac{3}{8}$  兩.

(62) 龜鶴共若干頭.但知足數共 320 隻.鶴之頭數有龜之  $\frac{2}{7}$ .問鶴龜各幾頭.

(解) 龜爲 1 倍.鶴爲  $\frac{2}{7}$  倍.則足之倍數爲  $1 \times 4 + \frac{2}{7} \times 2 = 4\frac{4}{7}$  倍.以之除共足數.即得龜數.爲  $320 \div 4\frac{4}{7} = 70$  頭.而鶴數爲  $70 \times \frac{2}{7} = 20$  隻.

(63) 牧畜家有馬牛羊.合共 100 頭.於之於市牛一頭 88 圓馬一頭 50 圓.羊 1 頭 6 圓.如是賣盡.平均計之一頭僅值 9 圓 4 角.若再賣馬  $\frac{3}{4}$  頭.則少賣羊 25 頭.其金數等.問馬牛各幾頭.

(解)  $6 \times 25 \times \frac{3}{4} = 200$  圓.爲馬之共值. $200 \div 50 = 4$  馬之數. $100 - 4 = 96$  即牛羊總數. $4 \times 100 - 200 = 740$  圓爲牛羊之共值. $740 - 6 \times 96 = 164$  圓.牛價比羊價之差. $164 \div (88 - 6) = 2$  即牛數也.

(64) 槐高 15 尺 桐高 9 尺 槐每年之生長. 有桐之  $\frac{1}{3}$  經七年後. 槐之高有桐之高之 39 分之 37. 問每年各生長幾尺.

(解) 桐每年生長為 1. 則槐每年增  $\frac{1}{3}$ . 由題意. 則槐 15 尺與七年生長之和. 為桐 9 尺與 7 年生長之和之  $\frac{37}{39}$  倍. 故桐與槐 7 年生長之差. 為  $15 - \frac{37}{39} \times 9 = \frac{84}{13}$  尺. 故桐每年之生長. 為  $\frac{84}{13} \div \left( \frac{37}{39} \times 7 - \frac{7}{3} \times 7 \right) \times 7 \frac{1}{2}$  尺 槐每年之生長. 為  $1 \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$  尺.

(65) 有茶三種. 上等比全數之  $\frac{1}{3}$  少 30 斤. 中等有上等之  $\frac{3}{5}$ . 下等有上中之和問共有斤數若干.

(解) 假定全斤數為 1. 則下等之斤數為  $\frac{1}{2}$  而上之斤數為  $\frac{1}{2} \div \left( 1 + \frac{3}{5} \right) = \frac{5}{16}$  中之斤數. 為



$\frac{5}{16} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{16}$  故全斤數為  $30 \div \left( \frac{1}{3} - \frac{5}{16} \right) = 1440$  斤

(66) 酒精與水混合. 酒為全量之半多 25 升. 水為全量三分之一. 問酒與水各幾升.

(解) 酒精占全量之半. 餘  $\frac{1}{2}$  減去水之  $\frac{1}{3}$  則所

餘  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$  恰與 25 升之量相等. 故得全量. 為

$25 \div \frac{1}{6} = 150$  升. 則酒為  $150 \times \frac{1}{2} + 25 = \underline{100}$  升. 水為

$150 \times \frac{1}{3} = \underline{50}$  升.

(67) 有兵一千人屯在某地. 備 60 日間之糧. 經 10 日後復徵入若干之國民兵. 故所備之糧. 僅支 20 日. 問徵入國民兵幾何.

(解) 經 10 日後. 則所餘之糧為  $1000 \times (60 - 10) = 50000$  以 20 日分之. 即得總人數. 減去原人數. 即得新徵之人數. 為  $\frac{50000}{20} - 1000 = \underline{1500}$  人.

(68) 某書之第一版紙數 600 頁. 分為上下兩冊. 至第二版下冊之紙數省去  $\frac{1}{4}$ . 上冊之紙數增 30 頁. 於是上下兩冊之紙數相等. 問第一版上下各冊之紙數如何.

(解) 假定下冊原為 $\frac{4}{4}$ 頁. 上冊加30頁等下冊之 $\frac{3}{4}$ . 相加得 $\frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$ 等於 $600 + 30 = 630$ . 故得下冊之頁數. 為 $630 \div \frac{7}{4} = 360$ 頁. 上冊之頁數為 $600 - 360 = 240$ 頁.

(60) 茶12斤. 咖啡3斤. 其價合計 $4\frac{1}{5}$ 圓. 咖啡12斤. 茶3斤. 合計為 $3\frac{3}{10}$ 圓問各1斤之價幾何

(解) 兩數相減. 即得兩價9斤之差數為 $4\frac{1}{5} - 3\frac{3}{10} = \frac{9}{10}$ 圓. 而一斤之. 差為 $\frac{9}{10} \div 9 = \frac{9}{100}$ 圓. 故 $4\frac{1}{5}$ 圓. 加8斤差數. 即等於15斤茶價. 故除之即得茶一斤之價. 為 $(4\frac{1}{5} + \frac{3}{10}) \div (12+3) = \frac{3}{10}$ 圓. 即3角也. 此價減去差數. 即咖啡一斤之價 $\frac{1}{10} - \frac{1}{100} = \frac{2}{100}$ 圓即2角也.

(70) 今一人攜酒作暮春之遊. 不知其量. 但云遇霧則添酒一倍. 逢花則飲酒 3 斗 2 升. 今遇露逢花. 俱各四次酒盡壺空. 問原携酒幾何.

(解) 假定原酒爲 1 倍. 則和遇霧時爲 2 倍.

而初遇花之所餘爲  $\left(2 \text{ 倍} - 3 \frac{1}{5} \text{ 斗}\right)$  次遇露

2  $\left(2 \text{ 倍} - 3 \frac{1}{5} \text{ 斗}\right)$  次遇花爲 4 倍 -  $9 \frac{3}{5}$  斗. 三次遇霧

爲 2  $\left(4 \text{ 倍} - 9 \frac{3}{5} \text{ 斗}\right)$  三次遇花爲 8 倍 -  $22 \frac{2}{5}$  斗. 四

次遇霧爲 2  $\left(8 \text{ 倍} - 22 \frac{2}{5} \text{ 斗}\right)$  四次遇花爲 16 倍 48

斗. 題云適盡. 於此可知原酒之 16 倍. 恰與 48 斗相等. 故 1 倍等於  $48 \div 16 = \underline{3}$  斗. 即所求之原酒也.

## 諸 等 數

(1) 甲地之鐘.與乙地之鐘.同時相差2時20分.問甲乙兩地.經度相差幾何.

(解) 地球上.東地比西地先見太陽.若差1時間.必距離經度 $15^{\circ}$ .若差1分時間.必距離 $15'$ .今差2時20分時間.故得經度之差爲 $(15^{\circ} \times 2)$ 度 +  $(15' \times 20)$ 分 =  $35^{\circ}$

(2) 正午距早晚時間相等.今日出是5時35分.問日沒當在何時

(解) 午前12時間之內.減去初明以前之5時35分.故12時減5時35分 = 6時25分.即天明距正午之時也.因題云正午距出明之時.與距日沒之時等.故日沒在午後6時25分.

(3) 自日沒之時計之.至日出時歷14時.2分問日出日入當在何時.

(解) 半夜之長爲 14 時 24 分  $\div 2 = 7$  時 12 分. 即午前日出之時. 距正午  $= 12$  時減 7 時 12 分  $=$  4 時 48 分. 即午後距日入之時也.

(4) 1 平方尺之萬分之一. 化爲平方寸幾何

(解) 1 平方尺. 與 100 方寸等故  $\frac{1 \times 100}{10000} = \frac{1}{100}$  平方寸.

(5) 丈之小數 .0378. 試化爲里之小數若何

(解) 1 里  $= 180$ . 丈故  $\frac{.0378}{180} = \frac{378}{1800000} = \frac{21}{100000}$   $= .00021$  里.

(6) 今有 1 頃 53 畝 6 分 5 方丈 2 方步. 問化爲方里之分數幾何.

(解) 1 方里  $= 550$  畝 1 頃  $= 100$  畝 .1 畝  $= 10$  分 1 分  $= 6$  方丈 .1 方丈  $= 4$  方步. 今將 1 頃 53 畝 6 分 4 方丈 2 方步. 化爲小數 153.675 畝. 以一方里之畝數約之即得下式.

$$\frac{153.675}{1 \times 540} = \frac{153675}{540000} = \frac{683}{2400} \text{ 方里.}$$

(8) 一浴池. 上有甲乙兩管. 下有丙管. 池空時只開甲管. 經 3 時 20 分間水貯滿. 若只開乙管須經 4 時 15 分間貯滿. 若滿水後開丙管. 經 1 時 25 分間流盡. 今於空池貯水. 午後 3 時開甲管 .4 時開乙管 .5 時開丙管. 問何時再空此池.

(解) 至開丙管時. 此池已有水量. 爲甲 2 時.

乙1時之和. 甲管開2時間. 貯入池之量爲  $\frac{1}{20}$   
 $3\frac{1}{60}$

$\times 2 = \frac{3}{5}$ . 乙管開1時. 注入池之量爲  $\frac{1}{15} = \frac{4}{17}$  共注  
 $4\frac{1}{60}$

入之量. 爲  $\frac{3}{5} + \frac{4}{17} = \frac{71}{85}$ . 而甲乙丙3管同時開. 每

時減少池之容量. 爲  $\frac{1}{25} - \frac{1}{30} - \frac{1}{40} = \frac{29}{170}$ . 今次將  
 $1\frac{1}{60}$   $3\frac{1}{60}$   $4\frac{1}{60}$

$\frac{71}{85}$  之容量減盡. 故須歷  $\frac{71}{85} \div \frac{29}{170} = \frac{71}{85} \times \frac{170}{29} = 4$

時  $53\frac{23}{29}$  分. 又因第五時始開丙管. 故在5時 +

4時  $53\frac{23}{29}$  分 = 9時  $53\frac{23}{29}$  分.

(8) 前艦坐礁. 急放第一砲以報後艦. 歷十分鐘後. 又放第二砲. 後艦聞警急往救之. 正進行9分48秒即聞第二聲砲. 其時尙距前艦4海哩. 惟聲音1秒之速率有1176尺. 問尙須若干時可達前艦.

(解) 後艦9分48秒. 共進行之尺數爲  $(1176 \times 12)$  尺. 後艦若位置不移. 則聞第二聲砲. 依然要歷10分時間. 今先聞10分 - 9分48秒 = 12秒. 於此可知進  $(1176 \times 12)$  尺. 而每分之速率

$1176 \times 12 \div 9\frac{48}{60} = 1440$  尺. 又1海哩 = 7哩. 1里 =

1800尺.故尙距前艦  $1800 \times 7 \times 4 = 50400$  尺.以每分鐘進行速率除之.即得  $50400 \div 1440 = \underline{35}$  分可達前艦.

(10) 煉鑛爲銀.初次入爐.每3兩煉得2兩.二次入爐每7兩煉得5兩.三次入爐每5兩煉得4兩.凡三次入爐.煉得足色銀16兩.問原鑛若干.

(解) 原鑛1兩.初次入爐後.爲  $1 \times \frac{2}{3}$  兩.又經二次入爐後.成爲  $1 \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$  再經三次入爐後.每鑛1兩得銀  $1 \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} \times \frac{4}{5}$  兩.今銀爲16兩.其原鑛.即爲  $16 \div \left( 1 \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} \times \frac{4}{5} \right) = 42$  兩.

(11) 平行鐵道二條.有普通慢車進行長72步.又有特別快車.長60步.追來.經12秒時間追過.若普通慢車速率增加半倍時.則須24秒時始得追過.問各車每時能行若干里.

(解) 初1秒間速率之差.爲  $\frac{72+60}{12} = 11$  步.後1秒速率之差.爲  $\frac{72+60}{24} = 5\frac{1}{2}$  步.即普通慢車速率所加之  $1\frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2}$  倍.故得普通慢車一秒之速率.爲  $5\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = 11$  步.則特別快車一秒之速率.爲  $11 + 11 = 22$  步.由是即得下式

$$\text{普通慢車每時之速率.} = \frac{11 \times 60 \times 60}{180 + 2} = \underline{110 \text{ 里}}$$

$$\text{特別快車每時之速率.} = \frac{22 \times 60 \times 60}{180 \times 2} = \underline{220 \text{ 里.}}$$

(12) 有長方體積之冰塊. 其長 2 步. 闊 1 步 3 尺. 厚 4 尺. 此冰與水之比重為 0.93 若置此冰於水浮出水面之高幾寸.

(解) 冰之沈於水平面下者即其所占之之容積. 而空積水量之重. 適與冰全體之重量等而冰之比重為 0.93. 即係厚 1 尺. 沈入水者為 0.93 尺. 故此冰當沈入水  $40 \times 0.93 = 37.2$  寸. 即得浮出水面之馬為  $40 - 37.2 = 2.8$  寸. 即 2 寸 8 分.



## 單 比 例

(1) 有二小隊.每隊有80人.若以1人爲一列.人與人之距離爲3尺.則2分時間之速率.爲30丈1步3尺.今行過57丈1步1尺長之橋上.須時幾許.

(解) 總人數  $80 \times 2 = 160$  人.以4人除之得40列.而全人數排列之長爲  $3(40-1) = 117$  尺.若全行過此橋.其長爲列長與橋長之和.故得下之

比例式.  $30 \frac{8}{10}$  丈 :  $57 \frac{6}{10} + 11 \frac{7}{10}$  尺 = 2 :  $x$  故  $x = 2 \times$

$69 \frac{3}{10} \div 30 \frac{8}{10} = \frac{2 \times 693 \times 10}{10 \times 308} = 4 \frac{1}{2}$  時 即須 4 時

30分時間也.

(5) 男8人.費7日間可耕田一畝.若女耕一畝.則須9人.今有男工4人.女工3人.問須幾日可耕一畝.

(解) 男1人耕全畝之  $\frac{1}{8}$ .女1人耕全畝之  $\frac{1}{9}$ .今以男4人女3人共耕則一日可耕

$\frac{1}{8} \times 4 + \frac{1}{9} \times 3 = \frac{5}{6}$ .因完工日數爲有定量.故得

下之反比例.  $\frac{5}{6} : \frac{1}{8} \times 8 = 7 : x$  故  $x = \frac{8 \times 7 \times 6}{5 \times 5} = 8 \frac{2}{5}$  日.

(3) 35人作一工程50日間可成.今從事23日之後.有17人他去.以其餘之人員作之尚須若

于日可成。

(解) 其餘之人員爲  $35-17=18$  人。日數爲  $50-23=27$  日。若人員不增減。則再經 27 日可成。今入數減少而日數必增加故得下之反比例。

$18:35=27:x$  故  $x=\underline{52}$  日半。

(4) 有戍兵 3600 人。貯 84 日間之糧食。歷 24 日之後。又加入 1200 人。問餘糧尙可支若干日。

(解) 因糧食爲一定之數。若加人則日數必減。以反比例求之。其式爲  $3600+1200:3600=84-24:x$  故  $x=\underline{45}$  日。

(5) 戎兵 3600 人。貯有 12 月之糧。經 3 個月之後。移若干之兵於他處。如是則糧尙足 13 月半之用。問移他處者幾人。

(解) 其所存之殘糧。僅足  $12-3=9$  月。今可支 13 月半者。因人數減少也。故人數與月數爲反比例。 $13.5:9=3600:xx=2400$  人。因得移去人數  $=3600-2400=\underline{1200}$  人。

(6) 兔先行 60 步。有犬追之兔行 9 步時。犬行 6 步。而犬行 3 步等於兔之 7 步。問犬行若干步始追及兔。

(解) 犬行 3 步。當兔行 7 步。若犬行 6 步。則與兔行  $6 \times \frac{7}{3} = 14$  步等。故犬行 6 步時。即追進兔  $14-6=8$  步。故犬追進兔 60 步之步數。爲  $5:6=60:x$  故  $x=\underline{72}$  步。

(7) 甲乙丙三人。同時同地繞池出發。甲與

乙丙反向而行. 甲乙丙各一分時之速率. 爲36步. 33步. 27步. 今甲與乙相會之後. 經2分時遇丙. 問池之周圍若干里.

(解) 甲會乙至甲會丙經2分時. 此間之距離爲  $(36+27) \times 2 = 126$  步. 即乙會甲時. 丙與乙之差也. 故得下之比例.

$$(33-27) : 126 = 1分 : x \quad \text{故 } x = 21分$$

與丙會甲之2分時相加得23分時間. 即甲與丙共分全周之時也. 故周數爲  $(27+36) \times 23 = 1449$  步. 即 4里4丈1步

(8) 每日快3分12秒之鐘. 禮拜一之正午. 自真正時向前進行. 若至禮拜二之午後三時. 鐘當何時.

(解) 禮拜一之正午起. 至禮拜二之午後三時止. 其中歷27時間. 故得相差之比列.  $24:27 = 3分12秒 : x$  即  $x = 3分36秒$ . 故快3分36秒. 即午後之 3時3分36秒 也.

(9) 甲至某地起行. 每時行6里. 五時後乙自同地出發追甲. 已行40里. 尙隔5里. 問須再行幾里始能追及.

(解) 甲先行  $5 \times 6 = 30$  里. 乙始出發. 今隔5里. 則知乙行40里. 僅追及甲  $30 - 5 = 25$  里. 若甲行25里之時. 乙行40里必能追及. 故得比例.  $25:5 = 40 : x$ .  $x = 8$  里追及甲.

(10) 馬20匹. 牛8匹. 其食料等. 今馬10匹可飼30日之料. 若以之養馬25匹. 與牛若干. 則飼10日恰盡. 問牛幾匹.

(解) 若 10 日間. 當飼馬  $10:30=10:x$  故  $x=30$  匹. 今云只養 25 匹. 相減則餘  $30-25=5$  匹. 以之換牛  $10:8=5:x$  故  $x=4$  匹牛.

(11) 有水車四架. 甲 3 回轉間乙 4 回轉. 乙 5 回轉間丙 6 回轉. 丙 8 回轉間丁 11 回轉. 問四車回轉之比較如何.

(解) 甲 3 回轉間. 乙 4 回轉. 故甲 1 回轉間. 乙回轉  $\frac{4}{3}$  又乙 5 回轉間丙 6 回轉. 故乙  $\frac{4}{3}$  回轉間. 丙之比例式. 爲

$5 : \frac{4}{3} = 6 : x$  故丙適值  $x = \frac{18}{5}$ . 又. 丙 8 回轉間丁 11

回轉故丙  $\frac{8}{5}$  回轉間. 丁比例式. 爲

$8 : \frac{8}{5} = 11 : x$

故丁適值  $x = \frac{11}{5}$  依題云. 甲乙丙丁之比較爲

$1 : \frac{4}{3} : \frac{8}{5} : \frac{11}{3}$  以衆分母之小公倍 3.5 乘之. 即得比數

15.20 24 : 33  
下式.

或爲連比例簡法求之. 如

	甲	乙	丙	丁
求得各數非最小之比較.	3	4	→4	→4
	5←	5	6	→6
故以大公約數 8 約之. 即得	8←	8←	8	11
	8) <u>120 160 192 264</u>			
	15 20 24 33			

(12) 有甲乙丙丁戊四個相連比例. 而甲與乙如 5:4. 乙與丙如 7:8. 丙與丁如 5:6. 丁與戊如 2:3. 試求甲乙丙丁戊. 各數之比若何

(解) 甲 = 5. 乙 = 4. 依定則丙 =  $4 \times \frac{8}{7} = \frac{32}{7}$  丁 =  $4 \times \frac{8}{7} \times \frac{6}{5} = \frac{132}{35}$ . 戊 =  $\frac{192}{35} \times \frac{3}{2} = \frac{288}{35}$ .

故 甲:乙:丙:丁:戊 =  $5:4:\frac{32}{7}:\frac{192}{35}:\frac{288}{35}$  以衆分母之小公倍數 35 乘之. 即得各整數如下.  
175:140:160:192:288

(解) 法二.

甲 乙 丙 丁 戊

5:4 →

←7:8→

←5:6→

←2:3→

如圖相比之各數  
並例依矢向次序  
書各數如次式

甲 乙 丙 丁 戊 甲 乙 丙 …… 直下各較  
5 4 4 4 4 乘之數即相當之比數  
7 7 8 8 8

5 5 5 6 6 若有公約數可通約之即.  
2 2 2 2 3 得

350 280 320 384 576 175. 140. 160. 192. 288

(13) 甲乘腳踏車出發後. 乙亦乘腳踏車追之. 經 5 時間. 聞途中人曰. 前車過此地已 3 時矣. 而前車之發已 10 時間. 問尙須幾時間追及.

(解) 後車行 5 時. 等於前車行 7 時之路程. 故

乙追及之時，爲  $7-5:5=3:x$  故  $x=7\frac{1}{2}$  時間。

(14) 有米 1575 袋，每袋 4 斗，每連 3 袋，給運費 5 升，在此米內扣除，問該運的幾何。

(解) 運 3 袋即 12 斗，然須添 5 升之運費故， $120+5=125$  升，則總運費  $120+5:5=4\times 1575:x$   
 $\therefore x=2$  石 5 斗 2 升。

(15) 有酒水混合物二瓶，甲瓶內水爲酒之  $\frac{3}{4}$  乙瓶內水爲酒之  $1\frac{2}{5}$ ，而甲瓶容量 4 斗 2 升，

與乙瓶合併，則酒水之量等，問乙瓶之量幾何

(解) 甲瓶內酒 4 水 3 之比，乙瓶內酒 5 水 7 之比。

故甲瓶之酒  $=42\times\frac{4}{4+2}=24$  升。

水  $=42-24=18$  升，因甲瓶之酒比水多  $=24-18=6$  升，則乙瓶之水比酒多之量必與此 6 升相等故乙之量爲  $7-5:7+5=6:x$   $\therefore x=36$  升。

(16) 有混合物酒精與水之比，如 9 與 1，今加水 4 升，則酒精與水之比，如 6 與 1，問酒精之量若何。

(解) 酒精之量不變，故酒精之比等，而前者之比爲  $9\times 2:1\times 2$ ，後者之比爲  $6\times 3:1\times 3$ ，則酒精與前後之水相比，爲  $18:2:3$  也，因得酒精之量爲。

$3-2:18=4$  升  $x$  升  $\therefore x=72$  升。

(17) 有甲乙二工人，甲作 3 日所得之工資

等於乙作5日之工資而1日間工資相差30枚。問各一日工資幾何。

(解) 甲與乙1日工資之比，爲 $\frac{1}{3} : \frac{1}{5}$ 即5:3工

資之差30枚故甲日得工資

$5-3:5=30:x \therefore x = \underline{75}$ 錢則乙日得工資75

$\times \frac{3}{5} = \underline{45}$ 枚。

(18) 同時同溫時度華氏寒暑表，與攝氏寒暑表，所指之度數，相差72度。問各若干度華

(解) 華氏冰點32度，沸點212度，攝氏冰點零度，沸點100度，故華氏自冰點至沸點之間，爲 $212-32=180$ 度，則兩氏度數之比，如 $180:100$ 約簡，則爲 $9:5$ ，今同溫度於冰點上之度數，華氏恆比攝氏多，因華氏冰點下差32度，故冰點上僅差 $72-32=40$ 度，故攝氏之度爲

$9-5:5=72-32:x \therefore x = \underline{50}$ 度

又華氏 $9-5:9=72-32:x \therefore x = 90$ 度

加水點下之度數即 $90+32 = \underline{122}$ 度

(19) 同溫度華氏與攝氏之指度比，如13此4，問華氏所指何度。

(解) 攝氏之4，即當華氏之 $4 \times \frac{180}{100}$ 而華氏水

點以下之32度，均算入，其式如下 $13 \times 4 \times \frac{180}{100}$

$13=32:x \therefore x = 71 \frac{21}{29}$ 度。

(20) 問華氏之5度.當攝氏之何度.

(解) 華氏之5度在水點下爲 $32-5=27$ 度.故表明攝氏之度數.亦在水點之下.

$$212-32 : 100 = 27 : x$$

故  $x=15$  度即在水點下十五度也.

(21) 華氏與攝氏同一之溫度時.其度數相同於何度.

(解) 水點以上.華氏之指度恒比攝氏之指度多.因華氏水點下有32度.故水點上兩氏度數之差.比攝氏之度數如水點下32度.此所求相同之度數.

$$180-100 : 100 = 32 : x \text{ 故在水點下 } \underline{40 \text{ 度}}.$$

(22) 同溫度時.視寒暑表.攝氏所指之度數.比列氏多9度.問各度數如何.

(解) 列氏寒暑表.以水點爲零度.沸點爲88度.故攝氏之度數. $100-80 : 100 = 6 : x$

$$\therefore x = \underline{30 \text{ 度}}.$$

而列氏之度數爲  $100-80 : 10 = 6 : x$

$$\therefore x = \underline{24 \text{ 度}}.$$

(23) 有酒水之混和液.水占全量之 $\frac{3}{20}$ .若加1升.則水占全量之 $\frac{1}{5}$ .問酒之量若何

(解) 前者之水比酒.如 $\frac{3}{20-3} = \frac{3}{17}$ 即3:17後者之水比酒 $\frac{1}{5-1} = \frac{1}{4}$ 即1:4而酒量前後不變.



故  $\frac{1}{4} - \frac{3}{17}$  之差，爲水前後之差，則所求之量，爲

$$\frac{1}{4} - \frac{3}{17} : 1 = 3 \text{ 升} : x \text{ 升} \therefore x = 40 \frac{4}{5} \text{ 升酒.}$$

(24) 今有最鹹之海水，於 34 斤內含有清水 36.9 斤，若與 40 斤水內化入鹽 2 斤之混合液相比時，須加前水幾何於海水中，其鹹量始與混合液相等。

(解) 海水所含之鹽與水比，爲  $\frac{3.4}{46.6}$  而所求鹽

水之比爲  $\frac{2}{18}$ ，因鹽分之量無變化，故鹽 3.4 比水若干，與 2 : 36 相比，即得共水量， $2 : 36 = 3.4 : x$   
 $\therefore x = 64.8$  斤，爲共水量，即鹽 3.4 斤，必須含水 64.8 斤，方與鹽 2 斤水 36 斤之成分等，故增入之量爲  $64.8 - 36.6 = 28.2$  斤清水。

(25) 今欲用銀銅製器，而限定銀之成分占 100 分之 93，其餘爲銅，今有銀百兩，其中含銅 4 兩，此中之銀銅須如何加減，始合製器之用，或加原銅之若干倍，或減原銀之若干倍始合。

(解) 今有銀 96 銅 4 欲加減爲銀 93 銅 7 之成分，則銀 96 兩，該加入銅之兩數爲。

$$93 : 7 = 96 : x \therefore x = \frac{224}{41} = 7 \frac{7}{41} \text{ 兩.}$$

$$\text{故銅須增 } 7 \frac{7}{41} - 4 = 3 \frac{7}{41} \text{ 兩.}$$

即應加原銅之倍數，爲  $3\frac{7}{31} \div 4 = \frac{52}{31}$  倍。

又題云銅 7 兩混銀 93 兩。今銅兩應混銀之而數爲  $7:93=2:x$ 。∴  $x = \frac{372}{7}$  兩銀。故須減去原銀數  $= 96\frac{372}{7} = \frac{300}{7}$  兩。

即應減原銀之倍數  $= \frac{300}{7} \div 96 = \frac{25}{65}$  倍。

(26) 問鐘之時針，在 5 時與 6 時之間，其分針與時針相合成一直綫，其時爲何。

(解) 時針與分針進行速率之比，爲  $5:60$  即  $1:12$ 。而時針起點之標記 V，分針起點之標記爲 XI。按時計之圖，周圍爲 60 劃。而兩針起點之差爲  $5 \times 5 = 25$  劃。故所求之時，爲

$$12-1:12=23分:x分 \quad \therefore x=27分16\frac{4}{11}秒。$$

即 5 時 27 分  $16\frac{4}{11}$  秒。

(27) 第八時與第九時之間，鐘之兩針相對成一直線，其時爲何。

(解) 時針第八時所指之標記 VIII，分針指 XI。兩針起點相隔 45 劃。而兩針成相對一直線時，其距離 30 劃。故進行之差起  $= 45 - 30 = 15$  劃。而進行之速率，追近 15 劃之比例式爲。

$$13-1:12=10分:x分 \quad \therefore x=10分54\frac{6}{11}秒。$$

## 單 比 例 雜 問

即 8 時 10 分  $54\frac{6}{11}$  秒。

(28) 第四時五時之間. 兩針成直角幾次. 各時若何.

(解) 兩針成直角. 每時兩次. 第一次分針在時針後.

第四時時針指標記 IV. 分針指標記 XII. 兩針相距 20 劃. 全面為 60 劃而直角乃全面之  $\frac{1}{4}$  即 15 劃之差也. 所差 20 劃相減. 即  $20 - 15 = 5$

劃. 故只追及 5 劃. 即得  $12 - 1 : 12 = 5 \text{分} : x \text{分}$

$\therefore x = 5 \text{分} 27\frac{3}{11} \text{秒}$ . 即第 4 時 5 分  $27\frac{3}{11}$  秒。

第二次分針在時針 15 前劃.

第四時時針指標記 IV. 分針指標記 XII. 兩針相距 20 劃. 今云尙在前 15 劃. 故須追及  $20 + 5 = 35$  劃. 因分針之速率. 有時針速率之 12 倍. 其比例式  $12 - 1 : 12 = 35 \text{分} : x \text{分}$   $\therefore x = 33 \text{分}$

$10\frac{10}{11}$  秒. 即第 4 時 38 分  $10\frac{10}{11}$  秒。

(29) 有鐘一架每日快 3 分 12 秒. 若禮拜一正午對準真時. 至禮拜二午後 3 時止. 問兩針指於何時.

(解) 禮拜一正午起. 禮拜二午 3 時止. 共歷 27 時間故第快  $24 : 27 = 3 \text{分} 12 \text{秒} : x \text{分}$  即  $x = 3 \text{分} 36 \text{秒}$ . 故兩針所指之時間. 即午後 3 時 3 分

36秒.

(30) 今有一樹不知其高.測得影長7步.同時直立一竿長1步.影長1步2尺.試求樹之高

(解) 竿之影長7尺竿長5.尺今樹影長35尺.以正比例求之.

$$7 : 5 = 35 \text{尺} : x \text{即 } x = \underline{25 \text{尺}}.$$

(31) 甲數之3倍.等於乙數之 $2\frac{1}{5}$ 倍.而甲乙兩數之差為80.問題各數如何.

(解) 甲與乙之比.如 $3 : 2\frac{1}{5}$ 故可得甲乙二比例式.

$$3 - 2\frac{1}{5} : 2\frac{1}{5} = 80 : x \text{ 即甲} = \underline{220}$$

$$3 - 2\frac{1}{5} : 3 = 80 : x \text{ 即乙} = 300.$$

(32) 粉飾8寸徑之地球儀面費16時間.今粉飾10寸徑之地球.儀面.須幾何時可完.

(解) 球之面積相比.即徑之自乘比例.故得比例式.

$$8^2 : 10^2 = 16 \text{時} : x \text{時} \therefore x = \underline{25 \text{時}}.$$

(33) 重160斤之石一塊.有甲乙二人以8尺長之木棒抬之.唯甲只有60斤之力.然則乙端當距重斤幾尺.

(解) 甲只有60斤之力.則乙不可不有100斤之力.故得比例式.

$$160 : 100 = 8 : x \text{則} x = \underline{5 \text{尺}}. \text{即乙端距離}$$

8尺-5尺=3尺即甲端之距離也

(34) 甲乙二球體積之比.與半徑之立方相比等.又甲.乙二球同等之部分之比.如12:7今甲球重256兩.問乙球之重若干(但半徑之比如4:5).

(解) 甲乙二球體積之比.如 $4^3:5^3$ 等:部分之重之比.如12:7故得甲乙兩球之重量相比 $12 \times 4^3:7 \times 5^3 =$ 甲球之重256兩:乙球之重 $x$

$$\text{解 } x = 256 \times \frac{7 \times 5^3}{12 \times 4^3} = \underline{291 \frac{2}{3}} \text{兩}$$

(25) 一海船乘人員600人.所帶之食料足17週間之用.散纜後經一週間.救上漂流者150人.又行2週間上陸.問尙可航海若干日.

(解) 救上漂流者後.共有750人.以比人數食2週間之糧.比豫定之糧 $600:750=2:x$ 即 $x=2.5$ 週間之糧也.加初航1週間所食.則所餘之糧爲.

$17-(1+2.5)=13.5$ 週間.尙可供 $13.5 \times 7 = \underline{94}$ 日半之用.

(36) 一瓶容若干之酒.其中含醇酒與水之比.如17:3.今再混入水3升.則其比如4:1.問原有醇酒幾何.

(解) 醇酒之量不變.故17:3之比.等於醇酒4與水若干之比.求得 $17:3=4:x$ 則 $x = \frac{12}{17}$ 即 $4:\frac{12}{17}$ 之比.若混入水3升.則成爲4:1之比.而

兩式之差，爲  $1 - \frac{12}{17}$ ，故可求得總量之比例式爲。

$$1 - \frac{12}{17} : 4 + 1 = 3 : x \text{ 則 } x = 51 \text{ 升}$$

故得最初之酒，爲  $51 - 3 = 48$  升。

(37) 甲乙二人經營商業，其資本之比，7:4 其後甲損去之本與乙所得之利，皆爲 560 元。故兩人現在之本如 5:6。問兩人之原本幾何。

(解) 甲乙二人所損益之數同，故兩人之所有金之和不變而初時乙之所有金爲兩銀之共數之  $\frac{4}{7+4}$ ，其得利後即有  $\frac{6}{5+6}$ ，則以前後之

差比乙數，如 560 元比乙原有之本，即

$$\frac{6}{5+6} - \frac{4}{7+4} : \frac{4}{7+5} = 560 : x \therefore x = \underline{1120 \text{ 元}}$$

又甲初之原本  $4 : 7 = 1120 : x \therefore x = \underline{1960 \text{ 元}}$ 。

(38) 父子二人，8 年前父之年等於子之 4 倍，今 8 年後父之年等於子之 2 倍半，問父子現有若干歲。

(解) 8 年前父子年齡之比，如 4:1，彼時父之年與父子年之差相比，如 4:4-1 即 4:3，又 8 年後之父子年齡之比如 5:5-3:1 即 5:2，彼時父之年與父子年之差相如 5:5-2 即 5:3，因父子年齡之差成一定，而 8 年前至 8 年後，其所增加者爲 16 年，故父之年對於差數 3 不變惟 4 與 5 變，故得下之比例式。

$5-4:4=16:(8\text{年前父之年})$ . 即8年前父之年爲64歲. 子爲16歲即得父現今之年爲 $64+8=72$ 歲. 而子爲 $16+8=24$ 歲. 或  $5-4:5=16(8\text{年後之父年})$ 亦可求得

(39) 有一事業男子4人. 或女子5人. 均須30日間作成. 今男子4人. 女子10人. 外加男若干人. 則6日可成. 問所增男子之數若何

(解) 男4人作之30日可成此業. 今6日成之須男之人數爲.

6日:30日=4人: $x$ 人  $x=20$  男子. 然女子10人可作男工之 $5:4=10:x=8$ 人此事業如欲6日成之須男20人. 今減去 $(4+8)$ 增得應增之人數. $20-(8+4)=8$ 人

(49) 有甲乙兩等農夫. 其作工之比. 如 $5:3$ 若僱甲若干人. 3日間耕田5000步. 尚餘25000步. 於是又添甲夫6人. 乙夫10人共耕之. 經6日始畢. 問初傭甲幾人.

(解) 甲若干人1日耕 $\frac{5000}{3}$ 步. 其後增甲6人乙10人. 而1日耕 $\frac{25000}{6}$ 步. 則後1日比前1日

多耕 $\frac{25000}{6} - \frac{5000}{3} = \frac{15000}{6} = \frac{5000}{2}$ 步. 而甲6人乙10人所耕之田. 等於甲 $6+10 \times \frac{3}{5} = 12$ 人所耕之田. 故多耕 $\frac{5000}{2}$ 步. 即甲12人所耕. 以次

之比例式.求得最初甲人工數.爲 $\frac{5000}{2} : \frac{5000}{3} =$

$12 : x$ 則 $x=8$ 人.

(41) 有水車四架.甲3回轉間.乙4回轉.乙5回轉間.丙6回轉.丙8回轉間.丁11回轉.問此四車回轉之比較如何.

(解) 依前11題理即得

甲 乙 丙 丁 或有公約數8當略

3 4  $\rightarrow 4 \rightarrow 4$

5 $\leftarrow$  5 6  $\rightarrow 6$  去故得下之比較數

8 $\leftarrow$  8 $\leftarrow$  8 11

120 : 160 : 162 : 264 甲15 : 乙20 : 丙24 : 丁33



## 複 比 例

(1) 敷設 40 哩之鐵路. 期以四月築成. 初招工手 375 人. 每日作工 12 時間. 經 3 個月築成 25 哩. 所時之路. 其難易之例如 2 : 3 工手每日只作 10 間. 須增加若干之工手. 方不逾限.

(解) 40 哩之鐵路. 僅敷設 25 哩. 尚餘  $40 - 25 = 15$  哩. 而預定之期限. 僅餘一個月. 依題理可得次之比例式.

$$\left. \begin{array}{l} 10 \text{ 時} : 12 \text{ 時} \\ 1 \text{ 個月} : 3 \text{ 個月} \\ 25 \text{ 哩} : 15 \text{ 哩} \\ 3 : 2 \end{array} \right\} = 375 : x \text{ 則 } x = \frac{12 \times 3 \times 15 \times 2 \times 375}{10 \times 1 \times 25 \times 3}$$

= 540 人. 故當增  $540 - 375 = \underline{165}$  人.

(2) 有石 10000 斤. 以 5 日間運齊. 初用牛 300 頭. 2 日間僅運 3200 斤. 其所餘者若在限期內運齊. 須增加牛數若干頭.

(解) 牛之數與石之數正比. 而日數反. 比故得下式.

$$3300 \left\{ : \left\{ \begin{array}{l} 10000 - 3200 \\ 2 \end{array} \right\} = 300 : x \right.$$

∴  $x = 425$  頭. 故須增  $425 - 300 = \underline{125}$  頭

(3) 有工人自某地限 3 週間運煤油若干箱. 初 1 週間用馬 12 匹運 672 箱. 次 1 週間用牛 10 匹運 630 箱. 其餘之數尚多. 故以牛馬各 15 匹

共運6日開始完.問煤油之總數若干箱.

(解) 馬一匹一週間運  $672 \div 12 = 56$  箱. 牛一匹一週間運  $650 \div 10 = 65$  箱. 二週間共運  $672 + 650 = 1302$  箱. 預定日數僅餘一週間. 即7日. 今6日連完. 其所運之箱數爲.

$$\left. \begin{array}{l} 672 \\ 7 \end{array} \right\} : \left. \begin{array}{l} 56 \times 15 + 65 \times 15 \\ 6 \end{array} \right\} = 972 : x$$

故  $x = 1530$  箱. 則  $1302 + 1530$  箱. 加2週間所運  $1302$  箱可知全數爲 2832 箱.

(4) 有甲乙兩等工人. 甲比乙多2人. 而作力之比如  $5 : 4$ . 今甲工人每日作8時間. 經12日掘得一溝. 長2里闊4尺4寸深6尺. 乙工每日作10時間. 經32日掘溝長1里120丈闊4尺8寸深12尺. 問甲乙工人幾名.

(解) 假定甲工人數爲1倍. 則得乙工人數之比例式.

$$\left. \begin{array}{l} 4 \\ 10\text{時} \\ 32\text{日} \\ 2\text{里} \\ 45\text{寸} \\ 6\text{尺} \end{array} \right\} : \left. \begin{array}{l} 5 \\ 8\text{時} \\ 12\text{日} \\ 1\frac{120}{180}\text{里} \\ 48\text{寸} \\ 12\text{尺} \end{array} \right\} = 1 : x \text{ 即 } x = \frac{2}{3}$$

而甲比乙多2人. 故  $2 \div \left(1 - \frac{2}{3}\right) = 6$  人爲甲工人數.  $6 - 2 = 4$  人即乙工人數.

(5) 以甲乙兩水管注水入池. 甲管直徑3寸.

乙管直徑2寸5分設同時開放甲乙二管.經1時12分間流滿水池 $\frac{2}{5}$ 因乙管破損.只用甲管獨流.問尚須幾時間可以流滿.但管截口之滿積直徑之平方正.爲比例.

(解) 前注入之量.與後注入之量.相比.如 $\frac{2}{5} : \frac{3}{5}$ 即2:3.而注入時間與管之容量爲逆比.故所求之時間爲

$$\left. \begin{array}{l} 2^2 \\ 30^2 \end{array} \right\} : \left. \begin{array}{l} 3^2 \\ 30^2 + 25^2 \end{array} \right\} = 1 \frac{12}{60} \text{時} : x \text{時} \therefore x = \underline{3 \text{時} 3 \text{分}}.$$

(6) 男5人每日作工7時.經6日耕田9畝又女12人每日作工6時.經14日間田27畝.今男3人女5人.共作8日耕田21畝.問初日作工幾時.

(解) 男一人一時間耕 $\frac{9}{5 \times 7 \times 6} = \frac{3}{70}$ 畝.

女一人一時間耕 $\frac{27}{12 \times 6 \times 14} = \frac{3}{112}$ 畝.

則男三人女五人一時間共耕 $\frac{3}{10} \times 3 + \frac{3}{112} \times 5 = \frac{21}{80}$ 畝.

故得每 $\left. \begin{array}{l} \frac{21}{80} \\ \text{日作工8日} \\ \text{之時間9畝} \end{array} \right\} : \left. \begin{array}{l} \frac{3}{70} \times 5 \\ \text{6日} \\ \text{21畝} \end{array} \right\} = 7 \text{時} : x \text{時}$

$$\text{即 } x = \frac{3 \times 5 \times 6 \times 21 \times 7 \times 80}{70 \times 9 \times 8 \times 21} = \underline{10 \text{ 時間}}.$$

(7) 欲將塊煤一堆. 運至某處. 壯夫2人童子5人. 5日間運其半. 又童子3人10日間運其 $\frac{1}{3}$ . 問每時用壯夫9人. 則須幾日運完

(解) 童子3人10日間運其 $\frac{1}{3}$ . 故當先求得童夫幾人. 於5日間運其 $\frac{1}{2}$ . 如下式. 求得童子.

$$\left. \begin{array}{l} 5 \text{ 日} \\ \frac{1}{3} \end{array} \right\} : \left. \begin{array}{l} 10 \text{ 日} \\ \frac{1}{2} \end{array} \right\} = 3 \text{ 人} : x \text{ 人即 } x = 9 \text{ 人}.$$

故童子 $9 - 5 = 4$ 人之工作. 與壯夫2人之作工等. 即壯夫作工等於童子作工之2倍. 故得所求日數.

$$\left. \begin{array}{l} 2 \times 9 \\ \frac{1}{3} \end{array} \right\} : \left. \begin{array}{l} 1 \times 3 \\ 1 \end{array} \right\} = 10 \text{ 日} : x \text{ 日即 } x = \underline{5 \text{ 日也}}$$

(8) 招工手160人. 每日作工11時. 經6日間. 掘得溝長320步. 闊55步. 深1.5步. 若用96人. 每日作工8時間. 掘溝長220步. 闊35步. 深1步. 問幾日可成. 但土之硬. 前後兩地之比如5:7而前5人之力與後4人之力等.

$$\left. \begin{array}{l} \text{(解)} \quad 96 \text{人} \\ \quad 8 \text{時間} \\ \quad 230 \text{步} \\ \quad 5.5 \text{步} \\ \quad 1.5 \text{步} \\ \quad 5 \\ \quad 5 \text{人} \end{array} \right\} : \left. \begin{array}{l} 160 \text{人} \\ 11 \text{時間} \\ 220 \text{步} \\ 3.5 \text{步} \\ 1 \text{步} \\ 7 \\ 4 \text{人} \end{array} \right\} = 6 \text{日} : x \text{日}$$

$$\text{故 } x = \frac{60}{96} \times \frac{11}{8} \times \frac{220}{230} \times \frac{35}{55} \times \frac{10}{15} \times \frac{7}{5} \times \frac{4 \times 9}{5} = 6 \frac{86}{345} \text{日} .$$

(9) 自來水工場. 設 15 架吸筒. 每日吸 8 時間. 7 日吸新京水 1260 噸. 若每日吸 12 時間. 14 日間吸新京水 7560 噸. 問該設吸筒若干架.

$$\left. \begin{array}{l} \text{(解)} \quad 12 \text{時} \\ \quad 14 \text{日} \\ \quad 1260 \text{噸} \end{array} \right\} : \left. \begin{array}{l} 8 \text{時} \\ \quad 7 \text{日} \\ \quad 7560 \text{噸} \end{array} \right\} = 15 \text{架} : x \text{架}$$

$$\text{故 } x = \frac{8 \times 7 \times 7560 \times 15}{12 \times 14 \times 1260} = 30 \text{架吸筒} .$$

(10) 有工人 1800 人. 修一工設. 儲蓄之糧足 12 週間之用. 今來新工人 600 人. 加入. 恐糧不足. 故照前每人一日之食糧減去  $\frac{1}{3}$ . 問現存之糧. 足幾週間之用.

(解) 增加後之人數. 爲  $1800 + 600 = 2400$  人. 食糧減  $\frac{1}{3}$  則得  $\frac{2}{3}$ . 故爲比列式

$$\left. \begin{array}{l} 2400 \text{人} : 1800 \text{人} \\ \frac{2}{3} : 1 \end{array} \right\} = \underline{12 \text{週} : x \text{週}}$$

$$\text{故 } x = \frac{1800}{12400} \times \frac{3 \times 12}{2} = 13\frac{1}{2}$$

## 配 分 比 列

(1) 火藥之製法. 舊法中之一. 其全量成分之比. 硝石 9. 硫黃 1. 木炭 5. 而新法. 則以硝石 15. 硫黃 4. 木炭 3. 今有舊法製造火藥 15 斤. 欲改配成新法之成分. 問何種當增著若干.

(解) 先求舊法配成 15 斤. 之各成分數如下

$$\text{硝石等於} \quad 15 \times \frac{9}{9+1+2} = 11\frac{1}{4} \text{斤}$$

$$\text{硫黃等於} \quad 15 \times \frac{1}{9+1+2} = 1\frac{1}{4} \text{斤.}$$

$$\text{炭等於} \quad 15 \times \frac{2}{9+1+2} = 1\frac{1}{2} \text{斤. 而舊法與}$$

新法. 於三種各與全量之對比如次.

	硝石	硫黃	木炭
{	舊法... $\frac{6}{9+1+2}$	$\frac{1}{9+1+2}$	$\frac{2}{9+1+4}$
	新法... $\frac{15}{15+2+3}$	$\frac{2}{15+2+4}$	$\frac{3}{15+2+3}$
即 {	舊法... $\frac{45}{60}$	$\frac{5}{60}$	$\frac{10}{60}$
	新法... $\frac{45}{60}$	$\frac{6}{60}$	$\frac{9}{60}$

觀此可知兩法三種相對比. 惟木炭舊法所用之量多於新法. 故不得不增加他二種之量. 使合新法之成分. 此 15 斤中含木炭  $2\frac{1}{2}$  斤. 依新法當配他二種之量. 爲

$$\text{硝石} \quad 2\frac{1}{2} \times \frac{45}{9} = 12\frac{1}{2} \text{斤}$$

$$\text{硫黃} \quad 2\frac{1}{2} \times \frac{6}{9} = 1\frac{2}{3} \text{斤}$$

與所含之量比較. 即得當增之量. 爲

$$\text{硝石} \quad 12\frac{1}{2} - 11\frac{1}{4} = 1\frac{1}{4} \text{斤即} \underline{1 \text{斤} 5 \text{兩}.}$$

$$\text{硫黃} \quad 1\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4} = \frac{5}{12} \text{即} \underline{\text{斤} 9\frac{2}{3} \text{兩}.}$$

(2) 甲乙二人遠行. 一日途中出所攜之麵包 3 枚. 乙出 5 枚. 偶一旅人來乞分食. 甲乙諾之. 3 人等分食盡. 於是旅人謝銀 8 分而去. 問甲乙二人如何分取.

(解) 每一人之食量爲  $\frac{5+3}{3} = \frac{8}{3}$  個.

甲分與旅人  $3 - \frac{8}{3} = \frac{1}{3}$ . 乙分與旅人  $5 - \frac{8}{3} =$

$\frac{7}{3}$  其比如  $\frac{1}{3} : \frac{8}{7}$  即  $1 : 7$ . 故分取 8 分亦依此比

之. 則甲之所得爲  $8 \times \frac{1}{1+7} = \underline{1 \text{分}}$ . 乙之所得爲

$8 \times \frac{7}{1+7} = 7 \text{分}.$

(3) 甲乙丙 3 人. 分銀 1125 圓. 甲之  $\frac{1}{2}$  與乙之  $\frac{1}{3}$  與丙之  $\frac{1}{4}$  均等. 問各得如何.



(解) 各所得  $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$  之反比即  $\frac{1}{\frac{1}{2}} : \frac{1}{\frac{1}{3}} : \frac{1}{\frac{1}{4}}$

即係  $2 : 3 : 4$  之比. 故求得下之諸數.

甲之所得金  $2 + 3 + 4 : 2 = 1125 : x$   $x = \underline{250}$  圓.

乙之所得金  $2 + 3 + 4 : 3 = 1125 : x$   $x = \underline{375}$  圓.

丙之所得金  $2 + 3 + 4 : 4 = 1125 : x$   $x = \underline{500}$  圓.

(4) 有松梅桃柳四種. 各若干株. 其次第之比. 如  $7 : 3$  而松柳二種之合 740 株. 問數之總數如何.

(解) 松爲 7 則梅之比爲  $7 \times \frac{3}{7}$  即 3. 又桃與梅之比爲  $\frac{3}{7}$ . 故桃之比爲  $3 \times \frac{3}{7}$ . 柳爲  $3 \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7}$  即

得松梅桃柳之比.  $7 : 3 : \frac{9}{7} : \frac{27}{49}$  即得  $343 : 147 :$

$63 : 27$ . 求總樹之比例式.  $343 + 27 : 343 + 147 + 63$

$+ 27 = 740 : (\text{總樹})$  故得總樹之數  $= \frac{580 \times 740}{370} =$

1160 株.

(5) 一人臨終囑其妻曰. 汝將分娩. 吾之遺產 30000 圓. 生男則與之 10000 圓. 汝得其餘. 生女則與之 7500 圓. 汝取其餘. 其後乃生男女各一. 因遺囑之意. 而分配之. 則三人各取幾何.

(解) 母與男所得金之比. 如  $20000 : 10000$  即  $2 : 1$ . 又母與女所得金之比. 如  $22500 : 7500$  即  $3 : 1$

故男即母之  $\frac{1}{2}$  女即母之  $\frac{1}{3}$ . 而母與男與女

比如  $1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$  即  $6 : 3 : 2$  之比。以此比分 30000 圓。則各得如下。

$$\text{母 } 30000 \times \frac{6}{11} = \underline{17293 \text{ 73 圓。}}$$

$$\text{男 } 30000 \times \frac{3}{11} = \underline{8181 \text{ 8 1 圓。}}$$

$$\text{女 } 30000 \times \frac{2}{11} = \underline{5454 \text{ 5 4 圓。}}$$

(6) 有金若干圓。甲乙丙丁四人分取。

甲得全數  $\frac{1}{3}$ 。乙得  $\frac{1}{4}$ 。丙得  $\frac{1}{5}$ 。丁得  $\frac{1}{6}$ 。尚餘若干圓。而甲比丙多 84 圓 2 角 4 分。問各得若干圓。

(解) 甲乙丙丁四人所分之數。為  $\frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{1}{5} : \frac{1}{6}$  相比。故求得下之各數。

$$\text{甲} = 84.24 \times \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{5}} = 84.24 \times \frac{1}{3} \times \frac{15}{2} = \underline{210 \text{ 圓 6 角}}$$

$$\text{乙} = 84.24 \times \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{5}} = 84.24 \times \frac{1}{4} \times \frac{15}{2} = \underline{157 \text{ 圓 6 角 5 分}}$$

$$\text{丙} = 84.24 \times \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{5}} = 84.24 \times \frac{1}{5} \times \frac{15}{2} = \underline{105 \text{ 圓 3 角 6 分}}$$

$$丁 = 84.24 \times \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{5}} = 84.24 \times \frac{1}{6} \times \frac{15}{2} = 105 \text{圓}3 \text{角}.$$

(7) 甲乙二人各出金 2000 圓. 買田地經 3 個月後. 丙復入股 1600 圓. 而甲乙二人等分之. 又其後 4 個月將田地賣出. 得金 5400 圓. 其利金以各出本多寡及月數之比各得幾何之利.

(解) 甲與乙之資本比丙少. 故以資本每百圓按月數之比.

$$\begin{cases} \text{甲} + \text{乙} = 20 \times 3 + (20 - \frac{16}{2}) \times 4 = 108. \\ \text{丙} = 16 \times 4 = 64. \end{cases}$$

而利金為  $5400 - 4000 = 1400$  圓.

$$\text{故甲乙各數 } 1400 \times \frac{108}{108 + 2 + 64} = 540 \text{圓}.$$

$$\text{丙得利 } 1400 \times \frac{64}{108 + 2 + 64} = 320 \text{圓}.$$

(8) 有童子三人. 其年齡甲 11 歲. 乙 8 歲. 丙 6 歲. 今有水果 303 個. 分與之. 其分之法. 以各齡之反數相比. 問各分得幾何.

(解) 某數之反數. 即以某數除 1. 故相比為  $\frac{1}{11} : \frac{1}{8} : \frac{1}{6}$  即以 24 : 33 : 44 比分之. 則可求得各數

$$24 + 33 + 44 : 25 = 303 : (\text{甲}) \quad \text{甲} = \frac{72}{25} \text{枚}$$

$$24 + 33 + 44 : 33 = 303 : (\text{乙}) \quad \text{乙} = \frac{89}{33} \text{枚}$$

$$24 + 33 + 44 : 44 = 303 : (\text{丙}) \quad \text{丙} = \frac{132}{44} \text{枚}$$

(9) 開拓若干之地栽桑與桐及茶. 而各種所

占之面積相等。桑 2 株 占面積 7 步。桐 1 株 5 步。茶 3 株 10 步。而三種之總數為 2200 株。問地面積及各株數如何。

(解) 各 1 步所栽之樹數。為  $\frac{2}{7}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{3}{10}$ , 而 3 步

所栽之樹數  $\frac{2}{7} + \frac{1}{5} + \frac{3}{10}$ 。此即可求得

總面積之步數為  $\frac{2}{7} + \frac{1}{5} + \frac{3}{10} : 2200 = 3 : x$

即  $x = \underline{8400}$  步。

桑總數  $8400 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{7} = \underline{800}$  株。

桐總數  $8400 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \underline{560}$  株。

茶總數  $8400 \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{10} = \underline{840}$  株。

(10) 有直徑 100 步之圓池。其外圍寬 10 步之時。又其外圍寬 10 步之園。今耕田與園。共費 25 時間問田與園各耕。時間幾何。

但園之面積等半徑之平行比例。

(解) 池之半徑 50 步加田寬 10 步。共 60 步。為池與田和之半徑。而田之面積以  $60^2 - 50^2 = 1100$  步表之。又園之面積以  $(60+10)^2 - 60^2 = 1300$  步表之。而所耕之時間面積正比。故得耕田之時間。如  $1100 + 1300 : 1100 = 25$  時 : 耕田時

即  $\frac{1100 \times 25}{1100 + 1300} = 11$  時 27 分 30 秒

耕園之時間為  $1100 + 1300 : 1800 = 25 : \circ$  園時

即 =  $\frac{1300 \times 25}{1100 + 1300}$  13 是 32 分 30 秒。

(11) 甲乙丙丁四人. 所出本資金 800 圓. 600 圓. 500 圓. 460 圓. 合營商業. 得利金. 460 圓. 問各利金幾何.

(解) 利金之分配. 以出本金之多少為比例故 460 圓. 分配之比例. 為 800 : 600 : 500 : 400 即 8 : 6 : 5 : 4 相比之和. 為 8 + 6 + 5 + 4 = 23.

則 甲 當 得 利  $460 \times \frac{8}{23} = 160$  圓.

乙 之 利  $460 \times \frac{6}{23} = 120$  圓.

丙 之 利  $460 \times \frac{5}{23} = 100$  圓.

丁 之 利  $460 \times \frac{4}{23} = 80$  圓.

(12) 晝之長有夜之長之 1.3 倍. 時. 問晝夜之長各幾時幾分.

(解)  $1.3 = \frac{13-1}{9} = \frac{4}{3}$  故晝夜之長之比. 如 4 : 3. 而晝夜之和為 4 + 3 = 7. 而一日共 24 時間. 故晝之長 =  $24 \times \frac{4}{7} = 13\frac{5}{7}$  時 = 13 時 24 分 51  $\frac{3}{7}$  秒.

夜之長 =  $24 \times \frac{3}{7} = 10$  時 17 分 8  $\frac{4}{7}$  秒.

(13) 水車之迴轉. 晝 18000 回. 夜 14000 回. 問日出之時.

(解) 晝夜時間之比. 如  $18000 : 14000$  即  $9 : 7$   
 故夜之長為  $24 \times \frac{7}{9+7} = \frac{21}{2}$  時. 而日出之時間.  
 恰當夜長之半分. 為  $\frac{21}{2} \div 2 = \frac{21}{4}$  時即 5 時 15 分

(14) 有三商人. 甲出資 800 圓. 乙 900 圓. 丙 500 圓. 共營商業. 其初甲經理 200 日. 其後乙經理 130 日. 又其後丙經理 110 日. 如是共得利金 1650 圓. 其  $\frac{2}{3}$  依本分利. 其餘依經理時間分利

問合該得列幾何.

(解) 依題意. 原本分配之利.

$$\text{爲 } 1650 \times \frac{2}{3} = 1100 \text{ 圓.}$$

依經理分配之利. 爲  $1650 - 1100 = 550$  圓. 故甲依

$$\text{本分利. 該 } 1100 \times \frac{800}{800+900+500} = 450 \text{ 圓.}$$

$$\text{乙 } 1100 \times \frac{900}{800+900+500} = 450 \text{ 圓.}$$

$$\text{丙 } 1100 \times \frac{500}{800+900+500} = 250 \text{ 圓.}$$

又依經理分配之利如下.

$$\text{甲 } = 500 \times \frac{200}{200+130+110} = 250 \text{ 圓.}$$

$$\text{乙 } = 500 \times \frac{130}{200+130+110} = 192.5 \text{ 圓.}$$

$$\text{丙 } = 550 \times \frac{110}{200+130+110} = 137.5 \text{ 圓}$$

故甲共得之利  $400 - 250 = 650$  圓.

$$\text{乙 } 450 + 192.5 = 642.5 \text{ 圓.}$$

$$\text{丙 } 250 + 137.5 = 387.5 \text{ 圓.}$$

## 混 合 比 例

(1) 有甲乙二瓶，盛酒水之混合液。甲瓶盛酒 84 升水 21 升。乙瓶盛酒 56 升水 8 升。今兩瓶各取若干升，使造成混合液之成分，為酒 24 升水 4 升。問各瓶取汲之量如何。

(解) 甲瓶之酒，為全量之  $\frac{84}{84+21} = \frac{4}{5}$

乙瓶之酒，為全量之  $\frac{56}{56+8} = \frac{7}{8}$

如是則甲與乙及第三液之酒之全量對比，則成爲 224 : 245 : 240 而 240 爲他二種之平均混合而成。故以之得下式。

$$\begin{array}{l} 240 \\ 240 \\ 240 \end{array} \left| \begin{array}{l} 224 \\ 245 \end{array} \right. \begin{array}{l} 5 \\ 16 \end{array} \text{ 此即甲乙兩瓶汲出量之相比數也。}$$

而所求之量，爲  $24 + 4 = 28$  升。故甲瓶當汲出之量爲  $28 \times \frac{5}{5+16} = 6\frac{2}{3}$  升。則乙瓶當汲出之量。

爲  $28 \times \frac{16}{5+16} = 12\frac{1}{3}$  升。

(2) 今於銀鉛銅三種之混合物，其重 270 兩若在水中秤之，祇 240 兩。問銀鉛銅之重量各幾何。但銀之比重 11.5，鉛 11.3，銅 8.8

(解) 水中秤，所減之分量，即與物同容積之水之分量。故此混合物之同容積之水之分量爲  $270 - 240 = 30$  兩

混合物之比重. 即銀鉛銅之平均之比重  $270 \div 30 = 9$

$$9 \left| \begin{array}{c} 1.5 \\ 11.3 \\ 8.8 \end{array} \right) \left| \begin{array}{c} 2 \\ 2 \\ 15 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} 2 \\ 2 \\ 15 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 38 \end{array} \right| \begin{array}{l} \text{銅} \\ \text{銀} \\ \text{鉛} \end{array}$$

$$\hline 21 (+)$$

因各分量銀 = 鉛 即  $270 \times \frac{1}{12} = 12 \frac{6}{7}$  兩.

則銅之重為  $270 + \frac{19}{21} = 244 \frac{2}{7}$  兩.

(3) 上酒 1 斗之價 6.6 圓. 中酒 5.5 圓. 下酒 4 圓  
今三種之價混合. 使 1 石之價值 50 圓. 製成 8 石 8 斗. 而其中酒混合之量. 須比上酒多 1 倍  
問各混合之量如何.

(解) 上混 1 石. 與中酒 2 石平均之價. 為  
 $(65 + 55 \times 2) \div (1 + 2) + \frac{175}{3}$  圓. 以之與混合液相比

$$50 \left| \begin{array}{c} \frac{175}{3} \\ 3 \\ 40 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} 175 \\ 30 \\ 120 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} 30 \\ 25 \end{array} \right| \begin{array}{l} 6 \cdots \text{上中混合} \\ \text{酒之比.} \\ 5 \cdots \text{下酒之比} \end{array}$$

由是得上中混合之全量. 為  $88 \times \frac{6}{6+5} = 48$  斗

中含上酒  $48 \times \frac{1}{1+2} = 16$  斗. 中酒  $48 - 16 = 32$  斗. 下

酒  $88 \times \frac{5}{6+5} = 40$  斗.



(4) 某買綢若干疋. 等中分甲乙兩等. 售甲等得利 100 分之 25. 售乙則反損 10 分之 1. 至售盡平均計之. 僅得利 10 分之 1. 而甲等比乙等多 30 疋. 問各幾何疋.

(解) 各賣價之比. 即  $1.25 = 1\frac{1}{4}$  及  $1 - .1 = \frac{9}{10}$  而平均賣價. 爲  $1\frac{1}{10}$  由是可求各疋之比數如下.

$$1\frac{1}{10} \left| \begin{array}{c} \frac{1}{4} \\ \frac{9}{10} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \frac{2}{10} \\ \frac{3}{20} \end{array} \right| \begin{array}{l} 4 \text{ 甲等疋數之比.} \\ 3 \text{ 乙等疋數之比.} \end{array}$$

由是得甲之疋數. 爲  $30 \times \frac{4}{4-3} = 120$  疋.

則乙之疋數爲  $30 \times \frac{3}{4-3} = 90$  疋.

(5) 有甲乙丙三種之茶. 各一斤之價. 甲 7 角 2 分. 乙 6 角. 丙 4 角 8 分. 須如何混合. 使每斤值 5 角 7 分之本. 但甲乙斤數之比如 1 : 7

(解)		1 斤 之 價		盈	虧	比數
甲	茶	27	分	虧	15 分	1
乙	茶	60	分	虧	3 分	7
混 合	茶	57	分			
丙	茶	48	分	盈	9 分	2

故虧本金 =  $15 \times 1 + 3 \times 7 = 36$ 分 則  $x = 3 + 9 = 4$  故得所求混合斤數之比例，為甲 1 : 乙 7 : 丙 4

(6) 有龜鶴共 50 頭其足之和 140 隻，問各幾何頭。

(解) 平均 1 頭之足數， $140 \div 50 = 2.8$  隻，與龜鶴足之比較，故以下式可求得。

一頭之足數盈虧比較

龜	4	1.2	3
平均	2.8		
鶴	2	0.8	2

故得龜鶴頭數之比，如 3 與 2，由是即得龜之頭數為  $50 \times \frac{2}{3+2} = 20$  頭，則鶴之頭數，為

$$50 \times \frac{3}{3+2} = 30 \text{ 隻。}$$

(7) 有茶三種每斤之價，上 72 分，中 60 分，下 40 分，今有上等 6 斤，中等 4 斤，問下等當混合若干斤，使每斤值 58 分。

(解)

	盈虧	比數
上 27	24	6
中 60	12	4
平 48		
下 40	8	$x$

上 6 斤 虧  $24 \times 6$ . 中 4 斤 虧  $12 \times 4$ . 合 計 虧  $(24 \times 6 + 12 \times 4)$  以 8 除 之. 即 得 下 等 之 斤 數. 爲  $(24 \times 6 + 12 \times 4) \div 8 = 24$  斤.

(3) 有 十 八 金. 十 四 金. 十 二 金. 三 種. 須 如 何 混 合. 使 成 十 六 金. 但 十 四 金. 與 十 二 金 之 分 量 之 比. 如 3 : 2

(解)

	成 分	多 與 不 足	比 數
十 八 金	18	多 2	1
混 合 十 六 金	16		
十 四 金	14	不 足 2	2
十 二 金	12	不 足 4	2

因 十 四 金 與 十 二 金 之 比. 如 3 : 2. 其 混 合 之 不 足 數. 共  $(2 \times 3 + 4 \times 2)$ . 則 當 混 合 十 八 金 數 之 比  $(2 \times 3 + 4 \times 2) \div 2 = 7$ . 由 是 即 得 所 求 之 比 數. 爲 7 : 3 : 2

## 百 分 法

(1) 一商店賣貨. 定價九折. 尚欲得原本十分之二之利. 問照原本豫定價若何.

(解) 原價爲 1. 則賣價爲 12. 因九折賣之. 乃用 .9 乘之也. 故以 .9 除之. 即得所求之定價.  

$$\frac{12}{.9} = 1.333\cdots$$

(2) 有酒商賣酒. 賣價比買價高十分之二且於賣去酒內. 滲水百分之四. 問原本一圓加利幾何.

(解) 賣去之酒 1 升內. 有純酒  $10) - 4 = .96$  升. 而純酒 .96 升之賣價. 加  $\frac{2}{10}$  利. 故所賣爲 1.2 圓. 若純酒 1 升. 必賣  $12 \div .96 = 1.25$  故須照原價加  $1.25 - 1 = .25$ .

(3) 一米商買入每圓 8 升之米若干. 以每圓 6 升 4 合之價售去. 問每圓漲利幾何.

(解) 賣 1 合之價爲  $\frac{1}{64}$ . 買 1 合之價爲  $\frac{1}{80}$ . 而 1 合之利  $\frac{1}{64} - \frac{1}{80} = \frac{5}{320} - \frac{1}{320} = \frac{1}{320}$  圓. 故利之增入  

$$\frac{1}{320} \div \frac{1}{80} = \frac{1}{4} = .25.$$

(4) 一人以金 2800 圓. 借與甲乙二商. 其年利甲 9 分. 乙 8 分 5 釐. 而每年甲乙所付之利金相等. 問甲乙各借金若干圓.

(解) 甲與乙利率之比. 如 0.09 : 0.085 即 18 : 17. 故原金分爲二都分. 其分之比亦如 18 : 17. 之

分配. 則甲數爲  $2800 \times \frac{18}{18+17} = 1440$  圓.

乙數爲  $2800 \times \frac{17}{18+17} = 1360$  圓.

或乙  $2800 - 1440 = 1360$  (圓).

(5) 今有金 1000 圓. 借與甲乙二人. 其年利甲 8 分乙 20 分. 如是每年共得利金 88 圓. 問甲乙各借本幾何.

(解) 1000 圓. 得利金 88 圓. 平均之利. 爲  $\frac{88}{1000} = 0.088$ .

	過與不足	比數
0.08	不足 0.008	3
平均 0.088		
0.1	過 0.012	2

則原金 1000 圓. 甲乙分配如 3 與 2. 故

甲所借之本爲  $1000 \times \frac{3}{3+2} = 500$  圓.

乙所借之本. 爲  $1000 \times \frac{2}{3+2} = 400$  圓.

(6) 一人請人經理. 將空地一塊賣去. 除經理費. 以之買田若干畝. 計值 19000 圓. 惟賣買之經理費. 爲百分之五. 問原賣地價若何.

(解) 此 19000 圓. 之田. 連買田經理費共有  $(19000 \times 105)$  圓. 惟此數乃賣價. 除去賣地經理

費之數。因賣價每圓只得  $1-.05$ 。故總賣價。爲  $19000 \times 1.05 \div (1-.05) = 2100$  圓。

(7) 一人代人賣米 300 石。每石之價於 13.6 圓。將所有之銀又代買股票。而賣與買之手續費。皆爲百分之二。問此人共得手續費若干。

(解) 賣米所得手續費。爲  $13.6 \times 300 \times .20 = 81.6$  圓。而賣主之所得  $13.6 \times 300 - 81.6 = 3998.4$  圓。此金即爲買股票與買票手續費之和。故買股票之手續費。爲  $3998.4 \times \frac{.02}{1+.02} = 78.4$  圓。總計  $81.6 + 78.4 = 160$  圓。

(8) 一商販有 3800 圓之貨物輸出外國。保險於某公司。其時保險市價爲 5%。因未全保。祇納有若干之保險金。後船出口遇難。貨物全失。某公司照保數賠償。於是較原本折百分之十。問所保之數如何。

(解) 實價損  $\frac{1}{10}$  即  $.9 \times 38800$  圓又減去保險費  $.05$  即得所保之金額爲  $3800 \times .9 \times \frac{1}{1-.05} = 3600$  圓。

(9) 一人有股票 100 張。(每張 50 圓)。今照市價售去。每張 93 圓。年利可得 13 分。以售進之金買他種股票。(每張 50 圓) 彼時市價值 62 圓。年利 9 分。問此人年年收入增減幾人。

(解) 初之原金  $(50 \times 100)$  圓。每年之利金  $5000 \times .13 = 650$  圓。後買入之股數  $100 \times 93 \div 92 = 150$  張。

每年之利金  $50 \times 156 \times .09 = 675$  圓。

故知以後每年收入之數，增加  $675 - 650 = 25$  圓

(10) 一人每年終時，持券可取金百圓，如年利 5 分，此券可值現金幾何。

(解) 每年所得之金 100 圓求現價之和，即

$\frac{100}{1.05} + \frac{100}{(1.05)^2} + \frac{100}{(1.05)^3} + \frac{100}{(1.05)^4} + \frac{100}{(1.05)^5} + \dots$  以至無窮。

$$\text{即 } 100 \times \frac{\frac{1}{1.05}}{1 - \frac{1}{1.05}} = 100 \times \frac{1}{20} = 100 \times 20 = \underline{2000} \text{ 圓。}$$

(11) 一人借金 1000 圓，年利 10 分，於 3 個月內還五次相等之數，償清本利，問每次所還銀數幾何。

(解) 8 個月之利率  $= \frac{1}{10} \times \frac{8}{12} = \frac{1}{15}$  故求每次所

$$\text{還之銀數，爲 } 1000 \div \left[ \frac{1}{1 + \frac{1}{15}} + \frac{1}{1 + \frac{2}{15}} + \frac{1}{1 + \frac{2}{15}} + \frac{1}{1 + \frac{4}{15}} + \frac{1}{1 + \frac{5}{15}} \right] = 238.512 \text{ 圓。}$$

(12) 最繁盛之都府，於今年調查人口之總計 1075840 人，每年增加  $\frac{25}{1000}$ ，問 3 年後比 2 年前人數增加若干。

$$\text{(解) 2年前之人口} = 1075840 \times \left(\frac{1000}{1025}\right)^2 = 1024:00$$

人。而3年後之人口  $= 1075840 \times \left(\frac{1025}{1000}\right)^3$   
 $= \frac{115856200}{100} = 1158562$  人。故知人數增加。為  
 $1158562 - 102400 = \underline{134562}$  人。

(13) 一人借金364圓。年利2分。以三年攤還。每年所還之數相等。問年每該還若干。

(解) 初年之終。1圓之本當還1.2。次年終1圓當還。

$1.2 \times 1.2 = (1.2)^2$ 。則3年之終。每1圓當還。

$1.2 \times 1.2 \times 1.2 = (1.2)^3$ 。故每年須還

$$364 \div \left( \frac{1}{1.2} + \frac{1}{(1.2)^2} + \frac{1}{(1.2)^3} \right) = \underline{172\text{圓}8\text{角}}.$$

(14) 以5分之年利放債。每年終收百圓之利。今年初欲支三年之利金。問現價幾何。

$$\text{(解) 略} \frac{100}{1.05} + \frac{100}{(1.05)^2} + \frac{100}{(1.05)^3} = \underline{222\text{圓}544\text{釐餘}}$$

(15) 一人借銀1170圓。年利6分。3個月後還400圓之票。其餘之銀。6個月後償清。問後之票銀數幾何。

(解) 3個月後還400圓。剩下之現金可值

$$100 + \left( 1 - \frac{6}{100} \times \frac{6}{12} \right) = 394\text{圓}.$$

$1170 - 394 = 776$ 圓。此銀數即6月後。所還金之現



價相當.故6個月後所還之銀.數爲

$$776 \times \left( \frac{6}{100} \times \frac{6}{12} \right) = 776 \times \frac{200}{194} = \underline{7800 \text{ 圓.}}$$

(16) 一人有120圓之期票.其期8個月.今於3個月後支取20圓.問其餘之金當再歷幾月取.使彼此無損益.

(解) 120圓8個月之利息.等於1個月之(120×8)圓利息.又20圓3個月之利息.等於1個月之(20×3)圓利息.

則1個月利息之餘  $960 - 60 = 900$  圓.

而本之餘爲  $120 - 20 \div 100$  圓.

故得償還之月數.爲  $900 \div 100 = 9$  個月.

即支取20圓之後.再歷  $9 - 3 = 6$  個月後取.

(17) 一人告其三子曰.我有財產30000圓.貯蓄銀行.年利8分.俟汝等滿20歲時.各得相等之金.但今之年齡.長子18歲.次子15歲.三子10歲.問各得幾何.

(解) 長子距得金之年數  $20 - 18 = 2$  年.次子距  $20 - 15 = 5$  年.三子距  $20 - 10 = 10$  年.各得本利之和均等.現在長子之原爲  $\frac{1}{(1.08)^2}$ .而次子之原金

爲  $\frac{1}{(1.08)^5}$ .三子之原金  $\frac{1}{(1.08)^{10}}$ .則三子之原金.與長之所得金.其式如次.

$$\frac{1}{(1.08)^2} + \frac{1}{(1.08)^5} \div \frac{1}{(1.08)^{10}} \div \frac{1}{(1.08)^2} = 30000 : x$$

同樣可求得餘二人之所得金.

(18) 一人有銀行期票三張. 其期限與銀數爲30日取500圓. 又66日取400圓. 又90日取600圓. 今欲更換成一張. 其期限幾何.

(解) 三張期票之利金之比. 如1日借500×30 + 400×60 + 600×90 = 93000圓之利金之比等. 故除以1500圓即得所求日數.

$$93000 \div (500 + 400 + 600) = \underline{62} \text{日.}$$

## 連鎖比例

(1) 有甲乙丙三艦. 甲乙之速率如 7 比 5. 而乙丙之速率如 3 比 2. 今丙艦 45 日之航路. 甲艦須行幾日.

(解) 速率與時間互相反比. 故甲與乙時間之比如 5 : 7. 又乙與丙時間之比如 2 : 3. 今丙艦 45 日之航路. 則乙艦當居其三分之二. 而甲艦當居乙艦之七分之五. 故以  $\frac{2}{3}$  乘 45 時. 等於乙艦航行之日. 而以  $\frac{5}{7}$  乘  $45 \times \frac{2}{3}$ . 等於甲艦航行之日也. 即甲艦可達之日數. 等  $45 \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} =$

$21\frac{3}{7}$  日. 依連鎖法如次式亦可求得.

甲艦當航之日數  $x$  - 丙日數 45

丙之日數 3 - 乙日數 2

乙之日數 7 - 甲日數 5

因兩邊連乘積等. 故可求得一未知數. 其式如下.

$$x = \frac{45 \times 2 \times 5}{3 \times 7} = 21\frac{3}{7} \text{ 日.}$$

(2) 有甲乙丙三等職工. 甲等 9 人之工. 與乙等 10 人之工相等. 而乙等 17 人之工. 與丙等 14 人之工相等. 今丙 15 人作 28 時間之工. 若甲 5 人作之. 須幾時間可成.

(解) 甲與乙同作時間之比如9:10.則乙與丙如17:14.故以

甲之時間9—乙之時間10

乙之時間17—丙之時間14

丙15人爲之時間 $28 \times 15$ —甲5人 $\times x$ 時間故 $x$ .

$= \frac{28 \times 15 \times 17 \times 9}{10 \times 14 \times 5} = 91 \frac{4}{5}$  即 91時48分. 爲甲5人作所須之時間也.

(3) 有甲乙丙三工.其工作力甲與乙如3:4乙與丙如7:6.今甲作6日得9圓之工資.丙作14日可得若干圓.

(解) 甲一日得 $\frac{9}{6}$ 圓.若14日可得 $\frac{9}{6} \times 14$ 圓.然甲與乙作力之比如3:4.故乙14日所得之金爲 $\frac{9}{6} \times 14 \times \frac{4}{3}$ 圓.又乙與丙作力之比如7:6.如是則丙14日所得之金.爲 $\frac{9}{9} \times 14 \times \frac{4}{3} \times \frac{6}{7} = 24$ 圓.

(4) 步兵一隊進行.慢步與快步之比如3:5若快步進7時間之程途.跑步須5時間.今慢步7時間可達之路.跑步須若干時間.

(解) 速度與時間相反比.故

慢步5時間之里程 = 快步3時間之里程

快步7時間之里程 = 跑步5時間之里程

跑步 $x$ 時間之里程 = 慢步7時間之里程

則  $x = \frac{3 \times 5 \times 7}{5 \times 7} = 3$  時間.

(5) 米 2 石之價等於大豆 3 石之價. 大豆 4 石之價. 等於麥 5 石之價. 今以大豆 27 石. 換米麥 20 石. 問米麥各幾石

(解) 先求大豆 27 石. 該換米之石數爲  $3:2=27:x$  即  $x=18$  石. 故知只換米則所差爲  $27-18=9$  石. 於此可知必有若干石麥. 須求米與麥之比. 然米 2 石與大豆 3 石相等. 又大豆 4 石與麥 5 石相等. 以米 1 石等於大豆  $\frac{3}{2}$  石. 又等於麥之  $\frac{3}{2} \times \frac{5}{4} = \frac{7}{8}$  石. 故以米代麥之石數爲  $2 \div \frac{7}{8} = 2\frac{2}{7}$  石. 則所求之米數. 爲  $18 - 2\frac{2}{7} = 15\frac{5}{7}$  石 麥 爲  $20 - 15\frac{5}{7} = 4\frac{2}{7}$  石. (或爲  $2\frac{2}{7} \times 1\frac{7}{8} = 4\frac{2}{7}$  石).

(6) 有甲乙丙三架鐘. 於午前七時. 在同處進行. 其後甲指 9 時 30 分時. 乙指 9 時 24 分. 又其後乙指 10 時 6 分時. 丙指 9 時 36 分. 問丙指正午時. 甲指何時.

(解) 自七時起. 至 9 時 30 分止. 即甲進 2 時 30 分時間. 乙進行 2 時 24 分. 又乙自 7 時起. 進行 3 時 6 分時間. 則丙進行 2 時 35 分. 因自七時起至正午止. 須進行 5 時間. 若丙進行 5 時間之時.

則乙當進行  $5 \times \frac{3\frac{6}{60}}{2\frac{35}{60}}$  時間，而甲此時當進行

$$5 \times \frac{3\frac{6}{60}}{2\frac{35}{60}} \times \frac{2\frac{30}{60}}{2\frac{21}{60}} = 5 \times \frac{3.0 \times 12}{31} \times \frac{2.5}{2.4} = 6 \text{ 時 } 15 \text{ 分。即自}$$

7 時起，所歷之時間，減去午前 5 時間，所餘之 1 時 15 分，故甲所指在午後 1 時 15 分。

(7) 梨 5 個之價，等於梅 9 個之價，梅 12 個等於杏 25 個，今以梨 40 個，換杏 180 個，可得利 9 角 6 分，問杏 1 個之價若干。

(解) 先求梨 40 個，當換杏之數為  $40 \times \frac{9}{5} \times \frac{25}{12} = 150$  枚，今多換得  $180 - 150 = 30$  枚，恰與所得之利 9 角 6 分等，故杏 1 枚之價，為  $96 \div 30 = 3$  分 2 厘。

(8) 有甲乙二腳夫，甲 20 分間行 19 丈，乙 3 時間行 4 里，而乙行 11 里時間車能駛 20 里，若車駛 320 里時，甲能行若干里。

(解) 車行 20 里時，乙行 11 里，故車行 320 里

時，乙當行  $320 \times \frac{11}{20}$  里，又乙一分時能行  $\frac{180 \times 4}{60 \times 3}$

丈，而甲一分間能行  $\frac{11}{20}$  丈，故乙行  $320 \times \frac{11}{20}$  里，

時，甲當行

$$320 \times \frac{11}{20} \times \frac{\frac{16}{20}}{\frac{180 \times 4}{60 \times 3}} = \frac{16 \times 11 \times 19}{20 \times 4} = 41 \text{里} 144 \text{丈}.$$

(9) 三人賽跑於300步之間. 甲乙並行. 甲勝15步. 若乙丙並行. 乙勝10步. 然則甲丙並行. 甲可勝丙幾分.

(解) 題意是問甲行300步時. 丙能行若干步. 乙比丙之速率爲  $\frac{300-10}{300} = \frac{290}{300}$ . 若甲走300步

時. 乙走  $300 \times \frac{285}{300}$  步. 而丙此時間. 當走

$$300 \times \frac{285}{300} \times \frac{290}{300} = 275 \frac{1}{2} \text{步. 故甲勝丙 } 300 - 275 \frac{1}{2}$$

$$= 24 \frac{1}{2} \text{步}$$

(10) 法國銀幣516法郎. 當美金100元. 又法幣123法郎. 當德幣100馬克. 若德幣2580馬克當美金幾元.

(解) 如題云. 516法郎. 當美金100元. 今123法郎. 須先求當美金若干元. 即  $516 : 123 = 100 : x$  故

$$x = \frac{123 \times 100}{516} \text{元. 然法郎123. 當德100馬克. 又可}$$

$$\text{當美 } \frac{123 \times 100}{516} \text{元.}$$

即德幣100馬克. 當美金  $\frac{123 \times 100}{516}$  也. 故求 2580

馬克.當美金若干元.當得下之比例式

$$100 : 2580 = \frac{123 \times 100}{516} : x$$

$$\text{故 } x = \frac{2580 \times 123 \times 100}{100 \times 516} = 615 \text{ 元.}$$

又本題簡便之解式如次頁

$$\begin{array}{r} x \text{ 元} \xrightarrow{\quad} 2580 \text{ 馬克} \\ 160 \text{ 馬} \xrightarrow{\quad} 123 \text{ 法} \\ 516 \text{ 法} \xrightarrow{\quad} 100 \text{ 元} \end{array}$$

$$\text{故 } x = \frac{2580 \times 123 \times 100}{100 \times 516} = 615 \text{ 元.}$$

(11) 以半年計算.土星之一年等於火星之  $15\frac{635}{687}$  年.天王星之一年等於土星之  $2\frac{4}{5}$  年:

而火星之一年等於水星之  $\frac{26}{29}$  年又地球之一  
年等於水星之  $4\frac{17}{87}$  年.天王星之  $1\frac{20}{21}$  年等於  
海王星之一年.問海王星之一年.等於地球若  
若干年.

(解)

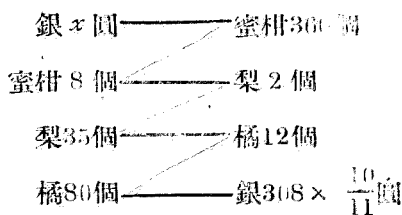
$$\begin{array}{r} \text{他 } x \text{ 年} \xrightarrow{\quad} \text{海 } 1 \text{ 年} \\ \text{海 } 1 \text{ 年} \xrightarrow{\quad} \text{天 } 1\frac{20}{21} \text{ 年} \\ \text{天 } 1 \text{ 年} \xrightarrow{\quad} \text{土 } 2\frac{4}{5} \text{ 年} \\ \text{土 } 1 \text{ 年} \xrightarrow{\quad} \text{火 } 15\frac{635}{687} \text{ 年} \\ \text{火 } 1 \text{ 年} \xrightarrow{\quad} \text{水 } 7\frac{26}{29} \text{ 年} \\ \text{水 } 4\frac{17}{87} \text{ 年} \xrightarrow{\quad} \text{地 } 1 \text{ 年} \end{array}$$



$$\text{故 } x = \frac{1 \times 41 \times 14 \times 10940 \times 229 \times 1 \times 87}{21 \times 5 \times 687 \times 29 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 365} = 163 \frac{931}{1095} \text{ 年.}$$

(12) 有水菓定價. 橘子 3 個與梨子 5 個相比如 4:7. 又梨子 2 個. 比蜜柑 10 個之價. 少十分之二. 今橘子 80 個. 賣 3 圓 8 分. 其中可得 1 成利. 今賣蜜柑 300 個. 欲賺 2 折之利須賣錢幾何

(解) 橘 3 個梨 5 個之價. 如 4:7 故橘  $3 \times 4 = 12$  個之價等於梨  $5 \times 7 = 35$  個之價. 又梨 2 個之價等於蜜柑  $10 \times .8 = 8$  個之價. 又橘子 80 個. 賣銀 308 分. 而其中有 1 成利. 故原價為  $308 \times \frac{10}{11}$  又蜜柑賣 300 個. 欲加 2 成利. 於此可知賣 300 個. 由如賣 360 個等. 故如次式可得.



$$\text{故 } x = \frac{300 \times 2 \times 12 \times 308 \times 10}{8 \times 35 \times 80 \times 11} = 108 \text{ 分 即 } 1 \text{ 圓 } 8 \text{ 分.}$$

## 開 方 法

(1) 某數之平方數. 與某數相加之和則得 6642. 問某數為何.

(解) 某數之平方. 若加某數則不成完全平方數也明矣. 然所加之某數. 僅方積之邊耳. 故以此數開平方. 而求某數之平方根. 則其餘者. 即為所加之數.

$$\begin{array}{r} \text{其式} \quad 8 \quad \sqrt{6642} = 81 + \sqrt{81} \\ \quad \quad \underline{2} \quad \quad \quad \underline{64} \\ \quad \quad 161 \quad \quad \quad \underline{242} \\ \quad \quad \quad \underline{1} \quad \quad \quad \underline{61} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \underline{81} \end{array}$$

因  $6642 = (81)^2 + 81$  定某數為 81.

(2) 有甲乙丙三數. 甲乙相乘積為 1728. 乙丙相乘積 864. 甲丙相乘積 1152. 問三數各若何.

(解)  $1728 = \text{甲} \times \text{乙}$ .  $864 = \text{乙} \times \text{丙}$ . 故  $1728 \times 864 = \text{甲} \times \text{丙} \times (\text{乙})^2$ . 若以甲丙相乘積除之. 則餘乙之平方數. 即  $\sqrt{1728 \times 864 \div 1152} = \sqrt{1296} = \underline{36}$  為乙數.

由是丙即得  $864 \div 36 = \underline{24}$  為丙數.

甲即得  $1728 \div 36 = \underline{48}$  為甲數.

(3) 有矩形之地. 其長闊步數之比如 3:2. 而面積為 216 步. 問長闊各幾何.

(解) 長為闊之  $\frac{3}{2}$  倍. 故  $(216 \text{ 之 } \frac{3}{2})$  為長邊之

正方形. 由此開方可得長  $\sqrt{216 \times \frac{3}{2}} = 18$  步.  
 則闊爲  $18 \times \frac{2}{3} = \underline{12}$  步 或  $126 \div 18 = \underline{12}$  步.)

(4) 有一池以直徑3寸之甲管. 費4時間可流滿. 今又置若干寸徑口之乙管. 與甲管同流. 經一時間後. 甲管即閉. 如是乙管獨流. 經  $3\frac{8}{25}$  時間始滿. 問乙管之直徑若何.

(解) 用管以注入1時間. 尙少3時間. 乙與甲共1時後又  $\frac{8}{3 \times 25}$  時間. 故乙共注入  $4\frac{8}{25}$  時間. 則甲與乙之比. 如3與  $4\frac{8}{25}$  之比. 而甲乙兩管之大小. 與時間之多少反比例. 故乙管成直徑之比例式. 爲  $4\frac{8}{25} : 3 = 3^2 : x^2$

$\therefore x = \sqrt{3^2 \times \frac{3 \times 25}{108}} = 3 \times \frac{5}{6} = 2\frac{1}{2}$  寸 途乙管之直徑

(5) 甲自東地. 乙自西地. 同時相向出發. 經若干日途中相會後. 甲行9日達於西地. 乙行16日達於東地. 問各共行若干日數.

(解) 甲乙兩人. 自起行至相會之日數必相等. 以  $x$  代之. 則乙費16日. 行甲  $x$  日之路. 又乙費  $x$  日數之路. 甲行9日. 故  $16 : x = x : 9$ .  $\therefore x^2 = 16 \times 9$

而  $x = \sqrt{16 \times 9} = 4 \times 3 = 12$

甲行全路所費日數. 爲  $12 + 9 = \underline{21}$  日.

乙行全路所費之日. 爲  $12 + 16 = \underline{28}$  日.

(6) 有彈力性之球. 自3丈高落下擊地3回

時尚反1尺9寸2分高.問此球之彈性每次反高有原高幾分之幾.

(解) 初3丈.次第以同數乘多.經三此則得792分.其式爲  $3000 \text{ 分} \times x \times x \times 6 = 792$  即  $x^2 = \frac{192}{3000}$

$$\text{故 } x = \sqrt{\frac{192}{3000}} = \frac{64}{1050} = \frac{4}{15} = \frac{2}{5}.$$

(7) 有一商人.以金169圓.買絹若干疋.今賣後每疋賺一元之利.而所得之利.適與1疋之原價等.問原買疋數若干.

(解) 1疋得利1圓而共利等於1疋之原價.則疋數與1疋之原價相等.故知169等於疋數之平方.

$$\text{新疋數} = \sqrt{169} = 13 \text{ 疋}.$$

(8) 一人以所持金買米麥.其石數各相等.若以買米銀易麥.則可得63石.以買麥之銀易米.則只能得米28石.問原買米麥各若干石.

(解) 以  $x$  代米麥之同等石數.則麥63石.等米  $x$  石.又麥  $x$  石.等米28石.即  $63 : x = x : 28$  故得  $x = \sqrt{63 \times 28}$  即  $x = \sqrt{53 \times 58} = \sqrt{35 \times 72 \times 2^2} = 3 \times 7 \times 2 = 42$  石.

(9) 有528步長.396步闊.之地平面.於製圖時欲將其面積縮小  $\frac{1}{360000}$  倍.問長闊各幾寸.

(解) 縮小之邊爲  $\sqrt{\frac{1}{360000}} = \frac{1}{600}$  故所求之長.爲  $528 \times 50 \text{ 寸} \times \frac{2}{600} = 44 \text{ 寸長}$ . 則闊爲  $396 \times 50 \text{ 寸} \times \frac{2}{600} = 33 \text{ 寸闊}$ .

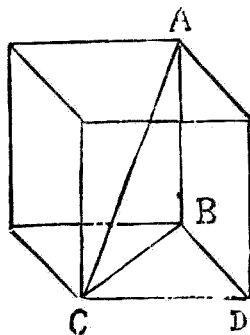
$$\frac{1}{600} = 33 \text{ 寸闊.}$$

(10) 今有球 5329 個，排成正方形，取去外周，則所餘為若干枚。

(解) 一邊之球數為  $\sqrt{5329} = 73$ ，則四周之數，為  $(73-1) \times 4 = 288$  個，故所餘之數為  $5329 - 288 = 5041$  個

(11) 石立方體之對角線 10 尺，問邊長若干。

(解) 如圖立方體之對角線為  $AC$ ，因  $ABC$  為直三角形，準直三角定理  $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ，然  $BC^2 = BC^2 + CD^2$ ，故  $AC^2 = AB^2 + BD^2 + DC^2$ ，而立方體各邊皆等，即  $AB = BD = DC$ ，如是則  $AC^2 = AB^2 + BD^2 + DC^2 = 3AB^2$ ，即  $(10)^2 = 3AB^2$ ，故  $AB$  一邊之長  $= \sqrt{\frac{100}{3}} = 5.773 \dots$  尺。



(12) 設有輕泥一堆，長 13 丈，闊 96 尺，高 9 尺，今盡量塑一齊整尺數之正立方，而將所餘之泥更塑一小正立方，問大小兩正方每邊各長幾何尺。

(解) 共但  $130 \times 96 \times 9 = 112320$  立方尺數以之開立方，即但最大之正立方邊將其餘數另開立方即但小立方邊也其式如次。  
 $\sqrt[3]{112328} = 48$  尺，為大立方邊之長。

$$\begin{array}{r} 64 \\ \hline 48320 \\ 46592 \\ \hline 1728 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \hline 1728 = \underline{12 \text{ 尺即小立方邊之長}} \\ \hline 1 \\ \hline 728 \\ 721 \\ \hline 0 \end{array}$$

(13) 自來水工廠內，設置流出之水管 36 個，每管之徑 1 寸 5 分，問水源埋沒之鐵管 1 個，其徑當若何。

(解) 鐵管內之水量，即鐵管之徑之平方比例，故徑 1 寸 5 分，鐵管之水量即  $1.5^2$  而 36 管之水量，即  $36 \times 1.5^2$  則此水均由鐵管而出故鐵管之徑為  $\sqrt[3]{1.5^2 \times 36} = \sqrt{81} = 9 \text{ 寸}$ 。

(14) 有大魚池，以徑 1 寸 5 分之水管注入之，須經 19 小時 36 分開水始充滿，今欲 10 時間充滿須用徑幾寸之管。

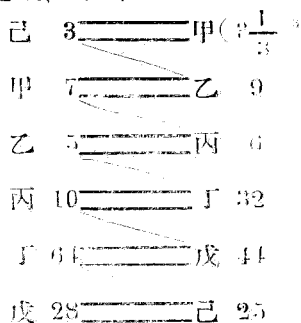
(解) 水量充滿之時間逆比，與鐵管全徑之平方為正比，故所求管之徑以  $x$  表之，則得下之例。

$$10 \text{ 時 } 19 : \frac{36}{60} \text{ 時} = 1.5^2 : x^2 \text{ 故 } x = \sqrt{\frac{19.3 \times 1.5^2}{10}} = \sqrt{4.41} \\ = 2 \text{ 寸 } 1 \text{ 分即 } 10 \text{ 時間可充滿之徑。}$$

(15) 有同質之大小鉛球六個，重量甲球 7 個等於乙球 9 個，又乙球 5 個等於丙球 6 個丙

球 10 個等於丁球 32 個。而丁球 64 個等於戊球 49 個。又戊球 28 個等於己球 20 個。若己球之徑爲  $3\frac{1}{3}$  寸時甲球之徑若何。

(解) 球之體積相比。乃徑立方比例今假定甲球之徑爲  $x$  寸則己球與甲球之比。如  $3\frac{1}{3}^3 : x^3$  質言之。則己球之  $x^3$  倍等於甲徑之  $(3\frac{1}{3})^3$  倍故得下之連鎖式。即。



$$\text{故 } x^3 = \frac{9 \times 6 \times 32 \times 49 \times 25 \times 10 \times 10 \times 10}{7 \times 5 \times 10 \times 64 \times 28 \times 3 \times 3 \times 3} = 125$$

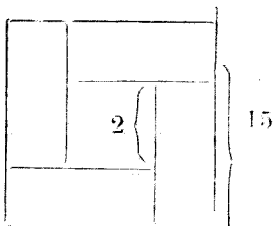
$$x = \sqrt[3]{125} = 5 \text{ 寸則甲球之徑。}$$

(15) 有矩形其面積爲 54 平方丈。而長闊兩邊之和爲 15 丈。問長闊各幾何如。

(解) 如圖可知長闊兩邊之和之平方。減矩形面積之 4 倍。則所餘中心之方積。即長闊相差之平方也。故得長闊之差爲  $\sqrt{15^2 - 54 \times 4} =$

$\sqrt{9}=3$  丈. 即得長爲  $(15+3)\div 2=9$  丈. 闊爲  $(15-3)\div 2=6$  丈.

(17) 有兩數其差爲 2. 其乘積爲 143. 問兩數如何.



(解) 依題所求之兩數. 若用矩形之長闊兩

數表之. 則其積乘恰合矩形之面積. 可知矩形之 4 倍加差之平方. 即兩數之和之平方也. 故兩數之和. 爲  $\sqrt{143 \times 4 + 2^2} = 24$ . 由是大數爲  $(24+2)\div 2=13$ . 則小數爲  $(24-2)\div 2=11$ . 數

(18) 以米 360 袋. 分給一郡中出征軍人之遺族. 而分配之法. 以郡內若干村等分之. 而各族所分米之袋數. 比村數少 2. 問村數與每村米之袋數.

(解) 各村所分米之袋數與村數相乘之積即 360. 又村數與每村之袋數相差 2. 故可做前題之例. 求得兩數之和爲  $\sqrt{360 \times 4 + 2^2} = 38$ . 則可得大數  $(38+2)\div 2=20$  即村數也. 小數爲  $(38-2)\div 2=18$  即各村米之袋數.

(19) 有兵士一隊. 列爲中空方陣. 前面排 970 人. 厚可得 9 列若列爲一個內實方陣. 前面一列之兵士. 當得幾人.

(解) 兵士之總數  $(970)^2 - (970 - 9 \times 2)^2 = 34596$  人. 若列成內實方陣時. 則前面一列之人數即等



於平方之一邊.故 $\sqrt{34696}=918$ 人

(20) 有甲乙丙三數.甲與乙如4比2.乙與丙如7比9.而三數連乘之積為127008.問三數各幾何.

(解) 甲乙丙三數之連比如次.

$$\begin{array}{r} \text{甲} \quad \text{乙} \quad \text{丙} \\ 4 : 2 : 3 \\ 7 \leftarrow 7 : 9 \\ \hline 28 : 21 : 27 \end{array}$$

故甲為某數之28倍.乙為某數之21倍.丙為某數之27倍.由是可得某數為

$$\sqrt[3]{\frac{127008}{28 \times 21 \times 27}} = 2. \text{ 則甲乙丙諸數為}$$

$$\text{甲} = 2 \times 28 = 56.$$

$$\text{乙} = 2 \times 21 = 42.$$

$$\text{丙} = 2 \times 27 = 54.$$

(21) 某數之平方之四分之一.五分之一與六分之一.三數連乘之積.為6075000.問某數為幾何.

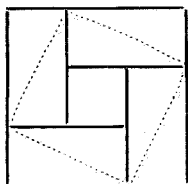
(解) 以一為某數.1為某數之平方.題云某數之平方之 $\left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{6}\right)$ 之數.為6075000.即 $\left(\frac{1}{4} \times \frac{1^2}{5} \times \frac{1^2}{6}\right) = 6075000$ 可知某數必成爲六次方.故以 $\left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{6}\right)$ 之數.除6075000.所得之數以開六次方.即得某數.其式如次

$$6075000 \div \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{6}\right) = 72900000$$

$$\sqrt[6]{729000000} = \sqrt{27000} = \sqrt{27000} = 30$$

(22) 有直角三角形.其直角傍二邊相差7

寸。斜邊 1 尺 7 寸。問二邊之長各幾何。



(解)  $(17)^2 - 7^2 = 240$ . 即等於直角

面積之 4 倍。若加  $(17) \cdot 3$  則等於兩邊之和之平方故兩邊之和。為  $\sqrt{2 \times (17)^2 - 23}$ . 則

大邊為  $(23+7) \div 2 = 1$  尺 5 寸。

小邊為  $(32-7) \div 2 = 8$  寸。

(23) 有直角三角形。其直角兩邊之和 1 尺 4 寸。而垂線與斜邊之和 1 尺 4 寸 8 分。問三邊。長各幾何 (但垂線自直角頂垂於斜邊)。

(解)  $(14.8) =$  斜邊直平方加三角面積之 4 倍又加垂線之平方。而  $(14) =$  大邊之平方加小邊之平方又加三角面積之 4 倍 = 斜邊之平方加三直面積之 4 倍若兩式相減。即得  $(14.8)^2 - (14)^2 =$  垂線之平方。故  $\sqrt{(14.8)^2 - (14)^2} = 4$  寸 8 分。即垂線也。則得斜邊  $14.8 - 4.8 = 10$  寸。即斜邊為 1 尺也。而  $(14) - (10)^2 = 96$  即面積之 4 倍。

故  $\sqrt{(10)^2 - 96} = 2$  寸。即兩邊之差也。由是可得大邊  $(14+2) \div 2 = 8$  寸 小邊  $(14-2) \div 2 = 6$  寸

(24) 有鉛球一個徑 3 寸。今鎔化鑄造不相等之三個圓球。已定兩球之徑。為 1 寸 5 分。與 2 寸。問其他一個該徑幾寸。(但球之體積相比如徑之立方相比)。

(解) 以鎔球之立方。減去已定兩徑之立方則以其餘者開立方即得所求之徑。其式如下。

$$\sqrt[3]{3^3 - 1.5^3 - 2^3} = 2 \text{ 寸 } 5 \text{ 分}$$

## 雜 題

(1) 求5.620.2.88.3.6.2.8125.四數之最大公約數與最小公倍數.

(解) 先通小數至四位變大即以10000乘之故各數配爲56200.28800.36000.28125.求得此四數之最大公約數爲225.即0225.而最小公倍數爲3600000即360.

(2) 有  $\frac{1}{1.(47)} + \frac{1}{2.(7)^2} + \frac{1}{3.(7)} + \frac{1}{4.(7)^4} + \frac{5}{5.(7)^5} + \frac{1}{6.(7)^6}$  之諸分數求小數至五位之和數共若干.  
(但以簡爲妙不可太繁)

(解) 初以7除1至小數六位爲止.即第一項數次第用7與2.3.4.5.6.除之.即得各項之數.相加即得所求之數.其式如次.

$$\begin{array}{r|l}
 & 7 & 1 \\
 \frac{1}{1.(7)^1} = 7 & & .142857 + 1 = .142857 \\
 \frac{1}{2.(7)^2} = 7 & & .020408 \div 2 = .010204 \\
 \frac{1}{3.(7)^3} = 7 & & .002914 \div 3 = .000971 \\
 \frac{1}{4.(7)^4} = 7 & & .000416 \div 4 = .000104 \\
 \frac{1}{5.(7)^5} = 7 & & .000059 \div 5 = .000012 \\
 \frac{1}{6.(7)^6} = 7 & & .000008 \div 6 = \underline{.000001}
 \end{array}$$

答.154149(+)

(3) 今有數 985637 乘 99999 求簡單之算法

(解)  $985637 \times 99999 = 985637 \times (100000 - 1)$   
 $= 98563700000 - 985637 = \underline{98563714369}.$

(4) 求  $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9}$  諸分數之和

(解)  $\frac{1}{1 \times 2} = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2 \times 3} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{2}$ .

$\frac{1}{5 \times 7} = \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) \times \frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{9 \times 7} = \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{7}\right) \times \frac{1}{2}$ , 故諸分數

之和為  $\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9}\right) \times \frac{1}{2}$

$= \left(1 - \frac{1}{9}\right) = \frac{1}{2} = \frac{8}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{9}$

(5) 求  $2.476190$  與  $13761538$  相乘之積爲何：

$$\text{(解)} \quad 2.476190 \times .13461538 = 2 \frac{476190}{999999} \times \frac{13461538}{9999900}$$

$$= 2 \frac{10}{21} \times \frac{7}{52} = \frac{52}{21} \times \frac{7}{52} = \frac{1}{3} = .3$$

(6) 求  $\sqrt[2]{\frac{28}{63}} \times \sqrt[2]{\frac{75}{108}}$  相乘之和爲若干，

(解) 前數有公約數 7. 後數有公約數 3. 約盡開方. 即得  $\sqrt[2]{\frac{28}{63}} \times \sqrt[2]{\frac{75}{108}} = \sqrt[2]{\frac{4}{9}} \times \sqrt[2]{\frac{25}{36}} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{9} = .5$

(7) 有  $\sqrt{(1.444\dots)^2} = (\overline{.5555\dots})^2 = 1.333\dots$  之式. 試證之.

$$\text{(解)} \quad \text{原式} = \sqrt[2]{\left(1\frac{4}{9}\right)^2 - \left(\frac{5}{9}\right)^2} = \sqrt[2]{\frac{169}{81} - \frac{25}{81}}$$

$$= \sqrt[2]{\frac{144}{81}} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} = \underline{1.333\dots}$$

(8) 求  $\sqrt[2]{\frac{355}{113}}$  小數至第三位止.

(解)  $\sqrt[2]{\frac{355}{113}} = \sqrt[2]{3.141592}$  因題云求小數至三位故運算之時亦須求至三位小數其式如次.

$$\sqrt[2]{3.141592} = \underline{1.772}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 21 \\ 189 \\ \hline 2515 \\ 2429 \\ \hline 8692 \end{array}$$

(9) 求  $\frac{7684}{\frac{\sqrt{5+\sqrt{3}}}{\sqrt{5-\sqrt{3}}}-\frac{\sqrt{5-\sqrt{3}}}{\sqrt{5-\sqrt{3}}}}$  之餘數小 五位止。

$$\begin{aligned} \text{(解)} \quad & \frac{\sqrt{5+\sqrt{3}}}{\sqrt{5-\sqrt{3}}}-\frac{\sqrt{5-\sqrt{3}}}{\sqrt{5-\sqrt{3}}} \\ & = \frac{(\sqrt{5+\sqrt{3}})^2-(\sqrt{5-\sqrt{3}})^2}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2} \\ & = \frac{5+2\sqrt{15}+3-5+2\sqrt{15}-3}{5-3} \\ & = 2\sqrt{15} = 2 \times 3.87298 = \underline{7.14596} \end{aligned}$$

(10)  $\frac{111130}{2111109} - \frac{1}{19} = .000009$  試證之。

$$\begin{aligned} \text{(解)} \quad & \text{式} \frac{111130}{2111109} - \frac{1}{19} = \frac{1}{19} \times \left( \frac{111130}{111111} - 1 \right) = \\ & \frac{1}{19} \times \frac{19}{111111} = \frac{1}{111111} = \frac{9}{999999} = \underline{0.000009} \end{aligned}$$

(11) 求  $\frac{5}{27}$  之立方根至小數四位止。

$$\text{(解)} \quad \sqrt[3]{\frac{5}{27}} = \sqrt[3]{\frac{5}{3^3}} = \frac{1}{3} \times 1.7099 = \underline{.5699}.$$

(12) 一人乘腳踏車行五日間於第一日歷 7 時間行 50 里。第二日歷  $9\frac{1}{2}$  時間行 70 里。第三日歷  $10\frac{1}{4}$  時間行 104 里。第四日歷  $8\frac{1}{2}$  時間行 70 里。第五日歷  $6\frac{1}{4}$  時間。行 56 里。依此計之每

時平均當行幾里。又問三星期內可望行若干里。(惟日曜日休息)

(解) 總計時間為  $7 + 9\frac{1}{2} + 10\frac{1}{4} + 8\frac{1}{2} + 6\frac{1}{4}$   
 $= 41\frac{1}{2}$  時間。共行里數為  $50 + 70 + 104 + 70 + 56 =$   
 $350$  里而每時間平均所行之里數為  $350 \div 41\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2} = 8\frac{36}{83}$  里。因五日間共行  $41\frac{1}{2}$  時而一日之平  
 均行  $14\frac{1}{2} \div 5 = 8\frac{3}{10}$  時。由是可知三星期共進  
 行之里數。為  $8\frac{36}{83} \times 8\frac{3}{10} \times 6 \times 3 = \underline{1260}$  里。

(13)  $\frac{1}{\sqrt{12-\sqrt{140}}} - \frac{1}{\sqrt{10+\sqrt{84}}} - \frac{1}{\sqrt{8+\sqrt{65}}}$  各  
 數試求其餘數若何。

(解) 先將各分母開方。得各分母如次式。  
 $\sqrt{12-\sqrt{140}} = \sqrt{12-2\sqrt{35}} = \sqrt{7-2\sqrt{35}+5} = \sqrt{5}\sqrt{5}$   
 $\sqrt{10+\sqrt{84}} = \sqrt{10+2\sqrt{21}} = \sqrt{7+2\sqrt{21}+3} = \sqrt{7+\sqrt{3}}$   
 $\sqrt{8+\sqrt{60}} = \sqrt{8+2\sqrt{15}} = \sqrt{5+2\sqrt{15}+3} = \sqrt{5+\sqrt{3}}$   
 故代入本題即  $= \frac{1}{\sqrt{7-\sqrt{5}}} - \frac{2}{\sqrt{7+\sqrt{3}}} = \frac{1}{\sqrt{5+\sqrt{3}}}$   
 和較之數乘其各項之分母分子即得  
 $= \frac{\sqrt{7+\sqrt{5}}}{2} - \frac{\sqrt{7-\sqrt{3}}}{2} - \frac{\sqrt{5-\sqrt{8}}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} =$

$\sqrt{80}$ .

