

## 7.5 Esercizi

### 7.5.1 Esercizi dei singoli paragrafi

#### 7.1 - Valore assoluto

7.1. Scrivi l'espressione algebrica che descrive i casi della funzione.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = |-2x + 5|; & \text{c) } f(x) = |-x|; & \text{e) } f(x) = |x^2 + 1|; \\ \text{b) } f(x) = |x - 1|; & \text{d) } f(x) = |-x^2 + 4|; & \text{f) } f(x) = |x^2 - 3x + 1|. \end{array}$$

7.2. Scrivi l'espressione algebrica che descrive i casi della funzione.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(a) = |2a - 2|; & \text{c) } f(a) = |-2a^2 - 1|; & \text{e) } f(x) = \left| \frac{2x}{x-2} \right|; \\ \text{b) } f(p) = \left| 3p^2 - \frac{1}{2} \right|; & \text{d) } f(x) = \left| \frac{1}{x-1} \right|; & \text{f) } f(x) = \left| \frac{x+1}{2x-1} \right|. \end{array}$$

7.3 (\*). Scrivi l'espressione algebrica che descrive i casi della funzione.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = |x + 1| + |x - 1|; & \text{d) } f(x) = |x^2 + 1| - |x^2 - 1|; \\ \text{b) } f(x) = |3x - 2| - |7x + 1|; & \text{e) } f(x) = \left| \frac{1}{x} \right| - |x|; \\ \text{c) } f(x) = -|x + 2| + |x - 2| - x; & \text{f) } f(x) = \left| \frac{x+2}{x-1} \right| + |x^2 + 4x + 3| + 1. \end{array}$$

#### 7.2 - Equazioni in una incognita in valore assoluto

7.4 (\*). Risolvi le seguenti equazioni che hanno l'incognita solo nel valore assoluto.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } |x - 2x^2| = 1; & \text{c) } |x^2 - x| = -3; \\ \text{b) } |-x^2 - 4| = 9; & \text{d) } |x^2 + 1| = 0. \end{array}$$

7.5 (\*). Risolvi le seguenti equazioni che hanno l'incognita solo nel valore assoluto.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } |2x + 1| = 2; & \text{c) } |x^2 + 1| = 3; \\ \text{b) } |x^2 - 3x + 1| = 1; & \text{d) } |x^2 - 1| = 3. \end{array}$$

7.6 (\*). Risolvi le seguenti equazioni che hanno l'incognita solo nel valore assoluto.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } |x^2 - 7| = 3; & \text{c) } \left| \frac{1}{3} - \frac{1}{x^2} \right| = -1; \\ \text{b) } 6|x^2 - 1| = 0; & \text{d) } \left| \frac{1}{3} - \frac{1}{x^2} \right| = 1. \end{array}$$

7.7 (\*). Risolvi le seguenti equazioni che hanno l'incognita solo nel valore assoluto.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{5}{|x^2-1|} = 1; & \text{c) } 4|x^2 - x| = 1; \\ \text{b) } \left| \frac{x^2-5x+1}{2x^2+3x-1} \right| = 1; & \text{d) } \frac{4}{|x^2-x|} = 1. \end{array}$$

**7.8 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con valore assoluto.

a)  $|x - 1| = x$ ;

b)  $|x^2 - 4| = 3x - 1$ ;

c)  $|2 - x| = 4 - x^2$ ;

d)  $|x^2 + 2| = 1 - x^2$ .

**7.9 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con valore assoluto.

a)  $|-x^2 + 2x - 3| = x + 1$ ;

b)  $|-x^2 + 4x - 7| = 3 - 2x$ ;

c)  $|2 - 4x| = 4(x - 1)(x + 2)$ ;

d)  $|x^2 - 4x + 3| = 4x - 6$ .

**7.10 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con valore assoluto.

a)  $|1 - 2x| = 5x - 7$ ;

b)  $|x^3 - x^2| = x - 1$ ;

c)  $|x^2 - 3x + 2| = x + 1$ ;

d)  $|x^2 + 1| = 3 + x$ .

**7.11 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con valore assoluto.

a)  $|-x^2 - 4x - 8| = 3x - 2 - x^2$ ;

b)  $|2x^2 - 3x| = -x$ ;

c)  $|x^3 - 4x^2| = 1 - 4x$ ;

d)  $|x^4 - 3x^2| = x^2 - 2$ .

**7.12 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con valore assoluto.

a)  $|x^4 - 5x^2| = 5 - x^2$ ;

b)  $|9 - x^2| = x^2 - 3x + 4$ ;

c)  $|x^2 - 2x - 5| = 4 - \frac{1}{4}x^2$ ;

d)  $|x^2 - 3x + 2| = 2x - 4$ .

**7.13 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con valore assoluto.

a)  $|x + 5| = x^2 - 1$ ;

b)  $|2x - 6| = 7 - 2x^2$ ;

c)  $|x^2 - 4| = x + 8$ ;

d)  $|x^2 + 1| = 5 - x$ .

**7.14 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con valore assoluto.

a)  $|x^4 - x^2| = x^2 + 8$ ;

b)  $|x^4 - 9| = x^2$ ;

c)  $|1 - x^2| = 4x^2 + x$ ;

d)  $|x^2 - 3x + 2| = 2x - 4$ .

**7.15 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con valore assoluto.

a)  $|x^2 - 1| = x^2 - 1$ ;

b)  $|x^2 - 5x + 6| = 3x^2 - x$ ;

c)  $|x^2 - 3| = x^2 - 6x + 9$ ;

d)  $|1 - 3x| = \frac{(x-3)^2}{1-2x}$ .

**7.16 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con valore assoluto.

a)  $\left| \frac{1-3x}{1-2x} \right| = \frac{x^2-3x+2}{1-2x}$ ;

b)  $\frac{1}{2x-1} + \frac{x-1}{|1-2x|} = 6$ ;

c)  $\frac{2(x+5)}{x+4} + \frac{x}{|x+4|} = 2$ ;

d)  $2 + \frac{3}{|x+2|} = \frac{6}{x+2}$ .

**7.3 - Equazioni con più espressioni in valore assoluto**

**7.17 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con più valori assoluti.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } |x-2| + |5-2x| = x-1; & \text{c) } |x-1| = x^2 - x + |3-x^2|; \\ \text{b) } |x^2-4x+3| = 1-2|4-x^2|; & \text{d) } |3x-2| = x^2 - |x^2-x| + 3. \end{array}$$

**7.18 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con più valori assoluti.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } |3x-x^2-2| = \frac{1}{2} + x^2 - x - 2|1-x^2|; & \text{c) } |x-2| = |x^2-4|; \\ \text{b) } |2x-5| + |x^2-1| = x-2; & \text{d) } |x-2| = |x^2-4| + 1. \end{array}$$

**7.19 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con più valori assoluti.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } |x-2| = |x^2-4| + 4; & \text{c) } |x^2-3x| = x|x|; \\ \text{b) } |x-2| = |x^2-4| + 5; & \text{d) } |x-1|(x+1) = |2x-4|. \end{array}$$

**7.20 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con più valori assoluti.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } |x^2-5x+6| = (3-x)|x^2+x-2|; & \text{c) } |x|^2 + 3|x| + 2 = 0; \\ \text{b) } |x|^2 - |x| = 2; & \text{d) } |x|^2 - 5|x| + 6 = 0. \end{array}$$

**7.21 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con più valori assoluti.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } |4x-x^2| - 2x = 2|x^2-9|; & \text{c) } |x| = 3x - |x^2-1|; \\ \text{b) } (x-1)^2|x| = x^2-1; & \text{d) } |x-2| + |x| = 1+x^2. \end{array}$$

**7.22 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con più valori assoluti.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } |3x-6| + |4x-x^2| = x+3; & \text{c) } x + |x^2+x-6| = \frac{1}{4}(x^2+10x+25); \\ \text{b) } |x^2-4| + 1-2x = 2x^2 + |x+2|; & \text{d) } x+2|-x-1| = x^2 - |x|. \end{array}$$

**7.23 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con più valori assoluti.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } |x^3-4x| = |x|; & \text{c) } |x-2| = |x^2-4| - \frac{9}{4}; \\ \text{b) } |x-2| = |x^2-4| - 4; & \text{d) } |x^2-4x| = |2x^2-3|. \end{array}$$

**7.24 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con più valori assoluti.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } |x-1|^2 - |x^2-1| = 1; & \text{c) } (|x-1| - |3x-3|)^2 = 0; \\ \text{b) } |9-4x^2| = x^2 + 2|x-3|; & \text{d) } (|x|-2|17-x^2|)^3 = 8. \end{array}$$

**7.25 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con più valori assoluti.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } (|2x-1|-1)(6-2|x^2-9|) = 0; & \text{c) } \frac{|x-1|+3|4x+x^2+3|}{2} = 2; \\ \text{b) } |x-2|(1-|x-1|) = \frac{1}{4}; & \text{d) } |x-1| - |x+1| = 1. \end{array}$$

**7.26 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con più valori assoluti.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & |4x^2 - 4| - 2|x + 1| = 0; \\ \text{b)} & |x - 4| = |(x - 1)^2 - 1|; \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{c)} & |3x^2 - \frac{1}{2}| - x = |x - 1|; \\ \text{d)} & (x - 1)|4 - 2x| = x^2 - 2. \end{array}$$

**7.27 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con più valori assoluti.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & (x - 1)|4 - 2x| = x^2 - 1; \\ \text{b)} & (x - 1)|4 - 2x| = x^2 + 1; \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{c)} & x^2|2x + 2| = 4|x|; \\ \text{d)} & |x - 2| - |1 - x| = (x - 1)^2. \end{array}$$

**7.28 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con più valori assoluti.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & 2|x^2 - 9| + 6|4x + 12| = 0; \\ \text{b)} & |x - 2| + |x| = 1 - x^2; \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{c)} & |x - 2| = |x^2 - 4| - 2; \\ \text{d)} & |5x - x^2| = 3 + 2x - |x|. \end{array}$$

**7.29 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con più valori assoluti.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & 2|4 - x^2| = |x^2 - 2x + 3|; \\ \text{b)} & |3 - 3x| + x = 8 - 2|16 - 4x^2|; \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{c)} & |x - 1| = \frac{2}{|x+1|} - 1; \\ \text{d)} & |x^2 - x| + 3x = |x - 1| - |2x + 1|. \end{array}$$

**7.30 (\*)**. Risolvi le seguenti equazioni con più valori assoluti.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & |x^2 - 5x + 6| + 3x + 2 = |x^2 - 1| - |x + 1|; \\ \text{b)} & (|x - 3| + 1)^2 = |x^2 + 1| - 3|x| - |-5|; \\ \text{c)} & \frac{3+x}{|x|} - \frac{1+5x}{|x|} = 1; \\ \text{d)} & \frac{4}{|x+1|} - \frac{2}{|3x+3|} = 1. \end{array}$$

#### 7.4 - Disequazioni con valore assoluto

**7.31 (\*)**. Risolvi le seguenti disequazioni in valore assoluto.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & |x + 1| < 1; \\ \text{b)} & |x^2 - 3x + 3| < 3; \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{c)} & |3x^2 - 1| > 6; \\ \text{d)} & 5 - |5 - x^2| \geq 6. \end{array}$$

**7.32 (\*)**. Risolvi le seguenti disequazioni in valore assoluto.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & |9 - 16x^2| > 0; \\ \text{b)} & |x^2 + 6x| > 2; \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{c)} & |5x - x^2| > 6; \\ \text{d)} & \left| \frac{2}{x} + \frac{1}{3} \right| - \frac{1}{2} > 2. \end{array}$$

**7.33 (\*)**. Risolvi le seguenti disequazioni in valore assoluto.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & |x^2 - 3| \geq |-4|; \\ \text{b)} & 2x^2 - 7x + 3 > |x^2 - 2x|; \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{c)} & \left| \frac{x}{x-1} \right| > 1; \\ \text{d)} & |x^2 + 3| < |5 - 2x|. \end{array}$$

**7.34 (\*)**. Risolvi le seguenti disequazioni in valore assoluto.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & |x^2 - 1| + 3x \geq 2(x + |x^2 - 1|); \\ \text{b)} & |x - 2| + 2|2 - x| > (x - 2)(x + 2); \end{array}$$



7.11. a)  $\emptyset$ , b)  $x = 0$ , c)  $x_1 = -1 \vee x_2 = \frac{5-\sqrt{21}}{2}$ , d)  $x_{1,2} = \pm\sqrt{2+\sqrt{2}} \vee x_{3,4} = \pm\sqrt{1+\sqrt{3}}$ .

7.12. a)  $x_{1,2} = \pm 1 \vee x_{3,4} = \pm\sqrt{5}$ , b)  $x_1 = -1 \vee x_2 = \frac{13}{3} \vee x_3 = \frac{5}{2}$ ,  
c)  $x_1 = \frac{18}{5} \vee x_2 = -2 \vee x_3 = \frac{4\pm 2\sqrt{7}}{3}$ , d)  $x_1 = 2 \vee x_2 = 3$ .

7.13. a)  $x_1 = -2 \vee x_2 = 3$ , b)  $x_{1,2} = \frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$ , c)  $x_1 = -3 \vee x_2 = 4$ , d)  $x_{1,2} = \frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$ .

7.14. a)  $x_{1,2} = \pm 2$ , b)  $x_{1,2} = \frac{\pm\sqrt{2+2\sqrt{37}}}{2} \vee x_{3,4} \pm \frac{\sqrt{-2+2\sqrt{37}}}{2}$ , c)  $x_{1,2} = \frac{-1\pm\sqrt{21}}{10}$ ,  
d)  $x_1 = 2 \vee x_2 = 3$ .

7.15. a)  $x \leq -1 \vee x \geq 1$ , b)  $x_1 = -3 \vee x_2 = 1$ , c)  $x = 2$ , d)  $x = -\frac{\sqrt{161}+1}{10}$ .

7.16. a)  $\emptyset$ , b)  $x = \frac{6}{11}$ , c)  $x = -2$ , d)  $x = -\frac{1}{2}$ .

7.17. a)  $x_1 = 2 \vee x_2 = 3$ , b)  $x = 2$ , c)  $\emptyset$ , d)  $x_1 = \frac{5}{2} \vee x_2 = -\frac{1}{4}$ .

7.18. a)  $x_1 = \frac{9}{8} \vee x_2 = \sqrt{2} - \frac{1}{2}$ , b)  $\emptyset$ , c)  $x_1 = -3 \vee x_2 = -1 \vee x_3 = 2$ ,  
d)  $x_1 = -\frac{1+\sqrt{21}}{2} \vee x_2 = \frac{1-\sqrt{13}}{2}$ .

7.19. a)  $x = -2$ , b)  $\emptyset$ , c)  $x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{3}{2}$ , d)  $x = \sqrt{6} - 1$ .

7.20. a)  $x_1 = 0 \vee x_2 = 3 \vee x_{3,4} = -1 \pm \sqrt{5}$ , b)  $x_{1,2} = \pm 2$ , c)  $\emptyset$ , d)  $x_{1,2} = \pm 2 \vee x_{3,4} = \pm 3$ .

7.21. a)  $x_1 = -3 - 3\sqrt{3} \vee x_2 = 1 - \sqrt{7}$ , b)  $x_1 = 1 \vee x_2 = 1 + \sqrt{2}$ , c)  $x_{1,2} = \sqrt{2} \pm 1$ ,  
d)  $x_1 = 1 \vee x_2 = -1 - \sqrt{2}$ .

7.22. a)  $x_1 = 3 \vee x_2 = \sqrt{3} \vee x_3 = 1 + \sqrt{10}$ , b)  $x_{1,2} = \frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$ ,  
c)  $x_{1,2} = \frac{-5\pm 2\sqrt{5}}{5} \vee x_{3,4} = \frac{1\pm 2\sqrt{37}}{3}$ , d)  $x_1 = 1 - \sqrt{3} \vee x_2 = 2 + \sqrt{6}$ .

7.23. a)  $x_{1,2} = \pm\sqrt{5} \vee x_{3,4} = \pm\sqrt{3} \vee x = 0$ , b)  $x_1 = 3 \vee x_2 = -\frac{1+\sqrt{41}}{2}$ ,  
c)  $x_1 = \frac{1}{2} \vee x_2 = \frac{1+3\sqrt{2}}{2} \vee x_3 = -\frac{1+\sqrt{34}}{2}$ , d)  $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{7} \vee x_{3,4} = \frac{2\pm\sqrt{13}}{3}$ .

7.24. a)  $x = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$ , b)  $x_1 = 1 \vee x_2 = -\frac{3}{5} \vee x_{3,4} = \frac{-1\pm\sqrt{46}}{3}$ , c)  $x = 1$ ,  
d)  $x_{1,2} = \pm 4 \vee x_{3,4} = \frac{\pm 1 + \sqrt{257}}{4}$ .

7.25. a)  $x_1 = 0 \vee x_2 = 1 \vee x_{3,4} = \pm\sqrt{6} \vee x_{5,6} = \pm 2\sqrt{3}$ , b)  $x_1 = \frac{3}{2} \vee x_2 = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$ ,  
c)  $x_1 = -3 \vee x_2 = -\frac{4}{3} \vee x_3 = -\frac{2}{3}$ , d)  $x = -\frac{1}{2}$ .

7.26. a)  $x_1 = -1 \vee x_2 = \frac{1}{2} \vee x_3 = \frac{3}{2}$ , b)  $x_{1,2} = \frac{1\pm\sqrt{17}}{2}$ , c)  $x_{1,2} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  
d)  $x_1 = 3 + \sqrt{3} \vee x_{2,3} = \frac{3\pm\sqrt{3}}{3}$ .

7.27. a)  $x_1 = 1 \vee x_2 = 5$ , b)  $x = 3 + \sqrt{6}$ , c)  $x_1 = -2 \vee x_2 = 0 \vee x_3 = 1$ ,  
d)  $x_1 = 0 \vee x_2 = \sqrt{2}$ .

7.28. a)  $x = -3$ , b)  $\emptyset$ , c)  $x_1 = 0 \vee x_2 = 1 \vee x_3 = \frac{1+\sqrt{17}}{2} \vee x_4 = -\frac{1+\sqrt{33}}{2}$ ,  
d)  $x_1 = 1 \vee x_2 = 3 \vee x_3 = 2\sqrt{3} + 3 \vee x_4 = 4 - \sqrt{19}$ .

7.29. a)  $x_1 = -1 \vee x_2 = \frac{5}{3} \vee x_{3,4} = -1 \pm 2\sqrt{3}$ , b)  $x_1 = \frac{-1+\sqrt{87}}{4} \vee x_2 = \frac{1+\sqrt{43}}{4} \vee x_3 = \frac{1-3\sqrt{33}}{8} \vee x_4 = \frac{-1-\sqrt{217}}{8}$ , c)  $x_1 = 0 \vee x_2 = 1 \vee x_3 = \frac{1-\sqrt{17}}{2}$ , d)  $x_1 = 0 \vee x_2 = -2$ .

7.30. a)  $x = 10$ , b)  $x = 8$ , c)  $x = \frac{2}{5}$ , d)  $x = \frac{7}{3} \vee x = -\frac{13}{3}$ .

7.31. a)  $-2 < x < 0$ , b)  $0 < x < 3$ , c)  $x < -\frac{\sqrt{21}}{3} \vee x > \frac{\sqrt{21}}{3}$ , d)  $\emptyset$ .

7.32. a)  $x \neq \pm \frac{3}{4}$ , b)  $x < -3 - \sqrt{11} \vee -3 - \sqrt{7} < x < -3 + \sqrt{7} \vee x > -3 + \sqrt{11}$ ,  
c)  $x < -1 \vee 2 < x < 3 \vee x > 6$ , d)  $-\frac{12}{17} < x < \frac{12}{13} \wedge x \neq 0$ .

7.33. a)  $x \leq -\sqrt{7} \vee x \geq \sqrt{7}$ , b)  $x < \frac{3-\sqrt{5}}{2} \vee x > \frac{\sqrt{13}+5}{2}$ , c)  $x > \frac{1}{2} \wedge x \neq 1$ ,  
d)  $-1 - \sqrt{3} < x < -1 + \sqrt{3}$ .

7.34. a)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ , b)  $-5 < x < 2$ , c)  $x < 1$ , d)  $\forall x \in \mathbb{R} - \{-2, 2\}$ .

7.35. a)  $-2 \leq x \leq -\frac{2}{5}$ , b)  $0 < x < \frac{2}{3}$ , c)  $x < -1$ , d)  $x < -\frac{1}{3}$ .

7.36. a)  $x < \frac{1}{3}$ , b)  $x \leq 0 \vee x \geq \frac{8}{3}$ , c)  $\forall x \in \mathbb{R}$ , d)  $-2 \leq x \leq 2$ .

7.37. a)  $x \geq \frac{5}{4}$ , b)  $x > \frac{29}{5}$ , c)  $-\frac{3}{2} < x < -1 \vee 3 < x < \frac{9}{2}$ ,  
d)  $(x \leq -\sqrt{6} \vee -2 < x \leq \sqrt{6} \vee x > 3) \wedge x \neq -1$ .