筆算便覽

筆算便覽卷一

數爲六藝之一讀書居官皆不可少或謂珠盤筭几硯間物筆算籌算固儒者事也因諸弟之請書以示之曰併法減法乘法除法開平方法句股法開立方法皆以筆算爲主而籌算輔之並作句股歌訣以資記憶謂之曰筆算便覽取其便於初學也割圜諸術姑未逮焉慎齋筆算之法未見單行本故習之者少曩嘗以問伯兄伯兄草示各條明白易曉積十餘日而諸法畧備因與諸弟編次成帙藏之十餘年今取以付梓俾人人得共習焉

嘉慶甲戌仲冬月勉齋紀大畢同弟大參大庚編次　姪應鍠校字

併法

	萬	千	百	十	單
新收三			五〡	四	〇
新收二		七〡	三	五	〇
新收一		九	四	八	四
舊管	〢	五	四	一	四
	二	二	七	八	八
		丅	亚	併	添

併法自下而上書于散數之左。

單位兩四合得八。　本位書八。

十位一八五四合得一十八。　本位書八。　上位添〡。

百位四四三五〡合得一十七。　本位書七。　上位添〡。

千位五九七〡合得二十二。　本位書二。　上位添〢。

萬位〢。　本位書二。

共併得二二七八八。爲二萬二千七百八十八也。

隨舉此數爲例。多寡悉照此式

減法

存數　一三〇四九　實在

原數　二二七八八

萬千百十單

減數　〇九七三九　開除

順減而下

減法自上而下。餘存數遞書于抹去原數之右。

千位二。　減九。本位不足減數。連萬位二二減之。二二減九餘一三。

抹去二二。另書一三。

百位七。　減七。無餘。

抹去七。另書〇。

十位八。　減三。餘五。

抹去八。另書五。

單位八。　減九。本位不足減數。連十位存五減之。五八減九。餘四九。

抹去五八。另書四九。

共存一三〇四九。爲一萬三千四十九也。亦隨舉此數爲例。

乘法

如三百六十五日爲實。每日十二時爲法。乘得四千三百八十時。

實　三百六十五日

法　一十二時

	三	六	五	
一十	〇/三	〇/六	〇/五	
二時	〇/六	一/二	一/〇	
四	三	八	〇	

單與單乘

末位得單

附用籌算法

三百　六十　五

二籌	一籌
〇/二	〇/一
〇/四	〇/二
〇/六	〇/三
〇/八	〇/四
一/〇	〇/五
一/二	〇/六
一/四	〇/七
一/六	〇/八
一/八	〇/九

三六●
七二●
一六〇
四三八〇

依法數檢籌如實數看格。以格內之數併之。

卽乘得之數。

又法

十　二

五籌	六籌	三籌
〇/五	〇/六	〇/三
一/〇	一/二	〇/六
一/五	一/八	〇/九
二/〇	二/四	一/二
二/五	三/〇	一/五
三/〇	三/六	一/八
三/五	四/二	二/一
四/〇	四/八	二/四
四/五	五/四	二/七

三六五●
一七三〇
四三八〇

依實數檢籌如法數看格以格內之數併之。

得所乘數亦同。

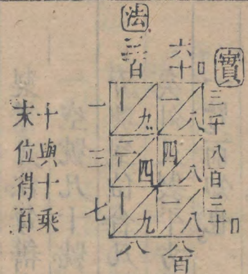
凡法實尾數單與單乘。則末位得十。十與十乘則末位得百。十與百乘。則末位得千。餘可類推。

製籌之法。每籌九格。皆列乘數自一號至九號而九九之數全。又加一空號。凡十號兩兩而合。寫一與九合。二與八合。三與七合。四與六合。五與空位合。凡五籌而十號具。製二十五籌。得全數。凡五而用可足矣。外又製平方籌立方籌各一。以備開方之用。其式並見諸圖內。可一覽而知也。

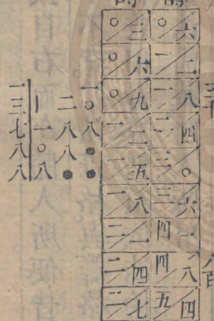
乘法畫格。或自左而右。或自右而左。隨人所便。皆上下斜穿併之。籌格則止用一格橫併。上下不穿。除法畫格。與籌格同。

凡單用筆算。必須畫格。若兼用籌算。只須依法檢籌。照格內之數併之。不必更用畫格。此書兩法備載。隨人所用。

又如三千八百三十年為實。每年三百六十日為法。乘得一百三十七萬八千八百日。

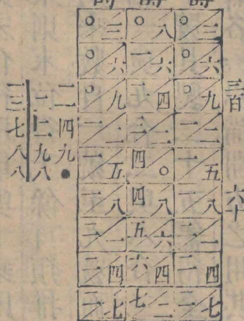


六籌 三籌



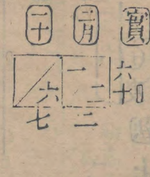
法數檢籌
實數看格

三籌 八籌 三籌

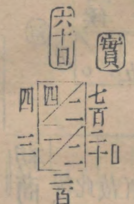


實數檢籌
法數看格

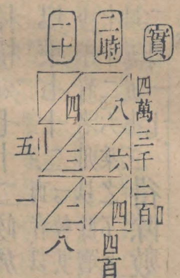
又如唐李虛中以年月日時甲子定人生命得五十一萬八千四百。先以六十年爲實每年十二月爲法乘之得年月七百二十。又以七百二十爲實以六十日爲法乘之得年月日四萬三千二百。又以四萬三千二百爲實以十二時爲法乘之得年月日時五十一萬八千四百。



單與十乘
末位得十



十與十乘
末位得百



單與百乘
末位得百

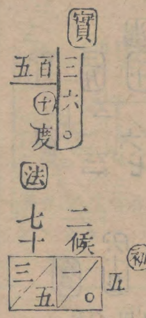
用籌法三次俱與前二式同

除法

初商除盡式

如每歲日行天三百六十度爲實。分七十二候除之爲法。每候得五度。

先直列三百六十度於上爲實。次畫格橫列七十二候於下爲法。

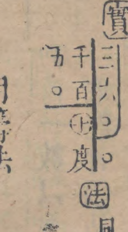


初商五數以乘七十二。商者。以法數從九至一。較其所乘與實相等。或畧少于實者。用以除實。謂之商也。如此法數七十二。六乘之不足。四乘之太少。故商之以五。五七三百五。五二得一十。得除數三六。。以除實數恰盡。

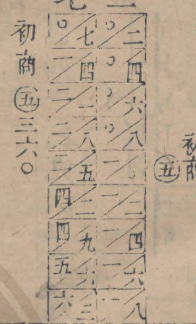
商數書於實數首位。此一定之法。

凡法少實多者。以實數內之法首爲定位。此法首是十。故以實數十爲定位。凡定位之上。爲單數。此初商在定位上一位。是五度也。

如若三千六百度爲實。分七十二數除之爲法。則每數得五十度



用籌法



如前法。商數書於實數首位此前首位是百此首位是千法首是十。以十爲定位。定位上一位爲單。上二位爲十。此商數在上二位。是五十度也。

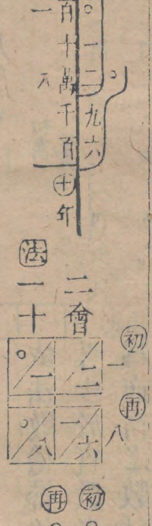
依法數檢籌。挨看九格內。與實數相等。或畧少於實數者。用以除實。以其在第幾格爲商得之數如此第五格三六。與實相等。是初商得五也。

用籌則商數易得。不必更用橫列畫格。以畫格卽籌內之橫格也。

再商式初商除實不盡者用再商除之

如經世一元共一十二萬九千六百年爲實。分十二會除之爲法。每會得一萬八百年。

先直列一二九六千上爲實。次畫格橫列一十二會千下爲法



初商一數。以乘一十二。一乘僅有餘故初商用一得除數。一二。以除實數。

乘數首位是空圈。則所除實數上亦加一空圈。虛作首位。商數書於空圈之位。以符所除。○。一二之數。凡乘得除數其首位有空圈者倣此實數內除去○。一二之外。尚餘實九六。用再商。

再商八數。以乘一十二。一二乘九不足故再商用八得除數○九六。以除實數。

乘數首位又有空圈。則所除實數九六上。亦加一空圈。虛作首位

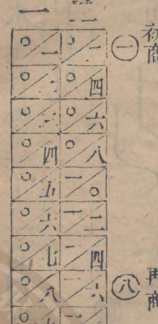
所商八數書于此空圈之位。以符所除○九六之數。除去○九六

恰盡。凡再商三商等數。必遞書于餘實之首位。

法首是十。以實數之十為定位。初商在定位上五位。得一萬。再商在

定位上三位。得八百。是一萬八百年也。

用籌法



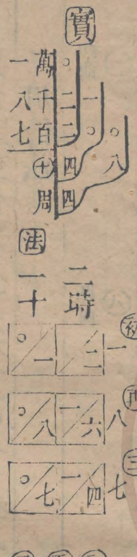
初商一○一二

再商八○九六

三商式再商除實不盡者。用三商除之。凡商數遞增。以除盡為止。

如水輪日轉二千二百四十四周為實。分十二時除之為法。每時得一百

八十七周。



初○一二　再○九六　三○八四

初商一數。以乘一十二。得○一二。畧少于實者。以除實。

乘首空圈。實首亦加空圈。商數書于圈位。以所除○一二之數。除

實數○二二。于第二千位應加商一數。共餘一○四四。用再商。

再商八數。以乘一十二。一二乘九不足故再商用八得○九六。畧少于餘實者以除實。

乘數○九六。以減除實數一○四四。則實首之一。分為次位之十。以

除九。而首位之一。卽當乘首之圈。故商數書于首位。不必更加圈

一。○四。除去。○九六。于第三位應加留八數。尚餘八四。用三商。

三商七數以乘一十二。一二乘八不足故用七得。○八四。與餘實相等者以除實。

乘首空圈。實首亦加圈商數書于圈位。以。○。八四除實恰盡。

法首是十。以實數之十爲芝位。初商前三位。再商前二位。三商前一位。是一百八十七周也。

用籌法

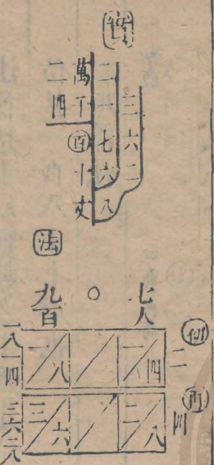
初商 一 ○一二

再商 八 ○九六

三商 七 ○八四

法有空圈位式

如布二萬一千七百六十八丈爲實。分與九百零七人除之爲法。每人得二十四丈。



初商二。以乘九○七。九三二十七不足。九二一十八有餘故用二。得一八一四。畧少于實者以除實。商數二。書于實首萬位之左。

實數二一七六八內。除減一八一四。得餘●三六二。另加于右。共餘實三六二八。用再商。

再商四。以乘九〇七。（九五四十五不足。九三二十七太少。故用四。）得三六二八。與餘實以（相等者）除實恰盡。（商數四。遞書于實首千位之左。）

法首是百。以實數之百爲定位。初商二。前二位。再商四。前一位。是得二十四丈也。

用籌法

初商（二） 再商（四）

九籌	空籌	七籌
〇/九	/	〇/七
一/八	/	一/四
二/七	/	二/一
三/六	/	二/八
四/五	/	三/五
五/四	/	四/二
六/三	/	四/九
七/二	/	五/六
八/一	/	六/三

初商（二）一八一四

再商（四）三六二八

法多實少式（即除分秒法）

凡實少于法。正數不敷減除。所商之數。必析及于分秒。看實數內。或有法首。或無法首。有法首則以實數之法首爲定位。無法首則必自實首逐位逆加空圈而上。至法首之位止。以此圈虛作定位之上爲單數。如銀之兩。米之石。由此順推而下。爲錢分釐毫斗升合勺。以視商數所值也。

如銀五百一十二兩。分與六百四十人除之爲法。每人得八錢。

（實）

千 百 十 兩

〇 五 一 二

兩 〇 八

（法）

六百 四十

（初） 八

四/八 三/二

三二 二

初商八。以乘六四。六九五一四不足四十八有餘故用八。六八得五一二。與實相等者以除實

恰盡。

商數書于實首五百位之左。

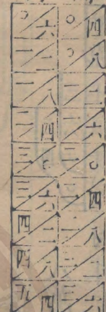
此實內有法首也。法首是百。以實內之百爲定位。定位前一位是兩。

兩位空。初商八。在兩位下。是八錢也。

用籌法

四籌

六籌

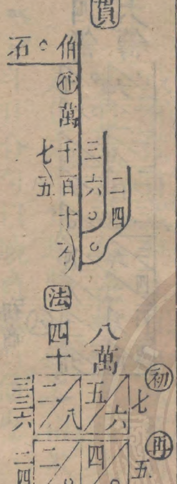


初商八五一二

初商八

又如賑米三千六百石爲實。給饑民四十八萬口除之爲法。每口得七合

五勺



初商七。以乘四十八。四八三十二餘數八除不足四七二十八有餘故用七得二三三六。器少于實者

以除實。商數書于實首千位之左。

實數三六內減除三三六。得餘實二四。另加于右。用再商。

再商五。以乘四十八。四六二十四太盡故用五恰合得二四〇。與餘實相等者以除實恰盡

商數遞書于實首二百位之左。

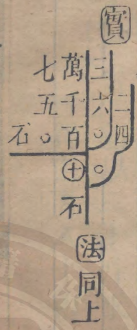
此實內無法首也。法首是億萬。應以十萬爲定位。原實內無法首十

萬之位。應于實首千位上。逆加萬位。又逆加十萬位。虛作法首定位。定位前一位是單。屬石位。順次而下。斗位升位皆空。合位得初商七。勺位得再商五。是七合五勺也。

附

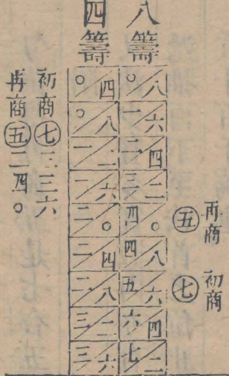
又法少實多。實數內亦有無法首者。以法太少也。則當從實尾加圈。遞推而下。至法首之位止。以此虛作定位。逆推而上。視商數所值多在十百千萬也。

如賑米三萬六千石爲實。分撥四十八州縣除之爲法。每處得七百五十石。



如前法。商數遞書實首之位。前首位下。此是萬。前餘實首位百。此是千。法首是十。應以十爲定位。實內無十位。于實尾千位下。遞加百十二位空圈。以十位空圈虛作法首定位。定位前一位爲單。屬石位。初商七。前三位。再商五。前二位。是七百五十石也。

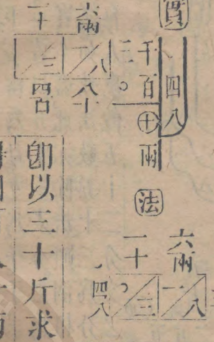
用籌法 布二式 法皆同



乘除相環式 法有子母式附見

凡除得之數。以原法乘之。乘得之數。以原法除之。皆仍得原實。即還原法也。凡乘除皆然。下特舉子母相求諸法見例。子求母用除。母求子用乘。舉一法而求與還兩例前見也。

如一鈞四百八十兩求斤爲實。以每斤十六兩爲法除之。以每斤十六兩爲法。則斤爲母。兩爲子。子求母用除。得三十斤。若以三十人分之。除得每人十六兩。此除法顛倒相符也。



初商三。以乘一十六。得〇四八。實首亦加〇。

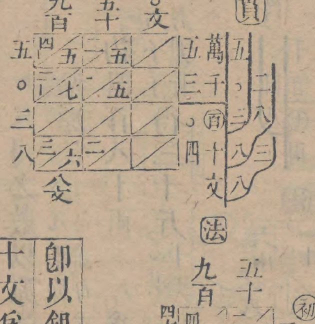
商數書于〇位。以所得〇四八。除實恰盡。

法首十。以十爲定位。子求母。則定位上之初單位得每數。爲斤。

商三。上二位。是三十斤也。

即以三十斤求兩爲實。以每斤十六兩爲法乘之。母求子用乘。仍得四百八十兩。母求子。則斤位應得兩。此實數十斤位。以單乘七。故末位得十兩。是四百八十兩也。

又如有錢五十千三百八十八文買銀爲實。銀每兩價錢九百五十文爲法除之。以每兩九百五十文爲法。則兩爲母。文爲子。子求母用除。得銀五十三兩。有零四分。此求得之母有畸零也。若以五十三人分之爲法。除得每人九百五十文。餘畸零三十八文。除實不盡。此亦除法顛倒相符也。凡除實不盡之數。以分母分子之法命之。如此法數五十三爲分母。不盡三十八數爲分子。命之爲每人應餘五十三分文之三十八。此又另一母子法也。

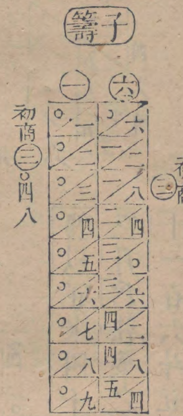


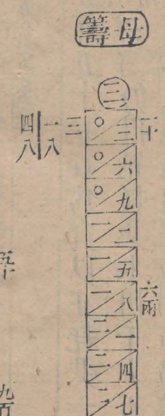
法首百。以百爲定位。子求母。則定位上之單位得每數。爲兩。初商五。再商三。在定位上。得五十三兩。三商四。在定位下。得四分。爲母數之畸零。是五十三兩有零四分也。

即以銀五十三兩零四分爲實。以每兩價錢九百五十文爲法乘之。母求子用乘。仍得五十千三百八十八文。母求子。以母位爲主。不論畸零。此以兩爲母。文爲子。則兩位應得文。因此法尾十。無文位。兩位遂得十。故

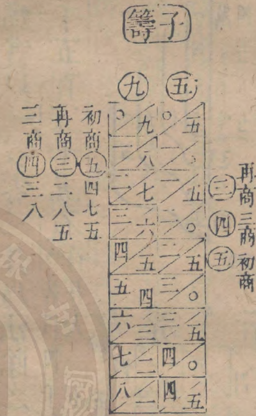
虛加攴位。所以符子數也。

斤兩子母籌法

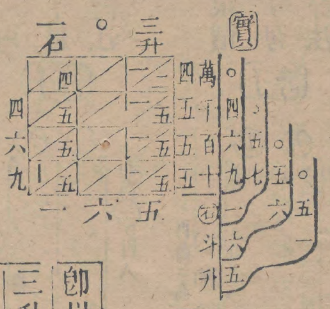


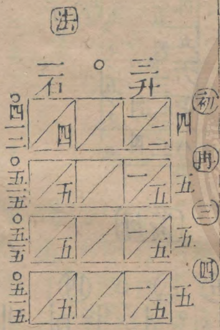


銀價子母籌法



又如正米每石應加耗米三升。今有正耗米共四千六百九十一石六斗五升。爲實。以一石零三升爲法。除之。以每石加耗共一石三升爲法。則百爲母。升爲子。子求母用除。得正米四千五百五十五石。若以四千五百五十五人分之爲法除。得每人一石三升。此除法顛倒相符也。



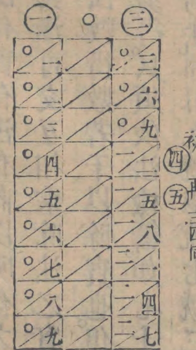


法首石。以石爲定位。子求母。則定位上之單位。得每數屬石。四商五。上一位。是四千五百五十五石也。

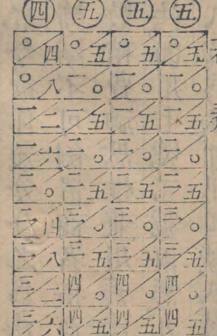
即以正米四千五百五十五石爲實。以正耗共一石三升爲法。乘之。母求子用乘。仍得正耗共米四千六百九十一石六斗五升。母求子。法退實二位。則石位應得升。是四千六百九十一石六斗五升。也。

用籌法

子求母法



母求子法



凡母求子之乘。有加分減分二法。皆視法退實幾位。與尋常法實尾數不同。此每石加耗米三升。是加分之乘。以石求升。法退實二位也。如低銀折色五分。以每兩得九錢五分爲法。此減分之乘。以兩求分。亦法退實二位。若折色一錢。每兩得九錢爲法。以兩求錢。法退實一位。如有銀五兩爲實。九五得四五。五五得二五。四五二五併得四兩七錢五分。兩位得分。退二位也。四五九五得四兩五錢。兩位得錢。退一位也。

乘除相環式

併減乘除統論

凡併法減法。只用筆算。不能用籌算。

凡乘法除法。有筆算。有籌算。二者可相助而行。然筆算可以不用籌。籌算則不能不兼用筆。蓋乘法內必用併。除法內必兼用併減也。

凡乘法。有實。有法。本爲以法乘實。然二者交互相乘。均無不可。此法筆算最爲了然。雖不助之以籌。亦極巧捷也。

凡除法。有實有法。有商。以所存之物數爲實。今欲作幾分分之爲法。乘法之實與法。可交互相乘。除法之實與法。則斷斷不可倒置。商者擬商一數以乘法數。得數若干以除實也。但筆算商數稍費神思。惟兼用籌法。則商數最易得。只須依法檢籌。如七十二個爲法。即用七號二號兩籌。九百零七人爲法。即用九號空號七號三籌。四十八萬爲法。即用四號八號兩籌視此兩籌三籌九格內積數之等於實數。或畧少於實數者。在第幾格。即

是初商之數。如在九格則初商九。在八格則初商八。以格內垜積之數。如前諸圖式書之。以爲乘得除實之數。已盡則止。未盡則有再商。視籌格內等於餘實。或畧少於餘實者。在第幾格。卽是再商之數。亦如前諸圖式書之。以至三商四商以下。皆如此法。蓋商數總不外九至一數。籌內九數俱備。一覽而得。不費神思。以此助筆算。最爲巧捷也。

凡除法有不可盡者。則以法數爲分母。以不盡之數爲分子。命之曰幾分之幾。謂之命數。如實數四十寸。以十二爲法除之。得三寸一十二分寸之四。約之則三分寸之一也。蓋初商三。三三如三。二三如六。減除三十六寸。餘四寸不盡。卽以一十二爲分母。四爲分子。是爲一十二分寸之四也。

筆算便覽卷二

開平方法

平方者。自乘之數也。有積數有積數之根。開者。開除積數以求其根也。其法以積數爲實。有商數。商有方法、初實所除爲大平方。大平方之根爲初商。有廉法、之左。方之上。共二廉者也。有隅法、二廉之角也。爲小平方。合廉積爲次商之積。○方法初商二。廉法隅法。次商三商以下皆用。先書積數自上而下。從末位作點向上。隔一位作一點。有一點知有一商。二點三點。有再商三商。凡積數逓尾。根單得單。根十得百。根百得萬。每逓進二位。故隔一位作點。以截實求根也。以最上一點爲初實。點前無位。則初商大平方自乘止于單數。無十數。單數凡三類、一一得一、二二得四、三三得九是也。點前有位。則初商大平方自乘應有十數。十數凡六類、四四一十六、五五二十五、六六三十六、七七四十九、八八六十四、九九八十一、是也。凡此要以自乘九類數中。與初點之實相等。或畧少者。取以除初實。其自乘之根數。卽初商之數如自乘一

六。則四爲初商自乘九。則三爲初商也。初商之數。書于最上初點之左。若止有一點。則初商方法除實恰盡。若有二點者。初商除實不盡。卽以初商根數倍之爲廉法。如初商一則倍得二。初二則倍四。初九則倍一十八之類。初倍數書于商數之左、看餘次點之實若干。以初倍數用次商以次商若干自九至一擬用乘倍數得廉積。卽以次商自乘爲隅法。得隅積。隅法每退廉法一位併之。如倍數四。次商擬六。六四得二四。六六得三六。併之二七六之類。蓋隅積之根。卽次實之根。廉積則附于初實之根每進一位故二積尾數。隅單則廉十。隅十則廉百也。其法視廉隅併數與次實相等或畧少者。以除次點之實。次商之數書于次點之左。併數書初倍之左若有三點者。次商除實不盡。又以初商次商根數合併倍之爲次廉法。如初商二、次商六。倍之得五二之類。次倍之數。書于初倍廉隅併數之左、看餘三點之實若干。以次倍數用三商。

以三商如前擬用乘次倍數得次廉積。三商自乘爲次隅法得次隅積一如次商之例。三商之數。書于三點之左。併數書次倍之左。

自三商以下。其法皆同。可以例推。積數除盡而止。看遞商之數若干。知平方根爲幾百幾十幾也。

凡點皆截實之法最上一點爲初實。次下一點爲次實。又下各點爲三實四實。遞截以定商除之位。以單數末位之點爲單。遞上各點爲十百千萬。如末位無實可點。則根數無單。次上無點則無十。皆以圈識之。

凡初點前有位。固是十數。然或止是一十。而本位或無數。或止有一二三四五數。則不足四根自乘之一六。仍止以三根乘九起初商。無十數也。

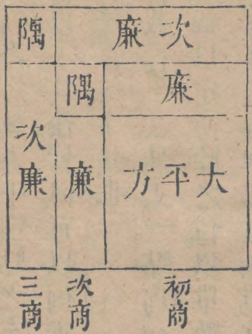
凡初商大方法。只用平方一籌。自九至一。視其數與初實相等或畧少者。在第幾格。即初商得幾數。以格內之數除初實。

次商視初倍廉法之數。以其數籌列平方籌之左。數籌有廉積。方籌有隅積。合視得併數。

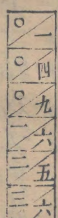
兩籌橫格內積數與次實等或畧少者。在第幾格。即次商得幾數。以格內之數除次實。

三商視次倍廉法之數。亦以其數籌列方籌之左。與次商法同。四商以下。遞看倍數用籌。均可例推。

開平方圖



平方籌式



一一如一　二二如四　三三如九

四四一十六　五五二十五　六六三十六

七七四十九　八八六十四　九九八十一

初商除盡式

如方里而井積數九百畝爲實開得平方根三十畝

實 九 百 十 畝

商 三 ● ○

方籌 三

一
四
九
一六
二五
三六
四九
六四
八一

此積數止有初點之實末點二位無實可點是止有初商不用次商也

初點上無進位方法用單數以積九之三根爲初商

初商㊂三三如九除實恰盡

初商之數書于初點之左末點單位空圈則初點商數得十是得平方根三十畝也

如棋枰積數三百六十一爲實開得平方邊一十九著

再商式

實 三 六 一 百 十 單

商 一 ● 九 ●

初倍 ○ 二 ●

二六一

此二點位有再商也

初點無進位方法用單數以積一之一根爲初商

初商㊀一一除一初實三除一餘二存次實二六一

初倍二

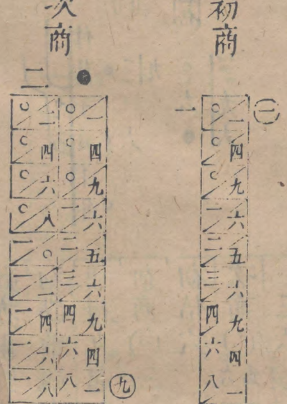
次商㊈九乘倍二九二得一八爲廉積九又自乘九九得八一爲隅積退廉一位併之二六一除次實恰盡

初商書初點之左得十數次商書末點之左得單數是得平方邊一十九著也

凡倍數下加一黑點者以倍數屬廉法進隅積一位故存尾數一位以當截實之點位則廉隅乘得之數與截實

之幾位對値相減。不致差悞也。

凡倍數幾位。卽依號用幾籌。數尾畢點用方籌。

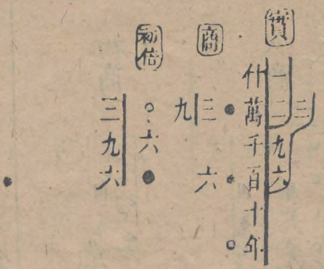


初商方法。只用一方籌。按格內九數商之。得大方積。以除初實。

次商以下。各視倍數檢籌。以倍數籌列方籌之左。如此式初倍二●。卽用二號籌同黑點方籌。視第九格內二六一與次實等。卽次商得九。二籌一八為廉積。方籌八二為隅積。併之二六一。以除次實。

又

如一元統數一十二萬九千六百甲子積方圖為實。開得方圖根一運三百六十甲子。



此亦兩點位有再商也。

初點前雖有位。不足四根一六之數。仍以單數三根得九起初商。

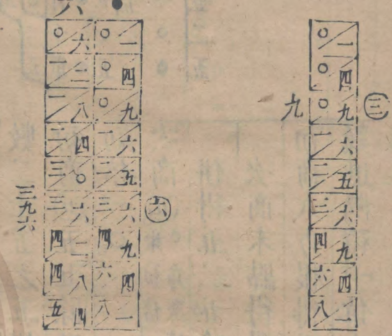
初商㊂。三三除九。初實一二除九商三存次實三九六。

初倍六。

次商㊅。六乘倍六為廉積六六得三六。六又自乘為隅積六六得三六。一退一位併得三九六。除次實恰盡。

末位單數空圈。無實可點。則次點商數得十。是得三百六十甲子也。

初商 次商六●



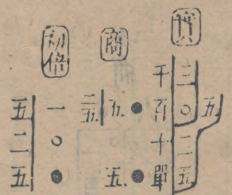
初商三。得積數九以除初實。初商大方法。不過自乘九數。初實既點。一望卽得。不必用籌。亦極易明。以後諸式。初商不復列籌。

次商六。用初倍六●。檢六號籌。同黑點方籌。視所商六格內六籌三六爲廉積方籌三六爲隅積併之得三九六。以除次實。

次商以下。皆遞因倍廉之數商除實積。畧費神思。故必用籌。則商數易得也。

又

如河圖自乘積數三千零二十五爲實。開得方圖根本數五十五點



初點前有位方法自乘有十數。初實三十。應以畧少積數二十五之五根爲初商。

初商五。五五除二五。二五初實三〇除。餘五存次實五二五。

初倍一〇。

次商五。〇乘初倍一五一得五。爲廉積。又自乘五五得二五。爲隅積。二位遞廉

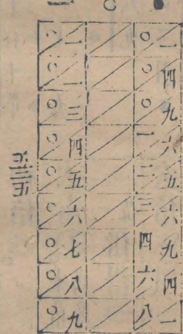
併得五二五。除次實恰盡。

次商末點得單。是得五十五也。

初商大方根得五。廉法倍數得一十。無單位。凡廉法單數進隅積一位。十數應進二位。故應于倍數一下。加一空圈以當廉數之單位。圈下再加黑點。虛存隅數單位

以當截實之點位。故自乘隅積應退廉二位併之也。凡倍廉無單數者倣此。

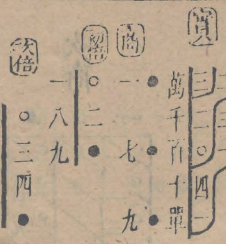
次商



初倍一○●。故用一號空號二籌。列于方籌之左。商第五格內前兩籌。○五○為廉積。方籌二五為隅積。併得○五二五。與次實等。若不加空籌則訣併○七五。得數不符也。凡倍廉無單數者。皆加空籌為單數虛位。得併數方合。

三商式

如積數三萬二千零四十一為實。開得平方根一百七十九。



此三點位有三商也。

初商㊀。一一除一。初實三二除一商二存次實二二○。

初倍二。

次商㊆。乘倍二為廉積七二得一四。又自乘為隅積七七得四九。退廉一位併得一八九。次實二二○。除一八九畱三一存末實三一四一。

次倍三四。

三商㊈。乘次倍三四為廉積九三得二七。九四得三六。併得三○六。又自乘為隅積九九得八一。退廉一位併得三一四一。除

末實恰盡。

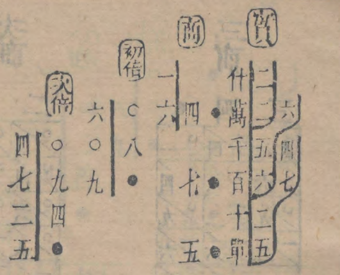
三商末點得單。是得一百七十九也。

初倍二一●。用二一籌同方籌商第七格內二一籌之一四為廉積方籌之四九為隅積併得一八九以除次實

次倍三四●。用三四兩籌同方籌商第九格內兩籌之三○六為廉積方籌之八一為隅積併得三一四一以除末實。

又

如積數二十二萬五千六百二十五為實開得方邊四百七十五。



初商四。四四除一六。初實二二除一六留六存次實六五六。

初倍八。

次商七。乘倍八為廉積七八得五六。又自乘為隅積七七得四九。退廉一位併得六○九。次實六五六除六○九留四七共存末實四七二五。

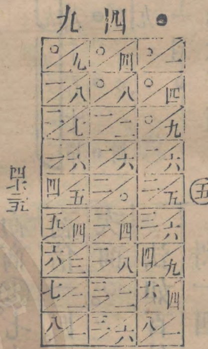
次倍九四。

三商五。乘次倍九四為廉積五九得四五五四得二○。併得四七○。又自乘為隅積五五得二五。退廉一位。併得四七二五除末實恰盡。

三商末點得單。是得四百七十五也。

次商

三商



初倍八●。用八籌同方籌商第七格內八籌之五六為廉積方籌之四九為隅積併得六。九以除次實。

次倍九四●。用九四兩籌同方籌商第五格內兩籌之四七。為廉積方籌之二五為隅積併得四七二五以除末實。

如積數四十九萬五千六百一十六為實開得方根七百〇四。

商有空位式

實　四九　五六　一六
什萬　千　百　十　單

商　四九　七　●　○　●　四

初倍　一四　●

倍大于實　無次商

次倍　一四　○　●
五六一六

初商七七除四九。初實四九除盡存次實五六。

初倍一四。

次商○。凡倍廉必加●。進截實一位為一分廉法如百外以一十為一分也此初倍廉法一分得一四●三位而次點實止五六二位尚少八十四數是積數廉法已不滿一分無次實十數根位可商矣應以次點實連末點共為一實開之以求末商零數之根共存末實五六一六。

次倍一四○。次商既空即以初商倍數加○。進一位為廉法蓋因隅積當二點截實之位應退廉積二位故也。凡倍大于實無末實商根必退小一位以商除次下之實所加黑點

移當下實點位。則無點上必加一○、名爲進一位。實則退一位。以截實之點每隔二位故也。

三商四。乘次倍一四○爲廉積四一得四。四四得一六。併得五六。又自乘爲隅積四四得一六。退廉二位併得五六一六。

除末實恰盡。

三商末點單位。是得七百○四也。

三商

一 四 ○ ●

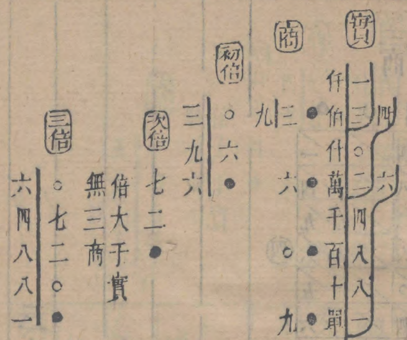
五六一六

四

次倍一四○●。依倍數檢籌。凡倍廉中有空○者。必挨列空籌。商第四格內前三籌之五六○爲廉積。方籌之一六爲隅積。併得五六一六。以除末實。

又

如積一千三百零二萬四千八百八十一爲實。開得方根三千六百零九。



此四點有四商也。

初商三。三三除九。初實一三除九餘四存次實四○二。

初倍六。

次商六、乘初倍六爲廉積六六得三六。又自乘爲隅積六六得三六。退廉一位併得三九六。次實四○二除三九六餘六

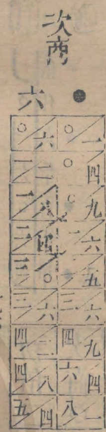
存三實六四八。

次倍七二。

三商○。次倍七二●。大于三實六四八。無三實之根數可商。應以六四八連于末實。

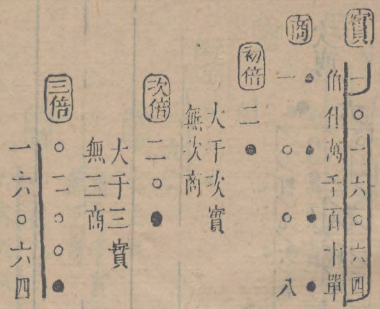
共存末實六四八八一。

三倍七二〇。卽以次倍加。末點一位爲廉法
四商㊈。乘三倍七二〇〇爲廉積九七得六三。九二得一八。併得六四八。又自乘爲隅積九九得八一。退廉二位
併得六四八八一。除末實恰盡。
四商末點單位是得三千六百〇九也。



又

如積一百〇一萬六千〇六十四爲實。開得方根一千〇〇八。



初商㊀。一除一。初實一除盡存次實〇一。
初倍二。
次商〇。初倍二●。大于次實〇一。無次實根數可商。應以〇一連于三實共存一六〇。
次倍二〇。卽以初倍加。進黑點一位爲廉法
三商〇。次倍二〇●。大于三實一六〇。又無三實根數可商。應以一六〇并連于末實共
存一六〇六四。
三倍二〇〇。卽以初倍加。〇進黑點二位爲廉法。右爲進二位。實退小二位也。
四商㊇。〇乘三倍二〇〇爲廉積。八二得一六。又自乘爲隅積八八

得六四。退廉三位併得一六〇六四。除末實恰盡

凡隅法必當截實之點位。故退廉一位。若空一商則退二位。連空二商。則退三位。此對實位減除之法也。

四商末點單位前空二商。十百二位。是得一千〇〇八也。

商除不盡式

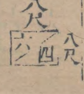
不盡者。畸零餘數也。凡先有根數。自乘得平方積數者。商除無有不盡。惟先本非根數所積。而別由併數減數另爲積實。以求面數之盈絀。則每有畸零餘數爲商除所不能盡者。不得不以法命之。以法命之者。以根末單位之一分廉法隅法合爲根末一分之幾分。即末商倍數。又加隅數之一也。是爲分母。因即不盡之實若干。於分母若干中。命之爲根末幾分之幾是爲分子。故初商之方法。是大方數。次商以下之廉法隅法。是益方數。商除不盡之分母分子。是命方數。而平方之開法備矣。

平方開法。所以有併減積實者。以平方乃勾股中最要之法。凡勾股求弦。勾弦求股。股弦求勾之類。皆必需用此。蓋勾自乘股自乘。即弦數自乘之分。弦自乘。即勾股自乘之合。故求弦之法。以勾股自乘併之爲積實。求勾求股之法。以弦自乘分減之爲積實。各以平方開之爲法。積實生于併減

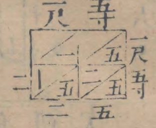
故根數往往有畸零無位可商者今舉求弦一式于左為例

如周官土圭表股八尺景勾一尺五寸求得弦數自景端至表端八尺一寸一百六十三分寸之六十四分有奇。

股自乘



勾自乘



併

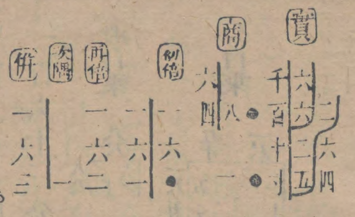
勾 〇二二五
股 六四〇〇
千百十寸
併 六六二五

八八得六四。此以寸為根末。十與十乘。尾數得百。得六千四百寸。為股自乘。

一一得一。一五得五。五一得五。五五得二五。併得二二五。末位單與單乘。尾數得單。得二百二十五寸。為勾自乘。

以勾股自乘合併之。得六千六百二十五寸。即弦自乘之積數。以此積數用平方法開之。所得方根即弦數也。

以弦積六千六百二十五寸為實開得平方根弦數八尺一寸一百六十三分寸之六十四分有奇。



寸法一六三。餘實六四根不成寸。

此二點位有次商也。

初商八。八八除六四。初實六六除六四餘二存末實二二五。

初倍一六。

次商一。乘初倍一六為廉積一一得一。一六得一六。又自乘為隅積一一得一。退廉一位併得一六一。末實二二五除一六一餘六四餘六十四寸不盡。

再倍一六二。加隅一。一得一。併得一六三。為第二分寸根之積數。

餘實六四。不足寸根第二分積數一百六十三之九十九。

初次兩商。共八尺一寸。八尺一寸之外。餘實根不成寸。虛以一寸廉法再倍之。得一百六十二寸。加隅法

一寸。併得一百六十三寸爲分母。僅餘實六十四寸爲分子。以分附于八尺一寸之方。以寸法析之。是共得平方根弦數八尺一寸一百六十三分寸之六十四分有奇也。有奇者。以隅積方寸之六十四。僅成方角。有贏出不滿直面之九十九爲奇零之餘也。

次商　六●

依初倍一六●檢籌。挨九格內無與次實相等者。惟商一格內廉隅併得之一六一。畧少于次實。以除實積二二五。尚餘六四畸零不盡。此式二點位。只有次商。無三商也。

勾股

勾股之法所以御高深廣遠者也。横者爲勾，直者爲股，勾股兩端之斜線爲弦。其法見於周髀折矩爲勾廣三股脩四徑隅五之文，蓋舉三四五之皆得整數者以爲例，引之至於億兆，析之至於奇零，皆可以其法推之。是故以勾股相乘半之以求其積也，勾股各自乘併之、開方以求其弦也，弦自乘減勾積以求其股，減股積以求其勾也。蓋弦之方積與勾股之兩方積相等，而彼此相求之法於是生焉。是故三者知其二可以得其一也，但知其一而苟知其二者之較或二者之和，而可以得其二也。或俱不知而但知其兩較，或知其兩和，或知其一較一和，而可以盡得其三也。二者相減之餘數謂之較，二者相併之合數謂之和。較則有勾股較、勾弦較、股弦較也；和則有勾股和、勾弦和、股弦和也。和較相推則有勾和較、股和較、弦

和較、勾較較、股較較、弦較較也，勾較和、股較和、弦較和、勾和和、股和和、弦和和也。然而弦和較卽勾較較、股較較也，弦較較卽勾較和、股和較也，弦較和卽勾和較、股較和也，弦和和卽勾和和、股和和也。和較之法多端，而要皆本積方以爲用。以是而求高深廣遠，則又有容方之法，而容方之外有餘勾餘股之相較，弦內弦外有平方直方之相等也。有重差之名，而度高者立重表，測深者爲累矩也。重表累矩卽海島算經之法，魏劉徽之敘九章算術言之最詳。今並爲歌訣如左，以便記憶焉。

勾股求弦各自乘，相併開除弦數明。

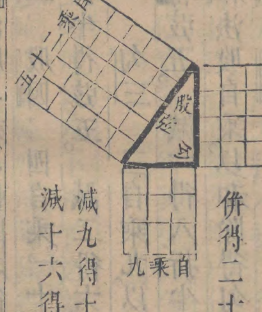
勾弦求股各自乘，相減開除股數明。

股弦求勾各自乘，相減開除勾數明。

勾三股四則弦得五，此皆整數易明，故以爲例。

凡勾股相乘直方積數，斜弦剖之得半，爲勾股容積。如此三四相乘得直方一十二，半之得容積六。

也。



併得二十五開得弦五

減九得十六開得股四

減十六得九開得勾三

凡一弦自乘之積。兼得勾股二積。故勾弦積相減得股。股弦積相減得勾。勾股積相併得弦也。

勾股較法弦自乘。加倍弦積數幾何。以較自乘減爲實。開平除得勾股和。加較折半爲股數。股數減較勾知麽。

較一　弦五　五自乘二十五加倍五十。一自乘如一相減得四十九爲實。開方除之得七。爲勾股和。　加一得八。折半得股四。　減一得六。折半得勾三。凡二數長短相較。長者去其較。得短數同。短者增其較。得長數同。故以加減折半求之也。

勾股和法和自乘減弦倍積餘爲實。開平除得勾股較。加減折半股勾出。

和七　弦五　五自乘二十五加倍五十。　七自乘四十九相減餘一爲實。開方除之。一根得一。爲勾股較。　加七得八。折半得股四。　減七得六。折半得勾三。

勾弦較法股自乘。以較除之得其和。加減折半弦勾出。股弦較法倣無訛。

較二　股四　四自乘一十六。以較二除之得八。爲勾弦和。　加二得十。折半得弦五。　減二得六。折半得勾三。

較一　勾三　三自乘九。以較一除之得九。爲股弦和。　加一得十。折半得弦五。　減一得八。折半得股四。

勾弦和法股自乘。以和除得勾弦較。加減折半弦勾出。股弦和亦同此妙

和八　股四　四自乘一十六。以和八除之。得勾弦較一。　加八得十。折半得弦五。　減八得六。折半得勾三。

和九　勾三　三自乘九。以和九除之。得股弦較一。加九得十。折半得弦五。減九得八。折半得股四。

較必得其和。和必得其較。以倍弦積減和積。餘實開除得其較。以倍弦積減較積。餘實開除得其和。曰勾積。曰股積。弦和除之得其較。弦較除之得其和。

此上勾股較以下四首之總訣也。

勾股弦較較乘較。加倍開除得和和較。勾較加之卽爲股。股較加之卽爲勾。

勾弦較二　股弦較一　二一得二。加倍四。開方除之。四根得二。爲弦和較。弦與勾股和相較之數。卽勾減股弦較。股減勾弦較之數也。亦名勾較較股較較。加勾較二得股四。加股較一得勾三。

勾股弦和和乘和。加倍開除得和和。勾和減之卽爲股。股和減之卽爲勾。

勾弦和八　股弦和九　八九七十二。加倍一百四十四。開方除之。

初商一。一一除一百。次商二。廉法二二除四十。隅法二二除四。恰盡得方根一十二。爲弦和和。弦與句股和相和之數。卽句併股弦和。股併句弦和之數也。亦名句和和股和和。減句和八得股四。減股和九得句三。

弦和弦較兩相乘。加倍開除得數留。句較減之卽爲股。股和相減卻是句。股較減之卽是句。句和相減股可求。

股和九　句較二　二九一十八。加倍三十六。開方除之得六。爲弦較和。弦與句股較相和之數。卽股併句弦較。句減股弦和之數也。亦名股較和句和較。以二減六得股四。以九減六得句三。

句和八　股較一　一八如八。加倍一十六。開方除之得四。爲弦較較。弦與句股較相較之數。卽句併股弦較。股減句弦和之數也。亦名句較和股和較。以一減四得句三。以八減四得股四。

四因直積較自乘。相併開除得其和。四因直積和自乘。相減開除得其較。和與較相加減。句股雙雙數莫掩。

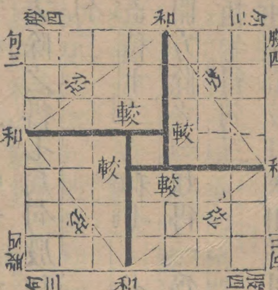
直積十二　較一　一自乘一。四因十二得四十八。併得四十九。開方除之得七為句股和。加一得八。折半得股四。減一得六。折半得句三。

直積十二　和七　七自乘四十九。四因十二得四十八。相減餘一。開方除之。一根得一。為句股較。加和得八。折半得股四。減和得六。折半得句三。

四因容積弦自乘。相併開除和根積。相減開之即為較。和較相參句股得。

容積六　弦五　五自乘二十五。四因六得二十四。相併得四十九。開方除之。得句股和七。相減餘一。開方除之。得句股較一。一與七相加得八。折半得股四。相減得六。折半得句三。

句股和較圖



句股和自乘。七七四十九為平方形。

以句乘股。三四一十二為直積形。

以四股線互當句較。得四直積合方形。

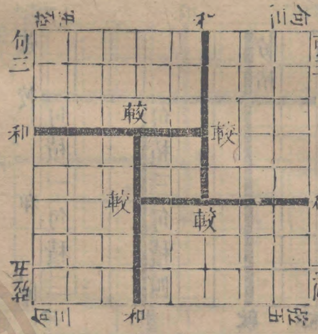
合方中空。得較積。如一一小方形。

四直積中各斜剖之。為四容積合方形。中空小方即四直積小方。

直積合方得和積。四十九容積合方得弦積。二十五以弦積倍之。五十比和積多一較積。如一一故以和積減倍弦積。得積較。以較積減倍弦積。得積和。句股直積以兩弦斜合。故弦積用倍法起算此自然之理數也。

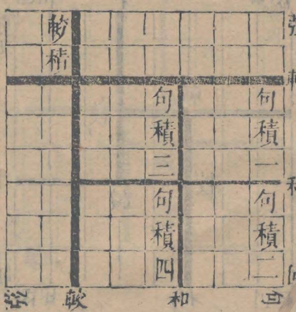
前句股較句股和四因直積容積等訣。從此圖生。亦和較諸法變化之所從出也。

句弦和較圖一



句弦和自乘。八八六十四為平方形、以句乘弦。三五一十五為直積形、以四弦線。五互當句較。二得四直積四一得四四五得二十併之得六十合方形。合方中空得較積二二如四小方形。

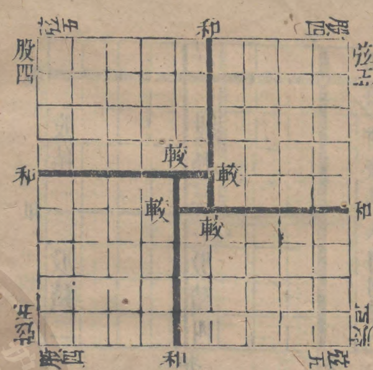
句弦和較圖二



隅積四併廉積十二得股積十六

以句積三三如九四因四九三十六為大方。以較積二二如四為隅。隅積四併一面廉積。二六一十二得股積。一十六開之得股。四故以較二除股積。一十六得句弦和。八以和八除股積。一十六亦得句弦較。二以句弦和較相乘二八一十六還原，仍得股積。

股弦和較圖一



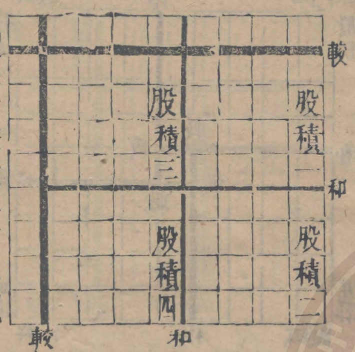
股弦和自乘九九八十一為平方形。

以股乘弦四五二十得為直積形。

以四弦線五五當股較一得四直積四二十得八合方形。

合方中空得較積如一一小方形。

股弦和較圖二

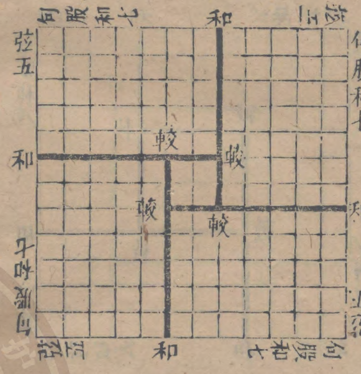


隅積一併廉積八得句積九

以股積四四十六一四因四一得四十四六二十四併之六十四為大方。較積如一一為隅。隅積一併一面廉積。一八如八得句積。九開之得句。三故以較一除句積。九得股弦和。九以和九除句積。九亦得股弦較。一以股弦和較相乘一九如九還原。仍得句積。

前句弦較股弦較句弦和股弦和兩訣從以上四圖生。

句股弦和較圖



句股弦和十二自乘。一百四十四為平方形。

以弦乘句股和。五七三十五為直積形。

以四和線七五當弦較。二得四直積四三

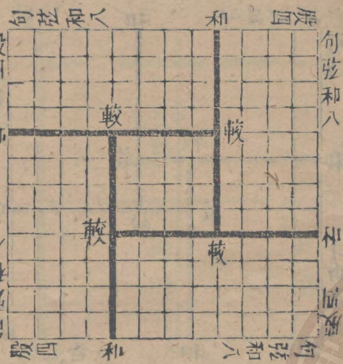
一百二十四五得二十併之一百四十合方形。

合方中空得弦較積二二如四小方形。

前句股弦較句股弦和兩訣。從此圖

及下和較相乘圖生。

句弦股和較圖



句弦股和自乘。一百四十四為平方形。

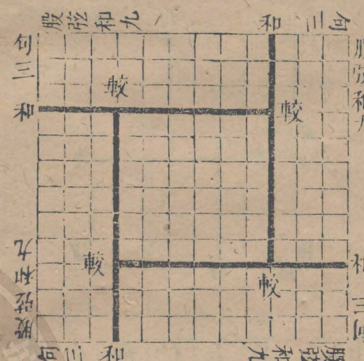
以股乘句弦和。四八三十二為直積形。

以四和線八五當股較。四得四直積四三

一百二十四二得八併之一百二十八合方形。

合方中空得股較積四四一十六小方形。

股弦句和較圖



股弦句和自乘一百四十四為平方形。

以句乘股弦和。三九二十七為直積形。

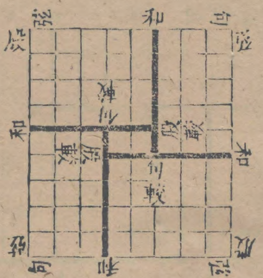
以四和線九五當句較。六得四直積四二八十四七二十八併之一百零八合方形。

合方中空得句較積六六三十六小方形。

前弦和弦較訣。從此二圖。及下和較

相乘圖生。

句弦股弦和較相乘圖



句弦和乘股弦和。八九七十二為直方形。

以直弦線當橫線句較。二以橫弦線當直線

股較。一得句乘弦直積二。股乘弦橫積二。為

合方形。　合方中空兩較相乘二一得二之形。

兩和相乘得句股弦折半自乘六六三十六加一

倍七十二之數。故再倍之一百四十四得句股弦和

之積。開得方根一十二句股弦和之數。

中空句較乘股較。二一得二加倍四得弦較句股

和二之積。　中空股較一橫乘句弦和一八得八

加倍一十六得股較句弦和四之積。　中空句

較二直乘股弦和二九一十八加倍三十六得句較

股弦和六之積。

附方員周徑積步等法大畧

凡方徑百步。得方角斜弦一百四十一步二百八十三分步之一百一十九有奇。

此卽句股求弦法也。句股皆百步。各自乘一萬步。併得二萬步爲實。卽弦自乘積數也。以平方法開之。

	萬	千	百	十	步
	一		四	一	九
實	二	〇	〇	〇	〇
商	一		四		一

初商㊀。一一除一。餘實一

初倍二

次商㊃。四二除八。四四除一六。餘實四。

次倍二八

三商㊀。一二除二。一八除八。一一除一。餘實一

一九不盡。以法命之。

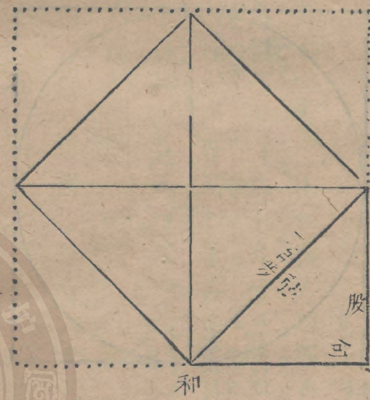
三倍二八二。加隅一。二百八十三步爲分母。餘實一百一十九步爲分子。是得斜弦一百四十一步二百八十三分步之一百一十九有奇也。

若斜弦百步。得方徑七十步百四十一分步之一百分有奇。

卽徑百步之半斜弦也。亦卽句股和之訣。以弦百步自乘一萬步。和一百四十一步二百八十三分步之一百一十九自乘約二萬步。與弦自乘倍積二萬步相減無餘。是句股無差數也。凡句股有較。則句股和積與倍弦積相減。必餘較積。無較則無餘也。卽以弦積一萬步折半五千步爲句股各自乘數。以開方法除之。弦積折半。卽員內方以員徑自乘折半之法也。

初商七。七七除四九。餘實一百步不盡。初倍廉一百四十。加隅一。一百四十一步爲分母。餘實一百步爲分子。是得方徑七十步一百四十一分步之一百分有奇也。

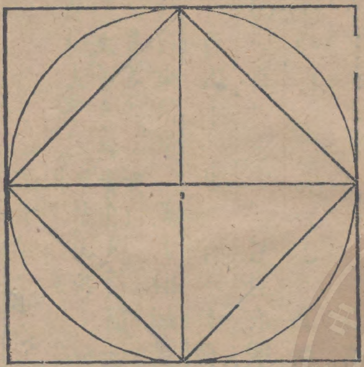
句股無較方形圖



句股有較則相乘爲直積形。以四直積合方。中有較積空小方形。句股無較則相乘得積方形。以積方四因成和積總方形。中無小方空積。

四因積內斜弦合之得弦自乘方形。弦積減半。得句股相乘之積開方除之得方徑。

方員徑圖



方內員則方員徑同。員內方則員徑外方徑與內方角斜弦同。

凡員周古率徑一圍三。方周徑一圍四。員周減方周四分之一。故員積得方數四分之三。員外四角空積。約員積三分之一。員內方約員積三分之二。得外方四分之二。此尤用員田古率入門爲式。其法用密率之法。另說具後。

如方徑一百二十步。得方周四百八十步。得平方一萬四千四百步。得方角斜弦一百六十九步三百三十九分步之二百三十九。

方內員徑一百二十步。古率得員周三百六十步。加密率得三百七十七步七分步之一。

得平員積一萬八百步。加密率得一萬一千三百一十四步七分步之二。得員外方角空積三千六百步。密率減五百一十四步七分步之二。實得三千八十五步七分步之五。得員內方七千二百步。

員內方徑八十四步一百六十九分步之一百四十四。

以方徑一百二十步自乘。二一得二。一二得二。二一得二。二二得四。併之一四四。十與十乘。末位得百。得平方一萬四千四百步。以兩徑自乘相併二萬八千八百步爲實。開方除之得斜弦一百六十九步三百三十九分步之二百三十九。

實
二八八〇〇
萬千百十步

商　一　六　九

初商一〇。一一除一〇。餘實一八八。初倍二〇。次商六〇。六二除一二〇。六六除三六。併除一五六。餘實三二〇。次倍三二〇。三商九〇。九三除二七〇。九二除一八〇。九九除八一。併除二九六一。餘實二三九。三倍三三八。大于實。加隅一。三三九爲分母。二三九爲分子。是得一百六十九步三百三十九分步之二百三十九也。

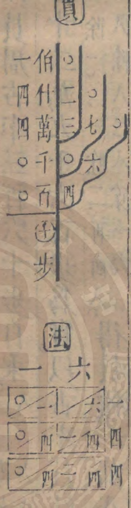
以方內員徑一百二十步自乘一萬四千四百步爲實。以古率四分之三得七五爲法乘之。每百步減得七十五步。法退實二位。七一得七。七四得二八。七四得二八。五一得五。五四得二十。五四得二十。併之一〇八。得員積一萬八百步。餘實員外方角空積三千六百步。

以員積一萬八百步倍之二萬一千六百步爲實。以三除之。三七除二一。一〇。三二除六。得內方七千二百步。卽員徑自乘之半。開方除之。初商八〇。八八除六四。餘實八。初倍一六〇。次商四〇。四一除四。四六除二四。四四除一六。併除六五六。餘實一四四。次倍一六八。大于實。加隅一。一六九爲分母。一四四爲分子。得內方徑八十四步一百六十九分步之一百四十四。

一法員徑自乘一萬四千四百步。以四除之。得古率空積三千六百步爲實。以三乘之。得古率員積一萬八百步。數同。或先以三乘。後以四除。亦同。

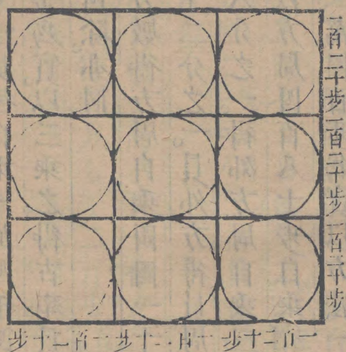
又方數得方周自乘四四一十六分之一。古率員積得員周自乘三四一十二分之一。員外方得員周自乘九分之一。員內方得員周自乘一十八分之一。得外方周自乘三十二分之一。

以方周四百八十步自乘。四四得一六四八得三二八四得三二八八得六四併之二三〇四得二十三萬四百步爲實。以方法一十六分之一除之。得平方一萬四千四百步。若以三十二分之一除之。得內方七千二百步。



法首十爲定位。定位上爲步。是得一萬四千四百步也。

以員周古率三百六十步自乘。三三得九。三六得一八。六三得一八。六六得三六。併之一二九六。得一十二萬九千六百步爲實。以古率員法一十二分之一除之。初商一。一一除一。一除二。再商八。一八除八。二八除一六。得員積一萬八百步。若以一十八分之一除之。得內方七千二百步。以九分之一除之。得外方一萬四千四百步。



古率員周三徑自乘平方內。得方員本象三三如九。九員周外各得小方角空積古員率三分之一。三小方空積得員積之一。三三如九。併之得員積之三。合本員象九。凡一十有二。故員積古率得周自乘一十二分之一。加密率法又二十一而益一。

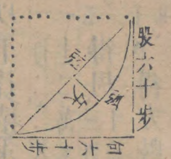
又法以員周古率三百六十步爲實以員徑一百二十步爲法乘之。得四萬三千二百步爲實以四除之。四一除四四八除三二。得員積一萬八百步。以三除之。三一除三三四除一二三四除一二。得方數一萬四千四百步。周自乘得方員本象九。徑乘周得方員本象三。設方數得三。員數得四。

若以員周三百六十步折半一百八十步爲實。以半徑六十步乘之。亦得員積一萬八百步。卽上全周乘徑四分之一也。

若以平員積求周求徑。置積數。一萬八百步以古員率十二乘之。一一得一一八得八二一得二二八得一六。併之爲實。得一十二萬九千六百步。開平除之。初商三三三除九。初倍六六次商六六六除三六六六除三六。得周。三百六十步。又置積數。一萬八百步。先以三除。三千六百步。後以四乘。一萬四千四百步。得方數爲實。開平除之。初商一一一除一。初倍二。次商二二一除四二二除四。得徑。一百二十步。或先以四乘。後用三除。亦同。

此卽周徑求積還原法也。

半徑員弧之法。如方員半徑六十步。以句股法折併兩半徑一百二十步。得古率員弧九十步。加密率得九十四步七分步之二。



以半徑六十步加倍折併一百二十步爲實。以古員率四分之三得七五爲法乘之。七一得七七二得一四五一得五五二得一。得九十步。

一法。以四除之。得三十。以三乘之。得九十。亦合。

員弧古率九十步。內積三九二千七百步。密率二千八百二十八步七分步之四。弧外空角九百步。密率七百七十一步七分步之三。共得小方四九三千六百步。

以半徑六十步自乘三千六百步爲實。以古員率得七五爲法乘之。七三得二一七六得四二五三得一五五六得三十。得弧積二千七百步。餘實空角九百步。

又法。以四除之。九百步得弧外空積。以三乘之。二千七百步得弧內實積。亦合。或先以三乘。一萬八百步得員積。後以四除。二千七百步得弧積。亦合。

員弧古率九十步。得弦八十四步一百六十九分步之一百四十四。得矢一十七步一百六十九分步之九十七。得古率弦內積九百步。密率一千二十八步七分步之四。弦外二九一千八百步。

以兩半徑自乘。各三千六百步。併得七千二百步。為弦自乘實。即員徑自乘折半。得員內之方數也。開方除之。法已見前。得弦八十四步一百六十九分步之一百四十四。即員內方徑也。凡員徑一尺。得員內方徑七寸零六六六。

以半徑六十步為實。以弦折半四十二步一百六十九分步之七十二減之。得矢一十七步一百六十九分步之九十七。

以半徑自乘。得小方三千六百步為實。折半得弦外句股容積一千八百步。又折半得古率弦弧內積九百步。弧外空角九百步。統計小方四分。古率弧外空角得一分。弧弦內得一分。弦外句股折半得二分。故古率方內員積得方數四之三。而四隅空積得其一。員內之方得員積三之二。而四正弧積得其一。又員內之方。得員外方數總積之半。方內之員。亦得方外員積之半。此古率方員積之大較也。

凡古率積數。方員徑同。則方四員三。方員周同。則方三員四。

員內六觚起算之圖

古率徑一圍三。只得員內六觚之數。六觚而各半徑。合之得三全徑也。

凡上各條員徑周積等法。因密率繁難。故用古率徑一周三舊法。以便初學入手易明。古率既明。再用密率如法求之。蓋徑一周三。實止得員內所容六觚之周。六觚每面與半徑相等。古率之少。顯然可見。若專以

此求周求積宜其不合。故後有徽率密率。徽率徑五十七。魏劉徽所定也。密率徑七得周二十二。劉宋祖冲之所定。其實亦約率也。員周本難纖毫不爽。李淳風以此爲密率。以爲又密於徽率耳。故員率細用之。當以徑七周二十二爲法。求徑則以七乘周爲實。以二十二爲法除之可也。求周則以二十二乘徑爲實。以七爲法除之可也。求積則以半徑半周相乘得積。或以周徑相乘爲實。以四除之亦得。或以徑自乘再以二十二乘之爲實。以七除之。又以四除之。或以周自乘。再以七乘之爲實。以二十二除之。又以四除之。得積皆同。

依徽率約之。方員同徑。員積得方數四分之三。又二百分方之七。如方數二百。員積得一百五十七是也。實四百分方之三百一十四。折算之以爲率。然猶微少也。依祖率得四分之三。又一百九十六分方之七。總之得方數一百九十六分之一百五十四也。

又按此仍只先以古率徑一周三求之。凡古率所求得員周員積之數。各二十一分而益其一。卽合密率所得之周與積。如前古率員徑一百二十步。得員積一萬八百步。以二十一除之。得五百一十四步二十一分步之六。約之爲七分步之二。是得員積一萬一千三百一十四步七分步之二也。其員周三百六十步。以二十一除之。得一十七步二十一分步之三。約之爲七分步之一。是得員周三百七十七步七分步之一也。或先以七除之。再以三除之。加入本數亦合。或先以三除。再以七除。加入本數亦合。然則古率固不可廢。或古率本先以六觚擬員率起算又加周積二十一分而益其一之法。特後人失之耳。

又此法古率所得周積無畸零命數者。只用又二十一除之。再加入原數。卽與密率合。其有畸零命數。不能概以步法除者。如尚有不盡之餘步。卽先以分母併餘步通之。又以二十一析分母。以命其通併之數。如

古率徑七。周二十一。積三十六步四分步之三。以二十一爲法。商除三十一步。得一步。餘實一十五步四分步之三。先以四分併餘步通之。爲四分步之六十三。又以二十一乘四分析之。爲八十四分步之六十三。約之爲四分步之三。併先除一步。加原積三十六步四分步之三。得三十七步四分步之六。以四分歸步。得三十八步四分步之二。合密率掛二十二步之積也。如原步除盡。僅有畸零命數。卽以分母各析爲二十一乘之。以命其分子。如古率徑七步五分步之一。得周二十一步五分步之三。以二十一商除得一步。餘五分步之三。以二十一乘五分。析爲一百零五分步之三。約之三十五分步之一。併原周得二十二步三十五分步之二十二。與密率之周數合。其不足二十一步者。卽以二十一爲分母。原數爲分子。如古率徑五周一十五得密率周一十五步二十一分步之一十五也。

步法。方五尺。積二十五尺。古法六尺爲步。步百爲畝。與今算不同。今畝法。梅勿菴云。相傳起于唐太宗。

畝法。積二百四十步。以方一丈計之。得六十。以方尺計之。積六千。

凡步積求畝。置積步若干爲實。以二百四十步爲法除之。餘數不滿者。以二十四步爲一分。

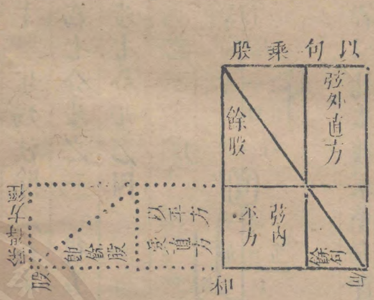
里法。一百八十丈。計三百六十步。約人行一千步。

凡步積之法。方員正形。俱如上平方平員法推之。其句股形。則以句股相乘折半。得其積。蓋以兩句股形合之。得正方長方形。以一正方長方形斜分之。得兩句股形也。其餘尖斜及諸不等形。以句股及方形分合視之。如三角圭形、斜圭形。乃兩句股形之合。梭形爲兩圭之合。得四句股形。皆可以直長橫濶相乘折半得其積。一如句股之法。其三面正一面斜形。則方形之外附一句股。上狹下廣之梯形。則方長形外附兩句股形也。皆可以上下廣狹相併折半。而以其長乘之得其積。又諸不等

斜形則方形之外。或附二句股三四句股之類。均可倣此推之。又兩梯形合。如上下廣而中腰狹。謂之三廣形。上下狹而中腰廣。謂之鼓形。則以中腰之廣狹倍之。與上下相併。取其四之一。以與長數相乘得其積。又兩斜相合。如中間尖長東西短。或東西尖長中尖短之類。則以中間之短長倍之。與東西相併。取其四之一。以與濶數相乘得其積。凡此方之變體也。其員之變體。如弧矢形。則以弦矢兩數相併折半。而以矢數乘之得其積。眉形則以上下二周相併折半。以中徑折半乘之得其積。牛角彎形。則以中彎長乘下濶折半得其積。或以內外彎併之折半。以濶折半乘之。亦得其積。又環形。如員田中間有員池。則以內外二周相併折半。以徑濶乘之得其積。若員池偏。則徑濶不勻。只以外周如法算員積。而另算員池積以減全積可也。故凡併減乘除開方諸法。神明而變化之。不可勝用也。

句股容方諸訣

句股容方法最良。以句乘股實相當。併來句股和爲法。除得方徑便知方。

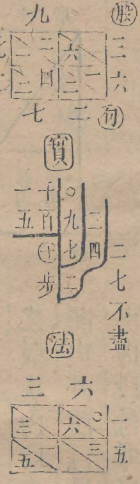


此以句股和除倍容積。得容平方面徑也。

凡弦內弦外句股二段兩相對合。外段直方之數。與內段容平方之數等。內段餘句之積體。與外段餘股之積體等。外段餘句之積體與內段餘股之積體等。

平方橫直四面相同。以直面齊股端之積偃之。與橫面齊句端之積相平。得兩句股對合之倍容積。故以和乘方徑得倍積。即以和除倍積得方徑。皆以平方能受直方之故也。

如句二十七步、股三十六步。相乘得九百七十二步爲實。以句股和六十三步爲法除之。得容方面徑一十五步六十三分步之二十七。約之爲七分步之三。得方外餘句一十一步七分步之四。方外餘股二十步七分步之四。

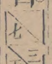


得徑一十五步六十三分步之二十七。約之爲七分步之三。

前三卷畫格、俱自左而右。此下二卷俱自右而左。二式並列。隨人用之。無不可也。

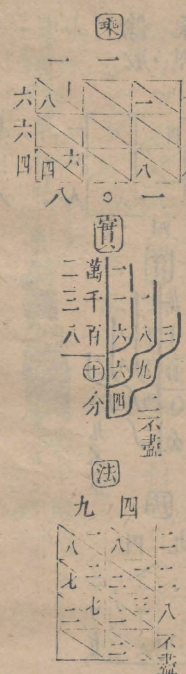
若以此步數求平方實數。畸零無可置位。須用通分之法。以分母約數之七通之。面納以分子之三四。

如方徑一十五步。通之以七因。



得一百零五分。納以分子之三。一百零八分。自乘得容方一萬一千六百六十四分之積。以通七分自乘

四十九分一步爲法除之得積二百三十八步四十九分步之二。

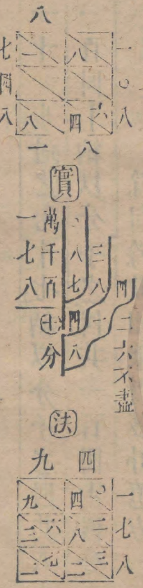


餘句一十一步。通之七十七。納以分子之四。共八十一分。餘股二十步。通之一百四十。納以分子之四。共一百四十四分。

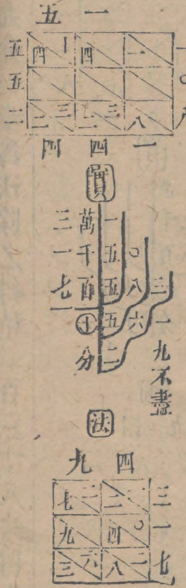
餘句餘股相乘得弦外直方一萬一千六百六十四分之積如前法四十九分除之。得積二百三十八步四十九分步之二。與弦內容方等。

餘句乘徑八千七百四十八分。得一百七十八步四十九分步之二十六。餘股乘徑一萬五千五百五十二分。得三百一十七步四十九分步之一十九。

餘句乘徑



餘股乘徑



餘句餘股兩相乘。平開除得容方徑。

此卽弦外直方與弦內容平方相等之故也。

如方城不知大小。四面居中開門。西門外三十步有木一株。出南門外七百五十步見木。算得城方廣三百步。

自城中心至西門外三十步爲句。至南門外七百五十步爲股。人目見木爲弦。

以西門外三十步爲餘句。南門外七百五十步爲餘股。相乘得二萬二千五百步。爲直方與容方相等之積。卽城中心至西南隱方步之積。平方開之得一百五十步爲容方徑。卽城中心半徑之方面。倍之三百步爲城方全徑。

實
二二五
萬千百十步
一 五

初商一百。一一除一萬。次商五十。乘初倍二爲廉法。五二除一萬。五自乘爲隅法。五五除二千五百。除實恰盡得方徑一百五十步。

容方之數置爲實。或平或長理則一。餘股除之得餘句。餘句除之餘股出。

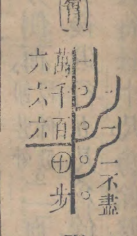
餘句餘股兩相乘。內外方形相互匹。餘句小股股小句。分數毫釐不差失。

前訣容方。專以弦內所容平方言。若變化用之。則或平或長。皆謂之容方。凡內外兩段容方。或一平一長。或內外皆長。長或一橫一直。或皆橫皆直。要其積數皆內外相等。此諸法比例之所從出也。

如城方二百步。四面居中開門。東門外一十五步有木一株。算得出南門外見木處六百六十六步三分步之二。此內平方外長方也。

自城中心至東門外十五步爲句。至南門外見木處爲股。自見木處斜至木爲弦。

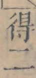
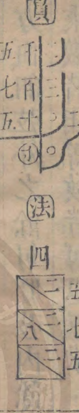
以城心半徑百步自乘。得容方一萬步之積。以東門外餘句十五步除之。得南門外餘股見木處六百六十六步一十五分步之十。約之三分步之二。卽弦外積一萬步之長方面也。



得六百六十六步十五分步之十。約之三分步之二。

又如井不知深。井徑五尺。直立木五尺於井上。從木末窺望井底。人目入徑四寸。算得井深五丈七尺五寸。此內外皆容直方也。

以井底徑五尺爲句。以立木連井深爲股。人目自木末窺井底爲弦。

井徑五尺。除目入四寸。餘四十六寸。卽外直方濶面。與立木高五十寸卽外直方長面。相乘得二千三百寸。爲外直方之實數。以外段餘句之四寸除之得外段餘股五百七十五寸。爲井深五丈七尺五寸。

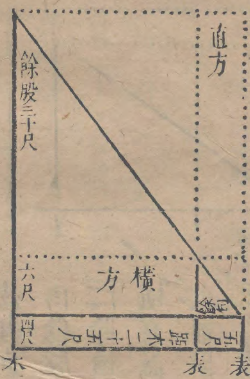
目入四寸。爲內直方濶面。井深五百七十五寸。爲內直方長面。井底四寸外之四十六寸爲內餘句。立木五十寸爲內餘股。方面長濶相乘二千三百寸。爲內直方之積數。與外直方等。內餘句股相乘。亦得二千三百寸。與外餘句股之相乘。及內外之容直方皆等。凡弦內二方面。卽弦外之餘句股。弦內餘句股。卽弦外之二方面。內外比對。其乘數皆相等。故皆可以互求。

又如木不知高。距木二十五尺立表一丈。別以齊目表高四尺。用窺穴自表竿退行至五尺。望表端與木端斜平。算得木高四丈。此一橫方一直方也。

以木高截去人目四尺以上爲股。自木至表後退行五尺爲句。人目所望爲弦。

表距木二十五尺爲容方橫面。卽弦外段餘句。表除人目表以上餘六尺爲容方側面。卽弦外段餘股。二面相乘一百五十尺爲容方之積數。卽弦外餘句股相乘之數。表後退行五尺爲餘句。卽弦外容直方濶面。以餘句五尺爲法。除容方一百五十尺。得三十尺。爲餘股。卽弦外容直方長面。

通計句三十尺。求得股三十六尺。連人目表四尺。得木高四十尺。



弦內橫方。弦外直方。二積相等。各一百五十尺以弦內餘句五尺除橫積。得餘股三十尺以弦外餘股六尺除直積。得餘句二十五尺弦內之餘句五尺餘股三十尺卽弦外之直方面。弦外之餘股六尺餘句二十五尺卽弦內之橫方面。

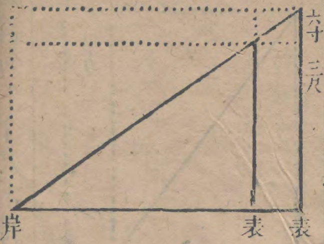
又知岸不知遠。立前表高三尺。又立後表高三尺六寸。距前表七尺二寸。人目望其二表俱對遠處參合。算得前表距岸三丈六尺。後表距岸四丈三尺二寸。此一直方一橫方也。

以後表三尺六寸爲股。後表至對岸爲句。人目參合爲弦。

前表三尺爲容直方長面。卽弦外之餘股距後表七尺二寸。得容直方濶面。卽弦外之餘句二面相乘。二千一百六十寸。爲直方之積數。卽弦外餘句股相乘之數

後表餘高六寸爲餘股。卽弦外橫方之側面以餘股除容方二千一百六十寸。得三百六十寸爲餘句。卽弦外容方之橫面連容方濶面七尺二寸得四百三十二寸。

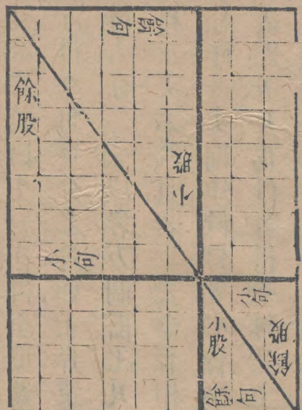
通計股三尺六寸。求得句四丈三尺二寸。爲後表距岸之遠。餘句三丈八尺爲前表距岸之遠。



弦內直方。弦外橫方。二積相等。各二千一百六十寸以弦內餘股六寸除直積。得餘句。三丈六尺以弦外餘句七尺二寸除橫積。得餘股。三尺弦內之餘句餘股。卽弦外橫方面。弦外之餘句餘股。卽弦內直方面。

此圖因限於篇幅。將句分縮減爲八分之一。要以容方濶面小句。得全句六分之一。爲比例。以餘股六寸。得全股六分之一故也。

凡餘句。又以容方側面爲小股。餘股又以容方正面爲小句。餘句得全句幾分之幾。則小股亦得全股幾分之幾。餘股得全股幾分之幾。則小句亦得全句幾分之幾。如上岸遠一法。後表餘股六寸。於全股三尺六寸得六分之一。以容方濶面七尺二寸爲小句。得全句六分之一。知餘句得三丈六尺也。若二表參合相距九寸爲小句。則知餘句四尺五寸。若相距一丈。則知餘句五丈。皆小句得六分之一也。又如上木高一法。日表距五尺爲餘句。得全句三十尺六分之一。以容方側面六尺爲小股。知餘股得三十尺。若日表距六尺。得全句五分之一。則小股六尺。知餘股得二丈四尺也。又如上井深一法。立木五十寸爲餘股。目入徑四寸爲小句。餘徑四十六寸爲餘句。小句得二十五分句之二。以全股比例之。知井深五百七十五寸。得一分二十五寸之二十三分也。又如上城門一法。城心半徑一百步。東門外餘句十五步。得二十三分句之三。以半徑小股一百步。三分通之爲三百分。此例餘股二十分。知南門外見木處得二千通分。以原步通分除得六百六十六步三分步之二也。如此則并不待除容方。其法更捷矣。



餘句得三分句之一。則小股亦得三分股之一。餘股必得三分股之二。小句必得三分句之二。今舉此整齊之数爲式。餘可例推。

凡內外兩容方十字線縫當弦處。若上下同分各半。則左右亦各半。橫線上下幾分。則直線亦左右幾分。兩差分數交互相値。此諸法比例之所從出也。

句股重差各訣

大句之內短句句藏容方側面兩相當。兩面之間積爲實。兩餘句數小差詳。比例容方長差積。除實應知餘股長。餘句乘得容方實。側面除之橫面彰。更有虛弦互差法。容方比例最爲良。

此度高重表之法。卽窺望海島之法也。劉徽云。度高者重表。測深者累矩。數有重差之名。乃施於此也。

重表之法。以兩餘句之小長差。比例兩容方之大長差。若表間大方長差得幾分之幾。則餘句小差亦必得幾分之幾也。

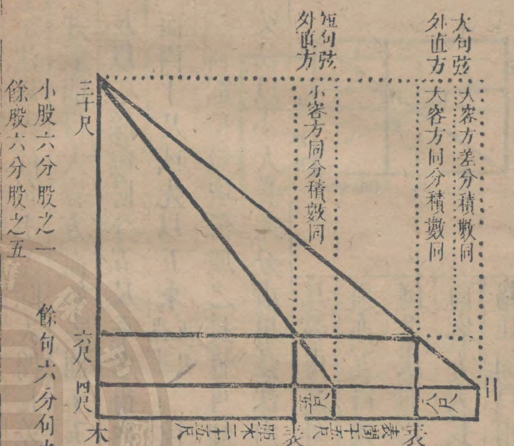
假如隔水望木竿。立二表各長一丈。前後相距一十五尺。用一齊目表四尺。從前表退行至五尺。目表窺望前表與木竿斜平。又從後表退行至八尺。窺望後表與木竿斜平。算得木高四丈。隔水二丈五尺。此先以木竿低近易算者爲海島比例之法。

以木竿除人目四尺以上爲股。前表退行五尺距木竿爲短句。後表退行八尺距木竿爲大句。各以人目斜平爲弦。

表除人目四尺以上。餘六尺爲容方側面。前表距木爲短句內容方橫面。後表距木爲大句內容方橫面。二橫面數積數皆不可知。故用二表相距一十五尺爲兩容方橫面長短差數。妙以側面六尺乘之。得九十尺。爲大句容方長差積數。名表間積爲實。

前表退五尺得小餘句。後表退八尺得大餘句。以大小餘句小長差三尺爲法。餘句小長差八分之三。比例大容方長差積。亦得全積八分之三。故以此爲法。以法除實九十尺。得三十尺爲餘股。加表高十尺。得木高四十尺。

又以大餘句八尺乘餘股三十尺。得大容方二百四十尺爲實。以側面六尺除之。得大橫面四十尺。爲後表距木之數。減去表間一十五尺。得小橫面二十五尺。爲前表隔水距木之數。



此法兩表之小股齊。則以兩餘句之差分爲比例。

兩餘句小長差八分之三。八尺三尺

三六一十八尺。五六三十尺。

兩全句大長差八分之三。八六四十八尺。

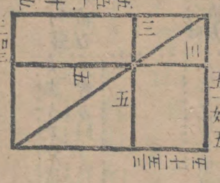
兩容方面長差八分之三。八五四十尺。三五一十五尺五五二十五尺。

大容方長差積八分之三。八三二百四十尺。三三九十尺。五三一百五十尺。

以大餘句八分。除大容方全數積分。應得餘股。故以小差三分。除容方長差積分。亦得餘股也。

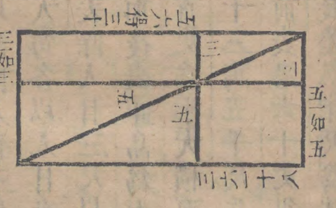
一法以大餘句小差除表間長差爲實。以小餘句乘之。卽得內容方面。幷表間得大容方面。如表間十五尺。以大餘句小差分三尺除之得五尺。以小餘句同分五尺乘之。得內方面隔水二十五尺。幷表間得大方面四十尺。或先以五乘得七十五尺後以三除。得二十五尺顛倒數同。既得容方橫面則積數與餘股之長皆可知矣。蓋得比例之法。則縱橫皆合也

又法以小大長差分。慮用弦法內外容方句股互差之法相爲比例。



凡弦內弦外兩容方橫面各得幾分句之幾。則側面亦互得幾分股之幾。故可爲一切長短差分比例之法。如此兩餘句小長差得八分之三。兩句及兩容方大長差亦皆得八分之三。卽以三五互差爲比例。以兩容方大長差三五一十五尺爲虛弦內方橫面。以小同分五尺爲側面乘之。虛得容方

七十五尺。以小差分三尺爲外方側面除得二十五尺。爲外方橫面。卽隔水五五二丈五尺。爲兩容方面大同分八分之五。合表間三五一十五尺。爲兩容方面大差分八分之三也。又以兩句大長差三六一十八尺爲虛弦內方橫面。以小同分五尺爲側面乘之。虛得容方九十尺。以小差分三尺爲外方側面除得三十尺爲外方橫面。卽短句五六三十尺。爲兩句大同分八分之五。合大句差分三六一十八尺。爲八分之三也。



通計求得股三十六尺。大句四十八尺。短句三十尺。容方側面六尺大橫面四十尺。小橫面二十五尺。大容方二百四十尺。小容方一百五十尺。

今有海島不知高遠。臨海立前表三丈。退行至六十丈。立人目短表三尺。望前表與島峯參合。距前表五百丈。又立後表三丈。退行至六十二丈。立人目短表三尺。望後表與島峯參合。算得島高三里一百三十八丈。島遠八十三里六十丈。

以島除人目三尺以上爲股。前目短表距島爲短句。後目短表距島爲大句。各以人目參合爲弦

表除人目三尺以上。餘二丈七尺。爲容方側面。前表距島爲小容方橫面。後表距島爲大容方橫面。二橫面數積數皆不可知。用二表相距五百丈。爲小大橫面長短差數五千尺。以側面二十七尺乘之。一三五得一十三萬五千尺。爲容方長差積數。名表間積。爲實。

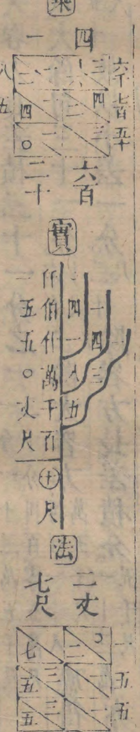
前表退六十丈得小餘句。後表退六十二丈得大餘句。以大小餘句小長差二十尺爲法。除實一十三萬五千尺。六一二七一四五一〇得六千七百

五十尺為餘股。加表三丈。得島高六百七十八丈。

以里法一百八十丈除之

得高三里一百三十八丈。

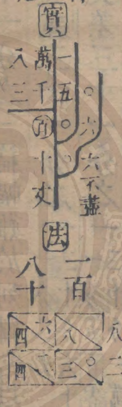
又以大餘句六百二十尺乘餘股六千七百五十尺。得大容方四百一十八萬五千尺。以側面二十七尺除之。得大橫面一萬五千五百丈。



得一萬五千五百丈

大橫面一萬五千五百丈減去表間五百丈。得小橫面一萬五千丈。

以里法一百八十丈除之



得前表臨海距島遠八十三里六十丈。

此法差分三十一分之二。篇幅難於列圖。當以上木竿圖比例之。

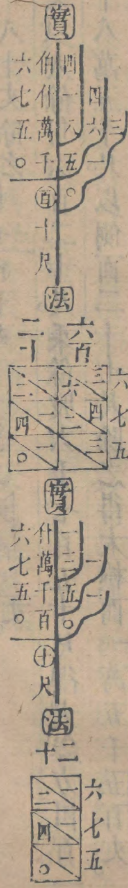
兩餘句小長差三十一分之一一分二丈三十分六十丈

兩全句大長差三十一分之一一分五百零二丈三十分一萬五千六十丈

兩容方面長差三十一分之一一分五百丈三十分一萬五千丈

大容方長差積三十一分之一一分一十三萬五千尺三十分四百零五萬尺

以大餘句三十一分。六百二十尺除大容方。四百一十八萬五千尺應得餘股。六千七百五十尺故以小差一分。二十尺除容方長差積分。一十三萬五千尺亦得餘股也。



短句一萬五千六十丈。小餘句六十丈。二百五十一分之一

大句一萬五千五百六十二丈。大餘句六十二丈。二百五十一分之一

股六百七十七丈七尺。小股二丈七尺。二百五十一分之一

餘股六百七十五丈。二百五十一分之二百五十

一法。表間五百丈。以小差分一分除之。仍得五百丈。以小同分三十分乘之。得前表距島一萬五千丈。或先以三十分乘。後以一分除。亦同。或以原數二丈六十丈顛倒除乘。亦同。

又虛用弦法內外容方互差比例。與前木竿法同。但前法小差一爲一分。此法小差二十爲一分。故內外容方。以三二六百尺爲乘法。一二得二十尺爲除法。蓋積數之法。不以分數爲乘除。而以分數所得之原數爲乘除。以原數所合之分數爲互差也。餘可例推。

通計求得股六百七十七丈七尺。大句一萬五千五百六十二丈。大容方四百一十八萬五千尺。短句一萬五千六十丈。小容方四百零五萬尺。

兩句長短數莫知。各截餘句相等齊。小股厚薄差分見。兩句長差比例推。上股乘差立其實。厚分除實內句宜。此亦容方相等法。虛弦對合理精微。此假矩爲法。因以積作股。直作句也。

此測深累矩之法也。以兩小股之厚薄差分。比例兩大句之長短差分。若矩間大句長差得幾分之幾。則小股直方厚差。必得幾分之幾也。

假如望深池。假矩池岸。令句高四尺。從句端望對岸池底。入下股六尺。又設重矩於其上。矩間相去八尺。亦句高四尺。從句端望池底。入上股四尺。算得池深一丈二尺。濶二丈四尺。

以對岸池底爲假股。岸上矩爲短句。重矩爲長句。句端望池底爲弦。矩句皆四尺爲兩餘句。上下股爲兩餘句之小股。即兩直方之小面也。各齊小股以下爲弦內直方。各出弦外齊兩句端。各并直方推其積數。以知厚薄長短相等之數。短積與薄積同分相等。厚積與長積差分相等。重表之法。餘句

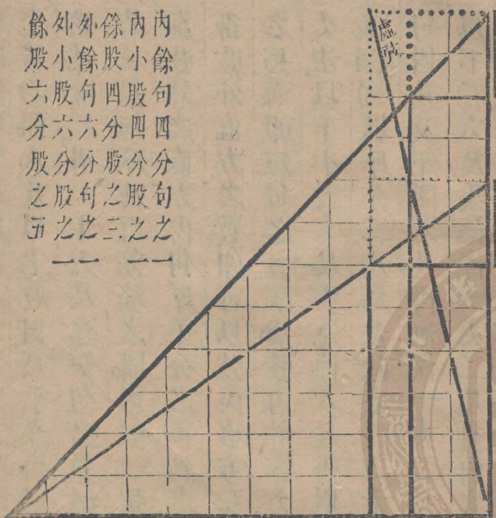
差。小股齊。故以容方之數得算。累矩之法。小股差。餘句齊。故以容方齊句端之數得算。

先置矩間八尺。以上股四尺乘之。得三十二尺爲實。以下股差分二尺爲法除之。得一十六尺。爲短句之數。減矩句四尺。得池深一丈二尺。

若於長短厚薄兩差縫之間。虛擬一弦斜隔之。則外句長差分之積。爲虛弦外之直方。內句厚差分之積。爲虛弦內之直方。兩直方數相等。故得弦外直方之數。卽可以弦內直方之小面。卽下小股厚差分也除得弦內直方之長面。卽短句之長。葢虛弦內外容方比例之法。不可勝用也。

又法。以下小股六尺。乘矩間八尺。得四十八尺爲實。卽虛弦外容方及弦外餘句弦內餘股對合之積以厚分二尺爲法除之。得二十四尺。卽虛弦之全股爲長句之數減矩句四尺。及矩間八尺。得池深一丈二尺。數同。

以下股六尺。乘池深一丈二尺。得內容方七十二尺。以餘句四尺除之。得餘股一丈八尺。幷小股共二丈四尺。爲池底之濶。



內餘句四分句之一
內小股四分股之一
餘股四分股之三
外餘句六分句之一
外小股六分股之一
餘股六分股之五

此法累矩兩餘句齊。則以兩小股之差分爲比例。

下股厚差三分之一。一分二尺。二分四尺。兩句長差三分之一。一分八尺。二分一丈六尺。

大容方齊句長差積三分之一。一分三十二尺。二分六十四尺。內容方齊句厚差積三分之一。同上

虛弦內方小面三分之一。二尺外方小面三分之二。四尺外方長面三分之一。八尺內方長面三分之二。一十六尺

又按此法只以小股差分二尺除矩間兩句差分八尺得四尺爲一分以小股同分四尺乘之即得內句一十六尺減矩句四尺得泄深一丈二尺或先以四乘三十二尺後以二除一十六尺顛倒皆同或以差分一同分二顛倒除乘得數亦同得其所以然則縱横皆法也

前重表測高法齊兩小股則兩餘句得其差分此齊兩餘句則兩小股得其差分此齊則彼差彼齊則此差數之所由顯也凡餘句小股兩法差分與同分相較之分數皆兩句長短差分與同分相較之分數

通計求得長句二丈四尺餘句四尺 短句一丈六尺餘句四尺

假股二丈四尺

內小股六尺內方長面一丈二尺容積七十二尺齊句端九十六尺

外小股四尺外方長面二十尺容積八十尺齊句端九十六尺

差分等積三十二尺同分等積六十四尺

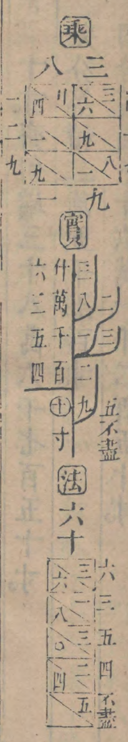
又如望深谷假矩岸上令句高六尺從句端望谷底入下股九尺一寸

又設重矩於其上矩間相去三丈亦句高六尺從句端望谷底入上股八尺五寸算得谷深四十一丈九尺

先置矩間三百寸以上股八十五寸乘之得二萬五千五百寸爲實以兩小股差分六寸爲法除之得四千二百五十寸爲短句之數減矩句六尺得谷深四十一丈九尺

又法以下股九十一寸乘矩間三百寸得二萬七千三百寸爲實以差分六寸爲法除之得四千五百五十寸爲長句之數減矩句六尺及矩間三丈得谷深同

以下股九十一寸乘谷深四千一百九十寸得容方三十八萬一千二百九十寸以餘句六十寸除之得餘股六千三百五十四寸六分寸之五并下股九十一寸得谷底濶六千四百四十五寸六分寸之五



六千三百五十四寸六分寸之五

又法置矩間大句長差分三十尺。以小股差分六寸除之。得五尺爲一分。以小股同分八十五寸乘之。得短句四百二十五尺。減矩句六尺。得谷深四十一丈九尺。或先以八十五分乘之。二千五百五十尺後以六分除之。四百二十五尺得數同。

此法差分九十一分之六。篇幅難於列圖。當以上池深圖比例之。

兩小股厚差九十一分之六。差分六寸同分八十五寸

兩大句長差九十一分之六。六分三十尺八十五分四百二十五尺

虛弦內方小面六分。六寸　外方小面八十五分。八十五寸

虛弦外方長面六分。三十尺　內方長面八十五分。四百二十五尺

虛弦內外方各容積二萬五千五百寸。

通計長句四十五丈五尺。餘句六尺。四百五十五分句之六

短句四十二丈五尺。餘句六尺。四百二十五分句之六

假股六十四丈四尺五寸六分寸之五。通分三萬八千六百七十五

上小股八尺五寸。通分五百一十分四百五十九分股之六

下小股九尺一寸。通分五百四十六分四百二十五分股之六

長句直方面四十四丈九尺。小股八十五寸。積三十八萬一千六百五十寸。齊句端三十八萬六千七百五十寸。

短句直方面四十一丈九尺。小股九十一寸。積三十八萬一千二百九十寸。齊句端三十八萬六千七百五十寸。

差分等積二萬五千五百寸。

同分等積三十六萬一千二百五十寸。

兩股相距數可籌。餘句內有短餘句。小短差分相比較大短差分距數倂
先立長差加累矩。矩間厚股乘數求。餘句除訖小差乘。小股厚差又除畱。
所除之數爲距數。重差疊算法何周。

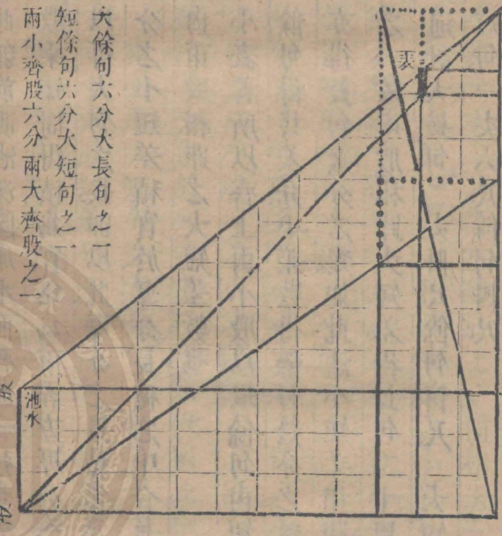
此累矩又加兩股疊算之法也。以短餘句小股與大餘句小股相距之餘句小短差分、比例兩股相距之長句大短差分。兩股大距差得大句幾分之幾。則短餘句小距差。亦必得餘句幾分之幾也。

如前望池深法再望池中水深。依前法偃矩池岸。令句高四尺。從句端望對岸池底。入下小股六尺。設重矩於上。矩間相去八尺。亦句高四尺。從句端望對岸池底。入上小股四尺。又於小股四尺處立小表。復從上句端望對岸池水面。入小表一尺。算得池深一丈二尺。水深六尺。

以對岸池底爲偃股。水面爲疊股。上句端望之爲兩弦。以上句端至底爲大長句。至大短距爲大短句。以下句端至底爲內短句。以矩句四尺爲餘句。以水面至池底爲兩股相距之大短差數。以小表入弦一尺爲短餘句小股相距大餘句小股之小短差數。餘與前池深法同。

先置矩間八尺。以下小股六尺乘之。得四十八尺。以餘句四尺除之。得十二尺。以小表一尺乘之。仍得十二尺爲實。以上下小股厚差二尺爲法除之。得水深六尺。

一法。先以兩小股之厚差分。比例大句之長差分。以下小股全分乘長差。以差分除之。卽得大句之長。卽以短餘句之小短差分。比例大句內兩股相距之大短差分。以餘句全分除大句爲實。以餘句內小短差分乘之。卽得大短差距數。如此法小股厚差三分之一。以三分全數六尺。乘矩間大句長差八尺。以一分差數二尺除之。或先以二尺除後以六尺乘。或卽以三乘一除。皆得大句三八二十四尺。以餘句全分四尺除之。得六尺。以小短差分一尺乘之。得大短差池水深六尺。



此法大餘句短餘句之兩小股齊。則以短餘句距大餘句之小短差分為比例。

餘句小短差四分之一。一分一尺三分三尺。

兩股大短句矩大長句四分之一。一分六尺。二分一十八尺。

餘同前池深圖。

此卽前測池深圖。加水面疊股一弦也。先用前池深圖虛弦法以下小股乘矩闊得積為實。化為兩容方厚分齊大句端之積。為虛弦之全股以得大句之長。卽以此厚分之長積化為大餘句之積積。以積積內減分之小短差積實於厚分長積之中。合長積差數幾分之幾。卽得大句內兩股相距之大短差數也。

小表者。所以齊上兩小股以取餘句內短餘句之小差數也。小股齊則餘句得其差分。小差數得餘句幾分之幾。則二股相距之大差數亦得長句幾分之幾。如此法小短差相距得餘句四尺之一尺為四分之一。故兩股相距大短差。得長句二十四尺之六尺亦四分之一也。

通計大長句二丈四尺。餘句四尺。　大短句一丈八尺。餘句三尺。　內短句一丈六尺。餘句四尺。

兩大齊股各二丈四尺。兩小齊股各四尺。內小股六尺。

又如登山望樓。樓在平地。假矩山上。令句高六尺。從句端望樓足入下小股一丈二尺。設重矩於上。矩間相去三丈。亦句高六尺。從句端望樓足入上小股一丈一尺四寸。又立小表於入股一丈一尺四寸之奇。復從上句端望樓岑端。入小表八寸。算得樓高八丈

先置矩間三百寸。以下小股一百二十寸乘之。三六得三萬六千寸。以矩句六十寸除之。六六四得六百寸。以入小表八寸乘之。四八得四千八百寸爲實。以小股厚差六寸除之。八四八得八百寸。卽樓高八丈也

此法差分難於列圖。當以上水深圖比例之

兩齊股大短句距大長句大短差十五分之二。二分八丈　十三分五十二丈

兩小齊股短餘句距大餘句小短差十五分之二。二分八寸　十三分五尺二寸

大長句內短句長差二十分之一。一分三丈　十九分五十七丈

上小股下小股厚差二十分之一。一分六寸　十九分一丈一尺四寸

通計大長句六十丈。餘句六尺。一百分之一

大短句五十二丈。餘句五尺二寸。一百分之一

內短句五十七丈。餘句六尺。九十五分之一

二大齊股一百一十四丈。

二小齊股一丈一尺四寸。一百分股之一

內小股一丈二尺。九十五分股之一

大長句直方面五十九丈四尺。積六十七萬七千一百六十十寸。

齊句端六十八萬四千寸。

內短句直方面五十六丈四尺。積六十七萬六千八百寸。

齊句端六十八萬四千寸。

差分等積三萬四千二百寸。

同分等積六十四萬九千八百寸。

筆算便覽卷五

開立方法

平方是自乘之數立方是再乘之數如三爲數根三自乘三得九是平方數也三再乘九得二十七是立方數也故開平方之法以九數自乘爲根柢開立方之法以九數再乘爲根柢二數必須熟讀消口則臨時開方無悞矣

平方自乘九數　一一如一　二二如四　三三如九　四四一十六　五五二十五　六六三十六　七七四十九　八八六十四　九九八十一

立方再乘九數　一得一　二得八　三得二十七　四得六十四　五一二五　六二一六　七三四三　八五一二　九七二九

開方之法積數是總平方總立方初商方法是大平方大立方次商以下

之隅法是小平方小立方以小方合廉積附於大方爲益方次商一益三商再益益足合總方而止故必以自乘再乘爲根柢也

凡平方自乘積數單得單十得百百得萬千得百萬萬得萬萬每遞進二位故積數截實之法以兩位爲一實從末位點截而上隔一位作一點有幾點實則有幾商其商未定數視積尾進退積尾單則末商單尾百則末十尾萬則末百積尾無十數千數十萬數也此平方截實法也

凡立方再乘積數單得單十得千百得百萬千得十萬萬萬得萬萬萬每遞進三位故積數截實之法以三位爲一實從末位點截而上隔二位作一點有幾點實則有幾商其商未定數亦視積尾進退積尾單則末商單尾千則末十尾百萬則末百尾十萬萬則末千尾萬萬萬則末萬積尾無十數百數萬數十萬數千萬數萬萬數百萬萬數千萬萬數也此立方截實法也

凡開方截點之法。平方每實數進二位得商數進一。立方每實數進三位得商數進一位。蓋實是積數。商是根數。其差分如上二條所云也。

凡算必有實。必有法。開方之法。以積數爲實。以商數之方法廉法隅法爲法。凡實中之萬千百十單。乃眞數也。法中之數乃假數也。大可命之小。小可命之大。立方之法。分之則大。合之則小。

平方每尺方得百寸方。立方每尺方得千寸方。

凡開立方之法。有積數。有商數。有方法。有平廉法。（方之上一面。左一面。後一面。共平廉三。）長廉法。（平廉交空處左橫一。後橫一。隅下豎一。共長廉三。）隅法。（在豎長廉之上。左後二長廉之交角空處。得小立方一。）方法者。初商大立方之法也。廉法隅法者。次商以後益方之法也。初商大方除盡則不用廉隅諸法。初商不盡則有廉隅諸法。以附益之。爲益方。求除盡而止。

先置積數爲實。自上而下。（或自左而右亦可）從末位左邊作點截實。立方進三位一實。故每隔二位又作一點。以最上一點截住爲初實。次下一點截住爲次實。又下一點爲三實。又下一點爲四實。初商除至初點實止。次商除至次點實止。三商四商各以點處截住爲實。凡有幾點則知有幾商也。

點畢。自初實商起。看初實若干。以再乘數自九至一遞商之。取其等於初實。或近少於初實者。用以除實。以其數根爲初商之數。書於初點之左。凡初點之上無位。則再乘止有零數。以零數之根商之。初點之上有一位則再乘應有十數。以十數之根商之。初點之上有二位。則再乘應有百數以百數之根商之。零數二類。一得一、二得八。是也。十數二類。三得二十七。四得六十四、是也。百數五類。五一二五、六二一六、七三四三、八五一二、九七二九是也。

有二點實者。初商除實不盡。抹去初實原數。以初實餘數書於所抹之右。連次點實共若干位。截住開次商法。

次商法。以初商之數自乘若干。爲一面之一分平廉。又三倍之共若干。爲三面之一分平廉。乃擬用次商幾數。以乘之。爲平廉法。

以初商之數三倍之。共一分長廉若干。以所擬次商數自乘若干。兩數相乘。爲長廉法。廉各有三面。故俱三倍之。

以次商數再乘之。作小立方。爲隅法。

以法中假數論之。隅法尾數得單。長廉法無單數。故尾數得十。平廉法無十數。故尾數得百。

先以次商數乘初商自乘三倍數。爲平廉積若干。又以次商數自再乘爲隅積若干。退平廉積尾二位併之共若干。爲約數。又以次商自乘數乘初商三倍數。爲長廉積若干。進前約數一位併之共若干。爲併數。用以除次實存數。恰盡則止。以次商之數。書於次點之左。

凡一分平廉爲根數千外之一百。百外之一十。十外之一零。商幾數以乘之。併以長廉隅方看積得幾分。知千外幾百。百外幾十。十外幾零也。如一分之積。已多於存實。則積數之根。不足整數一分。故商有空位也

有三點者。次商除實不盡。抹去次實原數。以次實減餘之數。書於所抹之右。連三點實共存若干。截住開三商法

如次商數自九乘至一乘。皆多於次實。並無相等及少於次實者。則知此商爲空位。卽書一空〇於次點之左。以當次商。而以次點實數連三點實數共開之。用三商法。

三商法。以初次兩商之數初數作十次數作單自乘之若干。又三倍之共若干。以三商數乘之。爲次平廉積。又以三商數再乘。爲隅積。退二位併之共若干。總以其數之少於三點實者。另書下方。爲約數。卽以三商之數。書於三點之左。

又以初次兩商之數三倍之共若干。以三商數自乘若干。兩數相乘爲次

長廉積進約數一位併之。共得併數若干。以除三實。恰盡則止。不盡則四商以下。皆如法開之。

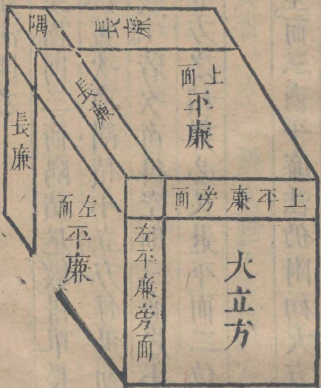
若次商係空圈。則三商隅積尾數得單。長廉積尾數得百。平廉積尾數得萬。皆進二位。蓋次商隅積小立方。每退初商大立方一分。如大方根幾百。則小方根幾十。若次商得空。則三商之小立方又退一分。凡小立方每退一分。則小立方之積數必又退平面二位。故次商空。則三商隅積退前平積四位也。

凡次商雖空。而三商平廉法仍附初大方之面。故平面不減。長廉則附退分小方之面。故隨小方而退。計長積又退平積一位。得二位。隅積又退長積一位。亦二位。隅積退分尾數。仍命之爲單。而以長積進二位。平積進四位。前數得進則後數得退矣。此算術進退相參之法也。若連空二商。照此法遞增推之。

以實數言之。次商空。則三商所用前平廉本退一位。以隅積實數退截點三位。故必以廉法又進隅積二位立算。名爲進二位。實則退一位也。

開立方圖

後長廉下倚有一平廉



其一大立方。為六面方體。諸面線角皆相等。名方法體。此初商形也。凡邊皆初商之數。

其二為六面扁方體。上下面各與方法等。旁四面之高少於方法之高。而四稜線皆等。名平廉法體。

其三為六面長方體。其上下左右四面與平廉之旁面等。兩端之四界線。皆與平廉之高等。名長廉法體。

其四為六面小立方體。六面之廣袤皆與長廉之兩端等。名隅法體。

此三形皆次商形也。三四商者。亦如此三形增之。

通曰。初商方根次商上加一平廉左加一平廉後加一平廉。故三倍初商之自乘為平廉法也。上與後之邊齊右加一長廉上與左之邊齊前加一長廉左與後之邊齊下加一長廉。故三倍初商為長廉法也。上與左與後三角加隅法而立方形成矣。

立方籌

一	〇	〇	一
二	〇	〇	八
三	〇	二	七
四	〇	六	四
五	一	二	五
六	二	一	六
七	三	四	三
八	五	一	二
九	七	二	九

一得一　二得八
三得二十七　四得六十四
五一二五　六二一六　七三四三
八五一二　九七二九

凡開立方。必兼用籌。則商數易定。蓋籌內橫行約數。一覽即得也。

有立方籌有數籌。初商止用立方籌。視籌內再乘九數有與最上初點之實相等或近少者。用以除實。看其數在籌內第幾格。則初商得幾數。書於初點也。

次商以下。兼用方籌數籌。以初商數三倍之為長廉法。則初商數自乘若干而又三倍之為平廉法。長廉法得幾數或幾十數。即以幾號幾號籌列於立方籌之右。平廉法得幾十幾數。或幾百幾十幾數。即以幾號幾號幾號籌列於立方籌之左。凡數內如有一空。圈即依次用一空籌。有二空圈即用二空籌得數方不悞。

先視左籌與方籌橫行內數之少於餘實者另書左方爲約數（左籌得平廉數方籌得隅數合之得約數）看此約數在第幾格則次商得幾數書於次點也

又以次商得數自乘若干取右籌橫格內之乘數如自乘八八六十四即取右籌六格四格之數併之得長廉數若干進約數末一位加於約數之旁以加數與約數併之總共得數若干書之爲併數以此併數減其餘存之次實減餘之實歸於三商也三商四商以下皆與次商法同

如左籌與方籌內之九數皆多於餘實並無近少之數是約數不可得則知商有空圈位矣凡次商得空圈三商應加二空號籌於立方籌左則平廉積數得進兩位以取約數若次商三商連得空圈則四商又加二空號籌以進之以每實隔兩位故也隅積每實退二位商數連空應退四位故加四空籌左籌廉數遞進則方籌隅數自得退矣

積二百一十四萬六千六百八十九爲實開得立方根一百二十九

此三點實有三商也初商百次商十末商單

伯什萬千百十單

一四一八

二一四六六八九

●　●　●

一　二　九

除一

初自乘一

㊣三倍三●●

(長)三倍○三●

次商二

(約)六○八

(加)一二●

(併)七二八

初次一二自乘

一四四

三商九

㊣三倍四三二●●

(長)三倍○○三六●

(約)三八九五二九

(加)○二九一六●

(併)四一八六八九

凡三倍商數尾下必加黑點以當截實之點位平廉法下黑點二位虛存長廉法下黑點一位長積隅積之尾皆虛存隅積之尾皆與截實之點相當則所乘三倍數之進退皆得與存實之位數相當減除不致有誤也若次商值空圈則三商平法倍尾下加二空圈以進之長法倍尾下加一空圈以進之始得與相當實之位減除見後第三式

初點上無位。大方法用再乘單數。以近少一數之一根爲初商

初商㊀一得一。初實一一減一餘一。存次實一一四六。

平廉法三倍初商自乘得三。長廉法三倍初商得三。

次商㊁。二乘平法三爲平廉積。二三如六。二再乘爲隅積。二二得八。退平廉二位。并得約數六。

八二又自乘二二如四。四乘長法三爲長廉積。四三得一二。進約數一位。得并數七

二八。次實一一四六減七二一八。餘四一八。共存三實四一八六八九。

平廉法三倍初次兩商自乘一四四得四三二。長廉法三倍初次兩商

一二得三六。

三商㊈。九乘平法四三二爲平廉積。得三八八八。九再乘爲隅積。九得七二九。退平廉二

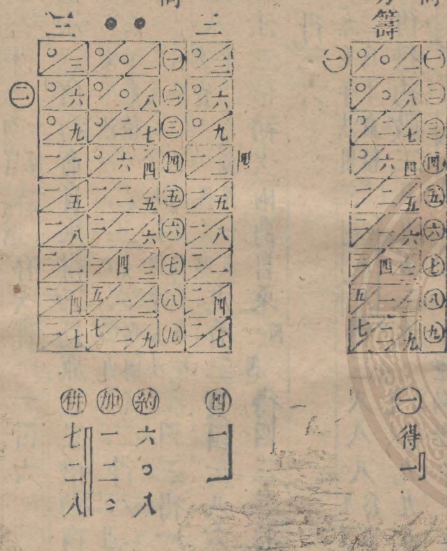
位。并得約數三八九五二九。九又自乘九九八十一。八十一乘長法三六爲長廉積

㊇　㊀　得二九一六。進約數一位。得并數四一八六八九。除盡

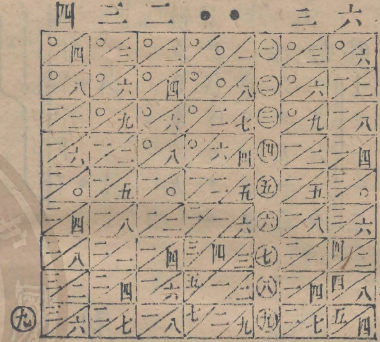
用籌式

初商　立方籌

次商



三商



㊄ 二八八

㊐ ○○三六

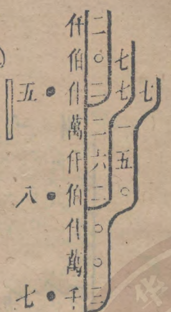
㊚ 二九一六

㊎ 三八九五二九

㊍ ○二九一六

㊚ 四一八六八九

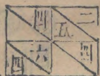
積二千二十二萬六千二百萬零三千為實開得方根五千八百七十。此三點實有三商也立方法單根積單十根積千。積尾是千。故末商得十。



㊄ 一二五

初五自乘二五

初次五八自乘



三三六四

㊛ 三倍七五●

㊟ 三倍○一五●

㊎ 六○五一二

㊍ ○九六○●

㊚ 七○一一二

次商八

㊛ 三倍一○○九二●

㊟ 三倍一七四●

㊎ 七○六四七三

㊍ ○○八五二六●

㊚ 七一五○○三

三商七

初商㊄。五得一二五。初實二一〇二〇。減一二五。餘七七。存次實七七二六二。

平廉法。三倍初商自乘二五得七五。長廉法。三倍初商五得一五。

次商㊇八乘平法七五為平廉積。得六〇〇。〇八所乘為隅積。八得五一二。位退二得約數

六〇五一二。八又自乘得六四。六四乘長法一五為長廉積。㊅ 得九

六〇。進約數一位。得併數七〇一一二。次實七七二六二。減七〇一一二。餘七一五〇。共存三

實七一五〇〇三。

平廉法。三倍初次兩商自乘三三六四得一〇〇九二。長廉法。二倍初次

兩商五八得一七四。

二商㊆七乘平法一〇〇九二為平廉積。得七〇六四四。七再乘為隅積。七得三

四三。位退二得約數七〇六四七四三。七又自乘得四九。四九乘長法一七四為長

廉積。㊃ ㊈ 得八五二二六。進約數一位。得併數七一五〇〇三。

〇三。除盡

用籌式

初商

五

㊄

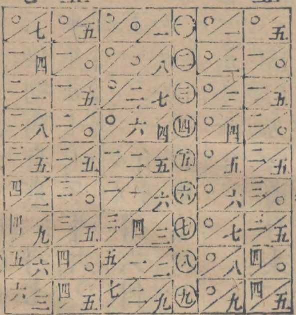
㊄
一二五

次商

七五··一五

四 卒

㊇



㊅ ㊃ ㊉
九〇
〇六〇
九六〇

㊉ ㊉ ㊉
六〇五一二
〇九六〇
七〇一一二

三商

一	○	○	九	二	•	•	一	七	四
○/一			○/九	○/二	○/○/一	一	○/一	○/七	○/四
○/二			一/八	○/四	○/○/八	二	○/二	一/四	○/八
○/三			二/七	○/六	○/二/七	三	○/三	二/一	一/二
○/四			三/六	○/八	○/六/四	四	○/四	二/八	一/六
○/五			四/五	一/○	一/二/五	五	○/五	三/五	二/○
○/六			五/四	一/二	二/一/六	六	○/六	四/二	二/四
○/七			六/三	一/四	三/四/三	七	○/七	四/九	二/八
○/八			七/二	一/六	五/一/二	八	○/八	五/六	三/二
○/九			八/一	一/八	七/二/九	九	○/九	六/三	三/六

四上 九 七

四 六九六
九 一五六六
併 八五二六

約 七○六四七四三
加 八五二六
併 七一五○○○三

積九百一十二萬九千三百二十九爲實開得方根二百零九

此三點實用三商也

一
九一二九三二九
伯什萬千百十單
• • •
二 ○ 九

二得八

初二自乘四
平 三倍一二••
長 二倍○○六•

次商○倍數大於實
無次商

三商九

初次自乘四○
平 三倍一二○○••
長 三倍○○○六○•
約 一○八○七二九
加 ○○四八六○○
併 一一二九三二九

初點上無位。大方法用單數以近少八數之二根爲初商。

初商㊁二得八。初實九減八餘一。存次實一一二九。

平廉法。三倍初商自乘四得一二。長廉法。三倍初商二得六。

次商〇。三倍初商自乘。得平廉一分法一二●●。已多於次實之一一二九。是數根百外不滿一十。無位可商。只有零數矣。故次商十位得空圈。而以次實存數連三點實共開之以求三商之零數。共存三實一一二九三二九。

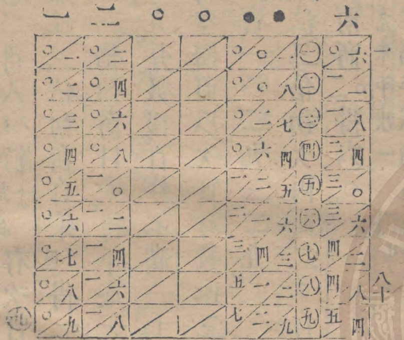
平廉法。三倍初次兩商二〇自乘。四〇〇。得一二〇〇。長廉法。三倍初次兩商二〇得六〇。

三商⑨九乘平法一二爲平廉積一〇八得一〇八。九再乘爲隅積九得七二九。退平廉四位。得約數一〇八〇七二九。九又自乘得八一。八一乘長法六爲長廉積四八六得四八六。進約數二位得併數一一二九三二九。除盡

初商㊁得八

次商〇

三商



㊇四八

㊀〇〇六

㊈約一〇八〇七二九

㊉加四八六〇〇

㊊併一一二九三二九

積二萬二千零三十四萬八千八百六十四爲實。開得方根六百零四。

二二〇三四八八六四
萬仟佰什萬千百十單
六 • 〇 • 四

㊅二一六

初六自乘三六
㊥三倍一〇八•
㊦三倍〇〇一八•

次商〇倍大於實
無次商

初次六〇自乘三六〇〇
㊥三倍一〇八〇〇•
㊦三倍〇〇一八〇•

三商四

㊎四三二〇六四
㊍〇〇二八八〇〇
㊏四三四八八六四

初商六六得二一六。初實二二〇減二一六餘四。存次實四三四八。

平廉法。三倍初商自乘三六得一〇八。長廉法。三倍初商六得一八。

次商〇。次實四三四八只有四位。平廉一分法一〇八••五位。逾存實一位。是存實不滿一分。無十位可商。應以次實連末實開之。以求末商之零數。共存末實四三四八八六四。

平廉法同前一〇八進二位。長廉法同前一八進一位。

三商四。四乘平法一〇八爲平廉積。得四三二。四再乘爲隅積。四得六四。退平廉四位。得約數四三二〇〇六四。四自乘一六。一六乘長法一八爲長廉積。

得二八八。進二位約數得併數四三四八八六四。除盡。

初商六 二一六 次商〇

三商

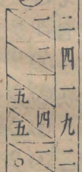
附錄

凡立方變體。如米數求倉貯之法。置米數以斛法積二尺五寸爲一石。謂濶一尺。長一尺。高二尺五寸也。加倍每石五五尺爲法乘之。折半得積米若干尺爲實。以開立方之法。約得濶數若干。卽隨其濶數約長幾分。以長濶相乘若干尺爲法。除實得高數。

如米二千四百一十九石二斗。求倉貯之計濶一十八尺。長二十八尺。貯米高一十二尺。

置米數。以斛法加倍五尺乘之。

五



得一萬二千九十六尺。折半六千零四十八尺爲實。以立方法開之。

實

五二一六不盡

六〇四八

千百十尺

初商一。存五 去六

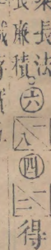
三倍初商得三。

平廉法三倍初商自乘得三。長廉法

八再乘爲隅積。八得五一二。

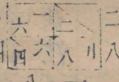
次商八。八乘平法三 八爲平廉積。八三得二四。

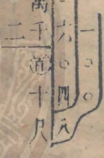
退二位 得約數二九一一二。八又八自乘八

八得六四。六四乘長法三。爲長廉積。（六）（四）得一九二。進一位約數

得併數四八三二。〇四八。減存實五。餘二一一六不盡。

若仍以次商尺數再加一分。得平廉法九百七十二尺。長廉法五十四尺。隅法一尺。皆尺爲尾數。併得一千零二十七尺爲分母。餘實二百一十六尺爲分子。共開得濶數一十八尺一千二十七分尺之二百一十六。約之二寸有零。今去分子零數不用。徑以濶數一十八尺爲準。便約長二十八尺。以長濶相乘得五百零四尺爲法。除實得貯米高一十二尺。

（乘）

得五百零四尺

（實）

萬千百十尺

（法）

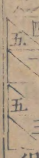
得一十二尺

蓋倉法長濶不必如立方正形。故但以開法約其濶數爲準。即酌加長數若干。長數得加則高數得減矣。

若求員倉。只以方倉法所得濶數四面之方周爲員周。如前法開得濶數一十八尺。以方爲員得員周七十二尺。以員法半周三十六尺乘半徑一十二尺。得四百三十二尺爲法。除實六千零四十八尺。得貯米高一十四尺。此與舊法不同。而以方爲員取數較易。然皆約量求之。隨宜多少。無不可也。

員法或以半周乘半徑爲法。或以員周自乘十二除之爲法。隨數之宜而用之。所得皆同。

又按求員倉捷法。但以斛法乘得積米若干尺爲實。平方開之。得若干尺。以爲員周。無論米之多少。倉之濶狹。皆得貯米高一十二尺。蓋即以員率得高數。凡平員每分得積米十二分之一。累十二分而積數盡。此最簡之法也。

如積米九百二十一石六斗。以斛法加倍五尺乘之。得四千

六百零八尺折半得二千三百零四尺為實平方開之初商四十四四
除一千六百初倍八十再商八尺八八廉法除六百四十八八隅法除
六十四尺恰盡得方邊四十八尺以為員周員周自乘即平方米數二
千三百零四尺之積以員法十二除之得一百九十二尺即積米十二
分之一貯盡得高一十二尺

又凡方倉捷法若貯米以高一丈為率則每方尺得四百石
每千石須濶一丈長二丈五尺若以高一丈二尺五寸為率則每方尺得
五石方一丈五百石每千石須濶一丈長二丈此法最捷隨宜變化用之
可也

凡方倉所積以長濶相乘又以高乘得若干尺再以斛法二尺五寸除之
得石數或以四乘之得斗數更捷蓋每十尺得四石每尺得四斗也
惟員法有各種計圓員率十二尖堆率三十六倚壁率一十八內角率九

外角率二十七皆以周數自乘再以高乘得若干尺各以其率除之得積
若干尺為實以斛法二尺五寸除之得石數或以四乘之得斗數
一法併員率斛法總除之如圓員率十二乘斛法二尺五寸得三十尺尖
堆三十六乘得九十尺倚壁堆十八乘得四十五尺內角堆九乘得二十
二尺五寸外角堆二十七乘得六十七尺五寸以此法總除之即得石數
也

又如築城臺開溝渠之類皆以上下廣狹相併折半又以上下長短相併
折半以乘其高深即得土方若干數

凡立方一寸金十六兩銀十四兩玉十二兩鉛九兩五錢銅七兩五錢鐵
六兩