

444

吳家鑄



研究  
發明  
創造

# 航空機械

第十一期

全國聯合  
NATIONAL CENTRAL LIBRARY  
CHINA  
聯合圖書館  
NATIONAL CENTRAL LIBRARY

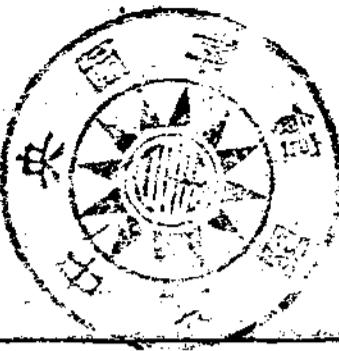


# 航空機械月刊

第五卷 第十一期

## 目 錄

飛機操縱系之設計差動	星譯 1
現代木質飛機結構——續一	陳啟嶺 7
點鋸結構之設計	李鑄 15
航空燃料之發展	程山 24
飛機響聲之分析與計算	競生 31
再論高次方程式根值解算法	林士謙 40



## 飛機操縱系之差動

by Norman Rubin

星 期

設計飛機操縱系統時，常須使直線運動，變為差動。最常見如差動副翼 (differential aileron)，其上翅之角度每兩倍於下俯者。他如於襟翼鎖 (flap lock) 與襟翼減壓活閥之接連處亦應用之。在活瓣柄開始移動時，襟翼鎖隨之作用，之後活瓣柄繼續移動而襟翼鎖仍不變其位置。

達到差動之最簡單方法，乃用有臂桿之橫桿，其臂桿不垂直於連接其臂之連桿或連索之作用線者。此橫桿可為短曲軸 (bellcrank) 或游軸 (idler)，或一結構體之把手，如油壓掣之把手與操縱桿桿桿等。

圖一，乃一游輪與其斜出之臂桿  $R^1$ 。若  $R$  在中線乙兩面作等量之移動，則  $B^1$  桿亦同時在中線之兩面作等角之移動。但因其斜出之故， $R$  端部在中線兩面之平行於  $X-X'$  線之變位不等。此種運動裝置之幾何圖如圖二。 $a/b$  為差動之比率，稱差動比。 $A$  為  $R^1$  桿桿斜出之角度。 $B$  為游輪之角運動。圖中之實線為游輪之中線，其改變之位置如虛線所表示，由圖三得

$$\frac{a}{b} = \frac{(1+\cos B)/\sin B + \cot A}{-(1-\cos B)/\sin B + \cot A} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

由公式(三)可知  $a/b$  之比，即半徑而影響。將式(三)以曲線顯示之，如圖三，可得另一可注意之事。此即指一系之短曲軸或游輪之容許行程應在一定之範圍內。蓋因其行程若達  $90^\circ$  角時，其機械優點視乎力作用之方向而趨於零或無窮大，致需用較重大之構件以擔負其荷重。同時在行程之將終，雖有較大之角運動亦只生少量之直線運動而已。且其整系之運動更易趨於反撲。尤甚者每有懸於死點

NATIONAL CENTRAL LIBRARY  
CHINA

之可能。 $(A+B)$ 角為  $E^1$  臂之行程，在圖三中可得其值。由此可知此種游輪若其差動比大於  $1\cdot5$  時  $(A+B)$  角將或太大。

使R臂背R'臂之向斜出，則單一短曲軸之差動比，亦可達1·8。此值可因a與b之值而變異。超此值以上之差動，則須將兩個或數個短曲軸或游輪並用才可。

由圖四，可得一適合於任何運動之公式。

圖五之表乃式四與式五之代表線，並示有 $(C+D)$ 之值如圖三者。

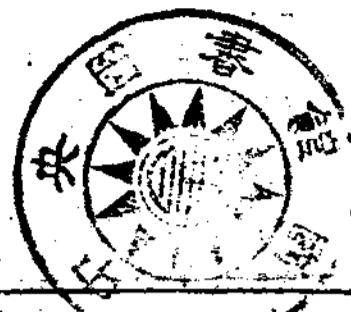
圖五之使用，可舉例以明之。今設欲分兩步驟求得 $2\cdot31$ 比率之差動。假設臂桿端點之行程為 $0\cdot89''$ 及 $2\cdot06''$ ，如圖五所示。並在設計圖中，知游輪之附近僅有5寸空隙，以安置臂桿。則先求各步驟之差動比之約數。其法為將最後之比率減去最初之比率而以步驟之次數除之，如 $(2\cdot31-1)/2 = 0\cdot655$ ，得此為每一步驟為增加率。則第一步驟應為 $1+0\cdot655=1\cdot655$ 。第二步驟為 $1\cdot655+0\cdot655=2\cdot31$ 。此法僅為求其約值而已。蓋其增加率實與全系內各臂桿之長度，角度成複雜之關係。但若該系中僅有三個以下之短曲軸，而其臂桿之長約相等者，用上述之法求得之值相當準確。

由該系最末之臂桿端點着手，已知 $d = -89$ ,  $c = 2 \cdot 06$ 與 $R = 5$ ，依圖五求之。若其動向相反時，如 $c = -89$ ,  $d = 2 \cdot 16$ ，則須將短曲軸之臂桿換置如圖七 b。但此種辦法殊非善策，最好能從聯動裝置其他條件改善而免除之。

先試令 $c=45^\circ$ ，由圖五之d值讀度中之代表 $2^{\circ}89'$ 處垂直而上，至與 $R=5$ 之線相遇為止，然後向右行至 $C$ 等於 $45^\circ$ 之處，讀D之值，約為 $17^\circ$ 。以同樣之手續以求E值。即在圖五之C值讀度中之代表 $2^{\circ}00'$ 處垂直面上至與 $R=5$ 之線相遇然後向左行至 $C=45^\circ$ 處得E之值為 $98^\circ$ 。因此短曲軸之另一臂桿其 $D=28^\circ$ ， $E=97^\circ$ ，與 $C=45^\circ$ 。由此求其C值與d值並觀其 $c/d$ 值是否為定之 $1.655$ 。由圖五，得 $d=1.25$ ， $c=1.15$ ，與 $d/c=1.07$ ，此即表示前所假設之C值太大，當再假設另一C值重新計算之。至得一適當之值。然後用公式(4)與(5)覆算之。計算時應計算至小數位4個至5個，因差動系之感應異常靈敏，而在表中讀得之數字常不甚準確也。

上述者均假定操縱系在一直線上動作，但實際上常有用滑輪或短曲軸以變換操縱系之方向而同時為差動之裝置者，圖6乃表示一滑輪，其斜臂之角為 $C$ °，其變換方向之角為 $F$ °。

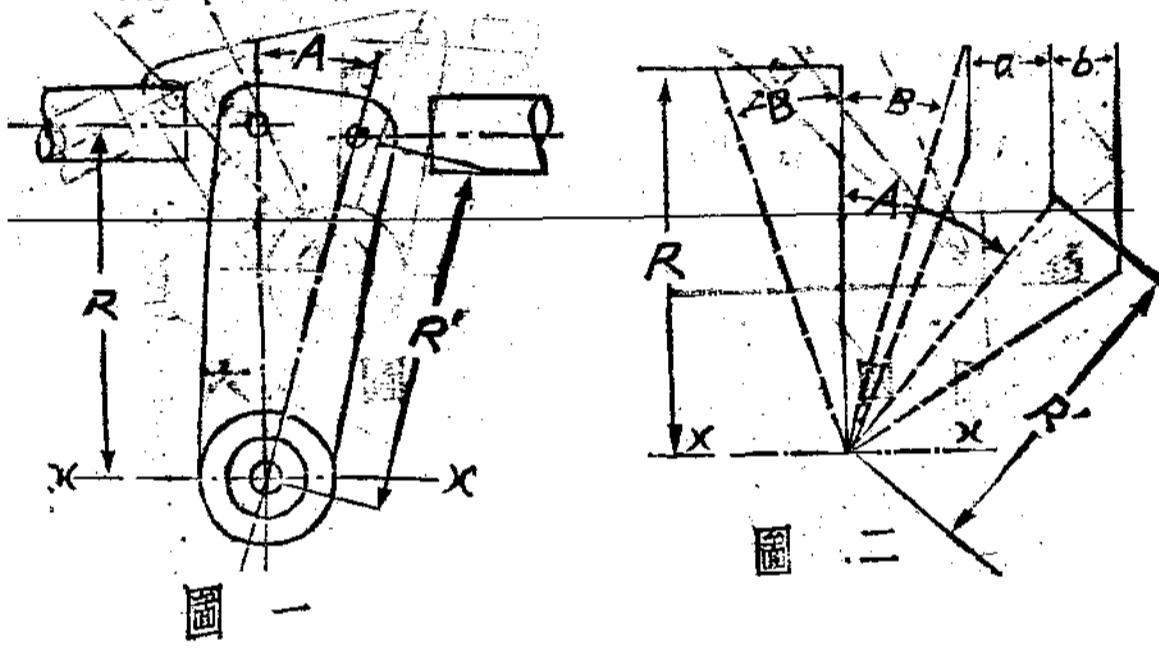
推拉系 (Push-Pull system) 之連繫，多用管或桿，間亦有用繩索者。上述之理論亦可應用於此以得差動。惟其游輪須備有橫臂桿以繫回索 (return cable)，故較為複雜。若可免此種難者，如副翼槢縫，在副翼橫桿之兩端各一六寸至七寸而



### 飛機操縱系之差動

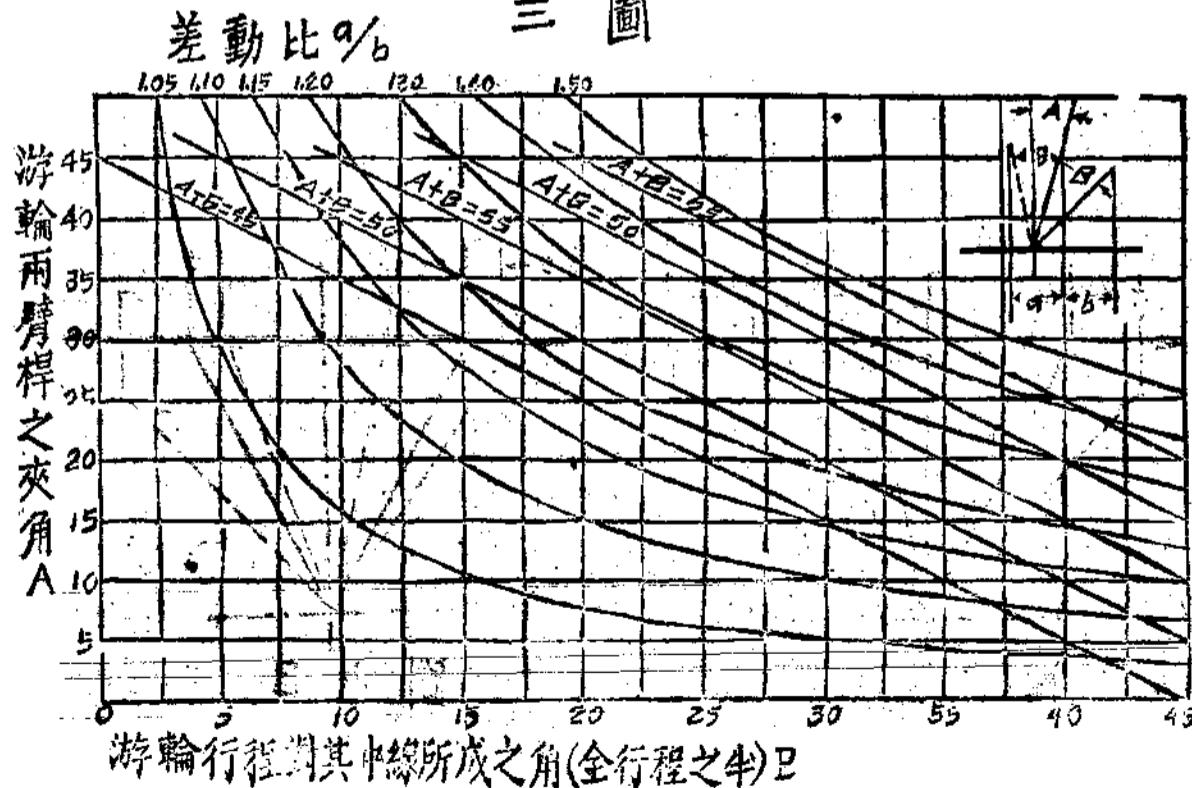
之滑輪。此滑輪可稍曲柄之軸上，經過一連桿而達到副翼橫桿，由曲柄使副翼運動。若曲柄之中線在水平時，則無差動之作用。但其中線離水平愈遠則差動愈著。更有直接在滑輪之緣上裝一球窩接連 (ball and socket joint)，以連接釘連於副翼桿上之三角形構件之端部，亦可得同樣之作用。

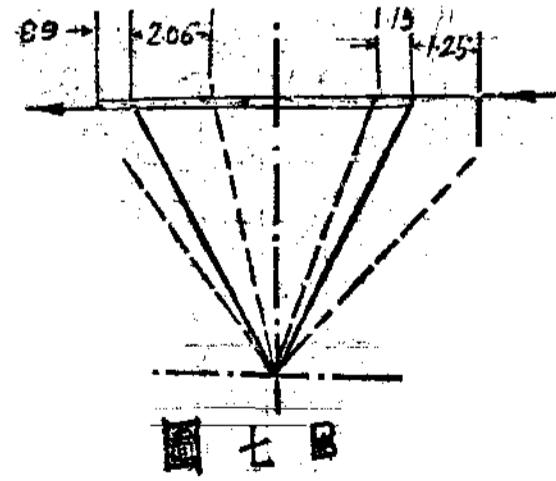
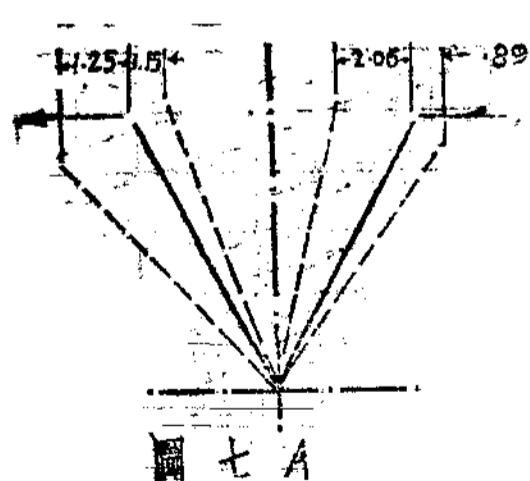
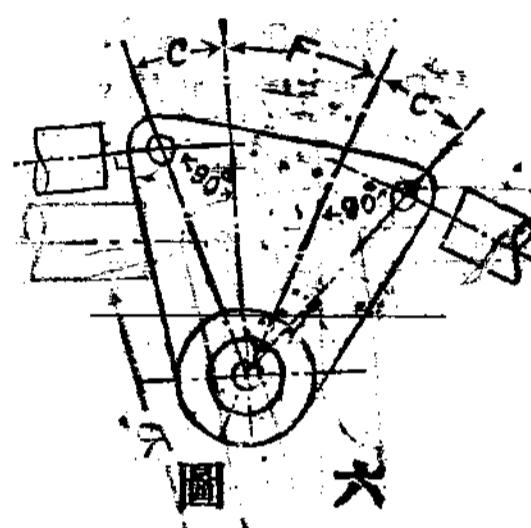
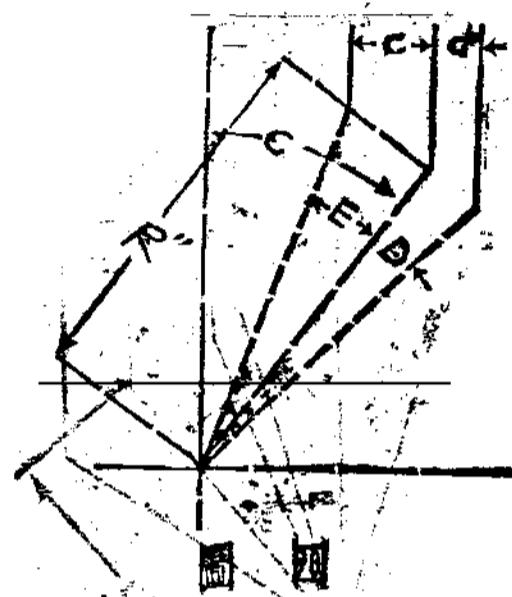
譯自 Aero Digest May 1941



圖一

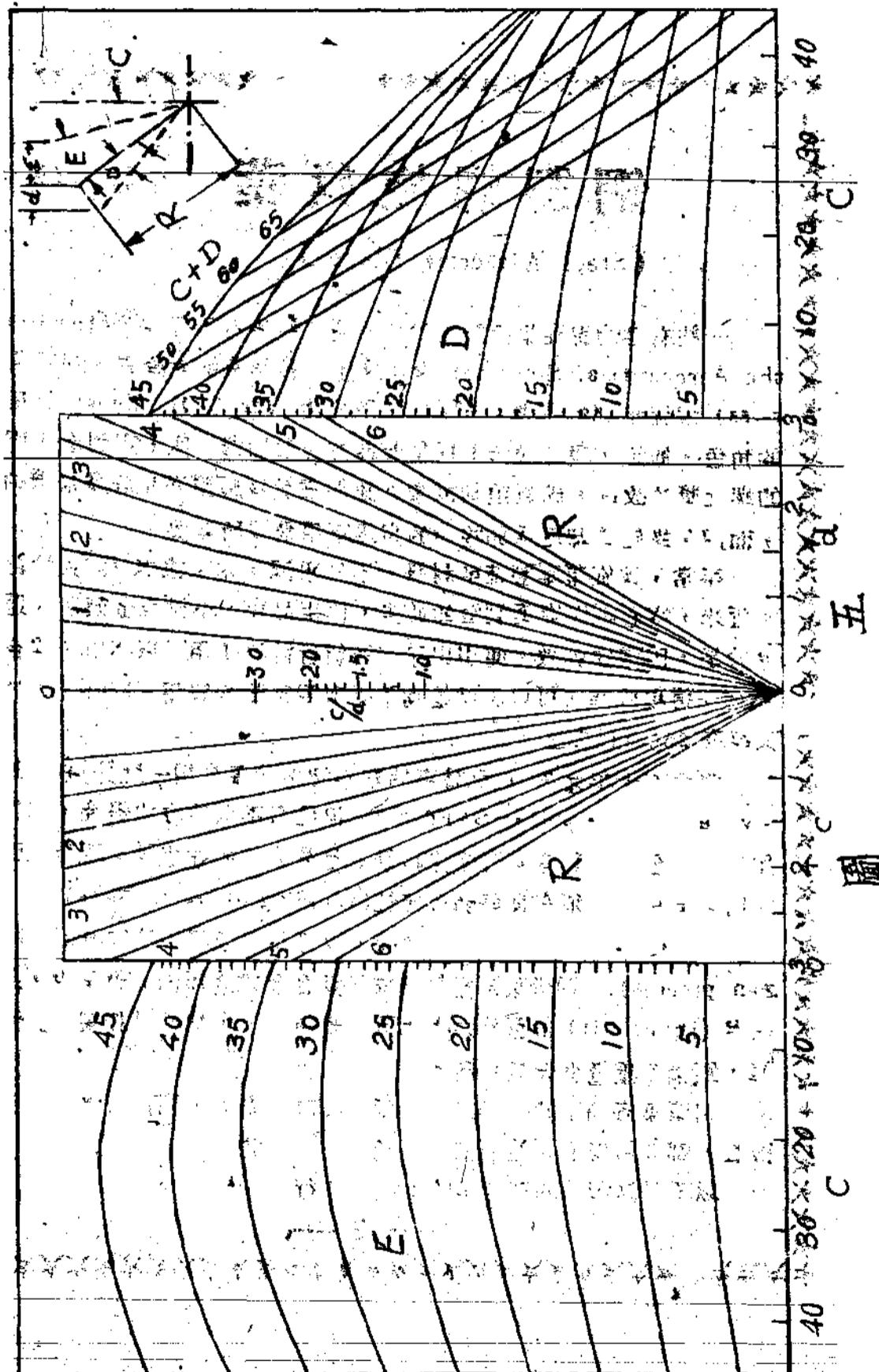
三圖







飛機操縱系人差動



## 鋼製螺旋槳葉 專 輯

(Steel Airscrew Blades)

一些有趣的螺旋槳設計改進的問題，在航空科學學會 (Institute of the Aeronautical Sciences) 會議席上，被熱烈的討論着。刻替斯 (Curtiss) 螺旋槳部的副總工程師依諾斯先生 (Mr. L. H. Enos) 就是主要的角色。他說，現在飛機上採用大馬力的發動機，使十呎到十八呎直徑的螺旋槳的改進，成為迫切需要。雖然三葉螺旋槳滿足許多飛機的需求，而四葉螺旋槳却更為那些新的高速軍用飛機所需要。

平常，螺旋槳葉製造的材料，不外乎鋼，木，或者 25% 式的鋁合金。近來，空心鋼螺旋槳葉製造的進步，使出品比 25S 鋁合金製造的還要輕。於是，因這種刺激，便引出了一種新材料的使用，以 X76S 鋁合金來製造。這項改進，可以說就是為了要與鋼製槳葉競爭，同時，牠的品質又遠在 25S 材料之上。

過去有十年之久，刻替斯的空心螺旋槳葉是用一種鉻鈮 (Chromium-vanadium) 合金鋼，SAE6130。但已有不遺餘力的研究，要設法使用別種合金鋼來製造。這種空心槳葉是先分成兩片做成，再焊合而為一，所以這項鋼料須有良好的焊接性 (Welding characteristics)。

為了獲得高強度的均勻的焊接，故採用氫原子焊法 (atomic hydrogen process)。鋼槳葉的重量分佈和鋁合金式者類似，就是說，靠裏邊一半 (inner half) 占百分之七十五的總重量。由於設計和製造方法的改進，鋼槳葉重量也大為減輕。

鋼槳葉有簡單的硬抽式 (Cuff) 設計。安置，調換，修理，裝拆，檢查，都非常便利，並有防鏽，抵抗擦傷等處理。

以不鏽鋼製造的初步試驗也已經施行過。

— 完 —

## 現代木質飛機結構

(一續)

A. R. Weyl 作

陳啟嶺譯

### 雲杉之特質

最通用之飛機木材為銀雲杉，故考究其主要缺點，乃一特別有趣之事。已剖製之雲杉木材，其剖面（未經精製之部分不宜於材之選擇）所顯示之主要特性與缺點如下：

木板之紋理（平鋸Flat Sawn），象鋸Quarter Sawn，或對Saw皆可。

象鋸材較為通用，尤以用作實體構材為然。平鋸材易生開裂及撓曲，然此類木材，作疊層構材則似甚為有用也。

#### 紋理方向

可容許之最大紋理偏差（自木板或木條之中軸）為 $1:15$ （在白櫟木為 $1:19$ ）。以刀尖刺入木材表面而察其紋理，可察知紋理走向（此自不可行於已精製之構材或在製造中之任一部分）。

倘有螺旋紋理或斜紋理存在，可破壞（劈開尤妙）一木片而察紋理之走向。

#### 紋理密度

橫過紋理 3 吋寬之限度內，計其年輪數目，最少不應少於 18 輪。最多不應多過 32 輪，紋理過疏之木材，表示其強度低，紋理過密則為實施之徵。最優良之木材，每吋應有年輪的 6 個。

白櫟木每吋之年輪最小數為 7 輪，最大為 11 輪，而每吋具有 9 輪者，品質認為最佳。

### 壓縮線裂 Compression Shakes

線裂為橫越紋理之微波形細線狀裂隙。具線裂之木材，不能供使用。此類木材應予捨棄，或將有裂部分鋸去而使每面至少在 6 吋之內無任何線裂之存在，（嚴密言之，Shakes 應指發生於兩年輪間之縱長開裂，Checks 或 Cracks 指材中橫切年輪之縱長開裂，split 則指因人工處理而生之縱長開裂——譯者）。

### 開裂 Cracks

沿紋理方向而不合雜質之小裂起因於乾燥，在薄片 (lamination) 上可以容許之；惟此類有缺點之薄片疊合時必不可使各片之裂口相接。

### 節 Knots

直徑  $\frac{1}{2}$  吋以下之牢固而完整之小節，在構材中性軸附近可以容許。在薄片上，須留意安置此類小節，以使其在配合時排列適當，不相重疊。

### 脂囊 Pitch Pockets

長達  $\frac{1}{2}$  吋，深達  $\frac{1}{2}$  吋而單獨存在之小脂囊，可按限制小節 (small knots) 之情形而容許之。較大之脂囊必須割去，而在薄片上，則可代以適當膠接之健全木。

### 病害 Disease

木材病害如細菌繁殖與藍斑 (blue stain) 常易由材色變褐或變藍而認知之。木材具病害之部分，應捨棄之。藍斑本身並非有害，但能引起更劇烈之木材病害。是以極小之藍點，在單獨之薄片上，可容許之。波蘭松 Baltic red wood (Polish Pine) 之藍斑，似較雲杉者危險性少。

## 被棄木材之處置

因具有紋理上之缺點，開裂，節或脂囊而被棄却之木材，仍可用於補助 (不承力的) 構材如填充片，隔膜 (diaphragms)，間隔材，肋之填充條之類。

每一缺點均應就有關構造部分之目的而將其估價。顯然，在層層之填充板，倘適當之着膠保持不變，則容許紋理方向之偏斜實無足介意；而在同一情形，不適宜之紋理密度則能將附於此填充板作接頭 (fittings) 用之木材之軸承性減低。然在層板箱形翼樑 (Plywood box Spar) 凸緣間之薄膜 (diaphragm) 上，則此類性質均不甚重要。

木材之有較大之樹脂囊，大或疏鬆之節，及(或)嚴重之變色者，必須削去，除非材上健全部分足供部分的撕裂以作肋填充支柱 (rib filler struts) 等較小部分之用。殘餘木材之一部，在小工廠中偶亦便於零散之工作，然在較大而組織完善之工廠，則所有不能供使用之木材須立即移去。

## 已解製木材之保存

在木質飛機製造廠中，木材之保藏應有類於陳列室，且表現管理之用心與警意。未製造之木材在解製前之保存方法，A.W.Seeley 曾詳論之（航空機之保管 Care and maintenance of Aircraft 54頁）。而已製木材之正確保存，如前面所提及者，亦屬同等重要。

新有木板（boards及Planks），均應適宜堆積，且留意作號，使每塊木板嗣後均能追溯其自製造至於木材供給者之歷史。堆積場之地基宜乾燥平坦，屋頂宜高，能辟除夏日之炎熱。各木板須置同高度（切面約 $1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2}$ 吋）之隔條彼此分開排列。堆列 boards 時，各隔條相距約 1 吋，堆列 Planks 時，各隔條相距約 3 吋，隔條之放置須與木板成直角方向，而使在每堆木材之每列中，每一隔條依次適置於他隔條之上。如此可以避免堆積木材所發生之彎曲。

木堆之高於 4 呎者，易壓裂其下部之木材。

空氣須使之自由流動於每一木板之表面。在大木堆中，可用布幕以防止空氣之不流通。

堆積木材須防禦陽光，水濕；不然須使外邊空氣有自由進路，除非有通氣調節之設備。採用通氣設備自較妥善，但費用稍大，木堆之各部離牆須遠，以使有助於空氣流動，又使移動及選擇木料時有自由之通路。

在夏季倘堆積已製之木材乾燥過甚，可藉數塊濕磚以復濕氣。

## 代用材

在航空工程上，供用之材選擇，並不交由工廠裁奪，但於設計時決定且於設計圖中詳述之。然而在非常情形則不免要提供代用材以備採納，又設計者不免要獲取關於適用之代用材方面之智識。

代用材之選取，必須依據各木材力學上處理上性質之相互比較。主要力學性質為抗壓，抗剪，與抗剪強度；彈性係數；衝擊(Izod)試驗；迄完全破壞所消耗之能(energy)；及對於斷刻(indentation)之抵抗。處理上之性質乃指影響製造之性質，包含：收縮與屈曲性；對劈裂之抵抗；硬度；對菌類繁殖與昆蟲侵害之抵抗；缺點(defects)之缺少；紋理之直行；可取得木板之大小；及音膠性。

以為較目前通用飛機木材更佳之木材，並不存在，或以為用代替木材組合於機體將影響安全者，大有人在，不知採用現代之構造方法，實極足以用下等木材製成安全而効率大之飛機構架，且吾人現有對於大多種木材性質上之智識仍屬幼稚也。

強度較差之木材，倘用以代替原定木材，則設計自應加以修改。倘飛機製造者在不同國家取得特許時，此種修改乃常行之手續，而通亦並無不可克服之困難。

數種認為可作代替品之木材，業已在前面述及。

### 層 板

層板由數層薄板(Veneers)以膠合劑相接合而成，相連薄板之紋理，較此須排成 $45^{\circ}$ 以上之角度。通常層板均由奇數之薄板組合而成，最常用者為三層或五層。厚1mm. 以上之三層板，常用較表面薄板厚之薄板為心層。常用之比例有二，即1:1.5:1與1:3:1。薄層板(厚1mm以下者)，所用比率1:1:1。此三類層板，所表現之彼此強度上之差異，達於35%之多。因此，在受力大之構材，應於設計圖中說明選用何類層板。

製造五層或多層板時，又常將薄板厚度作各種不同之分配；但其強度上之差異則較不顯著。

另一類現代層板，係依對角線方向組合而成之層板("diagonal ply")，相連薄板彼此互成 $45^{\circ}$ 或 $60^{\circ}$ 角以代替如通常層板之成 $90^{\circ}$ 角者(此類層板製時所耗費用甚大)，此類層板，自強度與重量上而言，實較適用於翼樑腹板或相似用途，該部主要應力，乃以 $45^{\circ}$ 作用於構材之縱軸者(此類層板不可與常層板之依對角線方向切取者相混)。

每一方向均呈現出最均一之強度與堅性之層板，為一種由四對厚度相同之薄板組合而成之八層板(eight-ply)，相連各層之紋理排列依次成 $0^{\circ}$ 度， $45^{\circ}$ 度， $90^{\circ}$ 度與 $135^{\circ}$ 度。

層板(Plywood)不可與由數層薄板依同一方向疊合而成之壓木(laminated wood)或加壓木(Compressed wood)相混。

對於偷著使用適當，層板為最經濟與優良之構造材料。層板幾可由任何形式之木材製成，且得由不同樹種之薄片組合而成。最通用之木材為樺木(birch)及山毛櫟層板(beech plywood)在德國廣被應用，性質較差。在法國，tulip tree與奧考美(okoume)層板，已發現其適用以作須防止扭曲(buckling)之受力較少之蒙蓋(covering)。在英國，花柏(Port Oxford Cedar)層板已被介紹以供同樣之用途。花柏層板較樺木層板柔弱約25%，但亦較輕30%；依樺木層板之同等重量，可用較厚之花柏層板，以使獲得較大之Column strength。在美國，槭木(maple)層板亦發現適用於航空上之用途，而赤楊(alder)層板則認為性質本不可靠。

美國白木(American whitewood)椴木(basswood)與嘉木(gaboon)在美國常

### 用為硬面層板之柔軟心層

一種特式之層板，現在法國軍用機上應用成功，係以層板與一薄金屬皮（通常為硬鋁 duralumin）相膠接而成（“Plymetal”）。此種接合金屬之層板，與同重量之金屬板相較，約堅50倍，航衛強度大6—8倍，除用作翼及機身外皮（wing and fuselage skin）外，金屬層板又常用於須抵抗高度局部應力（high local stresses）之構材，如地板，及商用機行李間之裏襯（baggage compartment lining）。

以白潤塞木（balsa wood）作心層之層板（R.L.Hankinson, “use of Balsa wood in Plywood,” U.S. Air Service Inform. Circular, Vol.V. No.473. Wash. 1924）曾廣用於某些 de Havilland 飛機之製造。

正常之層板，在不同方向顯示不同之強度與處理性質，因此設計圖中應規定層板表層之紋理方向。此舉倘因失察而遺漏或為製造廠方面所誤解，即將引起重大之麻煩與消耗。

今日，層板已被使用於各種相差甚大之用途，航空層板，絕不應視為商用層板中適用之材料，縱用於不受力部分亦然。其主要原因，為商用層甚罕全圖供強度極屬重要之構造上之用途者。如是，在幾乎所有商品上，作心層用之薄板（Core veneer）與 blue bonding 均不足介意，有時，即木材之脆性亦不屬重要。

因此，門外漢當常懷疑高級之商用層板何以看來較第一等之航空層板為優，而當留意工作之理事（manager）堅決拒用，美麗價廉之商用層板於甚輕之Y字形受力之機體張板（fuselage planking）時，渠又感覺驚奇不置。

政府規程將航空層板分為二級，即合於 B.S.S.V.31 規定，用作受力大之部分者，及合 B.S.S.V.34 規定供用於不受力或受力輕之部分者。

最優等之層板，似當雅芬蘭，拉脫維亞，愛沙尼亞及波蘭之出品，此數國之層板製造技術，極有進展，且有品質最優之樟木，英國製造之層板，由加拿大樟木組成，呈微紅色，規定用於 U.S. Service 之飛機。板之厚度，通常以公厘（millimeter）表之，自美國輸入之層板，則以一吋之分數計算。航空層板須由刨削之薄板製成，以使盡保全無損，薄板之數愈多，所製成之層板品質愈佳，但其柔順性（flexibility）亦愈變低。

### 層板之大小

航空三層板之最小厚度為 0.5mm.，但此在英國甚不可得。普通厚度為：0.7mm., 0.8mm., 1.0mm., 1.2mm., 1.5mm., 1.8mm., 2.0mm., 2.5mm., 3.0mm., 4.0mm.，更有以 1mm. 為最小厚度者，或以英寸表示。

厚 $1/16$ 吋以上者。

層板最常之標準尺寸 (standard size) 通常為 $60$ 吋 $\times 48$ 吋。較小之層板，其價格自亦較廉。較大之層板，其表層之薄板，常用膠接者，用為翼樑腹板時，亦常取用膠接之長木片。預成之角層木板 (angle- ply strips)，已廣被應用於角接 (Corner joint) 之加強杆 (stiffeners) 上。

大層板之價格與供給，與小層板相較，差異甚大，故並無方面當盡力留意計劃利用較小之層板及大層板之廢棄部分於製造上。有經驗之工匠，倘供給彼等設備完善之倉庫，則常違背節省層板之最簡單之原則，是誠令人可驚之事。

通常層板每單位重量之價格，隨板之加厚而迅速降低。

### 層板之缺點與檢查

航空板板之檢查，須按照A.P.1208檢查小貢之規定。

除規程中所定之檢查與取捨法則外，層板之選擇，須採用行於其他航空木材之相似方法。

由肉眼之檢查，可獲得多數線索以探察層板之品質並製造時之是否留意。試察層板之各邊，如薄板間有薄而均勻之膠線，即為膠合適當之示。表層之結構，須顯示一種均勻之紋理構造。“具有花紋”之木材，較不適宜於航空上之用途。

強度低，易於扭曲。紋理須直，且平行於板之邊。微小之節，可以容許，但須為生於內部者。鬆節或膠結之節，乃捨棄之原因。真正屬於最上等之層板，既須無節，亦無填充之部分，且不具隆起及綫紋之痕跡。薄板中之裂線（橫過紋理之波狀細線）不應容許。

厚 $3\text{mm}$ 以下之層板，其厚度須在 $10\%$ 容許限度 (tolerance) 之內，較此為厚之層板，則在 $5\%$ 之內。薄板之厚度應不差於規定之值，甚至當層板厚度適好在於容許限度之內時，三層板中不相等之表層薄板厚度，由於缺乏對稱，必致引起嚴重之扭曲。膠合之薄片，如條由具有不同密度之木材刨下者，亦常成為發生不對稱排列之原因。

薄片表面，可以留意磨沙，惟磨沙後有時對某種膠合劑之施塗，將感困難。至於磨光，則無論在任何情形，均不應許可，因將使層薄板變弱也。

心層薄板之檢查與膠合之檢查，尤屬重要，須於強光下由肉眼檢查而確定之。檢查時最好能於大窗下安置一 $2,000\text{w}$ 之燈泡，附以一反射器及一拋物線形之鏡。對於多層板（即三層以上者）之檢查，可藉助於X光線裝置。

具多量填充物質或參節之心層薄板，開裂，花紋狀之紋理，未膠結之部分，壓入之膠塊等，均為摒棄之原因。膠合不適宜之部分，具暗滲之外表。



用手緩將層板屈曲，須不發出爆裂聲(質脆及膠合不完全之示)或引起膠合帶圓之裂隙(着膠不當)。將層板沿紋理或橫紋理方向屈曲於具有50倍於層板厚度之汽缸之上而達 $180^{\circ}$ 之彎曲角度，則當屈曲一次而回復原狀後，須不現開裂，各薄層亦須不開露。健全之層板屈曲時富有彈力，而無保持任何迫使之定形之勢，過乾(少於6%含水量)之層板則質脆。

層板之來源，頗屬重要，須留意勿向不知名之製造者或無經驗之商人購買。蘇聯之層板，常以過熟之樺木製成，故易顯示質脆。輸進之樺木層板嘗發現以赤楊代替樺木膠合，尤以心層薄板為然。此二種木材，因其刨下之薄板，外觀極為相似，故此種代替，不易發現；是類赤楊層板，品質較劣，不甚可靠。

### 層板之保存

層板須放置平面上(最好在木臺上)而保存於防避陽光及濕氣之室內。室內不可太熱，溫度約華氏0至60度。與粗木材相較，因層板無需乾燥，空氣之流通亦不需要，故應留意勿堆積過多量之層板於一處。堆積時不須採用隔條。

水平之堆積最屬良好。對於甚薄之層板(1.5mm以下者)，可放置刨平之木塊於層板堆之頂，以使保持層板之平坦。

層板極易吸收濕潤之水分。已濕之木材，不可置於層板堆中，除非當層板須藉此而防止變為過乾時(含水量少於8%)。過乾之層板，異日當製造時，易發生困難。

堆積十二個月以上之層板，於製造之前，宜重行試驗而重予它可。重行試驗，尤指施用蛋白膠之層板，蓋其易發生菌類所引起之腐敗於膠合帶中也。

### 有機膠與樹脂膠層板之區別

工廠方面，應辨別二類航空層板即：

- (1)以有機膠合劑(如血，蛋白質，乾酪質等)膠合之層板。
- (2)樹脂膠合層板(Tego f.e.t., Kanrit等)。

現前者在航空上漸被擯棄，蓋此種膠合，對濕氣之抵抗甚弱，極易蒙受菌類引起之腐敗，且長久保存後能失去其膠力。此外，其強度亦較差。

在製造時此二類層板之處理方法，稍有不同之處。

以有機膠(正確言之，為動物膠)膠合之層板，質輕柔順，且易於着膠。通常，其表面顯示相當疏開之紋理，故膠合時無需於着膠前使其粗糙。此種層板，決不可通以蒸汽，如欲將其潤濕，必須予以極度留意，因其膠合劑之耐濕性弱故也。工廠中之濕氣與溫度，對此類層板之處理最屬重要。此類層板，對不良保存之

感應極強。此類層板又決不可用於水上飛機之部分。

樹脂膠層板當製造時須受高熱與高壓，以增強薄板之膠着。因是，此類層板含水量較少而質易脆。另一方面，其所含樹脂，則增加其強度與堅性。再者，此類層板之表面具有較密之紋理，故施塗於其上之膠，於各板疊合夾制後，立即被擠壓於膠合處之外。因是，此類層板之接觸面，應於施膠前留意使其粗糙，以造成微“毛”狀之表面。此可用細齒刨 (toothed plane)或其他之機械刨刀完成之。然須留意者，此種輕微之加粗，並非指機械刨刀切入於層板內部之謂。適宜之處置，如前所示，決不致引起層板任何損害或敗壞。

樹脂膠層板，如適宜加粗，則容易以乾酪膠再與其他層板或木材膠合。所用之乾酪膠，不宜過薄，且須全不起塊狀或粒狀。

將樹脂膠層板以 Kaurit 接合於其他構材時，由經驗所悉，最好勿使觸動層板之接觸面。其理由當於下面論述膠合之一章內說明之。

樹脂膠層板之各薄板間之樹脂層，並不顯示其為經過層板之水分通路之阻礙，惟須注意當與有機層板相較時，一定量水分通過此層板所需之時間，為通過有機膠層板所需時間之二倍。此甚屬重要，因由此可知膠合之構材，對於由膠傳入之水分，須用較長之時間將其移去。

供用層板，常將其一面或二面磨沙。如欲將其以合成樹脂再行接合，此品磨沙之表面須於着膠前以柔軟之刷留意拂刷之。

——原載Aircraft Engineering, Vol. xii, No. 137, July, 1940.

# 點鋸結構之設計

Design of Srotwelded Structures      Charles W. Dodge

李 鑄 譯

因為擴大國防生產計劃的實施，以往只在工程師們理想中的生產問題，現在已將見諸事實了。這種急速增進生產的工作，立時反應到航空工業的各部門去，首先感到的就是許多平時的生產方法不適合格這種計劃的完成。

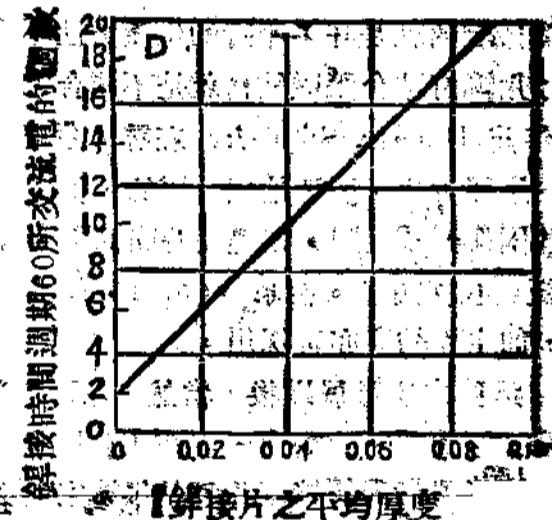
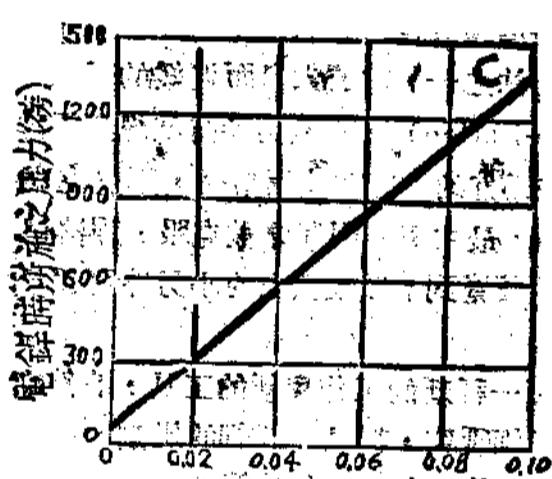
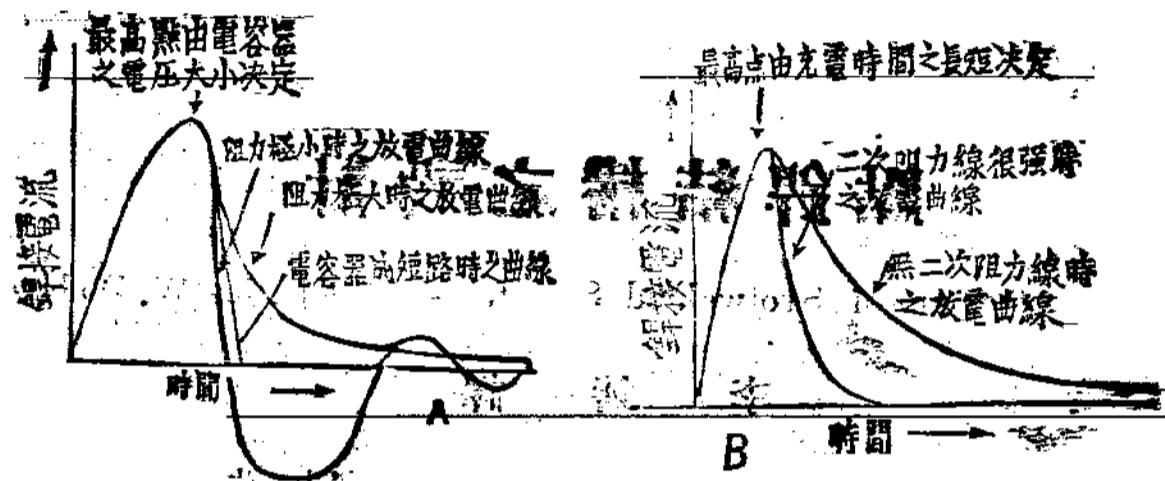
用鉚釘結合飛機結構就是不適合的生產方法之一，需要大量而遲緩的手工，幾年前 Uought Sikorsky 在尋求蒙皮 (Tobsication) 之有效方法時就想到焊接了。這種方法，公認是很有用的，但因當時缺乏好的設備和使用常識，不能克服一些困難而被限制，經過長時間的研究和實驗，最主要的困難才被克服，焊接已廣泛地被採用了。後來 Vongbt. Sikorsky 並發覺到不僅飛機上的小零件可用鋁製，即主要結構亦可採用。

這種方法發展以後，當然工廠裏面對於這一種新的工作與新的工具，自然有完全了解與熟練的需要，現在工作技術經過仔細研究，都已有詳細的規劃，今日鋁蒙片的圖樣與焊接工作都是根據它設計的，以前結合鋁合金是鉗接是最普遍的辦法，它雖需要很多的統計數字和經驗的幫助才能求得良好的結果，但這些都有了一定標準，當然已經不成問題。同時點鋸法，自它的許多特殊技術與設備研究出來以後，一些結果也得到了；節省費用，裝備簡單化；外觀的美化等均漸有改善。

## 點鋸手續

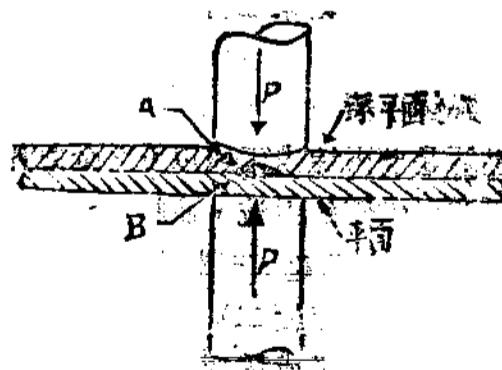
點鋸是將兩塊或兩塊以上之金屬片夾於鋼或鋼合金之電極中，施以較高的壓力，通過低電壓的電流，並經過一定時間（圖一）；電流因受金屬片之阻力生出高熱“*A*”處熔化，至漸次熔達“*B*”處時，通電完畢，金屬片即因電極P之壓力而結合一起（圖二）。壓力大小隨片之厚薄而定（圖一）。普通所用之二電極中其一可移動者多成鐘形 (Dome Shaped)，另一固定者則成平狀 (Flat)。

附圖一圖二



### 不平而之厚度

圖示：曲線“A”表示用電容器之點擊  
機放電時之電流與時間的關係，  
而曲線“B”則表示用感應圈之電  
線圈放電情形。  
曲線“C”表示焊接時施於電極上  
之磁力與固生而電極接觸之薄片  
的厚度成正比。  
曲線“D”顯示焊接時間與所需焊  
接之薄片的平均厚度成比例。



### 所用設備

電鍍機需要通過精確的電流與能施以確切的壓力，現在常用的已有三種。它們由標準的交流電管制并有一定之感應儲電量與交流電容儲電量，機械方面，則純用空氣及電自動控制。點鍍機有搖臂式 (Rocker-arm Type) 與壓力式 (Press Type) 兩種基本型式，其區別在電極裝置之可變性 (Flexibility) 與支臂之堅韌性 (Rigidity)。可直接區域 (Panel) 之大小則隨電鍍機尺寸而定，應用此種機器對於可直接區域大小有一定限制，15呎長60吋寬者無問題；但超過此限制度即帶有否。至於厚度 0.020" 时至 0.132" 之兩三層鋁片均可鍍接。(如 0.010" 或 0.091" 之薄片兩塊)。

### 可點鍍之金屬組合

一般言之，任何鋁合金都可以鍍接，即有不同之物理性質與機械性質者亦然，但能組合成良好結果者如下表：

24ST Alclad

24SRT ,

17ST Alclad

17SRT ,

3SH

3SI/2H

52SH

52SI/2H

53SWorT

24SO Alclad

17SO ,

3SO

52SO

53SO ,

2SOorH

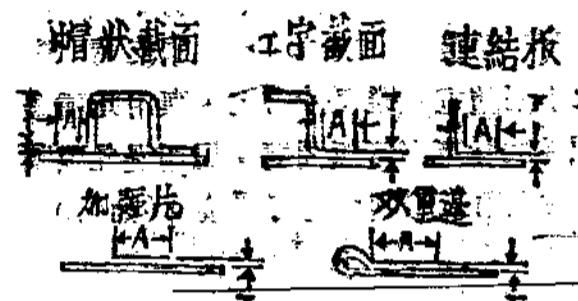
其中 3SO、52SO 及 24SO Alclad 等軟合金比較不甚適宜，因電鍍時所用高壓力易使表面變形，故不常用。

### 接近能力 (Accessability) 之設計

點鍍物的接近能力是點鍍的重要設計之一，雖無專用術語，但以接觸和距離近之部份，但如此類不經濟，故以能避免為佳，第三圖及附表指出數種結構之接觸點的最小尺寸；第四圖說明另一種截面的設計與其各部份之最小尺寸。

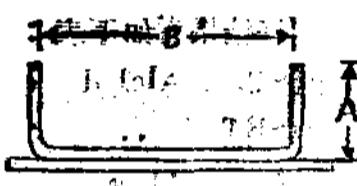
## 圖三及附表

## 規範及附表



B之尺寸用第三張附表中24st Alclad的  
“ADesired”一項，最小之  $\frac{B}{C} \geq 1.75$

希望的量是  $\frac{B}{C} = 2.50$   
(半英寸 = 4.25)



## 三 圖

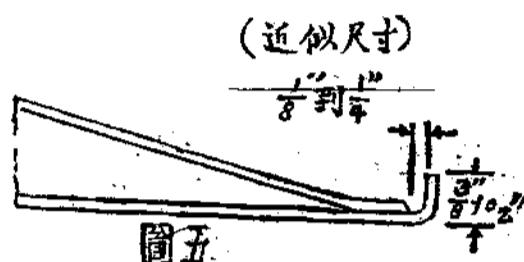
## 24st Alclad soft Alloys

A                  A

T	Min.		Desired		厚	“A”小於		“A”大於	
	Min.	Desired	Min.	Desired		度	“B”	“B”	度
.016	3/8	1/2	7/16	1/2	.016	7/16	—	15/16	—
.020	3/8	1/2	7/16	1/2	.020	7/16	—	—	—
.025	3/8	1/2	1/2	1/2	.025	7/16	—	—	—
.032	1/2	5/8	9/16	5/8	.032	9/16	—	—	—
.042	1/2	5/8	5/8	5/8	.040	9/16	—	—	—
.045	9/16	5/8	5/8	5/8	.045	11/16	—	—	—
.051	5/8	5/8	11/16	3/4	.051	11/16	—	—	—
.064	5/8	5/8	3/4	3/4	.064	11/16	—	—	—
.072	11/16	3/4	13/16	3/4	.072	11/16	—	—	—
.081	3/4	3/4	7/8	7/8	.081	11/16	—	—	—
.091	3/4	3/4	7/8	7/8	.091	11/16	—	—	—
.099	13/16	7/8	13/16	1	.102	11/16	—	—	—
.095	7/8	7/8	1	1	.125	11/16	—	15/16	—

若一長邊全部需要點綫時（如襟翼flap之後緣T.E）往往將其一片延長向上折成一角度以減小彎曲（Warping），鋸好後再將此角修去。（圖五）在較大的平的焊接區域內含有多數焊點者，常易扭曲（Buckling）故需要輥壓始能伸直。輥壓乃以壓手由焊接而生之扭曲，並可增進金部強度。此種手續需於焊接後立即施行。（圖五）

## 材料之厚度比

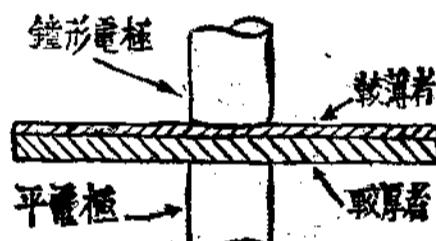


圖五

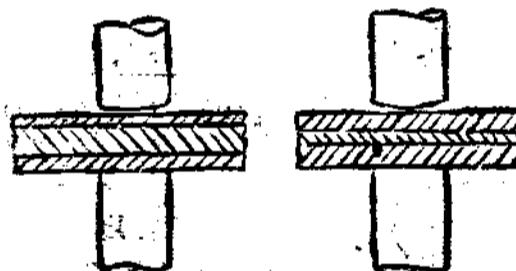
只要待接薄片之總厚度不超過限度，則任何厚度比之片子均可如意銲接，較薄之片多與鐘形電極相接（圖六）如要較薄者保持平面而與平電極相接時，則厚度比不得超過二比一（圖七）。三層以上之薄片如圖八所示組合情形，其外面之兩片

厚度相等，或相差不多則可銲接；而如圖九所示，其外層兩片厚度不等，則難銲接。

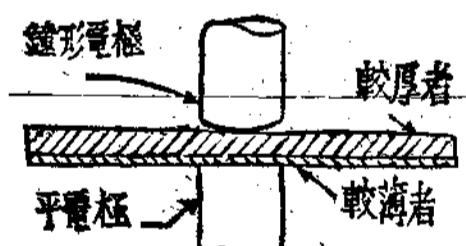
圖六七八九



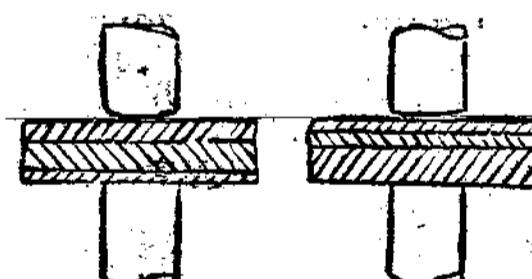
圖六：任何厚度比



圖八：可能情形



圖七：最大厚度比為2:1



圖九：不可能情形

## 銲接物之強度

銲接點不能承受張力，但可受剪力，普通所用合金之剪力強度如下表：

最 之 薄 厚	最小終極剪力強度 Min. Ultimate Shear Strength			
	(每方吋磅數)		53SW	
片 度 (吋)	24St	or	Alclad 35½H 52S½H 53ST	
.016	120	55	100	100
.020	165	75	130	130
.025	220	100	170	170
.032	310	140	240	240
.040	430	190	340	340
.045	520	225	420	420
.051	620	270	510	510
.064	830	390	720	720
.072	950	470	850	850
.081	1080	570	1500	1000
.091	1210	690	1150	1150
.102	1320	800	1320	1320
.125	1450	1000	1610	1610

虛線以下所列數字僅作參攷之用

實際上任何結合體上鉚點至少有兩個，因僅一點時，卻容易生扭力與剪力。

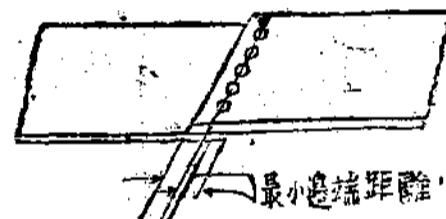
#### 鉚點之設計：

下表所列之鉚點直徑乃不平面凹陷直徑的近似值：

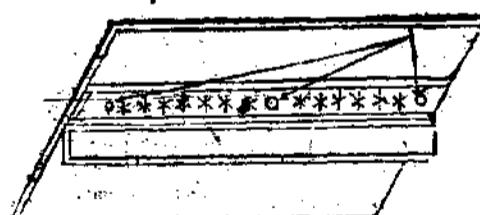
不平片 之厚度	鉚點直徑近似值(吋)	
	Alc. 24ST	軟合金
0.016	1/8	5/32
0.020	9/64	11/64
0.025	5/32	3/16
0.032	5/16	7/32
.040	7/32	1/4
.045	15/64	17/64
.051	1/4	9/32
.064	9/32	5/16
.072	19/64	11/32
.081	5/16	23/64
.091	11/32	3/8
.102	23/64	13/32
.125	3/8	7/16

鑄錶前需用鉗子，夾子或螺旋將錶接物夾緊，鋸好後再換以鉚釘，普通每隔一尺或半尺即需要一夾合螺旋，第十圖表示一夾合圖樣。鑄點不須放照一定間隔及距邊端之最小距離而定，下表所列乃最小可能距邊端之距離。

單片 厚度	最小邊端距離	
	Ale 24ST	軟合金
.016	3/16	3/16
.020	3/16	3/16
.025	3/16	1/4
.032	1/4	1/4
.040	1/4	5/16
.045	1/4	5/16
.051	5/16	5/16
.064	5/16	3/8
.072	3/8	3/8
.081	3/8	7/16
.091	3/8	7/16
.....	.....	.....
.102	7/16	1/2
.125	9/16	11/16



## 附 圖 十



夾合螺旋所通過之空須於每片上  
打好，圖上必須示明而間隔須於  
機制時定之

這些數字特別適用於重疊接頭 (lap joint) 上，至於狀物或U形物則鉚點全通過於邊緣 (Flange) 中，用在鋁合金上之排或雙排鉚點的間隔均已有標準，列表如下：

結構	鉚點間隔	
	*一次結構	
	小於 0.051	大於 0.051
單排	$\frac{5}{8} \pm \frac{1}{8}$	$\frac{5}{8} \pm \frac{1}{8}$
雙排		
兩排間 之垂直 距離	$1 \pm \frac{1}{8}$	$1 \pm \frac{1}{8}$
	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{8}$

\*一次或二次由結構設計決定

在大部份已用鉚接的結合體上。普通不用電鉚。但有幾種飛機上用的截面（如圖十一）雖無一定規定，但如何有效的應用電鉚，這是必需考慮的。

#### 工廠管制與試驗程序

Uopght - Sikorsky 已經訂有一定的電鉚程序：鉚接各種材料各種厚度之組合，機器四安置手續均已注明於機器上或機器之附近。每件工作均有一熟悉於這極裝置及電鉚管制的人負責，校正機器，校正後即製成一些縱列雙鉚點樣片置於剪力強度試驗器上以檢驗其強度，如認為滿意則由檢驗員簽署證明，此機器已被校正妥當。

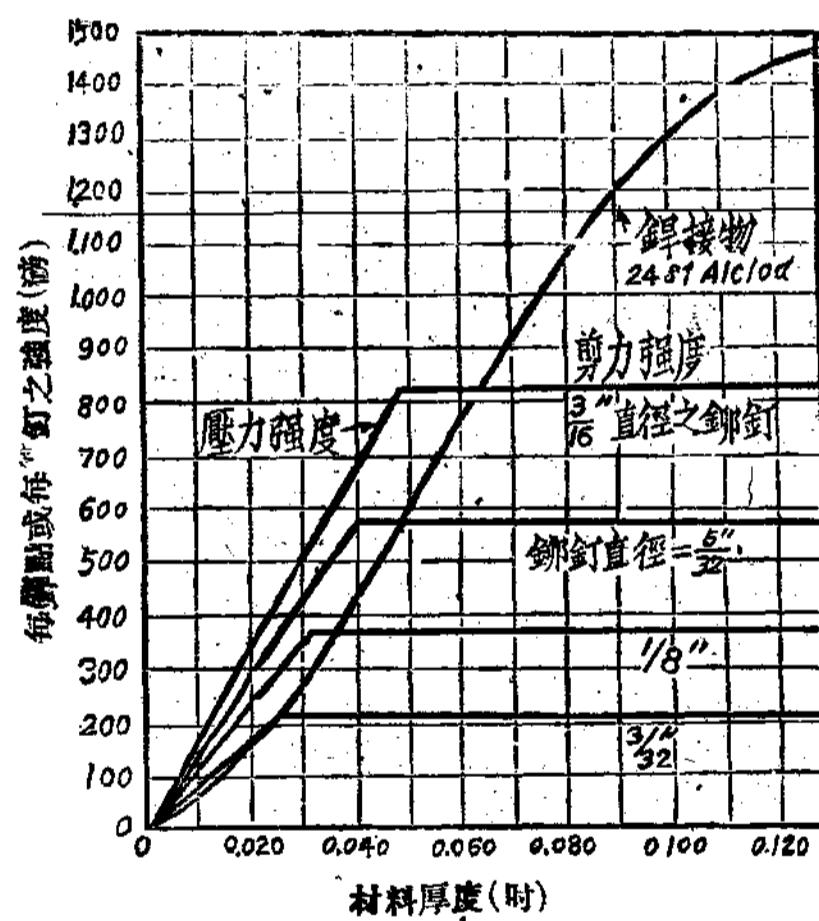
連續工作兩小時以後或校正變換及機器移動後均需另作一次剪力實驗；同時平均每天必收樣片剖開，或用浸蝕 (Etching) 以觀察處鉚點之堅固程度。每件鉚接物在移送裝配以前必先經檢驗員之檢查；鉚點之排列，邊端距離，表面有無裂縫等等均須注意。剪力實驗之樣片可用任何尺寸，但普通多是用兩個  $1'' \times 4''$

而重疊 $1\frac{1}{2}$ "之薄片。

譯自 Aviation June 1941

Part 1 P.62

附圖十一



十一圖：曲線所示乃比較17ST鉚釘與24S1 Alclod鉚接片之剪力

# 航空燃料之發展

程山輝

——譯自 Aeronautic Digest 五月號(1941)——

(本文關於化學名詞之漢譯，蒙李教官

權強指正頗多，特此誌謝——譯者)

論及航空發動機之發展，回顧十年前，其性能之增進實屬驚人。此巨大增進之完成，乃由於增加 b.m.e.p. (平均有效壓輪壓力) 及發動機速率，但在過去十年中，發動機另發生兩種重要改變——較低之重量及減低燃料消耗。

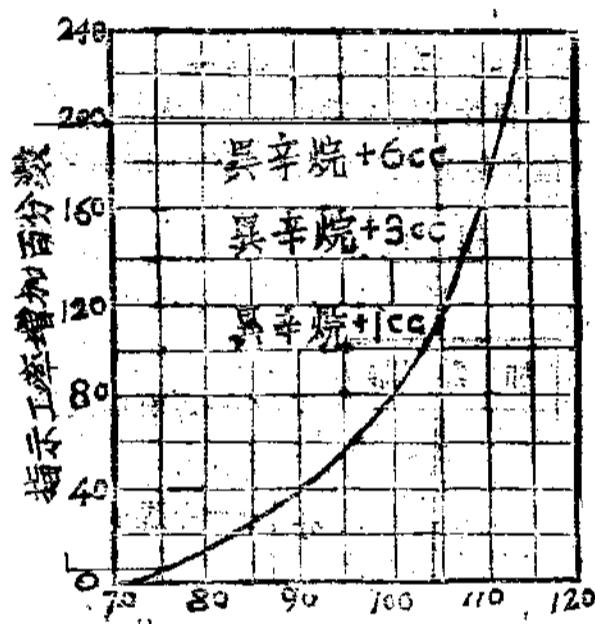
增加功率最有效方法為增壓。但有許多實際方面之限制以控制增加之範圍，如汽缸冷卻能量，發動機結構之限制等等。但最大之限制為爆震 (Detonation)，而爆震主因，乃依據燃料之辛烷數 (Octane number)。因之，增加高辛烷率 (Octane rating) 燃料之應用使發動機製造者得另一增加功率之機會。

增高發動機速率曾用以增加功率，特別在起飛情形。此為可調整螺距螺旋槳 (Adjustable pitch propeller) 應有之功能。

增加壓縮比 (Compression ratio) 近來亦用以增加功率輸出，但以此法增加功率較增壓或增高發動速率之效果為低。其主要優點，則在於較高壓縮比可得較高熱效率 (Thermal efficiency) 及較低之燃料消耗。用高壓縮比較用低壓縮比，較多熱能可變成有用工作，故用高壓縮比者，雖較少燃料即可產生一定額功率。

1929 以前之發動機設計者，因爆震之煩擾，已感受增加 b.m.e.P. 之困難。直至今日，尚無標準方法之測量燃料爆震之趨向。因此，功率輸出限於所用燃料，使其能適於動作。辛烷量度 (Octane scale) 之制定，為發動機設計者準備一有用之碼尺；用於將來之發展工作。

追蹤辛烷量度而來者，為一強烈發展產生高辛烷數燃料之時期。並伴來一表示許可工率輸出（被爆震限制）與辛烷數，用於增壓實驗發動機中之關係曲線。此曲線表示指示，工率（Indicated Power）當辛烷數增加時增加甚速，特別是超過90辛烷數換言之，每單位辛烷數所增加之工率，當超過90辛烷數時，其升高速率極大。相當於100辛烷數之點（在所繪量度之極端），可能增加之工率，在理論上為無限大。



辛烷數  
指示工率增加與辛烷數之關係

汽油含兩種基本化學原素——氫與碳，其組合產生炭氫化合物。不同之炭氫化合物可為無限多。在航空汽油中不同炭氫化合物幾達千種。

在1939年美國所產之，1 與  $\frac{1}{2}$  兆桶粗油 (Crude oil) 中，僅一小部份適於直溜 (Straight run) 航空汽油。直溜航空汽油之平均辛烷數約為60。如注意選擇粗油源，可製成70辛烷數或稍高，但其量則有限。

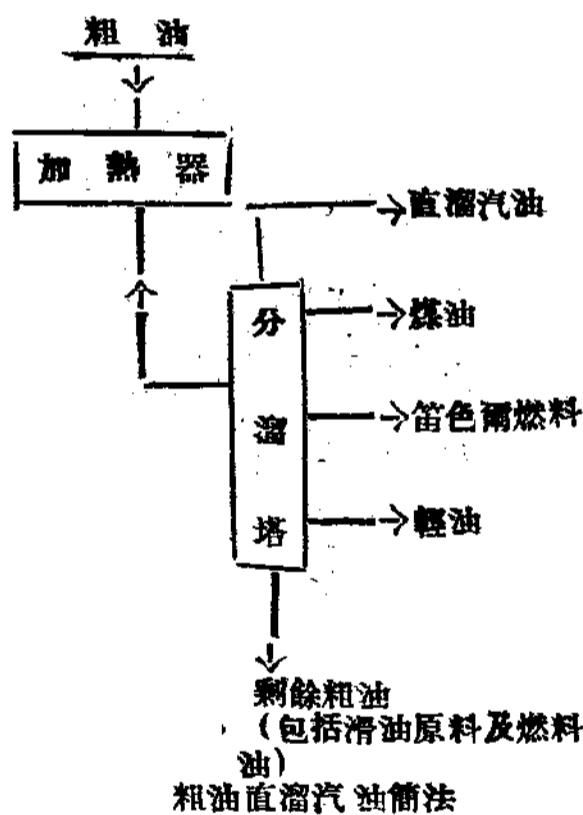
今日許多商用航空汽油為分馏沸點在  $100^{\circ}$  及  $300^{\circ}$ F 範圍之粗油所製成，謂之直溜法 (Straight run method)。航空汽油部份為自氣油體炭氫化合物中分出，低揮發部份用為煤油 (kerosene)，笛色爾燃料 (Diesel fuel)，輕油 (gas oil)，燃料油 (Fuel oil) 等等。根據粗油之成分，汽油不必一定另加熱處理以改良其顏色，膠脂 (gum) 及氣味穩定性 (Odor stability)。

較高辛烷數級 (摘用) 80, 87, 及 90 為加四乙基化鉛 (Tetraethyl lead) 於直溜汽油所製成。現以90辛烷數級所加之鉛 4 公攝每加侖為最多。

較高辛烷數級，常藉混合異辛烷 (Isooctane) 或他種有較高反爆震率 (Anti-knocking rating) 之合成燃料 (Synthetic fuel) 於汽油中，以增加基本汽油之辛烷率。異辛烷實際為商用航空汽油第一種高辛烷數混合劑 (Blending agent)，具有優良之穩定性及 100 爆震率。

1939 烷基化 (Alkylation) 為引人注意之製造高辛烷數航空汽油之方法。烷基代通常用以將氯鹽炭氫化合物化為不同種液體炭氫化合物。用些微不同種類之炭氫化合物而產生具有用為汽油所需揮發性 (Volatility) 之液體炭氫化合物。

異辛烷之製造以前需用兩個分開步驟——選擇重合法 (Selective polymerization) 與氫代法 (Hydrogenation)；在烷基化中僅需一步。此法所用之原料供給量甚大，確信將來可供以混合為目的之巨大烷基化燃料。此種燃料之高爆震率 (平均 90 或較高) 優良穩定性及加鉛後極佳之增加辛烷數反應著名已久。



烷基化亦為高辛烷數安全燃料 (Safety fuel) 之可貴來源。最近接觸裂解 (Catalytic cracking) 似有用以製高辛烷數安全燃料之優良可能性。

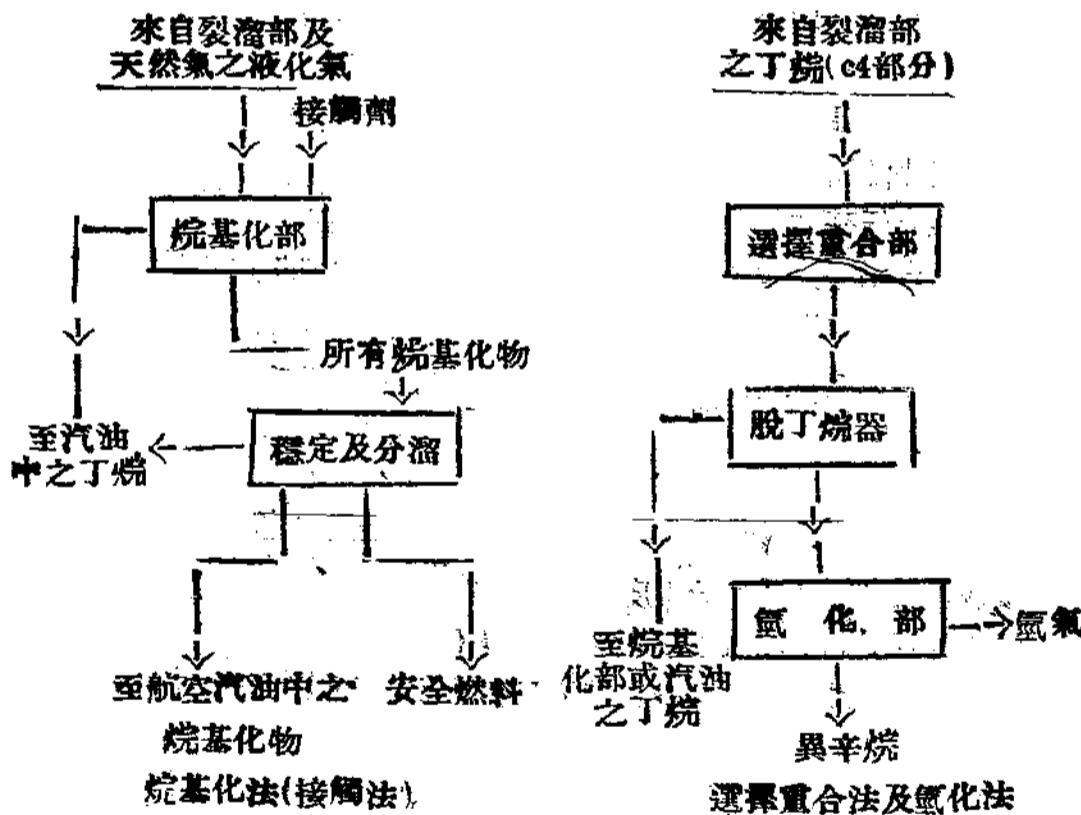
#### 試驗法

過去數年中，高辛烷數燃料商用方面之發展極速，現有之辛烷數量度已不適用，故工業上針對需要以擇超過 100 辛烷數之不同量度。有計劃以爆震儀之曲線為一絕對制度者，另有建議一具有較大反爆震值之新比較燃料，如以猜浦坦 ( $T_{EP}$ )

ptane)代替異辛烷。最早提議之最高可用壓縮比 (H.U.C.R.) 有再建議為量度之可能。在今日，石油 (Petroleum) 工業及發動機公司共同善用異辛烷加鉛。例如，100 辛烷率以上，則以 100 辛烷數 (異辛烷) 加…… 立方米厘或公撮鉛表之。

在美國現用兩種標準發動機動作情形，以定航空汽油之辛烷數。此二法今年或將普遍以新法代替。此際，CFR—I—C 試驗法流行，並被工業採用為所需之試驗法。

補充以上各法另有數法適用於汽車燃料。ASTM法及軍用法 (Army method) 二者對於未加鉛之直溜燃料給予相同辛烷率。加鉛直溜燃料，用 2至3 公撮鉛，在80辛烷數以上，二者之辛烷率相差3至5辛烷單位之多。換言之，一燃料具有<sup>87—89</sup> ASTM 辛烷數常表示99軍用辛烷數，及 97—98 ASTM 辛烷數燃料可以表示 100 軍用辛烷數燃料。



**揮發性**—ASTM 蒸溜試驗，為美國石油工業用以測定汽油揮發性之標準方法。一百公撮汽油注於瓶中，以等速率加熱。當第一滴自凝汽器 (Condenser) 落於分度器時，記下瓶中之蒸汽溫度，稱初沸點 (I.B.P.) 當 10.20.30% 等燃料得到，記下其相當溫度。最末點為最高溫度，觀測自然溫度表，通常當瓶底乾時即可得到。此種紀錄可繪製成圖以與他種燃料比較。

揮發性試驗極有價值，以其可控制下列各因素：影響起動、氣阻(Vapor locking)、分散加速(Distribution acceleration)，經濟，及在汽油稀薄情形。燃料之蒸發對於進汽系之效果僅為相對者。因進汽系之壓力，溫度及空氣流動速率與試驗情形稍異，蒸溜紀錄不能直接應用於發動機。其差異之另一例可見於航空汽油在室溫溢出蒸發極速之情形即使 $90^{\circ}/0$ 點僅為 $230^{\circ}\text{F}$ 亦可發見。

茲將蒸溜試驗分認之重要點歸納如下：—

IB.P.(初沸點)——實際不重要。

10%點(10% point)——此點常甲以判定起動容易與氣阻。此種燃料有最低0%點溫度，最易起動，特別是在寒冷天氣。起動一飛機發動機，於進汽管或進汽系中必須產生一適當之燃料與空氣之混合氣。在寒冷情形下，僅汽油易蒸發部分蒸發。因僅蒸發燃料燃燒及僅易蒸發部分蒸發於低溫度，駕駛者須用起爆(Priming)及富油混合氣增加燃料與空氣混合比以產生可燃混合氣。

10%點為比較不同燃料氣阻趨向之有用指數。與起動用之低10%點相對者，高10%點主要為避氣阻。除蒸氣壓力及10%點外，20%亦用以研究氣阻趨向。

50%點——加溫及油門之相當性能可自50%點判定。加溫時間需要短，雖滑油加熱之時間常超過進汽系加熱之時間。

油門所負責任甚大，特別在起飛需最大馬力或其他偶然事故發生時。當油門驟然開啓，進汽系中之液體燃料及蒸汽之平衡受影響，將傾覆燃料與空氣混合氣，足夠傾刻阻斷發動機動作。

90%點——以航空汽油之特質論之，90%點比較不重要。在汽車燃料中，9%點有較相當汽油稀薄趨勢。

蒸汽壓力——Reid方法斷定蒸汽壓力為標準ASTM法。試驗之步驟有如下述：—汽油與Reid球燃料室分別冷卻於溫度 $39^{\circ}$ 及 $40^{\circ}\text{F}$ 間。燃料室充滿汽油後，前者接於空氣室。全球沉於溫度為 $100^{\circ}\text{F}$ 水中浸5分鐘。將球取出，搖動之，再入浸2分鐘。記下球離水前之布爾頓表(Bourdon gage)之壓力。離水後繼續搖動，直至在壓力表上讀出一定值。最後，改正水蒸氣及空氣之分壓力對於爾頓表讀出值之影響。

此試驗繼續10%及50%點研究氣阻之蒸溜試驗。如上所述，高10%點用以避免氣阻。同時，同理需要低蒸汽壓力。簡言之，氣阻在燃料系中，超速製造蒸汽泡，擾亂正常燃料流動。必須注意者，汽代器為測油器，如過量蒸汽發生，蒸汽與液體混合體自汽代器或測油孔(Metering jet)放出，破壞適宜之混合比，以致暫時或完全使工率低落。

設溫度變化極微，蒸發趨勢以高度增高而增加。故低壓力對於用於高空以避

免氣阻困難之汽油為重要。

銅碟膠質試驗 (Copper dish gum test) —— 銅碟膠質試驗，雖未被 ASTM 所採用，普通多用之。其法將 100 公撮汽油注於光滑銅碟上，在一控制速率下蒸發之。其殘渣以公絲每 100 公撮試驗品表之，此法常稱為銅碟殘渣試驗 (Copper dish residue test)。

此試驗示出膠脂化合物可得自經儲藏或長期與銅碟接觸之汽油中。所形成之膠脂，不溶解於蒸發。因膠脂沉澱於燃料系或汽化器，極為冒險，所有航空汽油特質均包括固體膠脂特質。

加速膠脂試驗 (Acceleration gum fest) —— 將 260 公撮汽油注入有鋼條之球中，氧氣在 100 磅每平方呎壓力下加入。然後將球沉入溫度為 312°F 水中浸 5 小時。鋼條之用途為接觸劑，或增加燃料與氧氣之反應速率。將 100 公撮氧化汽油取出，並蒸發於玻璃盤中，所剩殘渣即為加速膠脂物，並以公絲每 100 公撮表之。

此試驗為定長期儲藏製膠脂之可能或趨勢之良法。雖不被 ASTM 所採用，此試驗實際包括於所有航空汽油特質。

重力 (Gravity) —— 所有近代航空汽油特質中已不包括重力。彼除量一已知體積之燃料重量外，僅為歷史上名詞耳。

安全或高引火點燃料多為沸點高於 300°F 及最小引火點為 105°F 之燃料。炭氫分溜具有沸點範圍在 300° 及 400°F 之間者，並非新穎，已用為洗滌汽油 (Clean naphtha) 多年。辛烷數至最近幾近 10，用為航空汽油則無價值矣。如以新法提煉，可能增高辛烷率至 100。現在安全燃料之最小引火點為 105°F，此即謂一燃燒之火柴落於溫度低於 105°F 之盛油盤中將被熄滅。另一方面，航空汽油與溫度低至 -30°F 之火燭接觸即可燃燒。

烷基化不僅用以製航空汽油，亦為製安全燃料之良法。烷基化所製成之安全燃料較上等航空汽油之辛烷數，儲藏之安全程度，鉛之靈敏性及熱值為優良。

安全燃料用於現代航空發動機，須將發動機改變數點。起動一冷卻發動須注入一易揮發之燃料以適合噴射系 (Injection system) 之要求。此種燃料亦可用汽化器如牽引機燃料所用之汽化器然。無論如何，進氣之空氣須預熱 (Preheating)，此為航空發動機所不許，以其耗失工率及增加爆震之趨勢。以此法分佈燃料似屬笨劣。

以噴射素代替汽化器，可得良好之噴霧作用 (Atomization) 及混合氣，加以優良之分佈，即勿需預熱空氣矣。噴射燃料經汽缸頭上之噴嘴直達汽缸，為今日試驗所得中良法。除噴射裝置外，勿須他種基本改變。點火系 (Ignition system

) 與汽化器發動機同。

比較用相同辛烷數之安全燃料及汽油發動機性能，二者均用噴射系之發動機，其馬力， b.m.e.p. 及燃料消耗二者實際相同。比較一噴射發動機用安全燃與一汽化器發動機用汽油，則極不相同。前者可得較近之容積效率 (Volumetric efficiency) 與增加功率，免去汽化器結冰之弊，較近之分散與燃料節省則大約相同。

安全燃料可避免汽油在高空中所遭遇之氣阻。其理至為顯明，即  $100^{\circ}\text{F}$  之蒸氣壓力低微至可以忽略。在討論汽油時曾論及，氣阻在燃料系中製造蒸泡極速，擾亂燃料之正常流動。

何時與何種施嘴安全燃料可以適用，尚屬一待研究之問題，遺留於工作者及發動機公司之手中。安全燃料之大量供給，似屬相當需要。

——完——

# 飛機響聲之分析與計算

競 生

飛機在天空中飛行時，在地面上仍能聽得其隆隆響聲。在飛機座艙中當然比在地面上所聽得的響聲更響。嘈雜響聲往往會引起神經上的不安反應。故飛機上尤其是商運機上須有減聲設備，以保持艙位中之清靜。本文係介紹最近試驗響聲所得之結果，及飛機飛行時座艙中響聲高度之計算法，以為研究減聲設備者之參考：

## I. 飛機響聲之分析，及響聲測量之方法。

飛機飛行時所生之高度響聲，為螺旋槳，發動機，及空氣流動所生之響聲合併而成。近代已有無數關於此類合併響聲之研究，及其響度測量方法之試驗。此類研究已獲得相當成功，且已可應用於設計飛機減響設備。

除特殊之螺旋槳，發動機外，其餘一般具有普通槳葉形狀與槳葉尺寸之螺旋槳在旋轉時發生之響聲皆相似。一般普通發動機所生之響聲亦皆相似。但由螺旋槳產生之響聲不可與發動機所產生之響聲相比，更不可以同一公式推算各種來源不同之響聲；故求飛機之響聲必須分別求得三者之響聲然後合併之。

人類聽覺感應不同。以各人之聽覺聽同一響聲，即能發生相差甚遠之結果。故響聲之測量較諸其他物理上之測量困難多多。英國標準制度局公佈之聲學名詞與定義字彙中規定響度之單位為 Phon。測量響度時，並不分析響聲中所含各不同之音波，而由一標準聽察者來測定響聲之高度。在測量響聲時，該標準聽音者傾聽，並比較欲測量之響聲與一已校正完善而有一定音節之響聲。同時調節該鳴聲器，至此二聲音之高度在彼心目中認為相等時為止。鳴聲器所指示之響度亦即為欲測量之響度。用此法測量之結果含有該標準聽察者之主見，故名之為自覺測量法。飛機響聲由各種來源不同之響聲合併而成，其聲隆隆震耳，足以粉亂聽察者之聽覺，故自覺測量法往往發生困難而含有錯誤。如能創一儀器代替人力，則此等困難與錯誤均可避免。但目下仍未見此類儀器之應用。本文中所之搜集材料均係用 Barkhausen Audiometer 由自覺法測得，故所得結果難免有不正確之處。但在一般情況下仍認為滿意，因目下尚無更精確之結果也。

響度與聽察者離聲源之距離有關，故在測量響度時必須擇定適當之距離，由試驗證明飛機響聲之距離在80呎以下，其響度與距離之平方倒數成正比；超過80呎之距離，倒數平方定理即不可應用。故飛機在遠距離飛行時即無從推測其真正響聲。在測量飛機響聲時其距離亦不可少於10呎。在10呎內，倒數平方定理是否能適用，仍是疑問（因在近距離，飛機各部之振動足以擾亂飛機發出之響聲）在測量飛機響聲時聽察者之適當距離規定離聲源15呎。

## II. 螺旋槳所生之響聲。

飛機響聲大部份由於螺旋槳。而螺旋槳響聲之發生則由於槳葉發生之渦流，螺旋槳之牽拉作用，與螺旋槳之旋轉作用，如用理論來計算此項響聲則難得完滿之結果。研究此類問題最好之方法為實物之試驗。

試驗螺旋槳響聲之方法有二，然此二種試驗所得各種錯誤加以改正其結果均極相似。第一法為利用一響聲較低之電動機旋轉所欲測量之螺旋槳，而測定在各種情況下之響聲，改正錯誤後，即可得一公式。另一法為直接由天空飛行之飛機上測得。應用第二法，飛機發動機與空氣流動所生之響聲均為須預知，而其響聲高度更須遠在螺旋槳響聲高處之下。

用第一法測量螺旋槳之響聲較為實用，但其結果含有錯誤。其原因為：（一）由於靠近旋轉部份其他物體之回聲，與（二）飛機在飛行時之前進速度所生之影響未曾併入計算，R. S. Copon 在1933以此法試驗得有下式之結果：

$$N = \alpha (W + 10 \log_{10} \left( \frac{B C r_0}{R^2} \right) + K) \dots \dots \dots (1)$$

在上式中，

$N$  = 響度其單位為 B.S. Phons.

$\alpha$  = 試驗所得之係數（參看下文）

$W$  = 螺旋槳之叶梢速度，呎/秒。

$B$  = 槳葉數。

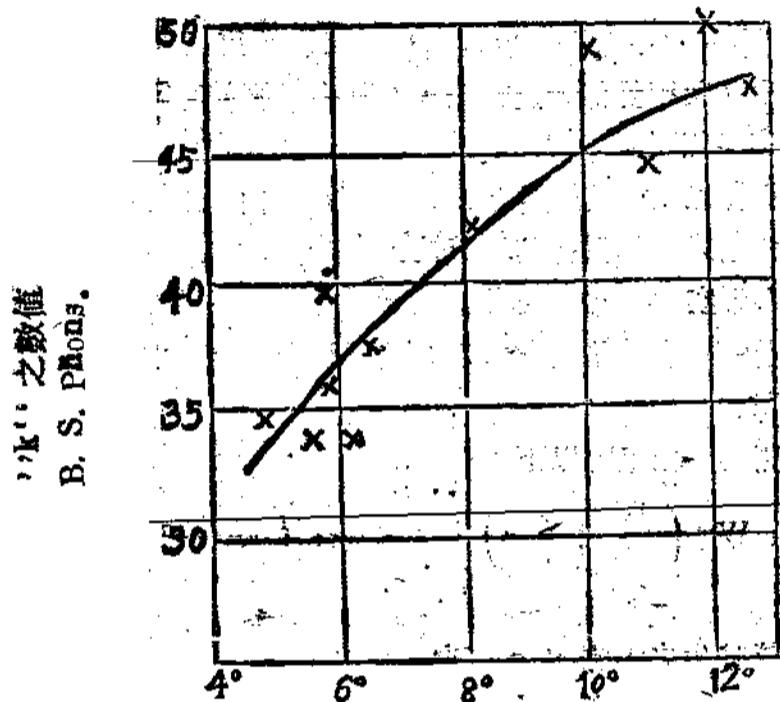
$C$  = 槳葉之弦長，呎。（在螺旋槳半徑百分之九十處）。

$r_0$  = 螺旋槳之半徑，呎。

$R$  = 聽察者離螺旋槳中心之距離。

$K$  = 一常數與槳葉角有關（參看下文）

此係數表示增加響聲高度與增加槳葉迅速之關係，槳葉速度在500至950呎/秒範圍內，約為0.1。試驗所得之常數K與螺旋槳半徑百分之九十處之槳葉傾角之關係如第一圖所示：



螺旋槳半徑百分之九十處之槳葉傾角，量自無昇力線。

第一圖：“L”與槳葉傾角之關係。

在第一式中並無涉及響聲與聽察者位置之關係，即響聲之分佈情形不能在第一式中求得。但由試驗所得，除在真正滑流中其他離螺旋槳各相等之地點螺旋槳所發出之響聲均為相似。從試驗證明當葉梢速度極高時，在螺旋槳平面中聽得之響聲最大。而當槳葉梢速度較低時，最大響聲則在沿螺旋槳軸之線上各點。因此，在求第一式時所作之試驗均在螺旋槳旋轉面後方觀察。在此處聽得之響聲高度與其他各相等地點所聽得之響聲高度之差誤在±3 Phons 以下。

靠近螺旋槳各物體所生之響聲反射，及在試驗時無前進速度，二者皆使試驗結果含有錯誤，可以下述之法改正之。

靠近螺旋槳各物體所生之響聲反射而生之錯誤頗為嚴重。在試驗架上螺旋槳常能聽得一低音調之響聲，此種響聲乃附近各物體反射所得，估計及校正此項差誤必作二次試驗。先以螺旋槳在地面上用電動機轉動，而測其響聲。再在空中飛行時測其響聲。而以此二次試驗之結果比較之。在空中飛行試驗時發動機務須裝有特殊之減聲器，使發動機之響聲減低而不致影響螺旋槳所生之響聲。螺旋槳響聲受地面之反射而生之改變，可於飛機飛近地面時與在高空飛行時所生響聲之不同而測定之。應用所得之結果作為比較即可改正附近物體回聲所生之錯誤。

在地面試驗時無飛機前進速度，由此而生之錯誤亦須加以改正。但此項改正

已包括在函數” $\kappa$ “中。因在螺旋槳半徑 90% 處之傾角（量自無昇力線）已決定空氣在螺旋槳發生最大響聲部分之流動。因所生之響聲可從葉梢速度及槳葉傾角中推算而與前進速度無關。

用第一式計算所得之結果其錯誤在±5 Phons 以內。當響聲在 120 Phons 以上，用此式算出之結果即難保持其準確性。

用第二法，即由天空飛行之飛機直接測得螺旋槳之響聲時，該飛機之發動機必須裝有特殊之減聲器。發動機排氣管以及飛機行動而生之空氣流動響聲均須遠低於螺旋槳所生之響聲。

由飛機上直接測得之結果可以下式表示之。

$$N = (\log_{10} W) \left( \frac{W}{50} + 2 - 4 \right) + 10 \log_{10} \left( \frac{BCr^o}{R^2} \right) + 64 \dots \dots \dots (2)$$

在上式中

N = 螺旋藻養生之鑑定 B. S. Phong

$W =$ 螺旋桨之叶梢速度 呎/秒

B = 條叶數。

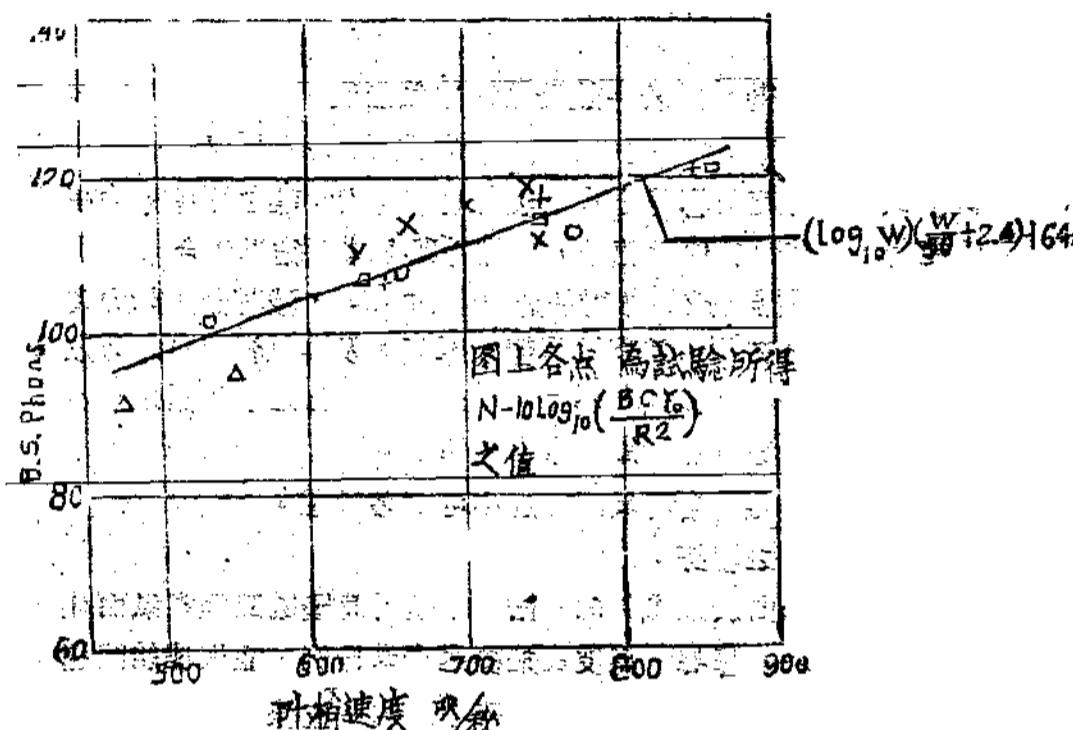
$C =$  漿葉之弦長（在螺旋漿半徑百分之九十處）。

五、螺旋類之全稱，呢？

R = 聽客者距螺旋槳中心之距離，呎。

應用上式計算響聲時， $W$  必須包含飛機之前進速度，而流入速度可不必計算在內，此公式之應用範圍在葉梢速度 425 至 850 呎，葉傾角在 3° 至 10° 度之間，（葉傾角仍指半徑 90% 之葉傾角，量自無昇力線），聽察者在 10 至 16 呎。響聲分佈情形可設為圓形分佈。

在第二圖中所示各次試驗結果與應用第二式計算結果之比較其差誤在土 5 per cent 以內。



第二圖： 第二公式之圖解，由此可推算螺旋葉嚙葉

計算螺旋槳響聲第一式與第二式須同時應用。將求得結果平均之，此平均數即可認為螺旋槳之響聲。

### III. 發動機排氣管之整聲。

發動機排氣管響聲之測量，須分二步驟。先測未經裝置減聲器時排氣管所生之響聲。再測定裝有減聲器時之響聲。試驗排氣管響聲一如螺旋槳，在地面上試驗架上所得之響聲較在空中飛行時為大。欲求得一合理之響聲公式，地面與空中均須試驗以二者所得之結果比較而改正之，由試驗所得結果經改正各種差誤後可以下式表之：

$$N = 10 \log_{10} \left( \frac{n \pi^2 d^4}{R^2} \right) + H \quad \dots \dots \dots (3)$$

在上式中

N = 未設減聲器排氣管之響聲，B.S. Phons.

$n =$ 相似排氣管數，

$P$  = 連接於一排氣管各汽缸所生之力。

d = 排汽門之直徑，吋。

R = 離塞者距排氣管開口端之距離，呎。

$H$  = 發動機個性之常數。

H之數值須由試驗求得，對於一般發動機相差無幾，如 Rolls-Royce 廠之 "Kestrel" 式為 55，Bristol 之 "Pegasus" 式為 50，Junkers 之 "Jumo" 式為 60，此公式仍如螺旋槳響聲公式，未含有響聲與距離之關係。除在沿排氣管兩端之直線範圍外。其餘各地所聽得之響聲均與上式之結果相合。

普通發動機簡單減聲器之效力難得超過 10 Phons，減聲器之効力與出口前之排氣過程之長度與積體有關，並與排氣管之厚薄，及排氣管出口之形狀有關。但其各種關係仍不能以合理之公式表示之。在市場上所有之減聲器之効力能達<sup>25</sup> Phons。其詳細性能可參看各出品工廠之說明書。

發動機由機械部分所生之響聲其高度過小可不必考慮。

#### 四、空氣流動所生之響聲。

空氣流動所生之響聲由於飛機各部分結構在飛行時擾亂四週空氣而生。此類響聲為空氣壓縮性之結果。響聲之高度與飛機速度成比例，並與座艙四週之形狀有關。阻力愈小所生之響聲亦愈小。據流體力學中所示一流線形之物體，在空氣中進行，由空氣流動而產生之響聲，與前進速度之八次方成比例。而一般阻力較小之飛機在飛行時，空氣流動所生之響聲與速度之關係與此相似。此種響聲比較前二者易於測量，只須使飛機在前進速度相等之情形下滑翔。滑翔須減小油門至最小位置。如此由發動機排氣管及螺旋槳所生之響聲減低而不足影響所欲測量之響聲。經過無數次之試驗，求得響聲與  $V^m$  成比例。 $V$  為飛機前進速度，而  $m$  為一常數與前進速度之範圍及飛機之種類有關。可以下式表示之：

在上式中

$N =$ 空氣流動所生響聲 B. S. Phons.

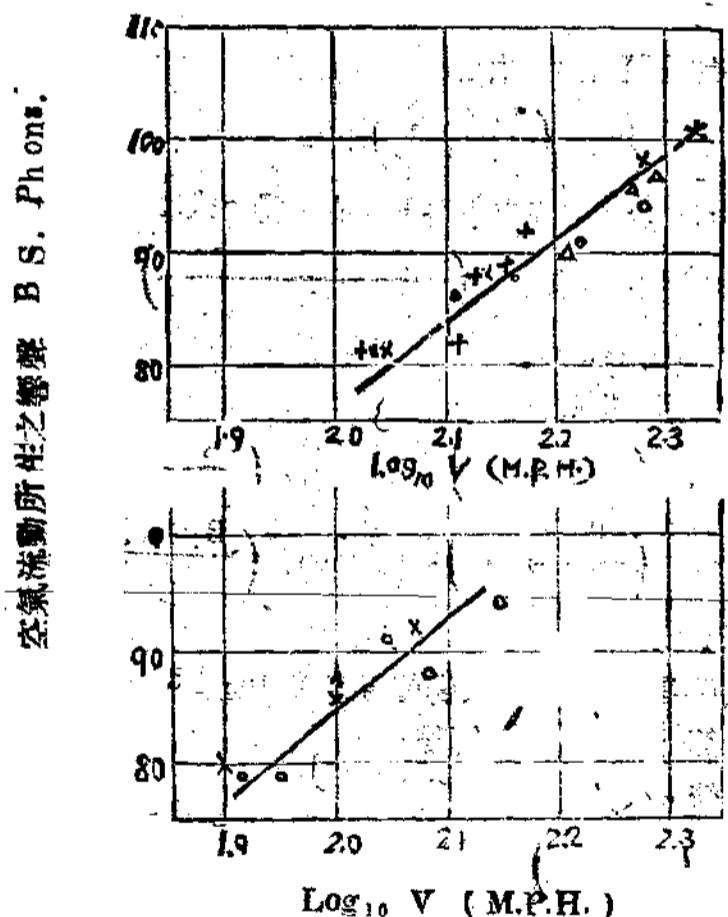
$V$  = 航過飛機座艙之空速，哩/小時。

$m$  與  $J$  = 試驗所得之常數。

上式中  $N$  為在座艙中所聽得之響聲而座艙四週無減聲設備， $m$  與  $J$  兩常數以  
乘機式樣之不同而異。二種普通式樣之飛機  $m$  與  $J$  之值如下表。

飛機式樣	m	J	適用之速 度範圍 哩/小時
小阻力幅式單翼飛機 (clean cabin monoplane)	7.5	-73	9.0—210
舊式之幅式雙翼飛機 (Old Types of cabin biplane)	7.7	-69	7.0—180

第三圖為上式之圖解，與試驗所得之各點相差無幾。然等四式僅在有限之空速範圍內適用。在必要時可用外插法(extrapolation)求得其結果。



第五圖：空氣流動所發生之響聲與速度關係

#### IV. 各種響聲之合併。

飛機之響聲為前述三者響聲之合併。依一般原理凡感應不同之響聲其高度不能相加。然在飛機上所發生之響聲。因無繼續之響聲，更無奇特之音調，大致可

認為相同。故此三者響聲之高度相加即可認為合併響聲之高度。

現作一實例，以明瞭計算飛機響聲之步驟。設一雙發動機轆式單翼機，在每小時 200 哩之巡航速度下進行，發動機之轉速為 2500 r.p.m.，發動機制馬力為 600 匹，裝有三葉螺旋槳其直徑為 10·75 吋，在半徑百分之九十處之槳葉弦長為 0·362 吋，其量自無昇力線之傾角為 6 度，改速齒輪比例為 0.55·1。螺旋槳離座艙中觀察者之距離為 14 吋。二發動機均為星形，而每發動機裝有二個排氣管，並裝有減聲器，排氣管出口直徑為 4 吋，離座艙中觀察者之距離為 19 吋。減聲器能減少 7 Phons。

解：

(A) 第一步計算螺旋槳之葉梢速度。計算時包含飛機前進速度，

$$W = 830 \text{ 吋/秒}.$$

(i) 用第一式求得螺旋槳所生之響聲。

$$N = 0.1 W + 10 \log_{10} \left( \frac{B.C.r_0}{R^2} \right) + K$$

以各數字代入上式，並於第一圖中求得 K 之值，得下式：

$$N = (0.1 \times 830) + 10 \log_{10} \left( \frac{6 \times 0.362 \times 5.375}{14^2} \right) + 3.7 \\ = 108 \text{ B. S. Phons.}$$

(ii) 用第二式求螺旋槳之響聲。

$$N = (\log_{10} W) \left( \frac{W}{50} + 2.4 \right) + 10 \log_{10} \left( \frac{B.C.r_0}{R^2} \right) + 6.4 \\ = (\log_{10} 830) \left( \frac{830}{50} + 2.4 \right) + 10 \log_{10} \left( \frac{B.C.r_0}{R^2} \right) + 6.4 \\ = 107 \text{ B. S. Phons.}$$

此二式求得之結果僅差一 Phon，其響聲可認為 108 Phons。

(B) 第二步計算排氣管所生之響聲。

用第三式求得排氣管未裝減聲器時之響聲：

$$N = 10 \log_{10} \left( \frac{n p^2 d^4}{R^2} \right) + H.$$

星形發動機之 H 為 50

$$N = 10 \log_{10} \left( \frac{4 \times 330^2 \times 4^4}{12} \right) + 5.0$$

$$= 109 \text{ B. S. Phons.}$$

減聲器吸收 7 Phons 故由排氣管所生之響聲 102 Phons。

(C) 第三步計算由空氣流動所生之響聲。可由第四式求得之。低阻力轆

式中 $m$ 與 $J$ 可於表中查得。即

$$m = 7.5; J = -73.$$

$$N = 10 \log_{10} V^{5.7} - 73.$$

$$= 75 \log_{10} 200 - 73.$$

$$= 109 \text{ B. S. Phons},$$

此三種響聲均已求得。即

由螺旋槳所生之響聲………108 B.C. Phons.

由排氣管所生之響聲………102

由空氣流動所生之響聲………100

此三者相加即可求得合併響聲之高度

$$N = 10 \log_{10} \left( \text{Anti } 10 \log \frac{108}{10} + \text{Anti } 10 \log_{10} \frac{102}{10} + \text{Anti } 10 \log \frac{100}{10} \right)$$

$$= 109 \text{ Phons}.$$

由此所得之結果即表示在座艙中能聽到之響聲，而座艙四週均無減聲設備。如欲座艙中之響聲減低至某一程度，則設計座艙減聲設備時即可利用以作計算。得之結果而決定減聲設備應有之効力。

## 再論高次方程式根值解算法

林 士 謂

前於本刊五卷六期為文論解根法後，繼續研究得下列各點：

- (一) 分解方程式之公式可通化使應用至任何次方，且收斂證明亦可通化討論之。
- (二) 四次及八次方程式之收斂測驗可用“分根係數”表示之。

### 解算通化原理

設已知方程式為：

$$x^m + A_{m-1}x^{m-1} + \dots + Ax + A_0 = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (I)$$

今分解為 n 次及 (m-n) 次二式為如下：

$$(x^n + b_{n-1}x^{n-1} + \dots + b_1x + b_0)(x^{m-n} + a_{m-n-1}x^{m-n-1} + a_1x + a_0) \\ + (r_{n-1}x^{n-1} + r_1x + r_0) = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (II)$$

上列 b 為除數，a 為商數，r 為餘數。

由一列已知之除數係數 b，可用綜合除法得 a 及 r：

$$\begin{array}{r} -b_{n-1}-b_{n-2}\cdots b_1-b_0 | 1+A_{m-1}+A_{m-2}\cdots A_{1-n}+A_n+A_{n-1}+\cdots+A_1+A_0 \\ \hline -a_1b_0-a_0b_0 \\ \vdots \\ -b_{n-2} \\ \hline -b_{n-1}-(b_{n-1})(a_{m-n-1}) \\ \hline 1+a_{m-n-1}+a_{m-n-2}+\cdots+a_1+a_0+r_{n-1}+\cdots+r_1+r_0 \\ \hline \end{array}$$

故  $a_{m-n-1} = A_{m-1} - b_{n-1} \quad \dots \dots \dots \quad (m-n-1)$

$a_{m-n-2} = A_{m-2} - b_{n-2} - (b_{n-1})(a_{m-n-1}) \quad \dots \dots \dots \quad (m-n-2)$

$\vdots$

$r_{n-1} = A_{n-1} - a_{n-1} - b_{n-2}b_1 - \cdots - a_1b_{n-2} - a_0b_{n-1} \quad (n-1)$

$$r_0 = A_0 - a_0 b_0 \quad \text{.....(10)}$$

爲求減少  $r$  之數值使趨於零數，乃用下式求得  $b'$ ：

$$[r_{n-1}] = A_{n-1} - a_{n-1}b'_{n-1} - a_{n-2}b'_{n-2} - \dots - a_1b'_{n-2} - a_0b'_{n-1} = 0 \quad (\text{if } n=1)$$

$$[r_1] = A_1 - a_1 b_0' - a_0 b_1' = 0 \quad \text{---} \quad (1)$$

$$[r_o] = A_o - a_o b_o' = o$$

故 $b'$ 可由(0)式中求得， $b'$ 可由(1)式求得； $b'$ 可由(n-1)式依次求出之，所除數 $b'$ 求出後，乃可復演前述綜合除法；或用(0)至(n-1)之公式求出 $a'$ 及 $r$ ，重複數次後如餘數 $r$ 漸趨於零，則合收斂現象而已知程式乃可分解為低次之數，苟其中之因數為二次式時，則一對根值可立即用公式求出。

## 收斂條件及初次試除數之選擇

餘數  $r$  之程式因  $[r] = b$  之故，可寫作下式：

$$r_o = (o) - (o)' = a_o(b_o' - b_o) = a_o(\bigwedge b_o)$$

$$r_1 = (1) - (1)' = a_0(b_1' - b_1) + a_1(b_2' - b_2) = a_0(\wedge b_1) + a_1(\wedge b_2)$$

$$r_{n-1} = (n-1) - (n-1)! = \tilde{e}_0(\Delta b_{n-1}) + e_1(\Delta b_{n-2}) + \cdots + e_{n-1}(\Delta b_0)$$

故重復演除後可得：一、

$$r_o' = s_o' (\Delta b_o)^{-1}$$

$$r_t^2 = a_0^2 (\Delta b_t)^2 + a_1 (\Delta b_n)^2$$

$$r'_{n-1} = a_0'(\Delta b_{n-1})' + a_1'(\Delta b_{n-2})' + \dots + a_{n-1}'(\Delta b_0)'$$

$$\text{图 } \Delta b_o' = b_o' - b_o = (A_o)/a_o - (A_o)/a_o \quad \text{by (o) }$$

$$= \frac{A_o}{a_o - a_o'} (a_o - a_o') = \frac{h'_{\perp}}{a_o} (-\Delta a_o)$$

$$\Delta b_1' = b_1'^2 - b_0'^2 = (A_1 - a_1 b_0'^{-1})/a_0' - (A_0 - a_0 b_0'^{-1})/a_0 \quad \text{by (1)'}$$

$$= A_1 \left( \frac{1}{a_{10}^2} - \frac{1}{a_{10}} \right) + \left( \left( \frac{a_{10}^2}{a_{10}} \right) b_{10}, - \left( \frac{a_{10}}{a_{10}} \right) b_{10} \right).$$

$$= \left( \frac{A_1}{A_0} \right) \Delta b_0' + \left( \frac{a_1}{a_0} \right) \Delta b_0 \text{ if } \left( \frac{a_1}{a_0} \right) \left( \frac{b_1}{b_0} \right) = 1$$

$$= \left( \frac{A_1}{A_2} = \frac{s_1}{s_2} \right) \Delta b_u ?$$

同樣可證出：—

$$\Delta b_2' = \left( \frac{A_2 - a_2}{A_0 - a_0} \cdot \frac{a_1}{a_0} \cdot \left( \frac{A_1 - a_1}{A_0 - a_0} \right) \right) \Delta b_0'$$

$$\left( \text{設 } \left( \frac{a_2}{a_0} \right) \left( \frac{a_1}{a_0} \right) = 1 \right)$$

$$\text{又 } \Delta b_{n-1}' = K \Delta b_0' \quad \left( \text{設 } \left( \frac{a_{n-1}}{a_{n-1}} \right) \left( \frac{a_n}{a_0} \right) = 1 \right)$$

$K$  為一常數，其數值視係數  $A$  及  $a$  而定。

故知苟  $\Delta b'$  減趨於零，而  $a$  為定值時， $r$  必將隨而漸趨於零也。

再  $\Delta b'_0 = \frac{b_0}{a_0} (1 - \Delta a_0) = \frac{b_0}{a_0} (1 + \alpha) \Delta b_0$

$\alpha$  為常數，視  $A$  及  $a$  等而定。

故  $b_0'$  小於  $a_0'$  可為收斂條件之一（如  $(1 + \alpha) = 1$ ）。

試除時，設  $b$  為零 ( $b_0 = b_1 = b_2 = \dots = b_{n-1} = 0$ )

乃得：

$$a_{m-n-1} = A_{m-n-1}, \dots, a_1 = A_{m-n-1}, a_0 = A_{m-n}$$

$$\text{及 } r_{n-1} = A_{m-n-1}, \dots, r_1 = A_1, r_0 = A_0$$

故事實上初次試除數  $b$  為：—

$$b_0' = \frac{A_0}{A_{m-n}}$$

$$b_1' = (A_1 - A_{m-n} b_0') / A_{m-n}$$

$$b_{n-1}' = (A_{n-1} - \dots - A_{m-n-1} b_{n-2}') / A_{m-n}$$

### 求公式之定列式

實際計算時列表照公式計算  $a$ ,  $b$ , 故由綜合法為節省時間及位置且可逐次比較  $a$ ,  $b$  之變化以改正任何偶然之數字錯誤。下列所論之定列式即為求  $a$  及  $b$  各公式之法則：

照前述已知方程式(I)及除數  $b$ , 可作下列一簡單之定列式，用(A), (b) 及 (a) 代表列數；(I), (II), ..., (m) 代表行數：

列	(1)	(2)	(3)	...	(n)	(m-n-1)	m-n	...	(m-1)	(m)
(A)	$A_{m-n-1}$	$A_{m-n-2}$	$A_{m-n-3}$	...	$A_1$	$A_n$	...	$A_1$	$A_0$	
(b)	$-b_{m-n-1}$	$-b_{m-n-2}$	$-b_{m-n-3}$	...	$-b_0$	0	0	0	0	
(a)	$a_{m-n-1}$	$a_{m-n-2}$	$a_{m-n-3}$	...	$a_1$	$a_0$	0	0	0	

用公式表示定列式求  $a$  及  $r$  如下：

$$a_{m-n-1} = A_{m-n-1} - b_{m-n-1} = (1A) + (1b)$$

$$a_{m-n-2} = A_{m-n-2} - b_{m-n-2} - b_{m-n-3} + a_{m-n-3} = (2A) + (2b) + (1b) \times (1a)$$

$$a_{m-n-3} = A_{m-n-3} - b_{m-n-3} - b_{m-n-4} - b_{m-n-5} + a_{m-n-5} = (3A) + (3b) \\ + (1b)(2a) + (2b) \times (1a)$$

或可寫作下列法則：—

$a_p$  或  $r_p = p$  行之  $A$  及  $b$  相加後再加(a)列及(b)列之乘數 (凡相乘之行數其和應等於  $p$ )

茲舉例以說明上述法則：—

設已知方程式為：—

$$x^6 + A_7x^7 + A_6x^6 + A_5x^5 + A_4x^4 + A_3x^3 + A_2x^2 + A_1x + A_0 = 0$$

$$\text{分為: } (x^4 + b_5x^3 + b_4x^2 + b_1x + b_0)(x^2 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0) \\ + (r_1x^3 + r_2x^2 + r_1x + r_0) = 0$$

由下列定列式：—

$$\begin{array}{ccccccccc} A_7 & A_6 & A_5 & A_4 & A_3 & A_2 & A_1 & A_0 \\ -b_5 & -b_4 & -b_3 & -b_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

求出：  
 $a_7 = A_7 - b_5$ ,

$$a_2 = |A_6 - b_4 - b_3 a_3| \text{ 見定列式 (a)} \rightarrow$$

$$a_7 = A_5 - b_3 - a_3 b_2 \text{ 見定列式 (b)} \\ - a_2 b_3$$

$$a_0 = A_4 - b_2 - a_3 b_1 \text{ 見定列式 (c)} \rightarrow \\ - a_1 b_2 - a_2 b_1$$

依同法，可寫出：—

$$r_1 = A_3 - a_3 b_2 - a_2 b_1 - a_1 b_0$$

$$r_2 = A_2 - a_2 b_3 - a_1 b_2 - a_0 b_1$$

(a)	$A_7$	$A_6$	$A_5$	$A_4$
$\cancel{-b_5}$	$\cancel{-b_4}$	$\cancel{-b_3}$	$\cancel{-b_2}$	$\cancel{-b_1}$
$\cancel{a_3}$	$\cancel{a_2}$	$\cancel{a_1}$	$\cancel{a_0}$	

(b)	$A_7$	$A_6$	$A_5$	$A_4$
$\cancel{+b_3}$	$\cancel{+b_2}$	$\cancel{+b_1}$	$\cancel{+b_0}$	
$\cancel{a_3}$	$\cancel{a_2}$	$\cancel{a_1}$	$\cancel{a_0}$	

(c)	$A_7$	$A_6$	$A_5$	$A_4$
$\cancel{+b_2}$	$\cancel{+b_1}$	$\cancel{+b_0}$		
$\cancel{a_3}$	$\cancel{a_2}$	$\cancel{a_1}$		

$$r_1 = A_1 - a_0 b_1 - \Delta_1 b_0$$

$$r_0 = A_0 - a_0 b_0$$

餘數  $r$  之程式，可用以求新除數  $b'$ 。其法甚易，即將  $r$  式中有  $a_i$  之一項取消，改用  $a_i$  為各式之分母。同時再用  $b'$  代替  $b$ ，前例中之  $b'$  可求得如下：

$$b_0' = A_0/a_0$$

$$b_1' = (A_1 - a_0 b_0')/a_0$$

$$b_2' = (A_2 - a_1 b_0' - a_0 b_1')/a_0$$

$$b_3' = (A_3 - a_2 b_0' - a_1 b_1' - a_0 b_2')/a_0$$

至若應用時之實例，前文中已詳為演算可不多述。

### 商論

應用  $r$  法時，凡方程式具根值彼此相距甚遠者，又方程式，高於六次者，通常易於選得  $(b_i'/a_i)$  為微小數字，故收斂性大而易於解算，四次方程式含有雙根 (Double Roots) 或近似雙根 (尤以複根為然) 時，則此法，應用頗為困難常有初算時，似甚收斂；漸漸收斂減低甚而變為發散之現象，使演算徒勞無功。例如方程式：

$$x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1 = 0 \quad [\text{由 } (x^2 + x + 1)^2 = 0 \text{ 而成}]$$

用此法演算至十五次時始得：

$$(x^2 + 0.927x + 0.893)(x^2 + 1.073x + 1.210) + (0.012x + 0.07) = 0$$

又如方程式：—

$$x^4 - 5x^3 + 19.5x^2 - 16.5x + 10.5 = 0$$

演算結果如下：—

Repetions	$b_0$	$b_1$	$a_1$	$a_0$	$r_1$	$\frac{r_0}{a_0(\Delta b_1)} + a_1(\Delta b_0)$
	$A_0/A_0$	$A_1 - a_0 b_0$	$A_1 - b_1$	$A_2 - b_0 - a_1 b_1$	$a_0(\Delta b_0)$	$+ a_1(\Delta b_0)$
0	0.0	0	-5	12.5	-16.5	10.5
1	.84	-9.83	-4.017	7.72	-6.54	4.02
2	1.36	-1.43	-3.57	6.04	-3.00	2.27
3	1.736	-1.706	-3.295	5.14	-9.03	1.56
4	2.04	-1.90	-3.10	4.56	-1.52	1.23
5	2.31	-2.05	-2.95	3.14	-1.22	0.95
6	2.54	-2.18	-2.82	3.81	-1.02	0.84
7	2.76	-2.285	-2.715	3.53	-0.95	0.75
8	2.97	-2.39	-2.61	3.29	-0.88	0.74
9	3.19	-2.48	-2.53	3.06	-0.85	0.73
10	3.43	-2.56	-2.44	2.89	-0.80	0.82



演算至第九次時， $b_0'$ 大於 $a_0'$  ( $19 > 3 \cdot 6$ )，乃呈發散現象此種困難，四次方程式發生最多，且高於五次之方程式，雖有三對以上之雙根， $b_0'$ 仍可小於 $a_0'$ ，(因 $a_0' = (b_0')^2$ 或 $(b_0')^m$ 也)且可有多分解方式之選擇，本文僅論四次方程式之特殊解算法。

### 解「合設四次方程」一

$$x^4 + A_3 x^3 + A_2 x^2 + A_1 x + A_0 = 0$$

含有下列因數：

$$(x^2 + b_1 x + b_0)(x^2 + a_1 x + a_0) = 0$$

$\text{b}_0 = A_0/a_0 + \dots + \frac{1}{a_0^2} (\zeta)$

$$b_1 = (A_1 - a_1 b_0) / a_0 \dots \dots \dots (2)$$

$$\mathbf{a}_0 = \mathbf{A}_2 - \mathbf{b}_0 - \mathbf{a}_1 \mathbf{b}_1 \dots \dots \quad (3)$$

由(1)(2)(3)合得

$$b_0 = \frac{A_1}{g(A_1 - b_1)} \pm \sqrt{\left[ \frac{A_1}{g(A_1 - b_1)} \right]^2 - \frac{A_0 \cdot b_1}{(A_1 - b_1)}} \quad \dots \dots \dots (A)$$

由(1),(3),(4)合併得：

$$b_0 = \frac{A_0 - b_1(A_1 - b_0)}{2} \pm \sqrt{\frac{(A_2 - b_1(A_3 - b_1))^2}{8} - A_0} \dots\dots\dots (B)$$

如此四次方有雙根號， $b_2$ 只有一個數值。

故(A)式及(B)式中之第二項必等於零即：

故欲 $b_1$ 只有一個數值時， $\alpha = (-\infty)$

$$\left(\frac{A_1}{2}\right)^2 = \frac{A_1^2}{4A_1} = A_2 - 2\sqrt{A_0}$$

凡四次方程式具A<sub>4</sub>大於零者，（不然，~~則一對實根~~可測知）可測知：

$$\alpha = \frac{A_1 + \sqrt{A_1^2 - 4A_0}}{2A_1}, \quad \beta = A_1 - 2\sqrt{A_0}$$

(a) 如  $\alpha = \beta = \left( \frac{A_i}{a} \right)$ , 则此方程式必有根  $a, b_0$  及  $b_1$ .

$(a_0 = b_0, \quad b_1 = a_1)$  可由下式求得：—

$$b_0 = a_0 = +\sqrt{A_0}, \quad b_1 = a_1 = -\frac{A_1}{2}$$

(b). 如  $\alpha$  稍小於  $\left(\frac{A_1}{2}\right)^2$ ;  $\beta$  稍大於  $\left(\frac{A_1}{2}\right)^2$ , 則此四次式必有近似雙根  $b_1$  及  $b_0$  之近似值可由 (A)' 及 (A) 式求出。[ $a_1$  即 (A)' 式之另一根,  $a_0 = b_0$ ] 因 (B)' 式之根值為複數不能得到  $b_1$  也。

(c).  $\beta$  稍小於  $\left(\frac{A_1}{2}\right)^2$ ;  $\alpha$  稍大於  $\left(\frac{A_1}{2}\right)^2$  則  $b_1$  及  $b_0$  之近似值可由 (B)' 式及 (B) 式求得之。

(d). 如  $\alpha$  及  $\beta$  均較  $\left(\frac{A_1}{2}\right)^2$  為大; 或  $\alpha$  及  $\beta$  中有小於  $\left(\frac{A_1}{2}\right)^2$  豐多時則  $a_0$  及  $b_0$  必不相等，前文所論之收斂劈分法必可引用而收便捷之效。

(e). 如  $\beta$  為負數時，( $\alpha$  必為正數)此方程式之近似因數亦可由 (B)' 及 (B) 式求得。

例(一)  $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1 = 0$

$$\alpha = (9)^2 / (4)(1) = 1 = \left(\frac{A_1}{2}\right)^2 = \beta$$

故此式有雙根： $-b_1 = a_1 = \frac{2}{2} = 1$   $a_0 = b_0 = \sqrt{-1} = 1$ .

故可轉為  $(x^2 + 1)^2 = 0$ .

例(二)  $x^4 - 5x^3 + 12 \cdot 5x^2 - 16 \cdot 5x + 10 \cdot 5 = 0$

$$\alpha = (16 \cdot 5)^2 / 4(10 \cdot 5) = 6 \cdot 48 \text{ 稍大於 } \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 6 \cdot 25.$$

$$\beta = 12 \cdot 5 - 2\sqrt{10 \cdot 5} = 6 \cdot 02 \text{ 稍小於 } 6 \cdot 25.$$

故此式有近似雙根用 (B)' 式：—

$b_1^2 + 5b_1 + 6 \cdot 02 = 0$ , 求出

$$b_1 = -2 \cdot 02, -2 \cdot 98. \text{ 從 (B) 式第二項或 } b_0 = \sqrt{A_0} \text{ 求出：—}$$

$$b_0 = a_0 = 3 \cdot 94.$$

故此四次方之近似因數為：—

$$(x^2 - 2 \cdot 98)(x^2 - 2 \cdot 02) = 0.$$

試觀改近似因式相乘後得：—

$$x^4 - 5x^3 + 12 \cdot 5x^2 - 16 \cdot 21x + 10 \cdot 5 = 0$$

僅 $\alpha$ 之係數稍差，可知其為近似之答數也。

其正確答數，可用下列漸近法求之：—

從前述(1), (2), (3), (4)式，如將近似因數 $(a_1, b_1)$ 及 $(a_0, b_0)$ 代入，則(1), (3), (4)均合備第二式稍差。

現設  $a_1 = -2 \cdot 98$ , ( $b_1 = -2 \cdot 02$ ).  $a_0 = b_0 = 3 \cdot 24$ .

則代入(2)式後，求出  $b_1' = -2 \cdot 11$ , ( $a_1' = A_1 - b_1^2 = -2 \cdot 89$ )

再將  $a_1'$  及  $b_1'$  代入(B)式時，則  $(a_1', b_1')$  為複數而非實數。故之，如設  $a_1 = -2 \cdot 02$  ( $b_1 = -2 \cdot 98$ )，則從(2)式求出  $b_1' = -3 \cdot 07$ , ( $a_1' = -1 \cdot 93$ )。再代入(B)式，求出  $(a_1', b_1') = 3 \cdot 785, 2 \cdot 775$ .

如再將  $a_1' = 3 \cdot 785$ ,  $b_1' = 2 \cdot 775$ ,  $a_1' = -1 \cdot 93$  代入(2)式，可得  $b_1'' = -2 \cdot 95$ ，故知  $b_1$  之數值應為  $-3 \cdot 07 < b_1 < -2 \cdot 98$  [注意：一如  $a_1' = 3 \cdot 775$ ,  $b_1' = 3 \cdot 785$ , ( $a_1' \neq -1 \cdot 93$ )，則代入(2)式時， $b_1'' = -3 \cdot 34$ ，而呈現發散現象]。

現設  $b_1 = \frac{-3 \cdot 07 - 2 \cdot 98}{2} = -3 \cdot 01$ ,  $a_1 = -1 \cdot 99$ ，代入(B)式得

$a_0 = 3 \cdot 538$ ,  $b_0 = 2 \cdot 972$ . 再代入(2)式，可得：—

$b_1' = -2 \cdot 99$  ( $a_1' = -2 \cdot 01$ )，故知  $b_1$  應為  $-3 \cdot 01 < b_1 < -2 \cdot 98$ ，重複上述法則，可得正確答數如下：—

$$(x^2 - 3x + 3)(x^2 - 2x + 3 \cdot 5) = 0$$

例(三)： $x^4 + 4 \cdot 05x^3 + 4 \cdot 69x^2 + 0 \cdot 793x + 0 \cdot 514 = 0$

$$\alpha = (0 \cdot 793)^2 / 4(0 \cdot 514) = 0 \cdot 305 \text{ 甚小於 } \left(\frac{4 \cdot 05}{2}\right)^2 = 4 \cdot 1$$

$$\beta = 4 \cdot 69 - 2\sqrt{0 \cdot 514} = 3 \cdot 256, \text{ 亦稍小於 } 4 \cdot 1$$

因 $\alpha$ 及 $\beta$ 兩值相差甚遠故知  $b_0$  及  $a_0$  必相差甚大用前文劈因法收斂性必大，極易分解為：—(見前文例一)

$$(x^2 + 0 \cdot 0738x + 0 \cdot 1198)(x^2 + 3 \cdot 9762x + 4 \cdot 2865) = 0$$

例(四)： $x^4 - 6x^3 + 47x^2 - 18x + 290 = 0$

$$\alpha = (18)^2 / 4(290) = 0 \cdot 279 \text{ 甚小於 } \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 9$$

$$\beta = 47 - 2\sqrt{290} = 12 \cdot 94, \text{ 頗大於 } 9$$

因  $\alpha < \beta$  兩值不等，故  $a_0$  及  $b_0$  亦必不等，故前文(例二)極易分劈為：—

$$(x^2 + 0.571x + 6.565)(x^2 - 6.571x + 14.185) = 0.$$

例(五)： $x^4 - 5x^3 + 2.8x^2 - 16.5x + 10.5 = 0$

$$\alpha = \frac{(16.5)^2}{4(10.5)} = 6.48 \text{ 稍大於 } \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 6.25$$

$$\beta = 2.8 - 2\sqrt{10.5} = -3.68, = \text{負數。}$$

試用(B)式求出：—  $b_1^2 + 5b_1 - 3.68 = 0$

$$b_{1,1,2} = -2.5 \pm 3.150 = -5.650, +0.651, \quad a_0 = b_0 = 3.24$$

其近似因數為

$$(x^2 + 0.651x + 3.24)(x^2 - 3.651x + 3.24) = 0$$

試將此二式乘出之，可得：—  $x^4 - 5x^3 + 2.8x^2 - 16.5x + 10.5 = 0$

用前述(例二)漸近法，設  $a_1 = -0.651, \quad b_1 = -5.651$

代入(2)式，求出  $b_1' = -5.74, \quad a_1' = 0.74$

代入(B)式，求出  $a_0' = 4.99, \quad b_0' = 2.13$  再代入(2)式，得  $b_1'' = 3.6$

故  $b_1$  應為  $-5.74 < b_1 < -5.651$

用內分法(Interpolation)，設  $b_1 = -5.651 + \left(\frac{5.74 - 5.651}{5.74 - 3.68}\right)(5.651 - 5,$

$$= -5.654.$$

上取  $0.654$ ，代入(B)式，得  $a_1' = 3.474, \quad b_0' = 3.926$

代入式(2) 得  $b_1' = -5.29$ 。再應用(B)式時，因  $A_1$  數值大，同時動時應極近似  $-5.651$ ，故可用下法求  $a_0'$  及  $b_0'$ ：—

$$\text{設 } b_1 = -5.651, \quad a_1 = 0.651, \quad b_0 = 3.24.$$

$$\text{代入(2)式， } a_0' = \frac{A_1 - (a_1 b_0)}{b_1} = 4.99.$$

$$b_0' = \frac{A_0}{a_0} = 3.19, \quad \text{再用(B)式求得：—}$$

$$\left(\frac{A_2 - a_1 b_1}{2}\right)^2 - A_0 = 0.0025 \quad \text{或} \quad a_1 b_1 = -3.68$$

故  $b_1 = -5.651, \quad a_1 = 0.651$  為正確。

此四次式之因數為：—

$$(x^2 - 5.651x + 3.19)(x^2 + 0.651x + 3.99) = 0.$$

此式之根值一對為實根，一對為複根，

例(六):-  $x^4 - 2.075x^3 + 0.670x^2 - 0.095x + 2.287 = 0$

$$\alpha = (0.095)^2 / 4(2.287) = 0.00099 \text{ 甚小於 } \left(\frac{2.075}{2}\right)^2 = 1.075$$

$$\beta = 0.670 - 2\sqrt{2.287} = -2.356 \neq \text{實數}$$

$$\text{試用(B)式: } -b_1^2 + 2.075b_1 - 2.356 = 0$$

$$\text{求出 } b_1, a_1 = -1.037 \pm 1.854 = 0.816, -2.891$$

$$b_0 = a_0 = \sqrt{2.287} = 1.515.$$

$$\text{苟近似因數為 } (x^2 + 0.816x + 1.515)(x^2 - 2.891x + 1.515) = 0$$

$$\text{乘出後可得: } -x^4 + 2.075x^3 + 0.670x^2 - 3.145x + 2.287 = 0.$$

比較原方程式，亦僅  $x$  之係數相差。

此式之正確答數，亦可用前述漸近法列表計算之。

重複次數 $b_1 = \frac{iA_1 - a_1 b_0}{b_0}$	$b_0 = \frac{A_2 - a_1 b_1}{2}$	$\frac{b_0}{\sqrt{\left(\frac{A_2 - a_1 b_1}{2}\right)^2 - A_0}}$
0 0.816	-1.515	1.515
(1) -0.878 + 0.891	-2.953	1.018
(2) 1.300	-0.375	0.484
校對值: $b_1'' = 0.878 + (1.300 - 0.878)^2 / (1.300 - 0.878)$ = 0.878 + 0.325 = 1.054	-3.299	0.675
校對值: $b_1'' = 0.613$	-3.299	3.395
(4) $b_1 = 0.878 + (1.054 - 0.878)^2 / (1.054 - 0.603)$ = 0.998	-3.028	0.853
校對值: $b_1'' = 0.924$	-3.028	2.684

上表中因校對值  $b_1'' = 0.924$  已大於 0.878。

故設  $b_1 = (0.948 + 0.924)/2$ , 求出  $a_1 = -3.011$ ,

$$= 0.936$$

$$b_0 = 0.878, a_0 = 2.609$$

得  $b_1'' = 0.973$ .

再行重複算數次乃得正確因數:

$$(x^2 + 0.9485x + 0.863)(x^2 - 3.0185x + 2.653) = 0.$$

同様八次方之測驗式可依法求得 $\alpha$ —

$$r = \left( \frac{A_7}{A_0} \right)^2 \quad (\beta = A_6 + 2\sqrt{k}, k = (A_1 - A_1^2/A_0)^2/A_0)$$

$$k' = A_1 - 2\sqrt{A_0} - (A_1 A_7)/2\sqrt{A_0}$$

$$\alpha = \frac{A_5}{A_7} - \frac{A_1}{A_7 \sqrt{A_0}} \quad \alpha' = \frac{A_3}{A_1} \sqrt{A_0} - \frac{A_7}{A_1} A_0$$

設八次式中  $k = k'$ ,  $\alpha = \alpha' = \sqrt{k}$  及  $r = \beta$

則此八式必有雙四次因數而可用下式求出 $c$ —

$$a_0 = b_0 = \sqrt{A_0}, \quad a_1 = b_1 = A_1/2\sqrt{A_0}$$

$$a_2 = b_2 = \sqrt{k} \quad a_3 = b_3 = A_7/2$$

如八次式中， $k$ 與 $k'$ ;  $\alpha$ 與 $\alpha'$ ;  $r$ 及 $\beta$ 之數值約略相近，則此式有近似雙四次因數，反之如上列各值相差甚遠則其因數亦必不同而可用前文簡捷法劈分之。

例(七) (a)  $x^8 + 8x^7 + 32x^6 + 80x^5 + 136x^4 + 160x^3 + 68x^2 + 164x + 16 = 0$ ,

$$(r = 16, \beta = 16, k = k' = 64, \alpha = \alpha' = \sqrt{k} = 8)$$

故可劈爲：—  $(x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 8x + 4)^2 = 0$

$$(b) x^8 + 2.61x^7 + 30.52x^6 + 71.62x^5 + 229.9x^4 + 224.8x^3 + 668.8x^2 + 352x + 573 = 0$$

$$r = 1.70, \quad k = 164.4, \quad \beta = 4.92, \quad k' = 901.8$$

$$\alpha = 33.0, \quad \alpha' = -11.2 \quad \text{故此式可照例(一)法劈開(見五卷第六期例六)}$$

### 巴士托法求確實因數

巴士托氏 L. Bairstow 曾於其所著應用空氣動力學 Applied Aerodynamics, 1920 版第五五八頁上述一法則，可用漸近法求得方程式之確實因數（如此方程式之近似因數業已知悉）其法則可簡述如下：

將原方程式用近似二次因數（設為 $x^2 + b_1x + b_0$ ）除之，得餘數 $(r_1x + r_0)$ 及商數，然後再用此近似二次因數除商數得第二次餘數 $(r_3x + r_2)$ 則矯正之二次因數應爲：—

$$x^2 + (b_1 + \Delta b_1)x + (b_0 + \Delta b_0), \text{而}$$

$$\Delta b_1 = \frac{\begin{vmatrix} r_1 & r_3 \\ r_0 & r_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} r_3 (b_1 r_3 - r_2) \\ r_2 & b_0 r_3 \end{vmatrix}}$$

$$\Delta b_0 = \frac{\begin{vmatrix} r_1 & (b_1 r_3 - r_2) \\ r_0 & b_0 r_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} r_3 & (b_1 r_3 - r_2) \\ r_2 & b_0 r_3 \end{vmatrix}}$$

上述法則可重複應用至需要之準確性，且上式分母有可用至數次然後始變更之。

前法用於例（二），（五）及（六）尤為便捷，因第一次應用時， $r_2$  等於零，故  $\Delta b_1$  及  $\Delta b_0$  可化為：—

$$\Delta b_1 = \frac{-r_0}{b_0 r_3}$$

$$\Delta b_0 = \frac{(r_1 b_0 - r_0 b_1)}{b_0 r_3}$$

且可免除如例（二）所示之記公式及其他困難也。

### 結論

解高次方程式之一般法則，可歸納如下：—

- (一) 高次方程式之實根（如為已知）可用荷那牛頓法或本文導因法解算。如方程式收斂性大及需要解算數個根值時，則導因法較捷；反之，如需用一個實根，則牛頓法較善。
- (二) 五幕六期前文所論之測驗收斂式僅可認為約略而非絕對可靠，用於四次以上各式仍屬有相當幫助，其原理可自收斂性討論中看出。
- (三) 四次以上方程式如可能應盡量帶有二次因式，以便即時求出根值。
- (四) 四次方程式之異根或虛根，均宜用本文所述法則求之，其收斂則亦應用本文法則為佳。
- (五) 列表導因時可用本文所述行列法求出，以免記憶公式之困難。



21	26	$(p_1 s = 1, 2, 3)$	$(r) s = 1, 2, 3)$
22	3	$\Sigma a_i s$	$\text{Ratio}$
23	16	$\frac{+ p_1 l_1 + p_2 l_2}{\mu_{xy}}$	$\frac{+ l_1 m_1 + l_2 m_2}{\mu_{xy}}$
24	1	$\text{ex}_1 \text{x}_1^2$	$\text{ex}_1 \text{x}_1^2$
24	7	$e^{22} n^{12}$	$n_{22} n^{12}$
24	12	為獨立變動時	為獨立變數時
22—22		6部代 $\neq 1$ 或，即代	
25	9	可結果	可知結果
29	3	Jock	Jack
29	8	而在補助系統上	而在補助系統內，
31	1	最近地機器	最近此機器
31	3	加此試驗	加以試驗
33		By Ceope	By Ceope
32	6	安置螺旋槳	安置螺旋槳
32	10	良好螺旋槳	良好螺旋槳
24	7	暴露於滑流之間	暴露於滑流之間
34	12	以應力集中於	以免應力集中於
34	13	木質——可塑型	木質——可塑型
35	11	研究或驗	研究或試驗
36	7	雖經開製裝置	雖經開始製裝置
37	4	葉葉本指身	葉葉本身
37	10—11	即何結構聯繫式	即何種聯繩式
37	13	簡單方法甚	簡單方法是在
37	25	Cell 即單元	Cell
37	28	設甲對於發生的一位角變移	設甲對於嵌固發生一角位移
38	15	處某角度	處於某角度
33	18	因開口處	開口處
40	4	延長軸傳動	即為延長軸傳動
40	20	有無型式測否	有些型式則否
41	12	Single Node	SingleNode
42	2—6	(full scale)	(full scale)
43	11	操作範圍	操作範圍

## 五卷十期勘誤表

頁數	行 數	誤	漏 改
1		Brainwoney著	Brain woney著
1 3		十五來	十五年來
1 5		故便略	故從略
2 10		Rolling	Rolling
2 17		$t = \sqrt{\frac{b^3}{kq}}$	$t = \sqrt{\frac{b^3}{kq}}$
2 18		$\theta$ 是倒博角度	$\theta$ 是倒博角度
2 18		P是動壓力( $= kQU^2$ )	q是動壓力( $= kQU^2$ )
2 20		$t = \frac{138\sqrt{b}}{V}$	$t = \frac{138\sqrt{b}}{V}$
2 24		有一能有趣的事實	有一件有趣的事實
3 1		Hurricane	Hurricane
3 11		以致對於	以致對於
3 29		機師式飛機	機師或飛機
3 30		而失去戰鬥力	而失去戰鬥力
4 17—18		於由加速度	由於加速度
4 19		6g線	6g線
4 25		69線	6g線
5 19		shift	shift
6 13		整體美術時	整體去看時
6 16		機翼適當厚度	機翼適當厚度
6 26		由於溫度的下降	由於溫度的下降
7 20		$V \times \sqrt{b}$	$V \times \sqrt{b}$
7 21		$\sqrt{b}$	$\sqrt{b}$
11 21		第二十二頁	第二十六頁
11 26		上列主公式	上列之公式
13 16		$x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 17.75x + 12$	$x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 17.75x + 12$
14 10		用綜合法除以下式	用綜合法除以下式
19 12		要為一於演之	要為一新類之
19 13		聊供一得之見	聊供一得之見
20 1		Elastii Constants	Elastic Constants
20 1		Tinber	Tinber
21 10		$C_{11} C_{12} C_{13} C_{14} C_{21} C_{23}$	$C_{11} C_{12} C_{13} C_{14} C_{21} C_{23}$

全國唯一航空書店

# 鐵風出版社

發行新書

發行八大航空雜誌

歡迎定閱

歡迎推銷

中國的空軍  
航空雜誌  
大眾航空  
青年空軍  
航空機械  
航空訊  
鐵風畫刊  
機聲

本社特聘請名  
畫家梁又銘氏  
設計雕塑各種  
空軍石像模型  
及皮質保險傘  
陸軍勇士抗戰  
壁報等價廉美  
觀為送禮無上  
珍品各大書局  
均有代售  
函索即寄  
備有書目

地址：成都祠堂街一百號

歡迎直接向本社訂閱

以一角以下之郵票代洋十足通用  
零售每冊二角  
訂戶如有更改地址等情，請寫明訂  
單號碼，原址及新址，通知本社。  
關於投稿事宜，請寄本刊編輯部：  
訂閱，廣告及一般詢問事宜，請函  
本社發行部。

航空機械月刊

編輯者 航空機械月刊社

總發行及總訂售處：

航空機械月刊社成都外南上桑里一號

印 刷 者：成都協美印刷局

代 售 處：成都鐵風出版社

訂閱辦法：

全年定費：二元

空軍同志直接訂閱：一元

郵費國內免收國外照加



## 修正航空機械月刊徵稿簡章

四川省圖書雜誌審查處審查證審乙字第四一六號

- 一、本刊宗旨在介紹航空機械之知識及鼓勵前後方之機務同志。（一）航空時事短評。（二）中國空軍及一般航空問題。（三）一切與航空有關之學術論文及報告。（四）現役機械人員之工作經驗，研究心得，生活記實及作戰報告。（五）一、致編者信，二、問答欄（本項文責自負，無酬金）。（六）國內外航空界通訊。（七）世界航空論文摘要及書報介紹。（八）雜錦（包括人物介紹，文藝小品，插畫等等）。
- 上列八項均歡迎投稿，最好請投稿人書明簡單履歷，以便登稿時酌予介紹。
- 二、來稿請用格紙橫行楷寫清楚，付郵之前，猶請細心讀校一次，並加標點。紙只可寫一面，若有附圖，請另用連史紙黑墨水繪製清楚。
- 三、來稿文字務求清順，凡有引用定理公式，因篇幅關係不能詳為說明者，務請註明適當參考書誌之名稱及頁數，以便編者及讀者之查閱。四千字以上之文，並請自寫二百字以下之提要一段，附於篇首。
- 四、翻譯、摘譯、編譯、介紹等類文字，請附寄原書，或詳示原書書名，著者，出版年月，出版書局之名稱及地址。如係雜誌，並請詳示其卷期數。
- 五、對於投寄之稿，本刊有刪改之權。
- 六、來稿一經登載，即不退還。未登之稿欲退還者，請先聲明并附還稿郵票。
- 七、投稿經登載後，一律以現金致酬，酬例為本刊每面（約一千三百字）六元至十元，圖表在內，有特殊價值者例外。却酬者請先聲明。除稿費外，並贈該期本刊一冊。稿費按期結清毫無積壓，投稿人將本社寄上之稿費單填蓋後，寄還本社，本社當即按開來地址，奉寄稿費。
- 八、已載之稿，其著作權即歸本刊所有，非經允許，不得在他處發表。
- 九、本刊非但歡迎投稿，凡對本刊之一切關心詢問及建議函件，均所歡迎。本刊當分別專函奉復，或在本刊上公開發表。
- 十、投稿請寄成都外南上桑里一號航空機械月刊社收。值茲戰時，來稿最好以航空或掛號寄下。本社對此等投稿人之稿費，亦用航空奉寄，以示優待。