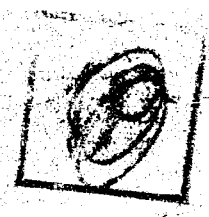


44

飛機動力學

民國二十三年三月廿五日收到



中央航空學校

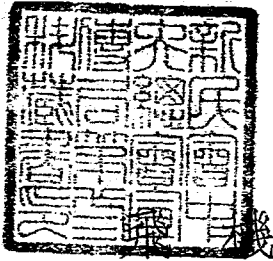
教育處編

民國二十三年

飛機動力學

目 錄

緒 論	大氣	1
第一章	概論	9
第二章	水平直線飛行	13
第三章	螺旋槳	26
第四章	直線飄飛	55
第五章	上昇飛行	68
第六章	高度影響之飛行性能	118
第七章	水平圓圈飛行	150
第八章	螺旋飄飛	178
第九章	風，風對於飛機之直接物體，及其對於燃料耗 量之影響	205
第十章	發動機及飛機重量，有用載量	220
第十一章	活動半徑	238
第十二章	安定	621
第十三章	高度對於發動機性能之影響	340



機 動 力 學

緒 論

大 氣

空氣爲養氣，氮氣及他種次要原素之混合氣體，其總量內含有養氣23%，氮氣77%。空氣亦可假定爲一完全氣體。

採用之單位。——

長度之單位：呎

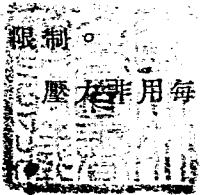
面積之單位：平方呎

體積之單位：立方呎

重量之單位：常衡磅

就定義而言，壓力爲面積除力所得之商數。指定某平面上之大氣壓力，是等於一垂直圓柱之空氣重量，其平面爲一平方呎之橫段截面，圓柱高度則無限制。

壓力非用每平方呎之磅數計算，而常以水銀柱高



或吋代表之。如謂水銀柱H呎或H吋時，意即一平方呎截面之水銀柱之重量，其高度爲H，溫度爲 0°C ，且位於緯度 45° 以上者。海平面上之普通氣壓爲水銀柱760 m·m·呎，或20·92 inches 吋。海平面之高度爲0，此係定律也。

空氣之比重爲一立方呎空氣之磅數。於巴黎緯度上，氣壓爲20·92 吋水銀柱，溫度爲 0°C ，則空氣之比重爲·0807 磅。

溫氣中之變化。——

由地平面至某高度，其氣壓爲H m·m·假定溫度之降落如下列之 Radau's 定律，

$$\Delta t = \cdot 08 (760 - H) \dots\dots\dots (1)$$

若 t_0 爲地平面上之溫度 $^{\circ}\text{C}$ ，則所研究高度中之溫度是

$$t = t_0 - \cdot 08 (760 - H) \dots\dots\dots (2)$$

氣壓計之公式

一完全氣體之比重，係與其壓力及溫度有關，見下列 Mariotte and Gay-Lussac 之公式，

$$a_z = \frac{a_0}{1+at} \times \frac{P}{P_0} \dots\dots\dots(3)$$

t = 溫度 °C,

a = 膨脹係數

a_0 = 在氣壓 P_0 及溫度 0°C 時之比重

高度 Z 由海平面向上計算得之。

設 P 為每平方呎磅數之壓力，而在高度 Z ，且在該高度中之一立方呎空氣之重量為 a_z 。

為高度中之 aZ 變化：則壓力之變化為

$$dP = -a_z dZ$$

或依照公式(3)，則

$$dP = \frac{-a_0}{1+at} \times \frac{P}{P} dz$$

假設所研究之初級氣層全部有一恆定溫度，并等於 Z 及 $Z + aZ$ 二層間之溫度平均數，則

$$\frac{dP}{P} = \frac{-a_0}{P_0(1+at)} aZ$$

$$\therefore \log_e P = \frac{a_0 Z}{P_0(1+at)} + \text{恆數}$$

設 P_1 及 P_2 爲高度 Z_1 及 Z_2 二層之壓力。則

$$Z_2 - Z_1 = \frac{P_0(1+at)}{a_0} \log_e \frac{P_1}{P_2}$$

a_0 爲一立方呎空氣於 0°C 時之重量，并在壓力 P_0 之下。現已知 $P_0 = 2119$ 磅每平方呎， $a_0 = 0.0807$ 磅，故

$$\frac{P_0}{a_0} = \frac{2119}{0.0807} = 26,250,$$

$$\text{又} \quad Z_2 - Z_1 = 26,250 (1+at) \log_e \frac{P_1}{P_2}$$

用普通對數表(Logarithms), 并用相等之水銀柱比例

$$\frac{H_1}{H_2} \text{ 替代比例 } \frac{P_1}{P_2},$$

$$Z_2 - Z_1 = 26,250 \times 2.303 (1+at) \log \frac{H_1}{H_2}$$

或

$$Z_2 - Z_1 = 60,400(1+at) \log \frac{H_1}{H_2} \dots\dots\dots (4)$$

用 0.004 替代 a , 并用二層間之平均溫度 $\frac{t_1+t_2}{2}$ 替代 t

$$Z_2 - Z_1 = 60,400 \left(1 + \frac{t_1+t_2}{500}\right) \log \frac{H_1}{H_2} \dots\dots\dots (5)$$

此即是必要之公式。

高度由地平面所測得者為

$$Z = 60,400 \left(1 + \frac{t_0 + t}{500} \right) \log \frac{760}{H} \dots\dots\dots (6)$$

注意——若必需有最大之精確度時，則須注意下列二點：

(a) 氣體重量減少，高度愈昇而愈大。為高度

Z 之修正因數是 $\frac{R^2}{(R+Z)^2}$ 或者是 $1 - \frac{2Z}{R}$ ，而 R 等於地

球半徑。

(b) 氣體重量因緯度而變化。

因薄層空氣之溫度難於一致，且氣壓表亦鮮有 1% 以上之精確度，是以上列之修正因數絕對無庸引用也。

各高度中之空氣密度。——假設地平面上之普通溫度為 15°C，氣壓為 760 m. m.，於此情況下，空氣之比重則以 a_{15-760} 代表之，故

$$\frac{a_z}{a_{15-760}} = \frac{273+15}{273+t} \times \frac{H}{760}$$

Radau's 定律已指出溫度 t 爲

$$t = 15 - 0.08(760 - H)$$

由上式以 $\frac{H}{760} = \mu$, 則得

$$\frac{a_z}{a_{15-760}} = \frac{288\mu}{228 + 60\mu}$$

或最後之公式則爲

$$\frac{a_z}{a_{15-760}} = \frac{24\mu}{19 + 5\mu} \dots\dots\dots (7)$$

普通將上式改爲反比例，則其計算法如下：

$$\Delta = \frac{a_{15-760}}{a_z} = \frac{19 + 5\mu}{24\mu} \dots\dots\dots (8)$$

地平面上之每立方呎空氣重 0.0807 磅。其重量於每種高度中係以 Δ 除 0.0807 而得。

下表舉出每 1,500 呎高度之氣壓 m.m., 比例 $\frac{H}{760}$, 溫

度 t , 及 Δ 數量與其平方根。

第 一 表

高度, Z 呎	氣 壓 Hm·m·水銀柱	$\mu = \frac{H}{760}$	溫 度 t, °c	a_{1E-760}	a_{1E-760}
				a_z	a_z
0	760	1·000	0	1·043	1·00
1,500	718	·945	11·7	1·093	1·022
3,000	677	·891	8·4	1·149	1·045
4,500	639	·844	5·5	1·209	1·070
6,000	601	·796	2·6	1·269	1·099
7,500	567	·748	-0·3	1·329	1·126
9,000	535	·707	-2·8	1·393	1·152
10,500	505	·670	-5·0	1·461	1·178
12,000	477	·634	-7·2	1·533	1·211
13,500	451	·598	-9·4	1·609	1·236
15,000	427	·565	-11·4	1·689	1·267
16,500	404	·534	-13·3	1·773	1·299
18,000	382	·504	-15·1	1·861	1·330
19,500	361	·475	-16·9	1·952	1·366
21,000	341	·449	-18·5	2·045	1·397
22,500	322	·425	-20·0	2·140	1·430
24,000	304	·401	-21·4	2·239	1·464
25,500	287	·376	-22·8	2·342	1·530
27,000	271	·357	-24·0	2·449	1·563
28,500	256	·337	-25·2	2·568	1·600
30,000	243	·319	-26·3	2·650	1·640

地平面上之普通情況。—— $t_0 = 15^\circ\text{C}$, $H_0 = 760$
m.m.

$$t = 15^\circ - .08(760 - H) ,$$

$$Z = 60,400 \left(1 + \frac{15 + t}{500} \right) \log \frac{760}{H} \text{ 呎} ,$$

$$\Delta = \frac{a_{15-760}}{a_z} = \frac{273 + t}{273 + 15} \times \frac{H}{760} = \frac{19 + 5\mu}{24\mu}$$

$$\mu = \frac{H}{760}$$

就生理方面而言，凡人昇至 12,000 呎時有維持原狀之能力。超過上述之高度，則需設備養氣以供呼吸矣。

第 一 章

概 論

研究目的。——研究飛機均衡問題，須考慮下列二點：——

1. 飛機重心之移動，此則包括各飛行路線之探討。

2. 在飛機重心上之移動，此則包括安定問題。

定義。——飛機是一種機械，因其翼面之移動動作而能在空中支持。故此項支持之浮力是依賴移動之速度。

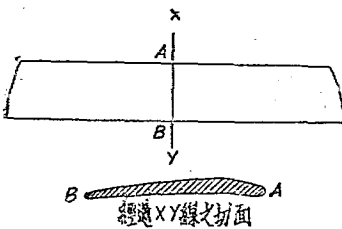
翼為飛機之重要部分，因其備有相當之面積故也。翼有XY對稱面，其彎曲之翼面以能增加空氣之反應勢力為度。XY之經過處曰翼剖面其直線AB(第一圖)曰翼弦

翼之全長曰翼展，翼展普通較翼弦長五倍至六倍。翼之上面曲形常較下面者為明顯。

翼之前邊曰前緣

飛機有一對翼翅為排移空氣面者，則曰單翼機，

此係模仿飛鳥之形狀。翼組中央之延長物可以運載人員及貨物者曰機身，機身內有推進器及副助物，並有短艙以安置駕駛員及操縱器。翼係對稱，分裝於機身之兩旁，用支絲及支繩縛住。



飛機如有二對翼翅為排移空氣面者，則曰雙翼機。上下翼架係用支柱連接，並用鋼質之支絲及支繩，依照St. Andrew之交叉式，在翼間之長方對角上排列

第 圖
縛牢。

直線飛行中飛機所受之力 (第二圖)

飛機有輔助面，此為安定及操縱所必要者然對於支持浮力無大影響，關於此點容後另詳述之。

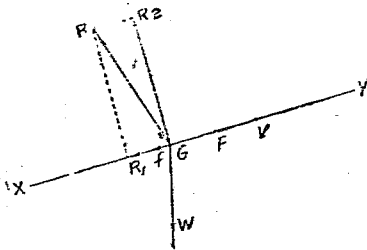
飛行不論水平與否，假定其為直線，飛機之航行速度為 V ，且與對稱面平行，則所受之力為：

1. 因翼面上空氣之動作，結果為對稱面上之力 R ，此係與(甲)速度 V 之平方，(乙)翼之面積 A ，(丙)係數 K 同比例，而係數 K 為翼對航向傾斜及與空氣

密度同比之函數，此即

$$R = KAV^2 \dots\dots\dots(1)$$

翼弦AB(第一圖)對於航向所成之角作為翼之固定位置之根據數，此則名曰衝角，普通每以“*i*”代表之。*i*之值利用於飛行中者不得超過15°。



第二圖

向飛行方向上之R投影為阻力R₁，其公式為

$$R_1 = K_x AV \dots\dots\dots(2)$$

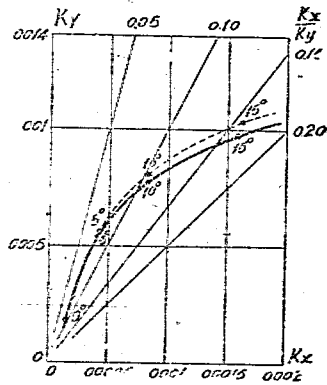
R投影向飛行路線垂直，并在對稱面中者是昇R₂，其公式為

$$R_2 = K_y AV^2 \dots\dots\dots(3)$$

係數K_x及K_y為衝角*i*之二函數，其相連之關係為

$$K_x^2 + K_y^2 = K^2 \dots\dots\dots(4)$$

若將K_x及K_y沿長方形軸上分為縱座線與橫座線。則得出一曲線如第三圖。據此以為各翼作實驗之決定，故名翼之特性曲線。研究飛機



第三圖

性能多以此為根據，因為每衝角於圖中有相符之M點。

係數 K_x 為一與衝角常增之函數，而 K_y 先增，迨至經過最大值後即復減少。

在飛行中所得之衝角（不得超過 15° ）， K_y 是一常增之函數。

2. 因飛機各部除翼以外之空氣抵抗力。——抵抗力（由短艙，操縱器發動機等而來者）有一合成力 f （第二圖），是與飛機之運動相反，并與速度 V 之平方，及係數 r 同比例，然係數 r 是與空氣密度同比例。 r 一字係用機指示飛機之精緻特性。其公式為

$$f = rV^2 \dots \dots \dots (5)$$

3. 因為飛機重量 W 。——此為垂直力。

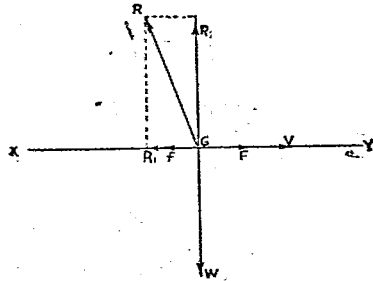
4. 因為螺旋槳之曳進力。——此則是與飛行路線及對稱面成平行動作。其值亦可變為零，在此種情況時，則飛行路線是向下降落。

第 二 章

水 平 直 線 飛 行

均衡方程式。——假定速度一律，飛機所受之力，以其重心關係為根據，則名之曰均衡。

速度 V 是在水平方向中(第四圖)，



第 四 圖

均衡方程式為：——

1. 在垂直方向者

$$W = K_y AV^2 \dots\dots\dots (6)$$

(支持方程式)

2. 在水平方向者

$$F = K_x AV^2 + rV^2 \dots\dots\dots (7)$$

(曳進方程式)

公式(6)得

$$V = \sqrt{\frac{W}{K_y A}}$$

故衝角增加，速度減少。若 K_y 之最大值以 K_1 代之，其速度較下式者大，

$$V_0 = \sqrt{\frac{W}{K_1 A}}$$

定理。 —— 若衝角保持不變，則曳進力不與高度發生關係。

消去公程式(6)及(7)內之 V^2 ，如是則得

$$\frac{F}{W} = \frac{K_x A + r}{K_y A} = \frac{K_x + \frac{r}{A}}{K_y} \dots\dots\dots (8)$$

因為 W 不變化，且 K_x, K_y 及 r 均與空氣密度同比例，故 F 祇與衝角發生關係。

詳查兩點間之距離 l ，則恆定衝角上所發出之工率 Fl ，是與飛行所致之高度無關。

曳進力之變化。——公式(8)所決定者是，

$$\frac{F}{W} = \frac{K_x + \frac{r}{A}}{K_y}$$

研究機翼及飛行情況之特性曲線 J ，與曲線(第五

圖)上之M點相符合，而於OK_x軸上以OI = $\frac{r}{A}$ 。連接

IM。如是 $\frac{K_x + \frac{r}{A}}{K_y}$ 為B角之正切 (tangent)，然B角是

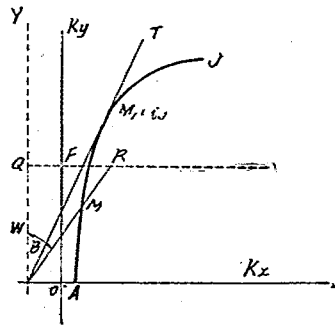
IM與OK_y軸所成。故

$$F = W \tan \beta.$$

Tan β之變化為研究F變化之一種便利方法。

曳進力是無限，因衝角i₃(負數)與圖中A點相符合，而此處K_y = 0。此則減少，當IM變為正切IT時經過最小之值，此後又增大表示F與i之變化曲線見第六圖。

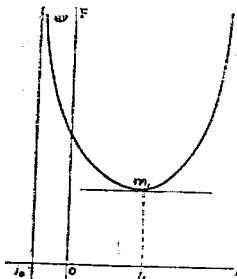
故正切IT上之接觸點M為發出最小曳進力之點其有關之衝角以後用i₁代表之，



第五圖

注意。——如由I點畫一線與K_y成平行，則IQ代表

飛機重量 W ，并如由 Q 點，則畫一 QR 線與 K_y 成平行，而 M 點之一切半徑被 QR 線於 R 點上穿過，且 QR 線代表曳進力。



第六圖

或

飛行必要之動力。——所耗之動力為 $P = FV$ ，或在公程式 (7) 中用以替代 F ，而得

$$P = K_x AV^3 + r V^3 \dots\dots (9)$$

現在所得之支持方程式為

$$V = \sqrt{\frac{W}{K_y A}}$$

$$V^3 = \left\{ \frac{W}{K_y A} \right\}^{\frac{3}{2}}$$

以 V^3 之值代入 (9) 公程式中，則得

$$P = \frac{W^{\frac{3}{2}}}{A^{\frac{1}{2}}} \times \frac{K_x + \frac{r}{A}}{K_y^{\frac{3}{2}}} \dots\dots\dots (10)$$

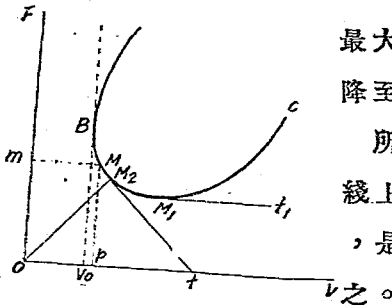
上之解釋係以動力為衝角之函數，其公程式如下

$$P = \frac{W^3}{A^{\frac{1}{2}}} \times \frac{K_x + \frac{r}{A}}{K_y \times K_v^{\frac{1}{2}}}$$

現在 $\frac{K_x + \frac{r}{A}}{H_v}$ 與高度無關，故——

定理。——在恆定衝角上，飛行所必要之動力之增加，是與空氣密度之平方根成反比例。

最小動力點。——設C是F曲綫如一函數V(第七圖)。



V之最小值為 V_0 ，與 K_v 之最大值相符，則曲綫由B點降至最小值，復又增大。

所用之動力 $P = FV$ ，於曲綫上與M各點之情況相符時，是以長方面積 O_mMP 代表之。

第 七 圖 當其微分爲零數時，則 P

之值爲最小，此即當

$$F_d V + V_d F = 0$$

或

$$\frac{dF}{dV} = -\frac{F}{V}$$

正切之角度係數 $\frac{dF}{dV}$ 為負，則相符之點 M_2 是在曲

線之下降部分。再者， $\frac{F}{V}$ 為直綫 OM_2 之角度係數，

而三角形 OM_2t 為二等邊三角形， t 為 OV 軸上之正切交接點。

故——

最小動力之速度是小於最小曳進力之速度，并為最小動力之衝角則大於為最小曳進力之衝角。

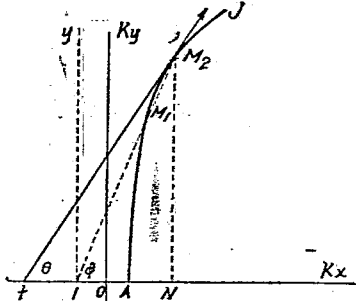
最小動力角之決定。——因其為衝角之函數，所用之動力是如下式之決定

$$P = \frac{W^{\frac{3}{2}}}{A^{\frac{1}{2}}} \times \frac{K_x + \frac{r}{A}}{K_y^{\frac{3}{2}}} \dots\dots\dots(10)$$

第一方法(第八圖)。——半徑 IM 與 OK_x 而成角度 ϕ ，且

$$NR = K_y \tan^2 \phi$$

R點之縱跡為曲線D，此綫極便於研究動力P之變化。特性曲綫J及曲綫D均有一相同之起點A於OK_x上。由A點起，D綫先則增加，經過一最大限度，而最後暫趨減少。角度i₂與最大者相符，是最小動力角。



第九圖

注意。——其決定之公式則為

$$P = \frac{W^{\frac{3}{2}}}{A^{\frac{1}{2}}} \times \frac{1}{\sqrt{NR}}$$

於各種指定情況之下，用此公式得以計算動力P

第二方法(第九圖)。——用公程式(10)

$$P = \frac{W^{\frac{3}{2}}}{A^{\frac{1}{2}}} \times \frac{K_x + \frac{r}{A}}{K_y^{\frac{3}{2}}}$$

當其微分爲零數時，則P之值爲最小，此即

$$\frac{K_x + \frac{r}{A}}{K_y^{\frac{3}{2}}} = 0,$$

$$K_y^{\frac{3}{2}} dK_x - \left[K_x + \frac{r}{A} \right] \left[\frac{3}{2} K_y^{\frac{1}{2}} dK_y \right] = 0$$

或

$$\frac{dK_y}{dK_x} = \frac{2}{3} \frac{K_y}{K_x + \frac{r}{A}} \dots \dots \dots (11)$$

於特性曲線各點上，則 $\frac{dK_y}{dK_x}$ 爲正切之角度係數 $\tan \theta$

。而 $\frac{K_y}{K_x + \frac{r}{A}}$ 代表 $\tan \phi$ 。故以上之關係則等於

$$\tan \theta = \frac{2}{3} \tan \phi \dots \dots \dots (12)$$

於第九圖中，以 M_1 及 M_2 爲最小曳進力點及最小動力點。在各點M之正切是與 OK_x 相接於 i 點上。爲 M_1 點，則 $\tan \theta = \tan \phi$ ，故若 $\tan \theta$ 小於 $\tan \phi$ ，則 i 必在 I 之左邊。故 M_2 點於特性曲線內，則在 M_1 之上。

。由此推論則得

1. 於最小動力之 M_2 點上，則正切之角度係數爲 IM_2 半徑之角度係數三分之二。

2. 最小動力之衝角則較最小曳進力者爲大（此點已說明）。

注意 I。（第九圖）。——若 Nt 在 M_2 點上爲 subtangb-
 N_t ，則

$$N_t = \frac{K_y}{\tan \theta'} \quad \text{由此} \quad \tan \theta = \frac{K_y}{N_t'}$$

$$IN = \frac{K_y}{\tan \phi'} \quad \text{由此} \quad \tan \phi = \frac{K_y}{IN}$$

以公程式(12)之值用以替代 $\tan \theta$ 及 $\tan \phi$ ，則得

$$\frac{K_y}{N_t} = \frac{2K_y}{3IN},$$

$$\text{此即} \quad 2N_t = 3IN,$$

$$\text{或} \quad N_t = \frac{3}{2}IN,$$

在最小動力之點上，則 subtangent 較 I 桿與最小動力縱座線脚間之距離大 $\frac{3}{2}$ 倍。

注意 II。——以上之關係可列式如下

$$I' + IN = \frac{3}{2} IN$$

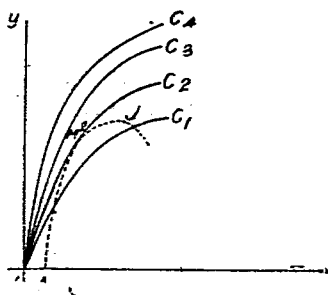
$$I' = \frac{IN}{2}$$

於最小動力點上，而 I 點之距離，由正切與 OK_x 軸交接者，為 I 點之距離由最小動力縱座線脚間之半數。

第三方法(第十圖)。

於最小動力之 M_2 點上，則正切之角度係數有下列之關係(11)：

$$\frac{dK_y}{dK_x} = \frac{2}{3} \frac{K_y}{K_x + \frac{r}{A}}$$



第十圖

以已說明之 I 點為起點，且仍向原來軸線之方向，則現在可得此微分公程式所決定之曲線。由所得之新座標為

$$x = K_x + \frac{r}{A}$$

$$y = K_y$$

其關係如下

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{3x^2}$$

或

$$\frac{3dy}{y} = \frac{2dx}{x^2}$$

由此，用積分法，則

$$3 \log_e y = 2 \log_e x + \text{恆數}$$

或

$$\log_e y^3 = \log_e ax^2,$$

或

$$y^3 = ax^2,$$

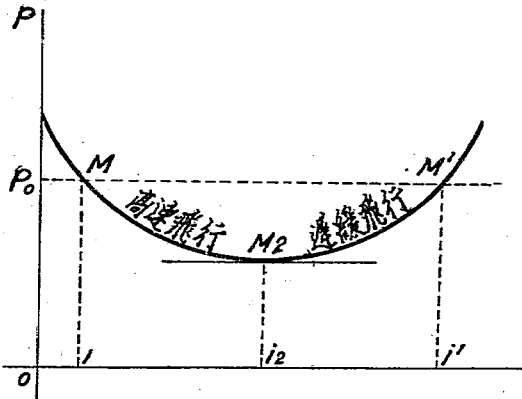
此公程式代表一類曲線 (a family of curves)，其起點均與 $y^3 = ax^2$ 曲線相似。

假設將此類曲線繪於描寫布 (tracing-cloth) 上。將此描寫布加於特性曲線上，使其縱橫軸相符合，則此類曲線有一條與特性曲線成正切，其接觸點為 M_2 ，因 M_2 點之關係 (11) 是處於普通正切之角度係數及縱橫座線 x 及 y 之間者也 (第十圖)。

此種簡易方法應用此項曲線一於類特性曲線上於

，得以比較各種翼切。

飛行之二種可能情況(第十一圖)。——因動力曲線有一最小點，故於最小動力角 i_2 之兩旁，能用任何動力 P_0 作二種不同之衝角 i 及 i' 而飛行。第一角是與最大速度者相符。此種情況為作高速之飛行



第 十 一 圖

。第二角得最低速度，此與遲緩飛行情況相符。

故於飛行中，將衝角增加 $i' - i$ ，則飛機由高速而趨遲緩飛行情況。此二種速度適合於一指定之動力。

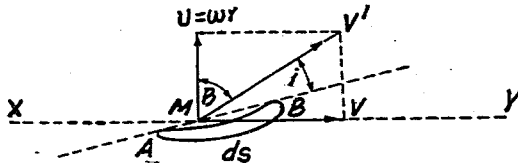
第三章

螺旋槳

定義。——螺旋槳是一葉薄片，在一軸上旋轉能沿此軸上發出推力。

螺旋槳普通為二葉片所構成，在旋轉軸上兩旁互相對稱。此二部分即槳身。於某種投射角中關開空氣，以便在軸上發生上昇之推力。

基本公式(第十二圖)，——研究許多幾何形相似之螺旋槳，現將其改良有關各點一一說明之



第十三圖

1. 推力

2. 動力，此為旋轉所必需者

假設於同一傾角中在相同初級面上，由空氣所生之力是與面積及速度平方成正比。

一螺旋槳，直徑 D ，於 $X Y$ 軸上旋轉每分鐘 n 次，有移動速度 V (第十二圖)。螺旋槳之角度速度為

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} \text{ radians Per sec. (每秒之半徑圓周弧)}$$

另一螺旋槳，直徑 D_1 ，有相符之速度 n_1 及 V_1 。設第一螺旋槳之 AB 切面，係與軸心面平行，并在一距離 r 。螺旋槳之 ds 是在 AB 上，對空氣而言，有

一速度 V' ，此則為旋轉速度 $U = \frac{2\pi nr}{60}$ 及移動速度 V

之合成。

於第二螺旋槳之相同切面上，若 V'_1 及 U 間之 β_1 角，等於 V' 及 U 間之 β 角，則其衝角相似，此即，

$$\tan \beta_1 = \tan \beta$$

或

$$\frac{V_1}{\frac{2\pi n_1 r_1}{60}} = \frac{V}{\frac{2\pi nr}{60}}$$

現在 $\frac{r}{r_1}$ 等於二螺旋槳之相同比例 $\frac{D}{D_1}$ 。以前之情

况則變為

$$\frac{V_1}{n_1 D_1} = \frac{V}{n D} \dots\dots\dots (13)$$

假定第二螺旋槳轉動每分鐘 n_1 次 (r.p.m.)，並依照 (13) 而有移動速度 V_1 ，其初級抵抗力 dR 及 dR_1 則為下列之比例

$$\frac{dR}{dR_1} = \frac{d_s V'^2}{d_{s_1} V_1'^2}$$

現

$$V' \cos \beta = \frac{2\pi nr}{60}$$

又

$$V'_1 \cos \beta_1 = \frac{2\pi n_1 r_1}{60}$$

$$\therefore \beta = \beta_1,$$

$$\frac{V'^2}{V_1'^2} = \frac{n^2}{n_1^2} \left(\frac{r}{r_1} \right)^2 = \frac{n^2 D^2}{n_1^2 D_1^2}$$

但此二種相似面之面積係與相同比例之平方同比例，此即

$$\frac{ds}{ds_1} = \frac{D^2}{D_1^2}$$

故最後，

$$\frac{dR}{dR_1} = \frac{n^2 D^4}{n_1^2 D_1^4} \dots\dots\dots (14)$$

1. 推力中之變化。——旋轉軸上 dR 及 dR_1 之撮影 dF 及 pF_1 ，因為面積 ds 及 ds_1 之故，而發出初級推力。

因相同比例之理由，

$$\frac{dF}{dF_1} = \frac{dR}{dR_1} = \frac{n^2 D^2}{n_1^2 D_1^4}$$

用積分法則得

$$\frac{F}{F_1} = \frac{n^2 D^4}{n_1^2 D_1^4}$$

若研究一類螺旋槳，設 $\frac{V}{nD}$ 為恆數，則為

$$\frac{F}{n^2 D^4} = \frac{F_1}{n_1^2 D_1^4} = \frac{F_2}{n_2^2 D_2^4} = \dots, \dots = a$$

a 為恆數，故

$$P = an^2D^4 \dots \dots \dots (15)$$

2. 爲旋轉必需之動力。——沿速度 V 之方向，則 dR 之攝影爲初級阻力。所用之初級動力則等於阻力乘速度 V^1 之積數。

阻力比例等於 dR 及 dR_1 力之比例，故動力比例則等於

$$\frac{dP}{dP_1} = \frac{dR \times V'}{dR_1 \times V_1'}$$

現

$$\frac{dR}{dR_1} = \frac{n^2 D^4}{n_1^2 D_1^4}, \quad \text{及} \quad \frac{V'}{V_1'} = \frac{nD}{n_1 D_1},$$

故

$$\frac{dP}{dP_1} = \frac{n^2 D^4}{n_1^2 D_1^4} \times \frac{nD}{n_1 D_1} = \frac{n^3 D^5}{n_1^3 D_1^5},$$

倘 $\frac{V}{nD}$ 不變化，則爲推力是，

$$\frac{P}{n^3 D^5} = \frac{P_1}{n_1^3 D_1^5} = \dots \dots \dots = \beta$$

β 爲恆數，故

$$F = \beta n^2 D^5 \dots\dots\dots(16)$$

爲一類螺旋槳，其恆數 α 及 β 可認爲 $\frac{V}{nD}$ 之函數，

以爲 V 及 n 之任何值也。

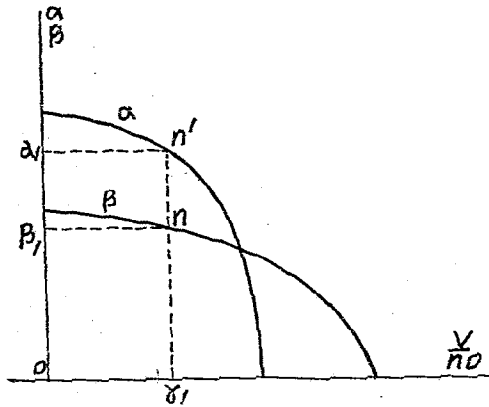
結論。—— 爲任何螺旋槳，其旋轉所必需之推力及動力可用以下公式代表之， $F = \alpha n^2 D^5$ 及 $P = \beta n^2 D^5$

，而 α 及 β 爲 $\frac{V}{nD}$ 之二函數，其係數則與幾何形相似

之螺旋槳者相同。

爲一指定螺旋槳，其係數則以所採用面之型狀而定。螺旋槳任何點上，其 V 增加時， n 則爲恆數 $\tan \beta$ 增加時，則衝角之 i 減少，且每種初級力 dF 亦減少。故其情況則爲

1. 每種初級推力 dF 減小，故總合 F 亦減小。
2. 動力 dP 之每要素減小，故爲旋轉之必要總合動力亦減小。



第 十 三 圖

由此則 α 及 β 為 $\frac{V}{nD}$ 之二減小函數(第十三圖)

固定螺旋槳。——凡螺旋槳槳認爲固定者，乃其無移動速度之謂也，此即 $V = 0$ 。如是 α 及 β 係數爲恆數， $\alpha = a$ ， $\beta = b$ 。

推力及必需動力則變爲

$$F_0 = an^2D^4 \dots\dots\dots (17)$$

$$P_0 = bn^3D^5 \dots\dots\dots (18)$$

上公式爲固定螺旋槳者，係由 Renard 上尉而得之

於飛行中，若 n 為恆數， a 及 β 之值則小於 a 及 d 者， F 及 P 則小於 F_0 及 P_0 。

發動機之力不變，而螺旋槳於飛行中旋轉較固定時者為迅速，其旋轉速度增加愈大，則 V 之值亦變大。

由此有下列之原理：駕駛員絕不可用發動機之全力作下降之飛行，因螺旋槳之高速反使發動機之操縱不能十分美滿。

螺旋槳之效率。——發動機發出之力為 P ，而每單位時間推進力所生出之工作為 FV 。

螺旋槳之效率 η_s 為利用之力與發出之力之比例，此即

$$\eta_s = \frac{FV}{P} = \frac{an^2D^4V}{\beta n^2D^5}$$

$$\eta_s = \frac{aV}{\beta nD} \dots\dots\dots (19)$$

故——

定理。——螺旋槳之動力與比例 $\frac{V}{nD}$ 有關，

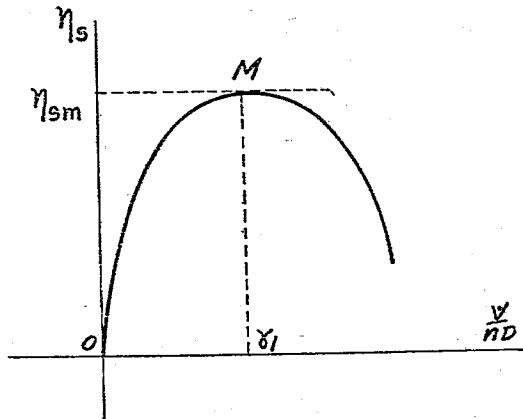
效率曲線為 $\frac{V}{nD}$ 之函數所決定，且所用之螺旋槳

之值為 $\frac{V}{nD}$ ，與最大效率者相符。最大效率 η_{sm} 則與

各種相似螺旋槳者相同。實際上，此亦為各種之特性。

注意 I。——因一固定螺旋槳 $V=0$ ，則其效率為零。

注意 II。（第十三圖）。——每種螺旋槳則有 $\frac{V}{nD}$



第十四圖

之值，其中 $\alpha = 0$ ，其推力等於零，發出之動力有極微小之值；此則其效率亦為零。若 $\frac{v}{\pi D}$ 繼續增加，

螺旋槳用其反面以對空氣， β 變為零，如是推力為負值。故螺旋槳之功用如風車。

螺旋槳之動作態度。——螺旋槳於每秒鐘遇着一股空氣 m ，其最初頗安靜，並分給此股空氣重心一速度 v ，但與其移動方向相反而平行。

排去之空氣使螺旋槳有必需之反動而發出推力 F

。

如此傳出之動力變換速率，是等於總推進力 F 。

$$F = mv \dots \dots \dots (20)$$

除分給所遇此股空氣重心之移動外，螺旋槳在其重心傳出運動，故使此股空氣在螺旋槳動作下所得

之每秒鐘總動能 (Kinetic energy)，不為 $\frac{mv^2}{2}$ ，而是在

其重心上所成之旋轉動能。

使空氣移動每秒鐘所費之能力，故較 $\frac{mv^2}{2}$ 為大，

此處以 $\frac{mv^2}{2}$ 代表之。每秒鐘所利用之能力為

$$Fv = mvV.$$

移動之速度為 V 。

給與空氣每秒鐘之能力為 $\frac{mv'^2}{2}$

故於推進中所費之動力為

$$P = mvV + \frac{mv'^2}{2} \dots\dots\dots (21)$$

而其效率為

$$\eta_s = \frac{V}{V + \frac{v'^2}{2v}} \dots\dots\dots (22)$$

於速率 mv 單位上必需向液質分給動力所得之純粹工作為 $\frac{mv^2}{2}$ 。實際上，空氣是在騷亂運動中，而完

美之螺旋槳以能生出氣流，毫無震動與摩擦，其氣流線是與推力方向平行，其相同之速度則為 m 之重心。在此情況中， $v' = v$ 。

故一螺旋槳之理論上有限效率爲

$$\eta_{sm} = \frac{V}{V + \frac{v}{2}} \dots \dots \dots (23)$$

螺旋槳之效率增大，而騷亂運動則減小，且於動作中對於空氣之摩擦亦變小。

完美螺旋槳於速度 V 中所生出之推力 $F = mv$ ，其必要之動力爲：

$$P = \frac{mv^2}{2} + FV \dots \dots \dots (24)$$

等一數代表最小動力，此是於推進中而必需得到推力 $F = mv$ 者；此爲最小動力必要以支持重量 F 者也。等二數代表推進之有用動力。

公式(24)可再列如下

$$P = F \left(V + \frac{v}{2} \right)$$

故必需於速度 V 中生出推力 F 之最小動力，等於速度 $V + \frac{v}{2}$ 中 F 力之推進動力。

於不完美之螺旋槳情況中，每秒鐘之動能傳遞於液質者為 $\frac{mv'^2}{2}$ 並較 $\frac{mv^2}{2}$ 為大，其為轉動所必需之動力為

$$P = \frac{mv'^2}{2} + FV$$

第一數常代表發出推力 F 所費之動力。

對於有用能力所餘下之能力，是因為螺旋槳不能生出推力部分之所致，此須注意者也。最初對於空氣則於每秒鐘必需生出向後之動力，此則等於推力 mv ，但由此起，則有效之推力開始矣。

每磅推力失去之動力為比動力 (Specific power)

$$L = \frac{mv'^2}{2mv} = \frac{v'^2}{2v}$$

此公式可得出一定螺旋槳每磅推力所費之動力。

比動力之理論有限值為 $L = \frac{v}{2}$ 。

激流之影響。——飛機移動所費之能力 FV ，一

半用以勝過黏性抵抗力，一半用以使空氣移動。第一半之能力則即刻消散，而失去。第二半之能力則保留為動能，當黏性抵抗力漸失時，而其值逐漸增大。但此種動能，用以發出激流者，須有較長時間方致消散，並有恢復之可能。

研究螺旋槳對於氣流動作之情況，其流動包含某量空氣成團曳入，其速度為 v_1 。

現在推進之力，係由飛機所生之抵抗力與之相反；故傳與空氣每秒鐘之向後動力，等於飛機傳與空氣每秒鐘之向前動力。

若螺旋槳取消激流之動力，則可滿足推進中包含激流利用之情況，此即使空氣平靜是也。

設 m 為每秒鐘之一團空氣，曳入激流，其速度為 v_1 。

$$F = mv_1$$

每秒鐘之有用工作為

$$FV = m_1 V,$$

假設螺旋槳完美，而傳與激流一種後向速度 $v = v_1$ ，而在其重心上不給空氣任何之移動。

在空氣上以前所費之能力，即此處所得之能力，
 等於 $\frac{mv_1^2}{2}$ 。故每秒鐘所費之能力為

$$P = mv_1 V - \frac{mv_1^2}{2}$$

一螺旋槳利用激流之理論有限效率，則當然為

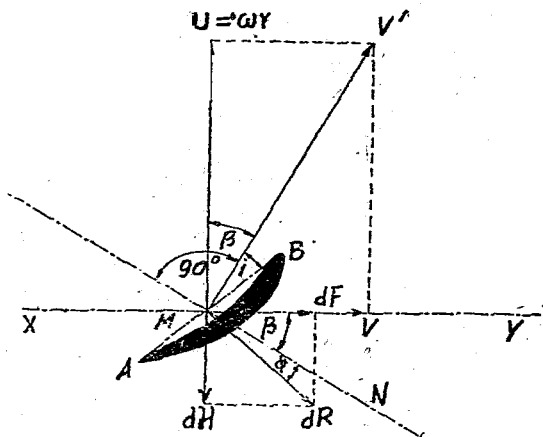
$$\eta_{sm} = \frac{FV}{P} = \frac{V}{V - \frac{v}{2}} \dots\dots\dots(25)$$

此種限制較單位為大，其結果指示理論上之可能係利用激流，以小於 FV 之動力推進一車，此即曳入此液質所必要者。是種結果已由 Froude 及 Lanchester 所指出。

由實驗所指示，凡與此理論相符之船，其推進螺旋槳係在激流後面，而不可在其前面，且須在大股水上動作也。

飛機之設計者，有時裝置螺旋槳於機之前方，有時裝於其後方，殊不一律雖然螺旋槳之正確位置應在後方，以便利用激流能力之一部也。

以上之理論均適用於任何推進之方法；螺旋槳之理論現須另加分析。



第十五圖

螺旋槳之初級理論。——以AR(第十五圖)為葉張切面面積 ds 之面。此面之速度 V' 是 XY 軸方向之速度 V ，及與 $U = \omega r$ 垂直於紙面 XY 者之合成。AB 數之初級抵抗力 dR 是向 V' 之垂直線沿推力 $K_y ds V'^2$ 之方向，并向 V' 之垂直線沿阻力 $K_x ds V'^2$ 之方向而投射。設 ϕ 為一角度，此角係 dR 與方向 MN 垂直於 V' 者所成； $\tan \phi$ 是等於 $\frac{K_x}{K_y}$ ，并祇與衝角有關。

將 U 及 V' 間之角名曰 β ，則初級曳進力是 dR 力在軸上之投射，此即

$$dF = dR \cos(\beta + \phi) \dots\dots\dots(26)$$

dR 在速度之方向 U 垂直軸上之投射，是與相符之初級發動機偶力 dH 相均衡。此則得

$$dH = dR \sin(\beta + \phi) \dots\dots\dots(27)$$

每秒鐘所費之能力為

$$dP = U dH,$$

并每秒鐘推進之工作為 $V dF$ 。

故每秒鐘失去之能力為

$$dE = U dH - V dF$$

或

$$dE = dR [U \sin(\beta + \phi) - V \cos(\beta + \phi)] \circ$$

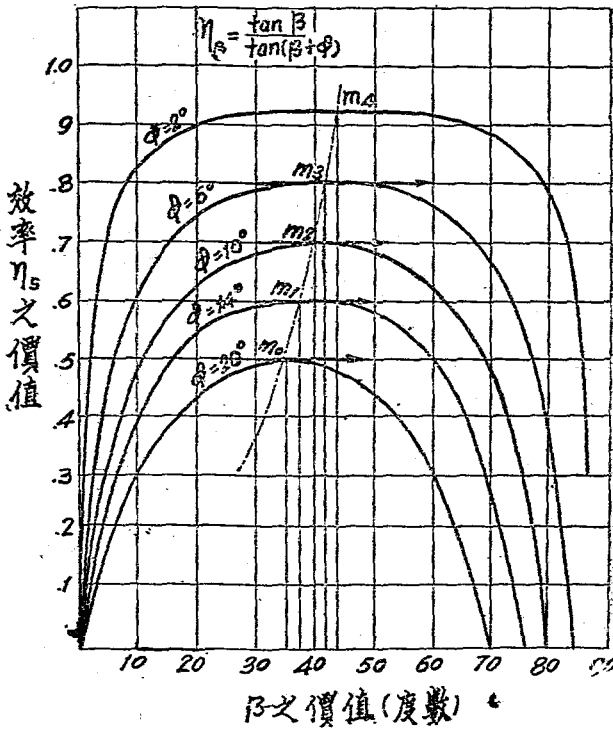
其上方形括弧內之數為沿 dR 力方向上合成速度之投射。故 dE 等於 V' 乘入沿 V' 方向上 dR 之投射所得之積，此即

$$dE = K_s dS V'^3$$

由普通理論中觀察之，失去之動力即是必需發出曳進力 dF 之動力。

其效率爲

$$\eta_s = \frac{VdF}{UdH} = \frac{V}{U} \times \frac{dR \cos(\beta + \phi)}{dR \sin(\beta + \phi)},$$



第十六圖

用 $\tan \beta$ 以替代 $\frac{V}{U}$ ，則變為

$$\eta_s = \frac{\tan \beta}{\tan(\beta + \phi)} \dots \dots \dots (28)$$

ϕ 角以愈小愈妙，此須注意者也，此即槳片須為最大精緻性之角度而設計。

第十六圖中之各曲線用以指示 η_s 之變化，為 β 之函數以為 ϕ 之各值。此項曲線更明白指出者，為 β

之一指定值——即 $\frac{V}{nr}$ 之一指定值，則效率變大，而

ϕ 角變小

現為槳片之各切面，其為衝角 i 之某值，則 ϕ 經過一最小值；此即所選定之最良角 (*optimum angle*)。

ϕ 之值為固定，則每種切面之效率為 β 之函數，

故此即等於 $\frac{V}{nr}$ 之函數。

當 $\frac{\tan \beta}{\tan(\beta + \phi)}$ 對於之 β 之得來數為零時，則可得 η_s

之最大值。

此則爲

$$\frac{\tan(\beta+\phi)}{\cos^2 \beta} - \frac{\tan \beta}{\cos^2(\beta+\phi)} = 0,$$

或

$$\sin(2\beta + 2\phi) = \sin 2\beta,$$

此即

$$2\beta + 2\phi + 2\beta = \pi \dots\dots\dots (29)$$

最後

$$\beta = \beta_1 = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \dots\dots\dots (30)$$

此種解算法與螺旋槳性 (screw-vice) 者相似，而 ϕ 之分析以至摩擦之角度。

故能得最大效率，係在 β 近 45° 時，即 V 近 U 時是也。

假設所有切面所有相同之最良傾角 i ，且其 $\frac{V}{n}$ 均

相同，各切面均有不同之效率。

其切面離軸有距離 r 者，此則如

$$\frac{V}{2\pi nr_1} = \tan \beta_1 = \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)$$

有最大效率。其效率為

$$\eta_{sm} = \frac{\tan \beta_1}{\tan(\beta_1 + \phi)}$$

現在公式(30)得出

$$\beta_1 + \phi = \frac{\pi}{2} - \beta_1$$

故

$$\begin{aligned} \eta_{sm} &= \tan^2 \beta_1 \\ &= \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right) \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

此公式明白示出者在 ϕ 減小時，則最大效率增加，且於 ϕ 將近零數時，則趨於單位值。

螺旋槳之設計，應先決定槳片各切面之 β 值，并此切面於指定衝角 i 上常傾於 V' 之方向

最大效率之點是在槳片最寬部分。

定義。——研究小螺旋槳成分之飛行道 (flight tra-

tory) 是一半徑 r 之螺旋。設以 n_s 為螺旋槳每分鐘之旋轉。

前進之距離為

$$a = \frac{V}{n_s}$$

現

$$\tan \beta = \frac{V}{U} = \frac{V}{2\pi n_s r}$$

故

$$a = 2\pi r \tan \beta \dots\dots\dots (32)$$

a 之值為其切面之有效距 (*effective Pitch*)。形距 (*geometric Pitch*) 是與 AB 弦相符。此段切面見於第十五圖中，得認為半徑 r 轉成為圓筒形後所成之槳片切面。直線 AB 為一螺旋距之弧所成，

$$h = 2\pi r \tan (\beta + i).$$

換言之， h 為一距離，若陷入一固體中間物內， AB 必須前進而經過此距離也。現在

$$2\pi r = \frac{V}{n_s \tan \beta}$$

故

$$h = \frac{V}{n_s} \times \frac{\tan(\beta + i)}{\tan \beta} \dots\dots\dots (33)$$

上列之公式是為最高效率之分析。最小距之成分則為

$$\frac{d}{d\beta} \times \frac{\tan(\beta + i)}{\tan \beta} = 0$$

此即
$$\beta = \frac{\pi}{4} - \frac{i}{2}$$

故最小距是在最大效率之附近，此即為 $\beta = 45^\circ$ 之槳片者也。

距對於直徑之比例名曰相對距 (*relative Pitch*),

$$m = \frac{h}{2r} = \pi \tan(\beta + i) \dots\dots\dots (34)$$

於接近螺旋槳凸物時，其比例則增加不已，此則於最大效率之成分上有一相近 π 之價值。

槳片成分每旋轉之滑動 (*slip*) 為

$$s = h - \frac{V}{n_s} \dots\dots\dots (35)$$

其比例 $\frac{s}{h}$ 爲相對滑動，其公式如下

$$\sigma = \frac{s}{h} = 1 - \frac{V}{n_s h} \dots\dots\dots (36)$$

以 $2\pi r \tan(\beta + i)$ 代替 h ，以 $2\pi r n_s \tan\beta$ 代替 V ，則得

$$\sigma = \frac{\tan(\beta + i) - \tan\beta}{\tan(\beta + i)} \dots\dots\dots (37)$$

此公式表示於最大效率之附近發生最小滑動。

試驗結果。——爲一指定螺旋槳，則可知效率爲

$\frac{V}{n}$ 之函數，而爲此比例之某數可得最大效率。若研

究各種螺旋槳之相同型式，有槳片極端之相對距 m

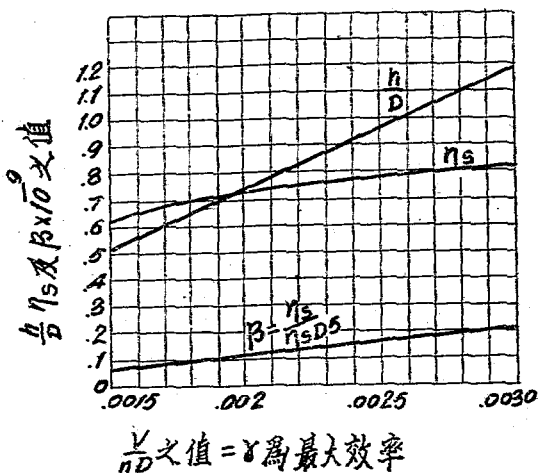
$= \frac{h}{D}$ 值之增加，則即得到各種最大效率(第十七圖)

。

Dorand 上校發覺最大效率先與 m 同增，如是爲相
近 1.2 之 m 某值，而經過一點，此點爲此最大值之

最大者。實驗中指出 $\frac{h}{D}$ 爲 $\frac{V}{nD}$ 之線形函數，由此能

得最大效率，及動力係數 β 之相符值。因螺旋槳以 '.09' 為槳片寬度與直徑間比例之平均值，故 Dorand 上校用一曲線如第十七圖以代表螺旋槳最好平均性能之實驗特性。



第 十 七 圖

於設計初期中，圖中所舉之最大效率，與 $\frac{h}{D}$ 之值相符者，可假定之，其所得值亦可假定以為 $\frac{V}{nD}$ 及 β 。

謀較大可能之最大效率，則須為一切螺旋槳採用其距對於直徑之比例 1.2 而為充足，頗為顯明也。於實際上，距對於直徑之此項比例於最大效率上，則得出 $\frac{V}{nD}$ 值，此則頗難實現。

然實際上，設計者已為每種發動機採用一種螺旋槳，而其最大效率正相符其大概所得距對直徑之比例。

飛機採用之螺旋槳。——距對直徑之比例 $m = \frac{h}{D}$ 為固定者，是以與得最大效率之 γ 之值 $\left(\gamma_1 = \frac{V}{nD} \right)$

相符，此則可成事實。螺旋槳係為指定飛行高度 Z 而設計，且其比例 $\frac{H}{760}$ 是等於 μ 。

設 P_0 為地平面上之發動機馬力；此數在高度 Z 則為 μP_0 。係數 β 則與空氣密度同比，假定其與氣壓而變化，則得

$$\mu P_0 = \mu \beta_1 n^3 D^5$$

上式中 β_1 為 β 之值，與 γ_1 採用 $\frac{V}{nD}$ 之值相符(第十

七圖

故得

$$P_o = \beta_1 n^3 D^5 \dots\dots\dots (38)$$

但 V 為飛機在高度 Z 上之速度，

$$\frac{V}{nD} = \gamma_1 \quad \text{或} \quad n^3 D = \frac{V^3}{\gamma_1^3}$$

以其值代替 $n^3 D^3$ 於 (39) 公式中，其關係則為

$$D^2 = \frac{P_o}{V^3} \times \frac{\gamma_1^3}{\beta_1} \dots\dots\dots (39)$$

螺旋槳每分鐘轉動之旋轉速度為

$$n = \frac{V}{\gamma_1 D}$$

由此
$$n^2 = \frac{V^5}{P_o} \times \frac{\beta_1}{\gamma_1^5} \dots\dots\dots (49)$$

因指定高度 Z 增加時，V 則減小，直徑 D 增加，且每分鐘旋轉速度 n 亦減小。

以 B 為曳進力對於飛機重量 W 之比例：此則為衝角之函數。V 之值則由下列關係。

$$550 \mu P_o \eta_s = BWV$$

連合支持公程式而決定。

$$\text{此則得 } V = \frac{550 \mu P_0 \eta_s}{BW} \text{。}$$

用 V^3 之值於公式中以代 D^2 ，用 V^5 之值於公式中以代 n^2 ，若一切飛機於指定高度 Z 上而有相同之精緻 B ，如是用以爲螺旋槳效率之品質則爲

1. 螺旋槳直徑是與每匹馬力所支之重量，及與總重量之平方根成正比例。

2. 螺旋槳每分鐘之轉動是與每匹馬力所支持重量之平方，及與總重量之平方根成反比例。

故每匹馬力重量之輕驅逐機須有小直徑之螺旋槳，而有高速度之轉動。此須關係是由 Dorand 上校所定。

注意。——用飛機飛行於高度 Z 上之公程式

$$\left. \begin{aligned} \mu \times 550 P_0 \eta_s &= BWV \\ W &= \mu K_y AV^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

消除 V 後則得

$$\eta_s = \frac{1}{550} \times \frac{W}{P_0} \left(\frac{W}{A} \right)^{\frac{1}{2}} \times \frac{B}{K_y^{\frac{1}{2}} \mu^{\frac{3}{2}}} \dots\dots\dots(42)$$

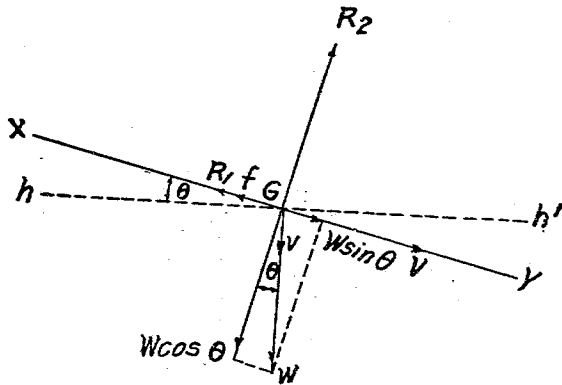
使飛機在高度上能作水平之飛行，則螺旋槳之效率 η_s 須有上公式所得之值。故：——

爲相等衝角，其必須效率 η_s 之變化是與 μ 成反比例；此則是與每匹馬力之重量，及與最初載量之平方根成正比例。

第四章

直線飄飛

定義。——直線飄飛路線，是當發動機停止時，因飛機重量，沿飛行路線上之合力所給之曳進力之路線也。



第十 八 圖

力之活動(第十人圖)，——假定飛機作飄飛，以XY為重心G之路線，而V為其路線上之速度。力之活動為：——

1. 阻力 $R_1 = K_x AV^2$ (在速度之相反方向)係由外皮

抵抗力 $f = rV^2$ 所增加。

2. 反動 $R_2 = K_y AV^2$ 垂直於路線上。

3. 飛機之重量 W 係垂直動作。

飛行路線對於水平線之角度為 θ ，其重量 W 可沿
在路線向路線垂直而滑入合成力 $W \cos \theta$ 及 $W \sin \theta$ 。故

直線飄飛是與水平飛行相似，其中之曳進力為 $W \sin \theta$ ，飛機之重量則用一虛設之重量 $W \cos \theta$ 代替之。

在水平飛行情況中所得之結論，此處尚不可即刻
應用，因重量 $W \cos \theta$ 為一變化量也。

後來注意及此，遂採用一種操縱方法，使駕駛員
操縱輔助翼直向風向旋轉，而能於飄飛中改變其衝
角。

飄飛公程式。——為水平飛行之公程式如下

$$W \cos \theta = K_y AV^2 \dots\dots\dots (43)$$

(支持公程式)

$$W \sin \theta = K_x AV^2 + rV^2 \dots\dots\dots (44)$$

(曳進公程式)

1. 飄飛路線之斜坡變化(第十九圖)。——以

公程式(43)被公程式(44)除之，

$$\tan \theta = \frac{K_x + \frac{r}{A}}{K_y} \dots\dots\dots (45)$$

角度 θ 是以研究之角度代表之，其角係以特性曲線之輻線 IM 與 I_y 線所成，而與縱線軸平行。

飄飛路線之斜坡是與曳進力而變化。故：——

定理。——當飄飛路線受衝角 i 之影響需要最小曳進力之時，飄飛路線之斜坡為最小。

駕駛員在停止發動機之點上降落，則有較長之距離，其保持之角度 θ 為極小。

因特性曲線表示 K_y 對於衝角減小極速， $\tan \theta$ 初則增加遲緩，如是迅速而得到 90° 相近之值。換言之，當斜坡已極尖銳時，衝角稍為減小，則使飛機即作垂直之降落。當 $K_y = 0$ (無支持力) 時，則飛機取垂直之路線。

任何輻線 IM 在特性曲線上則連接 M 及 M' 兩點。故飛機沿斜坡 θ 之路線在 i 及 i' 兩衝角 (為最小曳進力之角 i 所分開) 中飄飛。

第一角 i 是與高速飛行相符，而第二角 i' 是與低速飛行相符。圖中之線分與兩部，其弧線 AM_1 代表高速飛行情況，而弧線 M_1B 代表低速飛行情況。

於高速飛行中，衝角之增加即減少飛行路線之斜坡，而輻線 IM 趨近縱線軸。在最小斜坡之角度 I_1 上，操縱器上之仍何動作即增高路線之斜坡。

於低速飛行中，衝角之增加即增高飛行路線之斜坡。故低速飛行中之操縱動作，是與得到高速飛行相同結果者相反。駕駛員常於高速飛行情況中降落。為增加飛行路線之長度，則係接近 M_1 點上之飛行情況。

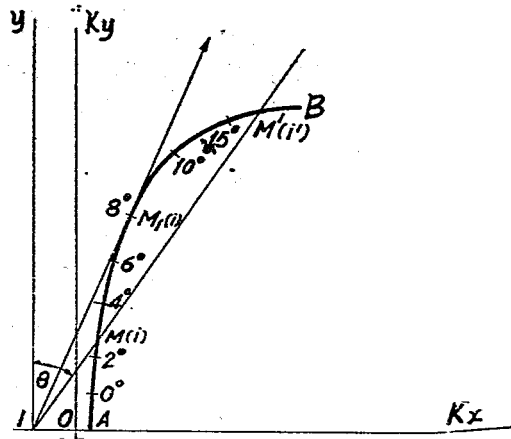
沿飛行路線上之速度變化（第十九圖）。——將公程式(43)及(44)自乘，再互相加之以後消除 θ

$$W^2 = [(K_y A)^2 + (K_x A + r)^2] V^4,$$

由上式而得

$$V^2 \sqrt{\left(K_x + \frac{r}{A}\right)^2 + K_y^2} = \frac{W}{A} \dots\dots\dots (46)$$

上列於平方根號內之數，用以代表特性曲線之向量 (*radius vector*)；故此



第十九圖

$$V^2 \times IM = \frac{W}{A} \dots \dots \dots (47)$$

因為 $\frac{W}{A}$ 是支持翼面積每單位之載量，且係一已知

量，故：——

定理。——速度之平方與向量IM相乘之積為恆數，並等於飛機之載量。

此則表示當衝角減小時，速度繼續增至 $V =$

$$\sqrt{\frac{W}{A \times IA}}$$

值，而與無支持力者相符(第十九圖)。

在降落中垂直速度之變化。——若(第十八圖)向量 V 沿垂直方向而引出，其向下垂直速度則如下式

$$v = V \sin \theta$$

曳進公式(47)於其兩旁被 V 相乘後，則得

$$W_v = K_x AV^2 + rV^3$$

現支持公式(44)則得

$$V^3 = \left(\frac{W \cos \theta}{K_y A} \right)^{\frac{3}{2}},$$

再將 V^3 之值用於上列公式中，則得下式

$$v = \frac{W^{\frac{1}{2}}}{A^{\frac{1}{2}}} \times \frac{K_x + \frac{r}{A}}{K_y^{\frac{3}{2}}} \cos^{\frac{3}{2}} \theta \dots\dots\dots (48)$$

現可用 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ 代替 $\frac{K_x + \frac{r}{A}}{K_y}$ 則得

$$v = \frac{W^{\frac{1}{2}}}{A^{\frac{1}{2}}} \times \frac{\sin \theta \cos^{\frac{1}{2}} \theta}{K_y^{\frac{1}{2}}}$$

或將兩旁之數自乘之，

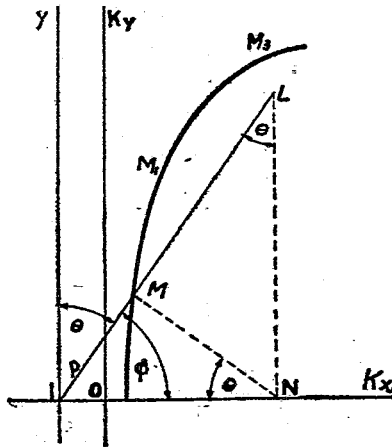
$$v^2 = \frac{W \sin^2 \theta \cos \theta}{A K_y} \dots\dots\dots (49)$$

以(第二十圖) MN 向輻線 IM 垂直，與軸線 OK_x 相交於 N 點，如是再由 N 點畫一線與軸線 OK_x 垂直，而相交 IM 於 L 點，其結果有下列之關係：——

$$\overline{IM} = \overline{IL} \sin \theta,$$

$$\overline{IM} = \overline{IN} \sin \theta,$$

$$K_y = \overline{IM} \sin \theta,$$



第 二 十 圖

此三公式共得

$$K_y = \overline{IL} \sin^2 \theta \cos \theta,$$

或

$$\frac{K_y}{\sin^2 \theta \cos \theta} = \overline{IL},$$

用 \overline{IL} 以代替 $\frac{K_y}{\sin^2 \theta \cos \theta}$ ，則公程式(49)而為

$$v^2 \cdot \overline{IL} = \frac{W}{A} \dots \dots \dots (50)$$

定理。——下向垂直速度之平方與軸線 \overline{IL} 相乘之積為恆數，并等於飛機之載量。

此公式得出一種方法，且與特性曲線有關，用於飄飛中而定垂直速度中之變化。

注意。——若於公式 $v^2 \overline{IM} = \frac{W}{A}$ 中，以 $\frac{v^2}{\sin^2 \theta}$ 值用以代替 v^2 ，則得

$$\frac{v^2 \overline{IM}}{\sin^2 \theta} = \frac{W}{A}$$

現在 $\frac{\overline{IM}}{\sin^2 \theta} = \overline{IL}$ ，由此 $v^2 \cdot \overline{IL} = \frac{W}{A}$ 如在公式(50)

最小垂直速度之決定。——當 \overline{IL} 為最大時，則向下垂直速度為最小。以 $\overline{IM} = \rho$ ，而 ϕ 為 \overline{IM} 與軸線 IK_x 所成之角(此為 θ 之補角)(第二十圖)如是

$$\rho = \overline{IN} \cos \phi$$

但是

$$\overline{IN} = \overline{IL} \cos \phi$$

故

$$\overline{IL} = \frac{\rho}{\cos^2 \phi},$$

特性曲線上之 M_3 點而與 \overline{IL} 之最大值相符者，則

$\frac{P}{\cos^2 \phi}$ 在該點上之微分為零，此即

$$\frac{2 \rho \sin \phi \cos \phi d \phi}{\cos^2 \phi} + d \rho = 0$$

$$\therefore \frac{d \rho}{d \theta} = -2 \rho \tan \phi \dots \dots \dots (51)$$

因 ρ 及 $\tan \phi$ 皆常為正，在 M_3 上 ρ 對於 ϕ 之得來之數則為負。現於最小與進力之 M_1 點上， ρ 及 ϕ 為二增加函數，在 M_1 之反邊， ρ 增加，而 ϕ 為減少函數

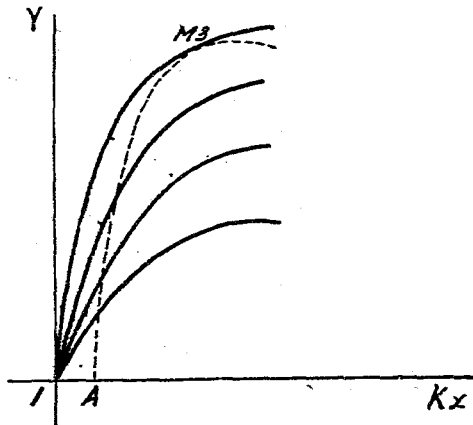
，并 $\frac{d\rho}{d\phi} < 0$ 。故 M_3 點是在 M_1 之上(第二十圖)，最小垂直速度之 i_3 角是較 i_1 角為大，且與最小飄角相符。

合於微分公式(51)之曲線在極座標者 (*Polar co-ordinates*) 現在可決定如下

$$\frac{d\rho}{d\phi} = -2\rho \tan \phi$$

可列為下式

$$\frac{d\rho}{\rho} = -2 \tan \phi d\phi,$$



第 二 十 一 圖

或用積分法，

$$\text{Log}_e \rho = \text{log}_e C \cos^2 \phi$$

此即

$$\rho = C \cos^2 \phi$$

C為積分之恆數。

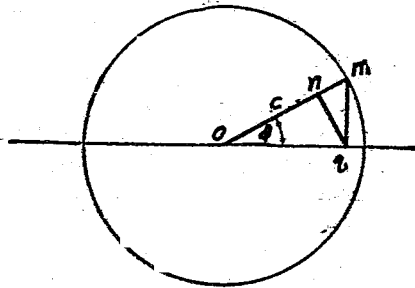
將與起點對稱之各曲綫繪於描寫布上（第二十一圖。）

線上之任何點可於下法得之。用C作半徑於中點o上繪一圓圈（第二十二圖）。設 O_m 為圈之半徑與特性曲綫軸成 ϕ 角， O_m 向軸上之投影為 O_q ，

$$O_q = O_m \cos \phi = C \cos \phi,$$

若 O_n 為 O_q 在 O_m 上之投影，如是

$$O_n = O_q \cos \phi = C \cos^2 \phi$$



第 二 十 二 圖

"爲曲線上之一點。將 ϕ 及 C 改變而得多數曲線。決定 i_3 角，則須用描寫布於特性曲線上，以致 O 與 I 相合， O_q 與 IK_x 相合(第二十一圖)。此數曲線中有一曲線與特性曲線成正切於 M 點上，因此正與微分公式(51)相合也。

此種方法無須再爲說明；此數曲線描寫後，可用於任何特性曲線上。

決定最小垂直速度頗爲重要，因連同飄飛路線之斜坡而成爲一飄飛之特性。

降落所費之時間愈大，則垂直速度愈小。

注意。——若 $\cos \theta^{\frac{3}{2}}$ 用單位代之，公式(48)變爲

$$v = \frac{W^{\frac{1}{2}} \left(K_x + \frac{r}{A} \right)}{A^{\frac{1}{2}} K_y^{\frac{1}{2}}}$$

現於相同衝角之下在水平飛行所需之動力爲

$$P = \frac{W^{\frac{3}{2}}}{A} \cdot \frac{K_x + \frac{r}{A}}{K_y^{\frac{3}{2}}}$$

故亦可列如下式

$$v = \frac{P}{W}$$

此種大概公式得出下列之定理：——

定理。——將飄飛角度之 *cosines* 等為單位，當飄飛是在需要最小動力之 i_2 角下動作時，其垂直速度為最小。

高度 z 在飄飛上之影響。

1. 飄角是由下公式而得來

$$\tan \theta = \frac{K_x + \frac{r}{A}}{K_y}$$

現 K_x ， K_y 及 R 係與空氣密度成正比， $\tan \theta$ 則與密度無關，故高度亦相似。故此祇為衝角之函數。則於衝角恆數中，指示一直線飄飛路線之可能。

$\tan \theta$ 可小如 $\cdot 12$ ， θ 則與 7° 相近。駕駛員於 $12,000$ 呎高度上停止發動機後，則須於 $\frac{12,000}{\cdot 12}$ 呎之距離上

降落，即約 19哩

2. 設 P_0 為普通地平面情況中之空氣密度， P_z 為高

度 Z 上之密度。

在地平面上之支持公程式爲

$$W \cos \theta = K_y A V_0^2$$

在高度 Z 上則爲

$$W \cos \theta = \frac{P_z}{P_0} K_y A V_z^2$$

飄角與衝角均爲恆數，沿飛行路線上之速度 V_z 之減小是與空氣密度之平方根成反比例。在地平面上之速度爲 V_0 ，如是

$$\frac{V_z}{V_0} = \sqrt{\frac{P_0}{P_z}}$$

空速指示器係表示每單位面積之空氣壓力，而於飄飛時期內相示一恆定之計數，其壓力係與速度之平方及與空氣密度成正比。

3. 於高度 Z 上其飄飛之垂直速度爲

$$v_z = V_z \sin \theta$$

θ 角保持爲恆數，而垂直速度則與飛行路線上之速度成正比

$$\frac{v_z}{v_0} = \frac{V_z}{V_0} = \sqrt{\frac{P_0}{P_z}}$$

比例 $\sqrt{\frac{P_0}{P_z}}$ 已為各高度而決定矣。

若 μ 為高度 Z 中氣壓計數之水銀糊，且 μ 表示比例

$\frac{H}{760}$ ，則

$$\frac{\rho_0}{\rho_z} = \frac{19 + 5\mu}{24\mu}$$

故

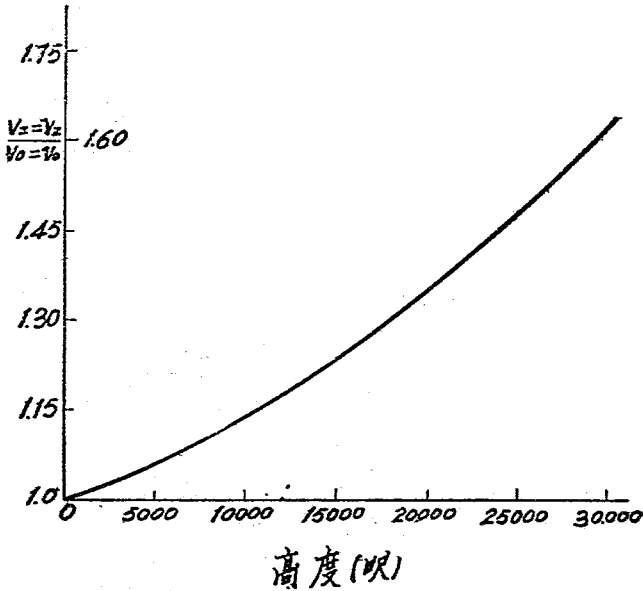
$$\frac{V_z}{V_0} = \frac{v_z}{v_0} \sqrt{\frac{19 + 5\mu}{24\mu}}$$

則得下表中(第二表)之各數，

第 二 表

高 度 Z	μ 之 值	$\frac{V_2}{V_0} = \frac{v_z}{v_0} = \sqrt{\frac{19 + 5\mu}{24\mu}}$
距 0	1.000	
1,500	•945	1.022
3,000	•891	1.045
4,500	•844	1.070
6,000	•796	1.090
7,500	•748	1.126
9,000	•707	1.152
10,500	•670	1.178
12,000	•634	1.211
13,500	•598	1.236
15,000	•565	1.267
16,500	•534	1.299
18,000	•504	1.330
19,500	•475	1.366
21,000	•449	1.397
22,500	•425	1.430
24,000	•401	1.464
25,500	•376	1.530
27,000	•357	1.563
28,500	•337	1.600
30,000	•319	1.640

將上表中之數繪於第二十三圖



第二十三圖

由一高度 Z 飄飛所費之時間。——假定無誤差，由高度 Z 降落之平均速為地平面之平均速度，及高度 Z 之平均速度。

$$v_m = \frac{v_0 + v_z}{2} + \frac{v_0}{2} \left\{ 1 + \frac{v_z}{v_0} \right\}$$

故

$$v_m = \frac{v_0}{2} \left\{ 1 + \sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_s}} \right\}$$

用第二表，可計算 $\frac{v_m}{v}$ 各比例之值。由此結果可

得第三表。

平均速度 v_m 爲已知者，由高度 Z 降落所費之時間
秒數爲

$$t_z = \frac{Z}{v_m}$$

高度爲呎數， v_m 爲每分鐘之呎數。

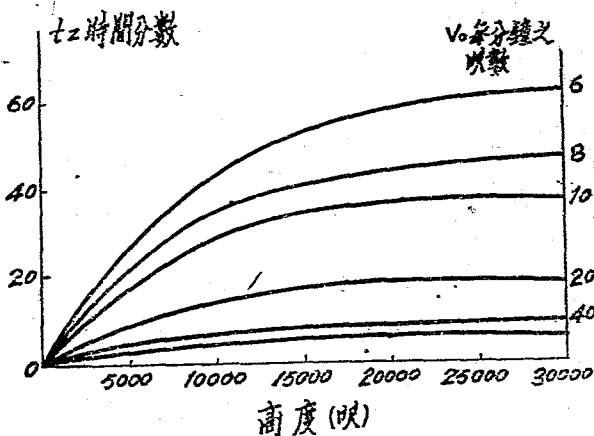
第 三 表

高度 Z	比 例 $\frac{v_z}{v_0}$	$\frac{v_{III}}{v_0} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{v_z}{v_0} \right\}$
呎		
0	1.00	1.000
1,500	1.022	1.011
3,000	1.045	1.022
4,500	1.070	1.035
6,000	1.099	1.049
7,500	1.126	1.053
9,000	1.152	1.076
10,500	1.178	1.089
12,000	1.211	1.105
13,500	1.236	1.118
15,000	1.267	1.133
16,500	1.299	1.149
18,000	1.330	1.165
19,500	1.366	1.183
21,000	1.397	1.193
22,500	1.430	1.215
24,000	1.464	1.232
25,500	1.530	1.265
27,000	1.563	1.281
28,500	1.600	1.300
30,000	1.640	1.320

第二十四圖是由 10,000 呎起為 v_0 之各值而示降落之時間。

應用於飄飛之計算例。—— 研究下列之雙座雙翼機之情況：——

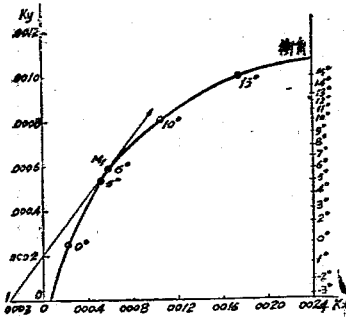
翼展 33.65 呎
機長 25.60 呎



第 二 十 四 圖

機高 10.25 呎
總面積 A 345 平方呎
飛行中之平均重量 2040 磅

$$\text{載量} = \frac{W}{A} = 5.92 \text{ 磅每平方呎}$$



第二十五圖

飛機有一總外皮抵抗力，等於 $a = 6.46$ 平方呎面積之垂直面。假定其溫度 15°C ，及壓力 760 mm ，平面積 a 之抵抗力在靜空氣中有速動 V 之垂直移動者為

$$p = .0014 AV^2$$

故外皮抵抗力之係數 r 為，

$$r = .0014 \times 6.46 = .00905,$$

因之

$$\frac{r}{A} = \frac{.00905}{345} = .0000262$$

為單座機之 r ，最大約至 $.0075$ ，雙座機之 r 為 $.0075$ 至 $.00115$ ，三座機及轟炸之 r 為 $.0230$ 至 $.030$ 。

飛機之特性線見第二十五圖。由此而知最小曳進力之角，即其最小斜坡者為 6° 。

下表所列之數係由此線所計算而來：—

第 四 表

恆 數	上 翼 之 衝 角			
	0	5°	10°	15°
K_x	·0000206	·0000433	·000089	·000171
$K_x + \frac{r}{A}$	·0000468	·00 0695	·000115	·000197
K_y	·0000222	·0000527	·000814	·001020
$B = \frac{K_x + \frac{r}{A}}{K_y}$	·21	·13	·14	·194

1. 第二十六圖所畫之線以示飛機之長短比(*Fineness*)， $B = \tan \theta$ ，為衝角之函數。於衝角 0° 上則得到最佳之長短比，而 B 等於 $\cdot 196$ ，此則成 $\theta = 7^\circ 10'$ 。故飄角 θ 有相近 7° 之最小值。

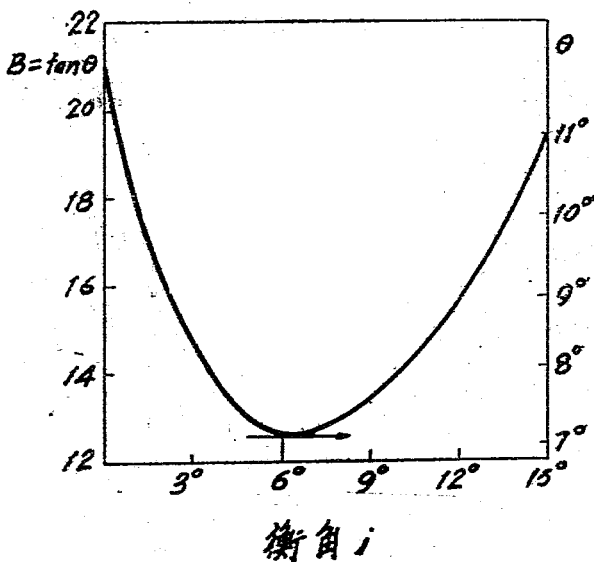
II 飛機沿飛行路降落之速度見下列之關係

$$W \cos \theta = K_y A V^2$$

由此， $\frac{W}{A}$ 為 5.92 磅每平方呎，

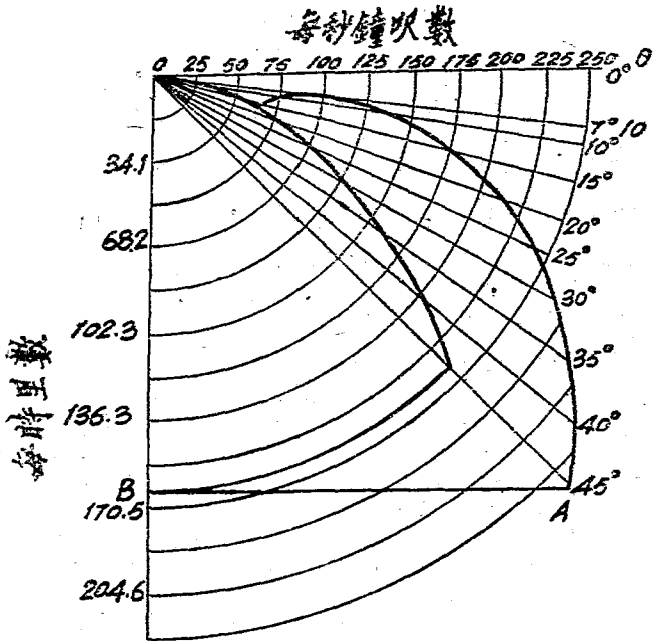
$$V_0 = \sqrt{\frac{5.92 \cos \theta}{K_v}}$$

於第三十七圖，其曲線 I 表示極座標 (Polar co-ordinates) 中之 V_0 變化，其極角 (Polar angle) 為 θ ，輻線為 V_0 。於 $7^\circ 10'$ 之最小斜坡上，其沿飛行路線之速度約



第二十六圖

62.6 哩每小時。在 15,000 呎上，其速度為 $1.267 V_0$ ，
此即約 79.5 *m.p.h.*，在 10,000 呎上，則為 73.5 *m.p.h.*

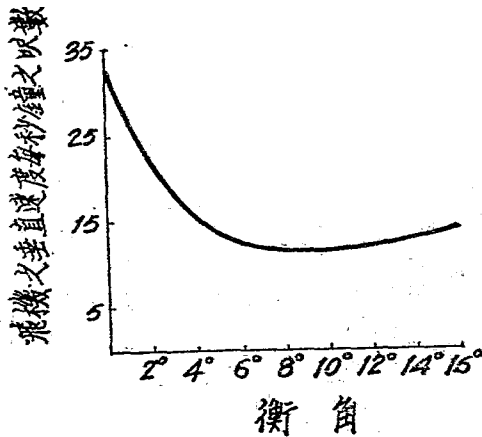


第 二 十 七 圖

第 五 表

衝 角	K_y	θ	V_0	
			每分鐘之呎數	每小時之呎數
-2°	•0000876	24°	236	1 1
0	•000212	11 50	135	105
5	•000537	7 30	100	68•2
6	•000595	7 10	95•2	61•9
8	•000700	7 30	87•9	57•9
10	•000814	8	81•3	55•5
12	•000901	9 10	77•4	52•7
15	•001020	11	72•2	49 2

III 垂直降落速度為 $v_0 = V_0 \sin \theta$ ，由圖中曲線上得 V_0 ，此為 θ 之函數，而 v_0 則由上數推出之。由 V_0 之點上向垂直軸上投影而經過 B 點，并取每根輻線 $OC = OB$ 之方向。B 點之跡為 v_0 之變化 II 之曲線，有如 θ 之函數。垂直速度為相近最小飄角 $7^\circ 10'$ 之一最小者，而此最小之數約每分鐘 11.5 呎。第二十八圖已表示 v_0 與衝角之變化；由此可知 v_0 之最小值可由衝角 8° 而得來，極為靈敏，且此為最小動力之角。



第 二 十 八 圖。

v_0 之最小值為每分鐘之 11.5 呎。在 15,500 呎上，其值為 $v_z = 1.299 \times 11.5 = 14$ 呎每分鐘(大約)，由 16,

500 呎上，平均垂直速度大約為 $\frac{11.5 + 14}{2} = 12.75$ 呎

每分鐘，降落之時間

$$t = \frac{16,500}{12.75} = 1293 \text{ 秒}$$

即 21 分 33 秒。

用直線飄飛方法以決定飛機恆數

假設沿飛行路線之速度 V_z 係用空速指示器而得來，及垂直速度 v_z 係用飄飛之高度圖而得來，此則即得下式

$$\tan \theta = \frac{v_z}{V_z} \dots\dots\dots (52)$$

1. 飛機重量為 W ，而 A 為支持面積，

$$W \cos \theta = K_y A V_o^2 \dots\dots\dots (53)$$

在零度高度上之速度 V_o 已由速度 V_z 中推出，此則與空氣密度之平方根成反比。

此即為

$$\tan \theta = \frac{K_x + \frac{r}{A}}{K_y} \dots\dots\dots (54)$$

為 θ 之各值，則公程式 (53) 及 (54) 即得 K_y ，如 $K_x + \frac{r}{A}$ 之一函數。若有翼之特性曲線，此項關係容以

決定衝角及比例 $\frac{r}{A}$ 。

$$K_x + \frac{r}{A}$$

於相同衝角水平飛行中， $\frac{r}{K_y}$ 代表曳進力被飛

機重量除得之商 $\frac{F}{W}$ 。

為 K_y 之各值而言，故此得到飛機之長短比 $\frac{F}{W}$ 。

已知翼之特性曲線，及 K_x 與 K_y ，此則由比例 $\frac{F}{W}$

中而能分開外皮抵抗力，如是：——

(a) $\frac{K_x}{K_y}$ ，祇因於翼者；

(b) $\frac{r}{A} \times \frac{1}{K_y}$ ，因其餘留之外皮抵抗力。

例。——設

$$v_0 = 11.8 \text{ 呎每秒鐘}$$

$$V_0 = 95$$

$$\cos \theta = .99,$$

$$\tan \theta = .126$$

若 $\frac{F}{W} = 5.92$ 磅每平方呎，此則得

$$K_y = 5.92 \times \frac{.99}{95} = .00065$$

$$K_x + \frac{r}{A} = K_y \times \tan \theta = .000082.$$

故當 $K_y = .00065$ ，飛機之長短比等於 .126

2. 設 V'_z 為相同衝角及相同高度中水平飛行之速度。
度。

如是， V_z 為沿飄飛路線上之速度，此則得

$$W \cos \theta = \frac{\rho_z}{\rho_0} K_y A V'_z{}^2$$

$$W = \frac{\rho_z}{\rho_0} K_y A V'_z{}^2.$$

故

$$V'_z = \frac{V_z}{\sqrt{\cos \theta}} \dots \dots \dots (55)$$

在此高度上為水平飛行必需之有用動力為

$$P_z = \frac{\rho_z}{\rho_0} \left\{ K_x A + r \right\} V_z'^3.$$

現為飄飛

$$W \sin \theta = \frac{\rho_z}{\rho_0} \left\{ K_x A + r \right\} V_z'^2,$$

或用 V_z 乘之

$$W v_z = \frac{\rho_z}{\rho_0} \left\{ K_x A + r \right\} V_z'^3$$

由此

$$P = W v_z \frac{V_z'^3}{V_z^3}$$

但已決定者

$$\frac{V_z'}{V_z} = \frac{1}{\sqrt{\cos \theta}}$$

故，最後

$$P_z = \frac{W v_z}{\cos^{\frac{3}{2}} \theta} \dots \dots \dots (56)$$

此則為得水平飛行之必需動力，如 θ 角之一函數

。與 V_z 相同，此項動力係與空氣密度之平方根成反比例。

例。——為一指定飛機，其降落速度之最小垂直成分為

$$v_0 = 11.5 \text{ 呎每秒鐘}$$

并

$$\theta = 7^\circ 30'$$

為最小動力之衝角是為最小垂直速度者，在地平上飛行所必需之最小動力是

$$P_0 = \frac{W \times 11.5}{\cos^{\frac{3}{2}} 7^\circ 30'}$$

假設飛機之重量為 2040 磅，此則得

$$\begin{aligned} P_0 &= 23,700 \text{ 呎一磅 (每秒鐘)} \\ &= 43 \text{ H.P. (馬力)} \end{aligned}$$

第 五 章

上 昇 飛 行

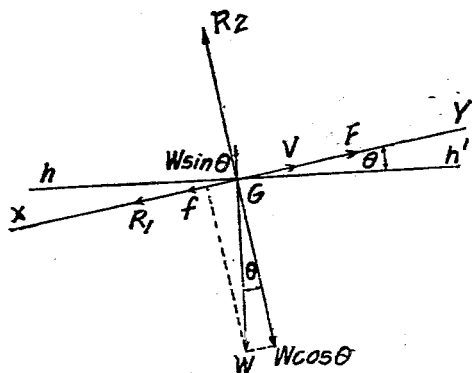
定義。——於水平飛行時，若螺旋槳所發出之曳進力增大，則飛機之速度亦趨增大，而合成向上推力較使飛機重量均衡者為大。在此短期之末，活動力又重恢復其均衡情況，而上昇飛行之情形則成立矣。

駕駛員得隨意改變其飛行路線，其法係於水平軸上移動小尾翼，而此尾翼係位於翼之後面，如此操縱使其多少與風向垂直，是以衝角隨之改變。

上昇飛行時，力之活動(第二十九圖)。——設 θ 為上昇角(此即飛行路線對於水平之傾斜)。曳進力 F 及阻力 R_1 ，係由外皮抵抗力 f 而增加，沿重心路線 XY 而活動，反動力 R_2 沿其相對垂直方向而活動。飛機重量 W 可沿此兩種方向分為二成分。沿飛行路線上之成分 $W \sin \theta$ 增加阻力；其他 $W \cos \theta$ 是與向上反動力 R_2 相均衡。故：——

定理。——於 θ 角上之上昇飛行是與水平飛行相似

，其中阻力有 $W \sin \theta$ 之增加，及重量 W 以假重量 $W \cos \theta$ 替代之。



第二十九圖

上昇飛行公程式。——上昇飛行公程式爲

$$W \cos \theta = K_y AV^2 \dots \dots \dots (51)$$

(支持公程式)

$$F = K_x AV^2 + r V^2 + W \sin \theta \dots \dots \dots (52)$$

(曳進公程式)

1. 況飛行路線上之速度。——此則由(75)而得來，

$$W \cos \theta = K_y AV^2$$

設 V_1 為相同衝角中水平飛行之速度；其關係如下

$$W = K_y A V_1^2$$

將上列之第一公式被第二公式除之而得

$$\cos \theta = \frac{V^2}{V_1^2}$$

或

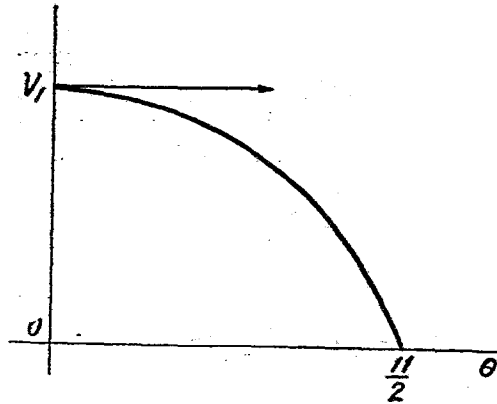
$$V^2 = V_1^2 \cos \theta$$

$$\therefore V = V_1 \sqrt{\cos \theta} \dots\dots\dots(59)$$

定理。——於上昇飛行中，其速度 V 常較小於相同衝角中水平飛行之速度 V_1 。於不變之衝角內， V 是與上昇角之 *cosine* 平方根成比例。為一指定上昇角中， V 是與 V_1 成比例。

表示 V 之曲線為 θ 之函數(第三十圖)，係由 V_1 值減小而來，因 $\theta = 0$ 以為 $\theta = \frac{\pi}{2}$ (恆定衝角)之 0 值。

實際上，上昇角頗小，而 $\cos \theta$ 可等於一單位。故 V 之值與 V_1 者無大區別也。



第三十圖

注意 I。——水平速度成分為 $V' = V \cos \theta$ ，或者以

$V_1 \sqrt{\cos \theta}$ 替代 V ，

$$V' = V_1 \cos^{\frac{3}{2}} \theta$$

注意 II——支持公程式 (57)

$$W \cos \theta = K_y A V^2$$

表示發動機若強，足將飛機向上直舉，其衝角不必有支持力，因 $\theta = \frac{\pi}{2}$ ， $W \cos \theta = 0$ 於影響中。故上昇推力必需為零

$$K_y AVV^2 = 0$$

(a) 若衝角之任何特值 K_y 不為零，則速度必為零，此已被決定。

螺旋槳於空間某點上轉旋，並支持飛機重量 W ；所利用之動力 FV 為零，故此其效率亦為零。

(b) 速度 V 須有正值，則 K_y 須等於零。

故：作上昇推進式，駕駛員須將衝角之值減小，其中之 K_y 變為零數。

2. 曳進力。—— 曳進力公程式(58)得出

$$F - W \sin \theta = K_x AV^2 + rV^2$$

曳進力於相符之水平飛行中為

$$F_1 = K_x AV_1^2 + rV_1^2$$

由此

$$\frac{F - W \sin \theta}{F_1} = \frac{V^2}{V_1^2}$$

現

$$\frac{V^2}{V_1^2} = \cos \theta,$$

故

$$\frac{F - W \sin \theta}{F_1} \cos \theta \dots\dots\dots (60)$$

因爲 $\frac{F_1}{W} = \tan \beta$ ， β 爲角度，此已於特性曲線之

輻線 IM 及軸 K_y 間說明，公式 (60) 爲

$$\frac{F}{F_1} = \cos \theta + \frac{\sin \theta}{\tan \beta},$$

或
$$\frac{F}{F_1} = \frac{\sin \beta \cos \theta + \sin \theta \cos \beta}{\sin \beta}$$

最後
$$F = F_1 \frac{\sin(\theta + \beta)}{\sin \beta} \dots\dots\dots (61)$$

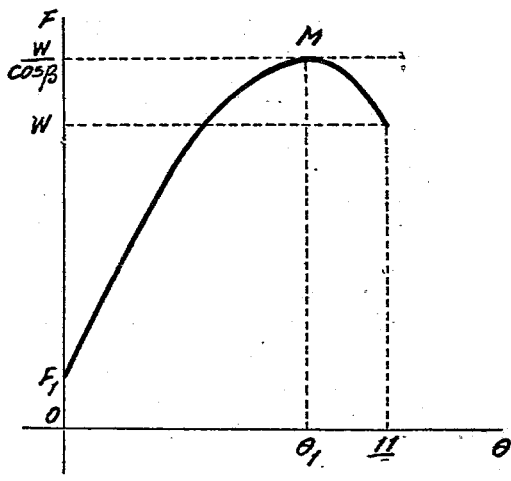
(a) 於恆定衝角上， F 是與 $\sin(\theta + \beta)$ 成比例。當 $\theta = 0$ ， $F = F_1$

當 $\theta = \theta_1 = \frac{\pi}{2} - \beta$ 時，則 $\sin(\theta + \beta)$ 之推出數 \cos

$(\theta + \beta)$ 變爲零數。

因 θ 之值小於 θ_1 ， F 則爲減小函數。因 $\theta = \theta_1$ ，則 F 經過一最大值

$$F_m = F_1 \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\sin \beta} = \frac{F_1}{\sin \beta} = \frac{F_1}{\tan \beta}$$



第 三 十 一 圖

現 $\frac{F_1}{\tan \beta} = W$ ，故 $F_m = \frac{W}{\cos \beta}$ ，因 $\theta > \theta_1$ ， F 是一減

小函數以至 $F = \frac{F_1}{\tan \beta} = W$ 值，與 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 相符。實際中

於衝角上， $F_1 < W$ ，

故——

定理。——於上昇飛行時曳進力 F 常大於相符水平

飛行時之曳進力 F_1 。上昇角 $\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \beta_1$ ，其中必要

之曳進力是一最大者 $= \frac{W}{\cos\beta}$ ，並較飛機之總重量為

大。

注意。——上所述者說明垂直支持 W 之必要曳進力不為最大之曳進力。若飛機上昇為直昇推進式，其衝角內之 K_y 為零，曳進力 F 為

$$F = (K_{ox} + r)V^2 + W,$$

其 K_{ox} 值相符於 $K_y = 0$

(b) 若上昇角 θ 已指定，其關係 (60)，

$$\frac{F - W \sin \theta}{F_1} = \cos \theta,$$

說明 F 是為最小曳進力之 F_1 之角 i_1 之一最小者。

注意。——其關係 (61) 則如下式

$$\frac{F}{\sin(\theta + \beta)} = \frac{F_1}{\sin\beta}$$

此則已決定於相同衝角中之 β 為飄角。故——

定理。——於上昇飛行中，曳進力對於上昇及飄角總數之 \sin 之比例，在相同衝角者，為恆數。

3. 必要動力 P' 。——於上昇飛行中所費之有用動力為

$$P' = FV$$

動力 P' 於相符水平飛行情況下者為

$$P' = F_1 V_1$$

故此得

$$\frac{P'}{P_1'} = \frac{FV}{F_1 V_1}$$

現(59)得

$$\frac{V}{V_1} = \sqrt{\cos \theta}$$

并(61)得

$$\frac{F}{F_1} = \frac{\cos(\theta + \beta)}{\sin \beta},$$

因之

$$\frac{P'}{P_1'} = \frac{\sin(\theta + \beta)}{\sin \beta} \sqrt{\cos \beta} \dots\dots\dots (62)$$

此則可列如下式

$$\frac{P'}{\sqrt{\cos \theta} \sin(\theta + \beta)} = \frac{P_1'}{\sin \beta},$$

其關係之分析已為曳進力而得出。

已決定 P' 在恆定衝角上之變化。

P' 之值與下式同比例而變化

$$U = \sin(\theta + \beta) \sqrt{\cos \theta}$$

由此所推出者為

$$U' = \frac{2\cos \theta \cos(\theta + \beta) - \sin \theta \sin(\theta + \beta)}{2\sqrt{\cos \theta}}$$

當 $\tan \theta \tan(\theta + \beta) = 2$ 時，則 U' 之值為零。研究曲線 $y = \tan \theta \tan(\theta + \beta)$ (第三十二圖)，當 θ 由 0 增為

$\frac{\pi}{2}$ 時 y 由 0 增加，並為 $\theta = \theta_1 = \frac{\pi}{2} - \beta$ (最大曳進力角) 有

一正無限值，如是由一負無限值增加，由此又為 θ

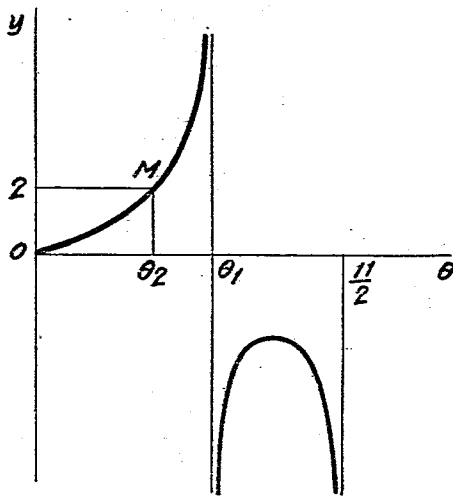
$= \frac{\pi}{2}$ 值而減小。 θ_2 值包括於 0 及 θ_1 (第三十二圖) 之

間者，而其 y 等於 2。

因 $\theta < \theta_2$ ， P' 為一增加函數，

因 $\theta = \theta_2$, P' 經過一最大值 P'_m ;

因 $\theta > \theta_2$, P' 爲一減小函數



第 三 十 二 圖

因 $\theta = 0$, $P' = P'_1$;

因 $\theta = \frac{\pi}{2}$, $P' = 0$;

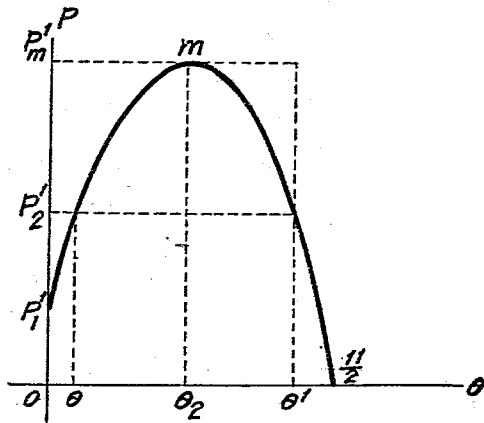
(因爲在此情況之下, $F = W$ 及 $V = 0$, 螺旋槳之效率爲零)。

故 P' 之曲線有第三十三圖之形狀。由此而推得下

列之定理：—

定理。—— 於恆定衝角中作上昇飛行時，其所必要之動力是爲上昇角 θ 而經過一最大值，此項上昇角 θ 則較小於必要最大曳進力之上昇角 θ_1 。

以一指定有用動力 P_2' ，故能於相同衝角中沿二種不同之飛行路線而上昇，而其角 θ 及 θ' 係被 θ_2 值所分開。其第二角 θ' 是與第一角較小之速度，並與極大曳進力相符。



第 三 十 三 圖

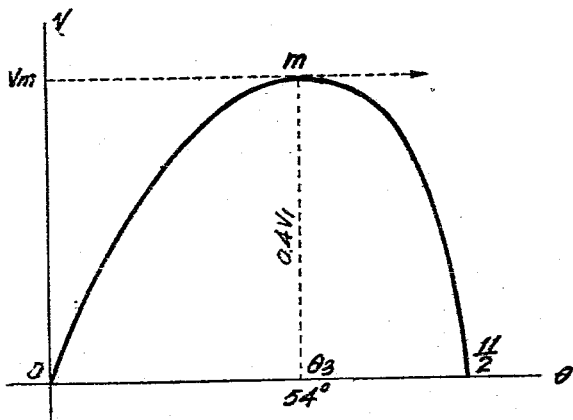
注意。——現已知道因 $\theta = \frac{\pi}{2}$ ，飛機祇在一種衝角(其 K_d 為零時)能作直進式之上昇。就其他衝角而言， $v = 0$ ，其有用動力為零，螺旋槳之效率亦為零。

4. 上昇速度之垂直成分。——此為速度 V 沿垂直方向之投影 v (第三十四圖)，

$$v = V \sin \theta$$

現已決定者，

$$V_2 = V_1^2 \cos \theta$$



第 三 十 四 圖

因之

$$v^2 = V_1^2 \sin^2 \theta \cos \theta \dots\dots\dots(63)$$

(a) 在恆定衝角上， v 是與 $\sin \theta \sqrt{\cos \theta}$ 成正比。當推出數之積為零時， v 之值為最大；此即當

$$-\frac{\sin^2 \theta}{2 \sqrt{\cos \theta}} + \cos \theta \sqrt{\cos \theta} = 0$$

則得

$$\tan \theta = \sqrt{2}$$

或

$$\theta = \theta_3 = 54^\circ$$

其相符之垂直速度 $v_m = .41 V_1$ 。因 $\theta = 0$ ，並 $\theta =$

$\frac{\pi}{2}$ ，則 $v = 0$ ；圖中之曲線因其 θ 由零而增為最大值 v_m

並於 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 又變為零以表示 v 之變化。由此而推得下

列之定理：——

定理。——不論發動機之動力如何，其上昇速度之垂直成分不得超過 $.4V_1$ ，而 V_1 為在相同衝角水平飛行中之路線速度也。

注意。——現已知道者，飛機爲作直昇式之上昇係在 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 角上，祇於衝角之 $K_y = 0$ 時有之。在

此種情形中， v 不爲零，并賴所有之動力而決定。

(b) 曳進公程式，

$$F = K_x AV^2 + rV^2 + W \sin \theta$$

則得

$$FV = K_x AV^2 + rV^3 + WV \sin \theta$$

現

$$FV = P' \quad , \quad \text{并} \quad V \sin \theta = v \quad ,$$

故

$$Wv = P' - [K_x A + r] V^3$$

但

$$V^3 = v^3 \cos^{\frac{3}{2}} \theta$$

故此則得，

$$Wv = P' - [K_x A + r] v^3 \cos^{\frac{3}{2}} \theta \quad ,$$

注意 $(K_x A + r) v^3$ 爲動力 P_1' ，此於相同衝角中作水平飛行所必要者，此後因 θ 與單位相近，上昇速度之垂直成分相近之值爲

$$v = \frac{P' - P_1'}{W} \dots\dots\dots (64)$$

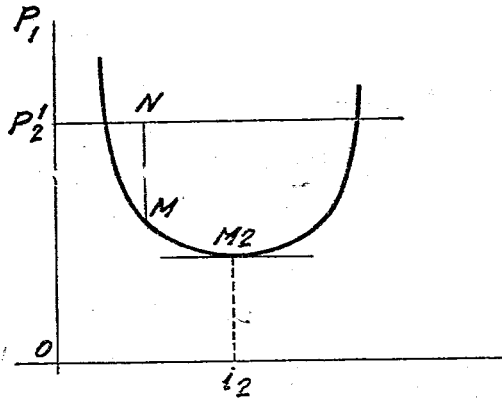
故——

定理。——因上昇角之 cosine 接近單位時，上昇速度之垂直成分接近一值，此值等於所有多餘之動力被飛機重量除之。

參閱第三十五圖，假設飛機有一可有動力 P' ，此圖係表示動力曲線 P_1' 為 i 之一函數。畫一直線 $P_1' = P'$ 。因為每種飛行情況均與 M 點相符合，縱線之 MN 部分表代多餘之動力。故速度 v 是與 MN 成正比。現在 MN 在 M 點上為一最大者，此點係費最小動力之點。由此所推得者與前者大概相同(此即， $\cos\theta$ 之值是在單位之附近，此於可有動力之下為常有之情況)——

定理。——為指定發動機之動力當其上昇是在所費最小動力之角 i 而來時，其上昇速度之垂直成分是一最小者。

在恆定衝角中，速度 v 是與有用動力 P' 同時增加，此點頗為明顯。



第 三 · 十 五 圖

上 昇 角 θ 。—— 上 昇 角 θ 得 於 下 列 關 係 中

$$\sin \theta = \frac{T}{V} \dots \dots \dots (65)$$

現 在 已 決 定 者，若 P' 為 上 昇 飛 行 所 費 之 有 用 動 力 FV ， P'_1 為 相 同 衝 角 作 水 平 飛 行 所 必 需 之 機 力，

$$W_a = P' - P'_1 \cos^{\frac{3}{2}} \theta \dots \dots \dots (66)$$

在 他 方 面，若 V_1 為 相 同 衝 角 作 水 平 飛 行 之 速 度，

$$V = V_1 \sqrt{\cos \theta}$$

因 之，得 $\sin \theta$ 之 公 式 變 為

$$W \sin \theta = \frac{P' - P'_1 \cos^{\frac{3}{2}} \theta}{V_1 \sqrt{\cos \theta}},$$

或以 $\cos \theta = 1$,

$$\tan \theta = \frac{P' - P'_1}{W V_1} \dots\dots\dots (67)$$

$P' - P'_1$ 為有用動力之餘數。故上昇角之正切 ($\tan \theta$) 在每時間內是與所有餘下動力成正比。

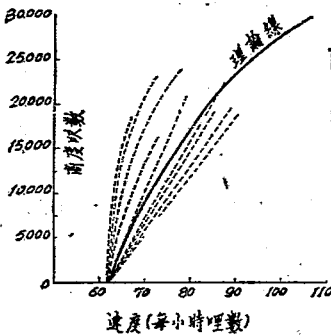
沿飛行路線上昇飛行速度上，高度 Z 之影響。——此則假定飛行是在必要最小動力之角附近而成者。其支持公程式為，

$$W \cos \theta = \frac{\rho_z}{\rho_0} K_y A V_z^2,$$

表示當 $\cos \theta$ 接近單位時，沿飛行路線之速度 V_z ，係與空氣密度之平方根成反比例之增加。

空速指示器表示每單位面積相對風壓者，於上昇中有恆定之計數。

第三十六圖表示理論上之曲線，指出 V_z 是依照以前定律之高度函數，有每小時 62 哩之初速。由此則知在 26,000 呎上，其速度則變為每小時 96 哩。



上圖之點線係由試驗結果而來：線之長度係由飛機能昇之最大高度所限制，此即頂點(ceiling)。

螺旋槳是為預定值 $\frac{V}{n}$ 而設

計，正符合於某高度，各15,

第三十六圖 000 呎上之水平飛行。在上

昇之初 $\frac{V}{n}$ ，所有之值較發出最大效率 $\frac{V}{n}$ 一值者為小。

駕駛員常於上昇初期，使衝角小於最有效率角，而謀增加其上昇速度。此則沿飛行路線及螺旋槳效率

而增加速度，其所在之點為 $\frac{V}{n}$ 之增高函數。

離地之速度大於相符之最好效率衝角，關於高度之速度增加，是小於理論上之增加。

一切試驗綫已將初速減為每小時62哩，此係離地時飛機之平均速度。

上昇速度之垂直成分。——實驗中已指示上

昇速度之垂直成分大概是高度之一直線，及減小函數。

最初，此為 v_0 ，於定義上為頂點 h 上之零數；故

$$v_z = v_0 \left(1 - \frac{z}{h} \right) \dots\dots\dots (68)$$

設 W 為飛機之總重量， P_j 為在地平面於工作之最大可能率中之發動機動力。其公正如下

$$\sigma = \frac{W}{P_j}$$

為飛機之每匹馬力之重量。

實驗中指示直線之角度係數 $\frac{v_0}{h}$ 代表 v_z 之變化，其變化是對於飛機之每匹馬力之重量成反比例。

下列之表為試驗結果：—

第 六 表

離地時速度， v^0	頂點， h	每匹馬力之重量， σ	$\frac{v_0 \sigma}{h}$
每秒呎數	呎	磅	
26.9	22,650	8.45	.0100
24.9	19,670	8.55	.0108
28.6	22,950	8.41	.0105
27.6	20,630	7.61	.0101
2.3	19,670	9.15	.0108

故假設其公式

$$v_0 = \frac{h}{100\sigma} \dots\dots\dots(89)$$

指示離地中之垂直上昇速度是與頂點 h 成正比，及與每匹馬力之重量成反比，第三十七圖中所繪之多數線包括 v_0 ， h ，及 σ 。根據此圖，有 23,000 呎頂點之機飛，及 8.42 磅每匹馬力之重量而於離陸時有一上昇速度之垂直成分每秒鐘 28.5 呎。

公式 $v_z = v_0 \left(1 - \frac{z}{h} \right)$ ，以 $\frac{h}{100\sigma}$ 代替 v_0 後，則為

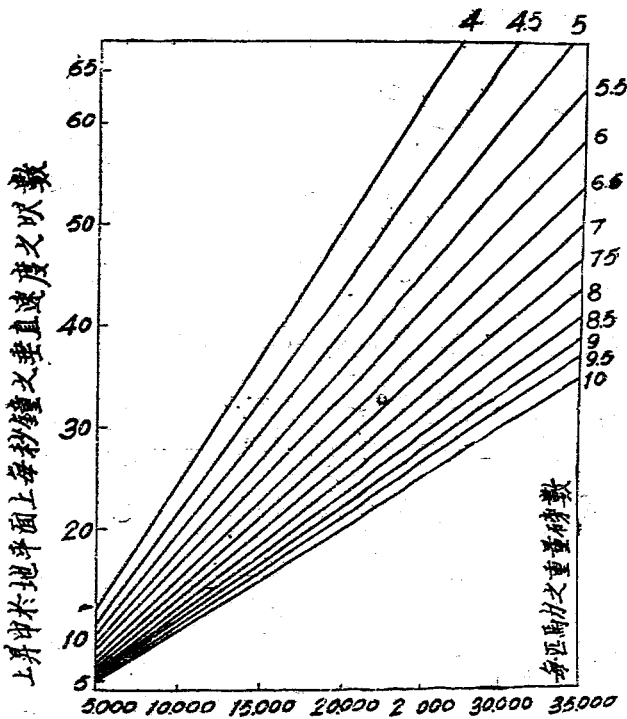
$$v_z = \frac{h}{100\sigma} \left(1 - \frac{z}{h} \right)$$

上昇時間。——時間以秒鐘數計算，速度以每秒鐘呎數計算，

$$\frac{dz}{dt} = v_z = v_0 \left(1 - \frac{z}{h} \right),$$

由此

$$\frac{dz}{1 - \frac{z}{h}} = v_0 dt$$



頂高 h 呎數

第三十七圖

用積分法，尋出為得到高度 Z 所必要之時間 t_z 為

$$t_z = \frac{h}{v_0} \log_e \frac{1}{1 - \frac{z}{h}}$$

或於普通對數中，

$$t_z = 2.303 \frac{h}{v_0} \log \frac{1}{1 - \frac{s}{h}} \text{ 秒鐘}$$

或於分數中

$$t_z' = \frac{2.303}{60} \cdot \frac{h}{v_0} \log \frac{1}{1 - \frac{s}{h}} \text{ 分鐘} \dots\dots (70)$$

第三十八圖爲一 nomogram，其所繪之線係指示 t_z 爲 h 、 v_0 及 Z 之函數。如此，一頂點 20,000 呎之飛機及上昇速度之垂直成分每秒鐘 28 呎者於離地時，能於十九分鐘得到 16,000 呎之高度。

若以前公式 (62) 之 v_0 以 $\frac{h}{100 \sigma}$ 替代之，而 σ 爲每

匹馬力之重量，如是

$$t_z' = \frac{2.303}{60} \times 100 \times \sigma \log \frac{1}{1 - \frac{s}{h}} \text{ 分鐘}$$

或

$$t_z' = 3.84 \sigma \log \frac{1}{1 - \frac{s}{h}} \dots\dots\dots (71)$$

此則指示上昇於頂點高度之相同分數 $\frac{z}{h}$ ，一切

機飛所費之時間而與每匹馬力之重量成正比。

如此，上昇至頂點高度之半數，其時間為

$$t' \frac{h}{z} = 3.84 \sigma \log 2,$$

或

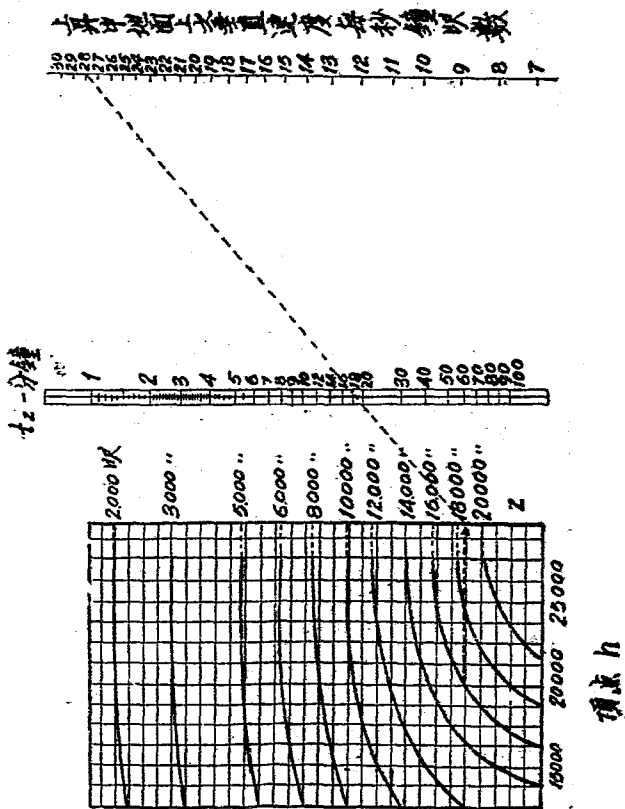
$$t' \frac{h}{z} = 1.15 \sigma \text{ 分鐘} \dots\dots\dots (72)$$

一飛機每匹馬之重量 8.41 磅，此機上昇頂點高度之半數其時間 1.15×8.41 分鐘 = 9.65 分鐘 = 9 分 39 秒鐘。

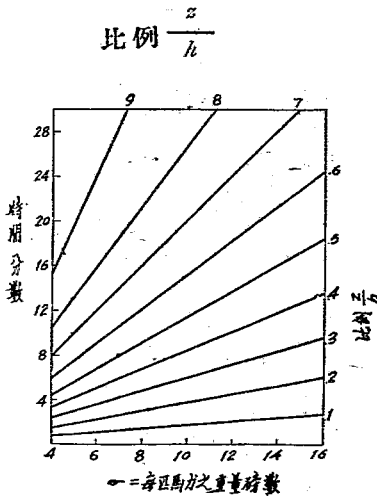
是以飛機須有一無限制之時間而達到頂點；雖然永不能實際達到頂點高度，但可與此數接近，此極明顯者也。

第三十九圖中之多數直綫，係依照公式 (71) 所繪出，上昇時間 $t'z$ (為 $\frac{z}{h}$ 之各值) 為每匹馬力之重量 σ 之一函數。

第四十圖係表示一飛機有 23,000 呎頂點者之上昇



時間曲線。其中之直線指示試驗結果所得垂直速度之值，及由下公式推得之上昇時間，



$$t_z = 3.84 \sigma \log \frac{1}{1 - \frac{s}{h}}$$

第三十九圖

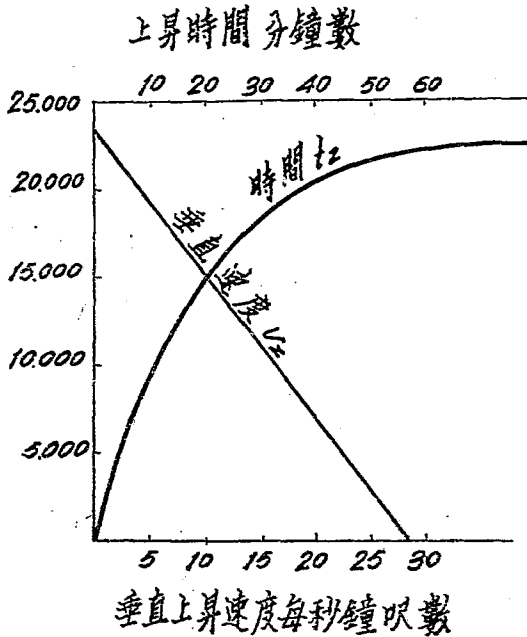
$$t_z' = 0.384 \frac{h}{v_0} \log \frac{1}{1 - \frac{s}{h}} \text{ 分鐘}$$

注意。—— 現已知道垂直上昇速度是依照下列公式高度 Z 之一直線及減少函數

$$\frac{s}{h} + \frac{v_z}{v_0} = 1 \dots\dots\dots (73)$$

若飛機能有上昇速之一恆定垂直成分等於離地之值，此即得到其頂點在下時間之末

$$T = \frac{h}{v_z}$$



第 四 十 圖

現在研究者， $\frac{h}{v_0}$ 是與每匹馬力之重量成正比，

並亦與 T 成正比。

例。——若 $h = 23,000$ 呎， $v_0 = 27.9$ 呎每秒鐘， T 則為 13 分 45 秒

以 $\frac{h}{T}$ 代替 v_0 ，於 (73) 而得

$$Z + v_2 T = h \dots\dots\dots (74)$$

故。——若一飛機在高度 Z 時能有上昇速度之一
恆定垂直成分 V_z ，等於高度 Z 上所得者，此則於恆
定時間 T 之末而達到其頂點。由頂點之高度 $h - Z$ 是
常與 V_z 成正比。

以 $\frac{dZ}{dt}$ 代替 v 而得即

$$\frac{dZ}{h-Z} = \frac{dt}{T}$$

或於積分中，

$$\log_e (h-Z) = -\frac{t}{T} + \text{恆數}。$$

當 $Z = 0$ ， $t = 0$ ，是以恆數是等於 $\log_e h$ 。最後

則得

$$1 - \frac{Z}{h} = e^{-\frac{t}{T}} \dots\dots\dots (75)$$

此則指示當上昇時間爲 n 乘時間 T ，高度 Z 是爲一切飛機頂高之相同分數（見第七表）。

假設在 t 時間時末，飛機則得達高度 Z_1 ：

$$1 - \frac{Z_1}{h} = e^{-\frac{t}{T}},$$

在 nt 時間之末，得到之高度爲 Z_n ，此爲

$$1 - \frac{Z_n}{h} = e^{-\frac{nt}{T}},$$

現，

$$e^{-\frac{nt}{T}} = \left(e^{-\frac{t}{T}} \right)^n$$

故

$$1 - \frac{Z_n}{h} = \left(1 - \frac{Z_1}{h} \right) \dots\dots\dots(76)$$

第七表

t	$V = e^{-\frac{t}{T}} V_0$	$Z = 1 - e^{-\frac{t}{T}}$ h	t	$V = e^{-\frac{t}{T}} V_1$	$Z = 1 - e^{-\frac{t}{T}}$ h
0.1	0.905	.095	2.6	.0743	.9257
.2	.819	.181	.7	.0672	.9328
.3	.741	.259	.8	.0608	.9392
.4	.670	.335	.9	.0550	.9450
.5	.606	.394	3.0	.0498	.9502
.6	.549	.451	3.1	.0450	.9550
.7	.496	.504	.2	.0407	.9593
.8	.449	.551	.3	.0369	.9631
.9	.406	.594	.4	.0334	.9666
1.0	.368	.632	.5	.0302	.9698
.1	.333	.667	.6	.0273	.9727
.2	.301	.699	.7	.0247	.9753
.3	.272	.729	.8	.0224	.9776
.4	.246	.754	.9	.0202	.9798
.5	.223	.777	4.0	.0183	.9817
.6	.202	.798	4.1	.0166	.9834
.7	.183	.817	.2	.0150	.9850
.8	.165	.835	.3	.0136	.9864
.9	.149	.851	.4	.0123	.9877
2.0	.135	.895	.5	.0111	.9889
2.1	.122	.878	.6	.0100	.9900
.2	.111	.889	.7	.00909	.99091
.3	.100	.800	.8	.00823	.99177
.4	.0907	.9093	.9	.00745	.99255
.5	.0821	.9179	5.0	.00674	.99326

此種簡單關係得用以決定頂點高度。駕駛員將其飛於上昇速度之最大垂直成分上而上昇；在時間 t 之末彼得到高度 Z ；在時間 nt 之末彼知道已達到高度 Z_n 。公式(76)，解算 h 者，可得出頂點高度。

應用。——設 $n = 2$ 。公式(76)則得

$$1 - \frac{Z_2}{h} = \left(1 - \frac{Z_1}{h}\right)^2$$

或

$$1 - \frac{Z_2}{h} = 1 + \frac{Z_1^2}{h^2} - \frac{2Z_1}{h} \dots\dots\dots(77)$$

或

$$h = \frac{Z_1^2}{2Z_1 - Z_2} \dots\dots\dots(78)$$

此為必要公式。

例。——一飛機於 5 分 15 秒鐘上昇至 6600 呎。在兩倍上述時間後，則達到 11,200 呎高度。公式(78)得

$$h = \frac{43,600,000}{13,200 - 11,200} = 21,800 \text{ 呎}$$

上昇路線之斜度。——上昇路線之斜度是於下列關係所求得

$$\sin \theta = \frac{v_z}{V_z}$$

此處 v_z 為上昇速度之垂直成分， V_z 為路線速度

。已知 V_z 之增加是與空氣密度之平方根成反比，且 v_z 爲 Z 之一減小及直綫函數。

下列之結果係得自於一有 22,960 呎頂點及每匹馬力之重量 8.50 磅之飛機。在 18,000 呎以上之數目得自於特別分析估計法。

第 八 表

高度 Z	上昇速度之 垂直成分， v_z	路線速度 v_z	$\sin \theta = \frac{v_z}{V}$	θ
呎	每秒呎數	每秒呎數		
0	28.5	104	.274	16°
3280	24.3	106	.230	13
6560	20.3	108	.188	11
9840	16.4	111	.147	8.5
13,120	12.1	115	.105	6
16,400	8.2	120	.068	4
19,630	4.1	127	.032	2
22,960	0	133	0	0

此則指示上昇角是由 16° 繼續減小。

第 六 章

高度所影響之飛行動作

螺旋槳效率——已知在任何高度 Z ，若 ρ_z 為該高度之空氣密度，及 ρ_0 為地平面之空氣密度， V 為直徑 D 螺旋槳之移動速度，及 n 為其旋轉速度，如是螺旋槳所發出之推力，及其旋轉之必要動力為

$$F = \frac{\rho_z}{\rho_0} \alpha n^2 D^4,$$

$$P = \frac{\rho_z}{\rho_0} \beta n^3 D^5,$$

符號 α 及 β 代表 $\frac{V}{nD}$ 之二函數。

螺旋槳效率是

$$\eta_s = \frac{FV}{P} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{V}{nD}$$

螺旋槳效率是與壓力，溫度，或密度之大氣情況

無關，而祇與 $\frac{V}{n}$ 有關，若 $\frac{V}{n}$ 為恆數，效率是於一

切高度中均相同。

在各種油門情況中之地平飛行。——若發動機於地平面上大開，其旋轉之速度每分鐘 n 次，則給飛機以速度 V_1 。此為飛機能引之最大速度，因此 n_1 為螺旋槳之最大旋轉速度。設 P_0 為發動機馬力

之相符值。每匹馬力重量為 $\sigma = \frac{W}{P_0}$ 。

速度 V_1 是關於支持公程式而由動力公程式得來者。

$$WBV_1 = P_0 \eta_s \times 550$$

$$W = K_y AV_1^2$$

或以 σ' 指示翼面之每單位面積之載量，

$$\sigma BV_1 = 550 \eta_s$$

$$\sigma' = K_y 1^2$$

下列之數為試驗結果，指示比例 $\frac{B}{\eta_s}$ 以為全馬力

下之地平飛行。B之值亦指出，假定 $\eta_s = .77$

第九表

每匹馬力重量, σ	速度, V_1	$\frac{B}{\gamma_s}$	$\frac{B}{\gamma_s} = .77$
	每分鐘呎數		
8.50磅	200.5	.315	.240
8.51''	210.0	.305	.235
11.48''	173.8	.270	.208
8.65''	190.5	.334	.255
8.37''	193.5	.338	.260

若發動機之油門關閉，衝角增加， V 減少有如螺旋槳之旋轉速度之減少。實驗指示 V 減少如 n 之一

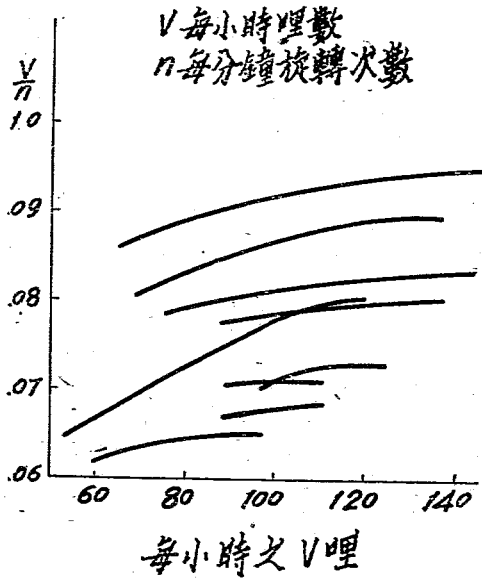
直綫函數， $\frac{V}{n}$ 值略為減少頗如 V 之減少。第四十

一圖繪有數架飛行之試驗線，用以指示 $\frac{V}{n}$ 之減小

定律。故螺旋槳效率不為恆數。

在各種高度及相同衝角上之水平飛行。

——在下列研究中假定駕駛員有意改變其發動機油門操縱之位置而與恆定衝角下飛行情況相符。在高度 Z 上之飛行公式為

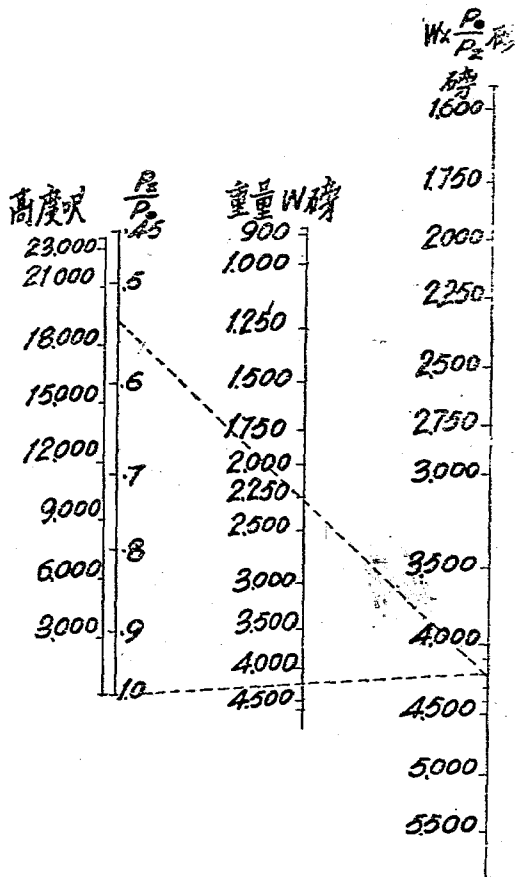


第 四 十 一 圖

$$F = B W \dots\dots\dots(70)$$

$$W = \frac{\rho_z}{\rho_0} K_y A V^2 \dots\dots\dots(80)$$

支持公程式是其重量W可認為於相符高度中用假重量 $\frac{\rho_0}{\rho_z} W$ 替代之，第四十二圖 nomogram 係為每種高度用 $W \frac{\rho_0}{\rho_2}$ 值所繪成。



第四十二圖

以一重量 2250 磅，飛至 19,400 呎上之飛機為研究。

之一例。爲 19,400 呎高度上之支持公程式是與地平面者相同；假定此機重量爲 4200 磅。

以上之關係指示一飛機於恆定衝角中在不同高度上飛行：——

I. 速度增加與空氣密度之平方根成反比。

II. 曳進力係恆定不變。

現在螺旋槳所給之曳進力爲

$$F = \frac{\rho_z}{\rho_0} a n^2 D^4$$

如能知 F 爲恆數，若螺旋槳之旋轉速度增加，如

V 之與空氣密度之平方根成反比例：若 $\frac{V}{n}$ 爲恆數

， $\frac{V}{n}$ 之函數 a 亦爲恆數，故 F 爲恆數。

螺旋槳效率祇爲 $\frac{V}{n}$ 之函數者，則亦爲恆數，故一

III. 在恆定衝角中於各種高度上之飛行，能使螺旋槳旋轉速度之變化，與空氣密度之平方根成反比。

IV. 爲飛行必需之動力 FV 增加，如 V 與空氣密度之平方根成反比。螺旋槳效率爲恆數，發動機發出之動力之增高亦與空氣密度之平方根成反比。

駕駛員於高度增加之際漸漸開大其發動機。

在某種高度上發動機已發盡其最大動力，若不改變其衝角，則不能向最大之高度上飛行。若後述之情形恰在最小動力之角上，則駕駛員將角度作任何之改變，而其結果祇能於動力下作飄飛；此則爲頂點高度。故頂點之定義是謂一種高度，於是高度上須有全部動力及最小動力角而能作水平飛行是也。在各種高度上用全部發動機動力之水平飛行。——假設發動機之旋轉速度爲恆數，如是，若 H 爲高度 Z 上之氣壓，發動機動力在是高度上者

爲 μP_0 ，而 P_0 爲地平面上之動力， μ 爲比例 $\frac{H}{760}$ 。

在高度 Z 上水平飛行之公式爲

$$WBV = P_0 \mu \eta_c \times 550$$

$$W = \frac{P_z}{P_0} K_y A V^2$$

上二公式則指出每種高度上之 B 及 V 。此則假定在地平面上必要動力之曲線是為一衝角之函數（舉例）均已知道。

設 $y = f(i)$ 為曲線之縱線軸以馬力數計算之。

在高度 Z 上之水平飛行則與某衝角 i 及縱線 y 相符。在恆定衝角上，因為必要動力之變化是與空氣密度之平方根成反比例，在高度 Z 上為飛行必要之有用動力為

$$y \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_z}}$$

因之， y 為馬力數，

$$y \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_z}} = P_0 \mu \eta_s$$

現

$$\frac{\rho_z}{\rho_0} = \frac{24 \mu}{19 + 5\mu}$$

故最後

$$y = \eta_s \rho_0 \sqrt{\frac{24 \mu^3}{19 + 5\mu}}$$

此為必要之公式；此為 μ 之各值而得 y 值，衝角亦如是而得來。支持公程式則得出速度。

若 y_m 為必需有用動力之最小值，頂點係與 μ 之 μ_k

值相符，此如

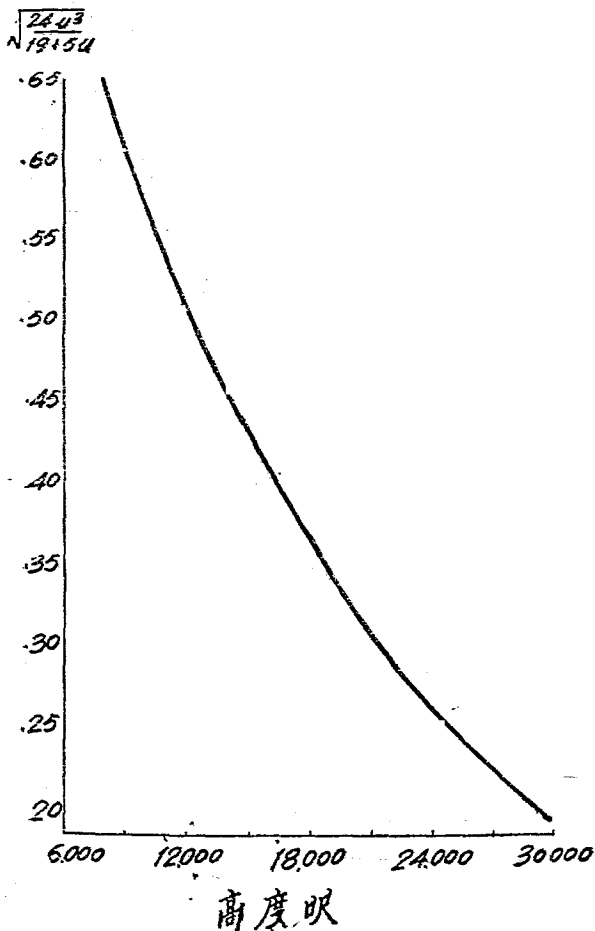
$$x_{\text{m}} = \eta_s P \sqrt{\frac{2\pm \mu_h}{19 + 5L_h}}$$

此處假定 $\eta_s = .77$ ，每種高度上 $\sqrt{\frac{2\pm \mu}{19 + 5L}}$ 之值列

如下表者係由第一表內之大氣極數所計算而來。

第十表

高度 Z	μ 之值	$\sqrt{\frac{2\pm \mu_s}{19 + 5L}}$
呎		
0	1.000	1.000
1,500	.945	.924
3,000	.891	.850
4,500	.844	.795
6,000	.796	.719
7,500	.748	.658
9,000	.707	.606
10,500	.670	.562
12,000	.634	.512
13,500	.598	.477
15,000	.565	.438
16,500	.534	.403
18,000	.504	.372
19,500	.475	.341
21,000	.449	.315
22,500	.425	.291
24,000	.401	.268
25,500	.376	.246
27,000	.357	.228
28,500	.337	.210
30,000	.319	.194



第四十三圖

第四十三圖中 $\sqrt{\frac{24\mu^3}{19+5\mu}}$ 之曲線為高度 Z 之函數。

此於決定頂點高度時有用。

例。——復查第二十五圖所示之飛機特性綫，地平面上之支持公程式，

$$\frac{W}{A} = K_y V^2$$

此處 V 為每秒鐘呎數，指示速度為衝角之函數。

在例中， $\frac{W}{A} = 5.94$ 磅每平方呎。在每種高度上之

速度線係由前一綫之縱綫各種衝角被 $\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_z}}$ 所乘而

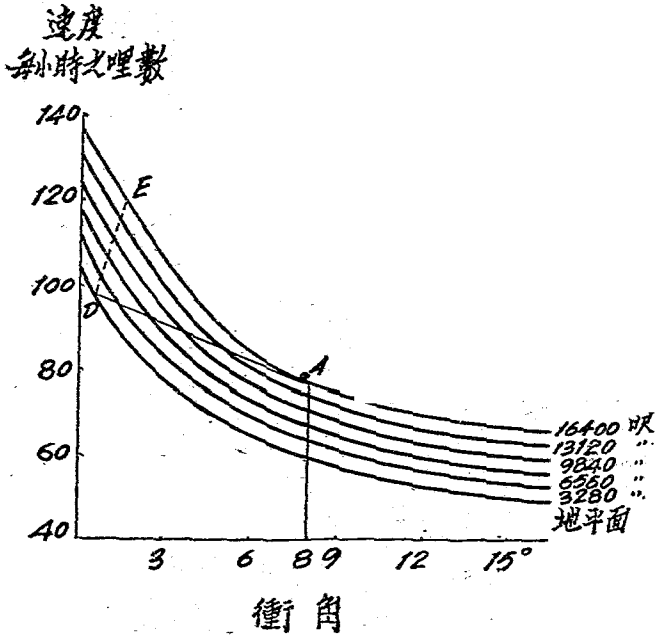
得來。因在方法而為每 3280 呎高度繪出多數之曲線（第四十四圖）。

已知在各衝角之長短比 $B = \frac{K_x + \frac{r}{A}}{K_y}$ ，如是可得

到相符之曳進力 $F = BW$ 。

在地平面上為各種衝角所必需之有用動力之曲線

係由衝定 FV 積數之值而得。第四十五圖內之曲線



第 四 十 四 圖

指出此量，由此則表示必要有用動力經過一最小者，等於衝角中之匹馬力。故此角為最良角為最小動力角。

飛機備有動力 $P_0 = 135$ 馬力之發動機一具，此即

一有用動力 $\eta_s P_0 = 0.77 \times 135 = 104$ 馬力。若 y 為地
平面上之有用動力線之縱綫軸，如是在各高度上為
水平飛行

$$y = 104 \sqrt{\frac{24 \mu^3}{19 + 5\mu}}$$

頂點係由下列關係所決定

$$43 = 104 \sqrt{\frac{24 \mu_h^3}{19 + 5\mu_h}} = 413$$

故頂點是在 16,400 呎(大約)。

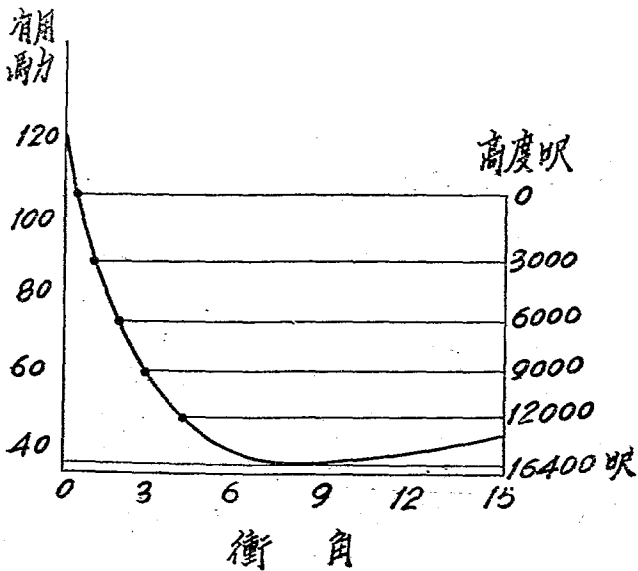
下列之表指示地平面與 15000 呎間之值

第 十 一 表

高 度	$\sqrt{\frac{24 \mu^3}{19 + 5\mu}}$	$y = 104 \sqrt{\frac{24 \mu^3}{19 + 5\mu}}$
呎		
0	1.000	104 馬力
3,000	.850	88.5 馬力
6,000	.719	74.8 馬力
9,000	.606	63.0 馬力
12,000	.512	53.3 馬力
15,000	.438	45.6 馬力

如是由第四十五圖而查視與各縱線 y 相符之衝角。此項衝角在第四十四圖之速度線上者，則於各高度上指示其速度，此速度是用最大發動機動力而作水平飛行者。得來各點之跡是AD線，此線與16,400呎之速度曲線成正切。

此則指示在地平面上 93 *m. p. h.* 之速度而不大過 3280 呎上之 96 *m. p. h.*，6560 呎上之 93 *m. p. h.*，9840



第四十五圖

眼上之 89 *m. p. h.*，13,120 呎上之 84 *m. p. h.* 及頂上之 76 *m. p. h.* 等。

不注意上昇角之 *Cosine*，如時刻內之上昇速度是與在相符高度上及最良角 8° 上水平飛行之速度相似。

故第四十四圖之各線均與由 8° 所繪之 AB 縱線相交，而所在點之縱線為相符高度上之上昇速度。

第四十六圖指示各高度上之水平及上昇速度。

以上所述均假定發動機速度為恆數。實際上，此項速度於高度增加時而減小，此則有為二種理由：

(a) 移動速度減小；螺旋槳所致之抵抗偶力 (*Resisting couple*) 係於 $\frac{V}{n}$ 減小時增加者而繼續增加。

(b) 發動機扭力是與大氣壓力成正比例而減小，螺旋槳之抵抗偶力是與空氣密度成正比。因為前者較後者減小為速，螺旋槳是以停滯。下列之表係用地平面上水平飛行時發動機速度百分率以指示試驗中各種高度上發動機速度之減少：——

第 十 二 表

高 度 Z				
3000呎	6000呎	9000呎	12,000呎	15,000呎
百分率	百分率	百分率	百分率	百分率
...	3.3	4.7	6	8.7
...	1.3	2.6	3.5	...
0	.6	3.0	8.0	...
1.2	2.6	4.0	7.0	9.3
.7	1.7	3.0	4.8	7.5

發動機在普通飛行情況之下所發出之動力是與速度同比例，此則於速度減小中，其動力之減小頗相符合。在上昇中則發生下列之情況：——

(a) 速度沿飛行路線上面增加；因之螺旋槳之旋轉速度祇在此種影響之下亦增加。

(b) 發動機扭力係同氣壓而減小，且其抵抗扭力係同空氣密度而減小。

現已述上昇時發動機，速度略為減小；故上述第二種情況之影響要較第一種者為多。

第十三表指示少數試驗之結果，上昇中之速度減小百分率。

第十三表

高 度 Z				
3000呎	6000呎	9000呎	12,000呎	15,000呎
百分率	百分率	百分率	百分率	百分率
...	1.3	...		6
3.7	...	5.2	6	6.6
.7	2.1	2.8	4	5.0
.7	1.5	2.3	3.8	5.4

由地平面上昇時之發動機速度是較由地平面上平飛時者為小；此則與下理相吻合，當沿飛行路線上之速度於上昇之初是較在地平面上水平飛行時者為小。

注意。—— 假定用發動機高度增速器之方法，能使發動機動力恆定而達高度 Z ，則其高度上之衝角可以決定。

設 y 為該衝角中地平飛行所必要之有用發動機馬力。則較高度 Z_1 為小之高度上之動力公式為

$$y \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_2}} \eta_s P_0$$

由此

$$y = \eta_s P_0 \sqrt{\frac{\rho_z}{\rho_0}}$$

於上例中，假設發動機動力為恆定而達 16,400 呎高度上，并等於 104 馬力，如是

$$= 104 \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_z}}$$

在 3,280 呎 $y = 99$ 馬力

在 6,560 呎 $y = 94.6$ 馬力

在 9,840 呎 $y = 90$ 馬力

在 13,120 呎 $y = 84.5$ 馬力

在 16,400 呎 $y = 80.5$ 馬力

利用第四十五圖之動力線，并將其得來之衝角用之於第四十四圖之速度線上，由此而知由 0 至 16,400 呎，其在各種水平速度是依照 DE 線，同高度而增大。姑認於 16,400 呎後，發動機動力之減小是與壓力成正比，則水平飛行速度於 16,400 呎上，則依照以前決定之定律而減小。

在 16,400 呎上，動力公式在此種情況之下者為

$$y \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_z}} = \eta_s P_0 \frac{\mu}{16,400}$$

用 $\frac{24 \mu^3}{19+5\mu}$ 以代 $\frac{\rho_z}{\rho_0}$ 而得

$$y \mu_{16,400} = \eta_s P \sqrt{\frac{24 \mu^3}{19+5\mu}}$$

此問題與普通發動機者相同，動力線之一切縱線 y 均用 $\mu_{16,400}$ 相乘。頂點是與無高空增速器之發動機者相同，其中之最小動力係用 $\mu_{13,400}$ 相乘。為所研究之發動機，此則決定如下

$$y_m = 43$$

現 $\mu_{16,400} = .335$

新頂點是用 104 替代 $\eta_s \rho_0$ 而得出者。

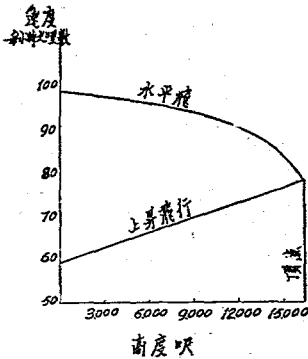
此則得

$$\sqrt{\frac{24 \mu^3}{19+5\mu}} = .22$$

實與高度 $23,000$ 呎者相符。

用一恆定扭力之高空增速發動機，螺旋槳之旋轉速度是於上昇時增加，沿飛行路線之速度亦增加，

而抵抗扭力是與空氣密度成正比。



頂 點

若 B 為飛機之長短比， μ_h 為頂點上 μ 之值，則頂點上之動力公式為

$$WBV_h = 550 \eta_s P_0 \mu_h \dots (82)$$

B 之值為各種飛機而變化，但頗微小。假設為恆定，

第 四 十 六 圖 則——

1. 為一指定之頂點速度 V_h ， μ_h 之變化係與每匹馬力重量成正比。設每匹馬力重量增加， μ_h 亦增加，而頂點則被減低。

2. 為一指定之頂點高度，頂點速度 V_h 之變化是與每匹馬力重量成反比。

3. 為一指定之每匹馬力之重量， V_h 之任為增加則將頂點高度減低，而 μ_h 則與 V_h 成正比。

就一飛機而言，其每匹馬力重量為固定者，則速度及最大高度為相反之要素。

4. 每匹馬力重量及頂點速度均已指定，則上列之

公式得出 μ_h ，故亦得出頂點。

假定 B 有 $\cdot 14$ 值，並 $\eta_s = \cdot 77$ ，如是

$$\frac{\sigma V_h}{\mu_h} = 3025$$

此公式之 nomogram 係繪於第四十七圖內。

若在頂點上之長短比不為 $\cdot 14$ 而為 B ，可用 σ 或 V_h

乘 $\frac{\cdot 14}{B}$ 而得結果。

一飛機有 23,000 呎頂點及每匹馬力重量 8.5 磅者¹，
則有每分鐘 150 呎或每小時 100 哩之頂點速度(大約)

最大動力角中地平面上之水平飛行(此與離落時
之上昇速度極相似)是因下列關係而得頂點速度

$$\frac{V_0}{V_h} = \sqrt{\frac{\rho_h}{\rho_0}}$$

故頂點之動力公式可列如下

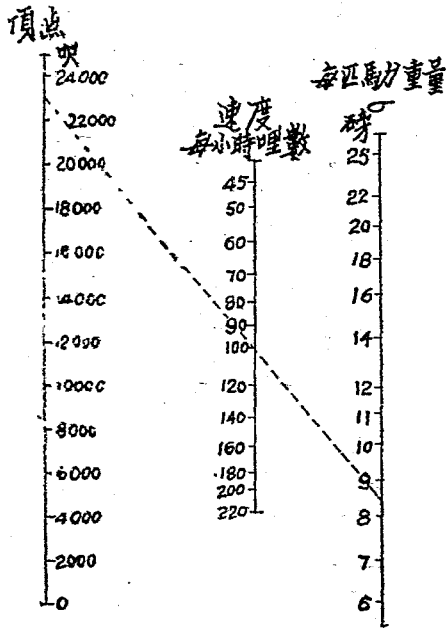
$$\frac{\sigma V_0}{\mu_h \sqrt{\frac{\rho_h}{\rho_0}}} = \frac{550 \eta_s}{B} \dots\dots\dots (83)$$

現

$$\frac{\rho_h}{\rho_0} = \frac{24 \mu h}{19 + 5 \mu h}$$

故

$$\frac{\sigma V_0}{N \frac{24 \mu h^2}{10 + 5 \mu h}} = \frac{550 \eta_s}{B} \dots\dots\dots(84)$$



第四十七圖

當 σ 被指定時， V_0 之任何增加而使頂點減低；當頂點指定時， V_0 與 σ 之變化係互相成反比。若 V_0 被指定並每匹馬力增加，則頂點被降低。

第四十八圖為 (84) 公式之 nomogram，此則假定 $B = \cdot 14$ ； $\eta_s = \cdot 77$

此則表示一飛機有頂點 23,000 呎，及每匹馬力重量 8.5 磅者，於離地時將有每分鐘 101 呎上昇速度或每小時 68 哩(大約)上昇速度。

相同長短比 B 之飛機有相同之昇力係數 K_y ，並於最小動力衝角之下動作者，現研究之於下。

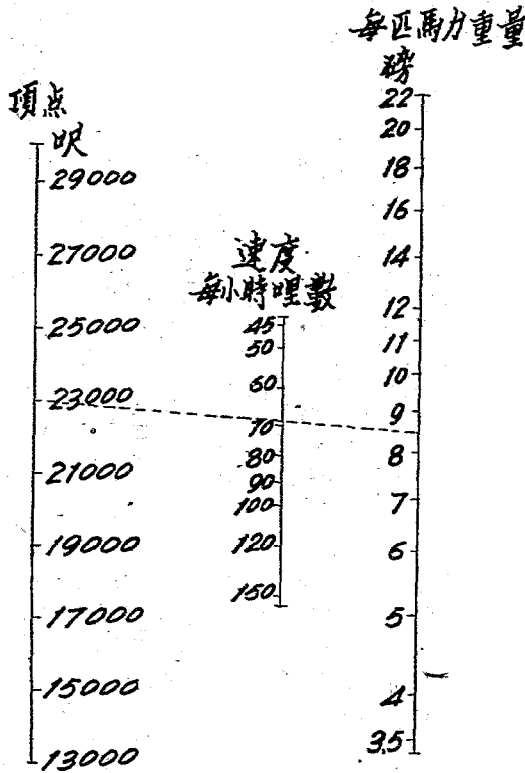
速度 V_0 得自於下公式

$$V_0 = \sqrt{\frac{W}{A} \cdot \frac{1}{K_y}},$$

是與每支持面之平方呎之重量 $\sigma' = \frac{W}{A}$ 之平方根成式比。

在假設情況之下，公式 (84) 則為

$$\frac{\sigma \sqrt{\sigma'}}{\sqrt{\frac{24 \mu h}{19 + 5 \mu h}}} = C \dots \dots \dots (85)$$



第四十八圖

C 爲一恆數。

此則表示頂點愈高，每匹馬力重量愈小，且飛機之載量亦變小。

若每匹馬力重量已固定，增加速度之唯一方法是

減小支持面之面積，故增加 $\frac{W}{P}$ ；此即減低頂點。

故高速度及高頂點為二種相反之要素。進言之，若

σ 減去其值四分之一， σ' 為恆數，而 $\sqrt{\frac{24 \mu h^2}{19+5\mu h}}$ 則成

為前值四分之一。雖然，若 σ' 於相同之範圍而變化

， σ 為恆數， $\sqrt{\frac{24 \mu h^2}{10+4\mu h}}$ 則成為前值之一半。故每匹

馬力重量之影響設飛機之載量為重要。以 σ 值較小

於每匹馬力之 9 磅，可得 23,000 呎之頂點及每小時

140 哩之地平速度，但不以支持面每平方呎 10.5 磅附

近之載量有關，此則可以說明其原故也。

上昇飛行對於頂點之研究。——在頂點上飛行之必要有用動力為

$$550 \eta_s P_0 \mu h$$

因在恆定衝角上飛行之必要最小動力是與空氣密度之平方根成反比而變化，飛行至高度 Z 之必要最小動力為

$$550 \eta_s \rho_0 \mu_h \sqrt{\frac{\rho_h}{\rho_s}}$$

但在是高度上之發動機馬力為 $P_0 \mu_z$ ，及有用動力以呎磅計算者為

$$555 \eta_s P_0 \mu_z$$

故動力的數為

$$550 \eta_s P_0 \left[\mu_z - \mu_h \sqrt{\frac{\rho_h}{\rho_0}} \right]$$

上昇速度之垂直成分，是等於動力餘數被飛機重量除之，如下式

$$v_z = \frac{550 \eta_s P_0}{W} \left[\mu_z - \mu_h \sqrt{\frac{\rho_h}{\rho_0}} \right] \dots\dots\dots (86)$$

於以上之上昇飛行研究中，已知 v_z 可假定其變化如高度之直線函數，如此則容上昇時間易於決定。

特別言之，離陸之速度如下式

$$v_0 = \frac{550 \eta_s P_0}{W} \left[1 - \mu_h \sqrt{\frac{\rho_h}{\rho_0}} \right] \dots\dots\dots (87)$$

頂點已指定， v_0 之變化是與每匹馬力重量成反比

。

$1 - \mu_h \sqrt{\frac{\rho_h}{\rho_0}}$ 爲 h 之一函數，而 $h = 0$ 。若可能時則以此用 h 中之第一等相宜之函數替代之，頗爲自然。此爲採用下列公式之理由。

$$v_0 = \frac{h}{95\sigma} \dots\dots\dots (88)$$

公式 (87) 指示之結果略較公式 (88) 者爲大。據以前理論上之研究，發動機旋轉速係假設爲恆定者；實際上於離陸時此則較其最大值者爲小，是以真正動力餘數是較其計算值爲小。

爲一指定頂點之動力餘數。——頃間所決定者，上昇速度之垂直成分爲 (87)

$$v_0 = \frac{550 \eta_s P_0}{W} \left[1 - \mu_h \sqrt{\frac{\rho_h}{\rho_0}} \right]$$

動力餘數爲

$$E = 550 \eta_s P_0 \left[1 - \mu_h \sqrt{\frac{\rho_h}{\rho_0}} \right]$$

或，用 $\frac{24\mu_h}{19 + 5\mu_h}$ 以替代 $\frac{\rho_h}{\rho_0}$ ，

$$E = 550 \eta_{ls} P^0 \left[1 - \sqrt{\frac{29\mu_h^3}{19 + 6\mu_h}} \right]$$

故爲每種100發動機馬力，

$$100 \sqrt{\frac{24\mu_h^3}{19 + 5\mu_h}}$$

用爲地平面上水平飛行之最小動力所必需者，並
以下數

$$100 \left[1 - \sqrt{\frac{24\mu_h^3}{19 + 5\mu_h}} \right]$$

爲上昇目的。

下列之表指示動力餘數之值(每100發動機馬力)爲
得到頂點所必需者：——

第十四表

頂點 h	每 100 發 動 機 馬 力	
	為飛行必要最小動力	動力 餘 數
	$100 \sqrt{\frac{24\mu^3 h}{19 + 5\mu}}$	$100 \left(1 - \sqrt{\frac{24\mu^3 h}{19 + 5\mu}} \right)$
呎		
1,500	92.4	7.6
3,000	85.0	15.0
4,500	79.5	20.5
6,000	71.9	28.1
7,500	65.0	35.0
9,000	60.6	39.4
10,500	56.2	43.8
12,000	51.2	48.8
13,500	47.7	52.3
15,000	43.8	56.2
16,500	40.3	59.7
18,000	37.2	62.8
19,500	34.1	65.9
21,000	31.5	68.5
22,500	29.1	70.9
24,000	26.8	73.2
25,000	24.6	75.4
27,000	22.8	77.2
28,500	21.0	79.0
30,000	19.4	80.6

注意。—— 假定飛機裝有高空增速器之發動機一具，而能保有恆定動力達到高度 h ，在此以上動力之減小是與大氣壓力成正比，設 h 為新頂點高度，

頂點之無高空增速器之發動機者為 h 。

若 μ_1 代表高度 Z 上 μ 之值，在頂點上之發動機馬力則為

$$P_0 \frac{\mu_k}{\mu_1}$$

故在高度 Z 上飛行所必要之最小有用動力為

$$550 \eta_s P_0 \sqrt{\frac{\rho_k}{\rho_z}}$$

1. 由地面至高度 Z ，動力餘數為

$$E = 550 \eta_s P_0 \left[1 - \frac{\mu_k}{\mu_1} \sqrt{\frac{\rho_k}{\rho_z}} \right]$$

特別言之離地之值為

$$E_0 = 550 \eta_s P_0 \left[1 - \frac{\mu_k}{\mu_1} \sqrt{\frac{\rho_k}{\rho_0}} \right]$$

但是於離陸時動力餘數是相同，若發動機為無高空增速器者然，因之

$$\frac{\mu_k}{\mu_1} \sqrt{\frac{\rho_k}{\rho_0}} = \mu_h \sqrt{\frac{\rho_h}{\rho_0}}$$

故兩種頂點間之關係為

$$\sqrt{\frac{24\mu_h^3}{19+5\mu_k}} = \mu_1 \sqrt{\frac{24\mu_h^3}{19+5\mu_h}} \dots\dots\dots(89)$$

例。—— 假設 $Z_1 = h = 16,400$ 呎

$$\mu_1 = .535$$

$$\sqrt{\frac{24\mu_h^3}{19+5\mu}} = .413$$

故

$$\sqrt{\frac{24\mu_h^3}{19+5\mu_k}} = .535 \times .413 = .22$$

$$\therefore K = 27,900 \text{ 呎 (大約)}$$

假設上昇時駕駛員不用其高空增速器之唧筒，上昇速度之垂直成分為 v_z ，及發動機馬力為 $P_0\mu_z$ 。若彼於高空增速其發動機，則能有動力為 P_0 ，由此彼得到一有用動力

$$550 \eta_s P_0 (1 - \mu_z)$$

上昇速度故被增高如下

$$\Delta v_z = \frac{550 \eta_s P_0}{W} (1 - \mu_z)$$

若 $\frac{W}{P_0} = 11$ 磅每匹馬力，並 $\mu_z = .61$ (13,000 呎)：

則得

$$\Delta v_z = 14.76 \text{ 呎每秒鐘。}$$

由地面至高度 Z_1 之動力餘數已被決定，並此為

$$E = 550 \eta_s P_0 \left[1 - \frac{\mu_k}{\mu_1} \sqrt{\frac{\rho_k}{\rho_z}} \right]$$

上昇速頂之垂直成分為

$$v'_z = \frac{E}{W} = \frac{550 \eta_s P_0}{W} \left\{ 1 - \frac{\mu_k}{\mu_1} \sqrt{\frac{\rho_k}{\rho_z}} \right\}$$

此速度是由地平面至 Z_1 實際上幾為恆定。

2. 由高度 Z_1 至頂點動力餘數為

$$E' = 550 \eta_s P_0 \left\{ \frac{\mu_z}{\mu_1} - \frac{\mu_k}{\mu_1} \sqrt{\frac{\rho_k}{\rho_z}} \right\}$$

或

$$E' = \frac{550 \eta_s P_0}{W} \left\{ \mu_z - \mu_k \sqrt{\frac{\rho_k}{\rho_z}} \right\}$$

上昇速度之垂直成分為 $\frac{E'}{W}$ ；由 Z_1 至頂點 k ，其

減小為高度之一直線函數。

第七章

水平圓圈飛行

開始研究圓圈飛行以前，須先研究下列之問題：

在軸心旋轉之物體上，離心力之活動。

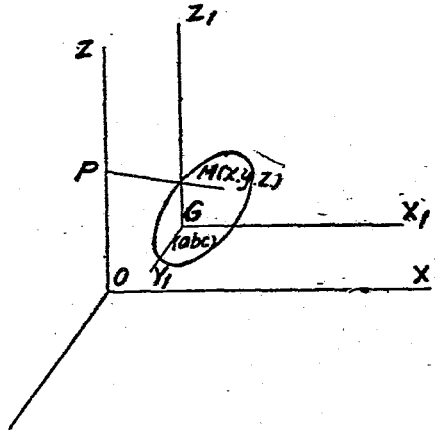
——一物體在軸心上旋轉時，為得到均衡公式起見，必需與他物體包括於離心力中。此項離心力與他力相似，可化為一力（幾何和數）及一偶力。

研究一物體，其重心在 G ，用一律角度 ω （第四十九圖）在軸心 O_z 上旋轉，設 O_x ， O_y 及 O_z 為三條互相垂直軸，旋轉之方向是由 O_x 至 O_y 。在 G 點上，用三軸 Gx_1 ， Gy_1 及 Gz_1 與上述之三條線成平行，此三軸線為 G 點之移動，并有移動之動作。

設 a, b, c 為 G 點關於 O_x ， O_y ，及 O_z 軸之座標。

1. 幾何和數。——在活動軸 Gx_1 ， Gy_1 及 Gz_1 上，決定離心力幾何和數之投影。

初級離心力在 $M(x_1, y_1, z_1)$ 之 m 上活動者，是 $m \omega^2 \cdot MP$ ，而 MP 為 m 由旋轉軸之距離。



第四十九圖

其在軸上之投影為

$$X_1 = m w x^2 [x_1 + a]$$

$$Y_1 = m w^2 [y_1 + b]$$

$$Z_1 = 0$$

此力之幾何和數是為下式

$$X = \sum X_1 = \sum m w^2 [x_1 + a]$$

$$Y = \sum Y_1 = \sum m w^2 [y_1 + b]$$

$$Z = \sum Z_1 = 0$$

現在，G 為重心

$$\sum m x_1 = 0$$

$$\sum m y_1 = 0$$

故離心力之幾何和數為投影者有

$$X = \sum m \omega^2 a, \quad Y = \sum m \omega^2 b, \quad Z = 0$$

或者 $X = M \omega^2 a, \quad Y = M \omega^2 b, \quad Z = 0$

由此則為

理定 I. — 離心力之幾何和數是相同，正若全物質集中於重心上。其值為 $M \omega^2 \rho$ ， ρ 為軸至重心之距離。

2. 因離心力之偶力。—— 偶力距是以初級偶力對於重心之和數計算而來。在 $m(x_1, y_1, z_1)$ 活動之離心力 X_1, Y_1, Z_1 成分各對 G 有相當之距。

$$y_1 Z_1 - z_1 Y_1 \text{ 在 } x \text{ 軸上}$$

$$z_1 X_1 - x_1 Z_1 \text{ 在 } y \text{ 軸上}$$

$$x_1 Y_1 - y_1 X_1 \text{ 在 } z \text{ 軸上}$$

故合成距在 G_{x_1}, G_{y_1} 及 G_{z_1} 軸上者有

$$L_z = \sum [y_1 Z_1 - z_1 Y_1]$$

$$M_x = \sum [z_1 X_1 - x_1 Z_1]$$

$$N_y = \sum [x_1 Y_1 - y_1 X_1]$$

現

$$\begin{aligned} X_1 &= m w_2 [x_1 + a], \quad Y_1 = \sum m w_2 (Y_1 + b) \\ &; Z_1 = 0 \end{aligned}$$

由此

$$\begin{aligned} L_g &= - \sum z_1 Y_1, \quad M_g = \sum z_1 X_1, \\ N_g &= \sum [x_1 Y_1 - y_1 X_1], \end{aligned}$$

或

$$L_g = - \sum [m w^2 y_1 z_1 + m w^2 b z_1]$$

現，

$$\sum m z_1 = 0$$

故

$$L_g = - w^2 \sum m y_1 z_1$$

又

$$M_g = \sum [m w^2 x_1 z_1 + m w^2 a z_1]$$

$$\therefore \text{又, } M_g = w^2 \sum m x_1 z_1$$

及

$$\begin{aligned} N_g &= \sum [w w^2 x_1 y_1 + m w^2 b x_1 - m w^2 x_1 y_1 - \\ & \quad m w^2 a y_1] = 0 \end{aligned}$$

由上公式而得以下之定理：——

理定 II. —— 因離心力之中央偶力是一種偶力，其軸是與旋轉軸相垂直，并其成分沿 Gx_1 及 Gv_1 者為

$$L_g = -w^2 \sum m y_1 z_1 \quad \text{及} \quad M = w^2 \sum m x_1 z_1$$

結論 I. —— 惟 $X = m w^2 a$ 及 $Y = m w^2 b$ 之幾何和數有關於重心之移動。必須加力活動 $M w^2 \rho$ 力於重心上，并使其沿 G 之垂直至旋轉軸之方向。

結論 II. —— 於重心之活動中，必須加入活動偶力，而中央偶力有成分 $L_g = -m^2 \sum m y_1 z_1$ ， $M_g = w^2 \sum m x_1 z_1$ 者，使物體有向上之趨勢。此則為零，若 $\sum m y_1 z_1 = 0$ $\sum m x_1 z_1 = 0$ 。當 Gz_1 為慣性之主要軸時，此情況必得完成；當慣性軸經過 G 時，此則謂為慣性之中軸。

定義。 —— 一飛機是在水平圓圈飛行中者，乃其重心沿一垂直軸上以均律速度繪成一水平圓圈之時也。

祇於合成飛機速度，在對稱面中時，方可得着真正圓圈飛行。若速度對於對稱面，是趨近於旋轉軸時，則飛機向內偏航；反之，則飛機向外偏航。在向內偏航情況中，則有一合成速度在翼展方向上，

則飛機之翼爲滑飛或曰側滑。

真正水平圓圈飛行是分析如下：——

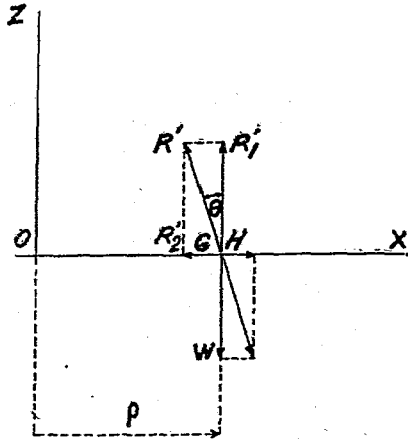
平衡公式(第五十圖)，——以便在重心活動之力而畫出均衡情況，則必須將已研究離心力之幾何和數而加入此力中 $H = M w^2 \rho$ ， ρ 爲飛行半徑(第五十圖)

於紙之平面中，此面包含旋轉軸 OZ 及重心 G ，重心之速向量 (Vector) 爲水平面與 GO 垂直者，則與紙面垂直。

因空氣在翼面動作而有之合成力，須有一成分 R'_2 ，此則等於離心力 H ，并與之相反，此即翼之傾斜是趨向於旋轉軸。在水平圓圈飛行中，翼須趨向於所畫圓圈內部而傾斜。設 R 是因爲空氣在翼面上動作之合成力。

1. 其成分 R'_1 沿垂直上者，是與重量 W 而平衡。
2. 其成分 R'_2 沿半徑 GO 者，是與離心力 H 而平衡。
3. 其成分 R'_3 沿移動方向，與負抵抗力有關，是與曳進力 F 而平衡。

設假空氣在翼面動作之合成力 QR ，是在飛機之對稱面中。設 R' 為其紙面上之投影。此項 R' 力是 R'_1 及 R'_2 之合成者。因對稱面中含有向量 V 及 R ，故與紙面垂直，且其在此面之跡是在 R' 之方向，與垂直線成角度 θ 。



第五十圖

設 Q 為 W 及 H 之合成者；此力係與 R' 相反，是在飛機之對稱面中。故水平圓圈飛行是與水平直線飛行相似，此中飛機重量係用假重量 Q 替代之。在對稱面 QR' 中之均衡力是與水直線飛行者相似。

$$Q = K_y AV^2$$

$$F = K_x A V^2 + r V^2$$

同
$$\tan \theta = \frac{H}{W} = \frac{M w^2 \rho}{W} = \frac{V^2}{g \cdot \rho}$$

現在 $Q = \frac{W}{\cos \theta}$; 故水平圓圈飛行之公式爲

$$W = K_y A V^2 \cos \theta \dots\dots\dots(90)$$

(支持公程式)

$$F = K_x A V^2 + r V^2 \dots\dots\dots(91)$$

(曳進公程式)

$$\tan \theta = \frac{V}{g \cdot \rho} \dots\dots\dots(92)$$

離心加速是 $w^2 \rho$ 。故可得下列之定理：——

定理。——水平圓圈飛行是與水平直線飛行相似
，其中重力恆數 g 是用 g 之合成 g' ，及離心加速 $w^2 \rho$
替代之。

$$g' = g \sqrt{1 + \frac{w^4 \rho^2}{g^2}} \dots\dots\dots(93)$$

如是假垂直 GQ 替代真垂直之位置。

1. 沿飛行路線之速度 V 。—— 此則得自於支

持公程式(90)

$$W = K_y AV^2 \cos \theta.$$

設 V_1 爲在水平直線飛行時在相同衝角中之速度，如是

$$W = K_y AV_1^2$$

因之

$$V^2 = \frac{V_1^2}{\cos \theta} \dots \dots \dots (94)$$

$\cos \theta$ 之值小於單位，由此則得

定理。 在水平圓圈飛行中之速度 V ，是常較在水平直線飛行於相同衝角中之速 V_1 爲大。

評定 $\cos \theta$ 之值則得

$$\cos \theta = \frac{1}{(1 + \tan^2 \theta)^{\frac{1}{2}}}$$

現

$$\tan \theta = \frac{V^2}{g \rho},$$

故

$$\cos \theta = \frac{1}{\left(1 + \frac{V^4}{g^2 \rho^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

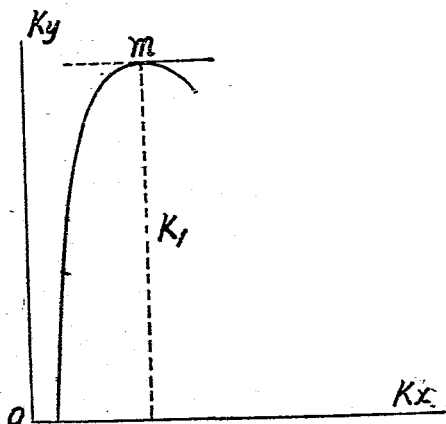
將(94)公式所得之值以替代 $\cos \theta$ 而得

$$V^2 = V_1^2 \left(1 + \frac{V}{g^2 \rho^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

以 V^4 爲 V_1^4 之函數，此則爲

$$V^4 = V_1^4 \frac{g^2 \rho^2}{g^2 \rho^2 - V_1^4} \dots\dots\dots(95)$$

速度 V 是飛行路線半徑及衝角之函數。



第 五 十 一 圖

飛行路線之有限半徑。——公式(95)指示下列之情況

$$1 - \frac{V_1^4}{g^2 \rho^2} \geq 0$$

或

$$\rho \geq \frac{V_1^2}{g}$$

由此而得

定理 I. 半徑小於下式者不能影響圓圈飛行

$$\rho_1 = \frac{V_1^2}{g} = \frac{W}{K_y A_g}$$

若衝角增大， K_y 亦增加，而 ρ_1 之有限值減小。

若 K_1 是 K_y 之最大值，此則不能在半徑小於 $\rho_2 =$

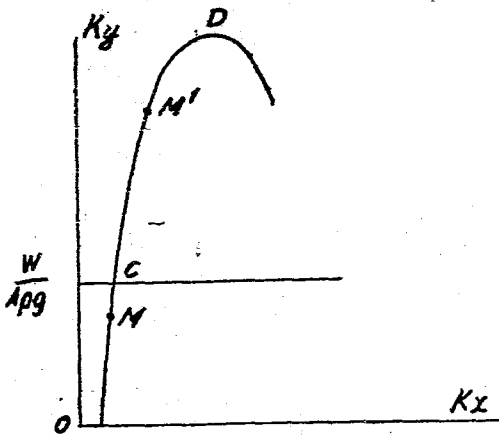
$\frac{W}{K_1 A_g}$ 上轉彎(第五十一圖)，故

定理 II. 在增加衝角，則可得較小飛行半徑，但不至小於有限值。

$$\rho_2 = \frac{W}{K_1 A_g}$$

而以 $W = K_y A V_1^2$ 論之，其關係 $V_1^2 < \rho g$ 則得

$$K_y \geq \frac{W}{A_g \rho}$$



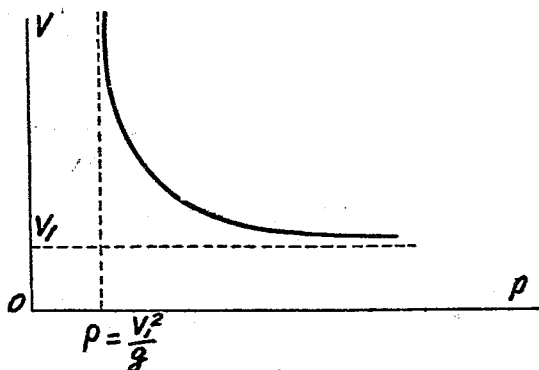
第 五 十 二 圖

因 ρ 須有一值處於 ρ_2 及 無限數之間，由此推出者，以便影響一指定飛行半徑，衝角須有一值於飛行半徑小時而愈大。若駕駛員以便吸收多餘發動機動力，而於衝角下飛行，正符合於第五十二圖特性線之 M 點，彼須增加衝角至 M' 點，若彼欲影響一飛行

路線，此則 $\frac{W}{A \rho g}$ 可較縱線 M 之 K_y 為大。

在恆定衝角上， V 之曲線為 ρ 之函數，是為一 *hyperbolic* 弧形線，有 *asymptotes* $V = V_1$ ($\rho = \infty$ ，水平直線

飛行)，及 $\rho = \frac{V_1^2}{g}$ (有限飛行半徑)，其相符速度為無限值(第五十三圖)。



第五十三圖

2. 飛機之傾角 θ 。——因為

$$\tan \theta = \frac{V^2}{g P}$$

或以其值替代 V^2

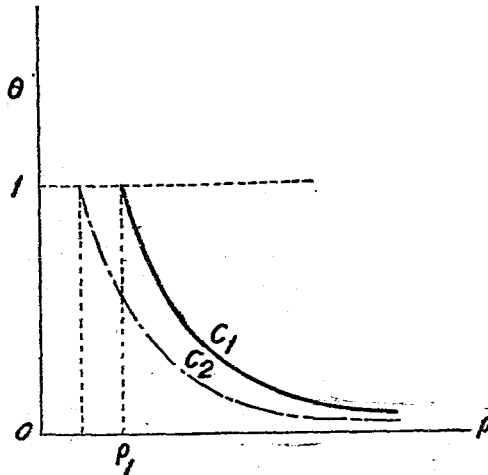
$$V_1^2 \left(1 - \frac{V_1^2}{g^2 P^2} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

則

$$\tan \theta = \frac{V_1^2}{gR} \times \frac{1}{\left(1 - \frac{V_1^4}{g^2 R^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots (96)$$

在恆定衝角上，曲線 C_1 代表 $\tan \theta$ 而為 ρ 之函數者，是 *hyperbolic* 弧形狀，有為 *asymptotes* 之橫軸 ($\rho = \infty$ ， $\theta = 0$ ，水平直線飛行) 及直線 $\rho = \frac{V_1^2}{g}$ (飛行之有限半徑乃飛機傾斜於 90° 角上)。

傾角於飛行半徑減小時逐漸增加，至有限半徑度 90° 為止。



第 五 十 四 圖

注意 I. — $\tan \theta$ 之公式 (96)，於根號之下包括 $\frac{V_1^2}{g \rho}$ ，可列爲下式

$$\tan \theta = \frac{1}{\left(\frac{g^2 \rho^2}{V_1^4} - 1\right)^{\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots (97)$$

爲一衝角之指定值；若 V_1 減少， $\tan \theta$ 亦減少，則飛機取一較小之傾角。故新曲線 C_2 ，與新衝角相符，并代表 $\tan \theta$ 爲一 ρ 之函數，是完全在前曲線 C_1 (第五十四圖) 之下。

注意 II. — 再參考下列公式

$$\tan \theta = \frac{V^2}{g \rho}$$

可寫如下式

$$\sin \theta = \frac{V^2 \cos \theta}{g \rho}$$

現在 $V^2 \cos \theta = V_1^2$ ， V_1 爲在相符水平直線飛行之速度；故得

$$\sin \theta = \frac{V_1^2}{g \rho} \dots\dots\dots (98)$$

因 $\sin \theta$ 永不能大過一單位，則必需如下式

$$\frac{V_1^2}{g} \leq 1 \quad \text{或} \quad \rho \geq \frac{V_1^2}{g}$$

此又指示飛行半徑永不能小於

$$\rho_1 = \frac{V_1^2}{g}$$

因為

$$\rho = \rho_1, \sin \theta = 1, \text{ 及 } \theta = \frac{\pi}{2} \text{ (第五十五圖) 關係(98)}$$

可演寫如下

$$\rho \sin \theta = \frac{V_1^2}{g} = \rho_1 \dots \dots \dots (99)$$

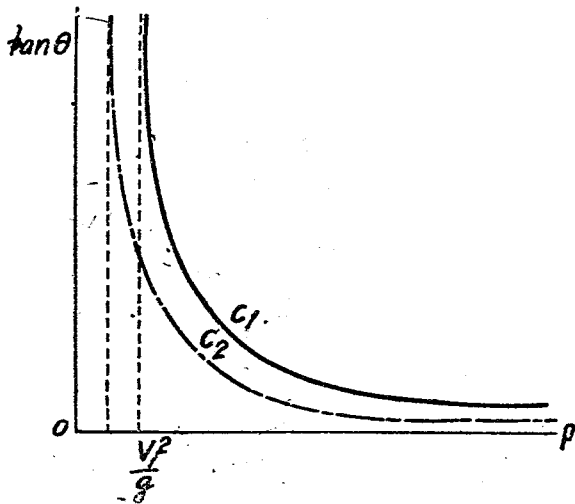
故

定理。 — 在恆定衝角上，飛行半徑是與飛機傾斜角之 \sin 相乘，其積為恆數。

因大半徑 $\sin \theta$ 之飛行路綫是完全與 θ 成正比，如是可謂在恆定衝角上，飛機之傾斜是與飛行半徑成反比例。

注意。 — 公式(99)明白指示者，若曲綫 C_1 繪出

以代表 $\sin \theta$ 爲某衝角之 ρ 之函數，如是曲綫 C_2 正符一較大衝角，而完全在第一綫之下。



第五十五圖

3. 角度速度 ω (第五十六圖) — 此已決定者

$$\tan \theta = \frac{M \omega^2 \rho}{W} = \frac{\omega^2 \rho}{g}$$

因之

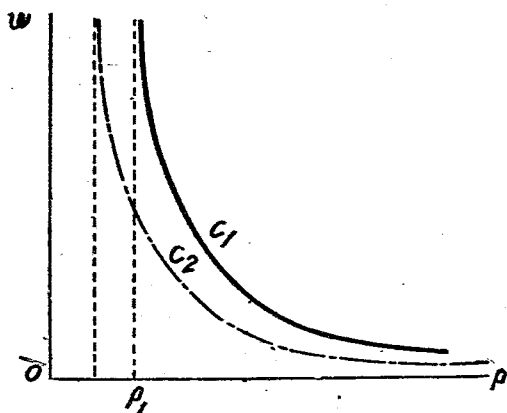
$$\omega^2 = \frac{g}{\rho} \tan \theta$$

以 $\tan \theta$ 用其值 (96) 替代之

$$\tan \theta = \frac{V_1^2}{g \rho} \left(\frac{1}{1 - \frac{V_1^4}{g^2 \rho^2}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

爲 w^2 之數則得

$$w^2 = \frac{V_1^2}{\rho^2} \left(\frac{1}{1 - \frac{V_1^4}{g^2 \rho^2}} \right)^{\frac{1}{2}},$$



第五十六圖

由此

$$w = \frac{V_1}{\rho} \left(\frac{1}{1 - \frac{V_1^4}{g^2 \rho^2}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

在恆定衝角上，曲線 C_1 指示 w 爲 ρ 之一函數，是 *hyperbolic* 形狀，有爲 *asymptotes* 之縱線軸 ($\rho = \infty$ ， $w = 0$ ，水平直綫飛行) 及直線 $\rho = \frac{V_1^2}{g}$ (飛行之有限半徑，角度速度無限)。

爲 ρ 之一指定值，若衝角增大， V_1 則減小，而 w 之相符值減小，新曲線 C_2 與新衝角相符合，將完全在以前曲線 C_1 之下。

4. 曳進力 F 。—— 設 F_1 爲在相同衝角中於直綫水平飛行情況下之曳進力。

$$\frac{F}{F_1} = \frac{K_x AV^2 + r V^2}{K_x AV_1^2 + r V_1^2} = \frac{V^2}{V_1^2}$$

現

$$\frac{V^2}{V_1^2} = \frac{1}{\cos \theta}, \therefore \frac{F}{F_1} = \frac{1}{\cos \theta} \dots (100)$$

定理 I。—— 在水平圓圈飛行時之曳進力是常較相同衝角中於水平直綫飛行時之曳進力爲大。

關係(100)則得 $F \cos \theta = F_1$ 。故

定理 II。—— 在恆定衝角中，曳進力是與飛機傾斜

角之 *cosine* 相乘，其積為恆數。

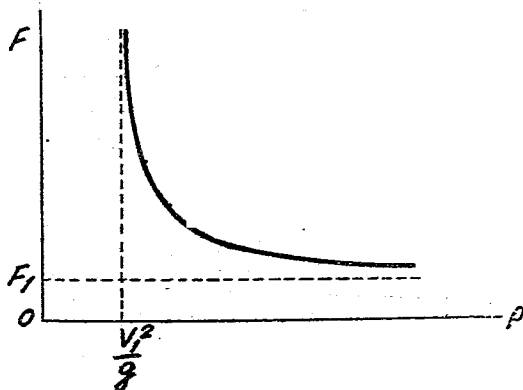
此已決定者(95)

$$\frac{V^2}{V_1^2} = \frac{1}{\left(1 - \frac{V_1^4}{g^2 \rho^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

因之

$$F = \frac{F_1}{\left(1 - \frac{V_1^4}{g^2 \rho^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

曲綫指示 F 為飛行半徑之一函數者， ρ ，是為 *hyperbolic* 形狀，有 *asymptotes* $F = F_1$ ($\rho = \infty$)，水平直綫



第 五 十 七 圖

飛行)及 $\rho = \frac{V_1^2}{g}$ (有限半徑), 其相符曳進力是無限質 (第五十七圖)。

5. 必要動力。——若 P_1 是在相同衝角中作水平直綫飛行之必要動力,

$$\frac{P}{P_1} = \frac{FV}{F_1 V_1}$$

現在指示

$$\frac{F}{F_1} = \frac{V^2}{V_1^2}$$

故

$$\frac{P}{P_1} = \frac{V^3}{V_1^3} \dots\dots\dots(101)$$

或以 $\frac{V}{V_1}$ 用 $\frac{1}{(\cos^{\frac{1}{2}} \theta)}$ 替代之

$$\frac{P}{P_1} = \frac{2}{\cos^{\frac{3}{2}} \theta}$$

因 $\cos \theta$ 較單位為小, 此則為

定理。——為水平圓圈飛行之必要動力常較在不

相同情況下，作為水平直綫飛行之必要動力者為大

。

若 $\frac{V}{V_1}$ 是以前其值替代

$$\left(\frac{1}{1 - \frac{V_1^4}{g^2 \rho^2}} \right)^{\frac{1}{4}}$$

公式(101)則得

$$P = \frac{P_1}{\left(1 - \frac{V_1^4}{g^2 \rho^2} \right)^{\frac{3}{4}}} \dots\dots\dots (102)$$

在恆定衝角中，曲綫 C_1 (第五十八圖) 指示 P 為 ρ 之一函數，飛行半徑，是 *hyperbolic* 形狀，有 *asymptotes*

$$P = P_1 (\rho = \infty, \text{水平直綫飛行}) \text{ 及 } \rho = \frac{V_1^2}{g} (\text{有限半徑})$$

， P 無限)。在一指定衝角及所有之有用動力 P' 上，駕駛員在一半徑 ρ^1 ，而能作圓圈飛行動作。

若 P' 是所有之最大有用動力，若無衝角之變化，此不能於包括 ρ^1 及無限質之間 (動力線之 ME 弧) 而得到其他飛行半徑。此祇能在較小半徑上飛行，動

力餘數 $P' - P$ 則更變大。

假設駕駛員增大其衝角，最初假定較 i_2 為小， i_2 為最小動力角，見公式(102)中，其 P 是指定等於 P'

，指示於 P_1 減小時，分母須減小，如是 $\frac{V_1^2}{\rho}$ 須增大。

因 V_1 減小，故 ρ 須減小。飛機之斜角如下公式

$$\tan \theta = \frac{V_1^2}{g \rho} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V_1^2}{g^2 \rho^2}}}$$

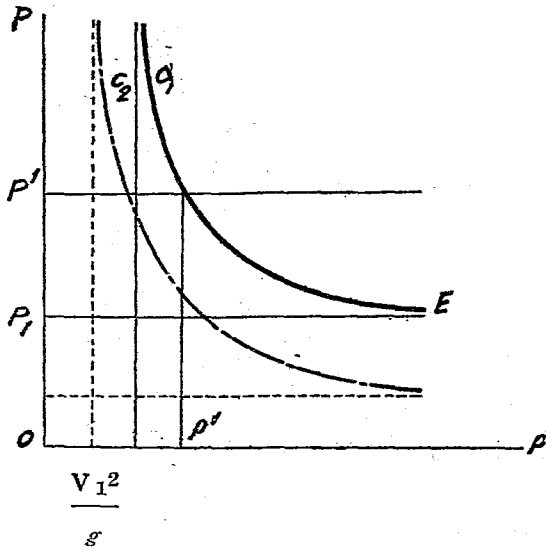
故 $\tan \theta$ 增大。由此則有：——

用一指定發動機動力，駕駛員增大其衝角及飛機之斜角，能在較小半徑上飛行。

為新衝角必要動力之新曲綫 C_2 是完全在前綫 C_1 之下面(第五十八圖)。

結論。—— 在恆定衝角上，飛行半徑動力餘數是賴 $P' - P_1$ 。

1. 若駕駛員大開其發動機，彼須再為打開，並如此加速其發動機速度，以便成功水平圓圈飛行。



第五十八圖

2. 若駕駛員吸收其餘下動力，是在減小衝角上飛行，彼須將此增加，以便成功水平圓圈飛行。此則增大衝角，使餘下動力而為水平圓圈飛行利用之。

3. 若飛機是在其頂點高度上，（即將發動機加速或增加衝角而不能得到餘下動力），駕駛員若不降下於低空，則不能作水平圓圈飛行動作。

駕駛員將其飛機於轉彎之際使機頭向上時，速度

之變小而在必需用以維持安定者之下。普通均承認者，若一飛機得到其安定，其速度之變小永不可在失速者之下。

在水平圓圈飛行中其所有動力為 P' ，速度是如下式之關係

$$P' = K_x AV^3 + r V^3$$

由此

$$V^3 = \frac{P'}{A} \frac{1}{K_x + \frac{r}{A}}$$

當衝角增大時， K_x 則增加，而 V^3 減小。在此種情況之下之水平圓圈飛行，如是頗為危險。

注意 I. — 上述理論中忽略一種錯誤。

當飛機作水平圓圈飛行時，翼面各部分之速度愈大，則彼離飛行軸愈遠。由空氣反動之力，因其速度分配之不勻，是以在兩翼面上而不同，外翼得到之推力較之內翼者為大。飛機之趨勢多向飛行圈內取一斜角，亦正如因其飛行路線本身之實際性質所作者然。

此係假定空氣抵抗力能應用於初級面積上，面積雖狹小不計也。

若將翼面就其前後方面劃為小面積 da ，每單位小面積之速度是

$$v = \omega r$$

上式之 r 是由飛行軸之距離；在此面積上之初級抵抗力是

$$dR = K da \omega^2 r^2$$

其中之 K 是已述衝角之函數。

為一切數之衝角是相同。其加上之力均平行，而合成力是

$$R = \Sigma dR = K \omega^2 \Sigma r da$$

現在， $\Sigma r^2 da$ 是翼對於飛行軸之面積 A 之慣性距 I 之，故

$$R = K \omega^2 I \dots\dots\dots(103)$$

設 V 為重心之速度，而在飛行軸之距離 ρ ，

$$\therefore \omega^2 = \frac{V^2}{\rho^2}$$

名 ρ_1 為翼面對於飛行軸之旋轉半徑，

$$\rho_1^2 = \frac{I}{A}$$

用其值 $\frac{V^2}{\rho^2}$ 替代 ω^2 ，並用 $\rho_1^2 A$ 替代 I ，公式 (103)

則變為

$$R = KAV^2 \frac{\rho^2}{\rho_1^2}$$

因旋轉半徑 ρ_1 接近 ρ ，是飛行軸之離心距離，如是

$$R \text{ 接近 } KAV^2$$

$$\text{最終 } R = KAV^2$$

此項公式應用於一切理論中。

注意 II.—— 假設飛機在水平直線飛行中，與飛行路線垂直之力 Q_1 是隨時有之 (*centripetal force*)。此則即作圓圈飛行，如此生出離心力而與 Q_1 平衡。故飛機之任何斜角而使成水平圓圈飛行，凹向之邊為飛機所傾斜者。反動之空氣有一成分係與飛行路線而垂直。

注意 III.—— 昔日有一種飛機作水平圓圈飛行而無

斜度。彼裝有垂直隔片於飛機之重心前面。用方向舵之動作飛機略改變其原來之飛行路線時，相對風速在隔片上動作，而生出離心力 Q_1 ，如此而成水平圓圈飛行。

因圓圈飛行本身使飛機傾斜，駕駛員應設法避免之。

水平圓圈飛行在此情況中者為錯誤，飛機離開飛行軸而偏航者頗遠。

進言之，隔片因阻力增加，而將飛機速度減小。

第 八 章

螺 旋 飄 飛

定義。——飛機之有螺旋飄飛，是在其用一律速度下降之時（發動機已關閉），且在同時於一固定軸 OZ 上，用一律角度速度而作圓圈飛行。

飛機之重心 G 劃成一螺旋形。此動作之行使正確者，是其重心之速度 V 常在飛機之對稱面內。

當動作不正確時，若有速度 V 對於飛機之對稱面而言，是轉向於飛行軸，飛機向內偏航；若其速度 V 轉開飛行軸，則飛機向外偏航。

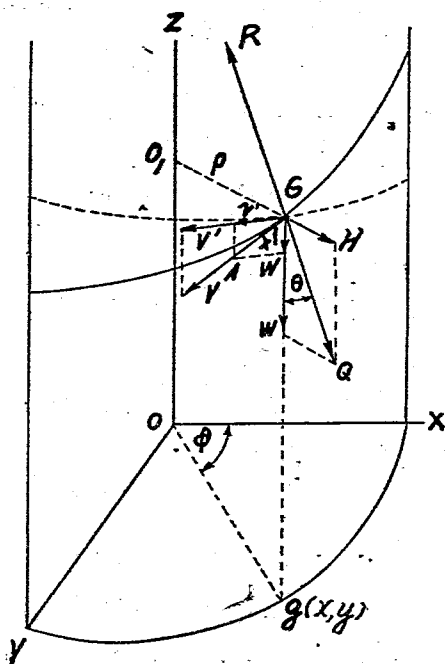
對於螺旋飄飛之正確動作，現加以研究。

若一固體物之移動，係由固定軸上之一律旋轉及該軸上之一律速度所成，以便得到均衡公式，此則必需因旋轉所致該物上之離心力而加入之。

因沿軸上之一律速度，則不受此活動而有合成慣力。

設 V 為重心之速度；此則與螺旋成正切在 OZ 軸之旋轉圓筒，及半徑 $GO_1 = \rho$ 上。

螺旋飄飛之公程式(第五十九圖)。——在重心上均衡中之力是：——



第五十九圖

1. 離心力之合成 $H = m\omega^2\rho$; 此則與軸 OZ 垂直，並向半徑 GO_1 在垂直面上而經過 G 點。
2. 飛機之重量 W ，係垂直活動。

3. 合成 GR 因空氣在飛機上之動作。此則處於對稱面中。

設 Q 爲 W 及 H 之合成者。合成 GR 須等於 Q 及與 Q 相反，故：——

飛機之對稱面是 VGQ 面。此是與螺旋成正切之面，並含有 Q 力。

以 θ 指示 Q 與垂直所成之角，以 γ 指示 V 與其投射 V' 於水平面上經過 G 所成之角，此 γ 角常名曰飄角。設 γ_1 爲 V 與其投射於垂直 Q 之平面上所成之角。此爲假飄角，符合於虛想之均衡情況，於此情況中，其垂直是以假垂直 GQ 所替代，並飛機之重量是以 Q 力所替代。

γ 與 γ_1 間之關係。——在 V 上取向量 (Vector) GA 等於 +1，此在 GQ 上之投射是 $\sin \gamma_1$ 。如是取向量成分 +1，此係在 G 點圓筒對於正切面中者，先沿 V' 上，而 V' 係與經過 G 點之水平部分成正切，初則沿垂直 GW 上，設 Gv' 及 GW 爲此項成分。用投射法，此則爲

GA 之投射 = Gv' 之投射 + GW 之投射。

速度 V 是向 Q 垂直， Gv' 之投射是零。GW 之投射是 $GW \cos \theta = \sin \gamma \cos \theta$ ；故則此得基本關係(104)，

$$\sin \gamma_1 = \sin \gamma \cos \theta \dots\dots\dots (104)$$

此可寫如下式

$$\frac{\sin \gamma_1}{\sin \gamma} = \cos \theta$$

由此必需

$$\frac{\sin \gamma_1}{\sin \gamma} \leq 1$$

真飄角常大於或至少等於假飄角。在對稱面 VQ 上，均衡公式是與直線飄飛者相同，其中之飄角是 γ_1 ，重量是 Q 力；此則為

$$Q \sin \gamma_1 = K_x AV^2 + rV^2 \dots\dots\dots (105)$$

$$Q \cos \gamma_1 = K_y AV^2 \dots\dots\dots (106)$$

同

$$\tan \theta = \frac{M\omega^2 \rho}{W} \dots\dots\dots (107)$$

定理。——螺旋飄飛是與直線飄飛相同，其中之重力恆數 g 是以 g' ， g 之合成者，及離心加速 $\omega^2 \rho$

替代之，

$$g' = \sqrt{g^2 + \omega^2 \rho^2} = g \sqrt{1 + \frac{\omega \rho^2}{g^2}}$$

螺旋飛行路線依賴二要素，衝角及螺旋半徑是也。此二者均在駕駛員操縱之下。

在各種飛行路線中有關變數之大小另述如后。

1. 假飄角 γ_1 。——以公式(105)被(106)除之則得

$$\tan \gamma_1 = \frac{K_x + \frac{r}{A}}{K_x} \dots\dots\dots (108)$$

故假飄角祇與衝角有關。 $\tan \gamma_1$ 代表相同衝角中直線飄飛路線之斜度，並此已有研究。

2. 假垂直 GQ 之傾角 θ 。——真飄角 γ 是得於下列關係

$$\sin \gamma = \frac{\sin \gamma_1}{\cos \theta}$$

此即必要者

$$\frac{\sin \gamma_1}{\cos \theta} \leq 1$$

此即

$$\cos \theta \geq \sin \gamma_1$$

或

$$\sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \geq \sin \gamma_1$$

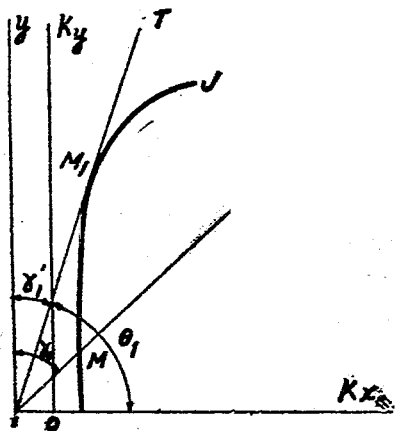
$$\frac{\pi}{2} - \theta \geq \gamma_1$$

$$\theta \leq \frac{\pi}{2} - \gamma_1$$

研究特性翼線(第六十圖)， γ_1 是一種角度，此角係IM與由I所畫出之線及與OK_y軸平行者而成。因每種衝角是與M每點相符合， θ 角將等於或小於K_xIM。其後最大值是 θ_1 角，處於K_xI及由I與特性線正切者之間。 θ_1 角是 θ 之最大能有值。故

定理。——無論衝角或螺旋半徑如何，合成加速 g'

常與垂直而成角 θ ，此則較小於 $\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \gamma_1$ ，而 γ_1



第 六 十 圖

是直線飛行中之最小飄角。

θ 之計算。——決定 θ ，

$$\tan \theta = \frac{M\omega^2\rho}{W} = \frac{MV^2}{W\rho}$$

V' 是G點之水平速度。以 V' 用 $V\cos\theta$ 替代之， M 用

$\frac{W}{g}$ 替代之，其公式為

$$\tan \theta = \frac{V^2 \cos^2 \gamma}{g\rho} \dots\dots\dots (109)$$

現在因爲 $Q = \frac{W}{\cos \theta}$ ，公式(106)則爲

$$W \frac{\cos \gamma_1}{\cos \theta} = K_y AV^2 \dots\dots\dots (110)$$

在公式(109)及(110)之間，消去 V^2

$$\therefore \sin \theta = \frac{W \cos \gamma_1 \cos^2 \gamma}{g \rho K_y A}$$

現

$$\cos^2 \gamma = 1 - \sin^2 \gamma = 1 - \frac{\sin^2 \gamma_1}{\cos^2 \theta} = 1 - \frac{\sin^2 \gamma_1}{1 - \sin^2 \theta}$$

由此

$$\sin \theta = \frac{W \cos \gamma_1}{g \rho K_y A} \left\{ 1 - \frac{\sin^2 \gamma_1}{1 - \sin^2 \theta} \right\}$$

重寫此公式而照 $\sin \theta$ 之乘幕次序而得

$$\begin{aligned} \sin^3 \theta - \frac{W \cos \gamma_1}{g \rho K_y A} \sin^2 \theta - \sin \theta + \frac{W \cos^3 \gamma_1}{g \rho K_y A} \\ = 0 \quad (111) \end{aligned}$$

假定衝角不變，則此公式說明 $\cos \theta$ 爲 ρ 之函數。

研究其功用如下

$$f(x) = x^2 - \frac{W \cos \gamma_1}{g \rho K_y A} x^2 - x + \frac{W \sin^3 \gamma_1}{g \rho K_y A} .$$

並替代 x 之值 $= -\infty, 0, 1, +\infty$ ，則下列之表為 x 之值而得 $f(x)$ 之各號：—

	$f(-\infty)$	$f(0)$	$f(1)$	$f(+\infty)$
$f(x)$ 之號	-	+	-	+

故無論 0 與 ∞ 間之值如何，公式 $f(x) = 0$ 常有一負根數，此根數是在 0 及 1 之間，且較 1 為大。

此為 0 與 1 間之根數，頗與現在問題有關， $\sin \theta$ 常較單位為小。

每種代數公式之根數是其係數之繼續函數， $\sin \theta$ 之必要值是 ρ 之繼續函數。

此函數之變化將討論之。

用 ρ 解算公式 (111) 而得

$$\rho = \frac{W \cos \gamma_1}{g K_y A} \left\{ \frac{\sin^2 \theta - \cos^2 \gamma_1}{\sin^3 \theta - \sin \theta} \right\} ,$$

此即

$$\rho = \frac{W \cos \gamma_1}{g K_v A} \left\{ \frac{\cos^2 \gamma_1 - \sin^2 \theta}{\sin \theta \cos^2 \theta} \right\} \dots\dots\dots (112)$$

此情況以 ρ 常為正而得下列關係。

$$\cos \gamma_1 - \sin \theta \geq 0,$$

或

$$\theta \leq \frac{\pi}{2} - \gamma_1$$

用公式(112)，可繪出曲線(第六十一圖)指示 $\sin \theta$ 為 ρ 之一函數， $\rho = 0$ 符合 θ 之最大值；

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \gamma_1, \sin \theta = \cos \gamma_1,$$

$P = \infty$ 符合於

$$\sin \theta = 0, \theta = 0 \text{ (直線飄飛)}$$

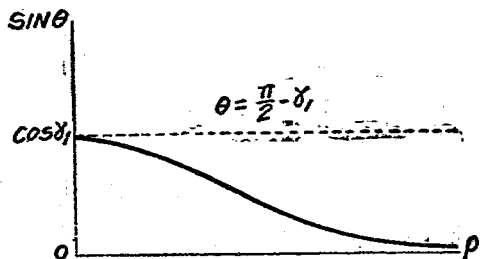
故——

在恆定衝角上，螺旋路線之半徑愈小， θ 角則愈

增大至其有限值 $\frac{\pi}{2} - \gamma_1$ 。

3. 真飄角。——真飄角係得自於下列公式

$$\sin \gamma = \frac{\sin \gamma_1}{\sin \theta}$$



第六十一圖

假設衝角恆定，如是 γ_1 亦恆定。指示 $\cos \theta$ 為 ρ 之一函數之曲線(第六十二圖)是為 $\cos \theta$ 而推得，是以又指示 $\sin \gamma$ 之曲線為 ρ 之一函數(第六十二圖)。

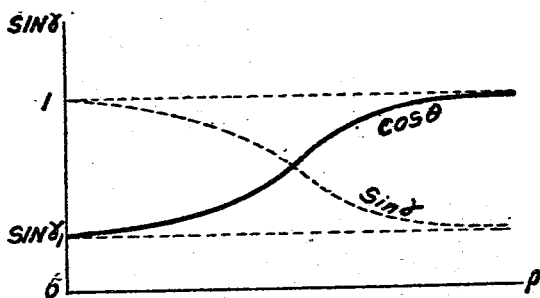
因為

$$\rho = 0, \cos \theta = \sin \gamma_1, \sin \gamma = 1$$

因為

$$\rho = \infty, \cos \theta = 1, \sin \gamma = \sin \gamma_1$$

當飛行半徑由無限減至 0，故真飄角由 γ_1 而增至 $\frac{\pi}{2}$



第六十二圖

4. 沿飛行路線之速度 V 。——於公式(105)及(106)之間消去 γ_1 ，然後自乘，再相加而得

$$Q^3 = [(K_x A + r)^2 + (K_y A)^2] V^4$$

現

$$Q = \frac{W}{\cos \theta}$$

由此

$$\frac{W^2}{\cos^2 \theta} = [(K_x A + r)^2 + (K_y A)^2] V^4$$

若 V_1 是在相同衝角中直線飄飛時之路線速度，則可列如下式

$$W^2 = [(K_y A + r)^2 + (K_y A)^2] V_1^2$$

故

$$\frac{V^2}{V_1^2} = \frac{1}{\cos \theta} \quad \text{及} \quad V^2 = \frac{V_1^2}{\cos \theta} \dots\dots\dots(113)$$

$\cos \theta$ 之最小值是 $\sin \gamma_1$ ，故

定理。——在螺旋飄飛中之路線速度常較相符直線飄飛中之速度為大；但在恆定衝角及不同之飛行

路線半徑中，則永不大過 $\frac{V_1}{\sin^{\frac{1}{2}} \gamma_1}$ 值， V_1 為直綫飄

飛時之速度， γ_1 為飄角。

因為 $\rho = \infty$ ， $V = V_T$ (直綫飄飛)。在 ρ 接近 0 時，

V 則增至 $\frac{V_1}{\sin^{\frac{1}{2}} \gamma_1}$ 值，此值為其最高限度。故 V 之值

是常處於 V_1 及 $\frac{V_1}{\sin^{\frac{1}{2}} \gamma_1}$ 之間。指示 V 為 ρ 之一函數

之曲綫，有第六十二圖所示之形狀。

5. 旋轉之角速 ω 。——旋轉之角速 ω 係得自於下式

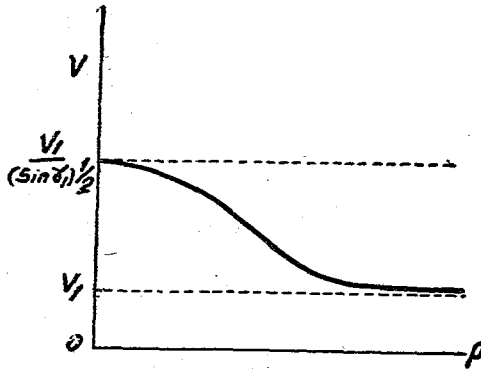
$$V' = \omega \rho$$

即 $V \cos \gamma = \omega \rho$,

由此 $\omega = -\frac{V}{\rho} \cos \gamma$

現

$$V = \frac{V_1}{\cos^{\frac{1}{2}} \theta} , \quad \rho = \frac{W \cos \gamma}{g K_y A} \times \frac{\cos^2 \gamma_1 - \sin^2 \theta}{\sin \theta \cos^2 \theta}$$



第 六 十 三 圖

但是

$$\cos \gamma = \sqrt{1 - \sin^2 \gamma} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \gamma_0}{\cos^2 \theta}}$$

由此，最後公式

$$w = \frac{V_1 \cos \gamma}{\rho \cos^{\frac{1}{2}} \theta}$$

$$w = \frac{V_1}{\rho \cos^{\frac{1}{2}} \theta} \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \gamma_1}{\cos^2 \theta}}$$

$$w = \frac{V_1}{\rho} \sqrt{\frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \gamma_1}{\cos^2 \theta}} \dots \dots \dots (114)$$

並將 ρ 之值加入上式之內，而得

$$w = \frac{V_1 g K_y A \sin \theta \cos^2 \theta}{W \cos \gamma_1 [\cos^2 \gamma_1 - \sin^2 \theta]} \sqrt{\frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \gamma_1}{\cos^3 \theta}}$$

現

$$\cos^2 \gamma_1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \gamma_1$$

在相同衝角中為直線飄飛之支持公程式則得

$$W \cos \gamma_1 = K_y A V_1^2$$

由此

$$K_y A = \frac{W \cos \gamma_1}{V_1^2}$$

故最後

$$w = \frac{g \sin \theta}{V_1} \sqrt{\frac{\cos \theta}{\cos^2 \theta - \sin^2 \gamma_1}} \dots \dots \dots (11)$$

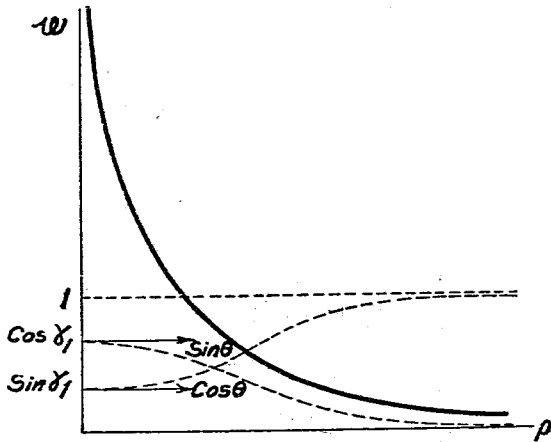
當 ρ 由 0 增至 ∞ (衝角恆定) 時 $\cos \theta$ 由 $\sin \gamma_1$ 增至 1, $\sin \theta$ 由 $\cos \gamma_1$ 減至 0, 及角速 ω 由 $+\infty$ 減至 0 (第六十四圖)

6. 路線速度之垂直成分 v_v —— 直路線速度之垂直成分係得自於下式

$$v = V \sin \gamma$$

現

$$\sin \gamma = \frac{\sin \gamma_1}{\cos \theta}, \quad \therefore v = \frac{V \sin \gamma_1}{\cos \theta} \dots\dots(116)$$



第 六 十 四 圖

在直綫飄飛於相同衝角之下，垂直成分係得自於下式

$$v_1 = V_1 \sin \gamma_1$$

在公式(116)中以 $\sin \gamma_1$ 用 $\frac{v_1}{V_1}$ 替代之而得

$$v = \frac{V}{V_1} \times \frac{v_1}{\cos \theta}$$

現

$$\frac{V}{V_1} = \sqrt{\frac{1}{\cos \theta}}$$

故

$$\frac{v}{v_1} = \frac{1}{\cos^{\frac{3}{2}} \theta} = \frac{V^3}{V_1^3}$$

$\cos \theta$ 之最小值為 $\sin \gamma_1$ ，推出之定理如下：——

定理。——在恆定衝角中，垂直速度成分 V 是與飛行路綫速度 V 之立方成正比。此則常較在直綫飄

飛時之垂直速度成分為大，但永不大過 $\frac{v_1}{\sin^{\frac{3}{2}} \gamma_1}$ (γ

為直綫飄飛時之飄角)。

第六十五圖中之曲線指示 v 為 ρ 之一函數。此則

與 $v = v_1$ 線為 *asymptotic*， v 是在 v_1 與 $\frac{v_1}{\sin \frac{3}{2} \gamma_1}$ 之間。

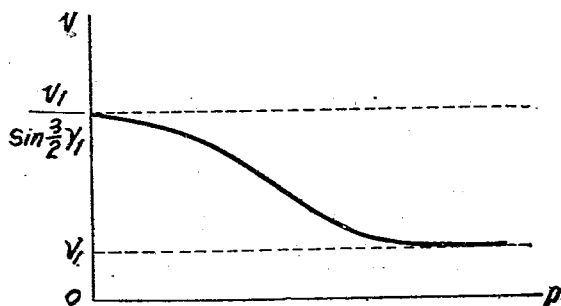
7. 飛機之傾度 I (第五十九圖) — 飛機之傾度 I 是一種角度，此角係其對稱面與含有速度向量及經過重心之垂直之 VW 面而成。已知對稱面是與含有 GQ 螺旋相正切之面，

螺旋公程式是

$$x = \rho \cos \phi, \quad y = \rho \sin \phi, \quad z = \frac{h}{2\pi} \phi$$

(h 為螺旋之距)，螺旋之方向係數是

$$dx = -\rho \sin \phi \cdot d\phi, \quad dy = \rho \cos \phi \cdot d\phi, \quad dz = \frac{h}{2\pi} d\phi$$



第六十五圖

若 x 及 y 是在螺旋基礎之面上，重心 G 投影 g 之座標，則 GQ 之方向係數可等於

$$x \quad , \quad y \quad , \quad -\frac{\rho}{\tan \phi} \quad ,$$

即

$$\rho \cos \phi \quad , \quad \rho \sin \phi \quad , \quad -\frac{\rho}{\tan \phi} \quad ,$$

設 $Ax + By + Cz = 0$ 是經過起點與對稱面相平行之面。

(1) 此面是對於螺旋與 *tangent* V 相平行，含有該 *tangent* 之方向係數，

$$A dx + B dy + C dz = 0 \dots\dots\dots(117)$$

此則指示

$$-A \sin \phi + B \cos \phi + C \frac{h}{2\pi\rho} = 0 \dots\dots\dots(118)$$

(2) 故因此理而與 GQ 相平行，

$$A \cos \phi + B \sin \phi - \frac{C}{\tan \phi} = 0 \dots\dots\dots(119)$$

得到此面之公式，是由公式(117)，(118)及(119)

消去 A, B, C 而得, 此則為

$$\begin{vmatrix} X & Y & Z \\ -\sin \phi & \cos \phi & \frac{h}{2\pi\rho} \\ \cos \phi & \sin \phi & -\frac{1}{\tan \theta} \end{vmatrix} = 0$$

或將此數重演之,

$$X \left\{ -\frac{\cos \phi}{\tan \theta} - \frac{h \sin \phi}{2\pi\rho} \right\} - Y \left\{ \frac{\sin \phi}{\tan \theta} - \frac{h \cos \phi}{2\pi\rho} \right\} - Z = 0,$$

或

$$X \left\{ \frac{\cos \phi}{\tan \theta} + \frac{h \sin \phi}{2\pi\rho} \right\} + Y \left\{ \frac{\sin \phi}{\tan \theta} - \frac{h \cos \phi}{2\pi\rho} \right\} - Z = 0$$

此公式之係數可作為對此面垂直之方向係數,

$$a = \frac{\cos \phi}{\tan \theta} + \frac{h \sin \phi}{2\pi\rho}, \quad b = \frac{\sin \phi}{\tan \theta} - \frac{h \cos \phi}{2\pi\rho}, \quad c = +1$$

對 W V 面垂直之方向 *cosines* 為

$$a_1 = \frac{x}{\rho} = \cos \phi, \quad \beta = \frac{y}{\rho} = \sin \phi, \quad y_1 = 0$$

在此兩垂直間之角是 I 角，

即，

$$\cos I = \frac{a \alpha_1 + b \beta_1 + c \gamma}{(a^2 + b^2 + c^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{\tan \theta}}{\left(\frac{1}{\tan^2 \theta} + \frac{h}{4\pi^2 \rho^2} \right)^{\frac{1}{2}}}$$

現

$$\frac{h}{2\pi \rho} = \tan \gamma$$

故

$$\cos I = \frac{1}{(1 + \tan^2 \theta \tan^2 \gamma)^{\frac{1}{2}}}$$

或

$$\tan I = \tan \theta \tan \gamma \dots \dots \dots (120)$$

此為指示飛機之傾度之公式。

現

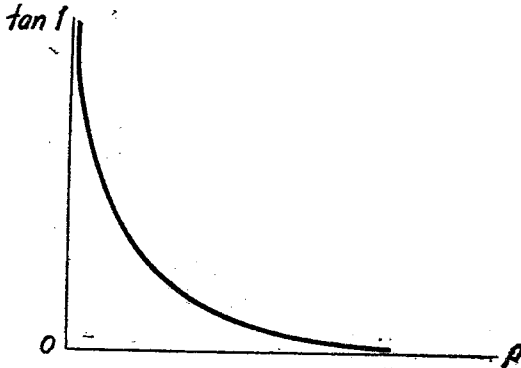
$$\begin{aligned} \tan \gamma &= \frac{\sin \gamma}{(1 - \sin^2 \gamma)^{\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{\sin \gamma_1}{\cos \theta}}{\left(1 - \frac{\sin^2 \gamma_1}{\cos^2 \theta} \right)^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{\sin \gamma_1}{(\cos^2 \theta - \sin^2 \gamma_1)^{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

以(120)之值替代 $\tan \gamma$ 則得

$$\tan I = \frac{\tan \theta \sin \gamma_1}{(\cos^2 \theta - \sin^2 \gamma_1)^{\frac{1}{2}}} \dots \dots \dots (121)$$

指示 $\tan I$ 為 ρ 之函數(假設衝角恆定)之曲線，是 *hyperbolic* 形狀，*asymptotic* 在軸線上(第六十六圖)。

因 $\rho = 0$ ， $\cos \theta = \sin \gamma_1$ ， $\tan I$ 是無限質。因 $\rho = +\infty$ ， $\theta = 0$ ， $\tan I$ 是零(直線飄飛)，並於 ρ 由 0 增至無限時， $\tan I$ 是一恆定減小函數。



第 六 十 六 圖

注意。——若駕駛員欲改變其飛機之傾度，設彼保持衝角恆定，螺旋半徑則為傾度每種改變而變化。給飛機以傾度，此則由直線至螺旋飄飛，反之，於改正傾度時，則重復其直線飛行。

8. 在一完全螺旋中之下降高度 h 。——此是螺旋之距：

$$h = 2\pi \rho \tan \gamma \dots \dots \dots (122)$$

現

$$\tan \gamma = \frac{\sin \gamma_1}{(\cos^2 \theta - \sin^2 \gamma_1)^{\frac{1}{2}}}$$

又

$$\rho = \frac{W \cos \gamma_1}{g K_y A} \times \frac{\cos^2 \gamma_1 \sin^2 \theta}{\sin \theta \cos^2 \theta},$$

將公式(122)內之 ρ 及 $\tan \gamma$ 值加入之而得

$$h = \frac{2\pi W \cos \gamma_1}{g K_y A} \cdot \frac{\sin \gamma_1 (\cos^2 \gamma_1 - \sin^2 \theta)}{\sin \cos^2 \theta (\cos^2 \theta - \sin^2 \gamma_1)^{\frac{1}{2}}}$$

或

$$h = \frac{2\pi W \cos \gamma_1}{g K_y A} \cdot \frac{\sin \gamma_1 (\cos^2 \theta - \sin^2 \gamma_1)^{\frac{1}{2}}}{\sin \theta \cos^2 \theta} \quad (123)$$

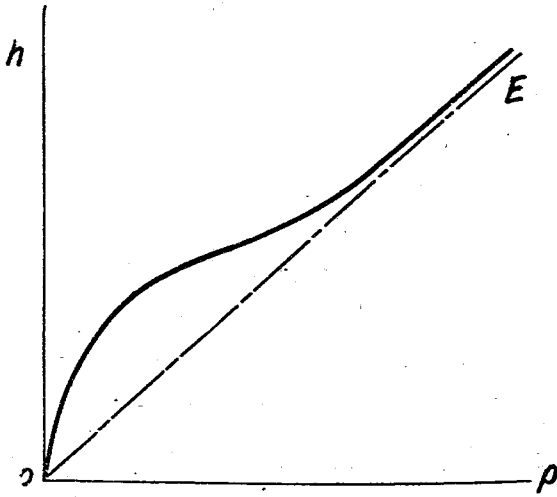
假定衝角恆定， $\rho = 0$ ， $\cos \theta = \sin \gamma_1$ ，如是則 h

$= 0$ ，及 $\frac{h}{\rho} = 2\pi \tan \gamma$ 是無限質。代表 h 為 ρ 之函

數之曲線是與 h 軸成正切。當 ρ 是無限時， $\theta = 0$ ，

h 是無限，並 $\frac{h}{\rho}$ 是等於 $2\pi \tan \gamma_1$ (公式 122)。故直線

$$h = 2\pi \rho \tan \gamma_1$$



第 六 十 七 圖

是與曲線成 *asymptotic* (第六十七圖)。因此得下列之定理：—

在大半徑之螺旋於恆定衝角中，一完成螺旋之下降高度 h 是與螺旋之半徑成正比。

由此可知螺旋半徑愈小，則飛機為每次完全轉彎所下降之高度亦愈小。

注意。——若 ρ 是固定，衝角是變數，則 h 為最小，同時有如 $\tan \gamma$ ；衝角則是為最小曳進力者也。

定理。——在大半徑之螺旋中，則每次螺旋轉彎爲一指定半徑 ρ 之下降高度是與相符直線飄飛中路線斜度相變化。此爲最小，以爲必需最小曳進力之衝角。

用 *Bleriot XI* 之翼以爲例，爲此

$$r = .016, A = 290 \text{ 平方呎}, \therefore \frac{r}{A} = .000055.$$

於特性線上由 I 點畫一 *tangent*，則得出 $\tan \gamma_1$ 之值爲 10° 。在直線飄飛中，路線之最小斜度是 10° 。若在螺旋飄飛中，飛機在 300 呎每次轉彎之最小下降是

$$h = 2\pi \times 300 \times \tan 10^\circ = 321 \text{ 呎}$$

注意。——關於螺旋飄飛之分析對於已有之水平圓圈飛行，此處作一研究，頗爲洽當。

在翼上之每點速度是旋轉速度 ωr 之合成者，並是速度之垂直成分 v 之合成者。速度 ωr 因飛行軸之距離而增加，且速度 v 仍爲恆數。

因此衝角變小，並合成速度變大，則飛行軸之距離愈大。

因其衝角之縮小，故翼較在水平圓圈飛行向飛行

軸傾斜者不十分顯著。

由飛行軸之半徑 r 於翼上所取之面積 da 之窄段上，其初級反動是

$$dR = K da [w^2 r^2 v^2]$$

一切抵抗力之方向大概是平行，彼之合成是

$$R = \sum K da [w^2 r^2 v^2] \dots \dots \dots (124)$$

全翼面之和數。

現在，衝角是由內翼稍向外翼稍逐漸減小， K 之平均值可為 K_0 而與重心上之速度相符合。

以平均值 K_0 替代 K ，公式 (124) 則變為

$$R = K_0 \sum [w^2 r^2 da + v^2 da]$$

或

$$R = K_0 [w^2 \sum r^2 da + v^2 \sum da]$$

現在， $\sum r^2 da$ 是翼面對於飛行軸之慣力 I 之距， $\sum da$ 是總翼面 A ，

$$\therefore R = K_0 w^2 I + v^2 A$$

若 ρ_1 是旋轉半徑， $\frac{I}{A} = \rho_1^2$ ，則得

$$R = K_0 A \left\{ w^2 \rho^2 \left(\frac{\rho_1^2}{\rho_2} \right) + v^2 \right\}$$

假設螺旋半徑是與飛行半徑 ρ 相合，則公式變為

$$R = K_0 A (w^2 \rho^2 + v^2)$$

此是普通所成之公式，即

$$R = K_0 A V^2$$

上公式內之 V 是重心之速度， K_0 是 K 與速度相符之值。

此公式可應用於以前所成立之理論中。

第 九 章

風

風對於飛機之直接物體及對其燃料 消耗之影響

定義。——大氣間空氣分子之任何移動則謂之風。
其垂直成分普通極小，可以忽略不計。

假設有一律速度之風 W 存在，飛機以其本身之速度 V 於有速度 W 之空氣中行動。

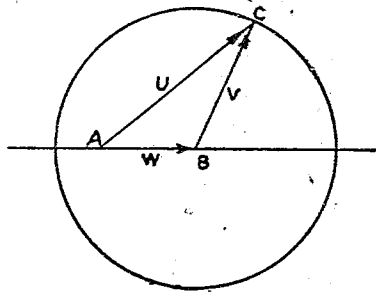
飛機對於地面之速度 U 或絕對速度，是 V 與 W 二速度之合成者。

畫一 ABC 之三角形(第六十八圖)，其中 AB 是風速， BC 是機速， AC 是絕對速度 U ，如是為 V 之各方向，是在一半圓弧中，如 C 點，其半圓弧是用 V 為半徑，以 B 為中點。

情況 I： $W < V$ (第六十八圖)。風速較機速為小， A 點是在圓圈之內。絕對速度可向任何方向，故飛機可使其趨向任何一點；飛機是完全操縱之中

。

情況 II : $W = V$ (六十九圖)。風速是與機速相等，A 點是在圓圈上。由 A 點畫 *tangent* TT' 與圓圈交切，若機在 A 點，而機祇可趨向於 TT' 線之右方。其左方任何點均不可達到：飛機是半在操縱之中。

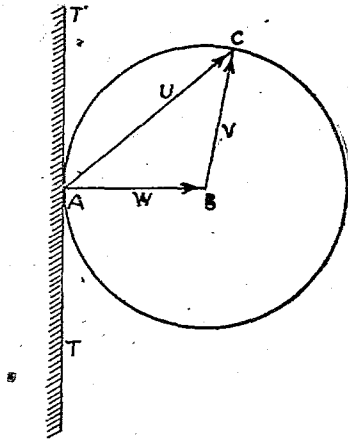


第 六 十 八 圖

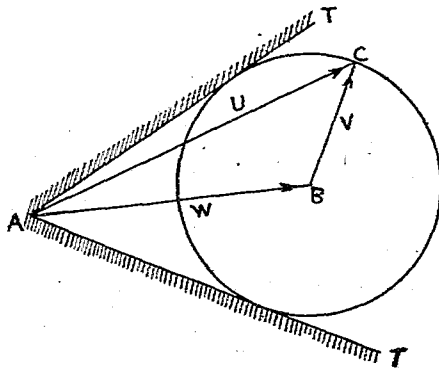
情況 III : $W > V$ (第七十圖) 風速較機速為大，A 點是在圓圈之外。設 AT 及 AT' 是由 A 點所繪之二 *tangents* 線。若機在 A 點，而機所能達到之點是在小角 TAT' 之中。在此角以外各點均不可達到。飛機又是半在操縱之中。

由上各點而得結論如下——

定理。 —— 一機於所行之水平面中能使其達到指定任何點者，則祇於風速小於機速之時為可能。



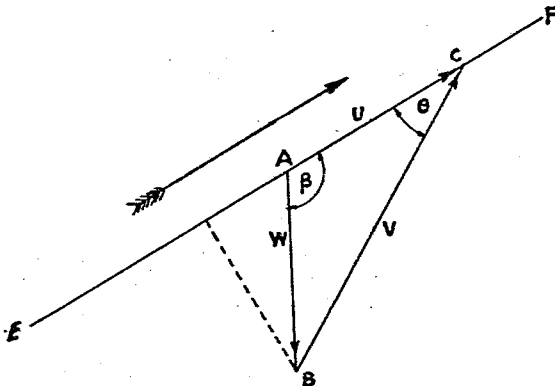
第六十九圖



第七十圖

風對於燃料消耗之影響

直線飛行路線。—— 於距離 l 中由 E 點至 F 點，最宜於 E 點起飛（第七十一圖）。由 E 至之 F 路線為正風速 W 是照其大小及方向繪出，與路線成 β 角，而由 O 至 π 有任何之可能值。因絕對速度 U 須在 EF 路線上，機在 BC 方向上，如 $BC = V$ ，其中之 V 是與 EF 成 θ 角。設 q 是每單位時間之待油與滑油消耗量。總消耗量 Q 是 q 與飛行耐性 $\frac{l}{U}$ 相乘之積，



第七十一圖

$$Q = q \frac{l}{U} \dots\dots\dots (125)$$

求U時，則速度W與V均與路線平行相投射。則得

$$U = V \cos \theta + W \cos \beta \dots\dots\dots (126)$$

向路線垂直投射則得下式

$$W \sin \beta = V \sin \theta \dots\dots\dots (127)$$

W sin β 用以代表因風所致之速度偏差。於公式(126)及(127)之間除去θ而得

$$U = V \left[\left(1 - \frac{W^2}{V^2} \sin^2 \beta \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{W}{V} \cos \beta \right],$$

設 $k = \frac{W}{V}$ (風速對於機速之比例)，其中之 $k < 1$ 。

如是

$$U = V \left[\left(1 - k^2 \sin^2 \beta \right)^{\frac{1}{2}} + k \cos \beta \right],$$

由此 $Q = q \frac{l}{U} = \frac{q l}{V \left[\left(1 - k^2 \sin^2 \beta \right)^{\frac{1}{2}} + k \cos \beta \right]}$

現於無風時， $q \frac{l}{V}$ 是消耗 Q_1 ，故

$$Q = \frac{Q_1}{(1 - k^2 \sin^2 \beta)^{\frac{1}{2}} + k \cos \beta} \dots\dots\dots (128)$$

用 $(1 - k^2 \sin^2 \beta)^{\frac{1}{2}} - k \cos \beta$ 與上分數之上下兩數乘之，而得

$$Q = \frac{Q_1}{1 - k^2} [(-k^2 \sin^2 \beta)^{\frac{1}{2}} - k \cos \beta] \dots\dots\dots (129)$$

此為普通所必要之公式。

(a) 若 $\beta = 0$ ，風是在飛機之後面，並 $Q = \frac{Q_1}{1 + k}$ 。

進而言之，若 $W = V$ ， k 是等於 1，並 $Q = \frac{Q_1}{2}$ ；此

即消耗已被減去一半。

(b) 若 $\beta = \frac{\pi}{2}$ ，風是與路線成垂直，並 $Q = Q_1$

$\sqrt{\frac{1 - k^2}{1 - k^2}}$ ，此即 $Q = \frac{Q_1}{\sqrt{1 - k^2}}$ 。當 k 由 0 增至 1 時，

則 Q 由 Q_1 增至無限。

(c) 若 $\beta = \pi$ ，風是與飛機之方向相反，並 $Q = \frac{Q_1}{1 - k}$

。當 k 由 0 增至 1 時，則 Q 由 Q_1 增至無限。若 k 小，則大約 $Q = Q_1(1+k)$ ，此即燃料消耗有 kQ_1 之增加。
 直線飛行中之回程。—— 假設駕駛員用其飛機由 E 飛至 F 再飛回至其起點 E，其出發程中所用之燃料及滑油消耗量如下式

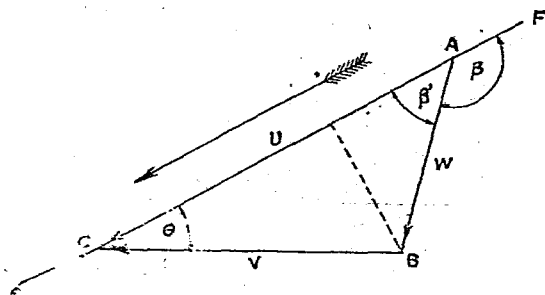
$$Q = \frac{Q_1}{1-k^2} [(1-k^2 \sin^2 \beta)^{\frac{1}{2}} - k \cos \beta],$$

其回程中所耗者(第七十二圖)(因 θ 未改變，而 β 變為 $\beta' = \pi - \beta$)

是

$$Q' = \frac{Q_1}{1-k^2} [(1-k^2 \sin^2 \beta)^{\frac{1}{2}} + k \cos \beta] \dots (130)$$

燃料及滑油總耗量是



第七十二圖

$$Q'' = Q + Q' = \frac{2Q_1}{1-k^2} (1 - k^2 \sin^2 \beta)^{\frac{1}{2}}$$

因於無風時， $2Q_1 - Q''$ 是總耗量，此可寫如下式

$$Q'' = \frac{Q''}{1-k^2} (-k^2 \sin^2 \beta)^{\frac{1}{2}} \dots\dots (131)$$

因 k 數 1 為小，在根號下之量是較 $1 - k^2$ 及 $Q'' > Q_1''$ 為大，故

定理。—— 在回程中，風常增加燃料及滑油之總耗量。

(a) 若 β 是恆定，且 k 由 0 增至 1 ，而 $\frac{Q''}{Q_1''}$ 則由 1 增

至無限。

(b) 將公式(129)與公式(130)相乘而得

$$QQ' \frac{Q_1^2}{1-k^2}$$

出發程與回程消耗之積是與風向無關。

若 k 是恆數， β 是變數，總耗是最小者，同時與 Q 及 Q' 之和相同。現因 QQ' 積數是恆定，而於 Q 等於 Q' 時， $Q + Q'$ 和數是最小。

$Q = Q'$ 之情況則得

$$(1 - k^2 \sin^2 \beta)^{\frac{1}{2}} - k \cos \beta = (1 - k^2 \sin^2 \beta)^{\frac{1}{2}} + k \cos \beta,$$

或

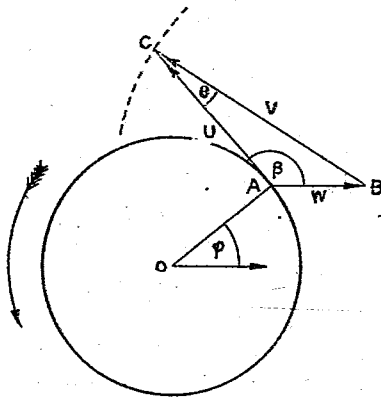
$$\cos \beta = 0$$

此即

$$\beta = \frac{\pi}{2}$$

故——

定理。——爲回程及指定風速，總耗量當風與路線
垂直時是爲最小。



第七十三圖

是以飛機於出發程及回程中需要同量之燃料。

k 之值已指定，是以 β 由0增至 π 時，公式(131)指

示 $\frac{Q''}{Q_1''}$ 由 $\frac{1}{1-k^2}$ 減至 $\frac{1}{(1-k^2)^{\frac{1}{2}}}$ 而為 $\beta = \frac{\pi}{2}$ (最小耗量)

，且由 $\frac{1}{(1-k^2)}$ 增至 $\frac{1}{1-k^2}$ 。

圓圈飛行路線。—— 假設飛機沿半徑之圓圈路線飛行，且於時間 t 內飛機是在A點上(第七十三圖)，半徑OA與風向成 ϕ 角。

該時間內之路線是在A點上之 *tangent* AC；風速與此 *tangent* 成 β 角。於代表風速 AB *vector* 之極點 β 上，用機速 V 作半徑畫一弧線。此弧劃在同時飛行路線AC上之C點。在此研究時間內，機係在C之方向，而與飛行路線成一 θ 角。與飛行路線平行投射者為

$$U = V \cos \theta + W \cos \beta \dots\dots\dots (132)$$

在第七十三圖所示之情況， β 是較 90° 為大，而 $W \cos \beta$ 是負數。向飛行路線垂直投射為，

$$W \sin \beta = V \sin \theta \dots\dots\dots (133)$$

投射 $W \sin \beta$ 是因風速之差成分。將上列之二公式

內之 θ 除去，並寫下 $\frac{W}{V} = k$ 而得

$$U = V [(1 - k^2 \sin^2 \beta)^{\frac{1}{2}} + k \cos \beta]$$

但

$$\beta = \frac{\pi}{2} + \phi,$$

因之

$$U = V [(1 - k^2 \cos^2 \phi)^{\frac{1}{2}} - k \sin \phi] \dots (134)$$

現

$$U = R \frac{d\phi}{dt}$$

故

$$dt = \frac{R d\phi}{U}$$

飛行之耐久性得於下式

$$\int dt = \frac{R}{V} \int \frac{d\phi}{(1 - k^2 \cos^2 \phi)^{\frac{1}{2}} - k \sin \phi}$$

將上式及下式均用 $(1 - k^2 \cos^2 \phi)^{\frac{1}{2}} + k \sin \phi$ 相乘而

得

$$\int dt = \frac{R}{V(1-k^2)} \int [(1-k^2 \cos^2 \phi)^{\frac{1}{2}} + k \sin \phi] d\phi$$

積分法由 0 至 2π ，並注意

$$\int_0^{2\pi} \sin \phi d\phi = 0,$$

飛行之持久性是

$$T = \frac{R}{V(1-k^2)} \int_0^{2\pi} (1-k^2 \cos^2 \phi)^{\frac{1}{2}} d\phi$$

..... (135)

現在 $\int_0^{2\pi} (1-k^2 \cos^2 \phi)^{\frac{1}{2}} d\phi = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-k^2 \cos^2 \phi)^{\frac{1}{2}} d\phi$

其積分

$$Ek = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-k^2 \cos^2 \phi) d\phi$$

是 k 之函數。故最後則得

$$T = \frac{4RE_k}{V(1-k^2)} \dots\dots\dots(136)$$

現在無風時之飛行耐久性是

$$T_1 = \frac{2\pi R}{V}$$

燃料及滑油消耗量是與時間成正比，總耗量 Q 是與無風時總耗量 Q_1 有關，是以

$$\frac{Q}{Q_1} = \frac{T}{T_1}$$

即

$$\frac{Q}{Q_1} = \frac{2E_k}{\pi(1-k^2)}$$

而 $E_k = \int_0^{\pi} \frac{\pi}{2} (1 - k^2 \cos^2 \phi)^{\frac{1}{2}} d\phi \dots\dots\dots(137)$

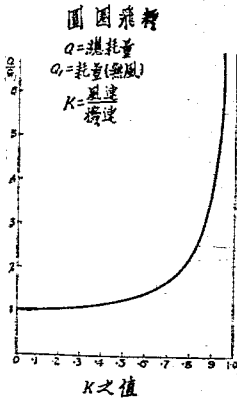
因飛機對於風向先後有各種之方向，比例 $\frac{Q}{Q_1}$ 祇與 k 有關，並不在風向上，此為明顯者也，第十六表指示 E_k 為 k 之各值，以便計算 $\frac{Q}{Q_1}$ ，並得到相符之曲線(第七十四圖)。

第 十 六 表

k	$\frac{W}{V} E_k = \int_0^{\pi} \frac{\pi}{2} (-k^2 \cos^2 \phi)^{\frac{1}{2}} d\phi$	$1-k^2$	$\frac{Q}{Q_1} = \frac{2 E_k}{(1-k^2)}$
0	1.57	0	1
.05	1.569	.997	1.005
.10	1.566	.99	1.008
.15	1.56	.97	1.02
.20	1.55	.96	1.03
.25	1.54	.94	1.05
.30	1.53	.91	1.07
.35	1.52	.88	1.10
.40	1.50	.84	1.14
.45	1.48	.80	1.18
.50	1.46	.75	1.24
.55	1.44	.70	1.31
.60	1.41	.64	1.40
.65	1.38	.58	1.51
.70	1.35	.51	1.69
.75	1.31	.44	1.90
.80	1.26	.36	2.22
.85	1.21	.28	2.74
.90	1.16	.19	3.88
.95	1.10	.10	6.35
1.00	1.00	.00	∞

注意。—— 現已決定者，圓圈飛行耐久性是公式
(135)

$$T = \frac{4R}{V(1-k^2)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-k^2 \cos^2 \phi) d\phi$$



在 a 及 b 軸之長圓形線中，若

$$e^2 = a^2 - b^2$$

又

$$e = \frac{c}{a} \text{ (離中心 eccentricity)}$$

其周圍 (perimeter) 列於下式中

$$l = 4a \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - e^2 \cos^2 \phi)^{\frac{1}{2}} d\phi,$$

第七十四圖

在風中之圓圈飛行耐久性及其耗量與無風時者相同，並其飛行路線是一離中心之長圓形線 $e = \frac{c}{a} = k$

及其大軸 = $\frac{R}{1-k^2}$ 。故長圓形線之二軸是

$$a = \frac{R}{1-k^2}, \quad b = \frac{R}{(1-k^2)^{\frac{1}{2}}}$$

第 十 章

發動機及飛機重量—有用載量。

設 W 是於完全飛行時飛機之總重量。於實際構造中，飛機及機身之重量可大概認為與總量同比，並等於 SW ， S 約為 $\cdot 3$ ，並其安全要素是在 7 之附近。

設 m 是推進器之每匹力重量，其增加是因為預定飛行持久性用每匹馬力之必要燃料重量而增加之。

W_u 代表有用載量，如是則

$$W = WS + m P_o + W_u \dots \dots \dots (138)$$

其中 P_o = 發動機之馬力。

發動機之每匹馬力重量(淨數)之變化是由 $1\cdot 8$ 至 $2\cdot 2$ 磅，全推進器之每匹馬力重量約由 $2\cdot 5$ 至 $3\cdot 5$ 磅。

固定汽缸之發動機，每匹馬力每小時之汽油耗量之變化是由 $\cdot 51$ 至 $\cdot 57$ 磅，旋轉汽缸之發動機由 $\cdot 75$ 至 $\cdot 90$ 磅。

固定汽缸之發動機每匹馬力每小時之滑油耗量之變化是由 $\cdot 02$ 至 $\cdot 1$ 磅，旋轉汽缸之發動機由 $\cdot 06$ 至 $\cdot 15$ 磅。

固定汽缸之發動機每匹馬力每小時之總耗量之變化是由 $\cdot 53$ 至 $\cdot 64$ 磅，旋轉汽缸之發動機由 $\cdot 81$ 至 1 磅。

全重及每匹馬力有用重量是用 σ 及 σ_u 指示之，是以

$$\sigma(1-S) = m + \sigma_u \dots\dots\dots(139)$$

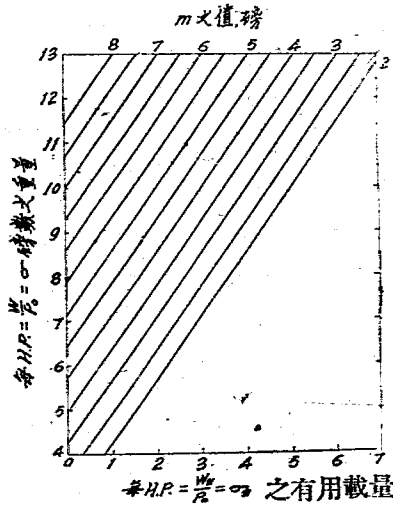
或以 $S = .3$

$$.7\sigma = m + \sigma_u \dots\dots\dots(140)$$

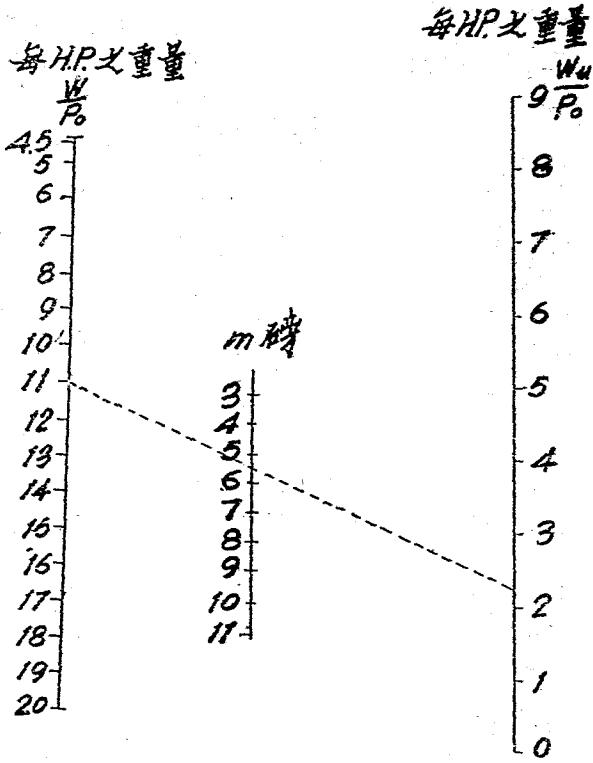
於飛行觀點上， σ 之值愈小，則飛機愈優良；且 σ_u 之值愈大，則飛機愈宜於運輸工作。

若 m 為固定， σ 之變化為 σ_u 之直線函數(第七十五圖)。

在第七十六圖中，*nomogram* 是為 σ ， m ，及 σ_u 三變數而設。



第七十五圖



第七十六圖

應注意者，若 σ_u 已被指定，則每匹馬力之重量 σ 是 m 之一直線函數，此係將 m 減小而使其減小也。

在實際運用中， σ_u 是約每匹馬力 2 磅至 2.5 磅。

汽油之供給足敷2½小時在地平線上之飛行，則σ之變化是大約由每匹馬力8磅至13磅。

例。——最宜於飛機上裝用每匹馬力2.6磅重量之推進器，其每匹馬力小時之耗量是.57磅，現求為五小時在地平線上飛行所必要之汽油量。則

$$m = 2.6 + 5(.57) = 5.45 \text{ 磅}$$

進而言之，若每匹馬力須載有用載量2.2磅，則由第七十六圖之*nomogram*可得

$$\sigma = 11 \text{ 磅}$$

在公式(138)中，用.3以替代S而得

$$.7W = m P_0 + W_u \dots \dots \dots (141)$$

以有用載量 W_u 為總重量之λ分數，如是

$$W_u = \lambda W$$

前列之公式(141)則變為

$$(.7 - \lambda)W = m P_0 \dots \dots \dots (142)$$

由此

$$\sigma = \frac{m}{.7 - \lambda}$$

(a) 若有用重量及總重量之比例 λ 已被指定，每匹馬力重量是與 m 成正比。

(b) 若 m 已被指定，而 σ 及 λ 依照下列 *hyperbolic* 公式而發生關係，

$$\sigma(7 - \lambda) = m = \text{恆數}$$

此指示飛機之飛行及運輸性質是相反者。

第七十七圖指出公式(142)之 *nomogram*。

因飛機所載之汽油，實際為2½小時於地平綫上之飛行， λ 之變化是由·13至·2。

應注意者，每匹馬力之有用重量 σ_u 是與每匹馬力之總量 σ 依下列公式而發生係關。

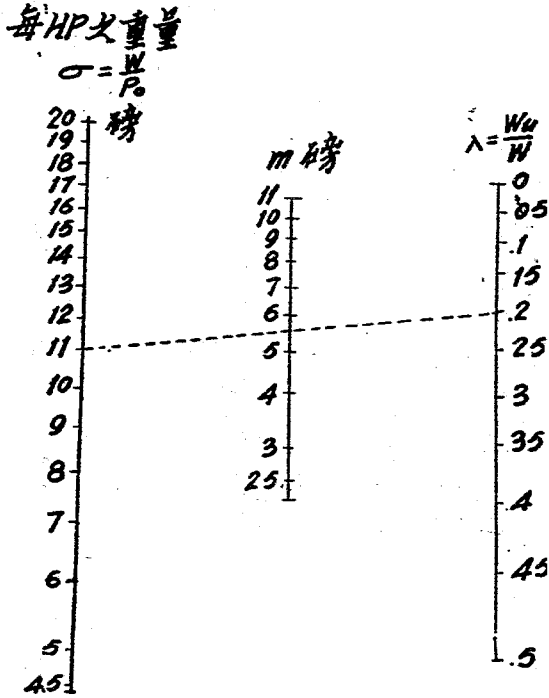
$$\sigma_u = \lambda \sigma$$

例。——指定 $\lambda = 2$ ，設 $m = 5.5$ 每匹馬力磅數，由第七十七圖之 *nomogram* 即得

$$\sigma = 11 \text{ 磅}$$

等量發動機。——*Dorand* 上尉曾介紹二具發動機之等量觀點。

二具 P_0 及 P_0' 動力之發動機，當其能載相同每匹馬力重量 σ 及相同有載量 W_u 者，則認為等量。



第七十七圖

發動機之比較是在一種情況，其所載之燃料及滑油於每種情況內足敷相同時間之飛行。

第一具發動機有比重 σ ，第二具有比重 σ 。此二具發動機之等量包含於下列公式

$$m + \frac{W_u}{P_o} = m' + \frac{W_u}{P_o'}$$

此即

$$m' - m = W_u \left\{ \frac{1}{P_o} - \frac{1}{P_o'} \right\} \dots\dots\dots(143)$$

若二具發動機有同比耗量，此必需以其推進器之每匹馬力重量(淨數)於攜載時比較之。

假設二機裝配等量之發動機，其總重得自於下列公式：

$$\cdot 7 W = m P_o + W_u ,$$

並

$$\cdot 7 W' = m' P_o' + W_u$$

由此

$$\frac{W'}{W} = \frac{P_o'}{P} \times \frac{m' + \frac{W_u}{P_o'}}{m + \frac{W_u}{P_o}}$$

二具發值機是等量，

$$m' + \frac{W_u}{P_o'} = m + \frac{W_u}{P_o}$$

$$\therefore \frac{W'}{W} = \frac{P'_0}{P_0} \dots\dots\dots(144)$$

一切飛機裝配等量發動者，其總重與發動機動力
 同比。

第七十八圖為下列等量關係所給之 *Nomogram*。

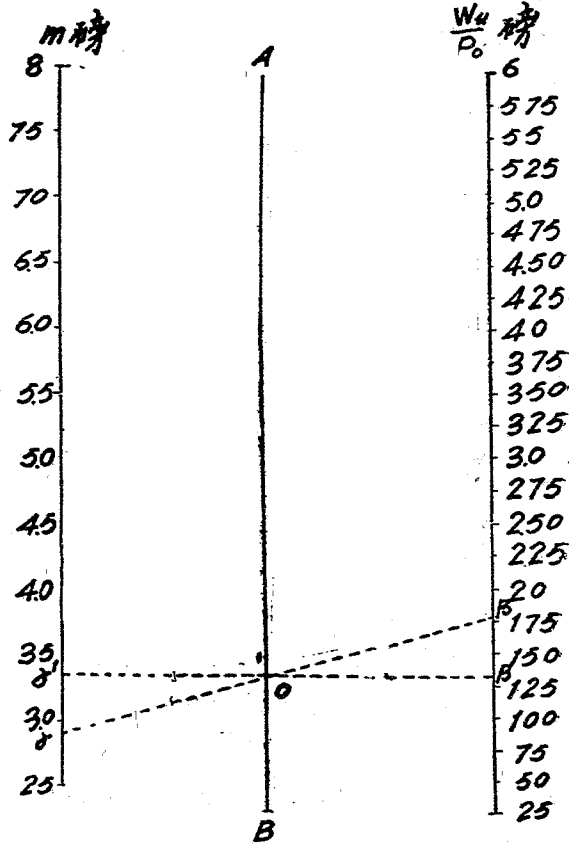
$$m + \frac{W_u}{P_0} = \text{恆數}$$

一具發動機以 m 及 $\frac{W_u}{P}$ 值為特性，於第七十八圖

兩旁之比例尺得 α 點及 β 點。連接 α 及 β 點之直線與
 直線 AB 相交於 O 。其他經過 O 之直線 α' β' 於兩旁比

例尺上得等發動機特性之 m' 及 $\frac{W_u}{P'_0}$ 值。

例。——設 $W_u = 620$ 磅，發動機是一具 350 匹馬
 力者，且全部推進器每匹馬力之重量為 2.9 磅。決
 定一切同比耗量之等量發動機，祇須得出 m 及 m' 之
 推進器每匹馬力重量，



第七十八圖

$$\frac{W_u}{P_0} = \frac{620}{350} = 1.77 \text{ 磅}$$

$$m = 2.9 \text{ 磅}$$

此二值可得出直線 $\alpha\beta$ (第七十八圖)。一切經過 O 點之直線可決定一具等量發動機。此則指示一具等量發動機為

$$m' = 3.53 \text{ 磅}, \quad \frac{W_u}{P_o} = 1.32 \text{ 磅}$$

由此

$$P_o = \frac{620}{1.32} = 4.69 \text{ H. P.}$$

一具 469 H. P. 之發動機，其推進器包含每匹馬力重量 533 磅，是一具等量發動機。裝配此種發動機之二架飛機總重量比例是

$$\frac{W'}{W} = \frac{469}{350} = 1.34$$

此指示設計員於運用時發出之誤差，因一架能載 620 磅有用載量之飛機，雖能有較小重量之等量發動機，其發動機為較大之動力。

問題。—— 一具發動機為推進器之一部，其重量每匹馬力是 m_o 磅，其每匹馬力小時之消耗是 m_1 磅

之汽油與滑油。第二具發動機亦有 m_o' 及 m_1' 相同性質之值。有用載量 W_u 已固定，其汽油及滑油是為二具等量發動機而消耗，則飛行時間究為若干？

此處

$$m = m_o + m_1 x$$

$$m' = m_o' + m_1' x$$

等量之情況

$$m' - m = W_u \left\{ \frac{1}{P_o} - \frac{1}{P_o'} \right\}$$

而得

$$x(m_1' - m_1) = m_o - m_o' + \frac{W_u}{P_o} - \frac{W_u}{P_o'} \dots (145)$$

專指此點而言之，若二具發動機是有相同之動力

$$x = \frac{m_o - m_o'}{m_1' - m_1}$$

例。——用一具架裝配 $P_o = 300$ 馬力固定發動機之飛機，因其

$$m_o = 3.1 \text{ 磅每匹馬力}$$

$$m_1 = .55 \text{ 磅每匹馬力小時}$$

假設 $W_u = 660$ 磅。以此與高耗量之輕旋轉發動機相比較，其動力是 P'_0 ，並

$$m'_0 = 2.4 \text{ 磅每匹馬力}$$

$$m'_1 = 0.9 \text{ 磅每匹馬力小時}$$

得出

$$0.35x = 2.9 - \frac{660}{P'_0}$$

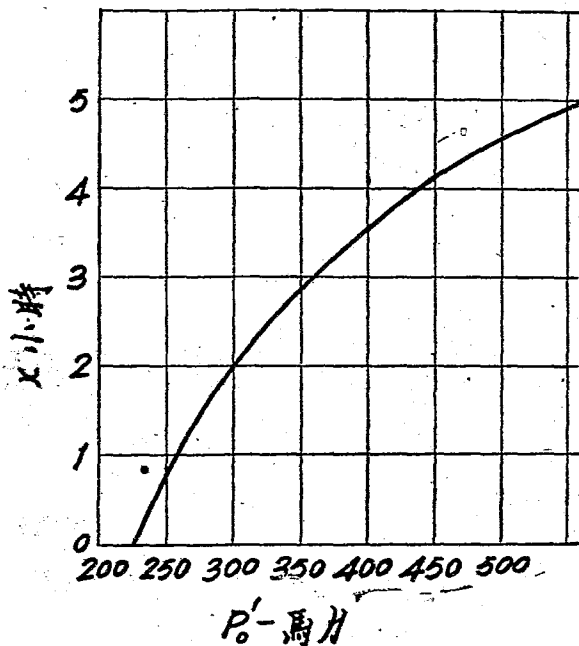
在第七十九圖中，所繪之線用以指示飛行鐘點 x 為 P'_0 之函數，此則特別指示者，若 $P'_0 = P_0 = 300$ 馬力，當 $x = 2$ 小時，其發動機為等量。

在二小時以下之飛行，可用較小馬力之旋轉發動機以替代固定發動機。為較久時間之飛行，則必需有較大馬力之旋轉發動機；此則變為運用旋轉式發動機之劣點。

在飛行開始時飛機過分載重

長時間之飛行如執行轟炸任務，駕駛員於任務之初多使有機過分裝載，是以其總量較平時者為大。

重復研究在頂點上飛行之公式，



第七十九圖

$$WBV_h = 550 \eta_s P_o P_h \dots\dots\dots(146)$$

$$W = \frac{P_h}{\rho_o} K_v AV_\alpha^2 \dots\dots\dots(147)$$

其中

W 代表飛行之總重

B 在最小動力之衝角上飛機之長短比。此為飛機之一恆數。

V_h 在頂點 h 上之飛機速度

η_s 螺旋槳之效率

μ_h 關於頂點之比例 $\frac{H}{760}$

使分析簡單，則須設定空氣密度是祇與氣壓成正比。係數 K_v 與最良角相符者，是一恆數，而支持

力公式指示 V_h^2 與 $\frac{W}{\mu_h}$ 同比，並於他方面，動力公

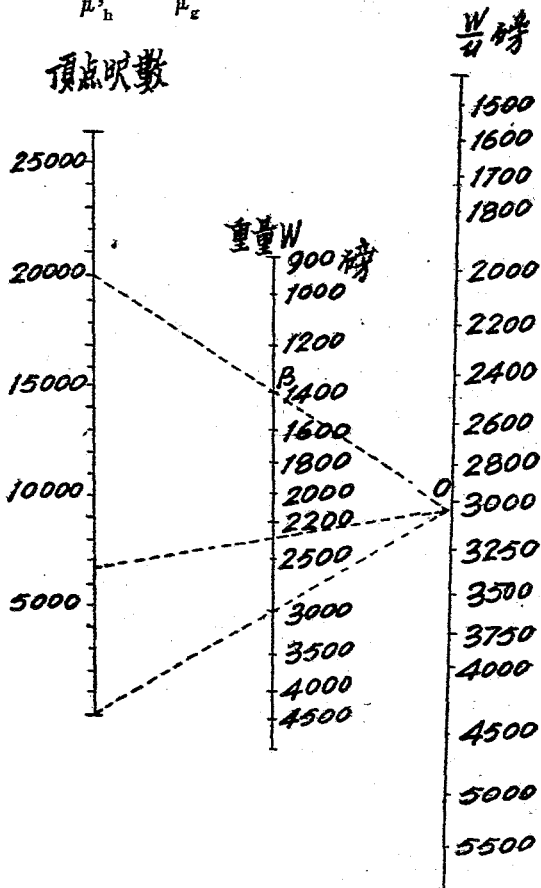
式(146)指示 V_h 是與 $\frac{\mu_h}{W}$ 同比。由此 V_h 為恆數，支

持力公式又指示此是與 $\frac{W}{\mu_h}$ 之情況。故

定理。——不論飛機之過分載量如何， μ 在頂點之 μ_h 值是與總重同比，並頂點速度是恆定。

故一架飛機若載普通載 W 磅，並有一頂點 h ，此是使其過分載重以致總重變為 W' ，此則有一新頂點 h' ，得之如下式

$$\frac{W'}{\mu'_h} = \frac{W}{\mu_g} \dots\dots\dots(148)$$



第 八 十 圖

此項比例代表一種載量，其載量保持飛機在地平面上。第八十圖之 *nomogram* 代表此項關係，第三種比

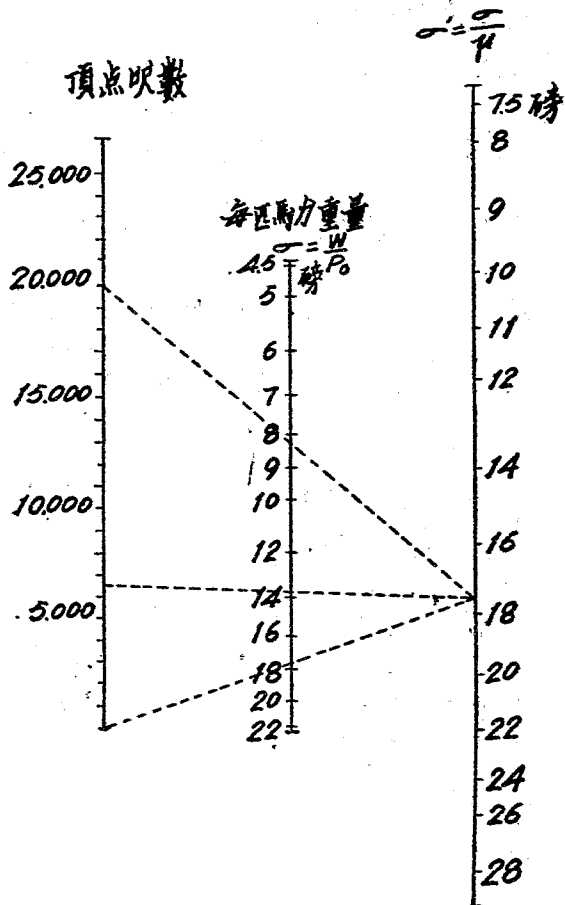
例尺 $\frac{W}{\mu_h}$ 得出之載量是防阻飛機離開地面者。例如一架飛機普通重量 1400 磅，並有 20,000 呎之頂點。

連接 h 及 w 之直線 $\alpha\beta$ 與 $\frac{W}{\mu}$ 比例尺在 O 點上相交。一切直線經過 O 點者均得出合於公式(148)之 W' 及 h' 值。

若飛機載至 2300 磅，則其頂點 h' 在 6600 呎上；因有 3000 磅之總重，飛機不能離開地面。發動機動力 P_0 為恆數，每匹馬力之重量是與 μ_h 同比，有如總重。

再畫出與前相似之 *nomogram*，以每匹馬力之重量為變數。比例尺 $\frac{\sigma}{\mu_h}$ 得出每匹馬力之重量是祇能使飛機在地平面上飛行者。

已述之機有普通載量每匹馬力重量 8.3 磅，若其過分載重增加馬力至約 13.8 磅，則有 66000 呎之頂點



研 八 十 一 圖

，但在每匹馬力重量17.6磅之下則不能離地起飛。

注意。——在第八十一圖之 *nomogram* 中，重量比例包括之範圍是由 900 至 4500 磅，若研究之飛機有超

過其範圍之重量，祇須取出重量之 $\frac{W}{k}$ 之分數，並

所得來之結果用 k 相乘而求 W' 。

第 十 一 章

活 動 半 徑

此處所研究之問題，是爲一架飛機於平靜大氣中飛行，而決定飛行之最大航程 L 。設

P_t 在時間內之發動機馬力。

Q 飛行開始中汽油與滑油之總量磅數。

Q_t 在時間 t 內所耗汽油之重量磅數。

m 每匹馬力每小時之汽油及滑油比耗量磅數。

W 飛機在飛行開始時之總重磅數

$W_t = W - Q_t$ 在時間 t 內飛機重量磅數。

假設高度之修正引用於(carburaton system)，則比耗量是恆定，且與高度無關。在時間 dt 秒鐘內所用燃料及滑油重量是

$$dQ_t = \frac{m P_t}{3600} dt \dots\dots\dots(149)$$

若 B 是飛機之長短比，在時間 t 上之動力公式是

$$W_t BV = \cdot 77 P_t \times 550 \dots\dots\dots(150)$$

以 0.77 為螺旋槳效率。

用 (150) 所得之數加入 (149) 之 P_t 值，而得

$$d Q_t = \frac{m W_t B V dt}{3600 \times 0.77 \times 550} \dots\dots\dots (151)$$

在飛行路線稍向上傾斜情況中，其路線之水平投影可認為真路線，是以

$$V dt = d L$$

故最後

$$d Q_t = \frac{m W_t B d L}{1,523,000} \dots\dots\dots (152)$$

由此

$$g L = = \frac{1523 \times 10^3}{m B} \times \frac{d Q_t}{W_t} \dots\dots\dots (153)$$

在研究時間內，為一指定耗量 $d Q_t$ ，所行之距離當 B 為最小時變為一最大者。故——

駕駛員須在最小曳進力之衝角上飛行，且須保持此種角度於整個飛行中。

特性 B 是恆定，且與其最小值相等。

在公式 (153) 中用 $W - Q_t$ 以替代 W_t 而得

$$dL = \frac{1,523,000}{W B} \times \frac{dQ_t}{W - Q_t}$$

於 $Q_t = Q$ (初期), 及 $Q_t = 0$ (飛行末期) 限制內用積分法, 如是

$$L = \frac{1,523,000}{m B} \log_e \frac{W}{W - Q_t},$$

或在普通 *logarithms* 中,

$$L = \frac{3,510,000}{m B} \log \frac{1}{1 - \frac{Q}{W}} \dots\dots\dots(154)$$

此是必要之公式, 指 L 之取數。例如假設 $m = .55$ 磅每匹馬力小時, 且 $B = .12$ 。

爲比例 $\lambda = \frac{Q}{W}$ 之各值代表燃料及滑油所佔總重之分數, 則一架飛機於平靜大氣中其可能飛行之最大距離是得自下式

$$L_k = 10^4 \log \frac{1}{1 - \lambda} \text{ 哩} \dots\dots\dots(155)$$

下列之表指示 L_k 之值而爲 λ 之各值: —

第 十 七 表

$\lambda = \frac{Q}{W}$	$Lk = 10^4 \log \frac{1}{1-\lambda}$	$\lambda = \frac{Q}{W}$	$Lk = 10^4 \log \frac{1}{1-\lambda}$
	哩		哩
•10	459	•31	1625
•11	509	•32	1687
•12	559	•33	1743
•13	609	•34	18 8
•14	663	•35	1875
•15	713	•36	1938
•16	763	•37	2000
•17	813	•38	2072
•18	869	•39	2150
•19	919	•40	2227
•20	969	•41	2300
•21	1025	•42	2374
•22	1081	•43	2450
•23	1136	•44	2525
•24	1193	•45	2600
•25	1250	•46	2678
•26	1313	•47	2758
•27	1375	•48	2845
•28	1431	•49	2936
•29	1486	•50	3050
•30	1550		

在第八十二圖中， Lk 之 *nomogram* 是 Q 及 W 之函數

此表及 *nomogram* 是以 m 及 B 為 $\cdot 55$ 及 12 值而分別列出，且為 m 及 B 之他值而推出飛行之最大航程，則

祇需以 L 得出之值與 $\frac{12 \times 55}{m B}$ 相乘。

例。—— 下列之數是一種飛機之普通成分之重量：——

重量(無有用載量，或無燃料與滑油量)	= 2180 磅
有用載量	= 680 磅
燃料與滑油	= 450 磅
總重	= 3310 磅

每匹馬力重量 = 11.9 磅

頂點 20,000 呎

若飛機用完全馬力在地平面上飛行，若其燃料及滑油之供給足敷 2½ 小時之飛行，則飛機在地平面上能有 112 *m. p. h.* 其飛行之航程約 280 哩。

現已決定在指示最小長短比 B 之衝角上能得到飛行之最大航程。

(a) 以上述之燃料及滑油之重量，

$$\lambda = \frac{450}{3310} = .136$$

設 $B = \cdot 13$ 及 $m = \cdot 60$

則得 $Lk = 545$ 哩。

(b) 實際上飛機於開始飛行中是過分載重。假設飛機頂點在起飛之際是 6600 呎，第八十圖之過分載重 *nomogram* 指示總重約 5500 磅。

此則說明所載過餘之燃料及滑油是等於 $5500 - 3310 = 2190$ 磅。所載燃料及滑油之總重在此種情況之上是 $450 + 2190 = 2640$ 磅。

$$\lambda = \frac{2640}{5500} = \cdot 48$$

又

$$Lk = \frac{\cdot 54 \times \cdot 12}{\cdot 60 \times \cdot 13} \times 2845 = 2410 \text{ 哩。}$$

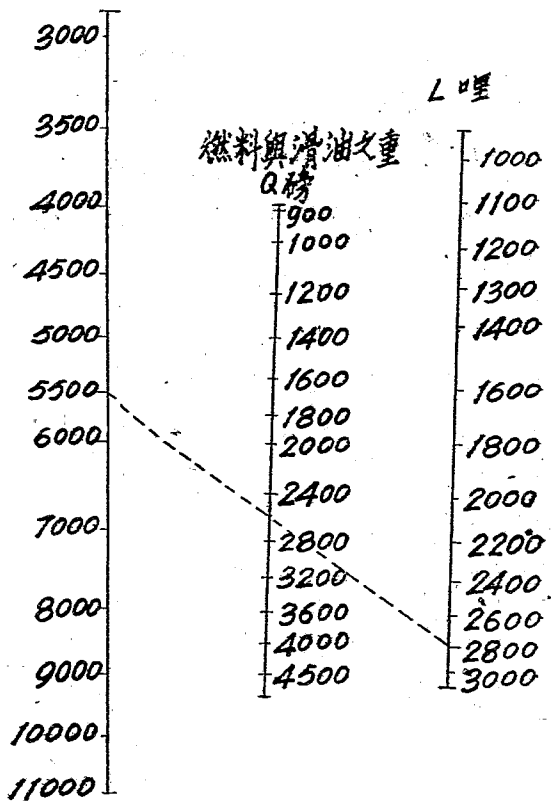
決定經過飛行最大航程之半數所費之時間。

說明活動半徑之公式 (154)，指示相同之飛機於一指定距離中飛行所耗之燃料及滑油重量，是與開始飛行時之總重成正比例。

研究一往返路線程，其去程與回程在同一距離之路線上，飛行開始中之總重是 W ，去程所耗汽油及滑油量是 x 磅。在回程中，其耗量是 y 磅，最初總重

是 $W - x$ 。

總重 W 磅



第 八 十 二 圖

每種情況所經過之距離均相同，

$$\frac{x}{W} = \frac{y}{W-x} \dots\dots\dots (156)$$

此即

$$y = \frac{x(W-x)}{W} \dots\dots\dots (157)$$

假設飛行之初有總重 W ，若消耗至研究時間者為 x 磅，此公式指示回程必需燃料及滑油之重量。

去程及回程中所耗之差為

$$x-y = x - \frac{x(W-x)}{W} = \frac{x^2}{W} \dots\dots\dots (158)$$

故：——

為飛行初之指定總重 w ，在回程中耗量之減小，是與去程之消耗成平方之增加。

開始中所載燃料及滑油重量為 Q 磅，若駕駛員欲返起飛點，則彼須於

$$y = Q - x$$

即

$$Q - x = \frac{x(W-x)}{W}$$

則得出下列第二方程之公式：——

$$x^2 - 2Wx + WQ = 0,$$

其中根號所適用者是

$$x_1 = W \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Q}{W}} \right)$$

或

$$x_1 = \frac{Q}{1 + \sqrt{1 - \frac{Q}{W}}} \dots\dots\dots(159)$$

故：——

爲一總重 W ，燃料及滑油重量 Q 磅，當耗量是 Σ_1 磅時，飛機已經過最大距離之半數，且在此時期若駕駛員欲再至其起飛點，彼須轉回。

回程之耗量是

$$y_1 = Q - x_1$$

回程之完成可以確定，因爲駕駛員用飄飛方法可將發動機停止而於落地前經過極長之距離。

例。——如是爲 $\frac{Q}{W} = .3$ ，當 $\frac{x}{Q} = .545$ 時，總距離

之半數已飛過；因之， $\frac{y}{Q} = 1 - \frac{x}{Q} = 0.455$ 。

轟炸機之情況。

開始時之總重為 W ，燃料與滑油耗量為 x 磅，駕駛員擲下 Q' 磅之炸彈時，於回程中，彼耗去 y 磅之燃料及滑油。

在回程之初，總重是 $W - x - Q'$ 。如以前之情況，為回程與去程之耗量，每種可與最初每期之總重成比，此即

$$\frac{x}{W} = \frac{y}{W - x - Q'}$$

由此

$$y = \frac{x(W - x - Q')}{W} \dots\dots\dots (160)$$

此種公式於去程及回程耗量間備有極普速之關係，開始總重及炸彈重量為已知數。此可列如下式

$$y = x - \frac{x^2}{W} - \frac{Q'x}{W} \dots\dots\dots (161)$$

第一項數 $\frac{x^2}{W}$ 代表經濟度，此係於回程中由耗去燃料及滑油使飛機減輕而來。第二項數 $\frac{Q'x}{W}$ 是因為擲下炸彈而減去之重量。

若轟炸地點在一指定之距離，總重之分數 $\frac{x}{W}$ 代表經過此距離之燃料及滑油耗量。

由此其結論

(a) 因擲下炸彈使燃料及滑油之經濟，是與去程之耗量成比，並與炸彈重量對於飛機之開始總重之比例成正比。

(b) 若轟炸地點已固定，其經濟度是與擲下炸彈重量成比。

設 Q 為開始所載汽油及滑油之重量。

$$x + y = Q,$$

故由此

$$Q - x = x - \frac{x^2}{W} - \frac{Q'x}{W}$$

此可列如下式

$$\frac{Q}{W} = \frac{x}{W} \left(2 - \frac{Q'}{W} \right) - \frac{x^2}{W^2} \dots\dots\dots (162)$$

此公式，及活動半徑之公式，指示一種方法用以解決轟炸中之各種問題。

1. 若轟炸地點已固定，比例 $\frac{x}{W}$ 可應用公式決定活動半徑對於目的之距離。

上述之公式指示為轟炸保留之總重分數之一函數 $\frac{Q}{W}$ 。專指此而言，若總重已固定，燃料量之變化是依照擲下重量之直線函數。

2. 若總重及擲重已被固定，故此公式亦指示比例 $\frac{x}{W}$ 為燃料及滑油重量之函數，此則得最大距離而作可能轟炸之目的。

例。——飛機之總重已固定為 4400 磅。目的距離是 673 哩。假設燃料及滑油耗量為 .55 磅每匹馬力小時，並飛機長短比為 .12，如是 $\frac{x}{W} = .10$ 。

上述之公式指出

$$Q = 836 - \frac{Q'}{10}$$

若攜載 440 磅之炸彈，因之必要燃料及滑油重量為 792 磅。

去程中之耗量為 $\cdot 10W$ 或 440 磅，回程者為 $792 - 440 = 352$ 磅。去程中因減少燃料重量之經濟是

$$\frac{x^2}{W} = 44 \text{ 磅}$$

在經濟中由擲彈所結果者

$$\frac{Q'x}{W} = 44 \text{ 磅}$$

或去程與回程之差量耗數為 88 磅。

飛行中所得之情況

1. 發動飛在全部馬力之下繼續運用。—

設 P_0 為地平面上發動機之動力。在時間內，駕駛員

是在高度 Z ，此處之氣壓是 H 。以 $\mu = \frac{H}{700}$ ，如是

發動機之動力是

$$P_t = P_o \mu$$

動力公式指出

$$W_t BV = .77 \times 550 P_o \mu \dots\dots\dots(163)$$

使分析簡易計，假設係數 K_y 是祇與氣壓成正比，支持力公式則為

$$W_t = \mu K_y AV^2 \dots\dots\dots(164)$$

若衝角保持恆定，並等於最小曳進力之衝角， W_t 則與 μV^2 成正比。在他方面，由公式(163)中，此則指示 W_t 亦與 μV 成正比。

故速度 V 於全部飛行中是恆定，由此， $\frac{W_t}{\mu}$ 亦是

恆定。

設 Z_1 是在開始中之一種高度，在此高度中其角度為最小曳進力所得者，並 μ_1 為之相符值；又設 Z_2 是一種高度，在此高度中其燃料及滑油全被耗去，並 μ_2 為 μ 之相符值。此則得出

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{W-Q}{W} \dots\dots\dots(165)$$

第八十圖之 *nomogram* 可用以解決此公式。其中 a 與 β 之值是與高度 Z_1 及重量 W_1 相符合，調正後即得 O 點。以此點與重量 $W-Q$ 相調正則得最後高度 Z_2 。

在起飛與飛畢間之高度差是由下式得出，

$$dZ = 60,400 \log P$$

此即

$$dZ = 60,400 \log \frac{1}{1 - \frac{Q}{W}} \dots\dots\dots (166)$$

現所經過之最大距離是 ($m = .55$ 及 $B = .12$)

$$L = 104 \log \frac{1}{1 - \frac{Q}{W}} \text{ 哩}$$

故

$$\Delta Z = \frac{L}{870} \dots\dots\dots (167)$$

高度於飛行中所得之增加，是等於經過距離被 870 除得之數。

如此為 $\frac{Q}{W} = .3$ ， $m = .55$ ；及 $B = .12$ ， L 是等於

1540 哩，因之

$$\Delta z = \frac{1540}{870} = 1.77 \text{ 哩}$$

最小曳進力之角度，大約與飛機之實際頂點相符，此則是在理想頂點(最小動力之角)數百呎之下。故在飛行之初，駕駛員上昇幾至其頂點，並於總重量變小時，飛機自然漸漸上昇，同時於每時間內與重量相符之頂點保持正切。

最大之可能活動半徑是由於以最大的燃料及滑油量之裝載飛機而得來，是以起飛時其頂點高度極低。

速度 V 是恆定，飛行之耐久性是 $t = \frac{L}{V}$ 。

2. 飛機於全部飛行中在恆定高度上。

—— 上述飛行方法之劣點是飛機於長時飛行中得頗大之高度。

駕駛員於開始中可如前上昇至高度 Z_1 ，與全部發動機動力下最小曳進力之角相符。彼可於全部飛行中在此高度上飛行，係打門發動機之油門，保持

飛機大約與開度始高 Z_1 成正切。此處航程之耐久性較前者為大，頗為明顯也。

設 P_t 是於時間 t 內之發動機動力， $P_1 = \mu P_0$ 是在飛機於該時間內所得高度 Z_1 者之值¹，並 P_2 是在飛行之末者之值。在恆定高度 Z_1 上之支持力公式，

$$W_t = \mu_1 K_y A V^2$$

指示其速度是與重量之平方根成正比。

在他方面，動力公式

$$W_t B V = \cdot 77 \times 550 P_t,$$

指示發動機動力 B_t 是與 $W_t V$ 之積數成正比，而與 $W_t^{\frac{3}{2}}$ 成正比。

在飛行初末二期之速度是 V_1 及 V_2 ，故

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{W-Q}{W} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(1 - \frac{Q}{W} \right)^{\frac{1}{2}} \dots (168)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{W-Q}{W} \right)^{\frac{3}{2}} = \left(1 - \frac{Q}{W} \right)^{\frac{3}{2}} \dots (169)$$

因 V_1 及 V_2 之值各無區別，飛行速度 V_m 之平均值

可作為此項速度之平均值是以

$$V_m = \frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{V_1}{2} \left(1 + \frac{V_2}{V_1} \right) \dots\dots (170)$$

飛行開始之速度 V_1 是等於大發動機動力下之恆定速度 V 。此兩種情況中飛行持久性之比例是

$$\frac{t'}{t} = \frac{V_1}{V_m} = \frac{2}{1 + \frac{V_2}{V_1}}$$

故最後，

$$\frac{t'}{t} = \frac{2}{1 + \left(1 + \frac{Q}{W} \right)^{\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots(171)$$

下列之表為 $\frac{Q}{W}$ 之各值而指示 $\frac{V_2}{V_1}$; $\frac{P_2}{P_1}$, 及 $\frac{t'}{t}$ 。

第 十 八 表

$\frac{Q}{W}$	$\frac{V_2}{V_1} = \left(1 - \frac{Q}{W}\right)^{\frac{1}{2}}$	$\frac{P_2}{P_1} = \left(1 - \frac{Q}{W}\right)^{\frac{3}{2}}$	$\frac{t'}{t} = \frac{2}{1 + \left(1 + \frac{Q}{W}\right)^{\frac{1}{2}}}$
·10	·948	·85	1·026
·12	·938	·82	1·032
·14	·927	·79	1·039
·16	·916	·77	1·045
·18	·905	·74	1·050
·20	·894	·71	1·055
·22	·883	·69	1·060
·24	·871	·66	1·068
·26	·860	·63	1·075
·28	·848	·60	1·082
·30	·836	·58	1·090
·32	·824	·56	1·095
·34	·812	·54	1·101
·36	·800	·51	1·110
·38	·787	·48	1·120
·40	·774	·46	1·126
·42	·761	·44	1·135
·44	·748	·42	1·145
·46	·734	·40	1·152
·48	·721	·37	1·162
·50	·701	·35	1·172

上列之數可假設駕駛員由飛行開始中漸漸減小發動機之馬力。

非至一時機中，彼於飛行之末保持其所得之高度時，彼不必開始其演習，頗為明顯者也。

普通公式應用於任何飛機之減重。——假

設駕駛員用全發動機動力或半發動機動力 P_1 在高度 Z_1 上飛行，如是飛機之總重為 W_1 ，飛行公式是

$$W_1 B V_1 = \cdot 72 \times 550 P_1 \dots\dots\dots(172)$$

$$W_1 = \mu_1 K_y A V_1^2 \dots\dots\dots(173)$$

因之，於投下一枚或多數炸彈，或擲下 x 磅重之鎮壓物，則重量 W_1 變為

$$W_2 = W_1 - x$$

駕駛員不改變發動機之操縱，現欲在恆定衝角上飛行。

飛機上昇至一高度 Z_2 ，為此項高度之飛行公式則為(因發動機動力由 Z_1 至 Z_2 則與 μ 成正比)，

$$W_2 B V_2 = \cdot 77 \times 550 P_1 \frac{\mu_2}{\mu_1} \dots\dots\dots(174)$$

$$W_2 = \mu_2 K_y A V_2^2 \dots\dots\dots(175)$$

此項關係得出

$$\frac{W}{\mu_2 V_2^2} = \frac{W_1}{\mu_1 V_1^2}$$

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} W_2 V_2 = W_1 V_1$$

此即

$$\frac{W_2}{\mu_2} = \frac{W_1}{\mu_1} \times \frac{V_1^2}{V_2^2}$$

$$\frac{W_2}{\mu_2} = \frac{W_1}{\mu_1} \times \frac{V_1}{V_2}$$

故： $V_2 = V_1$ ；速度並未改變，並

$$\frac{W_2}{\mu_2} = \frac{W_1}{\mu_1}$$

因燃料及滑油耗量而減輕之機重所得之結果是普通方面者。因重量減輕所得高度之增加是

$$\Delta Z = 60,400 \log \frac{W_1}{W_2} \dots\dots\dots (176)$$

特別的，若飛機之最初頂點是在高度 h_1 ，新頂點是在高度 h_2 ，此則：

$$\frac{\mu_{h_2}}{\mu_{h_1}} = \frac{W_2}{W_1}$$

第八十三圖為第八十圖之 *nomogram* 所成，是以減重問題係照下列之關係而得解決。

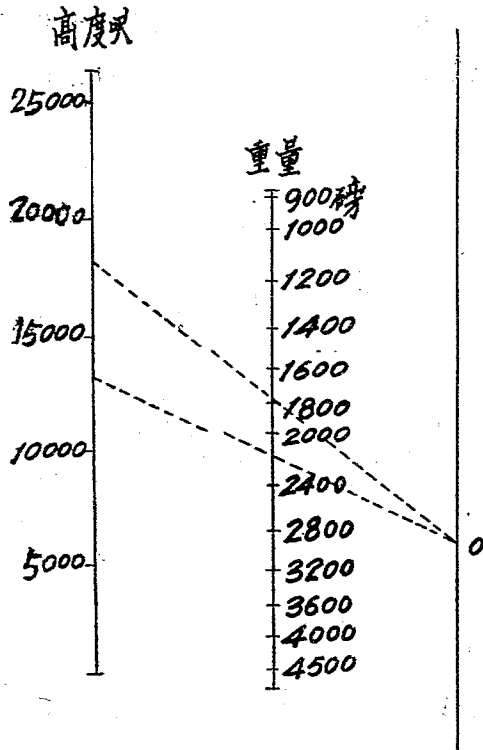
$$\frac{W}{\mu} = \text{恆數}$$

重量比例尺之範圍是由 900 至 4500 磅。

若總機重超過 4500 磅，或不能得到比例尺之方便記載，則必需為一切重值減為公因數。

例。——一機重 4400 磅攜載炸彈 770 磅，在 13,200

天上飛行，此項高度足以代表上述重量之飛機能有之實際頂點。機於投彈後，則其重量約 $4400 - 770 = 3630$ 磅。爲用第八十三圖之 *nomogram* 方便計，將一



第八十三圖

切重量數被二除之。

以 13,200 呎高度與 2200 磅之重量相定線。此則於基線上得 0 點。再用 0 點與新重量(1815磅)而定線，則得新高度 18,200 呎，在此高度上，飛機於以前相同情況中飛行，故高度之增加是 5,000 呎。

第十二章

安 定

於一固體物之普通運動中，

I. 重心之運動有如整個物質點集中於該處，並係由外力所激動。

此定理已施用於各種飛行情況飛機重心運動之研究。

II. 無外力之變化，運動於重心是相同，有如重心已固定。

於置響上，設 a 為每時間中重心之加速。應用各初級物質 m 力—— $m a$ ，一切力均係平行，並與物質成正比，其合成力是—— $M a$ 應用於重心 G 上， M 是該物之總質。重心認為固定。此種初級力之含有於 G 之任何頃刻旋轉中並不改變，因此力有一合成力經過此點，此即其合成力對於經過 G 點之任何軸是零數。

故運動相同，有如物體懸在 G 點上，用相同外力如前法加於其上。

注意。——以此理論應用於物體之其他H點，再研究此點上之運動，有如用相同之力如前法加於其上者，頗為錯誤也。

使H點固定，其在每時間之加速是 a' ，力—— ma 是應用於各初級質 m 。一切初級力有一合成力—— Ma' 應用於重心上。正確言之，此則指示H點之固定係由含有外力之慣力 Ma' ，加於重心上。此則相同，有如因物重而來之重心加速，被幾何差 $g - a'$ 替代然。

結論。——對於重心解決外力，此則等於單獨合成力 GR 決定重心之運動，及 GK 軸之中央偶力 (*couple*) 決定重心上之旋轉。

假設一機於某種已知飛行情況中飛行；並由外面原因傳給少數衝動 (*impulse*) 或一系衝動，其平衡性能自為恢復耶？抑此機將達到危險高度耶？此即安定問題也。

定義。——一機當其分離平衡位置復自然得到該位置時是為安定。

理論上，重心之任何旋轉改進飛機各點之速度，

而於空氣抵抗力中加入變化，因之於重心運動中。

於安定研究中，假定重心運動之迅速，對其移動無極大之影響為限。

又假定螺旋槳之曳進力是應用於重心上。其實際位置之影響容後討論之。

為已述之各種飛行路線，而假定水平直線飛行有相同之情況，曳進力是應用於重心上。由此而推得定理。——一切飛機當其用馬力飛行時得保持其安定，其於直線降落是安定。

在軸上立刻旋轉經過任何重心，可解為三種互相垂直軸上之三種初級旋轉。

故須注意此三種初級基本運動。

(a) 在水平面上經過重心，並與對稱面成垂直者，
名曰“縱面安定”。

(b) 在水平軸上沿飛行線者名曰“側面安定”。

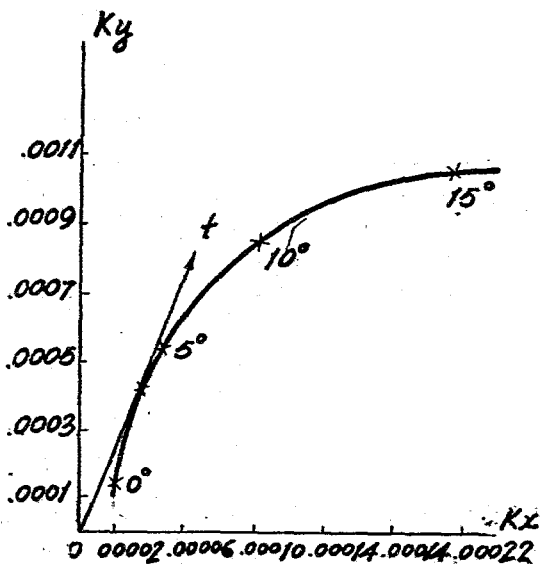
(c) 在垂直軸上經過重心者名曰“方向安定”。

三種操縱器能助駕駛員使其機在此三種軸上旋轉

爲縱面，側面，及方向面轉彎，必須注意其安定也。

(a) 縱面安定

衝角變化時，因空氣在翼面所生之合成力 R 是在時稱面中。決定其位置，祇須知道二通經 (parameters)：例如，力在對稱面劃過之點，及其關係翼弦 (wing-



第 八 十 四 圖

chord) 之傾度。

1. 例如研究一段如第八十六圖斜罩之二平行翼，其特性如第八十四圖。

β 角是由力 R 與垂直飛行路線之方向所成，列於下公式中

$$\tan \beta = \frac{K_x}{K_y}$$

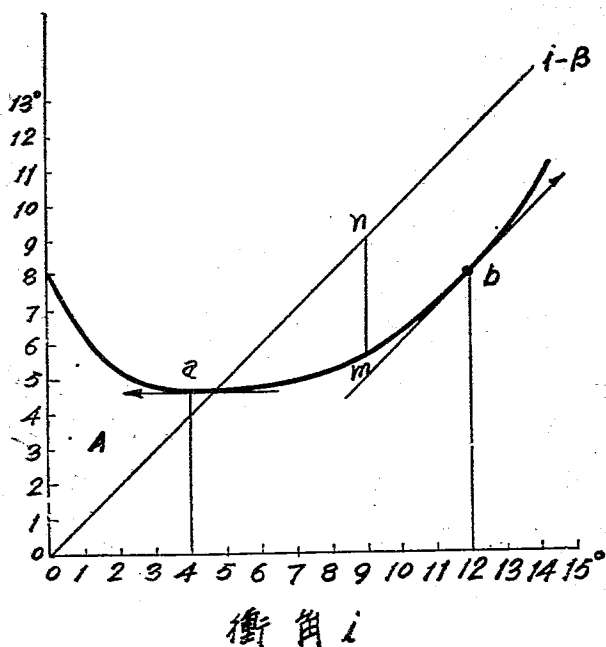
此 β 角有一最小值，與圖中之 ot 切線由起點 O 劃出者相符合。 β 與 i 之變化顯明於第八十五圖中；最小值 $4^\circ 35'$ 是為衝角 4° 而得出者。合成力 R 之傾度 α 對於翼弦公同垂直是

$$\alpha = i - \beta$$

當 R 降落垂直之前，此是正數。

於第八十五圖中，劃出 $i = \beta$ 線分開軸間之角。此線之縱線及曲線 β 之縱線間之差得出 i 之各值，此係 R 對於垂直之傾度測量。

傾度最初是負數，此即 R 最初降於垂直之後（由 $7^\circ 50'$ 為 $i = 0$ ）；如是此則減小並變為零而為 4° 至 5° 間之衝角，如是又減小，經過最大數（等於 4° ）以為 12°



第 八 十 五 圖

之衝角；如是又減小。

得到此最大數是由於在曲線 β 上劃出一線與 $i = \beta$ 線成平行；此二線之縱線間之恆定差，是合成力 R 前之最大傾度。

為增加衝角之總和數， R 之移動是先由垂直後面

而至前面。垂直前之角度間隔，在衝角十度前變為最大數，其時前面運動則變至後面。

於前述之意為義中， R 之角度移置，應用於一般實用中之翼側面。

2. 在合成力 R 切斷對稱面上之直線，並與二翼弦成等距離之一點現可決定（第八十六圖）。在單翼情況中， R 切斷翼弦之一點亦可決定。

此點普通名為推力點 (*Centre of thrust*)。

以推力點之移置而研究 D 線之橫座線（第八十六圖），並以相符衝角為縱座線相對其垂直方向，則得到 ab 及 cd 二曲線。

小過 30° 度之衝角時，推力點則接近引緣，(*Leading edge*) 並得到其最小值約 5° 度左右。此時又行至尾緣 (*Trailing edge*)。負衝角則有 0° 至 10° 度範圍間之不安定時間，為此，則實際上不能決定推力點之位置。此為最大負角相近引緣而重現，由此又於普通方式向尾緣行動。

為一切實用翼形，曲線指示推力點之移置是與第

名爲翼之活中心曲線； R 是正切於曲線之活中心 m 上。

爲各衝角， R 點已知，且已名爲推力點，並 R 之方向是由其傾度向翼弦之垂直而定出。爲每架飛機，故能繪出一直線代表 R ，並此線之交叉接近於真正之包線 (*envelope*)。

R 之位置極傾向於引緣，與通徑固定方向之大數或小數相符合。此項位置，及其接近之位置可認爲平行；如是活中心是無限。故 R 之位置極傾向於引緣者，是活中心曲線之一 *asymptote*。對此例外之發生，若 R 傾度之推力點之運動亦照此意而改變； R 之二位置極爲接近，可認爲相合。直線 R 在垂線之前更遠，是對於活中曲線成雙正切線；相符活中心是一彎曲點一 (*inflexion*)。活中心曲線之普通式樣見第八十六圖中；此是由已研究之翼上而得來。

衝角由 0° 增至 12° 時，活中心劃出半圓弧 A 。*asymptote* 是在垂直前面更遠之位置；衝角是 12° ，並 R 之傾度在垂直前面者是 4° 。爲大過 12° 度之衝角，活中心劃出半圓弧 A' 。

爲縱橫線軸取直線 OX ，其上已決定 R 經過之點，並 OY 軸與其相垂直，設 m 爲 R 之角度係數， h 爲推力點至起點 O 間之距離。因數 m 及 h 均是衝角之函數。

直線 R 有公式

$$y = m(x - h) \dots\dots\dots(177)$$

用上公式及其對於 i 之第一次微分方法，決定 x 及 y ，則得到此類線之包線 (*envelope*)。因數 m' 及 h' 是 m 及 h 對於 i 之第一次推得數，其結果公式是：—

$$(x-h)m' - mh' = 0 \dots\dots\dots(178)$$

故活中心之縱橫座線是，

$$\left. \begin{aligned} x &= h + \frac{mh'}{m'} \\ y &= \frac{m^2 h'}{m'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(179)$$

此公式規定活中心曲線。

爲遠過垂直前面之位置， $m' = 0$ ，即可查出活中心是在無限上，合成力 R 是 *asymptotic*。但同時 $h' = 0$ 時，則發生例外；活中心是一彎曲點 (*inflexion*)。

於普通情況中，當 $h' = 0$ ，此與 ab 半圓弧之最高點相符合，指出推力點之移置，活中心為縱橫座線有——

$$x = h,$$

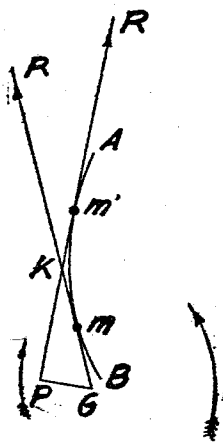
$$y = 0$$

如是此與推力點相合。

實用法 —— 假設因空氣在翼部以外動作所生之合成力 f ，如曳進力穿過重心。故合成力 R 亦須穿過 G 點。故平衡位置與活中心曲線上所繪之正切線相符合。若此點上不能繪出正切線，則不能平衡。若能繪出一正切線，則平衡位置之安定性依賴活中心正切線上之重心位置。

於所用之衝角附近，此即 0° 及 10° 之間，活中心曲線是一半圓弧 AB 之形狀，其凸邊向引線方面（第八十七圖）。此曲線指示傾側 (*incidences*) 是由 B 向 A 增加。

研究與正切 GR 相符之平衡位置，並假設飛機頃刻間機鼻向上，衝角則增為 di 。活中心是由 m 移至



m' ，抵抗力由 R 至 R' 。設 K 爲此二線之相同點。 R' 對於 G 所生之偶力 (couple) 在其臂上有距離 GP 。若 G 是在 K 下之正切上，則知偶力是一矯正者 (righting one)；若 G 與 K 相合，則偶力是零， G 在 K 上，則偶力更加大上傾動作。因 K 之有限位置是 m ，其結論是

第八十七圖 定理 —— 平衡之位置與由 G 所繪之正切相符者是安定，若 G 是在活中心下面。

若 G 是與活中心相合，平衡是中和；若 G 是在活中心上面，平衡是不安定。

構造翼之活中心曲綫，普通過低，因將重心置於活中心下面。故普通翼之構造是不安定。

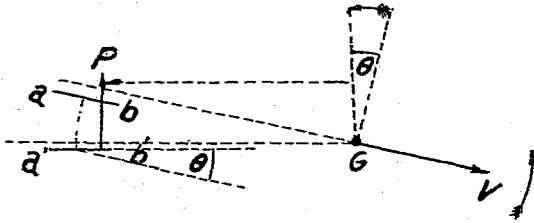
於最佳之情況中，重心是極近活中心；是以平衡頗爲中和。

翼之構造須有極佳之縱面安定，以便回復其平衡位置；於其稍離位置時，備有外加水平面⁶，或航

跡，位於風流後面及其中間，並常較翼本身向飛行路線傾斜為少。

第一研究者，在風道後向須固定，及在風道平面 ad 中。（第八十八圖）。

例如研究面安定，以一飛機用機鼻向 θ 角傾斜；因



第八十八圖

對風力之反應， ab 面得出 ρ 力，有恢復原來位置之趨勢。

為小衝角，假設 ρ 是與該面之面積，與速度 V 之平方，及與衝角 θ 均成正比，此則得下式

$$\rho = ka v^2 \theta$$

為小過 30° 之衝角，則 k 之值如下，

$$k = .000051$$

面積用平方呎數， v 用每秒鐘之呎數， θ 用度數

說明之。

反應 ρ 可作為與 ad 面成垂直，並在其長度四分之一由引緣上動作。

對於 G 之反應力距 (*moment*) 是

$$ka V^2 \theta \times d,$$

其內之 d 是穿過重心之垂直，及 ad 面之推力點間之距離。

ad 之積，係面之有效矯正特性，名曰力距 (*moment*)

。

一切其他數均相等，尾面所生之矯正偶力是與其力距成正比。

昇降面：一使駕駛員恢復其飛機之縱面安定，或變化其衝角起見，其設備方法於飛機之後面固定尾面上裝有一活動面 $a_1 b_1$ (第八十九圖)。此項活動面能在其引緣上旋轉，或在軸上成平行。昇降舵 $a_1 b_1$ 普通是一平面，在二面有相同之動作。因小衝角於實用中相同，並不大過 30° ，在此面上空氣之反應大約是

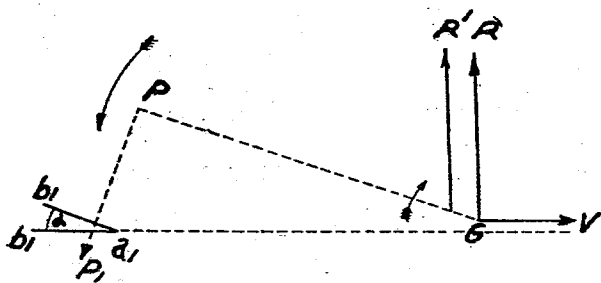
$$\rho = 0.00051 a V^2 \alpha$$

其中之 α 是度數。假設此面為長方形，推力點是在引線 a_1 之長度四分之一上。

1. 於大幅之縱搖動作中，駕駛員旋動此面，造成一增補矯正偶力。

2. 假設在飛行之任何指定情況中，駕駛員願增大衝角時，彼將昇降面稍向上傾斜，如 $a_1 b'_1$ (第八十九圖)。

在昇降面 $a_1 b'_1$ 上之空氣抵抗力是被引之向下。



第八十九圖

飛機之機頭向上， α 則增大。

翼上之抵抗 R 力備有尾面，由 G 至 R' 向尾後移動，因如此設備之翼是假定為安定。

當 R' 對於 G 之移動是與 ρ 之移動相等時，平衡

又得恢復。

在縱面震動後，新飛行路線與活動尾面之位置相符者重行得着，並能保持不變，若駕駛員不改變其操縱。相反之動作則減小其衝角。

少數飛機並無固定之尾面，但祇有活動之尾面。翼之構造方面若無尾面，普通是不安定，並易於感受中和，此點可由觀察得之也。

在縱搖動作不需要駕駛員干涉中，活動面之動作如已被固定。

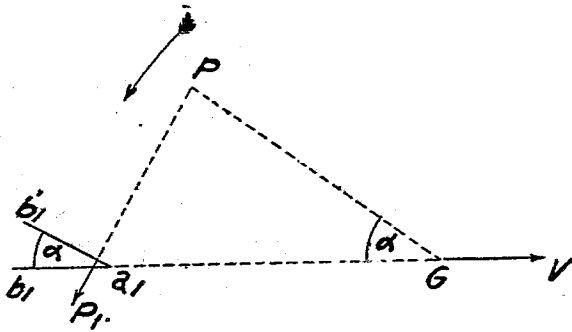
若駕駛員升起活動尾面，力 ρ_1 使機頭向上：翼不安定，抵抗力 R 是在 G 前行動，並使此運動有加重之勢。駕駛員如是須稍將尾面降下以制止此種驅勢。若其動作無影響，衝角增大以至尾面使其下面相觸，如是生出上昇反應，此則相抵合成力 R 之動作。於祇有活動尾面之飛機中，此種合成運動頗為微小，因機身面普通係用罩布，係用固定尾面，有重置飛機於飛行路線之趨勢。

尾面感覺性。(Tail Plane Sensitivity)——在前節中

，已假設尾面衝角 α 不大；因 α 有任何之值，空氣在平面上之反應可由 *Joessel's* 公式求得之，

$$\rho_1 = .0015 a V^2 \left\{ \frac{\sin \alpha}{.4 + .6 \sin \alpha} \right\} \text{磅} \dots (180)$$

其面積 a 是用平方呎數，速度 V 是用每秒種呎數



第九十圖

對於重心之力距 ρ_1 是 (第八十九圖)

$$M = \rho_1 \times GP$$

距之大小是尾面活動之特性；距之大小是有變化，但於與 G 有關之 $a_1 b_1$ 方向之變化極微。故假設於平衡位置中，尾面之 $a_1 b_1$ 方向經過 G —— 此情況普

通已證實(第九十圖)，此後則其合成偶力是

$$M = \rho_1 \times a_1 G \cos a$$

由引線 a_1 之應用點上 ρ_1 之距離則不注及。

此亦可列如下式

$$M = \cdot 0015 a V^2 \frac{a_1 G \sin a \cos a}{\cdot 4 + \cdot 6 \sin a}$$

此指示各種尾面位置，其合成偶力之變化是與下式同比

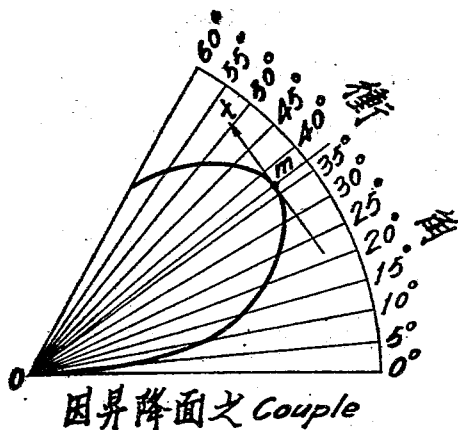
$$\frac{\sin 2a}{\cdot 4 + \cdot 6 \sin a}$$

顯示力距與 a 變化之曲線是見第九十一圖之 *Polar coordinates* 中。極 (*polar*) 角是衝角 a ，半徑代表力距之大小。

此距得到其最大值約在 37° 角度上。

在 0° 及 25° 之間，衝角之一切變化在偶力中生成頗顯著之變化。由 25° 起，因與最大點接近，感覺性頗低，在 37° 時為零數。故尾面角大過 20° 至 25° 者則不可用。

尾面補償。(Tail Plane Compensation) —— 因空氣在



第九十一圖

尾面動作之力已決定是為

$$\rho_1 = \cdot 0015 a V^2 \frac{\sin \alpha}{4 + \cdot 6 \sin \alpha}$$

其應用點對於引緣之距離是

$$x = l (\cdot 2 + \cdot 3 \sin \alpha)$$

其內之 l 是尾面之長度，假定為長方形。假設旋轉之軸是與引緣相符合，駕駛員操縱尾面必要之偶力是

$$C = \rho_1 \times x = \cdot 0015 a V^2 \frac{l \sin \alpha}{2}$$

此須注意者，當風流成直角衝上時， $\cdot 0015 V^2$ 代表空氣在尾面上所用之力。

第九十二圖指示曲線之形狀，得出必要扭力之變化如一衝角之函數。

為動作所必要之力是與衝角繼續增大，此處可以查出。

例。——一尾面包含二個半長方，在引線樞軸上旋轉，總面積約十平方呎。由樞軸緣至經過重心垂直之距離是十呎。設 $V = 165$ 呎每秒鐘。Joessel's 公式則為

$$P_1 = 385 \frac{\sin a}{\cdot 4 + \cdot 6 \sin a}$$

若 $a = 10^\circ$ ，此則得

$$P_1 = 112 \text{ 磅}$$

偶力之臂是

$$10 \times \cos a$$

因 $a = 10^\circ$ ，此則等於 9.85 呎 (大約數)。故由尾面所生之偶力是

$$112 \times 9.85 = 1100 \text{ 磅呎}$$

尾面之長度是16吋，由駕駛員所用之偶力是

$$C = \frac{0.0015 a V^2 l \sin a}{2}$$

$$= 385 \times 0.67 \sin a$$

由此，因 $a = 10^\circ$

$$C = 45 \text{ 磅呎}$$

尾面旋轉必需減小偶力，在旋轉軸接近其中心可將補償引入。

在 l 長度之長方形尾面情況中，推力點至引緣之距離是

$$x = l \left\{ 0.2 + 0.3 \sin a \right\}$$

假設最大尾面角為 30° ，推力點之極端位置是

$$x_1 = 0.2 l = \frac{l}{5}$$

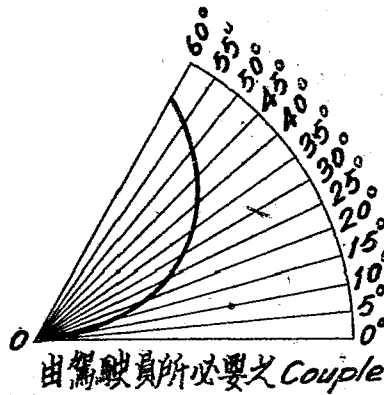
$$x_1 = 0.35 l = \frac{l}{3} \text{ (大約數)}$$

若旋轉軸是位於引緣及 $\frac{l}{5}$ 距離直線之間，尾面

之安定平衡位置是在風流之方向中。

若旋轉軸是位於引緣之線距離 $\frac{l}{5}$ 及 $\frac{l}{3}$ 之間，

尾面之安定平衡位置是傾於有風方面，如此其抵抗力 P_1 經過旋轉軸。



第九十二圖

此項平衡位不變，若因 α 減小，則軸上之推力點取向前之位置，且 α 有增大之趨勢。

最後之補償方法不可採用，因此發生最大危險，使尾面有平衡位置傾於風向之可能。

進而言之，駕駛員須度感覺尾面之空氣壓力，尤為必需，如此以便測量飛機之比速，並避免速度之

減小。

故旋轉軸不得位於推力點區帶中，但在引緣及線

距離 $\frac{l}{5}$ 之間。

尾面傾側在安定上之影響。——尾面包含一固定部分，由活動面所延出。機翼之活中心曲線於飛行角附近，常有半圓弧形，其凸邊向引緣，活中心運動之方向是由低向上而增加傾側。

研究一種情況，其翼部重心不變，翼之實驗活中心曲線對於重心較高，對於翼之傾角較小。

此意即由G向活中心曲線所繪之正切為大；因之安定性更佳。

結論。——翼之構造，務使空氣在其面上動作，有一合成力經過重心，或在重心之後。尾面等物裝配後，則可決定尾面之無昇力。

重心誤置是構造上之缺點。其結果使重心在翼之抵抗力之後面，此則於必要傾側上另加尾面於其上。

一完善中心飛機將其重心前面一部之重量移去，

或將機之重心後面過分載重，則必失去其本有能力。

若飛機在此情況中飛行，駕駛員為抵抗起見，須將操縱桿推之向前於下降位置中，如此給活動面傾側角，並由此減低飛機安定性。

飛機在此種情況下飛行者頗為危險。為避免疲倦之結果，多數駕駛員增大固定面之傾側。——手續方面免去，因傾角假設在機載上，可使飛機危險。

反之，若位於飛機重心後面之載重減小，或於前面過分載重，則安定性增大。駕駛員在此種情況下飛行，須拉動操縱桿以作上昇飛行，如此升起活動面。重心後面之壓艙物可被減少；但若減少過多，則飛機有翻身之虞。

進而言之，於轉彎飛行中，尾面需要方向舵之一半動作，升起過高之尾面有使轉彎動作加速之趨勢。

撮要。—— I. 過分載重於重心之後面，則使安定性減小，并使飛機飛行危險。

II. 過分載重於重心之前面，則使安定性增大，

但平衡過分，或使轉彎飛行危險。

螺旋槳軸位置之影響。——於平常飛行中，飛機之重量 W ，空氣總反動力 R ，及推進力 F 均是平衡。因 W 之方面經過 G ， R 對於 G 之運動須相等，並與 F 之方向相反。假設 F 在 G 之上面。

1. 若駕駛員欲作下降飛行而將其發動機停止，螺旋槳軸在 G 上面，力 R 使機上傾，並於縱搖動作之後，平衡性重行恢復於 R 及 W 之間。

2. 若駕駛員又將發動機開動， R 力之第一動作使機尾上傾，在再進之縱搖動作後，則平衡性於 F ， R 及 W 之間重行恢復。

若力 F 是在重心之下，其結論則相反，

1. 若駕駛員關閉其發動機而不致變尾面之位置，其所取之飛行路線是與最小衝角者相符合。

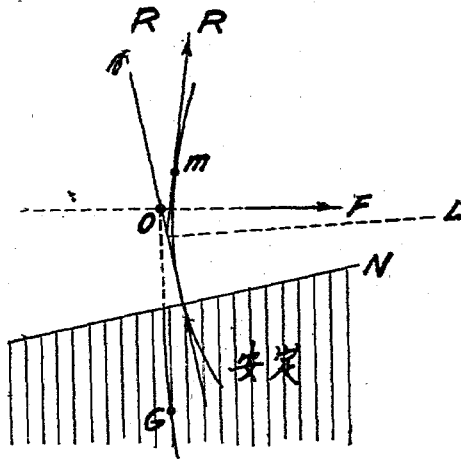
2. 若駕駛員又開動其發動機，衝角則增大。

設 R 為任何指定傾側，是因空氣在翼上動作所生之合成力， F 與推進力則表示其大小及方向（第九十三圖）。

F, R 及 W 三種力均須平衡，並是在同時。設 O 是 F 及 W 同在之點。平衡位置是與 O 向活中心曲線所之正切線相符合。

由 O 所繪之垂直部分有 G 點，G 點是在平衡位置而決定安定者。

因衝角有 di 之增大，R 變為 R' ，是以可認為 R' 與 R 相等。若 R' 對於 G 之動作是與 R 相等時，平衡則中和。



第九十三圖

G 位置之軌跡因其平衡是中和，故 L 綫劃分 R

及B'間之角度爲二分。在此範圍中，L在活中心 m 上，變爲垂直活中心曲線之N線。故垂直N將此圖分爲二區帶，一區帶與G之位置符合而指示安定之平衡，另一區帶與不安定之位置相符合。

由此可知者，若F經過G，平衡是安定若G是在活中心之下；故垂直N之下全區帶與安定相符合，其以上之區帶與不安定性相符合。故位於第一區帶垂直OP部分是與安定平衡性相符合。

垂直經過重心之決定。——精確決定重心，飛機之全載重是於飛行位置中測量之。

此則得起落架前輪上之淨重X，後面尾撐上之淨重Y，此二力之合成得出經過重心之垂直。

例。——

起落架上之淨重：X = 1,700 磅

尾撐上之淨重：Y = 192 磅

總重 = 1700 + 192 = 1,892 磅

二力間之距離 = 14 呎 6 吋

經過重心之垂直是在輪軸後面距離 x 上，此爲

$$1892 \times x = 192 \times 14.5$$

$$x = 1.47 \text{ 呎}$$

引緣是在輪軸前面 1.13 呎。故重心是在引緣後面 1.6 呎。

縱面安定之動力研究。

現研究裝於翼上尾面之縱面搖擺或縱搖動作。

螺旋槳軸是假定穿過重心。

I. 靜止的安定偶力。——例如機首稍向下傾斜，總抵抗力 $R = KAV^2$ ，移至重心之 R' 前(第九十四圖)

。其對於縱搖軸之運動是

$$KAV^2 l,$$

其中 l 是 G 由 R' 之距離 GP

設 θ 是一角度，此角度是於研究時間，由飛偏出其平衡位置所成。

函數 l 是 θ 之函數， $\theta = 0$ 時則消去。

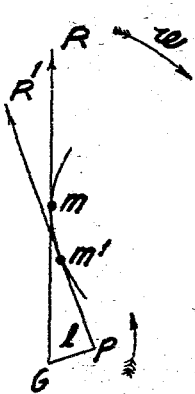
將此函數擴充之為一系，如是其最初之數大概是(假定 θ 為小數)

$$I = b \theta$$

故生出之靜止偶力爲其運動有

$$C_s = b KAV^2 \theta \dots\dots\dots (181)$$

並與偏差角成正比。



II. 挫折偶力。—— 重疊移動速度 V 之上有一旋轉角速度 w 在縱搖軸上(第九十五圖)。 R 點上之速度 V' 是移動速度 V 及旋轉速度 w 之合成者。

由垂直 GH 之 G 點繪劃出一線至方向 V ，並在對稱面中將該面分開爲二區帶。

第九十四圖

因此旋轉，一切翼之構造部分在 GH 之右方者，有各速度及衝角之增加。故其一切合成初級反動增大。在他方面，凡在 GH 左方之部分有其各速度之增加，但衝角則減小。故空氣壓力在 GH 之右方者要較左方爲大；旋轉動作中則生出挫折偶力。

故翼上之各點是用通經 α 及 r ，衝角 ϵ ，及相符之係數值 K 爲 $\frac{\omega}{V}$ 之一函數者所說明。

(2)

$$\frac{V'}{V} = \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha - \epsilon)} \dots\dots\dots (184)$$

故在翼上之各點， ϵ 是 $\frac{\omega}{V}$ 之一函數， $\frac{V'}{V}$ 亦是 $\frac{\omega}{V}$ 之一函數。

在所研究時間內之初級抵抗力 dR' 及無縱搖之開始抵抗力 dR 之比例是

$$\frac{dR'}{dR} = \frac{K' d\alpha V'^2}{K d\alpha V^2} = \frac{K' V'^2}{K V^2}$$

其中之 $\frac{K'}{K}$ 及 $\frac{V'}{V}$ 是各時間 $\frac{\omega}{V}$ 之二函數。

故比例 $\frac{dR'}{dR}$ 亦是 $\frac{\omega}{V}$ 之一函數，此爲 $\omega = 0$ 而減爲

單位。將此函數擴充之爲一系，如是假定 ω^2 及 ω

之最高乘罩忽略之，此則得

$$\frac{dR'}{dR} = 1 - a_0 \frac{\omega}{V}$$

其中之 a 是一恆數。

故在抵抗力中之初級變化是

$$dR' - dR = a_0 dR \frac{\omega}{V}$$

或

$$dR' - dR = a_0 K_d a V \omega$$

取一切對於縱搖軸運動力之和數，角速 ω 可加入一挫折偶力

$$a V W,$$

與速度 V 及角速 ω 成正比。

係數 a 變大，在平衡位置之衝角亦大，翼面之面積亦變大。

縱搖運動之公式。——全部物體在軸上旋轉，

如是慣力 I 對於軸之運動之積，在其角度加速 $\frac{d^2\theta}{dt^2}$

中，是與力之運動對於軸之和相等。以旋轉方向為

正，一切偶力是與運動相反，故是負數。

故縱搖動作之微分公式是，

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} = - \underbrace{b K A V^2}_{\text{靜止偶力}} \theta - a V \underbrace{\frac{d \theta}{dt}}_{\text{挫折偶力}}$$

用 $\frac{d \theta}{dt}$ 以替代 ω

故此則得，

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + a V \frac{d \theta}{dt} + b K A V^2 \theta = 0$$

特性公式是

$$I x^2 + a V x + b K A V^2 = 0$$

其根數是

$$x = \frac{-a V \pm \sqrt{a^2 V^2 - 4 I b K A V^2}}{2 I}$$

或

$$x = \frac{-a V \pm V \sqrt{a^2 - 4 I b K A}}{2 I}$$

第一種情況： $a^2 - 4 I b K A < 0$ ，一震搖運動與控

折動作。

設

$$\mu = \frac{\alpha V}{2I}$$

$$h^2 = \frac{4I b K A V^2 - \alpha^2 V^2}{4I^2}$$

微分公式之普通積分是

$$\dot{\theta} = e^{-\mu t} (A \sin ht + B \cos ht),$$

其中A及B是二恆數。假設在時間 $t = 0$ ， θ 是零數，如是 $B = 0$ ，故此

$$\theta = A e^{-\mu t} \sin ht \dots \dots \dots (185)$$

此是為挫折震搖之公式(第九十六)。在各時間中之縱搖運動之角速是

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = A e^{-\mu t} (h \cos ht - \mu \sin ht)$$

最初之衝動已使機分離其平衡位置，傳出一最初角速 ω_0 。

在前公式中，以 $t = 0$ ，而得

$$\omega_0 = Ah,$$

由此

$$A = \frac{\omega_0}{h}$$

設

$$\frac{\mu}{h} = \tan \phi;$$

角度 ϕ 是挫折動作之特性。

爲 ω 之公式，在用 $\frac{\omega_0}{h}$ 以替代 A ，及用 $\tan \phi = \frac{\sin \phi}{\cos \phi}$

以替代 $\frac{\mu}{h}$ 後，則爲

$$\omega = \frac{\omega_0}{\cos \phi} e^{-\mu t} (\cos ht \cos \phi - \sin ht \sin \phi),$$

故此運動用下列關係說明

$$\theta = \frac{\omega_0}{h} e^{-\mu t} \sin ht \dots\dots\dots (186)$$

$$\omega = \frac{\omega_0}{\cos \phi} e^{-\mu t} \cos (ht + \phi) \dots\dots\dots (187)$$

其中 θ 當 $\sin ht = 0$ 時則消去。

當 ht 由初值 $ht = 0$ 變化為 π ，或當 t 由其初值 $t = 0$

變化為 $\frac{\pi}{h}$ ， θ 角變為定期之零數。

恢復平衡位置，其運動認為在相同之方向，其所費之時間是

$$T = \frac{2\pi}{h} \dots\dots\dots (188)$$

設 θ_1 及 θ_2 是在時間 t_1 內之角振幅 $t_1 + T$ 為分開之定期，此則得

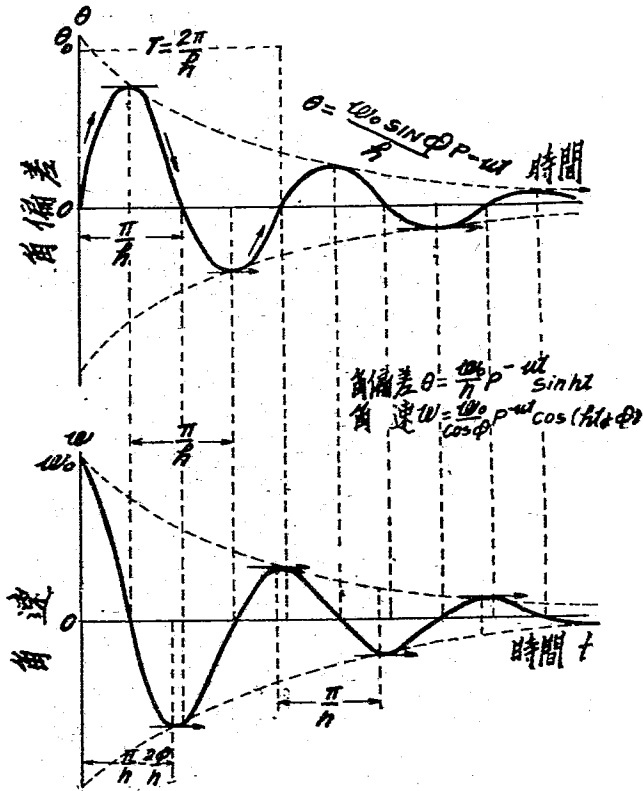
$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{e^{-\mu(t_1+T)}}{e^{-\mu t_1}} = e^{-\mu T}$$

或

$$\theta_2 = \theta_1 e^{-\mu T}$$

連縱振幅在定時時間內用比例 $e^{-\mu T}$ 作幾何級數之減小。

與最大振幅位置相符合之時間，其角度為零數。故其關係說明如下



第九十六圖

$$\cos(ht + \phi) = 0$$

最小根數是

$$t_1 = \frac{\pi}{2h} - \frac{\phi}{h}$$

其他根數是下式

$$t = t_1 + n \frac{\pi}{h}$$

其中 n 是任何整數。

一邊之振幅，及平衡位置之其他振幅，在等於半定期時間之時間內為最大。

故震搖是等時 (*isochronous*) 之震搖。平衡位置各邊之最大振幅與一種時間相符合，此時間內之 $ht + \phi$ 是 π 之乘數。公式 (186) 內 θ 之相符值是曲線之縱綫

$$\theta = \pm \frac{\omega_0 \sin \phi}{h} e^{-\mu t}$$

在運動開始時， $\omega = \omega_0$ 。當飛機第一次由最初方向又經過其平衡位置時， t 等於 $T = \frac{2\pi}{h}$ 。公式

(178) 指示 ω 是等於 $\omega_0 e^{-\mu T}$ 。當飛機第 n 次又經過其平衡位置時，

$$t = n\Gamma, \text{ 及 } \omega = \omega_0 e^{-n\mu\Gamma}.$$

在此運動之角度當飛機由最初方向經過平衡位置用比例 $e^{-\mu\Gamma}$ 成幾何級數之減小。

$$\text{當 } \frac{d\omega}{dt} = 0 \text{ 時，角速 } \omega \text{ 是一最大者，此}$$

則得

$$h \sin(ht + \phi) + \mu \cos(ht + \phi) = 0$$

用 $\tan \phi$ 以替代 $\frac{\mu}{h}$ ，此則得

$$\tan(ht + \phi) = -\tan \phi$$

最小根數是

$$t_1 = \frac{\pi}{h} - \frac{2\phi}{h}$$

其他一切根數

$$t = t_1 + n \frac{\pi}{h}$$

均是在半定期之分隔上。

最大角速得自於 $ht + \phi$ 等於 $-\phi$ 加 π 之乘數，

公式(187)指示 ω 之相符最大值，是曲線之縱線

$$\omega = \pm \omega_0 e^{-\mu t}$$

θ 及 ω 之變化曲線是第九十六圖所示之普通形勢

運動之定期是

$$T = \frac{2\pi}{h} = \frac{2\pi}{N \sqrt{\frac{4I\delta K\Delta - a^2}{4I^2}}}$$

或

$$T = \frac{2\pi}{V} \sqrt{\frac{1}{\frac{\delta K\Delta - a^2}{4I}}} \dots \dots \dots (189)$$

定期是最小，

1. 速度 V 愈大；其變化與速度成反比例。

2. 靜止安定偶力之係數 δ 愈大，此即尾面動作面得之運動愈大。因靜止偶力之臂減小，定期與尾面傾側同時增大。

故於安定性被減小時，定期則增大；縱搖運動之速率愈不明顯。

若欲將一機之震搖運動變為遲慢，是以其縱搖動作是不易感覺，活中心則須在活心之附近。安定性為一正確名詞故片形安定性 (*platform stability*) 為相反之因數。

3. 挫折偶力增大定期時間。

若 $\frac{a^2}{4I}$ 數因挫折偶力而來者忽略不計，可知定期時間之增加有如慣性運動之平方根。

運動被挫折愈速，係數 $\mu = \frac{aV}{2I}$ 則愈大，故速度變

大，而及慣性運動則變小。

此則說明慣性之小距發出一小定期時間之運動，及急速挫折動作。

在縱搖軸上之慣性動作，使全部物體作直線之移置；在昇降面動作之下，對於操縱之反應愈大，慣性動作採愈小。雖然，在一指定飛機上，不必過分注意慣性運動之影響也。將全部物體位近重心為妙，安定亦極少增大，飛機更不易載人。此有極多不便之處發生，係由於過分將全部物體集置於重心上

第二種情況：—— $a^2 - 4 I b K A = 0$ ；此則代表非定期之運動 (*nonperiodic or aperiodic motion*)。

運動之微分公式

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + a V \frac{d\theta}{dt} + b K A V^2 \theta = 0$$

此處有一雙根數 (*double root*)，即

$$x = -\frac{a V}{2 I}$$

因特性公式

$$I x^2 + a V x + b K A V^2 = 0$$

再取此式

$$\mu = \frac{a V}{2 I}$$

此微分公式之轉通解答是

$$\theta = e^{-\mu t} (A t + B)$$

其中 A 及 B 是恆數。

因 $t = 0$ ， θ 是零；故 $B = 0$

故運動之公式是

$$\theta = A e^{-\mu t}$$

在各時間中之角速是

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = A e^{-\mu t} (-\mu) \quad (I - \mu t) \circ$$

騷擾始動縱搖運動者，引起飛機之初角速 ω_0 。因 $t = 0$ ，由上公式得出；

$$\omega_0 = A$$

故運動之公式是，

$$\theta = \omega_0 t e^{-\mu t} \dots\dots\dots (190)$$

$$D = \omega_0 e^{-\mu t} (1 - \mu t) \dots\dots\dots (191)$$

角度 θ 由零數增至最大值 θ_m ，並在無限時間後又變為零數，(第九十七圖)此運動是非定期者(*aperiodic*)

。最大偏差是於角速為零數時而得；如是 t 等於 $\frac{1}{\mu}$

此種最大偏差是

$$\theta_m = \frac{\omega_0}{\mu} e^{-1} = \frac{\omega_0}{2.72 \mu}$$

角速最初者是 ω_0 ，並為 $t = \frac{1}{\mu}$ 而變為零。此又在

相反意義上增大，並當 $\frac{d\omega}{dt} = 0$ 時是一最大者，此

即

$$\frac{d\omega}{dt} = \omega_0 \mu c^{-1} (\mu t - 2) = 0$$

其根數是

$$t = \frac{2}{\mu}$$

w 之相符值是

$$w_m = -\frac{\omega_0}{c^2} = -\frac{w_0}{7.4}$$

其負號用以指示旋轉意為之變動。

在非定期運動之情況中，靜止安定之偶力是極小，為謀得震搖運動，則必需增加尾面動而增加此偶力之值。

第三種情況：—— $\alpha^2 - 4I\delta KA > 0$ ；此亦是
非定期運動。

設

$$\mu = \frac{\alpha V}{2 I}, \quad h^2 = \frac{\alpha^2 V^2 - 4 I b K A V^2}{4 I^2}$$

微分公式之普通解答是

$$\theta = e^{-\mu t} (A e^{ht} + B e^{-ht})$$

其中之A及B是二恆數。

如前方法以運動初期為時間之起源，如是 $t = 0$ ，此後 $\theta = 0$ ，故 $= -B$ ，公式則變為

$$\theta = A e^{-\mu t} (e^{ht} - e^{-ht})$$

由此

$$w = \frac{d\theta}{dt} = A e^{-\mu t} \left\{ (-\mu + h) e^{ht} + (\mu + h) e^{-ht} \right\}$$

故

$$w_0 = 2 A h$$

運動之公式是

$$\theta = \frac{w_0}{2 h} e^{-\mu t} (e^{ht} - e^{-ht}) \dots\dots\dots(192)$$

$$w = \frac{w_0}{2h} e^{-\mu t} \left\{ (-\mu + h) e^{ht} + (\mu + h) e^{-ht} \right\}$$

.....(193)

如以前之情況，飛機無震搖動作。偏差角 θ 由零度增至最大 w_m ，並無限時之後又變為零。

最大偏差是在 t 時間之末而得到，此則 $\frac{d\theta}{dt} = 0$ ，

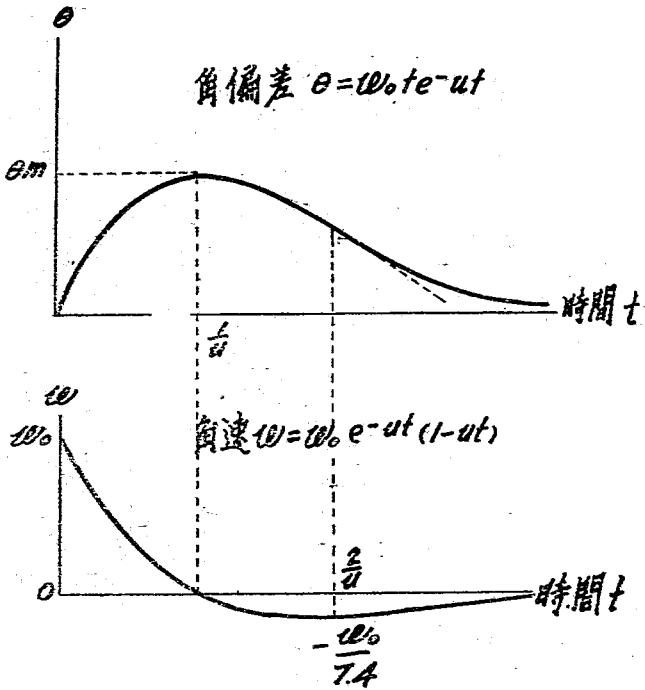
得

$$e^{2ht} = \frac{\mu + h}{\mu - h}$$

或

$$t = \frac{1}{2h} \lg_e \frac{\mu + h}{\mu - h} \dots\dots\dots (194)$$

角速為之值由 w_0 減至零數，改變其意義，在以前
 兩倍時間 $\left(\frac{dw}{d} \text{之根} = 0 \right)$ 變為最大者，並在無限
 時間後又變為零。第九十七圖內之曲線指示 θ 及 w
 之變化。靜止安定偶力是發出挫折震搖動作之。不
 充分幅度，如以前之情況，運動之定期時間是無限



第 九 十 七 圖

在非定期操縱運動之情況中。飛機較為穩定，此即保有最佳片形安定性，(Platform stability) 此是一種品質，與假設保有是種安定性者相反。

注意。I —— 因空氣反動合成力之移置所生之

安定偶力，負責恢復飛機至其平衡位置。若此為零數，則於動力中祇有挫折偶力。此可挫折縱搖運動之速度，但不可恢復飛機至其正確位置。實際言之，此種情況是於 $b = 0$ 時，運動之微分公式變為

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + a V \frac{d\theta}{dt} = 0$$

其特性公式是

$$I x^2 + a V x = 0$$

有根數 $x = 0$ $x = -\frac{a V}{I}$

取 $\mu = \frac{a V}{I}$ ，此公式之普通解答是

$$\theta = A + B e^{-\mu t}$$

因 $t = 0$ ， $\theta = 0$ ；故 $A = -B$ ，並

$$\theta = A (1 - e^{-\mu t})$$

現

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = A \mu e^{-\mu t}$$

故

$$\omega_0 = A \mu$$

因之，運動之公式是

$$\theta = \frac{\omega_0}{\mu} (1 - e^{-\mu t}) \dots \dots \dots (195)$$

$$\omega = \omega_0 e^{-\mu t} \dots \dots \dots (196)$$

角偏差由零值繼續增大，在無限時間之末達到一有限值 $\frac{\omega_0}{\mu}$ 。實際方面， θ 於最短時間內，得到一值與其有限值頗近似。角速由 ω_0 值繼續減小，並祇於無限時間之末全被挫折。

此項運動之成立，是為一翼其重心與其活中心相合；此處，靜止平衡是中和。

在他方面，若挫折偶力是零， $a = 0$ ，並運動之公式變為

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + b K A V^2 \theta = 0$$

取 $h^2 = \frac{b K A V^2}{I}$ ，普通解答是

$$\theta = A \sin ht + B \cos ht$$

因 $t = 0$ ， θ 是零；故 $B = 0$ 。

如是運動之公式變為

$$\theta = \frac{\omega_1}{h} \sin ht \dots\dots\dots(197)$$

$$\omega = \omega_2 \cos ht \dots\dots\dots(198)$$

此是一簡易擺垂運動。

縱搖運動之震搖可與擺垂者相比較，因此其空氣抵抗力動作如挫折因數，擺垂重量如恢復力。

注意。 II——假設騷動在重心運動之影響是極微小，此即， μ 頗大，足夠於重心速度之大小及方向受影響以前，挫折縱搖運動。

實際方面，飛機於縱搖運動進行之際，有一小垂直之移置。

震搖在其重心上時，此則輪流起落。

以此與移動運動相合併，此項垂直運動使飛行路線結果為一 *sine* 曲線形。

此項運動更進而挫折震搖運動。

(b) 側面安定

因 R 之移置是以速度之定向而定，此是 $\frac{\omega}{V}$ 之函數。爲 $\frac{\omega}{V} = 0$ 則變爲零數。設 $K A V^2 b$ 是此力對於飛行軸之運動。

將 b 擴大爲一系，如是大約第一數 $\frac{\omega}{V}$ 是最小者

$$b = b_1 \frac{\omega}{V}$$

故相符之偶力是

$$C_1 = b_1 K A V^2 \frac{\omega}{V} = b_1 K A V \alpha$$

或

$$C_1 = a_1 V \omega$$

其中 a 是衝角之恆定函數。

2. 第二種挫折偶力，是由空氣在飛機之暴露垂直面上動作而成(第九十九圖)。設 mn 是此項翼之一部分，位於飛行軸之距離 r 上。設 V^1 是移置速度 V 及旋轉速度 ωr 所合成。衝角 i 甚小，此部所生成之

初級抵抗力是

$$dR = K da V^2 i$$

其中之 k 是一恆數。此則與此項旋轉相反。

現

$$V'^2 = V^2 + \omega^2 r^2$$

ω 之平方 ω^2 是可忽略不計， V 可用 V' 替代。

在他方面，

$$i = \frac{\omega r}{V}$$

故此得

$$dR = kr da \omega V$$

此項初級之抵抗力距是

$$kr^2 da \omega V$$

並合成距是

$$kI'_1 \omega V$$

其中 $I'_1 = \sum r^2 da$ 是一切垂面對於飛行軸之慣性距

故——

在飛機之側面運動時垂面所生出之挫折偶力，是

義定。——飛機之側面運動之發生是以重心之飛行路線爲軸。此則假設運動之幅度頗小，不足以影響重心之運動。

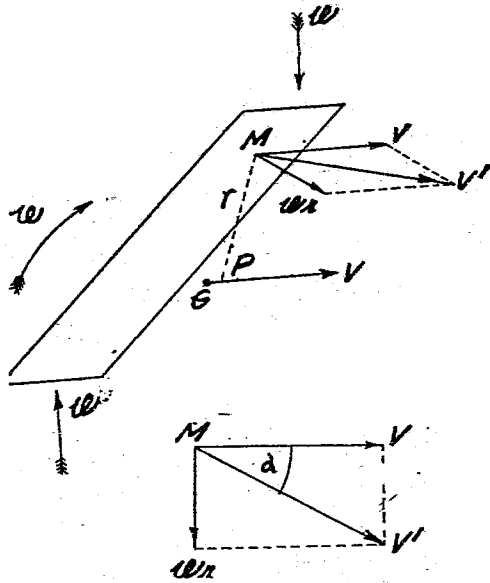
翼上各部在速度 V 之方向劃成一圓錐形；故衝角不改變。故靜止平衡爲可能不必有恢復偶力之採用，使機有回復平衡位置之趨勢；飛機不發出靜止安定偶力。

挫折偶力。——設 ω 是側面運動之角速。其結果偶力是——

1. 同一起點之挫折偶力，是與縱搖運動中所有之偶力相對。

在翼面之 M 點上(第九十八圖)，速度 V' 是移置速度 V ，及旋轉速度 ωr 所合成。此旋轉速度 ωr 是與飛行軸垂直，並與由 M 點繪至軸上之 MP 線成垂直。此則如下——

(a) 一切合成速度 V' 是與對稱面成傾斜，並向旋轉 ω 之方向



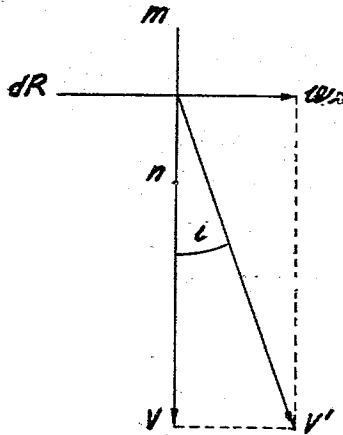
第九十八圖

(b) 衝角減小，因翼之各部升起，並因速度 ωr 是向上，衝角增大，因其他部分落下。因此二種事實，空氣反動之合成力 R 是移近落下翼之末端上。在翼之 M 各點， α 角是 V' 與 V 所成者，是等於 $\frac{\omega r}{V}$

；此與 $\frac{\omega}{V}$ 成正比。

與側面運動之角速，移動速度，及該面對於飛行軸之慣性距等成正比。

查側面運動不變為偶力與偏差角之正比，飛機則不回復其平衡位置；在側面運動中無安定性。



第 九 十 九 圖

側面運動之公式。——以旋轉之合成方面為正，其二偶力認為與此運動相反，並為負數。

故運動之公式是

$$I_1 \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -a_1 V \omega - kI_1' V \omega$$

其中 θ 是對稱面對其平衡位置之斜度， I_1 是機之慣性對於飛行軸之距。

以

$$a = a_1 + k I_1$$

側面運動之公式，以 $\frac{d\theta}{dt}$ 替代 ω 而變為

$$I_1 \frac{d^2 \theta}{dt^2} + a V \frac{d\theta}{dt} = 0 \dots\dots\dots (199)$$

特性公式是

$$I_1 \lambda^2 + a V \lambda = 0$$

其根數是

$$\lambda = 0, \quad \lambda = \frac{-a V}{I_1}$$

以 $\mu = \frac{a V}{I_1}$ ；側面運動之公式之普通解答是

$$\theta = A + B e^{-\mu t}$$

其中 A 及 B 是二恆數。

以運動之初期為時間之起點，如是 $t=0$ ， θ 之值是零；故 $A = -B$ 。

θ 之公式則變為

$$\theta = A(1 - e^{-\mu t})$$

在各瞬息間之角速是

$$w = \frac{d\theta}{dt} = A\mu e^{-\mu t}$$

在運動之初，開始衝動傳與飛機一角速

$$w_0 = A\mu$$

因之

$$A = \frac{w_0}{\mu}$$

故運動是由下式所解釋為

$$\theta = \frac{w_0}{\mu}(1 - e^{-\mu t}) \dots \dots \dots (200)$$

$$w = w_0 e^{-\mu t} \dots \dots \dots (201)$$

角度偏差由零數增大，以至得到其有限值

$$\theta_m = \frac{w_0}{\mu}$$

在無限時間之末(第一百圖)。角速由其開始值 w_0

減小，並變爲零數在無限時間之末。

結論。——在側面運動中，則無震搖運動。飛機一次由其平衡位置而成偏差，則無回復之趨勢；此則無固有安定性。

有限偏差 $\frac{\omega_0}{\mu}$ 愈小，在角速 ω_0 中所成之開始衝動則愈弱，挫折係數間亦愈大。角速 ω 減小愈速， μ 之值則愈大。

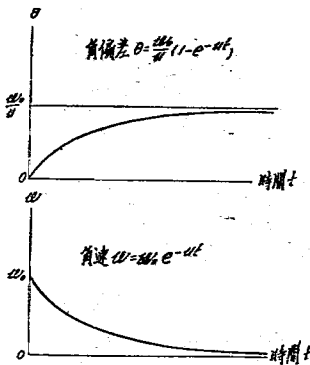
θ 之 $\frac{\omega_0}{\mu}$ 值及其在瞬息 t 之值間之差是

$$\Delta \theta = \frac{\omega_0}{\mu} e^{-\mu t} = \frac{\omega}{\mu}$$

角速 ω 在極短時間之末是可忽略不計，而 $\Delta \theta$ 亦相同，指數 $e^{-\mu t}$ 是一函數，與時間 t 相同減小極速。

挫折係數 μ 愈大，速度亦愈大，飛機之慣性距 I 愈小，垂面之慣性距 I_1 愈大。在飛機騷動之後，保持其本機在側面傾斜角 $\frac{\omega_0}{\mu}$ 上；空氣反動之合成力取一分力與飛行路線垂直，則飛機開始作轉彎飛

行。



第一百圖

因為側面運動之不安定，飛機保持其未操縱之路線，殊不可能；此即無路線安定性。

注意。——此係假定運動之振幅頗小，在重心之運動上無感覺之影響。實際上飛機是趨下降，動力

超過 R 之垂直分力，是因為空氣在翼面動作而來。上反角或形翼之影響。——給機翼上反角裝置之效用依賴以下二點——

1. 飛機在某種衝動之下，取一側面運動不在飛行軸上，但在其他 xx' 軸上(第一百零一圖)。

2. 此軸是對於飛行路線向前傾斜。

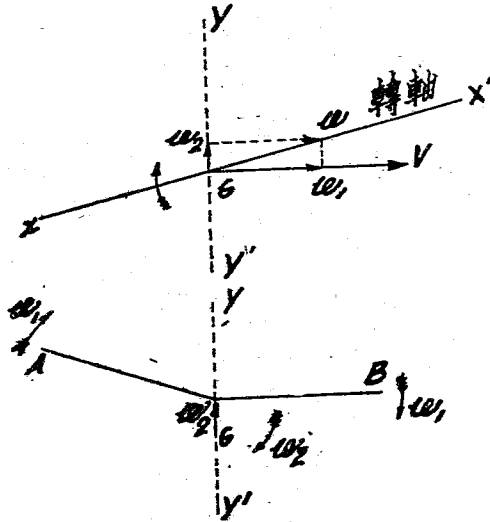
以 ω 作在 xx' 軸上立刻間之旋轉速度，並以 ω_1 及 ω_2 作飛行軸上及在其垂直上之二角速分力。

在 GV 之角速 ω_1 不發生與偏差角成正比之靜止偶

力，但祇挫折偶力與上者相似，此則不為上反角裝置之存在所改變。

角速 ω_1 是在垂直線 y, y' 經過重心而發生。

翼之下部同時向飛行方向前進，而在 y, y' 上旋轉，並前進角因側面或上反角之裝置而增大。



第一百零一圖

故空氣抵抗力在翼下部增大，並在昇起部分減小；此則發出與偏差角成正比之靜止偶力。此項偶力

微小，側面運動之軸是常與飛行路線相同，因之安定性對於飛行路線是由上反角裝置而亦極小之保障。

。

偏 斜 翼

偏斜翼是一種操縱機關能使駕駛員避免側面運動，或使其飛機在飛行路線上旋轉。

移置動作中，在引緣成平行之軸上旋轉，包含二面，均互相對稱，裝於各翼上，成為翼面構造之一部分。

此項偏斜翼與翼本部之連接，是在連接之處旋轉，普通多裝配於後緣上。

因此項動作，空氣抵抗力在翼上減小，在他翼上增大，頗為明顯。故——

翼部之一半所受之垂直推力，較他一半所受者為大；因之飛機發生一種側面之傾斜。

因二偏斜翼在不同之方向轉旋，若阻力相等，其所受之垂直推力，與其相反方向之垂直推力大約相等。

爲偏斜翼之動作不能使飛機對於前進運動增大抵抗力起見，偏斜翼須成一種形狀，爲某種垂直推力之阻力反動愈小愈妙。

以一薄面代表偏斜翼，其抵抗力大約是與此面垂直，如下式所得

$$\rho = k a V^2 \alpha,$$

其中之 k 是一係數， a 是偏斜翼之面積， α 是其衝角。

衝角之 *cosine* 實際上是一單位，垂直推力 H 是等於 ρ 。

$$H = k a V^2 \alpha \dots\dots\dots(202)$$

阻力 T 大約如下式

$$T = a H \dots\dots\dots(203)$$

爲 H 之一指定值， a 以愈小愈妙，以便爲 T 有一最小值 $a \alpha$ 之乘積，是垂直推力之特點，故指示偏斜翼須有大面積，小運動範圍。

實際上，大面積之偏斜翼之不靈便，多半因其難於操縱之故；若其不十分堅硬，則易受空氣之壓力

而變形。

偏斜翼之攔縱，係用粗索或堅硬連接物與方向槓桿相連接。

其連接方法，是於槓桿拉至右方時，右邊之偏斜翼升起，左邊之偏斜翼垂下；如是飛機向右邊傾斜。

若槓桿拉至左方時，飛機則向左邊傾斜。

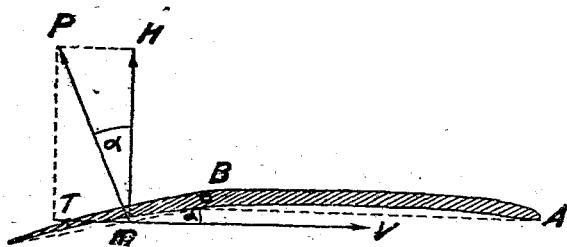
偏斜之敏感性。——以上所述，是假定偏斜翼之衝角甚小；為任何值中，可用 *Joessel's* 公式計算各種合成空氣抵抗力：

$$\rho = .0015 a V^2 \frac{\sin \alpha}{.4 + .6 \sin \alpha} \dots\dots\dots (204)$$

研究偏斜翼，其幾何中心 (*Geometric center*) 有 d 距離之分開。偏斜翼之旋轉是 α 角 (第 102 圖)，各偏斜翼上所得之垂直推力 H 成一偶力，其偶力之臂是 d

在 GV 上旋轉發生之距是

$$M = H d$$



第 一 百 零 二 圖

現假設反動 p 是向偏斜翼垂直，如是

$$H = p \cos \alpha ;$$

故，

$$H = p d \cos \alpha ,$$

或

$$M = 0.015 a V^2 \frac{d \sin \alpha \cos \alpha}{4 + 6 \sin \alpha} \dots\dots\dots (205)$$

此距與因尾面動作所致者相同此則用第九十一圖 *polar coordinates* 中之曲線表示之。在衝角 37° 此係一最大者。在偏斜翼之敏感性上，如尾面之衝角，不可大過至為最宜。

因二偏斜翼所生之阻力是

$$2T = 2\rho \sin \alpha = \cdot 0015 a V^2 \frac{2 \sin^2 \alpha}{\cdot 4 + \cdot 6 \sin \alpha}$$

polar coordinates 之阻力變化曲線有第一百零二圖內曲線之形狀。

飛機對於偏斜翼之操縱感應極速，與其飛行軸相較，慣性之距極小。

若 l 呎是偏斜翼前後之長度，前緣至力 ρ 之距離是

$$x = l(\cdot 2 + \cdot 3 \sin \alpha) \text{ 呎。}$$

操縱偏斜翼必要之力是以下列偶力代表之

$$C = 2\rho x = \cdot 0015 a V^2 l \sin \alpha$$

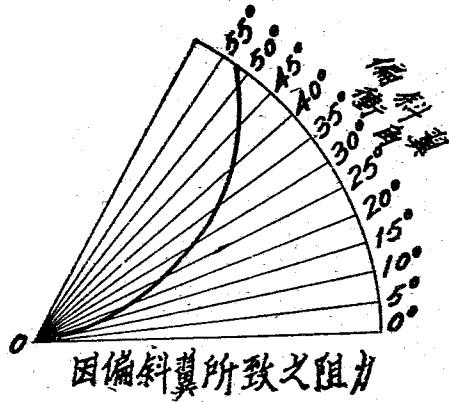
此種變化是有第九十二圖之曲線形狀。

減低此種必要之操縱力，是採用尾面之操縱以補救偏斜翼。

側滑。—— 假設重心之飛行路線，當在水平面中時，繼續在一垂直軸上轉動，因翼面所生之抵抗力 R 則不在對稱面中。其在翼面交叉之跡是一接頭曲線 (*closed curve*)。

如是假設發生側滑，此即翼在翼展之方向有一種運動，其速度為 v (第一百零四圖)。

此則假設側滑重度，對於飛機之移動速度 V 為小



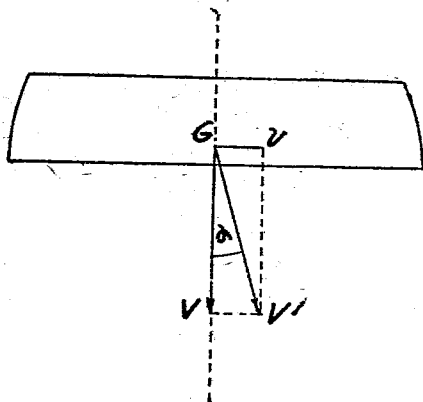
第 一 百 零 三 圖

重心之速度 V' 是 V 與 v 之合成者；其向量 (vector) 是向對稱面傾斜成 ϵ 角。因空氣抵抗力所得之合成反動 R ，離開對稱面，並向側滑動作之方向運動，此可觀察得之。

推力之距 R 對於 GV 軸者是；

$$b K_v AV^2$$

並是一安定偶力。



第 一 百 零 四 圖

偶力之 b 臂是偏差 Θ 之一函數，並可擴大為一系

。最初為一大約數，並注意 $\Theta = \frac{v}{V}$ ，此則得

$$b = b_0 \frac{v}{V}$$

故恢復偶力是如下式

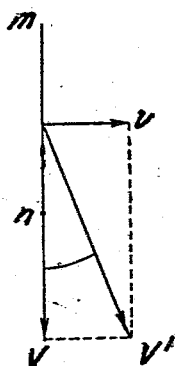
$$b_0 K_y AV^2$$

故——

當側滑開始時，則恢復偶力已成立，此則是與側

滑之速度成正比。

垂直面在側滑上之影響。——在KV軸以下



之一切垂直面，發生一騷擾偶力，使側滑動作加速。設 mn (第 105 圖) 為該面之一數。側滑所生之初級抵抗力是

$$dR = k da V^2 i$$

k 是一係數

V' 是合成速度

V

第一百零五圖

$i = \frac{v}{V}$ 是衝角

速度 v 是較 V 為小， V 可用 V' 替代，並抵抗力變為

$$dR = k da V v$$

所生之偶力亦與 Vv 成正比例。垂直面是位於重心動作相反意義上，其結果發生一恢復偶力。

故照此分配垂直面，飛機可有恢復其平衡，或加速側滑動作之趨勢。

在原則上，重心以下之垂直面必須避免。

若飛機不能自為改正而開始側滑，在重心後面之垂直面自為調正，落於飛行路線中；飛機轉過約 45° 之角，並在下降極銳之角上自為調正。

翼之上反角或V角給飛機於測滑動作之安定性，其法見增大合成R之移置向滑動之方向。

轉彎飛行中之側面安定

機之重心在角速 ω 上用半極 ρ 畫出一水平圓圈（第一百零六圖）。重心之運動，正如重力W被Q力所替代，Q是W及離心力所合成

$$H = M \omega^2 \rho$$

設 σ 是每翼幾何中心對於對稱面之距離。

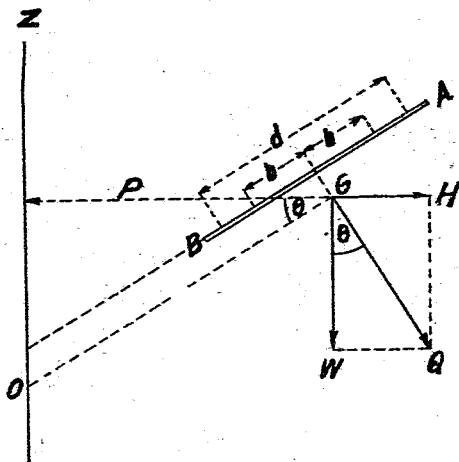
設 V_1 及 V_2 是此項中心之各速度，V是重心之速度。

進而論之，設 θ 是飛機之速度。此則大約得下列

公式

$$\left. \begin{aligned} \frac{V_1}{V} &= \frac{\rho - \sigma \cos \theta}{\rho} = 1 - \frac{\sigma \cos \theta}{\rho} \\ \frac{V_2}{V} &= \frac{\rho + \sigma \cos \theta}{\rho} = 1 + \frac{\sigma \cos \theta}{\rho} \end{aligned} \right\} \dots\dots(206)$$

各翼所受之向上垂直推力是與速度之平方成正比，



第一百零六圖

如爲下式

$$R_1 = \frac{Q}{2} \left(1 - \frac{\sigma \cos \theta}{\rho} \right)^2$$

$$R_2 = \frac{Q}{2} \left(1 + \frac{\sigma \cos \theta}{\rho} \right)^2$$

$\frac{\sigma \cos \theta}{\rho}$ 之平方可以忽當不計，此則變爲

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{Q}{2} \left(1 - \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho} \right) \\ R_2 &= \frac{Q}{2} \left(1 + \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(207)$$

假設此項推力加於各翼之中心上，偶力使飛機成一傾度向飛行圈之裏面者是

$$C = \sigma (R_2 - R_1) = \frac{2 Q \sigma^2 \cos \theta}{\rho}$$

但 $Q = \frac{W}{\cos \theta}$ ，若 $L = 40$ 是翼之翼展，最後

$$C = \frac{W L^2}{8 \rho} \dots\dots\dots(208)$$

故——

在水平圓圈飛行中，偶力因在翼面各點上之變化速度，給飛機以傾度者，是與機重成正比，與其翼展平方成正比，及與飛行半徑成反比。

此種偶力須與偏斜翼之反動同在平衡上。

設 V'_1 及 V'_2 是偏斜翼之中心速度，其相隔距離為 d 。

因偏斜翼所生之調正偶力是以下式

$$S (V'_1{}^2 + V'_2{}^2)$$

其中之係數 S 是與偏斜翼之衝角有關。

現，

$$V'_1 = V \left(1 - \frac{d \cos \theta}{2 \rho} \right)$$

$$V'_2 = V \left(1 + \frac{d \cos \theta}{2\rho} \right),$$

由此，大約是

$$V'_1{}^2 = V^2 \left(1 - \frac{d \cos \theta}{\rho} \right)$$

$$V'_2{}^2 = V^2 \left(1 + \frac{d \cos \theta}{\rho} \right)$$

故

$$V'_1{}^2 + V'_2{}^2 = 2V^2$$

故因偏斜翼所生之偶力是 $2SV^2$ 之形狀；此則與飛行半徑無關，但祇與重心速度有關。

例——一機重 3360 磅，有翼展 46 呎。在 330 呎半徑之平圓圈飛行中，給機傾度者之偶力是

$$C = \frac{WL^2}{8\rho} = \frac{3360 \times 46^2}{2649} = 2700 \text{ 磅呎}$$

偏斜翼中心間之距離是

$$d = 31.5 \text{ 呎}$$

上述之偶力是與每個偏斜翼上之合成 R 之動作相等，其中

$$R = \frac{2700}{31.5} = 86 \text{ 磅 (大約數)}$$

與極小之衝角相符。

(C) 方向安定

定義。——方向安定是保持對稱面中之飛行路線。

若飛機用速度 V 作水平飛行時，在垂面上轉彎經過其重心，合成 R 在翼面之軌跡是一接頭曲線。

故若震動使飛機成垂面旋轉經過其重心，不變化其速度 V 之大小或方向，則因空氣在翼上動作所成之合成 R 是向翼稍移置，而翼則向前移動。

一切方向偏差運動是有飛行路線軸上之橫轉運動；向前移動之翼稍開始上昇，飛機則作轉彎飛行。

因方向偏差所致之偶力。——相隨方向偏差所發生之靜止偶力之橫斷運動是與偏差角成正比。

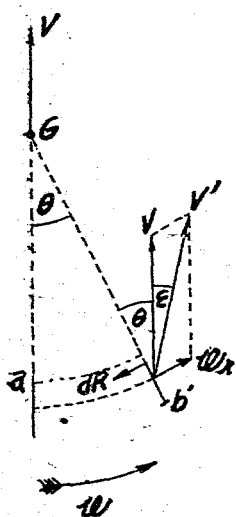
因方向偏差運動所致之偶力是：

1. 翼面所備之挫折偶力，係來自縱搖運動相同之起點。翼為上反角或 V 形時，衝角是為向前移動部分之翼而增大，並為向後移動部分之翼而減小。故上反角之裝配，其結果是於靜止偶力與偏差角成

正比；此則得方向安定性。

2. 各飛機均備有垂面與尾部相對。可用固定之垂面。若飛機無此種固定面時，活動垂面（或方向舵）對於微小偏差可作固定面所作之事，不必需要駕駛員注及之也。

進一步論之，普通用布所罩之機身，由其常在飛行路線之趨勢而得方向安定性。



第一〇七圖

設 ab 是垂直面之一數，位於飛行路線上（第一〇七圖）。

假設在研究時間內，飛機垂面轉彎經過其重心時，其對於平衡位置偏出 θ 角。 ab 則至 $a'b'$ 位置上，其速度 V' 是 V ，及垂直 ab 之旋轉速度 ωr 之合成者。

相符初級反動是

$$dR = kda V^2 (\theta + \epsilon)$$

其中 k 是一係數， ϵ 是 V' 及 V 間之角度。

現大約

$$\epsilon = \frac{wr}{V}$$

又， θ 甚小， V 可作為 V' ，及

$$dR = k da V^2 \left(\theta + \frac{wr}{V} \right) \dots\dots\dots (209)$$

垂直面昇起得出

(a) 靜止安定偶力，與偏差角成正比，並有一力距

$$k \theta V^2 \Sigma r da$$

此項偶力是與垂直面之面積距 $\Sigma r da$ 成式比。

(b) 運動之挫折偶力

$$k w V \Sigma r^2 da$$

挫折偶力是與垂直面之慣力距 $\Sigma r^2 da$ 成正比。

一切位於重心前向之垂直面，尤其在飛機之鼻端者，生出一靜止騷動偶力，與偏差角成正比；故此因後面所生之致正偶力之效力而減小。

方向偏差運動之公式。——設 $a_1 \theta V^2$ 是靜止

改正偶力，並 $a_2 \frac{d\theta}{dt}$ 是挫折偶力

方向偏差運動之公式是

$$I_2 \frac{d^2\theta}{dt^2} + a_2 V \frac{d\theta}{dt} + a_1 V^2 \theta = 0 \dots (210)$$

其中 I_2 是飛機對於垂直軸經過重心之慣力距。此公式是與縱搖運動之公式示似。

特性公式是

$$I_2 \alpha^2 + a_2 V \alpha + a_1 V^2 = 0$$

(a) 若 $a_2^2 - 4I_2 a_1 < 0$ ，此則代表被挫折之振擺運動。

取

$$\mu = \frac{a_2 V}{2I_2}, \quad h^2 = \frac{4I_2 a_1 V^2 - a_2^2 V^2}{4I_2^2}$$

運動之公式是

$$\theta = \frac{\omega_0}{h} e^{-\mu t} \sin ht$$

定期是

$$T = \frac{2\pi}{h}$$

(b) 若 $a_2^2 - 4I_2 a_1 \geq 0$ ，此運動是非定期。無振擺之發生，飛機在無限時間後回復其平衡位置。

注意。—— 假設運動頗為急速，而不致感覺重心之運動實際上，每種振擺隨有橫斷旋轉運動，其結果成轉彎飛行。故重心在水平面上畫出一和諧浪波路線 (*Harmonic wave path*)，此則於短時間之運動內可以忽略，小振幅則可研究之。

此外，重心之運動相助振擺之挫折除去。

方向舵。—— 一切飛機均在尾部裝有垂直面或方向舵，在垂直軸上轉動。

若駕駛員不變化其操縱器，保持方向舵於對稱面中，方向舵之功用如一固定面，挫折小振幅之振擺，而不需要駕駛員加以干涉也。

駕駛員運用方向舵，使飛機在垂直軸上旋轉經過重心；彼運動方向舵於前進翼之旁，而能重壓方向偏差運動。

假設 α 是方向舵之銜角。

反動 ρ 是得自於 *Toessel's* 公式：

$$\rho = .0015 \alpha \sqrt{2} \frac{\sin \alpha}{.4 + .6 \sin \alpha} \dots\dots\dots(211)$$

此力矩對於偏差運動之軸是(第一〇八圖)

$$M = \rho \times GP$$

忽略 ρ 由方向軸之運用點之距離

$$GP = G a \cos a$$

故

$$M = 0.015 a V^2 G_i \frac{\sin a \cos a}{4 + 0.6 \sin a} \dots\dots\dots (212)$$

M 之變化已在縱搖運中研究之，狀用一曲線代表其曲線有第九十一圖內所示之形狀。

爲衝角 37° ，矩是一數大者。

在 M 影響之下，機尾向左變向，其情況敘述於第一〇八圖中。

機是被偏於右，並向右傾斜。此則向該邊作轉彎之運動。

重心之移動，如全部外力應用於其上。

當方向舵偏斜時，則發出一力與路線垂直，轉彎飛行軸上移去 G ；此力是與 M 矩成正比。

但機是在其重心上轉動，同時偏斜， G 點之飛行

路線凹向傾斜之方向，並取圓圈形狀。

在運動開始中，飛機向外偏航；當正確飛行路線成立時，對稱面是與飛行路線成正切。如是飛機在其重心上有一常角速；此項旋轉是由偶力矩所生出。若轉彎飛行是由偏斜翼所成，此則由垂直面向機之尾部所備之反動而來，而致成向傾斜方向之偏航。

轉彎飛行，其對稱面是與飛行路線成正切，可用方向舵正確操縱之。

方向舵亦可補償；其理論與前論之尾面或昇降舵之補償情況相符。

方向舵是用足在方向舵條上操縱，此項方向舵條是用木或鋼所造。此可使其在垂直軸上旋轉。其連接方法，是使方向舵在其方向舵向前推動之邊旋轉。

方向舵及側面安定。——方向舵向右偏斜，則即將右翼落下，向左邊偏斜，則左翼亦同樣落下。

故此可用方向舵恢復其側面平衡。若右翼升起，駕駛員則將方向舵向右旋轉，如是向該邊開始轉動，而重得水平。

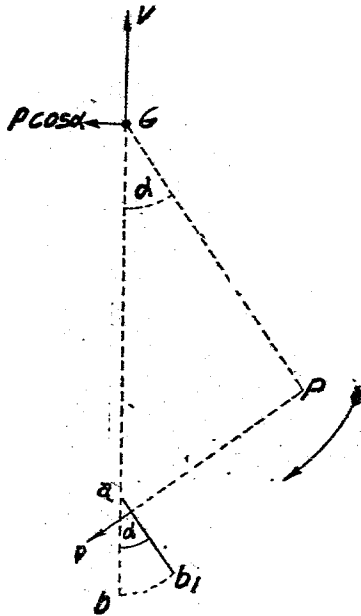
地平上之不安定。——一機在地平開始側面或橫轉運動，常有方向之不安定，其速度不大，不足以保持其良好安定性。

當一降落輪較其他一降輪遭遇大抵抗力時，或當機遭遇側風時，在垂直上經極重心之旋轉，其結果為 *cheval de lois* (*Cheval de bois* 是一法文名詞，難得相當之解釋，但祇有平旋降動作略與之相近。)

在慣力動作之下，重心是向前移動。駕駛員應拉動方向舵向前進翼之旁反應之。因其相對之進度低，此運動是極大之幅度。若其影響甚慢，則飛機可翻一完全之筋斗。當尾面於運動中未升起時，為此所發生之趨勢更為明顯。一機在地平上極不安定，其慣矩對於經過重心之垂直軸是愈小，起落輪更裝置於重心之前面，兩輪相離更近。若於實際飛行中發生 *cheval de bois* 或平旋降動作 (*flatspin*)，則飛機普

通變為旋轉俯衝。

雙輪之起落架，經過重心之垂直是位於輪軸二十
英寸之後。



第 一 百 零 八 圖

第十三章

高度對於發動機性能之影響

設 T 磅呎是發動機之扭力，以為每分鐘 n' 轉旋 r . p . m . 之螺旋槳。此項扭力可認為 T 磅力，由螺旋槳軸有一呎之動作距離。此力動作之點是每次旋轉移動 2π 呎；其所成之工作是 $2\pi T$ 呎磅。

轉動螺旋槳每分鐘 $\frac{n'}{60}$ 次所費之工作是

$$\frac{2\pi n' T}{60} \text{ 每秒之呎磅}$$

或

$$\frac{2\pi n' T}{60 \times 550} \text{ 馬力}$$

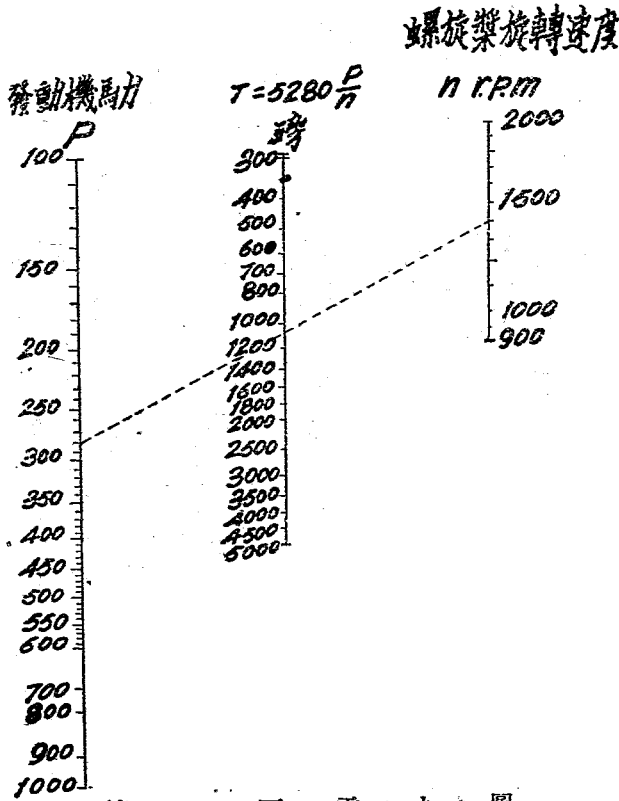
此是發動機所給之 I 率 P ；最後變為

$$P = \frac{T n'}{5280} \dots\dots\dots (113)$$

若螺旋槳是與發動機直接相連，其 r . p . m . n' 之值是與主軸 r . p . m . n 之值相同。若此是聯動， n' 則小於 n 。為發動機之指定 I 率 P ，扭力 T 之變化是與 n'

相反。

第109圖已將公式(213)繪出。由此可決定290馬力發動機之扭力，其螺旋槳是1400 r. p. m. 有1080磅呎，



第一百零九圖

設 F 是曳進力之磅數由螺旋槳所給與者， V 是其移動速度之比小時哩數，是以其速度於每秒鐘呎數內是 $1.46 V$ 。設螺旋槳效率是 η_s ，推動螺旋槳之必要動力是

$$\frac{2\pi n' T}{60} \text{ 每秒鐘呎磅}$$

故得下式

$$1.46 F V = \eta_s \frac{2\pi n' T}{60}$$

由此

$$\frac{F}{T} = .072 \eta_s \frac{n'}{V} \dots\dots\dots (214)$$

因螺旋槳之效率是與比例 $\frac{V}{n}$ 有關，故：——

當 $\frac{V}{n}$ 為常數時，曳進力是與發動機扭力成正比。

取平均值 .77 為效率，此則得

$$1.46 F V = 550 \times .77 \times T$$

$$F = 290 \frac{T}{V} \dots\dots\dots(215)$$

上公式之 *nomogram* 見第一百一十圖，此則得出大約值數為以每小時速度 V 哩發動機之曳進力，但需備有 P 馬力之推進器。

曳進力是與螺旋槳之效率成正比，此則將圖中得出之 F 力與 $\frac{\eta_s}{.77}$ 相乘。若 η_s 是有 .77 之其他值。

例。——一機有地平速度每小時 125 哩，并裝有一具 240 馬力之發動機，則所決定之 F 是 570 磅。

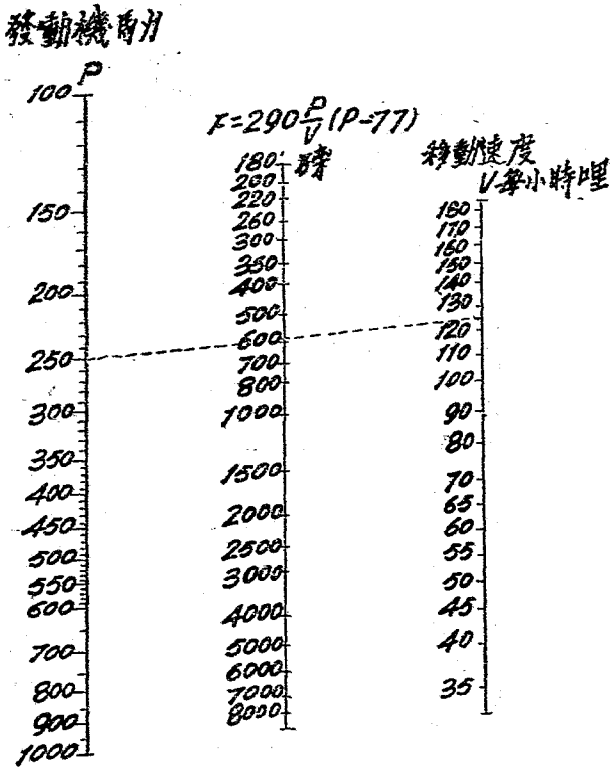
現假設在開始飛行中，飛機在其飛行路線上用 250 馬力之發動機有每小時 62.6 哩則 *nomogram* 得出

$$F = 1160 \text{ 磅}$$

若假定開始情況下螺旋槳之效率是 .70，曳進力是得自於下式

$$\frac{.70}{.77} \times 1160 = 1054 \text{ 磅}$$

注意。——假定螺旋槳效率在全部上昇飛行中是



第一百一十圖

恆定，速度 V 是與空氣密度之平方根成反比之增加，發動機動力之減小是與壓力成正比。

如上所述，取 $\mu = \frac{H}{760}$ ，公式(215)指示在此情況

之下， F 之減小是與下式同比

$$\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} = \mu \sqrt{\frac{24 \mu}{19 + 5 \mu}}$$

故此指示上昇飛行時，曳進力之減小是與下式成正比

$$\sqrt{\frac{24 \mu}{19 + 5 \mu}}$$

例如，假設現所研究之機有頂點23,000呎

此處 $\sqrt{\frac{24 \mu}{10 + 5 \mu}} = .28$

故在頂點上之曳進力是

$$1160 \times .28 = 325 \text{ 磅}$$

發動機之熱量效率。——發動機之熱量動力周

期是四周期方法所成

第一周期——吸氣

第二周期——壓氣

第三周期——爆發及膨脹

第四周期——排氣

在四周期中，此即在發動機主軸二次旋轉中，祇有一次工作周期膨脹周期。

壓氣及爆發均假定為等熱線 (*adiabatic*)

周期 η_i 之熱效率是一種比例，此是能力對於每周期中所得總熱能力在週期中變為工作之比例

$$\begin{aligned}\eta_i &= \frac{\text{收得之能力} - \text{棄去之能力}}{\text{力收得之能力}} \\ &= 1 - \frac{\text{棄去之能力}}{\text{收去之能力}}\end{aligned}$$

氣之本來能力 U 是與其溫度有關；其關係得自於下式

$$dU = C_v d'T$$

其中之 C_v 是氣在極體中之比熱。

設 T_0 是氣正在點火前（最後壓氣溫度）之絕對溫度。

設 T_1 是氣正在點火後（爆發溫度）之絕對溫度。

設 T_2 是膨脹以後之絕對溫度。

設 T_a 是新工作混合氣之絕對溫度。

由爆發所釋放之熱能力是

$$dU_1 = C_v (T_1 - T_0)$$

排氣所棄去之能力是

$$dU_2 = C_v (T_2 - T_a)$$

故效率是

$$1 - \frac{dU_2}{dU_1} = 1 - \frac{T_2 - T_a}{T_1 - T_0} \dots\dots\dots (216)$$

設 $v_a - v_0$ 是工作體量， v_0 是壓氣體量， γ 指示恆定壓力之比熱對於恆定體積之比熱之比例 $\frac{C_p}{C_v}$ ，如是，為等熱情況之變化，絕對溫度 T 與體積之關係是依照下式

$$TV^{\gamma-1} = \text{恆數}$$

因之

$$\frac{T_0}{T_a} \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_a}{v_0} \right)^{\gamma-1} = r^{\gamma-1} \dots\dots\dots (217)$$

其中 r 是壓氣比例。

由此，其公式為

$$T_2 = T_a \frac{T_1}{T_0}$$

由公式(216)而得

$$\eta_t = 1 - \frac{T_a \frac{T_1}{T_0} - T_a}{T_1 - T_0}$$

或

$$\eta_t = 1 - \frac{T_a}{T_0}$$

此則由公式(217)最後得

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$$

普通假定 $\gamma = 1.3$ ，由此

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{r^{.3}} \dots\dots\dots (218)$$

故發動機之熱量效率是與其壓縮比例有關；此則是與大氣情況無關。

因爲

$$r = 4.5 \quad \eta_z = .363$$

$$r = 4.75 \quad \eta_z = .373$$

$$r = 5.0 \quad \eta_z = .383$$

$$r = 5.5 \quad \eta_z = .400$$

$$r = 6.0 \quad \eta_z = .416$$

第一百一十一圖之曲線，指示熱量效率是壓縮比例之函數。

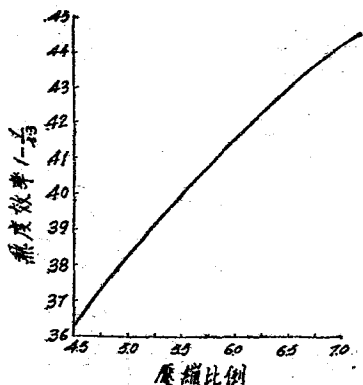
每立方呎工作混合氣所作之工作。——汽

油之熱值 (*calorific*) 是一種熱量，由一磅汽油加以空氣或養氣所發出者；此則是與吸收之養氣重量成正比 (*Welter's* 公律)

現在已知空氣包含氮氣 77% 養氣 23%。故工作混合氣之熱值是與每立方工作體積中吸入空氣重量成

正比；熱量效率 $1 - \frac{1}{r^{.3}}$ 是恆定，其結論是

每立方尺吸入空氣之所有工作是與空氣密度成正比，



第一百十一圖

溫度之影響可以忽略，普通補償之法，是將吸氣管 (Induction pipe) 燒熱。

發動機每秒鐘吸入 V_s 立方呎空氣，此量是與旋轉速度有關。

故此指示在恆定發動機速度中，發出動力之減少是與大氣壓力成正比。

此種重要關係直接說明如下。

為固定發動機假定一平均值，在地平上發出之是用工作是每立方呎吸入空氣之 18,600 呎磅。

下列之表係為各高度，舉出每立方呎吸入空氣之

所得有用工作之平均值；吸入空氣之減小是與氣壓成正比

第 十 九 表

高 度 Z	μ 之 值 = $\frac{H}{760}$	每立方呎吸入空 氣之所得工作
呎 0	1.000	呎 磅 18,600
1,500	.945	17,570
3,000	.891	16,560
4,500	.844	15,710
6,000	.796	14,800
7,500	.748	13,910
9,000	.707	13,150
10,500	.670	12,450
12,000	.634	11,800
13,500	.598	11,100
15,000	.565	10,500
16,500	.534	9,950
18,000	.504	9,400
19,500	.475	8,841
21,000	.449	8,360
22,500	.425	7,920
24,000	.401	7,460
25,500	.376	7,000
27,000	.357	6,650
28,500	.337	6,270
30,000	.319	5,930

運用方法——設

q = 工作體積之立方呎

n = 主軸之 r. p. m.

N = 汽缸數目

每次旋轉吸入之體積是

$$\frac{Nq}{2 \times 1728} \text{ 立方呎}$$

或

$$V_s = \frac{n N q}{2 \times 60 \times 1728} \text{ 每分鐘立方呎}$$

在各高度上，每立方呎吸入空氣所作之工作是

$$= 18,600 \mu \text{ 呎磅}$$

故馬力是

$$P = \frac{18,600}{2 \times 60 \times 550} \times N_n N q$$

或

$$P = \frac{N_n N q}{3 \cdot 55} \dots\dots\dots(219)$$

特別的，在地平上發出之馬力是

$$P = \frac{n N q}{3 \cdot 55} \dots\dots\dots(220)$$

例。—— 在一具十二汽缸之發動機中，5吋直

徑 × 6.25 吋擊程，得 1550 *r.p.m.* 每汽缸之工作體積是

$$q = \frac{\pi \times 5^2 \times 6.25}{4 \times 1728} = .071 \text{ 立方呎}$$

在地平上所得之大約動力是

$$P_0 = \frac{1550 \times 12 \times .071}{3.55}$$

$$\doteq 372 \text{ H. P.}$$

注意。—— 爲每立方呎吸入空氣所作之工作之假定值 18,600 呎磅是一平均值；此係發動機之壓縮比例由 4.5 至 5.0 之變化中所得來。每立方呎吸入空氣所作之工作，普通是與熱量效率 $1 - \frac{1}{r^3}$ 成正比。

平均有效壓力。—— 此是恆定壓力，若在整個膨脹擊動中動作，此則在主軸上發出相同之有用動力 P 。壓力 p_m 是以每平方吋之磅數說明；發動機之效率愈高，此數則愈大。

設 a_p 是活塞切斷面積之平方吋， l 是擊動長度之吋數。

$$\therefore \dot{P}_m = \frac{P \times 550 \times 2 \times 60 \times 1728}{\alpha \dot{P} \times l \times n \times N \times 144}$$

或引用工作體積之立方呎 q 於公式中

$$\dot{P}_m = \frac{P \times 550 \times 2 \times 60 \times 12}{q \times n \times N}$$

但吸入體積，每秒鐘之立方呎，是

$$V_s = \frac{n \times N \times q}{2 \times 60 \times 1728}$$

$$\therefore \dot{P}_m = \frac{P \times 550}{V_s \times 144}$$

但 $\frac{550P}{V_s}$ 代表所作之工作， ω 代表每立方呎吸入空氣之呎磅。

故每平方呎之平均有效壓力磅數是與每立方呎吸

入空氣所作之工作之第 $\frac{1}{144}$ 次之數相同。

$$\therefore \dot{P}_m = \frac{\omega}{144} \dots \dots \dots (221)$$

ρm 及 ω 值之變化是與熱量效率成正比；增加發動機之體積與機械效率，則 ρm 及 ω 值得增大。

平均有效壓力之減小是與大氣壓力成正比。

固定發動機之實際平均有效壓立在其最有效率之旋轉速度上，其變化是由每平方吋 115 磅至 135 磅。

動力曲線。——最大動力。——若 T 是在 n' r. p. m. 之螺旋槳上動作之扭力，則可得

$$P = \frac{T_{n'}}{5280}$$

但若 $\alpha = \frac{n'}{n}$ 是螺旋槳加上齒輪之比例，其公式

如下。

$$P = \frac{\alpha T_n}{5280} \dots\dots\dots (222)$$

扭力 T 是與每立呎吸入空氣所作之工作成正比，或與平均有效壓力成正比。

當發動機之動力試驗後是被空制器 (air brake) 能在其抵抗力對於旋轉之改變所吸收時，發動機速度增大，則空制抵抗力則減小。

汽油受極烈之吸入動作，則使空氣在吸氣管經過，增大抵抗力。且使發動機之點火有惡劣之影響。

又，因發動機各部所生機械方面之磨擦及慣力是被增大。因為此種影響，則達一點，在該點上每立方呎吸入空氣所作之工作，及所有之扭力 T 則減小。

在此點後，動力初則繼續增大，如是則趨減小。

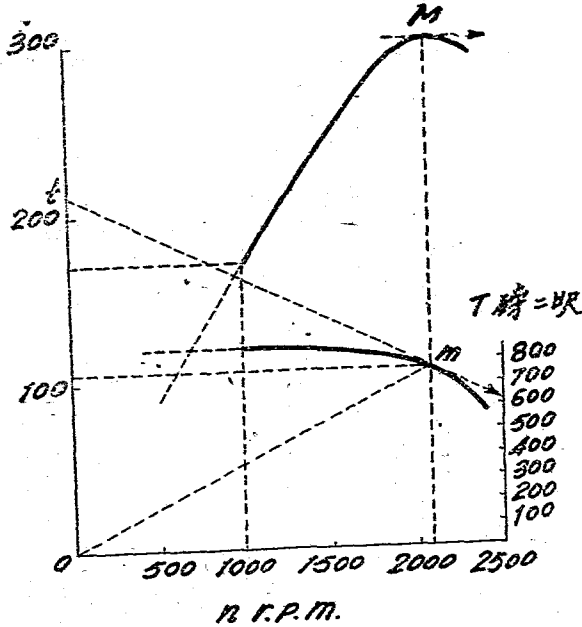
以主軸之旋轉速度 n 為橫座線，則所成之動力曲線見第一百一十二圖。曲線所受實驗之限制如下

(1) 最低可能速度

(2) 最高速度，在此速度上可操縱工作混合汽之分配。

在發動機實際工作上，汽門之慣性及其操縱機關在某種速度時，使滾動物離出偏心盤，最後氣達到一點，不能回復其氣門座。現有之發動機甚鮮有速度大過，3,000 *r. p. m.* 假設其各部之力量能支持是項高速也。

已知道者，若 a 是螺旋槳加上齒輪之比例，有用動力 P 是與推動螺旋槳之必要扭力 T 有關，其公式



第 一 百 十 二 圖

如下

$$P = \frac{a T n}{5280}$$

偶力是與 $\frac{P}{n}$ 成正比，此即與直線之角度係數成正比，此項直線起點與動力曲線之各點相連；故此是為速度最大者，其速度是與起點至曲線之正切接

觸點相符。在他方面當 Tn 積數微分是零數時；動力是一最大者，此即當

$$T dn + n dT = 0$$

或

$$\frac{dT}{dn} = - \frac{T}{n} \dots\dots\dots (223)$$

現在， $\frac{T}{n}$ 是半徑 O_m 之角度係數， O_m 在扭力曲

線上是由起點至 m 點； $\frac{dT}{dn}$ 是在此點上正切之角度係數。

此項正切在 t 及 t' 上與軸相交（第一一二圖）。公式(223)表示在最大動力點上， O_{mt} 及 $O_{mt'}$ 均是等邊三角形。故在橫座線軸上之 t 點是如此，其 O_t 等於 m 點上扭力值之倍數。

此項事實容有迅速決定發出最大動力之速度，發動機扭力曲線是用制動力表 (*brake dynamometer*) 而得之。

扭力普通先增加，後則減小。

為尋常及遲緩速度，可無感覺之誤差而假定動力

是與旋轉速度成正比。

比燃料消耗量 (*Specific fuel consumption*) 是每馬力小時之磅數耗費量 (*lbs. per horse-power hour*)。比耗量之曲線是與縱座線對稱。在影響上，體積效率及比耗量之變化是成反比例。

體積效率低，則燃料不能盡量運用；因之比耗量增大。

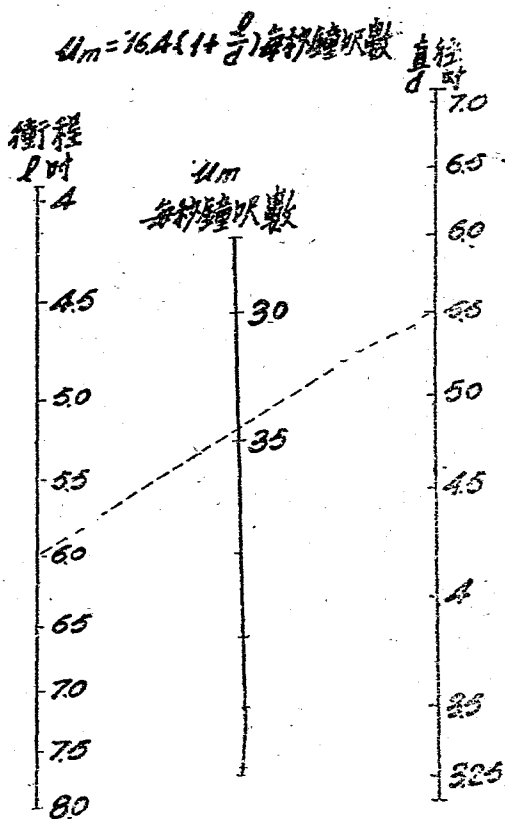
為實際固定發動機，平均活塞速度與最大動力相符者是列如下式

$$\mu_m = 16 \cdot 4 \left(1 + \frac{l}{d} \right) \text{ 每秒鐘呎數} \dots (224)$$

其中 l 是擊程， d 是直徑，均用吋計算。若 $\frac{l}{d} = 2$ ，此則得 $\mu_m = 32 \cdot 8$ 每秒鐘呎數。因 $\frac{l}{d} = 2$ ，如是 $\mu_m = 49 \cdot 2$ 每秒鐘呎數。

公式 (224) 之圖見第一百一十二圖中。

一發動機之汽缸直徑為 5½ 吋，擊程為 6 吋，用平均活塞速度每秒鐘 34·3 呎，則得最大動力。擊程 l 是用吋數說明，平均活塞速度是用每秒鐘呎數說明



第一百十三圖

$$P_m = \frac{n l}{360} \text{ 每秒鐘呎數。}$$

故公式(224)決定發出最大動力之速度 n

$$\frac{n l}{360} = 16.4 \left(1 + \frac{l}{d} \right)$$

或

$$n = 5900 \left(\frac{1}{l} + \frac{1}{d} \right) \dots\dots\dots(225)$$

故此得 n 每分鐘旋轉數， l 及 d 是用吋數說明。

第一百一十四圖是公式(225)之 *nomogram* 表。

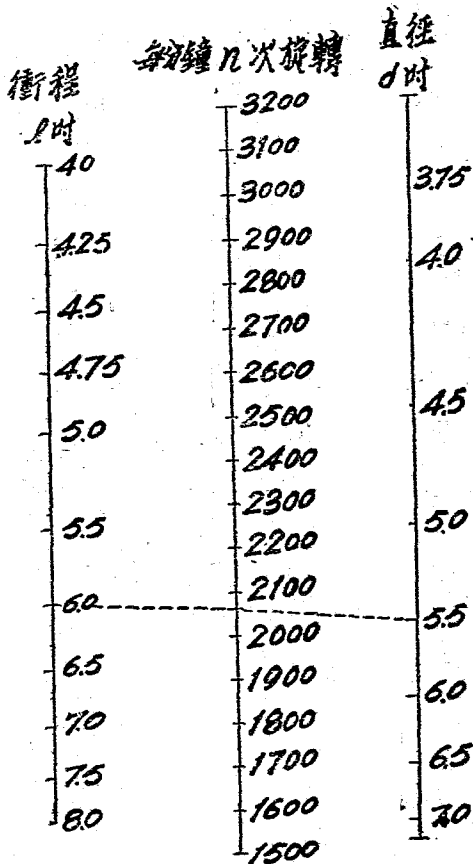
在地平上相符之最大動力是得自於下式

$$P_m = \frac{N(d - 1.18)(d + l)}{1.13} \dots\dots\dots(226)$$

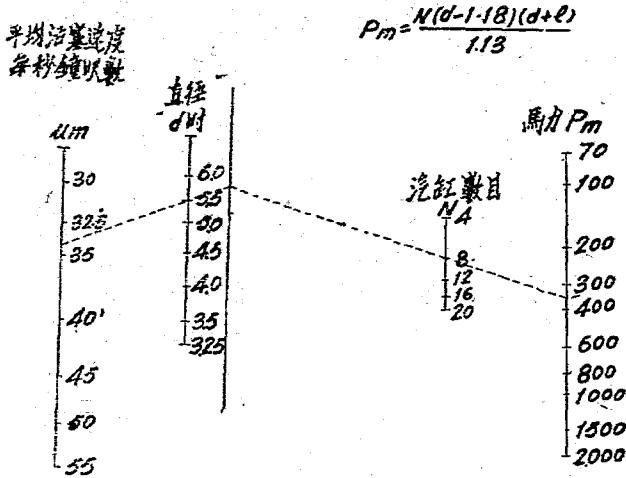
其中 N 是汽缸數目， d 及 l 是直徑及擊程，均以吋數說明。第一百一十五圖之 *nomogram* 所舉出之公式，是如前根據發動機有壓縮比例所得之平均值。

例。—— 一具八汽缸之發動機，有擊程 6 吋，汽缸直徑 $5\frac{1}{2}$ 吋。最大動力是在每秒鐘 34.3 呎之平均活塞速度上而得之(第一百十三圖)，此則與發動機主軸之 2700 *r. p. m.* 相符(第一百一十四圖)

$$n = 5900 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{d} \right)$$



第 一 百 十 四 圖



第一百十五圖

相符之最大動力如第一百十五圖中所示者，大約是350匹馬力。

發動機周期對於高度之改進。

定理。——發動機扭力是與大氣壓力成正比，

全周期中之度是與壓力無關。

在周期之理論圖中(第一百十六圖)，

a-b 代表吸氣擊動

bc 代表壓縮擊動(等熱線)

cd 代表爆發

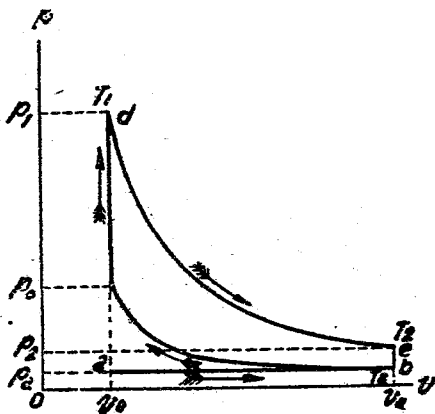
de 代表膨脹動(等熱線)

cba 代表排氣擊動

假設外面壓力 p_a 變為 μp_a ，現在研究壓力變化在
周期上之影響。

1. 吸氣線 ab 是以其一切橫座線被 μ 乘之。
2. 設 v_a 是汽缸之總體積， v_c 是其壓縮體積。

等熱壓縮則得



$$V^\gamma = p_a v_a^\gamma = p_0 v_0$$

壓縮線是以前一切橫座線被 μ 乘之，在壓縮後之壓力 p_0 等於 $p_0 r^\gamma$ 者，變為 μp_0 。

假定新混合氣之溫度是恆定，在壓縮後之溫度 $T = T_0 r^{\gamma-1}$ 則不變化。

3. 混合氣之溫值 (*Calorific value*) 是與壓力無關，因爆發而 dT 溫度高昇是保持恆定，是以爆發溫度 $T_1 = T_0 + dT$ 。

在他方面， p_1 是爆發壓力，棄去之熱使汽之壓力在恆定體積上，依照下列公式

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{T_1}{T_0}$$

因 p_1 之變化是與 p_0 成正比，此則又用 μ , T_1 及 T_0 乘之而不改變。

4. 等熱膨脹則得

$$p V^\gamma = p_1 v_1^\gamma$$

是以膨脹線又將其一切縱垂線用 $\mu_1 p_1$ 乘之而未改變至此範圍。

在一切等熱改變中

$$T V^{\gamma-1} = \text{恆數}$$

是以溫度在爆發之後者是如下式

$$T_2 = T_1 \left(\frac{v_0}{v_a} \right)^{\gamma-1}$$

或

$$T_2 = \frac{T_1}{r^{\gamma-1}}$$

此項溫度不因壓力減小而改變；故排出汽之平均溫度相持不變。

由此結論之，若大氣壓力 pa 變為 μpa ，一切周期之壓力縱座線是依此比例而減小。

故發動機扭力是與 μ 同比。壓縮及爆發壓力是與大氣壓力同比，而全周期中之溫度是與大氣壓力變化無關。

結論。—— 在恆定旋轉速度上之發動機動力，實際是祇與壓力成正比。在實際運用中，溫度降低是對於混合方法無明顯之影響。在一方面，吸入之

空氣是完全被汽油之化氣而變冷；若完全冷下；則減小溫度之結果是約 24°C 。在他方面，混合氣在入汽缸以前被燒熱，避免凝結，並謀良好之同質(*homogenous*)混合。

在固定式發動機中，加熱之法是用發動機冷卻系中之水循環之，或用吸氣管中之排氣循環之。在旋轉式發動機中，加熱之法是使其直接與熱滑油相接觸。

理論上，加熱器具須有調節方法，使汽油入汽缸以前大約在 15°C 。實際上，於飛行中無溫熱調節方法，但新汽油溫度之減小未較周圍空氣溫度之減小為速。由減低溫度所得之動力，是由下列數事所抵消：——

(a)發動機及其附帶機件——如唧筒，磁電機等，之機械摩擦在各高度中均不變化。因指定之動力減小，則摩擦吸收大部動力；此即，發動機之機械效率是與高度相同而減小。

(b)冷水溫度當高度增加而減小，如此由汽缸壁上

增加熱度之消失。

故此則假定發動機動力之變化是與大氣壓力成正比。此項消耗是與實驗試飛結果相符，故各種設計容有大概結果之預定。

設 $\mu = \frac{H}{760}$ ，地平動力 P_0 。在高度 Z 上，並在相同

旋轉速度上，變為

$$P = \mu P_0$$

動力之相對消失是

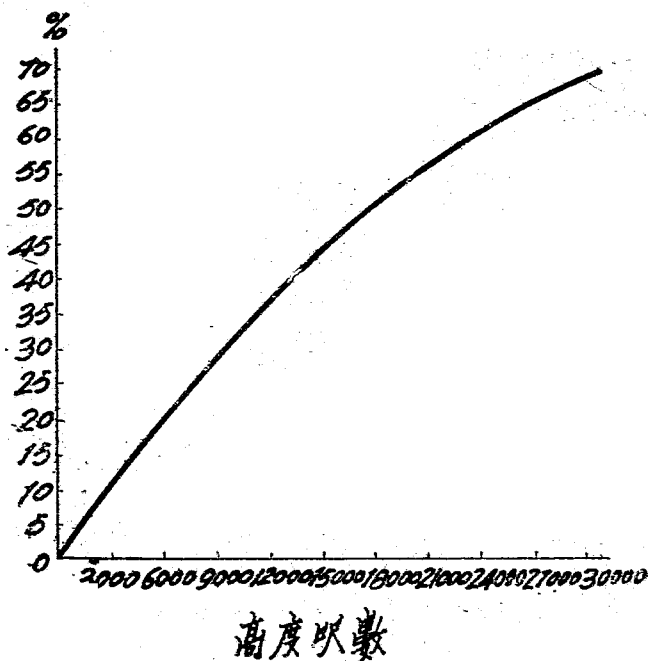
$$\frac{P_0 - P}{P_0} = 1 - \mu$$

下列之表舉出每 15,000 呎高度之動力相對消失。

第二 十 表

高 度 Z	μ 之 值 = $\frac{H}{760}$	工率之相對消失 = $1 - \mu$
呎 0	1.100	0
1,500	.945	.055
3,000	.891	.109
4,500	.844	.156
6,000	.796	.204
7,500	.748	.252
9,000	.707	.293
10,500	.670	.330
12,000	.634	.366
13,500	.598	.402
15,000	.565	.435
16,500	.534	.466
18,000	.504	.496
19,500	.475	.525
21,000	.449	.551
22,500	.425	.575
24,000	.401	.599
25,500	.376	.624
27,000	.357	.643
28,500	.337	.663
30,000	.319	.681

第一一七圖內之曲線是用上表所繪畫，並舉出動力之相對消失，以在地平上動力之百分數說明之。



第一百十七圖

注意。I. — 假設動力是與空氣密度成正比，每高度中動力之相對消失是

$$1 - \frac{\rho_z}{\rho_0}$$

例如在23,000呎上，此項公律指出百分之53之消

失，而同比壓力之公律指出百分之59；此即有百分之6之差數。百分之6之差數在13,000呎高度上頗為恆定。

注意。II. — 為旋轉發動機，在發動機旋轉中所吸收之動力是與空氣密度成正比；此則未若有用動力之減小迅速。

吸氣時壓力之消落

定理。 — 在一恆定發動機速度上，吸氣管中壓力之消落是與大氣壓力成正比而減小。

在任何瞬息之間，設 v 為吸入混合氣體之速度，以每秒鐘之呎說明之， w 為在大氣壓力 p 上之比重。

水之相符壓力之消落時數，其流動速度之關係是依照 *Bernoulli's* 定理

$$v^2 = 4.85 \times \frac{2g}{w} dp \dots\dots\dots (227)$$

其中 g 之是重力係數，並等於32.2。若 μ 是研究高度對於地平之壓力比例 $\frac{H}{760}$ ，並假設溫度恆定，

$$\bar{w} = \bar{w}_0 \mu$$

其中 \bar{w}_0 是化合氣之尋常比重。

故此則得

$$d p = \frac{\bar{w}_0}{9 \cdot 7 g} \mu v^2 \dots\dots\dots(228)$$

速度 v 是與吸入空氣之汽缸數目，及吸氣管之斷切面積有關。

由繼續活動之假定上言之，速度是與活塞之平均速度 μ_m 成正比。

現在，此項速度本身是與旋轉速度 n 同比；由此而得下列定理：——

在吸氣系中壓力之消落是與大氣壓力，及與旋轉速度之平方成正比，

經驗已將此項推論證實。

注意。 —— 經驗所示，為較水八吋為小之壓力消落，混合器則有缺點，不能得充足之化氣。故此須在最大高度上作飛行，而得壓力之消落至少有水八吋。假設化合器裝有吸氣支管，其斷切面積均相似

，並飛行欲達到之最大高度是18,000呎($\mu = .5$)，在地平之壓力消落須有水十八吋。

汽油耗量及高度修正

若上昇飛行無化合物之調節器發動機之旋轉速度是恆定。

(a) 每秒鐘吸入之空氣重量是與大氣壓力 p 成正比。

(b) 汽油經過噴口之流動速度，並其傳出之汽油量，是與在化合物狹道上之壓力消落平方根成正比（*Bernoullis* 公律），此即，與大氣壓力 p 之平方根成正比，因為壓力消落之變化是與大氣壓力成正比。由此則其結果

1. 汽油之流動速率，並其汽油消耗速率，是與大氣壓力之平方根同比而減小。

設 ϕ_z 是在高度 Z 所放出之汽油量， ϕ_0 是在地平上所放出之汽油量。故

$$\phi_z = \phi_0 \mu \dots\dots\dots (229)$$

2. 比例 $\frac{\text{汽油}}{\text{空氣}}$ 指出混合氣之濃富是與 $\frac{\sqrt{p}}{p} = \frac{1}{\sqrt{p}}$ 成

正比。

故混合氣之濃富是與大氣壓力之平方根相反而變化。

若 R_z 是在高度 Z 之濃富量， R_0 是地平上之濃富量

$$R_z = \frac{R_0}{\sqrt{p}} \dots\dots\dots (230)$$

因發動機動力是與壓力 p 同比而減小，並放出之汽油是與 \sqrt{p} 同比而減小，比油耗 (*specific petrol consumption*)，或每馬力小時之耗量，是與 $\frac{\sqrt{p}}{p} = \frac{1}{\sqrt{p}}$ 成正

比。故其變化是與大氣壓力之平方根成正比。

比耗量在高度 Z 是 C_z ，在地平上是 C_0 ，

$$C_z = \frac{C_0}{\sqrt{p}} \dots\dots\dots (231)$$

4. 經濟效率是 B. Th. U. 之數目，由汽油中每 100 B. Th. U. 而變為有用工作。

在地平情況中，爲固定式發動機，此數是在25之附近。

經濟效率是發動機動力對於汽油流動速率之比例。
故此數之變化是與比耗量成正反比，且其減小是與大氣壓力之平方根同比。若 η_z 指示高度 Z 上之經濟效率， η_0 指示地平之效率，

$$\eta_z = \eta_0 \sqrt{\mu}$$

過多之汽油當不大時，其結果使動力之減小甚微；然在某種高度上，濃富之混合汽能使化合器發生障礙。

高度修正含有汽油流動之調節器如此以保持相同之濃富量，並在一切高度上保持相同之比耗量。

設 ϕ_0 是在地平上之放出汽油。若無修正，此則在高度 Z 上變爲

$$\phi_z = \phi_0 \sqrt{\mu}$$

因吸入空氣之重量是與 μ 成正比而變化，濃富及比耗量須保持恆定，若汽油活動速率是被調節與壓力成正比；故：保持恆定濃富量，或恆定比耗量，

此則須在汽油流動上加以調節要素，此要素之變化是與壓力之平方根成正比。故放出量 ϕ_z 之減小是與 $\sqrt{\mu}$ 成正比，如此使其值復原

$$\phi'_z = \phi_z \sqrt{\mu} = \phi_0 \mu \dots\dots\dots (232)$$

在汽油流動中之相對減小是

$$\frac{\phi_z - \phi'_z}{\phi_0} = 1 - \sqrt{\mu} \dots\dots\dots (233)$$

用高度修正時，經濟效率是恆定。汽油耗量速率之減小是與大氣壓力成正比；相對之增加是 $1 - \sqrt{\mu}$ ，如此以增加活動半徑。假設高度修正始於高度 Z 上，無修正之汽油流動是 $\phi_z = \phi_0 \sqrt{\mu}$ ；因離開地本此已有相對之減小，

$$\frac{\phi_0 - \mu_z}{\mu_0} = 1 - \sqrt{\mu}$$

此則指示高度修正加有流動之相同減小； $1 - \sqrt{\mu}$ 此則由地平飛行時自然發生。

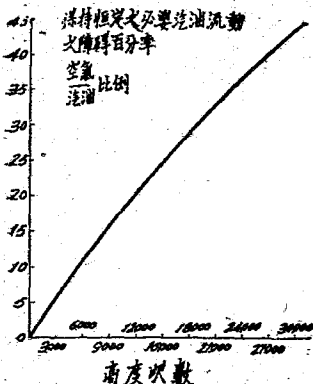
下列之表指出放出量 ϕ_z 之百分率，在各高度上之

必需高度修正。此項數目亦指示飛機由地平飛至高度 Z 時，無修正之汽油流動之相對縮小。

第二十一表

高度 Z	$\mu = \frac{H}{760}$	$\sqrt{\mu}$	高度修正 如放出之百分率 $100(1 - \sqrt{\mu})$
呎			
0	1.00	1.00	0
1,500	.945	.970	3.0
3,000	.891	.942	5.8
4,500	.844	.920	8.0
6,000	.796	.891	10.9
7,500	.748	.865	13.5
9,000	.707	.800	16.0
10,500	.670	.818	18.2
12,000	.634	.797	20.3
13,500	.598	.773	22.7
15,000	.565	.751	24.9
16,500	.534	.730	27.0
18,000	.504	.710	29.0
19,500	.475	.688	31.2
21,000	.449	.669	33.1
22,500	.425	.652	34.8
24,000	.401	.633	36.7
25,500	.376	.613	38.7
27,000	.357	.597	40.3
28,500	.337	.580	42.0
30,000	.319	.564	43.6

第一百一十八圖內之高度修正百分率曲線是得自於第二十一表。



第一一八圖

若汽油流動在地平上是每小時之磅數，第一一九圖之 *nomogram* 則得——

(1) 在各高度上無修正之放出 ϕ_s ，

(2) 被修正之放出 $\phi's$?

例如，汽油活動在地平

上每小時 155 磅，在 23,000 呎

上，其流動量之決定如下法——

將第一比例尺之 155 點與高度比例尺之 23,000 點相連接，如此所繪之直線在鄰近比例尺上得——

(1) 無修正之放出每小時 99 磅

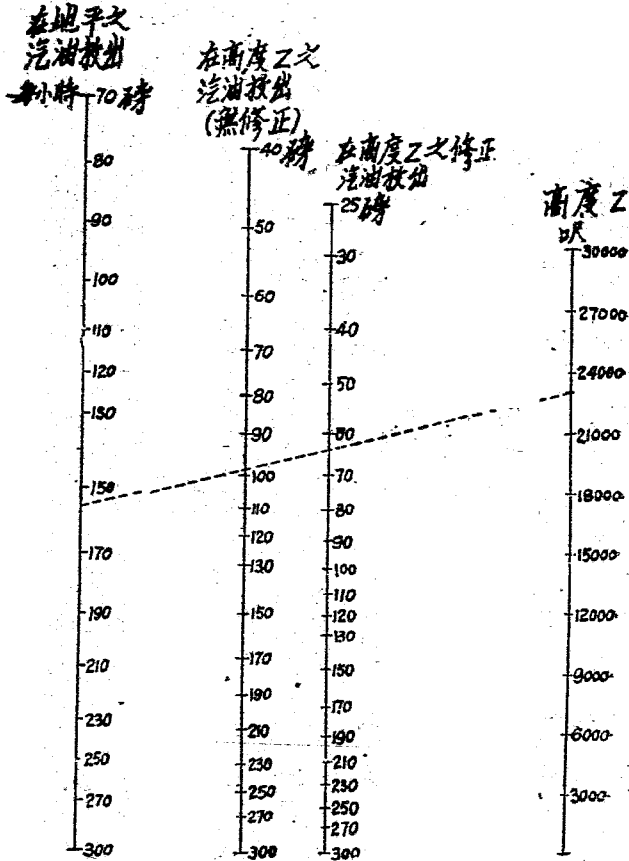
(2) 放出每小時 63.5 磅，為此則混合汽之濃富及比耗量是與在地平上者相同。

過壓縮 (Supercompression)

據經驗所示，每次工作於含之熱在壓縮室中之每單位面積未超過某值時，則無預期點火之危險。

現在每次工作中 B. T. U 之數目是與其養氣重量

成正比，故此是與大氣壓力成正比。



第一百二十九圖

故利用較大氣壓縮比例，於較大工作高度中頗為合理。因每具發動機及每種高度，則有一最佳壓縮比例而結最大動力

壓縮比例之增大有一限制，因於地平或於低空中起飛時，則開足油門飛行數分鐘。氣門，尤其是發火栓，在地平上其壓縮比例等於或大過 5.3，則不長時支持滿開油門之情況。

現已知道熱量效率之增大是依照下列公式之壓縮比例

$$\eta_i = 1 - \frac{1}{r^{.3}}$$

發動機扭力是與熱量效率成正比。假設用各種壓縮比例，在同一高度上，用同一之旋螺槳，而作固定之試驗。

1. 螺旋槳之抵抗扭力，或發動機扭力，是與旋轉速度之平方成正比。

旋轉速度是照發動機扭力之平方根而增大，故亦

照熱量效率之平方根 $1 - \frac{1}{r^{.3}}$ 而增大。

2. 發出之動力，是與發動機扭力乘旋轉速度之積同比者，其增大之趨勢如扭力之 $\frac{2}{3}$ 次乘級，故亦如熱量效率之次乘級。

3. 壓力於吸氣時之消落，是與發動機旋轉速度之平方而增大；汽油放出之速率，是與此項壓力消落之平方根同比者，其增加如發動機速度，與熱量效率之平方根成正比。

4. 動力與 $n_t^{\frac{2}{3}}$ 同比者，比耗量之變化如

$$\frac{\sqrt{n_t}}{\eta_t^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\eta_t}$$

比耗量之變化是與熱量效率成反比。

發動機——冷却法。——散熱器用以吸收每匹
力小時之 1680 B. Th. U

設 dt 是汽缸之出水與入水間之溫度差 F ， Q 是循環唧筒每分鐘之放出水量。

若 P_0 是在地平上之發動機動力，為熱之調遷 (*Heat transferences*) 公式是

$$1680 P_0 = 60 Q dt$$

例如 $dt = 28^\circ$ ；此則可知唧筒傳出之水磅數，是如發動機之馬力數。

為增加高度之飛行中，動力之減小是與大氣壓力成正比。

散熱器之吸收熱量，是與每單位時間所經過之冷空氣量成正比，故亦與空氣密度成正比。冷却影響是與平均水及平均氣溫之差成正比。其差是與高度成正比；因之高度愈增，而冷却響亦愈大。

英漢名詞對照表

Aeroplane	飛機
Abscissae	橫線，縱座線
Aileron	偏斜翼
Aileron control	偏斜翼操縱器
Air density	空氣密度
Airscrew	螺旋槳
Airscrew axis	螺旋槳軸
Altitude	高度
Angle of attack	衝角
Angle of incidence	傾角
Atmosphere	大氣
Auxiliary surfaces	輔助面
Barometric formulae	氣壓計之公式
Biplane	雙翼機
Bombing machine	轟炸機
Cam	偏心盤
Ceiling altitude	頂點高度

Center of gravity	重心
Chord of wing section	翼弦
Characteristic curve of wing section	翼弦之特性曲線
Circular flight	圓圈飛行
Closed curve	接頭曲線
Climbing angle	上昇角
Compensation of tail plane	尾面之補償
Cooling of engine	發動機之冷卻
Cosecant	餘割
Cosine	餘弦
Cotangent	餘切
Carburation system	化合器系
Couple	偶力
Consumption	消耗量
Damping couple	挫折偶力
Dihedral wing	上反翼
Drag	阻力
Delivery	放出

Dynamics	動力學
Displacement	移 置
Efficiency	效 率
Element	成 分
Envelope	包 線
Effective pitch	有效距
Energy	能 力
Eccentricity	離中心
Equilibrium	均 衡
Equivalent engines	等量發動機
Fictitious gliding angle	假飄角
Fineness of machine	發動機長短比
Flight trajectory	飛行道
Function	函 數
Flight path	飛行路線
Fuel	燃 料
Fuselage	機 身
Gliding angle	飄飛角

Geometric Pitch	形距
Helicopter fashion	直昇推進式
Horizontal rectilinear flight	水平直線飛行
Inflexion	彎曲
Initial position	最始位置
Impulse	衝動
Instability	不安定
Inclination	傾度
Kinetic energy	動能
Lateral stability	側面安定
Leading edge	引緣
Longitudinal stability	縱面安定
Metacentre	活中心
Monoqlane	單翼機
Moment	距
Momentum	動方
Minimum power angle	最小動力角
Nacelle	短艙

Nitrogen	氮 氣
Overloaded machine	過載機
Optimum angle	最良角
Ordinate	縱線，縱座標
Oscillatory	振 擺
Parameter	通 徑
Pitch of airscrew	螺旋槳距
Pitching moments	縱搖運動
Plat-form stability	片形安定
Perimeter	周 圍
Propelling plant	推進器
Polar co.ordinates	極座標
Polar triangle	極三角形
Power point	動力點
Perfect gas	完全氣體
Plan of symmetry	對稱面
Radius of actions	活動半徑
Reaction	反 動

Resultant force	合成力
Resistances	抵抗力
Righting moment	矯正距
Rudder	方向舵
Side-slipping	側滑
Span of wings	翼展
Specific weight	比重
Specific power	比動力
Struts	支柱
Thrust	推力
Units	單位
Value	值
Vector	向量
Velocity	速度
Vertical velocity	垂直速度
Wake current	激流
Work	工作
Screw vice	螺旋性

Secant	正 割
Sine	正 弦
Slip	平 滑
Supercharging	增壓器
Super compression	過壓縮
Tangent	正 切
Tractive effort	曳進力
Tracing cloth	描寫布
Terminal position	最終位置

版權所有
不准翻印

送
給
寄
贈

中華民國二十三年十二月初版

中央航空學校教育處編印

