

計算尺用法

李 儼 編 著

正 中 書 局 印 行

510.8
L347

382 目 次

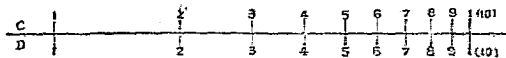
一.	計算尺說明	1
二.	計算尺普通算法	5
三.	計算尺數位之核定	8
四.	計算尺倒數尺度	17
五.	計算尺複對數尺度	24
六.	計算尺各項符號	



一。計算尺說明

計算尺 (slide rule) 為一種簡便之計算工具，係應用對數原理製成。國內外工程師、工高業家、學者，幾無不人手一具。但以各國製造廠家甚多，說明書又多不一致，茲就計算尺應用原則，加以簡單說明，以備參考。

查計算尺，又稱滑尺，以其有一滑動小尺，套入固定大尺中間，可以左右滑動，因而得名。計算尺係應用對數原理製成，故每格並非如平常尺之例，平均分其，如第一圖：



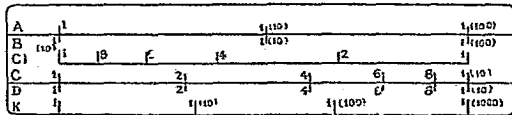
第一圖

1 至 10 之尺度分畫，即係從大而小，又為指示精確尺度起見，另於大尺之外，套一小玻璃套，



亦可左右滑動。此項玻璃蓋，正中畫一直線，有時畫成三直線，用作照準。

普通計算尺 正面多分為四層，計：上面二層，下面二層 如第二圖所示，稱為 *A, B, C, D*。



第二圖

其中 *A* 及 *B* 之尺度，*C* 及 *D* 之尺度，普通相同，而 *B, C* 在小尺上，*A, D* 在大尺上。此外另加之尺度，為數甚多，如第二圖中間之 *C*（或作 *C'*），及下面之 *K*（或作 *Ku*），即其一例。就中：

- A* 稱為上層固定尺度 (upper rule scale)；
- B* 稱為上層滑動尺度 (upper slide scale)；
- C* 稱為下層滑動尺度 (lower slide scale)；
- D* 稱為下層固定尺度 (lower rule scale)；

CI 稱為倒數尺度(reciprocal scale);

K 稱為立方尺度(cube scale),

上文所述下層分畫相同之 *C* 及 *D* 尺度, 大體由 1 至 10; 而上層分畫相同之 *A* 及 *B* 尺度, 則由 1 至 10². 上下層互相對照, 則上層 *A* 及 *B* 為下層 *C* 及 *D* 之平方數. 至中間之 *CI* (或 *C⁻¹*) 則由 10 至 1, 為 *C* 及 *D* 之倒數. 又設下層之 *K* (或 *C³*) 亦上下對照由 1 至 1000, 為 *C* 及 *D* 之立方數. 如 *C* 及 *D* 認為 0.01 至 0.10 或認為 10 至 10³, 則上下對照之平方及立方值隨之而變, 餘類推. 此外尚有 *CF*, *DF*, *CF⁻¹*, *L*, *S*, *T*, 及 *LL*, *LU* 或 *Lo₁-Lo₂* 等尺度; 統中:

CF 稱為上層某數與 π 相乘之滑動尺度;

DF 稱為上層某數與 π 相乘之固定尺度;

CF⁻¹ 稱為上層某數與 π 相乘之倒數尺度;

L 稱為對數尺度(logarithmic scale);

S 稱為正弦尺度(sine scale);

T 稱為正切尺度(tangent scale);

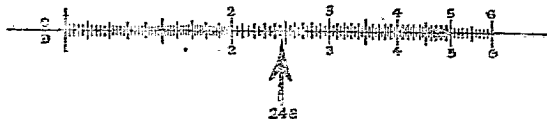
S-T 稱為正弦切線尺度;

LU 稱為上層複對數尺度(upper log-log scale);

註五 稱為下層 相對數尺度 (lower log-log scale).

欲中對數尺度 (L) 有時置於最下層，而將 K (或 C_{60}) 移置於最上層。但普通計算尺多將 L, S, T 及 $S-T$ 尺度置於滑動小尺之後面，另於固定大尺之左或右，畫以直格，而於大尺之正面 B 下讀正弦 (S) 之數值，於大尺之正面 B 下，或 C 上讀正切 (T) 之數值，又於大尺之正面 C 上，或於大尺之正面 L 上讀 (L) 之數值。

計算尺 C, D 內之尺度，係從 1 至 10，而實際則為絕對值。例如第三圖上矢形所指之總



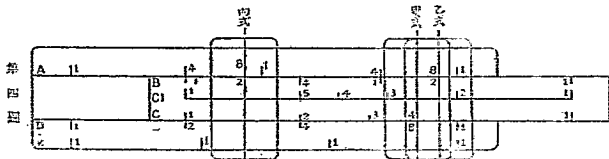
第三圖

對值為 246，此 246 亦可看作 2.46 ， 2.46 ， 24.6 ；或 0.246 ， 0.0246 ， 0.00246 。此項單位決定後，其下方值、立方值，即隨之而變。計算尺之最大作用，則為連續乘除。此項連續乘除，亦可相計

求單位。例如 $6.25 \times 1.2 \times 5.2$ ，可預知其得數大於 $6 \times 1 \times 5$ 或 30；又 $\frac{41}{4.85 \times 3.66}$ ，可預知其得數約為 $\frac{45}{5 \times 3}$ 或 3 是也。

二. 計算尺普通算法

計算尺普通算法之最重要者：為乘、除、及平方、開平方、立方、開立方。今先舉乘法以明之，例如 $2 \times 4 = 8$ 在計算尺上對此有三項算法 甲式(第四圖)，先將小尺 *C* 上之 1 移至與大尺 *D* 上之 2 相對照，而沿大尺 *D* 尋與小尺 *C* 上之 4 相對之數值，今於 *D* 上尋得 8，即為 $2 \times 4 = 8$



之得數。同樣，亦可如乙式、丙式(第四圖)，將小尺 B 上之 1 移至與大尺 A 上之 4 相對照，而沿大尺 A 尋與小尺 B 上之 2 相對之數值。今於 A 上尋得 8，即為 $4 \times 2 = 8$ 之得數。反之， $8 \div 4 = 2$ ，或 $8 \div = 4$ 之除法，亦可以相反之方法，求其得數。又在計算尺上求 $\frac{a \times b}{c}$ ，應先除

後乘，即 $\frac{a}{c} \times b$ ，使小尺祇移動一次。

至求某數之平方值、平方根值，立方值、立方根值，則不必移動小尺，祇移動玻璃蓋，求其對照數值可也。例如 D 上之 3，與 A 上之 9 對照，而 9 即為 3 之平方值。反之，3 為 9 之平方根值。又如 D 上之 3，與 K 上之 27 相對照，則 27 為 3 之立方值。反之，3 為 27 之立方根值。又如計算尺上未有 K 之尺度，而欲直接一次求得某數之立方根值，或立方值，法將小尺取下，倒插於大尺內，使 A, C 相對， B, D 相對。例如求 $\sqrt[3]{16}$ ，法將倒插小尺 C 上之 1(10) 移與大尺 A 上之 16 相對照，而沿 B 向左，沿 D 向右，求其相等數值，今求得 2.52，即 $\sqrt[3]{16} = 2.52$ 。反之，某數之立方值，亦可以相反之方法，求其得數。

至 $X^{\frac{a}{b}}$ ， $Y^{\frac{c}{d}}$ ，亦可於倒插小尺時，一次求其得數。例如：求 $7.5^{\frac{3}{2}} = 20.5$ ，法先於 B 及 D

使 7.5 之值相對照，次於 B 倒尺 1 下，在 D 上求其數值。又例如：求 $132^{\frac{2}{3}} = 25.9$ 爲上例
 反，法於 B 倒尺 1 下對 D 上 132 之值，次沿 B 及 D ，如求立方根之例，求其最後數值。

至 $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{a^2}$, $\frac{1}{\sqrt{a}}$, $\frac{1}{a^3}$, $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$ 各值，亦可於倒置小尺時，一次求其得數。

$\frac{1}{a}$ ：法置 a 於 D ，而於 C 倒尺上；或置 a 於 C 倒尺，而於 D 上求其得數。

$\frac{1}{a^2}$ ：法置 a 於 C 倒尺，而於 A 上求其得數。

$\frac{1}{\sqrt{a}}$ ：法置 a 於 A ，而於 C 倒尺上求其得數。

$\frac{1}{a^3}$ ：法置 a 於 C 倒尺，而於 K 上求其得數。

$\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$ ：法置 a 於 K ，而於 C 倒尺上求其得數。

三。計算尺數位之核定

【一】普通乘除

計算尺之最大用途，厥為乘除。如數值較少，則其小數點地位，自易確定。例如 2.47×41 可一望而知其得數在 100 以下，10 以上。如求得絕對值為 845，則必為 84.5，而非 845 或 8.45，即 $2.47 \times 34.2 = 84.5$ 。

惟查 C, D 之尺度，通常假定為由 1 至 10，則凡兩單位值相乘積之得數在 10 以下者，如 $2 \times 4 = 8$, $3 \times .2 = 0.6$ 等，小尺須向右移動；得數在 10 以上者，如 $3 \times 4 = 12$, $4 \times 8 = 32$ 等，小尺須向左移動。設相乘兩數 M, N 之數位各為 m 及 n。如小尺向左移動一次，則其得數數位為 $(m+n)$ ；向右移動一次，則其得數數位為 $(m+n-1)$ 。設兩數 M, N 相除時，則小尺向左移動一次，其得數數位為 $(m-n)$ ；向右移動一次，其得數數位為 $(m-n+1)$ 。換言之，凡兩數相乘，如小尺伸向左方，祇將兩數數位相加，便得積之數位；如小尺伸向右方，則須將兩數數位相加後減去 1，方得積之數位。又兩數相除時，小尺向右，其商之數位為兩數數位相減加 1；小

尺向左，則商之數位祇為兩數數位相減之結果。故普通計算尺，有時在右角下標明(Prod-1)或(P-1)，又於左角下標明(Quo+1)或(Q+1)，以記此義。

今舉例以明兩數相乘後所得得數數位之定法：

例		得數數位之定法			
兩數相乘 $M \times N$	$-P$	$m+n$	小尺向左或向右	應否減	得數數位
1.12 × 1.1	= 1.252	1+1=2	右	-1	1
5.43 × 1.47	= 7.98	1+1=2	右	-1	1
0.27 × 7.6	= 15.55	0+1=1	左	不變	2
0.42 × 0.161	= 0.0676	0+1=1	右	-1	-1
0.058 × 37.6	= 2.18	-1+1=0	左	不變	1
5439 × 0.00013	= 0.706	4+(-3)=1	右	-1	0
0.00062 × 0.00054	= 0.000000335	-3+(-)=-3	左	不變	-3

再舉例以明兩數相除後所得得數數位之定法:

兩數相除 $M \div N$	例	$-Q$	得數數位之定法			
			$m-n$	小尺向左或向右	應否加 1	得數數位
$1.232 \div 1.1$		$= 1.12$	$1-1=0$	右	+1	1
$7.62 \div 1.45$		$= 5.26$	$1-1=0$	右	+1	1
$2.8 \div 9.02$		$= .310$	$1-1=0$	左	不變	0
$84 \div 3.7$		$= 22.70$	$2-2=0$	右	+1	2
$79.2 \div 0.023$		$= 3443$	$2-(-1)=3$	右	+1	4
$0.86 \div 0.411$		$= 2.06$	$1-0=1$	右	+1	1
$0.027 \div 0.181$		$= 0.149$	$-1-(-1)=0$	左	不變	0
$0.0001 \div 0.000032$		$= 312.5$	$-2-(-4)=2$	右	+	3
$0.000168 \div 0.0762$		$= 0.00220$	$-3-(-1)=-2$	左	不變	-2

【二】比例式乘除

比例式乘、除之算式如下： $a:b=c:d$ 。

求 $a = \frac{b \cdot c}{d}$, $b = \frac{ad}{c}$, $c = \frac{ad}{b}$, $d = \frac{bc}{a}$ 。

如用計算尺求 $a = \frac{bc}{d}$ 等之值，應先除後乘，並以小尺移動次數愈少愈妙。舉例如次：

(A) $\frac{31 \times 21}{28} = 23.25$ ，在筆算時，先乘後除，即先求 $31 \times 21 = 651$ ，次令 $651 \div 28 = 23.25$ 。

用計算尺時，如按筆算次序計算，則小尺須移動二次，不易正確，法先令 $31 \div 28$ ，次移玻璃蓋使線條對準 21，即得 23.25。此時小尺僅移動一次，比較正確，但亦有必須移動小尺二次者，如：

(B) $\frac{42}{32} \times 88 = 115.5$ ，或 $\frac{9}{13} \times 32 = 22.15$ ；

(C) $\frac{22}{7} \times 21 = 66$ ，或 $\frac{32}{42} \times 11 = 8.38$ 是也。

上述(B)二式,移動小尺二次,最後一次,小尺向左;(C)二式,移動小尺二次,最後一次,小尺向右。歸納言之,「比例式乘除」,如 $\frac{M}{N} \times R$,用計算尺計算時,計有(A),(B),(C)三例,其數位亦可由此算得,即:

(A)小尺移動一次,最後一次,小尺向左或向右,得數數位為 $[(m-n+r)]$;

(B)小尺移動二次,最後一次,小尺向左,得數數位為 $[(m-n+r)+1]$;

(C)小尺移動二次,最後一次,小尺向右,得數數位為 $[(m-n+r)-1]$ 。

由於上述方法,核定(A),(B),(C)三例之得數數位如次:

$$(A) \frac{31 \times 21}{28}, \text{得數數位 } 2-2+2=2, \quad \text{故 } \frac{31 \times 21}{28} = 23.25;$$

$$(B) \frac{42 \times 88}{32}, \text{得數數位 } (2-2+2) - 1 = 3, \text{故 } \frac{42 \times 88}{32} = 115.5;$$

$$(C) \frac{22 \times 21}{7}, \text{得數數位 } (2-1+2) - 1 = 2, \text{故 } \frac{22 \times 21}{7} = 66.$$

【三】連續式乘除

「連續式乘除」之算例如下:

$$(A) \frac{35.6 \times 1621 \times 0.000483 \times 0.754}{7580 \times 0.0905 \times 1.725} = 0.01119;$$

$$(B) \frac{0.00376 \times 0.853 \times 11270 \times 53.2 \times 0.987}{0.0165 \times 0.422 \times 955000 \times 18.33} = 0.01556.$$

以上算例中各數之次序最好加以調動，使每次行「比例式乘除」時，小尺不至時常移動二次。如(A)例不加調動，則小尺須有兩次「移動二次」，即第一次向右，第二次向左；其數位之變動為 $(-1+1)$ ，得數數位如次所示：

$$(2+4-3+0) - (4-1+1) + (-1+1) = 3-4+0 = -1.$$

又如(B)例不加調動，則小尺須有三次「移動二次」，即第一次向左，第二次向右，第三次向左；其數位之變動為 $(1-1+1)$ ，得數數位如次所示：

$$(-2+0+5+2+0) - (-1+0+6+2) + (1-1+1) = -5-7+1 = -1.$$

試將(A)及(B)二例中各數之次序加以調動，如下式：

$$(A)_1 \frac{35.6 \times 0.000483 \times 0.754 \times 1021}{7580 \times 0.0905 \times 1.725}$$

$$(B)_1 \frac{0.0376 \times 11270 \times 0.853 \times 53.2 \times 0.987}{0.0166 \times 0.422 \times 9.5000 \times 18.33}$$

則(A)₁例小尺僅移動一次，其數位不變，得數數位如次所示：

$$(2-3+0+4)-(4-1+1)+0-3-4+0=-1.$$

又(B)₁例小尺僅有一次「移動二次」，即最後小尺向左，其數位之變動為(+1)，得數數位如次所示：

$$(-2+5+0+2+0)-(-1+0+6+2)+1=5-7+1=-1.$$

【四】平方立方

普通計算尺平方數、立方數多上下對照，可以直接求出，例如(參看第二圖)：在求平方數時，則1對1， $\sqrt{10}=3.16$ 對10，10對100；在求立方數時，則1對1， $\sqrt[3]{10}=2.16$ 對10， $\sqrt[3]{100}$

=4.65 對 100, 10 對 1000. 凡在 3.16 以內之絕對數, 其平方數之數位為 $(2n-1)$ (n 即絕對數之數位); 又在 3.16—10 之間之絕對數, 其平方數之數位為 $2n$. 同理, 凡在 2.16 以內之絕對數, 其立方數之數位為 $(3n-2)$; 又在 2.16—10 之間之絕對數, 其立方數之數位為 $(3n-1)$; 又在 4.65—10 之間之絕對數, 其立方數之數位為 $3n$. 茲再舉例如次:

(甲)平方數

0.164^2	= 0.0269	$n = 0$	故 $s = n - 1 = -1$
1.92^2	= 3.68	= +1	$2n - 1 = 1$
2.090^2	= 4,370,000	= +4	$2n - 1 = 7$
0.0091^2	= 0.000081	= -2	$2n - 1 = -5$
30.5^2	= 930	= +2	$2n - 1 = 3$

以上各數, 絕對數在 3.16 以內, 故其平方數數位為 $(2n-1)$.

4.1^2	= 16.8	$n = 1$	故 $s = 2n = 2$
557^2	= 310,000	= 3	$2n = 6$

$$0.000731^2 = 0.00000534 \quad n = -3 \quad \text{故} \quad s = 2n = -6$$

$$0.912 = 832 \quad 0 \quad 2n = 0$$

以上各數，絕對數在 3.16—10 之間，故其平方數數位為 $2n$ 。

(乙)立方數：

$$1.32^3 = 2.30 \quad n = 1 \quad \text{故} \quad c = 3n - 2 = 1$$

$$0.175^3 = 0.00536 \quad 0 \quad 3n - 2 = -2$$

$$-0.0206^3 = -0.0000874 \quad -1 \quad 3n - 2 = -5$$

以上各數，絕對數在 2.16 以內，故其立方數數位為 $(3n-2)$ 。

$$32.5^3 = 34,300 \quad n = 2 \quad \text{故} \quad c = 3n - 1 = 5$$

$$0.421^3 = 0.0746 \quad 0 \quad 3n - 1 = -1$$

$$0.000432^3 = 0.000000000000809 \quad n = -4 \quad 3n - 1 = -13$$

以上各數，絕對數在 2.16— .65 之間，故其立方數數位為 $(3n-1)$ 。

567^3	$= 182,000,000$	$n=3$	故	$c-3n = 9$
0.624^3	$= 0.243$	0		$3n = 0$
0.000957^3	$= 0.000000000875$	-3		$3n = -9$

以上各數，絕對數在 4.65—10 之間，故其立方數數位為 $3n$ 。

四. 計算尺倒數尺度

第二節「計算尺普通算法」曾經說及，如將小尺取下倒插於大尺內，可因此 C 倒尺，求得

$a^{\frac{3}{2}}, a^{\frac{2}{3}}, \frac{1}{a}, \frac{1}{a}, \frac{1}{\sqrt{a}}, \frac{1}{a^2}, \frac{1}{\sqrt{a}}$ 各值。普通計算尺亦有於小尺 B, C 中間，設有 CI (或 Cr) 尺

度，以代上述之 C 倒尺者。

此項倒尺 (CI 或 Cr) 如用以計算 $a \times b \times c, \frac{a}{b \times c}$ ；及二次方程式，三次方程式，特別便利。

茲分述之如次：

求 $a \times b \times c$ ，可置 a 於 D 上，置 b 於 C_r 上，置 c 於 C 上，最後於 D 下，求其乘積。

又求 $\frac{a}{bc}$ ，可置 a 於 D 上，置 b 於 C 上，置 c 於 C_r 上，最後於 D 下，求其得數。

二次方程式之兩根，並為實數時，該兩根數借倒數尺甚易求得；如 $X^2 \pm aX \pm b = 0$ 之兩根數並為實數，法置 $\pm b$ 值於 D 上，再於 D 及 C_r 上，求得兩根數，上下對照，使其和或差，等於 $\pm a$ 。

例 1. $X^2 - 12X + 32 = 0$ ，已知該方程式兩實根並為正數，法置 32 於 D 上，又在 D 及 C_r 求得兩根 $X_1 = 8$ ， $X_2 = 4$ ，上下對照，而 $X_1 \cdot X_2 = 32$ ， $X_1 + X_2 = 12$ 。

例 2. $X^2 - 4X - 18 = 0$ ，已知該方程式兩實根，一為正數，其值較大；一為負數，其值較小，法置 $b = 18$ 於 D 上，又在 D 及 C_r 上，上下對照，求得兩根，先使 $X_1 + X_2$ 之差，與 4 之值相近，其第一、二、三次之值如下：

	第一次	第二次	第三次	
$X_1 = -2.60$	-2.70	-2.69	$= -2.70 + \frac{1}{12}(2.70 - 2.60)$	
$X_2 = +6.92$	+6.67	+6.69	$= +6.67 + \frac{1}{12}(6.92 - 6.67)$	
	+4.32	+3.97	+4.00	
	4.00	-4.00	-4.00	
	32	-3	0	
	1	-1	0	

故第三次正確之 X_1 值，當由 $-2.70 + \frac{1}{12}(2.70 - 2.60) = -2.69$ 算得；又第三次之 X_2 值，當由 $+6.67 + \frac{1}{12}(6.92 - 6.67) = +6.69$ 算得。其 $X_1 = -2.69$, $X_2 = +6.69$ 為第三次值，即所求二次方程式之實根，因 $X_1 \cdot X_2 = -2.69 \times 6.69 = -17.996 \approx -18$ 。

三次方程式之三根，並為實根時，該項實根數藉倒數尺亦易求得。法將普通三次方程式先化為 $X^2 + \frac{b}{X} = a$ 之形式，然後設 b 於 D 上，移動小尺，於 C 上求假定之 X_1 值，與 b 值上

下對照，因於 D 上求得 $\frac{h}{X_1}$ 值，再將 O 上假定之 X_1 值，於 B 上，上下對照，求得 X_1^2 值。如 $X_1^2 + \frac{h}{X_1}$ 之值與 a 相等，則 X_1 即為所求之值。

例 $X^3 - 13X + 17 = 0$ 三次方程式，先化為 $X^2 + \frac{17}{X} = 13$ 之二次方程式形式，應用二次方程式求之如次

	第一次	第二次	第三次
X_1	= 2.40	2.50	2.475
$\frac{17}{X_1}$	= 7.08	6.80	6.87
X_1^2	= 5.76	6.25	6.13
	1.84	13.05	13.00
	-13	-13	-13
	-16	:	5 : 0
	-3	:	1 : 0

	第一次	第二次	第三次
X_2	= -4.10	-4.0	-4.135
$\frac{17}{X_2}$	= -4.15	-4.05	-4.11
X_2^2	= 16.81	17.64	17.11
	1.66	13.59	13
	-13	-13	-13
	-34	:	59 : 0
	-4	:	7 : 0

已知 $X_1 = 2.50 - \frac{1}{4}(2.50 - 2.40) = 2.475$; $X_2 = -4.20 + \frac{7}{11}(4.0 - 4.10) = -4.135$, 可求得第三根 $X_3 = 1.71$.

五. 計算尺複對數尺度

凡計算尺刻有 LL, LU ; 或 LL_1, LL_2, LL_3 等尺度者, 即為具有複對數尺度. 德國 A.W. Faber 公司製造之計算尺, 其複對數尺度以 LL, LU 表之; 美國 Keuffel & Esser 公司所製造者則以 LL_1, LL_2, LL_3 表之. 今以後者為例, 說明其各種用法:

(一) 求某數之十乘方. 法 (a) 置某數於 LL_1 , 在 LL_2 上求其十乘方之得數; (b) 置某數於 LL_3 , 在 LL_3 上求其十乘方之得數.

例 $1.204^{10} = 6.4$; $1.443^1 = 39.2$.

(二) 求某數之十次方. 此為上法之反.

例 ${}^{10}\sqrt{1.16} = 1.01495$; ${}^{10}\sqrt{3.4} = 1.1307$; ${}^{10}\sqrt{4.41} = 1.16$; ${}^{10}\sqrt{75} = 1.51$.

(三) 求 e 之大數各乘方。法置某乘方數於 C ，在 LL_3 上求其乘方值。

例 $e^2 = 7.39$; $e^{2.3} = 9.99$ $e^3 = 20.1$ 。

(四) 求 e 之小數各乘方。如求 e 十分之一小數乘方，則置某小數乘方數於 C ，在 LL_1 上求其乘方值。如求 e 百分之一小數乘方，則置某小數乘方數於 C ，在 LL 上求其乘方值。

例 $e^{0.23} = 1.259$; $e^{-0.336} = 1.4$; $e^{0.003} = 1.033$ 。

(五) 求 e 之開方數。法先求開方數之倒數，如開五乘方為 0.2 (因 $\frac{1}{5} = 0.2$)，再按前法求之。

例 $2.17\sqrt[e]{e} = 1.585$ 。

(六) 求 e^{-n} 之值。法先求 e^{+n} 之值後，再就其得數，求其倒數。

例 $e^{+5.2} = 181.3$ ，

則 $e^{-5.2} = 1/e^{+5.2} = 1/181.3 = 0.00551$ 。

(七) 求解方程式 $e^x = a$ 法置 a 值於 LL_3 , LL , 或 LL_1 上, 在 C 上求 x 值. (參看本節第三、四項)

例 $e^x = 20.5, x = 3.0$; $e^x = 11, x = 2.4$.

(八) 求解方程式 $e^{\frac{x}{y}} = a$. 如上法求得 $x = \frac{1}{y}$ 值後, 再求其倒數. (參看本節 五項)

例 $\sqrt[3]{e} = 1.485, y = 2.59$ (而 $\frac{1}{y} = 0.396$).

(九) 求對曲線指數 (即 $\log_e A$) 之值. 法置某數於 LL_3 , LL , 或 LL_1 上, 在 C 上求其對數值.

例 $\log_e 94 = 4.54$; $\log_e 1.87 = 0.626$.

(十) 求某數之任何數乘方. 如求 $1.124^{2.21} = 1.296$; 法先將 C 尺度之 1 移動至與 LL_2 (等) 尺度內 1.124 之值相對, 再於 C 尺之 2.21 下 LL_2 (等) 尺度內得所求數值.

例 $11.5^{2.53} = 483$.

(十一) 求解 $a^x = b$ 方程式。此為上法之反。

例 $1.144^x = 1.96$, $x = 2.2$; $40^x = 10$, $x = 0.624$; $11.5^x = 483$, $x = 2.53$.

六. 計算尺各項符號

計算尺上記有各項符號, 其最普通者, 為

(一) $\pi = 3.1416$.

其次則有:

(二) $M = \frac{1}{\pi}$.

(三) $c = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{\pi}{4}\right)}} = 1.128$.

$$(四) \quad c_1 = \sqrt{\frac{10}{\left(\frac{\pi}{4}\right)}} = 3.57.$$

$$(五) \quad \frac{1}{c^2} = \frac{\pi}{4} = 0.7854.$$

故下列各項面積、體積，可以直接求得，即：

$$\text{圓周面積} = \frac{\pi d^2}{4} = \left(\frac{d}{c}\right)^2;$$

$$\text{圓球面積} = 4 \cdot \frac{\pi d^2}{4} = \left(\frac{2d}{c}\right)^2;$$

$$\text{圓柱體積} = \frac{\pi d^2}{4} \cdot l = \left(\frac{d\sqrt{l}}{c}\right)^2;$$

$$\text{圓錐體積} = \left(\frac{\pi d^2}{4}\right) \cdot \frac{l}{3} = \frac{1}{3} \left(\frac{d\sqrt{l}}{c}\right)^2,$$

$$\text{圓球體積} = \left(\frac{\pi d^2}{4}\right) \cdot 4 \cdot \frac{d}{6} = \frac{1}{3} \left(\frac{d \sqrt{2d}}{c}\right)^2.$$

此外又有兩組符號，如下第六、七兩項所示：

$$〔六〕 \quad \rho' = \frac{360}{2\pi} = 57^{\circ}.4; \quad \rho = \frac{360}{2\pi} \cdot 60 = 3438';$$

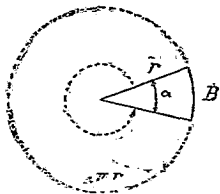
$$\rho'' = \frac{360}{2\pi} \cdot 60 \cdot 60 = 206265'', \text{ 而 } 4R = 360^{\circ}.$$

$$〔七〕 \quad \rho = \frac{40}{2\pi} = 63.662; \quad \rho_1 = 6366.2'; \quad \rho_2 = 636620'', \text{ 而 } 4R = 400^{\circ}.$$

如第五節， $B:2\pi = \alpha \cdot 4R$ ，而 $b = \frac{B}{r}$ 。下列各值可以直接求得，即：

$$〔1〕 \quad B = \left(\frac{2\pi}{4R}\right) \cdot \alpha = \frac{\alpha}{\rho'} \cdot r;$$

$$〔2〕 \quad r = \left(\frac{4R}{2\pi}\right) \frac{B}{\alpha} = \frac{\rho'}{\alpha} \cdot B;$$



第五題

$$[3] \quad \alpha = \left(\frac{4R}{2\pi} \right) \frac{B}{r} = \rho^\circ \cdot \frac{B}{r} = \rho^\circ b;$$

$$[4] \quad b = \frac{\alpha}{\rho^\circ}.$$

例 已知 $\alpha = 27^\circ 30' = 1650'$; $r = 121.2^m$, 求 B 及 b .

$$\text{由}[1], \quad B = \frac{1650'}{\rho^\circ} \times 121.2 = 58.2^m.$$

$$\text{由}[4], \quad b = \frac{1650'}{\rho^\circ} = 0.48.$$

普通計算尺，多於 C 上記出 $\rho' = 343'$ 及 $\rho'' = 206265''$ 兩符號。此外尚有一組符號，如下面第八項所示。

$$[八] \quad 1 = \sin 34\frac{1}{2}' \approx \tan 34\frac{1}{2}' \approx \text{arc } 34\frac{1}{2}' = 0.0100;$$

$$11 = \sin 20.6'' \approx \tan 20.6'' \approx \text{arc } 20.6'' = 0.0001.$$

上述符號係記於計算尺反面正弦尺度(S)上, 而於正面 A 尺 1 下對 B 讀得正弦或正切之分數或秒數為 $34\frac{1}{2}$ 及 20.6 . 其他微小角度之正弦及正切等數值, 可按此比例求得.

$$\text{例 } \sin 34\frac{1}{2}' \cong \tan 34\frac{1}{2}' = 0.0100, \quad \text{故 } \sin 23' \cong \tan 23' = 0.0067.$$

$$\text{又 } \sin 20.6'' \cong \tan 20.6'' = 0.0001, \quad \text{故 } \sin 47'' \cong \tan 47'' = 0.000228.$$

