17. 2ニ對スル角ヲ求メヨ本文60頁52參照

18. 16ノ解參照

19. 三ツノ角ノ比ガ 1:2:3 ナルトキハ各角ハ 30°, 60°, 90° ニシテ此三角形ハ直三角形ナルコトヲ注意セヨ 下略

20. 本文18頁33參照

21. 本文39頁70ノ解參照

22. (1) 左邊$=\frac{1}{2}(2\sin 2A\cos A+2\cos 4A\sin A)$

$$=\frac{1}{2}(\sin(2A+A)+\sin(2A-A)+\sin(4A+A)-\sin(4A-A))$$

$$=\frac{1}{2}(\sin 3A+\sin A+\sin 5A-\sin 3A)$$

$$=\frac{1}{2}(\sin A+\sin 5A)=\frac{1}{2}\times 2\sin\frac{A+5A}{2}\cos\frac{5A-A}{2}$$

$$=\sin 3A\cos 2A$$

(2) 右邊$=\dfrac{\dfrac{\sin A}{\cos A}-\dfrac{\sin B}{\cos B}}{\dfrac{\sin A}{\cos A}+\dfrac{\sin B}{\cos B}}=\dfrac{\sin A\cos B-\sin B\cos A}{\sin A\cos B+\sin B\cos A}$

$$=\frac{\sin(A-B)}{\sin(A+B)}=\frac{\sin(A-B)\times\sin(A+B)}{\sin(A+B)\times\sin(A+B)}=\frac{\sin^2 A-\sin^2 B}{\sin^2(A+B)}$$

23. 左邊$=\frac{1}{2}(2\cos^2 A+2\cos^2 B+2\cos^2 C)$

$$=\frac{1}{2}(\cos 2A+\cos 2B+\cos 2C+3)$$

$$=\frac{1}{2}\Big\{2\cos(A+B)\cos(A-B)+\cos 2(A+B)+3\Big\}$$

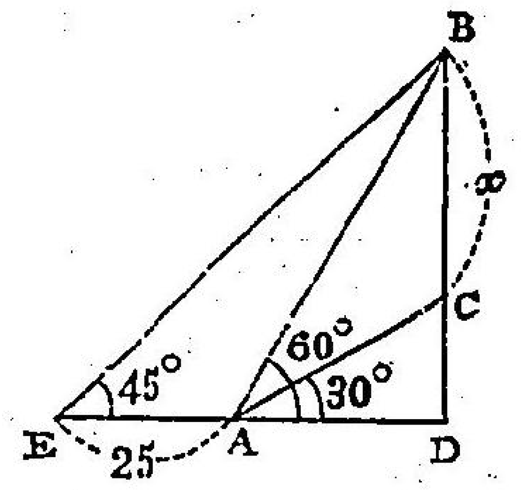
$$=\frac{1}{2}\Big\{2\cos(A+B)\cos(A-B)+2\cos^2(A+B)-1+3\Big\}$$

$$=\cos(A+B)\Big\{\cos(A-B)+\cos(A+B)\Big\}+1$$

$$=-\cos C\,2\cos A\cos B+1=1-2\cos A\cos B\cos C$$

24. 本文42頁101, 105, 109等參照

25. ∠BED ハ 45° ナルヲ以テ ED=BD ナリ故ニ



$$25+AD=x+CD\cdots\cdots\cdots(1)$$

直三角形 BAD ニ於テ

$$\mathrm{tg}\,60°=\frac{x+CD}{AD}=\frac{25+AD}{AD}$$

之ヨリ $\sqrt{3}=\frac{25}{AD}+1\quad AD=\frac{25}{\sqrt{3}-1}\cdots\cdots(2)$

又直三角形 CAD ヨリ $\mathrm{tg}\,30°=\frac{CD}{AD}$

之ヨリ $CD=\frac{AD}{\sqrt{3}}=\frac{25}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}\cdots\cdots\cdots(3)$

(2), (3) ノ AD, CD ノ價ヲ(1)ニ代入シテxヲ求ムルコトヲ得

26. 省解

27. (A) $\cos^2 A+(\cos 60°\cos A-\sin 60°\sin A)^2$

$+(\cos 60°\cos A+\sin 60°\sin A)^2$

$$=\cos^2 A+\left(\frac{1}{2}\cos A-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin A\right)^2+\left(\frac{1}{2}\cos A+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin A\right)^2$$

$$=\cos^2 A+\frac{1}{4}(\cos A-\sqrt{3}\sin A)^2+\frac{1}{4}(\cos A+\sqrt{3}\sin A)^2$$

$$=\cos^2 A+\frac{1}{4}(\cos^2 A-2\sqrt{3}\cos A\sin A+3\sin^2 A+\cos^2 A$$

$$+2\sqrt{3}\cos A\sin A+3\sin^2 A)$$

$$=\cos^2 A+\frac{1}{4}(2\cos^2 A+6\sin^2 A)$$

$$=\cos^2 A+\frac{1}{2}(\cos^2 A+3(1-\cos^2 A))$$

$$=\cos^2 A+\frac{1}{2}(\cos^2 A+3-3\cos^2 A)=\cos^2 A+\frac{3}{2}-\cos^2 A=\frac{3}{2}$$

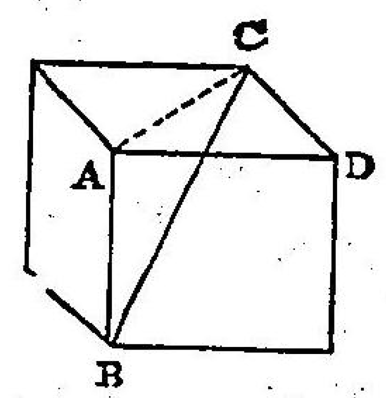
(B) 本式$=\frac{1+\tan x}{1-\tan x}-\frac{1-\tan x}{1+\tan x}=\frac{(1+\tan x)^2-(1-\tan x)^2}{1-\tan^2 x}$

$=\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}=\tan 2x$

28. 本文42頁112等參照

29. 14尺ニ對スル角ヲ求メヨ本文60頁52參照

30. ADCハ直三角形ナルコトヲ注意セヨ



斜邊 $AC=\sqrt{\overline{AD}^2+\overline{CD}^2}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

(但一邊ヲ單位トシタルナリ)

直三角形ABCニ於テ $\tan ABC=\frac{AC}{AB}=\frac{\sqrt{2}}{1}$

$\log\tan ABC=\frac{1}{2}\log 2-\log 1=\frac{1}{2}\log 2=0.1505$ 下略

31. 本式$=\frac{\sin A}{-\sin A}\times\frac{\tan A}{-\tan A}\times\frac{\cos A}{-\sin A}$ 下略

32. $\cos A=\cot A\sin A=\frac{\cot A}{\operatorname{cosec} A}=\frac{\cot A}{\sqrt{1+\cot^2 A}}$

33. $\sin x=\frac{3}{5}$ ヨリ $\cos x=\sqrt{1-\sin^2 x}=\sqrt{1-\frac{9}{25}}=\frac{4}{5}$

$\therefore\ \mathrm{tg}\,x=\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{3}{4}$

倍 $\mathrm{tg}\,2x=\frac{2\,\mathrm{tg}\,x}{1-\mathrm{tg}^2 x}=\frac{2\times\frac{3}{4}}{1-\left(\frac{3}{4}\right)^2}=\frac{\frac{6}{4}}{\frac{7}{16}}=\frac{6}{4}\times\frac{16}{7}=\frac{24}{7}$

34. $\tan\alpha$, $\tan\beta$ ヲコノ方程式ノ兩根トセバ

$$\tan\alpha+\tan\beta=-6$$

$$\tan\alpha\tan\beta=7$$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\cos\alpha\cos\beta(\tan\alpha+\tan\beta)$

$=\cos\alpha\cos\beta(-6)=\cos\alpha\cos\beta(1-7)=\cos\alpha\cos\beta(1-\tan\alpha\tan\beta)$

$=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=\cos(\alpha+\beta)$

35. 本文55頁注意第九ノ公式

36. $a\cos A=b\cos B$ 正弦比例ヨリ $a=\frac{b\sin A}{\sin B}$

故ニ本式ハ $\frac{b\sin A\cos A}{\sin B}=b\cos B$

或ハ $\sin A\cos A=\sin B\cos B$ 或ハ兩邊ヲ2倍スルトキハ

$\sin 2A=\sin 2B$ ∴ $2A=2B$ 即 $A=B$ ナルカ

$2A=180°-2B$ 即 $A+B=90°$ ナルカナリ

$A+B=90°$ ナルトキハ A, B ハ餘角ヲナスヲ以テ本形ハ直三角形ナリ

37. 本文41頁98

38. 本文31頁ノ公式ヨリ容易ニ導クコトヲ得

39. 左邊$=\frac{1}{\sin A\sin B\sin C}(\sin A\cos A+\sin B\cos B+\sin C\cos C)$

$=\frac{1}{2\sin A\sin B\sin C}(2\sin A\cos A+2\sin B\cos B+2\sin C\cos C)$

$=\frac{\sin 2A+\sin 2B+\sin 2C}{2\sin A\sin B\sin C}$ 以下本文41頁81參照

40. 正弦比例ヨリ

$\frac{a-b}{c}=\frac{\sin A-\sin B}{\sin C}=\frac{\sin A-\sin B}{\sin C}\times\frac{\sin C}{\sin C}$

$=\frac{2\sin\frac{A-B}{2}\cos\frac{A+B}{2}\sin(B+C)}{\sin^2 C}$

$=\frac{2\sin\frac{A-B}{2}\cos\frac{A+B}{2}2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}}{1-\cos^2 C}$

$$=\frac{2\sin\frac{B+C}{2}\sin\frac{B-C}{2}2\cos^2\frac{A+B}{2}}{(1-\cos C)(1+\cos C)}=\frac{(\cos B-\cos A)\,2\sin^2\frac{C}{2}}{(1-\cos C)(1+\cos C)}$$

$$=\frac{\cos B-\cos A}{1+\cos C}$$

41. 本文42頁ノ方程式ノ問題ヲ參照セヨ

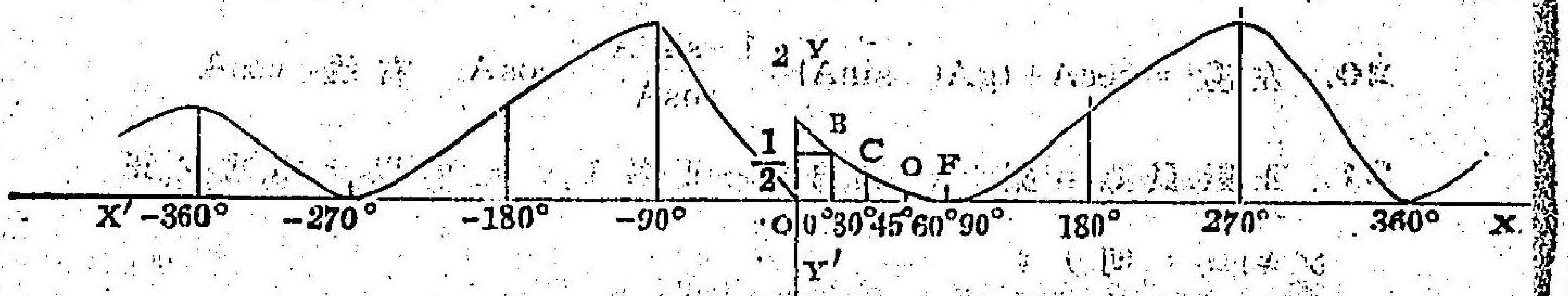
終

トキ $\sin\theta$ ハ -1 トナルヲ以テ $1-\sin\theta$ ハ 2 ナル價ヲトル

ソレヨリ θ ガ第四象限ニ入ルトキハ $\sin\theta$ ハ -1 ヨリ漸々增加スルヲ以テ $1-\sin\theta$ ハ漸々減少シテ θ ガ $360°$ 卽 $\sin\theta$ ガ 0 トナルニ至テ $1-\sin\theta$ ハ再ビ 1 トナル

θ ガ前ト反對ノ順序ニ(卽チ負ノ方向)變ズルトキハ前ノ變化ノ狀態ヲ逆ニシタル如ク變ズ

今上ノ變化ノ有樣ヲ圖上ニ示サンニ先ヅ $X'X$ 及ビ之ニ垂



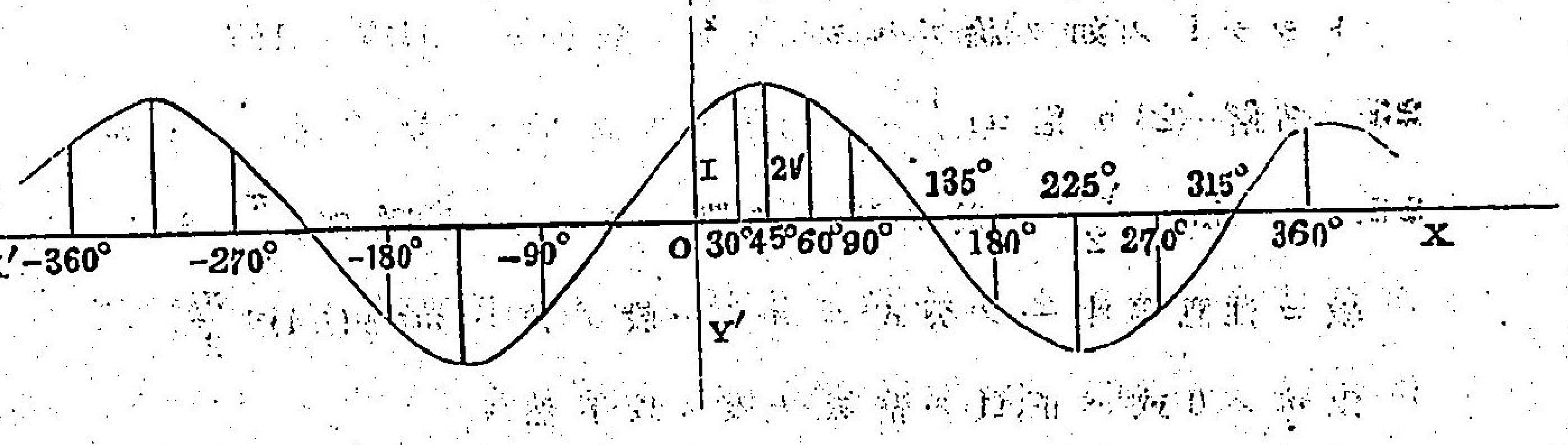
直ナル YY' ヲ定メ θ ノ變化ヲ $X'X$ 上ニ之ニ應ズル $1-\sin\theta$ (之ヲ y ト命ズ)ノ變化ヲ YY' 上ニ記スルモノトス

θ ガ $0°$ ナルトキハ y ハ 1 トナルヲ以テ之ヲ YY' 上ニトリ A ヲ定ム θ ガ增大シテ $30°$ トナルトキ y ハ $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ トナルヲ以テ YY' ニ平行シタル方向ニ B ヲ定ム斯クシテ θ ガ $45°, 60°$………ノトキ y ノトル價 C, D ヲ定メ θ ガ $90°$ トナルトキ y ハ 0 トナルヲ以テ點 F ヲ得斯クテ θ ガ $90°$ 迄變化スル迄ニ y ガトル價ヲ表ス曲線 ABCF ヲ得

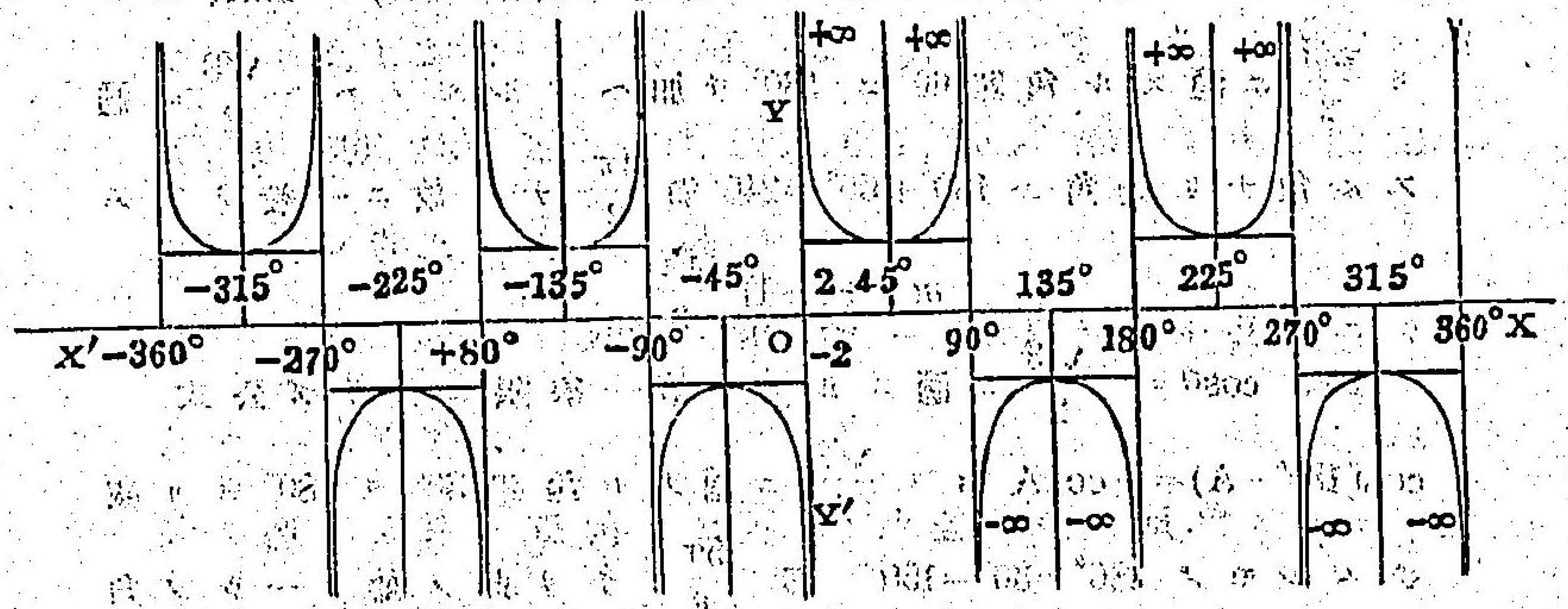
上ノ如クシテ θ ガ $180°, 270°, 360°$ ニ至ルマデノ y ノ變化ヲ表ハス曲線ハ圖ニ示スガ如シ

θ ガ負角トナルトキノ曲線ハ YY' ノ左側ニ示スガ如シ

II. $\sin\theta+\cos\theta=y$ ノ變化モ前ノ如クシテ之ヲ研究スルコトヲ得ベシ



III. $\mathrm{tg}\,\theta+\cot\theta=y$ ノ變化モ前ノ如クシテ之ヲ研究スルコトヲ得ベシ但 tg, cot ハ $+\infty$ ヨリ急ニ $-\infty$ ニ或ハ $-\infty$ ヨリ $+\infty$ ニ變ズルコトヲ注意スベシ(注意第五ノ函數變化ノ表ヲ見ヨ)



24. I. $\mathrm{tg}^2 x+\cot^2 x=(\mathrm{tg}\,x-\cot x)^2+2$

然ルニ上式ハ $\mathrm{tg}\,x$, $\cot x$ ガ如何ナル實値ヲトルモ $(\mathrm{tg}\,x-\cot x)^2$ ハ平方數ナルヲ以テ恒ニ正ナリ故ニ本式ガ最少ナル價ヲトルタメニハ $\mathrm{tg}\,x-\cot x=0$ ナラザルベカラズ故ニ $\mathrm{tg}\,x-\cot x=\mathrm{tg}\,x-\frac{1}{\mathrm{tg}\,x}=0$ 或ハ $\mathrm{tg}^2 x=1$ $\mathrm{tg}\,x=\pm1$ 故ニ x ガ $45°$ 或ハ $135°$