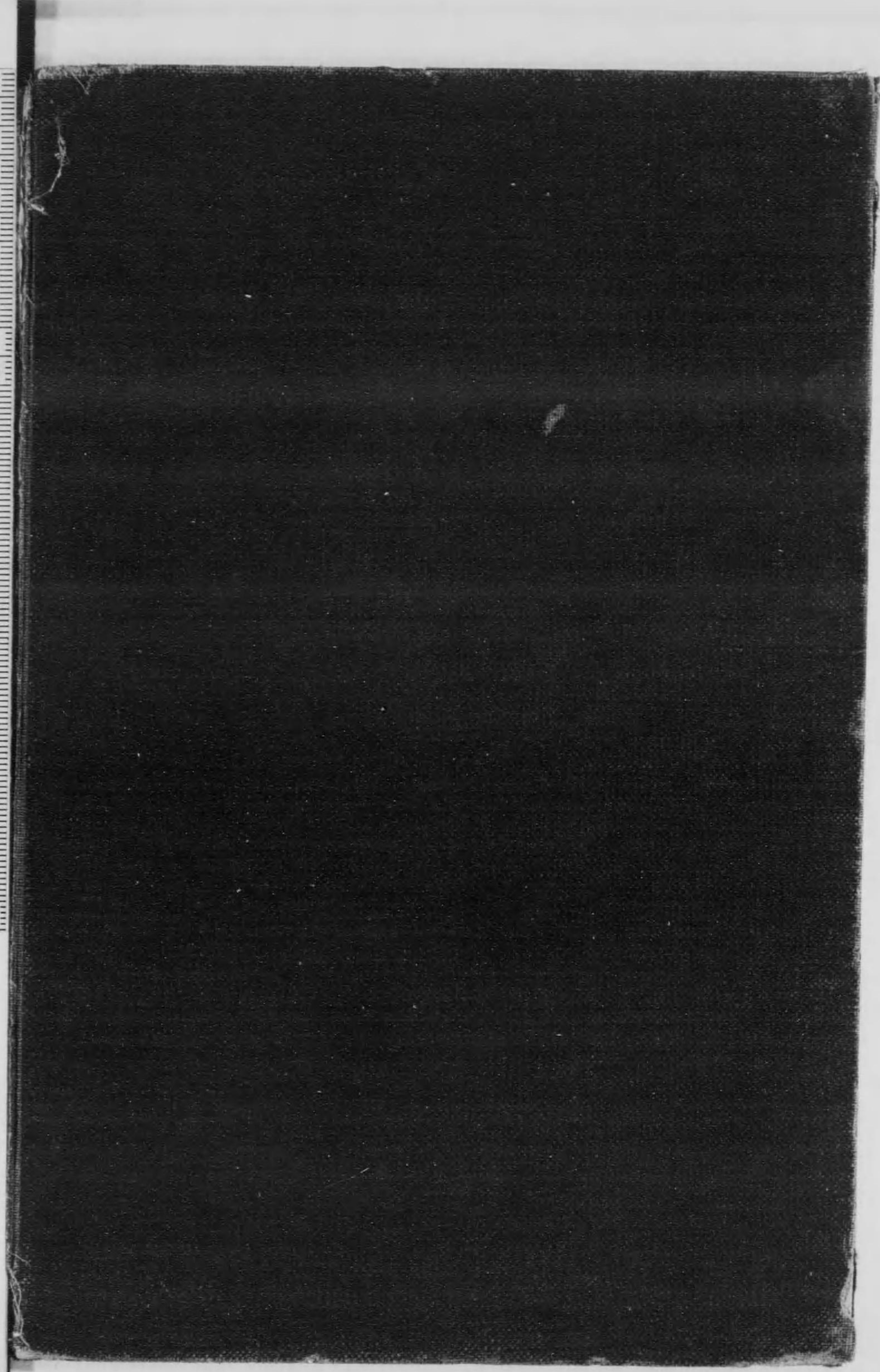
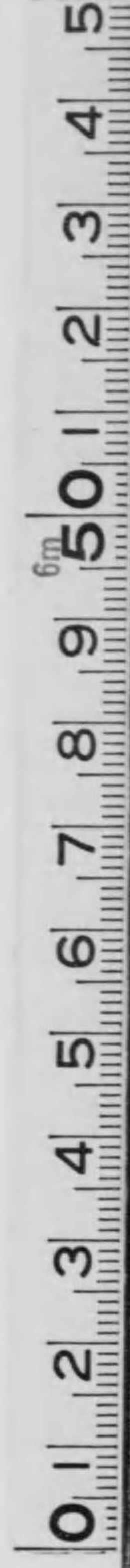




始



263
123

最新思潮
ニ基ケル

小學校算術教授

新宮恒次郎 共著
岡田喜一

大正十五年版

東京

廣陵社藏版

大正

15. 4. 19

内交

序

スザロー曰ク“教授ハーツノ技術デアル。故ニ相當工夫ヲ凝シ巧ミデナケネバナラス。然シ決シテ技巧ヲ弄シテハナラナイ”ト。然ルニ今日ノ小學校教育ニ於ケル實際ヲ觀ルニ、教授ノ方法ヲ研究スルニ熱心ノ餘リ、却ツテ技巧ヲ弄スル事ニ汲々トシテ本末ヲ誤ル者ナキヲ期シ難イ有様デアル。予ハ敢テイフ。教授ガーツノ技術デアル限リニ於イテ或ル程度ノ型ヲ練習モ必要デアル。然シソレハ窮極デハナイ。技術ハ人ニヨリテ定マリ、土地ニヨリテ決セラレルモノデアル。否人モ土地モ定マルトモ尙時ニ依ツテ異ルベキモノデアル。林鶴一博士カツテ某中學校ニ奉職シテ居ラレタ時ノ事デアル。地理科擔任ノ教師ガ毎年出テ來ル地理科ノ教材中ノ數學的事項ノ教授ヲ年々失敗スルト聞キ、博士ハ教案ヲ書イテ與ヘラレタ。然シ其ノ教案ニ依ツテ授業シタ其ノ教師ハ尙失敗シテ曰ク“數學教師ノ案モ駄目デアル。此ノ教材ハ生徒ノ心理過程ニ不適切ナモノデアル”ト。茲ニ於イテ他ノ組ニツキ該教案ニ依ツテ博士自ラ地理科ノ教壇ニ立タレタ所、立派ニ成功シタトノ事デアル。教授法ソノモノガ人ニ依リ異ルベキモノデ決シテ絶對的ノモ

ノデナイ事ヲ此處ニモ明カニ見ル事が出来ル。

先年予ハ旅行シテ新義州ニイタツタ時、丁度某市ノ小學校教員ノ團體ト同宿シタ。偶々新義州ノ普通學校(内地ノ小學校相當)參觀ノ事アリ、予モ亦同道シタ。ソノ團體デハ折角我が國ノ國境ニ來タ事デアルカラ此處デ教壇上ニ立ツモ亦興味アル事デハナイカトノ議起リ、一人ガ選バレテ臨時教師トナツテ讀ミ方ノ授業ヲシタ。教材ハ「水兵ノ母」デアツタ。素讀、精讀等ノ後サテ愈々内容ヲ精究スル段トナリ“何處ニ感心シマシタカ”ノ發問ニ對シ、兒童ノ答ヘル所ハ全ク教授者ノ豫想ヲ裏切ツテ一時間ノ授業ハ臺ナシトナツテシマツタ。内地デモ屈指ノ大都會ノ某市ノ優良教育者トシテ選バレテ滿鮮視察マデサセラレタ其ノ教授者、ソレハ内地ノ其ノ市デハ天晴レ名教授ヲナスデアラウソノ人モ國境ニ立ツテ鮮人ノ子弟ヲ捉ヘテハ全ク無能デアツタ。予ハ切實ニ同ジ人モ時ト所ニ依ツテ自ラ教授法ノ異ルモノアル事ヲ痛感シタノデアル。

誠ヤ教授法ハ人ニ依リ、所ニ依リ、時ニ依リ決セラレベキモノデアル。而モコレソミニ汲々タル結果絶對ノ教授法ヲ案出セントシタリ、人ノ案出シタ教授法ヲソノママトツテ效果ヲ上ゲントスルガ如キ誠ニ笑止千萬ノ次第デアル。予ヲシテイハシムレ

バ眞ノ教授法ハ教材ニ精通スル所ヨリ自然ニ生レルト。即チ根本ハ教材ソノモノノ研究デアル。極端ニイヘバ教材ヲ少シモ知ラズシテ教授法ノ最モ巧ミナノヨリ、教授法ハ拙劣デモ教材ニ精通スル事が望マシイ。前者ハ虚偽ヲ最モ巧ミニ教ヘ二度ト忘レランナイヤウニスル。世ニコレ位危険ナ事が他ニアラウカ。教授法ハ拙劣デ二度三度繰リカヘシテモ尙正シイ事ヲ教ヘル事が前者ニ勝ル萬々デアル。實ニヤ内容ガ充實シテ炎々ト燃エ上ルトキ、形式ニハ躍如タル生命ガアル。之ニ反シテ内容ガ貧弱ニシテ更ニ見ルベキモノノナイノニ、徒ラニ形式ヲ云々スルトキ、ソコニハ最モ無意義ナル教育ノ硬化作用ガ始ル。カクテ永遠ノ沈滞ト固陋トガ招來サレルノデアル。

ライノ曰フアリ。“思フニ精神界ニモ亦慣性ノ法則ノ行ハレルモノニシテ、他動的ニ其ノ方向ト速力トヲ變化セシメントスルモ尙多クノ學者ハ舊來ノ方向ト速力トヲ固執スル性ヲ有スルモノデアル。心理學上或ハ經驗上ヨリ新ニ得タル法則ニ從フヨリハ舊來ノ軌道ヲ行ツテ多年ノ經驗ト我流ノ方法トニ依ル方ガ氣樂ナ爲デアラウ”ト。吾人ハ深ク反省シナケレバナラナイ。新主義數學ノ叫ビハ擧ゲラレ、數學教育ノ革新ガ企圖サレテ茲ニ十年、而モ算

術教授ノ實際ニ於イテ更ニ改善ノ實ヲ認メナイノ
ハコレガ爲デアル。當然改メラルベキ運命ニアル
所モ此ノ力ノ前ニハ尙餘命ヲ保チ得ルノデアル。

此ノ如キ習慣ノ墮落ニ陥ツタ今日ノ初等教育界
ヲ救ヒ、一方教材ノ研究ヲ中心トシテ算術教授ヲ改
善セントスル爲ニ本書ハ相當ノ力ト價値アル事ヲ
信ジテ疑ハナイ。此ノ意味ニ於イテ初等教育ニ従
事サレル方々ノオ讀ミニナル事ヲ切望スル次第デ
アル。

大正十四年七月一日

廣島高等師範學校ニ於テ

新宮恒次郎 識

目次

第一篇

算術教授法

第一章 數及量

§ 1	素撰的數概念ノ發達	1頁
§ 2	系統的數概念ノ發達	4
§ 3	量概念ノ發達ト其教育的價値	9

第二章 算術教授ノ歴史的考察

§ 4	算術教授法ノ黎明期	13
§ 5	ペスタロツチノ説及其贊成説	16
§ 6	ペスタロツチノ反對説	18
§ 7	調和説	20
§ 8	ヘルバルト派ノ説	21
§ 9	直觀主義ト數ヘ主義	24
§ 10	四則教授ノ配列論	25

第三章 現代ノ算術教授思潮

§ 11	現代要求ノ算術教授	29
§ 12	形式陶冶論	32
§ 13	形式陶冶否定論	31
§ 14	數學教授ノ價値	37
§ 15	新主義數學ノ思潮	41
§ 16	算術教授ノ使命	45

第 二 篇

算術教材並ニ其取扱

第 一 章 四 則 の 導 入

§ 17	加減表ノ作製	49頁
§ 18	乘法應用の練習	52
§ 19	測定作業ノ初歩	54
§ 20	九九表作製	56
§ 21	百以上ノ數概念構成	57
§ 22	加算檢算兩算法	58
§ 23	形式乘法ノ説明	59
§ 24	形式除法ノ説明	60
§ 25	小數分解法	62
§ 26	小數計算ノ圖解	63
§ 27	分數計算ノ圖解	67

第 二 章 空 間 教 材 導 入

§ 28	直線觀念導入	77
§ 29	角觀念導入(I)	79
§ 30	直角ノ導入	81
§ 31	角觀念導入(II)	83
§ 32	角ノ應用定理發見	85
§ 33	面積實測問題(I)	83
§ 34	縮圖觀念導入	90
§ 35	面積實測問題(II)	92
§ 36	比ノ觀念導入	93

§ 37	圓周問題研究	94頁
§ 38	坐標觀念導入	98
§ 39	平行四邊形ノ求積及其應用	103
§ 40	實面積測定	109
§ 41	實用幾何問題例	115
§ 42	相似形導入	119
§ 43	圓ニ關スル測定問題	125
§ 44	ピタゴラスノ定理	129
§ 45	對角線尺	133
§ 46	實用幾何問題	136
§ 47	比及比例應用實例	139
§ 48	三角形應用實測問題	142
§ 49	多角形內角ノ和	146
§ 50	立方體製作	149
§ 51	體積測定導入	149
§ 52	立體標本作業(I)	151
§ 53	立體標本作業(II)	156
§ 54	立體投影	161
§ 55	測定困難ナル求積	165

第 三 章 代 數 教 材 導 入

§ 56	代數學ノ初歩取扱	169
§ 57	質量ノ導入	171
§ 58	加減乗除	174
§ 59	和差ノ「グラフ」	181
§ 60	積商ノ「グラフ」	184

§ 61 二乗ノ「グラフ」 …… 183
 § 62 一元一次方程式 …… 191
 § 63 平方根 …… 197
 § 64 平方根ノ作圖 …… 202
 § 65 一元一次方程式解法(應用問題) …… 204
 § 66 直線ノ「グラフ」 …… 207
 § 67 聯立方程式解法 …… 210
 § 68 立方根 …… 215

第四章 特殊教材導入

§ 69 時計面 …… 221
 § 70 暦ニ關スル導入 …… 223
 § 71 「グラフ」ノ初步研究 …… 224
 § 72 棒「グラフ」ノ應用 …… 225
 § 73 「グラフ」的「カーブ」 …… 226
 § 74 換算用「グラフ」 …… 227
 § 75 複利ノ「グラフ」 …… 230
 § 76 「グラフ」平均問題 …… 231
 § 77 「グラフ」應用總論 …… 232
 § 78 一般「グラフ」作圖問題 …… 237
 § 79 簡便法 …… 240
 § 80 小數ノ音響乘除法 …… 242
 § 81 伸縮模寫器作製及應用 …… 246
 § 82 約數倍數教授過程 …… 248
 § 83 應用問題解法順序 …… 251

第五章 力學的教材導入

§ 84 重心ノ問題 …… 253
 § 85 力ノ平行四邊形法 …… 257
 § 86 挺子 …… 260

第三篇

小學校各學年ノ到達點及指導法

§ 87 尋常科第一學年 …… 263
 § 88 尋常科第二學年 …… 264
 § 89 尋常科第三學年 …… 265
 § 90 尋常科第四學年 …… 266
 § 91 尋常科第五學年 …… 267
 § 92 尋常科第六學年 …… 268
 § 93 高等科第一學年 …… 270
 § 94 高等科第二學年 …… 271

5
 $3 \div 1 = 3$
 $\frac{1}{3} = 3 \div 1$

最新思潮
ニ基ケル

小學校算術教授

第 一 篇

算 術 教 授 法

第 一 章

數 及 量

§ 1. 素樸的數概念ノ發達

數概念ガ如何ニシテ吾人人類ノ間ニ發達シテ來タカトイフ問題ハ數學ソノモノトシテハ相當者ヘラルベキ事デハアルガ數學教授上ハ直接關係ノナイ問題デアル。殊ニ從來嚴正ナル立場カラ純正數學ヲ論ジタ人々が自己ノ知識ノ一部ヲソノママ被教授者ニ傳達スル事ヲ以テソレガ直チニ初等數學ノ教授デアルトナシタ爲ニ、數學ソノモノノ發達、或ハ根本的ニ數ノ概念ノ發生ナドニツイテハ殆ド數學教授上ニ考フベキ事柄デナイトナサレタ。然ルニ學問トシテハ如何ニ純正デアルトモ少クトモ初等教育界ヘ齎サレタ數學ハ、ソノ對象ガ可憐ナル兒童デアル限リニ於イテ決シテサウシタ學問的ナ系統ガ尊重サルベキデハナク、否更ニ兒童ノ心理過程ヲ尊重スベキ事ガ力説サレルニ從ツテ、

茲ニ發生的教授法ガ數學教授ニモ亦トラレルヤウニナツタ。茲ニ於イテ數ノ概念ガ如何ニシテ發生シテ來タカトイフ問題ハ直接數學教授上ニ重要視サレルヤウニナツテ來タ。又從ツテ數學教授ソノモノノ變遷推移ヲモ省ラレルヤウニナツテ來タ。コレ茲ニ本書卷頭ニ數量概念ノ發達ヤ數學教授ノ歴史ヲ叙述スル所以デアル。

太古未開ノ時代ニ於イテ山野ニ果實熟シ、河海ニ魚族豊ニ、一本ノ竿ヲモトラセバ飲食立チドコロニ出來テ誰一人競争ノ相手タル者ノナカッタ時代ニハ更ニ生活ノ不自由ナク、從ツテ物ヲ“數ヘル”必要モナカッタデアラウ。ケレド此ノ如キ人口疎ニシテ而モ自然ノ恩澤豊富ナ時代ハ永久ニハツヅカナカッタ。或ハ採リ得タ果物ヲ分配スル必要起リ、或ハ獲ラントスル魚ニモ打算的ナ考ガ起ツテ來ル。而シテ更ニ人口ハ稠密ニナリ、自然ノ產物ガ欲求サレル人々ヲ満足シ得ナクナツテ、生活法ハ嚴密ヲ加ヘ生存競争ハ次第ニ激烈ニナツテ來テ始メテ物體ヲ數ヘ且ツ之ヲ記憶スル必要ガ起ツテ來タ。カクシテ衣食住ニ基礎ヅケラレテ幼稚ナトハイヘソコニ數概念ノ發生ヲ見ルニ至ツタ。嘗ニ自己一人ガ之ヲ知ルノミナラズ更ニ之ヲ他人ニ傳達スル必要モ生ジテ來ル。カウナルト數概念ソノモノニ伴ツテ數詞ガ生レテ來ルノデアル。

然ルニ此ノ如キ發生過程ハ又幼兒ニ之ヲ見ル事ガ出來ル。初メ何ノ考ヘモ有シナイ幼兒ガ自然ニ量ノ大小ヲ自覺シ始メル。クニルリングニ從ヘバ生後二十箇月ニシテ同ジ菓子ヲ二個盛リ

タル菓子器ト、一個盛リタル菓子器トヲ見分ケルマデニナルトイフ。或ハ自己ノ玩具ヲ盜マレヤシナイカト之ヲ並列シテ見テ確メルナドシ、次第ニ數ノ概念ガ發生シテ他カラ教ヘラレル數詞ヲ理解シ、又之ヲ記憶スルニ至ル。此ノ時ニ於イテ一方兄弟ガアツテ菓子ノ分配ノ問題起リ、或ハ自己所有ノ物品ノ保管ノ爲ニモ數ノ概念ハ次第ニ發達シテ行ク。

然シ野蠻未開ノ時代ニハ此ノ數詞モ一々固有ノ名稱ヲ與ヘ二十位マデ用ヒタモノデアルトイフ。故ニ今日ニ於イテモ或ル未開ノ土人ノ如キハ物々交換ニ對シ自己ノ提供スル物品ハ數ヘテ二十ニイタレバ又モトニカヘリニ始マル。カクテ如何ニ多クノ物品モ常ニ二十以下ノ數トシテ取扱ヒ文明人ニ欺カレルトイフ。ケレド數詞ノ存在スル以前ニ於イテモ、既ニ數ノ概念ソノモノハ存在シ、自己ノ記憶ノ爲或ハ他人ニ傳達スル爲ニハ手ノ指ヲ以テシタリ、容易ニ得ラレル圓形ノ物品ヲ以テシタモノデアル。今日モ尙「アビボネン」人ノ如キ未開ノ人種ハ相互間ニ若シ物品ノ數ヲ傳達スル必要ノ起ツタ場合ニハ物品ノ存在スルダケノ指ヲ示シテ數詞ヲ言ハズ“コレダケ見エル”トイフ事デアル。エム・フアックスノ說ニ依レバ、未開ノ人種ノ中ニハ“鳥ノ二翼”ヲ以テ2ナル數ヲ表ハシ、“駝鳥ノ三趾”ヲ以テ3ナル數ヲ表ハシ、“手ノ五指”ヲ以テ5ナル數ヲ表ハス者ガアルトイフ。此ノ如キ未開ノ時代カラ次第ニ數詞ノ發達ヲ見、更ニ十進系統ノ命數法ノ便利、更ニ記數法ノ發達ト相俟ツテ終ニ今日ノ發展ヲ見ルニ至ツタモノデアル。

§ 2. 系統的數概念ノ發達

上述セルガ如キ數概念ソノモノガ如何ニシテ得ラレルカトイフ問題ニ就イテハ古來二ツノ對立セル論ガアル。直觀主義*ト數へ主義コレデア。然シ此ノ問題ハ次章ニ改メテ述ベル所ガアル(§9參照)カラ茲ニハ省略スルノデア。大體直觀主義ナルモノガ歴史的ニ古クシテ、之ニ抗シテ新ニ數へ主義ガ起リ、今日ニ於イテモ數概念ヲ與ヘル爲ノ教授法トシテハ數へ主義ガ認メラレル事トナツタノデア。

數概念ノ出發點ハ序列デア。吾人ノ感覺器官ハ外界ヨリ種々ノ刺戟ヲ受ケルモノデア。此ノ中例ヘバ太鼓ノドン、ドン、ドン……トイフ音、或ハ鐘ノゴーン、ゴーン、ゴーン……ト鳴ルガ如ク刺戟ガ相接續シテ來ルトキ、此ノ刺戟ノ接續ニヨリ數概念ハ發生シテ來ル。此ノ時刺戟ノ單位ハ明カニ他ノ刺戟ト區別シテ認識サレル事ガ必要デア。此ノ單位ヲ吾人ハ1ト命名ス。故ニ數ハ1ニ1足シテ2、次ニ2ニ1足シテ3、3ニ1足シテ4、……以下次第ニ此ノ如クシテ自然數ノ序列ヲ得テ來ル。然シ此ノ如ク二ツノ數ト次ノ數トノ間ニ間隔ノ存スルノハ本來ノ數ソノモノデハナイ。即チ數ソノモノハ連續的デア

〔註〕*最近ノ數學教授思潮アル實驗實測ヲ尊重シテ直觀ニ依リ數學教授殊ニ其ノ中ノ空間教授ヲサントスル意見ト此ノ直觀主義トヲ混同シテハナラナイ。茲ニイフ直觀主義ハ數概念初歩教授ニ於ケル教授法ニツイテ言フモノデア。
(詳細ハ§9參照)

ツテ不連續的デハナイ。此ノ爲ニハ上述セル外界ノ刺戟ハ相連續的ニ起ラネバナラス。而モソノ一ツツノ刺戟ハ明カニ區別サレネバナラス。即チ最高度ニ接續スル事ヲ要ス。此ノ考ヘノ中ニハ小數ヤ分數ハ勿論、無理數等モ含マレテ來ル事トナル。(新宮著「グラフ研究」§7“直線ノ數表示”參照)然レドモ出發點ハ明カニ一ツ「ゴーン」ト鳴リ、次ニ相當時間ヲオイテ又「ゴーン」トナル不連續性ノモノカラ得ル整數ノ序列デア。

前節ニ述ベタルガ如キ數概念發生ノ間ニモ常ニ他方其ノ計算ヲ伴ツテ居ル。既ニ1ニ1足シテ2ヲ得、2ニ1足シテ3ヲ得、3ニ1足シテ4ヲ得、以下此ノ如クシテ整數ノ序列ヲ得ルトイフカラニハソコニ明カニ加法ガ含マレテ居リ、而モ他ノ計算ハ尙考ヘテ居ラナイ。即チ整數ソノモノノ成立ニ加法ガ存在ス。從ツテ加法ハ數計算ノ出發點デアリ、加法ニ依ツテ數ハ形作ラレル。此ノ如クシテ得ラレタ數ハ最モ自然ニ得ラレタモノデア。カラ之ヲ自然數トイフ。整數ハ即チ之レデア。

加法ノ生ジタ後ハ自然ニソノ逆算ナル減法ガ生レテ來ル。減法ハ加法ノ逆算デア。ケレド、加法ノ二數(被加數ト加數)トニハ如何ナル數デモ差支ヘナイノニ減法デハソノ二數(被減數ト減數)ニ制限ヲ受ケル。即チ

$$(1) \quad (\text{被減數}) > (\text{減數})$$

此ノ如キ制限ヲ撤廢シテ常ニ減法ヲ可能ナラシメントスレバ茲ニ

$$(2) \quad (\text{被減數}) = (\text{減數})$$

(3) (被減數) < (減數)
 ノ場合ヲ生ズル。(2)ノ場合ニ差トシテアラハレルモノガ即チ零デアリ、(3)ノ場合ニ得ラレルモノガ負數デアル。此ノ負數ニ對シテ加法ノ範圍内ノミテ取扱ハレタ數ヲ正數トイフ。

次ニ加法ヲ進メテ同一ノ數ヲ數多ク加ヘル代リニ乘法ガ出來ル。然シ乘法ニ於イテハ被乘數ト乘數トニ制限ヲ受ケナイデ、從ツテ新ナ數ヲ作ラナイ。然ルニソノ逆算トシテ生レル除法ハ等分除ニ於イテモ其ノ總數(被除數)ヨリモ多クノ數(除數)ニ等分スル事ハ無意義デアリ、包含除ニ於イテモ被除數ヨリ多クノ數(除數)ヲ幾度カトラントスル事ハ不能デアル。即チ

(1) (被除數) > (除數)

ナル制限ヲ受ケル。此ノ制限ヲ除イテ常ニ除法ヲ可能ナラシメントスレバ

(2) (被除數) = (除數)

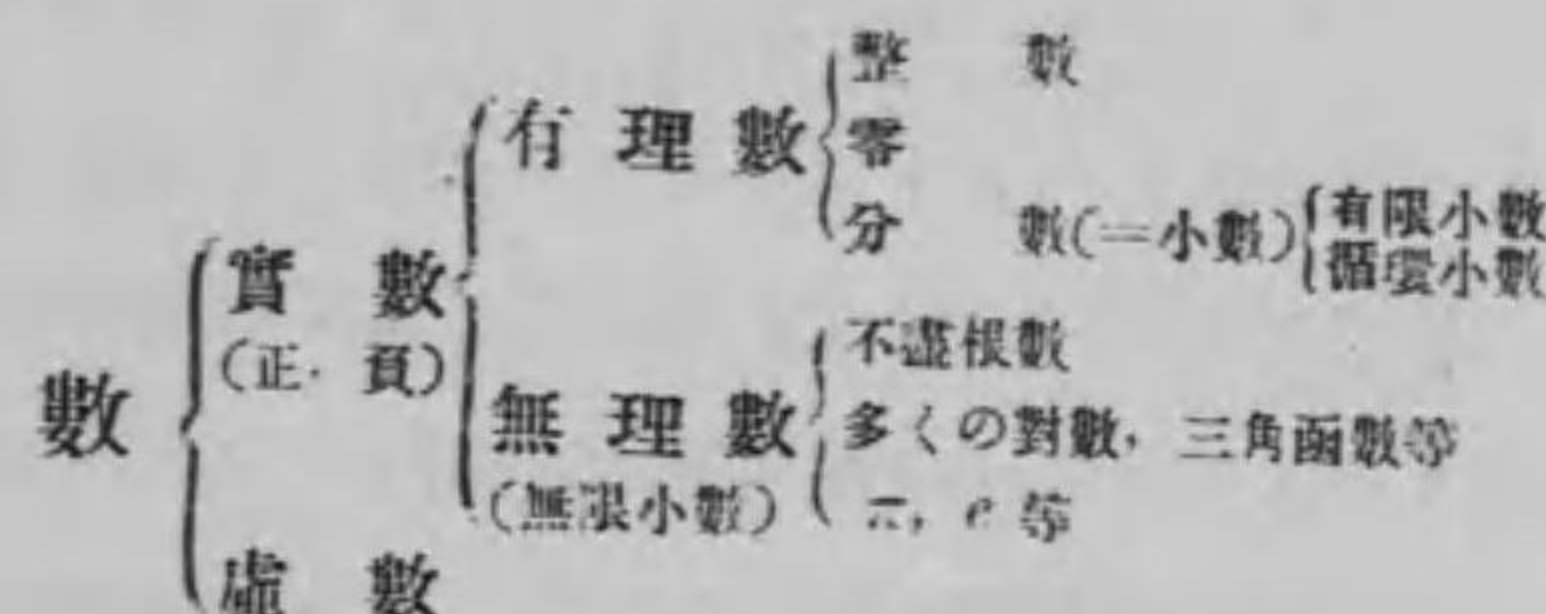
(3) (被除數) < (除數)

ノ場合ヲ生ズル。(2)ノ場合ノ商ハ即チ1ニシテ別ニ新ナ數ヲ生ジナイガ(3)ノ場合ニハ分數或ハ小數ヲ得ル。尙此ノ除法ニ於イテ除數ガ零ナル時ハ種々ノ問題ヲ生ズルモ茲ニハシバラク之ヲ論ジナイデオク。

[註] 一般ニ初等數學ニ於イテハ零ニテ除スル事ハ禁セラル。蓋シ無意義デアルカラテアル。然シ強ヒテイハバ零ヲ零ニテ除スレバ不定デアリ、零ニアラザル數(a)ヲ零ニテ除スレバ不能デアルトイヒ、コレヲ函數ノ變化ヨリ考ヘルトキ、無限大(∞)トイフ。(新宮著「グラフ研究」§ 18, § 80, 等参照)

$$\frac{0}{0} = \text{不定} \quad \frac{n}{0} = \infty$$

次ニ乘法ニ於イテ被乘數ト乘數トガ同一ナル時、更ニ三數以上ニ於イテモ因數ガスベテ同一ナル時新ニ冪法ナル計算生ル。然レドモ冪法ニ於イテハ其ノ計算ガ常ニ可能ナレバ別ニ新ナ數ヲ生ジナイ。然ルニ此ノ逆ナル開法ニ於イテハ所謂開キ切レザル場合ニ無理數ヲ生ジ、負數ニ開法ヲ施ストキ虚數ヲ生ズ。カクテ生ジタル數ヲ分類スレバ次ノ如クナル。



但シ上述セル各種ノ數概念ノ發達ハ純理論的ノ事ニシテ人類ノ間ニ自然ニ發生セル順序デハナイ。例ヘバ上ノ發生順序ニ於イテハ負數ガ分數ヨリ早く發生セルガ如ク記セルモ、文明史ノ傳フル所ニ依レバ紀元前3400年ノ昔即チ今ヨリ約5千年ノ昔ニ於イテ埃及人ノ分數ヲ取扱ヒタル事ヲ物語ル記録ヲアーメスハ殘シテ居ル。又分數ヲ横線ノ上下ニ分子、分母ヲ書ク今日ノ記數法ハ今ヨリ約7百年前、西曆1220年頃「イタリー」ノフイボナツチーノ創始セル所デアル。之ニ反シテ負數ノ考ヘヲ導入セルハ十五世紀ノ終リバチオリー、十六世紀ノ中頃カルダノー等ナルモ、負數ヲ正數ト對等ニ取扱ツテ數ヲ擴張セルハ十七世紀ノデカルトニシテ、今ヨリ2百年以前ノ事デアル。(尤モ古ク印度人バスカラハ十二世紀頃平方根ニ正負二値アル事ヲ述ベテ

負數ノ概念ヲ用ヒテ居タトイフ事デアル。) 何レニシテモ負數ガ分數ヨリオクレテ發生シタ事ハ事實デアル。

個體發生進化ノ過程ガ文明史ヲ繰リカヘステフ進化論ニ基イテ教授法ヲ考ヘル時、茲ニ整數ヲ第一階段ノ教授材料トシ、次ニ分數、小數ヲオク、ソシテ負數ノ導入ヲオソクスル事ハ誠ニ尤モデアル。然レドモ吾人ハ強ヒテ此ノ發生的順序ヲ固執スルノ餘リ加法ノ練習ノミヲ行ヒ、次ニ減法ニ移リ、ソノ完成ノ上乘法ニ進ミ、次ニ除法ニ至ルトイフガ如キ極端ナル一則單進主義(§10參照)ヲ奉ズルモノデハナイ。勿論形式算ノ教授ニ於テ其ノ徹底ヲ期スル爲ニハ一則宛進ム事ガヨロシイノデアアルガ、或ル程度ニハ始終四則併進主義ヲ以テシ、或ハ二則併進主義ヲ加味シ、極端ナル分科的取扱カラ脱却シタイノデアアル。從ツテ數ノ教授ニモ整數ヨリ小數ニ、次ニ分數或ハ負數ニト順序ヲ嚴格ニツケル事ナク、尋常科第一學年ニ於イテモ半分トイフヤウナ言ヒ表ハシ方ニ於イテ小數ノ一部モ入り、少シ進ンデハ二分ノ一、三分ノ一トイフガ如キ分數ノ初步モ用フ。負數ノ導入モ相當早クカラスル事ガ出來ルシ、又然ルノガ有効デアル。

例ヘバ

$$5 - 8 = -3$$

ヲ5カラ8ヲ引ケバ3足ラヌ、此ノ足ラヌ印ニ一ヲツケタノダト規約シテ進ミ、“兄ノ太郎サンハ買物シタラ5錢足ラヌ、弟ノ次郎サンハ4錢足ラヌ、二人デハ何程足ラヌカ。オ父サンハ何程拂ハネバナラヌカ。”トイフガ如キ問題ヲ

$$(-5\text{錢}) + (-4\text{錢}) = -9\text{錢}$$

ナドト取扱ヘバ始メテ減法ヲ取扱ヘル尋常科第一學年ニモ負數ノ思想ノ一部ヲ導入スル事ハ出來ル。況ンヤ、小數、分數等ハ早クヨリソノ思想ヲ導入シオク事ハサシテ困難デナイノミナラズ、此ノ爲ニ都合ノヨイ事ハ多ク、カクテ始終圓周的教授法ニヨリ反覆シ而モンノ概念ヲ擴張シテ進ミタイモノデアル。

§ 3. 量概念ノ發達ト其教育的價值

數概念ノ發達ハ大體上記ノ如キ過程ヲトルモ、實ハ之ニ先ダツテ吾人ニハ量概念ガ發達スル。例ヘバイクツトイフ事ヲ明カニ數ヘ得ナイ幼兒ト雖モ菓子ヤ果物ヲ五六個與ヘテオイテサテソノ中カラ知ラヌ間ニ二三個除クトキ、數ニ於イテノ不足ハ不明デアルニ拘ラズ、定性的ニ不足ヲ感じサテハ泣キ出スヤウナ事ヲ屢々見受ケル。或ル未開ノ野蠻人ノ如キハ數ヲ五マデシカ理解シ得ナイモノモアルガ、ソレデモ尙多寡ノ考ハ相當ニ發達シテ居ルモノガ多イ。即チ此ノ感覺的ナ量概念ハ知的ノ數概念ニ先ダツテ發達スルモノデアル。

更ニ深く考フルニ吾人ガ日常遭遇スル問題ニ數量的ノモノハ極メテ多ク、否ムシロ數量的考察ヲ要シナイモノハ稀デアル。然シ一概ニ數量トイフモ抽象的ナル數ソノモノヲ取扱フ事ハ決シテナイトイツテ差支ヘナイ。抽象サレタ數ノ問題ハ唯數學ノ世界ニノミ存スル。從ツテ兒童ガ日常接スル所モ量ノ問題ニシテ、指一本トイヒ、紙一枚トイフ。或ハ進ンデ眼ニ映ジ手ニ觸

レル所ノ各種ノ諸等數皆量ナラザルハナイ。實ニ吾人ノ眼ヲ以テシテハ“指5本”ナル量ヲ知ル事ヲ得ルモ抽象サレタ“5”ナル數ヲ知ル事ヲ得ナイ。數ソノモノハ吾人ガ幾度カ量ニ於イテノ直觀、觀察等ニ依リ抽象サレタル認識ソノモノデアアル。從ツテ其ノ概念ノ發達ハ量概念ヨリ後ニ來ルハ當然デアアル。否數概念ハ量概念ヲ俟ツテ始メテ得ラレルデアアル。

然シ此ノ如ク述ベルトキハ直チニ子供ニ石ヲ以テ數ヘサセル“一ツ”“二ツ”ハ數デハナイカトノ疑問ヲ招ク事ト思フ。ソレハ勿論無名數デアアル。然シソノ“一ツ”“二ツ”ナルヤ石ノ量ヲ表ハスモノ、即チ“石一箇”“二箇”ノ意ニシテ純粹ナル數ノ一、二等ト異ルモノアル事ハ容易ニ内省ニ依ツテ認メラレル事ト信ズル。唯偶然ニソノ數ヘ方ガ數ノ呼ビ方ニ一致シタマデデアアル。次ニ又幼兒或ハ兒童ヲシテ往々試ミラレル指ニヨル數教育モ一見數ノ如キモ實ハ“指一本”“二本”トイフ量ヲ方便トシテ“一ツ”“二ツ”ヲ數ノ如ク取扱フニ過ギナイ。コレニ似テ又家庭教育等ニシバシバ試ミラレルガ如ク、機械的ニ一ツ、二ツ……ヲ唱ヘサセ十ニイタリ二十ニイタルハ形式上數ノ教育ニシテ數ヲ取扱ヘルモノデアアルガ、幼兒ハソノ自ラ唱ヘル一ツ、二ツ……ナル數詞ニ依ツテアラハサレル内容即チ數ソノモノニ就イテハ考ヘテ居ナイ。時ニ唱ヘル一ツ、二ツ……ニ相應スル指或ハ菓子等ヲ示ス事ニ依リ理解サセ得タリトスレバ、ソレハ即チ指何本、菓子何箇トイフ量ノ概念ヲ得タノミデアアル。大人デアアル吾人ノ日常生活ヲフリカヘツテミテモ數學ノ世界

或ハ特殊ノ科學ノ世界ヲハナレルナラバ決シテ數ヲ數トシテ取扱フ機會ヲ見出ス事ハ出來ナイノデアアル。然ルニ兒童ハ一度學校生活ニ入ルヤソノ假空の數ノ世界ニ導カレル。ソシテソノ間ニ一階梯、然リ大ナル一階梯ナル量ニ就イテノ概念ヲ得ル事ナクシテ數ノ計算ニ入ルノデアアル。故ニ彼等ハ眞ノ興味ヲ湧キ起ス事ガ出來ナイ。究極ノ目的ハ普遍的ナル數概念ヲ得サセル事ニアルトスルモ、ソノ階梯トシテ出發點トシテ量ヲ取扱ヒ量ノ概念ヲ得サセネバナラス。

然ルニ又量ノ概念ソノモノモ獨立シテ重要ナル目的ヲ有スルモノデアアル。既ニ述ベタル如ク、社會生活ニ於イテ遭遇シ、又取扱フ所ノ數量的ノ問題ハ實ニ殆ド全部量ノ問題ノミデアアルカラ、近頃ヤカマシイ特殊の多元的陶冶說(§14參照)ヨリスルモ、此ノ如キ量ノ問題ニ接觸セシメ、量ヲ理解セシメ、量ノ概念ヲ與ヘル事ハ教育上極メテ價值ノ存スル事デアアル。實ニ今日ノ社會生活ニ於イテハ、量ノ概念乏シクテハ之ヲ全ウスル事ハ出來ナイノデアアル。兒童ニ對シテ敢テ他日ノ社會生活ノミトハイハナイ。兒童ノ生活ソノモノニ於イテモ缺ク事ノ出來ナイ緊要ノ問題デアアル。

此ノ如キ肝要ナル量概念ハ既ニ上述セルガ如ク數概念ヨリ發生セルモノデナクシテソレニ先ヅタルモノデアアル以上、決シテ數ノ計算ニ依ツテ之ヲ附與スル事ハ出來ナイ。1米ハ3尺3寸ダナドト如何ニ換算的ノ取扱ヲスルモ眞ノ1米ナル量ノ概念ハ得ラレナイ。之ニハカツテ吾人ノ祖先ガ未開ノ時代カラ次第ニ

開ケテ來ル時ニ於イテ必要ニセマラレ、直觀シテ之ヲ得、ソノ概念ノ發達ヲ來シタソノ個體發生ノ過程ヲタドラネバナラス。即チ實驗實測ニ訴ヘ、以テ或ハ視覺ヨリ、或ハ觸覺ヨリ、或ハ筋肉運動感覺ヨリ之ヲ收得サセネバナラナイ。茲ニ數學教育ニ於ケル實驗實測ノ基調ハ存スルノデアアル。

第二章

算術教授法ノ歴史的考察

§ 4. 算術教授法ノ黎明期

史學家ガ常ニ口ニスルガ如ク、吾人ハ現代ヲ理解センガ爲ニ現代ヲ生ミ現代ヲ育テ上ゲテ來タ過去ヲ研究セネバナラス。數學教授界ニ於イテモ新主義數學ノ叫ビハ強ク吾人ノ耳朶ヲウツタモノデアアルガ、之ヲ眞ニ理解シ適切ナル實際的改革ヲナス爲ニハ歴史的考察ヲスル必要ガアルノデアアル。殊ニ今日ノ新進ノ教育家ヲ以テ任ズルカト熱トノ所有者、若キ人々ハ現代ニ澎湃タル最新思潮ソノモノノミニ趨リ易ク、其ノ結果ハ皮相ナル觀察ト思想トニ傾ク嫌ヒガアル。然シエマーソンモ言ツタヤウニ濁水滔々トシテ流レテキル大河ニ無數ノ細カイ岩ノ碎片ガ含まレテ居ルガ、其ノ源ニ溯ツテ尋ネテ上ルト、其處ニ巨大ナ屏風巖ガ千古ニ亘ツテ毅然トシテ聳ヘテ居ルヲ見ル。ソシテソレガ風雨ニ曝サレテ少シヅツコボレテ行クノガ抑ノ原始デアアルノガワカル。宛モ此ノ如クニ吾人ハ澎湃タル現代ノ思潮ヲヨク考察スルトキニソノ依ツテ來タ所ガ遠ク過去ニ原因ヅケラレテ居ルヲ見ル。コレ茲ニ本章ヲ設ケテ少シク歴史的考察ヲナス所以デアアル。

數ノ概念ハ前章ニ述ベタルガ如ク、其ノ生活上ノ必要ヨリ何レノ國ニ於イテモ古代カラ發達シタモノデ、從ツテ諸外國ニモ

算術ソノモノノ歴史ハ可成リ古イモノガアル。即チ數學史ニ依レバ紀元前2000年代ニ於テ既ニ算術ノ發達シタ事ハ記録ニ殘ツテキル。其ノ後數ニ關スル研究ハ「ギリシヤ」ノ數學、哲學ノ一學派ピタゴラス學派ノ人々ニ依リナサレ、古クヨリ存スル實用的方面ニ更ニ理論的方面ヲ併セ、所謂算術ノ型ヲ作ツタ。「ギリシヤ」ノ學者中特ニ算術ニツイテ知ラレタノハ、カノ幾何學ニ於ケルユークリッドニ匹敵スベキ地位ニニコマクス（紀元前100年頃）デアアル。

降ツテ中世ニ及ンデハ一般ニ算術ヲ

算術 { (1) 實用的計算
(2) 數ノ定理

ノ二方面ニ區分シ、初等程度ニ於テハ主トシテ(1)ヲ取扱ヒ、(2)ノ數ニ關スル定理ハ專ラ大學ニ於テ教ヘタモノデアアル。

第十五世紀ノ末ニ至リ算術ソノモノモ進ミ、1478年ニハ算術ニ關スル著書ガ發行サレタ。此ノ時ニ於テ印刷ニモ又計算上ニモ「アラビヤ」數字ガ「ローマ」數字ニ勝ル事*ヲ認メルヤウニナリ算用數字ハ即チ「アラビヤ」數字トナルニ至ツタ。

此ノ頃ヨリ漸ク算術ノ教授法ソノモノガ考ヘラレルヤウニナリ、創メテ之ヲ論ジタノハ獨逸人 アダム・リース (1492—1559)デアアル。彼ハ算術教授ノ基礎ヲ作り、算術科ノ教材ノ選擇、排列並ビニ其ノ教授法ニ就テノ著書ヲ公刊シタ。コレガ算術教授法ニ關スル著書ノ嚆矢デアアル。リースノ規則算トシテ世ニイハレル要點ハ

1. 算術教授ハ數ヘル事ヨリ始メル事。其ノ内容ハ數ノ唱ヘ方及ビ書キ方デアアル。
2. 九々ヲ練習シ、四則算ニ之ヲ應用スル事。
3. 四則ハ機械的ニ練習スル事。
4. 範例ヲ示シ、次ニ之ト類似ノ例題ヲ課スル事。

要スルニ彼ノ教授法ハ多クノ規則ヲ作り、之ニ機械的ニ從ツテ練習スル事ヲ要求セル全クノ空虛ナル形式主義デアツタ。勿論今日ノ眼ヨリスレバ殆ド月並ノ事ニシテ價値ナキモ、當時トシテハ珍ラシイモノデアツタ。今ハ僅カニ歴史ヲ物語ルノミデアアル。

第十七世紀ニイタルヤ、其ノ前半ノ傾向ハヤヤ旗幟鮮明トナリ、計算ヲ迅速ニナシ、多クノ問題ヲ敏活ニ解ク事ヲ主眼トシタルモノニシテ、彼等ハ實社會ヲ教育ノ對象トシ、理想トシ、之ニ處シテ幸福多キ生活ヲ送ル事ヲ考ヘタ。從ツテ今日ノ所謂教

〔註〕*「アラビヤ」數字ハ0,1,2,3,4,5,6,7,8,9ノ10箇ノ文字及ビ二三ノ符號トニテスベテノ數ヲ記スル事ヲ得。之ニ反シ「ローマ」數字ハ基本ノ文字トシテ次ノ七ツガアリ、

I,	V,	X,	L,	C,	D,	M,
1	5	10	50	100	500	1000

之ニ依ル記數法ハ可成リ複雑デアアル。即チ一ツノ文字ヨリ右ニ在ル文字ガ小ナルカ等シキトキハ和ヲ表ハシ、(例ヘバXIIハ12, XXVハ25)大ナルトキハ差ヲアラハス。(例ヘバIXハ9, XCMIハ96)而モ同一ノ文字ハ三ツマテナラベルコトヲ得ルモ四ツ以上ハナラベルコトヲ許リナイ。(但シ4ニ限りIIIIヲ許容ス)又獨特ノ文字アルモノハ之ニヨル。例ヘバVVトハセズXヲ用フ。1000以上ハI記ノ文字ノ上ニ横棒ヲ引キテ1000倍ヲ表ハスコトトスル。例ヘバV[—]ハ5000デアアル。

育上ノ必要ヨリ種々ノ方法ヲ考ヘルノ如キモノデハナク、極メテ低級ナル實用主義ニ陥リ、從ツテ「實際的」ナル色彩ハ濃厚デアツタ。故ニ算術教授ガ一種ノ機械的教授ニ止マツタ觀ガアル。

然レドモ第十七世紀ノ終リ頃ヨリ教育界ニハロツク及ピコメニウスノ如キ大家出デ、各々説ヲタテ、從ツテ算術教授モ其ノ基礎ガ出來カケテ來タ。而シテコレガ第十八世紀ニ及ンデ或ル一種ノ目的ト教授ノ型トガ出來上ツタ。

§ 5. ペスタロッチノ説及其賛成説

先ニ述ベタル算術教授ノ二方面ナル實用的計算ト數ノ定理トハ共ニ重ンゼラルベキモノデアツタノニモ拘ラズ、算術ハ次第ニ實用的方面ヨリカケハナレ、從ツテ具體的方法ガ棄テラレ、其ノ教授法ハ抽象的方法ニ傾イテ來タ。而シテソノ抽象的形式的方法ニ對スル反動ハ第十七世紀ニ起ツタガ第十八世紀ノ初メニ於イテ愈々明カニ現ハレ、フランケ、クリスイアン・ヴオルフ、バセドウ等ハ夫々算術教授ガ具體的實際的デナケネバナラヌ事ヲ力説シタ。バセドウノ學派カラ出デタ汎愛派ノトラツブハ事物ヲ示ス事ニ依リ基礎的計算ヲ行フベキコトヲ主張シタ。コレガ後ニ問題ニナル直觀主義ノ先驅デアアル。トラツブノ後繼者ブツセハトラツブノ意見ニ基キテ1779年始メテ數圖ヲ案出シタ。

此ノ頃彼ノ偉大ナル教育家ペスタロッチ出デ、教育界ヲ實際的ニ改革シタ。算術教授モ亦彼ノ改革ノ圈内ニ入り、茲ニ始メ

テ教育的價值ヲ認メラレタ算術科ハ形成サレタノデアアル。即チ從來全ク機械的ニシテ實用ノ外更ニ價值ヲ認メナカッタ算術ヲシテ、之ニ依ツテ不秩序不整頓ナル頭ノ整理ニ役立つモノトシ、思考ヲ精密ニシ之ヲ鍛鍊スル手段トシテ價值ノ存スルモノトナスニ至ツタ。即チ彼ハ算術教育ノ目的トシテ形式陶冶 (§12 參照) ヲ認メタノデアアル。更ニ彼ハ方法上ニ於イテハ他ノ諸學科ト同ジク直觀ニ訴ヘネバナラヌ事ヲ絶叫シ、上述セルトラツブ一派ノ主張セル直觀主義 (§9 參照) ヲ完成シタ。然ルニ數概念ノ初歩教授ニ於イテ此ノ直觀ヲ重ンズル事ハ後ニ起レル數へ主義ニ壓倒サレ、一般ニ算術教授ニ直觀ヲトル事ハ數學獨特ノ演繹推理ヲ毒スルモノデアアルトシテ葬ラレテシマツタ。然ルニ今日ニ及ンデ此ノ直觀ガ又數學教授一般ニ重要視サルベキ事ガ認メラレテ來タ。茲ニモペスタロッチノ偉大サト先見ノ明トニ感ゼザルヲ得ナイ。

要スルニペスタロッチハ算術科ヲシテ注意力ヲ鋭敏ニシ、記憶想像ノ力ヲ鍛鍊シ、思考力ヲ陶冶スルニ有價值ノモノトナシ、專ラ算術科ノ形式の方面ヲ力説シ、其ノ方法トシテ直觀ヲ重ンジ1ヨリ100マデノ數ヲ表ハス數圖ヲ線ニテ作ツタリナドシタノデアアル。

然ルニ第十九世紀ニ及ンデハ此ノペスタロッチノ基礎的所説ノ上ニ議論百出シ、或者ハ之ニ賛成シ、或者ハ之ニ反對シタ。然シソレ等ノ議論ノ間ニ算術教授ハ次第ニ進歩シタノデアアル。

ペスタロッチノ協働者デアツタクルユーシーハ1803年「數關

係ノ直観論”ヲ著シテペスタロッチノ主義ヲ詳述シタ。其ノ後ペスタロッチノ説ヲ奉ジテ之ニ賛同スル者ノ代表的ナノハイエーニツケ、ボエールマン、テイルリヒ、シミツド等デアアル。コレ等ノ人ハ多少ノ相違ハアルモ要スルニペスタロッチノ説ノ教育的價值ヲ是認シ、且ツ彼ノ直観主義ヲ祖述シ、何レモ觀察實驗ヲ主張シタ。然シテイルリヒノ如キハ數觀念ノ發達過程ニ就キペスタロッチト趣ヲ異ニシ、ペスタロッチハ知覺ノ結果得ラレタトナシタノニ反對シテ彼ハ知覺ノ結果デハナイト主張シタ。彼ハ知覺ノ對象タル物體ノ色、形、大サ等ハ數觀念ノ發達ニ必要ナル條件ニハアラズシテ、必要ナルモノハ物體ノ實在スル事、及ビ數多共ニ實在スル事コレデアアル。而シテ之ヲ數トシテ認識スル事ヲ得ルモノハ吾人ノ内省的直観即チ吾人ノ精神上ニ於ケル一定ノ標準單位ヲ定メ之ヲ計ル（即チ數ヘル事）トイフ工夫ノ結果デアルトナシタ。コレ後ニ此ノ系統ヲ引キテ發達セルモノガ即チ數ヘ主義ノ算術教授法デアアル。又彼ハペスタロッチノ説ト異ニシテ、一ヨリ十マデハ直観スル事ヲ得ルモ百以上ハ想像ニ訴ヘナケネバナラス事ヲ主張シ、又ソレマデ加法ヲ教ヘ次ニ減法ニ進ミ、ソレヨリ乗法、除法ト進ムベシトナサレタル所謂四則單進ノ教授法ガ無意義ナル事ヲ述ベテ四則併進説ヲ力説シタ。コレ又今日再ビ生命ヲ認メラレルニ至ツタ所デアアル。

§ 6. ペスタロッチ説ノ反對説

ペスタロッチノ説ニ反對セル者モ亦可成リアツタ。就中其ノ

代表的ニ視ラレルモノニハ、ホツフマン、ステファン、ヂンテ、ツエルレンネン、ニーマイエル、クラール等デアアル。殊ニ其ノ中ノ權威ハ即チクラールデアアル。

クラールハ實際生活ヲ離レテ學校教育ハ存在スベカラズトナシ、殊ニ初等教育ノ學校ハソノ各教科ノ基礎ヲ實際生活ニ求メネバナラストシタ。從ツテ算術教授モ亦知力ヲ陶冶スルトイフ事ハヨロシイガ、單ニソレバカリテ實際生活上ヘノ應用トイフ事ヲ離レテハ不可デアアル。即チ思考陶冶ニ資スベキ算術ノ問題モソレヲ實際生活上ヨリソノ教材ヲトリ、又他ノスベテノ教科カラ教材ヲトラネバナラス。又アラユル算術教授ニ對シテ基礎トナルベキ條件トシテ次ノ如キモノヲ採ツタ。

- (1) 同一部類ニ屬スル物體ヲ兒童ニ取扱ハス事。
- (2) 計算ノ基礎トシテ特ニ一ヨリ十マデノ取扱ヲ十分徹底セシムベキ事。
- (3) 實用上ヨリ、又他ノ四則計算ノ基礎トナル點ヨリ共ニ暗算ヲ獎勵スベキ事。
- (4) 取扱フ數ノ範圍擴大シテ必然的ニ筆算ノ必要ヲ感ズルニ至ルマデハ暗算ノミデ練習サセル事。

彼ノ所説ハ重ンゼラレ、所謂事實計算主義ヲ生ムノモトヲナシタ。即チペスタロッチ及ビ其ノ一派ノ抽象數ニツキ能力ヲ陶冶スル事ヲ算術ノ目的トセル極端ナル形式主義ニ反對シ、具體的ノ場合ニツイテ生活ノ爲ニ陶冶スル事ヲ主張シ、純正數學ニ對シ應用數學ノ教育的價值ヲ認メラ來タノデアアル。而シテ今日此

ノ説ハ事實ニ於イテ復活シテ教材ノ社會化、實際化トシテ事新シク叫バレルニ至ツタノデアアル。

§ 7. 調 和 説

前二節ニ於イテベスタロツチノ説及ビ其ノ賛否兩極端ナル説ヲ紹介シタルガ、サテ此ノ兩説ノ調和論者モ可成リアラハレ、第十九世紀ハ賑ヒ且ツ進歩シタ。其ノ調和論者トシテハ、ハルニツシユ、デイーステルウエヒ、ヘントシエル等ヲ擧ゲル事ガ出來ル。

第十九世紀ノ初メヨリ 1820年頃ニイタルマデノ間ハ算術教授上幾多ノ重要問題ノ提出セラレタル時期ニシテ從ツテ此ノ間ニ於イテ、ベスタロツチノ説ニ對スル兩様ノ見解ニ對シ調和論者ノ輩出シタルモ亦自然デアアル。此ノ代表ハハルニツシユデアアル。彼ハ1814年“算術教授綱要”ヲ著シタ。今ツノ説ノ要點ヲ述ベヨウ。即チ彼ハ算術教授ノ目的トシテアラユル精神活動ノ根源ヲ最モ調和的ニ發達セシメ且ツ實際生活上ニ役立つヤウ計算ニ熟練シ問題ヲ解クノ力ヲ與ヘル事ヲ主張シ、其ノ方法トシテハ出發點トシテ觀察ノ方便物ヲ認ムルモ究極ノ目的ハ此ノ如キモノナクヨク思考ノ上ニテ解キ理解シ得ルヤウナサネバナラヌトシ、特ニ彼ハ應用問題ノ材料ヲ實際生活ニ交渉ヲ有スル事ノ密ナルモノヨリトルベキ事ヲ論ジ純正算ト應用算トハ別ツベカラザル事ヲ主張シタ。此ノ點ハ昨今再ビ聲ヲ新ニシ大ニシテ叫バレル所デアアル。又彼ノ所説ノ中ニハ明カニ今日ノ兒童作題ノ

思潮ガ存在シ、參考トスベキ點ハ多イノデアアル。

尙今一人デイーステルウエヒノ意見ノ要點ヲ述ベヨウ。彼ノ所説モ亦算術教授ノ實際ニ多大ノ影響ヲ與ヘタモノデアアル。1838年ニ“指針”ヲ著シ數觀念ノ本質ニツキ論ジタ。即チ彼ハ算術科ニ於イテハ理論的ニハ理法、規則ヲ授ケ、實際的ニハ其ノ應用ニ熟練セシメヨ。從ツテ本科ノ目的ハ一ハ精神ノ陶冶ニシテ一ハ實用上ノ練習デアルト。然シ彼モ亦初步教授ハ觀察的デナケネバナラス事ヲ述ベ次第ニ法則ニ導ク事ヲ期待シ、暗算ヨリ筆算ニ移リ、抽象數ト應用數トノ交渉ヲ深カラシメン事ヲ望ンデキル。尙彼ハ運算並ビニ解法ヲ明瞭ナル言語ニテ發表スル事ハ大切デアルト主張シタ。

是等ノ調和論者ニ依ツテ算術教授法ノ論争ハ一段落ヲ告ゲ、本科ノ教育上ノ價值、其ノ教授目的、其ノ方法モ大體確立サレタノデアアル。今日ノ我が國ノ教則ノ示ス算術教授ノ目的モ此ノ範圍ヲ出デナイモノガアル。

§ 8. ヘルバルト派ノ説

然シヘルバルト派ノ人々ハ此ノ調和説ノ上ニ更ニ道德的トイフ事ヲ加味シタ。即チ此ノ一派ノ算術教授ニ對スル説トシテ重要視サレルノハ算術ヲシテ道德的ニ價值ヅケントシタ所デアツテ、其ノ代表的ノモノハグルーベデアアル。彼ハ算術教授ノ目的ヲシテ道德的陶冶ヲナシ得ル所ニアルトシ、具體的ノ觀察ニ依リ、兒童ヲシテ專心其ノ物ニ注意セシメ、趣味ヲ感ゼシメ、其

ノ事物ヲ愛スルノ情ヲ惹キ起シ、以テ意志ヲ振起セシメルニア
ルトシタ。此ノ主張ハ彼ノ著シタ算術書ノ序文ニ明カニ示サレ
テ居ル。即チ“真理ノ念及ビ推理ノ力ハ直ニ人ノ愚昧ト犯罪ト
ヲ防グ事ハ出来ナイガ、人間ノ倫理的態度ニ對シテ有力ナル影
響ヲ與フルモノデアル。何トナレバソノ精神力ニ信頼スル念ヲ
生ズレバ、倫理的情操ヲ得ル上ニモ有力ナル影響ヲ及ボシ、其
ノ決斷ヲシテ思慮的ナラシメルカラ、種々ノ愚ヲ演ズル事ガナ
イ。悟性ヲ自由ニ働カシメルトキハ自由ナル意志ニ達スル刺戟
トナル云々”ト。即チ算術教授ハ算術ノ問題ヲ解釋スルコト其
ノ事ヲ愛セシメ、勤勞ノ興味ヲ起サシメルモノデアルト。從ツ
テ此ノ結果ハ觀察ノ事物、諸性質、例ヘバ色、形、大小、硬サ、
重サ等ハ重要ナル問題トナリ、數ノ取扱モカク事物ニツキ性質、
量、質等ヲ同時ニ觀察スル事トナリ、多面的取扱主義デアツ
タ。從ツテ計算ソノモノモ四則併進説ヲ採用シ、今ハ加法ノ練
習ダカラ減法的ノ事ハ少シモ取扱ハストイフガ如キ四則單進ノ
教法ヲ排シタ。

然シ此ノ説ニ對シテモ反對説ハ多カッタ。殊ニ其ノ多面的
取扱ノ如キハ算術教授ニハ採用スベカラザルモノデアル。算術
ノ如ク條理整然トシテ系統ダチタル學科ノ學習ハナルベク簡潔
ニシテ兒童ガ錯亂スル事ナク一步一步確ニ築キアゲネバナラス
ト。コレガ調和説ノ上ニ新ニ又加ハツテ第十九世紀中頃ニ論争
サレタ主要點デアル。

然ルニ一方ヘルバルト自身ハ此ノ學習ヤ教授ノ内容カラ離レ

テ、獨立シテ思考ノ能力ソノモノヲ養ハントスル所謂形式陶冶
ヲ否定スル論ヲ述べ始メタ。即チ第十八世紀ニ獨逸ニ起ツタ能
力心理學説ニ依リ認メラレタル能力ソノモノノ存在ヲ否定シ、
觀念力學説ヲ立テ、一切ノ觀念ヲ現象的ニ述べ、從ツテ推理力ヲ
鍛ヘルトカ、觀察力ヲ練ルトカイフ形式陶冶ノ否定ノ第一ノ烽
火ヲ擧ゲタ。然シ當時ハ能力心理學萬能ノ時代デアツタノデ、
此ノ説ハ嘗ニ一般ノ人々カラ認メラレナカッタノミナラズ、彼
一派ノ人々サヘモ祖述スル所サヘモナカッタ。然ルニコレハ今
日數學教授ノ根本ヲ動カス重要ナ問題トシテ眞劍ニ論議サレル
所トナツタ。(§12,13 參照)

然シ此ノ方面ハ算術ノ計算方法ノ教授ノミニツイテハ既ニ第
十九世紀ニ於イテヘルバルトノカウシタ考ヲトツテ所謂事實計
算主義ガ生レテ來タ。即チ事實計算主義ヲ主張スル者ニハ第十
九世紀始メニ出デタルクラークセルヲ始メゴルツシ、テール等ア
リ、彼等ハ實際上ノ數ノ觀念ト其ノ數關係トハ決シテ單獨ニ存
在スルモノデハナク必ズヤ事實ト密接不離ノ關係ニ於イテ現ハ
レルモノデアル。然ルニ之ヲ一度算術ノ問題トシテ取扱フヤ實
際ノ問題カラ切り離シテ抽象的ニ課スルノハ嘗ニ興味ヲ失フノ
ミナラズ、アリ得ベカラザル事ヲ假定スル事トナル。故ニ算術
ニ於イテモ他ノ教科同様、事物教授ト密接セシメ、生活上必須
ナ知識トシテ課シナケレバナラス。ノミナラズ數ノ練習ハ方便
デアツテ結局ハ事物上ノ知識ヲ擴張シ之ヲ完全ニスル事ヲ目的
トセネバナラスト。

§ 9. 直観主義ト數ヘ主義

數概念ノ發達ニ就テハ既ニ §1 並ビニ §2 ニ於テ述ベタルノデア
ルガ、扱テ之ガ教授ニ當リ如何ナル方法ニヨルベキカトイフ
ニ、茲ニ古來ニツノ相反セル流レガアル。直観主義及ビ數ヘ主
義ガコレデアル。

既ニ述ベタルガ如ク直観主義ハベスタロツチニ築カレタルモ
ノニシテ、吾人ノ數概念ハ空間的表現ニ依リ得ラレルモノデア
ルカラ其ノ初歩教授ニ於イテハ豆、小石等ノ如クナルベク簡單
ニナルベク同様ナル、且ツナルベク動カスニ都合ノヨイ事物ニ
ツキ數ヲ直観サセル。例ヘバ5トイフ數ハ小石5箇ヲ同時ニ直
観シテ此ノ如キ數ナリト教ヘヨトイフノデアアル。茲ニ最モ直観
スルニ都合ノヨイヤウニ印ヲナラベタルモノヲ直観サセルヤウニ
ナツタ。數圖ガ即チコレデアル。

之ニ對シ數ヘ主義者ハ數概念ハ決シテ直観主義者ノ唱ヘルヤ
ウナ空間的表現ニ依ツテ得ラレルモノデハナイ。兒童初發ノ數
概念ハ“一ツ”“二ツ”“三ツ”……ト數ヘル事ニヨリ發達シタ
モノデアアル。即チブライエルニ從ヘバ感覺的ニ提供サレタル單
位ガ時間的繼起ニヨリ數ノ系列ヲ得。コレガ數ノ概念トナルモ
ノデアアルト。而シテタンク、クニルリング等ハ1884年以來數ヘ
主義ヲ唱ヘテ直観主義ニ反對シタ。從ツテ此ノ說ヨリハカノ數
圖ヲ排斥シ、計算器ノ如キハソレヲ一ツ一ツ順次ニ動カシテ數
ヘサセ得ル點ニ於イテクニルリング等ハ認メタルモゲブネルノ

如キハコレヲモ排斥シク。即チ1ヤ2ナラバ兎ニ角少シク多イ
數ヲ事物ニヨリ直観スルトモ決シテ一瞥シテ之ヲ知ル事ハ出來
ナイ。必ズヤ數ヘテミナケレバナラス。數圖ノ如キ、如何ニ巧
ミニナラベラレルトモソノ事ヲ意識スルト否トハ兎ニ角又時間
ハ極メテ僅カデハアラウガ數ヘルノデアアル。即チ“意識ノ狹隘”
トイフ心理的事實ニ基ヅキ同時ニ意識スル事が出來ナイトイフ
ノデアアル。

然シカツテル、ヴアルレン、ヘレネナス等ハ實驗シテ明カニ
8個乃至10個ノ黒點ヲ同時ニ認識シ得ルコトヲ示シタ。又直観
方便物ニヨリ直観サセル事ハ抽象的計算ノ本質ニモトルモノト
ナスモ、兒童ソノモノハ具體的ニ考ヘ、次第ニ抽象的ニ進ムモ
ノデアアルカラ其ノ初歩教授ヲ直観ニ依リ具體的ニスルノハ別ニ
不當トハ考ヘラレス。モユマンノ曰フガ如ク、“數概念ニ於イ
テ空間的要素ト時間的要素ト共存スル事ハ明カデアアル。故ニ極
端ナル直観主義モ極端ナル數ヘ主義モ共ニ偏シタモノデアリ兩
者ハ互ニ相補ヒ相助クベキモノデアアル。殊ニ兒童ガ聽覺型デア
ルナラバ數ヘ主義ヲ重クシ、視覺型デアルナラバ直観ニヨラセ
ルモヨク、コンナ點モ考慮シナケレバナラナイ”ト。

勿論吾人ハベスタロチ及ビ其ノ一派ノ人々ガ算術教授ニモ亦
直観ヲ尊重シナケレバナラヌトイツタ見識アル所說ニハ感銘ス
ル。殊ニコレハ空間教授ヲ初メカラナシタ方面ハ最モ價值アル
事トシテ今日認メラレテ來テ居ル。然シ數概念ノ初歩教授ニ於
ケル取扱法トシテハ數概念發達ノ過程ヲ反省スル事ニ依リ數ヘ

主義ヲ中心トスル説ニ賛成シタイ。即チ數ト空間トノ關係ヲ尊重スルハ直觀主義トナリ、數ト時間トノ關係ヲ力説スレバ數ヘ主義トナル。而モ數ノ序列ハ §2ニ述ベタルガ如ク後者ニ依ツテ形成サレタカラデアアル。

サレド更ニ考ヘナケレバナラス事ハ數ヘ主義ノミノ偏重ハ往々ニシテ5トイフモ順序數トシテノ5ノミヲ知り、甚シキハ5ナル數詞ノミヲ知ツテ之ガ表ハス數ソノモノノ5ニツイテ却ツテ不徹底ナ概念ヲ得ル事ガアル事デアアル。此ノ爲ニハ同時ニ5ノ存在スルモノヲ直觀セシメル事ヲ併セ用ヒネバナラス。茲ニ直觀主義ノ生命モアルト思フ。唯無限ニ思惟ノ發展ノ上ニ形成サレル數ハ數ヘ主義ノ擴張ニヨルモノデ到底一々直觀ニ俟ツ事ハ出來ナイ。

§ 10. 四則教授ノ配列論

既ニ各氏ノ説ヲ述ベタ中ニ幾分ソレニ觸レテ居タノデアアルガ數概念ソノモノヲ得テ後サテ之ヲ如何ニシテ計算スル方法ヲ教ヘルカ。茲ニ古來三ツノ説ガアル。ソノ一ハ先ヅ加法ヲ教授シ、次ニ減法ニ移リ、之ガ十分練習サレタル後乘法ニ、次ニ除法ニ進マネバナラストイフ所謂四則單進主義デアアル。之ニ對シテルリヒ、レブス、クランケ及ビステルン等ノ主張ニヨツテグルーベハ新ニ四則教授ハ運算ヨリ運算ヘト進ミ行クベキモノデハナイ。各數ハ多面的ニ取扱フベキモノデ、四則ヲウマク融合シテ同時ニ課シ次第ニ程度ヲ高メテ行クベキモノデアアル。運算

ハ各數ノ明瞭ナル直觀ヨリ自然ニ生ジテ來ルモノデアツテ、明瞭ナル直觀トハ數ノ成分ト構造トヲ知ル事デアアル。四則ヲ一ツ一ツ配列セントスルハ恰モ直觀教授ニ於イテ一ツノ事物ヲ觀察シ、今ハ形ノミ、次ニ色ノミ、次ニ質ノミヲト區別シテ觀察サセルト同ジ事デ、此ノ如キ事ハ事實出來ナイト。之レヲ四則併進主義トイフ。之ニ對シテハ久シイ間賛否ノ説ガ別レテ居タ。賛成スル者ハコレニ依リ教授ガ切レ目ナク進行シ、絶エズ思考ヲ働カシメ、兒童ハ始終興味ヲ以テ學習シ、根本的ニ數ヲ知ツテ計算ガ迅速ニナルトイヒ、反對スル者ハ各種ノ計算ヲ同時ニ教ヘル事ハ兒童ヲ混迷セシメ、何レノ算法モ不徹底ニ終ルトイフ。之ヲ調和シテ二則併進主義ガ提出サレタ。即チ加減ハ同時ニ課シ、ソノ練習ヲ終ツタ後乗除ニウツル方法ヲイフ。コレ此ノ如クニシテ兒童ヲ錯亂サセル心配ハナクナルノミナラズ而モ算法ノ性質上加減ヲ同時ニスル事ハ能率ヲモアゲ、且ツ相反セルモノデハナイ。乗除ニ於イテモ然リデアルトイフノデアアル。又調和説ノ中ニハ始メハ一則單進ニ依リ、ヤヤ進ンデハ二則併進、或ハ加減乗ノ三則併進ヲトルベシナドイフ人モアツタ。

吾人ハ低學年ニ於ケル數概念ヲ與ヘル間ニ於イテハ四則併進ヲトルヲ可トスル。10乃至20以内ノ數ニ於イテ四則併進ヲトルカラテ混亂ヲ來ス事ハナイ。即チ一方ニハ直觀主義、數ヘ主義ヲ併セ用ヒナガラ、カクシテ得タ數ハ多面的ニ利用シテコン却ツテ興味アラシメルモノデアアル。然シソレ以上ノ數ニ於イテハ或ハ二則併進モシ、更ニ進ンデハ形式算ノ算法ヲ教授シ練

習スル時ハ一則單進ニ依ツテ教授ノ徹底ヲ期スベキデアル。如何ニ四則單進ヲ主張ストモライノイヘルガ如ク分數教授ニ於イテ加減ト乗除トヲ同時ニ課スル事ハ賛成出來ナイ所デアル。形式算ハヤハリ練習デアル限リニ於イテ單進主義ニモ價值ハ存スル。

尙此ノ外歴史的ニ問題トナツテ居ルモノニ形式陶冶主義ト實質陶冶主義ガアル。コレハ今日盛ニ論議サレル所デアルカラ次ニ章ヲ改メテ現代ノ思潮トシテ述ベヨウ。

第三章

現代ノ算術教授思潮

§ 11. 現代要求ノ算術教授

カクノ如クシテ或ハ思考陶冶ヲ目的トシ、ソノ形式方面ヲ重ンジ、或ハ實用主義ガ唱ヘラレテソノ内容ガ重ンゼラレ、甲論乙駁、論ジテ來タ末ハ結局此ノ兩方面ヲ算術教授ノ目的トスルニ至ツタ。唯ソノ何レノ方面ヲヨリ重ンズルカニ依ツテ算術教授ノ思潮ハ別レタノデアル。即チ我が國ニ於イテモ改正以前ノ小學校令施行規則中ノ教則ニハ

“算術ハ日常ノ計算ニ習熟セシメ、兼ネテ思想ヲ精密ニシ、
傍ラ生業上有益ナル知識ヲ與フルヲ以テ要旨トス。”

トアツテ思考陶冶ヲ以テ直接目的トシ、生活上必須ナル知識ヲ與ヘル事ヲ間接目的トシテ居タノデアルガ、明治三十八年之ヲ改正シテ曰ク

“算術ハ日常ノ計算ニ習熟セシメ、生活上必須ナル知識ヲ與へ、兼テ思考ヲ正確ナラシムルヲ要旨トス。”

ト。即チ今日我が國ノ小學校ニ於ケル算術教授ニ於イテハ生活上必須ナル知識ヲ與ヘル事ヲ以テ直接ノ目的トシ、思考ヲ正確ナラシムル事ヲ以テ間接ノ目的トナシテ居ルノデアル。

然ルニ實狀ハ如何トミルニ、入學試験ノ脅威、比較試験ノ弊害等ノ爲ニ災サレテ思考陶冶ヲ以テ算術教授ノ重要ナル目的ト

シ、否殆ド之ヲ其ノ全部トシテ、彼ノ逆思考ヲ目的トセル四則
應用問題萬能主義が行ハレテ來タノデアル。無暗ニ難解ノ問題
ガ之レ尊シトサレルヤウニナツテ來タ。其ノ結果ハ果シテ如何。
シバラク次ノ例ニ依リ反省セヨ。曰ク“ニウトンノ問題”

“ a 頭ノ牛ガ l 日ニ p 歩ノ牧草ヲ食ヒ盡シ、 b 頭ノ牛ガ m 日ニ
 q 歩ノ牧草ヲ食ヒ盡スナラバ、 c 頭ノ牛ハ n 日ニ幾歩ノ牧草ヲ
食ヒ盡スベキカ。但シ初メハ草ノ高サ一様ニシテ牛ガ牧草ヲ
食フ間ニ草ハ日々成長シテ止マズ。”(ニユトンノ代數學ニ見
ユ)

ト。凡ソコノ注意書ノヤウナ馬鹿ラシイ事ガ世ニアルダラウカ。
ソシテ此ノ答ハ

$$\frac{cnpq(l-m)}{alq(n-m)+bmq(l-n)} \text{ 歩}$$

デアルトイフニイタツテハ坐ロニ數學者ノ沒常識ト世間離レノ
シタ道樂ヲ笑ハズニハ居ラレナイノデアル。

昔アレクサンドリア派ノ數學者デオファントスハ遺言シテ曰
ク、“自分が死ンダラ次ノ如キ碑名ヲ作ツテクレ”ト。即チ

“デオファントスハ其ノ生涯ノ中六分ノ一ヲ兒童トシテ、十
二分ノ一ヲ青年トシテ、更ニ其ノ上七分ノ一ヲ未婚者トシテ
送ツタ。結婚後五年ニシテ息子が生レタガ、其ノ息子ハ父ガ
死ス四年前ニ死ンダ。其ノ時彼ノ年ハ父ノ半分デアツタ”

ト。之ヲ米國ノ心理學者トシテ知ラレル數學教育者ソーンダイ
クハ“人ハ彼ヲ馬鹿ダトイフダラウ”ト評シテ居ル。

否此ノ如キ例ハイクラデモアル。ライレルトイフ有名ナ數學
者ノモノシタ代數學ニハ

“或ル金額ヲ若干人ニ分配スルニ第一ノ人ニハ a 圓ト殘金ノ
 n 分ノ一トヲ與ヘ、第二ノ人ニハ $2a$ 圓ト尙後ニ殘レル金額ノ
 n 分ノ一トヲ與ヘ、第三ノ人ニハ $3a$ 圓ト後ニ殘レル金額ノ
 n 分ノ一トヲ與ヘ、次第ニカクノ如クニシテ金額ヲ丁度分配
シ盡クセルニ各人ノ分配額同額ナリシトイフ。金額、人數、
一人前ノ分配額各如何。”

答 金額 $(n-1)a$ 圓、人數 $(n-1)$ 人、一人前 $(n-1)a$ 圓
マシテ此ノ問題ヲ吟味シ出セバ容易ノ事デハナイ。ソーンダイ
クハ之ニ對シテ果シテ如何ナル評ヲ下ス事デアラウカ。

實ニ笑フニ堪ヘタルモノハ數限リナイ。ヨク知ラレテ居ル鶴
龜算モノノツデアル。教育ヲ以テ貴族ノ暇ツブシトシタ過去
ノ時代ヤ、富者ノ骨董品ノ如ク考ヘタ時代ナラ、群松鬱々トシ
テ茂リ奇石怪石ノナラシメ其ノ中ノ池ニ、白イ鶴數羽靜ニ歩ミ、
青イ尾ノミノ龜ハ或ハ岩上ニ日向ボツコシテ眠リ、或ハ水面ヲ
無格好ニ游イデ居ルヲ綠陰ノ亭ヨリ眺メテ鶴ハ千年龜ハ萬年
ト咏ジツツ遊ビ戯レ、サテ興ツキタルママニ鶴ト龜トノ頭數ノ
總數ト足數トヲ與ヘテ各々ノ頭數ヲアテルヤウナ事ヲヤツテモ
ヨカツタデアラウ。否當時ノ貴族ニ於イテハ此ノ如キ席ニ侍ツ
テ興ヲ殺ガナイ爲ニ鶴龜算ヲ心得テオク事ハ自然デアリ價值モ
アル。即チ當時ノ教育ニ於イテナラバ之ヲ教材トスル事ハ大イ
ニ意味ガアルノデアル。然シ今日ノセチ辛イ生活、生存競争ノ

激甚ヲ極メル社會生活ニ於イテハ、垂衣烏帽子式デハ無効デア
ル。切レバ鮮血ノ滴ル問題ガ眼前ニ續々ト連ツテ居ル。米櫃ハ
空虚デモ鶴ト龜トノ頭數ヲ數ヘ得ルヤウニスル事ハ少クトモ今
日ノ一般的教育理想デハナイ。今日ノ社會デナラバ若シ必要ガ
アツテ鶴ト龜トノ頭數ヲ知ランニハ眼前ニ遊ンデ居ル鶴ノ頭數
ヲ數ヘタラヨイ。鶴ト龜トノ總頭數ヤ總足數ガ知レルマデニハ
キツト既ニ早ク各々ノ頭數ガ知レテ居ル筈デアアル。ソノ知レテ
居ル頭數ヲ故意ニ隠シテオイテアテサセル。ソレハ即チ謎デア
ル。遊戲デアアル。吾人ハソレヨリモ此ノ五十錢銀貨一枚ヲモタ
ラシテ如何ニ今宵ノ夕饗ノ膳ヲ最モ合理的ニ最モ美シク而モ最
モ經濟的ニ賑ハサウカトイフ事コソ緊要デアアル。生氣溼潤タル
生々シイ問題ヲトラヘテ普通教育ノ教材トシタイノデアアル。

§ 12. 形式陶冶論

前節ノ如キ所論ニ對シテハ必ズ次ノ如キ反駁論ヲキク。曰ク
吾人ハ何モ鶴ヤ龜ノ頭數ヲ求メル練習トシテ鶴龜算ヲ課スルモ
ノデハナイ。ナルホド求メラレルモノハ鶴ト龜トノ頭數デアアル。
然シ吾人ノ之ヲ課スル所以ハソノ答數ヲ求メル課程ニ價值ガア
ルノデアアル。即チ此ノ如キ問題ヲ解ク事ニ依リ吾人ノ頭ガ緻密
ニナル。數學ノ教材テフ方便物ニ依リ精神能力ソノモノヲ陶冶
セントスルモノデアアル。數學ニ限ラズ吾人ガ何カ學習スルトキ
其ノ効果ニ於イテハ普遍的ノモノデアルトイヒ得ラレル。例ヘ
バ幾何學ノ問題ヲ學習セシメル時、之ニ依リ何等カ精神ニ影響

ガ殘ル。此ノ影響ハ他ノ幾何學ノ問題、或ハ更ニ數學ノ他ノ分
科ノ問題ヲ解ク時ニモ役立ツ。尙延イテ數學ノミナラズ他ノ人
生問題ノ解決ニ當リ轉入スルモノデアアル。即チ幾何學ノ問題ヲ
學習スル事ニヨツテ得ラレタ推理力ハ轉入シテ他ノアラユル場
合ニ役立つカラ幾何學ノ學習ニ價值ガアルノデアアル。自然科學
ノ研究ニ於ケル例ヲトルナラバ、理科ニ於イテ一片ノ菜ノ花ヲ
教授スルニ際シ、兒童ニ菜ノ花ヲ觀察セシメタトスル。此ノ時
子供ノ頭ニ何カノ影響ガ殘ル。即チ或ハ觀察力ガ強メラレ、或
ハ其ノ觀察ヨリ判斷シテ推理力ヲ練ル。此ノ觀察力ハ菜ノ花ヲ
再ビ觀察スル時ノミナラズ他ノ花ヲ觀察スル時ニモ、又花ニ限
ラズ他ノスベテノモノヲ觀察スル時ニモ働イテ役立ち、カツテ
菜ノ花ヲ觀察シナカツタヨリモ能力ヲ高メルモノデアアル。然シ
菜ノ花ソノモノニハ意味ハナイ。即チ菜ノ花ガ人生ニ對シ價值
アルカナキカハ問フ所デハナイ。唯要ハ觀察力ヲ強メル手段ト
シテノミ價值ヲ認メルノデアアル。鶴龜算ハ勿論人生ニ何等ノ關
係モナイモノデアアルガ、是ガ重要視サレテ數學教科書ノ一頁ヲ
必ズ占メテ居ル所以ハ、コレニヨリ推理力ヲ養ヒ得ルカラデア
ル。即チ數學ニ依リ推理力ヲ練リ、ソノ推理力ハ轉入シテ人生
生活ニ役立つ。能力ノ陶冶ヲ前提トスル時ハ學習ノ内容タル教
材ハ無價值デヨク、現ニ又無價值デアアル。菜ノ花ニ依ラウガ他
ノ花ニ依ラウガ得ラレル所ハ唯普遍的觀察力、推理力ノミデア
ル。能力ヲ練ルニハ或ル程度ノ能力ノ消費ガ必要デアアル。此ノ
爲ニ花ヲ用ヒ、鶴龜算ヲ用フルノデアアル。即チ教材ソノモノハ

問題デハナイ。教材ノ具備スベキ條件ハソノモノガ如何ニ能力ヲ陶冶スルカトイフ事デアアル。頭ヲ鍛ヘルニ都合ノヨイモノデナケネバナラス。能力ヲ練ル爲ニ費サレタル精神力ノ分量ガ多イダケ價值ガアル。故ニ難解デナケネバナラス。兒童ノ興味ヲ惹クトカ惹カストカイフ事デハナイ。子供ガ嫌ツテモ仕方ガナイ。要ハ努力主義デアアル。鍛錬主義デアアル。教育界ニ教材ノ社會化ガ叫バレテモ教法ノ心理化ガ唱ヘラレテモ數學教育ニハ關係ノナイ事デアアル。

コレガ即チ形式陶冶説デアアル。而シテ此ノ考ヘハ可成リ古クカラ行ハレタ事ハ前章ニ述ベタ通りデアアル。而シテ嘗ニ數學教育ノ方面ノミナラズ他ノ方面ニモ根強ク入りコンデキタ。例ヘバカノ死語ナルニ拘ハラズ尙「ギリシヤ」語ヤ「ラテン」語ガ古典ト稱ヘラレテ歐洲ノ學校ニ重要視サレタノモーニ其ノ複雑ナ文典ヤ文ノ構成ヲ理解シテ行ク所ニ之ニ依ツテ形式陶冶ガ出來ルト考ヘタカラデアツタ。彼ノ有名ナシヨールペンハウエルハ古典ノ文典ノ學習ニ其ノ難澁ノ餘リ泣イタトイフ。シヨールペンハウエルノ泣イタソノ點コソ古典ノ生命デアツタノデアアル。

§ 13. 形式陶冶否定論

然ルニ此ノ形式陶冶ノ説ヲ根本的ニ否定スル論ガ近來盛ニナリ、相當信ゼラレルヤウニナツテ來タ。我が國デモ當校ノ*長田

〔註〕*長田新著「形式的陶冶ノ研究」(モナス發行) 参照

教授ナド熱心ニ主張シテ居ラレル。今茲ニ其ノ概念ダケヲ述ベテ見ヨウ。

元來形式陶冶スルトイフガソノ陶冶サレルモノハ何かトイフニソレハ通俗的ニハ頭デアルトイフ。即チ思考力ヤ記憶力ヲタカメヤウトスルノデアアル。換言スレバ此ノ如キ能力ソノモノヲ陶冶セントスルモノデアアル。然ルニ此ノ能力トイフモノガ人間ノ精神ニ存在スルトイフノハ何ニ根據ヅケラレテ居ルカ。デューエーニ從ヘバ精神ニ能力ノ存在スルトイフノハ神話的虛妄デアアル。吾人ガ記憶トカ判斷トカ推理トカイフハコレ吾人ノ精神現象ニ一定ノ特徴ノアラハレタル時名ケル名稱ニ過ギナイ。決シテ特殊能力アル事ヲ意味スルモノデハナイ。ソモソモ吾人ノ精神現象ハ無限の多種多様ニシテ僅カニ二三ノ特殊のモノデハナイガ、此ノ無限ノ精神現象ノ中或ルーツノ特徴ヲ漠然トデモ表ハス時、吾人ハ之ヲ記憶ノ作用ナリトカ判斷ノ作用ナリトカ名稱ヲ附スルニ過ギナイデ、本質的ニ記憶、判斷、推理等ノ存スルノデハナイ。吾人ノ神經中樞ハ是ニ加ヘラレル刺激ニヨリ反應スルノデアアルガ、此ノ刺激ガ精神ノ内面的ノモノモアリ外面的ノモノモアル。内外ヨリ加ヘラレル刺激ハ無限ニ多様デアリ、從ツテ反應モ多種多様デアアル。唯多種多様ナル刺激ニ夫々適宜適宜ニ反應セントスル有機的組織ガ存在スルバカリデアアル。不定の多種多様な傾向ガ存在スルノミニシテ孤立的小數ノ能力即チ記憶ノ能力、判斷ノ能力、推理ノ能力等ガアルノデハナク、在ルモノハ唯環境ノ特殊ナル變化ニ伴ツテ反應スル有機

的組織ノミデア。既ニ判斷推理ノ能力ノナキ以上之ヲ鍛鍊スルテ形式陶冶ハ全然認メラレヌノデア。即チ不定の多種多様な傾向ヲ有スル有機的組織ヲ反覆練習シタテ決シテ推理力ヲ高メルガ如キ事ハ望マレナイ。

更ニ進デ論ズレバ形式陶冶ハ有害デア。即チ或ル能力ヲ陶冶センガ爲ニハ一定ノ練習ヲ課スル事ガ必要デア。コレハ即チ刺戟ニ對スル反應ヲ特殊化スルノデア。若干ノ數學ノ問題ヲ學習スル事ニヨリ多種多様な刺戟ノ性質ニ應ジテ多種多様な反應シ得ル傾向ヲ特殊化スルハ反應ノ範圍ヲ縮少シ、固定シタル癖ヲ作ルモノデア。此ノ癖ヲ作ル事ガ吾人ノ人生ニ缺ク事ノ出來ナイ事ナラバ此ノ場合始メテ許容シ得ル。然シコレニヨリ推理力ヲ陶冶スルトセバコレ即チ精神生活ノ運用ノ妙所ハ爲ニ特殊化サレ、或ハ固定化サレ融通ガ利カナクナル。實ニ恐ルベキ害毒ヲ有スルモノデア。特殊化サレ固定化サレタル傾向ガ人生ニ深キ關係ノアル時ハ歡迎スベシトナス點ハ大ニ味フベキ所デア。

又モンロー等ノ説ク所ニヨレバ形式陶冶ノ爲ニ反對轉入ガ行ハレ有害デア。即チ數學ノ問題ヲ若干解ク事ニヨツテ生ズル傾向ハ數學ノ問題ニ類似ノ問題ニ對シテハ轉入シテ役立ツガ然ラザル時ノ精神活動ニ際シテハ害ガアル。何トナレバ、數學ノ思考ニハ一種ノ型ガアル。一ツノ公理ヲ或ハ他ノ二三ノ定理ヲ前提トシテ推理スル。疑フ事ノ出來ナイ前提ヨリ結論ヲ導イテ居ル。即チ演繹推理ヲナス。吾人ガ人生ニ處シテ遭遇スル場

合ニ此ノ如キ事ハ殆ドナイ。未知數ノ少キ問題ハ唯數學ノ世界ニノミ存スル所デア。人生ノ問題ニハ未知數多ク複雑デア。此ノ問題ヲ判斷スルニ際シ、先ニ數學ニテ作ラレタル特定ノ傾向ガ却ツテ邪魔ニナリ、思考シ得ザル思考課程ヲ平氣デスルヤウナ事ニナル。即チ數學學習ニヨリ得タル特殊傾向ハ數學ニ於イテ他ノ問題ヲ解ク時ニハ役立ツガ他ノ場合ニハ却ツテ反對ニ働ク。即チ反對轉入スルノデア。數學者ガ思ヒガケナキ獨斷ヲナシテ失敗スル所以ハ茲ニアル。即チ形式陶冶ハ有害ナルモノデアト。

此ノ形式陶冶否定論及ビ其ノ有害論ニ對スル是非ノ批判ハ尙論争中ニシテ必ズシモ確定シタモノデアトハイハス。然シ多クノ有力ナル學者ガ之ヲ信ジ、又數學ノ價值ヲ信ズル者モ少クトモ從來考ヘラレタルガ如キ形式陶冶萬能ノ考ヘハ棄テタノデア。然ラバ吾人ハ何處ニ新シキ生命ヲ求ムベキカ。茲ニ於イテ教育ノ社會化ノ問題、教法ノ心理化ノ傾向ガ數學教授ニモ亦認メラレルノデア。

§ 14. 數學教授ノ價值

然ルニ吾人ガ數學ヲ學習シタルガ爲ニ實際ノ社會生活ニ於イテ然ラザルヨリヨリ有効デア。事ハ屢々見聞スル所デア。又思ヒアタル所デア。之ニ對シテハ近來我が國デモ盛ニ紹介サレツツアル米國ノ心理學者ニシテ數學者ナルソーンダイクハ次ノ如クイツケル。若シ數學ヲ學習シタルガ爲ニ、其ノ結果トシ

テ他ノ數學ノ問題ヲ解クニ當リ、然ラザルトキヨリヨリ以上一層有効デアツタトスルナラバ、更ニ他ノ科學ノ研究ニ於テ、或ハ更ニ人生社會ノ實際問題ヲ解決スルトキニ然ラザル場合ヨリ効果ガ良好デアツタトスルナラバコレ兩者ノ間ニ同一要素ガ存在シテ居ツタガ爲デアル。同一要素ノ存在スルトキニノミ轉入ガ可能デアル。即チ一ツノ影響ガ精神ニ與ヘラレ、此ノ影響ガ他ノ場合ニ役立つハ同一要素ノ存在スル場合ニ限ル。形式陶冶トハ大イニ趣ヲ異ニスルノデアル。形式陶冶ハ數學ノ問題ヲ解クトキ、此ノ推理力ガ他ノ場合ニ役立つシタ。然シ同一要素論デハ經驗内容ト離レナイ。内容ノ同一ノトキノミ轉入スル。即チ形式陶冶ノ如ク一般的ノモノデハナクシテ極メテ特殊的、從ツテ多元的ノモノトナラザルヲ得ス。カクテ特殊的多元的陶冶ハ生レタ。

陶冶ガ經驗ノ内容ナル材料ト縁ヲ切ル事ガ出來ズ離レル事ガ出來ナイトナレバ茲ニ教育上ノ方法ハ自然ニ多元的、特殊的トナツテ來ル。推理力、判斷力ソノモノガ養ハレルナラバ終日壁ノ穴ノミヲ觀察サセテモ觀察力ハ養成ザレル筈デアルガ、經驗内容ソノモノニ關係スルトナレバ壁ノ穴ノミノ觀察バカリデハ不可トナル。經驗内容ハ無限デアル。ソコデ教育ノ効果ヲアゲル爲ニハ無限ノ内容ヲ持ち來ラネバナラス。無限ニ存在スル經驗内容ヨリ有限ノ教育材料ヲ選ブニハ如何ニスベキカ、如何ナルモノヲ選ブベキカ。茲ニ於イテ人生ニ最モ多ク起リ易イモノヲ教材トセネバナラス事トナツテ來ル。形式陶冶ノ如ク萬能デ

ハナイガ、一度經驗シタ事ハソレト類似即チ同一要素ノ場合ニハ有効デアルカラ、人生ニ最モ多ク遭遇シ易イモノニツイテ經驗サセル必要ガアルノデアル。判斷、推理、想像ノ如キ心理的過程ハ心理學者ノ勝手ニ作ツタ人爲的分類ニ過ギナイ。故ニ推理力、判斷力ヲ養フ事ハ出來ヌガ、多面的ニ而モ實社會ニ處シテ最モ遭遇スル機會ノ多イ材料ニヨリ經驗サセル事ガ必要ニナツテ來ル。多種多様ノ事實ニ對シテ多種多様特殊の教養ヲナスノ外ハナイノデアル。

無限ニ存在スル事物ヨリ價值アル所ノ市民ノ生活中最モ起リ來ル公算ノ多イモノヲ教材トシテ採リ來ラネバナラス。即チ教材ノ社會化ハ力説サレテ來ルノデアル。壁ノ穴ヲ觀察シタリ、鶴ト龜トノ頭數ヲ求メテ居テハ得ル所ハナイ事トナル。菜ノ花ノ觀察ガ、之ニ依リ觀察力ヲ練ル事ヲ目的トスルナラバ全然無用ノ事デアルガ、若シ菜ノ花ガ國民生活ニ必要ノ事デアルナラバ此ノ時始メテ教材トシテ價值ガアル事トナルノデアル。

此ノ如ク考ヘル事ニ依リ、教育界全般ニ澎湃タル教材ノ社會化ノ傾向ハ數學教育ニモ亦認メラレルヤウニナツテ來タ。即チ純正數學ヲ縮小シタモノガ學校數學デアル位ニ考ヘラレタモノガ、今ハ目標ヲ新ニシテ、學校數學ハ市民算術デアリ人生算術デアラネバナラナクナツタ。人トシテノ算術デアル學校數學ハ無暗ナル嚴正ヲ要求スル事ナク、形式ノミヲ尊重スル演繹推理ニ陥ル事ナク、兒童ノ心理過程ニ適ヒ、興味アラシメルモノトナツタ。「ニウヨーク」ノ學務局ノ出シタ算術教授要目ニモ

“小學校算術教授ノ目的ハ生活ヨリ直接生ジ來ル數學問題ニ對シテ生徒ノ興味ト知識トヲ發達セシメ、併セテ日常型ノ問題ヲ容易ニ正確ニ經濟的ニ解ク練習ヲサセルニアル云々。”ト。而モ終リニ於テ大膽ニモ次ノ如キ斷定ヲ下シテ居ル。

“算術教授ノ根本理由ハ日常生活ニ於テ數ヲ使用スル必要及ビ社會ノ職業ニ對スル兒童ノ興味デアアル。”ト。即チ算術教授ノ根本目的ヲ社會生活職業生活ヘノ準備トシテ居ル。尙教材ノ選擇ノ要目ニハ總ジテ“日常生活ヨリ起リ來ルコト。”“人生ニ於ケル經驗”或ハ“生活ノ必要”等ノ語句ヲ以テ終始シテ居リ最後ニハ“吾人ハ算術ヲソノ功利的價值ノ爲ニ教ヘルノデアアルガ、算術ハ實ニ本來實業生活ノ要求ヲ滿ス爲ニ生レモシ、又學校ニモ導入サレタノデアアル”トイツテキル。

米國ノ「デツロイト」市ノ算術教授要目ニハ

“算術ノ目的ハ各兒童ノ力ヲ練ツテ社會的ニ能率アラシメネバナラス。ソノ爲ニハ生徒ヲシテ知ラシメネバナラス、知ラシムル外其ノ知リタルモノヲ役立タシメネバナラス。カクテ形式陶冶ノ原理ハ畢竟社會的目的ニ其ノ位置ヲ讓ラネバナラス。”

ト。明カニ人生算術、社會算術ノ導入ヲ宣言シテ居ル。又既ニ述ベタルソーンダイクハ「カリフォルニア」州ノ州定教科書（我が國ノ國定教科書相當）ヲ著シテ居ルガ、ソノ序文ニ

“此ノ書ハ學習ノ心理、實驗教育及ビ成功セル學校教育ノ實際ノ觀察ニ依ツテ發見サレタ原理ヲ算術教授ニ應用セルモノ

デアアル。從ツテ此ノ書ハ次ノ諸點ニ於テ從來ノ算術教授ノ實際ト異ル。”ト。即チ“單ナル心力陶冶ノ爲ニハ何物ヲモ攝取セス。陶冶ハタダ本質的ニ價值アル内容ヲ通ジテ得ラレル。”

ト形式陶冶ヲ斥ケ、

“教材ハ何レモ生活上ノ實際問題ノ爲ニ用意シテアル。彼ノ假空的ナ想像的ナ問題ハ全然トラナイ。”

ト。即チ人生算術、社會算術ノ立場ニアル。カクシテ鶴龜算的ノ假空的、想像的ノ問題ハ棄テラレ、實際的ノ問題ガトラレテ來ルヤウニナツタ。

§ 15. 新主義數學ノ思潮

此ノ如キ思潮ノモトニ實際ニ生レテ來タ新シイ學校數學ノ内容トナル教材ト之ガ傳達ノ方法ナル教授法ニツイテハ新主義數學ノ名ノモトニ紹介サレテ來タ。^{*} 即チ思考陶冶萬能主義ノ弊害ハ益甚シク、遂ニ之ガ反動トシテアラハレタ數學教授革新ノ聲デアアルノデアツタ。

前章ニ第十九世紀マデノ算術教授思潮ノ變遷ヲ述ベタノデアアルガ、今新主義數學ノ思潮ヲ叙述スル事ハ即チ第二十世紀ノ歴史ヲ物語ルモノデアアル。即チ第二十世紀劈頭1901年英國「グラスゴー」大學ニ於ケル英國數學協會ニ於テベリーハ數學教授

〔註〕^{*} 例ヘバ 新宮恒次郎著「グラフ教授」(修文館發行) 第一篇參照

改革案ヲ述ベテ先ヅ其ノ烽火ヲアゲ所謂“ペリー運動”ヲ起シタ。彼曰ク

“ユークリッドガ幾何學ヲ起サナカツタナラバ昨今ノ數學ハ非常ニ發達シタデアラウ。”

ト。又曰ク

“實驗ニ伴ヘル常識的説明ガ即チ法則デアラネバナラヌ。抽象的幾何學ヲ斷ジテ教ヘル事勿レ。”

ト。彼ハ極メテ赤裸々ニ從來ノ數學ヲ排斥シ、新ニ吾人ノ向フベキ道ヲ示シタ。即チ實驗實測ヲ重要視シ、法則ヲ歸納セントシテ、從來ノ演繹推理ニ反抗シタ。故ニ又曰ク

“吾人ハ時計ノ構造ヲ知ラネバ之ヲ使用シテハナラヌトイフ事ハナイ。”

ト。即チ彼ハ實用ノ爲ニ論理ヲ棄テ、ヒタスラ人生ト密接ノ交渉ヲ要求シタノデアル。

1902年ニハ佛國ニボーレルガ立ツテ改良意見ヲ述べ、ソレニ依ル學制ガ發布サレタ。其ノ改良ハ近代ノ實社會ノ狀態ト經濟生活トヲ中心問題トシテ學制ヲ改革シ、ソノ中ニアツテ數學モ日常生活ニ基礎ヅケ、實用的ノモノタラシメ、ヤヤ高尚ノ程度ノ材料モ直觀實驗實測等ニ依リ普通教育ニモ課スルヤウニシ、函數概念ノ養成ヲ重ンジタモノデアツタ。ツイデボーレル自身代數學及ビ幾何學ノ教科書*ヲ書イテ改革意見ノ實際ヲ示シタ。

〔註〕*最近共ニ邦譯ガ發行サレタ。石井省吾譯「エミル・ボーレル代數學教科書」(山海堂發行)、佐藤真一郎譯「エミル・ボーレル幾何學教科書」(山海堂發行)

又1902年ニハ米國ニムーア起リ、「ニュー・ヨーク」ノ數學協會ニ改造意見ヲ述べ、彼ハ特ニ實驗實測ヲ力説シタ。ツイデ1905年米國ニテハ獨逸ヨリシユルツエヲ招聘シテ「ニュー・ヨーク」大學ノ教授トセルガ彼モ亦此ノ改造運動ニ力ヲ致シ、特ニ函數概念ノ養成ヲ叫ビ、「グラフ」ノ導入ヲ主張*¹シタ。

然シ最モ力アツタノハ獨逸ノ運動デアル。即チソノ代表トモミラレルハ「ゲツチンゲン」大學教授ノクラインデアル。1904年「ブレスラウ」ニ開カレタル自然科學會議席上クラインハ大獅子吼ヲナシ、幾何學ノ直觀、函數概念ノ養成、數學各分科ノ融合、數學ノ實用化等ヲ叫ビ、數學教育ノ改良ヲ力説シ、(9月22日)、此ノ運動ノ結果1905年ニハ數學ニ對スル「メラン」ノ學制ノ制定ニマデナツタ。此ノ獨逸ノ數學教授改革ノ實際ハ我が國ニ紹介サレ*²、又此ノ説ニ依ツテ出來タベーレンドゼン及ビゲツチングノ共著ニナレル數學教科書ハ“新主義數學”ノ名ノモトニ我が國ニモ紹介サレタノハ人々ノヨク知ル所デアル。*³

是等ノ人々ノ所説ハ殆ド獨立ニ主張サレ、而モ殆ド符節ヲ合スル程ノ同一サヲ有シ、共ニ其ノ基調トスル所ハ人間味ノアル教育、社會ト交渉ノ深イ教育ヲナサントスル所ニアル。

此ノ運動ハ我が國ニモ波及シ、先ニ大正四年(1915年)文部省ノ手ニ依リ新主義數學*³ハ發行サレ、又國定算術教科書モ改

〔註〕*¹邦譯アリ。山内鷲譯「シユルツエ圖表代數學」(山海堂發行)

*²林鶴一、武邊松衛共譯「獨逸ニ於ケル數學教育」(大日本圖書株式會社發行)

*³森外三郎譯、文部省發行「新主義數學」二卷(同上)

訂サレテ可成リ根本的刷新ヲ見、又日本中等教育數學會ハ新ニ興サレテ改良意見ノ實行ニ貢シ、着々改造ノ實ヲアゲテ來タ。特ニ我が國デハ早ク之ヲ紹介サレタ黒田稔教授並ニ林鶴一博士ヲ初メ、最近「數學教育ノ根本問題」等ヲ著シ*テ筆ニ口ニ叫バレル小倉金之助博士等ノ名ハ記録サルベキデアル。

是等ノ人々ノ主張ノ間ニハ幾分ノ相違ハアルモ之ヲマトメテ要點ヲ述ブレバ

A. 教材論

- (1) 從來餘リニ**純理主義**デアツタノヲ、**實用價值**ヲ重ンジ教材ノ**社會化**ヲ叫ブニ至ツタ。即チ市民生活トシテ經濟生活ニ必要ナル教材ヲ採用スル事。
- (2) 從來餘リニ**形式主義**ニトラハレ、數學ノ體系ヲ重ンジタルヲ、數學ニモ**直觀**ヲ認メ、**實驗實測**ノ結果ヨリ真ナルト斷ジ得ルモノハ教材トスル事。
- (3) 從來餘リニ**分科主義**ニシテ算術、代數、幾何、……ト各分科ヲ獨立ニ一ツノ系統ヲトリ、互ニ相容レナカツタノヲ、**融合主義**ヲトリ、各科ヲツキマゼ、一ツノ學校數學ナル體系ヲ作ツテ教材トスル事、從ツテ從來ノ狭イ範圍ノ算術デナク、今後ノ算術ナル科目中ニハ代數學モアレバ幾何學モアル事トナル。
- (4) 此ノ結果特ニ算術科ガ異ツタ色彩ノ教材ヲ導入シタ。

〔註〕* 小倉金之助著「數學教育ノ根本問題」(イテア書院發行)

空間教材トグラフコレデアル。即チ**空間概念ト函數概念**トハ吾人ノ生活ニモ又數學上ヨリモ最モ大切ナルモノニシテ此ノ概念ヲ得サセル爲ニ空間教材ト「グラフ」トハ新ニ教材トシテ導入サレテ來タノデアル。

- (5) 又代數式的取扱ヲモ導入スル爲算術ニモ文字ヲ含ム式ヤ方程式ヲモ教材トシテトラレルヤウニナツタ。

B. 教授法論

- (1) 數學モ亦兒童生徒ノ**心理過程**ヲ重ンジ、從來ノ無暗ナル**嚴正**ヲステル事、從ツテ興味アラシメル事。
- (2) 從來ノ**演繹推理**ノミニ偏シタ數學ヲ、他ノ諸科學ノ如ク**歸納推理**ヲモ併セ用フル事、ムシロ初學ノ程度ニ於イテハ專ラ歸納法ニ依ル事。從ツテ此ノ方法トシテ
- (3) **實驗實測**ヲ尊重シ、**經驗**ヲ價值ヅケル事ニナル。特ニ此ノ方面ヲ力説シテムーア等ノイフノハ**實驗室法**トイハレル。蓋シ理科學ト同ジク數學教授モ亦實驗室デ實驗ノ間ニ行ハレネバナラナイト。
- (4) 教授法ソノモノモ**發生法**ニ依ツテ興味アラシメネバナラス。

§ 16. 算術教授ノ使命

第十七世紀ヨリ第十九世紀マデノ間ニ種々論究サレタ算術教授上ノ諸問題ハ實際ニ於イテ形式算ノ教授法ノ外ニ出デナカツタ。否極言スレバ數ノ初歩教授並ビニ算法ノ初歩教授ノ上ニノ

ミ論セラレタ観ガアル。最モ問題ノ中心トナツタ直觀主義ト數
ヘ主義トハ數ノ初歩教授上ノ論争デアリ、四則併進カ單進カノ
問題ハ形式算、特ニソノ初歩ニ重大ナ意義ヲモツモノデアル。

然ルニ第二十世紀ニ於イテ起ツタ算術教授上ノ新思潮ハ即チ
新主義數學ニ總稱サレル可成リ廣イ範圍ニ於ケル改革デアリ、
又根本的深刻味アル思潮デアル。而シテ此ノ結果算術教授上ニ
新ニ問題トナリ採用サレタルモノヲ列舉スレバ

教材上ニ新ニ導入サレタルハ融合主義ノ思潮ノモトニ

- (1) 「グラフ」教材
 - (2) 空間教材 (幾何學教材)
 - (3) 代數學的教材
- } ……實際的社會的教材

教授法上ニ新ニ加味サレタルハ

- (1) 實驗實測ノ尊重 → 歸納的取扱
- (2) 心理過程ノ尊重 → 發生的取扱、興味

其ノ他細クイヘバ兒童作題ノ問題モアラウ。又我が國デハ度量
衡制度ノ改正ニ依リ「メートル」法ニ關スル教材ノ問題モアル。
然シ吾人ハ更ニ之ヲ從來ノモノト併セマテメテ次ノ如クスル事
ヲ得ルト信ズ。

1. 數量概念ノ養成ト形式算法ノ教授
2. 函數概念ノ養成
3. 空間概念ノ養成

即チ從來ノ如ク學問トシテ成立スル數學即チ純正數學ヲソノマ
マ縮小シテ課セントシタ弊カラ脱却シ、眞ニ國民教育トシテ學

校教育ニ採用サレル數學、之ヲ學校數學ト命名スルノデアアルガ、
其ノ學校數學ノ内容ハ上記ノ三ツヲモツテツクスト信ズル。「グ
ラフ」ヲ課スルトイフハ結局函數概念ヲ養成サセル爲デアリ、幾
何學的教材ヲ導入スルハ空間概念ヲ附與スル爲ニ外ナラナイ。
而モ吾人ノ生活ヲフリカヘリミルトキニ、吾人ノ遭遇スル數量
的問題ヲ分解シテミレバ結局函數概念ト空間概念トノ外ニ出デ
ナイ。而モコレヲ計算スル爲ニハ形式算ヲ要スル次第デアル。
而モソコニハ能力ソノモノヲ陶冶セントスル形式陶冶ノ考ハナ
イノデアアル。

然シ吾人ハ安價ナ實利的功利主義ヲ奉ズルノ徒デハナイ。常
ニ此ノ如ク論ズル間ニモ一貫シテ科學的精神ノ養成ヲ念頭ニオ
イテ終始努力シタイ。然シソノ材料トシテハ假空的或ハ形式陶
冶的ノモノデナク現代ノ社會ニ生命アル教材ヲトルノ謂ニ外ナ
ラス。而シテ結局普通教育ニ於ケル算術教授ソノモノノ使命ト
スル所ハ人間ヲ造ルノデアアル。數學者ヲ作ルンデモナク、又形
式陶冶ヲ目標トスルノデモナク、人間教育ソノモノデアアル。人
間教育ノ外ニ數學教育ガアル事ハ少ナクトモ普通教育ニハ許サ
ルベキ事デハナイ。而シテ人間教育ノ目的ハ人間性ノ啓發デア
ル。人間性トハ即チ道德、宗教、科學、藝術ヲ創造シ發展セ
シメテ行カウトスル内部カラノ自發性デアアル。カカル自發性ヲ
培フ事ガ教育デアリ、數學教育モ亦教育ノ一ツデナケレバナラ
スノデアアル。茲ニ算術教授ノ使命ヲ吾人ハ明カニ認メルノデア
ル。

以下篇ヲ改メテ教材ニツイテ詳説スル所ガアル。

第二篇

算術教材並ニ其取扱

第一章

四則的導入

本章ニ於ケル四則的導入ハ現在小學校算術教科書ニアル理論ヲシテ數學教授上ノ新思潮ニ副フヤウ取扱ハネバナラヌ各部分ニ亘ル導入ノ過程ヲ列擧シタモノデアアル。讀者ハ其ノ意ノアル處ヲ察セラレテ以テ教科書ト比較シテ教授ノ資料トセラレンコトヲ望ム。

§ 17. 加減ノ表作製

此ノ加減ノ表ハ尋常科第一學年ノ教授上各數ノ分解及ビ整理ヲ目的トシテ作ラレタモノデアアル。

A

3	2
	1

5	4	3
	1	2

4	3	2
	1	2

6	5	4	3
	1	2	3

7	6	5	4
	1	2	3

9	8	7	6	5
	1	2	3	4

8	7	6	5	4
	1	2	3	4

10	9	8	7	6	5
	1	2	3	4	5

B

11	10	9	8	7	6
	1	2	3	4	5

15	10	9	8
	5	6	7

12	10	9	8	7	6
	2	3	4	5	6

16	10	9	8
	6	7	8

13	10	9	8	7
	3	4	5	6

17	10	9
	7	8

14	10	9	8	7
	4	5	6	7

18	10	9
	8	9

19	10
	9

上ノ A, B ノ加減表ハ如何ナルモノヲ示シテ如何ニ應用スル
カト云フコトヲ例示シヨウ。先ヅ13ノ所ヲ見ルニ、

$$\left. \begin{array}{l} 10 + 3 = 13 \\ 9 + 4 = 13 \\ 8 + 5 = 13 \\ 7 + 6 = 13 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ヲ示スト同時ニ又

$$\left. \begin{array}{l} 13 - 10 = 3 \\ 13 - 9 = 4 \\ 13 - 8 = 5 \\ 13 - 7 = 6 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ト又同時ニ

$$\left. \begin{array}{l} 13 - 3 = 10 \\ 13 - 4 = 9 \\ 13 - 5 = 8 \\ 13 - 6 = 7 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ノ以上三通リヲ示スモノニシテ兒童ノ自由ニソレ自身作製セシ
メルモヨク、又ハ問題トシテ以前ノ表ヲ次ノ如クスルモヨイ。

24	5	6	7	8	9	10	11	12

又次ノ如クナシテ計算セシメルモヨイ。

25	12				10		11	17
		13	8	7	6		9	

又是レヲ廣ク應用擴張シ被加數ヲシテ三段又ハ四段トシテ練
習スルモヨイ。例ヘバ次ノ如シ。

20	3	6	9		15	7	8
		6		12	2		1
	9		1	5		4	

此ノ表ハ一見無意味ノ如ク見エルケレドモ實際ニハ大イニ進ム
初歩トシテ價値ヲ有スルモノデアアル。

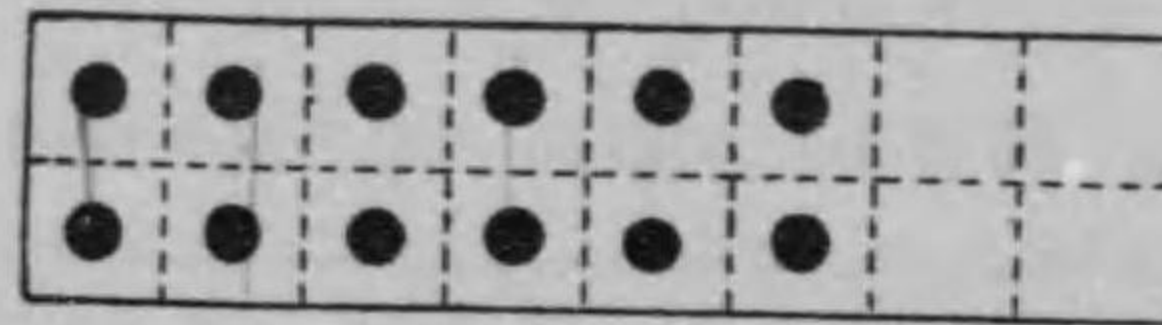
§ 18. 乗法應用練習

本節ニ示スモノハ初等ノ乗法ヲ理解セシメンガタメニ説明ス
ルモノニシテ特ニ九九ノ練習等應用ガ廣イ。

即チ第一ニ行ト列トノ區別ヲ直觀ニヨリ明カナラシメ以テ次
ノ如キ順序ニヨツテ進ムノデアアル。

(a) 2ノ倍數ヲ求ムルコト。

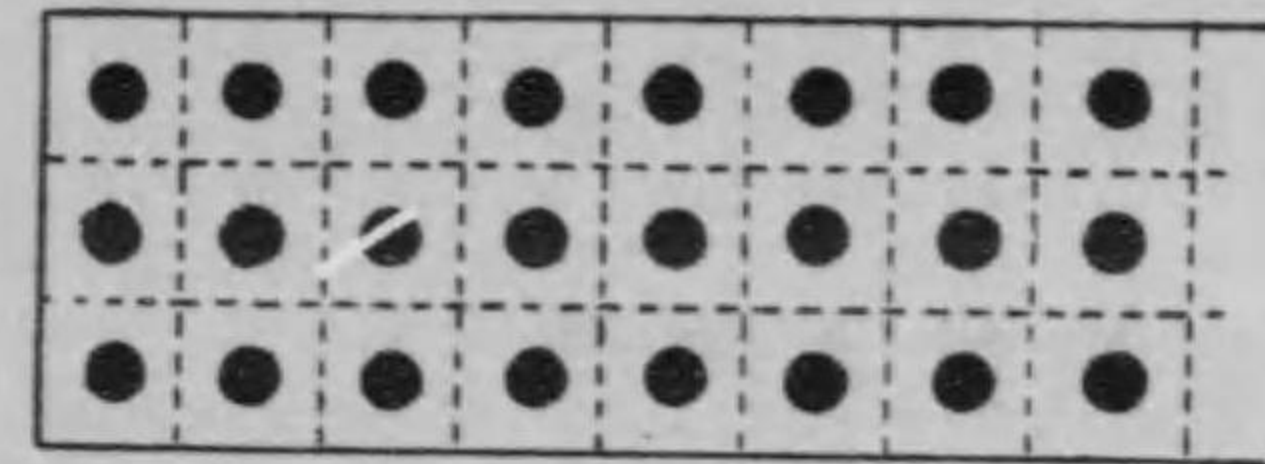
第1圖



- 即チ 2點ガ1列デハ 2 2 × 1 = 2
- 2點ガ2列デハ 4 2 × 2 = 4
- 2點ガ3列デハ 6 2 × 3 = 6
- 2點ガ4列デハ 8 2 × 4 = 8
- 2點ガ5列デハ10 2 × 5 = 10
- 2點ガ6列デハ12 2 × 6 = 12
- ∴ ガ ∴ " ∴ ∴ × ∴ = ∴
- ∴ ガ ∴ " ∴ ∴ × ∴ = ∴
- ∴ ガ ∴ " ∴ ∴ × ∴ = ∴
- ↓ ガ ↓ " ↓ ↓ × ↓ = ↓

(b) 3ノ倍數ヲ求ムルコト。

第2圖



- 即チ 3點ガ1列デハ 3 3 × 1 = 3
- 3點ガ2列デハ 6 3 × 2 = 6
- 3點ガ3列デハ 9 3 × 3 = 9
- 3點ガ4列デハ12 3 × 4 = 12
- ∴ ガ ∴ " ∴ ∴ × ∴ = ∴
- ∴ ガ ∴ " ∴ ∴ × ∴ = ∴
- ↓ ガ ↓ " ↓ ↓ × ↓ = ↓

(c) 4ノ倍數ヲ求ムルコト。

前ト同様ニシテ求メル。

- (d) 5ノ倍數ヲ求ムルコト。
- (e) 6ノ倍數ヲ求ムルコト。
- (f) 7ノ倍數ヲ求ムルコト。
- (g) 8ノ倍數ヲ求ムルコト。
- (h) 9ノ倍數ヲ求ムルコト。

∴ ∴ ∴ ∴
∴ ∴ ∴ ∴
↓ ↓ ↓ ↓

此ノ如ク限リナク考ヘラレルガ茲ニ注意スベキコトハ9ノ倍
數ノ如キモノヲ作ルニハ非常ニ數が大キナル故簡單ニ求メラ

レナイ。ヨツテ此ノ場合ニハ前ノ場合ヲ應用シテ以テ簡單ニ答ヲ得ル方ガヤヤ簡便デアアル。

§ 19. 測定作業ノ初歩

本節ニ述ベル所ハ測定作業トシテ低學年ニ對シテ行フベキ最も初歩ノ取扱ニシテ、興味ヲ起ス第一歩トシ兒童ノ自由ヲ尊重シテ課スルモノデアアル。次ニ列舉シヨウ。

- A (1) 1粉ノ物指ヲ調べテ 1粉ノ中ニ 1種ガ何程アルカ、2種ガ何程アルカ、3種ガ何程アルカ、4種ガ何程アツテ何程殘ルカ、5種ハ如何?
- (2) 練習帳ノ筋ノ上ニ丁度 10種ノ長サノ線ヲ引キ 1種毎ニ印ヲシテ各印ニ 0種ヨリ 1種、2種、3種ト符號ヲ書カシメル。
- (3) 米或ハ種デ次ノ長サヲ測定セヨ。
- (a) 机ノ高サ
- (b) 黒板ノ長サト幅
- (c) 戸棚ノ長サト高サ
- (d) 教壇ノ高サ、幅、長サ
- (4) 種或ハ耗デ次ノ長サヲ測定セヨ。
- (a) 石盤ノ長サト幅
- (b) 讀本ノ長サト幅
- (c) 封筒ノ長サト幅
- (d) 紙ノ長サト幅

(e) 鉛筆ノ長サ

(f) 墨ノ長サ、幅、厚サ

- (5) 紙ヲ半分ニ切りタルトキノ縦横ノ長サヲ求メサセル。
- (6) 10種又ハ20種等ノ任意ノ定マレル長サノ紙ヲ與ヘテ其ノ半分即チ $\frac{1}{2}$ ノ長サヲ求メサセル。
- (7) 次ノ長サノ線ヲ紙上ニ引カシム。
- 5種、7種、8種、9種、6種、4種、3種、2種、1粉、5.5種、2.8種、38種、25種、
- 其ノ他種々ノ長サノモノ

- B (1) 長サ10種ノ線ABヲ引キ Aカラ3種ノ所ニ印ヲシコレヲCトシ、CカラB迄ノ長サヲ測定セシム。ソシテ10種カラ3種ヲ取リタル結果ヲ表ハス式ヲ求ム。此ノ様ナ問題ハ實際的數ノ和差等ハ無名數ノ和差等ト其ノ絶對値ハ同ジキコトノ大ナル暗示ヲ與フルモノデアアル。

- (2) $\left. \begin{array}{l} 6 \text{ カラ } 2 \text{ ガ} \\ 6 \text{ カラ } 3 \text{ ガ} \\ 8 \text{ カラ } 2 \text{ ガ} \\ 8 \text{ カラ } 4 \text{ ガ} \end{array} \right\} \text{何度トレルカ? 線ヲ引キテ示セ。}$

- (3) 線ヲ引キテ次ノ如キ計算ヲ説明セシム。

(a) $7 = 3 \times 2 + 1$

(b) $8 = 2 \text{ ガ } 3 \text{ 度 } + 2$

(c) $9 = 2 \text{ ノ } 4 \text{ 倍 } + 1$

- (4) 練習帳ニ任意ノ長サ例ヘバ6種、8種、等ノ種々ナ線ヲ

引キテ次ノ答ノ等シキコトヲ知ラシム。

$$\left. \begin{array}{l} (a) \ 2 \times 3 = 6 \\ \quad \ 3 \times 2 = 6 \end{array} \right\} 2 \times 3 = 3 \times 2 = 6$$

$$\left. \begin{array}{l} (b) \ 4 \times 2 = 8 \\ \quad \ 2 \times 4 = 8 \end{array} \right\} 4 \times 2 = 2 \times 4 = 8$$

$$\left. \begin{array}{l} (c) \ 3 \times 4 = 12 \\ \quad \ 4 \times 3 = 12 \\ \quad \ 6 \times 2 = 12 \\ \quad \ 2 \times 6 = 12 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3 \times 4 = 4 \times 3 = 6 \times 2 \\ \quad \quad \quad = 2 \times 6 = 12 \end{array}$$

其ノ他種々ノ上ノ如キ材料ニ依リ被乗數ト乗數トハ交換シテモ其ノ積ノ値ハ不變ナルコトヲ知ラシム。此ノ事ハ又前 §18ニヨリテ暗示ヲ受ケタモノデアアル。

§ 20. 九々表作製

本節ノ九九表作製ハ次ノ如キ目的ヲ有スル。

- I 簡單ナル乘法練習ノ復習整理
- II 表解トシテノ興味ヲ引クコト
- III 將來ヘノ讀圖眼ヲ養フコト

次頁ニ示ス如キ表ヲ作製スルニハ一應九九ヲ教授シテ後ニコレヲマトメツツ行フモノデアアル。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

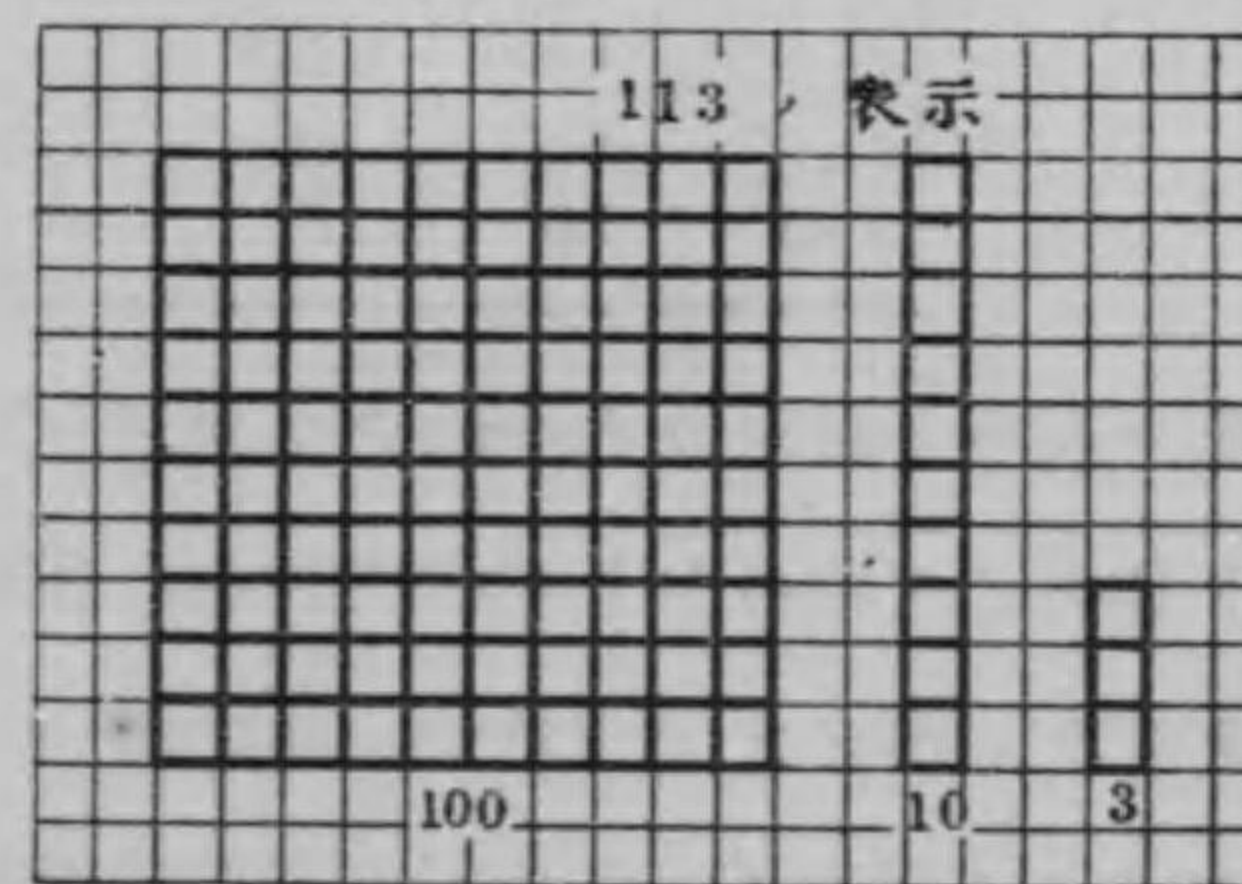
§ 21. 百以上ノ數概念構成

百以下ノ數ノ概念ヲ構成スルニハ普通教具ヲ用ヒテスレバ兒童ノ活動ノ中心ノ下ニ練習シ得ルガ百以上ノ數ニナルト教具ヲ用フルハ實ニ手數ヲ要スルノミナラズ實ハ不必要デアアル。

ヨツテ此ノ際教具ト同

第3圖

價值ヲ有スル方眼紙ヲ用ヒテ之レヲ示スナラバ容易ニ百以上ノ數ヲ構成スルコトガ出來ル。



先ヅ右圖ニ示ス如ク

113 ヲ表示スルニハ此ノ數ヲ分解シテ 100+10+3 トシテ表ハスノデアアル。

而シテコレガ理解出來タナラバ次ノ如キ問題ヲ出スガヨイ。

- (a) 百以上ノ數ヲ與ヘテ方眼紙上ニ圖示サスコト。
- (b) 百以上ノ數ニ關スル加法減法等モ此ノ様ナ圖示ニヨツテ徹底サセ以テ計算スル要領ヲ教授スレバ容易ニ理解スルモノデアアル。

§ 22. 加算 檢算 兩算法

此ノ兩算法ハ兒童ヲシテ自學自習ヲサス爲ニ非常ニ都合ノヨイ計算法ニシテ手數ヲ要セズシテ檢算ト計算トヲ同一數字デナスコトヲ得ル。

次ニ其ノ例ヲ示サウ。

327	549	690	=	A
439	473	831	=	B
659	825	479	=	C
719	900	826	=	D
(a)	(b)	(c)	=	S

此ノ表ハ一見明カナル如ク今 A, B, C, D ハ各々其ノ左ノ列ノ數ヲ加ヘタル和ニシテ (a)(b)(c) ハ各々其ノ行ヲ縦ニ加ヘタル和デアアル。而シテ A+B+C+D=S ト (a)+(b)+(c)=S トハ等シイモノデアアル。カクシテ兒童自身其ノ誤謬ヲ訂正シ得。

§ 23. 形式乘法ノ説明

A 小數ヲ含マザル乘法

例 $683 \times 365 = 249295$

$$\begin{array}{r}
 683 \\
 \times 365 \\
 \hline
 204900 = 683 \text{ ノ } 300 \text{ 倍} \dots\dots\dots \text{配分法則} \\
 40980 = \text{ " } \text{ ノ } 60 \text{ 倍} \dots\dots\dots \text{ " } \\
 3415 = \text{ " } \text{ ノ } 5 \text{ 倍} \dots\dots\dots \text{ " } \\
 \hline
 249295 = 683 \text{ ノ } 365 \text{ 倍}
 \end{array}$$

此ノ例ハ乘數ノ左端ノ數字ヨリ掛ケ初メタルガソレハ右ヨリナシテモヨイ。要ハ主義ヲ一定ニシテサヘアレバ何レデモヨイノデアアル。

B 小數ヲ含ム乘法

例 $68.37 \times 3.45 = 235.8765$

概算スレバ

$70 \times 3 = 210$ 位トナルコトヲ知ル。

$$\begin{array}{r}
 68.37 \\
 3.45 \\
 \hline
 205.11 = \text{被乗數ノ } 3 \text{ 倍} \\
 27.348 = \text{ " } \text{ ノ } 0.4 \text{ 倍} \\
 3.4185 = \text{ " } \text{ ノ } 0.05 \text{ 倍} \\
 \hline
 235.8765 = \text{被乗數ノ } 3.45 \text{ 倍}
 \end{array}$$

C 算法ノ説明

乘數ノ一ノ位ノ數字ヲ被乗數ノ右端ノ數字ノ下ニ置ケ。(若シ

乗数ニ一位ノ數ナキ場合ニハ0ヲソコニ置ケ)而シテ乗數ノ左端ノ數字ヨリ掛ケ始ム。

各部分積ヲ作ル場合ニ最初ノ數字ヲ乘ジツツアル數字ノ真下ニ記入セヨ。又各部分積ノ小數點ヲ正確ニ被乘數ノ小數點ノ下ニ書ケ。

以上ハ算法説明ノ概要デアルガ此ノ算法ハ實ニ意味アル法デアル。ト云フノハ代數學上

$$a(b+c+d) = ab + ac + ad$$

ナルコトヲ一々念ヲ入レテ説明セルモノデアルカラデアアル。此ノ様ナ説明ヲ兒童ト共ニシ、且ツ又實地ニ書カシムルトキハ兒童ハ自然前例ノ代數的法則ノ真ナルコトヲ歸納的ニ證明シ得ルモノデアアル。

而シテ強ヒテ兒童ニ此ノ様ナコトヲ爲サシムルノハ即チ兒童ヲシテ發見的頭腦ヲ作ラシメンガ爲デアアル。他日色々ナ應用問題ニ出逢ツテ此ノ算法ノ理ノ應用ハ實ニ大デアアル。故ニ敢テ此處ニ提出シタノデアアル。

§ 24. 形式除法ノ説明

例題(1) $0.07191 \div 47 = 0.00153$

常ニ商ヲ被除數ノ真上ニ置ケ。

$$\begin{array}{r}
 0.00153 \\
 47 \overline{)0.07191} \\
 \underline{0.047} \\
 0.0249 \\
 \underline{0.0235} \\
 0.00141 \\
 \underline{0.00141} \\
 0
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l}
 \{ (千分ノ一ガ71) \div 47 = 千分ノ \\
 \text{一ガ47ト餘リ千分ノ一ガ24} \} \\
 = 0.001 \times 47 \\
 = 0.0005 \times 47 \\
 = 0.00003 \times 47 \\
 = 0.00153 \times 47 \\
 = 0.07191
 \end{array} \right\}$$

故ニ $0.07191 \div 47 = 0.00153$ 答 0.00153

一般ニ此ノ如キ問題ノ計算ハ上ノ例ノ如ク各部分積ノ真ノ位取ヲ示サズ。次ニ示ス如キ省略サレタル形ヲ用フ。

$$\begin{array}{r}
 0.00153 \\
 47 \overline{)0.07191} \\
 \underline{47} \\
 249 \\
 \underline{235} \\
 141 \\
 \underline{141} \\
 0
 \end{array}
 \quad \text{答 } \underline{0.00153}$$

例題(2) $42.15 \div 0.35$

此ノ問題ノ如ク小數ヲ割ル場合ニハ除數ヲ整數トシテ割レバヨイ。此ノ場合ニハ次ノ如クス。

$$\frac{42.15}{0.35} = \frac{42.15 \times 100}{0.35 \times 100} = \frac{4215}{35}$$

カクシテ前例ノ如クス。此ノ際注意セザルベカラザル事項ヲ列舉スレバ次ノ如シ。

(a) 被除數除數ニ如何ナル數ヲ乘ズルカ?

(b) 何故特別ナル數ヲ乘ズルカ?

(c) 何處マデ割レバヨイカ?

(d) 答ハ明記セルカ?

此ノヤウナ事ヲ徹底サスレバ此處ニ小數ノ除法ノ法則ヲ得。

即チ

被除數除數ノ兩者ニ除數ヲ整數ナラシムル爲ニ必要ナルダケ10ヲ乗ジ後普通ノ除法ヲ施スベシ。

§ 25. 小 數 分 解 法

本節以下ハ小數初步教授ニ於ケル取扱ヲ新思潮ニ副フヤウニ導入セルモノニシテ分數ノ簡單ナル概念ヲ基礎トシテナスモノデアアル。例ヘバ

$$75.57 \text{ トハ } \begin{cases} 10 \text{ ガ } \dots\dots\dots 7 \text{ ツ} \\ 1 \text{ ガ } \dots\dots\dots 5 \text{ ツ} \\ \frac{1}{10} \text{ ガ } \dots\dots\dots 5 \text{ ツ} \\ \frac{1}{100} \text{ ガ } \dots\dots\dots 7 \text{ ツ} \end{cases}$$

ノ如ク分解シ得ルコトヲ説明シ、次ノ如キコトヲ讀ンデ之ヲ小數ニカカシムルトキ有効デアアル。

(a) 10ヲ6ツト $\frac{1}{10}$ ヲ3ツト $\frac{1}{1000}$ ヲ8ツ。

(b) 100ヲ4ツト $\frac{1}{100}$ ヲ7ツ。

(c) 54ト5ト $\frac{1}{1000}$ ヲ5ツ。

(d) 195ト $\frac{1}{10}$ ヲ9ツト $\frac{1}{1000}$ ヲ1ツ。

(e) 149ト $\frac{1}{1000}$ ヲ238。

(f) 235ト15ト $\frac{1}{10}$ ガ3ツト $\frac{1}{1000}$ ガ23。

§ 26. 小 數 計 算 ノ 圖 解

凡テ小數ヲ兒童ニ理解セシムルニハ分數ノ概念ト聯絡ヲ保ツテナスノガ適當デアアル。此ノ意味ニ於テ現在小學校教科書ハ深ク考慮ヲ要スルト思フ。

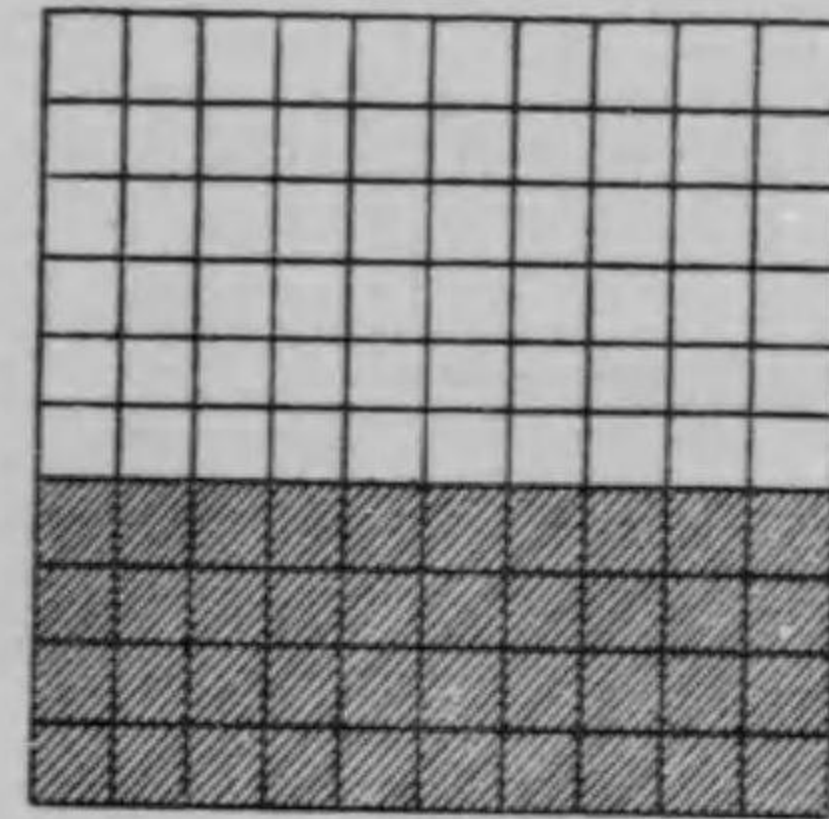
然ラバ分數ヨリ小數ニ如何ナル方法デ如何ニ導クベキカ。

次ニ其ノ教法ヲ記サウ。

(1) A. 各邊10方眼ヲ有シタル正

第 4 圖

方形ヲ畫ケ。



B. 第4圖ニ示ス如ク此ノ正

方形ヲ一邊ニ平行ナル直

線ニテ10個ノ相等シキ部

分ニ分テバ其ノ一ツハ全

正方形ノ $\frac{1}{10}$ 即チコレ

ヲ約束シテ 0.1 トナスコ

トヲ定義的ニ知ラシム。

$$\frac{4}{10} = 0.4$$

同様ニ $\frac{1}{100} = 0.01$, $\frac{1}{1000} = 0.001$ ナルコトモ前

ノ如ク定義的ニ知ラシム。

第4圖ニ陰影ヲ施セル部分ハ全正方形ノ10分ノ4デア

ル。或ハコレヲ 0.4 ト表ハスノデアアル。

C. 同様ニ正方形ヲ畫キ 0.3, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9,

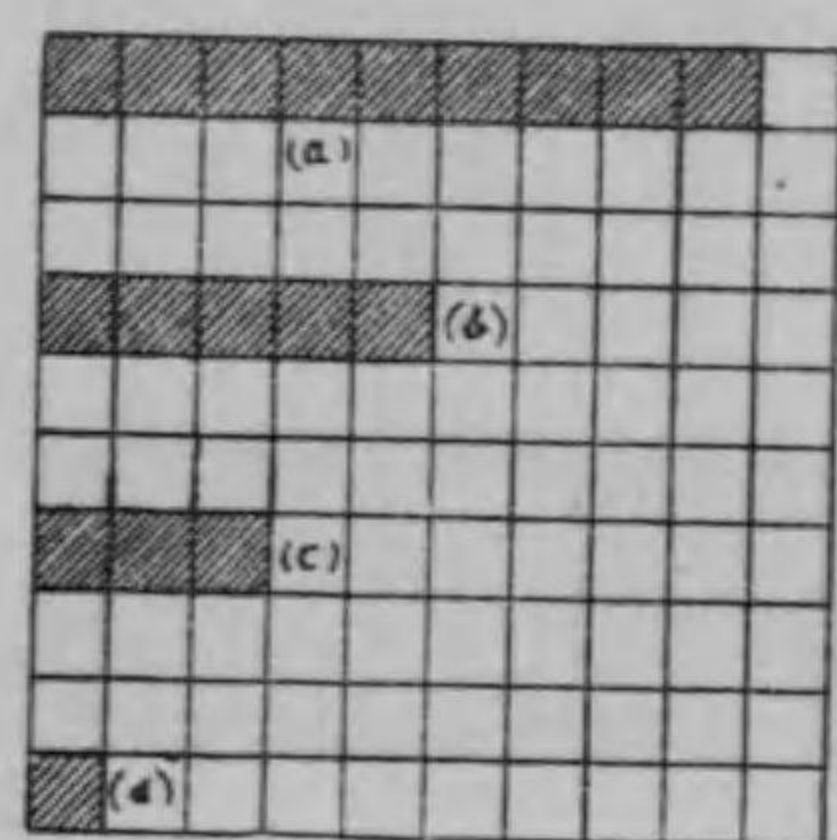
0.2, 0.1, 等ヲ表ハス部分ニ陰影ヲ施サシム。又此ノ

際 $0.5 = \frac{1}{2}$ ナルコト等モ圖ニヨツテ自然ニ明瞭ニナラシメルノデアル。

- (2) A. 前ト同様ナル正方形ヲ方眼紙上ニ取ラシム。而シテ幾何ノ小正方形ニ分タルルカヲ知ラシム。
- B. 各小正方形ハ大正方形ノ幾分ノ幾ツニナルカ? 此ノ分数ヲ小数ニ直スニハ如何ニスルカ? 等ヲ探求セシメルガヨイ。
- C. 0.05, 0.03, 0.09 等ヲ表ハス部分ニ陰影ヲ施サシム。

第5圖ハコレヲ示スモノデアル。

第5圖



(a) $\frac{9}{100} = 0.09$

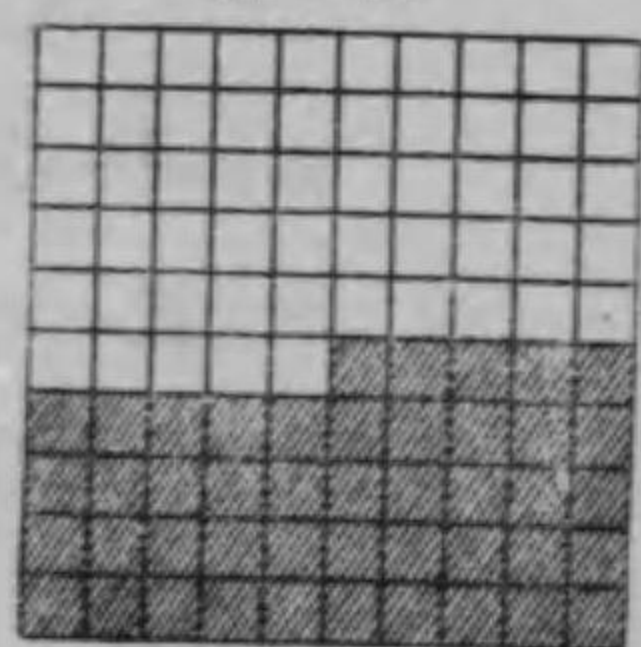
(b) $\frac{5}{100} = 0.05$

(c) $\frac{3}{100} = 0.03$

(d) $\frac{1}{100} = 0.01$

- (3) 方眼ノ數ニヨリ 100 ニ分タル正方形ヲ調べサセ、横ノ一行ハ其ノ $\frac{1}{10}$ ヲ表ハシ、小正方形ハ $\frac{1}{100}$ ヲ表ハス事ヲ發見サセル。故ニ第6圖デ陰影ヲ施セル部分ハ $\frac{1}{10}$ ガ4ツト $\frac{1}{100}$ トガ5ツヨリナル。ヨリテ 0.45 ヲ表ハスコトヲ知ル。即チ

$0.45 = \frac{1}{10} \times 4 + \frac{1}{100} \times 5$



第6圖

$= \frac{1}{100} \times 45 = \frac{45}{100}$

同様ノ正方形ヲ書キ二位ノ小数例ヘバ 0.57, 0.38, 0.62 等

ヲ表ハス圖ヲ作ラシム。且ツ又此ノ應用トシテ、

$0.25 = \frac{1}{4}$
 $0.75 = \frac{3}{4}$ } ナルコト等モ例ヲ以テ知ラシム。

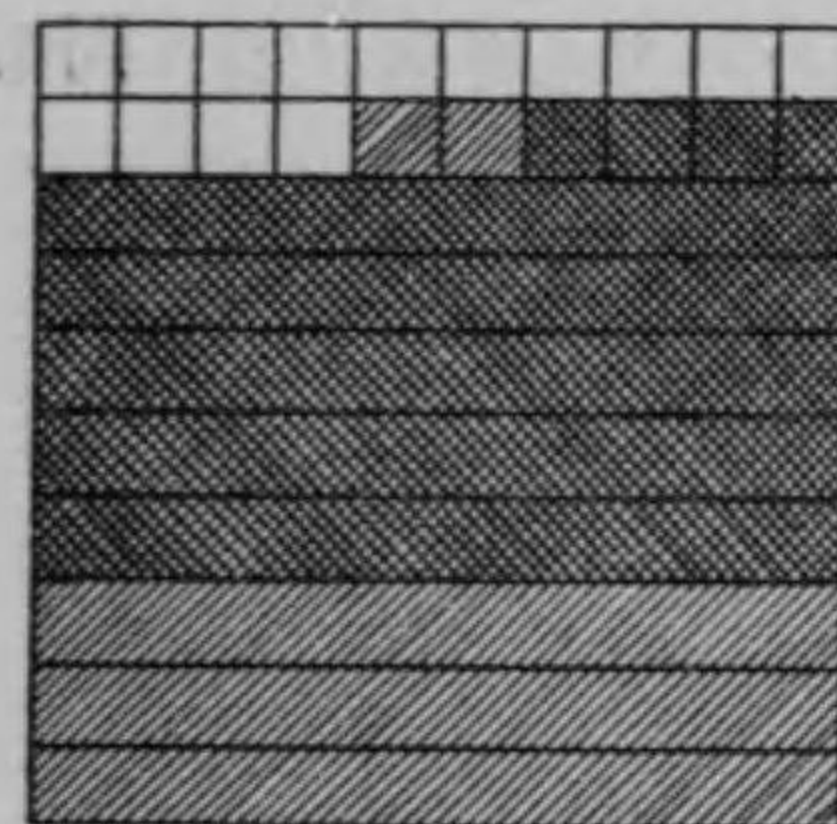
- (4) 前ト同様ノ正方形ヲ作リテ次ノ例ニ示ス如キ問題ヲ提供シテ小数ノ加法及ビ減法ヲ直チニ知ル。

例 I $0.38 + 0.52 = 0.9$ …… 第7圖

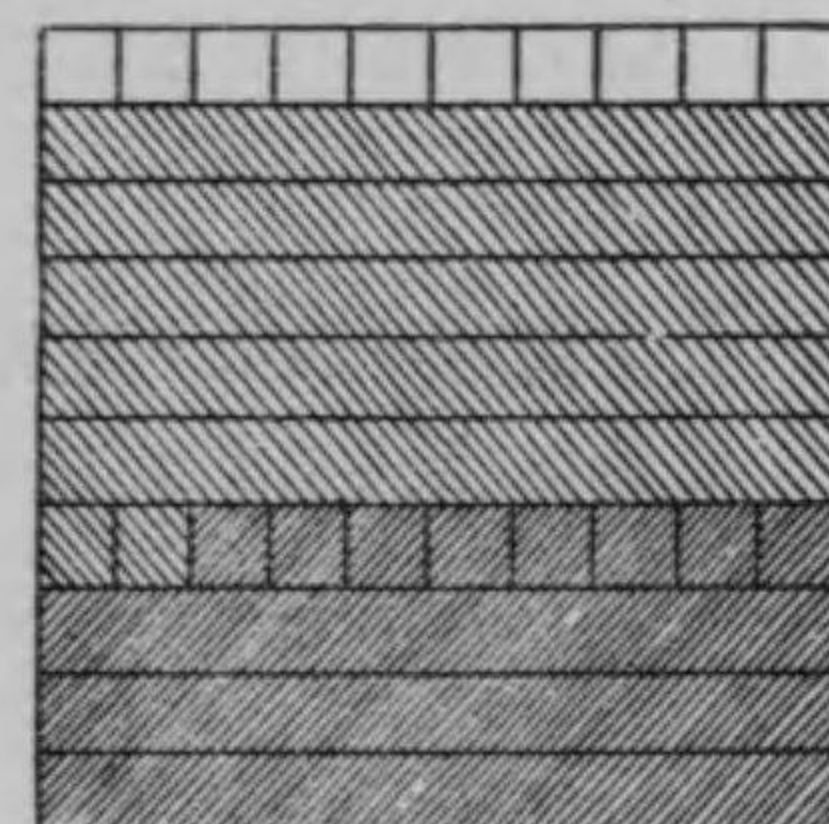
第7圖

例 II $0.86 - 0.54 = 0.32$

…… 第8圖



第8圖



尙之レニ類似シタル問題ヲ提供シテ其ノ圖的解法ニナレシメソノ後

一般的ニ計算ヲ主トシタル加減法ニ移ツレバヨイ。

- (5) 正方形第9圖ヲ調査セヨ。陰影ヲ施セル部分ハ全正方形ノ $\frac{1}{10}$ ガ8ツ即チ 0.8 ニシテ縦ノ一行ハ正方形ノ $\frac{1}{10}$ ニ等シイ。故ニ陰影ヲ施セル部分ノ縦ノ一行ハ $0.8 \times \frac{1}{10}$ ヲ表ハス。二重ニ陰影ヲ施セル部分ハ $0.8 \times \frac{1}{10}$ ヲ4ツ集メタルモノ即チ

0.8×0.4

ヲ表ハス。

即チ小正方形ガ32ヨリナル。

$$\frac{1}{100} \text{ガ } 32 = 0.32$$

$$\text{故} = 0.8 \times 0.4 = 0.32$$

同様ナル正方形ヲ畫キ次ノ問題ヲ解カシム。

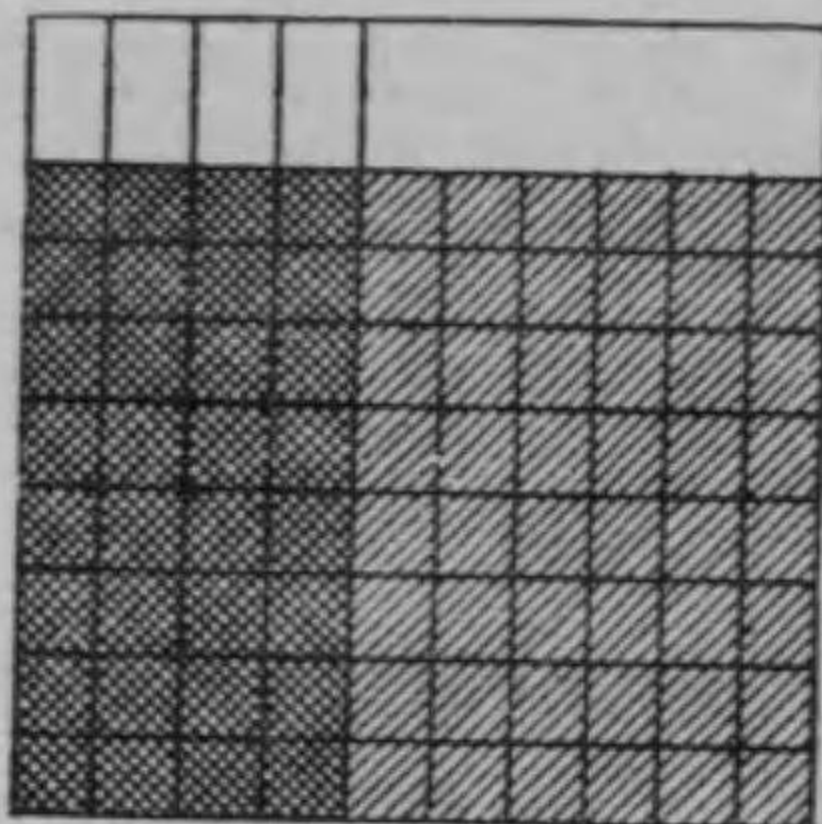
(a) 0.5×0.9

(b) 0.6×0.6

(c) 0.7×0.3

(d) 0.08×5

第9圖



(6) 前ト同様ノ正方形ヲ畫キ小數除法ヲ示スヤウニ陰影ヲ施サシム。

此ノ問題ハ乘法ノ逆算ナル故説明ハシナイガ次ノ如キ問題ヲ提供スルガヨイ。

(a) $0.4 \div 4$

(b) $0.42 \div 0.1$

(c) $0.75 \div 5$

(d) $0.96 \div 0.06$

(e) $0.48 \div 6$

(f) $0.8 \div 0.4$

(g) $0.8 \div 0.5$

(h) $0.72 \div 0.8$

(7) 以上ノ六項ニ分チテ小數ヲ取扱フトキニハ兒童ニ分數ト聯絡ヲ保チツツ小數ノ四則ヲ理解セシメ得ルモノデアル。而シテ後小數ノ四則ト整數ノ四則ト相關聯シテ其ノ異同ノ點ヲヨリヨク探知セシメ得ル。

注意事項 以上ノ如ク小數ヲ導入スルトキハ兒童ニハ小數ノ値ニツイテ知リタイ感ヲ生ズルコトガアル。例ヘバ
0.1, 0.01, 0.001, 0.0001, 0.00001 …… 等ト小

數點下ノ零ヲ多クスレバスル程一層小ナル數トナツテ其ノ極限ニテハ零ニ近ヅクモノデアアルコトヲ暗示シ得ルモノデアアル。

$$\frac{1}{x} \text{ニ於テ } x \rightarrow \infty \text{ ナラバ } \frac{1}{x} = 0$$

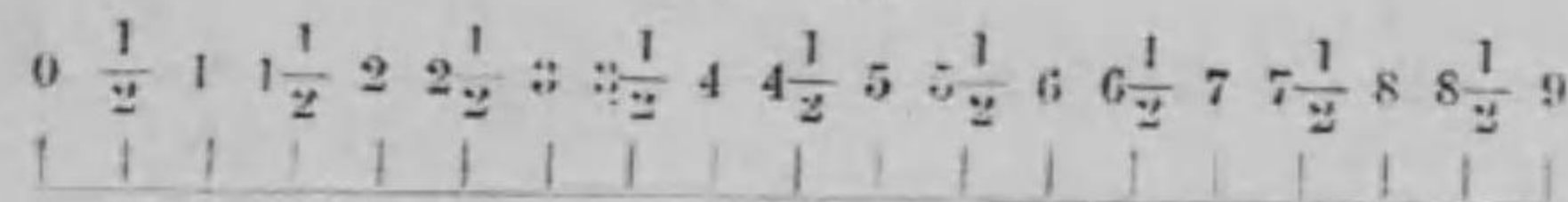
§ 27. 分數計算ノ圖解

A 分數實測ノ實際 (I)

(1) 9種ノ長サノ線ヲ引キ $\frac{1}{2}$ 種即チ5耗宛ノ長サニ分チ次々ノ長サヲ次ノ如クカカシメヨ。

$\frac{1}{2}$ 種, 1種, $1\frac{1}{2}$ 種, 2種, $2\frac{1}{2}$ 種, 3種, …… $8\frac{1}{2}$ 種, 9種

第10圖



(2) 12種ノ長サノ線ヲ引キ其ノ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{4}$ 等ノ長サヲ有スル線ヲ引カシム。

(3) $\frac{1}{10}$ 種ヲ何程トレバ $\frac{1}{2}$ 種, $\frac{1}{5}$ 種, 1種 等トナルカ?

(4) 方眼紙上ニ長邊ハ四ツ, 短邊ハ二ツノ方眼ヲ含ム矩形ヲ描ケ。何程ノ小サキ方眼ヲ含ムカ?

第11圖ヨリ次ノ答ヲ出セ。

(a) $\frac{1}{2} = \frac{?}{8}$

(b) $\frac{1}{4} = \frac{?}{8}$

(c) $\frac{3}{4} = \frac{?}{8}$

第11圖



(5) 又次ノ如キ問題ヲ提出シテ兒童ニ自由ニ考ヘシム。コレ

ハ前圖ヨリシテ求メヨ。

(a) $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = ?$ (b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} = ?$

(c) $\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = ?$

此ノヤウナ問題ヲヨク理解セシメンニハ斜線ヲ引ケバヨイ
而シテ分數ハ何分ノ何程トアルトキ或物ヲ何デ割リ又ハ分
ケタルモノヲ何程掛ケ又ハ何程カ加ヘタルモノナル事ヲ常
ニ口ニサセルガヨイ。

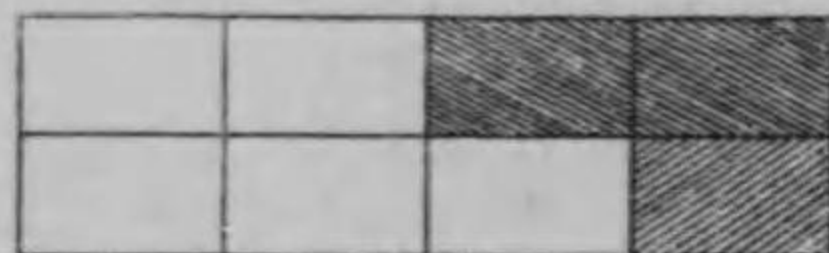
而シテ最後ニマトメタル式トシテ次ノ如クサセル。

(a) $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$

第12圖

(6) 練習帳ノ左側ニ縦線ヲ引カ

シメ此ノ線ヲ起點トシテ横ニ



次ノ長サノ線ヲ引カシム。

(a) $3\frac{3}{10}$ 糶, (b) $4\frac{1}{5}$ 糶, (c) $6\frac{1}{2}$ 糶,

(d) $8\frac{7}{10}$ 糶, (e) $9\frac{1}{2}$ 糶, (f) $15\frac{1}{5}$ 糶 等

(7) 方眼紙上ニ5糶ト4糶ヲ二邊トスル矩形ヲ描カシメテ幾

ツノ平方糶ヲ含ミ居ルカヲ表ハスヤウニ線ヲ引カシム。

而シテ次ノ問題ニ答ヘシム。

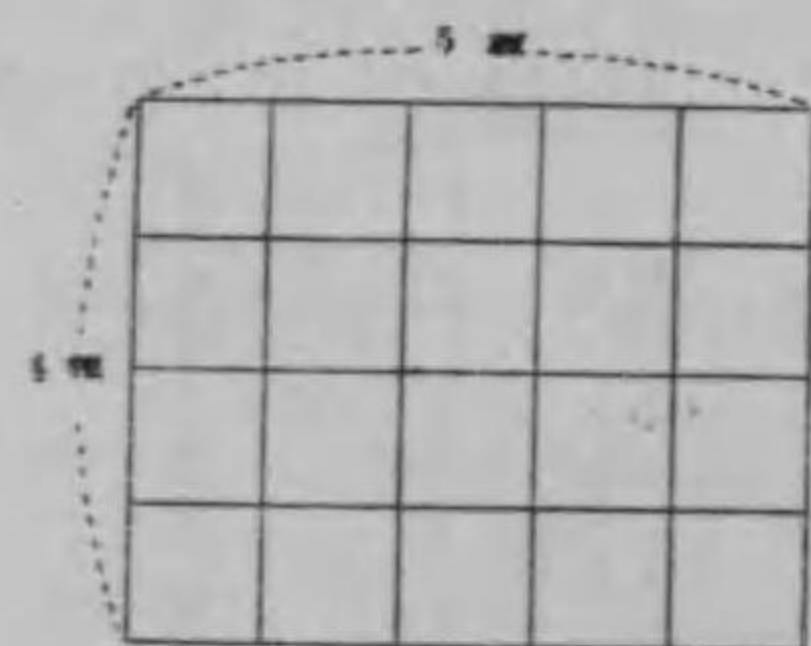
第13圖

(a) $\frac{1}{5} = \frac{?}{20}$

(b) $\frac{1}{4} = \frac{?}{20}$

(c) $\frac{1}{5} + \frac{1}{20} = \frac{?}{20}$

(d) $\frac{1}{4} + \frac{1}{20} = \frac{?}{20}$



(e) $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{?}{20}$

(f) $\frac{1}{4} - \frac{1}{20} = \frac{?}{20}$

(g) $\frac{1}{5} - \frac{1}{20} = \frac{?}{20}$

(h) $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{?}{20}$

(i) $\frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \frac{?}{20}$

(j) $\frac{3}{5} - \frac{1}{4} = \frac{?}{20}$

(8) 分數ノ値ノ圖解

$\frac{1}{2}$				$\frac{1}{2}$			
$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$	
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

上ニ示ガ如クシテ分數ノ値ヲ圖解セシムルコトヲ得。

即チ全部ヲ1トスレバ $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ ノ各ノ値ハ
直チニ判定スルコトヲ得。

例ヘバ $\frac{1}{8}$ ハ二ツ集マリテ $\frac{1}{4}$ トナル。即チ $\frac{2}{8}$ ト $\frac{1}{4}$ ト
ハ等シイ値ヲ有スルコトヲ知り得。

又此ノ事ヨリシテ簡單ナル加減モナシ得ルノデアアル。

例ヘバ $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ ヲ求ムルニ當リ同分母トセズシテ加ヘル
コトハ兒童ノ頭デハ如何ニシテモ不可能デアアル。故ニ同分
母トスル爲ニ $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ ヲ知ツテ後、

$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$

此ノ様ナ事ヲ多クナシテ始メテ基礎的の理由ヲ一般のナラシ
メテ一般的法則ヲ發見セシムルヤウニ進行セネバナラス。

B 一般分數加減法

一枚ノ紙ヲ取リコレヲ正シク二ツニ折ツテ $\frac{1}{2}$ トシ、更ニ二

ツニ折ツテ $\frac{1}{4}$ トシ、更ニ二ツニ折ツテ $\frac{1}{8}$ トシテヨク折目ヲ押ヘテ後開ケバ次ノヤウナ圖ヲ得、之ニ依リ加減ヲナス事ヲ得。

例

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

此ノ紙ヲ用ヒテ次ノ様ナ計算ヲ

ナサシム。

$$1 - \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{8}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$$

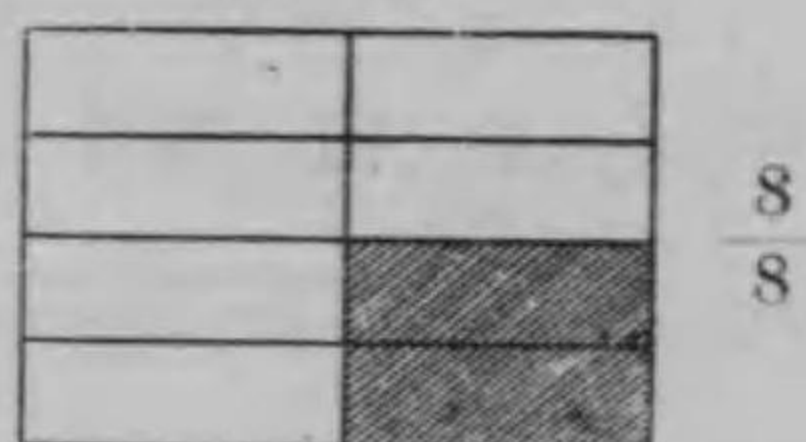
$$\frac{1}{2} - \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{8}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

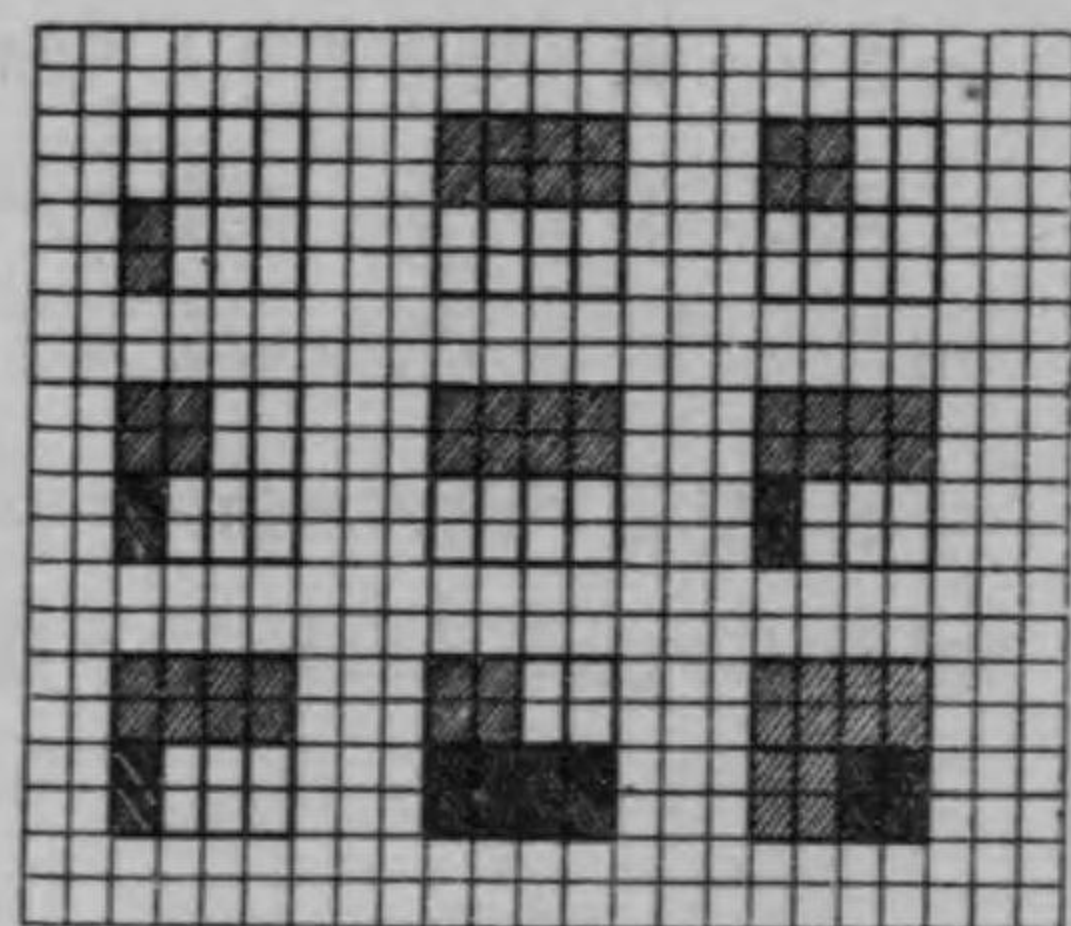
第14圖



$\frac{8}{8}$

但シ此ノ計算ハ上例ノ如ク計算シ又圖ニ示ス様ニ黒線ヲ引カシメルノデアル。

第15圖



C 分數加減法ノ圖示的解法

方眼紙上ニ等シイ方眼ノ數ヲ有スル圖形ヲ種々作製シ、コレ等各々ニツキテ加減法ノ練習ヲナサシム。

右ニ其ノ例ヲ示サウ。

(説明ハ畧ス)

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$	$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$
$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{4}{8} - \frac{2}{8} = \frac{2}{8}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$
$\frac{5}{8} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$	$\frac{5}{8} - \frac{1}{4} = \frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$	$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

D 分數實測ノ實際 (I)

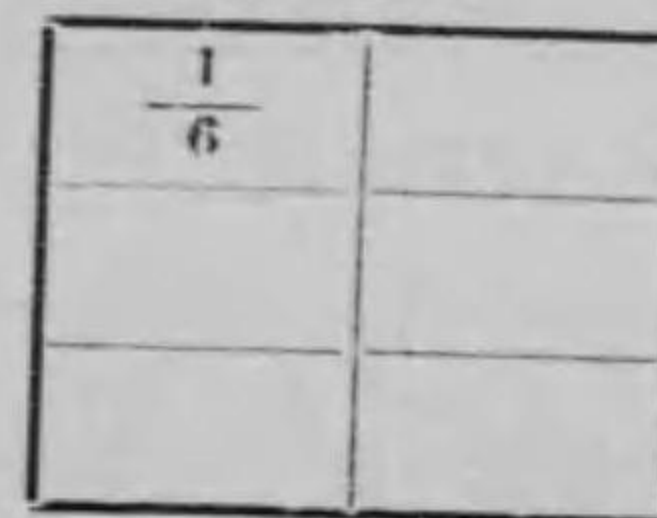
一枚ノ練習帳ノ紙ヲ二ツニ折リ再ビ之ヲ丁度普通ノ事務用封筒ノヤウナ形ニ作ラシメ此ノ一枚ヲ展開シ、折目ニヨツテ幾ツノ等シキ部分ニ分タレタルカラ數ヘサセヨ。各々ノ部分が全體ノ六分ノ一デアルコトヲ知ラシム。此ノ六分ノ一ガ一枚ノ紙ノ中ニ何程アルカ、半分ノ中ニ何程アルカ? 又此ノ紙ノ三分ノ一ヲ切リトツテ其ノ中ニ六分ノ一ガ何程含マレテキルカラ發見セシム。

カクテ實際問題ヨリシテ通分

ノ方法ヲ先ヅ教ヘル。即チ

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$



又折目ニ沿ウテ此ノ紙ヲ截リ六ツノ等シキ部分ニ分チ之レニ依ツテ次ノ計算ヲナサシム。

- (a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$
- (b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$
- (c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$
- (d) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$
- (e) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$
- (f) $\frac{1}{2} - \frac{1}{6}$
- (g) $\frac{5}{6} - \frac{1}{2}$
- (h) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$
- (i) $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$
- (j) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$
- (k) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \frac{2}{3}$

又紙ノ「テープ」ヲ12種ノ長サニ切り、尺度ヲ以テ1種毎ニ印シテ12等分セシム。

而シテ此ノ紙ヲ

2ツニ、 3ツニ、 4ツニ、 6ツニ、 折ツテソシ

テ12分ノ幾ツガ次ノ數ニ等シキカヲ發見セシム。

$$\begin{array}{cccccccc} \frac{1}{2}, & \frac{1}{4}, & \frac{1}{3}, & \frac{3}{4}, & \frac{2}{3}, & \frac{1}{6}, & \frac{5}{6}, & \frac{3}{6}, \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{即チ} & \frac{6}{12}, & \frac{3}{12}, & \frac{4}{12}, & \frac{9}{12}, & \frac{8}{12}, & \frac{2}{12}, & \frac{10}{12}, & \frac{6}{12} \end{array}$$

トナルコトヲ知ツテ分數ノ値、即チ二數ヲ上下ニ書キタル分數ノ分子、分母ニハ同數ヲ乘ジテモ其ノ値ハ變化セザルコトヲ教授スレバコレニヨツテ分數ノ通分ノ法則モ直チニ理解シ得ルノデアアル。

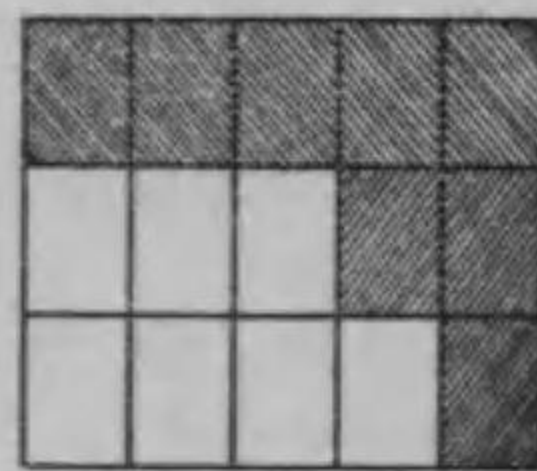
E 一般分數加減ノ法則發見

色々ノ分數ニ於テ其ノ加減ヲナスニハ前諸節ノ如クスレバ可ナルモ今茲ニ一般的ニ分數ヲ取扱フ場合例ヘバ分母ガ互ニ素ナル分數ニ於テハ如何ニ加減ヲナスカト云フニ此ノ問題ニツキテハ兒童ニトツテハ興味アル問題デアアル。

例ヘバ $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ ト云フ問題ニ於テ如何ニ加ヘルカ？
又如何ニ方眼ヲ利用スルカ。

此ノ際如何ニシテモ各々ノ分數ヲ變化シテ同分母トセザレバ今ノ兒童ニトツテハ不可能ノ問題デアアル。故ニカクスベク兒童ノ心理ヲ傾向ヅクレバ兒童ハ直チニ同分母トスル其ノ數ダケ方眼ヲトルデアラウ。

第16圖



故ニ上ノ例ハ下ノ如クスレバヨイ。
 $3 \times 5 = 15$ ナル數ヲ持ツ矩形ヲ畫キ右圖ノ如ク斜線ヲ引キテ其ノ和ノ數ヲ求めシム。

サレバ $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{5}{15} + \frac{3}{15} = \frac{8}{15}$ ヲ得ル。

又同様ニシテ $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$ 等モ得ルノデアアル。

一般ニ $\frac{n}{m} \pm \frac{q}{p}$ ナルトキ前例ト同様ニシテ mp ナル數ヲトツテ $\frac{np \pm mq}{mp}$ ナルコトヲ知ル。カクノ如クシテ最後ニ具體的事實ヨリ抽象的法則ニ進メ一般化セシメルノデアアル。

即チ「分數ノ加減ハ分母ノ最小公倍數ヲ分母トシタル分數ノ分子ノ和又ハ差ヲ分子トシ分母ヲ分母トセル分數トスレバヨイ。」一般ニ此ノ如ク具體的事實ヨリ進ンデ一般ノ抽象の定理ヲ發見スルコトヲ得ルノデアアル。

F 分數乗除法圖解

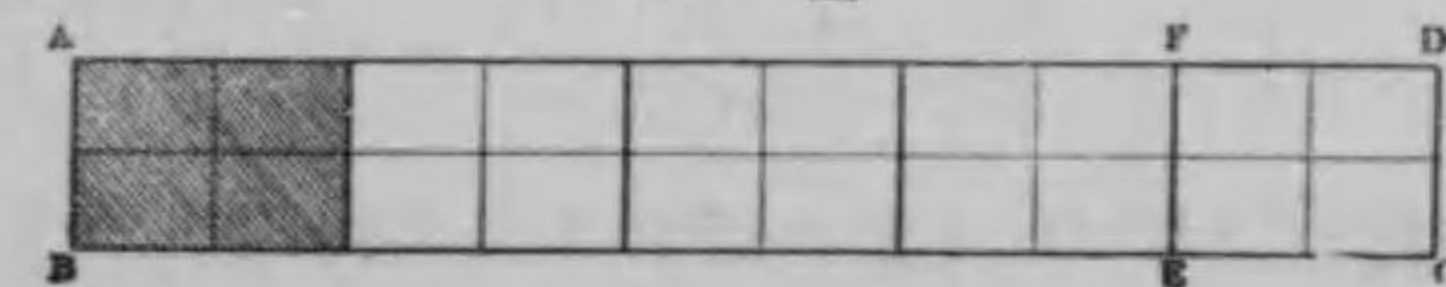
分數乗除法ハ小數ノ乗除法ト大ナル關係ヲ有スルモノニシテ小數ノ乗除法ノ理解ガアレバ直チニ分數乗除法モ理解シ得ラレル。又分數乗除法ガ理解サレレバ小數乗除法ハ易ク理解ガ出來得ルト云フ程ノ大ナル關係ヲ有スルモノデアアル。本節デハ小數乗除法ノ理解ガアルモノトシテ説明ヲナサント考ヘルノデアアル。

ヨツテ此ノ意味ニテ讀マレ且ツ實施サレンコトヲ望ム。

I 矩形 ABCD ヲ調べヨ。太キ直線ニテ5ツノ相等シキ部分ニ分タル。

故ニ ABEF ハ全體ノ $\frac{4}{5}$ ニ等シ。

第17圖



而シテ ABFE ハ相等シキ 4 ツノ部分ニ分タレテキル。故ニ
陰影ヲ施セル部分ハ全體ノ矩形ノ五分ノ一ニ等シ。故ニ

$$\frac{4}{5} \div 4 = \frac{1}{5} \quad \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{5}$$

同様ニ圖ヲ畫キテ次ノ値ヲ表ハセ。

(a) $\frac{6}{7} \div 3 = \frac{6}{7} \times \frac{1}{3}$

(b) $\frac{8}{9} \div 4 = \frac{8}{9} \times \frac{1}{4}$

(c) $\frac{10}{12} \div 5 = \frac{10}{12} \times \frac{1}{5}$

(d) $\frac{14}{15} \times \frac{1}{7} = \frac{14}{15} \div 7$

Ⅰ 又方眼紙上ニ圖ヲ畫キ長邊ハ 5 ツ、短邊ハ 4 ツヲ持ツ矩形
ABCD ヲ作ルニ、

(a) ABFE ヲ作り、ABFE ハ ABCD ノ幾分ノ幾ツナルカ
ヲ求メシム。

(b) ABFE ハ正方形ヲ幾個含有スルカ、又コノ小正方形ハ
ABCD ノ如何ナル分數ナルカヲ示サシム。

(c) ヨリテ右圖ニ示ス如ク

$$\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$$

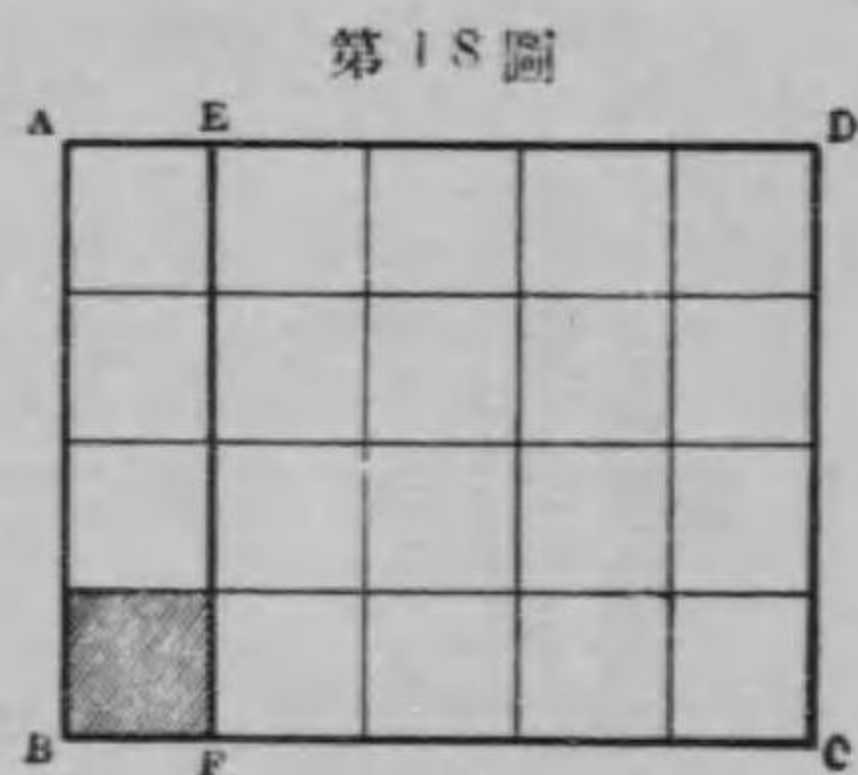
ナル事ヲ知ルコトヲ得。

(d) 前ト同ジ様ニシテ次ノ問題

ニ答ヘヨ。

$$\frac{3}{8} \div 4, \quad \frac{2}{9} \div 5, \quad \frac{1}{4} \times \frac{1}{6}, \quad \frac{9}{10} \div 7$$

Ⅱ 方眼紙上ニ ABCD ノ如キ矩形ヲ畫キ長邊ヲ小ナル目盛 7



第18圖

個、短邊ヲ小ナル目盛 4 個ナラシメヨ。

(a) 此ノ矩形ハ紙ノ縦線ニヨ

ツテ 7 ツノ相等シキ行ニ分

タレテ居ル。此ノ行 5 ツニ

圖ノ如ク陰影ヲ施セ。

(b) ABCD ノ如何ナル分數ガ

ABFE トナルカ?

(c) ABFE ハ紙ノ横線ニヨツテ何程ノ相等シキ列ニ分タレ
テキルカ?

此ノ中三ツニ陰影ヲツケヨ。

(d) ABFE ノ如何ナル分數ガ AGHF トナルカ?

即チコレハ $\frac{3}{4}$ デアル。

(e) ABCD 中ニハ幾ツノ小正方形ガ含まレテキルカ?

AGHF 中ニハ如何。

ABCD ノ如何ナル分數ガ AGHF トナルカヲシラベヨ。

即チ $\frac{5}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{28}$ ナリ。

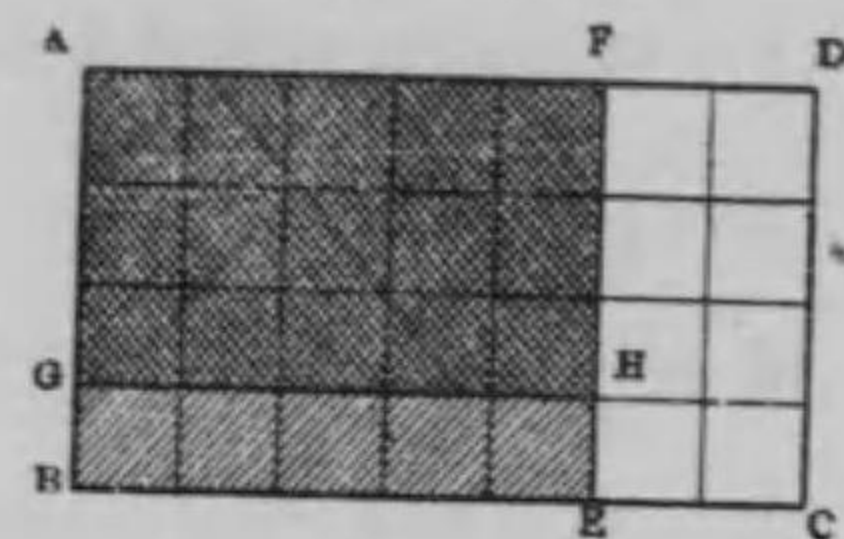
(f) 此ノ事實ヨリ分數乗除法ノ公式的抽象の取扱ヲナシ得
ル道程ニアルコトガ明カニナツタノデアル。ヨツテ此處
デハ暗算ニ色々ノ問題ヲ提供シテ答ヲ求メシメルノガ合
理ニシテ且ツ又必要デアル。

Ⅲ 次ニ分數間ノ乗除ノ場合ヲ説明シテ其ノ形式算法ヲ示サウ

例ヘバ $\frac{2}{5} \div \frac{3}{8}$ 是レハ $\frac{2}{5}$ ヲ 3 ノ $\frac{1}{8}$ デ除スト

云フ事ヲ意味スル。故ニ先ヅ $\frac{2}{5}$ ヲ 3 ニテ除シ 其ノ結果

第19圖



トシテ $\frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$ ヲ得。

併シ此ノ結果ハ小サスギル。ナントナレバ 3 ノ $\frac{1}{8}$ ハ、如何ナル數ノ中ニモ 3 ガ含マレル度數ノ 8 倍ダケ含マレルカラデアアル。

$$\text{故ニ } \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} \times 8 = \frac{2}{5} \times \frac{8}{3} = \frac{16}{15} = 1\frac{1}{15}$$

トセネバナラス。

是レヨリ $\frac{3}{8}$ ニテ除スル事ハ $\frac{8}{3}$ ヲ乗ズルコトト等シクナル。

コレ分數除法ニ關スル重要ナル公式デアアル。

第二章 空間教材導入

本章ニ於ケル幾何(空間)問題導入ハ 28節ニ亘ル可成リ多イ頁數ヲ費シタルモノニシテ、本書ノ骨子トモミナスニ足ルモノデアルト信ズル。主トシテ圖形ノ研究デアルガ其ノ研究ニ於テ實驗ト理論ト共ニ進ミ以テ抽象的一般定理ヲ發見セシムルコトニ努力セルモノデアアル。ヨクヨク其ノ主旨ヲ徹セラレンコトヲ望ム。ソシテ此ノ章ハ簡單ナル事實ヨリ複雑ナル事實ニ、易ヨリ難ニ進行セルヲ以テ小學校ノ初學年ヨリ高學年ニ亘ル一般的系統アル導入法ト信ズル。讀者其ノ意ヲ諒セラレタイ。

§ 28. 直線觀念導入

空間圖形ノ一元トシテ先ヅ知ルベキ直線ノ觀念ヲ導入スルハ實ハ容易ナコトデ、餘リ六ヅカシイモノデアナイ。然シ此ノ觀念ヲ導入スルニハ長時間ニ亘ル暗示的測定作業ヲ必要トスル。即チ作業ヲスル中ニ明カニナルモノデアルト信ズル。次ニコレヲ簡單ニ記サウ。

先ヅ練習帳ノ上ニ針ヲ以テ二點 A, B ヲ印シテ此ノ二點ノ間ニ普通ノ定規デ直線ヲ引カシム。而シテ其ノ際ハ鉛筆ヲヨク尖ラシタルモノヲ用フ。其ノ作圖セルモノガ果シテ眞ノ直線ナルヤ否ヤト云フ問題ニツキテ次ノ様ナ三方法デ吟味スルガヨイ。

- A. 此ノ線ヲ横ヨリ線ニ沿ウテ見ヨ。眞直ニ見エルカ。
- B. 再ビ此ノ線ニ定規ヲ置キ此ノ線ニ沿ウテスベラストキハ定規ト確カリ密着スルカ否カ。若シ之ガ眞直ナ線ナラバドノ部分モ定規ト密着スル筈デテル。
- C. 定規ノ向キヲ變ヘテ同ジ面ガ紙面ニアツテ同ジ線ガ觸レルヤウ置ケ。定規ノ線ト線トハ尙何レノ部分モ密着スルカ。

又考ヘナケレバナラナイ事ハ一定點Aヲ通ツテ何本ノ直線ガ引カレルカ。又二點A, Bヲ通ツテ何本ノ直線ヲ引キ得ルカ。初メノ場合ハ勿論無數ニ引キ得ルコトハ直チニワカル。ガ、後ノ場合ニハ多クノ直線ヲ引クコトハ出來得ナイ。唯一本ダケデアアル事ヲ發見サセル。

此ノ様ナ問題ハ實ニ小ナルガ如クシテ實ハ重要ナル問題デアアル。又他ニ二點C, Dヲ印シCカラDニ種々ノ線ハ多ク引キ得ルモノノ直線ハ一本ヨリ多ク引クコトハ出來得ナイ。又是等ノ二點ヲ通ル線中ニテ直線ガ最短ナルモノデアアルコトガワカル。

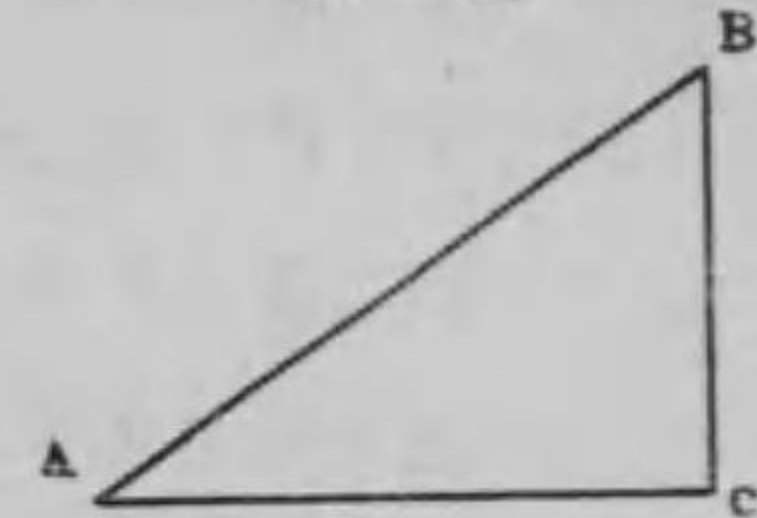
今ココニ三點ヲ結合スル圖形ヲ作レバコレガ三角形ヲ形成スルコトハ直チニ知ルコトガ出來ル。サテ任意ノ二邊ノ長サヲ測定シテ之ヲ加ヘ而シテ又第三邊ヲ測ツテ前ノ二邊ノ和ト比較スルトキハココニ一ツノ定理ヲ發見スルデアラウ。

實際世ノ中デ此ノ定理ノ存在スルコトハ皆等シク認識シテキル。所謂近道ナルモノハコレデアアル。例ヘバ點Aヨリ點Bニ歩行スル場合ニABガACBヨリモ道惡シカラザル限リ誰シモ

ACBノ道ヲ辿ルモノハナイ。

之レ何人モ破ルベカラザル定理デアアル。之レヨリシテ二點ヲ通ル直線ハ唯一ツニシテ其ノ長サハ二點間ノ最短距離デアアルコトガワカル。

第20圖



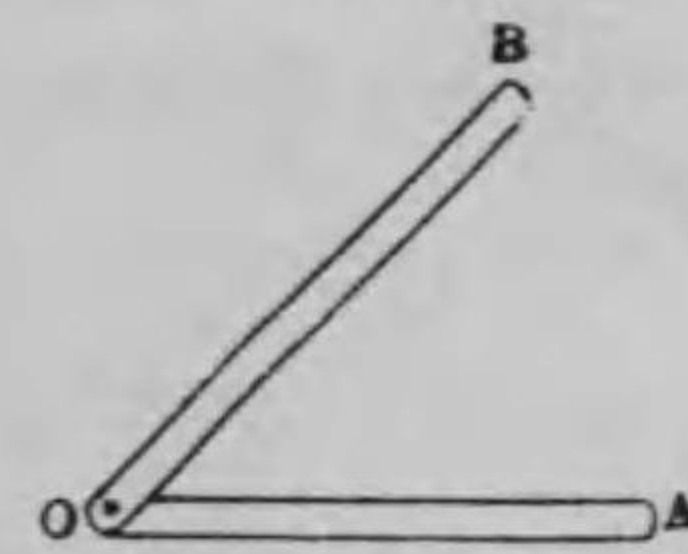
§ 29. 角概念導入 (I)

前説ニ於テハ直線ノ事ニツキテ説明シタノデアアルカラ此ノ節ニテハ此ノ二直線ノ交リニ於ケル二直線ノ開キ具合ヲ探求スルコトガ自然ノ道程デアアル。

此ノ一進歩其ノモノヲ角ト呼ブノデアアル。今此ノ角ノ概念ヲ兒童ニ導入スル法ヲ次ニ記サウ。

- A. 直線ヲ表ハスニ足ル木片或ハ紙片AO, BOヲ用意シ、ソノ

第21圖



一端Oニ於テ自由ニOノ周圍ニ廻轉スルヤウニ留メル。^{*}1 サテココニ二本ノ直線ガOニ於テ交ツテ出來タ形ヲ角トイフ。之ヲ角AOB或ハ角Oト呼ビ、 $\angle AOB$ 或ハ $\angle O$

ト記ス。

次ニOBヲ種々ノ位置ニ動かシテソノ都度生ズル角ヲ前ノ角ト比較シテソノ大小ヲ考ヘサセル。

[註] *1.2 角ノ初歩教授ニハ新宮孝案(新案特許)「角ノ説明器」ヲ用フレバ一層徹底シ、且ツ誤レル概念ヲ導クオソレガナイ。(坂瀬商店發賣品)

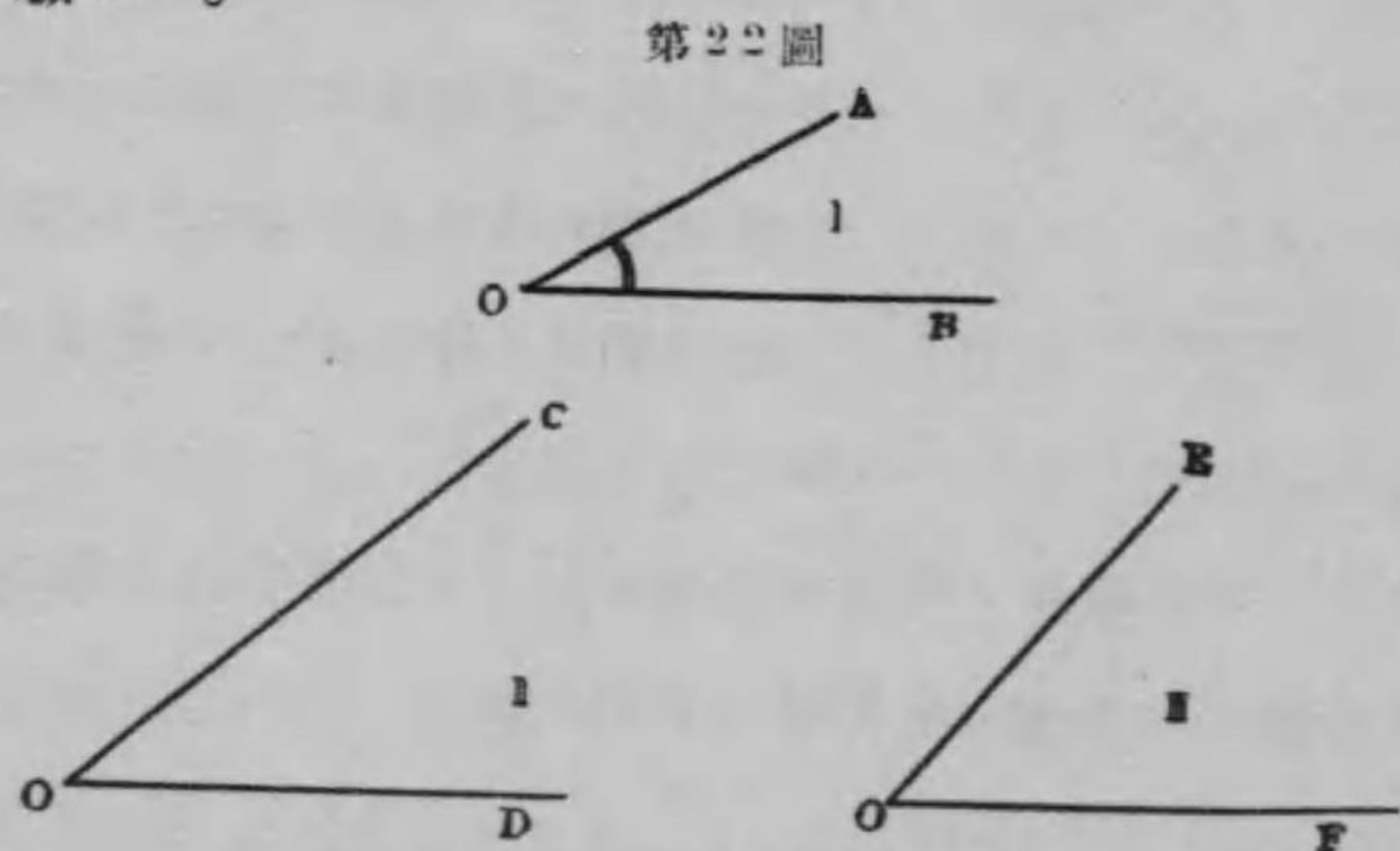
B. 次ニ上ノ設備ニ於テ OA, OBヲ長短自在ニ伸縮シ得ルヤウニシテオキ,*2 邊ヲ長クシ或ハ短クスルモ角ノ大小ニハ無關係ナル事ヲ發見サセル。

C. 机ノ上ニ兒童ノ「コンパス」ヲ置カシメテ兩脚ヲ開ケバ角ヲナス。其ノ角ハ兩脚ヲ開クニ從フテ大キクナル。尙脚ヲ開ケバ角ハ尙一層大トナル。併シ其ノ反對ニ閉ヂルナラバ角ハ小サクナル事ヲ實驗シナガラ觀察サセル。

故ニ角ノ大小ハ廻轉ノ大小ニ關係シテ脚ノ長サニハ關係シナイ事ガ明カニナル。

大ナル時計ノ針ト小ナル懐中時計ノ針ヲ見ルニ兩方共2時ヲ指ス時其ノ針ノ長サハ異ルモ兩針ノナス角ハ等シイノデア。即チ一點ヨリ出ヅル二直線ハ角ヲナス。其ノ點ヲ角ノ頂點ト云ヒ、此ノ線ヲ角ノ邊ト呼ブ。

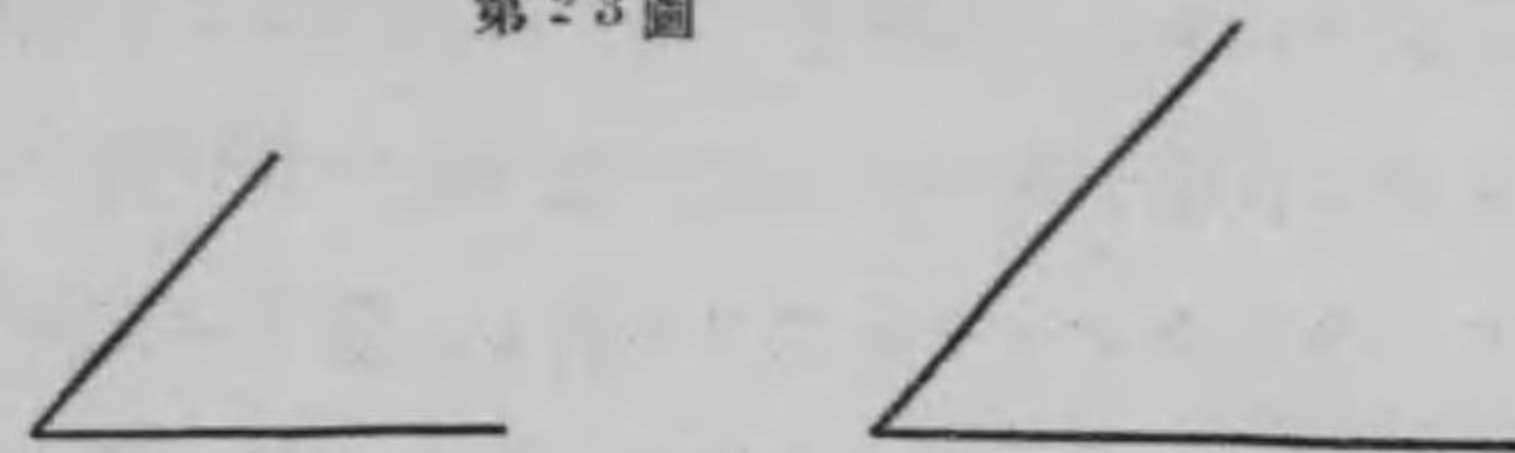
D. 次ノ角ノ大小ヲ目測セヨ。而シテ後ニ切リトツテ重ネ之レヲ驗セヨ。



茲ニ注意スベキハ同ジ角ヲナス邊ノ長短ニヨリテ一見角ノ大

小アルコトト誤ルコトガアル事デア。次ノ二ツノ角ノ大小如何。

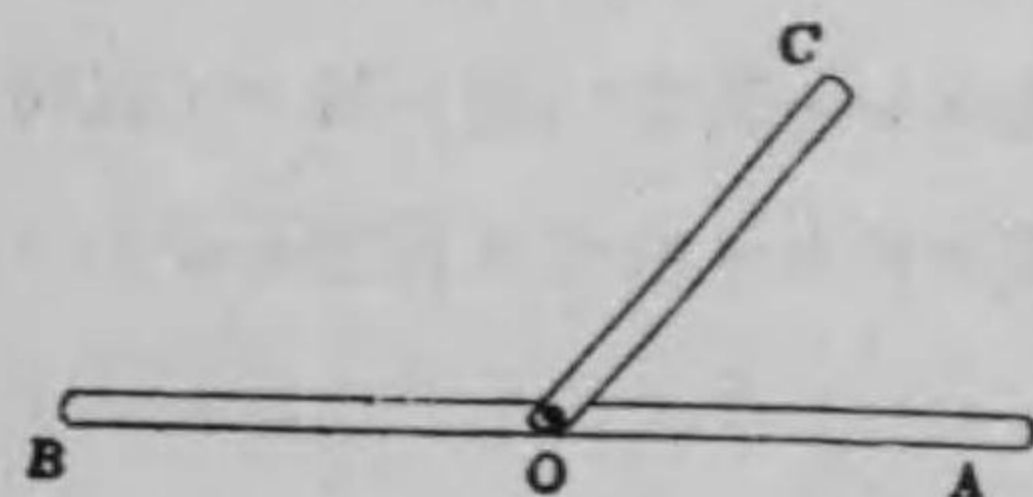
第23圖



§ 30. 直角ノ導入

A. 直線ヲ表ハス二本ノ棒或ハ紙片 AB, COヲトリ圖ノ如クO

第24圖



ニ於テ交ラシメ、COガOノ周圍ニ自由ニ廻轉スルヤウニスレバココニ如何ナル角ガ出來テ居ルカ?何レガ大、何レガ小ナルカ。(第24圖)

次ニ COヲ動カシテ又上ノ如キ發問ヲスル。種々ノ場合ニ

ツキ問答シ、サテ

$$\angle AOC = \angle COB$$

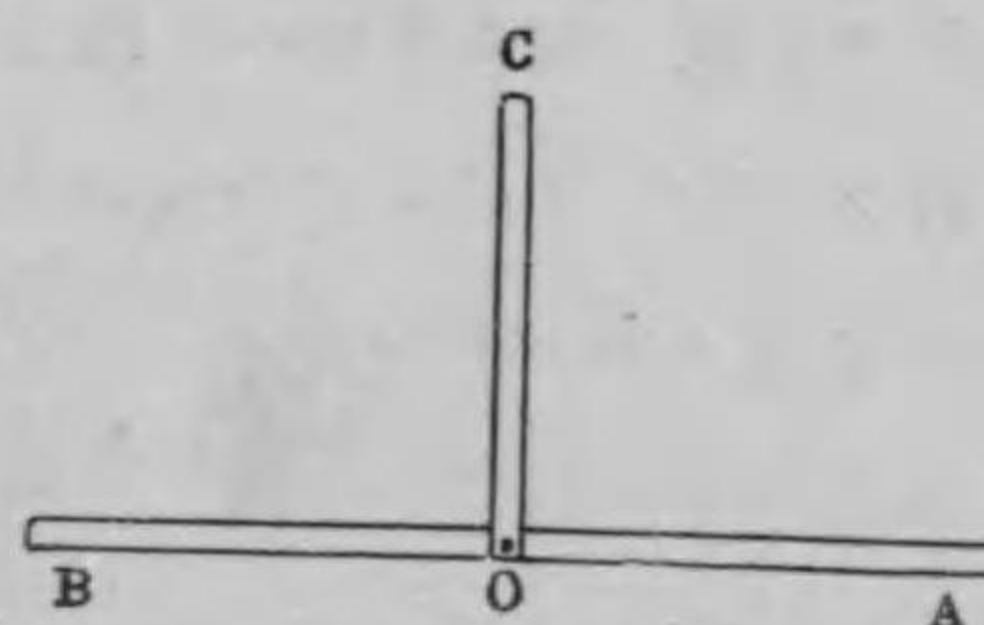
ニ近クナツテソノ大小ヲ答

ヘ得ナイヤウニナツタトキ

$\angle AOC, \angle BOC$ ヲ共ニ直角

トイフ事ヲ授ケル。(第25圖)

第25圖



B. 紙ノ上ニ一ツノ横線ヲ引キ其ノ上ニ一點ヲ取り出來ルダケ

正シク此ノ點ニ垂線ヲ引ケ。

幾ツノ角ヲ生ズルカ?

此等ノ角ハ相等シキカ？ 切り取りテーツノ角ヲ他ノ角ノ上ニ重ネテシラベヨ。

C. 一ツノ縁ガ直線ナル一枚ノ紙ヲ取り之ヲ其ノ縁ノ一部ガ他ノ部ニ正シク重ナルヤウニ二ツニ折レ。然ラバ二ツノ相等シキ角ヲ得。是ヲ展開シテ其ノ折目ニ沿ウテ線ヲ引ケバーツノ線ガ其ノ縁ノ上ニ立チ相等シキ角ヲナス。

此ノ角ガ即チ直角デアル。

D. 其ノ外直角ヲ見出スコトハナイカ。身邊ヲヨクシラベヨ。

E. 三角定規ハ如何ニシテ出来テ居ルカ？ 其ノ正否ハ如何ニシテ見ルコトガ出来得ルカ？ 勿論コレハ紙ヲ二重ニ折ツテ直角ヲ作り其ノ直角ノ上ニ三角定規ヲ置キテ検査モ出来ルガ外ニ方法ハナイカ？

F. 直線ヲ引キ此ノ線ニ三角定規ノ直角ヲナスーツノ縁ヲ置キ定規ノ他ノ縁ニ沿ウテ直線ヲ引ケ。若シ $\angle AOB$ ガ直角ナレバソレガ $\angle AOC$ ニ等シクナケネバナラス。

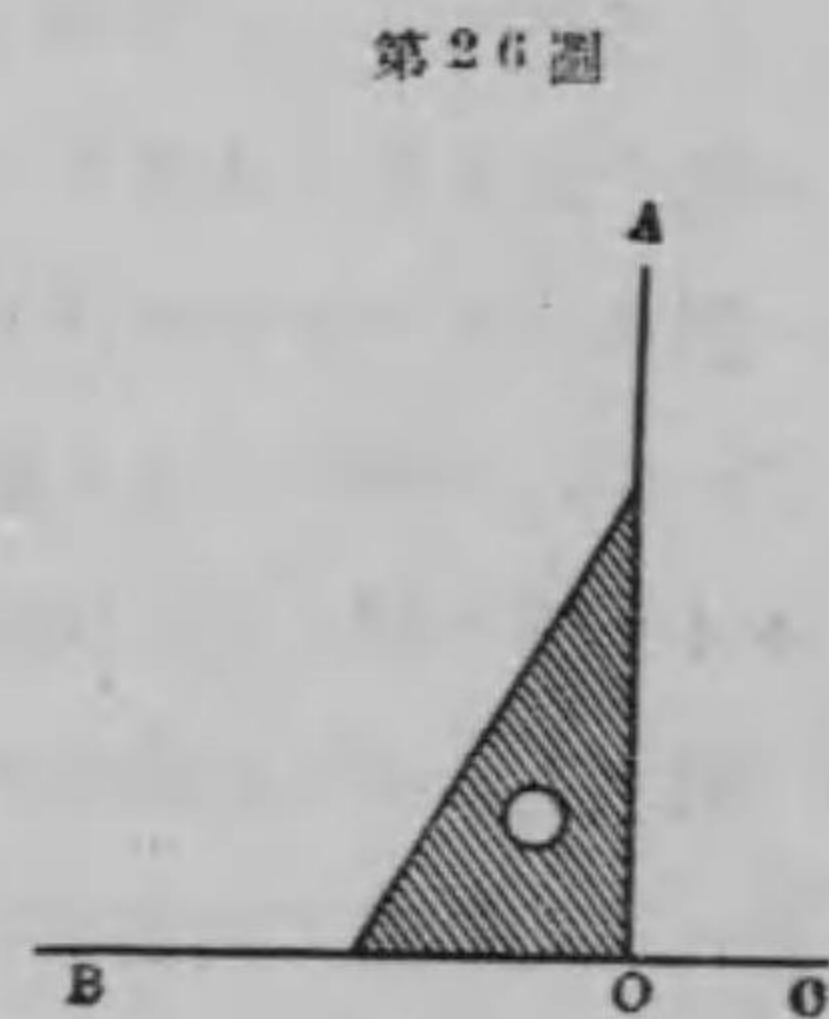
之ヲ定規ノ向キヲ變ヘテ驗セ。

若シ AOC ト正シク一致スレ

バ定規ノ角ハ正シイモノデア

ル。

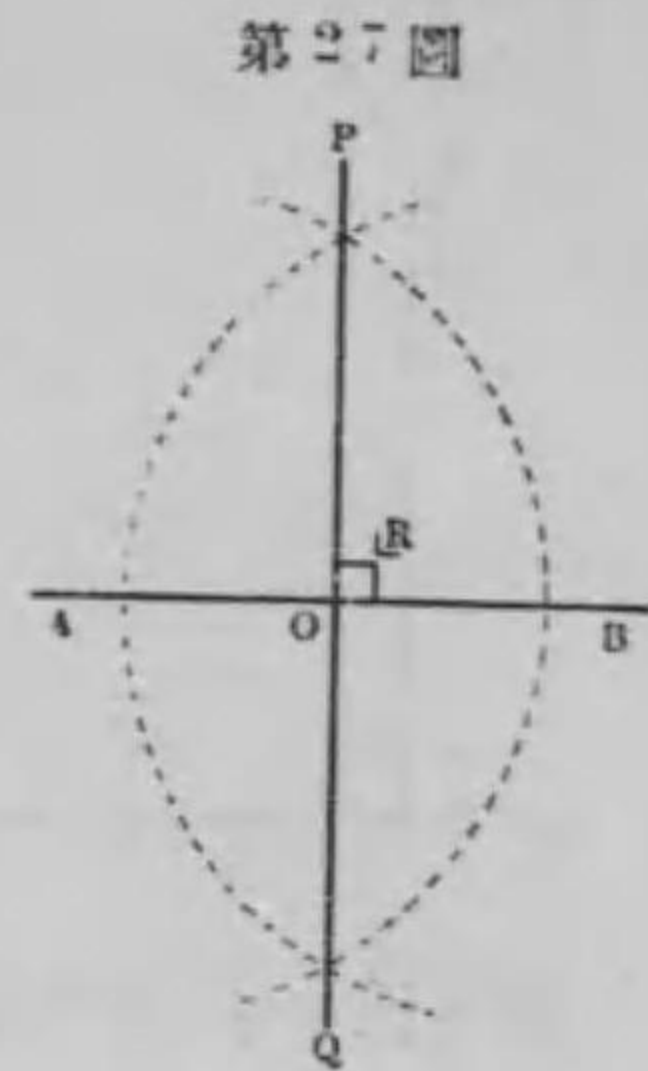
G. 又分度器ヲ用ヒズ「コンパス」デ直角ヲ描ク事モ出来ル。次ノ圖ニ示ス如ク一直線ヲ引キ其ノ上ニ二點 A, B ヲトリ



第26圖

Aヲ中心トシ ABノ半分ヨリ大ナル長さヲ半径トシテ圓ヲ畫キ後 Bヲ中心トシテ 其ノ半径ニテ圓ヲカキ 其ノ交點 P, Q ヲ結ブ。

然ラバ PQ ハ ABヲ垂直ニ二等分スル事トナル。故ニ $\angle BOP$ 及ビ $\angle AOP$ トシテ直角ハ得ラレル。



第27圖

§ 31. 角觀念導入 (II)

第29, 第30節ノ方ニ角ノ觀念導入法ヲ述ベタノデアアルガ又ココニ作業的復習ヲ兼ネテ一層深ク研究シヨウ。

A. 直線 ABヲ引キ糸ノ一端ヲ Aニ針デ止メテ他ノ端ヲ堅ク持ツテ圓ヲ畫ク如クマルク動かセ。

始メハ鉛筆ノ線ト糸ト

ノナス角ハ甚ダ小サイ

ガ糸ガ廻轉スルニ從ツ

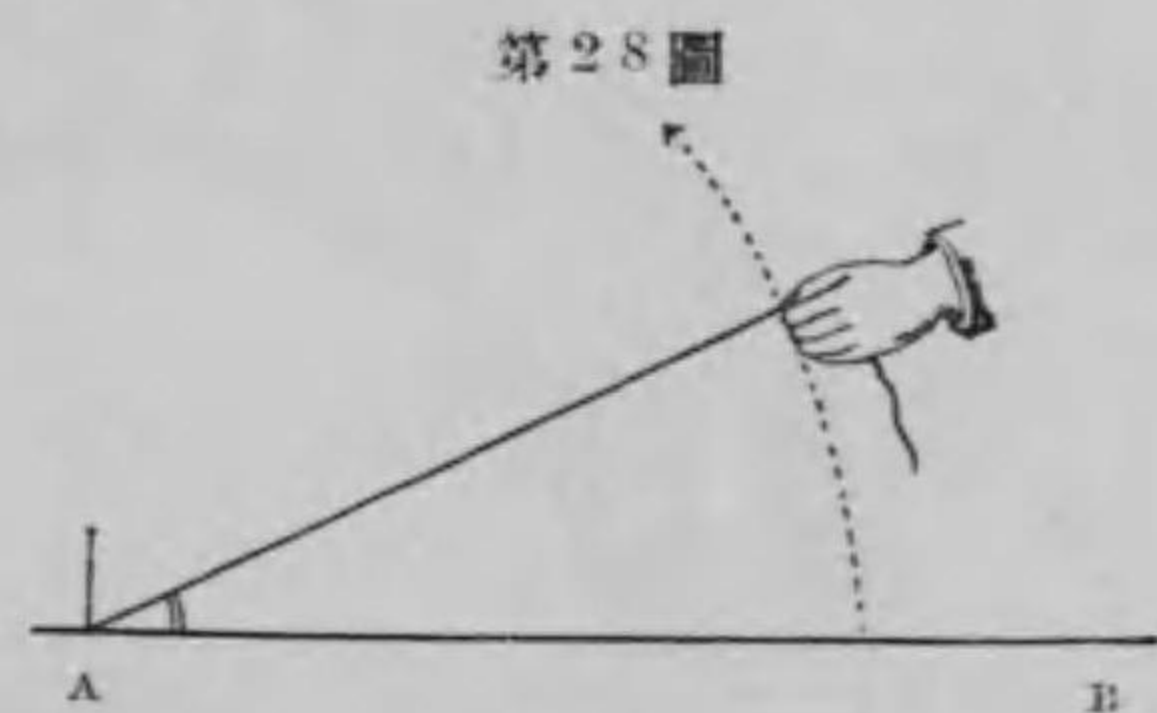
テ角ハ段々増シ來ルコ

トヲ實感セシム。而シ

テ角ノ大サハ廻轉ノ大サニ關係シテ糸ノ長サ或ハ線ノ長サニ關係シナイコトヲ復習セシム。

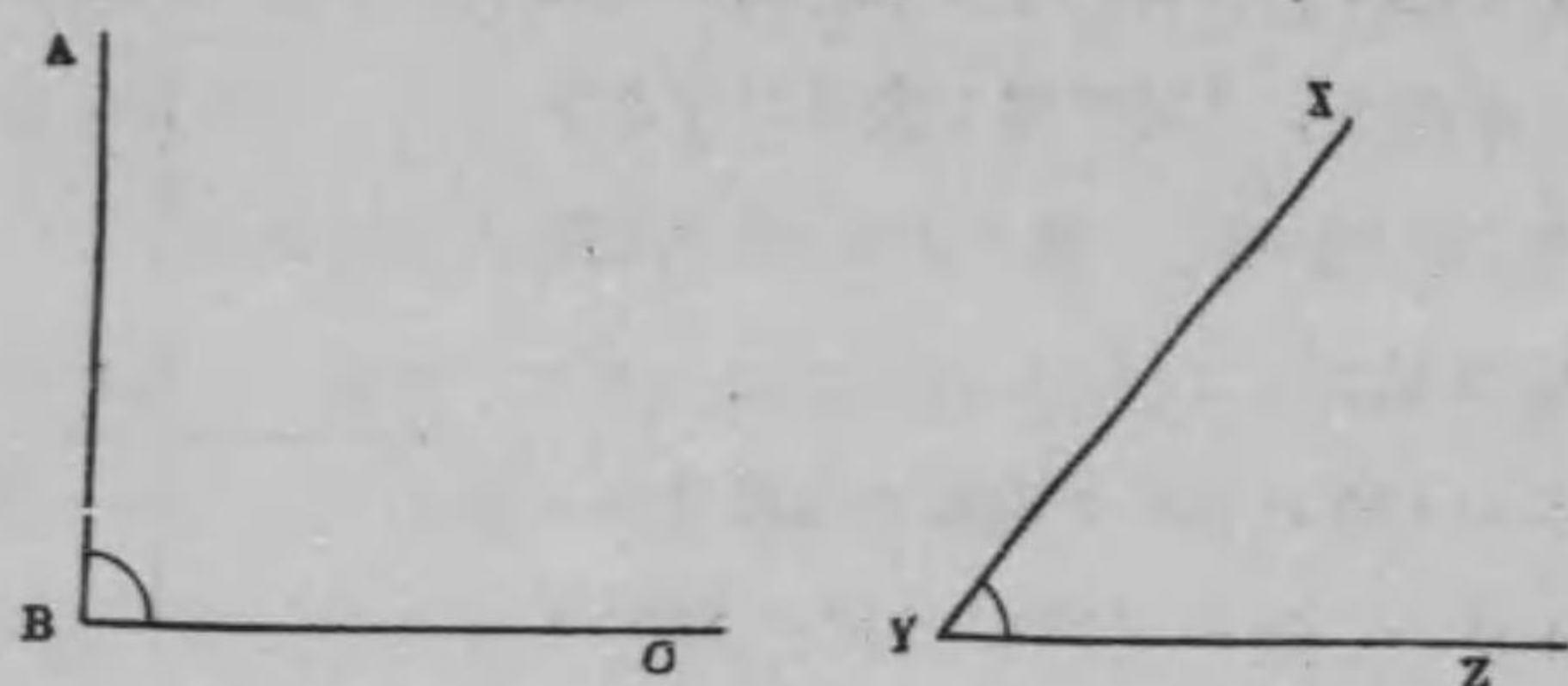
B. 次ニ示セル二角ハ何レノ方が大ナルカ？ 如何ニシテ實測シ得ルカヲ考ヘシム。(第29圖)

C. 今若シ直角ガ90ニ等分サルルナラバ其ノ各ノ角ノ大サヲ一



第28圖

第29圖



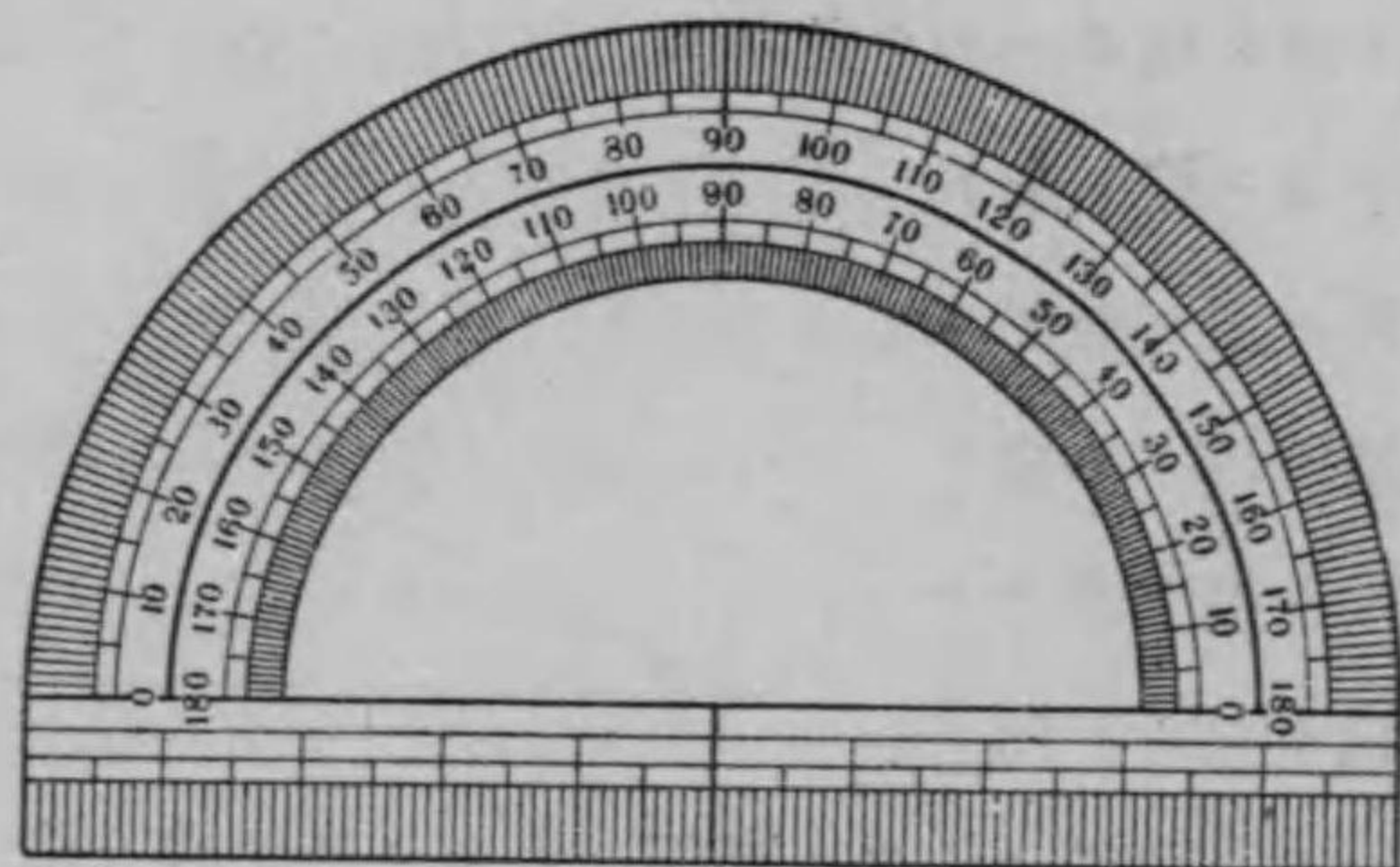
度ト云フ。即チ直角ハ90度ニ等シク、之ヲ

$$1R = 90^\circ$$

ト書ク。

D. 前條件ハ直チニ應用セラレテ次ノ圖ニ示ス如キ分度器ヲ實用ニ供スル。而シテ下ノ如キ簡單ナル問題ヨリ困難ナル問題ニウツル様ニ問題ヲ提出シテ以テ實用的價值ヲ知ラシム。

第30圖

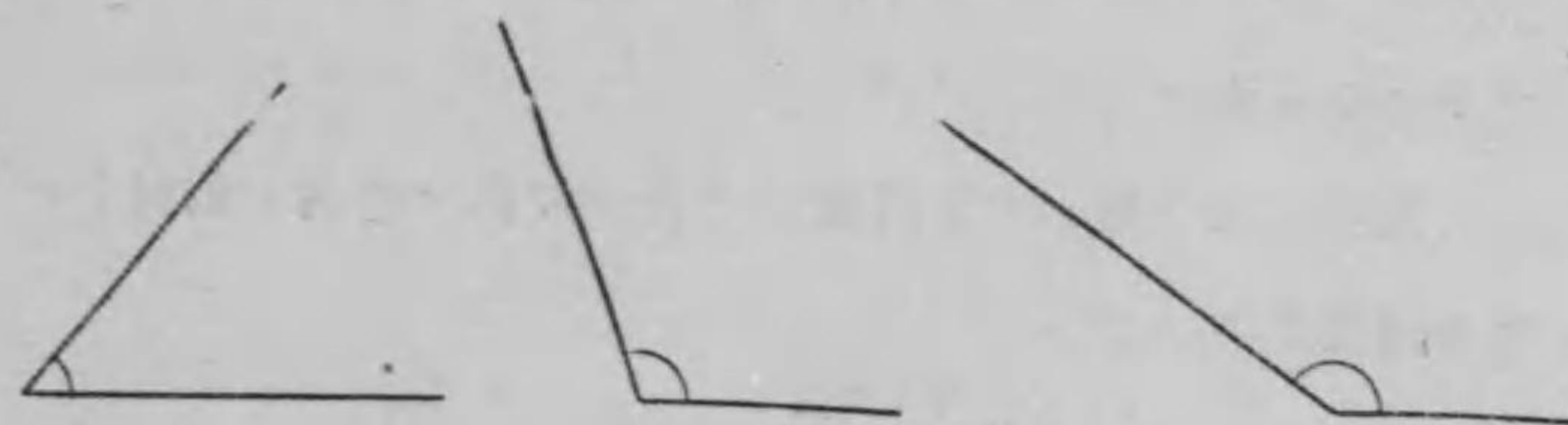


- I 半圓ハ其ノ中心ニ於テ何程ノ直角ヲ含ムカ? 又何度カ? (平角)
- II 圓周ハ其ノ中心ニ於テ何程ノ直角ヲ含ムカ? 又何度カ? (周角)

III 分度器デ次ノ三ツノ角ヲ測定シテ以テ其ノ大小ヲ定メ

ヨ。

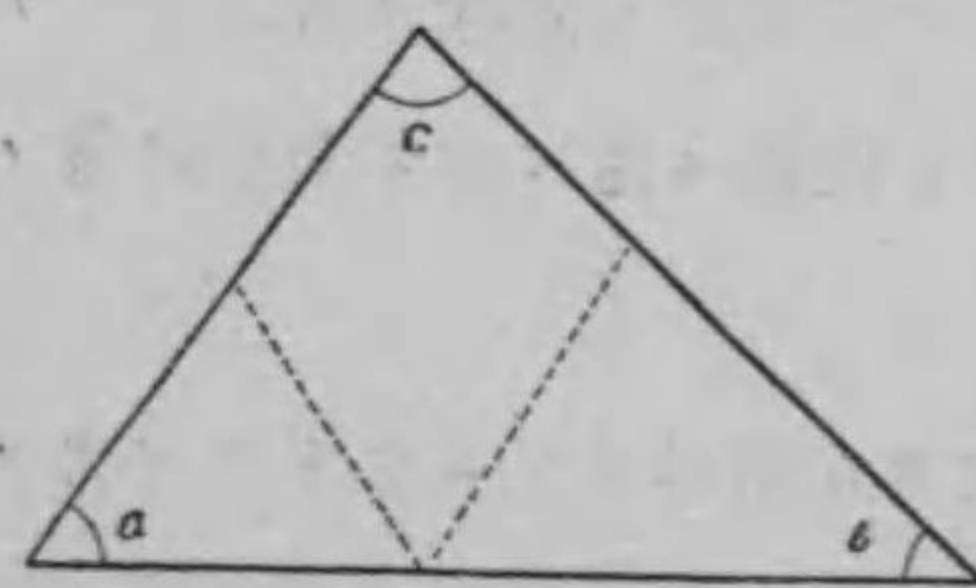
第31圖



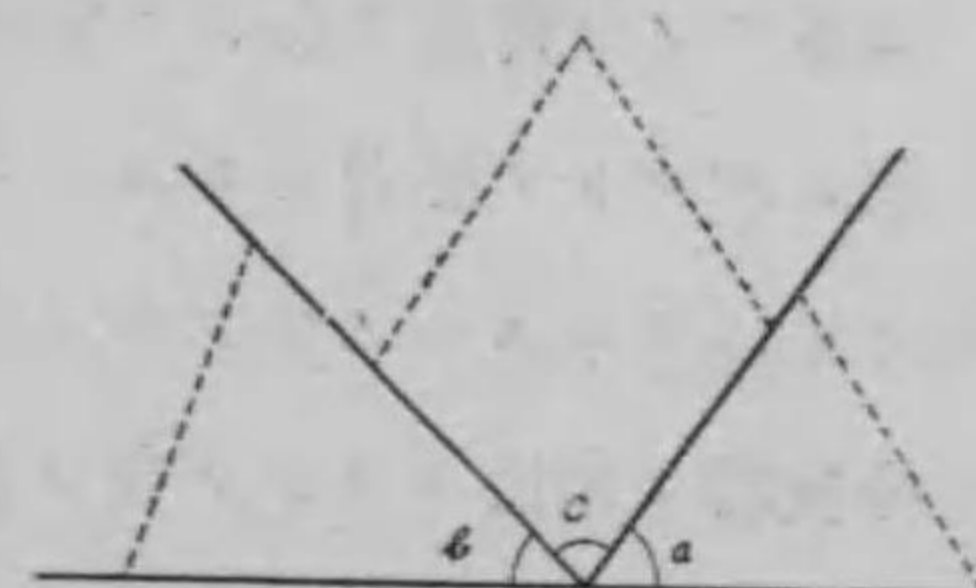
§ 32. 角ノ應用定理發見

- A. 一ツノ三角形ヲ紙上ニ書キ分度器ヲ用ヒテ其ノ三ツノ内角ヲ實測セシム。又他ノ形ヲ異ニスル三角形モ同様ニ實測セシム。而シテ各々ノ三角形ノ内角ノ和ヲ求メシム。何か面白キ事實ガ發見サレナイカ?
- B. 其ノ紙上ノ三角形ヲ切り離セ。而シテ取リタル三角形ヲ次ノ圖ニ示スヤウニ切り離セ。而シテ同ジ一點ニ頂點ヲオキ各々ノ角ガ接角ニナルヤウニ三ツノ角ヲ置ケ。(第33圖)

第32圖

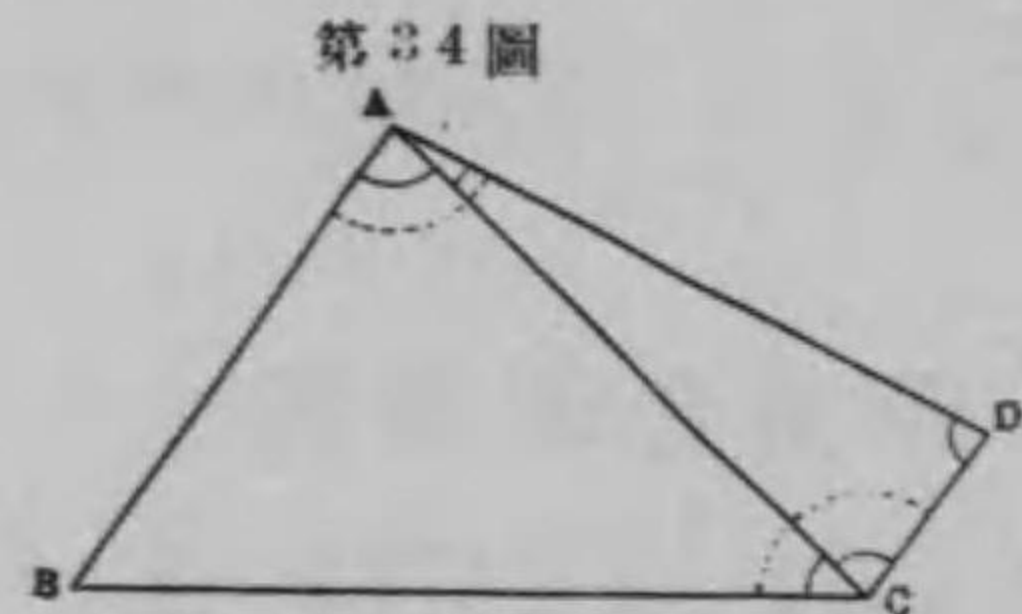


第33圖



是レヨリシテ三角形ノ内角ノ和ニツキ何ヲ發見スルカ？
 他ノ三角形ニツキテモ同様ノ手續ヲナセ。然ラバ三角形ノ内角ノ和ハ常ニ二直角ニ等シキコトモ疑ヒヲ入レル事ノ出來得ナイコトナル。

C. 三角形ヲニツ列ベルト四邊形ヲ得ルガ此ノ内角ハ如何ナルカヲ研究サス。



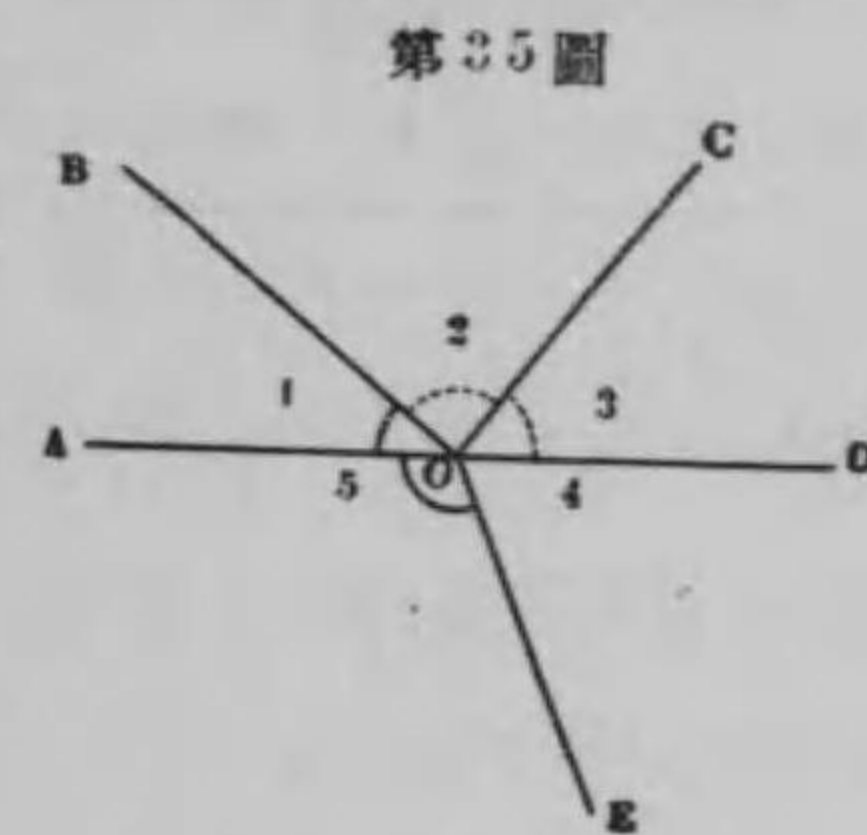
此ノ場合ニモ次ノ順序ニヨリ研究スルガヨイ。

1. $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D,$ ヲ測レ
2. $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = ?$
3. $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D$ ハ畧何直角ナルカヲ見ヨ。
4. 三角形 ABC, ACD ノニツニ分解セヨ。然ラバ前ノ定理ヨリシテ其ノニツノ三角形ノ其ノ各々ノ内角ノ和ハ二直角ナル故ニ四邊形 ABCD ノ内角ノ和ハ何程ニナルカ？

D. 又多クノ三角形ヲ合シテ作レル多角形モ同様ノ假定ニヨリテ求ムルコトヲ思考セシム。コレ後節ニ述ベル多角形内角ノ和ノ暗示ヲ示スモノデアル。

E. 分度器ノ用法ヨリシテ角ノ大サガ暗示セラレタナラバ次ノ圖ノ如キ角ハ各々何度ナリト思フカ？此ノ度数ヲ記サシム。

而シテ後此ノ角ヲ實測シテ自分ノ想像セルモノト比較セヨ。其ノ實測セル角及ビ目測セル角ヲ夫々加ヘヨ。其ノ値ニヨリテ前同様ニ目測ノ正否ヲ驗セ。



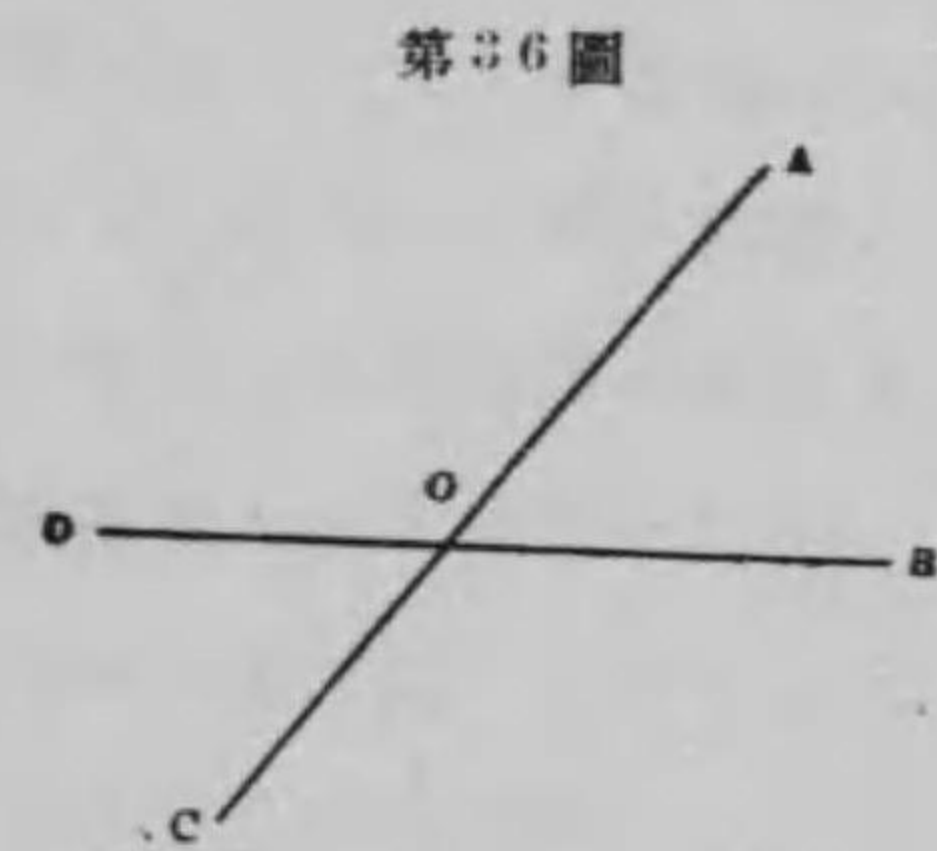
- (1) 圖ニ示ス角ハ何度カ。
- (2) 二角宛ノ和ハ何度ナルカ。
- (3) 三角宛ノ和ハ何度ナルカ。
- (4) 全角ノ和ハ何度ナルカ。
- (5) 1 ト 2, 2 ト 3,
3 ト 4, 4 ト 5,
5 ト 1
トノ差ハ何程ナルカ。

F. 今二直線ヲ交ラシメタル次ノ圖ニ於テ

$$\left. \begin{array}{l} \angle AOB \text{ ト } \angle DOC \\ \angle AOD \text{ ト } \angle BOC \end{array} \right\} \text{ノ角ノ}$$

間ニハ何か發見サレルモノハナイカ？

此ノ實測ヨリシテ次ノ定理ヲ得。



「二直線ガ交ハル時其ノ相對スル角ハ相等シ」

又ハ之ヲ 對頂角ハ相等シ トモイフ。

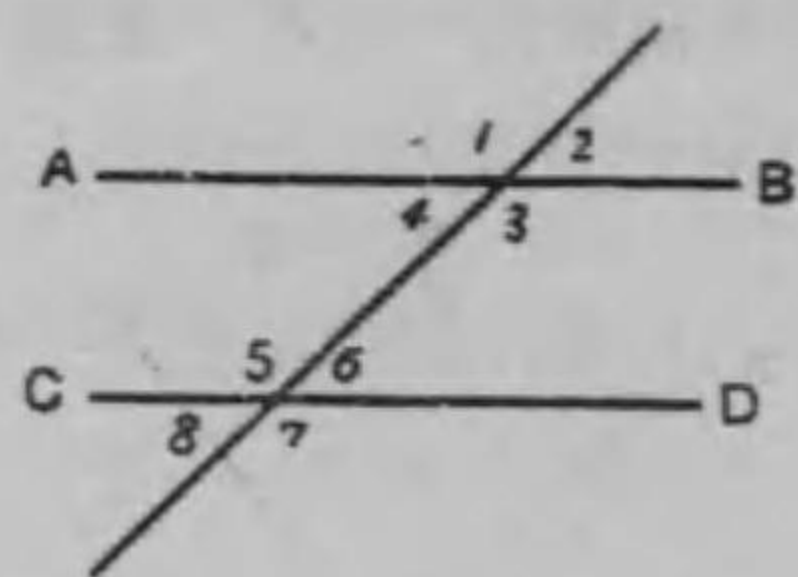
G. 以上ノ定理ヲ應用シテ此處ニ平行線ノ定理ヲ發見セシメルコトガ出來ル。次ニ之レヲ述ベヨウ。

今兒童ノ練習帳ノ横ノ線又ハ方眼ノ線ヲ考ヘテ見サセ、而シ

テ右圖ニ示ス如ク線ニ沿ウテ AB, CD ヲ引ケ、コレハ如何ナル線ナルカ。即チ何處マデ線

第37圖

ヲ延シテモ出會ハザルモノデア
ル。此ノ線ヲ**平行線**ト云フノデア
アル。此ノ平行線ニ他ノ任意ノ
直線が交リ第37圖ノ如ク八ツノ
角ヲ生ズルトキ



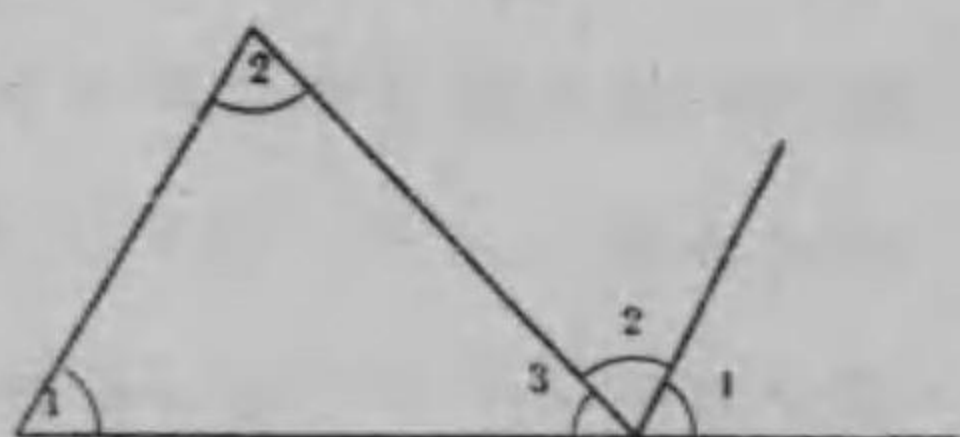
1. $\angle 1$ ト $\angle 5$, $\angle 4$ ト $\angle 8$, $\angle 2$ ト $\angle 6$, $\angle 3$ ト $\angle 7$
2. $\angle 4$ ト $\angle 6$, $\angle 3$ ト $\angle 5$

此ノ間ニ何かノ關係ガアルコトヲ直チニ發見スルデアラウ。
即チ「平行線ノ同位角ハ相等シク、又錯角モ相等シク」

又平行線ノ**同傍内角** $\angle 3$ ト $\angle 6$, $\angle 4$ ト $\angle 5$ ノ關係モ知ラル。
此ノ理論ヨリシテ以前ニ導入セシ三角形内角ノ和ノ事ヲ直チ

ニ證明スルコトヲ得。コレ實地
ト理論ノ結合ニシテ貴ブベキモ
ノデアアル。右ニ其ノ證明用ノ圖
ヲ示サウ。(説明省畧)

第38圖



§ 33. 面積實測問題 (I)

本節ノ實測作業ニハ一様平方ノ方眼紙ヲ用フ。

- A. 方眼紙上ニ一邊ノ長サ一様ノ正方形ヲ描キテ與ヘ、尺度デ
實測シテ此ノ各邊ノ長サ一様アルコトヲ知ラシメ而シテ後
此ノ正方形ノ面積ヲ一平方様ト云フコトヲ定義ス。

- B. 各邊二様平方ノ正方形ヲ描カシメ其ノ中ニ何程小サナ正方形
形ガ含有セラレルカヲ答ヘサセ、其ノ後幾平方様ナルカヲ明
瞭ニサセル。此ノ際平方様ノ數ハ縦横ノ方眼ノ長サノ積ヨリ
來ルコトヲ暗示セヨ。

- C. 3様, 4様, 5様ノ長サヲ一邊トスル正方形ヲ書キ幾平方
様ナルカヲ知ラシメ前問題ノ暗示ヲシテ明瞭ナラシメル。

- D. 3様ト4様ノ邊ヲ有スル矩形ヲ書キ之ヲ平方様ニ分ツ線ヲ
引カシム。小サナ正方形ガ何列アリテ各列幾ツアルカ? 此
ノ矩形ニハ平方様ガ幾ツ含マレテキルカヲ明カナラシメル。

- E. 5様ト3様ノ矩形ヲ描カシメテ其ノ求積ノ式ト答トヲ明記
セシムルコトニ努力スル。此ノ爲ニハ

$$(1) \quad 3 \text{ 平方様} \times 5 = 15 \text{ 平方様}$$

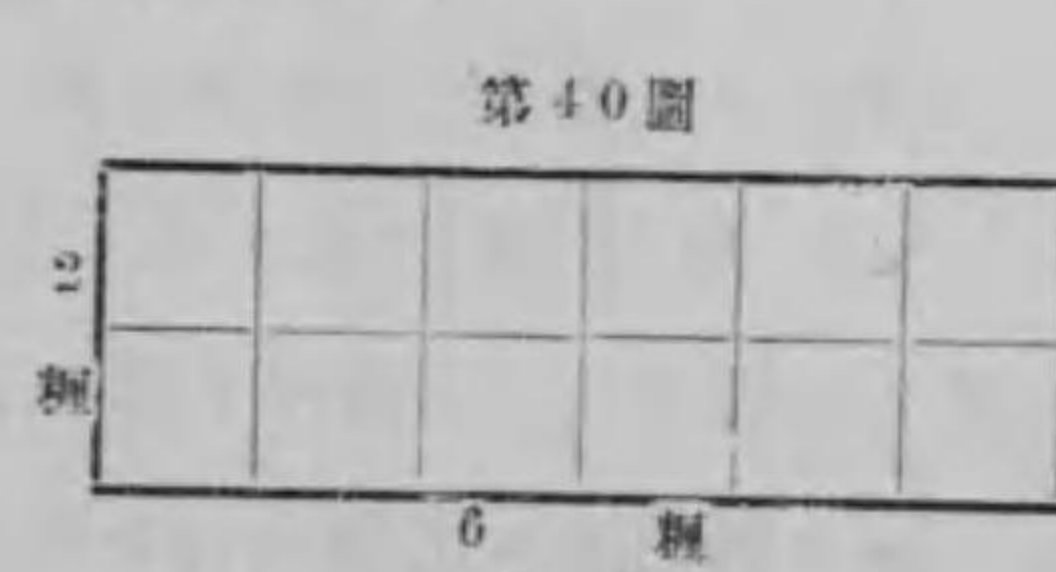
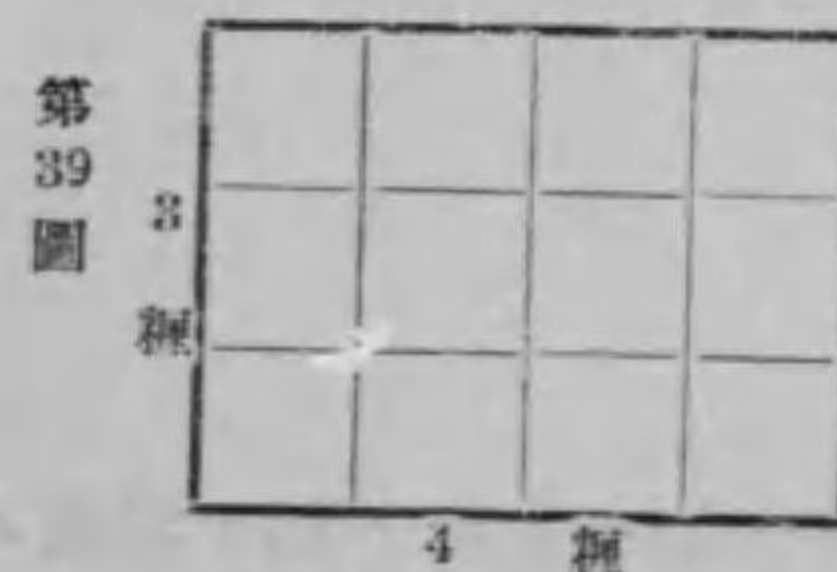
$$(2) \quad 5 \text{ 平方様} \times 3 = 15 \text{ 平方様}$$

此ノ(1), (2)ノ二法アルコトハ紙ヲ廻轉シテ考ヘラレル。

- F. 方眼紙上ニ4様ト3様ノ矩形ト6様ト2様ノ矩形トノ二ツ
ヲ描キ各矩形ヲ平方様ニ分ケテ研究サセ、然ル後ニ

$$4 \times 3 = 6 \times 2$$

ナルコトヲ確立セシム。ソシテ此ノ様ナ類似ノ事ガアラバ兒
童ニアゲサシテ發見的頭腦ヲ養成スル。



§ 34. 縮圖觀念導入

A. 教室ノ黑板ノ大サヲ測定シ長サ2米幅1米アル事ヲ知リテ今正シク此ノ圖ヲ畫カントセバ紙面ノ都合上實ニ不便ナルコトヲ兒童ニ察セシム。然シ如何ニモシテコレヲ小サキ圖ニ描カネバナラス。

然ラバ如何ニスベキカ?

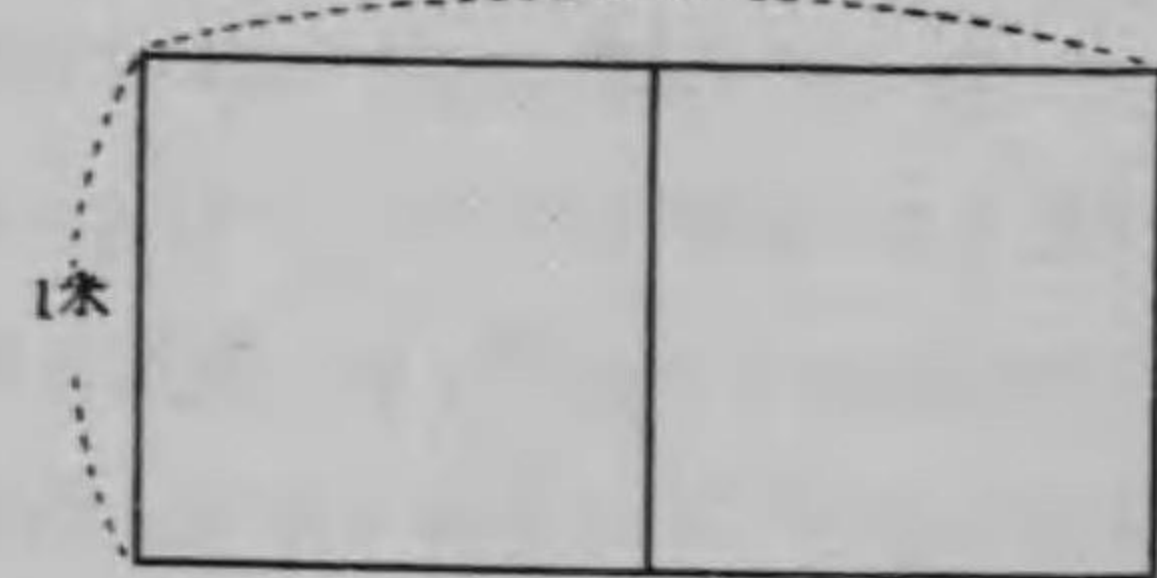
今黑板ノ $\frac{1}{40}$ ノ長サデ以テ描ケバ如何ナルカ?

其ノ時長サハ何程ニシテ幅ハ何程ナルカ?

等ト研究シテ後尺度ト三角定規デ描クノデアル。

下ニ示ス縮圖ハ此ノ塗板ノ實際ノ長サノ $\frac{1}{40}$ ヲ以テ描イタノデアル。コレヲ $\frac{1}{40}$ ノ縮圖ト云フ。

第41圖
2米



B. $\frac{1}{10}$ ノ縮尺ヲ以テ次ノ長サノ線ヲ引カシム。

1米, 15 糎, 45 糎

C. 次ノ如キ實際ノ活材料ヲ取リテ $\frac{1}{10}$ ノ縮圖ヲ描カシム。

(a) 1米半 ト 75 糎ノ黑板

(b) 2米半 ト 1米半ノ扉

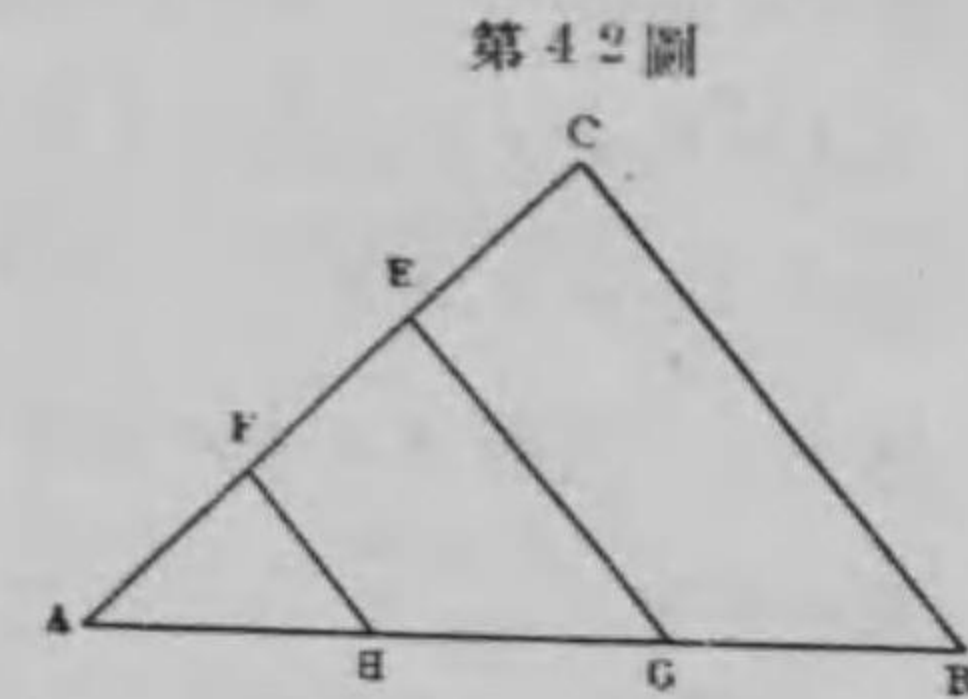
(c) 兒童自身ノ居ル机ノ上面

又コレ等ヲ $\frac{1}{20}$ ノ縮尺デ描ケ。

D. ココニ難問題ニ出會フコトガアル。即チ1粉ノ如キ實線ノ

三分ノ一ノ縮圖ヲ畫クニハ計算上ハ困ル。此レハ次ノ如ク作圖スレバヨイ。

ABノ線ヲ1粉トスル。其ノ一端AヨリACノ如キ線ヲ引ク。ACナル線ハ其ノ長サハ任意デアルカラ容易ニ三等分出來ル。ソシテ其ノ各分點ヲ

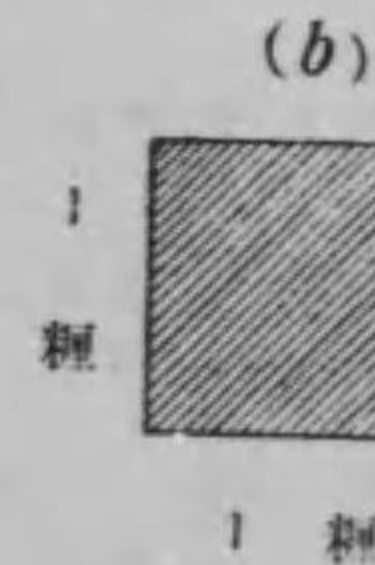


F, E, Cトセヨ。CBヲ結合シテCBニ平行ニEG, FHヲ引キABトノ交點ヲG, Hトセヨ。然ラバA, BハHGニヨリテ三等分セラレルノデアル。此ノヤウニシテ計算ノ難イモノニテモ等分シテ縮圖ニ應用スルコトヲ得ルノデアルガ實際ニハ計算ニ依リ近似值的ニスレバヨイ。

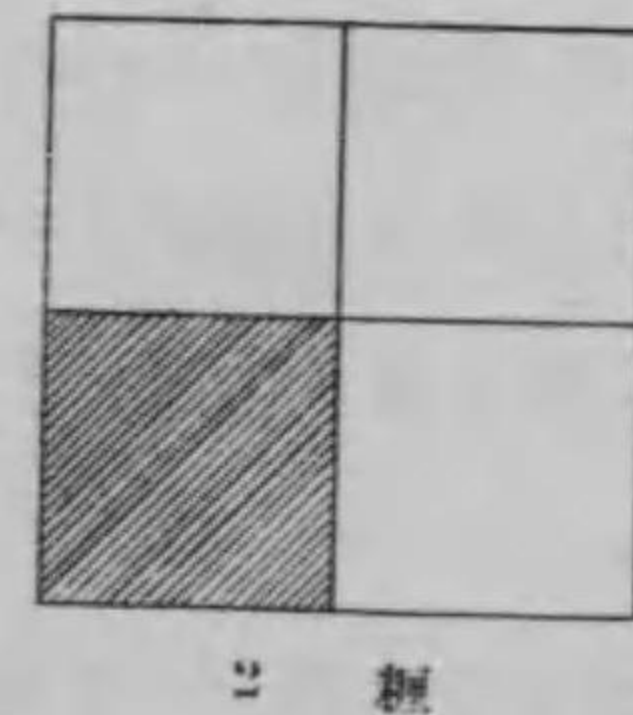
E. 今茲ニ特ニ注意スベキハ縮圖ニ畫ケル所ノ面積ハ實際ノ面積ト比較シテ甚ダ異ルコトデアル。即チ實際ノ面積ノ平面圖形ヲ $\frac{1}{2}$ 又ハ $\frac{1}{3}$ …… 等ノ縮圖ニ畫クニ其ノ面積ハ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ …… トハナラナイコトハ直チニワカル。

然ラバ如何ニナルカ?

(a)



第43圖



上圖ヲ見ルニ圖(a)ト圖(b)ニ於テ(a)ハ實面積ヲ表ハス平

面圖形トスレバ (b) ハ $\frac{1}{2}$ ノ縮圖デアル。

然ルニ面積ハ $\frac{1}{4}$ トナツテ居ル。

其ノ他色々ノ平面圖形モカヤウニ縮圖セバ其ノ面積ノ關係ハ如何ニナルモノカ。

即チ「實際ノモノノ縮圖ニ對スル面積ノ比ハ其ノ縮比ノ二乗ニ等シ」

コレヲ多角形ニモ應用スレバ實ニ有効デアツテソシテ地理科ト相俟ツテ縮圖觀念ヲ一層確實ニスル事ガ出來ルノデアル。

§ 35. 面積實測問題 (I)

A. 次ノ圖ハ 1 粉平方ヲ示ス。今其ノ各邊ヲ十等分ス。

此ノ正方形ノ面積ハ一平方粉ナル故ニ幾個ノ小正方形ニ分タレテキルカ。

勿論 0.01 平方粉ナルコトハ明カデア

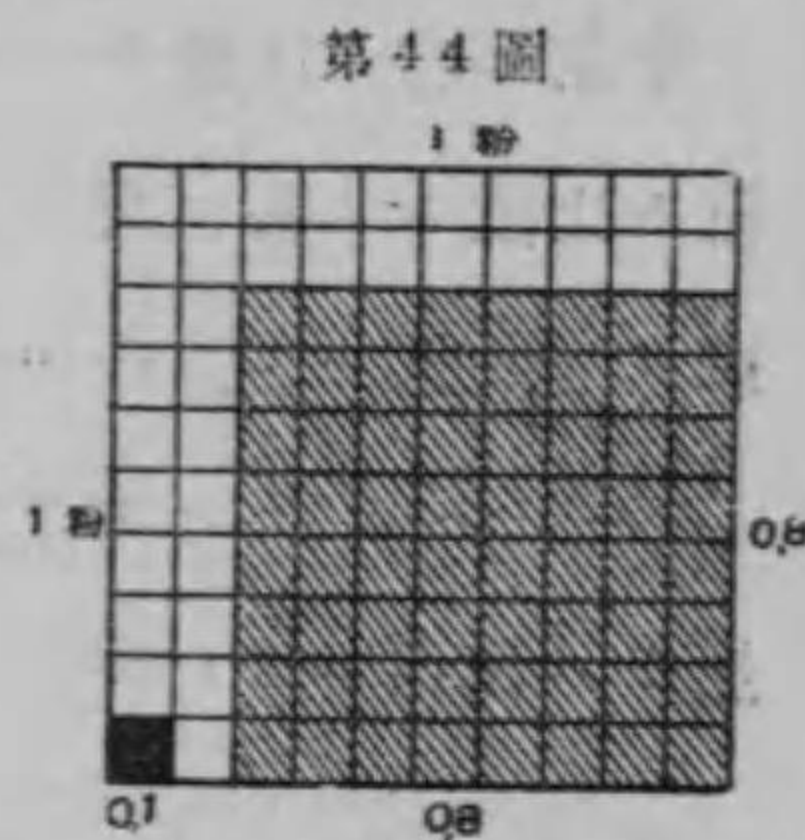
アル。然ラバ 0.1 粉ヲ一邊トスル

正方形ノ面積ハ如何?

0.1 × 0.1 ノ値ハ如何?

即チ 0.01 平方粉デアル。

コレハ又一平方粉デアルコトモ圖ニヨリテ明カデア



B. 上ノ圖ニ於テ各邊 0.8 粉ナル正方形即チ 8 粉平方ノ正方形ヲ見ヨ。

(a) 其ノ中ニ含マレテ居ル小正方形ヲ數ヘテ一平方粉ガ何程アルカ考ヘシム。

(b) 0.8 × 0.8 ノ値 即チ 8 平方粉 × 8 ノ値ヲ見出セ。

然ラバ前ト如何ナル關係ヲ有スルカ。

カクシテ發見的ニ表ハレル定理ハ何カ?

C. 次ノ圖ハ 0.9 粉ト 0.5 粉ヲ二邊トスル矩形ヲ表ハス。

此ノ面積ヲ計算スル順序ヲ下ニ述ブ。

(a) 一平方粉即チ 0.01 平方

粉ガ何程其ノ中ニアルカ

ヲ數ヘテ求メヨ。

(b) 實際ニ 0.9 ト 0.5 ト掛

ケテ求メヨ。

(c) ニツノ結果ヲ比較シテ以テ其ノ證明ニ及ベ。

D. 其ノ他色々ナ小數ノ長サヲ一邊トシタル正方形ヲ畫キテ以テ數ヘルコトト計算スルコトトニヨリテ其ノ面積ヲ求メ其ノ關係ヲ發見セヨ。

E. 今茲ニ注意スベキハ相乘ズベキ長サハ同單位ノモノニ限ルコトデア

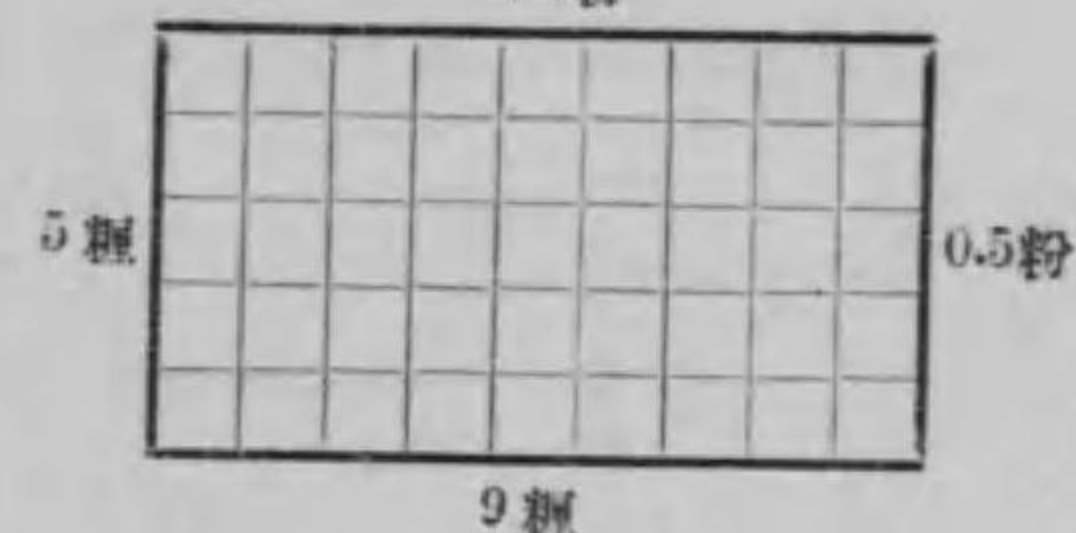
アル。モシ同單位ナラザレバ有意味ノ面積即チ平方何ト云フ事ハ出來得ナイノデア

§ 36. 比ノ觀念導入

同種ノ二ツノ量ノ比トハ第一ノ量ガ第二ノ量ヲ含ム度數即チ

第 45 圖

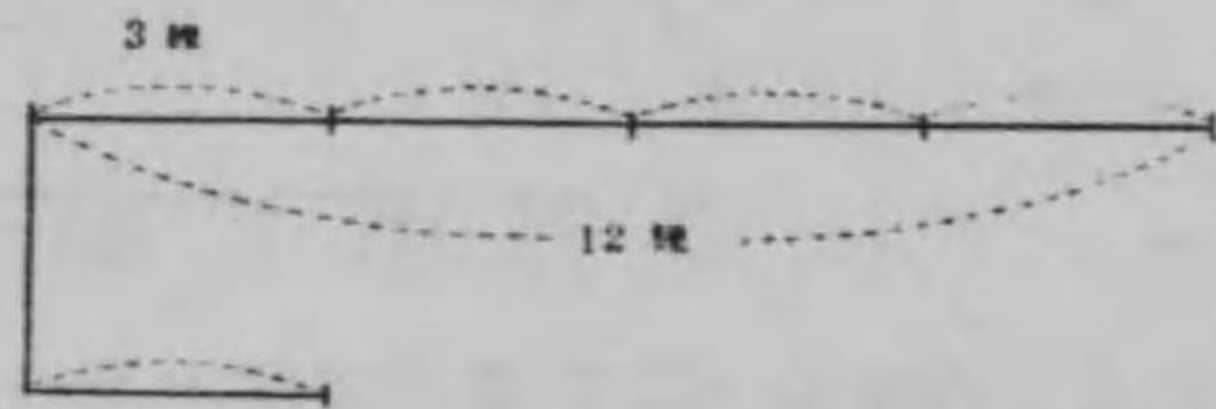
0.9 粉



第一ノ量ガ第二ノ量ノ幾倍ナルカヲ示ス分數ニ等シイ。此ノ比ノ成立ノ條件ヲヨク兒童ニ徹底サスレバ直チニ比ノ觀念ハ導入シ得ルノデアアル。

先ヅ第一ニ比ノ値ノ求メ方ヲ練習シナケレバナラナイ。例ヘバ 12 糎 : 3 糎 ノ値ハ何程カト云フニ下ニ示ス如ク 12 糎ノ圖ヲ畫キテコレヲ 3 糎ヅツニ切り取り、丁度 4 度デナクナルコトヲ知り比ノ値ハ 4 デアルコトガワカル。

第 46 圖



12 : 3 ノ如キ場合ニハ比ノ値ハ容易ニ知ルコトガ出來ル。

即チ $12 \div 3 = 4$ トナル。

サレド 10 : 3 ノ如キ場合ハ如何ト云フニ圖解シテモ出來得ナイノハ勿論ノ事、計算デモ求メルコトハムヅカシイ。

此ノ場合ニハ 10 : 3 ノ値ハ $\frac{10}{3}$ デアルトシテオケバヨイノデアアル。即チ分數ハ分子ガ分母ニ對スル比ノ事デアアル。

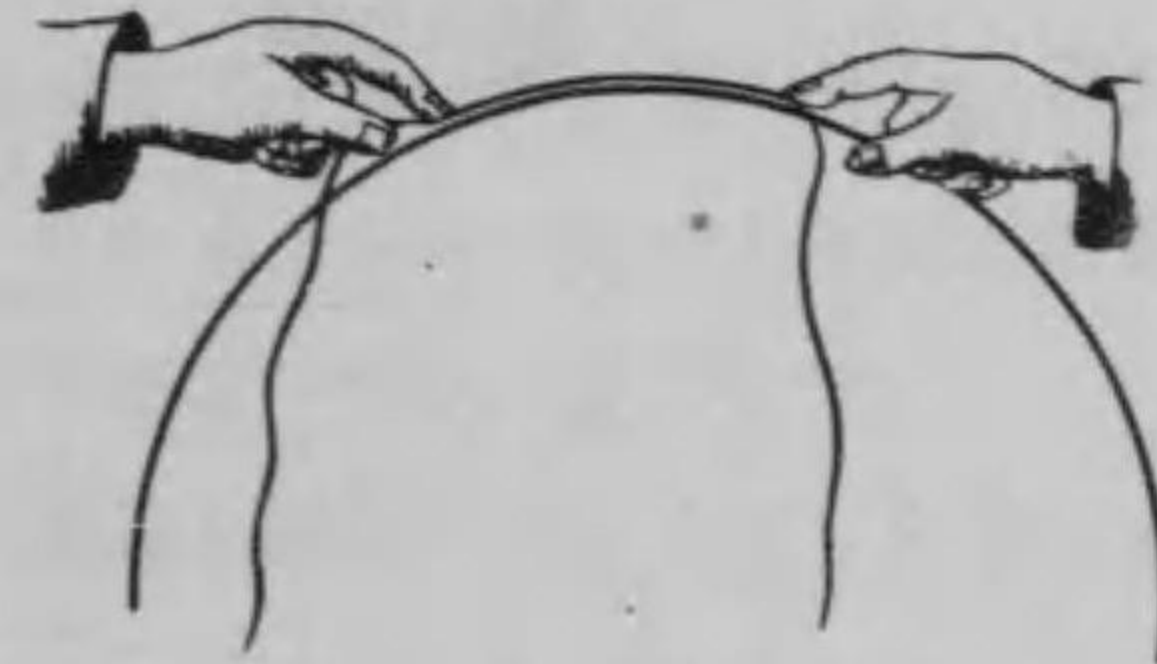
此ノ様ナ問題ヲ自分デ構成シテ以テ比ノ値ヲ求メル練習ヲナサシム。

§ 37. 圓周問題研究

- A. 圓壩及ビ輪ノ模型ヲ用ヒテ各々周ト直徑トヲ糎ニテ實測シ各々ノ場合ニテ圓周ト直徑トノ比ヲ求メヨ。

- B. 又(A)ノ場合ヲ、耗ヲ用ヒテ計算セヨ。
C. 床ノ上ニ大キナ圓ヲ畫キテ兒童ト共ニ測定シテ其ノ周ト直徑トノ比ヲ求ム。
凡テ此ノ様ナ圓周ヲ測定スルニハ下圖ニ示ス如ク糸ヲ用フルカ、又ハ尺度ヲ用フレバヨイ。

第 47 圖



第 48 圖

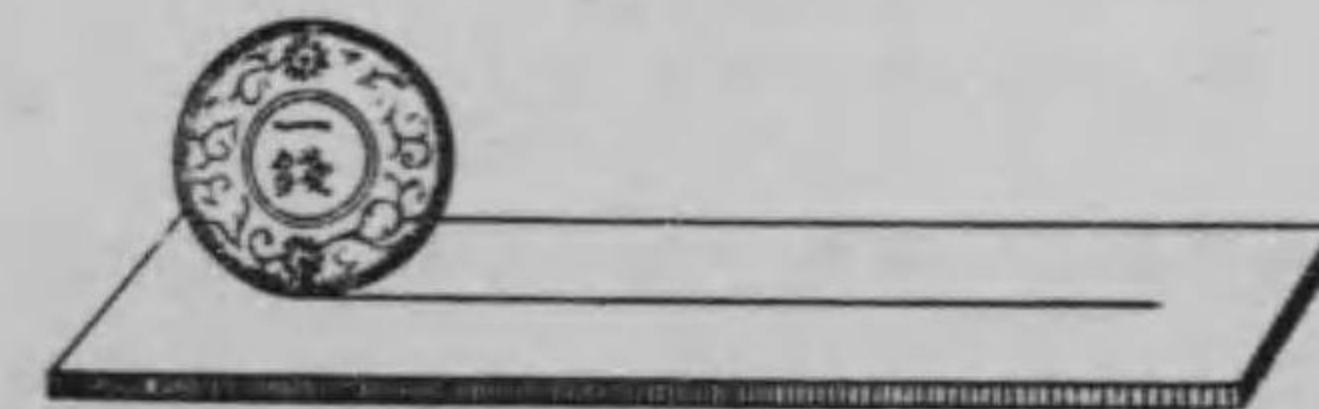


- D. 貨幣等ヲ用ヒテ實測スルニハソノ圓周上ニ印ヲ附シテ直線上ヲ同方向ニ轉ズレバ其ノ印ノ再ビ其ノ線上ニ來ルマデノ長サヲ測定シテ貨幣ノ周圍ト見ナシ、其ノ直徑即チ最大徑ヲ測定シテ

(圓周ノ長サ) : (直徑ノ長サ) = $\frac{\text{圓周}}{\text{直徑}}$
ヲ求ムルコトヲ得ル。

但シ此ノ場合ニ圓周ノ長サヲ精密ニ求メル爲ニハ唯一廻轉サセルノデナク、5 回、或ハ 10 回廻轉サセルガヨイ。

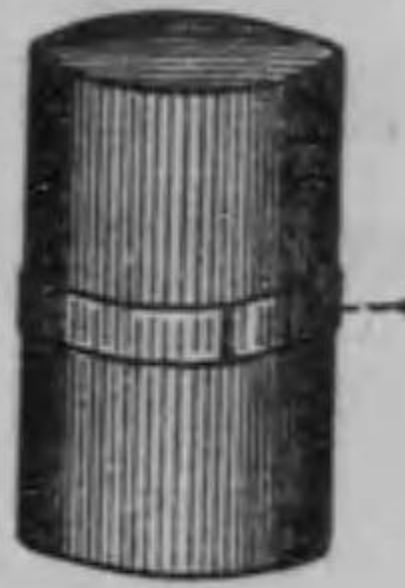
第 49 圖



E. 次ノ方法デ木製圓壺ノ周ヲ實測セヨ。

薄キ紙ノ條ヲ切リソレヲ固ク圓柱ニ卷キ附ケテ紙ガ重ツテキル所ニ針ヲ打チ次ニ紙ヲハナシテ二ツノ針ノ穴ノ間ノ距離ヲ測定セヨ。此ノ結果ハ圓周ノ長サデアアル。

第50圖



又ヨク注意シテ圓壺ノ直徑ヲ測定シテ直徑ノ圓周ニ於ケル比ヲ求ムルノデアアル。

F. 以上多クノ實驗ノ結果ヨリ總テノ場合ニ於テ圓周ノ直徑ニ對スル比ガ一定デアアルコトヲ發見スルデアラウ。

サテコレヲヨク注意シテ測定シ計算スルナラバ其ノ結果ハ $3\frac{1}{7}$ ニ近キコトヲ知ルノデアアル。尙正確ニ測定スルナラバ 3.1416 ナルコトヲ認メルノデアアル。

而シテ如何ナル圓ニ於テモ圓周ノ長サハ直徑ノ長サノ 3.1416倍デアアルコトヲ理解スルコトガ出來ルノデアアル。但シコレハ便宜ノ近似値デアツテ眞ノ値デハナイ。

此ノ意味ニ於イテ此ノ比ノ近似値トシテ $3\frac{1}{7}$ ヲ用フル事ガ往々アル。ヨツテ次ノ式ハ眞デアアルコトガワカル。

$$\begin{aligned} \text{圓周} &= \text{直徑} \times 3.1416 \\ &= \text{半徑} \times 2 \times 3.1416 \\ &= \text{半徑} \times 2 \times 3\frac{1}{7} \end{aligned}$$

然シ乍ラ前ニモ注意シタ如ク此ノ比ノ値ハ小數點下限リナク

續クモノデアツテ世界ノ「レコード」トシテハ707桁マデ正シク求メタモノガアル。(英國 W. Shanks) 併シ兒童トシテハ其ノ近似値ノ $3\frac{1}{7}$ 位デヨイノデアアル。(或ハ一層3.14デモヨイ。)

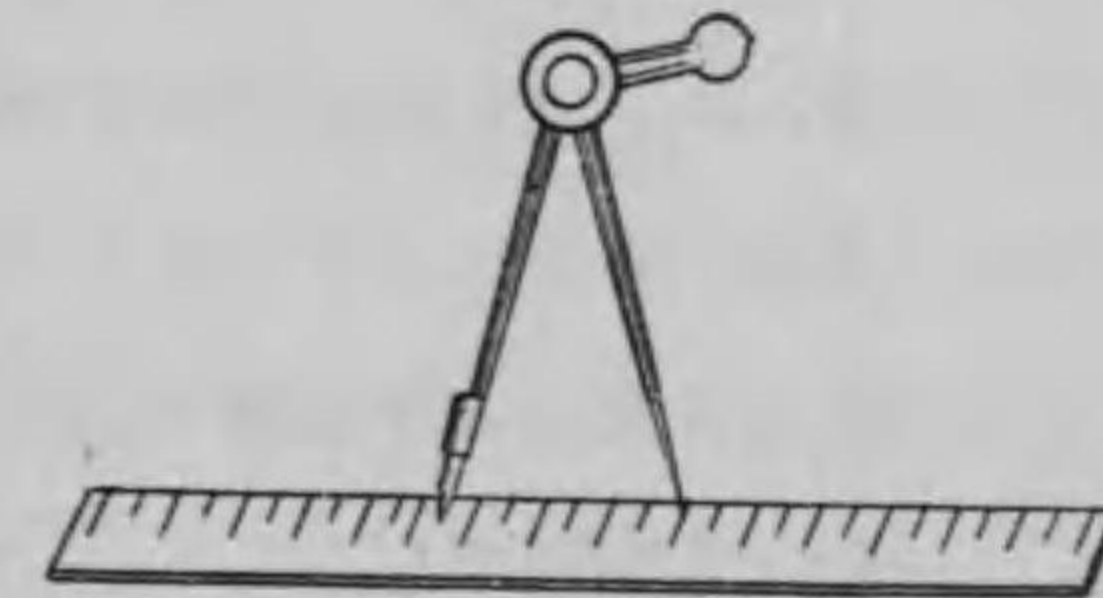
此ノ様ナコトハ兒童ニ大ナル發見的暗示ヲ與ヘルモノデアツテ數學ニ大ナル興味ヲ惹起スルモノデアアルカラ特ニ教授者ニ注意シタイノデアアル。

G. サテ今度ハコンバスマヲ用ヒテ $3\frac{1}{2}$ 種ヲ半徑トスル圓ヲ畫キテ其ノ長サヲ實地測定セシメ直徑ヲ 3.1416 倍セル長サトノ差即チ誤差ヲ求メヨ。

此處ニ注意スベキ問題ガ二ツアル。

(a) 「コンパス」デ圓ヲ畫クノニ其ノ開キノ大サハ次ノ圖ニ示ス様ニセヨ。

第51圖



(b) 誤差ト云フ問題デア
ルガ兒童ノ検査デハ實
ニ大ナル誤差ヲ有スル
モノデアツテ其ノ誤差

ヲシテ極メテ小サクナス様ニ努力セネバナラス。

H. 圓周ヲ求ムルコトハ上ニ數々述べタノデアアルガ其ノ逆算トシテノ直徑ヲ求ムルコトモ知ラナケレバナラナイ。例ヘバ直徑ヲ測定スルコトガ出來ナイ直立セル樹木等ノ直徑ヲ測ル場合ノ如キデアアル。

木ノ周圍ヲ測定シテ s ノ長サガアツタトキ其ノ直徑 d ヲ求ムルニ如何ニスルカト云フニ

$s = d \times \pi$ π ハ圓周率ヲ表ハス

デアルカラ

$d = s \div \pi$ デアルコトヲ直チニ了解スルコトガ出來ル
ノデアル。

§ 38. 坐標觀念導入

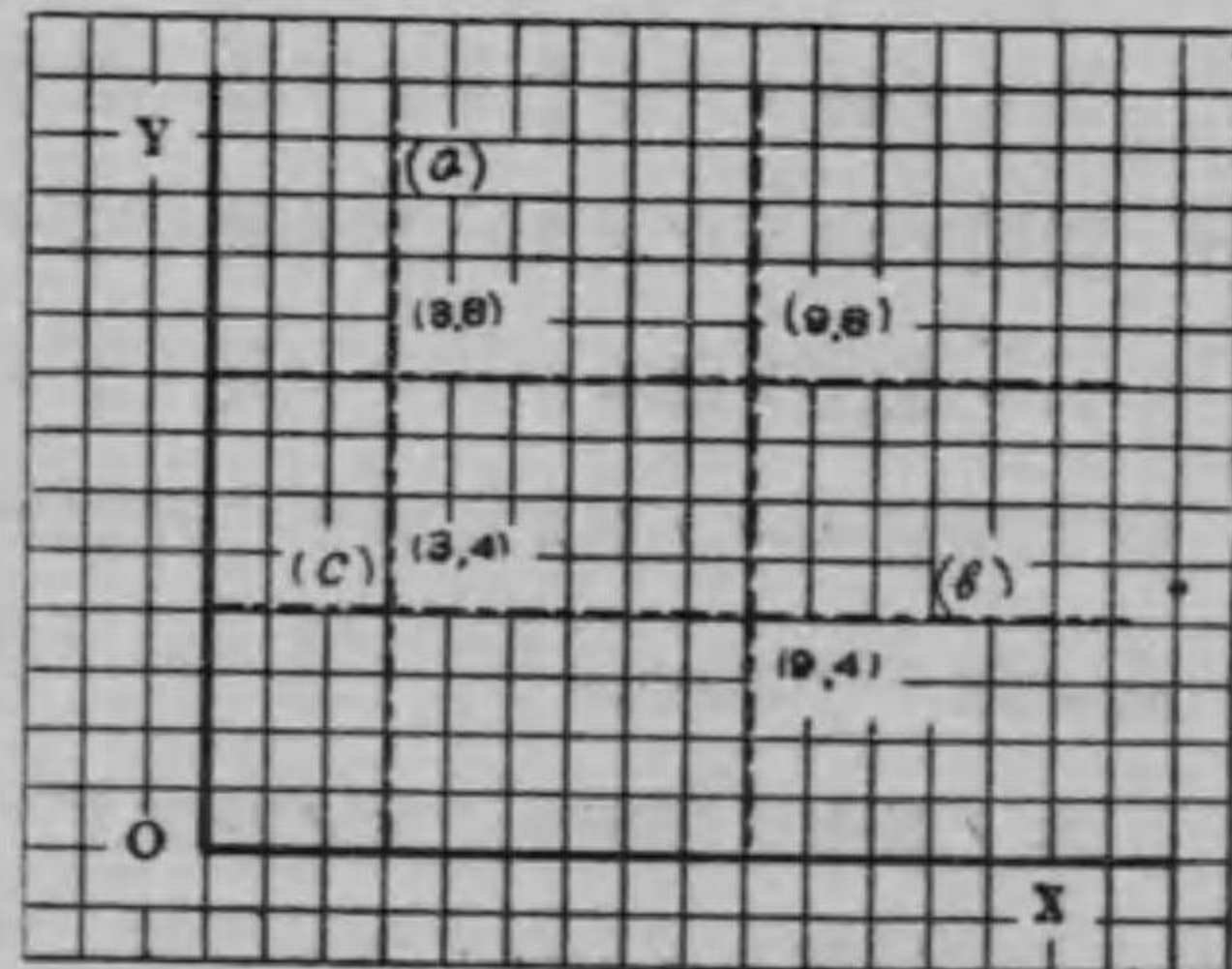
一般ニ幾何學上點ト云フコトニ關シテ研究スルコトハ實ニ困難ナコトデアル。ナントナレバ點トハ面積モ體積モ有シナイ唯空間ニ位置ノミ存スル假想的印ヲ意味スルモノデアルカラデア
ル。カク言ヘバ餘リニムヅカシイ様デアルガ之ヲ描クニハナル
ベク小サクシテソレガ點ト見ナサレルナラバ足リル。

而シテ多クノ點ガアツテ始メテ面上ニ平面圖形ヲ作り點ノ位
置ガ空間ニアレバ立體圖形トナルノデアル。故ニ點ハ幾何學諸
項目ノ基礎トナルモノデアルコトヲ知ラナケレバナラス。ヨツ
テ點ノ位置ヲ決定スル法則ヲ述ベヨウ。

A. 一枚ノ方眼紙ヲ取

第52圖

リ左下ノ隅ニ原點O
ヲ取り、横ニOXヲ、
縦ニOYヲ引ケ。
OYヲ去ル三單位ノ
所ニ數多ノ點ヲ打チ
是等ノ點ヲ過ギル縦
横ノ線ヲ作ラシム。



但シ目盛ノ小ナルモノハ單位長ヲ表ハスモノデアル。

B. OXヲ去ル三單位ノ距離ニアル數多ノ點ヲ打チ是等ノ點ヲ
過ギル縦横ノ線ヲ畫カシム。

C. OYヲ去ル三單位、OXヲ去ル四單位ノ條件ヲ兩方トモカ
ネル點ハ幾個アルカ?

D. OYヨリ9單位、OXヨリ8單位ノ距離ニアル點ヲ打ツテ
此ノ點ヲ(9,8)ト名ヅケルモノトス。

此ノ様ニシテ次ノ様ナ點ヲ直チニ求メ得ル様ニセヨ。

(7,8), (6,5), (9,5), (12,3)

E. 今度ハ二點ヲ打チテコレヲ結合セヨ。即チ二點ヲ結ブ直線
ヲ導クノデアル。

例ヘバ次ノ如キ問題ヲ與フ。

(1) (9,8), (4,6) ヲ通ル直線ヲ作レ。

(2) (3,4), (7,0) " "

(3) (3,7), (7,3), (7,7) ヲ頂點トスル三角形ヲ作レ。

(4) 矩形ノ三頂點ヲ(2,2), (2,8), (10,8)トス。

此ノ矩形ヲ畫ケバ第四頂點ハ何處ニアルカ?

(5) 次ノ二點ヅツヲ打チ且ツ之ヲ結ブ直線ヲ作ツテ其ノ交
點ヲ定メヨ。

(6,10), (6,1) 及ビ (0,4), (9,4)

F. 點Oヲ原點ト云ヒ、直線OX, OYヲ軸ト云フ。或點ノ軸
ヨリノ距離ヲ其ノ點ノ坐標ト云フ。

G. (1,2) (1,8) (10,2) (10,8) ヲ頂點トスル矩形ヲ畫キ

各小正方形ノ一辺ヲ一単位

シテ其ノ面積ヲ數ヘヨ。

又此ノ小正方形ヲ數ヘル代

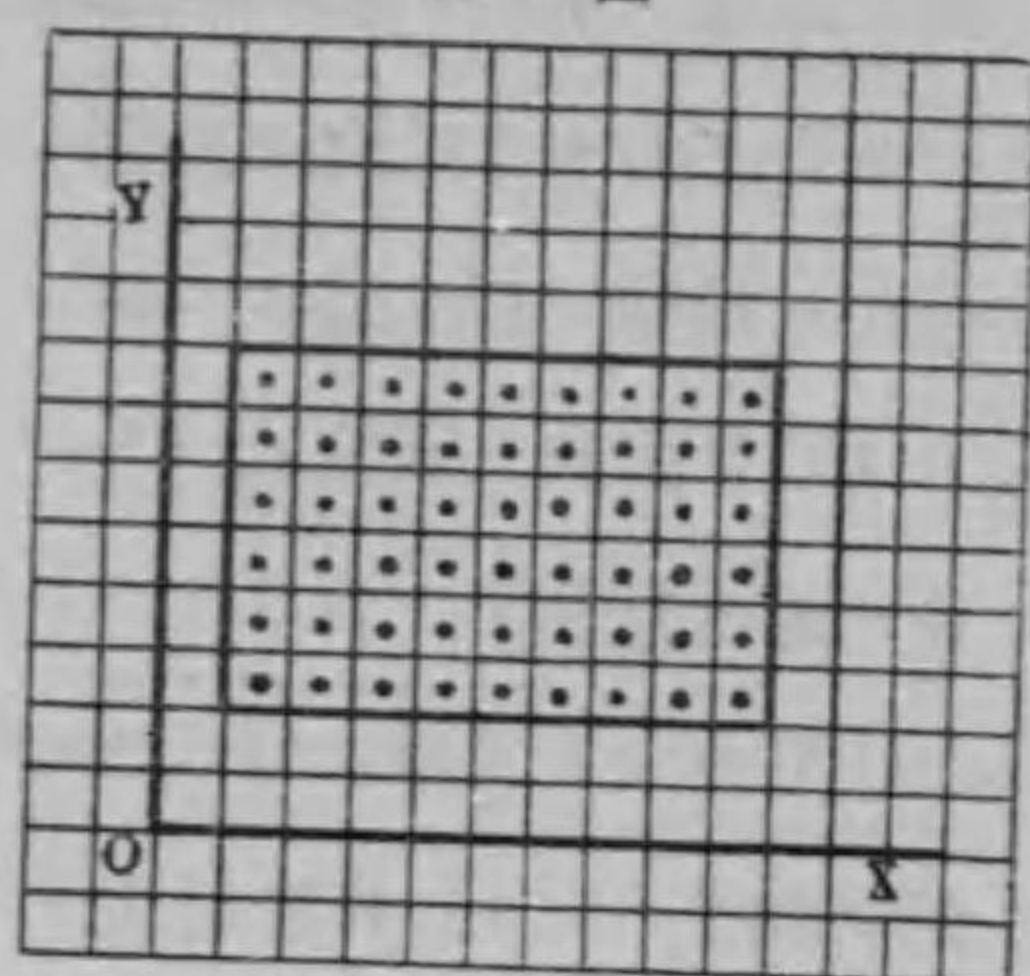
リニ計算ニヨリテモ此ノ矩

形ノ面積ヲ求メヨ。

而シテ兩方ノ面積ヲ比較セ

ヨ。

第53圖

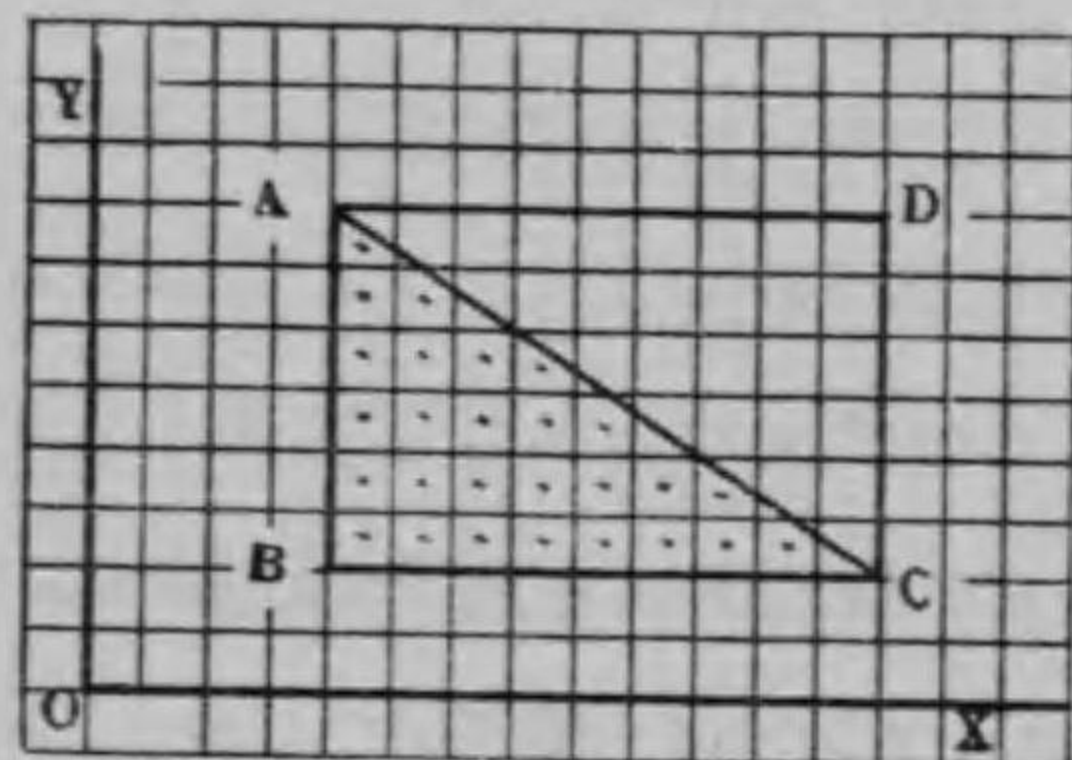


H. 次ノ點ヲ打テ名ヲツケヨ。

A (3,8), B (3,2), C (12,8), D (12,2)

矩形 ABCD ト三角形 ABC ヲ畫キ小正方形ヲ數フルコトニ

第54圖



ヨリテ面積ヲ求ム。

此ノ事ニヨリテ三角形ノ

面積ノ矩形ノ面積ニ對スル

割合ヲ求メル事ガ出來ル。

此ノ際數ヘル場合ニハ小正

方形ノ半分ヨリ大ナル數ハ

コレヲ1ツトシ小ナル數ハコレヲ省略スレバヨイ。

I. 三頂點ガ夫々 (2,1), (4,8), (10,1) ナル三角形ヲ畫キ小

正方形ヲ數ヘル事ニヨツテ此ノ三角形ノ面積ヲ求メヨ。(但

シ小正方形ノ一辺ハ一單位トス)

又此ノ問題ヨリ次ノ問題ヲ解ケ。

(1) 底邊ノ中ニ單位ノ長サ何程アルカ?

(2) 高サノ中ニ單位ノ長サ何程アルカ?

(3) (1) (2) ノ積ノ半分ヲ求メヨ。

(4) 此ノ結果ト前測定ノ結果トヲ比較セヨ。然ラバ如何ナルコトヲ發見シ得ルカ?

J. 次ノ様ナ點ヲ結ンデ得ラレル平行四邊形ノ面積ヲ測定セヨ

A (3,8), B (3,2),

C (12,2), D (12,8),

E (9,8), F (18,8).

ABCD ハ矩形, EBCF

ハ平行四邊形デアル。

$\triangle ABE$ ト $\triangle DCF$ トヲ

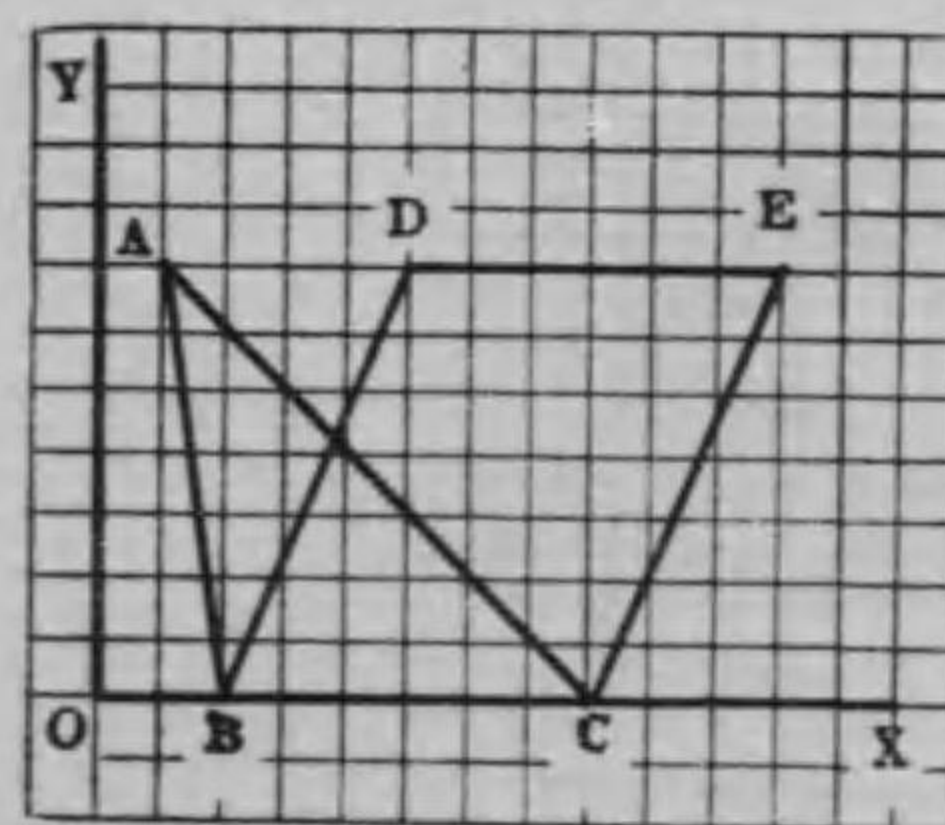
比較セヨ。相等シキコ

トハ直チニ判ルデアラウ。ヨツテ矩形ト平行四邊形トノ面積ヲ比較セヨ。

然ラバ直チニ平行四邊形ノ面積ノ求メ方ガ案出サレル。即チ底邊 \times 高サニシテ之レ等底等高ノ矩形ノ面積ニ等シイ。

K. 次ノ如キ點ヲ描カシメ且ツ命名サス。

第56圖



A (1,7), B (2,0),

C (8,0), D (5,7),

E (11,7)

三角形 ABC, 平行四邊形 DBCE

ヲ畫ケ。各々ノ面積ヲ測定シ且

ツ比較セヨ。又次ノ様ニ測定セ

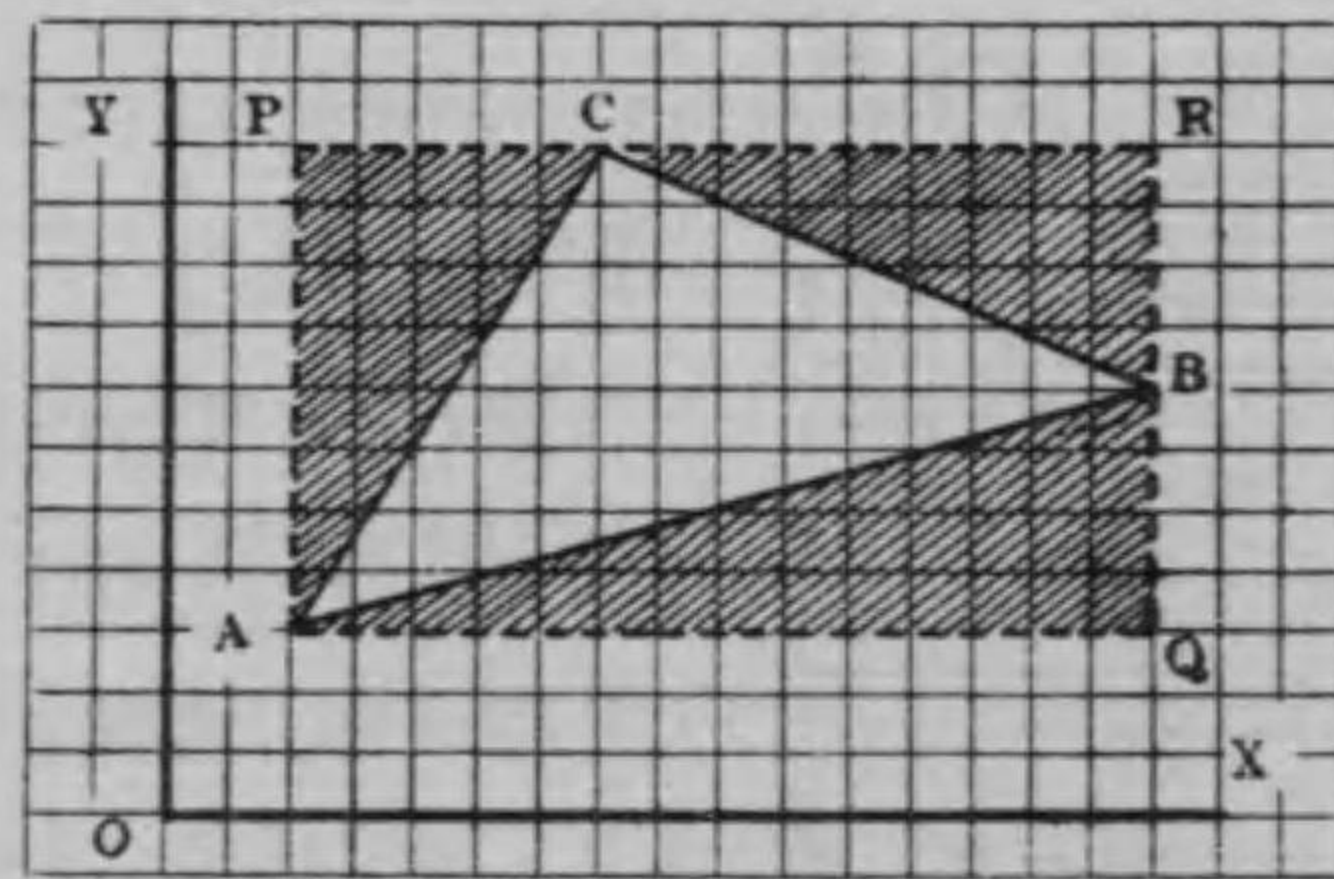
ヨ。

- (1) Dヨリ OXニ至ル垂線ヲ測定セヨ。
- (2) Aヨリ OXニ至ル垂線ヲ測定セヨ。
- (3) 平行四邊形 BCEDノ底邊ニ其ノ高サヲ乗ゼヨ。
- (4) 三角形 ABCノ底邊ニ高サノ半分ヲ乗ゼヨ。
- (5) 上ノ二ツノ結果ヲ比較セヨ。
- (6) 此ノ様ナ教法ニヨツテ三角形、平行四邊形ノ面積ノ求メ方ヲ練習シ、又其ノ間ノ面積ノ關係ヲ知ル事ガ出來ル。

I. 今マデ示セルモノハ底邊及ビ高サヲ見テ求メ得ルモノデア
ルガ若シモ次ニ示ス圖ノ如ク高サモ底邊モ共ニ不明ノ様ニ見
エルトキハ如何ニスルカ。

此ノ時ニハ次ニ示ス様ニ圖ヲ直セバヨイ。即チ三角形 ABC
ヲ方眼紙上ニ畫ケ。然ラバ此ノ面積ヲ求メルニハ圖ニ示スガ
如ク各頂點ヲ通り縦横ノ坐標軸ニ平行ニ線ヲ引キテ得タル矩
形ノ面積ヲ求メ而シテ三角形ト矩形トノ間ニアル三角形ノ面
積ヲ減ズレバヨイ。

第57圖



即チ

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \text{矩形 } AQR P - \triangle PAC \\ &\quad - \triangle CBR \\ &\quad - \triangle BQA \end{aligned}$$

今一方眼ヲ一平方米トセバ

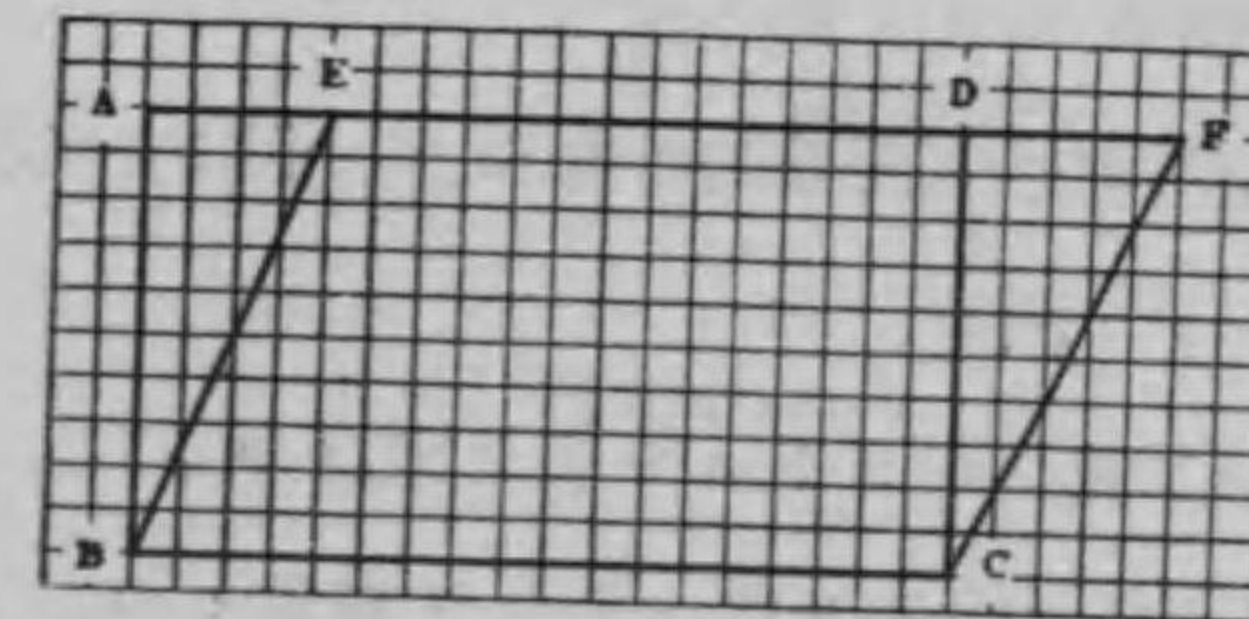
$$\begin{aligned} \triangle ABC &= 112 \text{ 平方米} - 20 \text{ 平方米} \\ &\quad - 18 \text{ 平方米} \\ &\quad - 28 \text{ 平方米} \end{aligned} \Bigg\} = 46 \text{ 平方米}$$

又「コンパス」ヲ利用スレバ求メントスル三角形ノ底邊 AB
ノ長サヲ軸上ニアテ、ソノ長サヲ求メルモヨク、又ハ ABガ
軸ト平行ニナルヤウニ合同ナ圖ヲ書キ直セバヨイ。

§ 39. 平行四邊形ノ求積及其應用

A. 一平方糎ノ眼ヲ有スル方眼紙上ニ底邊 18 糎高サ 10 糎ノ矩
形 ABCD (第58圖) ヲ描ケ。AD上ニ任意ノ點 Eヲ取リ BE
ヲ結ベ。CFヲ BEニ平行ニ引キ ADノ延長トノ交點ヲ Fト
セヨ。

第58圖



然ラバ EBCFハ平行四邊形ニシテ矩形 ABCDト同ジ高サト

同ジ底トヲ有ス。次ノ如ク測定セヨ。

(a) ABCF ヲ切り取り之レヨリ又 ABE ヲ切り取り $\triangle ABE$ ヲ $\triangle DCF$ ノ上ニ置キテ比較觀察シテ見ヨ。

(b) 平行四邊形 EBCF ヲ切り取り其ノ $\triangle DCF$ ヲ移動シテ $\triangle ABE$ ノ位置ニ至ラシメ矩形 ABCD ヲ作レ。

(c) 平行四邊形ト矩形ノ面積ヲ比較シテ如何ナルコトヲ發見スルカ?

又各々ノ圖形ニアル小正方形ヲ數フルコトニヨリテ比較考究セヨ。

(d) 以上實驗觀察ニヨツテ平行四邊形ノ面積ハ等底等高ノ矩形ノ面積ニ等シキ事ヲ發見シ、從ツテ此ノ場合ニハ (18×10) 平方糎 ト計算スルコトニヨリテ求メラレ。依ツテ次ノ平行四邊形ノ求積公式ヲ得ルノデア。ル。

$$\text{平行四邊形ノ面積} = \text{底邊} \times \text{高サ}$$

此ノ際特ニ注意シテ平行邊間ノ距離 DC ヲ平行四邊形ノ高サトイフコトヲ徹底スルヤウ教ヘネバナラス。

B. 練習帳ノ上ニ底邊 16 糎、高サ 9 糎 ノ平行四邊形ヲ畫ケ。

而シテ次ノ測定ヲセヨ。

(a) 此ノ平行四邊形ノ面積ヲ計算セヨ。但シ一方眼ヲ「アール」トシテ測レ。

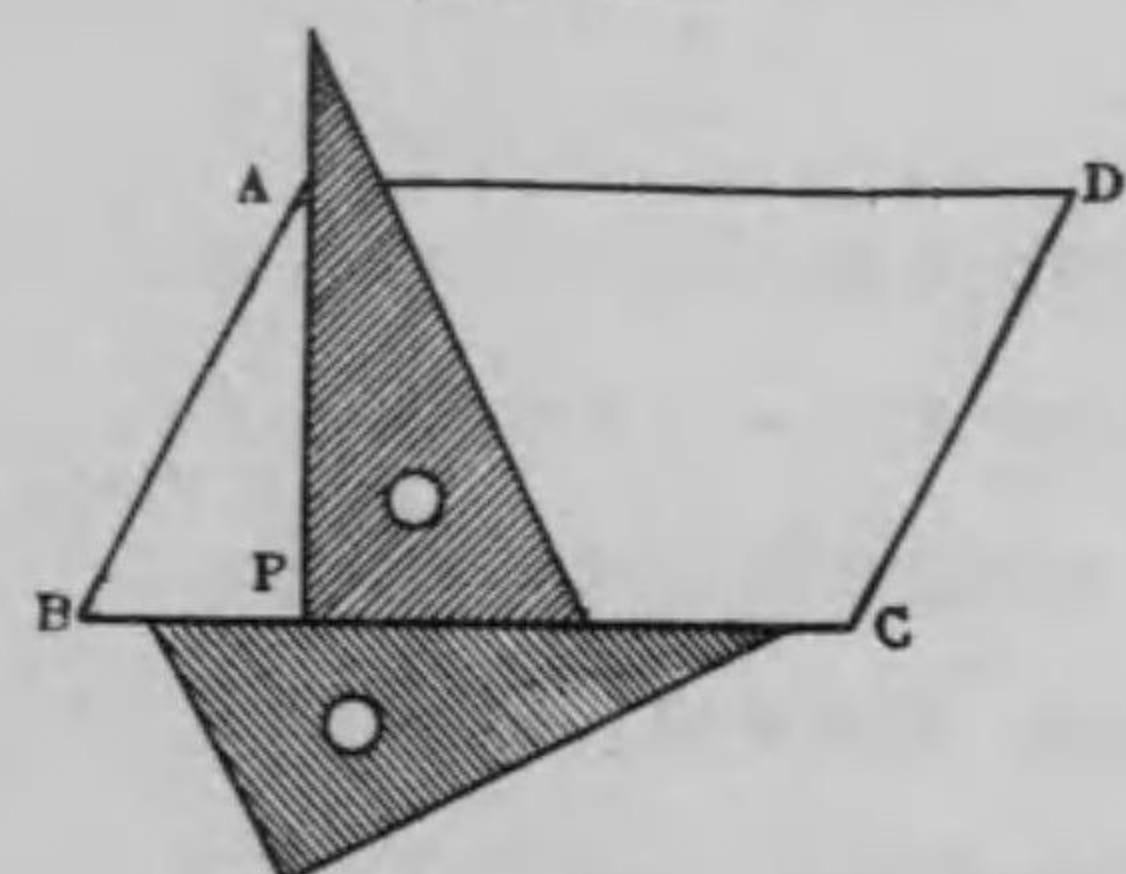
(b) 小正方形ヲ數フルコトニヨリテ求メヨ。

(c) AD 又ハ BC ヲ底邊ト考ヘテ之ヲ測定セヨ。

此ノ時平行四邊形 ABCD ノ向ヲカヘテ BC ヲ底邊トス

レバ AB 又ハ CD ハ高サデハナイ。然ラバ高サハ如何ナルコトニヨツテ測定スルカト云フニ第59圖ニ示ス如クスレバ高サハ AP ニ等シイ。故ニ BC ヲ底邊トシテ AP ヲ高サトシテ矩形ノ面積ヲ求メルコトニヨツテ求メラレノデア。ル。然シ乍ラ AP ハ圖ニ與ヘテナイ線デア。ルカヲ何程アルカ直チニ測ル事ハ出來ナイ。コレヲシラベルニハ相當考慮ヲ要スル。即チ BC ニ定規ヲアテ、他ノ定規ヲ之ニ直角ニ且ツ A ヲ通ルヤウニオキ高サ AP ヲ求メサセ之ヲ測ル。

第59圖



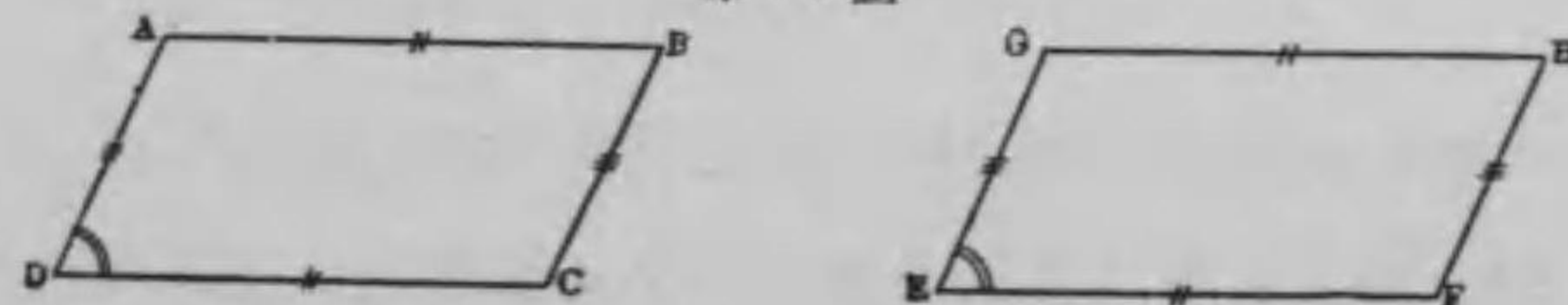
然ラバ $\square ABCD = BC \cdot AP$ トナツテ求ムルコトヲ得ルノデア。ル。

一般ニ此ノ如ク垂線ノ長サヲ求ムル場合ニハ上ニ用ヒタ

様ニシテ實測スルコトヲ得ルノデア。ル。ヨク斯様ナコトヲ注意サセタイ。

C. 平行四邊形 ABCD ヲ任意ニ畫ケ。ソシテ總テノ點ニ於テ ABCD ニ等シイ他ノ平行四邊形ヲ作ルニ必要ナ條件ヲ求メヨウトスルニハ如何ニスレバヨイカ。

第60圖



- (a) 一邊 DC ヲ測定シ之レニ等シイ直線 EF ヲ作レ。
- (b) $\angle ADC = \text{等シク} \angle GEF$ ヲ作レ。
- (c) EG ヲ DA ニ等シク作レ。

以上三要件ニヨツテ平行四邊形ヲ決定スル事ヲ得。

- (d) GH ヲ EF ニ平行ニ FH ヲ EG ニ平行ニ引ケ、而シテ其ノ交點ヲ H トセヨ。然ラバ求ムル平行四邊形ヲ得。

以上ノ實驗ニヨリテ平行四邊形ト同ジイーツノ平行四邊形ヲ作ル要件モ明カニサレタノデアル。コレヨリシテ平行四邊形ノ定義ヲ得ルデアラウ。即チ

- 1 相對スル邊ガ共ニ相等シキコト
 - 2 相對スル邊ハ共ニ平行ナルコト
 - 3 一雙ノ對邊ガ平行ニシテ且ツ等シキコト
 - 4 相對スル角ハ共ニ相等シキコト
- } 等デアル。

D. 前節ノ應用ヨリシテ下ノ事モ證明セラレルデアラウ。

同底邊ノ上ニ立チ同ジ平行直線間ニ挾マレテ居ルスベテノ平行四邊形ノ面積ハ之ト底邊及ビ高サヲ相等シクスル矩形即チ等底等高ノ矩形ノ面積ニ等シイ。

此ノ事項ハ前節ニモ述べタル所デアルガ、三角形等ノ場合ニモ應用セラレルカラ深く考究スル必要ガアル。

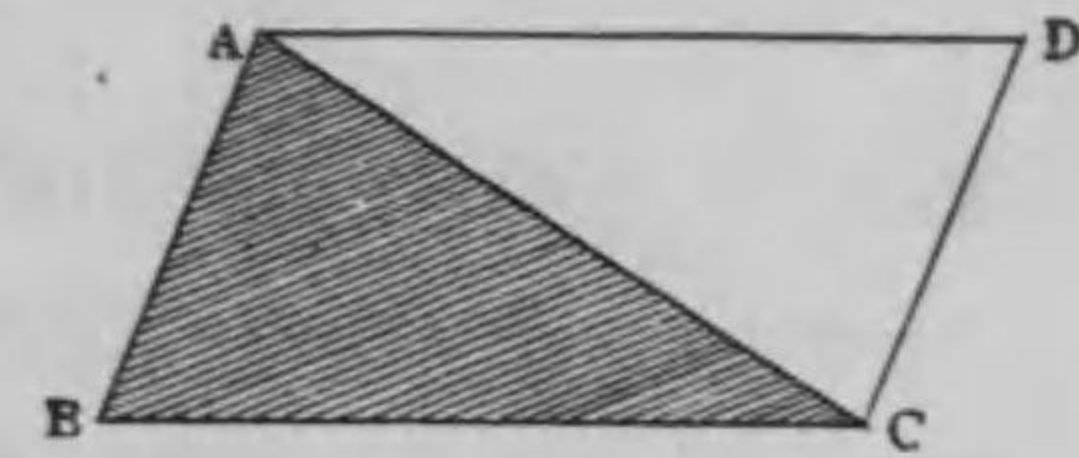
E. 平行四邊形 ABCD ヲ畫キ AC ヲ結ベヨ。次ニ DB ヲ結ベヨ。

而シテ平行四邊形ヲ切り抜キテ之ヲ又 AC ニ添ヒニツノ三角形ニ切り離シ、其ノ一ツヲ他ノ一ツノ三角形ノ上ニ向キヲ變

ヘテ重ネヨ。サウスルト如何ナルコトが起ルカ?

- (a) ニツノ三角形ノ邊
- ニツノ三角形ノ角
- ニツノ三角形ノ面積
- ニツキテ如何ナルコトヲ氣附クカ?

第61圖



此ノ問題ハ前節 (§32) ニ角ニツキテハ説明シタ。又本節ニヨツテ邊ハ平行四邊形ナル故ニ等シイコトハ言フ俟タナイコトデアル。

即チ此ノ三角形ハ重ネ得ルカラ合同ニシテ從ツテソノ面積ハ相等シイコトヲ知ル。ヨツテ此ノ平行四邊形ノ面積ノ半分ニアタルワケデアル。

(b) ヨツテ次ノ三角形求積ノ公式ヲ得ル。

$$\begin{aligned} \text{三角形ノ面積} &= \frac{1}{2} \times \text{平行四邊形 [等底, 等高] ノ面積} \\ &= \frac{1}{2} \times \text{底邊} \times \text{高サ [等底, 等高ノ平行四邊形]} \\ &= \frac{1}{2} \times \text{底邊} \times \text{高サ [三角形]} \end{aligned}$$

(c) ココニハ餘分ノ問題デアアルガ必要ナモノデアルカラ附記シテオク。即チ三角形ノ合同ノ定理デアル。(a) ニヨリテ其ノ暗示ヲ與ヘラレタル故ニ直チニ次ノ合同條件ハ説明ヲ要セズシテ明カデアラウ。ヨク注意シテ吟味サレタイ。

I ニツノ三角形ニ於テ三邊ガソレゾレ相等シキトキハ此ノニツノ三角形ハ合同デアル。即チ重ネ合ス事ヲ得。

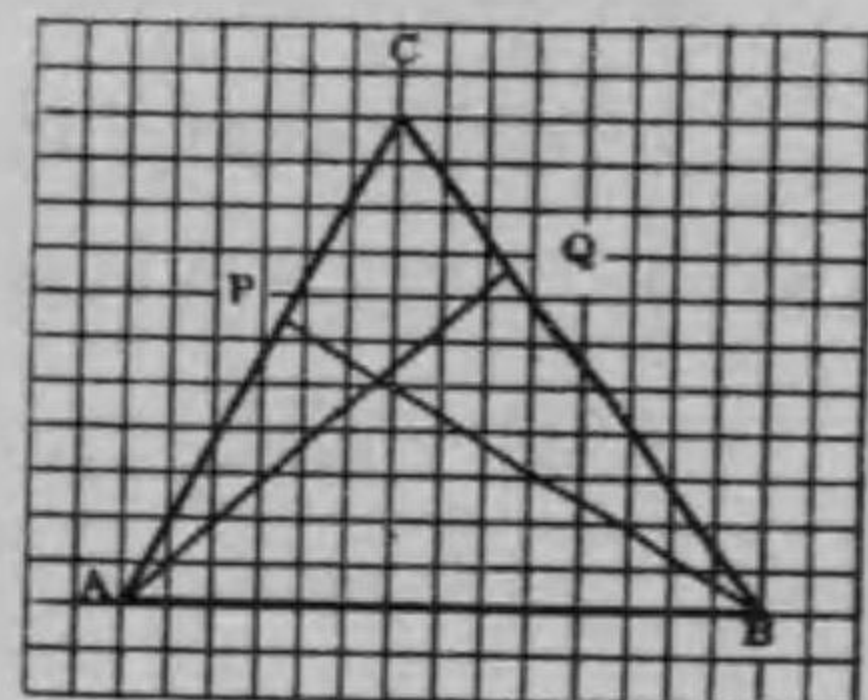
- I 二ツノ三角形ニ於テ一邊ト其ノ邊ノ兩端ニアル二ツノ角ガソレゾレ相等シキトキハ此ノ二ツノ三角形ハ合同デアル。
- II 二ツノ三角形ニ於テ二邊ト其ノ夾角ガソレゾレ相等シキトキハ此ノ二ツノ三角形ハ合同デアル。
- III 二ツノ直角三角形ニ於テ斜邊ト他ノ一邊トガソレゾレ相等シキトキハ二ツノ三角形ハ合同デアル。

F. 方眼紙上ニ直線 AB ヲ書キ方眼ノ數ヲ 14 トセヨ。
 AB ヨリ 11 方眼ノ距離ニアル直線上ニ任意ノ點 C ヲ取リ A
 C, BC ヲ結ベヨ。而シテ三角形

ABC ノ面積ヲ求メヨ。

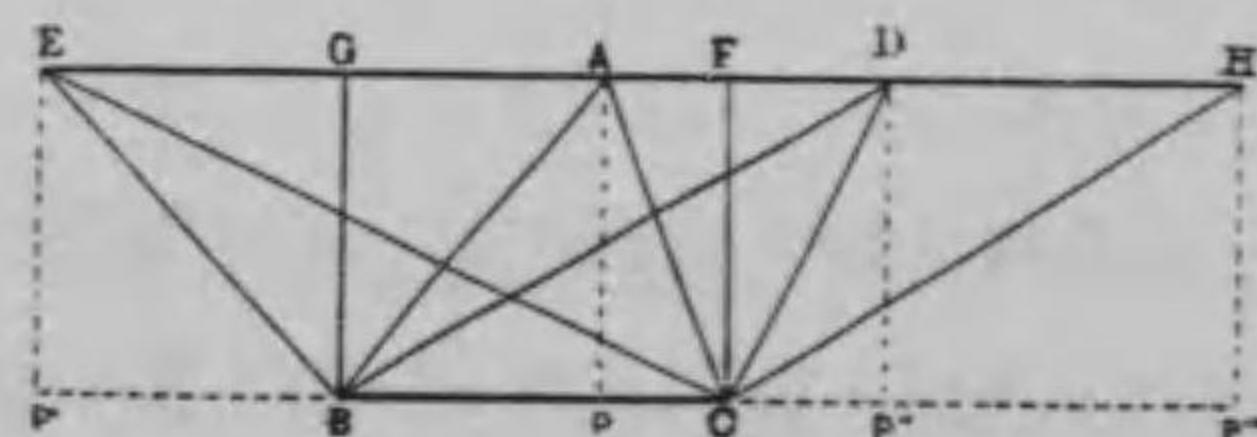
- (a) 方眼ヲ數ヘルコトニヨリテ面積ヲ求メヨ。
- (b) 計算ニヨリテ面積ヲ求メヨ。
 但シ一方眼ヲ一平方米トシテ計算セヨ。

第 62 圖



G. 前節ニ於テ三角形ハ平行四邊形ト特ニ相關係ヅケ、同底等高ノモノハ相等シイコトヲ述べタ。
 今此レヲ圖解シヨウ。

第 63 圖



$$\left. \begin{aligned} \triangle ABC \text{ ノ面積ハ } AP \times BC \div 2 \\ \triangle BEC \text{ ノ面積ハ } BC \times EP' \div 2 \\ \triangle DBC \text{ ノ面積ハ } BC \times DP'' \div 2 \end{aligned} \right\} \text{デアル。}$$

然ルニ EH ト BC ノ二線ハ平行デアルカラ

$$AP = EP' = DP'' \text{ デアル。}$$

ヨツテ上ノ三ツノ三角形ノ面積ハ等シイコトガ直チニワカル。

$$\left. \begin{aligned} \text{同様ニ矩形 } GBCF \text{ ノ面積ハ } BC \times FC \\ \text{平行四邊形 } DBCH \text{ ノ面積ハ } BC \times HP''' \end{aligned} \right\} \text{デアル。}$$

$$\text{然ルニ } FC = HP''' \text{ デアル。}$$

ヨリテ此ノ二ツノ平行四邊形ハ等シイ面積ヲ有スル。

カクノ如ク同ジ底邊 BC ノ上ニ立ツ等シイ高サヲ持ツ三角形又ハ平行四邊形及ビ矩形ノ面積ハ常ニ等シイ事ヲ歸納シ得。

§ 40. 實面積測定

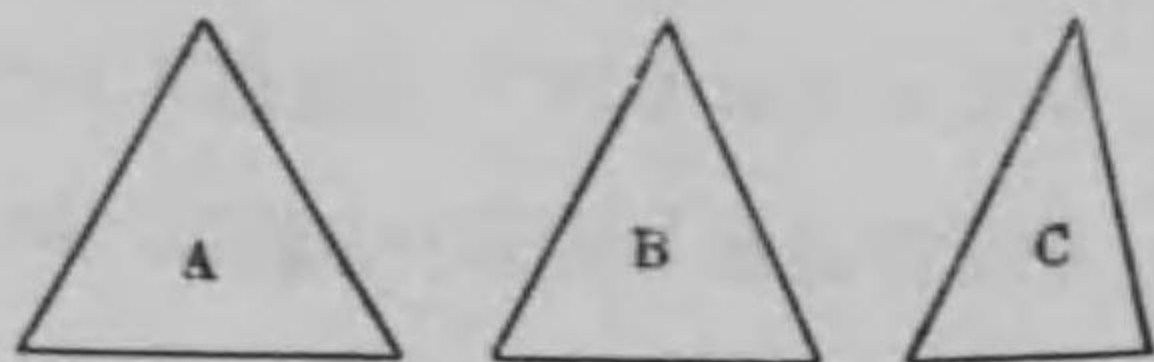
本節ハ面積測定トシテ表ハシタガ實ハ前節ヲ通ジテ面積計算ヲシテ實際ニ應用サシ又復習ヲ兼ねタワケデアルカラ讀者其ノ意ヲ了セラレタイ。

A. 實面積測定ノ順序トシテ簡單ナモノヨリ複雑ナモノニ即チ三角形ノ面積測定ヨリシテ多角形ノ求積ニ進ミタイト思フ。ナゼナレバ多角形ハ多クノ三角形ニ分解セラレルカラデアル三角形ハ之ヲ邊ノ長短ヨリ見ルト、又角ノ如何ニヨルトノ二方面ヨリ分類スル事が出來ル。即チ

- 邊=依リ {
 A. 正三角形
 B. 二等邊三角形
 C. 不等邊三角形
- 角=依リ {
 D. 直角三角形
 E. 銳角三角形
 F. 鈍角三角形

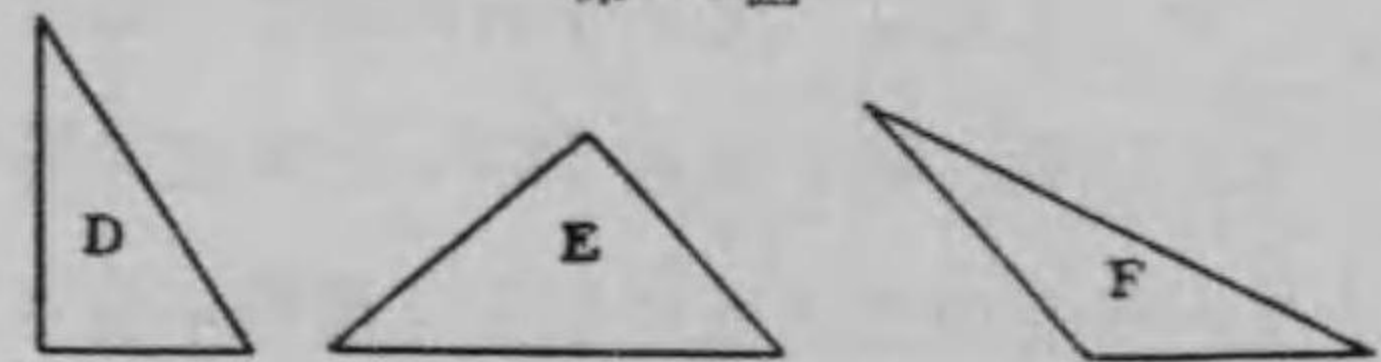
以上種々ノ形ノ三角形
 ガアル。シカシ各三角
 形ノ面積ハ皆同様ニ底
 邊ト高サトノ積ヨリシ

第64圖



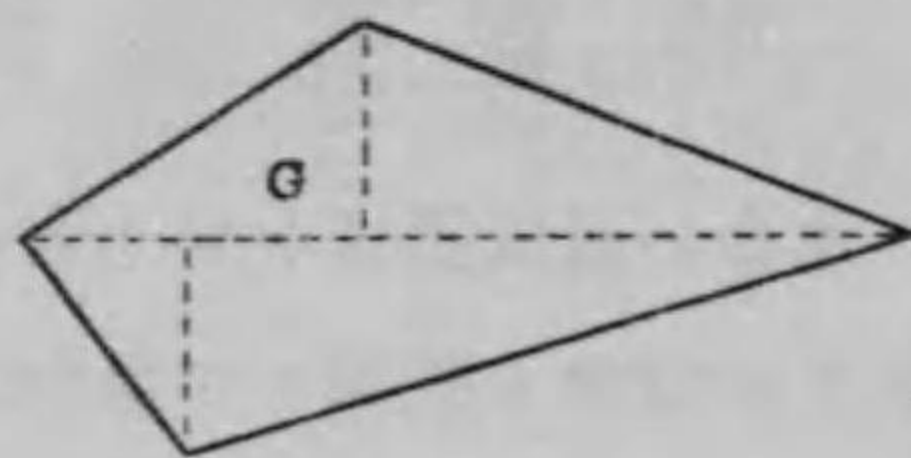
テ求メラレルコト
 ハ前節ニ於テ述べ
 タ所デアアル。

第65圖



ココニ注意スベキハ此ノ各三
 角形ノ成立ノ條件ヲモ考ヘサ
 セネバナラヌコトデアアル。

第66圖



(a) 正三角形ノ條件

1. 各邊相等シキコト。又ハ
2. 各角相等シキコト即チ各角共60度ナルコト

(b) 二等邊三角形ノ條件

1. 二角相等シキコト。又ハ
2. 二邊相等シキコト

(c) 直角三角形ノ條件

1. 一角直角ナルコト

(d) 銳角三角形ノ條件

1. 三角共ニ銳角即チ90度ヨリ小ナルコト

(e) 鈍角三角形ノ條件

1. 一角鈍角即チ90度ヨリ大ナルコト

次ニ第66圖Gノ面積ハ如何ニシテ求メラレルカ、研究シテ見
 ヨウ。此ノ圖Gノ面積ハ直接求メルコトハ出來得ナイ。ヨツ
 テ三角形ニ分解シテ求ムルコトハ出來得ルカ得ナイカヲ考ヘ
 サセル。サテ次ニ此ノ如ク不規則ナルモノノ面積ノ求メ方ノ
 順序ヲ研究シテ見ヨウ。

1. 如何ナル線デ三角形ニ分解スレバ都合ガ良イカ? 其ノ
 方法如何?
2. 底邊及ビ高サノ求メ方ハ如何ナル單位デ如何ニシテ求
 メ得ルカ?
3. 面積ハ全部デ何程ニナルカ?
4. 外ニ今ヨリモ少シ作圖デモシテ簡單ナル求メ方ハナイ
 カ?

B. 此ノ前ノ四箇條ノ研究ノ順序ハ一目見レバ了解セラレタ様
 デアルガ併シ乍ラ深く實地ニ當ツテ見ルト實ニ意味深遠ニシ
 テ困ル問題ニブツツカルコトガアル。即チ第二箇條ノ底邊ノ
 測定ニ於テハ易クナシ得ルデアラウガ高サノ測定ニ於テハ一
 寸一噸坐ヲ來スデアラウ。故ニ此處ヲカリテ高サノ測定即チ
 垂線ノ引キ方ニツキテ述べ而シテ其ノ條件ヲ求メヨウ。

凡テ高サトハココニ底邊アツテ初メテ其ノ成立ヲ見ルノデアル。故ニ底邊ハ必要ナ條件デアル。サレバ充分ナルカト云フニ高サノ測定ニハ底邊ニ垂直デアラネバナラス。コレ充分ナル要件デアツテ二者相待ツテ始メテ必要ニシテ且ツ又充分ナル要件デアル。

然ラバ垂直ナル線ハ如何ナル方法デ引き得ルカト云フニ、兒童ニカク問ヘバ直チニ三角定規デ引クト答ヘルデアラウ。ソレハソレデヨイトシテ且ツ又此ノ定規ノ直角ガ不正デアルカ又ハ三角定規ガ無カツタナラドウスルカ？

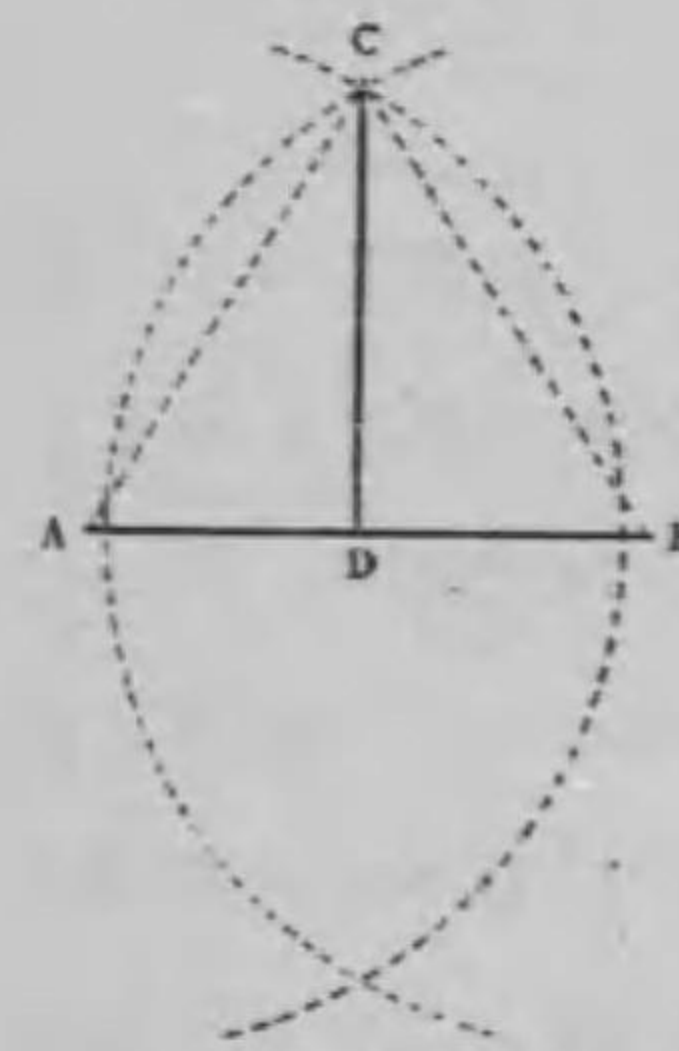
然シヨク考ヘテ見ルニ實地ノ面積ヲ測定スルニ定規ノ様ナ小サナモノデ大ナル測量繩ノナス角ハ正確ニ測定スルコトハ困難デアル。ヨツテ下ニ垂線ノ引き方ヲ説明シヨウ。

1. 兒童ノ「ノート」ノ上ニ任意ノ直線ヲ引カシム。
2. 其ノ線ノ上ニ垂線ヲ立テタイ點Dヲ定メヨ。
3. Dヨリ此ノ線ノ左右ニ任意ニ一定ノ距離ニアル二點A, Bヲ作レ。
4. A, Bヲ中心トシテAD又DBヨリ長キ距離ヲ半径トシタル圓ヲカキテ其ノ交點ヲ求メ、コレヲCトセヨ。
5. C, Dヲ結合セヨ、然ラバCDハABニ垂直デアル。ナントナレバAC, BCヲ結ベバ $\triangle ADC$ ト $\triangle BDC$ トハ合同デアルカラデアル。

然シ乍ラコレハ點Dノ決定セル時ニD點ヨリ垂線ヲ引ク方法デアルガ、コレハ前ニモ簡單ニ説明シタ所デアル。今ココ

ニ述ベタイノハ實際ニ於テ三角形ノ高サヲ求メル時ニハ如何ニスルカト云フ問題デアル。即チABヲシリテCDヲ求メルモノデアル。

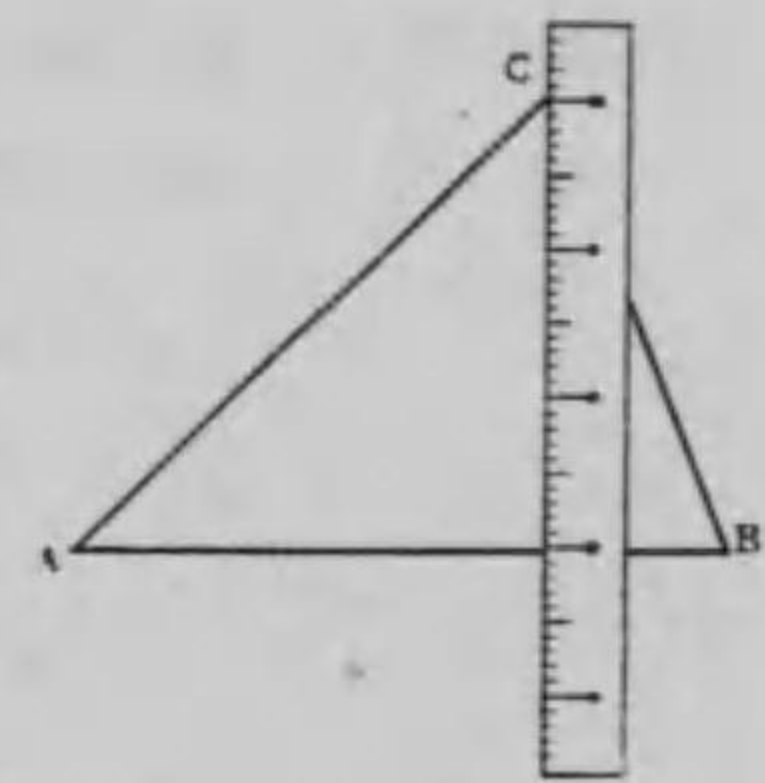
第67圖



此ノ爲ニハ次ノ定理ヲ用フレバ直チニ理解セラレル。垂線ノ長サハ其ノ點ヨリ出ヅル斜線ノ長サヨリモ小デアルト云フ定理デアル。

此ノ定理ハ直チニ實驗ニヨリ證明セラレル。ソシテ點Cヨリ

第68圖



底邊ABマデノ最短距離ハCヨリノ垂線デアルコトガ必要デアツテ且ツ

又充分ナ要件デアル。ヨツテ上圖ニ示ス如ク物指ノ端ヲCニツケテ其ノ他ノ端ヲ廻轉シテ一番短イ線ヲ取り、又ソレヨリ大ナル距離ノ線モ取りABトナス角ヲ測ツテ見ルト短カケレバ短カイ程直角ニ近クナルコトヲ知ルコトガ出來ル。デアルカラ前ノ様ニシテ求メタ最モ短イ線ハ即チ求メントシタ垂線即チ高サデアル。實地測量ノ場合ニハ物指ヲ用フルコトハ不可能デアルカラ繩ヲ此ノ物指ノカハリニ用ヒ左右ニフツテミテ最短ノ點ヲ求メルノデアル。

C. 以前正確ニ測定スル法ニツイテノ理論ハ可成リ述ベタ。今之レヨリ實地野外ノ測定ニ當ツテ其ノ力驗シヲスルコトガ必

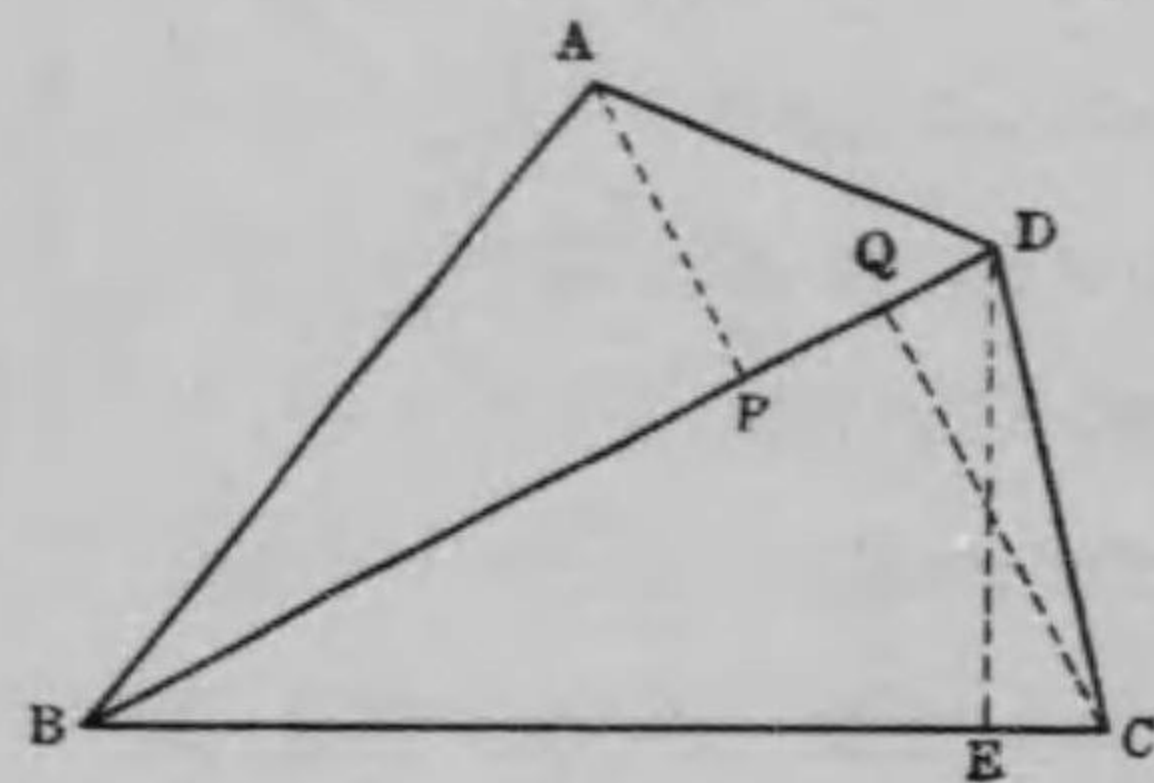
要デアアル。

其ノ順序ヲ次ニ略記シテ見ヨウ。

1. 略圖ヲ畫ケ。
2. 實地ノ長サヲ測定シテ記入セヨ。
3. 机上計算デ面積ヲ求メヨ。

但シ測定ヲナスニ際シテ無暗ニ測定スルノハ馬鹿ラシイ。此ノ時測定ノ吟味ヲシナケレバナラナイ。ソシテ早く、易ク、手數ヲ要セス様正確ニ測定スルヤウニセネバナラス。例ヘバ

第69圖



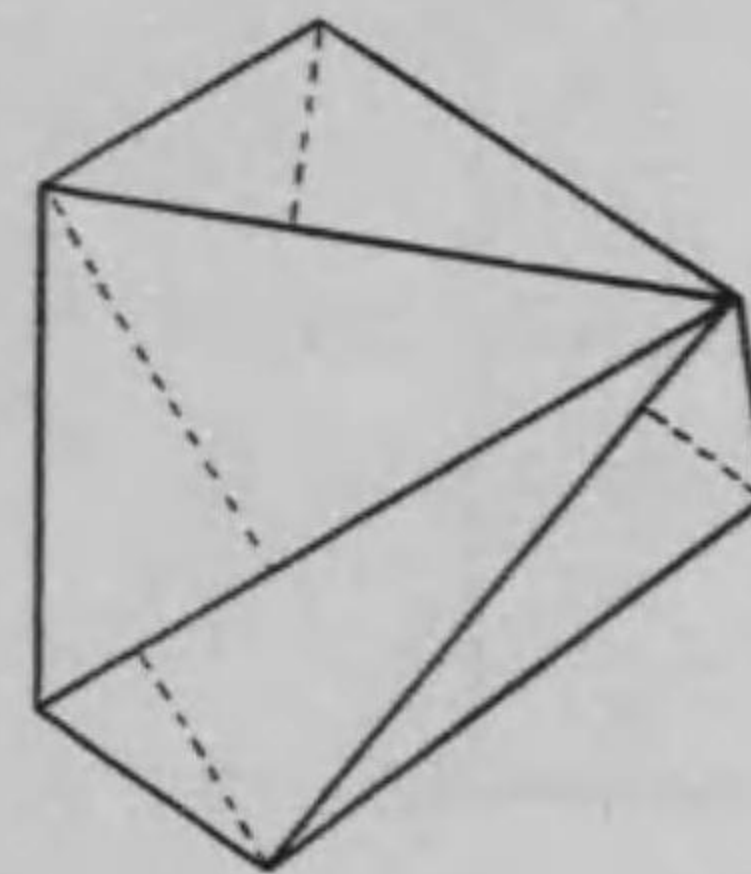
左ニ示ス所ノ圖形ノ面積ヲ計算スルニ四邊形ナル故ニ二ツノ三角形ニ分解スルハ勿論デア
ルガ、サテ之レヲ測定スル場合ニ△ABDハ

圖ニ示ス様ニ $AP \times BD \div 2$ デ求メ次ニ △BDCヲ測定スルニ $BC \times DE \div 2$ デ求メルコトハ理論上ハ正シイケレド拙劣デアアル。今少シ經濟的ニ考ヘテ BDヲ底邊トシ CQヲ垂線トシテ測定シタナラバ三度ノ測定ノ結果デ四邊形ノ面積ガ求メラレルデアアル。即チ前ノ四度ノ測定ヲ三度ニシタワケデア
ル。

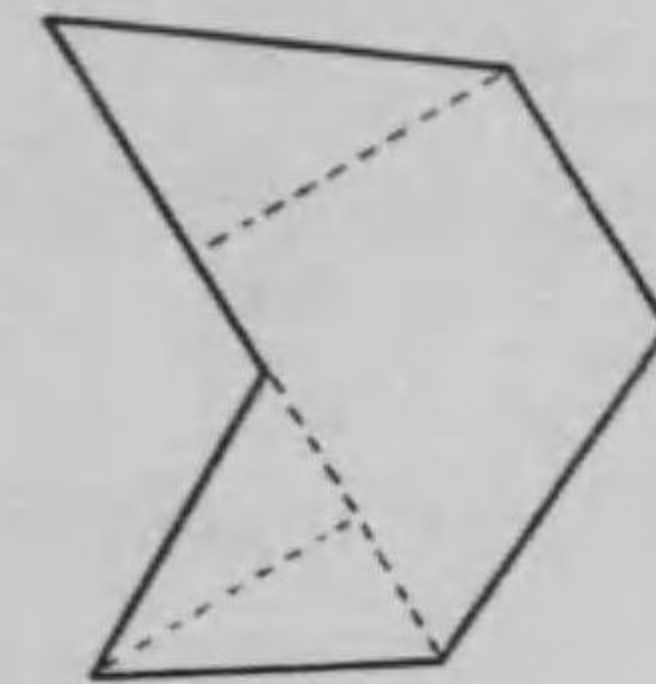
サテマダ考ヘナケレバナラナイコトハ此ノ面積計算ニ於テ $BD \times (AP + QC) \times \frac{1}{2}$ トシテ計算シテモ其ノ値ハ變ラナイコトデアアル。コレハ代數ノ法測ヨリ明カデアアル。

次ニ地形ノ二三ヲ示シテ以テ其ノ測定ヲ易クスルコトヲ圖示シテ見ヨウ。

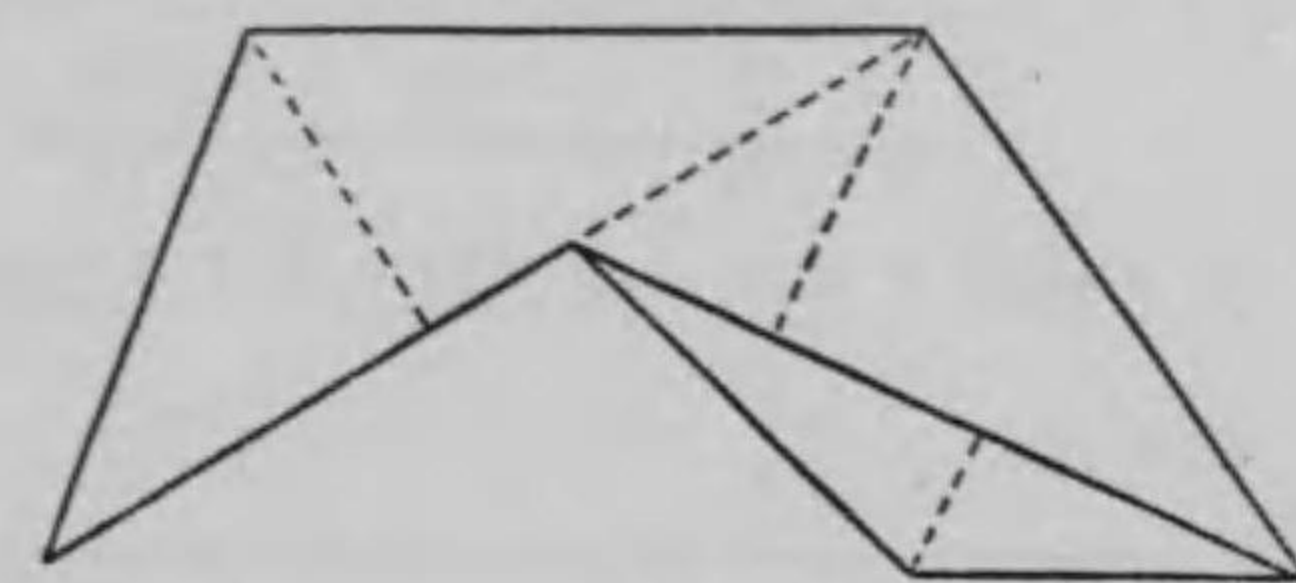
第70圖



第71圖



第72圖

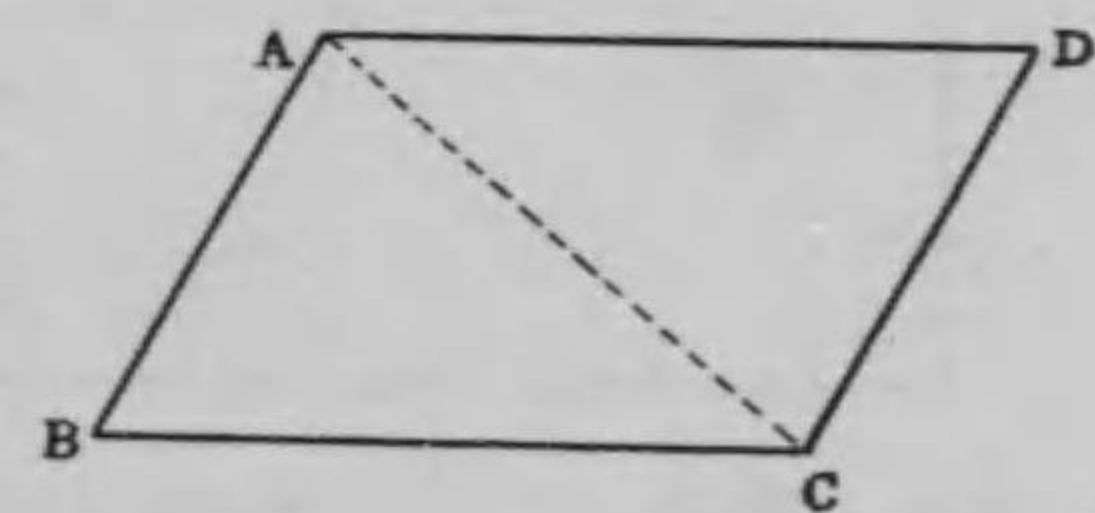


§ 41. 實用幾何問題例

A. 三角定規、分度器ヲ用ヒテ次ノ平行四邊形ヲ作レ。

其ノ作圖ハ三角形ヲ作圖シタ様ニシテ二邊ト其ノ夾角ヲ知ツテ三角形 ABCヲ決定スルコトガ出來ル。

第73圖



サレバ平行四邊形ノ條件ヲ満足スル爲ニ Cヨリ ABニ平行ニ CDヲ引キ Aヨリ

BCニ平行ニ ADヲ引キソシテ二直線ノ交點ヲ Dトセヨ。然ラバ平行四邊形ハ得ラレルデアアル。ソノ事ヲ知ツテ次ノ問

題ヲ其ノ各々ノ條件ニ適スル様ニ表解セヨ。

問題

問題	邊ノ長さ		夾角
a	6 種	9 種	50°
b	2 種	3½ 種	60°
c	7 種	15 種	80°
d	3.5 種	2.8 種	100°
e	3.5 種	4.8 種	90°
f	15 種	15 種	30°
g	3 種	5 種	45°
h	5.2 種	2.5 種	75°

次ノ表解ヲスルニ先ヅ圖ヲ畫イテ實測セヨ。後理論ニ依ツテ求メヨ。

問題	邊ノ長さ				角ノ大サ				對角線	
	AB	CD	BC	AD	ABC	ADC	BAD	BCD	AC	BD
a										
b										
c										
d										
e										
f										
g										
h										

又次ノ事項ニツキテ如何ナルコトヲ認メルカ?

- (i) 各平行四邊形ノ相對スル邊
- (ii) 各平行四邊形ノ相對スル角

(iii) 對角線ノ長サト之レニ對スル角ノ大イサニツキ (角が如何ナル時ニ二ツノ對角線ハ相等シクナルカ?)

(iv) 平行四邊形ノ二ツノ對角線ハ何處ニ於テ相交ルカ? 實測シテ見テ如何デアツタカ? 又三角形ノ合同ヨリハ證セラレスカ?

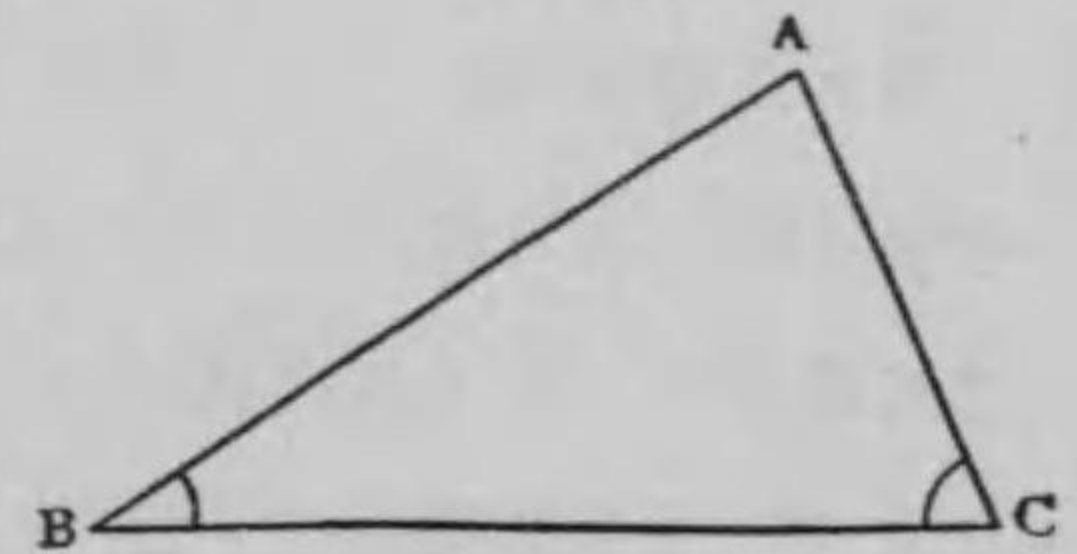
B. 三角形ノ形, 大サノ確定條件。

I. 二邊ト其ノ夾角ヲ知ルトキ。

II. 一邊ト其ノ兩端ニアル二角ヲ知ルトキ。

III. 三邊ヲ皆知ルトキ。

第74圖



I ノ場合

AB, BC, } ヲ知ルトキ三
 $\angle B$ } 角形ヲ求ム。

今 BC ヲ引キ分度器ヲ用ヒテ $\angle B$ ニ等シク $\angle CBA$ ヲ作り BA ヲ與ヘラレタ長サニ等シク切り取り A ヲ求メ, AC ヲ結ベヨ。然ラバ $\triangle ABC$ ハ求ムル三角形デアル。ナントナレバ與ヘラレタ所ノ三要件ヲ具備シテ居ルカラデアル。

II ノ場合

BC, } ヲ知ツテ三角形ヲ求ム。
 $\angle B, \angle C$ }

今與ヘラレタ長サノ線 BC ヲ引キ B ヨリ BA ヲ BC ト $\angle B$ ヲナス様ニ分度器ヲ用ヒテ引キ, 同様ニ C ヨリ BC ト $\angle C$ ヲナス直線 CA ヲ引キテ二線ノ交點ヲ A トセバ求メヤウト

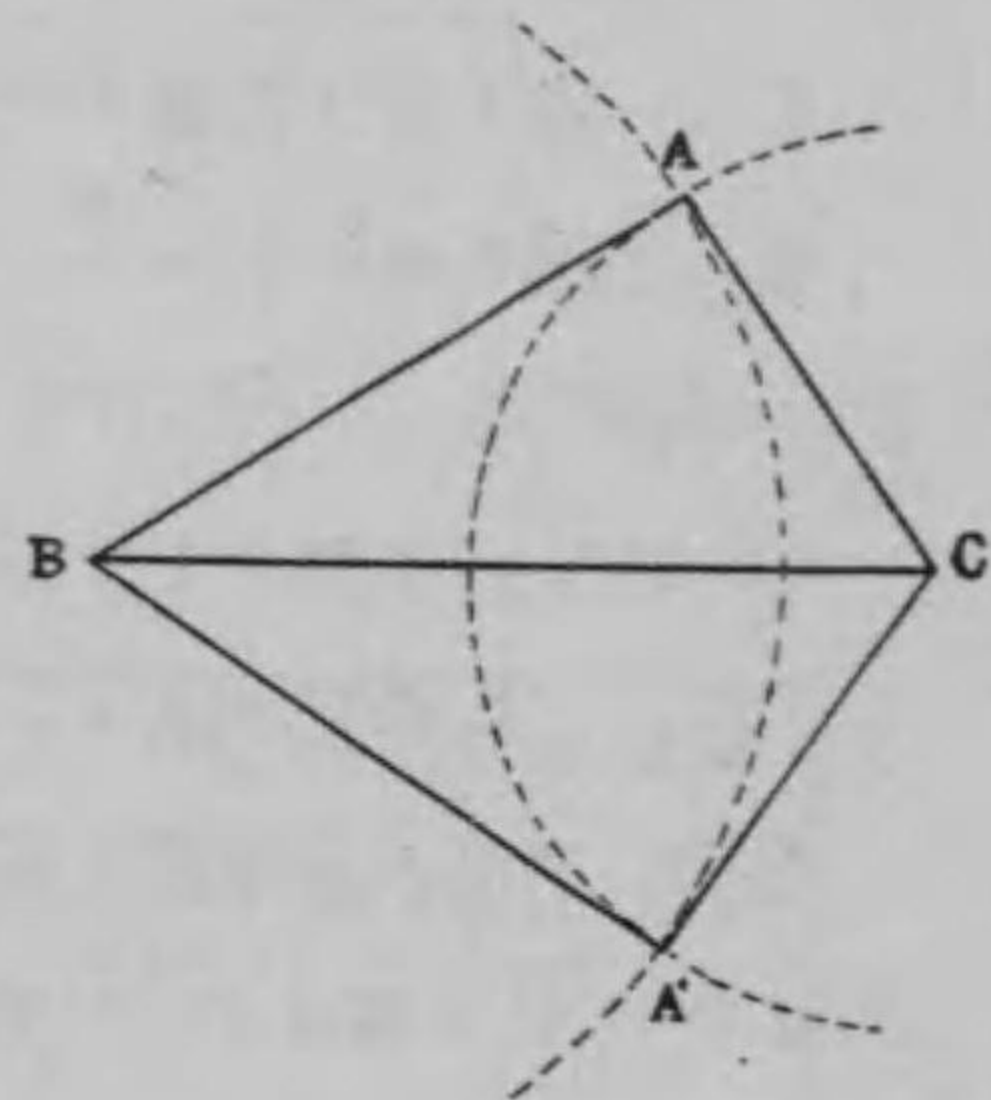
スル三角形 ABC ヲ得ルノデアアル。而シテ此ノ出来上ツタ
三角形ハ與ヘラレタ要件ヲ満足シテ居ル。

III ノ場合

AB, BC, AC ヲ知ルトキ三角形ヲ求ム。

先ヅ BC ヲ引キ AB ヲ半径トシ B ヲ中心トシテ圓ヲ畫キ、
又 C ヲ中心トシ AC ヲ半径トシテ圓ヲ畫キ前ノ圓トノ交點
ヲ求メ、之ヲ A トセヨ。

第 75 圖

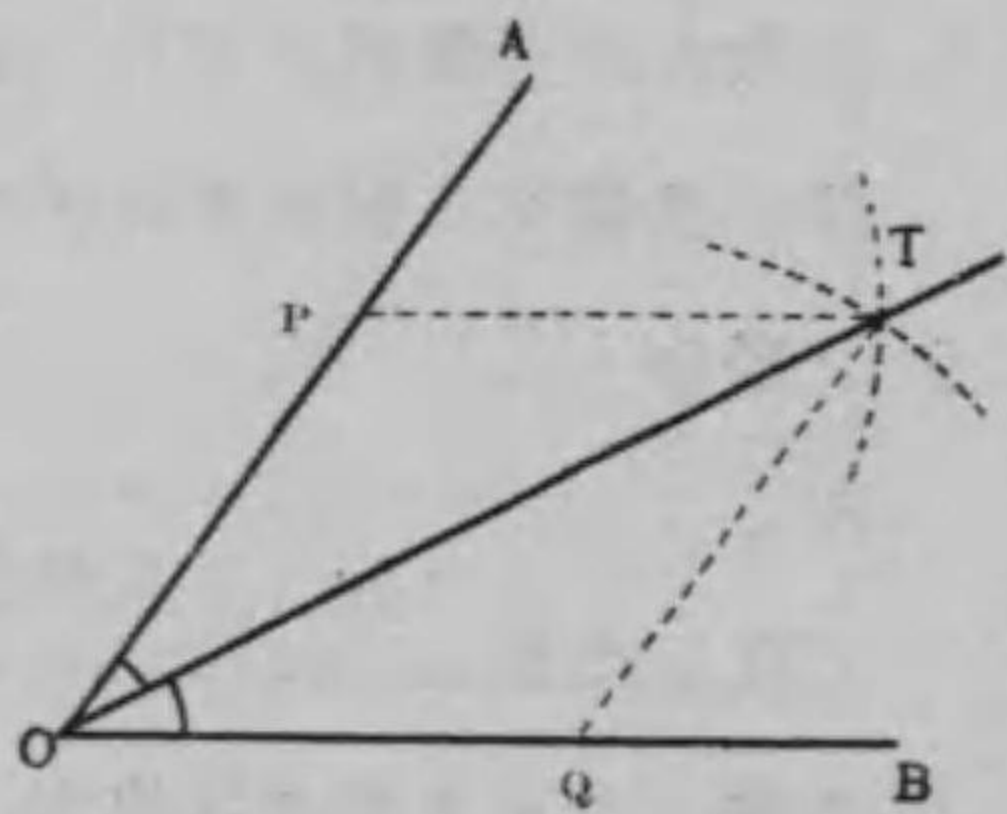


然ラバ 三角形 ABC ハ求
メルモノデアアル。

C. 角ノ二等分法

今第 76 圖ニ示ス如ク $\angle AOB$
ヲ二等分スルニハ次ノ様ニセ
ヨ。O ヲリ等距離ニアル點ヲ
各邊上ニ求メ其ノ點ヲ P, Q ト
セヨ。P 及ビ Q ヲ中心トシ適
當ノ長サヲ半径トスル圓ヲカ
キ、其ノ交點ヲ T トシ OT ヲ
結ビ合セヨ。然ラバ OT ハ
 $\angle AOB$ ヲ二等分ス。分度器
ヲ用ヒテ觀察セヨ。又コレヲ
證スルニハ $\triangle OQT$ ト $\triangle OPT$
トハ三邊皆等シキ故合同デアアル。ヨツテ $\angle QOT = \angle TOP$
デアアル。

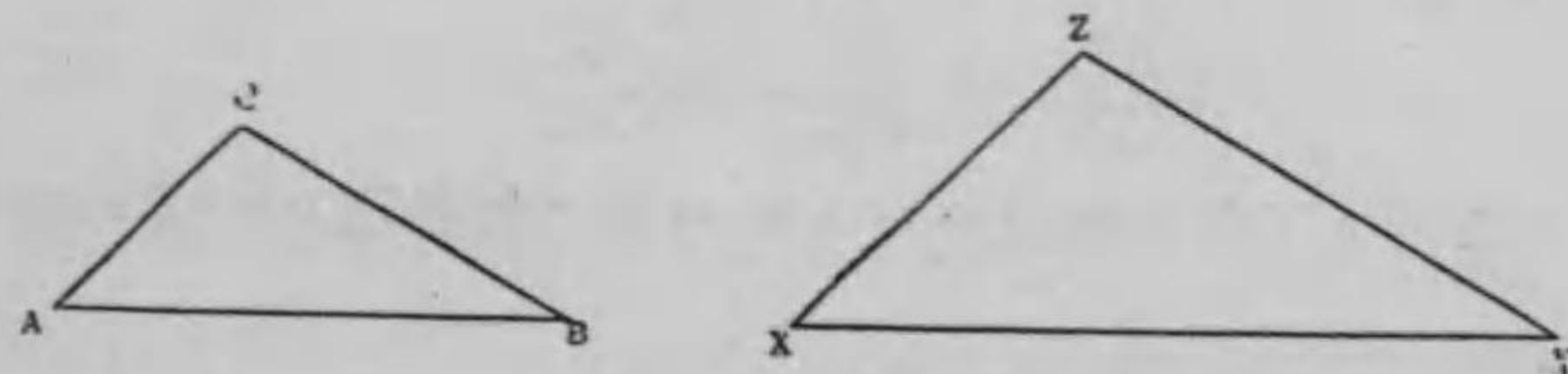
第 76 圖



§ 42. 相似形導入

A. 第 77 圖ノ如ク AB ヲ 4 種, BC ヲ 3 種, CA ヲ 2 種ナル様ニ取
リ $\triangle ABC$ ヲ作レ。次ニ AB ニ平行ニ XY ヲ引キ, XY ノ長
サヲ 6 種トセヨ。AC ニ平行ニ XZ, BC ニ平行ニ YZ ヲ引ケ。
AC ト XY ハ平行ナル故ニ $\angle CAB$ ハ $\angle ZXY$ ニ等シイ。コレ
ヲ透寫紙又ハ分度器ヲ用ヒテ兩角ヲ比較セヨ。併シ作圖ノ場
合ニ角ヲ測定シテ平行線ヲ引イタナラバシヒテ測定スル必要
ハナイ。

第 77 圖



又同様ニ $\angle B = \angle Y$ デアルコトモ明カデアアル。

而シテ $\angle C$ ト $\angle Z$ ハ如何デアアルカ? コレヲ知ルニハ次ノ通
リニセヨ。

- (1) 分度器ニテ測定セヨ。
- (2) 三角形ノ内角ノ和ハ二直角デアアルカラ他ノ各々相等
シイ角ヲ引キサツタ殘ノ二ツノ角ハ相等シクナケラ
ネバナラス。

此ノ様ニ測定ト論理ト相俟ツテ初メテ成功スル。

カクシテ出来上ツタ二ツノ三角形ハ其ノ相對スル角ガ相等
シイ。コレヲ相似三角形ト云フ。

ココニ BC ト ZY トハ相對スル等シイ角 $\angle A, \angle X$ ノ對邊デア
アル。コノ二邊ハ相對應スルト云ヒ、之ヲ對應邊トイフ。

他ノ二對ノ相對應スル邊ヲ指定シテ見ヨ。

B. 相對應スル邊 AB ト XY トノ比ハ $\frac{4}{6}$ 即チ $\frac{2}{3}$ デアル。

次ノ二問ニツキテシラベヨ。

(a) YZ ヲ測定シ相對スル邊 BC トノ比ヲ求メヨ。

(b) XZ ヲ測定シ相對スル邊 AC トノ比ヲ求メヨ。

上ノ二問題ニ於テ正シイ圖ヲ正シク實驗シタモノデアツタナ
ラ相等シイコトヲ發見スルデアラウ。

此ノ實驗ヨリシテ次ノ定理ヲ得ル。

$$\frac{AB}{XY} = \frac{BC}{YZ} = \frac{AC}{XZ}$$

即チ二ツノ三角形相似ナルトキハ其ノ相對應スル邊ハ比例ヲ
ナス。

C. 前定理ノ發見ノ過程ヲ考ヘルナラバ次ノ様ナ證明問題ハ直
チニ發見シ得ルデアラウ。

(a) $\frac{AB}{XY} = \frac{BC}{YZ} = \frac{CA}{ZX}$ ナルトキ $\frac{AB}{CB} = \frac{XY}{YZ}$

(b) " " " $\frac{BC}{CA} = \frac{YZ}{ZX}$

(c) " " " $\frac{AB}{CA} = \frac{XY}{ZX}$

D. 二ツノ三角形 ABC, XYZ ヲ描キ底 BC ヲ 10 寸, YZ ヲ 6 寸,
 $\angle ABC$ 及ビ $\angle XYZ$ ヲ 60° , $\angle ACB$ 及ビ $\angle XZY$ ヲ 40° ナラ
シメヨ。先ヅコレヲ作圖シテ次ノ問ニ答ヘヨ。

(a) $\angle BAC, \angle YXZ$ ノ大サ如何?

之レハ前分節ニヨリテ明カデアアル、即チ共ニ 80° トナ

ルノデアアル。

(b) 兩三角形ハ相似ナリヤ否ヤ?

(c) 次ノ比ヲ求メテ比較セヨ。

i $\frac{AB}{AC}$ ト $\frac{XY}{XZ}$ ii $\frac{AB}{BC}$ ト $\frac{XY}{YZ}$

iii $\frac{CB}{CA}$ ト $\frac{ZY}{ZX}$ iv $\frac{AB}{XY}$ ト $\frac{AC}{XZ}$ ト $\frac{BC}{YZ}$

此ノ三問題中困難ナルモノハ (b) ノ問題デアアル。コレハ下ニ
示ス相似ノ定義ニカナヘバヨイワケデアアル。

I. 兩直線圖形ノ對應角ガ等シイコト。

II. 對應邊ガ比例ヲナスコト。

ソシテ此ノ相似ナルト云フ記號ヲ \sim ト書クコトガアル。例
ヘバ $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

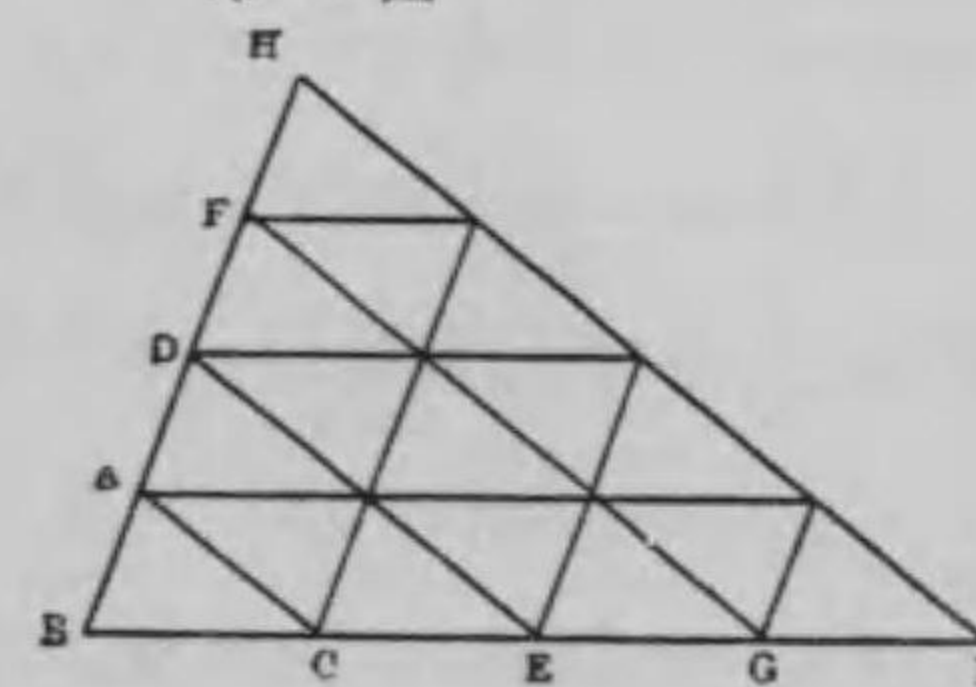
E. 相似形面積ノ關係

紙上ニ三角形 HBK ヲ書ケ、各邊ヲ正確ニ四等分シ次ノ圖 78
ニ示ス如ク各分點ヲ結合セヨ。

カクシテ生ズル小三角形ノ數ヲ數ヘヨ。是等ハ總テ相等シイ
カ。透寫ヲ用ヒテ驗セヨ。

$\triangle ABC$ }
 $\triangle DBE$ } ハ相似三角形デア
 $\triangle FBG$ } ルカ?
 $\triangle HBK$ }

第 78 圖



透寫シテ角ヲ驗セヨ。而シテ
次ノ事項ヲ研究セヨ。

i $\triangle DBE$ ノ底邊 = $\triangle ABC$ ノ底邊ノ 2 倍,

" ノ面積 = " ノ面積ノ4倍、

ii $\triangle FBG$ ノ底邊 = $\triangle ABC$ ノ底邊ノ3倍、

" ノ面積 = " ノ面積ノ9倍、

iii $\triangle HBK$ ノ底邊 = $\triangle ABC$ ノ底邊ノ4倍、

" ノ面積 = " ノ面積ノ16倍、

iv $\triangle HBK$ ノ底邊 = $\triangle DBE$ ノ底邊ノ2倍、

" ノ面積 = " ノ面積ノ4倍、

斯様ニシテ相似形ノ面積ノ比ハ一邊ノ長サノ二乗比ニ等シイコトヲ知ルコトガ出來ル。而シテ此ノ一邊ハ何レノ邊ニテモ可ナルコトモ知ルコトガ出來ル。

此ノ定理ハ一方縮圖ニヨリテモ研究スルコトヲ得ルハ勿論デアアル。

又矩形ノ縮圖ハ兩邊ヲ其ノ縮圖比デ等分シテ各分點ヲ通ツテ邊ニ平行ニ引ケバヨイノデアアル。此ノ時面積ノ縮圖ハ縮圖比ノ二乗ニ等シイコトガワカル。又平面圖形ノ單元デアアル三角形ノ相似ヲ研究スルコトハ平面圖形全部ノ相似形ニシテモ見ルコトガ出來ルノデアアル。

サテ次ノ如キ問題ハ如何ニコレヲ解スルカ？

(a) $\triangle ABC$ ニ相似ニシテ其ノ邊ハ $\triangle ABC$ ノ邊ノ6倍デアアル三角形ヲ作レバ此ノ三角形ノ面積ハ如何？

(b) 前第78圖ニ於テ $\triangle FBG$ ト $\triangle HBK$ トノ底邊ノ比ハ如何？ 然ラバ面積ノ比ハ如何？

此ノ問題ハ分數ノ二乗ニ關スル様ニナルカラ深ク考慮

ヲ要スルノデアアル。

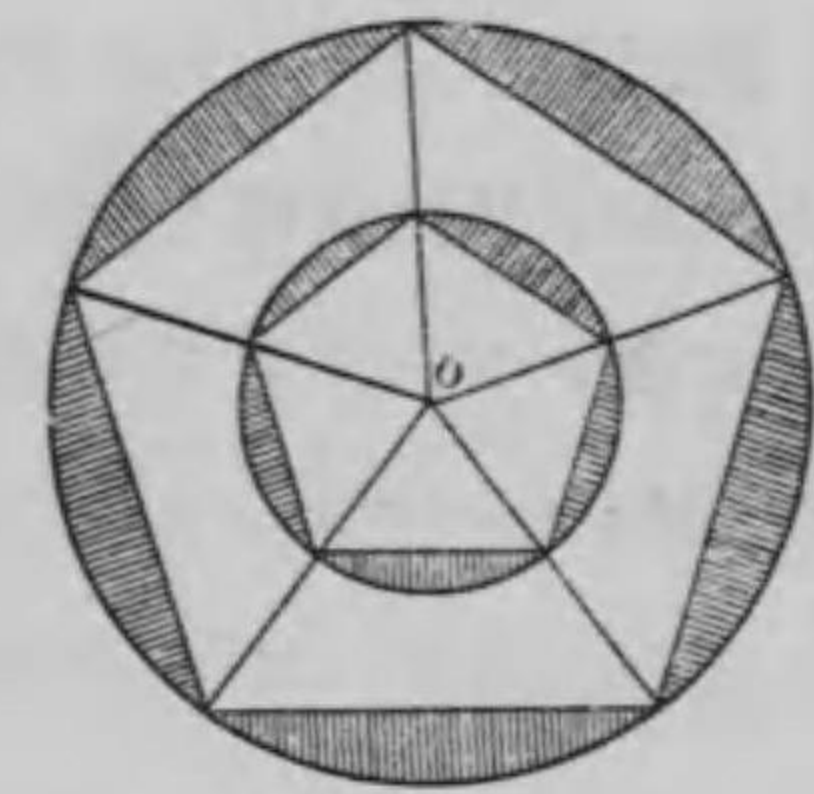
ヨツテ對應邊ノ比ノ自乗ハ分數ノ場合モ同様デアアルコトヲ知ルコトガ出來ルデアラウ。

F. 今迄ハ相似形ト云フモ其ノ概念ハ單ニ三角形、矩形位ナモノニ限ツタノデアアルガ今ココニハ一般ノ相似ノ問題ヲ研究シヨウ。

凡テ平面圖形ノ相似ナル條件ハ以前述べタガコレヲ一般相似形ノ作圖法ニ適用シテモヨイワケデアアル。

例ヘバ今次ニ示スガ如ク圓ニ内接シタル正多角形ハコレト縮圖比 $\frac{1}{2}$ ナル相似形ヲ畫クニハ圓ノ半徑ノ $\frac{1}{2}$ ヲ半徑トスル同心圓ヲカキ之ニ正多角形ヲ内接サセル。然ラバ同心圓ノ中ニアル多角形ハ外ニアル多角形ニ相似デアアルコトヲ知ル。

第79圖



次ニ縮圖比ガ二分ノ一トシテ中ノ實際ノ面積ヲ計算シテ外ノ面積ヲ計算セヨ。

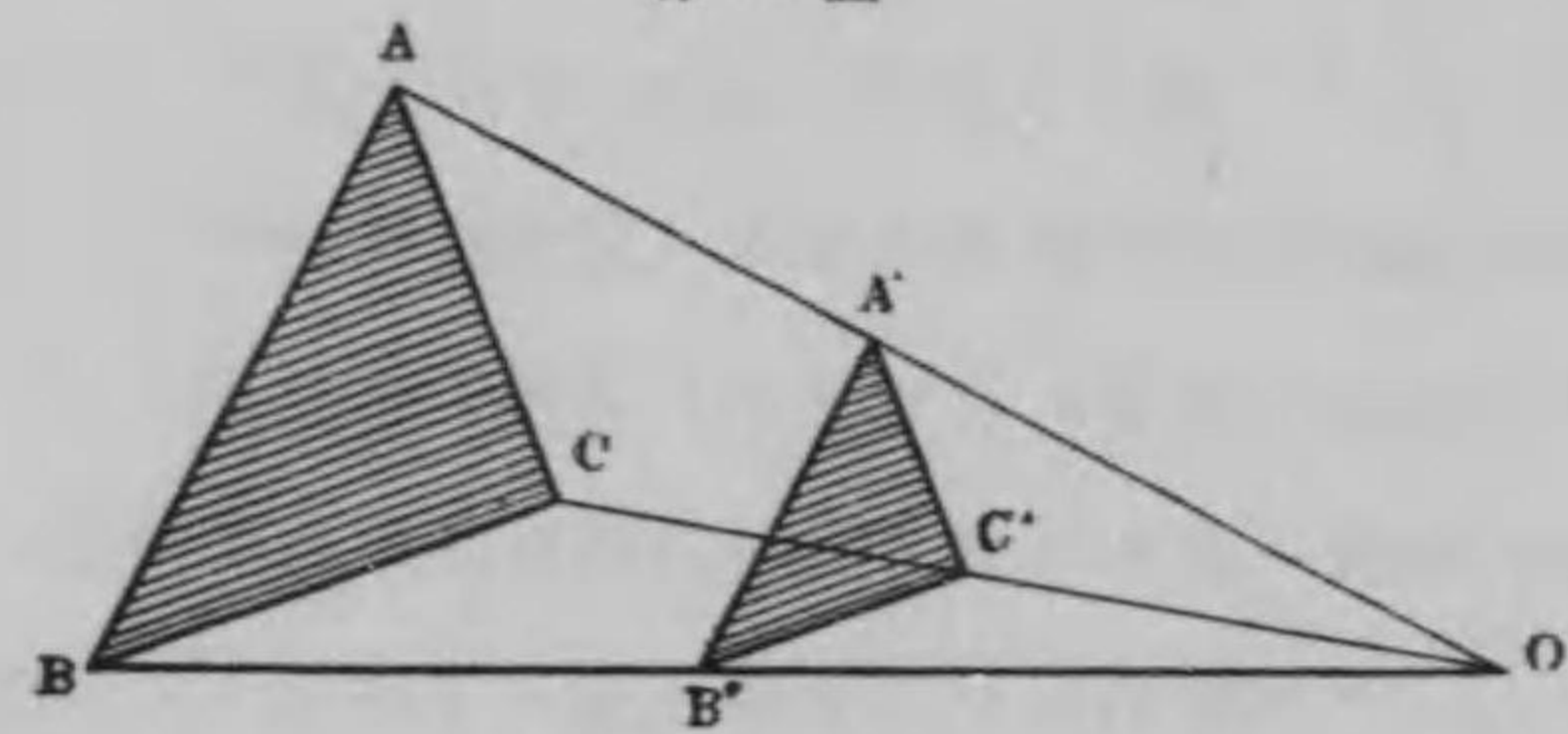
此ノトキ點 O ヲ相似ノ中心ト命名スル。

G. 相似ノ中心ト云フ事ニツキテ今少シ一般的ニ取扱カツテ見ヨウ。

今次ノ圖ニ示ス如ク $\triangle ABC$ ト $\triangle A'B'C'$ ト相似ナリトセヨ。然ラバ相對應スル頂點 AA' ノ延長線ト CC' ノ延長線ト BB' ノ延長線トハ同一ノ點 O ニ會スルコトヲ知ルコトガ出來ル。

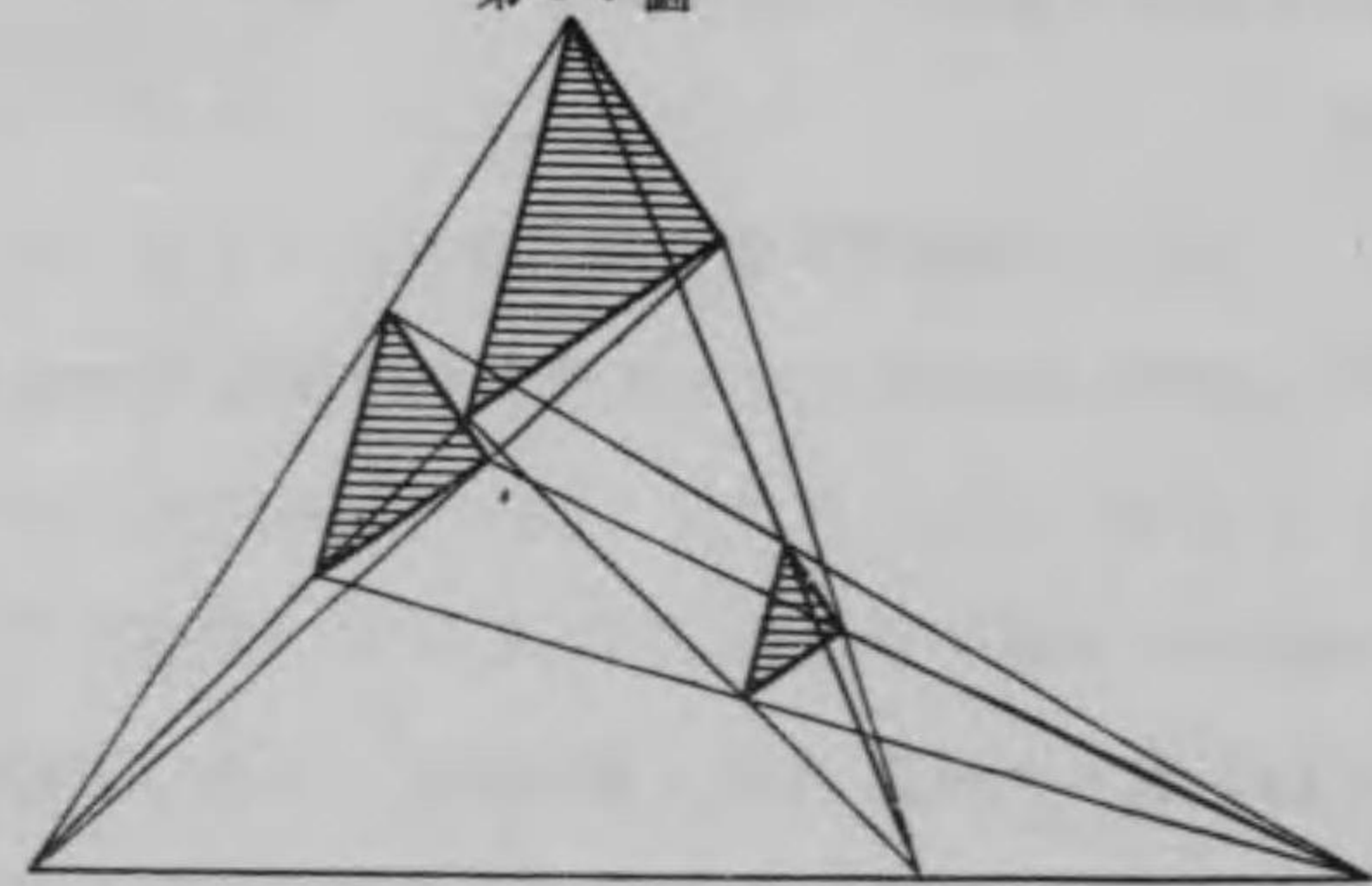
コレヲ相似ノ中心ト云フノデアル。併シココニカイト二ツノ相似三角形ハ各邊ガ各々相平行スルコトガ必要ナモノデアル此ノ如キ位置ヲ“相似ニアル”ト呼ビ、“二ツノ三角形ハ相似ニシテ且ツ相似ノ位置ニアル”トイフ。

第80圖



此ノ作圖ノ際同一ノ點デ出會ハナイナラバ其ノ二ツノ平面圖形ハ相似デハナイカ、或ハ相似デモ相似ノ位置ニナイノデアル。又此ノ様ナ圖形ガ三ツアツタナラバ三ツノ相似ノ中心ガ求メラレテコレガ同一ノ直線上ニ來ルト云フ不思議ナコトガ知ラレル。

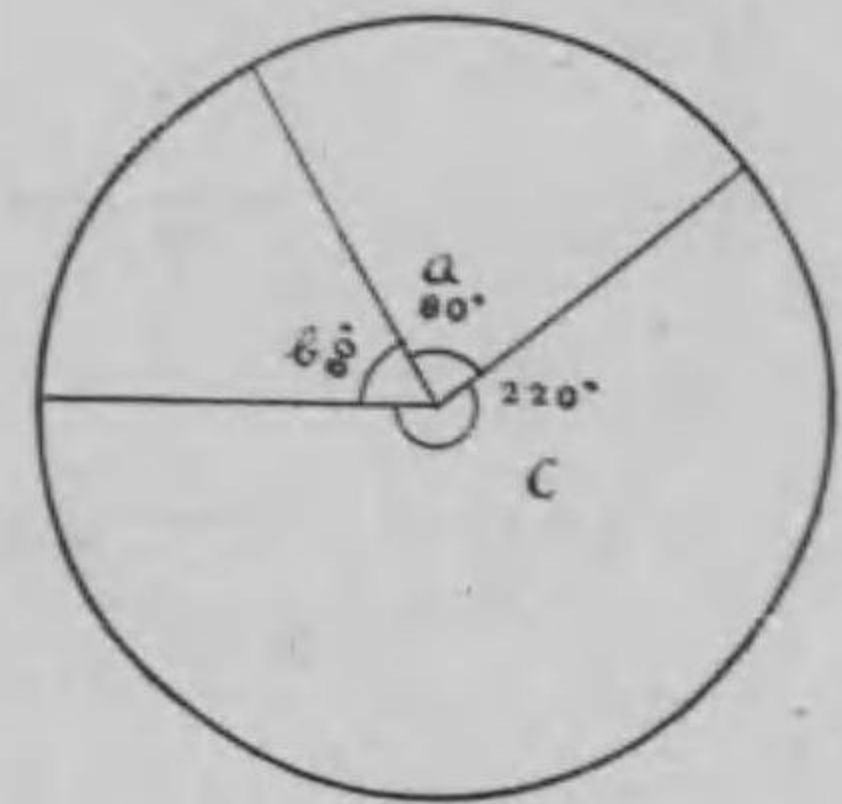
第81圖



§ 43. 圓ニ關スル測定問題

圓ニ關スル測定問題ハ多クアルガ其ノ中特ニ必要デアルト思フモノノ二三ヲ述ベヨウ。

第82圖



A. 右圖ハ統計ノ結果ヲ表ハス扇形ノ「グラフ」デアル。

コレヲ作ル上ニハ相當ノ骨ヲ折ラナケレバナラナイ。ソシテ a と b と c とノ大サヲ比較シナケレバナラナイ。即チ弧ノ大小ハ即チ中心角ノ大小ニ比例スルモノデアル。コレヲ實測ニヨツテ知レ。サテ前圖ノ様ニ中心角ヲ三ツ又ハ三ツ以上ニ分ケテ其ノ分ヲ夫々 a, b, c, \dots トスレバ a と b と c と \dots トノ比モ分度器ニヨツテ求メラレルノデアル。

然ラバ全部ノ總額ヲ知ツテコレヲ「グラフ」ニ描クニハ 360° 各部ノ額ノ比ニ按分スレバヨイ。即チ 360° ヲ $(a+b+c\dots)$ デ分ケターツヲ a 又ハ b 又ハ $c\dots$ 倍 スレバヨイワケデアル。上ノ「グラフ」ノ應用ハ實ニ廣イ。例ヘバ各國ノ面積ノ比ヲ示シタリ又産業状態ヲ示シタリ主トシテ地理的教材ノ統計ニ多クミルモノデアル。ソノ事ヲ知ツテ各自作ツテ見レバ一番ヨク理解サレルデアラウ。

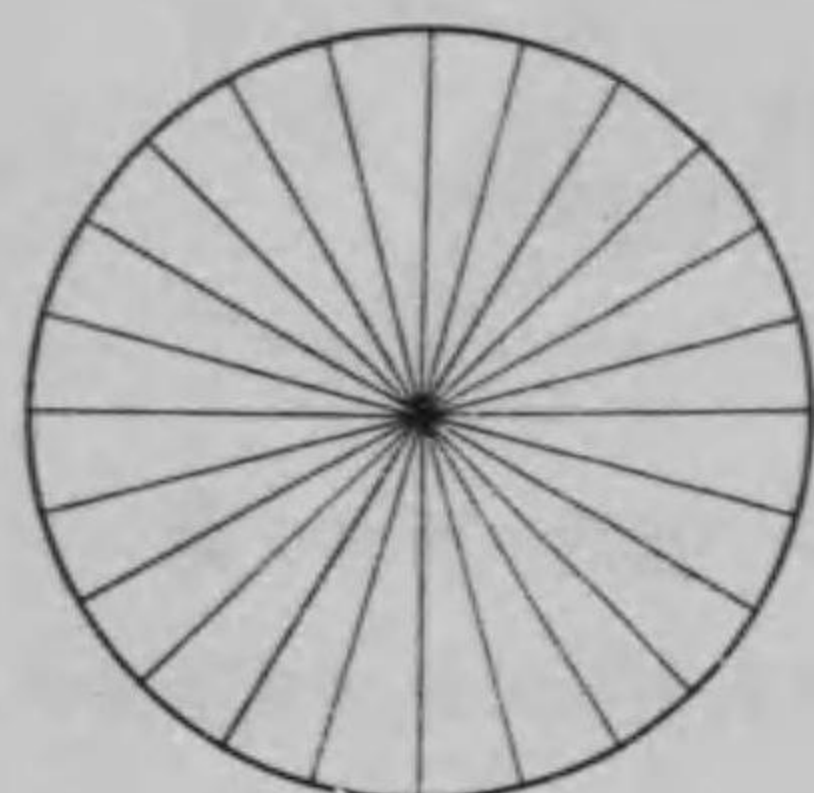
B. 與ヘラレタル紙ノ上ニ直徑4種ノ圓ヲ畫ケ。ソシテ分度器デ圓周ヲ24等分シテ見ヨ。(第83圖)

コレ等ヲ第84圖ニ示ス様ニ置ケ。カクシテ得タル圖形ハ殆ンド矩形或ハ平行四邊形ヲナスデアラウ。

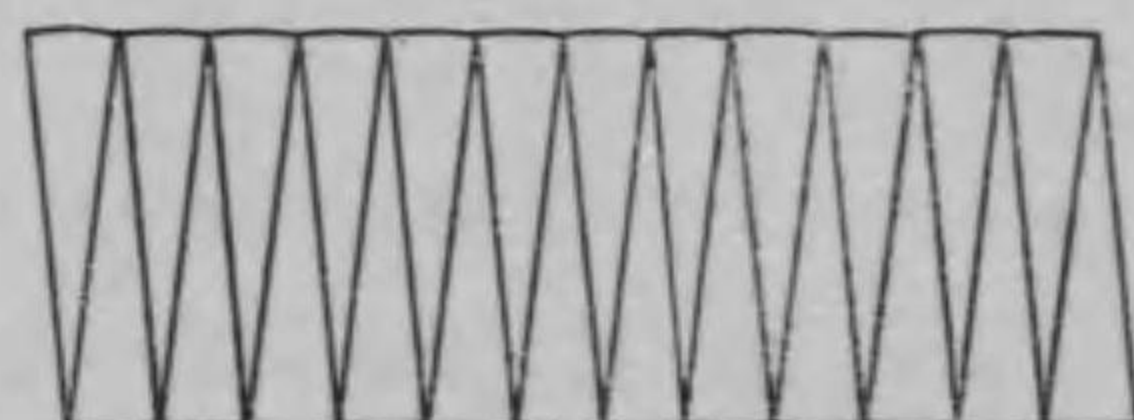
其ノ面積ハ如何ニシテ求メラレルカ?

併シ兒童ハ眞ノ矩形或ハ平行四邊形デハナイトイフデアラウ其ノ時ニハ兒童ニ出來ルダケ多クニ等分シテラドウナラウカト云フコトヲ考ヘサセレバヨイ。

第83圖



第84圖



故ニ此ノ矩形ノ面積ハ二ツノ底邊ノ各々ハ半圓周ニ等シク、又高サハ圓

ノ半徑ニ等シイ。故ニ其ノ面積ハ

$$\frac{1}{2} \times \text{圓周} \times \text{半徑}$$

$$\text{即チ 圓ノ面積} = \frac{1}{2} \times \text{圓周} \times \text{半徑}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{直徑} \times \pi \times \text{半徑}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times \text{半徑} \times \text{半徑} \times \pi$$

$$= (\text{半徑})^2 \times \pi$$

但シニハ圓周率ノコトデアル。

[注意] 第84圖ノ形ヲ平行四邊形ト考ヘルモ全ク同様ノ結果ヲ見ル。

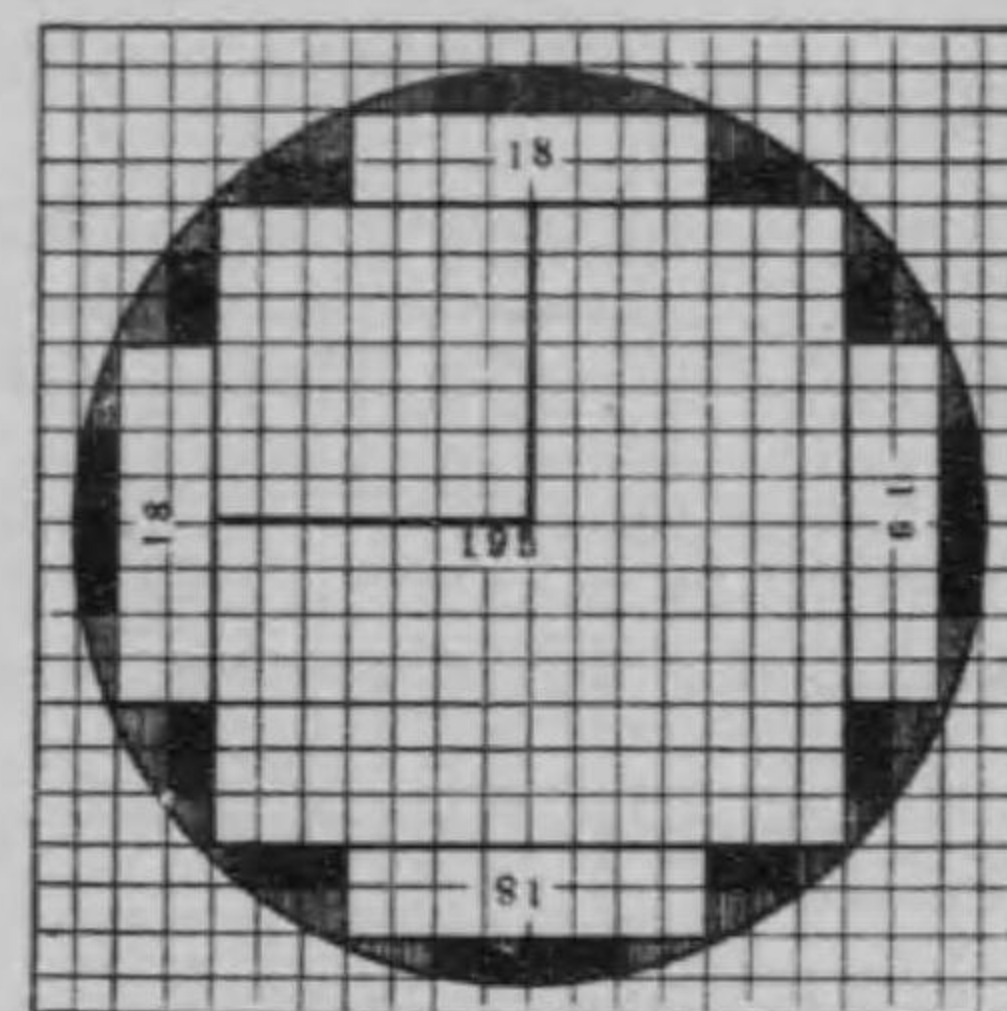
C. 方眼紙上ニ半徑10種ノ圓ヲ畫キテ其ノ面積ヲ求ム。

先ヅ第一ニ方眼紙ノ方眼

ノ數ヲ數ヘシム。

右ノ圖ニ示ス如クニ圓内ニハ大ナル正方形一ツト小ナル矩形四ツヲ作ルコトニ依ツテ數ヘルコトヲ容易ナラシムルコトヲ得ル。即チ

第85圖



$$\text{大ナル正方形ハ} \quad 14 \times 14 = 196 \dots\dots (1)$$

$$\text{四ツノ矩形ハ} \quad (8 \times 2) \times 4 = 64 \dots\dots (2)$$

$$\text{二ツノ方眼ヲ有スルモノ} \quad 2 \times 16 = 32 \dots\dots (3)$$

他ノ殘リノ面積ハ $\frac{1}{2}$ ヨリ小ナル眼ハ數ヘズシテ四分圓中ノ殘リハ 5.5 アルコトヲ知ル。即チ全部ノ

$$\text{殘リノ面積ハ} \quad 55 \times 4 = 22 \dots\dots (4)$$

上ノ(1)(2)(3)(4)ヲ全部加ヘテ 314 アル。

サテ第二ニ前分節ノ定理ヨリシテ求メヨ。

$$\pi r^2 = 3.14 \times 10^2 = 314$$

即チ面積ハ 314 平方種デアル。

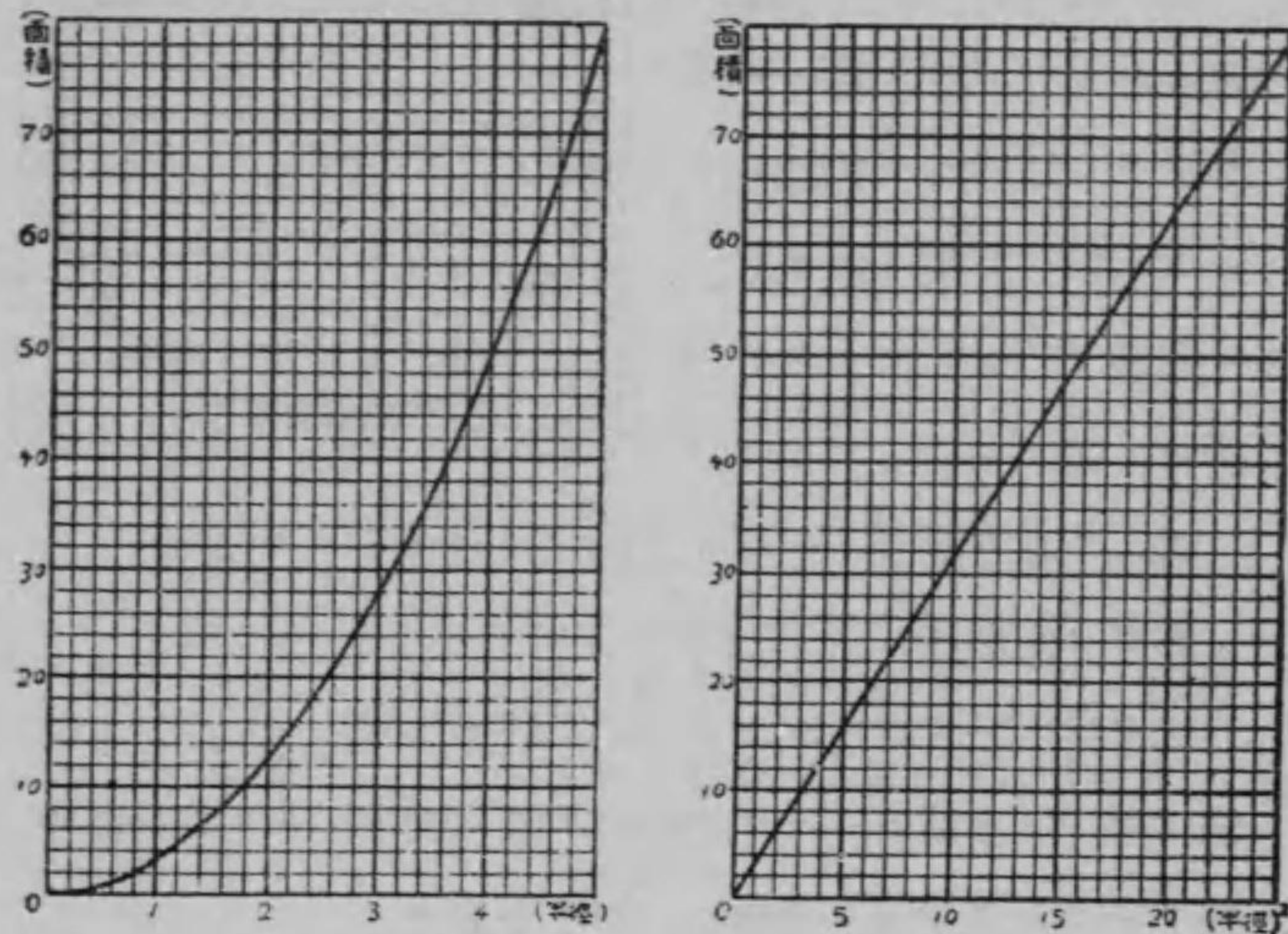
以上二ツノ測定ト計算トヨリシテ前頁ニ求メタ公式ノ眞ナルコトハ疑ヒヲ入レルコトハ出來ナイ。

D. 圓ノ面積ノ求メ方ガ明瞭ニナツタカラ次ニ圓ノ面積ヲ半徑ノ函數トシテソノ關係ヲ「グラフ」ヲ以テ示ス。之レ實ニ有

効ナモノデアル。

但シ次ノ圖ノ右ノ部分ハ横ヲ直徑ニ、縦ヲ圓周ニスレバ圓ノ直徑ト圓周トノ關係ヲ示ス「グラフ」ニモナル。

第86圖



サテ又ココニ此ノ「グラフ」ノ價值ニツキテ論及シテ見ヨウ。

1. 作ル其ノ事ニ貴イ價值ガアル。
2. 直徑ヲ知ツテ測定シ得ザル周圍ヲ知ルコト。
3. 周圍ヲ知ツテ測定シ得ザル直徑ヲ知ルコト。
4. 半徑ヲ知ツテ直チニ其ノ圓ノ面積ヲ知ルコト。
5. 圓ノ面積ヲ知ツテ直チニ其ノ圓ノ半徑ヲ知ルコト。
6. 圓ノ面積及ビ圓周ガ半徑或ハ直徑ト如何ナル函數關係ニ在ルカヲ一見シテ知ルコトヲ得。
7. (半徑)²ト圓ノ面積トノ函數關係ヲ知ル事ガ出來ル。

§ 44. ピタゴラスノ定理

ピタゴラスノ定理ハ紀元前約569年カラ500年ノ間ノ人ピタゴラスニヨツテ發見サレタモノデアル。彼ハ大數學者ニシテ又倫理學者、哲學者デアツタ。初メターレス派ノ學問ヲ重ンジ「エジプト」ニ遊學シ、後伊太利ニテ有名ナルピタゴラス學校ヲ起シタガ聽衆常ニ講堂ニ溢レタトイフ。此ノ聽衆中ニハ婦人マデ加ハツタ。其ノ一人テアノハ後ピタゴラスノ妻トナリ、彼ノ傳記ヲ書イテ後世ニ殘シタ。彼一派ノ學派ヲピタゴラス派トイフ。此ノ人々ハ後ニ政治運動ノ爲ニ殺害サレタ。

サテ次ニ其ノ定理内容ノ導入法ヲ述ベヨウ。

1. 直角三角形ノ直角ニ對スル邊ヲ斜邊ト云フ。

直角三角形ノ二邊ヲ a, b , 斜邊ヲ c トシテ次ノ要素ヲ有スル直角三角形ヲ作レ。

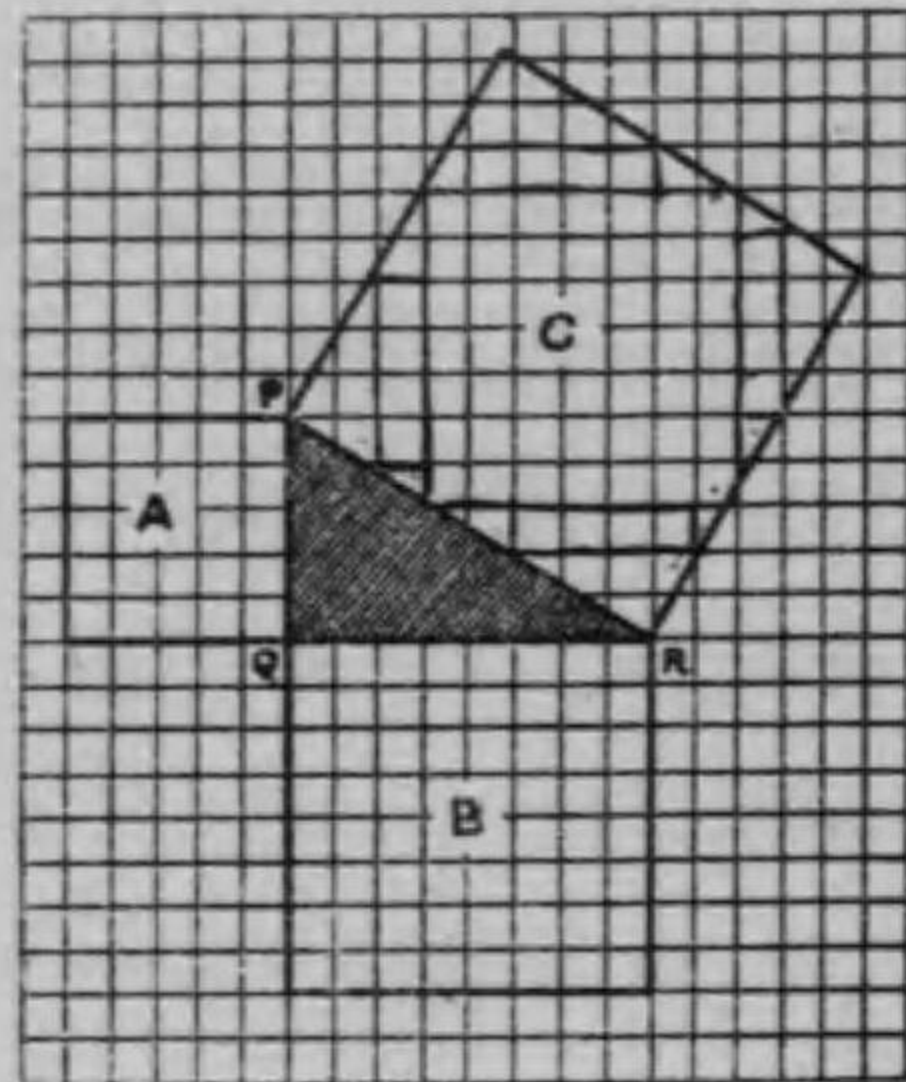
- | | |
|---------------|------------|
| (1) $a = 3$ 種 | $b = 4$ 種 |
| (2) $a = 6$ 種 | $b = 8$ 種 |
| (3) $a = 5$ 種 | $b = 12$ 種 |
| (4) $a = 7$ 種 | $b = 24$ 種 |
| (5) $a = 8$ 種 | $b = 15$ 種 |
| (6) $a = 4$ 種 | $b = 10$ 種 |

上ノ問題ニ於テ c ノ長ヲ測定シテ $a^2 + b^2$ 及ビ c^2 ノ値ヲ算出セヨ。ソシテ其ノ結果ヲ次ノ如キ表ニ記セヨ。此ノ表ヨリ何ヲ暗示セラレルカ?

回	a^2	+	b^2	=	計	c^2
(1)		+		=		
(2)		+		=		
(3)		+		=		
(4)		+		=		
(5)		+		=		
(6)		+		=		

2. 方眼紙に△PQR(第87圖)ノ如キ直角三角形ヲ畫キ且ツ各邊ノ上ニ正方形A, B, Cヲ外方ニ畫ケ。

第87圖

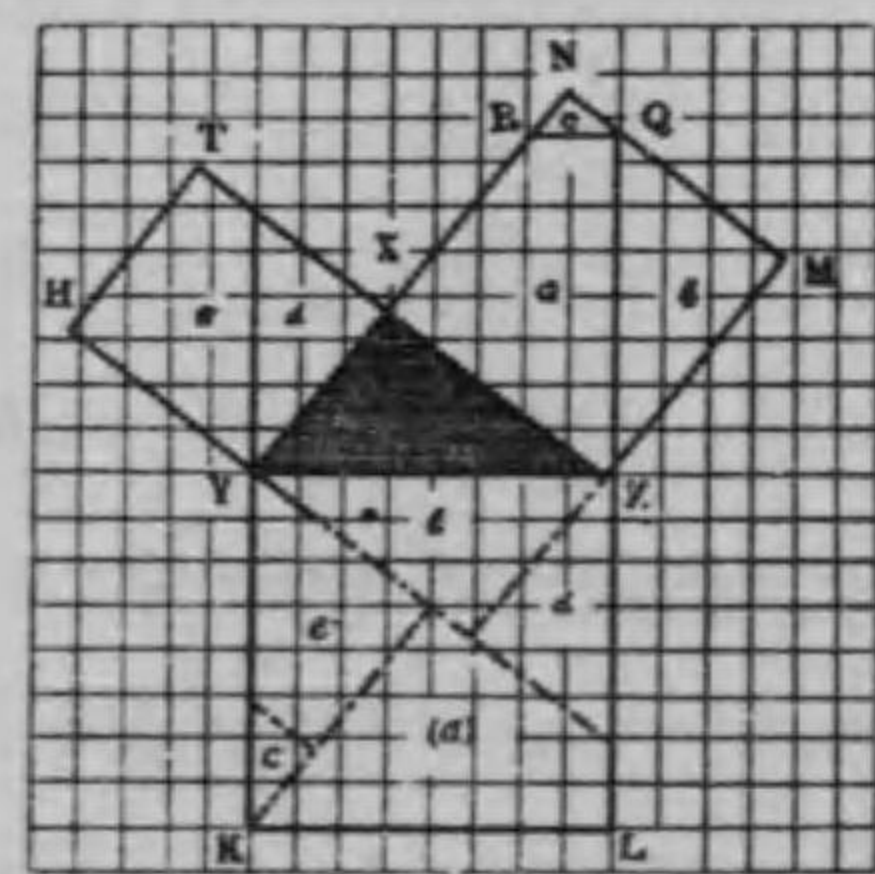


而シテ方眼ヲ數ヘテ正方形A, Bノ和ガ正方形Cニ等シキカ否カラシラベヨ。

數ヘ方ハ以前ノ通りニセヨ。

3. 直角三角形XYZ及ビ其ノ邊ノ上ニ正方形ヲ畫ケ。

第88圖



而シテ第88圖ニ示ス如ク正方形ヲ切り分チテ小正方形ニツテ大正方形ノ上ニハリツケテ見ヨ。ヨツテピタゴラスノ定理ノ暗示ハ出來タデアラウ。即チ斜邊ノ上ノ平方ハ他ノ二邊ノ上ノ平方ノ和ニ等シイコトガワカル。

4. サテ今迄ハ定理ノ説明バカリシタ様デアアルガ今度ハ此ノ定理ヲ逆ニ行ツテ三角形ノ斜邊ノ平方ガ他ノ邊ノ平方ノ和ニ等シイトキハ此ノ三角形ハ直角三角形デアルト云フ定理ヲ考ヘヨウ。此ノ事ヲ眞ニ了解シタ上ハコレヲ應用シテ次ノ三角形ノ何レガ直角三角形デアルカヲ見出セ。但シナルベク圖ヲ描カズニ考ヘヨ。

回	a	b	c
(1)	6	8	10
(2)	15	36	39
(3)	9	40	43
(4)	9	36	41
(5)	12	35	37
(6)	3	4	5

ソシテ容易ニ見出スコトガ出來ナイ様ナレバ圖ヲ畫イテ見出セヨ。但シ數ハ種ヲ單位トスルモノデアル。

5. 今nハ或ル正ノ整數ヲ表ハスモノトスレバ邊ノ長サガ次ノ公式ヲ以テ示サレルナラバ此ノ三邊ハ直角三角形ヲ作ル。

$$n^2-1, \quad 2n, \quad n^2+1$$

コレヲ代數的ニ證明スレバ下ノ如クナル。

$$(n^2-1)^2 = n^4 - 2n^2 + 1 \dots\dots\dots (1)$$

$$+ (2n)^2 = 4n^2 \dots\dots\dots (2)$$

$$(n^2+1)^2 = n^4 + 2n^2 + 1 \dots\dots\dots (3)$$

上ノ三式ニ於テ(1)(2)ノ和ハ(3)ナルコトハ直チニ明カデアアル。ヨツテ右ノ如クシテ多クトリ詳細ナ表ヲ作レ。

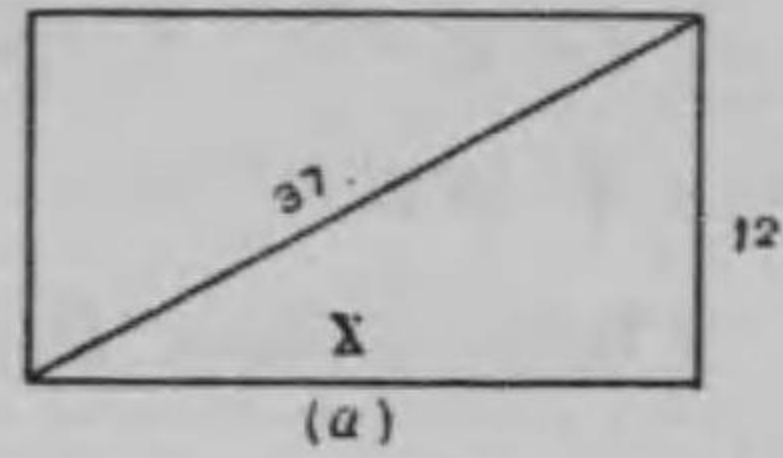
n	n^2-1	2n	n^2+1
2	3	4	5
3	8	6	10
4	15	8	17
5	24	10	26

6. ピタゴラスノ定理ノ實用的

應用問題ハ極メテ多イ。次ニ其ノ二三ヲ述ベヨウ。

(a) 矩形ノ一対角線ハ37種 一邊ハ12種デアル。他ノ邊ノ長サヲ求メヨ。

第89圖



此ノ問題ヲ解クニハ先ヅ是レト相似ナル圖ヲ書イテ測定シ概略ヲ求メヨ。

又開平ノ計算ヲ應用シテ求メヨ。

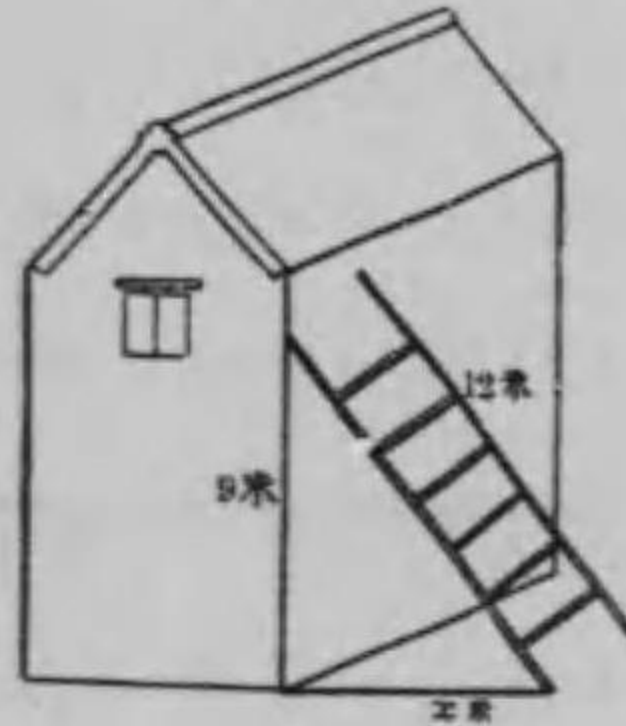
又全周ハ何程ノ長サガアルカラ求メヨ。

(b) 12米ノ梯子ガ地上9米ノ壁ノ上ニ達スルトスレバ梯子ノ足ハ壁ヲサル何米ノ所ニアルカ。(第90圖)

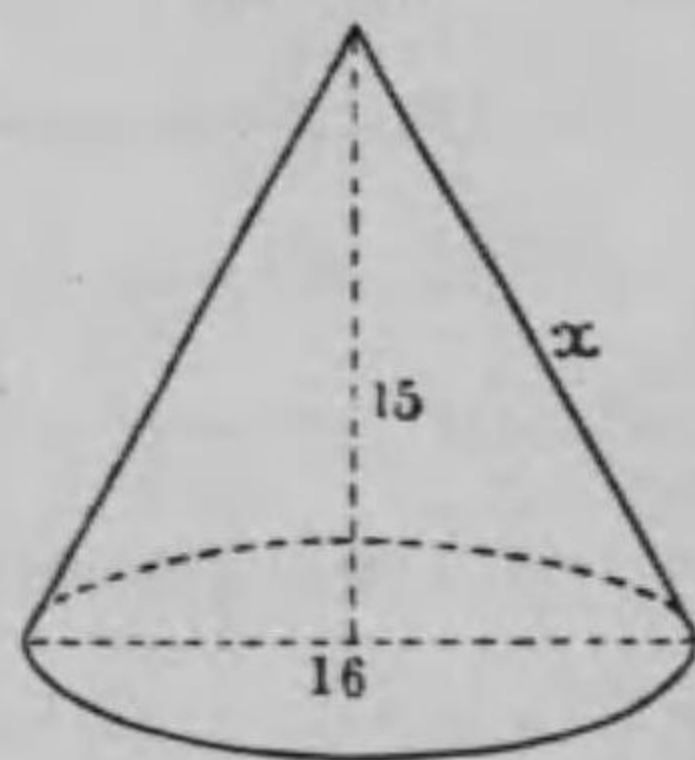
(c) 高サ15種、底邊ノ直徑16種ナル圓錐ノ斜高ハ何程デアルカ。(第91圖)

(d) 等邊三角形ノ邊ノ長サ10種デアルトキ、其ノ高サヲ求メヨ。又其ノ面積ヲ測レ。(第92圖)

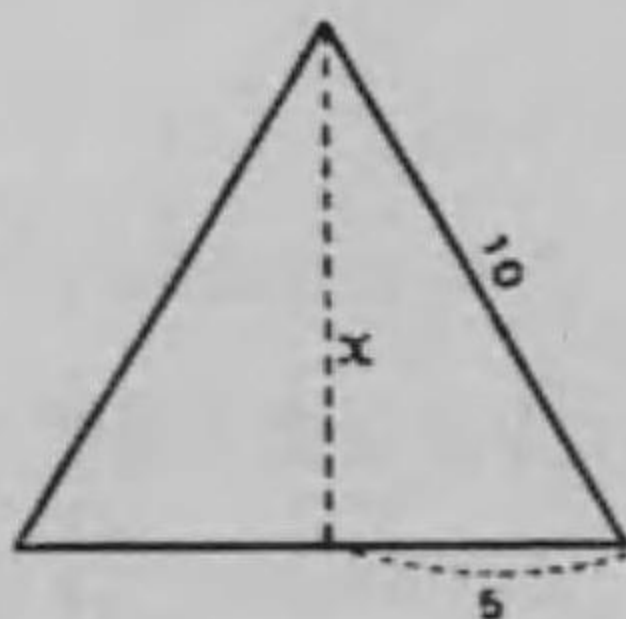
第90圖



第91圖



第92圖



(e) 高サ24米ノ塔ノ頂ヨリ塔底ヲ去ル四米ノ地點ニ張レル繩ガアツタ。此ノ繩ノ長サヲ計算シ且ツ實地縮圖ヲ書イテ説明セヨ。(第93圖)

[注意] 以上ノ問題ハ主トシテ直角三角形ノ邊ノ二ツヲ知ツテ他ノ邊ヲ求ムル問題デアルガコレニ三通リアルコトヲ知ラネバナラヌ。次ニコレヲ記シ、求メル方法ヲ概記シヨウ。

(1) a と b ヲ知ルトキ、 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

(2) b と c ヲ知ルトキ、 $a = \sqrt{c^2 - b^2}$

(3) c と a ヲ知ルトキ、 $b = \sqrt{c^2 - a^2}$

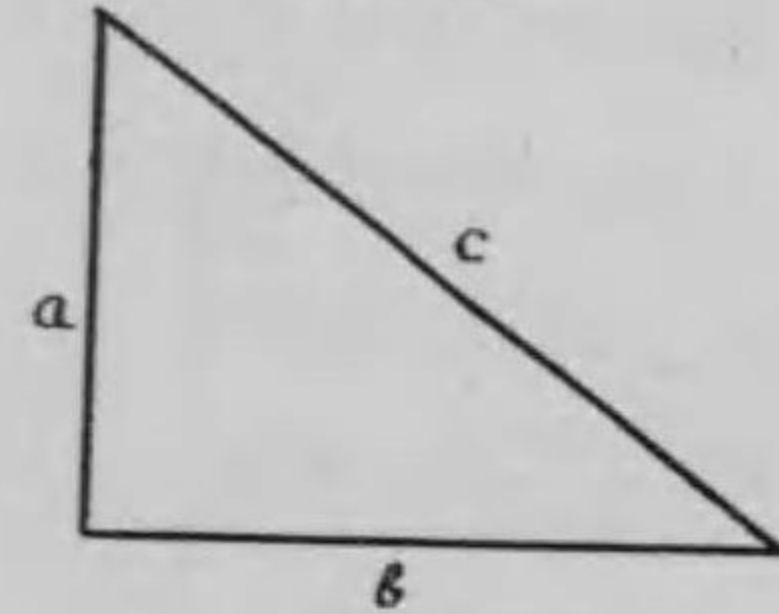
第93圖



因ニ此ノ關係ノ中最モ簡單ナル

ハ 3, 4, 5 及ビ 6, 8, 10 デアル。コレ等ノ數ヲフクムモノニヨリ初歩的練習ヲサセルガヨイ。

第94圖



§ 45. 對角線尺

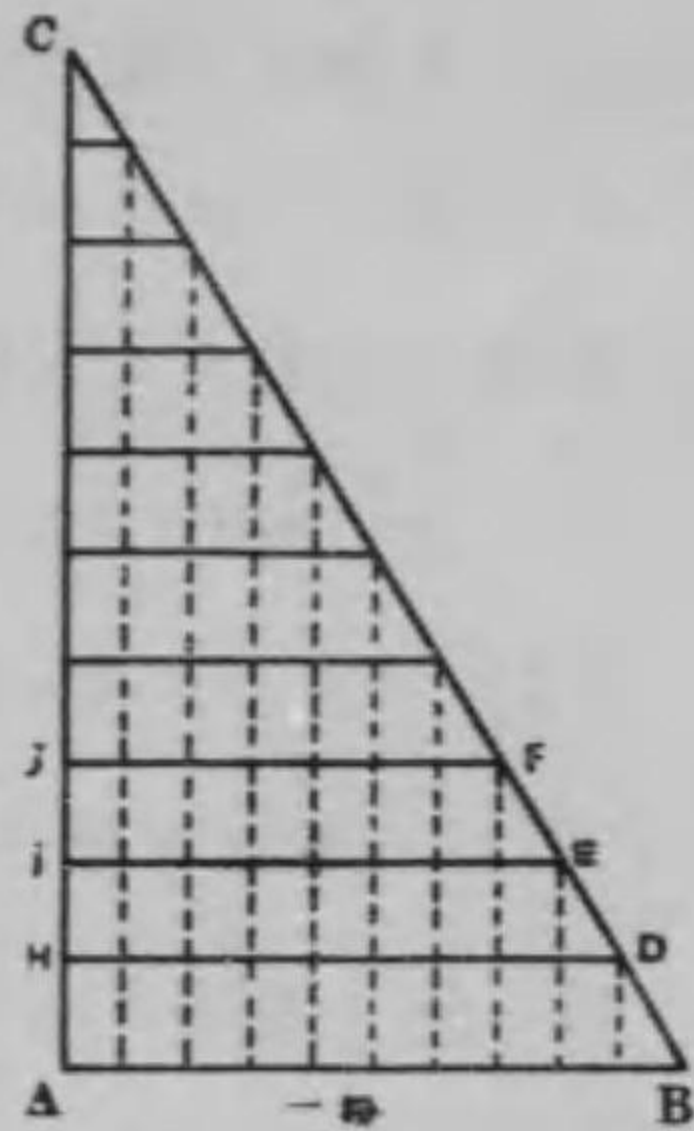
A. 直線 AB ヲ引キ其ノ長サヲ 5 種ナラシメヨ。Aヨリ ABニ垂線 AC ヲ立テ其ノ長サヲ 10 種ナラシメヨ。CB ヲ結ベ、AC ヲ 1 種毎ニ區切り其ノ各分點ヨリ ABニ平行線ヲ引ケ。而シテ是等ノ平行線ノ各ノ長サヲ測定シ且ツ各ガ基線 ABノ如何ナル分數ナルカラ考ヘヨ。

B. 基線ヲ一粉トシ其ノ一端ニ垂線ヲ立テ其ノ長サヲ任意ノ長サニシテ且ツ之ヲ十等分セヨ。(A)ノ如ク作圖ヲ完成シテ各平行線ガ基線ノ如何ナル分數ナルカラ見出セヨ。

C. (B)ノ基線一分ノ場合各平行線ノ實際ノ長サハ幾許カ?

右圖ニ示ス如ク CBニ交ル平行線ノ交點ハ CBヲ10等分スルコトハ相似ノ理論ヨリ明カデア。ヨツテ其ノ各分點ヨリ CAニ平行ニ直線ヲ引キテ ABトノ交點ヲ求ムレバ ABヲ10等分スル。然ルニ ABハ一分ナル故ニ次ノ如クニナル。

第95圖



HD = 9 種
IE = 8 種
JF = 7 種
⋮ ⋮ ⋮
トナルノデア。

基線ヲ一 種トスレバ同様ニ作圖スルト各平行線ノ長サハ次ノ如クナルノデア。

$\frac{10}{10}$ 種 $\frac{9}{10}$ 種 $\frac{8}{10}$ 種 $\frac{7}{10}$ 種 $\frac{1}{10}$ 種
即チ 10 耗 9 耗 8 耗 7 耗 1 耗

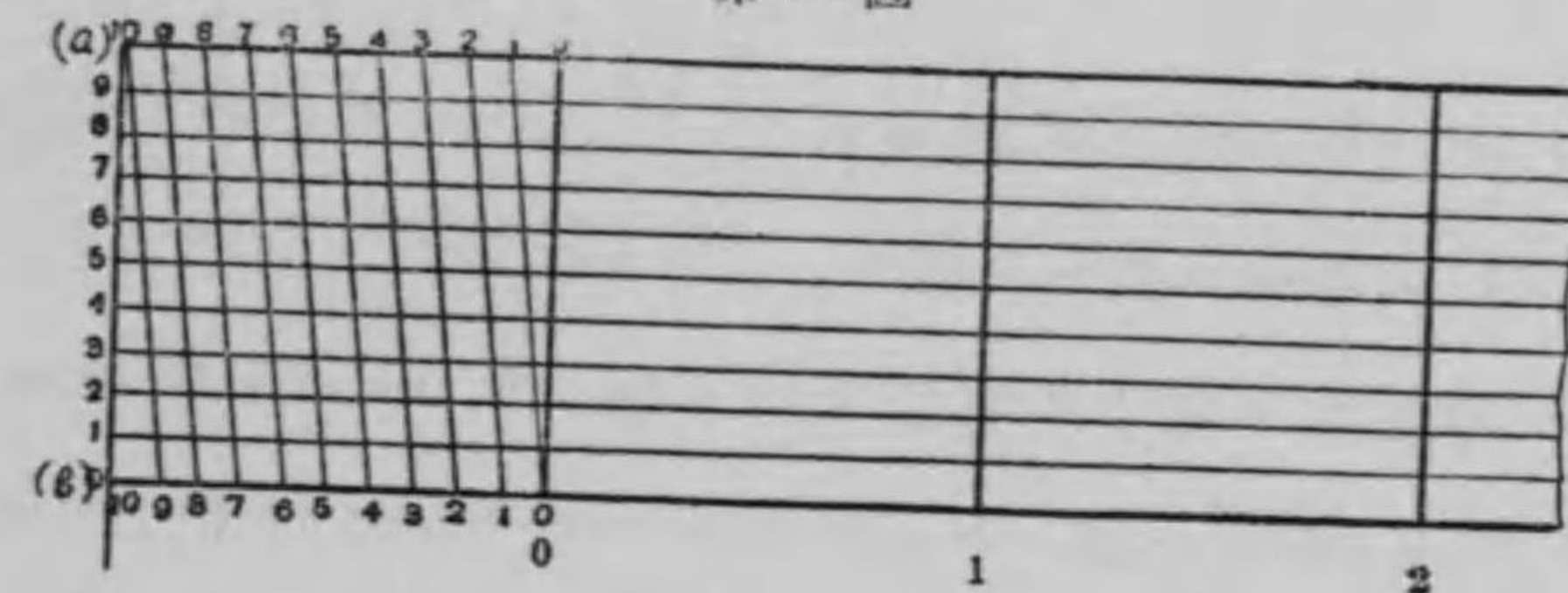
D. 以上細ク分ケテ其ノ内容トナル根本ヲ説明シタノデア。普通ノ物差ニヨツテハ 1 耗以下ハ正シク測定スルコトハ出来ナイ。ヨツテココニ第96圖ニ示ス如キ對角線尺ヲ用フレバ甚ダ便利デア。次ニ其ノ對角線尺ノ製作法及ビ用法ヲ説明シヨウ。

1. 第96圖ニ示スガ如ク二本ノ平行線ヲ引キ一單位毎ニ目盛

リヲ附ケヨ。

- 此ノ二平行線間ノ距離ヲ10等分シ、各分點ヨリ初メノ平行線ニ平行ニ直線ヲ引ケ。
- 上底ト下底トニアル直線上ノ最初ノ一單位ヲ10等分シ圖ニ示スガ如キ數ヲ命名セヨ。
- 又圖ニ示スガ如ク上邊ノ 1, 2, 3, 4, 5, , 10ノ點ト下邊ノ 0, 1, 2, 3, 4, , 9ノ點トヲ夫々結合スル對角線ヲ引ケ。
- 0ヨリ右ニアル單位ヲ10種トスレバ左ノ部分ハ1種宛ノ目盛トナル。若シ0ヨリ右ノ單位ヲ1種トスレバ如何。

第96圖



以上其ノ製作法ノ概略ヲ述ベタ。而シテ此ノ作ラレタル對角線尺ハ何ヲ意味スルカ。

0ヲ通ル垂直線ヨリ第一ノ斜ナル直線ニ至ル小ナル平行直線ハ下ヨリ順ニ上ニ

0, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04 0.1種

垂直線ヨリ第五ノ斜ナル直線ニ至ル平行直線ハ下ヨリ順ニ上ニ

0.5, 0.51, 0.52, 0.53 0.6種

斯様ニシテ小数第2位迄ヲ正確ニ測定シ得、又確實ニ描クコトヲ得。其ノ作レル對角線尺ヲ用ヒテ次ノ長サヲ有スル直線ヲ引ケ。

- (a) 0.38種 (b) 1.57種 (c) 2.92種
- (d) 3.07種 (e) 4.72種 (f) 2.94種

§ 46. 實用幾何問題

A. 四邊形ト等積ナル三角形ヲ作ルコト。

ABCD ヲ任意ノ四邊形トセヨ。

ABCD ト等積ナル三角形ヲ作ルコトヲ示サウ。

今 AC ヲ結ビ DC ヲ延長セヨ。AC ニ平行ニ BE ヲ引キ、

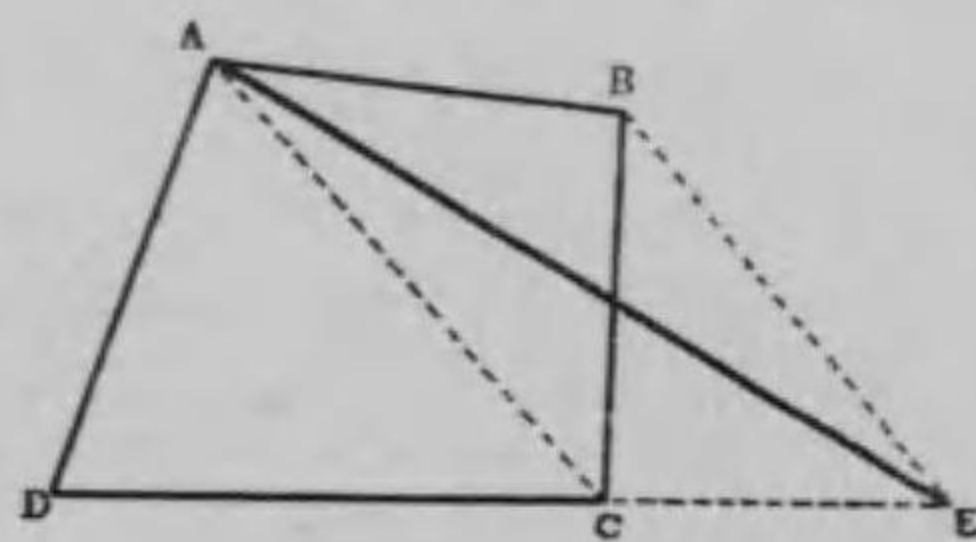
DC ノ延長トノ交リヲ E トセヨ。而シテ AE ヲ結合セヨ。

然ラバ $\triangle ADE$ ハ求ムル三角形デアル。 $\triangle ABC$ ト $\triangle AEC$ トハ同底 AC ノ上ニ立ツ同高ノ三角形デアル。何トナレバ兩三角形ハ二平行線 AC, BE ノ間ニアルカラデアル。故ニ兩三角形ノ面積ハ等シイ。

此ノ兩三角形ニ三角形 ADC ヲ加フレバ $\triangle ADE$ ハ四邊形 ABCD ト等積トナルデアル。

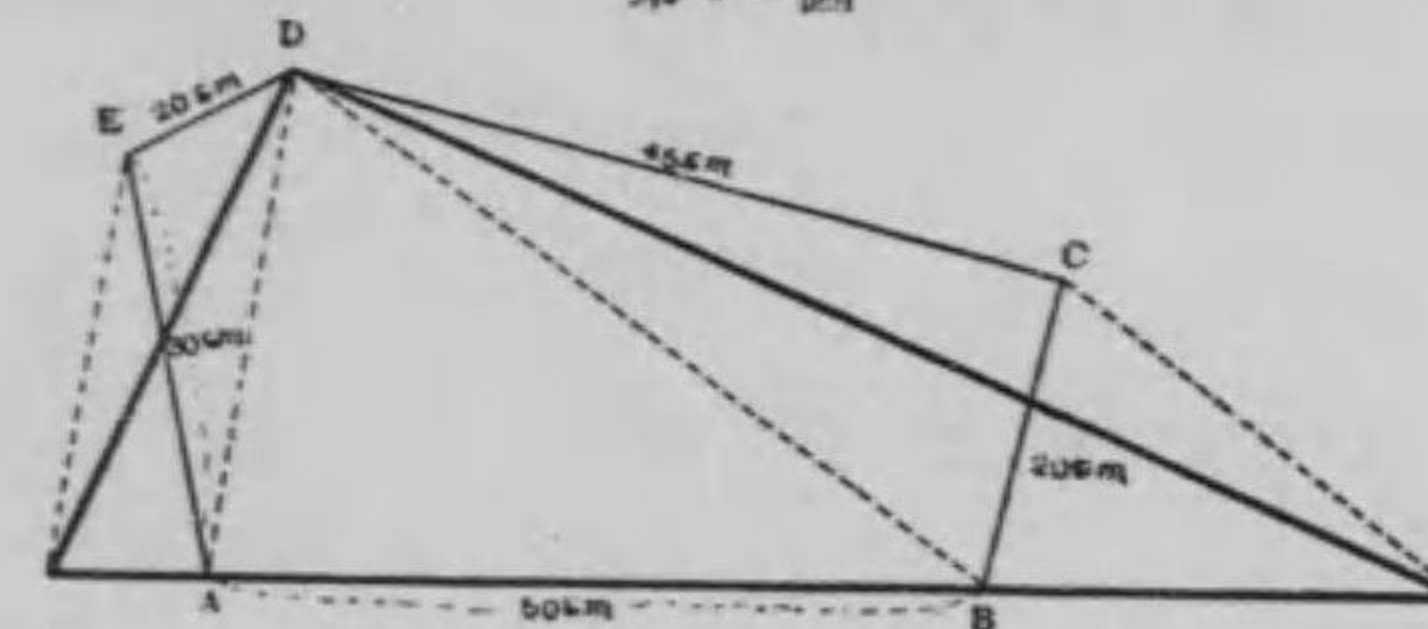
B. 前ニ示セル圖ニ於テ第一ニ四邊形ヲ三角形ニ分チテ其ノ面積ヲ求メ又第二ニ三角形ニ直シテ其ノ面積ヲ求メヨ。ソシテ兩者ヲ比較セヨ。

第97圖



C. 第98圖ニ示ス如ク五邊形 ABCDE ヲ丁寧ニ描キ前ニナシタ方法ヲ以テ三角形ニ變形シ其ノ面積ヲ求ム。又 ABCDE ヲ三ツノ三角形ニ分チテ其ノ面積ヲ求メ前者ト比較セヨ。

第98圖



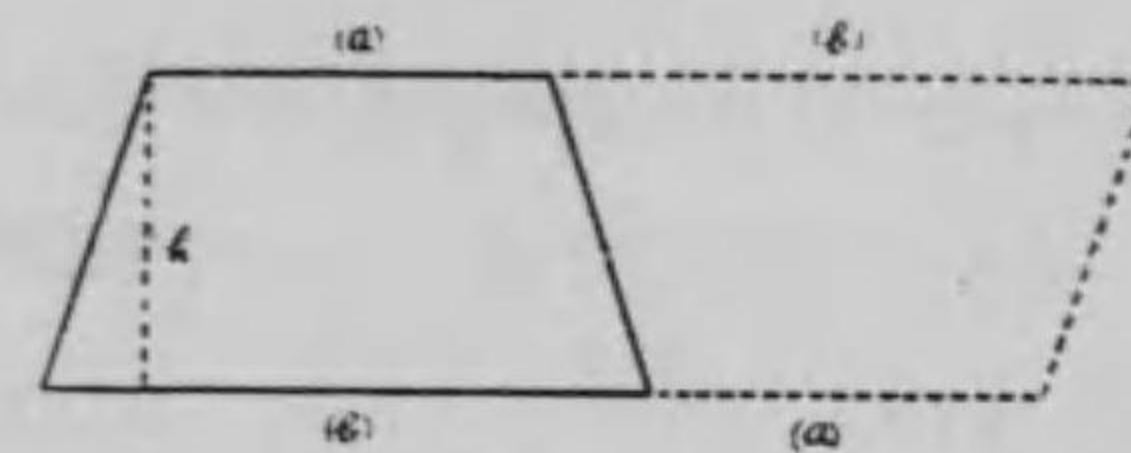
D. 次ニ示ス四邊形ハ梯形デアル。即チ其ノ四邊ノ中、相對スル二邊ハ平行ニシテ他ノ相對スル二邊ハ平行デナイ。今 a, b ハ平行ナル二邊ノ長サ、h ハ其ノ平行線間ノ距離即チ梯形ノ高サトスル。

第99圖

然ラバ梯形ノ面積ハ

$$(a+b) \times h \div 2 \text{ トナル。}$$

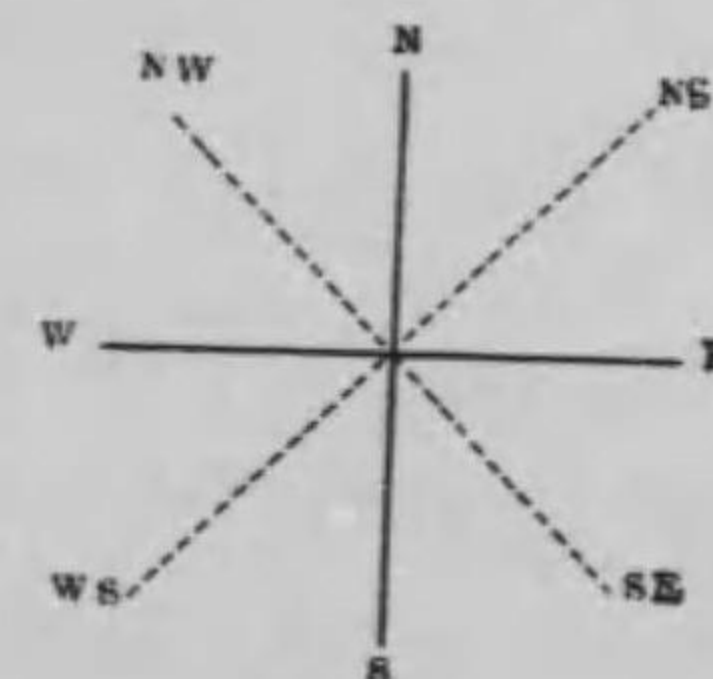
ナントナレバ圖ニ示ス如



ク梯形ハカク逆ノ位置ニアル二ツノ合同ナル梯形ヲナラベルト平行四邊形トナルカラ其ノ面積ヲ求メ、

其ノ半分ガ梯形ノ面積デアルカラデアル。

第100圖



E. A 地ヨリ風車ヲ望見スルニ北ヨリ 20° 東ニアツタ。ソテシ北ニ向ツテ 4 軒歩ミタルニ其

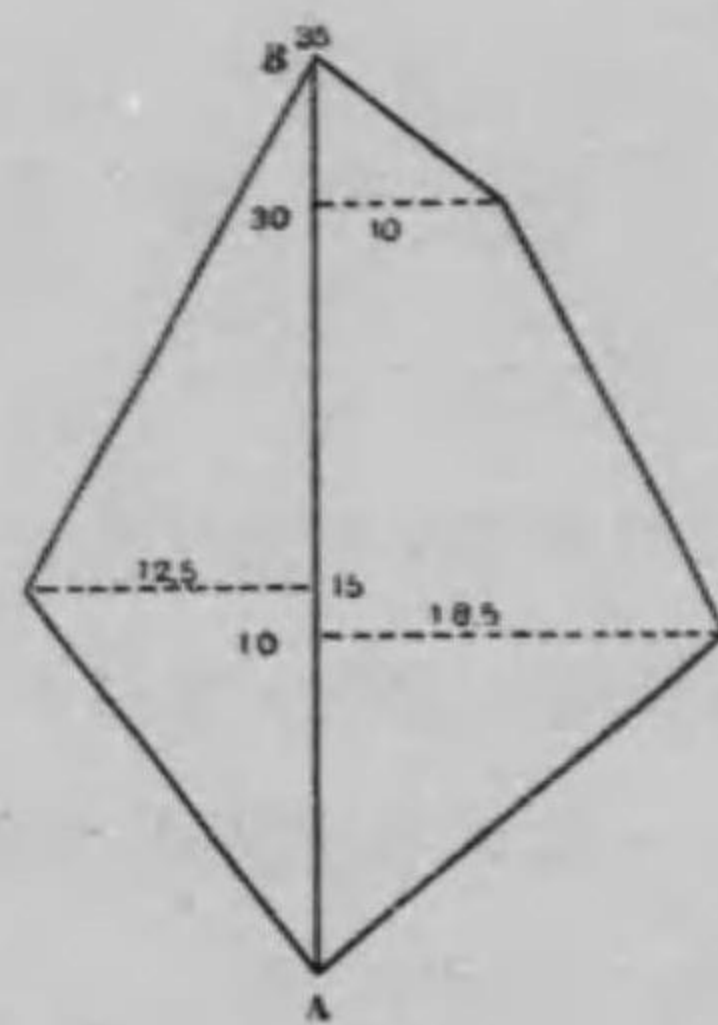
第101圖



ノ風車ハ丁度東北ニ見エタト云フ。縮圖ヲ書キ A 及ビ B ヨリ風車ニ至ル距離ヲ求メヨ。

F. 次ノ圖ハ測量者ノ書ケル畑ノ平面圖及ビ其ノ手帳ニ記入セル數デアル。圖ヲ見テ面積ヲ計セ。(單位ハ米)

第102圖



AヨリBニ至ル	
35	
30	10
12.5	15
10	18.5
A	ヨリ

G. 次ニ示セル數ハ測量者ノ記入セルモノデアル。其ノ畧圖ヲ描キ且ツ面積ヲ求メヨ。(單位ハ米)

(1)

AヨリBニ至ル	
64	
25	55
20	22
19	12
15	8
A	ヨリ

(2)

AヨリBニ至ル	
79.5	
49.6	64.7
54.6	47.6
5.9	27.0
10.9	25
A	ヨリ

§ 47. 比及比例應用實例

前諸節ニ於テ度々比例ニ關スル説明ヲナシタノデアアルガ今一度實用的見地ヨリ述べヨウ。

A. 邊ガ比例ヲナスニツノ三角形ヲ作レ。ソレニ先ヅ第一ノ三角形ハ邊ヲ 3 種, 4 種, 5 種 トシテ第二ノ三角形ノ三邊ヲ 4.5 種, 6 種, 7.5 種 トセバ是等ノ邊ハ比例ヲス。

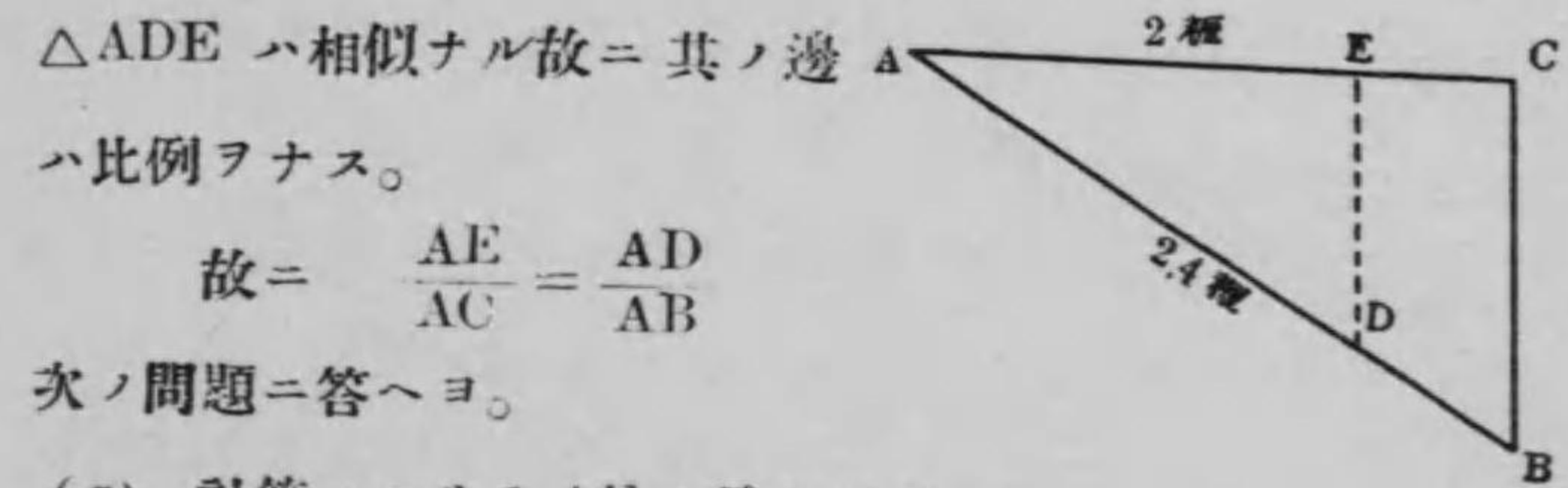
$$\frac{3}{4.5} = \frac{4}{6} = \frac{5}{7.5} = \frac{2}{3}$$

此ノ書キタルニツノ三角形ノ各角ヲ測定セヨ。

三角形ハ相似デアルカ否カ?

B. 直線 AB ヲ引キ長サ 2.4 種 ナラシメ、之レト任意ノ角 (30°) ヲナス直線 AC ヲ作り AC ノ長サヲ 2 種 ナラシメソシテ BC ヲ結合セヨ。次ニ AB 上 A ヨリ AD=1.8 種 ヲ切り取レ。DE ヲ BC ニ平行ニスレバ △ABC,

第103圖



△ADE ハ相似ナル故ニ其ノ邊ハ比例ヲナス。

$$\text{故ニ } \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$$

次ノ問題ニ答ヘヨ。

- (a) 計算ニヨリテ AE ノ長サヲ求ム。
- (b) AE ノ長サヲ測定シテ求メ前ノ値ト比較セヨ。
- (c) 比 $\frac{AD}{DB}$ 及ビ $\frac{AE}{EC}$ ヲ比較セヨ。

又如何ナル三角形ニ於テモ一邊ニ平行ナル直線ヲ作り他ノ二邊ニ交ラシムレバ二邊ハ比例ヲナス様ニ切ルコトハ明カデア

ル。即チ第103圖ニ於テ

$$AD : AB = AE : AC$$

故ニ $AD \times AC = AB \times AE$

ト云フコトモ出來ル。

C. 線分 AB ヲ二ツニ分テ各ノ長サノ比ガ 2:3 トナル様ニセヨ。(第104圖)

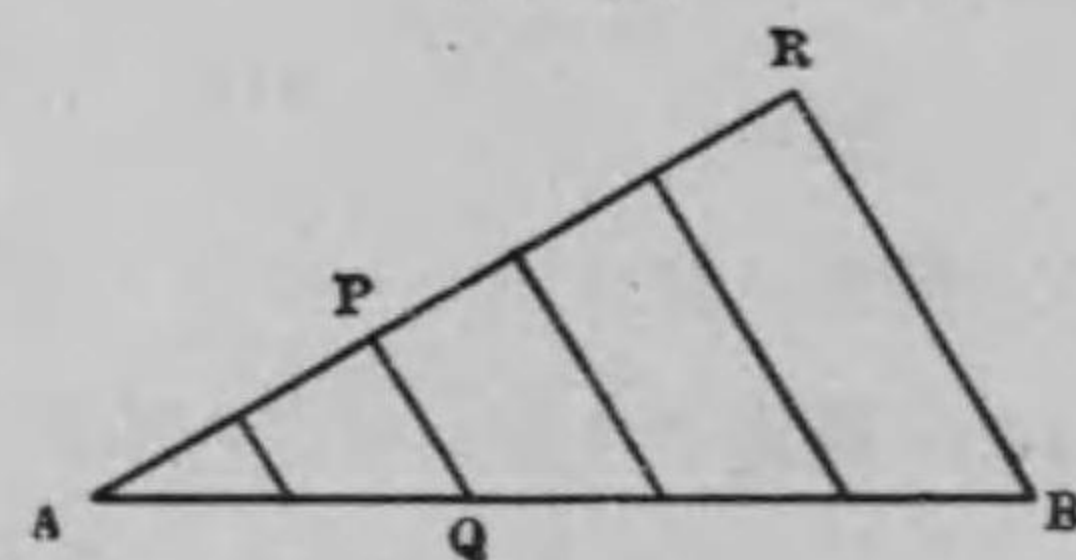
此ノ問題ハ即チ AB ト任意ノ角ヲナシテ直線 AR ヲ引キ相等シキ長サヲ五ツ含ムヤウニ切レ。ソシテ RB ヲ結ベヨ。又第二ノ分點 P ヨリ RB ニ平行線ヲ作り之ヲ PQ トセヨ。然ルトキ

$$AP : PR = 2 : 3$$

$$\therefore AQ : QB = 2 : 3$$

ヨリテ AQ : BQ ノ値ヲ測定シテ求メ前ノ値ト比較シテ見ヨ。同様ニシテ直線ハ $m : n$ ノ任意ノ比ニ分ケルコトヲ得ルコトヲ知ル。即チ其ノ時ニハ $m+n$ ニ任意ノ直線ヲトリテ m ト n トノ長サニ分テ上

第104圖



ノ如クスレバ可デア

ル。

コレハ按分比例ニ類

スルモノデ線分ハ

$$\frac{m}{m+n} \text{ ト } \frac{n}{m+n} \text{ トニ分レ, 其ノ比ハ } m:n \text{ デアル。}$$

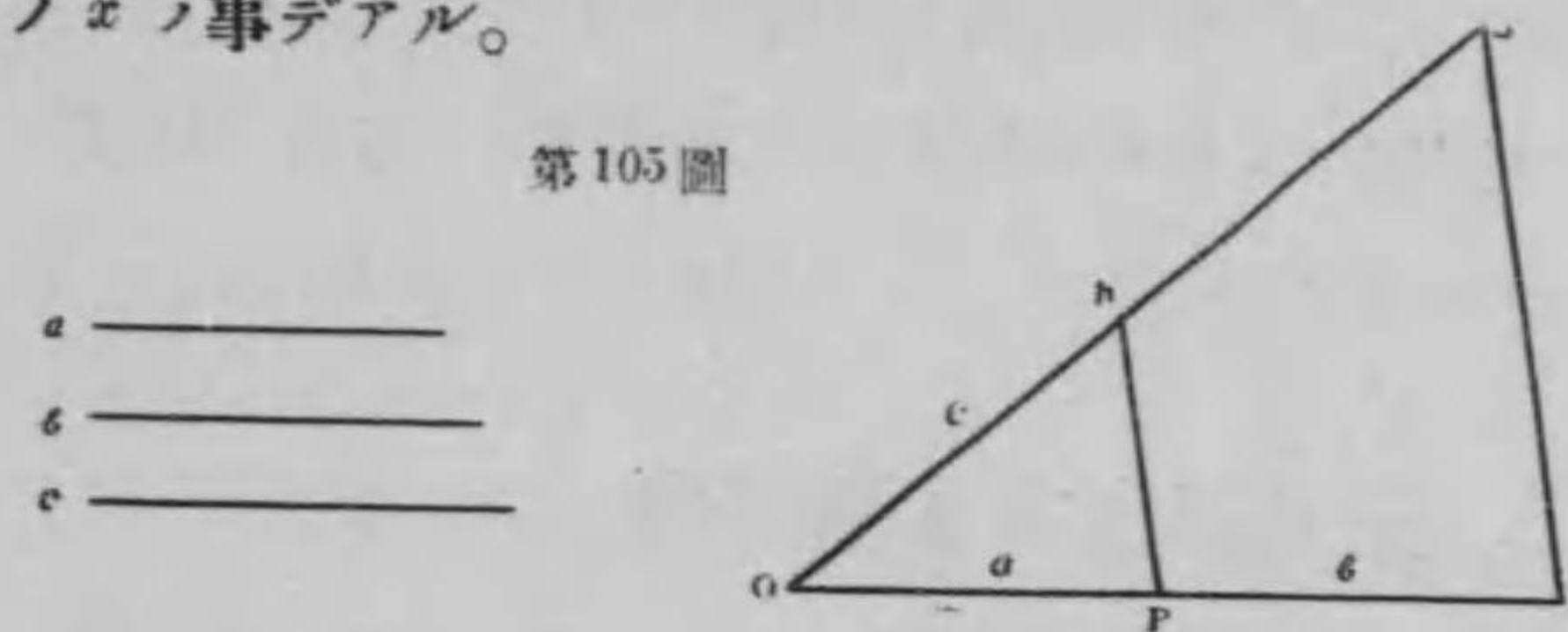
D. 三ツノ與ヘラレタル線分 a, b, c ノ第四比例項ヲ求ム。

但シ此ノ第四比例項トハ

$$a : b = c : x$$

ノ x ノ事デアル。

第105圖



直線 OQ ヲ引キ $OP=a, PQ=b$ ナラシメ, O ヲ通ル任意ノ直線 OS ヲ引キ $OR=c$ ナラシメ, PR ヲ結ビ PR ニ平方ニ QS ヲ引キ OR トノ交點ヲ S トセヨ。然ラバ RS ハ求ムル第四比例項ニ相當スル長サデアル。何トナラバ

$$OP : PQ = OR : RS \quad \text{デアルカラデアル。}$$

(a) 四線分 OP, PQ, OR, RS ヲ測定セヨ。

(b) $\frac{OP}{PQ}$ 及ビ $\frac{OR}{RS}$ ノ値ヲ比較セヨ。

E. 一直線ヲ引キ $OA=12$ 種 $AB=4$ 種 } ナラシメ,
 $BC=8$ 種 $CD=6$ 種 }

又 O ヨリ任意ノ角ヲナス他ノ直線 OL ヲ引キ $OL=18$ 種 ナラシメヨ。AL ヲ結ビ AL ニ平行ニ BM, CN, DP ヲ引ケ。

ソシテ下ノ測定ヲナセ。

(a) LM, MN, NP ヲ測定セヨ。

(b) $\frac{OA}{OL}, \frac{AB}{LM}, \frac{BC}{MN}, \frac{CD}{NP}$ ヲ比較セヨ。

(c) $OL \times AB = OA \times LM$
 $LM \times BC = AB \times MN$

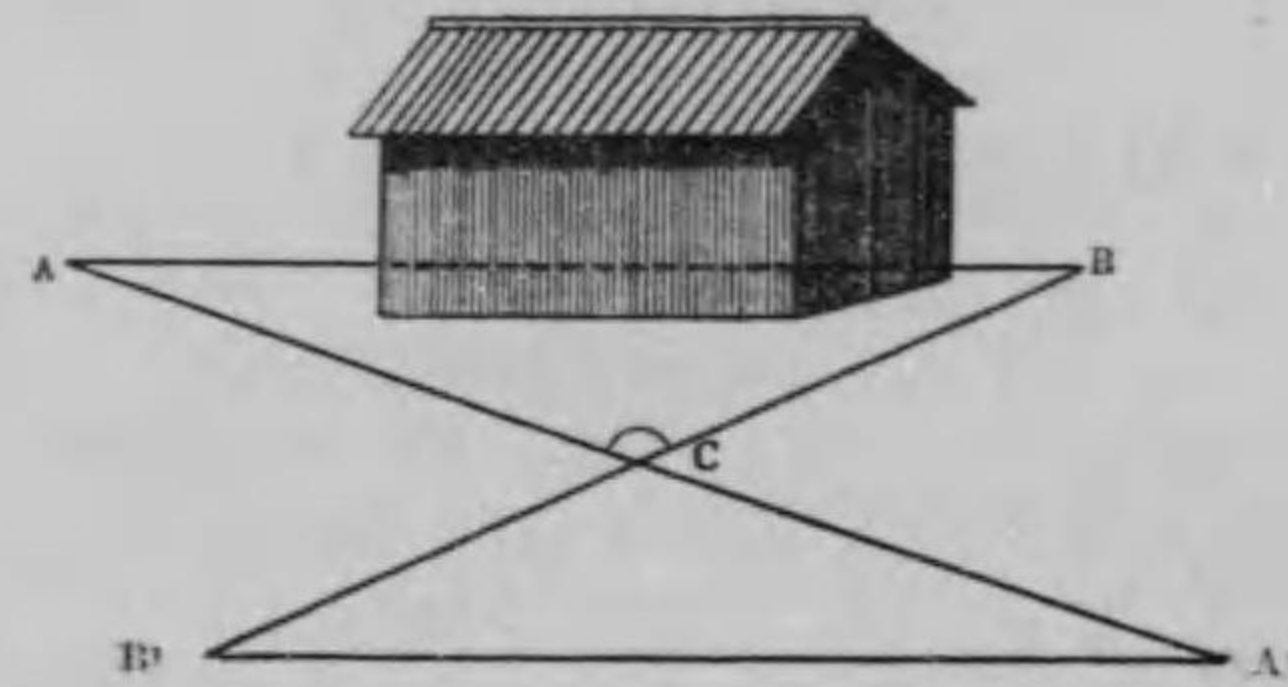
$$\left. \begin{aligned} OM \times BC &= OB \times MN \\ MN \times CD &= BC \times NP \end{aligned} \right\} \text{ヲ證セヨ。}$$

此ノ問題ヨリ何か比例式ニツイテ新シイ事項ヲ發見スルコトハナイカ?

§ 48. 三角形應用實測問題

A. AB二點間ニ家ガアルトスレバ如何ニシテ此ノ二點ノ距離ヲ實測シ得ルカ。

第 03 圖



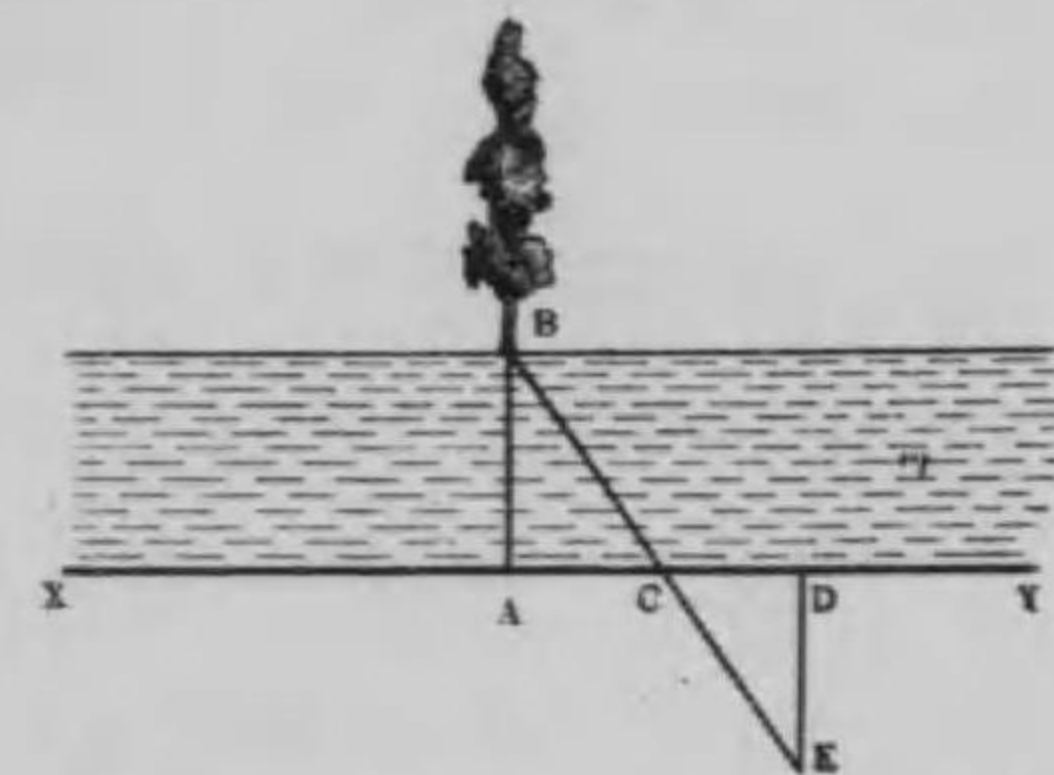
此ノ方法ハ圖ヨリ明カナル如ク一點CヲシテAB二點ヲ見通シ得ル様ニ定メ、ACヲ結ビテCA'ヲACニ等シクシ、BCヲ結ビテCB'ヲCBニ等シクス。而シテA',B'ノ點ヲ求メテ其ノ二點間ノ距離ヲ求メルト、之ガABノ距離ヲ與ヘル。コレ測定困難ナル二點AB間ノ距離ヲ求メル方法デアル。之ガ理由ヲ考ヘルニ $\triangle ABC$ ト $\triangle A'B'C'$ トニ於テ作圖ニヨリ

$$\left. \begin{aligned} AC &= CA' \\ BC &= C'B \\ \angle ACB &= \angle A'C'B' \end{aligned} \right\} \text{デアルカラ} \left\{ \begin{array}{l} \triangle ACB \\ \text{ト} \\ \triangle A'C'B' \end{array} \right\} \text{ハ合同デア}$$

ルコトガワカル。故ニ $A'B' = AB$ 。此ノ方法ハ家デナクトモ如何ナル障礙物ノアル場合ニモ利用サレル。

B. 河幅ヲ測定スルニハ如何ニスレバヨイカ。

第 167 圖



其ノ方法ハ 點Bヨリ河岸ノ垂線BAヲ考ヘル。河岸XYニ沿ウテ任意ノ點Cヲ取りACヲ結ビコレヲ延長シテ $CD = AC$ ナラシメ、Dニ於テXYニ垂線DEヲ立テヨ。又BCヲ見通シBCヲ延長シテDEトノ交點ヲEトセヨ。然ラバ $\triangle ABC \cong \triangle CDE$ トナリテ $DE = BA$ トナルノデアル。ヨツテDEヲ測定シテ測定シ難キBAノ長サニ代ヘル事が出來ル。

ココニ注意スベキコトハ 點AヲXY上ニ定メルコトデアル。此ノ爲ニハBヲXY上ノ任意ノ點ヨリ見通シテXYニ垂直ニナルヤウニシ之ヲAトスレバヨイ。又此ノ爲ニハ初メ對岸ニ樹木ナドノ如キ目標ヲトリ之ヲBトスルガ都合ガヨイ。

此ノ理ハ又種々ノ測定ニ必要ナモノデアル。

C. 行ク事ノ出來ナイ二點(例ヘバ川向フノ二點AB)ノ距離ヲ求メルニハ如何ニスルカ?

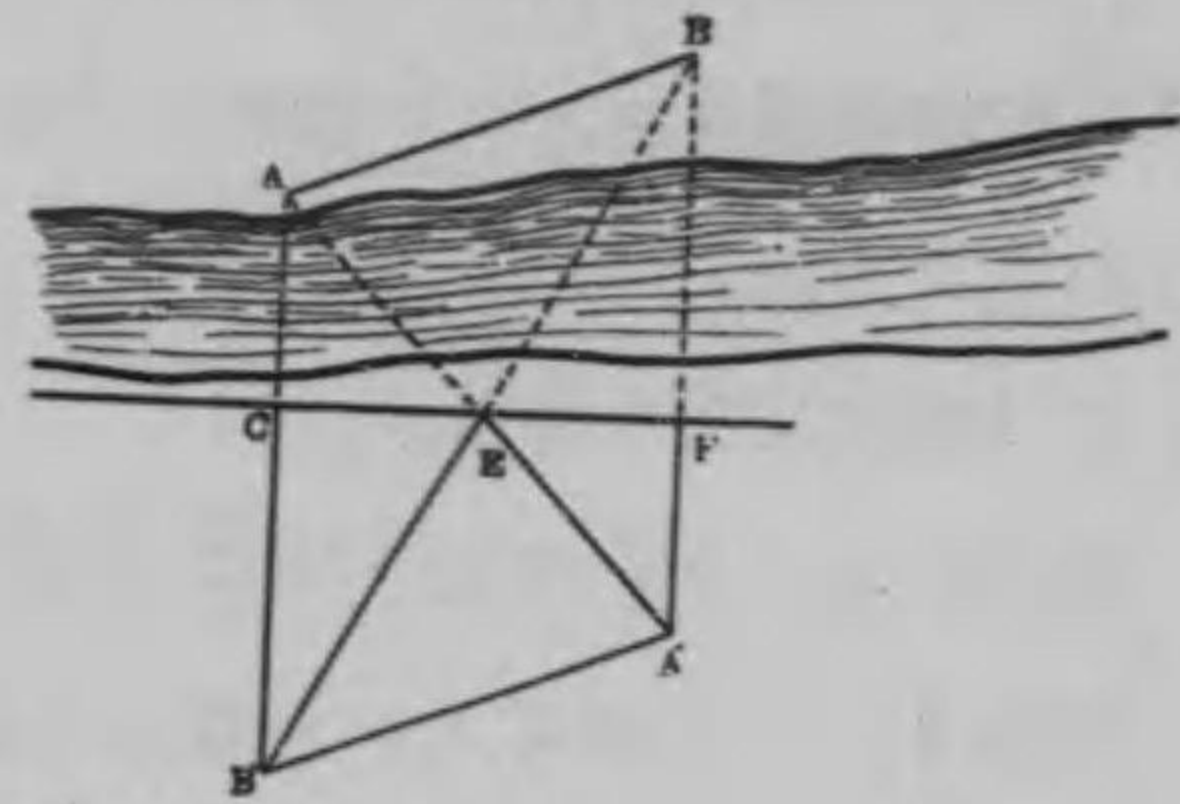
次ニ其ノ實測ノ順序ヲ記サウ。

(1) CFノ基線ヲ定メルコト。

(2) 其ノ基線上ニA,Bヨリ垂線ヲ下セ。其ノ足ヲC,Fトセ

ヨ。(AC, BFハ實際ニ作ラナイデモ C, Fハ定メル事が出来ル。)

第108圖



(3) CFノ中點 Eヲ定メヨ。

(4) Eヨリ A, Bヲ見通シテ其ノ延長上ニ A', B'ヲトリ, 且ツ之ヲ AC, BFノ延長上ニアラシメヨ。

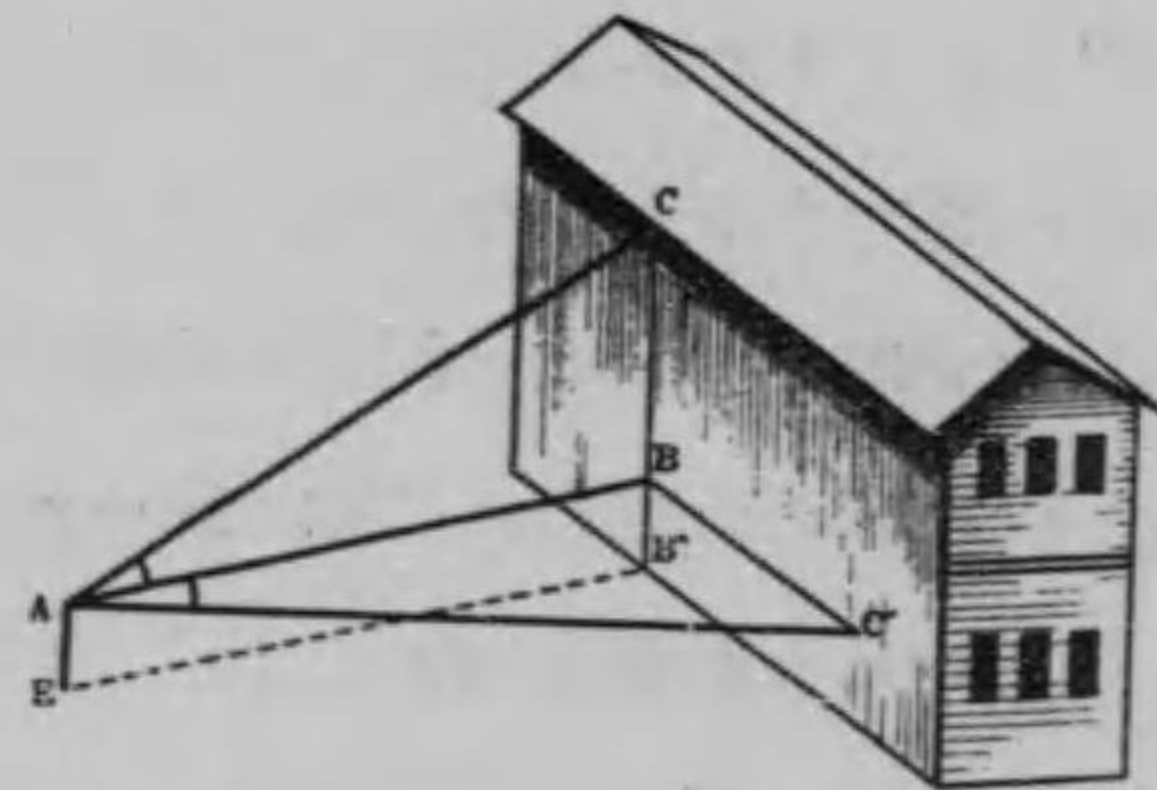
(5) A', B'ヲ結ンデ測定セヨ。コレ求メヨウトスル ABノ長サデアアル。ナントナラバ四邊形 ABFFト A'B'CFトハ合同デアアルカラデアアル。如何ナル理由ニヨルカ?

此ノ證明ハ實地紙ヲ切ツテ試ミヨ。

D. 次ノ圖ニ示ス如クシテ校舍ノ高サヲ測定セヨ。

此ノ方法ハ校舍ノ測

第109圖



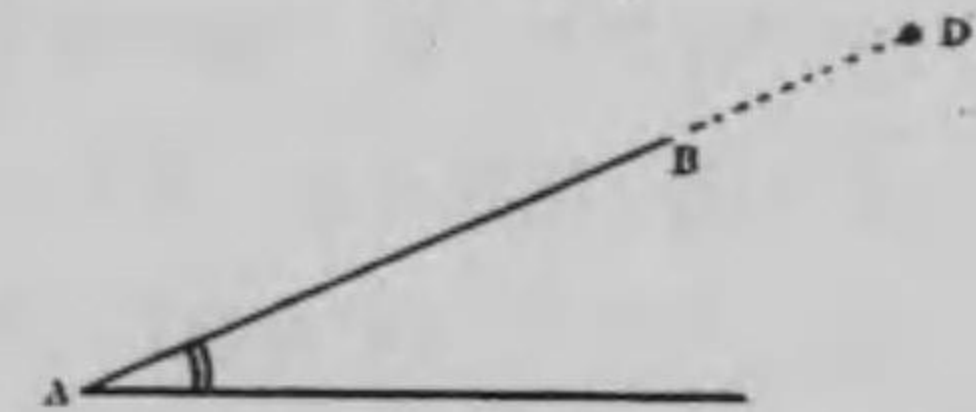
面ニ垂直ナル直線 ABヲ作り先ヅコレヲ測定シ Aニ於ケル鉛直ニ保テル測角器ヲ以テ仰角 CABヲ測ル。而シテ後測角器ノ平面ニ水平ニ

向ケルト, 先ニ測ツタ角ハ水平面ニウツサレテ來テ, 其ノ角ノ一邊ハ C'ニ於テ校舍ニ會ス。而シテ BC'ヲ測定シテ線分

BB'ノ長サヲ之レニ加ヘルト校舍ノ高サトナル。但シ BB'ハ AEニ等シクシテ眼ノ高サデアアル。而シテ此ノ測定ノ根據モ $\triangle ABC \equiv \triangle ABC'$ ナル事ヲ用ヒタモノデアアルコトハ言ヲ俟タナイ。

又此ノ説明中測角器ニツイテ述べナカッタ。測角器トハ仰角, 俯角, 水平角等ヲ測定スル器械デアアルガ兒童ニハ ABヲ糸デ以テシ Dヲ見通シテ他ノ人ニ $\angle A$ ヲ分度器デ測定サセテモヨイノデアアル。

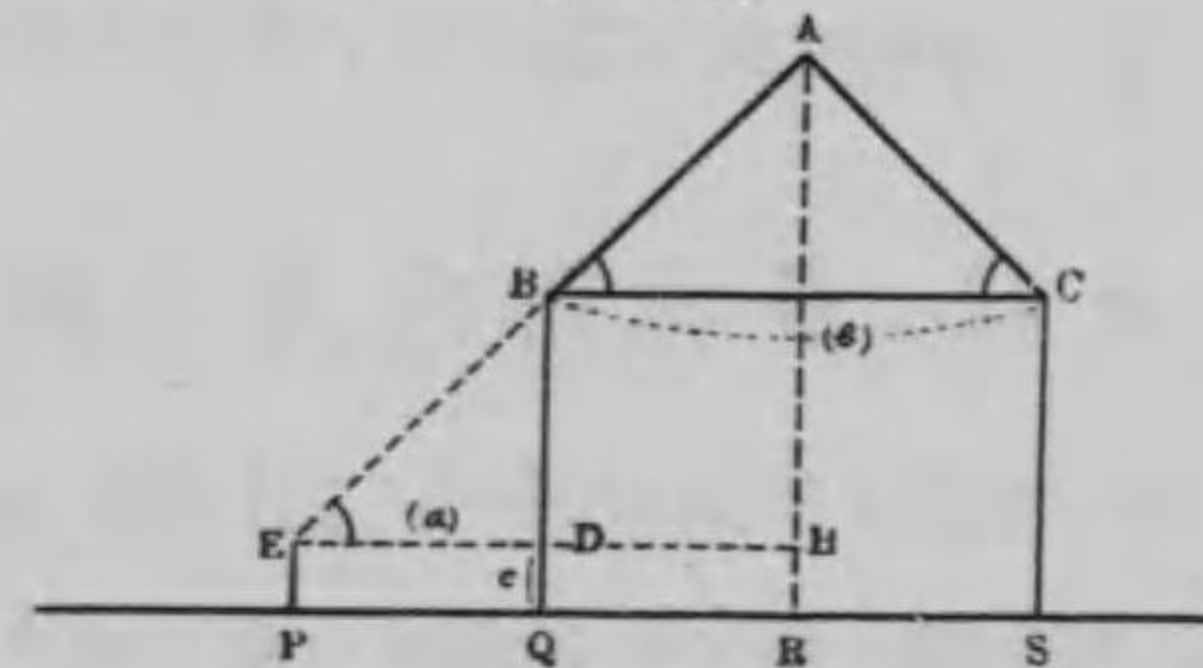
第110圖



E. 屋根ノ面ガ互ニ直角ヲナシタ家ガアル。其ノ家ヨリ出デテ屋根ノ面ガ一直線ニ見エル所マデ出デタトスル。

家ヨリ其ノ人迄ノ距離 a }
家ノ横幅 b } ヲ知ツテ次ノ問題ヲナセ。
地面ヨリ其ノ人ノ眼ノ高サ c }

第111圖



1. 地上カラ屋根ノ下端マデノ高サ?
2. 屋根ノ棟ニ至ル高サ?

此ノ問題ハ三角形ノ應

用ニシテ $\angle B, \angle C$ ハ 45° デアアルコトヲ知ル。故ニ

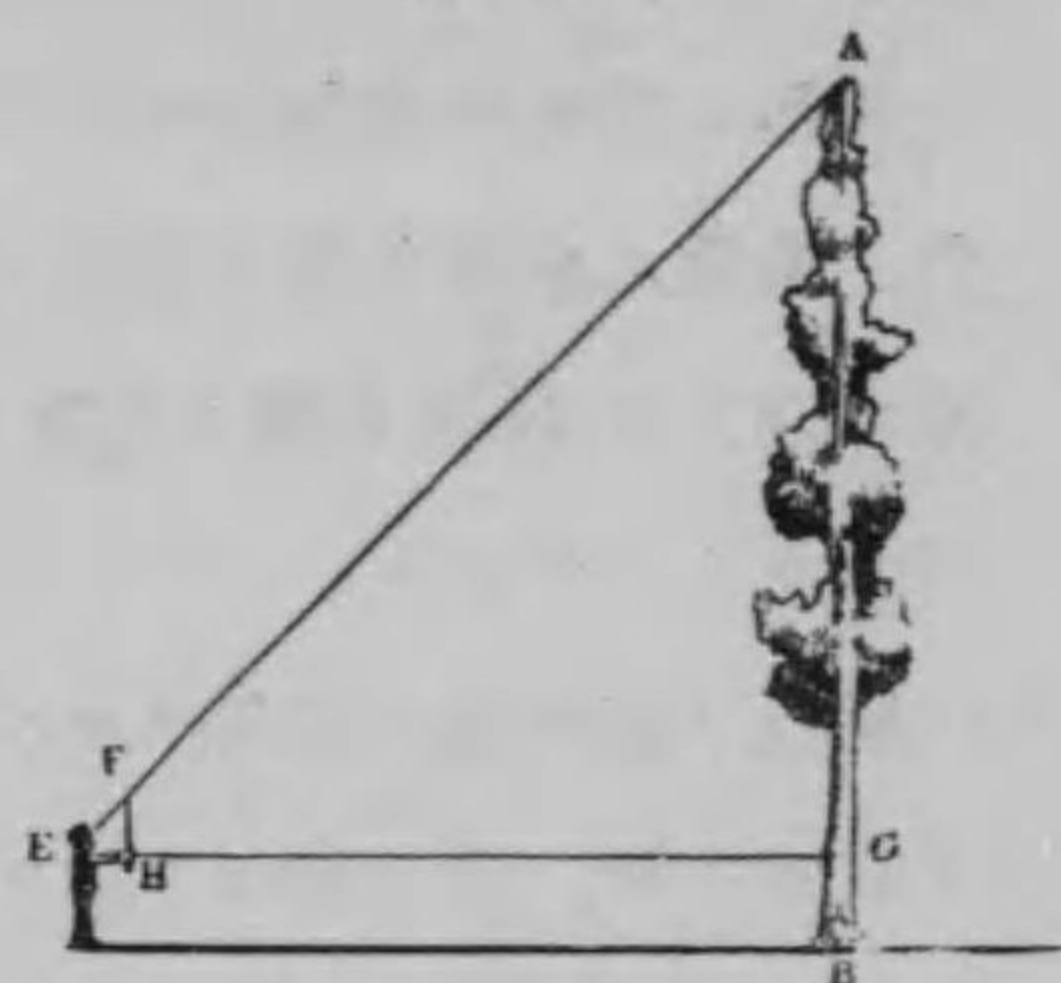
$$\angle E = \angle EBD = 45^\circ$$

ヨツテ $AB = AC, BD = ED$ 等ノ性質ヲ利用シテ前問ニ答

へ得ルノデアル。

F. 或人立樹ノ高サヲ測定セントシ、右手ニ杖ヲ持チ其ノ腕ヲ伸バシテ杖ヲ鉛直ニ保チ、手ノ端ヨリ杖ノ頭ニ至ル距離ヲ眼ヨリ杖ニ至ル距離ニ等シカ

第112圖



ラシメ、其ノママ木ノ方ニ近ヅキ又ハ遠ザカツテ杖ノ上端ト木ノ頂點トガ其ノ人ノ眼ヨリ一直線ニ見エル所マデ行ツタ。此ノ場合 Eヲ人ノ眼ノ位置トス。然ラバ

$$EC = AC$$

∴ $\triangle EFH \sim \triangle AEB$ } ナル故 $\angle EAC = \angle AEC$
 $\angle FEG = 45^\circ$ }

從ツテ $EC = AC$

故ニ木ノ高サ $AB = AC + CB = EC + CB$

但シ CB ハ人ノ眼マデノ高サデアル。

§ 49. 多角形内角ノ和

A. 任意ノ多角形例ヘバ 第113圖ニ示ス如キ (ココニテハ五角形) 圖ヲ描イテ各内角ノ和ヲ求メルコト。

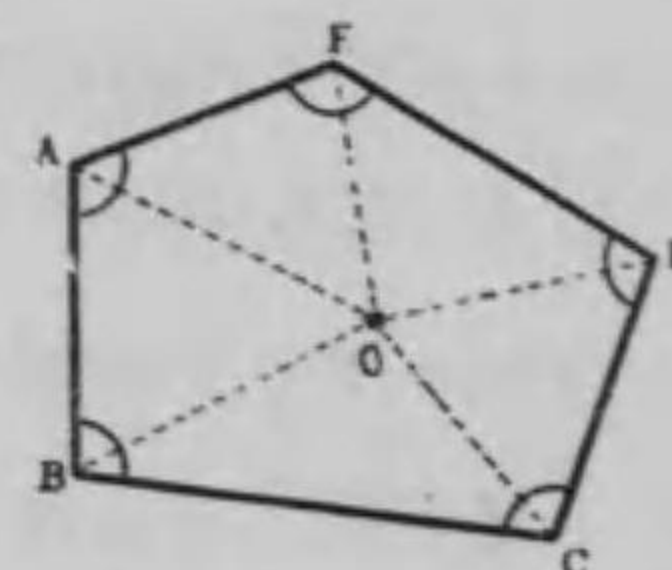
- 1 先ヅ目測シテ其ノ和ヲ求メヨ。
- 2 次ニ測定シテ其ノ和ヲ求メヨ。

而シテ其ノ内角ノ和ニ 4直角即チ 360° ヲ加ヘヨ。然ラバ其ノ

和ハ何直角トナルカ? 又二直角ガイクツアルカ? 近似的ニ求メヨ。又他ニ任意ノ多角形六,七,八……角形ノ圖ヲ描ケ。

而シテ前ト同様ニ内角ノ和ヲ計算シテ 四直角ヲ加ヘ、二直角ノ何倍トナツタカシラベテ見ヨ。其ノ倍数ハ何トナリテ、コレガ又何カト關係ハナイカ?

第113圖



以上二ツノ實例ニヨツテ如何ナルコトヲ知ツタカ。要スルニ、 n 多角形ノ内角ノ和ヲ S トスレバ

$$\begin{aligned} S &= 2 \times \text{直角} \times n - 4 \text{直角} \\ &= 2 \times n \times R - 4 \times R \\ &= (2n - 4)R \end{aligned}$$

B. 多角形 (ココニモ第113圖ヲ用フ) 内ニ一點 O ヲトリ、之ト頂點トヲ結ンデ AO, BO, CO, DO, EO ヲ作レ。然ラバ生ジタ三角形ノ數ハ邊ノ數ト如何ナル關係ニアルカ?

サテ三角形ノ内角ノ和ハ二直角即チ 180° ナルコトハ前ニ説明シタコトデアルカラ今ハ説明ヲシナイデ次ノ證明ニ應用シヨウ。

此ノ n 多角形ノ n 箇ノ三角形ノ内角ノ和ハ $n \times 2R = 2nR$ デアル。

然ルニ圖ヲヨクシラベテ見ヨ。此ノ n 角形ノ n 箇ノ三角形ノ内角ノ和ハ n 多角形ノ内角ニナツテキルカ否カ。若シサウデナイトスレバ何程餘ツテ居ルカ。

カクシテ直チニ四直角即チ O ノ周圍ノ角ダケ餘ツテアルコ

トガ発見サレル。ヨツテSヲ内角ノ和トスレバ

$$S = (\text{三角形ノ内角ノ和}) \times n - 4\text{直角}$$

$$= 2R \times n - 4R$$

$$= (2n - 4)R$$

以上 A, B ニヨツテ實測ヨリ次ニ理論ヨリ共ニ多角形ノ内角ノ和ニツイテ一定ノ法則ヲ得タノデアル。

C. 多角形ノ中ニ特別ノ形トシテ**正多角形**ガアル。

即チ正多角形トハ

1. 凡テノ邊 } が相等シイ多角形ヲ云フノデアル。
2. 總テノ角 }

此ノ正多角形ノ一内角ハ測定スル事ナクシテ決定スルコトガ出来ル。即チ内角ノ總和ハ公式ヨリ $S = (2n - 4)R$

一内角 $\angle A$ ハ $\angle A = \frac{2n - 4}{n} R$

$$= (2 - \frac{4}{n}) R$$

若シ正方形ナラバ此ノ公式ニ於テ $n = 4$, $\angle A = (2 - \frac{4}{4}) R$

$$= R$$

番	正 n 角形	内角ノ總和 x°	一 角 y°
1	正 3 角形		
2	正 4 角形		
3	正 5 角形		
4	正 6 角形		
5	正 7 角形		
6	正 8 角形		
7	正 9 角形		
8	正 10 角形		

即チ一角ハ直角デアル。

コレヲ應用シテ左ノ表ヲ完成セヨ。又コレヲ邊ト角トニ關係セル「グラフ」ニ作レ。

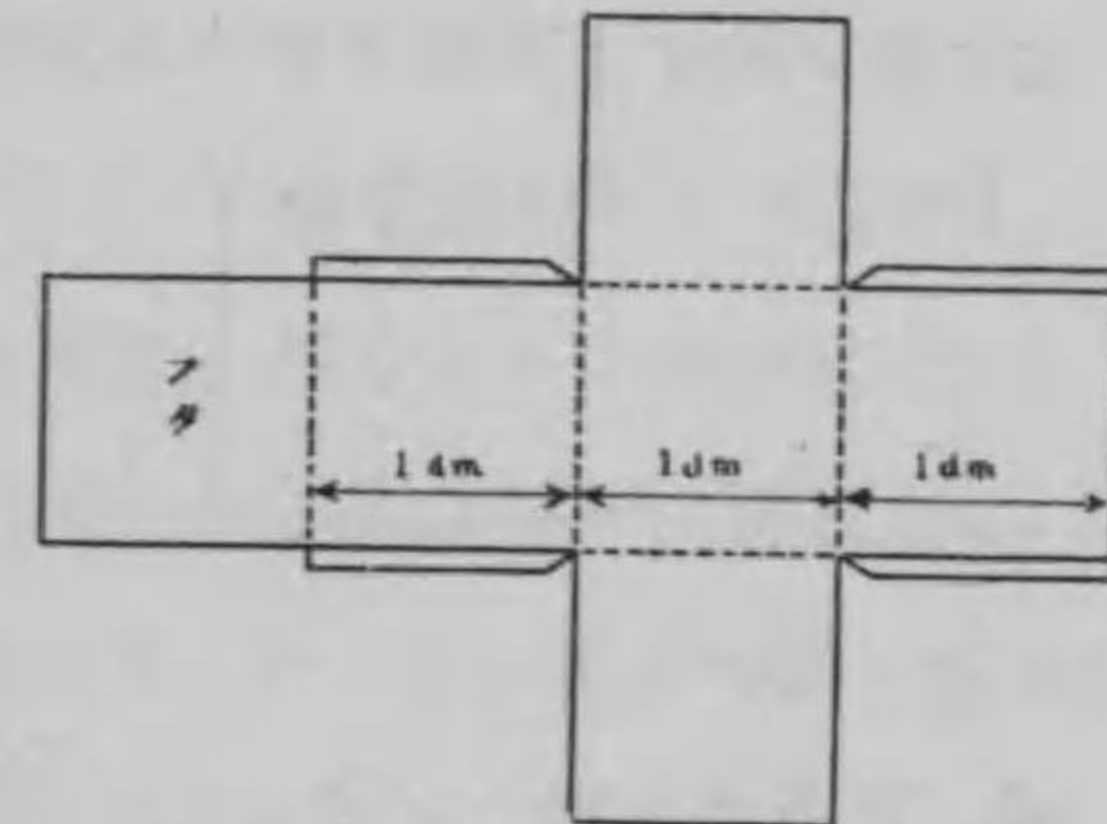
§ 50. 立方體製作

A. 1「デシメートル」ノ各稜ヲ有スル立方體ヲ作レ。

是レヲ作ル爲ニハ厚紙ヲ以テ次ノ如キ圖ニ切リトリ而シテ其ノ點線ノ所ヲ折目トシテ

第 114 圖

折返シテ縁ヲ糊付スルノデアル。此ノ立方體ノ中ニ入レル水ノ量ヲ一立ト云フコトヲ心得ヨ。



B. 前ノ通りニシテ2立樹, 3立樹ヲ作レ。

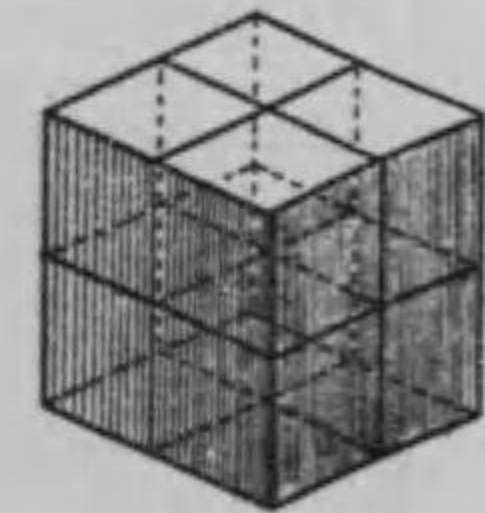
§ 51. 體積測定導入

A. 次ノ圖ハ各邊2種ナル立方體ヲ示スノデアルガ今此ノ立方體ヨリ幾ツノ1立方種ノ立方體ヲ切リトリ得ルカラ見ヨ。此ノ時各稜ガ2種ナル立方體ハコレヲ2種立方ト云ヒ, 其ノ體積トシテ中ニハ一立方種ノモノガ八ツアル

第 115 圖

カラ8立方種アルトイフノデアル。

又一種立方ノ立方體ヲ組立テテ作ルニ如何ニシテ又幾ツデ2種立方ノモノヲ作り得ルカ?



即チ各稜2種ノ立方ノ體積ハ $2 \times 2 \times 2 = 8$ 八ツノ一立方種ヲ含ムコトヲ知ル。

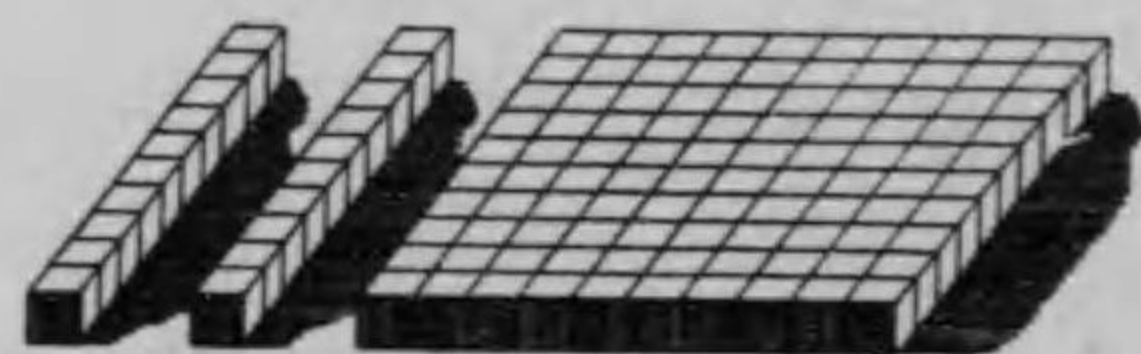
B. 各稜4寸ノ立方ハ幾立方寸ヨリナルカ。圖ヲ作ツテ求メヨ。
而シテ $4 \times 4 \times 4 = 64$ トハ如何ナル關係ガアルカシラベヨ。

C. 次ニ又1立方寸ハ何立方寸ヲ含ムカ？
1立方寸ハ何立方寸ヲ含ムカ？
1立方寸ハ何立方寸ヲ含ムカ？

次ノ圖ノ如ク立方體ヲ分チテ考ヘルト直チニ

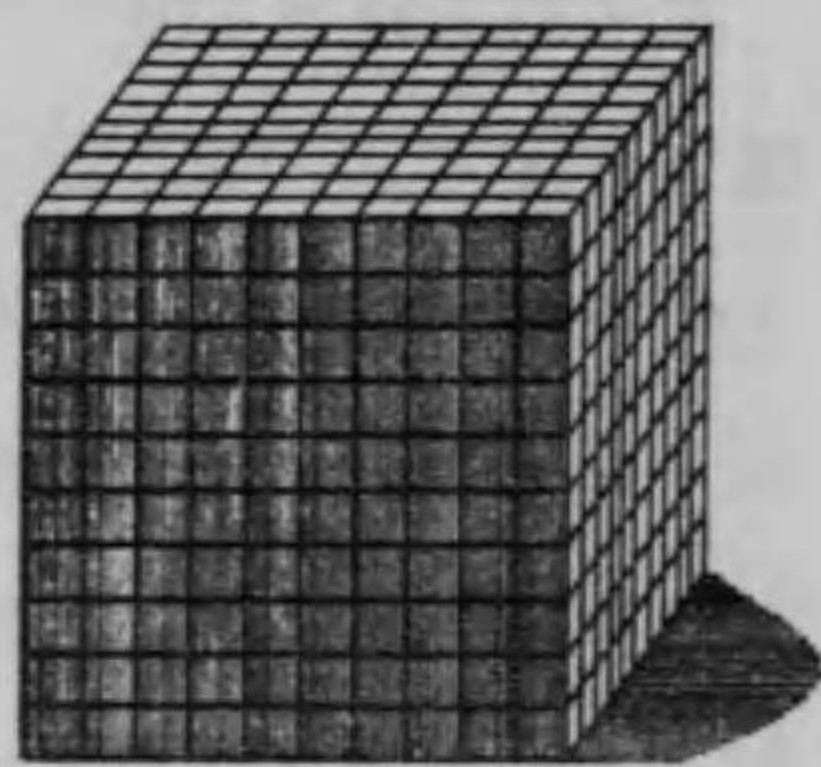
1立方寸 = 1000立方分
1立方分 = 1000立方寸 } ナルコトヲ知ル。
1立方寸 = 1000立方分

第116圖



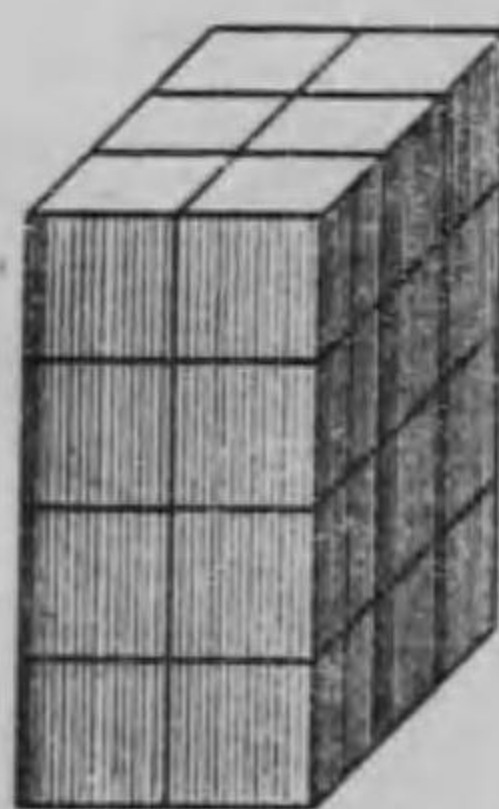
D. 下ノ圖ハ長サ3寸、
幅2寸高サ4寸ナル直
六面體ノ木片ヲ示ス。
幾立方寸アルカ。

第117圖



又1立方寸ノ多クノ木片ヲ此
ノ圖ノ様ニ組立テルニハ幾ラノ
木片ヲ要スルカ？

第118圖



此ノ爲ニ下ノ
コトヲ注意セ
ヨ。最下層ト
シテ3ツ宛ノ列2ツ即チ $2 \times 3 = 6$ アル。
ソシテコレガ四段ノ高サアル故 $6 \times 4 = 24$
アルコトガワカル。
此ノ様ニシテ直六面體ノ體積ハ底面積ニ高

サヲ乘ズレバヨイ事ヲ知ル。即チ $2 \times 3 \times 4 = 24$ 立方寸デア
ル。然ラバ次ノ如キ直六面體ノ體積ハ直チニ計算シ得。

(a) 15.6 寸ニ、8.5 寸、高サ 6.3 寸

(b) $5\frac{1}{2}$ 寸ニ、1 寸、高サ 5 寸

E. 一升樽ヲ持出シテ其ノ中ニ幾立方分入レ得ルカヲ知ラシム
即チ 64827 立方分トハ如何ニシテ求メラレルカヨク考ヘサセ
又計算サセル。

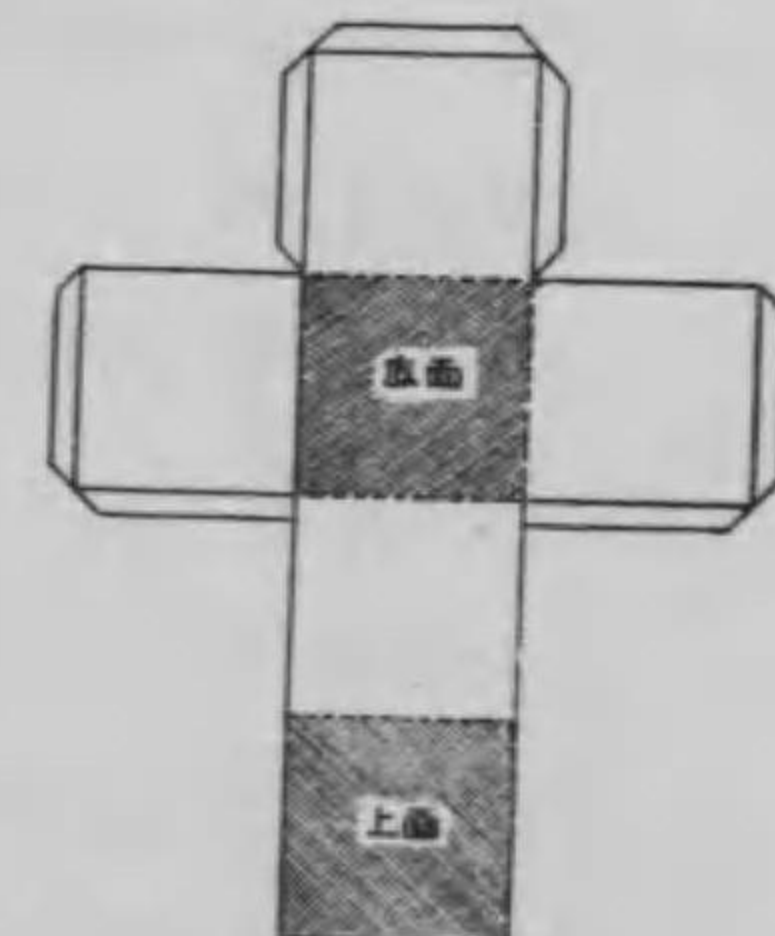
[注意] 一般ニ體積ノ計算上注意スベキコトハ縦横高サヲ先ヅ
第一ニキメソシテ後同單位例ヘバ寸デアレバ米モ寸ニ、
寸モ寸ニナホシテ計算セネバナラス。從ツテ出テ來タ體
積ハ之ニ對應スル例ヘバ立方寸ノ如キ單位ノ數デアル。

§ 52. 立體標本作業 (I)

A. 兒童ニ厚紙ヲ分配シテ下ニ示ス如キ圖ヲ丁寧ニ書カシム。
但シ各正方形ノ一邊ヲ一粉ナラシメテ1粉立方ヲ作ラシム。

ソシテ裁チ定規ヲアテガヒヨク切
レル「ナイフ」ニテ實線ニ添ウテ
切り取り次ニ點線ニ添ウテ紙ノ厚
サノ半分ダケ切り是等ノ線ニソウ
テ直角ニ折り返スコトヲ得ル様ニ
セヨ。而シテ標本ヲ完成シテ次ノ
事項ニツイテ研究セヨ。

第119圖



(a) 1. 此ノ立方體ハ幾ツノ面ヲ以

テ包マレテキルカ?

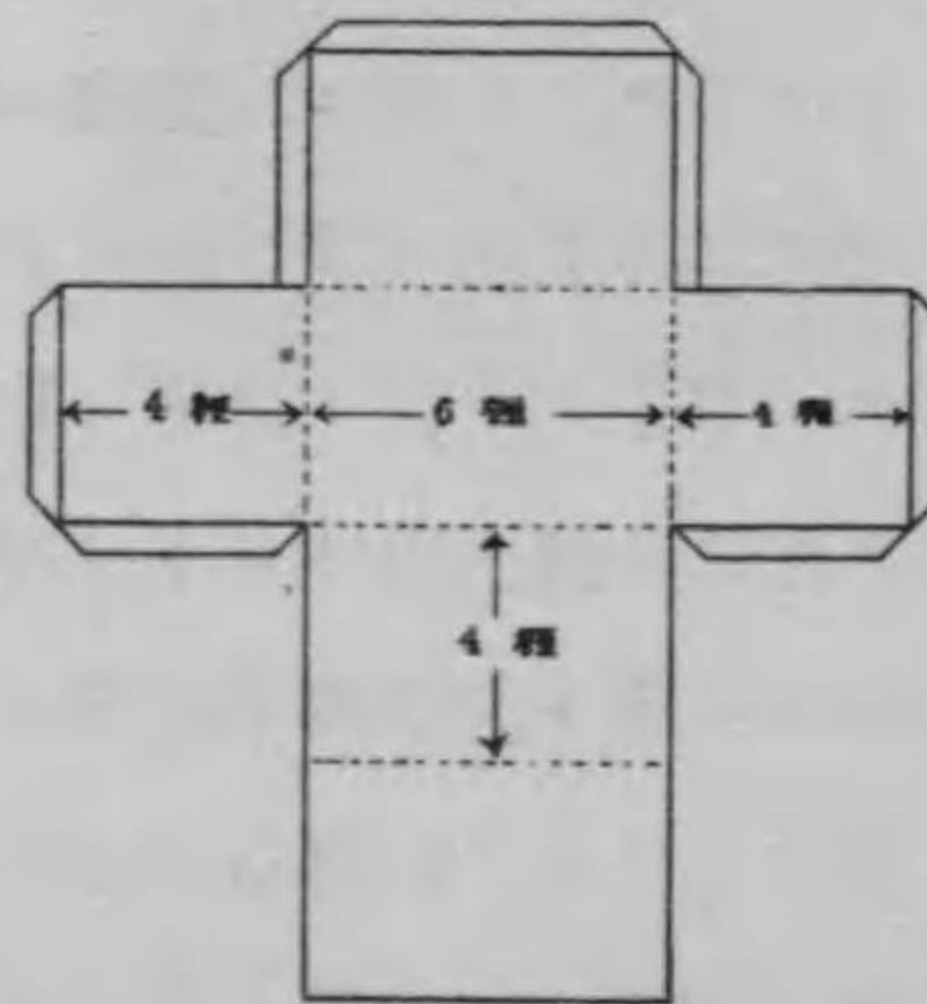
2. 各面ノ形ハ如何。
3. 總テノ面ハ等積ナルカ否カ。(立體ヲ一枚ノ紙ノ上ニ置キ底ノ各稜ニ沿ウテ丁寧ニ紙ノ上ニ線ヲ引キ、次ノ面モ同様ニシテ等シイカ否カラ檢セ。)
4. 幾ツノ稜ガアルカ?
5. 角ハ幾個アルカ?
6. 一ツノ面ノ正方形ノ各角ハ如何?

- (b) 1. 纏ニテ各稜ノ長サヲ測定セヨ。
2. 各面ノ面積ヲ計算セヨ。
 3. 全表面積ヲ計算セヨ。
 4. 體積ヲ計算セヨ。

B. 正四角塼

次ノ圖ニ與ヘラレタ寸法ノ通り厚紙ノ上ノ圖ヲ畫キ立方體ノトキノ如ク之レヲ切り抜キ正四角塼ヲ作り上ゲヨ。ソシテ次ノ事ヲ研究セヨ。

第120圖



- (a) 1. 此ノ角塼ノ幾個ノ面ヲ有スルカ。
2. コノ角塼ハ兩端面ハ如何ナル形ヲナスカ。
 3. 正方形ヲナス形ノ面ハ何個アルカ。
 4. 矩形ノ形ヲナス面ハ何

個アルカ。

5. 稜ハイクツアルカ。
 6. 角ハイクツアルカ、ノートセヨ。
- (b) 1. 各稜ノ長サヲ寸ヲ單位トシテ測定セヨ。
2. 次ノ表ヲ完成セヨ。

各側面ノ正方形ノ面積	平方糎
各底面ノ矩形ノ面積	"
各側面ノ矩形面積	"
四ツノ矩形ノ面積ノ和	"
全表面積	"

3. 纏、耗ヲ用ヒテ前表ヲ再ビ計算セヨ。
4. 此ノ角塼ノ體積ヲ先ヅ立方糎ヲ用ヒテ計算シ次ニ立方寸ヲ單位トシテ計算セヨ。

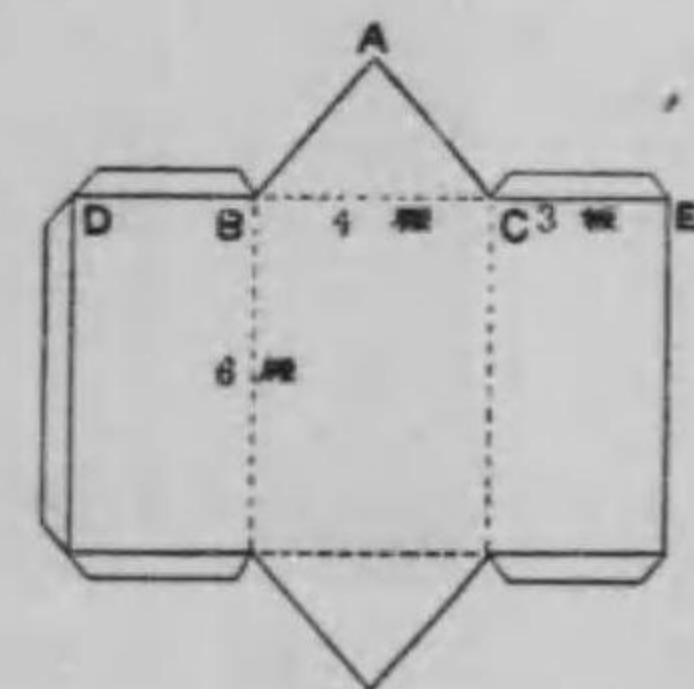
C. 三角塼

第11圖ヲヨク調べテ後厚紙ニ三角塼ノ展開圖ヲ描ケ。

BD、BA、AC、CEハ等長ナコトハ特ニココニ必要ナ事項デアリ且ツコレガ三角塼製作上最モ困難ナコトガラデアル。

三角塼ヲ完成シテ下ノ問題ノ研究ヲセ

第121圖



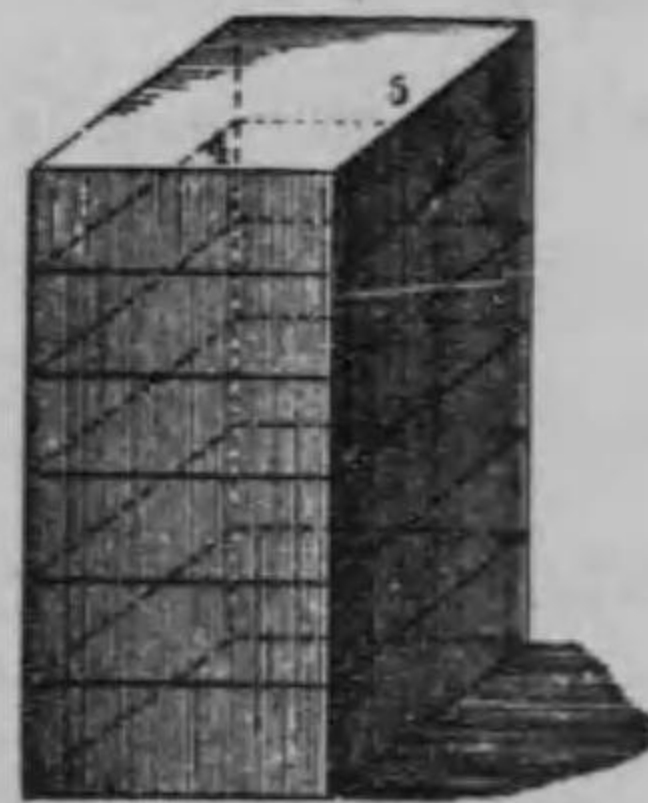
- (a) 1. 三角形ヲナス面ハ幾ツアルカ。
2. 等積ナル三角形ガアルカ否カ。
 3. 矩形ヲナス面ハ幾ツ等積ナルカ、驗セ。

4. 矩形ヲナス面ニハ面積ノ等シイモノハナイカ? モシアラバ何レト何レガ等積ナルカ。
 5. 三角塼ノ總テノ角ヲ測定シ等シイモノヲ發見セヨ。其ノ中幾ツガ直角デアアルカ。
- (b) 1. 三角塼ノ五ツノ面ノ面積ヲ平方糎ヲ單位トシテ計算セヨ。
2. 角塼ノ全表面積ヲ立方糎デ求メヨ。
 3. 角塼ノ稜ノ長サヲ尺度ヲ用ヒテ測定セヨ。ソシテ何カ思ヒ當ルコトハナイカ。
 4. 角塼ノ表面積ヲ平方糎デ計算セヨ。

D. 角塼ノ體積

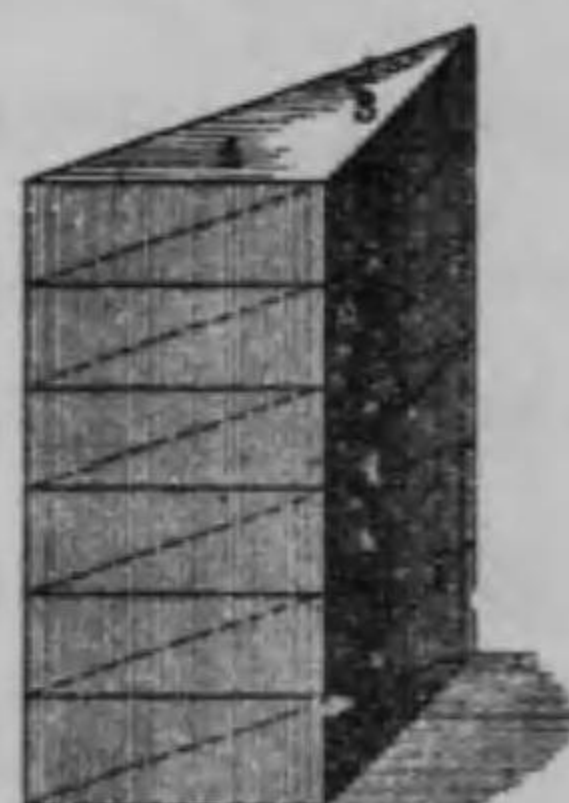
次ノ圖デ見ル如ク立體ノ各々ノ高サハ皆6糎デアアル。今五ツノ水平面デ以テ切ルトキハ高サ即チ厚サ一糎ノ薄片ニ分カタレル。サテ今其ノ體積ヲ求メルコトヲ考ヘテ見ルニ、先ヅ第一ニ底面積ヲ求メルコトニ考慮シ、後厚サト關係シテ體積ヲ考ヘサセル。

第122圖



四角塼

第123圖



三角塼

即チ底面積ガ1平方糎アツタトスレバ高サガ1糎デ1立方糎アルコトガ明カデアアル。又厚サガ2糎アルナラバ2立方糎アル。3糎アレバ3立方糎アルト云フ様ニナルコトハ明カデアアル。ヨツテ要ハ平面ガ段々重ナツテ體積ヲ形成スルコトヲ考ヘノ基礎トシナケレバナラナイ。サウスレバ次ノ事柄ハ直チニ解セラレルデアラウ。

(1) 四角塼ノ場合

$$(\text{底面積}) = 20 \text{ 平方糎}$$

$$(\text{各薄片ノ體積}) = 20 \text{ 立方糎}$$

$$(\text{角塼ノ體積}) = 120 \text{ 立方糎}$$

$$\text{ヨツテ } (\text{四角塼ノ體積}) = (\text{底面積}) \times (\text{高サ})$$

ニ依リ求メルコトガ出來ル。

(2) 三角塼ノ場合

$$(\text{底面積}) = 6 \text{ 平方糎}$$

$$(\text{各薄片ノ體積}) = 6 \text{ 立方糎}$$

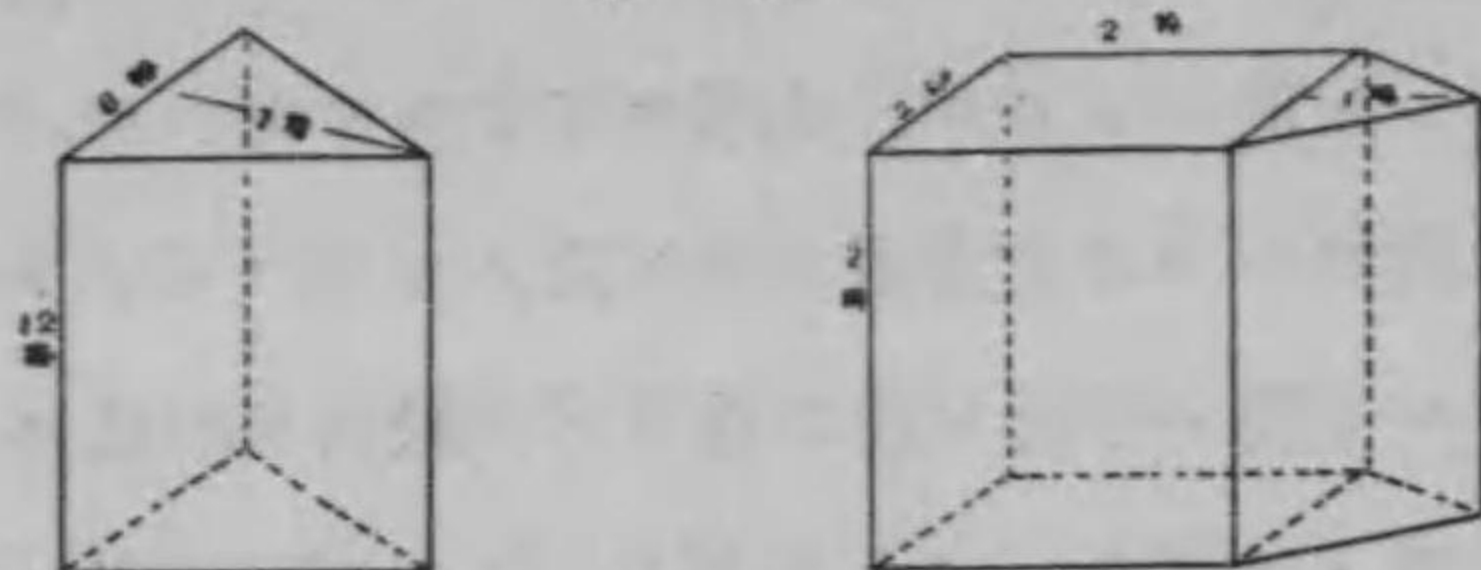
$$(\text{全角塼ノ體積}) = 36 \text{ 立方糎}$$

$$\text{ヨツテ } (\text{三角塼ノ體積}) = (\text{底面積}) \times (\text{高サ}) \text{ ト知ル。}$$

以上二例ヨリシテ基礎的角塼ノ體積ヲ求メルコトヲ知ツタカラ次ニ一般ニ角塼ノ體積ハ如何ニシテ求メルカト云フ問題ニツイテ研究シテ見ヨウ。即チ前二例デ歸納シテ來タ如ク底面積ニ高サヲ乘ズレバ角塼ノ體積ハ求メラレルコトヲ知ラネバナラス。

次ノ如キ圖ノ角塼ノ體積ヲ計算シテ見ヨ。

第124圖



§ 53. 立體標本作業 (I)

A. 圓 壺

次ニ示セルモノハ圓壺ノ展開圖デアルガコレヲ作製シ圓壺ヲ作ルニ必要ナ順序ヲ研究シテ

見ヨウ。

上下ノ圓ハ夫々上底ト下底ヲ示シ矩形 CDEF ハ圓壺ノ曲面即チ側面ヲ示スノデアル。又直線 CD ト EF トハ等シイコトハ

勿論ニシテ、圓壺ノ高サハ CD ト EF トヨツテ表ハサレル。CF ト DE トハ底面ノ圓周ニ等シイ。

カヤウニ圓壺ノ條件ヲ知ツテ厚紙ニ圖ヲ描イテ標本ヲ作り且ツ次ノ事項ヲ研究セヨ。

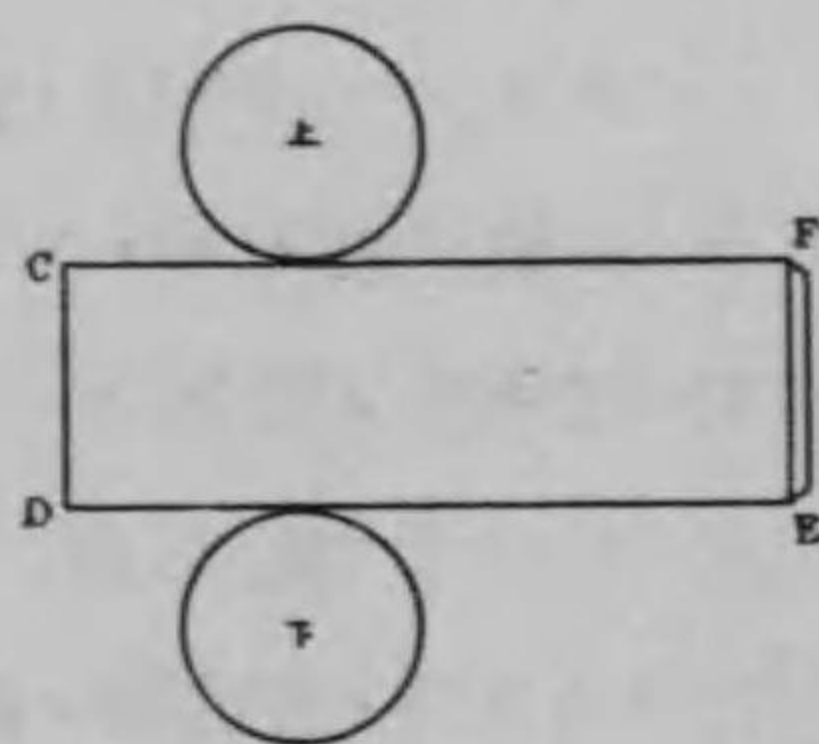
I. 圓壺ノ全表面積=(底面ノ和)+(矩形 CDEF)

而シテ 圓ノ面積= πr^2

矩形ノ面積= $CD \times CF$

故ニ 圓壺ノ全表面積= $2\pi r^2 + CD \times CF$

第125圖



而シテ CF ノ長サハ圓ノ圓周ナル故ニ

$$CF = 2 \times \pi r$$

今高サ CD ヲ h トスレバ

$$\begin{aligned} \therefore \text{圓壺ノ全表面積} &= 2 \times (\pi \times r^2 + \pi \times r \times h) \\ &= 2 \times r \times (\pi \times r + \pi \times h) \\ &= 2\pi r \times (r + h) \end{aligned}$$

此ノ場合 r ハ圓ノ半径、 π ハ圓周率 デアル。

2. 是等ノ理論ヨリシテ次ノ大サヲ有スル圓壺ノ全表面積ヲ計算セヨ。

- (a) 直徑 3 種 高サ 5 種
- (b) " 2 米 " 8.6 米
- (c) " 6.3 種 " 17.2 種
- (d) " 1.4 粉 " 5.6 粉
- (e) " 4 米 " 9 米

3. 圓壺ノ體積ヲ計算スルニハ角壺ノ場合ト同様ニ底面積ニ高サヲ乗ズレバ求メラレルノデアル。

カクシテ下ノ問題ヲトケ。

(a) 次圖ニ示ス如ク底面積12平方種、高

第127圖



サ4種ナル圓壺ノ體積ヲ計算セヨ。

(b) 半径4種、高サ12種ノ圓壺ノ體積ハ何程ナルカ。

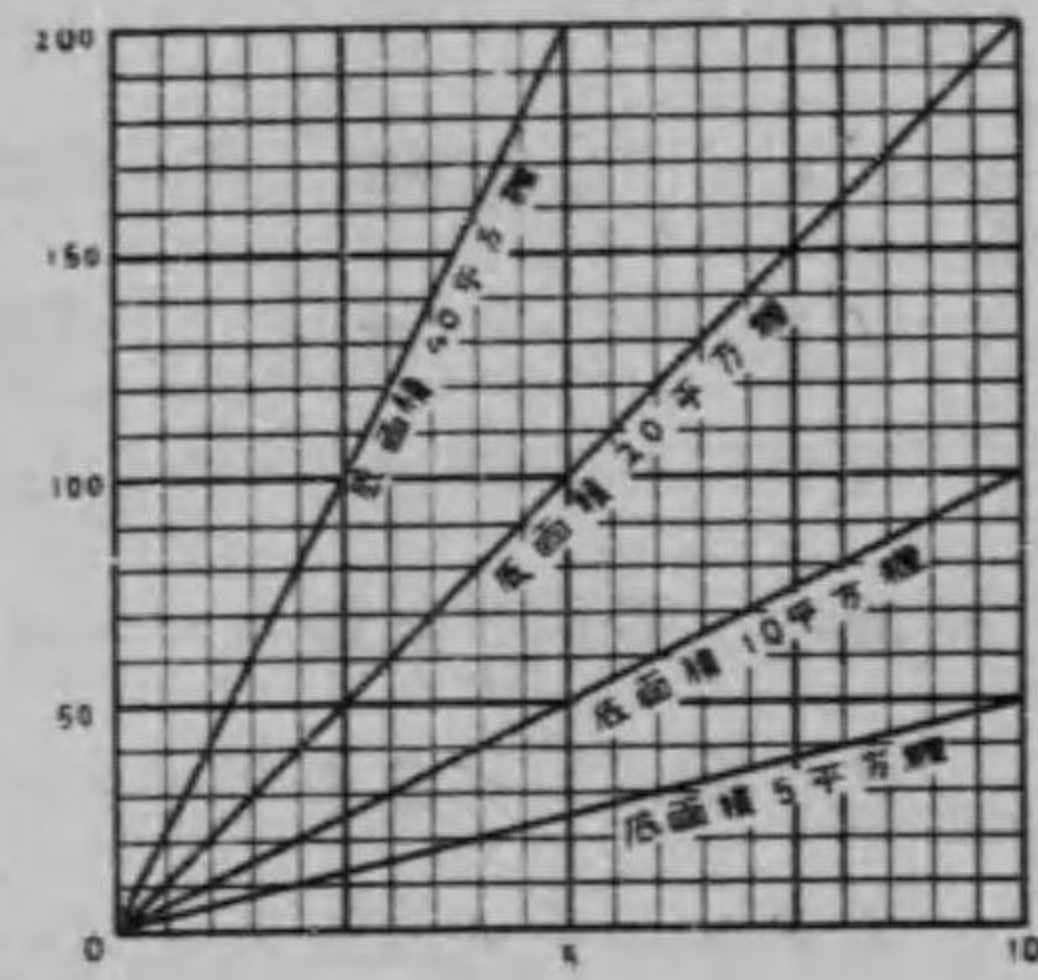
第126圖



- (c) 直径 3.6 米、深サ 2.8 米ノ土ヲ掘ツテ井戸ヲ作ラウトスルニハ幾立方米ノ土ヲ掘ルベキカ。
- (d) 長サ 60 米、内径 1 粉ノ鉛管ノ中ニ入ル水ノ體積ヲ計算セヨ。
- (e) 圓塔ノ體積 100 立方種ニシテ高サ 5 種ナラバ其ノ底面積ハ何程デアルカ。又底面ノ直径又ハ半径ハ何程デアルカ。
- (f) 底面積一平方米ノ平ナ圓板ガアル。コレヲ底トシ側面積ヲ 5 平方米ナラシメルニハ高サハ何程トシタラヨイカ。

第 128 圖

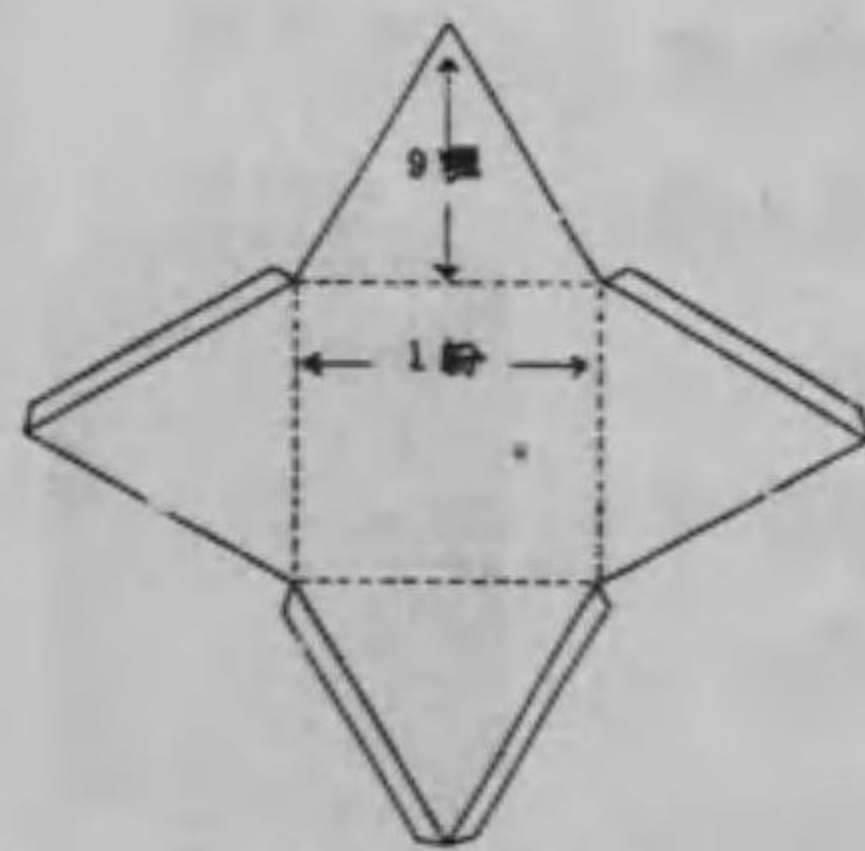
- (g) 底面積ガ一定デアツテ體積ガ高サニ比例スル「グラフ」ヲ作レ。(第 128 圖)



B. 正四角錐

正四角錐ノ標本ヲ作ルニ

第 129 圖



ハ先ヅ

正方形ノ底面ヲ作レ。此ノ正方形ノ各邊ノ中點ヲ求メ四ツノ垂線ヲ立テテ圖ニ示スガ如ク與ヘラレタ長サニ等シカラシメヨ。ソシテ四ツノ相等シキ二等邊三角形ヲ作レ。糊ヲツケル縁トナル部分モモ描イテオケ。

實線ニ添ウテ切り取り點線ニ添ウテ半バ切レ。カクシテ正四角錐ヲ作ツテ次ノ問ニ答ヘヨ。

- (a) 正四角錐ハ幾ツノ面ヲ有スルカ?
- (b) 各面ノ面積ハ如何?
- (c) 全表面積ハ如何?

即チ (正方形ノ面積) + (二等邊三角形ノ面積ノ四倍)

- (d) 稜ノ數及ビ其ノ長サ如何?
- (e) 正四角錐ノ體積ヲ出ス法如何?

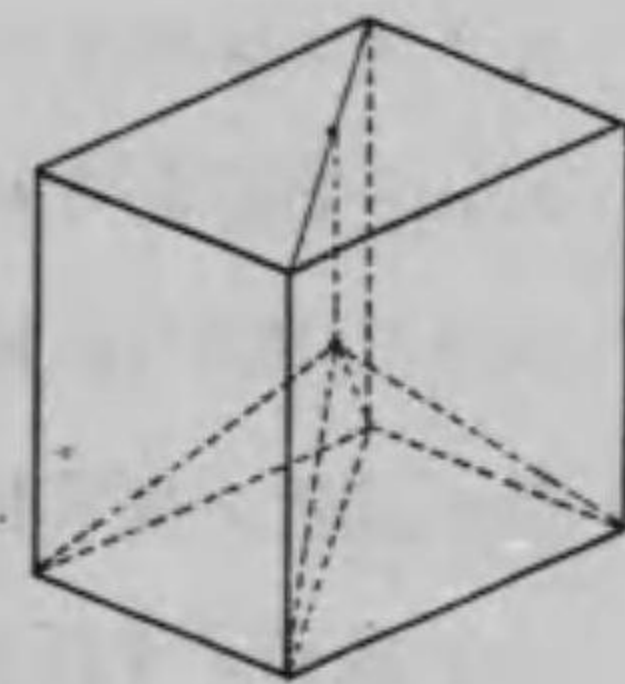
今 (e) ノ問題ヲ考究シヨウ。

次ノ圖ヲ視察セヨ。Oハ立方體ノ真中ノ點デアル。コレヲ立方體ノ中心トイフ。

第 130 圖

次ニ順序正シク體積ノ求メ方ヲ示ス。

立方體ノ底面ノ四隅ヲ Oニ結ブコトニヨツテ立方體ト同ジ底邊ヲ有シ立方體ノ高サノ半分ヲ高サトスル正四角錐ヲ得ル。



- (a) 立方體ハ正方形ノ面幾ツヲ有スルカ?
- (b) 立方體ハ幾ツノ正四角錐ニ分タレルカ?
- (c) 各正四角錐ハ立方體ノ幾分ノ幾ツカ?

(勿論六分ノ一デアル)

- (d) 上圖ノ角錐ノ體積ハ明カニ立方體ノ體積ノ六分ノ一デア

ルカラ $\frac{1}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ ニヨツテ

(立方體ノ體積) $\times \frac{1}{2} = (\text{角錐ノ底面積}) \times (\text{角錐ノ高サ})$

(e) (四角錐ノ體積) = $\frac{1}{3} \times (\text{底面積} \times \text{高サ})$

上ノ定理ハタダ正四角錐ニツイテ説明シタガコノ理論ハ一般ノ角錐ニツイテモ眞デアル。

又前定理ノ應用トシテ次ノ問題ヲ與ヘル。

煉瓦造リノ角柱ノ上ニ底面ノ一邊66寸、高サ42寸ナル正四角錐ヲナス石ガ置イテアル。石ノ體積ハ何程デアルカ。

C. 圓錐

右ノ圖ハ圓錐ノ展開圖デアル。コレヲ製スルニハ特ニ次ノ如キ注意ヲナサネバナラス。

圓錐ハ圓即チ底面ト扇形即チ側面トヨリナルモノデアル。而シテ扇形ノ半徑NAハ側面上ニ於ケル直線即チ母線ニ等シク、弧ABハ底面ノ圓周ニ等シイ。

故ニ圓錐ノ展開圖ヲ作ルニハ次ノ如キ順序ヲ必要トスル。

(a) 底面ノ半徑及ビ母線ヲ測リ、且ツ底面ヲ畫ケ。

(b) 之ニ切シテNヲ中心トシテ母線ヲ半徑トスル圓ヲ畫ケ。而シテ展開圖ニ於ケル扇形ハ圓錐ノ側面デアル。例ヘバ母線NAガ底面ノ半徑ノ $1\frac{1}{2}$ 倍ナラバNヲ中心トスル圓ノ全圓周ハ底面ノ周ノ $1\frac{1}{2}$ 倍デアル。

故ニ弧ABヲ底面ノ圓周ト等シクスルニハNヲ中心トスル圓ノ全周ノ $\frac{2}{3}$ ヲトレバヨイ。

次ニ圓錐ノ體積ハ如何ト云フニ前ニ角錐ノ體積ノ求メ方ト



同様ニ底面ヲ正多角形ノ邊ヲ限リ無ク多クシタモノト考ヘテ論理ヲ進メバ直チニ

(圓錐ノ體積) = (底面積) × (高サ) ÷ 3
 $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

但シrハ底面ノ半徑、hハ高サ

又側面積ヲ計算スルニハ扇形ノ面積ヲ求メルコトヲ應用シ、

Nヲ中心トスル圓ノ面積ヲ求メ、之ニ $\frac{\text{弧AB}}{\text{全圓周}}$ 即チ $\frac{\text{圓Mノ圓周}}{\text{圓Nノ圓周}}$ 即チ $\frac{\text{圓Mノ半徑}}{\text{圓Nノ半徑}}$ ヲ乘ズレバヨイ。即チ側面積 = $\pi R^2 \times \frac{R}{r} = \frac{\pi R^3}{r}$ デアル。但シRハ圓Nノ半徑即チ圓錐ノ斜高デアル。

§ 54. 立體投影

A. 底面圖及ビ正面圖

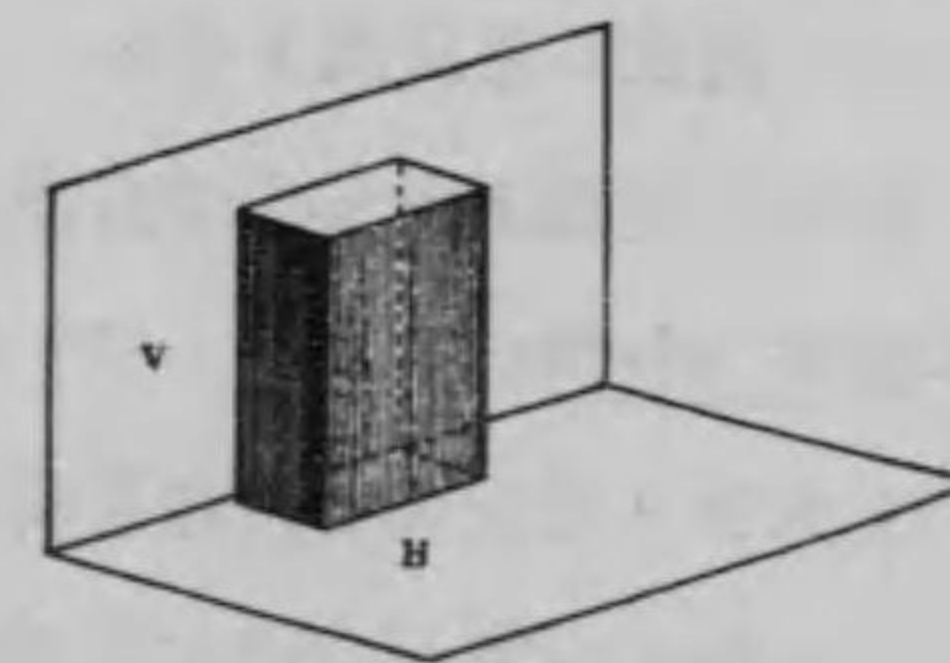
1. 一枚ノ厚紙ヲ取り、真中ヨリ折返ヘシテ机上ニ置ケ。

半分ハ水平ニ半分ハ垂直ニ保タシメヨ。此ノ垂直ナル面ヲ

垂直面ト云ヒ水平ナル面

ヲ水平面ト云フ。

其ノ厚紙ノ上ニ正四角塊ヲ置キ其ノ中長イ面ノ一ツヲ垂直面ニ接スル様ニセヨ。

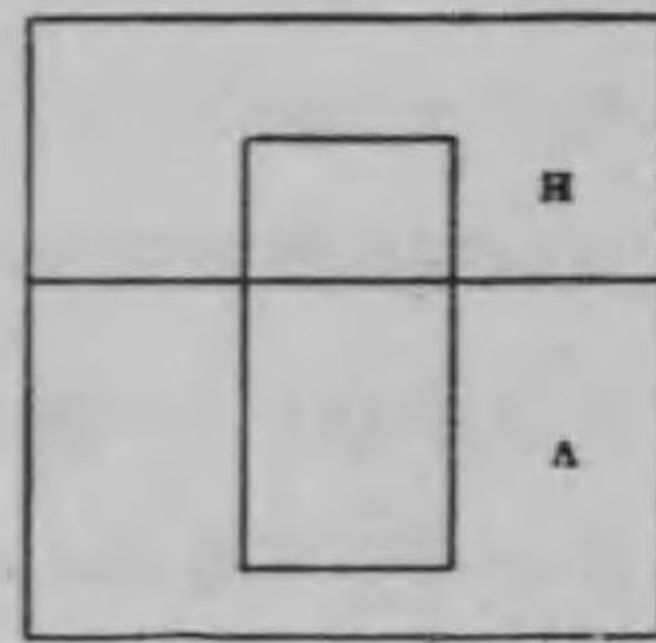


次ニ鉛筆デ其ノ水平面及ビ垂直面ニ添ウテ跡ヲツケヨ。而シテ後角塊ヲ取り去リ紙ヲ机上ニ擴ゲテ見ヨ。然ラバ角塊ノ上ヨリ投影シタ圖形即チ平面圖Hト、角塊ヲ前ヨリ投

影シタ圖形正面圖Vトヲ得ル。

此ノ様ニシテ次ノ二三ノ問題ニ依リ底面圖及ビ正面圖ヲ描ケ。

第133圖



2. (a) 角罫ヲ側面ノ上ニ立テ一面ニ

平行ニシテ垂直面ヨリ稍離シテ

オキ上ノ實驗ヲナセ。

(b) 三角罫ヲ其ノ底面ノ上ニ立テ

底邊ノ一稜ヲ垂直面ニ觸レシメ、

前問ノ如ク實驗セヨ。

(c) 三角罫ヲ底面ノ上ニ立テ其ノ側面ノ一ツヲ垂直面ニ觸

レシメヨ。カクテ投影圖ヲ描ケ。

3. (a) 横5種、縦4種、高サ7種ナル直六面體ヲ水平面上ニ

置キ小ナル面ヲ垂直面ニ觸レシメテ平面圖ト正面圖トヲ

求メヨ。

(b) 普通ノ白墨箱ヲ實際ニ測定シ四分ノ一ノ縮尺ニテ底面

圖及ビ正面圖ヲ畫ケ。

(c) 圓罫ヲ用ヒテ平面圖及ビ正面圖ヲ作レ。

B. 立面圖

第134圖

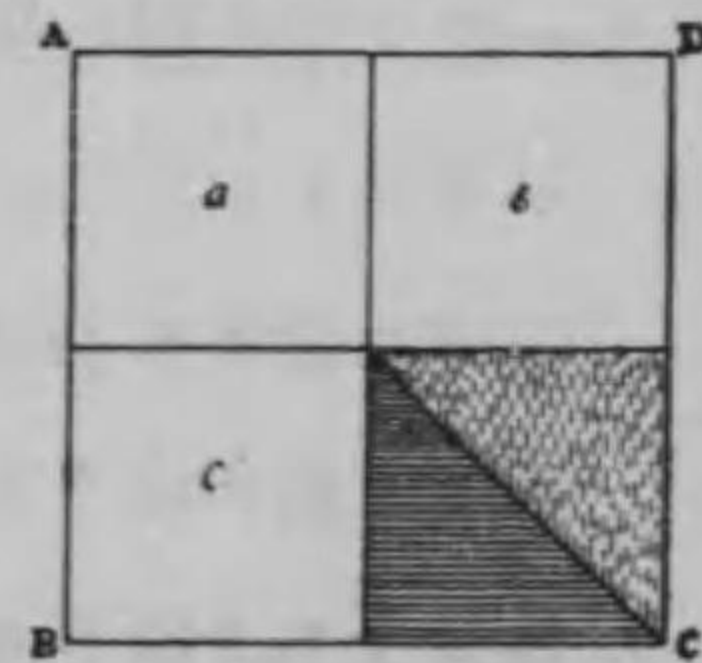
1. 大判ノ用紙又ハ圖畫用紙ノ長イ方

ヲ切り正方形ガ殘ルヤウニABCD

ヲ作レ。此ノ正方形ヲ横ニ二ツニ

折り更ニ縦ニ二ツニ折り四ツノ相

等シキ正方形(圖ニ示スa,b,c,d)



ヲ作レ。

次ニaノ對角線ニ添ウテ折り返ヘシ更ニcトdトノ境ヲ

ナス線ニ添ウテ折り重ネルトキハ正方

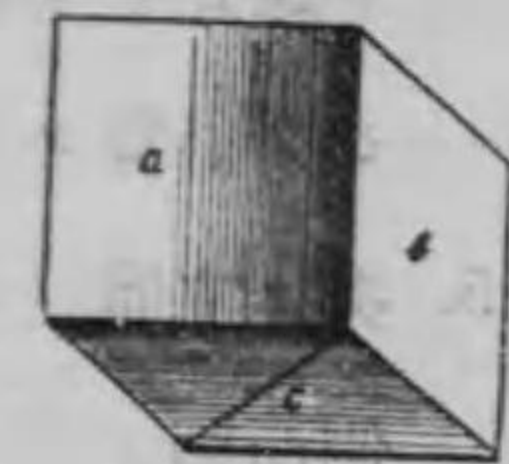
形cノ上ニ折り込マレ右ノ圖ニ示ス様

ニナル。

此ノ時cハ水平面a,bハ相互ニモ亦

水平面cニモ垂直ニナル。

第135圖



2. 上圖ニ示ス様ニシテ紙ヲ折り次ノ圖ニ示ス様ニ小直六面體

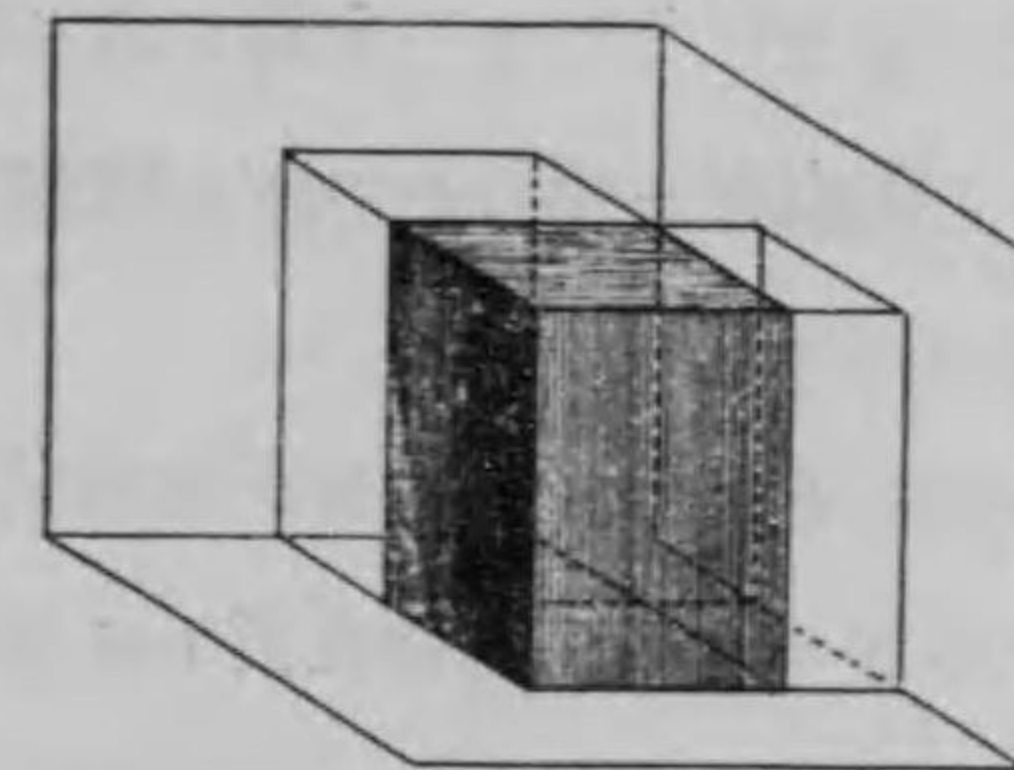
ヲ立テヨ。

直六面體ノ底面ノ周リニ注意シテ標ヲ附ケ水平面上ニ於

ケル底面圖ヲ作レ。

又圖ニ示ス様ニシテ二ツノ垂直面ヘノ立面圖ヲ作レ。

第136圖



次ニ此ノ立體ヲ取り去

リ次ノ展開圖ニ示ス如

ク紙ヲ擴ゲヨ。ソシテ

直六面體ノ三ツノ圖形

即チ底面圖、正面圖、

側面圖ニツキテ研究セ

ヨ。

3. 水平面上ニ立チ其ノ一面ガ垂直面ニ接シ、底面ハ長サ6種

幅4種ノ矩形、高サ10種ノ直六面體ノ底面及ビ二ツノ立面

圖ヲ畫ケ。

4. 次頁ノ圖137ハ垂直面ヨリ少シ離レテ水平面上ニ置カレタ

普通ノ煉瓦ノ三ツノ投影展開圖デアル。此ノ縮尺ガ10分ノ

1デアルトスルト此ノ煉瓦

ノ體積ハ何程アルカ。又此

ノ煉瓦ノ全表面積ハ如何ニ

シテ計算スルカ。

5. 次ノ立體ノ平面圖, 正面圖,

側面圖ヲ作レ。

(a) 水平面上ニ立テ其ノ垂直ナル側面ノ一ツガ立面ト 60°

ノ角ヲナス立方體ガアル。其ノ體積ハ1立方粉デアル。

縮尺 $\frac{2}{3}$ 分ノ1トシテ圖ヲ畫ケ。

(b) 長サ12糎, 幅6糎, 高サ6糎ノ正四角塼ヲ其ノ長イ側

面ノ一ツヲ水平面上ニオキ, 他ノ長イ面ガ垂直面ト 45°

ノ角ヲナスヤウニオイテ縮尺 $\frac{3}{4}$ 分ノ一ノ圖ヲ作レ。

(c) 高サ16糎, 底面8糎ノ等邊三角形ノ三角塼ヲ水平面上

ニ立テ, 高イ稜ノ一ツヲ垂直面ニ平行ニスル。縮尺ヲ $\frac{4}{5}$

分ノ1トシテ圖ヲ描ケ。

(d) 高サ50糎, 底面ハ一邊15糎ナル正方形ノ正四角塼ヲ

水平面上ニ立テ底面ノ各邊ハ水平面ト垂直面トノ交ハリ

XYト 45° ノ角ヲナス様ニ置クモノトス。縮尺ヲ $\frac{4}{5}$ 分ノ

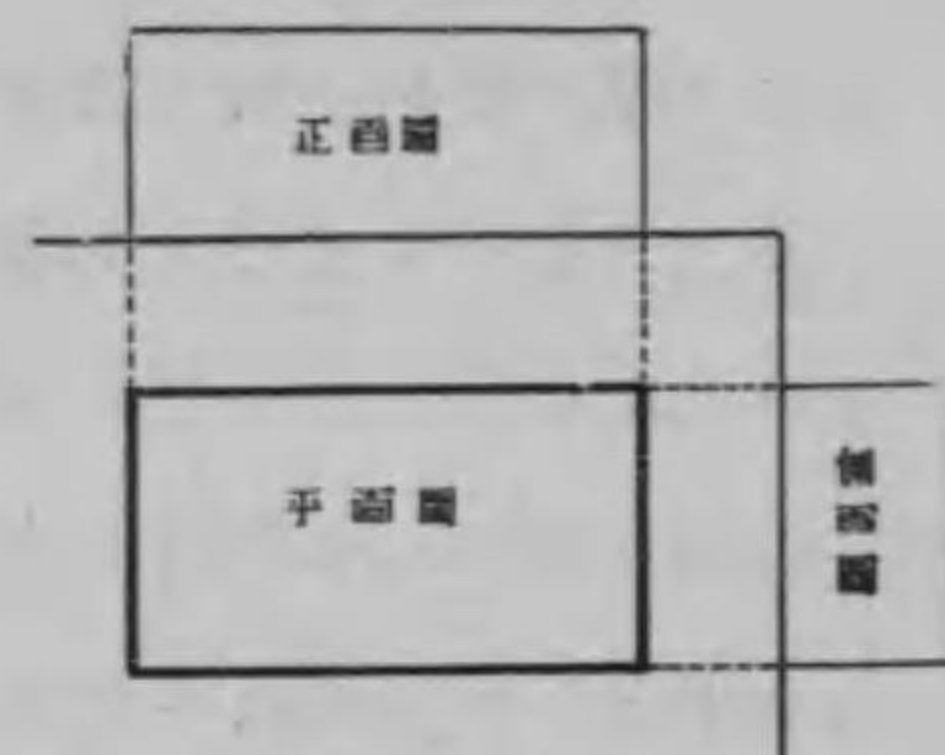
1トシテ圖ヲ描ケ。

(e) 一稜30糎ノ立方體ヲ水平面上ニオキ, 垂直面ノ一ツト

45° ノ角度ヲナサシメル。縮尺ヲ $\frac{3}{4}$ 分ノ一トシテ立面圖

ヲ求メヨ。

第137圖



§ 55. 測定困難ナル求積

本節ニ示ス問題ハ現今ニ於テハ小學校ノ兒童ガ暗記シテ居ルモノデ實ニ證明ト云ヒ測定ト云ヒ困難ナモノデアル。即チ理由ヲ知ラズシテ用ヒツツアルモノデアル。然シ是ハ極メテ非教育的ノ事トイハネバナラス。然ラバ此ノ様ナ命題ハ課セナイデヨイカト云フニ兒童モ可ナリ遭遇スル問題デアリ, 又實際社會ニ出テ見ルト缺ク事ノ出來ナイモノデアル。ヨツテ是等ノ事柄ニ遭遇シタトキハ教育者ハ出來得ル限り實驗實測ニ訴ヘテ理解サセ, 又出來得ル限り證明シ, サモナクバ出來得ル限り想像サセ, ナルベク獨斷的教授トナラシメヌヤウニ心懸ケネバナラス。

次ニ之ヲ掲ゲヨウ。

A. 圓錐ノ體積ヲ求メルコトハ前ニ一寸説明シタノデアルガ再ビココニ舉ゲテ見ヨウ。

$$\begin{aligned} \text{圓錐ノ體積} &= \frac{1}{3} \times (\text{底面積} \times \text{高サ}) \\ &= \frac{1}{3} \times (\text{同底同高ノ圓筒ノ體積}) \end{aligned}$$

此ノ事柄ヲヨク了解スルニハ先ヅ四角錐ノ求積方法ヲ知ラナケレバナラナイ。

$$\begin{aligned} \text{四角錐ノ體積} &= \frac{1}{3} (\text{底面積} \times \text{高サ}) \\ &= \frac{1}{2} (\text{同底同高ノ角塼ノ體積}) \end{aligned}$$

此ノ四角錐ノ求積ガ論理上了解シ得ラレスナラバ中ノ空ナル四角錐ヲ取リコレト等底等高ノ正四角塼ヲ取ツテ四角錐ニ水ヲ入レ, 正四角塼ノ中ニ入レレバ丁度三杯入レテ水ヲ充タス

コトが出来ルコトニ依リ教へ、又他ノ等底等高ノ四角錐ヲ用
フルトキモ同様ノ事實ヲ得。又多角錐ノ場合モ同様ナルコト
ヲ知リ得ルノデアアル。

由リカクシテ此ノ正多角錐ガ其ノ底面ノ邊數ヲ二倍四倍ト多ク
スルニ從ツテ角錐ハ圓錐ニ接近シテ來ル。コノ時デモ角錐ノ
求積ハ前ト同様デアアル。ヨツテ邊ノ數ヲ無限ニ多クスレバ遂
ニ極限ニ於イテ圓錐トナル。カクテ圓錐ノ體積ヲ求メルコト
ニ出来ルノデアアル。

斯様ニシテ實驗實測ヨリ歸納的證明法ニ入り理解サセルノ
デアアル。

B. 球ノ表面積 = $4\pi r^2$

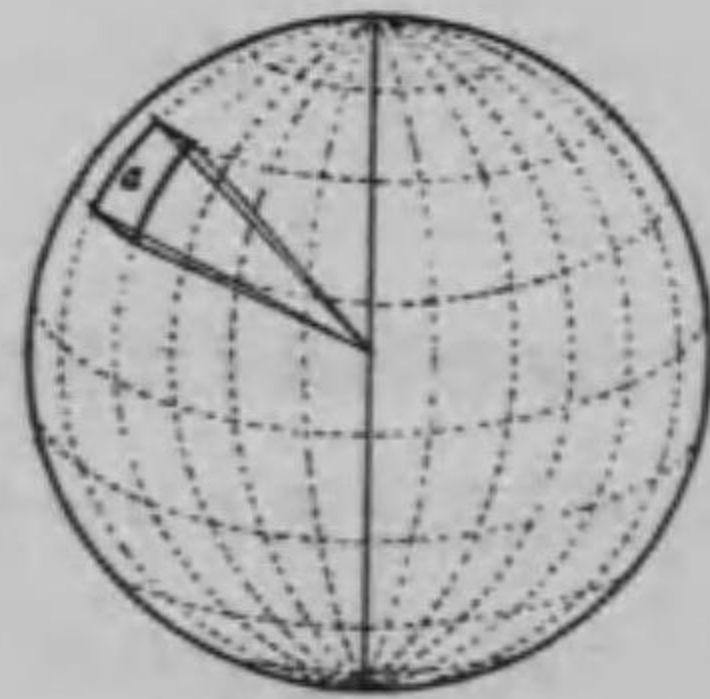
= 中心ヲ過グル截面ノ面積ノ4倍

コレヲ證スルニハ球ヲ持チ來ツテ其ノ直徑ヲ測定スル。此
ノ爲ニハ大圓ノ周圍ヲ用ヒル。

而シテ $4\pi r^2$ ヲ有スル紙ヲ切ツテ其ノ球ニ張リツケテ公式
ノ真ナルカ否カラ想像サセヨ。^{*}

カクシテ後測定ニヨリ此ノ公式ノ真ナルコトヲ信ズル様ニナ
ルノデアアル。

第133圖



C. 球ノ體積 = $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3} \times (\text{等徑
等高ノ圓錐})$

(註) ^{*} 球ノ表面積ガ $4\pi r^2$ ナルコトヲ實驗スルニ
ハ當校教官高橋悦郎氏考案「球ノ表面積實驗器」
ヲ用フレバ最も明瞭ニシテ而モ正確ニ出来ル。
(坂瀬商店發賣)

此ノ命題ハ理論的ニ證明スルニ都合ノヨイ問題デアアル。今球
ノ表面ヲ圖ノ如ク切リタルモノトセヨ。丁度地球ノ經緯度線
ノ如キモノト考ヘテモ差支ハナイ。然ラバ圖ニ示ス如ク球面
上ニ四邊形 a ヲ得ル。コレヲ球面四邊形ト云フ。此ノ四邊形
ノ四頂點ヲ中心ト結ビツケヨ。然ラバココニツノ角錐ニ似
タ形ヲ得ル。然シ眞ノ角錐デハナイ。無限ニ多ク球面ヲ切ル
トスレバ表面上ノ圖形ハ無限ニ小サクナツテ其ノ小ナル表面
ハ平面ト見做シテ大ナル差ヲ生ジナイヤウニナル。其ノ小ナ
ル面積ヲ a トセヨ。其ノ角錐ノ高サハ球ノ半径 r デアルカラ
其ノ體積ハ

$$a \times r \times \frac{1}{3}$$

デアアル。同様ニ球ノ表面上ニハ此ノ様ナ四邊形ガ球面ヲオホ
ヒ、角錐ガ體積ヲウツメテ居ル。ヨツテ其ノ體積ノ總和ハ

$$a \times \frac{s}{a} \times r \times \frac{1}{3} = s \times r \times \frac{1}{3}$$

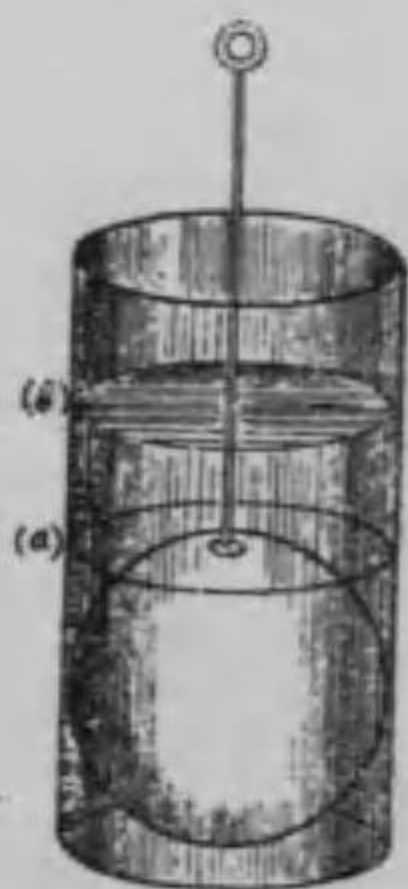
但シ s ハ表面積ニシテ $4\pi r^2$ ナル故

$$\text{球ノ體積} = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad \text{トナルノデアアル。}$$

コレハ高等科第二學年(21頁)ノ教授ニ際シ
トラルベキ證明法デアアル。

第139圖

D. 又實測ヨリシテ球ノ體積ヲ測定スルニハ次
ノ如クスレバヨイ。即チ圖ニ示ス如ク圓筒形
ノ容器ニ水ヲ入レ其ノ高サヲ測定シ然ル後其
ノ中ニ直徑ガ容器ノ内法ト相等シキ球ヲ入レ
ルトキハ水ハ(a)ヨリ(b)マデ上ル。コレ球



ノ體積ダケ水ヲ排除シタノデアル。

其ノ (ab) 間ノ高サヲ h トシ圓壙ノ底面積ヲ s トスレバ此ノ球ノ體積ハ sh デアル。之ト球ノ直徑ノ自乗トヲ比較スレバ尋常科第五學年(68頁)ノ教授ガ出來ル。^{*2}又前ニ示セル計算公式ヨリシテモ體積ヲ求メテ見テコレト比較スル事モ有効デアル。

今此ノ球ヲ圓筒ニ接スル様ニ丁度入レルトキハ水ノ量ヲ測定スルニ $\pi r^2 h$ デスレバヨイ。コレハ前ノ計算公式ト大ナル關係ガアルコトヲ考察サセルガヨイ。

〔註〕^{*2}尋常科第五學年ニハ球ノ直徑ヲ d トスルトキ

$$\text{球ノ體積} = 0.52d^3$$

テ與ヘラレテ居ル。勿論 $0.52 \approx \frac{\pi}{4}$ ノ近似値デアル。然シ此ノ公式ヲ直接導クニハ新宮考案「球ノ體積説明器」ヲ用フレバ一舉ニシテ容易ニ得ラレル。

(坂瀬商店發賣)

第三章 代數教材導入

本章ニ於ケル代數學導入ハ小學校ノ算術科ヲシテ徹底的ニ理論的實際的方面ヨリ數概念ヲ得シメル事ヲ目的トシタモノデアツテ、他方又中等學校トノ連絡ヲ考慮シタモノデアル。而シテ本章ハ代數學上ノ簡單ナルモノヲ具體的ニ取扱ヒ、次第ニ抽象的理論的方面ニ入ルモノデアル。

§ 56. 代數學ノ初步取扱

A. 算術ソノモノハ元來代數ヨリ來タモノト云ヒ得ルシ、又代數ソノモノハ算術ヨリ來タモノト云ヒ得。ヨツテ共ニ相待ツテ進ンデ始メテ算術科ノ目的ヲ達スル事ヲ得。又數學ヲ通ジテノ徹底ヲナスコトガ出來ルノデアル。故ニ本節デハ數ノ代リニ用フル文字ニツキ教法ヲ探ル事ヲ述ベヨウトスルノデアル。即チ算術デハ一般ニ $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0$, ヲ以テ記述シ得ル數デアツタ。

今代數トハ如何ナルモノナルカト云フニ是等ノ數字ノ代リニ文字(羅馬字)ヲ用フルコトニヨツテ一般的ノ解答ヲ得ントスルモノデアル。此ノ故ニ羅馬字ノ學習ヲ必要トスル。又數字計算ニ於テハ和 $+$, 差 $-$, 積 \times , 商 \div 等ヲ用ヒテ來タガ文字ヲ用フル場合モ亦同様デアル。(尤モ文字特獨ノ計算モ

存在ハスルガ)即チ, a, b ヲ任意ノ數ヲ代表スルモノトスレバ

- (1) $a+b$ ハ a ト b トノ和ヲ表ハス。
- (2) $a-b$ ハ a ト b トノ差ヲ表ハス。
- (3) $a \times b$ ハ a ト b トノ積ヲ表ハス。
- (4) $a \div b$ ハ a ヲ b ニテ除シタル商ヲ表ハス。

但シ、一般ニ文字ヲ用フル場合ニハ乘法ノ記號ハ省略スル。即チ $a \times b$ ト書ク代リニ簡單ニ ab ト書ク。又 $a \div b$ ハ $\frac{a}{b}$ ニテ表ハスシテ用ヒス慣習デアル。

此ノ代用文字ノ取扱ノ練習法トシテ次ニ其ノ概要ヲ述ベヨウ

1. 次ノ意味ヲ述ベヨ。

$$3a, 6x, 4ab, 5xy, 2xyz, a^2, c^2, 3a^2bc$$

(此ノ意味ノ書キ方ヲ次ノ如クセヨ。)

$$3a^2bc = 3 \times (a \times a \times b \times c)$$

2. $a=3, b=4, c=5, d=6$ トシテ次ノ式ノ値ヲ求メヨ。

$$a+b+c, a+b-c, 3a+4d, 5a-2c, 2a-2b-2c, \\ 4ab, a^2+b^2, 3a^2, \frac{2ab}{d}, \frac{4cd}{2a}, \frac{abc}{3c}$$

3. $x=5, y=7, z=8$ トシテ次ノ式ノ價ヲ求メヨ。

$$x+y+z, 2xyz, 5x+2y-z, x^2+y^2+z^2, \\ \frac{5yz}{2x}, x^2yz$$

4. 次ノ様ナ事實問題ヲ代數的ニ取扱ヘ。

(a) 或子供 x 個ノ林檎ヲ有シ 3 個ヲ食ツタ。幾個残ツテ居ルカ。 答 $(x-3)$ 個

(b) 太郎ハ本年 y 歳デアル。5 年後ニハ何歳トナルカ。

答 $(y+5)$ 歳

(c) 4 人ノ子供各 n 個ノ蜜柑ヲ持ツテ居ル。合計幾個ヲ有スルカ。 答 $4n$ 個

(d) 一學級ノ兒童數ハ b 人デアル。之ヲ 10 個ノ「ベンチ」ニ坐セシメヨウトス。各 1 個ニ幾人宛坐スベキカ。 答 $\frac{b}{10}$ 人

(e) 4 錢ノ筆 x 個ヲ買ツテ 12 錢拂ツタ。何個買ツタカ。 12 錢 $\div x = 4$ 錢 答 3 本

(f) $2x=12$ ナラバ x ノ價如何。 答 $x=6$

(g) $\frac{24}{x}=6$ ナラバ x ノ價如何。 答 $x=4$

(h) 太郎ガ父ニ 10 錢モラヒ、1 箇 2 錢ノ品 x 箇買ツタ。太郎ハ尙幾ヲ持ツテ居ルカ。 答 $(10-2x)$ 錢

§ 57. 負量ノ導入

コレマデ屢々計算ノ符號トシテ + 及 - ヲ用ヒテ來タ。然シ今ハ別ノ意味ニ此ノ記號ヲ用ヒヨウ。

今 50 圓ノ財産ヲ有スル人ガ

(1) 30 圓損ヲシタラ何程持ツテ居ルカ。

(2) 50 圓損ヲシタラ如何。

(3) 60 圓損ヲシタラ如何。

(1) ノ場合ハ直チニ 20 圓アルト答ヘ得ルデアラウ。又 (2) ノ場合ハ「全クナイ」トモ答ヘラレルガ、0 圓トモ答ヘテモヨイ。

(3) ノ場合ハ残リハナイ。唯ナイノミナラズ 10 圓ノ借金ガアル。

然シ此ノ時モ尙殘金ガアルカニイフ爲ニ「-10圓アル」ト答ヘ之ヲ「マイナス十圓」ト讀ム。之ニ對シ(1)ノ場合ノ20圓ハ「+20圓」ト答ヘ、之ヲ「プラス20圓」ト讀ム。此ノ場合ノ記號+ヤ-ハ數ノ性質ノ符號ニシテ演算ノ符號トハ異ル。而シテ+ノ符號ノツイタ數ヲ正數トイヒ、-ノ符號ノツイタ數ヲ負數トイフ。尤モ混雜ノオソレノナイ時ハ正ノ數ニ限リ性質ノ符號ヲ省ク事ガアル。

負量ヲ導入スルニハナルベク多クノ實例ヲ以テ具體的ニ其ノ例ヲ示シテ理解サセルヤウニ努メネバナラス。

次ノ問題ヲ與ヘテ前例ノ如キ實際問題ニアテハメテ解カシメル

$$(a) (+11) + (+7) = ?$$

$$(b) (-7) + (-11) = ?$$

$$(c) (+19) + (-30) = ?$$

$$(d) (-13) + (+24) = ?$$

$$(e) (\text{馬}6\text{頭}) - (\text{馬}8\text{頭}) = ?$$

$$(f) (\text{馬}3\text{頭}) - (\text{馬}8\text{頭}) = ?$$

$$(g) -35x + 17x = ?$$

$$(h) 2y - 5y = ?$$

$$(i) +7 + 8 - 9 - 6 = ?$$

$$(j) -6a - 4a + 7a - 8a = ?$$

$$(k) -5x - 3x + 2x + 7x = ?$$

此ノ問題中殊ニ注意スベキハ(g)ノ $-35x + 17x = ?$ デアル。是ヲ實際ニ應用スルコトハ頗ル考慮ヲ要スル。是ヲ

説明スレバ或人ガ x 錢スル筆ヲ何本カ持ツテ居タガ今他ノ人ニ35本與ヘタ。即チ價ニスレバ $35x$ 錢與ヘタ。然シ他ノ人カラ17本即チ價デハ $17x$ 錢貰ツタ。其ノ人ハ何程ノ利益ヲ得タカ? 問題ヲ解スルニハ -35 ト $+17$ トノ關係ヲ考ヘ其ノ間ノ計算 -18 ヲ得テ筆一本ハ x 錢ダカラ其ノ人ハ $-18x$ 錢ノ利益ヲ得タト云フコトニナル。即チ答ハ $-18x$ 錢デアル。同様ニシテ(j)(k)ノ問題モ取扱ヘバヨイ。

又次ノ様ナ事實的問題ヲ示シテ負量導入ノ實用の方面ヲ考ヘサセ且ツ負量概念ノ徹底ヲハカルガヨイ。

1. 今寒暖計ハ 80° ヲ示シテ居ル。

53° 降レバ水銀ハ何度ノ處ニアルカ?

80° 降レバ水銀ハ何度ノ處ニアルカ?

90° 降レバ水銀ハ何度ノ處ニアルカ?

此ノ場合零度ヨリ低イ溫度即チ零ヨリ小ナル數ヲ負數トシテ取扱ヒ負號ヲ附スル。

-20° トハ零下 20° ノコトデアル。

2. 北ノ方ニ測ルヲ正トスレバ南ノ方ヲ測ルハ負トナル。北ニ向ツテ38秆歩ミ次ニ南ニ向ツテ56秆歩クトスレバ出發點ノ北方何秆ノ距離アルカ?

$$\text{即チ } (+38\text{秆}) + (-56\text{秆}) = -18\text{秆}$$

南ノ方ニ何程ノ所ニアルカ? 此ノトキハ南方ニ進ムヲ正トシ、 $(+56\text{秆}) + (-36\text{秆}) = +20\text{秆}$

上ノ理論ニ依リ同ジコトヲ云ヒ表ハスニ假定ノ如何ニヨリ

其ノ答ヲ異ニスルコトヲヨク徹底セシメネバナラス。即チ北方 a 杆ダケ進ミ、 b 杆ダケ歸レバ北ニ向ツテハ $(a-b)$ 杆デアリ、又南ニ向ツテハ $(b-a)$ 杆デアル。

3. 方眼紙ヲ取ツテ其ノ中央ノ點ヲ O トシ O ヲ過ギル横線ヲ引キ O ヨリ右ヲ正、左ヲ負トス。又 O ヲ過ギル縦線ヲ引キ O ヨリ上ヲ正、下ヲ負トス。

次ノ數ヲ點 O ヲ基點トシテ x ヲ左右ニ、 y ヲ上下ニ十字形ニ示セ。

(x)	$-5, -4, -2\frac{1}{2}, -2, 0, +1.5, +7, +10$
(y)	$+4, -3\frac{1}{2}, 0, +5, +7, -3, -6, +5\frac{1}{2}$

以上ハ負量導入ノ概要デアル。

實際ニ兒童ハ時々 $3-5=?$ ト云フコトニ出逢ウテ其ノ處置ヲ質問スルコトガアル。然ルニ從來ハ此ノ負量ノ事ヲ教師ハ知リツツモ小ナル數ヨリ大ナル數ハ引ク事ガ出來ナイト斷言シタ。然シコレハ餘リニ冷淡ニ過ギルト思フ。之レ茲ニ敢テ負量導入ヲ説ク次第デアル。兒童ニ凡テ實社會ニ負量ヲ應用シテ上ノ如キ實際問題ヲ作製サセテ負量ノ價值ヲ認メルヤウニ努ムベキデアル。

§ 58. 加 減 乗 除

A 同因數ノ加減

$$\begin{aligned} \text{例} \quad & 3a+2b+5a+6b+a+3b+b+a \\ & = (3+5+1+1)a+(2+6+3+1)b \end{aligned}$$

$$=10a+12b$$

前例ノ如クシテ次ノ問題ヲ解カシメル。

- $(7a+5c+2b)+(2a+c+5b)$
- $+6a+3b+2a+8b+8a+5b$
- $x^2+2xy+y^2+x^2+2xy+y^2+x^2+y^2$
- $p+2q+8+5p+3q+8+2p+q-38$

B 同因數ノ減法

$$\begin{aligned} \text{例} \quad & (3a-7b+4c)-(2a-3b+2c) \\ & = (3-2)a-(7-3)b+(4-2)c \\ & = a-4b+2c \end{aligned}$$

前例ノ如クシテ次ノ問題ヲ解カシメル。

- $(4a-2b+3c)-(2a-3b+2c)$
- $(2x+y-28)-(-2x-3y+28)$
- $(5x-3y+2z)-(3x+5y-2z)$
- $(c^2-d^2)-(c^2+2cd+d^2)$
- $(-10x^2-15y^2+8z^2)-(14x^2-7y^2+8z^2)$

C 括弧ノアルトキニハ其ノ中ニ置カレタ項ハ一ツトシテ取扱ハレル。

$$\begin{aligned} \text{例} \quad (a) \quad & 15+(12+3) \text{ハ} (12+3)=15 \text{ヲ} 16 \text{ニ加ヘルコトヲ} \\ & \text{意味ス。} \\ (b) \quad & 16+(12-3) \text{ハ} (12-3)=9 \text{ヲ} 16 \text{ニ加ヘルコトヲ} \\ & \text{意味ス。} \\ (c) \quad & 16-(12+3) \text{ハ} (12+3)=15 \text{ヲ} 16 \text{ヨリ引クコトヲ} \end{aligned}$$

意味ス。

(d) $16 - (12 - 3)$ ハ $(12 - 3) = 9$ ヲ 16 ヨリ引クコトヲ意味ス。

(e) $16 - (3 - 12)$ ハ $(3 - 12) = -12$ ヲ 16 ヨリ引クコトヲ意味ス。コノ場合ノ答ハ次ノ如ク表ヨリ歸納的ニ出ス事ガ出来得ル。

即チ負ノ數ヲ引クニハ符號ヲ變ジテ正ノ數トシテ之ヲ加ヘレバヨイ。

16ヨリ3ヲ引ケバ	13
16ヨリ2ヲ引ケバ	14
16ヨリ1ヲ引ケバ	15
16ヨリ0ヲ引ケバ	16
16ヨリ-1ヲ引ケバ	17
16ヨリ-2ヲ引ケバ	18
⋮	⋮
⋮	⋮

(D) 次ノ等式ガ成立スルカ否カラ驗セ。但シ

(1) $x=10, y=6, z=3$ } トシテナセ。
 (2) $x=20, y=18, z=16$ }

(a) $x + (y + z) = x + y + z$

(b) $x + (y - z) = x + y - z$

(c) $x - (y + z) = x - y - z$

(d) $x - (y - z) = x - y + z$

以上ノコトニヨツテ括弧ノ使用法及ビ之レヲ取り去ル法ヲ發見スルヤウニ導ケ。即チ括弧ノ前ガ正ナルトキハ括弧ヲ其ノママ取り去ツテ差支ナイガ、負ノ場合ニハ括弧内ノ數ハソノ符號ヲ變ジテ書キ列ネヨ。

此ノ事ガ明瞭ニナレバ從ツテヨリ一層(C)ノ理論モ解シ得

ル様ニナルノデアル。

(E) 實際ニ次ノ事ガ成立スルコトヲ

$$\left. \begin{array}{l} x=2, y=3, a=5 \\ x=4, y=7, a=10 \end{array} \right\} \text{トシテ驗セ。}$$

$$a(x-y) = ax + ay$$

$$a(x-y) = ax - ay$$

ヨツテ上式ノ左邊ヲ右邊ニナスコトヲ括弧ヲ解クト云ヒ、右邊ヲ左邊ニスルコトヲ因數ニ分解スルト云フ。

(F) 乘法ニ於ケル符號ノ法則

今品物ヲ賣ツテ1個ニツキ10錢ノ利益又ハ損失ヲナスモノトス。

(1) 10錢ノ利益ヲ三回ナシタル後ノ財産ハ何程デアルカ。

$$(+10\text{錢}) \times 3 = +30\text{錢}$$

即チ10錢ノ利益ガ三回加ハルワケデアル。

(2) 10錢ノ損失ヲ3回ナシタル後ノ財産ハ何程カ。

$$10\text{錢ノ損ヲ三回加ヘレバ} 30\text{錢ノ損トナル。}$$

$$(-10\text{錢}) \times 3 = -30\text{錢}$$

(3) 10錢ノ利益ヲ三回引キ去ツタ後ノ財産ハ何程ナルカ。

$$10\text{錢ノ利益ヲ三回引ケバ} 30\text{錢ノ損トナル。}$$

$$10\text{錢} \times (-3) = -30\text{錢}$$

(4) 10錢ノ損失ヲ三回取り除イタル後ノ財産ハ何程増加スルカ。

$$10\text{錢ノ損ヲ三回取り除イタトキハ} 30\text{錢ノ利トナルノデ}$$

アル。

$$(-10\text{錢}) \times (-3) = +30\text{錢}$$

(5) 以上ニヨリテ一般法則ヲ發見スルノデアル。

即チ 同符號ノ積ハ正トナリ, …… $\begin{cases} (+) \times (+) = + \\ (-) \times (-) = + \end{cases}$

異符號ノ積ハ負トナル。…… $\begin{cases} (+) \times (-) = - \\ (-) \times (+) = - \end{cases}$

次ニ例ヲ示ス。

$a \times 3 = 3a$	$a \times b = ab$
$(-a) \times 3 = -3a$	$(-a) \times b = -ab$
$a \times (-3) = -3a$	$a \times (-b) = -ab$
$(-a) \times (-3) = 3a$	$(-a) \times (-b) = ab$

G. 次ノ二ツノ乗法ノ問題ニ於テ算術的乗法ト代數的乗法トヲ比較シテ理解セヨ。而シテ後其ノ下ノ問題ヲ計算セヨ。

$\begin{array}{r} 32 \\ \times 43 \\ \hline 128 = 32 \times 4 \text{倍} \\ 96 = 32 \times 3 \text{倍} \\ \hline 1376 = 32 \times 43 \text{倍} \end{array}$	
$\begin{array}{r} 3a+2b \\ \times 4a+3b \\ \hline 12a^2+8ab = (3a+2b) \times 4a \text{倍} \\ 9ab+6b^2 = (3a+2b) \times 3b \text{倍} \\ \hline 12a^2+17ab+6b^2 = (3a+2b) \times (4a+3b) \text{倍} \end{array}$	

(a) $(2a-3) \times (a+2)$ (b) $(4a^2-6a+5) \times (2a+3)$

(c) $(x-y)(x-y)$ (d) $(x+y)(x+y)$

(e) $(a^2+ab+b^2) \times (a+b)$

(f) $(a^2+ab+b^2) \times (a-b)$

(g) $(x^2-2xy) \times (x+2y)$

H. 除法ノ場合ニ同様乗法ノ如ク符號ノ規則ヲ得ルノデアル。ナントナレバ乗法ト除法トハ逆算デアルカラデアル。即チ乗法ニヨク通ズレバ除法ハ易ク了解スル問題デアル。次ニ除法ニツイテ説明シヨウ。

1. $6x^2-5x$ ヲ x ニテ除セ。

此ノ場合ニハ x ニ何ヲ乗ズレバ $6x^2-5x$ トナルカヲ求ムレバ可デアル。此ノ爲ニ次ノ計算ヲス。

$$\frac{6x^2-5x}{x} = \frac{x(6x-5)}{x} = 6x-5$$

2. 或矩形ノ面積ハ $(3ax+3a)$ 平方米ニシテ其ノ幅ハ $3a$ 米デアル。長サハ何程カ。

$$\frac{3ax+3a}{3a} = \frac{3a(x+1)}{3a} = x+1 \quad \text{答 } (x+1)\text{米}$$

3. e^6 ヲ e^2 ナラシメルニハ如何ナル數ヲ乗ズレバヨイカ。

$$e^6 \div e^2 = ? \quad \text{即チ } e^4 \text{ デアル。}$$

4. 次ノ問題ヲ解ケ。但シココニ注意スベキハ被除數ヲ因數ニ分解シ除數ノ因數ヲ除ケバ除法ハ行ハレルコトデアル。

例ヘバ

$$10a+5b \text{ ヲ } 5 \text{ デ除スルニハ先ヅ此ノ式ヲ}$$

$$5(2a+b) \text{ トシテ後 } 5 \text{ デ除シテ } 2a+b \text{ ヲ商トシテ得ル。}$$

次ノ問題ヲ計算セヨ。

$$(a) (6a-8b+4c) \div 2$$

$$(b) (12a-20ab+8ab^2) \div 4a$$

$$(c) (16x^2-12x^3-24x^3) \div (-4x^2)$$

$$(d) (20a^3-35a^3) \div (-5a^2)$$

5. 次ノ問題ノ如ク因数ヲ見出スノニ困難デアル場合ニハ下ニ示ス様ナ形式ノ除法ノ計算ヲセヨ。
 數ノ除法トナラベテオイタカラヨク比較シテ除法ヲ理解セヨ。

$\begin{array}{r} 12 \\ 21 \overline{) 252} \\ \underline{21} = 21 \text{ノ} 10 \text{倍} \\ 42 \\ \underline{42} = 21 \text{ノ} 2 \text{倍} \end{array}$
$\begin{array}{r} a+2b \\ 2a+b \overline{) 2a^2+5ab+2b^2} \\ \underline{2a^2+ab} = (2a+b) \text{ノ} a \text{倍} \\ 4ab+2b^2 \\ \underline{4ab+2b^2} = (2a+b) \text{ノ} 2b \text{倍} \end{array}$

次ノ第一ノ式ヲ第二式ヲ除セ。

$$(a) x^2+7x+12 \quad x+4$$

$$(b) x^2-5x-36 \quad x-9$$

$$(c) a^2-24a+80 \quad a-4$$

$$(d) x^2+x-56 \quad x+8$$

$$(e) x^2-7x-44 \quad x-11$$

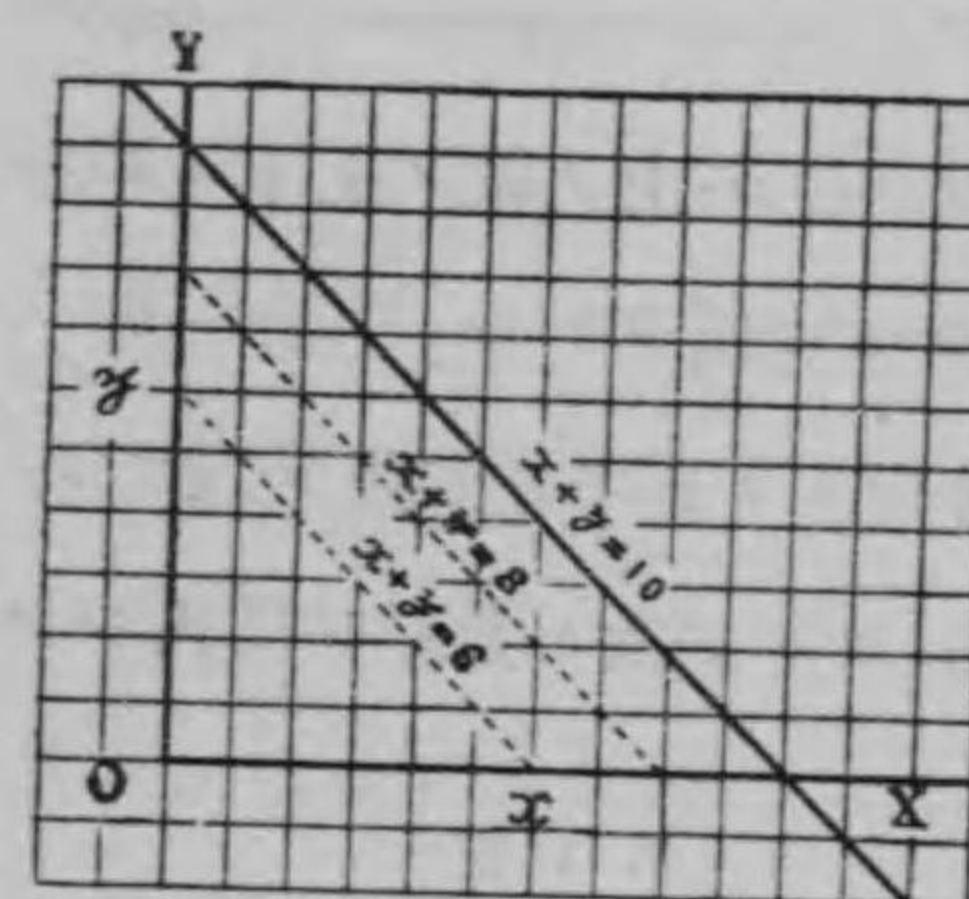
$$(f) 3x^2+21x+36 \quad x+3$$

§ 59. 和差ノグラフ

- A. 二量又ハ二數ノ和ガ一定ナル場合即チ $x+y=a$ デアル場合ニ a ヲ常數(算術數)トスレバ x ハ y ノ函數デアリ又 y ハ x ノ函數デアル。次ニ其ノ例ヲ示ス。其ノ函數ノ意味ヲ解スルト同時ニ和差ノ「グラフ」ヲ理解セヨ。

例 二數ノ和ガ10トナル場合ニ二數ノ關係ヲ方眼紙ニ畫ケ。

第140圖



x	+	y	=	10
1	+	9	=	10
2	+	8	=	10
3	+	7	=	10
4	+	6	=	10
5	+	5	=	10
6	+	4	=	10
7	+	3	=	10
8	+	2	=	10
9	+	1	=	10
10	+	0	=	10

同様ノ方法デ次ノ式ヲ「グラフ」

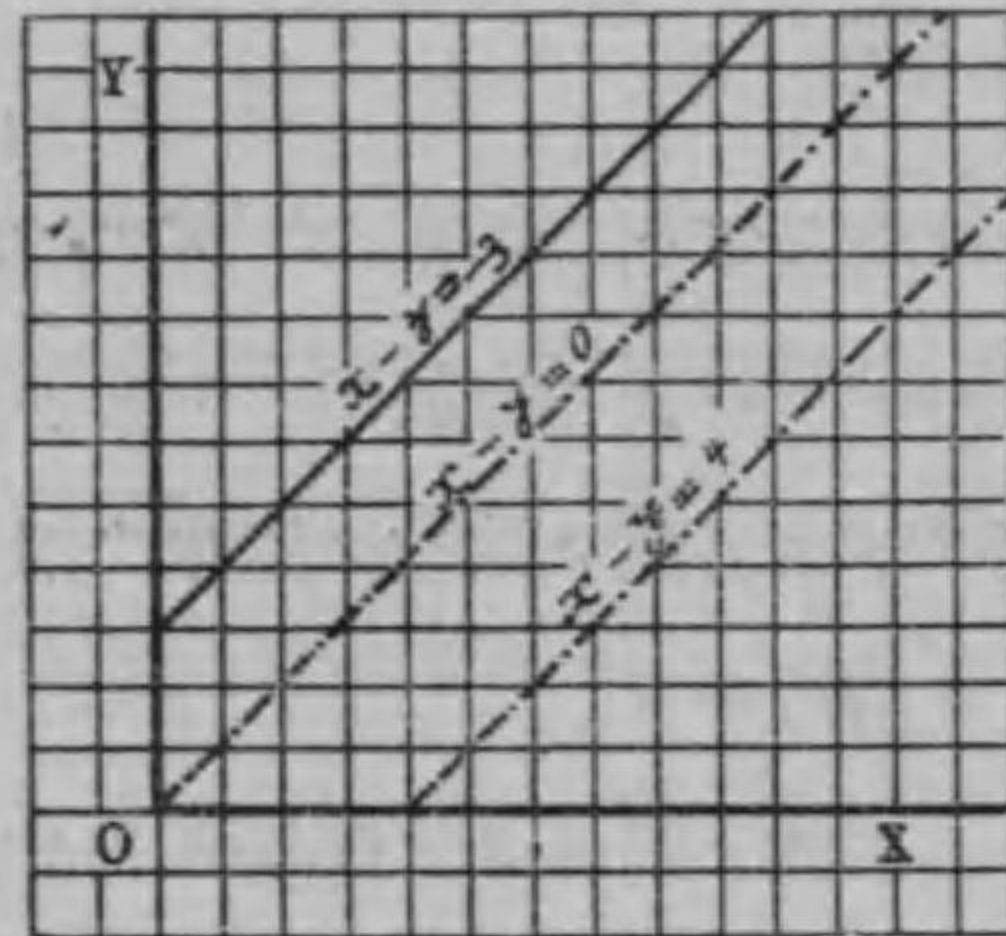
ニ描ケ。

- | | |
|-------------|---------------|
| 1. $x+y=8$ | 2. $x+y=12$ |
| 3. $x+y=20$ | 4. $x+y=25$ |
| 5. $x+y=36$ | 6. $2x+2y=17$ |

- B. 二量又ハ二數ノ差ガ一定ナル場合即チ $x-y=a$ ナル式ニ

於テ任意ノ常數ヲ與ヘテ x ト y トノ關係ヲ「グラフ」ニ示セ。

第141圖



x	-	y	=	3
3	-	0	=	3
4	-	1	=	3
5	-	2	=	3
6	-	3	=	3
7	-	4	=	3
8	-	5	=	3
9	-	6	=	3
10	-	7	=	3
11	-	8	=	3
12	-	9	=	3

上ノ問題ハ常數ガ3ノ場合デア
ルガ常數ガ異ナレバ其ノ「グラフ」ハ上ノ線ノ上下ニ平行ニ
出來ル。和ノ「グラフ」ニ於テモ同様デアル。

C. 和差ノ「グラフ」ヲ一應説明シタノデアアルガ此ノ二ツノ「グ
ラフ」ニモ負量ヲ導入シタイ。ヨツテ次ニ負量ヲ導入シタ圖
ヲ示サウ。之ハ $x \pm y = a$

第142圖

ノ「グラフ」デアル。

$$x+y=a$$

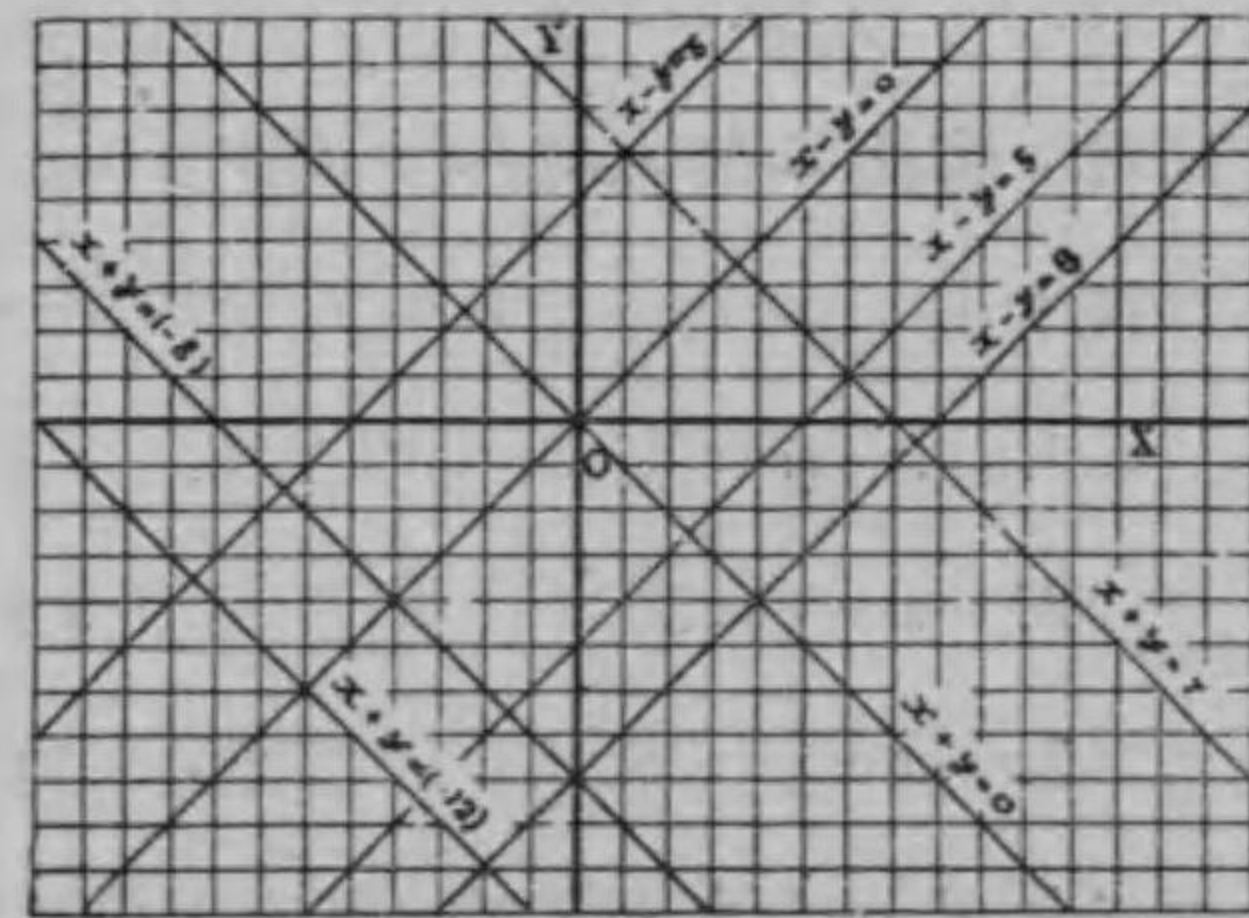
ニ於テハ a ガ負ナ

ラバ左下ニ來リ

$$x-y=a$$

ニ於テハ a ガ負ナ

ラバ左上ニ來ル。



D. 今次ノ様ナ問題ニ遭遇スレバ如何ニスルカ? “二數ノ和ハ
15ニシテ其ノ差ハ3デアルトキ二數ヲ求メヨ。” 此ノ場合次
ノ如ク「グラフ」ヲ用ヒテ解ケバヨイ。即チ二數中大ナル數
ヲ y , 小ナル數ヲ x トスレバ

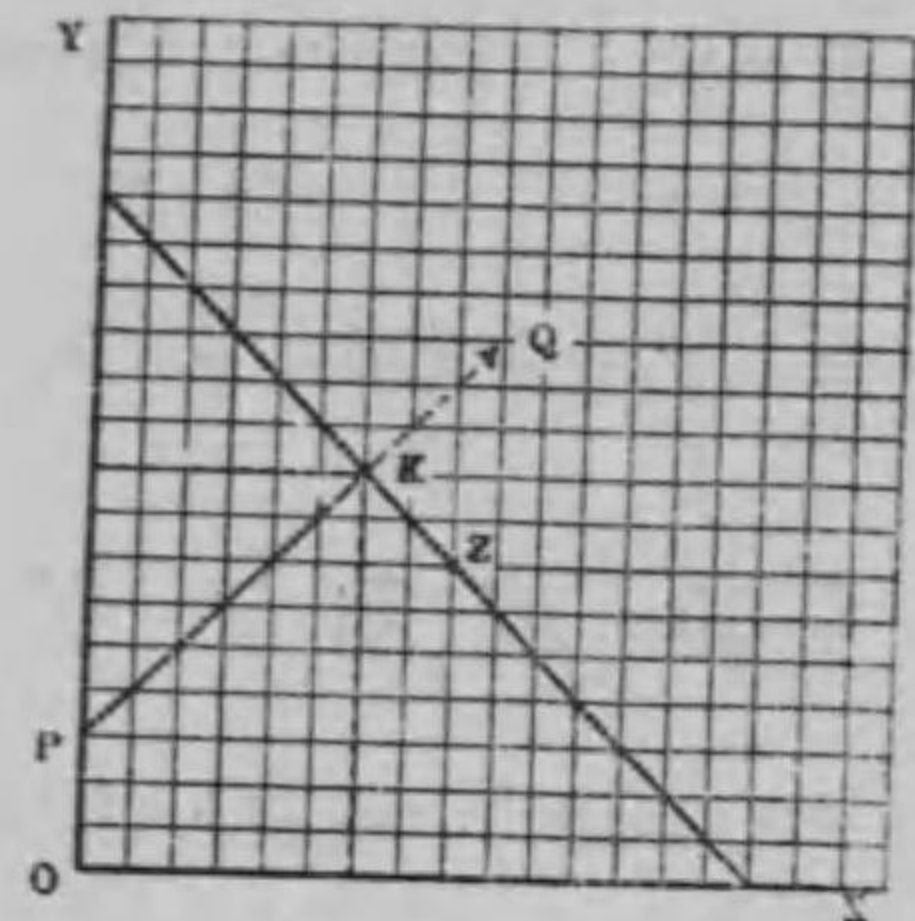
第143圖

$$\begin{cases} x+y=15 \dots\dots (1) \\ y-x=3 \dots\dots (2) \end{cases}$$

トナリ, ソノ二ツノ「グラフ」

ノ交點 K ヨリ

$$\begin{cases} x=6 \\ y=9 \end{cases}$$



ヲ得。此ノ意味ヲヨク了解セヨ。

此ノ「グラフ」ヲ作製スルニハ次ノ順序ニヨレバヨイ。

先ヅ第一ニ和ガ15トナル「グラフ」ヲ作レ。然ラバ其ノ線
上ノ如何ナル點ヲ取ツテ見テモ其ノ點ノ坐標ノ値, x, y ノ和
ハ15デアル。故ニ x, y ノ値ハ如何様ニモトリ得テ一ツニ決
定スルモノデハナイ。

第二ニ差ノ「グラフ」 PQ ヲ引ク。然ラバ其ノ線上ノ任意
ノ點ノ坐標ハ悉ク $y-x$ ノ値ガ常ニ3トナル事ヲ表ハシ從ツ
テソノ各ノ値ハ決定シナイ。

サテ答ハ如何ト云フテ和ノ「グラフ」上ニモ差ノ「グラフ」
上ニモナケネバナラナイ。ヨツテ其ノ二直線ノ交點 K ハ兩
直線上ニアルカラ兩方ノ條件ヲ同時ニ満足スル。又他ノ點ハ
如何ト云フニ今圖ニ示ス様ニ Z ノ點ヲトルトキハ此ノ點ハ