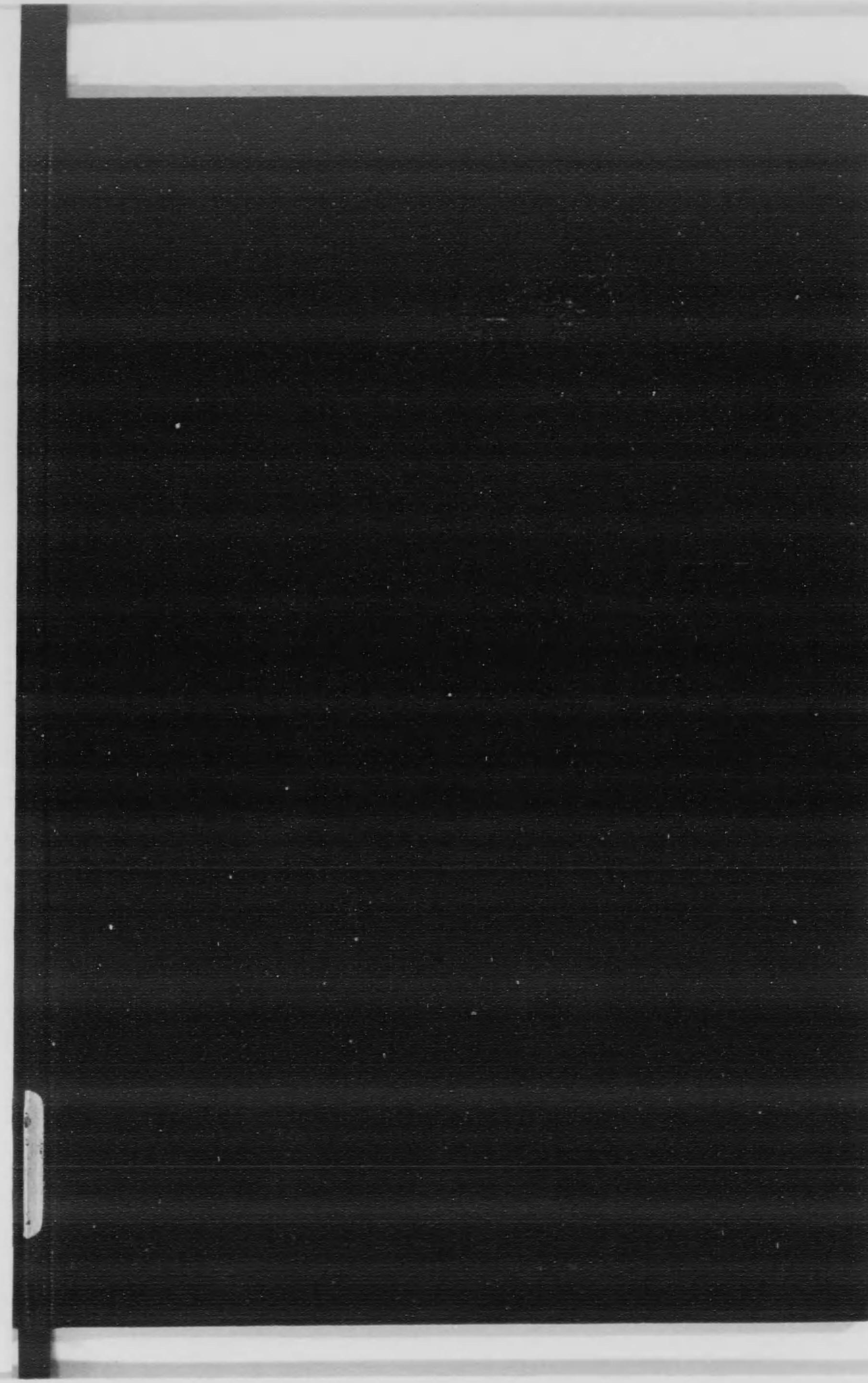
始



海軍中佐 波多野貞夫著

應用實驗學梗概

1916

東京

岩 波 書 店

刊行

應用實驗學梗概

緒　言

一、本書ノ目的

實驗ハ其ノ種類ノ如何ヲ問ハズ之ヲシテ有効ナラシムル爲メニハ其ノ計畫、準備、實施及ビ成績ノ整理適切ナラザル可カラズ。

本書ハ余ガ過去四年間ノ經驗ヨリ實驗ヲ有効ナラシムルニ必要ナル事項ヲ簡單ニ記述セルモノナリ。

二、本書ノ區分

第一章

實驗ノ主義方針一般

實驗ノ計畫、準備、實施及ビ成績ノ整理ニ關スル主義方針一般ヲ述ブ。

第二章

實驗ノ主義方針ノ決定及ビ實施ニ必要ナル事項

實驗ノ計畫、準備、實施及ビ成績整理ノ主義方針ノ決定及ビ實施ニ必要ナル諸項ヲ述ブ。

三、本書編算ニ當リ海軍兵器當事者殊ニ海軍大尉川瀨義重氏ノ助力ヲ仰グル處多シ茲ニ附記シテ其ノ厚意ヲ謝ス。

四、參考書

1. 海軍大佐金田秀太郎 公算學及ビ諸實驗式
2. 海軍教授早川金之助 物理實驗測定法 (1914)
3. 海軍技師藤田邦太郎 水蒸氣張力ト銀墁時間ノ關係
4. 海軍大尉川瀨義重 科學的研究ノ骨子 (1915)
5. 機關學校編: Pocket Book for Naval Engineers. (1907)
6. Kohlrausch: Lehrbuch der practischen Physik. (1910) Teubner, Leipzig und Berlin.
7. Ostwald: Physico-chemical Measurement. (Translated by James Walker 1894) Macmillan & Co. London.
8. Davis: A Hand book of chemical Engineering. 1904. Davis Brother, Manchester.
9. Palmer: The Theory of Measurements. 1912. Mcgraw-Hill Book Co. New York.

大正四年七月 波多野貞夫

應用實驗學梗概

大正五年六月

波多野貞夫

目次

— 終 —

應用實驗學梗概

第一章

實驗ノ主義方針一般

科學的諸進歩改良ハ實驗ニ待ツ處多シ實驗ヲ有効ナラシムルニハ目的ニ適スル諸實驗機關ヲ有シ此ノ諸實驗機關ハ其ノ組織合理的ニシテ多クノ適材之レガ適所ニ配セラレ專心實驗ニ當ルニアリ。

實驗ハ一般ニ計畫、準備、實施及ビ成績整理ノ各部ヨリナル故ニ實驗ヲシテ有効ナラシムル爲メニハ其ノ各部ハ適切ナル主義方針ニヨリ遂行セラレザル可ラズ以下之レガ一般ニ付キ述ベン。

1 **計畫**

第一、實驗ハ其目的ニ最モ適スル如ク根本的 (gründlich) 秩序的 (systematisch) ニ計畫スルヲ要ス (第二章參照)。

1. 實驗者ハ常ニ實驗ニ必要ナル深キ諸素養ノ修得ニ努ムルコト。
2. 計畫ニ當リ其ノ實驗ニ關スル諸參考書、報告、諸記錄等ヲ廣ク參考トスルコト。

例 ピクリン酸中ノ不純物。

Allen: Commercial Analysis.

有機化合物ノ合成及ビ本體ノ探究。

Beilstein: Handbuch der organischen Chemie.

及ビ之レニ引用セル參考書類。

Mulliken: Identification of pure organic Compounds.

(Viley & Sons, New York 1905)

測壓器及ビ銅柱。

Le mémorial de l'Artillerie de la Marine.

信管試驗。

實驗記錄

第二、一實驗ノ結果決定的ノモノナラザルトキハ之レヲシテ決定的タラシムル如ク他ノ諸實驗ヲ計畫スルコト。

第三、同種類ノ實驗ハ一實施毎ニ回數ヲ附シ引用參考ノ便ニ供スルコト。

第四、計畫ノ方案ヲ編纂シ關係各部ニ配スルコト。

計畫方案様式　一例

計畫番號

月　日

實驗件名

1. 實驗ニ當ルモノ
2. 實驗ノ目的
3. 實驗方法
4. 實驗期日
5. 整理ニ關スル諸注意

第五、實驗各部ノ實施者ヲ異ニスルトキハ實驗主任者ハ各實施者ニ計畫方案ト共ニ其ノ實施事項ニ關スル諸要求諸方法ヲ授クルモノトス。

2 準備

第一、準備ハ周到ナルヲ要ス。

第二、實驗中必要ナル諸項ハ曲線或ハ表トシテ準備スルコト。

例 1. 甲鈑彈丸射擊。

$(V_S W)$ 曲線 $(P_M W)$ 曲線 Factor of merit 曲線。

2. 藥量決定發射。

$(V_0 W)$ 曲線 $(P_M W)$ 曲線。

第三、測定ニ關シ次ノ準備ヲナス(第二章 11 第二)。

I. 測定ノ適當ナル裝置及ビ諸測定法組合セノ決定

II. 測定精度ノ決定	第二章 11 第二	II
III. 測定器ノ修正		III
IV. 測定狀況ニ關スル修正		IV

第四、實驗中必要ヲ生ズル器具材料ヲ想像シ準備シ置クコト。

第五、諸裝置、諸器具ハ準備完成後及ビ時々檢査スルコト。

3 實施

第一、實驗實施ハ綿密確實タルヲ要ス。

第二、實驗ハ急カズ而カモ時ト材料ノ經濟ヲ考慮スルヲ要ス。

第三、實驗ノ實施ハ公平無私タルヲ要ス實驗ノ結果ヲ豫想スルモ强テ之レニ達スル樣實施ヲ進メザルコト。

第四、實驗ノ一部或ハ數部ノ實施ヲ他人ニ委スルトキハ之レニ其ノ方法、成績記入ニ關スル必要事項ヲ授ケ且ツ能フ限リ實施ヲ監督指導スルコト。

第五、成績記入ノ項目樣式ヲ豫メ定メ置キ實施ニ從ヒ之レニ記入シ成績整理ニ際シ遺憾ナキヲ期スルコト。

第六、實施中起ル諸現象ハ大小トナク其時直チニ記註シ置キ成績整理ニ際シ遺憾ナキヲ期スルコト。

此ノ記註ヲ怠ルトキハ記臆ヲ呼ビ起スニ當リ忘却セルコト多ク從テ想像ニ訴ヘ爲メニ正確ヲ缺ク。

第七、諸測定

1. 精度決定セラレタル精度ニ適フ如ク努ムルコト。
(第二章 11 第二第三)。

2. 測定値ノ記註、修正、取捨、計算適切ナルコト。
(第二章 11 第三)。

4 成績整理

第一、實驗各部ヲ行フ處數ケ所ニ分ルヽトキハ其ノ成績取纒ノ系統及ビ機關ヲ設クルコト。

第二、一實驗ノ諸結果決定ヲ與フルモノタラザルトキ

ハ更ラニ多數ノ實驗ヲ行ヒ之レヲ決定スルコト。

第三、實驗長キニ亘ルモノハ各階程毎ニ整理シ其ノ諸結果ヲ出シ之レニヨリ次ノ實驗ヲ進ムルコト。

第四、實驗各階梯及ビ全部終了ノ後適當ノ方法ニ依リ其ノ結果ヲ出シ之レヲ報告或ハ記錄トシテ篇纂ス。

第五、報告及ビ記錄例。

1. 一ケ所ヨリ出ズル報告、記錄ハ其ノ大サ及ビ書式ヲ一樣トシ綴方讀方等ニ便トスルヲ要ス。

2. 用表用圖ハ小ナルモノハ卷中必要ノ場所ニ大ナルモノハ卷尾ニ入レ何レモ本文ヲ見乍ラ對照シ得ル如クスルコト。

3. 原語ノ方能ク意味ノ通ズルコトハ原語ヲモ附スルコト。

(イ) 表紙

表紙ノ上ノ貼附紙

件名
1. 實驗ノ目的
…………………
…………………
2. 結論ノ大要
…………………
…………………

報告等ニアリテ本ヲ開クコトナク一見實驗大略ヲ窺フニ足ラシムル爲メニハ表紙上ニ實驗目的及ビ其ノ結論ノ大要ヲ貼附スルヲ便トス。

表紙及ビ背

(ロ) 目次

記述事項　　　　頁數

(ハ) 緒言

一、報告、記錄ノ目的

二、報告、記錄ノ區分

第一章 ……………………………………

之レニテ述ブル事項ノ大要

第二章 ……………………………………

……………………………………

三、結論ノ概要

(ニ) 本文

第一章 ……………………………………

第一節 ……………………………………

1. 此節ニテ述ブル實驗ノ目的 2. 實驗ノ方法 3. 實驗ノ經過 4. 實驗ノ結論	1. 必要ナルトキハ他ノ諸實驗ノモノヲ引用ス。 2. 關係參考書ハ必要ノ處ニ之レガ書名ヲ記入スルカ卷尾ニ附スル參考書類番號ヲ附スルカ或ハ番號ヲ附シ頁下ニ其番號ト書名ヲ記入ス。

第二節 ……………………………………

……………………………………

第二章 ……………………………………

……………………………………

總結論

1. 目的概要。
2. 之レガ爲メニ行ヒシ實驗ノ概要。
3. 之レニ依リ達セシ結論。

參考書類

著者ノ名 (或ハ發行所)　: 書名　　發行年號

發行所

(イ)事項
(ロ)著者
ニ依ルA.B.C(或ハイ.ロ.ハ)索引.

第二章

實驗ノ主義方針ノ決定及ビ實施ニ必要ナル事項

5 **原因ノ探求**（**6** 參照）

例 1. 信管改良ノ目的ヲ以テスル不發ノ原因探求。

2. 火管改良ノ目的ヲ以テスル發火ノ際ノ故障ノ原因探求。

3. 水銀「マノメーター」ニ依ル銅柱壓縮量ヲ不精トスル諸原因探求。

4. 測壓器測定壓力ヲ不精トスル諸原因ノ探求。

5. 火藥ノ安定度ヲ降下スル原因ノ探求。

……………………………………

……………………………………

……………………………………

第一、有リ能フベキ凡テノ原因ヲ想像シ最モ有勝チノモノヨリ他ノ狀況ヲ同一トシーツヽツ其ノ在否ヲ漸次探求スルコト。

第二、探求原因ノ決定ハナルベク實用ノモノヲ用ヒ實用ノ狀況ニテ行フコト。

第三、一方法ニテ一原因ヲ發見セルトキハ次ノ方法ニテ之ヲ確ムルコト。

1. 更ニ數回證明ヲ繰返スコト。

イ 同一方法。

ロ 二三ノ異リタル狀況。

2. 反證法ヲモ用ユルコト。

6 **本體ノ探求**（**5** 參照）

例 1. 「ピリクリ酸」ノ熔融點ヲ下グル不純物。

2. 無煙火藥內ノ不純物。

3. mineral jelly ノ本體。

4. 火藥內不明安定劑ノ本體。

5. 樟腦ノ本體。

6. 絹絲ノ本體。

……………………………………

……………………………………

〔本體ノ判明セル複雜ナル混合物ノ定量法ハ本法ニ準ズ〕。

第一、他ノモノニ混ゼルモノハ能フ限リ之レヨリ分離スルコト。

第二、種々ノ物質ヨリナルモノハ能フ限リ互ニ之レヲ分離スルコト。

第三、不純物ノ本體探求ニ際シテハ原料及ビ製造中ノ缺點ニ付キ研究スルヲ要ス。

第四、各方面ヨリ其ノ化學的及ビ物理的性質並ニ作用

(Behaviour) ヲ探求シ既知ノモノトモ比較シ其ノ構成ヲ明ニスルコト。

他ノモノニ混ゼルモノニアリテハ能ク之ヲ其ノ量ヲ見出スコト。

7 **製造**

例 1. 「ベンジン」ヨリ石炭酸ノ製造。

2. 鉛「アサイド」ノ製造。

3. 「テトリール」ノ製造。

4. 「デイフエニールアミン」ノ製造。

5. 樟腦ノ製造。

6. 「コールタール」ヨリ石炭酸ノ製造。

7. 銅柱。

………………………………………

………………………………………

………………………………………

第一、先ヅ小規模ニテ諸製造法ヲ案出ス。

第二、一段ニテ直チニ製造シ得ザルモノニアリテハ熱心ト忍耐ヲ以テ諸階程ヲ工夫スルコト。

第三、案出小規模製造法中實用製造法トシテ第四ノ條件ヲ最モヨク滿タスト考思セラルヽモノニ付キ中規模ノ實驗ヲ用ヒ之レニシテ有効ノ時始メテ大規模ノ製造ニ移ルモノトス。

第四、實用製造法ハ次ノ諸項ヲ適當ニ滿足スルモノタルヲ要ス。

1. 材料内地產ニシテ豐富廉ナルコト。

2. 製造機械ノ修繕ヲ要スコト少キコト。

3. 製造効率大ナルコト。

4. 製造方法容易且ツ危險小ナルコト。

5. 製品良好ニシテ整一ナルコト。

8 **効力ノ判定及ビ比較**

例 1. 軍艦ニ對スル水雷及ビ彈丸ノ効果。

2. 彈丸ニ對スル甲鈑ノ効果。

3. 火藥罐ノ効果。

4. 諸新計畫品、改良品ノ効果及ビ他ノモノトノ比較。

5. 製造品、改良品ノ領收。

(火藥、砲、彈丸、甲鈑……………)

6. 火藥諸安定劑ノ効力ノ判定及ビ比較。

7. 諸火藥爆藥ノ効力比較。

8. 諸濕度計ノ効力比較。

………………………………………

………………………………………

第一、實用ノ凡テノ場合ニ對スル効力ヲ實際ニナルベク近キ狀況及ビ之レヨリ嚴シキ狀況ニテ有効ニ判定

及ビ比較スルコト。

實用上最モ必要ナル場合ニ對スルモノヲ最モ精密ニ行フコト。

第二、二個以上ノモノヲ同時ニ比較スルトキハ能フ限リ同狀況ニテ行フコト。

多數ノモノヽ効力判定及ビ比較ヲ同時ニ行フトキハ粗漏ニ陷入リ易キヲ以テ先ヅ有効度大ナリト想像セラルヽ二三ノモノヨリ始メ順次二三ヅヽ其ノ効力ヲ判定比較スルモノトス。

第三、製品ノ整一度之レガ効力ノ判定及ビ比較ノ材料タル諸領收試驗ハ時ヲ異ニスルモ能フ限リ同狀況ニテ行フコト。

第四、効力ヲ定ムルニ必要ナル諸測定。

I. 其ノ都度個々ヲ測定シ比較シ得ベキ値ヲ得ルモノハ之レニ依ル。

例 1. 火藥罐水密試驗。

2. 火藥安定度ヲ定ムベキ銀壜試驗。

3. 大砲領收發射ニ於ケル初速。

……………………………………

……………………………………

……………………………………

II. 其都度個々測定シ比較シ得ベキ値ヲ得ザルモノハ

比較値既知ノモノト同狀況ニテ比較シ其ノ比較値ヲ得ルコト。

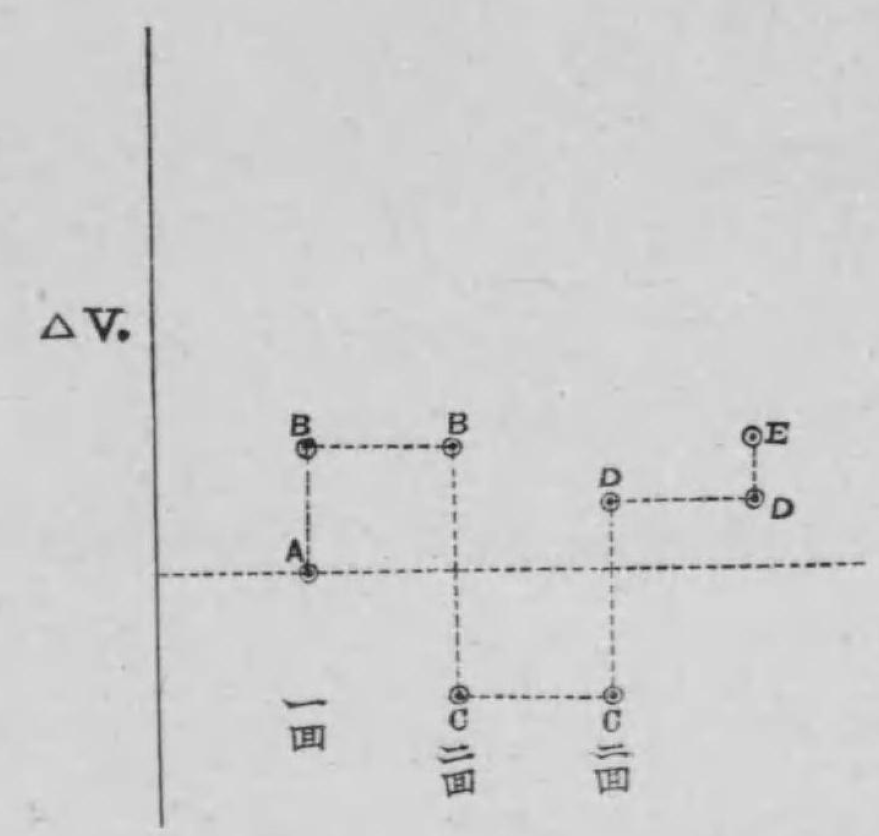
例 1. 彈丸領收。

同一甲鈑ニ既領收ノモノト共ニ射擊ス。

2. 火藥領收發射ノ一例。

(イ) 同一型砲ヲ用ユ。

(ロ) 二種目ノモノヲ同一砲ニテ同一狀況ノ下ニ交番發射シ初速差ヲ出ス。



B 出來シ時ハ A ト

C 出來シ時ハ B ト

D 出來シ時ハ C ト

E 出來シ時ハ D ト

第五、効力判定及ビ比較中不良ノ點アリシ時ハ之レガ原因ヲ探求シ(5參照)改良ニ資スルコト。

9 諸現象ノ階梯探求(5參照)

例 1. 火藥ノ自燃諸階梯探求。

2. 火藥庫火災諸階梯探求。

3. 大砲初發彈不規ノ階梯探求。

....

....

第一、能フ限リ實際ノ場合ト同狀況ニテ各階梯ヲ探究スルコト。

第二、同一ニ近キ現象ヲ一階梯トシ多數實驗ニヨリ有勝チノ諸階梯ヲ定ムルコト。

10　諸變數ノ關係

或ル現象ヲ支配スル變數ノ關係ヲ知ルコトハ實驗ノ主要目的ノ一ナリ以下之レガ方法ニ付キ記サン。

第一、實驗。

場合	實驗
I. 特ニ關係ヲ見出ス爲メニ實驗ヲ行フ場合 例 1. 銀壜時間ト溫度濕氣ノ關係 2. 大氣水蒸汽張力ト乾濕球溫度及ビ大氣々壓ノ關係	1. 現象ヲ支配スル諸項ヲ定ム 不明ノ諸項ハ原因探求 5 ノ方法ニ依リ之ヲ定ム 2. 現象諸變數間關係探求ノ實驗ヲ行フ （イ）實驗ノ範圍 (limit) ハ能フ限リ廣クシ其ノ間ニ於テ適當ノ間隔ニテ行フコト （ロ）實驗上必要ナル部ノモノニ重キヲ置ク
II. 既ニ行ヘル諸實驗結果ヲ利用シ一現象變數間ノ關係ヲ出ス場合	1. 現象ヲ支配スル諸項ヲ定ム 2. 現象ヲ支配スル諸項間ノ關係ヲ探求スルニ既行諸實驗ノ結果ニテハ不足ノトキハ更ラニ之レニ必要ナル實驗ヲ行フ
實驗ニ於テ關係探究諸項以外ノモノハ能フ限リ同狀況トス	

第二、實驗結果ヨリ諸變數間ノ關係探求。

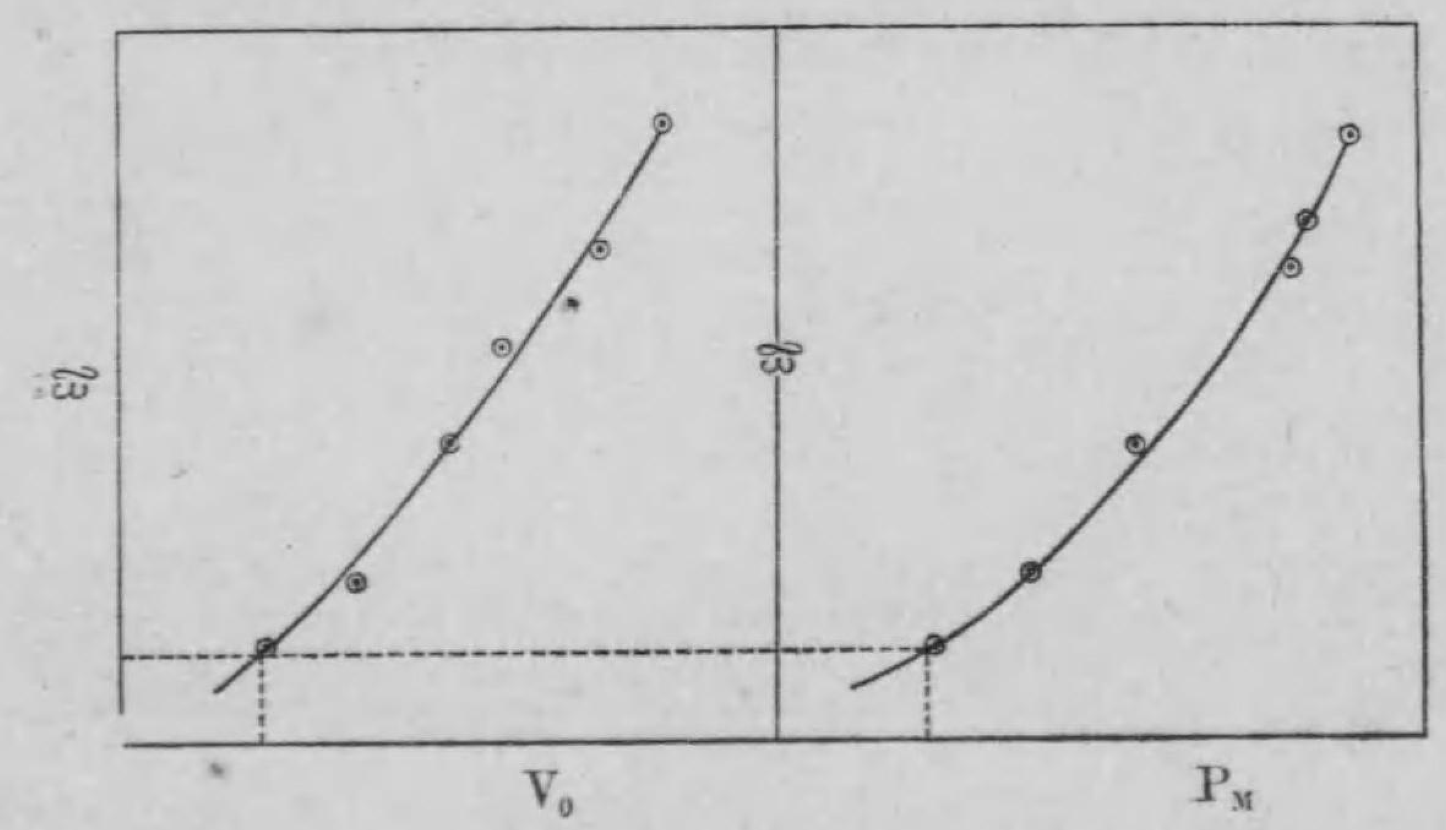
甲. 變數二ナル場合。

I. 變數關係曲線。

縱橫ノ比ヲ適當ニシ實驗結果ヨリ方眼紙上ニ曲線ヲ書ク。

之レニ依リ與ヘラレタル一變數ニ對スル他ノ變數ノ値ヲ出スヲ得。

例　藥量ト初速(撃速)及ビ最大膅壓ノ關係。



II. 變數ノ關係式。

《1》 對數曲線及ビ指數曲線。

極限小ナル間ニテハ變數間ノ關係ハ對數曲線或ハ指數曲線ヲナス場合多キ故(I)ニテ得タル曲線ガ之レ等曲線ナラザルヤヲ先ヅ次ノ方法ニテ試ム。

曲線ノ全部一曲式ニテ表ハシ得ザルトキハ之レヲ數部ニ分チ各部ガ對數曲線或ハ指數曲線ヲナスヤ否ヤヲ試ム。

$$\log x = \ln x \times 0.4343 = \ln x \times \log^{-1}\bar{1}.63778$$

$$\ln x = \log x \times 2.3026 = \log x \times \log^{-1}0.36226$$

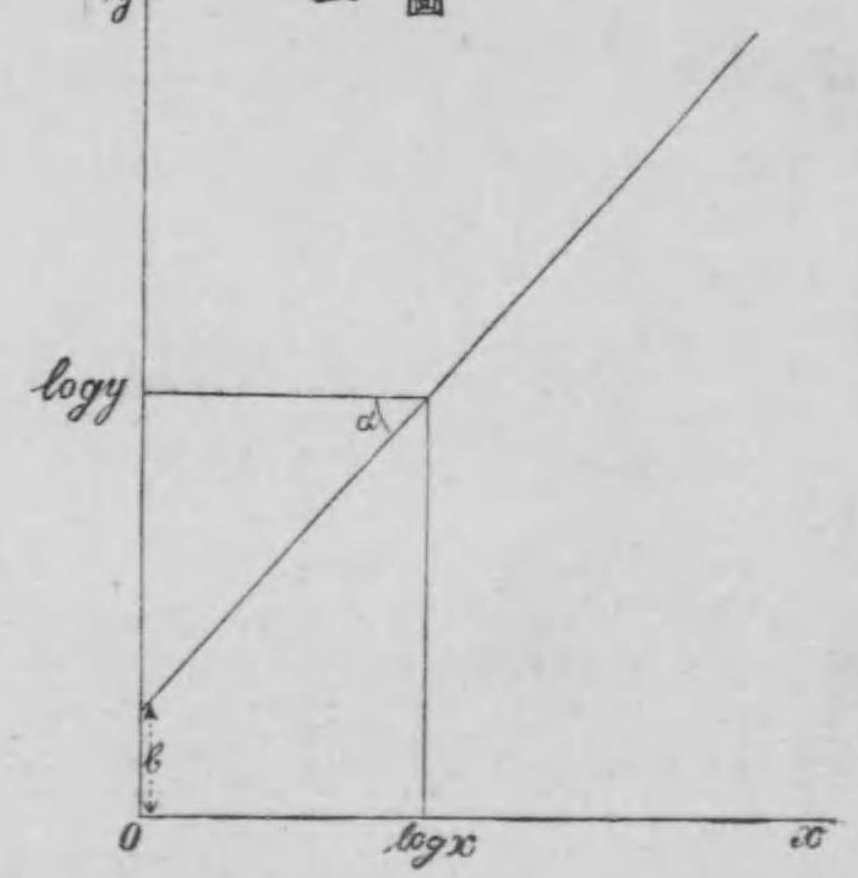
○ 以下(イ)(ロ)ニテハ log ヲ用ユ。

○ ln ヲ用ユル場合ハ log ノ場合ト同樣ナリ即チ後者ノ log ヲ ln ニ 10 ヲ $-e$ ニ代ユレバ可ナリ。

(イ) $y=kx^a$ ニテ表ハシ得ルモノナルヤ否ヤノ探求。

一 圖

二 圖



(一) 方眼紙上ニ ox, oy ノ直交軸ヲ作ル〔二圖〕。

(二) x, y ノ對値數個ヲ取リ oy 軸上ノ $\log y$ ヨリハ橫線ヲ ox 軸上ノ $\log x$ ヨリハ縱線ヲ引キ其ノ交點ヲ連結ス。

(三) 此ノ連結線直線ナレバ。

$$\log y - b = \frac{dy}{dx}\log x$$

$$\left.\begin{aligned} \log y &= b + \tan\alpha \log x \\ &= \log k + a \log x \\ &\underline{y = kx^a} \end{aligned}\right\} \begin{array}{l} \alpha \text{ 及ビ } b \text{ ハ圖ヨリ其ノ} \\ \text{値ヲ見出スヲ得} \\ b=\log k \quad \tan\alpha = a \end{array}$$

(四) xy ノ一値ヲ式中ニ入ルヽトキ x_1y_1 ヲ xy ノ一値トス。

$$\log y - \log y_1 = \tan\alpha(\log x - \log x_1)$$

$$\log\left(\frac{y}{y_1}\right) = a\log\left(\frac{x}{x_1}\right)$$

$$\underline{\frac{y}{y_1} = \left(\frac{x}{x_1}\right)^a} \qquad \underline{y = y_1\left(\frac{x}{x_1}\right)^a}$$

(五) (二)ノ連結點直線ナラザレバ次ノ方法ニ依ル。

(イ) $\boxed{10}$ 第二ノ諸法ニテ此ノ連結點曲線式ヲ探求ス。

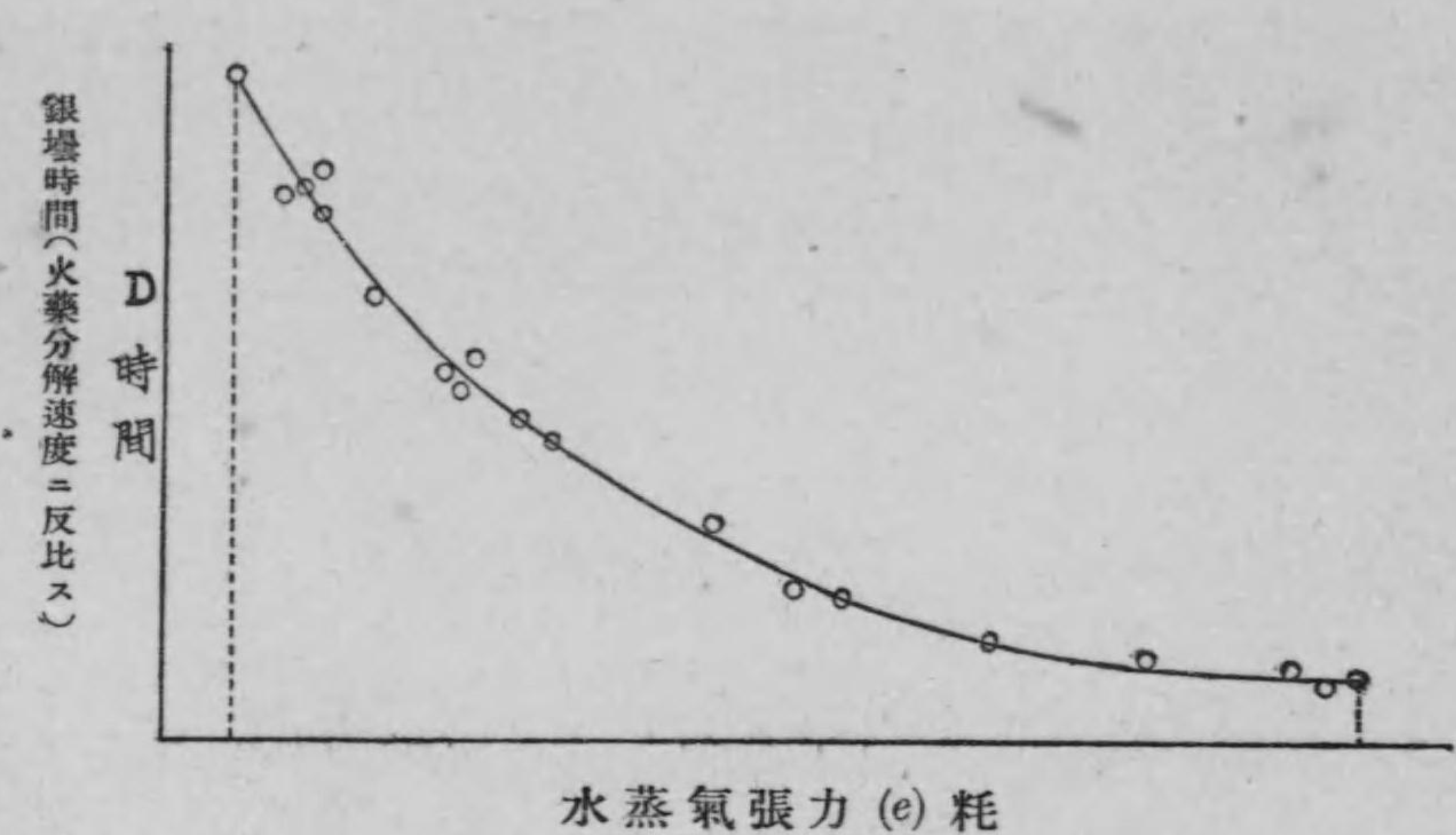
或ハ (ロ) 次出(ロ)ニ移ル。

或ハ (ハ) $\boxed{10}$ 第二丙《一》ニ依リ xy 曲線式ヲ探求ス。

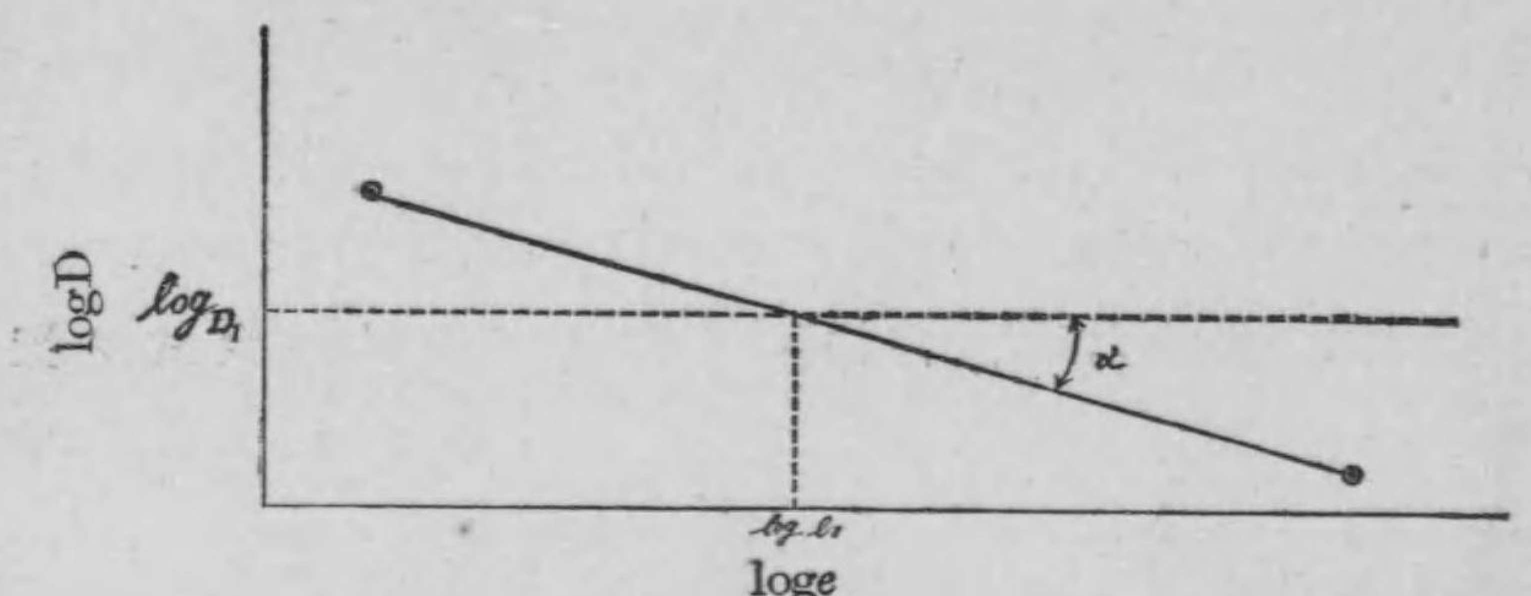
例 大氣水蒸氣張力ト銀壜時間ノ關係。

1. 一火藥ニ對シ種々異レル大氣水蒸氣張力

ニ於テ銀壜試驗ヲ行ヒ其ノ結果ヨリ方眼紙上ニ曲線ヲ書ク。



2. 曲線ヨリ D e ノ數對値ヲ取リ logD 及ヒ loge 曲線ヲ畫ク。



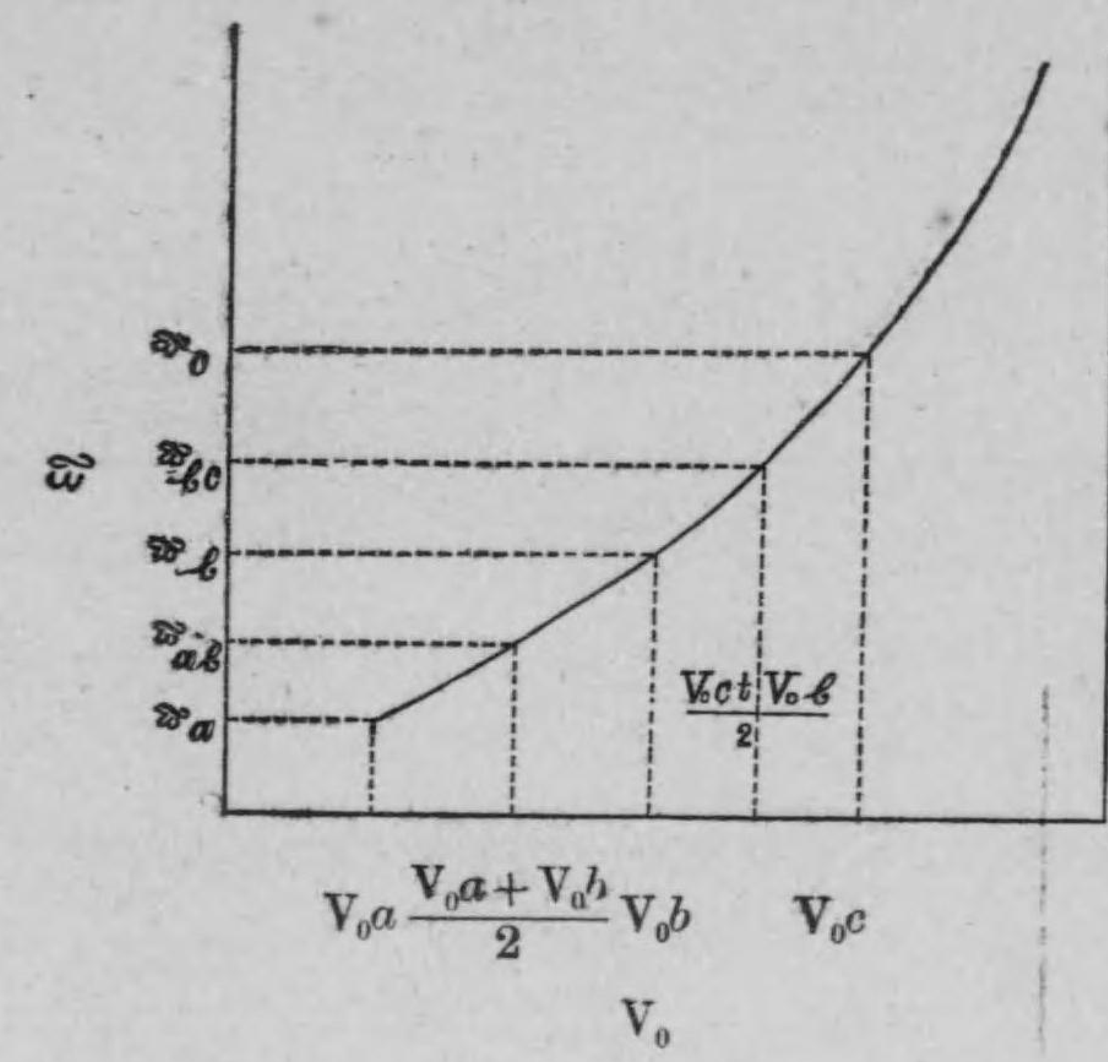
3. logDloge 曲線一直線故 $\log D-\log D_1=\tan\alpha(\log e_1-\log e)$

$$\log\left(\frac{D}{D_1}\right)=a\log\left(\frac{e_1}{e}\right)$$

$$\frac{D}{D_1}=\left(\frac{e_1}{e}\right)^{a}=\left(\frac{e}{e_1}\right)^{-a} \qquad D=D_1\left(\frac{e}{e_1}\right)^{-a}$$

〔六〕曲線ヲ數個ノ小部分ニ分チ各部ヲ對數曲線トシ式ヲ出ス場合。

例 藥量ト初速（擊速）ノ關係。



1. V_0aV_0b 間

$$\alpha\frac{V_0b-V_0a}{\frac{V_0b+V_0a}{2}}=\frac{\varpi b-\varpi a}{\varpi ab}$$

α ヲ出セバ次ノ如キ一般式トナスヲ得。

$$\alpha\frac{\triangle V_0}{V_0}=\frac{\triangle\varpi}{\varpi}$$

2. V_0bV_0c 間

$$\beta\frac{V_0c-V_0b}{\frac{V_0c+V_0b}{2}}=\frac{\varpi c-\varpi b}{\varpi bc}$$

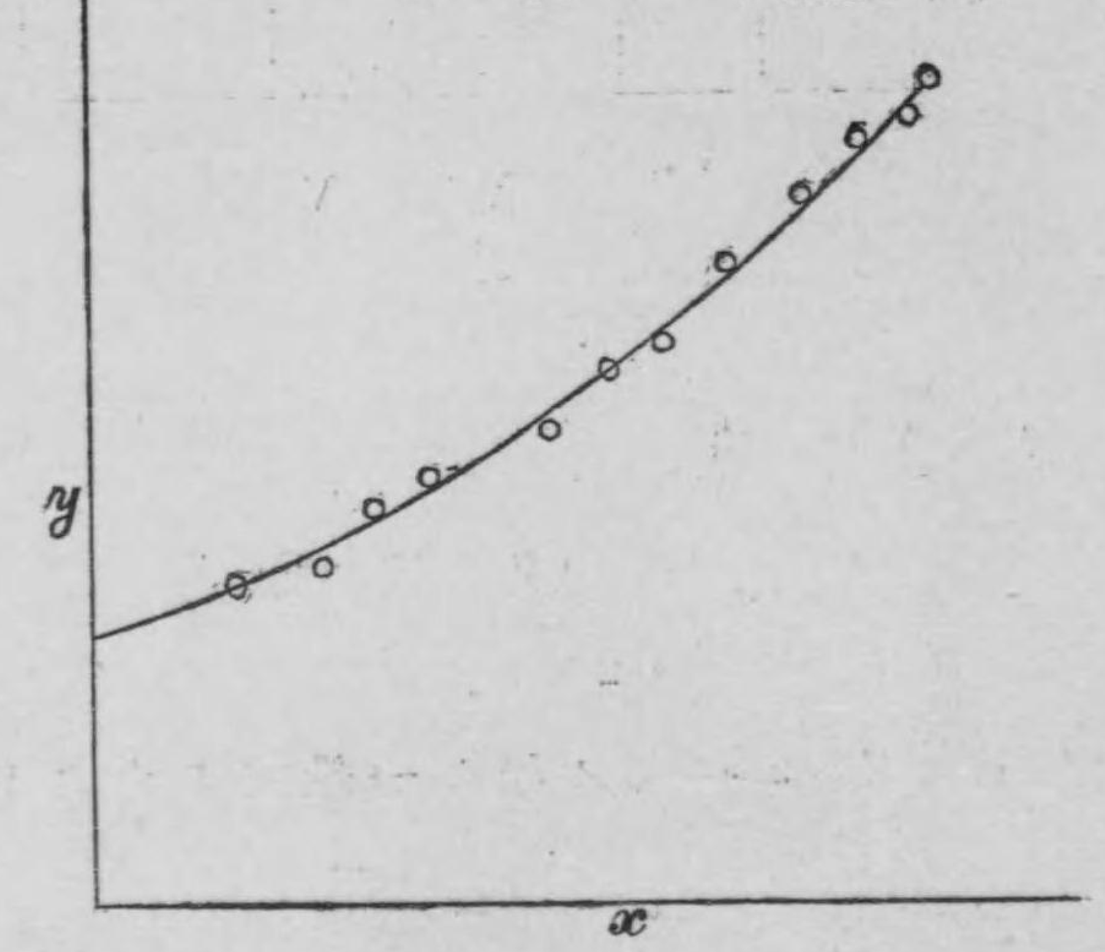
β ヲ出セバ次ノ如キ一般式トナスヲ得。

$$\beta\frac{\triangle V_0}{V_0}=\frac{\triangle\varpi}{\varpi}$$

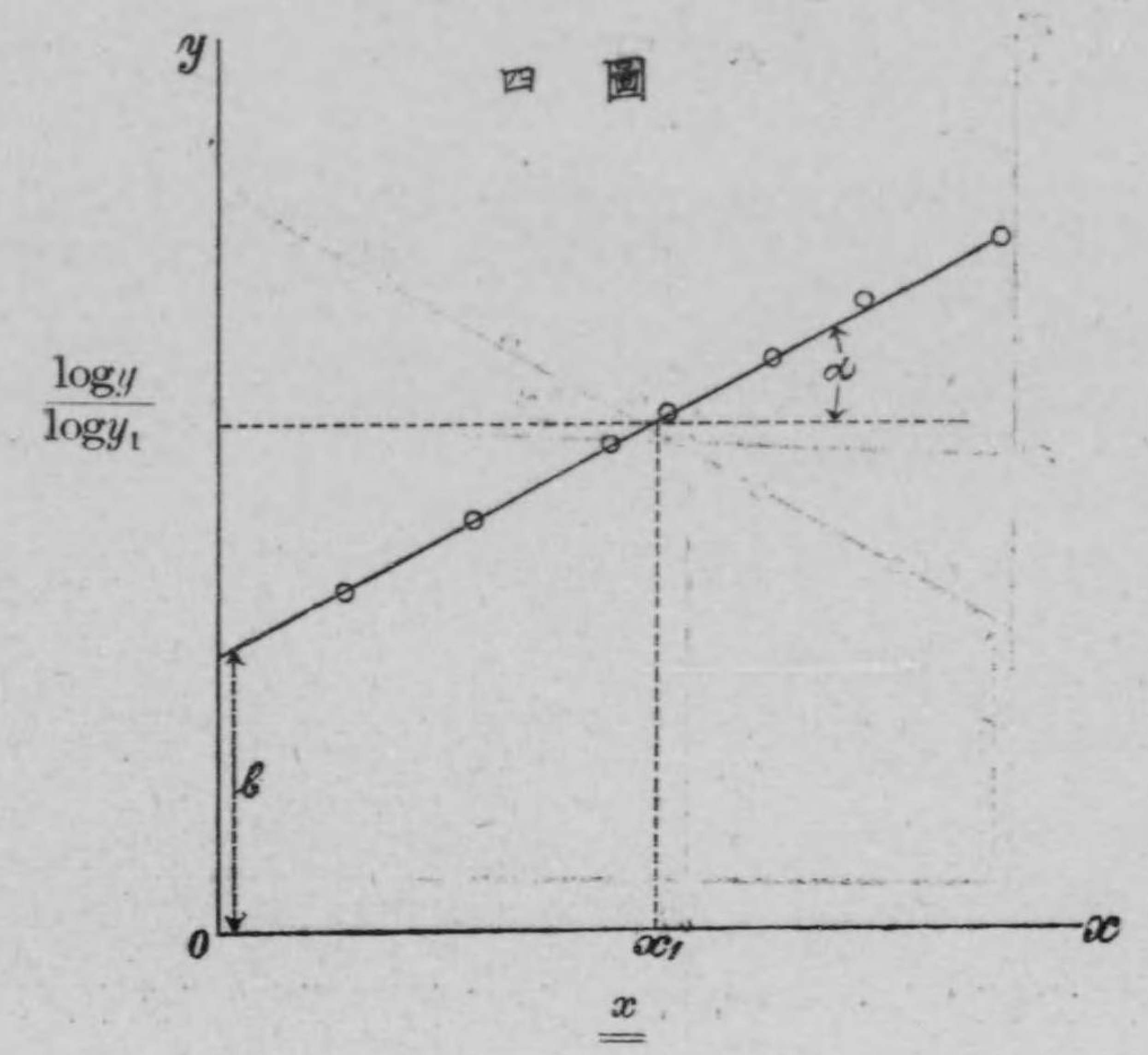
以上ヨリ得タル係數 $\alpha,\beta\ldots\ldots$ ト V_0 ノ曲線ヲ作リ各 V_0 ニ對スル係數ヲ出ス。

(ロ) $y=k_1k_2^x$ 或ハ $x=k_1k_2^y$ ニテ表ハシ得ルヤ否ヤノ探究。

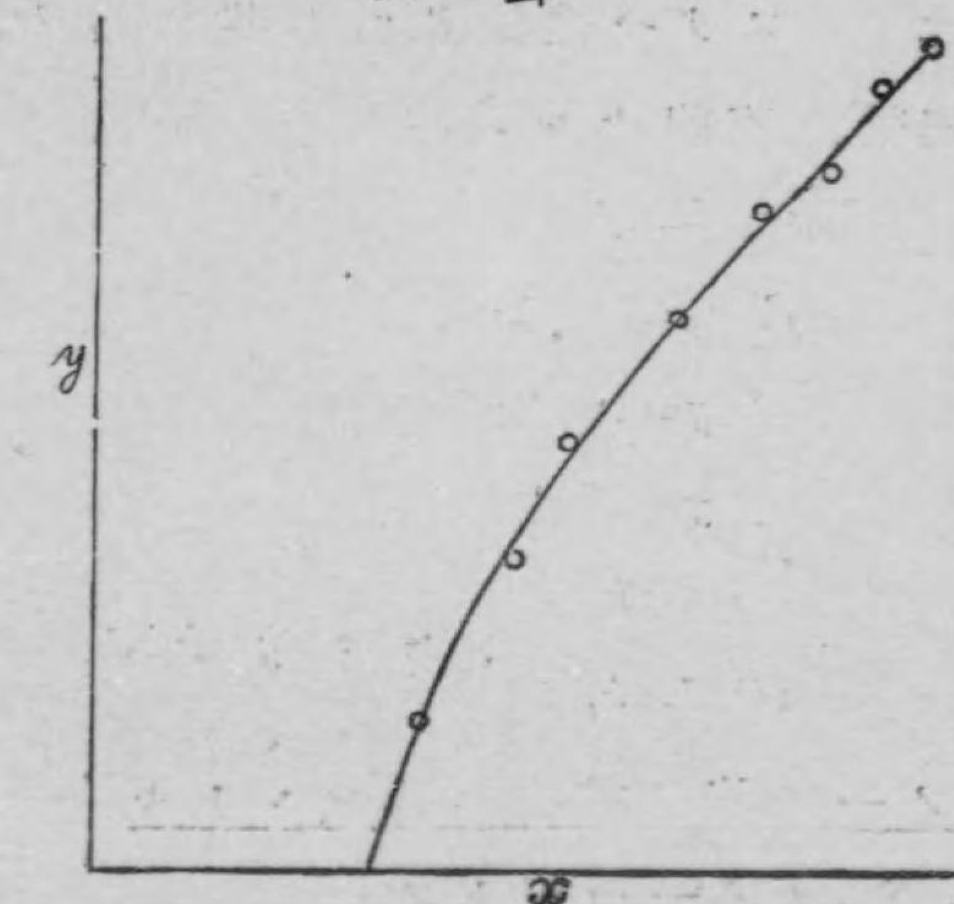
三圖



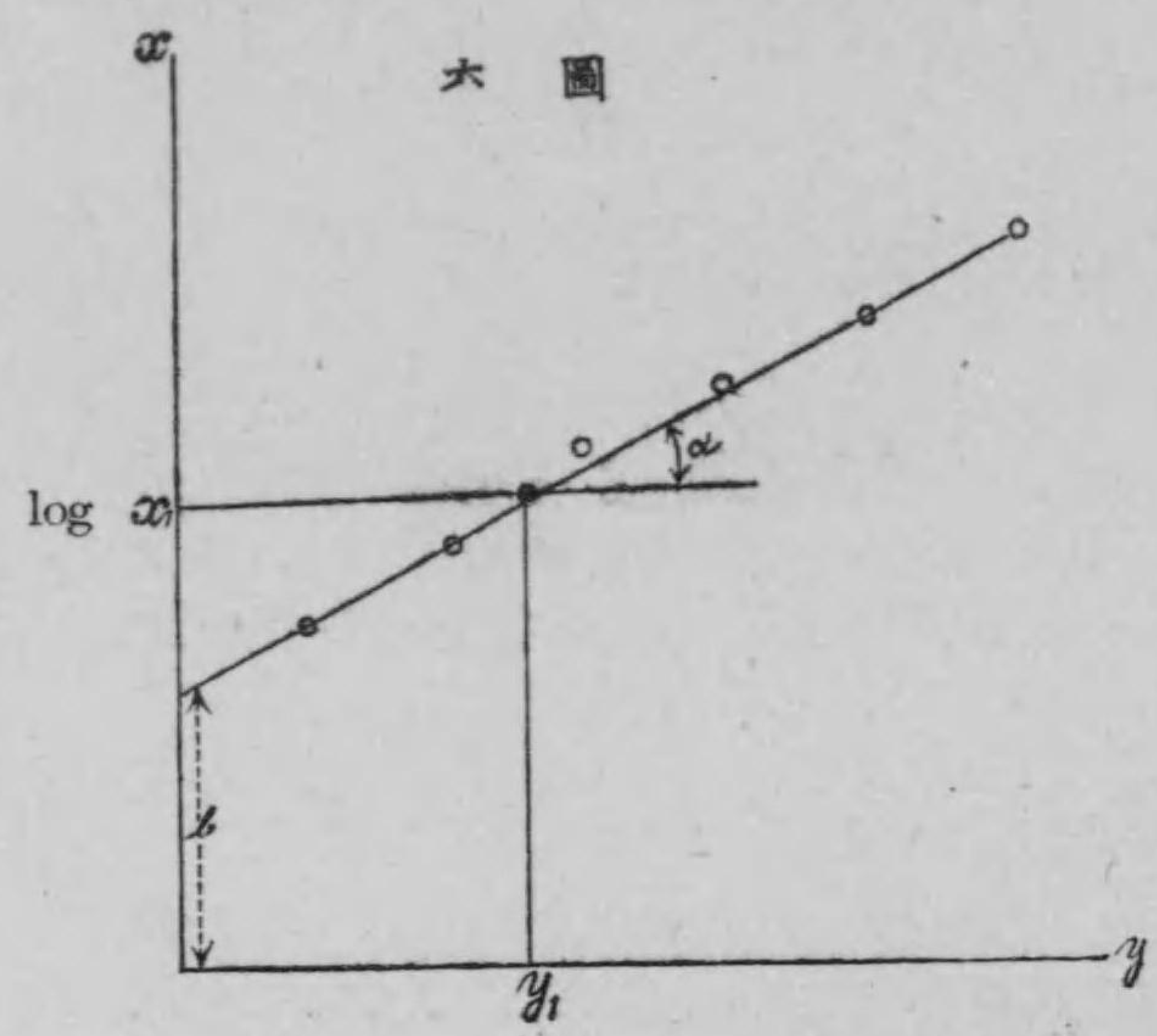
四圖



五圖



六圖



(一) 方眼紙上ニ ox, oy ノ直交軸ヲ作ル〔四圖〕。

(二) xy ノ對値數個ヲ取リ oy 軸上ノ $\log y$ ヨリハ横線 ox 軸上ノ x ヨリハ縦線ヲ引キ其交點ヲ結續ス。

(三) 此連結點直線ナレバ

$$\log y - b = x\tan\alpha$$
$$\log y = b + x\tan\alpha$$
$$y = 10^{b+x\tan\alpha}$$
$$y = 10^{b}(10^{\tan\alpha})^{x}$$
$$\left.\begin{array}{l}10^{b}=k_1\\ 10^{\tan\alpha}=k_2\end{array}\right\}\text{トセバ}\quad y=k_1k_2^{x}$$

(四) xy ノ一對値ヲ式中ニ入ルヽトキ x_1y_1 ヲ xy ノ一對値トス。

$$\log y - \log y_1 = \tan\alpha(x-x_1)$$
$$\log\frac{y}{y_1} = \tan\alpha(x-x_1)$$
$$\frac{y}{y_1} = (10^{\tan\alpha})^{x-x_1}$$
$$= k_2^{(x-x_1)}$$

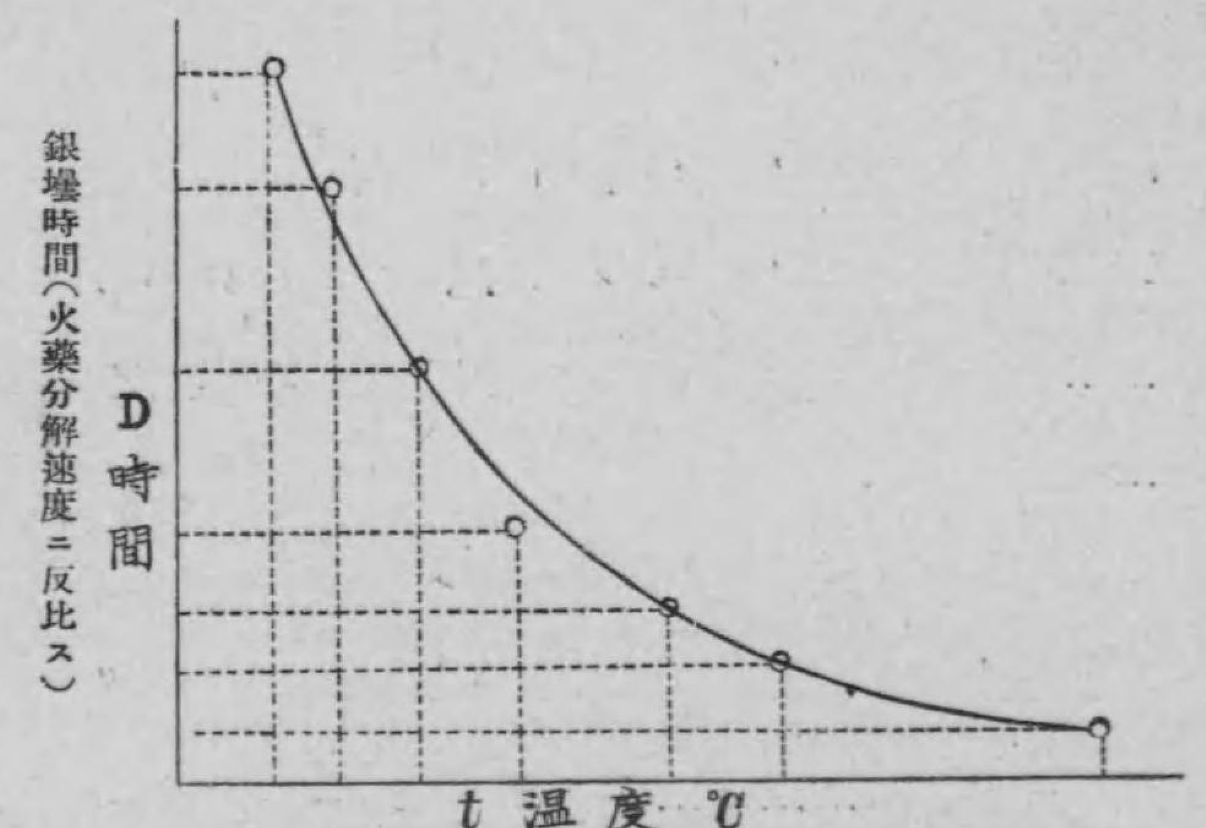
(五) (二)ノ連結點直線ナラザレバ $(\log x, y)$ ノ連結點ヲ作リ〔六圖〕之レニシテ直線ナレバ(三)(四)ト同法ニテ

$$x = k_1k_2^{y}$$
$$x = x_1k_2^{y-y_1}$$

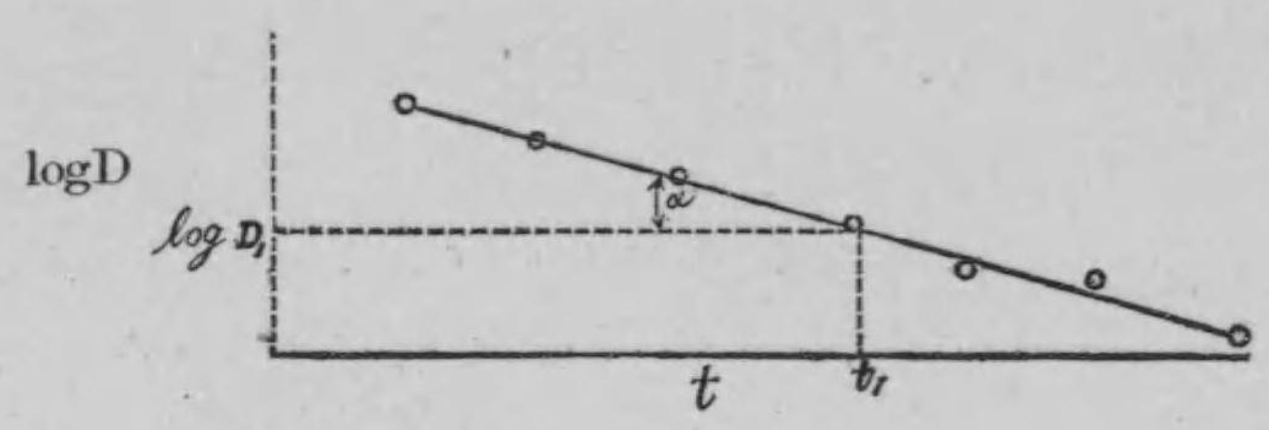
(六) (三)(五)ノ連結點直線ヲナサヾルトキハ $\boxed{10}$ 第二諸法ニテ其ノ曲線式ヲ出ス。

例 銀壜温度ト時間ノ關係式

(一) 一火藥ニ對シ種々異ナレル温度ニテ銀壜試驗ヲ行ヒ其ノ結果ヨリ方眼紙上ニ曲線ヲ書ク。



(二) 曲線ヨリ $D.t$ ノ數對値ヲ取リ $(\log D.t)$ 曲線ヲ畫ク。



$$\log D-\log D_1=\tan\alpha(t_1-t)$$

$$\log\left(\frac{D}{D_1}\right)=\tan\alpha(t_1-t)$$

$$\frac{D}{D_1}=(10^{\tan\alpha})^{t_1-t}$$

$$\underline{\underline{D=D_1k_1^{t_1-t}}}\quad\}k_2=10^{\tan\alpha}$$

《2》 角度(θ)ト他變數(y)ノ關係式。

第一法

一、$\left.\begin{array}{l}\sec n\theta\\ \sin n\theta\\ \tan n\theta\\ \cdots\cdots\\ \cdots\cdots\end{array}\right\}$ 或ハ $\left\{\begin{array}{l}\sec\theta^n\\ \sin\theta^n\\ \tan\theta^n\\ \cdots\cdots\\ \cdots\cdots\end{array}\right.$ 中 y トノ關係ヲ最モ適切ニ表スモノト思考セラルヽ形ノモノヲ取リ (例ヘバ $\sec n\theta$ 或ハ $\sec\theta^n$)

$y=\sec n\theta$ 或ハ $y=\sec\theta^n$ ト置ケバ

$$\theta^n=\sec^{-1}y\qquad n\theta=\sec^{-1}y\qquad \theta^n=\sec^{-1}y$$

$$n=\frac{\sec^{-1}y}{\theta}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)\qquad n=\frac{\log(\sec^{-1}y)}{\log\theta}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

θ 及ビ y ノ諸實驗値ヨリ n ヲ出シ

(イ)其ノ諸値差小ナルトキハ

之レヲ平均シ其ノ値ヲ n_m トス。

然ルトキハ求ムル實驗式ハ

$$y=\sec n_m\theta$$

或ハ　$$y=\sec\theta^{n_m}$$

(ロ)其諸値差大ナルトキハ

$\sec n\theta$,　$\sin n\theta$,　$\tan n\theta$,…………

或ハ　$\sec\theta^n$,　$\sin\theta^n$,　$\tan\theta^n$…………

中(一)以外ノモノニ移リ(一)ノ方法ヲ繰返ス。

第二法　y ガ $n\theta$ ノ三角函數ヲナスヤ否ヤヲ試ム。

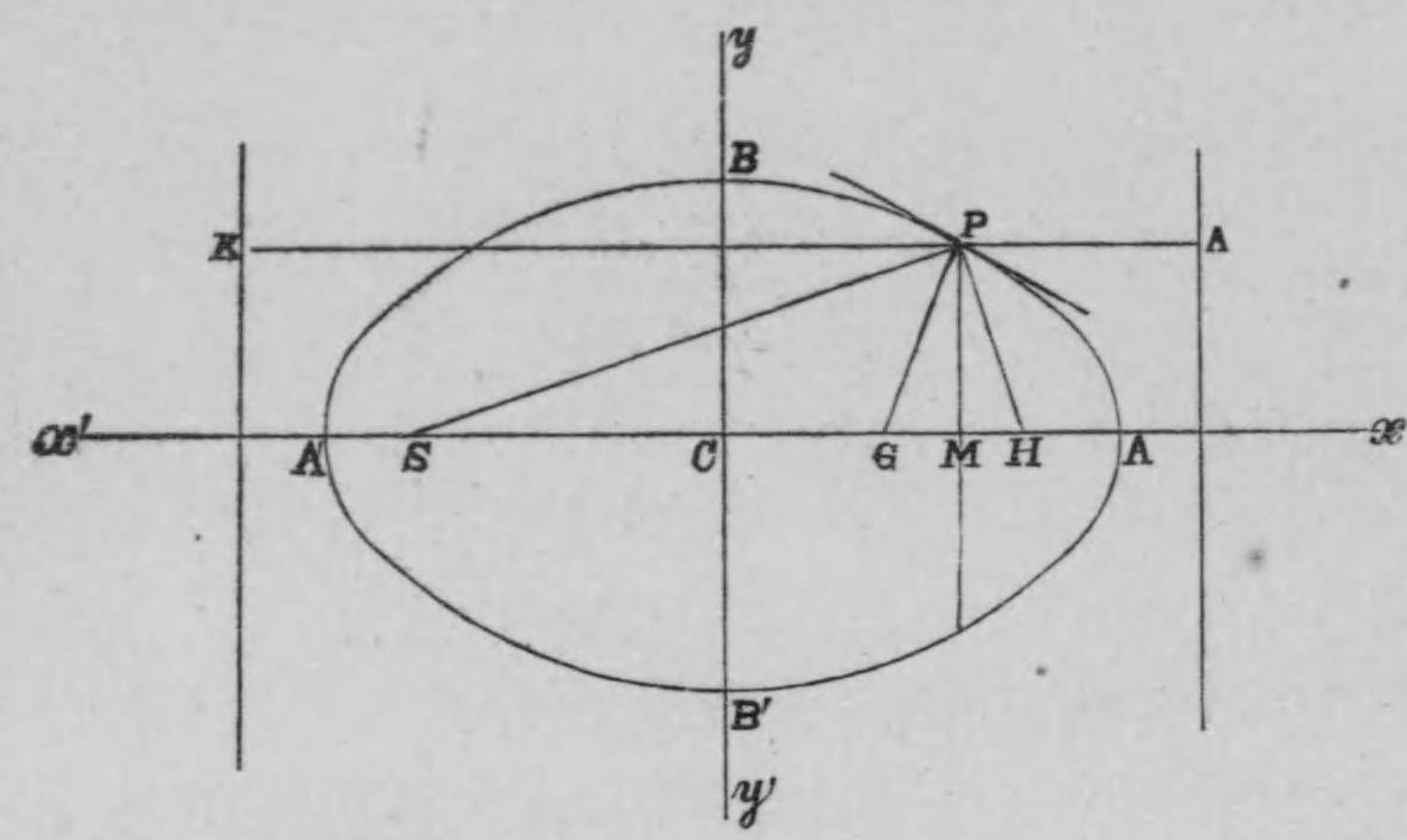
一、$\left.\begin{array}{l}\sec n\theta\\ \sin n\theta\\ \tan n\theta\\ \cdots\cdots\\ \cdots\cdots\end{array}\right\}$ 中 y トノ關係ヲ最モ適切ニ表スト思考セラルヽ形ノモノヲ取リ n ニアル値ヲ入レ y トノ曲線ヲ作リ。

《1》($\boxed{10}$ 第二甲II)ニ依リ其ノ曲線式ヲ出ス。

二、(一)ニテ得タル曲線式簡單ナラザルトキハ n ニ順次他ノ値ヲ與ヘ前ノ方法ヲ繰返シ更ラニ簡單ナル曲線式ノ有無ヲ試ム。

三、(二)ニ依ルモ簡單ナル曲線式ヲ得ザルトキハ順次(一)ノ他ノ形ノモノヲ取リ(一)(二)(三)ヲ繰返ス。

第三法　θ ト y ノ曲線ヲ作リ《1》($\boxed{10}$ 第二甲II) ニ依ル。



《3》 曲線式ヲ出スニ參考トナル曲線

(い) Ellipse

(一) major axis　$AA'=2a$

minor axis　$BB'=2b$

A 及ビ A'...........Vertices

(二) $CM=x$　　$MP=y$

(三) x, y ノ關係式

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

即チ　$y=\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}$

(四) Eccentricity　$e=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$

(五) S, H.......................Focus

$CS=CH=ae$　　$SP+HP=2a$

$\frac{SP}{PK}=\frac{HP}{PL}=e$　　$SP=a+ex$

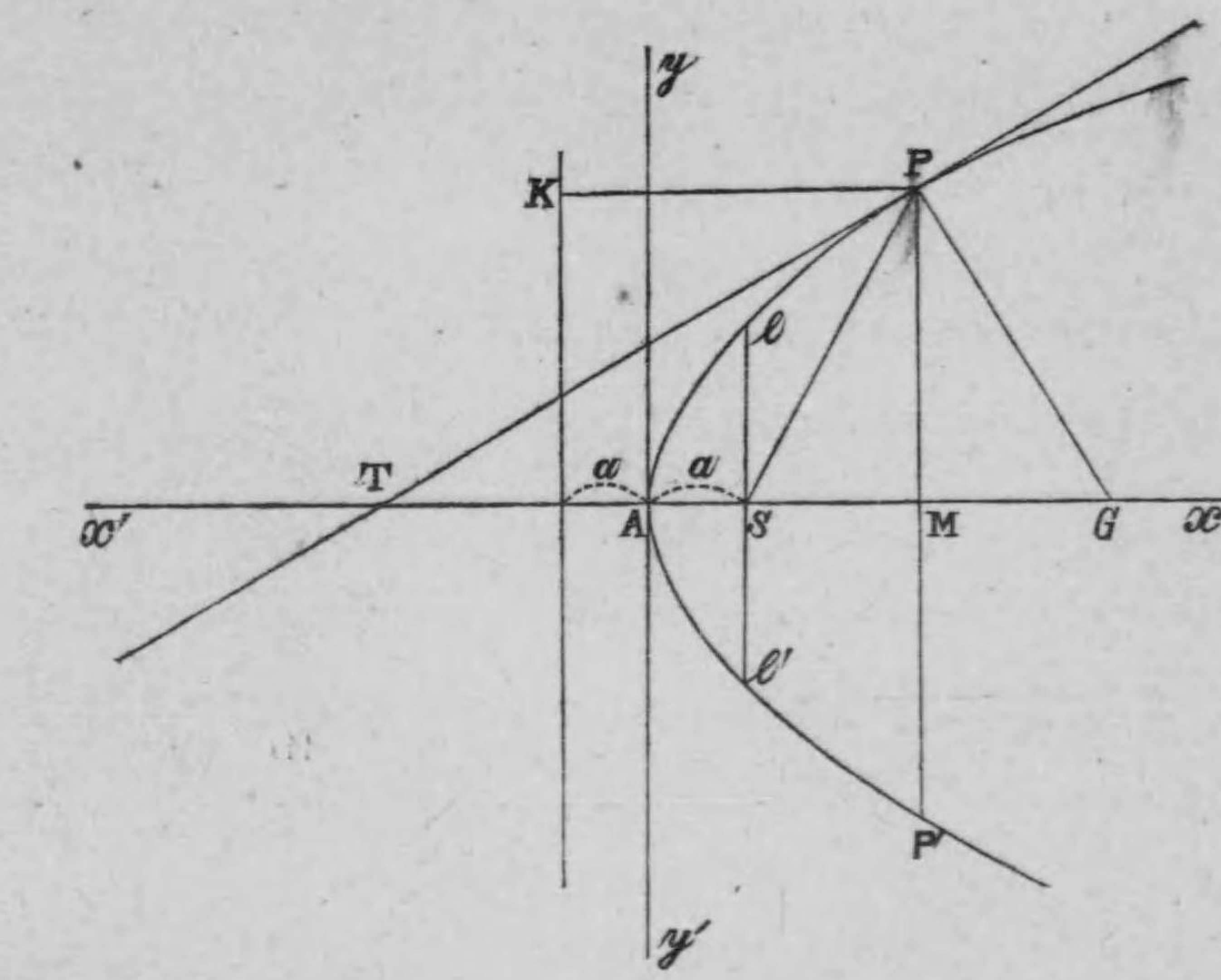
$HP=a-ex$

(六) Normal PG ハ SPH 角ヲ二等分ス

(七) A ニ於ケル Radius of Curvature $=\frac{b^2}{a}$

B.................... ....$=\frac{a^2}{b}$

(八) 全面積 $=ab\pi$



(ろ) Parabola

(一) A... ..Vertex　　S......Focus (焦點)

AS$=a$ AM$=x$ PM$=y$ 卽チ $A_x^!$, A_y ヲ軸トス

（二） xy ノ關係式

$$y^2=4ax \qquad 或ハ \qquad y^2=Lx$$

4AS$=4a$......principal parameter

ll'......Latus Rectum $\qquad ll'=L=4a$

（三） 面積 PAP$'=\frac{2}{3}$ AM.PP$'=\frac{4}{3}xy$

（四） SP$=$PK$=a+x$

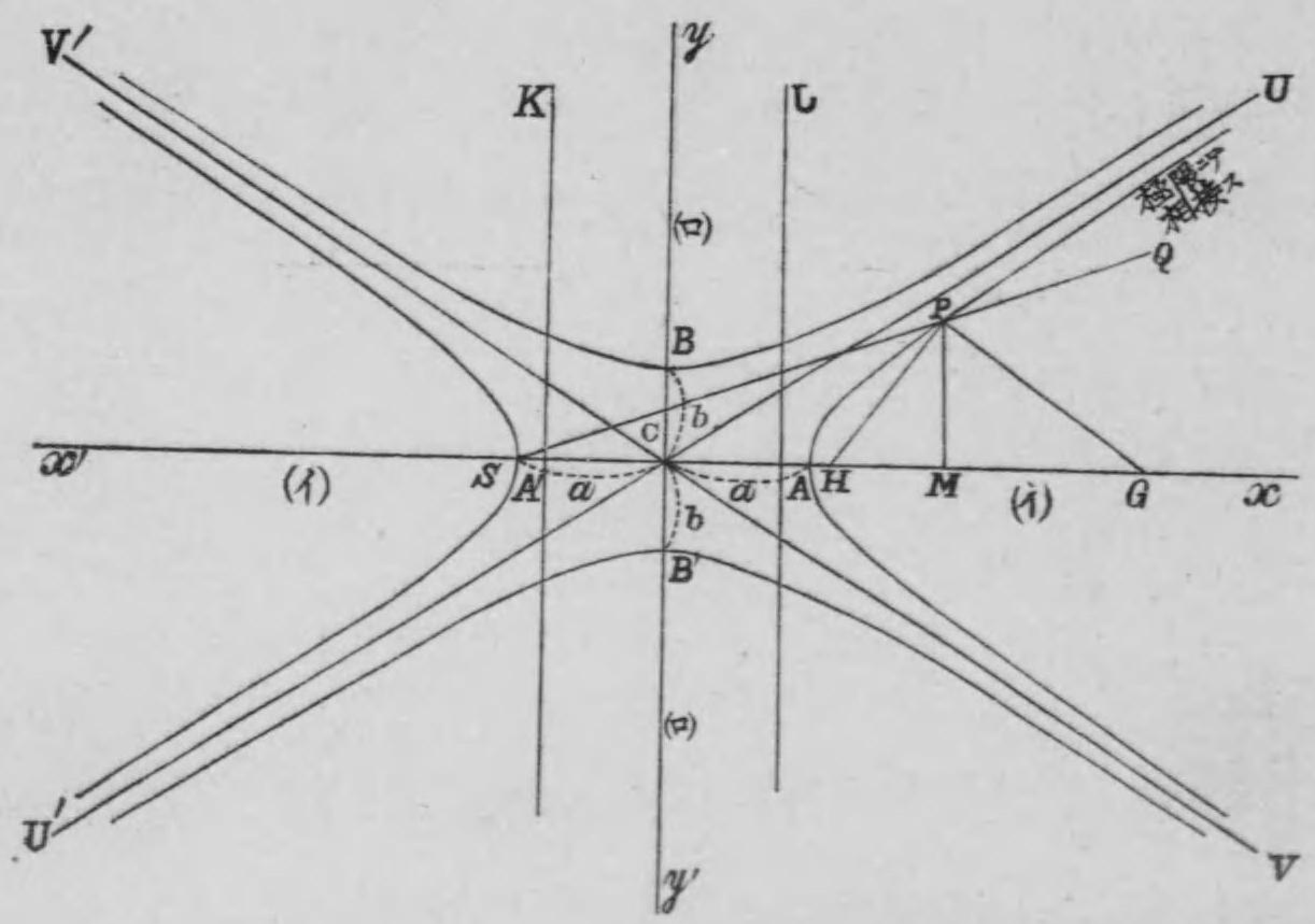
（五） 接線 PT ハ KPS 角ヲ二等分ス

（六） TM......Sub-tangent $\qquad$ TM$=2x$

MG......Sub-normal $\qquad$ MG$=2a$

（七） A ニ於ケル radius of curvature$=2a$

（は） Hyperbola



（一） traverse axis AA$'=2a$ $\qquad$ Conjugate axis BB$'=2b$

CM$=x$ $\qquad$ MP$=y$

（二） UU′ ⎫ asymptotes
VV′ ⎭ AA′ ト $\tan^{-1}\frac{b}{a}$ ノ角ヲナス

（三） （イ）ノ xy ノ關係

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \qquad 卽 \qquad y=\pm\frac{b}{a}\sqrt{x^2-a^2}$$

asymptotes ガ AA′ ト 45° ノ角ヲナシ直交セルトキ Rectangular 或ハ equilateral hyperbola ト稱ス

其式ハ

$$x^2-y^2=a^2$$

（四） （ロ）ノ xy ノ關係

（ロ）ノ Hyperbola ヲ（イ）ニ對シ Conjugate hyperbola ト稱ス

$$\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1 \qquad 卽 \qquad x=\pm\frac{a}{b}\sqrt{y^2-b^2}$$

（五） Eccentricity, $\qquad e=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$

（六） S, H............Focus

$$CS=CH=ae \qquad \frac{SP}{PK}=\frac{HP}{PL}=e$$

$$SP-HP=2a \qquad SP=ex+a \qquad HP=ex-a$$

(七) PG............normal

PG ハ HPQ 角ヲ二分ス

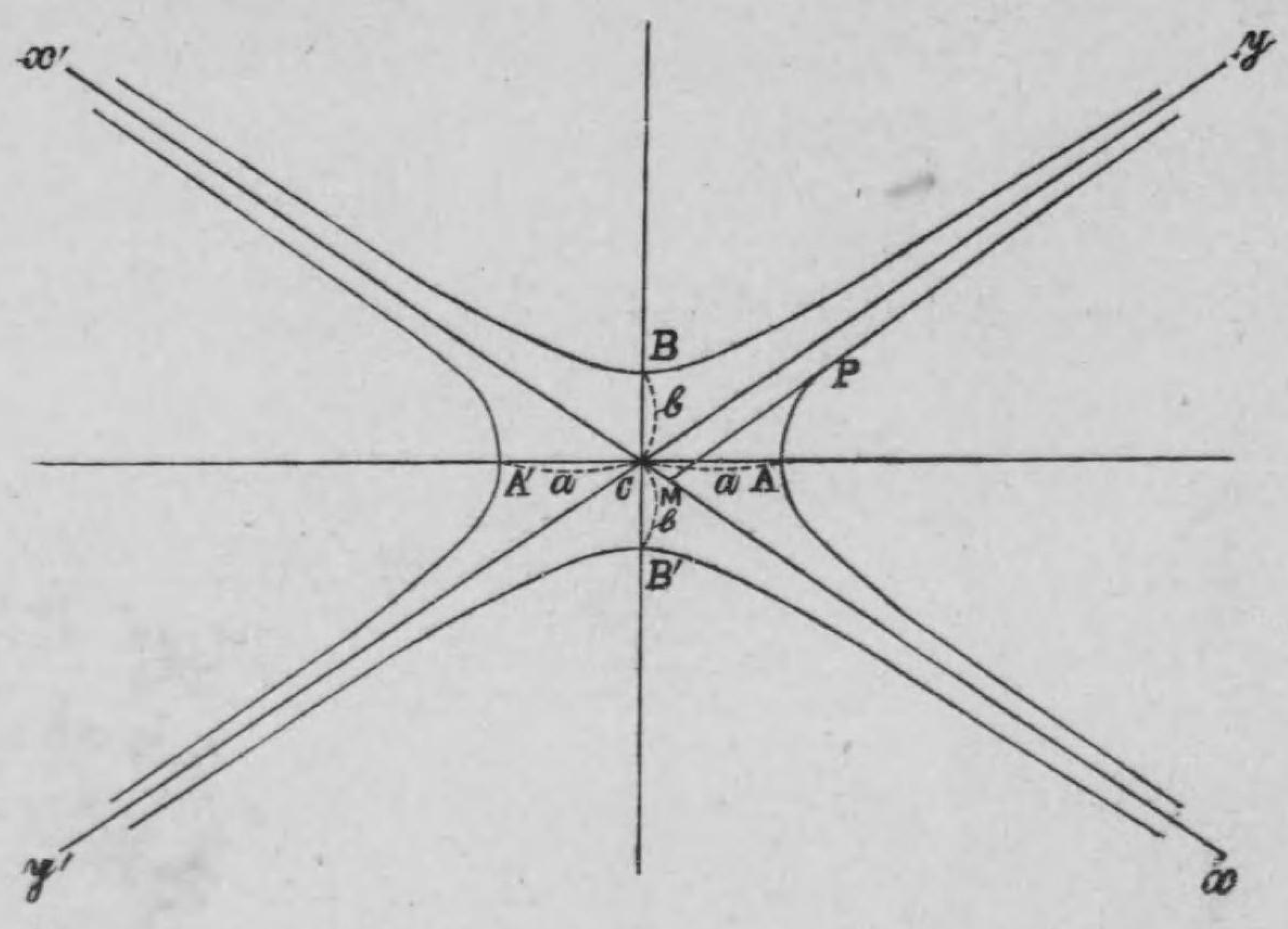
(八) A ニ於ケル Radius of curvature$=\frac{b^2}{a}$

(ニ) Asymptotes ヲ軸トセル Hyperbola

(a) 一般

(一) Cx, Cy ナル asymptotes ヲ axes トス

PM$=y$ CM$=x$



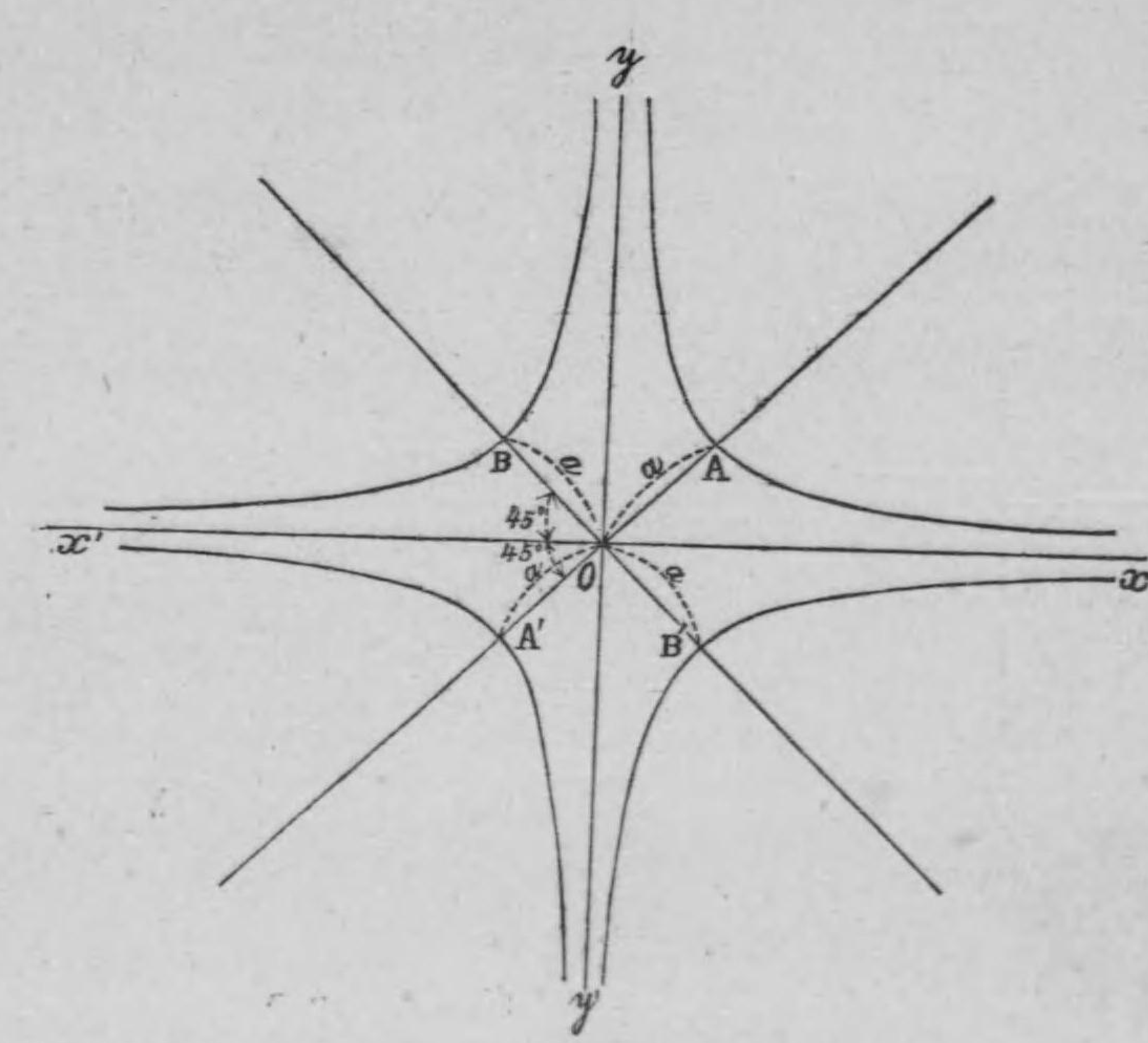
(二) xy ノ關係式

$$\left.\begin{array}{l} xy=\frac{a^2+b^2}{4} \\ xy=-\frac{a^2+b^2}{4} \end{array}\right\} \text{Conjugate hyperbola}$$

(b) Rectangular or Equilateral Hyperbola

asymptotes ガ AA′ ト四十五度ノ角ヲナシ直交スル場合

$$\left.\begin{array}{l} xy=\frac{a^2}{2} \\ xy=-\frac{a^2}{2} \end{array}\right\} \text{Conjugate hyperbola}$$



(ほ) 二次曲線一般式及ビ(い)……(に)ノ摘要

二次曲線	楕圓 ⊙	双曲線 ⊃⊂	拋物線 |⊂
偏心率 (Eccentricity)	$e>1$	$e>1$	$e=1$
模範方程式	$\left(\frac{x}{a}\right)^2+\left(\frac{y}{b}\right)^2=1$	$\left(\frac{x}{a}\right)^2-\left(\frac{y^2}{b}\right)=1$	$y^2=4ax$
焦點ノ座標 (Focus)	$\pm ae,\ 0$	$\pm ae,\ 0$	$a,\ 0$
偏心率	$e^2=\frac{a^2-b^2}{a^2}$	$e^2=\frac{a^2+b^2}{a^2}$	
動徑 (Raduis Vector)	$z'=a+ex,\ z=a-ex$	$z'=ex+a,\ z=ex-a$	x
極方程式(焦點)	$\frac{l}{\rho}=1-e\cos\theta$ ⊙	$\frac{l}{\rho}=1+e\cos\theta$ ⊃⊂	$\frac{l}{\rho}=1-\cos\theta : l=2a$
同　(中心)	$\left(\frac{b}{\rho}\right)^2=1-l^2\cos^2\theta$	$\left(\frac{b}{\rho}\right)^2=e^2\cos^2\theta-1$	
曲線上ノ點 x_1y_1 ヲ通ル切線	$\frac{xx_1}{a^2}+\frac{yy_1}{b^2}=1$	$\frac{xx_1}{a^2}-\frac{yy_1}{b^2}=1$	$yy_1=2a(x+x_1)$
$\tan^{-1}m$ m 方向ノ切線	$y=mx\pm\sqrt{m^2a^2+b^2}$	$y=mx\pm\sqrt{m^2a^2-b^2}$ $m^2=\left(\frac{b}{a}\right)^2$	$y=mx+\frac{a}{m}$
曲線外ノ點ヨリ切線	$(a^2-x_1^2)m^2+2x_1y_1m+(b^2-y_1)^2=0,$	$(a^2-x_1)^2m^2+x_1y_1m-(b^2+y^2)=0,$ 夫レ夫レ m ヲ求メテ $y-y_1=m(x-x_1)$ ヲ作ル	$x_1m^2-y_1m+a=0$
準線ノ式 (Directrice K)	$x=\pm\frac{a}{e}$	$x=\pm\frac{a}{e}$	$x+a=0$
通徑ノ長サ (Latus Rectum)	$4a(1-2^2)$	$4a(e^2-1)$	$4a$

二次式　$ax^2+2hxy+by^2+2gx+2fy+c=0$

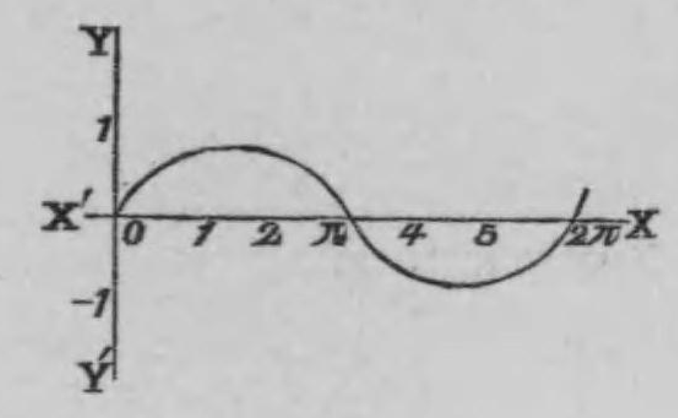
discriminant	$h^2-ab<0$	$h^2-ab>0$	$h^2-ab=0$

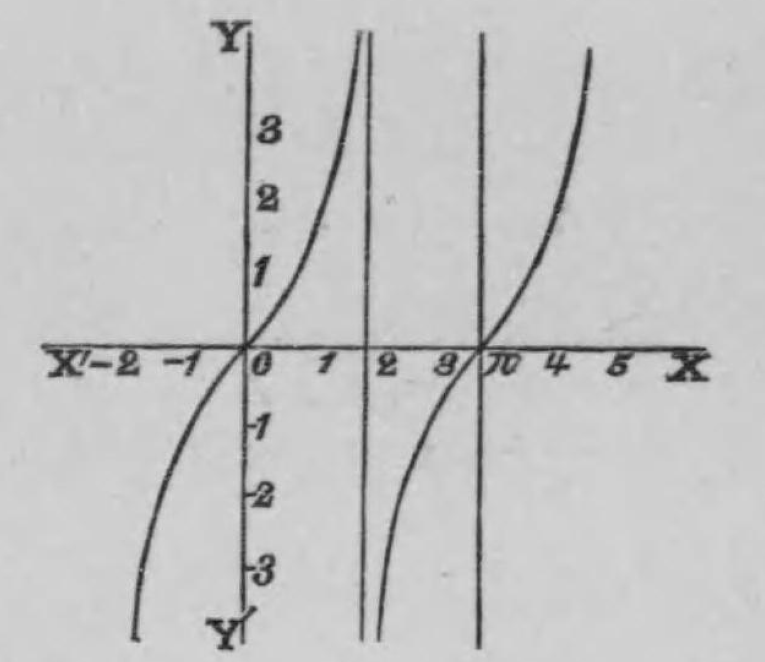
但シ　$abc+2fgh-af^2-bg^2-ch^2=0$

即　$(hf-bg)^2=(h^2-ab)(f^2-bc)$

ナルトキハ上ノ二次式ハ二ツノ直線ヲ表ハス

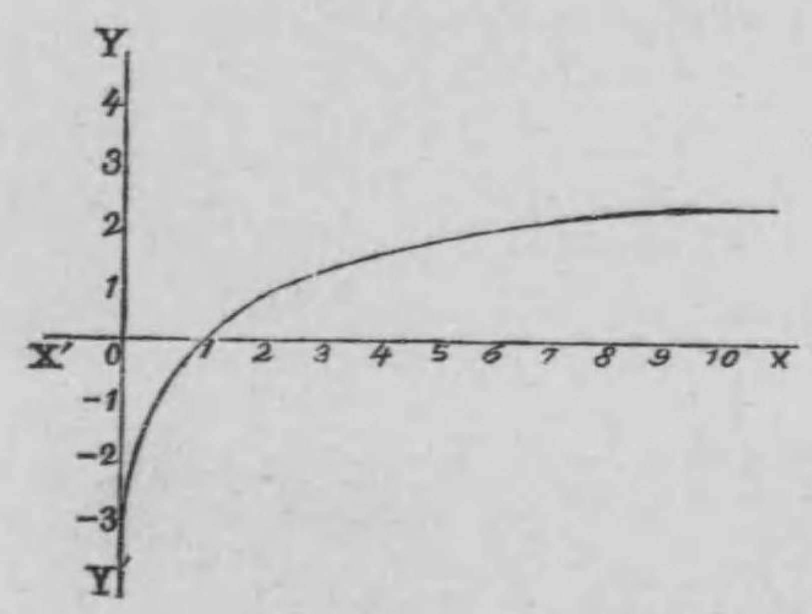
(ヘ) Sine curve　$y=\sin x$　　tangent curve　$y=tgx$

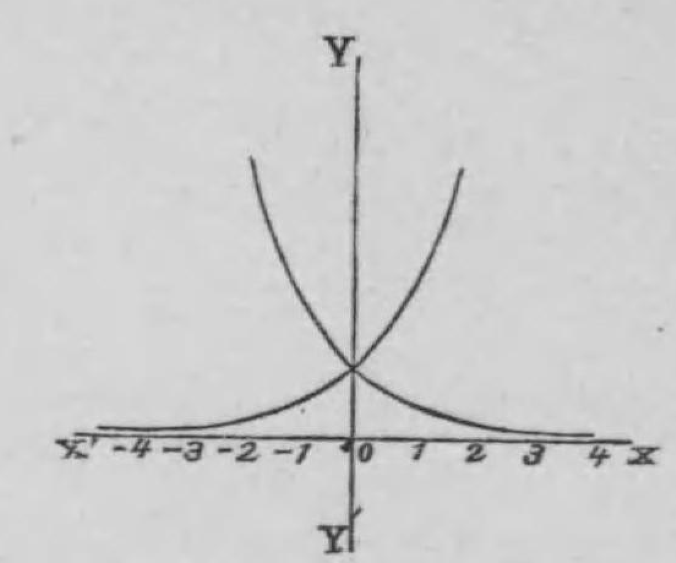




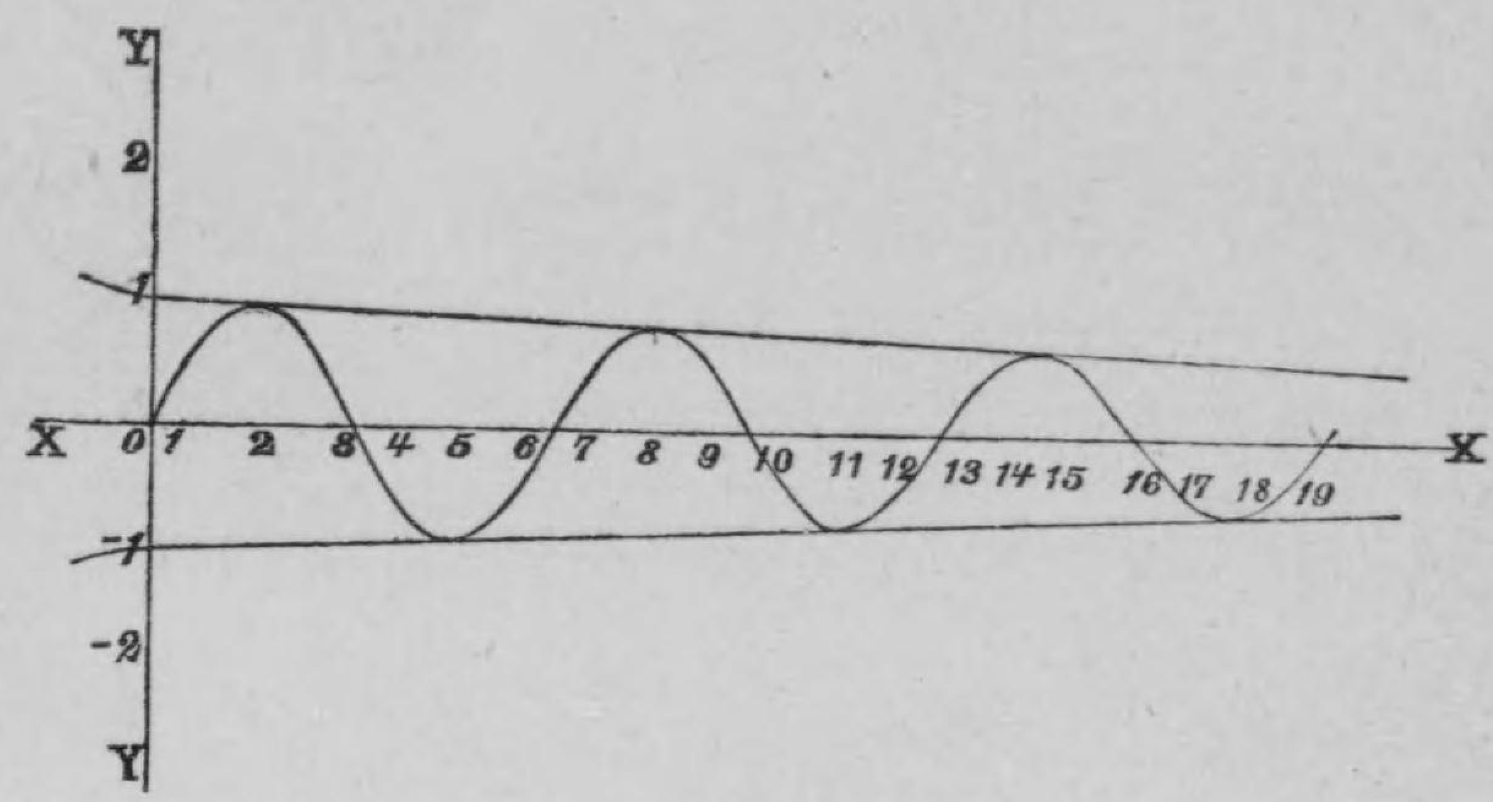
(と) Logarithmic curve　　exponential curve

$y=lnx$　　$y=l^{\pm x}$

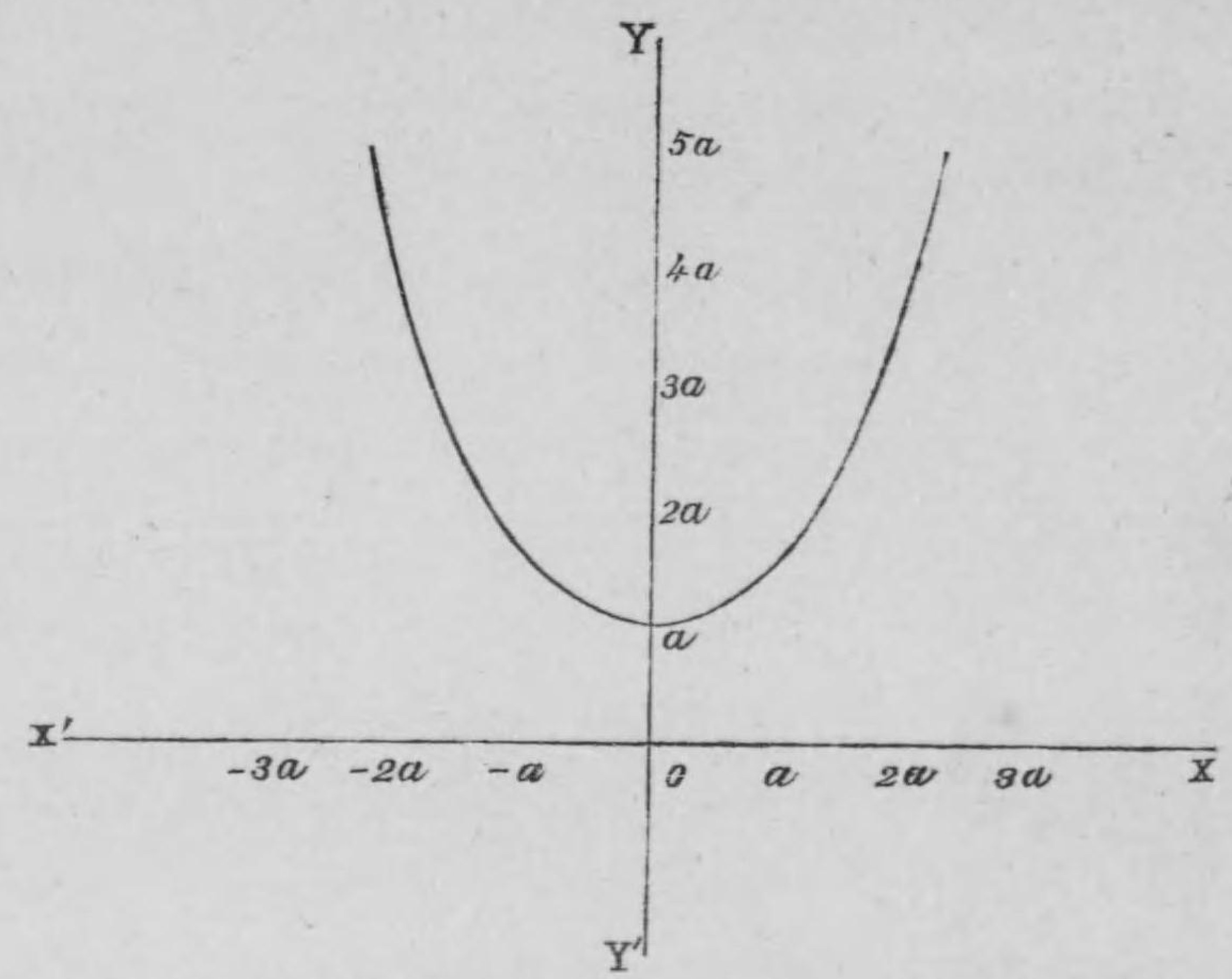




（ち） Damping oscillation $\qquad y=e^{-x}\sin x$

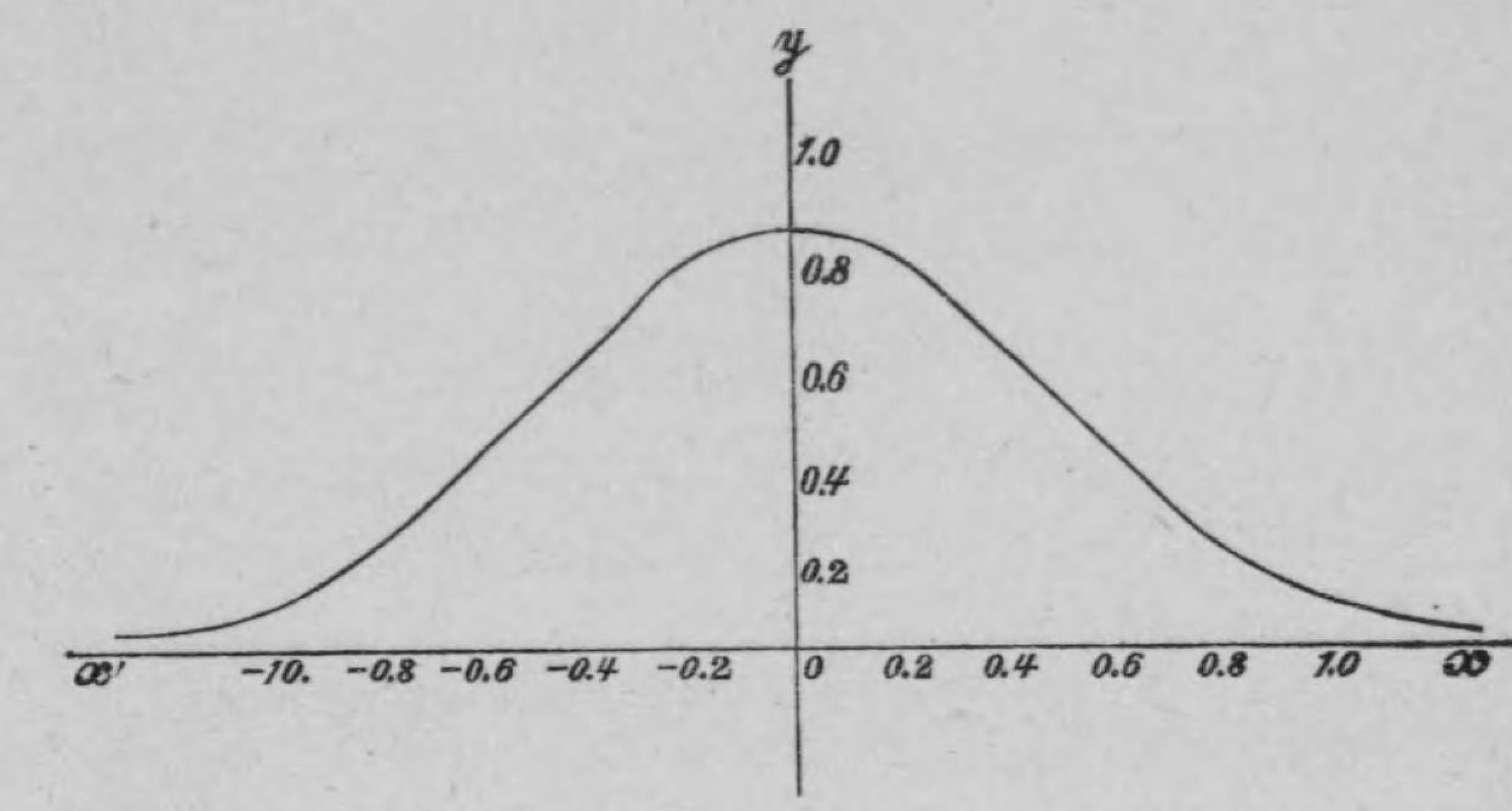


（り） Catenary $\qquad y=\frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}}+e^{-\frac{x}{a}}\right)=a\cosh\frac{x}{a}$



（ぬ） Probability Curve

$$y=\frac{h}{\sqrt{\pi}}e^{-h^2x^2}$$



乙　變數三個以上ノ場合

$$y=f\,(\alpha, \beta, \gamma, \delta\ldots\ldots\ldots\ldots)$$

一般ニ y ト α, y ト β………等ノ關係ハ對數曲線カ或ハ指數曲線ヲナスコト多キヲ以テ先ヅ次ノ如ク試ムルコト。

(1)　同一ノ β, γ, δ………ニ對スル y ト α ノ曲線ヲ作リ $\boxed{10}$ 第二(甲)II《1》(イ)或ハ(ロ)ニヨリ

$$y=k_1'\varphi_1(\alpha) \qquad y=k_1''\varphi_1(\alpha)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$ ヲ得。

(2)　同一ノ $\alpha\gamma\delta$………ニ對スル y ト β ノ曲線ヲ作リ(甲)II《1》(イ)或ハ(ロ)ニヨリ

$$y=k'_2\varphi_2(\beta) \qquad y=k''_2\varphi_2(\beta)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$ ヲ得。

(3) 同一ノ $\alpha\beta\delta$……… ニ對スル y ト γ ノ曲線ヲ作リ

(甲) II《1》(イ) 或ハ (ロ) ヨリ

$y=k'_3\varphi_3(\alpha)$ $\quad y=k''_3\varphi_3(\gamma)$……………ヲ得タリトシ

……………………………………

……………………………………

y ガ性質上 α, β, γ………等ノ函數ノ積ナル場合ハ

$$y=k\varphi_1(\alpha)\varphi_2(\beta)\varphi_3(r)\ldots\ldots$$

(4) 實驗各値ヲ此ノ式ニ入レ k ヲ出シ各 k ノ平均ヲ k_m トセバ

$$y=k_m\varphi_1(\alpha)\varphi_2(\beta)\varphi_3(\gamma)$$

ハ實驗ヨリ得タル y, α, β, γ………間ノ關係ヲ表ハス式ナリ。

丙 變數間ノ關係式與ヘラレタルトキ, 之レヲ編算セルトキ或ハ之レヲ想像セルトキ實驗結果ヨリ式中ノ常數ヲ見出ス場合。

I. 最小自乘法ニ依ル法

《一》 $u=f(t)=a+bt+ct^2+\ldots\ldots$

ut 間ノ關係上式ニ依リ表ハサルヽトキ或ハ上式ト想像セルトキ實驗結果ヨリ a, b, c……… ヲ決定スルニハ次ノ方法ニ依ル。

1) n 回ノ實驗ニ於テ

$$\begin{array}{ccc} t & & u \\ \left.\begin{array}{c} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ \vdots \\ t_n \end{array}\right\} & \text{ニ對シ} & \left.\begin{array}{c} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_n \end{array}\right\} \end{array}$$ ノ値ヲ得タリトセヨ。

2) $$\begin{aligned} D=&\left\{u_1-(a+bt_1+ct_1^2+\ldots\ldots)\right\}^2 \\ &+\left\{u_2-(a+bt_2+ct_2^2+\ldots\ldots)\right\}^2\ldots\ldots \\ &+\left\{u_n-(a+bt_n+ct_n^2+\ldots\ldots)\right\}=\Sigma_1^n(u-a-bt-ct^2\ldots\ldots)^2 \end{aligned}$$

a, b, c ガ most probable ナル値タル爲メニハ D ハ最小ナルヲ要ス

卽チ $\quad \frac{\partial D}{\partial a}=0 \quad \frac{\partial D}{\partial b}=0 \quad \frac{\partial D}{\partial c}=0\ldots\ldots$

3) $$\begin{aligned} -\frac{\partial D}{\partial a}&=\Sigma(u-a-bt-ct^2) \\ &=\Sigma u-na-b\Sigma t-c\Sigma t_2-\ldots\ldots\ldots\ldots=0 \\ -\frac{\partial D}{\partial b}&=\Sigma t(u-a-bt-ct^2-\ldots\ldots) \\ &=\Sigma ut-a\Sigma t-b\Sigma t^2-c\Sigma t^3-\ldots\ldots\ldots\ldots=0 \\ -\frac{\partial D}{\partial c}&=\Sigma t^2(u-a-bt-ct^2-\ldots\ldots) \\ &=\Sigma ut^2-a\Sigma t^2-b\Sigma t^3c\Sigma t^4-\ldots\ldots\ldots\ldots=0 \end{aligned}$$

以上ノ方程式ヨリ a, b, c………ヲ出シ〔$\boxed{11}$ V (13)〕其ノ値ヲ入レタル

$$u=a+bt+ct^2+\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

ハ實驗値ノ最モヨク滿足スルモノナリ。

4) (1)式ヨリ出セル單一値ノ之レニ相等スル實驗値ニ對スル誤差。

$$\triangle_1=u_1-a-bt_1-ct_1^2-\cdots\cdots\cdots$$
$$\triangle_2=u_2-a-bt_2-ct_2^2-\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\triangle_n=u_n-a-bt_n-ct_n^2-\cdots\cdots\cdots$$
$$\mathrm{D}=\triangle_1^2+\triangle_2^2+\cdots\cdots\cdots+\triangle_n^2$$

平均自乘誤差 $=\pm\sqrt{\dfrac{\triangle_1^2+\triangle_2^2+\cdots\cdots+\triangle_n^2}{n-m}}$

$=\pm\sqrt{\dfrac{\mathrm{D}}{n-m}}$ $\{m$ ハ $a, b, c\cdots\cdots$ ノ個數

公算誤差 $=\pm 0.6745\sqrt{\dfrac{\mathrm{D}}{n-m}}$

$=\pm\dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{\mathrm{D}}{n-m}}$

備考 $u=f(t)=a+bt+ct^2\cdots\cdots\cdots$ ニ於テ t^2 以上項アルトキハ計算ニ當リテハ次ノ如クスルヲ簡單トス。

1) AB 曲線ニ近キ直線 A′B′ ヲ引ケバ其直線式ハ

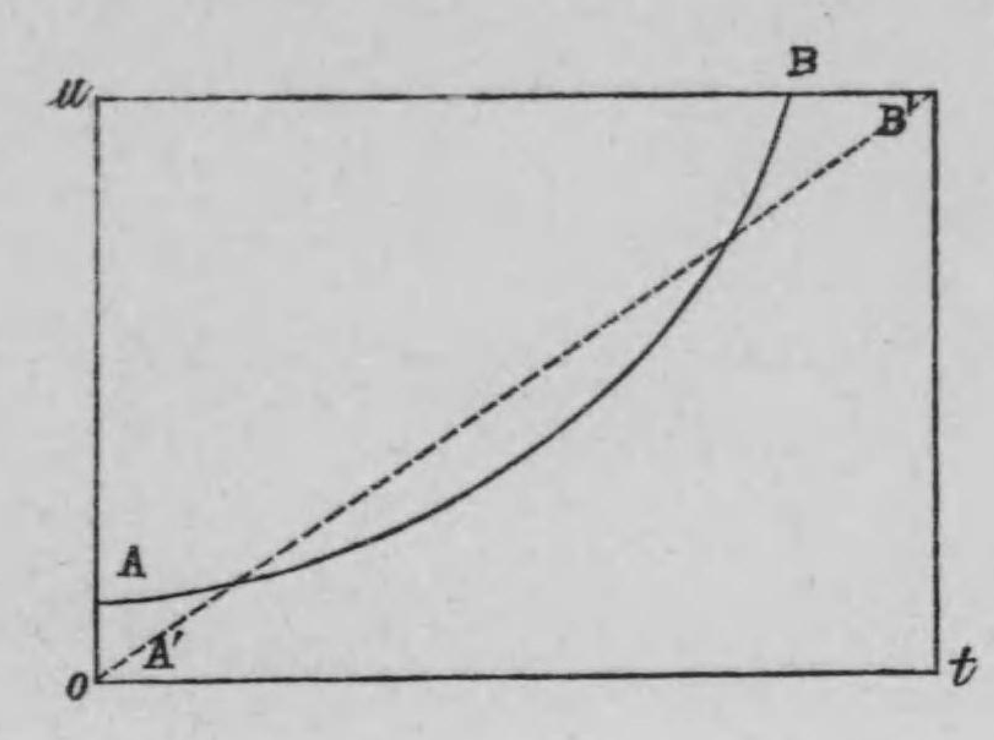
$$u'=a'+b't\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

ニシテ A′, b′ ハ t ノ凡テノ値ニ對シ同一ナリ

$$u=a+bt+ct^2+\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

故ニ(1)(2)式ヨリ

$$u-u'=(a-a')+(b-b')t+ct^2+\cdots\cdots\cdots$$
$$=(a-a')+\mathrm{M}_1(b-b')\frac{t}{\mathrm{M}_1}+\mathrm{M}_2c\frac{t^2}{\mathrm{M}_2}+\cdots\cdots\cdots(3)$$



$\mathrm{M}_1, \mathrm{M}_2\cdots\cdots$ ハ $a-a', \dfrac{t}{\mathrm{M}_1}, \dfrac{t^2}{\mathrm{M}_2}$ ノ絶對量ガ殆ンド同級ナル如ク之レヲ撰ブ $\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$

2) 今 $\left.\begin{array}{l} u-u_1=s,\quad \dfrac{t}{\mathrm{M}_1}=\mathrm{B},\quad \dfrac{t^2}{\mathrm{M}^2}=c\cdots\cdots\cdots \\ a-a'=t'_1,\quad \mathrm{M}_1(b-b')=t'_2,\quad \mathrm{M}_2c=t'_3\cdots\cdots \end{array}\right\}\cdots(5)$

トスレバ(3)式ヨリ $s=t_1+\mathrm{B}t'_2+ct'_3+\cdots\cdots\cdots(6)$

B, c, ………s ハ t ノ値ニ依リ定メラルヽヲ以テ(2)式ト同數丈ケノ(6)式ヲ得此等ノ諸式ヨリ《1》ト同法ニテ $t_1, t_2, t_3\cdots\cdots\cdots$ ノ値ヲ出シ(4)(5)ヨリ(2)式ノ $a, b, c\cdots\cdots\cdots$ ヲ見出スヲ得。

例 實驗値ヨリ棒ノ溫度 (t) ト長サ (u) ノ關係式。

$u=a+bt$ ニ於ケル ab ノ決定。

1) 觀測結果。

$t°c=$ $t_1=20$ $t_2=40$ $t_3=50$ $t_4=60$

$u=$ $u_1=1.00022$ $u_2=1.00065$ $u_3=1.00090$ $u_4=1.00105$*

2) ab ノ算出〔《一》2) 3)〕。

計算ヲ簡ニスル爲メ $a_{耗}=1.000+a'$ トセバ〔$\boxed{11}$ 第三 V (5)〕。

$$\underline{u=1000+a'+bt \qquad u'=a'+bt}$$

$$D=\Sigma(u'-a'-bt)^2$$

$$-\frac{\partial D}{\partial a'}=\Sigma(u'-a'-bt)=\Sigma u'-ua'-b\Sigma t=0$$

$$-\frac{\partial D}{\partial b}=\Sigma t(u'-a'-bt)=\Sigma u't-a'\Sigma t-b\Sigma t^2=0$$

$$a'=\frac{\Sigma t\Sigma u't-\Sigma u'\Sigma t^2}{(\Sigma t)^2-u\Sigma t^2} \qquad b=\frac{\Sigma t\Sigma u'-u\Sigma u't}{(\Sigma t)^2-u\Sigma t^2}$$

	t_0	u'	t^2	$u't$
1	20°	+0.22	400	4.4
2	40°	0.55	1600	26.0
3	50°	0.90	2500	45.0
4	60°	1.05	3600	63.0
	$\Sigma t=170$	$\Sigma u'=2.82$	$\Sigma t^2=8100$	$\Sigma u't=138.4$

$$a'=\frac{170\times138.4-2.82\times8100}{170^2-4\times8100}=-0.196$$

$$b=\frac{170\times2.82-4\times138.4}{170^2-4\times8100}=+0.0212$$

$$a=1000-a'=1000-0.196=999.804$$

故ニ $u=999.804+0.0212t$

3) 上式ヨリ出セル單一値ノ之レニ相當スル實驗値ニ對スル誤差〔《一》4)〕。

	$t°c$	u (耗) A 測定値	B 上式ニ依ル計算値	△ 〔(B)−(A)〕	△²
1	20°	1000.22	1000.228	+0.008	0.000064
2	40°	1000.65	1000.652	+0.002	0.000004
3	50°	1000.90	1000.864	−0.036	0.001296
4	60°	1001.05	1000.076	+0.026	0.000676
					$\Sigma\triangle^2=0.002040$

$$平均自乘誤差=\pm\sqrt{\frac{\Sigma\triangle^2}{n-m}}$$

$$\left.\begin{matrix}n=4\\m=2\end{matrix}\right\}=\pm\sqrt{\frac{0.002040}{4-2}}=\pm0.032\text{ 耗}$$

$$公算誤差=\pm0.032\times\frac{2}{3}=0.022\text{ 耗}$$

《二》 $u=kx^ay^bz^c$………………

與ヘラレタル變數ノ關係上式ニテ表ハサルヽトキ或ハ上式ト想像スルトキハ次ノ如クス。

$$\log u=\log k+a\log x+b\log y+c\log z+\dots\dots\dots$$

x, y, z ....ノ數值ニ對スル η ノ實驗值ヲ用ヒ《一》ノ方法ニヨリ此ノ實驗值ヲ最モ滿足スル $k, a, b, c,$ ....ノ值ヲ出ス。

例ノ一

砲ノ「エロージョン」ト之レヲ支配スル諸項ノ關係式（金田大佐實驗式參照）。

1) 發射彈數ト Erosion ノ式ヲ

$E=KN^{\alpha}$ ト假定ス $\begin{cases} \text{E, Erosion ニ依ル膅徑ノ減量} \\ \text{N, 發射彈數} \end{cases}$

各砲種無數ノ實驗結果卽 N, E ノ諸對值ヲ用ヒ《二》ニ依リ α ヲ決定ス。

2) Erosion ト之レヲ支配スル他ノ諸項ノ關係。

他ノ諸項ノ關係ヲ次ノ如ク想像ス。

$K=M\varpi^{x}V_0^{y}P^{z}a^{\beta}$ ....(1)

使用彈丸 $P=ka^3$, ノ關係ノモノナルトキ

$K=M'\varpi^{x}V_0^{y}P^{z'}$ ....(2)

$\begin{cases} \varpi \text{ 藥量} \\ V_0 \text{ 初速} \\ P \text{ 彈量} \\ a \text{ 口徑} \end{cases}$

(1)......$\log K=\log M+x\log\varpi+y\log V_0+z\log P+\beta\log a$

(2)......$\log K=\log M'+x\log\varpi+y\log V_0+z\log P$

各砲種無數ノ實驗結果卽チ $K=\frac{E}{N^{\alpha}}$ ト $\varpi, V_0,$ P, a ノ諸對值ヲ用ヒ《二》ニ依リ

$\left.\begin{cases} 1. & M, x, y, z, \beta, \\ 2. & M', x, y, z, \end{cases}\right\}$ ヲ決定ス。

3) Erosion 式

$$1.\quad E=M\frac{\varpi^{x}V_0^{y}P^{z}}{a^{-\beta}}N^{\alpha}$$

$$2.\quad E=M'\frac{\varpi^{x}V_0^{y}}{P^{-z'}}N^{\alpha}$$

例ノ二

大砲初速及ビ最大膅壓ノ實驗式。

初速及ビ最大膅壓ノ一般式。

V_0	初速
P_M	最大膅壓
ϖ	藥量
c	膅腔全容積
d	火藥ノ寸法
P	彈量
c'	藥室容積
a	口徑

$$V_0=k\frac{\varpi^{\alpha}c^{\beta}}{d^{\gamma}P^{\delta}c'^{\varepsilon}a^{x}} \quad \text{..............(1)}$$

$$P_M=k'\frac{\varpi^{\alpha'}}{d^{\gamma'}P^{\delta'}c'^{\varepsilon'}a^{x'}} \quad \text{..............(2)}$$

「シャルボニエー」「シューゴー」氏彈道ニ依リ同一種火藥ヲ用ヒシ各砲種實射成績ヨリ次ノ諸式ヲ得。

$$\frac{dV_0}{V_0}=\alpha\frac{d\varpi}{\varpi}+\beta\frac{dc}{c}-\gamma\frac{dd}{d}-\delta\frac{dP}{P}-\varepsilon\frac{dc'}{c'}$$

$$\frac{dP_M}{P_M}=\alpha'\frac{\alpha\varpi}{\varpi}-\gamma\frac{dd}{d}-\delta'\frac{dP}{P}-\varepsilon'\frac{dc'}{c}$$

$$\left.\begin{array}{l}\alpha\beta\gamma\ldots\ldots\\ \alpha'\ \gamma'\ldots\ldots\end{array}\right\}$$ ノ近似セル諸砲ノモノヲ平均シ之レヲ

$$\left.\begin{array}{l}\alpha_m\beta_m\gamma_m\ldots\ldots\\ \alpha'_m\beta'_m\gamma'_m\ldots\ldots\end{array}\right\}$$ トスレバ

此ノ砲群ニ對シ

$$\frac{dV_0}{V_0}=\alpha_m\frac{d\varpi}{\varpi}-\beta^m\frac{dc}{c}-\gamma_m\frac{dd}{d}-\delta_m\frac{dP}{P}-\varepsilon_m\frac{dc'}{c'}$$

$$\frac{dP_M}{P_M}=\alpha'_m\frac{d\varpi}{\varpi}-\qquad-\gamma'_m\frac{dd}{d}-\delta'_m\frac{dP}{P}-\varepsilon'_m\frac{dc'}{c}$$

$$V_0=K\frac{\varpi^{\alpha m}c^{\beta m}}{d^{\gamma m}P^{\delta m}c'^{\varepsilon m}}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

$$P_M=K'\frac{\varpi^{\alpha' m}}{d^{\gamma' m}P^{\delta' m}c'^{\varepsilon' m}}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

(3)式ノ各項ニ實射成績ヲ入レバ K ノ値 $K_1K_2K_3\ldots$

……ヲ得………(3)′

(4)式ノ各項ニ實射成績ヲ入レバ K′ ノ値 $K_1'K_2'K_3'$

………ヲ得………(4)′

(1) (3) ヨリ　$K=ka^{-x}$………(3)′

(3)′ ヨリ諸實射成績ニ對シ

$$K_1=ka_1^{-x}\qquad K_2=ka_2^{-x}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

(2) (4) ヨリ　$K'=k'a^{-x'}$………(4)′

(4)′ ヨリ諸實射成績ニ對シ

$$K'_1=k'a_1^{-x'}\qquad K'_2=k'a_2^{-x'}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

$\boxed{10}$ 丙 I《二》或ハ後出 II ニ依リ

(5) ヲ滿足スル k_m 及ビ x_m (6) ヲ滿足スル k'_m 及ビ x'_m ヲ出ス………………………………(7)

(1) (3) (7) ヨリ或ル砲群ニ對スル初速式ハ

$$V_0=k_m\frac{\varpi^{\alpha m}\quad c^{\beta m}}{d^{\gamma m}P^{\delta m}c'^{\varepsilon m}a^{xm}}$$

或ル砲群ニ對スル最大腟壓式ハ

$$P_M=k'_m\frac{\varpi^{\alpha' m}}{d^{\gamma' m'}P^{\delta' m'}c'^{\varepsilon m'}a^{xm'}}$$

例ノ三

彈丸ノ甲鈑穿甲均衡擊速ト他ノ諸項ノ關係式。

以上ノ關係式ハ一般ニ次ノ如ク置クヲ得。

$$V_S=K_1\varepsilon^{\alpha}a^{\beta}P^{\gamma}\ldots\ldots(イ)\left\{\begin{array}{l}K_{1,\alpha,\beta,\gamma}\ldots\ldots\ldots\ldots\text{常數}\\ V_S\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{均衡擊速}\\ a\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{口徑}\\ P\ \ldots\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{彈重}\end{array}\right.$$

(1)式ヨリ

$$\log V_S=\log K_1+\alpha\log\varepsilon+P\log a+\gamma\log P\ldots\ldots\ldots\ldots(ロ)$$

諸射擊成績ニ依リ既知 $V_S\varepsilon aP$ ニ對シ多クノ (2) 式ヲ得ルトキハ $\boxed{10}$ 丙《二》ニ依リ $K_1\alpha\beta\gamma$ ヲ見出スヲ得。

《三》 關係式ガ linear function ナラザル場合。

$u=f(a,b\ldots\ldots\ldots t)$………linear ナラザル ut ノ關係式。

1) a, b, c 等ノ近似値ヲ $a_0, b_0, \ldots\ldots$ ト想像ス。

然ルトキハ $a=a_0+a_1 \quad b=b_0+b_1 \ldots\ldots$ ニシテ

$a_1 b_1 \ldots\ldots$ ハ小ナル數ナリ。

$u=f(ab \ldots\ldots t)$

$=f(a_0+a_1, b_0+b_1 \ldots\ldots t)$ ヲ展開スレバ

$$=f(a_0 b_0 \ldots\ldots t)+\frac{\partial f(a_0 b_0 \ldots t)}{\partial a}a_4+\frac{\partial f(a_0 b_0 \ldots t)}{\partial b}b_1+\ldots\ldots$$

$$+\frac{1}{\underline{|2}}\left\{\frac{\partial^2 f(a_0 b_0 \ldots t)}{\partial a^2}a_1^2+\ldots\ldots\right\}+\frac{1}{\underline{|3}}\left\{\ldots\ldots\right\}+\ldots\ldots$$

higher order ヲ切リ捨ツレバ

$$u=f(u_0 b_0 \ldots\ldots t)+\frac{\partial f(a_0 b_0 \ldots t)}{\partial a}a_1+\frac{\partial f(a_0 b_0 \ldots t)}{\partial b}b_1+\ldots\ldots$$

u ト t ノ實驗諸値ヲ用ヒ《一》ノ方法ヨリ $a_1 b_1 \ldots\ldots$ ヲ見出ス。

2) 次回ハ $u=f(ab \ldots\ldots t)$

$$=f\{(a_0+a_1)+a_2, (b_0+b_1)+b_2, \ldots\ldots t)\}$$

トシ 1) ト同法ニ依リ $a_2 b_2 \ldots\ldots$ ヲ見出シ同法ヲ幾回モ反覆セバ $a, b, \ldots\ldots$ ノ適當ナル値ヲ出スヲ得。

II. 平均ニ依ル法。

1) 關係式ニ實驗値ヲ入レ得タル方程式ヲ組ミ合セ關係式ノ常數ヲ出シ各組合セヨリ得タル常數ヲ平均ス。

2) 此ノ方法ハ實驗値比較的小ナキトキニ用フ。

例 彈丸ノ甲鈑穿甲均衡擊速ト他ノ諸項ノ關係。

(金田大佐實驗式參照)。

1) 關係式、以上ノ關係ヲ表ハス式ハ一般ニ次ノ如ク推スヲ得。

$$V_S=K_1 \varepsilon^{\alpha} a^{\beta} P^{\gamma}$$

一般ニ $P=ka^3$ 故ニ P ノ指數ニ任意ノ値 C

〔例ヘバ $-\frac{1}{2}$〕ヲ與フレバ

$$\begin{aligned} V_S &= K_1 \varepsilon^{\alpha} a^{\beta} P^{-c+\gamma+c} \\ &= K_1 \varepsilon^{\alpha} a^{\beta} (ka^3)^{\gamma+c} P^{-c} \\ &= K_1 k^{\gamma+c} \varepsilon^{\alpha} a^{\beta+3(\gamma+c)} P^{-c} \end{aligned} \quad \left\{\begin{array}{l} K_1 \alpha, \beta, \gamma \ldots\ldots \text{常數} \\ V_S \ldots\ldots \text{均衡擊速} \\ a \ldots\ldots \text{口徑} \\ P \ldots\ldots \text{彈重} \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l} K_1 k^{\gamma+c}=K \\ \beta+3(\gamma-c)=\beta' \end{array}\right\} \text{トスレバ } V_S=K\frac{\varepsilon^{\alpha} a^{\beta'}}{Pc} \ldots\ldots (1)$$

2) 甲鈑厚ノミヲ變化セル實驗結果ヨリ α ノ決定。

(イ) 口徑 a' ナル同一口徑砲 (同重同一種彈 P′) 實驗結果ヨリ α_a ノ決定。

$$\text{實驗結果}\left\{\begin{array}{ll} \text{甲鈑厚} & \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \ldots\ldots \\ \text{均衡擊速} & V_{S1} V_{S2} V_{S3} \ldots\ldots \end{array}\right.$$

(1) 式ヨリ

$$V_{S1}=\frac{K a'^{\beta'}}{P'^{c}}\varepsilon_1^{\alpha} \ldots\ldots (2)$$

$$V_{S2}=\frac{K\alpha'^{\beta'}}{P'^{c}}\varepsilon_2{}^{\alpha}\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

$$V_{S3}=\frac{K\alpha'^{\beta'}}{P'^{c}}\varepsilon_3{}^{\alpha}\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$

(2) (3) ヨリ

$$\frac{V_{S1}}{V_{S2}}=\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)^{\alpha}\qquad \log\left(\frac{V_{S1}}{V_{S2}}\right)=\alpha\log\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)$$

$$\alpha_1=\frac{\log V_{S1}-\log V_{S2}}{\log\varepsilon_1-\log\varepsilon_2}$$

同様ニ(2) (4) ヨリ $\alpha_2=\dfrac{\log V_{S1}-\log V_{S3}}{\log\varepsilon_1-\log\varepsilon_3}$

$$\alpha_3=\frac{\log V_{S2}-\log V_{S3}}{\log\varepsilon_2-\log\varepsilon_3}$$

$\alpha_1\alpha_2\alpha_3$ ……ノ價値ヲ考ヘ其ノ平均 $\alpha_{a'}$ ヲ出ス。

(ロ) α ノ決定。

(イ) ト同一ノ方法ニ依リ

a'' 口徑砲……………… $\alpha_{a''}$

a''' 口徑砲……………… $\alpha_{a'''}$

$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$

$\alpha_{a'}\alpha_{a''}\alpha_{a'''}$ ……ノ價値ヲ加味シテ其ノ平均ヲ出セバ(イ)式ニ用フベキ α ヲ得。

3) 口徑砲ノミヲ變化セル實驗結果ヨリ β' ノ決定。

(イ) 厚サ ε' ナル甲鈑ニ各種口徑砲ヲ以テセル實驗結果ヨリ β' ノ決定。

實驗結果 $\left\{\begin{array}{l}\text{射擊砲口徑}\ a_1a_2a_3\cdots\cdots\\ \text{彈重}\ p_1p_2p_3\cdots\cdots\\ \text{均衡擊速}\ V_1V_2V_3\cdots\cdots\end{array}\right.$

(1)式ヨリ $V_1P_1{}^c=K\varepsilon'^{\alpha}\ a_1{}^{\beta'}\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$

$$V_2P_2{}^c=K\varepsilon'^{\alpha}\ a_2{}^{\beta'}\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

$$V_3P_3{}^c=K\varepsilon'^{\alpha}\ a_3{}^{\beta'}\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

(5) (6) ヨリ

$$\frac{V_1P_1{}^c}{P_2{}^cV_2}=\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{\beta'}\qquad \log\left(\frac{V_1P_1{}^c}{V_2P_2{}^c}\right)=\beta'\log\left(\frac{a'}{a_2}\right)$$

$$\beta'_1=\frac{(\log V_1-\log V_2)+c(\log P_1-\log P_2)}{\log a_1-\log a_2}$$

(5) (7) ヨリ

$$\beta'_2=\frac{(\log V_1-\log V_3)+c(\log P_1-\log P_3)}{\log a_1-\log a_3}$$

(6) (7) ヨリ

$$\beta'_3=\frac{(\log V_2-\log V_3)+c(\log P_2-\log P_3)}{\log a_2-\log a_3}$$

$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$

$\beta'_1\beta_2\beta'_3$ ……ノ價値ヨリ其ノ平均 $\beta'_{\varepsilon'}$ ヲ出ス。

(ロ) β' ノ決定。

(イ) ト同法ニヨリ

厚サ ε'' ナル甲鈑……………… $\beta'_{\varepsilon''}$

厚サ ε''' ナル甲鈑……………… $\beta'_{\varepsilon'''}$

$\beta'_{\varepsilon'}\beta'_{\varepsilon''}\beta'_{\varepsilon'''}$ ……ノ價値ヲ加味シ其ノ平均ヲ出セバ(1)式ニ用フベキ β' ヲ得。

4) Kノ決定。

(1)式 $V_s=K\frac{\varepsilon^{\alpha}\alpha^{\beta'}}{P^{c}}$ ノ $\alpha\beta'$ ＝ 2) 3) ノ値ヲ入レ諸實驗値ヨリKヲ出シ其ノ平均ヲ(1)式ニ用フベキKノ價トス。

11 **測定** (measurement)

第一、測定一般。

I. 測定裝置及ビ方法ハ實用的ニシテ正確ナル結果ヲ與フルコト。

諸測定法ノ發見及ビ改良ハ之レヲ案出セシ後更ラニ諸實驗ノ結果ニ待タザル可ラズ。

II. 測定價ハ眞價ニ近ク且ツ互ニ比較シ得ベキコト。

測定價ヲシテ眞價ニ近ク且ツ互ニ比較シ得ベキモノトナスニ必要ナル條件		
1	測定時及ビ測定裝置ノ狀況(溫度、濕度、氣壓、測定位置、測定裝置ノ新古等)同一ナルコト イ. 同一ナル狀況ヲ得ラレザルトキハ測定値ニ修正ヲ施シ同一狀況ノモノニ改算ス 〔各狀況ト修正値ノ關係……**9**〕 ロ. 同一狀況ノモノニ改算シ得ザルトキハ同一狀況ニテ既ニ比較値既知ノモノト測定シ其ノ比較値ヲ出ス〔**8** 第四II〕	(イ) 各所ニテ行フ同種測定ニ對シテハ成可ク同裝置同器具(成可ク同一所ニテ製造ノモノ)ヲ用ヒ測定時ノ狀況等ヲ成可ク同クスルコト (ロ) 測定時、測定裝置、測定器具、測定人員ヲ異ニシ各所ニテ行フ測定値ヲシテ比較シ得ルモノタラシムルニハ時々同一物ヲ各所ニテ測定セシメ其ノ修正測定値ヲ比較シ各所ニ於ケル測定値誤差ノ原因ヲ探究除去スルヲ要ス (例. 各工廠火藥安定度比較試驗)
2	測定器具機械等正確ナルコト イ. 原基トノ比較及ビ其ノ他ノ方法ニヨリ改正率ヲ出シ之レヲ測定値ニ改正スルコト ロ. 各所ニテ用フル同種ノ測定器具ハ能フ限リ同一所ニテ改正率ヲ出スコト	
3	測定人員、其ノ技ニ熟達セルコト 同種ノ測定ヲ各所ニテ行フトキハ之ニ從事セル人員ヲ時々一所ニ集メ(1)(2)ヨリ來ル差ヲ小トシ比較測定ヲナサシメ測定人員ノ測定法ヲ一樣トスルコト	

第二、測定ノ準備。

I. 測定ノ適當ナル裝置及ビ諸測定法組合ノ決定。

II. 測定精度ノ決定〔第三IV參照〕。

甲、測定精度。

測定精度ノ寸度ハ公算誤差ナリ卽チ公算誤差大ナレバ精度小ニ公算誤差小ナレバ精度大ナリ而シテ公算誤差ノ四倍以上ノ誤差ヲ見ルコトハ殆ンド稀ナリ。

故ニ測定前ニハ許シ得ベキ測定値ノ最大誤差卽チ公算誤差ノ四倍或ハ $\frac{\text{測定値ノ公算誤差ノ四倍}}{\text{測定平均値}}$ ヲ定ムルヲ要ス。

乙、單一測定法ニ於ケル精度ノ決定。

(1) 單一測定 (Single measurement)

(イ) 單一測定値ノ誤差ヲAヶ許ストセバ單一測定値公算誤差ノ四倍ガA卽チ單一測定値ノ公算誤差ガ$\frac{A}{4}$ナル測定器及ビ測定法測定末位ヲ撰ブベシ。

(ロ) 單一測定値ガ$\frac{1}{a}$迄正シキコトヲ要スルトキハ

$$\frac{\text{測定値ノ公算誤差ノ四倍}}{\text{測定平均値}}=\frac{1}{a}$$

卽チ $$\frac{\text{測定値ノ公算誤差}}{\text{測定平均値}}=\frac{1}{4a}$$

ナル如キ測定器、測定法及ビ測定末位ヲ撰ブベシ。

(2) 連續測定 (The Repetition of single measurement)

(イ) 數回連續測定平均値ノ誤差ヲB迄許ストセバ連續測定平均値公算誤差ノ四倍ガB卽チ連續測定平均値ノ公算誤差ガ$\frac{B}{4}$ナル如ク測定器及ビ測定方法、測定末位ヲ撰ブベシ。

(ロ) 數回連續測定平均値ガ$\frac{1}{b}$迄正シキコトヲ要スルトキハ

$$\frac{4\ (\text{連續測定平均値ノ公算誤差})}{\text{連續測定平均値}}=\frac{1}{b}$$

卽チ $$\frac{\text{連續測定平均値ノ公算誤差}}{\text{連續測定平均値}}=\frac{1}{4b}$$

ナル如キ測定器及測定末位ヲ撰ブベシ。

以上(1)(2)ノ測定器、測定法及ビ測定末位ノ撰擇ヲ便ニスル爲メ豫メ各測定器ニ於ケル測定人員、測定方法、測定末位ト公算誤差トノ關係ヲ見出シ置クヲ要ス。

丙、連合測定 (Composite measurement) ニ於ケル精度ノ測定。

(イ) 連合單一測定値或ハ連續測定ノ平均値ノ誤差ヲA′迄許ストセバ連合測定値公算誤差ノ四倍ガA′卽チ其ノ公算誤差ガ$\frac{A'}{4}$ナル如ク各單獨測定法ニ許ス公算誤差ヲ定ムルヲ要ス。

(ロ) 單一連合測定値或ハ連續測定ノ平均値ガ$\frac{1}{a}$迄正シキコトヲ要スルトキハ

$$\frac{4\times(\text{單一連合測定値公算誤差})}{\text{單一連合測定値}}=\frac{1}{a'}$$

卽チ $$\frac{\text{單一連合測定値公算誤差}}{\text{單一連合測定値}}=\frac{1}{4a'}$$

$$\text{單一連合測定値ノ公算誤差}=\frac{1}{4a'}\times(\text{單一連合測定値})$$

或ハ $$\frac{4\times(\text{連合連續測定平均値公算誤差})}{\text{連合連續測定ノ平均値}}=\frac{1}{a''}$$

卽チ $$\frac{\text{連合連續測定平均値ノ公算誤差}}{\text{連合連續測定ノ平均値}}=\frac{1}{4a''}$$

連合連續測定値ノ公算誤差$=\frac{1}{4a''}\times$(連合連續測定ノ平均値)ナル如ク各單獨測定法ノ許ヲ定ムルヲ要ス。

(ハ) 以上各單獨測定法ニ許ス公算誤差ノ決定法。

(α) (1)各單獨測定ノ公算誤差ガ各測定連合値ニ及ボス處同一ニシテ(2)各測定連合値ニ所要ノ公算誤差〔(イ)(ロ)〕ヲ得ル如ク各種測定ノ公算誤差ヲ決定ス〔(δ)參照〕。

(β) 以上ノ如クシテ出セル各種測定値ノ公算誤差ヲ得ル測定器及測定法ナキトキハ各種測定ニハ最小公算誤差ヲ與フル器具及ビ方法ヲ用ヒ $\boxed{11}$ 第三(2)ニテ連合測定値ノ公算誤差ヲ出シ之レヲ連合測定ニ許シ得ル公算誤差卽チ之レガ四倍ヲ連合測定ニ許シ得ル誤差トス。

(γ) 各種測定ノ中其ノ誤差ノ各測定値ノ連合値ニ及ボス處他ノ測定ノモノニ比シ甚ダ小$\left(\frac{1}{5}\cdots\frac{1}{10}\right)$ナルトキハ誤差ナキモノニシテ他測定ノ公算誤差決定ノ計算ニ入ルヽニ及バズ。

(δ) 一般。

$u=f(a, b, c\dots\dots)$

$a, b, c\dots\dots$各單獨測定値〔(γ)ノモノヲ除ク〕。

$da, db, dc\dots\dots$ヲ$a, b, c\dots\dots$ノ單一測定値或ハ連

續測定平均値ノ公算誤差トス。

然ルトキハ

$\frac{\partial f}{\partial a}da\dots\dots$ aナル測定値ノミニdaナル公算誤差アルトキノuノ公算誤差。

$\frac{\partial f}{\partial b}db\dots\dots$ bナル測定値ノミニdbナル公算誤差アルトキノuノ公算誤差。

$\frac{\partial f}{\partial c}dc\dots\dots$ cナル測定値ノミニdcナル公算誤差アルトキノuノ公算誤差。

………………………………………………………………

………………………………………………………………

$a, b, c\dots\dots$測定値ニ$da, db, dc\dots\dots$ナル公算誤差アルトキノuノ公算誤差ハ

$$du=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a}da\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial b}db\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial c}dc\right)^2+\dots\dots}$$

uノ公算誤差duナルトキノ各種測定値$a, b, c\dots\dots$ノ公算誤差$da, db, dc\dots\dots$ハ

(α) (2)

$$du=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a}da\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial b}db\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial c}dc\right)^2+\dots\dots}$$

$$(du)^2=\left(\frac{\partial f}{\partial a}da\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial b}db\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial c}dc\right)^2+\dots\dots$$

(α) (1)…… $\left|\frac{\partial f}{\partial a}da\right|=\left|\frac{\partial f}{\partial b}db\right|=\left|\frac{\partial f}{\partial c}dc\right|\dots\dots$

今此ノ値ヲ m トシ更ラニ a, b, c……… ノ數ヲ n トス……………………………………………………《ζ》

$$(du)^2=nm^2$$

$$m=\frac{du}{\sqrt{n}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (\zeta)$$

du ハ丙(イ)(ロ)(ハ)ノ測定連合値ノ公算誤差〔單一測定値或ハ連續測定平均値公算誤差〕。

又《ζ》ヨリ $da=\dfrac{m}{\left|\dfrac{\partial f}{\partial a}\right|}$ $db=\dfrac{m}{\left|\dfrac{\partial f}{\partial b}\right|}$ $dc=\dfrac{m}{\left|\dfrac{\partial f}{\partial c}\right|}$ ……(η)

(一) 故ニ u ノ公算誤差 du ナル爲メニハ (η) ノ公算誤差ヲ得ル如ク a, b, c……… ノ測定器及ビ測定方法、測定末位ヲ定ムルモノトス。

a, b, c……… 測定ニ所要ノ公算誤差ヲ得ル測定器及ビ測定方法、測定末位ヲ有效ニ決定シ得ル爲メニハ豫メ各測定器ニ於ケル測定人員、測定方法ト測定公算誤差トノ關係ヲ見出シ置クヲ要ス。

(二) (一)ニ於ケル測定器及ビ測定方法、測定末位ノ撰定不當ニシテ測定ノ連合値ニ所要ノ公算誤差ヲ得ラレザルトキハ更ラニ測定器或ハ測定方法ヲ變ジ所要ノ公算誤差ヲ得ルニ努ムベシ。

(ε) **例**

例一 $u=a+b$

$$(\zeta) \cdots\cdots\cdots m=\frac{du}{\sqrt{n}} \qquad n=2$$

$$m=\frac{du}{\sqrt{2}}$$

丙(イ)(ロ)(ハ)………du—u ノ測定値ニ要スル公算誤差

〔單一測定値或ハ連續測定平均値公算誤差〕。

$$(\eta) \cdots\cdots\cdots da=\frac{m}{\dfrac{\partial f}{\partial a}} \qquad db=\frac{m}{\dfrac{\partial f}{\partial b}}$$

$$\frac{\partial f}{\partial a}=1 \qquad \frac{\partial f}{\partial b}=1$$

故ニ $da=db=\dfrac{du}{\sqrt{2}}$

卽チ u ノ測定値公算誤差ガ du ナル爲メニハ a 及ビ b ノ公算誤差ガ $\dfrac{du}{\sqrt{2}}$ ナル如ク ab ノ測定器及ビ測定法、測定末位ヲ撰ベバ可ナリ。

例二 $u=ab$

$$(\zeta) \cdots\cdots\cdots m=\frac{du}{\sqrt{n}} \qquad n=2$$

$$m=\frac{du}{\sqrt{2}}$$

丙(イ)(ロ)……$\left\{\right.$$du$……$u$ ノ測定値ニ要スル單一測定値或ハ連續測定平均値ノ公算誤差

$$(\eta)\cdots\cdots\cdots\left\{\begin{aligned}&da=\frac{m}{\frac{\partial f}{\partial a}}=\frac{m}{b}=\frac{1}{\sqrt{2}}\ \frac{du}{b}\\&db=\frac{m}{\frac{\partial f}{\partial b}}=\frac{m}{a}=\frac{1}{\sqrt{2}}\ \frac{du}{a}\\&\text{故}=\quad\frac{da}{a}=\frac{db}{b}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(\eta')$$

即チ u ノ測定値公算誤差 du ナル爲メニハ ab ノ公算誤差 (η') ナル如ク a,b ノ測定器及ビ測定方法、測定末位ヲ撰ベバ可ナリ。

例三　$u=\frac{a}{b}$

$$(\zeta)\cdots\cdots\cdots m=\frac{du}{\sqrt{n}}\qquad n=2\qquad m=\frac{du}{\sqrt{2}}$$

丙(イ)(ロ)……$\left\{\begin{array}{l}du\text{.....}\ u\ \text{ノ測定値ニ要スル單一測定}\\\text{値或ハ連續測定平均値ノ公算誤差}\end{array}\right.$

$$\left|\frac{\partial u}{\partial a}\right|=\left|\frac{\partial(\frac{a}{b})}{\partial a}\right|=\frac{1}{b}\qquad\left|\frac{\partial u}{\partial b}\right|=\left|\frac{\partial(\frac{a}{b})}{\partial b}\right|=\frac{a}{b^2}$$

$$(\eta)\cdots\cdots\cdots\left\{\begin{aligned}&da=\frac{m}{\frac{\partial u}{\partial b}}=mb=\frac{b}{\sqrt{2}}du\\&db=\frac{m}{\frac{\partial u}{\partial b}}\quad=m\frac{b^2}{a}\\&\qquad=\frac{1}{\sqrt{2}}\ \frac{b^2}{a}du\\&\text{故}=\quad\frac{da}{a}=\frac{db}{a}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(\eta')$$

即チ u ノ測定値公算誤差 du ナル爲メニハ a,b ノ公算誤差 (η') ナル如ク a,b ノ測定器及ビ測定方法、測定單位ヲ撰ベバ可ナリ。

例四　$u=a+\mathrm{K}b$ (K——誤差ナキ常數)

$$(\zeta)\cdots\cdots\cdots m=\frac{du}{\sqrt{n}}\qquad n=2\qquad m=\frac{du}{\sqrt{2}}$$

丙(イ)(ロ)……$\left\{\begin{array}{l}du\text{.....}\ u\ \text{ノ測定値ニ要スル單一測}\\\text{定値或ハ連續測定ノ公算誤差}\end{array}\right.$

$$\frac{\partial u}{\partial a}=\frac{\partial(a+\mathrm{K}b)}{\partial a}=1\qquad\frac{\partial u}{\partial b}=\frac{\partial(a+\mathrm{K}b)}{\partial b}=\mathrm{K}$$

$$(\eta)\cdots\cdots\cdots\left\{\begin{aligned}&da=\frac{m}{\frac{\partial u}{\partial b}}=\frac{du}{\sqrt{2}}\\&db=\frac{m}{\frac{\partial u}{\partial b}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\ \frac{du}{\mathrm{K}}\\&\text{故}=\quad du=\mathrm{K}db\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(\eta')$$

即チ u ノ測定値公算誤差 du ナル爲メニハ a,b ノ公算誤差 (η') ナル如ク a,b ノ測定器及ビ測定法、測定單位ヲ撰ベバ可ナリ。

III. 測定器ノ修正。

測定器ハ測定前調製シ且ツ其ノ修正率ヲ見出シ測定ニ際シ測定値ニ對スル修正値ヲ出シ得ル如クスルヲ要ス。

《1》 修正率ノ發見。

(イ)	原基ト連續數回比較シ其ノ差ノ平均ヲ出ス	若干値ニ對シテ行ヒ其ノ中間値ノ修正率ハ曲線或ハ內挿法ニテ出ス
(ロ)	旣知値ヲ連續數回測定シ其ノ差ノ平均ヲ出ス	若干ノ旣知値ニ對シテ行ヒ其ノ他ノ中間諸測定値ノ修正率ハ曲線或ハ內挿法ニテ出ス

《2》 修正值。

測定値ヨリ之レニ修正率ヲ施シタル修正値ヲ得ル爲メニハ次ノ如クス。

(イ) 機械ニ修正率表ヲ附シ測定値ニ對スル修正率ヲ見出シ之レヲ各測定値ニ修正スルコト。

(ロ) 測定値ニ對スル修正値ヲ表或ハ曲線トシ各測定値ニ對スル修正値ヲ直チニ見出スコト。

IV. 測定狀況ニ關スル修正。

測定値ニシテ測定狀況ニ依リ其ノ値ヲ異ニスルモノハ一定ノ狀況ノモノニ修正セザル可ラズ。

之レガ爲メニハ豫メ修正率ヲ見出シ III. (2) ノ如キ修正表或ハ曲線ヲ準備スルヲ便トス。

第三、 測定ノ實施及ビ測定値ノ整理。

I. 諸測定ハ確實ヲ主トシ且ツ時ト材料ノ經濟ヲ考慮ニ入ルヽヲ要ス。性急ニ行ヒ不確實ナルハ最モ忌ム

處ナリ。

II. 諸測定ノ記註ハ綿密ナルヲ要ス。

測定値ハ溫度濕度氣壓ニ依リ影響セラルヽコト多シ故ニ未ダ之等ノ測定値ニ對スル影響判然セザル測定ニアリテモ測定時之レヲ觀測記註シ後ニ至リ其ノ影響判然タリシトキノ修正ニ備フルヲ要ス。

III. 測定ノ裝置方法、測定末位ハ第二 II 決定ノモノニ依ル。

IV. 測定誤差。

(甲) 定誤差 (Constant Errors)

測定裝置、測定方法、測定物等ノ缺點ヨリ各測定値ニ必ラズ同一量トシテ含マルヽ誤差ナリ。

例ヘバ銅ノ比重測定ニ當リ其ノ銅中ニ氣泡アリトセバ比重ノ各測定値ハ眞ノモノヨリ一定量丈ケ小ナリ卽チ測定値ニハ一定ノ誤差アリ。

此ノ種一定誤差ノ有無ハ其ノモノヽ二三量ニ付キ異ナレル二三ノ方法ニテ測定ヲ行ヒ各測定平均値間ノ差ト各測定平均値ノ公算誤差ノ大小ニヨリ之レヲ決定ス。

(乙) 不意ノ誤差 (Accidental Errors)

測定値ヲ支配スル諸狀況ヲ同一トシ(同一ナラザルトキハ測定値ニ修正ヲ施シ同一ノモノトス)同量ヲ

連續測定スルモ各測定値多少異ナル卽チ各測定値ハ多少誤差ヲ伴フ此ノ誤差ヲ不意ノ誤差ト稱シ次ノ原因ニ基クモノナリ。

一、修正シ得ザル程小ナル各測定狀況ノ差違。

二、目盛讀方ノ不精。

三、其他測定値ヲ同程度ニ時ニハ高ク時ニハ低クカラシムル諸原因。

《1》 單一物ノ測定。

（イ） 平均誤差及ビ公算誤差。

n ……測定回數

第一回測定値……………m_1

第二回測定値…………m_2

…………………………

…………………………

第 n 回測定値…………m_n

n 回測定値ノ平均値

$$m=\frac{m_1+m_2+\ldots\ldots m_n}{n}$$

$$m_1-m=\triangle_1$$

$$m_2-m=\triangle_2$$

…………

…………

$$m_n-m=\triangle_n$$

$$D=\triangle_1^2+\triangle_1^2\ldots\ldots\ldots\ldots+\triangle_n^2$$

$$d=|\triangle_1|+|\triangle_2|+\ldots\ldots\ldots+|\triangle_n|$$

單一測定値ノ平均二乘誤差

$$\varepsilon=\pm\sqrt{\frac{D}{n-1}}\ldots\ldots(1)$$

平均誤差

$$\varepsilon'=\frac{d}{n}$$

單一測定値ノ公算誤差(公算誤差トハ之レヨリ大ナル誤差ト小ナル誤差ノ起ル回數同ジキモノヲ云フ)

$$r=\pm0.6745\sqrt{\frac{D}{n-1}}\ldots\ldots(2)$$

$$\doteqdot\pm\frac{2}{3}\sqrt{\frac{D}{n-1}}\ldots\ldots\ldots(3)$$

簡略式

$$r=0.8543\frac{d}{\sqrt{n(n-)}}\ldots.(4)$$

平均値 (m) ノ平均自乘誤差

$$E=\pm\sqrt{\frac{D}{n(n-1)}}\ldots\ldots(5)$$

平均値ノ公算誤差

$$r_0=\frac{r}{\sqrt{n}}$$

$$r_0=\pm0.6745E$$

$$=\pm0.6745\sqrt{\frac{D}{n(n-1)}}\ldots\ldots(6)$$

$$\doteqdot\frac{2}{3}\sqrt{\frac{D}{n(n-1)}}\ldots\ldots\ldots(7)$$

簡畧式

$$r_0=\pm0.8453\frac{d}{n\sqrt{n-1}}\ldots\ldots(8)$$

$\frac{0{\cdot}6745}{\sqrt{n-1}}$. 表

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0			0·6745	0·4769	0·3894	0·3372	0·3016	0·2754	0·2549	0·2385
10	0·2248	0·2133	2029	1947	1871	1803	1742	1686	1636	1590
20	1547	1508	1472	1438	1406	1377	1349	1323	1298	1275
30	1252	1231	1211	1192	1174	1157	1140	1124	1109	1094
40	1080	1066	1053	1041	1029	1017	1005	0994	0984	0974
50	0·0964	0·0954	0·0944	0·0935	0·0926	0·0918	0·0909	0·0901	0·0893	0·0886
60	0878	0871	0864	0857	0850	0843	0837	0830	0824	0818
70	0812	0806	0800	0795	0789	0781	0778	0773	0768	0763
80	0759	0754	0749	0745	0740	0736	0731	0727	0723	0719
90	0715	0711	0707	0703	0699	0696	0692	0688	0685	0681

$\frac{0{\cdot}6745}{\sqrt{n(n-1)}}$. 表

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0			0·4769	0·2754	0·1947	0·1508	0·1231	0·1041	0·0901	0·0795
10	0·0711	0·0643	0587	0540	0500	0465	0435	0409	0386	0365
20	0346	0329	0314	0300	0287	0275	0265	0255	0245	0237
30	0229	0221	0214	0208	0201	0196	0190	0185	0180	0175
40	0171	0167	0163	0159	0155	0152	0148	0145	0142	0139
50	0·0136	0·0134	0·0131	0·0128	0·0126	0·0124	0·0122	0·0119	0·0117	0·0115
60	0113	0111	0110	0108	0106	0105	0103	0101	0100	0098
70	0097	0096	0094	0093	0092	0091	0089	0088	0087	0086
80	0085	0084	0083	0082	0081	0080	0080	0079	0077	0076
90	0075	0074	0073	0073	0072	0071	0070	0069	0069	0068

$\frac{0.8453}{\sqrt{n(n-1)}}$, 表

n	0	1.	2	3	4	5	6	7	8	9
0			0·5978	0·3451	0·2140	0·1890	0·1543	0·1304	0·1130	0·0996
10	0·0891	0·0806	0736	0677	0627	0583	0546	0513	0483	0457
20	0434	0412	0393	0376	0360	0345	0332	0319	0307	0297
30	0287	0277	0268	0260	0252	0245	0238	0232	0225	0220
40	0214	0209	0201	0199	0194	0190	0186	0182	0178	0174
50	0·0171	0·0167	0·0164	0·0161	0·0158	0·0155	0·0152	0·0150	0·0147	0·0145
60	0142	0140	0137	0135	0133	0131	0129	0127	0125	0123
70	0122	0120	0118	0117	0115	0113	0112	0110	0109	0108
80	0106	0105	0104	0102	0101	0100	0099	0098	0097	0096
90	0095	0093	0092	0091	0090	0089	0089	0088	0087	0086

$\frac{0.8453}{n\sqrt{n-1}}$, 表

n	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0			0·4227	0·1993	0·1220	0·0845	0·0630	0·0493	0·0399	0·0332
10	0·0282	0·0243	0212	0188	0167	0151	0136	0124	0114	0105
20	0097	0090	0084	0078	0073	0069	0065	0061	0058	0055
30	0052	0050	0047	0045	0043	0041	0040	0038	0037	0035
40	0034	0033	0031	0030	0029	0028	0027	0027	0026	0025
50	0·0024	0·0023	0·0023	0·0022	0·0022	0·0021	0·0020	0·0020	0·0019	0·0019
60	0018	0018	0017	0017	0017	0016	0016	0016	0015	0015
70	0015	0014	0014	0014	0013	0013	0013	0012	0012	0012
80	0012	0012	0011	0011	0011	0011	0011	0010	0010	0010
90	0010	0010	0010	0009	0009	0009	0009	0009	0009	0009

或ル數ノ精度ヲ表ス爲メ之レニ其ノ平均誤差、平均二乘誤差或ハ公算誤差ヲ附記スル場合。最モ明瞭ナル方法。

A　　$\varepsilon=\pm a$　　或ハ A　　$r=\pm a'$

例ヘバ

A=13.56　$r=\pm 0.08$ ニ對シテハ　13.56　$r=\pm 0.08$

$\varepsilon'=\pm b$　　,,　　13.56　$\varepsilon'=\pm b$

$\mathrm{E}=\pm c$　　,,　　13.56　$\mathrm{E}=\pm c$

$r_0=\pm c'$　　,,　　13.56　$r_0=\pm c'$

單ニ A$\pm\alpha$(例ヘバ 13.56$\pm$0.08) ヲ以テ表ハス時ハαハ平均誤差ナルカ平均二乘誤差ナルカ或ハ公算誤差ナルカ不明故其ノ何レヲ用ヒタルヤヲ說明シ置クヲ要ス。

(ロ) 測定回數ト測定平均値ノ精度。

(1)……(8)式ヨリ見ルニ觀測回數(n)增スニ從ヒ測定平均値ノ公算誤差ヲ減ジ其ノ精度ヲ增ス而シテ回數小ナル間ハ回數一回ヲ增ス每ニ精度ノ增シ方大ナルモ回數大ナルニ從ヒ此ノ增シ方ノ率ヲ減ズ且ツ測定ノ回數過大ナルトキハ測定者ノ疲勞其ノ他ノ原因ヨリ却テ大ナル誤差ヲ生ズルヲ以テ測度ノ回數ハ適當ニ之レヲ定ムルヲ要ス。(普通六回位ヨリ大切ナルモ

ノハ二十六回位ニ及ブ)。

(ハ) 同一物ヲ二三ノ方法(各方法ニ定誤差ナキ場合)ニテ測定セル時ノ側定平均値。

	測定平均均値	公算誤差	重要度
第一　測定方法ニ依ル測定結果	m_1	r_{01}	$P_1=\frac{1}{r_{01}^2}$
第二　測定方法ニ依ル測定結果	m_2	r_{02}	$P_2=\frac{1}{r_{02}^2}$
第三　測定方法ニ依ル測定結果	m_3	r_{03}	$P_3=\frac{1}{r_{03}^2}$
…………………………			
…………………………			
第n　測定方法ニ依ル測定結果	m_n	r_{0n}	$P_n=\frac{1}{r_{0n}^2}$

測定平均値 $m=\dfrac{P_1m_1+P_2m_2+P_3m_3+\ldots\ldots P_nm_n}{P_1+P_2+P_3+\ldots\ldots P_n}$

測定平均値ノ平均二乘誤差$=\sqrt{\dfrac{P_1(m_1-m)^2+P_2(m_2-m)^2+\ldots}{(n-1)(P_1+P_2+\ldots\ldots P_n)}}$

$$=\sqrt{\frac{\Sigma Pd^2}{n-1\Sigma P}}$$

測定平均値ノ公算誤差$=0.6745\sqrt{\dfrac{\Sigma Pd^2}{(n-1)\Sigma P}}$

(2) 連合測定ニ於ケル各測定値誤差ノ連合測定値ニ及ボス結果。

$$u=f(a, b, c\ \ldots\ldots\ldots\ldots)$$

$da, db, dc\ldots\ldots\ldots$ ヲ a, b, c ノ誤差 (1. 平均誤差 2. 單一測定値、測定平均値ノ公算誤差) トス。

a ニ於ケル da ノ誤差ガ u ニ及ボス處ハ $\frac{\partial u}{\partial a}da$

b ニ於ケル dc ノ誤差ガ u ニ及ボス處ハ $\frac{\partial u}{\partial c}db$

c ニ於ケル dc ノ誤差ガ u ニ及ボス處ハ $\frac{\partial u}{\partial c}dc$

………………………………………………

$a:da.\ b:db,\ c:dc\ \ldots\ldots\ldots\ldots$ ノ誤差アルトキノ u ノ誤差 du ハ

$$du^2=\left(\frac{\partial u}{\partial a}da\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial b}db\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial c}dc\right)^2+\ldots\ldots\ldots$$

$$du=\sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial a}da\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial b}db\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial c}dc\right)^2+\ldots\ldots}$$

V. 計 算。

(1) 計算ノ様式。

多數ノ同一計算ヲナス場合ニハ之レガ誤ヲ少ナクシ且ツ時間ヲ節スルタメ一定ノ様式ヲ印刷シ置キ之ニ測定値ヲ入レ計算ニ當リテハ數字ノミ入レバ可ナル如クスルヲ要ス。

(2) 計算末位ノ決定。

計算ニ於ケル末位ハ各測定値ノモノハ $\boxed{11}$ 第二〔II〕ニテ決定セル許シ得ベキ公算誤差或ハ $\boxed{11}$ 第三 IV ニテ出セル公算誤差ノ首位ヨリ一ツ下位測定平均

値ノモノハ之レト同位トシ連合測定平均値ニアリテハ末位ヲ細字トス今測定結果ヨリ出セル平均値ノ公算誤差ヲ 0.051 トセバ平均値ノ末位ハ 0.01 位迄トス。

例ヘバ 13.56_8 ハ連合測定平均値ヲ表ハシ其ノ公算誤差ノ首位ハ ,001 位ニシテ 13.56_8 ノ 8 ハ確ナラズ 6 ハ確カナルヲ示ス。

例 (一) $u=a+b$

$a=205.3 \qquad r_{0a}=0.14 \qquad b=0.2829 \qquad r_{0b}=0.00024$

$\boxed{11}$ 第三 IV 乙《2》……$r_{0u}=\sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial a}\times r_{0a}\right)+\left(\frac{\partial u}{\partial b}\times r_{0b}\right)}$

$$\frac{\partial u}{\partial a}=1 \qquad \frac{\partial u}{\partial b}=1$$

$$r_{0u}=\sqrt{(r_{0a})^2+(r_{0b})^2}=\sqrt{(0.14)^2+(0.00024)^2}=0.14$$

故ニ $u=a+b=205.3+0.2829$ ハ小數以下一位迄デ取ル

即チ 205.6

簡略法

$u=a+b$ ノトキ u ハ ab 中末位ノ位ガ上ナル桁マデ計算ス。

<u>運算</u>

$$\begin{array}{r} 205.3 \\ 0.2829 \\ \hline 205.6 \end{array}(+$$

205.5829 トセズシテ 205.6 トス。

(二) $u=ab$

$a=8.341 \qquad r_{0a}=0.0012 \qquad b=552.69 \qquad r_{0b}=0.016$

$\boxed{11}$ 第三 IV 乙《2》……$r_{0u}=\sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial a}\times r_{0a}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial b}\times r_{0b}\right)^3}$

$$\frac{\partial u}{\partial a}=b \qquad \frac{\partial u}{\partial b}=a$$

$$r_u=\sqrt{(b\times r_{0a})^2+(a\times r_{0b})^2}=\sqrt{(552.69\times 0.0012)^2(8.341\times 0.016)^2}$$
$$=0.68$$

故ニ $u=ab=8.341\times 552.69$ ハ小數以下一位迄取ル

即 $u=ab=8.341\times 552.69=4610.0$

簡略法

(イ) 對數表或ハ計算器ヲ用フルトキ。

$u=ab$ ノ場合。

$a\times b$ 相乘積首位ノ數字ガ a, b 中精度不良ナルモノヽ首位ヨリ{1大ナルカ或ハ之レト等シキトキ 2小ナルトキ}ハ u ハ首位ヨリ a, b 中精度不良ナルモノ{1ト同桁丈 2ヨリ一桁多キ數丈}取ル。

前例 $\left\{\begin{array}{l} a=8.341 \\ b=552.69 \end{array}\right\}$ ニ於テ

ab 相乘積ノ首位ハ 4

ab 中精度不良ノモノ $a=8.341$ ノ首位ハ 8 前者ハ後者ヨリ小故 ab ノ相乘積ハ a ヨリ 1 桁多ク即チ五桁丈共ノ首位ヨリトル (4610.0)

(ロ)

運算 $\left\{\begin{array}{l} a=8.341 \\ b=552.69 \end{array}\right.$

1. ab 中桁ノ數少ナルモノヲ上ニ置ク。

$$\begin{array}{l} a\ldots\ldots\ 8.341 \\ b\ldots\ldots\underline{\overset{*}{9}6.255} \end{array}$$

2. ab 中桁ノ數多キモノヲ轉ジ其ノ末位ノ數字ヲ(1)ノ末位ノ數字ノ下ニ置ク。

$$\begin{array}{r} 4170.5 \\ 417.1 \\ 16.7 \\ 5.0 \\ .7 \\ \hline 4610.0 \end{array}$$

(三) $u=\dfrac{a}{b}$

$a=235.6$ $r_{0a}=0.24$ $b=843.25$ $r_{0b}=0.084$

$\boxed{11}$ 第三 IV 乙《2》……$r_{0u}=\sqrt{\left(\dfrac{\partial u}{\partial a}\times r_{0a}\right)^2+\left(\dfrac{\partial u}{\partial b}\times r_{0b}\right)^2}$

$$\left|\frac{\partial u}{\partial a}\right|=\frac{1}{b} \qquad \left|\frac{\partial u}{\partial b}\right|=\frac{a}{b^2}$$

$$r_u=\sqrt{\left(\frac{0.24}{843.25}\right)+\left\{\frac{235.6\times 0.084}{(843.25)^2}\right\}^2}=0.000286$$

故ニ $u=\dfrac{a}{b}=\dfrac{235.6}{843.25}$ ハ 0.0001 位迄トル

即チ 0.279_4

* ヨリ以上ノ數字アル場合ニハ之ヲ略シ用ヒズ、

簡略法

(イ) 對數表或ハ計算器ヲ用フルトキ

$u=\dfrac{a}{b}$ ノ場合

$u=ab$ ノ場合ニ同ジ

即チ $\dfrac{a}{b}$ 首位ノ數字ガ a,b 中精度不良ナルモノ首位ノ數字ヨリ $\left\{\begin{array}{l}\text{1 大ナルカ或ハ之レト等}\\\text{シキトキ　2 小ナルトキ}\end{array}\right\}$ ハ u ハ首位ヨリ ab 中精度不良ナルモノ $\left\{\begin{array}{l}\text{1 ト同桁丈}\\\text{2 ヨリ一桁多ク}\end{array}\right\}$ 取ル。

前例 $\left\{\begin{array}{l} a=235.6 \\ b=843.25 \end{array}\right\}$ ニ於テ

$\dfrac{a}{b}$ ノ首位ハ 2

ab 中精度不良ノモノ $a=235.6$ ノ首位ハ 2 前者ト後者同ジ故ニ $\dfrac{a}{b}$ ハ首位ヨリ a ト同桁即チ 4 桁トル (0.279_4)

(ロ) 運算

ab ノ中頭ヨリ數ヘテ桁數ノ多キモノヲ少ナキモノト同一ニス。

$$\begin{array}{c|r|l} b & a & \\ 843.2 & 235.6 & 0.2795 \\ & \underline{168.6} & \\ & 67.0 & \\ & \underline{59.0} & \\ & 8.0 & \\ & \underline{7.6} & \\ & 4 & \\ & \underline{4} & \\ & 0 & \end{array}$$

(四) $u=f(a, b, c, d\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)$

$\boxed{11}$ 第三IV乙《2》ニ依リ r_u ヲ出シ之レガ首位ト同位迄 u ノ位ヲトル。

(3) 小ナル數字ヲ以テスル計算ニ於ケル消略。

$\delta, \varepsilon, \varphi\ldots\ldots\ldots\ldots$ ヲ 1 ニ比シ小ナル數トセバ

$$\left.\begin{array}{l}\delta^2, \varepsilon^2, \varphi^2\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \delta\varepsilon, \delta\varphi, \varepsilon\varphi\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\end{array}\right\}$$

以上ノ項ハ $\delta, \varepsilon, \varphi$ ニ對シテ甚ダ小ナルヲ以テ計算ニ當リテ之レヲ消略スルヲ得。

例ヘバ

$$(1+\delta)^m=1+m\delta+\frac{m(m-1)}{1.\ 2}\delta^2+\frac{m(m-1)(m-2)}{1.\ 2.\ 3.}\delta^3+\ldots\ldots\ldots$$

ニテ $\delta=0.001$ トセバ $\delta^2=0.000001$ 故 δ^2 以上ノ項ヲ略スルモ大差ナシ

故ニ $(1+\delta)^m=1+m\delta$ トナスヲ得

今此ノ種ノ式ヲ列記セバ($\pm$ 或ハ $\mp$ ノ符アルモノハ皆上ノ符或ハ皆下ノ符ヲ取ル。

δ ハ 1 或ハ x ニ比シ小。

角度ハ「ラデアン」(57°.3) ヲ單位トス。

1. $(1+\delta)^m=1+m\delta$ $\qquad (1-\delta)^m=1-m\delta$

2. $(1+\delta)^2=1+2\delta$ $\qquad (1-\delta)^2=1-2\delta$

3. $\sqrt{1+\delta}=1+\frac{1}{2}\delta$ $\qquad \sqrt{1-\delta}=1-\frac{1}{2}\delta$

4. $\frac{1}{1+\delta}=1-\delta$ $\qquad \frac{1}{1-\delta}=1+\delta$

5. $\frac{1}{(1+\delta)^2}=1-2\delta$ $\qquad \frac{1}{(1-\delta)^2}=1+28$

5. $\frac{1}{\sqrt{1+\delta}}=1-\frac{1}{2}\delta$ $\qquad \frac{1}{\sqrt{1-\delta}}=1+\frac{1}{2}\delta$

7. $(1\pm\delta)(1\pm\varepsilon)(1\pm\varphi)\ldots\ldots\ldots\ldots=1\pm\delta\pm\varepsilon\pm\varphi$

8. $\frac{(1\pm\delta)(1\pm\varphi)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}{(1\pm\varepsilon)(1\pm q)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}=1\pm\delta\pm\varphi\ldots\ldots\mp\varepsilon\mp q$

9. P_1P_2 ノ差少ナルトキ $(P^2=P_1+\delta)$

$$\sqrt{P_1P_2}=\underline{\frac{1}{2}(P_1+P_2)}$$

$$\sqrt{P_1P_2}=\sqrt{P_1}\sqrt{P_1+\delta}=P_1\sqrt{1+\frac{\delta}{P}}$$

$$(3)\ldots\ldots\ldots=P_1\left(1+\frac{1}{2}\ \frac{\delta}{P_1}\right)=P_1+\frac{\delta}{2}$$

$$=\underline{\frac{P_1+P_1\delta}{2}}=\frac{P_1+P_2}{2}$$

10. $\sin(x+\delta)=\sin x+\delta\cos x,$ $\qquad \sin\delta=\delta$

$\cos(x+\delta)=\cos x-\delta\sin r,$ $\qquad \cos\delta=1$

$\tan(x+\delta)=\tan x+\frac{\delta}{\cos^2 x}$ $\qquad \tan=\delta$

11. $\sin\delta=\delta\left(1-\frac{1}{6}\delta^2\right),$ $\qquad \cos\delta=1-\frac{1}{2}\delta^2$

$\tan\delta=\delta\left(1+\frac{1}{3}\delta^2\right)$

$$\ln(x+\delta)=\ln x-\frac{\delta}{x}-\frac{1}{2}\frac{\delta^2}{x^2}$$

$$\ln(1+\delta)=\delta-\frac{1}{2}\delta^2$$

12. $\ln\frac{x+\delta}{x-\delta}=2\frac{\delta}{x}+\frac{2}{3}\frac{\delta^3}{x^3}$

13. $e^\delta=1+\delta$ $\qquad a^\delta=1+\delta\ln a$

(4) 各測定値ノ修正

各測定値ニハ器械及ビ測定狀況ニ對スル修正ヲ行フ〔$\boxed{11}$第二(III)(IV)〕。

(5) 平均

平均ヲ出ス數ヨリ其ノ平均ニ近キ數ヲ減ゼルモノノ平均ヲ出シ之レヲ初メ減ゼル平均ノ近似數ニ加フ。

$$a_1=a_0+\alpha_1$$

$$a_2=a_0+\alpha_2$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$a_n=a_0+\alpha_n$$

$$\frac{a_1ra_2+\cdots\cdots\cdots\cdots a_n}{n}=a_0+\frac{\alpha_1+\alpha_2+\cdots\cdots\cdots\cdots\alpha_n}{n}$$

例 23°.13, 23°.15, 23°.16, 23°.12, 22°.09,

ノ平均ハ

$$23°.10+\frac{3+5+6+2-1}{5}=23°.10+0°.03=23°.13$$

(6) 同一値連續測定ニ於ケル不規測定値ノ除外。

A. 一般

(イ) 連續測定値ヨリ平均各測定値ノ誤差。

(△) 公算誤差(r)ヲ出ス。

(ロ) $P=\frac{2n-1}{2n}$ ヨリPヲ出シ「プロバリテイー」表ヨリ此ノPニ對スル$\frac{x}{r}$ヲ求メ〔或ハ極限誤差表ヨリ$\frac{x}{r}$ヲ求メ〕(イ)ノ(r)ヲ用ヒxヲ得。

x………極限誤差ニシテ誤差之レヨリ大ナル測定値ハ不規ナリトス。

n………連連續測定回數。

P………xヨリ小ナル誤差ノ起ル Probobility.

r………公算誤差。

(ハ) 此ノxト(イ)ニテ出セル各誤差ヲ比較シ其ノ誤差ノxヨリ大ナル測定値アレバ不規ノモノ故之レヲ除ク。

(ニ) 不規測定値ヲ除キタルモノヽ平均値各測定値ノ誤差及公算誤差ヲ出シ(ロ)以下ノ方法ヲ繰返シ不規測定値ナキニ至ル。

B. 表ナキトキノ大略法。

(イ) 連續測定値ヨリ平均値

各測定値ノ誤差(△)及ビ平均誤差(ε_1')ヲ出ス。

(ロ) 其誤差ガ平均誤差ノ二倍ニ近キ測定値アルトキハ之ヲ除キ他ノ測定値ノ平均値、各測定値ノ誤差(△)及平均誤差(ε_2')ヲ出ス。

(ハ) 除キタル測定値ト(ロ)ノ平均値トノ差ヲ出シ其ノ差ガ $3\varepsilon_2'$ ヨリ大ナルトキハ除キタル測定値ハ不規値ナリ。

(ニ) 不規値ヲ除キタルモノニ付キ(イ)以下ヲ繰返ス。

「プロバビリテー」表 { r 公算誤差
x 誤差
P xヨリ小ナル誤差ノ起ル「プロバビリテー」 }

P%	$\frac{x}{r}$	P%	$\frac{x}{r}$	P%	$\frac{x}{r}$	P%	$\frac{x}{r}$	P%	$\frac{x}{r}$
1	0.02	21	0.40	41	0.80	61	1.27	81	1.94
2	0.04	22	0.41	42	0.82	62	1.30	82	1.98
3	0.06	23	0.43	43	0.84	63	1.33	83	2.03
4	0.07	24	0.45	44	0.86	64	1.36	84	2.08
5	0.09	25	0.47	45	0.89	65	1.39	85	2.13
6	0.11	26	0.49	46	0.91	66	1.42	86	2.18
7	0.13	27	0.51	47	0.93	67	1.45	87	2.24
8	0.15	28	0.53	48	0.95	68	1.48	88	2.30
9	0.17	29	0.55	49	0.97	69	1.51	89	2.31
10	0.18	30	0.57	50	1.00	70	1.54	90	2.44
11	0.20	31	0.59	51	1.02	71	1.57	91	2.52
12	0.22	32	0.61	52	1.04	72	1.60	92	2.60
13	0.24	33	0.63	53	1.07	73	1.64	93	2.69
14	0.26	34	0.65	54	1.09	74	1.67	94	2.78
15	0.28	35	0.67	55	1.12	75	1.11	95	2.91
16	0.30	36	0.70	56	1.14	76	1.74	96	3.04
17	0.32	37	0.72	57	1.17	77	1.78	97	3.22
18	0.34	38	0.74	58	1.19	78	1.82	98	3.45
19	0.36	39	0.76	59	1.22	79	1.86	99	3.82
20	0.38	40	0.78	60	1.25	80	1.90	100	∞

極限誤差表

n. 觀測回數
x. 之レ以上ノ誤差アルモノハ不規値
r. 公算誤差

n	$\frac{x}{r}$	n	$\frac{x}{r}$	n	$\frac{x}{r}$	n	$\frac{x}{r}$	n	$\frac{x}{r}$
1	1.00	6	2.57	11	2.97	16	3.20	30	3.57
2	1.71	7	2.67	12	3.02	17	3.23	40	3.73
3	2.05	8	2.76	13	3.07	18	3.27	50	3.82
4	2.27	9	2.64	14	3.12	19	3.31		
5	2.44	10	2.91	15	3.16	20	3.34		

例ノ一、某角ヲ連續十三回測定セルトキノ不規測定値ノ除外〔(A)法ニ依ル〕。

(A)(イ)ニ依リ

某角ノ連續測定値 (M)	△ (M−m)	△²
62°−12′−51″.75	2.69	7.24
48.45	0.61	0.37
50.60	1.54	2.37
47.85	1.21	1.46
51.05	1.99	3.96
47.75	1.31	1.72
47.40	1.66	2.76
48.85	0.21	0.04
49.20	0.14	0.02
48.90	0.16	0.03
50.90	1.89	3.57
50.55	1.49	2.22
44.45	4.61	21.25
平均値 m　62°−12′−49″.06		Σ△² = 47.01

$$r=0.6745\sqrt{\frac{\Sigma\triangle^2}{n-1}}$$

$$=0.6745\sqrt{\frac{47.01}{13-1}}=1''.32$$

(A)(ロ)……$P=\frac{2n-1}{2n}$. $n=13$

$=\frac{2\times13-1}{2\times13}=0.962$

「プロバビリテイ」表ヨリ

$\frac{x}{r}=3.07$

或ハ極限ノ誤差表ヨリ直チニ $\frac{x}{r}=3.07$

$r=1.32$ $x=3.07\times1.32=4.05$

(A)(ハ)……△欄ヲ見ルニ最後ノ 4.61 ノミ 4.05 ヨリ大ナリ故ニ之ニ對スル測定値 62°−12′−45″.45 ハ不規トシテ除ク。

(A)(ニ)……不規測定値ヲ除ケル十二回ノ測定値ヨリ (A)(イ)以下ノ方法ヲ繰返シ x ヲ出シ△ト比較スルニ x ヨリ大ナル△ノモノナキヲ以テ更ラニ不規値ナキモノトス。

例ノ二、連續發射ニ於ケル測定初速中不規ノモノ除外〔(B)大略法ニ依ル〕。

(B)(イ)……

V_0	$\triangle$ $(V-V_{0m})$
752.2	+1.06
751.2	+0.06
754.1	+2.96
751.0	−0.14
747.2	−3.94
$V_{0m}=751.14$	$\varepsilon'=1.36$

(B)(ロ)……$\triangle=3.94$ ハ $\varepsilon'\times2=3.3$ ニ近キヲ以テ 3.94 ニ對スル $V_0=747.2$ ヲ除ク。

V_0	$\triangle'$
752.2	0.08
751.2	0.92
754.1	1.98
751.0	1.12
$V_{0m}=752.12$	$\varepsilon'=1.03$

(B)(ハ)……$752.1-747.2=4.9$

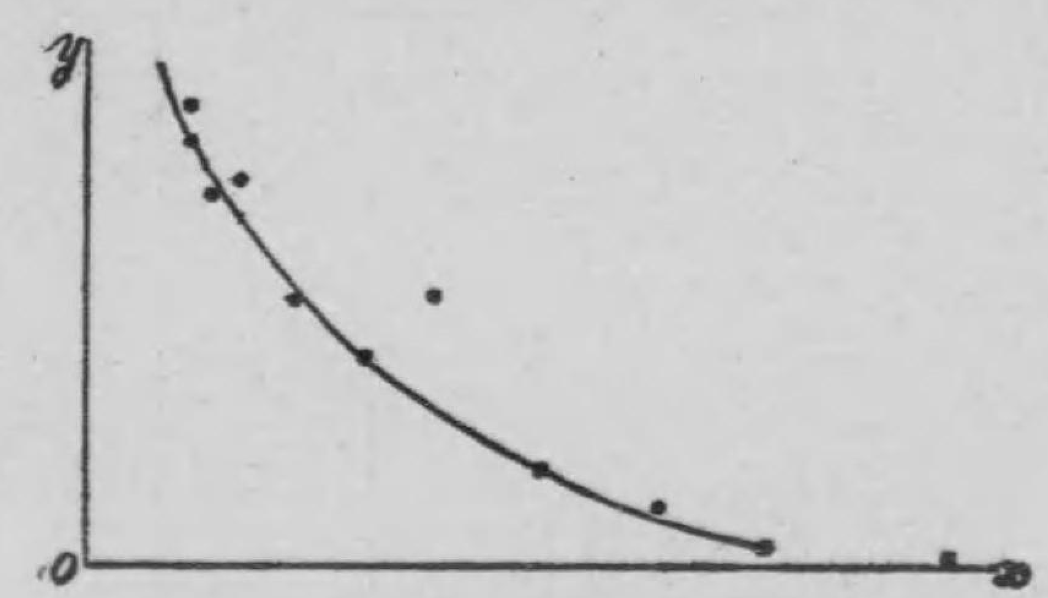
$\varepsilon'\times3=1.03\times3=3.09$ $3.09<4.9$

故ニ 747.2 ヲ除ク。

(7) 二變數測定對値中不規ノモノヽ除外、修正及ビ測定値以外ノ諸對値ノ出シ方。

(A) 曲線ノミニ依ルモノ。

二直交軸ヲ作リ一變數諸値ヲ横軸ニ取リ之ヨリ縦線ヲ立テ他變數ノ測定ヲ縦軸ニ取リ之レヨリ



橫線ヲ引キ縱線橫線ノ交點ヲ得。

之レ等交點ノ位置ヲ考ヘ一曲線ヲ引ケバ誤測定値ヲ斥クヲ得ベク且ツ此ノ曲線ヨリ一變數ノ任意値ニ對スル他變數ノ對値ヲ出スヲ得。

(B) 計算ノミニ依ル場合及ビ之ト曲線ヲ併用スル場合。

(イ) 一變數ノ等間隔値ニ對シ他變數ヲ測定セシ場合。

1. 差ノ定理ニ依リ〔后出(8)〕測定値不規ノモノヲ修正シ。

2. 內挿法〔后出(9)〕ニ依リ先ノ間隔ヲ更ラニ等分セル小間隔ノ一變數或ハ先キノ間隔ノ任意一變値ニ對スル他變數對値ヲ出ス。

例　$u=f(t)$

$t°c$ ニ對スル	u ノ測定値
5°	u_1
10°	u_2
15°	u_3
20°	u_4
25°	u_5
30°	u_6
35°	u_7
40°	u_8
45°	u_9
50°	u_{10}

1. 差ノ定理ニ依リ〔后出(8)〕u_1………u_{10} 中不規値ヲ修正ス。

2. t 測定間隔ノ $\frac{1}{5}$ タル各度ニ對スル u ノ値ヲ出スニハ內挿法〔后出(9)〕ニ依ル。

(ロ) 一變數ノ諸値ニ對シ他變數ヲ測定セル場合。

(α) 二變數ノ測定對値ヨリ二變數ノ曲線ヲ書キ〔(A)ニ依ル〕之レヨリ一變數ノ等間隔ニ對スル他變數ノ値ヲ出シ差ノ定理〔后出(8)〕ニ依リ不規値ヲ修正ス次ニ內挿法〔后出(9)〕ニ依リ先ノ間隔ヲ更ラニ等分セル小間隔一變數或ハ先ノ間隔間ノ任意一變數値ニ對スル他變數對値ヲ出ス。

(β) 諸測定對値ヲ兩變數間ノ關係式ニ入レ或ル函數ヲ出シ之レト一變數ノ曲線ヲ作リ此ノ曲線ヨリ一變數ノ或ル等間隔値ニ對スル函數値ヲ出シ此ノ函數ヲ用ヒ他變數ヲ算出シ差ノ定理〔后出(8)〕ニテ不規値ヲ修正シ內挿法〔后出(9)〕ニテ先ノ間隔ヲ更ラニ等分セル小間隔ノ一變數或ハ先ノ間隔間ノ任意ノ一變數値ニ對スル他變數對値ヲ出ス。

(α) ノ**例**

測壓器用銅柱壓力表ノ調製。

1. 銅柱ヲ「マノメーター」ヲ用ヒ數個壓力ニテ壓縮シ其ノ壓縮后ノ長サヲ測定ス。

2. 壓力ト壓縮后長トノ曲線ヲ引キ之レヨリ銅柱壓縮后長每 0.1 粍ニ對スル壓力ヲ

出シ差ノ定理ニテ〔后出(8)〕不規値ヲ修正ス。

3. 内挿法〔后出(9)〕ニ依リ(2)ノ間隔ノ$\frac{1}{10}$即チ毎0.01ミリノ銅柱壓縮后長ニ對スル壓力ヲ求ム。

(β)ノ例

射表編成ニ於ケル射距離ニ對スル射角。

(「パロディ」「コルナロ」次等彈道表ヲ用フ)。

<u>射角</u>ニ對スル<u>測定射距離</u>

φ_1 .... X_1

φ_2 .... X_2

φ_3 .... X_3

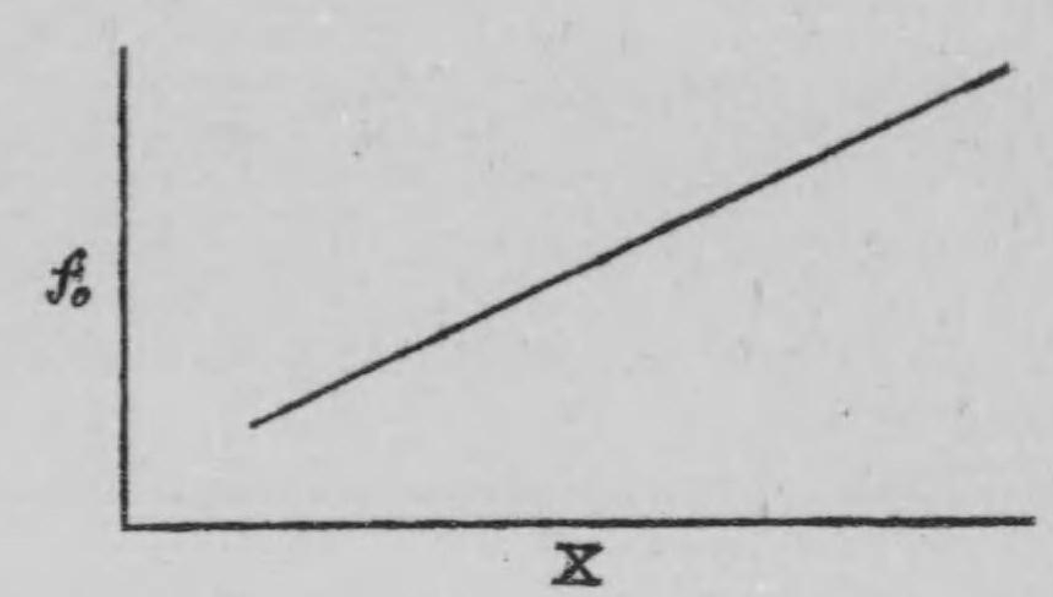
φ_4 .... X_4

....

以上ノ測定値ニ對スル$f_1=\frac{V_2\sin 2\varphi}{X}$ヲ計算シ更ニ$f_1$表ヨリ之レニ對スル$f_0=\frac{X}{c'}$ヲ出ス。

射角	測定射距離	f_1	$f_0=\frac{X}{c'}$
φ_1	X_1	$f_{1(1)}$	$f_{0(1)}$
φ_2	X_2	$f_{1(2)}$	$f_{0(2)}$
φ_3	X_3	$f_{1(3)}$	$f_{0(3)}$
φ_4	X_4	$f_{1(4)}$	$f_{0(4)}$
......	......	......	......
......	......	......	......

f_0, X 曲線ヲ作ル。



此ノ曲線ヨリ500_m間隔ノXニ對スルf_0ヲ出シf_1表ヨリ更ラニf_1ヲ出シ射角φヲ計算シ之レニ出行角ヲ改正シ仰角ヲ出ス。

差ノ定理〔后出(8)〕ニ依リ此ノ500_m間隔ノXニ對スル算出仰角中不規ノモノヲ修正シ内挿法〔后出(9)〕ニ依リ$500_m\times\frac{1}{5}=100_m$間隔ノXニ對スル仰角ヲ出ス。

(8) 差ノ定理。

x, yヲ二變數トス。

$x_0 x_1$ ...... ヲxノ等間隔ノ諸値トシ。

$y_0 y_1$ .... ヲ$x_0 x_1$ .... ニ對スルyノ値トス。

$y_0 y_1$ .... 中ノ不規値ノ修正法次ノ如シ。

1. 次ノ如クyノ諸値間ノ差ヲ出ス。

x	y	$\triangle^1$	$\triangle^2$	$\triangle^3$	$\triangle^4$	$\triangle^5 \cdots\cdots \triangle^n$
x_0	y_0					
		$\triangle_0^1=y_1-y_0$				
x_1	y_1		$\triangle_0^2=\triangle_1^1-\triangle_0^1$			
		$\triangle_1^1=y_2-y_1$		$\triangle_0^3=\triangle_1^2-\triangle_0^2$		
x_2	y_2		$\triangle_1^2=\triangle_2^1-\triangle_1^1$		$\triangle_1^4=\triangle_1^3-\triangle_0^3$	
		$\triangle_2^1=y_3-y_2$		$\triangle_1^3=\triangle_2^2-\triangle_1^2$		
x_3	y_3		$\triangle_2^2=\triangle_3^1-\triangle_2^1$		$\triangle_1^4=\triangle_2^3-\triangle_1^3$	
		$\triangle_3^1=y_4-y_3$		$\triangle_2^3=\triangle_3^2-\triangle_2^2$		
x_4	y_4		$\triangle_3^2=\triangle_4^1-\triangle_{31}$		$\triangle_2^4=\triangle_3^3-\triangle_2^3$	
		$\triangle_2^1=y_5-y_4$		$\triangle_3^3=\triangle_4^2-\triangle_3^2$	$\vdots$	
x_5	y_5		$\triangle_4^2=\triangle_5^1-\triangle_4^1$	$\vdots$		
		$\triangle_5^1=y_6-y_5$	$\vdots$			
x_6	y_6	$\vdots$				
$\vdots$	$\vdots$					

$\triangle_1\triangle_2\cdots\cdots$ノ差ノ模樣ニ依リ $\triangle^n$ ノ n ヲ適當ニ撰ブ。

2. $\triangle_2\cdots\cdots$ 中ノ何レカニ其ノ價不規ノモノアルトキハ之レト同一水平線ニアル y ノ値ハ不規ナルヲ以テ y ノ値ニ1ノ增減ヲ施セシトキ $\triangle^n$ ニ幾何ノ增減アルヤヲ出シ y ノ不規値ヲ修正ス。

今 $\triangle_2^2$ 値不規ナレバ

y_1				
	$\triangle_1^1$			
y_2		$\triangle^2+1$		
	$\triangle_2^1+1$		$\triangle_1^3+3$	
y_{3-1}		$\triangle_2^2+2$		$\triangle_1^4+6$
	$\triangle_3^1-1$		$\triangle_2^3+3$	
y_4		$\triangle_3^2+1$		
	$\triangle_4^1$			
y_5				

y:1ノ增減アルトキハ $\triangle^4$ ニハ六倍卽チ $1\times6=6$ ノ增減アリ。

今 $\dfrac{\triangle_1^4}{6}=a+b$
或ハ $\quad =-(a+b)$ $\left\{\begin{array}{l} a \text{ 整數} \\ b \text{ 分數} \end{array}\right\}$ トス。

故ニ $\pm a$ 或ハ $\mp(a+1)(b>\frac{1}{2}$ ノトキ$)$ ヲ y_3 ニ施セバ $\triangle_2^2$ 及 $\triangle_1^4$ ノ値適當トナル卽チ $y_3\mp a$ 或ハ $y_3\pm(a+1)$ ハ y_3 ノ修正値ナリ。

例

	射距離 $X_{(m)}$	算出仰角 α(分)	$\triangle^1$	$\triangle^2$	$\triangle^3$	$\triangle^4$
0	0					
1	500	45				
			54			
2	1000	99		15		
			69		-15	
3	1500	168		0		28
			69		13	
4	2000	237		13		-29
			82		-6	
5	2500	319		7		02
			89		-4	
6	3000	408		3		14
			92		10	
7	3500	500		13		-14
			105		-4	
8	4000	605		9		
			114			
9	4500	719				

$\triangle^2$ 欄0及ビ13ハ不規ト認メラルヽヲ以テ之レニ對スル α_3, α_7 ニ修正ヲ施ス。

$$\frac{\triangle_4}{6}=\frac{28}{6}=4+\frac{4}{6}$$

故ニ α_3 ノ修正値ハ $\quad \alpha_3=168-(4+1)=163$

$$\frac{-14}{6}=-\left(2+\frac{2}{6}\right)$$

故ニ α_7 ノ修正値ハ　$\alpha_7=500-(-2)=502$

修正値ニ對シ $\triangle_1$……… ヲ作レバ

	X	α	$\triangle^1$	$\triangle^2$	$\triangle$	$\triangle$
0	0					
1	500	45				
			54			
2	1000	99		10		
			64		0	
3	1500	163		10		−2
			74		−2	
4	2000	237		8		
			82			
5	2500	319		7		
			89			
6	3000	408		5		
			94		4	
7	3500	502		9		−2
			103		2	
8	4000	605		11		
			114			
9	4500	719				

(9)　內挿法 (Interpolation)

xy ヲ二變數トス。

x_0x_1………ヲ x ノ等間隔諸値トシ。

Y_0Y_1………ヲ x_0x_1 ニ對スル y ノ修正對値トス。

x_0x_1, x_1x_2………間ノ任意ノ値ニ對スル y ノ對値算出ハ次ノ法ニ依ル。

1.　次ノ如ク y ノ諸値間ノ差ヲ出ス。

x	y	$\triangle^1$	$\triangle^2$	$\triangle^3$	$\triangle^4$…………
x_0	Y_0				
		$\triangle_0^1=Y_1-Y_0$			
x_1	Y_1		$\triangle_0^2=\triangle_1^1-\triangle_0^1$	$\triangle_0^3=\triangle_1^2-\triangle_0^2$	
		$\triangle_1^1=Y_2-Y_1$			$\triangle_0^4=\triangle_1-\triangle_0$
x_2	Y_2		$\triangle_1^2=\triangle_2^1-\triangle_1^1$	$\triangle_1^3=\triangle_2^2-\triangle_1^2$	
		$\triangle_2^1=Y_3-Y_2$			$\triangle_1^4=\triangle_2-\triangle_1$
x_3	Y_3		$\triangle_2^2=\triangle_3^1-\triangle_2^1$	$\triangle_2^3=\triangle_3^2-\triangle_2^2$	
		$\triangle_3^1=Y_4-Y_3$			$\triangle_2^4=\triangle_3-\triangle_2$
x_4	Y_4		$\triangle_3^2=\triangle_2^1-\triangle_3^1$	$\triangle_3^3=\triangle_4^2-\triangle_3^2$	⋮
		$\triangle_5^1=Y_5-Y_4$		⋮	
x_5	Y_5		$\triangle_4^2=\triangle_5^1-\triangle_4^1$		
		$\triangle_5^1=Y_6-Y_5$	⋮		
x_6	Y_6	⋮			
⋮	⋮				

2.　x_mx_{m+1} 間ノ任意ノ値 $x_m+\dfrac{a}{x_{m+1}-x_m}$ ニ對スル y ノ値 Y_a ハ次式ニ依リ出スヲ得。

$\dfrac{a}{x_{m+1}-x_m}=n$ トスレバ

$$Y_a=Y_m+\frac{n}{1}\triangle^1{}_m+\frac{n(n-1)}{1,2}\triangle_m{}^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{1,2,3}\triangle^3{}_m+\ldots(1)$$

必要ナル位ヲ得ル迄ノ項ヲ取ル。

3.　x_mx_{m+1} 間ヲ P 等分セル x ノ値ニ對スル y ノ對値ヲ出スニハ

$$\left.\begin{array}{l} n_1=\dfrac{1}{P} \\ n_2=\dfrac{2}{P} \\ \cdots\cdots\cdots \\ nP-1=\dfrac{P-1}{P} \\ \dfrac{x_{m+1}-x_m}{P}=d \text{ トスレバ} \\ \dfrac{d}{x_{m+1}-x_m}=\dfrac{1}{P} \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(II)$$

$$
\left.\begin{array}{l}
\text{(I) ノ } a \text{ ヲ } d \text{ トスレバ (II) ヨリ (I) 式ノ } n \text{ ハ} \\[4pt]
\qquad n=\dfrac{a}{x_{m+1}-x_m}=\dfrac{d}{x_{m+1}-x_m}=\dfrac{1}{\mathrm{P}}=n_1 \\[8pt]
\text{(I) ノ } a \text{ ヲ } 2d \text{ トスレバ (II) ヨリ (I) 式ノ } n \text{ ハ} \\[4pt]
\qquad n=\dfrac{a}{x_{m+1}-x_m}=\dfrac{2d}{x_{m+1}-x_m}=\dfrac{2}{\mathrm{P}}=n_2 \\[8pt]
\qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\[4pt]
\qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\[8pt]
a \text{ ヲ } (\mathrm{P}-1)d \text{ トスレバ (II) 式ヨリ (I) 式ノ } n \text{ ハ} \\[4pt]
\qquad n=\dfrac{a}{x_{m+1}-x_m}=\dfrac{(\mathrm{P}-1)d}{x_{m+1}-x_m}=\dfrac{\mathrm{P}-1}{\mathrm{P}}=n_{\mathrm{P}-1}
\end{array}\right\}\cdots\cdots(\mathrm{III})
$$

x_m+d ニ對スル y ノ値 Y_d ハ (I) (II) ヨリ

$$\mathrm{Y}_d=\mathrm{Y}_m+\frac{n_1}{1}\triangle^1_m+\frac{n_1(n_1-1)}{1,\,2}\triangle^2_m+\frac{n_1(n_1-1)(n_1-2)}{1,\,2,\,3}\triangle^3_m+\cdots\cdots$$

x_m+2d ニ對スル y ノ値 Y_{2d} ハ (I) (III) ヨリ

$$\mathrm{Y}_{2d}=\mathrm{Y}_m+\frac{n_2}{1}\triangle^1_m+\frac{n_2(n_2-1)}{1,\,2}\triangle^2_m+\frac{n_2(n_2-1)(n_2-2)}{1,\,2,\,3}\triangle_m^3+\cdots\cdots$$

……………………………………………………

$x_m+(\mathrm{P}-1)d$ ニ對スル y ノ値 $\mathrm{Y}_{(\mathrm{P}-1)d}$ ハ (I) (III) ヨリ

$$\mathrm{Y}_{(\mathrm{P}-1)d}=\mathrm{Y}_m+\frac{n_{\mathrm{P}-1}}{1}\triangle_m^1+\frac{n_{\mathrm{P}-1}(n_{\mathrm{P}-1}-1)}{1,\,2}\triangle^2_m$$

$$+\frac{n_{\mathrm{P}-1}(n_{\mathrm{P}-1}-1)(n_{\mathrm{P}-1}-2)}{1,\,2,\,3,}\triangle^3_m+\cdots\cdots\cdots$$

例

X	α	$\triangle^1$	$\triangle^2$
2000	$9^\circ-37'=577'$		
		175	
2500	$12^\circ-32'=752'$		13
		188	
3000	$15^\circ-40'=940'$		

今毎 100 ノ X ニ對スル α ヲ出スニハ

$n_r \ldots\ldots n_1=\dfrac{1}{5}$	$n_2=\dfrac{2}{5}$	$n_3=\dfrac{3}{5}$	$n_4=\dfrac{4}{5}$
$\dfrac{n}{1}=0.2$	0.4	0.6	0.8
$\dfrac{n_r(n_r-1)}{1,\,2}=-3.08$	-0.12	$-0'.12$	$-0'.08$

$$\alpha_{2100}=\alpha_{2000}+0.2\times175-0.08\times13=610=10^\circ-10'$$

$$\alpha_{22000}=\alpha_{2000}+0.4\times175-0.12\times13=645=10^\circ-45'$$

……………………………………………………

	$\frac{n_r}{1}$								
n_r	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\frac{1}{2}$	0.5000								
$\frac{1}{3}$	0.3333	0.6667							
$\frac{1}{4}$	0.2500	0.5000	0.7500						
$\frac{1}{5}$	0.2000	0.4000	0.6000	0.8000					
$\frac{1}{6}$	0.1667	0.3333	0.5000	0.6667	0.8333				
$\frac{1}{7}$	0.1429	0.2857	0.4285	0.7514	0.7143	0.8571			
$\frac{1}{8}$	0.1250	0.2500	0.3750	0.5000	0.6250	0.7500	0.8750		
$\frac{1}{9}$	0.1111	0.2222	0.3333	0.4444	0.5556	0.6667	0.7778	0.8889	
$\frac{1}{10}$	0.1000	0.2000	0.3000	0.4000	0.5000	0.6000	0.7000	0.8000	0.9000

$\frac{n_r(n_r-1)}{1,2}$									
n_r	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\frac{1}{2}$	−0.1250								
$\frac{1}{3}$	−0.1111	−0.1111							
$\frac{1}{4}$	−0.0938	−0.1250	−0.0938						
$\frac{1}{5}$	−0.0800	−0.1200	−0.1200	−0.0800					
$\frac{1}{6}$	−0.0694	−0.1111	−0.1250	−0.1111	−0.0694				
$\frac{1}{7}$	−0.0612	−0.1020	−0.1224	−0.1224	−0.1020	−0.0612			
$\frac{1}{8}$	−0.0547	−0.0938	−0.1172	−0.1250	−0.1172	−0.0938	−0.0547		
$\frac{1}{9}$	−0.0494	−0.0864	−0.1111	−0.1235	−0.1235	−0.1111	−0.0864	−0.0494	
$\frac{1}{10}$	−0.0450	−0.0800	−0.1050	−0.1200	−0.1250	−0.1200	−0.1050	−0.0800	−0.0450

$\frac{n.(n-1)(n-2)}{1,2,3}$									
n_r	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\frac{1}{2}$	0.0625								
$\frac{1}{3}$	0.0617	0.0494							
$\frac{1}{4}$	0.0547	0.0625	0.0391						
$\frac{1}{5}$	0.0480	0.0640	0.0560	0.0320					
$\frac{1}{6}$	0.0424	0.0617	0.0625	0.0494	0.0270				
$\frac{1}{7}$	0.0509	0.0783	0.0861	0.0783	0.0587	0.0313			
$\frac{1}{8}$	0.0342	0.0547	0.0635	0.0625	0.0537	0.0391	0.0205		
$\frac{1}{9}$	0.0311	0.0512	0.0617	0.0640	0.0594	0.0494	0.0352	0.0183	
$\frac{1}{10}$	0.0285	0.0480	0.0595	0.0640	0.0625	0.0560	0.0455	0.0320	0.0165

(10) 差ニ依ル微分係數ノ見出シ方。

(9) ノ x_{m+n} ニ於ケル微分係數ハ (9) (I) ヲ n ニ付キ微分セバ之レヲ得。

即チ
$$\frac{dY_a}{dn}=\triangle^1{}_m+\frac{n(n-1)}{\lfloor\underline{2}}\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{n-1}\right)\triangle^1{}_m+\frac{n(n-1)(n-2)}{\lfloor\underline{3}}$$
$$\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{n-1}+\frac{1}{n-2}\right)\triangle^3{}_m\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(a)$$

x_m ニ於ケルモノハ (a) ニ於テ $n=0$ ト置ケバ之レヲ得。

即チ
$$\left(\frac{dY_a}{dn}\right)_m=\triangle^1{}_m-\frac{1}{2}\triangle^2{}_m+\frac{1}{3}\triangle^3{}_m\ldots\ldots\ldots\ldots$$

(9) ノ x_{m+n} 點ニ於ケル二回微分係數ハ (a) ヲ n ニ付キ微分セバ之レヲ得。

即チ
$$\frac{d^2Y_a}{dn^2}=\triangle^2{}_m+\frac{n(n-1)(n-3)}{\lfloor\underline{3}}$$
$$\left\{\frac{2}{n(n-1)}+\frac{2}{(n-1)(n-2)}+\frac{2}{(n-2)n}\right\}\triangle^3{}_m+\ldots\ldots(b)$$

m ニ於ケルモノハ (b) ニ於テ $n=0$ ト置ケバ之レヲ得。

即チ
$$\left(\frac{d^2Y_a}{dn^2}\right)_m=\triangle^2{}_m-\triangle^3{}_m+\frac{11}{12}\triangle^4{}_m-\frac{5}{6}\triangle^5{}_m+\ldots\ldots\ldots$$

(11) 平面容積ノ計算。

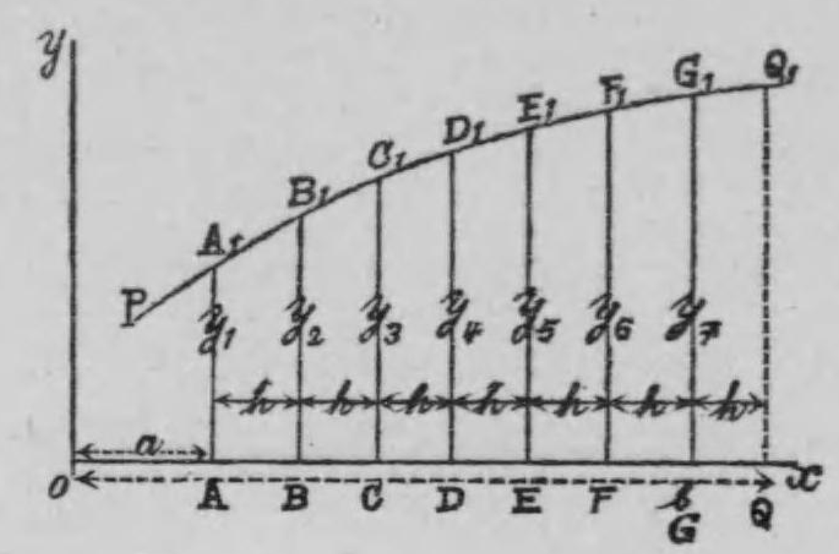
1. 器具ヲ用フル場合。

「プラニメーター」ニ依ル。

2. 略近求積法 (Approximate quadrature) ニ依ル場合。

直交軸ヲ適當ニ撰ビ曲線ノナス面積ヲ計算スル方法ニシテ簡單ニ積分シ得ザル定積分。

$\left[\int_a^b ydx(y=f(x))\right]$ ノ積分ニモ用フ。



α. Simpson 第一法(偶數ノ區劃ニ分ツトキ)。

面積 $AA_1C_1C=\frac{1}{3}h(y_1+4y_2+y_3)$

,, $AA_1E_1E=\frac{1}{3}h\{y_1+y_5+4(y_2+y_4)+2y_3\}$

,, $AA_1G_1G=\frac{1}{3}h\{y_1+y_7+4(y_2+y_4+y_6)+2(y_3+y_5)\}$

β. Simpson 第二法(三ノ倍數ノ區劃ニ分ツトキ)。

面積 $AA_1DD_1=\frac{3}{8}h\{y_1+3(y_2+y_3)+y_4\}$

,, $AA_1G_1G=\frac{3}{8}h\{y_1+y_7+3(y_2+y_3+y_5+y_6)+2y_4\}$

γ. Weddle 法。

面積 $AA_1G_1G=\frac{3}{10}h\{y_1+y_3+y_5+y_7+5(y_2+y_6)+6y_4\}$

(12) 計算ニ用フル器具及ビ表ノ一般。

(a) 器具。

筆算、計算尺、算盤(加減算ニ用フ)、計算器。

(b) 表。

對數表。

乘算九九 (Crelles Rechentafeln)

Barrow's table

(13) Determinants

(一) $\triangle=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=+a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$

計算ハIニ依ル

(1)ニ於ケルa_{11}ノ縱橫ノ列行ノモノヲ除キ殘リノモノヲ其ノ儘記ス

(1)ニ於ケルa_{12}ノ縱橫ノ列行ノモノヲ除キ殘リノモノヲ其ノ儘記ス

(1)ニ於ケルa_{13}ノ縱橫ノ列行ノモノヲ除キ殘リノモノヲ其ノ儘記ス

(二) $\triangle=\overbrace{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}^{(1)}=+a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}-a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}+a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$

十一ハ一ツ隔

$=a_{11}(a_{22}a_{33}-a_{23}a_{32})-a_{12}(a_{21}a_{33}-a_{23}a_{31})+a_{13}(a_{21}a_{32}-a_{22}a_{31})$

$=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31}$

(三) 一般。

行ノ番號　(A)　行→　列↓　列ノ番號

(A) ニ於ケル a_{11} ノ縱橫ノ行列ノモノヲ除キ殘リヲ其ノ儘記ス

第一行ニ於ケル列ノ數

(A) ニ於ケル a_{1n} ノ縱橫ノ行列ノモノヲ除キ殘リヲ其ノ儘記ス

$$\triangle=\overbrace{\begin{vmatrix} a_{11}a_{12}a_{13}\dots a_{1n} \\ a_{21}a_{22}a_{23}\dots a_{2n} \\ a_{31}a_{32}a_{33}\dots a_{3n} \\ \dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}a_{n2}a_{n3}\quad a_{nn} \end{vmatrix}}^{(A)}=+a_{11}\begin{vmatrix} a_{22}a_{23}\dots a_{2n} \\ a_{32}a_{33}\dots a_{3n} \\ \dots\dots\dots\dots \\ a_{n2}a_{n3}\quad a_{nn} \end{vmatrix}+\dots+(-1)^{n-1}a_{1n}\begin{vmatrix} a_{21}a_{22}\dots a_{2n-1} \\ a_{31}a_{32}\dots a_{3n-1} \\ \dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}a_{n2}\quad a_{nn-1} \end{vmatrix}$$

(1)……(n) ノ計算ハ (A) ト同法ニ依リ順次行數ヲ減ジ (II) (I) ニ至ル。

(四) 行デモ列デモ一ツ入レ代フルトキハ符合ヲ異ニス。

$$\begin{vmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \\ a_{31}a_{32}a_{33} \end{vmatrix}=-\begin{vmatrix} a_{12}a_{11}a_{13} \\ a_{22}a_{21}a_{23} \\ a_{32}a_{31}a_{33} \end{vmatrix}$$

(五) 行或ハ列ニ同文字ノアルトキハ0トス。

$$\begin{vmatrix} a_{11}a_{11}a_{13} \\ a_{21}a_{21}a_{23} \\ a_{31}a_{31}a_{33} \end{vmatrix}=0$$

同様ニ

$$\begin{vmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \\ a_{31}a_{32}a_{33} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a_{11}+ma_{12}+na_{13} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}+ma_{22}+na_{23} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31}+ma_{32}+na_{33} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

例

$$\begin{vmatrix} 8 & 3 & 5 \\ 6 & 1 & 10 \\ 6 & 4 & 2 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} -3=8-5 & 3 & 5 \\ -4=6-10 & 1 & 10 \\ -3=5-10 & 4 & 2 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 0=3-3 & -1=3-4 & 3=5-2 \\ -4 & 1 & 10 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0=(-1)\times3+3 \\ -4 & 1 & 13=1\times3+10 \\ 3 & 4 & 14=4<3+2 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} -4 & 13 \\ 3 & 14 \end{vmatrix}$$

(六) 方程式ノ解法。

(1) $a_{11}x+a_{12}y=\alpha_1$

$a_{21}x+a_{22}y=\alpha_2$

$$\triangle=\underbrace{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}_{\text{方程式}xy\text{ノ係數ヲ除ケルモノヲ其儘記ス}}$$

{△ノ x ノ係數ヲ除キ α_1 ノ列ヲ入ル

$$x=\frac{\begin{vmatrix} \alpha_1 & a_{12} \\ \alpha_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\triangle}$$

{△ノ y ノ係數ヲ除キ α_1 ノ列ヲ入ル

$$yx=\frac{\begin{vmatrix} a_{11} & \alpha_1 \\ a_{21} & \alpha_2 \end{vmatrix}}{\triangle}$$

(2) 一般。

$$a_{11}x+a_{12}y+a_{13}z+\cdots\cdots\cdots\cdots=\alpha_1$$
$$a_{21}x+a_{22}y+a_{23}z+\cdots\cdots\cdots\cdots=\alpha_2$$
$$a_{31}x+a_{32}y+a_{33}z+\cdots\cdots\cdots\cdots=\alpha_3$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$a_{n1}x+a_{n2}y+a_{n3}z+\cdots\cdots\cdots\cdots=\alpha_n$$

$$\triangle=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13}\cdots\cdots \\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\cdots\cdots \\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\cdots\cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3}\cdots\cdots \end{vmatrix}$$

△ノ x ノ係數ヲ除キ α_1 ノ列ヲ入ル　　△ノ y ノ係數ヲ除キ α_1 ノ列ヲ入ル　　△ノ z ノ係數ヲ除キ α_1 ノ列ヲ入ル

$$x=\frac{\begin{vmatrix} \alpha_1 & a_{12} & a_{13}\cdots \\ \alpha_2 & a_{22} & a_{23}\cdots \\ \alpha_3 & a_{32} & a_{33}\cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \alpha_n & a_{n2} & a_{n3}\cdots \end{vmatrix}}{\triangle}\qquad y=\frac{\begin{vmatrix} a_{11} & \alpha_1 & a_{13}\cdots \\ a_{21} & \alpha_2 & a_{23}\cdots \\ a_{31} & \alpha_3 & a_{33}\cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & \alpha_n & a_{n3}\cdots \end{vmatrix}}{\triangle}\qquad z=\frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \alpha_1\cdots \\ a_{21} & a_{22} & \alpha_2\cdots \\ a_{31} & a_{32} & \alpha_3\cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \alpha_n\cdots \end{vmatrix}}{\triangle}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

(七) $$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}\times\begin{vmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix} a_{11}l_{11}+a_{12}l_{12}+a_{13}l_{13} & a_{21}l_{11}+a_{22}l_{12}+a_{23}l_{13} & a_{31}l_{11}+a_{32}l_{12}+a_{33}l_{13} \\ a_{11}l_{21}+a_{12}l_{21}+a_{13}l_{23} & a_{21}l_{21}+a_{22}l_{22}+a_{23}l_{23} & a_{31}l_{21}+a_{32}l_{22}+a_{33}l_{23} \\ a_{11}l_{31}+a_{12}l_{32}+a_{13}l_{33} & a_{21}l_{31}+a_{23}l_{32}+a_{23}l_{33} & a_{31}l_{31}+a_{32}l_{32}+a_{33}l_{33} \end{vmatrix}$$

(14) Dimension ノ應用。

(一) 式中ノ單位變化。

例一

$$V_s=K\frac{a^{\alpha}\varepsilon^{\beta'}}{P_c}\cdots(1)\begin{cases} V_s\cdots\cdots \text{甲鈑穿甲均衡擊速〔米秒〕單位} \\ a\cdots\cdots \text{彈丸ノ直徑　〔糎〕} \\ \varepsilon\cdots\cdots \text{甲鈑厚　〔糎〕} \\ P\cdots\cdots \text{彈丸ノ重量　〔瓩〕} \\ K,\ \alpha,\ \beta',\ C\cdots\cdots \text{常數} \end{cases}$$

(1)式　V_s, a, ε, P 全部或ハ若干ノ單位ヲ變ズルトキノ此等諸項間關係式ヲ求ム。

今　V_s ノ單位ヲ〔呎秒〕，a 及ビ ε ノモノヲ〔吋〕，P ノモノヲ〔听〕ニ變化スル場合ニ付キ述ン。

(第一法)

V_s' ヲ (1)式 V_s ト同一擊速ヲ〔呎秒〕
a' ヲ (1)式 a ト同一彈徑ヲ　〔吋〕
ε' ヲ (1)式 ε ト同一甲鈑厚ヲ〔吋〕
P' ヲ (1)式 P ト同一彈重ヲ　〔听〕

單位ニテ表セル數トシ〔 〕ヲ單位量ヲ表ハモノトセバ

V_s〔米秒〕$=V_s'$〔呎秒〕

$V_s=\frac{〔呎秒〕}{〔米秒〕}V_s'=0.3048V_s'$ ……………………(イ)

a〔糎〕$=a'$〔吋〕

$a=\frac{〔吋〕}{〔糎〕}a'=2.540a'$ ……………………(ロ)

同様ニ

$\varepsilon=\frac{〔吋〕}{〔糎〕}\varepsilon'=2.540\varepsilon'$ ……………………(ハ

P〔瓩〕$=$P$'$〔听〕

$P=\frac{〔听〕}{〔瓩〕}P'=0.4536P'$ ……………………(ニ)

(1) 式ノ V_s, a, ε, P ニ (イ)(ロ)(ハ)(ニ) ノ値ヲ入レバ

$$0.3048V'_s=K\frac{(2.540a')^{\alpha}(2.540\varepsilon')^{\beta'}}{(0.4536P')^{C}}$$

$$V_s'=K\frac{(2.540)^{\alpha+\beta'}}{0.3048\times(0.4536)^{C}}\quad\frac{a'^{\alpha}\varepsilon'^{\beta'}}{P'^{C}}\text{……………}(2)$$

(2) 式ヨリ一般ニ

$$V_s=K\frac{(2.540)^{\alpha+\beta'}}{(0.3048)(0.4536)^{C}}\frac{a^{\alpha}\varepsilon^{\beta'}}{P^{C}}\text{…}(3)$$

V_s…甲鈑穿甲均衡擊速〔呎秒〕單位
a …彈徑 〔吋〕
ε …甲鈑厚 〔吋〕
P …彈重 〔听〕
K, α, β', C…………(1)式ノ常數

(第二法)

(1) 式ヨリ常數 (K) ノ dimension (卽チ單位量) ハ

$[V][L]^{-\alpha}[L]^{-\beta'}[P]^{C}$……
〔V〕………速力ノ單位量
〔L〕………長サノ單位量
〔P〕………重量ノ單位量

速度ノ米秒單位量ハ呎秒單位量ノ 3.281 倍。

長サノ糎單位量ハ吋單位量ノ $0.3937=(2.540)^{-1}$ 倍。

重量ノ瓩單位量ハ听單位量ノ 2.205 倍。

故ニ速度ニ呎秒長サニ吋、重量ニ听單位ヲ用フル式ノ常數ヲ K$'$ トスレバ

$K'=3.281\times(2.540^{-1})^{-(\alpha+\beta')}\times(2.205)^{C}K$
K ハ速度ニ米秒、長サニ糎、重量ニ瓩單位ヲ用フル (1) 式ノ常數 …………(一)

卽チ求ムル所單位ノ式ハ (1)(一) ヨリ

$$V_s 3.281\times(2.540)^{\alpha+\beta'}\times(2.205)^{C}K\frac{\varepsilon^{\alpha}a^{\beta'}}{P^{C}}$$

V_s… …甲鈑穿甲均衡擊速〔呎秒單位〕
a ………彈徑 〔吋〕
ε … …甲鈑厚 〔吋〕
P ………彈重 〔听〕
K, α, β', C ……………………(1) 式ノ常數

例二

$\alpha=K_0+K_1\tau+K_2\tau^2$……(1)
α……水銀ノ平均膨脹係數 (0°C, τ°C 間)
K_0, K_1, K_2 ………… 常數

今此式ヲ華氏ノモノニ變化セン。

$$\alpha=\frac{v_\tau-v_0}{v_0\tau}\cdots\cdots\cdots(2)\left\{\begin{array}{l}v_\tau\cdots\cdots\text{攝氏}\tau\text{度ニ於ケル水銀ノ容積}\\ v_0\cdots\cdots\text{攝氏零度ニ於ケル水銀ノ容積}\end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l}(2)\text{式ヨリ}\ \alpha\ \text{ノ Dimension ハ}\ [\tau]^{-1}\\ \qquad[\tau]\cdots\cdots\cdots\text{溫度ノ單位量}\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

$$\left.\begin{array}{l}\tau'\ \text{ヲ攝氏}\ \tau\ \text{度ヲ華氏ニテ表ハシタル數}\\ \alpha_f\ \text{ヲ水銀ノ平均膨脹係數}\ (32^\circ\text{F},\tau'^\circ\text{F 間})\end{array}\right\}\text{トシ〔 〕ヲ單位量ヲ表ハスモノトスレバ}$$

(3) 式ヨリ

○ $\alpha[1^\circ\text{C}]^{-1}=\alpha'[1^\circ\text{F}]^{-1}$

$$\alpha=\frac{[1^\circ\text{C}]}{[1^\circ\text{F}]}\alpha'=\frac{9}{5}\alpha'\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

○ $\tau[1^\circ\text{C}]=(\tau'-32)[1^\circ\text{F}]$

$$\tau=\frac{[1^\circ\text{F}]}{[1^\circ\text{C}]}(\tau'-32)=\frac{5}{9}(\tau'-32)\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

(1) 式ノ α,τ ニ (4)(5) 式ノ値ヲ入ルレバ

$$\frac{9}{5}\alpha'=K_0+K_1\frac{5}{9}(\tau'-32)+K_2\left(\frac{5}{9}\right)^2(\tau'-32)^2$$

$$\alpha'=\frac{5}{9}K_0+K_1\left(\frac{5}{9}\right)^2(\tau-32)+K_2\left(\frac{5}{9}\right)^3(\tau'-32)^2\cdots\cdots(6)$$

(6) 式ヨリ一般ニ

$$\left.\begin{array}{l}\alpha=\dfrac{5}{9}K_0+K\left(\dfrac{5}{9}\right)^2(\tau-32)\\ \qquad+K_2\left(\dfrac{5}{9}\right)^3(\tau-32)^2\cdots\cdots\cdots(7)\end{array}\right.\left\{\begin{array}{l}\alpha\cdots\cdots\text{水銀平均膨張係數}\ (32^\circ\text{F ト}\ \tau^\circ\text{F 間})\\ K_0,K_1,K_2\cdots(1)\text{式ノ常數}\end{array}\right.$$

（第二法）

(1)……$\alpha=K_0+K_1\tau+K_2\tau^2$ ニ於テ右邊各項ノ dimension (卽チ單位量) ハ左邊 α ノモノト同ジ……(一)

(3) ヨリ α ノ dimension ハ $[\tau]^{-1}$……………………(二)

(一)(二) ヨリ

K_0 ノ dimension ハ $[\tau]^{-1}$ ……………………(三)

K_1 ノ dimension ハ $\dfrac{[\tau]^{-1}}{[\tau]}=[\tau]^{-2}$ ……………………(四)

K_2 ノ dimension ハ $\dfrac{[\tau]^{-1}}{[\tau]^2}=[\tau]^{-3}$ ……………………(五)

溫度 $[\tau]$ ノ攝氏單位ハ華氏單位ノ

$$\frac{9}{5}=\left(\frac{5}{9}\right)^{-1}\text{倍}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{六})$$

(1) 式ヲ華氏ノモノニ變化セル式ニ於ケル

$$(1)\text{式}\left\{\begin{array}{c}K_0\\K_1\\K_2\end{array}\right\}\text{ニ對スル常數ヲ}\left\{\begin{array}{c}K_0'\\K_1'\\K_2'\end{array}\right\}\text{トスレバ}$$

(三)(六) ヨリ

$$K_0'=\left\{\left(\frac{5}{9}\right)^{-1}\right\}^{-1}=\frac{5}{9}K_0$$

(三)(四) ヨリ

$$K_1'=\left\{\left(\frac{5}{9}\right)^{-1}\right\}^{-2}=\left(\frac{5}{9}\right)^2K_1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(七)$$

(三)(五) ヨリ

$$K_2'=\left\{\left(\frac{5}{9}\right)^{-1}\right\}^{-3}=\left(\frac{5}{9}\right)^3K_2$$

故ニ 0°C ハ 32°F ナルニ注意セバ

(1)式ヲ華氏ノモノトセル式ハ(1)(七)式ヨリ

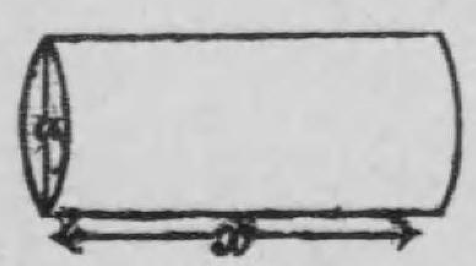
$$\alpha=\frac{5}{9}K_0+K_1\left(\frac{5}{9}\right)^2(\tau-32)+K_2\left(\frac{5}{9}\right)^3(\tau-32)^2$$

α……水銀平均膨張係數 (32°F ト τ°F 間)
K_0, K_1, K_2…(1)式ノ常數

例三

$$C=K\frac{\pi}{4}a^2x\quad\cdots\cdots(1)$$

		單位
C……	圓壔ノ容積	〔リートル ($\overline{dm}^3$)〕
a……	圓壔ノ徑	〔糎 ($\overline{cm}$)〕
x……	圓壔ノ長	〔米 (m)〕



(1)式ノ K ヲ求ム

括弧〔 〕ヲ用ヒテ單位量ヲ表ハセバ

$$K=\frac{[a^2][x]}{[C]}=\frac{[\overline{dm}^2][m]}{[\overline{dm}^3]}=\frac{\left(\frac{\overline{dm}^2}{100}\right)[10dm]}{[\overline{dm}^3]}=\frac{1}{10}$$

故ニ(1)式ハ

$$C=\frac{1}{10}\frac{\pi}{4}a^2x$$

$$10C=\frac{\pi}{4}a^2x\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

(二) 式ノ正否點檢。

例一

$$t=K\frac{l}{g}\quad\cdots\cdots(1)$$

		單位量
t……	振子ノ振動時間	[T]
l……	振子ノ長	[L]
g……	重力	[LT^{-2}]
K……	常數	

(1)式ノ正否如何。

(1)式左邊 t ノ dimension ハ [T]

右邊 $\frac{l}{g}$ ノ dimension ハ $\frac{[L]}{[LT^{-2}]}=[T^2]$ ……(2)

而シテ(1)式ノ左右邊ノ dimension ハ同一ナラザル可カラザルヲ以テ(2)ノ結果ヲ與フル(1)式ハ誤ナリ。

今一般ニ t, l, g 間ノ關係式ヲ

$$t=K\frac{l^m}{g^n}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

ト置キ m, n ヲ見出サン

(3)式左邊 t ノ dimension ハ [T]

(3)式右邊ノ dimension ハ $\frac{[L]^m}{[LT^{-2}]^n}=[L]^{m-n}[T]^{2n}$ ……(4)

(3)式左右邊ノ dimension ハ等シカラザル可カラザル

故ニ

$$\left.\begin{array}{ll} 2n=1 & n=\dfrac{1}{2} \\ \text{及ビ} & \\ m-n=0 & m=n=\dfrac{1}{2} \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

(3)(5) ヨリ

$$t=\mathrm{K}\sqrt{\frac{l}{g}}\cdots\cdots(6)\quad\left\{\begin{array}{l} t\cdots\cdots\text{振子ノ振動時間} \\ l\cdots\cdots\text{振子ノ長} \\ g\cdots\cdots\text{重力} \end{array}\right.$$

例二

$$\int\frac{dx}{(a^2+x^2)^3}=\frac{x(5a^2+3x^2)}{8a^4(a^2+x^2)^2}+\frac{3}{8a}\tan^{-1}\frac{x}{a}\ \cdots\cdots\cdots(1)$$

ノ可否ヲ檢セヨ。

(1)ノ左邊ト右邊各項トハ共 dimension 同ジカラザルベカラズ……………………………………(2)

今 a 及ビ x ヲ同 dimension ト考フレバ

(イ) 左邊ノ分母ハ $2\times3=6$ dimension 分子ハ 1 dimension 且ツ積分トハ多クノ項ヲ集ムルノ謂故 dimension ニ無關係從テ左邊全體ノモノノ dimension ハ −5 ナリ。

(ロ) 右邊第一項ノ分母ハ $4+2\times2=8$ dimension 分子ハ $1+2=3$ dimension 故此項ハ差引キ −5 dimension ナリ。

(ハ) 右邊第二項ノ $\tan^{-1}\frac{x}{a}$ ハ只ダノ數故 Zero dimension $\frac{3}{8a}$ ハ 1 dimension 故ニ此項全體ノ dimension ハ −1 (イ)(ロ)ノ dimension ハ共ニ −5. (ハ)ノモノハ −1 而シテ (2) ニ依リ (イ)(ロ)及ビ (イ)(ハ) ノ dimension ハ同一卽チ(ハ)ノ dimension モ −5 ナラザル可ラズ然ルニ(ハ)ノモノハ −1 故(1)式中(ハ)ノ項卽チ $\frac{3}{8a}\tan^{-1}\frac{x}{a}$ ハ誤ナリ。

更ラニ計算ノ結果此項ハ $\frac{3}{8a^5}\tan^{-1}\frac{x}{a}$ ト出デ其ノ dimension ハ −5 トナリ(イ)ノモト合ス。

第四、一般測定法記述書及ビ測定ニ必要ナル諸表。

本書ニハ一般測定方法· 測定及ビ計算ニ必要ナル諸表ヲ載セズ故ニ測定ニ際シ必要ニ應ジ次ノ書籍及ビ表ヲ用フルヲ要ス。

1. 海軍教授甲川金之助　物理實驗測定法 (1914)
2. 海軍大學校　化學及ビ物理實驗教科書
3. 海軍艦政本部　計算用諸表附範式 (1913)
4. 海軍機關學校　Pocket Book for Naval Engineers (1907)
5. 文部省譯　佛物理學初等實驗集
6. Kohlrausch　Lehrbuch der praktischen physik (1910)
   Teubner, Leipzig und Berlin

7. Ostwald — Physico-chemical measurement
Translated by James Walker
(1894)
Macmillan and Co, London

8. Landolt — Physikalische chemische Tabellen
(1912)
Julius springer, Berlin

9. Rudolf Biedermann — Chemiker-Kalender (年刊)
Julius springer, Berlin

10. Castell Evans — Physico-Chemical Tables (1902)
Griffin and Co, London

11. Abraham et Cacerdate — Recueil de constantes physiques
(1913)
Gautier-Villars, Paris

12. Jahnke und Emde — Funktionentafeln mit Formeln
und Kurven
Teubner Leipzig und Berlin
(1909)

―《終リ》―

印刷及發行日
訂正
岩波茂雄

七月一日
大正五年~~六月二十七日~~印刷
大正五年七月四廿　日發行

◇定價壹圓貳拾錢◇
〔本店の出版物は凡て定價販賣御實行被下度候〕

著者　県市城山町百〇七番地　波多野貞夫
發行者　東京市神田區南神保町十六番地　岩波茂雄
印刷者　東京市牛込區市谷加賀町一丁目十二番地　中田福三郎
印刷所　東京市牛込區市谷加賀町一丁目十二番地　株式會社秀英舍第一工場
製本者　東京市日本橋區本銀町一丁目九番地　寺島藤次郎

東京市神田區南神保町
發行所　岩波書店
電話本局五四二〇番
振替東京二六二四〇番

終