

算術問題

一題數解法

趙餘勳編

商務印書館發行

算 術 問 題

一 題 數 解 法

趙 餘 勳 編

中華民國二十六年五月初版

周

五一五上益

* 版 翻 *
* 所 印 *
* 有 必 *
* 究 究 *

算術
問題

一題數解法一冊

(58272.3)

每冊實價國幣肆角伍分

外埠酌加運費匯費

編纂者 趙 餘 勳

發行人 王 雲 五
上海河南路

印刷所 商務印書館
上海河南路

發行所 商務印書館
上海及各埠

(本書校對者王養吾)

編 輯 大 意

一。 本書正編，搜集算術題一百問，每題均示數種解法，故定名為“一題數解法。”

一。 本書目的，在抉發算術問題變化之妙，以增進有志研究算術者之興趣。

一。 本書擇算術題之可依公式或一定方法求解者，定為模範問題，列入前編，詳示解法，正編內對此類問題，僅列算式，不再詳細說明。

一。 本書前編，對分數及比例問題，舉例特詳。因分數為百分算、利息算之基本，比例為求解算術問題之利器，故不嫌煩瑣，反復說明，期無贖義。

一。 本書為節省篇幅起見，凡大致相同之解法，略去甚多。讀者倘能舉一反三，當有左右逢源之樂。

一。 本書正編，因限於體例，不能儘量容納算術難題，爰舉十例，列為附編，以作好學者深思之一助。

一。 本書係屬草創，體例未能詳密；又筆者學力有限，解法難免未盡精當。尚希海內專家，不吝賜教。

目 次

前編	模範問題(二十種).....	1
正編	一題數解示例(一百問).....	53
附編	難題十問.....	179

算術問題

一題數解法

前編 模範問題

一 和差問題

例 大小二數之和是 88, 差是 16. 求此二數.

解 大數 

由圖, 可見 大數 - 差 = 小數,

小數 + 差 = 大數.

由是: 和 + 差 = (大數 + 小數 + 差)

= 大數 + (小數 + 差)

= 大數 + 大數

= 大數的 2 倍;

和 - 差 = (小數 + 大數 - 差)

= 小數 + (大數 - 差)

$$= \text{小數} + \text{小數}$$

$$= \text{小數的 } 2 \text{ 倍,}$$

$$\therefore 88 + 16 = 104 \text{ 是大數的 } 2 \text{ 倍,}$$

$$\text{大數是 } 104 \div 2 = 52;$$

$$88 - 16 = 72, \text{ 是小數的 } 2 \text{ 倍,}$$

$$\text{小數是 } 72 \div 2 = 36.$$

公	大數 = (和 + 差) \div 2
式	小數 = (和 - 差) \div 2

二 盈虧問題

例 童子分桃：每人分 5 隻，則餘 13 隻；每人 8 隻，則不足 11 隻。求童子數及桃數。

解 第二次比第一次每人多分 8 隻 - 5 隻 = 3 隻。第一次分時餘 13 隻，第二次分時缺 11 隻，足見第二次分時，除將第一次餘的 13 隻分掉外，還當預備 11 隻。

從總數上看來，第二次比第一次要多

$$13 \text{ 隻} + 11 \text{ 隻} = 24 \text{ 隻.}$$

每人多分 3 隻，總數要多出 24 隻。

可知兒童有 $24 \div 3 = 8$ (人)；

桃子有 $5 \text{ 隻} \times 8 + 13 \text{ 隻} = 53 \text{ 隻}$,

或 $8 \text{ 隻} \times 8 - 11 \text{ 隻} = 53 \text{ 隻}$.

公式	總數差 \div 一單位差 = 單位數
----	-----------------------

[注意] 本題因為一個條件是餘的，一個條件是不足的，所以通常叫做盈虧問題。但算術題的變化很多：有時兩個條件都是盈的，有時兩個條件都是虧的，這些問題似乎不能叫做盈虧問題了；但題目的性質沒有差異，上面的公式能普遍適用，所以這類問題，都可歸入盈虧問題。參看下面二例：

“水果商賣桃：每隻賣銅元 10 枚，可賺 300 枚；每隻賣 12 枚，可賺 600 枚。求桃子數”。

每隻的賣價相差銅元 $12 \text{ 枚} - 10 \text{ 枚} = 2 \text{ 枚}$ ，

獲利的總數相差銅元 $600 \text{ 枚} - 300 \text{ 枚} = 300 \text{ 枚}$ 。

可見有桃 $300 \div 2 = 150$ (隻)。

“某市學生捐款購飛機一架：原定每人捐 1 角，還缺 24800 元；後來改定每人捐 1 角 5 分，但還缺 7200 元。求某市的學生數”。

每人的捐款相差 $0.15 \text{ 元} - 0.1 \text{ 元} = 0.05 \text{ 元}$ ，

總數相差 $24800 \text{ 元} - 7200 \text{ 元} = 17600 \text{ 元}$ 。

可見有學生 $17600 \div 0.05 = 352000$ (人)。

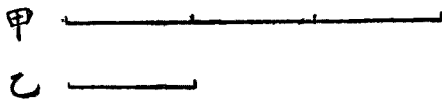
三 總和不變問題

例 甲缸裏有水 3 石 2 斗 5 升，乙缸裏有水 2 石 6 斗 7 升。現在要使甲缸的水 3 倍於乙缸，那末應從乙缸裏倒多少水到甲缸裏去？

解 無論倒多少，兩隻缸裏水的總和是不變的。兩缸共有水 325 升 $+ 267$ 升 $= 592$ 升。

看下面的圖，可知甲缸 3 倍於乙缸時，這個總和是乙缸的

$$3 + 1 = 4 \text{ (倍)}。$$



\therefore 甲缸 3 倍於乙缸時，乙缸有水

$$592 \text{ 升} \div 4 = 148 \text{ 升，}$$

乙缸應倒入甲缸

$$267 \text{ 升} - 148 \text{ 升} = 119 \text{ 升} = 1 \text{ 石 } 1 \text{ 斗 } 9 \text{ 升。}$$

公式	$\text{二數和} \div (\text{倍數} + 1) = \text{小數}$
----	---

[注意] 已知二數的和，又知二數的倍數關係，便可應用上面的公式演算。參看下面二例：

“大小二數的和是 56, 已知大數是小數的 $2\frac{1}{2}$ 倍. 求二數”.

依公式: 小數是 $56 \div \left(2\frac{1}{2} + 1\right) = 16,$

大數是 $16 \times 2\frac{1}{2} = 40.$

“某人有遺產 6450 元, 提出 1950 元捐助某小學基金; 其餘分給二子. 已知長子所得是幼子的 $1\frac{1}{2}$ 倍. 問二子各得多少?”

二子所得的和是 $6450 \text{ 元} - 1950 \text{ 元} = 4500 \text{ 元}.$

依公式: 幼子得 $4500 \text{ 元} \div \left(1\frac{1}{2} + 1\right) = 1800 \text{ 元},$

長子得 $1800 \text{ 元} \times 1\frac{1}{2} = 2700 \text{ 元}.$

四 差數不變問題

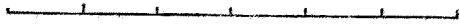

例 父年 43 歲, 子年 18 歲, 幾年以前, 父年是子年的 6 倍?

解 無論在那一年, 父子二人總是相差

$$43 \text{ 歲} - 18 \text{ 歲} = 25 \text{ 歲}.$$

看下面的圖, 可知父年 6 倍於子年時,

這個差數是子年的 $6 - 1 = 5$ (倍).

父 
 子 

∴ 父年 6 倍於子年時，子年是

$$25 \text{ 歲} \div 5 = 5 \text{ 歲},$$

在 $(18 - 5) = 13$ 年前。

公式	二數差 \div (倍數 $- 1$) = 小數
----	-----------------------------

[注意] 已知二數的差，又知二數的倍數關係，便可應用上面的公式演算。參看下面二例：

“大小二數的差是 84，已知大數是小數的 $3\frac{1}{3}$ 倍，求二數”。

依公式：小數是 $84 \div \left(3\frac{1}{3} - 1\right) = 36$,

大數是 $36 \times 3\frac{1}{3} = 120$ 。

“甲乙二人每年的收入相等，甲每年用 760 元，乙每年用 640 元，所餘的都存入銀行。已知乙每年的存款是甲的 $1\frac{1}{2}$ 倍。求二人每年的收入”。

每年甲比乙多用 $760 \text{ 元} - 640 \text{ 元} = 120 \text{ 元}$ ，

因為二人每年的收入是相等的，

甲多用 120 元，存款便少 120 元。

依公式：甲的存款是 $120 \text{ 元} \div \left(1\frac{1}{2} - 1\right) = 240 \text{ 元}$ ，

\therefore 每年收入 $760 \text{ 元} + 240 \text{ 元} = 1000 \text{ 元}$ 。

五 雞兔問題一

例 雞兔頭數的和是22，足數的和是72。問雞兔各有幾隻？

解 a. 假定兔子也只有2隻腳，

那末22頭只有腳 $2 \text{ 隻} \times 22 = 44 \text{ 隻}$ ，

比題中少腳 $72 \text{ 隻} - 44 \text{ 隻} = 28 \text{ 隻}$ ，

這是因為每隻兔子少算 $4 - 2 = 2$ 隻腳的緣故。

每隻兔子少算2隻腳，總數少28隻。

可見有兔子 $28 \div 2 = 14$ (隻)，

雞 $22 - 14 = 8$ (隻)。

b. 假定雞也有4隻腳，

那末腳數要多出 $4 \times 22 - 72 = 16$ ，

每隻雞多算2隻腳，總數多出16隻。

可見有雞 $16 \div 2 = 8$ (隻)，

兔子 $22 - 8 = 14$ (隻)。

公	$(\text{足數和} - \text{頭數和} \times 2) \div (4 - 2) = \text{兔}$
式	$(\text{頭數和} \times 4 - \text{足數和}) \div (4 - 2) = \text{雞}$

【注意】公式中的 4，是兔一頭的足數；2 是雞一頭的足數

這兩個公式，不但適用於雞兔問題；凡是性質和雞兔問題相同的問題，都可用這兩個公式演算。不過公式中的 4 和 2 是因題而異，要隨時變換的。參看下列：

“大和尚每人吃 4 個饅頭，小和尚每 4 人吃 1 個饅頭。已知 100 個和尚吃 100 個饅頭。問大小和尚各有幾個？”

和尚的總數相當於雞兔頭數的和，

饅頭的總數相當於雞兔足數的和，

大和尚吃饅頭 4 個，相當於兔有 4 足，

小和尚吃饅頭 $\frac{1}{4}$ 個，相當於雞有 2 足。

$$\text{依公式：大和尚 } \left(100 - 100 \times \frac{1}{4}\right) \div \left(4 - \frac{1}{4}\right) = 20,$$

$$\text{小和尚 } 100 - 20 = 80;$$

$$\text{或 小和尚 } (100 \times 4 - 100) \div \left(4 - \frac{1}{4}\right) = 80,$$

$$\text{大和尚 } 100 - 80 = 20.$$

六 雞兔問題二

例 雞兔頭數的和是 24，足數相差 36。問雞兔各有幾隻？

解 本題但云足數相差 36，究竟兔多還是雞多，不曾明白說出，當分別求其解答。

a. 兔的足數比雞的足數多 36.

假定 24 隻都是兔，

那末兔有腳 $4 \times 24 = 96$ 雞有腳 0，

兔比雞多腳 96，

比題中更多出 $96 - 36 = 60$ ，

這是因為把雞都算做兔的緣故。

1 雞算做 1 兔，雞方面少腳 2，兔方面多腳 4；差數要增多

$$4 + 2 = 6.$$

現在差數增多 60.

可見錯算 $60 \div 6 = 10$ (隻)，

即有 10 隻雞錯算做 10 隻兔子了。

∴ 原來有雞 10 隻，

$$\text{兔 } 24 \text{ 隻} - 10 \text{ 隻} = 14 \text{ 隻}.$$

b 雞的足數比兔的足數多 36.

假定 24 隻都是雞，

那末雞的腳比兔多 $2 \times 24 = 48$ ，

比題中更多出 $48 - 36 = 12$ ，

1 兔錯算 1 雞，差數增多 $4 + 2 = 6$ ，

由 $12 \div 6 = 2$ ，知錯算 2 隻。

∴ 原來有兔 2 隻，

雞 24 隻 - 2 隻 = 22 隻。

公 式	$(\text{頭數} \times 4 - \text{足數差}) \div (4 - 2) = \text{雞 (少)}$
	$(\text{頭數} \times 4 + \text{足數差}) \div (4 + 2) = \text{兔 (少)}$

〔注意〕 凡是與本問題性質相同的問題，都可用這兩個公式演算。但題中的 4 和 2 要隨時變換。參看下列：

‘某人有甲乙兩宗存款，共計 6300 元。甲款的年利率是 6% 乙款的年利率是 5%。每年利息相差 345 元。問兩宗存款各是多少？’

6300 元相當於頭數的和，

345 元相當於足數的差，

6% 相當於兔有 4 足，

5% 相當於雞有 2 足。

把 6300 元全算做乙，每年只有利息 $6300 \text{ 元} \times 5\% = 315 \text{ 元}$ ，決不能比甲多 345 元，所以本題的存款一定甲比乙多。由求雞的公式：

$$(6300 \times 6\% - 345) \div (6\% + 5\%) = 300 \text{ 元} \cdots \cdots \text{乙，}$$

$$6300 \text{ 元} - 300 \text{ 元} = 6000 \text{ 元} \cdots \cdots \text{甲。}$$

七 雞兔問題三

例 雞兔的頭數相差12,足數的和是96.問雞兔各有幾隻?

解 本題但云頭數相差12,不曾明白說出雞多還是兔多,所以要分兩方面研究.

a 雞的頭數比兔多12.

假定只有12隻雞,沒有兔子.

那末只有腳 $2 \text{隻} \times 12 = 24 \text{隻}$.

比題中少 $96 - 24 = 72$.

如果同時各增雞兔1隻,

則頭數的相差仍是12,

而足數可增多 $4 + 2 = 6$.

現在要增多72,可見要各增 $72 \div 6 = 12$.

∴ 兔有 12隻,

雞有 $12 \text{隻} + 12 \text{隻} = 24 \text{隻}$.

b. 兔的頭數比雞多12.

假定只有12隻兔,沒有雞.

那末只有腳 $4 \text{隻} \times 12 = 48 \text{隻}$,

比題中少 $96 - 48 = 48$.

同時各增雞兔1隻,則頭數的差不變,而足數增多 $4 + 2 = 6$.

因爲共要增 48, 可見要各增 $48 \div 6 = 8$.

∴ 有雞 8 隻,

兔 8 隻 + 12 隻 = 20 隻。

公	$(\text{足數和} - \text{頭數差} \times 2) \div (4 + 2) = \text{兔 (少)}$
式	$(\text{足數和} - \text{頭數差} \times 4) \div (4 - 2) = \text{雞 (少)}$

[注意] 凡性質與本題相同的問題, 都可用這兩個公式演算。但 4 與 2 是因題而異的, 參看下列:

‘某校購買國語、算術兩種書籍, 共計 100 元。已知算術每冊 0.8 元, 國語每冊 0.3 元; 又知兩種書冊數的相差是 150。問各買幾冊?’

100 元相當於足數的和,

150 冊相當於頭數的差,

國語每冊 0.3 元, 相當於雞有 2 足,

算術每冊 0.8 元, 相當於兔有 4 足。

把 150 冊算做算術, 已共值 $0.8 \text{ 元} \times 150 = 120 \text{ 元}$, 已比題中的 100 元多了, 可見算術決不滿 150 冊。所以應當是國語比算術多 150 冊。

由求兔的公式:

$(100 - 0.3 \times 150) \div (0.8 + 0.3) = 50$ 册……算術，

50 册 + 150 册 = 200 册……國語。

八 雞兔問題四

例 雞兔頭數的相差是8,足數的相差是6.問雞兔各有幾隻?

解 本題可分四種情形研究:

a 雞的頭數多8,雞的足數多6.

假定只有8隻雞,

則雞的足數多 $2 \times 8 = 16$.

比題中更多出 $16 - 6 = 10$.

同時各增1雞1兔,則雞的足數增2,兔的足數增4,兔多增2.可見上面的差數(10)要減少2.

由 $10 \div 2 = 5$

知各增5隻,則雞的足數比兔多6.

∴ 兔有 5隻,

雞有 5隻 + 8隻 = 13隻.

b. 雞的頭數多8,雞的足數少6.

假定只有8隻雞,

則雞的足數多 $2 \times 8 = 16$.

但題言雞的足數少6,即兔的足數多6,可知必須使兔的足

數增多 $16 + 6 = 22$, 纔合題意。

各增 1 頭, 兔的足數增多 $4 - 2 = 2$,

可見要各增 $22 \div 2 = 11$.

∴ 兔有 11 隻,

雞有 $11 \text{ 隻} + 8 \text{ 隻} = 19 \text{ 隻}$.

c. 雞的頭數少 8, 雞的足數少 6.

假定有 8 隻兔子, 足數已多 $4 \times 8 = 32$.

同時把頭數增加, 足數的差數將越發增大。所以在這個情形下, 本題不可能。

d. 雞的頭數少 8, 雞的足數多 6.

雞的頭數少而足數反多, 這是決不會有的事情, 所以在這個情形下, 本題亦不可能。

[注意一] d. 是絕對不可能的。c. 的不可能卻不是絕對的; 只要足數差大於頭數差的 4 倍, 便可求出答案。例如: 雞的頭數比兔少 8, 雞的足數比兔少 40. 便可求出;

雞有 $(40 - 4 \times 8) \div (4 - 2) = 4 \text{ 隻}$,

兔有 $4 \text{ 隻} + 8 \text{ 隻} = 12 \text{ 隻}$.

但在此情形之下, a. 卻又不可能了。雞的頭數比兔多 8, 足數決不能比兔多 40. 可見本題除 b. 必能成立外, a 和 c. 中

只能有一個成立，所以本題只有二解。

公 式	a. (頭數差 \times 2 - 足數差) \div (4 - 2) = 兔
	b. (頭數差 \times 2 + 足數差) \div (4 - 2) = 兔
	c. (足數差 - 頭數差 \times 4) \div (4 - 2) = 雞

[注意二] 凡性質與本題相同的問題，都可應用上面的公式演算；但 4 與 2 是因題而異的，參看下列：

“橘子每隻銅元 24 枚，蘋果每隻銅元 16 枚。已知所買的隻數相差 2，共價相差 96 枚。問各買幾隻？”

2 隻相當於頭數的差，

96 枚相當於足數的差，

24 枚相當於兔有 4 足，

16 枚相當於雞有 2 足。

a. 不可能。

b. 橘子 = $(16 \times 2 + 96) \div (24 - 16) = 16$,

蘋果 = $16 + 2 = 18$ 。

c. 蘋果 = $(96 - 24 \times 2) \div (24 - 16) = 6$,

橘子 = $6 + 2 = 8$ 。

九 經度問題

例 柏林在東經 $13^{\circ}23'$ ，上海在東經 $121^{\circ}27'$ 。柏林正午時，

上海在什麼時候?

解 地球每日自轉 1 周,計 360 度,

即地球在 24 小時內運轉 360 度。

每運轉 1 度,歷時 $60 \text{ 分} \times 24 \div 360 = 4 \text{ 分}$,

每運轉 1 分,歷時 $60 \text{ 秒} \times 4 \div 60 = 4 \text{ 秒}$ 。

現在柏林和上海經度相差

$$\begin{aligned} 121^{\circ}27' - 13^{\circ}23' &= 108^{\circ}4' \\ &= 6484', \end{aligned}$$

時間相差 $4 \text{ 秒} \times 6484 = 25936 \text{ 秒}$

$$= 7 \text{ 時 } 12 \text{ 分 } 16 \text{ 秒}。$$

因為上海在柏林東,上海先過午時。

∴ 柏林正午,上海在下午 7 時 12 分 16 秒。

[注意] 兩地經度的相差,叫做經差,

兩地時間的相差,叫做時差。

兩地同在東經或同在西經,求經差用減法;兩地一在東經,一在西經,求經差用加法。倘加得的和大於 180° ,則當自 360° 減之,因為地球 1 周 360° ,半周 180° ,地球上兩地的距離至多是半周,即至多 180° ;倘多於半周,便當從近的一方面算,所以當從 360° 減之。

由經差求時差的公式如下：

$$\text{時差時數} = \text{經差度數} \div 15$$

$$\begin{aligned} \text{時差分數} &= \text{經差分數} \div 15 \\ &= \text{經差度數} \times 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{時差秒數} &= \text{經差秒數} \div 15 \\ &= \text{經差分數} \times 4 \end{aligned}$$

由時差求經差的公式如下：

$$\begin{aligned} \text{經差度數} &= \text{時差時數} \times 15 \\ &= \text{時差分數} \div 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{經差分數} &= \text{時差分數} \times 15 \\ &= \text{時差秒數} \div 4 \end{aligned}$$

$$\text{經差秒數} = \text{時差秒數} \times 15$$

0 + 鐘面問題

例 五點鐘、六點鐘間，兩針相距 20 分格的地位，在什麼時候？

解 短針每小時走 5 分格，

每分鐘走 $5 \div 60 = \frac{1}{12}$ 分格；

長針每分鐘走 1 分格。

每分鐘長針比短針多走 $1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ 分格。

a. 五點鐘時，長針在短針後 25 分格，現在要相距 20 分格，

可知長針應追上短針 $25 - 20 = 5$ 分格。

因為長針每分鐘追上 $\frac{11}{12}$ 分格，

所以追上 5 分格要 $5 \div \frac{11}{12} = 5\frac{5}{11}$ (分鐘)，

即 5 點 $5\frac{5}{11}$ 分時，兩針相距 20 分格。

b. 長針追上短針後，再超過 20 分格，也與題義相合，所以本題還有一個答案。長針本在短針後 25 分格，現在要超過 20 分格，共比短針多走 $25 + 20 = 45$ 分格。

因為長針每分鐘多走 $\frac{11}{12}$ 分格，

所以多走 45 分格要 $45 \div \frac{11}{12} = 49\frac{1}{11}$ (分鐘)。

即 5 點 $49\frac{1}{11}$ 分時，兩針又相距 20 分格。

公式	$\text{長針多走的路} \div \frac{11}{12} (\text{每分多走的路}) = \text{經過分鐘}$
----	--

[注意] 鐘面問題，通常必有兩個答案：一個答案是長針在短針前的；一個答案是長針在短針後的。但兩針相重疊及

兩針成直線，則只有一個答案，因為每點鐘內兩針只重疊一次；成直線也只有一次。

十一 寒暑表問題

例 華氏 77 度，合攝氏、列氏各幾度？

解 華氏：沸點 212° ，冰點 32° ，零度在冰點下 32° ；

攝氏：沸點 100° ，冰點 0° ；

列氏：沸點 80° ，冰點 0° 。

自冰點到沸點：華氏 180 格，

攝氏 100 格，

列氏 80 格。

同距離內，三種表格數多少的比是：

$$\underline{\text{華}}:\underline{\text{攝}}:\underline{\text{列}} = 180:100:80 = 9:5:4,$$

即 攝氏 格數合 華氏 格數的 $\frac{5}{9}$ ，

列氏 格數合 華氏 格數的 $\frac{4}{9}$ ，

列氏 格數合 攝氏 格數的 $\frac{4}{5}$ 。

倘就每格的大小言，

則 攝氏 1 格合 華氏 $\frac{9}{5}$ 格，

列氏 1 格合華氏 $\frac{9}{4}$ 格，

列氏 1 格合攝氏 $\frac{5}{4}$ 格。

a. 華氏 77° 在冰點上 $77 - 32 = 45$ 格，

合攝氏冰點上 $45 \times \frac{5}{9} = 25$ 格，

(或) $45 \div \frac{9}{5} = 25$ 格。

攝氏冰點上 25 格，即 25 度。

b. 華氏 77° 在冰點上 $77 - 32 = 45$ 格，

合列氏冰點上 $45 \times \frac{4}{9} = 20$ 格，

(或) $45 \div \frac{9}{4} = 20$ 格。

列氏冰點上 20 格，即 20 度。

公 式	$(\text{華氏度數} - 32) \times \frac{5}{9} = \text{攝氏度數}$
	$(\text{華氏度數} - 32) \times \frac{4}{9} = \text{列氏度數}$
	$\text{攝氏度數} \times \frac{9}{5} + 32 = \text{華氏度數}$
	$\text{攝氏度數} \times \frac{4}{5} = \text{列氏度數}$
	$\text{列氏度數} \times \frac{9}{4} + 32 = \text{華氏度數}$
	$\text{列氏度數} \times \frac{5}{4} = \text{攝氏度數}$

[注意一] 在冰點以上，這六個公式都能適用；在冰點以下，那末關於華氏的四個公式便不適用了。參看下列：

“華氏 14 度，合攝氏、列氏各幾度？”

由公式一，得攝氏 $(14 - 32) \times \frac{5}{9}$ ，

由公式二，得列氏 $(14 - 32) \times \frac{4}{9}$ 。

在算術裏，小數不能減大數，上面二式，都無法求出結果，只得捨掉公式，另外找尋解法。

a. 華氏 14 度，在冰點下 $32 - 14 = 18$ 格，

合攝氏冰點下 $18 \times \frac{5}{9} = 10$ 格，

即 攝氏零下 10 度。

b. 華氏 14 度，在冰點下 $32 - 14 = 18$ 格，

合列氏冰點下 $18 \times \frac{4}{9} = 8$ 格，

即 列氏零下 8 度。

[注意二] 倘引用代數學上的負號，則上面六個公式，恆能普遍應用。

14 減 32，可寫做 $14 - 32 = -18$ ，

上式表示：由 14 度減 32 度，還不足 18 度，亦即華氏 14 度在冰點下 18 度。

負數與 $\frac{5}{9}$ 相乘，與普通乘法相同，惟乘積之前，仍當附以負號(-)。如

$$-18 \times \frac{5}{9} = -10,$$

即 攝氏零下 10 度。

由是華氏 14 度，合攝氏 $(14-32) \times \frac{5}{9} = -18 \times \frac{5}{9} = -10,$

列氏 $(14-32) \times \frac{4}{9} = -18 \times \frac{4}{9} = -8.$

十二 已知母數的分數問題

例 橘子 84 隻，爛掉 $\frac{2}{21}$ ，問爛掉幾隻？

解 爛掉的橘子數是 84 隻的 $\frac{2}{21}$ 。

84 隻是做分數的標準的，叫做母數。爛掉的橘子是分數所代表的，叫做子數。演算已知母數的分數問題，一定要用乘法。但有一句話，必須記牢，便是：

“要求出那一部分，便用那部分的分數乘”。本題要求爛掉的部分，便用爛掉的分數去乘母數 84 隻。

$$\therefore \text{爛掉 } 84 \text{ 隻} \times \frac{2}{21} = 8 \text{ 隻}.$$

公式	母數 \times 分數 = 子數
----	---------------------

[注意] 已知母數的分數問題，變化極多，內容非常複雜，

茲更多舉數例，逐一說明如下：

例一 兩地相距 35 里，第一小時走 8 里，第二小時走其餘的 $\frac{1}{3}$ 問第二小時走多少？

解 第一小時走後所餘的是母數，

即 $35 \text{ 里} - 8 \text{ 里} = 27 \text{ 里}$ ，是母數；

第二小時走的是子數。

∴ 第二小時走 $27 \text{ 里} \times \frac{1}{3} = 9 \text{ 里}$ 。

例二 兩地相距 36 里，第一小時走 $\frac{1}{4}$ ，第二小時走 $\frac{1}{6}$ 。問兩小時共走多少？

解 36 里是母數，兩小時所走的都是子數。所求的是兩個子數的和，應當先求出代表這個和的分數。

兩小時共走 $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$ ，

是 $36 \text{ 里} \times \frac{5}{12} = 15 \text{ 里}$ 。

公式	母數 \times 分數和 = 子數和
----	-----------------------

例三 某人有遺產 15000 元，長子得 $\frac{2}{5}$ ，次子得 $\frac{1}{3}$ 。問長

子比次子多得幾何？

解 15000 元是母數，長子、次子所得的都是子數。所求的是兩個子數的差，應當先求出代表兩子差的分數。

$$\text{長子比次子多得 } \frac{2}{5} - \frac{1}{8} = \frac{1}{15},$$

$$\text{是 } 15000 \text{ 元} \times \frac{1}{15} = 1000 \text{ 元}.$$

公式	母數 \times 分數差 = 子數差
----	-----------------------

例四 米 $16\frac{1}{2}$ 石，吃掉了 $\frac{2}{3}$ ，還餘多少石？

解 $16\frac{1}{2}$ 石是母數，吃掉的是子數，餘的是母子差。本題要求母子差，應當先求出代表母子差的分數。

$$\text{還餘米 } 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3},$$

$$\text{是 } 16\frac{1}{2} \text{ 石} \times \frac{1}{3} = 5\frac{1}{2} \text{ 石}.$$

公式	母數 \times (1 - 分數) = 母子差
----	----------------------------

例五 甲乙丙三人分國幣 156 元：甲得 $\frac{1}{3}$ ，乙得 $\frac{1}{4}$ ，丙得其餘。問丙得多少？

解 156 元是母數，甲乙所得的都是子數。本題要求丙，

當先求出代表丙的分數。

$$\text{甲乙共得} \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12};$$

$$\text{丙得} \quad 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12},$$

$$\text{是} \quad 156 \text{ 元} \times \frac{5}{12} = 65 \text{ 元}.$$

例六 乙有資本 1200 元，甲原有資本是乙的 3 倍；後因經營失敗，所餘資本僅合乙的 $\frac{5}{6}$ 。問甲損失多少？

解 1200 元是母數。本題要求甲損失之數，當先求出代表甲損失的分數。

$$\text{甲原有} 3, \text{ 後來只餘} \frac{5}{6},$$

$$\text{共計損失} \quad 3 - \frac{5}{6} = 2\frac{1}{6},$$

$$\text{是} \quad 1200 \text{ 元} \times 2\frac{1}{6} = 2600 \text{ 元}.$$

例七 甲有資本 1800 元，一年後獲利 $\frac{1}{3}$ 。問甲現在有資本多少？

解 1800 元是母數，獲利是子數，現有資本是母子和。本題要求母子和，當先求出代表母子和的分數。

$$\text{現有資本是} \quad 1 + \frac{1}{3} = 1\frac{1}{3},$$

是 $1800 \text{ 元} \times 1\frac{1}{3} = 2400 \text{ 元}.$

公式	$\text{母數} \times (1 + \text{分數}) = \text{母子和}$
----	---

例八 橘子 3 桶：第一桶有 1800 隻，第二桶比第一桶多 $\frac{1}{12}$ ，
第三桶比第一桶少 $\frac{3}{20}$ 。問三桶共有橘子多少？

解 1800 隻是母數。本題要求三桶橘子的和，當先求出代表三桶橘子的分數。

第一桶是 $1,$

第二桶是 $1 + \frac{1}{12} = 1\frac{1}{12},$

第三桶是 $1 - \frac{3}{20} = \frac{17}{20};$

三桶的和是 $1 + 1\frac{1}{12} + \frac{17}{20} = 2\frac{14}{15},$

是 $1800 \times 2\frac{14}{15} = 5280 \text{ (隻)}.$

例九 某中學有學生 954 人，高中佔 $\frac{1}{3}$ ，商科佔高中的 $\frac{1}{3}$ ，
問商科有多少學生？

解 954 人是母數。本題要求商科的學生數，當先求出代表商科學生的分數。

高中佔全校的 $\frac{1}{3}$,

商科佔高中的 $\frac{1}{3}$, 即 $\frac{1}{3}$ 的 $\frac{1}{3}$,

是全校的 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$,

∴ 商科學生有 $954 \text{ 人} \times \frac{1}{9} = 106 \text{ 人}$.

例十 兩地相距 352 里, 第一日行 $\frac{1}{2}$, 第二日行其餘的 $\frac{3}{4}$.
問第二日行多少?

解 352 里是母數, 本題要求第二日所行的路, 當先求出代表第二日所行路的分數.

第一日行全路的 $\frac{1}{2}$, 還餘 $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$;

第二日所行是 $\frac{1}{2}$ 的 $\frac{3}{4}$,

即全路的 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$,

∴ 第二日行 $352 \text{ 里} \times \frac{3}{8} = 132 \text{ 里}$.

例十一 某小學有學生 540 人: 高級佔 $\frac{1}{4}$, 中級佔其餘的 $\frac{5}{9}$, 那末低級有幾人?

解 540 人是母數。本題要求低級的人數，應先求出代表低級的分數。

高級佔全體的 $\frac{1}{4}$ ，

除掉高級還有 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ ；

中級佔 $\frac{3}{4}$ 的 $\frac{5}{9}$ ，

除掉中級還有 $\frac{3}{4}$ 的 $1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$ ；

可見低級佔 $\frac{3}{4}$ 的 $\frac{4}{9}$ ，即全體的 $\frac{3}{4} \times \frac{4}{9} = \frac{1}{3}$ ，

∴ 低級有 $540 \text{ 人} \times \frac{1}{3} = 180 \text{ 人}$ 。

例十二 某人把財產 5400 元，分給四子：長子得 $\frac{1}{3}$ ；次子得其餘的 $\frac{1}{3}$ ；其餘給三子及四子。已知第四子所得是長子的 $\frac{5}{9}$ ，問第三子得多少？

解 5400 元是母數。本題要求第三子所得的財產，當先求出代表第三子的分數。

長子得 $\frac{1}{3}$ ，

次子得 $\left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$,

三子、四子共得 $\left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{4}{9}$,

四子得 $\frac{1}{3} \times \frac{5}{9} = \frac{5}{27}$,

三子得 $\frac{4}{9} - \frac{5}{27} = \frac{7}{27}$,

是 $5400 \text{ 元} \times \frac{7}{27} = 1400 \text{ 元}$ 。

總括以上的許多例題，可得一公式如下：

<p>所求答案 = 母數 \div 代表答案的分數</p>
--

十三 求母數的分數問題

例 子年 12 歲，合母年的 $\frac{1}{4}$ 問母年幾歲？

解 子年是母年的 $\frac{1}{4}$ 。

子年是分數所代表的，是子數。

母年是做分數的標準的，是母數。

演算求母數的分數問題，一定要用除法。但有一句話要記

牢，便是：

“已知的是那一部分，便用那部分的分數除。”本題已知的

12 歲是子年，使用代表子年的分數去除。

$$\therefore \text{母年} \quad 12 \text{ 歲} \div \frac{1}{4} = 48 \text{ 歲.}$$

公式	子數 \div 分數 = 母數
----	-------------------

〔注意〕 求母數的分數問題，也變化極多，內容非常複雜。

茲亦多舉數例，逐一說明如下：

例一 子年 12 歲，比父年的 $\frac{1}{4}$ 多 2 歲。求父年。

解 父年是母數，子年比子數多 2 歲。

父年的 $\frac{1}{4}$ 是 $12 \text{ 歲} - 2 \text{ 歲} = 10 \text{ 歲}$ ，即子數。

$$\therefore \text{父年是} \quad 10 \text{ 歲} \div \frac{1}{4} = 40 \text{ 歲.}$$

例二 一個旅行的人，第一天走全路的 $\frac{1}{3}$ ，第二天走全路的 $\frac{2}{5}$ ，兩天共走 88 里。問全路長幾里？

解 全路是母數。兩天所走的路都是子數。88 里是兩個子數的和，所以要先求出代表子數和的分數。

$$88 \text{ 里是全路的} \quad \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{11}{15},$$

$$\therefore \text{全路長} \quad 88 \text{ 里} \div \frac{11}{15} = 120 \text{ 里.}$$

公式	子數和 ÷ 分數和 = 母數
----	----------------

例三 甲乙二人上山，甲已行 $\frac{1}{2}$ ，乙已行 $\frac{1}{3}$ 。但知兩人相差 120 級，那末這座山一共有石級多少？

解 石級的總數是母數。兩人所走的路都是子數。已知的 120 級是兩個子數的差，所以要先求出代表子數差的分數。

120 級是全路的 $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ ，

∴ 全路有 $120 \text{ 級} \div \frac{1}{6} = 720 \text{ 級}$ 。

公式	子數差 ÷ 分數差 = 母數
----	----------------

例四 某商店經營一年後，損失 $\frac{1}{12}$ ，還餘資本 4400 元。問原有資本多少？

解 原有資本是母數。損失的是子數。所餘的 4400 元是母子差，所以先要求出代表母子差的分數。

損失 $\frac{1}{12}$ 後，還餘 $1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ 即 4400 元。

∴ 原有資本 $4400 \text{ 元} \div \frac{11}{12} = 4800 \text{ 元}$ 。

公式	$\text{母子差} \div (1 - \text{分數}) = \text{母數}$
----	---

例五 某人把所有國幣的 $\frac{1}{5}$ 買地產， $\frac{1}{4}$ 造房屋 還餘 18700 元。問這人原有國幣多少？

解 原有國幣是母數，地產和房屋都是子數，18700 元是餘數，所以先要求出代表餘數的分數。

地產、房屋共用掉 $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{9}{20}$

還餘 $1 - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$ ，是 18700 元。

∴ 這人原有 $18700 \text{ 元} \div \frac{11}{20} = 34000 \text{ 元}$ 。

例六 乙缸原有的水是甲缸的 $\frac{1}{2}$ 。後來乙缸又倒入 1 石 8 斗，所有的水遂 2 倍於甲缸。問兩缸原來各有水多少？

解 甲缸原有的水是母數，乙缸原有的水是子數。

本題的兩個答案，一是母數，一是子數。

應先求出母數，再求子數。

乙原有 $\frac{1}{2}$ ，加了 18 斗，便變成 2。

足見代表 18 斗的分數是 $2 - \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ 。

$$\therefore \text{甲缸原有水} \quad 18 \text{ 斗} \div 1\frac{1}{2} = 12 \text{ 斗},$$

$$\text{乙缸原有水} \quad 12 \text{ 斗} \times \frac{1}{2} = 6 \text{ 斗}.$$

例七 兄年比弟年大 $\frac{1}{3}$ ，已知兄年是 24 歲，問弟年幾歲？

解 弟年是母數，兄大於弟的歲數是子數。

兄年是母子和，本題已知母子和，當先求出代表母子和的分數。

$$24 \text{ 歲是弟年的} \quad 1 + \frac{1}{3} = 1\frac{1}{3} \text{ (倍)},$$

$$\therefore \text{弟年} \quad 24 \text{ 歲} \div 1\frac{1}{3} = 18 \text{ (歲)}.$$

公式	母子和 \div (1 + 分數) = 母數
----	--------------------------

例八 某大學共有學生 950 人，已知工科比理科多 $\frac{1}{2}$ ，文科比理科少 $\frac{1}{3}$ ，問三科各有多少人？

解 理科是母數，工科是母子和，文科是母子差。

本題未知母數，當先求母數，即先求理科。

$$\text{理科是} \quad 1,$$

$$\text{工科是} \quad 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2},$$

文科是 $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

三科的和是 $1 + 1\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = 3\frac{1}{6}$, 即 950 人.

∴ 理科有 $950 \text{ 人} \div 3\frac{1}{6} = 300 \text{ 人}$,

工科有 $300 \text{ 人} \times 1\frac{1}{2} = 450 \text{ 人}$,

文科有 $300 \text{ 人} \times \frac{2}{3} = 200 \text{ 人}$.

例九 某人把財產的 $\frac{2}{3}$ 捐助文化事業，其中捐助學校的有 18000 元，佔全部捐款的 $\frac{1}{3}$ 。問這人原有財產多少？

解 全部財產是母數，是 1；

捐款是 1 的 $\frac{2}{3}$ ，是 $1 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$ ，

18000 元是 $\frac{2}{3}$ 的 $\frac{1}{3}$ ，是 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$ 。

∴ 全部財產 $18000 \text{ 元} \div \frac{2}{9} = 81000 \text{ 元}$ 。

例十 某校買地一塊，把 $\frac{2}{3}$ 闢作運動場，把其餘的 $\frac{2}{3}$ 建築校舍。已知校舍佔地 $4\frac{1}{2}$ 畝。問某校共買地多少？

解 所買的地是母數，是 1。

闢運動場後還餘 $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ ，

校舍佔 $\frac{1}{3}$ 的 $\frac{2}{3}$ ，是 $\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$ ，即 $4\frac{1}{2}$ 畝。

∴ 共買地 $4\frac{1}{2}$ 畝 $\div \frac{2}{9} = 20\frac{1}{4}$ 畝。

例十一 一個旅行的人，由甲地往乙地，先乘火車行 $\frac{3}{4}$ ，再乘汽車行所餘的 $\frac{4}{5}$ ，更步行 15 里而抵乙地。求兩地的距離。

解 兩地的距離是母數，是 1，

乘火車後還餘 $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ ，

乘汽車後還餘 $\frac{1}{4}$ 的 $1 - \frac{4}{5}$ ，是 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$ 。

15 里是全路的 $\frac{1}{20}$ 。

∴ 全路長 15 里 $\div \frac{1}{20} = 300$ 里。

例十二 某人把家產分給子女，長子得 $\frac{3}{7}$ ，次子得所餘的 $\frac{3}{8}$ ，其餘由三女平均分配。已知次子比一女多得 800 元。問各得多少？

解 全部家產是母數。

本題所求的答案雖不是母數，但因母數尚未知道，必須先把母數求出。

$$\text{長子得} \quad \frac{3}{7},$$

$$\text{次子得} \quad \left(1 - \frac{3}{7}\right) \times \frac{3}{8} = \frac{3}{14},$$

$$\text{三女各得} \quad \left(1 - \frac{3}{7}\right) \times \left(1 - \frac{3}{8}\right) \div 3 = \frac{5}{42},$$

$$\text{次子比一女多得} \quad \frac{3}{14} - \frac{5}{42} = \frac{2}{21},$$

$$800 \text{ 元是全部財產的 } \frac{2}{21},$$

$$\therefore \text{全部財產是} \quad 800 \text{ 元} \div \frac{2}{21} = 8400 \text{ 元}.$$

$$\text{長子得} \quad 8400 \text{ 元} \times \frac{3}{7} = 3600 \text{ 元},$$

$$\text{次子得} \quad 8400 \text{ 元} \times \frac{3}{14} = 1800 \text{ 元},$$

$$\text{三女各得} \quad 8400 \text{ 元} \times \frac{5}{42} = 1000 \text{ 元}.$$

總括以上許多例題，可得一公式如下：

$\text{母數} = \text{已知數} \div \text{代表已知數的分數}$

十四 單比例問題

例 國幣14.4元，買茶12斤；如果買9斤，還餘多少？又如
果茶每斤加價0.4元，那末少買幾斤？

解 兩種量的增減有一定關係的，叫做‘這兩種量成比例’。

a 每斤茶的價值不變，那末斤數買得多，共價也多；斤數買得少，共價也少：所以斤數和共價成正比例。

先後兩次斤數的比是 12:9,

先後兩次共價的比是 14.4: x ,

這兩個比值應當是相等的。

所以得比例式： $12:9 = 14.4:x$,

$$x = \frac{9 \times 14.4}{12} = 10.8,$$

即茶9斤之價是10.8元。

∴ 還餘 14.4元 - 10.8元 = 3.6元。

b 共價不變，那末每斤的價值貴，斤數便買得少；每斤的價值賤，斤數便買得多：所以每斤的價值和斤數是成反比例的。

原來每斤價 14.4元 ÷ 12 = 1.2元，

後來每斤價 1.2元 + 0.4元 = 1.6元。

先後每斤價值的比是 $12:1.6$,

斤數和每斤價是成反比例的,

所以斤數的比應當是 $1.6:1.2$,

由是得比例式: $1.6:1.2 = 12:x$,

$$x = \frac{1.2 \times 12}{1.6} = 9.$$

即增價後可買 9 斤。

∴ 少買 $12 \text{ 斤} - 9 \text{ 斤} = 3 \text{ 斤}$ 。

[注意] 本題的未知量只和一種已知量成比例,所以叫做單比例(如果未知量和二種或二種以上的已知量成比例,便叫做複比例)單比例式的變化很多,現在再舉數例說明如下:

例一 甲乙二人每月收入的比是 $7:5$ 。已知甲每月收入比乙多 40 元。問二人每月各收入多少?

解 甲是 7, 乙是 5 甲乙的差是 $7-5$ 。

a. 差比甲 $= 7-5:7$, 即 40 元 : x 元,

由單比例式: $7-5:7 = 40:x$,

得 $x = \frac{7 \times 40}{2} = 140$,

即甲每月收入 140 元。

b. 差比乙 $= 7-5:5$, 即 40 : x ,

由單比例式： $7-5:5=40:x$,

得 $x = \frac{5 \times 40}{2} = 100$,

即乙每月收入 100 元。

例 甲乙二冊書定價的比是 3:1, 已知這兩冊書定價的和是 1 元, 求各冊的定價。

解 甲是 3, 乙是 1, 甲乙的和是 3+1.

a 和比甲 = 3+1:3, 即 1 元: x 元。

由單比例式： $3+1:3=1:x$,

得 $x = \frac{3 \times 1}{4} = \frac{3}{4}$,

即甲的定價是 $\frac{3}{4}$ 元。

b . 和比乙 = 3+1:1, 即 1 元: x 元。

由單比例式： $3+1:1=1:x$,

得 $x = \frac{1 \times 1}{4} = \frac{1}{4}$,

即乙的定價是 $\frac{1}{4}$ 元。

例三 某要塞所儲糧食, 可供守兵 1200 人吃 56 日。如果把守兵減為 1000 人, 那末可以多吃幾日?

解 前後人數的比是 1200:1000 = 3:2,

因日數是人數的反比。

可知前後日數的比是 $2:3$,

前日數比日數差是 $2:3-2$,

即 56 日 x 日。

由單比例式: $2:3-2=56:x$,

得 $x = \frac{1 \times 56}{2} = 28$,

即可以多吃 28 日。

(本題亦可先求 1200 人共吃幾日,然後再求多吃幾日。)

例四 一舟往返於甲乙兩埠間,往順水,返逆水。已知往返速度的比是 $5:3$,又知往費 $4\frac{1}{2}$ 小時,那末往返共費幾小時?

解 時間的比是速度的反比。

由是往返時間之比是 $3:5$,

往比往返的和是 $3:3+5$, 即 $4\frac{1}{2}$ 時: x 時。

由單比例式: $3:3+5=4\frac{1}{2}:x$,

得 $x = \frac{8 \times 4\frac{1}{2}}{3} = 12$,

即往返共需 12 時。

(本題亦可先求返的時間,然後再求往返共需多少時。)

例五 兩地相距若干里，甲走 12 分鐘可到，乙走 24 分鐘可到。倘兩人自兩地同時相向出發，那末走幾分鐘而相會？

解 甲乙所需時間的比是 12:24,
 甲乙速度的比是 24:12,
 甲與甲乙速度和的比是 24:24 + 12,
 甲與甲乙和所需時間的比 24 + 12:24, 即 12:x.
 由單比例式: $24 + 12:24 = 12:x$,
 得 $x = \frac{24 \times 12}{36} = 8$,

即兩人走 8 分鐘而相會。

例六 甲乙二人工資之比是 7:5, 已知甲每日比乙多 $\frac{1}{4}$ 元, 那末兩人合作一日, 共得工資多少？

解 甲的工資是 7, 乙的工資是 5.
 甲乙的差是 7 - 5,
 甲乙的和是 7 + 5.
 差比和是 7 - 5:7 + 5, 即 $\frac{1}{4}$ 元:x 元.
 由單比例式: $7 - 5:7 + 5 = \frac{1}{4}:x$,
 得 $x = \frac{12 \times \frac{1}{4}}{2} = 1\frac{1}{2}$ 元.

十五 複比例問題

例 288 人，每日工作 11 小時，5 日掘成一溝，長 132 丈，闊 6 尺，深 2 尺。現在用 112 人，每日工作 9 小時，掘成一溝，長 210 丈，闊 8 尺，深 3 尺，要幾天？但前後兩批工人能力的比是 4:5。

解 複比例問題中，數字較多，極易糾纏，最好分四步手續做去。

第一步：先把題中數量，作如下的排列：直行排列同一組的數量；橫行排列各種同類數量的比（含未知數量的一個比，不一定要排在最上一行；但以排在最上一行為便）。

	第一組	第二組
日數	5 日	x 日
人數	288 人	112 人
每日時數	11 時	9 時
長	132 丈	210 丈
闊	6 尺	8 尺
深	2 尺	3 尺
能力	4	5

第二步：認清正反比例。成正比例的，在下面畫一條箭頭

向右的線，成反比例的，在下面畫一條箭頭向左的線。

	第一組	第二組	
日數	5 日	x 日	
人數	288 人	112 人	(人數多, 日數減少.)
每日時數	11 時	9 時	(每日時數多, 日數減少.)
長	132 丈	210 丈	(溝愈長, 日數愈多.)
闊	6 尺	8 尺	(溝愈闊, 日數愈多.)
深	2 尺	3 尺	(溝愈深, 日數愈多.)
能力	4	5	(能力大, 日數減少.)

第三步：列比例式，含未知數量的一個比，列在等號右邊，其餘都列在等號左邊。各比的前後項，視箭頭的方向而定，在箭頭上面的，列入後項。

$$\left. \begin{array}{l} 112 : 288 \\ 9 : 11 \\ 132 : 210 \\ 6 : 8 \\ 2 : 3 \\ 5 : 4 \end{array} \right\} = 5 : x$$

第四步：解比例式。外項作分母，內項作分子。

$$x = \frac{288 \times 11 \times 210 \times 8 \times 3 \times 4 \times 5}{112 \times 9 \times 132 \times 6 \times 2 \times 5} = 40 \text{ (日)}.$$

【注意】演算純熟後，上列的四步手續中可省去一部分。最普通者，為省去最初兩步手續，直接列出比例式，或認清正反比後，省去第三步手續，直接列出分數式求答案（在箭頭上面的列入分子，與未知數量成比的一個數量，亦列入分子）。倘在平時練習，只須求出答案，不必列式，那末僅用第四步手續亦可（倘用第三步手續，亦可認外項做分母，內項做分子，而行約分）。

十六 連鎖比例問題

例 上米 3 升之價，等於中米 3 升 2 合之價；中米 4 升之價，等於下米 4 升 5 合之價。下米 4 斗 5 升之價是 3 元 7 角 5 分，求上米 7 石 2 斗之價。

解 通常連鎖比例式恆列如下形：

價	x 元	———	720 升	上米
上米	3 升	———	32 合	中米
中米	40 合	———	45 合	下米
下米	450 合	———	3.75 元	價

由是可知列連鎖比例式時，橫線兩端的兩數量，必須等值；斜線兩端的兩數量，必須同種類、同單位；第一項和最後一項，亦須同種類、同單位。未知項不必列在最先，但以列在最先為便。

解連鎖比例式時，以左邊含 x 的一行做分母；右邊的一行做分子。

$$x = \frac{720 \times 32 \times 45 \times 3.75}{3 \times 40 \times 450} = 72 \text{ 元。}$$

[注意] 解連鎖比例時，倘遇題中數量有成反比例的，那末不能直接用連鎖法求解；必須先把題中的條件加以變化，再行演算。茲舉例說明如下：

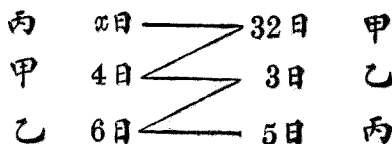
例 甲乙丙三人，能力的比，甲與乙是 3:4，乙與丙是 5:6。一件工程，甲 32 天完成，叫丙做要幾天？

解 題中甲乙和乙丙的關係，都是能力；而所求答案是完成一件工程所需的天數。能力和所需天數是成反比例的，不能直接用連鎖法求算，須將題中條件先行變化如下：

甲乙能力的比是 3:4，則同作一事所需天數的比是 4:3，即甲 4 日的工作抵乙 3 日的工作。

同樣：乙 6 日的工作，抵丙 5 日的工作。

由是得連鎖比例式如下：



$$x = \frac{32 \times 3 \times 5}{4 \times 6} = 20 \text{ (日)}.$$

十七 按分比例問題一

例 甲乙丙丁四人分國幣 3380 元。已知各人所得的連比是 9:7:6:4。問各得多少？

解 $9+7+6+4=26,$

即 3380 元可分做 26 份。

其中甲得 9 份，乙得 7 份，丙得 6 份，丁得 4 份。

由 $26:9=3380:\text{甲}$ ，得 $\text{甲} = \frac{9 \times 3380}{26} = 1170 \text{ (元)};$

由 $26:7=3380:\text{乙}$ ，得 $\text{乙} = \frac{7 \times 3380}{26} = 910 \text{ (元)};$

由 $26:6=3380:\text{丙}$ ，得 $\text{丙} = \frac{6 \times 3380}{26} = 780 \text{ (元)};$

由 $26:4=3380:\text{丁}$ ，得 $\text{丁} = \frac{4 \times 3380}{26} = 520 \text{ (元)}.$

[注意一] 按分比例問題，不一定要列比例式，用分數式解亦可。

甲得 $\frac{9}{26}$ ，是 $3380 \text{ 元} \times \frac{9}{26} = 1170 \text{ 元};$

乙得 $\frac{7}{26}$ ，是 $3380 \text{ 元} \times \frac{7}{26} = 910 \text{ 元}$ ；

丙得 $\frac{6}{26}$ ，是 $3380 \text{ 元} \times \frac{6}{26} = 780 \text{ 元}$ ；

丁得 $\frac{4}{26}$ ，是 $3380 \text{ 元} \times \frac{4}{26} = 520 \text{ 元}$ 。

[注意二] 在按分比例問題中，倘各單位的連比不曾明白說出，那末當先求出連比，再行按分。茲再舉例說明如下

例 甲乙丙丁四人分國幣 5250 元。已知甲與乙是 4:3；乙與丙是 3:2；丙與丁是 3:4。問四人各得多少？

解 本題當先求出四人所得的連比。

求連比可分四步手續：

第一步：把四個單比例成下面的格式：

$$\begin{array}{l}
 \text{甲} : \text{乙} : \text{丙} : \text{丁} \\
 4 : 3 \longrightarrow \longrightarrow \\
 \longleftarrow 3 : 2 \longrightarrow \\
 \longleftarrow \longleftarrow 3 : 4
 \end{array}$$

第二步：把圖中空處，用左右貼鄰的數字填入。

第三步：直行連乘求積。

第四步：用各項的最大公約數去約（如果沒有公約數，就不必約）。

$$\begin{array}{r}
 \text{甲} : \text{乙} : \text{丙} : \text{丁} \\
 4 : 3 \quad 3 \quad 3 \\
 3 \quad 3 : 2 \quad 2 \\
 3 \quad 3 \quad 3 : 4 \\
 \hline
 3 \left| \begin{array}{l} 36 : 27 : 18 : 24 \\ \hline 12 : 9 : 6 : 8 \end{array} \right.
 \end{array}$$

即 甲 : 乙 : 丙 : 丁 = 12 : 9 : 6 : 8,

$$12 + 9 + 6 + 8 = 35.$$

甲得 $\frac{12}{35}$, 是 5250 元 $\times \frac{12}{35} = 1800$ 元;

乙得 $\frac{9}{35}$, 是 5250 元 $\times \frac{9}{35} = 1350$ 元;

丙得 $\frac{6}{35}$, 是 5250 元 $\times \frac{6}{35} = 900$ 元;

丁得 $\frac{8}{35}$, 是 5250 元 $\times \frac{8}{35} = 1200$ 元;

十八 按分比例問題二

例 甲乙丙三人合資經商;甲出資本1200元,經過3個月;乙出1000元,經過7個月;丙出2000元,經過5個月。現在獲利1330元,應如何分配?

解 分配獲利的多少,與出資的多少成正比例,與時期的長短也成正比例。

所以三人所得元數的比是資本和時期的複比。

$$\begin{aligned} \text{甲} : \text{乙} : \text{丙} &= \left\{ \begin{array}{l} 1200 \text{ 元} : 1000 \text{ 元} : 1000 \text{ 元} \\ 8 \text{ 月} : 7 \text{ 月} : 5 \text{ 月} \end{array} \right\} \\ &= 9600 : 7000 : 10000 \\ &= 48 : 35 : 50, \end{aligned}$$

$$48 + 35 + 50 = 133.$$

$$\text{甲得 } \frac{48}{133}, \text{ 是 } 1330 \text{ 元} \times \frac{48}{133} = 480 \text{ 元};$$

$$\text{乙得 } \frac{35}{133}, \text{ 是 } 1330 \text{ 元} \times \frac{35}{133} = 350 \text{ 元};$$

$$\text{丙得 } \frac{50}{133}, \text{ 是 } 1330 \text{ 元} \times \frac{50}{133} = 500 \text{ 元}.$$

十九 混合比例問題一

例 上等茶每斤 4 元 8 角，下等茶每斤 1 元 2 角；現在要混合成每斤 2 元 4 角的中等茶 90 斤，應各用幾斤？

解 照上等茶算，混合後每斤損失

$$4.8 \text{ 元} - 2.4 \text{ 元} = 2.4 \text{ 元};$$

照下等茶算，混合後每斤獲利

$$2.4 \text{ 元} - 1.2 \text{ 元} = 1.2 \text{ 元}.$$

損與益的比是 $2.4 : 1.2 = 2 : 1$,

損失大的，斤數要用得少；獲利少的，斤數該用得更多。可見

損益和斤數是應成反比例的，由是上等茶與下等茶斤數的比是

$$1 : 2.$$

$$\therefore \text{上等茶} \quad 90 \text{ 斤} \times \frac{1}{1+2} = 30 \text{ 斤},$$

$$\text{下等茶} \quad 90 \text{ 斤} \times \frac{2}{1+2} = 60 \text{ 斤}.$$

混合比例的算式如下：

混合價	原價	損益	混合比	混合量
24 角	48 角	損 24 角	1 2	$90 \times \frac{1}{3} = 30$
	12 角	益 12 角	2 1	$90 \times \frac{2}{3} = 60$

[注意一] 演算純熟後，可選用下式，較為便捷。

$$24 \left\{ \begin{array}{l} 48 \quad 1 \quad 2 \quad 90 \times \frac{1}{3} = 30, \\ 12 \quad 2 \quad 1 \quad 90 \times \frac{2}{3} = 60. \end{array} \right.$$

[注意二] 混合比例問題一，與雞兔問題一，性質完全相同，故兩種解法可以通用。

二十 混合比例問題二

例 甲種酒每斤 7 角 2 分，乙種酒每斤 6 角，丙種酒每斤 4 角 3 分。現在要混合成每斤 5 角 7 分的酒 140 斤，應各用幾斤？但已知中等酒與下等酒之比是 3 : 2。

解	混合價	原價	損益	混合比
		72分	損 15分	x
	57分	60分	損 3分	3
		48分	益 9分	2

假定中等酒用 3 斤，下等酒用 2 斤，

那末總計益 $9 \text{分} \times 2 - 3 \text{分} \times 3 = 9 \text{分}$ 。

但上等酒每斤損 15 分，

可見上等酒只能用 $9 \text{分} \div 15 \text{分} = \frac{3}{5}$ (斤)。

由是上、中、下三等酒的混合比是

$$\frac{3}{5} : 3 : 2 = 3 : 15 : 10,$$

$$3 + 15 + 10 = 28.$$

$$\therefore \text{上等酒} \quad 140 \text{斤} \times \frac{3}{28} = 15 \text{斤},$$

$$\text{中等酒} \quad 140 \text{斤} \times \frac{15}{28} = 75 \text{斤},$$

$$\text{下等酒} \quad 140 \text{斤} \times \frac{10}{28} = 50 \text{斤}.$$

正編 一題數解示例

(1) 木工每日工資 0.75 元，現在僱木工 18 人，作工 12 日，共計工資多少？

解 I 每人每日工資 0.75 元，
18 人每日工資 $0.75 \text{ 元} \times 18 = 13.5 \text{ 元}$ ，
18 人 12 日工資 $13.5 \text{ 元} \times 12 = 162 \text{ 元}$ 。

解 II 每人每日工資 0.75 元，
每人 12 日工資 $0.75 \text{ 元} \times 12 = 9 \text{ 元}$ ，
18 人 12 日工資 $9 \text{ 元} \times 18 = 162 \text{ 元}$ 。

解 III 1 人做 1 日，叫做 1 工，
18 人做 12 日，共計 $18 \text{ 工} \times 12 = 216 \text{ 工}$ ，
1 工的工資是 0.75 元，
216 工的工資是 $0.75 \text{ 元} \times 216 = 162 \text{ 元}$ 。

(2) 甲乙丙三數：甲乙的和是 147；乙丙的和是 123；甲丙的和是 132。求三數。

解 I $147 + 123 + 132 = (\text{甲} + \text{乙}) + (\text{乙} + \text{丙}) + (\text{甲} + \text{丙})$ ，

即 $402 = (\text{甲} + \text{乙} + \text{丙}) \times 2,$

即 甲乙丙三數和的 2 倍是 402;

由是甲乙丙三數的和是 $402 \div 2 = 201.$

\therefore 甲數是 $201 - 123 = 78,$

乙數是 $201 - 132 = 69,$

丙數是 $201 - 147 = 54.$

解 II $123 + 132 - 147 = (\text{乙} + \text{丙}) + (\text{甲} + \text{丙}) - (\text{甲} + \text{乙}),$

即 $108 = \text{丙} \times 2,$

即 丙數的 2 倍是 108.

\therefore 丙數是 $108 \div 2 = 54,$

乙數是 $123 - 54 = 69,$

甲數是 $132 - 54 = 78.$

解 III $132 - 123 = (\text{甲} + \text{丙}) - (\text{乙} + \text{丙}),$

即 $9 = \text{甲} - \text{乙},$

即 甲乙二數的差是 9;

題中已知甲乙二數的和是 147.

\therefore 由和差問題，得甲 $(147 + 9) \div 2 = 78,$

乙 $(147 - 9) \div 2 = 69,$

丙 $132 - 78 = 54.$

[注意] 仿解法二和三，還可各得兩種解法。

(3) 甲乙二校共有學生1248人；倘甲校移234人於乙校，則二校人數相等。求二校人數。



由圖上看來，二校人數的差是

$$234 \text{ 人} \times 2 = 468 \text{ 人};$$

題中已知二校人數的和是 1248 人。

∴ 由和差問題，得

$$\text{甲校} \quad (1248 \text{ 人} + 468 \text{ 人}) \div 2 = 858 \text{ 人},$$

$$\text{乙校} \quad (1248 \text{ 人} - 468 \text{ 人}) \div 2 = 390 \text{ 人}.$$

解 II 二校共有 1248 人，

那末相等時各有 $1248 \text{ 人} \div 2 = 624 \text{ 人}$ ，

這是甲校移 234 人於乙校的結果。

∴ 甲校原有 $624 \text{ 人} + 234 \text{ 人} = 858 \text{ 人}$ ，

乙校原有 $624 \text{ 人} - 234 \text{ 人} = 390 \text{ 人}$ 。

(4) 用繩測井：三折入水，還餘 2 尺；四折入水，便不夠 1 尺。求井深及繩長。

解 I 三折入水，還餘 2 尺，便是

繩長比井深的 3 倍多 2 尺 $\times 3 = 6$ 尺；

四折入水，不夠 1 尺，便是

繩長比井深的 4 倍少 1 尺 $\times 4 = 4$ 尺。

∴ 由盈虧問題，得 井深 $(6 \text{ 尺} + 4 \text{ 尺}) \div (4 - 3) = 10$ 尺；

繩長 $(10 \text{ 尺} + 2 \text{ 尺}) \times 3 = 36$ 尺，

或 $(10 \text{ 尺} - 1 \text{ 尺}) \times 4 = 36$ 尺。

解 II 三折入水，還餘 2 尺，便是

井深比繩長的 $\frac{1}{3}$ 少 2 尺；

四折入水，不夠 1 尺，便是

井深比繩長的 $\frac{1}{4}$ 多 1 尺。

$\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{4}$ 相差 $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ ，

實際上相差 2 尺 + 1 尺 = 3 尺。

∴ 繩長 $3 \text{ 尺} \div \frac{1}{12} = 3 \text{ 尺} \times 12 = 36$ 尺；

井深 $36 \text{ 尺} \times \frac{1}{3} - 2 \text{ 尺} = 12 \text{ 尺} - 2 \text{ 尺} = 10$ 尺，

或 $36 \text{ 尺} \times \frac{1}{4} + 1 \text{ 尺} = 9 \text{ 尺} + 1 \text{ 尺} = 10$ 尺。

[注意] 解法二的性質仍與盈虧問題相同。

(5) 有人騎自由車由甲地趕往乙地：若每小時行 35 里，則比預定的時刻遲到 1 小時；若每小時行 50 里，則早到 12 分鐘。現在要準預定的時刻趕到，每小時該行幾里？

解 I 每時 35 里，在預定的時刻內，還離乙地 35 里；

每時 50 里，在預定的時刻內，可多行 $50 \text{ 里} \times \frac{12}{60} = 10 \text{ 里}$ 。

由盈虧問題，知預定的時刻是

$$(35 + 10) \div (50 - 35) = 3 \text{ (時)};$$

全路長 $35 \text{ 里} \times (3 + 1) = 140 \text{ 里}$ 。

$$\therefore \text{每小時該行 } 140 \text{ 里} \div 3 = 46\frac{2}{3} \text{ 里}。$$

解 II 每時 35 里，則每里費 $\frac{1}{35}$ 時；

每時 50 里，則每里費 $\frac{1}{50}$ 時。

由是本題可改述如下：

每里行 $\frac{1}{35}$ 時，則不夠 1 時；每里行 $\frac{1}{50}$ 時，則餘 $\frac{12}{60} = \frac{1}{5}$ 時。

可見本題仍與盈虧問題相同。

全路長 $(1 + \frac{1}{5}) \div (\frac{1}{35} - \frac{1}{50}) = 140 \text{ (里)}$ ，

預定的時刻 $\frac{1}{35} \times 140 - 1 = 3 \text{ (時)}$ 。

∴ 每小時該行 $140 \text{ 里} \div 3 = 46\frac{2}{3} \text{ 里}$ 。

(6) 水果商賣梨：預算每元賣 20 隻，則可獲利 30 元；後因市價跌落，每元賣 25 隻，結果損失 10 元。求原來買梨多少？成本多少？

解 I 每元 20 隻，獲利 30 元，即

收回成本後還餘 $20 \text{ 隻} \times 30 = 600 \text{ 隻}$ ；

每元 25 隻，損失 10 元，即

要收回成本還缺 $25 \text{ 隻} \times 10 = 250 \text{ 隻}$ 。

由盈虧問題，得成本 $(600 + 250) \div (25 - 20) = 170 \text{ (元)}$ ；

共梨 $20 \text{ 隻} \times (170 + 30) = 4000 \text{ 隻}$ ，

或 $25 \text{ 隻} \times (170 - 10) = 4000 \text{ 隻}$ 。

解 II 每隻賣 $\frac{1}{20}$ 元，獲利 30 元；

每隻賣 $\frac{1}{25}$ 元，損失 10 元。

由盈虧問題，得梨 $(30 + 10) \div \left(\frac{1}{20} - \frac{1}{25}\right) = 4000 \text{ 隻}$ ；

成本 $4000 \div 20 - 30 = 170 \text{ (元)}$ ，

或 $4000 \div 25 + 10 = 170 \text{ (元)}$ 。

解 III 賺的賣價是每隻 $\frac{1}{20}$ 元，

損的賣價是每隻 $\frac{1}{25}$ 元，

損的賣價是賺的賣價的 $\frac{1}{25} \div \frac{1}{20} = \frac{4}{5}$ 。

由是賺的賣價是 $(30 \text{ 元} + 10 \text{ 元}) \div \left(1 - \frac{4}{5}\right) = 200 \text{ 元}$ ；

成本是 $200 \text{ 元} - 30 \text{ 元} = 170 \text{ 元}$ ，

共買梨 $20 \text{ 隻} \times 200 = 4000 \text{ 隻}$ 。

(7) 甲站有車 192 輛，乙站有車 48 輛。每日自甲站開往乙站的有 21 輛，自乙站開往甲站的有 24 輛。這樣過了幾天，甲站的車輛纔 7 倍於乙站？

解 I 兩站共有車 $192 \text{ 輛} + 48 \text{ 輛} = 240 \text{ 輛}$ 。

無論兩站的車輛怎樣增減，這個總數是永遠不變的，所以本題是總和不變問題。

由公式，知甲站 7 倍於乙站時，乙站有車

$$240 \text{ 輛} \div (7 + 1) = 30 \text{ 輛}，$$

比現在少 $48 \text{ 輛} - 30 \text{ 輛} = 18 \text{ 輛}$ 。

因為每日減少 $24 \text{ 輛} - 21 \text{ 輛} = 3 \text{ 輛}$ 。

∴ 要過 $18 \div 3 = 6 \text{ (日)}$ 。

解 II 兩站共有車 $192 \text{ 輛} + 48 \text{ 輛} = 240 \text{ 輛}$ 。

甲站 7 倍於乙站時，乙站是甲站的 $\frac{1}{7}$ ，

此時甲站有車 $240 \text{ 輛} \div \left(1 + \frac{1}{7}\right) = 210 \text{ 輛}$ 。

∴ 要過 $(210 - 192) \div (24 - 21) = 6 \text{ (日)}$ 。

解 III 現在甲站比乙站的 7 倍少

$$48 \text{ 輛} \times 7 - 192 \text{ 輛} = 144 \text{ 輛};$$

以後每過 1 日, 乙站減少 3 輛, 甲站反增多 3 輛。

可見這個差數 (144) 每日要減少

$$3 \times 7 + 3 = 24.$$

∴ 甲站 7 倍於乙站在 $(144 \div 24 =) 6 \text{ 日後}$ 。

[注意] 參看下題, 本題還可用單比例及按分比例解。

(8) 甲乙二人共有國幣 4800 元, 甲所有是乙的 3 倍; 那末甲給乙多少元後; 甲纔是乙的 2 倍?

解 I. 本題是總和不變問題。

甲 3 倍於乙時, 乙有 $4800 \text{ 元} \div (3 + 1) = 1200 \text{ 元}$;

甲 2 倍於乙時, 乙有 $4800 \text{ 元} \div (2 + 1) = 1600 \text{ 元}$ 。

∴ 甲應給乙 $1600 \text{ 元} - 1200 \text{ 元} = 400 \text{ 元}$ 。

解 II 起初乙是甲的 $\frac{1}{3}$,

此時甲有 $4800 \text{ 元} \div \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 3600 \text{ 元}$;

後來乙是甲的 $\frac{1}{2}$,

此時甲有 $4800 \text{ 元} \div \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 3200 \text{ 元}$.

∴ 甲應給乙 $3600 \text{ 元} - 3200 \text{ 元} = 400 \text{ 元}$.

解 III 起初乙佔總數的 $\frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$, 按分比例一

後來乙佔總數的 $\frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$,

甲給乙的是總數的 $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$.

∴ 甲給乙 $4800 \text{ 元} \times \frac{1}{12} = 400 \text{ 元}$.

解 IV 起初總數與甲的比是 $1 : \frac{3}{4}$,

後來總數與甲的比是 $1 : \frac{2}{3}$.

由單比例式: $1 : \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = 4800 : x$,

$$\text{得 } x = \frac{4800 \times \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right)}{1} = 400 \text{ (元)},$$

即甲給乙之元數。

(9) 甲乙丙三人共有國幣 1350 元:已知甲所有是乙的 2 倍,乙所有是丙的 3 倍,問各有多少?

解 I 甲是丙的 $3 \times 2 = 6$ 倍，

甲乙丙的和是丙的 $6 + 3 + 1 = 10$ 倍。

∴ 丙有 $1350 \text{ 元} \div 10 = 135 \text{ 元}$ ，

乙有 $135 \text{ 元} \times 3 = 405 \text{ 元}$ ，

甲有 $405 \text{ 元} \times 2 = 810 \text{ 元}$ 。

解 II 乙是甲的 $\frac{1}{2}$ ；

丙是乙的 $\frac{1}{3}$ ，是甲的 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ 。

∴ 甲有 $1350 \text{ 元} \div \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) = 810 \text{ 元}$ ，

乙有 $810 \text{ 元} \times \frac{1}{2} = 405 \text{ 元}$ ，

丙有 $405 \text{ 元} \times \frac{1}{3} = 135 \text{ 元}$ 。

解 III 甲是乙的 2 倍，丙是乙的 $\frac{1}{3}$ 。

∴ 乙有 $1350 \text{ 元} \div \left(2 + 1 + \frac{1}{3}\right) = 405 \text{ 元}$ ，

甲有 $405 \text{ 元} \times 2 = 810 \text{ 元}$ ，

丙有 $405 \text{ 元} \times \frac{1}{3} = 135 \text{ 元}$ 。

解 IV 本題亦可照按分比例一解。

$$\text{甲} : \text{乙} : \text{丙} = 3 \times 2 : 3 : 1 = 6 : 3 : 1.$$

$$\therefore \text{甲有 } 1350 \text{ 元} \times \frac{6}{6+3+1} = 810 \text{ 元},$$

$$\text{乙有 } 1350 \text{ 元} \times \frac{3}{6+3+1} = 405 \text{ 元},$$

$$\text{丙有 } 1350 \text{ 元} \times \frac{1}{6+3+1} = 135 \text{ 元}.$$

(10) 甲乙丙三人分國幣 110 元：甲所得 2 倍於乙，乙比丙多得 10 元。問三人各得多少？

解 I 假定甲得 1，則乙得 $\frac{1}{2}$ ，丙所得比 $\frac{1}{2}$ 少 10 元。

倘丙加 10 元，則亦得 $\frac{1}{2}$ 。

但此時總數當增為 $110 \text{ 元} + 10 \text{ 元} = 120 \text{ 元}$ 。

$$\therefore \text{甲得 } 120 \text{ 元} \div \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) = 60 \text{ 元},$$

$$\text{乙得 } 60 \text{ 元} \times \frac{1}{2} = 30 \text{ 元},$$

$$\text{丙得 } 30 \text{ 元} - 10 \text{ 元} = 20 \text{ 元}.$$

解 II 假定乙得 1，則甲得 2，丙所得比 1 少 10 元。

倘丙亦得 1，則總數當增為 $110 \text{ 元} + 10 \text{ 元} = 120 \text{ 元}$ 。

$$\therefore \text{乙得 } 120 \text{ 元} \div (2 + 1 + 1) = 30 \text{ 元},$$

$$\text{甲得 } 30 \text{ 元} \times 2 = 60 \text{ 元},$$

丙得 $30 \text{ 元} - 10 \text{ 元} = 20 \text{ 元}$ 。

解 III 假定丙得 1, 則乙所得比 1 多 10 元,

甲所得比 2 多 $10 \text{ 元} \times 2 = 20 \text{ 元}$ 。

倘甲得 2, 乙得 1, 則總數當減為

$$110 \text{ 元} - 20 \text{ 元} - 10 \text{ 元} = 80 \text{ 元}。$$

∴ 丙得 $80 \text{ 元} \div (2 + 1 + 1) = 20 \text{ 元}$,

乙得 $20 \text{ 元} + 10 \text{ 元} = 30 \text{ 元}$,

甲得 $30 \text{ 元} \times 2 = 60 \text{ 元}$ 。

[注意] 解這類問題, 以先求條件中均經提及者為最便。題中兩條件均涉及乙, 故用解法二先求乙為最便。

(11) 甲乙丙三人分國幣 1500 元: 甲所得是乙的 2 倍; 甲用去 330 元, 乙用去 270 元, 那末二人的和與丙相等。問三人原來各得多少?

解 I 甲乙共用去 $330 \text{ 元} + 270 \text{ 元} = 600 \text{ 元}$,

此時總數還有 $1500 \text{ 元} - 600 \text{ 元} = 900 \text{ 元}$ 。

此中丙佔一半。

∴ 丙有 $900 \text{ 元} \div 2 = 450 \text{ 元}$ 。

原來甲乙共得 $1500 \text{ 元} - 450 \text{ 元} = 1050 \text{ 元}$ 。

因甲是乙的 2 倍, 由總和不變問題,

知 乙有 $1050 \text{ 元} \div (2+1) = 350 \text{ 元}$,

甲有 $350 \text{ 元} \times 2 = 700 \text{ 元}$ 。

解 II 甲乙與丙的差是 $330 \text{ 元} + 270 \text{ 元} = 600 \text{ 元}$,

甲乙與丙的和是 1500 元 。

由和差問題,知甲乙共得

$$(1500 \text{ 元} + 600 \text{ 元}) \div 2 = 1050 \text{ 元}。$$

因此中乙佔甲的 $\frac{1}{2}$ 。

∴ 甲得 $1050 \text{ 元} \div \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 700 \text{ 元}$,

乙得 $700 \text{ 元} \times \frac{1}{2} = 350 \text{ 元}$,

丙得 $1500 \text{ 元} - 1050 \text{ 元} = 450 \text{ 元}$ 。

(12) 甲乙二人各有國幣若干,原來甲所有是乙的 5 倍;後來甲給乙 20 元,於是乙所有是甲的 $\frac{1}{5}$ 倍。問二人原來各有多少?

解 I 如果甲用掉 20 元,乙用掉 $20 \text{ 元} \div 5 = 4 \text{ 元}$,

那末甲仍是乙的 5 倍,乙是甲的 $\frac{1}{5}$ 。

現因乙不但不用掉 4 元,反而增加 20 元,

一共多出 $4 \text{ 元} + 20 \text{ 元} = 24 \text{ 元}$,

遂由甲的 $\frac{1}{5}$ 增為甲的 5 倍。

可見甲給乙 20 元後，還有 $24 \text{ 元} \div \left(5 - \frac{1}{5}\right) = 5 \text{ 元}$ 。

∴ 甲原有 $5 \text{ 元} + 20 \text{ 元} = 25 \text{ 元}$ ，

乙原有 $25 \text{ 元} \div 5 = 5 \text{ 元}$ 。

解 II 起初甲：乙 = 5：1，乙佔總數的 $\frac{1}{6}$ ，

後來甲：乙 = 1：5，甲佔總數的 $\frac{1}{6}$ 。

甲給乙 20 元後，總數不曾增減，本來乙佔 $\frac{1}{6}$ ，後來甲佔 $\frac{1}{6}$ 。

足見甲減少 20 元後，與乙原來所有的相同。

由是可知甲原來比乙多 20 元。

由差數不變問題，得乙有 $20 \text{ 元} \div (5 - 1) = 5 \text{ 元}$ ，

甲有 $5 \text{ 元} \times 5 = 25 \text{ 元}$ 。

(13) 父年 63 歲，子年 17 歲，幾年以後，父年 3 倍於子年？

解 I 無論在那一年，父子年齡之差是永遠不變的，所以

由差數不變問題，得其時子年是

$$(63 \text{ 歲} - 17 \text{ 歲}) \div (3 - 1) = 23 \text{ 歲}。$$

可知父年 3 倍於子年，在 $(23 - 17 =) 6$ 年後。

解 II 現在父年比子年的 3 倍多

$$63 \text{ 歲} - 17 \text{ 歲} \times 3 = 12 \text{ 歲.}$$

以後每過一年，子增 1 歲；倘父增 $1 \text{ 歲} \times 3 = 3 \text{ 歲}$ ，

那末父年永遠比子年的 3 倍多 12 歲。

但實際上父一年亦增 1 歲，所以每過一年，這個差數(12 歲)要減少 $3 \text{ 歲} - 1 \text{ 歲} = 2 \text{ 歲}$ 。

到差數減完時，父年便恰巧 3 倍於子年。

∴ 在 $(12 \div 2 =) 6$ 年後。

解 III 父年 3 倍於子年，即子年是父年的 $\frac{1}{3}$ 。

現在子年比父年的 $\frac{1}{3}$ 少

$$63 \text{ 歲} \times \frac{1}{3} - 17 \text{ 歲} = 4 \text{ 歲.}$$

以後每過一年，父增 1 歲；倘子只增 $1 \text{ 歲} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \text{ 歲}$ ，

那末這個差數永遠存在。

但實際上這個差數每年要減少 $1 \text{ 歲} - \frac{1}{3} \text{ 歲} = \frac{2}{3} \text{ 歲}$ 。

∴ 父年 3 倍於子年，在 $(4 \div \frac{2}{3} =) 6$ 年後。

(14) 父年 39 歲，母年 36 歲，子年 9 歲。幾年後，父母年齡的和 倍於子年？

解 I 父母年齡之和是 $39 \text{ 歲} + 36 \text{ 歲} = 75 \text{ 歲}$ ，

比子年的 5 倍多 75 歲 - 9 歲 $5 = 30$ 歲。

以後每過 1 年,子增 1 歲;倘父母共增 5 歲,

那末父母年齡的和永遠比子年的 5 倍多 30 歲。

但父母 1 年只增 2 歲,所以每過 1 年,

這個差數 (30) 要減少 $5 - 2 = 3$ 。

∴ 父母年齡的和 5 倍於子年在 $(30 \div 3 =)$ 10 年後。

解 II 父母年齡的和 5 倍於子年時,子是父母年齡的
的 $\frac{1}{5}$,

現在子年比父母年齡的和的 $\frac{1}{5}$ 少

$$(39 \text{ 歲} + 36 \text{ 歲}) \times \frac{1}{5} - 9 \text{ 歲} = 6 \text{ 歲}.$$

以後每過 1 年,父母增 2 歲;倘子增 $2 \text{ 歲} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$ 歲,那

末子年永遠比父母年齡的和的 $\frac{1}{5}$ 少 6 歲。

但子 1 年增 1 歲,所以每過 1 年,

這個差數 (6) 要減少 $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ 。

∴ 父母年齡的和 5 倍於子年在 $(6 \div \frac{3}{5} =)$ 10 年後。

(15) 六年前,子年是父年的 $\frac{1}{6}$; 現在子年是父年的 $\frac{1}{3}$ 。

求兩人的年齡。

解 I 6年來，父年增6歲；倘子年只增 $6 \text{ 歲} \times \frac{1}{6} = 1$ 歲，則子年仍是父年的 $\frac{1}{6}$ 。

現因子6年亦增6歲，多增 $6 \text{ 歲} - 1 \text{ 歲} = 5 \text{ 歲}$ ，

遂由父年的 $\frac{1}{6}$ 增為 $\frac{1}{3}$ 。

足見 5歲是父年的 $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$ 。

∴ 父年 $5 \text{ 歲} \div \frac{1}{6} = 30 \text{ 歲}$ ，

子年 $30 \text{ 歲} \times \frac{1}{3} = 10 \text{ 歲}$ 。

解 II 6年前，父年6倍於子年；現在，父年3倍於子年。

6年來，子年增6歲；倘父年增 $6 \text{ 歲} \times 6 = 36 \text{ 歲}$ ，則父年

仍6倍於子年。

現因父6年亦增6歲，少增 $36 \text{ 歲} - 6 \text{ 歲} = 30 \text{ 歲}$ ，

遂由子年的6倍減為3倍。

足見30歲是子年的 $6 - 3 = 3$ 倍。

∴ 子年 $30 \text{ 歲} \div 3 = 10 \text{ 歲}$ ，

父年 $10 \text{ 歲} \times 3 = 30 \text{ 歲}$ 。

解 III 六年前，父比子 = 6 : 1，父子差比父 = 6 - 1 : 6
 = 5 : 6 = 1 : $\frac{6}{5}$.

現在，父比子 = 3 : 1，父子差比父 = 3 - 1 : 3 = 2 : 3
 = 1 : $\frac{3}{2}$.

父子之差是不變的，可知父六年前比現在是

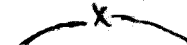
$$\frac{6}{5} : \frac{3}{2} = 12 : 15.$$

由單比例式： 15 - 12 : 15 = 6 : x,

$$\text{得 } x = \frac{15 \times 6}{3} = 30.$$

即 父年 30 歲，

$$\text{子年 } 30 \text{ 歲} \times \frac{1}{3} = 10 \text{ 歲}.$$

(16)  9年前，甲年的 2 倍與乙年的 3 倍相等；現在二人年齡之和是 78 歲，求各人的年齡。

解 I 9年前，二人年齡的和是 $78 - 9 \times 2 = 60$ (歲)。

此時甲年的 2 倍等於乙年的 3 倍，即乙年是甲年的 $\frac{2}{3}$ 。

可知 9 年前甲年是 $60 \text{ 歲} \div \left(1 + \frac{2}{3}\right) = 36 \text{ 歲}$ 。

∴ 現在甲年 $36 \text{ 歲} + 9 \text{ 歲} = 45 \text{ 歲}$ ，

$$\text{乙年 } 78 \text{ 歲} - 45 \text{ 歲} = 33 \text{ 歲。}$$

解 II 9年前,乙年是甲年的 $\frac{2}{3}$ 。

如果每過1年,乙年只增 $\frac{2}{3}$ 歲,

則乙年將永遠是甲年的 $\frac{2}{3}$ 。

但乙每年增1歲,多增 $1 \text{ 歲} - \frac{2}{3} \text{ 歲} = \frac{1}{3} \text{ 歲}$,

所以9年後(即現在)應比甲年的 $\frac{2}{3}$ 多 $\frac{1}{3}$ 歲 $\times 9 = 3$ 歲。

$$\therefore \text{現在甲年 } (78 \text{ 歲} - 3 \text{ 歲}) \div \left(1 + \frac{2}{3}\right) = 45 \text{ 歲,}$$

$$\text{乙年 } 78 \text{ 歲} - 45 \text{ 歲} = 33 \text{ 歲。}$$

解 III 9年前,甲年是乙年的 $\frac{3}{2}$ 。

如果每過1年,甲年增 $\frac{3}{2}$ 歲,則常是乙年的 $\frac{3}{2}$ 。

但實際上每年少增 $\frac{3}{2} \text{ 歲} - 1 \text{ 歲} = \frac{1}{2} \text{ 歲}$,

所以現在甲年應比乙年的 $\frac{3}{2}$ 少 $\frac{1}{2}$ 歲 $\times 9 = 4\frac{1}{2}$ 歲。

$$\therefore \text{現在乙年 } \left(78 \text{ 歲} + 4\frac{1}{2} \text{ 歲}\right) \div \left(\frac{3}{2} + 1\right) = 33 \text{ 歲,}$$

$$\text{甲年 } 78 \text{ 歲} - 33 \text{ 歲} = 45 \text{ 歲.}$$

(17) 兄弟二人年齡之差是 30 歲，已知弟年比兄年的 $\frac{3}{8}$ 多 5 歲，那末二人各是幾歲？

解 I 如果弟年減少 5 歲，那末恰巧是兄年的 $\frac{3}{8}$ 。

弟年本來比兄年小 30 歲，現在又減 5 歲，

當比兄年小 $30 \text{ 歲} + 5 \text{ 歲} = 35 \text{ 歲}$ 。

這 35 歲便是兄年的 $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ 。

$$\therefore \text{兄年 } 35 \text{ 歲} \div \frac{5}{8} = 56 \text{ 歲,}$$

$$\text{弟年 } 56 \text{ 歲} - 30 \text{ 歲} = 26 \text{ 歲.}$$

解 II 如果弟年減 5 歲，則兄弟年齡之比是 8 : 3。

但此時二人相差 $30 \text{ 歲} + 5 \text{ 歲} = 35 \text{ 歲}$ 。

由單比例式 $8 - 3 : 8 = 35 : x$,

$$\text{得 } x = \frac{8 \times 35}{5} = 56.$$

即 兄年 56 歲，

$$\text{弟歲 } 56 \text{ 歲} - 30 \text{ 歲} = 26 \text{ 歲.}$$

解 III 現在弟年比兄年的 $\frac{3}{8}$ 多 5 歲。

每前一年，兄年減 1 歲；

倘弟年減 $\frac{3}{8}$ 歲，那末弟年常比兄年的 $\frac{3}{8}$ 多 5 歲。

但弟每前一年，亦減 1 歲，

所以這個差數 (5) 要減少 $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ ，

可知弟年等於兄年，在 $(5 \div \frac{5}{8}) = 8$ 年前。

那時 兄年 $30 \text{ 歲} \div (1 - \frac{3}{8}) = 48 \text{ 歲}$ 。

∴ 現在兄年 $48 \text{ 歲} + 8 \text{ 歲} = 56 \text{ 歲}$ ，

弟年 $56 \text{ 歲} - 30 \text{ 歲} = 26 \text{ 歲}$ 。

(18) 甲乙丙三人：甲年 30 歲，甲乙年齡之和為丙年的 2 倍；乙丙年齡之和為甲年的 3 倍。求乙丙的年齡。

解 I 乙丙年齡的和是 $30 \text{ 歲} \times 3 = 90 \text{ 歲}$ ；

甲乙丙年齡的和是 $30 \text{ 歲} (3+1) = 120 \text{ 歲}$ ；

甲乙丙年齡的和是丙年的 $2+1=3$ 倍。

∴ 丙年是 $120 \text{ 歲} \div 3 = 40 \text{ 歲}$ ，

乙年是 $90 \text{ 歲} - 40 \text{ 歲} = 50 \text{ 歲}$ 。

(參看總和不變問題)

解 II 甲佔總和的 $\frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$ ，即 30 歲，

可知總和是 $30 \text{ 歲} \div \frac{1}{4} = 120 \text{ 歲}$ 。

丙佔總和的 $\frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$ 。

\therefore 丙年是 $120 \text{ 歲} \times \frac{1}{3} = 40 \text{ 歲}$ ，

乙年是 $120 \text{ 歲} - (30 \text{ 歲} + 40 \text{ 歲}) = 50 \text{ 歲}$ 。

解 III 總和與丙的比是 $3 : 1 = 1 : \frac{1}{3}$ ，

總和與甲的比是 $4 : 1 = 1 : \frac{1}{4}$ 。

總和是不變的，可見甲與丙的比是 $\frac{1}{4} : \frac{1}{3} = 3 : 4$ 。

由單比例式： $3 : 4 = 30 : x$ ，

$$\text{得 } x = \frac{4 \times 30}{3} = 40.$$

即 丙年 40 歲；

乙年 $40 \text{ 歲} \times 2 - 30 \text{ 歲} = 50 \text{ 歲}$ ，

或 $30 \text{ 歲} \times 3 - 40 \text{ 歲} = 50 \text{ 歲}$ 。

(19) 甲乙二人合資經商：甲所出資本 4 倍於乙。後來甲增 1000 元，乙增 1500 元，甲的資本遂 2 倍於乙。問甲乙原來各出資本多少？

解 I 乙增 1500 元，倘甲增 $1500 \text{ 元} \times 4 = 6000 \text{ 元}$ ，

則甲仍是乙的 4 倍。

現在少增 $6000 \text{ 元} - 1000 \text{ 元} = 5000 \text{ 元}$,

遂由 4 倍減為 2 倍。

可見此時乙的 $4 - 2 = 2$ 倍是 5000 元。

此時乙有 $5000 \text{ 元} \div 2 = 2500 \text{ 元}$ 。

\therefore 乙原有 $2500 \text{ 元} - 1500 \text{ 元} = 1000 \text{ 元}$,

甲原有 $1000 \text{ 元} \times 4 = 4000 \text{ 元}$ 。

解 II 原來乙是甲的 $\frac{1}{4}$, 後來乙是甲的 $\frac{1}{2}$ 。

甲增 1000 元, 倘乙增 $1000 \text{ 元} \times \frac{1}{4} = 250 \text{ 元}$,

則乙仍是甲的 $\frac{1}{4}$ 。

現在多增 $1500 \text{ 元} - 250 \text{ 元} = 1250 \text{ 元}$,

遂由 $\frac{1}{4}$ 增為 $\frac{1}{2}$,

可見此時甲有 $1250 \text{ 元} \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) = 5000 \text{ 元}$ 。

\therefore 甲原有 $5000 \text{ 元} - 1000 \text{ 元} = 4000 \text{ 元}$,

乙原有 $4000 \text{ 元} \times \frac{1}{4} = 1000 \text{ 元}$ 。

(20) 甲所有國幣是乙的 5 倍; 後來甲收入 10 元, 乙收入

15 元，甲便比乙的 2 倍少 5 元。問二人原來各有多少？

解 I 倘甲收入 $15 \text{ 元} \times 5 = 75 \text{ 元}$ ，

則甲仍是乙的 5 倍。

現在甲只收入 10 元，少收入 $75 \text{ 元} - 10 \text{ 元} = 65 \text{ 元}$ ，

便比乙的 2 倍少 5 元。

倘甲多收入 65 元，應比乙的 2 倍多 $65 \text{ 元} - 5 \text{ 元} = 60 \text{ 元}$ ，

亦即仍是乙的 5 倍。

可見此時乙有 $60 \text{ 元} \div (5 - 2) = 20 \text{ 元}$ 。

∴ 乙原有 $20 \text{ 元} - 15 \text{ 元} = 5 \text{ 元}$ ，

甲原有 $5 \text{ 元} \times 5 = 25 \text{ 元}$ 。

解 II 倘乙收入 $10 \text{ 元} \times \frac{1}{5} = 2 \text{ 元}$ ，

則乙仍是甲的 $\frac{1}{5}$ 。

現在乙收入 15 元，多收入 $15 \text{ 元} - 2 \text{ 元} = 13 \text{ 元}$ ，

甲便比乙的 2 倍少 5 元，

亦即乙比甲的 $\frac{1}{2}$ ，多 $5 \text{ 元} \times \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2} \text{ 元}$ 。

倘乙少收入 13 元，應比甲的 $\frac{1}{2}$ 少 $13 \text{ 元} - 2\frac{1}{2} \text{ 元} = 10\frac{1}{2} \text{ 元}$ 。

亦即仍是甲的 $\frac{1}{5}$ 。

可見此時甲有 $10\frac{1}{2}\text{元} \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) = 35\text{元}$ 。

∴ 甲原有 $35\text{元} - 10\text{元} = 25\text{元}$ ，

乙原有 $25\text{元} \times \frac{1}{5} = 5\text{元}$ 。

(21) 籃中蘋果之數是梨的 2 倍，現在每次取梨 3 隻，蘋果 4 隻。取了幾次之後，梨已取完，蘋果還餘 16 隻。問籃中原有蘋果和梨各多少？

解 I 如果每次所取的蘋果是梨的 2 倍，

即梨取 3 隻，蘋果取 $3\text{隻} \times 2 = 6\text{隻}$ ，

那末梨取完時，蘋果也取完。

現在因為蘋果只取 4 隻，即每次少取 $6\text{隻} - 4\text{隻} = 2\text{隻}$ ，

結果餘出 16 隻，

可知一共取了 $16 \div 2 = 8\text{(次)}$ 。

∴ 梨原有 $3\text{隻} \times 8 = 24\text{隻}$ ；

蘋果原有 $24\text{隻} \times 2 = 48\text{隻}$ ，

或 $4\text{隻} \times 8 + 16\text{隻} = 48\text{隻}$ 。

解 II 要蘋果取完，當再取 $16 \div 4 = 4\text{(次)}$ ，

此時梨缺少 $3 \text{ 隻} \times 4 = 12 \text{ 隻}$ 。

倘每次取梨 $(4 \div 2 =) 2 \text{ 隻}$ ，應與蘋果同時取完，

今因每次多取 $3 \text{ 隻} - 2 \text{ 隻} = 1 \text{ 隻}$ ，遂致缺少 12 隻，

可見一共取了 12 次。

∴ 蘋果 $4 \text{ 隻} \times 12 = 48 \text{ 隻}$ ，

梨 $48 \text{ 隻} \div 2 = 24 \text{ 隻}$ 。

解 III 如果蘋果是梨的 $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ 倍，那末應當同時取完。

現因蘋果是梨的 2 倍，遂餘出 16 隻。

可是 1 隻梨是梨的 $2 - 1\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ (倍)。

∴ 梨 $16 \text{ 隻} \div \frac{2}{3} = 24 \text{ 隻}$ ，

蘋果 $24 \text{ 隻} \times 2 = 48 \text{ 隻}$ 。

(22) 東倉有米 231 石，西倉有米 274 石。若東倉每日取出 9 石，西倉每日取出 14 石；那末幾日以後，西倉存米是東倉的 $\frac{2}{3}$ ？

解 I 現在西倉比東倉的 $\frac{2}{3}$ 多

$$274 \text{ 石} - 231 \text{ 石} \times \frac{2}{3} = 120 \text{ 石}。$$

如果以後西倉每日取出 $9 \text{ 石} \times \frac{2}{3} = 6 \text{ 石}$,

那末永遠比東倉的 $\frac{2}{3}$ 多 120 石。

因爲每日取出 14 石, 可知每過 1 日, 這個差數(120)要減少

$$14 - 6 = 8.$$

∴ 要過 $120 \div 8 = 15$ (日)。

解 II 如果把東倉均分爲三, 那末每倉有米

$$231 \text{ 石} \div 3 = 77 \text{ 石}, \text{ 每日取出 } 9 \text{ 石} \div 3 = 3 \text{ 石};$$

如果把西倉均分爲二, 那末每倉有米

$$274 \text{ 石} \div 2 = 137 \text{ 石}, \text{ 每日取出 } 14 \text{ 石} \div 2 = 7 \text{ 石}.$$

取到東倉各倉的餘米等於西倉各倉的餘米時, 便與題意符合了。

由是本題可改述如下:

甲倉有米 77 石, 每日取出 3 石; 乙倉有米 137 石, 每日取出 7 石。幾日後, 兩倉餘米相等?

現在乙倉比甲倉多 $137 \text{ 石} - 77 \text{ 石} = 60 \text{ 石}$,

每日乙倉多取 $7 \text{ 石} - 3 \text{ 石} = 4 \text{ 石}$ 。

∴ 兩倉相等要過 $60 \div 4 = 15$ (日)。

(23) 分數 $\frac{13}{17}$ 的分子減某數, 分母加某數, 變成 $\frac{1}{4}$ 。求某

數。

解 I 原分數分子、分母的和是 $17 + 13 = 30$;

分子減某數，分母加某數，和應不變。

由總和不變問題，得新分數未約時的分子是

$$30 \div (4 + 1) = 6.$$

∴ 某數是 $13 - 6 = 7$.

(分數 $\frac{1}{4}$ 的分母 4 倍於分子.)

解 II 原分數分子、分母的和是 $17 + 13 = 30$;

新分數未約時，分子、分母的和仍當是 30.

由是新分數未約時，分母應是 $30 \div \left(1 + \frac{1}{4}\right) = 24$.

∴ 某數是 $24 - 17 = 7$.

(分數 $\frac{1}{4}$ 的分子是分母的 $\frac{1}{4}$.)

解 III 原分數分子、分母的和是 $17 + 13 = 30$;

新分數分子、分母的和是 $1 + 4 = 5$.

分子加某數，分母減某數，和應不變，現在和數由 30 變為 5
縮小 $30 \div 5 = 6$ (倍).

可見新分數已用 6 約過.

新分數未約時是 $\frac{1 \times 6}{4 \times 6} = \frac{6}{24}$.

$$\therefore \text{某數是 } 13 - 6 = 7,$$

$$\text{或 } 24 - 17 = 7.$$

(24) 分數 $\frac{11}{23}$ 的分子、分母同減某數，變成 $\frac{1}{3}$ 。求某數。

解 I 原分數分子、分母相差 $23 - 11 = 12$,

分子、分母同減某數，差應不變。

由差數不變問題，得新分數未約時的分子是

$$12 \div (3 - 1) = 6.$$

$$\therefore \text{某數是 } 11 - 6 = 5.$$

(分數 $\frac{1}{3}$ 的分母 3 倍於分子.)

解 II 原分數分子、分母相差 $23 - 11 = 12$,

新分數未約時，分子、分母的差仍應是 12。

由是新分數未約時，分母應是 $12 \div \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 18$ 。

$$\therefore \text{某數是 } 23 - 18 = 5.$$

(分數 $\frac{1}{3}$ 的分子是分母的 $\frac{1}{3}$.)

解 III 原分數分子、分母相差 $23 - 11 = 12$,

新分數分子、分母相差 $3 - 1 = 2$ 。

分子、分母同減某數，差應不變，現在差數由 12 變成 2，

縮小 $12 \div 2 = 6$ (倍)，

可知新分數已用 6 約過。

$$\text{新分數未約時是 } \frac{1 \times 6}{3 \times 6} = \frac{6}{18}$$

$$\therefore \text{某數是 } 11 - 6 = 5,$$

$$\text{或 } 23 - 18 = 5.$$

(25) 有一分數：分母減 1，則成 $\frac{3}{4}$ ；分母加 2，則成 $\frac{5}{7}$

求這個分數。

解 I 分母減 1 和加 2，分子未曾增減，

可知原分數的分子、分母是 3, 5 的公倍數。

3, 5 的小公倍是 15。

先把兩個分數化做 $\frac{15}{20}$, $\frac{15}{21}$

分母的相差是 $21 - 20 = 1$ 。

依題義：兩個新分數未約時，分母當相差 $2 + 1 = 3$ 。

再用 3 乘兩個分數的分子、分母，

$$\text{得 } \frac{45}{60}, \frac{45}{63}$$

可見原分母是 $60 + 1 = 61$ ，或 $63 - 2 = 61$ 。

$$\therefore \text{原分數是 } \frac{45}{61}$$

解 II 分數 $\frac{3}{4}$ 的分母是分子的 $4 \div 3 = 1\frac{1}{3}$ 倍，

分數 $\frac{5}{7}$ 的分母是分子的 $7 \div 5 = 1\frac{2}{5}$ 倍。

由是分子的 $1\frac{1}{3}$ 倍加 1, 等於分子的 $1\frac{2}{5}$ 倍減 2。

即 分子的 $(1\frac{2}{5} - 1\frac{1}{3})$ 倍是 $(1+2)$,

即 分子的 $\frac{1}{15}$ 是 3,

可見分子是 $3 \div \frac{1}{15} = 45$;

分母是 $45 \times 1\frac{1}{3} + 1 = 61$,

或 $45 \times 1\frac{2}{5} - 2 = 61$ 。

\therefore 這個分數是 $\frac{45}{61}$ 。

(26) 有一分數: 倘分母加 1, 分子減 1, 則等於 $\frac{1}{3}$; 倘分母減 1, 分子加 1, 則等於 $\frac{1}{2}$ 。求這個分數。

解 I 依題義: 兩個新分數, 分子、分母的和, 都等於原分數分子、分母的和。

在新分數甲 $(\frac{1}{3})$, 子: 母 = 1 : 3, 子佔子母和的 $\frac{1}{4}$;

在新分數乙 $(\frac{1}{2})$, 子: 母 = 1 : 2, 子佔子母和的 $\frac{1}{3}$ 。

甲的分子比乙的分子小 $1+1=2$,

相當於子母和的 $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$.

由是子母和是 $2 \div \frac{1}{12} = 24$,

甲的分子是 $24 \times \frac{1}{4} = 6$,

原分數的分子是 $6+1=7$, 分母是 $24-7=17$.

\therefore 原分數是 $\frac{7}{17}$.

解 II 在新分數甲, 子 : 母 = $1 : 3$, 子母和 : 母

$$= 1+3 : 3 = 1 : \frac{3}{4};$$

在新分數乙, 子 : 母 = $1 : 2$, 子母和 : 母

$$= 1+2 : 2 = 1 : \frac{2}{3}.$$

因子母和相同, 可知 甲母 : 乙母 = $\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$;

又知甲母大於乙母是 $1+1=2$.

由單比例式: $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} : \frac{2}{3} = 2 : x$,

$$\text{得 } x = \frac{\frac{2}{3} \times 2}{\frac{3}{4} - \frac{2}{3}} = 16,$$

即乙的分母是 16. 又乙的分子是 $16 \times \frac{1}{2} = 8$.

由是原分母是 $16 + 1 = 17$, 原分子是 $8 - 1 = 7$.

∴ 原分數是 $\frac{7}{17}$

(27) 連續四個奇數, 已知第四個是第一個的 3 倍. 求此四數.

解 I 連續奇數中, 相鄰二數之差是 2.

第四數比第一數多 $2 \times 3 = 6$.

由差數不變問題, 得第一數是 $6 \div (3 - 1) = 3$.

∴ 連續四奇數是 3, 5, 7, 9.

解 II 第一數比第四數少 6.

第一數是第四數的 $\frac{1}{3}$,

可見第四數是 $6 \div \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 9$.

∴ 連續四奇數是 3, 5, 7, 9.

解 III 本題亦可用單比例解:

第一數與第四數的比是 1 : 3,

第一數與第四數的差是 6.

由 $1 : 3 - 1 = x : 6$,

得 $x = \frac{1 \times 6}{2} = 3 \dots\dots$ 第一數.

或由 $3-1 : 3 = 6 : x,$

得 $x = \frac{3 \times 6}{2} = 9 \dots\dots$ 第四數.

∴ 連續四奇數是 3, 5, 7, 9.

(28) 連續五數的和是 245. 求此五數.

解 I 第二數比第一數多 1,

第三數比第一數多 2,

第四數比第一數多 3,

第五數比第一數多 4.

五數的和比第一數的 5 倍多 $1+2+3+4=10,$

第一數的 5 倍是 $245-10=235,$

第一數是 $235 \div 5 = 47.$

∴ 連續五數是 47, 48, 49, 50, 51.

解 II 自第一數至第四數, 依次比第五數少 4, 3, 2, 1,

五數的和比第五數的 5 倍少 $4+3+2+1=10,$

第五數的 5 倍是 $245+10=255,$

第五數是 $255 \div 5 = 51.$

∴ 連續五數是 47, 48, 49, 50, 51.

解 III 第一數比第三數少 2, 第五數比第三數多 2,

第一數、第五數的和恰巧等於第三數的 2 倍;

第二數比第三數少 1, 第四數比第三數多 1,

第二數、第四數的和恰巧等於第三數的 2 倍。

由是五數的和恰巧等於第三數的 5 倍。

第三數是 $245 \div 5 = 49$ 。

\therefore 連續五數是 47, 48, 49, 50, 51。

[注意] 連續數為奇數個, 用第三法解最便; 但連續數為偶數個時, 第三法便不適用。

(29) 鉛筆每枝價 4 分, 石筆每枝價 2 分。現在兩種筆共買 60 枝, 計價 2.1 元。問各買幾枝?

解 I 本題和雞兔問題一相同: 鉛筆價 4 分相當於兔有 4 足, 石筆價 2 分, 相當於雞有 2 足, 60 枝相當於頭數的和, 2.1 元相當於足數的和。

\therefore 鉛筆 $(2.1 - 0.02 \times 60) \div (0.04 - 0.02) = 45$ (枝),

石筆 $60 \text{ 枝} - 45 \text{ 枝} = 15 \text{ 枝}$ 。

解 II 平均每枝價 $2.1 \text{ 元} \div 60 = 0.035 \text{ 元} = 3.5 \text{ 分}$ 。

本題也可用混合比例解:

$$\begin{array}{r|l}
 3.5 & \left. \begin{array}{l} 4.1.5 \\ 2 \end{array} \right\} 0.5 \quad \text{即} \quad \begin{array}{l} 3 \\ 1 \end{array} \quad \therefore \quad \begin{array}{l} \text{鉛筆} \\ \text{石筆} \end{array} \quad \begin{array}{l} 60 \times \frac{3}{3+1} = 45 \text{ (枝)} \\ 60 \times \frac{1}{3+1} = 15 \text{ (枝)} \end{array}
 \end{array}$$

解 III 假定鉛筆的枝數和石筆的枝數相等，那末平均每枝價

$$(4 \text{ 分} + 2 \text{ 分}) \div 2 = 3 \text{ 分,}$$

$$60 \text{ 枝共價} \quad 3 \text{ 分} \times 60 = 180 \text{ 分,}$$

$$\text{比題中少} \quad 210 \text{ 分} - 180 \text{ 分} = 30 \text{ 分.}$$

足見兩種筆的枝數並不相等，並且鉛筆較多。

$$\text{多出的鉛筆每枝少算} \quad 4 \text{ 分} - 3 \text{ 分} = 1 \text{ 分,}$$

現在少算 30 分，可見鉛筆多 30 枝。

這是兩種筆的差，題中已知兩種筆的和。

$$\therefore \text{ 由和差問題, 得鉛筆 } (60 + 30) \div 2 = 45 \text{ 枝,}$$

$$\text{石筆 } 60 \text{ 枝} - 45 \text{ 枝} = 15 \text{ 枝.}$$

[注意] 解法二和三，對於雞兔問題一都能適用。

(30) 山路長 192 里，火車自東麓上山，速度每小時 30 里；依西麓下山，每小時 40 里。上下共費 5 點 40 分。求兩麓到山頂的距離。又倘自西麓上山，下抵東麓，要多少時候？

解 I a. 本題性質與雞兔問題一相同：

下山每時 40 里，相當於兔有 4 足；

上山每時 30 里,相當於雞有 2 足;

5 時 40 分 = $5\frac{2}{3}$ 時,相當於頭數的和;

全路 192 里,相當於足數的和。

$$\therefore \text{東麓時間} \quad \left(40 \times 5\frac{2}{3} - 192\right) \div (40 - 30) = 3\frac{7}{15} \text{ 時.}$$

$$\text{東麓長} \quad 30 \text{ 里} \times 3\frac{7}{15} = 104 \text{ 里,}$$

$$\text{西麓長} \quad 192 \text{ 里} - 104 \text{ 里} = 88 \text{ 里.}$$

$$b. \text{ 西麓到東麓要 } \frac{88}{30} + \frac{104}{40} = 5\frac{8}{15} \text{ (時).}$$

解 II a. 來回一次,上山、下山各經過 192 里,

$$\text{計需} \quad \frac{192}{30} + \frac{192}{40} = 11\frac{1}{5} \text{ (時).}$$

$$\therefore \text{西麓到東麓要 } 11\frac{1}{5} \text{ 時} - 5\frac{2}{3} \text{ 時} = 5\frac{8}{15} \text{ 時.}$$

b. 由東到西的時間,多於由西到東的時間,足見東麓較西麓爲長。

$$\text{每長 1 里,時間相差} \quad \frac{1}{30} - \frac{1}{40} = \frac{1}{120} \text{ (時),}$$

$$\text{現在共相差} \quad 5\frac{2}{3} \text{ 時} - 5\frac{8}{15} \text{ 時} = \frac{2}{15} \text{ 時,}$$

足見兩籠相差 $\frac{2}{15} \div \frac{1}{120} = 16$ (里).

由和差問題，得東籠 $(192 + 16) \div 2 = 104$ (里).

西籠 $192 - 104 = 88$ (里).

(31) 由甲地赴乙地，乘馬車要 16 小時，乘汽車要 4 小時
現在雜乘馬車及汽車共費 6 小時。求乘馬車的時數。

解 I 乘馬車，每時行全路的 $\frac{1}{16}$;

乘汽車，每時行全路的 $\frac{1}{4}$ 。

本題內容與雞兔問題一的內容相同：

馬車的速度 $\frac{1}{16}$ ，相當於雞有 2 足；

汽車的速度 $\frac{1}{4}$ ，相當於兔有 4 足；

共費 6 小時，相當於頭數的和；

全路是 1，相當於足數的和。

\therefore 乘馬車 $(\frac{1}{4} \times 6 - 1) \div (\frac{1}{4} - \frac{1}{16}) = 2\frac{2}{3}$ (時)。

解 II 平均每時行全路的 $\frac{1}{6}$

本題可用混合比例一解：

$$\frac{1}{6} \left[\begin{array}{l} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{16} \end{array} \right] \frac{5}{48} \frac{1}{12} \quad \begin{array}{l} 5 \\ 4 \end{array} \quad \text{即} \quad \therefore \text{乘馬車} \quad 6 \times \frac{4}{5+4} = 2\frac{2}{3} \text{ (時).}$$

解 III 汽車行 1 時，抵馬車行 $16 \text{ 時} \div 4 = 4 \text{ 時}$ 。

原來汽車共行 4 時；倘汽車少乘 1 時，要多乘馬車 4 時；總

時間要多出 $4 - 1 = 3 \text{ (時)}$ 。

現在共多出 $6 \text{ 時} - 4 \text{ 時} = 2 \text{ 時}$ ，

可見少乘汽車 $2 \div 3 = \frac{2}{3} \text{ (時)}$ 。

由是馬車共乘 $\frac{2}{3} \times 4 = 2\frac{2}{3} \text{ (時)}$ 。

(32) 甲乙二人，每年共收入 2500 元，甲用去 $\frac{2}{3}$ ；乙用去

又 50 元，年終尚共餘 700 元。求各人每年的收入。

解 I 倘甲用去 $\frac{2}{3}$ ，乙用去 $\frac{3}{4}$ ，則共餘

$$700 \text{ 元} + 50 \text{ 元} = 750 \text{ 元}；$$

倘甲乙都用去 $\frac{3}{4}$ ，則共餘

$$2500 \text{ 元} \times \left(1 - \frac{3}{4}\right) = 625 \text{ 元}。$$

比較上列二種情形：

$$\text{甲多用} \quad \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$$

$$\text{餘款減少} \quad 750 \text{ 元} - 625 \text{ 元} = 125 \text{ 元,}$$

$$\text{可知 } 125 \text{ 元是甲的 } \frac{1}{12}$$

$$\therefore \text{甲每年收入 } 125 \text{ 元} \div \frac{1}{12} = 1500 \text{ 元;}$$

$$\text{乙每年收入 } 2500 \text{ 元} - 1500 \text{ 元} = 1000 \text{ 元,}$$

$$\text{解 II} \quad \text{倘甲用去 } \frac{2}{3}, \text{ 乙用去 } \frac{3}{4}, \text{ 則共餘}$$

$$700 \text{ 元} + 50 \text{ 元} = 750 \text{ 元.}$$

$$\text{此時甲餘 } 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}; \text{ 乙餘 } 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\text{平均餘} \quad 750 \div 2500 = \frac{3}{10}$$

本題可用混合比例一解:

$$\frac{3}{10} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{20} \\ \frac{1}{30} \end{array} \right\} \quad \text{即} \quad \begin{array}{l} 3 \\ 2 \end{array} \quad 3+2=5.$$

$$\therefore \text{甲每年收入 } 2500 \text{ 元} \times \frac{3}{5} = 1500 \text{ 元,}$$

$$\text{乙每年收入 } 2500 \text{ 元} - 1500 \text{ 元} = 1000 \text{ 元.}$$

[注意] 仿解法一, 假定甲乙都用去 $\frac{2}{3}$, 可先求出乙的收入; 仿解法二, 從用去的元數着想, 亦可得一解法。

(33) 男工每日工資 6 角 女工每日工資 4 角. 現在僱用男女工共 30 人, 但知男的工資比女多 6 元. 問男女工各有幾人?

解 I 本題和雞兔問題二相同: 男工相當於兔, 女工相當於雞。

$$\therefore \text{女工 } (0.6 \times 30 - 6) \div (0.6 + 0.4) = 12 \text{ (人)}$$

$$\text{男工 } 30 \text{ 人} - 12 \text{ 人} = 18 \text{ 人.}$$

解 II 6 元是男工 $(6 \div 0.6 =)$ 10 人的工資。

如果男工減少 10 人, 那末男女工的工資相等。

此時男女工的總數是 $30 \text{ 人} - 10 \text{ 人} = 20 \text{ 人.}$

男女工每人每日工資的比是 $6 : 4 = 3 : 2,$

所以總工資相等時, 人數的比是 $2 : 3.$

由單比例式: $2 + 3 : 3 = 20 : x.$

$$\text{得 } x = \frac{3 \times 20}{5} = 12, \text{ 即女工人數;}$$

$$30 - 12 = 18, \text{ 即男工人數.}$$

解 III 6 元是女工 $(6 \div 0.4 =)$ 15 人的工資。

如果女工增 15 人, 那末雙方的工資相等。

此時男女工的總數是 30 人 $+ 15$ 人 $= 45$ 人。

此中男女工的比是 $2:3$, 男工佔 $\frac{2}{5}$ 。

\therefore 男工有 45 人 $\times \frac{2}{5} = 18$ 人,

女工有 30 人 $- 18$ 人 $= 12$ 人。

[注意] 解法二和三, 對於雞兔問題二都能適用。

(34) 一個旅行的人, 晴天每日行 36 里, 雨天每日行 24 里。但知這個人在 480 里的旅程中, 晴天比雨天多 5 天。問晴雨各是幾天?

解 I 本題和雞兔問題三相同: 晴天相當於兔, 雨天相當於雞。

\therefore 雨天 $(480 - 36 \times 5) \div (36 + 24) = 5$ (天),

晴天 5 天 $+ 5$ 天 $= 10$ 天。

解 II 倘再加進雨天 5 天, 那末晴雨的天數相等。

此時總數當增為 480 里 $+ 24$ 里 $\times 5 = 600$ 里。

\therefore 晴天 $600 \div (36 + 24) = 10$ (天),

雨天 10 天 $- 5$ 天 $= 5$ 天。

解 III 假定旅程中全是晴天,

那末共行 $480 \div 36 = 13\frac{1}{3}$ (天)。

因雨天為 0, 所以晴雨相差 $13\frac{1}{3}$ 天.

比題中的差數多出 $13\frac{1}{3}$ 天 $- 5$ 天 $= 8\frac{1}{3}$ 天.

雨天 1 天所行的路, 抵晴天 $\frac{24}{36} = \frac{2}{3}$ (天):

可見少算雨天 1 天, 差數要增多 $1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$ 天.

現在共增多 $8\frac{1}{3}$ 天.

∴ 雨天 $8\frac{1}{3} \div 1\frac{2}{3} = 5$ (天),

晴天 5 天 $+ 5$ 天 $= 10$ 天.

【注意】解法二和三, 對於雞兔問題三都能適用.

(35) 蘋果每隻銅元 20 枚, 橘子每隻銅元 40 枚. 已知橘子比蘋果多 3 隻, 又知橘子的共價比蘋果多銅元 220 枚. 問橘子和蘋果各是幾隻?

解 I 本題和雞兔問題四相同: 蘋果相當於雞, 橘子相當於兔.

∴ 蘋果 $(220 - 40 \times 3) \div (40 - 20) = 5$ (隻),

橘子 5 隻 $+ 3$ 隻 $= 8$ 隻.

解 II 如果再買 3 隻蘋果, 那末雙方的隻數相等.

此時價值的相差是 $220 - 20 \times 3 = 160$ (枚).

各 1 隻相差 $40 - 20 = 20$ (枚),

可見各有 $160 \div 20 = 8$ (隻).

即 橘子 8 隻,

蘋果 8 隻 - 3 隻 = 5 隻.

解 III 如果再買蘋果 $(22) \div 2 = 11$ 隻, 那末雙方的價值相等.

但此時蘋果反比橘子多 $11 隻 - 3 隻 = 8 隻$.

每隻的價值, 橘子 2 倍於蘋果,

所以用相等的錢所買的隻數, 蘋果 2 倍於橘子.

\therefore 橘子 $8 隻 \div (2 - 1) = 8 隻$,

蘋果 $8 隻 - 3 隻 = 5 隻$.

[注意] 解法二和三, 對於雞兔問題四都能適用.

(36) 雞兔足數的和是 192 隻, 頭數雞是兔的 $\frac{2}{3}$. 問雞

各有幾隻?

解 I 設兔 頭數是 1, 雞的頭數是 $\frac{2}{3}$;

那末兔的足數是 $4 \times 1 = 4$,

雞 足數是 $2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$.

雙方足數的和是 $4 + 1\frac{1}{3} = 5\frac{1}{3}$, 即 192 隻.

$$\therefore \text{兔} \quad 192 \div 5 \frac{1}{3} = 36 \text{ (隻).}$$

$$\text{雞} \quad 36 \times \frac{2}{3} = 24 \text{ (隻).}$$

解 II 倘雙方頭數相等，則足數雞是兔的 $\frac{1}{2}$ 。

現在頭數雞是兔的 $\frac{2}{3}$ ，

所以足數雞是兔的 $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ 。

由是兔的足數是 $192 \div \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 144$ 。

兔的頭數是 $144 \div 4 = 36$ ，

雞的頭數是 $36 \times \frac{2}{3} = 24$ 。

解 III 雞兔頭數的比是 2 : 3，

雞兔每頭足數的比是 2 : 4。

雙方足的總數的比是上二個比的複比。

即
$$\left. \begin{array}{l} 2 : 3 \\ 2 : 4 \end{array} \right\} = 1 : 3. \quad \text{按分比例二}$$

\therefore 所以雞有足 $192 \times \frac{1}{1+3} = 48$ ，

兔有足 $192 \times \frac{3}{1+3} = 144$ ；

雞有 $48 \div 2 = 24$ (隻),

兔有 $144 \div 4 = 36$ (隻).

(37) 五角幣和二角幣合計 7.8 元, 已知五角幣的個數是二角幣的 $1\frac{1}{3}$. 問各有幾個?

解 I 設二角幣有 1 個, 則五角幣有 $1\frac{1}{3}$ 個.

二角幣 1 個, 五角幣 $1\frac{1}{3}$ 個, 共計

$$2 \text{ 角} \times 1 + 5 \text{ 角} \times 1\frac{1}{3} = 8\frac{2}{3} \text{ 角}.$$

由 $78 \text{ 角} \div 8\frac{2}{3} = 9,$

知 二角幣有 9 個,

五角幣有 $9 \text{ 個} \times 1\frac{1}{3} = 12 \text{ 個}.$

解 II 五角幣 $1\frac{1}{3}$ 個, 計 $5 \text{ 角} \times 1\frac{1}{3} = 6\frac{2}{3}$ 角,

合二角幣 $6\frac{2}{3} \div 2 = 3\frac{1}{3}$ (個).

所以二角幣與五角幣總值的比是 $1 : 3\frac{1}{3} = 3 : 10.$

由按分比例一, 得五角幣共值 $78 \text{ 角} \times \frac{10}{13} = 60 \text{ 角},$

計 $60 \div 5 = 12$ (個);

$$\text{二角幣 } 12 \div 1\frac{1}{3} = 9 \text{ (個).}$$

解 III 二角幣、五角幣個數的比是 $1 : 1\frac{1}{3} = 3 : 4$,

二角幣、五角幣每個價值的比是 $2 : 5$,

$$\left. \begin{array}{l} \text{二角幣、五角幣總價值的比是} \\ 3 : 4 \\ 2 : 5 \end{array} \right\} = 3 : 10.$$

由解法二, 知二角幣 9 個,

五角幣 12 個.

(38) 雞兔頭數的和是 65, 足數雞是兔的 $\frac{2}{9}$. 問雞兔各有幾隻?

解 I 設雙方足數相等, 則頭數雞是兔的 2 倍.

現在足數雞是兔的 $\frac{2}{9}$,

那末頭數雞是兔的 $\frac{2}{9} \times 2 = \frac{4}{9}$.

$$\therefore \text{兔 } 65 \text{ 隻} \div \left(1 + \frac{4}{9}\right) = 45 \text{ 隻,}$$

$$\text{雞 } 65 \text{ 隻} - 45 \text{ 隻} = 20 \text{ 隻.}$$

解 II 設兔的足數是 1, 雞的足數是 $\frac{2}{9}$;

則兔的頭數是 $1 \div \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$,

$$\text{雞的頭數是 } \frac{2}{9} \div 2 = \frac{1}{9}.$$

$$\text{雙方頭數的和是 } \frac{1}{4} + \frac{1}{9} = \frac{13}{36}, \text{ 即 } 65 \text{ 隻.}$$

$$\therefore \text{兔的足數是 } 65 \div \frac{13}{36} = 180,$$

$$\text{兔的頭數是 } 180 \div 4 = 45 \text{ (隻);}$$

$$\text{雞的頭數是 } 65 - 45 = 20 \text{ (隻).}$$

解 III 承接解法二，雞兔頭數的比是 $\frac{1}{9} : \frac{1}{4} = 4 : 9$.

$$\text{由按分比例一，得雞 } 65 \text{ 隻} \times \frac{4}{4+9} = 20 \text{ 隻,}$$

$$\text{兔 } 65 \text{ 隻} \times \frac{9}{4+9} = 45 \text{ 隻.}$$

(39) 雞兔頭數的比是 5 : 3，足數兔比雞多 18。問雞兔各有幾隻？

解 I 如果雞加 $18 \div 2 = 9$ (隻)，

那末雙 的足數相等。

此時雞的頭數 2 倍於兔。

本來雞是兔的 $\frac{5}{3}$ 倍；加了 9 隻，便成 2 倍。

$$\therefore \text{兔 } 9 \text{ 隻} \div \left(2 - \frac{5}{3}\right) = 27 \text{ 隻,}$$

$$\text{雞 } 27 \text{ 隻} \times \frac{5}{3} = 45 \text{ 隻.}$$

解 II 設雞的頭數是 1, 兔的頭數是 $\frac{3}{5}$;

那末雞的足數是 $1 \times 2 = 2,$

兔的足數是 $\frac{3}{5} \times 4 = 2\frac{2}{5}.$

雙方足數的差是 $2\frac{2}{5} - 2 = \frac{2}{5}.$

\therefore 雞 $18 \div \frac{2}{5} = 45 \text{ (隻)},$

兔 $45 \text{ 隻} \times \frac{3}{5} = 27 \text{ 隻}.$

解 III 雞兔足數的比是 $\left. \begin{array}{l} 5 : 3 \\ 2 : 4 \end{array} \right\} = 10 : 12 = 5 : 6.$

由單比例式: $5 : 6 - 5 = x : 18,$

得 $x = \frac{5 \times 18}{1} = 90 \dots \dots \text{雞的足數}.$

\therefore 雞 $90 \div 2 = 45 \text{ (隻)},$

兔 $(90 + 18) \div 4 = 27 \text{ (隻)}.$

(40) 雞兔足數的比是 3 : 4, 頭數雞比兔多 9. 問雞兔各有幾隻?

解 I 雞兔頭數的比是 $3 \div 2 : 1 \div 4 = \frac{3}{2} : 1 = 3 : 2$,

由單比例式: $3 - 2 : 2 = 9 : x$,

得 $x = \frac{2 \times 9}{1} = 18 \dots\dots$ 兔。

由單比例式: $3 : 3 - 2 = x : 9$,

得 $x = \frac{3 \times 9}{1} = 27 \dots\dots$ 雞。

解 II 設兔的足數是 1, 雞的足數是 $\frac{3}{4}$;

那末兔的頭數是 $1 \div 4 = \frac{1}{4}$,

雞的頭數是 $\frac{3}{4} \div 2 = \frac{3}{8}$ 。

雙方頭數的差是 $\frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$, 即 9。

∴ 兔有足 $9 \div \frac{1}{8} = 72$,

有頭 $72 \div 4 = 18$;

雞有頭 $18 + 9 = 27$ 。

解 III 如果兔增加足 $(4 \times 9 =) 36$ 隻,

那末雙方頭數相等, 此時兔的足數是雞的 2 倍。

原來兔的足數是雞的 $\frac{4}{3}$, 加了 36 隻, 便成 2 倍,

$$\text{可見雞有足 } 36 \div \left(2 - \frac{1}{3}\right) = 54,$$

$$\text{有頭 } 54 \div 2 = 27;$$

$$\text{兔有頭 } 27 - 9 = 18.$$

(41) 雞兔同籠：雞的足數多 10；倘頭數互易，則兔的足數多 80. 問雞兔各是多少？

解 I 雞兔的足數相同時，雞的頭數是兔的 2 倍，兔是雞的 $\frac{1}{2}$.

由第一條件，知雞的頭數比兔的 2 倍多 $(10 \div 2 =) 5$,

頭數互易後，應兔的頭數比雞的 2 倍多 5；

但由第二條件，知兔的頭數比雞的 $\frac{1}{2}$ 多 $(80 \div 4 =) 20$

由是頭數互易後，雞的頭數是

$$(20 - 5) \div \left(2 - \frac{1}{2}\right) = 10.$$

∴ 原來兔有 10 隻，

$$\text{雞有 } 10 \text{ 隻} \times 2 + 5 \text{ 隻} = 25 \text{ 隻}.$$

解 II 如果去掉雞 $10 \div 2 = 5$ (隻)，

那末雞兔的足數相等，

頭數雞是兔的 2 倍。

互易後兔的頭數是雞的 2 倍。

此時兔的足數比雞多 $(80 - 4 \times 5 =) 60$,

可見兔的頭數比雞的 $\frac{1}{2}$, 多 $(60 \div 4 =) 15$ 。

由是此時雞有 $15 \div \left(2 - \frac{1}{2}\right) = 10$ (隻)。

∴ 原來兔有 10 隻,

雞有 $(10 \times 4 + 10) \div = 25$ (隻)。

(42) 布一疋, 長 3 丈 6 尺, 做長衫用掉 $\frac{1}{3}$; 做短衫用掉餘下的 $\frac{1}{4}$; 做褲子又用掉餘下的 $\frac{1}{4}$ 。還餘布多少?

解 I 做長衫用掉全長的 $\frac{1}{3}$, 還餘 $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$,

即還餘 $36 \text{ 尺} \times \frac{2}{3} = 24 \text{ 尺};$

做短衫用掉 24 尺的 $\frac{1}{4}$, 還餘 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$,

即還餘 $24 \text{ 尺} \times \frac{3}{4} = 18 \text{ 尺};$

做褲子用掉 18 尺的 $\frac{1}{4}$, 還餘 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$,

即還餘 $18 \text{ 尺} \times \frac{3}{4} = 13\frac{1}{2} \text{ 尺}。$

解 II 做長衫後還餘全長的 $(1 - \frac{1}{3})$;

做短衫後還餘 $(1 - \frac{1}{3})$ 的 $(1 - \frac{1}{4})$,

即還餘全長的 $(1 - \frac{1}{3}) \times (1 - \frac{1}{4})$;

做褲子後還餘 $(1 - \frac{1}{3}) \times (1 - \frac{1}{4})$ 的 $(1 - \frac{1}{4})$,

即還餘全長的 $(1 - \frac{1}{3}) \times (1 - \frac{1}{4}) \times (1 - \frac{1}{4})$.

$$\begin{aligned} \therefore \text{還餘 } 36 \text{ 尺} &\times \left[\left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \right] \\ &= 36 \text{ 尺} \times \left[\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \right] \\ &= 13\frac{1}{2} \text{ 尺.} \end{aligned}$$

(43) 某人攜國幣入市購物：買家具用去 $\frac{2}{3}$ ，買衣料用去餘下的 $\frac{3}{5}$ ，買食物用去餘下的 $\frac{1}{4}$ ，還餘 0 元。問此人原有國幣多少？

解 I 買食物後還餘 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ ，即 0 元，

所以未買食物時還有 $30 \text{ 元} \div \frac{3}{4} = 40 \text{ 元}$ ；

買衣料後還餘 $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$, 即 40 元,

所以未買衣料時還 $40 \text{ 元} \div \frac{2}{5} = 100 \text{ 元};$

買家具後還餘 $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$, 即 100 元,

所以未買家具時原有 $100 \text{ 元} \div \frac{1}{3} = 300 \text{ 元}.$

解 II 買家具後還餘總數的 $(1 - \frac{2}{3});$

買衣料後還餘 $(1 - \frac{2}{3})$ 的 $(1 - \frac{3}{5}),$

即還餘總數的 $(1 - \frac{2}{3}) \times (1 - \frac{3}{5});$

買食物後還餘 $(1 - \frac{2}{3}) \times (1 - \frac{3}{5})$ 的 $(1 - \frac{1}{4}),$

即還餘總數的 $(1 - \frac{2}{3}) \times (1 - \frac{3}{5}) \times (1 - \frac{1}{4})$, 便是 30 元.

∴ 總數是 $30 \text{ 元} \div \left[1 - \frac{2}{3} \right] \times \left(1 - \frac{3}{5}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right)$

$$= 30 \text{ 元} \div \left[\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \right]$$

$$= 300 \text{ 元}.$$

(44) 甲乙二人, 每年的收入相等. 甲除開支外, 每年儲蓄

$\frac{1}{5}$; 乙因比甲每年多用 450 元, 6 年後便負債 900 元. 問二人每年的收入各是多少?

解 乙每年負債 $900 \text{ 元} \div 6 = 150 \text{ 元}$.

倘乙的開支和甲相等, 那末可儲蓄

$$450 \text{ 元} - 150 \text{ 元} = 300 \text{ 元}.$$

這便是每年收入的 $\frac{1}{5}$.

$$\therefore \text{ 每年收入 } 300 \text{ 元} \div \frac{1}{5} = 1500 \text{ 元}.$$

解 II 乙 6 年多用 $450 \text{ 元} \times 6 = 2700 \text{ 元}$.

倘不多用, 6 年內可儲蓄 $2700 \text{ 元} - 900 \text{ 元} = 1800 \text{ 元}$,

$$\text{ 每年可儲蓄 } 1800 \text{ 元} \div 6 = 300 \text{ 元}.$$

300 元是每年收入的 $\frac{1}{5}$.

$$\therefore \text{ 每年收入 } 300 \text{ 元} \div \frac{1}{5} = 1500 \text{ 元}.$$

解 III 乙 6 年多用 $450 \text{ 元} \times 6 = 2700 \text{ 元}$.

倘不多用, 可儲蓄 $2700 \text{ 元} - 900 \text{ 元} = 1800 \text{ 元}$.

1800 元即甲 6 年內儲蓄之款.

$$\text{ 甲每年儲蓄 } \frac{1}{5}$$

6 年儲蓄 $\frac{1}{5} \times 6 = 1\frac{1}{5}$.

∴ 每年收入 $1800 \text{ 元} \div 1\frac{1}{5} = 1500 \text{ 元}$.

(45) 牛羊合計 226 頭，倘賣出牛 $\frac{1}{4}$ ，買進羊 68 頭，那末牛羊的頭數相等。求牛羊原來的頭數。

解 I 賣出牛 $\frac{1}{4}$ ，買進羊 68 頭，雙方纔相等，

可見羊比牛的 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ 少 68 頭，

如果羊買進 68 頭，牛並不賣出，

那末羊是牛的 $\frac{3}{4}$ 。

但此時總數增為 $226 \text{ 頭} + 68 \text{ 頭} = 294 \text{ 頭}$ 。

∴ 牛有 $294 \text{ 頭} \div \left(1 + \frac{3}{4}\right) = 168 \text{ 頭}$ ，

羊有 $226 \text{ 頭} - 168 \text{ 頭} = 58 \text{ 頭}$ 。

解 II 如果不賣出牛而但買進羊 68 頭，

則總數增為 $226 \text{ 頭} + 68 \text{ 頭} = 294 \text{ 頭}$ 。

此中羊是牛的 $\frac{3}{4}$ ，即牛羊的比是 4 : 3。

由按分比例一，得牛 $294 \text{ 頭} \times \frac{4}{4+3} = 168 \text{ 頭}$ ，

$$\text{羊 } 226 \text{ 頭} - 168 \text{ 頭} = 58 \text{ 頭.}$$

解 III 承接上題, 294 頭中, 牛羊的比是 4 : 3.

由單比例式: $4 + 3 : 4 = 294 : x$

$$\text{得 } x = \frac{4 \times 294}{7} = 168 \dots \dots \text{牛,}$$

$$226 - 168 = 58 \dots \dots \text{羊.}$$

(46) 有水兩鍋, 共計 3 斗 5 升 5 合, 煮沸後, 甲鍋中減少 $\frac{1}{5}$, 乙鍋中減少 $\frac{2}{9}$. 此時兩鍋中所餘之水適相等. 問兩鍋原來各有水多少?

解 I 假定甲鍋原有的水是 1,

$$\text{那末煮沸後還有水 } 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5};$$

$$\text{乙鍋煮沸後也有水 } \frac{4}{5} \text{ (與甲鍋等).}$$

$$\text{乙鍋減少了 } \frac{2}{9} \text{ 還有 } \frac{4}{5},$$

$$\text{足見乙鍋原來有 } \frac{4}{5} \div \left(1 - \frac{2}{9}\right) = 1\frac{1}{35}.$$

$$\text{由是甲鍋原有水 } 355 \text{ 合} \div \left(1 + 1\frac{1}{35}\right) = 175 \text{ 合,}$$

$$\text{乙鍋原有水 } 355 \text{ 合} - 175 \text{ 合} = 180 \text{ 合.}$$

解 II 甲鍋的 $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ 相當於乙鍋的 $1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$.

甲鍋的 1 倍相當於乙鍋的 $\frac{7}{9} \div \frac{4}{5} = \frac{35}{36}$,

即甲鍋是乙鍋的 $\frac{35}{36}$.

∴ 乙鍋有水 $355 \text{ 合} \div \left(1 + \frac{35}{36}\right) = 180 \text{ 合}$,

甲鍋有水 $355 \text{ 合} - 180 \text{ 合} = 175 \text{ 合}$.

解 III 假定煮沸後兩鍋所有的水都是 1,

那末甲鍋原有 $1 \div \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 1\frac{1}{4}$,

乙鍋原有 $1 \div \left(1 - \frac{2}{9}\right) = 1\frac{2}{7}$.

煮沸後兩鍋各有 $355 \text{ 合} \div \left(1\frac{1}{4} + 1\frac{2}{7}\right) = 140 \text{ 合}$.

∴ 甲鍋原有 $140 \text{ 合} \div \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 175 \text{ 合}$,

乙鍋原有 $140 \text{ 合} \div \left(1 - \frac{2}{9}\right) = 180 \text{ 合}$.

[注意] 本題假定乙鍋原有水是 1, 亦可得一解法。又
解法二, 亦可先求甲鍋。

(47) 甲乙二人, 共有資本 780 元: 甲得利 50% 乙損
20%. 因此甲的資本 3 倍於乙. 問二人原來各有資本多少?

解 I 設甲原有資本是 1, 則得利後是 $1 + 50\% = 1.5$

1.5 是乙損失 20% 後的 3 倍。

可見乙損失 20% 後是 $1.5 \div 3 = 0.5$,

乙原有資本是 $0.5 \div (1 - 20\%) = \frac{5}{8}$

由是甲乙原有資本的和是 $1 + \frac{5}{8} = 1\frac{5}{8}$, 即 780 元。

∴ 甲有 $780 \text{ 元} \div 1\frac{5}{8} = 480 \text{ 元}$,

乙有 $480 \text{ 元} \times \frac{5}{8} = 300 \text{ 元}$ 。

解 II 設乙原有資本是 1, 則損失後是 $1 - 20\% = 0.8$;

甲得利 50% 後是 $0.8 \times 3 = 2.4$,

甲原有資本是 $2.4 \div (1 + 50\%) = 1.6$ 。

由是甲乙原有資本的和是 $1 + 1.6 = 2.6$, 即 780 元。

∴ 乙有 $780 \text{ 元} \div 2.6 = 300 \text{ 元}$,

甲有 $300 \text{ 元} \times 1.6 = 480 \text{ 元}$ 。

解 III 設乙損失 20% 後是 1, 則甲得利 50% 後是 3。

乙原有資本是 $1 \div (1 - 20\%) = 1.25$,

甲原有資本是 $3 \div (1 + 50\%) = 2$,

兩人原有資本的和是 $2 + 1.25 = 3.25$, 即 780 元。

由是乙損失 20% 後是 $780 \text{ 元} \div 3.25 = 240 \text{ 元}$ 。

∴ 乙原有資本是 $240 \text{ 元} \times 1.25 = 300 \text{ 元}$,

甲原有資本是 $780 \text{ 元} - 300 \text{ 元} = 480 \text{ 元}$.

[注意 本題假定甲得利 50% 後是 1, 亦可得一解法.]

(48) 甲乙二人, 共有資本 2000 元. 甲損失 20%, 乙獲利 25%. 結果甲還比乙多 62.5 元. 問二人原來各有資本多少?

解 I 假定 2000 元都是甲的, 則損失 20% 後, 還有

$$2000 \text{ 元} \times (1 - 20\%) = 1600 \text{ 元}.$$

此時乙有 0 即甲比乙多 1600 元.

比題中更多出 $1600 \text{ 元} - 62.5 \text{ 元} = 1537.5 \text{ 元}$.

每乙有 1 元, 這個差數可減少

$$1 \text{ 元} \times (1 - 20\%) + 1 \text{ 元} \times (1 + 25\%) = 2.05 \text{ 元}.$$

∴ 乙有 $1537.5 \text{ 元} \div 2.05 \text{ 元} = 750 \text{ (元)}$,

甲有 $2000 \text{ 元} - 750 \text{ 元} = 1250 \text{ 元}$.

解 II 甲損失 20% 後的 62.5 元,

相當於原有資本 $62.5 \text{ 元} \div (1 - 20\%) = 78.125 \text{ 元}$.

如果甲的資本減 78.125 元, 則甲損失 20% 後, 與乙獲利 25% 後相等.

假定乙原有資本是 1, 則獲利後是 $1 + 25\% = 1.25$.

甲損失後是 1.25, 原有資本是 $1.25 \div (1 - 20\%) = 1.5625$.

甲乙原有資本的和是 $1 + 1.5625 = 2.5625$,

即 $2000 \text{ 元} - 78.125 \text{ 元} = 1921.875 \text{ 元}$.

∴ 乙有 $1921.875 \text{ 元} \div 2.5625 = 750 \text{ 元}$,

甲有 $2000 \text{ 元} - 750 \text{ 元} = 1250 \text{ 元}$.

[注意] 仿解法二, 假定乙的資本增多 $(62.5 \div (1 + 25\%))$ 元亦可得一解法. 再參看前題, 還可得多種解法.

(49) 一件工程: 甲乙二人合作, 8 日可成; 現在甲乙二人合作 2 日後, 由甲獨作, 又歷 9 日而完成. 求各人獨作所需的日數.

解 I 甲獨作 9 日, 相當於二人合作 $8 \text{ 日} - 2 \text{ 日} = 6 \text{ 日}$.

甲多作 $9 \text{ 日} - 6 \text{ 日} = 3 \text{ 日}$, 可抵乙的 6 日.

足見甲 1 日的工作, 抵乙的 $6 \div 3 = 2$ (日).

∴ 甲獨作要 $8 + 8 \div 2 = 12$ (日),

乙獨作要 $12 \text{ 日} \times 2 = 24 \text{ 日}$.

解 II 甲乙合作 2 日, 作成 $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$,

還餘 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$,

甲作 $\frac{3}{4}$ 要 9 日.

∴ 甲作成全部工程要 $9 \text{ 日} \div \frac{3}{4} = 12 \text{ 日}$ 。

甲乙二人每日共作 $\frac{1}{8}$ ，

甲每日作 $\frac{1}{12}$ ，

乙每日作 $\frac{1}{8} - \frac{1}{12} = \frac{1}{24}$ ，

∴ 乙獨作要 $1 \div \frac{1}{24} = 24 \text{ (日)}$ 。

(50) 一件工程：甲獨做要 30 天；如果乙先做了 9 天，其餘由甲做，還要做 24 天。那末乙獨做要幾天？

解 I 乙做 9 天，抵甲做 $30 \text{ 天} - 4 \text{ 天} = 6 \text{ 天}$ 。

可見甲做 1 天，抵乙做 $9 \div 6 = 1\frac{1}{2} \text{ (天)}$ 。

∴ 甲做 30 天，抵乙做 $30 \times 1\frac{1}{2} = 45 \text{ (天)}$ 。

解 II 乙做 9 天，抵甲做 6 天。

即甲乙同作一事所需日數的比是 $6 : 9 = 2 : 3$ 。

由單比例式： $2 : 3 = 30 : x$ ，

得 $x = \frac{3 \times 30}{2} = 45 \text{ (天)}$ ，

即乙獨作所需的日數。

解 I I 乙做 9 天,抵甲做 6 天.

那末甲做 24 天,抵乙做 $24 \div 6 \times 9 = 36$ (天).

\therefore 乙獨做要 9 天 $+ 36$ 天 $= 45$ 天.

解 IV 甲做 24 天,做成全事的 $\frac{24}{30} = \frac{4}{5}$.

可見乙 9 天內做成全事的 $1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$.

\therefore 乙獨做要 9 天 $\div \frac{1}{5} = 45$ 天.

(51) 甲乙二人合做一件事情, 18 日可成. 已知甲獨做所需的日數是乙獨做所需日數的 $\frac{2}{3}$. 問兩人獨做各需多少日?

解 I 甲 18 日所做的事, 叫乙做要

$$18 \text{ 日} \div \frac{2}{3} = 27 \text{ 日}.$$

\therefore 乙獨做要 27 日 $+ 18$ 日 $= 45$ 日,

甲獨做要 45 日 $\times \frac{2}{3} = 30$ 日.

解 II 乙 18 日所做的事, 叫甲做要

$$18 \text{ 日} \times \frac{2}{3} = 12 \text{ 日}.$$

\therefore 甲獨做要 12 日 $+ 18$ 日 $= 30$ 日,

乙獨做要 $30 \text{ 日} \div \frac{2}{3} = 45 \text{ 日}$ 。

解 III 甲乙獨做所需日數的比是 $2 : 3$,

甲乙二人能力的比是 $3 : 2$ 。

現在二人每日共做成全事的 $\frac{1}{18}$

由按分比例一：甲每日做 $\frac{1}{18} \times \frac{3}{3+2} = \frac{1}{30}$ 。

乙每日做 $\frac{1}{18} \times \frac{2}{3+2} = \frac{1}{45}$ 。

∴ 甲獨做要 $1 \div \frac{1}{30} = 30 \text{ (天)}$ ，

乙獨做要 $1 \div \frac{1}{45} = 45 \text{ (天)}$ 。

解 IV 甲乙能力的比是 $3 : 2$ ，

甲乙能力的和比乙的能力是 $3+2 : 2 = 5 : 2$ ；

甲乙合作日數比乙獨作日數是 $2 : 5$ 。

由單比例式： $2 : 5 = 18 : x$ ，

得 $x = \frac{5 \times 18}{2} = 45 \dots\dots$ 乙獨作的日數，

$45 \times \frac{2}{3} = 30 \dots\dots$ 甲獨作的日數。

(52) 一件事情：甲獨做要 15 日，乙獨做要 12 日，丙獨做

要 10 日。三人合做要幾日？

解 I 乙做 1 日，抵甲做 $15 \div 12 = 1\frac{1}{4}$ (日)；

丙做 1 日，抵甲做 $15 \div 10 = 1\frac{1}{2}$ (日)；

三人合做 1 日，抵甲做 $1 + 1\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2} = 3\frac{3}{4}$ (日)。

甲做全事要 15 日。

∴ 三人合做要 $15 \div 3\frac{3}{4} = 4$ (日)。

解 II 甲乙丙三人所需日數的比是 15 : 12 : 10；

三人能力的比是 $\frac{1}{15} : \frac{1}{12} : \frac{1}{10} = 4 : 5 : 6$ 。

三人能力之和與甲能力之比是 15 : 4；

三人合作日數與甲獨作日數之比是 4 : 15。

由單比例式： $4 : 15 = x : 15$ ，

$$\text{得 } x = \frac{4 \times 15}{15} = 4,$$

即三人合作所需之日數。

解 III 甲每日作 $\frac{1}{15}$ ，乙每日作 $\frac{1}{12}$ ，丙每日作 $\frac{1}{10}$ 。

三人每日共作 $\frac{1}{15} + \frac{1}{12} + \frac{1}{10} = \frac{1}{4}$ 。

∴ 三人合作要 $1 \div \frac{1}{4} = 4$ (日).

[注意] 仿解法一和二, 還可各得兩種相似的解法.

(53) 一件事情, 甲獨做要 10 日, 乙獨做要 15 日, 丙獨做要 20 日. 現在三人合做, 甲因病中途停止, 到第六日纔完成. 那末甲做了幾天?

解 I 乙每日作 $\frac{1}{15}$, 丙每日作 $\frac{1}{20}$,

兩人每日共作 $\frac{1}{15} + \frac{1}{20} = \frac{7}{60}$,

兩人 6 日共作 $\frac{7}{60} \times 6 = \frac{7}{10}$;

還餘 $1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$, 這便是甲作的.

甲每日做 $\frac{1}{10}$, 現在做 $\frac{3}{10}$,

可知做了 $\frac{3}{10} \div \frac{1}{10} = 3$ (天).

解 II 如果甲不停止, 那末三人 6 日共做

$$\frac{6}{10} + \frac{6}{15} + \frac{6}{20} = \frac{13}{10}$$

多出 $\frac{13}{10} - 1 = \frac{3}{10}$;

即甲多算 $\frac{3}{10} \div \frac{1}{10} = 3$ (天).

∴ 甲做了 6 天 $- 3$ 天 $= 3$ 天.

解 III 乙 1 日抵甲的 $10 \div 15 = \frac{2}{3}$,

丙 1 日抵甲的 $10 \div 20 = \frac{1}{2}$,

二人 6 日抵甲的 $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) \times 6 = 7$ (天).

∴ 甲做 10 天 $- 7$ 天 $= 3$ 天.

解 IV 本來三人合作要 $1 \div \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20}\right) = 4\frac{8}{13}$ (日).

乙丙二人多做 6 日 $- 4\frac{8}{13}$ 日 $= 1\frac{5}{13}$ 日.

計做成 $\left(\frac{1}{15} + \frac{1}{20}\right) \times 1\frac{5}{13} = \frac{21}{130}$.

這些事情叫甲做要 $\frac{21}{130} \div \frac{1}{10} = 1\frac{8}{13}$ (日).

∴ 甲只做了 $4\frac{8}{13}$ 日 $- 1\frac{8}{13}$ 日 $= 3$ 日.

(54) 一件工程：甲獨作所需的日數等於乙丙合作所需的日數，丙獨作的日數，5 倍於甲乙合作的日數。已知三人合作 8 日可成。求各人獨作所需之日數。

解 I 甲的能力等於乙丙能力的和，

8 日內甲做全事的 $\frac{1}{2}$ 。

∴ 甲獨做要 $8 \text{ 日} \div \frac{1}{2} = 16 \text{ 日}$ 。

丙的能力抵甲乙能力和的 $\frac{1}{5}$ ，

8 日內丙做全事的 $\frac{1}{5+1} = \frac{1}{6}$ 。

∴ 丙獨做要 $8 \text{ 日} \div \frac{1}{6} = 48 \text{ 日}$ 。

乙 8 日內做全事的 $1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{3}$ 。

∴ 乙獨做要 $8 \text{ 日} \div \frac{1}{3} = 24 \text{ 日}$ 。

解 II 乙丙合作 8 日，甲獨作也只要 8 日。

∴ 三人合作 8 日，叫甲獨作要 $8 \text{ 日} \times 2 = 16 \text{ 日}$ 。

甲乙合作 8 日，丙獨作要 $8 \text{ 日} \times 5 = 40 \text{ 日}$ 。

∴ 三人合作 8 日，叫丙獨作要 $40 \text{ 日} + 8 \text{ 日} = 48 \text{ 日}$ 。

甲丙二人 8 日共作 $\frac{8}{16} + \frac{8}{48} = \frac{2}{3}$ ，

乙 8 日共作 $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ 。

∴ 乙獨作要 $8 \text{ 日} \div \frac{1}{3} = 24 \text{ 日}$.

(55) 甲乙丙三園丁築一園，甲乙二人於 6 日內築 $\frac{1}{3}$ ；乙丙二人於 2 日內築其餘的 $\frac{1}{4}$ 。此後三人又合作 5 日而竣工，得工資 36 元，應怎樣分配？

解 I 甲作 $6 \text{ 日} + 5 \text{ 日} = 11 \text{ 日}$

乙作 $6 \text{ 日} + 2 \text{ 日} + 5 \text{ 日} = 13 \text{ 日}$ ，

丙作 $2 \text{ 日} + 5 \text{ 日} = 7 \text{ 日}$ 。

甲乙二人每日作 $\frac{1}{3} \div 6 = \frac{1}{18}$ ，

乙丙二人每日作 $(1 - \frac{1}{3}) \times \frac{1}{4} \div 2 = \frac{1}{12}$ ，

甲乙丙三人每日作 $(1 - \frac{1}{3}) \times (1 - \frac{1}{4}) \div 5 = \frac{1}{10}$ 。

甲每日作 $\frac{1}{18} - \frac{1}{12} = \frac{1}{60}$ ，11 日作 $\frac{1}{60} \times 11 = \frac{11}{60}$ ，

應得工資 $36 \text{ 元} \times \frac{11}{60} = 6\frac{3}{5} \text{ 元}$ ；

乙每日作 $\frac{1}{18} - \frac{1}{60} = \frac{7}{180}$ ，13 日作 $\frac{7}{180} \times 13 = \frac{91}{180}$ ，

應得工資 $36 \text{ 元} \times \frac{91}{180} = 18\frac{1}{5} \text{ 元}$ ；

$$\text{丙每日作} \quad \frac{1}{10} - \frac{1}{18} = \frac{2}{45}, \quad \text{日作} \quad \frac{2}{45} \times 7 = \frac{14}{45},$$

$$\text{應得工資} \quad 36 \text{元} \times \frac{14}{45} = 11\frac{1}{5} \text{元}.$$

解 II 承接上面的解：

$$\text{甲乙二人每日得工資} \quad 36 \text{元} \times \frac{1}{18} = 2 \text{元},$$

$$\text{乙丙二人每日得工資} \quad 36 \text{元} \times \frac{1}{12} = 3 \text{元}.$$

$$\text{甲乙丙三人每日得工資} \quad 36 \text{元} \times \frac{1}{10} = 3\frac{3}{5} \text{元}.$$

$$\text{甲每日得} \quad 3\frac{3}{5} \text{元} - 3 \text{元} = \frac{3}{5} \text{元}.$$

$$11 \text{日得} \quad \frac{3}{5} \text{元} \times 11 = 6\frac{3}{5} \text{元};$$

$$\text{乙每日得} \quad 2 \text{元} - \frac{3}{5} \text{元} = 1\frac{2}{5} \text{元},$$

$$13 \text{日得} \quad 1\frac{2}{5} \text{元} \times 13 = 18\frac{1}{5} \text{元};$$

$$\text{丙每日得} \quad 3 \text{元} - 1\frac{2}{5} \text{元} = 1\frac{3}{5} \text{元},$$

$$7 \text{日得} \quad 1\frac{3}{5} \text{元} \times 7 = 11\frac{1}{5} \text{元}.$$

(56) 有米 1800 石，叫甲場舂要 12 日，叫乙場舂要 6 日。

倘叫兩場一同舂，要幾日？

解 I 甲場每日春 $1800 \text{ 石} \div 12 = 150 \text{ 石}$,
 乙場每日春 $1800 \text{ 石} \div 6 = 300 \text{ 石}$.
 兩場每日共春 $150 \text{ 石} + 300 \text{ 石} = 450 \text{ 石}$.
 \therefore 要 $1800 \div 450 = 4 \text{ (日)}$.

解 甲場每日春 $\frac{1}{12}$
 乙場每日春 $\frac{1}{6}$.
 兩場每日共春 $\frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{1}{4}$.
 \therefore 要 $1 \div \frac{1}{4} = 4 \text{ (日)}$.

解 III 甲乙所需日數的比是 $12 : 6 = 2 : 1$,

甲乙每日工作的比是 $1 : 2$.

由是依每日工作言：

$$\text{甲} + \text{乙} : \text{乙} = 1 + 2 : 2 = 3 : 2,$$

$$\text{甲} + \text{乙} : \text{甲} = 1 + 2 : 1 = 3 : 1.$$

依所需日數言：

$$\text{乙} : \text{甲} + \text{乙} = 3 : 2,$$

$$\text{甲} : \text{甲} + \text{乙} = 3 : 1.$$

由單比例式： $3 : 2 = 6 : x$, 得 $x = 4$.

或 $3:1=12:x$, 得 $x=4$.

[注意] 從解法二和三看來,題中的總石數是沒有關係的.本題還有幾種解法,可參看下題.

(57) 某人所有的國幣,買魚可得 12 斤,買肉可得 18 斤,現在魚肉都要買,並且魚和肉的斤數要相等,那末可各買幾斤?

解 I 設這人所有的國幣是 1,

則魚的每斤價是 $\frac{1}{12}$,

肉的每斤價是 $\frac{1}{18}$.

各 1 斤共價 $\frac{1}{12} + \frac{1}{18} = \frac{5}{36}$.

∴ 可各買 $1 \div \frac{5}{36} = 7\frac{1}{5}$ (斤).

解 II 魚 12 斤之價等於肉 18 斤之價,

魚 1 斤之價等於肉 $(18 \div 12 =) 1.5$ 斤之價.

假定魚肉各買 1 斤,那末與肉 $(1 \text{ 斤} + 1.5 \text{ 斤} =) 2.5$ 斤之價相等.

現在所有金可買肉 18 斤,所以魚和肉可各買

$$18 \text{ 斤} \div 2.5 \text{ 斤} = 7.2 \text{ (斤)}.$$

解 III 肉 1 斤僅抵魚 $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ (斤),

魚肉各 1 斤, 抵魚 $1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$ (斤).

∴ 魚肉可各買 $12 \div 1\frac{2}{3} = 7\frac{1}{5}$ (斤).

[注意] 參看上題, 本題亦可用比例解.

(58) 相距 900 里的地方, 甲走 15 天到, 乙走 12 天到. 如果甲先走 2 天, 那末乙追到時還有路多少?

解 I 甲每天走 $900 \text{ 里} \div 15 = 60 \text{ 里}$,

乙每天走 $900 \text{ 里} \div 12 = 75 \text{ 里}$.

甲先走 2 天, 計 $60 \text{ 里} \times 2 = 120 \text{ 里}$,

即乙出發時已距甲 120 里.

乙每日追上 $75 \text{ 里} - 60 \text{ 里} = 15 \text{ 里}$,

追到甲要 $120 \div 15 = 8$ (日).

此時乙已行 $75 \text{ 里} \times 8 = 600 \text{ 里}$.

∴ 還有路 $900 \text{ 里} - 600 \text{ 里} = 300 \text{ 里}$.

解 II 甲每天走全路的 $\frac{1}{15}$,

乙每天走全路的 $\frac{1}{12}$.

甲先走 2 天，計走全路的 $\frac{2}{15}$

乙每日追上 $\frac{1}{12} - \frac{1}{15} = \frac{1}{60}$

追到甲要 $\frac{2}{15} \div \frac{1}{60} = 8$ (日).

此時乙已行全路的 $\frac{1}{12} \times 8 = \frac{2}{3}$

還有全路的 $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

便是 $900 \text{ 里} \times \frac{1}{3} = 300 \text{ 里}.$

(59) 華氏 40 度及零下 40 度，合攝氏、列氏各是幾度？

解 I a. 華氏 40 度，合攝氏

$$(40 - 32) \times \frac{5}{9} = 4\frac{4}{9} \text{ (度);}$$

合列氏 $(40 - 32) \times \frac{4}{9} = 3\frac{5}{9} \text{ (度).}$

b. 華氏 零下 40 度，在冰點下 $40 + 32 = 72$ (格)，

合攝氏 零下 $72^\circ \times \frac{5}{9} = 40^\circ;$

列氏 零下 $72^\circ \times \frac{4}{9} = 32^\circ.$

$$(或) \text{ 合攝氏 } (-40^\circ - 32^\circ) \times \frac{5}{9} = (-72^\circ) \times \frac{5}{9} = -40^\circ;$$

$$\text{列氏 } (-40^\circ - 32^\circ) \times \frac{4}{9} = (-72^\circ) \times \frac{4}{9} = -32^\circ.$$

$$\text{解 II } a. \quad 180 : 100 = (40 - 32) : x,$$

$$x = \frac{100 \times 8}{180} = 4\frac{4}{9}.$$

∴ 華氏 40 度合攝氏 $4\frac{4}{9}$ 度.

$$180 : 80 = (40 - 32) : x,$$

$$x = \frac{80 \times 8}{180} = 3\frac{5}{9}.$$

∴ 華氏 40 度合攝氏 $3\frac{5}{9}$ 度.

$$b. \quad 180 : 100 = (40 + 32) : x,$$

$$x = \frac{100 \times 72}{180} = 40.$$

∴ 華氏 零下 40 度合攝氏 零下 40 度.

$$180 : 80 = (40 + 32) : x,$$

$$x = \frac{80 \times 72}{180} = 32.$$

∴ 華氏 零下 40 度合列氏 零下 32 度.

(60) 同溫度時，華氏、攝氏、列氏度數之和是 68 度，問是幾度？

解 I 先除掉華氏在冰點下的 32 格，
那末在冰點上三種表共有 $68 - 32 = 36$ 格。

假定華氏的格度是 1，

則攝氏的格度是 $\frac{5}{9}$ ，

列氏的格度是 $\frac{4}{9}$ 。

36 格相當於華氏的 $1 + \frac{5}{9} + \frac{4}{9} = 2$ (倍)。

∴ 華氏 $36 \div 2 = 18$ ，即 $32^\circ + 18^\circ = 50^\circ$ ；

攝氏 $18^\circ \times \frac{5}{9} = 10^\circ$ ；

列氏 $18^\circ \times \frac{4}{9} = 8^\circ$ 。

解 II 在冰點上，三種表共計 $68 - 32 = 36$ 格。

華氏、攝氏、列氏格度的比是 180 : 100 : 80，

即 9 : 5 : 4。

由 $9 + 5 + 4 : 9 = 36 : x$ ，得 $x = 18$ ，

即 華氏 $18^\circ + 32^\circ = 50^\circ$ ；

由 $9+5+4:5=36:x$, 得 $x=10$ ……攝氏;

由 $9+5+4:4=36:x$, 得 $x=8$ ……列氏。

解 III 承接解法二, 由按分比例一, 得

華氏 $36^\circ \times \frac{9}{18} = 18^\circ$, 即 $18^\circ + 32^\circ = 50^\circ$;

攝氏 $36^\circ \times \frac{5}{18} = 10^\circ$;

列氏 $36^\circ \times \frac{4}{18} = 8^\circ$ 。

(61) 某地某日的溫度, 華氏與攝氏的度數相同。問各是幾度?

解 I 在冰點以上, 華氏的度數常比攝氏多, 雙方決不會相等, 所以本題的答案, 一定在冰點以下。

華氏零下的度數從冰點以下 32 格起算, 所以名義上雙方的度數相同, 實際上華氏比攝氏多 32 格。

每攝氏 1 格, 華氏有 $\frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$ 格,

即華氏多出 $1\frac{4}{5} - 1 = \frac{4}{5}$ 格。

現在華氏多出 32 格。

可知攝氏是零下 $32 \div \frac{4}{5} = 40$ (度);

$$\text{華氏是} \quad -40 \times \frac{9}{5} + 32 = -40 \text{ (度),}$$

也是零下 40 度。

解 II 同距離內，華氏、攝氏格數的比是

$$180 : 100 = 9 : 5.$$

由單比例式： $9 - 5 : 5 = 32 : x$,

$$\text{得} \quad x = \frac{5 \times 32}{4} = 40,$$

即 攝氏零下 40 度；

華氏亦零下 40 度。

(62) 某日的溫度，攝氏與列氏相差 4 度，那末度數的種是多少？

解 I 本題當分冰點上及冰點下兩種情形研究之。

a. 在冰點上。

因列氏 1 度，攝氏有 $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$ 度。

可知是攝氏比列氏多 4 度。

每列氏 1 度，攝氏多 $1\frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{4}$ 度，

現在攝氏多 4 度，

可知列氏是 $4 \div \frac{1}{4} = 16$ (度)，

$$\text{攝氏是 } 16 \times \frac{5}{4} = 20 \text{ (度).}$$

$$\therefore \text{ 度數的和是 } 16 + 20 = 36 \text{ (度).}$$

b. 在冰點下.

算法與 a 完全相同.

$$\therefore \text{ 和是零下 } 36 \text{ 度.}$$

解 II 同距離內攝氏、列氏格數的比是

$$100 : 80 = 5 : 4,$$

$$\text{雙方差與和的比是 } 5 - 4 : 5 + 4.$$

$$\text{由單比例式: } 5 - 4 : 5 + 4 = 4 : x,$$

$$\text{得 } x = \frac{9 \times 4}{1} = 36,$$

即雙方的和是零下 36 度.

(63) 某日的溫度,華氏與攝氏的比是 5 : 1, 問各是幾度?

解 I 倘除去華氏在冰點下的 32 度, 但論冰點以上的

$$\text{格度, 則華氏與攝氏的比是 } 180 : 100 = 9 : 5 = \frac{9}{5} : 1.$$

因攝氏的度數不變, 可知華氏原來度數與減少 32 度後的

$$\text{比是 } 5 : \frac{9}{5} = 25 : 9.$$

$$\text{由單比例式: } 25 : 25 - 9 = x : 32,$$

$$\text{得} \quad x = \frac{25 \times 32}{25 - 9} = 50.$$

即 華氏 50 度，

$$\text{攝氏 } 50 \text{ 度} \times \frac{1}{5} = 10 \text{ 度.}$$

解 II 原來華氏是攝氏的 5 倍，

倘華氏減少 32 度，便成攝氏的 $\frac{9}{5}$ 倍。

可見 32 度相當於攝氏的 $5 - \frac{9}{5} = 3\frac{1}{5}$ 倍。

$$\therefore \text{攝氏} \quad 32 \text{ 度} \div 3\frac{1}{5} = 10 \text{ 度,}$$

$$\text{華氏} \quad 10 \text{ 度} \times 5 = 50 \text{ 度.}$$

(64) 五點鐘、六點鐘之間，兩針何時相重？何時成直線？

解 I a. 五點鐘時，長針距短針 25 分格，

要兩針相重，必須長針比短針多走 25 分格。

因為每分鐘長針比短針多走 $\frac{11}{12}$ 分格。

$$\therefore \text{兩針相重要經過} \quad 25 \div \frac{11}{12} = 27\frac{3}{11} \text{ (分),}$$

$$\text{即} \quad 5 \text{ 點 } 27\frac{3}{11} \text{ 分.}$$

b. 兩針成直線，即相距 30 分格。

五點鐘時，長針在短針後 25 分格，
必須追上了 25 分格，再超過 30 分格，
兩針纔成直線，可見長針一共多走

$$25 + 30 = 55 \text{ (分格)}.$$

$$\therefore \text{要經過} \quad 55 \div \frac{11}{12} = 60 \text{ (分)},$$

即 6 點鐘。

解 II a. 長短二針速度的比是 $60 : 5 = 12 : 1$,

兩針相重時，長針要多走 25 分格。

由單比例式： $12 - 1 : 12 = 25 : x$,

$$\text{得} \quad x = \frac{12 \times 25}{11} = 27\frac{3}{11} \text{ (分)},$$

即 5 點 $27\frac{3}{11}$ 分。

b. 兩針成直線，長針要多走 $25 + 30 = 55$ 分格。

由單比例式： $12 - 1 : 12 = 55 : x$,

$$\text{得} \quad x = \frac{12 \times 55}{11} = 60 \text{ (分)},$$

即 6 點鐘。

(65) 十點鐘、十一點鐘間，兩針何時成直角？

解 I a. 十點鐘時，長針在短針前 10 分格。

兩針成直角，即相距 15 分格。

只要長針再多走 $(15 - 10 =) 5$ 分格，便合題意。

因為長針每分鐘多走 $\frac{11}{12}$ 分格。

$$\therefore \text{要經過} \quad 5 \div \frac{11}{12} = 5\frac{5}{11} \text{ (分),}$$

即 10 點 $5\frac{5}{11}$ 分兩針第一次成直角。

b. 十點鐘時，長針在短針後 50 分格。

要兩針相距 15 分格，必須長針追上 $50 - 15 = 35$ 分格。

$$\therefore \text{要經過} \quad 35 \div \frac{11}{12} = 38\frac{2}{11} \text{ (分),}$$

即 10 點 $38\frac{2}{11}$ 分兩針第二次成直角。

解 II a. 短長兩針速度的比是 $5 : 60 = 1 : 12$,

兩針第一次成直角，長針要多走 $15 - 10 = 5$ 分格。

由單比例式： $12 - 1 : 12 = 5 : x$,

$$\text{得} \quad x = \frac{12 \times 5}{11} = 5\frac{5}{11} \text{ (分)}$$

\therefore 兩針第一次成直角在 10 點 $5\frac{5}{11}$ 分。

b. 兩針第二次成直角，長針要多走 $50 - 15 = 35$ 分格。

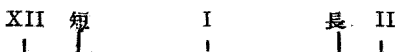
由單比例式： $12 - 1 : 12 = 35 : x$,

$$\text{得 } x = \frac{12 \times 35}{11} = 38\frac{2}{11} \text{ (分).}$$

∴ 兩針第二次成直角在 10 點 $38\frac{2}{11}$ 分。

(66) 十二點鐘後，兩針夾 I 字成相等的角度，在什麼時候？

解 I 兩針夾 I 成相等的角度，即兩針距 I 相等。因長針的速度大於短針，可知長針已超過 I，短針還不及 I，其地位如下圖：



由圖可知長針不及 II 的距離，等於短針超過 XII 的距離。即長針所走的路不滿 10 分格，但所缺的分格，恰巧等於短針所走的分格。

由是長短兩針所行路的和是 10 分格；

每分鐘長針走 1 分格，短針走 $\frac{1}{12}$ 分格，

每分鐘兩針所走路是和是 $1\frac{1}{12}$ 分格。

現在共走 10 分格，可知已過

$$10 \div 1\frac{1}{12} = 9\frac{3}{13} \text{ (分).}$$

解 II 依題意，兩針共行 10 分格。

短長兩針速度之比是 1 : 12。

由單比例式： $1 + 12 : 12 = 10 : x$ ，

$$\text{得 } x = \frac{12 \times 10}{13} = 9\frac{3}{13} \text{ (分)},$$

即 在十二點後 $9\frac{3}{13}$ 分。

(67) 一晝夜慢 1 分 40 秒的時計，於今日正午校準，到明日上午六時，指在什麼時刻？又這時計指八點鐘時，準確的時刻是多少？

解 I a. 24 小時慢 1 分 40 秒 = 100 秒，

則每小時慢 $100 \text{ 秒} \div 24 = 4\frac{1}{6}$ 秒。

今日正午到明日上午六時，計 $12 \text{ 時} + 6 \text{ 時} = 18 \text{ 時}$ ，

可見要慢 $4\frac{1}{6} \text{ 秒} \times 18 = 75 \text{ 秒} = 1 \text{ 分 } 15 \text{ 秒}$ 。

∴ 在上午 6 時 - 1 分 15 秒 = 5 時 58 分 45 秒。

b. 準確的時計走 1 時，這時計走

$$1 \text{ 時} - 4\frac{1}{6} \text{ 秒} = 59 \text{ 分 } 55\frac{5}{6} \text{ 秒} = \frac{863}{864} \text{ 時}。$$

這時計走 1 時合準確的時計 $\frac{864}{863}$ 時，

現在這時計走 18 時，準確的時計走

$$\frac{864}{863} \text{ 時} \times 18 = 18 \frac{18}{863} \text{ 時} = 18 \text{ 時 } 1 \text{ 分 } 14 \frac{698}{863} \text{ 秒.}$$

即 明日上午 6 點 1 分 $14 \frac{698}{863}$ 秒.

解 II a. 設這時計在 18 小時內慢 x 秒.

由 單比例式: $24 : 18 = 100 : x$,

$$\text{得 } x = \frac{18 \times 100}{24} = 75 \text{ 秒.}$$

∴ 在上午 6 時 - 75 秒 = 5 時 58 分 45 秒.

b. 一晝夜有 86400 秒，這時計僅走 86300 秒.

由單比例式: $86300 : 86400 = 18 : x$,

$$\text{得 } x = \frac{86400 \times 18}{86300} = 18 \frac{18}{863} \text{ (時).}$$

∴ 準確的時計在上午 $6 \frac{18}{863}$ 時.

(68) 柏林 上午 11 點鐘時，華盛頓 在上午 4 點 58 分 12 秒. 已知柏林 在東經 $13^{\circ} 23'$. 求華盛頓 的經度.

解 I 兩地時差 11 點 - 4 點 58 分 12 秒

$$= 6 \text{ 點 } 1 \text{ 分 } 48 \text{ 秒} = 21708 \text{ 秒};$$

兩地經差 $15'' \times 21708 = 325620'' = 90^{\circ} 27'$.

因為柏林先到正午，所以柏林在東，華盛頓在西。

即華盛頓在柏林以西 $90^{\circ}27'$ 。

∴ 華盛頓在西經 $90^{\circ}27' - 13^{\circ}23' = 77^{\circ}4'$ 。

解 II 本題亦可用單比例解：

因為地球在 24 小時旋轉 360 度，可得如下之比例式：

$$360^{\circ} : \text{經差} = 24 \text{ 時} : \text{時差}.$$

兩地時差是 11 點 - 7 點 53 分 12 秒 = 6 點 1 分 48 秒

$$= 6\frac{3}{100} \text{ 時}.$$

由 $24 : 6\frac{3}{100} = 360 : x,$

得 $x = \frac{6\frac{3}{100} \times 360}{24} = 90\frac{9}{20}$ (度), 即 $90^{\circ}27'$ 。

∴ 華盛頓在西經 $90^{\circ}27' - 13^{\circ}23' = 77^{\circ}4'$ 。

(69) 工匠 32 人, 26 日的工資是 374.4 元; 那末工匠 40 人, 16 日的工資多少?

解 I 32 人 1 日的工資 $374.4 \text{ 元} \div 26 = 14.4 \text{ 元},$

1 人 1 日的工資 $14.4 \text{ 元} \div 32 = 0.45 \text{ 元},$

1 人 16 日的工資 $0.45 \text{ 元} \times 16 = 7.2 \text{ 元}.$

∴ 40 人 16 日的工資 $7.2 \text{ 元} \times 40 = 288 \text{ 元}.$

解 II 1人做1日,叫做1工。

起先做 $26 \text{ 工} \times 32 = 832 \text{ 工}$,

可見每工的工資是 $374.4 \text{ 元} \div 832 = 0.45 \text{ 元}$;

後來做 $16 \text{ 工} \times 40 = 640 \text{ 工}$ 。

\therefore 要工資 $0.45 \text{ 元} \times 640 = 288 \text{ 元}$ 。

解 III 承接解法二,後來的工數是起先工數的

$$\frac{640}{832} = \frac{10}{13}$$

\therefore 後來的工資是 $374.4 \text{ 元} \times \frac{10}{13} = 288 \text{ 元}$ 。

解 IV 本題也可用複比例解:

	起先	後來	
工資	374.4	x	} = 374.4 : x,
人數	32	40	
	—————→		
日數	26	16	
	—————→		

$$x = \frac{40 \times 16 \times 374.4}{32 \times 26} = 288 \text{ (元)}.$$

(70) 田 110 畝,用牛 8 頭, 5 天可以耕完;現在有田 198 畝,要在 4 天內耕完,應該用牛幾頭?

解 I 1牛5天耕 $110 \text{ 畝} \div 8 = 13.75 \text{ 畝}$,

1牛1天耕 $13.75 \text{ 畝} \div 5 = 2.75 \text{ 畝}$,

1牛4天耕 $2.75 \text{ 畝} \times 4 = 11 \text{ 畝}$.

\therefore 4天耕 198 畝要牛 $198 \div 11 = 18 \text{ (頭)}$.

解 II 起先每天共耕 $110 \text{ 畝} \div 5 = 22 \text{ 畝}$,

每牛每天耕 $22 \text{ 畝} \div 8 = 2.75 \text{ 畝}$,

後來每天共耕 $198 \text{ 畝} \div 4 = 49.5 \text{ 畝}$.

\therefore 要用牛 $49.5 \div 2.75 = 18 \text{ (頭)}$.

解 III 承接解法二,起先每天工作是後來每天工作的

$$\frac{22}{49.5} = \frac{4}{9}.$$

\therefore 後來要用牛 $8 \text{ 頭} \div \frac{4}{9} = 18 \text{ 頭}$.

解 IV 本題也可用複比例解:

	起先	後來		
牛數	8	x	$110 : 198$	} = 8 : x,
畝數	110	198	$4 : 5$	
日數	5	4		

$$x = \frac{198 \times 5 \times 8}{110 \times 4} = 18 \text{ (頭)}.$$

(71) 獵犬追兔: 犬跑 2 步之時間, 兔跑 3 步; 犬 3 步的

距離，抵兔的 5 步。現知兔跑 360 丈，問犬跑幾丈？

解 I 犬每步的距離是兔的 $\frac{5}{3}$ 倍，

兔跑 1 步，犬只跑 $\frac{2}{3}$ 步，

可知同時間內犬所跑的距離是兔的 $\frac{5}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{9}$ 倍。

∴ 犬跑 $360 \text{ 丈} \times \frac{10}{9} = 400 \text{ 丈}$

解 II 由上面的解法，知犬與兔所跑距離之比是

$$\frac{10}{9} : 1 = 10 : 9.$$

由單比例式： $10 : 9 = x : 360$,

$$\text{得 } x = \frac{10 \times 360}{9} = 400.$$

即兔跑 360 丈犬能跑 400 丈。

解 III 本題亦可用複比例解：

同時間內，步數跨得多，全距離也跑得長，所以是正比例。

同距離內，步數跨得多，便是步子跨得小，全距離也跑得短，

所以是反比例。

	兔	犬	
所跑的距離	360 丈	x 丈	3 : 2
同時間步數	3 步	2 步	3 : 5
同距離步數	5 步	3 步	

} = 360 : x.

$$\therefore x = \frac{2 \times 5 \times 360}{3 \times 3} = 400 \text{ (丈)}.$$

(72) 梨 36 隻, 價 1.35 元; 梨 18 隻和蘋果 15 隻的價值相同. 求蘋果 12 隻之價.

解 I 梨每隻價 $1.35 \text{ 元} \div 36 = 0.0375 \text{ 元}$,

梨 18 隻價 $0.0375 \text{ 元} \times 18 = 0.675 \text{ 元}$,

蘋果 15 隻價 0.675 元 ,

蘋果每隻價 $0.675 \text{ 元} \div 15 = 0.045 \text{ 元}$,

蘋果 12 隻價 $0.045 \text{ 元} \times 12 = 0.54 \text{ 元}$.

價	x 元	——	12 隻	蘋果
蘋果	15 隻	——	18 隻	梨
梨	36 隻	——	1.35 元	價

$$x = \frac{12 \times 18 \times 1.35}{15 \times 36} = 0.54 \text{ (元)}.$$

解 II 梨 18 隻價是 36 隻價的 $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$,

所以梨 18 隻價 $1.35 \text{ 元} \times \frac{1}{2} = 0.675 \text{ 元}$,

蘋果 12 隻價是 15 隻價的 $\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$.

\therefore 蘋果 12 隻價 $0.675 \text{ 元} \times \frac{4}{5} = 0.54 \text{ 元}$.

解 III 本題也可用單比例解：

$$36 : 18 = 1.35 : x, \quad x = \frac{1.35 \times 18}{36} = 0.675 \text{ (元)},$$

這是梨 18 隻之價，亦即蘋果 15 隻之價；

$$15 : 12 = 0.675 : x, \quad x = \frac{12 \times 0.675}{15} = 0.54 \text{ (元)},$$

這是蘋果 12 隻之價。

(78) 甲乙丙三組工人，合計 162 人，每日工資總計 58.05 元。甲每日 0.45 元，乙每日 0.4 元，丙每日 0.3 元；又乙組人數為甲組的 2 倍。求各組人數。

解 I 假 162 人都是丙組，應得工資

$$0.3 \text{ 元} \times 162 = 48.6 \text{ 元}.$$

比題中少 $58.05 \text{ 元} - 48.6 \text{ 元} = 9.45 \text{ 元}.$

把甲乙組的人數換入，這個差會逐漸減少。

因乙組人數 2 倍於甲組，可見必須同時以甲組 1 人、乙組 2 人換出丙組 3 人。

這樣調換 1 次，差數 (9.45 元) 可減少

$$0.45 \text{ 元} + 0.4 \text{ 元} \times 2 - 0.3 \text{ 元} \times 3 = 0.35 \text{ 元}.$$

可知要調換 $9.45 \div 0.35 = 27 \text{ (次)}.$

∴ 甲組 27 人,

乙組 $27 \text{ 人} \times 2 = 54 \text{ 人}$,

丙組 $162 \text{ 人} - 27 \text{ 人} \times 3 = 81 \text{ 人}$.

解 II 本題亦可照混合比例二解:

平均每人每日工資 $58.05 \text{ 元} \div 162 = 0.35\frac{5}{6} \text{ 元}$.

混合值	原值	損 益	混合化
$35\frac{5}{6} \text{ 分}$	45 分	損 $9\frac{1}{6} \text{ 分}$	1
	40 分	損 $4\frac{1}{6} \text{ 分}$	2
	30 分	益 $5\frac{5}{6} \text{ 分}$	x

$$x = \left(9\frac{1}{6} \times 1 + 4\frac{1}{6} \times 2 \right) \div 5\frac{5}{6} = 3,$$

即 甲 : 乙 : 丙 = 1 : 2 : 3.

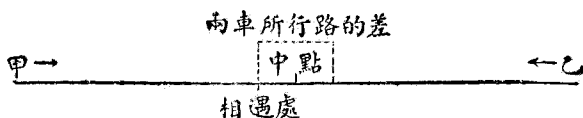
∴ 甲組 $162 \text{ 人} \times \frac{1}{6} = 27 \text{ 人}$,

乙組 $162 \text{ 人} \times \frac{2}{6} = 54 \text{ 人}$,

丙組 $162 \text{ 人} \times \frac{3}{6} = 81 \text{ 人}$.

(74) 甲乙兩列車,由兩站出發:甲每時速 20 哩,乙每時速 25 哩.兩車相會時,距中央 $3\frac{1}{3}$ 哩.求兩站的距離.

解 I



由圖：兩車相遇時，乙車多行 $3\frac{1}{3}$ 哩 $\times 2 = 6\frac{2}{3}$ 哩。

每時乙車多行 25 哩 $- 20$ 哩 $= 5$ 哩，

可見兩車自出發至相遇共經 $6\frac{2}{3} \div 5 = 1\frac{1}{3}$ (時)。

\therefore 兩站相距 $(25$ 哩 $+ 20$ 哩) $\times 1\frac{1}{3} = 60$ 哩。

解 II 甲乙兩車速度的比是 $20 : 25 = 4 : 5$ ，

即兩車相遇時所行路的比是 $4 : 5$ 。

又兩車所行路的差是 $3\frac{1}{3}$ 哩 $\times 2 = 6\frac{2}{3}$ 哩。

由單比例式： $5 - 4 : 5 + 4 = 6\frac{2}{3} : x$ ，

$$\text{得 } x = \frac{9 \times 6\frac{2}{3}}{1} = 60,$$

即兩站相距 60 哩。

解 III 甲乙兩車所行路的比是 $4 : 5$ ，

由是甲行全路的 $\frac{4}{9}$ ；乙行全路的 $\frac{5}{9}$ 。

乙所行比全路的 $\frac{1}{2}$ 多 $\frac{5}{9} - \frac{1}{2} = \frac{1}{18}$ ，即 $3\frac{1}{3}$ 哩，

(或甲所行比全路的 $\frac{1}{2}$ 少 $\frac{1}{2} - \frac{4}{9} = \frac{1}{18}$ 即 $3\frac{1}{3}$ 哩.)

∴ 全路長 $3\frac{1}{3}$ 哩 $\div \frac{1}{18} = 60$ 哩.

(75) 東西兩地相距 90 里, 甲丙二人在東地, 乙在西地, 三人同時相向出發: 甲每時行 9 里, 乙 6 里, 丙 4 里. 乙與甲相遇後, 再過多少時候纔遇丙?

解 I 甲乙二人每時共行 9 里 + 6 里 = 15 里,

自出發到相遇要 $90 \div 15 = 6$ (時).

乙丙二人每時共行 6 里 + 4 里 = 10 里,

自出發到相遇要 $90 \div 10 = 9$ (時).

∴ 乙自遇甲到遇丙, 要經過 9 時 - 6 時 = 3 時.

解 II 甲乙二人每時共行 9 里 + 6 里 = 15 里,

自出發到相遇要 $90 \div 15 = 6$ (時).

此時丙在甲後 $(9 \text{ 里} - 4 \text{ 里}) \times 6 = 30$ 里,

即乙遇甲時, 與丙相距 30 里.

∴ 乙丙相會還要經過 $30 \div (6 + 4) = 3$ (時).

解 III 甲乙二人每時共行 9 里 + 6 里 = 15 里,

乙丙二人每時共行 6 里 + 4 里 = 10 里,

甲乙速度和比乙丙速度和是 $15 : 10 = 3 : 2$;

乙遇甲的時間比乙遇丙的時間是 2 : 3.

由單比例式: $2 : (3 - 2) = \frac{90}{15} : x$,

$$\text{得 } x = \frac{1 \times 6}{2} = 3,$$

即乙遇甲後再遇丙中間經過的時數。

(76) 甲乙丙三人每時之速是: 甲 4 里, 乙 $4\frac{1}{2}$ 里, 丙 5 里.

三人同時由同地出發, 繞山麓而行, 丙與甲乙反向. 丙遇乙後再過 1 分鐘纔遇甲. 求山麓的周圍.

解 I 丙遇乙時, 與甲還相距 1 分鐘的路程.

甲丙二人每時共行 4 里 + 5 里 = 9 里,

每分鐘行 $9 \text{ 里} \div 60 = \frac{3}{20}$ 里,

即丙遇乙時, 甲已落在乙後 $\frac{3}{20}$ 里.

甲每時比乙落後 $4\frac{1}{2}$ 里 - 4 里 = $\frac{1}{2}$ 里,

現在落後 $\frac{3}{20}$ 里, 可知已行 $\frac{3}{20} \div \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$ (時),

即乙丙行 $\frac{3}{10}$ 時而相遇.

乙丙二人每時共行 $4\frac{1}{2}$ 里 + 5 里 = $9\frac{1}{2}$ 里.

\therefore 山麓長 $9\frac{1}{2}$ 里 $\times \frac{3}{10} = 2\frac{17}{20}$ 里.

解 II 甲丙速度的和比乙丙速度的和是

$$4+5 : 4\frac{1}{2} + 5 = 9 : 9\frac{1}{2} = 18 : 19;$$

由是甲丙相遇的時間比乙丙相遇的時間是 19 : 18.

由單比例式: $19 - 18 : 18 = 1 : x$,

$$\text{得 } x = \frac{18 \times 1}{1} = 18 \text{ (分)},$$

即乙丙相遇的時間。

$$\therefore \text{山麓長 } \left(4\frac{1}{2} + 5\right) \times \frac{18}{60} = 9\frac{1}{2} \times \frac{3}{10} = 2\frac{17}{20} \text{ (里)}.$$

(77) 東西兩地,相距 45 里,甲乙二人同自東地出發,乙先走 20 分鐘,但甲先到 45 分鐘.甲到時,乙尙距西地 10 里.求甲的速度.又甲追及乙時,距東地幾里?

解 I a. 甲到時,乙尙距西地 10 里,尙須行 45 分 = $\frac{3}{4}$ 時,

$$\text{可見乙每時速度是 } 10 \text{ 里} \div \frac{3}{4} = 13\frac{1}{3} \text{ 里},$$

$$\text{乙行全距離要 } 45 \div 13\frac{1}{3} = 3\frac{3}{8} \text{ (時)}.$$

$$\text{甲比乙少行 } 20 \text{ 分} + 45 \text{ 分} = 65 \text{ 分} = 1\frac{1}{12} \text{ 時},$$

$$\text{甲行全距離要 } 3\frac{3}{8} \text{ 時} - 1\frac{1}{12} \text{ 時} = 2\frac{7}{24} \text{ 時}.$$

$$\therefore \text{甲每時速度是 } 45 \text{ 里} \div 2\frac{7}{24} = 19\frac{7}{11} \text{ 里.}$$

$$b. \text{ 乙先行 } 20 \text{ 分} = \frac{1}{3} \text{ 時, 計 } 13\frac{1}{3} \text{ 里} \times \frac{1}{3} = 4\frac{4}{9} \text{ 里,}$$

$$\text{甲每時追上 } 19\frac{7}{11} \text{ 里} - 13\frac{1}{3} \text{ 里} = 6\frac{10}{33} \text{ 里,}$$

$$\text{甲追及乙要 } 4\frac{4}{9} \div 6\frac{10}{33} = \frac{55}{78} \text{ (時),}$$

$$\text{此時距東地 } 19\frac{7}{11} \text{ 里} \times \frac{55}{78} = 13\frac{11}{13} \text{ 里.}$$

$$\text{解 II } a. \text{ 乙每時速 } 10 \text{ 里} \div \frac{45}{60} = 13\frac{1}{3} \text{ 里.}$$

$$\text{甲出發時, 乙已行 } 13\frac{1}{3} \text{ 里} \times \frac{20}{60} = 4\frac{4}{9} \text{ 里.}$$

由是甲行 45 里, 乙祇行

$$45 \text{ 里} - \left(10 \text{ 里} + 4\frac{4}{9} \text{ 里}\right) = 30\frac{5}{9} \text{ 里.}$$

$$\text{甲的速度是乙的 } 45 \div 30\frac{5}{9} = 1\frac{26}{55} \text{ 倍.}$$

$$\therefore \text{甲每時速 } 13\frac{1}{3} \text{ 里} \times 1\frac{26}{55} = 19\frac{7}{11} \text{ 里.}$$

$$b. \text{ 甲每里行 } 60 \text{ 分} \div 19\frac{7}{11} = 3\frac{1}{18} \text{ 分,}$$

$$\text{乙每里行} \quad 60 \text{ 分} \div 13 \frac{1}{3} = 4 \frac{1}{2} \text{ 分},$$

$$\text{甲每里少行} \quad 4 \frac{1}{2} \text{ 分} - 3 \frac{1}{18} \text{ 分} = 1 \frac{4}{9} \text{ 分}.$$

$$\therefore \text{甲追及乙時, 已行} \quad 20 \div 1 \frac{4}{9} = 13 \frac{11}{13} \text{ (里)}.$$

(78) 某人由甲地赴乙地, 起初每小時速度 3 哩, 到中點後, 每小時改爲 4 哩. 倘全程依每小時 $3 \frac{1}{2}$ 哩的速度走, 那末可早到 5 分鐘. 求兩地的距離.

解 I 假定兩地的距離是 1 哩.

$$\text{依起初的速: 前半哩要} \quad \frac{1}{2} \div 3 = \frac{1}{6} \text{ (時)},$$

$$\text{後半哩要} \quad \frac{1}{2} \div 4 = \frac{1}{8} \text{ (時)},$$

$$\text{一哩共要} \quad \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{7}{24} \text{ (時)}.$$

$$\text{依後來的速: 一哩共要} \quad 1 \div 3 \frac{1}{2} = \frac{2}{7} \text{ (時)},$$

$$\text{後者比前者省} \quad \frac{7}{24} - \frac{2}{7} = \frac{1}{168} \text{ (時)}.$$

$$\text{題言共省} \quad 5 \text{ 分} = \frac{1}{12} \text{ (時)}.$$

$$\text{由} \quad \frac{1}{12} \div \frac{1}{168} = 14,$$

知全路長 14 哩。

解 II 前半段：先後速度的比是 $3 : 3\frac{1}{2} = 6 : 7$,

先後時間的比是 $7 : 6 = \frac{7}{6} : 1$;

後半段：先後速度的比是 $4 : 3\frac{1}{2} = 8 : 7$,

先後時間的比是 $7 : 8 = \frac{7}{8} : 1$ 。

全路先後兩次所需時間的比是

$$\frac{7}{6} + \frac{7}{8} : 1 + 1 = \frac{49}{24} : 2 = 49 : 48$$

由單比例式： $49 - 48 : 48 = \frac{1}{12} : x$,

得 $x = 4$ ，即後者需 4 時。

∴ 全路長 $3\frac{1}{2}$ 哩 $\times 4 = 14$ 哩。

(79) 某人由甲地到乙地要 2 小時；倘每小時多走 $\frac{1}{2}$ 哩，那末早到 $\frac{1}{2}$ 小時。求兩地的距離。

解 I 每小時增速 $\frac{1}{2}$ 哩，2 小時多行 $\frac{1}{2}$ 哩 $\times 2 = 1$ 哩。

即 2 小時內可超過目的地 1 哩。

今因不必超過，便可省 $\frac{1}{2}$ 小時。

可見增速後，行 1 哩須 $\frac{1}{2}$ 小時，

即 增速後每小時的速度是 $1 \text{ 哩} \div \frac{1}{2} = 2 \text{ 哩}$;

原來的速度是每小時 $2 \text{ 哩} - \frac{1}{2} \text{ 哩} = 1\frac{1}{2} \text{ 哩}$.

∴ 兩地相距 $1\frac{1}{2} \text{ 哩} \times 2 = 3 \text{ 哩}$.

解 II 增速後，共行 $2 \text{ 小時} - \frac{1}{2} \text{ 小時} = 1\frac{1}{2} \text{ 小時}$ 。

先後兩次所需時間的比是 $2 : 1\frac{1}{2} = 4 : 3$;

先後兩次速度的比當是 $3 : 4$ 。

由單比例式： $4 - 3 : 3 = \frac{1}{2} : x$,

$$\text{得 } x = \frac{3 \times \frac{1}{2}}{1} = 1\frac{1}{2},$$

即原速度是每小時 $1\frac{1}{2} \text{ 哩}$ 。

∴ 兩地相距 $1\frac{1}{2} \text{ 哩} \times 2 = 3 \text{ 哩}$ 。

解 III 增速後共行 $2 \text{ 小時} - \frac{1}{2} \text{ 小時} = 1\frac{1}{2} \text{ 小時}$ ，

計多行 $\frac{1}{2} \text{ 哩} \times 1\frac{1}{2} = \frac{3}{4} \text{ 哩}$ 。

可見依原速度進行 $1\frac{1}{2} \text{ 小時}$ ，還離乙地 $\frac{3}{4} \text{ 哩}$ 。

即依原速度行 $\frac{3}{4} \text{ 哩}$ ，還要 $\frac{1}{2} \text{ 小時}$ 。

由是原速度每小時 $\frac{3}{4}$ 哩 $\div \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ 哩。

\therefore 兩地相距 $1\frac{1}{2}$ 哩 $\times 2 = 3$ 哩。

(80) 一船往返於相距 15 里的兩埠間，共費 10 小時；但知逆流 3 里所需的時間，等於順流 5 里所需的時間。求水流的速度。

解 I 順流、逆流速度的比是 5 : 3，

所需時間的比是 3 : 5。

由按分比例一，順流計 10 時 $\times \frac{3}{3+5} = 3\frac{3}{4}$ 時，

逆流計 10 時 $\times \frac{5}{3+5} = 6\frac{1}{4}$ 時。

每時順流速 15 里 $\div 3\frac{3}{4} = 4$ 里，

逆流速 15 里 $\div 6\frac{1}{4} = 2\frac{2}{5}$ 里。

\therefore 每時水速 $(4$ 里 $- 2\frac{2}{5}$ 里) $\div 2 = \frac{4}{5}$ 里。

解 II 往返每里共行 10 時 $\div 15 = \frac{2}{3}$ 時，

順流所需時間是逆流的 $\frac{3}{5}$ 。

由是逆流 1 里需 $\frac{2}{3}$ 時 $\div \left(1 + \frac{3}{5}\right) = \frac{5}{12}$ 時,

順流 1 里需 $\frac{5}{12}$ 時 $\times \frac{3}{5} = \frac{1}{4}$ 時.

順流每時行 $1 \div \frac{1}{4} = 4$ (里),

逆流每時行 $1 \div \frac{5}{12} = 2\frac{2}{5}$ (里).

\therefore 每時水速 $\left(4 - 2\frac{2}{5}\right) \div 2 = \frac{4}{5}$ (里).

(81) 某舟子操舟的速度是每時 5 里,倘於中流順流而下,須 6 點鐘到目的地;倘沿岸而下,則須 8 點鐘.已知中流的水速是沿岸的 3 倍,求中流的水速.

解 I 沿岸而下, 8 點鐘所行的路是

人力的 8 倍,加沿岸水力的 8 倍;

中流而下, 6 點鐘所行的路是

人力的 6 倍,加沿岸水力的 $6 \times 3 = 18$ 倍.

雙方比較,前者多人力 $8 - 6 = 2$ 倍,

而少沿岸水力的 $18 - 8 = 10$ 倍.

實際上兩次的路程是相同的,

可見人力的 2 倍等於沿岸水力的 10 倍.

由是沿岸水力是每時 $5 \text{ 里} \times 2 \div 10 = 1 \text{ 里}$ 。

\therefore 中流水速是 $1 \text{ 里} \times 3 = 3 \text{ 里}$ 。

解 II 沿岸而下，每點鐘行全路的 $\frac{1}{8}$ ，

中流而下，每點鐘行全路的 $\frac{1}{6}$ 。

雙方比較，相差 $\frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{1}{24}$ ，

相當於沿岸水力的 $3 - 1 = 2$ 倍，

可見每時沿岸水力是全路的 $\frac{1}{24} \div 2 = \frac{1}{48}$ 。

由是 5 里相當於全路的 $\frac{1}{8} - \frac{1}{48} = \frac{5}{48}$ ，

全路長 $5 \text{ 里} \div \frac{5}{48} = 48 \text{ 里}$ 。

\therefore 中流水速是 $48 \text{ 里} \div 6 - 5 \text{ 里} = 3 \text{ 里}$ 。

(82) 甲種糖 8 斤，乙種糖 6 斤，共價 1 元 7 角 8 分；甲種糖 6 斤，乙種糖 8 斤，共價 1 元 7 角 2 分。求各 1 斤之價。

解 I 把題中兩條件相加，得兩種糖各

$$8 \text{ 斤} + 6 \text{ 斤} = 14 \text{ 斤}，$$

$$\text{共價 } 1.78 \text{ 元} + 1.72 \text{ 元} = 3.5 \text{ 元}。$$

由是兩種糖各 1 斤，共價 $3.5 \text{ 元} \div 14 = 0.25 \text{ 元}$ ，

$$\text{各 6 斤，共價 } 0.25 \text{ 元} \times 6 = 1.5 \text{ 元}。$$

與題中第一條件比較，得甲種糖 $8 \text{ 斤} - 6 \text{ 斤} = 2 \text{ 斤}$ ，
共價 $1.78 \text{ 元} - 1.5 \text{ 元} = 0.28 \text{ 元}$ 。

∴ 甲種糖每斤 $0.28 \text{ 元} \div 2 = 0.14 \text{ 元}$ ，

乙種糖每斤 $0.25 \text{ 元} - 0.14 \text{ 元} = 0.11 \text{ 元}$ 。

解 II 由第一條件，知甲 1 斤及乙 $\left(\frac{6}{8} \text{ 斤} = \right) \frac{3}{4} \text{ 斤}$ ，

共價 $178 \text{ 分} \div 8 = 22\frac{1}{4} \text{ 分}$ ；

由第二條件，知甲 1 斤及乙 $\left(\frac{8}{6} \text{ 斤} = \right) 1\frac{1}{3} \text{ 斤}$ ，

共價 $172 \text{ 分} \div 6 = 28\frac{2}{3} \text{ 分}$ 。

比較雙方的結果，得乙 $1\frac{1}{3} \text{ 斤} - \frac{3}{4} \text{ 斤} = \frac{7}{12} \text{ 斤}$ ，

共價 $28\frac{2}{3} \text{ 分} - 22\frac{1}{4} \text{ 分} = 6\frac{5}{12} \text{ 分}$ 。

∴ 乙每斤價 $6\frac{5}{12} \text{ 分} \div \frac{7}{12} = 11 \text{ 分}$ ，

甲每斤價 $(178 \text{ 分} - 11 \text{ 分} \times 6) \div 8 = 14 \text{ 分}$

[注意] 仿解法二，亦可先求甲每斤之價。又把題中兩條件相減，先求出兩種糖價值的差，亦可解。

(83) 算術 16 本，國語 8 本，地理 12 本，共價 17 元 6 角

各 1 本共價 1 元 4 角 6 分，已知國語每本比地理多 3 角，求各一本之價。

解 I 如果地理也買國語，那末題中兩條件可改述如下：

算術 16 本，國語 20 本，共價

$$17.6 \text{ 元} + 0.3 \text{ 元} \times 12 = 21.2 \text{ 元};$$

算術 1 本，國語 2 本，共價 $1.46 \text{ 元} + 0.3 \text{ 元} = 1.76 \text{ 元}$ 。

用 10 乘第二條件，得

算術 10 本，國語 20 本，共價 17.6 元，

由是算術 16 本 - 10 本 = 6 本，共價

$$21.2 \text{ 元} - 17.6 \text{ 元} = 3.6 \text{ 元}.$$

∴ 算術每本價 $3.6 \text{ 元} \div 6 = 0.6 \text{ 元}$ ，

國語每本價 $(1.76 \text{ 元} - 0.6 \text{ 元}) \div 2 = 0.58 \text{ 元}$ ，

地理每本價 $0.58 \text{ 元} - 0.3 \text{ 元} = 0.28 \text{ 元}$ 。

解 II 如果國語也買地理，那末題中兩條件可改述如下：

算術 16 本，地理 20 本，共價

$$17.6 \text{ 元} - 0.3 \text{ 元} \times 8 = 15.2 \text{ 元};$$

算術 1 本，地理 2 本，共價 $1.46 \text{ 元} - 0.3 \text{ 元} = 1.16 \text{ 元}$ 。

用 10 乘第二條件，得

算術 10 本，地理 20 本，共價 11.6 元，

由是算術 16 本 - 10 本 = 6 本，共價

$$15.2 \text{ 元} - 11.6 \text{ 元} = 3.6 \text{ 元}.$$

∴ 算術每本價 $3.6 \text{ 元} \div 6 = 0.6 \text{ 元}$ ，

地理每本價 $(1.16 \text{ 元} - 0.6 \text{ 元}) \div 2 = 0.28 \text{ 元}$ ，

國語每本價 $0.28 \text{ 元} + 0.3 \text{ 元} = 0.58 \text{ 元}$ 。

(84) 米 5 石比麥 5 石貴 11 元；米 3 石與麥 2 石共價 37.6 元，求各 1 石之價。

解 I 米 1 石比麥 1 石貴 $11 \text{ 元} \div 5 = 2.2 \text{ 元}$ ，

米 2 石比麥 2 石貴 $2.2 \text{ 元} \times 2 = 4.4 \text{ 元}$ 。

在 37.6 元裏加 4.4 元，便是米 5 石之價。

由是米 5 石價 $37.6 \text{ 元} + 4.4 \text{ 元} = 42 \text{ 元}$ 。

∴ 米 1 石價 $42 \text{ 元} \div 5 = 8.4 \text{ 元}$ ，

麥 1 石價 $8.4 \text{ 元} - 2.2 \text{ 元} = 6.2 \text{ 元}$ 。

解 II 米 1 石比麥 1 石貴 $11 \text{ 元} \div 5 = 2.2 \text{ 元}$ ，

米 3 石比麥 3 石貴 $2.2 \text{ 元} \times 3 = 6.6 \text{ 元}$ 。

在 37.6 元裏減 6.6 元，便是麥 5 石之價。

由是麥 5 石價 $37.6 \text{ 元} - 6.6 \text{ 元} = 31 \text{ 元}$ 。

∴ 麥 1 石價 $31 \text{ 元} \div 5 = 6.2 \text{ 元}$ ，

米 1 石價 $6.2 \text{ 元} + 2.2 \text{ 元} = 8.4 \text{ 元}$ 。

解 III 米 1 石比麥 1 石貴 $11 \text{ 元} \div 5 = 2.2 \text{ 元}$ ，

可見米 2 石與麥 3 石的共價應比 37.6 元少 2.2 元。

即 米 2 石、麥 3 石共價 35.4 元 ，

已知米 3 石、麥 2 石共價 37.6 元 ，

相加，米 5 石、麥 5 石共價 73 元 ，

除以 5，米 1 石、麥 1 石共價 14.6 元 。

由和差問題，知米每石 $(14.6 + 2.2) \div 2 = 8.4 \text{ 元}$ ，

麥每石 $(14.6 - 2.2) \div 2 = 6.2 \text{ 元}$ 。

(85) 兩地相隔 383 里，甲乙二人自兩地相向而行：甲先走 1 日，計走 5 日而遇乙。但知每日甲比乙多走 10 里。問兩人每日各走幾里？

解 I 甲走 5 日，

乙僅走 $5 \text{ 日} - 1 \text{ 日} = 4 \text{ 日}$ 。

如果甲每日減速 10 里，則與乙的速度相等。

此時甲行 5 日、乙行 4 日，相當於乙行

$$5 \text{ 日} + 4 \text{ 日} = 9 \text{ 日}。$$

但兩人還相距 $10 \text{ 里} \times 5 = 50 \text{ 里}$ ；

由是乙 9 日共行 $383 \text{ 里} - 50 \text{ 里} = 333 \text{ 里}$ 。

∴ 乙每日行 $383 \text{ 里} \div 9 = 37 \text{ 里}$,

甲每日行 $37 \text{ 里} + 10 \text{ 里} = 47 \text{ 里}$.

解 II 甲行 5 日, 乙行 4 日.

如果乙每日增速 10 里, 則與甲的速度相等.

此時甲行 5 日、乙行 4 日, 相當於甲行

$$5 \text{ 日} + 4 \text{ 日} = 9 \text{ 日}.$$

但兩人所行路的和當多出 $10 \text{ 里} \times 4 = 40 \text{ 里}$,

即甲 9 日共行 $383 \text{ 里} + 40 \text{ 里} = 423 \text{ 里}$.

∴ 甲每日行 $423 \text{ 里} \div 9 = 47 \text{ 里}$,

乙每日行 $47 \text{ 里} - 10 \text{ 里} = 37 \text{ 里}$.

[注意] 參看上題.

(86) 買米 950 元, 賣出時每元賺 5 合, 共計獲利 50 元

問原來買米多少?

解 I 每元賺 5 合, 950 元共賺 $5 \text{ 合} \times 950 = 4750 \text{ 合}$.

這 4750 合的賣價, 便是 50 元,

可知每元賣米 $4750 \text{ 合} \div 50 = 95 \text{ 合} = 9 \text{ 升} 5 \text{ 合}$;

由是每元買米 $9 \text{ 升} 5 \text{ 合} + 5 \text{ 合} = 10 \text{ 升} = 1 \text{ 斗}$.

∴ 原來買米 $1 \text{ 斗} \times 950 = 950 \text{ 斗} = 95 \text{ 石}$.

解 II 共計賣出 $950 \text{ 元} + 50 \text{ 元} = 1000 \text{ 元}$.

如果依原價賣出 1000 元，應多預備米

$$5 \text{ 合} \times 1000 = 5000 \text{ 合.}$$

多賣 50 元，便須多備米 5000 合，

可見每元買米 $5000 \text{ 合} \div 50 = 100 \text{ 合.}$

\therefore 950 元買米 $100 \text{ 合} \times 950 = 95000 \text{ 合} = 95 \text{ 石.}$

解 III 買進共用 950 元，賣出共得

$$950 \text{ 元} + 50 \text{ 元} = 1000 \text{ 元,}$$

賣出是買進的 $\frac{1000}{950} = \frac{20}{19}$ 倍，

由是每元賣出的米應合買進的 $\frac{19}{20}$ ，

可知每元買進 $5 \text{ 合} \div \left(1 - \frac{19}{20}\right) = 100 \text{ 合.}$

\therefore 原來買進 $100 \text{ 合} \times 950 = 95000 \text{ 合} = 95 \text{ 石.}$

解 IV 設每元賣 x 合，得單比例式如下：

$$950 \text{ 元} : 50 \text{ 元} = x \text{ 合} : 5 \text{ 合,}$$

$$x = \frac{950 \times 5}{50} = 95 \text{ (合).}$$

\therefore 原來買米 $(95 \text{ 合} + 5 \text{ 合}) \times 950 = 95 \text{ 石.}$

(87) 某米商買米，買進每元 1 斗 2 升，賣出每元 1 斗 1

■. 共計獲利 370 元。問這個商人買米多少？

解 I 倘僅收回成本，則可餘米

$$11 \text{ 升} \times 370 = 4070 \text{ 升};$$

每元餘米 $1 \text{ 斗} 2 \text{ 升} - 1 \text{ 斗} 1 \text{ 升} = 1 \text{ 升}$,

可見商人的成本是 $4070 \div 1 = 4070 \text{ (元)}$ 。

∴ 共買米 $0.12 \text{ 石} \times 4070 = 488.4 \text{ 石}$ 。

解 II 賣出時每 11 升所獲的利，可以買米

$$12 \text{ 升} - 11 \text{ 升} = 1 \text{ 升}。$$

現在所獲的利可以買米 $12 \text{ 升} \times 370 = 4440 \text{ 升}$ ，

所以共賣出米 $11 \text{ 升} \times 4440 = 48840 \text{ 升} = 488.4 \text{ 石}$ 。

亦即商人共買米 488.4 石。

解 III 每元賣出升數是每元買進升數的 $\frac{11}{12}$ ，

那末每升的買價該是賣價的 $\frac{11}{12}$ 。

即每升所獲利銀該是賣價的 $\left(1 - \frac{11}{12}\right)$

由是賣價是 $370 \text{ 元} \div \left(1 - \frac{11}{12}\right) = 4440 \text{ 元}$ 。

∴ 共買米 $0.11 \text{ 石} \times 4440 \text{ 元} = 488.4 \text{ 石}$ 。

解 IV 承接解法三，買價和賣價的比是 11 : 12。

由單比例式： $11 : 12 - 11 = x : 370$ ，

$$\text{得 } x = \frac{11 \times 370}{1} = 4070 \text{ (元)}。$$

即一共買米 4070 元。

∴ 共買米 $0.12 \text{ 石} \times 4070 = 488.4 \text{ 石}$ 。

(88) 以每個 3 分之價買入蘋果若干，留存 20 個，其餘照原價加 $33\frac{1}{3}\%$ 賣出，除收回成本外，還賺 2 角。問賣出蘋果多少？

解 I 每個賣價 $3 \text{ 分} \times \left(1 + 33\frac{1}{3}\%\right) = 4 \text{ 分}$ ，

倘把 20 個也賣出，可多賺 $4 \text{ 分} \times 20 = 80 \text{ 分}$ ，

連原賺的 2 角，共賺 $20 \text{ 分} + 80 \text{ 分} = 100 \text{ 分}$ ；

每隻賺 $3 \text{ 分} \times 33\frac{1}{3}\% = 1 \text{ 分}$ ，

可見共有蘋果 $100 \text{ 分} \div 1 \text{ 分} = 100 \text{ (隻)}$ 。

∴ 共賣出 $100 \text{ 隻} - 20 \text{ 隻} = 80 \text{ 隻}$ 。

解 II 每隻賺 $3 \times 33\frac{1}{3}\% = 1 \text{ 分}$ ，

2 角係賣出 $(20 \div 1 =) 20 \text{ 隻}$ 所賺。

又留存 20 隻的原價是 $3 \text{ 分} \times 20 = 60 \text{ 分}$ ，

抵消賣出 $(60 \div 1 =) 60 \text{ 隻}$ 所賺的。

∴ 共賣出 $20 \text{ 隻} + 60 \text{ 隻} = 80 \text{ 隻}$ 。

解 III 每隻原價 3 分，每隻賺 $3 \text{ 分} \times 33\frac{1}{3}\% = 1 \text{ 分}$ ，

可見 1 隻的原價抵 3 隻的利益，

即賣出 3 隻，可留存 1 隻，對於成本並不損失。

現在留存 20 隻，抵消賣出 $(3 \times 20 =) 60$ 隻的利益。

又 2 角係賣出 $(20 \text{ 分} \div 1 \text{ 分} =) 20$ 隻所賺。

\therefore 共賣出 $60 \text{ 隻} + 20 \text{ 隻} = 80 \text{ 隻}$ 。

(89) 米 4 石的價值，等於麥 6 石的價值；已知各一石共價 16 元，求各一石的價值。

解 I 米麥各 4 石，共價 $16 \text{ 元} \times 4 = 64 \text{ 元}$ 。

因米 4 石抵麥 6 石，可見米麥各 4 石，可抵麥

$$6 \text{ 石} + 4 \text{ 石} = 10 \text{ 石}。$$

由是麥 10 石之價是 64 元。

\therefore 麥 1 石價 $64 \text{ 元} \div 10 = 6.4 \text{ 元}$ ，

米 1 石價 $16 \text{ 元} - 6.4 \text{ 元} = 9.6 \text{ 元}$ 。

解 II 米麥各 6 石，共價 $16 \text{ 元} \times 6 = 96 \text{ 元}$ 。

因麥 6 石抵米 4 石，可見米麥各 6 石，可抵米

$$4 \text{ 石} + 6 \text{ 石} = 10 \text{ 石}。$$

由是米 10 石之價是 96 元。

\therefore 米 1 石價 $96 \text{ 元} \div 10 = 9.6 \text{ 元}$ ，

麥 1 石價 $16 \text{ 元} - 9.6 \text{ 元} = 6.4 \text{ 元}$ 。

解 III 麥 1 石之價抵米 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ (石)。

$$\therefore \text{米 1 石價 } 16 \text{ 元} \div \left(1 + \frac{2}{3}\right) = 9\frac{3}{5} \text{ 元},$$

$$\text{麥 1 石價 } 9\frac{3}{5} \text{ 元} \times \frac{2}{3} = 6\frac{2}{5} \text{ 元}.$$

解 IV 米麥各 1 石價之比是 $6 : 4 = 3 : 2$.

由單比例式: $3 + 2 : 2 = 16 : x$,

$$\text{得 } x = \frac{2 \times 16}{5} = 6\frac{2}{5} \text{ (石) } \dots\dots \text{麥};$$

由單比例式: $3 + 2 : 3 = 16 : x$,

$$\text{得 } x = \frac{3 \times 16}{5} = 9\frac{3}{5} \text{ (石) } \dots\dots \text{米}.$$

[注意] 仿解法三,亦可先求麥。

(90) 蘋果 6 隻的價值,等於橘子 4 隻的價值,已知各一

隻相差銅元 8 枚,求各一隻的價值。

解 I 各 4 隻,相差銅元 8 枚 $\times 4 = 32$ 枚,

即蘋果 4 隻比橘子 4 隻少 32 枚;

但題言蘋果 6 隻等於橘子 4 隻,

可見 32 枚是蘋果 $(6 - 4 =)2$ 隻的價值。

\therefore 蘋果一隻價 $32 \text{ 枚} \div 2 = 16 \text{ 枚}$,

橘子一隻價 $16 \text{ 枚} + 8 \text{ 枚} = 24 \text{ 枚}$ 。

解 II 蘋果 6 隻抵橘子 4 隻,

蘋果 1 隻抵橘子 $\frac{4}{6}$ 隻 = $\frac{2}{3}$ 隻。

∴ 橘子 1 隻價 8 枚 $\div \left(1 - \frac{2}{3}\right) = 24$ 枚，

蘋果 1 隻價 24 隻 $\times \frac{2}{3} = 16$ 枚。

解 III 蘋果、橘子各 1 隻價值的比是 $4 : 6 = 2 : 3$ 。

由單比例式： $3 - 2 : 3 = 8 : x$ ，

$$\text{得 } x = \frac{3 \times 8}{1} = 24,$$

即橘子每隻價 24 枚。

由單比例式： $3 : 2 = 24 : x$ ，

$$\text{得 } x = \frac{2 \times 24}{3} = 16,$$

即蘋果每隻價 16 枚。

[注意] 仿上面三種解法，還可得三種解法。(參看上題)

(91) 某人以兩元買物若干斤，若打 8 折，則可多買 5 斤。

求 1 斤的原價。

解 I 原來值 2 元的物件，打 8 折後只值

$$2 \text{ 元} \times 0.8 = 1.6 \text{ 元}.$$

倘所買的斤數不增多，可收回 $2 \text{ 元} - 1.6 \text{ 元} = 0.4 \text{ 元}$ 。

現在不收回 0.4 元而多買 5 斤，

可知打 8 折後，每斤價 $0.4 \text{ 元} \div 5 = 0.08 \text{ 元}$ 。

\therefore 每斤原價是 $0.08 \text{ 元} \div 0.8 = 0.1 \text{ 元}$ 。

解 II 打 8 折後值 2 元的物件，定價是

$$2 \text{ 元} \div 0.8 = 2.5 \text{ 元}。$$

倘不打 8 折而多買 5 斤，當多付 $2.5 \text{ 元} - 2 \text{ 元} = 0.5 \text{ 元}$ 。

\therefore 每斤定價是 $0.5 \text{ 元} \div 5 = 0.1 \text{ 元}$ 。

解 III 定價與賣價之比是 $1 : 0.8 = 5 : 4$ ，

同以 2 元所買斤數之比是 $4 : 5$ 。

由單比例式： $4 : 5 - 4 = x : 5$ ，

$$\text{得 } x = \frac{4 \times 5}{1} = 20，$$

即依定價可買 20 斤。

\therefore 每斤定價 $2 \text{ 元} \div 20 = 0.1 \text{ 元}$ 。

(92) 大豆每斗 4 角 2 分，白米每斗 9 角 8 分。某人把所有的大豆換白米，結果減少 6 斗。問這人原有大豆多少？

解 I 每斗大豆比白米賤 $0.98 \text{ 元} - 0.42 \text{ 元} = 0.56 \text{ 元}$ ，

所以把 1 斗大豆換白米，斗數要減少

$$0.56 \text{ 元} \div 0.98 \text{ 元} = \frac{4}{7} \text{ (斗)}。$$

現在共減少 6 斗，

可知原有大豆 $6 \div \frac{4}{7} = 10\frac{1}{2}$ (斗)。

解 II 6 斗白米值 $0.98 \text{ 元} \times 6 = 5.88 \text{ 元}$ ，

所以把原有大豆換同量的白米，要貼 5.88 元。

1 斗大豆換 1 斗白米要貼 $0.98 \text{ 元} - 0.42 \text{ 元} = 0.56 \text{ 元}$ 。

現在要貼 5.88 元，

可知原有大豆 $5.88 \text{ 元} \div 0.56 \text{ 元} = 10\frac{1}{2}$ (斗)。

解 III 白米和大豆每斗價值的比是 $98 : 42 = 7 : 3$ ，

把白米和大豆對調，升數的比是 $3 : 7$ 。

由單比例式： $7 - 3 : 7 = 6 : x$ ，

$$\text{得 } x = \frac{7 \times 6}{4} = 10\frac{1}{2}.$$

即原有大豆 $10\frac{1}{2}$ 斗。

[注意] 參看下題。

(93) 拿乙種茶若干斤，換每斤 2.8 元的丙種茶，可增多 5 斤；倘換每斤 4 元的甲種茶，則減少 7 斤。求乙種茶的斤數及每斤之價。

解 I 丙種茶每斤比甲種茶每斤賤

$$4 \text{ 元} - 2.8 \text{ 元} = 1.2 \text{ 元}，$$

所以丙種茶 1 斤換甲種茶, 斤數要減少 $1.2 \div 4 = 0.3$;

現在丙種茶換甲種茶斤數共減少 $7 + 5 = 12$,

可知丙種茶共計 $12 \div 0.3 = 40$ (斤).

共價 $2.8 \text{ 元} \times 40 = 112 \text{ 元}$;

換乙種茶可得 $40 \text{ 斤} - 5 \text{ 斤} = 35 \text{ 斤}$,

乙種茶每斤價 $112 \text{ 元} \div 35 = 3.2 \text{ 元}$.

解 II 甲種茶換丙種茶, 斤數增多 $5 + 7 = 12$.

倘換的斤數相同, 則可收回 $2.8 \text{ 元} \times 12 = 33.6 \text{ 元}$;

因爲每斤可收回 $4 \text{ 元} - 2.8 \text{ 元} = 1.2 \text{ 元}$,

可知甲種茶有 $33.6 \div 1.2 = 28$ (斤);

換乙種茶可得 $28 \text{ 斤} + 7 \text{ 斤} = 35 \text{ 斤}$;

乙種茶每斤價 $4 \text{ 元} \times 28 \div 35 = 3.2 \text{ 元}$.

解 III 甲種茶每元 $\frac{1}{4}$ 斤, 丙種茶每元 $\frac{1}{2.8} = \frac{5}{14}$ 斤

每元相差 $\frac{5}{14} \text{ 斤} - \frac{1}{4} \text{ 斤} = \frac{3}{28} \text{ 斤}$;

現在相差 $7 \text{ 斤} + 5 \text{ 斤} = 12 \text{ 斤}$,

可知共價 $12 \div \frac{3}{28} = 112 \text{ 元}$.

計甲種茶 $112 \div 4 = 28$ (斤).

\therefore 乙種茶 $28 \text{ 斤} + 7 \text{ 斤} = 35 \text{ 斤}$,

每斤價 $112 \text{ 元} \div 35 = 3.2 \text{ 元}$.

(94) 買鴨 20 隻,分兩次賣出:第一次 13 隻,每隻價 4 角 2 分;第二次每隻價 4 角 8 分.已知兩次獲利相等,那末共獲利多少?

解 I 第一次共賣得 $0.42 \text{ 元} \times 13 = 5.46 \text{ 元}$,

第二次共賣得 $0.48 \text{ 元} \times (20 - 13) = 3.36 \text{ 元}$,

兩次相差 $5.46 \text{ 元} - 3.36 \text{ 元} = 2.1 \text{ 元}$;

因爲兩次獲利相同,所以這個差數相當於 $(13 - 7 =) 6$ 隻鴨的原價.

由是每隻鴨原價 $2.1 \text{ 元} \div 6 = 0.35 \text{ 元}$,

第一次獲利 $(0.42 \text{ 元} - 0.35 \text{ 元}) \times 13 = 0.91 \text{ 元}$;

兩次共獲利 $0.91 \text{ 元} \times 2 = 1.82 \text{ 元}$,

或 $(0.48 \text{ 元} - 0.35 \text{ 元}) \times 7 \times 2 = 1.82 \text{ 元}$.

解 II 第二次每隻多獲利 $0.48 \text{ 元} - 0.42 \text{ 元} = 0.06 \text{ 元}$,

第二次賣出 $20 \text{ 隻} - 13 \text{ 隻} = 7 \text{ 隻}$,

7 隻共多獲利 $0.06 \text{ 元} \times 7 = 0.42 \text{ 元}$.

但第二次 7 隻所獲利等於第一次 13 隻所獲利,

可見這 0.42 元等於第一次 $(13 - 7 =) 6$ 隻所獲利,

第一次每隻獲利 $0.42 \text{ 元} \div 6 = 0.07 \text{ 元}$,

兩次共獲利 $0.07 \text{ 元} \times 13 \times 2 = 1.82 \text{ 元}$.

(95) 茶 5 斤, 咖啡 7 斤, 共價 5 元 2 角; 倘茶減 25%, 咖啡增 20%, 則共價 4 元 5 角 3 分. 求各 1 斤之原價.

解 I 倘茶和咖啡都減 25%,

那末共價是 $5.2 \text{ 元} \times (1 - 25\%) = 3.9 \text{ 元}$.

咖啡由增 20% 變為減 25%,

共計減少 $20\% + 25\% = 45\%$.

因咖啡減少 45% 共價減少 $4.53 \text{ 元} - 3.9 \text{ 元} = 0.63 \text{ 元}$.

可見咖啡 7 斤的原價是 $0.63 \text{ 元} \div 45\% = 1.4 \text{ 元}$.

∴ 咖啡 1 斤價 $1.4 \text{ 元} \div 7 = 0.2 \text{ 元}$,

茶 1 斤價 $(5.2 \text{ 元} - 1.4 \text{ 元}) \div 5 = 0.76 \text{ 元}$.

解 II 倘茶和咖啡都增 20%,

那末共價是 $5.2 \text{ 元} \times (1 + 20\%) = 6.24 \text{ 元}$.

茶由減 25% 變為增 20%,

共計增加 $25\% + 20\% = 45\%$.

因茶增加 45%, 共價增加 $6.24 \text{ 元} - 4.53 \text{ 元} = 1.71 \text{ 元}$.

可見茶 5 斤價是 $1.71 \text{ 元} \div 45\% = 3.8 \text{ 元}$.

∴ 茶 1 斤價是 $3.8 \text{ 元} \div 5 = 0.76 \text{ 元}$,

咖啡 1 斤價是 $(5.2 \text{ 元} - 3.8 \text{ 元}) \div 7 = 0.2 \text{ 元}$.

(96) 甲乙兩工人，每日工資相等。甲作工 65 日，得米 2 石，又 14 元 8 角 5 分；乙作工 105 日，得米 5 石，又 11 元 2 角 5 分。求米 1 石價及每日的工資。

解 I 甲作工 65 日，乙作工 105 日，

甲所作日數是乙的 $\frac{65}{105} = \frac{13}{21}$ ，

所得工資也當是乙的 $\frac{13}{21}$ 。

現在乙得米 5 石，國幣 1125 分，

甲應得米 $5 \text{ 石} \times \frac{13}{21} = 3\frac{2}{21} \text{ 石}$ ，

國幣 $1125 \text{ 分} \times \frac{13}{21} = 696\frac{3}{7} \text{ 分}$ ；

題言得米 2 石，國幣 1485 分，

少米 $3\frac{2}{21} \text{ 石} - 2 \text{ 石} = 1\frac{2}{21} \text{ 石}$ ，

多國幣 $1485 \text{ 分} - 696\frac{3}{7} \text{ 分} = 788\frac{4}{7} \text{ 分}$ 。

可知米 $1\frac{2}{21}$ 石值國幣 $788\frac{4}{7}$ 分。

∴ 米 1 石價 $788\frac{4}{7} \text{ 分} \div 1\frac{2}{21} = 720 \text{ 分} = 7.2 \text{ 元}$ ，

每日工資 $(7.2 \text{ 元} \times 2 + 14.85 \text{ 元}) \div 65 = 0.45 \text{ 元}$ 。

解 II 由甲,知每日工資是米 $\frac{2}{65}$ 石,

$$\text{國幣 } \frac{1485}{65} \text{ 分} = 22\frac{11}{13} \text{ 分.}$$

由乙,知每日工資是米 $\frac{5}{105}$ 石 = $\frac{1}{21}$ 石,

$$\text{國幣 } \frac{1125}{105} \text{ 分} = 10\frac{5}{7} \text{ 分.}$$

雙方相差 米 $\frac{1}{21}$ 石 - $\frac{2}{65}$ 石 = $\frac{23}{1365}$ 石,

$$\text{國幣 } 22\frac{11}{13} \text{ 分} - 10\frac{5}{7} \text{ 分} = 12\frac{12}{91} \text{ 分.}$$

$$\therefore \text{米 1 石價 } 12\frac{12}{91} \text{ 分} \div \frac{23}{1365} = 720 \text{ 分} = 7.2 \text{ 元,}$$

$$\text{每日工資 } (7.2 \text{ 元} \times 5 + 11.25 \text{ 元}) \div 105 = 0.45 \text{ 元.}$$

(97) 把國幣 145 元,分給甲乙兩組人: 原定甲組每人 7 元,乙組每人 5 元.後來給了甲組每人 5 元,乙組每人 7 元,遂致缺少 10 元.求甲乙兩組的人數.

解 I 由題中兩個條件,可知乙組人數多於甲組.

因為如果兩組人數相等,兩種給法的總數應該是相等的.

每乙組多 1 人,第二種給法比第一種多

$$7 \text{ 元} - 5 \text{ 元} = 2 \text{ 元,}$$

現在共要多出 10 元，可知乙組多 $10 \div 2 = 5$ (人)。

先把乙組 5 人所得 25 元從總數中減掉，所餘的

145 元 $- 25$ 元 $= 120$ 元，便可分給人數相等的兩組人了。

甲乙組各 1 人，共得 7 元 $+ 5$ 元 $= 12$ 元，

可見甲乙組各有 $120 \div 12 = 10$ 人。

∴ 甲組 10 人，

乙組 10 人 $+ 5$ 人 $= 15$ 人。

解 II 甲組每人 7 元，乙組每人 5 元，共計 145 元，

乙組每人 5 元，甲組每人 7 元，共計 155 元，

兩次合計，每人各得 12 元，共計 300 元，

可知甲乙組共有 $300 \div 12 = 25$ 人。

由雞兔問題一，得甲組 $(145 - 5 \times 25) \div (7 - 5) = 10$ 人，

乙組 25 人 $- 10$ 人 $= 15$ 人。

解 III 由解法一，得兩組人數的差是 5；

由解法二，得兩組人數的和是 25。

由和差問題，得甲組 $(25$ 人 $- 5$ 人) $\div 2 = 10$ 人，

乙組 10 人 $+ 5$ 人 $= 15$ 人。

(98) 把同數的款子借給甲乙二人，三年後，甲款得利息 90 元，乙款得利息 72 元。已知甲的年利率是 5%，求乙的年

利率。

解 I 甲款每年利息 $90 \text{ 元} \div 3 = 30 \text{ 元}$ ，

甲款是 $30 \text{ 元} \div 5\% = 600 \text{ 元}$ ；

乙款也是 600 元 ，

乙款每年利息 $72 \text{ 元} \div 3 = 24 \text{ 元}$ ，

乙款的年利率是 $24 \text{ 元} \div 600 \text{ 元} = 0.04 = 4\%$ 。

解 II 甲款 3 年的利率是 $5\% \times 3 = 15\%$ ，

甲款是 $90 \text{ 元} \div 15\% = 600 \text{ 元}$ ；

乙款也是 600 元 ，

假定借 1 年，應有本金 $600 \text{ 元} \times 3 = 1800 \text{ 元}$ 。

\therefore 年利率是 $72 \text{ 元} \div 1800 \text{ 元} = 4\%$ 。

解 III 利息的多少，與本金、時期、利率都成正比例。

現在本金相同，時期相同，足見利息與利率成正比例。

由單比例式： $90 : 72 = 5\% : x$ ，

$$\text{得 } x = \frac{72 \times 5\%}{90} = 4\%.$$

即乙款的年利率是 4% 。

(99) 某人以同數的款子借給甲乙二人。甲年利率 10% ，乙年利率 12% 。已知 4 年後雙方利息相差 28 元。那末 5 年

後共計利息多少？

解 I 每年雙方利息相差 $28 \text{ 元} \div 4 = 7 \text{ 元}$ ，

利率相差 $12\% - 10\% = 2\%$ 。

可見本金各是 $7 \text{ 元} \div 2\% = 350 \text{ 元}$ 。

每年共得利息 $350 \text{ 元} \times (12\% + 10\%) = 77 \text{ 元}$ ，

五年共得利息 $77 \text{ 元} \times 5 = 385 \text{ 元}$ 。

解 II 雙方利率的比 $10 : 12 = 5 : 6$ 。

利息與利率成正比例，

所以利息的比也是 $5 : 6$ 。

利息差與利息和的比是 $6 - 5 : 6 + 5 = 1 : 11$ ，

五年利息相差 $28 \text{ 元} \div 4 \times 5 = 35 \text{ 元}$ 。

由單比例式： $1 : 11 = 35 : x$ ，

$$\text{得 } x = \frac{11 \times 35}{1} = 385,$$

即五年共得利息 385 元 。

(100) 某甲以年利 14% 借款 450 元，每年結算複利一次。第一年末還 213 元，第二年末還米 10 石，第三年末又還 273.6 元，本利全清。求每石米價。

解 I 450 元三年的本利和是

$$450 \text{ 元} \times (1.14)^3 = 666.6948 \text{ 元},$$

213 元二年的本利和是 $213 \text{ 元} \times (1.14)^2 = 276.8148 \text{ 元}$,

連第三年末還的, 還差

$$666.6948 \text{ 元} - (276.8148 \text{ 元} + 273.6 \text{ 元}) = 116.28 \text{ 元},$$

這便是 8 石米價一年後的本利和。

由是米 8 石價 $116.28 \text{ 元} \div 1.14 = 102 \text{ 元}$ 。

\therefore 米 1 石價 $102 \text{ 元} \div 8 = 12.75 \text{ 元}$ 。

解 II 第一年末共計本利和 $450 \text{ 元} \times 1.14 = 513 \text{ 元}$,

第二年初計本金 $513 \text{ 元} - 213 \text{ 元} = 300 \text{ 元}$,

第二年末共計本利和 $300 \text{ 元} \times 1.14 = 342 \text{ 元}$,

由第三年末的本利和 273.6 元, 知

第三年初的本金是 $273.6 \text{ 元} \div 1.14 = 240 \text{ 元}$ 。

第二年末與第三年初相差 $342 \text{ 元} - 240 \text{ 元} = 102 \text{ 元}$,

這便是米 8 石之價。

\therefore 米 1 石價 $102 \text{ 元} \div 8 = 12.75 \text{ 元}$ 。

附編 難題十問

(1) 某工廠有米倉一所，倉中儲米可供工人吃 60 日。在倉空時，用馬車運米入倉，除掉工人每日所食，須歷 10 日而倉滿；用牛車須 12 日。現在倉空時用牛車、馬車同時運送，要幾日纔滿？

解 假定工人每日所吃的米是 1 單位，

則米倉的容積是 60 單位。

馬車 10 日所運的米是 $60 + 10 = 70$ 單位，

1 日所運的米是 $70 \div 10 = 7$ 單位；

牛車 12 日所運的米是 $60 + 12 = 72$ 單位，

1 日所運的米是 $72 \div 12 = 6$ 單位。

牛車、馬車每日共運米 $7 + 6 = 13$ 單位，

除掉工人吃掉 1 單位，

倉中每日儲米 $13 - 1 = 12$ 單位。

∴ 運滿米倉要 $60 \div 12 = 5$ (日)。

(2) 工人運米：倘增加 4 人，則每人少運 1 袋；倘減少 3

人，則每人多運 1 袋。求人數及袋數。

解 增加 4 人，每人少運 1 袋。

倘人數增多，而各人所運袋數並不減少，

則多運的袋數比原來的人數多 4；

這些袋數便是增加的 4 人所運的。

減少 3 人，每人多運 1 袋。

倘人數減少，而各人所運袋數並不增多，

則少運的袋數比原來的人數少 3；

這些袋數便是減少的 3 人所運的。

4 人所運袋數，比人數多 4，

3 人所運袋數，比人數少 3。

人數差 $4 - 3 = 1$ ，

袋數差 $4 + 3 = 7$ ，

可見原來每人運 7 袋。

4 人運 $7 \text{ 袋} \times 4 = 28 \text{ 袋}$ ，

28 比原來的人數多 4。

∴ 原來有人 $28 - 4 = 24$ (人)；

有米 $7 \text{ 袋} \times 24 = 168 \text{ 袋}$ 。

(3) 甲乙二人沿了鐵道同向而行。一長 88 碼的列車，自

後追之。追過甲，費 10 秒鐘；此後又經 20 分鐘而追及乙；歷 9 秒鐘追過。從此再要多少時候，甲纔追及乙？

解 列車自追及甲到追過甲，10 秒鐘內多行 88 碼，

可知列車比甲每秒鐘多行 $\frac{88}{10}$ 碼。

列車自追及乙到追過乙，9 秒鐘內多行 88 碼，

可知列車比乙每秒鐘多行 $\frac{88}{9}$ 碼。

由是甲乙每秒鐘速度相差 $\frac{88}{9}$ 碼 $-\frac{88}{10}$ 碼 $=\frac{44}{45}$ 碼。

列車自追過甲到追過乙，計

$$60 \text{ 秒} \times 20 + 9 \text{ 秒} = 1209 \text{ 秒}。$$

因甲每秒鐘落後 $\frac{88}{10}$ 碼，

可知列車追過乙時，甲已落後，

$$\frac{88}{10} \text{ 碼} \times 1209 = 10639 \frac{1}{5} \text{ 碼}，$$

即列車追過乙時，甲在乙後 $10639 \frac{1}{5}$ 碼。

甲每秒鐘追上 $\frac{44}{45}$ 碼。

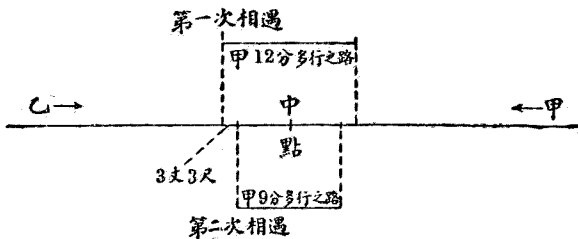
∴ 追及乙要 $10639 \frac{1}{5} \div \frac{44}{45} = 10381$ (秒)，

即 3 點 1 分 21 秒。

(4) 兩地相隔 180 丈，甲乙二人同時相向出發，12 分鐘而相遇。倘每人每分鐘多行 2 丈 5 尺，則相遇之處比以前相

差 3 丈 3 尺，求兩人每分鐘的速度。但已知甲的速度大於乙。

解



兩人每分鐘共行 $180 \text{ 丈} \div 12 = 15 \text{ 丈}$ ，

增速後共行 $15 \text{ 丈} + 2.5 \text{ 丈} \times 2 = 20 \text{ 丈}$ ，

增速後行全程須 $180 \div 20 = 9 \text{ (分)}$ 。

第一次相遇時，甲多行之路是兩人速度差的 12 倍；

第二次相遇時，甲多行之路是兩人速度差的 9 倍。

因甲多行之路減少，可知第二次相遇，離中點較近。

甲前後二次多行之路相差 $3.3 \text{ 丈} \times 2 = 6.6 \text{ 丈}$ ，

即兩人速度差的 $12 - 9 = 3$ 倍是 6.6 丈。

由是兩人速度的差是 $6.6 \text{ 丈} \div 3 = 2.2 \text{ 丈}$ 。

又已知兩人速度的和是 15 丈。

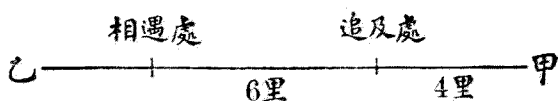
∴ 甲每分鐘速度 $(15 \text{ 丈} + 2.2 \text{ 丈}) \div 2 = 8.6 \text{ 丈}$ ，

乙每分鐘速度 $15 \text{ 丈} - 8.6 \text{ 丈} = 6.4 \text{ 丈}$ 。

(5) 一個旅客，擬乘公共汽車由甲市往乙市，因不耐守候

30 分鐘，遂改步行，每小時速 6 里。行 4 里而被汽車追及；更行 6 里而與汽車歸途相遇。已知汽車在乙市待客 30 分鐘，求兩市的距離。

解



旅客被汽車追及時，已行 $4 \div 6 = \frac{2}{3}$ (時)；

此時汽車僅行 $\frac{2}{3}$ 時 - 30 分 = $\frac{1}{6}$ 時，

即汽車 $\frac{1}{6}$ 時行 4 里，

可知汽車每時速 $4 \text{ 里} \div \frac{1}{6} = 24 \text{ 里}$ 。

由追及處至相遇處，旅客行 $6 \div 6 = 1$ (時)；

此時汽車僅行 $1 \text{ 時} - 30 \text{ 分} = \frac{1}{2}$ 時，

可知汽車自追及旅客，駛抵乙地，更於歸途遇旅客，共計行

$$24 \text{ 里} \times \frac{1}{2} = 12 \text{ 里}。$$

自追及以後，雙方共行 $12 \text{ 里} + 6 \text{ 里} = 18 \text{ 里}$ ，

這是追及處和乙地距離的 2 倍。

由是追及處距乙地 $18 \text{ 里} \div 2 = 9 \text{ 里}$ 。

∴ 兩地相距 $9 \text{ 里} + 4 \text{ 里} = 13 \text{ 里}$ 。

(6) 汽車行 1 小時後，因機件損壞，遂停駛 24 分鐘，修好後，增速 $\frac{1}{5}$ 進行，比預定時刻遲 15 分鐘到目的地。倘更行 5 哩後始損壞，則更須遲到 2 分鐘。求預定的時刻及兩地的距離。

解 後損壞 5 哩，須遲到 2 分鐘，

即依原速行 5 哩比增速後多費 2 分鐘。

可知增速後每哩可省 $2 \text{ 分} \div 5 = \frac{2}{5} \text{ 分}$ 。

修好後，倘速度不增，須遲到 24 分，

現因增速而僅遲到 15 分，

即增速後共省 $24 \text{ 分} - 15 \text{ 分} = 9 \text{ 分}$ ，

增速後每哩省 $\frac{2}{5}$ 分，現在共省 9 分，

可知自損壞處到目的地，計 $9 \div \frac{2}{5} = 22\frac{1}{2}$ (哩)。

又自出發到損壞處，計行 1 小時，

增速後，速度增為 $1 + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$ ，

行則同距離的時間當減為 $\frac{5}{6}$ 。

即自出發至損壞處，增速後僅須行 $\frac{5}{6}$ 時，

共計省 $1 \text{ 時} - \frac{5}{6} \text{ 時} = \frac{1}{6} \text{ 時} = 10 \text{ 分}$ 。

由每哩省 $\frac{2}{5}$ 分, 知自出發到損壞處計 $10 \div \frac{2}{5} = 25$ (哩).

\therefore 兩地相距 25 哩 $+ 22 \frac{1}{2}$ 哩 $= 47 \frac{1}{2}$ 哩.

依原速行 25 哩, 計 1 小時.

\therefore 行 $47 \frac{1}{2}$ 哩要 $47 \frac{1}{2} \div 25 = \frac{19}{10}$ (小時),

即預定的時刻是 1 時 54 分.

(7) 某舟子在靜水中的速度是每時 5 里, 現在往返於某河中, 已知上行時之速是下行時的 $\frac{3}{5}$; 又上行時流速是下行時的 $\frac{2}{3}$. 求上行時的流速.

解 設下行之速是 1,

則上行之速是 $\frac{3}{5}$.

1 是人力與下行水力的和,

$\frac{3}{5}$ 是人力與上行水力的差.

$1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ 是上行水力與下行水力之和.

(本來下行速減上行速是水力的 2 倍, 現因上行水力與下行水力不同, 所以只能說是上下行水力的和.)

題言上行水力與下行水力是 $\frac{2}{3} : 1 = 2 : 3$,

由是上行水力佔 $\frac{2}{5}$ 中的 $\frac{2}{2+3}$,

即上行水力是 $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$

已知上行速是 $\frac{3}{5}$,

可知上行人力是 $\frac{3}{5} + \frac{4}{25} = \frac{19}{25}$.

$\frac{19}{25}$ 相當於 5 里。

即下行速的 $\frac{19}{25}$ 是 5 里 (下行速是 1, 是母數)。

由是下行速是 $5 \text{ 里} \div \frac{19}{25} = 6 \frac{11}{19} \text{ 里}$,

上行速是 $6 \frac{11}{19} \text{ 里} \times \frac{3}{5} = 3 \frac{18}{19} \text{ 里}$ } 甲

\therefore 上行流速是 $5 \text{ 里} - 3 \frac{18}{19} \text{ 里} = 1 \frac{1}{19} \text{ 里}$

(8) 甲由東市往西市, 費 15 時 20 分; 乙於甲出發 2 小時後, 由西市往東市, 費 23 小時。歸路同路出發, 甲每小時減速 1 里, 乙增速 1 里。相遇之處比上次近西市 $3 \frac{2}{5}$ 里。求兩地的距離及各人的原速度。

解 設兩地的距離是 1。

甲每小時行全距離的 $1 \div 15 \frac{20}{60} = \frac{3}{46}$,

乙每小時行全距離的 $1 \div 23 = \frac{1}{23}$ 。

甲先行 2 小時，是全距離的 $\frac{3}{46} \times 2 = \frac{3}{23}$ 。

由是自乙出發與甲相向而行以至相遇，

兩人共行全距離的 $1 - \frac{3}{23} = \frac{20}{23}$ 。

因兩人每時共行 $\frac{3}{46} + \frac{1}{23} = \frac{5}{46}$ ，

故相遇時乙已行 $\frac{20}{23} \div \frac{5}{46} = 8$ (時)。

可知相遇處離西市 $\frac{1}{23} \times 8 = \frac{8}{23}$ 。

歸路兩人同時出發，雖速度一增一減，

但每時速度的和仍不變，仍是 $\frac{5}{46}$ ，

故自出發到相遇需 $1 \div \frac{5}{46} = 9\frac{1}{5}$ (時)。

倘兩人依原速度進行，則相遇之處，當距西市

$$\frac{3}{46} \times 9\frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

反比上次距西市遠 $\frac{3}{5} - \frac{8}{23} = \frac{29}{115}$ 。

現因甲每時減速 1 里， $9\frac{1}{5}$ 時減 $9\frac{1}{5}$ 里，

相遇處遂比上次距西市近 $3\frac{2}{5}$ 里。

可知依原速進行，則兩次相遇相差

$$9\frac{1}{5} \text{ 里} - 3\frac{2}{5} \text{ 里} = 5\frac{4}{5} \text{ 里,}$$

亦即全距離的 $\frac{29}{115}$ 。

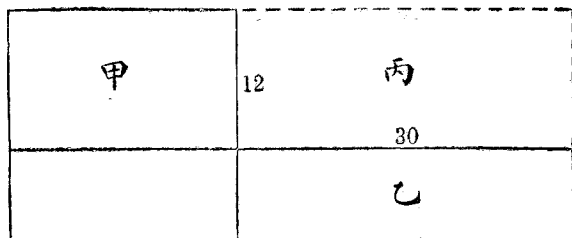
$$\therefore \text{全距離} \quad 5\frac{4}{5} \text{ 里} \div \frac{29}{115} = 23 \text{ 里;}$$

$$\text{甲每時速} \quad 23 \text{ 里} \times \frac{3}{46} = 1\frac{1}{2} \text{ 里,}$$

$$\text{乙每時速} \quad 23 \text{ 里} \div \frac{1}{23} = 1 \text{ 里.}$$

(9) 兵士一隊，列成方陣；後改爲長方陣，計減去 12 行，每行增 30 人，求這隊兵士的人數。

解 解方陣問題，最好先用圖顯示題意。



從圖上看來：甲的部分是正方陣每邊人數的 12 倍，

乙由甲移來，也是正方陣每邊人數的 12 倍；

乙丙的和是正方陣每邊人數的 30 倍。

由是丙是正方陣每邊人數的 $30 - 12 = 18$ (倍)。

因丙是 $12 \times 30 = 360$ (人)。

∴ 原方陣每邊人數是 $360 \div 18 = 20$ ，

這隊兵士共有 $20 \times 20 = 400$ (人)。

(10) 兵士一隊：3 人一行，餘 1 人；5 人一行，餘 2 人；7 人一行，餘 3 人。那末這隊兵士至少有多少人？

解 先從 5 和 7 的公倍數中，求出以 3 除之餘 1 者，得 70；

次從 3 和 7 的公倍數中，求出以 5 除之餘 2 者，得 42；

又從 3 和 5 的公倍數中，求出以 7 除之餘 3 者，得 45。

把三數相加，得和 157，便合題意。

因 70, 42, 45 中，

42, 45 是 3 的倍數，70 比 3 的倍數大 1，所以三數的和，以 3 除之，餘 1；

70, 45 是 5 的倍數，42 比 5 的倍數大 2，所以三數的和，以 5 除之，餘 2；

70, 42 是 7 的倍數，45 比 7 的倍數大 3，所以三數的和，以 7 除之，餘 3。

但題言至少有多少人，當自 157 中減掉 3, 5, 7 的小公倍 105, 得

$$157 - 105 = 52.$$

[注意] 上列十題，均僅示一解，但細加研究，尙可覓得他種解法。例如題 6, 可由“後損壞 5 哩，遲到 2 分，”求出汽車的速度；又如題 9, 可不必利用丙，僅由甲乙兩部，用比例法求出正方形每邊人數。

