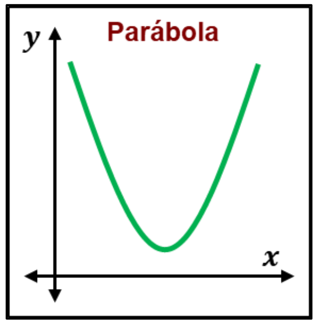
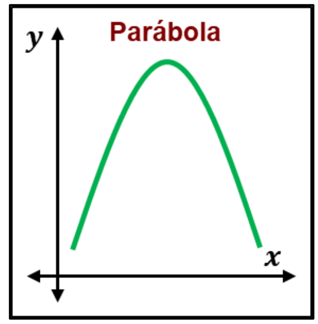
GUÍA PRÁCTICA DE FUNCIÓN CUADRÁTICA

FUNCIÓN CUADRÁTICA

Una **función cuadrática** está dada por una **función polinómica** de **segundo grado**, cuya representación **gráfica** es una **curva** llamada **parábola** y definida por la **ecuación general**:

$$y = ax^2 + bx + c$$





De acuerdo a la ecuación general de la función cuadrática, podemos observar que será cuadrática, si y sólo si $a \neq 0$, es decir, sólo b y c pueden en casos particulares, ser **iguales a cero**.

Ejemplos:

CASO 1: Tres términos	CASO 2: Dos términos	CASO 3: Dos términos	CASO 4: Un término
$y = ax^2 + bx + c$	$y = ax^2 + bx$	$y = ax^2 + c$	$y = ax^2$
Trinomio en donde:	Binomio de 2°grado:	Binomio de 2°grado:	Monomio de 2° grado:
$a \neq 0\,;\ b \neq 0\ \ y\ \ c \neq 0$	$c = 0$	$b = 0$	$b = 0\ \ y\ \ c = 0$
Ej.) $y = 2x^2 + 6x - 3$	**Ej.)** $y = 5x^2 - 8x$	**Ej.)** $y = x^2 - 5$	**Ej.)** $y = 4x^2$

ECUACIÓN CANÓNICA DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA

Si completamos cuadrados en una **función cuadrática**, estaremos expresando la **ecuación general** en otra ecuación equivalente, a la que comúnmente, se le llama **ecuación canónica** de la **parábola**.

Completar cuadrados:

Paso 1: Agrupamos términos de variable "x":

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = (ax^2 + bx) + c$$

Paso 2: Sacar factor común "a":

$$y = a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c$$

Paso 3: Completar cuadrados:

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) + c - \frac{b^2}{4a}$$

Paso 4: Factorizar:

$$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$y - \frac{4ac - b^2}{4a} = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$$

Paso 5: Ecuación canónica:

$$\left(y + \frac{b^2 - 4ac}{4a}\right) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$$

CARACTERÍSTICAS DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA

CONCAVIDAD DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA:

Cóncava hacia arriba

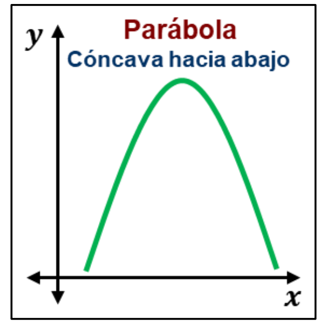
$$y = ax^2 + bx + c$$

$$a > 0$$

Cóncava hacia abajo

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$a < 0$$

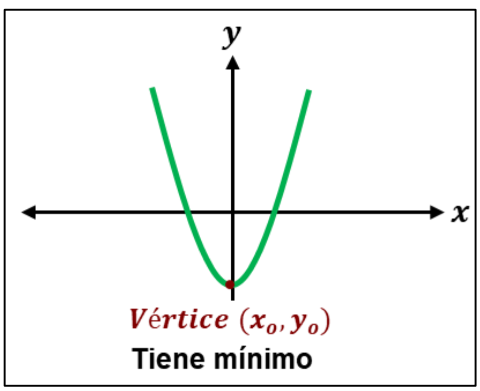


MÁXIMO Y MÍNIMOS DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA:

Tiene Máximo cuando es cóncava hacia arriba

$$y = ax^2 + bx + c$$

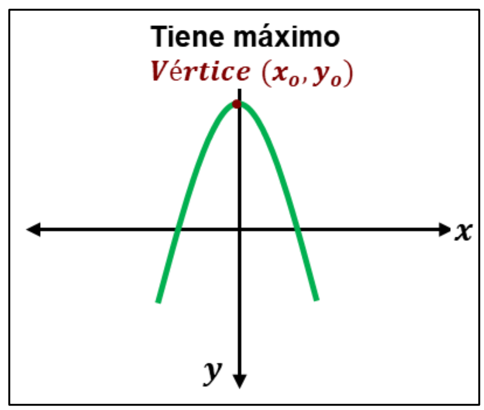
$$a > 0$$



Tiene Mínimo cuando es cóncava hacia abajo

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$a < 0$$



Vértice de la función cuadrática: Se llama **vértice** al punto (par ordenado) de la intersección entre la parábola y la recta que define su **eje de simetría**.

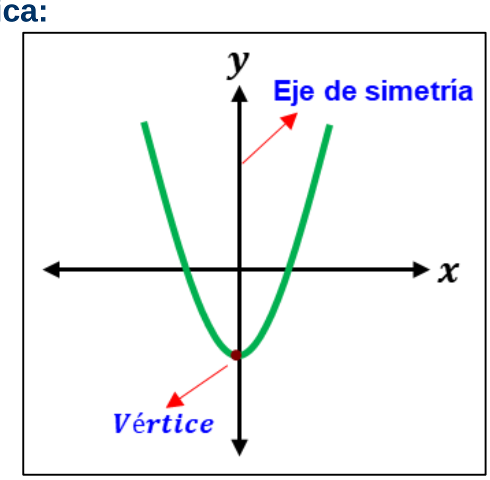
El vértice podemos obtenerlo de la ecuación canónica:

$$\left(y + \frac{b^2 - 4ac}{4a}\right) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \quad \rightarrow \quad Vértice\ (x_o, y_o)$$

$$Vértice\ \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right) \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x_o = -\dfrac{b}{2a} \\ y_o = -\dfrac{b^2 - 4ac}{4a} \end{cases}$$

El **eje de simetría** está dado por la ecuación:

$$x = -\frac{b}{2a}$$



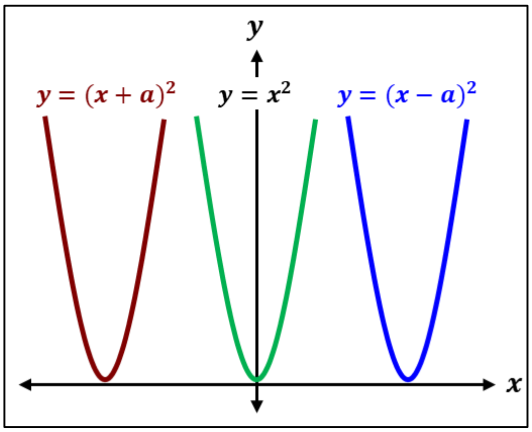
TRANSFORMACIÓN EN LA FUNCIÓN CUADRÁTICA:

Traslación de una Parábola:

Para visualizar mejor la **traslación** de una **parábola**, tomaremos como base la función cuadrática: $y = x^2$

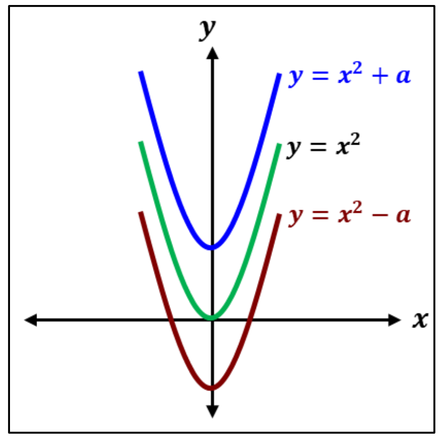
Translación horizontal: $y = x^2$

Caso 1: $y = x^2$
Caso 2: $y = (x + a)^2$
Caso 3: $y = (x - a)^2$



Traslación vertical: $y = x^2$

Caso 1: $y = x^2$
Caso 2: $y = x^2 + a$
Caso 3: $y = x^2 - a$

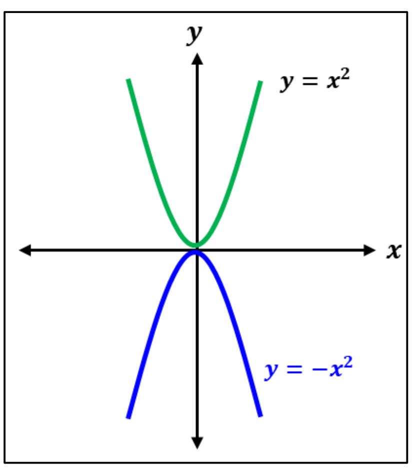


Reflexión de una Parábola:

Para visualizar mejor la **reflexión** de una **parábola**, tomaremos como base la función cuadrática: $y = x^2$

Reflexión en el eje "x"

$$f(x) = x^2 \rightarrow g(x) = -x^2$$



En este caso la función pasa de cóncava hacia arriba a cóncava hacia abajo

Reflexión en el eje "y"

$$f(x) = x^2 \rightarrow F(-x) = (-x)^2 \rightarrow y = x^2$$