始

東京物理學校編

物理學通論

上巻

2592

東京物理學校同窓會發行

序

方今我が國文物頓に革まり,科學に藝術に其の進歩著しく絢爛たる殿堂は洵に偉なりと云ふべく,又旺んなりと云ふべし. 特に科學に對する一般國人の研究熱の熾烈なるものあるは,之を圖書館の統計に依るも,將た又書肆の店頭に於ても其の一端を窺ふに足る. 宜なるかな數年前に在りては若干の譯書を除き殆ど數ふるに足らざりし斯學に關する邦文の書も,近年俄かに幾多の名著を加へて,今や理學の方面に於ても,之を專門に研究せんとするに強て外國語を藉るの必要を認めざるに至れり。

此の時に當りて本校が敢て教科書編纂の擧に出でたるは,又理由なきに非ず. 蓋し近時公刊せらるゝ幾多の良書も,之を本校教科用として見るとき,材料の選擇に於て,或は說述の繁簡に於て,長短何れかに過ぎ,或は又其の所論に於ても吾人の首肯し難きもの無きにしも非ず,加之これを購はんには其の餘りに高價にして,苟も本校の如く學徒の經費負擔を能ふ限り輕減

し,以て修學の機會均等を高調する者にありては,此の一點に就ても亦不適當なるもの尠しとせず．乃ち本校は本校の教則に從て自ら教科書を編纂するに如かずとなし,吾畏敬せる講師諸彥を煩はし,全體會議に,部會に,幾度かの議を重ねて之が大綱を定め,更に數氏に執筆を囑し以て剞劂に附するに至れり。

本書發刊の由來前述の如くなりと雖も,新學年を控へて,時日切迫し,爲めに字句の推敲,問題の採擇等未だ全からず,他日改版を俟て之が完璧を期せむとす。

昭和七年三月下浣

東京物理學校長　中村恭平　識

序

本書は東京物理學校に於ける物理學教科用として編纂せるものである。比較的短時間内に終了せんがために出來るだけ簡潔を旨とし,又題材の取捨に心を用ひた。卽ち成るべく特殊の例題に頁を費やすことを避け,主として基礎となる部分の說述に力を入れた。蓋しこの種の教科書はその說くところ初等的の範圍を出ないものであるとはいへ,初學者に對する斯學入門の手引,否寧ろその基礎を與へることを目的とせねばならぬ。この意味に於て諸量の定義及び解說を出來るだけ嚴密に與へ,且つそれらの內容が斯學の發展によつて變化し來りたるものは古きを捨て新しきに順はんことを努めた。又題材の配置も必ずしも傳統を追はず或部分に於て著しき順序轉換を試みた。それらの點はすべて學生の理解を成るべく自然的ならしめたきためである。

本書に依つて講義せられる方は本書に缺くるところの引例その他を適當に補はれたく,又學生諸子は一方に講義せられる諸先生を通じて充分に本書を含味

すると共に他方に問題を自修することによつて確實なる智識を獲得するやうに努められたい.

編者記す

物理學通論

目次

緒論

第一篇　一般力學

第一章　運動學

第二章　運動の法則及び力

第三章 質點の力學

第四章 剛體の力學

第五章 仕事及びエネルギー

第二篇 三態に對する力學

第一章 三 態

第二章 固體の力學

第三章 流體の靜力學

第四章 流體の動力學

物理學通論

緒論

我々の感覺に依つて得られる知覺の內容の全體を **自然**[1] と云ふ. 自然はたとへ如何なる大きい部分であらうとも又如何なる小さい部分であらうとも, その擴がり內に於て或種の變化を生じ得る性質を有する. その擴がりを **空間**[2], 又この變化を **自然現象**[3] と名付ける. 變化は經過の過程を含む故にそこに **時間**[4] の流れを認めなければならない. 空間の一部を占有し, 我々の感覺に觸れる物を **物質**[5] と云ひ, 物質に依つて滿される空間を **物體**[6] と名付ける. 自然現象は物體並に空間の狀態が時間の經過に從つて變ずることに外ならない.

物理學[7] は自然現象の內, 生命それ自體に關せざる對象を取扱ふ學問の一分科であつて, この制限の下に主として物質の種々なる狀態に於ける構造, 性質並にそれ等に依つて惹起される現象及び空間に生ずる或種の狀態並にその傳播形式等を攻究するを目的とする.

我々は恒に同種の性質及び同種の現象の觀測に依つてそれ等に對する一定の概念を得る. この事實より考ふれば, 自然現象には, それが起る時と場所とに關係なく相當條件の下に相當現象が實現すると云ふ, 所謂齊一性の存在することを知り得るであらう. 諸種の自

1. Nature. 2. Space. 3. Natural phenomena. 4. Time. 5. Matter. 6. Material body. 7. Physics.

然現象の間にはそれ等を支配する普遍的關係が存在する．この普遍的關係を **法則**[1] 又は **原理**[2] と名付ける．又相關係する事柄に對する數個の法則の間に更に共通の關係の存在する事がある．物理學は實に自然の齊一性を基として諸種の自然現象を成る可く少數の簡單なる原理又は法則を以て包括し，これを統一せんことを目的とする．

物理學の研究には三つの重要な手續を要する．第一は自然界の現象を確認すること，第二は之を分析攻究すること，第三は之を總合，解明することである．第一，第二は觀察及び實驗に依つてこれを行ふことが出來る．**實驗**[3] とは種々の條件を人爲的に作つてその條件の下に惹起される現象を調べることであり，**解明**[4] とは攻究せる事象と既知の事象との間に如何なる連絡があるかを知らしむることである．又事象間の解明が極めて困難なる場合には或種の想像を以てその間を連絡せしめることがある．これを **假說**[5] と呼ぶ．我々は數學を補助とし，必要なる場合には假說を用ひて物理學の **理論**[6] を作るのである．

1. Law.　2. Principle.　3. Experiment.　4. Explanation.
5. Hypothesis.　6. Theory.

第一篇　一般力學

第一章　運動學

1.　空間と時間　我々はその周圍に三次元的空間の存在することを認める．この空間が純粹な幾何學的空間と相異なる點はその中に現象の出現，消失及び傳播し得る性質を帶びることである．更にこの空間の幾何學的關係は一般にユークリッド幾何學の定むるところに從ふ．現象の推移に依つて認められる時間，云ひ換へれば現象攻究の手段として用ふるところの時間は必ずしも獨立なる變數ではなく，空間と或種の聯關を有つものであるが，一般に他のものと無關係に一樣に流れるものと見做して差支へない．

2.　位置と運動　凡て物體は擴がりを有するが，その運動を論ずる際にその擴がりを考慮する必要のない場合にはこれを點として取扱ひ，**質點**[1] と名付ける．

空間に於ける質點の **位置**[2] を定むるには一般に三つの互に獨立なる基準を選み，それに對して三つの獨立變數を與へなければならぬ．例へば座標幾何學に於ける直交座標，斜交座標，極座標等の如し．

運動[3] とは時間の經過と共に物體の位置の移動するを云ふ．これ

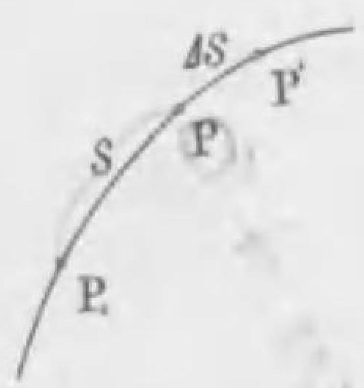
1. Material point, or particle.　2. Position.　3. Motion.

に反してその位置の變化せざる場合を **靜止**[1] と云ふ．されば質點の運動を追及するにはその位置を表はす上述の三つの獨立變數が時間に對して如何に變化するかを示す函數を定むることに外ならない．されど若し質點の運動する徑路が與へられるならば，その上の任意の一點を基準としてそれより質點の位置まで徑路に沿うて測つた長さ s を以て質點の位置を定めることが出來る．

或基準系に關して運動又は靜止にある物體も他の基準系に關しては必ずしもさうでない．例へば進行する汽車の中に坐する人は車に固定せる基準系に對しては靜止にあれども，窓外の地面に固定せる基準系に對しては運動して居る．又止れる汽車は地面に固定せる基準系に對しては靜止すれども，太陽に對しては運動しつゝあるが如し．かくの如く運動は **絶對的**[2] のものにあらず單に選まれたる基準系に對する **相對的**[3] のものである．

物體の運動及びそれの變化の原因を取扱ふ學を廣義の **力學**[4] と呼ぶ．運動の原因を考へることなく專ら運動その物の性質を論ずる部門を **運動學**[5] と名付ける．

3. 速さと速度 今，時間を t なる變數にて表はし，一つの質點の或時刻に於ける位置を P，その徑路上の任意の基準點 P_0 より徑路に沿うて測れる長さを s とする．この時刻より Δt だけ經つた後の質點の位置を P′ とし，PP′ の徑路に沿うての長さを Δs とすれば，$\frac{\Delta s}{\Delta t}$ はその際單位



第 1 圖

1. Rest. 2. Absolute. 3. Relative. 4. Mechanics. 5 Kinematics.

時間に對する平均の移動を表はす．これを PP′ 間の **平均の速さ**[1] と名付ける．この値は一般に Δt，從つて Δs の大小に依つて異なる．故に與へられた時刻に極めて近い時間內の運動を調べるためには Δt を無限に小さくした時のこの値の極限を考へねばならぬ．その極限値をこの時刻に於ける **速さ**[2] と名付け

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \tag{3·1}$$

にて表はす．しかるに質點の或時刻に於ける進行の方向は徑路上の無限に相接近する二點を結ぶ方向にある故に，徑路の切線の方向に向ふ．さればこの進行の方向と，その速さとを併せ有する量を考へて，これを **速度**[3] と云ふ．從つて速度は若し質點がその瞬間に於ける移動の割合を保つてその方向に動いたとすれば單位時間に何程の移動をなすかを表はす．

徑路に沿うて同じ速さで運動する場合，卽ち **一樣なる運動**[4] の際にはその速さ v は

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} = 一定 \tag{3·2}$$

にして，更に Δs を如何程大にするも，それと Δt の比は一定であるから，結局 t 時間に動いた距離を s とすれば

$$v = \frac{s}{t}, \tag{3·3}$$

從つて

$$s = v \cdot t \quad 又は \quad t = \frac{s}{v} \tag{3·4}$$

1. Mean speed, or Average speed. 2. Speed. 3. Velocity.
4. Uniform motion.

velocity

で與へられる．これに反して **一樣ならざる運動**[1] 卽ち速さが場所によつて變ずる如き場合には一般にその速さ v は

$$v=\frac{ds}{dt} \tag{3·5}$$

で表はされなければならぬ．卽ち，一樣ならざる運動に於てはその速さは徑路の長さの時間に對する微分係數に等しい．或は又極めて小さい移動 ds とそれをなすに要する極めて小さい時間 dt との比と見做してもよい．

第 2 圖

P 點より P′ 點へ質點の位置が移動した時，P より P′ に向つて引ける直線分を **變位**[2] と名付ける．

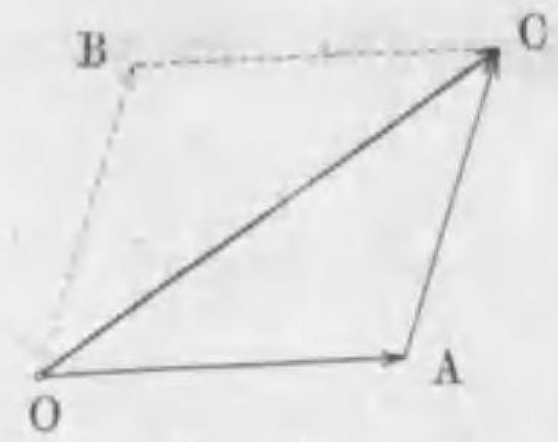
徑路上の極めて接近せる二點間の變位は，それが小さければ小さい程益々徑路に沿うての移動に近づき，極限に於て兩者は一致する．故に速度は極めて小さい時間の經過に對する變位とその所要時間との比と云ふことも出來る．

4. ヴエクトルとスカラー 一點より他の點に向ふ變位は大さと方向と向きを有する．速度は質點の進む向きに引いた徑路の切線の方向に向ふ故に，これも亦大さと方向と向きを有する．かくの如き三性を有する量を一般に **ヴエクトル**[3] と名付ける．これに反して長さ，時間等の如く大さだけを有する量を **スカラー**[4] と云ふ．

ヴエクトルを圖示するにはそのヴエクトルと同方向をもち，その大さに比例する長さをもつ矢印を附けた線分を以てすることゝ定める．今，質點が二つの變位 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を受ければ，その結果は $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ の

1. Nonuniform motion. 2. Displacement. 3. Vector. 4. Scalar.

Vector
Scalar



第 3 圖

變位を受けたことに等しい．$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ は一般に $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を二邊とする平行四邊形 OACB の對角線である．これを **變位の合成**[1] と云ふ．同樣に質點が二つの速度 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を同時に受ける時は速度は微小時間内の變位とその所要時間との比なる故に，變位合成の樣式に從ひ矢張り二つの速度を表はすヴエクトルの作る平行四邊形の對角線 $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ の方向に向ふ速度を生ずる．これを **速度の合成**[2] と云ひ，かくして得られる速度を **合速度**[3] と云ふ．

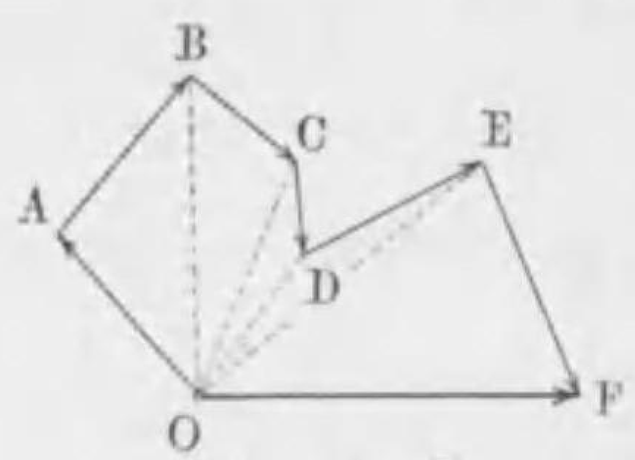
逆に $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を與へられたる變位又は速度と考ふれば，そ~~れらは，そ~~れらが對角線となる如く選みたる任意の二つの變位，又は二つの速度より成るものと見做すことが出來る．これを變位又は速度の **分解**[4] と云ふ．

一般にすべてのヴエクトルはこの平行四邊形の規則に從つて合成又は分解される特性を有する．この規則を **中斜法**[5] と名付ける．

二つ以上のヴエクトルを合成するには(第 4 圖)先づ任意の一點 O よりその中の任意のヴエクトルに等しく $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ を引き，更に第二のヴエクトルに等しく $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を引いて，この二つの **合ヴエクトル**[6] $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を求め，次に $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ と第三のヴエクトルに等しき $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ との合ヴエクトル $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を求め，追つてかくの如く全ヴエクトルを合成すればよい．圖に依

1. Composition of displacements. 2. Composition of velocities.
3. Resultant velocity. 4. Resolution. 5. Law of parallelogram.
6. Resultant vector.

つて明かなる如く最後の合ヴェクトル $\overrightarrow{OF}$ は合成すべき全ヴェクトルと共に一般に一つの空間的閉合多角形を作る．これを **ヴエクトル多角形**[1] と云ふ．されば若し合成すべき全ヴェクトルのみにて閉合多角形が作られる時は，合ヴェクトルは零に等し．又二つの互に大さ，方向等しく向きの反對なるヴェクトルの和も零に等し．



第 4 圖

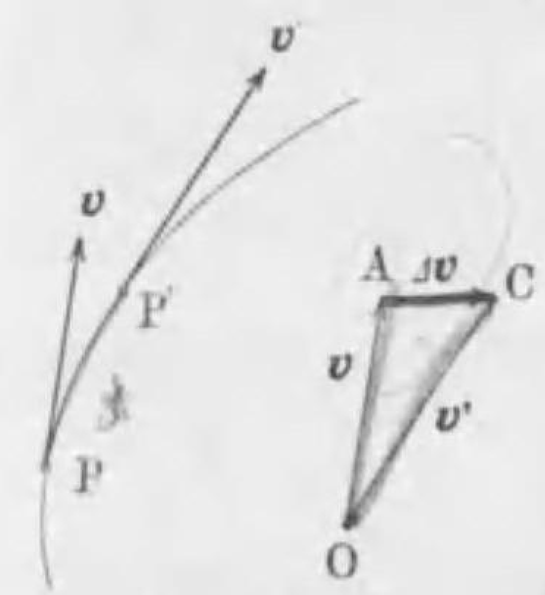
ヴェクトルの合成はヴェクトルの加法に外ならぬ．同樣にヴェクトルの減法も中斜法に從ひ，$\overrightarrow{OC}$ より $\overrightarrow{AC}$ を引きたる殘りは $\overrightarrow{OA}$ なるヴェクトルである（第3圖）．或はこれを $\overrightarrow{OC}$ に $\overrightarrow{CA}$ を加へたるものと考へてもよい．卽ちヴェクトルの減法は減ずべきヴェクトルを逆向きにして加へたる和に等し．云ひ換へれば一つのヴェクトルの符號を變へたるものは，そのヴェクトルと大さ及び方向を同じうし，向きを反對にせるヴェクトルである．

ヴェクトルを表はすには太き文字を以てし，その大さを示すには細き文字を以てする．例へば速度のヴェクトルは $\mathbf{v}$，その大さは v とするが如し．

5. 加速度 質點の運動する徑路上の接近せる二點 P, P′ に於ける速度を $\mathbf{v}$, $\mathbf{v}'(=\mathbf{v}+\Delta\mathbf{v})$ とし，PP′ 間を進むに要する時間を Δt とすれば

$$\frac{\mathbf{v}'-\mathbf{v}}{\Delta t}=\frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} \qquad (5\cdot1)$$

1. Polygon of vectors.



第 5 圖

は PP′ 間に於ける速度の變化を時間に對して平均したものである．これを **平均加速度**[1] と云ふ．これは一般に Δt の大小に依つて異なる．故に P 點の極く近くの運動狀態を調べる爲には Δt を無限に小さくした極限を考へねばならぬ．$\frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}$ の Δt を無限に小さくした極限値を P 點に於ける **加速度**[2] と云ひ，

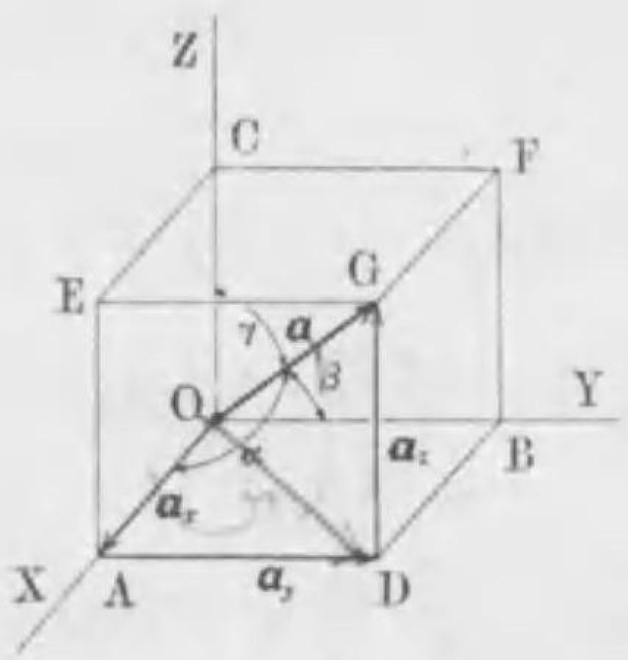
$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}=\frac{d\mathbf{v}}{dt} \qquad (5\cdot2)$$

で表はす．されば加速度は極めて小さい時間內の速度の時間に對する變化の割合と考へてよい．

速度はヴェクトルなる故に，任意の一點 O より $\mathbf{v}, \mathbf{v}'$ に對する直線分 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OC}$ を畫けば，その差 $\Delta\mathbf{v}$ は $\overrightarrow{AC}$ である．加速度はこのヴェクトル差を Δt なるスカラーにて割れる量であるから，矢張りヴェクトルであつて，たとひ v が一定なるところの一樣なる運動に於ても $\mathbf{v}$ の方向が絕えず變化する **曲線運動**[3] であれば矢張り加速度は存在する．これに反して **一樣なる直線運動**[4] に於ては加速度は存在しない．

6. 分速度と分加速度 速度及び加速度は中斜法に依つて分解することが出來る．任意の直交座標軸を選み $\overrightarrow{OG}$ にて與へられる α がそれらを表はす一つのヴェクトルであるとし，OG を對角線とする直六面體 ADBOEGFC を作れば，第**4**節に述べたるヴェクトルの

1. Mean acceleration, or Average acceleration. 2. Acceleration.
3. Curvilinear motion. 4. Uniform rectilinear motion.



第 6 圖

合成に依つて $\overrightarrow{OG}$ は $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DG}$ の和と考へる事が出來る．即ち

$$\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DG} \qquad (6·1)$$

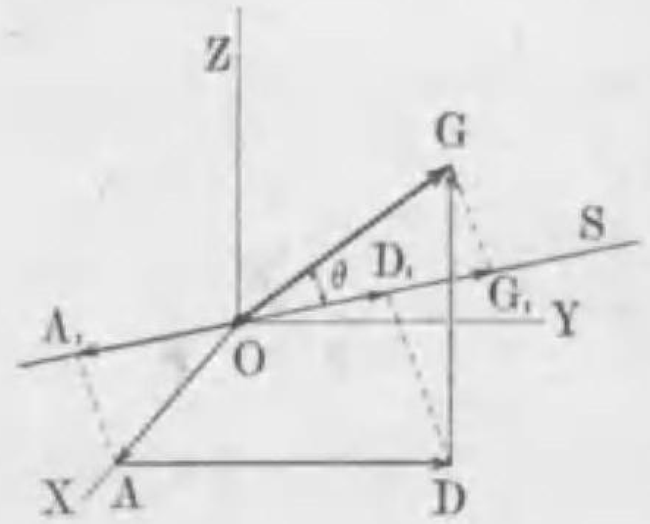
$\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DG}$ を $\boldsymbol{a}_x, \boldsymbol{a}_y, \boldsymbol{a}_z$ で表はせば

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_x+\boldsymbol{a}_y+\boldsymbol{a}_z \qquad (6·2)$$

となる．$\boldsymbol{a}_x, \boldsymbol{a}_y, \boldsymbol{a}_z$ を $\boldsymbol{a}$ の OX, OY, OZ の方向に於ける **分ヴエクトル**[1] と云ふ．$\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}, \overrightarrow{OZ}$ と $\overrightarrow{OG}$ の間の角を夫々 α, β, γ で表はせば

$$a_x=a\cos\alpha,\quad a_y=a\cos\beta,\quad a_z=a\cos\gamma, \qquad (6·3)$$

この分解法に依つて速度及び加速度を分解せるものを夫々各座標軸の方向の **分速度**[2]，**分加速度**[3] と云ふ．



第 7 圖

一般にヴエクトル $\boldsymbol{a}$ を任意の方向，例へば OS の方向に垂直射影せるものを**その方向の分ヴエクトル**と名付け，a_s を以て表はす．$\overrightarrow{OS}$ と與へられたヴエクトル $\boldsymbol{a}$ の方向との間の角を θ とすれば

$$a_s=a\cos\theta \qquad (6·4)$$

しかるに $\overrightarrow{OG}$ を OS 上に射影せる $\overrightarrow{OG_1}$ は $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DG}$ を OS 上に射影せる $\overrightarrow{OA_1}, \overrightarrow{A_1D_1}, \overrightarrow{D_1G_1}$ を加へたるものに等しき故に $\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}, \overrightarrow{OZ}$ と $\overrightarrow{OS}$ の間の角を夫々 $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ とすれば，a_s と a_x, a_y, a_z の間には

1. Components of vector. 2. Components of velocity. 3. Components of acceleration.

$$a_s=a_x\cos\alpha_1+a_y\cos\beta_1+a_z\cos\gamma_1 \qquad (6·5)$$

從つて (6·3) に依つて

$$=a(\cos\alpha\cos\alpha_1+\cos\beta\cos\beta_1+\cos\gamma\cos\gamma_1) \qquad (6·6)$$

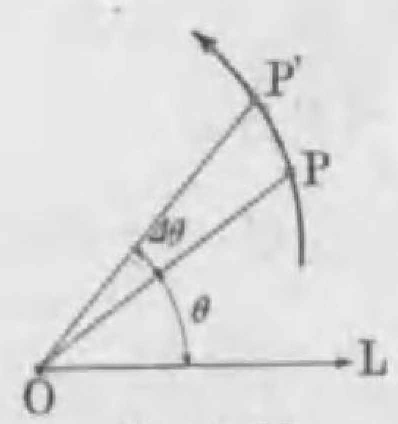
なる關係が在ることを知る．(6·6) を (6·4) と比較すれば

$$\cos\theta=\cos\alpha\cos\alpha_1+\cos\beta\cos\beta_1+\cos\gamma\cos\gamma_1 \qquad (6·7)$$

これは幾何學的に定まる關係に外ならぬ．

これ等の關係 (6·4), (6·5), (6·6) は勿論 **OS の方向の分速度，分加速度**に對して成立つ．

7. 角速度と角加速度 平面上に運動する質點の相接近せる二つの位置 P, P′ をその面上の一點 O に結び，OP, OP′ が O を過ぎる一つの基準線 OL となす角を夫々 θ, $\theta+\Delta\theta$ とする．しかる時は質點が PP′ の徑路を移動するに要する時間 Δt に對して



第 8 圖

$$\omega=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}=\frac{d\theta}{dt} \qquad (7·1)$$

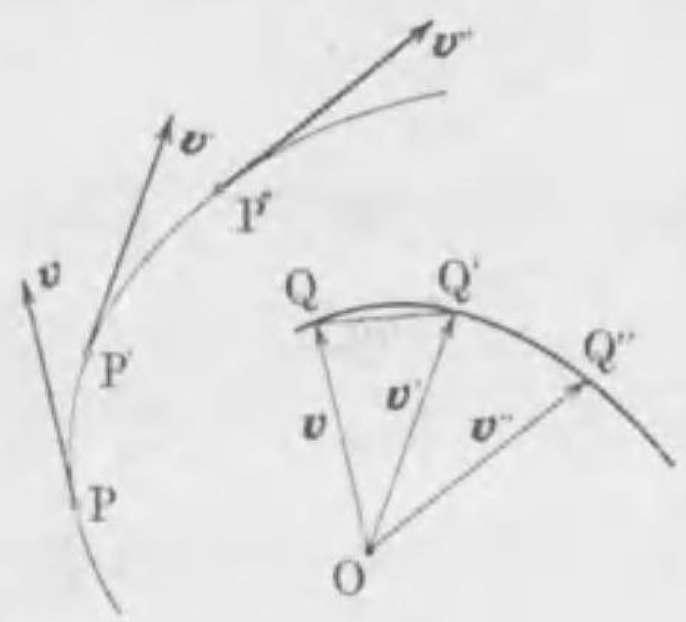
を P 點に於ける O の周りの **角速度**[1] と云ふ．これは~~大さと~~廻轉の方向とを有するが，前記速度の如きヴエクトルとは異なる．かくの如き量を **軸性ヴエクトル**[2] と云ひ，右廻りのネヂをOの周りの質點の廻轉の方向に廻したと考へたる時のそのネヂの進む方向をもち，ω の大さを有する直線分にて表はすことゝ定める．これに對して速度，加速度の如きヴエクトルを **極性ヴエクトル**[3] と名付ける．

1. Angular velocity. 2. Axial vector. 3. Polar vector.

角速度の時間に對する變化の割合を **角加速度**[1] と云ふ．即ち角加速度をγとすれば

$$\gamma=\frac{d\omega}{dt} \tag{7·2}$$

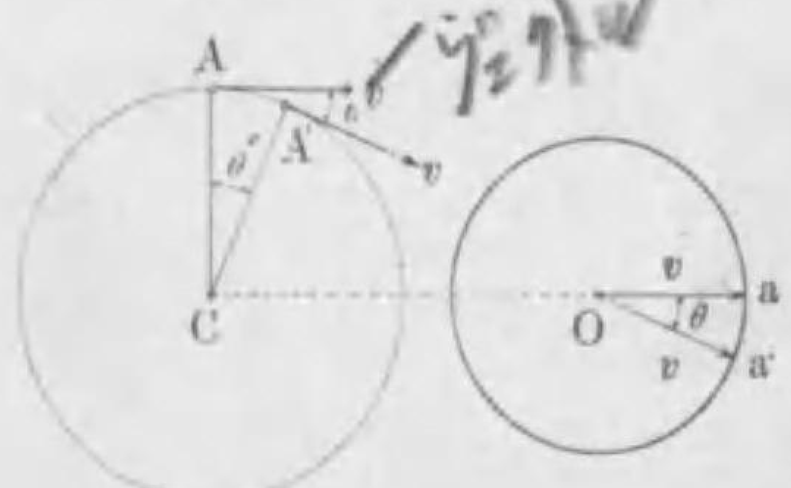
8. ホドグラフと軌道運動 質點が運動する時にその徑路上の次々の點に於ける速度に等しきヴェクトルを任意の一點Oより引く時，それらヴェクトルの終點が作る曲線を **ホドグラフ**[2] と云ふ．



第 9 圖

圖に於て O の周りにこの規則に從つて畫ける曲線 QQ'Q'' は質點の徑路 PP'P'' に對するホドグラフである．P と Q, P' と Q', P'' と Q'' 等を夫々 **對應點**[3] と名付ける．しかる時は $\overrightarrow{QQ'}$ は速度の差 $v'-v=\Delta v$ であるから，これを Δt で割りて Δt を零に近付けたる極限は加速度に等しい．それ故にホドグラフ上の速度は徑路上のその對應點に於ける加速度に相當することを知る．

ヴェクトル



第 10 圖

各時刻に於ける質點の位置が求められゝば，その運動は完全に決定され，徑路は一つの曲線として見出される．この際運動質點の徑路の形のみを考へる時にその徑路を **軌道**[4] と云ひ，そ

1. Angular acceleration. 2. Hodograph. 3. Corresponding points.
4. Orbit.

の運動を **軌道運動**[1] と云ふ．**圓運動**[2] はその一例である．**等速圓運動**[3] のホドグラフはその速度 v を半徑とする圓周である．

今，半徑 r の C 圓を等速圓運動をなす質點の軌道とし，そのホドグラフを O 圓とすれば，C 圓上の弧 $\widehat{AA'}$ の長さとそれに對應する O 圓上の弧 $\widehat{aa'}$ の長さとの間に幾何學上より

$$\frac{\widehat{AA'}}{r}=\theta=\frac{\widehat{aa'}}{v} \tag{8·1}$$

なる關係が成立つ．こゝに θ は $\angle ACA'$ 又は $\angle aOa'$ である．しかるに質點が $\widehat{AA'}$ を通過するに要する時間を Δt とすれば

$$\widehat{AA'}=v\cdot\Delta t,\quad \widehat{aa'}=\alpha\cdot\Delta t \tag{8·2}$$

α はホドグラフ上の速度なるが故に上述の理に依つて質點の加速度である．この關係を (8·1) に代入すれば

$$\frac{v\cdot\Delta t}{r}=\frac{\alpha\cdot\Delta t}{v}$$

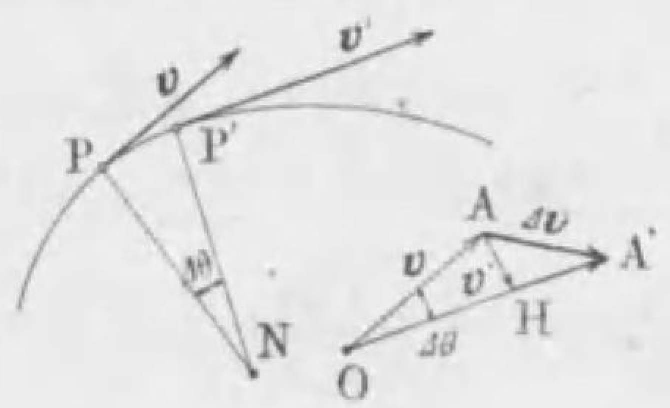
即ち

$$\alpha=\frac{v^2}{r} \tag{8·3}$$

となる．一方にホドグラフ O 上の速度 α はその半徑 v, 從つて軌道 C の速度に對して垂直にしてその中心の方向に向ふ．それ故に等速圓運動の加速度は速度の自乘を半徑にて割れる大さを有し，中心に向ふ．

9. 切線加速度と法線加速度 質點が任意の曲線を畫いて運動する時，加速度 α はその徑路上の相次ぐ二點 P,P' の速度 $v, v'(=v+\Delta v)$ に依つて

1. Orbital motion. 2. Circular motion. 3. Uniform circular motion.



第 11 圖

$$\alpha=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{v'-v}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad (9\cdot1)$$

で與へられる．

今，任意のO點を起點として v, v' に相當するヴェクトル $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OA'}$ を引けば $\overrightarrow{AA'}=\Delta v$ である．OA′ 上に OA に等しく OH をとり，ヴェクトル $\overrightarrow{AA'}$ を $\overrightarrow{HA'}$ と $\overrightarrow{AH}$ なるヴェクトルの和と考へる時は，α は

$$\alpha=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overrightarrow{AA'}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overrightarrow{HA'}}{\Delta t}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overrightarrow{AH}}{\Delta t} \qquad (9\cdot2)$$

なる二つの部分に分解される．右邊第一項は $\Delta t\to 0$ の極限に於て速度 v の方向，卽ち徑路の切線の方向に向ふ部分である．これを**切線加速度**[1] と云ふ．又同じ極限に於て AH は OA に垂直となる故に，第二項は P 點に於て徑路に引ける法線の方向に向ふ部分である．これを **法線加速度**[2] と名付ける．

切線加速度を α_t とすれば，その大さ α_t は

$$\alpha_t=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overline{HA'}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{dv}{dt} \qquad (9\cdot3)$$

である．卽ち切線加速度の大さは，速度の大さの變化の割合に等し．

次に法線加速度を α_n とすれば，その大さ α_n は

$$\alpha_n=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overline{AH}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overline{OA}\sin\Delta\theta}{\Delta t} \qquad (9\cdot4)$$

こゝに $\Delta\theta$ は v と v' の間の角で，P, P′ の相接近せる位置に於ては

1. Tangential acceleration. 2. Normal acceleration.

甚だ小さい角である．故に $\sin\Delta\theta$ の代りに $\Delta\theta$ と書いてよい．故に

$$\alpha_n=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{v\Delta\theta}{\Delta t}=v\frac{d\theta}{dt} \qquad (9\cdot5)$$

となる．今，P と P′ 點に於て法線 PN, P′N を畫けば，その間の角は $\Delta\theta$ に等しく，$\overline{PN}$ と $\overline{P'N}$ の長さは $\Delta t\to 0$ の極限に於て P 點に於ける曲率半徑 ρ に等し．故にその極限に於て $\widehat{PP'}$ の長さを ds, $\Delta\theta$ を $d\theta$ とすれば

$$\rho d\theta=ds \qquad (9\cdot6)$$

しかるに θ は s の函數なる故に

$$\alpha_n=v\frac{d\theta}{ds}\frac{ds}{dt}=v^2\frac{d\theta}{ds} \qquad (9\cdot7)$$

と書くことが出來る．こゝに上の關係を代入すれば

$$\alpha_n=\frac{v^2}{\rho} \qquad (9\cdot8)$$

となる．卽ち法線加速度の大さは速度の自乘を曲率半徑にて割れる商に等し．

半徑 r なる圓周上の等速圓運動に於ては $\rho=r$ なる故に

$$\alpha_n=\frac{v^2}{r}$$

にして一定なる法線加速度をもつ．この際 α_t は勿論等速なる故に零である．

第二章　運動の法則及び力

10. 力の定義　靜止せる物體が運動を起し，又は運動せる物體の速度に變化を生ずる時には常にその物體がそれの周圍にある他の物體より何等かの影響を受けることが認められる．かくの如く物體に働いてその運動狀態を變ずる原因を **力**[1] と名付ける．しかし必ずしも力の作用は物體の運動の變化を惹起する場合のみに限らない．たとへ運動の變化を惹起せずともその周圍の緊張せる狀況に依つてそれが作用して居ることを知り得る場合もある．故に運動狀態の變化又は緊張の狀況に着目すれば，物體に力が如何なる方向に働くか，又は如何に增減するかを判斷することが出來る．かくの如く力の大小を比較し得る以上は或力を單位に選んでそれと比較して他の力の大小を數量的に表はすことが出來る．かくて力は大さと方向と向きを有する量，卽ちヴェクトルとして表はし得るのである．

A の物體が B の物體に力を及ぼす時は同時に B も亦 A に力を及ぼす．卽ち，力は全く相互的であつて，一方のみに働いて他方には働かないと云ふ事は絕對に有り得ない．云ひ換へれば一物體が他の物體に及ぼす力とは，兩物體間に働く相互作用の一方よりの見方に過ぎない．これ等の二力を同時に考へる時は一つを **作用**[2] と云ひ，他を **反作用**[3] と云ふ．

11. Newton の三法則　物體の運動に及ぼす力の效果を研究する力學の一部を狹義の **力學**[1] と名付ける．Newton は運動に關する自然現象を探究し，それより抽象して力學の基礎となり得る三法則を導いた．これ，卽ち **Newton の運動の法則**[2] と呼ばれ，次の如くである．

1. Force.　2. Action.　3. Reaction.

第一法則[3]　**外より力の作用を受けざる限り靜止する物體は終始その位置に靜止し運動する物體は等速直線運動を續ける．**（慣性の法則）

第二法則[4]　**加速度は外力の大さに比例し，其方向は外力の方向に一致す．**
質量に反比例す．

第三法則[5]　**作用と反作用は大さ相等しく，方向反對である．**

以下節を分ちてこれを說明しよう．

12. 運動の第一法則，慣性　Newton の第一法則は物體に力が働かぬ時の物體の運動性を表はすものである．卽ち物體は力を受けぬ限り永久にその運動狀態を保持しやうとし，旣に靜止にあるものはそれ自身運動を起すことなく，又運動しつゝあるものはそれ自身その速度を變へることがない性質を有すると云ふのである．かくの如き物體の性質を **慣性**[6] 又は **惰性**[7] と名付ける．從つてこの法則は **慣性の法則**[8] とも呼ばれる．

我々の經驗し得る範圍に於ては靜止せる物體がそれ自身に運動を起さないと云ふことは先づ充分に理解される．けれども運動せる物體はその速度の大さが減じて恰も靜止なる狀態が終局の狀態であるかの如くに見える．しかしこれは摩擦又は空氣の抵抗の如き，物體

1. Dynamics.　2. Newton's law of motion.　3. The first law.　4. The second law.　5. The third law.　6. 7. Inertia.　8. Law of inertia.

の運動を阻止せんとする數多の力が作用するに因るのであつて，若しもかくの如き障碍を取去れば取去る程益々運動物體の速度が不變に近付くを見ることが出來る．例へば球を地面に沿うて轉がす時はその運動は摩擦のために直ちに止められるが，滑かなる床上ならば比較的遠方まで轉がる．更に球の表面を良く磨いてこれを平らな氷面上に轉がしたとすれば，著しく永い間その運動が續くを見得るであろう．されば慣性の法則はこれを嚴密に直接の實驗に依つて證明することは不可能であるが，かくの如き追及的經驗からその極限を想像することに依つてこれを理解することが出來る．

13. 運動の第二法則　この法則は物體に力が働くと同時にその大さに比例する加速度が力と同方向に生じ，力の作用が止むと同時にその加速度も零となることを示す．即ち，加速度が生ずることゝ力の働くことの間には時間的に少しの差も存しない．云ひ換へれば，物體に加速度を生ずることは力の作用することの一面の現はれと見られる．

この法則は力の作用を受ける物體が始め靜止にあるか又は如何なる運動にあるかに關して何等の制限をも附けることなき故に，物體の運動に及ぼす力の効果はそれが作用せんとする時の物體の運動の狀態には無關係なることを示すものである．

更に二つ以上の力が同時に一物體に作用する時には各力は他の力が作用すると否とに係らずそれ自身恒にこの法則に從ふ如き加速度を生ずることを示す．故に，この際物體に全體として加はる加速度は第4節に從つてそれらを中斜法にて合成せるものとなる．

約言すれば力の物體の運動に及ぼす效果は物體の運動狀態並に他の力の有無に無關係である．この法則を **力の獨立作用の原理**[1] と名付ける．

14. 質量と力の單位　物體に働く力を f，それに依つて生ずる加速度を α とすれば，第二法則に依つて f は α に比例する．即ち

$$f=m\alpha \qquad (14\cdot1)$$

なる式を以て表はすことが出來る．m は比例の常數であつて，各物體に就いて夫々定まる．これをその物體の **質量**[2] と名付ける．

速度の單位は單位時間に對して畫く長さを以て表はされ，加速度の單位は單位時間に對する速度の變化を以て定義される．されば長さと時間の單位を定むれば，速度加速度の單位は自ら定まる．

これに反して力と質量とは (14·1) 式に依つて互に關係する故に，いづれか一方を任意の單位に選むことは出來るが，兩方に勝手な單位を與へることは出來ない．若し質量の單位を任意に選むならば，(14·1) に於て m が單位の大さなる時に α も單位の大さとなるが如き力 f を力の單位としなければならぬ．即ち單位質量の物體に作用して單位の加速度を生ずる力を力の單位とするのである．質量，長さ及び時間の單位として國際度量衡法にて定めたる **糎**[3] (cm)，**グラム**[4] (g)，**秒**[5] (sec) を以て表はす時に力の單位を **ダイン**[6] と云ふ．

15. 單位系と元　前節に於て速度，加速度及び力の單位は長さ，質量及び時間の單位を選むことに依つて定まることを述べた．その

1. Principle of independence of force.　2. Mass.　3. Centimeter.
4. Gram　5. Second.　6. Dyne.

他物理學上に用ひられる多くの種類の量の單位はこの三量の單位の選み方に依つて定まる．かくの如くその單位を基として他を誘導し得る量の單位を **基本單位**[1] と云ひ，これに依つて導かれるすべての他の量の單位を **誘導單位**[2] と云ふ．而して長さ，質量及び時間を基本單位として誘導せる單位を **絶對單位**[3] と云ふ．

長さの單位を糎 (cm)，質量の單位をグラム (g)，時間の單位を秒 (sec) にて表はせる時これを基として誘導される絶對單位系を **c-g-s. 單位系**[4] と名付ける．

誘導單位が基本單位に依つて表はされる關係を示す爲めに次の如き方法を用ひる．即ち一つの誘導單位 A が長さの單位 L の p 乘，質量の單位 M の q 乘，時間の單位 T の r 乘に比例して變化する時は，考へる量の單位 A の **元**[5] は長さ，質量，時間の單位に關して夫々 p, q, r であると云はれる．或は簡單に，考へる量の元は長さ，質量，時間に關して夫々 p, q, r であると云ふ．こゝに p, q, r は正又は負の整數又は分數である．

又この關係を表はすに

$$[\mathrm{A}]=\mathrm{L}^p\mathrm{M}^q\mathrm{T}^r \tag{15}$$

なる記號を以てする．これを **元方程式**[6] と云ふ．例へば面積 S，體積 V，速度 v，加速度 α，力 f の元方程式は夫々

$$[\mathrm{S}]=\mathrm{L}^2,\quad [\mathrm{V}]=\mathrm{L}^3,\quad [v]=\mathrm{LT}^{-1},\quad [\alpha]=\mathrm{LT}^{-2},\quad [f]=\mathrm{MLT}^{-2}$$

又角は弧度法では弧の長さと半徑との比として與へられる故に元を

1. Fundamental unit.　2. Derived unit　3. Absolute unit.
4. c-g-s. units.　5. Dimension.　6. Dimentional equation.

もたない．從つて角速度と角加速度の元は T^{-1} 及び T^{-2} である．

16. 密度　凡ての部分の性質が全く相等しき物體を **同質**[1]，然らざる物體を **異質**[2] であると云ふ．實驗に依れば同質體の質量 m はその容積 v に比例し，從つて m/v なる比は一定の値をもつ．これをその物質の **密度**[3] と云ふ．即ち密度は單位體積内に含まるゝ質量である．

異質體では小さい容積 Δv を考へてそれに含まるゝ質量を Δm とすれば，$\Delta m/\Delta v$ を以てその部分の **平均密度**[4] と名付ける．これは一般に Δv の選み方の大小に依つて異なる値をもち得る．故に Δv を限りなく小さくした極限を考へ

$$\lim_{\Delta v\to 0}\frac{\Delta m}{\Delta v}=\frac{dm}{dv} \tag{16}$$

をその點に於ける異質體の密度と名付ける．c-g-s. 單位を用ふれば攝氏 4° の水の密度の數値は極めて 1 に近し．[5] 密度の元は $[\mathrm{M/V}]=\mathrm{ML}^{-3}$ である．

17. 力積，運動量　第二法則に依つて得られる式

$$f=m\alpha$$

に於て α を dv/dt にて表はし，dt を兩邊に乘ずれば

$$f\,dt=m\,dv \tag{17·1}$$

となる．こゝに dv は dt 時間内に起る速度の變化である．加速度の一定でない場合も dt を充分小さくとればその間に起る力の變化を度外視し得る．時間 dt の始めと終りの速度を v と v' とすれば

1. Homogeneous.　2. Heterogeneous.　3. Density.　4. Mean density.
5. 0·999973 g/cm³ 最近測定値の平均.

$$d\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'-\boldsymbol{v}$$

故に
$$\boldsymbol{f}dt=m(\boldsymbol{v}'-\boldsymbol{v}) \qquad (17\cdot2)$$

今，一物體に對して次ぎ次ぎの微小時間 $dt_1, dt_2, \cdots, dt_n$ の間に働く力を $\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2, \cdots, \boldsymbol{f}_n$ とし，それらの時間の始めと終りの速度を夫々 $\boldsymbol{v}_1$ と $\boldsymbol{v}'$, $\boldsymbol{v}'$ と $\boldsymbol{v}''$, $\cdots$, $\boldsymbol{v}^{(n-1)}$ と $\boldsymbol{v}_2$ とすれば

$$\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{f}_1 dt_1=m(\boldsymbol{v}'-\boldsymbol{v}_1) \\ \boldsymbol{f}_2 dt_2=m(\boldsymbol{v}''-\boldsymbol{v}') \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \boldsymbol{f}_n dt_n=m(\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}^{(n-1)}) \end{array}\right\} \qquad (17\cdot3)$$

故にこれ等の式の兩邊を加へ合せれば

$$\sum_{r=1}^{n}\boldsymbol{f}_r dt_r=m(\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1) \qquad (17\cdot4)$$

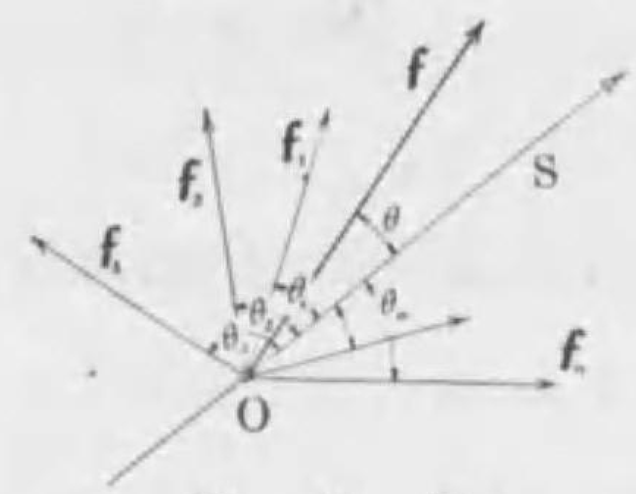
となる．この式の左邊卽ち $\sum_{r=1}^{n}\boldsymbol{f}_r dt_r$ を **力積**[1] と名付ける．從つて力が變化しなければ，力積は

$$\boldsymbol{f}\sum_{r=1}^{n}dt_r=\boldsymbol{f}t \qquad (17\cdot5)$$

に等し．又 (17·4) の右邊の質量と速度の積を **運動量**[2] と云ふ．故に力積はそれが働く間に生ずる運動量の增加に等し．これは第二法則の別な言ひ表はし方と見ることもできる．力積も運動量も共にヴェクトルであつて，その元は $\mathrm{MLT^{-1}}$ である．

18. 力の合成と分解　力はヴェクトルであるから，或物體の一點に多くの力が同時に作用する場合にはそれらを中斜法(第 **4** 節)に依つて合成することができる．かく合成して得たる力を **合力**[3] と名

1. Impulse.　2. Momentum.　3. Resultant force.



第 12 圖

付ける．今，個々の力を $\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2, \cdots$, $\boldsymbol{f}_n$ とすれば合力 $\boldsymbol{f}$ はヴェクトル和

$$\boldsymbol{f}=\boldsymbol{f}_1+\boldsymbol{f}_2+\cdots\boldsymbol{f}_n \qquad (18\cdot1)$$

である．

又，力のヴェクトルを或方向 OS に垂直射影せるものをその方向に於ける **分力**[1] と云ふ．しかる時は或點に働く合力の或方向に於ける分力の大さは，合力とその方向とのなす角を θ, 又合成すべき成分 $\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2, \cdots, \boldsymbol{f}_n$ とその方向とのなす角を夫々 $\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n$ とすれば

$$f\cos\theta=f_1\cos\theta_1+f_2\cos\theta_2+\cdots+f_n\cos\theta_n \qquad (18\cdot2)$$

なる式で與へられることは第 **6** 節に述べたる分ヴェクトルの定義より明かである．

19. 運動の第三法則　作用あれば必ず反作用があることは既に第 **10** 節に於て述べた．卽ち二物體間の作用，反作用を夫々各物體より見たるものが各々に働く力である．されば物體が速度の變化を受ける時はその加速度はその物體に働く作用に依つて生ずるものであつて，勿論反作用はこれに與からない．反作用はその相手の物體の速度を變ずるものとして働くのである．而してこの作用と反作用の間には恒に第三法則の述ぶる如く大さ等しくして方向反對なる關係が成立つ．

例へば，今，m, M なる質量を有する二物體がどちらも自由にしてそれ等の各々が他のもののみの作用を受けて作用する力の方向に直

1. Component of force.

線に沿うて動く場合を考へよう．しかる時は作用と反作用は大さ等しくして方向反對なる故に，若しこれ等の變位の正の方向を互に反對の向きに選むならば二つの物體が任意の時間の間に受ける力積 $\sum_{r=1}^{n} f_r\,dt$ は相等しき故に第 **15** 節に依つて

$$\sum_{r=1}^{n} f_r\,dt = m(v_2 - v_1) = M(V_2 - V_1) \qquad (19{\cdot}1)$$

こゝに v_1, v_2 並に V_1, V_2 は夫々二つの物體に力が加はる始めと終りに於ける速度である．若し始めの速度 v_1, V_1 を零とすれば

$$mv_2 = MV_2 \qquad (19{\cdot}2)$$

或は

$$\frac{v_2}{V_2} = \frac{M}{m} \qquad (19{\cdot}3)$$

卽ち兩物體の速度は質量に逆比例する．云ひ換へれば質量の大なるものは動かし難く，その小なるものは動かし易いのである．

又作用と反作用とは大さ等しく方向反對なる故に，それらを互に及ぼし合ふ二物體を合せて一物體と考へれば，その部分間に働く作用と反作用とはいづれもその合體に働く力なる故に第 **4** 節に述べたる如く此二ヴェクトルは互に打消し合つて合體には全體としての力の作用，從つて加速度を生じない．かくの如き內部同志間に働く力を **內力**[1] と云ふ．卽ち內力は合體內の變形には關係しても合體全體としての運動には關係しないのである．

20. 萬有引力　1788 年 Cavendish は振り秤を用ひて二つの鉛球が互に引合ふことを認めた．かくの如き引合ふ力は如何なる相互位置にある如何なる物體間にも存するものにして，考へる空間內の總

1. Internal force.

ての物體の特性である．これを **萬有引力**[1] と名付ける．

實測に依れば二つの質點間に働く萬有引力は**それ等を結ぶ直線の方向に働いて，その大さは双方の質量の積に比例しその間の距離の自乘に逆比例する**．今，二質點の質量を夫々 m_1, m_2，その間の距離を r とすれば，その間に働く萬有引力の大さ f は

$$f = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad (20{\cdot}1)$$

こゝに比例の常數 γ は物體に無關係な萬有の常數で，その數値は

$$\gamma = (6.685 \pm 0.011) \cdot 10^{-8} \left[\frac{\text{ダイン}\ \mathrm{cm}^2}{\mathrm{g}^2}\right] \qquad (20{\cdot}2)$$

である．之を **萬有引力の法則**[2] と名付ける．從つて單位の距離にある 1g の二質點間に働く萬有引力の大さは $6.685 \cdot 10^{-8}$ ダインである．卽ち約 1 ダインの 1/15000000 に等し．この力を **力の天文學的單位**[3] とも云ふ．

又その距離に對して相當大なる大さを有する二物體間の引力はそれ等を極めて小さい部分の集合より成るものと考へ，各部分を質點と見做したる時，それ等に働く全引力の合力に等し．萬有引力は上述の如く甚だ小さき故に，通常地上の小さい物體間ではそれ等に働く抵抗に打勝つて自ら近づく如き作用を生じないが一方又は双方の質量が甚だ大きい時は著しく大なる力となる．太陽の周圍に於ける地球その他の遊星の運動，地球の周圍に於ける月の運動等は皆萬有引力に依つて生ずるのである．

1. Universal gravitation.　2. Law of Universal gravitation.
3. Astronomical unit of force.

21. 中心力, 力場 一定點に向つて働く力を **中心力**[1] と云ふ. 萬有引力の際にはその距離の自乗に逆比例する中心力であるが, 他の場合に於ては中心力の距離に對する函數は種々なる形をとり得る. 例へば距離に比例する場合, 或は距離の n 乘に逆比例する場合も考へ得る.

かくの如き場合に於て運動又は靜止して居る質點はその位置に依つてそれの受ける力を異にする. 今, 考へる基準系内の總ての點に單位質量の質點を持ち運んだ時に夫々の位置に於てその質點に働く力の大さが明らかになつたとし, その力が質量に比例する性質のものであるとすれば, 任意の質量の質點を各位置に持ち來した時に後者に働く力は前者に働く力と同方向に向つて, その大さは後者の質量の數値倍に等し. かくの如く考へる場所内の總ての點に於て力の働く模様の與へられる空間を **力場**[2] と名付ける.

the end.

1. Central force. 2. Field of force.

第三章 質點の力學

22. 質點の平衡 運動の第二法則に依れば力と加速度はその方向及び向きを同うし, 且つその大さは互に比例し, その比例常數は質量である. それ故に一つの質點に多くの力が同時に働く時, 若しその合力が零であるとすれば, それ等の力のヴェクトルが作る多角形は閉合し, 從つてそれを比例常數なる質量で割れるところの加速度のヴェクトルもそれに相似の閉合多角形を作る. 故にこの場合には合加速度も亦零であつて物體は靜止するか又は等速直線運動をなさなければならぬ. 卽ち後者は加速度なき時に書く唯一の運動である. 何となれば加速度がなければ速度は一定であり, 從つてその速度は大さのみならずその方向及び向きが限定されるからである. かくの如く質點に働く合力が零なることをそれ等の力が **釣合**[1] にあると云ふ. さればこれを運動の第一法則と併せて考へれば, 質點に働く力が釣合にある時は恰もその質點は全く力の作用せぬと同樣な狀態にあることがわかる. 又質點の加速度なき運動狀態を **平衡**[2] の狀態と云ひ, 特に靜止の場合を **靜力學的平衡**[3] と名付ける. 故に質點の平衡の條件はその質點に働く力, $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \cdots, \boldsymbol{F}_n$ のヴェクトル和が零なることである. 卽ち

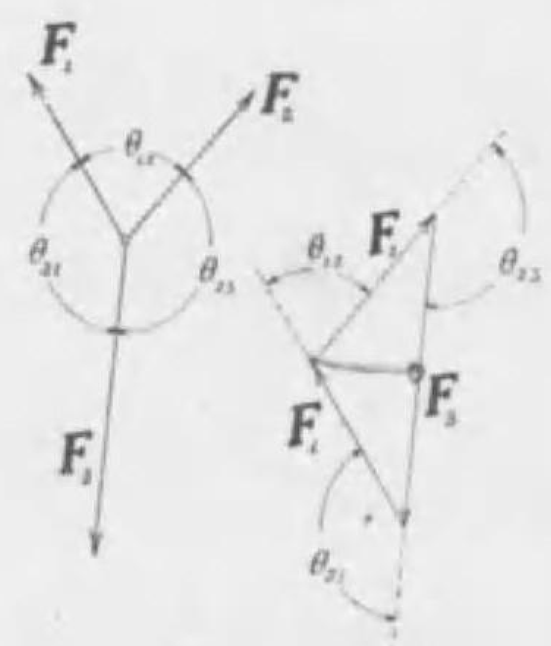
$$\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2+\cdots+\boldsymbol{F}_n=0 \qquad (22\cdot1)$$

從つてこれ等の各座標軸の方向への分力の大さの和は

1, 2. Equilibrium. 3. Statical equilibrium.

$$\left.\begin{aligned} F_{1x}+F_{2x}+\cdots\cdots+F_{nx}&=0\\ F_{1y}+F_{2y}+\cdots\cdots+F_{ny}&=0\\ F_{1z}+F_{2z}+\cdots\cdots+F_{nz}&=0 \end{aligned}\right\} \qquad (22{\cdot}2)$$

である．何となればこれ等は閉合せるヴェクトル多角形の各邊の座標軸への正射影をその符號を考に入れて加へた代數和であるからである．この關係を基として平衡狀態を與へる力の關係を論ずる力學の部門を **靜力學**[1] と云ふ．



第 13 圖

例へば一つの質點に働く三力 $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \boldsymbol{F}_3$ が釣合にある時はそれらの三力をあらはすヴェクトル $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \boldsymbol{F}_3$ は三角形を作る故に F_1, F_2, F_3 とその間の角 $\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{31}$ の間には

$$\frac{F_1}{\sin\theta_{23}}=\frac{F_2}{\sin\theta_{31}}=\frac{F_3}{\sin\theta_{12}} \qquad (22{\cdot}3)$$

なる關係があることがわかる．

23. 質點の運動方程式 何等の拘束を受けることなく自由に動き得る質點に $f_1, f_2, \cdots\cdots, f_n$ の力が働いて運動をする時は力の獨立作用の原理に依つてこれ等の各力の生ずる加速度 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots\cdots, \alpha_n$ は，その質點の質量を m とすれば

$$f_1=m\alpha_1,\quad f_2=m\alpha_2,\quad \cdots\cdots,\quad f_n=m\alpha_n \qquad (23{\cdot}1)$$

にして全體としてその質點の受くる加速度 α はこれ等すべての加速

1. Statics.

度のヴェクトル和に等し．

$$\alpha=\alpha_1+\alpha_2+\cdots\cdots+\alpha_n \qquad (23{\cdot}2)$$

同様にこの質點に働くすべての力の合力 f は $f_1, f_2, \cdots\cdots, f_n$ の和に等しく

$$f=f_1+f_2+\cdots\cdots+f_n \qquad (23{\cdot}3)$$

この式に (23·1) と (23·2) の關係を代入すれば

$$f=m\alpha \qquad (23{\cdot}4)$$

となる．即ち質點に働く合力はその合加速度に比例する．$f_1, f_2, \cdots\cdots, f_n$ 從つて f を與へれば質點の運動はこの方程式を解くことに依つて定まる．(23·4) を質點の **運動方程式**[1] と云ふ．これを x, y, z の方向に分解せるものは夫々

$$f_x=m\alpha_x,\quad f_y=m\alpha_y,\quad f_z=m\alpha_z \qquad (23{\cdot}5)$$

である．

24. d'Alembert の原理 $f_1, f_2, \cdots\cdots, f_r$ なる力が同時に質量 m の質點に働いて α なる加速度を生ずる時はその運動の方程式は (23·4) に依つて

$$f_1+f_2+\cdots\cdots+f_r=m\alpha \qquad (24{\cdot}1)$$

である，この右邊を左邊に移せば

$$f_1+f_2+\cdots\cdots+f_r-m\alpha=0$$

或は

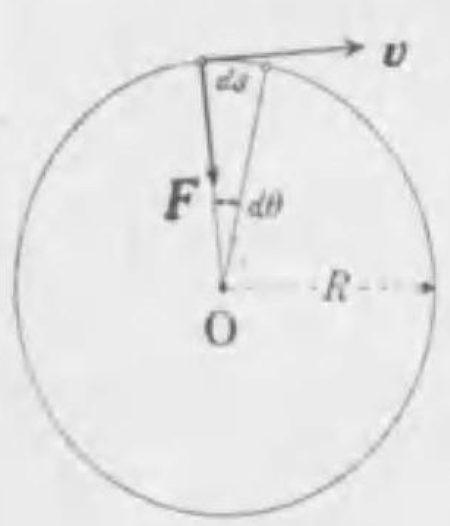
$$f_1+f_2+\cdots\cdots+f_r+(-m\alpha)=0 \qquad (24{\cdot}2)$$

と書くことが出來る．こゝに $m\alpha$ は實際質點に働く力ではなく，寧ろその運動を表現せるヴェクトルである．しかし今假りに $-m\alpha$ 即

1. Equation of motion.

ち $m\alpha$ なるヴエクトルの向きを逆にせるヴエクトルを一種の力と見るときは，この式と (22·1) とを併せ考へることに依つて $f_1, f_2, \cdots\cdots f$ なる力と $-m\alpha$ なる力とが互に釣合にあると見做すことが出來る．勿論實際の靜力學的平衡にあるのではなく，運動狀態にある質點に各瞬間に働く合力と $(-m\alpha)$ とが恰も釣合にあると同樣にそのヴエクトル和が零であると云ふことに外ならない．この關係を **d'Alembert の原理**[1] と云ひ，この釣合を **動力學的平衡**[2] と名付ける．$f_1, f_2, \cdots\cdots, f_r$ は實際質點に働いてその運動を變へんとする力であるからこれを **有効力**[3] と云ひ，$-m\alpha$ はこれに對する一種の抵抗力と見做し **運動抗力**[4] 又は **慣性抵抗**[5] と呼ばれる．

25. 等速圓運動　第 9 節に述べたる加速度の切線及び法線の方向への分解は質點の任意の曲線運動に適用することを得る．故に質點が圓運動をなす時はその加速度を切線と法線の方向に分解せるものは夫々 dv/dt と v^2/R なる大さを有つ．こゝに R は此徑路の曲率半徑卽ち軌道圓の半徑である．若しその運動が等速であるとすれば，速度の大さ v は一定であるから，$dv/dt=0$ 卽ち切線加速度は零にして，法線加速度は大さ一定で圓の中心 O に向ふことになる．それ故に運動の第二法則に依つて等速圓運動をなす質點に働く力も亦その切線分力は零で，法線の方向卽ち圓の中心 O に向つて働く事が解



第 14 圖

1. d'Alembert's principle.　2. Dynamical equilibrium.　3. Effective force.
4. Kinetic reaction.　5. Force of inertia.

る．その力の大さを F とし，質點の質量を m とすれば運動の方程式は

$$F=\frac{mv^2}{R} \tag{25·1}$$

しかるに v も R も一定なる故に

$$v=\sqrt{\frac{RF}{m}} \tag{25·2}$$

卽ち等速圓運動の速度の大さは半徑及び力の平方根に比例し，質量の平方根に逆比例する．故に質量と半徑が與へられゝば，力が大きければ大きい程益々速度は大となる．

今，質點が O 點の周りに廻轉する角速度の大さを ω とすれば，速度の定義に依つて

$$v=\frac{ds}{dt}=\frac{Rd\theta}{dt}=R\omega \tag{25·3}$$

故に

$$\omega=\frac{v}{R} \tag{25·4}$$

なる關係が成立つ．こゝに (25·2) を代入すれば

$$\omega=\sqrt{\frac{F}{mR}} \quad 或は \quad F=mR\omega^2 \tag{25·5}$$

となる．卽ち等速圓運動の角速度の大さは力の平方根に比例し，質量及び半徑の平方根に逆比例する．

26. 中心力と遠心力　等速圓運動を表はす質點 P の運動方程式は任意の瞬間に於て

$$F=\frac{mv^2}{R} \tag{26·1}$$

第 15 圖

こゝに F は圓の中心Oに向ふ有効力にして, m, v は質點の質量と速度の大さ, R は圓の半徑であり, 又 v^2/R はOに向ふ加速度の大さである. d'Alembert の原理に從へばこの方程式は

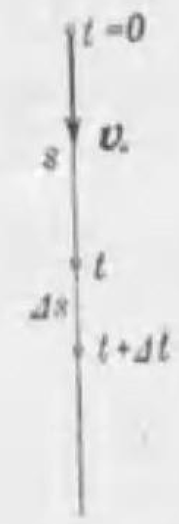
$$F+\left(-\frac{mv^2}{R}\right)=0 \qquad (26\cdot2)$$

と書改め得る故に力 F と, mv^2/R なる大さを有し $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ の方向に向ふ慣性抵抗とが動力學的平衡をなすと見做すことが出來る. 前者は第 **21** 節に述べたる中心力の特別の場合にして, 後者は **遠心力**[1] と呼ばれる. 後者の名の起因は, この力が中心より遠ざかる方向に向ふためである. 卽ちこの運動にありては各瞬間に於て中心力と遠心力とを互に釣合はしめてその質點を恰も靜止せる如く假想して取扱ふことが出來る. 云ひ換へれば遠心力とは中心力と大さ相等しく方向反對にして中心力と共にこの力を假想する事に依つて, 廻轉せる質點を各瞬間に於て恰も靜止の如く取扱ひ得る力であると云つてよい. 卽ちこの遠心力は全く假想的の力であつて實在の力ではない. 例へば絲の端に石を結び, 絲の他端を持つて廻轉する時, 手に及ぼす力は手が石に與へる中心力の反作用であつて遠心力ではない. 又絲が切れる時石がその瞬間の切線の方向に飛び去るのは慣性に依るのであつて遠心力に依るのではない.

27. 落下運動 物體が自由に落下する時, 羽毛の如き輕いもの

1. Centrifugal force.

は遲く, 石の如き重いものは速い. この差違は空氣の抵抗に依つて生ずるのである. 若し空氣の抵抗の極めて小さい裝置, 例へば眞空容器内に於てこれ等を落下せしむる時は兩者殆んど同一の速さで落下することを見る. この自由落下の方向を **鉛直の方向**[1] と名付ける. 實測の結果に依れば眞空内のこの運動は次の如く表はされる. 卽ち速度 v_0 で鉛直の方向に投げたる質點の落下する距離を, 投げたる點を起點として, 鉛直方向の下向きを正として測り, これを s とし, 時間を投げたる瞬間から測つて t とすれば



第 16 圖

$$s=v_0t+\frac{1}{2}gt^2 \qquad (27\cdot1)$$

こゝに g は質點及び速度 v_0, 時間 t, 距離 s に無關係なる常數である.

この關係は t の如何に拘らず成立つ故に $t+\Delta t$ の時刻に於ける落下距離を $s'(=s+\Delta s)$ とすれば

$$s'=s+\Delta s=v_0(t+\Delta t)+\frac{1}{2}g(t+\Delta t)^2 \qquad (27\cdot2)$$

となる. 故に時刻 t に於ける落下速度 v の大さは定義に依つて

$$v=\lim_{\Delta t\to0}\frac{s'-s}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to0}\left\{v_0+\frac{1}{2}g(2t+\Delta t)\right\}=v_0+gt \qquad (27\cdot3)$$

となる. 卽ち速度は時間と共に一次的に增加する. 又この式に於て $t=0$ とすれば $v=v_0$ となり, 所謂初速度が v_0 に等しく與へられた條件を滿足することを知る.

次に $t+\Delta t$ の時刻に於ける速度を $v'=(v+\Delta v)$ とすれば

1. Vertical direction.

$$v'=v+\Delta v=v_0+g(t+\Delta t) \qquad (27\cdot4)$$

なる故に，この運動の時刻 t に於ける加速度を α とすれば，その方向は鉛直下に向ひ，その大さは定義に依つて

$$\alpha=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{v'-v}{\Delta t}=g \qquad (27\cdot5)$$

となる．卽ち實測に於ける落下運動の加速度は一定である．卽ち質點が自由に落下する時は常に同一の加速度 g を受ける．

又上記の關係から逆に計算すれば一定加速度 α で直線運動をする時の移動距離 s と時間 t 及び初速度 v_0 の關係は

$$s=v_0t+\frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad (27\cdot6)$$

なることが知れる．

(27·3) より t を求め，その値を (27·1) に代入すれば

$$v^2=v_0^2+2gs \qquad (27\cdot7)$$

となる．これは速度と距離との關係である．

次に s の正の方向を上向きとし，v_0 を鉛直上向きの初速度とすればgのみが下向となり (27·6) 式中の $\alpha=-g$ であるから

$$s=v_0t-\frac{1}{2}gt^2 \qquad (27\cdot8)$$

第 17 圖

となる．されば此の際は (27·3), (27·7) に相當する式は夫々

$$v=v_0-gt \qquad (27\cdot9)$$

$$v^2=v_0^2-2gs \qquad (27\cdot10)$$

となる．しかるに (27·9) に於て t が v_0/g より小なる時は v は正なれ

ども

$$\frac{v_0}{g}(=t_1) \qquad (27\cdot11)$$

に於て $v=0$ となり，t が此値を超えると v は負になる．卽ち質點は t_1 に於て最高の點に達し，それより落下し始めることがわかる．

この最高點の s の値を h とすれば (27·8) に (27·11) を代入することに依つて

$$h=\frac{v_0^2}{2g} \qquad (27\cdot12)$$

又質點が始めの位置に返るに要する時間を t_2 とすれば，t_2 は (27·8) に於て $s=0$ とすれば得られる．卽ち

$$v_0t-\frac{1}{2}gt^2=0 \qquad t\left(v_0-\tfrac{1}{2}gt\right)=0.$$

この方程式の二根の内 $t=0$ は捨てゝ　　$t=0$ or $t=\frac{2v_0}{g}.$

$$t_2=\frac{2v_0}{g} \qquad (27\cdot13)$$

を得る．(27·11) と (27·13) とを比較すれば元の位置に戻る時間は最高點に達する時間の丁度2倍に等しきことを知る．從つて質點が始めの位置より最高點まで上るに要する時間と，最高點より始めの位置に歸へる迄の時間とは相等し．

又質點が始めの位置に到達する時に有する速度を v_2 とすれば (27·9) の t に (27·13) の t_2 を置換へることに依つて

$$v_2=v_0-g\left(\frac{2v_0}{g}\right)=-v_0 \qquad (27\cdot14)$$

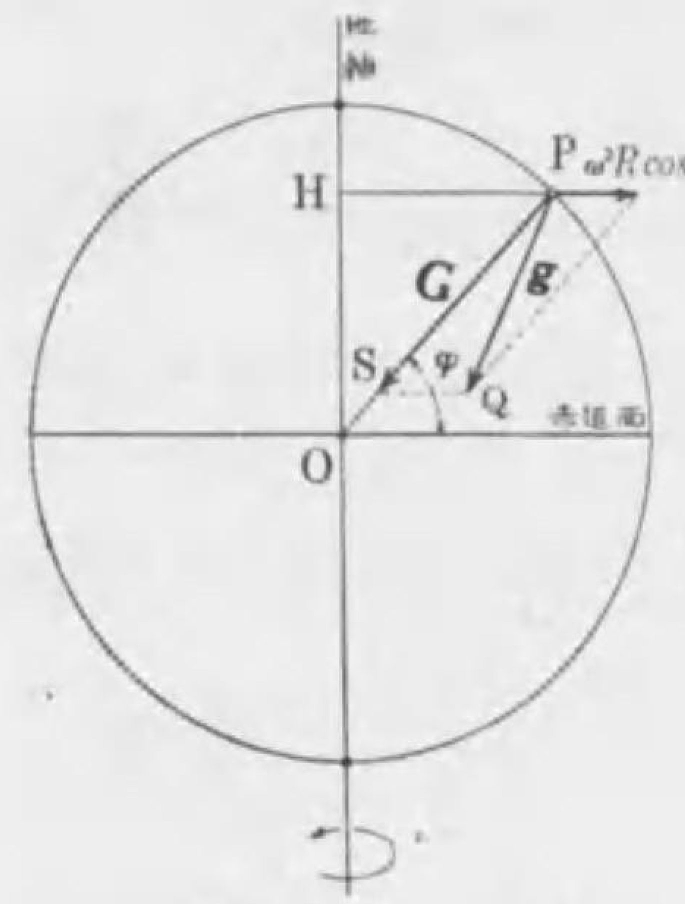
卽ち物體が始めの位置に戻つた時に有する速度は初速度と丁度反對の方向を向き，その大さは相等し．

28. 重力　前節に述べし如く落下する物體は常に鉛直下向きに加速度 g を受ける．この運動は第二法則に依つて，質量 m の物體に g と同じ向きに大さ mg に等しき力が働くために外ならぬ．この力は物體が如何なる運動狀態にあつても又たとへ靜止して居つても絶えずそれに働く．例へば机上又は手の上に置ける物體は此力に引かれて机又は手を壓する．この力を **重力**[1] と云ふ．從つて單位質量の物體に働く重力は g である．これは地球が物體に及ぼす力である．地球は極めて僅かに扁平なる殆んど球に近き廻轉橢圓體であつて，その扁平なる方向を軸とし等速にて廻轉して居る．その軸を地軸と云ひ，その廻轉を自轉と云ふ．地上に靜止する物體はすべて地球と共にこの運動をして居る．即ち地上の靜止體はこの廻轉運動をなすがために中心力を要するわけである．しかるに地上の物體に實際働く有效力は地球がそれに及ぼす萬有引力のみである．故にその物體の廻轉に要する中心力としてはこの萬有引力の一部が用ひられねばならぬ．即ち重力は萬有引力とこの中心力の差に外ならない．

これを d'Alembert の原理より說明すれば次の如く云へる．即ち物體は地軸に對して等速圓運動をして居るが我々がこの圓運動を無視し，地面に固定せる基準系に對してその運動を考へるために物體には圓運動に對する慣性抵抗，即ち遠心力を實際に働く有效力，即ち中心力より引いた殘りの力が作用するものとせねばならぬのである．

今，計算の便宜上地球の形を半徑 R の球形と假定すれば地球上の

1　Gravity.



第 18 圖

物體に作用する萬有引力は地球の中心に向ひ，その大さは地球表面上到る所同一である．その値を G を以て表はさう．緯度 φ の地點に單位質量の物體 P を考へれば，この物體が地軸の周りに廻る圓運動の半徑 PH は $R\cos\varphi$ である．故に自轉の角速度を ω とすれば，この圓運動を無視するための遠心力は $\omega^2 R\cos\varphi$ である．從つて P 點に於ける單位質量に働く重力 g は地球の中心 O に向ふ G とこの $\omega^2 R\cos\varphi$ の合力に等しくその大さは三角形 PQS に依つて

$$g=\{G^2+(\omega^2 R\cos\varphi)^2-2G\omega^2 R\cos\varphi\cdot\cos\varphi\}^{\frac{1}{2}}$$

$$=G\left\{1+\left(\frac{\omega^2 R}{G}\right)^2\cos^2\varphi-2\left(\frac{\omega^2 R}{G}\right)\cos^2\varphi\right\}^{\frac{1}{2}} \qquad (28\cdot1)$$

故に赤道 $(\varphi=0)$ に於ける g の値を g_0 とすれば

$$g_0=G\left(1-\frac{\omega^2 R}{G}\right) \qquad (28\cdot2)$$

この値は實測に依れば 978 cm/sec^2 である．

上式より

$$G=g_0+\omega^2 R \qquad (28\cdot3)$$

しかるに地球は約 $23^h\,56^m$ で一自轉をする故に ω は

$$\omega=\frac{2\pi}{23^h\,56^m}=7.3\times10^{-5}\left[\frac{\text{ラヂアン}}{\text{sec}}\right] \qquad (28\cdot4)$$

又地球の半徑は

$$R=6.4\times10^{8}\ \mathrm{cm} \tag{28·5}$$

$$\therefore\quad \omega^2 R=5.3\times10^{-9}\times6.4\times10^{8}=3.4\,[\mathrm{cm/sec^2}] \tag{28·6}$$

これを (28·3) に代入すれば

$$G=978+3.4=981.4 \tag{28·7}$$

從つて ω^2R/G は約 3.5×10^{-3} で甚だ小さい故に (28·1) に於て括弧內の第二項を省略し，更に殘りを二項定理にて展開し ω^2R/G の自乘以上の項を捨てれば

$$g=G-\omega^2R\cos^2\varphi \tag{28·8}$$

そこでこの式の $\cos^2\varphi$ の代りに

$$\cos^2\varphi=\frac{1}{2}(1+\cos2\varphi)$$

と置けば

$$g=G-\frac{\omega^2R}{2}-\frac{\omega^2R}{2}\cos2\varphi$$

となる故に (28·6) と (28·7) の數値を入れると

$$g=979.7-1.7\cos2\varphi \tag{28·9}$$

しかるに實際には地球は球形でなく橢圓體であるから g の φ に對する式はこれと稍異なる計りでなく，物體の高さに對してもその値を異にする．卽ち緯度 φ，海面上よりの高さ $h$cm の點の g の値は Helmert に依れば

$$g=980.616-2.5928\cos2\varphi+0.0069\cos^2 2\varphi-0.0003086h \tag{28·10}$$

で與へられる．されば g の値は赤道に於て最小にして，緯度と共に增加し極に於て最大となり，緯度 45° の海面上では 980.616 cm/sec^2 となる．g を重力の强さとも云ふ．

29. 重量 質量 m g の物體に働く重力は mg ダインである．我々が物體の **目方**[1] 又は **重量**[2] と名付くるものはこの力を謂ふのである．しかるに g は地球上の場所に依つて多少異なるから，たとへ同一物體であつてもそれを置く位置に依つてその重量が異なる．故に重量は物體自身の特性を表はす量ではない．けれども同一地點に於て相異なる物體の重量の比をとればその値は兩物體の質量の比に等しく，地球上如何なる位置に於ても同一である．されば一つの標準となる質量の物體を單位と定めれば他の物體の質量は同一地點に於けるその物體の標準物體に對する重量比を以て表はすことが出來る．卽ち同一地點に於て一物體に作用する重力が國際度量衡法に定めたる瓩原器に作用する重力の n 倍である時にその物體の **重力質量**[3] を n kg であると云ふ．

單位質量に作用する重力卽ち重力の强さは g である．故に任意の力はそれが働く位置に於ける重力の强さを單位として測ることができる．この單位を **力の重力單位**[4] と云ふ．例へば 1g に及ぼす重力を單位として 1gw (グラム重) と云ふが如し．1gw を c-g-s 單位に直せば

$$1\,\mathrm{gw}=g\ \text{ダイン} \tag{29·1}$$

從つて逆に，

$$1\ \text{ダイン}=\frac{1}{g}\,\mathrm{gw}$$

g を 980 と選めば

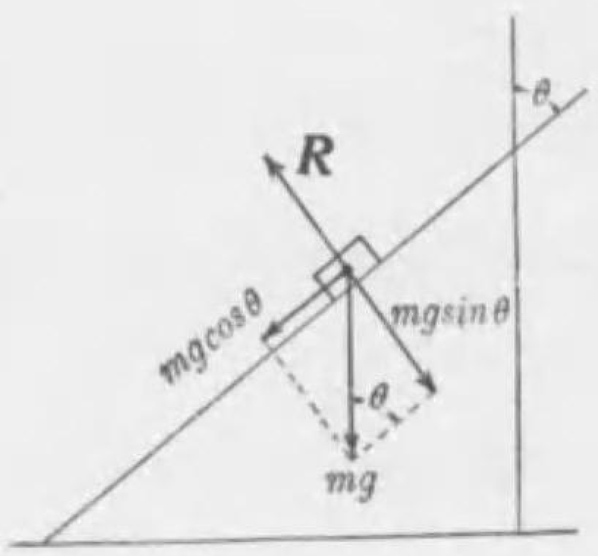
$$\fallingdotseq 0.001\,\mathrm{gw}=1\,\mathrm{mgw}\ (\text{瓱重})$$

長さ，時間及び重力を基本單位とせる單位系を **重力單位系**[5] と名

1. 2. Weight. 3. Gravitational mass. 4. Gravitational unit of force. 5. Gravitational system of units.

付け，主として工學に於て用ひらる．

30. 拘束運動　絲に吊られた物體の振動又は或面上を滑る物體の如く自由でなくそれに或る制限の附けられたる運動を **拘束運動**[1] と云ふ．今一つの質點が鉛直線と θ なる傾きの摩擦なき斜面上を滑り落ちる場合を考へよう．その質量を m とすれば，質點には鉛直下向きに大さ mg の重力が働く．この力を斜面に平行と垂直に分解すればその各分力は夫々 $mg\cos\theta$ と $mg\sin\theta$ である．この内後者は斜面に拘束されて運動に與からない部分で，云ひ換へれば質點はこの力で斜面を壓し，斜面はその反作用として抗力 R を質點に及ぼす故に第三法則に依つて



第 19 圖

$$R = mg\sin\theta \qquad (30{\cdot}1)$$

にして，質點はこの二力を受けてこの方向には運動の變化を生じない．R の如く拘束の反作用として働く力を **拘束力**[2] と云ふ．

さて質點の運動に與かるのは前者，即ち $mg\cos\theta$ である．この力は斜面に沿うて下向きに働く故にその向きに測れる加速度の大さを α とすれば第二法則に依つてこの場合の運動方程式は

$$m\alpha = mg\cos\theta \qquad (30{\cdot}2)$$

m を兩邊より約せば

$$\alpha = g\cos\theta \qquad (30{\cdot}3)$$

即ち斜面に沿うての加速度はその質量に無關係にして一定であるこ

1. Constrained motion.　2. Force of constraint.

とがわかる．故に第 **27** 節と同様に

$$\left.\begin{aligned} v &= v_0 + g\cos\theta\cdot t, \\ s &= v_0 t + \frac{1}{2} g\cos\theta\cdot t^2, \\ v^2 - v_0^2 &= 2g\cos\theta\cdot s \end{aligned}\right\} \qquad (30{\cdot}4)$$

こゝに v_0 は $t=0$ に於ける斜面に沿ふて下向きの速度である．

又質點が等角加速度運動をなす場合にはこれと全く同様なる關係の存在することが明かである．即ち角加速度を γ，初めの角速度を ω_0 とすれば，時間 t 後の角速度 ω とその時刻の廻轉角 θ は

$$\left.\begin{aligned} \omega &= \omega_0 + \gamma t, \\ \theta &= \omega_0 t + \frac{1}{2}\gamma t^2 \end{aligned}\right\} \qquad (30{\cdot}5)$$

で與へられ，兩式より t を消去すれば

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\gamma\theta \qquad (30{\cdot}6)$$

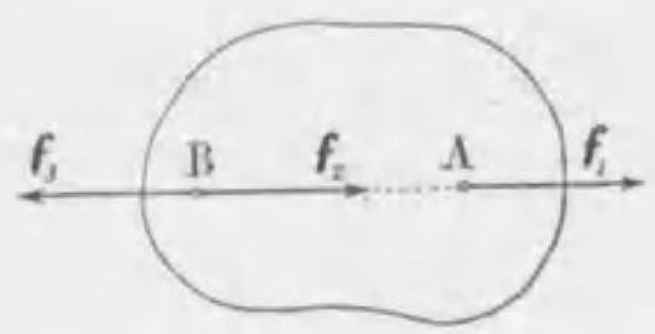
を得る．

第四章 剛體の力學

31. 力の移動性 全體としては運動し得るがその各點が互に移動し得ざる物體を **剛體**[1] と名付ける．凡そ物體は無數の小さい部分より成ると考へ，その部分を夫々質點と見做し得る故に，逆に物體は無數の質點が連續的に密集せる質點系と考へることができる．この意味に於て剛體とはそれを構成せる各質點間の相互位置が一定不變の質點系であると云つてよい．

さて剛體に力が働く際にはその力の直接に作用する點，即ち **着力點**[2] は力の方向を表はす直線，即ち力の **作用線**[3] 上にある物體内の任意の點に移しても物體の運動に對する力の效果は變らない．この證明は次のやうにしてこれをなすことができる．

我々の經驗に依れば，剛體に於て一つの點に大さ等しく方向反對なる二つの力を加へるか，又は二つの點に夫々大さ相等しく方向はそれ等の點を結ぶ直線に沿うて反對に向ふ二つの力を加へても物體の運動の有樣には何等の變化も起ることがない．即ちかくの如き二力は同時にそれを加へても，同時にそれを取除いても差支ない．



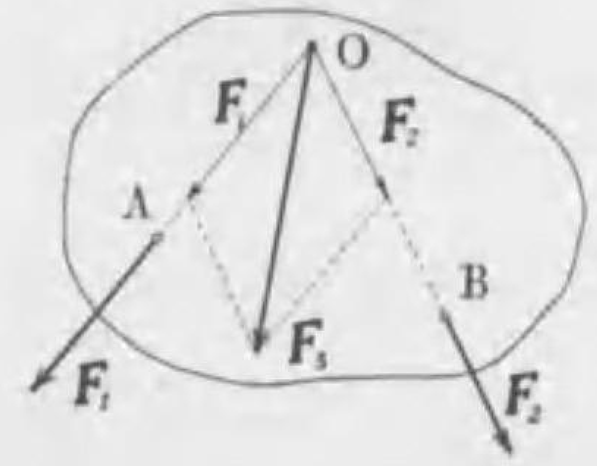
第 20 圖

今，一つの剛體内の一點Aに f_1 なる力が作用するものとし，f_1 の

1. Rigid body. 2. Point of application of force. 3. Line of action.

作用線上に於て物體内に任意の點Bを選び，Bに於て大さは何れも f_1 に等しく方向は $\overrightarrow{BA}$，及び $\overrightarrow{AB}$ の方向に作用する二つの力 f_2 及び f_3 を加へたとする．しかるときは f_1 と f_3 を打消す一組と考へて取除いても宜しき故に，Aに於ける f_1 はBに於ける f_2 を以て置換へ得ることがわかる．これを **力の移動性** と云ふ．

32. 剛體に働く力の合成 質點に働く力は質點の擴がりを無視し得る故に一點に働くものとして直ちに中斜法を適用してその合力を求めることができる．しかるに剛體は或擴がりを持ち得る故に同時に働く力の着力點は必ずしも同一點とは限らず，夫々相異なる二點である場合も有り得るわけである．且つ假令一剛體に働く力が僅かに二つの場合であつてもそれ等の力が同一平面上にある場合と，然らざる場合とが存在する．更に前の場合に於ても二力が平行なる場合と然らざる場合とが區別される．



第 21 圖

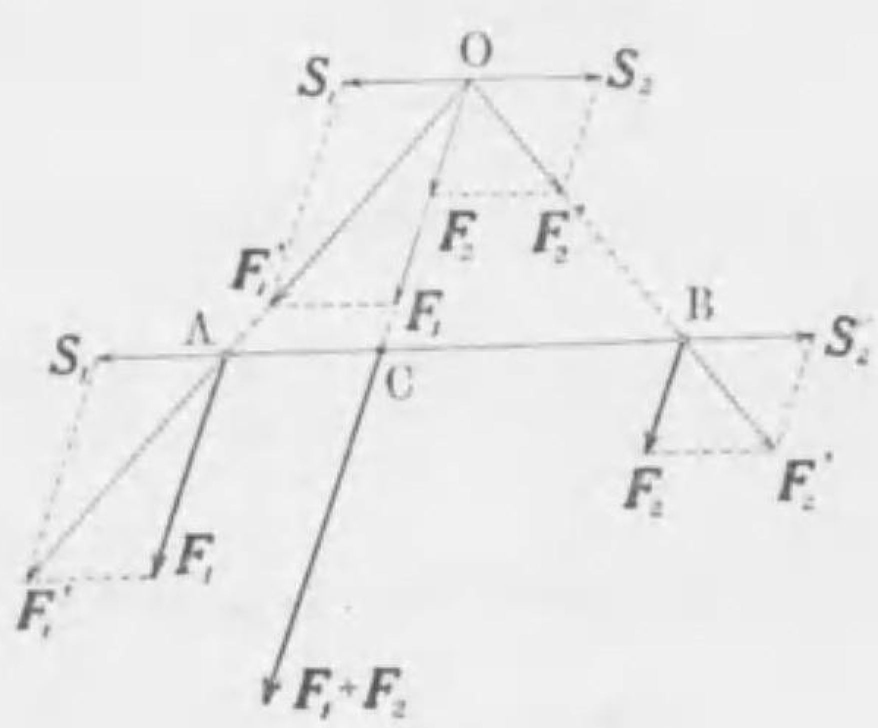
先づ二力が同一平面上にあつて平行でない場合を考へよう．A, Bを二力 F_1, F_2 の着力點とする．然る時は二力 F_1, F_2 の作用線を延長してOに於て交らしめ二力をOに移動せしめ得る故にO點に於て中斜法を行ひ之を合成して合力 F_3 を求めることができる．

しかしこの方法は互に平行なる二力の合成には直ちに適用することができない．何となれば平行なる場合にはその二力の作用線は相交らぬからである．この場合には次節に述べる如き合成法を以てす

るのである．

33. 平行力の合成 剛體の二點 A, B に作用する二つの平行力 F_1, F_2 の合力を求めよう．

(1) 先づ F_1, F_2 が **同じ方向** を有する場合を述べる．A 點と B 點に於て大さ相等しく方向は A と B を連絡する直線に沿うて反對に向ふ二力 S_1, S_2 を加へても差支ない．A と B に於て F_1 と S_1 及び F_2 と S_2 とを組合せて F_1' 及び F_2' とを得るものとする．S_1, S_2 の大さを適當にとれば F_1', F_2' の作用線の交點Oを物體中に持來すことが出來る．斯くの如くすれば F_1', F_2' は O なる點に移してそれを初めの力に分解し，S_1 と S_2 は取除くことが出來る故に結局同じ方向を有する F_1 と F_2 とが殘る．從つて求むる合力として，與へられたる力 F_1, F_2 と同じ方向を有し大さ F_1+F_2 なる力を得ることがわかる．この合力の作用線の位置を求むるためには，それと AB との交點 C の位置を定むれば充分である．△ACO と △$F_1'F_1$A とは相似形なる故に



第 22 圖

$$\overline{AC} : \overline{OC} = S_1 : F_1 \qquad (33\cdot1)$$

即ち
$$F_1 \times \overline{AC} = S_1 \times \overline{OC} \qquad (33\cdot2)$$

同樣にして △BCO と △$F_2'F_2$B とは相似形なる故に

$$\overline{BC} : \overline{OC} = S_2 : F_2 \qquad (33\cdot3)$$

$$\therefore \quad F_2 \times \overline{BC} = S_2 \times \overline{OC} \qquad (33\cdot4)$$

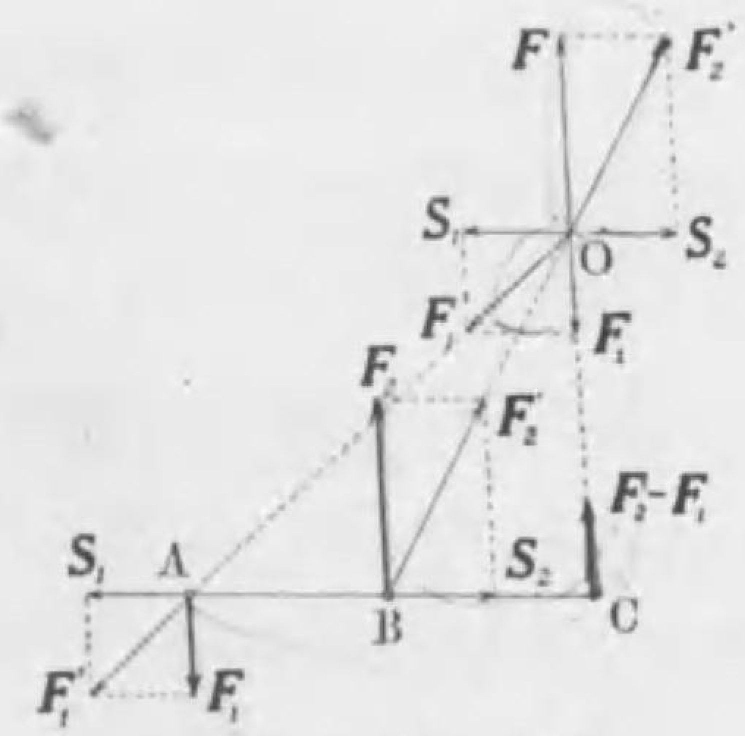
しかるに $S_1 = S_2$ なる故に

$$F_1 \times \overline{AC} = F_2 \times \overline{BC} \qquad (33\cdot5)$$

從つて
$$\overline{AC} : \overline{BC} = F_2 : F_1 \qquad (33\cdot6)$$

即ち剛體に同一方向を有する二つの平行力が働く時は，その合力の大さはそれ等の大さの和に等しく方向はそれ等と一致し，且つ二力の着力點を結ぶ直線を夫々力の大さの逆比に內分する點を通過する．

(2) 次ぎに F_1, F_2 が **反對の方向** を有する場合を考へよう．前の場合と同樣に A, B に於て二つの力 S_1 及び S_2 を附け加へ F_1', F_2' を得るものとする．然る時は若し F_1 が F_2 に等しければ明かに F_1' は F_2' に平行となつてこの兩者は相交ることがない．されば この方法を適用し得るためには F_1 と F_2 と相異なることが必要である．例へば F_1 より F_2 が大なりとすれば F_1' と F_2' の作用線は圖の如く O 點に於て交る．そこでそれ等の力をO點に移して元の分力に分解して S_1 と S_2 を取除けば CO に沿うて作用する力 $F_2 - F_1$ が殘る．そして前と同樣に



第 23 圖

$$\overline{AC} : \overline{OC} = S_1 : F_1 \qquad (33\cdot7)$$

$$\therefore \quad F_1\times\overline{\mathrm{AC}}=S_1\times\overline{\mathrm{OC}} \tag{33·8}$$

にして

$$\overline{\mathrm{BC}}:\overline{\mathrm{OC}}=S_2:F_2 \tag{33·9}$$

$$\therefore \quad F_2\times\overline{\mathrm{BC}}=S_2:\overline{\mathrm{OC}} \tag{33·10}$$

從つて

$$F_1\times\overline{\mathrm{AC}}=F_2\times\overline{\mathrm{BC}}$$

卽ち

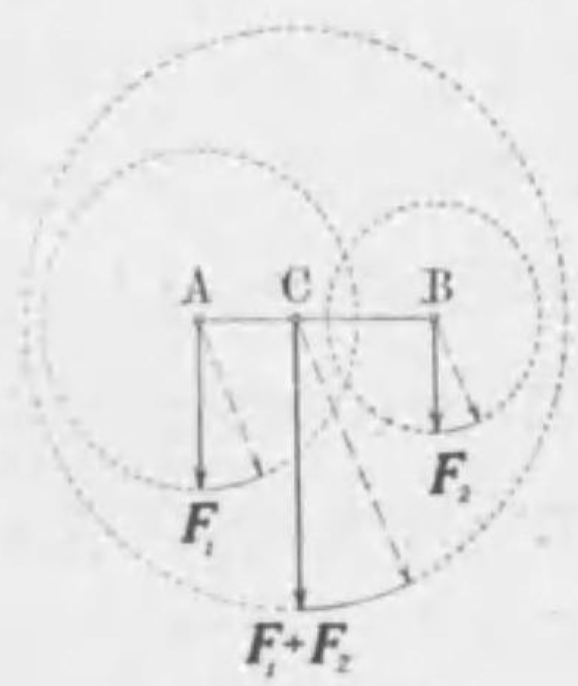
$$\overline{\mathrm{AC}}:\overline{\mathrm{BC}}=F_2:F_1 \tag{33·11}$$

故に剛體に大さ等しからずして向きの反對なる平行な二力が作用する時は，その合力は，大さはそれ等の差に等しく，方向は大なる力の向きと一致し，且つ二力の着力點を結び付ける直線分を，大なる力の側に於て二力の大さの逆比に外分する點を通過することがわかる．

34. 平行力の中心，質心，重心 前節に述べたる如く F_1, F_2 なる平行力の合力の作用線が AB を切る點 C は

$$\overline{\mathrm{AC}}:\overline{\mathrm{BC}}=F_2:F_1 \tag{34·1}$$

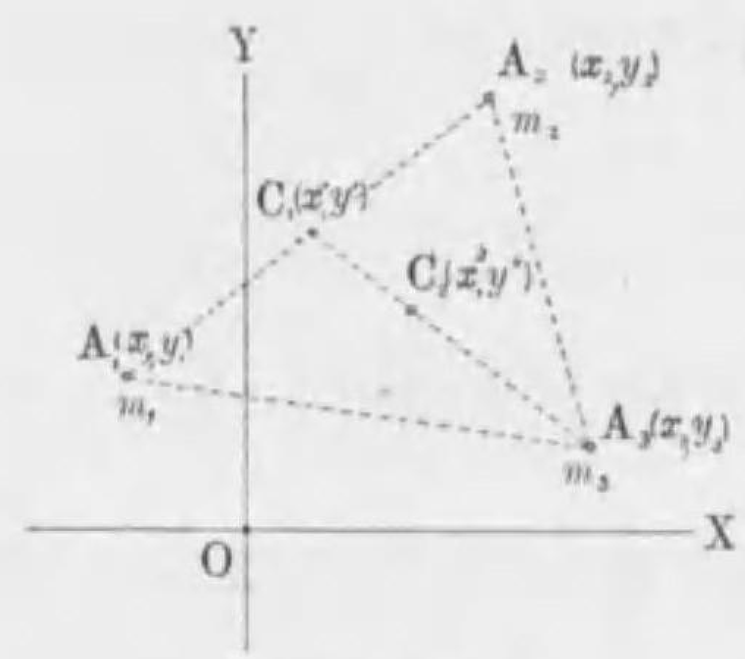
にて與へられる故に F_1, F_2 の大さとその着力點とが與へられるならばその力の方向が何れに向はうとも無關係である．云ひ換へれば二つの平行力 F_1, F_2 が A 及び B に作用する時は，それが如何なる方向に作用するもそれ等の合力は常に同一の點 C を通過する．C を **平行力**[1] F_1, F_2 **の中心**[2] と名付ける．



第 24 圖

剛體に多くの平行力が作用する時は，

1. Parallel forces. 2. Center.



第 25 圖

それ等にすべて上述の方法を繰返してその合力を求めることができる．而してその終局の合力も矢張與へられた平行力の大さ及び着力點の位置のみに關する一定點を通過することは明かである．斯くの如き點は **與へられた一組の平行力の中心** と呼ばれる．

重力の場内にある質點系はその分布の擴がりが大ならざる限りすべて殆んど平行な方向に重力を受ける．卽ちこれは一つの平行力の場合である．

今三つの質點 A_1, A_2, A_3 の質量を m_1, m_2, m_3 とすれば，それ等に働く力は夫々 m_1g, m_2g, m_3g の大さを有する平行力である．先づ m_1g, m_2g の合力を考へればそれは $(m_1+m_2)g$ の大さを持ち，A_1A_2 を $m_2:m_1$ の比に內分する點 C_1 がその中心である．今三點の定むる平面內に任意に選んだ座標軸 OX, OY に對して A_1 の座標を (x_1, y_1), A_2 の座標を (x_2, y_2) とすれば C_1 點の座標 (x', y') は

$$(x'-x_1):(x_2-x')=m_2:m_1 \tag{34·2}$$

$$(y'-y_1):(y_2-y')=m_2:m_1 \tag{34·3}$$

$$\therefore \quad x'=\frac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2}, \quad y'=\frac{m_1y_1+m_2y_2}{m_1+m_2}, \tag{34·4}$$

次に C_1 に於ける $(m_1+m_2)g$ と A_3 に於ける m_3g の合力は C_1A_3 を $m_3:m_1+m_2$ の比に分つ點 C_2 に作用する $(m_1+m_2+m_3)g$ の力で

ある．C_2 點の座標を (x'', y'') とすれば

$$(x_3-x''):(x''-x')=(m_1+m_2):m_3 \tag{34·5}$$

$$(y''-y_3):(y'-y'')=(m_1+m_2):m_3 \tag{34·6}$$

$$\therefore\quad x''=\frac{m_1x_1+m_2x_2+m_3x_3}{m_1+m_2+m_3},\quad y''=\frac{m_1y_1+m_2y_2+m_3x_3}{m_1+m_2+m_3} \tag{34·7}$$

これは m と x の附數に對して對稱的な形を持つ式であるから，三つの質點の內どの二つを先きに選みて中心を求むるも同じ式に到達する．

この式は多くの質點よりなる質點系に對しても同樣な形をもつ．これを證するには歸納法を用ふればよい．卽ち今 n 箇の一平面上にある質點系を考へて $(n-1)$ 個の質點の中心 C_{n-1} の座標 (x^{n-1}, y^{n-1}) が

$$\left.\begin{aligned} x^{n-1}&=\frac{m_1x_1+m_2x_2+\cdots+m_{n-1}x_{n-1}}{m_1+m_2+\cdots\cdots+m_{n-1}},\\ y^{n-1}&=\frac{m_1y_1+m_2y_2+\cdots\cdots+m_{n-1}y_{n-1}}{m_1+m_2+\cdots\cdots+m_{n-1}} \end{aligned}\right\} \tag{34·8}$$

で與へられるとすれば，これと質點 A_n (質量 m_n, 座標 x_n, y_n) との中心 C_n は，A_nC_{n-1} を m_n と $m_1+m_2+\cdots\cdots+m_{n-1}$ の逆比に內分する點である．故にその座標を $\bar{x}, \bar{y}$ とすれば

$$(x_n-\bar{x}):(\bar{x}-x^{n-1})=(m_1+m_2+\cdots\cdots+m_{n-1}):m_n \tag{34·9}$$

$$(y_n-\bar{y}):(\bar{y}-y^{n-1})=(m_1+m_2+\cdots\cdots+m_{n-1}):m_n \tag{34·10}$$

となり，從つて

$$\bar{x}=\frac{m_1x_1+m_2x_2+\cdots\cdots+m_nx_n}{m_1+m_2+\cdots\cdots+m_n},$$

$$\bar{y}=\frac{m_1y_1+m_2y_2+\cdots\cdots+m_ny_n}{m_1+m_2+\cdots\cdots+m_n} \tag{34·11}$$

となる．これが $m_1, m_2, \cdots\cdots, m_n$ の中心の座標である．

一般に質點が同一平面上にない場合には，その中心の位置はこの外に座標 $\bar{z}$ に對して

$$\bar{z}=\frac{m_1z_1+m_2z_2+\cdots\cdots+m_nz_n}{m_1+m_2+\cdots\cdots+m_2} \tag{34·12}$$

となるだけである．斯くの如き點は質點の位置と質量が一定なる限り，如何なる向きに重力が作用しても同一である．これを **質量の中心**[1]，或は單に **質心** と云ふ．或は重力の中心と云ふ意味で **重心**[2] とも云はれる．

剛體は質點が連續的に密集し，その相互位置を變ぜざるものと定義せられる故に，剛體の質心又は重心は全く上述の式の形をとることは明かである．而して剛體に働く重力の合力は恒にその重心を通つて働き，その大さは全質量をその點に置きたる時に働く重力の大さに等し．

35. 質心の運動　質點系に於てその質心の座標は

$$\bar{x}=\frac{m_1x_1+m_2x_2+\cdots\cdots+m_nx_n}{m_1+m_2+\cdots\cdots+m_n}=\frac{m_1x_1+m_2x_2+\cdots\cdots+m_nx_n}{M} \tag{35·1}$$

こゝに M は全質量の和である．分母を拂へば

$$M\bar{x}=m_1x_1+m_2x_2+\cdots\cdots+m_nx_n \tag{35·2}$$

これは如何なる時刻にも成立つから，$\varDelta t$ なる時間に對する變化と $\varDelta t$ の比を作つて $\varDelta t\to 0$ とすれば

1. Center of mass.　2. Center of gravity.

$$M\frac{d\bar{x}}{dt}=m_1\frac{dx_1}{dt}+m_2\frac{dx_2}{dt}+\cdots\cdots+m_n\frac{dx_n}{dt}. \qquad (35\cdot3)$$

となる．こゝに $\frac{d\bar{x}}{dt}$, $\frac{dx_1}{dt}$, $\frac{dx_2}{dt}$, $\cdots$, $\frac{dx_n}{dt}$ は重心及び各質點の x 分速度の大さである．故にその分速度を $\bar{\boldsymbol{v}}_x$, $\boldsymbol{v}_{1x}\,\boldsymbol{v}_{2x}\cdots$, $\boldsymbol{v}_{nx}$ とすれば，上式は

$$M\bar{\boldsymbol{v}}_x=m_1\boldsymbol{v}_{1x}+m_2\boldsymbol{v}_{2x}+\cdots\cdots+m_n\boldsymbol{v}_{nx} \qquad (35\cdot4)$$

同様に y, z に對する分速度に對しては

$$M\bar{\boldsymbol{v}}_y=m_1\boldsymbol{v}_{1y}+m_2\boldsymbol{v}_{2y}+\cdots\cdots+m_n\boldsymbol{v}_{ny} \qquad (35\cdot5)$$

$$M\bar{\boldsymbol{v}}_z=m_1\boldsymbol{v}_{1z}+m_2\boldsymbol{v}_{2z}+\cdots\cdots+m_n\boldsymbol{v}_{nz} \qquad (35\cdot6)$$

故にこの兩邊を加へ合せ

$$\bar{\boldsymbol{v}}_x+\bar{\boldsymbol{v}}_y+\bar{\boldsymbol{v}}_z=\bar{\boldsymbol{v}},\quad \boldsymbol{v}_{1x}+\boldsymbol{v}_{1y}+\boldsymbol{v}_{1z}=\boldsymbol{v}_1,\quad \boldsymbol{v}_{2x}+\boldsymbol{v}_{2y}+\boldsymbol{v}_{2z}=\boldsymbol{v}_2,\ \cdots\cdots,$$

$$\boldsymbol{v}_{nx}+\boldsymbol{v}_{ny}+\boldsymbol{v}_{nz}=\boldsymbol{v}_n \qquad (35\cdot7)$$

と置けば

$$M\bar{\boldsymbol{v}}=m_1\boldsymbol{v}_1+m_2\boldsymbol{v}_2+\cdots\cdots+m_n\boldsymbol{v}_n \qquad (35\cdot8)$$

されば質點系の運動量の總和，卽ち全運動量は全質量と質心の速度の積に等し．

この式も亦如何なる時刻にも成立つから，兩邊の $\varDelta t$ 間の變化を $\varDelta t$ で割つて $\varDelta t\to0$ とすれば

$$M\frac{d\bar{\boldsymbol{v}}}{dt}=m_1\frac{d\boldsymbol{v}_1}{dt}+m_2\frac{d\boldsymbol{v}_2}{dt}+\cdots\cdots+m_n\frac{d\boldsymbol{v}_n}{dt}. \qquad (35\cdot9)$$

となる．そこで各質點に作用する力を夫々 $\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2, \cdots\cdots, \boldsymbol{f}_n$ とすれば各質點の運動の方程式は夫々

$$m_1\frac{d\boldsymbol{v}_1}{dt}=\boldsymbol{f}_1,\quad m_2\frac{d\boldsymbol{v}_2}{dt}=\boldsymbol{f}_2,\quad \cdots\cdots,\quad m_n\frac{d\boldsymbol{v}_n}{dt}=\boldsymbol{f}_n \qquad (35\cdot10).$$

であるから，これを (35·9) の右邊に代入すれば

$$M\frac{d\bar{\boldsymbol{v}}}{dt}=\boldsymbol{f}_1+\boldsymbol{f}_2+\cdots\cdots+\boldsymbol{f}_n \qquad (35\cdot11)$$

となる．この方程式の右邊は各質點に働く力のヴェクトル和である．しかるに質點に働く力は質點同志間の內力と外部より働く外力の和である．このうち，內力は第三法則によつて作用，反作用相等しき故に，全體の力の和に對しては互に打消し合つて零となる．故に $\boldsymbol{f}_1+\boldsymbol{f}_2+\cdots\cdots+\boldsymbol{f}_n$ は質點系に働く外力 $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \cdots\cdots, \boldsymbol{F}_n$ だけの和に等しく，(35·11) は

$$M\frac{d\bar{\boldsymbol{v}}}{dt}=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2+\cdots\cdots+\boldsymbol{F}_n \qquad (35\cdot12)$$

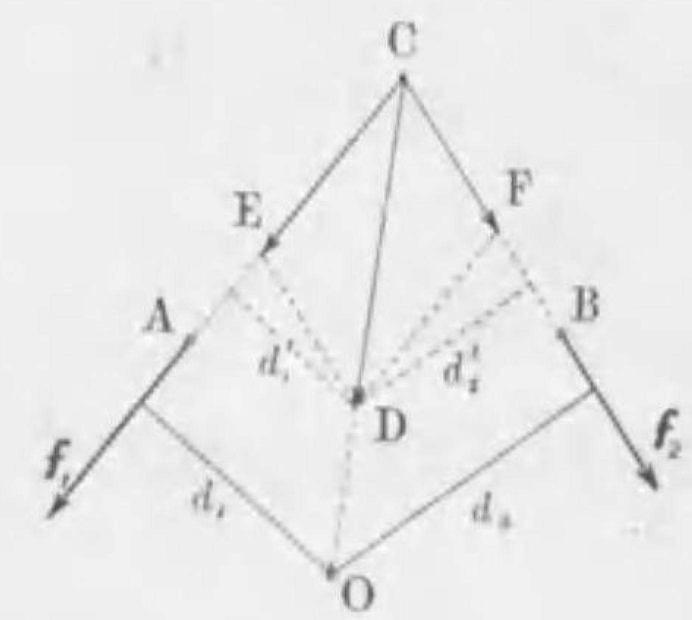
この式は與へられた質點系の質心の運動が恰もその系の全質量が質心に集まつてすべての外力の合力に作用された時の運動と同樣であることを示す．

全外力の合力が零なる時は質心の加速度は零にして，靜止するか又は等速直線運動をする．故に (35·8) によつて $\bar{\boldsymbol{v}}$ は一定にして $M\bar{\boldsymbol{v}}$ は一定，從つて右邊の質點系の運動量の總和は變化しない．これを**運動量保存の原理**[1] と名付ける．

36. 力の能率　物體を或一直線の周りに廻轉し得る樣に裝置してその物體中の或一點に力を加へると，一般にその線を軸とする廻轉運動を生ずる．この力を軸に平行と垂直なる二力に分解したと考へれば，平行分力は廻轉を生ずることに與からない故に，軸に垂直

1. Principle of conservation of momentum.

な分力だけそれに與かることがわかる.



第 26 圖

さてかくの如き廻轉に對する力の效果の大小を表はさんが爲めに **力の能率**[1] なる量を考へる. 卽ち, 或軸に關する力 f の能率とはその軸への垂直分力の作用線と軸との間の距離と垂直分力の大さとの相乘積をその大さとする量と定義する. この定義の妥當なる事は次の說明に依つて明かである. 今, 剛體の二點 A, B に何づれも紙面上にある二力 f_1, f_2 が作用し, それ等の作用線が物體內の一點 C に於て交るものと考へれば, f_1, f_2 の著力點を C 點に移して $\overrightarrow{CE}, \overrightarrow{CF}$ とし, 其合力 $\overrightarrow{CD}$ が得られる (第 **33** 節參照). 然る時は CD 線上の任意の點 O を通つて紙面に垂直の軸に關してはこの合力が物體を廻轉せんとする效果はない. この事は f_1 が一つの向きに物體を廻轉せんとする效果と f_2 がその反對の向きに廻轉せんとする效果とが相等しくして互に打消し合ふ事に外ならない. O と D より f_1, f_2 の作用線に垂直線を引きその長さを夫々 d_1, d_2 及び d_1', d_2' とすれば

$$\overline{CE}\cdot d_1' = \overline{CF}\cdot d_2' \qquad (36\cdot1)$$

しかるに
$$d_1' : d_2' = d_1 : d_2 \qquad (36\cdot2)$$

なる故に
$$\overline{CE}\cdot d_1 = \overline{CF}\cdot d_2 \qquad (36\cdot3)$$

卽ち
$$f_1 \cdot d_1 = f_2 \cdot d_2 \qquad (36\cdot4)$$

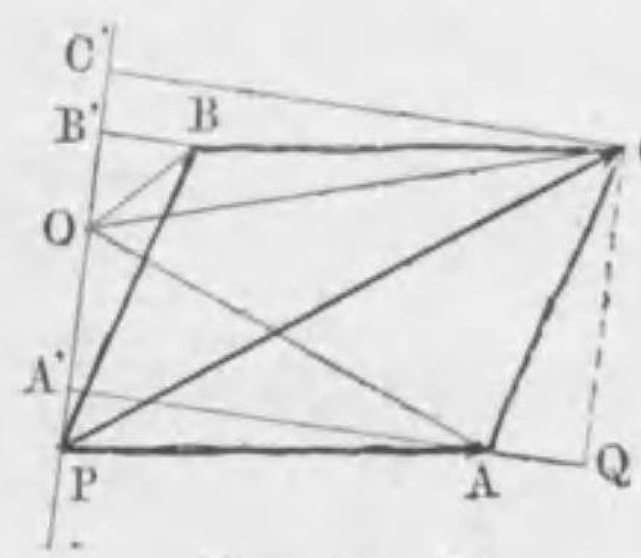
1. Moment of force.

されば二力の廻轉の效果が相等しき時は $f\cdot d$ で表はされる能率の大さが相等しい事を知る.

上述の如く定義された力の能率の大さは軸への垂直分力のヴェクトルを含んで軸に垂直な平面が軸を切る點を頂點とし垂直分力を底邊とする三角形の面積の二倍に等し. 又通常或側より見てその力の作用が物體を時計の針と反對の向きに廻轉せんとする場合にはその能率を正とし, 時計の針と同じ向きに廻轉せんとする場合には負とする.

37. 力の能率に關する定理 二力が同一平面內にある時はその面に垂直なる任意の軸に關する二力の能率の代數和はその軸に關する合力の能率に等し. この定理を二力が平行でない場合と平行なる場合とに分けて證明しよう.

(1) 二力が平行てない場合 二力 $\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PB}$ の合力を $\overrightarrow{PC}$ とすれば二力を含む面, 卽ち紙面に垂直なる任意の軸 O に關する $\overrightarrow{PA}$ の能率は正にして $\overline{PA}$ に O から PA までの垂直距離を掛けた大さを有す. 從つてその大さは △OPA の面積の二倍に等し. 今, P と O を結ぶ直線に A より下した垂線の長さを $\overline{AA'}$ とすれば



第 27 圖

$$2\cdot\triangle OPA = \overline{OP}\cdot\overline{AA'} = \overrightarrow{PA} \text{ の能率の大さ} \qquad (37\cdot1)$$

同樣に B, C から PO に下した垂線の長さを夫々 $\overline{BB'}, \overline{CC'}$ とすれば

$$2\cdot\triangle OPB = \overline{OP}\cdot\overline{BB'} = \overrightarrow{PB} \text{ の能率の大さ,} \qquad (37\cdot2)$$

$$2\cdot\triangle \mathrm{OPC}=\overline{\mathrm{OP}}\cdot\overline{\mathrm{CC'}}=\overrightarrow{\mathrm{PC}}\text{ の能率の大さ}\qquad(37\cdot3)$$

にしてこの二能率も矢張正である．然るにC點よりOPに平行なる直線を引きA'Aの延長と交る點をQとすれば，△ACQと△BPB'とは同形なる故に$\overline{\mathrm{A'Q}}$に等しき$\overline{\mathrm{CC'}}$は

$$\overline{\mathrm{CC'}}=\overline{\mathrm{AA'}}+\overline{\mathrm{BB'}}\qquad(37\cdot4)$$

されば上記四式より，符號を含めて

$$\overrightarrow{\mathrm{PC}}\text{ の能率}=\overrightarrow{\mathrm{PA}}\text{ の能率}+\overrightarrow{\mathrm{PB}}\text{ の能率}\qquad(37\cdot5)$$

となり，定理は證明される．

O軸が圖の如何なる點を通るも符號を考に入れて代數和を作る時は同様に證明することが出來る．

第 28 圖

(2) 二力が平行なる場合　二力 F_1, F_2 の合力を R とし，任意の廻轉軸が二力の平面に交る點Oから F_1, F_2, R に下した垂線を OA, OB, OC とすれば，圖の位置に於てはO點に關する三力の能率はすべて正にして

$$F_1\text{ の能率の大さ}+F_2\text{ の能率の大さ}$$
$$=F_1\cdot\overline{\mathrm{OA}}+F_2\cdot\overline{\mathrm{OB}}=F_1(\overline{\mathrm{OC}}+\overline{\mathrm{AC}})+F_2(\overline{\mathrm{OC}}-\overline{\mathrm{BC}})$$
$$=(F_1+F_2)\overline{\mathrm{OC}}+(F_1\cdot\overline{\mathrm{AC}}-F_2\cdot\overline{\mathrm{BC}})\qquad(37\cdot6)$$

然るに平行力合成の結果として

$$F_1:F_2=\overline{\mathrm{BC}}:\overline{\mathrm{AC}}\qquad\therefore\quad F_1\cdot\overline{\mathrm{AC}}-F_2\cdot\overline{\mathrm{BC}}=0$$

にして

$$F_1+F_2=R$$

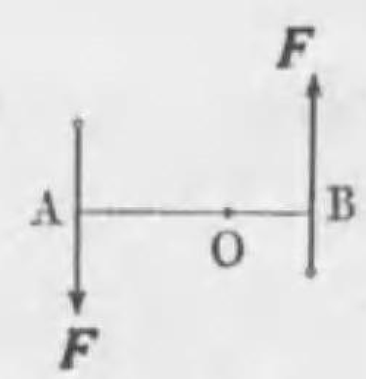
この二關係を(37·6)に代入すれば

$$F_1\text{ の能率}+F_2\text{ の能率}=R\text{ の能率}$$

O軸が圖の如何なる點を通るも，又 F_1 と F_2 の向きが假令反對であつても三力の能率の符號を考に入れて代數和を作ればこの定理は容易に證明される．

この定理を一般化すれば，同一平面内にある任意數の力のその平面に垂直な任意の軸に對する力の能率の代數和は，その軸に對する合力の能率に等し．

38. 偶力　第**36**節に述べた二つの平行力の合成は大さ等しく方向反對なる二力の場合に適用することが出來ない．云ひ換へればこの一對の力は單に一つの力を以て代表せしめることが出來ぬのである．さればかくの如き二力を一組と見做してこれを**偶力**[1]と名付ける．



第 29 圖

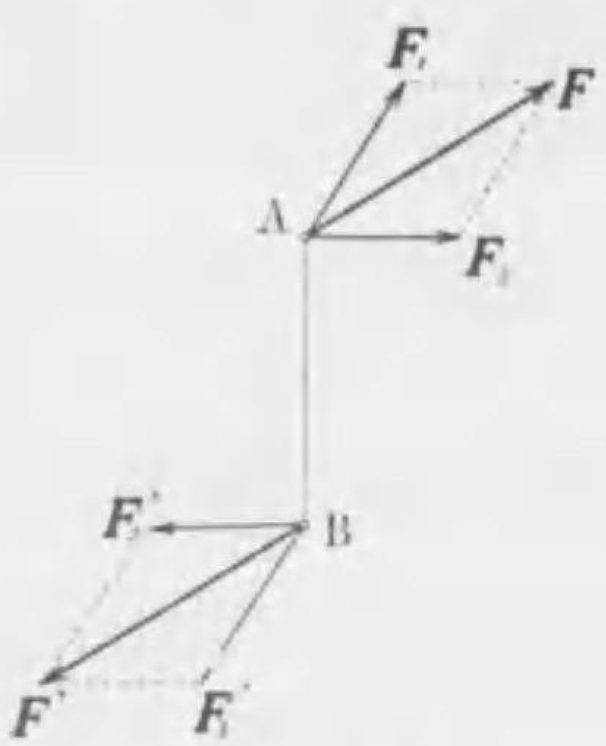
今，一つの偶力をなす二力の大さを F とし，その平面内の任意の點Oを通る軸に對する二力の能率の代數和，即ち偶力の能率を M とすれば

$$M=F\cdot\overline{\mathrm{OA}}+F\cdot\overline{\mathrm{OB}}=F(\overline{\mathrm{OA}}+\overline{\mathrm{OB}})=F\cdot\overline{\mathrm{AB}}\qquad(38\cdot1)$$

こゝに$\overline{\mathrm{AB}}$は二力間の垂直距離で偶力の**臂**[2]と呼ばれる．この結果はOが何處にあつても同じである．しかるに M は此偶力が物體をO軸の周りに廻轉せしめようとする能力であるから，偶力の廻轉效果は軸の位置に依らないことが解る．又，M は F と臂$\overline{\mathrm{AB}}$の積と廻轉の向きだけで定まる故に，偶力の廻轉效果は偶力を組立てる二力の方向に無關係であるばかりでなく，その偶力の存する平面又はそ

1. Couple.　2. Arm.

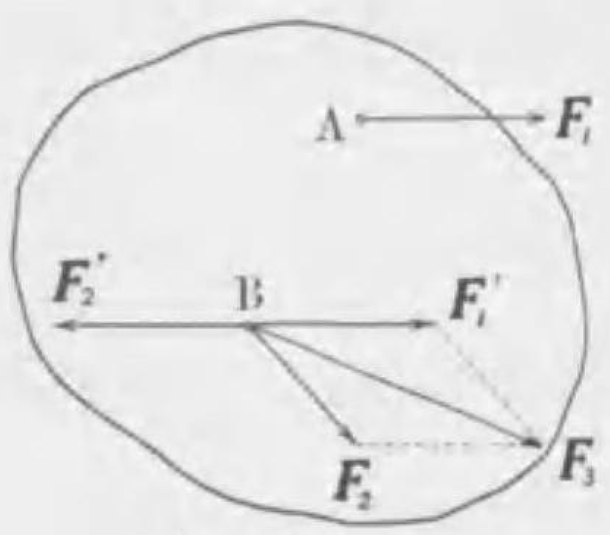
れに平行なる平面內に全體として移しても同一であり，又 $F\cdot\overline{\mathrm{AB}}$ なる積の値が同一となる樣に F と $\overline{\mathrm{AB}}$ の大さを變へても變らない.



第　31　圖

二つの偶力を合成するには先づそれ等を上の關係で同じ廻轉效果を有する樣に適當に移動，變形せしめ，共通の臂を有つた二偶力 $(\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_1')$, $(\boldsymbol{F}_2, \boldsymbol{F}_2')$ に改める. 而して $\boldsymbol{F}_1$ と $\boldsymbol{F}_2$ との合力 $\boldsymbol{F}$, 及び $\boldsymbol{F}_1'$ と $\boldsymbol{F}_2'$ との合力 $\boldsymbol{F}'$ を求めれば，この二力は三角形の合同から大さ相等しく平行にして向き相反する故，矢張偶力を作る. かく二偶力を合成せるものは又偶力である. 同樣に任意數の偶力を合成すれば一つの偶力となる.

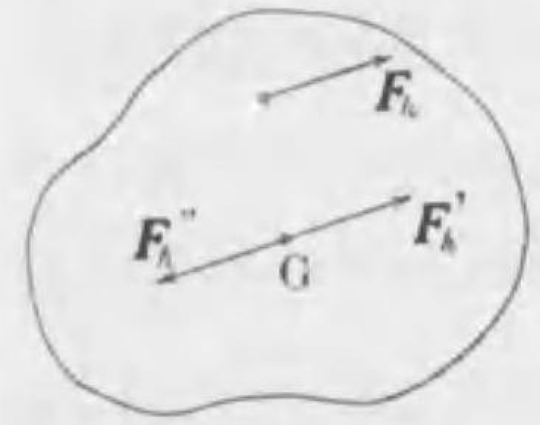
39. 同一平面內にあらざる二力の合成　剛體に働く二力が同一平面上になき時は直ちに第 **33** 節に述べた方法にて合成することは出來ない. この場合には次の如くする. 卽ち，與へられた力を $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2$, その著力點を A, B とし，B に於て大さ F_1 に等しく，且つ $\boldsymbol{F}_1$ に平行にして互に反對の向きの二力 $\boldsymbol{F}_1'$ と $\boldsymbol{F}_2'$ とを加へる. かくしても剛體の運動には何等の影響がない. そこで $\boldsymbol{F}_1'$ と $\boldsymbol{F}_2$ とを中斜法に依つて合成して $\boldsymbol{F}_3$ なる一つの力を得たとすれば，殘りの $\boldsymbol{F}_1$ と $\boldsymbol{F}_2'$ とは偶力となる. かくの如く一般に同一平面上にない二力の合成の結果は一つの力と一つの偶力とになり



第　32　圖

$\boldsymbol{F}_3$ に依つて進行運動が起され，$(\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2')$ の偶力に依つて廻轉運動が起されるのである.

40. 自由なる剛體の一般運動　一つの剛體に多くの力 $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \cdots, \boldsymbol{F}_n$ 並に多くの偶力（其能率 $M_1, M_2, \cdots, M_n$）が働く時の運動を考へよう. この物體の質心を G とし，その內の任意の力 $\boldsymbol{F}_h$ と同じ大さを有し且つ平行にして互に反對の向きの二力 $\boldsymbol{F}_h', \boldsymbol{F}_h''$ を G に加へる. かくしても物體の運動には變化はないがその結果 F_h の運動效果が，G に働く $\boldsymbol{F}_h'$ なる力と $(\boldsymbol{F}_h, \boldsymbol{F}_h'')$ なる偶力の運動效果に分解される. 全く同樣にすべての力 $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \cdots, \boldsymbol{F}_n$ を分解すれば，結局 G に働く $\boldsymbol{F}_1', \boldsymbol{F}_2', \cdots, \boldsymbol{F}_n'$ なる n 個の力の和と $(\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_1'')$, $(\boldsymbol{F}_2, \boldsymbol{F}_2'')$, $\cdots$, $(\boldsymbol{F}_n, \boldsymbol{F}_n'')$ なる n 個の偶力となる. しかるに前者は G に働く力なる故に中斜法に依つて合成されてGに働く一つの力となり，又後者は與へられた偶力と共に合成されて一つの偶力となる. 偶力の廻轉效果はその面に垂直な如何なる軸に對しても同一なる故に，この合成偶力の廻轉軸をGを通つてその面に垂直な軸とすれば多くの力並に多くの偶力に働かれる剛體はその質心Gに働く合力に依つてGが進行運動をなすと共にGを通つて合偶力の面に垂直な軸の周りに廻轉運動をすることになる. これ自由なる剛體の一般運動である.



第　32　圖

若し

$$\boldsymbol{F}_1' + \boldsymbol{F}_2' + \cdots + \boldsymbol{F}_n' = 0 \qquad (40\cdot1)$$

にして　　$\sum\{(F_h, F_h'')$ の能率$\}+\sum M_h=0$　　(40·2)

ならば剛體は靜止するか，又は廻轉せずして等速直線的並進運動をすることになる．卽ち，これが剛體に働く力の釣合の條件である．

41. 固定軸の周りの剛體の廻轉　一つの固定軸 P の周りに廻轉し得る如く裝置されたる剛體に多くの力及び多くの偶力が作用する時には，前節の G の代りに P 軸上の任意の O 點をとりて同じ方法を用ふることに依つて O 點に働く全力の合力 $\boldsymbol{F}$ と，與へられた偶力並びに力の分解によつて生じた偶力の和なる合偶力 M を得．この合偶力を P 軸に垂直なる面內の偶力とそれに平行なる面內の偶力とに分解すれば，考へる剛體は前者に依つて P 軸の周りに廻轉することになる．後者及び合力 $\boldsymbol{F}$ は軸よりその反作用として剛體に與へられる大さ等しく方向反對なる偶力及び力に依つて丁度打消され P 軸の周りの剛體の運動の效果を生じない．

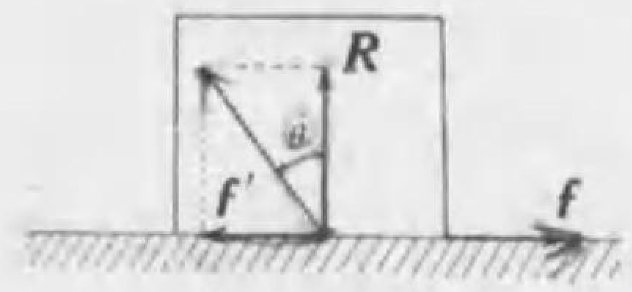
42. 摩擦　一つの物體を他の物體の表面に沿ふて滑らせ樣として，これに力を加へると，その力が小さい間はこれに抵抗する力を生じて物體は動かない．しかし加へる力を次第に大きくすると抵抗する力も次第に大となるが或極限に於て抵抗力は最早加へる力の增加に應ずることが出來なくなつて物體は滑り初める．この極限以內に於て滑りに抵抗する力を **靜止摩擦力**[1] 或は單に **摩擦力**[2] と云ひ，その最大の極限値を **最大摩擦力**[3] と云ふ．

實驗の結果に依れば，二物體の接觸面に働く最大摩擦力は，(1) 接

1. Statical frictional force.　2. Frictional force.　3. Maximum frictional force.

minimum

觸面の性質に關係し，(2) その間に働く法線壓力に比例し，(3) 接觸面の面積には無關係である．こゝに法線壓力とは兩者が接觸面に於て互に壓し合ふ力である．從つて最大摩擦力と法線壓力との比は與へられた二物體に對して一定である．この比を **滑りの摩擦係數**[1]，或は單に **摩擦係數**[2] と云ふ．



第 33 圖

今，物體に與へる力を f とすれば未だ滑り初めざる前に於てはそれに働く力は f に加ふるに相接觸する他の物體より及ぼす法線壓力 R と摩擦力 f' とである．f' と R の合力が R となす角を θ とする．しかる時は f を次第に大とすれば，f' はこれに伴つて大となり，從つて θ も亦漸次大となる．正に滑らんとする時の摩擦力，卽ち最大摩擦力 f_m に對する角 θ を θ とすれば

$$\frac{f_m}{R}=\tan\theta. \qquad \frac{f_m}{R}=\tan\theta$$

故に　　$f_m=R\tan\theta.$　$f_m=R\tan\theta$　(42·1)

一方に摩擦係數を μ とすれば

$$f_m=\mu R \qquad (42\cdot 2)$$

この二式より　　$\mu=\tan\theta$　　(42·3)

となる．卽ちこの關係より μ を求むることを得．

f_m より大なる力を加へると物體は滑り初める．その滑つて居る間にも矢張接觸面で摩擦力が働く．これも亦法線壓力に比例する．卽

1. Coefficient of sliding friction.　2. Coefficient of friction.

force　coefficient of friction

ちその摩擦力を f_s' とすれば

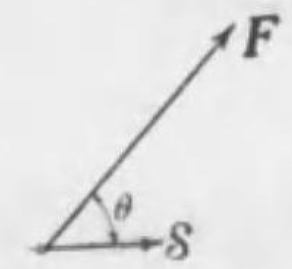
$$f_s'=\mu' R \tag{42·4}$$

μ' を **運動の摩擦係數**[1] と云ふ．μ' は常に μ より小さい．又圓輪，圓壔，球形等の物體が他の物體面上に轉がる時にもその接觸面に於てこれに逆ふ力を生ずる．これを **轉がりの摩擦**[2] と云ふ．これは上述の滑りの摩擦よりも遙かに小さい．荷物を車で挽くことの利益なるはこの爲めである．

1. Coefficient of kinetic friction.　2. Rolling friction.

第五章　仕事及びエネルギー

43. 仕事　物體 A が物體 B に力 $\boldsymbol{F}$ を及ぼしつゝその著力點を $\boldsymbol{F}$ と θ なる角をなす方向に距離 s だけ變位せしめたる時に



第 34 圖

$$Fs\cos\theta=W \tag{43·1}$$

を以て物體 A 又は力 $\boldsymbol{F}$ がなした **仕事**[1] と定義する．從つて物體 B は W だけ仕事をされたのである．この量は $F\cdot s\cos\theta$ 又は $F\cos\theta\cdot s$ と見ることが出來る故に，力のなす仕事は力の大さとその方向に對する著力點の變位の射影との積，又は力を變位の方向に射影せる大さと變位の大さとの積を以て測ると云ふてもよい．

されば θ が鋭角の時は $W>0$ なれども，θ が鈍角の時は $W<0$ となる．後の場合には力 $\boldsymbol{F}$ が作用せるに拘らず，その力と逆向きに變位を生ぜる場合にして，この際物體 B は A よりの力 $\boldsymbol{F}$ に逆らつて仕事 $-W$ をなしたと云ふ．又 $\theta=0$ の時は

$$W=Fs \tag{43·2}$$

即ち，力の作用する方向に變位の生ずる時は，力のなせる仕事は單に力と變位の大さの積に等し．

又 $\theta=\pi/2$，即ち著力點の變位が常に力と垂直に起る時はそのなす仕事は零である．

若し F 又は θ，或はその双方が絶えず變化する場合では，著力點が通過した徑路 s を多くの極めて小さい部分に分てば，各部分は殆

1. Work.

んど直線分と見做すことが出來，又その部分を物體が通る間に働く力も殆んど變らぬと見てよいから，その仕事の全量 W は任意の部分 Δs と $\boldsymbol{F}$ のなす角 θ に對して

$$W=\sum \mathrm{F}\cdot\Delta s\cos\theta \qquad (43\cdot3)$$

で表はすことが出來る．

The dyne 980 cm/sec²

44. 仕事の單位と工率 (43·2) に於て $s=1, F=1$ とすれば，$W=1$ となる故に，仕事の單位は單位の力が作用しつゝその方向に著力點が單位の長さだけ變位せる時の仕事で定められる．從つて仕事の c-g-s. 單位は 1 ダインの力が作用しつゝその方向に著力點が 1 cm だけ變位せる時になされる仕事であつて，これを **エルグ**[1] と名付ける．しかしエルグは實用上餘りに小さいから，10^7 エルグを **1 ジュール**[2] として用ふ．又仕事の重力單位としては例へば 1 kg の物體をそれに働く重力に逆ひつゝ鉛直線に沿ふて 1 m の距離持ち上ぐるに要する仕事をとり，これを kgw-m (瓩重米) と呼ぶ．

上記の諸單位間の關係は

$$1\,\mathrm{kgw\text{-}m}=1000\times100\,\mathrm{gw\text{-}cm}=g\times10^5\ \text{エルグ}=g\times10^{-2}\ \text{ジュール}$$

こゝに $g=980$ (重力の加速度) である．

種々なる機械のなす仕事の速さの度合を表はすために單位時間になす仕事の量を **工率**[3] と名付ける．工率の c-g-s. 單位では毎秒エルグ，實用上では毎秒ジュールとし，これを **ワット**[4] と云ふ．工學上一般に用ひられる工率の單位は **馬力**[5] で，これには二通りある．卽

1. Erg. 2. Joule. 1 國際ジュール＝1.00041 ジュール 3. Power.
4. Watt. 5. Horse power.

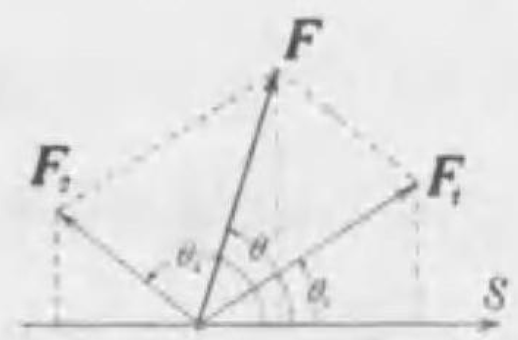
ち，一つはメートル (佛) 式で 75 kgw-m/sec.，他は英國式で 550 呎ポンド/秒 に相當する．

これ等の間の關係は

$$1\ \text{馬力 (英)}=1\cdot0136\ \text{馬力 (佛)}=0\cdot746\ \text{キロワット}.$$

工率の元は $\mathrm{L^2MT^{-3}}$ である．

45. 分力及び合力のなす仕事 一つの物體に働く二力 $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2$ の合力を $\boldsymbol{F}$ とし，物體の變位 s との間の角を夫々 $\theta_1, \theta_2, \theta$ とすれば，一般に二力の任意の方向への分力の代數和は，その方向への合力の分力に等しき故に



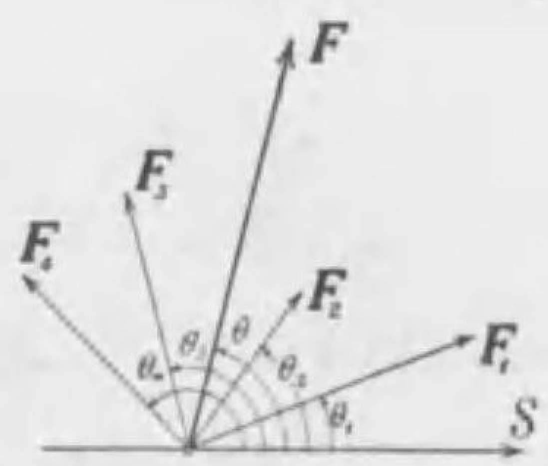
第 35 圖

$$F_1\cos\theta_1+F_2\cos\theta_2=F\cos\theta \qquad (45\cdot1)$$

これに s を乘ずると

$$s\cdot F_1\cos\theta_1+s\cdot F_2\cos\theta_2=s\cdot F\cos\theta \qquad (45\cdot2)$$

卽ち二力の仕事の代數和は合力のなす仕事に等し．この關係は三つ以上の力の場合にも成立つ．卽ち一つの物體に同時に一點に集る n 個の力が作用する時には



第 36 圖

$$s\cdot F_1\cos\theta_1+s\cdot F_2\cos\theta_2+\cdots\cdots$$
$$+s\cdot F_n\cos\theta_n=s\cdot F\cos\theta \qquad (45\cdot3)$$

となり，任意數の力の仕事の代數和はその合力のなす仕事に等しい．

46. 假想仕事の原理 一質點が多くの力 $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \cdots, \boldsymbol{F}_n$ に働かれつゝ s の變位をなした時に各力のなす仕事の總和は (45·3) に依つ

てその合力 $\boldsymbol{F}$ のなす仕事に等しく

$$s\cdot F_1\cos\theta_1+s\cdot F_2\cos\theta_2+\ldots\ldots+s\cdot F_n\cos\theta_n=s\cdot F\cos\theta$$

である．されば若し合力 $\boldsymbol{F}$ が零なる時，卽ち考へる質點が平衡にある時は

$$s\cdot F_1\cos\theta_1+s\cdot F_2\cos\theta_2+\ldots\ldots+s\cdot F_n\cos\theta_n=0 \qquad (46\cdot1)$$

である．こゝに變位 s はいかなる可能な方向に與へたと假想してもよい．但しこの假想變位は質點に働く力の變化をさけるために微小でなければならぬ．假想變位によつて質點になさるゝ仕事を假想の仕事と云ふ．云ひ換へれば一質點が多くの力に働かれて平衡にある時はその質點に許さるゝ假想變位に對する各力の假想仕事の和は零である．

一剛體が $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \cdots, \boldsymbol{F}_n$ の力に働かれつゝある時，これに並進的微小なる假想變位 s を與へると全體として

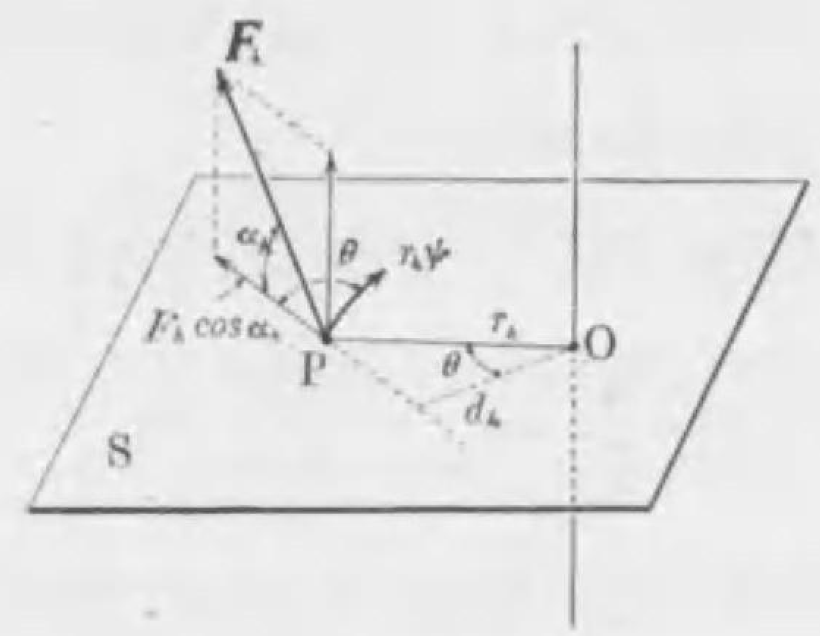
$$s\cdot F_1\cos\theta_1+s\cdot F_2\cos\theta_2+\ldots\ldots+s\cdot F_n\cos\theta_n$$

なる假想仕事をする．こゝに $\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n$ は夫々 s と $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \cdots, \boldsymbol{F}_n$ の間の角である．しかるにこの剛體が平衡にある時は，これ等すべての力を質心又は任意の點に集めたる合力は零なる故に，これ等すべての力の s の方向への射影の代數和も零でなければならぬ．卽ち

$$F_1\cos\theta_1+F_2\cos\theta_2+\cdots\cdots+F_n\cos\theta_n=0 \qquad (46\cdot2)$$

故にこれに s を乘ぜる上記の假想仕事は零である．

次に或軸 O の周りに微小なる假想角變位 ψ を與へた時に，これ等の力のなす假想仕事を考へよう．其内の任意の力 $\boldsymbol{F}_h$ の著力點 P



第 37 圖

を含んで軸に垂直な平面を S とし，P と軸の間の距離 PQ を r_h とすれば，與へられた假想角變位に依る著力點の變位は S 面內にありて $r_h\psi$ である．今，この力を S 面に平行と垂直なる二分力に分てば，後者は變位に垂直なる故に仕事をなさず，單に平行分力 $F_h\cos\alpha_h$ のみが仕事をする．この分力と變位 $r_h\psi$ との間の角を θ とすれば結局 $\boldsymbol{F}_h$ のなす仕事は

$$F_h\cos\alpha_h\cos\theta\, r_h\psi \qquad (46\cdot3)$$

である．しかるに O よりこの分力に下せる垂線 d_h と OP との間の角は θ に等しき故に

$$r_h\cos\theta=d_h \qquad (46\cdot4)$$

從つて $\boldsymbol{F}_h$ のなす假想仕事は $F_h\cos\alpha_h d_h\psi$ となる．

故に全體の力のなす假想仕事の總和は

$$F_1\cos\alpha_1 d_1\psi+F_2\cos\alpha_2 d_2\psi+\cdots\cdots+F_n\cos\alpha_n d_n\psi \qquad (46\cdot5)$$

である．しかるに

$$F_1\cos\alpha_1 d_1+F_2\cos\alpha_2 d_2+\cdots\cdots+F_n\cos\alpha_n d_n \qquad (46\cdot6)$$

は O 軸に垂直な平面內へのこれらすべての力の分力の O 軸に對する能率にして剛體が平衡する時は零である．故にこの全體に假想角變位 ψ を乘ぜる上記の假想仕事は零である．

これ等の結果をすべて總合すれば次の如く云へる．卽ち，質點及

び剛體が平衡に在るためにはそれに働いて居る各力のなす假想仕事の總和は恒に零に等し．これを **假想仕事の原理**[1] と云ふ．

47. エネルギー 動いて居る物體は抵抗力に逆つて進むことが出來る．又捲付けられたゼンマイが時計を廻す如く屈撓せる又は延長せる彈性體は抵抗力に逆つて元の狀態に戻ることが出來る．かくの如く物體は或狀態の下に他の物體に對して仕事をなし得る．物體又は物體系が仕事をなし得る能力を有するときにはそれ等は **エネルギー**[2] を有すと云ひ，エネルギーの變化はなしたる仕事の量を以て表はす．從つてエネルギーの單位は全く仕事の單位と同一にして c-g-s. 單位ではエルグである．

上記の例は力學のみに關するエネルギーを擧げたのであるがこの外熱，電氣，光等があれば種々の場合に於て物體又は物體系に對して仕事をなし得る．卽ち種々の狀態に於てエネルギーが存在する．それ等を區別するためにエネルギーが夫々或態を有するものと考へる．例へば熱のエネルギー，光のエネルギー，電氣的エネルギー等は夫々異なる態のエネルギーである．これ等は後章に述べる．力學的エネルギーは運動のエネルギーと位置のエネルギーに別たれる．

48. 運動のエネルギー 動いて居る物體は抵抗力に逆つて仕事をなし得る．卽ち運動しつゝある物體はエネルギーを有する．この態のエネルギーを **運動のエネルギー**[3] と云ふ．

次に質量 m なる質點が速度 v を以て動きつゝある場合の運動エネルギーを計算する．このエネルギーの量はこの質點が靜止するまでになす仕事に等しい．そこで假りに運動の方向に反對に作用せる f なる一定の抵抗力を受けつゝ s なる距離を動いて止まつたとすれば，質點の受けた加速度の大さは

$$-\alpha=\frac{f}{m} \tag{48·1}$$

しかるに (30·10) に依つて

$$v^2=-2\alpha s \tag{48·2}$$

こゝに負號は α が s の增加の方向と反對の向きに向ふ故である．この二式より α を消去すれば

$$fs=\frac{1}{2}mv^2 \tag{48·3}$$

となる．fs は考へる質點が靜止するまでに抵抗力 f に逆つてなす仕事である．故に $\frac{1}{2}mv^2$ が求むる運動のエネルギーに外ならない．

一つの剛體が並進運動をなす時の運動のエネルギーはその速度を v とし，その物體を構成する質點の質量を夫々 $m_1, m_2, \cdots\cdots$ とすれば

$$\sum\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}(\sum m)v^2=\frac{1}{2}Mv^2 \tag{49·4}$$

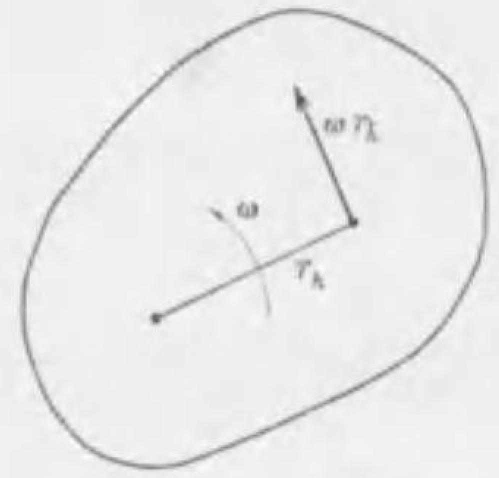
卽ちその全質量と速度の自乘の相乘積の二分の一であつてその元は ML^2T^{-2} である．

49. 廻轉體の運動のエネルギー，慣性能率 剛體が角速度 ω を以て或軸の周りに廻轉する時，その物體を構成する質點の質量を $m_1, m_2, \cdots\cdots$ とし，これ等質點と軸との距離を夫々 $r_1, r_2, \cdots\cdots$ とすれば各質點の速度は $\omega r_1, \omega r_2, \cdots\cdots$ であるから，この廻轉體の運動のエネルギーは

1. Principle of Virtual work.　2. Energy.　3. Kinetic energy.

$$\frac{1}{2}m_1(\omega r_1)^2+\frac{1}{2}m_2(\omega r_2)^2+\cdots\cdots=\frac{1}{2}\omega^2(\sum mr^2) \qquad (49·1)$$

となる．この$\sum mr^2$なる量は與へられた物體に對しては軸の位置に依つて一定の値を有する．これを **慣性能率**[1] と名付ける．又或軸に對する物體の慣性能率Iと全質量Mとの比の平方根，即ち$\sqrt{I/M}$をその軸に對する物體の **廻轉半徑**[2] と云ふ．これをkで表はせば



第 38 圖

$$\sqrt{\frac{I}{M}}=k \quad 從つて \quad I=Mk^2 \qquad (49·2)$$

50. 剛體の廻轉運動の方程式 一つの剛體が多くの力に作用されつゝ一つの固定軸Oの周りに廻轉する場合の運動方程式を假想仕事の原理より求めよう．

或瞬間に於て考へる物體にO軸の周りの假想角變位ψを與へたとすれば，それに働く外力$F_1, F_2, \cdots, F_n$のなす假想仕事は(46·5)によつて

$$(F_1\cos\alpha_1\cdot d_1+F_2\cos\alpha_2\cdot d_2+\cdots\cdots+F_n\cos\alpha_n\cdot d_n)\psi=M\psi \qquad (50·1)$$

即ちO軸に垂直なる平面上へのこれらすべての力の分力のO軸に對する能率の和Mと變位ψとの積に等し．しかるに此仕事は廻轉體の運動のエネルギーを增加せしめる．その增加は變位前の角速度をω，變位後の角速度をω'とすれば(49·1)に依つて

1. Moment of inertia. 2. Radius of gyration.

$$\frac{1}{2}\omega'^2I-\frac{1}{2}\omega^2I=\frac{1}{2}I(\omega'^2-\omega^2) \qquad (50·2)$$

こゝにIはO軸に關する物體の慣性能率である．しかるに(30·6)によつて，γを角加速度とすれば

$$\omega'^2-\omega^2=2\gamma\psi \qquad (50·3)$$

故にこれを(50·2)に代入すれば運動エネルギーの增加は$I\gamma\psi$となる．さればこれを(50·1)に等しと置くことによつて

$$I\gamma\psi=M\psi$$

即ち

$$I\gamma=M \qquad (50·4)$$

を得る．これ固定軸の周りの物體の廻轉運動の方程式である．

しかるに(7·2)によつて

$$\gamma=\frac{d\omega}{dt} \qquad (50·5)$$

であるから(50·4)は

$$I\frac{d\omega}{dt}=M \qquad (50·6)$$

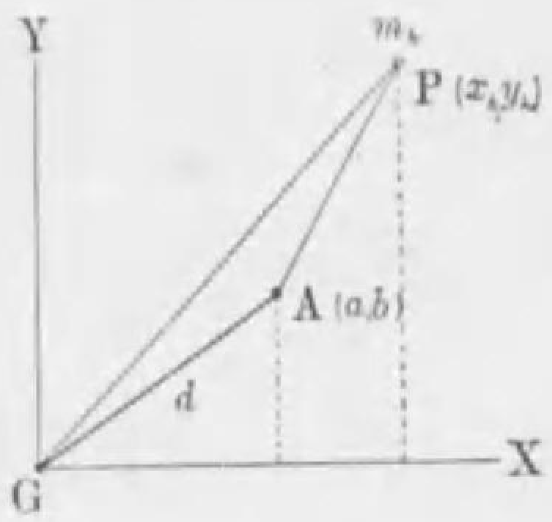
或はIは時間tに對して變らぬ故に，Iを微分記號の中に入れ

$$\frac{d(I\omega)}{dt}=M \qquad (50·7)$$

と書くことも出來る．$I\omega$を **角運動量**[1] と名付ける．即ち廻轉運動の方程式(50·7)は角運動量の時間に對する變化が能率に等しきことを表はすと云つてもよい．從つて力の能率が零なる時は角運動量の變化はない．これを **角運動量保存の原理**[2] と云ふ．

1. Angular momentum. 2. Principle of conservation of angular momentum.

51. 慣性能率と軸の位置との關係　一物體の質心 G を通る任意の軸に對する慣性能率を Mk_g^2 とし，この軸から任意の距離 d を距てゝ平行な軸 A に對する慣性能率を Mk^2 とする．今 G を原點としてこれ等の軸に垂直な平面内に任意の直交座標 GX, GY を選み，これに對して物體上の任意の質點 P の座標



第 39 圖

を (x_h, y_h)，その質量を m_h，A の座標を (a, b) とすれば

$$Mk^2=\sum m_h\cdot\overline{\mathrm{AP}}^2=\sum m_h\{(x_h-a)^2+(y_h-b)^2\}$$
$$=\sum m_h(x_h^2+y_h^2)+\sum m_h(a^2+b^2)-2\sum m_h x_h a$$
$$-2\sum m_h y_h b \qquad (51\cdot1)$$

しかるに

$$\sum m_h x_h a=a\sum m_h x_h=a\sum m_h\frac{\sum m_h x_h}{\sum m_h},$$
$$\sum m_h y_h b=b\sum m_h y_h=b\sum m_h\frac{\sum m_h y_h}{\sum m_h}$$

にして $(\sum m_h x_h/\sum m_h,\ \sum m_h y_h/\sum m_h)$ は質心 G の座標なる故に零に等し．從つて (51·1) の右邊の最後二項は零である．又

$$\sum m_h(x_h^2+y_h^2)=(\sum m_h)\overline{\mathrm{GP}}^2=Mk_g^2,$$
$$\sum m_h(a^2+b^2)=(\sum m_h)\overline{\mathrm{GA}}^2=Md^2$$

となる故に (51·1) は

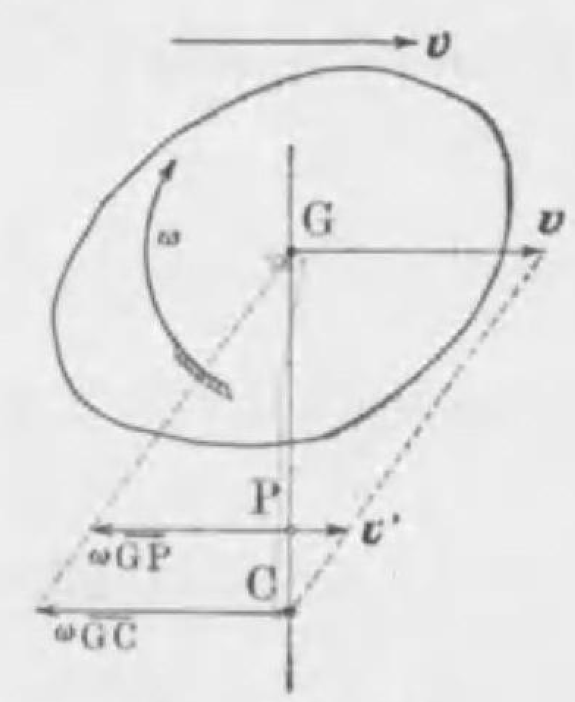
$$Mk^2=Mk_g^2+Md^2 \qquad (51\cdot2)$$

卽ち任意の軸に對する慣性能率は質心を通つてそれに平行なる軸に對する慣性能率と兩軸間の距離の自乘に全質量を乘じたる積との和

に等し．(51·2) より平行軸に對する廻轉半徑の關係は次の如くなる．

$$k^2=k_g^2+d^2. \qquad (51\cdot3)$$

52. 一般運動をなせる剛體の運動のエネルギー　剛體の一般運動は第 **40** 節に述べた如く質心の周りの廻轉運動と質心自身の運動とを合成したものと見ることが出來る．今，或時刻に於て質心の周りの角速度を ω，質心の速度を v とする．而して質心 G を通つて質心の運動方向に垂直なる直線を考へ，その線上の任意の點 P の速度を v' とす



第 40 圖

ればこれは質心の周りの廻轉による速度 $\omega\cdot\overline{\mathrm{GP}}$ と質心の速度 v とを合成したもので，共に GP に垂直であるから

$$v'=v-\omega\cdot\overline{\mathrm{GP}} \qquad (52\cdot1)$$

である．P が適當なる位置 C に在つて

$$\overline{\mathrm{GC}}=\frac{v}{\omega} \qquad (52\cdot2)$$

なるところでは $v'=0$ である．卽ち C 點はこの瞬時に靜止する．かくの如き點を通つて G の廻轉軸と平行なる軸をこの物體の **瞬時廻轉軸**[1] と云ふ．これは一般に時々刻々變化する．さて C 軸に對しては物體は單に廻轉運動をなすだけであるから，C に對する物體の慣性能率を Mk^2 とすれば物體の運動のエネルギー T は (49·1) により

$$T=\frac{1}{2}\omega^2Mk^2 \qquad (52\cdot3)$$

1. Instantaneous axis of rotation.

しかるに前節の (51·3) によつて

$$k^2 = k_0^2 + \overline{GC}^2$$

こゝに (52·2) を代入すれば

$$k^2 = k_0^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \qquad (52·4)$$

これを (52·3) に代入すれば

$$T = \frac{1}{2}\omega^2 M\left(k_0^2 + \frac{v^2}{\omega^2}\right) = \frac{1}{2}\omega^2 M k_0^2 + \frac{1}{2}Mv^2 \qquad (52·5)$$

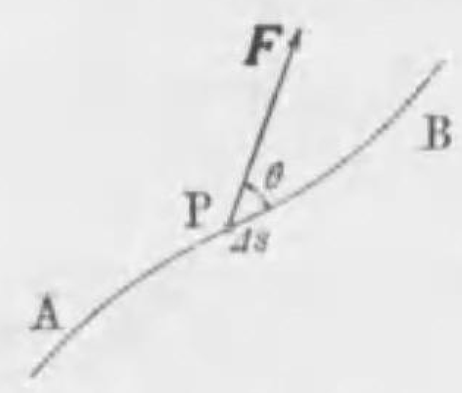
となる．この式に於て $\frac{1}{2}\omega^2 M k_0^2$ は質心の周りに物體が廻轉する時の運動のエネルギー，$\frac{1}{2}Mv^2$ は質心の進行運動に對する運動のエネルギーである．卽ち剛體の一般運動のエネルギーは兩者の和に等し．

53. 位置のエネルギー 捲き付けられたゼンマイが時計を廻す如く，叉活塞を有する圓筒内に壓縮された氣體が膨脹に際して活塞を押上げて仕事をなし得る如く物體叉は物體系がその本來の狀態を保持しやうとする性質を有する時，これを外より壓迫して他の本來と異つた狀態にする時は，若しその壓迫力をとり去ればその物體叉は物體系は元の狀態に戻らんとし，その際に仕事をなし得る．從つて本來と異つた狀態に置かれたる時，これ等は或態のエネルギーを有すとせねばならぬ．このエネルギーを **位置のエネルギー**[1] と云ふ．而してその量は物體叉は物體系がその壓迫された狀態から，或る他の狀態に戻るまでに外力に逆つてなし得る仕事の量を以てする．

1. Potential energy.

例へば地上にある物體は地球に引かれて出來得るだけ低き位置に行かんとする性質を有する．故に物體をこの性質にさからつて上方に持ち上げれば，それを離したる時に物體は落下することによりて他に仕事をなし得る．されば物體を上方に持上げれば位置のエネルギーが增す．卽ち質量 m の物體が h だけ上る時に增加せる位置のエネルギーは mgh である．

54. 保存力と非保存力 或力場に於て力を受くる物體を A より B まで一つの徑路に沿うて動かせば力場は物體に對して仕事をなす．その大さは徑路上の任意の點 P に於て働く力 $\boldsymbol{F}$ とその點附近の微小變位 Δs とその間の角 θ の餘弦との積 $F\cos\theta\cdot\Delta s$ を與へられた徑路に沿うて加へたる



第 41 圖

$$\sum_A^B F\cos\theta\cdot\Delta s \qquad (54·1)$$

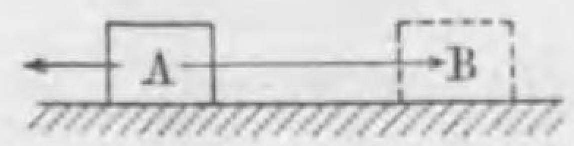
である．

力が（物體の運動の方向及び速度に無關係にして）單に位置のみの函數なる時は同じ徑路に沿うて B より A まで同じ物體を戻せば物體が力場に對してなす仕事は

$$-\sum_A^B F\cos(\pi-\theta)\cdot\Delta s = \sum_A^B F\cos\theta\cdot\Delta s \qquad (54·2)$$

にして A より B に行く時に力場のなす仕事と全く同一である．されば物體が A より B に移る時に增加した位置のエネルギーは $\sum_A^B F\cos\theta\cdot\Delta s$ に等しい．

かくの如き力場を **保存場**[1] と云ふ．例へば萬有引力場，電磁場等は之である．叉，この保存有場に於て物體に働く力を **保存力**[2] と云ふ．卽ち萬有引力，電氣力，磁氣力はこれに屬す．



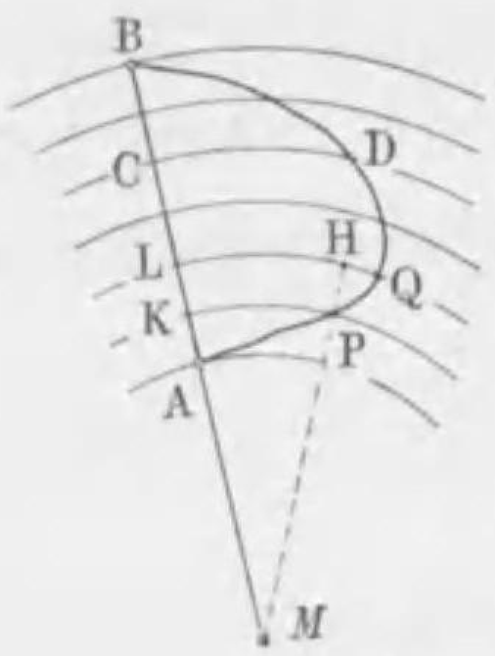
第 42 圖

これに反して摩擦力の如きは物體を A より B に動かすも B より A に動かすも常に運動の方向に反對の向きに働き且つ力の大さはその速度に關係するが故にこれは保存力ではない．

1. Conservative field. 2. Conservative force.

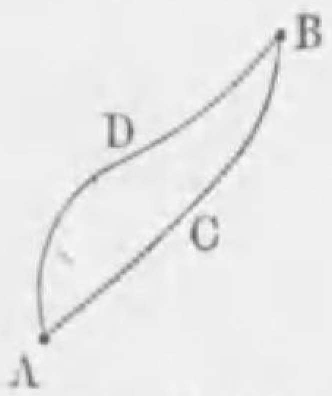
55. 保存場の特性

保存場に於ては二定點間に物體を移動させる時になす仕事はその徑路に依らず一定である. 今, これを萬有引力場に對して考へる, 一つの質量 M によつて生ずる萬有引力場内に物體を A より M と A を結んだ直線上の一點 B に移すに, その直線に沿うて ACB と動かすも他の任意の曲れる徑路 ADB に沿うて動かすも仕事は同一である事を證明しよう.



第 43 圖

Mを中心として相接近する極めて多くの球殼を考へ, その相隣る二球殼と ADB との交點を P, Q, 又 ACB との交點を K, L とする. 更に MP を結ぶ直線が QL 球殼に交る點を H とすれば, PQ は極めて近接せる二點なる故徑路 PQ は殆んど直線分と見てよい. 故に PQ の變位は PH, HQ の變位を合成せるものと見做すことが出來る. しかるに M が移動する物體に働く力は二物體を結ぶ直線の方向に向ふ故に PH の變位に對しては仕事をなせどもHQ の變位に對しては仕事をしない. 且つその力の大さは距離の自乘に逆比例するだけであるから PH を動く時の仕事も KL を動く時の仕事も同一である. 故に PQ に沿うて動く時の仕事は KL に沿うて動く時の仕事に等し. この考察を次ぎ次ぎの球殼との交點間に行へば結局全體として ACB に沿うて動く時の仕事と ADB に沿うて動く時の仕事とは相等しき事がわかる.



第 44 圖

この性質より保存場に於ては一つの閉合せる徑路に沿うて物體を動かし元の位置に戻れば力場のなす仕事は零に等しい. なんとなれば ACB に沿うて動く時になす仕事は ADB に沿うて動く時の仕事に等しく, BDA に沿うての仕事は之に負號をつけたものに等しき故に兩者を加へたる閉合路上の仕事は互に打消して零に等しいからである.

56. エネルギー保存の原理

地上 h_0 の高さから質量 m の質點を初速度 v_0 を以て鉛直下に抛げ下したとすれば, h の高さに於ける速度 v は (27·7) に於て $s=h_0-h$ と置くことに依つて

$$v^2=v_0^2+2g(h_0-h) \tag{56·1}$$

となる. そこで簡單のために地表に於ける位置のエネルギーを零にとれば, h_0 に於ける位置のエネルギー V_0 は mgh_0 にして h に於けるそれは $V=mgh$ である. 又運動のエネルギーは夫々兩所に於て $T_0=\frac{1}{2}mv_0^2$, $T=\frac{1}{2}mv^2$ あるから, h_0 に於ける力學的全エネルギー E_0 は

$$E_0=V_0+T_0=mgh_0+\frac{1}{2}mv_0^2 \tag{56·2}$$

又 h に於ける力學的全エネルギー E は

$$E=V+T=mgh+\frac{1}{2}mv^2 \tag{56·3}$$

しかるに (56·1) に依つて (56·3) を書き換へれば

$$E=mgh+\frac{m}{2}[v_0^2+2g(h_0-h)]$$

$$=mgh_0+\frac{1}{2}mv_0^2 \tag{56·4}$$

となる. 故に

$$E=E_0 \tag{56·5}$$

卽ち力學的エネルギーの總和は不變である. この關係は保存場に於ては常に成り立つ關係で, これを **力學的エネルギー保存の原理**[1] と云ふ.

これに反して非保存場に於ては力學的エネルギーの一部分は他の態のエネルギー, 例へば熱, 電氣, 光のエネルギー等に變形する. しかしこの變形に際してはそれ等の異種エネルギー量間に恒に一定の

1. Conservation of dynamical energy.

關係が存在し，全エネルギーは恒に一定不變である．これは如何なる自然現象に於ても例外なく認められるもので，一般に**エネルギー保存の原理**[1]と云ふ．

natral phenomena
natural
phenomena

1. Conservation of energy.

mature

第二篇

三態に對する力學

第一章　三　態

57. 固體，液體，氣體　前篇に述べたる剛體は理想化されたる物體にして，實在の物體は凡て外力を加へれば變形する性質を有する．しかもその變形に對する性質には種々なるものがあるが，大體三種に別たれる．即ち固體，液體，氣體がこれである．

固體[1]は外力に依つてその容積並に形狀の變化を有限に與へる事の出來る物體であるがその容積變化又は形狀の變化を與へるために比較的大きな力を要する．

液體[2]は容積の變化に對しては比較的大きい外力を要するが，形狀の變化に對しては極めて小さい力で充分である．

氣體[3]は液體よりも形狀の變化は容易であるが容積の變化については固體液體と異なる特性がある．即ち容積を變化せしむるには比較的小さい力で充分であつて，外力を減少すれば際限なく膨脹し得る．從つて氣體はこれを容れる器に常に充滿するのである．

氣體と液體とはどちらも形狀の變化の容易なることに依つて流動性を有する．故にこの共通性より兩者を合せて**流體**[4]と名付ける．

外力が小さい間はその力をとり去ると固體の形狀，容積は一般に舊に復するが，大きい外力に對してはそれをとり去つても直ちに完

1. Solid.　2. Liquid.　3. Gas.　4. Fluid.

natural phenomena.

全に舊に戻らない．卽ちその變形の內，一部分は瞬間的に戻り，一部分は時間の經過と共に徐々に囘復し，他の殘りの部分は永久に殘る．この永久變形性の大なるものを特に **粘體**[1] と云ふ．粘體は固體と液體の中間に位するものである．かくの如く固體，液體，氣體の間には明確な區別はない．

同一の物體と雖も溫度に依つてその狀態を異にする．一般に溫度の上昇と共に **固態**[2]（固體の狀態）より **液態**[3]（液體の狀態）に移り，次で **氣態**[4]（氣體の狀態）に變ずる．

方向に依つて性質を異にする物體を **異方質體**[5] と云ふ．その代表的なるは結晶である．これに對してどの方向にも性質の同じなる物體を **等方質體**[6] と云ふ．液體及び氣體は一般に等方質であるが特別の場合には異方質となる．液體結晶等の如きはその例である．

58. 物體の構造 固體，液體，氣體の外力に對する變形から考へて物體の各部分は決して互に固定した位置をもつものでなく，互に移動し得るものであることを知る．固體に加へる力が或る極限を超えるとその各部分の相互的變位が益々烈しくなつて遂に破壞するに到る．固體を破壞するには大きい力を要するが，液體は小さい力でも分割することが出來る．更に氣體はそれ自身，既に分離しやうとする性質がある．

かやうな物體の分割は一見，限りなく行はれ如何樣に小さくなつても物體の舊の性質をもつ樣に思へるが，事實はそうでなく種々な

1. Plastic body.　2. Solid-state.　3. Liquid-state.　4. Gas-state.
5. Aeolotropic body.　6. Isotropic body.

る實驗の結果は物體を形作る物質は決してそれが占むる空間を連續的に滿すものではなく，極めて小さい約 10^{-8} cm 程度の物體の要素が互にその間に小さい間隙を距てゝ集合して居るものである事を結論せしめる．この要素は **原子**[1] 或は **分子**[2] である．

さて物體が原子又は分子より構成されるためには原子又は分子が相互的にその集合狀態に相應する力を及ぼし合つて居るとせねばならぬ．この力を **原子力**[3] 又は **分子力**[4] と云ふ．

固體がその破壞に對して大きい抵抗を與へることから考へてその要素は互に著しい强さの引力で結び合つて居ることが推論される．又固體及び液體が大きい力を與へてもその容積を極めて僅かしか縮少しないことから考へてその要素間の距離を短縮することに對して極めて大きい反撥力が作用するものと結論せねばならぬ．卽ち固體及び液體內の要素はこの二力が丁度釣合ふ位置に配列するのであつて，これ等に永久的變形を與へ又は破壞するは外力がこの二力の釣合を破る時である．同一物體中の分子が互に引き合ふ力を **凝集力**[5] と云ひ，相異なる物體の要素が引き合ふ力を **附着力**[6] 又は **吸著力** と云ふ．

氣體に於ては凝集力は極めて小さいが尙ほ認められる．氣體がそれを入れる容器內を完全に滿すことから氣體分子間の力は反撥力が凝集力に打勝つて居ることが知られる．

又物體內の原子又は分子は決して恒に靜止するものでなく固體に

1. Atom.　2. Molecule.　3. Atomic force.　4. Molecular force.
5. Cohesive force.　6. Adhesive force.

ありてはその要素はその釣合の位置の周圍に於て微小な振動及び回轉運動をなして居るが移動は極めて困難であつて特別の場合の外はそれを認め得ない．液體氣體は振動及び回轉運動の外固體に比して移動が一層容易である．卽ち後章に述ぶるところの擴散の現象はこの移動による．

これらの運動のエネルギーは溫度と共に增加するのである．卽ち我々の見る物體はかような運動にある原子又は分子の集團の平均綜合狀態に外ならない．

第二章 固體の力學

59. 固體の彈性 固體は夫々定まれる形と容積を有するものであるが，これに外力を加へると一般に形も容積も變る．この變化の割合を表はすに **歪**[1] と云ふ言葉を用ひる．これは內部的に見ればその物體を構成する各部分の相互位置の變化に相當する．しかるに物體內の各部分に歪を生ずるや，それと同時に其部分に夫々の歪に反抗する力が現はれて歪を或程度で喰ひ止め樣とする．云ひ換へれば或程度まで歪むとそれに依つて生じた反抗力の合力が丁度外力と釣合ふことになつてそれ以上歪は增さぬことになる．若し外力を更に强くすると歪も增して來るが，それに從つて反抗力も漸次增し，その結果前よりは少しく大きい歪で喰ひ止められる．反對に若し外力を減ずると歪も反抗力も夫れに應じて減少する．かくの如き物體の性質を **彈性**[2] と云ひ，この反抗力を **歪力**[3] と云ふ．從つて歪力の合力の大さは歪を受けた物體が平衡狀態に達したる後に於ては恒に外力に等しくその方向は相反する．

容積を變ぜずして形のみを變へる時の彈性を **形に對する彈性**[4] と云ひ，形を變ぜずして容積のみを變へる時の彈性を **容積に對する彈性**[5] と云ふ．又歪の主なるものは延長（又は其反對なる收縮），捩り，屈撓の三種にして複雜な歪はこれ等の組合せと見ることが出來る．而してこの三種の歪みも結局內部の諸部分の相對的な延長（又は收

1. Strain. 2. Elasticity. 3. Stress. 4. Form-elasticity.
5. Volume-elasticity.

縮) と辷りとに歸着せしめ得るのである.

一般に外力が大ならざる範圍では物體に作用した爲めに生じた歪は外力を除くと共に殆んど消えて物體は舊狀に復する. この消え殘る部分を無視し得るときは **完全彈性の域**[1] 内にありと云ふ. けれども外力が或程度以上に大きくなると外力を除いても歪は全くは消えないで多少殘る. これを **殘留歪**[2] と云ふ.

或物體に加へる外力を增して歪まし, 後漸次外力を減少すると同じ歪力に對する歪が歸路に於て往路よりも多少大となる. 卽ち歪は履歷に關係する. これを **彈性履歷**[3] **の現象** と云ふ. この現象は歪力の大小と歪力を加へる遲速によつて等しくない. 完全な剛體が存在しないと同樣に完全な彈性體も實在しないから嚴密に論ずれば常に彈性履歷なる現象は存在し完全彈性の域は明示し得るものでない.

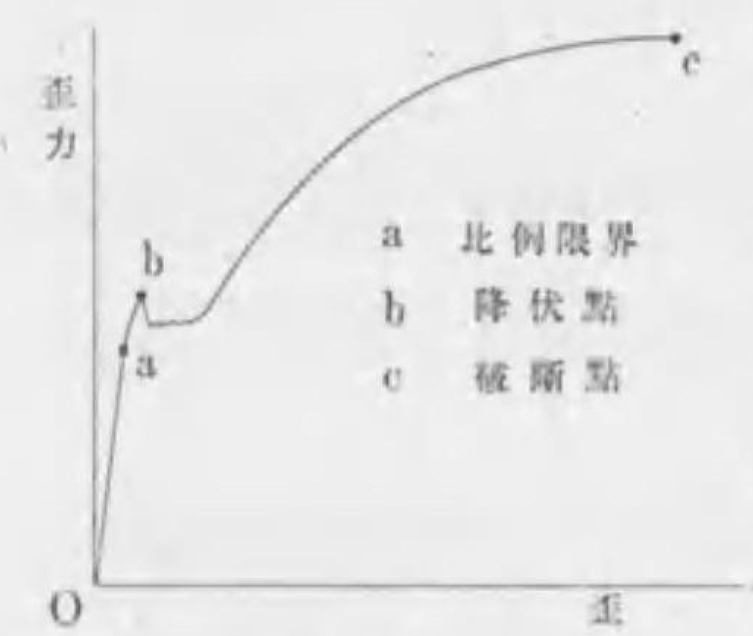
一般に外力が小さい間は歪は歪力に比例して增加する. これは Hooke が實驗上初めて見出した關係で, これを **Hooke の法則**[4] と云ふ. 卽ち歪力を p, 歪を s とすれば

$$\frac{p}{s}=C$$

こゝに C は比例の常數にして歪力の種類及び物體に依つて定まる. これを **彈性率**[5] と云ふ.

しかし外力を增し, 從つて歪力が增して或値に達するとこの關係は成り立たずして歪の割合が一層大となる. Hooke の法則の成立, 不成立の境を **比例限界**[6] と云ふ. 比例限界を超えて更に外力を增し

1. Region of perfect elasticity. 2. Residual strain. 3. Elastic hysteresis. 4. Hooke's law. 5. Modulus of elasticity. 6. Proportional limit.



第 45 圖

歪力が或値に達すると歪力を增すことなきに歪が著しく增加する點がある. これを **降伏點**[1] と云ふ. 外力を充分に大にし歪が或程度に達すると物體は遂に破斷する. この時の力の强さを **破斷力**[2] と云ふ. 彈性の極限に達する以前に破斷するものを脆性のものと云ひ, 彈性の極限を越えて比較的大なる永久變形をなす迄破斷せざるものを靭性に富むと云ふ.

以下節を追ふて等質, 等方性物體の彈性率を述べよう.

60. Young 率と Poisson 比 彈性體を或方向に沿うて兩方に引張る, 卽ち **張力**[3] を加へるとその方向に延びると同時に横の方に縮む. 反對に彈性體を或方向に沿うて兩方より壓迫する, 卽ち **壓力**[4] を加へるとその方向に縮むと同時に横の方に膨らむものである.

第 46 圖

今, 長さ L_0 なる一樣な太さの棒をその長さに沿うて P なる力で兩方に引張つた時に棒の伸びを ΔL_0 とすれば單位の長さに對する棒の伸びは $\Delta L_0/L_0$ である. P は切口の全面積に働く歪力に等し. 故に切口の單位面積に働く歪力は P/S である. この歪の範圍を完全彈性の域内に選めば Hooke の法則によつて

1. Yield point. 2. Breaking force. 3. Tension. 4. Pressure, or Compression.

$$E=\frac{P/S}{\Delta L_0/L_0}\qquad(60\cdot1)$$

MAME

は物體に特有な常數である．これを **延長の彈性率**[1] 又は **Young 率**[2] と云ふ．この關係は棒に壓力 P を加へて ΔL_0 だけ縮みたる時にそのまゝ當はまるのである．

この際，横の收縮又は伸脹を考へる爲めに元の棒の切口を直徑 d_0 なる圓とすれば，P なる張力（又は壓力）を加へることによつて生ずる d_0 の變化 Δd_0 に對して矢張 Hooke の法則が成り立ち

$$\frac{P/S}{\Delta d_0/d_0}=C_1\qquad(60\cdot2)$$

にして C_1 は常數である．(60·1) と (60·2) より P/S を消去すれば

$$\frac{E}{C_1}=\left|\frac{\Delta d_0/d_0}{\Delta L_0/L_0}\right|=\sigma\qquad(60\cdot3)$$

となり，σ は物體に特有な常數である．これを **Poisson の比**[3] と云ふ．

61. 容積の彈性率　或物體の全表面に一様なる壓力を加へると其容積は縮少する．その壓力を單位面積について p とし，物體の初めの容積を v_0，減少せる容積を Δv_0 とすれば Hooke の法則の成り立つ範圍に於て

$$\frac{p}{\Delta v_0/v_0}=k\qquad(61\cdot1)$$

はその物體に固有なる常數である．これをその物體の **容積彈性率**[4] と云ひ，この逆數卽ち

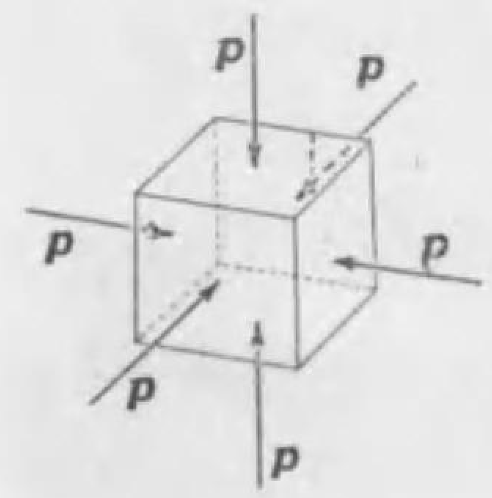
1. Stretch modulus.　2. Young's modulus.　3. Poisson's ratio.　4. Modulus of volume elasticity.

$$\frac{\Delta v_0/v_0}{p}=\kappa\qquad(61\cdot2)$$

を **壓縮率**[1] と云ふ．

次に容積彈性率と Young 率及び Poisson の比との間に成り立つ關係を求めよう．上記の壓縮せんとする物體內に各邊の長さ L_0 なる正立方形の容積を考へれば，これが單位面積に對して p なる壓力を受ける結果，先づ (60·1) によつて各邊の長さは

$$(\Delta L_0)_1=\frac{pL_0}{E}\qquad(61\cdot3)$$



第 47 圖

だけ縮むが，それに垂直なる二方向よりの壓力によつて，(60·3) の d_0 を L_0 と置けば

$$(\Delta L_0)_2=\sigma(\Delta L_0)_1=\frac{\sigma p}{E}L_0\qquad(61\cdot4)$$

の二倍だけ伸びる．故に全體として壓力を加へた後の容積 v は

$$v=\{L_0-(\Delta L_0)_1+2(\Delta L_0)_2\}^3=L_0^3\left\{1-\frac{p}{E}(1-2\sigma)\right\}^3$$

しかるに $(\Delta L_0)_1$ も $(\Delta L_0)_2$ も通常の物體では L_0 に對して極めて小さいから $p(1-2\sigma)/E$ は 1 に對して極めて小さい値をもつ．故に上式の $\{\ \}^3$ を展開した時の $p(1-2\sigma)/E$ の自乘以上の項を省略すれば

$$v=L_0^3\left\{1-\frac{3p}{E}(1-2\sigma)\right\}\qquad(61\cdot5)$$

となる．L_0^3 は元の體積 v_0 であるから，$v_0-v=\Delta v_0$ と書けば

$$\frac{p}{\Delta v_0/v_0}=\frac{E}{3(1-2\sigma)}\qquad(61\cdot6)$$

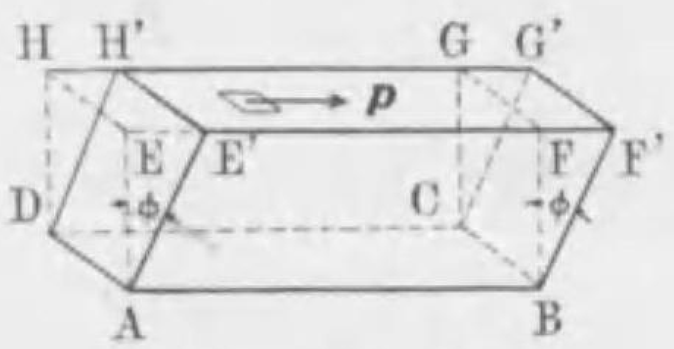
1. Compressibility.

となる．この式と (61·1) とを比較すれば

$$k=\frac{E}{3(1-2\sigma)} \tag{61·7}$$

これ，求むる容積彈性率と Young 率及び Poisson の比との關係に外ならない．

62. 剛性率　直方六面體 ABCDEFGH 形の物體の底面 ABCD を固定し，上面の一邊に平行なる力を上面全體に一樣に加へる．かくの如く任意の面に接して働かしむる力を **切線力**[1] と云ふ．しかる時は物體



第　48　圖

は ABCDE'F'G'H' の如き斜方六面體となり，その結果上面より底面に至る各層間に外力と平行同大なる歪力を生ずる．この歪は物體の容積を變へない．これを **ズリ** 又は **ニリ**[2]**の歪** と云ひ，この際各層間に働く歪力を **ズリの歪力**[3] と云ふ．このズリの歪は底面に垂直なる線 AE の傾ける角 ∠E'AE$=\phi$ を以て表はすことが出來る．この角を **ズリの角**[4] と云ふ．從つて切線力の單位面積に對する大きさを p とすれば Hooke の法則に依つて

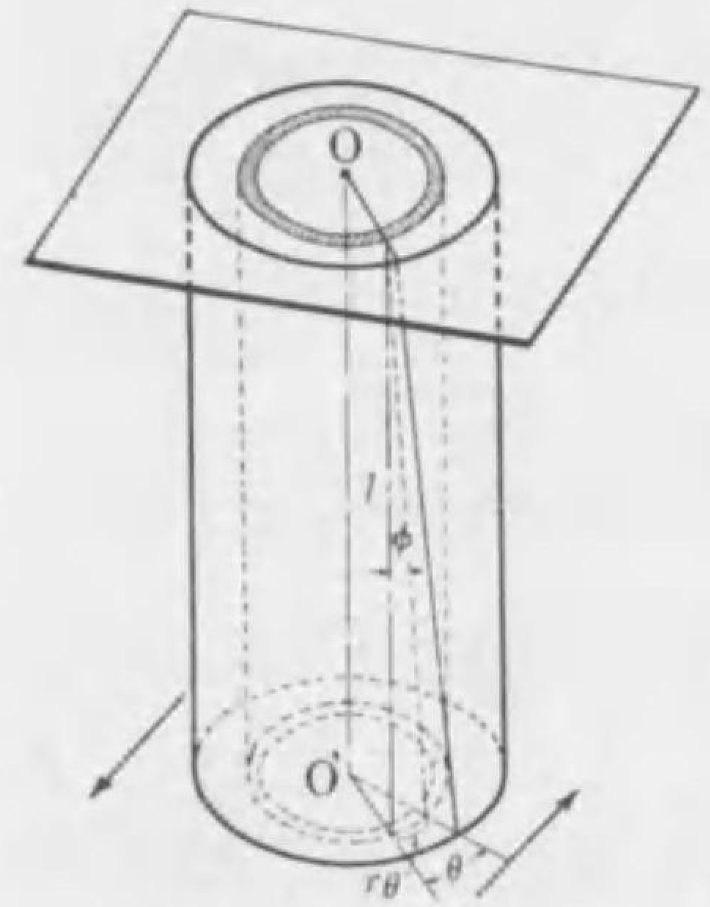
$$\frac{p}{\phi}=n \tag{62·1}$$

こゝに n は物體に固有なる常數にしてこれを **剛性率**[5] 又は **ズリの彈性率** と云ふ．

63. 捩り　半徑 R の圓壔形の棒の一端を固定し，他端面に偶力を加へて捻る時は各切口にズリの歪力が働く．この歪力はすべて軸

1. Tangential force.　2. Shear.　3. Shearing stress.　4. Angle of Shear.
5. Simple rigidity.

を中心とする圓周に沿うて働き，同一圓周に於ては同一である．



第　49　圖

今，この圓壔を，それと軸を共有する多くの肉薄の圓筒に分ち，その内の一つを考へる．しかるときはこの場合の歪はズリの歪のみでその圓筒の側面に引ける母線はすべて同じ角だけ傾く，その角を ϕ とし，之に對應する下面の半徑の捻れの角を θ，圓筒の長さを l とすれば

$$\tan\phi=\frac{r\theta}{l} \tag{63·1}$$

なる關係が成立つ．しかるに ϕ を極めて小さいものとすれば $\tan\phi$ は ϕ に等しと見做し得るが故に上式は

$$\phi=\frac{r\theta}{l} \tag{63·2}$$

としてよい．そこでこの物體の剛性率を n，此圓筒の切口の單位面積に對する切線歪力の大さを p とすれば (62·1) に依つて

$$p=n\phi \tag{63·3}$$

(63·2) と (63·3) より ϕ を消去すれば

$$p=\frac{nr\theta}{l} \tag{63·4}$$

となる．故にこの場合のズリの歪力は長さ l に逆比例し，圓筒の半徑 r と **捩りの角**[1] θ に比例する．

圓筒の厚さを $\varDelta r$ とすれば，その切口の面積は $2\pi r\cdot\varDelta r$ であるから，この圓筒に下端面に於て働く歪力の軸 00' に關する能率 $\varDelta M$ は

$$\varDelta M=r\cdot 2\pi r\cdot\varDelta r\cdot p$$

$$\therefore\ (63·4)\ に依つて\qquad =\frac{2\pi n\theta}{l}r^3\cdot\varDelta r \tag{63·5}$$

故に下端面に働く全體の歪力の能率 M は分割せるすべての圓筒について $\varDelta M$ 求めそれを加へ合せたる和に等し，即ち

$$M=\sum\varDelta M=\frac{2\pi n\theta}{l}\sum r^3\cdot\varDelta r \tag{63·6}$$

1. Angle of torsion.

5 5 5 5 95 5 5 5 5 5 5

$\sum r^3 \cdot \Delta r$ を計算するために圓壔を同じ肉厚の m 箇の圓筒に分ち，その厚さを d とすれば

$$d = \Delta r = \frac{R}{m} \tag{63·7}$$

にして

$$\sum r^3 \Delta r = d^3 \cdot d + (2d)^3 \cdot d + (3d)^3 \cdot d + \cdots + (md)^3 \cdot d$$
$$= d^4 (1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + m^3) = d^4 \cdot \frac{m^2(m+1)^2}{4}$$

となる．d の代りに (63·7) を置けば

$$\sum r^3 \cdot \Delta r = \frac{R^4}{4}\left(1 + \frac{1}{m}\right)^2$$

となる．そこで m を限りなく增したとすれば $1/m$ は 1 に對して限りなく小となる故にその極限に於て

$$\sum r^3 \cdot \Delta r = \frac{R^4}{4} \tag{63·8}$$

これを (63·6) に代入すれば

$$M = \frac{\pi n R^4}{2l} \cdot \theta \tag{63·9}$$

にして，これは外より加へたる偶力の能率に等しくなければならぬ．

故に圓壔の下端に能率 M の偶力を働かしめたる時の捩りの角 θ は

$$\theta = \frac{2l}{\pi n R^4} \cdot M \tag{63·10}$$

に等し．$\pi n R^4/2l$ は圓壔の太さ及び物質に關する常數で，これを **捩りの剛性率**[1] と云ふ．これを μ とすれば

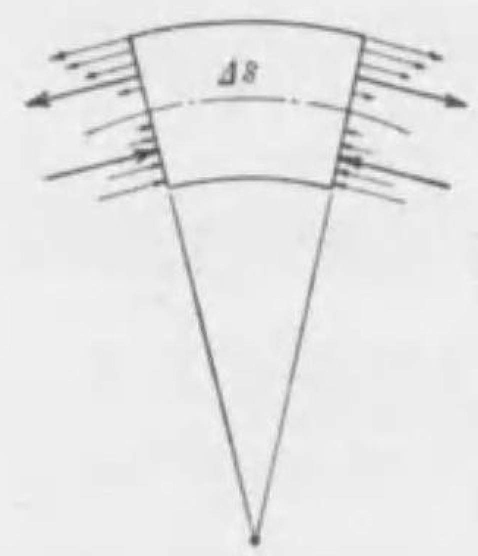
$$\theta = \frac{M}{\mu} \tag{63·11}$$

となる．

64. 撓み[2] 一様な切口の棒の端に互に反對の向きの偶力を加へ

1. Torsional rigidity. 2. Bending.

て曲げると，棒の一方の側は伸びて張力が働き，他方の側は縮んで壓力が働き，その中間に伸縮しない層が存在する．これを **中性層**[1] と云ふ．

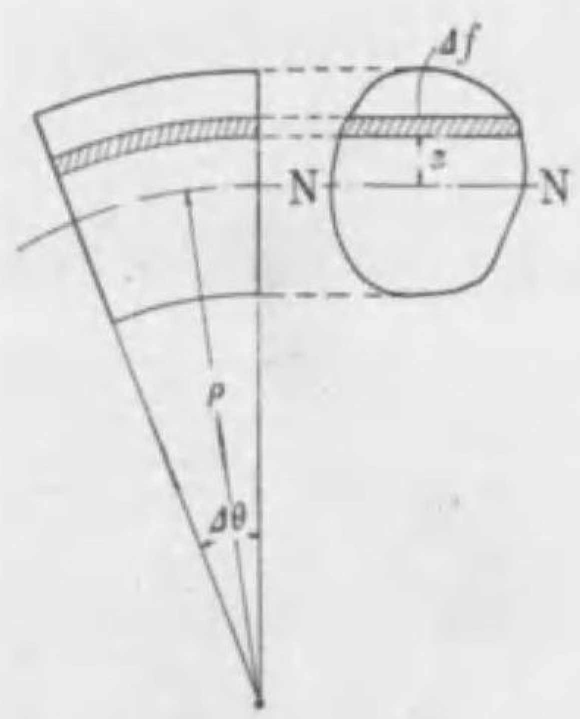


第 50 圖

今，二つの垂直斷面に依つて境される小部分 Δs (中性層に於ける長さ) を考へるにこの部分の兩端に作用する歪力はこれを合成して大さ等しく，向き反對なる二つの偶力と見做すことが出來る．而してこの偶力が卽ち棒を曲げようとする作用を及ぼすのである．

さてこの點に於ける棒の曲りの曲率半徑を ρ, Δs の兩端の垂直斷面のなす角を $\Delta\theta$ とする．更に，棒を中性層に平行なる多くの薄片に分ち，中性層より z なる距離の薄層を考へるとその長さは $(\rho+z)\Delta\theta$ なる故にその伸びは

$$(\rho+z)\Delta\theta - \rho\Delta\theta = z \cdot \Delta\theta \tag{64·1}$$



第 51 圖

この棒の Young 率を E とすればこの薄層の兩端に働く張力 p は (60·1) によつて

$$p = E\frac{z \cdot \Delta\theta}{\Delta s} \cdot \Delta f \tag{64·2}$$

こゝに Δf はその薄層の切口の面積である．故に p が中性層の切口 NN' に關する能率 ΔM は

$$\Delta M = z \, . \, p = \frac{E z^2 \Delta\theta}{\Delta s} \cdot \Delta f \tag{64·3}$$

しかるに (9·6) によつて

$$\frac{\Delta s}{\Delta\theta} = \rho$$

であるから

$$\Delta M = E\frac{z^2}{\rho} \cdot \Delta f \tag{64·4}$$

されば考へるすべての薄層の切口について ΔM を求め，その和を作れば切口全體に働く能率 M となる．卽ち

1. Neutral layer.

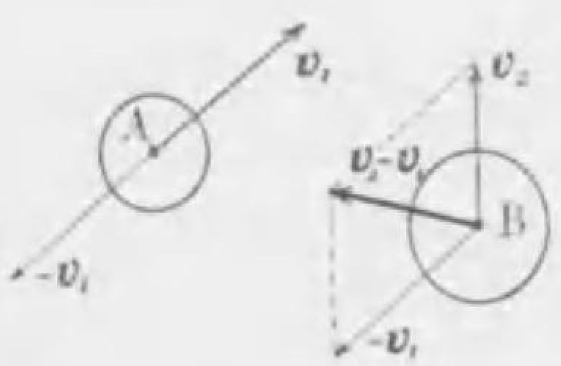
$$M=\Sigma\Delta M=\frac{E}{\rho}\Sigma z^2 . \Delta f \qquad (64\cdot5)$$

しかるに $\Sigma z^2\Delta f$ は單位面積に對する質量を 1 とせる時の棒の切口の慣性能率と同樣の式となる. これを I で表せば

$$M=\frac{EI}{\rho} \qquad (64\cdot6)$$

となる, 故に棒を曲げるに要する偶力の能率は棒の曲りの曲率半徑に逆比例し, 棒の Young 率及び切口の慣性能率に比例する.

65. 衝突 相對運動にある二物體 A, B を考へ, その速度を夫々 v_1, v_2 とし, A 物體の速度 v_1 と同じ大さで逆向きの速度 $-v_1$ を兩物體の速度に加へたとすれば, A 物體の速度は零となり, B 物體の速度は v_2-v_1 となる. これは A 物體に固定せる基準系に對して B 物體の速度を見れば v_2-v_1 であるといふ事にして, この速度を A に對する B の **相對速度**[1] と云ふ.



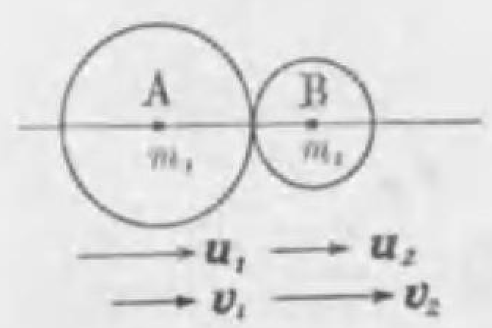
第 52 圖

二物體がその相對運動に依つて漸次相接近し, 遂に接觸するに至る時, この二物體は **衝突**[2] をしたと云ふ. 而してその衝突の瞬間に於ける直前の相對速度が二物體の接觸面の共通法線の方向にある時を **直衝突**[3] と云ふ. その特別の場合は二物體の直前の速度が共通法線の方向にある場合である. 直衝突以外の衝突をすべて **斜衝突**[4] と云ふ. 又共通法線が二物體の重心を結ぶ方向に一致する時を **向心衝突**[5] と云ふ.

1. Relative velocity. 2. Impact. 3. Direct impact. 4. Oblique impact. 5. Central impact.

衝突後に於ける二物體はその彈性の大さと衝突の條件によつて種々なる速度を有つ. Newton の見出したるところに依れば, 二物體の衝突後の相對速度と衝突前の相對速度の接觸面に於ける共通法線の方向の各分速度は互に反對の方向に向ひ, その大さの比は一定にしてその値は兩物體の性質に依つて定まる. 衝突前の相對速度に對する衝突後の相對速度の比を **同復係數**[1] 又は **反撥係數**[2] と名付ける. 一般にこの値は 1 と 0 の間にある. 完全なる彈性體同志の衝突に對する係數は 1 にして, 完全なる非彈性體同志に對する係數は 0 である. これを **Newton の衝突の法則**[3] と云ふ.

66. 直向心衝突 質量 m_1, m_2 なる二球 A, B が直向心衝突をなすものと考へ, その衝突直前の速度を夫々 u_1, u_2, 直後の速度を夫々 v_1, v_2 とすれば, 衝突の際に切觸面に於て互に及ぼし合ふ力は夫々作用と反作用を成す故に, A, B を一緒にせる系に對してはこれ等は互に打消して此系に外力は作用しない. されば運動量保存の原理に依つて



第 53 圖

$$m_1u_1+m_2u_2=m_1v_1+m_2v_2 \qquad (66\cdot1)$$

しかるに Newton の衝突の法則に依れば

$$\frac{v_1-v_2}{u_1-u_2}=-e \qquad (66\cdot2)$$

こゝに右邊の負號は衝突直前, 直後の相對速度が方向相反するによつて附せるものである. この二式より v_1, v_2 を u_1, u_2 と m_1, m_2 及

1. 2. Coefficient of restitution. 3. Newton's law of impact.

び e によつて求めることが出來る．即ち

$$\left.\begin{aligned} v_1&=u_1-\frac{m_2}{m_1+m_2}(1+e)(u_1-u_2) \\ v_2&=u_2-\frac{m_1}{m_1+m_2}(1+e)(u_2-u_1) \end{aligned}\right\} \qquad (66{\cdot}3)$$

特別の場合として $e=0$, 卽ち非彈性球の衝突に於ては上式は

$$v_1=v_2=\frac{m_1u_1+m_2u_2}{m_1+m_2} \qquad (66{\cdot}4)$$

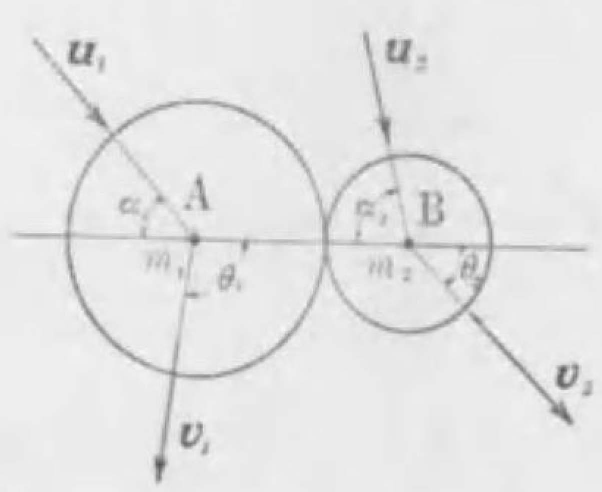
されば兩球は衝突後共通の速度にて一體となつて進行することを知る．これに反して二球が彈性を有する時には衝突して幾分壓縮された部分に働く彈力に依つて兩球は分離し互に相異なる速度にて進行するのである．

又 $m_1=m_2$, $e=1$ 卽ち二球が等質量の完全彈性球なる時は (66·3) より

$$v_1=v_2 \qquad v_2=v_1 \qquad (66{\cdot}5)$$

となり，二球は速度を交換することゝなる．

67. 斜向心衝突　摩擦のない二球 A, B の衝突前の速度の大さを u_1, u_2, その方向が二球の中心を結ぶ直線 AB となす角を α_1, α_2, 衝突後の速度の大さを v_1, v_2, AB となす角を夫々 θ_1, θ_2 とすれば，衝突面の共通切線卽ち AB に垂直なる分速度は衝突のために變化を受けぬから



第 54 圖

$$\left\{\begin{aligned} v_1\sin\theta_1&=u_1\sin\alpha_1 \\ v_2\sin\theta_2&=u_2\sin\alpha_2 \end{aligned}\right. \qquad (67{\cdot}1)$$

これに反して AB の方向の分速度は運動量保存則及び Newton の衝突の法則に依つて計算され，直衝突の場合と同樣なる故にその結果は (66·3) に於ける u_1, v_2, v_1, v_2 の代りに夫々 $u_1\cos\alpha_1$, $u_2\cos\alpha_2$, $v_1\cos\theta_1$, $v_2\cos\theta_2$ を置き換へたものとなる．卽ち

$$\left.\begin{aligned} v_1\cos\theta_1&=u_1\cos\alpha_1-\frac{m_2}{m_1+m_2}(1+e)(u_1\cos\alpha_1-u_2\cos\alpha_2) \\ v_2\cos\theta_2&=u_2\cos\alpha_2-\frac{m_1}{m_1+m_2}(1+e)(u_2\cos\alpha_2-u_1\cos\alpha_1) \end{aligned}\right\} \qquad (67{\cdot}2)$$

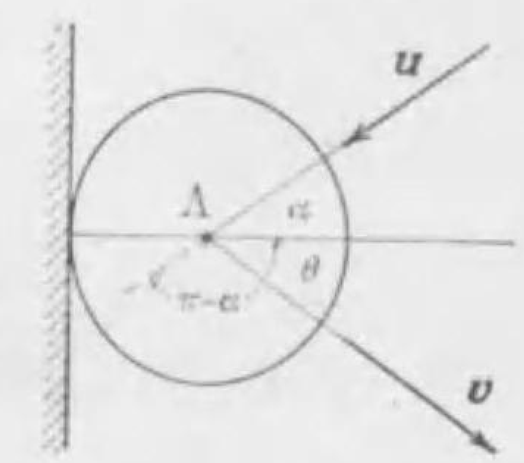
(67·1) と (67·2) より v_1, v_2 及び θ_1, θ_2, を u_1, u_2, α_1, α_2 及び m_1, m_2 及び e によつて求むることが出來る．

68. 固定せる平面へ球の衝突　固定せる平面へ球 A の衝突を考へる．衝突前後の A の速度の大さを u, v, それ等の方向が平面の法線に對してなす角を夫々 $\pi-\alpha$, θ とすれば

平面に平行なる分速度は變化せざる故に

$$v\sin\theta=u\sin\alpha \qquad (68{\cdot}1)$$

しかるに平面に垂直なる分速度は Newton の衝突の法則に依つて



第 55 圖

$$\frac{v\cos\theta}{u\cos(\pi-\alpha)}=-e$$

卽ち

$$v\cos\theta=eu\cos\alpha \qquad (68{\cdot}2)$$

されば (68·1) と (68·2) を兩邊自乘して加へ，開平すれば

$$v=u\sqrt{\sin^2\alpha+e^2\cos^2\alpha} \qquad (68{\cdot}3)$$

又 (68·1) の各邊を夫々 (68·2) の各邊で割れば

$$\tan\theta = \frac{1}{e}\tan\alpha \tag{68·4}$$

となる.

特別の場合として完全彈性球が完全彈性體の平面に衝突せる場合には $e=1$ なる故に, (68·4) は

$$\tan\theta = \tan\alpha$$

從つて　　$\theta = \alpha$

にして且つ (68·3) より $v=u$ となる. 卽ちこの場合には平面への法線に對して同一の角をはさんで衝突前と同じ速さにて反撥される.

又 $\alpha=0$ 卽ち平面へ垂直に衝突する時は (68·4) より

$$\tan\theta = 0$$

卽ち　　$\theta = 0$

にして且つ (68·3) より $v=eu$ となる. さればこの場合には衝突前の速さの e 倍を以て矢張平面に垂直に反撥される. 從つて更に $e=1$ の時は衝突せる時と同一の速さを以て反撥されるのである.

69. 衝突に因る運動のエネルギーの損失　一般に斜衝突の場合を考へよう. 直衝突の場合は斜衝突の式に於て $\alpha_1, \alpha_2, \theta_1, \theta_2$ をすべて 0 に置けば得られるからである. (67·1) の第一式の兩邊を自乘せるものに (67·2) の第一式の兩邊を自乘せるものを邊々加へ合せれば

$$v_1^2 = u_1^2 - \frac{2m_2}{m_1+m_2}(1+e)(u_1\cos\alpha_1 - u_2\cos\alpha_2)\,u_1\cos\alpha_1$$
$$+\frac{m_2^2}{(m_1+m_2)^2}(1+e)^2(u_1\cos\alpha_1 - u_2\cos\alpha_2)^2 \tag{69·1}$$

を得. 同樣に (67·1) の第二式の兩邊を自乘せるものに (67·2) の第

二式の兩邊を自乘せるものを邊々加へ合せれば

$$v_2^2 = u_2^2 - \frac{2m_1}{m_1+m_2}(1+e)(u_2\cos\alpha_2 - v_1\cos\alpha_1)\,u_2\cos\alpha_2$$
$$+\frac{m_1^2}{(m_1+m_2)^2}(1+e)^2(u_2\cos\alpha_2 - u_1\cos\alpha_1)^2 \tag{69·2}$$

を得. (69·1) に $m_1/2$ を乘じ, (69·2) に $m_2/2$ を乘じて邊々加へ合せ, 且つ

$$\frac{m_1}{2}v_1^2 + \frac{m_2}{2}v_2^2 = T.$$

$$\frac{m_1}{2}u_1^2 + \frac{m_2}{2}u_2^2 = T_0$$

と置き, 殘りの四項を一緒に纏めれば結局

$$T = T_0 - \frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\,\frac{(1-e^2)}{2}(u_1\cos\alpha_1 - u_2\cos\alpha_2)^2 \tag{69·3}$$

となる. T は衝突後の運動のエネルギーにして, T_0 は衝突前の運動のエネルギーである. 故に (69·3) は前者が後者より 95

$$\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\,\frac{(1-e^2)}{2}(u_1\cos\alpha_1 - u_2\cos\alpha_2)^2 \tag{69·4}$$

のエネルギーを減じたるものに等しき事を示す. しかるに $e\leqq 1$ なる故に (69·4) は恒に正である. されば $e\neq 1$ の時を除く外, 運動エネルギーは恒に損失し, $e=0$ の時はその損失最大である. 之に反し $e=1$ の時は損失はない. この損失せるエネルギーは衝突に際し熱又は音等のエネルギーに變換するのである.

第三章 流體の靜力學

70. 靜止せる流體の壓力 流體はこれを密閉して外力を働かしめ，その容積を變ぜんとすることに對してはそれに抵抗する性質，即ち彈性を有するが，形のみを變へようとする力に對しては何等の抵抗を生じない．云ひ換へれば形のみの變化に對する彈性，從つて剛性率を有たないのである．

この性質から靜止せる流體が接觸する任意の表面上に働く力はその表面に垂直でなければならぬことになる．なんとなれば若し垂直でないとすれば，その力の反作用をその面に垂直と平行な分力に分解することが出來る．しかるに流體は剛性率，即ち辷りの歪力に對する抵抗がないからこの平行分力に依つてその表面に平行に動かされねばならぬ，これは流體の靜止の條件に反する故に平行分力はあり得ぬ．即ち流體の及ぼす力は接觸面に垂直である．

この關係は流體内に假想した任意の表面に對してその兩側の流體の部分の及ぼし合ふ作用，反作用についても同樣に云へる．故に一般に靜止流體が他の物體に接する境界面及び流體内部の任意の面に對して流體の及ぼす力は恒に垂直である．

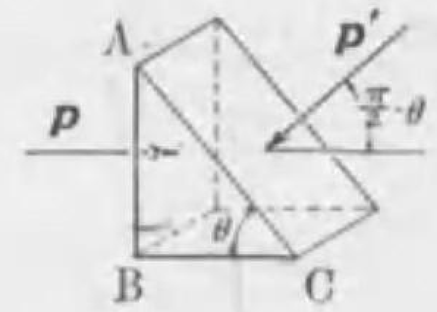
この力の大小を表はすために流體内及び接觸面上に極めて小さい平面を考へ，その面に働く力の合力をその面に對する **全壓力**[1] と云ひ，全壓力をその微小平面の面積にて割つた商を **壓力の強さ**[2]，或は單に **壓力**[3] と云ふ．從つて壓力の元は

1. Total pressure. 2. Intensity of pressure. 3. Pressure.

$$[力]\div[面積]=[MLT^{-2}]\div[L^2]=[ML^{-1}T^{-2}]$$

である．壓力の c-g-s 單位は ダイン/cm² である．

靜止せる流體内の一點に於て如何なる向きに微小平面を選むもそれに働く壓力の强さは相等し．これは次の如く證明される．



第 56 圖

その點の周りに切口 ABC の極めて小さい直角三角壔を考へて，AB を鉛直の方向にとり，$\angle ABC=\pi/2$，$\angle ACB=\theta$ とすると，この三角壔内の流體は靜止にあるから，その五つの面に於てこの内部の流體に働く力はその部分に働く重力と釣合つて居るに相違ない．從つてそれ等の力の AB 面に垂直なる分力の和は零でなければならぬ．AB 面及び AC 面の面積を夫々 S, S'，それらに働く壓力の强さを p, p' とすれば，AB 面に垂直なる分力の總和は

$$pS-p'S'\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=0$$

即ち
$$pS=p'S'\sin\theta \qquad (70{\cdot}1)$$

しかるに幾何學上から

$$S=S'\sin\theta \qquad (70{\cdot}2)$$

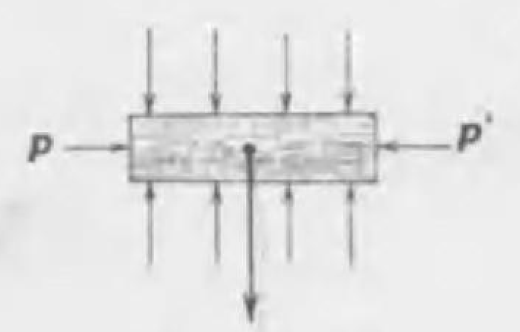
であるから，(70·1) は

$$p=p' \qquad (70{\cdot}3)$$

となる．この關係は θ に無關係であつて，且つ壓力の强さの定義から三角壔が小さければ小さい程良く合ふ．即ちその極限に於て考ふる點を通る任意の傾きの面に及ぼす壓力の强さはすべて鉛直面に對する壓力の强さに等しく，從つてそれ等同士すべて相等し，されば

靜止せる流體内の壓力はそれが働く面の方向を指定する必要はない．唯或點に於ける壓力と云つてよい．

71. 流體内の壓力の分布　靜止せる流體内に切斷面の極めて小さい圓筒を水平に想像し，兩端面を軸に垂直なるものとし，その面積を S，壓力の强さを夫々 p, p' とすれば，この流體圓筒の釣合に依つて軸の方向の合力は零に等し．即ち



第 57 圖

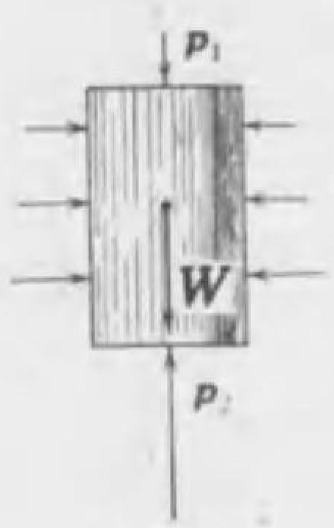
$$pS-p'S=0 \qquad (71{\cdot}1)$$

從つて

$$p=p' \qquad (71{\cdot}2)$$

されば靜止せる流體内の水平面に於ける壓力は相等し．

次に同じ流體内に任意の高さの，兩端が軸に垂直なる圓筒を想像し，この液體柱の重さを W とすれば，この圓筒の釣合から軸の方向の合力は零に等しき條件を作れば，切斷面積 S，兩端面の壓力の强さ p_1, p_2 に對して



第 58 圖

$$p_1S+W-p_2S=0 \qquad (71{\cdot}3)$$

從つて

$$p_2-p_1=\frac{W}{S} \qquad (71{\cdot}4)$$

となる．されば靜止せる流體内の二點の壓力の差はその二點の鉛直距離の高さを有する單位斷面の流體柱の重さに等し，これを **靜止流體壓の法則** と云ふ．

液體の眞空，若しくは他の流體に接觸する表面をその液體の **自由表面**[1] と云ふ．又特に液體がそれに作用する重力のみに依つて靜止

1. Free surface.

にある時はその自由表面を **水平面**[1] と云ふ．この面は重力の方向に垂直である．なんとなれば若し垂直でなければ，液面の各點に働く重力を面に切線と垂直の二分力に分解すれば液體は剛性率がないから切線分力によつて動かされなければならぬ．これは靜止の條件に反する故に液體の水平面は重力に垂直である．


第 59 圖

密度 ρ なる液體の水平面に於ける **大氣**[2]（地球をとりまく氣體）の壓力を p_0 とし，表面から深さ H の液中の壓力を p とすれば，(71·4) に依つて $W/S=\rho gH$ なる故に

$$p=p_0+\rho gH \qquad (71{\cdot}5)$$

となる．この關係は氣體に對しては成り立たない．これ氣體の密度は壓力に依つて變るためである．

上記の理より溫度 0°C に於て長さ 76 cm の鉛直に立てた水銀柱の自由表面が眞空に接する時，それが底面に及ぼす壓力の强さを流體の壓力の實用單位と定め，これを **一氣壓**[3] と云ふ．水銀の比重は 0°C に於て 13.59510 なる故，重力の加速度を 980.665 cm/sec² と選み **標準一氣壓**[4] として

$$1\,\text{氣壓}=76\times13.59510\times980.665=1.013250\left[\frac{\text{ダイン}}{\text{cm}^2}\right]$$

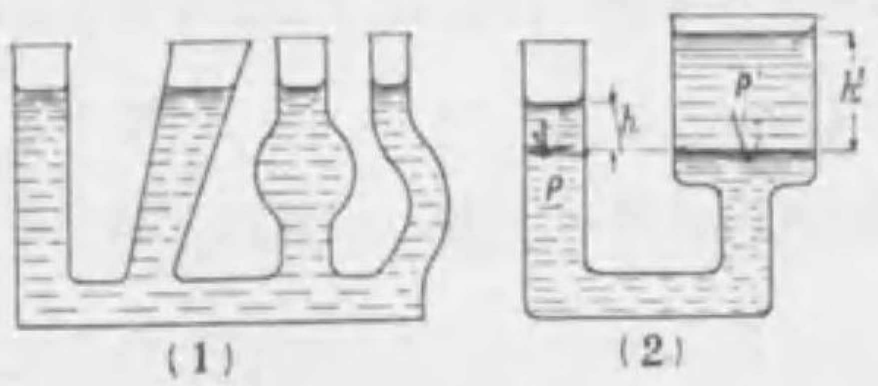
の値を用ひる．

1 氣壓の 1/760 を **水銀柱 1 mm の壓力** と云ふ．又 $10^6\left[\frac{\text{ダイン}}{\text{cm}^2}\right]$

1. Horizontal plane.　2. Atmosphere.　3. Atmospheric psessure.　4. 國際會議の決議に依る．第 **23** 節の (28·1) 式中の $g=930.616$ cm/sec² は緯度 45° の海面上の値で，こゝに用ひたる $g=980.665$ cm/sec² は國際標準値として採用されるものである．

を**1バール**[1]と云ひ，その 1/1000 を **1 ミリバール**と云ふ．

又液體の等壓面は水平面なる故に，(1) 圖の如き **連通管**[2]に同一の液體を入れると何れの管内に於ても液面の高さは同じである．これに反し (2) 圖の如き連通管に相異なる液體を入れる時は兩者の接觸面よりの高さは各液體の密度に逆比例しなければならぬ．なんとなれば接觸面に及ぼす兩液柱の壓力 ρgh と $\rho' gh'$ とが相等しき故に



第 60 圖

$$\rho gh = \rho' gh$$

從つて
$$\frac{h'}{h} = \frac{\rho}{\rho'} \qquad (71\cdot6)$$

となるからである．

72. Pascal の原理 (71·5)，卽ち重力の作用によつて靜止せる液體内の壓力を表はす $p = p_0 + \rho gH$ に於て

$$p_1 = p_0, \quad p_2 = \rho gH \qquad (72\cdot1)$$

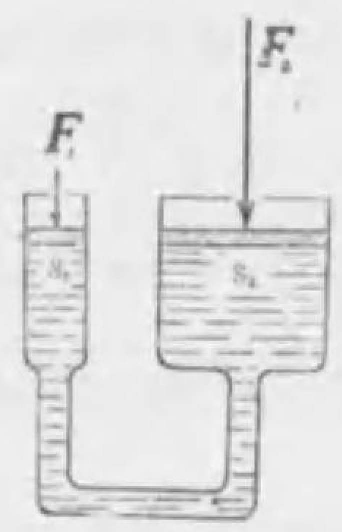
と置けば，p_2 は液體に作用する重力のために生ずる壓力の部分で，p_1 は液面に大氣の及ぼす壓力に依る部分である．しかるに p_1 は H に無關係なる故に，液表面に作用する大氣壓は内部の各點に迄も平等に作用することがわかる．このことは一般に次の如く云へる．

靜止せる流體の或部分にそれに作用する重力の如き質量に關する

1. Bar，但し日本，英國以外では通常 $1\left[\frac{\text{ダイン}}{\text{cm}^2}\right]$ を 1 バールといふ．
2. Communicating vessel.

力でない他の壓力を加へるとその内部の他の凡ての點にも同じ大さだけ壓力が增加する．これを **Pascal の原理**[1]と云ふ．

圖の如き切口の面積 s_1, s_2 なる二本の圓筒の下端を連結せる連通管に一つの液體を入れ，s_1 の圓筒内の活塞に F_1 なる力を下向きに加へたとすれば液體は其處に於て單位面積について F_1/s_1 の壓力を受ける故に，Pascal の原理によつて液體中の何れの部分にもこれと同じだけの壓力が增す．從つて s_2 の活塞に加はる力は上向きに $(F_1/s_1)\times s_2$ である．故に活塞 s_2 に新たに F_2 なる力を下向きに加へて壓力の增加と釣合はしたとすればその間には



第 61 圖

$$\frac{F_1}{s_1}\times s_2 = F_2,$$

從つて
$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{s_2}{s_1} \qquad (72\cdot1)$$

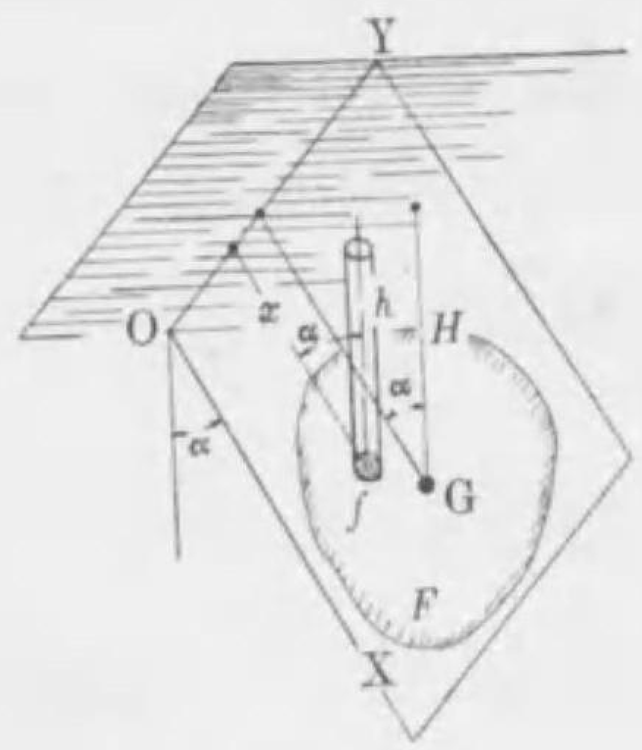
なる關係があることがわかる．

されば s_2/s_1 の比を充分に大とすれば，小さい力 F_1 を以て，活塞 s_2 上に乘せたる著しく重い物體を押上ぐることが出來る．この理を應用して s_2 上の物體を押上げ固定せる腕木との間に壓搾する如く裝置せるは **Bramah の水壓器**[2]である．

73. 液體中に沈める板の受くる全壓力 液體中の任意の位置に沈める板の片面の面積を F とし，この板の一方の面に液體の及ぼ

1. Pascal's principle. 2. Bramah's hydraulic press.

す全壓力を求めよう.



第 62 圖

板面の微小面積 f に働く液の壓力は, f より液面に至る垂直距離を h, 液の密度を ρ とし, 大氣の壓力を考の外に置けば (71·5) に依つて $\rho gh\cdot f$ である故に, 考へる板の受ける全壓力 P は

$$P=\sum\rho gh\cdot f=\rho g\sum h\cdot f \qquad (73\cdot 1)$$

しかるに板の面と液面の交線 OY に f より下せる垂線の長さを x, その線と液面への垂線とのなす角を α とすれば

$$h=x\cos\alpha \qquad (73\cdot 2)$$

なる故に, これを (73·1) に代入すれば

$$P=\rho g\sum x\cos\alpha\cdot f=\rho g\cos\alpha\sum x\cdot f \qquad (73\cdot 3)$$

今, 板が同質なりとする時の板の面の重心を G とすれば G より OY に下せる垂線の長さ $\bar{x}$ は

$$\bar{x}=\frac{\sum xf}{\sum f}=\frac{\sum xf}{F} \qquad (73\cdot 4)$$

この關係を (73·3) に代入すれば

$$P=\rho g\cos\alpha\cdot F\cdot\bar{x} \qquad (73\cdot 5)$$

$\bar{x}\cos\alpha$ は G より液面に下せる垂線の長さ H に等しき故に, 上式は

$$P=\rho g\cdot F\cdot H \qquad (73\cdot 6)$$

となる. されば板の側面の受ける全壓力は液の密度に比例するのみならず板の全面積とその重心と液面間の距離の積に比例する. 又 (73·6) は重心に於ける壓力を p_G とすれば $p_G=\rho gH$ なる故に

$$P=p_G\cdot F$$

從つて

$$p_G=\frac{P}{F} \qquad (73\cdot 7)$$

卽ち重心に於ける壓力は全面に働く壓力の面積に對する平均値に相當する.

次に, 板に働く壓力の合力の著力點, 卽ち **壓力の中心**[1] を求めよう.

f に働く壓力は ρghf にして, この力の OY に關する能率は $\rho gh\cdot fh\sec\alpha$, 故に全面に對する壓力の OY に關する能率は

$$\sum\rho gh\cdot fh\sec\alpha=\rho g\sec\alpha\sum h^2\cdot f \qquad (73\cdot 8)$$

これは壓力の合力の OY に關する能率に等しき故に, 壓力の中心より液面に至る垂直距離を H_0 とすれば

$$PH_0\sec\alpha=\rho g\sec\alpha\sum h^2f=\frac{\rho g}{\sec\alpha}\sum(h\sec\alpha)^2\cdot f \qquad (73\cdot 9)$$

$\sum(h\sec\alpha)^2\cdot f$ は板の OY に關する慣性能率を表はす式に於て質量の代りに面積を置き換へたものに相當する. されば $\sum(h\sec\alpha)^2f$ を OY に關する F の **面積能率** と名付ける. これを I' で表はせば (73·9) は

$$PH_0\sec\alpha=\frac{\rho gI'}{\sec\alpha} \qquad (73\cdot 10)$$

故に

1. Center of pressure.

$$H_0=\frac{\rho g I'}{P\sec^2\alpha} \qquad (73\cdot11)$$

P の代りに (73·6) を代入すれば

$$H_0=\frac{I'}{FH\sec^2\alpha} \qquad (73\cdot12)$$

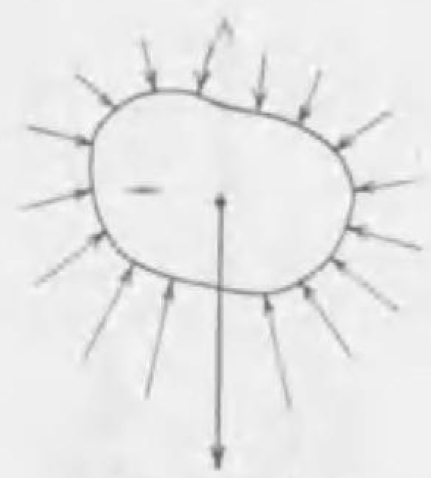
これ壓力の中心の液面からの深さである.

(73·6) 及び (73·12) の結果は考ふる板が液體を入れる容器の側面の場合に直ちに當嵌る. 又液面に平行なる深さ h_0 の底面に働く全壓力は單位面積に働く壓力が $\rho g h_0$ なる故, 底面の面積 F に對する全壓力 P は

$$P=\rho g h_0 F \qquad (73\cdot13)$$

で容器の他の壁の形及び液の總量等に無關係である. これを **Pascal の迷理**[1] と云ふ.

74. Archimedes の原理 重力場に於て靜止せる流體内に任意の形の液の部分を考へるに, この部分に働く力は四圍の流體の及ぼす壓力と下向きの重力とで, 兩者は釣合つて居る. それ故にこの四圍の流體の壓力の合力は, 大さはその部分の流體の重さに等しく且つ方向はその部分の重心を通つて上向きでなければならぬ. しかるに若しこの部分を他の物體で置き換へたとしても, 四圍の流體よりの壓力は前と同樣であるべきに依つて流體中の物體の重さはこの四圍よりの壓力を受ける結果, それと同體積の流體の重さだけ減じた **見掛け上の重さ**[2] である. これに



第 64 圖

1. Pascal's paradox. 2. Apparent weight.

對し眞空中の重さを **眞の重さ**[1] と呼ぶ. 上記の關係を **Archimedes の原理**[2] と云ひ, 四圍よりの壓力の合力を **浮力**[3] と云ふ. 又浮力の著力點卽ち物體で置き換へられた流體の部分の重心を **浮力の中心**[4] と名付ける.

或物體の標準に選める物體に對する密度の比を **比重**[5] と云ふ. 通常標準物體として 4°C の蒸溜水を用ひる. 比重の測定法は物體が固體たると液體たるを問はず通常 Archimedes の原理の應用である.

75. 浮游體の平衡 同質の物體を全部或液體中に沈める時は其重心と浮力の中心とは一致する. されば夫れが四圍の液體より受くる浮力を P, 其物體の重さを W とすれば, $W>P$ の場合には重力が浮力に打勝つて物體は沈み, $W=P$ の場合には物體に働く力の合力は零となり物體は液體中に靜止する. 又 $W<P$ の場合には浮力が重力に打勝つて物體は液面上に浮ぶ. この場合には物體の沈める部分の排除せる液體の重さがその物體の全體の重さに等し.

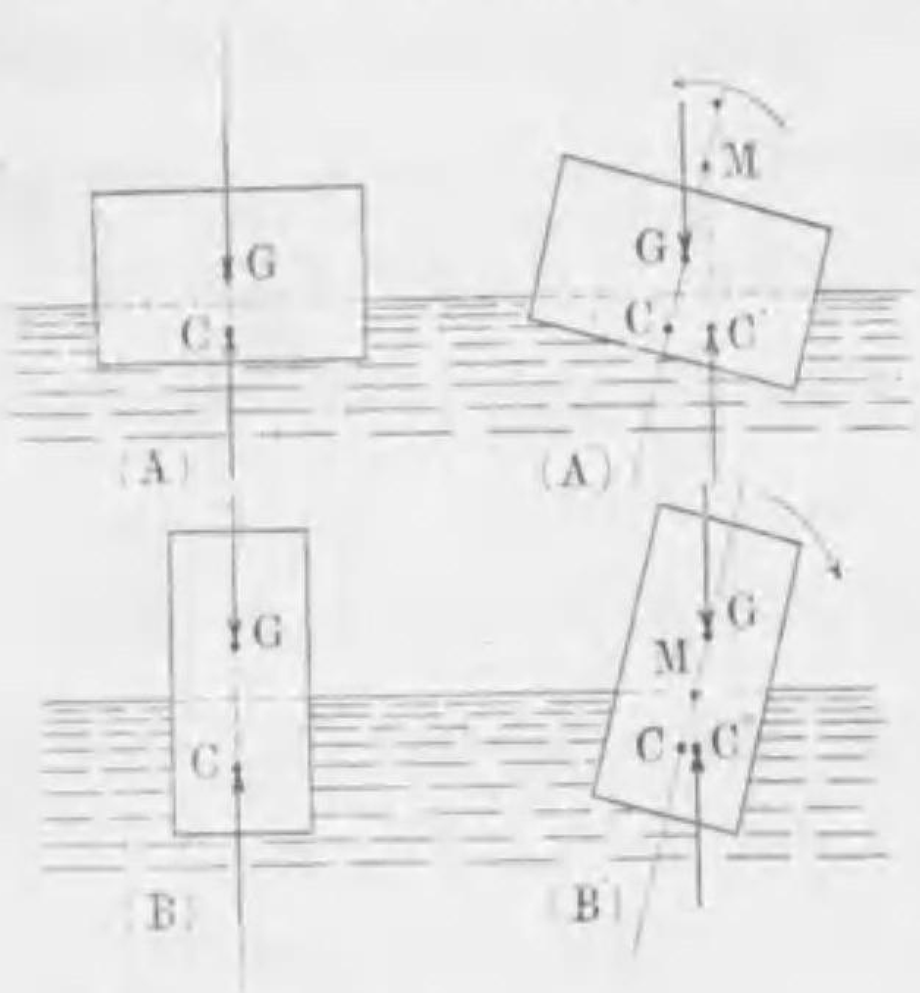
物體の體積を V, 物體及び液の密度を ρ, ρ' とすれば

$$W=V\rho, \qquad P=V\rho'$$

なる故に $\rho>\rho'$ の時は物體は沈み, $\rho=\rho'$ の時は液中に止まり, $\rho<\rho'$ の時は液面上に浮ぶのである.

液面に浮ぶ物體に働く力は物體の重心 G に働く重力と物體が液中に沈める部分に對する浮力の中心 C に働く浮力とである. 兩者はいづれも鉛直線の方向に向ひ, 向き反對であるから (A) 又は (B)

1. True weight. 2. Archimedes principle. 3. Bouyancy. 4. Center of buoyancy. 5. Specific gravity.



第　64　圖

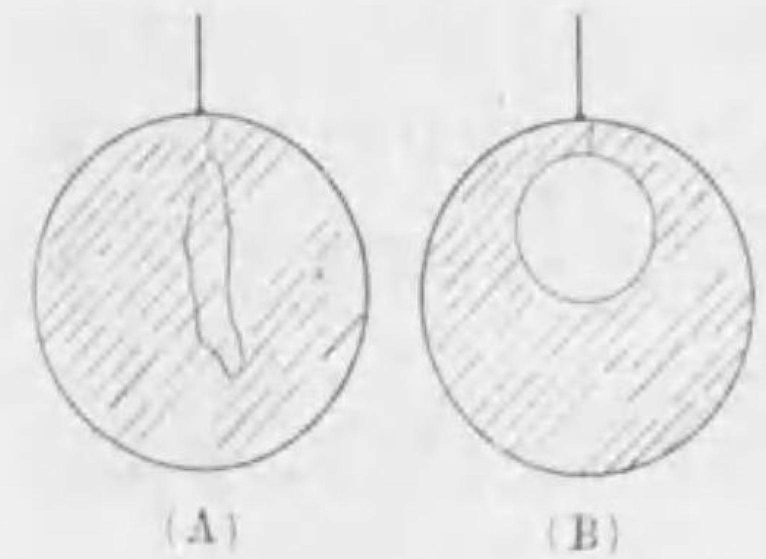
圖の如く G と C が同一鉛直線上にある時にのみ平衡する.

しかしこの平衡の位置より極めて僅かに物體を傾けて見ると (A') 又は (B') 圖の如く G の位置は元のまゝであるが，物體によつて排除せられる液の部分の形が異なるために浮力の中心は C' 又は C'' の如く變る. しかるに浮力の大さは元と同じく重力の大さに等しいから，これ等二力は (A') に於ては物體を元の位置に戻さんとする偶力となり，(B') に於ては益々元の位置より遠ざけんとする偶力となる. されば前者は **安定の平衡**[1]，後者は **不安定の平衡**[2] である. この安定不安定を決定する條件は次の如く云ひ表はすことが出來る. 卽ち元の位置に對する C, G を結ぶ直線と傾ける時の浮力の作用線の交點 M を **擬中心**[3] と名付ければ，擬中心が重心に對して上方にある時は安定，下方にある時は不安定である. これに反して兩者が一致する時は傾けたるまゝの位置に於て靜止し元に戻らず又これより遠ざからない. かくの如き平衡を **中立の平衡**[4] と云ふ.

76. 表面張力　液體の表面は恒に與へられた周圍の條件に對し

1. Stable equilibrium.　2. Unstable equilibrium.　3. Meta-center.
4. Neutral equilibrium.

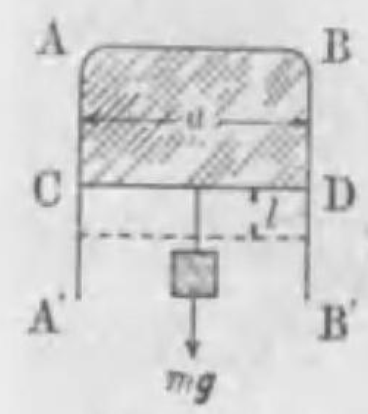
て最小の面積をとろうとする性質を有する. これは液體の表面に排列する液の分子相互間の引力に歸因するものであつて，恰かも液面が薄き彈性膜を以て蔽はれて居るかの如き觀を呈する.「例へば (A) 圖の如く曲げた針金の框に絹絲にて作れる輪を置き，これを石鹼水に入れるとこの框全體に薄膜が張られる. この時木片の尖きにて糸の內部に生ぜる膜を破ると絲は圓くなる. これは圓が與へられた長さの周圍に對して最大の面積をもつ圖形であるから，框內の殘りの面積を最小ならしめる如く膜に引張られる結果圓となるのである.」



第　65　圖

この際張力は膜の兩面に働くのであつて膜が分子の大さに匹敵する程 (約 10^{-6} cm) 薄くない限り膜の厚さには無關係である. しかし分子間の力であるために液面に接する他の流體の種類に依つて多少異なる計りでなく溫度によつて著しく變化する. かくの如く液體の表面に存する張力を **表面張力**[1] と云ふ.

表面張力は表面內に考へた任意の線に對して兩側から垂直に働くが故にその强さはその線の單位長に對する力を以て表はされる. これを **表面張力の强さ** 或は單に略して **表面張力** と云ふ.



第 66 圖

今，針金を A'ABB' の如く直角に折り曲げ，他の眞直な針金 CD を AA', BB' に沿うて辷り得

1. Surface tension.

るやうに裝置し，先づ CD を AB に近づけてその間に石鹼膜を張り CD を AB より靜かに遠ざければ圖の如き石鹼液膜 ACDB が得られる．この膜は表面張力によつて自ら收縮せんとして CD を上に引上げる力を生ずる．そこで CD に mg の錘りを吊してこの力と釣合はしめたとし，表面張力の强さを T ダイン/cm, CD の長さを a cm とすれば

$$2T\cdot a=mg \qquad (76\cdot1)$$

なる關係が成立つ．これより表面張力 T が求められる．故に表面張力 T の元は

$$[\mathrm{T}]=\left[\frac{\mathrm{MLT^{-2}}}{\mathrm{L}}\right]=[\mathrm{MT^{-2}}]$$

である．

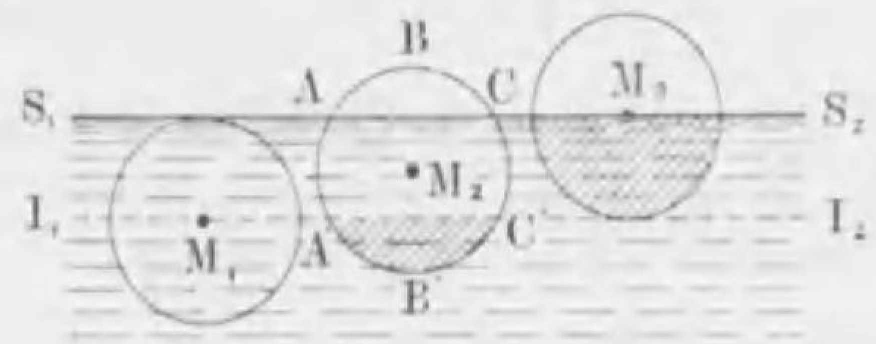
次に溫度を一定に保ち針金 CD を更に l だけ引下げたとすれば表面張力に對してなす仕事は $2Ta\cdot l$ である．しかるに $2a\cdot l$ は膜の兩面の增加せる面積である．それ故に表面張力は一定溫度に於て液體の表面積を單位面積だけ增すに要する仕事に等し．しかるにこの仕事は增加せる單位面積の膜内に彈性的位置のエネルギーとして蓄へられる．このエネルギーを **表面エネルギー**[1] と云ふ．されば表面張力の大さは單位面積の表面エネルギーに等し．

77. 凝集壓 液體の分子はその近くの分子より引力を受ける．この分子力は分子間の距離の增加と共に急激に減少し，或距離に於て殆んど零となる．この距離を **作用距離** と名付ける．されば或分子と互に作用し合ふ分子はその分子を中心とし，作用距離を半徑とす

1. Surface energy.

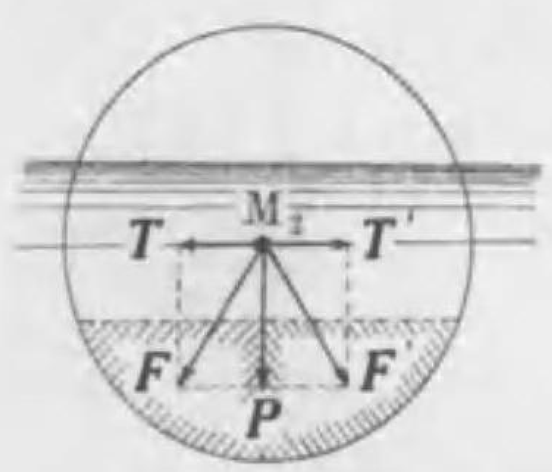
る球内に存するものに限られる．この球を **作用球**[1] と云ふ．

今，一つの液體の表面 S_1S_2 に平行に，作用距離だけ距てる面 I_1I_2 を考へ，その一つの分子 M_1 が丁度 I_1I_2 面上にあるものとすれば，M_1 の作用球は全部液中にある故に M_1 に作用を及ぼす分子は四方に一樣に分布し從つて M_1 は總ての方向より一樣に引かれ，その結果それらの力は釣合つて M_1 に力が働かないと同樣である．



第 67 圖

I_1I_2 面より深き液中にある分子はすべてこれと同樣である．これに反し S_1S_2 面と I_1I_2 面の中間層にある分子 M_2 に對してはその作用球の一部が液體の表面上に ABC の如く突出し，そこには他の流體分子が存在するか又は眞空ならば物質の分子は存在しない．M_2 に對して液面 S_1S_2 の對稱面を作り，それが M_2 の作用球を切る面を A'C' とすれば，AA'C'C なる部分内の分子が M_2 に及ぼす作用は互に打消し合ふけれども A'B'C' の部分の分子の作用は ABC の部分より及ぼされる作用と一般に平衡しない．



第 68 圖

液面上の流體が氣體の時は後者は前者より著しく小さい．されば M_2 はその差の力によつて液の内部に向つて引かれる．この引力の不平均は表面に近き分子程著しい．たとへば表面にある分子 M_3 は作用球の半分にある分子のために内部に强く引

1. Sphere of action.

かれるのである．そこでこの不平均の部分を左右二部に分けその各々から M_2 に働く力 $\boldsymbol{F}, \boldsymbol{F'}$ を表面に平行と垂直の方向に分解すれば圖の如く $\boldsymbol{T}, \boldsymbol{T'}$ と $2\boldsymbol{P}$ とになる．故に S_1S_2 と I_1I_2 の中間層の分子によつて I_1I_2 面に $2\boldsymbol{P}$ の合力なる壓力が働く．I_1I_2 面の單位面積に對して働くこの壓力を **凝集壓**[1] と云ふ．尙ほ表面に近き分子に働く上記平行分力 $\boldsymbol{T}, \boldsymbol{T'}$ が表面張力の起因をなすものである．

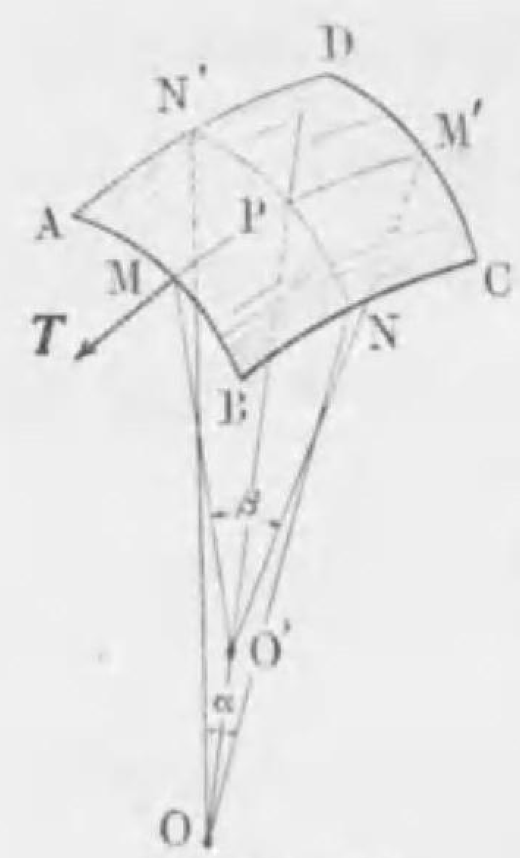
78. 液面の形と凝集壓との關係　液體の表面が凹，平，凸の形をなす場合に前節に述べたる如く表面よりの距離が作用距離以內に於て相等しき距離にある分子 M, M′, M″ を考へ，それ等の作用球を作

第　69　圖

り，それぞれの分子に對する液面の對稱面を以て各作用球を切る．しかる時は分子力の不平均を與へる部分 ABC, A′B′C′, A″B″C″ の容積は液面凸の場合の A″B″C″ 最も大きく，液面が平の場合の A′B′C′ 之に次ぎ，液面凹なる場合の ABC 最も小である．從つてこの作用として生ずる凝集壓も亦凸最大にして凹最小である．次ぎにこの關係を數量的に述べよう．

ABCD を互に垂直なる一對の平行平面によつて切斷せる液面の或微小部分とし，M, M′ を夫々 AB, CD 邊の中點 N, N′ を BC, AD 邊の中點，P を MM′, NN′ の交點，OP を液面に引ける法線とする．

1. Cohesion pressure.



第　72　圖

MM′, NN′ の曲率半徑を R′, R とし，それ等が各曲率中心 O′, O に於て夾む角を β, α とすれば MM′, NN′ の長さ l', l は

$$l = R\alpha, \quad l' = R'\beta \qquad (78\cdot1)$$

にして夫々それに平行なる邊の長さに等し．今，この液面の表面張力を T とすれば，AB に垂直に働く力の大さは lT にしてこの力の OP の方向の分力は

$$lT\sin\frac{\beta}{2} \qquad (78\cdot2)$$

しかる β には微小なる角なる故に $\sin(\beta/2) \fallingdotseq \beta/2$ とおけばこの分力は (78·1) によつて

$$lT\frac{\beta}{2} = \frac{1}{2}ll'\frac{1}{R'} \qquad (78\cdot3)$$

となる．CD に働く表面張力の OP 方向の分力も之に等し．同樣に BC 及び AD に働く表面張力の OP 方向の分力は相等しく $\frac{1}{2}ll'\frac{1}{R}$ である．さればこの ABCD 面に働く張力の法線分力の合力は

$$ll'T\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) \qquad (78\cdot4)$$

となる，しかるに ll' はこの微小面の面積なる故に，この面の單位面積に働く壓力は

$$T\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) \qquad (78\cdot5)$$

に等し．この壓力は面が凸なる時は液中に向ひ，面が凹なる時は液外に向ふ．而して實にこの壓力が表面の凸凹に從つて凝集壓を增減

せしむる部分なのである．液面が平面の時は $R=R'=\infty$ なる故 (78·5) は零である．されば液面が平面なる時の凝集壓を p_0 とすれば曲面なる時の凝集壓 p は

$$p=p_0+T\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right) \qquad (78·6)$$

となる．但し面が凸なる時は R, R' は正,面が凹なる時は R, R' は負とする．この式を **Laplace の公式**[1] と云ふ．

79. 石鹸球　液體の膜が氣體を包んで閉凸面をなす時は内部の氣體の壓力は外部の氣體の壓力より大である．なんとなれば液膜の任意の場所に於てその外面に於ける凝集壓 p_1 は Laplace の公式によつて

$$p_1=p_0+T\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right) \qquad (79·1)$$

内面に於ける凝集壓 p_2 は

$$p_2=p_0-T\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right) \qquad (79·2)$$

なる故にその差

$$p=p_1-p_2=2T\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right) \qquad (79·3)$$

は内方に向ひ，膜内外の氣體の壓力の差と釣合はねばならぬ故；内部の氣體の壓力は外部より p だけ大でなければならぬからである．

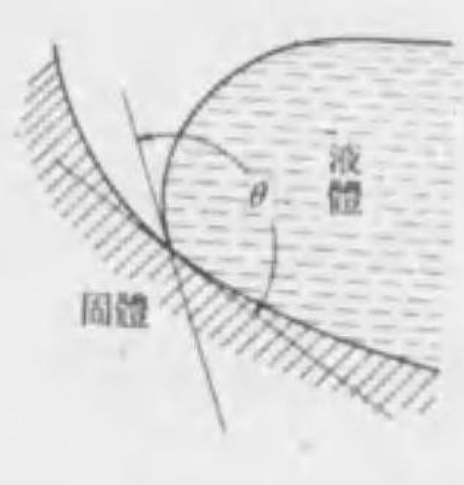
例へば半徑 R の石鹸球に對しては $R=R'=R$ なる故に内外氣體の壓力の差 p は (79·3) によつて

$$p=\frac{4T}{R} \qquad (79·4)$$

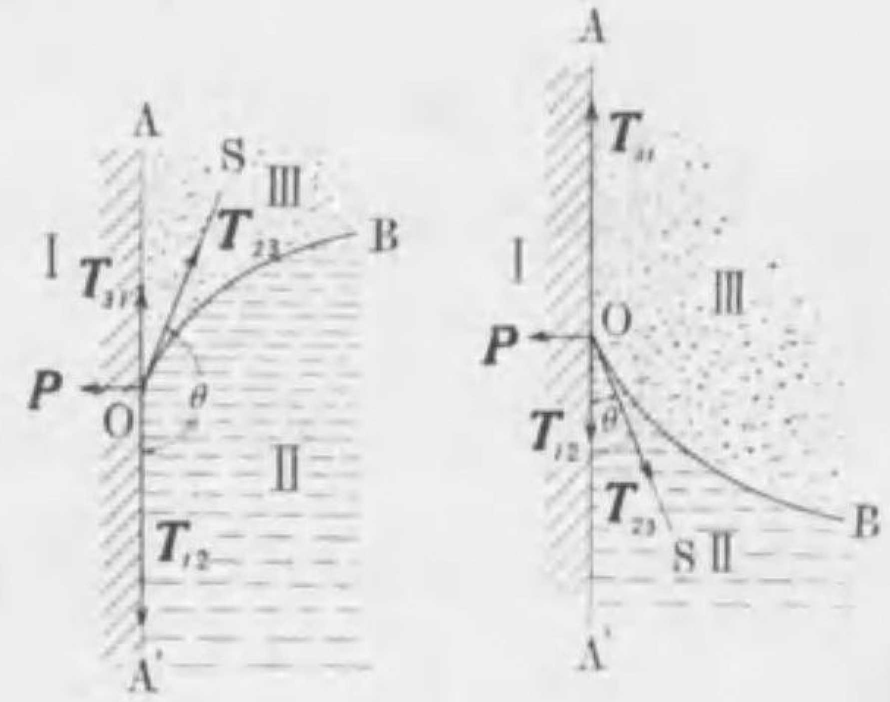
となる．故にこの式を用ひて R と p より T を求むることが出來る．

1. Laplace's formula.

80. 接觸角　液體が固體と接觸する時には，液體の表面と固體の表面とは接觸點に於て一般に或傾きをなす．この際接觸點に於ける液面の切平面と固體面の切平面とのなす二角の內，液體を包む側の角 θ を **接觸角**[1] と云ふ．接觸角は固體と液體の種類によつて一定の値をもち，固體面の形には關係しない．



第　71　圖



第　72　圖

今，固體 (I) の鉛直面 AA′ と液體 (II) 及び氣體 (III) とが接する場合を考へよう．この三種の物體が互に接する面を夫々 OA′, OB, OA とすれば，O に於ける液體の形は OA′ の方向に働く固體と液體の境界面に於ける表面張力 T_{12} と OB 面に O に於て引きたる切線 OS の方向に働く液體と氣體の境界面に於ける表面張力 T_{23} と OA の方向に働く固體と氣體の境界面に於ける表面張力 T_{31} 及び AA′ 面に垂直に働く固體と液體間の附著力 P との釣合に依つて保たれるのである．されば接觸角を θ とし，接觸線に沿うて單位の長さの液體分子に働く上記四力の釣合條件を固體面に垂直なる方向と OA の方向とに分解すれば

1. Angle of contact.

$$P=T_{23}\sin\theta, \tag{80·1}$$

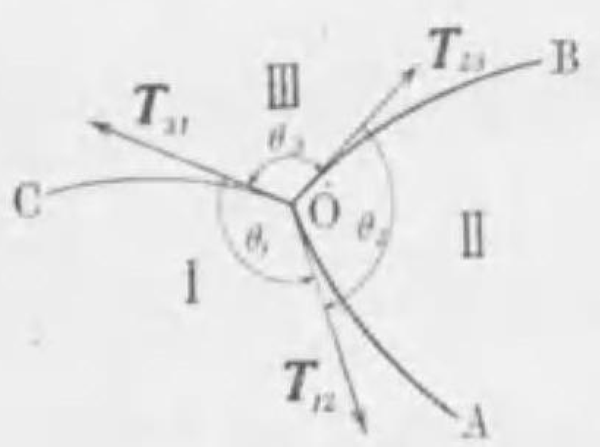
$$T_{31}=T_{12}+T_{23}\cos\theta \tag{80·2}$$

を得．故に第二式より接觸角 θ は

$$\cos\theta=\frac{T_{31}-T_{12}}{T_{23}} \tag{80·3}$$

となる．從つて $T_{31}<T_{12}$ の時は θ は鈍角で，液の表面は凸面をなす．これは液體が器を潤ほさぬ場合である．これに反し $T_{31}>T_{12}$ の時は θ は鋭角で，液の表面は凹面をなす．これは液體が器を潤ほす場合である．

81. 三種の流體の接觸せる場合の表面張力の釣合 通常流體間の附着力は表力張力に比して著しく小なる故に，流體同志間の接觸を考へる際には表面張力だけを考へればよい．



第 73 圖

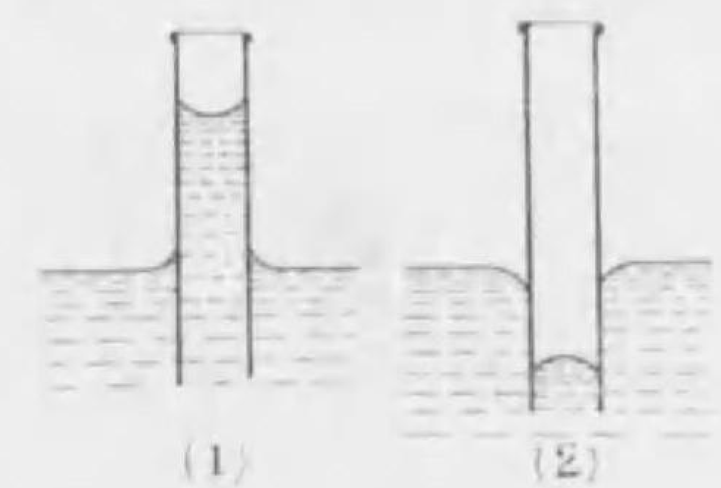
三種の流體 I, II, III が互に接觸し，且つ其接觸面が共通交線を有する場合を考へ，その接觸面を夫々 OA, OB, OC, 共通交線の O に於ける切線が紙面に垂直であるとしよう．O に於て OA, OB, OC に引きたる三切線に沿うて作用する表面張力を T_{12}, T_{23}, T_{31} とし，この三張力間の角を夫々 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ とすれば三物體の接觸線上の極小の長さ Δs 上にある分子に働く力は $T_{12}\Delta s$, $T_{23}\Delta s$, $T_{31}\Delta s$ で，この三力が釣合にあるためには (22·3) に依つて

$$\frac{T_{12}}{\sin\theta_3}=\frac{T_{23}}{\sin\theta_1}=\frac{T_{31}}{\sin\theta_2} \tag{81·1}$$

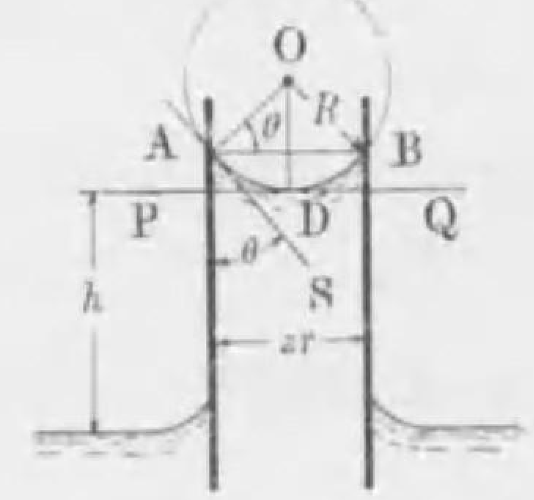
なる關係がなければならぬ．從つて若しこの關係が破れる時は三流

體の接觸はその平衡を失ひ，その内の或流體が他の流體の面上に擴がることとなる．例へば水面上に油が滴狀をなすは平衡の場合にして油が水面上に擴がるは不平衡の場合である．

82. 毛細管現象 内徑の細き管を **毛細管**[1] と云ふ．毛細管を液體中に立てる時は管内に於ける液面は外部の液面と異なる高さをとる．而して (1) 液が管を潤ほす場合には液は管中に昇りて液面は凹面をなし，又 (2) 液が管を潤ほさざる場合には液は管中に下降して液面は凸面をなす．この現象を **毛細管現象**[2] と云ひ，管中の液面の曲りたるところを **メニスカス**[3] と云ふ．毛細管が充分に細い時はメニスカスは大凡球面と見做される．



第 74 圖



第 75 圖

先づ液が管を潤ほす場合を考へて，管の内徑 $2r$ を細きものとしメニスカスの球面の半徑を R とすれば，管外の液面は平面と見做される故に，その部分の凝集壓 p_0 とメニスカスに於ける凝集壓 p との間には Laplace の公式 (78·6) に依つて

$$p=p_0-\frac{2T}{R} \tag{82·1}$$

なる關係が成り立つ．この壓力はメニスカス ADB 面に垂直に單位

1. Capillary tube. 2. Capillarity. 3. Meniscus.

面積について働くものであるが，液體內の壓力なる故に D に於て液面に切する平面 PQ の單位面積に對して同じ壓力を及ぼす．液體が管中に上昇するはこの壓力の差 p_0-p に依るのであつて，卽ち p_0-p と管中に上昇せる液柱の單位切斷面に及ぼす重力とが釣合ふのである．從つて液の密度を ρ とし，上昇せる液柱の高さを h とすれば

$$p_0-p=\frac{2T}{R}=h\rho g \qquad (82{\cdot}2)$$

となる．しかるに θ を接觸角とすれば

$$R\cos\theta=r \qquad (82{\cdot}3)$$

なる故に，(82·2) 式より

$$h=\frac{2T\cos\theta}{r\rho g} \qquad (82{\cdot}4)$$

を得る．卽ち液體が管中に昇る高さ h は管の半徑 r 及びその密度 ρ に逆比例し，表面張力及び接觸角の餘弦に比例する．例へば水中にガラスの毛細管を立てたる際 θ は 0 に近き故に

$$h=\frac{2T}{r\rho g} \qquad (82{\cdot}5)$$

となる．(82·4) 又は (82·5) より h, ρ, r, θ を知れば T を求むる事が出來る．

若し液が管を潤さない場合には上記說述に於て $2T/R$ 及び h の符號を變へれば全く同樣に論ずることを得，その結果は (82·4) と全く同一である．

83. 二枚の板の間の液體の昇降

(i) 二枚の板が平行なる場合　液體內に沈めたる二枚の平行板の距離 d が小さい時は，液が板を潤ほす場合には液は兩板間に上昇し，液が板を潤ほさない場合には液は兩

板間に下降する．この際 d を充分に小さくとれば，板間の液面は板に平行なる水平線を軸とする圓筒面となる．又板に垂直なる平面を以てこれを切斷して見れば，その液面間の關係は丁度前節の圖と同樣である．但しこの場合には液面は圓筒面なる故に，一つの曲率半徑 R' は ∞ にして，他は R である．されば Laplace の公式 (78·6) は

$$p=p_0-\frac{T}{R} \qquad (83{\cdot}1)$$

となる．この兩板內外の凝集壓 p, p_0 の差 p_0-p によつて液は板間に上昇する故に，その密度を ρ，上昇せる高さを h とすれば

$$h\rho g=p_0-p=\frac{T}{R} \qquad (83{\cdot}2)$$

なる關係となる．しかるに

$$R\cos\theta=\frac{d}{2} \qquad (83{\cdot}3)$$

なる故に，これを (83·2) に代入すれば

$$h\rho g=\frac{2T\cos\theta}{d}$$

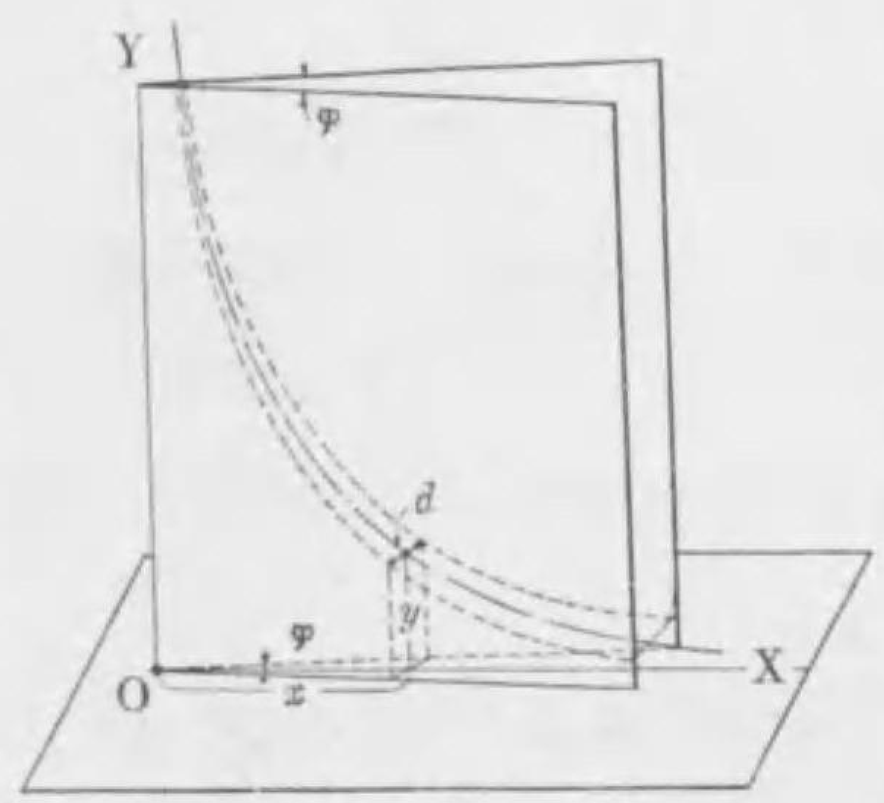
或は

$$h=\frac{2T\cos\theta}{d\rho g} \qquad (83{\cdot}4)$$

となる．液體が板を潤ほさない場合も全くこれと同じ結果となる．又ガラス板を水中に立てたる如く液體が充分に板を潤ほすものなる時は θ は殆んど零に等しき故に

$$h=\frac{2T}{d\rho g} \qquad (83{\cdot}5)$$

となる．



第 76 圖

(ii) 二枚の板が平行でない場合

二枚の板のなす角を φ とすれば，液體が板を潤ほす場合には間が狹き程板間の液體は高く昇る故に，板間の液面は圖に示す如き曲面となる．兩板の交線が外部の液面と交る點 O を原點とし，その交線を OY 軸に選み，又兩板と外の液面の二交線を二等分する直線を OX 軸に選めば，O より

x なる距離に於ける兩板間の距離 d は

$$d=2x\tan\frac{\varphi}{2} \tag{83·6}$$

なる故に，(83·4) に依つてその點に於ける液の上昇 y は

$$y=\frac{2T\cos\theta}{d\rho g}=\frac{T\cos\theta}{\rho g x\tan\frac{\varphi}{2}} \tag{83·7}$$

從つて

$$xy=\frac{T\cos\theta}{\rho g\tan\frac{\varphi}{2}} \tag{83·8}$$

となる．これは兩板間の角を二等分する鉛直平面による液面の切斷線の方程式であつて直角雙曲線である．液が充分板を潤ほす時は $\theta=0$ と置いてよい．

84. Boyle の法則と Dalton の法則　氣體はその重さ小なる故に小なる容器内の如き小範圍に於てはその壓力を同一と見做してよい．

今，一定量の氣體をとり，その壓力を p，その容積を v とし，これを溫度一定にしつゝ壓縮又は膨脹せしめて容積を v' とせる時その壓力が p' になつたとすれば，これらの量の間には極めて近似的に

$$v:v'=p':p \tag{84·1}$$

或は

$$pv=p'v' \tag{84·2}$$

なる關係が成り立つ．即ち溫度一定ならば一定量の氣體の壓力は其容積に逆比例して變る．或は溫度を一定とすれば一定量の氣壓の壓力と容積の積は一定である．これは Boyle (英) と Mariotte (佛) が獨立に發見せる關係で，これを **Boyle の法則**[1] 又は **Mariotte の法則**[2] と云ふ．

しかるに質量が一定ならば容積は密度に逆比例する故に v, v' に

1. Boyle's law.　2. Mariotte's law.

對する密度を ρ, ρ' とすればこの法則は

$$\frac{p}{\rho}=\frac{p'}{\rho'} \tag{84·3}$$

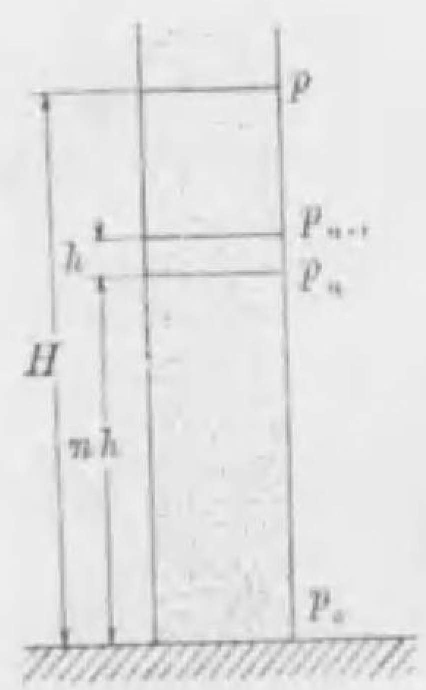
となる．即ち一定量の氣體の壓力はその密度に比例する．

互に化學作用をなさざる多くの氣體を一つの容器内に入れるときその混合氣體の壓力は各氣體が別々にその容器を占むる場合に有すべき壓力の和に等し，例へば壓力と容積が夫々 $(p_1, v_1), (p_2, v_2)\ldots$ なる多くの氣體を容積 V なる容器内に入れる時は混合氣體の全壓力 P は

$$P=\frac{p_1v_1}{V}+\frac{p_2v_2}{V}+\ldots\ldots=\frac{p_1v_1+p_2v_2+\cdots\cdots}{V} \tag{84·4}$$

である．これを **Dalton の法則**[1] と云ふ．

85. 大氣の壓力の高さに對する關係　大氣が靜止する場合にはその各點に於ける壓力はその點より上層にある大氣の單位面積に對する重さに等し．從つて地上に於ける壓力を p_0，高さ H の點に於ける壓力を p とすれば，p_0-p は高さ H の單位切口の空氣柱の重さを表はす．されば大氣の壓力は高さと共に減少する．



第 77 圖

今，高さ H を充分大なる數 N 個に等分し，

$$\frac{H}{N}=h$$

とし，高さ nh に於ける壓力を p_n，高さ $(n+1)h$ に於ける壓力を p_{n+1} とし，更に大氣の密度を高さ nh に於て ρ_n とすれば，N を充分大とし，從つて h を充分に小にすると高さ $(n+1)h$ と高さ nh に於ける密度は略ぼ相等しき故に上記の理由に依つて

$$p_n-p_{n+1}=h\rho_n g=\frac{H}{N}\rho_n g \tag{85·1}$$

1. Dalton's law.

しかるにボイルの法則に依れば p_n と ρ_n の比は一定なる故，その値を k とすれば

$$\frac{p_n}{\rho_n}=k \tag{85·2}$$

との關係で (85·1) の ρ_n を p_n で表はせば

$$p_n-p_{n+1}=\frac{Hg}{Nk}p_n$$

從つて

$$p_{n+1}=p_n\left(1-\frac{Hg}{Nk}\right) \tag{85·3}$$

となる．この式に於て $n=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ N-1$ と置けば，$p_N=p$ なる故に

$$p_1=p_0\left(1-\frac{Hg}{Nk}\right)$$

$$p_2=p_1\left(1-\frac{Hg}{Nk}\right)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$p=p_{N-1}\left(1-\frac{Hg}{Nk}\right)$$

この N 個の式の兩邊を掛け合せ，且つ $p_0p_1p_2\cdots p_{N-1}$ で割れば

$$\frac{p}{p_0}=\left(1-\frac{Hg}{Nk}\right)^N \tag{85·4}$$

この兩邊の自然對數をとれば

$$log_e\left(\frac{p}{p_0}\right)N=log_e\left(1-\frac{Hg}{Nk}\right) \tag{85·5}$$

しかるに H/N は何程でも小さくとり得る故に Hg/Nk は 1 に對して充分小さくすることが出來る．その制限の下に右邊の對數を級數に展開すれば

$$log_e\left(\frac{p}{p_0}\right)=-N\left[\frac{gH}{Nk}+\frac{1}{2}\left(\frac{gH}{Nk}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\frac{gH}{Nk}\right)^3+\cdots\cdots\right] \tag{85·6}$$

となる．これらの關係は N を大きくすればする程益々嚴密に成り立つ．故に N を限りなく大きくした極限を考へれば，右邊の第二項以下は零となり

$$log_e\left(\frac{p}{p_0}\right)=-\frac{gH}{k} \tag{85·7}$$

となる．

しかるに實測に依れば $t°$C に於て壓力一氣壓 (即ち $1{\cdot}013\times10^6$ c-g-s) なる時の乾燥せる空氣の密度は

$$\rho=\frac{0.001293}{(1+0.00367\,t)} \tag{85·8}$$

で與へられるから

$$k=\frac{1.013\times10^6}{0.001293}(1+0.00367\,t)\ \text{c-g-s} \tag{85·9}$$

となる．又 g の値として 980 c-g-s. を選めば (85·7) は

$$log_e\left(\frac{p}{p_0}\right)=-\frac{H}{0.7994\times10^6(1+0.00367\,t)}\ \text{c-g-s.} \tag{85·10}$$

この對數を常用對數に直せば

$$log_e10=2.303,\quad log_e\left(\frac{p}{p_0}\right)=log_e10\cdot log_{10}\left(\frac{p}{p_0}\right)$$

であるから

$$2.303\times log_{10}\left(\frac{p}{p_0}\right)=-\frac{H}{0.7994\times10^6(1+0.00367\,t)}\ \text{c-g-s}$$

即ち

$$H=1.841\times10^6(1+0.00367\,t)\,log_{10}\left(\frac{p_0}{p}\right)\ [\text{cm}] \tag{85·11}$$

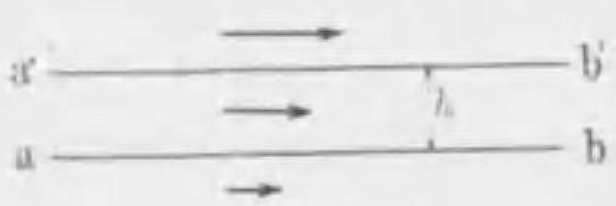
H を m で表はせば

$$H=18410(1+0.00367\,t)\,log_{10}\left(\frac{p_0}{p}\right)\ [\text{m}] \tag{85·12}$$

となる．この式に依つて氣壓を測つてその點の高さを略算し得．

第四章　流體の動力學

86. 粘性　第57節に述べた如く實在の流體は形狀の變化が容易で流動性を有する．けれども多少辷りに對する摩擦樣の抵抗をもつものである．卽ち流體の相接する層が異なる速度を以て運動する時は互に多少の抵抗力を及ぼし合ふ．この性質を **粘性**[1] と云ひ，抵抗を **內部摩擦**[2] と名付ける．



第　78　圖

今，流體が水平に，平行なる層狀をなして運動し，その速度が次ぎ次ぎの層に對し次第に增加するものとし，その內部に一つの層 aba'b' を考へれば，內部摩擦のために a'b' より上層の速かに運動する部分は考へる層の運動を速めんとし，ab より下層の遲く運動する部分はその運動を遲くせんとする．卽ちこの層は，上層よりは運動の方向に於ける切線力を受け，下層よりはその反對の方向の切線力を受ける．考へる層の厚さを充分に薄くした時のこの二切線力の合力の大さ R は實測の結果次ぎの如く表はされる．卽ち ab 及び a'b' に於ける流體の速さを夫々 v, v' とし層の厚さ h を極めて小さくした時

$$\lim_{h\to 0}\frac{v'-v}{h}=\frac{dv}{dh} \tag{86·1}$$

なる極限値，所謂 **速度の勾配**[3] に比例し，ab (或は a'b') 面の面積 S に比例する．從つて比例常數を η とすれば

$$R=\eta\cdot S\frac{dv}{dh} \tag{86·2}$$

1. Viscosity.　2. Internal friction.　3. Velocity gradient.

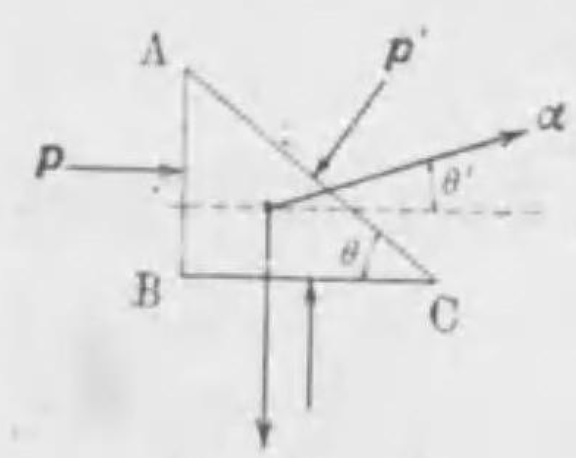
となる．η は流體の種類に依つて定まる常數で，これを考へる流體の **粘性係數**[1] と云ふ．粘性係數の元は

$$[\eta]=\frac{[MLT^{-2}]}{[L^2]}\frac{[L]}{[LT^{-1}]}=[ML^{-1}T^{-1}] \tag{86·3}$$

である．通常の流體は甚だ小さい粘性を有するがグリセリンの如き粘稠なる液體は著しく大である．後者を **粘稠性流體**[2] と云ふ．

粘性を考に入れた流體の運動は初等の範圍で取扱ふことが困難であるから，以下の議論では主として粘性のない壓縮不可能なる理想液體を取扱ふことにする．

87. 運動する流體內の壓力　運動しつゝある理想流體內に第 **70** 節に述べたる如き極めて小さい直角三角壔 ABC を考へ，AB を鉛直線の方向にとり，$\angle ABC=\pi/2$, $\angle ACB=\theta$ とすると，この三角壔內の流體は d'Alembert の原理に依つて五面に働く壓力と，この內部の流體の重力とその慣性抵抗とが動力學的釣合にある．流體の慣性抵抗は質點のそれと同樣に，流體の密度 ρ と容積 V との積なる質量に加速度 α を乘じて符號を變へたものである．されぱこの七力の AB 面に垂直なる分力の和は零でなければならぬ．しかるに五壓力と重力の分力は第 **70** 節と同樣なる故



第　79　圖

$$pS-p'S'\sin\theta$$

に等し，こゝに S と S' 及び p と p' は AB と AC 面の面積及び壓力の强さである，今加速度が AB に垂直なる方向となす角を θ' とすれば慣性抵抗の分力は $-\rho V\alpha\cos\theta'$ であるから，結局

$$pS-p'S'\sin\theta-\rho V\alpha\cos\theta'=0 \tag{87·1}$$

なる式が成り立つ　しかるに

$$S=S'\sin\theta \tag{87·2}$$

にして又 BC 邊の長さを a とすれば

1. Coefficient of viscosity.　2. Viscous fluid.

$$V=\frac{1}{2}Sa \qquad (87\cdot3)$$

であるから (87·2) と (87·3) を (87·1) に代入し，S で割れば

$$p-p'=\frac{1}{2}\rho a\alpha\cos\theta' \qquad (87\cdot4)$$

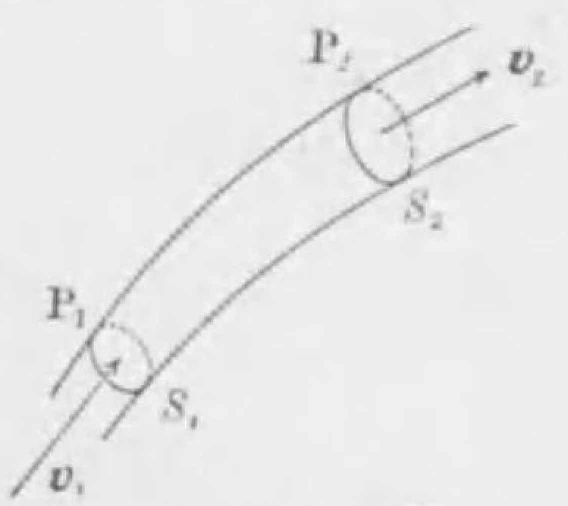
となる．考へる三角壔を充分に小にすれば，a は極めて小さくなる．従つてその極限に於て

$$p=p' \qquad (87\cdot5)$$

即ち運動せる流體内に於ても壓力は考へる面の向きに無關係である．

88. 流體の定常運動　一般に流體が運動する時はその内部の各點に於ける速度及び壓力は時間と場所の函數である．云ひ換へれば流體内の各點の速度及び壓力が場所に依つて異なるばかりでなく時々刻々變化する．特別の場合としてこれらの値が所に依つて異なるも時間に對して變らない様な流體運動を **定常運動**[1] と云ふ．

定常運動にありては流體の各質點は一定の軌道に沿うて運動する．この軌道を **流線**[2] と云ふ．又定常運動をなしつゝある流體内に同一の流線を二度と切らない一つの閉合曲線を考へ，その曲線上の各點を通る流線を引けば，これらの流線で圍まれた一つの管を得る．かくの如き管を **流管**[3] と云ふ．流管内の流體は恰もその管壁が流體の通過し得ない物質から成る如き狀態で恒に同じ管内に流れる．



第 80 圖

今，一つの流管を P_1, P_2 の二點に於て垂直に切つたとし，その斷面積，速度及び密度をそれぞれ S_1, v_1, ρ_1; S_2, v_2, ρ_2 とす

1. Stationary motion.　2. Stream line.　3. Tube of flow.

れば流體はこの管内に於て發生又は消失することがないから，S_1 を通つて入つただけ S_2 を通つて出なければならぬ．故に

$$\rho_1 S_1 v_1=\rho_2 S_2 v_2 \qquad (88\cdot1)$$

これは流管に對する流體の **連續方程式**[1] と呼ばれる．

流體が理想液體の場合には壓縮不可能であるから，密度は變ることなく

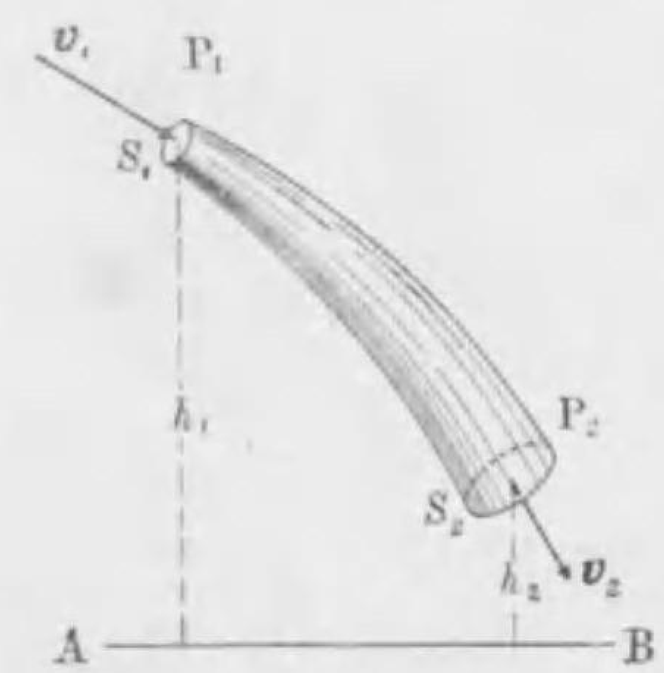
$$\rho_1=\rho_2 \qquad (88\cdot2)$$

であるから，(88·1) は

$$S_1 v_1=S_2 v_2 \qquad (88\cdot3)$$

即ち任意の流管の斷面積とその點の速度は逆比例する．

89. Bernoulli の定理　重力場に於て定常運動をなしつゝある液體内に斷面積の小さい一本の流管を考へて，それの任意の二點 P_1, P_2 に於ける液體の速度，壓力をそれぞれ v_1, p_1 及び v_2, p_2 とし同一水平面 AB からの高さを h_1, h_2，又 P_1, P_2 に於ける流管の切斷面積を S_1, S_2 とする．しかる時は S_1 を通つて微小時間 Δt の間に流管 P_1P_2 内に入り來る液體の質量は $\rho S_1 v_1 \Delta t$ なる故，それによつてもち込まれる運動のエネルギーは ρ を液體の密度とすれば



第 81 圖

$$\frac{1}{2}(\rho S_1 v_1 \Delta t)v_1^2 \qquad (89\cdot1)$$

である．同様に S_2 を通つて Δt の間に流出する液體によつてもち

1. Equation of continuity.

出される運動のエネルギーは

$$\frac{1}{2}(\rho S_2 v_2 \Delta t)v_2^2 \qquad (89\cdot2)$$

にして，この差 $[(89\cdot1)-(89\cdot2)]$ は Δt 間に於ける P_1P_2 内の運動エネルギーの增加である．

又この液體の移動によつて位置のエネルギーは

$$(\rho S_1 v_1 \Delta t)gh_1-(\rho S_2 v_2 \Delta t)gh_2 \qquad (89\cdot3)$$

だけ變化する．

更に S_1 に於ては壓力 p_1 が流れの方向に働く故に，これが流れ込む液體に對してなす仕事は Δt の間に

$$p_1 S_1 v_1 \Delta t \qquad (89\cdot4)$$

で，この仕事は管 P_1P_2 內のエネルギーとして與へられる．同樣に S_2 に於ける壓力 p_2 のなした仕事

$$p_2 S_2 v_2 \Delta t \qquad (89\cdot5)$$

は管內のエネルギーの減少となる．

しかるに考ふる流れは定常的であるから，管 P_1P_2 內のエネルギーの變化はない．從つて

$$\frac{1}{2}(\rho S_1 v_1 \Delta t)v_1^2-\frac{1}{2}(\rho S_2 v_2 \Delta t)v_2^2+(\rho S_1 v_1 \Delta t)gh_1$$
$$-(\rho S_2 v_2 \Delta t)gh_2+p_1 S_1 v_1 \Delta t-p_2 S_2 v_2 \Delta t=0 \qquad (89\cdot6)$$

でなければならぬ．

しかるに (88·3) によつて

$$S_1 v_1=S_2 v_2$$

であるから，(89·6) にこの關係を代入し，更に Δt を各項より消去

すれば

$$p_1+g\rho h_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=p_2+g\rho h_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2 \qquad (89\cdot7)$$

となる．P_1, P_2 點は流管內どこにとつてもよいから，この關係は一つの流管に於てはいかなる場所に於ても

$$p+g\rho h+\frac{1}{2}\rho v^2=\text{一定} \qquad (89\cdot8)$$

であることを示す．これは流管が細ければ細い程良く成り立つ故に嚴密には一つの流線上の各點に對する關係と見做すべきである．これを **Bernoulli の定理**[1] と云ふ．

特別の場合として液體が靜止する時には (89·7) に於て $v_1=v_2=0$ と置けば

$$p_2=p_1+\rho g(h_1-h_2) \qquad (89\cdot9)$$

となる．今，液面に於ける壓力を p_1，液面の AB 面からの高さを h_1 とすれば h_1-h_2 は壓力 p_2 なる點の液面からの深さに等し，さればそれを H で表はせば (89·9) は (71·5) と同一の關係を示すことがわかる．

次に液體が水平に流れる場合には高さが一定であるから (89·7) に於て $h_1=h_2$ と置けば

$$p_1-p_2=-\frac{1}{2}\rho(v_1^2-v_2^2) \qquad (89\cdot10)$$

となる．されば壓力は速度の大なる程小となる．

(89·10) に $S_1v_1=S_2v_2$ なる關係を入れて書き直せば

$$p_1-p_2=-\frac{1}{2}\rho(v_1S_1)^2\left\{\frac{1}{S_1^2}-\frac{1}{S_2^2}\right\} \qquad (89\cdot11)$$ ，

1. Bernoulli's theorem.

となる．しかるに單位時間に考へる流管を通つて流れる液の質量を M とすれば

$$M=\rho S_1 v_1=\rho S_2 v_2$$

である．これを (89·11) に入れると

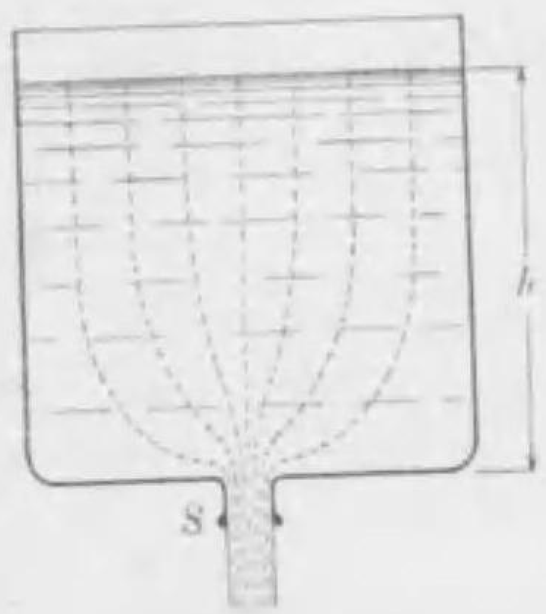
$$p_1-p_2=-\frac{1}{2}\frac{M^2}{\rho}\left\{\frac{1}{S_1^2}-\frac{1}{S_2^2}\right\} \qquad (89·12)$$

となる．この關係から流管の任意の點に於て

$$p+\frac{1}{2\rho}\frac{M^2}{S^2}=一定$$

なる關係を得る．故に一つの流管內の壓力はその切斷面が小さければ小さい程小となる．

90. 孔よりの液體の流出 一つの容器內の液體がその自由表面よりの深さ h の器底に穿てる小孔より流れ出る速度を v とすれば，微小時間 Δt 內に流出する液體の質量は



第 82 圖

$$\rho Sv\Delta t$$

であつて，その搬出する運動エネルギーは

$$\frac{1}{2}(\rho Sv\Delta t)v^2$$

である．このエネルギーは容器內の液面の下降のために減少する位置のエネルギー $(\rho Sv\Delta t)gh$ の變態せるものに外ならない．故にエネルギー保存則により

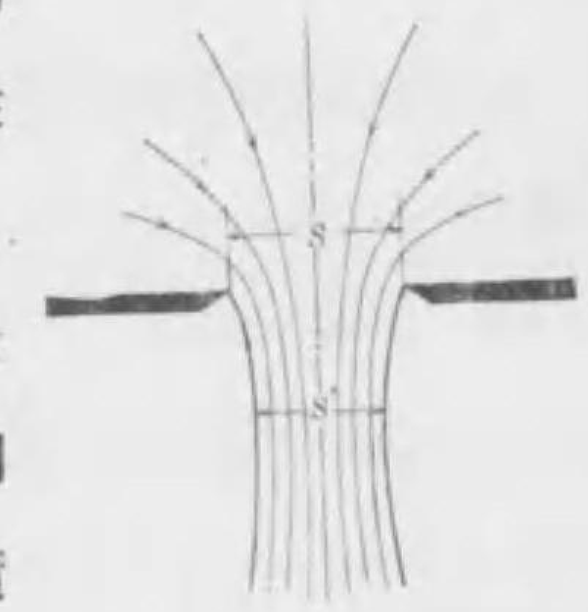
$$\frac{1}{2}(\rho Sv\Delta t)v^2=(\rho Sv\Delta t)gh$$

從つて

$$v=\sqrt{2gh} \qquad (90·1)$$

卽ち小孔よりの流出速度は物體が自由面の高さより小孔まで落下して得る速度に等し．孔が側壁にある場合も同樣である．

孔の形が第 82 圖の如きときは上式が成立つのであるが若し次の圖の如く出口に筒がなくて薄い器壁に直ちに穿てる孔である場合には孔に集中する流線は慣性のために前の場合のように急に孔に垂直となることが出來ない．そのために流管は圖の如くになる．若し孔が圓形の時はその直徑の約 1/2 出たところが切口最小となる．水に對する實測に依れば縮んだ部分の面積 S' は孔の面積 S の 0·62 倍である．この流管の縮みを **縮脈**[1] と云ひ，S'/S の比を **縮脈係數**[2] と云ふ．この場合には單位時間內に流出する液體の質量 M は面積 S' を通る故に



第 83 圖

$$M=\rho S'v=\rho\sigma S\sqrt{2gh}$$

こゝに σ は縮脈係數である．

91. 孔よりの氣體の噴出 一つの容器內の壓力 p の氣體がその器壁に穿てる面積 S の小孔より壓力 p_0 の外氣中に噴出する時，その速度を v とすれば，Δt の時間內に出る氣體の質量は $\rho Sv\Delta t$ にして，それが搬出する運動のエネルギーは

$$\frac{1}{2}(\rho Sv\Delta t)v^2$$

である．これは噴出せる氣體が $p-p_0$ の壓力によつて壓し出される

1. Vena contracts. 2. Coefficicent of contraction.

ために與へられる仕事 $(p-p_0)Sv\Delta t$ に等し，故に

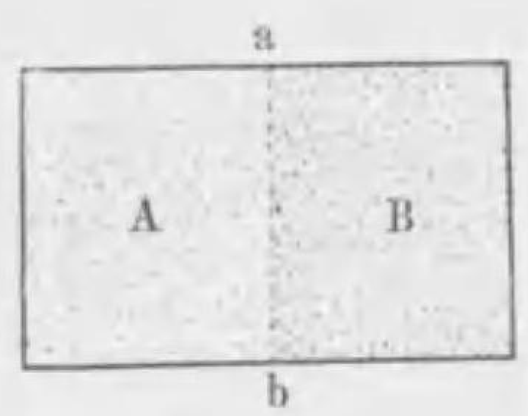
$$\frac{1}{2}(\rho Sv\Delta t)v^2=(p-p_0)Sv\Delta t$$

從つて

$$v=\sqrt{\frac{2(p-p_0)}{\rho}} \qquad (91\cdot1)$$

卽ち噴出速度は內外壓力の差の平方根に比例し，密度の平方根に逆比例する．これを **Graham の法則**[1] と云ふ．

92. 氣體の擴散　相異なる種類の氣體を境する平面の隙壁を取り去つて圖の如く互に接觸せしめたとすれば，各氣體分子は絶えず運動をなしつゝあるから，A 內の分子の一部は接觸面 ab を通つて B に往き，B に來たものゝ一部は又 A に戻る．B 內の分子も同樣である．されば暫時の後にはもと A, B 內にあつた分子は全器內に一樣に雜る．而して一樣になつた後の壓力と，もとの各部分の壓力との間には Dalton の法則が成り立つ．この現象を **擴散**[2] と云ふ．



第 84 圖

又二種の氣體が素燒又は或物質の膜の如き多孔質の隔壁を以て境される時には其隔壁を通つて擴散する．この際，擴散の速さは隔壁の兩側の氣體の壓力の差に比例し，氣體の密度の平方根に逆比例する．これを **擴散に關する Graham の法則** と云ふ．

93. 渦動　流體の一部分が廻轉運動をなす時，その運動を **渦動**[3] と云ひ，渦動の廻轉軸を切線とする線を **渦動線**[4] と云ふ．

1. Graham's law.　2. Diffusion.　3. Vortex motion.　4. Vortex line.

一般に渦動線の周りに廻轉する流體とその周圍の閉合流線をもたない部分との間には境界があつて，これは渦動線をとりまく一つの管をなす故に **渦動管**[1] と云はれ，渦動管內に渦動をなしつゝある流體の部分を **渦**[2] と云ふ．

第 85 圖

一つの渦動管の任意の點の直斷面積 S とその點の渦動の角速度 ω との積はその渦動管について到るところ一定の値をもつ．その値の二倍，卽ち $2S\omega$ を以て **渦動の强さ**[3] を表はす．

理想流體に對する渦動の理論に依れば一度生じたる渦動はたとへ變形又は移動をしてもその强さは永久に不變であるばかりでなく，一つの渦動を形成する流體の分子は依然として變らない．けれども實在の流體は多少の粘性を有する故に，一度生じたる渦動は外よりエネルギーを補給するのでなければ次第にその廻轉速度を減じ遂に消失するに至る．

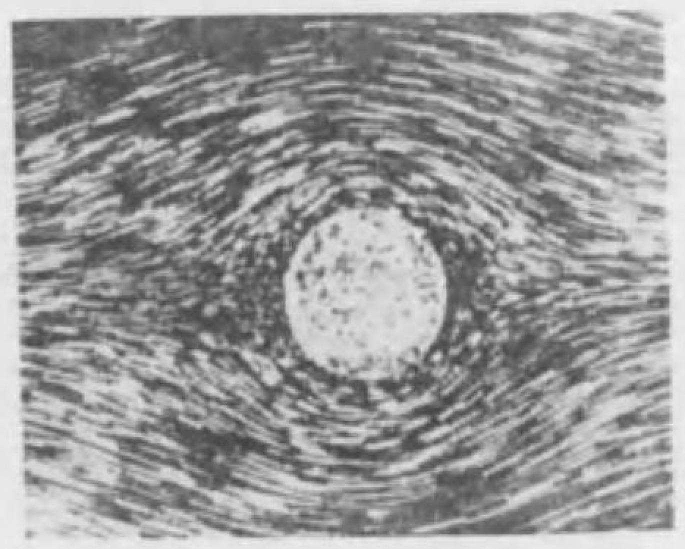
又渦動線は流體內で閉合線をなすか又はその流體の境界にその兩端を有するかであつて流體內に終ることはない．

物體が流體中を速かに運動する時は一般にその後に渦動を伴ふ．運動は相對的であるから，靜止する流體內に物體を一樣の速さで運動させるも一樣に流れる流體內に物體を置くも渦動の生ずることは同じことである．

たとへば一つの圓筒を一樣に流れる水中に置く時は流體の流れの

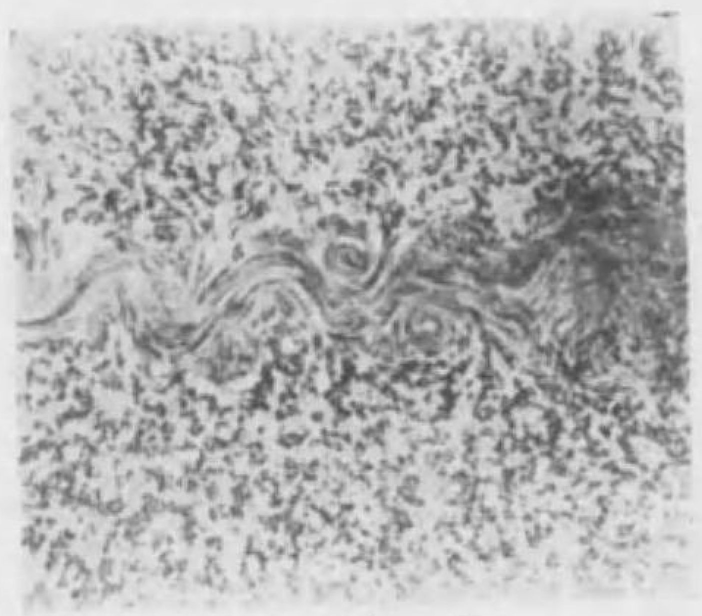
1. Vortex tube.　2. Vortex.　3. Intensity of vortex.

速度が著しく小なれば第 86 圖の如く物體の周りに附着及び速さの遲くなる部分を生ずるのみであるが更に流體の速度を增せば第 87 圖の如く後に二つの對稱的の渦を生じ，更に速度を增せば圓筒の後の渦は非對稱的となり，その渦が交互に離れて第 88 圖に示す如く

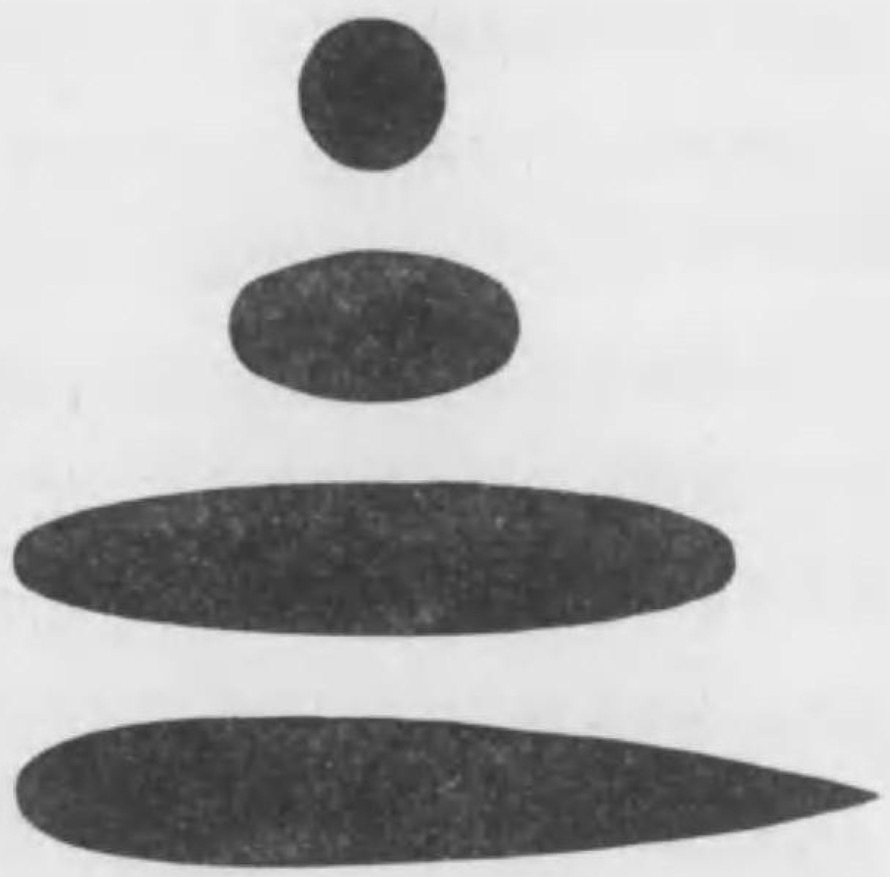


第 86 圖

第 87 圖



第 88 圖



第 89 圖

二列に並んだ渦群を生じ，一列の渦は他列の渦の丁度中間に位し，各列の强さは皆相等しいが廻轉の方向は互に相反する．この渦群を **Karman の渦**[1] と云ふ．a を列間の距離，b を同列の渦同士の距離とすれば a/b は約 0·281 である．物體が流體内を運動する時それに働く抵抗は主としてこれらの渦の生成に對するエネルギーの補給

1. Karman's vortices

を要するに起因する．この抵抗は物體の形に依つて異なる．第 89 圖は等しき幅をもつ四種の支柱の切口の形を示すものでそれらの空氣抵抗は速やかなる運動に於ては圓柱を 1 とすれば大約 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{7}$ となる．卽ち最後の如き形の切口の支柱が生ずる渦は最少であることを示すものでかくの如き形を **流線形**[1] と云ふ．

1. Streamline-form.

問　　題

問題を解く上の一般的注意

まづ問題に對して正しき解釋を下すことが必要である，問題の意味を正しく解釋すると云ふことの大切なるは總ての學問，總ての事柄に於てであるが學生の多くは無意識的に之を誤る．殊に受驗生の如く一定時間中に多くの問題を解くものにありては或は文意を鵜呑にして數値を見違へ，單位を誤り，或は曲解して自己一流の勝手な解釋を下すものの甚だ多いのは遺憾の極まりである．尙特に物理學の問題は問題自身が旣に自然に卽したものであつて決して常識を逸したり，又はおとぎ噺の如く空想的なものは無いのであるから此點についても常に留意する必要が大切である．

次に問題の意味がわかつたならば問題の要點は何處にあるか，その力點を見出さなければならない，山を畫くには山全體の形が大切である，問題の要點をはずれた所，卽ち山の木一本々々岩一つ々々を細々と書いたからとて山に對する正解なりとは言ふを得ないのである，卽ち死んだ答案となるのである．故に筆をとる前にこの問題の急所はいづくにあるかを判然と指摘し，若し問題が漠然として居る樣な時には幾度も讀み返して，問題に隱れた處までも熟考する必要がある．

さて問題の急所がわかつたならば，如何なるところから書き始めるか，如何なる式を引用して如何なる假定を用ふるか，その數式の變化及び到着すべき大體の見當をつけてかゝらねばならぬ，この計

畫を作ることなしに一擧に筆を走らせたならば中途に於てゆきづまりになり迷路に落入ることゝなるであらう.

以上の手續を了へたならば愈々筆をとりて解答を作るのであるが,その時には大體次の事項に注意することが大切である.

(1) 文字はたとへ拙であつても正確に記すこと.

(2) 解答は整頓せしめ清調なること,途中に脱落句の挿入をなし,或は抹消する等,讀むものをして一見繁雜に堪へざらしめ,倦怠の念を起さしめるが如きものは不可である.

(3) 問題に與へられた各數値の單位は尊重して使用し自己流に改變せしめざること,尚自己發意に依り單位を作る必要ある時は常識外づれにならざるやう例へば汽車,飛行機等の速度をあらわすに粁/時,糎/時を用ひたり,其の抵抗を計算するにダインを用ゆる等は,其の人の學に對する常識を怪しましめ,或る時は問題の解ける解けぬ以上に意外の不利を來すことがあるものである.

(4) 解答の紙と數値の計算とは別紙にしたゝむるを原則とするも,時に紙の都合上一枚に記すを要することが有る,かゝる場合は計算は例へば紙の右半分を用ふ.何れの場合も亂雜にならぬ樣行儀よく運算すること.

(5) 計算には計算尺計算諸表の利用を心掛けること.

(6) 圖解には出來得る限り正確なる圖を作り殊にヴェクトルの如きにあつては計算値と,圖解の結果とが殆ど一致する樣心掛けねばならぬ.

かくして出來た解答は必ず一應讀み返して缺點の無きものにつとめねばならない.

之等は今更耳新しく云ふ迄もないことであるが,それだけに學生には等閑に附せられて不注意になり勝のものである,されば常に心を用ひてたとへ簡單平易な問題なりといへども,おろそかにせず時間を超越して完全なる答案の形式を作る樣絕ず練習せねばならない.

運　動　學

1. 速さと速度との差違を記せ.

2. 身長 h なる人が高さ b なる弧燈の下より v なる速さにて歩み去るとき地上に於ける其の人の影の端の速さを求めよ.

3. ヴェクトルとスカラーを述べよ.

4. 中斜法とは何ぞや.

5. 垂直に降る雨の中を早く走る人は何故に傘を前方に傾けるかその理由を圖解せよ.

6. 一つの點が北西に 24 cm. 及び北に 30 cm. 二つの分變位をなしたるときその合變位を求めよ.

7. 正三角形の三邊に沿へる大さ P. Q. R なる三つの變位の合變位の大さを求む.

8. 一點が 10 cm/sec の二つの分速度をもつとき次の四つの場合につき作圖により合速度を求めよ. 但し互の角は 60°, 120°, 180°, 270° とす.

9. 一つの短艇が 2 m/sec の速度にて堤防に對し 22° をなして進行す. 堤防に平行な分速度と直角なる分速度を求め, 堤防に平行に 100 m 航漕するに要する時間を計算せよ.

10. 彈丸の或位置に於ける水平速度及垂直速度が夫々 500 m/sec, 60 m/sec なるときその合速度を算出せよ.

11. 毎時 24 km の速度にて北西に帆走せる船あり. 1·5 m/sec で右舷に向つて横ぎる人の合速度を求む.

12. 短艇にて河流を直角に横ぎりたるに到着點より出發點を見れば到着點の河岸と 30° の方向に於て 400 m 距離に在りたりと云ふ. 短艇が流水の爲めに流されたる距離及び短艇が同時間に靜水に於て進み得る距離を見出せ.

13. 北に向つて毎時 25·2 km の速度で走つて居る自動車内の人によつて風に運ばれてる紙片が丁度西方から 1·5 m/sec の速度で向つて居る様に觀測されたと云ふ. その風速を求めよ.

14. 一點が他の點に對して有する相對速度とは何を意味するか. 又如何にして求むるか, 東に向つて 30 km の時速で航走する船から見て北西に 24 km の時速で走る船の海面に對する速度を求む.

15. 自轉車で北に走る人に對して風は北東より吹く如く感ずる. 若し等しい速さで南に走れば南東の風の如く感ずると云ふ. 風向を求む. 圖示して之れを說明せよ.

16. 60° の角をなす ox, oy なる二軌道がある A 車は ox 軌道を B 車は oy 軌道を何れも毎時 100 km の等速度で走り交叉點 o を A 車が通過して 2 分後に B 車が通過するものとすれば A 車に對する B 車の相對速度並に兩車の最短距離を求めよ.

17. 北に向つて走る自轉車上の人が北から 15° 東へ向ふ風を觀測したと云ふ. 今自轉車の速度を毎時 20 km 風速を毎時 12 km とすれば風の方向を作圖で求めよ. 又同一速度で反對に戻るときの見掛の風向を示せ.

18. 海岸に平行して等速度で進行中の軍艦から海岸の標的を打つには大砲の方向を如何にすべきか圖解せよ.

19. 一樣なる速度で河を横切てゐる船の中の人が前方の岸に立てる人に球を投げるには如何なる方向を選ぶべきか. 圖解せよ.

20. 毎時 120 km の飛行機が東から 30° 南方に進まんとす. 今北東の風速が毎時 35 km であるとすれば機首を何れの方向に向けて進行すべきか.

21. 毎時 35 km の南風に乘つて北西に毎時 150 km の速度で飛んで居る飛行機がある. 今, 急に風が止んだとしたら飛行機の速度と方向はどうなるか.

22. 夫々直線路上に等速度にて航海する二つの汽船がある. その速度を變へなければ衝突する運命にあり. その場合一船より見たる他船の運動は常に自船に向つて居る樣に見える理由を問ふ.

23. 三角形内の任意の一點よりその角頂に引ける三つのベクトルの和はその點より各邊の中點に引ける三つのベクトルの和に等しき事を證せ.

24. 加速度の意義を問ふ.

25. a km/時 にて走つて居た船が速度を一樣に增して t_0 sec 後に b km/時 に變つたと云ふ. 加速度を m/sec^2 にて求め且速度時間のグラフを畫け.

26. 初め北に向つて 10 m/sec の速度にて進行して居つたが 20 秒後に北西に 1·414 m/sec. の速度に變つた. この時速度の變化並に平均加速度を求む.

27. 管の中央を曲げて直線部を 30° の角となした. 水の速度を 1 m/sec で流せば曲りのために受ける速度の變化はいくらか.

28. 玉突の球が 1 m/sec の速度でクッションに突當り元の方向と 60° の角度をなし 0·8 m/sec の速度で反撥したと云ふ. 速度の變化を問ふ.

29. 等速で加速度を有つのはどんな場合か, 曲線運動で加速度を有たぬ場合がある

か、又等加速度曲線運動は存在するか。

30. 汽車あり 26 cm/sec² にて靜止から出發し 30 秒後に一樣な速度となつた．若干時間等速度運動をなしたる後蒸氣をたちブレーキしながら 40 cm/sec² の加速度にて靜止せりと云ふ．このの間走つた距離を 3 km．とすれば等速度運動をなした時間及び全運行に要した時間を計算せよ．尙速度時間曲線を畫け．

31. 毎秒 15 糎の速さにて半徑 8 糎の圓運動を爲す點の角速度を求めよ．

32. 毎分 90 回轉する車の角速度を求む．

33. 秒針の角速度を求む．

34. 30 rad/sec の車は毎秒何回轉するか．

35. 50 から 49 rad/sec に變化したときこれに對應する回轉數の變化はいくらか．

36. 半徑 2 m の車の周の一點の線速度が 12 m/sec．なれば角速度はいくらか．

37. 調帶で A 軸の車から B 軸の車に回轉をつたへるものとし B 車の直徑及び回轉數を 50 cm, 200 rev/min として A 車を 150 rev/min と望むときその直徑を決定せよ．

38. 小電動機について居る直徑 5 cm の車と他の軸の直徑 30 cm の車はベルトで連絡されてある．又同軸には徑 8 cm の車があつてそれは模型試驗軸に取付けある 25 cm の車にベルトで連結して居る．今，電動機が 1200 rev/min なれば試驗軸は毎分何回轉するか．

39. 自轉車の輪の半徑 35 cm で齒數 18 ヶの齒車をつけてある，足踏の方の齒車の齒數は46 ケなりと云ふ．1 km 走るのに何回轉踏まなければならぬか．

40. 20 ヶの齒をもつた齒車 A と 54 ヶの齒をもつ B 車が嚙合つて居るとき，A 車が 110 rev/min で回轉すれば B 車の回轉速度はいくらか，回轉速度を變へないで B 車を逆方向に回轉せしむるには如何なる方法を講ずればよいか

41. 靜止して居つた車が 24 sec の後一樣に増して 200 rev/sec となつたと云ふ角加速度を求む．

42. 0·5 sec に 50 から 48 m/sec に變化せる車の角加速度を求む．

43. 半徑 2 m の車輪の周圍の速度が 20 m/sec であつたものが 5 sec の後に 15 m/sec になつたと云ふ車の角加速度を求む．

44. 車輪上の頂上の一點の中心に對する角速度と地球に對する角速度とを比較せよ又線速度について比較せよ．

45. 車輪の一點が或瞬時に於て車の速度の 2 倍であると云ふ其の點を見出せ．又その速度は何が標準であるか．

46. 我々の見る月の表面は年中同じ側であるその理由を説明せよ．

47. P 點は直線に沿ふて速度 v にて動く ON をこの線に垂直に引く．O を定點とし P 點の O に關する角速度を OP の長さで表せ．

48. 水平面上を辷らないで轉がる輪の周圍の各點の速度を求めよ．又車の各點はその瞬間に於て切點を中心とする圓運動であることを見出せ．

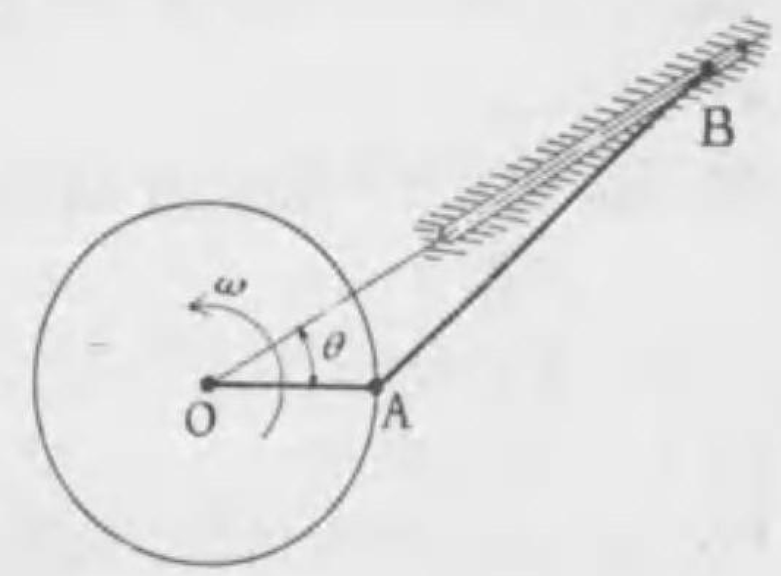
49. ホドグラフを用ひて曲線運動に於ける加速度を説明せよ．

50. 靜止の狀態より出發し 1 rad の廻轉につき速さが 2 cm/sec づつ增加する割合にて圓運動を爲す點あり．この運動點のホドグラフを求めよ．

51. 半徑 20 cm の圓周を一樣な速さ 120 m/sec で回轉するときの法線加速度はいくらか．

52. 半徑 a なる圓周上に二點が同じ向きに同一線速度 u で廻つて居るとき一點の他點に對する相對角速度は u/a に比例することを證せ．

53. 等速曲線運動に於ける加速度は常に運動路に垂直である．何故か．



54. 半徑 r の圓周上の等速運動に於ける加速度の大さを角速度を用ひて表せ．

55. 圖に於て OA が ω の角速度で回轉するとき B の速度は次式で表はさるゝことを證せ．

$$OA(\sin\theta+\cos\theta\tan\phi)\omega$$

但 $O\hat{B}A=\phi$.

運動の法則及び力

56. 何をか力といふ．詳細に之を說明せよ (明 30. 文檢)

57. 15 kg の質量の物體に 10 m/sec² の加速度を生ぜしむる力を計算せよ．

58. 9540 dyne の力が 2·5 kg のものに作用するときよつて生ずる加速度を求む．

59. 質量とは何か．又それと重量との區別を明かにせよ．(明 42. 東大工)

60. 運動量とは何ぞや．

61. 作用と反作用と大さ相等しく方向反對ならば物體は力の作用によつて運動することがないといふことの誤を指摘せよ．

62. 帆船の後部にある壓搾空氣を帆に吹きつけて船は進行するか．壓搾空氣を外部に後方に吹出す場合は如何．比較說明せよ．

63. 綱引の綱は兩組に引かれてどこでも同一張力である．一方の組の引く力は他方の引く力に等しいわけであるが勝負の起る理由を說明せよ．

64. 大砲の反擊は何に原因するや若し眞空中に發射するとき反擊ありや．

65. 完全に滑かな水平板上に自から水平方向に動き得るや．

66. 臺秤の上に立つて鐵砲を放つ人あり次の色々な場合に目盛に如何に表はるゝか

(a) 下向に打つとき

(b) 上空に打つとき

(c) 水平に打つとき

67. 若し軌道上の汽車，及び凡ての動物が同時に西に向つて動いたとすれば地球に如何に影響するか．

63. 質量 m の彈丸が質量 M の大砲より大砲に對して u の速度で打出される時彈丸及び大砲の地面に對する速度を求む．

69. 20 cm/sec の速度にて運動する質量 50 瓦の物體を 1/100 秒間に靜止せしむるに要する力は幾ダインなるか (昭 4 京大農)．

70. 質量 M なる銃が質量 m なる彈丸を水平に發射したとき，銃の反衝のエネルギーの彈丸のエネルギーに對する比を求めよ．

71. 12000 kg の貨車が 24 km/時 で走つて居るときの運動量を求む．若し 4 秒間に 20 km/時 に變つたとすれば運動に對する平均抵抗力如何．

72. 70 kg の彈丸が 500 m/sec の速度で發射されたと云ふ．力積を求む．若しこの

彈丸が 0·1 sec に靜止したならば平均の抗力を見出せ．

73. 質量 2×10^5 kg の汽車が一時間 50 km の速度で水平線上の軌道を走つてゐる．今汽車が 1 km の距離を行く間に，毎時 64 km の速度になつた．汽車の平均牽引力を求めよ．但し摩擦抵抗は無きものとす．

74. 板に釘を打つは板の下に在る物體が柔かい時よりは堅固な時の方容易なるは何故なるか．(明 42. 文檢)．

75. 小さい金槌で打てば釘はよく入る．比較的重い物體を單に乘せたより有效であることを說明せよ．

76. 20 m/sec の速さで飛んで來た 300 g のボールをバットで打ち逆方向に 30 m/sec で飛ばした際の力積を求む．接觸時間が 0·02 sec だつたら平均打力如何．

77. 長さ l，重さ W の一樣な鎖が上端を支へられて垂れ，その下端は水平な固定した板に觸れて居る，今これを放つて板の上に落すとき，それの落ちつある間，長さ $s\,(s<l)$ だけが板の上に横はる時に，板が鎖から受ける力はいくらか．(昭 3. 東大理)．

78. 次の七つの場合に於て P 及び Q を角 α をはさむ二つの分力とし R をそれ等の合力とするとき

(a) $P=24;\ Q=7;\ \alpha=90^\circ$　ならば R は如何

(b) $P=13;\ R=14;\ \alpha=90^\circ$　〃 Q 〃

(c) $P=7;\ Q=8;\ \alpha=60^\circ$　〃 R 〃

(d) $P=5;\ Q=9;\ \alpha=120^\circ$　〃 R 〃

(e) $P=3;\ Q=5;\ R=7$　〃 α 〃

(f) $P=13;\ Q=14;\ \alpha=\sin^{-1}12/13$　〃 R 〃

(g) $P=5;\ R=7;\ \alpha=60^\circ$　〃 Q 〃

79. 大さが P 及び $P\sqrt{2}$ の二力が一質點に互に 135° の傾をもつて作用するとき，合力の大さ及び方向を求めよ．

80. 3, 4, 5, 及び 6の比の力が北，南，東及び西の方から一點に作用するとき，合力の方向及び大きさを求む．

81. 二力が $(A+B)$ と $(A-B)$ でその合力が $\sqrt{A^2+B^2}$ である爲めにはその間の角は幾度なるか．

82. 等しき二力が一質點に作用するとき之等の合力の自乘がそれ等の積の三倍に等しき二力の間の角度を求めよ．

83. 車を馬に曳かせるとき其の曳綱の馬につけた高さが車につけた高さより高きとき其綱の長さが長いときと短いときはどちらがとくか. 綱が地面に平行なときは如何.

84. 地球の太陽に對する軌道及び月の地球に對する軌道を圓形と見做し月が一年間に 13 週轉を爲し且つ太陽と地球との距離が月と地球との距離の 350 倍なりとせば太陽及び地球の質量の比如何.

質 點 の 力 學

85. 質點と幾何學的點との差異如何. 或る場合は大きな錘や彈丸或は地球, 太陽すら質點として取扱ふ, 其意味如何.

86. 長さ 20 尺の絲 AB の一端 A を鉛直の壁に固定せしめ, 他端 B に 8 貫の物體を吊し之に水平方向の力を加へて壁より 12 尺離して支ふるときは, 絲は幾何の張力を受くるか.

87. 10 kg の大さの二力が一點に作用するとき釣合ふべき力を計算せよ. 但し二力の間の角は 165°, 170°, 174° 178° 180° とす又釣合の力の大さと角度との關係を圖示せよ.

88. 一點に作用する三力 P, Q, R が釣合ふときは, 次の關係あることを證せよ. 但 A, B, C は夫々 QR, RP, PQ の爲す角とする

$$P:Q:R=\sin A:\sin B:\sin C$$

89. 8 kg の重さの物體の一點に夫々長さ 13 cm 及 15 cm の絲を結びつけ其の他端は同一水平面内に於て 14 cm をへだてゝ釘に結びつけた. 各絲の張力を問ふ. 作圖に依れ.

90. 同じ高さにある二點 AB 間に張つた絲の一點 C に重さ 10 kg の錘を懸けてある. AC=10 cm. BC=30 cm. C 點が AB 線から 1 cm 下つたとすれば, AC 部と BC 部との絲の張力の大凡の値如何. (昭 2. 東大理)

91. 凧の質量は 1 kg で垂直高 30 m 絲の長さ 70 m とす. 若し絲の張力を 0·7 kg とすれば凧に作用する風力の大さ及び方向如何. 之れを圖から求めよ. (絲は直線であると假定す.)

92. 三力 $P. Q. E$ が釣合にある. $P=Q, E=1{\cdot}25\,P$ なるとき P と Q とのなす角を問ふ. 若し $P=Q=E$ なれば如何.

93. 長さ 10 m の綱 AB の兩端は垂直面内に固定されて綱には自由に辷ることの出きる 50 kg の錘がついて居る. 若し A 點を通る水平, 垂直の座標軸に對して B 點が 8 m 1·2 m なるとき錘りの釣合の位置を作圖せよ.

94. 等加速度直線運動を爲す質點の初速度が夫々

(a) 0

(b) 15 cm/sec (加速度と同方向)

(c) 100 cm/sec (加速度と逆方向)

の場合, 2 min に 72 meter 移動したときの終速度及び加速度を求む.

95. 列車の質量 200000 kg. 靜止より出發後 1 分間で 400 m を走つた. 加速度一樣と見做して列車を引く力を算出せよ.

96. 600 kg の物體を滑車で昇降せしむるとき綱にかゝる張力を算出せよ. (a) 一樣な速度で下す場合. (b) 1 m/sec^2 の加速度で下すとき. (c) 同じ加速度で揚げる場合.

97. 質量夫々 10 g 及び 190 g の二物體が長さ 2 m の伸びない絲で結ばれ, 高さ 1 m の滑な水平机上に在る. 絲は常に張られ机の緣に直角をなすとし, 輕い方を丁度机端に於て靜に放したとすれば,

(a) 輕い物體が落下しつゝある時の絲の張力

(b) 輕い物體が床面に達する迄の時間

(c) 重い物體が机端に達する迄の時間

を求む.

98. 質量 100 g 及び x g の二物體を絲にて結び傾角 30° なる斜面の頂點に設けたる滑車の上に懸け前者を斜面上に載せ後者を吊下するときに全體が斜面を下る加速度は 420 cm/sec^2 なり. 次に後者に 35 g の錘を添加したるに再び前と同方向に動きその加速度は 70 cm/sec^2 なりしと云ふ. x g の値を求めよ. 但し摩擦及び滑車の質量は無視し得るものとす. (昭 2. 京大農).

99. 長さ L, 質量 M の一樣な綱の兩端を夫々 F_1, F_2 $(F_1>F_2)$ の力を以て引くとき綱の任意の點に於ける張力を求む.

100. 1 m/sec^2 の加速度で上昇する風船の上に, 50 kg の體重の人が乘れるとき, 人の風船に及ぼす力を見出せ. また同じ加速度で下降するときは如何.

101. 重さ W なる風船が重さ W なる砂袋を載せて α なる加速度を以て上昇しつゝあり, 此時船內のゼンマイ秤にて測れる砂袋の見掛けの重さ f を求む, 次にこの砂袋を拋棄したりとせばその後の風船の加速度 β は幾許なるか. 但し空氣の抵抗及び砂袋の浮力は無きものとす.

今 $W=100$ kg の重さ, $w=5$ kg の重さ, $\alpha=2$ m/sec^{2}なるとき f 及び β の値を計算せよ. (昭 2. 東大工)

102. エレベーターに乘つてゐる人が床を押す重さについて次の種々の場合を考察せよ.

(a) 靜止 (b) 一樣な速度で上昇 (c) 次第に遲くなりつゝ上昇 (d) 下方始發 (e) 一樣な速度にて下降 (f) 速度を減じつゝ下降.

103. 昇り 10 人, 降り 12 人を乘せて上下するエレベーターに於て, 昇降に於ける床の受ける壓力を等しくする爲めには兩者の加速度の關係を如何に定むべきか. この關係のもとに降りの加速度が 0·18 cm/sec^2 なるとき昇り加速度と床の受ける壓力を求む. 但し g は 980 cm/sec^2 各人の質量は凡て m kg とする.

104. 臺秤上に立つて水桶を持つときと, それを垂直面內に圓運動をなさしむるとは臺秤の目盛にいかなる影響があるか.

105. 遠心力の應用に就て知る所を述べよ. (明 41. 文檢).

106. 長さ 80 cm の絲の一端に 20 g の物體を吊し, これを振り廻して次第にその速度を早め, 絲が 2 kg の重さに堪ふるものとすれば絲の切れる瞬間の速度と回轉數とを求めよ.

107. 遠心力とは何か. またその大さが mv^2/r なることを證明せよ. (明 31. 文檢).

108. 1 kg の物體を長さ 1 m の絲に結びこれを毎秒 1 回の割合にて廻轉するとき絲の受くる張力を gw を單位として表せ. 但重力の加速度 $g=980$ cm/sec^2.

109. 赤道直徑を 0.64×10^7 m とし 24 時間一自轉とすれば赤道上で 60 kg の人に作用する遠心力はいくらか.

110. 赤道に於ける地球の引力の加速度は 978·0 cm/sec^2 にして地球の半徑を $6{\cdot}37\times10^8$ cm, 地球の一廻轉の時間は 86164 秒なりと云ふ. 然るときは地球の角速度が現在の約 17 倍となるときは赤道に於ける物體は重量を失ふ事を證せよ.

111. 汽車が曲率半徑 360 m のカーヴを 50 km/時 の速さで走るとき, 兩側のレールに側壓を及ぼさぬ樣にする爲には外側のレールは內側のものより如何程高かゝるべきか, 但レールの幅は 1·2 m (汽車は質點とみてよい).

112. 濠にかゝれる橋は半徑 15 m. の圓弧の形をなしてゐる. 今, 自働自轉車が橋を通るとき, 最高點に於て地より離れることなく通過し得る速力を km/時 で求めよ.

113. 運動質點の t 時刻に於ける座標 x, y が

$$x=8t^2+10$$

$$y=6t+5$$

で表されるときの運動を論ぜよ.

114. 塔の上から落した石が 2 秒の後地に達したものとして塔の高さを求めよ. 又初め 980 cm/sec の速度で抛げ下したものとすれば幾秒の後地上に達するか.

115. 初速度 v_0 を以て直上に投げ上げたる物體は v_0/g 時間を經て $v_0/(2g)$ なる速度に達し．v_0/g 時間の後再び投射點に歸りその時の速度の大さは初め投射したるときの速度の大さに等しき事を證明せよ．

116. 高さ 70 m の位置から投下した石と地上から 70 m 昇り得る速度にて投げあげた石と衝突する時間及び位置を求めよ．

117. 毎秒 10 m の速さにて上昇しつゝある輕氣球より石を落したるに，石は 17 sec の後に地面に達したりと云ふ．石を落したるときの氣球の高さを求めよ．$g=980\ \mathrm{cm/sec^2}$．

118. 8 ヶの石を 0·5 sec 置きに落すとき，最後の一つを投ずる瞬時に於ける各石の位置を圖形で表せ．又相隣る任意の二つの相對速度はいくらか．

119. 高所 A 點から眞上に投石し A 點から h 丈け下つた位置の速度が丁度 h 丈け上の點の速度の 2 倍であるなれば A 點から測つた最大上昇距離は $5h/3$ なることを證明せよ．

120. 次の値から速度時間曲線を畫け．OX 軸上 1 cm を 0.2 sec, OX に直角なる OY 軸上の 1 cm は 10 cm/sec を表す．今初速度を 0 とし 0.2 sec 置後の速度は 16, 30, 42, 49, 50, 47, 40, 28, 14, 0 cm/sec とす．又次の曲線をも求めよ

(a) 各 0.2 sec 間の平均加速度を求め各時間の中間の加速度と考へて加速度時間曲線を畫け．但し 1 cm を 10 cm/sec² とす．

(b) 各 0.2 秒間の平均速度を求め各の變位を計算し 2 秒間全體の變位を算出せよ．

121. 任意の方向に投射せる抛物體のホドグラフを見出せ．

122. 高さ 15 m の崖の上から水平に石を抛げれば何秒の後崖下の地上に達するか．

123. 地面上 H の高さの點より水平方向に v_0 の初速を以て抛げられた抛物體が地面に達する迄の時間及び到達距離を求めよ．

124. 初速度 400 m/sec の彈丸を 8 m の高臺から水平に發射するとき到達水平距離はいくらか又地上に達したときの彈丸の速度の方向を求めよ．

125. 砲丸を水平に打出したるに 450 m の地點に於て大砲と同一水平面下 11 m の所に命中したと云ふ初速度を求む．但し彈丸に作用する力は重力のみとす．

126. 圓形の池あり，半徑 a とす，一定の速さ V にて周を歩める人が歩みながら水面より h の高さにて水平に石を投げ之を池の中央に落さんとす，石に與ふべき初速度とその方向を問ふ．(昭 2. 東北大工)

127. 彈丸を 800 m/sec の速度で次の種々の傾角で發射するとき水平到達距離，飛行

時間，最高距離を求む 30°, 40°, 45°, 50°, 60°.

128. 初速度が 660 m/sec の大砲で水平距離 1000 m 高さ 50 m の點を射撃するには仰角をいくらすべきか．

129. 平地に於て或る點より抛つた石が 1 sec 後，或る距離に立つてゐる旗竿の頭を掠め去り，後更に 3 sec 後地面に達した．竿の高さを求む．

130. 地上の或る點 A から與へられた速度 V m/sec で物體を抛げて，A と同一水平面上で A から a m だけ隔つた點 B に達せしめるにはどんな方向に抛つべきか．但し空氣の抵抗はないものとする．(昭 4. 東大理)．

131. 海面上 h の高さの大砲よりの砲彈の射程は，丁度海面より同じ仰角で發射するときの射程に比し其の $\frac{1}{2}\left(\sqrt{1+\frac{2gh}{v_0^2\sin^2\alpha}}-1\right)$ 倍だけ大なることを證せよ．但し v_0：初速 α：仰角．

132. 地球上の物體の重さとは何ぞ．

133. 有效力，慣性抵抗の意義を問ふ．

134. 靜止せる車が 0.2 rad/sec² の角加速度で回轉し初めた．150 rev/sec になるに要する時間を求む．又此の時間内の回轉總數を求む．

135. 1 kgw の力が物體に 10 sec 時間働きて之を 10 m 丈け動かしたりと云ふ．物體の質量を見出せ．

136. 1000 kg の物體を勾配 3/4 の摩擦なき斜面の上に置き，之を (a) 水平力にて又 (b) 斜面に沿ふての力にて支えんとす．力の大さを求めよ．

137. 高さ 12 m 底の長さ 35 m の斜面上にある 3.07 kg の物體が斜面に及ぼす法線壓力は幾許なるか．

138. 鉛直面内に在る圓の最高點よりこの點を通る任意の滑かな弦を辷り下るに要する時間は弦の如何を問はず相等しいことを證せよ．

139. 質量 m_1, m_2 なる二つの物體を絲にて結び，絲を傾角 α なる斜面の頂點に設けたる滑車の上に懸け m_2 を斜面の上に載せ m_1 を鍾下するとき全體の動く加速度及び絲の張力を求めよ．但摩擦及び滑車の質量を無視す．

140. 30° の斜面上に 40 kg の物體がある．300 cm/sec² の加速度で上昇せしむるためにはいかなる力を加ふべきか，但し運動摩擦係數を 0·3 とす．

141. 水平机上に 1 kg の質量のものが絲にて結ばれ絲は小さな釘を經て垂直にかけられ一端に 100 g のものを附した．然るときは二つの物體は如何なる加速度を生ずる」

か，そのときの張力を求む，實際に於ては一様な運動になることが見られるがその原因は何か，この場合の張力は如何．

142. 93 km/時 で走つて居る自動車をブレーキをかけて 9 m で止めたと云ふ．車の運動に對する全抵抗力は車の重量の約 4 倍なることを證せ．

剛 體 の 力 學

143. 剛體とは如何なるものか．

144. 剛體に作用する力はその作用線上任意の點に着力點を移してもよいのはどういふ譯か，また物體が剛體でないときはどうか．

145. 質量 m 及び m' の物體を伸びることなき絲で連結して水平な摩擦なき面上に置き m に絲を附けて f なる力で水平に引くとき m と m' とを連結せる絲に作用する張力を求む．但し絲の質量は省略し得るものとす．

146. 長さ 54 cm の一様なる棒 AB がある A に 22.5 cm の絲をつけ B には 58.5 cm の絲をつけ一つの釘 C に結びつけて自由に吊すと棒が水平となす角はいくらか．圖で求めよ．

147. 物體中の 30 cm 離れた二點に並行なる同じ向きの二力 4 kg, 3 kg が作用するときその合力を求む．又向きの反對なるときは如何．

148. 三角形の三頂角に f_1, f_2, f_3 の平行力が働くものとしてその合力を求む．

149. 一邊の長さ 2 m なる正方形板 ABCD あり．今 A から B に向つて 2kg, B から C に 3 kg, C から D に 4 kg, D から A に 5kg の力が作用するとき，その合力を求めよ．

150. ABCD なる矩形板あり，AB=4 cm, AD=3 cm. 今 AB, BC, CD, DA に沿ふて 4 kg, 5 kg, 8 kg, 3 kg の力が作用し尙對角線 AC に沿ふて 7 kg が作用するとき合力を求む．

151. 物體に作用する平行力の釣合の條件を與へよ．

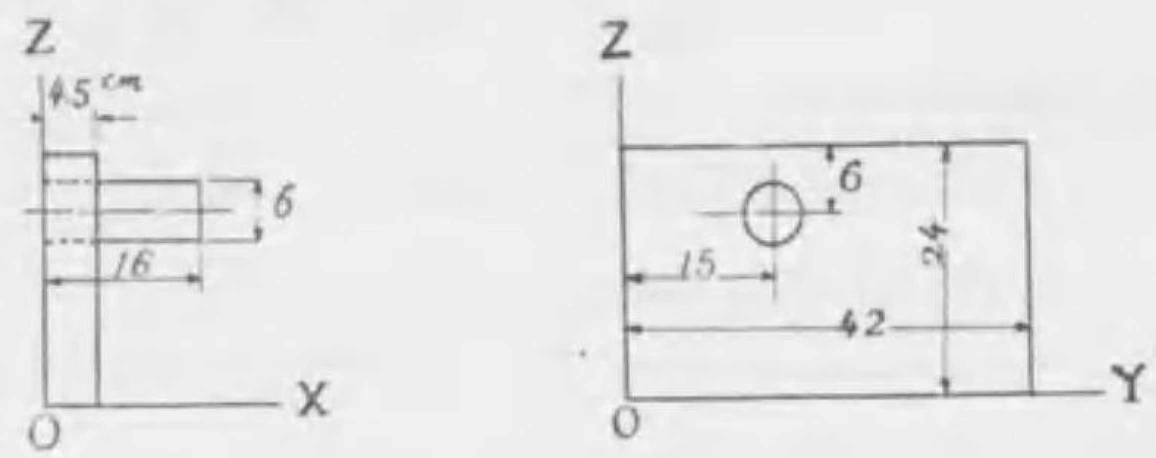
152. 重量を省略し得る輕き棒を 20 cm はなれた二點に發條をつけて吊し 2 kg 及 3 kg の錘を 40 cm はなれて吊す場合に兩發條にかゝる力を等しくするには如何なる位置を選ぶべきか．

153. 質心とは何ぞや．

154. 等しい重さの三本の棒で正方形の三邊を作るときは，全部の重心を求む．但棒の重心は其中心にあるものとする．

155. 正方形 ABCD の相隣れる二邊の AD, DC の中點 E, F を直線にて連結し，斯くして得た三角形 DEF を缺除するときは殘部の重心は何處にあるか． 

156. 圖の如き物體の重心を見出せ.



157. 半圓板の重心は直徑から測つて $4r/3\pi$ なることを證明し更に之れを用ひて 1/4 圓板の中心からの重心の位置を見出せ.

158. 直徑 40 cm の圓板に直徑 12 cm 及 8 cm の孔をあけるとき重心の位置を求めよ, 但兩中心は互に直角をなす直徑上にありてその周は圓板の周に接してゐるものとす.

159. 運動量保存則とは何ぞや.

160. 一つの質點系を成す各質點の質量及び各質點に働く力を知つて質量の中心の運動を知るにはどうすればよいか.

161. 數多の物體をゴムの紐で互に連結し, その中の一つの物體を持つて眞上に投げ上げる, ゴムの紐の延び縮みのため個々の物體の運動を知ることは容易でない. 然し全體の質量の中心の運動は, その初めの速度さへ分れば容易に知られる. どうしてか.

162. 力の能率とは何か.

163. 人あり棒の一端に荷物をかけこれを肩にかけて運んでゐる. 今棒を後方にずらせると手を前方にずらせなくてはならぬ. この場合肩にかゝる力に變化を生ずるか. 又足が地上を押す力に變化があるか.

164. 均質なる棒の一端に 3 kg の物體を吊せばその端より 4 m の所を支へて釣合ひ 5 kg の物體を吊せば 3 m の所を支へて釣合ふと云ふ. 棒の長さ及び重さを求めよ.

165. 木製圓板がその中心 O を貫く水平軸で自由に回轉し得る如くなつて居る. 今圓板の中心から 15 cm の二點 A, B にさしたる釘に絲をつけ夫々 2 kg 及び 1 kg の力で垂直に吊すとき圓板は如何に釣合ふか. 但 $\angle AOB=\frac{\pi}{2}$.

166. 腕の長さが異なる天秤にて物體を秤るに當り, 物體を左右の皿に載せたるときの重量が夫々 w_1, w_2 なりしと云ふ. 物體の眞の質量は $\sqrt{w_1w_2}$ なる事を證せよ.

167. 兩臂の長さ各 l, 全重量 W, 支點より重心迄の距離 h なる天秤の一方の皿に p なる重量を載せたるに天秤は α 角だけ傾きたり, この角を求む. (大 12. 京醫).

168. 重量 W なる自動車内の人が a 丈け前進すれば後部發條から前部發條に $W\frac{a}{b}$ 丈けの重さが移動することを證明せよ. 但し b は兩軸の距離とす.

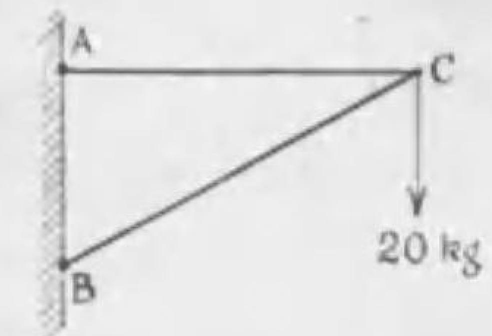
169. 一樣な半球の球面が机上にあるとき安定であることを說明せよ.

170. 一樣な密度で重さ W の半球を, その截面を上にして水平机上に置き截面の周圍の一點より錘り P を吊すとき其の靜止する位置如何.

171. 一樣なる長さ 60 cm の棒が中心で支へられて居る. 一方の端に 6 kg を吊すこの棒を水平に支えるために 9 kg の錘を置くべき場所を求む.

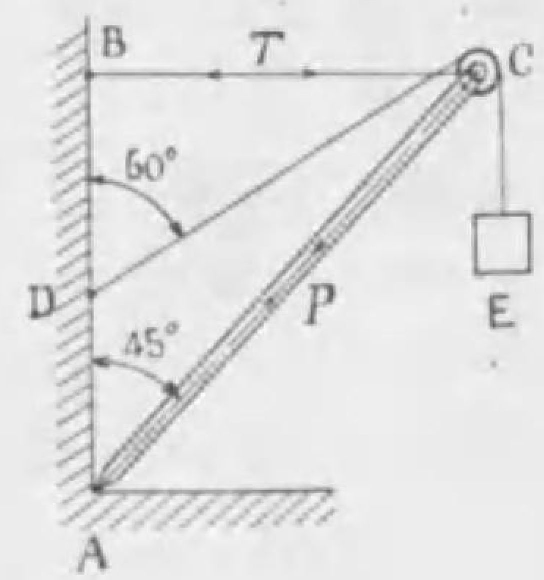
172. 高さ 10 cm の物體を半徑 1 m, 重さ 25 kg の車輪が乘越す時の最小の水平力を求む.

173. AC, BC は二本の輕い棒である; 同じ鉛直線上の固定點 A, B で夫々蝶番ひせられ, AC は水平, AB=1 m, AC=2 m とする. C に 20 kg の荷をかけるとき, AC 及び BC が受ける張力又は壓力は何程か.



174. 鉛直面内に於て長さ夫々 6 m, 4.5 m の AB, AC なる棒が A 點で互に結びつけられ, BC は垂直で 4.5 m の開きで壁にとめられて居る今 A 頂點に 1000 kg の重さがかけられたとすれば各棒に加る力は如何.

175. 圖の樣な裝置で 500 kg の荷重 E が滑車 C を通つて吊されて居る. 綱 BC が受ける張力 T を求む.



176. 一つの棒の A, B, C, D 點に P, Q, S, T の四つの力が作用して居るとき合力 R を求む. AB=BC=CD=1 m. P=4, Q=6, S=5, T=7 kg. $\angle PAB=110°$ $\angle QBC=60$, $\angle SCD=45°$, $\angle TDC=120°$.

177. 偶力とは何か.

178. 偶力が剛體に作用すると如何なる結果を來すか.

179. 偶力はその能率さへ變へなければ, その形を變へても, また之をその平面, 或はこれと平行な平面上何處へ移してもよいといふのはどういふ譯か.

180. 偶力は中斜法で合成し得べきことを證明せよ.

181. 次の各の場合に於ける偶力を指摘せよ.

(a) 時計の齒車の回轉のとき, (b) 壁にかかつてゐる額が壁に接して居る線の廻り

に廻轉せんとすることを防ぐ偶力. (c) 馬車の車輪に作用する偶力, (d) 閉ぢられつゝある扉に作用する偶力.

182. 長さ 15 cm 幅 5 cm なる矩形板あり. 長き方の縁に沿ふて 400 kg 力が働く時他の縁に沿うて力を働かし, この板を平衡ならしむる方法如何.

但板の重量無きものとす.

183 半徑 25 cm の圓筒の兩端に夫々質量 5 kg の物體を着ける. 質量間の距離は 30 cm で圓筒の切口の側から見れば一つの直徑上の兩端につけてある如く見える, 今 10π/sec の角速度で軸の周りにに廻轉して居るとき圓筒に作用する偶力を算出せよ.

184. 剛體の平衡の條件を述べ且つ之を證明せよ. (大 3. 東大工)

185. 一つの剛體に働く數多の力の合成に就いて論ぜよ. 但これ等の力は同一平面内にあるものとす. (明 31. 文檢)

186 剛體に一つの力が作用したとき, 剛體は如何なる運動をするか. 但し, その力の作用線は剛體の質量の中心を通らぬものとする.

187. 若し數多の同一平面上の力が一つの剛體に作用するとき任意に選んだ直交軸上の分の代數和が零, 又任意の點に關する能率が零であれば釣合にあることを證せよ.

188. 一樣な眞直な棒が鉛直壁と水平床に支へられて鉛直面内に靜止するために必要な條件を問ふ. 但壁床摩擦係數は $\frac{1}{2}$ とする.

189. 滑な鉛直壁の前方 6 尺の所より長さ 10 尺の梯を壁に立てかけて人が之に登る時, 何處まで昇り得るか. 但し梯と床間の摩擦係數を 1/2 とし. 又人の重量は梯の重量の 5 倍とする.

190 滑な鉛直壁及び水平床に, 重さ W, 長さ $2a$ の一樣な棒 AB を鉛直面内に水平と角 α の傾きで懸け, 下端 B(水平床上) に結んだ綵の他端を A の直上 C 點に結んで平衡を保たせるとき綵の張力を求む. 但し $\angle BCA = \beta$ とする.

191. 垂直な壁に額を吊すに下縁は廻轉し得る如く止め兩縁に綵をつけて或傾きに止めるものとす. 綵の長さと張力の關係を圖解し之れを論ぜよ.

192. 重量 300 kg, 長さ 4 m の一樣なる梁が兩端で支へられてゐる. 其中央から左半分に 3000 kg の荷重が一樣に配布されてあるとき兩端の反抗力を求む.

193 目方 40 kg, 長さ 6.5 m なる AB なる梯あり重心點は A 端から 2.5 m の所にある. 又 A 端から 4 m の所に 30 kg 道具袋を吊す. 二人の一人が A 端を支へるものとすれば兩人の負擔を等しくするには他の一人は何處を支ふべきか.

194. 輕き棒 AB がある. 長さ 1 m で兩端で支えられて居る. A 端に於ける反抗力は鉛直線と 30° をなすといふ. 今 A 端から 20 cm の所に 2 kg の錘を載せたとき兩端の反抗力を求む.

195. 二等邊三角形 ABC に於て, AC=CB. AB=5 m にして水平. C は AB より 2 m の距離に在り. 此の三角形板は直立にして A と B に於て支へられてゐる. 今 270 kg の物體を AC の中點に同じく 270 kg の物體を C に釣り下げ, 又 360 kg の力を BC 中點に BC と直角に作用せしむるとす. B に於ける反抗力は垂直に, A に於ける反抗力は傾斜してゐるとすればこれ等の反抗力を求めよ.

196. 一樣な眞直な棒をそれの兩端につけた綵で支へてぶらさげて置くとき, 綵の水平線に對する傾きが α 及び $\beta(\beta>\alpha)$ ならば, 棒の水平に對する傾き θ は次の關係をなすことを證明せよ.　$\tan\theta = \frac{1}{2}(\tan\beta - \tan\alpha)$　(昭 3. 東大理)

197. 最上端 P にて垂直(重力の方向)に支へられたる長さ l にて一樣なる剛體の棒あり, 今 P 點が水平方向の打擊を受けてその方向に v_0 なる初めの線速度 (liner velocity) を得て支へを離れ以後自由に運動するものとす.

重力の場に於ける此の棒の運動につき (a) 重心の線速度及び其徑路 (b) 角速度を求めよ. 但し棒の運動には何等の抵抗も働かざるものとす. (昭 5. 東北大工)

198. 摩擦とは如何なるものか, また, その法則を說明せよ.

199. 摩擦角及び摩擦係數とは何ぞや.

200. 地面では車輪を用ひ雪道では橇を用ふるは何故か.

201. 大さ並に外見の等しい二個の荷箱が地上に置かれてある. 持ち上げたり目方をかけないで質量の大小を比較する方法を述べよ.

202. Belt と Pulley との間の摩擦力は速度が大なる程小さくなることを說明せよ.

203. ジヤッキを用ひて家を持ちあげるには把手を廻せばよい. 然るに把手を離してもねぢは元にかへらぬ理由を圖解せよ.

204 水平なる板の上に横はる重さ 10 kg の木片がある水平の方向に 4 kg の力を加へたとき木片は動き始めたと云ふ. 摩擦係數は幾許なるか.

205 3·6 kg の水平に働く力で, 重量 13·5 kg の物體を, 水平なる机に沿ふて丁度

動かすことができると云ふ. 摩擦係數を求めよ. 若しこの物體が机の上を自由にすべることができる爲めには机の水平面に對する最小傾斜角は如何.

206. 高さ 30 cm 長さ 50 cm の斜面上にある重さ 5 kg の物體を斜面に平行なる力で支へんには幾何の力を要するか. 但し摩擦係數を 0·2 とする.

207. 35 g の物體を斜面の上に載せ, 次第に斜面の傾斜を増し傾斜角 30° に達して物體が辷り始めたりと云ふ. 最大摩擦力の大さを問ふ.

208. 樫片が樫板上に在る. 樫板の長さは 2·4 meter であるとし, 今樫片がすべりだす爲には, 樫板の一端をどの高さまで上げなければならぬか. 摩擦係數を 0·45 とす.

209. 三十度の傾斜をなす斜面に沿うて一物體を引き上げる力を以て六十度の傾斜をなす斜面に沿ふて物體の落ちるのを防ぐに費すとき物體の重さを前の二倍になし得ると云ふ. 斜面の摩擦係數を求む. (昭 3. 東大農)

210. 木片が水平面と 45° の角をなす平面をすべり下るとき摩擦係數が 0.2 ならば, 加速度如何.

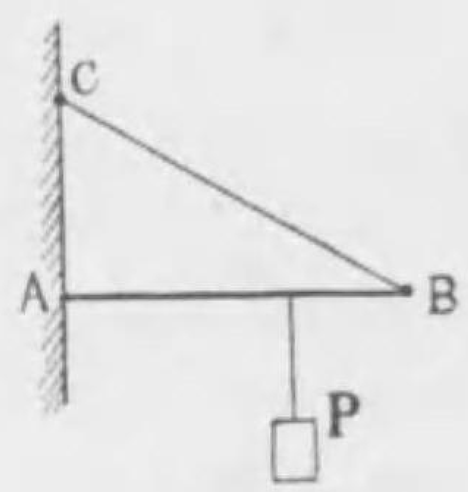
211. 高さ 10 m, 水平面に對する傾角 60° なる斜面上を辷り落つる物體あり斜面の下端に達したる時この物體の有する速度は毎秒 4 m なり, 斜面と物體との摩擦係數を求めよ, 但物體は斜面の頂上に於ては初速度を有せざるものとす. (昭 5. 京大工)

212 50 kg の一様な棒が垂直線と 30° の角をなして一端は粗きたゝきの上に他端は滑かな壁にかゝつて丁度辷らないで釣合つて居る. 壁の反抗力及び棒と床との靜止摩擦係數を求む.

213. 滑かな壁に凭れて居る梯子は人が下方にあるより上部に近くある程辷り易いことを說明せよ.

214. 一様な眞直な棒 AB に錘 P を懸けたものを, A 端に於ける鉛直な壁 AC の摩擦力と, 絲 BC の張力とで壁に垂直な位置に支へようとする.

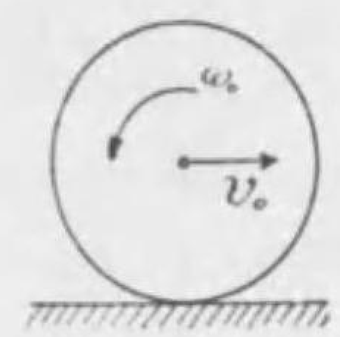
AB=20 cm, AC=10 cm. 壁と棒との間の摩擦係數=1/3, 錘の重さ=棒の重さ, なるとき錘を懸けるべき位置はどこか. (大 15. 東大理)



215. 乘手と自轉車との質量 75 kg であるとき 13 km/hr で 3·6 m の半徑を廻るとき車の水平面との傾きを算出せよ. 又此のとき横辷りを起さないための摩擦力を求む. 尙安全なるための最小の摩擦係數を出せ.

216 20×10^3 kg の貨車が半徑 480 m の軌道上を 72 km/hr の速度で進行して居るとき各軌條に加る力を求む. 但軌條は兩者同一水平面上にあつて其の間隔は 1·5 m 貨車の重心は軌條水平面上 1·8 m の所にあり.

217. 一様な剛い圓板を, 鉛直な平面内に於て圖の矢で示す向きに, 中心の速度 v_0 及び角速度 ω_0 を與へて水平な床の上を滑らせながら動き出せるときに, 滑りの止むまでの時間及びその後の圓板の運動を問ふ. 但床と圓板との間の摩擦係數=1/2 圓板の半徑=a $a\omega_0>2v_0$ とする. (昭 2. 東大理)



仕事及びエネルギー

218. 仕事とは何ぞや.

219. 重力場に於て 5 kg の物體が靜止より落下するとき 2 sec 後の運動エネルギー (Joule) を求む.

220. 重量 3000 kg の物體を 180 m の深さの竪坑から引き揚げた. なされた仕事を計算せよ.

221. 前問に於て, 物體を揚げるに用ひた綱の重量が 1 m につき 6 kg であるとせば仕事の總量は如何

222. 重量 W kg の木片が, 水平面と θ の角をなす勾配を P kg の力で押上げらる. 但力は勾配と平行なる方向に働く. 摩擦係數が 0·25 であるとき, W なる文字で

(a) P の値

(b) 木片を 1 m の高さに上げるに要する仕事

を θ の値が 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90° なる場合に應じて求めよ.

又 P と θ, 及び爲された仕事と θ との關係を表はすグラフを畫け.

223. P が水平なる場合の前問を解け. θ が何度なるとき P が無限大になるか.

224. 重量 W なる物體が斜面に平行なる力 P によつて押し上げられた. 今斜面の長さ, 高さ, 底邊を夫々 L, H, B とせば, P に依つてなされた仕事を求めよ. 摩擦係數を μ とす.

この仕事は, 同じ摩擦係數 μ をもつ長さ B なる水平面に沿ひて物體を動かし更に高さ H まで上げるに要する仕事と等しきことを證せよ. $\mu=H/B$ なる場合. Mechanical Advantage 卽ち比 W/P を求めよ.

225. 重さ 20 kg の物體を水平面と 30° の傾をなす斜面に沿ひて 10 m 引上げるに要する仕事を求めよ. 但物體と斜面との間の摩擦係數を 0·3 とす. (昭 5. 九大工).

226. 長さ 1 km の水平なる軌道に沿ひて, 重量 12000 kg なる貨車を牽引するとき爲される仕事を計算せよ. 貨車を動かすときに生ずる抵抗は 1000 kg の貨車につき 5 kg である.

227. ゴム管あり. その一端を固定し他端に 10 g の分銅を吊したるにゴム管は 5 cm 丈け延びたりと云ふ. このゴム管を更に 20 cm 丈け引き延ばすときの仕事を計算せよ.

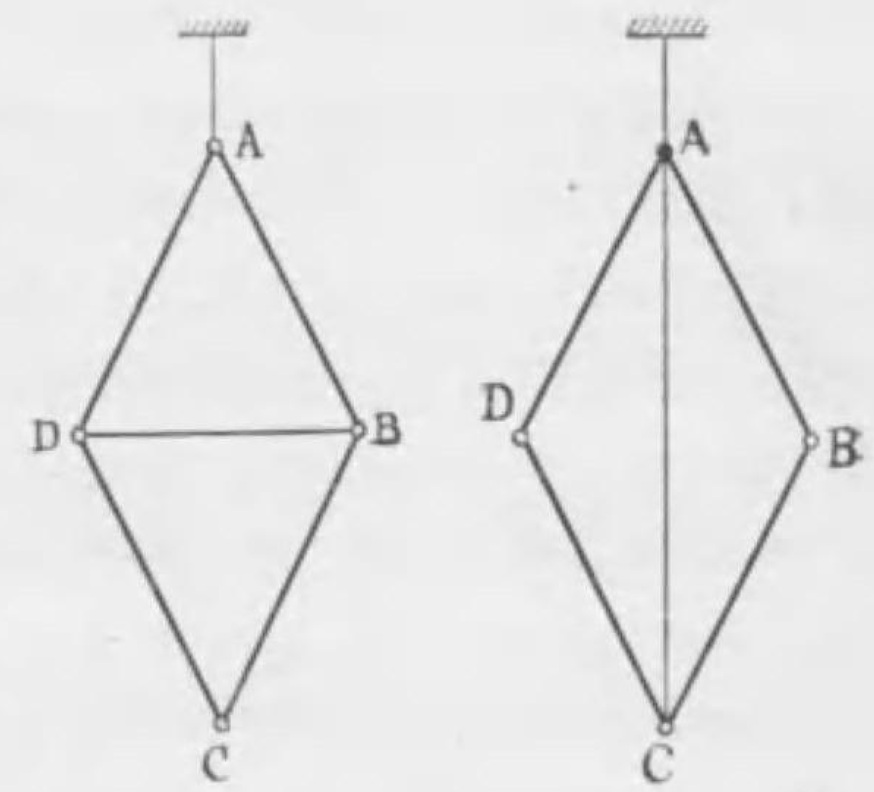
228. 毎分 2 m³ の水を深さ 12 m の井戸より汲み上げるに要する有効馬力を求めよ. ポンプを運轉するエンヂンの馬力の 40 % は浪費されるとして, エンヂンの馬力を求めよ.

229. ベルトの移動する速さは毎分 600 m である. 車の兩側の部分に於ける張力を各々 90 kg と 200 kg とすれば傳達馬力はいくらか.

230. ベルトが滑車に 60 馬力を送つてゐる. 今, 滑車の直徑が 1.2 m で毎分 263 回轉するならば, 兩側の部分に於ける張力の差違は如何.

231. 汽關車が p 馬力の工率にて働くとき汽車の速度が毎時 v km の速度を有すと云ふ. 汽車に働く抵抗 (摩擦を含む) を求めよ.

232. 馬あり. 毎時 5 km の割合で平地を歩み 36 kg の牽引力を出して馬車を引く. この馬は幾らの馬力となつてゐるか.



233. 圖示する樣に重さ w の四つの等しい棒が蝶番連結に依つて作る菱形を一點 A で吊し, 尙 DB なる輕い棒で連結せられて平衡にあるとき DB の推力を求むること.

234. DB に棒が無く, AC を輕い絲で連結するときその張力を求む.

235. 運動體の運動量と運動のエネルギとの相違を說明せよ.

重量 4.5 kg 及び 18 kg の A, B なる二物體が, 3 kg の力を受けた時, 兩物體が

(a) 等しい運動量

(b) 等しい運動のエネルギー

の變化を生ずる爲に力が働く時間を比較せよ

236. 運動のエネルギーとは何ぞや.

237. 地球 (一樣な密度 5.5 gr/cm³ とし半徑を 6.37×10^8 cm とする) の廻轉運動エネルギーを計算せよ.

238 ハンマーの頭部の質量は 1 kg にして, 1.2 m/sec の割合で動いてゐるとき運動のエネルギーはいくらか.

239. 質量 10 g を有する彈丸が 720 m/sec の速度をもつて土堤に發射された. 若し彈丸が 1 m 貫通したならば, 平均抵抗如何.

240 或る彈丸を木材に撃ち込んだ時その速度が 150 m/sec ならば 3 cm の深さまで入り得るといふ. 然らばその彈丸を 450 m/sec の速度で同じ木材に撃ち込むとすれば如何なる深さまで入り得るか. (昭 2 京大理)

241 エネルギーの元方程式を求む. m-kg-min 系の單位のエネルギーは幾エルグなるか.

242. 一定の力が物體に 20 秒間働きて 100 エルグの仕事を爲し物體に 300 g cm/sec の運動量を與へたりと云ふ. 物體の質量及び物體の得たる速度を問ふ.

243 慣性能率及び廻轉半徑の意義を例示して明にせよ.

244. 薄板上に x, y 直交軸を選み, それらに關する慣性能率を I_x, I_y とすれば板に直角なる z 軸に關する慣性能率 $I_z=I_x+I_y$ なることを證せ.

245. 物體の任意の軸の廻りの慣性能率は質心を通る平行軸の廻りの慣性能率と質量全體が質心に集合せるものとしての軸の廻りの慣性能率との和に等しきことを證せ.

246. 猫は高所より落ちるとき初め逆でも足を下にして地面に着く理由を說明せよ.

247. 大さ及び質量が同一で一方は充實他方は空である二つの圓筒がある. 同一斜面上を轉落せしむればこれを判別することを得ると云ふ. その理を問ふ.

248. 薄き矩形板あり質量 0.6 kg 兩邊の長さ夫々 1 m 及 1.2 m である.

(a) 1.2 m 邊を軸

(b) 1.2 m 邊に平行に板を二等分する軸

(c) 1 m 邊に平行に板を二等分する軸

(d) 對角線の交點を通り板に直角なる軸

(e) 面に直角に一つの角を通過する軸

に關する慣性能率を求む.

249. 質量 1 kg にして半徑 20 cm の薄き圓板あり.

(a) 中心を通り圓板に垂直なる軸

(b) 圓板の直徑

(c) 圓板の切線

(d) 圓板に垂直にして圓周上の一點を通る軸

に關する慣性能率を求めよ.

250. 外徑 50 cm 內徑 20 cm 長さ 180 cm の鐵の中空圓筒の軸に關する慣性能率を求む. 但密度は 7.7 g/cm³ とす.

251. 高さ 120 cm 巾 60 cm 厚さ 5 cm の鐵板がその垂直緣を軸として廻轉し得らるゝ如くヒンヂされてゐる. この廻轉軸に關する慣性能率を求む. 鐵の密度は 7.7 g/cm³ とす.

252. 廻轉數每秒 n, 慣性能率 I なる車輪の廻轉運動のエネルギーの式を問ふ. 今靜止車輪の軸に長さ 3 m の繩を卷き 12 kg w の一樣なる力でこれを引き廻したるに繩が軸を離れたとき車輪の廻轉數は 5/sec であつたと云ふ. 車輪の慣性能率を求む.

253. 剛體の廻轉運動のエネルギーを表はす式を求む.

254. 廻轉數 240/min の車輪があるこれを放置すれば摩擦のために廻轉數は次第に減ずる 239 以下の廻轉に落さないためには 1300 kg m のエネルギーを要すと云ふ. 車輪の慣性能率を求む. 又慣性半徑を 1.5 m とすれば車輪の質量を求む.

255. 5000 kgm² の慣性能率を有する車が 180/min 廻轉して居るときの運動エネルギーを算出せよ. 又これを 179/min にするために要するエネルギーを算出せよ.

256. 鉛直軸の周りに自由に廻轉し得る臺上の椅子に坐せる人がある. 今他人がこれに一度廻轉運動を與へる. 若し廻轉臺上にある人が兩腕を左右にあげ又は下すとき, 廻轉數は如何に變化するか. 但軸には摩擦なきものとす.

258. 地球と太陽との距離を 1.5×10^8 km とし一年を 365 日とすれば地球公轉の運動のエネルギーを見出せ. 又自轉エネルギーとの比を求む. (問 **237** 參照).

259. 直徑 1 m 質量 90 kg の圓板がある. 廻轉數 300/min のときの角運動量を求む. 今一定の偶力が 40 sec 作用して 320/min の廻轉となつた. その偶力を求む.

260. 廻轉半徑 45 cm, 重さ 5×10^4 kg の車輪が 50/min の回轉をして居る. 4.5 分の後に遂に靜止したと云ふ. 之れに作用した廻轉能率 (偶力) を問ふ.

261. 車輪あり, その質量は 6 kg にして, 廻轉半徑は 20 cm である. 若しその廻轉數が 10 sec に, 每分 8000 廻轉より 7000 回轉に變じたとすれば運動を妨げた一定偶力を kgcm で求めよ.

262. 長さ 2 m 質量 180 g なる棒あり.

(a) 棒に平行にして, 棒より 20 cm の距離に在る軸

(b) 棒に垂直にして, 棒の一端を通る軸

(c) 棒に垂直にして棒の中央を通る軸

に關する慣性能率を求めよ.

263. 形狀, 大さの相等しい二つのハズミ車が等しい廻轉數で廻つて居る. 一方は鐵製で他方は木製である. 何れにも等しい逆轉能率を作用して廻轉を止めるとき靜止する迄の時間の比を求めよ. 但し兩者の密度の比は 10:1 とす.

264. 周邊に調帶を掛けてモートルで廻すハズミ車がある. ハヅミ車の半徑が 30 cm, 質量が 20 kg で, 質量の半分は周邊にあり, 半分は同大の一樣な圓板をなしてゐる. モートルは,調帶のかゝつて居る車の半徑が 10 cm で, 廻り始めてから 5 sec の後に全速毎分 2400 回轉になる. 然らば, この間にハヅミ車にかけてある調帶の二つの部分に働く張力の差はいくらか. (昭 5. 東大理).

註. 工率が一定なることに注意せよ.

265. 比重 7.8 の鐵製の半徑 1 m 厚さ 10 cm の圓板を, 中心を通り板に垂直な軸の周りに毎秒 5 廻轉の角速度を生ぜしむる迄には幾 Joule の仕事を要するか.

266. アトウド(Atwood)の裝置に於いて, 上部の滑車を質量 50 g 直徑 10 cm の圓板なりとし, 絲の兩端にそれぞれ質量 5000 g 及び 425 g の錘を吊したとき, 幾何の加速度を生ずるか, また滑車の質量を省略するときは幾何の差を生ずるか. (大 8. 東大物理). (大正 4. 文檢).

267. 直徑 30 cm の充實球鐵丸あり. 直徑に關するもの及び切線に關する慣性能率を計算せよ. 比重を 7.8 とす.

268. 密度が一樣で厚さが半徑の 1/2 なる內空の球が斜面上を滑ることなく轉がり落つるときの加速度を計算せよ.

269. 半徑 r の圓筒が斜面上を轉落するとき, 高さ h 丈け落ちたときの進行速度並に角速度を求む. 但最初は靜止せるものとす.

270. 質點及び剛體の廻轉運動に於て, 角運動量の時間的變化の割合はこれに働く力の能率に等しいことを Newton の運動則より導け.

271. 次の二つの場合に於て荷車の車輪を止めるために要する仕事の量に差異ありや.

(a) 土地から輪をはなして之れに一定の軸の周りの角速度を與へたもの.

(b) 軸から外して同一角速度で地上を轉動させたもの.

272. 自轉車あり直徑 120 cm 質量 0·9 kg 廻轉半徑 30 cm 一時間に 20 km 走るとすれば兩車輪のみについての

(a) 車の廻轉の運動エネルギー

(b) 進行の運動のエネルギー

(c) 全運動エネルギー

を算出せよ.

273. 物體を重力に抗して持ち上ぐるに要する仕事の計算には, それの全質量が質量の中心に集まれるものと見なし得る理由如何. 又水槽の水を汲み出す場合は如何.

274. 自轉車に乘れる人がペタルから足をはなし坂の下からそのまゝ或る高さまで昇つたこのエネルギーの出所を問ふ.

275. 直線上に運動する質點に作用する力の大さは直線上の原點からの距離に比例し且つその向きが變位の方向に反對なるとき質點が力に逆つてなす仕事を計算せよ.

276. 水平面又は斜面上の球或は圓板を面に平行なる力をその中心に加へて辷ることなく轉がし得るには物體と面との間の摩擦を必要とせざるか. 若し必要とすれば第 **268, 269** 問にこの考へを入れて再考せよ.

277. 馬が一定の力で馬車を平地に於て一樣なる速度で曳いてゐる. (a) 馬のエネルギーは馬車に蓄積されてゐるのか. (b) 馬車には如何なるエネルギーがあるか. (c) 若し馬車が坂上に曳上げられたとすればエネルギーは馬車に蓄積されてゐるのか. (d) 若し又坂上で尙一樣な速度をもつとすればそれが有するエネルギーはいくらか.

278. 保存力及び非保存力とは何か. また, これと保存系及び非保存系と如何なる關係があるか.

279. 位置のエネルギーとは如何なるものか, また, 力學的エネルギー不變の法則とは何か.

280. ある物體を重力に抗して持ち上ぐるに要するに仕事は, その途に無關係であることを證明せよ. (明 26. 文檢).

281. 質量 200 g の物體に一定の力を加へながら 1 秒時間に急に 2 m の高さに持ち上ぐるときの仕事を求めよ.

232. 1 g の物體が高さ 9 cm の斜面に沿ふて靜止から降下し斜面の最下點に於て 50 cm/sec の速度を得たりと云ふ. 降下の途中に於て失ひたるエネルギーを計算せよ.

283. エネルギー, 運動のエネルギー, 位置のエネルギーを定義し質量 m なる質點が h の高さより落下するとき, 運動中各瞬間に於ける運動のエネルギー及び位置のエネルギーの量を求めよ.

284. 43.6 kg の人が綫をつけて 21 m の高さから辷つて 12 m/sec の速度を得たりと云ふ. 摩擦に對する仕事を計算せよ.

285. 長さ l なる紐を滑かなる机の上に載せ紐の一端を机の縁より少しく垂らしてこれを滑らせるとき紐が机の縁より $l/2$ 丈け降下したるときの紐の速度を求めよ.

286. 初速度 v_0 にて上方に投射したる質量 m なる物體が投射點に歸り來りたるときの速度が v' $(v'<v_0)$ なりしと云ふ.物體が空氣の抵抗の爲めに失ひたるエネルギーを求めよ.

287. 質量 m_1, m_2 を有する二つの物體が, 同じ直線上をそれぞれ v_1 と v_2 の速度で進行しこれ等が衝突した後合體して進行するものとすれば衝突後の速度を求めよ.

三　態

288. 氣體と液體との相違點を問ふ.

固 體 の 力 學

289. 彈性體とは如何なるものをいふか.

290. 彈性或は歪力とは何をいふか.

291. 彈性の極限とは何をいふか. (明 36. 文檢).

292. Hooke の法則を說明せよ.

293. 平衡狀態に在る彈性體に作用する外力間の關係を論ずるには, その歪んだ彈性體をそのまゝ剛體と見なせばよいといふのはどういふ譯か.

294. 彈性秤の構造及びその作用を說明せよ.

295. 彈性エネルギーとは何ぞや.

296. 延長彈性率即ち Young 率とは何か. またこれを測る方法を述べよ. (明 28. 37. 43 文檢. 大 9. 東大物理)

297. 銅の Young 率は平方粍に就き約 12000 kg である. 之を C. G. S. 絕對單位にて云ひ表はせ. (大 9. 東大物理).

298. Poisson の比とは何か.

299. 長さ 2 m, 半徑 0·5 mm の圓切口を有つ針金に重量 5 kg の錘をかけて 0.6 mm 伸びたとすれば, その針金の Young 率は C. G. S 單位及び重力單位で何程か, 又 Poisson 比を 0·3 とすれば錘のある場合の斷面積は何程か.

300. 等方, 等質にして切口の形, 面積均等なる彈性體の棒がある. 一樣に熱して一定溫としこの溫度にて兩端に力を加へて元の長さに壓縮しやうとする, 適當なる量を導入してこの力を表はせ. (大 15. 東北大工).

301. l cm なる長さの彈性の棒あり. これを x cm だけ延ばすには $K\left(\frac{x}{l}\right)$「ダイン」の力を要す (但し k は常數) 然るとき此の棒を $(l+a)$ cm なる長さに延ばすに要する仕事の量幾何程なるや. 但棒の變形は彈性限度內とす (昭 4. 九大工).

302. 體積の彈性率とは何をいふか.

303. 水の容積の彈性率を 205 kg/mm² と採るとき深さ 100 m なる湖水の表面及び水底に於ける水の密度を比較せよ.

304. Young 率 Poisson の比及び體積の彈性率の間には如何なる關係があるか.

305. ズリ (Shearing strain) とは何ぞや. (明 37 文檢).

306. 剛性率とは何をいふか. また, これを測る方法を問ふ. (明 26. 28. 文檢).

307. 兩端固定せる圓壔を兩端から夫々 l_1, l_2 なる點に偶力 M を作用して捩るとき固定端に於ける反抗偶力を求む.

308. 固體, 液體, 氣體の剛性率, 體積彈性率に關する特性を比較せよ.

309. 丸き棒を捩ることの難易は, その切口の半徑, 剛性率及び長さと如何なる關係があるか.

310. 捩れ秤りとは如何なるものか. また, これを用ひて重力の常數を測定する方法を說明せよ. (明 33. 大 3. 文檢).

311. 長さ 10 cm 半徑 0.5 cm なる鋼鐵棒の一端を固定し, 他端に偶力を加へて $3'$ だけ捩るに要する偶力及び鐵棒中に蓄へられる位置のエネルギーを計算せよ. 但鐵の剛性率は 8.1×10^{11} dyne/cm^2 なりとする.

312. 次の場合に於て彈性體內に蓄へられる位置のエネルギーを計算せよ.

(a) 錘を吊して伸張せる針金又は發條

(b) 一端固定他端に錘を吊して曲げられた水平棒

(c) 切線力を加へてズリを與へたゴム

(d) 一端固定, 他端に偶力を作用して捩られた丸棒

313. 斷面矩形の眞直なる棒を撓めるに要する偶力の能率の大さは何によつて定まるか. (明 35 文檢).

314. 斷面が長方形なる棒を曲げるとき, その形は如何に變るか. (大 10. 東大物理).

315. 棒を撓ませることの難易は, その Young 率及び切口の形に如何に關係するか.

316. 天秤棒の中部を太くする理如何. (明 41. 文檢).

317. 斷面が正方形の棒を一定曲度に撓めるには斷面積の自乘に比例する能率をもつ偶力を要することを證明せよ.

318. 斷面矩形の眞直なる棒を一定の彎曲に撓むるには厚さの三乘に比例する偶力を要することを證明せよ. (明 35. 文檢).

319. 非彈性球及び彈性球の向心衝突に就て論ぜよ. (明 41. 文檢).

320. 質量 20 g 及び 50 g の二鐵球が逆向きの速度 80 cm/sec, 40 cm/sec を以て直衝突をするとき, 衝突後の速度及び運動エネルギーの變化を求む. 但回復係數は 0.7 とする.

321. 同一直線上を同方向に運動する二つの非彈性體が衝突した. A の質量は 2 kg にして速度は 3 m/sec, B の質量は 5 kg にして速度は 2 m/sec である. 衝突後の共通

速度を求めよ. 又幾何のエネルギーが消費されたか.

321. 同一直線上にて同一方向又は反對せる方向に運動せる二個の非彈性球が衝突せる場合に失ふ運動の「エネルギー」を問ふ. (各質量を m_1, m_2, 各速さを v_1, v_2 とす) (昭 3. 東大醫).

322. 質量 m なる球を h なる高さより水平板面に落下せしめたるに球は反射の後 h' なる高さに昇りたりと云ふ. 板面の受けし力積及び回復係數を求めよ.

323. 互に衝突する二物體を一つの質點系と考へたとき, 普通これに力學的エネルギー不變の法則を適用することはできないけれども, 運動量不變の法則を適用することはさし支へがない. どういふ譯か. (大 14. 東北. 工).

324. 質量相等しき A B 二球が摩擦なき机上に於て直向進衝突をなすものとす. 初めAは机上に垂直に立てた固定板前方 d の所に靜止して居るものとすればこの二球の次の衝突は板より $\frac{e^2}{1+e^2}\cdot 2d$ 前方に於て起ることを證せよ. こゝ e には二球並に球と板との間の回復係數とす.

325. m g の鋼鐵球が h m の高さから固定鋼板上に鉛直に落下するとき第一, 二, 三, 四の跳上りの高さを求めよ. 但回復係數を e とす. 又最初の三衝突によつて消失したエネルギーを計出せよ.

326. 彈性球を傾角 $45°$ の斜面に向つて垂直に落下せしめたるに 1 秒時の後に斜面に衝突したりと云ふ. 然るときは球は 2 秒時の後に再び斜面に衝突する事を證せよ. 但球と斜面との間の戻りの係數は 1 なりとす.

流體の靜力學

836. 液體の自由表面はそこの質點に作用する力の方向と垂直なる理を問ふ.

337. 水準器の構造及びそれの調節法を述べよ.

338. 靜止せる液體中に一點を考へ,それを通り色々な方向に平面を假想するとき,その各平面上に於て,その點に於ける壓力はその平面の方向に無關係なることを證明せよ.

339. 二つの半球より成立せる半徑 r なる球狀剛體あり,その外面のみに p の壓力が作用するものとす.これをその二つの半球に引き離す爲には幾何の力を要するか (昭 4. 京大醫)

340. 直徑 12 cm なるマグデブルグの兩半球を引き離すには幾許の力を要するか.但球內の壓力は 5 cm にして外氣の壓力は 76 cm なりとす.

341. 水を容れたる器を水平の方向に加速度 α で動かす時水面と水平面との間の角を求めよ.又壓力の分布を論ぜよ.

342. 水を圓筒に入れこれをその軸の周りに一定角速度 ω にて廻轉するとき水面の形はどうなるか.

343. 深さ 1 m なる水柱の下端面に於ける壓力の強さを gw-cm を單位として,又ダイン-cm を單位として表はせ.

344. 一氣壓の壓力を gw-cm を單位として表はせ.

345. 液の深さと壓力との關係を求む.

346. 深さ 1000 m の海底に於ける水の壓力は幾許なるか.但海水の一立方糎の重さは 1.05 g とする.

347. 3 m の高さの管中に水銀が充されてゐる.管底の 1 g の水銀の壓力エネルギーを erg 及 kgw-m で求めよ.

348. 水面から 15 m の高さに揚水せんとする場合ポンプのピストンの毎平方糎に作用せしむべき力を次の三つの場合につき求めよ.

(a) 水面から 8 m の處にピストンを有する吸揚ポンプ

(b) 〃 8 m 〃 〃 押揚ポンプ

(c) 〃 0·3 m 〃 〃 押揚ポンプ

349. 9 cm^2 の截口を持つ U 字形の管に水銀を入れその一脚に水を注入して,水面を他の一脚の水銀面より 18 cm 高くするには,水の體積幾許を要するか.

350. 水壓機の大小の圓筒の徑の比を 1:8 とし小なる圓筒に 7.5 kg の力を加へるときは大なる圓筒上に於て幾許の重さの物體を支ゑることが出來るか.

351. 皮製の胴を有する樽形の容器に水を充して之を密閉し器の內部に通ずる長い細管を立て,樽の上に人を立たしめるときは水は細管の上口より流れ出るか.若し水が流れ出でざるときは細管內の水面は幾何の高さまで上るか.但器の直徑を 50 cm 細管の直徑を 0·5 cm とし人の目方を 60 kg とする.

352. 液體を盛りたる器に於て,その底の受くる壓力は,その形の如何に係らず,その底を底とし,液までの高さを高さとせる液柱の重さに等しきことを證明せよ (明 31. 文檢).

353. 深さ 6 m の滿水貯水槽の垂直側面に 1 m 平方の放水扉がある.扉と貯水槽の壁との摩擦係數を 0.2 とすれば之れを垂直に引揚げるに要する力を問ふ.但扉の下緣は貯水槽の底と同一である.

354. 高さ h cm 底邊 a cm の三角板を頂點を下にして底邊を水平にして水中に鉛直に入れ,底邊が水の表面に達する迄沈めた時,板の一方の面に作用する水の壓力の合力の大きさ及び壓力の中心を求めよ.

355. 一邊 10 cm なる立方體が垂直となる樣に且つその上端面が水面より 1 m の深さに在る樣に水中に沈むるとき各々の面に働く全壓力を計算せよ.

356. 立方形の器に水を滿たすとき底面及び全側面に及ぼす壓力は水の重さの三倍に等しき事を證せよ.

356. 直徑 12 cm なる半球形の鉢に比重 13.6 なる水銀を滿すとき鉢に作用する合力を求む.

357. 長さ 6 m 高さ 2 m なる水槽の壁の切斷面は矩形であつてその比重は 2 であるとする.今 1·8 m 迄水を滿したるとき水が壁を倒さんとする力の能率の 2 倍が壁の重量による能率に等しいと云ふ.壁の厚さ如何.

359. 比重と密度との異同を證明せよ.

360. 比重及びその測定法に就て記せ (昭 5. 大醫).

361. 體積を異にする甲乙二物體あり,水中に於て測ればその重さ相等し,これをアルコール中にて測れば如何. (明 43. 文檢).

362. 比重測定の際通常行ふべき濕度及び空氣の浮力に對する補正についてその理由及び方法を問ふ.

363. 水銀の上に浮び得ざる金屬は何々であるか.

364. 半徑 2 cm の白金球を水銀中にて測るときはその重さ幾何となるか.

365. 或物體を水上に浮ばせたるにその全體積の 1/16 を水面に出す. 若し比重 1·25 の液體に同じ物體を浮ばせば, 水面上に顯れる體積は全體積の幾部分に當るか.

366. 比重 2.6 なる硝子にて製せる内空の活栓あり, 空氣中に於ける重さ 234 g にして水中に於ける重さ 39 g なり. 内空部の容積を見出せ.

367. 石炭瓦斯の 1 リットルの重さ 0.193 g 同容積の空氣の重さ 1·293 g なりとせば容積 100 m³, 重さ 60 kg なる氣球の昇騰力を計算せよ.

368. 空氣中の重さ 35 g なる物體を一の液内にて測りたるに 30 g の重さを有し, 他の液内にては 25 g の重さを有したりと云ふ. 二液の等容積の混合液内に於ける物體の重さ如何.

369. 質量 m_1, 密度 ρ_1 なる物體と質量 m_2 なる物體とを密度 ρ なる液内に沈めたるに同一の重さを有すと云ふ. 然らば第二物體の密度如何.

370. 密度 ρ なる物體を深さ h, 密度 ρ' $(\rho'<\rho)$ なる液の表面にて靜かに放つとき物體が液の底面に沈むまでの時間を求めよ. 但液の抵抗を無視す.

371. 比重瓶中に水を充たした時の重さ W_1 g にして, 水と W g の砂粒とを入れた時の重さは W_2 g であると云ふ. 砂粒の比重を求めよ.

372. 密度 ρ, 高さ h cm なる圓柱狀のコルク片を密度 ρ' なる液に浮ばし液上の空氣を排除するときは圓柱は更に

$$\frac{\lambda(\rho'-\rho)}{\rho'(\rho'-\lambda)}\cdot h \text{ cm}$$

丈け沈む事を證せよ. 茲に λ は空氣の密度を示す.

373. 硝子管の一端を封じて少量の水銀を入れたる浮秤を作り, 之を水に浮ばして 0 を目盛り次に比重 0·807 なる液に浮ばして 100 なる目盛を施したりと云ふ. 今これを某液に沈めたる 37 になる讀みを得たりとせば液の比重如何.

374. 高さ 5 cm の扁平なる圓柱形の木片あり. 之れを水中に入れたるに, その水の上に現はるゝ部分の高さは 2·2 cm であると云ふ. 木片の比重を求めよ.

375. 木片あり, 空氣中の重さは 102 g, これに錘を附して水中に測つた重さは 23 g, 錘のみの水中での重さは 50 g であると云ふ. 木片の比重を求めよ.

376. 重さ 500 g の石塊を水中にて秤れば 300 g, 食鹽水中にて秤れば 330 g である

石塊及び食鹽水の比重を求む.

377. 空氣中で重さ 63 g の物體を比重 0·85 の液の中で測つた時, そのの重さは 35 g なりしと云ふ. 物體の比重を求めよ.

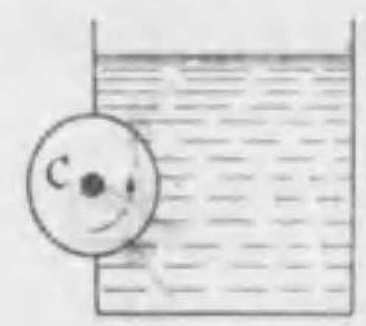
378. 鐵片あり, これを水を充滿せる器に入れるときは 10 g の水溢れ出で, これを水銀上に浮ばすときは, 78 g の水銀を排除する. 鐵片の高さ, 體積及び比重を求めよ.

379. 比重 7·5 の鐵を水銀上に浮ばせ. その上に水を注ぎて鐵の全部を蔽ひたりとせば, 鐵の水銀中に沒する部分は幾何なるか.

380 北海に浮べる氷山の水面上に顯れる部分の體積が 15 km³ なりとせばその全體積は幾程であるか. 但海水の比重を 1.03 とす.

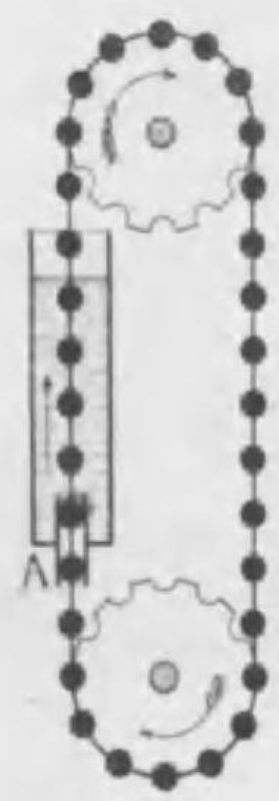
381. 天秤の兩方の皿を水の中に入れ, 比重 7 の鐵鑄を一方の皿に載せ, 比重 11 の鉛の 3 kg を他の皿に載せて釣合を保つとせば, 鐵鑄の質量如何.

382. 空氣中で 35 g の重さを持つ固體を水の中で秤るときは 5 g となり. 他の液中では 14 g となるとき固體及び液體の比重を見出せ.



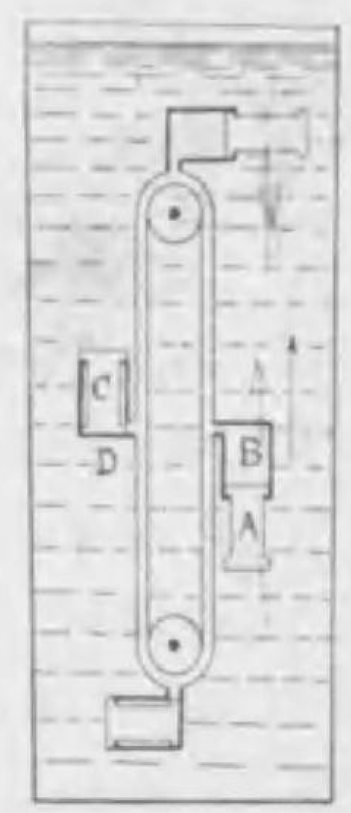
383. 左圖に於て圓筒は軸 C のまわりに廻轉し得られる樣になつて居る. 圓筒の右半分には上方に水の浮力が働き, 左半分にはかゝる浮力が働かないから, 圓筒は自然に廻轉する. 然しこの事は正しくない. その因つて來る所を明らかにせよ.

384. 圖の如く輕き球で連結したベルトが二つの車にかゝつて居る. 一方は水中を通過する如く出來て居る. 水中にあるものは浮力を受ける. 故にその合力が摩擦力より大となれば車は永久に廻轉する如く考へられる. 此の不合理を指摘せよ.



385. 右圖の永久運動の考案の誤りを指摘せよ.

中空の容易に曲るベルトが二箇の滑車に掛けてある. ベルトには B C の如き中空に通ずる圓筒があつてその中に鐵筒が出入する如くなつてゐる. 圖に於て鐵筒 A は B から出て居り C は D の中に入つて居る. されば右のものに作用する浮力と左のものに作用する浮力の差異によつて滑車が廻轉して仕事をする如くせしむることが出來る.



386 浮體の釣合について述べよ. (明 38 文檢).

387. 半ば水を滿したコップを一方の皿に乘せ他の方には分銅を乘せ平衡してゐる天秤がある。今これに木片を入れたとすればコップの底の壓力に變化が起るか又平衡狀態に變化が起るか. 又木片を全部沈ませるならば浮べたる場合に比べて底の壓力並に平衡を保たせるための分銅に變化があるかこれを說明せよ.

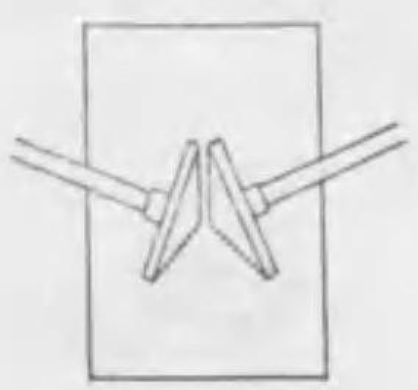
388. 內徑 7·4 cm 外徑 7·8 cm の硝子管を軸に直角に切り下端面を丁度水面に接し天秤の一方に吊したるに他の皿には硝子管自身の重さより 3·62 g 餘分の分銅を要したりと云ふ.水の表面張力を ダイン/cm で求めよ. 水が管中に昇り得る毛細管なるとき餘分の分銅を求む.

388. 水面より深さ 10 cm の處に半徑 0.01 cm の氣泡あるとき氣泡內の全壓力を求めよ. 但水面の氣壓は 76 cm にして水の表面張力は 75 ダイン/cm なりとす.

390. 內徑 0·5 mm なる毛細管を立てれば水面より上昇し得る高さは如何. 但表面張力は 1 cm につき 73 ダインなりとす.

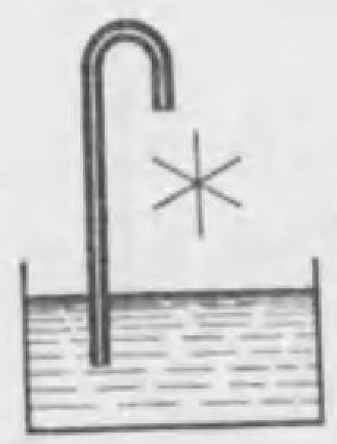
391. 內徑 5 mm なる硝子管を垂直に水銀中に入れたとき管內の水銀面の降下を求む. 但表面張力は 545 ダイン/cm 接觸角は 50° とす.

392. U 字管の兩腕は垂直にして, 各々 5 及 1 mm の內徑を有す. 若し管に水を容れゝば, 兩腕に於ける水面の差異は如何. 水の表面張力を 72 ダイン/cm とす.



393. 圖は水平の切口を示す. 二ケの圓錐輪を圖の如く接近せしめて水上にあらしめるときは, 間隙の關係で一方の水は他方より高く上る. されば他方より重くなり車は回轉し初めなければならぬ. 實際は不可能なる所以を說明せよ.

394. 8 cm 上昇し得る毛細管を 5 cm にして曲げ圖の如くして水車を廻轉せんとす可能なりや.



395. 一定質量の氣體の體積と壓力の關係を知る方法を述べよ.

396. 氣球が一定速度又は一定加速度を以つて上昇又は下降して居るとき又一定の高さを保つて居るときの條件を考察せよ.

397. 氣球は地上に於ては充分の瓦斯を入れない. 然し上昇と共に外氣壓は減少して氣囊は次第にふくらむ. 今氣囊中の瓦斯壓力は常に外氣壓に等しいものとし吊籠及乘組員の容積を省略し且つ大氣の溫度は高さに關係せず一定とすれば浮揚力と高さとの關係は如何.

398. 一樣なる切口を有する一端を閉ぢた管中に一氣壓の空氣を入れ之れを海水中に沈めたるに l_0 の長さが l 壓縮されて居つたと云ふ. 海の深さを問ふ. 但海水の比重を 1.026 とす.

399. 膀胱に充滿しない程に空氣を閉ぢ込めて適當の錘りを附けたものを溫度一樣の深い水中に入るゝに淺い處に置けば浮き上り深い處に入るれば却つて沈む. この現象を說明し且つ錘り並に空氣の量は既知としてその境の深さを見出せ.

400. トリチエリの氣壓を測る實驗に於て, 硝子管の切口の面積 1 cm² にして水銀柱の高さ 75 cm. 眞空部に長さ 10 cmなり今 1 cm³ の空氣を外部より水銀を潛らして眞空部に送るときは水銀柱の高さは幾許となる可きか.

401. 兩端開放せる長さ 1 mの硝子管を深き水銀槽に沈め上端を 10 cm 丈け水銀面上に出して上端を指頭にて密閉せよ. 次に管を 90 cm 丈け面上に出すとき管內の水銀柱の高さを求めよ. 但其のときの晴雨計の讀みは 75 cm なりとす.

402. 水銀氣壓計の構造, これで氣壓を測る方法及びその讀みよりその時氣壓が幾氣壓あるかを知るには如何にすべきか. (大 2. 13. 文檢).

403. 晴雨計の讀みの補正につき注意すべき事項を說明せよ. (昭 4. 京大醫).

404. 氣壓計により高さを測定し得るは如何なる理に基くか.

405. 空氣の溫度が一樣に 0°C 地上の氣壓が水銀柱 760 mm であるとして, 高さ 10 m 及び 850 m の點の氣壓を計算せよ. 但空氣の密度は 0°C. 水銀柱 760 mm. に於て 0.00129 g/cm³ である. (昭 2 東大理).

406. 甲圖に示す如く一方を閉ぢたる細き硝子管に水銀を入れたるありてその水銀線の長さは 100 mm なり. 今或高山の巓に於て甲の如くこの管を直立せしむるに. 水銀下に密閉せられたる空氣の長さは 100mm となる. 次に之を倒にして乙の如く直立する時は空氣の長さ 150 mm となる. 此の山巓に於ける空氣の壓力を計算せよ. 又山麓の氣壓 750 mm 空氣の密度 0·00120 g/cm³ ならば此の山の高さ幾何なるか. 但溫度は上下一樣なりと假定す.

(甲) (乙)

流體の動力學

407. 液體の粘性係數とは何ぞや.

408 靜止流體内の一點に於ける壓力は考慮の面に必ず垂直で且つ方向如何に係はらず相等しいことを證明せよ. 又上記のことは流動流體内に於ても然りや否やを理由を述べて說明せよ. 又 靜止液體の自由表面は通常水平面たるべき理由を述べ. 流動液體に於ても然りや否かを吟味せよ.

409. 液體の定常の流れとは何ぞや.

410. 1 kg の水が水槽の自由表面より, 水槽中を通り終に水槽の横の穴より出るときエネルギーの變化について簡單なる說明をなせ.

411. 切口の一樣ならざる管中を流るる定常の流れの水の各點に於ける速度及び壓力の關係を問ふ. (大 11. 九大工. 大 14. 東北物).

412. ベルヌイの定理を說明せよ.

413. 理想液體が重力場に於て定常の流れをなすとき任意流管内の單位容積の流體を考へそれにエネルギー保存則を適用して Berunulli の式を導け.

414. Torriceili の定理を Bernoulli の定理を用ひて導け.

415. 液體が小孔より流出する速度を求む. また器の壁が凡て鉛直なる場合に, ある時間に流出する液體の量を求む. (明 35. 38 文檢. 大 7. 東北化).

416. 液體及氣體の擴散現象に就て簡單に說明せよ. 又振動が擴散を早める理由を明記せよ.

索　引

【キ, ギ】

【ク, グ】

【ゲ】

【コ, ゴ】

【サ, ザ】

【シ, ジ】

【ス, ズ】

【セ, ゼ】

【ソ】

【タ，ダ】

【チ，ヂ】

【ツ】

【テ】

【ト，ド】

【ナ】

【ニ】

【ネ】

【ハ，バ，パ】

【ヒ，ビ】

【フ，ブ】

【ヘ，ベ】

【ホ，ボ，ポ】

昭和7年4月10日印刷
昭和7年4月15日發行

物理學通論

著作者　東京物理學校
發行者　東京物理學校同窓會
代表者　太田千穎
東京市牛込區神樂町二ノ二四
印刷者　島連太郎
東京市神田區美土代町二ノ一
印刷所　三秀舍
東京市神田區美土代町二ノ一

定價金1圓20錢

發行所　東京物理學校同窓會
東京市牛込區神樂町二ノ二四
振替東京290番 電話牛込1275番

終