新中學文庫

邏輯底原理

邏倚斯著
唐擘黃譯

商務印書館發行

Josiah Royce 著
唐擘黃 譯

哲學叢書

邏輯底原理

商務印書館發行

中華民國十九年十一月初版
中華民國三十六年三月第二版

(23504)

哲學叢書 邏輯底原理一冊

The Principles of Logic

定價國幣叁元
印刷地點外另加運費

原著者 Josiah Royce
譯述者 唐擘黃
發行兼印刷者 商務印書館
發行所 商務印書館 各地

(本書校對者鮑嘉祥)

翻譯例言

一、這篇論文是邏倚斯(Josiah Royce)教授投獻於哲學各科論滙(Sir Henry Jones, ed., Encyclopaedia of the Philosophical Sciences, London, 1913)底第一冊中底。第一冊含着七個著名邏輯家底貢獻——這篇論文是那七篇中之一。這一冊有兩種本：一種是德文本，一種是英文本。英文本是由 B. Ethel Meyer 從德文本翻出，并經 Sir Henry Jones 校訂過。它是正式的英文本。本文是根據這一本(pages 67-136)譯來底。它的原題是 The Principles of Logic。

二、本譯文底主要名詞，或是新譯，或是採用舊譯，都經過好久的斟酌。所採用底邏輯的名詞不專限於一家的。例如，syllogism 譯作『連珠』，是大體採取嚴譯；但因為連珠本來是文體底名稱，因此加一個「式」字以便區別。「演繹」「歸納」明是採取日本傳來底漢譯。這兩個名詞，雖則不妥適（尤是「歸納」兩個字易生誤會，）但太通行

了，祇好沿用。算學的名詞大體採用科學名詞審查會新近審定底。有時不沿用，總有點理由：如 complex number，原定作『複數』；但『複』字單用，祇有『重複』底意義，或者不甚妥當，因此改譯『複雜數』。對於一切主要名詞，特作一個英漢文名詞對照表，附載卷末，以便檢查。

三、雖非主要名詞而是本文中比較常用底字，如沒有特種譯法，往往有許多不便當。例如 characterize，倘若每回譯作『表狀……底特性』，殊覺累贅；因此譯作『標別』。像這樣的少數的字，也附列入卷末英漢文名詞對照表中。

四、本文所有西文固有名詞，也列作中西文對照表，載在卷末。

五、上三節所指底西文名詞，本文中都於第一次見時夾註西文原字。

六、原文中許多地方用（1）斜體字，或（2）頭字母大寫底字，或（3）頭字母大寫底斜體字。譯文中遇這三種字，大都於字底右旁加圓。但原文所用底這三種字，譯作中文時，有些地方似乎可不必加圓，如「地質學」，「力學」等字樣。遇此等處，譯文酌省右旁的圓。

七、原文中很有長句子，假如把它分作幾句，難免各部份底語氣輕重，與原來的不對。因此，除了非拆開不可底時，大都不拆開。長句中自成一個名詞，形容詞，或狀詞底詞語，有時加以單括弧，使與句中底別部份稍隔，以便閱讀。

八、代名詞底譯法如下：he, they 譯作「他」，「他們」；it, they 譯作「它」，「它們」。

九、領有位代名詞和形容詞尾用「的」字，例如「他的理論」，「邏輯的效性」。狀詞尾用「地」字，例如「這樣地做」。此外舊時用「的」字底地方，大都改用「底」字，有時用「之」字。凡遇一句中「底」字太多底時候，多用「之」字表示較疏遠的介系，例如「關於幾何學的問題底討論之多人加入底爭執」

十七，八，二十，譯者識

目次

邏輯底原理

第一章　方法論底邏輯對於倫序論底邏輯之關係

（第一段）對於邏輯底職務底很常有的說法大要如下：『邏輯是一個規範的科學(a Normative Science)。這就是說：它討論穩健的或正確的思想所以別於不正確的思想之規範。邏輯有兩個部份——一個普通的部份，叫做形式邏輯(Formal Logic)，那是界定(define)一切正確思想所必須遵循底普遍的或形式的規範的原理；還有一個特別的而且很廣大的部份，叫做應用邏輯(Applied Logic)，或方法論(Methodology)那是從思想底規範之應用於各特殊科學所行使底方法上面討論這些規範。』

對於這種習例的說法，我們這個略說要存心地立異。關於方法論底比較重要的問題，中某些問題之討論本文底第一章雖是要含有；可是本文底其餘許多部份專要很概

略地指示一種學理——傳統的普通的或形式的邏輯僅佔其一部份（實是一個很次要的部份）底學理——之性質。這種學理可以給它『倫序學』（"the Science of Order"）之名稱。這個科學固然是在附帶的方面有關於思惟作用底規範；但它所具規範的學理之性質，對於別的特點（使它在哲學上具有極根本的重要之特點）是完全附屬的。它現在是很駸駸日進的。在某些可注意的方面，它是新的。它貢獻無數的機會供將來發展。

（第二段）人人都承認邏輯在它的歷史底全程中，都是關心於思惟作用之指探和這作用底結果。說到思惟作用，它固然是祇就它的本質看就是有方法的（*methodical*）。人類的科學，人類的藝術，祇要有點可以教授底，其中沒有一個，思惟作用不是那些標別（characterize）這個科學或藝術底方法之創造者或指導者，否則是它們的型定者（formulator）或分析者。一個藝術，縱使是社會的需要底和個人的材力底產品，不知不覺地生長；可是對於教授這個藝術，使它可以由師父傳到徒弟底企圖，早晚要引起對於熟練的作者所用那些方法之分析和細心的型定。假如一個藝術或科學是單個研究

家或發見家自覺的技巧經熟思而創造或促進底；那末所用手續不是含着把已知的方法有意地應用於新的工作，就是含着創立新方法底企圖。這樣，無論在什麼地方，思想在人類生活底組織上履行成功的職務到什麼程度，對於方法底自覺就發展到那程度。

雖是這樣，但因爲所用方法，一面隨各科學和各藝術而不同，一面又有某些重要特點爲這些科學和藝術中工作底全數或多數所公有的；所以對於各種方法底比較的研究變成一個多少是獨立的學理體系，這是自然的事。並且，無論普通的，或形式的邏輯和應用的邏輯之分別曾不曾經注重，實際上，這樣的方法論，這麼一個『規範的學理』，這種把一切人，或這大隊或那大隊細心的工作者所用底方法測勘並統系化之努力曾經屢次作爲派給邏輯底主要事業。當各哲學家間意見底差異，當埃里亞派 (The Eleatic School) 所提出辯證法的問題 (dialectical problems)，當哲士派 (The Sophists) 對於爭辯和勸誘底技術之多少實用的探討，使人們了然地覺得關於正當思惟底方法底普通研究之需要之時，成哲學底一部份底邏輯才開頭：這是人們知道得清楚的。亞里士多德 (Aristotle) 測勘並一部份創立一個各科學底有統系的體系；在他這工作是用力於思

惟作用底普通方法論之格外一個理由。自從亞氏以後，以爲邏輯底一個主要目的是在說明『思惟底藝術』之意見，或是依某種別的多少完全方法論的形式對邏輯而下之定義，在邏輯底歷史上，佔了重大的地位。所以認邏輯爲規範的科學底定義還是常見，并且在它的範圍內是有用的。

雖是這樣，但其實方法論，就它的通常意義看，即視爲對於各藝術各科學所用底思想底規範和方法之一種研究，是此後所要說明底別意義的邏輯之源頭，因爲方法論的工作引到某些特殊問題，如柏拉圖（Plato）和亞氏已經開始研究底，以及近代考索使之漸漸更加繁賾而重要的那些問題之類。這些問題，若是就它們自身討論，就具有某一種方式，使它們從方法論本身底問題很分明地自別出來。這些問題不是關於思想家所由成功底方法，也不是當規範看底正確思惟底規範，乃是關於標別一個思想家用他的方法已曾宰制或有宰制底可能之任何界事物底形式（Forms）範疇（Categories），倫序底區型（Types of Order），就這個意義說，邏輯是關於倫序底普通科學，對於任何有倫序的界域底實在的或理想的對象之形式之理論。

就是因爲邏輯，當這種理論看，是從對於型定(formulate)思惟底規範和方法之努力而出，所以在這個開頭一章底下文必須對於「當方法論底邏輯怎樣一面與認爲倫序學底邏輯有別，而一面又產生倫序學底邏輯」這個問題簡括地指明。爲此起見，我們必須考慮方法論底重要問題中底某些問題。

（第三段）這樣，讓我們先簡單地說一說標別邏輯研究底初期而關於方法底問題中某些問題，如常見於柏拉圖問答內底議論所例示的。

柏拉圖問答中底『可陶鑄的青年』，是要受梭格拉第(Socrates)教以思惟底正當方法；而且他要被警告以哲士們底假藝術底危險。這個青年最常受底教訓，是關於（1）界定底適當方法；（2）有統系的類分底工作，常用兩分法(dichotomy)去把一個大類分作它所含底各種；（3）對繫屬於某些著名命辭(propositions)底證據之細密研究；（4）對推論(inference)底模式之刻意的考察。柏氏問答各篇中那樣常常複述關於這些事情中各個底特別考慮，在任何細節上，我們在這裏不必提起；祇提出幾個事實就夠了。試舉一例。界定依梭氏的和柏氏的方法論，固然是靠着收集所要界定底

概念之特個例子。但是，恰如梭氏所屢次指出例子，僅僅它們本身，不成爲定義(definition)；因爲我們不能殼由僅僅記得或歷舉幾個不同類的埴土，而悟到埴土是什麼東西；我們必須以普遍的方式概擬 (conceive) 這些類的埴土所共有之點。假如我們要界定正義，美德，或知識，也須這樣界定要得到特種事件所例示底精髓 (essence)，範念 (idea)，區型 (type)；界定靠着拿到普遍相 (the universal) 自身，靠着淸楚地知道這個普遍相。經過一次這樣根據最初採取底事例而型定底定義，還待此後的試驗。依這個方法論的理論，要檢驗定義，是要把這個定義應用於新的事例，并且要存心搜求可有的不一貫 (inconsistencies)。因爲對一個概念底確然普遍的說明，必須包括一切照理要歸屬於這個概念底事例，并且必須排擠一切不屬於這個概念底事例。假如由初下的定義包括太多或太少而發見某些的不一貫，這個初次的定義必須加以修改。在這種對於正確定義底考慮，假如我們記得普遍的區型沒有孤立存在，就有了好些幫助。并且於此可見柏氏方法論底一個很重要的特色。諸多普遍相，範念，成爲一個統系 (*The universals, the ideas, form a system*)。有包括較多的，有包括較少的普遍相。顯似具互不相容的特性底那

些事例或那些類的事例，還可以視爲同一更大的類之支部，幷且在這範圍內，可視爲解示(illustrate)同一普遍相，祇要這些事例合於以下條件，就是，我們能夠指明這些事例，由一種類分法所規定而至於那樣有分別而且由這樣的類分法那個包括更多的普遍相底精髓實是比僅僅抽象的定義描摹得更清楚。我們知道把數目分作偶的與奇的，完全的平方或非完全的平方，等等，就知道數目底普遍的精髓更透澈。這種的類分，在許多時會是以取兩分法(dichotomies)底形式爲最好。

A類可以分爲是B底A和非B底A。由重複地用這種方法，可以排成各行隊底類與子類。此後，由考慮最初A(我們可以用後期邏輯底名詞稱爲某個『最高類』("highest genus"))；其次，B包含任何具B特性底A；後次C包含任何具特點C底B，仿此進推，可以把其性質甚爲特殊的底子類加以定義。這樣定義可以變爲一貫的而且有統系的，幷且普遍相底統系或眞正倫序，縱使不能完全抓到，至少可以湊近。

至於屬於各單個命辭的根據，也必須對照特個檢驗例(test-cases)底結果加以考慮，必須受一貫(consistency)標準底制裁，且必須屢次考核使成爲熟習的。在這樣地把

最引起哲學者底興味底信條考核又考核底歷程中，人們往往看出「對正確推論底性質要有明了的見解」是重要的事體。人明白他自己推論不錯，不在他被哲士奔流似的善誘人的演講所沖盪去底時候，乃在他覺察出從一個思想到次個思想其間逐一的遞嬗都是必然的。假如他相信『凡A是B』("All A is B")，更細密的考察很容易顯示一個普通眞理，就是不可以因此就推斷『凡B是A』。然而在倉卒的討論中，或是在一個哲士演講底魔力之下，人們或許讓這樣的一個假推論混過去而沒有覺察到。

（第四段）這些想頭，在現在似乎是方法論的『常談』，但在那個邏輯歷史底初期，乃是對於此科底未來之全程上極關重要的。這裏對於這些想頭，不過要暗示，提醒一下，所以說這麼多也就夠了。現在初步的教科書還在重述這些觀察底大體；縱使這些觀察底背景已經不是見於柏氏問答各篇中底情境。

顯而易見的：這樣的一個方法論，自然而然地引到對眞理界底性質和構成態（constitution）底一特個見解；這個見解的義蘊，至少在柏氏的意中，遠出於這些訓條可作思想術底學生底嚮導之價値之外。這是說：在柏氏的意思，假如這些事情是如此，那末，（1）

普遍相或範念的世界本質上是一個統系，這統系的統一性和倫序，在哲學者看來，是居於首要的地位底；（2）推論 (inference) 所以可能，是因爲眞理有緊要的客觀關係，這些關係可以界定底程度恰如推論作用可以界定底程度一樣；（3）我們理性的作用底『倫序和繫聯』("order and connection")，假如我們是遵用正當的方法，是各個思惟者所找到，而非造作底倫序和繫聯之一種摹本，人動手去型定正當的方法而就從這種努力他發見一個新世界——區型底，形式底，關係底世界這些關係等等都似乎和物質世界底事實至少一樣實在。由是，柏氏被方法論引到一個新的本體論 (ontology)。形式底世界變成柏拉圖的範念底世界而辯證學 (dialectic)，夾着它的方法，在柏氏，就成爲入於形上學 (metaphysics) 之門徑。在這裏他找到開發本體 (being) 底祕奧底鑰匙。

柏拉圖的形上學，這樣僅僅暗示出來底理論，它的對不對，或許倂它的歷史的重要，我們在這裏討論中用不着去估計。我們祇要注意到以下的事實就夠了；這事實就是，縱使我們認一切柏氏底主要的形上學的結論 (conclusions) 爲虛妄或不切題而置諸不

理，我們總覺得無論如何，邏輯家底方法論，就是在它底這個初期，已經不得不發生關於「方法論家型定他的手續時所仰託底那些思想對象底比較地客觀的秩序和統系」之問題。柏氏底範念論，亞氏的後些的形式論，以及後些思想史所呈底柏氏傳統底許許多多的變形——一切這些，對於型定一個穩健形上學，或許有用，或許無用。但是，假如邏輯家眞有點能彀規定一種穩妥的方法，而有普通的效力，他所以能彀這樣，祇是因爲他思想時所考慮底某些對象——無論它們是定義，類，區型，關係，命辭，推論，數目，或其他『要素』("principles")——成了一個多少有倫序的統系，或統系羣；這些統系底構成態預定他思想時必須遵用的方法：這個事實是明白的，無論那些柏氏等等的理論有用沒有用。這個統系，或這些統系，和它們的構成態，就某個意義說，是多少客觀的。那就是說：構成倫序，和使有倫序的方法成爲可能底那個，不是思惟者個人的及私有的怪想底產品。他也不能彀由故意執拗地立想而改變他的方法所依據底最主要的事實和關係。假如對於普通種類的事物底有倫序的類分是可能的，那末無論一個人類分底原則怎樣主觀的，一定有關於類底，及種底，任何這種倫序和統系底普通性質底某個東西——那

個東西，在一切思惟者，都是一樣的，并且比私人的怪想和常常變換底對於事物及類分模式的取捨更是經久。

同時，（我們這裏附說，作爲一般的評論）倫序性和統系，無論它們見於一篇柏拉圖的問答，或見於一本近代的植物學教科書，或見於一個營業公司底交易行爲，或見於一個軍隊底布置與訓練，或見於一個刑律典，或見於一個美術品，或竟是見於一個跳舞或一個大餐底布置，就它們最普通的性質看是很相同的。倫序總是倫序，統系總是統系。在一切統系底倫序底變相中，可以追尋出某些普通的區型和特徵的關係。假如方法論家企圖去按任何有倫序的方式運用思想，他不得不靠着從他所想底對象上找出使某些確定方法成爲可能底那些特點，關係，及有倫序的特性。所以一個人的形上學無論是怎樣，他必須知道我們的思想底及我們所思惟底事物底，倫序上有客觀的東西；并且他必須承認無論那一種有成效的方法論都靠着領會眞是一個事實界底那界內有倫序的構成態之某些特色而考索之。

（第五段）這種對於棱氏的和柏氏的方法論，那麼早引到底結果之簡單引述，已

經足以暗示純正方法論和我們所謂倫序學中間有一個深切的繫聯。假如我們由「在柏拉圖問答篇中方法論的討論內，有過擔當底那些基本的而現在已成老話的論點，」移到「祇須對現時科學的思想底短時注意，就可以使任何中等的學人都會想起底那幾個觀察，」那種方法論與倫序學底繫聯，祇有更加動人心目。

讓我們就從邏輯底最初期轉到它底最近期。我們在這裏不想說明亞里士多德的邏輯，或估定它的方法論的價值，或敘述它的後期歷史。我們還要略過屢經重說底培根 (Bacon) 對科學方法底改革，以及伽利略 (Galileo) 和他的並世者新輸入近世科學中底實驗方法底更重要得許多的結果。我們要立刻說到現在；現在我們要先重提近世科學方法論底最熟悉的理論中底幾個理論，然後再看這些理論怎樣引到需要特別處理底問題；這些問題又迫着我們去界定一個倫序學——一個與方法論本身有分別而為要眞正了解方法論時所必需底科學。

我們對自然界底知識是由歸納 (induction)，並且根據經驗得來，這是近世方法論底一個常談。科學的歸納，不是僅僅把粗糙經驗底事實底紀錄堆積而成，這也一樣是常

談。科學終不是僅僅知識；它是有倫序的知識。科學是志在支配事實底統系。在各科學現在所用底許許多多的方法中間有些方法尤分明是達到這個志願底普遍的而且特具的手段。讓我們提出這些方法中底最顯著的。這樣一提出，就使我們又與這裏想要闡明其性質底根本問題相接觸。

惟其如是，第一層，個個科學處理經驗底事實均用類分方法 (Methods of Classification)，而在這限度內，還是把梭氏所傳授底教訓供它獨自有的用法。在每一個新的自然科學底發展中，總有一個階級，因爲對於各事實所依從底法則沒有更深造的識鑒，類分就是這科學底最顯著的特點。植物學和動物學，在它們發展底初期，經過好久時間，都是類分大佔優勢底科學。人類學 (anthropology) 在它處理人類種別底問題這方面，還大部是在類分的階級；同時在它的工作底別部份，例如關於人類文化底形式和結果底比較研究，它現在用底方法已把類分作更高級的方法底附屬了。在醫學各科中，心病學 (psychiatry) 正要脫離醫案底症象底、病態底類分作此科底主體底階級，而開始依賴高等的方法。在各種有機的科學，類分底階級（如上舉諸例所提示）很常是經久，并且

要歷艱難才能超脫。任何有機的或無機的科學，要了解底事實越複雜，就越難超脫這個最初階級。有的科學，雖則它所用底實驗方法，尤是適宜於得到很普通的和很精密的法則底知識，但事實底複雜，卻迫它許久都以對元素化合質，效性，及反應底枚舉和類分爲其學之大部；化學就是一個顯著的例子。然而近年化學已經超過這僅僅類分底階級很遠了。

在一個科學由這種初級跨到更高的識鑒底階級之場合，有兩個多少分明地不同種的方法——或是各自單獨地，或是（更屢見的）相聯合地——在影響這種過渡上有大貢獻。這些是（1）那類含着把本科所要處理那些自然的演化底各種作用或產品中相當的階級互相比較之方法，和（2）統計方法自身，就是用準確的枚舉（enumerations）爲歸納底根據之方法。

（第六段）在全是或部份是有機的科學中，剛才說底比較方法佔很重大的地位。這種方法怎樣引導科學由類分階級進到更高級的知識，可以拿地質學(Geology)爲好例證。地質學的起始不過把岩石和岩石系類分，但差不多這個科學一開頭，地質學者就

覺得「這些岩石系不是突然的創造，乃是需要長期底作用底結果，」是顯然可見的。火山論者（Vulcanists）和火成說者（Plutonists）初時想用多少是簡單的名色呈示關於這些作用底適當的普遍的學說之企圖，已經證明必須用其他方法。把地殼各不同部份所有岩石系比較地研究，就是開發這個新科學要探底神祕底一部份之鑰匙。例如，這種比較指示帶化石底地層彼此有相當的纚列，就對地球歷史上得了新了解。當然，這種關於岩石系和化石底比較研究不過是地質學方略之一部份；其他方法，幷且很不相同的方法，在動力地質學（Dynamic Geology）中，也有它們的職務。然而關於相當的岩石系底比較研究在地史學（Historical Geology）上底重要，可以作爲一個例子使我們知道種種相類的比較方法，所以在許多科學研究有意義底道理。

假定我們所要研究底是隨便什麼演化作用底階級或結果。因一個行星外殼底漸老或受天氣底剝蝕，或者因一個文化底結果底慢慢的增殖，生成了什麼事物。例如要了解岩石系，或各種生體底解剖上結構，或如法律，風俗，民謠，語言等等社會制度，都先要類分。但科學開始於類分，不是成熟於類分；因爲所要領悟底是演化作用自身，或許多演化

作用底統系。比較底手續最初把許多同功的(analogous)或同體的(homologous)演化作用和產品底各相當階級互關起來，這樣使我們看到極不相同的現象可以是某一個廣大作用底表現底各階級，因而不特能穀類分，并且能穀貫串許多事實。

（第七段）和比較方法比肩底就是統計方法。其實這兩種方法絕不是總可以分得很清楚底。二者之間有許多的過渡。對於許多演化作用或這種作用底產品底比較，當然每一個含有一些對於所拿來比較底事例之多少準確的枚舉。

但是這種枚舉不定是主要目的。很多統計學的枚舉底明定的用意，是要藉此能穀精密地運用比較方法。然而，如大家知道底統計方法在保險業和其他極關實用的事業上底應用所證明，統計法底最大特色，與地質學者把相當的岩石系互關起來，或比較語言學者把各有關的語言中相當的文法形式分析出來底旨趣無關。有些自然底一律性(Uniformities of Nature)，其眞正的基礎和更深的法則，爲我們所不知道，統計方法往往用爲找到這些一律性底捷徑。例如，縱使對於死亡底許多原因之醫學知識還是很淺陋，死率表還是保險公司底好指南；縱使現在還沒把這科弄到任何準確的形式底希望，結

婚離婚底，自殺底，犯罪底，商業底，工業底統計，還能彀供給社會學研究底根據。

無論統計方法底用途是什麼，這些方法牽涉到有關於些個纚列底現象底互關(correlation of series of phenomena)之某些問題，祇要對任何稍大堆的統計結果一瞧，就知道僅僅把各類事實底枚舉堆積起來，差不多和僅僅把紛亂的事實聚攏而沒有枚舉一樣地無用。其實統計方法，假如使用得當，可用以描狀某種對象底構成態；這種對象底普通區型，就是費希納(Fechner)界定他的『總合對象』(*"Collectivgegenstand"*)所注意底。這種的一個總合對象是一個概念的對象，由我們認許多各個的經驗底事實受某一種思想作用底制裁而得之對象；這裏可以舉出這種思想作用底如下的階級：

(a)這些個事實，關照它們差異底那些方面而加以類分。這種的方面底例，如生物體底和它們的各官器底大小，所研究某些個物底各有趣的部份所包支員(members)底多少，某些關於一個物質量底紀錄的觀察與別的觀察差異底程度，等等。

(b)把這些事實關照它們的變異底類分大體成功之後，統計方法就枚舉各

類所含底支員，在這種枚舉是可能或有用的範圍內這樣做。

（c）做成底各項枚舉，要關照我們想要解答底關於這些變異所遵行底法則之問題而排成有倫序的纏列。這種纏列，若是它們在性質上是夠一定夠精確的，每會指示所研究底現象底兩個或兩個以上底方面怎樣地趨於共同變化，——例如，人類死亡率怎樣隨年齡而變動；地面底一個地方底平均溫度怎樣隨它的緯度和一年中底時季而變化；一個官器或一個生物體底大小怎樣隨我們知道是爲遺傳和環境所支配底那些條件而變動等等。

（d）各種不同的纏列，經過關照這種特點而一次界定之後，再用某些方法彼此互關起來。這些方法就是各種統計的學科底方法論所還要考慮底。

（e）由這些方法底結果，統計學者進而處理事實底結集或團塊。這些結集或團塊，認爲高級底單位時，顯然具有一種結構，披露幷且實示自然界的法則。這種有倫序的團集，認作高級底單位，就是總合對象。

這種有方法的手續，一步一步均預設 (presupposes) 幷使用數 (*number*)，纏列

(series)及各纚列之互關那些概念;這手續的全部,假如成功,結果就成立一個有倫序的思想對象底行隊,并且由這倫序底創立和描狀就披露自然底法則:這都是顯而易見的。這樣,倫序底概念是各種比較方法及各種統計方法底一個基本概念。

(第八段)比較方法和統計方法,在用它們底比較發達的科學中底使用,與又一方法有極密切的關係。在物質科學底最發達的部分,這個第三方法有完全取比較和統計方法而代之底趨勢。這個方法在於理論(theory)與經驗之有組織的聯合。在物質科學底最詳悉的部份,這種聯合達於極點。它的各階級是人們所熟悉,至少它們的普通性是這樣。但是,所含底方法論的問題是很複雜;要了解這些問題,就特別直接地引到倫序底普通科學底工作之界定。讓我們簡單地說明何以這樣。因要說明這個,不得不注意到還沒提到底一個著名的關於方法底普通問題。

由統計方法和比較方法所發見底自然底定律,不能彀有任何絕對的必然性,不過有某程度的殆然性(*probability*)。所含底殆然度靠着(一)應用這些方法時所實際觀察過底,并所比較過或統計過底事例之多少,和(二)選擇這些事實底公正的程

度。因為每一歸納均以一有限數目的經驗材料為根據，并且通常所根據底數目，比起所研究底自然事實之全部來，是極少的；所以由比較或統計方法所得底任何結果，當人類經驗推廣底時候，都得加以改正。關於經驗科學底普通方法論底一個重要問題，就是我們是否可以由一個有限的組底材料通概（*generalize*），因而推到含着我們的材料底那較大的或無限的組底事實。由比較方法，我們知道這樣幾個纏列底事實有這樣的互關，例如，在地面某部域所已觀察到底地層顯示它們從前是按某個次序成立，帶有這些整合和不整合（conformities and non-conformities），斷層（faultings），皺曲（foldings）等等。到什麼範圍和在什麼意義上，我們可以由所謂擴推法（extrapolation）把這個倫序系推到多少鄰近的部域而說這些別的部域底任何未見底地質狀態，在特性和次序上，要與我們所已見底屬於一類呢？其次，由統計方法，我們知道某些事實使我們能彀界定某一類的總合對象。到什麼範圍，我們可以擴推而把所已得底統計曲線或別的統計的倫序型（order-type）推到還沒經枚舉底那些類底事實呢？例如，到什麼程度，我們可以利用根據前此死亡記載而成底死率表去替人家保壽險（我們所要保險底人口至

少在某些方面不得不與已作古底并且死數已記在死率表上底人不同）呢？

對這個問題，方法論家曾屢次嘗試答覆；這些答覆通常是說這種擴推在邏輯上不是根據『自然是一律的』（"*Nature is uniform*"）底原理，就是根據更普遍的原理——『每一件事變（或有時人們說『每一個事實』）有它的充足理由。』所以普通假定我們所以可以由有限的一組底材料通概到有些爲我們所未觀察底那大宗底自然事實底根據，可以取下列中底一說。第一，『這好些事實經觀察過，知道它們例示某種倫序系。但自然是一律的，那就是說，自然底各種倫序系都是例示一個不變的區型或是一定數目的可界定的不變的區型。因此，已觀察的事實底區型，經過正當的通概，可以推廣到未觀察的事實。』第二，用所謂『充足理由原理』（"Principle of Sufficient Reason"）去說明擴推底保證，大要往往是如下：『已觀察的事實所以如此并所以合於它們自己的倫序系不是偶然，乃是因爲某個充足理由。但是，一個充足理由，按它的本質，是普通的東西，并且是可以型定爲一個自然定律的。因此，還未經觀察的事實將要依照這同一的倫序型（將要例示這個同一的定律，）除非有某個充足理由使它們不會依

照這個區型這個理由，假如存在，也可以用普通的方式表爲另一個自然定律，而且無論如何總要與已觀察的事實所實示的理由一貫。因爲定律這樣地普遍統轄自然界，因爲一切是必然的，并且因爲已觀察的事實不特是如它們那樣，而且因充足理由，一定是如它們那樣，我們應該視已依其方式而型定已觀察的事實底那些定律可以應用於未觀察的事實，除非有一個已知的和殆然的理由使它們不會依照那些定律。固然，我們在這樣擴推底任何一例中底結論不過是殆然的，因爲定要承認「也許有一個充足理由使未觀察的事實中至少有些是依照現在未知的定律」是一個可能。但是，除非已經知道不應該企圖擴推底充足理由，殆然的假定是贊成擴推的。』

（第九段）這樣的表敍通概和擴推底保障之模式雖是熟習的，但祇用一點反省就見到剛才所述底型定方式并沒有涉到正是它們要解決底那個問題之最重要的方面。讓我們設想一個對於某一個科學研究底領域是外行的人聽見一個專家敍說在該領域中曾經觀察到底基料（data）中某些一律性，到這點，外行自然是靠着專家以得報告底眞確。假如這個疑問——有什麼理權可以由這些已觀察的一律性這樣通概而應

用這些一律性於同一領域中底未觀察的事實——發生這個外行現在能不能用一個普通原理『自然是一律的』去解決這事呢?不!這個外行,假如正當地具批評的態度,通常知道這個疑問須要讓專家決定底程度,正和去觀察或估計他專治領域中觀察到的一律性是專家底事務一樣。例如,在地質學,已經探察的巖石系底某些特性是否會重見於未經地質的研究底部域,這個疑問自身就是地質學家應對答底疑問。他不能夠以申訴於所謂『自然底一律』底普通原理而定奪。那個原理,依它的抽象的型定方式,正在我們最需要幫助底時期和地點,卻不能幫助我們。

在事實上,自然確是充滿一律性的。但是這些一律性是什麼?就是要觀察底事情。幷且,每當我們要想從已觀察的一律性通概到未觀察的一律性底時候,惟有正是替我們證實某些已觀察的一律性底那種經驗能做我們的嚮導。有時,某些一律性已經看到底事實,給我們很好的保障以期望它們依確定樣子於別些經驗部域內重現。有時,一出了某個很有限的範圍以外,就不是這樣。譬如,某個人已經活着九十歲了,這個事實,根據普通的『自然底一律』幷不賦予「他將來還要活着長久底推測」以殆然性。反之,我們

慣說正因爲如我們現所知道底『自然底一律』，他大約不久就要死；因爲，在九十歲（每當一個特別的人偶然達到這個年齡底時候，）普通死亡率，與九十歲人底全數比例，大約是高的。

所以假如有人用『自然一律』底原理作爲他擴推和通概底根據，他即要對付『在正在討論底領域中什麼一律性是重要的？』之問題。對於這個問題，一律底普通原理不給出任何答案。這個答案祇能由對於每個自然部域所呈現底一律性底經驗的研究得出來。

在幫助我們關於我們通概和擴推底理權作任何一個斷定這上頭也一樣地無用的，就是『充足理由底原理』底直接應用。我們怎樣能在經驗之先判定何以在某研究領域內未觀察的事實，於它們的倫序系上頭，應與已觀察的事實相符合呢？無疑，僅僅『充足理由底原理，』縱是完全承認，不過替我們擔保個個事實，因而（自然地）個個底事實底倫序系是因某個充足理由而然——那個理由自然是可用普通名色表爲某種定律底。但是要爭論的問題正是任何探討領域內那些未觀察的事實是否與此刻前

已觀察的基料遵循這些相同的定律，因而有這些相同的『充足理由。』這個疑問，祇在現未觀察的事實被觀察到底時候，才能的確地答覆；這是曾經承認底。未到那個時候，一切說法至好，不過是『殆然的』（"probable"）。『充足理由底原理』自身并不說出任何理由以致大約祇有少的幾個定律，或少的幾種充足理由應視爲統御自然界底。因此，它自身，對於「何以不應眞有一個充足理由使未觀察的事實遵循新的定律」之揣想，并不限定任何可界定的殆然度。

這樣，『自然一律』底抽象的原理，更抽象的『充足理由』底原理，都不足替「已觀察的一律性保證那展到未觀察的部域底某個通概或某個擴推這種揣想」向我們擔保任何確定的殆然性。『那些已觀察的一律性具有能彀保證某領域內一個殆然的通概底性質?』這個疑問，他的答覆不靠着上列兩個原理中那一個之任何種普通應用。這些原理可以在一個事實界中一樣地眞實，而同時那界底事實可以對於「我們要找出所求底一律區型是什麼，和所遇底事實有什麼充足理由，底努力」挑戰。

（第十段）那末，到底是什麼種考慮使根據已觀察的一律性而作底通概和擴推

成爲殆然的呢？對這個疑問，美國的邏輯家珀兒斯先生(Peirce, Charles S.)（原註一）曾給過答案。這裏將要述他答案底概要。

何以比較底各方法和統計底各方法，每在它們成功底當兒，就免不了走到另一個科學底階級——有組織地聯合理論與觀察底方法成爲首要的方法底階級——珀兒斯的答案將要特別幫助我們了解這個問題。這答案也幫助我們見到何以那些個倫序底區型——其有條理的應用標別了自然科學底最高階級底——是一個專門科學底正當題目，這個專科應該研究那些區型底邏輯的根據和它們底形式。

設想有任何有限的一組，其性質是人類經驗底可能的對象底事實，就是設想有一個有限的組底屬於康德(Kant)所謂可能的經驗(*mögliche Erfahrung*)底界域底事實。關於這些事實我們爲辨論起見可以作一個預設(presupposition)；此刻暫不企圖

（原註一）參看珀兒斯在『郝樸欽斯約翰斯大學各教授邏輯研究』("Studies in Logic by Members of the Johns Hopkins University," 1883)中論歸納底邏輯那篇，及他在波爾溫心理與哲學辭典(Baldwin's Dictionary of Psychology and Philosophy)中論『一律性』條和它的旁的條中某些段。

去批評這個預設。這個就是下示最簡單的預設：這些事實，因而它們底全族，無論是什麽，具有某種確定的構成態。就是，按我們的預設關於這些事實，有些可能的主張——對於這一組中各一個事實或是信的或是妄的(either true or false)底主張——可以提出。并且，在可能的主張底某個範圍（這個範圍，我們這裏用不着再細為界定）可以預設『這樣的主張底個個，假如針對那些個事實底任一個說，并假如曾經界定使有精確的意義，對於那一個事實，或是信的，或不是信的。』譬如，假如這個『可能的經驗底對象』底界域是一個可以設想含有人底界域，并假如「人」這名詞有精確的意義，那末，對於那個界域底任何個對象A底主張，『A是一個人』，對於A或是信的，或不是信的。假如這個對象底界域設想是放在一個甕內底黑球白球所構成底界域，『A是一個白球』底主張，針對甕內一個球說，或是信的，或是妄的。

這個假定「受歸納的探究底那類底事實底任何一組有確定的構成態」之預設，絕不是一個簡單的，且還不是一個『自明的』(“self-evident”)預設。這一層，實則我們於下文將有機會看到。但是，這個預設，如珀兒斯所已明示，是惟一在一切歸納的探討中

底自然的而且不可少的預設。把常識在用於市場上或任何旁的實際生活界底通常歸納的推理中所隱隱地行使底一個考慮弄得明顯，這也是歸納的方法論家珀兒斯底功績。這個考慮是：祇要我們承認「可能的經驗底事實中任何有限的一組有確定的構成態」之惟一原理，我們就能彀對於這樣的一組事實底構成態下殆然的結論，假如我們選出這個團簇底『公正的榜樣』（"fair samples"），并觀察它們的構成態，而後以應有的愼重去通概，并且要這樣由榜樣通概到全體，除了「所由取樣底團簇，依如方才所示底意義上，有一種確定的構成態」那個主張所直接含着『一律』原理以外，我們用不着預設「我們以那些榜樣判斷底那一團事眞有一種爲別的『一律』原理所支配底構成態。」換言之，設有一個有限的團簇底事實有任何確定的構成態——無論這種構成態是多少『一律的，』無論這個構成態底『充足理由』是某一個定律或任何可能的雜性的『理由』底集合——說「我們，縱使團簇甚大而榜樣比較地小，還能彀帶殆然性地（雖則，自然，祇帶殆然性）按那爲全體底『公正的榜樣』底部份去判定那團簇全部底構成態」這個話是對的

我們在日常事務中，都作過使用『公正取樣』("fair sampling") 原理底歸納：這是易見的。『公正的榜樣』這個概念不是需要假定所由取樣底團簇底一律的構成態之任何特殊預設：這個事實，邱兒斯曾鄭重地說過用榜樣去判斷在別方面不知道的大宗底小麥或煤炭底殆有的構成態，土壤底，森林底，大羣底人底，礦苗底，垃圾堆底，恆星團底，或具有極變化的構成態底團簇底普通性質：是可能的。祇要我們從要取樣底大團簇中選出數目夠多的代表的例子，一羣暴徒或一堆垃圾可以用『榜樣』判定，差不多與這樣地判定一個組織的軍隊或成一個秩序井然的行隊底東西一樣有成績。並且在商業上有用的貨樣，用於要鑒定大宗的貨物時底，比起要用那貨樣去鑒定貨色底全體底數量，常常是小到可驚。

（第十一段）何以這樣的手續產生好結果，可以便捷地舉例解示。讓我們取最簡單的可能的例子中底一個。設想某一個團簇由四個東西組成；這些東西，我們稱它們 a, b, c, d。把我們的例子弄成更具體些，設想這四個東西，其實就是四個木塊各各地有一個字母爲記 (a, b, c, d)。又設想這些木塊嚴格地一樣，除了有的漆紅，有的漆白。讓

我們現在設想要某人用下列方法去判斷一切這四個木塊是怎樣地着色的：其法，由藏着這些木塊底一個口袋內隨手取出兩個，而後假定在這四塊底全組中這兩種顏色存在并分佈恰恰像白紅兩色在他所取出底那兩塊中分佈底情形一樣樣。換言之，假如他取得二個白木塊，他須要通概而說：『四個木塊都是白的。』假如他拿出一個白的和一個紅的木塊，他須要說：『木塊底一半（就是兩個）是紅的；其他是白的。』

其次設想事實上木塊 a 和 b 是紅的，c 和 d 是白的。讓我們考慮這樣用一個含着全體中兩個東西底榜樣去判斷四個東西底全體之辦法，在這約定的條件下，有那些結果是可能的。四個木塊 (a, b, c, d) 中有六對：——

(a, b) (a, c) (a, d) (b, c) (b, d) (c, d)

那末，在這些設想的條件下，由這一團木塊能彀作出六個不同的榜樣。在這六個可能的榜樣中，一個（就是 a, b 底樣），按假設是兩個紅塊。隨便什麼人偶然取得那個樣，因而依約定要用那對去判斷全組將要誤斷；因為他要說：『四個木塊都是紅的。』隨便什麼人偶然拿出 c, d 那一對，將要說：『那些木塊都是白的。』他也要錯。但是，隨便那一個

取得這四個樣 (a, c) (a, d) (b, c) (b, d) 之任何一個底人將要按約不得不說：『木塊中兩個是紅的，兩個是白的；』因爲他按約不得不斷定全組四個中白和紅底分佈與現於他所已取出底兩個中底一樣。所以，假如一切可能的兩塊組被先後的判斷者各自獨立地取出——每個判斷者取出藏着這四個木塊底口袋中六個可能的兩塊組中底一組——那末，在這設想的約定之下，判斷者中兩個人將要斷錯，而四個人將要斷對。

這個簡單的事例說明珀兒斯用於他的歸納手續論中底原理。普通言之，假如我們由一個大團簇中選出部份的團簇，并注意於可界定的性質是否存在於部份的團簇中而從所選部份底構成態去判斷全團簇底構成態，我們得下示事實底幫助而趨到殆然的推論。這事實是可能的『榜樣』或部份的團簇，其構成態至少近似地與全體底構成態相符底，比與全體構成態相差甚遠底更多。在上舉簡單的例，可能的榜樣中，在所論底性質上，兩個與按約應用榜樣去判斷底全團簇不相符，四個相符。就是在這例，成功的取樣底可能的方式，比不成功的可能的方式兩倍多。

在這簡單的例子有得底情形，在所從取樣底團簇很大底場合，有得更動人得多多。不過，在那些場合無疑地，殆然的推論，普通說，僅是幾近値（approximations）。設想一個大團簇包有 m 個東西。設想這些東西底百分之 r 實有 φ 性，其餘沒有這性。設想這個 m 個東西底大團簇全體，關於有沒有 φ 性上頭，須要用某個比較小的榜樣，祇含 n 個這些東西底，去判斷。這種判斷底成績靠着關於 n 個東西中百分之 r' 具有 φ 性這樣比例那一點，偶然選出 n 個東西底榜樣與全團簇相差或相符到什麼程度。自然，r 等於 r' 是可能的。

在大的團簇和稍大的榜樣，這話不常是恰恰對的。但是，縱使 n 是一個比較小的數目，m 是比較大的數目，假如我們考慮到由 m 個東西底團簇中各含 n 個東西底一切可能的選樣，直接計算將要很便捷地示明各含 n 個東西底可能的各組『榜樣』在它們的構成態上，關於有沒有 φ 性這一點，與全團簇稍密切地相似底比在構成態上與那全團簇相差很大底斷然地多些。在這場合，普通說，所論底是就幾近値說，不是就準確的結果說，假如百分之 r' 代表某個 n 東西底榜樣中 φ 性的分子底比例，而百分之 r 是全團

簇中有這同一g性底分子底比例，那末去算出各含n東西底可能的榜樣，卽其r比r相差不少於或不多於某個定量x底榜樣底數目是可能的事。這樣計算將要示明這個相差量越增加，相當的可能的榜樣底數目要快快地減少。

結果，如珀兒斯所指出底，我們歸納的推論在它們含着從團簇取樣底直接辦法底範圍內，普通可以陳說如下：

『這些P中百分之r有g性。這些P是大團簇M底一個「公正的榜樣。」所以，殆然地并幾近地，大團簇M中百分之r有g性。』

這個殆然性底根據，這樣說，不是靠着M團簇底一律性，乃是靠着可能的『公正的榜樣』與全體幾近地相符底比與它大相差異底較多。

大團簇M底一個『公正的榜樣，』我們沒有理由設想它們用『隨便』地（"at random"）或代表地（in a representative way）由所要判斷底大團簇那種東西取得底方法以外底方法選出來。

這樣，這歸納的通概底方法論，在其關於統計的和比較的方法上頭，不過靠着這個原

理：我們所研究底事實有一種有定的構成態，這種構成態，我們能彀用由全體選出部份以得全體底公正榜樣之方法而殆然地幾近。所以，在一切這種場合中所用底手續，按其性質自身，根本上是試作的（tentative），是到了比較和統計的枚舉由初期進於後期就要加修改底。是易於產生幾近地眞確的結果，并且普通說，是祇會產生幾近値底。

從這個觀點，我們見到何以經驗可以說是不特指教一門的專家在那門內已經觀察過什麼一律性，并且指教他有什麼幾近的和殆然的理由可以由已觀察的一律性通概到恰恰在那個經驗的部域內未觀察的一律性。因爲取樣底過程畢竟趨於修正并改進它自身，因而指示給專家（雖則，普通說，不給外行人）應用於某一個事實底部域什麼樣底取樣是『公正』的。因爲專家就是在他的本門內有過關於各種取樣底法子底許多例子底經驗底人。

（第十二段）此際，我們有了準備可以了解方法的手續中更進的一步——這一步在物理學史中早已達到，并且隨後在科學底很不相同的部域中也成爲可能的。這樣的一步可以預期它是關於在選出『公正的榜樣』應該弄成可能底各部域之揀擇和

界定上之某種改良。如珀兒斯已經指出底，在歸納法取「從關於自然現象底某界域底構成態或定律之某些假設之可能的結果中取樣」之形式，或「從在其與這類假設底關係上加以注意底事實中取樣」之形式底當兒，正是這樣的改良就出現了。

在試驗假設底當兒所用底推理屬於頗爲習知的區型。牛頓（Newton）所提「近地面底一個落下物體，和在軌道中底月球一樣，受一種遵循『反平方』（"inverse squares"）律底力支配」之假設，所給底例子，屢經用作歸納邏輯底教科書中一個說明。我們這裏不必申論『試用假設』（"working hypothesis"）底方法和它的順利的證實，或它的憑藉觀察底光明而修改等等底比較熟知的方面。我們的旨趣在於這事全部，對於倫序論（Theory of Order）底關涉。這種關涉，在大多數心上并不是熟悉的，也不是一目了然的。

因此，我們定須略述在更準確的自然科學中理論與觀察底聯合所由成功底普通方式，并且定須嘗試指明要把這個聯合弄得頂有效力，靠着以某些概念的倫序系（conceptual order-systems）——其構造底準確，在理想上，比我們對物質的觀察自身所能得。

到底那個準確程度遠勝底倫序系——去界定所提假設之可能。

這裏所說底歸納法，在他的最簡單的形式，顯然是由想像地預期自然的過程，構造，或定律也許是什麼樣，并由以後來的經驗考驗這些預期這兩個法子，而發現那些過程，構造，或定律。這樣地預期可觀察的事實底假設底第一并最顯而易見的用處，自然是在乎它的引發的效力(heuristic value)。他指引觀察家去尋討他如沒有假設或許不會去找底事物。假設指揮他的注意。

然而這個用處，畢竟是一個好假設對於科學底助力中最小的。它的更大的助力是：在一個假設對於要用它底那一門眞是一種好假設底當兒，它可以作爲一個多少廣博的演繹的理論——這種理論，使研究家遇着直接考驗假設底方法失敗底時候，能彀發見間接的方法去考驗它。我們往往聽見人說科學的假設定須是多少完全地可以受經驗底證實或推翻。這個說法是不錯的。但假如說一個假設——就像它提出那個樣子，不經更進的演繹的推理，就能彀受推翻或證實底假設——比起別一個假設——其證實，倘若實現，要間接地并要經一個頗多的演繹的理論底居間(因而這假設底結果先預

計出來，然後加以試驗）纔成爲可能的那個假設——不是差不多那樣地對於任何科學上有價值的也一樣不錯。假如泰理斯（Thales）預料一個蝕（eclipse）而成功，他是提出幷證實一個假設。然而，假如這個假設不過根據於對前此諸蝕底循環底經驗的知識，他的天文學沒有超過統計的階級，幷且就是經過多數的這樣證實也不能超過這個階級，但是，方當一個近代的天文家討論月球說（lunar theory），幷用理論與觀察底比較作爲（在這例）考驗牛頓反平方律假設（認作一個引力場所循底定律時）所有底準確度，他的工作底價值靠着在這裏把原有牛頓的假設從所觀察底事實隔開底那個大規模的演繹的理論。經記載底月亮底位置和運動，有上古人所記經知道底日月蝕底紀錄補充，成爲關於月球運動底物理的事實底一個很大的『榜樣』。因月球說而纔可能底計算，組成應用於月球底牛頓說底特殊結果底更大的『榜樣』。假如牛頓引力說對於月球底可察見的運動祇有一種偶然的，或暫時的，或膚淺的關係，那末這說底結果底一個大的榜樣與觀察底結果那麼大的榜樣會這樣幾近地相合底機會是極小的。因爲，在這例，一個由可觀察的物理現象底一界域選來底事實底榜樣，另一個由牛頓引力

說底理想的結果那界域選來底事實底榜樣，兩個榜樣不特在大體上，并且在細節上加以比較；所以理論與觀察底相應乃是這兩個榜樣（如可用這話）分子對分子底相應。——這兩個榜樣底每一個中每一元素與別一個中如牛頓原假設不錯應該相應底那一元素幾近地相應。

（第十三段）在這例所遇底情形，如把必須改底改過，與構成假設，理論，和觀察底任何有成績的并甚有組織的聯合之最重要方面底情形同一。這個過程底各階級如下：

（1）對於物質的事實底某一部域底構成態或定律提獻一個假設。

（2）這個假設，在性質上是這樣，可以容許對關於「如這假設不錯，該部域中應有什麼」之問題作廣博并準確的演繹的理論。假如這樣弄成可能的理論確是更加廣博，準確，并有統系那末，『這假設底後效』底可能的榜樣可以作與那物質的事實比較之用底（在需要這些榜樣底任何場合）就更大。

（3）由容許觀察和實驗底一個部域中選出事實底榜樣，把這些榜樣與那個理論底後效比較。這理論越完備，可以弄來供比較底需要底事實之範圍就越大。

（4）這種比較不是還（如用相似的統計的與比較的方法底場合）僅限於考察一個榜樣底分子中多大部份（百分之r）有比較簡單的性質α。反之，假如該演繹的理論是很發展的且有統系的，那末可供比較底理論底後效之榜樣不特是複雜的，而且有一個它特有底精確的倫序系（例如是理想地準確的物質的量底一個統系）——那個倫序系假如原假設不錯，定要在細節上可以幾近地證實底。因此，在這例，理論和事實底比較，簡直是可能到在各個細節上那樣瑣屑，因而若是證實成功，可使「假如該實有的物質事實底統系有隨便那一種有定的構成態，它的構成態與該假設所需要底統系相合得很密切」之說，得有甚高的殆然度。

這樣，這裏所論底方法底價值，靠着把來界定那樣間接地考驗底假設底那些概念之準確性，倫序，和有統系性，靠着到很大的程度：這弄成顯而易見了。假如這些概念是這樣準確的，并有統系的，它們可供作廣博而精確的演繹；結果就是一個假設底準確的後效底大榜樣，在性質上，是可以把來與觀察和實驗底事實底相當數量的榜樣相比較底。兩個這種的榜樣底比較，因而不特可以在大體上作；而且可以對於所提示而設想底倫

序上逐一元素地，詳細地作；并且可以那樣地作，使理論與事實偶然相合底機會弄得極低。

結局將是：所考驗底假設底眞實還是頂好也不過殆然的而幾近的，然而如理論在演繹的發展上越準確而完滿，并且如理論得越大範圍底觀察底證實，這種幾近値就越近眞；在這當兒，這項殆然性就趨於成爲越大越大到可能底極限爲止。

演繹的理論與大規模底觀察底幾乎理想的結合，可以在近代底能力（energy）學說中見到。

（第十四段）從上文底考慮說來，我們現在可以容易見到：這個科學方法中最完美的，就是理論與觀察底有組織的結合，要使它自己完美化，需要可容許作精確而廣博的演繹的推理之概念和概念底統系——如牛頓引力說和近代能力說所例示底，以在量上精確的名色表敍底假設，在現時，特別應合這個資格而引到所欲望底物質的學說：這是方法論中一個常談。我們遵用珀兒斯對歸納底見解而作底說明明示何以，一般說，這種理論對於自然底研究是那麼重要。這些理論所供給底『可能的後效底榜樣』特

別宜於應付「與用以考驗這理論底實察的事實底榜樣一元素對一元素地細細的比較」之需要。

同時，我們對於倫序底普通理論底略說在下文將要明示我們量的概念所以在演繹的理論的用場上重要，不過因爲量底倫序系 (*order-system*) 是一個那麼精確的且可制裁的統系。無疑，在概念的對象中，量在這一點上幷非孤立的；我們後此的略說一部份的職務是要明示準確的演繹的理論與量的理論這兩個概念絕非範圍相同的。在我們現在物質理論中量的概念底卓越，幷不是我們能彀視爲絕對必然的事情。或許在將來有很理論的而不以量的概念爲它們的主要概念底物質科學。然而它們定要用某一種準確的概念的倫序系，那是一定的。

但是，無論這層怎麼樣，我們說到這裏底結果是如下：

在比較的，和統計的各方法，和聯合觀察與理論底方法底場合，方法論底略說已經明示一切這些方法使用幷倚賴有倫序的行隊 (*orderly array*) 底思想對象這個普通概念，與它的從屬概念——纙列 (*Series*)，纙列底互關 (*Correlation of Series*)，

和特別倫序系，例如量(*Quantities*)底倫序系。要了解思想所用以對付它的對象底方法，一切這些概念都是主要的。這樣，對方法論底普通的審查引我們到倫序學底各問題。

第二章　對於倫序底區型之普通察閱

（第十五段）在任何較準確的物質科學底有條理的手續曾經得了成績底當兒，結果是一個如顛喜河甫（Kirchhoff）對力學（Mechanics）下底那個耳熟的定義所例示底。就是，這樣的一種科學底事實『被描狀』（"*described*"）到某個完備底程度，幷且依儘量『簡單的，』即『有倫序的』樣子。在這樣的描狀中所用底倫序型一面是『思想底形式』（"forms of thought"）——如我們一會到列舉它們時候就要見到——一面在我們以這些名色對『可能的物質的經驗』底事實底世界作底描狀『幾近地』而『殆然地』眞確底範圍內（且僅在這樣範圍內，）又是我們物質經驗底世界底形式。關於照什麼樣子，幷爲什麼理由物質的經驗底某些事實那樣差不多地依照我們思想底形式到它們實際依照底程度。——這個問題是祇在倫序型自身曾經恰恰視爲思想底形式而加討論之後，才能彀正當地考慮；所謂視爲思想底形式，就是視爲『建造』

或『發明』或『創造』("constructions" or "inventions", or "creations")，換言之，視爲可以說是我們思惟作用所『建造』底，或於我們不考慮物質界而祇考慮邏輯界，卽不管物質界是否例示這些倫序型而單研究倫序型自身時，所『尋到』("find") 底『邏輯的有元』("logical entities")。

這式的手續，卽撇開我們的物質的經驗而對倫序型作研究，於我們（被視爲其對於自然底科學的或愼思的闡明正待討論之生靈時）對我們的邏輯的情境底全部了解上實關重要：這個事實尤爲我們結束方法論底略說底那些考慮所明示。因爲可注意的，是一切高度發展的科學的理論使用「其邏輯的準確達於簡直不容在物質的名色上面絕對地精確的證實底階級之概念」——例如量的概念。譬如，牛頓的引力說永不能穀精確地證實。因爲一種與距離底平方反比例而變底力 (force) 這個概念，并其使用物質的小點 (material particle) 底概念含有帶下示性質底效果——卽對它們精確的計算（縱使這說本身沒有又含着熟知的而還是不能解決的關於「三個或三個以上互相吸引底物體底引力作用之問題」之演繹的困難，）要弄到須要界定按這說普通

要用無理數 (irrational numbers) 表出底物質的量。但是，實際上物理的計量，祇要似乎證實除有理數所表底數值以外底數值，也總不能殼的總而言之，在這些事例中，理論要求對某些理想的有元之界定要絕對精確；而計量，按他的經驗的方面說，永遠不過是一種幾近，并且與理想就絕對方面比較時，至好，也不過是一種粗略的幾近。

何以這樣的總不能證明它準確地代表任何物質的事實底概念，仍然於物質的科學上有這樣的價值，我們方法論的研究此刻明示給我們了。它們作爲關於物質界底準確界定底概念時之不能證實，正是它們作爲幾近的物質的觀察底引導時之多成效之根由因爲觀察家所證實底，是經驗的基料底很大的榜樣與假設底後效底榜樣間詳細的（縱是不過幾近的）相應；理論的概念底準確使假設底後效能殼運算出來，就是，演繹地預定出來到了繁富與變化遠過了精確的物質的證實底地位；但正因爲這個緣故，這個繁富和變化常常要求并預期那樣的可供相對的并幾近的證實底經驗的事實之越大越大的榜樣。關於理論的科學如關於行爲一樣。合理地指導它底理想越是不可達到的，能殼作底「把我們到此刻所保有底或所支配底弄到與理想相合之工作」也越多。

因此，祗爲我們的思想在一方面『創造』在一方面見爲一個純粹邏輯的（而非物質的）世界底事實或『有元』而『尋到』底理想之倫序系，祗在我們把它們從它們在物質界所得底『殆然的』幷『幾近的』示例抽攤開而施考慮底當兒纔可以以眞實的見解加以研究。

（第十六段）惟是，邏輯家考慮他的倫序系，也不是從一切經驗抽攤(abstracting)開。他的世界，按某一個完全眞實的意義，也是經驗的。我們稱他的事實爲或是他的『創製』或是他的『尋獲』，乃是故意用了模稜的言語。因爲假如我們說按某一義他顯似『創造』他的倫序系（例如正像戴德欽 Dedekind 稱整數 whole members 爲『人心底自由的創製』"*freie Schöpfungen des menschlichen Geistes*"，）他的所謂『創造』，在這例，是對於當他思惟時他的合理的意志自己表現底方式之一種經驗。他的所謂『創造』他的倫序系，其實是尋獲恰恰在活動是有倫序的那限度內標別一切有倫序的活動底形式，因而幷不是他的私有的或個人的幻想或欲望底任情的創造。在他的對倫序學底研究，邏輯家經驗到這個事實——這些形式存在於他的邏輯的世界

中，而且正因它們實是一切合理的活動底形式，就構成那個世界。這個『創造』與『發見』底綜合的聯結，如我們下文得見到底，是『純粹形式』("Pure Forms") 底世界底主要特性。

所以，對倫序底形式底察閱很宜於從經驗的方面審察它們入手，就是，視它們爲科學底理論的或演繹的方面給與「任何考慮人類思想底成績者」底經驗所呈獻於邏輯家底一組現象。這樣的經驗底最可注意的來源，自然是算理科學(mathematical sciences)底界域所供給——算學的各科底一般職務，就是從任何組充分地精確的假設推出準確的演繹的結論。假如一個人考慮算學底工作——分析那個工作，例如，像貝丫諾 (Peano) 與其同道近年所做底——他將要見到各門算理的科學使用某些基本的概念和倫序系，并見到它們靠着這些概念和倫序系底效性 (properties) 以得它們的結果。讓我們就簡單地用一個提綱的略說報告這些概念和統系其中有些個是什麼。

（第十七段）關係 (*Relations*)。 一個『概念』一個『邏輯的有元』或（用羅素先生 Bertrand Russell 在他的算學底原理 Principles of Mathematics 中所用的

名詞）一個『邏輯的常項』（"logical constant"），在倫序論全部極關重要底，就是由關係這個名詞表示。我們如沒有這個概念，不能彀在這個題目上作任何進展，然而不用別的名詞，就是定要回過來預設有對關係是什麽底知識纔可以界定底名詞，就沒有界定關係這個名詞底法子。那末，為免卻在倫序學底門外無窮期地老等個能彀領我們入門底『不需預設的』（"presuppositionless"）概念，我們不如從能彀幫助我們在說到關係時領會它的意義底某些觀察下手。每當我們討論在哲學上具根本的重要底任何名詞，要得到一個『不需預設的』正式的定義是不可能的。

任何物質的，心的，或邏輯的對象，為我們所能思量底，就具有特性，特色，或特點（characters, traits, features）——使我們能彀用它們把這個對象從別的對象分別出來底特性。這些特性中有的是品相（qualities），如我們通常用形容詞（adjectives）表示底，例如硬，甜，苦等。這些品相，在我們通常想到它們底當兒，往往像是屬於它們的對象而沒有對於別的對象底明顯的關照。無論如何，它們可以供這樣的看法。在我們想到品相底本質，我們是從具這些品相底東西和這些品相自身以外底東西抽攤開。但是，任

何對象所在底關係，與品相相反映，卻是視爲當把它明顯地關照別一個對象或好幾個別的對象（卽視爲與別一個對象或好幾個別的對象爲理想的或實際的伴侶）而加考慮時屬於這個對象底特性。被視爲一個父親就是被把來對這個人爲其父親底那個孩子(child)作明顯的關照而加考慮；做一個均等者，就是具有祇當這個對象與和他均等底那別一個對象共同存在時纔屬於這個對象底一個特性；餘可類推。

簡言之，一個關係是一個對象作一個團簇（一雙，一個三員團 triad，一個 n 數員團 n-ad，一個俱樂部，一個家屬，一個家族等）底一個支員時所具底特性；并且這個特性，假如這個對象不是這樣的一個支員，（如人們可以想到底）就不屬於它，假如說一個關係是當一組底諸支員被一起地考慮或被與別組底支員擱在一起考慮時屬於這一組底一個特性，我們可以把這個定義從任何一個對象推用於任何一組底對象。

曾經屢次有人假定說：關係，在性質上，根本地是兩員團的 (dyadic)；就是，是作一雙底一個支員時屬於這一個支員底，或作一雙時屬於這一雙底特性，父親底關係，均等者底關係，或一雙均等者可以視爲這樣的一個兩員團的關係。但是，實際上，有無數的關

係是三員團的，四員團的 (*triadic, tetradic*) ——依任何可能的方式而多員團的 (*polyadic*)。例如，在什麼當兒一個東西是一個禮物 (*gift*) 呢？在，并且祇在有給與者，被給與某個東西底人或別的物，和給與底東西這樣的一個三員團底當兒。在什麼當兒一個對象是一個法律上的債務？通常，祇當債權者，債務者，債務，并所爲與債底法律上理由 (*consideration*) 或別的原故存在底時候。因而債務者關係是：『a因d對c欠b』通常是一個四員團的關係。在準確的科學底全部中含着更多的相關係底對象或項目 (terms) 底關係是常有的。

假如一個關係是兩員團的，我們可以便捷用 (aRb) 這個符號，意思是『有元a對有元b位於R底關係，』表示主張這個關係底命辭 (proposition)。每當 (aRb) 這個命辭是對底時候，總有一個b對a所居底關係，往往以$\breve{R}$表它。這個可以叫做R關係底倒轉關係 (inverse relation)。例如，假如『a是b的父親，』『b是a的孩子；』并且假如我們用這個話表示『一個父親的孩子』底意思，那末「的孩子」這個關係，在這限度內，是「的父親」這個關係底倒轉。

假如一個是多員團的，那末，如 R(abcd……) 這樣的符號表示『a, b, c, d 等（按指示每個在所討論底關係的 n 員團內底位置之一個有定的次序或方式）位於 R 這個（多員團的）關係』所以，假如把各項目加以正當的界定，R(abcd) 可以用去表示『a 因（或因理由）d 對 c 欠 b』那個斷說；餘類推。

（第十八段）關係底邏輯的效性　關係所以在倫序論上具如它們所實有底那樣重要，主要是因為在某些例內，它們受可供一個大規模的演繹的推論之準確的定律所支配。我們須要立刻對這些定律中底某些個加以注意它們使我們能彀按各種邏輯的效性把關係類分。一切演繹的科學都靠着關係底這樣的效性。關於演繹的推理底規範之理論，不過是關於這些關係的效性被視為「能指導我們作推論底那些關係底合法的性徵」時之理論；所以邏輯作為對於演繹的推論底『規範的科學』時，不過是倫序論底一個附帶的部份。

兩員團的關係可以，第一，分為對稱的 (*symmetrical*) 與非對稱的 (*non-symmetrical*) 關係對稱的兩員團的關係有時被界定為與它自己的倒轉關係相同 [一底關

係。或說：假如S是一個對稱的關係，那末，無論a和b是什麼對象，每當(aSb)這個斷說對時，(bSa)這個斷說也對。均等(*equality*)底關係，用＝符號表底，是具這個性質底關係，因為假如(a＝b)，那末，永遠(b＝a)。

假如一個關係是非對稱的，還有各種各樣的可能。例如，假如R是一個非對稱的關係，并且假如(cRd)，R這個關係或許是這樣——(dRc)這個斷說永遠為(cRd)這個命辭所排除(excluded)，因而無論人們將什麼(c,d)用作這個關係底『項目』，兩個命辭不會同時對的——在這例，R這個關係是完全非對稱的。羅素提議把這樣的關係叫做不對稱(asymmetrical)。在量底界域中『大於』("greater than")是這類的。但是，在旁的場合中，R這個關係許是這樣——(cRd)不是在個個例內排除(dRc)，而是不過在某些例內這樣排除。如有不同的關係時，除外的例，在某一個R，可以是惟一的，或可以是眾多的；而在某些場合，可以為它們特有的精確的附屬定律所決定。例如，這個定律或許是如下：除非某個別的關係的命辭(eR'f)是對的，(cRd)排除(dRc)；而且假如(eR'f)是對的，那末，(cRd)必致(dRc)；餘類推。

不關上文說底對稱底概念，兩員團的關係又可以按另一獨立的原理分爲跨越的和非跨越的 (transitive and non-transitive) 關係。這個新的分別根據於當我們關照某一個關係R而考察不同的各雙底對象時底考慮。假如，在特例，(aRb) 幷 (bRc)，R這個關係許是這樣——無論 (a, b, c) 這些對象是什麼，(aRc)，在所假定底條件下，永遠是對的——那末，在這例，R這個關係是跨越的。假如這樣的一個定律，不普遍適用，R這個關係就是非跨越的。按各不同的準確的科學中所用底一切對均等底定義，『等於』這個關係是一個跨越的關係。『等於同一東西底東西彼此相等』這個所謂『公理』("axiom") 實際上是對這個跨越性底一個頗笨拙的說法——這個跨越性，在任何準確科學中，依界定，永遠賦與=這個關係的。這個說法何以是笨拙的；是因爲，因用『相』("each other") 這個話於這個所謂公理中，=這個關係底跨越性說得與也屬於這個同一關係底對稱性不可以分別得清楚。然而跨越性與對稱性是互相獨立的關係的特性。『大於』『優於』等類關係，如=這個關係一樣，是跨越的；但它們是完全非對稱的。『反對於』("*opposed to*") 和『矛盾於』("*contradictory of*") 都是對稱的，但也

是非跨越的。

這個普通類底型定方式中比較少數曾經比『等於同一東西底東西彼此相等』這個熟習的『公理』在淆亂未經訓練的人心上有更多的成績，因為所用底表示式暗示＝這個關係具有跨越性是因為它有對稱性。個個人容易覺得＝這個關係底對稱性。個個人承認（雖則通常不知道這事是關於定義底，或是關於某一個客觀地必然的實在界底定律，——不靠着我們的定義而本是眞實的）＝這個關係是跨越的這個『公理』因它的表示式暗示這個對稱性與這個跨越性至少在這例是必定聯在一起的。結果，起了一個廣佈的印象以為一個關係底對稱性永遠隱含着這個同一關係底某一種跨越性底意義——這一個印象有時發現於哲學的討論裏頭。但無論在什麼地方，沒有比在我們要設想這兩個特性於某特種底例中必定相聯合（或由隨意的定義或由於事物底本性）底場合，更需要對這兩個特性作明劃的分別。

假如某一個兩員團的關係，姑說是 X，是非跨越的，那末至少有一個例——在其中，(dXe) 和 (eXf) 在於某些對象 (d, e, f) 是對的，但 (dXf) 是不對的。也如在非對稱

的關係一樣，在非跨越的關係，這個非跨越性，像上說底非對稱性，或許現爲一個普遍的定律，使一切跨越性不屬於某一個關係R；否則現爲一個或一個以上的特例——在其中，某一個關係不遵循跨越性底原理所需要底定律這些特例或許它們自己受特種定律底制裁。假使(aTb)和(bTc)這兩個斷說，如其同時都對，就排除(aTc)是對的底可能，T這個關係是完全非跨越的。例如，假使『a是b的父親』，幷『b是c的父親』，要『a是c的父親』這個話是對的是不可能的。「的父親」這個關係不特是完全非對稱的，而且是完全非跨越的。命辭與命辭間爲『翻駁』("contradicts")這個動詞或『是矛盾於』("is contradictory of")這個話所表示底關係是對稱的，但是完全非跨越的；因爲矛盾於同一個命辭底命辭是互相等值的命辭。『大於』這個關係，如我們所已見到，是跨越的，但是完全非對稱的。這樣跨越性與對稱性作爲關係的效性時底互相獨立弄得充分地明白了。

還有第三種而又是獨立的關於兩員團的關係底類分，假如我們考慮兩個相關係底項目中一個在某一關係R上或在倒轉關係R上可以對立着或實是對立底對象底

數目。假如『a是b的父親，』說有幾個別的生存物，c, d等，——在他們，a也是父親——是可能的，而且是常見的。假如『m是n的孿生弟兄，』那末，按這個關係底定義自身，m對着他可以位於這個關係底生存物祇有一個。假如『e是f的孩子，』就有兩個生存物，即那個父親和那個母親——對於他們，e位於這個關係。在一個倒賬的債務者底財產該受處理并且債務者是一個單人(不是一個合資經營也不是一個法人)之場合，那末，在這一個處理所須考慮底事務可以關涉多數債權者，但是依假設在祇考慮這個倒賬者的財產時，祇關涉一個債務者。那末在這裏，有好幾個生存物 (p, q, r等)——對於他們中任何一個都可以說『p是x的債權者。』但在祇考慮這一個倒賬案時，所說底一切債權者當做一個多數 (a *many*) ——對於他們，祇有一個債務者，即這裏所說這一個債務者，與之相當。

這樣的例所提示底問題分明是可以按所關涉底關係的統系而得很不同的多方面的答覆的。最關重要的就是下種的例——在其中，某個普通定律這樣地標別某一個關係R，使如上引各例所發生底問題可以依普遍的名色答覆。這樣的定律所取底主要

形式，由下示三類底例充分地指明：——

（1）R這個關係許是這樣因而假如對於某雙底對象(a,b),(aRb)是對的，那末，設使我們考慮這些對象中一個如b,除a以外有，或有可能的別的對象——對象m,n等——在於它們，(mRb),(nRb)等這些話是對的同時，設使我們注意這一雙底那一分子a,有這樣的別的對象(p,q,r)——或是實在的，或根於R關係底性質而可能的——使(aRp),(aRq)等都成爲眞實的命辭。R這樣的一個關係經羅素和其他叫做一個『多與多』("*many-many*")的關係。規定關係使成這樣底定律可以是很準確的，普通的，重要的，或是不甚準確，不甚普通，不甚重要。例如，『在……朝南一緯度』("1° *of latitude south of*")是受準確的普通的定律支配底這樣的一個『多與多』的關係。

（2）R這個關係許是這樣因而假如在與某一雙(a,b),(aRb)是對的，a底選出爲b底選出一定不移地(uniquely)決定，同時a定了之後，某個多少精確地決定底一組對象中任何一個可以代替b。例如，假使在(a,b)這一雙是兩個人，幷「的統治者」這個關係是屬於某一個完全獨立的王國（他的王的統治權不受對別的統治

者底諸侯的或聯邦的或帝國的關係底羈束底，）那末，按法律，祇有一個a——在他，說『a是b的統治者』是對的。但是，若使我們先選出a，就有許多生存物可以選出來代替b而不影響這個話底眞實。在準確的科學中這樣的一個關係底例是：『a是b圓的中心』在這例，b圓一選定，它的中心就一定不移地決定了。但任何一點可以做一個無限數底圓中任何一個圓底中心。這樣的一個關係叫做一個『一與多』關係。它的倒轉R叫做『多與一』關係。

（3）一個關係R許是這樣，因而（無論有沒有多數不同的各雙例示他，）假如(aRb)在於任何一雙是對的，a底選出一定不移地決定在於那一個b，說(aRb)是對的，同時，b的選出也一定地決定在於那一個a，說(aRb)是對的。這樣的一個關係叫做一個『一與一』關係。辜除哈（Couturat）以爲在這地方『兩單旨的』（"bi-univocal"）關係那個名號較好。「一與一」關係，或（如它們往往被稱底）『一與一底相當』，在準確的科學底倫序系中是有無量的價值底。它們使極重要的演繹的推論——例如，近代『集論』（"Theory of Assemblages"）【譯者按是算學底一門】底一大部份所靠

着底演繹的推論——成爲可能的。

前此界定底對兩員團的關係底各樣類分法，如加以相宜的改變，可以應用於三員團的，四員團的，和其他多員團的關係。不過，相關的項目底組如增加，一般說，可能的類分法就更有變化并更複雜。這裏祇能說幾句話去指明對多員團的關係底這樣的類分法成爲可能底情形。

若使 S (abcd....) 這個符號表示『a, b, c, d 等對象位於 S 這個對稱的多員團的關係，』那末該對象等能彀一一互相替代，就是在上示表式中 a, b, c 等符號可以互換而不變動所含底關係，也不影響該斷說底眞實。例如，假如 S (abcd....) 表示『a,b,c,d....是某一個俱樂部底會員』，或『是在同一直線上底點，』在除了所說底關係以外不考慮『會員』底或『點』底任何其他關係底時期內，就是這種情形。在這樣的各例中，S (abcd....), S (bcda....) 等等是等値的命辭。S 這樣的關係是多員團的并對稱的。假如在斷說 R (abcd) 底各例中有一例，或有好多的例，或一切的例，在其內有那些項目底或對象底某一種互換——某一種這一個與別一個底交替——非把 R 這個關係變更或

把最初所提底關係的命辭底眞實或許弄到破壞，是不可以的，那末R這個關係是非對稱的（部份地或完全地）若使 R(abcd) 表示『a因d底理由對c欠b』或在特例『a因一星期底工資對c欠十元』就是這樣情形。這樣的一個關係是非對稱的。所用項目底多數把關於各回牽涉什麼種底非對稱性底種種可能底範圍大增加；因爲在有些地方，某一個對多員團的關係底斷說所含項目中某些可以互換，同時別些項目不能轂互換而不使意義改變或不使對的斷說成爲不對的斷說。例如，若使 R(abcd) 這個斷說表示『a和b是在兩端爲c和d底那一條直線底某一段上』那末，a與b可以互換，并且c與d可以互換，而不影響這個斷說底眞妄；但假如把(a, b)這一雙代替(c, d)那一雙，并把(c, d)轉換過來，那末，普通這個斷說在意義上要受改變，而且或許在一個方式上是對的，但項目這樣互換後而變成不對。因此，通常我們必須說某一個多員團的關係R關於它的項目中底這一雙或這一個三員團，或別的部份的組，或那一雙或那一個三員團或別的小組，或是關於它的項目中這一雙或那一雙底兩員團，或這一雙或那一雙底三員團，等類，是對稱的或非對稱的。假如是繁賾的倫序系，如算學底各部中函數

(*functions*) 底倫序系，或幾何學中點底，線底，其他底組底倫序系，所得底繁賾方式可以同時是極準確而可界定的，又是很精緻的，而且可供作成極可注意底演繹的推論底統系。

代替跨越性這個比較初步的概念有一個更普通而同時又更富可型性底概念，可以用其方式以界定多員團的關係某些效性底概念，由在算學各科中演繹的推論內那樣熟習底消革 (elimination) 作用暗示出來。設想 R (abcd) 是一個四員團的關係，對稱的或非對稱的；又設想這個關係是這樣，因而假R(abcd)和 R (cdef)這兩命辭是同時信的，R (abef) 必定是信的。這樣的一個關係底一個很可注意的例見於『純粹邏輯底有元』("entities of pure logic") 中——這個，我們以下將要說到。在這裏我們可以容易地把跨越性這個概念通概而說 R 這個關係是『按雙地跨越』("transitive by pairs")。但是這個跨越性，并一個兩員團的關係底跨越性均是一個普通的關係的效性底特例——這個普通的效性使兩個或兩個以上關係的命辭共有底某些項目可以那樣地消革掉，因而假如我們起手所舉出底命辭是信的，對剩餘的項目底某一個有定的關係的

命辭可以斷說是信的。讓符號a代表任何確定的雙三員團，或n數員團底對象，不定是單個對象。讓b代表另一個確定的組底對象，r代表第三組底對象。讓R和R′代表這樣的多員團的關係，因而R(ab)幷R′(br)。這兩符號底前者表示『由a組和b組(按某個有定的模式或順序)併合底那一組對象是位於R關係底一組對象』這個斷說。第二個符號，卽R′(br)有同類的意義。然後設想或永遠或在某個確定的組底例內，R(ab)和R′(br)這兩個命辭，假如同是信的，隱含着R″(ar)——在這裏頭，R″是某第三個多員團的關係，有時許是與上示R和R′那兩個關係中一個或兩個同一。在這樣的例，R(ab)和R′(br)所示底知識是這樣，因而容許把b這一組或團簇消革掉，以便從這個消革得出一個有定的關係的命辭。依上文界定底跨越性是就中這樣的消革是可能之一個特例：這是明白的。(原註二)

(原註二)詹姆士教授(Wm. James)在他的心理學〔譯者按是心理學原理〕底結尾一章，於對科學的思惟底心理方面之精美的略說內用下述的話標別屢見於自然科學底那些兩員團的關係底跨越性：就是說具這一類跨越性底關係底對象遵依他所謂『躐越中介底公理』("the axiom of skipped intermediaries") 這是表說「為關係的效性底跨越性之一個主要演繹的用處，在乎它容許帶些熟知的消革」那個事實之一個有特色地具體的方式，就是假如『a 大於 b，而 b 大於 c』我們可以消革掉 b 這個中介而斷結說 a 大於 c。這裏在本文中，我們所關心底是兩員團的跨越性不過是「普通使消革成為可能底并規定一類底演繹的推論底全部底那些條件」之一個特例。

關於對兩員團的關係底『一與一』『多與一』和『多與多』的分類，我們在這裏最後可以指出這個事實：準確的科學底『運作』("operations")——通常經驗界有許多與它們多少近似的同例的運作在三員團上，并且普通在多員團上，呈示大規模底由所說底這些概念出來底通概和變化。這些運作使應用範圍無窮竭底演繹的推論成為可能。

一個『運作』，如『加』或『乘』，是(在用於準確的科學底最熟習的例內)根據於一個三員團的關係，假如 R (abc) 表示 a 與 b 底和是 c』或用尋常符號的形式 a + b = c，那些，該三員團的關係是兩個數或量對第三個數或量，叫做它們的『和』底，之關係。如所熟知，在通常的加，這些元素中底兩個底選出，即待 加在 一起底 a 和 b

（『被加項』 "summands"）一定不移地決定 c。就是假如 R (abc) 是信的，(a, b, c) 這個三員團底第三元素與 (a, b) 這一雙一定不移地相當 (*uniquely corresponds*)。在別方面說，祇指定了 c 這個『和』，普通有各不同的往往無數的雙 (d,e) (f,g) 等等——在它們，d+e=c, f+g=c 等等命辭是對的。但是在通常的加，若使先指定了『和』c，幷再指定了『被加數』中底一個，姑就是 a，那末別個被加數 b 永遠能穀找得出來（假如在我們所論底統系中可以用『負的』數或量）幷且，假如找到，就一定不移地決定了。因此，三員團的關係，如標別加法底，可以受下種精確的定律底制裁——按這些定律，有一個或多個完成這個三員團底方法與參加一個三員團底一個元素或兩個元素相當；這些可能的方法隨「在某一例內誠信性 (truth) 要待肯定或否定，或每當把某一個三員團已有底對象換了各種新的對象時誠信性還是不變底那些關係的命辭」而變化。

準確的科學底『運作，』對於一切用以界定精確理論幷描狀事實底具倫序系有量無的重要。它們在關係的效性上，不必嚴格地像通常的數或量底『乘』或『加。』祇

要對它們的可能的門類（當它們由與近代『羣論』"group-theory" 相關或作爲較新的算學常常發展底各種『代值學』"algebras" 底討論底一部份而加考慮時）看了一眼，就要便捷地使任何愼思的觀察者見到『算學是量底科學』("Mathematics is the science of quantity")這個通俗的，而且是還往往爲研究哲學者所懷抱底見解之不合理。『量』固然甚關緊要的對象。它們的『倫序系』可以用某些兩員團的和三員團的幾個重要的效性來界定。我們關於量底演繹的推理底一切能力靠着這少數的關係的效性——但它們的結果卻是豐富到『用之不竭』。唯是，在無數的其運作可以用三員團的關係界定底代值學中，量底代值學不過是一個。并且沒有任何理由說別的運作不會用四員團的，乃至 n 數員團的關係界定。如懇泊君(Kempe)所已示明，『純粹邏輯底代值學』("Algebra of Pure Logic")實際上是其運作表面看似是三員團的，而實則根據於四員團的關係（參看下文第二十四段）底一個統系之符號學。并且算學於它的範圍內包括在一切這些倫序系中可能底并可用一切這些代值學表記底演繹的推理。

(第十九段)類。(*Classes*)。 在描狀關係和它們的效性時，我們已不免預設一個組(*set*)或團簇(*collection*)底對象底概念，即假定一類(*class*)底對象底概念已經知道。除非有類關係是不可能的。然而假如我們企圖去界定類底概念，我們祇在預設關係底概念已經了解時才能彀作這事。在討論一切基本的哲學的概念時，這樣的一個『界定底循環』是免不了的：這我們已曾指出。

一類，或組，或團簇，或集(class or set or collection or assemblage)底對象底概念一面是人類的建造中最初步的中底一個，一面又是最複雜的而最困難中底一個棱格拉第的幷柏拉圖的方法論底顯似常談底主張，和他們與柏拉圖的形上學(Platonic Metaphysic)底深奧的問題之密切的關係，我們在第三段已提到底，最初就明示我們最淺顯的和最深微的考慮怎樣在這個問題內結合起來底情形。發現於現代最近邏輯的算學的研究中關於新的『集論』底『熱爭的問題』指示這個同一的託始上古底題目之驚人地新鮮的方面。

類底概念，在邏輯的意義，(1)靠着屬於或不屬於某一類底一個對象，或元素，或

個體(*object*, or *element* or *individual*)底概念；（2）靠着「屬於」一類，卽爲一類底一個支員，或「不這樣屬於」底關係底概念；（3）靠着斷說一個對象是或不是某一類底支員底（信的或妄的）主張(assertions)底概念；（4）靠着使我們能彀決定這些主張中那些是信的，那些是妄的之一個原理，規範或普遍相 (principle, norm, or universal)。

這些概念中第一個，在多數方面說，是一切用於準確科學內底概念中最成問題的。什麼構成一個個體，『個體化底原理』（"principle of individuation"）是什麼，怎樣知道總算有個體，個體與普遍的區型怎樣相關，在我們的研究中，個體怎樣地可以被認識，或個體怎樣可以互相分別，它們是否可以『在數目上分淸』（"numerically distinct"）而又是完全地或部份地相似或相同：這些都是哲學底中心問題——我們枉然企圖用按通常樣子斷說『個體是由我們的感官呈現爲經驗的對象於我們』（"Individuals are presented to us as empirical objects, by our senses"）。隨便那一個有機會研究「關於任何個體底可懷疑的或在爭論的『正身』（同一）之任何問題」者知道：在我們把

我們認明『正身』底作用受準確的規律和考驗底甄別時，沒有一個直接的感官經驗曾僅僅把如我們所設想底那麼樣個體呈現於我們。

爲邏輯的用場，個體的對象 (individual object) 是一個具下示那麼樣特性底對象——當我們以爲我們實曾找到任何個體的對象時，我們提議把它視爲一面在某個研究的過程中始終可以被認識或可以被認爲同一的，一面在那個研究底範圍內是惟一無二的，因而沒有別的爲經驗所提示底任何僅僅是對象底一種類底例子能穀代替任何一個個體。這樣地提議視一個對象爲在某些條件下永遠是可認識的，幷視爲在我們視它爲這一個個體底範圍內，它不能穀有任何「替身」(*substitute*)：一切這些含着某一種意志底態度——這種態度，我們的感官經驗能穀示例，幷且能穀多少維持，但終不能穀證明爲必然的或呈現爲「被基料自身所順利地而決定地保證底態度。」

這樣看，個體底概念是一個其來源和意義乃由於我們的意志，由於我們的趣味，由於所謂實效的 (pragmatic) 動機底概念。我們主動地公同假設 (*postulate*) 個體和個性。我們不是僅僅找到它們。然而這不是說引導我們作這個公設 (postulate) 底動機是完

全任意的或是祇有僅是相對的價值。有些對我們的經驗底主動的和立意的態度爲我們所不能彀拒不採取而不使我們失掉設想我們的世界中有任何種倫序底能力底。沒有視爲惟一無二的個體底對象，我們不能彀有什麼類。沒有類，我們不能彀（如已見到底）有關係；沒有關係，我們不能彀有倫序。但是要爲合理的是要設想到實在的或理想的倫序系。因此，我們有一個絕對的邏輯的需要要設想個體的對象爲我們理想的倫序系底元素。這個公設是要淸楚地界定任何種理論的概念之條件。個體底概念底其他形上學的方面，我們這裏可以忽視。設想有個體，是一切有秩序的活動底一個必要的預設。

一個個體，經公同假設爲有的之後，可以與別的個體歸一類。假如所論底各個體被視爲儼若已有，那末，把它們這樣地類分（卽主張這些個體屬於同一類）底行爲又是一個意志底行爲。它的價值，到此刻，祇是實效的。由這種方法，我們達到我們自己底某一個目的，卽視東西爲因某特種理由分淸的，而一面又是不分淸的之某個目的。按這個意義，一切類，由立意地選擇來底規範，或我們所用以類分底原理，從別些類主觀地分別開。離開某一個類分底意志，我們的世界沒有類。然而沒有類分，我們不能彀進行理性的活

動底過程，不能彀界定任何種實在的或理想的有倫序的世界。在這個意義上，界定至少某些規範或類分原理底行爲是一個「其邏輯的價值不特是實效的而且是絕對的之行爲」因爲一個我們或可設想爲完全沒有類底世界不過是絕無世界罷了。我們不能彀把它或在它內做什麼。因爲無論怎樣（自覺地幷立意地）行爲，就是把個體分爲實關涉，應付，利助，相當於，激起，或起源於每一種的活動底對象與不這樣底對象。所以類在一個意義上是『創製』，在別個意義上又是一切我們的立意的活動底絕對的先決條件，因而就是一切我們的理論底絕對的預設。

假如我們想到某一個規範或類分原理，這個規範免不了界定至少一雙底類，即某一類與它的負的或矛盾的（*negative* or *contradictory*）類。因爲假如某一個規範界定x類，那末，同一規範界定任何非x底對象合成底類——這一類，這裏以$\bar{x}$符號表它。

在我們動手把我們的實在的或理想的世界底任何部域加以類分底任何時候，我們這樣做，自然總是因爲我們知道，或至少公設：在那個待類分底部域中有一些（*some*）個體。幷且關照界定一個類x底某一個規範而施考慮，這些個體屬於x，否則屬於$\bar{x}$但

是，自然我們的規範不能彀自個兒告訴我們在那待類分底部域中有沒有屬於 x 類底個體。我們因之可以爲 x 類界定一個規範，而此後發現『個個物是 x』因而『沒有 x』。那末，通常，在我們用 x 類底規範界定這一類時，兩個主張中或這個或那個許對於 x 是信的。就是，或是（1）『x 沒有支員』，或是（2）『x 至少有一個支員』。這兩個主張，當對任何有定的類 x 說底時候，其中一個是信的，還有那一個是妄的。就是這兩個主張是互相矛盾的(*mutually contradictory*)。

一個很大範圍底準確科學底斷說可以說是屬於這兩個比較簡單區型中底這一個或那一個。一個沒有支員底類，一個『無何有類』，一個『空類』或『零類』（"zero-class"）可以用 0 符號代表它。在這場合，它是一個受其規範明劃地界定底類，但爲我們知道不含着我們決心認爲或界定爲我們所論底那個（實在的或理想的）世界底個體中之任何一個。假如一個類 x 沒有支員，那末它的負類，即 $\bar{x}$ 包羅屬於我們所論底界域或（用英國邏輯家第摩根 De Morgan 底詞語）『討論界』（"universe of discourse"）底一切有(*everything*)。「一切有」這類，可以用 1 代表它。視 0 與 1 爲兩類，幷在本例用 =

爲任何兩類間邏輯的等値或同一 (*equivalence or identity*) 底關係底符號，我們可以主張對於我們爲任何理由能彀類分底任何世界，

$$(1)\ 0=\bar{1};\quad (2)\ \bar{0}=1$$

是形式上信的。那就是說，「無何有」類與「一切有」類，每當這兩個名詞用於曾經應用一個確定的類分底任何一個『討論界』時，是彼此互爲負類底。

有了由不同的規範或類分原理界定底任何兩個不相混的類，x和y，那末免不了地而且不管x和y有一個或兩個是『零』（卽『空』類），x的和y的定義自身就要求在經我們類分底世界中有兩個新的產出的或有或沒有支員底類。這新類是：(1) x類和y類底邏輯積 (logical product)，卽在我們的『討論界』中同時合於x的和y的規範因而同時屬於x類和y類底那些對象底類；(2) x類和y類底邏輯和 (logical sum)，卽或合於x底規範或合於y底規範因而屬於兩類 (x, y) 中至少一類底那些對象底類。我們用 xy 符號代表x和y底邏輯積，用 x+y 符號代表它們的邏輯和。在個個長的對於類底討論中，一定會碰着邏輯和與邏輯積。

在p與q兩類間，或有或沒有某一個對一切關於類的研究，因而對一切準確科學具根本的重要底關係。這個就是籠攝（subsumption）。它是一個非對稱的但不完全非對稱的。我們可以用⅄這個符號代表這個關係。假如 p⅄q，那末，凡是合於p底規範底也合於q底規範；或如我們也可以說底，p類被包括於q類。假如 (p⅄q) 和 (q⅄p) 同時是對的，那末，(p=q)。若使 (p⅄q) 是對的，p與q底邏輯積沒有支員或表以符號，卽

pq＝o。籠攝關係是跨越的，就是，

『設 (p⅄q) 幷 (q⅄r)，那末，(q⅄r)』

如近代對這個題目底研究所已示，傳統的『連珠式底理論』（"theory of the syllogism"）底全部可以表敍爲籠攝關係底這個跨越性底一種註釋，幷比較簡單的應用這樣，關於『思想底規範』底理論不過成爲邏輯的倫序底理論底一個次要部份。

還有一個關係要在這裏明白地標別——這個關係往往與籠攝關係相混，但在近時經伏雷格（Frege），貝ㄚ諾和羅素把它從籠攝關係細心地分別開。這個是一個個體對它所屬於底，幷它爲支員底類所立着底關係。貝ㄚ諾派以∈符號表這個關係。例如，擬

想i是一個個體底合稱,$(i \in x)$這個符號意謂『i是x類底一個支員即屬於x類。』因為一個類自身可以,幷有時在邏輯上被視為一個個體,假如這個類被視為一組底類中底一個支員(例如,人說:『2底自乘數如2^2,2^3等等合成一類——這一類為各類整數合成底類中一個支員』(我們可以擬想$x \in y$這個關係對於某一類x是信的,y是一個諸多類底類。但是在這樣的例,假如$(i \in x)$幷$(x \in y)$通常,$(i \in y)$這個主張是妄的。所以$\in$關係是非跨越的,而$\subset$關係,卽籠攝關係則是跨越的。那末它們是十分不同的關係。

任何一類,x,有各個體 i, i', i'' ......合成,對這些個體,相當的主張$(i \in x)$,$(i' \in x)$等等是信的。這樣,從形式的觀點看,我們可能實則為某些邏輯的目的起見,我們必須根據『命辭底理論』("Theory of Propositions") 去發展『類底理論』("Theory of Classes")。命辭自身有某些特具的邏輯的關係,矛盾,隱含 (*contradiction, implication*)等等命辭底這些關係有那些我們說過底類底關係,卽轉負,籠攝(*negation, subsumption*) 等等按某些準確的方式與之相當。因此,一個『類底推算學』("calculus of classes") 是可能的,雖則這兩個理論,關於在它們各自範圍內可供演繹之用底原理

上，有某些可注意的差別。

屬於（ㄒㄨ）這模式底斷說，可以說是各樣類分底根據底，在上文述過底那種貌似怪誕底性質。就是，它們是公設（*postulates*）或立意的行爲底表現，因爲一切類分含着一個多少意造的規範或類分原理。然而這樣的命辭，幷任何個類底邏輯的統系所遵循底定律仍然是準確的。是（如我們所已見）可用精確的兩員關的，三員關的，和四員關的關係界定底，幷沒有半點意造。其實每一個類分雖是任意的，邏輯底普通定律具有一種不能穀設想可以被超越底絕對性，幷處於一切倫序系底，和一切理論底基礎底地位。

對於「邏輯的原理底絕對性，怎樣能穀與我們所作每個類分底意造性這樣相容，這個疑問」之惟一可能的答覆，在乎說邏輯的原理把『依有倫序的樣子去行爲底意志』，換言之，『要爲合理的底意思』（"will to be rational"）精確地加以界定。

（第二十段）倫序底區型（*Types of Order*）。　上說底關係，關係的效性，和類底概念，曾使近代算學家及其他研究邏輯者能穀以準確的名色界定出非常廣大的範圍底倫序系在上文略說中或許似乎那麽各異的，不相連的，幷抽象的那些考慮，一經

適當地結合，陡然（差不多「驚心動魄」地陡然）使我們對於數的，量的，幾何學的，幷，一般說，理論的自然科學底世界所有底倫序之恰恰極關重要底方面有所洞悟。

因爲，第一層，每在世界內有任何倫序底場合，什麽倫序型是普遍存在？答案是：纚列的倫序(*serial order*)。一個纚列(*series*)是什麽？任何行，隊，等級，先後底次第，數的或量的價值底組，任何一條直線，任何一個用直線底幾何的圖形，其實一切空間，一切時間——任何這樣的對象含着纚列的倫序。纚列的倫序可取兩個主要區型，「開放的」("*open*")纚列，與「閉合的」("*closed*") 纚列或環纚 (*cycle*)。因爲後種底倫序可以按某些熟知的法子化爲前種底倫序，這裏祇標別任何「開放的」纚列，卽不回轉到本身的纚列就夠了。這樣看，一個纚列是：一類底個體或元素有這樣的性質，因而祇有一個兩員團的，跨越的，幷完全非對稱的關係 R，而同時 R 這個關係是這樣的——使無論該類中那一雙 (a, b) 底各異的元素選出來，或是 (aRb) 或是 (bRa) 必有一個是信的，因爲這 R 關係按界定是完全非對稱的，對於屬於以 R 界定底纚列中任何被選出底一雙底對象，(aRb) 與 (bRa) 不能彀都是信的。假如從某一纚列任何雙 (c, h) 元素起手，任何其他

元素a或g底『位置』可以用如(aRc)(cRg)(gRh)等等底主張而關照c與b底位置加以決定，同時R關係底跨越性使我們每當有具一個共同元素底兩雙出現於我們決定工作底歷程中底時候，能彀用這樣的主張作個演繹的推論底根據。結果就是推論底鏈串，消革等等。這樣又是演繹的推論底某些規範爲關係的效性所決定。

用這個對纚列底定義使一纚列所包的類和子類（sub-classes）中可以有底變異，無數種底各各不同底纚列型可以根據剛纔所舉那單個定義并類底邏輯的效性而加界定。（原註三）

例如，正的整數（positive whole numbers）底纚列乃爲下列事實所標別：一來，該類中祇有一個支員，卽第一個，對別的整數中底個個立於R關係，R是『前項』（"predecessor"）

（原註三）上列定義底應用，并這定義所容許底對可能的纚列型底分類，至今已成了公有的資產。這個定義底精義，并可以用它表現底序數的效性（ordinal properties）底豐富，在十九世紀底後半由珀兒斯，戴德欽，甘朵兒（Cantor），及其他邏輯的與算學的著作家底探討漸漸闡明出來。這些結果，羅素的算學底原理中曾撮要，并加以各種新解釋。

那個跨越的并完全非對稱的關係，同時沒有正的整數對這個第一數立於R關係；二來，無論選出那一個數（姑說是2，或n），有一個數（姑說是3，或n＋1），且祇有一個數具這樣的性質使假如{nR(n+1)}是信時，沒有使(nRm)和{mR(n+1)}同時信的之整數m。在這例(n+1)叫做n底最近後項(*next successor of n*)。這樣，『最近後項』這個關係是用R關係并沒有中介底條件去界定。整數還有一個性徵就是：假如任何效性Q屬於第一整數，并假如Q是這樣的因而倘若Q屬於任何整數n，Q也屬於n底『最近後項』（姑說屬於n＋1），那末Q屬於一切整數。整數纚列底這個特性，是結合這個纚列底其他關係的效性與類底邏輯的效性而界定并應用，而是對算學的理論底全程中底演繹具有極根本的重要底。這樣又有一個適用於某一類底例之別的演繹的推理底規範成立了。

這樣的關於類與關係底簡單的考慮把整數底纚列界定，而且預定整數論(Theory of Whole Numbers)之具有「無盡藏」這個情形。把這樣的一個序數的纚列(ordinal series)『向後』伸展使我們有了負的整數(*negative whole numbers*)『有理數』

(“rational numbers”) 底纚列。關於它的序數型可用下法標別：卽爲那個纚列界定R關係，幷且這樣地選定這纚列中底元素，使如有無論什麼雙 (i, k) 底各不同的有理數具使 (iRk) 爲信的之性質，就也有與 i 與 k 各各不同底 j 具使 (iRj) 和 (jRk) 都爲信的之性質。這個區型底纚列，現在叫做『緊密的』 (“dense”)。根據有理數中緊密纚列，我們能彀界定別一個纚列，卽有理數中底『截斷』 (“Cuts” or *Schnitte*)。這個新的纚列，按戴德欽的意義，是『綿續的』 (“continuous”)。他是用某一種類分與所已論底關係的效性底另一種結合去界定。這個有理數中『截斷』底纚列就是『眞數』 (“real numbers”) 底纚列。甘朶兒曾把這樣的一個纚列所包底某些子類底效性，與用以決定這纚列全體底那個 R 關係底普通效性，作又一種綜合而對於這個『眞數』底綿續纚列（所謂『數學的綿續系』 “arithmetical continuum”）底效性弄出一個更精確的標別來。

結果，算學現在有對『數學的綿續系』依純粹序數的名色而下底一個完滿的定義。

但是數不祗是受制於兩員團的序數的關係。在通常用於數學和代數學底場合，它也受制於三員團的關係——通常加法 (a + b = c) 底，和乘法 (pq = r) 底運作是以三員團的關係界定底。現在最關緊要的問題發生了，就是這些三員團的關係自身與數底纜列底兩員團的序數的關係怎樣地相關這個問題，曾經近代研究算學底基礎者致力而得完滿的成績。第一層曾經明示如上文界定底簡單底整數纜列是這樣的，使我們能彀根據一「祗含着這個整數纜列在原狀時底兩員團的關係的效性之考慮」而爲那個纜列界定它自己的各項相加與相乘底運作，就是在如正的或負的整數這樣的纜列，加法與乘法中含着底三員團的關係可以用那個纜列所由有倫序底那些兩員團的關係去界定。但是，在有理數底緊密纜列，更是在『眞數』底『數學的綿續系』，尤其是在代數學底『復雜數』 ("complex numbers") 上頭，這樣的把這些數底三員團的關係化爲整數底兩員團的關係祗能間接地作成，卽是用特別定義——那些定義使我們能彀把這些別的纜列，實則『複雜數』底全系，視爲由一種『邏輯的產生』 ("logical genesis") 用一個纜列底「含着原有整數纜列底項目，類關係底結合」幷用「這些初

次結合底結果底更進的結合,」從整數纚列引伸出來。一切這種『產生,』我們這裏沒有篇幅去推尋。祇說以下的話就夠了:這種探討底結果是指明使通常代數學可容變化無窮的計算 (*calculation*) 的運作底一切效性,可以化爲根據於兩件底效性;這兩件就是(1)行於整數系自身底兩員團的順序的關係,幷(2)某些引伸出來的邏輯的有元(整數雙,這些雙底類,眞數雙等等)底效性和它們的序數的關係。簡短地,我們可以說:用於通常代數學底數底一切效性是它們的倫序系底效性,同時這個倫序系是可以根據整數系底效性幷「整數系使我們能彀界定底對象底某些類和關係底效性」去間接地界定。

通常代數學底數系一經界定,就可以有統系地討論算學的理論那樣屢屢應付底物質的和理想的量所呈獻底問題。量是由「大於」和「小於」那種的關係而成爲纚列之物質的或理想的對象。因此,它們有它們的纚列的倫序系。通常它們也受制於均等 (equality) 底關係。假如它們是內充的量 (*intensive quantities*),它們的倫序系祇要這樣的兩員團的關係就可以界定,就是祇要「大於」「小於」底關係,幷「均等」底

對稱的關係。外充的量（*extensive quantities*）是這樣的：在受制於「大於，」「小於，」「等於」這些兩員團的關係之外，又受制於某些三員團的關係——用那些三員團的關係，屬於同一個量底統系底任何兩個外充量底和就可以界定。但是，在量底界域內沒有普通式的『邏輯的產生』使我們祇要根據「大於」「小於」及「等於」這些兩員團的關係就能彀界定（a＋b＝c）這一類底三員團的關係底。在這點，視為邏輯的對象底量與以純粹代數學底觀點看待底數底纚列有不同。有理數底和『眞數』底『邏輯的產生』——我們剛剛說過——在量底世界中沒有精確而普通的相當的過程。因此，大多組底外充量相加時所靠着底它們的那些三員團的關係是由下列三種根據而界定底：或是（1）根據於經驗的歸納（如在物質的重量，在能力 energy 底量等等，）或是（2）根據於立意地假定底公設（如在多數理想的量底統系，例如純粹數量的幾何學 Pure Metrical Geometry 中以常法處理底外充的量，）或是（3）根據於公設與物質的經驗底某種聯合（如常見於幾何學底應用，幷常見於像力學那樣的科學底）。（原註四）

唯是，有了對加法運作可以根據底一個三員關係之某一個可用的而夠普通的定義，數底統系可以立刻引用於任何個量底統系底理論裏頭關於這樣的一組底量底物理的理論底準確性靠着這樣的引用。這樣的一個界域底外充量底倫序系，變爲與數底一部份底，或眞數底或複雜數底全局底倫序系相當。這樣使量底界域內演繹的推論成爲可能的，是專靠着這個界域底序數的效性。

上敍關於纚列的倫序型底原理，在更繁賾的倫序系底理論和描狀上之應用，含着一組過程，——這我們已經屢屢指到底，就是纚列底互關 (*correlation of series*)。算學的函數 (*mathematical functions*) 底理論——一個可供作無數的變化和應用底并在個個廣博而準確的理論的科學有功勞底理論——底全部靠着這樣的互關在這個地方可以界定底關於演繹的推論底規範繁多而複雜，但眞是重要。

(原註四)在幾何學的理論底甚著名的例，也有一個特種把空間形式底『數量的』效性化爲『序數的』效性，——由這種轉化，數量的幾何學底基礎可以間接地化爲可以完全以投影的 (projective) 卽以序數的名色表示底原理。這例對幾何學底邏輯甚關重要，但這裏不能彀再討論下去。

最簡單的一種底互關是當在兩纚列底支員間，或在這兩纚列底某可界定的部份底支員間能彀成立一個『一與一底相當』("one-one correspondence")底關係時而有底互關。在某些別的例，能彀成立一個『一與多』底關係——依這關係，某一個纚列 s 底個個支員（姑說是 p）有由某別一個纚列 s 選出來某個有定數一雙 (q, r) 或一個三員團 (q, r, s) 底元素與之相當，否則 q 屬於 S′，r 屬於 S″，餘類推；同時，有了 (q, r 等等) p 就一定不移地被決定了。這樣地呈示底可能還可以再變化而不是必要犧性定象底準確性。在很多的例，尤其是在關涉數與量內可能的運作底場合，我們或許成立一個這樣的纚列底相當和互關，即是，一組底雙 (p, q)，或三員團 (p, q, r) 等等（那裏底 p 應選自一個纚列，q 選自別一個或同一個纚列，餘類推）中個個團，有某一個確定的元素 x，或某一組底元素 (x, y, z, 等等）與之相當；同時元素 x（或 x, y, 等等底組）可以界定某一個具下示性質底纚列或倫序系——這一種纚列或是產自其定律為該種互關底基礎之『函數的關係』，或是可以用那個函數的關係界定底。普通說，擬想 α, β, γ 現在不是僅僅單立個體，而是雙，三員團，或別種的組底對象。擬想 α, β, γ

三組中每組所由構成底元素一起依一個確定的方法由某些纚列底已界定底對象（數底纚列，線上底點，線底或別的幾何圖形底纚列，物質的量，等等）選出來。又擬想有一個我們可以用『假如 $R'(\alpha)$ 和 $R'(\beta)$ 兩個都是信的，$R''(\gamma)$ 也是信的』這個形式表示底一但普通定律。那末，這樣的一個定律建立 α 底，β 底，γ 底元素各各地所從選出底各纚列間底一個函數的關係，或一個函數的關係底統系。

例如，$R'(\alpha)$ 可以代表各種物質能力（燒底煤炭，供給底水力，等等）底量之某種結合。這些種底能力在製造某些工業的產品時許是結合在一起。這些量中個個，在一特例內，是它自己的那纚別（煤炭底重量，在某一種『源頭高度』"head" 使用底水量，等等）之一個支員。$R''(\beta)$ 許是當在某些條件取來能力時這些各種能力底代價底總合。這些代價底元素又是在它自己的纚列中有它的位置——這個纚列由一個貨價單（每噸煤炭，每立方米突底水，等類底價錢）所決定。由是，按為製造底法式，能力底白費掉或使用等等所決定底情形，某一個結合 $R'(\alpha)$ 和某個結合 $R''(\beta)$，有某一組屬於一組工業品底代價，表以 $R'''(\gamma)$ 底與之相當。在這樣的例，產品底代價將要現為對所用

能力底來源幷對這些來源中個個底代價居於『函數的關係。』在這樣的一個纚列底，或纚列底統系或組底互關發現之時，結果是一個爲諸互關所決定底倫序。

如克來因 (Klein) 好久以前已明示各種幾何的科學各不同的幾何學（數量的，投影的，等等）可以用各種幾何學的『變換』("transformations") 所遵循底那些『不變件』("invariants") （卽對於互關底結果之不變底定律）去類分幷且幾何學的『變換』（投影統系的扭變 deformations，對偶 dualities，反轉 inversions，等等）含着這樣的纚列組底互關——其性質俾（按上示所用符號底定義）$R'(\alpha)$，和 $R''(\beta)$ 等等依「幾何學的世界底關係的效性使幾何學者能彀界定底方式」隱含 $R'''(\gamma)$ 爲它們聯合的結果。通常算學的『變換』意謂用「與別的統系底關係和相關項之相當」去界定所討論底那一個統系底關係。它的『不變件』是爲一一的幷一切的互關的統系所例示底一個定律，或關係的效性，或『建造』

「在其中這樣的『函數的關係』幷這樣的『變換』成爲可能底那些統系」底有倫序性之一個極重要的條件，是具有屬於在我們對關係底普通說明內所討論底那

一類底關係的效性，可供作消革底（第十八段，近末尾。）可容作消革底較普通的關係的效性，在「界定那些容有確定的幷依規則地重複的互關和變換之複雜的幾何學的幷物質的倫序系這一事」上頭，恰像跨越性在界定單個纙列那一事上頭一樣。

還有一句話要說，就是關於對稱的關係在一切這樣的倫序型底構成上底精義。假如 a = b = c = d 等等，這些就中任何兩個關係有如＝這樣的一個對稱的跨越的關係之一組對象可以叫做一個平層 (*level*)。在一個地形圖上，指示平層底線，即『等高線』("contour-lines")，經過某些點——那些點中任何兩點代表在所圖示底地面上位於某個『底平層』("base-level")（通常，海面）上相等的高度的兩個物質的點。等溫線 (isothermal lines)，等壓線 (isobars)，緯度線，幷無數別的代表平層底符號是用以表狀實在的或理想的對象底有秩序的特色之圖式。但是這樣的一個平層底支員幷不是由它們的對稱的跨越的平層化的 (*levelling*) 關係而具倫序。它們是由纙列的關係，或上示底纙列系底互關而具倫序，假如它們至少可算有倫序。然而平層化作用和關係不斷地用以界定倫序系地形圖和『氣候圖』("weather map") 示這事實底例。幷且

方程式(equation)(譯註)在算學上有那麼大規模底用場，是那個科學底最著名的特色中底一個。為什麼自己不生倫序底關係在界定倫序型上這麼樣有用呢?

對於這問題底答覆有三層：——

(1)對稱的關係，尤其是對稱的跨越的關係，使我們能彀類分，因而成為倫序學底一切最準確地界定的類分之基礎。

(2)正因為這個理由，各科學中最重要的纚列中多數是平層底纚列(*series of levels*)。例如，在圖上底等高線等壓線等等底纚列就是這樣的。

(3)復次，因為同一理由，一個具倫序的世界底最重要的定律中多數是使用平層界定。通常一個統系底『變換』底『不變件』成立這樣的平層。就是在兩個或兩個以上統系由一種『變換』而互關，這樣的互關容許屬於每一個統系底某些關係不因由這一系轉到那一系而變動。這樣，一個平層就成立了。例如能力不滅律(Conservation of Energy)是以這個話——在物質世界內某一個『封閉統系』("closed system")

(譯註)此字原義為相等化。

底任何兩狀況A和B間有某一個對稱的跨越的關係——表示底一個定律；這個關係就是以下示的話表示底：『在A狀況時這一統系所有全能力在量上等於在B狀況時這一統系所有全能力』換言之。能力全量經過這個變換，還是不變。這樣，對任何統系底互關或變換底『不變』律底敍述，總包括些個可以用對稱的跨越的關係表示底元素。這個完全是那同一底類與關係這兩概念底不可解的聯合之結果——這種聯合，我們從我們對倫序底略說底起頭以來已曾舉例解示。

我們此刻回顧，就要見到演繹的推論底各種規範，在一切這裏所論底例中，靠着正加考慮底倫序系底關係的效性，因而，按徹底的分析，靠着各單個關係底效性。這樣看來，形式的邏輯，視爲一個『規範的科學』時，不過是由於把倫序論在演繹的推論底這個或那個過程上應用時所附帶發生底。

第三章　倫序型底邏輯的產生

（第二十一段）在我們的第一章，關於方法論上底研究指示結我們一切科學的手續對倫序論底關係。在我們的第二章，我們曾經，依很經驗的樣子，摹寫那些標別準確的科學底倫序型。絕對地在倫序論爲精髓的之概念中兩個，我們已經討論，實則那樣地討論，因以指明它們何以是必須的。這兩個是關係底，幷類底概念。因爲這些概念不特貢用以界定個個倫序型，而且，如我所已見到，它們所以爲必須的靠着這個事實，即是：「沒有它們，任何種類底理性的活動不可能」之事實。因之我們曾經力持這些概念依一種很特有的樣子把『創造』和『發見』——一個適然性 (contingency) 底元素和一個絕對性底元素——聯結起來。一個特種物質的或心的關係，如父子關係會存在於這個世界上，是一個「其爲經驗的之程度與顏色或聲音底存在一樣」之事實。世間會有物質的對象可供類分，這也是一個經驗的事體。幷且，對實在的或理想的對象底類分中種

種，在任何特例，乃被我們所主意選定底一個規範或類分原理所決定。在這限度內，類分是隨意的，并可以說是『創造』或『建造』但是無論這世界含有什麼樣別的東西，祇要它含有一位知道并決定他的行爲底合理的生靈那末這一位就覺得某一個關係——「實行任何他在未行爲之先所考慮底行爲」與「不實行這行爲」底關係這樣，行爲間底關係是必然的事實到這麼樣，使「無論任何祇是實行半點行爲底人」或「任何就是祇在理想中預計各可能的行爲途徑底人，」一定要以爲在他所設想底行爲模式底世界至少有這些關係底某些個。依相似的樣子，如我們所已見到，每種行爲決定對某個物質的或理想的世界底一種類分。因此，在「通常關係底和類底性質決定有倫序的活動底各區型之存在和意義」這個範圍內，這些倫序的活動底區型，并表示其性質底倫序系一面是經驗的對象，『被找見的』("found")(因爲我們經驗它們存在於我們的世界；)而一面也是必然的對象，因爲假如我們嘗試設想它們不存在於這世界，正是我們這個設想就含有行爲底模式，因而把這些必然的關係與類又恢復到「我們把它們擯逐於其外底那個世界」之內來了。我們『建造』我們的理想的世界內底關係系

及類。但是我們也『找到』這些建造中至少有些是必然的。

一個屢見主張底近代見解，我們在上文已提到底，卽稱爲實效主義（pragmatism）底，主張一切眞理，包括邏輯的眞理，都根據於這個事實——我們的假設或別的主張證明爲成功的（*successful*），或由其經驗的應用示明它們適應原要它們適應底需要。按這個觀點，『實有類，關係，和倫序系』這個邏輯的假設，祇在「設想這種對象底，幷視它們爲眞的底行爲，於我們就中進行我們的思惟底經驗的情境之下，有一個成功的結果」這個範圍內。這樣，邏輯的眞理，幷類底，關係底，以及各倫序型底，邏輯的存在將要立於一個經驗的科學底一切『試用假設』所處的地位。這些倫序系，恰恰祇在「這樣地主動設想世界得有成功」底範圍內，是會有的；幷且它們的定律也祇在這範圍內會是有效的。

但是，在上文，我們已經指明如祇問通常類底，和關係底存在，幷在關涉某些邏輯的定律底效力底限度內；我們不得不持守一個我們可以用絕對的實效主義（Absolute Pragmatism）這個名詞標別底見地。這個見地與現在極流行底實效主義者的見地不

同，有些個眞理，披露於我們，不是因爲這個或那個假設在特例內所得底特殊成功，乃是因爲下示事實，就是有某些活動底模式，某些合理的意志底定律，假如我們企圖假定這些模式不存在，或這些定律不是有效的，正是由於這樣的企圖，我們反而把它們起復幷證實了。這樣，任何說他的世界中沒有任何項的類底人不免分類了任何人——主張在他看沒有實在的關係，幷特別是沒有肯定和否定間底邏輯的關係，因而在他看，「唯」(*yes*) 與「否」(no) 意義相同底人——一面他自己主張幷否認，因之以爲「唯」與「否」間有一個不同；一面恰恰在否認「唯」與「否」間底差別上肯定有一種關係的相同 (*sameness*)。

簡言之，無論什麼行爲，無論什麼行爲底區型，無論什麼行爲底結果，無論什麼概念的建造，凡是恰恰是排除它們或「設想它們沒有」底行爲，在邏輯上反而隱含着它們底存在底，固然是按經驗的幷實效的方式披露給我們（因爲我們由行爲纔見到它們底存立幷得關於它們底知識；）然而它們也是絕對的幷且任何能發說明它們是什麼而成功底敍述具有絕對的眞理，這樣的眞理是一個『建造』或『創造，』因爲活動決

定它的性質它又是『被尋到的，』因為我們在行為時察見到它。

唯其如是，所以無論那一個企圖辯護我們在上章所摹狀底較繁賾的倫序系中任何系是實有底人，有理權去尋求某個絕對的標準，使他可以分別出什麼倫序系是在這世界內（即在這個邏輯家有理權視為必然的世界內）必然的事實，并在這些形式中那些（假如有些）是無常的并非必然的，或是為特種經驗的事實這樣地呈示因而使它們終是僅僅適然的底。

邏輯家的世界是假設底，理論底，并用於這些理論和假設中底理想的建造。理論和假設許是不過為物質的現象所呈示於我們，因而假如我們有了與我們此刻的感覺不同底感覺，或假如我們的知覺 (perceptions) 循着與現所觀察者不同底定程，我們就要用不着這些假設和它們所產生底理論。在這範圍內，假設是適然的，而理論祇有有條件的價值。不特如此，我們的活動中有些實是隨意的，因而我們可以如通常的說法，『隨我們的高興做』("do as we like")。并且在這樣的活動模於「選擇及界定我們的假設這一事」上出力底時候，邏輯家不能彀視它們為必然的，但是如「唯」與「否」間底不

同等類邏輯的事實，不是靠着我們感覺底適然的方面，乃是靠着我們對我們打定主意做或不做底事情底理性的省覺。這樣的事實沒有感覺底經驗的特殊項底適然性。而且行爲模中有些，如肯定和否認那樣，是絕對的模式。

我們固然能穀停止肯定和否定底過程，但祇好把對我們自己立意要做底事底一切理性的省覺遏止纔行。某個特殊的事業許是任意的；但剛經呈示底絕對的行爲模不是任意的。我們不能穀擇定不要這些行爲模而不同時正在企圖擇定，因爲擇定就是行爲，并且含着（隨舉一例）上文說底肯定我們要這樣這樣做和否定這個主意間底差別。

（第二十二段）這種的考慮指示給我們倫序論定須擔任某一種工作——這一種工作上文不過暗示到。邏輯家的世界中有些個必然的元素和定律，倫序系可以根據之而建立底：現在顯然是這樣了。但是這個事實，就它自身，還夠不上告訴我們知道算學底極繁賾的倫序系中那些個包有適然的幷隨意的元素，與那些個實是這樣地必然的，因而任何知道他自己的有倫序的活動爲何底人定須承認這些倫序系屬於他的邏輯的世界。讓我們舉例說明這樣地獻於我們注意底爭點。

在物質世界，我們碰到較大的重，和較小的重。我們由經驗碰到這個差別，而以實驗檢核它結果是我們得到各種檢核法，例如天平 (balance)——按這些法子，我們能發把物質的重排佈成一個由平層而成底編列，每一平層爲就中任何兩個都相等底經觀察的重量所合成，同時這些平層所成底編列是被「大於」和「小於」這兩個跨越的而完全非對稱的關係決定。人所熟知底「把兩個重量放在天平底一個稱盤上並找到一個放在別的稱盤會與它均衡底重量這個動作」使我們能發對重量界定總計 (*summation*)——重量底三員團的關係——底運作。這個運作在經驗上遵循量底相加底定律。由是，用某些（在這個討論內不再去追究底）過程，我們建立物質的重與數學底數底統系間底一個理想的幷假設的互關；因此，物質世界，單就重量說，是按一種使許多物質的理論在邏輯上成爲可能底方式而以有倫序的名色概擬之。

分明明地，物質的重之存在，幷一切上述的關係，就它們是物質的關係那點說，從我們人類的觀點看，是經驗的，幷適然的。我們能發容易地設想起一個沒有任何這樣的現象底物質世界。因爲倘若我們的一切知識祇由視官和齅官，取顏色，氣味，等底形式而呈

現於我們，并倘若我們沒有看見任何現象會暗示我們以重底比較，自然我們將要不知道有任何物質的事實會替我們界定這個倫序系底。

從別方面說，在界定重量底統系，如在任何別的外充的量底例，我們使用我們的經驗的事實以建立在我們的物質世界底那些量及數底統系底那些事實和定律間之某種互關。但對於數系本身，我們將要說什麼話呢？數系是一個其最初原理能彀表示為「關於可以分別，編號等等底對象底很普通底假設」之統系。我們對這樣的對象底存在之經驗，完全像我們對物質界重量底存在之經驗那樣地適然的嗎？一個顯而易見的答覆，由我們能彀應用整數底統系去標別我們自己的行為這個事實暗示出來。「於其中我們從一個移到次一個之行為底任何有倫序的一宗系底行為，」具有序數的整數底纚列之特性中某些性。在我們起頭底任何有倫序的活動中，我們經驗到一個第一行為繼以一個第二行為以次繼以第三行為等等。因此，我們的至少關於整數底知識，如我們的對於「唯」與「否」之不同之知識一樣，許是根據於對我們自己的活動和它的必然的特性中某些性之省覺——這個感想會起於我們心上了。但是這個見解，當剛宣

布時，碰到一個很易見的困難，卽當我們實在生活底全程，我們頂好也不過做出一個很有限的數目底不同的行爲，而整數纚列，如算學家所設想底，是一個無窮的（*infinite*）次第。并且，我們「在爲人性的生存物這方面底活動」之經驗的性質沒有任何點顯似乎決定我們在我們的短期生活中要做底行爲底數目。但是，算學家底整數自呈爲「於其中個個支員定要有它的最近後項底一個倫序系」。因之，僅僅對我們自己的經驗的行爲底適然的次第之觀察，不能彀獨自保證整數底無窮的次第必定在邏輯家的世界總算有個位置。

然而這個考慮又不過是暗示一個困難，但不是無疑義地證明整數纚列是絕無絕對的必然性。因爲或許我們的活動，在它是合理性的那個範圍內，其性質上有某一點使在曾經實行底任何行爲之後必定一個可能的次一個行爲。而且這個可能許眞是有它的某個絕對的之點。這樣的考慮至少値得一番再進的研究。

總而言之：——算學底倫序系在某些場合是由適然的經驗的現象隱示出來。在別的方面，這些倫序系經過分析也許眞是絕對地必然的事實——依與「某種底類及關

係之存在在我們的世界是必然的」一那個話一樣的意義而絕對地必然的事實。而且倫序論底中心問題可以這樣地表敍這個問題是：什麼是必然的『邏輯的有元，』幷什麼是它們的必然的定律？邏輯家的世界必須含有什麼對象？什麼倫序系，他定須概擬爲非是適然的幷隨意的，而是那樣地隱含於我們的理性的活動底性質內，使要想揞它們於我們的世界之外之企圖免不了隱含着它們底復位，恰像要想揞關係及類於這世界之外之企圖定要弄到承認類及關係取某一個新的方式而存在？

恰恰是依這個形式倫序論底問題，在現時，顯然正遭受極富進步性的一串底變化，擴大，幷增裕。『範疇底演繹』("Deduction of the Categories") 在近年的討論中，正取得決然新鮮的形式。將要使我們能彀在將來把這科內底無可疑的無窮的進步弄成至少可能的之原理，還待於我們這個略說結束時很簡短地考慮一番。

（第二十三段）「曾經認眞考究過這樣地界定底問題之一切近年邏輯家」所共有底是這一種趨勢，卽是要把算學底一切倫序系簡化到儘量使用「少數的幾個簡單的幷必然的『邏輯的有元，』以及對關係的效性幷對其關係待究底對象之『基本

的假設』」加以界定之形式。

在要標別有倫序的算學的統系之一切較舊的企圖，大注重是加於所謂『自明的』公理（"*self-evident*" *axioms*）之假定。歐几里得（Euclid）在他的幾何學中底例，和亞里士多德關於「一切證明必須根據於『直接的』確然理」（"immediate" certainties）那個邏輯的理論——這些是在決定這個趨勢底最高勢力。但是邏輯家對較老式的算學的表述之所謂『自明的』原理，考究得越厲害，他見到有越多的理由排斥被認爲獨自可爲合用的邏輯的指導之自明性。在我們稱一個主張爲自明的之時，我們通常是因爲我們還未曾充分地考究所含關係底複雜而這樣稱說，并且許多命辭曾經被假定爲自明的眞理，一到有了更親切的知識就現形爲的意義上不準確的，甚至完全不對的。

在上文討論中，在兩例內，我們曾有機會指明爲邏輯的用場起見關於算學底并別的科學底較老式的假定怎麽樣不適當。第一例是歸納法底預設獻給我們底——這個主張說：可能的經驗底對象之世界在它的事實底那些個團簇中任何一個，有一種確定

的構成態。在提到這個預設於第十段中時，我們說它不是自明的。在第十九段，這個預設取「有個體」這個公設底形式而出現這兩個公設之實質上同一，經相當的省思就被見到。但是，如我們所已說（在第十九段，）「有個體」這個公設是還太複雜，夠不上做自明的；雖則，在別方面，個體底概念之研究引我們作「這個公設實同時是實效的而絕對的」底主張（這在這個略設中沒有詳細地討論）如我們在前文已說底，該原理有這里不能殼討論底形上學的方面。

唯是，無論如何，我們假如把個體性底公設不視爲『自明的，』而視爲合理的意志底一個極複雜的，但同時基本的要求，——非有它，我們的活動成爲在理性上毫無意義的之一個要求——我們還是「獲利，」并不「虧本。」

所謂『公理』底另一個例在第十八段中提到；就是那個「等於同一東西底東西彼此相等」底原理。當這個原理不再像是自明的之時，我們也是佔便宜而不吃虧，因爲我們曾觀察到這個原理含着跨越性和對稱性那兩個邏輯地獨立的特性之綜合——永遠須要用經驗，或用界定，或用證明，或，最後，如其可能，用「我們已用以對付類及關係

底概念之方法」去辯護它是正當的之一種綜合。

因此，事實上，大多數近代研究倫序論者已經放棄「倫序底基本的區型可以用僅僅『自明的』公理去界定」之見解。這些研究者由是弄得分成（大體地）兩類：（1）那些與實效主義者聯合，傾向於把最大限度底經驗的及適然的讓進倫序論裏頭底人；和（2）那些，像本作者，傾向於把邏輯的基本原理視爲夠得上能求一個由具有下列性質底理想的，卽可能的，對象而成底世界之存在——這些可能的對象是無限地豐富的，且包括如數底倫序系那樣底統系，幷遵循根本上與一個人當他分別「唯」與「否」時及當他界定類與關係底邏輯的效性時所遵循底定律相同之定律。

例如，第一類底著作家要主張說無論如「唯」與「否」間區別那樣底區別有沒有屬於物質的對象底必然的效力以外之必然的效力，像序數的整數那類底統系不過是從經驗來底假設的通概，祇在我們計數底作用所及底限度內，由經驗知道是有效的，幷且在算學被視爲絕對的，可以比方說，是由於『對它客氣』(*by courtesy*)。這樣的邏輯的經驗論者很自然地找到他們的碩動聽的例子底部域，就是幾何學的理論所呈獻

底領域。幾何學是就中純然邏輯的考慮與很大大適然的物質的事實和關係在前此曾經成立極非常的聯合（這聯合，祇是近年的探討纔開始分解）底一個領域。幾何學根本上是一個物質的科學呢？或許，它寧可是純粹邏輯底一支部，對於「具有一種邏輯地理想的必然性底一個或多個倫序系」底討論？近代對幾何學底原理底討論，固然曾大大地着重於純然邏輯的倫序論在幾何學底發展上所履行底重大職務。但這樣的一種理論究竟靠着假定。這些假定中某些，如著名的歐几里得的關於平行線底公設，在該著作家等看來，顯然有一個分明地經驗的基礎——如關於引力底物理定律一樣適然的，并且與那定律同程度地僅可容有祇是幾近的證實。

與這些邏輯的經驗論者對映底，有那些無論他們怎樣分析「如幾何學等類底特例」還與羅素君（在他的算學底原理）同意視純粹倫序論爲倚賴於某些『邏輯的常項』底人。這樣的『邏輯的常項，』羅素君假定是「一個擬想爲實在的之純然邏輯的有元底世界」之基本的并免不了的事實——它們對於我們的意志或活動底關係，羅素君簡直要宣言是造作的并無關題旨的。有了『邏輯的常項，』羅素認倫序系爲界

定底創品 (creatures of definition)，雖則從他的觀點，界定也顯是一個用以報告「在邏輯家的世界內有某些有元，即如我們上邊略說所摹狀底那些個複雜程度底類，關係，纚列，倫序之手續」——倫序論，在羅素君，是對這些界定底創品加以有統系的標別。這論主張這些統系底效性是跟它們的定義而來。并且純粹算學由"p隱含q"("p implies q")這一區型底命辭而成——p和q這兩個命辭是以邏輯的常項界定，而且這樣地界定，使無論所有底任何種以p命辭界定底那些有元（羅素君的『變項』"variables"）也具有使q命辭適用於它們底性質。大體，羅素君的手續把貝丫諾派已發展底觀念大大完美地實施，那末，羅素君的學說可充作「按通常意義不是經驗論的之邏輯的意見」之實例。

已經提過底在近年邏輯的理論中甚爲顯著的那些『熱爭的問題』曾指示某一種情形。這個情形就是：要想把羅素君的理論，德國底伏雷格的有些相仿的見地，和貝丫諾派底方法清晰地表示，而同時不把關於「當倫序論從物質的經驗抽攤而自限於可以祇用『邏輯的常項』界定底有元和有元底統系時什麼類，纚列，倫序型，及統系應視

爲無疑地存在於這論所研究底世界中」之問題弄得比前此任何時都更『逼急』是多麼困難的事情。這一派的著作家近時對於「當某些公設一經用以界定一個統系時實行推演出這些公設底演繹的效果」這一事上曾有大進步，是沒有疑問的。并且這樣的推演中個個都是對於倫序論底有永久重要底發見。例如，根據多少類似于，或更普通或更不普通于，歐几里得的公設底原理去界定所謂理想的『空間形式』（"space-forms"），就是達到對一切未來的倫序論都有效底實在的并積極的結果。但是，如集論底現狀所明示，在任何一個事例，關於這種的定義和公設是否含着潛在的矛盾，使該組理論夠不上告訴我們「什麼倫序系實是必然的倫序系」并「什麼是那些有元（其存在可以有如我們在說到通常的類與關係時所已用底考慮那樣根本的考慮去保證底那些有元）之範圍」——在這個問題上，嚴重的懷疑許會發生。

（第二十四段）逃脫這樣提示底難點底一個方法，是一個在原理上已爲英國邏輯家懇泊君（A. B. Kempe）於好多年前指出底法子。一八八六年，在皇家學會的哲學的紀錄（*Philosophical Transactions of the Royal Society*）中，懇泊君發表對於

『算學的形式底理論』("Theory of Mathematical Form")底一個筆錄，在其中，夾在別的題目中間，他曾討論符號的邏輯 (symbolic logic) 底幷幾何學底基本的概念過程。那裏所略示底觀念又在見於一八九〇年倫敦算學會底紀事(Proceedings of the London Mathematical Society)底『論類底邏輯的理論與點底幾何學的理論間底關係』("On the Relation between the Logical Theory of Classes and the Geometrical Theory of Points") 長篇文中更加發展。後此雖有過獻於幾何學底基礎底研究之切實的注意，懇泊君的見解仍然差不多沒經瞧到。無論如何，這些見解牽涉及近年探討使我們能彀越看越增加興味底某些事題。

一九〇五年，本作者在美國算學會紀錄 (*Transactions of the American Mathematical Society*) 發表一篇文，題爲『邏輯底原理對於幾何學基礎之關係』("The Relation of the Principles of Logic to the Foundations of Geometry")。這篇企圖指明：（1）懇泊君發展底諸原理可以用別的方式，幷且如本作者所信，更精確些須的方式，表敍出來；（2）該組原理，卽含於對邏輯的類與其關係底性質之任何說明中之

原理，可容作又一種表敍，——我們能穀用其方式以界定一個極普通的倫序系底表敍。這個倫序系就是懇泊君已曾部份地界定底，但本作者的論文企圖依一個新鮮些的方式把它標別幷推展。那篇的主腦，會同懇泊君的結果，可以重敍如下：——

類與命辭，都是沒有它們，邏輯家不能穀挪動一步底對象。它們的關係和定律因之在上示意義上有一種絕對的效力。但是，倘若我們把這些關係依確定的方式表爲定律，幷倘若我們因之界定了關於「在許多方面像類與命辭底某些邏輯的有元之存在」之另一個原理——一個前此未經邏輯家明白地考慮底原理，——我們由是就覺得我們不得不設想有一個在一九〇五年底文中稱爲M系（『息格馬』系"the system M"）底統系存在。這個統系有一個完全爲邏輯底基本的定律幷爲這樣提及底又一個原理所決定。該新原理是恰恰與在幾何學的理論上是根本的底一個原理類似。這個就是：在一線上底任何兩點間，有一個中間點，因之一線上諸點，在幾何學的理論，構成至少一個緊密的纚列。在應用於純粹邏輯底有元的，這個原理乍看固然似乎是外來的幷意造的。因爲與界定是緊密的點纚列底幾何學的原理相當底那個原理，絕不適用於命辭

底邏輯的世界。而且它也不能以絕對的普遍性適用於號爲類底對象。但是，它卻實是適用於在上文屢經提到底一組底對象。這一組底對象可以界定爲『「任何可算能彀行爲并也能彀反省他自己可能的行爲模底合理性的生存物」所可做得到底某些可能的行爲模』。如『行爲模』（"modes of action"）這樣的對象前此絕不曾按一類與命辭被視爲邏輯的有元」那個意義而被視爲這樣的有元。但是，其實我們的行爲模是受制於命辭及類所遵循底那些相同的普通定律。這些定律，就是——

（1）對任何『行爲模』，如『唱』（"to sing" or "singing"），在英語或以動詞底不定式（infinitive）或以其現在分詞（present participle）表示(譯註)，有一個爲第一個底矛盾（the *contradictory*）底行爲模相當，例如『不唱』（"not to sing" or "not singing"）。這樣，在這個界域，對個個 x 有一個且根本上祇一個 $\bar{x}$ 相當。

（2）任何一雙底行爲模，如『唱』與『舞』那樣，有它們的『邏輯積』，恰恰如類有一個積那樣；又有它們的『邏輯和』，也恰恰如類有一個和那樣。這樣以『唱

（譯註）按中國語沒有這兩種的分別，因此祇譯作『唱』。

連舞』這個短語表示底行爲模是『唱』與『舞』這兩個行爲模底邏輯積。以『或是唱或是舞』表示底行爲模是『唱』與『舞』底邏輯和。這加與乘底邏輯的運作靠着行爲模的三員團的關係——恰恰與類底三員團的關係相類似。那末在這個界域，任何 x 和 y 有 xy 與 $x+y$ 與之相當。

（3）在任何兩個行爲模間有或沒有某一個兩員團的跨越的，幷不完全非對稱的關係。這個關係可以用動詞『隱含』（"implies"）表示。它有與一類或一命辭對於別的類或命辭底⅄關係恰恰一樣的關係的效性。例如以『唱連舞』表示底行爲模隱含以『唱』字表示底行爲模。換言之，『唱連舞』隱含『唱』

（4）有一個行爲模可以用 0 符號表示。這個行爲模在語言中可以用『毫不做事』或『一事不做』（"to do nothing" or "doing nothing"）底短語表示。還有另一個行爲模可以用 1 符號表示，這個就是在語言中以『做此事』（"to do something"）（即積極地按任何種含着『不毫不做事』"not doing nothing" 底樣子行動）表示底行爲模。與 1 這兩行爲模是彼此互爲矛盾底。

因爲這些考慮，諸行爲模是在任何場合遵循與類及命辭所遵循底定律一樣底定律之一組，有元所謂『邏輯底代値學』（"Algebra of Logic"）可以應用於它們。由是一組行爲模可以視爲「在其中邏輯的倫序底原理定要認爲可應用底一個統系。」企圖界定『一切可能的行爲模底全體(*totality*)』到任何準確的程度實是不可能的。這樣企圖將要碰着「集論近年在它的要界定某些極廣包的類底企圖時所碰着底一切困難。」這樣，正如『一切類底類』（"the class of all classes"）經羅素君明示是含着顯易見的幷基礎的矛盾，幷正如在甘朶兒的純數論(Cantorian theory of cardinal numbers)中『最大的可能的純數』（"the greatest possible cardinal number"），與『最大的可能的序數』（"the greatest possible ordinal number"）一樣經人明示其含着邏輯的矛盾，『一切可能的行爲模』底概念也（幷且無疑問地）含着矛盾。事實上沒有這麼個全體。

從別方面說，去界定某一組或某一『邏輯的世界』底行爲模，界定得如下情形：卽倘若有某一個理性的生存物——能彀施行某一單個可能的行爲，幷能彀依某有定的

法子把凡是他所眞能做底，幷是「其可能爲用以界定這系底行爲模底那單個行爲模所要求（卽使在邏輯上成爲一個必然的有元）」之行爲模都加以注意，觀察，記載底生存物——那末這組底一切支員就都是『可能的行爲模』這樣界定是完全可能的。這樣的一個特系可能的行爲模，可以由稱舉某一個行爲模——假定該理性的生存物能彀想到底幷任何一個行爲模一經認爲可能的就能彀依某種反省底方式去注意記載底行爲模——這個手續去精確地加以決定。結果是：任何這樣的統系將要有它自己的邏輯的倫序系。幷且任何「自己是一個理性的生存物者」定須承認或種這樣的統系爲屬於眞正有效的可能底界域。因此這系底倫序型將要有一種眞實的效力，一種『邏輯的實在性』（“logical reality”）——人家不能彀懷疑而不同時恰恰把理性的活動底概念自身都放棄了。因爲這裏問題不是：有沒有眞正實現這些行爲像人類界實現『唱連舞』底樣子一樣底任何生存物。這裏邏輯的問題是：這些特組底行爲模——（倘有任何一個能彀設想任何一個行爲模底理性的生存物，）其存在爲一組可能的行爲模是必需的底行爲模——是不是一個本身有邏輯的存在之直正有效的統系。

這種的行爲模底邏輯的統系，可以作例說明一個剛纔認爲不適用於命辭底推算學(*Calculus of Propositions*)底原理，這個原理也不能以完全的普通性適用於類底推算學。但是我們可以叫做行爲模底推算學底，既利用邏輯底代値學底一切那些定律，也容許我們應用這裏所論底原理，并且事實上，倘若如剛纔指示底一系底行爲模要加半點界定，還要求我們應用這個原理。該原理可以武斷地表敍如下：『倘若有兩個不同的行爲模 p 和 r，其性質是使 p⅄r 底，那末總有一個行爲模 q 其性使 p⅄q⅄r 底，同時 p 與 q 是不同的行爲模，并且 q 與 r 一樣是不同的行爲模。這個原理可以換個樣子表敍：『在任何能彀反省并記載他自己的行爲模底理性的生存物，倘若有了兩個行爲模，其性質使其中這一個隱含那一個底，那末至少總有一個確定的行爲模，爲這兩行爲模底前者所隱含而又隱含後者，但又與它們倆不同底。』這個原理，對於「任何一個行爲模，在他是可做到底任何一個理性的生存物」所做得到底行爲模，是適用的：這可以由某些考慮指明——這些考慮，這裏沒有篇幅討論，但是帶這篇中前此所屬經界定底性質。因爲這裏問題不是是否眞有任何眞做一切這些事情底人生存着。那，由於這事

例底本性，是不可能的。問題是關於對可精確地界定底一組底行爲模底界定作用。而且這個原理在可能的行爲模是適用的，因爲，如能彀明示底，在一個屬於該區型底理性的生存物，否認這樣的一個原理定要至於自相矛盾。

懇泊發展底，且於一九〇五年底論文更加錘鍊底考究上文引過底，可以應用，實則必定應用於這樣的一個有限的行爲模世界底統系。這樣的一個世界事實上是具上提M系底形式。把懇泊的結果與作者的後些作底論文所發展底更新結果比較，由是就明示：——

（1）構成M這個邏輯地必然的統系底支員元素，或『行爲模』成爲類目有限的及無限的底組，并且爲『緊密的』纚列，爲『綿續的』纚列，其實爲一切可能的纚列型。

（2）如整數纚列，有理數，員數，等等底纚列那樣的統系因之都加入構成這個統系。例如，數學的綿續系是M系底一部份。

（3）這個統系也包括，在它所有底複雜物內，一切顯然爲現在公認底投影的

和數量的幾何學的理論所需要底那些倫序型。

（4）這一堆邏輯的有元卽合成M系底那些行爲模，其間底關係不特是兩員團的，而且在多數例內是多員團的到極各色各樣底地步。恐泊，事實上，大明確地示明：用於界定『和』及『積』底普通邏輯底三員團的關係實靠着0或1中一個或兩個許加進去底四員團的關係。於這些四員團的關係之外，邏輯的倫序系，關於它的頂可注意的效性，靠着一種完全對稱的四員團的關係，依第十九段所摹狀底意義是一雙一雙地跨越的。邏輯的有元底統系底這些特殊的性狀在這裏提到，因爲要僅僅暗示這個倫序系是多麼大大地複雜的。這個事情在這裏不能彀就它的專門的細節上再加討論。這些考慮底結果是：要根據純然邏輯的關係，并根據於關於理性的活動之上示底原理去界定一個由有元構成底倫序系——不特包括具數系底關係底對象，而且包括例示幾何學的倫序型底對象，因而顯然包括（至少在現時）各個理論的自然科學爲要它們的演繹底成功所倚靠着底一切倫序系——這事在現時顯然是可能的。

并且，在這裏這麼一點定須充作對倫序論底問題底一個僅僅的指標；這些問題，在今日，迅速地遭受重新考究，并且成爲將來探討底「無盡藏」的題目。這種的問題有根本的哲學的重要：這是沒有研究範疇（Categories）者，沒有了解康德的偉大任務底義蘊者，沒有對眞理（Truth）認眞地看待者，應該懷疑底倫序論在未來的哲學中將要成爲一個基本的學科。

英漢文名詞對照表

A

Abstract (動詞) 抽攡
Abstract (形容詞) 抽象的
Adjective 形容詞
Analogous 同功的
Anthropology 人類學
Approximate (動詞,形容詞) 幾近
Approximation 幾近値
Arithmetic 數學
Array 行隊
Assemblage (算學) 集
Assertion 主張,斷說
Asymmetrical 不對稱
Axiom 公理

B

Bi-univocal 兩單旨的

C

Category 範疇
Character 特性
Characteristic (名詞) 性徵
Characteristic (形容詞) 特具的
Characterize 標別
Child 孩子
Class 類
Classes, Calculus of 類底推算學
Classification 類分
Collection 團簇
Concept 概念
Conditional 有條件的
Conformity (地質學) 整合
Consequences (of a hypothesis) 後效
Constitution 構成態
Contingency 適然性
Contingent 適然的
Construction 建造
Continuity 綿續性
Continuum 綿續系
Contour-line 等高線
Contradict 翻駁
Contradictory of 矛盾于
Correlation (Correlate) 互關
Correspondence 相當
Creation 創造
Creature 創品
"Cut" (算學) 截斷
Cycle 環纏

D

Data 某料
Deduction 演繹
Deductive 演繹的
Define 界定
Definition 定義
Deformation (幾何學) 扭變
Describe 描狀
Dialectic 辯證學
Dichotomy 兩分法
Duality (幾何學) 對偶
Dyad 兩員團

E

Elimination 消革
"Empty-class" 空類

Entity 有元
Entity, Logical 邏輯的有元
Enumeration 枚舉
Equality 均等
Equivalent 等值的
"Everything-class" "一切有" 類
Exemplify 例示
Extrapolation 擴推

F

False 妄的,(不對)
Faulting(地質學)斷層
Folding(地質學)褶曲
Force 力
Formation (地質學) 巖石系
Formulate 型定
Formulation 型定方式
Function (算學) 函數

G

Generalize 通概
Genus, Highest 最高類
Geology 地質學
Geology, Dynamic 動力地質學
Geology, Historical 地史學
Geometry 幾何學
Geometry, Metrical 數量的幾何學
Geometry, Projective 投影的幾何學
Gravitation, Theory of 引力說
Group (算學) 羣
Group Theory (算學) 羣論

H

Homologous 同體的
Hypothesis 假設

I

Idea (柏拉圖的) 範念
Identity "正身", 同一
Implication (Imply) 隱含
Inconsistency 不一貫
Individual (名詞) 個體
Individuation, Principle of 個體化原理
Induction 歸納
Inference 推論
Invariant 不變件
Inverse (relation) 倒轉(關係)
Inversion (幾何學) 反轉
Isobar 等壓線
Isothermal line 等溫線

L

Law 定律
Level 平層
Logic 邏輯(舊譯名學,論理學)
Logic, Algebra of 邏輯代數學
Logical product 邏輯積
Logical sum 邏輯和
Logic. Applied 應用邏輯
Logic, Formal 形式邏輯
Logic, Symbolic 符號邏輯
Lunar Theory 月球說

M

Mathematics 算學
Mechanics 力學
Member 支員
Metaphysics 形上學
Methodology 方法論
Modes of Action 行爲模
Modes of Action, Calculus of 行爲模推算學

N

Necessary 必然的
Negation 轉負
Non-symmetrical 非對稱的
Non-transitive 非跨越的

Norm 規範
"Nothing-class" "無何有" 類
Number 數
Number, Cardinal 純數
Number, Complex 複雜數
Number, Imaginary 虛數
Number, Irrational 無理數
Number, Ordinal 序數
Number, Rational 有理數
Number, Real 實數
Number, Whole 整數
Number-system 數系

O

Object 對象
"Operation" 運作
Order 倫序
Order, Science of 倫序學
Order, Theory of 倫序論
Order type 倫序型

P

Plutonist (地質學) 火成說者
Polyad 多員團
Postulate 公設
Pragmatism 實效主義
Absolute Pragmatism 絕對的實效主義
Presupposition 預設
Probability 殆然性
Property 效性
Proposition 命辭
Propositions, Calculus of 命辭推算學
Psychiatry 心病學

Q

Quality 品相
Quantity 量
Quantity, Extensive 外充量
Quantity, Intensive 內充量

R

Relation 關係
Relations, Calculus of 命辭推算學
Relation, *many-many* 多與多關係
,, *many-one* 多與一關係
,, *one-many* 一與多關係
,, *one-one* 一與一關係

S

Sample 榜樣
Sample, Fair 公正榜樣
Sampling 取樣
Self-evident 自明的
Series 纚列
Series, Closed 閉合纚列
Series, Dense 緊密纚列
Series, Open 開放纚列
Set 組
Sub-class 子類
Subsumption (Subsume) 籠攝
Successor 後項
Sufficient Reason, Principle of 充足理由原理
Syllogism 連珠式
Symbol 符號
Symmetrical 對稱的
System 統系，系
System Σ, The "息格碼" 系
Symmetry 對稱性

T

Term 項目
Tetrad 四員團
Theory 理論，論（說）
Thinking 思惟
Thought 思想
Transformation (算學) 變換
Transitive 跨越的
Transitivity 跨越性
Triad 三員團

True 信的 (對)
Type 區型，型

U

Uniformity of Nature 自然底一律
Unique 惟一的
Uniquely 一定不移地
Universal, The 普遍相

V

Variable 變項
Verb 動詞
Verify 證實
Volcanist (地質學) 火山論者

W

Warrant 保證

Z

"Zero-class" 零類

固有名詞中西文對照表

Aristotle 亞里士多德
Bacon 倍根
Baldwin 波爾温
Cantor 甘朵兒
Couturat 摮除哈
Dedekind 戴德欽
De Morgan 第摩根
Eleatic School, The 埃里亞派
Euclid 歐几里得
Fechner 費希納
Frege 伏雷格
Galileo 伽利略
Johns Hopkins University, The 郝僕欽斯約翰斯大學
Kant 康德
Kempe 懇泊
Kirchhoff 額喜河甫
Klein 克來因
Newton 牛頓
Peano 貝丫諾
Peirce, Charles S. 珀兒斯.査理斯
Plato 柏拉圖
Royce, Josiah 邏倚斯•約西亞
Rusell, Bertrand 羅素 柏圖朗
Socrates 梭格拉第
Sophists, The 哲士派
Thales 泰理斯