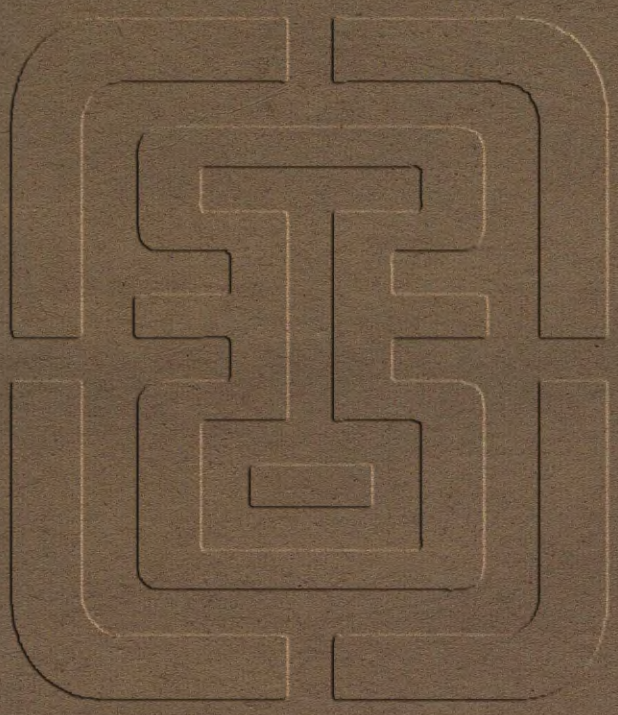
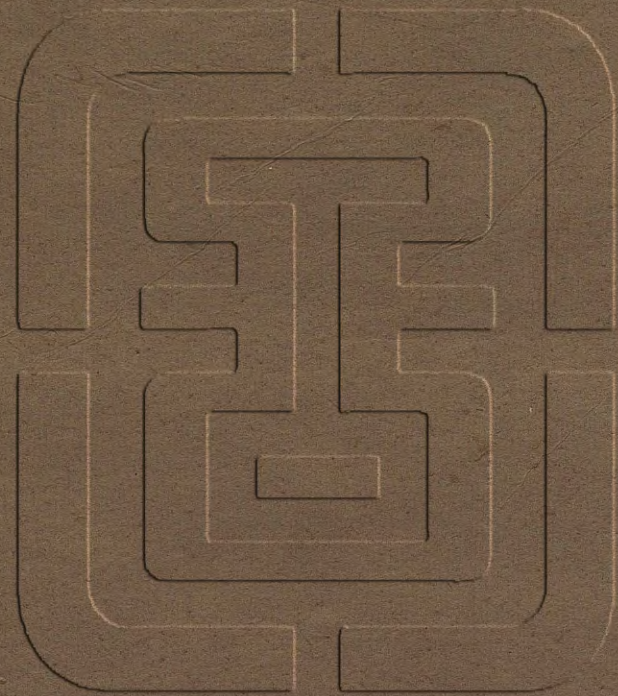
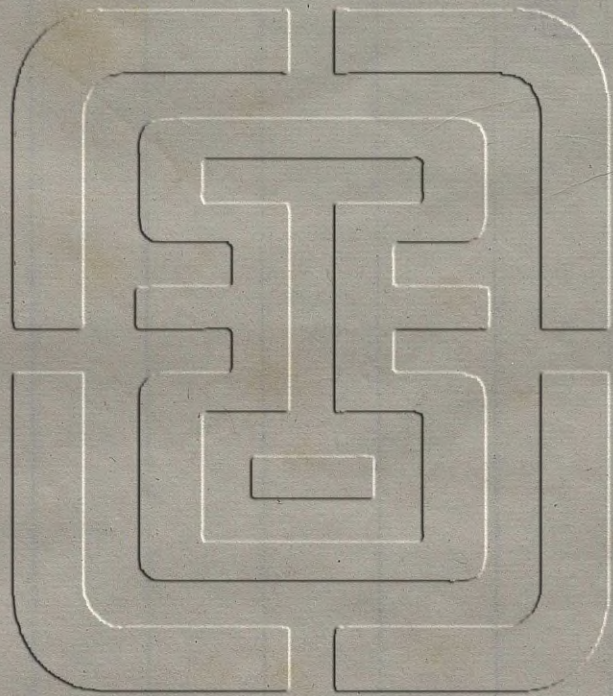


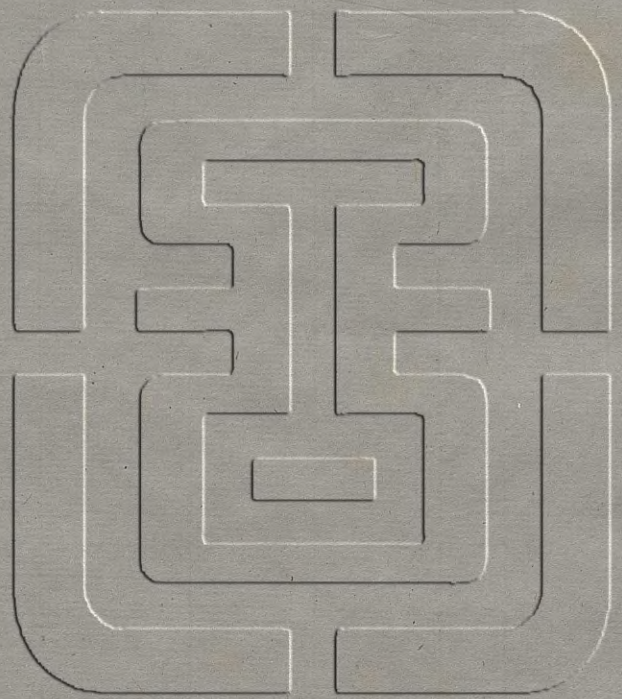
科100  
34213  
27



17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45

26514

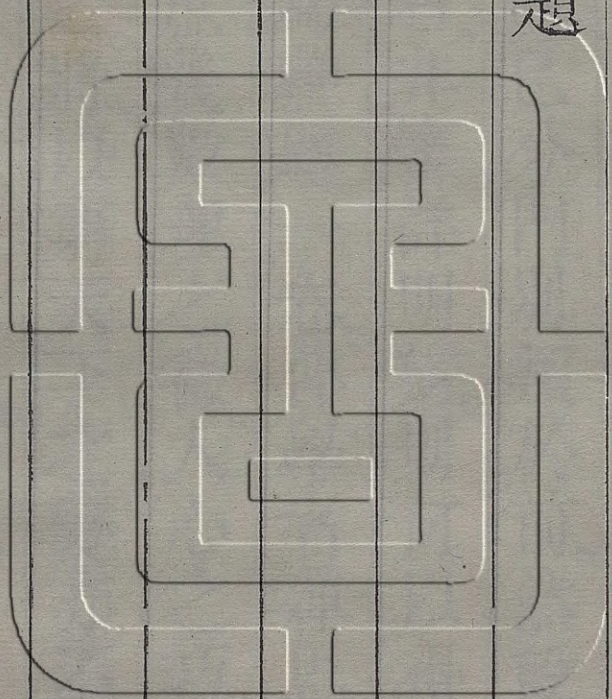


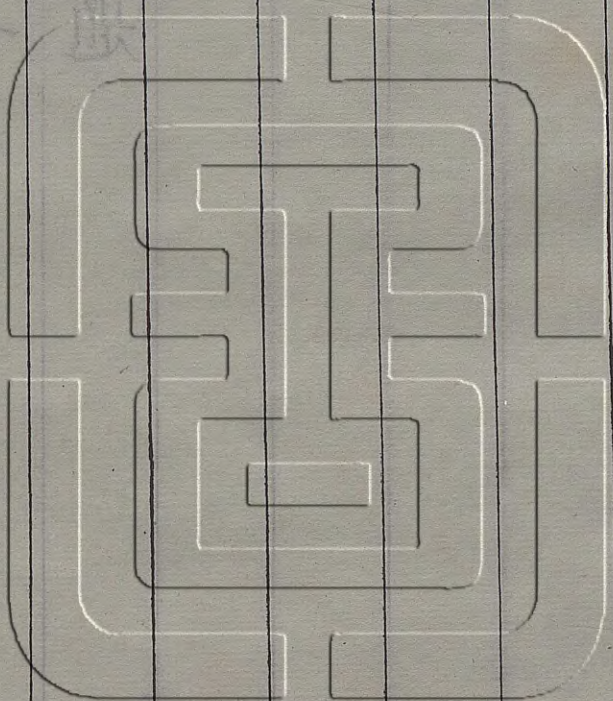


御製數理精蘊下編卷三十七

末部七

難題





難題

算術之學。不外於線面體。其間比例相求。或借根借  
 方等法。既已分門別類於前。然設問中有紆迴繁襍  
 之不同者。非審詳明辯。則何以得其統緒。茲又探蹟  
 鉤深。編為難題一卷。俾學者殫思觀變。以不迷於入  
 算之方。庶幾數理之微。人心之巧。由此引而伸之。觸  
 類而長之。將以窮天下之變。亦不難也。

設如甲乙丙三人值班。甲三日一次。乙四日一次。丙  
 五日一次。問三人何日同班。



法以三日與四日相乘得十二日。再與五日相乘得六十日。即三人同班之日也。此法蓋因六十為三四五皆可以度盡之數。三與四相乘得十二日。是甲乙同班之日。而不能與丙同班。三與五相乘得十五日。是甲丙同班之日。而不能與乙同班。四與五相乘得二十日。是乙丙同班之日。而不能與甲同班。惟六十日為甲第二十次值班之日。為乙第十

三四二五  
一六

五次值班之日。為丙第十二次值班之日。故為三人同班之日也。

設如有錢不知總數。以三數之餘二文。以五數之餘三文。以七數之亦餘二文。問錢總數幾何。

七〇二〇  
一四〇

二六

五二〇  
一三

法先以三數之率定為七十。五數之率定為二十一。七數之率定為十五。乃以三數之率七十與餘二相乘。得一百四十四。以五數之率二十一與餘三相乘。得六十三。以七數之率十五與餘二相乘。

○三〇三五八五三  
四六三三〇二〇二  
一一二二二〇二

得三十。三數相併。得二百三十三。又以三五七遞乘。得一百零丑。於二百三十

三內減兩次。餘二十三。即總錢數也。此

法以三數之率定為七十者。以其用七

數五數皆盡。惟用三數之餘一也。今以

餘二相乘得一百四十。則是用七數五

數皆盡。惟用三數之餘二矣。以五數之

率定為二十一者。以其用三數七數皆

盡。惟用五數之餘一也。今以餘三相乘

三數 七十

二數 二十一

七數 十五

得六十三。則是用三數七數皆盡。惟用

五數之餘三矣。以七數之率定為十五

者。以其用三數五數皆盡。惟用七數之

餘一也。今以餘二相乘得三十。則是用

三數五數皆盡。惟用七數之餘二矣。以

此三數相併。自為三數餘二。五數餘三

七數餘二之數。又以三五七遞乘得一

百零五者。此數用三五七皆可數盡。故

二百三十三雖為三數餘二。五數餘三。

一五五七五  
二〇

七數餘二之數。然減去一百零五餘一百二十八。以三五七數之。其所餘之數仍同也。卽再減去一百零五餘二十三。以三五七數之。其所餘之數亦同也。是以問數在一百零五以下必二十三。如問數在一百零五以上必一百二十八。或二百三十三。如原數更在二百三十三以上。則遞加一百零五求之。必有合也。至其作率之法。不過一乘一減。如以

三五七命算。則以五七相乘得三十五。以三減之餘二。不可爲率。以其所餘爲二。難與他數相乘也。故將三十五倍之得七十。以三減之餘一。故七十卽爲三數之率。三七相乘得二十一。以五減之餘一。故二十一卽爲五數之率。三五相乘得一十五。以七減之餘一。故十五卽爲七數之率。或以五數七數九數命算。皆倣此例推之。

設如三人治田一人日耘七畝一人日耕三畝一人日種五畝今令一人自耕自種自耘問一日治田幾何

一率 七十一日  
二率 一百零五畝  
三率 一日  
四率 一畝四分七釐有餘

法以七畝三畝五畝連乘得一百零五畝為治田總衰數以每日耘七畝除之得十五日為耘田衰數以每日耕三畝除之得三十五日為耕田衰數以每日種五畝除之得二十一日為種田衰數三數相併得七十一日為一率一百零

一率 七十一日  
二率 一百零五畝  
三率 一日  
四率 一畝四分七釐有餘

五畝為一率一日為三率得四率一畝四分七釐有餘即每日自耕自種自耘之數也此法蓋因一日耘七畝則一百零五畝須耘十五日一日耕三畝則一百零五畝須耕三十五日一日種五畝則一百零五畝須種二十一日併之得七十一日是一人自耕自種自耘治田一百零五畝即知一日治田一畝四分七釐有餘也



設如甲乙二人。甲借乙本銀一千二百兩。已經還訖。仍欠四月利銀。今乙又借甲銀八百兩。欲與前利銀抵兌。問得月數幾何。

一率 八百兩

二率 一千二百兩

三率 一百二十日

四率 一百八十日

法以今借銀八百兩為一率。原借銀一千二百兩為二率。原欠利銀四月作一百二十日為三率。得四率一百八十日。以三十日歸之得六月。為所求之日數也。蓋甲借乙之銀數多。故月數少。乙借甲之銀數少。故月數多。而其利相等。為

轉比例四率也。

設如原買小布一疋。長一丈八尺。闊一尺三寸。價一錢一分七釐。今買大布一疋。長二丈五尺。闊一尺六寸。問價幾何。

一率 二十三尺四十寸

二率 一錢一分七釐

三率 四十尺

四率 二錢

法以原布長一丈八尺。闊一尺三寸。相乘得二十三尺四十寸。為一率。價一錢一分七釐。為二率。今布長二丈五尺。闊一尺六寸。相乘得四十尺。為三率。求得四率二錢。即今布之價也。凡物惟長不

同。或惟闊不同。則各以其長闊為比例。今長闊俱不同。故以其長闊各相乘。為面與面之比例也。

設如有銀三百九十六兩。令甲乙丙丁四人分之。甲得二分之一。又多十兩。乙得五分之三。丙少二十兩。丙得三分之一。又多八兩。丁得四分之一。丙少六兩。問四人各得銀數幾何。

法先以總銀三百九十六兩內減去甲多十兩。丙多八兩。餘三百七十八兩。又

一率 二百零二衰  
二率 四百零四兩  
三率 一衰  
四率 二兩

加乙少二十兩。丁少六兩。共得四百零四兩。為各分之總銀數。乃以甲分母二。乙分母五。丙分母三。丁分母四。連乘之。得一百二十為總衰數。於總衰一百二十內取二分之一。得六十為甲衰。取五分之一。得七十二為乙衰。取三分之一。得四十為丙衰。取四分之一。得三十為丁衰。併之得二百零二衰。為一率。以各分總銀數四百零四兩為二率。一衰為

一率 二百零二錢  
 二率 四百零四兩  
 三率 一衰  
 四率 二兩

三率得四率二兩。乃以二兩用甲衰六十乘之。得一百二十兩。加所多十兩。得一百三十兩。即甲所分之銀數。用乙衰七十二乘之。得一百四十四兩。丙減所少二十兩。餘一百二十四兩。即乙所分之銀數。用丙衰四十乘之。得八十兩。加所多八兩。得八十八兩。即丙所分之銀數。用丁衰三十乘之。得六十兩。減所少六兩。餘五十四兩。即丁所分之銀數。將

四人所分之銀併之。得三百九十六兩。以合原數也。

設如甲乙丙三商貨殖。二年共得利銀八千五百八十兩。甲原出本銀三千兩。至滿八月收回一千兩。至滿九月又添一千二百兩。乙原出本銀二千四百兩。至滿六月收回八百兩。至滿十月又添一千四百兩。丙原出本銀二千兩。至滿七月悉收回。至滿十七月別出本銀一千六百兩。問各人分得利銀若干。

法以甲本銀三千兩與八月相乘。滿八月收

法以甲本銀三千兩與八月相乘。滿八月收同一千兩。是八月以前皆為三千兩。得二萬四千兩。又以

收回一千兩與原本銀三千兩相減。餘

二千兩。以八月與十九月相減。餘十一

月。八月收回一千兩。餘二千兩。十九月

後方添一千二百兩。則是八月以後

十九月以前此十一月皆為二千兩以十一月與二千兩

相乘。得二萬二千兩。又以二千兩加所

添一千二百兩。得三千二百兩。以十九

月與二年之二十四月相減。餘五月。十九

甲衰數六萬二千兩

月後添一千二百兩。是十九月以後二十四月以前。此五月皆為三千二百兩

以五月與三千二百兩相乘。得一萬六

千兩。以三得數相併。共六萬二千兩。為

甲之共衰數。乙本銀二千四百兩。與六

月相乘。滿六月收回八百兩。是六月以前皆為二千四百兩。得一

萬四千四百兩。又以收回八百兩與原

本銀二千四百兩相減。餘一千六百兩。

以六月與十五月相減。餘九月。六月後收回八

百兩。餘一千六百兩。十五月後方添

千四百兩。是六月以後。十五月以前。此

九月皆為一  
千六百兩。以九月與一千六百兩相

乘。得一萬四千四百兩。又以一千六百

兩加所添一千四百兩。得三千兩。以十

五月與二年之二十四月相減。餘九月。

十五月後添一千四百兩。是十五月以

後。二十四月以前。此九月皆為三千兩。

以九月與三千兩相乘。得二萬七千兩。

三數相併。共五萬五千八百兩。為乙之

共衰數。丙本銀二千兩。與七月相乘。滿

月悉收回。則七月得一萬四千兩。又以

乙衰數五萬五千八百兩

丙衰數二萬五千二百兩

十七月與二十四月相減。餘七月。與別

出本銀一千六百兩相乘。七月悉收回

不算外至第十七月方出本一千六百兩。是十七

月以後。二十四月以前。止七月也。得

十萬一千二百兩。二數相併。共二萬五

千二百兩。為丙之共衰數。以甲乙丙三

衰數相併。甲六萬二千。乙五萬五千共

得一十四萬三千兩。為一率。總利銀八

千五百八十兩。為二率。一兩為三率。求

得四率六分。以各人衰數乘之。甲得三

一率 一十四萬三千

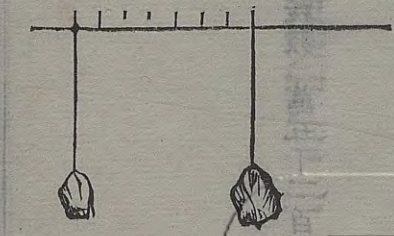
二率 八千五百八十

三率 一兩

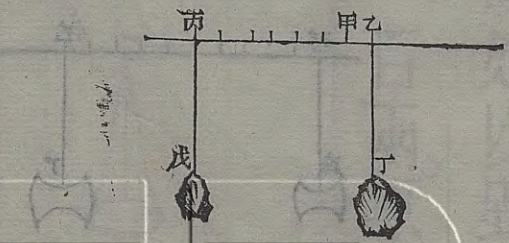
四率 六分

千七百二十兩。乙得三千三百四十八兩。丙得一千五百一十二兩。為各人所得利銀之數也。

設如有一大石。不知其重。但知一小石重四兩。求大石重幾何。



法用一木杆結繫於中。兩端令平。乃以大石掛於一端。以小石作砵稱之。如大石距提繫一寸。小石距提繫六寸。得平。則以一寸為一率。小石重四兩。為二率。

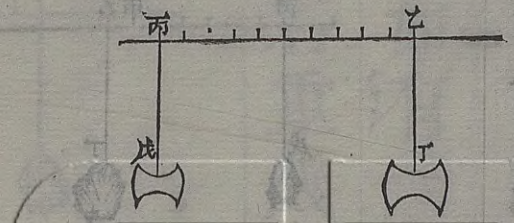


六寸為三率。求得四率二十四兩。即大石之重也。如圖甲乙為大石。距提繫一寸。甲丙為小石。距提繫六寸。丁為大石。戊為小石。戊小石之重。即甲乙之分。丁大石之重。即甲丙之分。故甲乙與戊小石之比。同於甲丙與丁大石之比也。

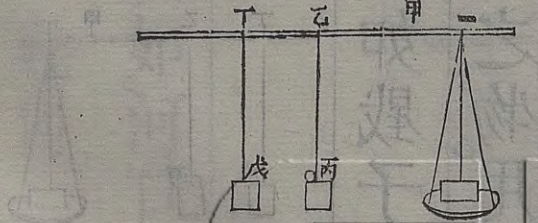
設如有銀大小二錠。共重十五兩。求大小錠各重幾何。

法用一木杆結繫於中。兩端令平。乃以

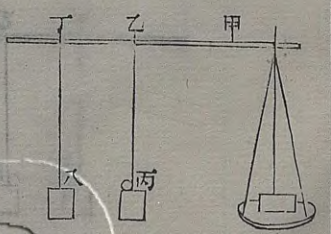
大錠小錠各掛一端。如大錠距提繫四寸。小錠距提繫六寸得平。則以四寸六寸相加。得十寸為一率。共重十五兩為工率。大錠距提繫四寸為三率。得四率六兩。即小錠之重。如以小錠距提繫六寸為三率。則得四率九兩。即大錠之重也。如圖甲乙為大錠距提繫四寸。甲丙為小錠距提繫六寸。故以甲乙。甲丙共為小錠距提繫六寸。同於甲乙與戊小分與丁戊共重之比。同於甲乙與戊小



錠之比。亦同於甲丙與丁大錠之比也。設如以戥稱銀。戥數不足。將砵上加四兩稱之。得二百兩。原砵重八兩。問銀實重幾何。

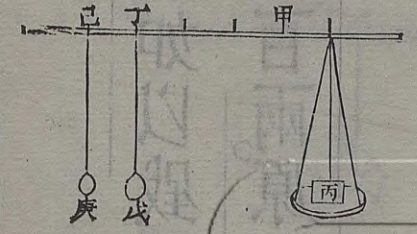


法以原砵重八兩為一率。又以原砵八兩與加四兩相併。得十二兩為二率。以今稱二百兩為三率。得四率三百兩。為原銀之重數也。如圖甲乙為二百兩之分。丙為砵重十二兩。試將甲乙戥衡引長至丁。甲丁為三百兩之分。戊為原砵

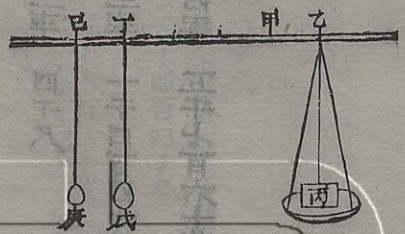


重八兩。甲乙乘丙。即與甲丁乘戊。砵之數等。故以戊砵與甲乙之比。同於丙砵與甲丁之比。為轉比例四率也。

設如戩子失去墜砵。欲配一砵。不知輕重。以重三兩之物。用六錢之砵稱之。得四兩。問原砵重幾何。



法以原重三兩為一率。今稱得四兩為二率。今砵重六錢為三率。求得四率八錢。即原砵之重也。如圖甲乙為戩盤距。提繫之分。丙為物重。甲丁為三兩之分。



戊為原砵。甲己為四兩之分。庚為今砵。以比例論之。甲乙與戊砵之比。同於甲丁與丙重之比。又甲乙與庚砵之比。同於甲己與丙重之比。是甲丁乘戊砵。即與甲己乘庚砵之數等。故以甲丁與庚砵之比。即同於甲己與戊砵之比。為轉比例四率也。

設如河口上寬十尺。下寬六尺。深五尺。求每日流水幾何。



一率 一分  
 二率 四千尺  
 三率 一千四百四十分  
 四率 五千七百六十萬尺

法以木板一塊置於水面。用驗時儀墜子候之。看六十秒內木板流遠幾丈。如流遠十丈。卽以十丈變為一百尺。乃以河上寬十尺與下寬六尺相加。折半得八尺。與河深五尺相乘得四十尺。又與水板流遠一百尺相乘得四千尺。卽六十秒內所流之數。又以六十秒收為一分。為一率。水流四千尺為二率。以每日二十四小時化為一千四百四十分。小

一率 一分  
 二率 四千尺  
 三率 一千四百四十分  
 四率 五千七百六十萬尺

時為四刻。一刻為十五分。為三率。求得四率五千七百六十萬尺。卽一日內所流之數也。此法先用木板以驗水流之緩急。水急則木隨水流亦急。水緩則木隨水流亦緩。看木之緩急。卽知水流之多少。故先求得河口面積。再以遠乘之。卽得水流之積數也。

設如有房一所。不知間數。亦不知房價。但云每房六間。每年租銀二十四兩。五年後適得本銀每房八

間。每年租銀三十五兩。八年後得本銀外。又得利銀二千一百六十兩。問房數房價各幾何。

法以五年與每年二十四兩相乘。得一百二十兩。以八年與每年三十五兩相乘。得二百八十兩。是為每房六間租一百二十兩適足。每房八間租二百八十兩。盈二千一百六十兩。乃以六間互乘二百八十兩得一千六百八十兩。以八間互乘一百二十兩得九百六十兩。相

六 二百八十兩  
四 八  
一 〇  
六 九 七  
八 二 百 零 兩。盈 二 百 零 兩

二率 七百二十兩	減餘七百二十兩為一率。以六間與八
二率 四十八間	間相乘。得四十八間為二率。以利銀二
三率 二千三百六十兩	千一百六十兩為三率。得四率一百四
四率 一百四十四間	十四間。即房之總數也。又以六間為一
一率 六間	率。五年得一百二十兩為二率。總房一
二率 一百二十兩	百四十四間為三率。得四率二千八百
三率 一百四十四間	八十兩即房價。或以八間為一率。八年
四率 二千八百八十兩	得二百八十兩為二率。總房一百四十
一率 八間	四間為三率。得四率五千零四十兩。內
二率 二百八十兩	
三率 一百四十四間	
四率 五千零四十兩	

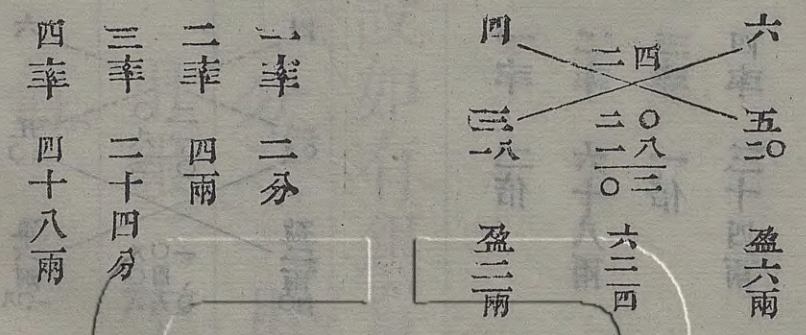
減利銀二千一百六十兩亦得二千八百八十兩為房價也。此法蓋因五年八年之數不同故以五年八年與每年銀數相乘作總得租銀算也。

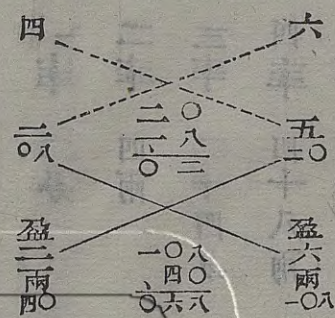
設如有銀買物不知銀數亦不知物價但云取銀六分之五買之則多六兩取銀四分之三買之仍多二兩問銀數及物價各幾何。

法以前分母六互乘後分子三得十八以後分母四互乘前分子五得二十相

減餘二分為一率盈六兩與盈二兩相減餘四兩為二率兩分母互乘得二十四分為三率求得四率四十八兩即為銀數取六分之五為四十兩減盈六兩得三十四兩為物價或取四分之三得三十六兩減盈二兩亦得三十四兩為物價也。

又先得物價之法以前分母六互乘後分子三得十八以後分母四互乘前分





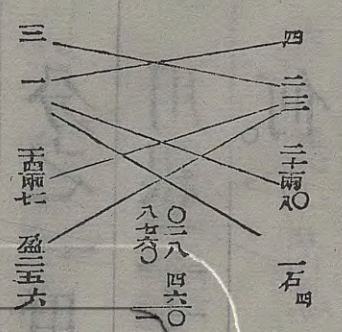
一率 二倍  
 二率 六十八兩  
 三率 一倍  
 四率 三十四兩

子五得二十。又以十八互乘盈六兩得盈一百零八兩。為加十八倍。以二十五互乘盈二兩得盈四十兩。為加二十倍。乃以十八倍與二十倍相減。餘二倍為一率。互乘所得兩盈數相減。餘六十八兩為二率。一倍為三率。求得四率三十四兩。即物價。加盈六兩得四十兩。即原銀六分之五。乃用五歸六因。得四十八兩為原銀數。或於物價三十四兩加盈二

兩得三十六兩。即原銀四分之三。乃用三歸四因。亦得四十八兩為原銀數也。此盈朒單法。因帶分母子不同。故用通分互乘以齊其分耳。

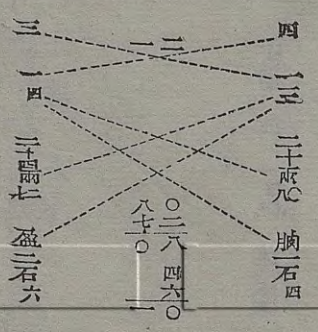
設如有銀買米。不知米數。亦不知米價。只云買米四分之一用銀二十兩。則米少一石。若買三分之一用銀二十四兩。則米多二石。問米數及米價各幾何。

法以前分母四互乘後分子一得四。以



一率 十石  
二率 八兩  
三率 一石  
四率 八錢

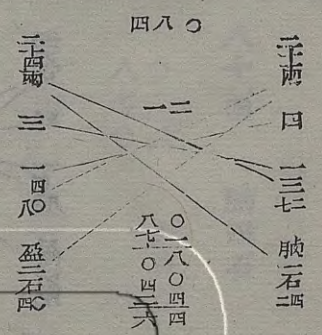
後分母三互乘前分子一得三。乃以互乘所得後分子四互乘二十兩得八十兩。互乘胸一石得胸四石。又以互乘所得前分子三互乘二十四兩得七十二兩。互乘盈二石得盈六石。乃以胸四石與盈六石相加。得十石為一率。八十兩與七十二兩相減。餘八兩為二率。一石為三率。求得四率八錢。即米一石之價也。既得米價。乃以八錢除二十兩得二



十五石。減胸一石餘二十四石。為米四分之三。以四因之得九十六石。即米數。或以八錢除二十四兩得三十石。加盈二石得三十二石。為米三分之一。以三因之亦得九十六石。為米數也。蓋以分母互乘。前則為十二分之三。後則為十二分之四。兩分母互乘得十二。又以分子互乘。前則為米十二分。兩分子互乘亦得十二分。用銀八十兩。胸四石。後則為米十二分。用銀七十

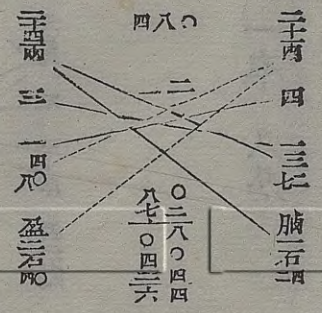
二兩盈六石。夫米之分數既同而銀差八兩。則盈朒差十石。故知十石價八兩。即知一石價八錢也。此雙套盈朒之法。但有米之分數。又有石數。故立法微不同。若止帶零分。則惟用通分法。餘俱與雙套盈朒之法同。

又先得米數之法。以銀數列於上。分數列於下。乃以前分母四互乘後分子一得四。以後分母三互乘前分子一得三。



- 一率 八分
- 二率 六十四石
- 三率 一十二分
- 四率 九十六石

又以二十兩互乘後所得分子四得八十分。互乘盈二石得盈四十石。以二十四兩互乘前所得分子三得七十二分。互乘朒一石得朒二十四石。乃以七十分與八十分相減。餘八分為一率。朒二十四石與盈四十石相加。得六十四石為二率。兩分母互乘得十二分為三率。求得四率九十六石。即原米數也。既得米數。四歸之得二十四石。加朒一石



得二十五石。以除二十兩得八錢為米價。或將米數三歸之得三十二石。減盈二石餘三十石。以除二十四兩亦得八錢為米價也。蓋用互乘。前則為四百八十兩。二十兩與二十四兩互乘得四百八十兩。買米十二分之七十二。脯二十四石。後則為四百八十兩買米十二分之八十。盈四十石。夫銀數既同。而米差八分。則盈脯相差六十四石。故知八分為六十四石。即知十二分為九十六石也。

八十兩 脯四石

○三八 六四〇  
八七〇

半二兩 盈六石

一率 十石

二率 八兩

三率 一石

四率 八錢

二分為九十六石也。

又法以二十兩脯一石俱用四因之得

八十兩脯四石。因四分之一價二十兩。故用四因為米總價。

又以三十四兩盈二石俱用三因之得

七十二兩盈六石。因三分之一價二十兩。故用三因為米

總價。作盈脯單法算。以脯四石與盈六石

相加。得十石為一率。八十兩與七十二

兩相減。餘八兩為二率。一石為三率。求

得四率八錢。即米一石之價也。此法蓋

算之。

設如有一數不知幾何。但云以三乘之再加一十。又以四乘之再加二十。又以五乘之再加三十。又以六乘之再加四十。共得六千七百。問原數幾何。

法先以所加之一十以四乘之。又以五乘之。又以六乘之。得一千二百。再以所加之二十以五乘之。又以六乘之。得六

一率 三百六十  
二率 一  
三率 四千六百八十  
四率 一十三

百。再以所加之三十以六乘之。得一百八十。乃以所得之三數相加。得一千九百八十。併所加之四十共二千零二十。與共數六千七百相減。餘四千六百八十。為連乘之整數。乃借一衰為原數。以三乘之。仍得三。又以四乘之。得一十二。又以五乘之。得六十。又以六乘之。得三百六十。衰為一率。原數一衰為二率。以連乘整數四千六百八十為三率。求得



一率 三百六十  
 二率 一  
 三率 四千六百八十  
 四率 一十三

四率十三。即為原數也。此法蓋因三乘原數外加一十。而又用四乘五乘六乘。則此一十已用四乘五乘六乘矣。四乘後加二十。而又用五乘六乘。則此二十已用五乘六乘矣。五乘後加三十。而又用六乘。則三十已用六乘矣。故將一十二十三之數亦用連乘。併後所加之四十與共數相減。然後為三四五六與原數連乘之整分。而以三四五六連乘

所得之三百六十與原數一為比例。即同於今三四五六連乘所得之四千六百八十與原數十三之比例也。

設如甲乙二車運糧。甲車先行二日。乙車後行五日。追及。甲車比乙車運價少五錢。又甲車先行二日。乙車後行。七日追過甲車八十里。甲車比乙車運價少一兩一錢。問甲乙二車日行里數及運價各幾何。

法以乙車五日為正。甲車七日為負。里

價 五正 一一正	里 〇 八〇正	乙 五正 七正
七負 九負	四〇〇正	三 五正 三 五正 〇〇
五五正 三五正 二〇正	四〇〇正 〇 四〇〇正	

數相等作一空位。甲車先行二日乙車行五日追及。是乙車行五日甲車行七日其里數相等。運價多五錢為正。列於上。又以乙車七日為正。甲車九日為負。過八十里為正。運價多一兩一錢為正。列於下。乃以上乙五日遍乘下乙七日甲九日多八十里多一兩一錢。得乙三十五日仍為正。甲四十五日仍為負。多行四百甲運價多五兩五錢仍為正。又以下乙七日遍乘上乙五日甲七日

價 五正 一一正	里 〇 八〇正	甲 七負 九負	乙 五正 七正
五五正 三五正 二〇正	四〇〇正 〇 四〇〇正	四 五負 四 九負 〇 四正	三 五正 三 五正 〇〇

運價多五錢。得乙三十五日仍為正。甲四十九日仍為負。多三兩五錢仍為正。相等無可乘仍為空位。於是以上層為主。兩下相較。則乙各三十五日彼此減盡。甲兩下相減餘四日。本層少變負為正。里數無可加減。仍得四百里為正。價兩下相減餘二兩。依本層為正。即甲車四日行四百里。運價二兩也。以四日除四百里得一百里。為甲車每日所行之

里數以四日除二兩得五錢。即甲車每日之運價。以乙車七日比甲車九日多行八十里價多一兩一錢計之。則甲車九日行九百里。加多八十里共九百八十里。為乙車七日所行之里數。以七日除之得一百四十里。即乙車每日所行之里數。甲車九日運價四兩五錢。加多一兩一錢共五兩六錢。為乙車七日之運價。以七日除之得八錢。即乙車每日

之運價也。此法因有里數運價二種或名疊脚。然不過除兩次耳。若里數為較。運價為和。難以分列正負者。則分兩法算之。

設如甲乙丙三人有銀各不知數。只云甲得乙銀二分之一。乙得丙銀三分之一。丙得甲銀四分之一。則各得七百兩。問三人原銀各幾何。

法先以甲三分乙一分共七百兩列於

上。甲原銀四分。丙得去一分。餘三分。又得乙一分。故為甲三分乙一分共七

甲三一 三三〇	乙一〇 〇一 一正	丙〇二 六〇 六負一四〇〇負	銀 七〇〇 七〇〇 一〇〇 一七〇〇 一四〇〇負
------------	-----------------	----------------------	---

一百兩丙無數作空位以是其分。又以甲一分丙二分共七百兩列於下。丙原銀三分乙得去一分餘二分又得甲一分故為甲一分丙二分共七百兩。乙無數亦作空位以足其分。乃以上甲三分遍乘下甲一分丙二分共七百兩。得甲三分丙六分共二千一百兩。又以下甲一分遍乘上甲三分乙一分共七百兩。仍得原數。於是以下層為主。兩下相較。則甲各三分彼此減盡。乙一分無可減仍為一分。依本層為正。丙六分

乙 一正 一〇	丙 六負一 一七	銀 一四〇〇負 七〇〇 二一〇〇
---------------	----------------	---------------------------

無可減仍為六分。本層無數則為負。銀兩下相減餘一千四百兩。本層少為負。即乙一分比丙六分少一千四百兩也。次以乙一分為正。丙六分為負。少一千四百兩為負。列於上。又以乙一分丙一分共七百兩列於下。乙原銀二分甲得去一分餘一分。又得丙一分。故為乙一分丙一分。共七百兩。因為和數故不用號。因首色皆為一。故省互乘。兩下相較。則乙各一分彼此減盡。丙六與丙一相加得七分。

乙	丙	銀
一正	六負	一四〇〇負
一	一	七〇〇
〇	七	二一〇〇

銀一千四百與七百相加得二千一百兩。即為丙七分之共數。以七除之得三百兩。為丙一分之數。以丙原銀三分乘之得九百兩。為丙之銀數。以乙一分丙一分共七百兩計之。則於七百兩內減去丙七分三百兩。餘四百兩。即乙一分之數。以乙原銀二分乘之得八百兩。為乙之銀數。以甲三分乙一分共七百兩計之。則於七百兩內減去乙一分四百

兩。餘三百兩。三歸之得一百兩。即甲一分之數。以甲原銀四分乘之得四百兩。為甲之銀數也。

設如有長方面積八百六十四步。一長二闊三和四較。共三百一十二步。問長闊各幾何。

三	二	三
四	四	四
二	二	二
七	七	七
四	九	五
七	六	〇
一	一	〇
二	三	二
二	六	二

法以積數八因之得六千九百一十二步。為大長方形積。乃以長闊和較共數三百一十二步為長闊和。折半得一百五十六步為半和。自乘得二萬四千三

二四	二	三四	四四
七	四九	三三	〇
〇	五六	〇	〇
二二	〇	三六	二
三三	〇	二六	二
三三	〇	二六	二

百三十六步。與六千九百一十二步相減。餘一萬七千四百二十四步。開平方得一百三十二步。為半較。與半和一百五十六步相減。得二十四步。為原闊數。以闊除原積八百六十四步。得三十六步。為原長數也。此法蓋因三和內有三長三闊加一長二闊共四長五闊。如以四較加於四闊則又成四長是共得八長一闊此二百一十二步即八長一闊

之共數。今將原積八倍之成一大長方形。其闊即原闊。其長為原長之八倍。故以三百一十二為長闊和。求得闊即為原闊。以原闊除原積即得原長也。

設如買果木樹。不知樹數。亦不知樹價。但知樹每株之價為樹共數之六倍。而每株脚錢六文。其脚錢并樹價共三千六百文。問樹每株價及樹數各幾何。

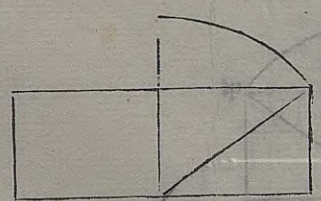
法先以共錢三千六百文。六因之得二

	七	九	
	○	○	九
四	六	六	○
○	○	○	○
一	九	三	○
○	○	○	○
一	三	二	○
○	○	○	○
二	四	二	八
○	○	○	七

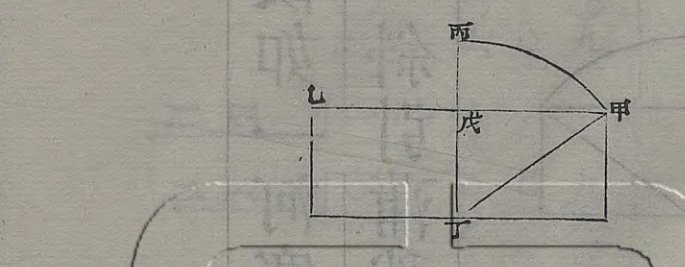
萬一千六百文為長方積。脚錢六文為縱多。爰以縱多六文折半。得三文為半較。自乘得九文。與二萬一千六百文相加。得二萬一千六百零九文。開平方得一百四十七文為半和。內減半較三文。得一百四十四文。為樹每株之價。六歸之。得二十四。為樹之共數也。此法以樹數為闊。樹價并脚錢為長。成長方形。因每株之價為樹數之六倍。是長為闊之

如收園樹高  
六倍又多六文。故六倍其積。則長比闊多六文。故以帶縱開方法算之。得闊為樹價。六歸之。得樹數也。

設如一河寬一丈二尺。中間生一蒲草。出水面三尺。斜引蒲稍至岸。適與岸齊。問蒲長水深各幾何。



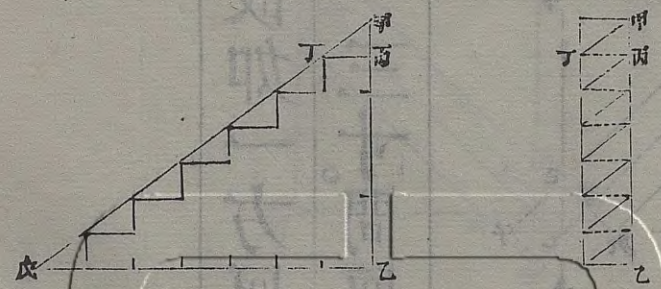
法以河寬一丈二尺折半。得六尺為勾。以蒲稍出水三尺為股。弦較。乃以勾六尺自乘得三十六尺。以股弦較三尺除之。得一十二尺為股。弦和。加股弦較三



尺得一十五尺。折半得七尺五寸為弦。即蒲之長。內減股弦較三尺。餘四尺五寸為股。即水之深也。如圖甲乙為河寬。丙丁為蒲長。與甲丁等。戊丁為水深。丙戊為蒲稍出水三尺。故戊丁為股。甲戊為勾。甲丁為弦。丙戊為股弦較。用有勾有股弦較之法。求得股為水深。得弦為蒲之長也。

設如圓柱高二十一尺。周四尺。以繩自底至末繞柱

七周。與柱適齊。問繩長幾何。



法以柱周四尺七因之得二十八尺為股。柱高二十一尺為勾。求得弦三十五尺。即繩之長也。此法蓋合七勾股為一勾股算也。如圖甲乙為柱高二十一尺。甲丙為七分之一。若將柱面平鋪之成一平面。則丙丁即柱周四尺。甲丁即繩繞柱之一周。成甲丙丁勾股形。今柱高為甲丙之七倍。繩長為甲丁之七倍。故

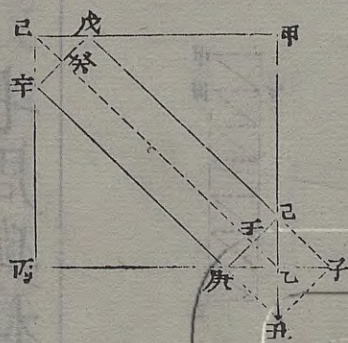


將柱周亦加七倍。成甲乙戊勾股形。甲乙為勾。乙戊為股。求得甲戊弦即繩長也。

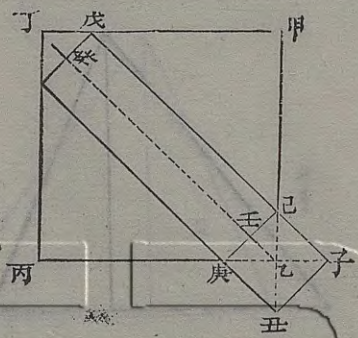
設如一方匣。內對角斜容一比例尺。長一尺一寸。寬

三寸。問匣方邊幾何。

法以比例尺寬三寸與長一尺一寸相加。得一尺四寸。自乘折半開方。得九寸八分九釐九豪。即方匣之邊數也。如圖甲乙丙丁方匣。內容戊己庚辛比例尺。

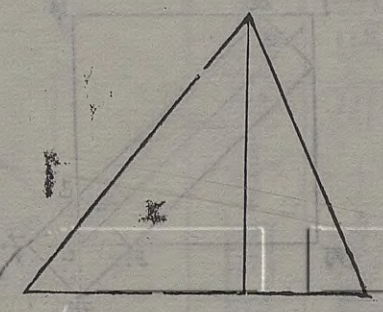


丁乙為對角斜線。癸壬為比例尺之長。壬乙與丁癸二段與己庚寬度等。蓋以己庚度作己子丑庚正方形。則乙為方之中心。壬乙為己庚方邊之一半與壬庚等。而壬乙與丁癸兩段即與己庚等。故以比例尺之長闊相加。即為丁乙對角斜線。用斜求方之法。自乘折半開方。即得方邊也。



設如三角形。底二丈八尺。小腰與中垂線之較二尺

大腰與中垂線之較六尺。問兩腰各幾何。



法借一衰為中垂線。則小腰為一衰多二尺。小腰與中垂線之和為二衰多二尺。與小腰較二尺相乘。得四衰多四尺。為小分底自乘方積。大腰為一衰多六尺。大腰與中垂線之和為二衰多六尺。與大腰較六尺相乘。得十二衰多三十尺。為大分底自乘方積。以兩方積相較。則大分底方為小分底方之三倍多

二十四尺。大分底方十二衰為小分底方四衰之三。倍。即將小分底

方四衰多四尺以三因之。得十二衰多十二尺與大分底方十二衰多三十六尺相減。仍餘二十四尺。乃以底二十八尺自乘。得

七百八十四尺。內減去所多之二十四

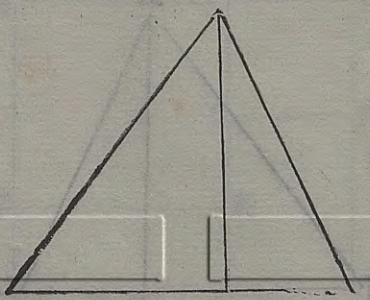
尺。餘七百六十尺為小分底自乘四正

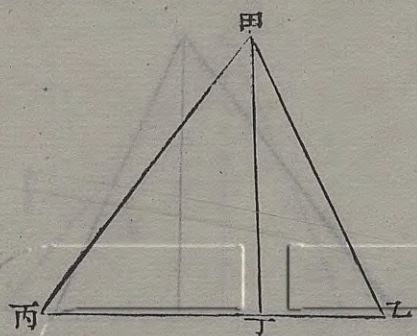
方。小分底乘大分底二長方積。折半得

三百八十尺。為小分底自乘二正。小

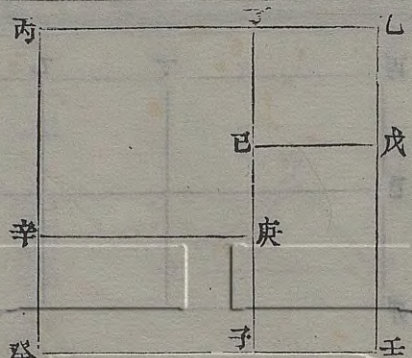
分底乘大分底一長方積。共成一大長

方。底二十八尺為長闊之較。用帶縱較

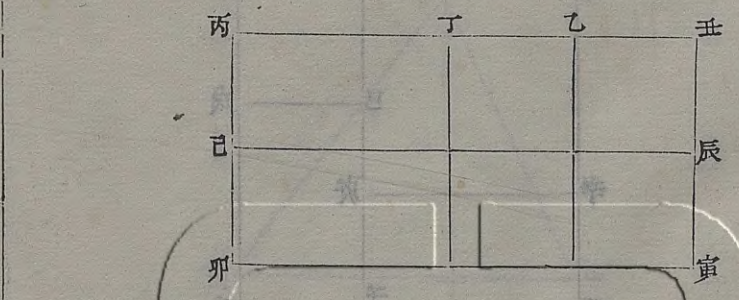




數開平方法算之。得闊十尺為小分底。自乘得一百尺。以小腰較二尺除之。得五十尺。為小腰與中垂線之和。內加小腰較二尺得五十二尺。折半得二十六尺。即小腰。又以小腰較二尺與大腰較六尺相減。餘四尺。即大腰與小腰之較。與小腰二十六尺相加。得三十尺。即大腰也。如圖甲乙丙三角形。甲乙為小腰。甲丙為大腰。乙丙為底。自甲角作甲丁



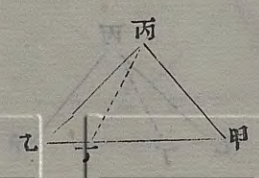
垂線。則分為甲丁乙。甲丁丙兩勾股形。以甲乙。甲丁股弦和。與甲乙。甲丁股弦較相乘。則得乙丁勾自乘之。乙戊己丁正方形。見勾股法。以甲丁。甲丙股弦和。與甲丁。甲丙股弦較相乘。則得丁丙勾自乘之。丁庚辛丙正方形。丁庚辛丙正方形。既為乙戊己丁正方形之三倍多二十四尺。故於乙壬癸丙大正方形內減去二十四尺。餘者即與乙戊己丁三正



等是共得乙戊己丁四正方。戊壬子己。庚子癸辛。為大分底乘小分底二長方。共成丑寅卯丙一長方形。折半得丑辰巳丙長方形。乙丙即長闊之較。故用帶縱較數開平方法算之。得闊為乙丁小勾。自乘以股弦較除之。得股弦和。故加股弦較折半。即得甲乙為弦也。或求得甲丙邊亦同。

設如甲乙丙三角形。甲角五十三度八分。乙丙邊一

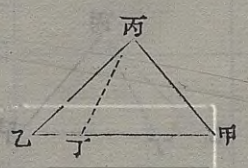
丈二尺二寸。甲乙。甲丙兩邊較三尺八寸。求乙角丙角度各幾何。



- 一率 乙丙邊
- 二率 乙丁邊
- 三率 丁外角正弦
- 四率 丙分角正弦

法依甲丙邊度截甲乙邊於丁。餘乙丁即兩邊較。自丙至丁作丙丁線。成乙丁丙鈍角形。乃以乙丙邊一丈二尺二寸為一率。乙丁邊三尺八寸為二率。甲角五十三度八分與一百八十度相減。餘一百一十六度五十二分。折半得六十三度二十六分。即丁鈍角之外角。與丁丙甲

- 一率 乙丙邊
- 二率 乙丁邊
- 三率 丁外角正弦
- 四率 丙分角正弦

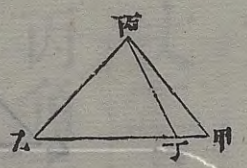


角等。其正弦八萬九千四百四十一為三率。求得四率二萬七千八百五十八為丙分角正弦。檢表得十六度十分。為丙分角。與丁丙甲角六十三度二十六分相加。得七十九度三十六分。即丙角度。以丙分角與丁外角相減。餘四十七度十六分。即乙角度也。

設如甲乙丙三角形。甲角五十三度八分。甲丙邊一丈一尺二寸。甲乙乙丙兩邊較二尺八寸。求乙角

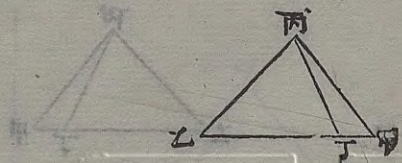
丙角度各幾何。

- 一率 甲丙甲丁兩邊和
- 二率 甲丙甲丁兩邊較
- 三率 半外角切線
- 四率 半較角切線



法依乙丙邊度截甲乙邊於丁。餘甲丁即兩邊較。自丙至丁作丙丁線。成甲丁丙鈍角形。乃以甲丁邊二尺八寸與甲丙邊一丈一尺二寸相加。得一丈四尺為一率。甲丁與甲丙相減。餘八尺四寸為二率。甲角半外角六十三度二十六分之正切線一十九萬九千九百八十六為三率。求得四率一十一萬九千九

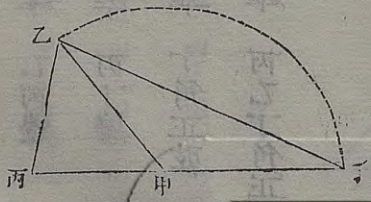
百九十一。為半較角切線。檢表得五十九度十二分。為半較角度。與半外角相減。餘十三度十四分。為丙分角。倍之。與甲角相加。得七十九度三十六分。即丙角。以甲角丙角相併。與半周相減。餘四十七度十六分。即乙角度也。蓋以丙分角與甲角相加。則得丙丁乙角。與丙大分角等。是丙大分角與一丙小分角。一甲角之度等。故倍小分角與甲角相加。



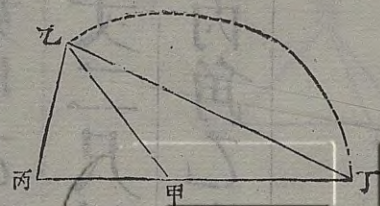
得丙全角也。

設如甲乙丙三角形。甲角五十三度八分。乙丙邊一丈二尺二寸。甲乙。甲丙兩邊和二丈六尺二寸。求丙角乙角度各幾何。

法以甲乙與甲丙相加得丙丁。自乙至丁作乙丁線。成丁乙丙三角形。乃以乙丙邊一丈二尺二寸為一率。丙丁邊二丈六尺二寸為二率。甲角五十三度八分折半。得二十六度三十四分。即丁角。



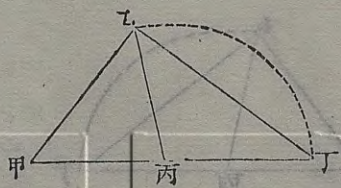
一率 乙丙邊  
 二率 丙丁邊  
 三率 丁角正弦  
 四率 丙乙丁角正弦



與甲乙丁角等。其正弦四萬四千七百二十四。為三率。求得四率九萬六千零四十六。為丙乙丁角正。檢表得七十三度五十分為丙乙丁角。內減半甲角二十六度三十四分。即甲乙丁角。餘四十七度十六分。即乙角度。以甲角乙角相併與半周相減。餘七十九度三十六分。即丙角度也。

設如甲乙丙三角形。甲角五十三度八分。甲乙邊一

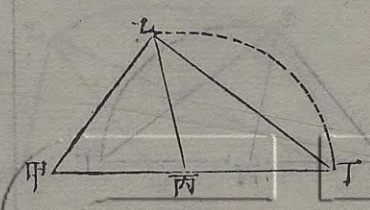
丈五尺。甲丙。乙丙兩邊和二丈三尺四寸。求乙角丙角度幾何。



一率 甲乙甲丁兩邊和  
 二率 甲乙甲丁兩邊較  
 三率 半外角切線  
 四率 半較角切線

法以甲丙與乙丙相加得甲丁。自乙至丁作乙丁線。成甲乙丁三角形。乃以甲丁邊二丈三尺四寸與甲乙邊一丈五尺相加。得三丈八尺四寸為一率。甲丁邊與甲乙邊相減。餘八尺四寸為二率。甲角五十三度八分與半周相減。折半得半外角六十三度二十六分。其正切

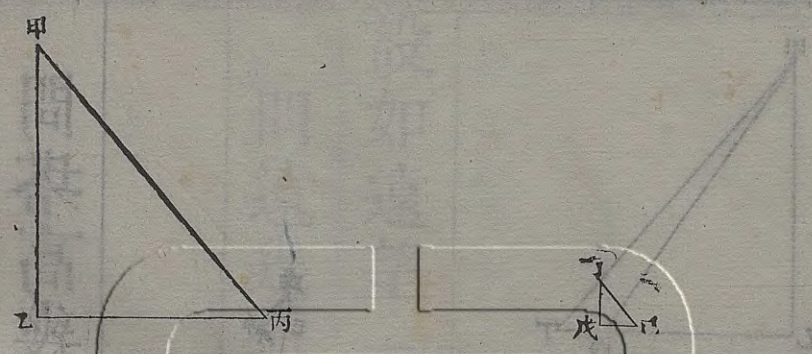
- 一率 甲乙甲丁兩邊和
- 二率 甲乙甲丁兩邊較
- 三率 半外角切線
- 四率 半較角切線



線一十九萬九千九百八十六為三率。求得四率四萬三千七百四十七。為半較角切線。檢表得二十三度三十八分為半較角。與半外角相減。餘三十九度四十八分為丁角度。倍之得七十九度三十六分即丙角度。以甲角丙角相併。與半周相減。餘四十七度十六分即乙角度也。

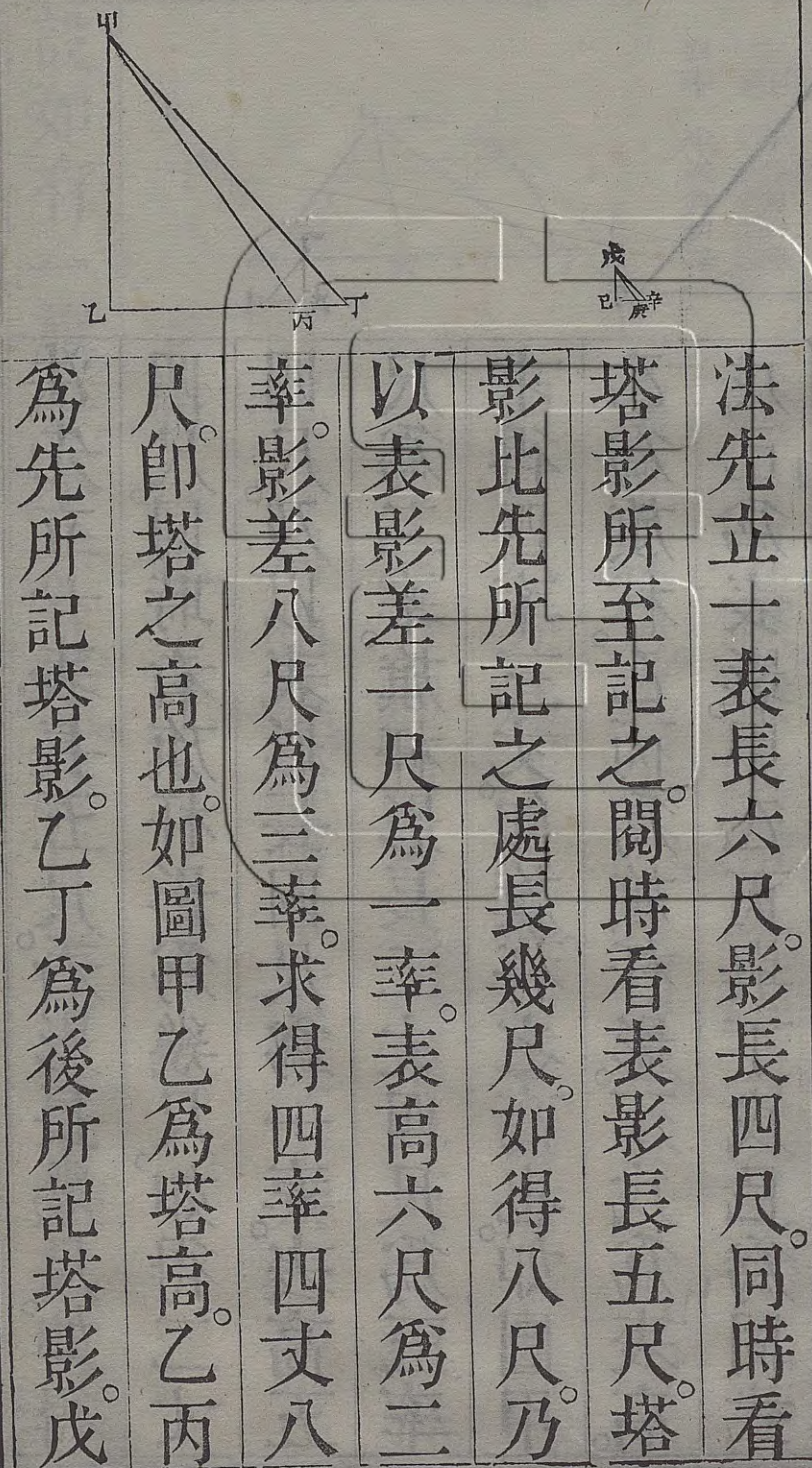
設如有一旗杆。不知其高。用日影測之。問高幾何。

法先立一表長五尺。看影長幾尺。如得四尺。同時看旗杆影為幾尺。如得二丈四尺。乃以表影長四尺為一率。表高五尺為二率。旗杆影長二丈四尺為三率。求得四率三丈。即旗杆之高也。如圖甲乙為旗杆。乙丙為旗杆影。丁戊為表高。戊己為表影。甲乙丙與丁戊己為同式勾股形。故己戊與丁戊之比。同於乙丙與甲乙之比也。





設如有塔一座。不知其高。亦不知其遠。用日影測之。  
問塔高幾何。



法先立一表長六尺。影長四尺。同時看  
塔影所至記之。閱時看表影長五尺。塔  
影比先所記之處長幾尺。如得八尺。乃  
以表影差一尺為一率。表高六尺為二  
率。影差八尺為三率。求得四率四丈八  
尺。即塔之高也。如圖甲乙為塔高。乙丙  
為先所記塔影。乙丁為後所記塔影。戊

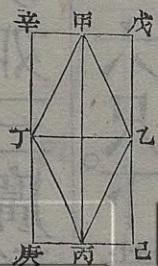
己為表高。己庚為先所記表影。己辛為  
後所記表影。戊庚辛與甲丙丁。戊己庚  
與甲乙丙皆為同式形。故庚辛與戊己  
之比。同於丙丁與甲乙之比也。  
設如遠望一村。欲知其遠。用放鎗驗時儀墜子候之。  
問遠幾何。

法令一人在村邊放鎗。一見烟出。即用  
驗時儀墜子候之。一聞鎗響。即止。計自  
見烟至聞響得幾秒。如得三秒。即以

一率 一秒  
二率 一百二十八丈五尺七寸  
三率 三秒  
四率 三百八十五丈七寸

秒為一率。一百二十八丈五尺七寸為二率。三秒為三率。求得四率三百八十五丈七尺一寸。即距村之遠也。蓋響與烟一時並出。其見烟而未聞響者。聲未至也。故自見烟至聞響之分。即路遠之分。嘗以其分較之路。遠五里得七秒。以七歸之。每秒得一百二十八丈五尺七寸。聞雷亦然。自一見電光至聞雷響。候其秒數。即得里數也。

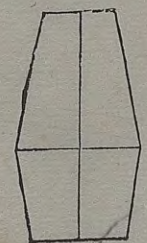
設如梭形。闊四尺。中長九尺。求積幾何。



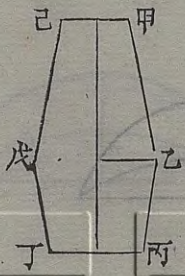
法以中長九尺與闊四尺相乘。得三十六尺。折半得十八尺。即梭形積也。如圖甲乙丙丁梭形。以乙丁與甲丙相乘。則成戊己庚辛長方形。其積比梭形多一倍。故半之為梭形積也。此法必甲乙與乙丙等。甲丁與丁丙等。或甲乙與甲丁等。乙丙與丁丙等。則其中長適為兩三角形之垂線。故長闊相乘折半而得積

也。若中長不得為垂線。則須先量得四邊數及長數或闊數。用三角形求中垂線法算之。

設如三廣形。上闊三尺。中闊五尺。下闊四尺。上截長六尺。下截長四尺。求積幾何。



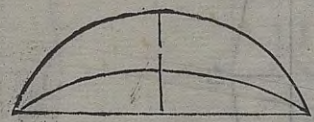
法以中闊五尺與上闊三尺相加。折半得四尺。與上截長六尺相乘。得二十四尺。又以中闊五尺與下闊四尺相加。折半得四尺五寸。與下截長四尺相乘。得



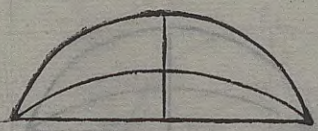
十八尺。兩數相併。得四十二尺。即三廣形積也。如圖甲乙丙丁戊己三廣形。以乙戊線分之。則成甲乙戊己乙丙丁戊兩梯形。故用梯形求積之法。見第十九卷直線形求得兩梯形之積而併之。即為三廣形積也。舊術以上下闊相加折半。加中闊與長相乘得積。此必上下兩截長數相等者。然後可算。若上下不相等。須用兩梯形算之。

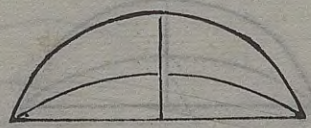
設如眉形。兩尖相距弦長二十四尺。外弧距弦九尺。內弧距弦四尺。求積幾何。

法以兩尖相距二十四尺爲弦。外弧距弦九尺爲矢。用弧矢求積法。以矢九尺爲首率。弦二十四尺折半。得十二尺爲中率。求得末率十六尺。加矢九尺。得二十一尺。爲圓徑。折半得半徑十二尺。五寸爲一率。半弦十二尺爲二率。半徑十萬爲三率。求得四率九萬六千。爲半外

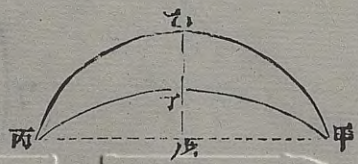


弧之正弦。檢八線表得七十三度四十五分。爲半外弧之度分。倍之得一百四十七度三十分。爲外弧之度分。乃以三百六十度爲一率。外弧一百四十七度半爲二率。全徑二十五尺。求得全周七十八尺五寸三分九釐八豪爲三率。求得四率三十二尺一寸七分九釐五豪。爲外弧之數。與半徑十二尺五寸相乘。折半得二百零一尺十二寸十八分。爲





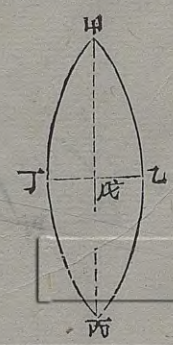
自圓心所分弧背三角形積。又以矢九尺與半徑十二尺五寸相減。餘三尺五寸。與弦二十四尺相乘。折半得四十二尺。為自圓心至弦所分直線三角形積。與弧背三角形積相減。餘一百五十九尺一十二寸一十八分。為外弧矢全積。見第三十卷曲線形。又以兩尖相距二十四尺為弦。內弧距弦四尺為矢。亦用弧矢求積法。求得內弧矢虛積六十五尺三十七



寸六十分。與外弧矢積相減。餘九十三尺七十四寸五十八分。即眉形積也。如圖甲乙丙丁眉形。甲丙為弦。乙戊為外弧矢。丁戊為內弧矢。成甲乙丙戊甲丁丙戊兩弧矢形。故先求得甲乙丙戊弧矢形積。又求得甲丁丙戊弧矢形積。相減。即得甲乙丙丁眉形積也。

設如橄欖形。長二尺四寸。闊八寸。求積幾何。

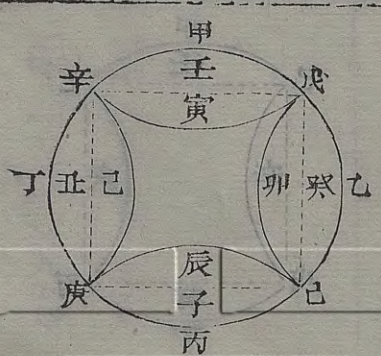
法以長二尺四寸為弦。闊八寸折半。得



四寸為矢用弧矢求積法求得弧矢積六十五尺三十七寸六十分。倍之得一百三十尺七十五寸二十分。即橄欖形積也。如圖甲乙丙丁橄欖形。自甲至丙作甲丙線。平分乙丁於戊。則成甲乙丙戊甲丁丙戊兩弧矢形。故求得弧矢形積倍之。即橄欖形積也。

設如錢形。徑一尺二寸。求積幾何。

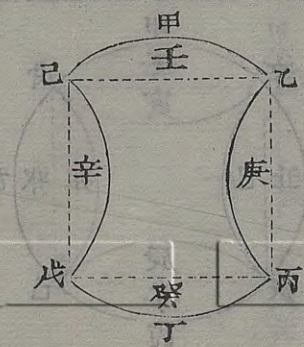
法以錢形徑一尺二寸。求得圓面積一



尺一十三寸零九分七十三釐。又求得丙容方積七十二寸。相減餘四十一寸零九分七十三釐。倍之得八十二寸一十九分四十六釐。即錢形積也。如圖甲乙丙丁錢形。作戊己己庚庚辛辛戊四線。則分為壬癸子丑寅卯辰巳八弧矢形。故先求得圓形積。又求得戊己庚辛丙方積。相減餘壬癸子丑四弧矢形。倍之即得錢形積也。

設如銀錠形。徑一尺二寸。求積幾何。

法以銀錠形徑一尺二寸自乘。得一尺四十四寸。折半得七十二寸。即銀錠形積也。如圖甲乙丙丁戊己銀錠形。以甲丁徑自乘折半。則得乙丙戊己正方形。其所虛庚辛二弧矢形與所盈壬癸二弧矢形之積等。故乙丙戊己正方形。即與銀錠形之積等也。



設如甲乙丙丁四平圓共積二百一十七尺五十五

寸五十三分一十釐。甲圓徑比乙圓徑多三尺。乙圓徑比丙圓徑多三尺。丙圓徑比丁圓徑多二尺。問四圓徑各幾何。

法用圓積方積定率比例。以圓積一〇

〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。方積一二七

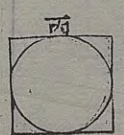
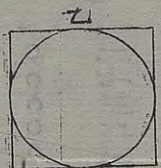
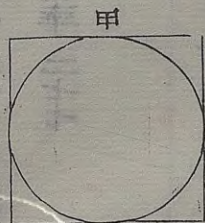
三三三九五四為二率。四平圓共積二

百一十七尺五十五寸五十三分一十

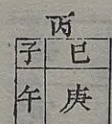
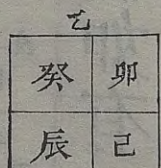
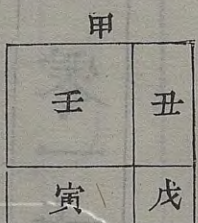
釐為三率。求得四率二百七十七尺。為

四平方共積。乃以丙圓徑比丁圓徑所

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇  
 二率 一二七三三九五四  
 三率 二一七五五三一〇  
 四率 二七七



多之二尺自乘得四尺。又以乙圓徑比  
 丁圓徑所多之五尺。丙比丁多二尺。乙  
 又比丙多三尺。故  
 乙比丁自乘得二十五尺。又以甲圓徑  
 比丁圓徑所多之八尺。乙比丁多五尺  
 甲又比乙多三  
 尺。故甲比丁自乘得六十四尺。三數相併  
 得九十三尺。與四平方共積二百七十  
 七尺相減。餘一百八十四尺。為長方積。  
 以丙圓徑比丁圓徑多二尺。乙圓徑比  
 丁圓徑多五尺。甲圓徑比丁圓徑多八



尺。相加得十五尺。為長闊之較。用帶縱  
 較數開平方法算之。得闊八尺。二歸之  
 得四尺。即丁圓徑。加二尺得六尺。即丙  
 圓徑。再加三尺得九尺。即乙圓徑。再加  
 三尺得十二尺。即甲圓徑也。如圖甲之  
 丙。丁四平方。變為甲乙丙丁四平方  
 形。則四圓徑之較。即四方邊之較。故於  
 四方形內減去壬癸子三較方。餘戊己  
 庚辛四小正方形。丑寅卯辰巳午六長方。



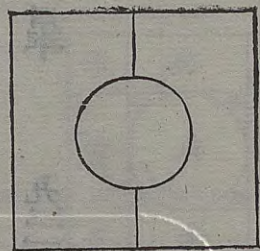
戌	巳	卯	丑	庚	戌
午	辰	寅	辛	己	申

共成未申酉戌一長方戌亥為長闊之  
較。即三邊較之共數。故用帶縱較數開  
平方法算之。得闊折半而得丁方邊。即  
丁圓徑。遞加之。即得甲乙丙各圓徑也。

設如有一方形。內不切方。邊容一圓形。但知方邊離  
圓界五丈。方內圓外積三百二十一丈四十六尺

零一丈八十四分。問方邊圓徑各幾何。

法以方邊離圓界五丈自乘得二十五  
丈四因之得一百丈。與方內圓外積三



百二十一丈四十六尺零一丈八十四  
分相減。餘二百二十一丈四十六尺零  
一丈八十四分。乃以圓積定率七八五  
三九八一六。與方積定率一〇〇〇〇  
〇〇〇〇相減。餘二一四六〇一八四  
為一率。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇為

一率 三二四〇二四

二率 一〇〇〇〇〇〇〇

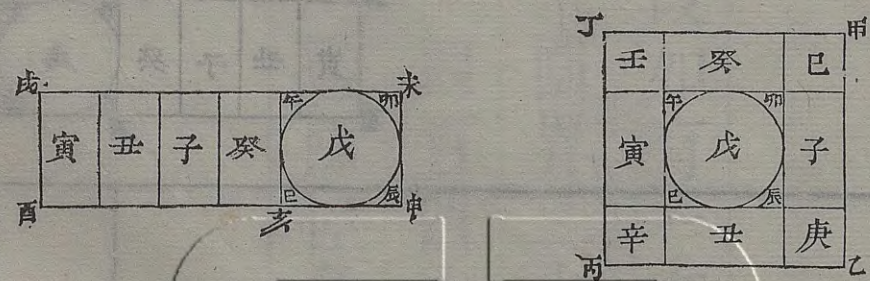
三率 三三四六〇一四

四率 一〇三九五八四六

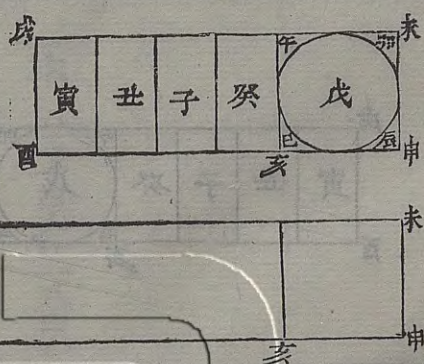
二率。今減餘積二百二十一丈四十六  
尺零一丈八十四分為三率。求得四率  
一千零三十一丈九十五尺八十四寸

一率 三二四六二八  
 二率 一〇〇〇〇〇〇〇〇  
 三率 二  
 四率 九三九五

五十八分爲長方積。又以二一四六〇一八四爲一率。一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。以方邊離圓界五丈四因之。得二十丈爲三率。求得四率九十三丈一尺九寸五分爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊十丈。卽內圓徑。加方邊離圓界共十丈得二十丈卽外方邊也。如圖甲乙丙丁方形內容戊圓形。以方邊離圓界五丈自乘四因與積相



減。則減去己庚辛壬四小方形。餘癸子丑寅四長方形。及卯辰巳午四隅積。今欲以卯辰巳午四隅積補足戊圓虛積。共成未申酉戌長方形。應以定率之方積。圓積相減。餘方內圓外積爲一率。方積爲二率。今所餘之卯辰巳午方內圓外積爲三率。則得四率爲未亥方積。而戊圓虛積卽補足在其中。然今乃以卯辰巳午四隅積并癸子丑寅四長方形積

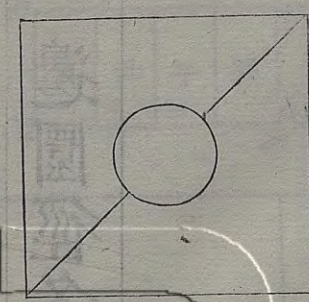


共為三率。則戊圓虛積固已補足。而癸子丑寅四長方形積必多補出之分。是知癸子丑寅四長方形。其寬仍為戌酉而亥酉之長必亦多補出之分矣。癸子丑寅四長方形。為二平行線內直角方形。其面之互相為比。同於其底之互相為比。見幾何原本第八卷第七節。故又以定率之方積圓積相減。餘方內圓外積為一率。方積為二率。以方邊離圓界五丈四因之。得亥酉之長為三率。求得四率。即將亥酉之長亦

增補出之分。乃以此為長闊之較。求得未申闊。即為內圓徑也。

設如有一方形。內不切方邊容一圓形。但知方角離圓界二十一丈二尺一寸三分。方內圓外積一千四百四十二丈九十二尺零三寸六十八分。問方邊圓徑各幾何。

法以方角離圓界二十一丈二尺一寸三分自乘。得四百五十丈。倍之得九百丈。與方內圓外積一千四百四十二丈

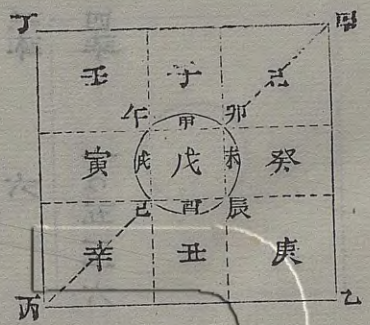


九十二尺零三寸六十八分相減。餘五百四十二丈九十二尺零三寸六十八分。乃以定率弧矢積二八五三九八一六為一率。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇。方內容圓積七八五三九八一六。圓內容方積五〇〇〇〇〇〇〇〇。相減餘二八五三九八一六為弧矢積。圓內容方積五〇〇〇〇〇〇〇〇為二率。今減餘積五百四十二丈九十二尺零三寸六十八分為三率。求得四率九百五十一丈十六尺三十寸四十八分。

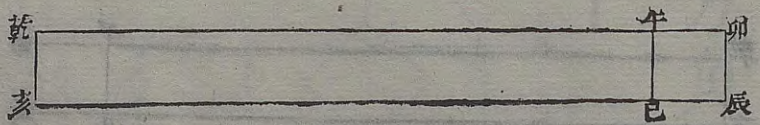
一率 二八五三九八一六  
二率 五〇〇〇〇〇〇〇〇  
三率 五四二九二〇三六八  
四率 九五二一六三〇四八

為長方積。又以二八五三九八一六為一率。五〇〇〇〇〇〇〇〇為二率。以方角離圓界二十一丈二尺一寸三分用斜求方法。求得四隅方邊十五丈。四因之得六十丈為三率。求得四率一百零五丈一尺一寸六分為長闊和。用帶縱和數開平方法算之。得闊十丈。即內圓所容方邊。以四隅方邊十五丈倍之得三十丈。與內圓所容方邊十丈相加得

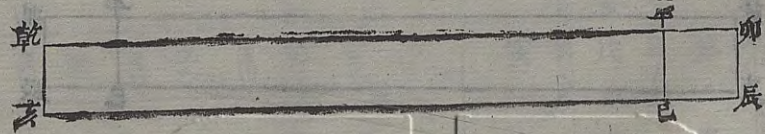
一率 二八五三九八一六  
二率 五〇〇〇〇〇〇〇〇  
三率 六  
四率 一〇五二六



四十丈。即外方邊。以內圓所容方邊十丈求得對角斜線十四丈一尺四寸二分。即內圓徑。加方角離圓界共四十二丈四尺二寸六分。得五十六丈五尺六寸八分。即外方對角斜線也。如圖甲乙丙丁方形。內容戊圓形。以方角離圓界甲卯自乘。倍之。與積相減。則減去己庚辛壬四小正方形。以甲卯自乘折半得己正方形積。故甲卯自乘倍之。即得四正方形積也。餘癸子丑寅四長方形。

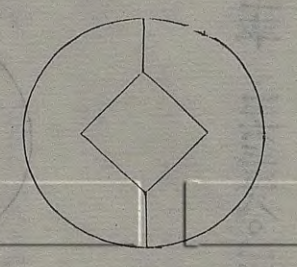


而內虛未申酉戌四弧矢形。今欲以所虛之未申酉戌四弧矢形。變為卯辰巳午一正方形。應以定率弧矢積為一率。方積為二率。未申酉戌四弧矢虛積為三率。則得四率為卯辰巳午虛方積。然今無未申酉戌四弧矢虛積。而以癸子丑寅四長方形內虛未申酉戌四弧矢形之餘積為三率。實積既變。則虛積亦變。故求得四率為卯辰巳乾長方形。而



內虛卯辰巳午正方形。蓋癸子丑寅四  
 長方實積與午巳亥乾長方積之比。同  
 於弧矢積與方積之比。則其所虛之未  
 申酉戌四弧矢形與卯辰巳午正方形  
 之比。亦同於弧矢積與方積之比。而癸  
 子丑寅之共共與辰亥之比。亦必同於  
 弧矢積與方積之比矣。故以四長方之  
 共邊比例。得辰亥邊為長闊和。求得卯  
 辰闊為內圓所容正方形之每一邊也。

設如有一圓形。內不切圓界容一方形。但知圓界離  
 方角五丈。園內方外積二百六十四丈十五尺九  
 十二寸六十四分。問園徑方邊各幾何。



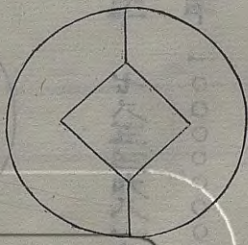
一率 七八五三九八六

二率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

三率 二六四一五九二六四

四率 三三六三三八〇三三

法以園界離方角五丈自乘。得二十五  
 丈四因之。得一百丈。又以園積定率七  
 八五三九八一六為一率。方積一〇〇〇  
 〇〇〇〇〇〇為二率。今園內方外積  
 二百六十四丈十五尺九十二寸六十  
 四分為三率。求得四率三百三十六丈



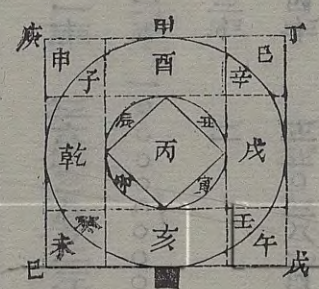
三十三尺八十寸二十三分。內減所得  
 一百丈。餘二百三十六丈三十三尺八  
 十寸二十三分。乃以定率弧矢積二八  
 五三九八一六。方積一〇〇〇〇〇〇  
三九八一六。圓內容方積五〇〇〇〇  
〇〇〇。相減餘二八五三九八一六。  
 用圓積變方積法通之。得三六三三八  
 〇二三為一率。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇  
 〇〇為二率。今減餘積二百三十六丈  
 三十三尺八十寸二十三分為三率。求

- 一率 三六三三八〇三
- 二率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
- 三率 二六三五八〇三
- 四率 六五〇三八七四

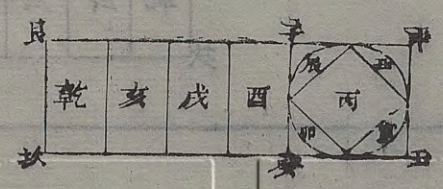


得四率六百五十丈三十八尺七十四  
 寸為長方積。又以三六三三八〇二三  
 為一率。一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率。  
 以圓界離方角五丈四因之。得二十丈  
 為三率。求得四率五十五丈零三寸八  
 分七釐四豪。為長闊之較。用帶縱較數  
 開平方法算之。得闊十丈。即內方對角  
 斜線。用斜求方法算之。得七丈零七寸  
 一分。即內方邊。以內方對角斜線十丈

- 一率 三六三三八〇三
- 二率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
- 三率 二
- 四率 五五〇三八七四

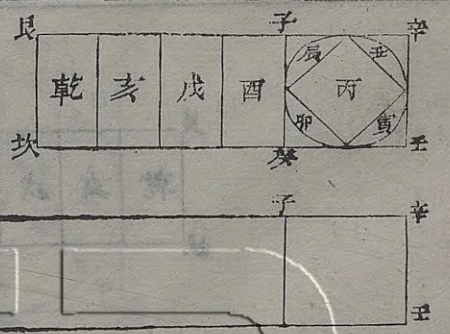


加圓界離方角共十丈。得二十丈。即外  
圓徑也。如圖甲乙圓形內容丙方形。以  
圓積方積定率比例。則變為丁戊己庚  
辛壬癸子方環形。而多丑寅卯辰四弧  
矢形所變之積。蓋圓環變為方環。今圓  
內方外積。比圓環積多丑寅卯辰四弧  
矢形。故所變之方環亦多丑寅卯辰四  
弧矢形所變之積也。以圓界離方角五  
丈自乘四因與積相減。則減去巳午未



申四小方形。餘酉戌亥乾四長方形。及  
丑寅卯辰四弧矢形所變之積。今欲以  
丑寅卯辰四弧矢形所變之積補成辛  
壬癸子正方形。共成辛壬坎艮長方形。  
應以定率四弧矢形已變之積為一率。  
方積為二率。設方積為一〇〇〇。  
八五三九八一六。圓內容方積為五〇〇。  
〇〇〇。內圓積與內方積相減。  
餘二八五三九八一六。是二八五三九  
八一六與一〇〇〇。相比。  
為弧矢積與外方積之定率也。然今所  
多之四弧矢積先用圓率變為方率。





故又以圓積七八五三九八一六為一率。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為二率。弧矢積二八五三九八一六為三率。得四率三六三三八〇二三。是三六三三八〇二三與一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇相比。為已變之弧矢積與外方積之定率也。今所多之丑寅卯辰四弧矢形已變之積為三率。則得四率為辛壬癸子正。方積。然今乃以丑寅卯辰四弧矢形已變之積。并酉戌亥乾四長方積。共為三率。則辛壬癸子正。方積固已補足。而酉戌亥乾四長方必多補出之分。是知酉

戌亥乾四長方。其寬仍為子癸而癸坎之長必亦多補出之分矣。故又以四弧矢形已變之積為一率。方積為二率。以圓界離方邊五丈四因之。得癸坎之長為三率。求得四率。即將癸坎之長亦增補出之分。乃以此為長闊之較。求得辛壬闊。即內方對角斜線也。

設如有一圓形。內不切圓界容一方形。但知圓界離方邊十五丈。圓內方外積一千一百五十六丈六

十三尺七十寸四十分。問圓徑方邊各幾何。

法以圓界離方邊十五丈自乘得二百

二十五丈。四因之得九百丈。又以圓積

方積定率比例。圓積七八五三九八一

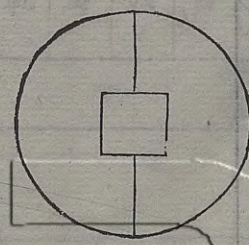
六為一率。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

為二率。今圓內方外積一千一百五十

六丈六十三尺七十寸四十分為三率。

求得四率一千四百七十二丈六十七

尺六十寸四十六分。內減所得九百丈。



率 七五三九八一

率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

率 一五六六三七〇四〇

畢 一四七三六六〇六

餘五百七十二丈六十七尺六十寸四

十六分。乃以方內圓外積二一四六〇

一八四。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。內

減餘二一八四。用圓積變方積法通之。得

二七三二二九五五為一率。方積一〇

〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為二率。今減餘積五

百七十二丈六十七尺六十寸四十六

分為三率。求得四率二千零九十五丈

八十八尺六十三寸六十一分。為長方

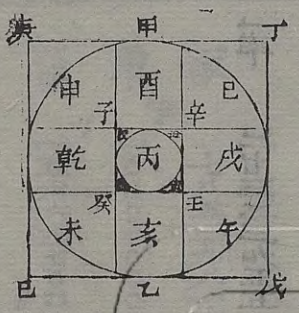
一率 二七三三九五  
二率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇  
三率 五七三六六〇四六  
四率 二〇九五八八三六

一率 二七三三九五

二率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

三率 六

四率 二九五八



積。又以二七三三九五為一率。一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率。以圓界離方邊十五丈四因之。得六十丈為三率。求得四率二百一十九丈五尺八寸八分。為長闊。和用帶縱和數開平方。法算之。得闊十丈。即內方邊。加圓界離方邊共三十丈。得四十丈。即外圓徑也。如圖甲乙圓形。內容丙方形。以圓積方積定率比例。則變為丁戊己庚辛壬癸子方

酉 戌 亥 乾

子 辛 丑 壬

辰 庚 巳 未

環形。而少丑寅卯辰四隅所變之積。蓋圓環變為方環。今圓內方外積。比圓環積少丑寅卯辰四隅。故所變之方環亦少丑寅卯辰四隅所變之積也。以圓界離方邊十五丈。自乘四因。與積相減。則減去巳午未申四小正方形。餘酉戌亥乾四長方形。而內少丑寅卯辰四隅所變之積。今欲以所虛之丑寅卯辰四隅形所變之積。作為辛壬癸子正方形。應

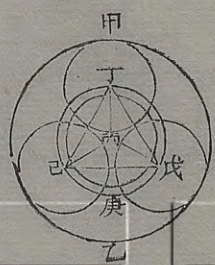


於已變之四隅積與方積之比。而西戌亥乾之共長與壬坎之比。亦必同於已變之四隅積與方積之比矣。故以四長方之共邊比例。而得壬坎邊為長闊和。求得辛壬闊為內方邊也。

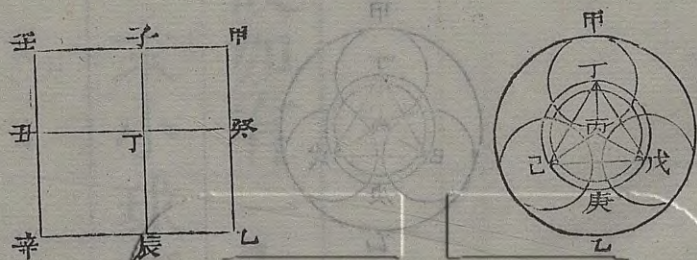
設如有一大球體。內容四小球體。大球徑一尺二寸。

求小球徑幾何。

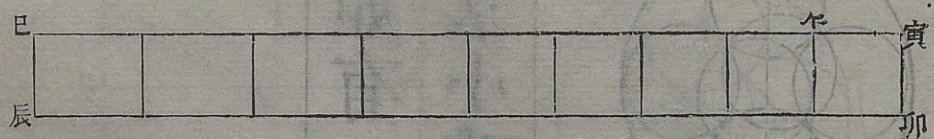
法以大球徑一尺二寸自乘。得一尺四十四寸。倍之得二百八十八寸。為長方



積。以大球徑一尺二寸四因之得四尺八寸。為長闊之較。用帶縱較數開平方。法算之。得闊五寸三分九釐三豪。即內容四小球之徑也。如圖甲乙大球體。內容丙丁戊己四小球體。試自四小球之中心。俱各作線聯之。則成一四等面體。又以甲乙大球心為心。丙丁戊己小球心為界。作一虛圓。則成四等面體外切圓球體。其四面體之一邊即小球徑。以



四面體外切丁庚虛球徑。加一小球徑  
 即大球徑。故以大球徑自乘。得甲乙辛  
 壬正方形。內甲癸丁子為小球徑自乘  
 方。即四面體每邊自乘方。丁庚辛丑為四面體外  
 切圓球徑自乘方。癸乙庚丁子丁丑壬  
 為四面體之每邊與外切圓球徑相乘  
 二長方。凡四面體每邊自乘方為外切  
 圓球徑自乘方三分之一。見第二十八卷球內容四  
 面體法。故甲癸丁子正方形為丁庚辛丑



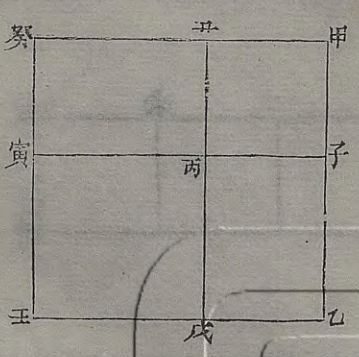
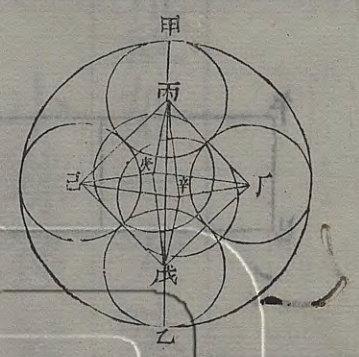
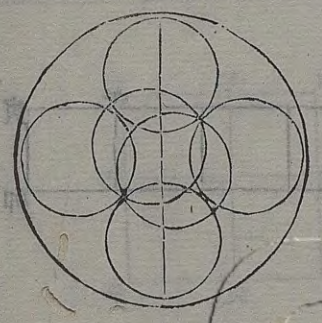
正方形三分之二。將甲乙辛壬正方形  
 倍之。則得甲癸丁子二正方形。丁庚辛丑  
 二正方形。癸乙庚丁四長方。而丁庚辛丑  
 二正方形為甲癸丁子正方形之三倍。是  
 共得甲癸丁子五正方形。癸乙庚丁四長  
 方。即與寅卯辰巳長方積等。其巳午長  
 闊之較為甲乙球徑之四倍。故四因大  
 球徑為較縱。求得闊即小球徑也。如先  
 有小球徑求大球徑。則以小球徑為四

面體之一邊。自乘二歸三因開平方。得四面體外切圓球徑。再加一小球徑即大球徑也。

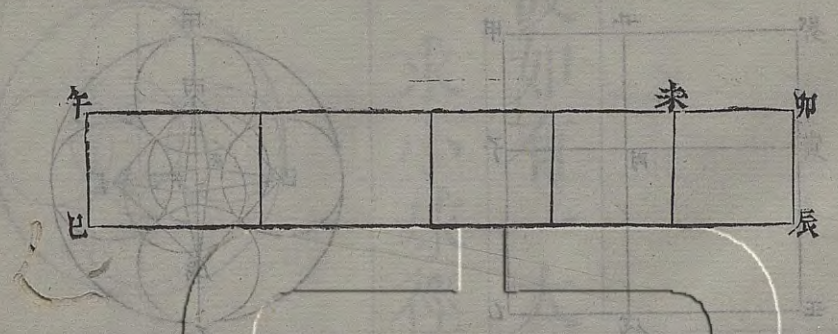
設如有一大球體。內容六小球體。大球徑一尺二寸。

求小球徑幾何。

法以大球徑一尺二寸自乘。得一尺四十四寸為長方積。以大球徑一尺二寸倍之。得二尺四寸。為長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊四寸九分七



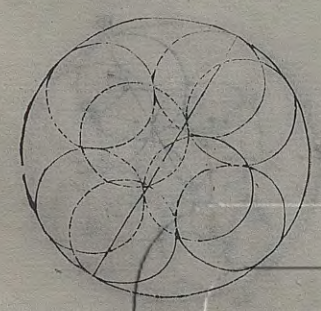
釐。即內容六。小球之徑數也。如圖甲乙大球體。內容丙丁戊己庚辛六小球體。試自六小球之中心。俱各作線聯之。則成一八等面體。其八面體之一邊。即小球徑。以八面體之對角線。加一小球徑。即大球徑。故以大球徑自乘。得甲乙壬癸正方形。內甲子丙丑為小球徑自乘。方。即八面體每邊自乘方。丙戌壬寅為八面體對角線自乘方。子乙戊丙丑丙寅癸為八



面體之每邊與對角線相乘二長方。凡八面體每邊自乘方為對角線自乘方之一半。見第二十七卷八面體法。故丙戌壬寅一正方與甲子丙丑二正方等。是甲乙壬癸一正方共為甲子丙丑三正方。子乙戊丙二長方與卯辰巳午長方積等。其午未長闊之較為甲乙球徑之二倍。故倍大球徑為較縱。求得闊即小球徑也。如先有小球徑求大球徑。則以小球徑為

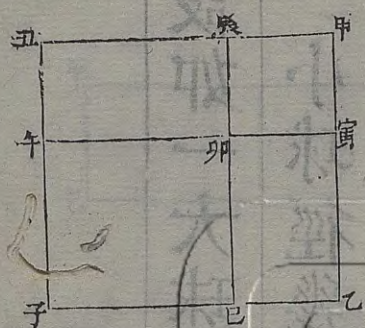
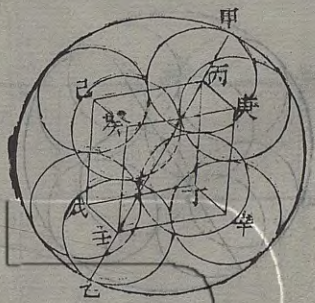
八面體之一邊。自乘加倍開方得對角線。再加一小球徑即大球徑也。

設如一大球體內容八小球體。大球徑一尺二寸。求小球徑幾何。



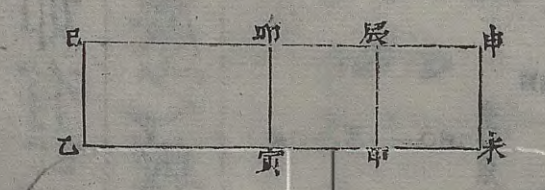
法以大球徑一尺二寸自乘。得一百四十四寸。折半得七十二寸為長方積。以大球徑一尺二寸為長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊四寸三分九釐二豪。即內容八小球之徑數也。如圖





甲乙大球體。內容丙丁戊己庚辛壬癸八小球體。試自八小球之中心。俱各作線聯之。則成一正方體。其正方體之一邊。即小球徑。以正方體之內壬對角斜線。加一小球徑。即大球徑。故以大球徑自乘。得甲乙子丑正方形。內甲寅卯辰。為小球徑自乘方。卯巳子午為正方形對角斜線。自乘方。寅乙巳卯辰卯午丑。為小球徑乘正方體對角斜線。二長方。

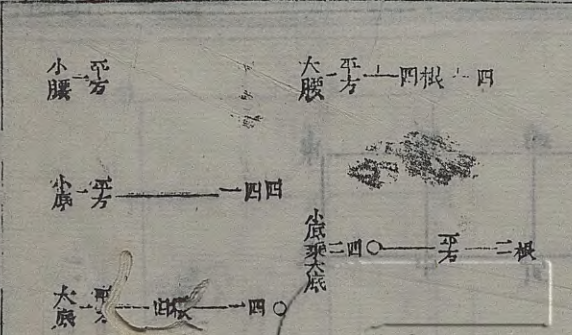
凡正方對角斜線自乘方。為每邊自乘方之三倍。見第二十八卷球內容正方體法。故卯巳子



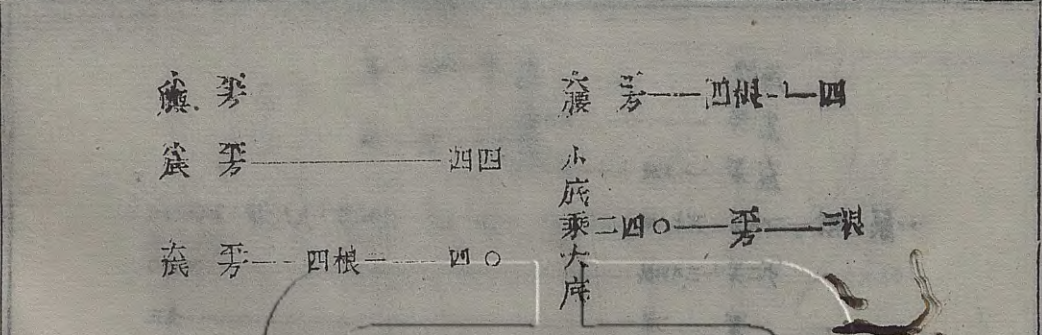
午正方形。為甲寅卯辰正方形之三倍。折半。即得未甲辰申。甲寅卯辰二正方形。寅乙巳卯。一長方。共成未乙巳申。一長方。甲乙球徑。即長闊之較。故用帶縱較數。開平方法算之。得闊。即小球徑也。如先有小球徑。求大球徑。則以小球徑為正方體之一邊。自乘三。因之。開平方。得

正方體對角斜線。再加一小球徑即大球徑也。

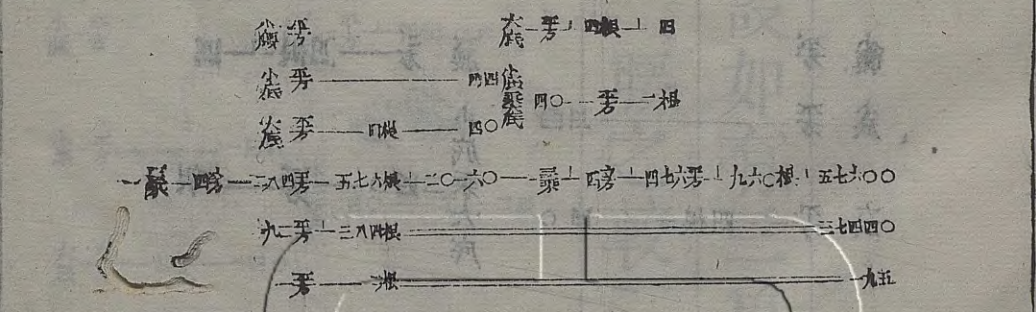
設如有三角形。底十四尺。中垂線十二尺。大腰與小腰之較二尺。求兩腰各幾何。



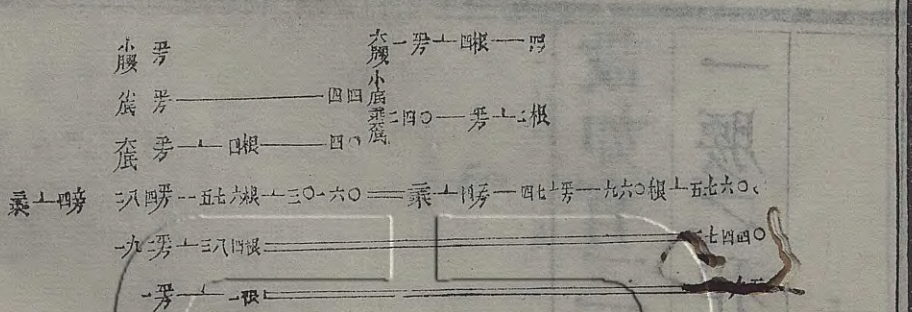
法借一根為小腰。則大腰為一根多二尺。以一根自乘得一平方。為小腰之面積。內減中垂線十二尺自乘之一百四十四尺。餘一平方少一百四十四尺。為小分底之面積。以一根多二尺自乘得



一平方多四根多四尺。為大腰之面積。內減中垂線十二尺自乘之一百四十四尺。餘一平方多四根少一百四十四尺。為大分底之面積。又以底十四尺自乘得一百九十六尺。內減去大小兩分底之共面積二平方多四根少二百八十四尺。餘四百八十八尺。少二平方少四根。折半得二百四十四尺。少一平方少二根。為小分底乘大分底之面積。此數與大



分底之面積及小分底之面積為連比  
 例三率。蓋大分底之面積為首率。而小  
 分底乘大分底之面積為中率。小分底  
 之積為末率也。乃以首率大分底之面  
 積一平方多四根少一百四十尺。與末  
 率小分底之面積一平方少一百四十  
 四尺相乘。得一三乘方多四二方少二  
 百八十四平方。少三百七十六根多二  
 萬零一百六十尺。又以中率小分底乘



大分底之面積二百四十尺少一平方  
 少二根自乘。得一三乘方多四立方少  
 四百七十六平方。少九百六十根多五  
 萬七千六百尺。此二數為相等。兩邊各  
 減一三乘方四立方二萬零一百六十  
 尺。又各加四百七十六平方九百六十  
 根。得一百九十二平方多三百八十四  
 根。與三萬七千四百四十尺相等。一百  
 九十二平方多三百八十四根。既與三

萬七千四百四十尺相等。則一平方多  
 二根必與一百九十五尺相等。乃以一  
 百九十五尺為長方積。以多二根作二  
 尺為長闊較。用帶縱較數開平方法算  
 之。得闊十三尺為一根之數。即小腰。加  
 二尺得十五尺。即大腰也。

設如有三角形。底十四尺。中垂線十二尺。大腰與小  
 一腰之稱二十八尺。求大小腰各幾何。

法借一根為小腰。則二十八尺少一根

為大腰。以一根自乘得一平方。為小腰  
 之面積。內減中垂線十二尺自乘之一  
 百四十四尺。餘一平方少一百四十四  
 尺。為小分底之面積。以二十八尺少一  
 根自乘得七百八十四尺。少五十六根  
 多一平方。為大腰之面積。內減中垂線  
 十二尺自乘之一百四十四尺。餘一平  
 方少五十六根。多六百四十尺。為大分  
 底之面積。又以底十四尺自乘得一百

小腰一根

積二十八根

底一旁

一四〇

小底乘大底

二十八根

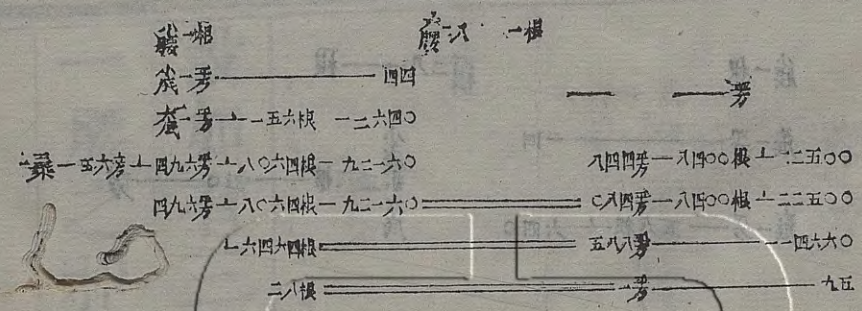
五〇

旁

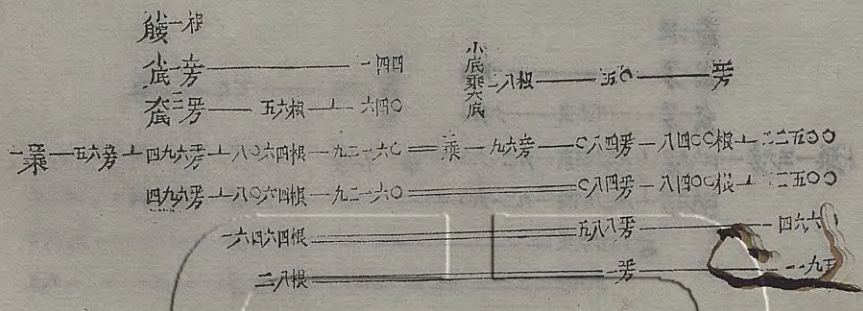
底一旁

五六根

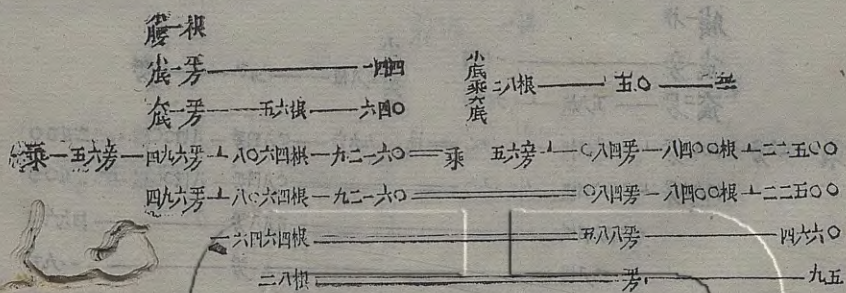
六四〇



九十六尺。內減去大小兩分底之共面積二平方少五十六根多四百九十六尺。餘五十六根少三百尺少二平方。折半得二十八根少一百五十尺少一平方。為小分底乘大分底之面積。此數與大分底之面積及小分底之面積為連比例三率。蓋大分底之面積為首率。而大分底乘小分底之面積為中率。小分底之面積為末率也。乃以首率大分底



之面積一平方少五十六根多六百四十尺。與末率小分底之面積一平方少一百四十四尺相乘。得一三乘方少五十六立方多四百九十六平方多八千零六十四根少九萬二千一百六十尺。又以中率小分底乘大分底之面積二十八根少一百五十尺少一平方自乘。得一三乘方少五十六立方多一千零八十四平方少八千四百根多二萬二



千五百尺。此二數為相等。兩邊各減一  
 三立方。又各加五十六立方。得四百九  
 十六平方多八千零六十四根少九萬  
 二千一百六十尺。與一千零八十四平  
 方少八千四百根多二萬二千五百尺  
 相等。兩邊各減四百九十六平方。各加  
 八千四百根。又各加九萬二千一百六  
 十尺。得一萬六千四百六十四根。與五  
 百八十八平方多一十一萬四千六百

六十尺相等。一萬六千四百六十四根。  
 既與五百八十八平方多一十一萬四  
 千六百六十尺相等。則二十八根必與  
 一平方多一百九十五尺相等。故以一  
 百九十五尺為長方積。以二十八根作  
 二十八尺為長闊和。求得闊十三尺為  
 一根之數。即小腰也。



