實用
土木工程學

中國

實用土木工程學

第二冊

材料力學

BY

EDWARD R. MAURER

Professor of Mechanics, University of Wisconsin

譯述者

沈寶璋

中國科學圖書儀器公司發行

中國科學社工程叢書

實用土木工程學

第二册

材料力學

一九四一年九月初版
一九五一年四月八版

原書名	Civil Engineering: Strength of Materials
原著者	Edward R. Maurer
原出版者	American Technical Society
原書出版年月	1937-1938
譯述者	沈寶璋
主編者	汪胡楨　顧世楫
發行者	中國科學圖書儀器公司
發行所 印刷所	中國科學圖書儀器公司 上海(18)延安中路537號
分發行所	中國科學圖書儀器公司 南京：太平路　廣州：永漢北路

實價 ¥ 9,200　　E 2 15/2—0.10

譯者贅言

材料力學爲工程力學之一部分,使學者讀畢靜力學後,進而研究力與材料之關係,以爲從事各項結構設計之階梯。其中主要之理論,固仍由靜力學推演而得,但關於各項材料之性質及強度,幾無一非藉實地試驗,始可確定。且關於各種材料受外力後所生之應力,亦類多以假設爲根據,故欲詳究其奧妙,實非一種簡單之科學。惟在實用時,尙不妨將此等複雜之問題,暫置不論。

本書因欲避免高深之數學,故凡轉動慣量及垂度等之研究,頗感困難,蓋以其須藉積分法始能演算也。惟簡單形式之轉動慣量,本可藉公式計算,其他成形鋼件者,則恆由手册檢查;至於垂度之研究,雖甚重要,惟在簡單結構中,用途殊少;故均從簡略。

本書關於例題之演算,甚爲完備,且每章均附有多數習題,綴以答案,極合學者觀摩之用。

一九四〇年一月　　　　沈寶璋

原　　序

人類之工作,在工程各部門內,其驚奇偉大與莊嚴,殆無過於土木工程師矣。夫有土木工程師,庶幾向視爲無法飛渡之天塹,可以架橋跨越;建摩雲之鋼構,俾建築藝術家得以踵事增華;穿隧重巒,不差累黍;登山涉水,探測人跡未到之境域;他若建築巴拿馬運河,箭石壩,羅斯福壩,水廠濾池及一切公共工程,幾無一非土木工程師之偉績。

鑒於土木工程之重要性,及以清晰通俗文字陳述此廣大領域內一切理論與實際發展之需要,始引起出版者以編纂此巨著之旨趣。出版者之宗旨,在乎供給曾受訓練之工程師以權威之資料,俾易解決當前之問題,並使有志向學之士,得了然于近代之發展以急起直追也。

土木工程書籍,汗牛充棟,瀏覽匪易。此書說理力求簡賅,術語力求減少,重複之章節竭力删除,輯爲七册,便於攜帶,附有索引,以利查檢,凡此均欲使適合讀者之需要耳。

本書在技術文學界之地位,久已爲世人所推崇,一致認爲標準之參考書,茲出版者,復不惜煩費,加以

修正,務使包羅益廣而效用益宏也。

在結語中,應向編著諸君子深致謝意。諸君子咸屬富有經驗之工程師與教育界知名之士,本書之得以問世,皆其努力協助之所賜也。

材料力學目錄

第一篇

第 二 篇

材料力學

第一篇

第一章 簡單應力

1. **應力** 凡外力加於一物體，多少均有破壞此物體之傾向。欲避免此種破壞，則物體內部每兩小部份間均發生一種力量，是為應力。用一鐵棒，懸挂一重量於其下端，則棒之下端，受向下拉力，棒之上端，受向上拉力；此拉力即有拉斷此鐵棒之傾向。在鐵棒之任何截面內，其兩側之鐵質，均竭力互相緊握：此種緊握力，即阻止鐵棒之被扯開者也。例如圖 1-a 表示鐵棒，其所懸之物，重 1,000 磅，故下端拉力即等於 1,000 磅，如棒之重不計，則上端之拉力，亦等於 1,000 磅。即上半段 A 施於下半段 B 之向上拉力 Q 為 1,000 磅，同時下半段施於上半段之向下拉力 P 亦為 1,000 磅；此兩力 P 及 Q，即在截面 C 處，互相阻止棒之破裂，而在棒之任何截面均有與 P 及 Q 相同之兩力，以阻止破裂。

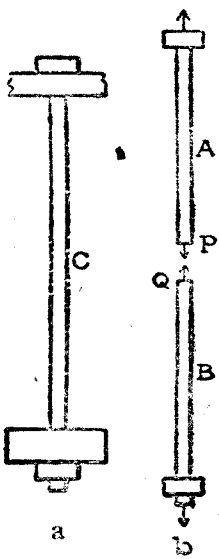


圖 1

所謂每一截面處之應力，即此截面一

側之物體，所加於截面他側之力量是也，故截面 C 處之應力（圖 1.）即為 P（或 Q），等於 1,000 磅。

2. 應力之單位 在英制中，應力常用磅數以表示之，有時亦用噸數，故前節中之應力 P 即為 1,000 磅或 $\frac{1}{2}$ 噸。注意，此應力數值，與截面之大小無關也。

3. 應力之種類 (a)外力加於一物體（如繩或桿）有拉開之傾向者，其截面上所發生之應力，名為張力或抗張應力；如圖 1 之 P 及 Q 均抗張應力也。拉緊之繩，屋架及橋梁中荷重之拉條，均發生抗張應力者。(b)外力加於一物體（如短柱及磚等）有壓破之傾向者，其與外力相垂直之截面上，所發生之應力，名為壓力或抗壓應力；圖 2-a 表示一壓緊之短柱，圖 2-b 表示其上下兩部份，其上部壓緊於下部 B，而下部壓緊於上部 A。P 或 Q 即截面 C 處之抗壓應力也。建築上之短柱，短撐及橋墩等均發生抗壓應力者。

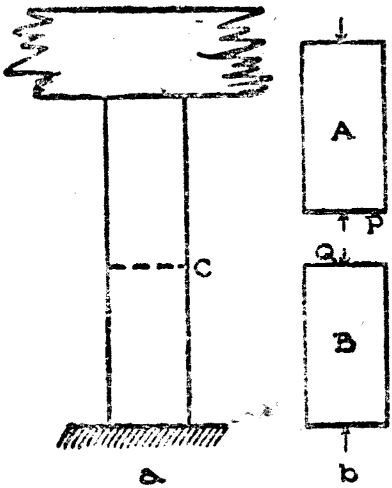


圖 2

(c)外力加於一物體（如橋梁接合處之帽釘）有切斷或裁剪之傾向者，其截面上沿此切剪方向所發生之應力，名為剪力或抗剪應力，言如剪刀之切剪也。此被切剪之物質，所生之剪力，即抵抗被切剪之應力也；圖 3-a 表示一帽釘接合，圖 3-b 表示此帽釘之兩部份。此接合所受之外力，欲使 A 部移向左，B 部移向

右,故B部生出P力加於A以向右,而A部生出Q力以向左。此P或Q卽帽釘之抗剪應力也。

張力,壓力,及剪力皆稱簡單應力,一物體感受外力可以在某一截面上,發生簡單應力之混合力,名爲混合應力。梁內之應力,尋常均屬混合性質。此外尙有其他名稱,以解釋應力,當於後文述之。

4.　單位應力　論應力時,不僅須言其加於截面之全部應力,更常須言其加於單位面積(例如平方吋)之應力,此單位面積所感受之應力,卽單位應力是也。

全部應力,以其所感受或分配之截面積除之,卽得單位應力。

設　P 爲全部應力,

A 爲此應力所作用之截面積,

S 爲單位應力;

則　$S=\frac{P}{A}$,　或　$P=AS$　　(1)

以嚴格而論,上式祗能適用於應力平勻分配於截面之時,例如每平方吋所受之應力均相等。如應力非平勻分配,卽各平方吋所感受之應力不同,則$\frac{P}{A}$不過代表此單位應力之平均値而已。

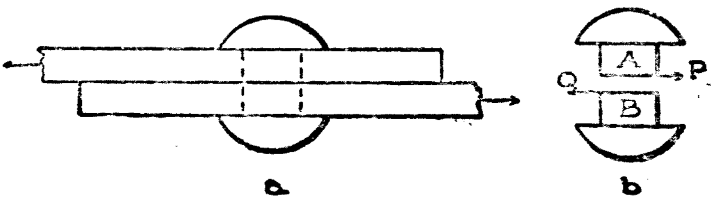


圖　3

5.　單位應力之單位　在英制中,單位應力常用每平方吋磅數表示之,有時亦用每平方吋之噸數。在上式(1)中,如P係磅數,

A 係平方吋數，則 S 卽爲每方吋磅數。如 P係噸數，則 S 卽爲每方吋之噸數。

【例一】 假定圖 1 內所示之鐵棒之截面積爲 2 方吋，所懸之重爲 1,000 磅，問棒之單位應力爲若干？

$$P=1{,}000\text{磅}, \qquad A=2\text{方吋}$$

$$\text{故}\quad S=\frac{1{,}000}{2}=\text{每方吋 }500\text{ 磅}$$

【例二】 假定此鐵棒之截面積爲 $\frac{1}{2}$ 方吋，問其單位應力爲若干？

$$A=\tfrac{1}{2}\text{方吋}, \qquad P=1{,}000\text{ 磅如上,}$$

$$\text{則}\quad S=1{,}000\div\tfrac{1}{2}=\text{每方吋 }2{,}000\text{ 磅}$$

注意，欲求單位應力，必以全面積除之，不論其面積之大於或小於一單位也。

6. **變形** 以外力加於物體，則此物體之大小形式，必有所變動；此種變動卽爲變形。變形之量，常用吋計之，如一桿被拉長 2 吋，卽稱『伸長』＝2 吋

7. **單位變形** 論變形時，不僅須言其全部變形之數値，更常須言物體單位長度所生之變形；此單位長度所起之變形，名爲單位變形。

部全變形，以其所分配之全部長度除之，卽得單位變形。

設　D 爲變形之値，　l 爲物體之長度

s 爲單位變形，

$$\text{則}\quad s=\frac{D}{l},\quad \text{或}\quad D=ls \tag{2}$$

上式中 D 及 l 必須以同一單位表示之。

【例】 假定有棒長4呎，今被拉長$\frac{1}{2}$吋，問單位變形爲若干？

$D=\frac{1}{2}$吋； $l=4$呎$=48$吋，

故 $s=\frac{1}{2}\div 48=$每吋$\frac{1}{96}$吋，

即棒長之每吋，被伸長$\frac{1}{96}$吋也。

單位伸長，有時可用百分數表示之。求法：全部伸長(吋數)，以原長度(吋數)除之，再乘以100，即得。

8. **彈性** 多數固體物件，當變形之後，若將外力解除，則多少均能復原。此種恢復原形之性質，名曰彈性。

吾人得依其彈性程度，分析物體爲下列各類：

(1)完全彈性體 此種物體，不論所加外力如何強大，祇須未及破壞程度，均能恢復其原狀。世上恐無此種物體，惟橡皮庶幾近之。

(2)不完全彈性體 此種物體，在外力不過大時，可以完全復原，有時外力雖大，祗須未及破壞程度，亦可幾乎復原。凡建築材料大都屬於此類。

(3)非彈性體或粘體 此種物體，當外力解除時，毫無復原能力，如泥塊及油灰均屬之。

9. **虎克氏定律及彈性限度** 在完全彈性物體，所加外力，如係逐漸增大，則其變形與外力成正比例；設P及P′爲兩外力(或應力)之值，D及D′各爲其所生之變形，則

$$P:P'=D:D'$$

上項關係，在不完全彈性體，亦可成立，祗須P及P′不超過一定限度，此項限度，隨物質而異。在此限度以外，則變形之增加，較

外力更速；譬如在限度以內，外力每增加 1,000 磅，則變形增加 0.01 吋，若在限度以外，則同樣外力之增加，其變形之增加，大於 0.01 吋甚多，

物體彈性，達乎此正比例性限度以外時，其變形之一部份，卽成爲永久性質；雖外力解除時，亦僅能恢復其一部份，此永久不能復原之部份，名爲『永久變形』。

此變形與外力，在一定限度內成正比例之事實，名爲虎克氏定律。在此限度時之單位應力名爲『彈性限度』，因在限度以內，則虎克定律可以適用，限度以外，則變形與外力，不成正比例。

10. **極限强度** 凡一物體所能承受之最大單位抗張應力，抗壓應力或抗剪應力，卽爲該物體之抗張應力，抗壓應力或抗剪應力之極限强度。

如上節所述，一物體感受外力，達彈性限度以外時，其變形之增加，卽較速於外力之增加，至近於破壞限度時，則變形之增加更速。且物體變形時，不僅受張力者拉長，受壓力者壓短，卽其截面積，亦隨之變化；受張力者截面減小，受壓力者截面膨大。求任何一物體之極限强度，卽將該物樣體一塊，加以張力壓力或剪力，使外力逐漸增加，至破壞限度爲止，乃量所加之力。此項最大外力，除以樣體之截面積，卽得極限强度之值。

【例】 在張力試驗，有一鍛鐵棒，其直徑爲 $\frac{1}{2}$ 吋，最大荷重爲 12,540 磅，問此種鍛鐵之極限强度爲若干？

棒之原截面積爲 $0.7854(\text{直徑})^2=0.7854\times\frac{1}{4}=0.1964$ 方吋

故　極限强度爲　$12,540\div0.1964=$ 每方吋 63,850 磅

11. 應力與變形曲線圖　欲試驗某種物質，以決定其彈性限度,極限强度,及其他性質,可將該物樣體一塊,加以各種外力，並隨時紀錄其變形,直至此樣體破碎爲止。下表內第一第二兩行卽紀錄一根1吋直經鋼棒之張力試驗,第一行紀拉力數值,同時量得此樣體之伸長度,紀入第二行內。其第三第四兩行，卽將一二兩行內各值轉化爲單位應力,及單位變形。如第一行內之數,以棒之截面積0.7854方吋除之,卽得第三行。例如

$$3,930 \div 0.7854 = 5,000$$

$$7,850 \div 0.7854 = 10,000\text{,餘類推。}$$

又第二行內之數,以樣體之長度8吋(卽紀錄伸長之部份)除之,卽得第四行,

$$0.00136 \div 8 = 0.00017$$

$$0.00280 \div 8 = 0.00035\text{,餘類推。}$$

總拉力P,磅數	變形 D, 吋數	單位應力 S 每方吋磅數	單位變形 s 每吋, 吋數
3930	0.00136	5000	0.00017
7850	0.00280	10000	0.00035
11780	0.00404	15000	0.00050
15710	0.00538	20000	0.00067
19635	0.00672	25000	0.00084
23560	0.00805	30000	0.00101
27490	0.00942	35000	0.00118
31415	0.01080	40000	0.00135
35345	0.01221	45000	0.00153
39270	0.0144	50000	0.00180
43200	0.0800	55000	0.0100
47125	0.1622	60000	0.0202
51050	0.201	65000	0.0251
54980	0.281	70000	0.0351
58910	0.384	75000	0.048
62832	0.560	80000	0.070
65200	1.600	83000	0.200

觀上表一二兩行，知在第九數以前，伸長度與拉力大約成正比例，卽拉力每增加一次，伸長度約增加 .00135 吋；但在第九數以後，則伸長度加速增進，故第九數大約卽其彈性限度，卽每方吋爲 45,000 磅。表內最大拉力爲 65,200 磅，卽每方吋 83,000 磅，爲其極限强度。

上述試驗所得結果，大致均可用一曲線表示之，卽爲應力與變形曲線。其法以單位伸長度（表內第四行）之數值，依某種便利之比例尺，從一定點繪於一水平線上，則此各點卽表示各單位伸長度，然後依各點之垂直方向，繪相當之各單位應力（表內第三行）。然後將各單位應力之頂端，連以光潔曲線。例如從 O 點（圖 4）繪出最大伸展度（0.20），卽得 a 點，再從 a 點量取垂直距離等於最大單位應力（83,000），卽得 b 點。其餘各點，亦同樣求得，連接之以成 ocb 曲線。線上 oc 部份，

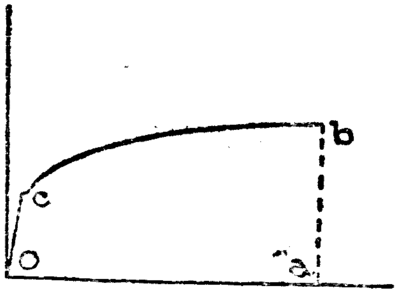


圖　4

因在彈性限度以內，故係直線，且近於垂直，其餘係曲線，且近水平，將近破裂點 b 時，其水平更甚。圖 5 係表示木材，鑄鐵，鍛鐵，軟鋼，硬鋼等材料，在張力壓力試驗中，所得之應力與變形曲線圖之一例。

12. 資用應力，强度，及安全因數　建築物之任何一部份，因負担荷重而感受之最大單位應力，卽爲該部份之資用應力。如受張力壓力及剪力時，則其相當之最大單位應力，卽名爲其張力壓力及剪力之資用應力，故資用應力之種類，與應力之種類相同。一物質

之資用強度云者，即該物質在某種使用目的時所應載受之最大單位應力是也。每一物質，在張力壓力及剪力中，各有其資用強度，且各不相同也。

安全因數者，即一物質之極限強度與資用應力或資用強度之比率是也，設

S_u表示極限強度，

S_w表示資用應力或資用強度，

f 表示安全因數，則

$$f=\frac{S_u}{S_w}\,;\quad \text{即}\quad S_w=\frac{S_u}{f} \tag{3}$$

設計一建築物，以担任某種荷重時，必須選定所用材料之資用應力或安全因數。此種選擇最關重要，惟有經驗之工程師，始能定之；因一切章則均不足爲憑，全在乎專門家之判斷力也。下述數點，略示選擇時之原則耳。

1. 資用應力應遠在彈性限度以內。（如此則變形極小且易復原）

2. 建築物担任變動荷重之部份，其資用應力當較固定荷重之部份爲小。（由實地試驗，知樣體之強度隨所受荷重之種類而異，就大體言，荷重愈不穩定，則其強度愈小。）

3. 如材料不勻，或工人技術不良，或荷重不能確定，則資用應力卽當減小。上述1，2兩點，在特別情形時，可用公式表示之，此第3點則全憑判斷力焉。

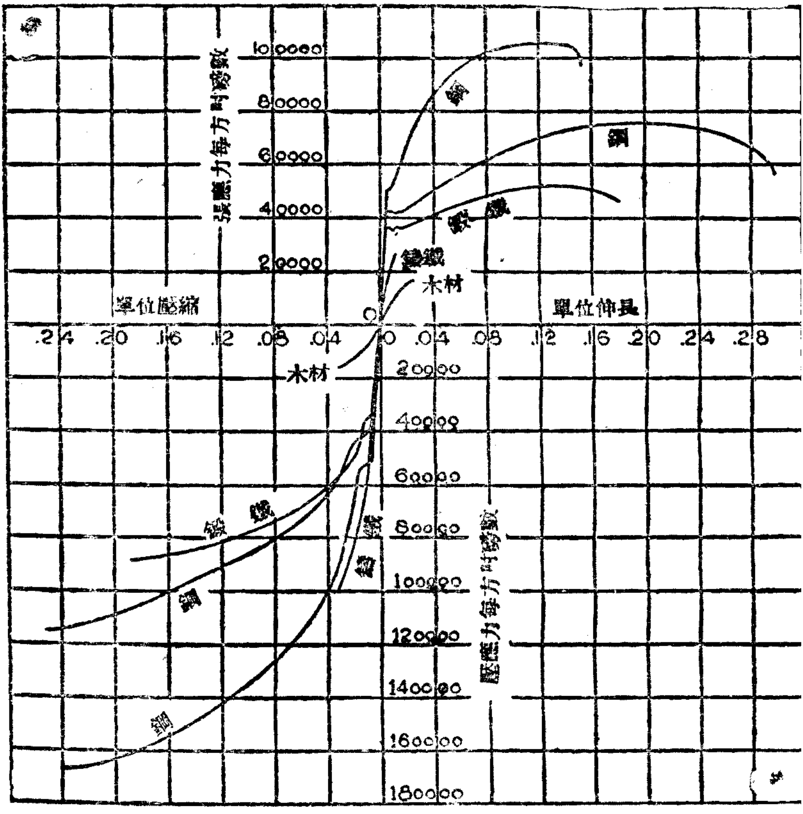


圖 5

茲將普通材料之安全因數列於下表：

材料	受穩定應力（房屋等）	受變動應力（橋樑等）	受震動（機器等）
木料	8	10	15
磚石	15	25	30
鑄鐵	6	15	20
鍛鐵	4	6	10
鋼	5	7	15

上表僅表示各數之平均值；在實用時應斟酌用之。

【例一】 有1吋直徑之鍛鐵桿，懸掛重量30,000磅，問其安

用應力爲若干？又設其極限強度爲每方吋 50,000 磅，問其安全因數爲若干？

桿之截面積爲$0.7854(\text{直徑})^2=0.7854\times1^2=0.7854$ 方吋，截面感受之全部應力爲 30,000 磅，則依公式(1)，單位資用應力爲

$$S=\frac{30,000}{0.7854}=\text{每方吋 } 38,197 \text{ 磅};$$

又依公式(3)，安全因數　$f=\dfrac{50,000}{38,197}=1.3$。

【例二】 一鋼桿須受穩定拉力 100,000 磅；如其極限強度爲 65,000磅，問桿之大小應爲若干？

外力旣屬穩定，則依上表安全因數爲 5，故資用應力（依公式 3)爲　$S=\dfrac{65,000}{5}\text{每方吋}=13,000$ 磅；

桿之截面積可用公式(1)求之，卽

$$A=\frac{P}{S}=\frac{100,000}{13,000}=7.692 \text{ 方吋}。$$

此截面如用 2″×4″ 長方桿似嫌太大，故改用圓桿，其直徑 d 可用次式得之，　$0.7854\times d^2=7.692$

$$d^2=\frac{7.692}{0.7854}=9.794$$

$$\therefore\quad d=3.129 \text{ 吋}。$$

【例三】 一木質短柱，截面爲 10″×10″，壓力之極限強度爲每方吋 10,000 磅，問此短柱能安全支載穩定荷重若干？

依前表安全因數爲 8，故其資用應力依公式(3)爲

$$S=\frac{10,000}{8}=\text{每方吋 } 1,250 \text{ 磅}。$$

柱之截面積爲 100 方吋，故安全荷重爲

$$P=100\times1{,}250=125{,}000 \text{ 磅。}$$

【例四】 如在板上打穿一孔，則所施之力必須超過板之剪力強度。若每方吋之剪力極限強度爲 50,000 磅，板厚爲 $\frac{1}{2}$ 吋，洞之直徑爲 $\frac{3}{4}$ 吋，問打穿時應用力若干？

打穿之面積，應爲圓筒面積，即

3.1416×直徑×厚度 $=3.1416\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}=1.178$ 方吋，故由公式(1)打穿時所用之力，或全部剪力等於

$$P=1.178\times50{,}000=58{,}900 \text{ 磅。}$$

第二章　簡單應力下之材料強度

13.　受張力之材料　受張力之材料,最普通者爲木材,鍛鐵及鋼,而鑄鐵亦間或用之

14.　木材　以木材作張力試驗,甚爲困難,因其樣體之兩端極易爲試驗機所鉗碎,本身破裂殘損,不能達到試驗之目的也。故木材之抗張強度,不甚明悉,下列各木材之極限強度,皆係材料在室外乾燥後,所得之近似平均值。

樹木	每方吋 7,000 磅
白松	每方吋 8,000 磅
黃松（長葉）	每方吋 12,000 磅
黃松（短葉）	每方吋 10,000 磅
道格拉斯檜	每方吋 10,000 磅
白橡木	每方吋 12,000 磅
紅橡木	每方吋 9,000 磅

15.　鍛鐵　由於製造之方法,使鍛鐵之組織發生極微晶粒,其平行於晶粒之抗張強度,與垂直於晶粒者不同,後者僅及前者四分之三。鍛鐵之極限抗張強度,沿晶粒方向者,每方吋自 45,000 磅至 55,000 磅。除非另有規定,凡稱強度者,皆沿晶粒方向也。

此強度又隨鐵件之大小而不同,小桿較大桿爲強,薄板較厚板爲強。鍛鐵之彈性限度每方吋自 25,000 至 40,000 磅,亦隨其桿形或板形之大小而異,其變化較極限強度更爲顯著。鍛鐵極富於延展性,在張力試驗中,當樣體破裂前可伸長 5% 至 25%。

16.　**鋼**　鋼之組織，多少亦有極微晶粒，但其強度在各方向均相同。鋼常因其使用目的之不同，製成等級，其主要者，如帽釘鋼，鈑鋼（鍋爐用），中性鋼（橋梁及房屋用），軌道鋼，工具鋼，及彈簧鋼等。上述各種，皆依其硬度與強度之次序而排列。鋼之極限強度，每方吋自 50,000 至 160,000 磅。

建築用鋼，亦有數種，試述於下。

1. 帽釘鋼：

極限抗張強度，每方吋 48,000 至 58,000 磅，

彈性限度，不小於極限強度之半數。

伸長率，26%

彎轉 180°，可以自身平貼，並無裂痕。

2. 軟鋼：

極限抗張強度，每方吋 52,000 至 62,000 磅。

彈性限度，不小於極限強度之半數。

伸長率，25%

彎轉 180°，可以自身平貼

3. 中性鋼：

極限抗張強度，每方吋 60,000 至 70,000 磅。

彈性限度，不小於極限強度之半數。

伸長率，22%

彎轉 180°，成直徑等於樣體厚度之圓弧，並無裂痕。

17.　**鑄鐵**　鑄鐵，與鋼相似，亦有許多種類。但各地之種類並不相同，大部根據破裂面之外觀以為分別，此種外觀係自粗糙暗灰

色至細緻銀白色。

鑄鐵之極限抗張强度，並不依其種類而依次變更，但大致隨其『含炭』之百分數而異。此强度爲自每方吋 15,000 磅至 35,000 磅，可取之平均值約爲每方吋 20,000 磅。

鑄鐵並無一定之彈性限度(參看圖 5 之鑄鐵曲線)，其極限伸長度約 1%。

習　　題

1，　一鋼線直徑爲 $\frac{1}{8}$ 吋，其極限抗張强度爲每方吋 150,000 磅。問其斷點荷重若干？　　答　1,845 磅

2，　一鍛鐵棒直徑 2 吋(極限抗張强度爲每方吋 50,000 磅)。問能安全負担穩定拉力若干？　　答　39,270 磅

18.　受壓力之材料　一樣體或建築物內某部份之抗壓强度，視其與荷重同一方向之物體長度而不同，因一長桿受壓力時，較短桿爲軟弱也。現在專論短件之强度，受荷重時不致彎曲，若長件(如柱)當於下文討論之。

各項材料因受壓力而破壞，有兩種不同方式：

1．　延性材料(如建築鋼，鍛鐵等)，及木材受橫壓時(卽壓力與木紋相垂直)，其受壓力而破壞，並不若受張力之顯分爲二；前者被擠而成不規則之突出，若荷重加大，卽成扁平；至木材則被壓裂而擠扁矣。荷重逐漸加大，亦並無一定之破裂點，故此種材料，就壓力而論並無一定之極限强度。

2，　脆性材料(如磚，石，硬鋼，鑄鐵等)，及木材受直壓時(卽壓力與木紋平行)並不漸漸擠扁，而爲突然破裂，故有一定之抗壓

强度。其破裂面雖傾斜於施力之方向，(約成 45°)，但其極限强度，仍用破裂時之總荷重，除以樑體之截面積而得。

主要建築材料之用以承受壓力者爲木材，鍛鐵，鋼，鑄鐵及磚石等。

19. 木材 木材在與木紋垂直方向內，無確定之極限抗壓强度，已在上文述之。美國森林局已採用壓力變形之某種數值，作爲破裂標準點，此項壓力之 3%，作爲容許之『資用限度』；15% 作爲『極限值』或卽『破裂值』。下列各數(第一數除外)卽採自森林局報告之各種抗壓强度，其單位均爲每方吋磅數：

	極限强度 與木紋平行	壓力之 3% 與木紋垂直
栂木	6,000	
白松	5,400	700
長葉黃松	8,000	1,260
短葉黃松	6,500	1,050
道格拉斯檜	5,700	800
白橡木	8,500	2,200
紅橡木	7,200	2,300

20. 鍛鐵 鍛鐵之彈性限度，隨其本體之大小而不同，小桿薄板均較大者厚者爲强，前節已述之。其抗壓之彈性限度，略與抗張相等，卽每方吋自 25,000 磅至 40,000 磅。

21. 鋼 硬鋼之抗壓强度最大，曾有每方吋 400,000 磅之紀錄，但可取之平均值約爲 150,000 磅。

鋼抗壓之彈性限度，略與抗張者相等，約爲極限抗張强度之

60%,建築鋼爲每方吋 25,000 至 42,000 磅。

22. 鑄鐵 鑄鐵爲承受壓力極强之材料，故在建築上,大抵用於此途 其極限强度隨其『含炭』與含矽之成分而異 約自每方吋 50,000 磅至 200,000 磅,可取之平均值約爲 90,000 磅。在壓力中,與在張力中相同,均無一定之彈性限度(參看圖 5 之鑄鐵曲線)。

23. 磚 磚之極限强度,隨其種類及製造而異。在軟磚,其極限强度有僅每方吋 500 磅者,但在硬磚,則每方吋自 4,000 至 20,000 磅不等,平均約爲 8,000 至 10,000 磅。良好舖路磚之極限强度更高,平均每方吋自 12,000 至 15,000 磅。

24. 石 砂石,石灰石,及花崗石皆建築用之主要石料也。其極限强度之每方吋磅數,大略如下:

砂石*	5,000 至 16,000,	平均爲 8,000
石灰石*	8,000 至 16,000,	平均爲 10,000
花崗石	14,000 至 24,000,	平均爲 16,000

*壓力係指與其石層垂直

習 題

1. 一石灰石,其底爲 12″×12″,用作柱頭,荷重 120,000 磅。問其安全因數爲若干? 答 12

2. 一短木柱所受之穩定荷重爲 100,000 磅。若木之極限抗壓强度爲每方吋 10,000 磅。問木柱之大小應爲若干? 答 8″×12″

25. 受剪力之材料 承受剪力之主要材料爲木材,鍛鐵,鋼,及鑄鐵。其抗剪强度,因不易決定,故不甚詳知。

26. 木材 比較重要之木材，其與木紋平行之極限抗剪强

度，約如下表：

栂木	每方吋 300 磅
白松	每方吋 400 磅
長葉黃松	每方吋 850 磅
短葉黃松	每方吋 775 磅
道格拉斯檜	每方吋 500 磅
白橡木	每方吋 1,000 磅
紅橡木	每方吋 1,000 磅

木材極少因剪力沿木紋之垂直方向破裂，蓋依此方向，其抗剪強度，約爲上列數值之四倍或五倍也。

27. **鐵屬** 鋼及鍛鐵鑄鐵之極限抗剪強度，約各爲其極限抗張強度之 80%。

習 題

1. 設 $ab=6''$, $bc=10''$(圖6-a)，木之極限抗剪強度爲每方吋 400 磅。欲使木材適可不沿 $abcd$ 面剪開，問 ab 繪影面上所承受之 P 力爲若干？

答 24,000 磅

2. 一螺栓承受張力，有拉斷此栓身或剪移其釘帽之傾向，其剪移面積應爲頭內之圓筒式之表面。設 $P=30,000$ 磅(圖6-b)，$d=2''$，$t=3''$；試計算其張力剪力之單位應力各若干？

答 $\begin{cases}\text{單位張應力每方吋 9,550 磅}\\ \text{單位剪應力每方吋 1,591 磅}\end{cases}$

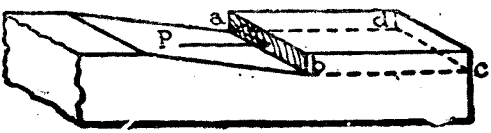


圖 6-a

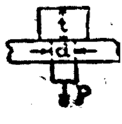


圖 6-b

第三章　支點之反動力

28.　**力之力矩**　力之力矩云者，言此力對於某一定點之旋動傾向也。此傾向當然視力之大小，及其力綫與某定點之垂直距離而異。力及垂直距離愈大，則此旋動傾向亦愈大，故一力對於某點之力矩，卽等於此力與某點達此力之垂直距離相乘之積。

凡一力或多力對某一點計算力矩，此點卽稱爲力矩之『原點』或『中心點』。此點達各力綫之垂直距離，卽稱各力對此原點之『臂距』。設 F_1, F_2（圖 7）爲各力，對於 O′ 點之臂距各爲 a_1' 及 a_2'，則其力矩各爲 F_1a_1' 及 F_2a_2'；對於 O″ 點之臂距爲 a_1'' 及 a_2''，則其力矩各爲 F_1a_1'' 及 F_2a_2''。

若力以磅計，臂距以呎計，卽力矩之單位卽爲呎磅；若力以磅計而臂距爲吋計，則力矩之單位爲吋磅。

29.　**力矩之記號**　爲便利起見，力矩常加一記號，其規則如下：力對於某點發生力矩時，卽有將該物體旋轉之傾向，此旋轉傾向若與時鐘之針同方向者，則力矩爲正，反方向者，力矩爲負。如圖 7，

F_1 之力矩對於 O′ 爲負，對於 O″ 爲正；

F_2 之力矩對於 O′ 爲負，對於 O″ 爲負。

30.　**力矩之原理**　普通言之，一單力有適當之量及適當之作用綫時，必可與任何多力相平衡。此單力卽名爲多力之平衡力，而可與此平衡力相抵消之單力，卽名爲此多力之『合力』。故合力云者，卽一單力，能與多力發生同樣之效果。於此可證明任何多力對於某

一點之力矩之代數和，卽等於其合力對於同一點之力矩。

此原理甚爲有用，名爲『力矩之原理』。

31.　力之平衡　一物體承受諸外力而靜止不動，此諸外力名爲平衡，或名在『平衡狀態』；因更無須他力以平衡之，故此諸外力之平衡力或合力等於零。

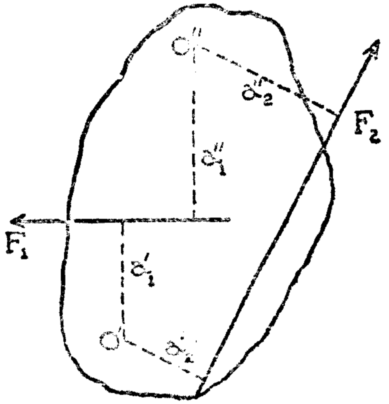


圖　7

合力旣等於零，諸外力遂在平衡狀態，則其力矩之代數和亦等於零。

此爲平衡力之力矩之原理，簡言之，亦名力矩之原理。

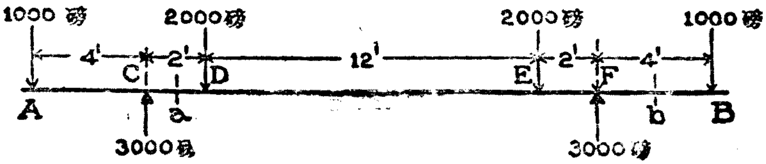


圖　8

此原理在情形簡單時極易證明。設 AB(圖 8)爲一梁，C, F 爲支點。因荷重對稱之故，每支點之反動力等於全部荷重之半，卽 $\frac{1}{2}\times 6,000=3,000$ 磅(爲簡便起見，梁之重量略而不計。)

今對於 C 點計算力矩，自左順列如下：

$$-1,000\times 4=\quad -4,000\text{ 呎磅}$$

$$3,000\times 0=\quad 0\text{ 呎磅}$$

$$2{,}000\times 2 = \quad 4{,}000\text{ 呎磅}$$
$$2{,}000\times 14 = \quad 28{,}000\text{ 呎磅}$$
$$-3{,}000\times 16 = \quad -48{,}000\text{ 呎磅}$$
$$1{,}000\times 20 = \quad 20{,}000\text{ 呎磅}$$

此諸力矩之代數和，顯然等於零。

今再對於B點計算力矩如下：

$$-1{,}000\times 24 = \quad -24{,}000\text{ 呎磅}$$
$$3{,}000\times 20 = \quad 60{,}000\text{ 呎磅}$$
$$-2{,}000\times 18 = \quad -36{,}000\text{ 呎磅}$$
$$-2{,}000\times 6 = \quad -12{,}000\text{ 呎磅}$$
$$3{,}000\times 4 = \quad 12{,}000\text{ 呎磅}$$
$$1{,}000\times 0 = \quad 0\text{ 呎磅}$$

此諸力矩之和亦等於零。實言之，不論以何點為中心點，凡諸力在平衡狀態者，其諸力矩之代數和必等於零。此原理之主要用途，即用以求受荷重之梁之支點反動力。

32. 梁之種類 肱梁者，為一端安於支點上，或加以固定，如在牆內，而他端則係游離之梁。

簡單梁者，為兩端均安放於支點上之梁。

限制梁者，為兩端均固定不能移動之梁，如一端固定，而他端僅安放於支點上，則固定之端名為受限制端，而他端則為簡單支托端。

連梁者，為安放於兩個以上支點之梁。

33. 梁之反動力之決定 凡支點作用於梁之力即名『支力』，或稱反動力。今後論述，以簡單梁為主。肱梁支托於一端，故反動力顯即等於荷重之總數。

一水平梁上，所有荷重如均爲垂直力，(普通均若是)則其支力亦垂直，而反動力之總和必等於荷重之總和。此原則可用以決定反動力，但在簡單梁，則用力矩原理，已可決定矣。今試述決定反動力之普通方法如次：

1. 將作用於梁之諸力(荷重及反動力)，寫成兩個力矩方程式，各用一支點作爲力矩中心。

2. 解此兩方程式以求得反動力。

3. 試計荷重之總和，是否等於反動力之總和，此校核方法也。

【例一】 圖9表示一梁，兩端均有支托，負擔三個荷重，試求支點之反動力各爲若干。

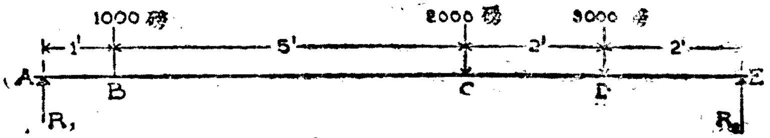


圖 9

設反動力爲 R_1 及 R_2，則其力矩方程式如下：

先以 A 爲中心，

$$1,000\times 1+2,000\times 6+3,000\times 8-R_2\times 10=0$$

再以 E 爲中心，

$$R_1\times 10-1,000\times 9-2,000\times 4-3,000\times 2=0。$$

由第一式，得 $10\,R_2=1,000+12,000+24,000=37,000,$

故 $R_2=3,700$ 磅。

由第二式，得 $10\,R_1=9,000+8,000+6,000=23,000,$

故 $R_1=2,300$ 磅。

荷重之總和爲 6,000 磅，今反動力之總和亦爲 6,000 磅，故知計算無誤。

【例二】 圖10表示一梁，支托於 B 點及 D 點，（兩端均向外挑）担負三個荷重如圖。試求此兩支點因此荷重而生之反動力。

設 R_1 及 R_2 爲反動力，則其力矩方程式如下：

先以 B 爲中心，

$$-2,100\times2+0+3,600\times6-R_2\times14+1,600\times18=0$$

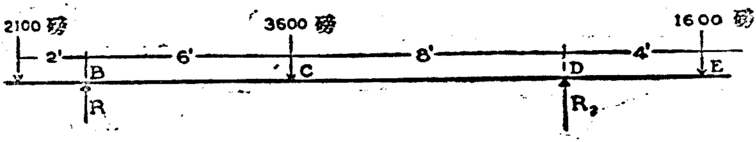


圖 10

再以 D 爲中心，

$$-2,100\times16+R_1\times14-3,600\times8+0+1,600\times4=0$$

由第一式，得　$14\,R_2=-4,200+21,600+28,800=46,200$；

故　$R_2=3,300$ 磅。

由第二式，得　$14\,R_1=33,600+28,800-6,400=56,000$；

故　$R_1=4,000$ 磅。

荷重之總和爲 7,300 磅，今反動力之總和亦爲 7,300 磅，故知計算無誤。

【例三】 設例一之梁，重 400 磅，問支點之反動力爲若干。

（一）因荷重而生之反動力，上文既已求得（即左右兩端各爲 2,300 及 3,700 磅），則此處祇須求得因梁之本體重量而生之反動力，然後兩者相加足矣。今因梁重而生之反動力，顯然各爲 200 磅，故

左端反動力爲　　$2,300+200=2,500$ 磅，

右端反動力爲　　$3,700+200=3,900$ 磅。

（二）或可將荷重及梁重同時計算，以直接求得反動力。計算梁重之力矩，可假定其全部重量，集中於梁之中心點，然後其力矩對於左支點及右支點爲 (400×5) 及 $-(400\times5)$。力矩方程式亦與上文相同，祇多加因梁重而生之力矩一項而已。

$$1,000\times1+2,000\times6+3,000\times8-R_2\times10+400\times5=0$$

$$R_1\times10-1,000\times9-2,000\times4-3,000\times2-400\times5=0$$

由第一式，得　　$10\,R_2=39,000$，　故 $R_2=3,900$ 磅。

由第二式，得　　$10\,R_1=25,000$，　故 $R_1=2,500$ 磅。

【例四】　設例二之梁，每呎重 42 磅，問支點之反動力爲若干？

此與例三相似，可先求得因梁重而生之反動力，然後與荷重之反動力（在例二已求得者）相加可矣。但今試將荷重與梁重同時計算，以直接求之。

梁之長度爲 20 呎，故梁重等於 42×20，或 840 磅。梁之中心點與左支點相距 8 呎，與右支點相距 6 呎，故梁重對於左右兩支點之力矩，各爲

$840\times8=6,720$ 呎磅，及 $-840\times6=-5,040$ 呎磅。

力矩方程式與例二相同，祇增加梁重力矩一項可矣：

$$-2,100\times2+0+3,600\times6-R_2\times14+1,600\times18+6,720=0$$

$$-2,100\times16+R_1\times14-3,600\times8+0+1,600\times4-5,040=0$$

由第一式，得　　$14\,R_2=52,920$，　故　$R_2=3,780$ 磅。

由第二式，得　　$14\,R_1=61,040$，　故　$R_1=4,360$ 磅。

荷重及梁重之總和爲 8,140 磅，與反動力之總和相等，故知計算無誤。

習　題

1. AB（圖 11）表示一簡單梁，兩端均有支托；梁重略而不計，試求其反動力。

答 $\begin{cases}\text{右端反動力}=1,443.75\text{ 磅}\\\text{左端反動力}=1,556.25\text{ 磅}\end{cases}$

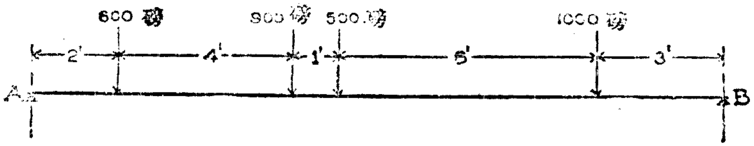


圖 11

2. 上文題 1 之梁重，假定爲 400 磅，試求連梁重一幷計算在內之反動力。

答 $\begin{cases}\text{右端反動力}=1,643.75\text{ 磅}\\\text{左端反動力}=1,756.25\text{ 磅}\end{cases}$

3. 圖 12 表示一簡單梁，重 800 磅，支托於 A 及 B 點，並負担三個荷重。試求其支點之反動力。

答 $\begin{cases}\text{右端反動力}=2,014.28\text{ 磅}\\\text{左端反動力}=4,785.72\text{ 磅}\end{cases}$

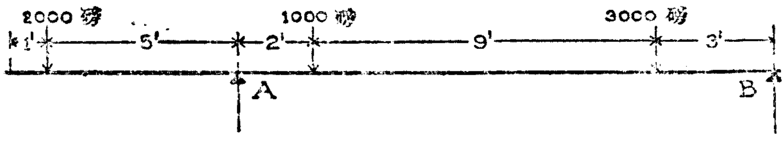


圖 12

4. 設上文題 3 之梁，同時全部負担一種勻佈荷重（如地板）計每呎 500 磅。試求因荷重及梁重而生之反動力。

答 $\begin{cases}\text{右端反動力}=4,871.43\text{ 磅}\\\text{左端反動力}=11,928.57\text{ 磅}\end{cases}$

第四章　外剪力及彎曲力矩

在一荷重梁之任何橫截面內，均有三種應力，卽張力，壓力及剪力。前兩種名爲纖維應力，因其作用係沿木材梁之實質纖維絲，或在鋼鐵梁，亦可幻想其有同樣之纖維絲存在。在討論此種應力之前，必先研究與荷重有關之幾種數量，因梁之應力卽隨此種數量而異也。此種數量，卽爲外剪力及彎曲力矩，今分述如下。

34. 外剪力　一荷重梁任何截面之外剪力云者，卽截面任何一側之各種荷重(包括梁重)及支點反動力之代數和是也。此代數和，名爲外剪力，因與此截面內之抗剪應力相等，當於後文論之。爲簡便計，此後述及外剪力時，僅以『剪力』稱之。

35. 記號規則　在計算外剪力時，通常對於反動力用正號，對於荷重用負號。但外剪力不論自右或自左計算，當具同一記號，故吾人常將截面右側之荷重及反動力之代數和改變記號。如圖 8，在截面 a，其左側之代數和爲，

$$-1{,}000+3{,}000=+2{,}000 \text{ 磅},$$

其右側之代數和，爲

$$-1{,}000+3{,}000-2{,}000-2{,}000=-2{,}000 \text{ 磅},$$

故截面 a 之外剪力爲 $+2{,}000$ 磅。

再在截面 b 處，其左側之代數和爲，

$$-1{,}000+3{,}000-2{,}000-2{,}000+3{,}000=+1{,}000 \text{ 磅},$$

但自其右側計算爲 $-1{,}000$ 磅。

故截面 b 之外剪力爲 $+1{,}000$ 磅。

一截面之剪力，在左側或右側均可計算，但為便利起見，常擇外力（荷重及反動力）數目較少之一側計算之。

36. **剪力之單位** 表示外剪力，通常用磅，但其他表示力或重量（如噸）之單位，均可用之。

37. **剪力之符號** 剪力之符號為 V，若在特殊截面時，可加小記，如 V_1, V_2 可表示與梁之左端相距 1 呎及 2 呎處之截面之剪力。

一支點或一集中荷重處之稍左與稍右，其剪力均不同，其符號為 V' 及 V''，如 V_5' 及 V_5'' 表示距左端稍不足 5 呎及稍大於 5 呎處之剪力。

【例一】 試計算圖 9 之梁，每相距 1 呎諸截面之剪力，梁之本身重略而不計。（右端及左端反動力各為 3,700 及 2,300 磅，參看 33 節之例一。）

以下各剪力，均自左端計算。設表示左端支點稍右處之剪力用 V_0''，則 $V_0''=2,300$ 磅。表示 B 點稍左處之剪力用 V_1'，因 B 點以左惟一之外力即左端反動力，故 $V_1'=2,300$ 磅。表示 B 點稍右之剪力用 V_1''，則在此點以左之外力，有左端反動力及 1,000 磅之荷重，故 $V_1''=2,300-1,000=1,300$ 磅。在 B 及 C 兩點間各截面之左，亦僅有兩外力，即左端反動力及 1,000 磅荷重，故此等截面之剪力，均等於 $2,300-1,000=1,300$ 磅，或

$$V_2=V_3=V_4=V_5=V_6'=1,300\text{ 磅。}$$

表示 C 點稍右之剪力用 V_6''，則在此點以左之外力，為左端反動力及 1,000 與 2,000 磅荷重，故

$$V_6''=2,300-1,000-2,000=-700\text{ 磅。}$$

以下各式，學者均可瞭然，無庸解釋矣。

$$V_7 = +2,300-1,000-2,000=-700 \text{ 磅}$$

$$V_8' = -700 \text{ 磅}$$

$$V_8'' = +2,300-1,000-2,000-3,000=-3,700 \text{ 磅}$$

$$V_9 = V_{10}' = -3,700 \text{ 磅}$$

$$V_{10}'' = +2,300-1,000-2,000-3,000+3,700=0$$

【例二】 一簡單梁，長 10 呎，重 400 磅，支托於兩端，負担平均分配之荷重 1,600 磅。試計算每隔 2 呎各截面處之剪力。

兩端反動力，顯然各等於梁重及荷重總數之半，即 $\frac{1}{2}(1,600+400)=1,000$ 磅。先論距左端 2 呎之截面，此處向左，所作用之外力爲左端之反動力，該部份之荷重，及該部份之梁重，但每呎梁重及荷重之和爲 200 磅，故

$$V_2=1,000-2\times200=600 \text{ 磅。}$$

在距左端 4 呎之截面，其左方各外力爲左端之反動力，該部份之荷重及該部份之梁重，故

$$V_4=1,000-4\times200=200 \text{ 磅。}$$

以下各式，學者均可明瞭，無庸解釋矣。

$$V_6 = 1,000-6\times200=-200 \text{ 磅}$$

$$V_8 = 1,000-8\times200=-600 \text{ 磅}$$

$$V_{10}' = 1,000-200\times10=-1,000 \text{ 磅}$$

$$V_{10}'' = 1,000-200\times10+1,000=0$$

【例三】 試計算例一之各剪力，梁之重量（400磅）須一併計算。（右端及左端反動力各爲 3,900 及 2,500 磅，參看 33 節之例三。）

計算方法與例一相同，惟每截面左側之梁重，須一併計算之（如自右端計算，則取右側之梁重）；梁之重量為每呎40磅，故（自左端計算）

$$V_0''=+2{,}500\text{ 磅},$$

$$V_1'=+2{,}500-40=+2{,}460,$$

$$V_1''=+2{,}500-40-1{,}000=+1{,}460,$$

$$V_2=+2{,}500-1{,}000-40\times 2=+1{,}420,$$

$$V_3=+2{,}500-1{,}000-40\times 3=+1{,}380,$$

$$V_4=+2{,}500-1{,}000-40\times 4=+1{,}340,$$

$$V_5=+2{,}500-1{,}000-40\times 5=+1{,}300,$$

$$V_6'=+2{,}500-1{,}000-40\times 6=+1{,}260,$$

$$V_6''=+2{,}500-1{,}000-40\times 6-2{,}000=-740,$$

$$V_7=+2{,}500-1{,}000-2{,}000-40\times 7=-780,$$

$$V_8'=+2{,}500-1{,}000-2{,}000-40\times 8=-820,$$

$$V_8''=+2{,}500-1{,}000-2{,}000-40\times 8-3{,}000=-3{,}820,$$

$$V_9=+2{,}500-1{,}000-2{,}000-3{,}000-40\times 9=-3{,}860,$$

$$V_{10}'=+2{,}500-1{,}000-2{,}000-3{,}000-40\times 10=-3{,}900,$$

$$V_{10}''=+2{,}500-1{,}000-2{,}000-3{,}000-40\times 10+3{,}900=0,$$

如從右端計算則

$$V_7=-(3{,}900-3{,}000-40\times 3)=-780\text{磅},$$

$$V_8'=-(3{,}900-3{,}000-40\times 2)=-820,$$

$$V_8''=-(3{,}900+40\times 2)=-3{,}820,$$

餘類推。

習　題

1　取圖10之梁，試計算相距1呎各截面之剪力，梁之重量，略而不計。（右端及左端反動力各爲3,300及4,000磅，參看33節例二。）

$$答\begin{cases} V_1 = V_2' = -2,100 \text{ 磅}, \\ V_2'' = V_3 = V_4 = V_5 = V_6 = V_7 = V_8' = +1,900, \\ V_8'' = V_9 = V_{10} = V_{11} = V_{12} = V_{13} = V_{14} = V_{15} = V_{16}' = -1,700 \\ V_{16}'' = V_{17} = V_{18} = V_{19} = V'_{20} = +1,600. \end{cases}$$

2　同前題，惟梁重每呎42磅須一并計算。（右端及左端反動力各爲3,780及4,260磅，參看33節例四）。

$$答\begin{cases} V_0'' = -2,100 \text{ 磅}, & V_7 = +1,966 \text{ 磅}, & V_{14} = -1,928 \text{ 磅}, \\ V_1 = -2,142, & V_8' = +1,924, & V_{15} = -1,970, \\ V_2' = -2,184, & V_8'' = -1,676, & V_{16}' = -2,012, \\ V_2'' = +2,176, & V_9 = -1,718, & V_{16}'' = +1,768, \\ V_3 = +2,134, & V_{10} = -1,760, & V_{17} = +1,726, \\ V_4 = +2,092, & V_{11} = -1,802, & V_{18} = +1,684, \\ V_5 = +2,050, & V_{12} = -1,844, & V_{19} = +1,642, \\ V_6 = +2,008, & V_{13} = -1,886, & V_{20}' = +1,600. \end{cases}$$

3　取圖11之梁，試計算相距1呎各截面之剪力，梁之重量，略而不計。（右端及左端反動力各爲1,444及1,556磅，參看33節例一）

$$答\begin{cases} V_0'' = V_1 = V_2' = +1,556 \text{ 磅}, \\ V_2'' = V_3 = V_4 = V_5 = V_6' = +956, \\ V_6'' = V_7' = +56, \\ V_7'' = V_8 = V_9 = V_{10} = V_{11} = V_{12} = V_{13}' = -444, \\ V_{13}'' = V_{14} = V_{15} = V_{16}' = -1,444. \end{cases}$$

4.　取圖12之梁，試計算相距1呎各截面之垂直剪力，梁之重量800磅及另加勻布荷重每呎500磅均須一并計入。（右端及左端之反動力，各爲

4,870 及 1,1930 磅,參看 33 節例三及例四)

$$
答\left\{
\begin{array}{lll}
V_0 = 0, & V_7 = +6{,}150\text{ 磅}, & V_{15} = +830\text{ 磅}, \\
V_1' = -540\text{ 磅}, & V_8' = +5{,}610, & V_{16} = +290, \\
V_1'' = -2{,}540, & V_8'' = +4{,}610, & V_{17}' = -250, \\
V_2 = -3{,}080, & V_9 = +4{,}070, & V_{17}'' = -3{,}250, \\
V_3 = -3{,}620, & V_{10} = +3{,}530, & V_{18} = -3{,}790, \\
V_4 = -4{,}160, & V_{11} = +2{,}990, & V_{19} = -4{,}330, \\
V_5 = -4{,}700, & V_{12} = +2{,}450, & V_{20}' = -4{,}870, \\
V_6' = -5{,}240, & V_{13} = +1{,}910, & V_{20}'' = 0 \\
V_6'' = +6{,}690, & V_{14} = +1{,}370, &
\end{array}
\right.
$$

38. **剪力圖** 凡一梁之各截面間，其外剪力變動之情形，可用圖表示之,名爲剪力圖。作圖之法如次。

1. 畫一綫(用適當比例尺)等於梁之長度，在綫上記明支點及各荷重之地位。(此綫名爲基綫)

2. 又畫一綫，使此綫上各點與基綫之距離(用適當比例尺)等於梁上相當各截面之剪力,如剪力爲正,則此綫在基綫之上，剪力爲負，則此線在基線之下。(此綫卽名『剪力綫』, 綫上任何一點,與基綫之距離，卽爲基綫至剪力綫之縱坐標)。試舉例以說明之。

【例一】 試就圖 13-a 之梁(與圖 9 同),繪出其剪力圖。

畫 A'E' 綫,以代表梁體,並記明 B', C' 及 D'各點之地位。在 37 節例一,此梁相距 1 呎各截面之剪力，均已求得，今祗就 A'E' 綫上相距 1 呎各點,繪出各縱坐標,以代表各點之剪力。

採用每吋等於 4,000 磅之比例尺，AB 間各截面之剪力，已知

爲 2,300 磅，故畫 ab 綫與基綫平行，而相距 0.575″(2,300÷4,000＝0.575)，此卽 AB 一段之剪力綫。復次 BC 間各截面之剪力，已知爲 1,300 磅，故畫 $b'c$ 綫與基綫平行而相距 0.325″(1,300÷4,000＝0.325)，此爲 BC 一段之剪力綫。因 CD 間各截面之剪力爲－700 磅，故畫 $c'd$ 綫在基綫之下，而相距 0.175″ (700÷4,000＝0.175)，此卽 CD 一段之剪力綫。又 DE 間各截面之剪力爲 －3,700 磅，故畫 $d'e$ 綫，亦在基綫下方，而相距 0.925″ (3,700÷4,000)，此卽 DE 一段之剪力綫。圖13–b卽所求之剪力圖也。

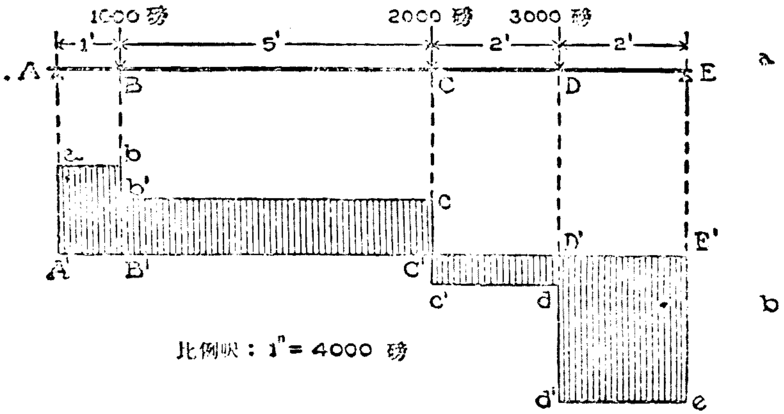


圖　13

【例二】　試就圖14–a之梁(與圖 9 同)，繪出其剪力圖，梁之重量 400 磅，須一併計算。

此梁上相距 1 呎各截面之剪力，在 37 節例三內均已求得，故祇須在基綫A′E′上(圖14–b)，就相當各點繪出縱坐標，等於各點之剪力。今用比例尺，與上例相同，卽每吋作爲 4,000 磅，故相當於各剪力(參看 37 節例三)之縱坐標長度如下：

$$2,500 \div 4,000 = 0.625''$$

$$2,460 \div 4,000 = 0.615''$$

$$1,460 \div 4,000 = 0.365''$$，餘類推。

將此種縱坐標長度，繪於基綫上（正剪力在上方，負剪力在下方）得 ab, $b'c$, $c'd$, 及 $d'e$, 均剪力綫也。

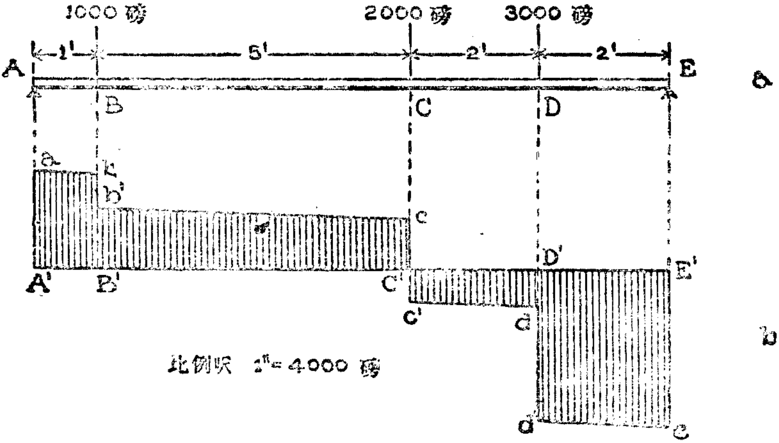


圖 14

【例三】 試就圖15-a之肱梁，繪出其剪力圖，梁之重量略而不計。

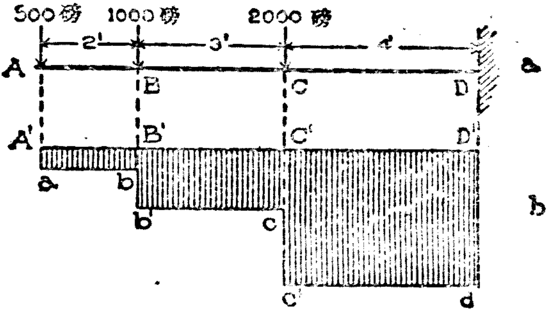
在 AB 間各截面之剪力均為 -500 磅；BC 間均為 $-1,500$；CD 間均為 $-3,500$ 磅。用比例尺使每吋表示 5,000 磅，則 ab, $b'c$ $c'd$ 卽其剪力綫矣，因

$$A'a = 500 \div 5,000 = 0.1''$$

$$B'b' = 1500 \div 5,000 = 0.3''$$

$$C'c' = 3500 \div 5,000 = 0.7''$$

此剪力綫均在基綫之下方，因各剪力均爲負數。



比例呎　$1''=5000$ 磅

圖　15

【例四】　設如前例之肱梁，更担負每呎 200 磅之匀佈荷重(圖16–a)，試繪出其剪力圖。

先求各截面之剪力，

$$V_0'' = -500 \text{ 磅}$$

$$V_1 = -500-200 = -700,$$

$$V_2' = -500-200\times 2 = -900,$$

$$V_2'' = -500-200\times 2-1{,}000 = -1{,}900,$$

$$V_3 = -500-200\times 3-1{,}000 = -2{,}100,$$

$$V_4 = -500-1{,}000-200\times 4 = -2{,}300,$$

$$V_5' = -500-1{,}000-200\times 5 = -2{,}500,$$

$$V_5'' = -500-1{,}000-200\times 5-2{,}000 = -4{,}500,$$

$$V_6 = -500-1{,}000-2{,}000-200\times 6 = -4{,}700,$$

$$V_7 = -500-1{,}000-2{,}000-200\times 7 = -4{,}900,$$

$$V_8 = -500-1{,}000-2{,}000-200\times 8 = -5{,}100,$$

$$V_9=-500=1,000-2,000-200\times 9=-5,300。$$

此剪力均爲負數，故均繪於基綫之下方。用 5000 磅等於 1 吋之比例尺，得 ab, $b'c$, $c'd$（圖 16-b）各綫，卽所求之剪力綫也。

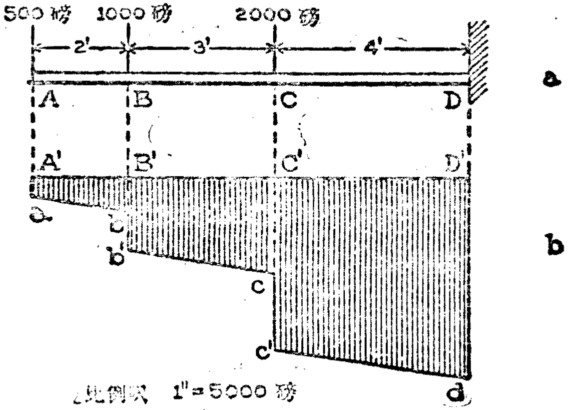


圖 16

習題

1. 試就圖 10 之梁，繪出剪力圖，梁之重量，不必計入。（參看 37 節習題 1）。

2. 試就圖 11 之梁，繪出剪力圖，不計梁重，（參看 37 節習題 3）

3. 試就圖 12 之梁，繪出剪力圖，在圖示之荷重外，並有每呎 500 磅之勻布荷重，及梁之本身重量 800 磅（參看 33 節習題 4）。

39. 最大剪力 在已知荷重情況下，剪力之最大數值，常爲急欲求知之事。若能繪出剪力圖，則最大剪力何在，及其數值，均可一望而知矣。如已知最大剪力之截面，則其數值亦極易計算。學者對於上述各剪力圖應深加體會，並應注意下列各點：

(1) 肱梁一端固定於牆上，則最大剪力在牆面。

(2) 在簡單梁，則最大剪力在接近兩支點之一之截面。

應用上項原則，雖不繪出全部剪力圖，最大剪力之數值，亦可決定。故參看下文56節表內之簡圖，即知

肱梁之尖端荷重為P，則最大剪力＝P

肱梁之勻佈荷重為W，則最大剪力＝W

簡單梁之中心荷重為P，則最大剪力＝$\frac{1}{2}$P

簡單梁之勻佈荷重為W，則最大剪力＝$\frac{1}{2}$W

40. 彎曲力矩 荷重梁之某一截面之彎曲力矩云者，即此截面之左側或右側各荷重（包括梁重）及反動力，對於此截面內任何一點之力矩之代數和是也。

41. 記號規則 此與前節所述之規則相同，即力矩旋動之傾向，與時鐘之針同方向者，力矩為正；反方向者，力矩為負。但使力矩保持同一記號起見，如用截面右側各力計算時，所得力矩，應變更記號。例如圖8截面 a 處，各力矩之代數和如下：

自左側起算，得 $-1{,}000\times5+3{,}000\times1=-2{,}000$ 呎磅，

若自右側起算，得

$$1{,}000\times19-3{,}000\times15+2{,}000\times13+2{,}000\times1=+2{,}000\text{ 呎磅。}$$

故 a 處之彎曲力矩應為$-2{,}000$呎磅。又在同圖截面 b 處，各力矩之代數和如下：

自左側起算，得

$$-1{,}000\times22+3{,}000\times18-2{,}000\times16-2{,}000\times4+3{,}000\times2$$
$$=-2{,}000\text{ 呎磅；}$$

若自右側起算，得 $1{,}000\times2=+2{,}000$ 呎磅。

故截面 b 處之彎曲力矩，應為$-2{,}000$呎磅。

一截面之彎曲力矩，在左側或右側均可計算，但為便利計，常擇外力（荷重及反動力）數目較少之一側計算之。

42. 彎曲力矩之單位 彎曲力矩之單位，通常用『吋磅』表示之，有時亦用『呎磅』。呎磅化為吋磅，用 12 乘之卽可。

43. 彎曲力矩之符號 代表一截面之彎曲力矩，常用 M，如在特種截面，可加小字，如 M_1，M_2 等，可代表與梁之左端相距 1 呎 2 呎等各截面之彎曲力矩。

【例一】 試就圖 9 之梁，計算每隔 1 呎各截面之彎曲力矩，梁重不計。（右端及左端之反動力各為 3,700 及 2,300 磅，參看 33 節例一）。

梁之左端向左並無外力，故 $M_0=0$。距左端 1 呎之截面，其左側僅有一外力，卽左端反動力，而臂距等於 1 呎，故 $M_1=+2{,}300\times1=2{,}300$ 呎磅。距左端 2 呎之截面，其左側有兩外力，卽 2,300 磅及 1,000 磅，而其臂距各為 2 呎及 1 呎，故 $M_2=+2{,}300\times2-1{,}000\times1=3{,}600$ 呎磅。在 BC 間各截面，其左側皆僅有 2,300 磅及 1,000 磅之兩外力，故

$$M_3=+2{,}300\times3-1{,}000\times2=+4{,}910\text{ 呎磅},$$

$$M_4=+2{,}300\times4-1{,}000\times3=+6{,}200\text{ 呎磅},$$

$$M_5=+2{,}300\times5-1{,}000\times4=+7{,}500\text{ 呎磅},$$

$$M_6=+2{,}300\times6-1{,}000\times5=+8{,}800\text{ 呎磅},$$

距左端 7 呎處之截面，其右側有兩外力，卽荷重 3,000 磅及右端反動力（3,700 磅），而對於截面上原點之臂距，各為 1 呎及 3 呎，故

$$M_7=-(-3{,}700\times3+3{,}000\times1)=+8{,}100\text{ 呎磅}。$$

在 ED 間各截面，其右側僅有一外力，即右端反動力，故

$$M_8 = -(-3,700\times 2) = 7,400 \text{ 呎磅},$$

$$M_9 = -(-3,700\times 1) = 3,700 \text{ 呎磅},$$

而 $M_{10}=0$，固極易明瞭也。

【例二】 一簡單梁，長 10 呎，支托於兩端，梁重 400 磅，並負担勻佈荷重 1,600 磅。試計算每隔 2 呎各截面之彎曲力矩。

每端反動力，等於全部載重之半，即 $\frac{1}{2}(1,600+400)=1,000$ 磅；而每呎荷重，包括梁之重量在內為 200 磅。距左端 2 呎之第一截面，其左側之外力，為左端反動力（1,000 磅），及此部份梁上之荷重，（包括梁重）即 400 磅；反動力之臂距為 2 呎，而此 400 磅荷重之臂距為 1 呎（即截面與此 400 磅荷重之中心點之距離），故

$$M_2 = +1,000\times 2-400\times 1 = +1,600 \text{ 呎磅}。$$

其次，距左端 4 呎之截面，其左側之外力，為左端反動力，及此部份之荷重（包括梁重），即 800 磅；反動力之臂距為 4 呎，此 800 磅力之臂距為 2 呎，故

$$M_4 = +1,000\times 4-800\times 2 = +2,400 \text{ 呎磅},$$

以下各式，學者均易明瞭矣，

$$M_6 = +1,000\times 6-1,200\times 3 = +2,400 \text{ 呎磅},$$

$$M_8 = +1,000\times 8-1,600\times 4 = +1,600 \text{ 呎磅}$$

而　$M_0 = M_{10} = 0$

【例三】 上述例一之梁之重量 400 磅須一併計算，試求各彎曲力矩（右端及左端反動力各為 3,900 及 2,500 磅，參看 33 節例三）。

計算方法與例一相同，惟每一截面左側之梁重所生之力矩（如

自右起算，卽爲右側），必須增加於每一力矩方程式之內。故自左端起算，則

$M_0=0$

$M_1=+2{,}500\times1-40\times\frac{1}{2}=+2{,}480$ 呎磅

$M_2=+2{,}500\times2-1{,}000\times1-80\times1=+3{,}920$，

$M_3=+2{,}500\times3-1{,}000\times2-120\times1\frac{1}{2}=+5{,}320$，

$M_4=+2{,}500\times4-1{,}000\times3-160\times2=+6{,}680$，

$M_5=+2{,}500\times5-1{,}000\times4-200\times2\frac{1}{2}=+8{,}000$，

$M_6=+2{,}500\times6-1{,}000\times5-240\times3=+9{,}280$，

又自右側計算，則

$M_7=-(-3{,}900\times3+3{,}000\times1+120\times1\frac{1}{2})=+8{,}520$，

$M_8=-(-3{,}900\times2+80\times1)=+7{,}720$，

$M_9=-(-3{,}900\times1=40\times\frac{1}{2})=+3{,}880$，

$M_{10}=0$。

習　題

1. 試就圖 10 之梁，計算自距左端 1 呎起，相距 1 呎各截面之彎曲力矩，梁重不計。(右端及左端反動力各爲 3,300 及 4,000 磅；參看 33 節例二)

答（以呎磅計）

$M_1=-2{,}100$, $M_6=+3{,}400$, $M_{11}=+2{,}100$, $M_{16}=-6{,}400$,

$M_2=-4{,}200$, $M_7=+5{,}300$, $M_{12}=+\ \ 400$, $M_{17}=-4{,}800$,

$M_3=-2{,}300$, $M_8=+7{,}200$, $M_{13}=-1{,}300$, $M_{18}=-3{,}200$,

$M_4=-\ \ 400$, $M_9=+5{,}500$, $M_{14}=-3{,}000$, $M_{19}=-1{,}600$,

$M_5=+1{,}500$, $M_{10}=+3{,}800$, $M_{15}=-4{,}700$, $M_{20}=\ \ 0$。

2. 前題，梁重每呎 42 磅須一併計算。(右端及左端反動力各爲 3,780 及 4,360 磅，參看 33 節例四)

答（以呎磅計）
$$\left\{\begin{array}{llll}
M_1=-2,121, & M_6=+4,084, & M_{11}=+2,799, & M_{16}=-6,736,\\
M_2=-4,284, & M_7=+6,071, & M_{12}=+\ \ 976, & M_{17}=-4,989,\\
M_3=-2,129, & M_8=+8,016, & M_{13}=-\ \ 889, & M_{18}=-3,284,\\
M_4=-\ \ \ 16, & M_9=+6,319, & M_{14}=-2,796, & M_{19}=-1,621,\\
M_5=+2,055, & M_{10}=+4,580, & M_{15}=-4,745, & M_{20}=\ \ \ 0。
\end{array}\right.$$

3.　試就圖 11 之梁，計算相距 1 呎各截面之彎曲力矩，梁重不計。（右端及左端反動力各為 1,444 及 1,556 磅，參看 33 節習題 1.）

答（以呎磅計）
$$\left\{\begin{array}{llll}
M_1=+1,556, & M_5=+5,980, & M_9=+6,104, & M_{13}=+4,328,\\
M_2=+3,112, & M_6=+6,936, & M_{10}=+5,660, & M_{14}=+2,884,\\
M_3=+4,068, & M_7=+6,992, & M_{11}=+5,216, & M_{15}=+1,440,\\
M_4=+5,024, & M_8=+6,548, & M_{12}=+4,772, & M_{16}=\ \ \ 0。
\end{array}\right.$$

4.　試就圖 12 之梁，計算相距 1 呎各截面之彎曲力矩，梁之重量 800 磅以及勻布荷重每呎 500 磅，均須一併計入。（右端及左端反動力各為 4,870 及 11,930磅，參看 33 節習題 3 及 4）

答（以呎磅計）
$$\left\{\begin{array}{llll}
M_1=-\ \ \ \ 270, & M_6=-19,720, & M_{11}=+\ \ 3,980, & M_{16}=12,180,\\
M_2=-\ \ 3,080, & M_7=-13,300, & M_{12}=+\ \ 6,700, & M_{17}=12,200,\\
M_3=-\ \ 6,430, & M_8=-\ \ 7,420, & M_{13}=+\ \ 8,880, & M_{18}=\ \ 8,680,\\
M_4=-10,320, & M_9=-\ \ 3,080, & M_{14}=+10,520, & M_{19}=\ \ 4,620,\\
M_5=-14,750, & M_{10}=+\ \ \ \ 720, & M_{15}=+11,620, & M_{20}=\ \ \ 0。
\end{array}\right.$$

44　力矩圖　凡一載重梁之各截面間，其彎曲力矩變動之情形，可用圖表示之，名為『力矩圖』。作圖之法如次。

1.　畫一基綫，與作剪力圖相似（參看38節）。

2.　又畫一綫，使此綫上各點與基綫之距離，（用適當比例尺）等於梁上相當各截面之彎曲力矩，如彎曲力矩為正，則此綫在基綫上方；如為負，則在下方。（此綫即名為『力矩綫』）。

【例一】 試就圖17-a之梁(與圖9同),繪出其力矩圖,荷重情形,如圖所示。

畫A'E'綫(圖17-b)作爲基綫,在43節例一內,此梁每相距1呎各截面之彎曲力矩,均已求得,今但將此種相當之力矩數值,在A'E'綫上,每隔1呎,繪出縱坐標。

採用每吋等於10,000呎磅之比例尺,則各坐標之長度(卽43節例一諸M值)如下:

距左端1呎處, $2,300 \div 10,000 = 0.23''$,

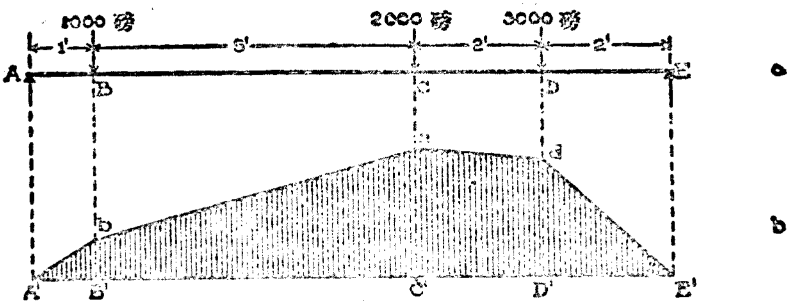
距左端2呎處, $3,600 \div 10,000 = 0.36''$,

距左端3呎處, $4,900 \div 10,000 = 0.49''$,

距左端4呎處, $6,200 \div 10,000 = 0.62''$,餘類推。

繪出此種縱坐標,而連接其頂端,得A'bcdE'綫,此卽彎曲力矩綫,故圖17-b卽力矩圖也。

【例二】 試就圖18-a之梁(與圖9同),繪出其力矩圖,梁之重量400磅,須一併計算。



比例呎:1 = 10000 呎磅

圖 17

此梁每相距1呎各截面之彎曲力矩,在43節例三內均已求

得，今但將此種相當力矩數值，在A'E'(圖 18-b)綫上每隔1呎，繪出縱坐標即可。

同樣採用每吋等於10,000呎磅之比例尺，則各坐標之長度(即43節例三諸M值)如下：

在左端爲0

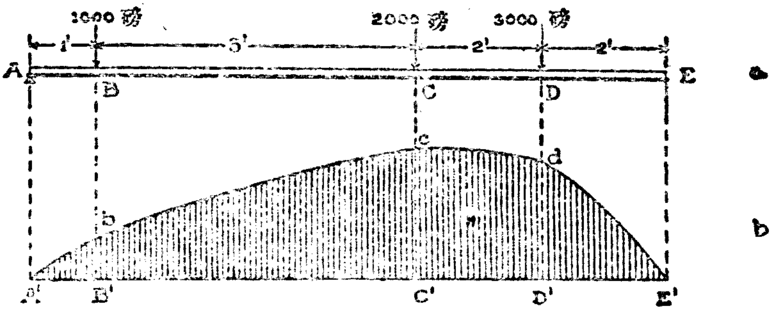
距左端1呎處，　$2,480\div10,000=0.248''$，

距左端2呎處，　$3,920\div10,000=0.392''$，

距左端3呎處，　$5,320\div10,000=0.532''$，

距左端4呎處，　$6,680\div10,000=0.668''$，餘類推。

繪出此種縱坐標於適當點上，得A'bcdE'綫，即力矩綫也。



比例呎：1"=10000 呎磅

圖　18

【例三】　試就圖19-a之肱梁，繪出其力矩圖，梁重不計。

B點之彎曲力矩，等於$-500\times2=-1,000$呎磅，

在C點爲　$-500\times5-1,000\times3=-5,500$，

在D點爲　$-500\times9-1,000\times7-2,000\times4=-19,500$，

採用每吋等於20,000呎磅之比例尺，則彎曲力矩圖之縱坐標長度

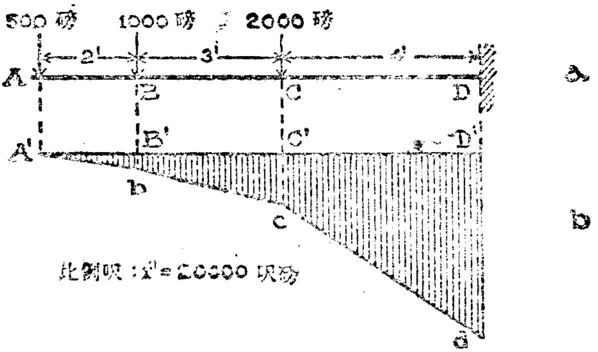


圖 19

如下:

在 B 點, 1,000÷20,000=0.05″,

在 C 點, 5,500÷20,000=0.275″,

在 D 點, 19,500÷20,000=0.975″。

此種力矩均為負數,故諸縱坐標均繪於基綫之下,得 *b*, *c*, *d*, 各點. A 點之力矩爲零,故連接 A′*bcd* 卽得力矩綫矣。又 A′*b*, *bc*, *cd* 各段均爲直綫,此可計算 AB, BC, 及 CD 各段內任何截面之彎曲力矩,繪入力矩圖內證明之。

【例四】 若前例之肱梁,同時担負每呎 100 磅之勻佈荷重(圖 20-*a*),試繪出其力矩圖,

先將各截面之彎曲力矩,計算如下·

$M_1=-500\times1-100\times\frac{1}{2}=-550$ 呎磅,

$M_2=-500\times2-200\times1=-1,200$,

$M_3=-500\times3=1,000\times1-300\times1\frac{1}{2}=-2,950$,

$M_4=-500\times4-1,000\times2-400\times2=-4,800$,

$$M_5 = -500 \times 5 - 1,000 \times 3 - 500 \times 2\tfrac{1}{2} = -6,750,$$

$$M_6 = -500 \times 6 - 1,000 \times 4 - 2,000 \times 1 - 600 \times 3 = -10,800,$$

$$M_7 = -500 \times 7 - 1,000 \times 5 - 2,000 \times 2 - 700 \times 3\tfrac{1}{2} = -14,950,$$

$$M_8 = -500 \times 8 - 1,000 \times 6 - 2,000 \times 3 - 800 \times 4 = -19,200,$$

$$M_9 = -500 \times 9 - 1,000 \times 7 - 2,000 \times 4 - 900 \times 4\tfrac{1}{2} = -23,550。$$

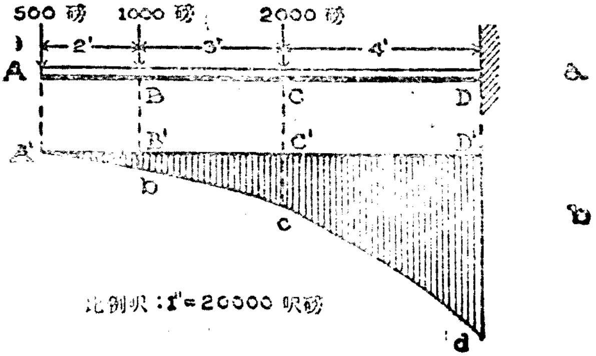


圖 20

以上各數均爲負值，故諸縱坐標均繪於基綫下方，採用每吋等於20,000 呎磅之比例尺，得 A'bcd 綫，即力矩綫也。

習 題

1. 試就圖 10 之梁，繪出力矩圖，梁之重量不計。（參看 43 節習題 1。）

2. 試就圖 11 之梁，繪出力矩圖，梁重不計。（參看 43 節習題 3。）

3. 試就圖 12 之梁，繪出力矩圖，除圖示各荷重外，梁重 800 磅，及勻佈荷重每呎 500 磅，均須一併計入。（參看 43 節習題 4。）

4. 下文 56 節表 B 之 1 及 2 兩種情形之圖 a，係表示兩種眩梁，前者在游離端担負集中荷重 P，後者担負勻佈荷重 W。圖 c 各爲其力矩圖。設 P 及 W 均爲 1,000 磅，而 l 爲 10 呎，試證明圖形無誤。

5. 上題同表第 3 及 4 兩種情形之圖 a，係表示兩種簡單梁，均支托於兩

端;前者梁之中點有荷重 P,後者有勻佈荷重 W。圖 c 各為其力矩圖。設 P 及 W 各為 1,000 磅,而 l 為 10,試證明圖形無誤。

45. **最大彎曲力矩** 在已知載重狀況下,彎曲力矩之最大值,常為急欲求知之事。若能繪出力矩圖,則最大力矩何在,其數值若干,均可一望而知。如已知最大力矩所在之截面,則其數值亦極易計算。學者但就前節內各剪力圖及力矩圖(圖 13 及 17,14 及18,15 及 19,16 及 20)及習題內所繪各圖,詳加比較,即可發現下述之規則:『**一梁上彎曲力矩最大之處,即剪力變更記號之處。**』

依此規則,則在任何狀況下之最大力矩,均可計算矣。先繪出剪力綫,然後察看剪力變更記號之處,即在該處截面,計算彎曲力矩。如一簡單梁,有一端或一端以上挑出在外,則剪力變更記號即不止一次,若一端挑出,則變更兩次,兩端挑出,即變更三次。在此情况下,惟有將剪力變號各截面之力矩,一律算出,擇其中之最大者,即該梁之最大彎曲力矩也。

肱梁之一端固定者(建造於牆內),則最大彎曲力矩之截面,即在牆面。故雖不參看剪力圖,亦易明瞭,即

肱梁之長度為 l,

若游離端荷重為 P,則最大力矩為 Pl,

若勻佈荷重為 W,則最大力矩為 $\frac{1}{2}Wl$。

又依上述規則,一梁兩端支托,長度為 l,

若中心荷重為 P,則最大力矩為 $\frac{1}{4}Pl$,

若勻佈荷重為 W,則最大力矩為 $\frac{1}{8}Wl$,

46. **最大剪力表,最大力矩表等** 在 56 節內表 B 列有八種

梁之簡單狀況，及其剪力圖與力矩圖。前兩種為砌入肱梁；次四種為簡單梁支托於兩端者；最後兩種為限制梁，一端砌入牆內者。表內 l 均示梁之長度。

第五章　重心及轉動慣量

梁之强度，一部份係隨其截面之形狀而異，此可於下文證實之。此後各節，均討論梁之截面，而前述結論（如剪力及彎曲力矩）將在論及梁之强度時應用之。

47.　面積之重心　一平盤（例如一錫片）之重心，其意義若何，及如何求得，學者或已知之。求法，卽將此錫片平衡支托於鉛筆尖上，支托之點卽其重心。（其實重心點乃在支點上錫片兩面間之中心點。）此錫片之重心，亦卽其地心引力之合力（卽片之重量）所作用之點。

所謂任何形式之面積之重心，卽相當於切成同一形式之錫片之重心。欲求極不規則形之面積之重心，可將錫片或硬紙切成同一形式，然後將其平衡於一尖端上卽可。一面積如係簡單形式，或係幾個簡單部份所合成，則其全部之重心，極易計算。其方法試述如下。

48.　力矩原理應用於面積　圖 21 表示一錫片，今任意劃分爲幾部份。設全片之重量爲 W，各部份之重量爲 W_1, W_2, W_3，等。C_1, C_2, C_3 等爲各部份之重心，C 爲全片之重心，而 c_1, c_2, c_3 等，及 c 各爲其重心與在錫片同一平面內之一綫（LL）之距離。錫片如在水平位置，則全片重量對於 LL 綫之『矩』爲

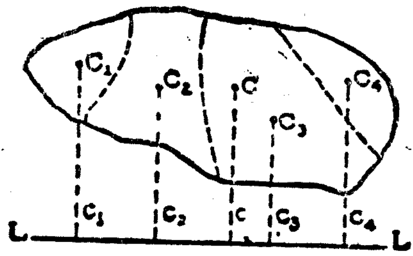


圖　21

Wc,而各部份之『矩』爲 W_1c_1, W_2c_2 等。已知全片重量,爲各部份重量之合力,故全片重量矩,等於各部重量矩之總和,即

$$Wc = W_1c_1 + W_2c_2 + W_3c_3 + \cdots\cdots$$

設 A_1, A_2 等表示錫片各部份之面積,A 表示其總面積,則重量本與面積成正比例,故上式之 W 或用 A 代之,即

$$Ac = A_1c_1 + A_2c_2 + A_3c_3 + \cdots\cdots \tag{4}$$

若面積與其重心至同一平面內某綫之距離相乘之積,稱爲此面積對於某綫之『矩』,則上式可轉述如下:

一面積對於任何綫之『矩』,等於其各部份之『矩』之代數和。

若各重心均在計算矩之綫之同一側,則諸矩均爲正號,但若有幾個重心在綫之一側,幾個重心在綫之他側,則重心在一側各面積之矩,其記號相同,在他側之矩,其記號相反。此即面積矩之原理,亦即尋求面積重心之基本法則也。

欲求一面積之重心,而此面積可劃分爲幾個簡單部份者,可依兩不同直綫,寫出面積矩之方程式。此兩直綫即爲『矩軸綫』。然後同時分解此兩方程式,以求得全面積之重心對於兩矩軸綫之距離。茲設例以明之。

【例一】 試求圖22-a之重心,此形之寬度均爲1吋。

此面積可分爲兩個矩形。設 C_1, C_2 爲此兩部之重心,而 C 爲全部之重心,又假定 a 及 b 爲自 C 達 OL′ 及 OL″ 兩直綫之距離。

此兩部份之面積,各爲6方吋及3方吋,而其重心對 OL′ 綫之臂距各爲4吋及 $\frac{1}{2}$ 吋,對 OL″ 之臂距各爲 $\frac{1}{2}$ 吋及 $1\frac{1}{2}$ 吋,故對於兩

綫之『矩方程式』如下(全面積爲 9 方吋):

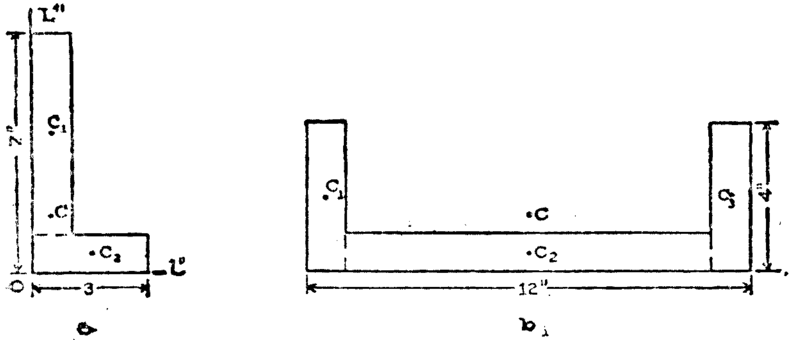


圖 22

$$9\times a=6\times 4+3\times \tfrac{1}{2}=25.5$$

$$9\times b=6\times \tfrac{1}{2}+3\times 1\tfrac{1}{2}=7.5$$

故 $a=25.5\div 9=2.83''$

$$b=7.5\div 9=0.83''$$

【例二】 試求圖22-b之重心,此形之寬度均爲 1 吋。

此形可分爲三個矩形。設 C_1, C_2, C_3 爲各部份之重心,而 C 爲全部之重心,又設 a 爲 C 與基綫之距離(未知數)。此各部份之面積各爲 4,10,及 4 方吋,而對於基綫之臂矩各爲 2,$\frac{1}{2}$,及 2 吋,故對於基綫之矩方程式如下(全面積爲 18 方吋):

$$18\times a=4\times 2+10\times \tfrac{1}{2}+4\times 2=21,$$

故 $a=21\div 18=1.17$吋

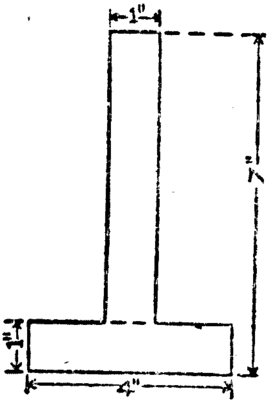


圖 23

此面積左右對稱,故重心亦必在兩邊之中點。

習 題

1. 試求圖 23 之重心。

答 在底邊上 2.8″ 處

49. **構合截面之重心** 圖 24 表示各種輾成鋼料之截面，通稱『成形鋼』，皆鋼建築上應用最廣者也。此種製造廠皆編印手册，內容詳述各式鋼料之性質，及各式截面之重心之位置。有此手册，即無須再如前節計算各截面重心之地位矣。但有時將數個鋼料，用帽釘釘成一個構合截面，則此種截面之重心地位，必須由計算而得。

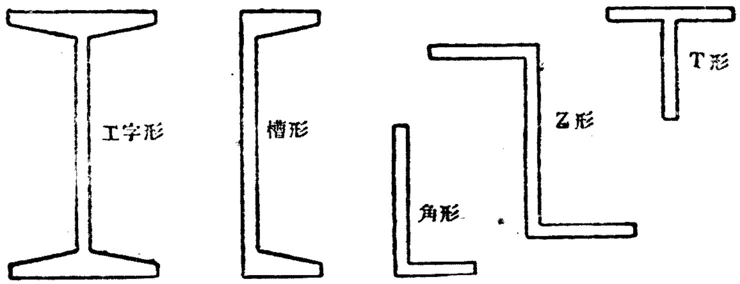


圖 24

【例一】 圖 25 表示一構合梁，試求其截面之重心。此梁係兩槽及一鈑構成，每槽之截面積為 6.03 方吋。每槽重心與底邊距離顯然為 6 吋，平鈑截面之重心，距底邊 $12\frac{1}{4}$ 吋。

設 c 為全截面重心與底邊之距離；因鈑之截面積為 7 方吋，故全截面為 19.06 方吋。

$$19.06\times c=6.03\times 6+6.03\times 6+7\times 12\tfrac{1}{4}=158.11$$

故 $$c=158.11\div 19.06=8.30''。$$

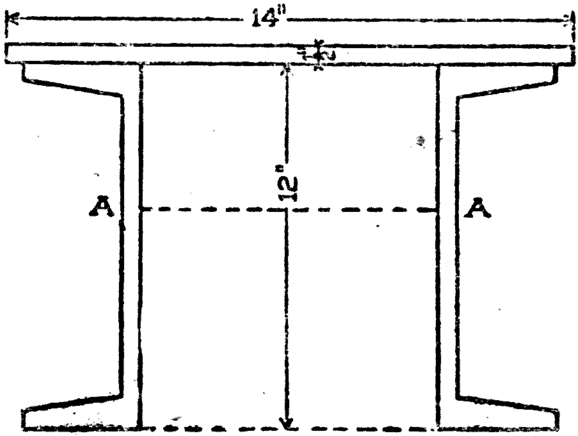


圖 25

習 題

1. 圖 26-a表示一構合截面，試求其重心之位置。每角形之截面積爲 5.06 方吋，而其重心如圖 26-b 所示。

答 重心距頂邊 3.08 吋

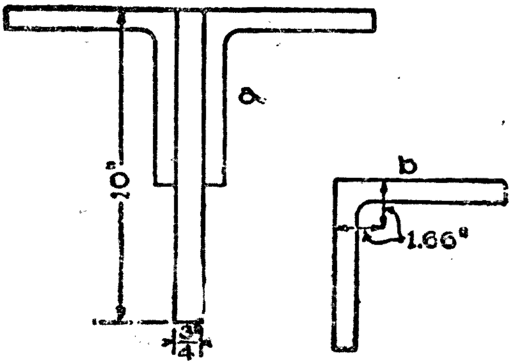


圖 26

2. 就圖 26-a，取消左面之角形，試求其餘之構台形之重心。

答 $\begin{cases}\text{重心距頂邊 } 3.65'' \\ \text{重心距左邊 } 1.19''\end{cases}$

50 轉動慣量 一平面積如分爲無限極小部份，每小部份之面積，與其距某直綫之距離之平方相乘，得一乘積，此無數乘積之

總和，即爲其全面積對於此直綫之轉動慣量。此直綫名爲『慣量軸綫』，在面積之同一平面內任何地位均可。惟在梁之問題內，（梁之截面之轉動慣量，常須計算）則其慣量軸綫，恆爲經過截面重心之水平綫。

尋常將一面積分爲若干小部份，（非無限數），以每部份之面積與其慣量軸綫之距離之平方相乘，此諸乘積之總和，亦與全面積之轉動慣量，大約相等。

【例一】 將圖27-a之矩形分爲8部份，每部份爲1方吋，各部份重心與軸之距離爲$\frac{1}{2}''$及$1\frac{1}{2}''$，則近軸綫之四部份，其乘積各爲（面積與距離之平方相乘）：　　$1\times(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$；

遠軸綫之四部份各爲：　　$1\times(1\frac{1}{2})^2=\frac{9}{4}$。

故全面積對於此軸綫之轉動慣量，約爲：

$$4\times\frac{1}{4}+4\times\frac{9}{4}=10。$$

若將此面積分爲32部份，如圖27-b，每部份爲$\frac{1}{4}$方吋，則離軸綫最遠之8部份，其重心與軸綫之距離爲$1\frac{3}{4}''$，次遠之8部份爲$1\frac{1}{4}''$，又次遠之8部份爲$\frac{3}{4}''$，最近之8部份爲$\frac{1}{4}''$。故全面積對於此軸綫之轉動慣量約爲：

$$8\times\frac{1}{4}\times(1\frac{3}{4})^2+8\times\frac{1}{4}\times(1\frac{1}{4})^2+8\times\frac{1}{4}\times(\frac{3}{4})^2+8\times\frac{1}{4}\times(\frac{1}{4})^2=10\frac{1}{2}$$

若此面積之部份分爲更小，而各求其乘積，

$$(小面積)\times(距離)^2,$$

再如上求其乘積之總和，則所得必又大於$10\frac{1}{2}$，故所分部份愈小，則答數必愈大，但決不能大於$10\frac{2}{3}$，蓋$10\frac{2}{3}$乃此矩形分爲無限部份（均無限小）之答數，亦即此矩形對於此軸綫之轉動慣量之確數也。

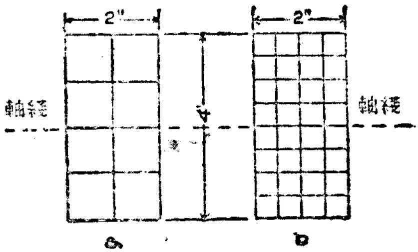


圖 27

對於簡單形體(矩形圓形等)轉動慣量之確數，原有簡便計算方法，惟本文擬不予敘述，因須應用艱難數學也。上文求轉動慣量約數之方法，對於極不規則之形體，甚爲適用，且使學者明瞭所謂面積之轉動慣量之意義。學者須知一面積之轉動慣量云者，即計算所得總和之名詞。此名詞並不適當，因其總和殊與慣量無關也。當初採用此名詞時，爲其與原稱轉動慣量之和數頗爲相似而已。

51. 轉動慣量之單位 面積與距離平方之乘積，實爲四項長度之乘積，每因數內含有兩項長度；轉動慣量既爲此種乘積之和數，故轉動慣量亦即四項長度之乘積也。凡兩項長度之乘積爲面積，三項長度之乘積爲體積，今四項長度之乘積爲轉動慣量。若應用普通面積之理想，則此四項乘積爲不可思議，無怪初學者之感受困難焉。此種數量單位(面積，體積，及轉動慣量)如下：

平方吋，平方呎，………

立方吋，立方呎，………

四乘方吋，四乘方呎，………

但吋之四次方，惟此用之，即用以計算轉動慣量之數值而已，尋常寫爲(吋)^4。

52 矩形之轉動慣量 設 b 爲矩形之底邊，a 爲其高度，則用高等數學，可以求得此矩形對於經過其重心而平行於底邊之軸綫

之轉動慣量爲$\frac{1}{12}ba^3$。

【例】 設有矩形，$4''\times12''$，試計算其對於經過重心而平行於長邊之軸綫之轉動慣量。

今 $b=12$，$a=4$，

故轉動慣量等於　$\frac{1}{12}(12\times4^3)=64$ 吋^4。

習　題

1. 設有 $4''\times12''$，矩形試求其對於經過重心而平行於短邊之軸綫之轉動慣量。　　答　576 吋^4。

53. 轉變之公式　上文 49 節所述之手册內，常列表載明各種輾成形體之截面之轉動慣量，但其慣量軸綫，恆取通過重心而平行於截面之一邊之直綫。若欲計算一輾成截面對於其他軸綫之轉動慣量，而此兩軸綫（表內所列之軸與欲求之軸）相平行者，則可從表內已列之數，用下述規則求之：

一面積對於任何軸綫之轉動慣量，等於其對於通過重心而相平行之軸綫之轉動慣量，加此面積與兩軸綫間距離之平方之相乘積所得之和。

假定 I 代表對於任何軸綫之轉動慣量，I_0 代表對於通過重心而相平行之軸綫之轉動慣量；A 爲其面積，d 爲兩軸綫間之距離，則

$$I=I_0+Ad^2 \qquad (5)$$

【例】 設有$2''\times8''$之矩形，慣量軸綫與長邊平行，而與重心相

距 4″，試求其轉動慣量(圖 28)。

設 I 代表所求之轉動慣量，I_0 代表此矩形對於通過重心而平行於長邊之軸綫之轉動慣量，則 $I_0=\frac{1}{12}ba^3$(參看 52 節)；今

$b=8''$，$a=2''$，$I_0=\frac{1}{12}(8\times 2^3)$

$=5\frac{1}{3}$(吋)^4。

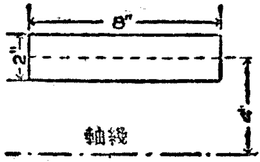


圖 28

兩慣量軸綫之距離爲 4″,矩形面積爲 16 方吋,故依公式(5)得

$I=5\frac{1}{3}+16\times 4^2=261\frac{1}{3}$(吋)^4

習 題

1. $2\frac{1}{2}''\times 2''\times\frac{1}{2}''$（各爲其邊長及厚度）之角鋼對於經過重心，平行長邊之軸綫之轉動慣量爲 0.64 吋^4，截面積爲 2 方吋，重心與長邊之距離爲 0.63″（此種數值，均採自手册）。試求此截面對於距重心 4″ 而平行於長邊之軸綫之轉動慣量。 答 32.64(吋)^4

54. 構合截面之轉動慣量 一梁有時用幾個輾成形體構合而成,已如上述。則此截面對於一軸綫之轉動慣量，即等於各形體對於同一軸綫之轉動慣量之和。此法卽用以計算可分爲數個簡單部份面積之總矩者。

一面積如可作爲一大面積減去其他諸面積，則此面積之轉動慣量,卽等於大面積之轉動慣量,減去其他諸面積之轉動慣量。

【例一】 圖30表示一構合截面(與圖 25 相似),試計算此截面對於經過重心之水平軸綫之轉動慣量。

已知每一槽形對於通過其本身重心之水平軸綫之轉動慣量爲

128.1(吋)^4，各槽截面爲 6.03(吋)^2。在 49 節例一，已求得此全截面之重心，係在底邊上 8.30″；故此慣量軸綫與兩槽形之重心及平鈑之重心之距離各爲 2.3″ 及 3.95″(圖 30)。

每一槽形對於 AA 軸綫之轉動慣量(依 53 節公式 5)爲：

$$128.1+6.03\times(2.30)^2=160(\text{吋})^4。$$

頂面平鈑(矩形)對於 $a''a''$ 軸綫之轉動慣量，(參看 52 節)爲

$$\frac{1}{12}ba^3=\frac{1}{12}[14\times(\tfrac{1}{2})^3]=0.15(\text{吋})^4,$$ 而對於AA軸綫

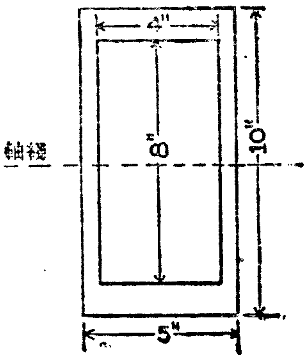


圖　29

(平鈑截面積爲 7 方吋)則爲：

$$0.15+7\times(3.95)^2=109.37(\text{吋})^4。$$

故全截面對於 AA 軸綫之轉動慣量爲：

$$2\times160+109.37=429.37(\text{吋})^4$$

【例二】 圖 29 爲一空心矩形，試求其對於經過重心，而與短邊平行之軸線之轉動慣量。

外殼大矩形對於此軸綫之轉動慣量(依 52 節)爲：

$$\frac{1}{12}(5\times10^3)$$

$$=416\tfrac{2}{3};$$

內空小矩形對於同軸綫之轉動慣量爲：

$$\frac{1}{12}(4\times8^3)$$

$$=170\tfrac{2}{3};$$

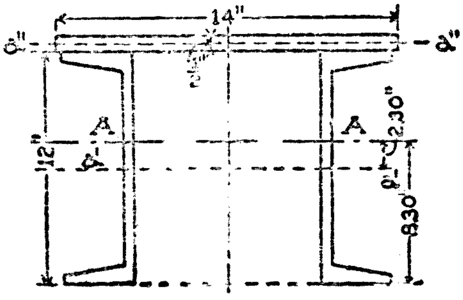


圖　30

故此空心截面對於此軸綫之轉動慣量，即爲：

$$416\tfrac{2}{3}-170\tfrac{2}{3}=246(\text{吋})^4。$$

習　題

1. 圖 31-a 表示一截面，軸綫 AA 距頂邊 3.08″，試求此截面對於 AA 軸綫之轉動慣量。已知每角形之截面積爲 5.06 方吋，其重心 c（圖31-b）距頂邊 1.66″，及其對於 aa 軸綫之轉動慣量爲 17.68（吋）

答　145.8（吋）^{4}

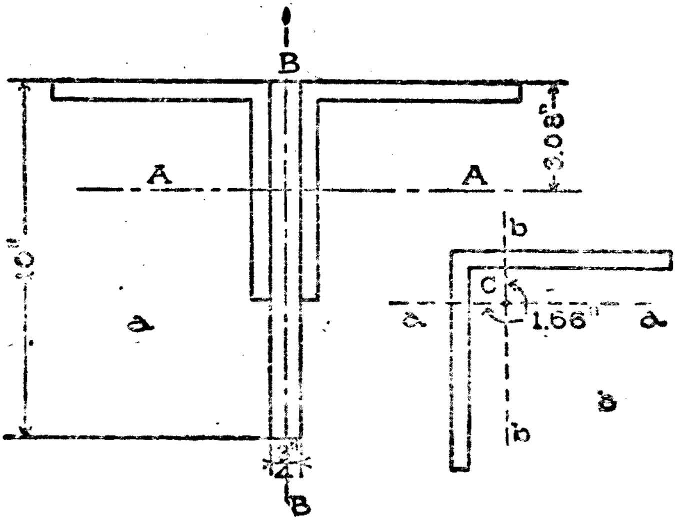


圖　31

2. 試求圖 31-a 截面，對於 BB 軸綫之轉動慣量；已知每角形之重心對於一邊之距離爲 1.66″(圖 31-b)及其對於 bb 軸之轉動慣量爲 17.68(吋)^4

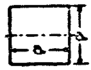
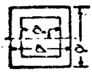
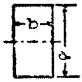
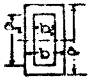
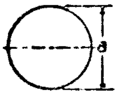
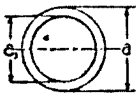
答　77.618(吋)^4

55. 重心表及轉動慣量表　下列表 A 之第二行，即轉動慣量之公式，其慣量軸綫均係通過重心之水平綫；第三行各式，說明於下文 62 節，第四行各式，說明於下文 80 節。

表　　A

轉動慣量，截面係數，及迴轉半徑。

（惰軸是線經過重心並係水平）

截　面	轉動慣量	截面係數	迴轉半徑
	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^3}{6}$	$\frac{a}{\sqrt{12}}$
	$\frac{a^4-a_1^4}{12}$	$\frac{a^4-a_1^4}{6a}$	$\sqrt{\frac{a^2+a_1^2}{12}}$
	$\frac{ba^3}{12}$	$\frac{ba^2}{6}$	$\frac{a}{\sqrt{12}}$
	$\frac{ba^3-b_1a_1^3}{12}$	$\frac{ba^3-b_1a_1^3}{6a}$	$\sqrt{\frac{ba^3-b_1a_1^3}{12(ba-b_1a_1)}}$
	$0.049d^4$	$0.098d^3$	$\frac{d}{4}$
	$0.049(d^4-d_1^4)$	$0.098\frac{d^4-d_1^4}{d}$	$\frac{\sqrt{d^2+d_1^2}}{4}$

第六章　梁之強度

56. 荷重之種類　加於水平梁之荷重，通常爲垂直，但有時亦可與梁不成直角。與梁身成直角之外力，稱爲横力；與梁身平行之外力，稱爲縱力；其他稱爲斜力。現在但就受横力之梁（荷重及反動力）討論之。

57. 中立面，中立綫，及中立軸綫　凡一梁經載重以後，如係肱梁，則梁身全部凸向上（卽凹向下）；如係支托兩端之簡單梁，則全部凸向下（卽凹向上）；如係簡單梁而有挑出之端，或限制梁，或連梁，則一部份凸向上，一部份凸向下。梁未載重之時，如在其側面上繪相近之兩垂直平行綫，則載重以後，梁體彎曲，此兩綫不復平行。如果梁身凸向下，則此兩綫上端稍接近，而下端稍分離（圖 32-a）梁身凸向上，則上端稍分離而下端稍接近（圖32-b）。

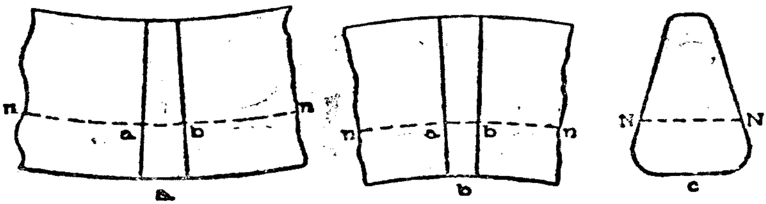
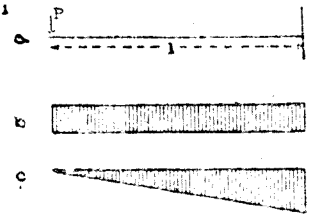


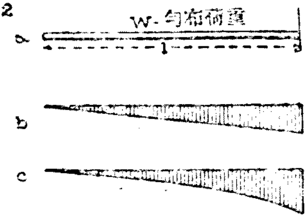
圖　32

梁身之纖維絲，在凸側者被拉長而受張力，在凹側者被壓緊而受壓力；在伸長及壓縮之間，必有一處之纖維絲，既不受張力，又不受壓力。此一層纖維絲，卽構成梁內之一面，稱爲梁之『中立面』。此中立面與梁之兩邊相交之綫，稱爲『中立綫』，與梁之任何截面

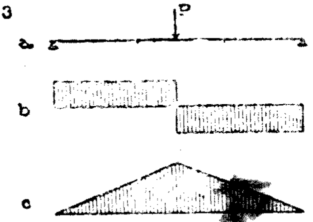
表　B
八種狀況(a)之剪力圖(b),及力矩圖(c),
並註明最大剪力(V),最大彎曲力矩(M),及垂度(d)之數值

1


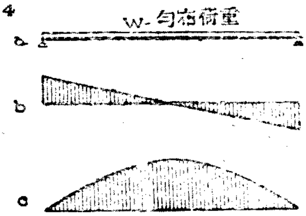
$V=P$, $M=Pl$, $d=Pl^3\div 3EI$.

2


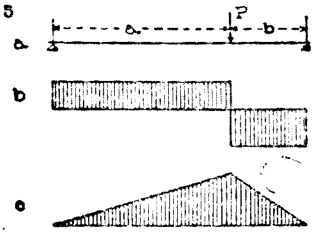
$V=W$, $M=\frac{1}{2}Wl$, $d=Wl^3\div 8EI$.

3


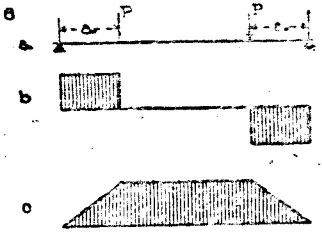
$V=\frac{1}{2}P$, $M=\frac{1}{4}Pl$, $d=Pl^3\div 48EI$.

4


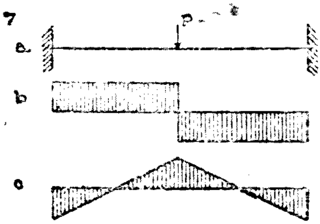
$V=\frac{1}{2}W$, $M=\frac{1}{8}Wl$, $d=5Wl^3\div 384EI$.

5


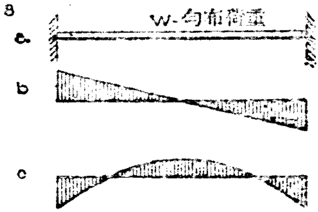
$V=Pa\div l$, $M=Pab\div l$.

6


$V=P$, $M=Pa$, $d=Pa\,(3l^2-4a^2)\div 24EI$.

7


$V=\frac{1}{2}P$, $M=\frac{1}{8}Pl$, $d=Pl^3\div 192EI$.

8


$V=\frac{1}{2}W$, $M=\frac{1}{12}Wl$, $d=Wl^3\div 384EI$.

相交之綫，稱爲『中立軸綫』。設 ab 纖維絲，當梁身彎曲時，既不伸長，亦不縮短，則 nn 卽此中立綫之一部份。若圖 22-c 表示一梁之截面，則 NN 爲截面之中立軸綫。

若梁身所受之外力俱爲横力，而截面上之抗張應力及抗壓應力均在梁身材料之彈性限度以內，則一載重梁之任何截面之中立軸綫必經過截面之重心，此可加以證明也。

53 **梁截面內應力之種類** 一梁內有抗張應力，及抗壓應力；在梁之凸側有抗張應力，梁之凹側有抗壓應力，已如前節所述（參看圖33），故 T 及 C 兩組力，卽自圖上右側連續之部份（此部份並未顯示），作用於圖上所示部份之梁體者。此種應力名爲『纖維應力』。

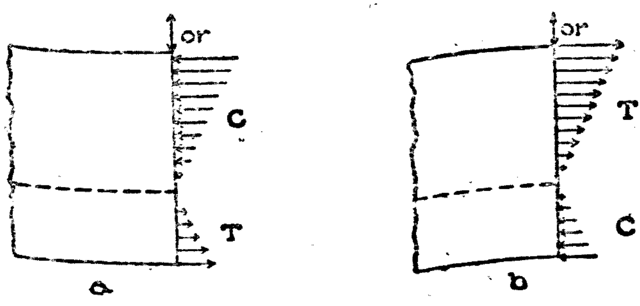


圖 33

梁之每一截面內，除纖維應力外，普通尚有抗剪應力，此可證明如下：

圖34表示一簡單梁，支托於兩端，此梁被切成兩段，如圖所示。若加於斷頭之力，等於未切斷時內部所作用之力，則此兩段雖受荷重，必仍得維持其水平位置。尋常在一個實體梁內，截面之上部受壓力，下部受張力，故在切斷之梁，如在切斷處之上部用一短塊 C，

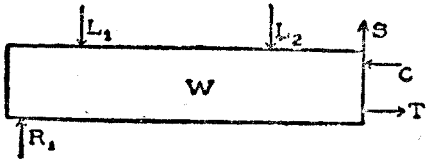


圖　34

下部用一帶或鏈 T 以維繫之，如圖所示。此時短塊受壓力，鏈受張力。驟視之，此項裝置似可維持梁之原有位置，而担負荷重矣，但除在某種狀況*外，此裝置並不能使梁保持水平位置。何則，因短塊及帶鏈所施之力（水平壓力及水平張力），並不等於實際之應力，而切斷之端，尚需一種垂直力也。

假定 R_1 小於 L_1+L_2+A 段之重量，即該截面之外剪力為負數；則必在切斷端加一垂直拉力，在 A 端為向上，B 端為向下，如此連同前項裝置，始可使梁負担荷重，並保持其水平位置，一如未切斷之實體梁。此垂直拉力裝置，可用 S 帶繫於 A 及 B 兩端之托條上，如圖所示。如在實體梁，則此兩部份發生互相直接作用，所謂垂直力，即係抗剪應力，因其正作用於所截平面之內也。

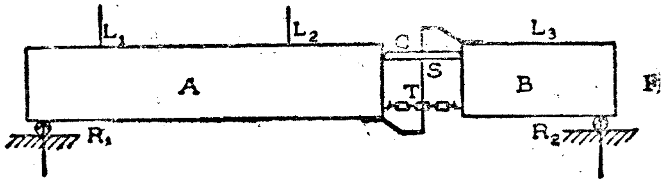


圖　35

59　**截面應力與荷重及反動力之關係**　設如圖 35，代表一截面左側之梁體，R_1 為其左端反動力，L_1 及 L_2 均為荷重；W 為該部份之梁重；C, T 及 S 各為其右側作用於左側之壓力，張力及剪力。

該部份梁體既在靜止狀態，則所作用之各力必得平衡；凡水平

---

*截面之外剪力等於零時

垂直諸力能平衡者，則

1. 諸水平力之代數和等於零，

2. 諸垂直力之代數和等於零，

3. 所有諸力對於任何點之力矩之代數和等於零。

欲適合第一條件，今惟有張力及壓力爲水平力，故張力必等於壓力。

欲適合第二條件，S(內剪力)必等於諸垂直外力之代數和，故S卽等於截面之外剪力，又剪力若爲負，則S向上，若爲正，則S向下。簡言之，一截面之內剪力與外剪力，必相等而相反。

欲適合第三條件，截面之纖維應力，對於中立軸綫之力矩之代數和，必等於作用於該部份梁體之所有其他外力對於同一軸綫之力矩之和，惟記號則相反。(剪力對於中立軸綫之力矩當然爲零)但各荷重及反動力之力矩之和，原稱爲截面之彎曲力矩；今用抵抗力矩一名詞以表示纖維應力(張力及壓力)對於中立軸綫之力矩之和，則簡言之，一截面之抵抗力矩與彎曲力矩相等，但記號則相反。

60. 纖維應力　纖維應力，並不在截面上平均分布，已如前述。在任何截面，其壓力以梁之凹邊爲最强(卽單位抗壓應力爲最大)，其張力以梁之凸邊爲最强(卽單位抗張應力爲最大)。此單位抗壓應力及單位抗張應力均向中立軸，逐漸減少；至中立軸上，則單位纖維應力等於零。

若纖維應力在彈性限度以內，則如57節所述繪於梁之側面之兩直綫在梁體彎曲時仍爲直綫，此卽纖維之壓縮度及伸長度均與纖維至中立軸綫之距離成正比例。但變形係與應力成比例(在所指

材料之彈性限度以內），故單位纖維應力，亦與纖維至中立軸綫之距離成正比例。

圖36-a表示一彎曲梁之一部份，36-b爲其截面，nn爲中立綫，而 NN 爲中立軸綫。截面內單位應力變動之狀態，可用下法表明之。設用某種比例尺，使 ac 等於頂邊之單位應力，連 cn 綫，延長至梁之下半部，得 c''點，使 bc'等於 bc''，連 nc'綫。然後此多數箭頭綫卽表示單位纖維應力，因其長均與至中立軸之距離成正比例也。

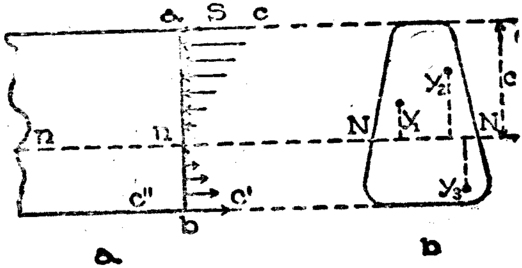


圖　36

61.　抵抗力矩之値　設 S 表示距中立軸綫最遠處之單位纖維應力（卽截面內之最大單位纖維應力），c 爲中立軸綫至此最遠纖維之距離；S_1, S_2, S_3 等，各表示與中立軸相距 y_1, y_2, y_3 等處之單位應力，則

$$S:S_1=c:y_1,\quad 卽\quad S_1=\frac{S}{c}y_1,$$

同樣
$$S_2=\frac{S}{c}y_2,\quad S_3=\frac{S}{c}y_3,\quad 等等。$$

又設 a_1, a_2, a_3 等，爲截面上與中立軸綫相距 y_1, y_2, y_3 等處之纖維之小面積，則此各處纖維之應力爲 S_1a_1, S_2a_2, S_3a_3，等等，

或卽
$$\frac{S}{c}a_1y_1,\quad \frac{S}{c}y_2a_2,\quad \frac{S}{c}y_3a_3,\quad 等等。$$

此種應力對於中立軸綫之臂距，即為 y_1, y_2, y_3, 等等，故對於中立軸綫之力矩為 $\frac{S}{c}a_1y_1^2$, $\frac{S}{c}a_2y_2^2$, $\frac{S}{c}a_3y_3^2$, 等等

諸力矩之總和(即抵抗力矩)為:

$$\frac{S}{c}a_1y_1^2+\frac{S}{c}a_2y_2^2+\frac{S}{c}a_3y_3^2+\cdots\cdots$$

$$=\frac{S}{c}(a_1y_1^2+a_2y_2^2+a_3y_3^2+\cdots\cdots)$$

其中 $a_1y_1^2+a_2y_2^2+a_3y_3^2+\cdots\cdots$ 即為截面上各微細面積與對於中立軸綫之距離之平方相乘積之總和，亦即此截面對於中立軸綫之轉動慣量也。設 I 表示此轉動慣量，則抵抗力矩之值即為 $\frac{SI}{c}$.

材料力學

第二篇

第七章　梁之強度(續)

62. **第一梁公式**　如前節所述，梁之任何截面之抵抗力矩與彎曲力矩相等，故

$$\frac{SI}{c}=M \tag{6}$$

各種記號，皆屬於同一截面。此公式爲梁之最重要公式，稱爲『第一梁公式』。

比率 $\frac{I}{c}$，通稱爲截面係數。此係數但與截面之大小有關，而與梁之材料及他事無關也。I 旣爲四項長度之乘積(參看51節)，則 $\frac{I}{c}$ 卽爲三項長度之乘積，故截面係數可用容積單位以表示之，通常用立方吋，寫作(吋)^3。幾種簡單截面之截面係數，可於55節之表A內見之。

63. **第一梁公式之應用**　公式(6)有三種主要應用，今說明如次。

64. **第一種應用**　已知梁之尺寸及其荷重與支點之狀況，試求梁內之最大單位抗張應力，及最大單位抗壓應力。

此問題可用公式(6)，寫成下式，

$$S=\frac{Mc}{I},\quad 或 \quad \frac{M}{I\div c} \tag{6'}$$

除非另有說明，吾人可假定梁之各截面皆一律相同，因通常之梁皆如此也，故各截面之截面係數$\frac{I}{c}$皆相同。依上式，則 S(最遠纖維之單位纖維應力)與 M 成正比例，而 M 極大時*，S 亦極大，故就上式內代入最大彎曲力矩及截面係數之值，卽可求得最大單位纖維應力。

若中立軸與最高及最低纖維之距離相等，則最大單位抗張應力及最大單位抗壓應力亦相等，而其值同為 S。若中立軸與最高及最低纖維之距離不相等，設 c' 表示兩者之較近距離，S′表示較近之纖維應力，則一截面之單位應力恆與中立軸之距離成正比例，故

$$\frac{S'}{S}=\frac{c'}{c},\quad 或 \quad S'=\frac{c'}{c}S.$$

如最遠纖維係在梁之凸面，則 S 為抗張應力而 S′ 為抗壓應力，若在凹面，則 S 為抗壓應力而 S′ 為抗張應力。

【例一】 一梁長 10 呎，支托於兩端，距左端 2 呎處，有 4,000 磅荷重(圖 37-a)。設梁之截面為 $4''\times12''$(長邊常為垂直)，試計算其最大單位抗張應力及抗壓應力。

尋常矩形之高度為 a，底邊為 b，則其截面係數為$\frac{1}{6}ba^2$(參看 53 節表 A)，故本例之梁，其截面係數為 $\frac{1}{6}\times4\times12^2=96$(吋)^3。欲求最大彎曲力矩，必先求其危險截面之所在。此截面卽在剪力變更記號之處(參看 45 節)。茲先繪出其剪力圖，同時卽得其記號變更之處。梁重如略而不計，則兩端反動力，可用以 C 點為中心之力矩方程式以求得之(圖 37-a)，卽

* 因 M 極大之截面，S 亦極大，故此截面通稱為梁之危險截面

$$R_1 \times 10 - 4{,}000 \times 8 = 0, \qquad R_1 = 3{,}200 \text{ 磅。}$$

在繪出剪力圖後（圖 37-b），卽知剪力變更記號之處，卽在荷重之點，該處彎曲力矩之值，爲　　$3{,}200 \times 2 = 6{,}400$ 呎磅，

或　　$6{,}400 \times 12 = 76{,}800$ 吋磅。

代入公式(6′)，卽得　　$S = \dfrac{76{,}800}{96} =$ 每方吋 800 磅。

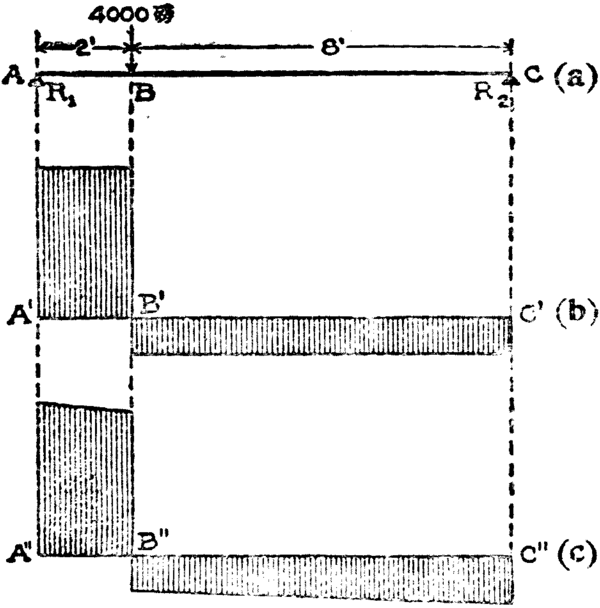


圖 37

【例二】 假定前例之梁爲木質，而梁之重量須一併計算。

梁之體積爲　　$\dfrac{4 \times 12}{144} \times 10 = 3\frac{1}{3}$ 立方呎，

假定木料每立方呎重 45 磅，則全梁重 150 磅。（與荷重相比關係甚微）故左端反動力爲　　$3{,}200 + (\frac{1}{2} \times 150) = 3{,}275$。

圖 37-c 卽表示其剪力圖，剪力變更記號之處仍與前同。在危險截

面以左，梁之重梁爲30磅，故最大彎曲力矩爲

$$3{,}275\times2-30\times1=6{,}520\ 呎磅，$$

或　$6{,}520\times12=78{,}240$ 吋磅。

代入公式(6′)，卽得　　$S=\dfrac{78{,}240}{96}=$ 每方吋 815 磅。

故梁之重量，可使危險截面內之單位應力，每方吋增加15磅。

【例三】 有T形梁(圖38)長8呎，支托於兩端，負担勻佈荷重1,200磅，此截面對於中立軸綫之轉動慣量爲2.42(吋)^4，試計算其最大單位抗張應力，及抗壓應力。

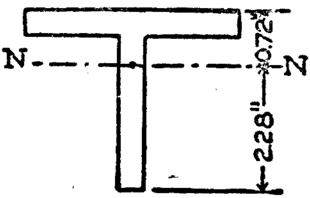


圖　38

此梁之危險截面顯然在中點，故其最大彎曲力矩（參看56節表B)爲$\frac{1}{8}Wl$，W及l各表示其荷重及長度。

今　$\frac{1}{8}Wl=\frac{1}{8}\times1{,}200\times8=1{,}200$ 呎磅，

或　　$1{,}200\times12=14{,}400$ 吋磅。

截面係數等於$2.42\div2.28=1.06$，故$S=\dfrac{14{,}400}{1.06}=$每方吋 13,585 磅。

此卽梁之中央截面最低纖維之單位纖維應力，並知此爲抗張應力。在此中央截面之最高纖維所受之單位應力，當爲抗壓應力，而等於

$$S'=\frac{c'}{c}S=\frac{0.72}{2.28}\times13{,}585=每方吋\ 4{,}290\ 磅。$$

習　題

1.　一梁支托於兩端，長12呎，截面爲6″×12″，在中點負担集中荷重3,000磅。試計算梁內之最大單位抗張應力及抗壓應力，梁重不計。

答　每方吋 750 磅

2. 前題將梁重 300 磅一併計入。

答 每方吋 787.5 磅

3. 有肱梁一端砌入牆內，突出之梁長 5 呎，在他端有荷重 250 磅。圖 38 即表示此肱梁之截面，試計算其最大單位抗張應力及抗壓應力，並說明在何處截面內。(梁重略而不計。)

答 $\begin{cases}\text{抗張應力每方吋 4,471 磅}\\ \text{抗壓應力每方吋 14,150 磅}\end{cases}$

4. 試就圖18-a之梁，計算其最大單位抗張應力及抗壓應力，圖示之各荷重及梁重(400 磅)均須計入。(力矩圖表示於圖 18-b，作法見 44 節例二)梁之截面爲 8″×12″ 矩形。

答 每方吋 580磅

5. 試就圖 19-a 之肱梁，計算其最大單位抗張應力，及抗壓應力，此係工字鐵梁，其截面係數爲 20.4(吋)^3。(其力矩圖表示於圖 19-b，作法見 44 節例三

答 每方吋 11,470 磅

6. 試就圖 10 之梁，計算其最大單位抗張應力，及抗壓應力，梁重不計，截面爲 6″×12″ 矩形。(參看 43 節習題 1.)

65. 第二種應用 已知梁之尺寸及其資用強度，試求其安全荷重(荷重狀態亦爲已知)。

此問題可用公式(6)，寫成下式，

$$M=\frac{SI}{c} \qquad (6'')$$

式中 S 即梁之材料之資用強度，I 及 c 均可由截面尺寸算得，如此即可計算梁之安全抵抗力矩，亦即等於此梁所能担任之最大安全彎曲力矩也。其次再計算最大彎曲力矩，用未知之荷重表示之，使其等於已求得之抵抗力矩，分解後即得未知之荷重矣。

如屬鑄鐵，則抗張與抗壓之强度相差極遠；若梁之中立面與頂邊及底邊距離相等，則其强度必擇其小者而用之；若頂邊與底邊之距離不等，則可用本節下文例四之方法。

【例一】 一木梁支托於兩端，長 12 呎，截面 $6''\times12''$，若資用强度為每方吋 800 磅，試求此梁能担負勻佈荷重若干。

截面係數為 $\frac{1}{6}ba^2$，b 及 a 各為截面之底寬及高度(參看 55 節表A)，　$\frac{1}{6}b\ a^2=\frac{1}{6}\times6\times12^2=144(\text{吋})^2$，

故　$\frac{SI}{c}=800\times144=115,200$ 吋磅。

凡支托兩端並負担勻佈荷重之梁，其最大彎曲力矩為 $\frac{1}{8}Wl$ (參看 56 節表 B)，其中 W 為梁重及荷重之總和，l 為其長度；設 W 之單位為磅，則 $\frac{1}{8}Wl=\frac{1}{8}W\times12$ 呎磅 $=\frac{1}{8}W\times144$ 吋磅。

使最大彎曲力矩與安全抵抗力矩相等，則

$\frac{1}{8}W\times144=115,200$；　或　$W=\frac{115,200\times8}{144}=6,400$ 磅。

梁之安全荷重，即自 6,400 磅減去梁之重量而得。

【例二】 一工字鋼梁，支托於兩端，長 15 呎，截面係數為 20.4 $(\text{吋})^3$。設資用强度為每方吋 16,000 磅，梁重略而不計，若距梁端 5 呎處置一集中荷重，問此荷重可為若干？

安全抵抗力矩等於 $\frac{SI}{c}=16,000\times20.4=326,400$ 吋磅。

故彎曲力矩必不能大於此數。危險截面即在此荷重之處；設 P 表示此未知荷重以磅計，最大彎曲力矩(參看 56 節表 B) 等於 $\frac{2}{3}P\times5$ 呎磅，或 $\frac{2}{3}P\times60$ 吋磅。彎曲及抵抗兩力矩相等，故

$\frac{2}{3}P\times60=326,400$；　或　$P=\frac{326,400\times3}{2\times60}=8,160$ 磅

【例三】 在前例內，梁之重量 375 磅須一併計入。

安全集中荷重既爲未知值，故剪力圖不易繪出，卽危險截面不易决定。但若在本例情形，則勻佈荷重(卽梁重)對於集中荷重，影響甚小，故危險截面大概仍在集中荷重處。因梁重而生之梁端反動力爲 $\frac{1}{2}\times 375=187.5$，因荷重而生之梁端反動力爲 $\frac{1}{3}$P 及 $\frac{2}{3}$P，P 卽表示荷重之值。故較大之反動力 R_1(圖 39)等於 $\frac{2}{3}P+187.5$。每呎梁重爲 $375\div 15=25$ 磅，故荷重處之最大彎曲力矩等於

$$(\frac{2}{3}P+187.5)5-(25\times 5)2\frac{1}{2}=$$

$$\frac{10}{3}P+937.5-312.5=\frac{10}{3}P+625。$$

若 P 以磅計，則此數值卽以呎磅計。其安全抵抗力矩仍與前例相同，卽 326,400 吋磅，故

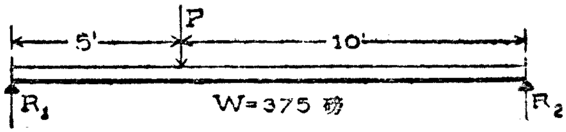


圖 39

$$(\frac{10}{3}P+625)12=326,400。$$

解此式以求P，$\frac{10}{3}P+625=\frac{326,400}{12}$，

$$10\,P+625\times 3=\frac{326,400\times 3}{12}=81,600,$$

$$10\,P=797,25;\qquad \text{故}\quad P=7,972.5\text{ 磅。}$$

上面假定危險截面在集中荷重處，茲須加以證明。已知 P＝7,972.5 磅，計算 R_1 以繪成剪力圖，並觀察剪力變更記號之處。如此卽可證明剪力變更記號之處，卽在荷重處也。

【例四】　一鑄鐵肱梁，砌入牆內，突出 8 呎。其截面見圖 40，其對於中立軸綫之轉動慣量為 50 $(\text{吋})^4$；抗張及抗壓之資用强度各為每方吋 2,000 及 9,000 磅，試計算梁能担任安全勻佈荷重若干，梁重略而不計。

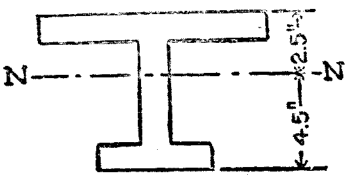


圖　40

此肱梁係凸向上，故上部纖維受張力，下部纖維受壓力。

如用壓力强度，則其抵抗力矩$\left(\frac{SI}{c}\right)$為 $\frac{9{,}000\times 50}{4.5}=100{,}000$ 吋磅；

如用張力强度，則其抵抗力矩為　$\frac{2{,}000\times 50}{2.5}=40{,}000$ 吋磅。

故安全抵抗力矩，應為此兩值中之小者，即 40,000 吋磅是也。

危險截面即在牆面，（參看 56 節表 B），其最大彎曲力矩等於 $\frac{1}{2}Wl$，W 為其勻佈荷重，l 為其長度，如 W 以磅計，則

$$M=\frac{1}{2}W\times 8 \text{ 呎磅} =\frac{1}{2}W\times 96 \text{ 吋磅；}$$

使此彎曲力矩，等於抵抗力矩，則

$$\frac{1}{2}W\times 96=40{,}000, \qquad \text{故 } W=\frac{40{,}000\times 2}{96}=833 \text{ 磅。}$$

習　題

1.　8″×8″ 之木質肱梁，突出牆面 8 呎。若每方吋之資用强度為 1,000 磅，問梁端能負担安全荷重若干？

答　890 磅

2.　一梁支托於兩端，長 12 呎，截面 8″×10″，距兩端各 3 呎處，負担兩個 P. 荷重，資用强度為每方吋 1,000 磅，試計算 P。（參看 56 節表 B）

答　9,480 磅

3. 一工字梁，支托於兩端，長 20 呎，每呎梁重 25 磅。截面係數爲 20.4 (吋)^3，資用强度爲每方吋 16,000 磅。試計算此梁能負担安全勻佈荷重若干。

答 10,880 磅

66. **第三種應用** 已知梁之荷重，支點狀況，及資用强度，試求其截面之必要尺寸，以安全負担此項荷重；換言之，卽梁之設計也。

此問題可用第一梁公式(公式6)，寫成下式，

$$\frac{I}{c}=\frac{M}{S} \qquad (6''')$$

先求得最大彎曲力矩，代入 M；再將資用强度，代入 S；如此卽得所需之截面係數$\left(\frac{I}{c}\right)$。惟一個截面係數，可設計許多截面。選擇最適當之截面，應視梁之用途，及經濟狀況而定。

【例一】 一木梁須担負勻佈荷重 1,500 磅，兩支點之距離爲 20 呎。若木料之資用强度爲每方吋 1,000 磅，試求截面之必需尺寸。

危險截面係在梁之中央；其最大彎曲力矩(參看 56 節表 B)爲：

$$\frac{1}{8}Wl=\frac{1}{8}\times 1,500\times 20=3,750 \text{ 呎磅},$$

或 $3750\times 12=45,000$ 吋磅，故 $\frac{I}{c}=\frac{45,000}{1,000}=45$ (吋)^3

矩形之截面係數(參看 55 節表 A) 爲 $\frac{1}{6}ba^2$，

卽 $\frac{1}{6}ba^2=45$， 或 $ba^2=270$。

任何木質梁，(安全强度爲每方吋 1,000 磅)，祗須其寬度乘高度之平方，等於或大於 270 者，皆足以負担此 1,500 磅之規定荷重而有餘也。

茲欲決定截面尺寸，可任擇一數，作爲 b 或 a，代入上述式內，卽可求得他一數矣。最好先擇寬度，如 1, 2, 3, 或 4 吋，然後求高度

c。設 $b=1''$，則 $a^2=270$， $a=16.43''$。

此卽等於用一 $1''\times 18''$ 之木板，此板旁邊必備支撐，否則易傾斜或屈曲故此式樣殊爲不良。次之，設 $b=2''$

則 $2\times a^2=270$， $a=\sqrt{270\div 2}=11.62''$

此乃同樣用一 $2''\times 12''$ 之木板，已較第一式樣爲佳。

又設 $b=3''$， 則 $3\times a^2=270$， $a=\sqrt{270\div 3}=9.49''$

此乃用一 $3''\times 10''$ 之木板，在此兩種 $2''\times 12''$ 及 $3''\times 10''$ 木板間，何去何從，應以建築之實際狀況爲斷矣。

凡此所述，猶未計入梁之重量也。因木梁尺寸，並無另數，故設計之時，須選擇一種普通商業尺寸，較計算所得者稍大（例如上文不用 $11.62''$ 而用 $12''$），如此亦可使梁之强度，稍爲增加，以應付梁身重量也。若對此尙有懷疑則吾人可併入梁之重量，以計算最大彎曲力矩，並就荷重及梁重以計算最大單位纖維應力。若此應力小於安全强度，則截面爲可用，若大於安全强度，則截面爲不足也。

試計算上述 $2''\times 12''$ 之木板梁，能否勝任所規定之荷重及梁重。此木板約重 120 磅，故總荷重爲 $1,500+120=1,620$ 磅。

最大彎曲力矩爲 $\frac{1}{8}Wl=\frac{1}{8}1,620\times 20\times 12=48,600$ 吋磅。

因 $\frac{I}{c}=\frac{1}{6}ba^2=\frac{1}{6}\times 2\times \overline{12}^2=48$， $S=\frac{M}{I\div c}$，

故 $S=\frac{48,600}{48}=$ 每方吋 1,013 磅

嚴格論之，此 $2''\times 12''$ 木板殊嫌不足，但最大單位應力僅超過規定限度 13 磅，故尙可勉强應用也。

【例二】 試就圖 9 之荷重，以求工字鋼梁之尺寸。鋼之安全强度爲每方吋 16,000 磅。

由第43節例一,已求得其最大彎曲力矩爲8,800呎磅,或$8,800\times 12=105,600$吋磅。

故 $$\frac{I}{c}=\frac{105,600}{16,000}=6.6(\text{吋})^3$$

卽須用一工字梁,其截面係數稍大於6.6,俾可應付梁之本身重量。在普通建築用鋼之手册上,皆有此種工字梁表,詳細說明工字梁之各種性質,可以選擇適宜之一種也。

下列爲工字梁簡表(最後兩行之用途,當於後文見之,)附圖卽示工字梁之截面,及表內所用之兩軸綫。

表內每種高度,均有兩種式樣,一爲最輕,一爲最重;實際上尙有其他中間式樣也。在第5行中,有比本例所需(6.6)稍大之截面係數,爲7.3,此乃相當於每呎重12¼磅之6″工字梁,或卽本例所需用者。欲證明超過之截面係數($7.3-6.6=0.70$),是否足以應付梁之重量,可與例一同樣辦理。本例超過數已甚大,故所擇之梁,其爲安全無疑。

習　題

1. 設有一木梁,長16呎,支托於兩端,資用强度爲每方吋1,000磅。若梁之中央負担荷重2,000磅,試求此梁之截面尺寸,假定梁寬爲6″。

答　6″×10′

2. 設有工字鋼梁,長10呎,支托於兩端,負担勻佈荷重200,000磅,鋼之資用强度爲每方吋16,000磅。問此工字梁之尺寸若何?

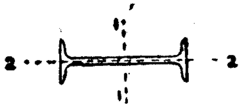
答　95磅,24′

3. 欲求安全負担圖10之荷重,問所需工字鋼梁之尺寸若何?鋼之資用强度爲每方吋16,000磅。

答　14.75磅,5′

表　C

標準工字梁之性質



梁之截面，表示1—1及2—2軸線

1	2	3	4	5	6
梁高(吋)	每呎重量(磅)	截面積(方吋)	轉動慣量 1-1 軸	截面係數 1-1 軸	轉動慣量 2-2 軸
3	5.50	1.63	2.5	1.7	0.46
3	7.50	2.21	2.9	1.9	.60
4	7.50	2.21	6.0	3.0	.77
4	10.50	3.09	7.1	3.6	1.01
5	9.75	2.87	12.1	4.8	1.23
5	14.75	4.34	15.1	6.1	1.70
6	12.25	3.61	21.8	7.3	1.85
6	17.25	5.07	26.2	8.7	2.36
7	15.00	4.42	36.2	10.4	2.67
7	20.00	5.88	42.2	12.1	3.24
8	18.00	5.33	56.9	14.2	3.78
8	25.25	7.43	68.0	17.0	4.71
9	21.00	6.31	84.9	18.9	5.16
9	35.00	10.29	111.8	24.8	7.31
10	25.00	7.37	122.1	24.4	6.89
10	40.00	11.76	158.7	31.7	9.50
12	31.50	9.26	215.8	36.0	9.50
12	40.00	11.76	245.9	41.0	10.95
15	42.00	12.48	441.8	58.9	14.62
15	60.00	17.65	538.6	71.8	18.17
18	55.00	15.93	795.6	88.4	21.19
18	70.00	20.59	921.2	102.4	24.62
20	65.00	19.08	1,169.5	117.0	27.86
20	75.00	22.06	1,268.8	126.9	30.25
24	80.00	23.32	2,087.2	173.9	42.86
24	100.00	29.41	2,379.6	198.3	48.55

67. 梁之强度之定率　凡一梁之强度，卽以其所能安全担任之彎曲力矩計算之；惟彎曲力矩旣與抵抗力矩相等，故亦可以安全抵抗力矩 $(SI \div c)$ 計算之。故梁之安全强度，(1)與其材料之資用纖

纖强度成正比例,(2)與其截面之截面係數成正比例。如梁之截面爲矩形(如木梁)則截面係數爲$\frac{1}{6}ba^2$, b 及 a 表示矩形之寬度及高度,如此則梁之强度,與寬度及高度之平方均成正比例。故矩形梁之寬度加一倍,則强度亦加一倍;若高度加一倍,則强度加四倍。

一梁所能担負之安全荷重,與抵抗力矩成正比例,同時又與荷重之方式及支托之方式有關,在 56 節表 B 中,前四種及後兩種之方式如下,

$$M=Pl, \quad 故 \quad P=SI\div lc,$$

$$M=\tfrac{1}{2}Wl, \quad 故 \quad W=2SI\div lc,$$

$$M=\tfrac{1}{4}Pl, \quad 故 \quad P=4SI\div lc,$$

$$M=\tfrac{1}{8}Wl, \quad 故 \quad W=8SI\div lc,$$

$$M=\tfrac{1}{8}Pl, \quad 故 \quad P=8SI\div lc,$$

$$M=\frac{1}{12}Wl, \quad 故 \quad W=12SI\div lc.$$

故在各種情形內,安全荷重常與梁之長度成反比例,而因情形之不同,並有 1,2,4,8,8,12 各種倍數。

【例】 一板 $2''\times10''$,如側立或平放,問其强度相差之倍數若何?

此板側立時,其截面係數爲$\frac{1}{6}\times2\times10^2=33\frac{1}{3}$;平放時,則爲$\frac{1}{6}\times10\times2^2=6\frac{2}{3}$,故在此兩種地位,其强度爲 $33\frac{1}{3}$ 與 $6\frac{2}{3}$ 之比,或即 5 與 1 之比。

習　題

設有木梁二,一爲 $3''\times12''$,長 10 呎,荷重在中央;一爲 $2''\times8''$,長 8 呎,荷重爲勻佈。問此兩梁之安全荷重之比率若何?

答 28.8 與 21.3 之比。

68 **破裂係數** 一梁之荷重加大，至於梁身破裂，計算破裂時之彎曲力矩，作為 M，以代入公式 $SI \div c = M$；如此計算所得之 S 值，即此梁之材料之破裂係數也。各種材料，及同一材料之不同種類之破裂係數，均已經各種實驗，計算而得。下表即破裂係數之值，均用每方吋磅數表示之。

表 D

破 裂 係 數

木料	
檜	4,000—7,000，平均 5,000
栂木	3,500—7,000，" 4,500
白松	5,500—10,500，" 8,000
長葉黃松	10,000—16,000，" 12,500
短葉黃松	8,000—14,000，" 10,000
道格拉斯檜	4,000—12,000，" 8,000
白橡木	7,500—18,500，" 13,000
紅橡木	9,000—15,000，" 12,500
石料	
砂石	400—1,200
石灰石	400—1,000
花崗石	800—1,400
鑄鐵	約為其張力極限强度之 $1\frac{1}{2}$ 至 $2\frac{1}{4}$ 倍
硬鋼	100,000—150,000

鍛鐵及建築用鋼並無破裂係數，因此兩物之樣體，均可對折彎曲，決不破裂也。材料破裂係數之主要用途，即作為決定資用强度之基礎；破裂係數，用梁內最大單位纖維應力除之，即得荷重梁之安全因數矣。

69. **抵抗剪力** 一荷重梁之截面上之抗剪應力，並非均勻分配。以實際言之，截面上最高最低處之纖維所感受之單位抗剪應力

為零,而在中立軸綫處之纖維,則抗剪應力為最大。在兩種重要情形下,求最大抗剪應力之方法,當於下節述之。

70. **第二梁公式** 設 S_s 表示一荷重梁截面上之單位抗剪應力之平均值,A 為截面積,則截面上之全部抗剪應力為:

$$\text{抵抗剪力} = S_s A$$

任何截面之抵抗剪力與外剪力相等(參看 59 節),故

$$S_s A = V \tag{7}$$

此卽稱為『第二梁公式』,用於為梁體之剪力而研究及設計也。

如梁之截面為一律不變,則 A 為常數,在 V 為最大值之截面處,S_s 亦最大。故一荷重梁之最大單位抗剪應力,卽在外剪力最大之截面之中立軸綫處。此最大抗剪應力之值,原可用公式計算之,惟此式甚為複雜,茲擬用較簡便之定則,以計算兩種實際重要情形下之數值:

1. 在木質梁(截面為矩形或方形),截面內之最大單位抗剪應力,較其平均值 S_s 大 50%。

2. 在工字梁或其他有垂直薄腰板者截面內之最大單位抗剪應力實際卽等於 S_s,若以腰板之面積代表 A,卽可以公式(7)計算之。

【例一】 一木梁,支托於兩端,長 12 呎,截面為 $6'' \times 12''$ 負担勻佈荷重 6,400 磅,試求其最大單位抗剪應力。(此 6,400 磅卽以資用纖維應力所算得之安全荷重,參看 65 節例一)

最大外剪力係等於荷重之半數(56 節表 B),並卽在支點相近之截面。因 $A = 6 \times 12 = 72$ 方吋,$S_s = \frac{3,200}{72} =$ 每方吋 44 磅

故最大單位抗剪應力等於

$$\frac{3}{2}S_s=\frac{3}{2}44=\text{每方吋 66 磅。}$$

此數值雖極微小，但不可略而不計，當於後文論之。

【例二】 一工字梁，長15呎，支托於兩端，距一端5呎處，負担一集中荷重8,000磅。梁重為375磅，腰板截面積為3.2方吋，試求其最大單位抗剪應力。（此即65節例二及例三所述之梁及其荷重也）

最大外剪力，係在反動力較大之支點處，其數值即等於此反動力。設此反動力為R，今以梁之他端為中心，計算力矩，

$$R\times15-375\times7\tfrac{1}{2}-8{,}000\times10=0;$$

$$15\,R=80{,}000+2{,}812.5=82{,}812.5;\quad \text{或}\quad R=5{,}520.8\text{ 磅。}$$

故 $$S_s=\frac{5{,}520.8}{3.2}=\text{每方吋 1,725 磅}$$

習題

1. 一木梁，長10呎，截面為 $2''\times10''$，在中點負担荷重1,000磅。試計算最大單位抗剪應力之值，梁重不計。

答 每方吋37.5磅。

2. 仍解前題，梁重40磅須一併計入。

答 每方吋40磅。

3. 一木梁長12呎，截面為 $4''\times12''$，距一端4呎處負担一集中荷重3,000磅。試求其最大單位抗剪應力，梁重不計。

答 每方吋52.5磅。

71. 水平剪力 凡一荷重梁之每一水平截面內，皆有抗剪應力，此可得而證明也。今姑以實驗法釋明之。假定疊齊六塊同樣

長度之平板，下部完全支托，使不致彎曲。若將中間支托移去，則木板卽彎曲，兩端各板之頭卽不能湊齊，如圖 41 所示之狀。此卽表示各板間在彎曲之時互相滑動，卽各板間互相摩擦，而有一種摩擦抵抗力。若在實體梁，當彎曲之時，各水平層間必有一種同樣滑動之傾向，而水平截面上，雖無摩擦抵抗力，但有抗剪應力之存在。

在木板相疊時，任何兩板間滑動之數量，各處不同，近兩端最大，而中央等於零；又在任何截面，頂上兩板及底下兩板間，滑動最小，而中部兩板間為最大。此種事實，卽表示一實體梁之水平截面內之單位抗剪應力，以兩端之中立面處為最大。

又在梁之任何處，其單位抗剪應力，沿水平截面者與沿垂直截面者相等，此可得而證明也。又外剪力(V)最大之截面，其中立軸處之單位水平抗剪應力亦最大。木質沿木紋之剪力，强度恆極弱，故木梁常被剪力破壞，其破裂大概為沿中立面之兩條水平裂紋，如圖 42 所示。故設計木梁時，必須注意剪力之强度，此卽依木料沿木

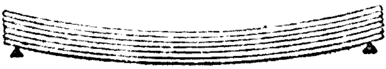


圖 41

圖 42

紋之剪力之資用强度計算而得也。

【例】 一木梁支托於兩端，截面為 3″×10″，負担勻佈荷重 4,000 磅，試計算梁內之最大單位水平應力。

最大剪力等於荷重之半(參看 56 節表 B)，卽 2,000 磅。依公式 (7)，$A=10\times3=30$ 方吋， $S_s=\frac{2,000}{30}=$每方吋 $66\frac{2}{3}$ 磅。

此卽近兩端支托處之截面內之平均單位抗剪應力，故其最大單位

抗剪應力為 $\frac{3}{2}\times 66\frac{2}{3}$ =每方吋 100 磅。

依上述理論，此即最大單位水平抗剪應力之值。(設用白松，則此梁即非安全，因其與木紋平行之極限抗剪強度，祗有每方吋 400 磅)。

72. **木梁之設計** 設計任何木梁，其進行步驟如次：(1)先顧及纖維應力，運用 66 節之方法，以決定梁之截面尺寸；(2)截面之尺寸既定，然後用下式以計算其最大單位抗剪應力之值，

$$最大單位抗剪應力=\frac{3}{2}V\div ab。$$

式中 V 指梁之最大外剪力，b 及 a 指其截面之寬度及高度。

設如此算得之最大單位抗剪應力，並不超過沿木紋之貧用抗剪強度，則此截面為可用；若超過其貧用強度，則 a 或 b 必須加大，或兩者同時加大，直至 $\frac{3}{2}V\div ab$ 小於貧用強度為止。木材經氣候乾燥後，極易沿中立面綻裂，故木梁沿木紋之貧用抗剪強度，常宜採用極低之值，以策安全。在各種松梁，可取貧用纖維強度之二十分之一。

若貧用抗剪強度，等於貧用纖維強度之 $\frac{1}{20}$，則

1. 凡中央有荷重而兩端支托之梁，若長度與高度之比 $(l\div a)$ 小於 10，則安全荷重須依抗剪強度決定之；若 $(l\div a)$ 大於 10，則依纖維強度決定之。

2. 凡係勻佈荷重而兩端支托之梁，若 $(l\div a)$ 小於 20，則安全荷重依抗剪強度決定之；若 $(l\div a)$ 大於 20，則依纖維強度決定之。

【例一】 試依圖 11 之荷重，設計一木梁。貧用纖維強度為每方吋 550 磅，貧用抗剪強度為每方吋 50 磅。

此梁之最大彎曲力矩（參看 43 節習題 3，及 44 節習題 2）約

等於 7,000 呎磅,或 $7,000\times12=84,000$ 吋磅,故依公式(6''')。

$$\frac{I}{c}=\frac{84,000}{550}=152.7(\text{吋})^3$$

在矩形,$\frac{I}{c}=\frac{1}{6}ba^2$, 即 $\frac{1}{6}ba^2=152.7$, 或 $ba^2=916.2$

若假定 $b=4$, 則 $a^2=229$; 或 $a=15.1$(實用 16)吋,

若再假定 $b=6$, 則 $a^2=152.7$; 或 $a=12.4$(實用 14)吋

僅就纖維應力而言,此兩種尺寸均可適用,但第二種尺寸,用木料較多。此梁之最大外剪力等於 1,556 磅。(梁重略而不計,參看 37 節習題 3 及 38 節習題 2) 故截面若為 $4''\times16''$,則

$$\text{最大單位抗剪應力}=\frac{3}{2}\times\frac{1,556}{4\times16}=\text{每方吋 }36.5\text{ 磅}$$

截面若為 $6''\times14''$,則等於 $\frac{3}{2}\times\frac{1,556}{6\times14}=$ 每方吋 27.7 磅

此兩值均小於實用抗剪強度,故以剪力而論,則兩種尺寸,亦均屬安全可用也。

若將梁重一併計入,則須選定其一種。先求梁之重量,及兩端之新反動力,然後依 64 節以計算單位纖維應力,更依上文,以求得最大單位抗剪應力。若此種數值,均在實用強度範圍以內,則此截面尺寸即足以安全負担荷重及梁重矣。

【例二】 設有一白松梁,長 9 呎,截面為 $2''\times12''$兩端支托,中央有集中荷重。實用纖維強度為每方吋 1,000 磅,實用抗剪強度為每方吋 50 磅。問中央安全荷重為若干。

今長度與高度之比小於 10,則安全荷重當依抗剪強度決定之。設此荷重為 P,則最大外剪力(參看 56 節表 B)等於 $\frac{1}{2}$P,而最大單位抗剪應力之公式,變為

$$50=\frac{3}{2}\times\frac{\frac{1}{2}P}{2\times 12};\qquad 即\ P=1,600\ 磅。$$

習 題

1. 用一木梁，以安全負担圖 12 之荷重。資用抗剪及資用纖維强度各爲每方吋 50 及 1,000 磅。問木梁之截面尺寸若干?

答 6″×12″

2. 一木梁，長 8 呎，截面爲 4″×14″，支托於兩端，負担勻佈荷重，其資用强度與上題相同。試求其安全荷重若干?

答 約 3,730 磅

73. 荷重及梁之種類 本節以後，將討論同時受縱力（其作用與梁身平行）及横力之梁。所謂縱力，假定皆沿梁軸綫* 而作用於梁之兩端。所討論之梁，亦僅及於支托兩端之梁。

横力可以發生彎曲；縱力亦稱梁端力，若爲拉者，可以發生張力；若爲推者，可以發生壓力。故此種狀態可以稱爲『彎曲與張力之合并』或『彎曲與壓力之合并』。

74. 彎曲與張力 設圖 43-a 表示一梁，受横荷重 L_1,L_2 及 L_3，又受兩相等之拉力 P 及 P。反動力 R_1 及 R_2，皆因横力而來，可用力矩方法求得之，與並無梁端拉力存在之時相同。欲求梁內任何截面之應力，可先求由於横力(L_1, L_2, L_3, R_1, 及 R_2)所生之應力，再求由於縱力之應力，然後將此兩種應力合併計算，即得各種外力之共同效果。

由於横力所生之應力，爲剪力及纖維應力，通稱爲彎曲應力。此纖維應力，在上部爲抗壓，下部爲抗張。設 M 爲圖示某截面之彎

* 梁軸綫者，指經過所有截面之重心之綫也。

曲力矩；c_1 及 c_2 為截面內最高最低纖維與中立軸綫之距離；S_1 及 S_2 為由於橫力所生之單位纖維應力，則

$$S_1=\frac{Mc_1}{I};\qquad S_2=\frac{Mc_2}{I}。$$

由於梁端拉力所生之應力，為簡單張力，即等於 P，可稱為直接應力。設 S_0 表示由於 P 之單位張力，而 A 為截面積，則

$$S_0=\frac{P}{A}$$

圖 43-b，即指此截面左側部份之梁，表示此兩種外力及所生之應力。梁端拉力之作用，顯然足以增加截面內因彎曲而生之抗張應力，(在下部纖維)及減少因彎曲而生之抗壓應力(在上部纖維)。設 S_c表示上部纖維之單位總應力，S_t 表示下部纖維之單位總應力，則合併應力時有下列兩種現象：

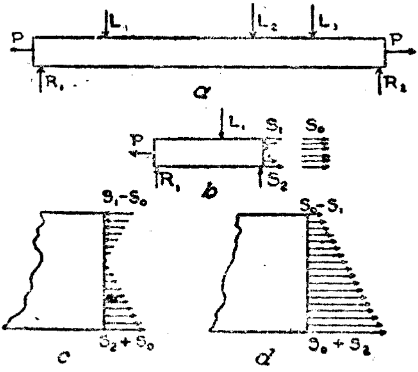


圖 43

(1) 上部纖維由彎曲而生之單位抗壓應力，大於直接單位應力，即 S_1 大於 S_0，則上部纖維之合併應力，為

$$S_c=S_1-S_0（抗壓）;$$

下部之合併應力為 $S_t=S_2+S_0$（抗張），

此種合併應力，表示於圖 43-c，一部份為抗張，一部份為抗壓。

(2)由彎曲而生之單位抗壓應力，小於直接單位應力，即 S_1 小於 S_0，則上部纖維之合併單位應力，為 $S_0=S_0-S_1$(抗張)，

下部纖維之合併應力為 $S_t=S_2+S_0$（抗張）。

此種合併應力，表示於圖43-d，上下部均屬抗張。

【例】　一 $2''\times 6''$ 之鋼桿，長 12 呎，兩端拉力為 4,500 磅。此桿支托於兩端，有如一梁，負担勻佈荷重 6,000 磅，試求其合併單位纖維應力。

危險截面顯然在中央；故 $M=\frac{1}{8}Wl$，即

$$M=\frac{1}{8}\times 6{,}000\times 12=9{,}000\ \text{呎磅，}$$

或　$M=9{,}000\times 12=108{,}000$ 吋磅

此桿之 $6''$ 邊置於垂直地位，　$c_1=c_2=3''$

$$I=\frac{1}{12}\times 2\times 6^3=36(\text{吋})^4(\text{參看 52 節})$$

故　$S_1=S_2=\dfrac{108{,}000\times 3}{36}=$ 每方吋 9,000 磅

又　$A=2\times 6=12$ 方吋，　故 $S_0=\dfrac{45{,}000}{12}=$ 每方吋 3,750 磅

最大合併抗壓應力為 $S_1-S_0=9{,}000-3{,}750=$ 每方吋 5,250 磅，此即在中央截面頂部纖維所遇者。

又最大合併抗張應力為 $S_2+S_0=9{,}000+3{,}750=$ 每方吋 12,750 磅，此即在中央截面低部纖維所遇者。

習　題

上例之勻佈荷重，改為中央集中荷重 6,000 磅，試解求其合併單位纖維應力。

答 $\begin{cases} S_c=\text{每方吋 14,250 磅} \\ S_t=\text{每方吋 21,750 磅} \end{cases}$

75.　彎曲與壓力　圖43-a，若將 P 之兩端反轉方向，即表示一梁，承受彎曲及壓力之合併應力矣。彎曲單位應力，亦與前節同樣

計算其直接應力,即爲等於 P 之壓力,而由於 P 之單位應力,亦與前節同樣計算。梁端壓力之作用,顯然是以增加因彎曲而生之抗壓應力,及減少因彎曲而生之抗張應力。其合併應力,亦有下列兩種現象:

(1)由彎曲而生之單位抗張應力,大於直接單位應力,即 S_2 大於 S_0,則下部纖維之合併單位應力爲

$S_t = S_2 - S_0$(抗張);

上部纖維之合併應力爲

$S_c = S_1 + S_0$(抗壓)。

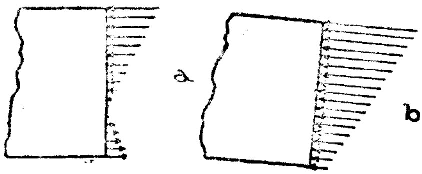


圖 44

此種合併應力,表示於圖 44-a,一部份爲抗張,一部份爲抗壓。

(2)由彎曲而生之下部纖維單位應力,小於直接單位應力,即 S_2 小於 S_0,則下部纖維之合併單位應力,爲

$$S_t = S_0 - S_2\text{(抗壓)};$$

上部纖維之合併應力,爲 $S_c = S_0 + S_1$(抗壓),

此種合併應力表示於圖 44-b,上下部均屬抗壓。

【例】 一木料長 10 呎,截面爲 $6'' \times 6''$,將此木料放於水平位置,支托於兩端,負担中央荷重 400 磅,及兩端推力 9,000 磅,試求其合併單位纖維應力。

危險截面顯然在中央,故 $M = \frac{1}{4}Pl$, 即

$M = \frac{1}{4} \times 400 \times 10 = 1,000$ 呎磅, 或 $1,000 \times 12 = 12,000$ 吋磅

又 $c_1 = c_2 = 3''$ $I = \frac{1}{12}ba^3 = \frac{1}{12} \times 6 \times 6^3 = 108(\text{吋})^4$

$$S_1 = S_2 = \frac{12,000 \times 3}{108} = \text{每方吋 } 333\tfrac{1}{3} \text{ 磅}$$

又因　$A = 6 \times 6 = 36$ 方吋，　故　$S_0 = \dfrac{9,000}{36}$ ＝每方吋 250 磅

最大合併抗壓應力，爲　$S_0 + S_1 = 333\frac{1}{3} + 250$ ＝每方吋 $583\frac{1}{3}$ 磅，此即在中央截面上部纖維所遇。

最大合併抗張應力爲　$S_2 - S_0 = 333\frac{1}{3} - 250$ ＝每方吋 $83\frac{1}{3}$ 磅，此即在中央截面下部纖維所遇。

習　題

上例之荷重，改爲勻佈荷重，試解求其合併單位纖維應力。

答 $\begin{cases} S_c = \text{每方吋 } 417 \text{ 磅} \\ S_t = \text{每方吋 } 83 \text{ 磅(抗壓)} \end{cases}$

76. 用更精確公式以計算彎曲及直接之合併應力　前數節所述之結論，俱係近似值，並非絕對準確。設圖45-a之梁，最初僅受橫力，則此梁即略形彎曲，每截面內即發生彎曲應力。今若再加兩端拉力，則此拉力即有使梁拉直之傾向，並使彎曲應力減少。此種作用在 74 節內並未提及，故結果僅係約數，所得最大合併單位纖維應力(S_t)偏於太大。若兩端外力爲推力，則此推力，足以使梁增加彎曲，並使由橫力所生之彎曲纖維應力格外增大（圖 45-b）；故 75 節所得結果亦僅係約數，其最大合併單位纖維應力(S_c)偏於太小。

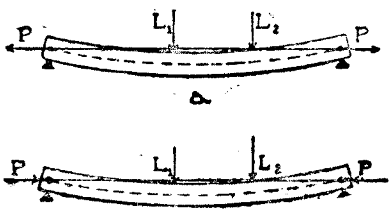


圖　45

凡中央有荷重或勻佈荷重之梁，若將兩端外力之彎曲作用一併計算，則可用下述之公式：

設 M 表示梁之中央截面之彎曲力矩；I 表示此中央截面對於中立軸之轉動慣量；S_1, S_2, c_1 及 c_2 表示之意義與 74 及 75 節相同且係同屬於中央截面；l 表示梁之長度；E 爲係數，視材料之強弱而定，若係木料則其平均值爲 1,500,000，若係建築鋼則其平均值爲 30,000,00。* 則

$$S_1 = \frac{Mc_1}{I \pm \frac{Pl^2}{10E}}, \qquad S_2 = \frac{Mc_2}{I \pm \frac{Pl^2}{10E}} \tag{8}$$

兩端外力P，如係拉力，則上式用正號，如係推力，則用負號。

此處須注意者，上式之 S_1 及 S_2 僅係彎曲單位應力，若與直接單位應力合併，仍須依 74 及 75 節之方法也。

【例一】 試將 74 節之例，用上述公式解之。

前例已求得 $M=108,000$ 吋磅，$c_1=c_2=3''$，及 $I=36$(吋)^4。

又 $l=12$ 呎 $=144$ 吋，故

$$S_1=S_2=\frac{108,000\times 3}{36+\frac{45,000\times 144^2}{10\times 30,000,000}}=\frac{324,000}{36+3.11}=\text{每方吋 } 8,284 \text{ 磅}$$

若在前例，用近似方法計算，則得每方吋 9,000 磅也。

又直接應力，仍與前相同，即 $S_0=$每方吋 3,750 磅，故

$$S_c=8,284-3,750=\text{每方吋 } 4,534 \text{ 磅}$$

$$S_t=8,284+3,750=\text{每方吋 } 12,034 \text{ 磅}$$

【例二】 試將 75 節之例，用上述公式解之

前例已求得 $M=12,000$ 吋磅，$c_1=c_2=3''$，及 $I=108$(吋)^4。

又 $l=120$ 吋，故

* E之數量，將於下文 95 節更詳論之。

$$S_1 = S_2 = \frac{12{,}000 \times 3}{108 - \dfrac{9{,}000 \times 120^2}{10 \times 1{,}500{,}000}} = \frac{36{,}000}{108 - 8.64} = \text{每方吋 } 362 \text{ 磅,}$$

若在前例用近似方法計算，則得每方吋 $333\frac{1}{3}$ 磅也。

又直接應力，仍與前相同，卽 $S_0 =$ 每方吋 250 磅，

$$Sc = 362 + 250 = \text{每方吋 } 612 \text{ 磅,}$$

$$St = 362 - 250 = \text{每方吋 } 112 \text{ 磅。}$$

習　　題

1. 試用本節公式，以解 74 節之習題。

答 $\begin{cases} S_c = \text{每方吋 } 12{,}820 \text{ 磅} \\ S_t = \text{每方吋 } 20{,}320 \text{ 磅} \end{cases}$

2. 試用本節公式，以解 75 節之習題。

答 $\begin{cases} S_c = \text{每方吋 } 430 \text{ 磅} \\ S_t = \text{每方吋 } 70 \text{ 磅(抗斷)} \end{cases}$

第八章　柱之強度

一根木材或一根鐵條等，若用以支持兩端荷重，使外力之作用與本身平行，且在破裂以前，可以彎曲者，通稱曰柱，或稱撐柱。若柱身甚短，在破裂以前不致彎曲者，稱爲短塊，其受壓力之強度，可用公式(1)計算之。但計算柱之強度，並不如此簡單，試於下文述之。

77. 柱端方式　柱之強度，依柱端支承之狀況而定，即柱端與建築物其他部份接合之方式，所謂柱端方式是也。柱端方式實際有三種，即

1. 『活動』或『栓釘』柱端，
2. 『平置』柱端或『方』柱端，
3. 『固定』柱端。

(1)柱之一端連接於支座時，如用一栓釘，若柱之他端並不固者，則此柱即可旋動，此種裝置名活動柱端，或栓釘柱端。凡橋梁之撐桿或橋柱，常用活動裝置。

(2)柱之一端切平，其面與柱之軸綫相垂直，且即以此平面支承於建築物之他部份，此種柱端名爲平置柱端或方柱端。

(3)有時即就柱端相近之處，用帽釘釘着於建築物之他部，並不將柱端直接支承，此種裝置，名爲固定柱端。但一柱若用方柱端者，亦常將柱端相近之處，連繫於建築物之他部份，此種柱端亦屬固定柱端。柱之一端固定，可以增加柱之強度，但計算固定柱端之柱之強度，與平端之柱相同。若依強度而論，則柱之種類可分別如

下：

78. **柱之種類** (1)兩端均用活動；(2)一端活動，一端平置；(3)兩端均係平置。

若其他條件相同，則此三種柱之强度均不相等，即第一種爲最弱；而第三種爲最强。

79. **柱之截面** 木柱常係實體，其截面爲方形，矩形，或圓形，但有時亦構造成空心式。鑄鐵柱常爲空心，其截面爲矩形或圓形。鋼柱常用簡單輾成形體，如角形，Z 形及槽形等，但較大鋼柱常用數個形體構合而成；例如圖 46–a，即表示 Z 形鋼所構成之柱之截面，圖 46–b 即槽形鋼所構成之柱也。

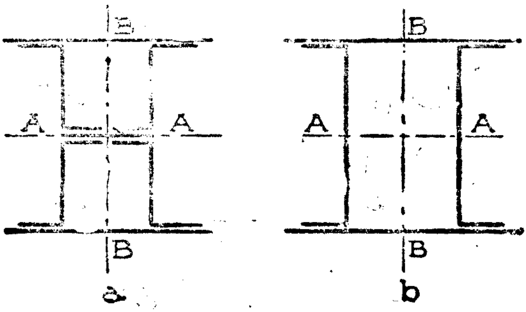


圖 46

80. **迴轉半徑** 在各種柱之强度公式內，常有一數量，名爲『迴轉半徑』。此數值隨柱截面之形式及大小而不同，其定義如下：

一平面形(如柱之截面)對於任何直線之迴轉半徑，即爲一長度，此長度之平方，乘以平面形之面積，即等於此平面形對於此直綫之轉動慣量。

設 A 爲一平面形之面積；I 爲其對於某直綫之轉動慣量；r 爲

對於此直綫之廻轉半徑；則

$$r^2\mathrm{A}=\mathrm{I};\quad 或\quad r=\sqrt{\mathrm{I}\div\mathrm{A}}\tag{9}$$

在柱公式內，所稱廻轉半徑，常係對於經過截面重心之軸綫而言，且常取對於一軸綫，其廻轉半徑（及轉動慣量）為最小之值。（下文83節例三有一例外），故此處之廻轉半徑，常稱為『最小廻轉半徑』，或更簡稱為『最小半徑』。

【例一】 試將55節表A所列方形之廻轉半徑之值，證明無訛。

方形對於中心軸之轉動慣量為$\frac{1}{12}a^4$，又$\mathrm{A}=a^2$，故依公式(9)

即得 $$r=\sqrt{\frac{1}{12}a^4\div a^2}=\sqrt{\frac{1}{12}a^2}=a\sqrt{\frac{1}{12}}。$$

【例二】 試將55節表A所列空心方形之廻轉半徑之值，證明無訛。

空心方形對於中心軸綫之轉動慣量為$\frac{1}{12}(a^4-a^4_1)$，又

$$\mathrm{A}=a^2-a^2_1,$$

故 $$r=\sqrt{\frac{\frac{1}{12}\quad(a^4-a^4_1)}{a^2-a^2_1}}=\sqrt{\frac{1}{12}\quad(a^2+a^2_1)}。$$

習 題

試將55節表A所示其他各形之廻轉半徑之值，證明無訛。所示之軸均係經過重心之直綫。

81. 構合截面之廻轉半徑 計算構合截面之廻轉半徑，與其他圖形相同，即先依54節之方法，求得此截面之轉動慣量，然後再

如偶須用公式(9)以求之。

【例】　試求54節圖30所示之截面，對於A-A軸之迴轉半徑。

由54節例一已求得此截面對於A-A軸之轉動慣量為429(吋)^4。全截面積為　$2\times6.03+7=19.06$,

故迴轉半徑為　$\bar{r}=\sqrt{\dfrac{429}{19.06}}=4.74''$。

習　題

試求圖 -a之截面，對於A-A軸及B-B軸之迴轉半徑（參看54節習題1及2）

答 $\begin{cases}2.87\\2.09''\end{cases}$

82. 柱之荷重之種類　一柱所担負之荷重，其合力若經過頂面之重心，並與柱軸綫符合者，此柱名為中心荷重。若其合力不經過頂面之重心者，此柱名為偏心荷重。下述各公式均論及中心荷重之柱也。

83. 郎肯氏之柱公式　一直柱負担中心荷重，若柱質完全均勻，而柱身並不彎曲，則每一截面之應力，皆為平勻壓力。設P為荷重，A為截面積，則單位壓力為P÷A。

但柱之質料尋常不易完全均勻，柱身亦不能十分正直，且荷重亦不能準確作用於中心點，故荷重P常有偏離，名為『偏離臂』，而柱身亦常稍有彎曲也。在此種情況,除上述直接抗壓應力外更有一種彎曲應力；此彎曲應力在凹側為抗壓，在凸側為抗張。依公式(6)，在凹側纖維之單位應力為$\dfrac{Mc}{I}$，其中M為截面之彎曲力矩（由於柱

上之荷重)，c 爲凹面與截面之中立軸綫之距離，I 爲截面對於中立軸綫之轉動慣量(注意，中立軸綫與柱身彎曲之平面相垂直)。

圖 47 之頂部符羣，即表示直接抗壓應力；第二羣表示彎曲應力，若荷重並不過重，則應力均在柱質彈性限度以內；第三羣表示截面內之合併應力。其最大單位合併應力，顯然即在凹側纖維，且即在柱之偏倚度最大之處。此應力係抗壓，其在單位面積上之值 S，可用下式計之。

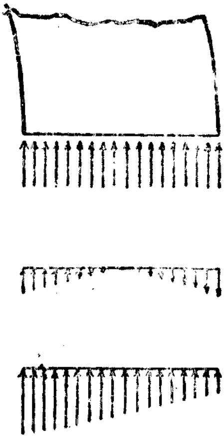


圖 47

$$S = \frac{P}{A} + \frac{Mc}{I}$$

最大偏倚度處之彎曲力矩，即等於荷重 P 及其臂距(即偏倚度)之乘積。設此偏倚度爲 d，則 $M = Pd$；以此 M 代入上式。即得

$$S = \frac{P}{A} + \frac{Pdc}{I}$$

又設 r 表示截面對於中立軸綫之廻轉半徑於是，$I = Ar^2$(公式 9)。再以此值代入上式，

$$S = \frac{P}{A} + \frac{Pdc}{Ar^2} = \frac{P}{A}\left(1 + \frac{dc}{r^2}\right).$$

依照梁之强弱理論，梁若支托於兩端，則其中央垂度與其長度之平方成正比例，而與截面最遠纖維與中立軸綫之距離 c 成反比例。今假定柱之偏倚度，亦依此同樣定律，則可列式如次，$d = k(l^2 \div c)$，式中 k 爲一常數，隨柱之材料及柱端方式而定，以此代入上式之 d，即得

$$
\left.\begin{aligned}
S &= \frac{P}{A}\left(1+k\frac{l^2}{r^2}\right);\\
\frac{P}{A} &= \frac{S}{1+k\frac{l^2}{r^2}};\\
P &= \frac{SA}{1+k\frac{l^2}{r^2}}。
\end{aligned}\right\}\qquad(10)
$$

此諸式(普通為最後一式)卽所謂郞肯公式也。

在中性鋼之柱，某鋼廠曾用 S＝每方吋 50,000 磅，並取 k 值如下：

1. 兩端活節之柱，　　　$k=1\div18,000$。
2. 一端平置，一端活節之柱，$k=1\div24,000$。
3. 兩端均為平置之柱，　$k=1\div36,000$。

若用此種 S 值及 k 值，則式中之 P，乃代表極限荷重，卽足以發生破裂之荷重。欲得安全荷重，須以安全因數除 P；在穩定荷重，安全因數為 4，在活動荷重，則安全因數為 5，均該廠所採用者也。l 及 r 須用同一單位。

鑄鐵柱常為空心，柱壳亦較薄，截面常為圓形或矩形。應用郞肯公式時，須轉變如下：

$$
\left.\begin{aligned}
\text{在圓形截面，}\ \frac{P}{A} &= \frac{80,000}{1+\frac{l^2}{800d^2}}\\
\text{在矩形截面，}\ \frac{P}{A} &= \frac{80,000}{1+\frac{l^2}{1,000d^2}}
\end{aligned}\right\}\qquad(10')
$$

式中 d 表示圓形截面之外圈直徑，或矩形截面較短邊之長度，l 及 d 均用同一單位。

【例一】 一10″工字鋼梁，每呎重40磅，長8呎，用爲平端柱，負担荷重100,000磅，試求其安全因數。

此柱傾向彎曲之平面，顯然與腰板相垂直，故廻轉半徑須對於截面腰板內之中心軸計算，卽2-2軸（參看66節表 c）。依表 c，此截面對於2-2軸之轉動慣量爲9.50(吋)^4，截面積爲11.76方吋

$$r^2 = \frac{9.50}{11.76} = 0.808$$

今　$l=8'=96''$，$k=1\div 36{,}000$，$S=50{,}000$，　故依郎肯公式，此柱之極限荷重應爲

$$P = \frac{50{,}000\times 11.76}{1+\dfrac{96^2}{36{,}000\times 0.808}} = 446{,}809 \text{ 磅}$$

安全因數乃極限荷重與實際荷重之比率，故本例之安全因數爲

$$\frac{446{,}809}{100{,}000} = 4.5 (\text{約數})$$

【例二】 一鑄鐵柱，長10呎，兩端均係方柱端，截面爲空心矩形，外邊尺寸爲5″×8″，內邊尺寸爲4″×7″，安全因數爲6，問此柱能負担安全荷重若干。

本例　$l=10'=120''$；　$A=5\times 8-4\times 7=12$ 方吋，　$d=5''$；故依公式(10′)，矩形截面之極限荷重爲

$$P = \frac{80{,}000\times 12}{1+\dfrac{120^2}{1{,}000\times 5^2}} = 609{,}137 \text{ 磅}$$

安全荷重等於極限荷重除以安全因數，故本例之安全荷重等於

$$\frac{609{,}137}{6} = 101{,}523 \text{ 磅}$$

【例三】 一槽形柱(圖46-b)用活骱柱端，其栓釘與槽之腰板相垂直(如圖之A-A)，柱長16呎(卽兩活栓軸綫間之距離。)若截面積等於23.5方吋，對於A-A軸綫之轉動慣量爲386(吋)^4，對於

B-B 軸之轉動慣量爲 214(吋)^4，又安全因數爲 4，問可負担安全荷重若干？

此柱在兩個平面內，均可彎曲，一爲與活栓軸垂直之平面，一即活栓軸所在之平面，二者必居其一。

(1)若在第一平面內彎曲，則梁之強度，可依活節柱端之柱公式計算之。於是 $r^2=386\div23.5=16$， 故極限荷重爲

$$P=\frac{50,000\times23.5}{1+\dfrac{(16\times12)^2}{18,000\times16}}=1,041,667\text{ 磅}$$

而安全荷重等於 $\dfrac{1,041,667}{4}=260,412$ 磅

(2)若在第二平面內彎曲，則栓釘固定不動，且足使柱身加强，故柱身強度須依平置柱端公式計算之。

於是 $r^2=214\div23.5=9.11$，

極限荷重爲 $P=\dfrac{50,000\times23.5}{1+\dfrac{(16\times12)^2}{36,000\times9.11}}=1,056,000$ 磅

安全荷重等於 $\dfrac{1,056,000}{4}=264,000$ 磅

習 題

1. 一 40 磅 12″工字鋼梁之柱，長 10′，兩端平置，負担荷重 100,000 磅。試求其安全因數。

答 4.1

2. 一鑄鐵柱，長 15 呎，負担荷重 150,000 磅。其截面爲空心圓形，外徑 9″，內徑 7″，試求其安全因數。

答 8.9

3. 一 Z 形鋼柱(如圖 46-a)，長 24 呎，兩端均爲方柱端，截面之最小週

轉半徑爲 3.1 吋，截面積爲 24.5 方吋。若安全因數爲 4，試求其安全荷重爲若干？

答　247,000 磅

4.　一鑄鐵柱長 13 呎，截面爲空心圓形，外徑 7″，內徑 $5\frac{1}{2}$″。若安全因數爲 6，試求其安全荷重爲若干？

答　121.142 磅

5.　一 40 磅，12″，工字鋼梁之柱，兩端平置，長 17 呎。若安全因數爲 5，試求其安全荷重爲若干？

答　51,470 磅

84.　柱公式之圖示　柱公式（及其他許多工程公式）均可用圖表示之。郎肯公式對於中性鋼柱之平置端者，爲

$$\frac{P}{A}=\frac{50,000}{1+\dfrac{(l\div r)^2}{36,000}},$$

先將 $\frac{l}{r}$ 各值，代入式內，以解求 $\frac{P}{A}$。　於是得

$l\div r=40,\quad P\div A=47,900;$

$l\div r=80,\quad P\div A=42,500;$

$l\div r=120,\quad P\div A=35,650;$

……………………………………

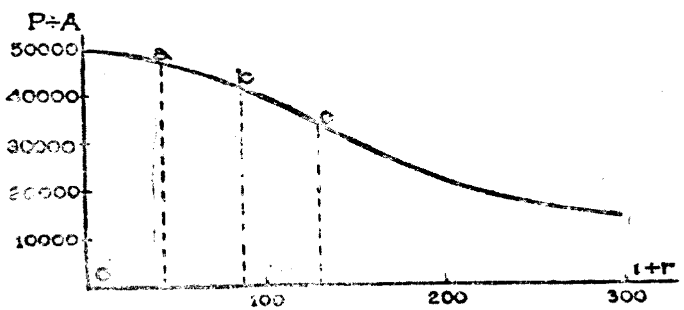


圖　48

然後將$\frac{l}{r}$各值，用適當比例尺，從O點量放於水平綫上，如圖48，再將$\frac{P}{A}$各相當數值，量放於垂直綫上，如此卽得$a, b, c,$等各點，再將各點連接之，以成一平滑之曲綫，卽代表上列公式矣。此曲綫既代表此公式，則根據此曲綫，凡已知$\frac{l}{r}$之任何值，卽可求得相當之$\frac{P}{A}$值；已知$\frac{P}{A}$之任何值，亦可求得相當之$\frac{l}{r}$值。下文各節其他柱公式之應用，均可同樣解釋之。

85. 柱之合併公式 多數柱之試驗，曾試至破壞爲止，蓋關於各種柱之强度，欲從實際求一定律也。此種試驗結果，均可充分用圖表示之，每一試驗，在圖上可得一點。設有一柱，$\frac{l}{r}$爲80，在荷重276,000磅時，柱卽破裂，柱之截面爲7.12方吋。此試驗可就圖49上，用適當比例尺，量取oa等於80；再用其他比例尺，量取ab等於276,000÷7.12卽(P÷A)，此b點卽表示此特殊試驗之結果也。圖上其他黑點，均表示其他試驗之結果。

此圖一經觀察，卽知多數黑點並不在任何一曲綫上，如郞肯公式所示之曲綫然。許多直綫及許多比郞肯曲綫更簡單之曲綫，均可繪入，以代表實驗所得諸黑點之平均地位。關於此種直綫或曲綫，均可作成各種柱公式，當於下文各節申論之。

86. 直綫公式及歐拉氏公式 約翰生氏曾在普通長度之柱試驗中，發現黑點之大部份均在一直綫上。氏於1886年製成許多如圖49之圖版，均以直綫配合之，並相當於每一直綫，作成一公式。此種公式卽通稱『直綫公式』，其普通公式如下：

$$\frac{P}{A}=S-m\frac{l}{r} \tag{11}$$

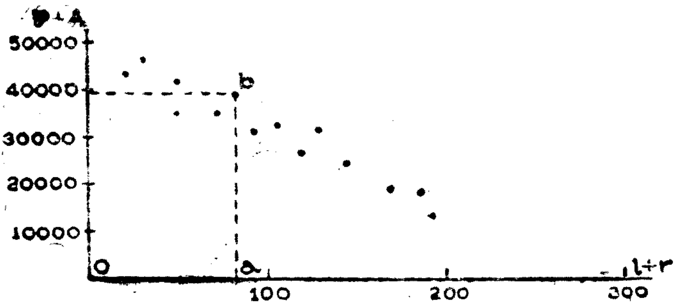


圖 47

式中 P, A, l, 及 r 均與郎肯公式中之意義相同(83 節); S 及 m 均爲常數，其數値經約翰生氏規定如下表 E。

若在瘦長之柱，則約翰生氏採用其他公式(卽久巳發明之歐拉氏公式)。其式如下

$$\frac{P}{A}=\frac{n}{(l\div r)^2} \tag{12}$$

式中 n 亦爲常數，其數值亦經約翰生氏規定，列表如下：

表 E

用於中性鋼柱

	S	m	$(l\div r)$極限	n
活銷柱端	52,500	220	160	444,000,000
平置柱端	52,500	180	195	666,000,000

表中第四行表示普通長度之柱與瘦長之柱之分界。在普通長度之柱，直綫公式可以適用；若在瘦長柱，須用歐拉公式。例如活銷柱端之鋼柱，若比率$\left(\frac{l}{r}\right)$小於 160，則計算其安全荷重，及安全因數等，須用直綫公式；但若比率大於 160，則用歐拉公式矣。

若在平置端鑄鐵柱，S＝34000，m＝88，但鑄鐵柱決無瘦長形者，故不用歐拉公式也。

圖 50 之 AB 直綫，即表示約翰生氏直綫公式，BC 綫表示歐拉氏公式。此兩綫係相切，其切點即相當於上表內$\left(\frac{l}{r}\right)$之極限值。

【例一】 一 40 磅，10″，工字鋼柱，長 8′，負担荷重 100,000 磅，兩端均為平置端。試依本節方法，以計算其安全因數。

先求比率$\left(\frac{l}{r}\right)$，以決定當用直綫公式或歐拉公式。依 66 節表 C，知此柱對於截面中立軸綫之轉動慣量為 9.50 (吋)^4，截面積為 11.76 方吋，故

$$r^2=\frac{9.50}{11.76}=0.81,\quad 或\quad r=0.9''。$$

$$l=8'=96'',\quad \frac{l}{r}=\frac{96}{0.9}=106\frac{2}{3}。$$

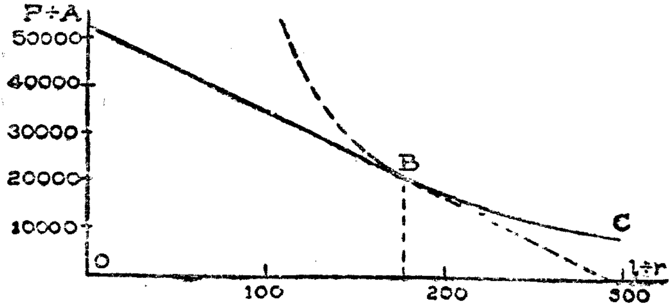


圖 50

依本節表 E，此$\frac{l}{r}$值為小於平置端鋼柱之極限數(195)，故當用直綫公式，即

$$\frac{P}{11.76}=52,500-180\times106\tfrac{2}{3}$$

即 $P=11.76\,(52,500-180\times106\tfrac{2}{3})=391,600$ 磅

此即依照直綫公式之極限荷重也；故其安全因數為

$$\frac{391,600}{100,000}=3.9。$$

【例二】 設前例之柱長爲 16 呎。試求其安全因數。

$l=16'=192''$， 同前例 $r=0.9''$， $l\div r=213\frac{1}{3}$。依本節表 E，此 $\frac{l}{r}$ 值爲大於平端鋼柱之極限數(195)，故當用歐拉公式，即

$$\frac{P}{11.76}=\frac{666,000,000}{(213\frac{1}{3})^2};$$

$$P=\frac{11.76\times 666,000,000}{(213\frac{1}{3})^2}=172,100 \text{ 磅。}$$

此卽柱之極限荷重，故安全因數爲 $\frac{172,100}{100,000}=1.7$

【例三】 一鑄鐵柱長 $10'$，兩端均爲平置端；截面爲空心矩形，外邊爲 $5''\times 8''$，內邊爲 $4''\times 7''$；安全因數爲 6。試求其安全荷重爲若干？

代入 56 節表 A 之空心矩形公式內，以求其迴轉半徑，

$$r=\sqrt{\frac{8\times 5^3-7\times 4^3}{12(8\times 5-7\times 4)}}=1.96'',$$

$l=10'=120''$， $\frac{l}{r}=\frac{120}{1.96}=61.22$，

應用直線公式，A 等於 12 方吋，故

$$\frac{P}{12}=34,000-88\times 61.22;$$

卽 $P=12(34,000-88\times 61,22)=343,360$ 磅

此卽其極限荷重，故安全荷重等於 $\frac{343,360}{6}=57,227$ 磅。

習　題

1. 一 40 磅，12″，工字鋼柱，長 10 呎，兩端均平置，荷重 100,000 磅。試用本節公式以計算其安全因數。

答　3.5

2. 一鑄鐵柱，長 15 呎，負担荷重 150,000 磅。截面爲空心圓，外徑 9″，內徑 7″，試用直綫公式以計算其安全因數。

答 4.8

3. 一 Z 形鋼柱，(如圖46-a)，長 24 呎，兩端均爲方端，截面之最小迴轉半徑爲 3.1″，而截面積爲 24.5 方吋。設安全因數爲 4，試依本節公式以計算此柱之安全荷重。

答 219,000 磅

4. 一鑄鐵柱長 13 呎，截面爲空心圓，外徑 7″，內徑 $5\frac{1}{2}$″，設安全因數爲 6，試依本節公式以計算其安全荷重。

答 64,458 磅

5. 一 40 磅，12″，工字鋼柱，兩端均平置，設柱長 17 呎，安全因數爲 5，試依本節法則以計算其安全荷重。

答 35,050 磅

87. 拋物綫公式及歐拉氏公式 約翰生教授曾將尋常長度之柱之試驗結果(1892)，作更適當之研究，不用直綫，而用拋物綫配合之。其普通方式爲，

$$\frac{P}{A}=S-m\left(\frac{l}{r}\right)^2 \qquad (13)$$

式中 P, A, l 及 r 與 83 節郎肯公式中之意義相同；S 及 m 均爲常數，其數值經約翰生教授規定於下表 F。

若係瘦長之柱，則與直綫公式相同，即此拋物綫公式不能通用，而當改用下列之歐拉氏公式：

$$\frac{P}{A}=\frac{n}{(l\div r)^2} \qquad (14)$$

式中 n 之值，亦經約翰生氏規定而列於下表：

表 F

用於中性鋼柱

	S	m	$(l\div r)$極限	n
活餃柱端	42,000	0.97	150	456,000,000
平頭柱端	42,000	0.62	190	712,000,000

表中第四行表示普通長度柱與瘦長柱之分界。設活餃端之柱其$\left(\frac{l}{r}\right)$比率小於 150，則當用拋物綫公式以計算安全荷重，及安全因數等；若比率大於150，則當用歐拉氏公式矣。

圖 51 之 AB 綫即表示拋物綫公式，BC 綫表示歐拉氏公式。此兩綫係相切，其切點即相當於上表內$\left(\frac{l}{r}\right)$之極限值也。

若在木質方柱，可用 d 以代表 r，d 即方形之邊長，故上式改變如下

$$\frac{P}{A}=S-m\left(\frac{l}{d}\right)^2,$$

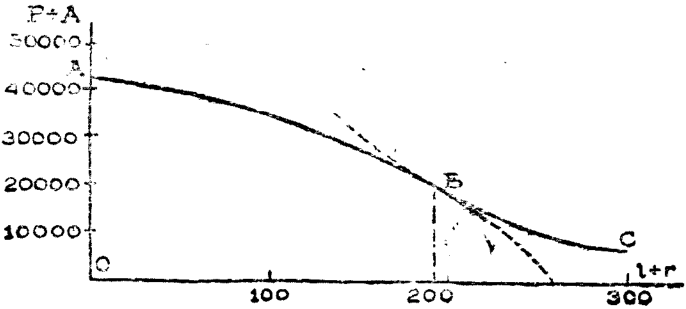


圖 51

各種木質平端柱之 S 及 m 值，亦經約翰生教授規定如下。

白松，　　S＝2,500　　m＝0.6；

短葉黃松，　　S＝3,300，　　m＝0.7；

長葉黄松 $S=4{,}000,\quad m=0.8$；

白橡木 $S=3{,}500,\quad m=0.8$。

上式對於任何木柱，其$\left(\frac{l}{r}\right)$比率小於 60 者，皆可用之，凡實用之木柱皆在此限度之內也。

【例一】 一 40 磅，10″，工字鋼柱，長 8 呎，負担荷重 100,000 磅，兩端均為平置端。試依本節方法以求其安全因數。

先計算比率$\left(\frac{l}{r}\right)$以決定當用拋物綫公式或歐拉公式。前節例一已求得$\frac{l}{r}=106\frac{2}{3}$。此比率小於表 F 內之極限值 190，故當用拋物綫公式。截面積為 11.76 方吋（參看 66 節表 C）。

$$\frac{P}{11.76}=42{,}000-0.62\left(106\tfrac{2}{3}\right)^2,$$

即 $$P=11.76\left[42{,}000-0.62\left(106\tfrac{2}{3}\right)^2\right]=410{,}970\text{ 磅}$$

此即依拋物綫公式所求得柱之極限荷重，故安全因數為

$$\frac{410{,}970}{100{,}000}=4.1$$

【例二】 一白松柱，截面 10″×10″ 見方，長 18 呎，負担荷重 40,000 磅。試求其安全因數。

長度 18′，即 216″；比率$\frac{l}{d}=\frac{216}{10}=21.6$，故可用拋物綫公式。

$$A=10\times10=100\text{ 方吋},\quad \frac{P}{100}=2{,}500-0.6\times(21.6)^2;$$

$$P=100(2{,}500-0.6\times21.6^2)=222{,}000\text{ 磅}$$

此即依拋物綫公式所得柱之極限荷重，故安全因數為

$$\frac{222{,}000}{40{,}000}=5.5$$

【例三】 一長葉黃松柱，截面 12″×12″見方，長 30 呎。設安全因數爲 5，試求其安全荷重爲若干？

長度 30 呎卽 360″；比率 $\frac{l}{d}=\frac{360}{12}=30$；故可用拋物綫公式。

$A=12\times12=144$ 方吋， $\frac{P}{144}=4{,}000-0.8\times(30)^2$，

卽 $P=144(4{,}000-0.8\times30^2)=472{,}320$ 磅。此卽依拋物綫公式所得極限荷重，故安全荷重爲 $\frac{472{,}320}{5}=94{,}465$ 磅

習題

1. 一 40 磅，12″ 工字鋼柱，長 10 呎，兩端均平置，荷重 100,000 磅。試依本節公式求其安全因數。

答 3.8

2. 一白橡木柱長 15 呎，負担荷重 30,000 磅。截面爲 8″×8″ 試依拋物綫公式以計算其安全因數。

答 6.6

3. 一 Z 形鋼柱（如圖 46-d），長 24 呎，兩端均爲平端，截面之最小迴轉半徑爲 3.1″，截面積爲 24.5 方吋。設安全因數爲 4，試依本節公式以求此柱之安全荷重。

答 224,500 磅

4. 一短葉黃松柱，截面爲 14″×14″，長 20 呎，完全因數爲 6。問此柱能負担安全荷重若干？

答 101,100 磅

83. 斷折直綫公式 某大鋼廠曾用兩個公式以計算平端鋼柱之强度，此兩公式卽以圖 52 上之 AB 及 BC 兩直綫表示之，其式

如次:

$$\frac{P}{A}=48,000。$$

及 $$\frac{P}{A}=68,400-228\frac{l}{r},$$

P, A, l, 及 r 均與 83 節中之意義相同。

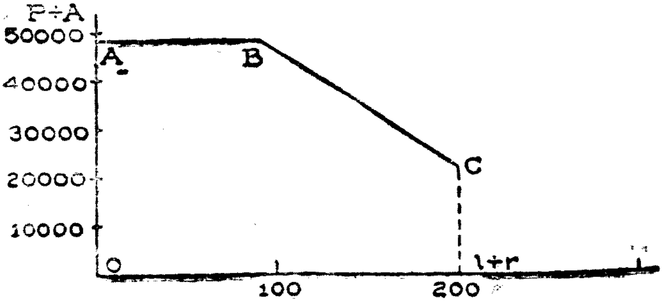


圖 52

圖上 B 點相當於比率 $\left(\frac{l}{r}\right)$ 等於 90，故 $\frac{l}{r}$ 小於 90 之柱，當用第一式；$\frac{l}{r}$ 大於 90 之柱，當用第二式。又C點相當於比率 $\left(\frac{l}{r}\right)$ 等於 200，故 $\frac{l}{r}$ 若大於 200 之極限時，雖第二式亦不能適用；惟在實用鋼柱，其比率 $\left(\frac{l}{r}\right)$ 絕少大於 150 者，普通常在 100 以內也。

圖 53 卽將圖 49, 50, 51 及 52 合并在一起，亦卽將用於平置端中性鋼柱之各式，如郞肯公式，直綫公式及歐拉公式，拋物綫及歐拉公式，及斷折直綫公式作一合并比較也。由此可知吾人對於柱之强度之智識，尙不及對於梁之强度之準確明瞭也。

89. **柱之設計** 上文關於柱之諸例，或爲(1)已知柱之荷重，求其安全因數，或(2)求其安全荷重。但有一更重要之問題，卽已知

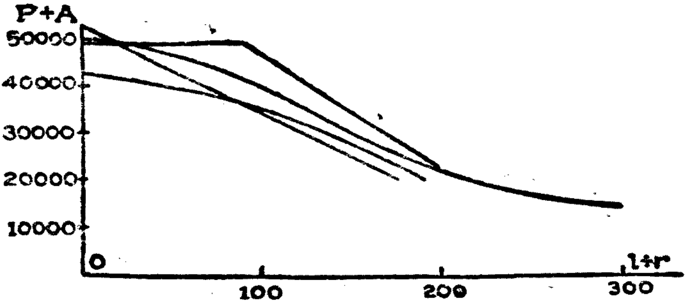


圖　53

柱之狀況及其負担之荷重，而設計此柱是也。關於在設計問題另有專書，作更詳盡之討論，本節但就柱之截面式樣已決定者，計算其截面之尺寸。

截面之尺寸，可直接計算者，雖間或有之（如下文例一），但普通在應用一柱公式時，常發見兩個未知數，即 A 及 r 或 d。此種情形惟賴試算以解之（如下文例二及例三）。

【例一】　一白松柱，負担荷重 80,000 磅，安全因數為 5。設柱長為 22 呎，試求柱之適當尺寸。

此題當用拋物綫公式（式13）。安全荷重既為 80,000 磅，而安全因數為 5，則極限荷重為 $8,000\times5=400,000$磅

設 d 表示方形截面之未知邊，則截面 A 等於 d^2，故代入公式，

$l=22'=264''$　　　$$\frac{400,000}{d^2}=2,500-0.6\ \frac{264^2}{d^2},$$

式之兩側均以 d^2 乘之，即

$$400,000=2,500d^2-0.6\times\overline{264}^2,$$

或　$$2,500d^2=400,000+0.6\times264^2=441,817.6$$

故　$$d^2=170.73,\qquad d=13.3''。$$

【例二】 一鑄鐵柱長 14 呎，負担荷重 100,000磅，安全因數為 10 試求此柱之尺寸。

假定柱之截面已定為圓形，然後以適用於鑄鐵柱之郎肯公式計算之(式10')。柱之極限荷重為 100,000 × 10 = 1,000,000 磅，柱長 14' = 168''，代入式內，即得

$$\frac{1,000,000}{\mathrm{A}}=\frac{80,000}{1+\frac{168^2}{800d^2}};$$

式之兩側均用 10,000 除之，並整理分數，得 $100\left[1+\frac{168^2}{800d^2}\right]=8\mathrm{A}$。在此方程式中，有兩個未知數，$d$ 及 A，故直接不能答之。茲可先假定一實用數，作為 d，以此求 A，最後計算柱之厚度或其內徑。設 d 等於 7''，代入上式以求 A。上式兩側均用 8 除之，

$$\mathrm{A}=\frac{100}{8}\left[1+\frac{168^2}{800d^2}\right], \text{即} \quad \mathrm{A}=12.5+\frac{441}{d^2},$$

以 7''代入d， $\mathrm{A}=12.6+\frac{441}{49}=21.5$方吋

空心圓之內徑外徑各為 d 及 d_1，則其截面為 $0.7854(d^2-d_1^2)$，故欲求柱之內徑，可將 7，及求得之面積，代入此式之 d 及 A，然後解求 d_1，即 $0.7854(49-d_1^2)=21.5$，即 $49-d_1^2=\frac{21.5}{0.7854}=27.37$，

即 $d_1^2=49-27.37=21.63$， $d_1=4.65''$

故柱之厚度為 $\frac{1}{2}(7-4.65)=1.175''$ 即安全數值也。若假定 d 等於 8''，亦可同樣計算之*

---

* 建築鋼料手册內，恆有詳細之表，供鋼鐵柱之設計，頗為簡便；本例足以表示公式之應用，為如何困難也，

習　題

1.　一白橡木柱負担荷重45,000磅，安全因數爲6，柱長爲12呎。試求柱之適當尺寸。

答　d＝90.5″，實用截面當爲10″×10″

第九章　軸之強度

軸為一機器或一羣機器之一部份，常用其抗扭强度或抵抗扭轉以傳達功率.軸常用金屬,且其截面常為圓形,有時製成空心圓形。

90. 扭轉力矩　設 AF,圖 54,表示一軸,上有四個滑輪。假定 D 為主動輪, B,C 及 E 為傳達功率之輪,以驅動機械者也。兩滑輪間之軸,當傳達功率時,係承受扭轉作用；而軸之任何截面之扭轉力矩云者,卽截面任何一側,所有作用於軸之諸力之力矩之代數和是也,此種力矩均對於軸之軸綫計算之。設如圖所示，作用於軸之諸力(在滑輪處)為 P_1, P_2, P_3, 及 P_4, 其力臂或滑輪之半徑各為 a_1, a_2, a_3, 及 a_4, 則任何截面之扭轉力矩如下。

在 BC 間,為 P_1a_1,

在 CD 間,為 $P_1a_1+P_2a_2$,

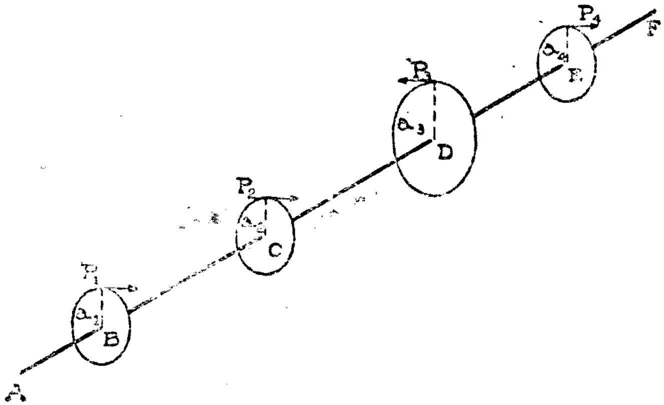


圖　54

在 DE 間 爲 $P_1a_1+P_2a_2-P_3a_3$,

扭轉力矩,亦與彎曲力矩相同,常用『吋磅』表示之。

【例】 設 $a_1=a_2=a_4=15''$, $a_3=30''$。$P_1=400$ 磅,$P_2=500$ 磅,$P_3=750$ 磅,及 $P_4=600$ 磅。*試求此軸之最大扭轉力矩。

在第一第二兩滑輪間,其扭轉力矩爲 $400\times15=6,000$ 吋磅;

在第二第三間,爲 $400\times15+500\times15=13,500$ 吋磅;

在第三第四間,爲 $400\times15+500\times15-750\times30=-9,000$ 吋磅;

最大值爲 13,500 吋磅。

91. 抗扭應力 一扭轉軸之內應力,名爲抗扭應力。凡軸之截面內之抗扭應力,均係抗剪應力,此可用圖 55 之狀況表示之。此圖表示一軸之『突緣耦合』裝置。在此裝置內,若無螺栓,則軸之一端轉動時,突緣之一面即在他面上滑動, 此螺栓即所以阻其滑動也。螺栓若不旋緊,即有一種傾向將此螺栓切斷,故螺栓之材料係用於抵抗剪力者。

同樣在實體軸之任何截面內,亦有一種同樣之傾向,使一部份向他部份滑動,故截面之各部份內,均有一種抗剪應力, 以阻止此種滑動或阻止軸之被切剪。惟一截面內之抗剪應力, 並非平勻一致,其每單位面積之值,在截面中心爲零,而向四周逐漸增大。在圓形截面內,不論實體或空心, 其單位抗剪應力,恆與其中心之距離成正比例,但以不超過彈性限度爲度。設一截面之邊緣之單位抗剪應力爲每方吋 1,000 磅,軸之直經爲 2″,則離其中心 ½″ 處,其單位

---

* 選擇此種數値時,必使主動力矩等於其他諸力矩之和,此乃使旋轉軸保持常速度必需之條件,即軸所收受之功率,等於其所發出之功率也。

應力為每方吋500磅，離其中心$\frac{1}{4}''$處，其單位應力為每方吋250磅。圖55之箭端之長度及方向，卽表示一軸之截面之極小部份上之抗剪應力也。

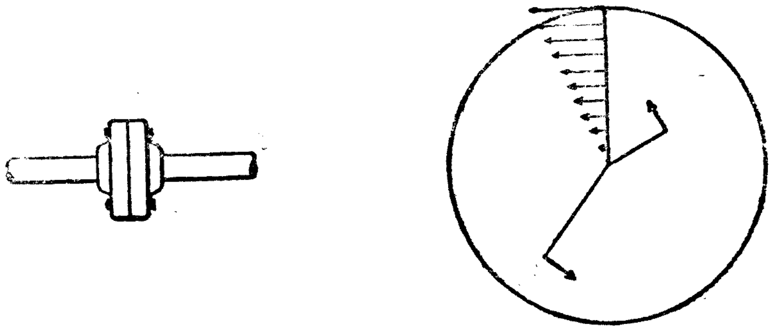


圖 55

92. 抵抗力矩 一軸之截面之『抵抗力矩』云者，卽截面上所有抗剪應力對於軸綫之力矩之總和是也。

設S_s表示一軸之截面之外邊每單位面積上之抗剪應力(單位應力)之値；d為截面之直徑(若截面為空心。卽其外徑)；d_1為其內徑。則抵抗力矩，有如下式：

在實體截面，為 $0.1963\ S_s d^3$；

在空心截面，為 $\dfrac{0.1963\ S_s(d^4-d_1^4)}{d}$。

93. 軸之强度之公式 此與梁之情形相同，卽在一軸之任何截面，其抵抗力矩等於其扭轉力矩。設T表示其扭轉力矩，則可得公式如下：

$$\left.\begin{array}{ll}\text{在實體圓軸，} & 0.1963\ S_s d^3 = T \\ \text{在空心圓軸，} & \dfrac{0.1963\ S_s(d^4-d_1^4)}{d} = T\end{array}\right\} \quad (15)$$

若一軸之直徑，一律相同，則扭轉力矩最大之處，其單位抗剪應力亦最大。故欲求一軸之最大單位抗剪應力，必先求其最大扭轉力矩，代入上列之第一或第二式內，然後解求 S_s。式中 T 常用吋磅表示之，直徑用吋，S_s為每方吋磅數。

【例一】 試就圖 54 在第一第二兩滑輪間，計算其最大單位抗剪應力，各力及滑輪半徑之值，均與 90 節之例相同。假定軸係實體，其直徑為 2″。

前例已求得第一第二兩輪間之扭轉力矩 T 為 6,000 吋磅，代入公式(15)之第一式內，即得　$0.1963\,S_s \times 2^3 = 6{,}000$；

或　$S_s = \dfrac{6{,}000}{0.1963 \times 8}$ = 每方吋 3,820 磅，此即第一第二兩滑輪間各截面之最外邊之單位應力之值。

【例二】 一空心軸，截面為圓形，外徑 16″，內徑 8″。若其費用抗剪强度為每方吋10,000磅，試求此軸能承受安全扭轉力矩若干？

本題祇須將 S_s，d，及 d_1 各值，代入公式(15)之第二式，而解求 T 可矣。　$T = \dfrac{0.1963 \times 10{,}000(16^4 - 8^4)}{16}$ = 7,537,920 吋磅

習　題

1. 試就圖 54 之軸，計算軸內之最大單位抗剪應力。各力及滑輪半徑之直，均與 90 節之例相同，軸之值徑為 2″。

答　每方吋 8,595 磅

2. 一圓形實體軸直徑為 9.6″，若費用抗剪强度為每方吋 10,000 磅，問此軸能承受安全扭轉力矩若干？

答　1,736,736 吋磅

94. 一軸所能傳達之功率　一軸所能安全傳達之功率，隨軸之材料之資用抗剪强度，及其截面之尺寸，並其旋轉之速度而定。

設 H 表示馬力數；S_s為資用抗剪强度，每方吋磅數；d 為直徑之吋數(若為空心軸，則為外徑)；d_1 為空心軸之內徑之吋數；n 為每分鐘軸旋轉之次數。則所傳達之功率，與單位應力等之關係，可用下式表之。

$$\left.\begin{aligned} &\text{在實體軸，}\quad H=\frac{S_s d^3 n}{321{,}000};\\ &\text{在空心軸，}\quad H=\frac{S_s(d^4-d_1^4)n}{321{,}000d}. \end{aligned}\right\}\qquad(16)$$

【例一】　一空心軸，外徑 16″，內徑 8″，每分鐘旋轉 50 次。若其質料之資用抗剪强度為每方吋 10,000 磅，問此軸能安全傳達馬力若干？

代入上列公式(16)之第二式內，卽得

$$H=\frac{10{,}000(16^4-8^4)50}{321{,}000\times16}=6{,}000\text{馬力(近似數)。}$$

【例二】　設用一實體軸以傳達 6,000 馬力，軸旋轉之次數為每分鐘 50 次，資用抗剪强度為每方吋 10,000 磅。問此軸之直徑應為若干？

代入上列公式(16)之第一式，以解求 d，卽

$$6{,}000=\frac{10{,}000\times d^3\times50}{321{,}000};\ \text{卽}\quad d^3=\frac{6{,}000\times321{,}000}{1{,}0000\times50}=3{,}852;$$

故　　$d=\sqrt[3]{3852}=15.68$ 吋。

(本例之實體軸所需材料，較例一之空心軸多 25%，故空心軸

常能節省材料，即較爲經濟也。）

【例三】　一實體軸，直徑 4″，每分鐘旋轉 200 次，傳達 200 馬力。問軸內之最大單位抗剪應力爲若干？

代入公式(16)之第一式內，以解求 S_s，即

$$200=\frac{S_s\times 4^3\times 200}{321{,}000};$$

$$\text{或}\quad S_s=\frac{200\times 321{,}000}{4^3\times 200}=\text{每方吋 } 5{,}016 \text{ 磅}$$

習　題

1.　一實體軸，直徑 9.6″，每分鐘旋轉 50 次。設實用抗剪強度爲每方吋 10,000 磅，問此軸能安全傳達馬力若干？

答　1,378 馬力

2.　用一實體軸以傳達 500 馬力，每分鐘旋轉 150 次，軸之質料之實用抗剪強度爲每方吋 8,000 磅。問軸之直徑應爲若干。

答　5.1 吋

3.　一空心軸外徑 14″，內徑 6.7″，每分鐘旋轉 60 次，傳達 5,000 馬力。問軸之最大單位抗剪應力爲若干？

答　每方吋 10,273 磅。

第十章 桿,梁,及軸之強性

以前所討論者,均係關於材料之强度。此後當討論桿之伸長,梁之垂度,及軸之扭轉矣。

95. 彈性係數 依虎克氏定律(第9節),一桿體承受逐漸增大之拉力時,其伸長與拉力成正比例,惟由於拉力所發生之應力,不可超過質料之彈性限度。所以在彈性限度以內,拉力與伸長之比率爲常數,即單位應力(由於拉力所生者)與單位伸長之比率亦爲常數。此比率即名『彈性係數』。設 E 表示此係數,S 爲其單位應力,s 爲單位變形,則

$$E = \frac{S}{s}。 \tag{17}$$

彈性係數常用每方吋磅數表示之。

上述定義及公式,同樣適用於壓力,惟被壓之物體祇准在壓力之方向縮短,而不可彎曲也。下表爲建築上各種材料之彈性係數之平均值:

表 G

彈性係數

材　　料	平均彈性係數
鋼	每方吋30,000,000磅
鍛　鐵	每方吋27,500,000磅
鑄　鐵	每方吋15,000,000磅
木　材	每方吋 1,800,000磅

各級鋼及各級鍛鐵之彈性係數均係常數;但在各級鑄鐵之係數,則自每方吋 10,000,000 磅至 30,000,000 磅不等。木材之彈性係數隨種類而不同,主要木材則自 1,600,000(榆木)至 2,100,000 (白橡木)。

公式(17)爲便於應用起見,可轉變如下:

設 P 表示引起變形之外力;A 爲 P 所作用之物體之截面積;l 爲此物體之長度;D 爲其變形(伸長或縮短)。

故 $S = P \div A$(參看公式 1)

$s = D \div l$ (參看公式 2)

以此代入公式(17),得

$$E = \frac{P \times l}{A \times D}; \qquad 或 \qquad D = \frac{Pl}{AE} \qquad (17')$$

上式之第一式,可用以試驗所得之紀錄,以計算彈性係數;其第二式,可就桿體之已知彈性係數,以計算其 長及縮短之值。

【例一】 試就 11 節之紀錄,以計算其材料之彈性係數。

在 11 節之附表內,已求得各單位應力 S,及單位伸長 s,故可逕用公式 (17) 不必用 (17′) 之第一式矣。其彈性限度係在每方吋 40,000 磅至 45,000 磅之間,故單位應力,可採用小於此限度之任何值,及其相當之單位伸長。

用該表之第一排數值,得 $E = \dfrac{5,000}{0.00017} = 29,400,000$。

用該表之第二排數值,得 $E = \dfrac{10,000}{0.00035} = 28,600,000$。

一種材料對於各種荷重試驗，所得 E 值不能相同之原因，蓋由於量取變形之錯訛，此變形確不易量取也。故由試驗而採取之係數之值，卽根據紀錄所算得之各 E 值之平均值。

【例二】 一個圓鋼桿，長 10 呎，直徑 1 吋，所作用之拉力為 5,000 磅。問此桿被拉後當伸長若干？

用公式(17')之第二式。$A=0.7854\times 1^2=0.7854$ 方吋

$l=120$ 吋，E＝每方吋 30,000,000 磅，故伸長為

$$D=\frac{5,000\times 120}{0.7854\times 30,000,000}=0.0254 \text{ 吋}$$

習題

1. 一桿長 4 吋，直徑 1 吋，設此桿受拉力 20,000 磅，而被伸長 0.045 吋，問此桿之材料之彈性係數為若干？

答 每方吋 27,000,000 磅

2. 一鑄鐵圓桿，長 10 呎，直徑 1 吋。設拉力為 15,000 磅，問此桿被伸長若干？

答 0.152 吋

96. 溫度應力 在大多數材料，一桿體之兩端如並無限制，則加熱之時必伸長，冷却之時必縮短。一種材料之『直線的膨脹係數』，卽溫度變更一度時之伸長，與桿體長度之比率是也。如用華氏溫度計，則此係數之值大約如下：

鋼	0.000,006,5
鍜鐵	0.000,006,7
鑄鐵	0.000,006,2

設 K 表示此係數，t 為溫度之變更，用華氏表度數計；l 為桿

體之長度;D為因此溫度變更所生之長度變更,則

$$D=K\ t\ l \tag{18}$$

式中 D 及 l 均用同樣單位表示之。

若此桿體之兩端加以限制,使加熱或冷卻之時;其長度不能變更,則桿內卽因溫度變更而發生一種應力,名曰『溫度應力』。

【例一】 一鋼桿兩端連繫於實牆內,且用螺旋旋緊,使桿內發生單位應力每方吋 10,000 磅。當溫度降下 10 度時,此兩牆並不拉動。問因溫度變更所發生之溫度應力為若干;又當新溫度時,桿內之實在單位應力幾何?

設 l 為桿之長度。若此桿可自由活動,則長度之變更,可依公式(18)求之,卽 $D=0.000,006,5\times10\times l=0.000,065\ l$。

但此桿因兩端限制,不能縮短,故在新溫度時,此桿實較正常為長,卽溫度降下,使此桿發生一種影響,等於將此桿伸長,而伸長度卽為 D,故實有一種抗張應力也。此抗張應力,可用公式(17)從伸長度 D 計算之, $S=s\ E$;

式中 s 卽單位伸長度,等於 $\dfrac{D}{l}=\dfrac{0.000,065\ l}{l}=0.000,065$,

卽 $S=30,000,000\times0.000,065=$ 每方吋 1,950 磅, 此卽溫度應力之值。

故新單位應力等於 $10,000+1,950=$ 每方吋 11,950 磅。

注意,此溫度單位應力與桿之長度及截面積均無關也。

【例二】 設前例之溫度變化,改為昇高,而非降落。試求溫度應力之值,及桿內之新單位應力。

溫度應力仍與前例相同，卽每方吋 1,950 磅。但此桿係被螺旋故溫度增高足以使桿之應力減鬆，故其最後單位應力，爲

10,000－1,950＝每方吋 8,050 磅。

習　題

一鍛鐵桿。直徑 1 吋，當溫度 200 度時，將此桿之兩端，連繫於兩個重體上，使桿體被拉緊。設溫度降低 120 度，而兩端之重體並未被拉動，試求其溫度應力，及此桿作用於每一重體之拉力。

答 $\begin{cases}\text{溫度應力，每方吋 22,100 磅}\\ \text{拉力 17,365 磅}\end{cases}$

9. **梁之垂度** 一已知梁承受已知荷重後。有時須求其垂度若干；或當梁之設計時，在已知荷重下，須使其垂度不超過某種數值。上篇 56 節表 B 內，列有幾種梁在各種荷重時之垂度公式。

在此種公式內，d 表示垂度；I 爲梁截面對於中立軸綫之轉動慣量，如公式(6)所用者；E 爲梁之材料之彈性係數（其數值見 95 節）。

荷重用磅計之，長度用吋，轉動慣量用吋之四次方，垂度亦用吋。

依照垂度公式，梁之垂度 d，與材料之彈性係數 (E)，及截面之轉動慣量(I)，均成反比例；又在表中之最初四種及最後兩種，其垂度均與長度之立方(l^3)成正比例。

【例】 一木梁支托於兩端，長 10 呎，截面爲 6″×12″，負担匀佈荷重 6,400 磅（包括梁重在內）。問梁之垂度爲若干？（參看 65 節例一）

本題之垂度公式（參看表B）爲 $d=\dfrac{5Wl^3}{384EI}$。

式中　$W=6,400$ 磅；　$l=144''$；　$E=$ 每方吋 1,800,000 磅；

又　$I=\frac{1}{12}ba^3=\frac{1}{12}6\times12^3=864$ (吋)^4

故垂度爲　$d=\frac{5\times6,400\times144^3}{384\times1,800,000\times864}=0.16''$。

習　題

1.　一木質肱梁,截面爲 $8''\times8''$,凸出牆面 $8'$,梁端負担集中荷重 900 磅。試計算梁端之垂度。(此 900 磅即肱梁之安全荷重,可參看 65 節習題 1.)

答　0.43 吋

2.　一 42 磅, $15''$ 工字鋼梁,長 16 呎,支托於兩端,負担勻佈荷重 40,000 磅,試求其垂度。

答　0.28 吋

98. **軸之扭轉**　圖 57 表示一軸之一部份,假定此部份係在相鄰兩滑輪之間,而扭轉力卽加於此等滑輪者(如圖 54)。此部份兩端之半徑爲 ma 及 nb,軸未被扭轉之時,此兩半徑爲平行。若軸被扭轉,此兩半徑卽不平行, ma 移爲 ma', nb 移爲 nb'。在扭轉地位之兩綫(ma'及 nb')所成之角,名爲 l 長度內之『扭轉角』。設 $a'a''$ 與 ab 平行,則 $a''nb'$ 角,卽等於扭轉角。

若該部份軸內之應力,並不超過彈性限度,又各截面之扭轉力矩均相等,則扭轉角 α (度數)可用下式計算之。

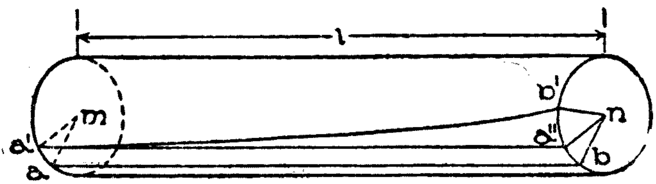


圖　56

$$\left.\begin{aligned}&\text{在實體圓軸，}\quad \alpha=\frac{584Tl}{E^1d^4}=\frac{36{,}800{,}000Hl}{E^1d^4n}\\&\text{在空心圓軸，}\quad \alpha=\frac{584Tld}{E^1(d^4-d_1^4)}=\frac{36{,}800{,}000Hl}{E^1(d^4-d_1^4)n}\end{aligned}\right\}\quad(19)$$

式中 T, l, d, d_1, H 及 n 之意義，均與 93 節 94 節相同，所用單位亦與前相同。惟 E^1 係一數量，名為『剪力彈性係數』，與 95 節中張力及壓力之彈性係數 E 性質相似。有數種材料之平均 E^1 值，開列如下，(略計之 $E^1=\frac{2}{5}E$)：

鋼，	每方吋11,000,000磅
鍛鐵，	10,000,000
鑄鐵，	6,000,000

【例】 設有空心鋼軸，長 60 呎，外徑 16″，內徑 8″，傳達 6,000 馬力，每分鐘旋轉 50 次，試求其扭轉角。

$l=720''$；代入公式(19)之第二式內，即得

$$\alpha=\frac{36{,}800{,}000\times6{,}000\times720}{11{,}000{,}000\times(16^4-8^4)50}=4.7\text{度}$$

習　題

設圖 54 之前頭兩滑輪距 12 呎，軸之直徑為 2″，$P_1=400$ 磅，$a_1=15''$。若軸之質料為鍛鐵，問此兩滑輪間之扭轉角為幾何？

答　3.15 度

99. **非彈性變形**　以上關於伸長，垂度，及扭轉之各公式，惟於最大單位應力不超過彈性限度時始適用之。若在非彈性變形，即應力已超過彈性限度時之變形，即無理論或公式可言矣。所可知者，非彈性變形，不與發生變形之外力成正比例，其增大遠較其荷

重之增加為速。在數種材料，其桿體之極限伸長值(即破裂時之伸長)為已知。茲將幾種8″長樣體之伸長度(參看16節)，開列於下：

鑄鐵，	約1%。
鍛鐵(板狀)，	12—15%。
鍛鐵(桿狀)，	20—25%。
建築鋼，	22—26%。

有延展性材料之樣體，(如鍛鐵及建築鋼)，如拉至破裂，則頸部縮小，即樣體上之某一截面縮小甚多，其截面積之減小，即名『面積減縮』，此數值在鍛鐵或鋼有時可至50%。

第十一章　帽釘接合

100.　接合之種類　一『疊頭接合』者，將鈑體或桿體一部份互相重疊，加以接合之謂也，如圖58-a。一『抵頭接合』者，將鈑體或桿體互相抵觸，加以接合之謂也，如圖 58-b。抵頭接合上之薄鈑，名爲蓋鈑，其厚常小於被接合之主鈑之厚之半。有時抵頭接合僅用一面蓋鈑，其厚亦小於主鈑之厚。

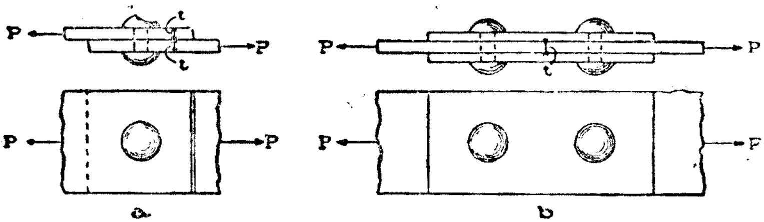


圖　58

關桿或關鈑用帽釘接合時，其帽釘常排成行列，此行列常與接縫平行，有時亦與接縫垂直。但普通所稱帽釘行，皆指與接縫平行而言。一疊頭接合如用一行帽釘，稱爲單帽釘，如用兩行帽釘稱爲雙帽釘。一抵頭接合，如用兩行帽釘(接縫每側各有一行)稱爲單帽釘，如用四行者(即每側兩行)稱爲雙帽釘。

在一行內相鄰兩帽釘洞之中心距離，稱爲帽釘間距。

101.　帽釘之抗剪强度或抗剪値　一疊頭接合，如承受張力(如圖 58-a，P 爲拉力)或承受壓力時(即 P 爲壓力)，沿兩鈑間之平面內，均有切剪每一帽釘之傾向。如在抵頭接合，有兩塊蓋鈑者，則

沿兩個平面有切剪每一帽釘之傾向(圖58-b)，故疊頭接合之帽釘，稱爲受『單剪力』；抵頭接合(兩塊蓋板)之帽釘，稱爲受『雙剪力』。

一帽釘之『抗剪值』云者，即在一截面上對於欲剪切其截面之外力之安全抗阻力是也。此數值隨截面之大小，及其材料之資用強度而定。

設 d 爲帽釘截面之直徑，S_s 爲資用抗剪強度，則截面等於 0.7854 d^2，每一帽釘之抗剪強度爲：

在單剪力，　$0.7854\ d^2\ S_s$，

在雙剪力，　$1.5708\ d^2\ S_s$。

102. 鈑之支承強度及支承值　凡一接合，不論承受張力或壓力，每一帽釘必抵住所經過之孔之側面一部份。故一鈑之『支承值』云者，即一帽釘所加於鈑孔側面之壓力是也，此壓力必須爲鈑所能安全承受者。此值隨鈑之厚，帽釘之直徑，及鈑之資用抗壓強度而定。此三者之確實關係如何，雖不甚明瞭，但計算支承值，通常用 $t\ d\ S_c$ 式，其中 t 爲鈑之厚；d 爲帽釘或孔之直徑；S_c 爲鈑之資用強度。

103. 接合之摩擦強度　凡一接合，不論承受張力或壓力，其鈑之接觸面間，必有一種滑動之傾向。此傾向之全部或一部，常藉鈑間之摩擦阻力以抵消之。在工作良好之接合，此摩擦力有時極大，因帽釘係燒熱時配入孔內，未冷却以前，即將帽頭壓好；及其冷却，則帽釘縮緊，即將接合之鈑互相壓緊，使鈑與鈑間發生甚大壓力，卽使此接合有相當大之摩擦強度矣。是以頗有人以爲良好接合，乃依摩擦力以完成其使命，所用帽釘，僅將其鈑壓緊，並非承受

剪力，而鈑孔之側面，亦並不承受壓力也。但接合之摩擦強度，尋常不能確定，故計算帽釘接合之強度時，對於摩擦力並不顧及焉。

104. 帽釘鈑之抗張及抗壓強度 鈑或桿上，穿打帽釘孔後。即將其抗張強度減弱，故計算此強度時，必須將孔之地位除去。所謂『淨截面』者。即鈑或桿之最小截面，常係沿帽釘孔行列之截面。

設如前節，t 爲接合鈑之厚，d 爲孔之直徑；n_1，爲一行內所有之帽釘數；w 爲鈑或桿之寬度，則淨截面$=(w-n_1d)t$。

若 S_t 爲鈑之資用抗張強度，則未有帽釘孔時，其強度爲 $w\,t\,S_t$：已有帽釘孔後，其抗張強度爲$(w-n_1d)t\,S_t$。

穿孔以後，鈑之抗壓強度亦同樣減少，但製成接合時，孔中即被帽釘裝滿，故鈑之壓力強度，又回復如初。是以計算鈑之抗壓強度時，不必顧及釘孔也。

105. 接合強度之計算 一接合之強度，常隨下述數者而定：(1)帽釘之抗剪值；(2)鈑之支承值；或(3)帽釘鈑之抗張強度，則於接合承受張力時用之。設 P_s 爲由帽釘抗剪值所計算之接合強度；P_c爲由鈑之支承值所計算而得者；P_t爲由帽釘鈑之抗張強度所計算而得者，則

$$\left.\begin{aligned} P_t &= (w-n_1d)\,t\,S_t \\ P_s &= n_2\,0.7854\,d^2\,S_s \\ P_c &= n_3\,t\,d\,S_c \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

式中 n_2 爲接合內帽釘之總數；n_3 爲疊頭接合內帽釘之總數，即抵頭接合內帽釘之半數。

【例一】 兩塊 $\frac{1}{2}''$鈑，寬 $7\frac{1}{2}''$，接合成一簡單雙帽釘疊頭接合，兩行內計用帽釘 6 隻。帽釘直徑爲 $\frac{3}{4}''$，資用强度如下：

S_t = 每方吋12,000 磅，S_s = 每方吋 7,500磅，S_c = 每方吋15,000 磅

試求此接合能傳達安全張力若干？

本例　$n_1=3,\quad n_2=6,\quad n_3=6,$

故　$P_t=(7\frac{1}{2}-3\times\frac{3}{4})\times\frac{1}{2}\times12{,}000=31{,}500$ 磅；

$P_s=6\times0.7854\times(\frac{3}{4})^2\times7{,}500=19{,}880$ 磅；

$P_c=6\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times15{,}000\qquad=33{,}750$ 磅，

其中P_s爲三數中之最小者，故接合之强度，應依帽釘之抗剪值爲衡，而此强度卽等於 19,880 磅。

【例二】 設前例之鈑，其連接方法，改用抵頭接合（兩塊蓋鈑），共用 12 只帽釘，排列法與前相同。問此接合能負荷安全張力若干？

$n_1=3,\quad n_2=12,\quad n_3=6;$　故 P_t, P_c 均與前例相同，

卽　$P_t=31{,}500$ 磅；　及　$P_c=33{,}750$ 磅；

但　$P_s=12\times0.7854\times(\frac{3}{4})^2\times7{,}500=39{,}760$ 磅

此接合之强度，應爲 31,500 磅，較前例爲增强矣。

【例二】 設前例之帽釘每行僅排列兩只。問此接合之抗張强度若干？

今　$n_1=2,\quad n_2=12,\quad n_3=6;$　故　P_s,P_c 仍與前例相同，

卽　$P_s=39{,}670$ 磅；　$P_c=33{,}750$ 磅；

但　$P_t=(7\frac{1}{2}-2\times\frac{3}{4})\frac{1}{2}\times12{,}000=36{,}000$ 磅

故接合之强度，應爲 33,750 磅，較前兩者更强矣。

習題

注意:——資用强度與上文例一相同,即

S_t=每方吋 12,000 磅, S_s=每方吋 7,500 磅, S_c=每方吋 15,005 磅,

1. 兩塊 $\frac{1}{2}''$ 鈑,寬 5",用疊頭接合連接之,兩個 $\frac{3}{4}''$ 帽釘,列爲一行。問此接合之安全强度若干?

答 6,625 磅

2. 仍解前題,改用四個 $\frac{3}{4}''$ 帽釘,列爲兩行。

答 13,250 磅

3. 仍解前題,改用三個 1" 帽釘,列爲一行,與接合縫相垂直。

答 17,670 磅

4. 兩塊 $\frac{1}{2}''$鈑,寬 5",以抵頭接合連接之(兩塊蓋板)用四個 $\frac{3}{4}''$帽釘,列爲兩行,問此接合之强度若干?

答 11,250 磅

106. 接合之效率 —接合之强度,與其實體鈑之强度之比率,名爲『接合之效率』。如用極限强度以計算此比率,則其效率稱爲極限效率;若用資用强度,稱爲資用效率。普通稱效率者,皆指資用效率也。效率常用百分數表示之,卽將接合之强度與實體鈑强度之比率,乘以 100。

【例】 試就前節之例,以計算其接合效率。

前例之板,爲厚 $\frac{1}{2}''$ 及寬 $7\frac{1}{2}''$,故實體鈑之資用抗張强度爲:

$$7\tfrac{1}{2}\times\tfrac{1}{2}\times 12,000=45,000 \text{ 磅}$$

故接合之效率爲:

$$(1)\qquad \frac{19,880}{45,000}=0.44,\quad \text{或}\quad 44\%;$$

(2) $$\frac{31,500}{45,000}=0.70, \quad \text{或} \quad 70\%;$$

(3) $$\frac{33,750}{45,000}=0.75, \quad \text{或} \quad 75\%。$$

材料力學中英文譯名對照表

說　明

本書為讀者醒目便利起見，凡專門名詞，人名及地名等之原文，一律不在譯文中夾注。所有各該項原文，另列中英文對照表二種檢查之。兩表均以中文為主，俾讀者可由書中譯名求得其原名。

（甲）專門名詞對照檢查表　凡譯文中所引用之專門名詞，為普通字書及辭書所不備，或意義稍有出入者歸入之。其意義明顯之普通名詞從略。

（乙）人名及地名對照檢查表　凡在譯文中，見字下有細橫綫之名稱，均係人名或地名，概從音譯。人名及地名之音譯，大部分依照商務印書館二十四年五月出版之標準漢譯外國地名人名表，以資一律。其他該書所未載之人名及地名，則酌照國音譯之。

兩表中均依照中文譯名之筆畫數排列次序，而以英文原名殿之。故檢查時須先計算畫數。計筆畫數之法，以普通寫體為標準，與刻體略有不同。如比字片字均作為四畫而非五畫。又專門名詞表中同筆畫之字數甚多，復採用起筆分部法排列次序，即「橫」，「直」，「撇」，「點」是也。此起筆亦以寫體作準，如半，戶，言等均以「點」為起筆，而非以刻體之「撇」及「橫」為起筆。遇兩筆連寫作一筆時，以起筆在先者為主，例如尹，發等字之起筆均為「橫」。但地名人名表中，同筆畫之字數無多，不另分部。

(甲) 專門名詞對照檢查表

二畫

一 部

力 Force

力矩 Moment

力矩圖 Moment diagram

力矩綫 Moment line

力矩之原理 Principle of moments

力矩方程式 Equation of moments

力矩軸綫 Axes of moments

三畫

一 部

工字梁 I-beam

工具鋼 Tool steel

四畫

一 部

支點 Support

支力 Supporting force

支承值 Bearing value

支承強度 Bearing strength

木材 Timber

不完全彈性體 Imperfectly elastic body

反動力 Reaction

丨 部

比率 Ratio

比例尺 Scale

中心點 Center

中性鋼 Medium steel

中立綫 Neutral line

中立面 Neutral surface

中立軸綫 Neutral axis

中心荷重 Central load

水平綫 Hrizontal line

水平剪力 Horizontal shear

內剪力 Internal shear

丿 部

手册 Hand book

勻布荷重 Uniformly distributed load

丶 部

方柱端 Square end

五畫

一 部

平衡 Equilibrium

平衡力 Equilibrant

平方吋 Square inch

平方呎 Square foot

平勻壓力 Uniform Compression

平齧柱端 Flat end

石灰石 Limestone

丨 部

四乘方吋 Bi-quadratic inch

四乘方呎 Bi-quadratic foot

丿 部

白松 White pine

白橡木 White oak

外剪力 External shear

外挑梁 Overhanging beam

代數和 Algebraic sum

丶 部

主鈑 Main plate

主動輪 Driving pulley

立方吋 Cubic inch

立方呎 Cubic foot

永久變形 Set

六 畫

一 部

托條 Bracket

百分數 Per cent

地心引力 Gravity

丨 部

吋 Inch

吋磅 Inch pound

曲綫 Curve

丿 部

行 Row

合力 Rasultant

成形鋼 Shape steel

危險截面 Dangerous section

丶 部

安全因數 Factor of safety

安全强度 Safe strength

安全荷重 Safe load

七 畫

一 部

抗剪應力 Shearing stress

抗張應力 Tensile stress

抗壓應力 Compressive stress

抗剪强度 Shearing strength

抗張强度 Tensile strength

抗壓强度 Compressive strength

抗剪値 Shearing value

抗扭强度 Torsinal strength

抗扭應力 Torsional stress

材料力學 Strength of materials

材料强度 Strength of materials

扭轉 Twist

扭轉力矩 Twisting moment

扭轉角 Angle of twist

丨 部

呎磅 Foot pound

丿 部

角 Angle

伸長 Elongation

丶 部

完全彈性體 Perfectly elastic body

八 畫

一 部

抵抗力矩 Resisting moment

抵抗剪力 Resisting shear

抵頭接合 Butt joint

面積 Area

面積減縮 Reduction of area
直線公式 Straight-line formula
直線膨脹係數 Coefficient of linear expansion
直接應力 Direct stress
非彈性體 Inelastic body
非彈性變形 Non-elastic deformation
矽 Silicon
拉力 Pull

丨 部

花崗石 Granite
固定柱端 Fixed end

丿 部

延展性 Ductile
延性材料 Ductile materials
肱梁 Cantilever beam

丶 部

底邊 Base

九 畫

一 部

栂木 Hemlock
柱 Column
柱端方式 End condition
砂石 Sand stone
屋架 Roof truss
限制梁 Restrained beam
軌道鋼 Rail steel
建築用鋼 Structural steel

丨 部

英制 English system
迴轉半徑 Radius of gyration

丿 部

重力 Gravity
重心 Center of gravity
垂度 Deflection
垂直力 Vertical force
紅橡木 Red oak

丶 部

突緣耦合 Flange coupling
活骱柱端 Hinged end

十 畫

一 部

破裂點 Instant of failure
破裂面 Fracture
破裂荷重 Breaking load
破裂係數 Modulus of rupture
原點 Origin
栓釘柱端 Pinned end

丨 部

馬力 Horse power

丿 部

矩形 Rectangle
脆性材料 Brittle material

丶 部

記號 Sign
高度 Altitude
淨截面 Net section

十一畫

一 部

張力 Tension
接合點 Joint
接合之效率 Efficiency of joint
基綫 Base line
軟鋼 Soft steel
桿 Bar
連梁 Continuous beam

丨 部

荷重 Load

丿 部

偏離臂 Leverage
偏倚度 Deflection
偏心荷重 Eccentric load
第一梁公式 First beam formula
第二梁公式 Second beam formula
斜力 Inclined force
符號 Notation

丶 部

設計 Design
剪力 Shear
剪力圖 Shear diagram
剪力綫 Shear line
剪力彈性係數 Coefficient of elasticity for shear
梁 Beam
旋動 Rotation
粘體 Plastic body
商業尺寸 Commercial size
混合應力 Complex stress

十二畫

一 部

硬度 Hardness
硬鋼 Hard steel
軸 Shaft
軸綫 Axis
黃松 Yellow pine
棒 Rod
強度 Strength
強性 Stiffness
極限荷重 Ultimate load
極限強度 Ultimate strength
極限效率 Ultimate efficiency
極限抗剪強度 Ultimate shearing strnegth
極限抗張強度 Ultimate tensile strength
極限抗壓強度 Ultimate compressive strength

丨 部

最大彎曲力矩 Maximum bending moment
最大剪力 Maximum shear
最小迴轉半徑 Least radius of gyration
單剪力 Single shear
單位 unit
單位應力 Unit stress
單位變形 Unit deformation
單位纖維應力 Unit fiber stress
帽釘 Rivet

鉚釘接合 Riveted joint
鉚釘鋼 Rivet steel
間距(鉚釘) Pitch
晶粒 Grain

丿 部

短撐 Struts
短塊 Short block
鈑 Plate
鈑鋼 Sheet steel
集中荷重 Concentrated load

丶 部

溫度應力 Temperature stress

十三畫

丨 部

圓筒面積 Cylindrical area

丿 部

腰鈑 Web plate

丶 部

試驗機 Testing machine
資用強度 Working strength
資用應力 Working stress
資用限度 Working limit
資用效率 Working efficiency
滑輪 Pulley
道格拉斯槍 Douglas spruce

十四畫

一 部

碳 Carbon

截面 Section
截面係數 Modulus of section
構合截面 Built-up section

丨 部

蓋鈑 Cover plate

十五畫

一 部

磅 Pound
彈簧鋼 Spring steel
彈性 Elasticity
彈性限度 Elastic limit
彈性係數 Modulus of elasticity
彈性係數 Coefficient of elasticity
槽 Channel
樣體 Specimen
標準局 Bureau of standard

丿 部

鋪路磚 Paving brick

丶 部

摩擦強度 Frictional strength

十六畫

一 部

橫力 Transverse force
橫截面 Cross section
磚 Brick
橋墩 Pier

丨 部

噸 Ton
慣量軸綫 Inertia axis

丿 部

鋼 Steel
鋼軌 Steel rail
鋼建築 Steel construction
鍋爐 Boiler

十七畫

一 部

輾成形體 Rolled shape
輾成鋼料 Rolled steel
輾成截面 Rolled section
檜 Spruce
臂距 Arm
壓縮 Compression
壓力 Compression

丨 部

螺栓 Bolt

丿 部

縱力 Longitudinal force
縱坐標 Ordinate
綫 Wire
鍛鐵 Wrought iron
簡單梁 Simple beam
簡單應力 Simple stress

丶 部

應力 Stress
應力與變形曲綫圖 Stress deformation diagram

十八畫

一 部

轉動慣量 Moment of inertia

丿 部

雙剪力 Double shear

十九畫

丿 部

穩定荷重 Steady load

二十二畫

丿 部

鑄鐵 Cast iron

丶 部

變動荷重 Varying load
變形 Deformation
彎曲 Flexure
彎曲力矩 Bending moment
彎曲應力 Flexural stress
疊頭接合 Lap joint

二十三畫

丨 部

體積 Volume

丿 部

纖維絲 Fiber
纖維應力 Fiber stress
纖維强度 Fiber strength

（乙） 人名及地名對照檢查表

八 畫

虎克 Hooke

九 畫

約翰生 Johnson

十 畫

郎肯 Rankin

十五畫

歐拉 Euler

經營講座
48

(CE 2)

賣價
￥9,200