國學基本叢書

數理精蘊

五

數理精蘊下編卷三十三

末部三

借根方比例

帶縱平方

借根方比例開帶縱平方。其以長方之積。用長闊之較或和而求長闊之數。皆與常法同。但不立和縱較縱之名。惟有多根少根之號。而每根之數。或爲長方之闊。或爲長方之長。錯綜其名。有十二種。推究其實總不出和較之兩端。如云一平方多幾根與幾眞數等。或幾根多一平方與幾眞數等。或一平方與幾眞數少幾根等。或幾根與幾眞數少一平方等。此四者根皆較縱。而其每根之數。皆長方之闊也。如云一平方少幾根與幾眞數等。或一平方少幾眞數與幾根等。或一平方與幾眞數多幾根等。或一平方與幾根多幾眞數等。此四者根亦皆較縱。而其每根之數。則皆長方之長也。如云一平方多幾眞數與幾根等。或幾眞數多一平方與幾根等。或幾眞數與幾根少一平方等。或一平方與幾根少幾眞數等。此四者根皆和縱。而其每根之數。或爲長方之長。或爲長方之闊也。要之所謂一平方者。卽一正方而多幾根少幾根。卽變正方而爲長方。其眞數比平方多根者。其每根爲闊。眞數比平方少根者。其每根爲長。二者皆較縱。惟眞數比根少平方者。則爲和縱也。至於開之之法。皆以眞數爲長方積。以根數爲縱卽以根數作眞數用。

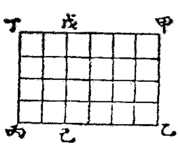
如三根卽作三眞數。五根卽作五眞數之類。解見設如。依面部帶縱平方法開之。有較縱者先求和。有和縱者先求較。其根爲長方之闊者。以和較相減折半而得每根之數。用半和半較立法者。則相減卽得根數。不用折半。其根爲長方之長者。以和較相加折半而得每根之數也。用半和半較立法者。則相加卽得根數。不用折半。俱詳設如。

設如有一平方多二根與二十四尺相等。問每一根之數幾何。

法以二十四尺爲長方積。二根爲縱多二尺。用帶縱較數開平方法算之。將積數四因。加縱多自乘之數。得一百尺。開平方得十尺爲和。減較二尺。餘八尺。折半得四尺。爲一根之數。卽長方之闊。加較二尺。得六尺。卽長方之長也。如圖甲乙丙丁長方形。共積二十四尺。甲乙四尺爲一根。爲闊。甲丁六尺爲長。戊丁二尺爲縱多。甲乙己戊爲一平方。戊己丙丁爲二根。是甲乙丙丁二十四尺內有甲乙己戊之一平方。又有戊己丙丁之二根。故云一平方多二根與二十四尺相等也。若以積計之。則積之多於平方者。爲戊己丙丁之二根。若以邊計之。則長多於闊者。爲戊丁之二尺。故以二根卽作二尺爲縱

一平方＋一根＝二四

一根＝　四



一平方＋二根＝二四

二根＋一平方　＝二四

一平方　＝二四－二根

二根　＝二四－一平方

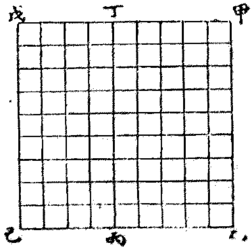
多也。此法錯綜其名。則爲四種。一平方多二根。與二十四尺相等。一也。如二根多一平方。亦必與二十四尺相等。又一也。若於一平方多二根與二十四尺各減去二根。則爲一平方與二十四尺少二根相等。此又其一也。甲乙丙丁二十四尺內。減去戊己丙丁二根。餘甲乙己戊一平方。故爲一平方與二十四尺少二根相等也。又如一平方多二根與二十四尺各減去一平方。則爲二根與二十四尺少一平方相等。此又其一也。甲乙丙丁二十四尺內減去甲乙己戊一平方。餘戊己丙丁二根。故爲二根與二十四尺少一平方相等也。此四者名雖不同。合而觀之。總爲眞數比一正方多根數。故知其爲較縱。而每根之數爲闊也。

設如有一平方少四根與四十五尺相等。問每一根之數幾何。

法以四十五尺爲長方積。四根爲縱多四尺。用帶縱較數開平方法算之。將積數四因。加縱多自乘之數。得一百九十六尺。開平方得十四尺。爲和。加較四尺得十八尺。折半得九尺。爲一根之數。即長方之長。減較四尺得五尺。即長方之闊也。如圖甲乙丙丁長方形。共積四十五尺。甲乙九尺爲一根。爲長。甲丁五尺爲闊。甲戊與甲乙等。丁戊四尺爲縱。甲乙己戊爲一平方。丁丙己戊爲四根。於甲乙己戊平方內減去丁丙己戊之四根。則餘甲乙丙丁四十五尺。故云一平方少四根與四十五尺相等也。若以積計之。則積之少於平方者。爲丁丙己戊之四根。若以邊計之。則闊少於長者。爲丁戊之四尺。故以四根作四尺爲縱多也。

一平方－四根＝四五

一根＝九



此法錯綜其名。亦爲四種。一平方少四根。與四十五尺相等。一也。如一平方與四十五尺。亦必與四根相等。又一也。少於一平方少四根與四十五尺各加四根則爲一平方與四十五尺多四根相等。此又其一也。甲乙丙丁四十五尺加丁丙己戊四根戊甲乙己戊一平方。故爲一平方與四十五尺多四根相等也。如一平方亦必與四根多四十五尺相等。此又其一也。此四者名雖不同。合而觀之。總爲眞數比一正方少根數。故知其爲較縱。而其每根之數爲長也。

一平方一四根＝四五

一平方一四五＝四根

一平方＝四五十四根

一平方＝四根一四五

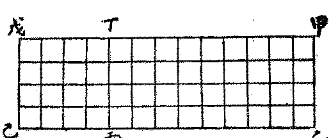
設如有一平方多三十六尺。與十三根相等。問每一根之數幾何。

法以三十六尺爲長方積。十三根爲和十三尺。用帶縱和數開平方法算之。將積數四因。與和自乘數相減。餘二十五尺。開平方得五尺。爲較。與和十三尺相減。餘八尺。折半得四尺。爲一根之數。卽長方之闊。加較五尺。得九尺。卽長方之長也。如圖甲乙丙丁長方形。共積三十六尺。甲乙四尺爲一根。爲闊。甲丁九尺爲長。甲戊十三尺爲和。甲乙己戊爲十三根。丁丙己戊爲一平方。是甲乙己戊十三根內。有甲乙丙丁三十六尺。又有丁丙己戊一平方。故云一平方多三十六尺。與十三根相等也。若以積計之。則積三十六尺與一平方相加。共得甲乙己戊之十三根。若以邊計之。則長九尺與闊四尺相加。得甲戊之十三尺。故將十三根作十三尺爲和也。此法錯綜其名。亦爲四種。一平方多三十六尺與十三根相等。一也。如三

一平方十三六＝一三根

四＝　一根

十六尺多一平方亦必與十三根相等。又一也。若於一平方多三十六尺與十三根各減去三十六尺。則爲一平方與十三根少三十六尺相等。此又其一也。甲乙己戊十三根內。減去甲乙丙丁三十六尺。餘丁丙己戊一平方。故云一平方與十三根少三十六尺相等也。又如一平方多三十六尺與十三根各減去一平方。則爲三十六尺與十三根少一平方相等。此又其一也。甲乙己戊十三根內。減去丁丙己戊一平方。餘甲乙丙丁三十六尺。故爲三十六尺與十三根少一平方相等也。此四者名雖不同。合而觀之。總爲眞數比根數少一正方。故知其爲和而其每根之數爲闊也。



一平方十三六＝一三根

三六十一平方＝一三根

一平方　＝一三根—三六

三六＝一三根—一平方

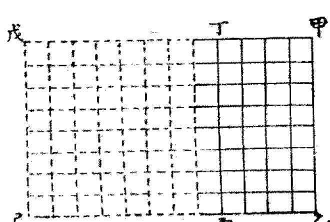
設如有一平方多三十二尺與十二根相等。問每一根之數幾何。

法以三十二尺爲方積。十二根爲和十二尺。用帶縱和數開平方法算之。將積數四因。與和自乘數相減。餘十六尺。開平方得四尺爲較。加和十二尺得十六尺。折半得八尺。爲一根之數。即長方之長。減較四尺。餘四尺。即長方之闊也。如圖甲乙丙丁長方形共積三十二尺。甲乙八尺爲一根。爲長。甲丁四尺爲闊。甲戊十二尺爲和。甲乙己戊爲十二根。丁丙己戊爲一平方。是甲乙己戊十二根內有甲乙丙丁三十二尺。又有丁丙己

一平方十三二＝一二根

八＝　一根

戊一平方。故云一平方多三十二尺。與十二根相等也。若以積計之。則積三十二尺。與一平方相加。共得甲乙己戊十二根。若以邊計之。則長八尺與闊四尺相加。得甲戊之十二尺。故以十二根作十二尺爲和也。此法亦眞比根數少一正方。故知其爲和。而其每根之數爲長也。



帶縱立方 三乘方 四乘方 五乘方附

借根方比例開帶縱立方。與常法不同。常法先知各邊之和或較。既開得一邊之數。以和較加減之。即得各邊之數。此法止有根方多少之號。而無和縱較縱之名。惟求每根之數。而不問餘邊。其立法之本意。蓋欲借根方以求他數。既得一根之數。則所求之數已得。而方之形體。有所不計。且其與根方相等之積數或爲長方體扁方體形。或非長方體扁方體形。或於長方扁方之內少幾數。或於長方扁方之外多幾數。則不能成長方扁方體形也。皆不可知。故不可以帶縱之常法求也。其積數或原爲幾根幾方之總數。而非一長方或一扁方之全數。則止可以逐方逐根計之。若作一長方或一扁方算。則其各邊必有奇零不盡。而轉與所設之根數不合矣。今類其法分爲九種。如一立方多幾根與幾眞數等。一也。一立方少幾根與幾眞數等。二也。一立方多幾平方與幾眞數等。三也。一立方少幾平方與幾眞數等。四也。一立方多幾平方多幾根與幾眞數等。五也。一立方少幾平方少幾根與幾眞數等。六也。一立方多幾平方少幾根與幾眞數等。七也。一立方少幾平方多幾根與幾眞數等。八也。又幾平方少一立方與幾眞數等。九也。其開之之法。除第九種外。餘俱依立方法定初商

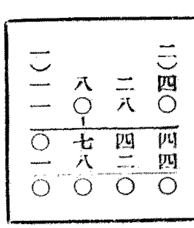
復視所帶根方爲多號者。其商數須取略小於應得之數。所帶根方數爲少號者。其商數須取略大於應得之數。俱以初商數自乘再乘。爲立方積。以初商自乘數與幾平方相乘。爲所帶平方之共積。以初商數與幾根相乘。爲所帶根數之共積。多號者與立方積相加。少號者與立方積相減。然後與原積相減。不盡者。爲次商積。次商之法。以初商自乘數三因之。爲立方廉。以初商數倍之。與幾平方相乘。爲所帶平方之共廉。多號者與立方廉相加。少號者與立方廉相減。又加減所帶之根數。多根者加。少根者減。爲次商廉法。以廉法除次商積。得次商。卽合初商自乘再乘。爲立方積。仍如所帶幾根幾平方加減之。而後減原積並爲初商同。至於第九種之法。則將立方與眞數俱用平方數除之。得一平方少幾分立方之一。與幾眞數等。依平方法定初商。其商數須取略大於應得之數。乃以初商數自乘。爲平方積。又以初商數再乘。爲立方積。以平方數除之。得數爲少幾分立方之一。以減平方積。而後與原積相減。不盡者爲次商積。次商之法。以初商數倍之。爲平方廉。又以初商自乘數三因之。爲立方廉。以平方數除之。得數以減平方廉。餘爲次商廉法。以廉法除次商積。得次商。其減積之法。與初商同。以上九種。如法開之。卽得每根之數也。要之所謂一立方者。卽一正方體。而多平方多根少平方少根。卽變正方體而爲長方體扁方體。或爲磬折長方體扁方體。其積數中有立方。則用再乘。有平方。則用自乘。有根則用商數。多則相加。少則相減。九種之中。無異術也。卽推之多乘方。莫不皆然。總以其累乘之數爲主。而以所帶根方之積數加減之。與立方無二理也。爰將立方九種之法。各設一例。以明其理。而三乘四乘五乘之法。亦各設二例。以附其後焉。

設如有一立方多八根。與一千八百二十四尺相等。問每根之數幾何。

法列原積一千八百二十四尺。按立方法作記。於四尺上定單位。一千尺上定十位。共一千尺爲初商積。與十尺自乘再乘之數相合。卽定初商爲十尺。書於原積一千尺之上。而以初商十尺自乘再乘之一千尺。爲一立方積。又以初商十尺八因之得八十尺。爲多八根之共積。與一立方積相加。得一千零八十尺。書於原積之下。相減餘七百四十四尺。爲次商積。而以初商之十尺自乘之一百尺三因之。得三百尺。爲一立方廉。加根數八。共三百零八尺。爲次商廉法。以除次商積。足二倍。卽定次商爲二尺。書於原積四尺之上。合初商共一十二尺。自乘再乘。得一千七百二十八尺。爲一立方積。又以十二尺八因之。得九十六尺。爲八根之共積。與立方積相加共得一千八百二十四尺。書於原積之下。相減恰盡。是開得一十二尺。爲每一根之數也。此法以積計之。爲一正方體及八根之共數。以邊計之。則所得每根之數。卽正方體之每一邊。因正方體之外多八根。故成一磬折體。而非正方體。亦非長方體也。

一立方＋八根＝一八二四

一根＝一二



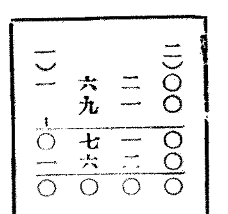
設如有一立方少九根與一千六百二十尺相等。問每一根之數幾何。

法列原積一千六百二十尺。按立方法作記。於空尺上定單位。一千尺上定十位。其一千尺爲初商積。與十尺自乘再乘之數相合。卽定初商爲十尺。書於原積一千尺之上。而以初商十尺自乘再乘之一千尺。爲一立方積。又以初商十尺九因之。得九十尺。爲少九根之共積。與立方積相減。餘九百一十尺。書於原

積之下相減餘七百一十尺。爲次商積。而以初商之十尺自乘之一百尺三因之得三百尺。爲一立方廉。內減去根數九。餘二百九十一尺。爲次商廉法。以除次商積。足二倍。卽定次商爲二尺。書於原積空尺之上。合初商共十二尺。自乘再乘得一千七百二十八尺。爲一立方積。又以十二尺九因之得一百零八尺。爲少九根之共積。與立方積相減。餘一千六百二十尺。書於原積之下。相減恰盡。是開得一十二尺。爲每一根之數也。此法以積計之。爲一正方體少九根之數。以邊計之。則所得每根之數。卽正方體之每一邊。因正方體內少九根之數。故成磬折體。而非正方體。亦非扁方體也。

一立方－九根＝一六二〇

一根＝一二

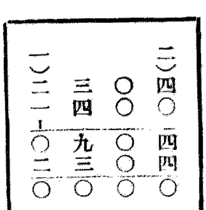


設如有一立方多四平方與二千三百零四尺相等。問每一根之數幾何。

法列原積二千三百零四尺。按立方法作記。於四尺上定單位。二千尺上定十位。其二千尺爲初商積。與十尺自乘再乘之數相準。卽定初商爲十尺。書於原積二千尺之上。而以初商十尺自乘再乘之一千尺。爲一立方積。又以初商十尺自乘之一百尺四因之。得四百尺。爲多四平方之共積。與立方積相加。得一千四百尺。書

一立方＋四平方＝二三〇四

一根＝一二



於原積之下。相減餘九百零四尺。爲次商積。而以初商之十尺自乘。三因之。得三百尺。爲一立方廉。又以初商之十尺倍之。得二十尺。四因之。得八十尺。爲四平方廉。與一立方廉相加。得三百八十尺。爲次商廉法。以除次商積。足二倍。卽定次商爲二尺。書於原積四尺之上。合初商共十二尺。自乘再乘。得一千七百二十八尺。爲一立方積。又以十二尺自乘之一百四十四尺四因之。得五百七十六尺。爲多四平方之共積。與立方積相加。共得二千三百零四尺。書於原積之下。相減恰盡。是開得一十二尺。爲每一根之數也。此法以積計之。爲一正方體及四平方之共數。以邊計之。則所得每根之數。卽正方體之每一邊。亦卽平方之每一邊。因正方體之外多四平方。故成長方體。而非正方體也。

設如有一立方少八平方。與七千九百三十五尺相等。問每一根之數幾何。

法列原積七千九百三十五尺。按立方法作記。於五尺上定單位。七千尺上定十位。其七千尺爲初商積。與十尺自乘再乘之數相準。應商十尺。而所帶平方爲少號。故取略大之數爲二十尺。書於原積七千尺之上。而以初商二十尺自乘再乘之八千尺。爲一立方積。又以初商二十尺自乘之四百尺八因之。得三千二百尺。爲少八平方之共積。與立方積相減。餘四千八百尺。書於原積之下。相減餘三千一百三十五尺。爲次商積。而以初商之二十尺自乘三因之。得一千二百尺。爲一立方廉。又以初商之二十尺倍之。得四十尺。八因之。得三百二十尺。爲八平

一立方－八平方＝七九三五

一根＝　二三

二)			三)
七	九	三	五
四	八	〇	〇
三	一	三	五
七	九	三	五
〇	〇	〇	〇

方廉。與一立方廉相減。餘八百八十尺。爲次商廉法。以除次商積。足三倍。卽定次商爲三尺。書於原積五尺之上。合初商共二十三尺。自乘再乘。得一萬二千一百六十七尺。爲一立方積。又以二十三尺自乘之五百二十九尺八因之。得四千二百三十二尺。爲少八平方之共積。與一立方積相減。餘七千九百三十五尺。書於原積之下。相減恰盡。是開得二十三尺。爲每一根之數也。此法以積計之。爲一正方體少八平方之數。以邊計之。則所得每根之數。卽正方體之每一邊。亦卽平方之每一邊。因正方體之內少八平方故成扁方體。而非正方體也。

設如有一立方多十三平方多三十根。與二萬七千一百四十四尺相等。問每一根之數幾何。

法列原積二萬七千一百四十四尺。按立方法作記。於四尺上定單位。七千尺上定十位。其二萬七千尺爲初商積。與三十自乘再乘之數相合。應商三十尺。而所帶平方與根皆爲多號。故取略小之數爲二十尺。書於原積七千尺之上。而以初商二十尺自乘再乘之八千尺。爲一立方積。又以初商二十尺自乘之四百尺十三乘之。得五千二百尺。爲多十三平方之共積。又以初商之二十尺。三十乘之。得六百尺。爲多三十根之共積。三積立方平方與根之三數。相加得一萬三千八百尺。書於原積之下。相減餘一萬三千三百四十四尺。爲次商積。而以初商之二十尺自乘。三因之。得一

＋立方＋一三平方＋三〇根＝二七一四四

一根＝二六

	二)			六)
二	七	一	四	四
一	三	八	〇	〇
一	三	三	四	四
二	七	一	四	四
〇	〇	〇	〇	〇

千二百尺。爲一立方廉。又以初商之二十尺倍之。得四十尺。以十三乘之。得五百二十尺。爲十三平方廉。與立方廉相加。得一千七百二十尺。又加根數三十。共一千七百五十尺。爲次商廉法。以除次商積。足七倍。因取略小之數爲六尺。書於原積四尺之上。合初商共二十六尺。自乘再乘。得一萬七千五百七十六尺。爲一立方積。又以二十六尺。自乘之六百七十六尺。十三乘之。得八千七百八十八尺。爲多十三平方之共積。又以二十六尺三十乘之。得七百八十尺。爲多三十根之共積。三積相加。共二萬七千一百四十四尺。書於原積之下。相減恰盡。是開得二十六尺。爲每一根之數也。此法以積計之。爲一正方體及十三平方與三十根之共數。以邊計之。則所得每根之數。卽正方體之每一邊。亦卽平方之每一邊。因正方體之外多十三平方。又多三十根。恰成長方體。而非正方體。亦非罄折體也。將所多之十三平方內十平方。附於正方體之一面。又以三平方加於正方體之又一面。卽成罄折體。而缺三十根之數。如以三十根補其缺。卽成長方體。其寬卽一根。爲二十六尺。其長卽一根多十尺。爲三十六尺。其高卽一根多三尺。爲二十九尺也。此因所多之平方及根數。適足長方體形。故爲長方體。若平方與根數不能補足者。仍爲罄折體也。

設如有一立方少七平方少八根。與七千零八十四尺相等。問每一根之數幾何。

法列原積七千零八十四尺。按立方法作記。於四尺上定單位。七千尺上定十位。其七千尺爲初商積。與十尺自乘再乘之數相準。而所帶平方與根皆爲少號。故取略大之數爲二十尺。書於原積七千尺之上。而以初商二十尺自乘再乘之八千尺爲一立方積。又以初商二十尺自乘之四百尺七因之。得二千八百尺。爲少七平方之共積。又以初商之二十尺八因之。得一百六十尺。爲少八根之共積。與少七平方共

積相加得二千九百六十尺。以減立方積。餘五千零四十尺。書於原積之下。相減餘三千零四十四尺。爲次商積。而以初商之二十尺自乘。三因之。得一千二百尺。爲一立方廉。又以初商之二十尺倍之。得四十尺。七因之。得二百八十尺。爲七平方廉。與立方廉相減。餘九百二十尺。又減去根數八。餘九百一十二尺。爲次商廉法。以除次商積。足三倍。即定次商爲二尺。書於原積四尺之上。合初商共二十二尺。自乘再乘。得一萬零六百四十八尺。爲一立方積。又以二十二尺自乘之四百八十四尺。七因之。得三千三百八十八尺。爲少七平方之共積。又以二十二尺八因之。得一百七十六尺。爲少八根之共積。與少七平方共積相加。得三千五百六十四尺。以減立方積。餘七千零八十四尺。書於原積之下。相減恰盡。是開得二十二尺。爲每一根之數也。此法以積計之。爲一正方體少七平方又少八根之數。以邊計之。則所得每根之數。即正方體之每一邊。亦即平方之每一邊。因正方體之內少七平方又少八根。故成磬折體而非正方體也。

一立方－七平方－八根＝七〇八四

一根＝二二

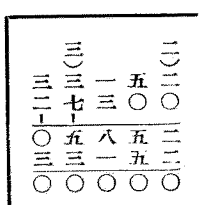
二)			二)
七	〇	八	四
五	〇	四	〇
二	〇	四	四
七	〇	八	四
〇	〇	〇	〇

設如有一立方多一平方少二十根。與三萬三千一百五十二尺相等。問每一根之數幾何。

法列原積三萬三千一百五十二尺。按立方法作記。於二尺上定單位。三千尺上定十位。其三萬三千尺爲初商積。與三十自乘再乘之數相準。即定初商爲三十尺。書於原積三千尺之上。而以初商三十尺自

乘再乘之二萬七千尺爲一立方積。又以初商三十尺自乘之九百尺爲多一平方積。又以初商之三十尺。二十乘之得六百尺。爲少二十根之共積。於立方積內加多一平方積。得二萬七千九百尺。又減去少二十根之共積。餘二萬七千三百尺。書於原積之下。相減餘五千八百五十二尺爲次商積。而以初商之三十尺自乘三因之得二千七百尺。爲一立方廉。又以初商之三十尺倍之。得六十尺。爲一平方廉。與立方廉相加得二千七百六十尺。又減去根數二十。餘二千七百四十尺。爲次商廉法以除次商積。足二倍。卽定次商爲二尺。書於原積二尺之上。合初商共三十二尺。自乘再乘。得三萬二千七百六十八尺。爲一立方積。又以三十二尺自乘之一千零二十四尺。爲多一平方積。又以三十二尺二十乘之得六百四十尺。爲少二十根之共積。於一立方積內加多一平方積。得三萬三千七百九十二尺。又減去少二十根之共積。得三萬三千一百五十二尺。書於原積之下。相減恰盡。是開得三十二尺。爲每一根之數也。此法以積計之。爲一正方體多一平方。復少二十根之數。以邊計之。則所得每根之數。卽正方體之每一邊。亦卽平方之每一邊。因正方體之外多一平方。又少二十根。故成磬折體。而非正方體也。

一立方＋平方－二〇根＝三三一五二
根＝三二

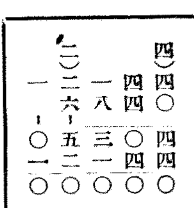


設如有一立方少三平方多二根。與一萬二千一百四十四尺相等。問每一根之數幾何。

法列原積一萬二千一百四十四尺。按立方法作記。於四尺上定單位。二千尺上定十位。其一萬二千尺爲初商積。與二十自乘再乘之數相準。卽定初商爲二十尺。書於原積二千尺之上。而以初商二十尺自乘再乘之八千尺爲一立方積。又以初商二十尺自乘之四百尺三因之。得一千二百尺。爲少三平方之共積。又以初商之二十尺二因之。得四十尺。爲多二根之共積。於立方積內減去少三平方之共積。餘六千八百尺。又加入多二根之共積。得六千八百四十尺。書於原積之下。相減餘五千三百零四尺。爲次商積。而以初商之二十尺自乘。三因之。得一千二百尺。爲一立方廉。又以初商之二十尺倍之。得四十尺。三因之。得一百二十尺。爲三平方廉。與立方廉相減。餘一千零八十尺。又加入根數二。得一千零八十二尺。爲次商廉法。以除次商積。足四倍。卽定次商爲四尺。書於原積四尺之上。合初商共二十四尺自乘再乘。得一萬三千八百二十四尺。爲一立方積。又以二十四尺自乘之五百七十六尺三因之。得一千七百二十八尺。爲少三平方之共積。又以二十四尺二因之。得四十八尺。爲多二根之共積。於立方積內減去三平方之共積。餘一萬二千零九十六尺。又加入多二根之共積。得一萬二千一百四十四尺。書於原積之下。相減恰盡。是開得二十四尺。爲每一根之數也。此法以積計之。爲一正方體少三平方復多二根之數。

一立方一三平方十二根＝一二一四四

一根＝二四



以邊計之則所得每根之數即正方體之每一邊亦即平方之每一邊因正方體之內少三平方又多二根故成磬折體而非正方體也

設如有四十平方少一立方與五千六百二十五尺相等問每一根之數幾何

法以四十平方少一立方與五千六百二十五尺俱以四十除之得一平方少四十分立方之一與一百四十尺六十二寸五十分相等乃列一百四十尺六十二寸五十分為歸除所得之積按平方法作記於空尺上定單位一百尺上定十位其一百尺為初商積與十尺自乘之數相合即定初商為十尺書於所得積一百尺之上而以初商十尺自乘之一百尺為一平方積再乘得一千尺為一立方積以四十除之得二十五尺為少四十分立方之一之積與一平方積相減餘七十五尺書於所得積之下相減餘六十五尺六十二寸五十分為次商積而以初商之一十尺倍之得二十尺為一平方廉又以初商之十尺自乘三因之得三百尺為一立方廉以四十除之得七尺五寸為四十分立方之一之廉與平方廉相減餘十二尺五寸為次商廉法以除次商積足五倍即定次商為五尺書於所得積空尺之上合初商共十五尺自乘得二百二十五尺為一平方積再乘得三千

四〇平方－一立方　＝　五六二五

一平方－四〇立方之一＝一四〇六二五

一根　＝　一五

一)		五)			
一	四	〇	六	二	五
	七	五			
〇	六	五	六	二	五
一	四	〇	六	二	五
〇	〇	〇	〇	〇	〇

三百七十五尺。爲一立方積。以四十除之。得八十四尺三十七寸五十分。爲四十分立方之一之積。與一平方積相減。餘一百四十尺六十二寸五十分。書於所得積之下。相減恰盡。乃以一平方積與四十相乘。得九千尺。爲四十平方積。內減去一立方積。餘五千六百二十五尺。與原積相合。是開得一十五尺。爲每一根之數也。此法以積計之。爲四十平方少一正方體之數。以邊計之。則所得每根之數。卽平方之每一邊。亦卽正方體之每一邊。因四十平方內少十五平方之一正方體。每邊爲十五尺。故十五平方爲一正方體也。餘二十五平方爲長方體。其寬卽一根。爲十五尺。其高亦十五尺。其長爲二十五尺也。而非正方體也。

設如有五百平方少一立方與二十七萬四千一百七十六尺相等。問每一根之數幾何。

法以五百平方少一立方與二十七萬四千一百七十六尺。俱以五百除之。得一平方少五百分立方之一。與五百四十八尺三十五寸二十分相等。乃列五百四十八尺三十五寸二十分。爲歸除所得之積。按平方法作記。於八尺上定單位。五百尺上定十位。其五百尺爲初商積。與二十自乘之數相準。卽定初商爲二十尺。書於所得積五百尺之上。而以初商二十尺自乘之四百尺。爲一平方積。再乘得八千尺。爲一立方積。以五百除之。得十六尺。爲少五百分立方之一之積。與平方積相減。餘三百八十四尺。書於所得積之下。相減。餘一百六十四尺三十五寸二十分。爲次商積而

五〇〇平方－一立方＝二七四一七六

一平方－五〇〇立方之一＝五四八三五二

一根＝二四

以初商之二十尺倍之得四十尺爲一平方廉。又以初商之二十尺自乘。三因之得一千二百尺爲一立方廉。以五百除之得二尺四寸。爲五百分立方之一之廉。與平方廉相減。得三十七尺六寸。爲次商廉法。以除次商積。足四倍。卽定次商爲四尺。書於所得積八尺之上。合初商共二十四尺。自乘得五百七十六尺。爲一平方積。再乘得一萬三千八百二十四尺爲一立方積。以五百除之得二十七尺六十四寸八十分。爲少五百分立方之一之積。與平方積相減。餘五百四十八尺三十五寸二十分。書於所得積之下。相減恰盡。乃以一平方積與五百相乘。得二十八萬八千尺。爲五百平方積。內減去一立方積。餘二十七萬四千一百七十六尺。與原積相合。是開得二十四尺爲每一根之數也。此法以積計之。爲五百平方少一正方體。以邊計之。則所得每根之數。卽平方之每一邊。亦卽正方體之每一邊。因五百平方內少二十四平方之一正方體。每邊爲二十四尺。故二十四平方。卽一正方體也。餘四百七十六平方爲長方體。其寬卽一根。爲二十四尺。其高亦爲二十四尺。其長爲四百七十六尺也。而非正方體也。

二)		四)			
五	四	八	三	五	二
三	八	四			
一	六	四	三	五	二
五	四	八	三	五	二
○	○	○	○	○	○

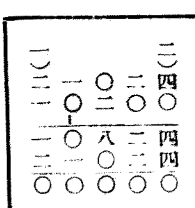
設如有一三乘方多二平方與二萬一千零二十四尺相等。問每一根之數幾何。

法列原積二萬一千零二十四尺。按三乘方法作記。於四尺上定單位。二萬尺上定十位。其二萬尺爲初商積。與十尺乘三次之數相準。卽定初商爲十尺。書於原積二萬尺之上。而以初商十尺乘三次之一萬尺爲一三乘方積。又以初商十尺自乘之一百尺。二因之得二百尺。爲多二平方之共積。與三乘方積相

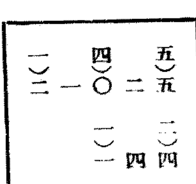
加得一萬零二百尺．書於原積之下．相減餘一萬零八百二十四尺．爲次商積．而以初商之十尺再乘．四因之得四千尺．爲三乘方廉．又以初商之十尺倍之．得二十尺．二因之得四十尺．爲多二平方之廉．與三乘方廉相加．得四千零四十尺爲次商廉法．以除次商積．足二倍．卽定次商爲二尺．書於原積四尺之上．合初商共十二尺．乘三次得二萬零七百三十六尺．爲一三乘方積．又以十二尺自乘之．一百四十四尺．二因之．得二百八十八尺．爲多二平方之共積．與三乘方積相加得二萬一千零二十四尺．書於原積之下．相減恰盡．是開得一十二尺．爲每一根之數也．

一三乘＋二平方＝二一〇二四

一根＝一二

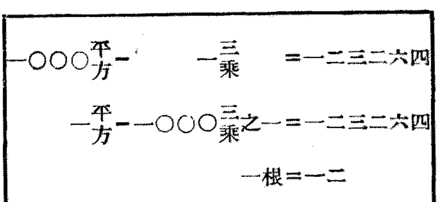


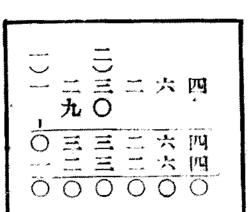
又法用帶縱平方及平方兩次開之．將原積二萬一千零二十四尺爲長方積．以多二平方作二尺爲縱．多折半得一尺．爲半較．自乘仍得一尺．與積相加．得二萬一千零二十五尺．開平方得一百四十五尺．爲半和．內減半較一尺．凡多平方者卽減半較．如少平方者則加半較． 餘一百四十四尺．爲正方積．復開平方．得十二尺．卽每一根之數也．蓋三乘方多平方．與方根自乘爲闊．加多平方數爲長．所作之長方積等．故用帶縱較數開平方法開之．得數復開平方．卽得每一根之數也．



設如有一千平方少一三乘方與一十二萬三千二百六十四尺相等問每一根之數幾何。

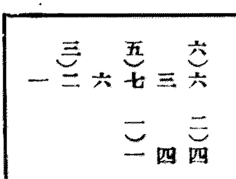
法以一千平方少一三乘方與一十二萬三千二百六十四尺俱以一千除之得一平方少一千分三乘方之一與一百二十三尺二十六寸四十分相等乃列一百二十三尺二十六寸四十分爲歸除所得之積。按平方法作記於三尺上定單位一百尺上定十位其一百尺爲初商積與十尺自乘之數相合即定初商爲十尺。書於所得積一百尺之上。而以初商十尺自乘之一百尺爲一平方積。又以初商之十尺乘三次得一萬尺。爲一三乘方積。以一千除之得一十尺。爲千分三乘方之一之積與一平方積相減餘九十尺。書於所得積之下。相減餘三十三尺二十六寸四十分。爲次商積。而以初商之十尺倍之得二十尺。爲一平方廉。又以初商之十尺自乘再乘四因之。得四千尺。爲一三乘方廉。以一千除之得四尺。爲千分三乘方之一之廉。與平方廉相減餘一十六尺。爲次商廉法以除次商積足二倍。即定次商爲二尺。書於所得積三尺之上。合初商共十二尺。自乘得一百四十四尺。爲一平方積。又以十二尺乘三次。得二萬零七百三十六尺。爲一三乘方積。





以一千除之得二十尺零七十三寸六十分與一平方積相減餘一百二十二尺二十六寸四十分書於所得積之下相減恰盡乃以一平方積與一千相乘得一十四萬四千尺爲一千平方積內減去一三乘方積餘一十二萬三千二百六十四尺與原積相合是開得一十二尺爲每一根之數也

又法用帶縱平方及平方兩次開之將原積一十二萬三千二百六十四尺爲長方積以一千平方作一千尺爲和折半得五百尺爲半和自乘得二十五萬尺與積相減餘十二萬六千七百三十六尺開平方得三百五十六尺爲半較與半和相減餘一百四十四尺爲正方積復開平方得一十二尺即每一根之數也蓋平方少三乘方與方根自乘爲闊與平方數相減爲長所作之長方積等故用帶縱和數開平方法開之得數復開平方即得每一根之數也



設如有一四乘方多二立方與七百九十九萬零二百七十二尺相等問每一根之數幾何

一四乘+二立方=七九九〇二七二

一根=二四

法列原積七百九十九萬零二百七十二尺按四乘方法作記於二尺上定單位九十萬尺上定十位其七百九十萬尺爲初商積與二十乘四次之數相準即定初商爲二十尺書於原積九十萬尺之上而以初商二十尺乘四次之三百二十萬尺爲一四乘方積又以初商二十尺自乘再乘之八千尺二因之得

一萬六千尺。爲多二立方之共積與四乘方積相加得三百二十一萬六千尺。書於原積之下。相減餘四百七十七萬四千二百七十二尺。爲次商積。而以初商之二十尺乘三次五因之得八十萬尺。爲一四乘方廉。又以初商之二十尺自乘。三因之得一千二百尺。又二因之得二千四百尺。爲多二立方之廉與四乘方廉相加得八十萬零二千四百尺。爲次商廉法。以除次商積足五倍因取略小之數爲四尺。書於原積二尺之上。合初商共二十四尺。乘四次得七百九十六萬二千六百二十四尺。爲一四乘方積。又以二十四尺自乘再乘之一萬三千八百二十四尺。二因之得二萬七千六百四十八尺。爲多二立方之共積與四乘方積相加。得七百九十九萬零二百七十二尺。書於原積之下。相減恰盡。是開得二十四尺。爲每一根之數也。蓋四乘方多立方之數。不與平方立方之數相合。故不能以平方立方之法開也。

	二					四
七	九	九	〇	二	七	二
三	二	一	六	〇	〇	〇
四	七	七	四	二	七	二
七	九	九	〇	二	七	二
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

設如有二千立方少一四乘方與一千九百六十八萬五千三百七十六尺相等。問每一根之數幾何。

法以二千立方少一四乘方與一千九百六十八萬五千三百七十六尺。俱以二千除之得一立方少二千分四乘方之一。與九千八百四十二尺六百八十八寸相等。乃列九千八百四十二尺六百八十八寸爲歸除所得之積。按立方法作記。於二尺上定單位。九千尺上定十位。其九千尺爲初商積。與二十自乘再乘之數相準。即定初商爲二十尺。書於所得積九千尺之上。而以初商二十尺自乘再乘之八千尺爲一立方積。又以積□之二十尺乘四次得三百二十萬尺爲一四乘方積。以二千除之得一千六百尺爲

二千分四乘方之一之積。與一立方積相減。餘六千四百尺。書於所得積之下。相減餘三千四百四十二尺六百八十八寸。爲次商積。而以初商之二十尺、自乘。三因之。得一千二百尺。爲一立方廉。又以初商之二十尺乘三次。五因之。得八十萬尺。爲一四乘方廉。以二千除之。得四百尺。爲二千分四乘方之一之廉。與立方廉相減。餘八百尺爲次商廉法。以除次商積。足四倍。即定次商爲四尺。書於所得積二尺之上。合初商共二十四尺。自乘再乘。得一萬三千八百二十四尺。爲一立方積。又以二十四尺乘四次。得七百九十六萬二千六百二十四尺。爲一四乘方積。以二千除之。得三千九百八十一尺三百一十二寸。與一立方積相減。餘九千八百四十二尺六百八十八寸。書於所得積之下。相減恰盡。乃以一立方積與二千相乘。得二千七百六十四萬八千尺。爲二千立方積。內減去一四乘方積。餘一千九百六十八萬五千三百七十六尺。與原積相合。是開得二十四尺爲每一根之數也。蓋立方少四乘方之數。亦不與平方立方之數相合。故不能以平方立方之法開也。

二〇〇〇立方一 −一四乘 ＝一九六八五三七六

一立方−二〇〇〇四乘之一＝九八四二六八八

一根 ＝二四

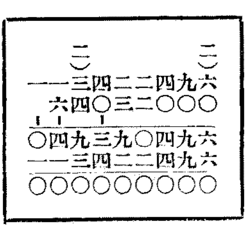
二)			四)			
九	八	四	二	六	八	八
六	四	〇	〇			
三	四	四	二	六	八	八
九	八	四	二	六	八	八
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

設如有一五乘方多四立方與一億一千三百四十二萬二千四百九十六尺相等。問每一根之數幾何。

法列原積一億一千三百四十二萬二千四百九十六尺。按五乘方法作記。於六尺上定單位。三百萬尺上定十位。其一億一千三百萬尺爲初商積。與二十乘五次之數相準。即定初商爲二十尺。書於原積三百萬尺之上。而以初商二十尺乘五次之六千四百萬尺爲一五乘方積。又以初商二十尺自乘再乘之八千尺四因之。得三萬二千尺。爲多四立方之共積。與五乘方積相加得六千四百零三萬二千尺。書於原積之下。相減餘四千九百三十九萬零四百九十六尺。爲次商積。而以初商之二十尺乘四次。六因之得一千九百二十萬尺。爲一五乘方廉。又以初商之二十尺自乘。二因之。得一千二百尺。又四因之得四千八百尺。爲四立方之廉。與五乘方廉相加。得一千九百二十萬零四千八百尺。爲次商廉法。以除次商積。足二倍。即定次商爲二尺。書於原積六尺之上。合初商共二十二尺。乘五次得一億一千三百三十七萬九千九百零四尺。爲一五乘方積。又以二十二尺自乘再乘之一萬零六百四十八尺。四因之。得四萬二千五百九十二尺。爲多四立方之共積。與五乘方積相加。得一億一千三百四十二萬二千四百九十六尺。書於原積之下。相減恰盡。是開得二十二尺爲每一根之數也。

一五乘＋四立方＝一一三四二二四九六

一根＝二二



又法用帶縱平方及立方開之。將原積一億一千三百四十二萬二千四百九十六尺爲長方積。以多四立方作四尺爲縱多。折半得二尺。自乘得四尺。與積相加得一億一千三百四十二萬二千五百尺。開平方得一萬零六百五十尺爲半和內減半較二尺。因立方爲多號故減半較，若立方爲少號即加半較，得一萬零六百四十八尺。爲立方積。開立方得二十二尺。即每一根之數也。蓋五乘方多立方與方根自乘再乘爲闊。加多立方數爲長。所作之長方積等。故用帶縱較數開平方法開之。得數復開立方。即得每一根之數也。

一　○　六　五　○
一一三四二二五○○

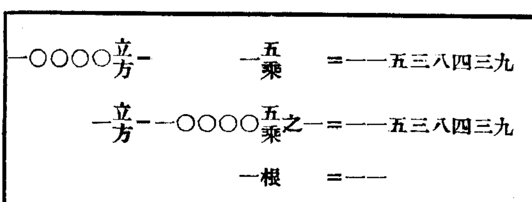
二　二
一○六四八

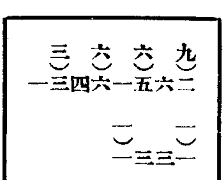
設如有一萬立方少一五乘方與一千一百五十三萬八千四百三十九尺相等。問每一根之數幾何。

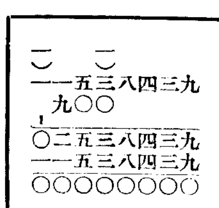
法以一萬立方少一五乘方與一千一百五十三萬八千四百三十九尺。俱以一萬除之。得一立方少一萬分五乘方之一。與一千一百五十三尺八百四十三寸九百分相等。乃列一千一百五十三尺八百四十三寸九百分爲歸除所得之積。按立方法作記於三尺上定單位。一千尺上定十位。其一千尺爲初商積。與十尺自乘再乘之數相合。即定初商爲十尺。書於所得積一千尺之上。而以初商十尺自乘再乘之一千尺爲一立方積。又以初商十尺乘五次得一百萬尺。爲一五乘方積。以一萬除之得一百尺。爲一萬分五乘方之一之積。與立方積相減。餘九百尺。書於所得積之下。相減餘二百五十三尺八百四十三寸九百分。爲次商積。而以初商之十尺自乘。三因之得三百尺。爲一立方廉。又以初商之十尺乘四次。六因之得六十萬尺。爲一五乘方廉。以一萬除之得六十尺。爲一萬分五乘方之一之廉。與立方廉相減。餘

二百四十尺。為次商廉法。以除次商積。足一倍。即定次商為一尺。書於所得積三尺之上。合初商共十一尺。自乘再乘。得一千三百三十一尺。為一立方積。又以十一尺乘五次。得一百七十七萬一千五百六十一尺。為一五乘方積。以一萬除之。得一百七十七尺一百五十六寸一百分。為一萬分五乘方之一之積。與立方積相減。餘一千一百五十三尺八百四十三寸九百分。書於所得積之下。相減恰盡。乃以一立方積與一萬相乘。得一千三百三十一萬尺。為一萬立方積。內減去一五乘方積。餘一千一百五十三萬八千四百三十九尺。與原積相合。是開得一十一尺。為每一根之數也。

又法用帶縱平方及立方開之。將原積一千一百五十三萬八千四百三十九尺為長方積。以一萬立方作一萬尺為和。折半得五千尺為半和。自乘得二千五百萬尺。與積相減。餘一千三百四十六萬一千五百六十一尺。開平方得三千六百六十九尺為半較。與半和相減。餘一千三百三十一尺。為立方積。開立方得一十一尺。即每一根之數也。蓋立方少五乘方與方根







自乘再乘爲闊．與立方數相減爲長．所作之長方積等．故用帶縱和數開平方法開之．得數復開立方．卽得每一根之數也．

數理精蘊下編卷三十四

末部四

借根方比例

線類

設如有一竹竿長一丈．欲分爲大小兩分．大分比小分多四尺．問大小分各幾何．

法借一根爲小分．則大分卽爲一根多四尺．兩數相加得二根多四尺與一丈相等．二根既多四尺．乃減去所多四尺．餘二根．又於一丈內亦減去四尺．餘六尺．是爲二根與六尺相等．二根既與六尺相等．則一根必與三尺相等．前既借一根爲小分．則三尺卽小分．再加四尺得七尺．卽大分也．此減法也．於一丈內減去大分所多之四尺・餘六尺・折半得三尺・卽小分之數・此法甚易・蓋因借根比例之首・先設此以明其理・使人由淺以入深也・

小一根

大一根十四

二根十四＝○

二根＝六

一根＝三

設如有銀三百四十三兩．分給衆匠．其爲首一人所得之銀．與衆匠人數相等．衆匠每人得銀六兩．問共人數幾何．

法借一根爲爲首一人所得之銀數。亦卽爲衆匠之人數。以衆匠之人數一根與六兩相乘。得六根。爲衆匠之銀數。相加得七根。與三百四十三兩相等。七根旣與三百四十三兩相等。則一根必與四十九兩相等。卽爲首一人所得之銀數。亦卽衆匠之人數。以四十九人與六兩相乘。得二百九十四兩。卽衆匠所得共銀數。再加爲首一人所得銀數四十九兩。得三百四十三兩。以合原數也。此歸除法也。以每匠得銀六兩。加一兩得七兩。以除共銀三百四十三兩。卽得四十九兩。爲爲首一人所得銀數。亦卽衆匠之人數。蓋爲首一人之銀旣與衆匠人數等。若以爲首一人之銀分給衆匠。每人必多得一兩。故於每人之銀數外加一兩。以除共銀卽得也。

一根
六根
七根＝三四三
一根＝四九

設如有繩二條。不言丈數。但知其長短之比例同於九與五。其相差之較與短繩除長繩所得之數相等。問二繩各長若干。

法借九根爲長繩之數。五根爲短繩之數。兩數相減餘四根。以五根除九根。得一八。卽一丈八尺。是爲四根與一丈八尺相等。四根旣與一丈八尺相等。則一根必與四尺五寸相等。九因之得四丈零五寸。卽長繩數。五因之得二丈二尺五寸。卽短繩數。以二丈二尺五寸與四丈零五寸相減。餘一丈八尺。以二丈二尺五寸除四丈零五寸。亦得一丈八尺也。此歸除法。

長九根
短五根
四根＝一八〇
一根＝四五

設如甲乙丙三人有銀不言數．但知甲乙共銀九十兩．乙丙共銀四十五兩．甲丙共銀七十三兩．問三人各銀幾何．

法借一根爲三人之總銀數．以甲乙共銀九十兩計之．則丙爲一根少九十兩．以乙丙共銀四十五兩計之．則甲爲一根少四十五兩．以甲丙共銀七十三兩計之．則乙爲一根少七十三兩．三數相加．得三根少二百零八兩．而與所借之一根相等．三根少二百零八兩與一根各加二百零八兩．得三根與一根多二百零八兩相等．三根少二百零八兩內加二百零八兩．則補足三根整數．一根上再加二百零八兩．則爲一根多二百零八兩矣．三根與一根再各減一根．則餘二根與二百零八兩相等．二根既與二百零八兩相等．則一根必與一百零四兩相等．卽三人之總銀數．總銀一百零四兩內減甲乙共銀九十兩．餘一十四兩．爲丙銀數．減乙丙共銀四十五兩．餘五十九兩．爲甲銀數．減甲丙共銀七十三兩．餘三十一兩．爲乙銀數也．此加減法也．如以三數相加．得二百零八兩．折半．得一百零四兩．卽總銀數．總銀數內減甲乙共銀數．餘爲丙銀數．總銀數內減甲丙共銀數．餘爲乙銀數．總銀數內減乙丙共銀數．餘爲甲銀數也．

丙一根－　九〇

甲一根－　四五

乙一根－　七三

三根－二〇八＝一根

三根＝一根＋二〇八

二根＝二〇八

一根＝一〇四

設如甲乙丙三人有銀不言數．但知甲乙共銀數、比丙銀多六十八兩．乙丙共銀數、比甲銀多一百兩．丙

甲共銀數、比乙銀多一百二十四兩。問三人各銀幾何。

法借二根爲三人之總銀數。以甲乙共銀數比丙銀多六十八兩計之。則甲乙共銀爲一根多三十四兩。丙銀爲一根少三十四兩。二根既爲三人之總銀數。平分之。則甲乙應得一根。丙應得一根。甲乙共銀比丙所多六十八兩。平分之。則甲乙應得三十四兩。丙應得三十四兩。甲乙所得爲多。丙所得爲少。故甲乙爲一根多三十四兩。丙爲一根少三十四兩。共相差爲六十八兩。下倣此。以乙丙共銀數比甲銀多一百兩計之。則乙丙共銀爲一根多五十兩。甲銀爲一根少五十兩。以丙甲共銀數比乙銀多一百二十四兩計之。則丙甲共銀爲一根多六十二兩。乙銀爲一根少六十二兩。乃以丙銀一根少三十四兩、甲銀一根少五十兩、乙銀一根少六十二兩、三數相加。得三根少一百四十六兩。而與所借之二根相等。三根少一百四十六兩與二根各加一百四十六兩。得三根與二根多一百四十六兩相等。三根與二根再各減二根。則餘一根與一百四十六兩相等。一根既與一百四十六兩相等。則二根必與二百九十二兩相等。卽三人之總銀數。前既以丙銀爲一根少三十四兩。乃於一百四十六兩內減三十四兩。餘一百一十二兩。卽丙銀數。甲爲一根少五十兩。乃於一百四十六兩內減五十兩。餘九十六兩。卽甲銀數。乙爲一根少六十二兩。乃於一百四十六兩內減六十二兩。

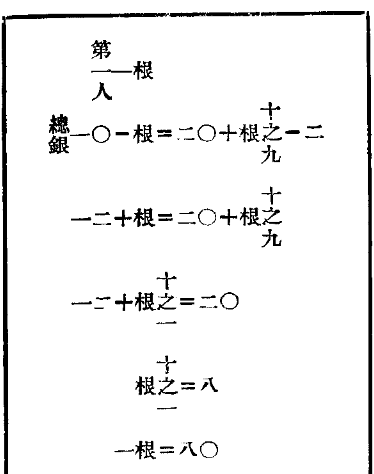
丙一根－三四
甲一根－五〇
乙一根－六二

三根－一四六＝二根
三根＝二根＋一四六
一根＝一四六
二根＝二九二

餘八十四兩。卽乙銀數也。此加減法也。如以甲乙比丙所多之六十八兩。與乙丙比甲所多之一百兩相加。得一百六十八兩。折半。得八十四兩。卽乙銀數。又以乙丙比甲所多之一百兩。與甲丙比乙所多之一百二十四兩相加。得二百二十四兩。折半。得一百一十二兩。卽丙銀數。再以乙丙數相加。得一百九十六兩。內減去乙丙比甲所多之一百兩。餘九十六兩。卽甲銀數也。

設如有銀分賞衆人。不言銀數。亦不言人數。但知第一人得銀一兩、又得餘銀之十分之一。第二人得銀二兩、又得餘銀之十分之一。第三人得銀三兩、又得餘銀之十分之一。以下分賞之數皆準此例所得之銀皆相等。問人數及銀數各幾何。

法借一根爲第一人所得餘銀之數。則一兩多一根爲第一人所得總銀數。又第一人得餘銀十分之一則餘銀必爲十根。減去一根。仍餘九根。再於九根內減去第二人所得之二兩。爲九根少二兩。以九根少二兩取其十分之一。得十分根之九少二錢。與第二人之二兩相加。得二兩作二十錢。多十分根之九少二錢。爲與第一人所得之一兩作一十錢。多一根相等。一兩多一根與二兩多十分根之九少二錢。各加二錢。得一兩二錢多一根與二兩多十分根之九相等。多一根與多十分根之九。各減十分根之九。



餘一兩二錢多十分根之一與二兩相等。一兩二錢與二兩又各減一兩二錢。則餘十分根之一與八錢相等。十分根之一既與八錢相等。則一根必與八兩相等。卽第一人所得餘銀之數。乃以十因之。得八十兩。又加第一人所得之一兩。共八十一兩。卽原共銀數。第一人得一兩。又加餘銀八十兩之十分之一、八兩。共爲九兩。第二人得二兩。又加餘銀七十兩之十分之一、七兩。亦共爲九兩。第三人得三兩。又加餘銀六十兩之十分之一、六兩。亦共爲九兩。第四人得銀四兩。又加餘銀五十兩之十分之一、五兩。亦共爲九兩。第五人得銀五兩。又加餘銀四十兩之十分之一、四兩。亦共爲九兩。第六人得銀六兩。又加餘銀三十兩之十分之一、三兩。亦共爲九兩。第七人得銀七兩。又加餘銀二十兩之十分之一、二兩。亦共爲九兩。第八人得銀八兩。又加餘銀十兩之十分之一、一兩。亦共爲九兩。第九人得銀九兩。銀盡無餘。是共九人。每人得銀九兩。皆相等也。此加減法也。以分母十與分子一相減。餘九。卽人數。以人數九自乘。得八十一。卽總銀數也。蓋惟人數與每人所得銀數相等者。每人遞加一兩。又各加餘銀十分之一。所得始能相等。故以人數自乘。卽得銀數也。

設如有人行路共二千八百里。步行則日行七十里。坐船則日行九十里。乘馬則日行一百里。但知步行之日數倍於坐船。坐船之日數倍於乘馬。問步行及坐船乘馬之日數各若干。

法借一根爲乘馬之日數。則坐船之日數爲二根。步行之日數爲四根。以一根與一百里相乘。得一百根。爲乘馬所行之里數。以二根與九十里相乘。得一百八十根。爲坐船所行之里數。以四根與七十里相乘。得二百八十根。爲步行所行之里數。三數相加。得五百六十根。是爲五百六十根與二千八百里相等。五

百六十根既與二千八百里相等。則一百根必與五百里相等。前既以一百根爲乘馬所行之里數。則與一百根相等之五百里。即乘馬所行之里數。以乘馬每日行一百里除之得五日。與一根相等。即乘馬所行之日數。倍之得十日。即坐船所行之日數。以坐船每日行九十里乘之得九百里。爲坐船所行之里數。再以坐船所行之十日倍之。得二十日。即步行之日數。以步行每日行七十里乘之。得一千四百里。爲步行之里數。以乘馬所行之五百里、與坐船所行之九百里、及步行之一千四百里、相併共得二千八百里。以合原數也。此遞加比例法。用借衰互徵法算之亦可。

設如一驢一馬一車共馱載一千五百二十斤。馬所馱之數倍於驢。仍多四十斤。車所載之數倍於馬驢共馱之數。却少四十斤。問驢馬車各馱載幾何。

法借一根爲驢所馱之數。則馬爲二根多四十斤。車爲六根多四十斤。驢馬數相併。得三根多四十斤。倍之爲六根多八十斤。內減去少四十斤。則爲六根多四十斤。三數相加得九根多八十斤。是爲九根多八十斤與一千五百二十斤相等。多八十斤與一千五百二十斤。各減去八十斤。則餘九根與一千四百四十斤相等。九根既與一千四百四十斤相等。則一根必與一百

馬一根　一〇〇根
船二根　一八〇根
步四根　二八〇根
五六〇根＝二八〇〇
一〇〇根＝五〇〇
一根＝五

驢一根
馬二根
車六根十四〇
共九根十八〇＝一五二〇
九根＝一四四〇
一根＝一六〇

六十斤相等。卽驢所馱之數。倍之得三百二十斤。再加四十斤得三百六十斤。爲馬所馱之數。將馬驢所馱之數相加。得五百二十斤。倍之得一千零四十斤。再減去四十斤。得一千斤。卽車所載之數。驢馱一百六十斤。馬馱三百六十斤。車載一千斤。三數相加。共一千五百二十斤。以合原數也。此按數加減比例法。用借衰互徵法算之亦可。

設如有銀三百八十五兩。令十一人挨次遞加三兩分之。問每人各得若干。

法借一根爲第一人所得銀數。以十一乘之。得十一根。又以第一人至第十一人遞加三兩計之。共得多一百六十五兩。是爲十一根多一百六十五兩與三百八十五兩相等。十一根多一百六十五兩與三百八十五兩。各減一百六十五兩。則餘十一根與二百二十兩相等。十一根旣與二百二十兩相等。則一根必與二十兩相等。卽第一人所得銀數。遞加三兩。則知第二人得二十三兩。第三人得二十六兩。第四人得二十九兩。第五人得三十二兩。第六人得三十五兩。第七人得三十八兩。第八人得四十一兩。第九人得四十四兩。第十人得四十七兩。第十一人得五十兩。各數相加。共得三百八十五兩。以合原數也。此按數加減比例法。

一根

一一根十一六五＝三八五

一一根＝二二〇

一根＝二〇

設如有銀四百七十四兩。令十二人挨次遞加分之。但知第一人得銀一十二兩。問每人各得若干。

法借一根爲每人遞加之數。以第一人至第十二人遞加一根計之。則得六十六根。再以十二兩與十二

人相乘得一百四十四兩。是爲六十六根多一百四十四兩。與四百七十四兩相等。六十六根多一百四十四兩與四百七十四兩。各減去一百四十四兩。則餘六十六根與三百三十兩相等。六十六根既與三百三十兩相等。則一根必與五兩相等。卽每人遞加之數。以第一人所得十二兩。加五兩。卽第二人所得十七兩。依此遞加則知第三人得二十二兩。第四人得二十七兩。第五人得三十二兩。第六人得三十七兩。第七人得四十二兩。第八人得四十七兩。第九人得五十二兩。第十人得五十七兩。第十一人得六十二兩。第十二人得六十七兩。各數相加。共得四百七十四兩。以合原數也。此按數加減比例法。

一根

六六根＋一四四＝四七四

六六根＝三三〇

一根＝五

設如一人借銀營利三次。每次得利之後。則還銀二百四十兩。復以餘銀作本。其每次所得利銀。皆與每次本銀相等。至第三次還銀後。則銀盡無餘。問原借銀若干。

法借一根爲原借本銀數。則第一次利銀亦爲一根。是本利共二根。除還銀二百四十兩。則初次餘銀。卽爲二根少二百四十兩。再以二根少二百四十兩爲第二次本銀數。加第二次利銀。則爲四根少四百八十兩。除還銀二百四十兩。則第二次餘銀。卽爲四根少七百二十兩。再以四根少七百二十兩爲第三次本銀數。加第三次利銀。則爲八根少一千四百四十兩。除還銀二百四十兩。則

原銀 一根

一次 二根－二四〇

二次 四根－七二〇

三次 八根－一六八〇

八根＝一六八〇

一根＝二一〇

第三次餘銀．當爲八根少一千六百八十兩．八根少一千六百八十兩．而銀盡無餘．卽八根與一千六百八十兩相等也．八根既與一千六百八十兩相等．則一根必與二百一十兩相等．卽原借本銀之數．因每次所得利銀皆與本銀相等．故以原借本銀之數倍之得四百二十兩．除還二百四十兩．餘一百八十兩．爲第二次本銀之數．又倍之得三百六十兩．又除還二百四十兩．餘一百二十兩．爲第三次本銀之數．又倍之得二百四十兩．再還二百四十兩．則銀恰盡無餘也．此按分遞折比例法．用疊借互徵法算之亦可．

設如甲乙丙三人各作一器．則甲六日可完．乙八日可完．丙二十四日可完．今命三人同作．問得日幾何．

法錯一千一百五十二根三分母連乘之數．爲三人同作完之日數．以甲六日計之．則甲每日得一百九十二根．以乙八日計之．則乙每日得一百四十四根．以丙二十四日計之．則丙每日得四十八根．三數相加．共得三百八十四根與一日相等．三百八十四根既與一日相等．則一千一百五十二根必與三日相等．卽三人同作完之日數也．此和數比例法．

共	一一五二根
甲	一九二根
乙	一四四根
丙	四八根
	三八四根＝一
	一一五二根＝三

設如甲丙二商．不言本銀若干．但知甲之本銀四倍於丙．而甲本銀內減去七十二兩．則兩人之銀適等．問二人本銀各幾何．

法借一根爲丙本銀數．則甲本銀爲四根．以甲本銀減七十二兩與丙銀相等計之．則於甲本銀四根內

減七十二兩。是爲甲四根少七十二兩與丙一根相等。四根少七十二兩與一根各加七十二兩。得四根與一根多七十二兩相等。四根與一根各減去一根。則餘三根與七十二兩相等。三根既與七十二兩相等。則一根必與二十四兩相等。卽丙本銀數再加七十二兩。得九十六兩。卽甲本銀數也。此較數比例法。

甲四根　　丙一根

四根－七二＝一根

四根＝一根＋七二

三根＝七二

一根＝二四

設如甲乙二人分銀。其數相等。甲用過一百兩。乙用過三十兩。則乙之餘銀三倍於甲。問二人原各分銀幾何。

法借一根爲原分銀之數。則甲之餘銀爲一根少一百兩。乙之餘銀爲一根少三十兩。乙之餘銀既三倍於甲。則將甲餘銀一根少一百兩三倍之。爲三根少三百兩。卽與乙之餘銀一根少三十兩相等矣。三根少三百兩與一根少三十兩。各加三百兩。則得三根與一根多二百七十兩相等。甲三根少三百兩。今加三百兩。則補足三根整數。乙一根少三十兩。今加三百兩。以三十兩補原少之數。則止多二百七十兩。三根與一根各減去一根。則餘二根與二百七十兩相等。二根既與二百七十兩相等。則一根必與一百三十五兩相等。前既借一根爲原分銀之數。則此一百三

四分根一根

甲餘一根－一〇〇　　乙餘一根－三〇

三根－三〇〇＝一根－三〇

三根＝一根＋二七〇

二根＝二七〇

一根＝一三五

十五兩．卽原分銀之數矣．甲用過一百兩．餘三十五兩．乙用過三十兩．餘一百零五兩．故乙之餘銀三倍於甲也．此較數比例法．用疊借互徵法算之亦可．

設如甲乙二人行路．兩日行到．初日乙所行之路四倍於甲．次日甲所行之路三倍於乙．但知初日乙行二百四十里．甲行六十里．問次日二人各行若干．

法借一根爲次日乙所行之路．則甲次日所行之路爲三根．以初日乙行二百四十里與一根相加．得一根多二百四十里．爲乙兩日所行之路．以初日甲行六十里與三根相加．得三根多六十里．爲甲兩日所行之路．是爲乙一根多二百四十里與甲三根多六十里相等．一根與三根各減一根．多二百四十里與多六十里各減六十里．則餘一百八十里與二根相等．一百八十里旣與二根相等．則九十里必與一根相等．卽次日乙所行之路．三因之得二百七十里．卽次日甲所行之路．以乙次日所行九十里與初日所行二百四十里相加得三百三十里．以甲次日所行二百七十里與初日所行六十里相加．亦得三百三十里．是兩人同行俱到也．此較數比例法．

乙一根　甲三根

一根－二四〇＝三根－六〇

一八〇＝二根

九〇＝一根

乙一根　甲三根

一根＋二四〇＝三根＋六〇

一八〇＝二根

九〇＝一根

設如有甲乙二商。各有本銀生理。但知乙本銀比甲本銀多六兩。數年得利之後。甲本利共銀比原銀爲十一倍。乙本利共銀比原銀爲七倍。而兩人之銀適等。問二人原有本銀各幾何。

法借一根爲甲本銀數。則乙本銀爲一根多六兩。甲本利共銀既比原銀爲十一倍。則以十一乘一根。得十一根。爲甲本利共銀數。乙本利共銀既比原銀爲七倍。則以七乘一根多六兩。得七根多四十二兩。爲乙本利共銀數。是爲甲十一根與乙七根多四十二兩相等。十一根與七根各減七根。餘四根與四十二兩相等。四根既與四十二兩相等。則一根必與十兩零五錢相等。卽甲原銀之數。十一乘之。得一百一十五兩五錢。卽甲本利共銀之數。以六兩與十兩零五錢相加。銀一十六兩五錢。卽乙原銀之數。七因之。亦得一百一十五兩五錢。爲乙本利共銀之數也。此較數比例法。用疊借互徵法算之亦可。

甲一根　乙一根十六

一根＝七根十四二

四根＝四二

一根＝一〇五

設如甲乙二人分銀。其數相等。甲銀外加三百兩。乙銀外加六十五兩。則甲之共銀三倍於乙。問二人原各分銀若干。

法借一根爲原分銀之數。則乙之共銀爲一根多六十五兩。甲之共銀爲一根多三百兩。甲之共銀既三倍於乙。則將乙之共銀一根多六十五兩三倍之。爲三根多一百九十五兩。卽與甲之共銀一根多三百兩相等矣。三根多一百九十五兩與一根多三百兩各減一百九十五兩。則餘三根與一根多一百零五

兩相等。三根與一根再各減去一根。則餘二根與一百零五兩相等。二根既與一百零五兩相等。則一根必與五十二兩五錢相等。前既借一根爲原分銀之數。則此五十二兩五錢卽原分銀之數矣。以五十二兩五錢與六十五兩相加。得一百一十七兩五錢。爲乙之共銀數。以五十二兩五錢與三百兩相加。得三百五十二兩五錢。爲甲之共銀數。卽乙之共銀之三倍也。此較數比例法。用疊借互徵法算之亦可。

原分銀一根

乙共一根十六五　　甲共一根十三〇〇

三根十一九五＝一根十三〇〇

三根＝一根十一〇五

二根＝一〇五

一根＝五二五

設如金球十二。銀球十八。其輕重適等。若將銀球七。換金球七。則銀球邊多三百二十二兩。問金球銀球各重幾何。

法借一根爲金球換銀球之差數。以七乘之。得七根。爲七金球換七銀球之差數。是爲七根與三百二十二兩相等。七根既與三百二十二兩相等。則一根必與四十六兩相等。卽一金球一銀球相換之差數。一金球一銀球相換之差數既爲四十六兩。則一金球比一銀球之重必差二十三兩。一金球比一銀球既重二十三兩。則十二金球比十二銀球

一根

一根＝三二

一根＝四六

一根

七根＝三二二

一根＝四六

必重二百七十六兩。如以銀球再加六個。十八個。卽與十二金球等。是銀球六個與二百七十六兩相等也。乃以六歸之。得四十六兩。卽一銀球之重數。加二十三兩。得六十九兩。卽一金球之重數。以四十六兩與十八銀球相乘。得八百二十八兩。以六十九兩與十二金球相乘。亦得八百二十八兩也。此較數比例法。

設如一人買緞十二疋。一人買紬三十二疋。用銀適等。但知緞每疋價比紬每疋價多六兩。問紬緞價銀各若干。

法借一根爲紬價。則緞價爲一根多六兩。各以總數乘之。則紬總價得三十二根。緞總價得十二根多七十二兩。是爲紬價三十二根與緞價十二根多七十二兩相等。三十二根與十二根各減去十二根。則餘二十根與七十二兩相等。二十根既與七十二兩相等。則一根必與三兩六錢相等。卽紬每疋之價。加緞每疋比紬每疋多六兩。得九兩六錢。卽緞每疋之價。以九兩六錢乘十二疋。得一百一十五兩二錢。爲緞總價。以三兩六錢乘三十二疋。亦得一百一十五兩二錢。爲紬總價。兩數適等也。此較數比例法。

紬一根　　緞一根＋六

三二根＝一二根＋七二

二〇根＝七二

一根＝三六

設如甲乙二人共買緞一百疋。甲買三十八疋。止與銀三百一十二兩。乙買六十二疋。止與銀六百兩。而兩人所欠之銀適等。問緞價及欠銀各若干。

法借一根爲緞每疋價銀數．則甲三十八疋總銀數爲三十八根．又甲止與銀三百一十二兩．則甲所欠之銀．即爲三十八根少三百一十二兩．乙六十二疋總銀數爲六十二根．又乙止與銀六百兩．則乙所欠之銀．即爲六十二根少六百兩．是爲甲三十八根少三百一十二兩與乙六十二根少六百兩相等．少三百一十二兩與少六百兩各加六百兩．得三十八根多二百八十八兩與六十二根相等．乙爲六十二根少六百兩．今加六百兩．則補足六十二根整數．甲爲三十八根少三百一十二兩．今加六百兩．以三百一十二兩．補原少之數．則止多二百八十八兩也．又三十八根與六十二根各減去三十八根．則餘二十四根與二百八十八兩相等．二十四根既與二百八十八兩相等．則一根必與十二兩相等．即緞每疋之價銀數．再以十二兩乘三十八疋．得四百五十六兩．即甲所買緞之總銀數．內減甲與銀三百一十二兩．餘一百四十四兩．爲甲所欠銀數．又以十二兩乘六十二疋．得七百四十四兩．爲乙所買緞之總銀數．內減乙與銀六百兩．亦餘一百四十四兩．爲乙所欠銀數也．此較數比例法．

價　一根

甲三八根　　乙六二根

三八根－三一二＝六二根－六〇〇

三八根＋二八八＝六二根

二八八＝二四根

一二＝一根

設如有米分給大小二等工人．但知小工人數比大工人數爲七倍．大工人給米一升二合．小工人給米八合．共給過米五石四斗四升．問人數米數各幾何．

法借一根爲大工人之數。則七根爲小工人之數。以一根與一升二合相乘。作一十二合。得一十二根。爲大工人米數。以七根與八合相乘得五十六根。爲小工人米數。兩米數相加得六十八根與五石四斗四升相等。六十八根既與五石四斗四升相等。則十二根必與九斗六升相等。前既以十二根爲大工人米數。則與十二根相等之九斗六升。卽大工人之米數。爰以大工人每人所得一升二合除之得八十人與一根相等。卽大工人之數。七因之得五百六十。卽小工人之數。以八合乘之得四石四斗八升。卽小工人之米數也。此和較比例法。用疊借互徵法算之亦可。

大一二根
小五六根
六八根＝五四四〇
一二根＝九六〇
一根＝八〇

設如有銀一百兩。分給大小二等匠人共一百名。大匠人每人給銀一兩五錢。小匠人每人給銀五錢。問大小匠人各若干。

法借一根爲大匠人數。則小匠人爲一百少一根。以一兩五錢與一根相乘得十五根。爲大匠人共銀數。又以五錢與一百少一根相乘。得五十兩作五百錢。少五根。爲小匠人共銀數。兩銀數相加得五十兩作五百錢。多十根原少五根。加十五根。則反多十根也。與銀一百兩作一千錢。相等。五十兩與一百兩各減去五十兩。則餘十根與五十兩相等。十根既與五十兩相等。則十五根必與七十五兩卽七百五十錢。相等。前既以十五根爲大

大 一根 小 一〇〇－一根
銀一五根 銀 五〇〇－五根
五〇〇＋一〇根＝一〇〇〇
一〇根＝五〇〇
一五根＝七五〇
一根＝五〇

匠人共銀數。則與十五根相等之七十五兩。即大匠人之共銀數。爰以大匠人每人所得一兩五錢除之。得五十人。與一根相等。即大匠人之數。於共一百人內減大匠人五十人。餘五十人。即小匠人之數。以五錢乘之。得二十五兩。即小匠人之共銀數也。此和較比例法。用方程法算之亦可。

設如有銀一百兩。分賞馬步兵共一百名。馬兵一人賞三兩。步兵三人賞一兩。問馬步兵各若干。

法借一根為步兵所得銀數。則馬兵所得銀數即為三根。相加得四根。為馬步兵共得銀數。是為四根與一百兩相等。四根既與一百兩相等。則一根必與二十五兩相等。即步兵所得銀數。於一百兩內減之。餘七十五兩。為馬兵所得銀數。以每人三兩歸之。得二十五。即馬兵人數。於一百名內減之。餘七十五。即步兵人數也。此和較比例法。

步銀一根
馬銀三根
四根＝一〇〇
一根＝二五

設如雞兔同籠。但知共頭三十六。共足一百。問雞兔各若干。

法借一根為兔數。則雞為三十六少一根。以兔四足乘兔一根。得四根。為兔之共足數。以雞二足乘雞三十六少一根。得七十二少二根。為雞之共足數。兩數相加。得七十二多二根。與一百相等。七十二與一百各減七十二。則餘二根與二十八相等。二根既與二十八相等。則一根必與十四相等。即兔數。於共三十六內減兔十四。餘二十二。即雞數。兔十四以四足乘之。得五十六。為兔共足數。雞二十二以二足乘之。得

四十四爲雞共足數．相加得一百．以合原數也．此和較比例法．

設如有人行路．乘馬乘船共六十三日．乘馬日行一百六十里．乘船日行一百四十四里．乘船所行之里數．比乘馬所行之里數爲十八倍．問乘馬乘船之日數各若干．

法借一根爲乘馬之日數．則乘船之日數爲六十三日少一根．以一根與一百六十里相乘．得一百六十根．爲乘馬所行之里數．以六十三日少一根與一百四十四里相乘．得九千零七十二里少一百四十四根．爲乘船所行之里數．乘船所行里數．既爲乘馬所行里數之十八倍．則以十八乘乘馬所行之里數一百六十根．得二千八百八十根．是爲二千八百八十根與九千零七十二里少一百四十四根相等．二千八百八十根與少一百四十四根各加一百四十四根．得三千零二十四根與九千零七十二里相等．三千零二十四根既與九千零七

兔一根	足四根
雞三六－一根	足七二－二根

七二十二根＝一〇〇

二根＝二八

一根＝一四

馬一根	船六三－一根
一六〇根	九〇七二－一四四根

二八八〇根＝九〇七二－一四四根

三〇二四根＝九〇七二

一六〇根＝四八〇

一根＝三

十二里相等．則一百六十根必與四百八十里相等．前既以一百六十根爲乘馬所行之里數．則與一百六十根相等之四百八十里．卽乘馬所行之里數．以乘馬每日所行一百六十里除之．得三日．與一根相等．卽乘馬所行之日數．以三日與六十三日相減．餘六十日．爲乘船所行之日數．以乘船每日行一百四十四里乘之．得八千六百四十里．卽乘船所行之里數．爲乘馬所行之里數之十八倍也．此和較比例法．用疊借互徵法算之亦可．

設如有青緞藍緞二色共七十疋．青緞每疋長四十七尺．藍緞每疋長六十尺．其藍緞總尺數比青緞總尺數多二十七尺．問青緞藍緞二色各若干．

法借一根爲青緞疋數．則藍緞爲七十疋少一根．各以尺數乘之．則青緞之總尺數得四十七根．藍緞之總尺數得四千二百尺少六十根．於藍緞總尺數內減去比青緞所多之二十七尺．得四千一百七十三尺少六十根．是爲青緞四十七根與藍緞四千一百七十三尺少六十根相等．四十七根與少六十根各加六十根．得一百零七根與四千一百七十三尺相等．一百零七根既與四千一百七十三尺相等．則四十七根必與一千八百三十三尺相等．前既以四十七根爲青緞之總尺數．則與四十七根相等之一千八百三十三尺．卽青緞之總尺數．以每疋長四十七尺除之．得三十九疋．與一根相等．卽青緞之疋數．以三十九疋與七十疋相減．餘三

青一根　藍七〇疋－一根

四七根　四二〇〇尺－六〇根

四七根＝四一七三尺－六〇根

一〇七根＝四一七三尺

四七根＝一八三三尺

一根＝三九疋

十一疋。卽藍緞之疋數。以三十一疋與六十尺相乘。得一千八百六十尺。卽藍緞之總尺數。比青緞多二十七尺也。此和較比例法。

設如有人買絹紬二色。共價銀一百二十七兩四錢。絹一尺價銀七分。紬一尺價銀一錢四分。其絹之尺數比紬之尺數爲五倍。問絹紬尺數各若干。

法借一根爲紬之尺數。則絹之尺數爲五根。以紬價一錢四分作一十四分。乘一根。得一十四根。爲紬共價。以絹價七分乘五根。得三十五根。爲絹共價。兩數相加。共得四十九根。是爲四十九根與一百二十七兩四錢相等。四十九根旣與一百二十七兩四錢相等。則十四根必與三十六兩四錢相等。前旣以十四根爲紬共價。則與十四根相等之三十六兩四錢。卽紬之共價。以紬每尺價一錢四分除之。得二百六十尺。與一根相等。卽紬之尺數。五因之。得一千三百尺。卽絹之尺數也。此和較比例法。

紬一四根
絹三五根
四九根＝一二七四〇
一四根＝三六四〇
根＝二六〇

設如甲有十成銀一百二十四兩。丙有三成銀不知數。但知將二色銀鎔於一處。則俱爲五成銀。問三成銀幾何。

法借一根爲丙銀數。因二色銀鎔於一處。俱爲五成。故以五成與丙銀三成相減。餘二成。爲每兩所少之數。以五成與甲銀十成相減。餘五成。爲每兩所多之數。乃以每兩所少二成乘丙銀一根。得二根。以每兩所多五成乘甲銀一百二十四兩。得六百二十成。

二根＝六二〇
一根＝三一〇

是爲二根與六百二十成相等。丙之所少。即甲之所多。其數相等也。以丙銀每兩少二成除之。則得一根與三百一十兩相等。前既借一根爲丙銀數。則與一根相等之三百一十兩。即丙之銀數也。此和較比例法。

設如有銀大小共九百二十四錠。重二百七十六兩。大錠重三分兩之一。小錠重七分兩之二。問大小錠各若干。

法借一根爲大錠數。則小錠爲九百二十四錠少一根。因大錠重三分兩之一。小錠重七分兩之二。其分母不同。乃以兩分母三與七相乘。得二十一爲共母數。又以小錠分母七。互乘大錠分子一。得七。即變三分之一爲二十一分之七。爲大錠之重數。又以大錠分母三。互乘小錠分子二。得六。即變七分之二爲二十一分之六。爲小錠之重數。乃以一根與大錠分子七相乘。得七根。爲大錠之重數。以九百二十四錠少一根與小錠分子六相乘。得五千五百四十四少六根。爲小錠之重數。兩數相加。得五千五百四十四多一根。爲共重數。又各重數既皆通爲二十一分。則共重二百七十六兩。亦以分母二十一通之。得五千七百九十六。是爲五千五百四十四多一根與五千七百九十六相等。五千五百四十四與五千七百九十六各減五千五百四十四。則餘一根與二百五十二相等。即大錠之共數。與共九百二十四錠相減。餘六百七十二。爲小錠之共數。以大錠重三分兩之一與大錠共數相乘。得八十四兩。爲大錠之共重數。以小錠重七分兩之二與小錠共數

大一根
小九二四－一根
七根
五五四四－六根
五五四四＋一根＝五七九六
一根＝二五二

相乘得一百九十二兩。爲小錠之共重數。相加得二百七十六兩。以合原數也。此和較比例法。

設如衆人雇船。每人出銀一兩二錢。則少四兩四錢。每人出銀一兩五錢。則多八兩二錢。問人數及船價銀各若干。

法借一根爲人數。以一根與一兩五錢相乘。得十五根。則船價銀爲十五根少八兩二錢。又以一根與一兩二錢相乘。得十二根。則船價銀又爲十二根多四兩四錢。此二數爲相等。兩邊各加八兩二錢。得十五根與十二根多十二兩六錢相等。兩邊再各減十二根。則餘三根與十二兩六錢相等。三根既與十二兩六錢相等。則一根必與四兩二錢相等。前既借一根爲人數。則此四兩二錢。卽爲四十二人。爲雇船之人數。以每人出一兩二錢乘之。得五十兩零四錢。再加四兩四錢。得五十四兩八錢。爲船價。以每人出一兩五錢乘之。得六十三兩。減去八兩二錢。亦爲五十四兩八錢。兩數相同也。此盈朒法。

一根

一五根－八二＝一二根十四四

一五根＝一二根十一二六

三根＝一二六

一根＝四二

設如有銀買緞二色。下號緞每疋價銀八兩。上號緞每疋價銀十一兩。若俱買下號者。則銀多三百九十六兩。若俱買上號者。則銀多三十二兩。問緞數及銀數各若干。

法借一根爲緞數。以一根與十一兩相乘。得十一根。爲上號緞共價。則共銀爲十一根多三十二兩。又以一根與八兩相乘。得八根。爲下號緞共價。則共銀爲八根多二百九十二兩。此二數爲相等。兩邊各減三

十二兩。得十一根與八根多二百六十四兩相等。兩邊再各減八根。則餘三根與二百六十四兩相等。三根既與二百六十四兩相等。則一根必與八十八兩相等。前既借一根爲緞數。則此八十八兩。卽爲八十八疋。爲緞之總數。以每疋八兩乘之。得七百零四兩。爲下號緞共價數。加多二百九十六兩。得一千兩。爲共有銀數。以每疋十一兩乘之。得九百六十八兩。爲上號緞共價數。加多三十二兩。亦得一千兩。兩數相同也。此盈朒法。

設如有井一口。不知其深。有繩一條。不知其長。但知取繩六分之一。比井深少三尺四寸。取繩四分之一。比井深適等。問井深及繩長各若干。

法借二十四根爲繩長數。兩分母相乘之數。取其四分之一。得六根。則井深卽爲六根。又取其六分之一。得四根。則井深又爲四根多三尺四寸。此二數爲相等。兩邊各減四根。得二根與三尺四寸相等。二根既與三尺四寸相等。則一根必與一尺七寸相等。而二十四根必與四丈零八寸相等。卽繩之長數也。取其六分之一。得六尺八寸。再加三尺四寸。共得一丈零二寸爲井深。或取其四分之一。亦得一丈零二寸。兩數相同也。此盈朒法。

設如有人買房。用本銀三分之二。則比房價多五十九兩。用本銀五分之二。則比房價少四十九兩八錢。問本銀房價各若干。

一根

一一根十三二＝八根十二九二

一一根＝八根十二六四

三根＝二六四

一根＝八八

繩二四根

六根＝四根十三四

二根＝三四

一根＝一七

法借十五根爲本銀數。兩分母相乘之數。以用本銀三分之二比房價多五十九兩計之。則房價爲十根少五十九兩。以用本銀五分之二比房價少四十九兩八錢計之。則房價又爲六根多四十九兩八錢。此二數爲相等。兩邊各加五十九兩。得十根與六根多一百零八兩八錢相等。兩邊再各減去六根。則餘四根與一百零八兩八錢相等。四根既與一百零八兩八錢相等。則一根必與二十七兩二錢相等。而十五根必與四百零八兩相等。即本銀數。取其三分之二得二百七十二兩。減多五十九兩。得二百一十三兩。爲房價數。又將本銀取其五分之二得一百六十三兩二錢。加少四十九兩八錢。亦得二百一十三兩。兩數相同也。此盈朒法。

一五根

一〇根－五九〇＝六根＋四九八

一〇根＝六根＋一〇八八

四根＝一〇八八

一根＝二七二

設如有銀分給二等人。其上等人比下等人多一倍。上等人比下等人每人多得四兩。今欲與下等人每人三兩。則銀多七十三兩。每人四兩。則銀少二十兩。問人數及銀數各若干。

法借一根爲下等人數。則上等人數爲二根。以一根與四兩相乘。得四根爲下等人所得共銀數。以二根與八兩下等每人四兩。上等多四兩。故每人八兩相乘。得十六根。爲上等人所得共銀數。兩數相加。得二十根。爲上下二等人所得共銀數。則原銀數即爲二十根少二十兩。又以一根與三兩相乘。得三根。爲下等人所得共銀數。以二根與七兩相乘。得十四根。爲上等人所得共銀數。兩數相加。得十七根。爲上下二等人

所得共銀數。則原銀數即爲十七根多七十三兩。此兩數爲相等。兩邊各加二十兩。得二十根與十七根多九十三兩相等。兩邊再各減十七根。則餘三根與九十三兩相等。三根既與九十三兩相等。則一根必與三十一兩相等。前既借一根爲下等人數。則此三十一兩即爲三十一人爲下等人數。倍之得六十二人。即上等人數。以下等三十一人用三兩乘之。得九十三兩。以上等六十二人用七兩乘之。得四百三十四兩。兩數相加。共得五百二十七兩。再加所多七十三兩。得六百兩爲原銀數。若以下等三十一人用四兩乘之。得一百二十四兩。以上等六十二人用八兩乘之。得四百九十六兩。兩數相加共得六百二十兩。減去所少二十兩。亦得六百兩。兩數相同也。此盈朒法。

下等　四根　　下等　三根
上等　一六根　　上等　一四根
二〇根－二〇＝一七根＋七三
二〇根＝一七根＋九三
三根＝九三
一根＝三一

下等　四根　　下等　三根
上等　一六根　　上等　一四根
二〇根－二〇＝一七根－七三
二〇根＝一七根＋九三
三根＝九三
一根＝三一

設如有人分銀。不言人數。亦不言銀數。但知每四人分銀十八兩。則銀少八兩。每三人分銀十一兩。則銀多十二兩。問人數及銀數各若干。

法借十二根爲人數。以四人分銀十八兩計之。則每人應得四兩五錢。爰以四兩五錢乘十二根。得五十四根。爲共分銀之數。而原銀卽爲五十四根少八兩。以三人分銀十一兩計之。則每人應得三兩又三分兩之二。爰以三兩又三分兩之二乘十二根。得四十四根。爲共分銀之數。而原銀又爲四十四根多十二兩。此兩數爲相等。兩邊各加八兩。得五十四根與四十四根多二十兩相等。兩邊各減四十四根。得十根與二十兩相等。十根既與二十兩相等。則十二根必與二十四兩相等。前既借十二根爲人數。則此二十四兩卽爲二十四人。爲共人數也。以三人爲一率。十一兩爲二率。二十四人爲三率。求得四率八十八兩。加多十二兩。共一百兩。爲原銀數。或以四人爲一率。十八兩爲二率。二十四人爲三率。求得四率一百零八兩。減少八兩。亦得一百兩。兩數相同也。此雙套盈朒法。

五四根－八＝四四根十一二

五四根＝四四根十二〇

一〇根＝二〇

一二根＝二四

設如有一商人販緞。不言每疋價銀之數。亦不言每疋稅銀之數。但知販緞八十疋。納稅用緞四疋。則多銀二兩。販緞三百一十疋。納稅用緞十四疋。則少銀六兩五錢。問每疋價銀及稅銀幾何。

法借一根爲緞一疋之價銀數。以納稅用緞四疋多銀二兩計之。則緞八十疋之稅銀數爲四根少銀二兩。以納稅用緞十四疋少銀六兩五錢計之。則緞三百一十疋之稅銀數爲十四根多銀六兩五錢。此兩緞數不相等。故難用比例。須用互乘法。以八十疋與三百一十疋相乘。得二萬四千八百疋。爲共緞數。乃

以三百一十疋乘四根少銀二兩。得一千二百四十根少銀六百二十兩。爲二萬四千八百疋之稅銀數。又以八十疋乘十四根多銀六兩五錢。得一千一百二十根多五百二十兩。亦爲二萬四千八百疋之稅銀數。此兩緞數既爲相等。故乘出之稅銀數亦爲相等。兩邊各加六百二十兩。得一千二百四十根與一千一百二十根多一千一百四十兩相等。兩邊再各減一千一百二十根。則餘一百二十根與一千一百四十兩相等。一百二十根既與一千一百四十兩相等。則一根必與九兩五錢相等。即緞一疋之價銀數。以緞四疋與銀九兩五錢相乘。得三十八兩。減去多二兩。餘三十六兩。即緞八十疋之稅銀數。以八十疋除三十六兩。得四錢五分。即緞一疋之稅銀數。以四錢五分與緞三百一十疋相乘。得一百三十九兩五錢。即緞三百一十疋之稅銀數。又以緞十四疋與九兩五錢相乘。得一百三十三兩。再加少六兩五錢。亦得一百三十九兩五錢。兩數相同也。此雙套盈朒法。

一二四〇根－六二〇＝一一二〇根十五二〇

一二四〇根＝一一二〇根十一一四〇

一二〇根＝一一四〇

一根＝九五

設如有銀一千二百零九兩。令甲乙二人分之。取甲四分之一。與乙三分之一相加。即與甲銀等。問二人各得幾何。

法借十二根兩分母相乘數。爲甲銀數。則乙銀爲一千二百零九兩少十二根。取甲銀四分之一爲三根。

取乙銀三分之一爲四百零三兩少四根．相加得四百零三兩少一根．是爲十二根與四百零三兩少一根相等．十二根與少一根各加一根．得十三根與四百零三兩相等．十三根既與四百零三兩相等．則十二根必與三百七十二兩相等．卽甲銀數．於總銀內減甲銀數．餘八百三十七兩．卽乙銀數．取甲銀四分之一得九十三兩．取乙銀三分之一得二百七十九兩．相加得三百七十二兩．與甲銀等也．此借衰互徵法用方程法算之亦可．

甲一二根　乙一二〇九－一二根

一二根＝四〇三－一根

一三根＝四〇三

一二根＝三七二

設如有銀一千兩．令甲乙丙三人分之．乙所得之數倍於甲仍多三十兩．丙所得之數倍於乙．問每人各得若干．

法借一根爲甲銀數．則乙爲二根多三十兩．丙爲四根多六十兩．三數相併．共得七根多九十兩．而與一千兩相等．九十兩與一千兩各減九十兩．餘七根與九百一十兩相等．七根既與九百一十兩相等．則一根必與一百三十兩相等．卽甲所得銀數．倍之再加三十兩．得二百九十兩．爲乙所得銀數．又倍之得五百八十兩．爲丙所得銀數也．此借衰互徵法．用方程法算之亦可．

甲一根

乙二根十三〇

丙四根十六〇

共七根十九〇＝一〇〇〇

七根＝九一〇

一根＝一三〇

設如甲乙丙三人分銀六千兩．乙得甲三分之一．丙得乙二分之一．問三人各得幾何．

法借一根爲甲銀數．則乙銀爲三分根之一．丙銀爲六分根之一．三數相加得六分根之九．以甲一根爲六分．則乙爲六分根之二．丙爲六分根之一．共得六分根之九．卽一根半．與六千兩相等．各以六乘之．得九根與三萬六千兩相等．九根旣與三萬六千兩相等．則一根必與四千兩相等．卽甲銀數．三分之得一千三百三十三兩又三分兩之一．爲乙銀數．又二分之得六百六十六兩又三分兩之二．爲丙銀數也．

甲一根
乙　三之一
丙　六之一
六之九＝六〇〇〇
九根＝三六〇〇〇
一根＝四〇〇〇

又法借一根爲丙銀數．則乙銀爲二根．甲銀爲六根．相加得九根．與六千兩相等．九根旣與六千兩相等．則一根必與六百六十六兩又三分兩之二相等．卽丙銀數．倍之得一千三百三十三兩又三分兩之一．爲乙銀數．三因之得四千兩．卽甲銀數也．此借衰互徵法．

丙一根
乙二根
甲六根
九根＝六〇〇〇
一根＝六六六三之二

設如有金銀錫銅四色．不言重數．但知共數五分之二爲銅數．金銀錫共數七分之四爲錫數．金銀共數八分之五爲銀數．金重三千零二十四兩．問四色各重若干．

法借二百八十根爲共數．用三分母連乘之數．取其可以度盡也．取其五分

之二．得一百一十二根爲銅數．與二百八十根相減．餘一百六十八根．爲金銀錫之共數．取其七分之四．得九十六根爲錫數．與一百六十八根相減．餘七十二根．爲金銀之共數．又取其八分之五．得四十五根爲銀數．與七十二根相減．餘二十七根爲金數．是爲二十七根與三千零二十四兩相等．二十七根既與三千零二十四兩相等．則一根必與一百一十二兩相等．四十五根必與五千零四十兩相等．卽銀數．九十六根必與一萬零七百五十二兩相等．卽錫數．一百一十二根必與一萬二千五百四十四兩相等．卽銅數．四數相加．共得三萬一千三百六十兩．以所借共重二百八十根與每一根之一百一十二兩相乘．亦得三萬一千三百六十兩．爲四色之共數也．此借衰互徵法．

共二八〇根
銅一一二根
錫　九六根
銀　四五根
金　二七根＝三〇二四
一根＝一一二

設如有銀三百五十六兩．分與三等人．一等五人．二等四人．三等三人．一等所得倍於二等內少二兩．二等所得倍於三等又多四兩．問三等人每人各得幾何．

法借一根爲三等一人所得銀數．則二等一人所得銀數爲二根多四兩．一等一人所得銀數爲四根多六兩．以各等共人數因之．則三等所得共銀數爲三根．二等所得共銀數爲八根多十六兩．一等所得共銀數爲二十根多三十兩．三數相加．共得三十一根多四十六

三等　三根
二等　八根十一六
一等　二〇根十三〇
三一根十四六＝三五六
三一根＝三一〇
一根＝一〇

兩。爲與三百五十六兩相等。三十一根多四十六兩與三百五十六兩各減去四十六兩。則餘三十一根與三百一十兩相等。三十一根既與三百一十兩相等。則一根必與十兩相等。卽三等一人所得銀數。倍之加四兩得二十四兩。卽二等一人所得銀數。又倍之減二兩得四十六兩。卽一等一人所得銀數。三等三人共得三十兩。二等四人共得九十六兩。一等五人共得二百三十兩。三數相加共得三百五十六兩。以合原數也。此借衰互徵法。

設如甲丙二人共有米三百八十四石。甲納官八分之一。丙納官六分之一。共納五十四石。問二人原米及納官米各若干。

法借一根爲甲納米數。則丙納米爲五十四石少一根。將甲納米一根八因之得八根。爲甲原米數。丙納米五十四石少一根六因之得三百二十四石少六根。爲丙原米數。相加得三百二十四石多二根。爲甲丙共米數。是爲三百二十四石多二根與三百八十四石相等。三百二十四石與三百八十四石各減去三百二十四石。餘二根與六十石相等。二根既與六十石相等。則一根必與三十石相等。卽甲所納米數。八因之得二百四十石。爲甲原米數。以甲原米數與三百八十四石相減。餘一百四十四石。爲丙原米數。六歸之得二十四石。卽丙所納米數也。此疊借互徵法。用方程法算之亦可。

甲八根

丙三二四一六根

三二四十二根＝三八四

二根＝六〇

一根＝三〇

設如甲乙二人．不言本銀若干．但知以乙本銀三分之一與甲本銀相加．再加六十兩．共得一千兩．以甲本銀五分之一與乙本銀相加．亦得一千兩．問二人本銀各幾何．

法借十五根 兩分母相乘數．為乙本銀數．以乙三分之一與甲本銀相加．又加六十兩．共得一千兩計之．則甲本銀應得九百四十兩少五根．取其五分之一則為一百八十八兩少一根．以甲本銀五分之一一百八十八兩少一根．與乙本銀十五根相加．得一百八十八兩多十四根．與一千兩相等．一邊一百八十八兩．一邊一千兩．各減去一百八十八兩．則得十四根與八百一十二兩相等．十四根既與八百一十二兩相等．則一根必與五十八兩相等．前既借十五根為乙本銀數．乃以十五乘之．得八百七十兩．即乙本銀數．取其三分之一．得二百九十兩．與一千兩相減．又減六十兩．餘六百五十兩．即甲本銀數也．此疊借互徵法．用方程法算之亦可．

乙一五根

甲　九四〇一五根

一八八十一四根＝一〇〇〇

一四根＝八一二

一根＝五八

設如甲乙二商．不言本銀若干．但知各得利銀九十兩．其甲之本利共銀．三倍於乙之本銀．乙之本利共銀．二倍於甲之本銀．問每人本銀幾何．

法借三根．為甲之本銀數．加利銀九十兩．得三根多九十兩．為甲之本利共銀數．甲之本利共銀既三倍於乙之本銀．則乙之本銀數即為一根多三十兩．再

甲三根　乙一根十三〇

甲六根＝乙一根十一二〇

五根＝一二〇

三根＝七二

加利銀九十兩得一根多一百二十兩。爲乙之本利共銀數。亦爲甲之本銀之二倍也。乃以甲之本銀三根。倍之得六根與乙之一根多一百二十兩相等。六根與一根各減去一根。則餘五根與一百二十兩相等。五根既與一百二十兩相等。則三根必與七十二兩相等。卽甲之本銀數。加利銀九十兩得一百六十二兩。三歸之得五十四兩。爲乙之本銀數。以乙本銀五十四兩。加利銀九十兩共一百四十四兩。爲甲之本銀之二倍也。此疊借互徵法。用方程法算之亦可。

設如甲丙二人有銀。不言其數。但知甲銀加九兩。爲丙銀之三倍。丙銀加七兩。爲甲銀之二倍。問二人各銀若干。

法借六根三倍二倍相乘數。爲甲銀數。加九兩爲六根多九兩。甲銀加九兩既爲丙銀之三倍。則以三歸之。得二根多三兩。爲丙銀數。加七兩爲二根多十兩。丙銀加七兩既爲甲銀之二倍。則以二歸之。得一根多五兩。仍爲甲銀數。先借六根與今所得一根多五兩。既同爲甲銀數。則其數必等。六根與一根各減一根。餘五根與五兩相等。五根既與五兩相等。則六根必與六兩相等。卽甲銀數。加九兩得一十五兩。三歸之得五兩。卽丙銀數。加七兩得一十二兩。卽甲銀六兩之二倍也。此疊借互徵法。用方程法算之亦可。

甲六根　丙二根十三

甲六根＝甲一根十五

五根＝五

六根＝六

設如甲丙二人有銀。不言其數。但知將丙銀與甲二兩。則甲銀爲丙銀之二倍。若將甲銀與丙三兩。則丙銀爲甲銀之三倍。問二人各銀若干。

法借六根（二倍三倍相乘數。）爲甲原銀數。加丙與甲二兩。得六根多二兩。以丙銀與甲二兩則甲銀爲丙銀之二倍計之。則以六根多二兩半之得三根多一兩。爲丙餘銀數。丙先以二兩與甲。則丙之原銀必爲三根多三兩。加甲與丙二兩。得三根多六兩。以甲銀與丙三兩則丙銀爲甲銀之三倍計之。則以三根多六兩三歸之。得一根多二兩。爲甲餘銀數。甲先以三兩與丙。則甲之原銀必爲一根多五兩。夫先借六根與今所得一根多五兩。既同爲甲原銀數。則其數必等。六根與一根各減一根。餘五根與五兩相等。五根既與五兩相等。則六根必與六兩相等。即甲原銀之數。加丙與甲二兩。得八兩。半之得四兩。爲丙餘銀之數。丙餘銀既爲四兩。則原銀必爲六兩。加甲與丙三兩。得九兩。三歸之得三兩。即甲餘銀之數也。（此疊借互徵法。用方程法算之亦可。）

丙餘三根+一

原三根+三

三根+六

甲原六根

六根+二

餘一根+二

原六根=一根+五

五根=五

六根=六

設如甲乙二人共銀一千二百四十兩。於甲銀內加乙銀四分之一。乙銀內加甲銀五分之一。其數相等。問二人原銀各幾何。

法借二十根（兩分母相乘數。）爲甲原銀數。則一千二百四十兩少二十根。爲乙原銀數。甲原銀五分之一爲四根。乙原銀四分之一。爲三百一十兩少五根。將甲原銀五分之一四根與乙原銀一千二百四十兩少二十根相加。得一千二百四十兩少十六根（原少二十根。加入四根。止少十六根。）將乙原銀四分之一三

百一十兩少五根與甲原銀二十根相加．得三百一十兩多十五根．原二十根．補乙少五根．餘十五根．此二數爲相等．少十六根與多十五根各加十六根．則得一千二百四十兩與三百一十兩多三十一根相等．再一千二百四十兩與三百一十兩各減三百一十兩．則餘九百三十兩與三十一根相等．九百三十兩既與三十一根相等．則六百兩必與二十根相等．前既借二十根爲甲原銀數．則此六百兩卽甲原銀之數．以六百兩與一千二百四十兩相減．餘六百四十兩．卽乙原銀之數．若甲銀內加乙原銀四分之一一百六十兩．乙銀內加甲原銀五分之一一百二十兩．則俱爲七百六十兩也．此疊借互徵法．用方程法算之亦可．

甲原二〇根　乙原一二四〇－二〇根

四根　三一〇－五根

一二四〇－一六根＝三一〇＋一五根

一二四〇＝三一〇＋三一根

九三〇＝三一根

六〇〇＝二〇根

設如甲原有銀五十兩．乙原有銀八十兩．乙用過之銀比甲用過之銀爲三分之一．甲所餘之銀比乙所餘之銀亦爲三分之一．問二人用銀及餘銀各若干．

法借一根爲乙用過銀數．則甲用過之銀爲三根．而乙所餘之銀爲八十兩少一根．甲所餘之銀爲五十兩少三根．甲餘銀既比乙餘銀爲三分之一．則以甲餘銀五十兩少三根三因之爲一百五十兩少九根．是爲乙餘銀八十兩少一根與甲餘銀一百五十兩少九根相等．少一根與少九根各加九根．得八十兩

多八根與一百五十兩相等.再八十兩與一百五十兩各減八十兩.餘八根與七十兩相等.八根既與七十兩相等.則一根必與八兩七錢五分相等.卽乙用過銀數.三因之得二十六兩二錢五分.卽甲用過銀數.以甲用過銀數與甲原有銀數相減.餘二十三兩七錢五分.爲甲所餘銀數.三因之得七十一兩二錢五分.卽乙所餘銀數也.此疊借互徵法.用方程法算之亦可.

乙用一根　甲用三根

乙餘八〇－一根＝甲餘五〇－三根

八〇－一根＝一五〇－九根

八〇＋八根＝一五〇

八根＝七〇

一根＝八七五

設如甲乙丙三人有銀不言數.但知甲銀比乙銀所多之數.與丙銀四分之一相等.乙銀比丙銀所多之數.與甲銀五分之一相等.若以乙銀五分之二與丙銀相較.則丙銀多一百一十四兩.問三人各銀幾何.

法借五根爲乙銀數.則丙銀數爲二根多一百一十四兩.於乙銀數五根內減去丙銀數二根多一百一十四兩.餘三根少一百一十四兩.爲乙銀比丙銀所多之數.與甲銀五分之一相等.五因之.得一十五根少五百七十兩.爲甲銀數.又於甲銀數一十五根少五百七十兩內減去乙銀數五根.餘十根少五百七十兩.爲甲銀比乙銀所多之數.與丙銀四分之一相等.四因之.得四十根少二千二百八十兩.亦爲丙銀數.此四十根少二千二百八十兩與二根多一百一十四兩.既同爲丙銀數.是爲相等.乃於二根多一百一十四兩與四十根少二千二百八十兩各加二千二百八十兩.得二根多二千三百九十四兩與四十

根相等。二根與四十根再各減二根。則餘三十八根與二千三百九十四兩相等。三十八根既與二千三百九十四兩相等。則一根必與六十三兩相等。而五根必與三百一十五兩相等。即乙銀數。丙銀數既爲二根多一百一十四兩。乃以六十三兩倍之。得一百二十六兩。即二根之數。亦即乙五分之二之數。加一百一十四兩。共得二百四十兩。即丙銀數。甲銀比乙銀所多之數。既爲丙銀四分之一。乃以丙銀數四歸之。得六十兩。與乙銀三百一十五兩相加。得三百七十五兩。即甲銀數也。此疊借互徵法。用方程法算之亦可。

乙五根　　甲一五根－五七〇

丙二根＋一一四＝四〇根－二二八〇

二根＋二三九四＝四〇根

二三九四＝三八根

六三＝一根

三一五＝五根

設如甲乙丙三人有銀。但知甲銀七十兩。乙銀三十四兩。而丙銀不知數。如以丙銀與甲銀相減。又以丙銀與乙銀相減。其甲銀之餘則三倍於乙。問丙銀若干。

法借一根爲丙銀數。則甲丙相減之餘爲七十兩少一根。乙丙相減之餘爲三十四兩少一根。甲之餘銀既三倍於乙。則以乙丙相減之餘三十四兩少一根三因之。得一百零二兩少三根。是爲七十兩少一根與一百零二兩少三根相等。少一根與少三根各加三根。得七十兩多二根與一百零二兩相

丙一根

甲七〇－一根　　乙三四－一根

七〇－一根＝一〇二－三根

七〇＋二根＝一〇二

二根＝三二

一根＝一六

等。七十兩與一百零二兩各減七十兩則餘二根與三十二兩相等。二根既與三十二兩相等。則一根必與十六兩相等。即丙銀數與甲銀七十兩相減。餘五十四兩與乙銀三十四兩相減。餘十八兩是甲餘銀為乙餘銀之三倍也。此疊借互徵法。用方程法算之亦可。

設如甲乙丙三人各有銀。不言數。但知將乙銀十兩與甲。則甲乙二人之銀相等。若將丙銀十四兩與乙。則乙丙二人之銀相等。若將甲銀十八兩與丙。則丙銀比甲銀為五倍。問三人各銀若干。

法借一根為甲原銀數。則乙之原銀必為一根多二十兩。以十兩與甲。則皆為一根多十兩。其數相等。丙之原銀必為一根多四十八兩。乙之原銀既為一根多二十兩。再加十四兩。俱為一根多三十四兩。其數相等。又甲之原銀既為一根。以十八兩與丙計之。則為一根少十八兩。丙之原銀既為一根多四十八兩。今再加十八兩。則為一根多六十六兩。此丙之一根多六十六兩。比甲之一根少十八兩既為五倍。則以甲之一根少十八兩五因之。得五根少九十兩。而與丙之一根多六十六兩為相等。少九十兩與多六十六兩各加九十兩。得五根與一根多一百五十六兩相等。五根與一根各減一根。則餘四根與一百五十六兩相等。四根既與一百五十六兩相等。則一根必與三十九兩相等。即甲原銀之數。甲原銀既為三十九兩。則乙原銀必為五十九兩。以十兩與甲。則皆得四十九兩。乙原銀既為五

甲一根

乙一根＋二〇　　丙一根＋四八

甲餘 一根－一八　　$\underline{一八}$

五根－九〇＝一根＋六六

五根＝一根＋一五六

四根＝一五六

一根＝三九

十九兩．則丙原銀必爲八十七兩．以十四兩與乙．則皆得七十三兩．丙原銀既爲八十七兩．甲原銀既爲三十九兩．甲以十八兩與丙．則丙爲一百零五兩．而甲爲二十一兩．是丙銀比甲銀爲五倍也．此疊借互徵法．用方程法算之亦可．

設如甲乙丙三人有銀．但知甲銀二萬五千兩．乙得甲丙共銀二分之一．丙得甲乙共銀八分之一．問乙丙二人各銀幾何．

法借二根爲丙銀數．則甲乙共銀數爲十六根．乙銀數爲十六根少二萬五千兩．甲丙共銀數爲二根多二萬五千兩．半之、又得乙銀數爲一根多一萬二千五百兩．十六根少二萬五千兩與一根多一萬二千五百兩既同爲乙銀數．則爲相等．十六根少二萬五千兩與一根多一萬二千五百兩各加二萬五千兩．得十六根與一根多三萬七千五百兩相等．十六根與一根各減一根．則餘十五根與三萬七千五百兩相等．十五根既與三萬七千五百兩相等．則二根必與五千兩相等．即丙銀數．與甲銀二萬五千兩相加得三萬兩．半之得一萬五千兩．即乙銀數也．此疊借互徵法．用方程法算之亦可．

設如一商貿易．不言本銀若干．但知第一次所得利銀比本銀爲四分之一．用去銀二十兩．第二次所得利銀比第二次本銀爲五分

丙　二根

甲乙　一六根　　　甲丙　一根十二五〇〇〇

乙一六根━二五〇〇〇＝乙一根十一二五〇〇

一六根＝一根十三七五〇〇

一五根＝三七五〇〇

二根＝五〇〇〇

之二。用去銀十四兩。第三次所得利銀。比第三次本銀爲三分之一。用去銀十五兩。合計所餘利銀共八十兩。問原本銀及每次所得利銀各幾何。

法借十二根爲原本銀數。則第一次利銀爲三根。本利相加得十五根。內減用去銀二十兩。得十五根少二十兩。爲第二次本銀數。取其五分之二。得六根少八兩。爲第二次利銀數。本利相加。得二十一根少二十八兩。又減用去銀十四兩。得二十一根少四十二兩。爲第三次本銀數。取其三分之一。得七根少十四兩。爲第三次利銀數。以第三次本利相加。得二十八根少五十六兩。又減用去銀十五兩。則爲二十八根少七十一兩。而原借十二根與所餘利銀八十兩。遂爲十二根多八十兩。是爲二十八根少七十一兩與十二根多八十兩相等。少七十一兩與多八十兩各加七十一兩。得二十八根與十二根多一百五十一兩相等。二十八根與十二根各減十二根。得十六根與一百五十一兩相等。十六根既與一百五十一兩相等。則十二根必與一百一十三兩二錢五分相等。即原本銀數。四歸之得二十八兩三錢一分二釐五豪。即第一次所得利銀數。本利相加減用

一次本　一二根
利　三根

二次本　一五根－二〇
利　六根－八

三次本　二一根－四二
利　七根－一四

二八根－五六

二八根－七一＝一二根＋八〇

二二根＝一二根＋一五一

一六根＝一五一

一二根＝一一三二五

去二十兩．得一百二十一兩五錢六分二釐五豪．卽第二次本銀數．取其五分之二．得四十八兩六錢二分五釐．卽第二次所得利銀數．本利相加．又減用去十四兩．得一百五十六兩一錢八分七釐五豪．卽第三次本銀數．三歸之得五十二兩零六分二釐五豪．卽第三次所得利銀數．本利相加．又減用去十五兩．得一百九十三兩二錢五分．卽原本銀與三次所餘共利銀相加之數．蓋原本銀一百一十三兩二錢五分．又加所餘共利銀八十兩．卽一百九十三兩二錢五分．兩數相等也．此疊借互徵法．

設如有人貿易四次．第一次所得利銀比原本銀爲九分之一．用去銀比原本銀爲十二分之一．第二次所得利銀比原本銀爲六分之一．用去銀比原本銀爲九分之四．第三次所得利銀比原本銀爲四分之一．用去銀比原本銀爲二分之一．第四次所得利銀比原本銀爲三分之二．用去銀比原本銀爲三分之二．合四次利銀已用盡．仍用本銀六百兩．問本利銀各若干．

法借三十六根爲本銀數．借三十六者以九與十二與六皆係用三可以度盡之數．獨四與九不能度盡．故借四九相乘之數．則各分母皆可以度盡也． 則第一次利銀爲四根．第二次利銀爲六根．第三次利銀爲九根．第四次利銀爲十二根．四數相加．共得三十一根．爲四次利銀之共數．第一

本三六根

一次利	四根	一次用	三根
二次利	六根	二次用	一六根
三次利	九根	三次用	一八根
四次利	一二根	四次用	二四根

三一根＋六〇〇＝六一根

六〇〇＝三〇根

二〇＝一根

次用去爲三根。第二次用去爲十六根。第三次用去爲十八根。第四次用去爲二十四根。四數相加。共得六十一根。爲四次用去銀之共數。以四次利銀皆用盡。仍用本銀六百兩計之。則四次利銀之共數三十一根。仍加本銀六百兩。乃與四次用去銀之共數六十一根相等也。三十一根與六十一根各減去三十一根。則餘三十根與六百兩相等。三十根既與六百兩相等。則一根必與二十兩相等。而三十六根必與七百二十兩相等。卽本銀數。三十一根又與六百二十兩相等。卽利銀數。六十一根又與一千二百二十兩相等。卽用去銀數也。此疊借互徵法。

設如甲乙丙丁四人同出銀作生理。內甲丙丁三人所出銀不言數。但知乙出銀五兩。若將甲所出銀二分之一與乙。又將乙所出銀五分之一與丙。又將丙所出銀七分之一與丁。又將丁所出銀九分之一與甲。則四人所出之銀皆相等。問四人各出銀若干。

法借二根爲甲出銀數。則甲將一根二分之一。與乙。乙將一兩五分之一。與丙。是甲爲一根。乙爲一根多四兩。今以甲與乙相較。則數不相等。蓋因甲尚當得丁銀九分之一也。甲因未得丁銀九分之一。故比乙銀少四兩。是四兩卽丁銀之九分之一也。九分之一既爲四兩。則三十六兩卽爲丁原銀數。丁既以四兩與甲。則丁所餘止三十二兩。以丁三十二兩與乙一根多四兩相較。其數又不相等。蓋因丁尚當得丙銀七分之一也。丁因未得丙銀七分之一。故比乙銀差一根少二十八兩於乙一根多四兩。內減去三十二兩。卽餘一根少二十八兩也。是一根少二十八兩。卽丙銀之七分之一也。七分之一既爲一根少二十八兩。則七根少一百九十六兩。卽爲丙原銀數。丙既以一根少二十八兩與丁。則丙所餘爲六根少一百六十八兩。

再加乙所與之一兩則丙得六根少一百六十七兩矣夫四人既按分各與之則乙爲一根多四兩甲餘一根又得丁四兩亦爲一根多四兩丁餘三十二兩又得丙一根少二十八兩亦爲一根多四兩其數皆相等則丙之六根少一百六十七兩亦必與一根多四兩爲相等矣少一百六十七兩與多四兩各加一百六十七兩得六根與一根多一百七十一兩相等六根與一根各減一根則餘五根與一百七十一兩相等五根既與一百七十一兩相等則一根必與三十四兩二錢相等而二根必與六十八兩四錢相等即甲所出銀數又七根必與二百三十九兩四錢相根內減去一百九十六兩丙原爲七根少一百九十六兩餘四十三兩四錢爲丙所出銀數乃於丁所出銀內減九分之一餘三十二兩加丙銀之七分之一六兩二錢得三十八兩二錢於丙所出銀內減七分之一餘三十七兩二錢加乙錢之五分之一一兩亦得銀三十八兩二錢於乙所出錢內減五分之一餘四兩加甲銀之二分之一三十四兩二錢亦得銀三十八兩二錢於甲所出銀內減二分之一餘三十四兩二錢加丁銀之九分之一四兩亦得銀三十八兩二錢也此疊借互徵法用方程法算之亦可

甲原二根　乙原五　丙原七根−一九六　丁原三六

甲一根＋四　乙一根＋四　丙六根−一六七　丁一根＋四

六根＝一根＋一七一

五根＝一七一

一根＝三四二

設如甲乙丙丁戊五人各出銀不言數但知甲乙共銀二百四十兩丙銀爲甲銀三分之一丁銀爲乙銀

四分之一．戊銀七十二兩．與丙丁共數相等．問五人各銀若干．

法借十二根為甲銀數．則乙銀為二百四十兩少十二根．丙銀為四根．丁銀為六十兩少三根．以丙丁二數相加．得六十兩多一根．而與戊銀七十二兩相等．七十二兩與六十兩各減六十兩．得十二兩與一根相等．十二兩既與一根相等．則十二根必與一百四十四兩相等．即甲銀數．甲乙共銀二百四十兩．內減甲銀數．餘九十六兩．即乙銀數．將甲銀數三歸之．得四十八兩．即丙銀數．將乙銀數四歸之．得二十四兩．即丁銀數也．此疊借互徵法．用方程法算之亦可．

甲一二根	丙四根
乙二四〇一一二根	丁六〇一三根
戊　七二＝	丙丁六〇十一根
一二＝一根	

設如有銀六百兩．令甲乙丙丁戊己六人分之．甲乙共得二百兩．丙丁共得二百兩．戊己共得二百兩．丙所得銀比甲所得銀為四分之一．戊所得銀比丁所得銀為三分之一．乙所得銀比己所得銀為二分之一．問六人各分銀幾何．

法借十二根為甲所得銀數．則乙所得銀為二百兩少十二根．丙所得銀為三根．丁所得銀為二百兩少三根．戊所得銀為六十六兩又三分兩之二少一根．戊比丁為三分之一．以三除丁數即是．己所得銀為四百兩少二十四根．乙比己為二分之一．以二乘乙數即是．以戊己兩數相加．得四百六十六兩又三分兩之二少二十五根．是為二百兩與四百六十六兩又三分兩之二少二十五根相等．二百兩與四百六十六兩又

三分兩之二少二十五根各加二十五根.得二百兩多二十五根與四百六十六兩又三分兩之二相等.二百兩與四百六十六兩又三分兩之二各減二百兩.則餘二十五根與二百六十六兩又三分兩之二相等.二十五根既與二百六十六兩又三分兩之二相等.則一根必與十兩又三分兩之二相等.三根必與三十二兩相等.即丙所得銀數.四因之得一百二十八兩爲甲所得銀數.甲乙共得二百兩內減甲所得銀數.餘七十二兩.爲乙所得銀數.丙丁共得二百兩內減丙所得銀數.餘一百六十八兩.爲丁所得銀數.乙所得銀七十二兩.二因之得一百四十四兩.爲己所得銀數.丁所得銀一百六十八兩.三歸之得五十六兩.爲戊所得銀數也.此疊借互徵法.用方程法算之亦可.

甲一二根　乙二〇〇－一二根

丙　三根　丁二〇〇－三根

戊　六六三之二－一根

己四〇〇－二四根

二〇〇＝戊己四六六三之二－二五根

二〇〇＋二五根＝四六六三之二

二五根＝二六六三之二

一根＝一〇三之二

設如有駝一羣七十二個．馬一羣不知數．牛一羣與駝馬相併之數等．羊一羣與駝馬相乘之數等．又爲牛數之六十倍．問馬牛羊各幾何．

法借一根爲馬數．則一根多七十二爲牛數．以駝數七十二與馬數一根相乘得七十二根爲羊數．再以牛數一根多七十二與六十相乘得六十根多四千三百二十．亦爲羊數．此兩數既同爲羊數．則爲相等．七十二根與六十根各減六十根．則餘十二根與四千三百二十相等．十二根既與四千三百二十相等．則一根必與三百六十相等．卽馬一羣之數．與駝數相加．得四百三十二．卽牛一羣之數．再與六十相乘．得二萬五千九百二十．卽羊一羣之數．以駝七十二與馬三百六十相乘．亦得二萬五千九百二十．爲相等也．此疊借互徵法．用方程法算之亦可．

馬　一根

牛　一根十七二

羊七二根＝六〇根十四三二〇

一二根＝四三二〇

一根＝三六〇

設如有大小二石．不知重數．有銅條一根．重十二兩．均分十二分．以繩繫於第五分之上．一頭五分．一頭七分．將大石掛於銅條之端．離提繫五分．而以小石作砣稱之．離提繫六分始平．又將小石掛於銅條之端．離提繫五分．而以大石作砣稱之．離提繫四分始平．問二石各重若干．

法先以五分加一倍．與十二分相減．餘二分．折半得一分．與五分相加．爲六分．乃以五分爲一率．六分爲二率．餘二分之重二兩爲三率．求得四率二兩四錢．卽五

一率	五分
二率	六分
三率	二兩
四率	二兩四錢

分之端加二兩四錢始與七分相平也。今大石離提繫五分。小石離提繫六分而平。是大石重六分。小石重五分而大石多二兩四錢。則小石爲大石六分之五而少二兩也。銅條五分之端。應加二兩四錢而平。今大石在五分之一頭是大石多二兩四錢也。將二兩四錢以大石之六分除之。每分得四錢。是大石比小石每分多四錢。以小石五分計之。則大石比小石多二兩。故小石爲大石之六分之五而少二兩也。又小石離提繫五分。大石離提繫四分而平。是小石重四分。大石重五分。而小石多二兩四錢。則小石爲大石五分之四而多二兩四錢也。銅條五分之端。應加二兩四錢而平。今小石在五分之一頭是小石多二兩四錢也。將二兩四錢以上石之四分除之。每分得六錢。是小石則大石每分多六錢。以小石四分計之。則小石比大石多二兩四錢。故小石爲大石之五分之四而多二兩四錢也。乃借三十根六分五分相乘之數。爲大石之重數。以小石爲大石六分之五而少二兩計之。則小石之重爲二十五根少二兩。以小石爲大石五分之四而多二兩四錢計之。則小石之重又爲二十四根多二兩四錢。此兩數爲相等。兩邊各加二兩。得二十五根與二十四根多四兩四錢相等。兩邊再各減去二十四根。餘一根與四兩四錢相等。一根既與四兩四錢相等。則三十根必與一百三十二兩相等。即大石之重數。六歸之得二十二兩。五因之得一百一十兩。減去二兩。得一百零八兩。即小石之重數。或以大石之重數五歸之得二十六兩四錢。四因之得一百零五兩六錢。加二兩四錢。亦得一百零八兩爲小石之重數也。此疊借互徵法。用方程法算之

大三〇根

小二五根－二〇＝二四根＋二四

二五根＝二四根＋四四

一根＝四四

三〇根＝一三二〇

亦可。

設如有銀買馬牛二色。馬四匹、牛八頭、共價五十六兩。又馬三匹、牛五頭、共價三十八兩。問馬牛各價若干。

法借一根爲牛一頭之價。則前牛八頭之共價爲八根。前馬四匹之共價爲五十六兩少八根。而後牛五頭之共價爲五根。乃以前馬四匹爲一率。共價五十六兩少八根爲二率。後馬三匹爲三率。求得四率四十二兩少六根。爲後馬三匹之共價。內加後牛五頭之共價五根。得四十二兩少一根。爲後馬三匹牛五頭之共價。與後共價三十八兩相等。四十二兩少一根與三十八兩各加一根得四十二兩與三十八兩多一根相等。四十二兩與三十八兩多一根再各減去三十八兩。則餘四兩與一根相等。卽牛一頭之價。八因之得三十二兩。爲前牛八頭之共價。於前共價五十六兩內減之。餘二十四兩。爲前馬四匹之共價。四歸之得六兩。爲馬一匹之價。又以後馬三匹因之得十八兩。爲後馬三匹之共價。於後共價三十八兩內減之。餘二十兩。爲後牛五頭之共價。五歸之亦得四兩。爲牛一頭之價也。此二色和數方程法。

牛一根

前牛八根　後牛五根

前馬五六－八根　後馬四二－六根

四二－一根＝三八

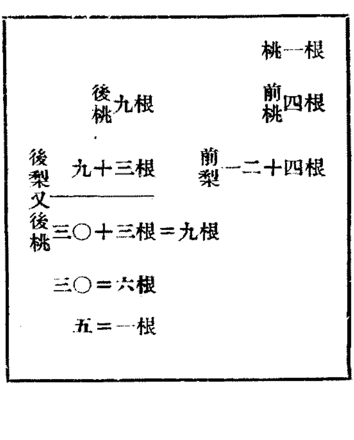
四二＝三八十一根

四＝一根

設如有錢買桃梨二色。桃四個比梨八個少錢十二文。桃九個比梨六個多錢二十一文。問桃梨各價若

干。

法借一根為桃一個之價。則前桃四個之共價為四根。前梨八個之共價為十二文多四根。而後桃九個之共價為九根。乃以前梨八個為一率。共價十二文多四根為二率。後梨六個為三率。求得四率九文多三根。為後梨六個之共價。加後桃比梨多錢二十一文。得三十文多三根。與後桃九個之共價九根相等。九桃比六梨多二十一文。故以二十一文與六梨之價相加。卽與九桃之價等也。三十文多三根與九根各減去三根。則餘三十文與六根相等。三十文既與六根相等。則五文必與一根相等。卽桃一個之價。四因之得二十文。為前桃四個之共價。加入桃比梨少錢十二文。得三十二文。為前梨八個之共價。八歸之得四文。為梨一個之價。又以後梨六個因之得二十四文。為後梨六個之共價。加入桃比梨多錢二十一文。得四十五文。為後桃九個之共價。九歸之亦得五文。為桃一個之價也。此二色較數方程法。



設如有銀買緞紗紬三色。初次買緞二疋、紗六疋、紬八疋、共價八十四兩。二次買緞一疋、紗四疋、紬七疋、共價六十兩。三次買緞三疋、紗五疋、紬九疋、共價九十兩。問緞紗紬每疋各價若干。

法借一根爲紬每疋之價則初次紬之共價爲八根二次紬之共價爲七根三次紬之共價爲九根而初次緞之共價爲八十四兩少八根仍少紗六疋乃以初次緞二疋爲一率緞價八十四兩少八根仍少紗六疋爲二率二次緞一疋爲三率求得四率四十二兩少四根仍少紗三疋爲二次緞價加入二次紬價七根紗四疋得四十二兩多三根仍多紗一疋爲二次緞一疋紗四疋紬七疋之共價與二次共價六十兩相等四十二兩多三根多紗一疋與六十兩各減去四十二兩餘三根多紗一疋與十八兩相等三根多紗一疋與十八兩再各減去三根餘紗一疋與十八兩少三根相等即紗一疋之價爲十八兩少三根也又以二次緞一疋爲一率緞價四十二兩少四根仍少紗三疋爲二率三次緞三疋爲三率求得四率一百二十六兩少十二根仍少紗九疋爲三次緞價加入三次紬價九根紗五疋得一百二十六兩少三根仍少紗四疋爲三次緞三疋紗五疋紬九疋之共價與三次共價九十兩相等一

紬一根

初次紬 八根　　二次紬 七根

初次緞 八四－八根－六紗　　二次緞 四二－四根－三紗

七根　四紗

四二＋三根＋一紗＝六〇

三根＋一紗＝一八

一紗＝一八－三根

百二十六兩少三根少紗四疋與九十兩各加紗四疋.得一百二十六兩少三根與九十兩多紗四疋相等.一百二十六兩少三根與九十兩多紗四疋再各減去九十兩.餘三十六兩少三根與紗四疋相等.卽紗四疋之價爲三十六兩少三根也.前所得紗一疋之價爲十八兩少三根.今又得紗四疋之價爲三十六兩少三根.此二分雖同而疋數不一.故又以紗一疋爲一率.前所得之紗一疋之價十八兩少三根爲二率.今紗四疋爲三率.求得四率七十二兩少十二根爲紗四疋之價.乃與後所得紗四疋之價三十六兩少三根相等.三十六兩少三根與七十二兩少十二根各加十二根.得三十六兩多九根與七十二兩相等.三十六兩多九根與七十二兩再各減去三十六兩.餘九根與三十六兩相等.九根旣與三十六兩相等.則一根必與四兩相等.卽紬一疋之價也.紗一疋之價旣爲十八兩少三根.則於十八兩內減去三根之共數十二兩.餘六兩.卽紗一疋之價.初次紗六疋以紗價六兩乘之得三十六

三次紬 九根　　二次紬 七根

三次緞 一二六－一二根－九紗　　二次緞 四二－四根－三紗

九根　五紗

一二六－三根－四紗＝九〇

一二六－三根＝九〇十四紗

三六－三根＝四紗

兩。初次紬八疋。以紬價四兩乘之得三十二兩。兩數相加。得六十八兩。與初次共銀八十四兩相減。餘十六兩。爲緞二疋之價。二歸之得八兩。卽緞一疋之價也。其二次緞之共價爲八兩。紗之共價爲二十四兩。紬之共價爲二十八兩。相加共得六十兩。三次緞之共價爲二十四兩。紗之共價爲三十兩。紬之共價爲三十六兩。相加共得九十兩。皆合原數也。此三色和數方程法。

設如甲乙丙三人各有銀買銅鐵錫三色。甲買銅二斤、鐵二斤、錫一斤共銀九錢。乙買銅三斤、比鐵六斤錫二斤之價多二錢。丙買銅二斤、鐵四斤、與錫四斤之價相等。問銅鐵錫每斤各價若干。

法借一根爲錫每斤之價。則甲錫之價卽爲一根。乙錫之價爲二根。丙錫之價爲四根。而甲銅之共價爲九錢少一根仍少鐵二斤。乃以甲銅二斤爲一率。銅價九錢少一根仍少鐵二斤爲二率。乙銅三斤爲三率。求得四率一兩三錢五分少一根半仍少鐵三斤。爲乙銅三斤之價。內減比錫二斤鐵六斤所多之二錢。餘一兩一錢五分少一根半仍少鐵三斤。與乙錫二斤之共價二根多鐵六斤相等。一兩一錢五分少一根半少鐵三斤與二根多鐵六斤各加鐵三斤。得一兩一錢五分少一根半與二根多鐵九斤相等。一兩一錢五分少一根半與二根多鐵九斤再各減去二根。餘一兩一錢五分少三根半與鐵九斤相等。卽

後得	前得
三六－三根＝	七二－二根
三六＋九根＝	七二
九根＝	三六
一根＝	四

鐵九斤之價。爲一兩一錢五分少三根半也。又以甲銅二斤之共價九錢少一根仍少鐵二斤。卽爲丙銅二斤之共價。丙銅與甲銅俱爲二斤。故其共價相等。省一四率也。加鐵四斤。得九錢少一根多鐵二斤與丙錫四斤之共價四根相等。九錢少一根多鐵二斤與四根各加一根。得九錢多鐵二斤與五根相等。九錢多鐵二斤與五根再各減去九錢。餘鐵二斤與五根少九錢相等。卽鐵二斤之價爲五根少九錢也。前所得鐵九斤之價爲一兩一錢五分少三根半。今又得鐵二斤之價爲五根少九錢。此二分雖同。而斤數不一。故又以鐵二斤爲一率。今所得之鐵二斤之價五根少九錢爲二率。前所得之鐵九斤爲三率。求得四率二十二根半少四兩零五分。爲鐵九斤之價。乃與前所得鐵

乙錫二根　　甲錫一根

乙銅一三五－一根半－三鐵－甲銅九〇－一根－二鐵

二〇

一一五－一根半－三鐵＝二根十六鐵

一一五－一根半＝二根十九鐵

一一五－三根半＝九鐵

丙錫四根　　乙錫二根

丙錫九〇－一根十二鐵　乙錫一三五－一根半－三鐵

四鐵

九〇－根十二鐵＝四根

九〇十二鐵＝五根

二鐵＝五根－九〇

九斤之價一兩一錢五分少三根半相等。二十二根半少四兩零五分與一兩一錢五分少三根半各加四兩零五分。得二十二根半與五兩二錢少三根半相等。二十二根半與五兩二錢少三根半再各加三根半。得二十六根與五兩二錢相等。二十六根既與五兩二錢相等。則一根必與二錢相等。即錫每斤之價也。鐵二斤之價既爲五根少九錢。則以五根之共數一兩內減去九錢。餘一錢爲鐵二斤之共價。半之得五分。即鐵每斤之價。於甲共銀九錢內減去鐵二斤之價一錢。又減去錫一斤之價二錢。餘六錢。爲銅二斤之共價。半之得三錢。爲銅每斤之價也。其乙銅三斤之共價爲九錢。乙鐵六斤之共價爲三錢。乙錫二斤之共價爲四錢。是銅三斤比錫二斤鐵六斤之價多二錢也。丙銅二斤之共價爲六錢。丙鐵四斤之共價爲二錢。丙錫四斤之共價爲八錢。是銅二斤鐵四斤與錫四斤之價等也。此三色和較兼用方程法。

前得
二二根半－四〇五＝一一五－三根半

後得
二二根半＝五二〇－三根半
二六根＝五二〇
一根＝二〇

數理精蘊下編卷三十五

末部五

借根方比例

面類

設如大小兩正方面積共二百一十八尺．其大方面積比小方面積多一百二十尺．問大小方面積各幾何．

法借一根爲小方面每邊之數．自乘得一平方．爲小方面積．則大方面積爲一平方多一百二十尺．兩數相加．得二平方多一百二十尺．與共積二百一十八尺相等．一百二十尺與二百一十八尺．各減去一百二十尺．餘二平方與九十八尺相等．二平方既與九十八尺相等．則一平方必與四十九尺相等．卽小方面積．加一百二十尺．得一百六十九尺．卽大方面積也．此卽減法．因面類之首．故設此最易者焉．

小方 一平方
大方 一平方十一二〇

二平方十一二〇＝二一八
二平方＝九八
一平方＝四九

設如甲乙二長方面積共三百尺．甲長八尺．乙長一丈四尺．其甲闊比乙闊爲二倍．問二長方闊數積數各幾何．

法借一根爲乙之闊數。則甲之闊爲二根。以一根與一丈四尺相乘。得十四根。爲乙之面積。以二根與八尺相乘。得十六根。爲甲之面積。相加得三十根。與三百尺相等。三十根既與三百尺相等。則一根必與十尺相等。卽乙之闊數。與長一丈四尺相乘。得一百四十尺。爲乙之面積。於共積三百尺內減之。餘一百六十尺。爲甲之面積。或倍乙之闊十尺。得二十尺。爲甲之闊。與長八尺相乘。亦得一百六十尺。爲甲之面積也。此歸除法。

乙積 一四根	乙闊 一根
甲積 一六根	甲闊 二根

三〇根＝三〇〇

一根＝　一〇

設如有甲乙丙三長方。甲方闊十尺。不知長。乙方闊十六尺。長與甲等。丙方闊四尺。面積與甲之長相等。又甲乙二方之共面積與丙方之長數相併。爲三千一百五十尺。問三方各長若干。

法借一根爲甲方之長數。以闊十尺乘之。得十根。爲甲方之面積。乙方之長與甲等。亦爲一根。以闊十六尺乘之。得十六根。爲乙方之面積。丙方之面積與甲之長相等。亦爲一根。以闊四尺除之。得四分根之一。爲丙方之長數。以甲方之面積十根、乙方之面積十六根、丙方之長數四分根之一、相併。共得二十六根又四分根之一。與三千一百五十尺相等。二十六根又四分根之一。既與三千一百五十尺相等。則一根必與一百二十尺相等。卽甲方之長數。亦卽乙方之長數。亦卽丙方之面積。以甲方闊十尺與

甲長 一根	甲積 一〇根
乙長 一根	乙積 一六根
丙積 一根	丙長 四之一根

二六根四之一＝三一五〇

一根＝　一二〇

長一百二十尺相乘。得一千二百尺。即甲方之面積。以乙方闊十六尺。與長一百二十尺相乘。得一千九百二十尺。即乙方之面積。以丙方闊四尺除面積一百二十尺。得三十尺。即丙方之長數也。此歸除法。

設如有長方形。其長闊和五百零四丈。面積爲闊自乘之七倍。問長闊各幾何。

法借一根爲闊數。則長數爲五百零四丈少一根。以一根與五百零四丈少一根相乘。得五百零四根少一平方。爲長方面積。又以一根自乘。得一平方。七因之。得七平方。亦爲長方面積。而與五百零四根少一平方相等。兩邊各加一平方。得八平方。與五百零四根相等。八平方與五百零四根各降一位。則爲八根與五百零四丈相等。八根既與五百零四丈相等。則一根必與六十三丈相等。即長方之闊數。與五百零四丈相減。餘四百四十一丈。即長數也。以闊六十三丈自乘。得三千九百六十九丈。以闊六十三丈與長四百四十一丈相乘。得二萬七千七百八十三丈。爲闊自乘之七倍也。此比例法。

闊一根
長五〇四丈－一根
七平方＝五〇四根－一平方
八平方＝五〇四根
八根＝五〇四丈
一根＝　六三丈

設如有樓一座。不知高數。正方池一面。不知邊數。但云以六丈與樓之高數相乘。與池之邊數等。以一百零八丈與樓之高數相乘。與池之面積等。問樓高及池邊數各幾何。

法借一根爲樓之高數。以一根與六丈相乘。得六根。爲池之邊數。自乘得三十六平方。爲池之面積。又以

一根與一百零八丈相乘。得一百零八根。亦爲池之面積。是爲三十六平方。與一百零八根相等。三十六平方與一百零八根各降一位。則爲三十六根與一百零八丈相等。三十六根既與一百零八丈相等。則一根必與三丈相等。卽樓之高數。以六丈乘之得一十八丈。爲池之邊數。自乘得三百二十四丈。爲池之面積。又以一百零八丈與樓高三丈相乘。亦得三百二十四丈。與池之面積相等也。此面積相除法。

設如甲乙二人有銀。不言兩數。但知其銀之比例同於八與五。若以二人銀相併。則與二人銀相乘之數等。問二人銀各若干。

法借八根爲甲銀數。五根爲乙銀數。相乘得四十平方。又以八根與五根相加得一十三根。是爲四十平方與十三根相等。四十平方與十三根各降一位則爲四十根與十三兩相等。四十根既與十三兩相等。則八根必與二兩六錢相等。卽甲銀數。五根必與一兩六錢二分五釐相等。卽乙銀數。兩數相加得四兩二錢二分五釐。若以兩數相乘。亦得四兩二錢二分五釐也。此比例法。

設如有大小二正方池。小池每邊爲大池每邊之三分之一。二池共邊數爲二池共面積之五十分之一。問二池邊數面積各幾何。

樓高	一根
池邊	六根
池面	三六平方＝一〇八根
	三六根＝一〇八丈
	一根＝　三丈

甲八根
乙五根
四〇平方＝一三根
四〇根＝一三
八根＝　二六
五根＝　一六二五

法借一根爲小池每邊之數．則大池每邊之數爲三根．兩邊數相加．得四根．又以一根自乘．得一平方．爲小池面積．以三根自乘．得九平方．爲大池面積．兩面積相加．得十平方．爲二池共邊之五十倍．乃以共邊四根．以五十乘之．得二百根．是爲十平方與二百根相等．十平方與二百根各降一位．則爲十根與二百丈相等．十根既與二百丈相等．則一根必與二十丈相等．卽小池每邊之數．三因之．得六十丈．卽大池每邊之數也．兩邊數相加．得八十丈．又以小池每邊二十丈自乘．得四百丈．爲小池面積．以大池每邊六十丈自乘．得三千六百丈．爲大池面積．兩面積相加．得四千丈．爲共邊之五十倍也．此二正方邊線面積比例法．

小　一根　小　一平方
大　三根　大　九平方
共　四根　共　一〇平方
二〇〇根＝一〇平方
二〇〇丈＝一〇根
二〇丈＝　一根

設如有甲乙丙三正方．乙方每邊爲甲方每邊之四分之一．丙方每邊爲甲方每邊之八分之一．而乙丙兩方之共面積爲甲方每邊之十倍．問三方邊數面積各幾何．

法借八根爲甲方每邊之數．則乙方每邊之數爲二根．丙方每邊之數爲一根．以二根自乘．得四平方．爲乙方面積．以一根自乘．得一平方．爲丙方面積．兩面積相加．得五平方．爲甲方每邊之十倍．乃以甲方每邊八根十因之．得八十根．是爲五平方與八十根相等．五平方與八十根各降一位．則爲五根與八十尺

甲八根　乙二根　丙一根
四平方　一平方
八〇根＝五平方
八〇尺＝五根
一六尺＝一根

相等。五根既與八十尺相等。則一根必與十六尺相等。即丙方每邊之數。倍之得三十二尺。即乙方每邊之數。八因之得一百二十八尺。即甲方每邊之數也。以乙方每邊三十二尺自乘得一千零二十四尺。爲乙方面積。以丙方每邊十六尺自乘得二百五十六尺。爲丙方面積。兩面積相加得一千二百八十尺。爲甲方每邊之十倍也。此三正方邊線面積比例法。

設如有甲乙二正方。甲方爲乙方每邊之三倍。以甲方邊四分之一。與乙方面積相乘。則與甲方面積等。

問二方邊數面積各幾何。

法借十二根爲甲方每邊之數。則乙方每邊之數爲四根。以十二根自乘得一百四十四平方爲甲方面積。以四根自乘得一十六平方爲乙方面積。取甲方邊四分之一三根與乙方面積一十六平方相乘得四十八立方。是爲四十八立方與一百四十四平方相等。四十八立方與一百四十四平方各降二位。則爲四十八根與一百四十四尺相等。四十八根既與一百四十四尺相等。則十二根必與三十六尺相等。即甲方每邊之數。三歸之得十二尺。即乙方每邊之數也。以三十六尺自乘。得一千二百九十六尺。即甲方之面積。以十二尺自乘。得一百四十四尺。即乙方之面積。以甲方每邊四分之一九尺與乙方面積相乘。得一千二百九十六尺。與甲方面積相等也。此二正方邊線面積比例法。

甲邊	一二根	乙邊	四根
積	一四四平方	積	一六平方
	一四四平方	＝	四八立方
	一四四尺	＝	四八根
	三六尺	＝	一二根

設如有大小二正方。大方邊與小方邊之比例同於五與三。大方面積比小

方面積多二千三百零四丈.問大小二方邊各幾何.

法借三根爲小方每邊之數.則大方每邊之數爲五根.以三根自乘.得九平方.爲小方之面積.以五根自乘.得二十五平方.爲大方之面積.二面積相減.餘一十六平方.與二千三百零四丈相等.一十六平方既與二千三百零四丈相等.則一平方必與一百四十四丈相等.開平方.得一十二丈.爲一根之數.三因之.得三十六丈.即小方每邊之數.五因之.得六十丈.即大方每邊之數.以三十六丈自乘.得一千二百九十六丈.爲小方面積.以六十丈自乘.得三千六百丈.爲大方面積.兩面積相減.餘二千三百零四丈以合原數也.此二正方比例開平方法.

小邊	三根	積九平方
大邊	五根	積二五平方

一六平方＝二三〇四
一平方＝一四四
一根＝一二

設如有甲乙二正方.甲方每邊爲乙方每邊之三倍.又有丙一長方.其長與甲方之每邊等.其闊與乙方之每邊等.三方面積共二萬零八百丈.問三方邊數面積各若干.

法借一根爲乙方每邊之數.則甲方每邊之數爲三根.以一根自乘.得一平方.爲乙方之面積.以三根自乘.得九平方.爲甲方之面積.以

乙邊	一根	積一平方
甲邊	三根	積九平方
		丙積三平方

一三平方＝二〇八〇〇
一平方＝一六〇〇
一根＝四〇

一根與三根相乘．得三平方．爲丙方之面積．三面積相加．得一十三平方．與二萬零八百丈相等．十三平方既與二萬零八百丈相等．則一平方必與一千六百丈相等．即乙方之面積．開平方得四十丈．爲一根之數．即乙方每邊之數．三因之得一百二十丈．即甲方每邊之數．以一百二十丈自乘．得一萬四千四百丈．即甲方之面積．以四十丈與一百二十丈相乘．得四千八百丈．即丙方之面積．三面積相併．共得二萬零八百丈．以合原數也．此二正方比例開平方法．

設如有兵二萬九千四百八十四名．欲排作二軍．俱爲正方．第二軍每邊比第一軍每邊爲三倍．第三軍每邊比第二軍每邊亦爲三倍．問三軍兵數各若干．

法借一根爲第一軍每邊之數．則第二軍每邊之數爲三根．第三軍每邊之數爲九根．以一根自乘．得一平方．爲第一軍之總數．以三根自乘．得九平方．爲第二軍之總數．以九根自乘．得八十一平方．爲第三軍之總數．三總數相加．得九十一平方．與二萬九千四百八十四相等．九十一平方既與二萬九千四百八十四相等．則一平方必與三百二十四相等．即第一軍之總數．開平方得十八．爲一根之數．即第一軍每邊之數也．以第一軍每邊之數．用三乘之．得五十四．即第二軍每邊之數．以第一軍之總數．用九乘之．得二千九百一十六．即第二軍之總數．又以第一軍每邊之數．用九乘之．得一百六十二．即

一根　一平方

三根　九平方

九根　八一平方

———

九一平方＝二九四八四

一平方＝三二四

一根＝一八

第三軍每邊之數。以第一軍之總數。用八十一乘之。得二萬六千二百四十四。即第三軍之總數。三總數相加共二萬九千四百八十四以合原數也。此三正方比例開平方法。

設如一正方一長方。俱不知其邊數。但知長方之面積爲八萬一千尺。其長爲正方邊之十五分之二。其闊爲正方邊之二十五分之三。問二方邊各若干

法借一根爲正方每邊之數。則長方之長爲十五分根之二。長方之闊爲二十五分根之三。以正方邊一根自乘。得一平方。爲正方之面積。以長方之長闊相乘。得三百七十五分平方之六。以兩分母十五與二十五相乘。得三百七十五。以兩分子二與三相乘得六。故爲三百七十五之六。爲長方面積。是爲三百七十五分平方之六。與八萬一千尺相等。乃以六分爲一率。八萬一千尺爲二率。三百七十五分爲三率。求得四率五百零六萬二千五百尺。與一平方相等。蓋三百七十五分平方之六者。將一平方分爲三百七十五分而得其六分也。六分既爲八萬一千尺。則三百七十五分。必爲五百零六萬二千五百尺也。開平方得二千二百五十尺。爲一根之數。即正方每邊之數。其十五分之二爲三百尺。即長方之長。其二十五分之三爲二百七

正方邊　一根
平方積　一平方
長方長　一五分根之二
長方闊　二五分根之三
長方積　三七五分平方之六 ＝ 八一〇〇〇
一平方 ＝ 五〇六二五〇〇
一根 ＝ 二二五〇

十尺。卽長方之闊。相乘得八萬一千尺以合原數也。此帶分比例開平方法。

設如有大小二正方。大方比小方每邊多六尺。面積多一千七百一十六尺。問二方邊數面積各幾何。

法借一根爲小方每邊之數。則大方每邊之數爲一根多六尺。以一根自乘。得一平方。爲小方之面積。以一根多六尺自乘得一平方多十二根多三十六尺。爲大方之面積。大方既比小方面積多一千七百一十六尺。則以小方之面積一平方加一千七百一十六尺。與大方之面積一平方多十二根多三十六尺相等。兩邊各減去一平方。又各減三十六尺。得十二根與一千六百八十尺相等。十二根既與一千六百八十尺相等。則一根必與一百四十尺相等。卽小方每邊之數。加六尺得一百四十六尺。卽大方每邊之數。以一百四十尺自乘。得一萬九千六百尺。卽小方之面積。以一百四十六尺自乘。得二萬一千三百一十六尺。卽大方之面積。兩面積相減。餘一千七百一十六尺以合原數也。此二正方有邊較積較求邊法。

設如有大小二正方。大方比小方每邊多二十四尺。面積共七千二百五十尺。問二方邊數面積各幾何。

法借一根爲小方每邊之數。則大方每邊之數爲一根多二十四尺。以一根自乘得一平方。爲小方之面積。以一根多二十四尺自乘得一平方多四十

小邊一根　　大邊一根十六
小積一平方　　大積一平方十一二根十三六
一平方十一七一六＝一平方十一二根十三六
一六八〇＝一二根
一四〇＝一根

八根又多五百七十六尺．爲大方之面積．兩面積相加．得二平方多四十八根又多五百七十六尺．與七千二百五十尺相等．兩邊各減五百七十六尺．得二平方多四十八根與六千六百七十四尺相等．二平方多四十八根．旣與六千六百七十四尺相等．則一平方多二十四根．必與三千三百三十七尺相等．乃以三千三百三十七尺爲長方積．以二十四根作二十四尺爲長闊較．用帶縱較數開平方法算之．得闊四十七尺．爲一根之數．卽小方每邊之數．加二十四尺．得七十一尺．卽大方每邊之數．以四十七尺自乘．得二千二百零九尺．卽小方之面積．以七十一尺自乘．得五千零四十一尺．卽大方之面積．兩面積相加．共七千二百五十尺．以合原數也．此二正方有邊較積和求邊法．

小邊一根　大邊一根＋二四

小積一平方

大積一平方＋四八根＋五七六

二平方＋四八根＋五七六＝七二五〇

二平方＋四八根　＝六六七四

一平方＋二四根　＝三三三七

一根　＝四七

設如有大小二正方．邊數共三十六尺．面積共六百六十六尺．

問二方邊數面積各幾何．

法借一根爲小方每邊之數．則大方每邊之數爲三十六尺少一根．以一根自乘．得一平方．爲小方之面積．以三十六尺少一根自乘．得一千二百九十六尺少七十二根多一平方．爲大方之面積．兩面積相加．得一千二百九十六尺少七十二根多二平方．與六百六十六尺相等．兩邊各加七十二根．得一千二百

九十六尺多二平方.與六百六十六尺多七十二根相等,兩邊各減六百六十六尺.得六百三十尺多二平方.與七十二根相等.六百三十尺多二平方既與七十二根相等.則三百一十五尺多一平方必與三十六根相等.乃以三百一十五尺為長方積.以三十六根作三十六尺為長闊和.用帶縱和數開平方法算之.得闊一十五尺.為一根之數.即小方每邊之數.與共邊三十六尺相減.餘二十一尺.即大方每邊之數.以小方每邊一十五尺自乘得二百二十五尺.即小方之面積.以大方每邊二十一尺自乘得四百四十一尺.即大方之面積.兩面積相加.共六百六十六尺以合原數也.此二正方有邊和積和求邊法.

設如有大小二正方.邊數共一百一十尺.大方比小方面積為五倍少四尺.問二方邊數面積各幾何.

法借一根為小方每邊之數.則大方每邊之數為一百一十尺少一根.以一根自乘得一平方.為小方之面積.以一百一十尺少一根自乘.得一萬二千一百尺少二百二十

小邊 一根

大邊 三六－一根　小積 一平方

大積 一二九六－七二根＋一平方

一二九六－七二根＋二平方＝六六六

一二九六＋二平方＝六六六＋七二根

六三〇＋二平方＝七二根

三一五＋一平方＝三六根

一五＝一根

根多一平方爲大方之面積.大方既比小方面積爲五倍少四尺.則將小方加五倍.將大方加四尺.是爲五平方與一萬二千一百零四尺少二百二十根多一平方相等.兩邊各減一平方.得四平方與一萬二千一百零四尺少二百二十根相等.四平方既與一萬二千一百零四尺少二百二十根相等.則一平方必與三千零二十六尺少五十五根相等.乃以三千零二十六尺爲長方積.以五十五根作五十五尺.爲長闊較.用帶縱較數開平方法算之.得闊三十四尺.爲一根之數.卽小方每邊之數.與共邊一百一十尺相減.餘七十六尺.卽大方每邊之數.以二十四尺自乘.得一千一百五十六尺.卽小方之面積.以七十六尺自乘.得五千七百七十六尺.卽大方之面積.再加四尺.得五千七百八十尺.爲小方面積一千一百五十六尺之五倍也.此亦二正方有邊和積較法.但積較有倍分耳.

小邊一根	大邊	一一〇－一根
小積一平方	大積	一二一〇〇－二二〇根＋一平方
五平方	＝	一二一〇四－二二〇根＋一平方
四平方	＝	一二一〇四－二二〇根
一平方	＝	三〇二六－五五根
一根	＝	三四

設如有一長方.又有大小二正方.三面積共四百四十一丈.大正方邊與長方之長等.小正方邊與長方之闊等.但知小正方邊爲九丈.問大正方邊若干.

法借一根爲大方每邊之數.自乘得一平方.爲大方之面積.以九丈自乘.得八十一丈.爲小方之面積.以

九丈與一根相乘。得九根。為長方之面積。三面積相加。得一平方多九根又多八十一丈。與四百四十一丈相等。兩邊各減八十一丈。得一平方多九根。與三百六十丈相等。乃以三百六十丈為長方積。以九根作九丈為長闊較。用帶縱較數開平方法算之。得闊十五丈。為一根之數。即大方每邊之數。以十五丈自乘。得二百二十五丈。即大方之面積。以十五丈與九丈相乘。得一百三十五丈。即長方之面積。三面積相併。共得四百四十一丈。以合原數也。此帶縱較數開平方法。

大方一平方　長方九根　小方八一

一平方＋九根＋八一＝四四一

一平方＋九根　＝三六〇

一根　＝　一五

設如有一長方。又有大小二正方。三面積共四百五十七丈。長方之長與大正方邊等。長方之闊與小正方邊等。長闊共二十四丈。問長闊各幾何。

法借一根為長方之闊。則長方之長為二十四丈少一根。以一根自乘。得一平方。為小正方之面積。以二十四丈少一根自乘。得五百七十六丈少四十八根多一平方。為大正方之面積。以一根與二十四丈少一根相乘。得二十四根少一平方。為長方之面積。三面積相加。得一平方多五百七十六丈少二十四根。與四百五十七丈相等。兩邊各加二十四根。得一平方多五百七十六丈。與二十四根多四百

闊一根　長　二四－一根

小積一平方　大積五七六－四八根＋一平方

長積　二四根－一平方

一平方　＋五七六－二四根＝四五七

一平方　＋五七六＝二四根＋四五七

一平方　＋一一九＝二四根

一根　＝七

五十七丈相等.兩邊各減四百五十七丈.得一平方多一百一十九丈.與二十四根相等.乃以一百一十九丈爲長方積.以二十四根作二十四丈.爲長闊和.用帶縱和數開平方法算之.得闊七丈.爲一根之數.卽長方之闊.與二十四丈相減.餘一十七丈.卽長方之長.以七丈自乘得四十九丈.卽小正方之面積.以一十七丈自乘得二百八十九丈.卽大正方之面積.以七丈與一十七丈相乘.得一百一十九丈.卽長方之面積.三面積相併.共得四百五十七丈.以合原數也.此帶縱和數開平方法.

設如有一長方.其面積八萬三千二百三十二丈.又有一正方.其每邊與長方之闊等.若以正方面積自乘.則與兩方之共面積等.問二方邊數各若干.

法.借一根爲正方之面積.自乘得一平方.爲正方面積自乘之數.又以一根與八萬三千二百三十二丈相加.得一根多八萬三千二百三十二丈.與一平方相等.乃以八萬三千二百三十二丈.爲長方積.以一根作一丈.爲長闊較.用帶縱較數開平方法算之.得長二百八十九丈.爲一根之數.卽正方之面積.亦卽長方之長.開平方得一十七丈.卽正方之邊.亦卽長方之闊.以正方面積二百八十九丈.與長方面積八萬三千二百三十二丈相併.共得八萬三千五百二十一丈.又以正方面積二百八十九丈自乘.亦得八萬三千五百二十一丈.是與兩方之共面積相等也.此帶縱較數開平方法.

一根

一平方 ＝ 一根 十 八三二三二

一根 ＝ 二八九

設如有銀買駝馬共六十一匹.駝每匹之價與共駝數等.馬每匹之價與共馬數等.今賣馬一匹之價與共駝數等.賣駝一匹之價爲共馬數之二倍.共得利銀七百一十

九兩。問駝數馬數及每匹價各若干。

法借一根爲共馬數。則六十一匹少一根爲共駝數。以共馬數一根自乘。得一平方爲買馬之共價。以共駝數六十一匹少一根自乘得三千七百二十一兩少一百二十二根多一平方爲買駝之共價。兩共價相加得三千七百二十一兩少一百二十二根多二平方。爲買駝馬之總銀數。又以共馬數一根。與共駝數六十一匹少一根相乘。得六十一根少一平方。爲賣馬之共銀數。以共駝數六十一匹少一根。與二倍共馬數二根相乘。得一百二十二根少二平方。爲賣駝之共銀數。兩共銀數相加。得一百八十三根少三平方爲賣駝馬之總銀數。內減買駝馬總銀數三千七百二十一兩少一百二十二根多一平方。餘三百零五根少五平方又少三千七百二十一兩。與利銀七百一十九兩相等。兩邊各加三千七百二十一兩。得三百零五根少五平方與四千四百四十兩相等。三百零五根少五平方既與四千四百四十兩相等。則六十一根少一平方。必與八百八十八兩相等。乃以八百八十八兩爲長方積。以六十一根作六十一。

賣銀 六一根 − 一平方	馬價 一平方
賣銀 一二二根 − 二平方	駝價 三七二一 − 一二二根 + 一平方
一八三根 − 三平方	三七二一 − 一二二根 + 二平方
三〇五根 − 五平方	− 三七二一 = 七一九
三〇五根 − 五平方	= 四四四〇
六一根 − 一平方	= 八八八
一根	= 二四

爲長闊和。用帶縱和數開平方法算之。得闊二十四。爲一根之數。卽共馬數。亦卽馬每匹之價爲二十四兩也。以二十四匹與六十一匹相減。餘三十七匹。卽共駝數。亦卽駝每匹之價爲三十七兩也。以二十四匹與二十四兩相乘。得五百七十六兩。爲買馬之共銀數。以三十七匹與三十七兩相乘。得一千三百六十九兩。爲買駝之共銀數。相加。得一千九百四十五兩。卽買駝馬之總銀數。以二十四匹與三十七兩相乘。得八百八十八兩。爲賣馬之共銀數。以三十七匹與四十八兩相乘。得一千七百七十六兩。爲賣駝之共銀數。相加得二千六百六十四兩。卽賣駝馬之總銀數。比買駝馬之總銀數多七百一十九兩。爲利銀數也。此帶縱和數開平方法。

設如有木匠瓦匠共三十名。又有匠頭不知名數。但知每匠頭一人。得銀三十六兩。其木匠一人之銀數。與瓦匠之人數等。瓦匠一人之銀數。與木匠之人數等。而匠頭之人數。與木匠瓦匠相差之數等。匠頭之共銀數。與木匠之共銀數等。問匠頭與木匠瓦匠之人數及每人所得之銀數各幾何。

法借一根爲木匠之人數。則瓦匠之人數爲三十少一根。以一根與三十少一根相乘。得三十根少一平方。爲木匠之共銀數。亦爲瓦匠之共銀數。又以木匠之人數一根與瓦匠之人數三十少一根相減。得三十少二根。爲匠頭之人數。與每人三十六兩相乘。得一千零八十兩少七十二根。爲

匠頭 三〇一二根
木匠 一根
瓦匠 三〇名一一根
三〇根一一平方 ＝ 一〇八〇一七二根
一〇二根一一平方 ＝ 一〇八〇
一根 ＝ 一二

匠頭之總銀數．與木匠之共銀數三十根少一平方相等．兩邊各加七十二根．得一百零二根少一平方．與一千零八十兩相等．乃以一千零八十兩爲長方積．以一百零二根作一百零二爲長闊和．用帶縱和數開平方法算之．得闊一十二．爲一根之數．卽木匠之人數．以一十二人與三十八人相減．餘一十八人．卽瓦匠之人數．以十二與十八相乘．得二百一十六兩．卽木匠之共銀數．亦卽瓦匠之共銀數．以十二與十八相減．餘六．卽匠頭之人數．與三十六兩相乘．亦得二十一十六兩．卽匠頭之共銀數．與木匠之共銀數等也．此帶縱和數開平方法．

設如有馬騾馱物．不言馬騾共數．亦不言馬騾各數．但知馬比騾多十匹．馬共馱一萬二千斤．騾亦共馱一萬二千斤．而騾一匹所馱之數．比馬一匹所馱之數．多四十斤．問馬騾數及所馱數各若干．

法借一根爲騾數．則馬數爲一根多十匹．以一根除一萬二千斤．得一根之一萬二千斤．爲騾一匹所馱之數．以一根多十匹除一萬二千斤．得一根多十匹之一萬二千斤．爲馬一匹所馱之數．因兩分母不同．乃用互乘法以齊其分．將馬分母一根多十匹．與騾分子一萬二千斤相乘．得一萬二千根多一十二萬斤．以騾分母一根．與馬分子一萬二千斤相乘．得一萬二千根．以互乘所得兩分子相減．餘一十二萬斤．爲騾比馬多馱之數．又以馬分母一根多十匹．與騾

騾一根	馬一根十一〇
一根之一二〇〇〇	一根十一〇之一二〇〇〇

四〇平方　＋　四〇〇根　＝一二〇〇〇〇

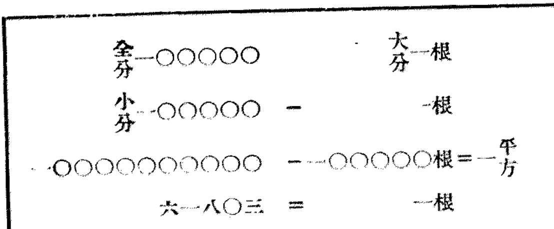
一平方　＋　一〇根　＝　三〇〇〇

一根　＝　五〇

分母一根相乘。得一平方多十根。又以四十斤乘之。得四十平方多四百根。亦爲騾比馬多馱之數。是爲四十平方多四百根。與一十二萬斤相等。四十平方多四百根。既與一十二萬斤相等。則一平方多十根必與三千斤相等。乃以三千爲長方積。以十根作一十。爲長闊較。用帶縱較數開平方法算之。得闊五十爲一根之數。卽騾數。加十匹得六十匹。卽馬數。以五十四除一萬二千斤。得二百四十斤。卽騾一匹所馱之數。以六十匹除一萬二千斤。得二百斤。卽馬一匹所馱之數也。此帶縱較數開平方法。

設如有數一十萬。欲分爲大小兩分。與全分爲相連比例三率。問大小兩分各幾何。

法借一根爲大分。則小分爲十萬少一根。是全分十萬爲首率。而一根爲中率。十萬少一根爲末率矣。乃以首率十萬與末率十萬少一根相乘。得一百億少十萬根。而與中率一根自乘之一平方相等。乃以一百億爲長方積。十萬根作十萬。爲長闊數。用帶縱較數開平方法算之。得闊六萬一千八百零三。爲一根之數。卽大分。與全分十萬相減。餘三萬八千一百九十七。卽小分也。蓋十萬與六萬一千八百零三之比。卽同於六萬一千八百零三與三萬八千一百九十七之比。而爲相連比例之三率也。此卽求圜內容十邊法。



設如有股二十尺。勾弦較十尺。問勾弦各幾何。

法借一根爲勾數。則一根多一十尺爲弦數。以一根自乘。得一平方。爲勾自乘之數。以一根多一十尺自乘。得一平方多二十根又多一百尺。爲弦自乘之數。兩自乘之數相減。得二十根多一百尺。爲股自乘之數。而與股二十尺自乘之四百尺爲相等。兩邊各減一百尺。得二十根與三百尺相等。二十根既與三百尺相等。則一根必與一十五尺相等。卽勾數。加勾弦較十尺。得二十五尺。卽弦數也。如圖甲乙爲弦。甲丙爲勾。乙丁同。丙乙爲勾弦較。甲丁爲勾弦和。甲己戊乙爲弦自乘方。庚己壬辛爲勾自乘方。甲乙戊壬辛庚磬折形爲股自乘數。與甲庚勾弦較甲庚與丙乙等。乘甲丁勾弦和之甲庚癸丁長方積等。借一根爲勾數者。卽庚己或庚辛也。庚己庚辛。皆與甲丙等。一根多十尺爲弦數者。卽庚己加庚甲也。一根自乘得一平方爲勾自乘方者。卽庚己壬辛之正方也。一根多十尺自乘得一平方多二十根多一百尺爲弦自乘方者。卽庚己壬辛一平方多甲庚辛丙及辛壬戊子之二十根甲庚較十尺。乘甲丙一根。得十根。爲甲庚辛丙長方。辛子較十尺。乘子戊一根。得十根。爲辛壬戊子長方。是共爲二十根。又多丙辛子乙之一百尺。共爲甲己戊乙之正方也。於甲己戊乙

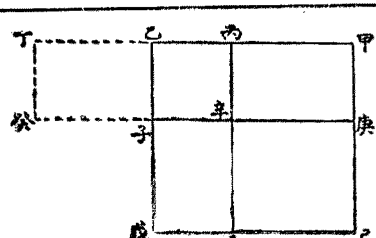
勾一平方

弦一平方　十二○根十一○○　股四○○

二○根十一○○　＝四○○

二○根　＝三○○

一根　＝　一五



弦自乘方內減去庚己壬辛勾自乘之一平方。餘二十根多一百尺。卽甲乙戊壬辛庚之磬折形。亦卽甲庚癸丁之長方形。而與股自乘之四百尺相等也。又甲庚癸丁長方內減去丙辛子乙一百尺。餘甲庚辛丙及乙子癸丁。卽二十根之數爲三百尺也。二十根之數爲三百尺。則一根之數必爲十五尺也。此勾股弦和較相求法。

設如有股二十四尺。勾弦和三十二尺。問勾弦各幾何。

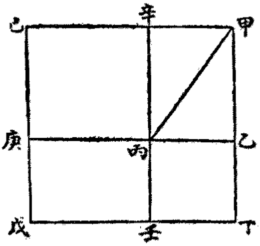
法借一根爲勾數。則三十二尺少一根爲弦數。以一根自乘。得一平方。爲勾自乘之數。以三十二尺少一根自乘。得一千零二十四尺少六十四根多一平方。爲弦自乘之數。兩自乘之數相減。得一千零二十四尺少六十四根。爲股自乘之數。而與股二十四尺自乘之五百七十六尺爲相等。兩邊各加六十四根。得一千零二十四尺與五百七十六尺多六十四根相等。兩邊各減五百七十六尺。得四百四十八尺與六十四根相等。四百四十八尺既與六十四根相等。則七尺必與一根相等。卽勾數。以勾七尺與勾弦和三十二尺相減。餘二十五尺。卽弦數也。此勾股、弦和較相求法。

勾一平方
弦一〇二四一六四根一一平方
股一〇二四一六四根＝五七六
一〇二四＝五七六一六四根
四四八＝六四根
七＝一根

設如有弦五尺。勾股和七尺。問勾股各幾何。

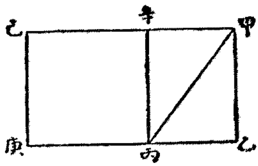
法借一根爲股數。則七尺少一根爲勾數。以一根自乘。得一平方。爲股自乘之數。以七尺少一根自乘。得四十九尺少一十四根多一平方。爲勾自乘之

數。兩自乘數相加得四十九尺少一十四根多二平方。爲弦自乘之數。而與弦五尺自乘之二十五尺爲相等。兩邊各加一十四根。得四十九尺多二平方與二十五尺多一十四根相等。兩邊各減四十九尺。得二平方與一十四根少二十四尺相等。二平方既與十四根少二十四尺相等。則一平方必與七根少十二尺相等。乃以十二尺爲長方積。七根作七尺。爲長闊和。用帶縱和數開平方法算之。得長四尺。爲一根之數。卽股數。以股四尺與勾股和七尺相減。餘三尺。卽勾數也。如圖甲乙丙勾股形。甲乙股四尺。乙丙勾三尺。甲丙弦五尺。甲丁勾股和七尺。甲丁戊己爲勾股和自乘方。辛丙庚己爲股自乘方。乙丁壬丙爲勾自乘方。借一根爲股數者。卽甲乙也。壬戊、己庚、皆與甲乙等。爲一根數。一根自乘得一平方爲股自乘方者。卽辛丙庚己也。七尺少一根自乘得四十九尺少十四根多一平方爲勾自乘方者。卽甲丁戊己勾股和自乘方內、減去甲乙庚



股一平方
勾四九－一四根十一平方　弦二五
四九－一四根十二平方　＝二五
四九十　二平方　＝二五十一四根
二平方　＝　一四根－二四
一平方　＝　七根－一二
一根＝　四

己之七根、及辛壬戊己之七根、共爲十四根。甲乙一根乘甲己和七尺。得七根。爲甲乙庚己長方。辛己一根乘己戊和。得七根。爲辛壬戊己長方。共十四根。又加辛丙庚己一平方。始得乙丁壬丙勾自乘方也。於甲丁戊己勾股和自乘方內。減去甲乙丙壬戊己磬折形。餘乙丁壬丙爲勾自乘數。今減去十四根。乃減去甲乙庚己一長方。又減去辛壬戊己一長方。是比磬折形多減去辛丙庚己一平方。故必加一平方以補多減之數。始爲乙丁壬丙勾自乘方也。辛丙庚己股自乘數。乙丁壬丙勾自乘數相加。與弦自乘之數相等。兩邊各加各減。得一平方與七根少十二尺相等者。卽辛丙庚己一平方與甲乙庚己七根數相較而少甲乙丙辛之長方十二尺也。今不知七根之數。又不知一平方之數。但知一平方與七根相較之甲乙丙辛長方爲十二尺。故卽以十二尺爲長方積。以甲己爲長闊和。用帶縱和數開平方法算之。得甲乙長而爲股數也。此勾股弦和較相求法。



設如有勾弦和五十尺。股弦和八十一尺。問勾股弦各幾何

法借一根爲勾數。則五十尺少一根爲弦數。一根多三十一尺爲股數。以五十尺與八十一尺相減。餘三十一尺。爲勾股較。故一根多三十一尺爲股數。以一

勾一平方

弦二五〇〇－一〇〇根＋一平方

股一平方＋六二根＋九六一

勾一五三九－一六二根＝一平方

九＝一根

根自乘得一平方爲勾自乘之數以五十尺少一根自乘得二千五百尺少一百根多一平方爲弦自乘之數以一根多三十一尺自乘得一平方多六十二根又多九百六十一尺爲股自乘之數以股自乘之數與弦自乘之數相減得一千五百三十九尺少一百六十二根亦爲勾自乘之數而與勾數一根自乘之一平方爲相等乃以一千五百三十九尺爲長方積以一百六十二根作一百六十二尺爲長闊較用帶縱較數開平方法算之得闊九尺爲一根之數卽勾數以勾九尺與勾弦和五十尺相減餘四十一尺卽弦數以勾九尺與勾股較三十一尺相加得四十尺卽股數也此勾股弦和較相求法

設如有勾股和二十三尺勾弦和二十五尺問勾股弦各幾何

法借一根爲勾數則二十三尺少一根爲股數二十五尺少一根爲弦數以一根自乘得一平方爲勾自乘之數以二十三尺少一根自乘得五百二十九尺少四十六根多一平方爲股自乘之數以二十五尺少一根自乘得六百二十五尺少五十根多一平方爲弦自乘之數以股自乘之數與弦自乘之數相減得九十六尺少四根亦爲勾自乘之數而與勾數一根自乘之一平方爲相等乃以九十六尺爲長方積四根作四尺爲長闊較用帶縱較數開平方法算之得闊八尺爲一根之數卽勾數以勾八尺與勾股和二十三尺相減餘十五尺卽股數以勾八尺與勾弦和二十五尺相減餘十七尺卽弦數也此勾股弦和較相求法

勾一平方
股五二九一四六根十一平方
弦六二五一五〇根十一平方
勾九六一四根＝一平方
八＝一根

設如有股弦和二十五尺勾弦較八尺問勾股弦各幾何．

法借一根爲股數則二十五尺少一根爲弦數十七尺少一根爲勾數．股弦和二十五尺內．減勾弦較八尺．得一十七尺．爲勾股和．故勾爲十七尺少一根．以一根自乘得一平方爲股自乘之數．以一十七尺少一根自乘．得二百八十九尺少三十四根多一平方爲勾自乘之數．以二十五尺少一根自乘得六百二十五尺少五十根多一平方爲弦自乘之數．以勾自乘之數與弦自乘之數相減．得三百三十六尺少一十六根亦爲股自乘之數．而與股數一根自乘之一平方爲相等．乃以三百三十六尺爲長方積．十六根作十六尺．爲長闊較．用帶縱較數開平方法算之．得闊十二尺．爲一根之數．卽股數．以股十二尺與股弦和二十五尺相減．餘一十三尺．卽弦數．內減勾弦較八尺．餘五尺．卽勾數也．此勾股弦和較相求法．

股一平方
勾二八九一三四根十一平方
弦六二五一五〇根十一平方
股三三六一一六根＝一平方
一二＝一根

設如有股弦較一尺．勾弦較三十二尺．問勾股弦各幾何．

法借一根爲勾數．則一根多三十二尺爲弦數．一根多三十一尺爲股數．股弦較與勾弦較相減．餘三十一尺．爲勾股較．故股爲一根多三十一尺也．以一根自乘得一平方爲勾自乘之數．以一根多三十二尺自乘．得一平

勾一平方
弦一平方十六四根十一〇二四
股一平方十六二根十九六一
勾一平方＝二根十六三
一根＝九

方多六十四根又多一千零二十四尺。爲弦自乘之數。以一根多三十一尺自乘。得一平方多六十二根又多九百六十一尺。爲股自乘之數。以股自乘之數與弦自乘之數相減。得二根多六十三尺。亦爲勾自乘之數。而與勾數一根自乘之一平方爲相等。乃以六十三尺爲長方積。以二根作二尺。爲長闊較。用帶縱較數開平方法算之。得長九尺。爲一根之數。即勾數。以勾九尺與勾弦較三十二尺相加。得四十一尺。即弦數。內減股弦較一尺。餘四十尺。即股數也。此勾股弦和較相求法。

設如有勾股和七十三尺。勾弦較與股弦較之和三十三尺。問勾股弦各幾何。

法借一根爲勾數。則七十三尺少一根爲股數。五十三尺爲弦數。以勾股和七十三尺。加勾弦較與股弦較之和三十三尺。得一百零六尺。即二弦數。故半之得五十三尺爲弦數也。以一根自乘得一平方。爲勾自乘之數。以七十三尺少一根自乘得五千三百二十九尺少一百四十六根多一平方。爲股自乘之數。以五十三尺自乘。得二千八百零九尺。爲弦自乘之數。以股自乘之數與弦自乘之數相減。得一百四十六根少二千五百二十尺又少一平方。亦爲勾自乘之數。而與勾數一根自乘之一平方爲相等。兩邊各加一平方。得一百四十六根少二千五百二十尺。與二平方相等。一百四十六根少二千五百二十尺既與二平方相等。則七十

勾一平方　　弦二八〇九

股五三二九一一四六根十一平方

一四六根一二五二〇一一平方＝一平方

一四六根一二五二〇＝二平方

七三根一一二六〇＝一平方

二八＝一根

三根少一千二百六十尺．必與一平方相等．乃以一千二百六十尺爲長方積．七十三根作七十三尺．爲長闊和．用帶縱和數開平方法算之．得闊二十八尺．爲一根之數．卽勾數．以勾二十八尺與勾股和七十三尺相減．餘四十五尺．卽股數也．此勾股弦和較相求法．

設如有勾股弦總和一百五十尺．勾股較股弦較勾弦較共八十尺．問勾股弦各幾何．

法借一根爲勾數．則一根多四十尺爲弦數．將三較共八十尺折半．得四十尺．卽勾弦較．一百一十尺少二根爲股數．總和一百五十尺內．減去勾數一根．又減去弦數一根多四十尺．得一百一十尺少二根爲股數．以一根自乘．得一平方．爲勾自乘之數．以一根多四十尺自乘．得一平方多八十根又多一千六百尺．爲弦自乘之數．以一百一十尺少二根自乘．得一萬二千一百尺少四百四十根多四平方．爲股自乘之數．以股自乘之數與弦自乘之數相減．得五百二十根少三平方又少一萬零五百尺．亦爲勾自乘之數．而與勾數一根自乘之一平方爲相等．兩邊各加三平方．得五百二十根少

勾一平方

弦一平方＋八〇根＋一六〇〇

股一二一〇〇－四四〇根＋四平方

五二〇根－三平方－一〇五〇〇＝一平方

五二〇根　－一〇五〇〇＝四平方

一三〇根　－二六二五＝一平方

一根　＝二五

一萬零五百尺。與四平方相等。五百二十根少一萬零五百尺。既與四平方相等則一百三十根少二千六百二十五尺。必與一平方相等。乃以二千六百二十五尺爲長方積。以一百三十根作一百三十尺。爲長闊和。用帶縱和數開平方法算之得闊二十五尺。爲一根之數。卽勾數。以勾二十五尺與勾弦較四十尺相加得六十五尺。卽弦數。以勾弦和九十尺。與勾股弦總和一百五十尺相減。餘六十尺。卽股數也。此勾股弦和較相求法。

設如有勾股和二十三尺。弦與勾股較之較十尺。問勾股弦各幾何。

法借一根爲勾股較數。則一根多十尺爲弦數。以一根自乘。得一平方。爲勾股較自乘之數。以一根多十尺自乘。得一平方多二十根又多一百尺。爲弦自乘之數。倍之得二平方多四十根又多二百尺內減去勾股較自乘之一平方。餘一平方多四十根多二百尺。爲勾股和自乘之數。而與勾股和二十三尺自乘之五百二十九尺爲相等。兩邊各減去二百尺。得一平方多四十根。與三百二十九尺相等。乃以三百二十九尺爲長方積。以多四十根作四十尺。爲長闊較。用帶縱較數開平方法算之得闊七尺。爲一根之數。卽勾股較。與勾股和二十三尺相加得三十尺。折半得十五尺爲

較積 一平方	較一根	
	弦一根＋一〇	
弦積 一平方	＋二〇根＋一〇〇	
二平方	＋四〇根＋二〇〇	
一平方	＋四〇根＋二〇〇	＝五二九
一平方	＋四〇根	＝三二九
	一根	＝七

股內減較七尺。餘八尺爲勾。又以勾股較七尺與弦與勾股較之較十尺相加。得十七尺爲弦也。此勾股弦和較相求法。

設如有勾股積一千零八十尺。勾股弦總和一百八十尺。問勾股弦各幾何。

法借一根爲弦數。則一百八十尺少一根爲勾股和數。以一根自乘。得一平方爲弦自乘之數。以一百八十尺少一根自乘。得三萬二千四百尺少三百六十根多一平方。爲勾股和自乘之數。又以勾股積一千零八十尺四因之。得四千三百二十尺。與弦自乘之一平方相加。得一平方多四千三百二十尺。亦爲勾股和自乘之數。而與勾股和自乘之三萬二千四百尺少三百六十根多一平方爲相等。勾股和自乘數內。有一弦自乘方。有四勾股積。故四因勾股積。與弦自乘之數相加。即與勾股和自乘之數相等也。兩邊各減四千三百二十尺。得二萬八千零八十尺少三百六十根多一平方。與一平方相等。兩邊各加三百六十根。得二萬八千零八十尺多一平方。與一平方多三百六十根相等。兩邊再各減一平方。得三百六十根與二萬八千零八十尺相等。二百六十根既與二萬八千零八十尺相等。則一根必與七十八尺相等。即弦數。以弦七十八

勾股和　三二四〇〇－三六〇根十一平方　　弦一平方

三二四〇〇－三六〇根十一平方　＝一平方十四三二〇

二八〇八〇－三六〇根十一平方　＝一平方

二八〇八〇　十一平方　＝一平方十三六〇根

二八〇八〇　＝　三六〇根

七八　＝　一根

尺與一百八十尺相減。餘一百零二尺。即勾股和。又以弦自乘得六千零八十四尺。與四勾股積四千三百二十尺相減。餘一千七百六十四尺。平方開之得四十二尺。即勾股較。與勾股和一百零二尺相減。餘六十尺。折半得三十尺。即勾數。加勾股較四十二尺。得七十二尺。即股數也。此勾股積與勾股弦和較相求法。

設如有勾股積六十尺。弦與勾股和之較六尺。問勾股弦各幾何。

法借一根爲弦數。則一根多六尺爲勾股和數。以一根自乘。得一平方。爲弦自乘之數。以一根多六尺自乘。得一平方多十二根多三十六尺。爲勾股和自乘之數。又以勾股積六十尺四因之。得二百四十尺。與弦自乘之一平方相加。得一平方多二百四十尺。亦爲勾股和自乘之數。而與勾股和自乘之一平方多十二根多三十六尺爲相等。兩邊各減去一平方。得十二根多三十六尺與二百四十尺相等。兩邊又各減去三十六尺。得十二根與二百零四尺相等。十二根既與二百零四尺相等。則一根必與十七尺相等。即弦數。加弦與勾股和之較六尺。得二十三尺。爲勾股和。用有弦有勾股和求勾股法算之。得股十五尺。勾八尺也。此勾股積與勾股弦和較相求法。

設如有三角形。大腰十七尺。小腰十尺。底二十一尺。求中垂線幾何。

法借一根爲中垂線之面積。以小腰十尺自乘得一百尺。內減去一根得

	弦一根	弦積一平方	積六〇
	和一根	十　六	四倍二四〇
和積一平方	十一二根	十三六＝一平方	十二四〇
	一二根	十三六＝	二四〇
	一二根	＝	二〇四
	一根	＝	一七

一百尺少一根。為小分底之面積。中垂線為股。小腰為弦。小分底為勾。於弦積內減去股積餘為勾積也。又以大腰十七尺自乘。得二百八十九尺內減去一根。餘二百八十九尺少一根。為大分底之面積。中垂線為股。大腰為弦。大分底為勾積弦積內減去股積。餘為勾積也。又以底二十一尺自乘。得四百四十一尺。內減大小兩分底之共面積三百八十九尺少二根。餘五十二尺多二根。折半得二十六尺多一根。為小分底乘大分底之面積。底邊自乘內。有大分底自乘之一正方。小分底自乘之一正方。小分底乘大分底之二長方。故減去二正方。餘數折半。即為小分底乘大分底之一長方也。此數與小分底之面積及大分底之面積。為相連比例三率。蓋大分底之面積為首率。而小分底乘大分底之面積為中率。小分底之面積為末率也。乃以首率大分底之面積二百八十九尺少一根。與末率小分底之面積一百尺少一根相乘。得二萬八千九百尺少三百八十九根多一平方。又以中率小分底乘大分底之面積二十六尺多一根自乘。得六百七十六尺多五十二根多一平方。此二數為相等。兩邊各加三百八十九根。得二萬八千九百尺多一平方與六百七十六尺多四百四十一根多一平方相等。兩邊各

垂線一根

小 一〇〇－ 一根		小乘大 二六－ 一根
大 二八九－ 一根		
二八九〇〇－三八九根十一平方	＝	六七六十五二根十一平方
二八九〇〇 十一平方	＝	六七六十四四一根十一平方
二八九〇〇	＝	六七六十四四一根
二八二二四	＝	四四一根
六四	＝	一根

減一平方。得二萬八千九百尺。與六百七十六尺多四百四十一根相等。兩邊再各減去六百七十六尺。得二萬八千二百二十四尺。與四百四十一根相等。二萬八千二百二十四尺既與四百四十一根相等。則六十四尺必與一根相等。即中垂線之面積。開平方得八尺。即中垂線也。此三角形求中垂線法。

設如有三角形。底十四尺。大腰與中垂線之較三尺。小腰與中垂線之較一尺。求中垂線及兩腰各幾何。

法借一根爲中垂線。則大腰爲一根多三尺。小腰爲一根多一尺。以一根自乘。得一平方。爲中垂線之面積。以一根多三尺自乘。得一平方多六根多九尺。爲大腰之面積。內減去中垂線之面積一平方。餘六根多九尺。爲大分底之面積。以一根多一尺自乘。得一平方多二根多一尺。爲小腰之面積。內減去中垂線之面積一平方。餘二根多一尺。爲小分底之面積。又以底十四尺自乘。得一百九十六尺。內減去大小兩分底之共面積八根

	垂線	一平方						
	大	六根	十	九		小乘大	九三一	四根
	小	二根	十	一				
一二平方	十	二四根	十	九	=	八六四九一七四四根十一六平方		
一二平方	十	七六八根	十	九	=	八六四九		十一六平方
		七六八根	十	九	=	八六四九		十 四平方
		七六八根	一八六四〇		=			四平方
		一九二根	一二一六〇		=			一平方
				一二	=			一根

多十尺。餘一百八十六尺少八根。折半得九十三尺少四根。為小分底乘大分底之面積。此數與大分底之面積及小分底之面積為相連比例三率。蓋大分底之面積為首率。而小分底乘大分底之面積為中率。小分底之面積為末率也乃以首率大分底之面積六根多九尺。與末率小分底之面積二根多一尺相乘。得十二平方多二十四根多九尺。又以中率之小分底乘大分底之面積九十三尺少四根自乘得八千六百四十九尺少七百四十四根多十六平方。此二數為相等。兩邊各加七百四十四根。得十二平方多七百六十八根多九尺與八千六百四十九尺多十六平方相等。兩邊各減十二平方。得七百六十八根多九尺。與八千六百四十九尺多四平方相等。兩邊再各減八千六百四十九尺。得七百六十八根少八千六百四十尺。與四平方相等。七百六十八根少八千六百四十尺。既與四平方相等。則一百九十二根少二千一百六十尺。必與一平方相等。乃以二千一百六十尺為長方積。以一百九十二根作一百九十二尺。為長闊和。用帶縱和數開平方法算之。得闊十二尺。為一根之數。卽中垂線。加三尺。得十五尺。卽大腰。加一尺。得十三尺。卽小腰也。此三角形和較相求法。

數理精蘊下編卷三十六

末部六

借根方比例

體類

設如有扁方體高十八尺。若將體積加六倍。則高與長闊皆相等。問長闊之各一邊及體積幾何

法借一根爲長闊之各一邊數。以一根自乘得一平方。爲扁方體之面積。再以高十八尺乘之。得十八平方。爲扁方體之體積。又以一根與一平方相乘得一立方。爲扁方體積之六倍。乃以扁方體之體積十八平方六因之。得一百零八平方。是爲一立方與一百零八平方相等。兩邊各降二位。得一根與一百零八尺相等。卽扁方體之長闊各一邊數也。以一百零八尺自乘得一萬一千六百六十四尺。再以十八尺乘之。得二十萬零九千九百五十二尺。爲扁方體積。六因之。得一百二十五萬九千七百一十二尺。與每邊一百零八尺自乘再乘之立方積相等。此扁方體邊線比例法也。蓋兩體之底面積既同。則其體積之比例。同於其高之比例。今扁方體之長闊各一邊。既與正方體之每一邊等。而正方體積爲扁方體積之六倍。則其高亦必爲六倍。故以扁方體之高數六因之。卽得長闊之各一邊數也。

一根　邊
一平方　面　　一八平方　體
一立方　＝　一〇八平方
一根　＝　一〇八

設如有一長方體。高三尺五寸。又有一正方體。其每一面積與長方體之底面積等。而長方體積爲正方體積之五倍。問正方體之一邊及體積各幾何。

法借一根爲正方體每邊之數。以一根自乘得一平方。爲正方體之面積。亦卽長方體之底面積。以一平方與高三十五寸相乘。得三十五平方。爲長方體之體積。又以一根自乘再乘。得一立方。爲正方體之體積。長方體積既爲正方體之五倍。乃以一立方五因之。得五立方。而與三十五平方爲相等。兩邊各降二位。得五根與三十五寸相等。五根既與三十五寸相等。則一根必與七寸相等。卽正方體之每一邊之數也。以七寸自乘再乘。得三百四十三寸。卽正方體之體積。又以七寸自乘。得四十九寸。再以三十五寸乘之。得一千七百一十五寸。卽長方體之體積。爲正方體積之五倍。此一長方體一正方體同底比例法也。蓋兩體之底面積既同。則其體積之比例。同於其高之比例。今正方體之每一面積。既與長方體之底面積等。而長方體積爲正方體積之五倍。則其高亦必爲五倍。故長方體之高之五分之一。卽正方體之每一邊之數也。

邊一根
面一平方
體一立方
五立方　＝三五平方
五根　＝三五
一根　＝　七

設如有一正方面形。又有一正方體形。但知正方面每邊爲正方體每邊之八倍。而正方面積與正方體積相等。問邊線積數各若干。

法借一根爲正方體每邊之數。則正方面每邊之數爲八根。以一根自乘再乘。得一立方。爲正方體積。以

八根自乘得六十四平方．爲正方面積．是爲一立方與六十四平方相等．兩邊各降二位．得一根與六十四尺相等．卽正方體每邊之數．八因之得五百一十二尺．卽正方面每邊之數．以五百一十二尺自乘得二十六萬二千一百四十四尺．爲正方面積．以六十四尺自乘再乘．亦得二十六萬二千一百四十四尺．爲正方體積．兩數相等也．此一平方一立方邊數積數比例法．

體邊一根			面邊八根
體積一立方	=		面積六四平方
一根	=		六四

設如有帶兩縱不同立方體．其高與闊之比例．同於四與六．闊與長之比例．同於六與九．其高與闊相乘之數．爲長數之四倍．問高闊長各幾何．

法借四根爲高數．六根爲闊數．九根爲長數．以高四根與闊六根相乘．得二十四平方．爲長數之四倍．乃以長數九根四因之．得三十六根．是爲二十四平方與三十六根相等．兩邊各降一位．得二十四根與三十六尺相等．二十四根既與三十六尺相等．則四根必與六尺相等．卽高數．六根必與九尺相等．卽闊數．九根必與一十三尺五寸相等．卽長數．以高六尺與闊九尺相乘．得五十四尺．四歸之．得一十三尺五寸．與長數相等也．此帶兩縱不同立方邊線面積比例法．

高四根		長九根
闊六根		
二四平方	=	三六根
二四根	=	三六
四根	=	六
六根	=	九
九根	=	一三五

設如有帶兩縱不同立方體．長二十四尺．高與闊和五十二尺．其高與闊相乘之積．與長自乘之積等．問高闊各若干．

法借一根爲高數。則闊數爲五十二尺少一根，以高一根與闊五十二尺少一根相乘。得五十二根少一平方。又以長二十四尺自乘得五百七十六尺。此二數爲相等。乃以五百七十六尺爲長方積。以五十二根作五十二尺爲長闊和。用帶縱和數開平方法算之。得闊十六尺。爲一根之數。卽立方之高數。與高闊和五十二尺相減。餘三十六尺。卽立方之闊數。以高十六尺與闊三十六尺相乘。得五百七十六尺。與長二十四尺自乘之數相等也。此帶兩縱不同立方邊線與面積比例法。

設如有帶兩縱不同立方體。高十二寸。長比闊多十寸。其長與闊相乘之積與高自乘之積等。問長闊各若干。

法借一根爲闊數。則長數爲一根多十寸。以闊一根與長一根多十寸相乘。得一平方多十根。以高十二寸自乘。得一百四十四寸。此二數爲相等。乃以一百四十四寸爲長方積。以十根作十寸爲長闊較。用帶縱較數開平方法算之。得闊八寸。爲一根之數。卽立方之闊數。加長比闊多十寸。得十八寸。卽立方之長數。以闊八寸與長十八寸相乘。得一百四十四寸。與高十二寸自乘之數相等也。此帶兩縱不同立方邊較與面積比例法。

設如有帶兩縱不同立方體。長比闊多四寸。闊比高多二寸。其體積比高自乘再乘之正方體多一百七十六寸。問長闊高各幾何。

	高一根	
闊五二	一一根	長二四
五二根	一一平方	＝五七六
	一根	＝一六

闊一根		
長一根	十一〇	高一二
一平方	十一〇根	＝一四四
一根		＝八

法借一根爲高數．則闊數爲一根多二寸．長數爲一根多六寸．以高一根與闊一根多二寸相乘．得一平方多二根．再以長一根多六寸乘之．得一立方多八平方多十二根．內減高數一根自乘再乘之一立方．餘八平方多十二根．與一百七十六寸相等．八平方多十二根．既與一百七十六寸相等．則一平方多一根半．必與二十二寸相等．乃以二十二寸爲長方積．以一根半作一寸五分爲長闊較．用帶縱較數開平方法算之．得闊四寸．爲一根之數．即立方之高數．加闊比高多二寸．得六寸．即立方之闊數．再加長比闊多四寸．得十寸．即立方之長數．以長闊相乘．以高再乘．得二百四十寸．爲立方體積．內減高四寸自乘再乘之六十四寸．餘一百七十六寸．以合原數也．此帶兩縱不同立方邊較與積較比例法．

高一根
闊一根＋二
長一根＋六
一立方＋八平方＋一二根
八平方＋一二根＝一七六
一平方＋一根半＝二二
一根＝四

設如一長方池．深二十尺．長闊和六十尺．其體積一萬七千二百八十尺．問長闊各若干．

法借一根爲闊數．則長數爲六十尺少一根．以闊一根與長六十尺少一根相

闊一根
長六〇－一根
一二〇〇根－二〇平方＝一七二八〇
六〇根－一平方＝八六四
一根＝二四

乘.得六十根少一平方.以深二十尺再乘.得一千二百根少二十平方.與一萬七千二百八十尺相等.一千二百根少二十平方.既與一萬七千二百八十尺相等.則六十根少一平方.必與八百六十四尺相等.乃以八百六十四尺爲長方積.以六十根作六十尺爲長闊和.用帶縱和數開平方法算之.得闊二十四尺.爲一根之數.卽池之闊數.與長闊和六十尺相減.餘三十六尺.卽池之長數.以長闊相乘.以深再乘.得一萬七千二百八十尺.以合原數也.此帶兩縱不同立方知一邊與兩邊和相求法.

設如一長方池.深三十尺.長比闊多十尺.其體積七萬一千二百八十尺.問長闊各若干.

法借一根爲闊數.則長數爲一根多十尺.以闊一根與長一根多十尺相乘.得一平方多十根.再以深三十尺乘之.得三十平方多三百根.與七萬一千二百八十尺相等.三十平方多三百根.既與七萬一千二百八十尺相等.則一平方多十根.必與二千三百七十六尺相等.乃以二千三百七十六尺爲長方積.以十根作十尺爲長闊較.用帶縱較數開平方法算之.得闊四十四尺.爲一根之數.卽池之闊數.加長比闊多十尺.得五十四尺.卽池之長數也.以長闊相乘.以深再乘.得七萬一千二百八十尺.以合原數也.此帶兩縱不同立方知一邊與兩邊較相求法.

闊一根
長一根十一〇
三〇平方十三〇〇根＝七一二八〇
一平方十一〇根＝二三七六
一根＝四四

設如有帶兩縱不同立方體.長闊高共五十八尺.長比闊多六尺.其對角斜線自乘之數爲一千一百五十六尺.問長闊高各幾何.

法借一根爲闊數。則長數爲一根多六尺。以長闊兩數相加。得二根多六尺。與長闊高共五十八尺相減。餘五十二尺少二根爲高數。以闊一根自乘得一平方爲闊自乘之數。以長一根多六尺自乘。得一平方多十二根多三十六尺。爲長自乘之數以高五十二尺少二根自乘得二千七百零四尺少二百零八根多四平方。爲高自乘之數。三自乘數相加。得二千七百四十尺少一百九十六根多六平方。與對角線自乘之一千一百五十六尺相等。兩邊各加一百九十六根。得二千七百四十尺多六平方。與一千一百五十六尺多一百九十六根相等。兩邊各減一千一百五十六尺。得一千五百八十四尺多六平方。與一百九十六根相等。一千五百八十四尺多六平方。既與一百九十六根相等。則二百六十四尺多一平方。必與三十二根又六分根之四相等。乃以二百六十四尺爲長方積。以三十二根六分根之四作三十二尺又六分尺之四。爲長闊和。用帶縱和數開平方法算之。得長十八尺。爲一根之數。即

闊一平方				
長一平方	十一二根	十三六		
高二七〇四	一二〇八根	十四平方		
二七四〇	一一九六根	十六平方	=	一一五六
二七四〇	十	六平方	=	一一五六十一九六根
一五八四	十	六平方	=	一九六根
二六四	十	一平方	=	三二根六之四
一八			=	一根

立方之闊加長比闊多六尺得二十四尺。即立方之長。長闊相加得四十二尺。與長闊高共五十八尺相減。餘十六尺。即立方之高也。以高十六尺自乘。得二百五十六尺。以闊十八尺自乘得三百二十四尺。以長二十四尺自乘得五百七十六尺。三自乘數相加得一千一百五十六尺。與對角斜線自乘之數相等也。此帶兩縱不同立方邊線面積和較相求法。

設如有帶兩縱不同立方體。其長闊高爲相連比例三率。長爲首率。闊爲中率。高爲末率。共五十七寸。其六面積共二千零五十二寸。問長闊高各幾何。

法借一根爲長數。則闊高之共數爲五十七寸少一根。又以六面積共二千零五十二寸。折半得一千零二十六寸。爲三面積共數。以長闊高共五十七寸除之。得一十八寸爲闊數。因長爲首率。闊爲中率。高爲末率。故其三面積一爲首率乘中率。一爲末率乘中率。一爲首率乘末率。而首率乘末率之數。與中率自乘之數等。則此三面積相合。即爲首率中率末率之共數乘中率之數矣。故以長闊高之共數除之。即得中率爲闊也。以闊一十八尺與闊高之共數五十七寸少一根相減。餘三十九寸少一根爲高數。乃以首率長一根與末率高三十九寸少一根相乘。得三十九根少一平方。與中率闊十八寸自乘之三百二十四寸相等。乃以三百二十四寸爲長方積。以三十九根作三十九寸爲長闊和。用帶縱和數開平方法算之。得長二十七寸爲一根之數。即立方之長數。與高長和三十九寸相減。餘一十二寸。即立方之高數。以長二十七寸與闊十八寸之比同於闊十八寸與高十

長一根
高三九　一一根　闊一八
三九根　一一平方　＝三二四
一根　＝　二七

二寸之比。爲相連比例三率也。此帶兩縱不同立方邊線面積相和比例法。

設如有帶兩縱不同立方體。其高與闊之比例。同於一與二。闊與長之比例。同於二與三。以高自乘再乘之數。與闊自乘再乘之數相加。比原體積多一千零二十九寸。問長闊高各幾何。

法借一根爲高數。則闊數爲二根。長數爲三根。以闊二根與長三根相乘。得六平方。再以高一根乘之。得六立方。爲原體積。又以高一根自乘再乘。得一立方。以闊二根自乘再乘。得八立方。相併得九立方。內減原體積六立方。餘三立方。與一千零二十九寸相等。三立方既與一千零二十九寸相等。則一立方必與三百四十三寸相等。乃以三百四十三寸開立方。得七寸。爲一根之數。即立方之高數。倍之得十四寸。即立方之闊數。三因之。得二十一寸。即立方之長數。以長二十一寸與闊十四寸相乘。得二百九十四寸。再以高七寸乘之。得二千零五十八寸。爲原體積。又以高七寸自乘再乘。得三百四十三寸。闊十四寸自乘再乘。得二千七百四十四寸。相併得三千零八十七寸。與原體積相減。餘一千零二十九寸。以合原數也。此帶兩縱不同立方邊線體積比例法。

積六立方
高一立方
闊八立方
三立方＝一〇二九
一立方＝三四三
一根＝七

設如有甲乙丙三正方體。甲方邊與乙方邊之比例。同於二與三。乙方積比甲方積多一百五十二寸。丙方積比乙方積多七百八十四寸。問三正方體之邊數各若干。

法借二根爲甲方每邊之數。則乙方每邊之數爲三根。以二根自乘再乘。得八立方。爲甲方之體積。以三

根自乘再乘。得二十七立方。爲乙方之體積。兩體積相減。餘一十九立方。與一百五十二寸相等。十九立方既與一百五十二寸相等。則一立方必與八寸相等。乃以八寸開立方。得二寸。爲一根之數。倍之得四寸。卽甲方每邊之數。三因之。得六寸。卽乙方每邊之數。自乘再乘得二百一十六寸。加七百八十四寸。得一千寸。開立方得十寸。卽丙方每邊之數也。此三正方體邊線體積比例法。

甲　八立方
乙二七立方
一九立方＝一五二
一立方＝八
一根＝二

設如有帶兩縱不同立方體。高比闊爲五分之一。闊比長亦爲五分之一。體積六十一萬四千一百二十五尺。問高闊長各幾何。

法借一根爲高數。則闊數爲五根。長數爲二十五根。以闊五根與長二十五根相乘。得一百二十五平方。再以高一根乘之。得一百二十五立方。與六十一萬四千一百二十五尺相等。一百二十五立方。既與六十一萬四千一百二十五尺相等。則一立方必與四千九百一十三尺相等。乃以四千九百一十三尺開立方。得十七尺。爲一根之數。卽立方之高。以五乘之。得八十五尺。卽立方之闊。以二十五乘之。得四百二十五尺。卽立方之長也。乃以長闊相乘。得三萬六千一百二十五尺。再以高乘之。得六十一萬四千一百二十五尺以合原數也。此帶分比例開立方法。

高　一根
闊　五根
長二五根
一二五立方＝六一四一二五
一立方＝四九一三
一根＝一七

設如有一大長方體。其闊三倍於高。其長三倍於闊。又有一小長方體。比大長方體高爲二分之一。闊爲三分之二。長爲九分之七。小長方體積二萬三千六百二十五寸。問大小二長方體之長闊高各幾何。

法借一根爲大長方體之高。則大長方體之闊爲三根。大長方體之長爲九根。小長方體之高爲半根。小長方體之闊爲二根。小長方體之長爲七根。乃以長七根與闊二根相乘。得一十四平方。再以高半根乘之。得七立方。爲小長方體積。與二萬三千六百二十五寸相等。七立方既與二萬三千六百二十五寸相等。則一立方必與三千三百七十五寸相等。乃以三千三百七十五寸開立方。得十五寸。爲一根之數。卽大長方體之高。三因之。得四十五寸。卽大長方體之闊。又以三因之。得一百三十五寸。卽大長方體之長。以大長方體之高折半。得七寸五分。卽小長方體之高。以大長方體之闊三歸二因。得三十寸。卽小長方體之闊。以大長方體之長九歸七因。得一百零五寸。卽小長方體之長。以小長方體之長闊相乘。再以高乘之。得二萬三千六百二十五寸。以合原數也。此帶分比例開立方法。

大高一根	小高半根
闊三根	闊二根
長九根	長七根
	小積七立方＝二三六二五
	一立方＝三三七五
	一根＝一五

設如有人買馬三次。第二次比第一次多一倍。第三次比第二次多一倍。以第三次馬數四分之一。與第二次馬數之一半相乘。又與第一次馬數三分之一相乘。得六千五百六十一四。問三次所買馬數各若干。

法借三根爲第一次買馬之數.第一次分母數.則第二次買馬之數爲六根.第三次買馬之數爲十二根.以第三次四分之一三根.與第二次之一半三根相乘.得九平方.又與第一次三分之一一根相乘.得九立方.與六千五百六十一匹相等.九立方既與六千五百六十一匹相等.則一立方必與七百二十九匹相等.乃以七百二十九匹開立方.得九匹.爲一根之數.三因之.得二十七匹.爲第一次買馬之數.倍之得五十四匹.爲第二次買馬之數.又倍之得一百零八匹.爲第三次買馬之數.以第三次四分之一二十七匹.與第二次一半二十七匹相乘.得七百二十九匹.再以第一次三分之一九匹乘之.得六千五百六十一匹.以合原數也.此帶分比例開立方法.

三根
六根
一二根
九立方＝六五六一
一立方＝　七二九
一根＝　　　九

設如有馬牛羊各不知數.但知牛數比馬數多四.羊數與馬牛相乘之數等.馬每匹之價與牛數等.牛每頭之價與馬數等.羊每隻之價比馬每匹價少十兩.而羊之共價爲一百九十二兩.問馬牛羊及價銀各若干.

法借一根爲馬數.則牛數爲一根多四.以馬數一根.與牛數一根多四相乘.得一平方多四根.爲羊數.馬價與牛數等.爲一根多四兩.則羊價

馬一根
牛一根＋四
羊一平方＋四根
羊價一根－六
羊價一立方－二平方－二四根＝一九二
一根＝八

爲一根少六兩。以羊數一平方多四根。與羊價一根少六兩相乘。得一立方少二平方少二十四根。爲羊之共價。與一百九十二兩相等。乃以一百九十二兩爲罄折扁方體積。用帶縱開立方法算之。得八爲一根之數。即馬數。亦即牛數。亦即牛每頭之價爲八兩也。加牛比馬多四得十匹爲牛數。亦即馬每匹之價爲十二兩也。以馬數八與牛數十二相乘。得九十六爲羊數。以羊數九十六歸除羊共價一百九十二兩。得二兩。爲羊每隻價比馬一匹之價少十兩也。此罄折扁方體求邊法。

設如有馬騾運重。其共馬數比馬每匹所馱之數多二十。騾每匹所馱之數比共馬數多三十。其共騾數與馬所馱之共數等。但知騾共馱一千一百萬斤。問馬數騾數及所馱之斤數各若干。

法借一根爲共馬數。則馬每匹所馱之斤數爲一根少二十斤。騾每匹所馱之數爲一根多三十斤。以共馬數一根與馬每匹馱一根少二十斤相乘。得一平方少二十根。爲馬所馱之共數。亦即共騾數。再以騾每匹馱一根多三十斤乘之。得一立方多十平方少六百根。爲騾所馱之共數。與一千一百萬斤相等。乃以一千一百萬斤爲罄折長方體積。用帶縱開立方法算之。得二百二十。爲一根之數。即共馬數。減二十餘二百斤。爲馬每匹所馱之數。以共馬二百二十匹與馬每匹所馱之二百

馬一根
馬馱一根　二〇
騾一平方 − 二〇根
騾馱一根 ＋ 三〇
共馱立方 ＋一〇平方 −六〇〇根＝一一〇〇〇〇〇〇
一根＝二二〇

斤相乘得四萬四千斤。爲馬所馱之共數。亦卽共騾數。以共騾四萬四千匹歸除一千一百萬斤得二百五十斤。爲騾每匹所馱之數。比共馬數二百二十多三十也。

此磬折長方體求邊法。

設如有大小二正方體邊數共二尺六寸。體積共五千零九十六寸。問二正方體邊數體積各幾何。

法借一根爲小方每邊之數。則大方每邊之數爲二十六寸少一根。以一根自乘再乘得一立方。爲小方之體積。以二十六寸少一根自乘再乘。得一萬七千五百七十六寸少二千零二十八根多七十八平方少一立方。爲大方之體積。兩體積相加。得一萬七千五百七十六寸少二千零二十八根多七十八平方。與五千零九十六寸相等。兩邊各加二千零二十八根。得一萬七千五百七十六寸多七十八平方與五千零九十六寸多二千零二十八根相等。兩邊各減五千零九十六寸。得一萬二千四百八十寸多七十八平方。與二千零二十八根相等。一萬二千四百八十寸多七十八平方。既與二千零二十八根相等。則一百六十寸多一平方。必與二十六根相等。乃以一百六十寸

小積 一立方

大積 一七五七六−二〇二八根＋七八平方 −一立方

一七五七六−二〇二八根＋七八平方 ＝五〇九六

一七五七六 ＋七八平方 ＝五〇九六＋二〇二八根

一二四八〇 ＋七八平方 ＝ 二〇二八根

一六〇 ＋ 一平方 ＝ 二六根

一〇 ＝ 一根

爲長方積。以二十六根作二十六寸爲長闊和。用帶縱和數開平方法算之。得闊十寸。爲一根之數。即小方每邊之數。與共邊二十六寸相減。餘一十六寸。即大方每邊之數。以十寸自乘再乘得一千寸。即小方之體積。以十六寸自乘再乘得四千零九十六寸。即大方之體積。兩體積相加共五千零九十六寸以合原數也。此二正方體有邊和積和求邊法。

設如有大小二正方體。大方邊比小方邊多四尺。大方積比小方積多一千二百一十六尺。問二正方體邊數體積各幾何。

法借一根爲小方每邊之數。則大方每邊之數爲一根多四尺。以一根自乘再乘得一立方。爲小方之體積。以一根多四尺自乘再乘得一立方多十二平方多四十八根多六十四尺。爲大方之體積。兩體積相減得十二平方多四十八根多六十四尺。與一千二百一十六尺相等。兩邊各減六十四尺。得十二平方多四十八根。與一千一百五十二尺相等。十二平方多四十八根。既與一千一百五十二尺相等。則一平方多四根。必與九十六尺相等。乃以九十六尺爲長方積。以四根作四尺爲長闊較。用帶縱較數開平方法算之。得闊八尺。爲一根之數。即小方每邊之數。加四尺。得一十二尺。即大方每邊之數。

小積　一立方

大積　一立方＋一二平方＋四八根＋六四

一二平方＋四八根＋六四＝一二一六

一二平方＋四八根＝一一五二

一平方＋四根＝九六

一根＝八

以八尺自乘再乘.得五百一十二尺.即小方之體積.以一十二尺自乘再乘.得一千七百二十八尺.即大方之體積.兩體積相減.餘一千二百一十六尺.以合原數也.此二正方體有邊較積較求邊法.

設如有大小二正方體.大方邊比小方邊多二尺.體積共一千零七十二尺.問二正方體邊數體積各幾何.

法借一根爲小方每邊之數.則大方每邊之數爲一根多二尺.以一根自乘再乘.得一立方.爲小方之體積.以一根多二尺自乘再乘.得一立方多六平方多十二根多八尺.爲大方之體積.兩體積相加.得二立方多六平方多十二根多八尺.與一千零七十二尺相等.兩邊各減去八尺.得二立方多六平方多十二根.與一千零六十四尺相等.二立方多六平方多十二根.既與一千零六十四尺相等.則一立方多三平方多六根.必與五百三十二尺相等.乃以五百三十二尺爲磬折長方體積.用帶縱開立方法算之.得七尺.爲一根之數.即小方每邊之數.加二尺.得九尺.即大方每邊之數.以七尺自乘再乘.得三百四十三尺.即小方之體積.以九尺自乘再乘.得七百二十九尺.即大方之體積.兩體積相加.得一千零七十二尺.以合原數也.此二正方體有邊較積和求邊法.

小積	一立方				
大積	一立方	+六平方	+一二根	+八	
	二立方	+六平方	+一二根	+八	=一〇七二
	二立方	+六平方	+一二根		=一〇六四
	一立方	+三平方	+六根		=五三二
			一根		=七

設如有大小二正方體．邊數共十四尺．大方積比小方積多二百九十六尺．問二正方體之邊數體積各幾何．

法．借一根爲小方每邊之數．則大方每邊之數爲十四尺少一根．以一根自乘再乘．得一立方．爲小方之體積．以十四尺少一根自乘再乘．得二千七百四十四尺少五百八十八根多四十二平方少一立方．爲大方之體積．兩體積相減．得二千七百四十四尺少五百八十八根多四十二平方少二立方．與二百九十六尺相等．兩邊各加二立方．又加五百八十八根．得二立方多五百八十八根多二百九十六尺．與二千七百四十四尺多四十二平方相等．兩邊各減去二百九十六尺．又各減去四十二平方．得二立方少四十二平方多五百八十八根．與二千四百四十八尺相等．二立方少四十二平方多五百八十八根．既與二千四百四十八尺相等．則一立方少二十一平方多二百九十四根．必與一千二百二十四尺相等．乃以一千二百二十四尺爲磬折扁方體積．用帶縱開立方法算之．得六尺．爲一根之數．卽小方每邊之數．與共邊數十四尺相減．餘八尺．卽大方

小積 一立方

大積 二七四四－五八八根＋四二平方－一立方

二九六＝二七四四－五八八根＋四二平方－二立方

二立方＋五八八根＋二九六＝二七四四＋四二平方

二立方－四二平方＋五八八根＝二四四八

一立方－二一平方＋二九四根＝一二二四

一根＝六

每邊之數．以六尺自乘再乘．得二百一十六尺．爲小方之體積．以八尺自乘再乘．得五百一十二尺．爲大方之體積．兩體積相減．餘二百九十六尺．以合原數也．此二正方體有邊和積較求邊法．

設如勾股積二百四十尺．股弦較四尺．問勾股弦各幾何．

法借一根爲股數．則弦爲一根多四尺．以一根自乘．得一平方．爲股自乘之數．以一根多四尺自乘．得一平方多八根多十六尺．爲弦自乘之數．內減去股自乘之一平方．餘八根多十六尺．爲勾自乘之數．凡勾自乘之數．與勾股相乘之數．及股自乘之數．爲相連比例三率．乃以首率勾自乘之八根多十六尺．與末率股自乘之一平方相乘．得八立方多十六平方．又以勾股積二百四十尺倍之．得四百八十尺爲中率．自乘得二十三萬零四百尺．是爲八立方多十六平方．與二十三萬零四百尺相等．八立方多十六平方．既與二十三萬零四百尺相等．則一立方多二平方．必與二萬八千八百尺相等．乃以二萬八千八百尺爲長方體積．用帶縱開立方法算之．得三十尺．爲一根之數．卽股數．加股弦較四尺．得三十四尺．卽弦數．又以股三十尺除倍積四百八十尺．得十六尺．卽勾數也．此有勾股積有股弦較求勾股弦法．

股一平方
弦一平方＋八根＋一六
勾八根＋一六
八立方＋一六平方＝二三〇四〇〇
一立方＋二平方＝二八八〇〇
一根＝三〇

設如勾股積二百四十尺．勾弦和五十尺．問勾股弦各幾何．

法借一根爲勾數。則弦爲五十尺少一根。以一根自乘。得一平方。爲勾自乘之數。以五十尺少一根自乘得二千五百尺少一百根多一平方。爲弦自乘之數。內減去勾自乘之一平方。餘二千五百尺少一百根。爲股自乘之數。凡勾自乘之數。與勾股相乘之數。及股自乘之數。爲相連比例三率。則以首率勾自乘之一平方。與末率股自乘之二千五百尺少一百根相乘。得二千五百平方少一百立方。又以勾股積二百四十尺倍之。得四百八十尺。爲中率。自乘得二十三萬零四百尺。是爲二千五百平方少一百立方。與二十三萬零四百尺相等。二千五百平方少一百立方。既與二十三萬零四百尺相等。則一平方少二十五分立方之一。必與九十二尺一十六寸相等。乃以九十二尺一十六寸爲扁方體積。用帶縱開立方法算之。得一十六尺。爲一根之數。卽勾數。與勾弦和五十尺相減。餘三十四尺。卽弦數。又以勾十六尺除倍積四百八十尺。得三十尺。卽股數也。此有勾股積有勾弦和求勾股弦法。

勾一平方
弦二五〇〇 一一〇〇根 十一平方
股二五〇〇 一一〇〇根
二五〇〇平方一一〇〇立方 ＝二三〇四〇〇
一平方一 二五立方之一＝ 九二一六
一根 ＝ 一六

設如有數十萬爲一率。作相連比例四率。使一率與四率相加。與二率三倍等。問二率三率四率各幾何。

法借一根爲二率。以二率一根自乘。得一平方。以一率十萬除之。得十萬分平方之一。爲三率。又以二率一根與三率十萬分平方之一相乘。得十萬分立方之一。以一率十萬除之。得一百億分立方之一。爲四

率。將四率俱以百億乘之。則一率爲一千兆。二率爲一百億根。三率爲一十萬平方。四率爲一立方。因四率爲百億分立方之一。以百億乘之。則得一整立方。故將餘三率俱以百億乘之。其比例始相當也。乃以一率與四率相加。得一千兆多一立方。又以二率三倍之。得三百億根。是爲三百億根與一千兆多一立方相等。兩邊各減去一立方。得三百億根少一立方與一千兆相等。乃以一千兆爲實。以三百億根爲法。用割圜內新增益實歸除法算之。得三萬四千七百二十九。爲一根之數。卽相連比例之第二率也。以二率自乘。一率除之。得一萬二千零六十一。爲相連比例之第三率。又以二率與三率相乘。一率除之。得四千一百八十七。爲相連比例之第四率。乃以一率與四率相加。得一十萬零四千一百八十七。與二率之三倍相等也。此卽求圜內容十八邊法，

一率一○○○○○　　一率一○○○○○○○○○○○○○○○

二率一根　　二率一○○○○○○○○○○根

三率一○○○○○平方之一　　三率一○○○○○平方

四率一○○○○○○○○○○立方之一　　四率一立方

三○○○○○○○○○根

＝一○○○○○○○○○○○○○○○＋一立方

三○○○○○○○○○○根－一立方

＝一○○○○○○○○○○○○○○○

一根＝　三四七二九

設如有數十萬爲一率。作相連比例四率。使一率與

四率相加。與二率兩倍再加一三率之數等。問二率三率四率各幾何。

法借一根為二率。以二率一根自乘。得一平方。以一率十萬除之。得十萬分平方之一為三率。以二率一根與三率十萬分平方之一相乘。得十萬分立方之一。以一率十萬除之。得一百億分立方之一為四率。將四率俱以百億乘之。則一率為一千兆。二率為一百億根。三率為一十萬平方。四率為一立方。乃以一率與四率相加。得一千兆多一立方。又以二率倍之。得二百億根。加一三率。得二百億根多十萬平方。是為二百億根多十萬平方與一千兆多一立方相等。兩邊各減去一立方。得二百億根多十萬平方少一立方。與一千兆相等。乃以一千兆為實。以二百億根為法。用割圜內益實兼減實歸除法算之。得四萬四千五百零四為一根之數。即相連比例之第二率也。以二率自乘。一率除之。得一萬九千八百零六為相連比例之第三率。又以二率與三率相乘。一率除之。得八千八百一十四為相連比例之第

一率 一〇〇〇〇〇　　一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 一根　　二率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇根

三率 一〇〇〇〇〇平方之一　　三率 一〇〇〇〇〇平方

四率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇立方之一　　四率 一立方

二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇根十一〇〇〇〇〇平方

＝一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇十一立方

二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇根十一〇〇〇〇〇平方一一立方

＝一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

一根＝　四四五〇四

四率.乃以一率與四率相加.得一十萬零八千八百一十四.與二率兩倍加一三率之數相等也.此即求圜內容十四邊法.

設如有大小二正方面.大方每邊爲小方每邊之二倍.若以兩面積相乘.得五萬八千五百六十四尺.問二方邊面積各幾何.

法借一根爲小方每邊之數.則大方每邊數爲二根.以一根自乘得一平方.爲小方之面積.以二根自乘.得四平方.爲大方之面積.以一平方與四平方相乘.得四三乘方.爲兩方面積相乘之數.與五萬八千五百六十四尺相等.四三乘方既與五萬八千五百六十四尺相等.則一三乘方必與一萬四千六百四十一尺相等.乃以一萬四千六百四十一尺爲三乘方積.用開三乘方法算之.得十一尺.爲一根之數.即小方每邊之數.倍之得二十二尺.即大方每邊之數.以十一尺自乘.得一百二十一尺.即小方之面積.以二十二尺自乘.得四百八十四尺.即大方之面積.兩面積相乘.得五萬八千五百六十四尺.以合原數也.此開三乘方法.

小一根	一平方
大二根	四平方
	四三乘＝五八五六四
	一三乘＝一四六四一
	一根＝　　一一

設如有解錢糧船.不言數.但知每船所載銀鞘之數比船數加一倍.每鞘內銀數與共鞘數等.其共銀數爲五百三十四萬五千三百四十四兩.問船數鞘數各若干.

法借一根爲船數.則每船所載鞘數爲二根.以一根與二根相乘.得二平方.爲共鞘數.亦爲每鞘內銀數.

自乘得四三乘方與五百三十四萬五千三百四十四兩相等。四三乘方既與五百三十四萬五千三百四十四兩相等。則一三乘方必與一百三十三萬六千三百三十六兩相等。乃以一百三十三萬六千三百三十六兩為三乘方積。用開三乘方法算之。得三十四為一根之數。即船數。倍之得六十八。即每船之鞘數。以船數三十四與每船所載鞘數六十八相乘。得二千三百一十二。為共鞘數。亦即每鞘內之銀數。自乘得五百三十四萬五千三百四十四兩。以合原數也。此開三乘方法。

船一根
鞘二根
共鞘二平方
共銀四三乘＝五三四五三四四
一三乘＝一三三六三三六
一根＝三四

設如有一正方。又有一長方。二方面積共二十三萬六千一百九十六尺。長方之長比正方面積多二十四尺。長方之闊比正方面積少二十尺。問二方邊面積各幾何。

法借一根為正方每邊之數。自乘得一平方。為正方之面積。則長方之長為一平方多二十四尺。長方之闊為一平方少二十尺。長闊相乘。得一三乘方多四平方少四百八十尺。為

正方邊一根
正方積一平方
長一平方十二四
闊一平方－二〇
長方積一三乘十四平方－四八〇
一三乘十五平方－四八〇＝二三六一九六
一三乘十五平方＝二三六六七六
一根＝二二

長方面積。加正方面積之一平方。得一三乘方多五平方少四百八十尺。爲二方之共面積。與二十三萬六千一百九十六尺相等。兩邊各加四百八十尺。得一三乘方多五平方與二十三萬六千六百七十六尺相等。乃以二十三萬六千六百七十六尺爲帶縱三乘方積。用帶縱開三乘方法算之。得二十二。爲一根之數。卽正方每邊之數。自乘得四百八十四尺。爲正方面積。加二十四尺。得五百零八尺。爲長方之長減二十尺。得四百六十四尺。爲長方之闊。長闊相乘。得二十三萬五千七百一十二尺。爲長方面積。兩面積相加。得二十三萬六千一百九十六尺。以合原數也。此帶縱開三乘方法。

設如有一長方。其面積五百二十七丈。又有大小二正方。其面積共一千二百五十丈。大正方邊與長方之長等。小正方邊與長方之闊等。問長方之長闊各幾何。

法借一根爲大方每邊之數。自乘得一平方。爲大方之面積。則小方之面積爲一千二百五十丈少一平方。此大方面積。與長方面積。及小方面積。爲相連比例三率。乃以首率大方面積一平方。與末率小方面積一千二百五十丈少一平方相乘。得一千二百五十平方少一三乘方。又以長方面積五百二十七丈爲中率。自乘得二十七萬七千七百二十九丈。此兩數爲相等。乃以二十七萬七千七百二十九丈爲帶縱三乘方積。用帶縱開三乘方法算之。得三十一。爲一根之數。卽大方每邊之數。亦卽長方之長。以長三十一丈除長方面積五百

大方 一平方

小方 一二五〇 －一平方　長方 五二七

一二五〇平方 －一三乘 ＝ 二七七七二九

一根 ＝ 三一

二十七丈得十七丈。即長方之闊。亦即小正方每邊之數。乃以三十一丈自乘。得九百六十一丈。爲大方積。積以十七丈自乘。得二百八十九丈。爲小方面積。兩面積相加。得一千二百五十丈。以合原數也。此帶縱開三乘方法。

設如有一方臺。俱係正方石砌成。其用石之塊數。與每一石之面積等。其共石之體積爲五十三萬七千八百二十四寸。問用石之塊數及每一石之邊數若干。

法借一根爲每一石之邊數。自乘得一平方。爲每一石之面積。亦即所用石之塊數。再乘得一立方。爲每一石之體積。與所用石之塊數一平方相乘。得一四乘方。爲共石之體積。與五十三萬七千八百二十四寸相等。乃以五十三萬七千八百二十四寸。爲四乘方積。用開四乘方法算之。得一十四寸。爲一根之數。即每一石之邊數。自乘得一百九十六寸。爲每一石之面積。亦即所用石之塊數。再乘得二千七百四十四寸。爲每一石之體積。與所用石之塊數相乘。得五十三萬七千八百二十四寸。以合原數也。此開四乘方法。

邊一根
面一平方
積一立方
共積一四乘＝五三七八二四
一根＝一四

設如有二十四正方體。又有一扁方體。共積八百二十九萬四千四百寸。扁方體之高。與正方體之邊數等。扁方體之長與闊。俱與正方體之面積等。問正方體扁方體之邊數各若干。

法借一根爲正方體每邊之數。亦即扁方體之高數。以一根自乘。得一平方。爲正方體之面積。亦即扁方

體之長與闊再乘。得一立方。為正方體之積。以二十四乘之。得二十四立方。為二十四正方體之共積。又以扁方體之長闊一平方自乘。得一三乘方。再以高一根乘之。得一四乘方。為扁方體之積。兩積數相加。得一四乘方多二十四立方與共體積八百二十九萬四千四百寸相等。乃以八百二十九萬四千四百寸為帶縱四乘方積。用帶縱開四乘方法算之。得二十四寸。為一根之數。即正方體之每邊。亦即扁方體之高。自乘得五百七十六寸。為正方體之面積。亦即扁方體之長與闊。再乘得一萬三千八百二十四寸。為一正方體之積。以二十四乘之。得三十三萬一千七百七十六寸。為二十四正方體之共積。又以扁方體之長闊五百七十六寸自乘。再以高二十四寸乘之。得七百九十六萬二千六百二十四寸。為一扁方體積。兩積相加。得八百二十九萬四千四百寸以合原數也。此帶縱開四乘方法。

正　一根
正　一立方
共正　二四立方
扁　一四乘
一四乘＋二四立方＝八二九四四〇〇
一根＝二四

設如有商人貿易。第一次之銀數比原本銀加一倍。第二次之銀數。與第一次銀自乘再乘之數等。第三次之銀數。與第一次銀自乘又乘第二次銀之數等。將第三次之銀數與第二次之銀數相加。得三萬三千。三百八十兩。問原本銀數及每次銀數各若干。

法借一根為原本銀數。則第一次之銀數為二根。自乘再乘。得八立方。為第二次之銀數。以第一次自乘

之四平方。與第二次之八立方相乘。得三十二四乘方。爲第三次之銀數與第二次之銀數八立方相加。得三十二四乘方多八立方。與三萬三千二百八十兩相等。三十二四乘方多八立方。既與三萬三千二百八十兩相等。則一四乘方多四分立方之一。必與一千零四十兩相等。乃以一千零四十兩爲帶縱四乘方積。用帶縱開四乘方法算之。得四兩。爲一根之數。卽原本銀數也。倍之得八兩。爲第一次之銀數。自乘再乘。得五百一十二兩。爲第二次之銀數。又以第一次銀數八兩自乘之六十四兩。與第二次之銀數五百一十二兩相乘。得三萬二千七百六十八兩。爲第三次之銀數。與第二次之銀數相加。得三萬三千二百八十兩。以合原數也。

本　一根
一次　二根
二次　八立方
三次　三二四乘
三二四乘＋八立方＝三三二八〇
一四乘＋四立方之一＝一〇四〇
一根＝四

此帶縱開四乘方法。

設如有一小長方體。闊爲高之二倍。長爲高之三倍。又有一大長方體。其每邊之比例。與小長方體同。其高數與小長方體長闊相乘之數等。體積八萬二千九百四十四尺。問二長方體長闊高各幾何。

法借一根爲小長方體之高。則闊爲二根。長爲三根。長闊相乘得六平方。爲大長方體之高。倍之得十二平方。爲大長方體之闊。三因之得十八平方。爲大長方體之長。長闊相乘。再以高乘之。得一千二百九十六五乘方。爲大長方體積。與八萬二千九百四十四尺相等。一千二百九十六五乘方。既與八萬二千九

百四十四尺相等。則一五乘方必與六十四尺相等。乃以六十四尺爲五乘方積。用開五乘方法算之。得二尺爲一根之數。即小長方體之高倍之得四尺。即小長方體之闊三因之得六尺。即小長方體之長。長闊相乘。得二十四尺。即大長方體之高倍之得四十八尺。即大長方體之闊。三因之。得七十二尺。即大長方體之長。長闊相乘再以高乘之。得八萬二千九百四十四尺以合原數也。此開五乘方法。

小高　一根
大高　六平方
闊　一二平方
長　一八平方
積　一二九六五乘＝八二九四四
一五乘＝六四
一根＝二

設如有大小二正方體。大方體積比小方體積多一千七百四十四寸。以小方邊與大方邊相乘。得一百四十寸。問二正方體之邊數體積各幾何。

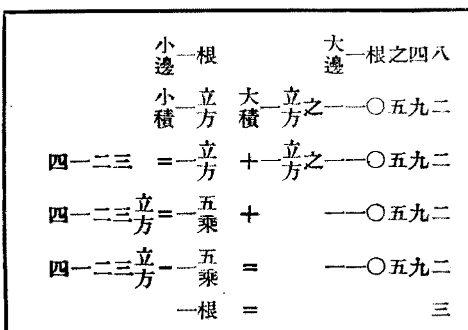
法借一根爲小方體每邊之數。以一根除一百四十寸。得一根之一百四十寸。爲大方體每邊之數。以一根自乘再乘得一立方。爲小方體積數。以一根之一百四十寸自乘再乘。得一立方之二百七十四

小邊　一根　　大邊　一根之一四〇
小積　一立方　大根　一立方之二七四四〇〇〇
一七四四＝一立方之二七四四〇〇〇－一立方
一七四四立方＝二七四四〇〇〇－一五乘
一五乘＋一七四四立方＝二七四四〇〇〇
一根＝一〇

萬四千寸。爲大方體積。內減小方體積一立方。餘一立方之二百七十四萬四千寸少一立方。與一千七百四十四寸相等。兩邊各以立方乘之。得一千七百四十四立方與二百七十四萬四千寸少一五乘方相等。兩邊各加一五乘方。得一五乘方多一千七百四十四立方。與二百七十四萬四千寸相等。乃以二百七十四萬四千寸爲帶縱五乘方積。用帶縱開五乘方法算之。得十寸。爲一根之數。卽小方體每邊之數。以十寸除一百四十寸。得一十四寸。卽大方體每邊之數。以小方體每邊十寸自乘再乘。得一千寸。爲小方體積。以大方體每邊十四寸自乘再乘。得二千七百四十四寸。爲大方體積。兩體積相減。餘一千七百四十四寸。以合原數也。此帶縱開五乘方法。

設如有大小二正方體。共積四千一百二十三寸。以小方邊與大方邊相乘。得四十八寸。問二正方體之邊數體積各幾何。

法借一根爲小方體每邊之數。以一根除四十八寸。得一根之四十八寸。爲大方體每邊之數。以一根自乘再乘。得一立方。爲小方體積。以一根之四十八寸自乘再乘。得一立方之一十一萬零五百九十二寸。爲大方體積。兩體積相加。得一立方多一立方之一十一萬零五百九十二寸。與四千一百二十三寸相等。兩邊各以立方乘之。得四千一百二十三立方。與一五乘方多一十一萬零五百九十二寸



相等。兩邊各減一五乘方。得四千一百二十三立方少一五乘方。與一十一萬零五百九十二寸相等。乃以一十一萬零五百九十二寸爲帶縱五乘方積。用帶縱開五乘方法算之。得三寸。爲一根之數。即小方體每邊之數。以三寸除四十八寸。得十六寸。爲大方體每邊之數。以小方體每邊三寸自乘再乘。得二十七寸。爲小方體積數。以大方體每邊十六寸自乘再乘。得四千零九十六寸。爲大方體積數。兩體積相加。得四千一百二十三寸。以合原數也。此帶縱開五乘方法。

設如有一長方體積二千一百八十七尺。其高數自乘與闊等。闊數自乘與長數等。問高闊長各若干。

法借一根爲高。自乘得一平方爲闊。以闊自乘。得一三乘方爲長。長闊相乘。得一五乘方。再以高乘之。得一六乘方。爲長方體積。與二千一百八十七尺相等。乃以二千一百八十七尺爲六乘方積。用開六乘方法算之。得三尺。爲一根之數。即長方之高。自乘得九尺。即長方之闊。以闊自乘。得八十一尺。爲長方之長。乃以長闊相乘。再以高乘之。得二千一百八十七尺。以合原數也。此開六乘方法。

高一根
闊一平方
長一三乘
一六乘＝二一八七
一根＝三

設如甲丙正方花園二所。園中各有正方水池一面。甲池每邊爲丙池每邊之三倍。甲園每邊與甲池之面積等。丙園每邊與丙池之面積等。若以兩園之面積相乘。得五百三十萬八千四百一十六尺。問園池每邊各若干。

法借一根爲丙池每邊之數。則甲池每邊之數爲三根。以一根自乘。得一平方。爲丙池之面積。即丙園每

邊之數。自乘得一三乘方。爲丙園之面積。以三根自乘得九平方。爲甲池之面積。卽甲園每邊之數。自乘得八十一三乘方。爲甲園之面積。兩園之面積相乘得八十一七乘方。與五百三十萬八千四百一十六尺相等。八十一七乘方旣與五百三十萬八千四百一十六尺相等。則一七乘方必與六萬五千五百三十六尺相等。乃以六萬五千五百三十六尺爲七乘方積。用開七乘方法算之。得四尺。爲一根之數。卽丙池每邊之數。三因之。得十二尺。卽甲池每邊之數。以甲池每邊十二尺自乘。得一百四十四尺。爲甲池之面積。卽甲園每邊之數。以丙池每邊四尺自乘。得一十六尺。爲丙池之面積。卽丙園每邊之數。以甲園每邊一百四十四尺自乘。得二萬零七百三十六尺。卽甲園之面積。以丙園每邊十六尺自乘。得二百五十六尺。卽丙園之面積。乃以兩園面積相乘。得五百三十萬八千四百一十六尺。以合原數也。此開七乘方法。

設如有甲乙丙三長方體。甲方之高爲闊二分之一。乙方之高與闊。爲甲方之二倍。丙方之高與闊。爲甲方之三倍。俱不知長。甲方體積與面積自乘之數等。乙方之體積與高闊相併乘甲方面積之數等。丙方之體積與乙方體積自乘再乘之數等。今但知丙方體積八十八萬四千七百三十六丈。問三方高闊長各若干。

一三乘 園積　一平方 園邊　一根 丙池

八一三乘 園積　九平方 園邊　三根 甲池

八一七乘＝五三〇八四一六

一七乘＝六五五三六

一根＝四

法借一根爲甲方之高.則甲方之闊爲二根.乙方之高亦爲二根.乙方之闊爲四根.丙方之高爲三根.丙方之闊爲六根.以甲方高一根與闊二根相乘.得二平方.卽甲方之面積.自乘得四三乘方.卽甲方之體積.乙方高二根與闊四根相併得六根.與甲方面積二平方相乘.得十二立方.卽乙方之體積.自乘再乘.得一千七百二十八八乘方.卽丙方之體積.與八十八萬四千七百三十六丈相等.一千七百二十八八乘方.既與八十八萬四千七百三十六丈相等.則一八乘方.必與五百一十二丈相等.乃以五百一十二丈爲八乘方積.用開八乘方法算之.得二丈.爲一根之數.卽甲方之高.倍之得四丈.卽甲方之闊.高闊相乘.得八丈.卽甲方之面積.自乘得六十四丈.卽甲方之體積.又將甲方高二丈倍之.得四丈.卽乙方之高.將甲方闊四丈倍之.得八丈.卽乙方之闊.高闊相併.得一十二丈.與甲方面積八丈相乘.得九十六丈.卽乙方之體積.又以高四丈闊八丈相乘.得三十二丈.以除體積九十六丈.得三丈.卽乙方之長.又將甲方高二丈三因之.得六丈.卽丙方之高.將甲方闊四丈三因之.得一十二丈.卽丙方之闊.以乙方體積九十六丈自乘再乘.得八十八萬四千七百三十六丈.卽丙方之體積.又高六丈闊十二丈相乘得七十二丈.以除體積八十八萬四千七百三十六丈.得一萬二千二百八十八丈.卽丙方之長也.此開八乘方法.

甲高	一根	闊二根	二平方		
乙高	二根	闊四根	一二立方		
丙高	三根	闊六根	一七二八八乘	=	八八四七三六
			一八乘	=	五一二
			一根	=	二

設如有客船不言數.但云每船之人數與船數等.每人之本銀數與船數自乘再乘之數等.其共銀自乘之數爲六千零四十六萬六千一百七十六兩.問船數人數各若干.

法借一根爲船數.亦爲每船之人數.以一根自乘得一平方.爲共人數.再乘得一立方.爲每人本銀數.與一平方相乘.得一四乘方.爲共銀數.以一四乘方自乘得一九乘方.爲本銀自乘之數.與六千零四十六萬六千一百七十六兩相等.乃以六千零四十六萬六千一百七十六爲九乘方積.用開九乘方法算之.得六.爲一根之數.卽船數.亦卽每船之人數.自乘得三十六.爲共人數.再乘得二百一十六.爲每人之銀數.以三十六人乘之.得七千七百七十六兩.爲共銀數.自乘得六千零四十六萬六千一百七十六兩.以合原數也.此開九乘方法.

船一根

共人一平方

銀一立方

共銀一四乘

一九乘＝六〇四六六一七六

一根＝六

數理精蘊下編卷三十七

末部七

難題

算術之學。不外於線面體。其間比例相求。或借根借方等法。既已分門別類於前。然設問中有紆迴繁雜之不同者。非審詳明辯。則何以得其統緒。玆又探賾鉤深。編為難題一卷。俾學者殫思覯變。以不迷於入算之方。庶幾數理之微。人心之巧。由此引而伸之。觸類而長之。將以窮天下之變。亦不難也。

設如甲乙丙三人值班。甲三日一次。乙四日一次。丙五日一次。問三人何日同班。

法以三日與四日相乘得十二日。再與五日相乘得六十日。即三人同班之日也。此法葢因六十為三四五皆可以度盡之數。三與四相乘得十二日。是甲乙同班之日。而不能與丙同班。三與五相乘得十五日。是甲丙同班之日。而不能與乙同班。四與五相乘得二十日。是乙丙同班之日。而不能與甲同班。惟六十日為甲第二十次值班之日。為乙第十五次值班之日。為丙第十二次值班之日。故為三人同班之日也。

三四
一二　五
六〇

設如有錢不知總數。以三數之餘二文。以五數之餘三文。以七數之亦餘二文。問錢總數幾何。

法先以三數之率定為七十。五數之率定為二十一。七數之率定為十五。乃以三數之率七十與餘二相

乘。得一百四十。以五數之率二十一與餘三相乘。得六十三。以七數之率十五與餘二相乘。得三十。三數相併。得二百三十三。又以三五七遞乘。得一百零五。於二百三十三內減兩次。餘二十三。即總錢數也。此法以三數之率定爲七十者。以其用七數五數皆盡。惟用三數之餘一也。今以餘二相乘得一百四十。則是用七數五數皆盡。惟用三數之餘二矣。以五數之率定爲二十一者。以其用三數七數皆盡。惟用五數之餘一也。今以餘三相乘得六十三。則是用三數七數皆盡。惟用五數之餘三矣。以七數之率定爲十五者。以其用三數五數皆盡。惟用七數之餘一也。今以餘二相乘得三十。則是用三數五數皆盡。惟用七數之餘二矣。以此三數相併。自爲三數餘二、五數餘三、七數餘二之數。又以三五七遞乘得一百零五者。此數用三五七皆可數盡。故二百三十三雖爲三數餘二、五數餘三、七數餘二之數。然減去一百零五餘一百二十八。以三五七數之。其所餘之數仍同也。即再減去一百零五餘二十三。以三五七數之。其所餘之數亦同也。是以問數在一百零五以下必二十三。如問數在一百零五以上。必一百二十八。或二百三十三。如原數更在二百三十三以上。則遞加一百零五求之。必有合也。至其作率之法。不過一乘一減。如以三五七命算。則以五

七〇
二
一四〇

二一
三
六三

一五
二
三〇

一四〇
六三
三〇
二三三
一〇五
一二八
一〇五
〇二三

三數　七十
五數　二十一
七數　十五

三
五
一五
七
一〇五

七相乘得三十五。以三減之餘二。不可爲率。以其所餘爲二。難與他數相乘也。故將三十五倍之得七十。以三減之餘一。故七十卽爲三數之率。三七相乘得二十一。以五減之餘一。故二十一卽爲五數之率。三五相乘得一十五。以七減之餘一。故十五卽爲七數之率。或以五數七數九數命算。皆倣此例推之。

設如三人治田。一人日耘七畝。一人日耕三畝。一人日種五畝。今令一人自耕自種自耘。問一日治田幾何。

法以七畝三畝五畝連乘。得一百零五畝。爲治田總衰數。以每日耘七畝除之。得十五日。爲耘田衰數。以每日耕三畝除之。得三十五日。爲耕田衰數。以每日種五畝除之。得二十一日。爲種田衰數。三數相併。得七十一日爲一率。一百零五畝爲二率。一日爲三率。得四率一畝四分七釐有餘。卽每日自耕自種自耘之數也。此法葢因一日耘七畝。則一百零五畝須耘十五日。一日耕三畝。則一百零五畝須耕三十五日。一日種五畝。則一百零五畝須種二十一日。併之得七十一日。是一人自耕自種自耘治田一百零五畝。卽知一日治田一畝四分七釐有餘也。

一率	七十一日
二率	一百零五畝
三率	一日
四率	一畝四分七釐有餘

設如甲乙二人。甲借乙本銀一千二百兩。已經還訖。仍欠四月利銀。今乙又借甲銀八百兩。欲與前利銀抵兌。問得月數幾何。

法以今借銀八百兩爲一率。原借銀一千二百兩爲二率。原欠利銀四月作一百二十日爲三率。得四率

一百八十日。以三十日歸之得六月。爲所求之日數也。蓋甲借乙之銀數多。故月數少。乙借甲之銀數少故月數多。而其利相等爲轉比例四率也。

一率	八百兩
二率	一千二百兩
三率	一百二十日
四率	一百八十日

設如原買小布一疋。長一丈八尺。闊一尺三寸。價一錢一分七釐。今買大布一疋。長二丈五尺。闊一尺六寸。問價幾何。

法以原布長一丈八尺闊一尺三寸相乘。得二十三尺四十寸爲一率。價一錢一分七釐爲二率。今布長二丈五尺闊一尺六寸相乘。得四十尺爲三率。求得四率二錢。即今布之價也。凡物惟長不同。或惟闊不同。則各以其長闊爲比例。今長闊俱不同。故以其長闊各相乘。爲面與面之比例也。

一率	二十三尺四十寸
二率	一錢一分七釐
三率	四十尺
四率	二錢

設如有銀三百九十六兩。令甲乙丙丁四人分之。甲得二分之一又多十兩。乙得五分之三內少二十兩。丙得三分之一又多八兩。丁得四分之一內少六兩。問四人各得銀數幾何。

法先以總銀三百九十六兩內減去甲多十兩丙多八兩餘三百七十八兩。又加乙少二十兩丁少六兩。共得四百零四兩。爲各分之總銀數。乃以甲分母二、乙分母五、丙分母三、丁分母四連乘之。得一百二十爲總衰數。於總衰一百二十內取二分之一。得六十爲甲衰。取五分之三得七十二爲乙衰。取三分之一。

得四十爲丙衰．取四分之一．得三十爲丁衰．併之得二百零二衰爲一率．以各分總銀數四百零四兩爲二率．一衰爲三率．得四率二兩．乃以二兩用甲衰六十乘之．得一百二十兩．加所多十兩．得一百三十兩．卽甲所分之銀數．用乙衰七十二乘之．得一百四十四兩．內減所少二十兩．餘一百二十四兩．卽乙所分之銀數．用丙衰四十乘之．得八十兩．加所多八兩．得八十八兩．卽丙所分之銀數．用丁衰三十乘之．得六十兩．減所少六兩．餘五十四兩．卽丁所分之銀數．將四人所分之銀數併之．得三百九十六兩．以合原數也．

一率	二百零二衰
二率	四百零四兩
三率	一衰
四率	二兩

設如甲乙丙三商貨殖二年．共得利銀八千五百八十兩．甲原出本銀三千兩．至滿八月收回一千兩．至滿十九月．又添一千二百兩．乙原出本銀二千四百兩．至滿六月收回八百兩．至滿十五月又添一千四百兩．丙原出本銀二千兩．滿七月悉收回．至滿十七月別出本銀一千六百兩．問各人分得利銀若干．

法以甲本銀三千兩與八月相乘．滿八月收回一千兩．是八月以前皆爲三千兩．得二萬四千兩．又以收回一千兩與原本銀三千兩相減．餘二千兩．以八月與十九月相減．餘十一月．八月收回一千兩餘二千兩．十九月後方添一千二百兩．則是八月以後．十九月以前．此十一月皆爲二千兩．以十一月與二千兩相乘．得二萬二千兩．又以二千兩加所添一千二百兩．得三千二百兩．以十九月與二年之二十四月相減．餘五月．十九月後添一千二百兩．是十九月以後．二十四月以前．此五月皆爲三千二百兩．以五月與三千二百兩相乘．得一萬六千兩．

以三得數相併。共六萬二千兩。爲甲之共衰數。乙本銀二千四百兩。與六月相乘。滿六月收回八百兩。是六月以前。皆爲二千四百兩。得一萬四千四百兩。又以收回八百兩與原本銀二千四百兩相減。餘一千六百兩。以六月與十五月相減。餘九月。六月後收回八百兩。餘一千六百兩。十五月後方添一千四百兩。是六月以後。十五月以前。此九月皆爲一千六百兩。以九月與一千六百兩相乘。得一萬四千四百兩。又以一千六百兩加所添一千四百兩。得三千兩。以十五月與二年之二十四月相減。餘九月。十五月後添一千四百兩。是十五月以後。二十四月以前。此九月皆爲三千兩。以九月與三千兩相乘。得二萬七千兩。三數相併。共五萬五千八百兩。爲乙之共衰數。丙本銀二千兩。與七月相乘。滿七月悉收回。則七月以前。皆爲二千兩。得一萬四千兩。又以十七月與二十四月相減。餘七月。與別出本銀一千六百兩相乘。七月悉收回不算外。至第十七月方出本一千六百兩。是十七月以後。二十四月以前。此七月也。得一萬一千二百兩。二數相併。共二萬五千二百兩。爲丙之共衰數。以甲乙丙三衰數相併。甲六萬二千。乙五萬五千八百。丙二萬五千二百。共得一十四萬三千兩爲一率。總利銀八千五百八十兩爲二率。一兩爲三率。求得四率六分。以各人衰數乘之。甲得三千七百二十兩。乙得三千三百

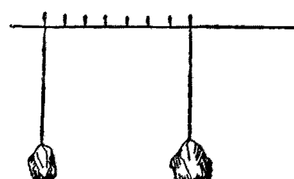
甲衰數六萬二千兩

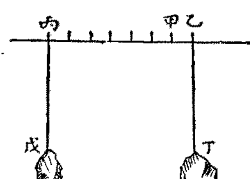
乙衰數五萬五千八百兩

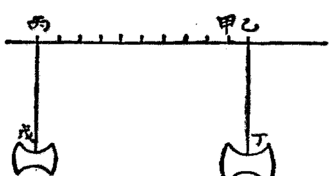
丙衰數二萬五千二百兩

一率	一十四萬三千兩
二率	八千五百八十兩
三率	一兩
四率	六分

四十八兩。丙得一千五百一十二兩。爲各人所
得利銀之數也。
設如有一大石。不知其重。但知一小石重四兩。
求大石重幾何。
法用一木杆結繫於中。兩端令平。乃以大石掛
於一端以小石作砝稱之。如大石距提繫一寸。
小石距提繫六寸得平則以一寸爲一率。小石
重四兩爲二率。六寸爲三率。求得四率二十四
兩卽大石之重也。如圖甲乙爲大石距提繫一寸。甲丙爲小石距提繫六
寸。丁爲大石。戊爲小石。戊小石之重卽甲乙之分。丁大石之重。卽甲丙之
分。故甲乙與戊小石之比。同於甲丙與丁大石之比也。
設如有銀大小二錠。共重十五兩。求大小錠各重幾何。
法用一木杆結繫於中。兩端令平。乃以大錠小錠各掛一端。如大錠距提
繫四寸。小錠距提繫六寸得平。則以四寸六寸相加得十寸爲一率。共重
十五兩爲二率。大錠距提繫四寸爲三率。得四率六兩。卽小錠之重。如以
小錠距提繫六寸爲三率。則得四率九兩。卽大錠之重也。如圖甲乙爲大







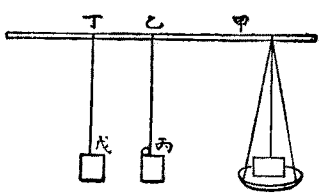
錠距提繫四寸.甲丙爲小錠距提繫六寸.故以甲乙、甲丙共分與丁戊共重之比.同於甲乙與戊小錠之比.亦同於甲丙與丁大錠之比也.

設如以戥稱銀.戥數不足.將砝上加四兩稱之.得二百兩.原砝重八兩.問銀實重幾何.

法以原砝重八兩爲一率.又以原砝八兩與加四兩相併.得十二兩爲二率.以今稱二百兩爲三率.得四率三百兩.爲原銀之重數也.如圖甲乙爲二百兩之分.丙爲砝重十二兩.試將甲乙戥衡引長至丁.甲丁爲三百兩之分.戊爲原砝重八兩.甲乙乘丙砝.卽與甲丁乘戊砝之數等.故以戊砝與甲乙之比.同於丙砝與甲丁之比.爲轉比例四率也.

設如戥子失去墜砝.欲配一砝.不知輕重.以重三兩之物.用六錢之砝稱之.得四兩.問原砝重幾何.

法以原重三兩爲一率.今稱得四兩爲二率.今砝重六錢爲三率.求得四率八錢.卽原砝之重也.如圖甲乙爲戥盤距提繫之分.丙爲物重.甲丁爲三兩之分.戊爲原砝.甲己爲四兩之分.庚爲今砝.以比例論之.甲乙與戊砝之比.同於甲丁與丙重之比.又甲乙與庚砝之

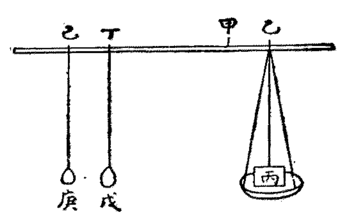


比。同於甲己與丙重之比。是甲丁乘戊砣卽與甲己乘庚砣之數等。故以甲丁與庚砣之比。卽同於甲己與戊砣之比。爲轉比例四率也。

設如河口上寬十尺。下寬六尺。深五尺。求每日流水幾何。

法以木板一塊。置於水面。用驗時儀墜子候之。看六十秒內木板流遠幾丈。如流遠十丈。卽以十丈變爲一百尺。乃以河上寬十尺與下寬六尺相加。折半得八尺。與河深五尺相乘得四十尺。又與水板流遠一百尺相乘得四千尺。卽六十秒內所流之數。又以六十秒收爲一分爲一率。水流四千尺爲二率。以每日二十四小時化爲一千四百四十分一小時爲四刻。一刻爲十五分。爲三率。求得四率五千七百六十萬尺。卽一日內所流之數也。此法先用木板以驗水流之緩急。水急則木隨水流亦急。水緩則木隨水流亦緩。看木之緩急卽知水流之多少。故先求得河口面積。再以遠乘之。卽得水流之積數也。

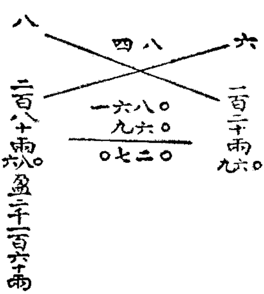
設如有房一所。不知間數。亦不知房價。但云每房六間。每年



一率	一分
二率	四千尺
三率	一千四百四十分
四率	五千七百六十萬尺

租銀二十四兩。五年後適得本銀。每房八間。每年租銀三十五兩。八年後得本銀外。又得利銀二千一百六十兩。問房數房價各幾何。

法以五年與每年二十四兩相乘。得一百二十兩。以八年與每年三十五兩相乘。得二百八十兩。是為每房六間租一百二十兩適足。每房八間租二百八十兩。盈二千一百六十兩。乃以六間互乘二百八十兩。得一千六百八十兩。以八間互乘一百二十兩。得九百六十兩。相減餘七百二十兩為一率。以六間與八間相乘。得四十八間為二率。以利銀二千一百六十兩為三率。得四率一百四十四間。即房之總數也。又以六間為一率。五年得一百二十兩為二率。總房一百四十四間為三率。得四率二千八百八十兩。即房價。或以八間為一率。八年得二百八十兩為二率。總房一百四十四間為三率。得四率五千零四十兩。內減利銀二千一百六



一率	七百二十兩
二率	四十八間
三率	二千一百六十兩
四率	一百四十四間

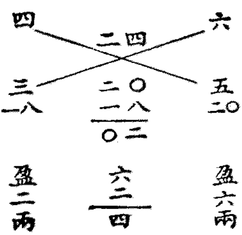
一率	六間
二率	一百二十兩
三率	一百四十四間
四率	二千八百八十兩

一率	八間
二率	二百八十兩
三率	一百四十四間
四率	五千零四十兩

十兩。亦得二千八百八十兩爲房價也。此法蓋因五年八年之數不同。故以五年八年與每年銀數相乘作總得租銀算也。

設如有銀買物。不知銀數亦不知物價。但云取銀六分之五買之。則多六兩。取銀四分之三買之。仍多二兩。問銀數及物價各幾何。

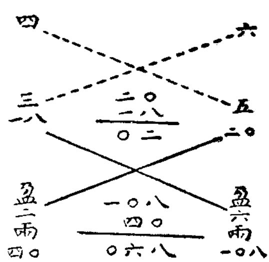
法以前分母六互乘後分子三得十八。以後分母四互乘前分子五得二十。相減餘二分爲一率。盈六兩與盈二兩相減。餘四兩爲二率。兩分母互乘得二十四分爲三率。求得四率四十八兩。卽爲銀數。取六分之五爲四十兩。減盈六兩得三十四兩爲物價。或取四分之三得三十六兩。減盈二兩亦得三十四兩爲物價也。



一率	二率	三率	四率
二分	四兩	二十四分	四十八兩

又先得物價之法。以前分母六互乘後分子三得十八。以後分母四互乘前分子五得二十。又以十八互乘盈六兩得盈一百零八兩。爲加十八倍。以二十互乘盈二兩得盈四十兩。爲加二十倍。乃以十八倍與二十倍相減。餘二倍爲一率。互乘所得兩盈數相減。餘六十八兩爲二率。一倍爲三率。求得四率三十四兩卽物價。加盈六兩得四十兩。卽原銀六分之五。乃用五歸六因得四十八兩爲原

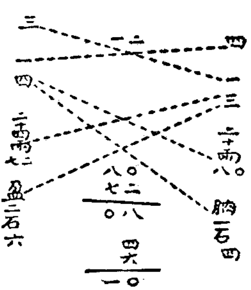
銀數。或於物價三十四兩加盈二兩得三十六兩。卽原銀四分之三。乃用三歸四因。亦得四十八兩爲原銀數也。此盈朒單法因帶分母子不同。故用通分互乘以齊其分耳。



一率	二倍
二率	六十八兩
三率	一倍
四率	三十四兩

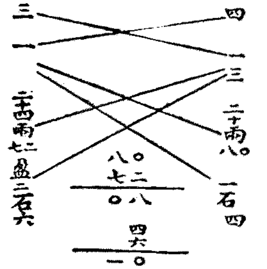
設如有銀買米。不知米數。亦不知米價。只云買米四分之一用銀二十兩。則米少一石。若買三分之一用銀二十四兩。則米多二石。問米數及米價各幾何。

法以前分母四互乘後分子一得四。以後分母三互乘前分子一得三。乃以互乘所得後分子四、互乘二十兩得八十兩。互乘朒一石得朒四石。又以互乘所得前分子三、互乘二十四兩得七十二兩。互乘盈二石得盈六石。乃以朒四石與盈六石相加。得十石爲一率。八十兩與七十二兩相減。餘八兩爲二率。一石爲三率。求得四率八錢。卽米一石之價也。既得米價。乃以八錢除二十兩得二十五

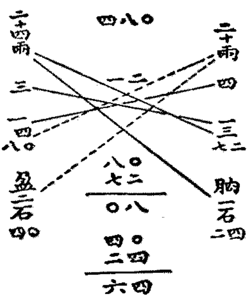


一率	十石
二率	八兩
三率	一石
四率	八錢

石。減朒一石餘二十四石。爲米四分之一。以四因之得九十六石卽米數。或以八錢除二十四兩得三十石。加盈二石得三十二石。爲米三分之一。以三因之亦得九十六石爲米數也。蓋以分母互乘、前則爲十二分之三。後則爲十二分之四。兩分母互乘得十二。又以分子互乘、前則爲米十二分。兩分子互乘亦得十二分。用銀八十兩。朒四石。後則爲米十二分。用銀七十二兩。盈六石。夫米之分數旣同。而銀差八兩。則盈朒差十石。故知十石價八兩。卽知一石價八錢也。此雙套盈朒之法。但有米之分數。又有石數。故立法微不同。若止帶零分。則惟用通分法。餘俱與雙套盈朒之法同。

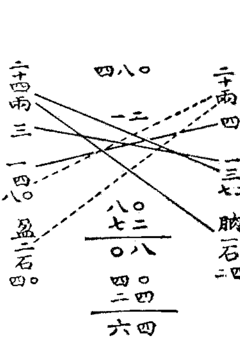


又先得米數之法。以銀數列於上。分數列於下。乃以前分母四互乘後分子一得四。以後分母三互乘前分子一得三。又以二十兩互乘後所得分子四得八十分。互乘盈二石得盈四十石。以二十四兩互乘前所得分子三得七十二分。互乘朒一石得朒二十四石。乃以七十二分與八十分相減。餘八分爲一率。朒二十四石與盈四十石相加。得六十四石爲二率。兩分母互乘得十二分爲三率。求

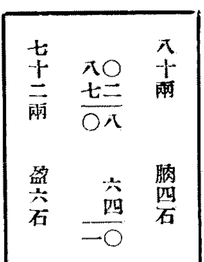


一率	八分
二率	六十四石
三率	一十二分
四率	九十六石

得四率九十六石.即原米數也.既得米數.四歸之得二十四石.加朒一石得二十五石.以除二十兩得八錢爲米價.或將米數三歸之得三十二石.減盈二石餘三十石.以除二十四兩亦得八錢爲米價也.葢用互乘、前則爲四百八十兩.二十兩與二十四兩互乘得四百八十兩.買米十二分之七十二.朒二十四石.後則爲四百八十兩.買米十二分之八十.盈四十石.夫銀數既同.而米差八分.則盈朒相差六十四石.故知八分爲六十四石.即知十二分爲九十六石也.



又法以二十兩朒一石.俱用四因之.得八十兩朒四石.因四分之一價二十兩.故用四因爲米總價.又以二十四兩盈二石.俱用三因之.得七十二兩盈六石.因三分之一價二十四兩.故用三因爲米總價.



作盈朒單法算.以朒四石與盈六石相加.得十石爲一率.八十兩與七十二兩相減.餘八兩爲二率.一石爲三率.求得四率八錢.即米一石之價也.此法葢因分數整齊.故可比例而得其全分之價.若有奇零.則須用前法.或用通分法算之.

一率	十石
二率	八兩
三率	一石
四率	八錢

設如有一數不知幾何．但云以三乘之再加一十．又以四乘之再加二十．又以五乘之再加三十．又以六乘之再加四十．共得六千七百．問原數幾何．

法先以所加之一十以四乘之．又以五乘之．又以六乘之．得一千二百．再以所加之二十以五乘之．又以六乘之．得六百．再以所加之三十以六乘之．得一百八十．乃以所得之三數相加．得一千九百八十．併所加之四十．共二千零二十．與共數六千七百相減．餘四千六百八十．為連乘之整數．乃借一衰為原數．以三乘之．仍得三．又以四乘之．得一十二．又以五乘之．得六十．又以六乘之．得三百六十．衰為一率．原數一衰為二率．以連乘整數四千六百八十為三率．求得四率十三．即為原數也．此法蓋因三乘原數外加一十．而又用四乘五乘六乘．則此一十已用四乘五乘六乘矣．四乘後加二十．而又用五乘六乘．則此二十已用五乘六乘矣．五乘後加三十．而又用六乘．則三十已用六乘矣．故將一十二十三十之數亦用連乘．併後所加之四十與共數相減．然後為三四五六與原數連乘之整分．而以三四五六連乘所得之三百六十與原數一為比例．即同於今三四五六連乘所得之四千六百八十與原數十三之比例也．

一率	三百六十
二率	一
三率	四千六百八十
四率	一十三

設如甲乙二車運糧．甲車先行二日．乙車後行五日追及甲車．比乙車運價少五錢．又甲車先行二日．乙車後行七日追過甲車八十里．甲車比乙車運價少一兩一錢．問甲乙二車日行里數及運價各幾何．

法以乙車五日為正．甲車七日為負．里數相等作一空位．甲車先行二日乙車行五日追及．是乙車行五日甲車行

七日其里數相等。運價多五錢爲正。列於上。又以乙車七日爲正。甲車九日爲負。過八十里爲正。運價多一兩一錢爲正。列於下。乃以上乙五日遍乘下乙七日甲九日多八十里多一兩一錢。得乙三十五日仍爲正。甲四十五日仍爲負。多行四百里運價多五兩五錢仍爲正。又以下乙七日遍乘上乙五日甲七日運價多五錢。得乙三十五日仍爲正。甲四十九日仍爲負。多三兩五錢仍爲正。相等無可乘仍爲空位。於是以上層爲主。兩下相較。則乙各三十五日彼此減盡。甲兩下相減餘四日。本層少變負爲正。里數無可加減。仍得四百里爲正。價兩下相減餘二兩。依本層爲正。卽甲車四日行四百里運價二兩也。以四日除四百里得一百里。爲甲車每日所行之里數。以四日除二兩得五錢。卽甲車每日之運價。以乙車七日比甲車九日多行八十里價多一兩一錢計之。則甲車九日行九百里。加多八十里共九百八十里。爲乙車七日所行之里數。以七日除之得一百四十里。卽乙車每日所行之里數。甲車九日運價四兩五錢。加多一兩一錢共五兩六錢。爲乙車七日之運價。以七日除之得八錢。卽乙車每日之運價也。此法因有里數運價二種。或名疊脚。然不過除兩次耳。若里數爲較。運價爲和。難以分列正負者。則分兩法算之。

乙	甲	里	價
五正	七負	〇	五正
七正	九負	八〇正	一一正
三五正	四五負	四〇〇正	五五正
三五正	四九負	〇	三五正
〇〇	〇四正	四〇〇正	二〇正

設如甲乙丙三人。有銀各不知數。只云甲得乙銀二分之一。乙得丙銀三分之一。丙得甲銀四分之一。則

各得七百兩。問三人原銀各幾何。

法先以甲三分乙一分共七百兩列於上。甲原銀四分・丙得去一分餘三分・又得乙一分・故爲甲三分乙一分共七百兩・丙無數作空位以足其分・又以甲一分丙二分共七百兩列於下丙原銀三分・乙得去一分餘二分・又得甲一分・故爲甲一分丙二分共七百兩・乙無數亦作空位以足其分・乃以上甲三分遍乘下甲一分丙二分共七百兩得甲三分丙六分共二千一百兩。又以下甲一分遍乘上甲三分乙一分共七百兩。仍得原數。於是以下層爲主。兩下相較。則甲各三分彼此減盡。乙一分無可減仍爲一分。依本層爲正。丙六分無可減仍爲六分。本層無數則爲負。銀兩下相減餘一千四百兩。本層少爲負。卽乙一分比丙六分少一千四百兩也。次以乙一分爲正丙六分爲負少一千四百兩爲負列於上。又以乙一分丙一分共七百兩列於下。乙原銀二分・甲得去一分餘一分・又得丙一分・故爲乙一分丙一分共七百兩・因爲和數故不用號・因首色皆爲一。故省互乘。兩下相較。則乙各一分彼此減盡。丙六與丙一相加得七分。銀一千四百與七百相加。得二千一百兩。卽

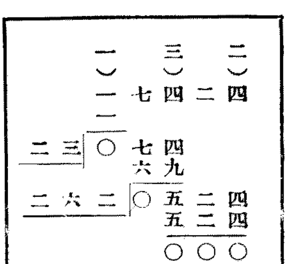
甲	乙	丙	銀
三	一	○	七○○
一	○	二	七○○
三	○	六	二一○○
三	一	○	七○○
○	一正	六負	一四○○負

乙	丙	銀
一正	六負	一四○○負
一	一	七○○
○	七	二一○○

爲丙七分之共數。以七除之得三百兩。爲丙一分之數。以丙原銀三分乘之得九百兩。爲丙之銀數。以乙一分丙一分共七百兩計之。則於七百兩內減去丙一分三百兩餘四百兩。即乙一分之數。以乙原銀二分乘之得八百兩爲乙之銀數。以甲三分乙一分共七百兩計之。則於七百兩內減去乙一分四百兩。餘三百兩。三歸之得一百兩。即甲一分之數。以甲原銀四分乘之得四百兩爲甲之銀數也

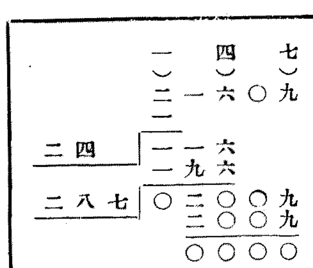
設如有長方面積八百六十四步。一長二闊三和四較共三百一十二步。問長闊各幾何。

法以積數八因之得六千九百一十二步。爲大長方形積。乃以長闊和較共數三百一十二步爲長闊和。折半得一百五十六步爲半和。自乘得二萬四千三百三十六步與六千九百一十二步相減。餘一萬七千四百二十四步。開平方得一百三十二步爲半較。與半和一百五十六步相減得二十四步爲原闊數。以闊除原積八百六十四步得三十六步。爲原長數也。此法葢因三和內有三長三闊加一長二闊共四長五闊。如以四較加於四闊。則又成四長。是共得八長一闊。此二百一十二步即八長一闊之共數。今將原積八倍之。成一大長方形。其闊即原闊。其長爲原長之八倍。故以三百一十二爲長闊和。求得闊即爲原闊。以原闊除原積即得原長也。



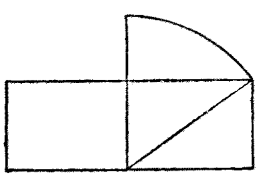
設如買果木樹。不知樹數。亦不知樹價。但知樹每株之價爲樹共數之六倍。而每株脚錢六文。其脚錢并樹價共三千六百文。問樹每株價及樹數各幾何。

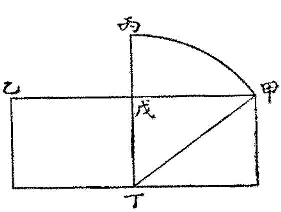
法先以共錢三千六百文、六因之得二萬一千六百文爲長方積。脚錢六文爲縱多。爰以縱多六文折半得三文爲半較。自乘得九文。與二萬一千六百文相加。得二萬一千六百零九文。開平方得一百四十七文爲半和。內減半較三文得一百四十四文爲樹每株之價。六歸之得二十四。爲樹之共數也。此法以樹數爲闊。樹價并脚錢爲長。成長方形。因每株之價爲樹數之六倍。是長爲闊之六倍又多六文。故六倍其積。則長比闊多六文。故以帶縱開方法算之。得闊爲樹價。六歸之得樹數也。



設如一河寬一丈二尺。中間生一蒲草出水面三尺。斜引蒲稍至岸。適與岸齊。問蒲長水深各幾何。

法以河寬一丈二尺折半得六尺爲勾。以蒲稍出水三尺爲股弦較。乃以勾六尺自乘得三十六尺。以股弦較三尺除之得一十二尺爲股弦和。加股弦較三尺得一十五尺。折半得七尺五寸爲弦。卽蒲之長。內減股弦較三尺。餘四尺五寸爲股。卽水之深也。如圖甲乙爲河寬。丙丁爲蒲長。與甲丁等。戊丁爲水深。丙戊爲蒲稍出水三尺。故戊丁爲股。甲戊爲勾。甲丁爲弦。丙戊爲股弦較。用有勾有股弦較之法。求得股爲水深。得弦爲蒲之長

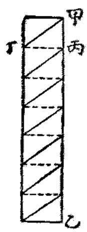




也。

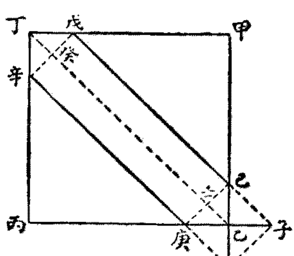
設如圓柱高二十一尺。周四尺。以繩自底至末繞柱七周。與柱適齊。問繩長幾何。

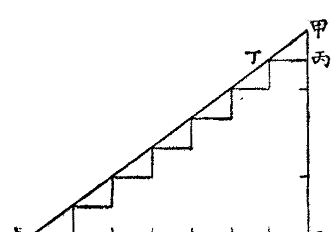
法以柱周四尺七因之得二十八尺爲股。柱高二十一尺爲勾。求得弦三十五尺。卽繩之長也。此法蓋合七勾股爲一勾股算也。如圖甲乙爲柱高二十一尺。甲丙爲七分之一。若將柱面平鋪之成一平面則丙丁卽柱周四尺。甲丁卽繩繞柱之一周。成甲丙丁勾股形。今柱高爲甲丙之七倍。繩長爲甲丁之七倍。故將柱周亦加七倍。成甲乙戊勾股形。甲乙爲勾。乙戊爲股。求得甲戊弦卽繩長也。



設如一方匣內對角斜容一比例尺。長一尺一寸。寬三寸。問匣方邊幾何。

法以比例尺寬三寸與長一尺一寸相加得一尺四寸。自乘折半開方得九寸八分九釐九毫。卽方匣之邊數也。如圖甲乙丙丁方匣內容戊己庚辛比例尺。丁乙爲對角斜線。癸壬爲比例尺之長。壬乙與丁癸二段與己庚寬度等。蓋以己庚度作己子丑庚正方形。則乙爲方之中心。壬乙爲己庚方邊之一半與壬庚等。而壬乙與丁癸兩段卽與己庚等。故以比列尺

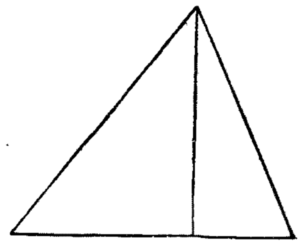
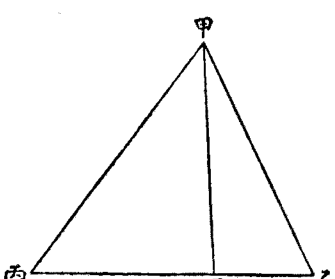




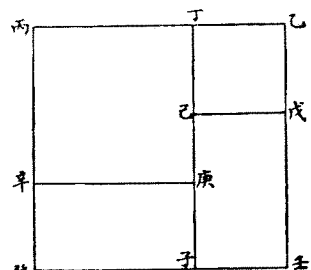
之長闊相加。即爲丁乙對角斜線。用斜求方之法。自乘折半開方。即得方邊也。

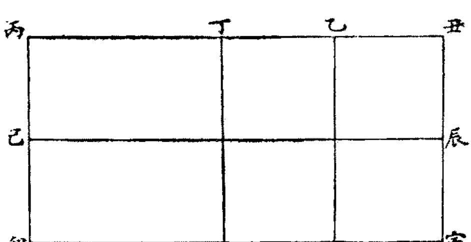
設如三角形底二丈八尺。小腰與中垂線之較二尺。大腰與中垂線之較六尺。問兩腰各幾何。

法借一衰爲中垂線。則小腰爲一衰多二尺。小腰與中垂線之和爲二衰多二尺。與小腰較二尺相乘。得四衰多四尺。爲小分底自乘方積。大腰爲一衰多六尺。大腰與中垂線之和爲二衰多六尺。與大腰較六尺相乘。得十二衰多三十六尺。爲大分底自乘方積。以兩方積相較。則大分底方爲小分底方之三倍多二十四尺。大分底方十二衰爲小分底方四衰之三倍。卽將小分底方四衰多四尺以三因之。得十二衰多十二尺。與大分底方十二衰多三十六尺相減。仍餘二十四尺。乃以底二十八尺自乘。得七百八十四尺。內減去所多之二十四尺。餘七百六十尺。爲小分底自乘四正方。小分底乘大分底二長方積。折半得三百八十尺。爲小分底自乘二正方。小分底乘大分底一長方積。共成一大長方。底二十八尺爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊十尺爲小

分底。自乘得一百尺。以小腰較二尺除之。得五十尺爲小腰與中垂線之和、內加小腰較二尺得五十二尺。折半得二十六尺卽小腰。又以小腰較二尺與大腰較六尺相減。餘四尺。卽大腰與小腰之較。與小腰二十六尺相加。得三十尺卽大腰也。如圖甲乙丙三角形。甲乙爲小腰。甲丙爲大腰。乙丙爲底。自甲角作甲丁垂線。則分爲甲丁乙、甲丁丙兩勾股形。以甲乙、甲丁股弦和與甲乙、甲丁股弦較相乘。則得乙丁勾自乘之乙戊己丁正方形。見勾股法。以甲丁、甲丙股弦和與甲丁、甲丙股弦較相乘。則得丁丙勾自乘之丁庚辛丙正方形。丁庚辛丙正方形既爲乙戊己丁正方形之三倍多二十四尺。故於乙壬癸丙大正方形內減去二十四尺。餘者卽與乙戊己丁三正方等。是共得乙戊己丁四正方。戊壬子己。庚子癸辛、爲大分底乘小分底二長方。共成丑寅卯丙一長方形。折半得丑辰巳丙長方形。乙丙卽長闊之較。故用

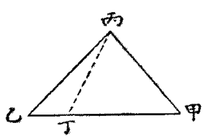




帶縱較數開平方法算之。得闊爲乙丁小勾。自乘以股弦較除之得股弦和。故加股弦較折半。即得甲乙爲弦也。或求得甲丙邊。亦同。

設如甲乙丙三角形甲角五十三度八分。乙丙邊一丈二尺二寸。甲乙、甲丙兩邊較三尺八寸。求乙角丙角度各幾何。

法依甲丙邊度截甲乙邊於丁。餘乙丁卽兩邊較。自丙至丁作丙丁線。成乙丁丙鈍角形。乃以乙丙邊一丈二尺二寸爲一率。乙丁邊三尺八寸爲二率。甲角五十三度八分與一百八十度相減餘一百二十六度五十二分。折半得六十三度二十六分。卽丁鈍角之外角。與丁丙甲角等。其正弦八萬九千四百四十一爲三率。求得四率二萬七千八百五十八爲丙分角正弦。撿表得十六度十分。爲丙分角與丁丙甲角六十三度二十六分相加得七十九度三十六分。卽丙角度。以丙分角與丁外角相減。餘四十七度十六分。卽乙角度也。

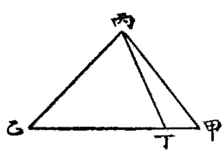


一率	乙丙邊
二率	乙丁邊
三率	丁外角正弦
四率	丙分角正弦

設如甲乙丙三角形。甲角五十三度八分。甲丙邊一丈一尺二寸。甲乙、乙丙兩邊較二尺八寸。求乙角丙角度各幾何。

法依乙丙邊度截甲乙邊於丁。餘甲丁卽兩邊較。自丙至丁作丙丁線。成甲丁丙鈍角形。乃以甲丁邊二

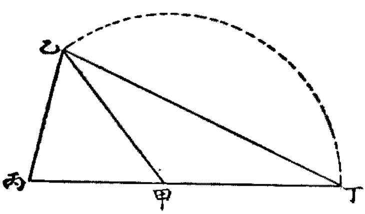
尺八寸與甲丙邊一丈一尺二寸相加得一丈四尺爲一率。甲丁與甲丙相減餘八尺四寸爲二率。甲角半外角六十三度二十六分之正切線一十九萬九千九百八十六爲三率。求得四率一十一萬九千九百九十一。爲半較角切線。撿表得五十度十二分。爲半較角度。與半外角相減餘十三度十四分爲丙分角倍之與甲角相加得七十九度三十六分即丙角度。以甲角丙角相併。與半周相減。餘四十七度十六分。即乙角度也。蓋以丙分角與甲角相加則得丙丁乙角。與丙大分角等。是丙大分角與一丙小分角一甲角之度等。故倍小分角與甲角相加。得丙全角也。



一率	甲丙甲丁兩邊和
二率	甲丙甲丁兩邊較
三率	半外角切線
四率	半較角切線

設如甲乙丙三角形甲角五十三度八分。乙丙邊一丈二尺二寸。甲乙、甲丙邊和二丈六尺二寸。求丙角乙角度各幾何。

法以甲乙與甲丙相加得丙丁。自乙至丁作乙丁線。成丁乙丙三角形。乃以乙丙邊一丈二尺二寸爲一率。丙丁邊二丈六尺二寸爲二率。甲角五十三度八

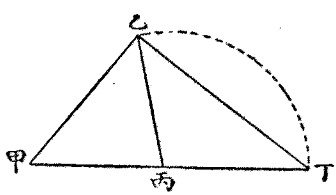


一率	乙丙邊
二率	丙丁邊
三率	丁角正弦
四率	丙乙丁角正弦

分折半得二十六度三十四分卽丁角。與甲乙丁角等。其正弦四萬四千七百二十四爲三率求得四率九萬六千零四十六爲丙乙丁角正弦表撿得七十三度五十分爲丙乙丁角內減半甲角二十六度三十四分。卽甲乙丁角。餘四十七度十六分卽乙角度以甲角乙角相併與半周相減餘七十九度三十六分卽丙角度也。

設如甲乙丙三角形。甲角五十三度八分。甲乙邊一丈五尺。甲丙、乙丙兩邊和二丈三尺四寸。求乙角丙角度幾何。

法以甲丙與乙丙相加得甲丁。自乙至丁作乙丁線。成甲乙丁三角形。乃以甲丁邊二丈三尺四寸與甲乙邊一丈五尺相加得三丈八尺四寸爲一率。甲丁邊與甲乙邊相減餘八尺四寸爲二率。甲角五十三度八分與半周相減。折半得半外角六十三度二十六分。其正切線一十九萬九千九百八十六爲三率。求得四率四萬三千七百四十七。爲半較角切線。撿表得二十三度三十八分爲半較角。與半外角相減餘三十九度四十八分爲丁角度。倍之得七十九度三十六分卽丙角度以甲角丙角相併。與半周相減。餘四十七度十六分卽乙角



一率	甲乙甲丁兩邊和
二率	甲乙甲丁兩邊較
三率	半外角切線
四率	半較角切線

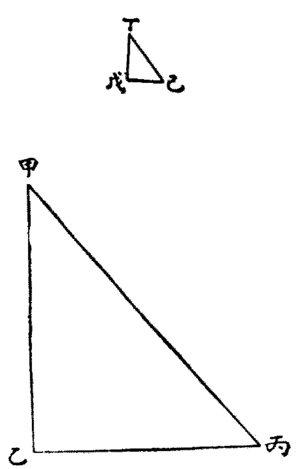
度也。

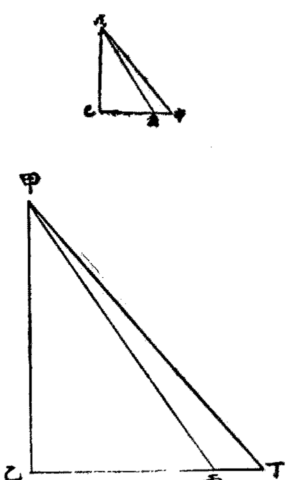
設如有一旗杆。不知其高。用日影測之。問高幾何。

法先立一表長五尺。看影長幾尺。如得四尺。同時看旗杆影爲幾尺。如得二丈四尺。乃以表影長四尺爲一率。表高五尺爲二率。旗杆影長二丈四尺爲三率。求得四率三丈。卽旗杆之高也。如圖甲乙爲旗杆。乙丙爲旗杆影。丁戊爲表高。戊己爲表影。甲乙丙與丁戊己爲同式勾股形。故己戊與丁戊之比。同於乙丙與甲乙之比也。

設如有塔一座。不知其高。亦不知其遠。用日影測之。問塔高幾何。

法先立一表長六尺。影長四尺。同時看塔影所至記之。閱時看表影長五尺。塔影比先所記之處長幾尺。如得八尺。乃以表影差一尺爲一率。表高六尺爲二率。影差八尺爲三率。求得四率四丈八尺。卽塔之高也。如圖甲乙爲塔高。乙丙爲先所記塔影。乙丁爲後





所記塔影戊己爲表高己庚爲先所記表影己辛爲後所記表影戊庚辛與甲丙丁、戊己庚與甲乙丙皆爲同式形故庚辛與戊己之比同於丙丁與甲乙之比也

設如遠望一村欲知其遠用放鎗驗時儀墜子候之問遠幾何

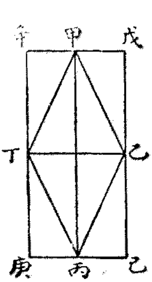
法令一人在村邊放鎗一見烟出即用驗時儀墜子候之一聞鎗響即止計自見烟至聞響得幾秒如得三秒即以一秒爲一率一百二十八丈五尺七寸爲二率三秒爲三率求得四率三百八十五丈七尺一寸即距村之遠也蓋響與烟一時並出其見烟而未聞響者聲未至也故自見烟至聞響之分即路遠之分嘗以其分較之路遠五里得七秒以七歸之每秒得一百二十八丈五尺七寸聞雷亦然自一見電光至聞雷響候其秒數即得里數也

一率	一秒
二率	一百二十八丈五尺七寸
三率	三秒
四率	三百八十五丈七尺一寸

設如棱形闊四尺中長九尺求積幾何

法以中長九尺與闊四尺相乘得三十六尺折半得十八尺即棱形積也

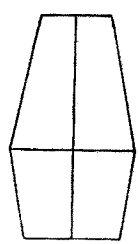
如圖甲乙丙丁棱形以乙丁與甲丙相乘則成戊己庚辛長方形其積比棱形多一倍故半之爲棱形積也此法必甲乙與乙丙等甲丁與丁丙等或甲乙與甲丁等乙丙與丁丙等則其中長適爲兩三角形之垂線故長闊相乘折半而得積也若中長不得爲垂線則須先量得四邊數及長數

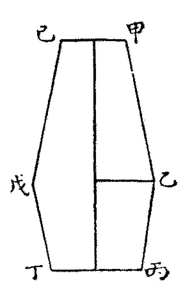


或闊數。用三角形求中垂線法算之。

設如三廣形。上闊三尺。中闊五尺。下闊四尺。上截長六尺。下截長四尺。求積幾何。

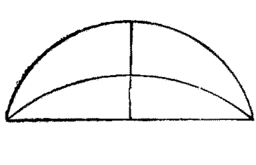
法以中闊五尺與上闊三尺相加。折半得四尺。與上截長六尺相乘。得二十四尺。又以中闊五尺與下闊四尺相加。折半得四尺五寸。與下截長四尺相乘。得十八尺。兩數相併得四十二尺。即三廣形積也。如圖甲乙丙丁戊己三廣形。以乙戊線分之。則成甲乙戊己、乙丙丁戊兩梯形。故用梯形求積之法。見第十九卷直線形。求得兩梯形之積而併之。即為三廣形積也。舊術以上下闊相加折半。加中闊與長相乘得積。此必上下兩截長數相等者。然後可算。若上下不相等。須用兩梯形算之。



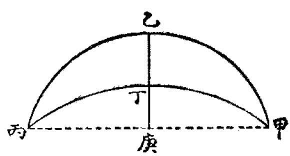


設如眉形兩尖相距二十四尺。外弧距弦九尺。內弧距弦四尺。求積幾何。

法以兩尖相距二十四尺為弦。外弧距弦九尺為矢。用弧矢求積法。以矢九尺為首率。弦二十四尺折半得十二尺為中率。求得末率十六尺。加矢九尺得二十五尺。為圜徑。折半得半徑十二尺五寸。為一率。半弦十二尺為二率。半徑十萬為三率。求得四率九萬六千。為半外弧之正弦。撿八線表得七十三度四十五分。為半外弧之度分。倍之得一百四十七度三十分。為外弧之度分。乃以三百六十度為一率。外弧一

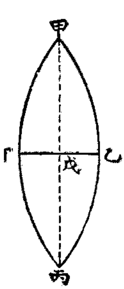


百四十七度半為二率。全徑二十五尺、求得全周七十八尺五寸三分九釐八豪為三率。求得四率三十二尺一寸七分九釐五豪。為外弧之數。與半徑十二尺五寸相乘。折半得二百零一尺十二寸十八分。為自圜心所分弧背三角形積。又以矢九尺與半徑十二尺五寸相減。餘三尺五寸。與弦二十四尺相乘。折半得四十二尺。為自圜心至弦所分直線三角形積。與弧背三角形積相減餘一百五十九尺一十二寸一十八分。為外弧矢全積。見第二十卷曲線形。又以兩矢相距二十四尺為弦。內弧距弦四尺為矢。亦用弧矢求積法。求得內弧矢虛積六十五尺三十七寸六十分。與外弧矢積相減。餘九十三尺七十四寸五十八分。卽眉形積也。如圖甲乙丙丁眉形。甲丙為弦。乙戊為外弧矢。丁戊為內弧矢。成甲乙丙戊、甲丁丙戊兩弧矢形。故先求得甲乙丙戊弧矢形積。又求得甲丁丙戊弧矢形積。相減。卽得甲乙丙丁眉形積也。



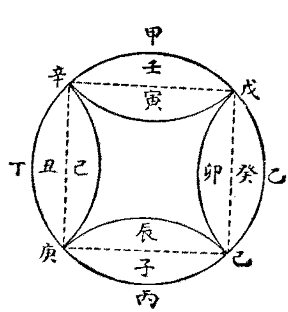
設如橄欖形長二尺四寸。闊八寸。求積幾何。

法以長二尺四寸為弦。闊八寸折半得四寸為矢。用弧矢求積法。求得弧矢積六十五尺三十七寸六十分。倍之得一百三十尺七十五寸二十分。卽橄欖形積也。如圖甲乙丙丁橄欖形。自甲至丙作甲丙線。平分乙丁於戊。則成甲乙丙戊、甲丁丙戊兩弧矢形。故求得弧矢形積倍之。卽橄欖形積也。



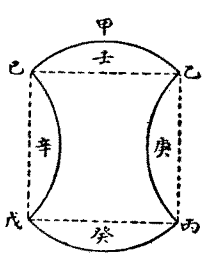
設如錢形徑一尺二寸。求積幾何。

法以錢形徑一尺二寸。求得圓面積一尺一十三寸零九分七十三釐。又求得內容方積七十二寸。相減餘四十一寸零九分七十三釐。倍之得八十二寸一十九分四十六釐。卽錢形積也。如圖甲乙丙丁錢形。作戊己、己庚、庚辛、辛戊四線。則分爲壬、癸、子、丑、寅、卯、辰、巳八弧矢形。故先求得圓形積。又求得戊己庚辛內方積。相減餘壬、癸、子、丑四弧矢形。倍之卽得錢形積也。



設如銀錠形徑一尺二寸。求積幾何。

法以銀錠形徑一尺二寸自乘。得一尺四十四寸。折半得七十二寸。卽銀錠形積也。如圖甲乙丙丁戊己銀錠形。以甲丁徑自乘折半。則得乙丙戊己正方。其所虛庚、辛二弧矢形。與所盈壬、癸二弧矢形之積等。故乙丙戊己正方積。卽與銀錠形之積等也。

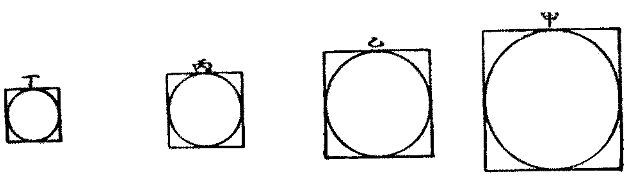


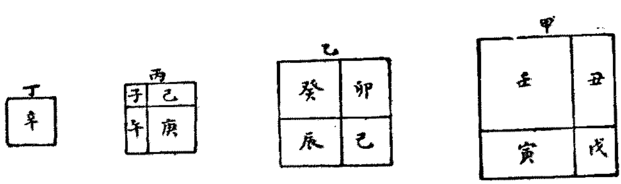
設如甲乙丙丁四平圓共積二百一十七尺五十五寸五十三分一十釐。甲圓徑比乙圓徑多三尺。乙圓徑比丙圓徑多三尺。丙圓徑比丁圓徑多二尺。問四圓徑各幾何。

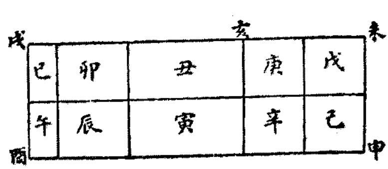
法用圓積方積定率比例。以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。方積一二七三二三九五四爲二率。四平圓共積二百一十七尺五十五寸五十三分一十釐爲三率。求得四率二百七十七尺爲四平方共積。

乃以丙圜徑比丁圜徑所多之二尺自乘得四尺。又以乙圜徑比丁圜徑所多之五尺。丙比丁多二尺。乙又比丙多三尺。故乙比丁多五尺。自乘得二十五尺。又以甲圜徑比丁圜徑所多之八尺。乙比丁多五尺。甲又比乙多三尺。故甲比丁多八尺。自乘得六十四尺。三數相併得九十三尺。與四平方共積二百七十七尺相減餘一百八十四尺。爲長方積。以丙圜徑比丁圜徑多二尺、乙圜徑比丁圜徑多五尺、甲圜徑比丁圜徑多八尺、相加得十五尺。爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之得闊八尺。二歸之得四尺。卽丁圜徑加二

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二七三二三九五四
三率	二一七五五五三一〇
四率	二七七



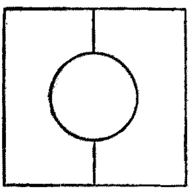




尺得六尺。卽丙圜徑。再加三尺得九尺。卽乙圜徑。再加三尺得十二尺。卽甲圜徑也。如圖甲、乙、丙、丁四平圜形變爲甲、乙、丙、丁四平方形。則四圜徑之較。卽四方邊之較。故於四方形內減去壬、癸、子三較方。餘戊、己、庚、辛四小正方丑、寅、卯、辰、巳、午六長方共成未申酉戌一長方。戌亥爲長闊之較。卽三邊較之共數。故用帶縱較數開平方法算之。得闊折半而得丁方邊。卽丁圜徑。遞加之卽得甲、乙、丙各圜徑也。

設如有一方形內不切方邊容一圜形。但知方邊離圜界五丈。方內圜外積三百二十一丈四十六尺零一寸八十四分。問方邊圜徑各幾何。

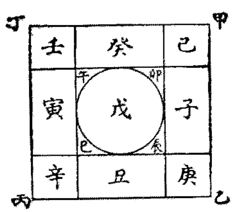
法以方邊離圜界五丈自乘得二十五丈。四因之得一百丈。與方內圜外積三百二十一丈四十六尺零一寸八十四分相減。餘二百二十一丈四十六尺零一寸八十四分。乃以圜積定率七八五三九八一六。與方積定率一〇〇〇〇〇〇〇〇相減。餘二一四六〇一八四爲一率。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今減餘積二百二十一丈四十六尺零一寸八十四分爲三率。求得四率一千零三十一丈九十五尺八十四寸五十八分

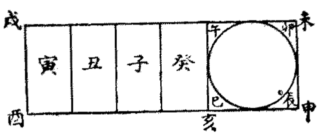


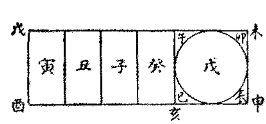
一率	二一四六〇一八四
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	二二一四六〇一八四
四率	一〇三一九五八四五八

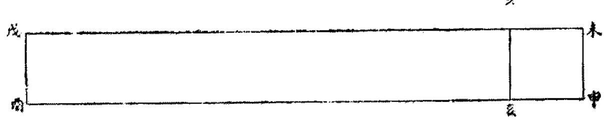
一率	二一四六〇一八四
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	二
四率	九三一九五

爲長方積。又以二一四六〇一八四爲一率。一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。以方邊離圓界五丈四因之。得二十丈爲三率。求得四率九十三丈一尺九寸五分。爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊十丈。即內圓徑。加方邊離圓界共十丈。得二十丈。即外方邊也。如圖甲乙丙丁方形。內容戊圓形。以方邊離圓界五丈自乘四因。與積相減。則減去己、庚、辛、壬四小方形。餘癸、子、丑、寅四長方形及卯、辰、巳、午四隅積。今欲以卯、辰、巳、午四隅積。補足戊圓虛積。共成未申酉戌長方形。應以定率之方積圓積相減。餘方內圓外積爲一率。方積爲二率。今所餘之卯、辰、巳、午方內圓外積爲三率。則得四率。爲未亥方積。而戊圓虛積即補足在其中。然今乃以卯、辰、巳、午四隅積。幷癸、子、丑、寅四長方積共爲三率。則戊圓虛積固已補足。而癸、子、丑、寅四長方積必多補出之分。是知癸、子、丑、寅四長方形。其寬仍爲戌酉。而亥酉之長必亦多補出





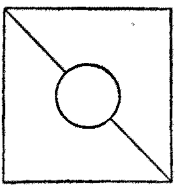




之分矣。癸子丑寅四長方形。爲二平行線內直角方形。其面之互相爲比。同於其底之互相爲比。見幾何原本八卷第七節。故又以定率之方積圓積相減。餘方內圓外積爲一率。方積爲二率。以方邊離圓界五丈四因之得亥酉之長爲三率。求得四率。卽將亥酉之長亦增補出之分。乃以此爲長闊之較。求得未申闊。卽爲內圓徑也。

設如有一方形內不切方邊容一圓形。但知方角離圓界二十一丈二尺一寸三分。方內圓外積一千四百四十二丈九十二尺零三寸六十八分。問方邊圓徑各幾何。

法以方角離圓界二十一丈二尺一寸三分自乘。得四百五十丈。倍之得九百丈。與方內圓外積一千四百四十二丈九十二尺零三寸六十八分相減。餘五百四十二丈九十二尺零三寸六十八分。乃以定率弧矢積二八五三九八一六爲一率。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇。方內容圓積七八五三九八一六。圓內容方積五〇〇〇〇〇〇〇。相減餘二八五三九八一六爲弧矢積。圓內容方積五〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今減餘積五百四十二丈九十二尺零三寸六十八分爲三率。求得四率九百五十一丈十六尺三十寸四十八分爲長方積。又以

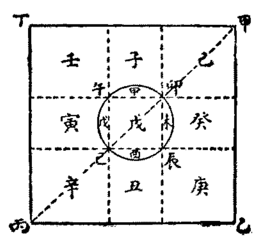


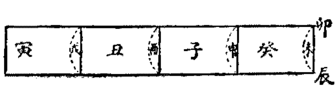
一率	二八五三九八一六
二率	五〇〇〇〇〇〇〇
三率	五四二九二〇三六八
四率	九五一一六三〇四八

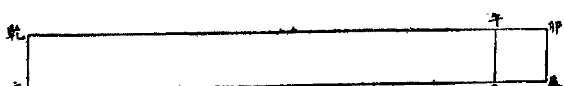
一率	二八五三九八一六
二率	五〇〇〇〇〇〇〇
三率	六
四率	一〇五一一六

二八五三九八一六爲一率。五〇〇〇〇〇〇〇爲二率。以方角離圓界二十一丈二尺一寸三分用斜

求方法。求得四隅方邊十五丈。四因之得六十丈爲三率。求得四率一百零五丈一尺一寸六分爲長闊和。用帶縱和數開平方法算之。得闊十丈。卽內圜所容方邊。以四隅方邊十五丈倍之。得三十丈。與內圜所容方邊十丈相加得四十丈。卽外方邊。以內圜所容方邊十丈求得對角斜線十四丈一尺四寸二分。卽內圜徑。加方角離圜界共四十二丈四尺二寸六分。得五十六丈五尺六寸八分。卽外方對角斜線也。如圖甲乙丙丁方形內容戊圜形。以方角離圜界甲卯自乘。倍之與積相減。則減去己、庚、辛、壬四小正方形。以甲卯自乘折半得己正方形積。故甲卯自乘倍之卽得四正方形積也。餘癸、子、丑、寅四長方形。而內虛未、申、酉、戌四弧矢形。今欲以所虛之未、申、酉、戌四弧矢形變爲卯、辰、巳、午一正方形。應以定率弧矢積爲一率。方積爲二率。未、申、酉、戌四弧矢虛積爲三率。則得四率爲卯辰巳午虛方積。然今無未、申、酉、戌四弧矢虛積。而以癸、子、丑、寅四長方形內虛未、申、酉、戌四弧矢形之餘積爲三率。實積既變。則虛



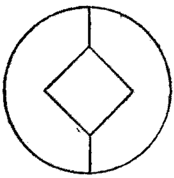




積亦變。故求得四率爲卯辰亥乾長方形。而內虛卯辰巳午正方形。蓋癸、子、丑、寅四長方實積與午巳亥乾長方積之比。同於弧矢積與方積之比。則其所虛之未、申、酉、戌四弧矢形與卯辰巳午正方形之比亦同於弧矢積與方積之比。而癸子丑寅之共與辰亥之比。亦必同於弧矢積與方積之比矣。故以四長方之共邊比例。得辰亥邊爲長闊和。求得卯辰闊爲內圜所容正方形之每一邊也。

設如有一圜形內不切圜界容一方形。但知圜界離方角五丈。圜內方外積二百六十四丈十五尺九十二寸六十四分。問圜徑方邊各幾何。

法以圜界離方角五丈自乘得二十五丈。四因之得一百丈。又以圜積定率七八五三九八一六爲一率。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今圜內方外積二百六十四丈十五尺九十二寸六十四分爲三率。求得



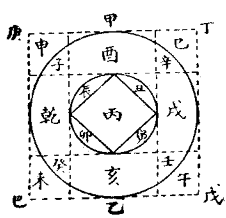
一率	七八五三九八一六
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	二六四一五九二六四
四率	三三六三三八〇二三

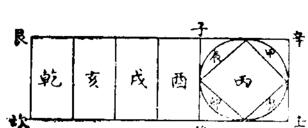
一率	三六三三三八〇二三
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	二三六三三八〇二三
四率	六五〇三八七四

四率三百三十六丈三十三尺八十寸二十三分。內減所得一百丈。餘二百三十六丈三十三尺八十寸二十三分。乃以定率弧矢積二八五三九八一六。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇。內容圜積七八五三九八一六。圜內容方積五〇〇〇〇〇〇〇。相減餘二八五三九八一六。用圜積變方積法通之得三六三三三八〇二三爲一率方

積一○○○○○○○○○爲二率。今減餘積二百三十六丈三十三尺八十寸二十三分爲三率。求得四率六百五十丈三十八尺七十四寸爲長方積。又以三六三三八○二三爲一率。一○○○○○○○○○爲二率。以圜界離方角五丈四因之得二十丈爲三率。求得四率五十五丈零三寸八分七釐四毫。爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊十丈。卽內方對角斜線。用斜求方法算之。得七丈零七寸一分。卽內方邊。以內方對角斜線十丈加圜界離方角共十丈。得二十丈。卽外圜徑也。如圖甲乙圜形內容丙方形。以圜積方積定率比例。則變爲丁戊己庚辛壬癸子方環形。而多丑、寅、卯、辰四弧矢形所變之積。蓋圜環變爲方環。今圜內方外積。比圜環積多丑、寅、卯、辰四弧矢形。故所變之方環。亦多丑、寅、卯、辰四弧矢形所變之積也。以圜界離方角五丈自乘四因與積相減。則減去巳、午、未、申四小方形。餘酉、戌、亥、乾四長方形。及丑、寅、卯、辰四弧矢形所變之積。今欲以丑、寅、卯、辰四弧矢形所變之積。補成辛壬癸子正方形。共成辛壬坎艮長方形。應以定率四弧矢形已變之積爲一率。方積

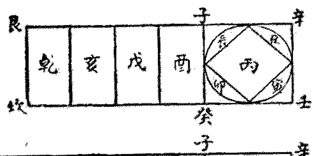
一率	三六三三八○二三
二率	一○○○○○○○○○
三率	二
四率	五五○三八七四

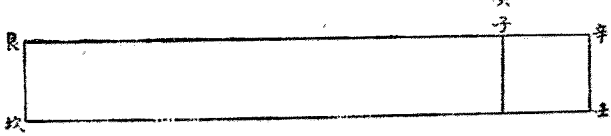




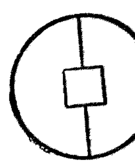
爲一率。設方積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。方內容圓積爲七八五三九八一六。圓內容方積爲五〇〇〇〇〇〇〇。內圓積與內方積相減。餘二八五三九八一六。是二八五三九八一六與一〇〇〇〇〇〇〇〇相比。爲弧矢積與外方積之定率也。然今所多之四弧矢積先已用圜率變爲方率。故又以圓積七八五三九八一六爲一率。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。弧矢積二八五三九八一六爲三率。得四率三六三三八〇二三。是三六三三八〇二三與一〇〇〇〇〇〇〇〇相比。爲已變之弧矢積與外方積之定率也。今所多之丑寅卯辰四弧矢形已變之積爲三率。則得四率爲辛壬癸子正方積。然今乃以丑寅卯辰四弧矢形已變之積。幷酉戌亥乾四長方積共爲三率。則辛壬癸子正方積固已補足。而酉戌亥乾四長方必多補出之分。是知酉戌亥乾四長方其寬仍爲子癸。而癸坎之長必亦多補出之分矣。故又以四弧矢形已變之積爲一率。方積爲二率。以圓界離方邊五丈四因之得癸坎之長爲三率。求得四率。即將癸坎之長亦增補出之分。乃以此爲長闊之較。求得辛壬闊。即內方對角斜線也。

設如有一圓形內不切圓界容一方形。但知圓界離方邊十五丈。圓內方外積一千一百五十六丈六十三尺七十寸四十分。問圓徑方邊各幾何。

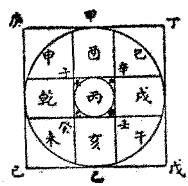




法以圜界離方邊十五丈自乘得二百二十五丈四因之得九百丈又以圜積方積定率比例圜積七八五三九八一六爲一率方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率今圜內方外積一千一百五十六丈六十三尺七十寸四十分爲三率求得四率一千四百七十二丈六十七尺六十寸四十六分內減所得九百丈餘五百七十二丈六十七尺六十寸四十六分乃以方內圜外積二一四六〇一八四（方積一〇〇〇〇〇〇〇〇內容圜積七八五三九八一六相減餘二一四六〇一八四）用圜積變方積法通之得二七三二三九五五爲一率方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率今減餘積五百七十二丈六十七尺六十寸四十六分爲三率求得四率二千零九十五丈八十八尺六十三寸六十一分爲長方積又以二七三二三九五五爲一率一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率以圜界離方邊十五丈四因之



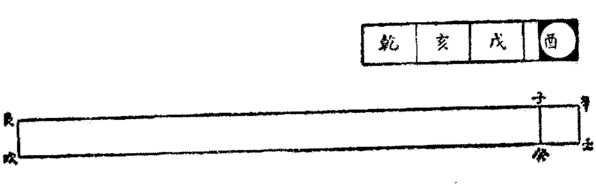
一率	七八五三九八一六
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一一五六六三七〇四〇
四率	一四七二六七六〇四六



一率	二七三二三九五五
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	五七二六七六〇四六
四率	二〇九五八八六三六一

一率	二七三二三九五五
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	六
四率	二一九五八八

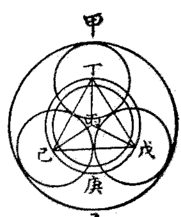
得六十丈為三率。求得四率二百一十九丈五尺八寸八分為長闊和。用帶縱和數開平方法算之。得闊十丈。即內方邊。加圜界離方邊共三十丈。得四十丈。即外圜徑也。如圖甲乙圜形內容丙方形。以圜積方積定率比例。則變為丁戊己庚辛壬癸子方環形。而少丑、寅、卯、辰四隅所變之積。葢圜環變為方環。今圜內方外積比圜環積少丑寅卯辰四隅。故所變之方環。亦少丑、寅、卯、辰四隅所變之積也。以圜界離方邊十五丈自乘四因與積相減。則減去巳、午、未、申四小正方形。餘酉、戌、亥、乾四長方形。而內少丑、寅、卯、辰四隅所變之積。今欲以所虛之丑、寅、卯、辰四隅形所變之積。作為辛、壬、癸、子正方形。應以定率四隅形已變之積為一率。方積為二率。設方積為一〇〇〇〇〇〇〇〇。方內容圜積為七八五三九八一六。相減餘二一四六〇一八四。是二一四六〇一八四與一〇〇〇〇〇〇〇〇相比。為圜外四隅積與外方積之定率也。然今所少者乃圜外四隅積。用圜積方積比例之數。故又以圜積七八五三九八一六為一率。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率。圜外四隅積二一四六〇一八四為三率。求得四率二七三二三九五五。是二七三二三九五五與一〇〇〇〇〇〇〇〇相比。為已變之四隅積與外方積之定率也。丑、寅、卯、辰四隅形已變之虛積為三率。則得四率為辛、壬、癸、子虛方積。然今無辛壬癸子四隅形已變之虛積。而以酉、戌、亥、乾四長方內虛丑、寅、卯、辰四隅形之餘積為三率。實積既變。則虛積亦變。故求得四率為辛壬坎艮長方形而內虛辛壬

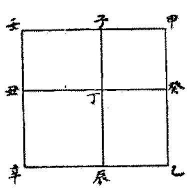


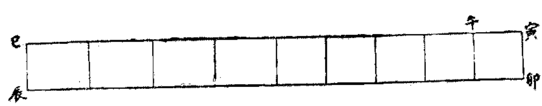
癸子正方形。蓋酉、戌、亥、乾四長方實積與子癸坎艮長方形之比。同於巳變之四隅積與方積之比。則其所虛之丑、寅、卯、辰四隅巳變之積與辛壬癸子正方形之比亦同於巳變之四隅積與方積之比。而酉戌亥乾之共長與壬坎之比。亦必同於巳變之四隅積與方積之比矣。故以四長方之共邊比例而得壬坎邊爲長闊和。求得辛壬闊爲內方邊也。

設如有一大球體內容四小球體。大球徑一尺二寸。求小球徑幾何。

法以大球徑一尺二寸自乘。得一尺四十四寸。倍之得二百八十八寸。爲長方積。以大球徑一尺二寸四因之得四尺八寸。爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊五寸三分九釐三毫。卽內容四小球之徑也。如圖甲乙大球體內容丙、丁、戊、己四小球體。試自四小球之中心。俱各作線聯之。則成一四等面體。又以甲乙大球心爲心。丙丁、戊己小球心爲界。作一虛圓則成四等面體。外切圓球體。其四面體之一邊。卽小球徑。以四面體外切丁庚虛球徑、加一小球徑。卽大球徑。故以大球徑自乘得甲乙辛壬正方形。內甲癸丁子爲小球徑自乘方。卽四面體每邊自乘方。丁庚辛丑爲四面體外切圓球徑自乘方。癸乙庚丁、子丁丑壬、爲四面體之每邊與外切



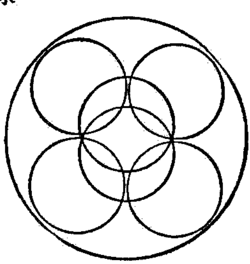


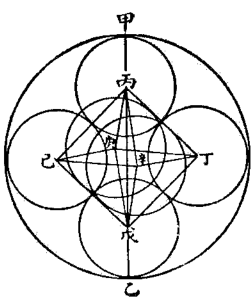


圓球徑相乘二長方．凡四面體每邊自乘方為外切圓球徑自乘方三分之二．見第二十八卷球內容四面體法．故甲癸丁子正方形為丁庚辛丑正方形三分之二．將甲乙辛壬正方形倍之．則得甲癸丁子二正方．丁庚辛丑二正方．癸乙庚丁四長方．而丁庚辛丑二正方為甲癸丁子正方形之三倍．是共得甲癸丁子五正方．癸乙庚丁四長方．即與寅卯辰巳長方積等．其巳午長闊之較為甲乙球徑之四倍．故四因大球徑為較．縱求得闊．即小球徑也．如先有小球徑求大球徑．則以小球徑為四面體之一邊．自乘二歸三因開平方．得四面體外切圓球徑．再加一小球徑．即大球徑也．

設如有一大球體．內容六小球體．大球徑一尺二寸．求小球徑幾何．

法以大球徑一尺二寸自乘．得一尺四十四寸．為長方積．以大球徑一尺二寸倍之．得二尺四寸．為長闊之較．則帶縱較數開平方法算之．得闊四寸九分七釐．即內容六小球之徑數也．如圖甲乙大球體內容丙、丁、戊、己、庚、辛六小球體．試自六小球之中心俱各作線聯之．則成一八等面體．其八面體之一邊．即小球徑．以八面體之對角線加一小球徑．即大球徑．故以大球徑自乘．得甲乙壬癸正方形．丙甲子丙丑為小球徑自乘方．即八面體每邊自乘方．丙戊壬寅為八面體對角線自乘方．子乙戊丙丑丙

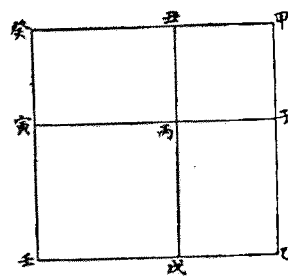


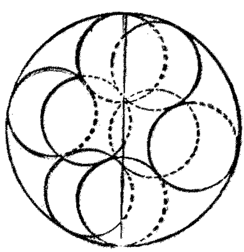


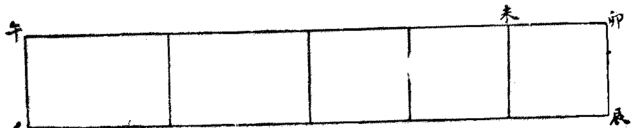
寅癸、爲八面體之每邊與對角線相乘二長方.凡八面體每邊自乘方爲對角線自乘方之一半.見第二十七卷八面體法.故丙戊壬寅一正方與甲子丙丑二正方等.是甲乙壬癸一正方共爲甲子丙丑三正方.子乙戊丙二長方.與卯辰巳午長方積等.其午未長闊之較爲甲乙球徑之二倍.故倍大球徑爲較.縱求得闊卽小球徑也.如先有小球徑求大球徑.則以小球徑爲八面體之一邊.自乘加倍開方得對角線.再加一小球徑卽大球徑也.

設如一大球體內容八小球體.大球徑一尺二寸.求小球徑幾何.

法以大球徑一尺二寸自乘.得一百四十四寸.折半得七十二寸爲長方積.以大球徑一尺二寸爲長闊之較.用帶縱較數開平方法算之.得闊四寸三分九釐二毫.卽內容八小球之徑數

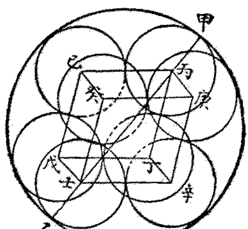


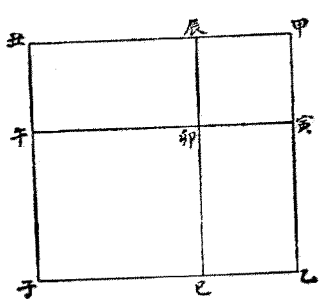


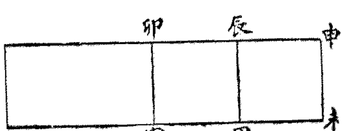


也。如圖甲乙大球體。內容丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸八小球體。試自八小球之中心俱各作線聯之。則成一正方體。其正方體之一邊卽小球徑。以正方體之丙壬對角斜線、加一小球徑卽大球徑。故以大球徑自乘得甲乙子丑正方形。內甲寅卯辰爲小球徑自乘方。卯巳子午爲正方體對角斜線自乘方。寅乙巳卯、辰卯午丑、爲小球徑乘正方體對角斜線二長方。凡正方對角斜線自乘方爲每邊自乘方之三倍。見第二十八卷球內容正方體法。故卯巳子午正方形。爲甲寅卯辰正方形之三倍。折半卽得未甲辰中、甲寅卯辰二正方。寅乙巳卯一長方共成未乙巳申一長方。甲乙球徑卽長闊之較。故用帶縱較數開平方法算之。得闊卽小球徑也。如先有小球徑求大球徑。則以小球徑爲正方體之一邊。自乘三因之開平方。得正方體對角斜線。再加一小球徑。卽大球徑也。

設如有三角形底十四尺。中垂線十二尺。大腰與小腰之較二尺。求兩腰各幾何。







法借一根爲小腰。則大腰爲一根多二尺。以一根自乘得一平方。爲小腰之面積。內減中垂線十二尺自乘之一百四十四尺。餘一平方少一百四十四尺。爲小分底之面積。以一根多二尺自乘得一平方多四根多四尺。爲大腰之面積。內減中垂線十二尺自乘之一百四十四尺。餘一平方多四根少一百四十尺。爲大分底之面積。又以底十四尺自乘得一百九十六尺。內減去大小兩分底之共面積二平方多四根少二百八十四尺。餘四百八十尺少二平方少四根。折半得二百四十尺少一平方少二根。爲小分底乘大分底之面積。此數與大分底之面積及小分底之面積爲連比例三率。葢大分底之面積爲首率。而小分底乘大分底之面積爲中率。小分底之積爲末率也。乃以首率大分底之面積一平方多四根少一百四十尺、與末率小分底之面積一平方少一百四十四尺相乘。得一三乘方多四二方少二百八十四平方少三百七十六根多二萬零一百六十尺。又以中率小分底乘大分底之面積二百四十尺少一平方少二根自乘得一三乘方多四立方少四百七十六平方少九百六十根多五萬七千六百尺。此二數爲相等。兩邊各減一三乘方四立方二萬零一百六十尺。又各加四百七十六平方九百六十根。得一百九十二平方多三百八十四根、與三萬七千四百四十尺相等。一百九十二平方多三百八十四根、既與三萬七千四百四十尺相等。則一平方多二

小腰	一平方
大腰	一平方＋四根＋四
小底	一平方－一四四
小底乘大底	二四〇－一平方－二根
大底	一平方＋四根－一四〇

大腰一平方+四根+四

小腰一平方

小底一平方 −一四四

大底一平方 + 四根−一四〇

小底乘大底 二四〇−一平方−二根

−一三乘+四二平方−二八四平方−二七六根+二〇一六〇

=−一三乘+四立方+四七六平方−九六〇根+五七六〇〇

−九一平方+三八四根=三七四四〇

一平方 + 二根= 一九五

根必與一百九十五尺相等.乃以一百九十五尺爲長方積.以多二根作二尺爲長闊較.用帶縱較數開平方法算之.得闊十三尺爲一根之數.即小腰.加二尺得十五尺.即大腰也.

設如有三角形.底十四尺.中垂線十二尺.大腰與小一腰之和二十八尺.求大小腰各幾何.

法借一根爲小腰.則二十八尺少一根爲大腰.以一根自乘得一平方.爲小腰之面積.內減中垂線十二尺自乘之一百四十四尺.

小腰一根

大腰二八−一根

小底一平方 − 一四四

六底一平方−五六根+六四〇

小底乘大底二八根−一五〇−一平方

餘一平方少一百四十四尺。爲小分底之面積。以二十八尺少一根自乘。得七百八十四尺少五十六根多一平方。爲大腰之面積。內減中垂線十二尺自乘之一百四十四尺。餘一平方少五十六根多六百四十尺。爲大分底之面積。又以底十四尺自乘得一百九十六尺。內減去大小兩分底之共面積二平方少五十六根多四百九十六尺。餘五十六根少三百尺少二平方。折半得二十八根少一百五十尺少一平方。爲小分底乘大分底之面積。此數與大分底之面積及小分底之面積爲連比例

小腰一根　　大腰二八根－一根

小底一平方－一四四　　小底乘大底二八根－五〇平方

大底一平方－五六根＋六四〇

一三乘－五六立方＋四九六平方＋八〇六四根－九二一六〇

＝三乘－五六立方

＋一〇八四平方－八四〇〇根＋二二五〇〇

四九六平方＋八〇六四根－九二一六〇

＝一〇八四平方－八四〇〇根＋二二五〇〇

一六四六四根　＝五八八平方＋　一一四六六〇

二八根　＝　一平方　＋　一九五

三率。蓋大分底之面積爲首率。而大分底乘小分底之面積爲中率。小分底之面積爲末率也。乃以首率大分底之面積一平方少五十六根多六百四十尺、與末率小分底之面積一平方少一百四十四尺相乘。得一三乘方少五十六立方多四百九十六平方多八千零六十四根少九萬二千一百六十尺。又以中率小分底乘大分底之面積二十八根少一百五十尺少一平方自乘。得一三乘方少五十六立方多一千零八十四平方少八千四百根多二萬二千五百尺。此二數爲相等。兩邊各減一三乘方。又各加五十六立方。得四百九十六平方多八千零六十四根少九萬二千一百六十尺、與一千零八十四平方少八千四百根多二萬二千五百尺相等。兩邊各減四百九十六平方。各加八千四百根。又各加九萬二千一百六十尺。得一萬六千四百六十四根、與五百八十八平方多一十一萬四千六百六十尺相等。一萬六千四百六十四根、既與五百八十八平方多一十一萬四千六百六十尺相等。則二十八根必與一平方多一百九十五尺相等。故以一百九十五尺爲長方積。以二十八根作二十八尺爲長闊和。求得闊十三尺爲一根之數。卽小腰也。

數理精蘊下編卷三十八

末部八

對數比例

對數比例。乃西士若往訥白爾所作。以借數與眞數對列成表。故名對數表。又有恩利格巴理知斯者。復加增修行之數十年。始至中國。其法以加代乘。以減代除。以加倍代自乘。故折半卽開平方。以三因代再乘。故三歸卽開立方。推之至於諸乘方。莫不皆以假數相求而得眞數。蓋爲乘除之數甚繁。而以假數代之甚易也。其立數之原。起於連比例。蓋比例四率。二率與三率相乘。一率除之。得四率。而遞加遞減之四數。第二數第三數相加。減第一數。則得第四數。作者有見於此。故設假數以加減代乘除之用。此表之所以立也。然連比例之大者。莫如十百千萬。蓋一與十、十與百、百與千、千與萬、萬與十萬、其數皆爲一。而遞進一位。取其整齊而無奇零也。一爲數之始。以之乘除。數皆不變。故一之假數定爲〇。而十之假數定爲一。百之假數定爲二。千之假數定爲三。萬之假數定爲四。十萬之假數定爲五。推之百千萬億。皆遞加一數。此對數之大綱也。其間之零數。則用中比例累求而得。以首率末率兩眞數相乘開方。卽得中率之眞數。以首率末率兩假數相加折半。卽得中率之假數。又法用遞乘而得。以眞數遞次相乘。其乘得之位數。卽所得之假數。此二法者。理雖易明。而數則甚繁也。又有遞次開方一法。以眞數遞次開方。假數遞次折

半。至於數十次。使彼此皆可爲比例。而假數由之而生。又有相較之一法。省開方之多次。尤爲甚捷。至於他數之可以乘除得者。如二與三相乘而得六。則以二之假數與三之假數相加。卽爲六之假數。又以二除十而得五。則以二之假數與十之假數相減。卽爲五之假數之類。其不由乘除而得者。則又以累乘累除之法求之。此對數之細目也。今爲推其理。考其數。先詳作表之原。次明用表之法。使學者知作者之難。而用之甚易。甚勿以易而忘其難也。

明對數之原之一

凡眞數連比例四率。任對設遞加遞減之較相等之四假數。其第二率相對之假數。與第三率相對之假數相加。內減第一率相對之假數。卽得第四率相對之假數。若減第四率相對之假數。卽得第一率相對之假數。

如二、四、八、十六、連比例四率。任對設二之假數爲一。四之假數爲二。八之假數爲三。十六之假數爲四。其遞加遞減之數皆爲一。以二率四相對之假數二與三率八相對之假數三相加。得五。內減一率二相對之假數一。卽得四率十六相對之假數四。若減四率十六相對之假數四。卽得一率二相對之假數一。或以二之假數爲三。四之假數爲五。八之假數爲七。十六之假數爲九。其遞加遞減之數皆爲二。以二率四

眞	假
二	一
四	二
八	三
一六	四

眞	假
二	三
四	五
八	七
一六	九

相對之假數五與三率八相對之假數七相加內減一率二相對之假數三即得四率十六相對之假數九若減四率十六相對之假數九即得一率二相對之假數三

明對數之原之二

凡眞數連比例三率任對設遞加遞減之較相等之三假數其中率相對之假數倍之內減首率相對之假數即得末率相對之假數若減末率相對之假數即得首率相對之假數

如一、三、九連比例三率任對設一之假數爲四三之假數爲五九之假數爲六其遞加遞減之數皆爲一以中率三相對之假數五倍之得十內減首率一相對之假數四即得末率九相對之假數六若減末率九相對之假數六即得首率一相對之假數四或以一之假數爲八三之假數爲五九之假數爲二其遞加遞減之數皆爲三以中率三相對之假數五倍之內減首率一相對之假數八即得末率九相對之假數二若減末率九相對之假數二即得首率一相對之假數八

眞	假
一	四
三	五
九	六

眞	假
一	八
三	五
九	二

明對數之原之三

凡眞數連比例幾率任對設遞加遞減之較相等之假數其中隔位取比例四率其第二率相對之假數與第三率相對之假數相加內減第一率相對之假數亦得第四率相對之假數若減第四率相對之

假數。亦得第一率相對之假數。

如二、四、八、十六、三十二、六十四、一百二十八、二百五十六、連比例幾率。任對設二之假數爲一。四之假數爲二。八之假數爲三。十六之假數爲四。三十二之假數爲五。六十四之假數爲六。一百二十八之假數爲七。二百五十六之假數爲八。其遞加遞減之數皆爲一。任取四、八、六十四、一百二十八之四率。以二率八相對之假數三。與三率六十四相對之假數六相加得九。內減一率四相對之假數二。卽得四率一百二十八相對之假數七。若減四率一百二十八相對之假數七。卽得一率四相對之假數二。

假	眞
一	二
二	四
三	八
四	一六
五	三二
六	六四
七	一二八
八	二五六

明對數之綱之一

凡假數皆可隨意而定。然一之假數必定爲○。方與眞數相應。而眞數連比例率十百千萬皆爲一。但遞進一位。則其假數亦皆遞加一數。

蓋乘除之數始於一。故一不用乘亦不用除。而加減之數始於○。故○無可加亦無可減也。假數既以加減代乘除。故一之假數必定爲○。而一與十、十與百、百與千、千與萬、萬與十萬皆爲加十倍之相連比例率。然其數皆爲一。但遞進一位。故一之假數定爲○者。十之假數卽定爲一。百之假數卽定爲二。千之假數卽定爲三。萬之假數卽定爲四。十萬之假數卽定爲五。百萬之假數卽定爲六。千萬之假數卽定爲七。

億之假數卽定爲八。亦皆遞加一數。而假數卽與位數相同。試以一百與一千相乘。得十萬。爲進二位。以一百相對之假數二。與一十相對之假數三相加。卽得十萬相對之假數五。亦爲加二數也。以一十除一千。得一百。爲退一位。以一十相對之假數一與一千相對之假數三相減。卽得一百相對之假數二。亦爲減一數也。如或以十之假數定爲二。百之假數定爲四。千之假數定爲六。是爲遞加二數。未嘗不可。然眞數進一位者。假數則加二數。卽不得與位數相同矣。

假	眞
○	一
一	一○
二	一○○
三	一○○○
四	一○○○○
五	一○○○○○
六	一○○○○○○
七	一○○○○○○○
八	一○○○○○○○○

明對數之綱之二

凡眞數不同而位數同者。其假數雖不同而首位必同。眞數相同而遞進幾位者。其假數首位必遞加幾數。而次位以後卻相同。如自一至九眞數皆爲單位。則假數首位皆爲○。故二之假數爲○三○一○二九九九五七。三之假數爲○四七七一二一二五四七。四之假數爲○六○二○五九九九一三。五之假數爲○六九八九七○○○四三。六之假數爲○七七八一五一二五○四。首位以後零數遞增

眞	假
二	○三○一○二九九九五七
三	○四七七一二一二五四七
四	○六○二○五九九九一三
五	○六九八九七○○○四三
六	○七七八一五一二五○四

至十則首位皆爲一至百則首位皆爲二至千則首位皆爲三至萬則首位皆爲四至十萬則首位皆爲五如一十、一百一十、一千一百一十一、一萬一千一百一十一萬雖遞進一位而其數皆爲一一故其假數首位雖遞加一數而次位以後皆同爲〇四一三九二六八五二

假	眞
一〇四一三九二六八五二	一一
二〇四一三九二六八五二	一一〇
三〇四一三九二六八五二	一一〇〇
四〇四一三九二六八五二	一一〇〇〇
五〇四一三九二六八五二	一一〇〇〇〇

明對數之目用中比例求假數法之一

凡連比例率以首率末率兩眞數相乘開方卽得中率之眞數以首率末率兩假數相加折半卽得中率之假數

如一十爲首率一百爲中率一千爲末率以首率一十與末率一千相乘開平方得一百爲中率以首率一十之假數一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇與末率一千之假數三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇相加折半得二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇卽中率一百之假數蓋首率末率相乘與中率自乘之數等以首率末率兩假數相加卽與中率之假數加倍之數等故折半爲中率之假數也

假	眞
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇
二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇
三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇

明對數之目用中比例求假數法之二

凡十百千萬之假數既定而欲求其間零數之假數則以前後相近之兩數一爲首

率。一爲末率。求得中率之眞數。并求得中率之假數。累次比例。使中率恰得所求之眞數。其假數卽爲所求之假數。

如求九之假數。因九在一與十之間。則以一爲首率。十爲末率。相乘開方。得三一六二二七七。爲第一次之中率。卽以首率一之假數〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。與末率十之假數一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇相加折半。得〇五〇〇〇〇〇〇〇〇〇。爲第一次中率之假數。此所得之中率。較之首率去九爲近。故以所得之中率。復爲首率。十爲末率。相乘開方。得五六二三四一三二。爲第二次之中率。卽以第二次之首率末率兩假數相加折半。得〇七五〇〇〇〇〇〇〇〇。爲第二次中率之假數。又以第二次所得之中率。復爲首率。十爲末率。相乘開方。得七四九八九四二一。爲第三次之中率。卽以第三次之首率末率兩假數相加折半。得〇八七五〇〇〇〇〇〇〇。爲第三次中率之假數。又以第三次所得之中率。復爲首率。十爲末率。相乘開方。得八六五九六四三二。爲第四次之中率。卽以第四次之首率末率兩假數相加

	眞	假
第一次	一〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
	三一六二二七七	〇五〇〇〇〇〇〇〇〇〇
	一〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二次	三一六二二七七	〇五〇〇〇〇〇〇〇〇〇
	五六二三四一三二	〇七五〇〇〇〇〇〇〇〇
	一〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三次	五六二三四一三二	〇七五〇〇〇〇〇〇〇〇
	七四九八九四二一	〇八七五〇〇〇〇〇〇〇
	一〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

折半得〇九三七五〇〇〇〇〇〇。為第四次中率之假數。又以第四次所得之中率復為首率。十為末率。相乘開方得九三〇五七二〇四。為第五次之中率。即以第五次之首率末率兩假數相加折半得〇九六八七五〇〇〇〇〇。為第五次中率之假數。此所得之中率較之末率去九為近。故以第五次所得之中率復為末率。仍以第五次之首率為首率相乘開方得八九七六八七一三。為第六次之中率。即以第六次首率末率兩假數相加折半。得〇九五三一二五〇〇〇〇。為第六次中率之假數。由此遞推。去九漸近。而即以相近之兩率比例相求。得第七次之中率為九一三九八一七〇。其假數為〇九六〇九三七五〇〇〇。第八次之中率。為九〇一七九七七七。其假數為〇九五七〇三一二五〇〇。第九次之中率。為九〇一七三三三三。其假數為

	真	假
四次	七四九八九四二一	〇八七五〇〇〇〇〇〇〇
	八六五九六四三二	〇九三七五〇〇〇〇〇〇
	一〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
五次	八六五九六四三二	〇九三七五〇〇〇〇〇〇
	九三〇五七二〇四	〇九六八七五〇〇〇〇〇
	一〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
六次	八六五九六四三二	〇九三七五〇〇〇〇〇〇
	八九七六八七一三	〇九五三一二五〇〇〇〇
	九三〇五七二〇四	〇九六八七五〇〇〇〇〇
七次	八九七六八七一三	〇九五三一二五〇〇〇〇
	九一三九八一七〇	〇九六〇九三七五〇〇〇
	九三〇五七二〇四	〇九六八七五〇〇〇〇〇

〇九五五〇七八一二五〇.第十次之中率.爲八九九七〇七九六.其假數爲〇九五四一〇一五六二五.第十一次之中率.爲九〇〇七二〇〇八.其假數爲〇九五四五八九八四三七.第十二次之中率.爲九〇〇二一三八八.其假數爲〇九五四三四五七〇三一.第十三次之中率.爲八九九六〇八八.其假數爲〇九五四二二三六三二八.第十四次之中率.爲九〇〇〇八七三七.其假數爲〇九五四二八四六六七九.第十五次之中率.爲九〇〇〇二四一二.其假數爲〇九五四二五四一五〇三.第十六次之中率.爲八九九九九二五〇.其假數爲〇九五四二三八八九一五.第十七次之中率爲

次	眞	假
八次	八九七六八七一三 九〇一七九七七七 九一三九八一七〇	〇九五三一二五〇〇〇〇 〇九五七〇三一二五〇〇 〇九六〇九三七五〇〇〇
九次	九〇一七九七七七 九〇一七三三三三 八九七六八七一三	〇九五七〇三一二五〇〇 〇九五五〇七八一二五〇 〇九五三一二五〇〇〇〇
十次	八九七六八七一三 八九九七〇七九六 九〇一七三三三三	〇九五三一二五〇〇〇〇 〇九五四一〇一五六二五 〇九五五〇七八一二五〇
十一次	八九九七〇七九六 九〇〇七二〇〇八 九〇一七三三三三	〇九五四一〇一五六二五 〇九五四五八九八四三七 〇九五五〇七八一二五〇
十二次	八九九七〇七九六 九〇〇二一三八八 九〇〇七二〇〇八	〇九五四一〇一五六二五 〇九五四三四五七〇三一 〇九五四五八九八四三七
十三次	八九九七〇七九六 八九九九六〇八八 九〇〇二一三八八	〇九五四一〇一五六二五 〇九五四二二三六三二八 〇九五四三四五七〇三一

九〇〇〇〇八二一.其假數爲〇九五四二四六五二〇九.第十八次之中率.爲九〇〇〇〇〇四一.其假數爲〇九五四二四二七〇六二.第十九次之中率.爲八九九九九六五〇.其假數爲〇九五四二四〇七九八九.第二十次之中率.爲八九九九九八四五.其假數爲〇九五四二四一七五二六.第二十一次之中率.爲八九九九九九四三.其假數爲〇九五四二四二二二九四.第二十二次之中率.爲八九九九九九九二.其假數爲〇九五四二四二四六七八.第二十三次之中率.爲九〇〇〇〇一六.其假數爲〇九五四二四二五八七〇.第二十四次之中率.爲九〇〇〇〇〇〇四.其假數爲〇九

	眞	假
十四次	八九九九六〇八八	〇九五四二二三六三二八
	九〇〇〇八七三七	〇九五四二八四六六七九
	九〇〇二一三八八	〇九五四三四五七〇三一
十五次	八九九九六〇八八	〇九五四二二三六三二八
	九〇〇〇二四一二	〇九五四二五四一五〇三
	九〇〇〇八七三七	〇九五四二八四六六七九
十六次	八九九九六〇八八	〇九五四二二三六三二八
	八九九九九二五〇	〇九五四二三八八九一五
	九〇〇〇二四一二	〇九五四二五四一五〇三
十七次	八九九九九二五〇	〇九五四二三八八九一五
	九〇〇〇〇八二一	〇九五四二四六五二〇九
	九〇〇〇二四一二	〇九五四二五四一五〇三
十八次	八九九九九二五〇	〇九五四二三八八九一五
	九〇〇〇〇〇四一	〇九五四二四二七〇六二
	九〇〇〇〇八二一	〇九五四二四九五一〇九
十九次	八九九九九二五〇	〇九五四二三八八九一五
	八九九九九六五〇	〇九五四二四〇七九八九
	九〇〇〇〇〇四一	〇九五四二四二七〇六二

五四二四二五二七四。第二十五次之中率。爲八九九九九九九八。其假數爲〇九五四二四二四九七六。至第二十六次之中率。則恰得九〇〇〇〇〇〇〇。其假數爲〇九五四二四二五一二五。卽所求之假數也。然所得中率雖爲九。而七空位之後。尚有奇零。故所得之假數。猶爲稍大。故開方之位數愈多。則所得之假數愈密也。

明對數之目用遞次自乘求假數法之一

凡連比例率之自小而大者。以第一率之眞數遞次自乘。卽得加倍各率之眞數。以第一率之假

	眞	假
二十次	八九九九九六五〇 八九九九九八四五 九〇〇〇〇〇四一	〇九五四二四〇七九八九 〇九五四二四一七五二六 〇九五四二四二七〇六二
二十一次	八九九九九八四五 八九九九九九四三 九〇〇〇〇〇四一	〇九五四二四一七五二六 〇九五四二四二二二九四 〇九五四二四二七〇六二
二十二次	八九九九九九四三 八九九九九九九二 九〇〇〇〇〇四一	〇九五四二四二二二九四 〇九五四二四二四六七八 〇九五四二四二七〇六二
二十三次	八九九九九九九二 九〇〇〇〇〇一六 九〇〇〇〇〇四一	〇九五四二四二四六七八 〇九五四二四二五八七〇 〇九五四二四二七〇六二
二十四次	八九九九九九九二 九〇〇〇〇〇〇四 九〇〇〇〇〇二六	〇九五四二四二四六七八 〇九五四二四二五二七四 〇九五四二四二五八七〇
二十五次	八九九九九九九二 八九九九九九九八 九〇〇〇〇〇〇四	〇九五四二四二四六七八 〇九五四二四二四九七六 〇九五四二四二五二七四
二十六次	八九九九九九九八 九〇〇〇〇〇〇〇 九〇〇〇〇〇〇四	〇九五四二四二四九七六 〇九五四二四二五一二五 〇九五四二四二五二七四

數遞次加倍。即得加倍各率之假數。而以各率之假數按率除之。即得第一率之假數。
如以二爲連比例第一率。其假數爲○三○一○二九九九五七以第一率之眞數二自乘得四爲第二率之眞數。以第一率之假數○三○一○二九九九五七加倍。得○六○二○五九九九一三。爲第二率之假數。而以第二率之假數。用二除之。即得第一率之假數。又以第二率之眞數四自乘。得十六爲第四率之眞數。以第二率之假數○六○二○五九九九一三加倍。得一二○四一一九九八二六。爲第四率之假數。而以第四率之假數。用四除之。即得第一率之假數也。

明對數之目用遞次自乘求假數法之二

凡連比例率自小而大者。其假數之首位。既因眞數之位數而遞加。故求假數者。以所求之眞數爲連比例第一率。遞次自乘。即得加倍各率之眞數。以第一率假數之首位。遞次加倍。即得加倍各率之假數。而眞數自乘又進一位者。則假數加倍後又加一數。而以各率之假數按次除之。即得所求第一率之假數。

如求二之假數。則以二爲連比例第一率。是爲單位。故傍紀○。即第二率之假數首位爲○也。又以第一率之眞數二自乘。得四爲第二率之眞數。仍爲單位。故傍亦紀○。即第二率之假數首位亦爲○也。又以第二率之眞數四自乘得十六。爲第四率之眞數。是爲進前一位。故傍紀一。即第四率之假數首位爲一也。又以第四率之眞數十六自乘得二百五十六爲第八率之眞數以第四率之假數一倍之。得二。是爲

率	眞	假
一	二	○三○一○二九九九五七
二	四	○六○二○五九九九一三
四	一六	一二○四一一九九八二六

進前二位。故傍紀二。卽第八率之假數首位爲二也。又以第八率之眞數二百五十六自乘。得六萬五千五百三十六。爲第十六率之眞數。以第八率之假數二倍之。得四。是爲進前四位。故傍紀四。卽第十六率之假數首位爲四也。又以第十六率之眞數六萬五千五百三十六自乘。得四十二億九千四百九十六萬七千二百九十六。爲第三十二率之眞數。以第十六率之假數四倍之。得八。又因第十六率眞數自乘所得首位。乃逢十。又進一位之數。故將假數加倍所得之八。又加一得九。是爲進前九位。故傍紀九。卽第三十二率之假數首位爲九也。由此遞乘至第一萬六千三百八十四率之眞數。則自單位以前共得四千九百三十二位。故傍紀四九三二。爲第一萬六千三百八十四率之假數。以一萬六千三百八十四除之。得○三○一○。卽爲第一率二之假數。蓋以一萬除四千。爲實不足法一倍。則其首位必爲○也。然其位數尚少。故僅得五位。若再遞乘至第一千三百七十四億四千六百九十五萬三千四百七十二率之眞數。則自單位以前共得四百一十三億七千五百六十五萬

率	眞	假
一	二	○
二	四	○
四	一六	一
八	二五六	二
一六	六五五三六	四
三二	四二九四九六七二九六	九

率	假
一六三八四	四九三二
一三七四四六九五三四七二	四一三七五六五三三○七
一	○三○一○二九九九五六

五千三百零七位．即其假數爲四一三七五六五五三〇七．以率數除之．得〇三〇一〇二九九九五六六．即爲第一率二之假數也．此法蓋因眞數進一位則假數首位加一數．今遞乘所得之眞數既得若干位．則其假數首位必加若干數．乃以首位爲單位遞進向前者也．而連比例各率之假數以率數除之．即得第一率之假數．故以率數除之所得第一率之假數爲首位以後之零數也．

明對數之目用遞次開方求假數法之一

凡連比例率之自大而小者．以第一率之眞數遞次開方．即得加倍各率之眞數．以第一率之假數遞次折半．即得加倍各率之假數．而以各率之假數按率乘之．即得第一率之假數．

如以二百五十六爲連比例第一率．其假數爲二四〇八二三九九六五三．以第一率之眞數二百五十六開方．得十六爲第二率之眞數．以第一率之假數二四〇八二三九九六五三折半．得一二〇四一一九九八二六．爲第二率之假數．而以第二率之假數用二乘之．即得第一率之假數．又以第二率之眞數十六開方．得四．爲第四率之眞數．以第二率之假數一二〇四一一九九八二六折半．得〇六〇二〇五九九九一三．爲第四率之假數．而以第四率之假數用四乘之．即得第一率之假數．

率	眞	假
一	二五六	二四〇八二三九九六五三
二	一六	一二〇四一一九九八二六
四	四	〇六〇二〇五九九九一三

明對數之目用遞次開方求假數法之二

凡遞次開方率皆用二倍．蓋眞數開方假數折半而折半即二歸．故遞次折半之

假數。以遞次加倍之率數乘之。即得第一率之假數。如原數爲第一率加倍得二爲第一次開方之率數。蓋折半卽二歸・以二歸者・復用二乘・必仍得原數也・又加倍得四爲第二次開方之率數。蓋折半二次卽四歸・以四歸者・復用四乘・必亦得原數也・遞次加倍。則第三次之率爲八。第四次之率爲十六。第五次之率爲三十二。第六次之率爲六十四。第七次之率爲一百二十八。第八次之率爲二百五十六。第九次之率爲五百一十二。第十次之率爲一千零二十四。第二十次之率爲一百零四萬八千五百七十六。第三十次之率爲十億七千三百七十四萬一千八百二十四。第四十次之率爲一兆零九百九十五億一千一百六十二萬七千七百七十六。第五十次之率爲一千一百二十五兆八千九百九十九億零六百八十四萬二千六百二十四。凡有眞數求假數。皆以所求之數爲第一率眞數開方幾次。則假數必折半幾次。今雖無第一率之假數。而苟得其折半第幾次之假數。則加倍幾次。必得第一率之假數。故以加倍第幾次之率數。與折半第幾次之假數相

一	二
二	四
三	八
四	一六
五	三二
六	六四
七	一二八
八	二五六
九	五一二
一〇	一〇二四

一一	二〇四八
一二	四〇九六
一三	八一九二
一四	一六三八四
一五	三二七六八
一六	六五五三六
一七	一三一〇七二
一八	二六二一四四
一九	五二四二八八
二〇	一〇四八五七六

乘。即得第一率之假數也。

明對數之目用遞次開方求假數法之三

凡眞數不可與假數爲比例者。因眞數開方。假數折半。其相比之分數不同。若開方至於數十次。則開方之數。即與折半之數相同。故假數即可用眞數比例而得。是以凡求假數者。皆以其眞數開方至幾十次。與此所得之假數相比。即得其開方第幾十次之假數。按前率數乘之。即得所求之假數。

如眞數爲一十。假數爲一〇。以眞數一十開方得三一六二二七七六六〇一六八三七九三三一九九八八九三五四。第二次開方得一七七八二七九四一〇〇三八九二二八〇一一九七三〇四一三。第三次開方得一三三三五二一四三二一六三三二四〇二五六六五三八九三〇八。第四次開方。得一一五四七八一九八四六八九四五八一七九六六一九一八二一三。第五次開方得一〇七四六〇七

二一	二〇九七一五二
二二	四一九四三〇四
二三	八三八八六〇八
二四	一六七七七二一六
二五	三三五五四四三二
二六	六七一〇八八六四
二七	一三四二一七七二八
二八	二六八四三五四五六
二九	五三六八七〇九一二
三〇	一〇七三七四一八二四

三一	二一四七四八三六四八
三二	四二九四九六七二九六
三三	八五八九九三四五九二
三四	一七一七九八六九一八四
三五	三四三五九七三八三六八
三六	六八七一九四七六七三六
三七	一三七四三八九五三四七二
三八	二七四八七七九〇六九四四
三九	五四九七五五八一三八八八
四〇	一〇九九五一一六二七七七六

四一	二一九九〇二三二于五五五二
四二	四三九八〇四六五一一一〇四
四三	八七九六〇九三〇二二二〇八
四四	一七五九二一八六〇四四四一六
四五	三五一八四三七二〇八八八三二
四六	七〇三六八七四四一七七六六四
四七	一四〇七三七四八八三五五三二八
四八	二八一四七四九七六七一〇六五六
四九	五六二九四九九五三四二一三一二
五〇	一一二五八九九九〇六八四二六二四

八二八三二一三一七四九七二一三八一七六五三八。第六次開方。得一〇三六六三二九二八四三七六九七九九七二九〇六二七三一三一。第七次開方。得一〇一八一五一七二一七一八一八一八。四一四七三七二三八一四四如此遞次開方至第五十四次。則得一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

	一〇
一次	三一六二二七七六六〇一六八三七九三三一九九八八九三五四
二次	一七七八二七九四一〇〇三八九二二八〇一一九七三〇四一三
三次	一三三三五二一四二二一六三三二四〇二五六六五三八九三〇八
四次	一一五四七八一九八四六八九四五八一七九六六一九一八二一三
五次	一〇七四六〇七八二八三二一三一七四九七二一三八一七六五三八

○○一二七八一九一四九三二○○三二三五.而與第五十三次開方所得折半之數同.是故眞數.卽可與假數爲比例矣.乃以一十之假數一○.折半得○五.第二次折半得○二五.第三次折半得○一二五.第四次折半得○○六二五.第五次折半得○○三一二五.第六次折半得○○一五六二五.第七次折半得○○○七八

	一○
一次	三一六二二七七六六○一六八三七九三三一九九八八九三五四
二次	一七七八二七九四一○○三八九二二八○一一九七三○四一三
三次	一三三三五二一四三二一六三三二四○二五六六五三八九三○八
四次	一一五四七八一九八四六八九四五八一七九六六一九一八二一三
五次	一○七四六○七八二八三二一三一七四九七二一三八一七六五三八
六次	一○三六六三二九二八四三七六九七九九七二九○六二七三一三一
七次	一○一八一五一七二一七一八一八四一四七三七二三八一四四
五四	一○○○○○○○○○○○○○○○一二七八一九一四九三二○○三二三五

	一○
一次	○五
二次	○二五
三次	○一二五
四次	○○六二五
五次	○○三一二五
六次	○○一五六二五
七次	○○○七八一二五
五四	○○○○○○○○○○○○○○○○○五五五一一一五一二三一二五七八二七○

一二五．如此遞次折半．亦至第五十四次．則得十七空位五五五一一一五一二三一二五七八二七〇．卽爲第五十四次開方之假數．於是以眞數之零數一二七八一九一四九三二〇〇三二三五爲一率．假數之零數五五五一一一五一二三一二五七八二七〇爲二率．眞數之零數一爲三率．一率爲十七位．則三率亦加十六空位以足其分．得四率四三四二九四四八一九〇三二五一八〇四．卽爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一之假數．前亦仍得十七空位．蓋眞數爲一．則假數爲〇．今眞數之零數．卽比一多之較．假數之零數．卽比〇多之較．故以眞數之較與假數之較爲比例也．凡求假數者．皆以眞數開方至幾十次．首位得一．又得十五空位．則以其後之零數．與此所得之假數爲比例．卽得其開方第幾十次之假數．按前率數乘之．卽得第一率之假數也．

一率	一二七八一九一四九三二〇〇三二三五
二率	五五五一一一五一二三一二五七八二七〇
三率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
四率	四三四二九四四八一九〇三二五一八〇四

眞	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一
假	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四三四二九四四八一九〇三二五一八〇四

真數遞次開方表

	一〇
一	三一六二二七七六六〇一六八三七九三三一九九八八九三五四
二	一七七八二七九四一〇〇三八九二二八〇一一九七三〇四一三
三	一三三三五二一四三二一六三三二四〇二五六六五三八九三〇八
四	一一五四七八一九八四六八九四五八一七九六六一九一八二一三
五	一〇七四六〇七八二八三二一三一七四九七二一三八一七六五三八
六	一〇三六六三二九二八四三七六九七九九七二九〇六二七三一三一
七	一〇一八一五一七二一七一八一八一八四一四七三七二三八一四四
八	一〇〇九〇三五〇四四八四一四四七四三七七五九〇〇五一三九一
九	一〇〇四五〇七三六四二三四四六二五一五六六四六七〇六一一三
一〇	一〇〇二二五一一四八二九二九一二九一五四六五六一一七三六七
一一	一〇〇一一二四九四一三九九八七九八七五八八五三九五五一八〇五
一二	一〇〇〇五六二三一二六〇二二〇八六三六六一八四九五九一八三九
一三	一〇〇〇二八一一一六七八七七八〇一三二三九九二四九六四三二五
一四	一〇〇〇一四〇五四八五一六九四七二五八一六二七六七三二七一五
一五	一〇〇〇〇七〇二七一七八九四一一四三五五三八八一一七〇八四五
一六	一〇〇〇〇三五一三二七七四六一八五六六〇八五八一三〇七七七
一七	一〇〇〇〇一七五六七四八四四二二六七三八三三八四六七八二七四
一八	一〇〇〇〇〇八七八三七〇三六三四六一二一四六五七四〇七四三一
一九	一〇〇〇〇〇四三九一八四二一七三一六七二三六二八一八八〇八三
二〇	一〇〇〇〇〇二一九五九一八六七五五四二〇三三一七〇七七一九
二一	一〇〇〇〇〇一〇九七九五八七三五〇二〇四〇九七五四七二九四〇
二二	一〇〇〇〇〇〇五四八九七九二一六八二一一一四六二六六〇二五〇四
二三	一〇〇〇〇〇〇二七四四八九五七〇七三八二九五〇九一二五四四九九
二四	一〇〇〇〇〇〇一三七二四四七七五九五一〇八三二八二六九五七二三
二五	一〇〇〇〇〇〇〇六八六二二三八五六二一〇二五七三七一八七四八二
二六	一〇〇〇〇〇〇〇三四三一一一九一二二二一八八三九一二七五〇二〇八
二七	一〇〇〇〇〇〇〇一七一五五五九五九六三七八四七一九九三八七九一
二八	一〇〇〇〇〇〇〇〇八五七七七九七九四五一〇三〇五一一七五八八八
二九	一〇〇〇〇〇〇〇〇四二八八八八九六三三五四一九八四二九〇一三
三〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇二一四四四四九四七九三七七七六七四二九七〇四
三一	一〇〇〇〇〇〇〇〇一〇七二二二四七三九一一四〇五〇七六九二六八
三二	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇五三六一一二三六九四一三三一七一四八三一四
三三	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇二六八〇五六一八四六七〇七三一五一五〇八七
三四	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇一三四〇二八〇九二三二六三八三九九二七七七
三五	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇六七〇一四〇四六一六〇九四六五五五一九六
三六	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三三五〇七〇二三〇七九九一一九一七三〇〇
三七	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一六七五三五一一五三九八一五六一八五七六
三八	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇八三七六七五五七六九八七二七二四二六九
三九	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四一八八三七七八八四九二七五九〇八七九
四〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二〇九四一八八九四二四六一六〇二六二三
四一	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一〇四七〇九四四七一二三〇二五三一一〇
四二	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五二三五四七二三五六一四九八九五〇四
四三	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二六一七七三六一七八〇七四六〇四八九
四四	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一三〇八八六八〇八九〇三七二一六七八
四五	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇六五四四三四〇四四五一八五八六九七五
四六	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三二七二一七〇二二二五九二八八一一三七
四七	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一六三六〇八五一一一二九六四二七一八三
四八	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇八一八〇四二五五五六四八二一〇二九五
四九	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四〇九〇二一二七七八二四一〇四三一一
五〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二〇四五一〇六三八九一二〇五一九四六
五一	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一〇二二五五三一九四五六〇二五九二一
五二	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五一一二七六五九七二八〇一二九四七
五三	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二五五六三八二九八六四〇〇六四七〇
五四	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一二七八一九一四九三二〇〇三二三五

假數遞次折半表

	一○
一	○五
二	○二五
三	○一二五
四	○○六二五
五	○○三一二五
六	○○一五六二五
七	○○○七八一二五
八	○○○三九○六二五
九	○○○一九五三一二五
一○	○○○○九七六五六二五
一一	○○○○四八八二八一二五
一二	○○○○二四四一四○六二五
一三	○○○○一二二○七○三一二五
一四	○○○○○六一○三五一五六二五
一五	○○○○○三○五一七五七八一二五
一六	○○○○○一五二五八七八九○六二五
一七	○○○○○○七六二九三九四五三一二五
一八	○○○○○○三八一四六九七二六五六二五
一九	○○○○○○一九○七三四八六三二八一二五
二○	○○○○○○○九五三六七四三一六四○六二五
二一	○○○○○○○四七六八三七一五八二○三一二五
二二	○○○○○○○二三八四一八五七九一○一五六二五
二三	○○○○○○○一一九二○九二八九五五○七八一二五
二四	○○○○○○○○五九六○四六四四七七五三九○六二五
二五	○○○○○○○○二九八○二三二二三八七六九五三一二五
二六	○○○○○○○○一四九○一一六一一九三八四七六五六二五
二七	○○○○○○○○○七四五○五八○五九六九二三八二八一二五
二八	○○○○○○○○○三七二五二九○二九八四六一九一四○六二五
二九	○○○○○○○○○一八六二六四五一四九二三○九五七○三一二五
三○	○○○○○○○○○○九三一三二二五七四六一五四七八五一五六二五
三一	○○○○○○○○○○四六五六六一二八七三○七七三九二五七八一二五
三二	○○○○○○○○○○二三二八三○六四三六五三八六九六二八九○六二五
三三	○○○○○○○○○○一一六四一五三二一八二六九三四八一四四五三一二五
三四	○○○○○○○○○○○五八二○七六六○九一三四六七四○七二二六五六二五
三五	○○○○○○○○○○○二九一○三八三○四五六七三三七○三六一三二八一二
三六	○○○○○○○○○○○一四五五一九一五二二八三六六八五一八○六六四○六
三七	○○○○○○○○○○○○七二七五九五七六一四一八三四二五九○三三二○三
三八	○○○○○○○○○○○○三六三七九七八八○七○九一七一二九五一六六○一
三九	○○○○○○○○○○○○一八一八九八九四○三五四五八五六四七五八三○○
四○	○○○○○○○○○○○○○九○九四九四七○一七七二九二八二三七九一五○
四一	○○○○○○○○○○○○○四五四七四七三五○八八六四六四一一八九五七五
四二	○○○○○○○○○○○○○二二七三七三六七五四四三二三二○五九四七八七
四三	○○○○○○○○○○○○○一一三六八六八三七七二一六一六○二九七三九三
四四	○○○○○○○○○○○○○○五六八四三四一八八六○八○八○一四八六九六
四五	○○○○○○○○○○○○○○二八四二一七○九四三○四○四○○七四三四八
四六	○○○○○○○○○○○○○○一四二一○八五四七一五二○二○○三七一七四
四七	○○○○○○○○○○○○○○○七一○五四二七三五七六○一○○一八五八七
四八	○○○○○○○○○○○○○○○三五五二七一三六七八八○○五○○九二九三
四九	○○○○○○○○○○○○○○○一七七六三五六八三九四○○二五○四六四六
五○	○○○○○○○○○○○○○○○○八八八一七八四一九七○○一二五二三二三
五一	○○○○○○○○○○○○○○○○四四四○八九二○九八五○○六二六一六一
五二	○○○○○○○○○○○○○○○○二二二○四四六○四九二五○三一三○八○
五三	○○○○○○○○○○○○○○○○一一一○二二三○二四六二五一五六五四○
五四	○○○○○○○○○○○○○○○○○五五五一一一五一二三一二五七八二七○

明對數之目用遞次開方求假數法之四

凡眞數首位爲一者。則開方首位必得一。若首位非一者。則以眞數遞乘幾次。使首位得一。卽以遞乘所得之眞數遞次開方。至得十五空位。乃以其後之零數與前法所得一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一之假數相比例。卽得開方第幾次之假數。按前率數乘之。卽得遞乘所得眞數之假數。再看遞乘所得眞數爲連比例第幾率。則以第幾率之數除之。卽得所求之假數。

如求二之假數。則以二爲連比例第一率。遞次乘之。第二率得四。第三率得八。第四率得十六。第五率得三十二。第六率得六十四。第七率得一百二十八。第八率得二百五十六。第九率得五百一十二。第十率得一千零二十四。是首位既得一。又得一空位。乃以此數命爲第一率。其首位之一千命爲單位。開方得一〇一一九二八八五一二五三八八一三八六二三九七。第二次開方得一〇〇五九四六七四三七四六三四八三二六六五四二四。第三次開方得一〇〇二九六八九六四四九八〇七八七三七三六二六八。第四次開方得一〇〇一四八三三八二〇三七九〇四一八〇三〇一八三八。第五次開方得一〇〇〇七四一四一六一

一	二
二	四
三	八
四	一六
五	三二
六	六四
七	一二八
八	二五六
九	五一二
一〇	一〇二四

六九九八三五三三六二四九〇六．第六次開方．得一〇〇三七〇六三九三九八二一〇〇一四〇七一七六一五．第七次開方．得一〇〇〇一八五三〇二五三〇五九一〇八五三〇五八二七七．如此遞次開方至第十七次．則得一〇〇〇〇〇〇一八〇九四二七五四八四四五三四三六三九五〇一五四四．第二十七次．則得一〇〇〇〇〇〇〇〇〇一七六七〇一八九三〇五七〇一四一九四八二

	一〇二四
一	一〇一一九二八八五一二五三八八一三八六二三九七
二	一〇〇五九四六七四三七四六三四八三二六六五四二四
三	一〇〇二九六八九六四四九八〇七八七三七三六二六八
四	一〇〇一四八三三八二〇三七九〇四一八〇三〇一八三八
五	一〇〇〇七四一四一六一六九九八三五三三六二四九〇六
六	一〇〇〇三七〇六三九三九八二一〇〇一四〇七一七六一五
七	一〇〇〇一八五三〇二五三〇五九一〇八五三〇五八二七七
一七	一〇〇〇〇〇〇一八〇九四二七五四八四四五三四三六三九五〇一五四四
二七	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇一七六七〇一八九三〇五七〇一四一九四八二六二
三七	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一七二五六〇四四二四二三二五九四三四七七
四七	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一六八五一六〇五七〇五三九四九七七

六二。第三十七次。則得一○○○○○○○○○○○○一七二五六○四四二四二三二五九四三四七七。第四十七次。則得一○○○○○○○○○○○○○○○一六八五一六○五七○五三九四九七七。是已得十五空位矣。乃以前法所得眞數之零數一爲一率。三率有十七位．則一率亦加十六空位以足其分。其假數十七空位後之零數四三四二九四四八一九○三二五一八○四爲二率。今所得眞數之零數一六八五一六○五七○五三九四九七七爲三率。得四率七三一八五五九三六九○六二三九二六八。卽爲開方第四十七次之假數。前亦仍爲十七空位。以加倍四十七次之率數一四○七三七四八八三五五三二八乘之。得○○一○二九九九五六六三九八一一九五二六五。卽爲第一率一○二四之假數。蓋開方第四十七次之假數爲十八位．前十七空位．共三十五位．今相乘得三十三位．故前止有二空位．亦

一率	一○○○○○○○○○○○○○○○○
二率	四三四二九四四八一九○三二五一八○四
三率	一六八五一六○五七○五三九四九七七
四率	七三一八五五九三六九○六二三九二六八

眞一○○○○○○○○○○○○○○○一六八五一六○五七○五三九四九七七

假○○○○○○○○○○○○○○○○○七三一八五五九三六九○六二三九二六八

一○二四	○○一○二九九九五六六三九八一一九五二六五
一○二四	三○一○二九九九五六六三九八一一九五二六五
二	○三○一○二九九九五六六三九八一一九五二六五

共三十五位也．此截用二十一位．然一〇二四首位之一．開方雖命爲單位．而其實則爲千位．千之假數首位應爲三．故首位加三．得三〇一〇二九九九五六六三九八一一九五二六五．是爲一千零二十四之假數．又因一千零二十四爲二之連比例第十率．故以十歸之．得〇三〇一〇二九九九五六六三九八一一九五二六五．卽爲所求之連比例第一率二之假數也．

明對數之目用遞次開方求假數法之五

凡求假數．眞數開方之次數愈多．則所得之假數愈密．然用假數不過至十二位．觀前遞次開方表內．至九空位以後．其開方之數與折半之數．已同七位．其零數所差甚微．故眞數開方至二十七次．卽可以立率．

如求二之假數．按前法遞次乘之．至第十率．得一〇二四．開方至二十七次．得一〇〇〇〇〇〇〇〇〇一七六七〇一八九三〇五七〇一四一九四八二六二．是已得九空位矣．於是察前眞數一〇遞次開方表內第三十四次數．得一〇〇〇〇〇〇〇〇〇一三四〇二八〇九二二二六三八三九九二七七．亦爲九空位．卽以其眞數之零數一三四〇二八〇九二三二六三八三九九二七七爲一率．其假數十一空位後之零數五八二〇七六六〇九一三四六七四〇七二二六五六二五爲二率．眞數之零數一爲三率．（率爲二十一位．則三率亦加二十空位以足其分．）得四率四三四二九四四八一八七四一四七九九七二〇六九五五．卽爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一之假數．前亦仍爲十一空位．乃卽用此數爲比例．以眞數之零數一爲一率．（三率爲二十二位．則一率亦加二十一空位以足其分．）其假數十一空位後之零數四

三四二九四四八一八七四一四七九九七二〇六九五五爲二率.今以一〇二四開方二十七次.所得之零數一七六七〇一八九三〇五七〇一四一九四八二六二爲三率.得四率七六七四〇六五七〇九一三七七〇八九〇七〇一四三九.卽爲一〇二四開方第二十七次之假數.前亦仍爲十一空位.以加倍二十七次之率

一率	一三四〇二八〇九二三二六三八三九九二七七七
二率	五八二〇七六六〇九一三四六七四〇七二二六五六二五
三率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
四率	四三四二九四四八一八七四一四七九九七二〇六九五五

眞	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇一
假	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四二四二九四四八一八七四一四七九九七二〇六九五五

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	四三四二九四四八一八七四一四七九九七二〇六九五五
三率	一七六七〇一八九三〇五七〇一四一九四八二六二
四率	七六七四〇六五七〇九一三七七〇八九〇七〇一四三九

一〇二四	〇〇一〇二九九九五六六四〇〇
二	〇三〇一〇二九九九五六六四〇

數一三四二一七七二八乘之得〇〇一〇二九九九五六六四〇〇。即爲第一率一〇二四之假數。與前法所得之數同。前法得三九八。收之亦爲四〇〇。以後奇零微有不合。止截用十二位。再按前法首位加三而以率數十歸之。即得〇三〇一〇二九九九五六六四〇。爲二之假數也。此法較之前法開方省二十次而所得之數同。故求假數者用此法亦便也。

明對數之目用遞次開方求假數法之六

凡開方之數與折半之數。雖不同。然而不同之較遞次漸少。故又有相較之法。至開方第十次以後。則以較數相減。即得開方之數。

如求六之假數。以六爲連比例第一率。遞次乘之。得連比例第九率。爲一千零七萬七千六百九十六。乃以此數命爲第一率。其首位之一千萬命爲單位開方得一〇〇三八七七二八三三三六九六二四五六六三八四六五五一。第二次開方得一〇〇一九三六七六六一三六九四六六一六七五八七〇二二九。第三次開方。得一〇〇〇九六七九一四六三九〇九九〇一七二八八九〇七二〇。第四次開方得一〇〇〇四八三八四〇二六八八四六六二九八五四九二五三五。第五次開方。得一〇〇〇二四一八九〇八七八八

一	六
二	三六
三	二一六
四	一二九六
五	七七七六
六	四六六五六
七	二七九九三六
八	一六七九六一六
九	一〇〇七七六九六

二四六八五六三八〇八七二七。與第四次開方所得折半之數漸近。乃以第四次開方所得數折半。首位之一不折半。蓋首位之一諸次開方皆同。其數不變也。得二四一九二〇一三四四二三三一四九二七四六二六七。與第五次開方所得數相減。餘二九二五五五九八六二九二八九三七五四〇。爲第五次之較。設使有第五次之較。則將第四次開方所得數折半內減第五次之較。卽第五次開方所得數。然第五次之較。乃與第五次開方數相減而得。故第五次猶必用開方也。第六次開方。得一〇〇〇一二〇九三八一二六三九七一三四五九四三九一九四。又以第五次開方所得數折半得一二〇九四五四三九四一二三四二八一九〇四三六三。與第

	一〇〇七七六九六
一	一〇〇三八七七二八三三三六九六二四五六六三八四六五五一
二	一〇〇一九三六七六六一三六九四六六一六七五八七〇二二九
三	一〇〇〇九六七九一四六三九〇九九〇一七二八八九〇七二〇
四	一〇〇〇四八三八四〇二六八八四六六二九八五四九二五三五
五	一〇〇〇二四一八九〇八七八八二四六八五六三八〇八七二七 二四一九二〇一三四四二三三一四九二七四六二六七 二九二五五五九八六二九二八九三七五四〇

六次開方所得數相減。餘七三一三〇一五二〇八二二四六五一六九。爲第六次之第一較。又將第五次之較四歸之。得七三一三八九九六五七三二二三四三八五。與第六次之第一較相減。餘八八四四四九〇九七六九二一五。爲第六次之第二較。設使有第二較。則將第五次之較四歸之。內減第六次之第二較。卽爲第六次之第一較。將第五次開方所得數折半。內減第六次之第一較。卽第六次開方所得數。然第二較乃與第一較相減而得。而第一較乃與第六次開方數相減而得。故第六次猶必用開方也。第七次開方。得一〇〇〇〇六〇四六七二三五〇五五三〇九六八〇一六〇〇五。又以第六次開方所得數折半。得六〇四六九〇六三一九八五六七二九七一九五九七。與第七次開方所得數相減。餘一八二八一四三二五七六一七〇三五九二。爲第七次之第一較。又將第六次之第一較四歸之。得一八二八二五三八〇二〇五六一六二九二。與第七次之第一較相減。餘一一〇五四四四三九一二七〇〇。爲第七次之第二較。又將第六次之第二較八歸之。得一一〇五五六一三七二一一五二。與第七次之第二較相減。餘一一六九八〇八四五二。爲第七次之第三較。設使有第三較

六	一〇〇〇一二〇九三八一二六三九七一三四五九四三九一九四
	一二〇九四五四三九四一二三四二八一九〇四三六三
	七三一三〇一五二〇八二二四六五一六九
	七三一三八九九六五七三二二三四三八五
	八八四四四九〇九七六九二一五

則將第六次之第二較八歸之內減第七次之第三較即爲第七次之第二較將第六次之第一較四歸之內減第七次之第二較即爲第七次之第一較將第六次開方所得數折半內減第七次之第一較即第七次開方所得數然第三較乃與第二較相減而得第二較乃與第一較相減而得而第一較乃與第七次開方數相減而得故第七次猶必用開方也第八次開方得一〇〇〇三〇二三三一六〇五〇五六五七七五九六四七九四又以第七次開方所得數折半得三〇二三三六一七五二七六五四八四〇〇八〇〇二與第八次開方所得數相減餘四五七〇二一九九七〇八〇四三二〇八爲第八次之第一較又將第七次之第一較四歸之得四五七〇三五八一四四〇四二五八九八與第八次之第一較相減餘一三八一七三二三八二六九〇爲第八次之第二較又將第七次之第二較八歸之得一三八一八〇五四八九〇八七與第八次之第二較相減餘七三一〇六三九七爲第八次之第三較又將第七次之第三較十六歸之得七三一一三〇二八與第八

七	一〇〇〇〇六〇四六七二三五〇五五三〇九六八〇一六〇〇七
	六〇四六九〇六三一九八五六七二九七一九五九七
	一八二八一四三二五七六一七〇三五九二
	一八二八二五三八〇二〇五六一六二九二
	一一〇五四四四三九一二七〇〇
	一一〇五五六一三七二一一五二
	一一六九八〇八四五二

次之第三較相減。餘六六三一。爲第八次之第四較。設使有第四較。則將第七次之第三較十六歸之。內減第八次之第四較。卽爲第八次之第三較。將第七次之第二較八歸之。內減第八次之第三較。卽爲第八次之第二較。將第七次之第一較四歸之。內減第八次之第二較。卽爲第八次之第一較。將第七次之開方數折半內減第八次之第一較。卽第八次開方數。然第四較乃與第三較相減而得。第三較乃與第二較相減而得。第二較乃與第一較相減而得。而第一較乃與第八次開方數相減而得。故第八次猶必用開方也。至第九次開方。得一〇〇〇〇一一五一一六四六五九九九〇五六七二九五〇四八八。又以第八次開方數折半。得一一五一一六五八〇二五二八二八八七九八二三九七。與第九次開方數相減。餘一一四二五三七七二一一五〇三一九〇九。爲第九次之第一較。又將第八次之第一較四歸之。得一一四二五五四九九二七〇一〇八〇二。

八	一〇〇〇〇三〇二三三一六〇五〇五六五七七五九六四七九四
	三〇二三三六一七五二七六五四八四〇〇八〇〇二
	四五七〇二一九九七〇八〇四三二〇八
	四五七〇三五八一四四〇四二五八九八
	一三八一七三二三八二六九〇
	一三八一八〇五四八九〇八七
	七三一〇六三九七
	七三一一三〇二八
	六六三一

與第九次之第一較相減。餘一七二七一一九七八八九三。為第九次之第二較。又將第八次之第二較八歸之。得一七二七一六五四七八三六。與第九次之第二較相減。餘四五六八九四三。為第九次之第三較。又將第八次之第三較十六歸之。得四五六九一五〇。與第九次之第三較相減。餘二〇七。為第九次之第四較。又將第八次之第四較三十二除之。亦得二〇七。與第九次之第四較同。故自第十次以後則不用開方。若開方止用二十二位。則第八次之第三較已同。至第九次。即不用開方。亦不用第四較。即以第九次之第四較三十二除之。得六。為第十次之第四較。將第九次之第三較十六除之。得二八五五五八。內減第十次之第四較。餘二八五五五二。即為第十次之第三較。將第九次之第二較八歸之。得二一五八八九九七三六一。內減第十次之第三較。餘二一五八八七一一八〇九。即為第十次之第二較。將第九次之

九	一〇〇〇〇一五一一六四六五九九九〇五六七二九五〇四八八
	一五一一六五八〇二五二八二八八七九八二三九七
	一一四二五三七七二一五〇三一九〇九
	一一四二五五四九九二七〇一〇八〇二
	一七二七一一九七八八九三
	一七二七一六五四七八三六
	四五六八九四三
	四五六九一五〇
	二〇七
	二〇七

第一較四歸之。得二八五六三四四三〇三七五七九七七。內減第十次之第二較。餘二八五六三二三七一五〇四六一六八。卽爲第十次之第一較。將第九次開方所得數折半得七五五八二三二九九九五二八三六四七五二四四。內減第十次之第一較。又加首位之一。得一〇〇〇〇〇七五五八二〇四四三六三〇一二一四二九〇七六。卽爲第十次開方所得數也。至第十一次。則將第十次之第四較三

	六
	二八五五五八
	二八五五五二
	二一五八八九九七三六一
	二一五八八七一一八〇九
	二八五六三四四三〇三七五七九七七
	二八五六三二二七一五〇四六一六八
	七五五八二三二九九九五二八三六四七五二四四
一〇	一〇〇〇〇〇七五五八二〇四四三六三〇一二一四二九〇七六

	一七八四七
	二六九八五八八九七六
	二六九八五七一一二九
	七一四〇八〇六七八七六一五四二
	七一四〇七七九八〇一九〇四一三
	三七七九一〇二二一八一五〇六〇七一四五三八
一一	一〇〇〇〇〇三七七九〇九五〇七七三七〇八〇五二四一二五

十二除之不足一倍。故無第四較。而以第十次之第三較十六除之得一七八四七。卽爲第十一次之第三較。將第十次之第二較八歸之。得二六九八五八八九七六。內減第十一次之第三較。餘二六九八五七一一二九。卽爲第十一次之第二較。將第十次之第一較四歸之。得七一四〇八〇六七八七六一五四二。內減第十一次之第二較。餘七一四〇七七九八〇一九〇四一三。卽爲第十一次之第一較。將第十次開方所得數折半。得三七七九一〇二二一八一五〇六〇七一四五三八。內減第十一次之第一較。又加首位之一。得一〇〇〇〇〇三七七九〇九五〇七七三七〇八〇五二四一二五。卽爲第十一次開方所得數也。由此遞推至第二十三次開方數。得一〇〇〇〇〇〇〇〇〇九二二六二八八九一〇四三〇七六六七。是已得九空位矣。乃以前法所得眞數之零數一爲一率。三率截用十四位。則一率亦加十三空位以足其分。其假數十一空位後之零數四三四二九四四八一八七四一四爲二率。截用十四位以從簡易。今開方二

	一七八四七
	二六九八五八八九七六
	二六九八五七一一二九
	七一四〇八〇六七八七六一五四二
	七一四〇七七九八〇一九〇四一三
	三七七九一〇二二一八一五〇六〇七一四五三八
一一	一〇〇〇〇〇三七七九〇九五〇七七三七〇八〇五二四一二五
二三	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇九二二六二八八九一〇四三〇七六六七

十三次所得之零數九二二六二八八九一〇四三〇七爲三率得四率四〇〇六九二六三六一九七六五二卽爲開方第二十三次之假數前則爲十空位。二率有十四位。而其前爲十一空位。今四率得十五位。故前爲十空位。以加倍二十三次之率數八三八八六〇八乘之得〇〇〇三三六一二五三四五。蓋開方第二十三次之假數爲十五位。并前十空位。共二十五位。今相乘得二十二位。故前止有三空位。亦共爲二十五位也。此截用十二位。卽爲第一率一〇〇七七六九六之假數。然首位之一開方雖命爲單位。其實則爲千萬。千萬之假數。首位應爲七。故首位爲七。得七〇〇三三六一二五三四五。是爲一千零七萬七千六百九十六之假數。又因其爲連比例第九率。故用九歸之。得〇七七八一五一二五〇三八。卽爲連比例第一率六之假數也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	四三四二九四四八一八七四一四
三率	九二二六二八八九一〇四三〇七
四率	四〇〇六九二六二六一九七六五二

一〇〇七七六九六	七〇〇三三六一二五三四五
六	〇七七八一五一二五〇三八

明對數之目用遞次開方求假數法之七

凡求假數先求得一至九。一一至一九。一〇一至一〇九。一〇〇一至一〇〇九。以及三〇位零一至九。

四空位零一至九。五空位零一至九。六空位零一至九。七空位零一至九。八空位零一至九。九空位零一至九之九十九數。而他數皆由此生。然此九十九數內有以兩數相乘除而得者。則以兩假數相加減。即爲所求眞數之假數。至五空位以後。則又可以比例而得。不必逐一而求也。

如一至九之九數。惟二、三、七之三數。用前遞次開方求假數法求之。至於四。則係二與二相乘所得之數。故以二之假數〇三〇一〇二九九九五六六倍之。得〇六〇二〇五九九九一三三。即爲四之假數。至於五。係以二除十所得之數。故以二之假數與十之假數相減。餘〇六九八九七〇〇〇四三四。即爲五之假數。至於六。係二與三相乘所得之數。故以二之假數與三之假數相加。得〇七七八一五一二五〇三八。即爲六之假數。或先得六之假數。內減二之假數。即得三之假數。至於八。係二與四相乘所得之數。故以二之假數與四之假數相加。得〇九〇三〇八九九八六九九。即爲八之假數。至於九。係三與三相乘

二	〇三〇一〇二九九九五六六
四	〇六〇二〇五九九九一三三
八	〇九〇三〇八九九八六九九

一〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二	〇三〇一〇二九九九五六六
五	〇六九八九七〇〇〇四三四

二	〇三〇一〇二九九九五六六
三	〇四七七一二一二五四七二
六	〇七七八一五一二五〇三八

三	〇四七七一二一二五四七二
九	〇九五四二四二五〇九四四

所得之數．故以三之假數〇四七七一二一二五四七二倍之．得〇九五四二四二五〇九四四．卽爲九之假數．或先得九之假數．折半卽得三之假數．如一一至一九之九數．惟一一、一三、一七、一九之四數．用前遞次開方求假數法求之．至於一二係二與六相乘所得之數．故以二之假數與六之假數相加．得一〇七九一八一二四六〇四．爲一十二之假數．內減首位之一．餘〇〇七九一八一二四六〇四．卽爲一二之假數．蓋自一一至九空位零九．其首位之一．皆爲單位．首位以下爲小餘．試將一十二以十除之．仍得一二．則其首位之一．卽爲單位．二爲小餘．故於十二之假數內．減首位之一．卽減去十之假數．而所餘爲一二之假數也．至於一四乃二與七相乘所得之數．故以二之假數與七之假數相加．得一一四六一二八〇三五六七．爲一十四之假數．內減首位之一．餘〇一四六一二八〇三五六七．卽爲一四之假數．至於一五乃三與五相乘所得之數．故以三之假數與五之假數相加．得一一七六〇九一二五九〇六．爲一十五之假數．內減首位之一．餘〇一七六〇九一二五九〇六．卽爲一五之假數．餘皆倣此．詳見對數闡

二	〇三〇一〇二九九九五六六
六	〇七七八一五一二五〇三八
一二	一〇七九一八一二四六〇四
一二	〇〇七九一八一二四六〇四

二	〇三〇一〇二九九九五六六
七	〇八四五〇九八〇四〇〇一
一四	一一四六一二八〇三五六七
一四	〇一四六一二八〇三五六七

三	〇四七七一二一二五四七二
五	〇六九八九七〇〇〇四三四
一五	一一七六〇九一二五九〇六
一五	〇一七六〇九一二五九〇六

微。至於一〇〇〇〇〇一以後之假數。則即可用前遞次開方表內相近數比例而得之。如求一〇〇〇〇〇一之假數。則以前表內開方第二十一次眞數五空位後之零數一〇九七九五八七三五爲一率。截用十位。以從簡便。其假數七空位後之零數四七六八三七一五八二爲二率。亦截用十位。今眞數之零數一爲三率。添九空位。以足其分。得四率四三四二九四三有餘。前亦仍爲七空位。因假數止用十三位。故四率止求七位。并七空位爲十四位。已爲足用。截前十二位得〇〇〇〇〇〇〇四三四二九。即爲一〇〇〇〇〇一之假數。二因之。得〇〇〇〇〇〇〇八六八五九。第十三位滿五。則進一數。餘倣此。即爲一〇〇〇〇〇二之假數。三因之。得〇〇〇〇〇〇一三〇二八八。即爲一〇〇〇〇〇三之假數。又以前表內開方第十九次眞數五空位後之零數四三九一八四二一七三爲一率。其假數六空位後之零數一九〇七三四八六三二爲二率。今眞數之零數四爲三率。添九空位以足其分。得四率一七三七一七四〇。前亦仍爲六空位。截前十二位得〇〇〇〇〇〇〇一七三七一七。即爲一〇〇〇〇〇四之假數。不

一率	一〇九七九五八七三五
二率	四七六八三七一五八二
三率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
四率	四三四二九四三〇〇〇

一〇〇〇〇〇一	〇〇〇〇〇〇〇四三四二九
一〇〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇〇八六八五九
一〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇一三〇二八八

以前所得四率四因之者。因前所得一〇〇〇〇〇一之假數。四因之則微小。且表內第十九次開方數．與此所求眞數相近．故又用比例以求其準。將所得一〇〇〇〇〇四之假數。四歸五因。將一〇〇〇〇〇四之假數四歸五因者。因欲得一〇〇〇〇〇一之假數。而以五因之也。得〇〇〇〇〇〇二一七一四七。即爲一〇〇〇〇〇五之假數。將所得一〇〇〇〇〇四之假數。四歸六因。得〇〇〇〇〇〇二六〇五七六。即爲一〇〇〇〇〇六之假數。又以前表內開方第十八次眞數五空位後之零數八七八三七〇三六三四爲一率。其假數六空位後之零數三八一四六九七二六五爲二率。今眞數之零數七爲三率。得四率三〇四〇〇四八〇。前亦仍爲六空位。截前十二位。得〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇五。即爲一〇〇〇〇〇七之假數。不以前所得四率四歸七因者。因前所得一〇〇〇〇〇四之假數。四歸七因之則微小。且表內第十八次開方數。與此所求眞數相近。故又用比例以求其準。將所得一〇〇〇〇〇七之假數。七歸八因。得〇〇〇〇〇〇三四七四三四。即爲一〇〇〇〇〇八之假數。又將所得一〇〇〇〇〇七之假數。七歸九因。得〇〇〇〇〇〇三九〇八六

一率	四三九一八四二一七三
二率	一九〇七三四八六三二
三率	四〇〇〇〇〇〇〇〇〇
四率	一七三七一七四〇〇〇

一〇〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇〇一七三七一七
一〇〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇〇二一七一四七
一〇〇〇〇〇六	〇〇〇〇〇〇二六〇五七六

三.即爲一〇〇〇〇〇〇九之假數.至於一〇〇〇〇〇〇一以後之假數.則并不用比例.蓋五空位零一之假數爲四三四二九.而前所得十五空位零一之假數亦爲四三四二九.其假數皆相同.但遞退一位.故以五空位零一至九之假數.從末截去一位.末位滿五以上.則進一數.前添一空位.即得六空位零一至九之假數.以六空位零一至九之假數.從末截去一位.前添一空位.即得七空位零一至九之假數.以七空位零一至九之假數.從末截去一位.前添一空位.即得八空位零一至九之假數.以八空位零一至九之假數.從末截去一位.前添一空位.即得九空位零一至九之假數.

一率	八七八三七〇三六三四
二率	三八一四六九七二六五
三率	七〇〇〇〇〇〇〇〇〇
四率	三〇四〇〇四八〇〇〇

一〇〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇五
一〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇三四七四三四
一〇〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇〇三九〇八六三

明對數之目用前所得九十九數求他假數法之一

凡求假數.既得前九十九數.而他數有由此乘除而得者.則以假數相加減.即得所求之假數.其不由乘除而得者.謂之數根.因無他數可以度盡.即算去原本所謂連比例之至小數.則其假數亦不可以加減而得.然有雖爲數根.而前九十九數中有爲其根所生者.則逆求之.即得原根之假數.

一〇〇〇〇六	〇〇〇〇〇二六〇五六八九	一	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇三〇三九九五五	二	〇三〇一〇二九九九五六六
一〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇三四七四二一七	三	〇四七七一二一二五四七二
一〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇三九〇八四七四	四	〇六〇二〇五九九九一三三
一〇〇〇〇〇一	〇〇〇〇〇〇〇四三四二九	五	〇六九八九七〇〇〇四三四
一〇〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇〇八六八五九	六	〇七七八一五一二五〇三八
一〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇一三〇二八八	七	〇八四五〇九八〇四〇〇一
一〇〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇〇一七三七一七	八	〇九〇三〇八九九八六九九
一〇〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇〇二一七一四七	九	〇九五四二四二五〇九四四
一〇〇〇〇〇六	〇〇〇〇〇〇二六〇五七六	一一	〇〇四一三九二六八五一六
一〇〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇五	一二	〇〇七九一八一二四六〇五
一〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇三四七四三四	一三	〇一一三九四三三五二三一
一〇〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇〇三九〇八六三	一四	〇一四六一二八〇五五六八
一〇〇〇〇〇〇一	〇〇〇〇〇〇〇〇四三四三	一五	〇一七六〇九一二五九〇六
一〇〇〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇〇〇八六八六	一六	〇二〇四一一九九八二六六
一〇〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇〇一三〇二九	一七	〇二三〇四四八九二一三八
一〇〇〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇〇〇一七三七二	一八	〇二五五二七二五〇五一〇
一〇〇〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇〇〇二一七一五	一九	〇二七八七五三六〇〇九五
一〇〇〇〇〇〇六	〇〇〇〇〇〇〇二六〇五八	一〇一	〇〇〇四三二一三七三七八
一〇〇〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇〇〇三〇四〇一	一〇二	〇〇〇八六〇〇一七一七六
一〇〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇〇三四七四四	一〇三	〇〇一二八三七二二四七一
一〇〇〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇〇〇三九〇八六	一〇四	〇〇一七〇三三三三九三〇
一〇〇〇〇〇〇〇一	〇〇〇〇〇〇〇〇〇四三四	一〇五	〇〇二一一八九二九九〇七
一〇〇〇〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇〇〇〇八六九	一〇六	〇〇二五三〇五八六五二六
一〇〇〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇〇〇一三〇三	一〇七	〇〇二九三八三七七七六九
一〇〇〇〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇〇〇〇一七三七	一〇八	〇〇三三四二三七五五四九
一〇〇〇〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇〇〇〇二一七一	一〇九	〇〇三七四二六四九七九四
一〇〇〇〇〇〇〇六	〇〇〇〇〇〇〇〇二六〇六	一〇〇一	〇〇〇〇四三四〇七七四八
一〇〇〇〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇〇〇〇三〇四〇	一〇〇二	〇〇〇〇八六七七二一五三
一〇〇〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇〇〇三四七四	一〇〇三	〇〇〇一三〇〇九三三〇二
一〇〇〇〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇〇〇〇三九〇九	一〇〇四	〇〇〇一七三三七一二八一
一〇〇〇〇〇〇〇〇一	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四三	一〇〇五	〇〇〇二一六六〇六一七六
一〇〇〇〇〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇八七	一〇〇六	〇〇〇二五九七九八〇七二
一〇〇〇〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇〇〇〇一三〇	一〇〇七	〇〇〇三〇二九四七〇五五
一〇〇〇〇〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇〇〇〇〇一七四	一〇〇八	〇〇〇三四六〇五三二一一
一〇〇〇〇〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇〇〇〇〇二一七	一〇〇九	〇〇〇三八九一一六六二四
一〇〇〇〇〇〇〇〇六	〇〇〇〇〇〇〇〇〇二六一	一〇〇〇一	〇〇〇〇〇四三四二七二八
一〇〇〇〇〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇〇〇〇〇三〇四	一〇〇〇二	〇〇〇〇〇八六八五〇二一
一〇〇〇〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇〇〇〇三四七	一〇〇〇三	〇〇〇〇一三〇二六八八一
一〇〇〇〇〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇〇〇〇〇三九一	一〇〇〇四	〇〇〇〇一七三六八三〇六
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇一	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四	一〇〇〇五	〇〇〇〇二一七〇九二九七
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇九	一〇〇〇六	〇〇〇〇二六〇四九八五五
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一三	一〇〇〇七	〇〇〇〇三〇三八九九七八
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一七	一〇〇〇八	〇〇〇〇三四七二九六六九
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二二	一〇〇〇九	〇〇〇〇三九〇六八九二五
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇六	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二六	一〇〇〇〇一	〇〇〇〇〇〇四三四二九二
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三〇	一〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇八六八五八〇
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三五	一〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇一三〇一八六四
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三九	一〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇一七三七一四三
		一〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇二一七一四一八

如前九十九數首位既皆爲單位.則以十乘之即爲十.以百乘之即爲百.以千乘之即爲千.以萬乘之即爲萬.故以二之假數與一十之假數相加.即爲二十之假數.與一百之假數相加.即爲二百之假數.與一千之假數相加.即爲二千之假數.與一萬之假數相加.即爲二萬之假數.又如十一之假數.與一十之假數相加.即爲一百一十之假數.以一〇五之假數.與一百之假數相加.即爲一百零五之假數.與一千之假數相加.即爲一千零五十之假數.眞數同.則假數亦同.但眞數進一位.則假數首位加一數耳.又如三與七相乘得二十一.則以三之假數與七之假數相加.即爲二十一之假數.二與十一相乘得二十二.則

二	〇三〇一〇二九九九五六六
二〇	一三〇一〇二九九九五六六
二〇〇	二三〇一〇二九九九五六六
二〇〇〇	三三〇一〇二九九九五六六
二〇〇〇〇	四三〇一〇二九九九五六六

一一	一〇四一三九二六八五一六
一一〇	二〇四一三九二六八五一六
一〇五	〇〇二一一八九二九九〇七
一〇五	二〇二一一八九二九九〇七
一〇五〇	三〇二一一八九二九九〇七

三	〇四七七一二一二五四七二
七	〇八四五〇九八〇四〇〇一
二一	一三二二二一九二九四七三

二	〇三〇一〇二九九九五六六
一一	一〇四一三九二六八五一六
二二	一三四二四二二六八〇八二

以二之假數與十一之假數相加。即爲二十二之假數。至於二十三二十九之類。則不以乘除而得。是爲數根。若夫五十三雖亦爲數根。然以五十三與二相乘則得一百零六。前既得一〇六之假數。則與一百之假數相加。即爲一百零六之假數。內減二之假數。即爲五十三之假數。由此類推。數自繁衍而其不可以乘除而得者。則又以累乘累除之法而得之。詳見後。要未有出於前九十九數之外者也。

一〇六	二〇二五三〇五八六五二六
二	〇三〇一〇二九九九五六六
五三	一七二四二七五八六九六〇

明對數之目用前所得九十九數求他假數法之二

凡求假數。其眞數有以累乘而得者。則以假數累加之。即得所求之假數。

如二萬零七百零三。爲二萬與一〇三及一〇〇五累乘所得之數。則以二萬之假數四三〇一〇二九九九五六六。與一〇三之假數〇〇一二八三七二二四七一。及一〇〇五之假數〇〇〇二一六六〇六一七六相加。得四三一六〇三三二八二一三。即爲二萬零七百零三之假數。若先有假數四三一六

二〇〇〇〇	四三〇一〇二九九九五六六
一〇三	〇〇一二八三七二二四七一
一〇〇五	〇〇〇二一六六〇六一七六
二〇七〇三	四三一六〇三三二八二一三

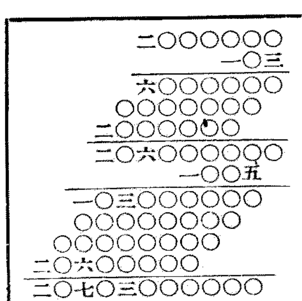
	四三一六〇三三二八二一三
二〇〇〇〇	四三〇一〇二九九九五六六
	〇〇一五〇〇三二八六四七
一〇三	〇〇一二八三七二二四七一
一〇〇五	〇〇〇二一六六〇六一七六

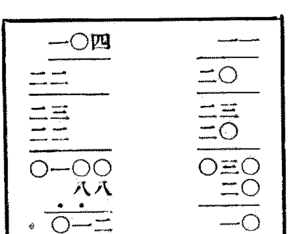
〇三三二八二一三求眞數。則視假數內足減二萬之假數。卽以二萬之假數書於原假數下相減。餘〇〇一五〇〇三二八六四七。足減一〇三之假數。卽以一〇三之假數書於減餘之下相減。餘〇〇〇二一六六〇六一七六。與一〇〇五之假數恰合。是知其假數爲二萬與一〇三及一〇〇五之三假數相加所得之數。則其眞數卽知爲三眞數累乘所得之數矣。乃以二萬與一〇三相乘。得二萬零六百。再以一〇〇五乘之。得二萬零七百零三。卽爲所求之眞數也。

明對數之目用前所得九十九數求他假數法之三

凡求假數而不知其眞數爲何數累乘而得者。則以所知前位之整數累除之。除得累乘之眞數。則以其假數累加之。卽得所求之假數。

如求二十三之假數。而不知其爲何數累乘而得。但知二十之假數爲一三〇一〇二九九九五六六。則以二十三爲實。以二十爲法除之。得一一。又以兩層所減數按位相加。得二二。卽二十與一一相乘之數。以之爲法。除原實二十三。得一〇四。又以兩層所減





數按位相加．得二二八八．即二二與一〇四相乘之數．以之爲法．除原實二十三．得一〇〇五．又以兩層所減數按位相加．得二二九九四四．即二二八八與一〇〇五相乘之數．九以之爲法．除原實二十三．得一〇〇〇二．又以兩層所減數按位相加．得二二九九八九九八八八．即二二九九四四與一〇〇〇二相乘之數．以之爲法．除原實二十三．得一〇〇〇〇四．又以兩層所減數按位相加．得二二九九九九一八八四．法止用十位．故第十一位滿五以上者．進一數用．若不滿五則去之．即二二九九八九九八八八與一〇〇〇〇四相乘之數．以之爲法．除原實二十三．得一〇〇〇〇〇三．又以兩層所減數相加．得二二九九九九八七八四．即二二九九九九一八八四與一〇〇〇〇〇三相乘之數．以之爲

一〇〇五
二二八八
二三〇〇
二二八八
〇〇一二〇〇〇
一一四四〇
〇〇五六〇

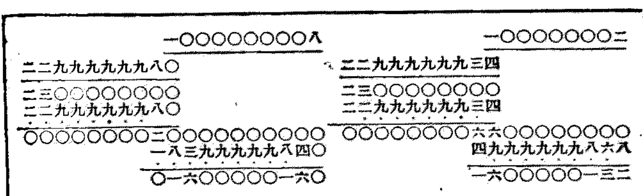
一〇〇〇二
二二九九四四
二三〇〇〇〇
二二九九四四
〇〇〇〇五六〇〇〇〇
四五九八八八
一〇〇一一二

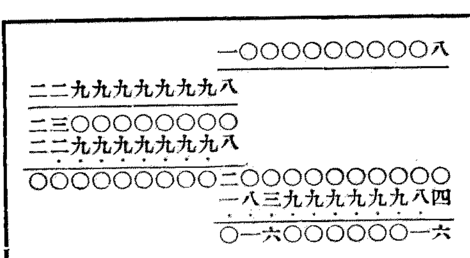
一〇〇〇〇四
二二九九八九九八八八
二三〇〇〇〇〇〇〇〇
二二九九八九九八八八
〇〇〇〇一〇〇一一二〇〇〇〇〇
九一九九五九九五五二
〇〇八一一六〇〇四四八

一〇〇〇〇〇三
二二九九九九一八八四
二三〇〇〇〇〇〇〇〇
二二九九九九一八八四
〇〇〇〇〇〇八一一六〇〇〇〇〇〇
六八九九九七五六五二
一二一六〇二四三四八

一〇〇〇〇〇〇五
二二九九九九八七八四
二三〇〇〇〇〇〇〇〇
二二九九九九八七八四
〇〇〇〇〇〇一二一六〇〇〇〇〇〇〇
一一四九九九九三九二〇
〇〇六六〇〇〇六〇八〇

法.除原實二十三.得一〇〇〇〇〇〇五.又以兩層所減數按位相加.得二二九九九九九九三四.即二二九九九九八七八四與一〇〇〇〇〇〇五相乘之數.以之爲法.除原實二十三.得一〇〇〇〇〇〇〇二.又以兩層所減數按位相加.得二二九九九九九九八〇.即二二九九九九九九三四與一〇〇〇〇〇〇二相乘之數.以之爲法.除原實二十三.得一〇〇〇〇〇〇〇〇八.又以兩層所減數按位相加.得二二九九九九九九九八.即二二九九九九九九八〇與一〇〇〇〇〇〇〇八相乘之數.以之爲法.除原實二十三.得一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八.是知二十三.係二十、與一、一、及一〇四、一〇〇五、一〇〇〇二、一〇〇〇〇四、一〇〇〇〇〇三、一〇〇〇〇〇〇五、一〇〇〇〇〇〇





〇二、一〇〇〇〇〇〇〇〇八、一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八、累乘所得之數.乃以其各假數累加之.得一三六一七二七八三六〇六.假卽爲二十三之假數也.若先有假數一三六一七二七八三六〇六求眞數.則視假數內足減二十之假數.卽以二十之假數書於原假數之下相減.餘〇〇六〇六九七八四〇四〇.足減一一之假數.卽以一一之假數書於減餘之下相減.餘〇〇一九三〇五一五五二四.足減一〇四之假數.卽以一〇四之假數書於減餘之下相減.餘〇〇〇二二七一八一五九四.足減一〇〇五之假數.卽以一〇〇五之假數書於減餘之下相減.餘〇〇〇〇一〇五七五四一八.足減一〇〇〇二之假數.卽以一〇〇〇二之假數書於減餘之下相減.餘〇〇〇〇〇一八九〇三九

二〇	一三〇一〇四九九九五六六
一一	〇〇四一三九二六八五一六
一〇四	〇〇一七〇三三三三九三〇
一〇〇五	〇〇〇二一六六〇六一七六
一〇〇〇二	〇〇〇〇〇八六八五〇二一
一〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇一七二七一四三
一〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇一三〇二八八
一〇〇〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇〇〇二一七一五
一〇〇〇〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇〇〇〇八六九
一〇〇〇〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇〇〇〇三四七
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三五
二三	一三六一七二七八三六〇六

	一三六一七二七八三六〇六
一〇	一三〇一〇二九九九五六六
	〇〇六〇六九七八四〇四〇
一一	〇〇四一三九二六八五一六
	〇〇一九三〇五一五五二四

	〇〇一九三〇五一五五二四
一〇四	〇〇一七〇三三三三九三〇
	〇〇〇二二七一八一五九四
一〇〇五	〇〇〇二一六六〇六一七六
	〇〇〇〇一〇五七五四一八
一〇〇〇二	〇〇〇〇〇八六八五〇二一
	〇〇〇〇〇一八九〇三九七

七.足減一〇〇〇〇四之假數.卽以一〇〇〇〇四之假數書於減餘之下相減.餘〇〇〇〇〇〇一五三二五四.足減一〇〇〇〇〇三之假數.卽以一〇〇〇〇〇三之假數書於減餘之下相減.餘〇〇〇〇〇〇〇二二九六六.足減一〇〇〇〇〇〇五之假數.卽以一〇〇〇〇〇〇五之假數書於減餘之下相減.餘〇〇〇〇〇〇〇〇一二五一.足減一〇〇〇〇〇〇〇二之假數.卽以一〇〇〇〇〇〇〇二之假數書於減餘之下相減.餘〇〇〇〇〇〇〇〇〇三八二.足減一〇〇〇〇〇〇〇〇八之假數.卽以一〇〇〇〇〇〇〇〇八之假數書於減餘之下相減.餘〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三五.足減一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八之假數.卽以一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八之假數書於減餘

	〇〇〇〇〇一八九〇三九七
一〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇一七三七一四三
	〇〇〇〇〇〇一五三二五四
一〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇一三〇二八八
	〇〇〇〇〇〇〇二二九六六
一〇〇〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇〇〇二一七一五
	〇〇〇〇〇〇〇〇一二五一

	〇〇〇〇〇〇〇〇一二五一
一〇〇〇〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇〇〇〇八六九
	〇〇〇〇〇〇〇〇〇三八二
一〇〇〇〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇〇〇〇三四七
	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三五
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三五
	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

之下。相減恰盡。是知其假數爲此十一假數累加所得之數。而眞數卽爲此十一眞數累乘所得之數。乃以此十一眞數累乘之。得二十三。卽爲所求之眞數也。

```
      一〇一
五六〇〇
五六八九
五六〇〇
〇〇八九〇〇
    五六〇〇
    三三〇〇
```

又如求五千六百八十九之假數。而不知其爲何數累乘而得。但知五千六百之假數。爲三七四八一八八〇二七〇〇。則以五千六百八十九爲實。以五千六百爲法除之。得一〇一。又以兩層所減數按位相加。得五六五六。卽五千六百與一〇一相乘之數。以之爲法除原實五千六百八十九。得一〇〇五。又

```
    一〇〇五
五六五六
五六八九
五六五六
〇〇三三〇〇〇
  二八二八〇
  〇四七二〇
```

```
        一〇〇〇八
五六八四二八
五六八九〇〇
五六八四二八
〇〇〇四七二〇〇〇〇
   四五四七四二四
   〇一七二五七六
```

```
            一〇〇〇〇三
五六八八八二七四二四
五六八九〇〇〇〇〇〇
五六八八八二七四二四
〇〇〇〇一七二五七六〇〇〇〇〇
      一七〇六六四八二二七二
      〇〇一九一一一七七二八
```

```
                一〇〇〇〇〇〇三
五六八八九九八〇八九
五六八九〇〇〇〇〇〇
五六八八九九八〇八九
〇〇〇〇〇〇一九一一〇〇〇〇〇〇〇
          一七〇六六九九四二六七
          〇二〇四三〇〇五七三三
```

```
                  一〇〇〇〇〇〇〇三
五六八八九九九七九六
五六八九〇〇〇〇〇〇
五六八八九九九七九六
〇〇〇〇〇〇〇〇二〇四〇〇〇〇〇〇〇〇
          一七〇六六九九九三八八
          〇三三三三〇〇〇六一二
```

以兩層所減數按位相加．得五六八四二八．即五六五六與一〇〇五相乘之數．以之爲法．除原實五千六百八十九．得一〇〇〇八．又以兩層所減數按位相加得五六八八八二七四二四．即五六八四二八與一〇〇〇八相乘之數．以之爲法．除原實五千六百八十九．得一〇〇〇〇三．又以兩層所減數按位相加．得五六八八九九八〇八九．即五六八八八二七四二四與一〇〇〇〇三相乘之數．以之爲法．除原實五千六百八十九．得一〇〇〇〇〇〇三．又以兩層所減數按位相加．得五六八八九九九七九六．即五六八八九九八〇八九與一〇〇〇〇〇〇三相乘之數．以之爲法．除原實五千六百八十九．得一〇〇〇〇〇〇三．又以兩層所減數按位相加．得五六八八九九九九六七．即五

一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八

五六八八九九九九九五

五六八九〇〇〇〇〇〇

五六八八九九九九九五

〇〇〇〇〇〇〇〇〇五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

四五五一一九九九九六〇

〇四四八八〇〇〇〇四〇

一〇〇〇〇〇〇〇〇五

五六八八九九九九六七

五六八九〇〇〇〇〇〇

五六八八九九九九六七

〇〇〇〇〇〇〇〇三三〇〇〇〇〇〇〇〇〇

二八四四四九九九八三五

〇四五五五〇〇〇一六五

五六〇〇

一〇一

一〇〇五

一〇〇〇八

一〇〇〇〇三

一〇〇〇〇〇〇三

一〇〇〇〇〇〇〇三

一〇〇〇〇〇〇〇〇五

一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八

五六八九

三七四八一八八〇二七〇〇

〇〇〇四三二一三七三七八

〇〇〇二一六六〇六一七六

〇〇〇〇三四七二九六六九

〇〇〇〇〇一三〇二八八四

〇〇〇〇〇〇〇一三〇二九

〇〇〇〇〇〇〇〇一三〇三

〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二一七

〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三五

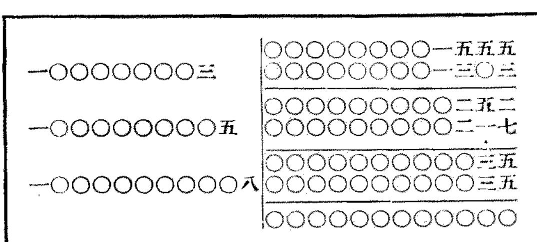
三七五五〇三五九三三七一

六八八九九九七九六與一〇〇〇〇〇〇〇三相乘之數。以之爲法。除原實五千六百八十九。得一〇〇〇〇〇〇〇〇五。又以兩層所減數按位相加。得五六八八九九九九九五。卽五六八八九九九九六七與一〇〇〇〇〇〇〇〇五相乘之數。以之爲法。除原實五千六百八十九。得一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八。是知五千六百八十九。係五千六百、與一〇一、及一〇〇五、一〇〇〇八、一〇〇〇〇三、一〇〇〇〇〇〇三、一〇〇〇〇〇〇〇三、一〇〇〇〇〇〇〇〇五、一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八、累乘所得之數。乃以其各假數累加之。得三七五五〇三五九三三七一。卽爲五千六百八十九之假數也。若先有假數三七五五〇三五九三三七一求眞數。則視假數內足減五千六百之假數。卽以五千六百之假數書於原假數之下相減。餘

	三七五五〇三五九三三七一
五六〇〇	三七四八一八八〇二七〇〇
	〇〇〇六八四七九〇六七一
一〇	〇〇〇四三二一三七三七八
	〇〇〇二五二六五三二九三
一〇〇五	〇〇〇二一六六〇六一七六
	〇〇〇〇三六〇四七一一七

	〇〇〇〇三六〇四七一一七
一〇〇〇八	〇〇〇〇三四七二九六六九
	〇〇〇〇〇一三一七四四八
一〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇一三〇二八六四
	〇〇〇〇〇〇〇一四五八四
一〇〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇〇一三〇二九
	〇〇〇〇〇〇〇〇一五五五

〇〇〇六八四七九〇六七一．足減一〇一之假數．即以一〇一之假數書於減餘之下相減．餘〇〇二五二六五三二九三．足減一〇〇五之假數．即以一〇〇五之假數書於減餘之下相減．餘〇〇〇〇三六〇四七一一七．足減一〇〇〇八之假數．即以一〇〇〇八之假數書於減餘之下相減．餘〇〇〇〇〇一三一七四四八．足減一〇〇〇〇三之假數．即以一〇〇〇〇三之假數書於減餘之下相減．餘〇〇〇〇〇〇〇一四五八四．足減一〇〇〇〇〇〇三之假數．即以一〇〇〇〇〇〇三之假數書於減餘之下相減．餘〇〇〇〇〇〇〇〇一五五五．足減一〇〇〇〇〇〇〇三之假數．即以一〇〇〇〇〇〇〇三之假數書於減餘之下相減．餘〇〇〇〇〇〇〇〇〇二五二．足減一〇〇〇〇〇〇〇〇五之假數．即以一〇〇〇〇〇〇〇〇〇五之假數書於減餘之下相減．餘〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三五．足減一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八之假數．即以一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八之假數書於減餘之下．相減恰盡．是知其假數爲此九假數累加所得之數．而眞數即爲此九眞數累乘所得之數．乃以此九眞數累乘之．得五千六百八十九．即爲所求之眞數



也。

求八線對數

凡求八線之假數。定半徑爲一百億。位數既多。爲用愈密。且眞數十一位。則假數首位爲一〇。又取其便於用也。先以正弦餘弦之眞數求得假數。復以正弦餘弦之假數加減之。卽得切線割線之假數。

如一分之正弦爲二九〇八八八二。求其假數。得六四六三七二六一一〇九。又如六十度之正弦爲八六六〇二五四〇三八。求其假數。得九九三七五三〇六三一七。如求六十度切線之假數。則以六十度正弦之假數九九三七五三〇六三一七爲二率。半徑之假數一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲三率。六十度餘弦之假數九六九八九七〇〇〇四三爲一率。二三率相加。內減一率。餘一〇二三八五六〇六二七四。卽六十度正

一六四六三七二六一一〇九

六〇〇〇九九三七五三〇六三一七

九九三七五三〇六三一七
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一九九三七五三〇六三一七
九六九八九七〇〇〇四三
一〇二三八五六〇六二七四

一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
九六九八九七〇〇〇四三
一〇三〇一〇二九九九五七

切線之假數。如求六十度割線之假數。則以半徑之假數一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。又爲三率。六十度餘弦之假數九六九八九七〇〇〇四三爲一率。二率倍之內減一率。餘一〇三〇一〇二九九九五七。即六十度正割線之假數也。

對數用法

設如一百二十三與四百五十六相乘。問得幾何。

法以對數表之一二三之假數二〇八九九〇五一一一四。與四五六之假數二六五八九六四八四二七相加。得四七四八八六九九五四一。乃查假數四七四八八六九九五四一所對之眞數。得五六〇八八。即五萬六千零八十八。爲相乘所得之數也。

一二三	二〇八九九〇五一一一四
四五六	二六五八九六四八四二七
五六〇八八	四七四八八六九九五四一

設如三千四百五十六與二千六百七十九相乘。問得幾何。

法以對數表之三四五六之假數三五三八五七三七三三八。與二六七九之假數三四二七九七二七一三六相加。得六九六六五四六四四七四。因對數表假數首位止於四。眞數止於五位。故將相加所得

三四五六	三五三八五七三七三三八
二六七九	三四二七九七二七一三六
	六九六六五四六四四七四

假數首位之六暫當四．查假數四九六六五四六四四七四相近略少者．爲四九六六五四五三二一六．其相對之眞數．得九二五八六．卽爲九二五八六〇〇．因假數首位多二數．則眞數必多二位．又以九二五八六〇〇之假數與九二五八七〇〇之假數相減．餘四六九〇七爲一率．以九二五八六〇〇與九二五八七〇〇相減．餘一〇〇爲二率．今相加所得之假數與九二五八六〇〇之假數相減．餘一一二五八爲三率．得四率二四．卽眞數九二五八六之後二位之數．蓋假數多四六九〇七．則眞數多一百．今假數多一一二五八．則眞數應多二十四．爲比例四率也．乃以所得二四與九二五八六〇〇相加．得九二五八六二四．卽九百二十五萬八千六百二十四．爲相乘所得之數也．大凡眞數三四位以後．其假數之較相差無多．故眞數卽可與假數爲比例．若用前累乘累除之法．固爲甚密．然較之比例則難而得數相同．此對數表所以止於五位也．

設如三千七百四十四．以十六除之．問得幾何．

法以對數表之三七四四之假數三五七三三三五八四〇一．內

九二五八七〇〇	六九六六五五〇〇一二三
九二五八六〇〇	六九六六五四五三二一六
〇〇	〇〇〇〇〇〇四六九〇七
	六九六六五四六四四七四
九二五八六〇〇	六九六六五四五三二一六
二四	〇〇〇〇〇〇一一二五八

一率	四六九〇七
二率	一〇〇
三率	一一二五八
四率	二四

減一六之假數一二〇四一一九九八二七。餘二三六九二一五八五七四。乃查假數二三六九二一五八五七四所對之眞數得二三四。即二百三十四爲歸除所得之數也。

設如有米三十二石。令一千零二十四人分之。問每人應得幾何。

法以對數表之三二之假數首位加二爲三五〇五一四九九七八三。因法之假數大於實之假數。故以實之假數加二。即如以實之眞數加兩空位也。內減一〇二四之假數三〇一〇二九九九五六六。餘〇四九四八五〇〇二一七。用假數首位爲〇。即知眞數應得單位。其得數首位爲升。仍以假數首位加三。查三四九四八五〇〇二一七所對之眞數得三一二五。因眞數得四位。故將假數首位作三查表。若眞數求五位。則將假數首位作四查表。或五位後仍有餘數。則用比例求之。即三升一合二勺五撮。爲每人所應得之數也。

設如甲乙丙直角。少甲角五十度。丙角四十度。甲乙邊十二丈。求丙乙邊丙甲邊各幾何。

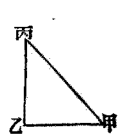
三七四四	三五七三三三五八四〇一
一六	一二〇四一一九九八二七
二三四	二三六九二一五八五七四

三二〇〇	三五〇五一四九九七八三
一〇二四	三〇一〇二九九九五六六
三一二五	〇四九四八五〇〇二一七

法以甲角五十度之正弦假數九八八四二五三九六六五.與甲乙邊十二丈作一二〇〇〇.之假數四〇七九一八一二四六〇相加得一三九六三四三五二一二五.內減丙角四十度之正弦假數九八〇八〇六七四九六七.餘四一五五三六七七一五八.〇爲丙乙邊之假數.查假數相近所對之眞數.得一四三〇一.卽一十四丈三尺零一分爲丙乙邊也.求丙甲邊.則以乙角九十度之正弦假數一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇.卽半徑假數.與甲乙邊十二丈之假數四〇七九一八一二四六〇相加.得一四〇七九一八一二四六〇.內減丙角四十度之正弦假數九八〇八〇六七四九六七.餘四二七一一一三七四九三.爲丙甲邊之假數.查假數相近所對之眞數.得一八六六九.卽一十八丈六尺六寸九分爲丙甲邊也.

設如甲乙丙三角形.甲角五十度.甲乙邊十六丈.甲

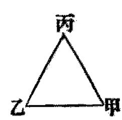
五〇〇〇	九八八四二五三九六六五
一二〇〇〇	四〇七九一八一二四六〇
	一三九六三四三五二一二五
四〇〇〇	九八〇八〇六七四九六七
一四三〇一	〇四一五五三六七七一五八



九〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一二〇〇〇	四〇七九一八一二四六〇
	一四〇七九一八一二四六〇
四〇〇〇	九八〇八〇六七四九六七
一八六六九	〇四二七一一一三七四九三

丙邊十二丈.問丙角乙角及乙丙邊各若干.

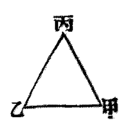
法以甲乙邊十六丈.與甲丙邊十二丈相加.得二十八丈爲邊總.甲乙邊與甲丙邊相減.餘四丈爲邊較.甲角五十度與一百八十度相減.餘一百三十度.折半得六十五度爲半外角.乃以邊較四丈作四〇〇〇.之假數三六〇二〇五九九九一三.與半外角六十五度之正切假數一〇三三一三二七四五二二相加.得一三九三三三八七四四三五.內減邊總二十八丈作二八〇〇〇.之假數四四四七一五八〇三一三.餘九四八六二二九四一二二.爲半較角正切之假數.查正切假數相近所對之眞數.得十七度二分爲半較角.與半外角相加.得八十二度二分.爲對甲乙大邊之丙角.與半外角六十五度相減.餘四十七度五十八分.爲對甲丙小邊之乙角也.又求丙乙邊.則以五十度之正弦假數九八八四二五三九六六五與十六丈作一六〇〇〇.之假數四二〇



四〇〇〇	三六〇二〇五九九九一三
六五〇〇	一〇三三一三二七四五二二
	一三九三三三八七四四三五
二八〇〇〇	四四四七一五八〇三一三
一七〇二	〇九四八六二二九四一二二

五〇〇〇	九八八四二五三九六六五
一六〇〇〇	四二〇四一一九九八二七
	一四〇八八三七三九四九二
八二〇二	九九九五七八八二〇九八
一二三七六	〇四〇九二五八五七三九四

四一一九九八二七相加得一四〇八八三七三九四九二。丙減丙角八十二度二分之正弦假數九九九五七八八二〇九八。餘四〇九二五八五七三九四。爲丙乙邊之假數。查假數相近所對之眞數。得一二三七六。卽一十二丈三尺七寸六分。爲丙乙邊也。凡眞數用加減。然後比例者。須以眞數加減得數再查假數。依法算之。餘皆倣此。



設如六十四自乘。問得幾何。

法以對數表之六四之假數一八〇六一七九九七四〇。用二因之。得三六一二三五九九四八〇。仍查假數所對之眞數。得四〇九六。卽四千零九十六。爲自乘所得之數也。蓋自乘兩數相同。則其兩假數亦相同。故二因之。卽如二假數相加也。

六四	一八〇六一七九九七四〇
	二
四〇九六	三六一二三五九九四八〇

設如正方面積三百六十一尺。開平方。問每一邊數幾何。

法以對數表之三六一之假數二五五七五〇七二〇一九。折半。得一二七八七五三六〇〇九。仍查假數所對之眞數。得一九。卽一十九尺。爲開平方所得每邊之數也。蓋正方面積之假數。乃以每邊之假數加倍所得之數。故折半卽得每邊之假數。

三六一	二五五七五〇七二〇一九
一九	一二七八七五三六〇〇九

對其眞數。即得每邊之數也。

設如正方面積一百五十二萬二千七百五十六尺。開平方。問每一邊數幾何。

法先以方積前五位一五二二七。查得假數爲四一八二六一四三四七七。因方積係七位。今止查得五位。仍餘二位。故將假數首位之四加二。得六一八二六一四三四七七。卽爲一五二二二七〇〇之假數。又以一五二二七〇〇與一五二二八〇〇相減。餘一〇〇爲一率。以一五二二七〇〇之假數與一五二二二八〇〇之假數相減。餘二八五二〇四爲二率。方積之後二位數五六爲三率。得四率一五九七一四。蓋眞數多一百。則假數多二八五二〇四。今眞數多五十六。則假數應多一五九七一四爲比例四率也。乃以所得四率與一五二二七〇〇之假數相加。得六一八二六三〇三一九一。卽爲一五二二七五六之假數。折半得三〇九一三一五一五九六。仍查假數所對之眞數。得一二三四。卽一千二百三十四尺。爲開平方所得每邊之數也。

一五二二七	四一八二六一四三四七七
	二
一五二二七〇〇	六一八二六一四三四七七

一五二二八〇〇	六一八二六四二八六八一
一五二二七〇〇	六一八二六一四三四七七
一〇〇	〇〇〇〇〇二八五二〇四

一率	一〇〇
二率	二八五二〇四
三率	五六
四率	一五九七一四

又捷法以一五二二七之假數首位加二得六一八二六一四三四七七。即爲一五二二七〇〇之假數。折半得三〇九一三〇七一七三八。查假數相近略大者。蓋一五二二七〇〇之假數。略少於一五二二七五六之假數。則其折半之假數。亦必略少於一二三四之假數。亦取略大者用之。對其眞數得一二三四。即爲每邊之數也。此法因方根止四位。查表即得。不用比例。故以方積前五位查表。後有幾位。則假數首位加幾數。折半。查假數相近者即可得之。若方根過五位以上者。須用比例。則以方積查假數。亦須用比例。方得密合。

設如正方面積一百五十二兆四千一百五十七億六千五百二十七萬九千三百八十四尺。問每一邊數幾何。

法以方積前五位一五二四一。查得假數爲四一八三〇一三四六三一。因方積係十五位。今止查得五位。仍餘十位。故將假數首位之四加十得一四一八

一五二二七〇〇	六一八二六一四三四七七
五六	一五九七一四
一五二二七五六	六一八二六三〇三一九一
一二三四	三〇九一三一五一五九六

一五二二七〇〇	六一八二六一四三四七七
一二三四	三〇九一三〇七一七三八

三〇一三四六三一。卽爲一五二四一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇之假數。又以一五二四一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。與一五二四二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇相減。截用六空位。得一〇〇〇〇〇〇爲一率。以一五二四一之假數與一五二四三之假數相減。餘二八四九四二爲二率。方積後十位數。截用前六位。得五七六五二七爲三率。因表中假數止於十一位。則眞數亦止須用十一位。雖眞數後再多幾位其假數前十一位亦相同。故查表用五位。比例用六位。共爲十一位。得四率一六四二七七。與一五二四一〇〇〇〇〇〇〇〇〇之假數相加。得一四一八三〇二九八九〇八。卽爲一五二四一五七六五二七〇〇〇〇之假

一五二四一	四一八三〇一三四六三一
	一〇
一五二四一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一四一八三〇一三四六三一
一五二四二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一四一八三〇四一九五七三
一五二四一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一四一八三〇一三四六三一
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇二八四九四二

一率	一〇〇〇〇〇〇
二率	二八四九四二
三率	五七六五二七
四率	一六四二七七

數。亦即同於一五二四一五七六五二七九三八四之假數。折半得七〇九一五一四九四五四。因假數首位爲七。即知眞數應得八位。今對數表假數首位止於四。眞數止於五位。故將折半所得假數首位之七。減去三。得四〇九一五一四九四五四。查假數相近略少者。爲四〇九一四九一〇九四三。對其眞數。得一二三四五。即爲一二三四五〇〇〇。因假數首位多三數。則眞數進三位。又以一二三四五〇〇〇之假數與一二三四六〇〇〇之假數相減。餘三五一七八三爲一率。以一二三四五〇〇〇與一二三四六〇〇〇相減。餘一〇〇〇爲二率。今折半所得之假數與一二三四五〇〇〇之假數相減。餘二三八

一五二四一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇 五七六五二七〇〇〇〇〇	一四一八三〇一三四六三一 一六四二七七
一五二四一五七六五二七九三八四	一四一八三〇二九八九〇八
	七〇九一五一四九四五四

一二三四六〇〇〇	七〇九一五二六二七二六
一二三四五〇〇〇	七〇九一四九一〇九四三
一〇〇〇	〇〇〇〇〇三五一七八三

	七〇九一五一四九四五四
一二三四五〇〇〇	七〇九一四九一〇九四三
六七八	〇〇〇〇〇二三八五一一

五一一爲三率．得四率六七八．與一二三四五〇〇〇相加．得一二三四五六七八．卽一千二百三十四萬五千六百七十八尺．爲開平方所得每一邊之數也．

設如勾二十七尺．股三十六尺．求弦若干．

法以對數表之二七之假數一四三一三六三七六四二倍之．得二八六二七二七五二八四．爲勾自乘之假數．仍查假數所對之眞數．得七二九．爲勾自乘之眞數．又以三六之假數一五五六三〇二五〇〇八倍之．得三一一二六〇五〇〇一六．爲股自乘之假數．仍查假數所對之眞數．得一二九六．爲股自乘之眞數．兩自乘之眞數相加不以兩自乘之假數相加者．蓋假數相加．則是相乘．故必對其眞數．然後相加也．得二〇二五．爲弦自乘之眞數．查其假數．得三三〇六四二五〇二七六．折半得一六五三二一二五一三八．仍查假數所對之眞數．得四五．卽四十五尺．爲開

一率	三五一七八三
二率	一〇〇〇
三率	二三八五一一
四率	六七八

二七	一四三一三六三七六四二
七二九	二八六二七二七五二八四
三六	一五五六三〇二五〇〇八
一二九六	三一一二六〇五〇〇一六

二〇二五	三三〇六四二五〇二七六
四五	一六五三二一二五一三八

方所得之弦數也。

設如三十六自乘再乘。問得幾何。

法以對數表之三六之假數一五五六三〇二五〇〇八。用三因之。得四六六八九〇七五〇二四仍查假數所對之眞數。得四六六五六。卽四萬六千六百五十六。爲自乘再乘所得之數也。蓋自乘再乘係以方根乘二次。則假數亦加二次。故以方根之假數三因之。卽如以方根之假數加二次也。其或位數多者。依乘法之例推之。

設如正方體積一萬三千八百二十四尺。開立方問每一邊數幾何。

法以對數表之一三八二四之假數四一四〇六三三七二五一。用三歸之。得一三八〇二一一二四一七。仍查假數所對之眞數。得二四。卽二十四尺。爲開立方所得每邊之數也。蓋正方體積之假數。乃以每邊之假數三因所得之數。故三歸之。卽得每邊之假數。對其眞數。卽得每邊之數也。其或位數多者。依平

三六	一五五六三〇二五〇〇八
	三
四六六五六	四六六八九〇七五〇二四

一三八二四	四一四〇六三三七二五一
二四	一三八〇二一一二四一七

一六	一二〇四一一九九八二七
	四
六五五三六	四八一六四七九九三〇八

方之例推之。

設如方根一十六尺。問三乘方積幾何。

法以對數表之一六之假數一二〇四一一九九八二七。用四因之。得四八一六四七九九三〇八。仍查假數所對之眞數。得六五五三六。卽六萬五千五百三十六尺。爲三乘方之積數也。蓋三乘方係以方根乘三次。則其假數亦加三次。故以方根之假數四因之。卽如以方根之假數加三次也。其或位數多者亦依乘法之例推之。

設如三乘方積二萬零七百三十六尺。問方根幾何。

法以對數表之二〇七三六之假數四三一六七二四九八四二。用四歸之。得一〇七九一八一二四六〇。仍查假數所對之眞數。得一二。卽一十二尺。爲開三乘方所得方根之數也。蓋三乘方積之假數。乃以方根之假數四因所得之數。故四歸之。卽得方根之假數。對其眞數。卽得方根之數也。其或位數多者亦依平方之例推之。大凡開諸乘方之理。亦皆由於連比例。蓋方根爲連比例第一率。平方積爲第二率。立方積爲第三率。三乘方積爲第四率。四乘方積爲第

二〇七三六	四三一六七二四九八四二
一二	一〇七九一八一二四六〇

方根	一
平方	二
立方	三
三乘	四
四乘	五

五乘	六
六乘	七
七乘	八
八乘	九
九乘	一〇

五率。五乘方積爲第六率。六乘方積爲第七率。七乘方積爲第八率。八乘方積爲第九率。九乘方積爲第十率。與借根方比例定位表同。以第一率方根之假數。各以率數乘之卽得各乘方積之假數。而以各乘方積之假數。各以率數除之。亦卽得第一率方根之假數。故由三乘方而進之四乘方求積則用五因求根則用五歸。五乘方求積則用六因。求根則用六歸。推之至於九乘方求積則用十因求根則用十歸。卽至於一百乘方。則以方根之假數。用一百零一乘之。卽得方積之假數。以方積之假數。用一百零一除之。卽得方根之假數。乘除之數愈繁。愈見對數之易。此對數之大用也。

數理精蘊下編卷三十九

末部九

比例規解

比例尺代算。凡點線面體乘除開方。皆可以規度而得。然於畫圖製器尤所必需。誠算器之至善者焉。究其立法之原。總不越乎同式三角形之比例。蓋同式三角形。其各角各邊皆為相當之率。今張尺之兩股、為三角形之兩腰。其尺末相距卽三角形之底。遂成兩邊相等之三角形。於中任截兩邊相等之各三角形。則其各腰之比例、必與各底之比例相當也。一曰平分線。以御三率。一曰分面線。一曰更面線。以御面冪。一曰分體線。一曰更體線。以御體積。一曰五金線。以御輕重。一曰分圓線。一曰正弦線。一曰正切線。一曰正割線。以御測量。併製平儀諸器。凡此十線。或總歸一器。或分為數體。任意為之。無所不可。今將各線之分法及用法。併著於篇。此外又有假數尺。卽用對數及正弦割切諸線之對數為之。用於三率比例測量尤為簡捷。亦詳其法於後。

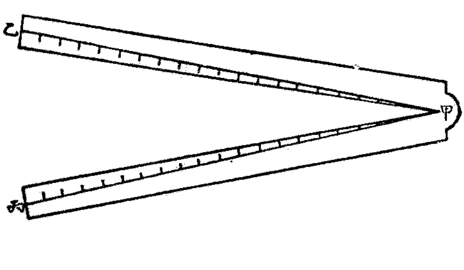
平分線

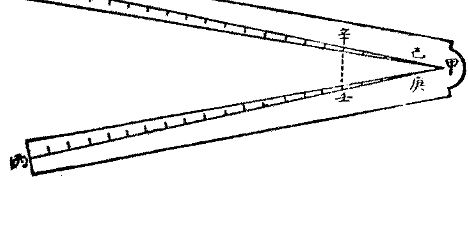
自甲樞心至乙、丙兩股之末。作甲乙、甲丙二線。依幾何原本十二卷十九節之法。將甲乙、甲丙二線俱平分為二百分。卽為平分線也。尺之長短任意為之。尺短則平分一百分。尺長則平分四五百分或一千分

亦可分愈多而用愈便也。

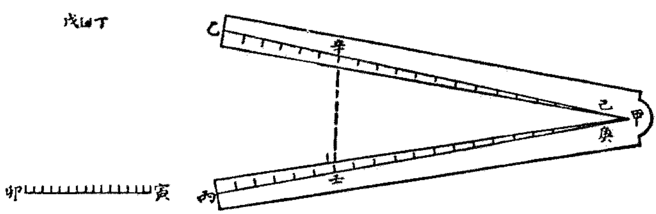
設如一丁戊線。欲加五倍。問得幾何。

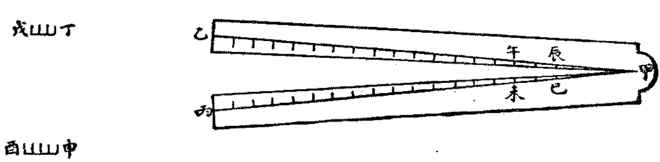
法以比例尺平分線第十分之己、庚二點。依丁戊線度展開。勿令移動。次取平分線第五十分之辛、壬二點相離之度。作丁癸線。卽丁戊線之五倍也。蓋十分之點爲己與庚。而甲己庚爲兩邊相等之三角形。甲己、甲庚爲腰。己庚相距爲底。又五十分之點爲辛與壬。而甲辛壬爲兩邊相等之三角形。甲辛、甲壬爲腰。辛壬相距爲底。此兩三角形爲同式形。故甲庚與己庚之比。同於甲壬與辛壬之比。而甲庚與甲壬之比。亦同於己庚與辛壬之比。甲壬既爲甲庚之五倍。則辛壬必爲己庚之五倍。而丁癸亦爲丁戊之五倍可知矣。若欲將丁戊線加十五倍。則仍以丁戊線度於十分上定尺。取平分線第一百五十分之子、丑二點相離之度。作寅卯線。卽爲丁戊線之十五倍也。若欲將丁戊線加三分之二。則將平分線第三十分之辰、巳二點。依丁戊線度展開。勿令移動。而取平分線第五十分之午、未二點相離之度。作申酉線。卽爲丁戊線加三分之二

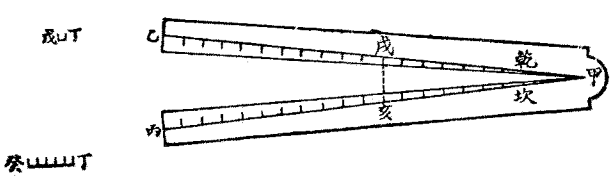




也。以丁戊線爲三分而加二分共得五分。因三與五之點近樞難用。故用三十與五十。其比例同也。若有丁癸丁戊二線。欲定其比例之分數。則將平分線第一百分之戊、亥二點。依丁癸線度展開。勿令移動。次取丁戊線度。尋至平分線第二十分之乾、坎二點。其相離之度恰符。即定爲一百分之二十。約爲五分之一。即丁癸丁戊兩線之比例也。要之用尺之法。不外於三率求四率。如以一率爲腰二率爲底而定尺。則三率復爲腰而其底即四率也。以一率爲腰三率爲底而定尺。則二率復爲腰而其底亦即四率也。若以一率爲底二率爲腰而定尺。則三率復爲底而其腰則四率也。諸線之用雖各不同。其比例之理則一也。

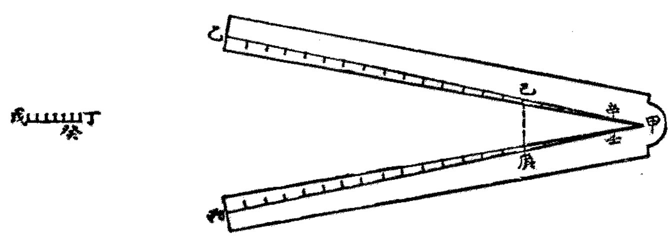


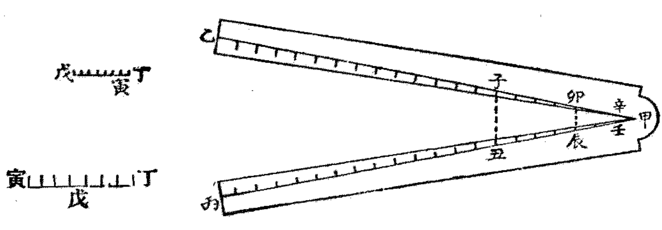




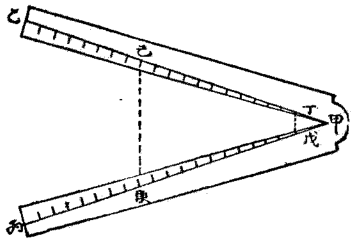
設如一丁戊線。欲分爲六分。問每分幾何。

法以比例尺平分線第六十分之己、庚二點。依丁戊線度展開。勿令移動。次取平分線第十分之辛、壬二點相離之度。截丁戊線於癸。則丁癸卽丁戊線六分之一也。蓋六十分之點爲己與庚。而甲己庚爲兩邊相等之三角形。甲己、甲庚爲腰。己庚相距爲底。又十分之點爲辛與壬。而甲辛壬亦爲兩邊相等之三角形。甲辛、甲壬爲腰。辛壬相距爲底。此兩三角形爲同式形。則甲庚與甲壬之比同於己庚與辛壬之比。甲壬既爲甲庚六分之一。則辛壬必爲己庚六分之一。而丁癸亦爲丁戊線六分之一可知矣。若欲分丁戊線爲七分。則將平分線第七十分之子、丑二點依丁戊線度展開。勿令移動。次取平分線第十分之辛、壬二點相離之度。截丁戊線於寅。則丁寅卽丁戊線七分之一也。又若丁戊線欲取七分之三。則仍以丁戊線度於七十分上定尺。而取平分線第三十分之卯、辰二點相離之度。截丁戊線於己。則丁己卽丁戊線七分之三也。





設如有十三人每人給銀七兩。問共銀幾何。
法以比例尺平分線第十分之丁戊二點。依分釐尺七釐之度展開。勿令移動。次取平分線第一百三十分之己庚二點相離之度。於分釐尺上量之得九分一釐。卽得共銀爲九十一兩也。蓋十分之點爲丁與戊。而甲丁戊爲兩邊相等之三角形。甲丁、甲戊爲腰。丁戊相距爲底。又一百三十分之點爲己與庚。而甲己庚亦爲兩邊相等之三角形。甲己、甲庚爲腰。己庚相距爲底。此兩三角形爲同式形。故甲戊十分與甲庚一百三十分之比。同於丁戊七釐與己庚九分一釐之比也。又以十分當一人。故以一百三十分當十三人。以七釐當七兩。故九分一釐卽爲九十一兩。蓋十分與一人之比。同於一百三十分與十三人之比。而七釐與七兩之比。亦同於九分一釐與九十一兩之比也。

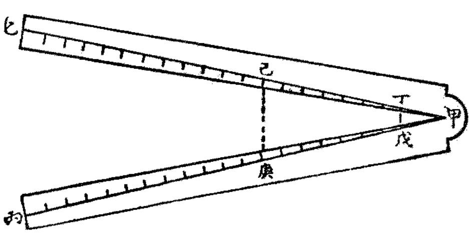


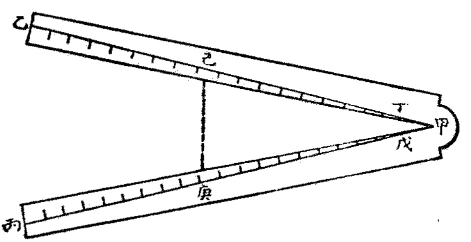
設如每官一員。每月給公費錢二千二百文。共給錢八千八百文。問官員幾何。
法以比例尺平分線第二十二分之丁、戊二點。依分釐尺一分之度展開。勿令移動。次取平分線第八十八分之己、庚二點相離之度。於分釐尺上量之得四分。卽得官四員也。蓋二十二分之點爲丁與戊。而甲丁戊爲兩邊相等之三角形。甲丁、甲戊爲腰。丁戊相距爲底。又八十八分之點爲己與庚。而甲己庚爲兩邊相等之三角形。甲己、甲庚爲腰。己庚相距爲底。此兩三角形爲同式形。故甲戊二十二分與甲庚八十

八分之比。同於丁戊一分與己庚四分之比也。又以二十二分當錢二千二百。故以八十八分當錢八千八百。以一分當官一員。故四分卽爲官四員。蓋二十二分與二千二百之比。同於八十八分與八千八百之比。而一分與一員之比。亦同於四分與四員之比也。

設如原有粟五斗。易布二疋。今有粟三石。問易布幾何。

法以比例尺平分線第二十分之丁、戊二點。四倍五斗之數。因五分近樞難用。故用四倍之數也。依分釐尺二分之度展開。勿令移動。次取平分線第一百二十分之己、庚二點相離之度。四倍三石之數。三石爲三十斗。故四倍之得一百二十也。於分釐尺上量之。得一寸二分。卽得布十二疋也。蓋二十分之點爲丁與戊。一百二十分之點爲己與庚。而甲丁戊與甲己庚爲同式兩三角形。故甲戊二十分與甲庚一百二十分之比。同於丁戊二分與己庚一寸二分之比也。又以二十分當五斗爲四倍之數。故以一百二十分當三石亦爲四倍之數。以二分當二疋。故一寸二分卽爲十二





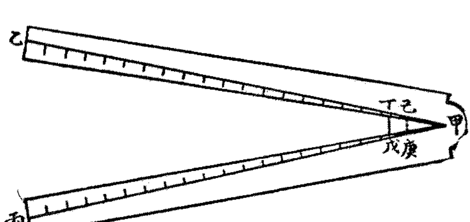
疋。蓋二十分與五斗之比。同於一百二十分與三石之比。而二分與二疋之比。亦同於一寸二分與十二疋之比也。

設如有二十七及十八之兩數。問相連比例之第三數幾何。

法以比例尺平分線第二十七分之丁、戊二點依分釐尺一分八釐之度展開。勿令移動。次取平分線第十八分之己、庚二點相離之度。於分釐尺上量之。得一分二釐。卽相連比例之第三數。爲十二也。蓋二十七分之點爲丁與戊。十八分之點爲己與庚。而甲丁戊與甲己庚爲同式三角形。故甲戊二十七與甲庚十八之比。同於丁戊十八與己庚十二之比也。丁戊與甲庚既同爲十八。卽連比例之中率。則己庚十二爲連比例之第三率無疑矣。

設如有勾五尺。股十二尺。問弦幾何。

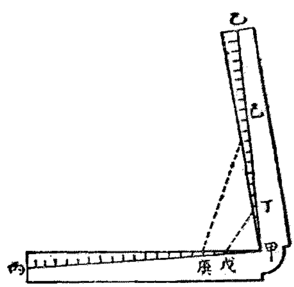
法以比例尺平分線甲丁四十分甲戊三十分之丁戊二點。依本線五十分之度展開。勿令移動。次取平分線甲庚五十分當勾數。甲己一百二十分當股數。之己、庚二點相離之度。於本線上量之。爲一百三十分。卽得弦十三尺也。蓋勾三股四弦五爲勾股弦之定數。今以甲戊三十甲丁四十爲兩腰。而丁戊五十爲底。則其兩腰相交之甲角必爲直角。故以今

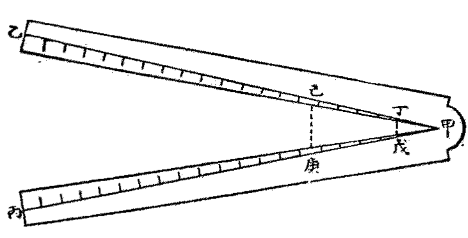


有之勾股數爲兩腰而取其底。卽爲所求之弦數也。若有勾五尺有弦十三尺而求股。則取本線一百三十分之度自五十分之庚點尋至一百二十分之己點。其相離之度恰符。卽得股十二尺矣。

設如有圓徑三十五寸。問圓周幾何。

法以比例尺平分線第二十一分之丁、戊二點。徑率七之三倍也。因七分近樞。故用三倍之數。依分釐尺三分五釐之度展開。勿令移動。次取平分線第六十六分之己、庚二點相離之度。周率二十二之三倍也。因徑率用三倍。故周率亦三倍之。於分釐尺上量之。得一寸一分。卽一百一十寸。爲所求之圓周也。蓋二十一分之點爲丁與戊。六十六分之點爲己與庚。而甲丁戊與甲己庚爲同式三角形。故甲戊二十一與丁戊三分五釐之比。同於甲庚六十六與己庚一寸一分之比。而甲戊與甲庚既爲徑與周之比例。則丁戊與己庚亦必爲徑與周之比例矣。又甲戊爲徑率之三倍。故甲庚亦用周率之三倍。而丁戊以一釐當一寸。故己庚亦以一釐當一寸。其比例俱相當也。



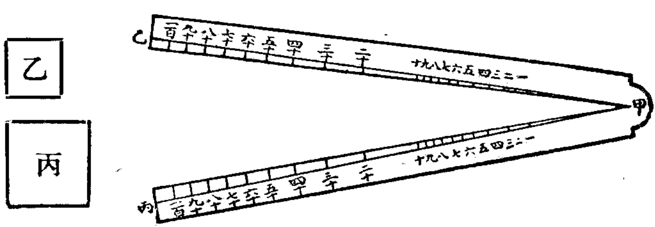


分面線

自甲樞心至乙、丙兩股之末。作甲乙、甲丙二線。依幾何原本十二卷二十一節之法分之。卽爲分面線也。或設正方面界一百釐。其積數一萬釐。以二因之得二萬釐。開平方得一百四十一釐。爲積二萬釐之根。又以三因之得三萬釐。開平方得一百七十三釐。爲積三萬釐之根。照此屢倍積數開平方。將所得之數於分釐尺上取其度。按度截比例尺之甲乙、甲丙二線。卽成分面線也。

設如有甲、乙、丙三正方形。甲形每邊一寸。其積數之比例。甲爲一分。乙爲六分。丙爲九分。今欲作一大正方形。與甲乙丙三正方形之積等。問其邊幾何。

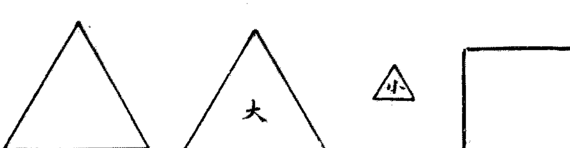
法以比例尺分面線第一分之兩點。因甲方之積爲一分。故用一分也。依甲正方形每邊一寸之度展開。勿令移動。乃併三正方面積共十六分。卽取分面線第十六分兩點相距之度。於分釐尺上量之得四寸。卽所求大正方形之每一邊。用其度作正方形。其積與甲、乙、丙三正方形之共積等也。蓋十六分所作正方形。原比一分所作正方形大十六倍。則十六分相距之度所作正方形。亦必比一分相距之度所作正方形大十六倍矣。一分相距之度卽甲正方形之一邊。其積爲一分。則以十六分相距之度所作正方形其積必爲



十六分。與三正方形之共積相等也。

設如有大小等邊三角形。小形每邊一寸。大形每邊四寸。今欲將兩面積相減。取其餘積作同式等邊三角形。問其邊幾何。

法以比例尺分面線第一分之兩點。依小形每邊一寸之度展開。勿令移動。次以大形每邊四寸之度。於分面線上尋至第十六分之兩點。其相距之度恰合。即大形與小形之比例為十六與一。相減餘十五為較積。即取分面線第十五分兩點相距之度。於分釐尺上量之。得三寸八分七釐。即較形之每一邊也。蓋大小同式多邊形之比例。同於相當界所作正方形之比例。見幾何原本八卷第九節。今十六分所作正方形。與一分所作正方形之比例。為十六與一。則十六分相距之度所作正方形。與一分相距之度所作正方形之比例亦為十六與一矣。夫大小兩距度即大小兩三角形之相當界。其所作兩正方形之比例既為十六與一。則大小兩三角形之比例亦必為十六與一矣。既得兩形之比例。乃相減以得較。既得較積之比例。復用積以求邊。即得所求之邊數也。



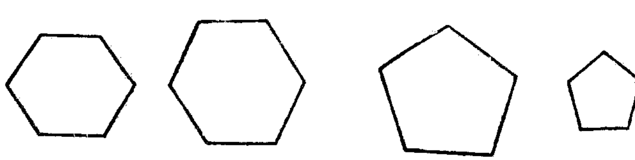
設如有五等邊形。每邊二尺。欲三倍其積作同式五等邊形。問其每邊幾何。

法以比例尺分面線第一分之兩點。依分釐尺二寸之度展開。勿令移動。次取第三分兩點相距之度。於

分釐尺上量之得三寸四分五釐即三尺四寸五分為所求大形之每一邊用其度作五等邊形其積與原形之三倍等也蓋大小同式形之比例同於相當界所作正方形之比例見幾何原本八卷第九節・今一分所作正方形、與三分所作正方形之比例為一與三則一分相距之度所作正方形與三分相距之度所作正方形之比例亦必為一與三矣夫一分相距之度即原形之界則以三分相距之度為大形之界其積為原形之三倍可知矣又以二寸當原形之邊二尺故三寸四分五釐即為三尺四寸五分也

設如有六等邊形每邊三尺欲取其積四分之三作同式六等邊形問其每邊幾何

法以比例尺分面線第四分之兩點依分釐尺三寸之度展開勿令移動次取分面線第三分兩點相距之度於分釐尺上量之得二寸六分即二尺六寸為所求小形之每一邊用其度作六邊形其積即為原形四分之三也蓋大小同式形之比例同於相當界所作正方形之比例今四分所作正方形與三分所作正方形之比例為四與三則四分相距之度所作正方形與三分相距之度所作正方形之比例亦必為四與三矣夫四分相距之度即原形之界則以三分相距之度為小形之界其積為原形四分之三可知矣又以三寸當原形之邊三尺故二寸六分即為二尺六寸也

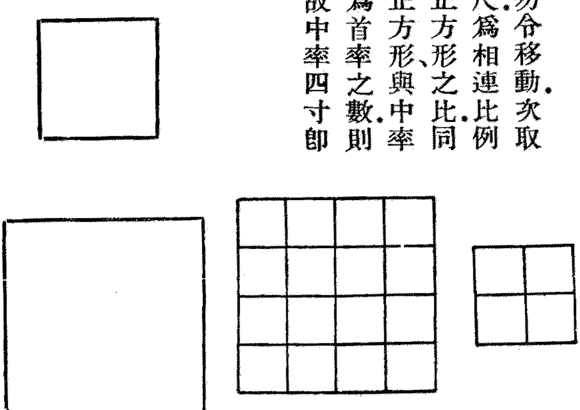


設如有三率相連比例數。首率二尺。末率八尺。問中率幾何。

法以比例尺分面線第二分之兩點。依分釐尺二寸之度展開。勿令移動。次取分面線第八分兩點相距之度。於分釐尺上量之。得四寸。卽四尺。爲相連比例之中率也。蓋相連比例三率。其首率所作正方形與中率所作正方形之比。同於首率與末率之比。今首率爲二尺。末率爲八尺。則首率所作正方形、與中率所作正方形之比例。卽如二與八之比例。故以二分相距之度爲首率之數。則八分相距之度必爲中率之數可知矣。又首率用二寸當二尺。故中率四寸卽爲四尺也。

設如有正方面積一千六百尺。問每一邊幾何。

法以比例尺分面線第一分之兩點。依分釐尺一寸之度展開。勿令移動。乃以一寸之十分作十尺。自乘得一百尺。與積數一千六百尺相較。其比例如一與十六。卽取分面線第十六分兩點相距之度。於分釐尺上量之。得四寸。卽四十尺。爲所求正方之每一邊也。蓋一分之積既爲一百尺。則十六分之積必爲一千六百尺。而一分相距之度既爲方積一百尺之每一邊。則十六分相距之度必爲方積一千六百尺之每一邊矣。又以一寸當十尺。故四寸卽爲四十尺也。



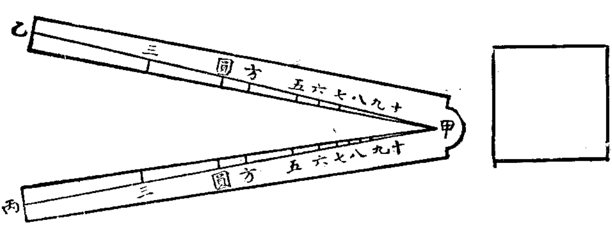
設如有正方面積九千零二十五尺。問每一邊幾何。

法以比例尺分面線第一百分之兩點。依分釐尺一寸之度展開。勿令移動。乃以一寸之一百釐作一百尺。自乘得一萬尺。與積數九千零二十五尺相較。其比例如一百與九十有餘。即取分面線第九十分有餘相距之度。於分釐尺上量之。得九分五釐。即九十五尺。爲所求正方之每一邊也。蓋一百分之積既爲一萬尺。則九十分有餘之積必爲九千餘尺。而一百分相距之度、既爲方積一萬尺之每一邊。則九十分有餘相距之度必爲方積九千餘尺之每一邊矣。又以一寸當一百尺。故九分五釐即爲九十五尺也。

更面線

自甲樞心至乙、丙兩股之末。作甲乙、甲丙二線。設積數一億。用面部內面積相等邊線不同之定率比例。得各形之邊線。其方邊一萬。圜徑一萬一千二百八十四。三等邊一萬五千一百九十七。五等邊七千六百二十四。六等邊六千二百零四。七等邊五千二百四十六。八等邊四千五百五十一。九等邊四千零二十二、十等邊三千六百零五。將各形邊數於分釐尺上取其度。按度截比例尺之甲乙、甲丙二線。即成更面線也。

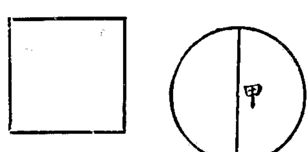
設如有甲圓形徑一尺二寸。欲作一正方形。其積與圓積等。問每邊幾何。

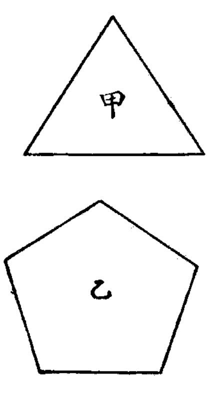


法以比例尺更面線圓號之兩點．依分釐尺一寸二分之度展開．勿令移動．次取方號之兩點相距之度．於分釐尺上量之．得一寸零六釐．卽一尺零六分爲正方形之每一邊．用其度作正方形．其積與圜積等也．蓋圓號與方號之比例．原爲同積之圓徑與方邊之比例．則其兩距度之比例．亦必爲圓徑與方邊之比例．今圓號相距之度．旣爲圓徑．則方號相距之度．必爲方邊無疑矣．又以一寸二分當圓徑一尺二寸．故一寸零六釐卽爲方邊一尺零六分也．

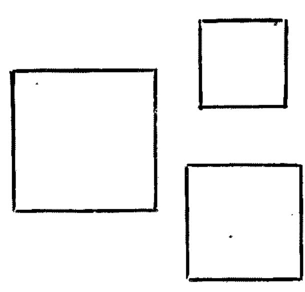
設如有甲三邊形．每邊一十五尺．又有乙五邊形．每邊十尺．欲併作一正方形．問每邊幾何．

法以比例尺更面線三邊號之兩點．依分釐尺一寸五分之度展開．勿令移動．次取方號之兩點相距之度．於分釐尺上量之．得九分八釐七毫．卽九尺八寸七分．爲正方形之每一邊．用其度作正方形．其積與甲三邊形積等也．又以五邊號之兩點．依分釐尺一寸之度展開．勿令移動．次取方號之兩點相距之度．於分釐尺上量之．得一寸三分一釐．卽十三尺一寸．爲正方形之每一邊．用其度作正方形．其積與乙五邊形積等也．乃將兩正方形用分面線



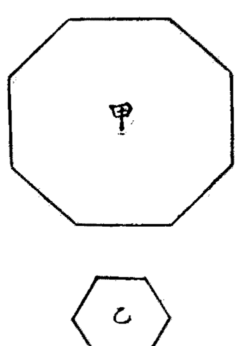


求其積之比例。以分面線第十分之兩點。依小方邊九分八釐七毫之度展開。勿令移動。復以大方邊一寸三分一釐之度。於分面線上尋至第十七分六釐之處。其相距之度恰合。卽兩方形之比例爲十分與十七分六釐。倂之得二十七分六釐。卽取分面線第二十七分六釐相距之度。於分釐尺上量之得一寸六分四釐。卽十六尺四寸。爲正方形之每一邊。用其度作正方形。其積與甲、乙兩形之積等也。蓋甲、乙兩形不同類。不能得其比例。卽不能相加。故先用更面線將甲、乙兩形俱變爲正方形。復用分面線求其比例而倂之。卽得所求大正方形之一邊也。

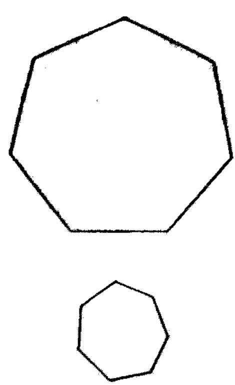


設如有甲八邊形。每邊十二尺。又有乙六邊形。每邊六尺。今將兩面積相減。用其餘積作一七邊形。問其邊幾何。

法以比例尺更面線八邊號之兩點。依分釐尺一寸二分之度展開。勿令移動。次取七邊號兩點相距之度。於分釐尺上量之。得一寸三分八釐。卽十三尺八寸。爲七邊形之每一邊。用其度作七邊形。其積與甲八邊形積等也。又以六邊號之兩點。依分釐尺六分之度展開。勿令移動。次取七邊號兩點相距之度。於分釐尺上量之。得五分零七毫。卽五尺零七分。爲七邊形之每一邊。用其度作

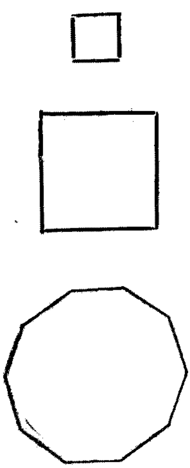


七邊形。其積與乙六邊形積等也。乃將兩七邊形用分面線求其比例。以分面線第十分之兩點。依小七邊形之邊五分零七豪之度展開。勿令移動。復以大七邊形之邊一寸三分八釐之度。於分面線上尋至第七十八分之處。其相距之度恰合。卽兩七邊形之比例爲十分與七十八分。相減餘六十八分。卽取分面線第六十八分相距之度。於分釐尺上量之。得一寸三分、卽十三尺。爲所求七邊形之每一邊。用其度作七邊形。其積與甲、乙兩形相減之餘積等也。蓋甲乙兩形不同類。不能得其比例。卽不能相減。故先用更面線。將甲、乙兩形俱變爲七邊形。復用分面線求其比例而後相減。卽得所求七邊形之一邊也。



設如有十等邊形積四千四百四十五尺。問每一邊幾何。

法先以比例尺分面線第一分之兩點。依分釐尺一寸之度展開。勿令移動。乃以一寸之十分作十尺。自乘得一百尺。與積四千四百四十五尺相較。其比例如一與四十四又九之五。卽取分面線第四十四分又九之五相距之度。於分釐尺上量之。得六寸六分又三之二。卽六十六尺又三分尺之二。爲方形之一

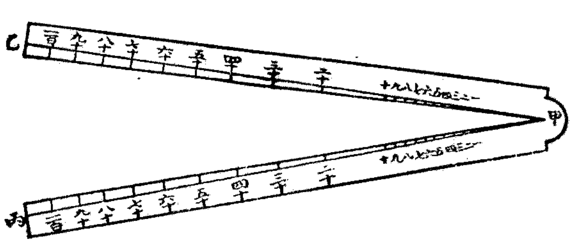


邊.用其度作正方形.其積與十邊形積等也.乃以更面線方號之兩點.依方形每邊六寸六分又三分之二之度展開.勿令移動.次取十邊號兩點相距之度.於分釐尺上量之.得二寸四分.卽二十四尺.爲所求十邊形之每一邊也.蓋正方形爲各面形比例之宗.故凡有積求邊者.必先用分面線求得方形之邊.然後用更面線.使方號兩點相距之度與方邊等.而取所求形之號兩點相距之度.卽所求形之一邊.自圓形三邊形以至九邊形.皆同一法也.

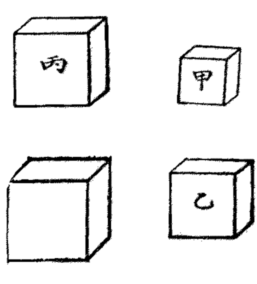
分體線

自甲樞心至乙、丙兩股之末.作甲乙、甲丙二線.依幾何原本十二卷二十二節之法分之.卽爲分體線也.或設正方體界一百釐.其積數一百萬釐.以二因之.得二百萬釐.開立方得一百二十六釐.爲積二百萬釐之根.又以三因之.得三百萬釐.開立方得一百四十四釐.爲積三百萬釐之根.照此屢倍積數開立方.將所得之數於分釐尺上取其度.按度截比例尺之甲乙、甲丙二線.卽成分體線也.

設如有甲、乙、丙三正方體.甲形每邊二寸.其積數之比例.甲爲一分.乙爲三分.丙爲四分.今欲作一大正方體.與甲、乙、丙三正方體之積等.問其邊幾何.

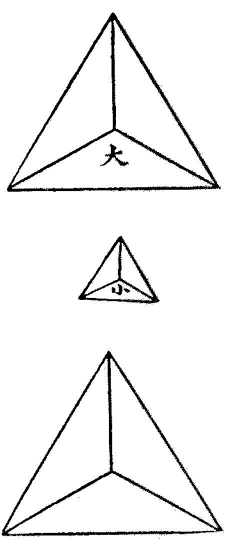


法以比例尺分體線第一分之兩點。依甲正方體每邊二寸之度展開。勿令移動。乃併三正方體積。共八分。即取八分兩點相距之度。於分釐尺上量之。得四寸。即所求大正方體之每一邊。用其度作正方體。其積與甲、乙、丙三正方體之共積等也。蓋八分所作正方體。原比一分所作正方體大八倍。則八分相距之度所作正方體。亦必比一分相距之度所作正方體大八倍矣。一分相距之度。即甲正方體之一邊。其積為一分。則以八分相距之度所作正方體。其積必為八分。與三正方體之共積相等也。



設如有大小兩四等面體。小體每邊一寸。大體每邊三寸。今將兩體積相減。取其餘積作同式四面體。問其邊幾何。

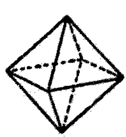
法以比例尺分體線第一分之兩點。依小體每邊一寸之度展開。勿令移動。次以大體每邊三寸之度。於分體線尋至第二十七分之兩點。其相距之度恰合。即大形與小形之比例。為二十七與一。相減餘二十六為較積。即取分體線第二十六分兩點相距之度。於分釐尺上量之。得二寸九分六釐。即較體之每一邊也。蓋大小同式體之比例。同於相當界所作正方體之比例。見幾何原本十卷第七節。今

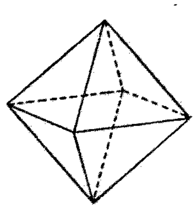


二十七分所作正方體與一分所作正方體之比例爲二十七與一則二十七分相距之度所作正方體與一分相距之度所作正方體之比例亦必爲二十七與一矣夫大小兩距度即大小兩體之相當界其所作兩正方體之比例既爲二十七與一則大小兩四面體之比例亦必爲二十七與一矣既得兩體之比例乃相減以得較既得較積之比例復用積以求邊即得所求之邊數也

設如有八等面體每邊一尺欲四倍其積作同式八等面體問其每邊幾何

法以比例尺分體線第一分之兩點依分釐尺一寸之度展開勿令移動次取第四分兩點相距之度於分釐尺上量之得一寸五分九釐即一尺五寸九分爲所求體之一邊用其度作八等面體其積與原體之四倍等也蓋大小同式體之比例同於相當界所作正方體之比例今一分所作正方體與四分所作正方體之比例爲一與四則一分相距之度所作正方體與四分相距之度所作正方體之比例亦必爲一與四矣夫一分相距之度即原體之界則以四分相距之度爲大體之界其積爲原體之四倍可知矣又以一寸當原形邊一尺故一寸五分九釐即爲一尺五寸九分也

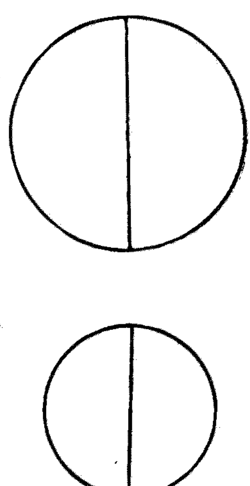




設如有圓球徑三尺欲取其積五分之二作同式圓球體問其徑幾何

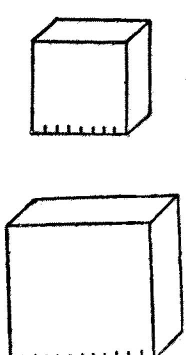
法以比例尺分體線第五分之兩點依分釐尺三寸二度展開勿令移動次取分體線第二分兩點相距之度於分釐尺上量之得二寸二分一釐即二尺二寸一分爲所求小體之一邊用其度爲徑作圓球體

其積爲原體五分之二也。蓋大小同式體之比例。同於相當界所作正方體之比例。今五分所作正方體。與二分所作正方體之比例。爲五與二。則五分相距之度所作正方體與二分相距之度所作正方體之比例。亦必爲五與二矣。夫五分相距之度。卽原體之徑。則以二分相距之度爲小體之徑。其積爲原體五分之二可知矣。又以三寸當原體之徑三尺。故二寸二分一釐。卽爲二尺二寸一分也。



設如有四率相連比例數。一率八尺。四率二十七尺。求二率三率各幾何。

法以比例尺分體線第八分之兩點。依分釐尺八分之度展開。勿令移動。次取分體線第二十七分之兩點相距之度。於分釐尺上量之。得一寸二分。卽十二尺爲連比例四率之第二率。既得二率。乃用平分線有一率二率求連比例第三率之法。以平分線第八分之兩點依分釐尺一寸二分之度展開。勿令移動。次取平分線第十二分兩點相距之度。於分釐尺上量之。得一寸八分。卽十八尺。爲連比例四率之第三率也。蓋相連比例四率。其一率所作正方體與二率所作正方體之比例。同於一率與四率之比例。今一率爲八尺。四率爲二十七尺。則一率所作正方體。與二率所作正方體之比例。



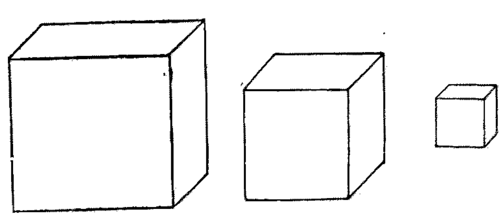
即如八與二十七之比例。故以八分相距之度爲一率之數。則二十七分相距之度。必爲二率之數可知矣。又一率用八分當八尺。故二率一寸二分。卽爲十二尺。至於求第三率之法。卽平分線求連比例三率之理也。

設如有正方體積二萬七千尺。問每一邊幾何。

法以比例尺分體線第一分之兩點。依分釐尺一寸之度展開。勿令移動。乃以一寸之十分作十尺。自乘再乘。得一千尺。與積數二萬七千尺相較。其比例如一與二十七。卽取分體線第二十七分兩點相距之度。於分釐尺上量之。得三寸。卽三十尺。爲所求正方體之每一邊也。蓋一分之積。旣爲一千尺。則二十七分之積。必爲二萬七千尺。而一分相距之度。旣爲方積一千尺之每一邊。則二十七分相距之度。必爲方積二萬七千尺之每一邊矣。又以一寸當十尺。故三寸卽爲三十尺也。

設如有正方體積八十三萬零五百八十四尺。問每一邊幾何。

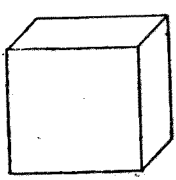
法以比例尺分體線第一百分之兩點。依分釐尺一寸之度展開。勿令移動。乃以一寸之一百釐作一百尺。自乘再乘。得一百萬尺。與積數八十三萬零五百八十四尺相較。其比例如一百與八十三有餘。卽取分體線第八十三分有餘相距之度。於分釐尺上量之。得九分四釐。卽九十四尺。爲所求正方體之每一邊也。蓋一

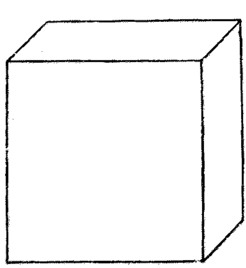


百分之積。既爲一百萬尺。則八十三分有餘之積。必爲八十三萬餘尺。而一百分相距之度。既爲方積一百萬尺之每一邊。則八十三分有餘相距之度。必爲方積八十三萬餘尺之每一邊矣。又以一寸當一百尺。故九分四釐。卽爲九十四尺也。

設如有銀正方體。每邊二寸。問重幾何。

法以比例尺分體線第九分之兩點。銀正方一寸之定率爲九兩。故用九分度。依分釐尺一寸之度展開。勿令移動。次取分釐尺二寸之度。於分體線上尋至第七十二分之兩點。其相距之度恰合。卽七十二兩爲銀正方體之重數也。蓋各體重數之比例。與積數之比例等。相距之度一寸。其積爲九分。相距之度二寸。其積則爲七十二分。今相距一寸之九分。既爲正方一寸銀體之重數。則相距二寸之七十二分。必爲正方二寸銀體之重數矣。又以九分當九兩。故七十二分爲七十二兩也。





設如有大銅球體。徑二寸。重三十一兩四錢一分。今有小銅球體徑一寸二分。問重幾何。

法以比例尺分體線第三十一分四釐之處。依大球徑二寸之度展開。勿令移動。次取小球徑一寸二分之度。於分體線上尋至第六分七釐有餘之處。其相距之度恰合。卽六兩七錢有餘爲小銅球體之重數

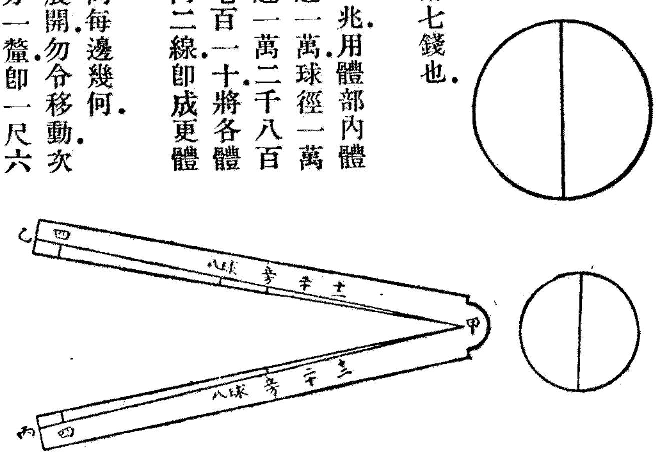
也。蓋各體重數之比例。與積數之比例等。相距之度二寸。其積爲三十一分四釐。相距之度一寸二分。其積則爲六分七釐。今相距一寸之三十一分四釐既爲徑二寸大銅球體之重數。則相距一寸二分之六分七釐。必爲徑一寸二分小銅球體之重數矣。又以三十一分四釐當三十一兩四錢。故六分七釐卽爲六兩七錢也。

更體線

自甲樞心至乙、丙兩股之末。作甲乙、甲丙二線。設積數一兆。用體部內體積相等邊線不同之定率比例。得各體之邊線。其立方邊一萬。球徑一萬二千四百零七。四面體邊二萬零三百九十七。八面體邊一萬二千八百四十九。十二面體邊五千零七十二。二十面體邊七千七百一十。將各體邊線數。於分釐尺上取其度。按度截比例尺之甲乙、甲丙二線。卽成更體線也。

設如有甲球體。徑二尺。欲作一正方體。其積與球積等。問每邊幾何。

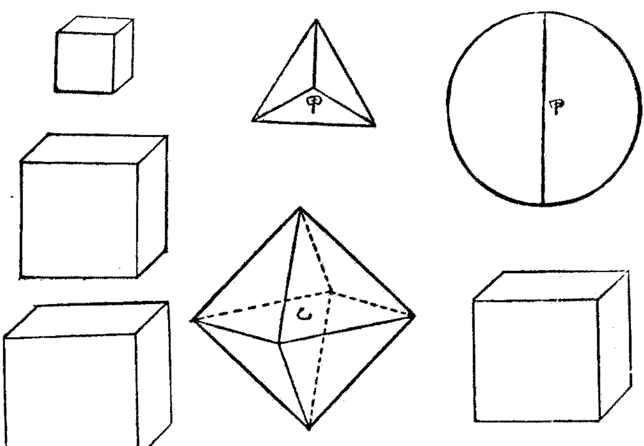
法以比例尺更體線球號之兩點。依分離尺二寸之度展開。勿令移動。次取方號之兩點相距之度。於分釐尺上量之。得一寸六分一釐。卽一尺六



寸一分。爲正方體之每一邊。用其度作正方體。其積與甲球積等也。蓋球號與方號之比例。例原爲同積之球徑與立方邊之比例。則其兩距度之比例。亦必爲球徑與立方邊之比例。今球號相距之度。既爲球徑。則方號相距之度。必爲方邊無疑矣。又以二寸當球徑二尺。故一寸六分一釐卽爲一尺六寸一分也。

設如有甲四面體。每邊三尺。又有乙八面體。每邊四尺。欲併作一正方體。問每邊幾何。

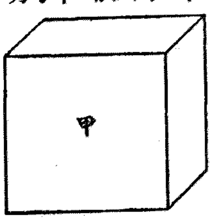
法以比例尺更體線四面號之兩點。依分釐尺三寸之度展開。勿令移動。次取方號兩點相距之度。於分釐尺上量之。得一寸四分六釐。卽一尺四寸六分。爲正方體之每一邊。用其度作正方體。其積與甲四面體積等也。又以八面號之兩點。依分釐尺四寸之度展開。勿令移動。次取方號兩點相距之度。於分釐尺上量之。得三寸一分一釐。卽三尺一寸一分。爲正方體之每一邊。用其度作正方體。其積與乙八面體積等也。乃將兩正方體用分體線求其積之

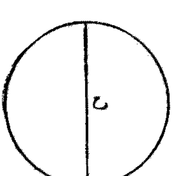


比例。以分體線第一分之兩點。依小方體每邊一寸四分六釐之度展開。勿令移動。復以大方體每邊三寸一分一釐之度。於分體線上尋至第九分五釐之處。其相距之度恰合。即兩方體之比例爲一與九分五釐。併之得十分五釐。即取分體線第十分五釐相距之度。於分釐尺上量之。得三寸二分。即三尺二寸。爲正方體之每一邊。用其度作正方體。其積與甲、乙兩體之積等也。蓋甲、乙兩體不同類。不能得其比例。即不能相加。故先用更體線。將甲、乙兩體俱變爲正方體。復用分體線求其比例而併之。即得所求大方體之一邊也。

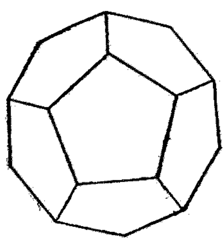
設如有甲正方體。每邊二尺。又有乙球體。徑亦二尺。今將兩體積相減。用其餘積作十二面體。問其邊幾何。

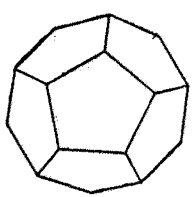
法以比例尺更體線方號之兩點。依分釐尺二寸之度展開。勿令移動。次取十二面號兩點相距之度。於分釐尺上量之。得一寸零一釐四毫。即一尺零一分四釐。爲十二面體之每一邊。用其度作十二面體。其積與甲正方體積等也。又以球號之兩點。依分釐尺二寸之度展開。勿令移動。次取十二面號兩點相距之度。於分釐尺上量之。得八分一釐七毫。即八寸一分七釐。爲十二面體之每一邊。用其度作十二面體。其積與乙球體積等也。乃將兩十二面體用分體線求其比例。以分體線第十分之兩點。依小十二面體每邊八分一釐七毫之度展開。勿令移動。復以大十二面體每邊一寸零一釐四毫之度。於分體線上尋至第十九分。

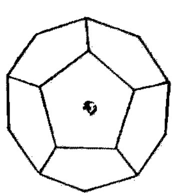




其相距之度恰合。卽兩十二面體之比例。爲十分與十九分。相減餘九分。卽取分體線第九分兩點相距之度。於分釐尺上量之。得七分九釐。卽七寸九分。爲所求十二面體之每一邊。用其度作十二面體與甲、乙兩體。相減之餘積等也。蓋甲、乙兩體不同類。不能得其比例。卽不能相減。故先用更體線。將甲、乙兩體俱變爲十二面體。復用分體線求其比例而後相減。卽得所求十二面體之一邊也。

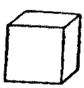


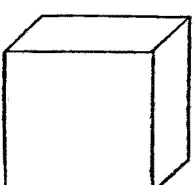


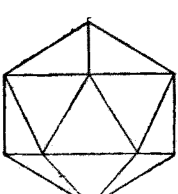


設如有二十面體積一萬七千四百五十五尺。問每一邊幾何。

法先以比例尺分體線第一分之兩點。依分釐尺一寸之度展開。勿令移動。乃以一寸之十分作十尺。自乘再乘。得一千尺。與積數一萬七千四百五十五尺相較。其比例如一與十七又九之五。卽取分體線第十七分又九之五相距之度。於分釐尺上量之。得二寸五分九釐。卽二十五尺九寸。爲正方體之一邊。用其度作正方體。其積與二十面體積等也。乃以更體線方號之兩點。依正方體每邊二寸五分九釐之度展開。勿令移動。次取二十面號兩點相距之度。於分



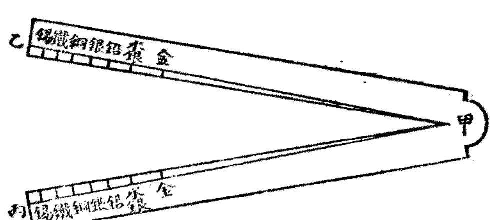




釐尺上量之得二寸。卽二十尺。爲所求二十面體之每一邊也。蓋正方體爲各體形比例之宗。故凡有積求邊者。必先用分體線求得方體之邊。然後用更體線使方號兩點相距之度與方邊等。而取所求體之號兩點相距之度。卽所求體之一邊。自球體四面體至二十面體皆同一法也。

五金線

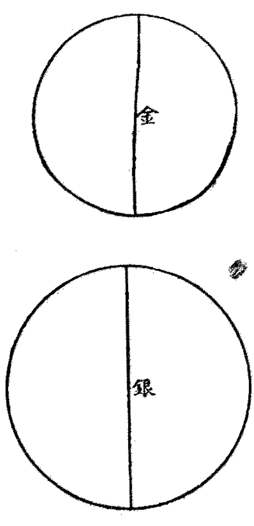
自甲樞心至乙丙兩股之末。作甲乙、甲丙二線。用各體權度比例定率數。金重十六兩八錢。水銀重十二兩二錢八分。鉛重九兩九錢三分。銀重九兩。銅重七兩五錢。鐵重六兩七錢。錫重六兩三錢。爲各體正方一寸輕重之比例。定率數有三十餘種。尺不能盡載。惟此數者其用爲多。故止載此。若重數相等。則其積數必不同。故又用轉比例之法。求其體積之比例。命金之積爲十億。則與金同重之水銀積爲十三億六千八百零七萬八千一百七十五。水銀重十二兩二錢八分爲一率。金重十六兩八錢爲二率。金積十億爲三率。得四率卽水銀積。餘倣此。鉛之積爲十六億九千一百八十四萬二千九百。銀之積爲十八億六千六百六十六萬六千六百六十六。銅之積爲二十二億四千萬。鐵之積爲二十五億零七百四十六萬二千六百八十六。錫之積爲二十六億六千六百六十六萬六千六百六十六。既得各體之積數。乃開立方求其方根。則金之數爲一千。水銀之數爲一千一百一十。鉛之數爲一千一百九十一。銀之數爲一千二百三十一。銅之



數爲一千三百零八。鐵之數爲一千三百五十八。錫之數爲一千三百八十六。爰將各根數於分釐尺上取其度。按度截比例尺之甲乙、甲丙二線。卽成五金線也。

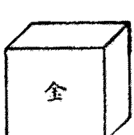
設如有金球徑二尺。欲作一銀球。其重與金球等。問徑幾何。

法以比例尺五金線金號之兩點。依分釐尺二寸之度展開。勿令移動。次取銀號兩點相距之度。於分釐尺上量之。得二寸四分六釐。卽二尺四寸六分。爲銀球徑。用其度作銀球。卽與金球重等也。蓋金號與銀號之比例。原爲同重之金體邊與銀體邊之比例。則金號與銀號兩距度之比例。亦必爲同重之金體邊與銀體邊之比例。今金號相距之度既爲金球徑。則銀號相距之度。必爲銀球徑可知矣。又以二寸當金球徑二尺。故二寸四分六釐卽爲二尺四寸六分也。



設如有金正方體。每邊一寸。重十六兩八錢。今欲作銀八面體。其重與金正方體等。問每一邊幾何。

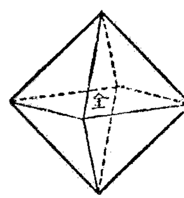
法先以比例尺更體線正方體之兩點。依正方每邊一寸之度展開。勿令移動。次取八面體兩點相距之度。於分釐尺上量之。得一寸二分八釐有餘。卽爲金正方體等重之金八面體之每一邊數。乃以五金線金號之兩點。依金八面體每邊一寸二分八釐之度展開。

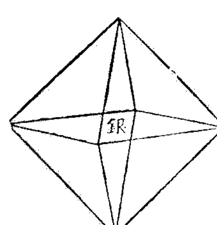


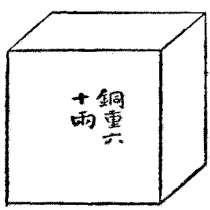
勿令移動。次取銀號兩點相距之度。於分釐尺上量之。得一寸五分八釐有餘。卽爲銀八面體之每一邊。用其度作八面體。其重與金正方體等也。蓋兩體不同類。不能得其比例。故先用更體線變正方體爲八面體。而後用五金線比例之。其法與前同也。

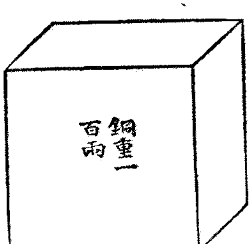
設如有銅正方體。每邊二寸。重六十兩。今有鉛一百兩。欲鑄爲球體。問徑幾何。

法先以分體線第六十分之兩點。原重六十兩。故取六十分。依銅正方體每邊二寸之度展開。勿令移動。次取分體線第一百分兩點相距之度。今重一百兩。故取一百分。於分釐尺上量之。得二寸三分七釐。卽重一百兩之銅正方體之每一邊。又以更體線正方號之兩點。依正方每邊二寸三分七釐之度展開。勿令移動。次取球號兩點相距之度。於分釐尺上量之。得二寸九分四釐。卽重一百兩之銅球徑。復以五金線銅號之兩點。依銅球徑二寸九分四釐之度展開。勿令移動。次取鉛號兩點相距之度。於分釐尺上量

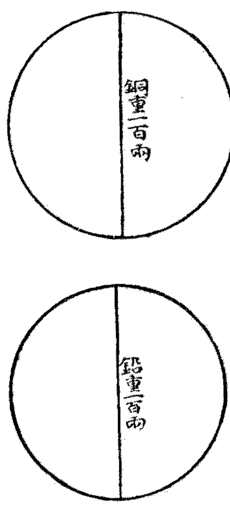






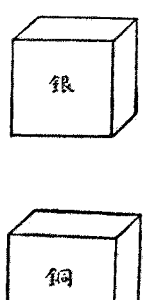


之。得二寸六分八釐。即重一百兩之鉛球徑也。蓋兩重數不同。而兩體又不同。不能得其比例。故先用分體線變爲同重之銅正方體。又用更體線變爲同重之銅球體。乃用五金線銅與鉛之邊線以比例之。而後得其徑數也。



設如銀正方一寸。重九兩。問銅正方一寸重幾何。

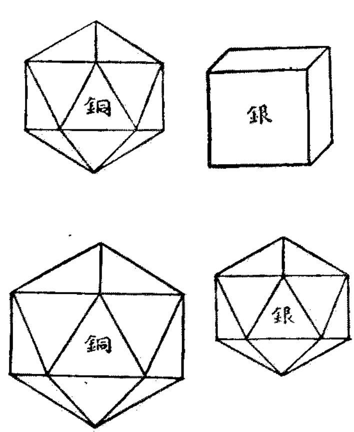
法以五金線銀號之兩點。依正方一寸之度展開。勿令移動。次取銅號兩點相距之度。於分釐尺上量之。得一寸零五釐二毫。即爲重九兩之銅正方邊數。乃以分體線九十分之兩點。依一寸零五釐二毫之度展開。勿令移動。而以今銅正方一寸之度。於分體線上尋至七十五分之兩點。其相距之度恰合。即七兩五錢爲銅正方一寸重數也。蓋銀重九兩。其方邊一寸。則銅重九兩。其方邊必爲一寸零五釐二毫。又銅方邊一寸零五釐二毫。其重九兩。則銅方邊一寸。其重即爲七兩五錢也。



設如有銀正方體每邊二寸。重七十二兩。今欲作一銅二十面體。其邊與正方體等。問重幾何。

法先以比例尺更體線正方體之兩點。依正方每邊二寸之度展開。勿令移動。次取二十面體兩點相距之度。於分釐尺上量之。得一寸五分四釐有餘。即爲銀正方體等重之銀二十面體之每一邊。乃以五金

線銀號之兩點。依銀二十面體每邊一寸五分四釐之度展開。勿令移動。次取銅號兩點相距之度。於分釐尺上量之。得一寸六分三釐有餘。即為銀二十面體同重之銅二十面體之每一邊。復以分體線第七十二分之兩點。依銅二十面體每邊一寸六分三釐之度展開。勿令移動。而以今所作銅二十面體每邊二寸之度。於分體線上尋至第一百三十分有餘之處。其相距之度恰合。即一百三十兩有餘。為銅二十面體之重數也。蓋兩體不同類。不能得其比例。故先用更體線變正方體為二十面體。又用五金線變銀二十面體為銅二十面體。復用分體線有邊求重之法比例之。然後得其重數也。



數理精蘊下編卷四十

末部十

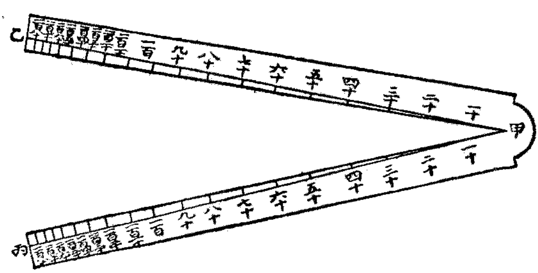
比例規解

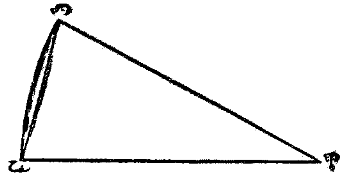
分圓線即圓內之通弦線.

自甲樞心至乙、丙兩股之末作甲乙、甲丙二線.依幾何原本十二卷二十節之法分之.即爲分圓線也.或用八線表三十分之正弦倍之.即一度之通弦.一度之正弦倍之.即二度之通弦.一度三十分之正弦倍之.即三度之通弦.至於九十度之正弦倍之.即一百八十度之通弦.以所得通弦之數.於分釐尺上取其度.按度截比例尺之甲乙、甲丙二線.即成分圓線也.

設如甲乙半徑六寸.丙乙弧二十九度.問丙乙通弦幾何.

法以比例尺分圓線六十度之兩點.依半徑六寸之度展開.勿令移動.次取分圓線二十九度兩點相距之度.於分釐尺上量之.得三寸.即丙乙通弦之數也.蓋圓之半徑與





六十度之通弦等六十度之通弦既爲六寸則二十九度相距之三寸即爲二十九度之通弦可知矣

設如甲乙半徑六寸丙乙通弦三寸問丙乙弧度幾何

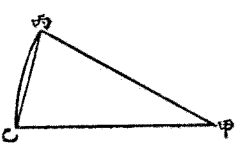
法以比例尺分圓線六十度之兩點依半徑六寸之度展開勿令移動次取通弦三寸之度於分圓線上尋至二十九度之兩點其相距之度恰合即丙乙弧爲二十九度也蓋圓之半徑與六十度之通弦等通弦六寸相當之度爲六十度則丙乙通弦三寸相當之二十九度即爲丙乙弧之度可知矣

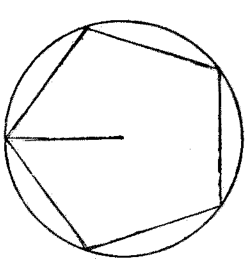
設如丙乙弧三十一度丙乙通弦一寸零三釐問甲乙半徑幾何

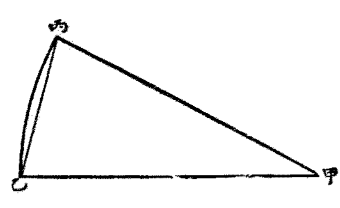
法以比例尺分圓線三十一度之兩點依通弦一寸零三釐之度展開勿令移動次取六十度兩點相距之度於分釐尺上量之得二寸即甲乙半徑也蓋六十度之通弦與圓之半徑等三十一度之通弦爲一寸零三釐則六十度之通弦二寸即爲圓之半徑可知矣

設如圓徑六寸內容五等邊形問每一邊幾何

法以比例尺分圓線六十度之兩點依半徑三寸之度展開勿令移動次以圓周三百六十度用五歸之與七十二度即五等邊形每邊相當之弧乃取分圓線七十二度兩點相距之度於



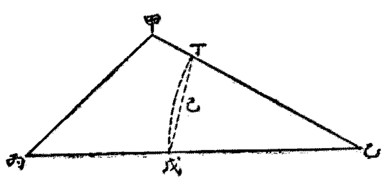




分釐尺上量之得三寸五分有餘．卽圓內五等邊形之一邊也．蓋圓內容五邊形之每一邊．卽七十二度之通弦．而半徑又卽六十度之通弦．六十度之通弦爲三寸．則七十二度之通弦三寸五分有餘．卽爲圓內容五等邊形之一邊可知矣．

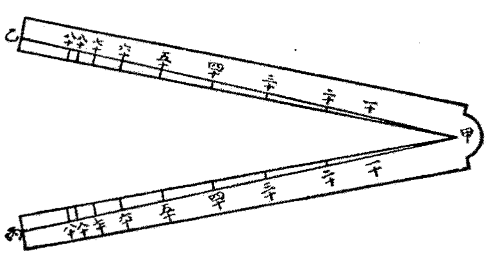
設如有甲乙丙三角形．問乙角之度幾何．

法以乙角爲心．任以一處爲界．作丁戊弧．則乙丁乙戊皆爲圓之半徑．丁己戊爲乙角之通弦．乃以比例尺分圓線六十度之兩點．依乙丁半徑之度展開．勿令移動．次取丁己戊通弦之度．於分圓線上尋至三十度之兩點．其相距之度恰合．卽乙角爲三十度也．



正弦線

自甲樞心至乙丙兩股之末．作甲乙、甲丙二線．用八線表正弦線自一度至九十度之數．自八十度至九十度正弦．每度之較甚微．若尺小不能分．或隔一度而作一點．或隔五度而作一點．於分釐尺上取其度．按度截比例尺之甲乙、甲丙二



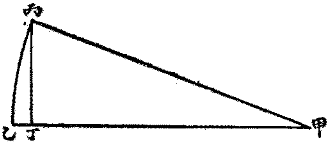
線.即成正弦線也.

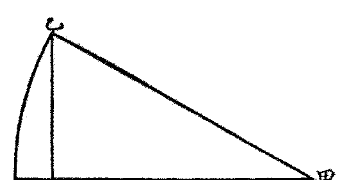
設如甲乙半徑六寸.丙乙弧二十一度.問丙丁正弦幾何.

法以比例尺正弦線九十度之兩點.依半徑六寸之度展開.勿令移動.次取正弦線二十一度兩點相距之度.於分釐尺上量之.得二寸一分五釐.即丙丁正弦之數也.蓋圓之半徑與九十度之正弦等.九十度之正弦.既爲六寸.則二十一度相距之二寸一分五釐.即爲二十一度之正弦可知矣.若用分圓線.則以分圓線六十度之兩點.依半徑六寸之度展開.勿令移動.次以丙乙弧二十一度倍之.得四十二度.即取分圓線四十二度兩點相距之度.於分釐尺上量之.得四寸三分.爲四十二度之通弦.折半得二寸一分五釐.即丙丁正弦之數也.蓋正弦之弧爲弧背之一半.正弦爲通弦之一半.故求得倍弧之通弦.折半即半弧之正弦.此分圓線與正弦線可以互相爲用也.

設如甲乙半徑六寸.乙丁正弦三寸.問乙丙弧之度幾何.

法以比例尺正弦線九十度之兩點.依半徑六寸之度展開.勿令移動.次取正弦三寸之度.於正弦線上尋至三十度之兩點.其相距之度恰合.即乙丙弧爲三十度也.蓋圓之半徑與九十度之正弦等.正弦六寸相當之度爲九十度.則正弦三寸相當之三十度.爲丙乙弧之度可知矣.若用分圓線.則以分圓線六十度之兩點.依半徑六寸

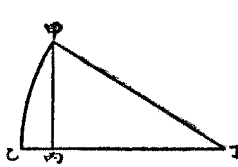




之度展開。勿令移動。次以正弦三寸倍之得六寸。於分圓線上尋之得六十度。折半得三十度。亦卽乙丙弧之度也。

設如甲乙弧三十二度。甲丙正弦一寸零六釐。問乙丁半徑幾何。

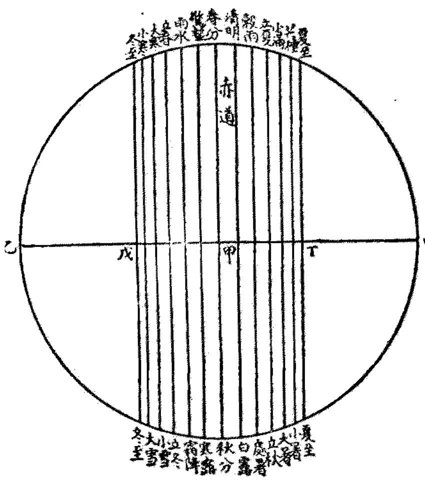
法以比例尺正弦線三十二度之兩點。依正弦一寸零六釐之度展開。勿令移動。次取九十度兩點相距之度。於分釐尺上量之。得二寸。卽乙丁半徑也。蓋九十度之正弦與圓之半徑等。三十二度之正弦爲一寸零六釐。則九十度之正弦二寸。卽爲圓之半徑可知矣。若用分圓線。則以三十二度倍之得六十四度。以正弦一寸零六釐倍之。得通弦二寸一分二釐。乃以分圓線六十四度之兩點。依通弦二寸一分二釐之度展開。勿令移動。次取分圓線六十度兩點相距之度。於分釐尺上量之得二寸。卽乙丁半徑也。

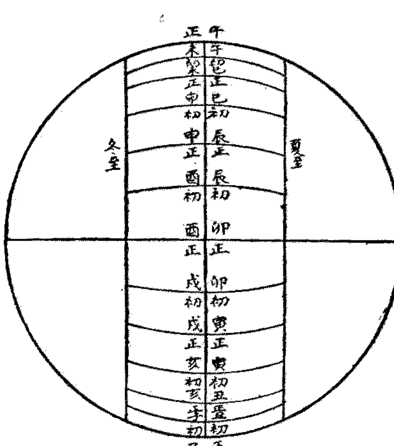


設如簡平儀下盤作節氣線。問其法若何。

法自甲圓心作乙丙徑線。又自甲平分作赤道線。卽爲春分秋分線。乃以比例尺正弦線九十度之兩點。依甲乙半徑之度展開。勿令移動。次取二十三度半兩點相距之度。二至黃赤道大距度。於赤道線左右丙乙徑上作識如丁戊。依識與赤道平行作線。卽爲夏至冬至線。丁爲夏至。戊爲冬至。復以正弦線九十度之兩點依甲戊二十三度半之正弦線度展開。勿令移動。而取十五度、三十度、四十五度、六十度、七十五度之各兩點相距之度。於赤道左右作識。悉與赤道平行作線。卽成二十四節氣線也。蓋赤道卽春分秋

分。距二分十五度之線。左爲驚蟄寒露。右爲淸明白露。距二分三十度之線。左爲雨水霜降。右爲穀雨處暑。距二分四十五度之線。左爲立春立冬。右爲立夏立秋距二分六十度之線左爲大寒小雪右爲小滿大暑。距二分七十五度之線。左爲小寒大雪。右爲芒種小暑。距二分九十度之線。左卽冬至。右卽夏至也。





設如簡平儀下盤欲作時刻線。問其法若何。

法如前作徑線及赤道二至線。乃以比例尺正弦線九十度之兩點。依半徑（卽春秋分線之半。）之度展開。勿令移動。次取十五度、三十度及四十五度、六十度七十五度之各兩點相距之度自圓心於赤道線上

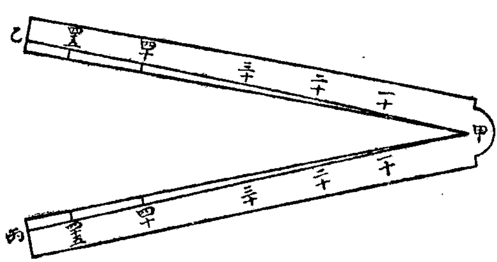
下作識。卽春秋分時之二十四時刻也。又以比例尺正弦線九十度之兩點。依冬夏至線之半展開。勿令移動。取十五度、三十度、四十五度、六十度、七十五度之各兩點相距之度。自圓徑與二至線相交之處。於二至線上下作識。卽二至時之二十四時刻也。乃用三點串圓之法。將二至及二分之點連爲一線。卽成時刻線矣。蓋中心橫線。爲卯正酉正。距中心十五度之線。上爲辰初酉初。下爲卯初戌初。距中心三十度之線。上爲辰正申正。下爲寅正戌正。距中心四十五度之線。上爲巳初申初。下爲寅初亥初。距中心六十度之線。上爲巳正未正。下爲丑正亥正。距中心七十五度之線。上爲午初未初。下爲丑初子初。距中心九十度之線。卽圓周。上爲午正。下爲子正也。

正切線

自甲樞心至乙、丙兩股之末。作甲乙、甲丙二線。用八線表正切線自一度至四十五度之數。於分釐尺上取其度。按度截比例尺之甲乙、甲丙二線。卽成正切線也。至於四十五度以後。則與四十五度以前相爲正餘。蓋四十五度之正切線與半徑等。四十五度以前之正切線。卽四十五度以後之餘切線。而半徑與正切之比。同於餘切與半徑之比。故切線止用四十五度。卽足九十度之用也。

設如甲乙半徑六寸。乙丙弧三十五度。問丁乙切線幾何。

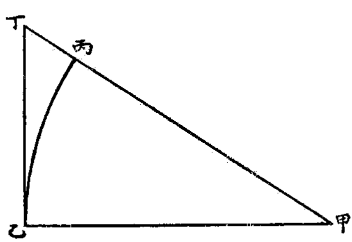
法以比例尺正切線四十五度之兩點。依半徑六寸之度展開。勿令移動。次取



正切線三十五度兩點相距之度。於分釐尺上量之。得四寸二分。即丁乙切線之數也。蓋圜之半徑與四十五度之切線等。四十五度之切線既爲六寸。則三十五度相距之四寸二分。即爲三十五度之切線可知矣。

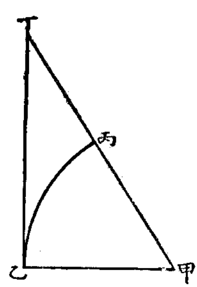
設如甲乙半徑六寸。乙丙弧五十八度。問丁乙切線幾何。

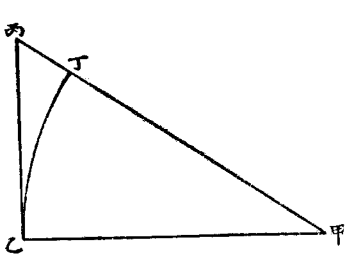
法以五十八度與九十度相減。餘三十二度爲餘弧。乃以比例尺正切線三十二度之兩點。依半徑六寸之度展開。勿令移動。次取四十五度兩點相距之度。於分釐尺上量之。得九寸六分。即丁乙切線之數也。蓋圜之半徑與四十五度之切線等。而三十二度之正切。即爲五十八度之餘切。夫半徑與正切之比。既同於餘切與半徑之比。故以三十二度相距之六寸當半徑。而四十五度相距之九寸六分。即爲五十八度之切線也。凡過四十五度者皆倣此。



設如甲乙半徑六寸。丙乙切線四寸二分。問丁乙弧之度幾何。

法以比例尺正切線四十五度之兩點。依半徑六寸之度展開。勿令移動。

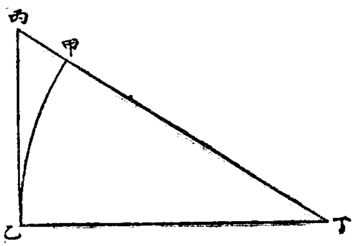


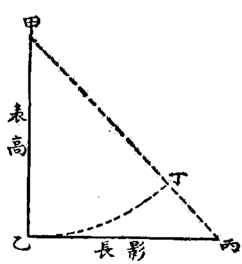


次取切線四寸二分之度。於正切線上尋至三十五度之兩點。其相距之度恰合。卽丁乙弧為三十五度也。蓋圓之半徑與四十五度之切線等。切線六寸相當之度為四十五度。則切線四寸二分相當之三十五度。卽為乙丁弧之度可知矣。

設如甲乙弧三十五度。丙乙切線一寸零五釐。問丁乙半徑幾何。

法以比例尺正切線三十五度之兩點。依切線一寸零五釐之度展開。勿令移動。次取正切線四十五度兩點相距之度。於分釐尺上量之。得一寸五分。卽丁乙半徑也。蓋四十五度之切線與圓之半徑等。三十五度之切線為一寸零五釐。則四十五度之切線一寸五分。卽為丁乙半徑可知矣。





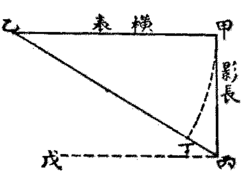
設如地平上立表高四尺。日中影長三尺六寸零二釐。問日高度幾何。

法以比例尺正切線四十五度之兩點。依分釐尺四寸之度展開。勿令移動。次取分釐尺三寸六分零二毫之度。於正切線上尋至四十二度之兩點。其相距之度恰合。乃以四十二度與九十度相減。得四十八度。為日距地平之高度也。蓋地平上立表取影。以表為半徑。則影為日距地平之餘切線。如甲乙表

高爲半徑。乙丙影長爲切線。求得乙丁弧爲甲角之度。故與九十度相減得丙角。始爲日距地平之度也。

設如壁上立橫表四尺。日中影長二尺四寸零三釐。問日高度幾何。

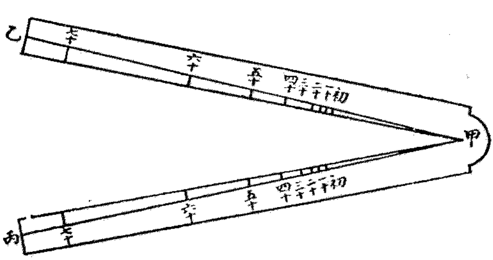
法以比例尺正切線四十五度之兩點。依分釐尺四寸之度展開。勿令移動。次取分釐尺二寸四分零三毫之度。於正切線上尋至三十一度之兩點。其相距之度恰合。卽日距地平之高爲三十一度也。蓋壁上立橫表取影。以表爲半徑。則影卽日距地平之正切線。如甲乙橫表爲半徑。甲丙影長爲切線。求得甲丁弧爲乙角之度。與乙丙戊角之度等。故卽爲日距地平之高度也。



正割線

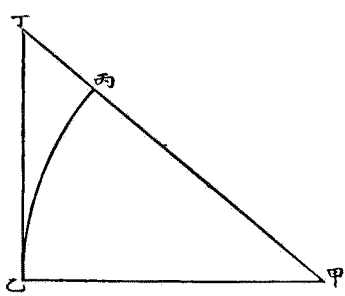
自甲樞心至乙、丙兩股之末。作甲乙、甲丙二線。用八線表正割線自初度至七十度之數。初度割線卽圓之半徑。自一度至十度。其每度之較甚微。若尺小不能分。或隔五度作一點。自七十度以上。漸與切線平行。其數甚大。尺上不能容。故止取七十度也。於分釐尺上取其度。按度截比例尺之甲乙、甲丙二線。卽成正割線也。

設如甲乙半徑六寸。乙丙弧四十一度。問甲丁割線幾何。



法以比例尺正割線初度之兩點。依半徑六寸之度展開。勿令移動。次取正割線四十一度兩點相距之度。於分釐尺上量之。得七寸九分五釐。卽甲丁割線之數也。蓋初度尙無切線。故其割線卽圜之半徑。初度之割線旣爲六寸。則四十一度相距之七寸九分五釐卽爲四十一度之割線可知矣。

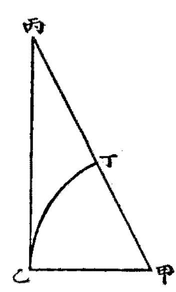
設如甲乙半徑六寸。甲丙割線一尺二寸。問丁乙弧之度幾何。

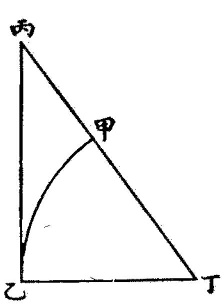


法以比例尺正割線初度之兩點。依半徑六寸之度展開。勿令移動。次取割線一尺二寸之度。於正割線上尋至六十度之兩點。其相距之度恰合。卽丁乙弧爲六十度也。蓋初度之割線卽圜之半徑。割線六寸相當之度爲初度。則割線一尺二寸相當之六十度。卽爲丁乙弧之度可知矣。

設如甲乙弧四十四度半。丙丁割線二寸一分零三毫。問丁乙半徑幾何。

法以比例尺正割線四十四度半之兩點。依割線二寸一分零三毫之度展開。勿令移動。次取初度兩點相距之度。於分釐尺上量之。得一寸五分。

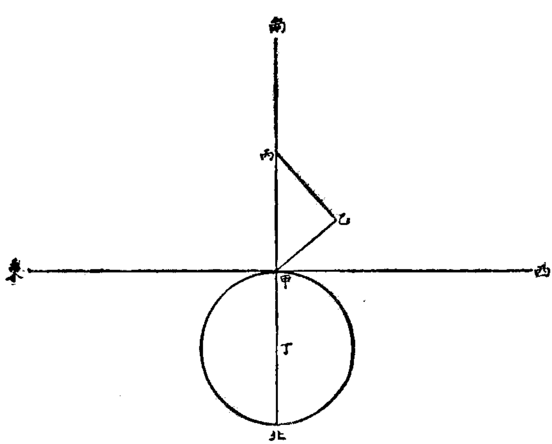




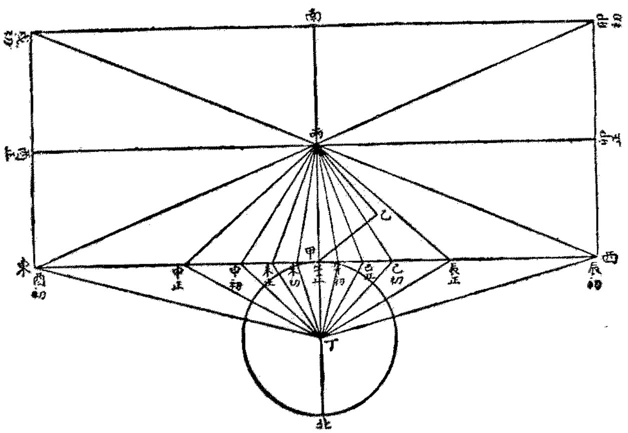
卽丁乙半徑之數也。蓋初度之割線卽圓之半徑。四十四度半之割線爲二寸一分零三毫。則初度之割線一寸五分。卽爲丁乙半徑可知矣。

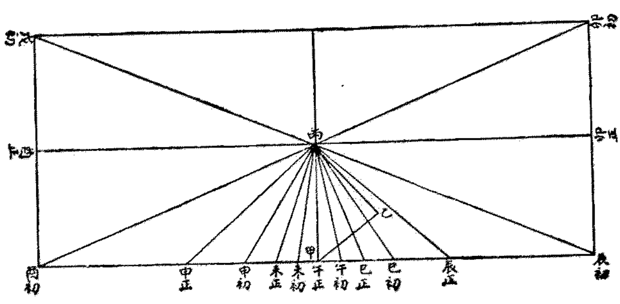
作地平日晷法以北極出地四十度爲準。

法先作南北東西線。相交於甲。各成直角。次作甲乙丙晷表。取甲角五十度爲赤道高。丙角四十度爲北極高。而乙角爲直角。次取晷表之甲乙度。截南北線於丁。爲半徑作圜。用比例尺分圓線。比得十五度、三十度、四十五度、六十度、七十五度之各分。分圜界作識。乃自丁圜心引出各界作線。至東西線上。卽得午正前後各初正時刻。或以甲乙爲半徑。用比例尺正切線。比得十五度、三十度、四十五度、六十度、七十五度之各切線。自甲左右作識於東西線上。亦卽午正前後各初正時刻。甲爲午正。距甲十五度前爲午初。後爲未初。距甲三十度前爲巳正。後爲未正。距甲四十五度前爲巳初。後爲申初。距甲六十度前爲辰正。後爲申正。距甲七十五度前爲辰初。後爲酉初也。乃以晷表之丙爲晷心。至各點作線。卽時刻線也。卯正酉正各距午正前後九十度。故自



丙晷心與東西線平行作線。卽卯正酉正線。卯正以前。酉正以後。則日轉在北。影轉在南。故與辰初酉初反對作線。卽卯初戌初線也。次按刻細分。則自午正甲點每加三度四十五分而得一刻。蓋十五度當四刻。而三度四十五分則當一刻也。此法蓋因北極爲天之樞。赤道爲天之帶。太陽雖由黃道而行。時刻皆以赤道而定。故以晷表之甲乙指赤道。丙乙指北極。而東西線卽爲赤道線。丙乙卽爲過極經圈。甲乙卽

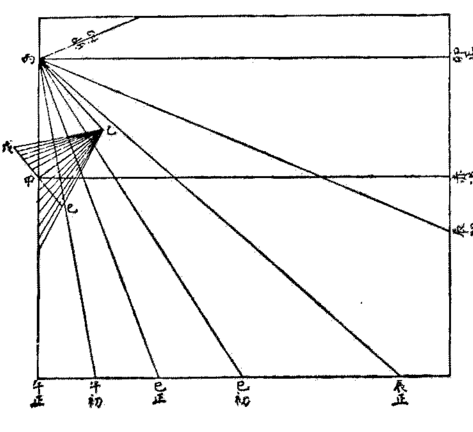


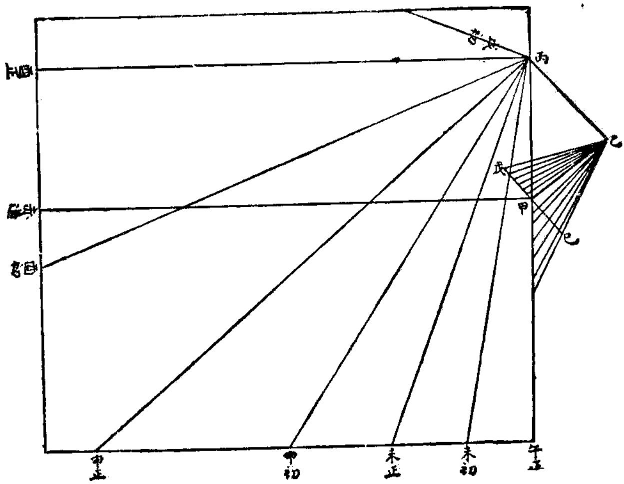


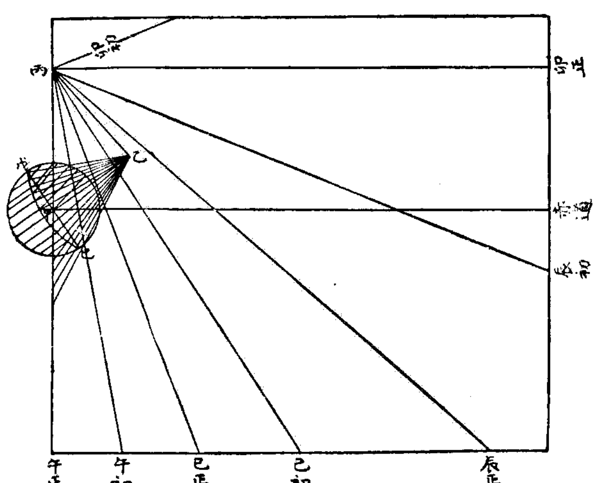
爲半徑。午正太陽在正南。則影在正北。若偏東偏西若干度。則其切線卽其影之長。故以甲乙爲半徑作圜。而分圜界者卽所以求切線。至於用比例尺正切線者。正以切線分時刻也。

地平日晷作節氣線法

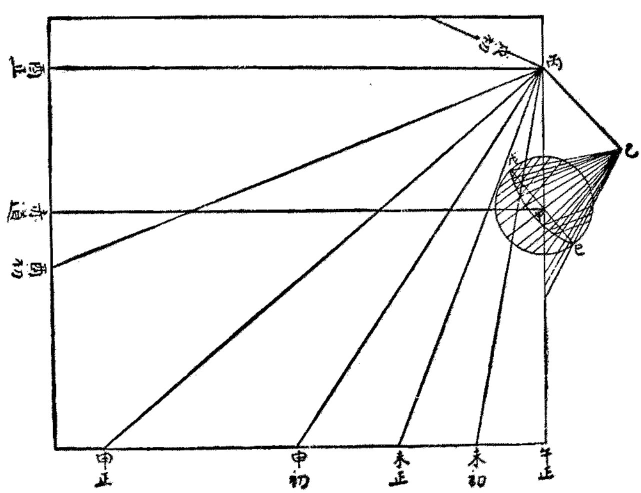
法以甲乙丙晷表之甲角與丙乙平行。作戊己線。而以甲乙爲半徑。用比例尺正切線。比得二十三度三十分、二十二度四十分、二十度十二分、十六度二十三分、十一度三十分、五度五十五分之各切線。自甲左右作識於戊己線上。卽得各節氣日影界。春秋分爲赤道。冬至距赤道南。夏至距赤道北。各二十三度三十分。小寒大雪距赤道南。芒種小暑距赤道北。各二十二度四十分。大寒小雪距赤道南。小滿大暑距赤道北。各二十度十二分。立春立冬距赤道南。立夏立秋距赤道北。各十六度二十三分。雨水霜降距赤道南。穀雨處暑距赤道北。各十一度三十分。驚蟄寒露距赤道南。清明白露距赤道北。各五度五十五分。 或以二十三度三十分之正切線甲戊爲半徑作圜。將甲乙線引長平分爲四象限。用比例尺分圓線。比得十五度、三十度、四十五度、六十度、七十五度之各圜界。又以乙戊爲半徑作戊己弧。而依所分甲戊小圜界。各與甲乙平行作線。截戊己弧界。又自乙至戊、己各弧界作



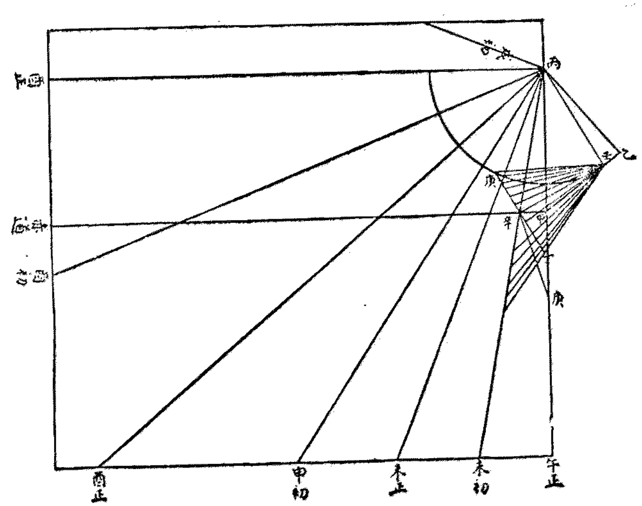

丙
乙
戊
甲
己
申正
申初
未正
未初
午正


丙
乙
戊
甲
己
午正
午初
巳正
巳初
辰正
辰初
卯正

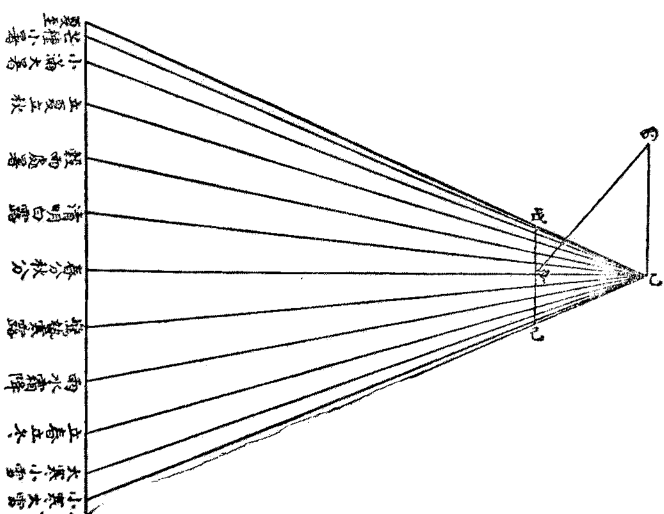
線。截戊甲己線。亦卽得各節氣日影界。甲爲春秋分。距甲十五度。左爲驚蟄寒露。右爲清明白露距甲三十度。左爲雨水霜降。右爲穀雨處暑距甲四十五度。左爲立春立冬。右爲立夏立秋。距甲六十度左爲大寒小雪。右爲小滿大暑。距甲七十五度左爲小寒大雪。右爲芒種小暑。乃自乙至各點作線。與午正時刻線相交。其相交之點。卽午正各節氣日影界也。若求未初節氣線。則先以丙乙爲半徑作圜。又依甲乙度截午正線於庚。而以未初線與赤道相交之辛點至庚相距之度。截圜界於壬。作壬辛線。乃與壬辛取直角作癸子十字線。以壬辛爲半徑。如前法比得二十三度三十分等距緯之各切線。於辛左右作識於癸子線。乃自壬至各點作線。與未初時刻線相交。其相交之點。卽未初各節氣日影界也。倣此類推。則得各時刻之各節氣日影界。或用捷法另取一紙。畫甲乙丙表式。將乙甲、乙戊、乙己類各節氣線俱畫長些。如求未初節氣線。則以丙合於晷心丙。而以甲乙春秋分線。合於未初

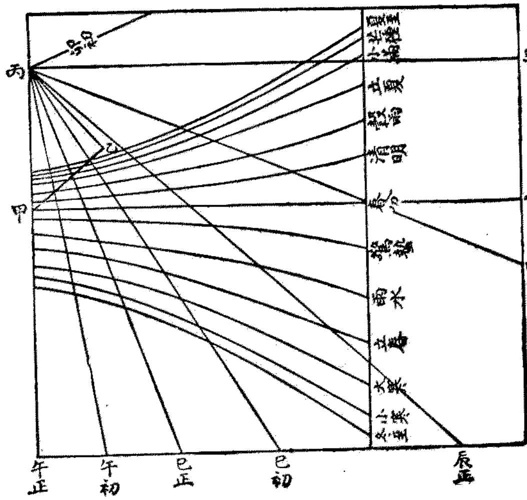


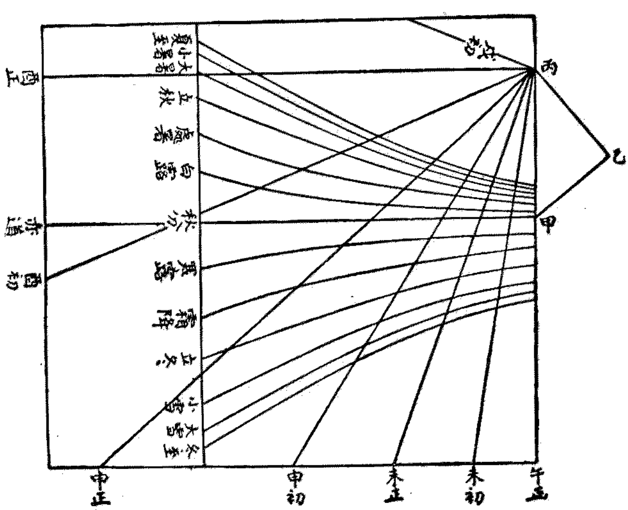
時刻線與赤道相交之辛點。乃於各節氣線與未初時刻線相交之處俱作點識之。即得未初各節氣之日影界。餘倣此。乃將各時刻線與節氣線相交之點。作線聯之。即成節氣線也。蓋春秋分日行赤道而晷表之甲乙指赤道。故赤道線即爲春秋分線。春秋分時。日在赤道。則午正日影在甲。春分以後。秋分以前。日在赤道北。夏至而極北。則影在南。春分以前。秋分以後。日在赤道南。冬至而極南。則影在北。故以甲乙爲半徑而取各距度之切線。爲各節氣之影界。且切線與半徑成直角。故先與甲乙取直角作十字線。而後得其切線也。甲乙本直立之線。與之取直角。則戊端應在晷面下。己端應在空中出晷面上。而其距午正線之遠近。與平面斜線之度同。蓋平與立之理一也。其以冬夏至之影界爲半徑作圜。用分圓線求之者。蓋半徑與冬夏至距緯正弦之比。同於各節氣距二分度之正弦與各節氣距緯正弦之比。故以甲戌爲半徑作圜爲一



率。又以乙戊爲半徑作戊己弧。則甲戊切線卽變爲冬夏至距緯之正弦爲二率。而用分圓線所分各圓界。卽得各節氣距二分度之正弦爲三率。其自圓界作線截戊己弧卽得各節氣距緯之正弦爲四率。既得各節氣之距緯度。又自乙至各弧界作線。截戊甲己線。則戊甲己線仍爲各節氣距緯之切線。故用正弦。卽如用切線也。然雖得各節氣之影界。而猶不在午正線之上。故自乙至各節氣點作線交於午正線。乃自乙表端照至各節氣點所必經之處。故爲午正節氣日影界也。至於未初春秋分時。則日影至辛。乙辛爲影線。成乙甲辛勾股形。甲乙爲股。甲乙表直立故爲股。甲辛爲勾。乙辛爲弦。故以甲乙度截午正線於庚而取庚辛之度。卽與乙辛影線之度等。又乙辛線與丙乙爲直角。成丙乙辛立勾股形。丙乙爲勾。乙辛影線爲股。丙辛時刻線爲弦。蓋丙乙爲過極經圈。乙辛爲赤道影線。經圈與赤道無在而非直角。故乙辛與影線。



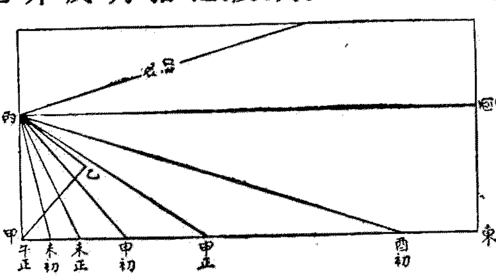

丙
甲
乙
午正
午初
巳正
巳初
辰正

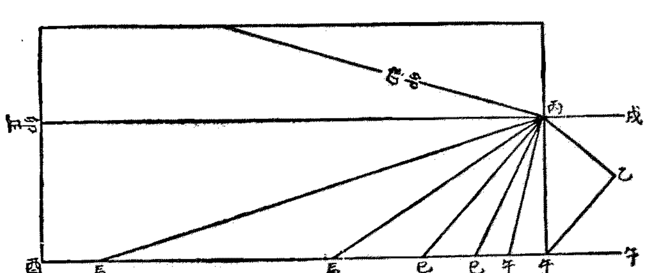

丙
甲
乙
申正
申初
未正
未初
午正

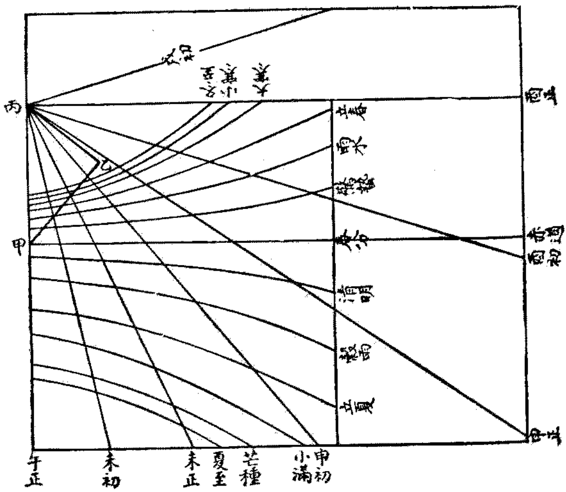
亦無在而非直角也。故以丙乙爲半徑作圜。而取庚辛度截圜界於壬。成丙壬辛平勾股形。卽與丙乙辛立勾股形相等。丙壬與丙乙等。壬辛與乙辛等。丙辛仍爲弦線。故成相等勾股形。爰以壬辛影線爲半徑與壬辛作直角取各節氣之切線爲各節氣日影界。皆與午正取節氣線之法同。至其捷法。乃以已成之勾股。已分之切線。轉移用之。尤爲便捷也。

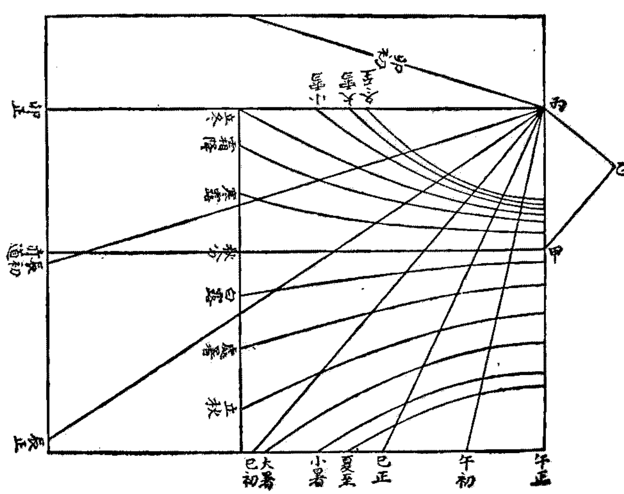
向南壁上畫立面日晷法 以北極出地四十度爲準。

法先作直線及東西橫線。相交於甲。各成直角。次作甲乙丙晷表。取甲角四十度。丙角五十度。而乙爲直角。乃依地平日晷作時刻線法求之。卽得各時刻線。蓋晷表之甲丙指天頂。甲乙指赤道。故丙甲乙角定爲四十度。則乙甲丁外角爲五十度。卽赤道之高度也。丙乙指南極。丙戊指地平。故甲丙乙角定爲五十度。則乙丙戊外角爲四十度。乃南極入地之度。卽北極出地之





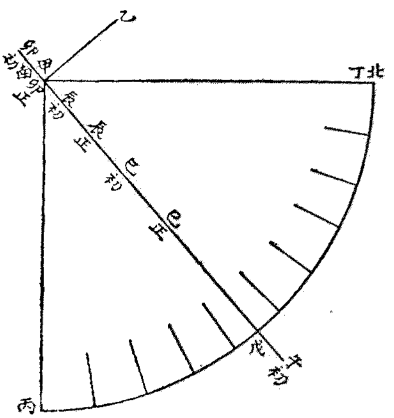

丙
甲
乙
午正
未初
未正
夏至
芒種
小滿
申初


丙
乙
甲
卯正
辰正
巳初
大暑
小暑
夏至
巳正
午初
午正
立秋

度也。甲乙既指赤道。丙乙既指南極。則丙乙卽爲過極經圈。甲乙卽爲半徑。午正太陽在正南。則影在正北。若偏東偏西若干度。則其切線卽其影之長。皆與地平日晷之法同。至於作節氣線之法。亦與地平日晷同。但赤道線以上爲春分前秋分後至冬至之節氣線。赤道線以下爲春分後秋分前至夏至之節氣線。蓋春分以後秋分以前日行赤道北。夏至而極北。其度高。故其影在下也。秋分以後春分以前日行赤道南。冬至而極南。其度卑。故其影在上也。

向東壁上畫立面日晷法以北極出地四十度爲準。

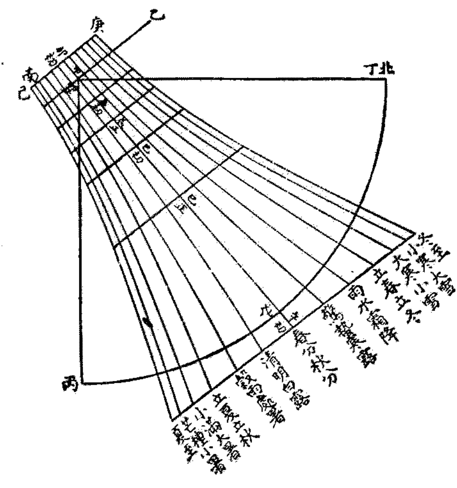
法先安甲乙直表與壁面成直角。甲乙表不拘尺寸。次作甲丙垂線及甲丁橫線。各成直角。次以甲爲心。作甲丙丁象限弧。用比例尺分圓線。比得赤道高五十度之弧。爲丁戊。自甲至戊作甲戊赤道線。乃以甲乙表長爲半徑。用比例尺正切線。比得十五度、三十度、四十五度、六十度、七十五度之各切線。於赤道線上作識。按識作十字線。卽成時刻線也。甲點爲卯正。距甲十五度前爲卯初。後爲辰初。距甲三十度爲辰正。距甲四十五度爲巳初。距甲六十度爲巳正。距甲七十五度爲午初。蓋時刻生於赤道。春秋分時。卯正日出正東。與表對射。故無影。若向南若干度。則其切線卽其影之長。至於午正。則距卯正九十度。切線與割線平行。故無



切線。而日影即與壁面平行。故亦無影也。若於向西壁上晝晷。則以午初爲未初。巳正爲未正。巳初爲申初。辰正爲申正。辰初爲酉初。卯正爲酉正。卯初爲戌初。餘俱與向東壁上晝晷法同。

向東壁上立面日晷晝節氣線法

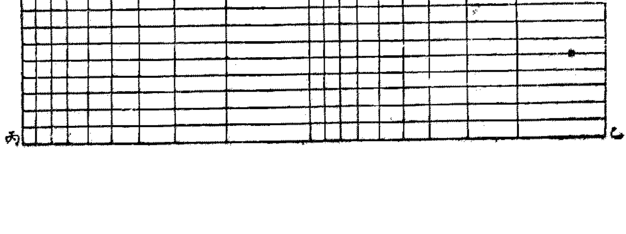
法以乙表端至卯初點相距之度爲半徑。用比例尺正切線比得二十三度三十分、二十二度四十分、二十度十二分、十六度二十三分、十一度三十分、五度五十五分之各切線。於卯初線左右作識。即得各節氣日影界。春秋分爲赤道。冬至距赤道南。夏至距赤道北。各二十三度三十分。小寒大雪距赤道南。芒種小暑距赤道北。各二十二度四十分。大寒小雪距赤道南。小滿大暑距赤道北。各二十度十二分。立春立冬距赤道南。立夏立秋距赤道北。各十六度二十三分。雨水霜降距赤道南。穀雨處暑距赤道北。各十一度三十分。驚蟄寒露距赤道南。清明白露距赤道北。各五度五十五分。又以乙表端至卯正點相距之度（即甲乙表長）爲半徑。比得各節氣距緯度之切線。於卯正線左右作識。即爲卯正各節氣日影界。凡各時刻節氣。俱以乙表端至各時刻點相距之度爲半徑。比得各節氣距緯度之切線。於各時刻線左右作



識。即得各時刻各節氣之日影界。將各點作線聯之。即成節氣線也。蓋春秋分時日在赤道。故其影界即在赤道線之上。其自表端至各時刻點相距之度即春秋分各時刻之影線也。若春分以後。秋分以前。日在赤道北。夏至而極北。則影在南。春分以前。秋分以後。日在赤道南。冬至而極南。則影在北。故以表端至各時刻點相距之度為半徑。而取各節氣距緯度之切線。即為各時刻各節氣之日影界。聯之即成節氣線也。向西壁法同。

假數尺

法按分釐尺二百分之度。作甲丁、乙丙二平行線。又作甲乙、丁丙二線。令成直角。乃取假數表內自一至一百所對之假數。於分釐尺上取其度。如二之假數為○三○一。則為三寸零一釐。截甲丁、乙丙二邊。依所截點作線。與甲乙邊平行。又將甲乙、丁丙二邊各平分為十分。作線與甲丁平行。自一十以上。又依分釐尺法於各平行線之間悉作斜線。則斜線與直線相交之處。即其間零數之度。如一○至一一之斜線。其與第一直線相交之處即一○一也。故假數雖止於一百。而可以當一千之用。若尺止長一尺。則如上圖截去自一至九之數。從一十起。至一百止。蓋十之假數為一。而百之假數為二。今既截去一尺。則假數即減去首位之一。取其零數作寸分釐毫。用時則以十為單。總之假數尺雖始於一



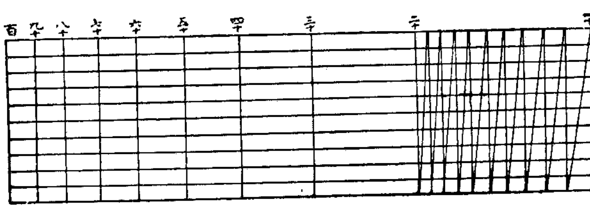
十終於一百。小之則可以爲單爲零。大之則可以爲千爲萬。皆因假數之首位雖遞加一數。而其後之零數皆同。故可以進退爲用。惟在比例分明。加減詳審。則其用自無窮也。

設如有十二人。每人給銀四兩五錢。問共銀幾何。

法以假數尺之四分五釐。即從一十至四十五之度。與一十二分相加。得五十四分。即五十四兩。爲共銀數也。蓋一人與四兩五錢之比。同於一十二人與五十四兩之比。而眞數以乘得者。假數以加得之。故以四分五釐當四兩五錢。以十二分當十二人。兩線相加。即得五十四兩爲共銀數也。

設如有米四百八十石。每石價銀七錢五分。問共價銀幾何。

法以假數尺之七分五釐。即自一十至七十五之度。與四十八分相加。過於一百分之度。乃以其過於一百分之餘度。自假數尺十分以上量之。得三十六分。即



一率	一人
二率	四兩五錢
三率	十二人
四率	五十四兩

一率	一石
二率	七錢五分
三率	四百八十石
四率	三百六十兩

三百六十兩。爲共價銀數也。蓋以四十八分當四百八十石。是以單當十。則相加過於一百分。即爲過於一千分矣。而以其過於一千分之餘度自十分以上量之。是以十分當千分。則三十六分即爲三千六百分。既以七分五釐當七錢五分。故三千六百分即爲三百六十兩也。

設如有銀五百一十二兩。令三十二人分之。問每人幾何。

法以假數尺之五十一分二釐內減去三十二分。以其餘度自假數尺十分以上量之。得十六分。即十六兩爲每人之銀數也。蓋三十二人與五百一十二兩之比。同於一人與十六兩之比。而眞數以除得者。假數以減得之。故以五十一分二釐當五百一十二兩。以三十二分當三十二人相減。用其餘度自十分以上量之。是以十分當一分。故十六分即爲一分六釐。既以五十一分二釐當五百一十二兩。則一分六釐即爲十六兩也。

一率	三十二人
二率	五百一十二兩
三率	一人
四率	十六兩

設如有米四十二石。令六十人分之。問每人幾何。

法以假數尺之四十二分內減去六分即自一十至六十之度。不足於一十之分。乃以其不足於一十之度自假數尺一百以下減之。餘七十分。即七斗爲每人之米數也。蓋以四十二分當四十二石。以六分當六十人而以相減不足於一十之分。自一百以下減之。是以百分當十分。則所餘之七十分即爲七分矣。且以六分當六十人。是所減之數以單當十。則減餘之

一率	六十人
二率	四十二石
三率	一人
四率	七斗

數卽以十爲單。而單卽爲零。故所餘之七分卽爲七釐。旣以四十二分當四十二石。故七釐卽爲七斗也。

設如每銀二兩五錢。兌錢四千七百五十文。今有銀八兩。問兌錢幾何。

法以假數尺之二十五分與四十七分五釐相減。餘度與八十分相加。過於一百分。乃以其過於一百分之餘度自假數尺十分以上量之。得十五分二釐卽一萬五千二百。爲共錢數也。蓋二兩五錢與四千七百五十文之比。同於八兩與一萬五千二百文之比。故以二兩五錢爲一率。四千七百五十爲二率。八兩爲三率。得一萬五千二百爲四率。本宜以二率與三率相加。內減去一率。而得四率。今先於二率內減去一率。以其餘度與三率相加而得四率。其理同也。又四率旣過於一百分。而以其過於一百分之餘度自十分上量之。是以十分當百分。故十五分二釐卽爲一百五十二分。旣以四十七分半當四千七百五十。則一百五十二分卽爲一萬五千二百也。

一率	二兩五錢
二率	四千七百五十
三率	八兩
四率	一萬五千二百

設如有銀六兩。買米五石。今有銀四兩八錢。問買米幾何。

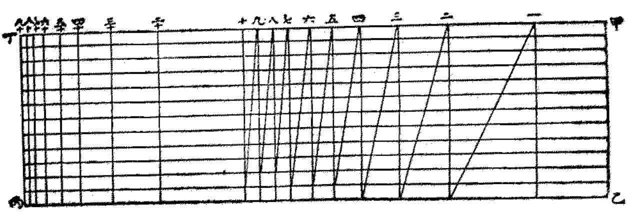
法以假數尺之六十分內減去五十分。餘度與四十八分相減。得四十分。卽四石爲米數也。蓋六兩與五石之比。同於四兩八錢與四石之比。故以六兩爲一率。五石爲二率。四兩八錢爲三率。得四石爲四率。本宜以二率與三率相加。內減去一率。而得四率。今先於一率內減去二率。以其餘度與三率相減而得四率。其理同

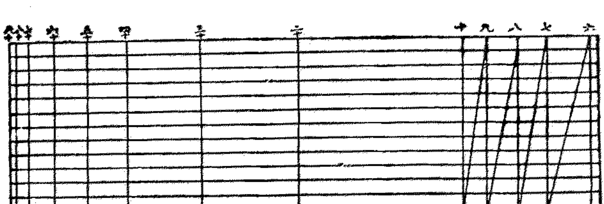
一率	六兩
二率	五石
三率	四兩八錢
四率	四石

也。總之二率大於一率者。則四率亦大於三率。故以二率多於一率之分。與三率相加而得四率。若二率小於一率者。則四率亦小於三率。故以二率小於一率之分。與三率相減而得四率。用雖不同而理實一也。

正弦假數尺

法按分釐尺二百分之度。作甲丁、乙丙二平行線。又作甲乙、丁丙二線。令成直角。乃取八線對數表內自一度至九十度之正弦假數。減去首位之八。於分釐尺上取其度。如一度之正弦假數爲八二四一八。減去首位之八。餘二四一八。即爲二寸四分一釐八毫。截甲丁、乙丙二邊。依所截點作線與甲乙邊平行。又將甲乙、丁丙二邊各平分爲十二分。作線與甲丁平行。又依分釐尺法。於各平行線之間。悉作斜線。則斜線與直線相交之處。即其間之分數。如自一度至二度之斜線。其與第一直線相交之處。即一度五分。其與第二直線相交之處。即一度十分。蓋一度有六十分。故直線分爲十二。每一直線當五分。若於直線之間酌量取之。則五





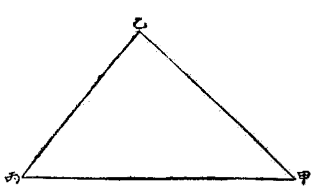
分申之零分。亦可得其大概矣。若尺小止用一百分。則截去自一度至五度之數。從六度起至九十度止。蓋九十度之正弦假數首位爲一〇一度之正弦假數首位爲八。相減餘二。故二尺之內。始可容自一度至九十度之分。今既截去一尺。則假數首位須再減去一數。故從六度起。六度之正弦假數首位爲九。減去首位之九。取其零數作寸分釐毫。至九十度。則恰得一尺之分也。

設如甲乙丙三角形。甲角四十四度三十分。丙角五十三度。乙丙邊五尺三寸七分。問甲乙邊幾何。

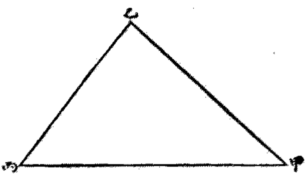
法以正弦假數尺之四十四度三十分。與五十三度相減。用其餘度與假數尺之五十三分七釐相加。得六十一分一釐。卽六尺一寸一分。爲甲乙邊也。蓋甲角正弦與丙角正弦之比。同於乙丙邊與甲乙邊之比。故以四十四度三十分之正弦爲一率。五十三度之正弦爲二率。假數尺之五十三分七釐當乙丙邊爲三率。得六十一分一釐。當甲乙邊爲四率。本宜以二率與三率相加。內減去一率而得四率。今先於二率內減去一率。以其餘度與三率相加而得四率。其理同也。

設如甲乙丙三角形。甲乙邊六尺一寸一分。甲丙邊七尺五寸九分。乙角八十二度三十分。問丙角幾何。

法以假數尺之六十一分一釐。與七十五分九釐相減。用其餘度與正弦假數尺之八十二度三十分相減。得五十三度。爲丙角度也。蓋甲丙邊與甲乙邊之比。同於乙角正弦與丙角正弦之比。故以七十五分

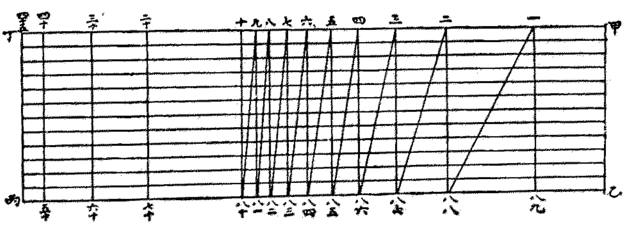


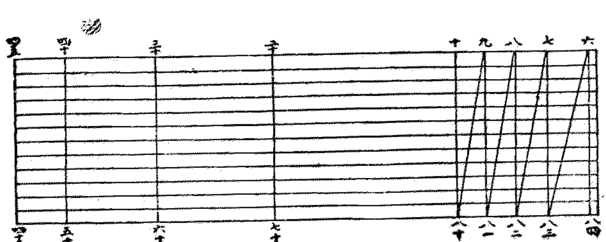
九釐當甲丙邊爲一率。六十一分一釐當甲乙邊爲二率。八十二度三十分之正弦爲三率。得乙角五十三度爲四率。本宜以二率與三率相加。內減去一率而得四率。今先於一率內減去二率。餘度與三率相減而得四率。其理同也。



切線假數尺

法按分釐尺二百分之度。作甲丁、乙丙二平行線。又作甲乙、丁丙二線。令成直角。乃取八線對數表內自一度至四十五度之切線假數。減去首位之八。於分釐尺上取其度。截甲丁、乙丙二邊。依所截點作線與甲乙邊平行。又將甲乙、丁丙二邊各平分爲十二分。作線與甲丁平行。又依分釐尺法。於各平行線之間悉作斜線。則斜線與直線相交之處。卽其間之分數。皆與正弦假數尺同。至於四十五度以後。則與四十五度以前相爲正餘。

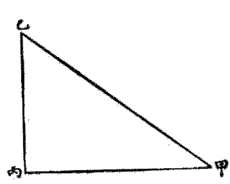




蓋四十五度之正切線與半徑等。四十五度以前之正切線。卽四十五度以後之餘切線。而半徑與正切之比。同於餘切與半徑之比。故切線尺止用四十五度。正餘相對。卽足八十九度之用。若尺小。止用一百分。則截去自一度至五度之數。從六度起。至四十五度比其餘度則至八十四度止。亦與正弦假數尺同也。

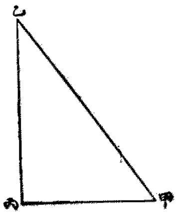
設如甲乙丙直角三角形。甲丙邊四尺三寸六分。乙丙邊四尺二寸九分。問甲角幾何。

法以假數尺之四十三分六釐。與四十二分九釐相減。用其餘度與切線假數尺之四十五度相減。得四十四度三十分。爲甲角度也。蓋甲丙邊與乙丙邊之比。同於半徑與甲角切線之比。故以四十三分六釐當甲丙邊爲一率。四十二分九釐當乙丙邊爲二率。四十五度之切線當半徑爲三率。得甲角四十四度三十分爲四率也。因二率小於一率。故於一率內減去二率。餘數於三率內減之。卽得四率也。



設如甲乙丙直角三角形。甲角五十三度。甲丙邊三十二尺三寸。問乙丙邊幾何。

法以切線假數尺之五十三度。與半徑相減。用其餘度與假數尺之三十二分三釐相加。得四十二分九釐。卽四十二尺九寸。爲乙丙邊也。蓋半徑與甲角正切線之比。同於甲丙邊與乙丙邊之比。而甲角餘切線與半徑之比亦同於甲丙邊與乙丙邊之比。故以五十三度之餘切線爲一率。四十五度之切線當半徑爲二率。三十二分三釐當甲丙邊爲三率。得四十二分九釐當乙丙邊爲四

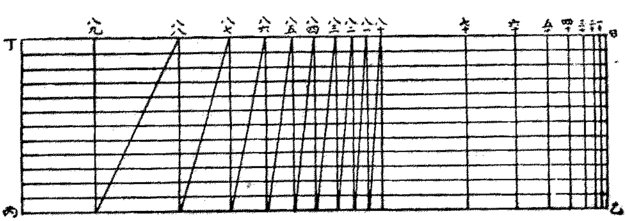


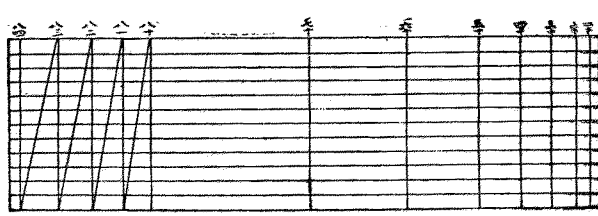
率。因五十三度切線自四十五度起。是已減去半徑矣。故以二率與三率相加。卽得四率。不必更減一率也。

割線假數尺

法按分釐尺二百分之度。作甲丁、乙丙二平行線。又作甲乙、丁丙二線。令成直角。乃取八線對數表內自一度至八十九度之割線假數。減去首位之一。於分釐尺上取其度。截甲丁、乙丙二邊。依所截點作線。與甲乙邊平行。又將甲乙、丁丙二邊各平分爲十二分。作線與甲丁平行。又依分釐尺法。於各平行線之間。悉作斜線。則斜線與直線相交之處。卽其間之分數。皆與正弦假數尺同。若尺小。止用一百分。則截去自八十五度至八十九度之數。從○度起至八十四度比。蓋○度之割線卽半徑。其假數爲一○。今從○度起。卽減去半徑之數。至八十四度以後。則假數甚大。一尺之內不能容。故止八十四度止也。

設如甲乙丙直角三角形。甲角四十五度三十分。甲丙





邊四十二尺九寸。問甲乙邊幾何。

法以割線假數尺之四十五度三十分。與假數尺之四十二分九釐相加。得六十一分一釐。卽六十一尺一寸。爲甲乙邊也。蓋半徑與甲角割線之比。同於甲丙邊與甲乙邊之比。故以半徑爲一率。四十五度三十分之割線爲二率。四十二分九釐當甲丙邊爲三率。得六十一分一釐當甲乙邊爲四率。因割線先已減去半徑之數。故二率與三率相加。卽得四率。不必更減半徑也。

設如甲乙丙直角三角形。甲丙邊四十二尺九寸。甲乙邊五十三尺七寸。問甲角幾何。

法以假數尺之四十二分九釐。與五十三分七釐相減。用其餘度自割線假數尺〇度以上量之。得三十七度。爲甲角度也。蓋甲丙邊與甲乙邊之比。同於半徑與甲角割線之比。故以四十二分九釐當甲丙邊爲一率。五十三分七釐當甲乙邊爲二率。半徑爲三率。得三十七度當甲角爲四率。因〇度之割線卽半徑。故以一率二率相減之餘度。自〇度以上量之。卽如與半徑相加也。