邏輯基本

Chapman
Henle 著

殷福生 譯

正中書局印行

哲學叢刊

邏輯基本

殷福生譯

三十六年讀于江南大學
崇和

正中書局印行

中華民國二十六年四月初版
中華民國三十六年七月滬一版

邏輯基本

(The Fundamental of Logic)

全一册 定價國幣十三元
(外埠酌加運費匯費)

原著者	Chapman and Henle
譯述者	殷福生
發行人	吳秉常
印刷所	正中書局
發行所	正中書局

(591)

本(本)(遠) 1/1

序

每本哲學書必須採取一種觀點．對於書中所有的種種爭論問題，著作者必須採取一種立場，對於種種爭端必須加以解決，而且甚至於文字底選用大概也偏重於一種結論，而不偏重於其他的結論．這一點對於因要求清晰與簡潔而不能詳細解析許多論點的基本教科書尤其是必要的．

但是，這並不是說每本哲學書必須採取一種元學的觀點．我們可以構成一種與任何合理的元學相容的主張，而且注意到充分有根據地建立的論點，這些論點成為元學底基料，而不成為與元學相衝突的東西．這是數學與科學中的程術；一位物理學家並不過問他所研究得的結論之元學的評判，但是假若他底實驗都是正確的，那麼便沒有與它們底結果相衝突的元學可以為真，這是確實的事，本書底目的是以像這樣的姿態將邏輯表現出來：不討論元學的問題，而只將必須為任何元學所承認的邏輯原理加以敍述．

亞里士多德底邏輯直到十九世紀還是有權威，除了小小的改變以外，通常都認為是演繹程術之極終的解析．可是，在最近期間，大

大地經過布爾 (Boole), 佛勒格 (Frege), 施愈德 (Schroeder), 懷惕黑 (Whitehead), 羅素 (Russell), 等人底努力, 使我們得以顯然知道全部亞里士多德邏輯只不過是較爲普遍的"符號邏輯"(Symbolic Logic) 底一部分而已. 本書企圖將較爲普遍的邏輯之種種基本原理顯示出來.

爲達到這種目的起見, 我們認爲應該從論式邏輯 (logic of argument) 開始, 這種邏輯也許通常叫做"舊傳"邏輯 (traditional logic) 或"古典"邏輯 (classical logic). 依此, 本書分做三部分: 第一部是解析論式邏輯; 第二部是符號邏輯原理底一個基本的敍述; 第三部是陳說科學方法論底種種基本原理.

第一部有三種目的. 第一, 是簡單地陳說論式邏輯底綱要. 第二, 是試行指出全部古典邏輯是建立在一個更較簡單更較普遍的關係性質之上. 第三, 是企圖作爲比較基本的和抽離的符號邏輯之引論. 古典邏輯只不過是一個比較普遍的系統之一種解釋或一個單獨的例示. 簡括地說, 在本書底這一部分裏, 我們已經淺顯地指出亞里士多德邏輯與現代符號邏輯之間的種種關聯.

第二部是討論普遍的演繹系統與特殊的類底代值學以及命辭底演算. 它底目的, 第一是講述現代邏輯之較爲重要的概念, 第二是顯明地指出這些較爲重要的概念與亞里士多德邏輯底關係. 這一部底全部目的是要讀者把握全部符號邏輯, 並且同時奠定更高深的研究以一個堅實的基礎.

第三部是討論科學方法論底普遍問題，在本書底這一部裏，我們是試行以一種有組織的和淺顯的方法來顯示歸納邏輯底種種原理或原則。此處是比較難得避免元學上的討論。因此，我們至少提示了許多主要的問題而沒有獨斷地下最後的判斷。我們只肯定了那種最低限度的解釋，因爲這對於想特別了解科學方法論似乎是必要的。這就是說，我們已經注重了在各門科學裏所應用的方法，並且已經小心免除了方法論的問題與嚴格的元學問題之相混，雖則我們也指明了後者並且討論過它。

顯然，一部眞正基本的同時又是有系統的邏輯書不能無遺地討論一切問題。我們感覺得似乎最好完全避免討論某些問題。此處所略而不論的問題有兩種：第一，完全不特別屬於邏輯的一些問題，如實質，範疇，名辭，判斷行爲底解析等等問題。這些問題是認識論與元學上的問題，較特別地屬於邏輯底哲學 (philosophy of logic)。第二，我們已經省去那些雖然在邏輯裏極其重要而且與邏輯相干但是卻較專門且無需在一部基本的書中討論的問題。那些問題是：類型論 (theory of types)，記述論 (theory of descriptions)，矩模法 (matrix method)，無窮羅列 (infinite series)，命辭涵元論 (theory of propositional functions)，等等。

假若將這部書完全習讀，那麼便可以得着邏輯底一種普遍的基礎知識；但是讀者要注重舊傳邏輯或符號邏輯都可以。假若在事實上只需要學習舊傳邏輯，可以完全省去第二部，將第一部和第三部

獨立地究習．反之，假若不願學習舊傳邏輯而將一切時間來學習符號邏輯，那麼我們認爲閱讀底次序必須如下：第一章，第二章，第三章，第七章，與第二部全部．

爲要使讀者得着有系統的了解並且顯示本書底普遍程序起見，在每章之末附有述要．但是附加這些述要並不是爲用來過細閱讀和究習，只不過是補述而已．末尾的問題與練習是給讀完本書的學生來演習的．

我們要感謝 Rosamond Chapman, Mr. William P. Maddox, Professor Raphael Demos, 和 Mr. J. D. Hyman, 他們讀了本書底手稿與校稿底幾部分．因着他們底幫助免除了許多錯誤並且得着了不少的改進．我們又感謝本書底出版家，尤其是 Dr. W. D. Howe, 所給予我們的幫助和忍耐地印刷這種有繁複符號的教科書．我們尤其感激哈佛大學底 Professor D. W. Prall, 他讀過全部手稿並且貢獻了許多有價值的批評和提議．

查普曼 (Frank Miller Chapman)

亨 勒 (Paul Henle)

著者註語

伊頓 (Ralph M. Eaton) 教授在他底一般邏輯 (General Logic) 出版了以後，有人請他寫一本基本的邏輯教科書，在這種計劃中他要我來合著．只有本書第一部底普通綱要是在他去世以前完成的．罕勒 (Henle) 君與我希望將這本書寫得合乎伊頓教授底意旨．自然，我們知道這本教科書底性質與伊頓教授所寫的不相同；但是我們卻企圖忠實於表彰他底著作的那些高級標準．

查肯曼 (Frank Miller Chapman)

苏和

譯 者 引 語

(一)

I

首先要告訴給讀者的，就是關於這本書在世界上邏輯教本中的地位．這本書在世界上邏輯教本的地位是怎樣，我們試引張申府教授底話就可知道："照例照理，後來者每居上：查普曼與罕勒這本根據伊頓教授的遺志而成的新教本，在作爲教本上，實比伊頓的那本初試的'一般邏輯'強得多了．……

'要之，查普曼與罕勒這本'邏輯基本'，在我所見到的許多英法德意日文的邏輯教本中，不但最新，確更可推爲最佳者，極合乎大學一年級邏輯課程之用．"

的確，此外，有不少的邏輯家稱贊這本書完備，清晰，確切，井然有序．例如，英倫現在最活躍的斯太冰女博士 (Dr. L. S. Stebbing) 嘗說這本書是"根據伊頓底一般邏輯，從現代邏輯底觀點，對於邏輯之一種最簡明的列論．它是初等邏輯書中之最卓越者．"

所以，根據本書底出版家說，美國許多第一流的大學，不成問題地除了美國研究符號邏輯底中心的哈佛大學以外，其餘如西北大學，

Michigan 大學, Johns Hopkins 大學, Chicago 大學,紐約大學, Lehign 大學, Colorado 大學,以及 Virginia 大學等等都採用爲教本.

由此,便可知道這本書在世界上邏輯教科書中是處於什麼樣的地位了.

II

這本書在世界上邏輯教本中爲什麼處於這樣的地位呢?一是因爲這本書底編製完善,二是因爲取材確切新穎.

這本書底編製與尋常邏輯教本底編製大不相同.它底編制是將全書分做三大部分.第一部分講古典邏輯,第二部分講現代符號邏輯,第三部分講科學方法論.這樣一來,如著者自序中所說,便給予讀者以選讀古典邏輯或符號邏輯底自由.除了第一章以外,其餘各章之末,都附有述要,使讀者易於了解全章底大意.又全書正文之後,更附有問題與練習,以便讀者鑽究.

本書底取材,更非通常邏輯教本可比.通常教本裏所沒有的材料——尤其是現代符號邏輯——在這本書中已經適當地列論了.

第一部分雖然題名爲"古典邏輯";但是嚴格說來,這個名稱不能概括其中所講的一切.因爲,在這一部分裏,除了一部分地講述古典邏輯以外,其餘所講的一概是現代邏輯底一些基本知識.

第二部分對於現代符號邏輯底敍述,不待言,是十分清楚明白

的.著者們將不易了解的抽離理論講得使不怕用腦的人們有了解底可能,這實在是難得.於敍述演繹及演繹系統底一般範念以外,將類底演算與命辭底演算各別地扼要指陳以後,又述及兩者底關係,使讀者明瞭它們不是沒有共同點的.更可喜地,隨時解說古典邏輯如何只是現代邏輯底一部分;使一般抱殘守缺者得知除了他們底所知以外,還有更廣闊的天地.

第三部分所講的,除了穆勒方法與統計底解析以外,其他部分也是通常教本裏所沒有的.而尤其令人欽佩的是其中所講的關於科學的種種根本問題.假若讀者眞正能夠領悟它,那末對於科學上的種種爭論,便有適當的解決方法,至少也有適當的態度.關於概然或概率的知識,也給讀者以初步的引說.至若對於類分,區分,建立假設底方法等等,不用說,都有極清晰的,不繁不簡的敍述.

在這一本書裏,除了一種例外以外,對於與邏輯全不相干的而爲通常教本所奉爲天經地義的問題,如概念,判斷,思考,名辭底分析等等,一概不聞不問.通常邏輯教本幾乎千篇一律地從思考講起,而本書則毫不猶豫地不理會這種無關邏輯之所以爲邏輯的物項而徑直談到邏輯底本身上去,打破幾千年來的傳統習慣,替邏輯教本別開一個生面.這些,這些,不禁使譯者感覺無上的痛快!對於這兩位青年學者底敏識,革命性,發生不可言狀的敬意.

因着有這些優點,所以構成它在邏輯教本中現有的地位.

本來,從現代邏輯底觀點而寫成的邏輯教本不只這一册.除了

上面已經提及的伊頓教授所著“一般邏輯” (General Logic) 以外，還有英倫斯太冰教授所著“邏輯新引” (A. Modern Introduction to Logic), 梅士 (C. A. Mace) 講師所編“邏輯原理” (The Principles of Logic), 以及 Cohen 與 Nagel 所著“邏輯與科學方法引論” (An Introduction to Logic and Scientific Method). 在這幾本書裏，伊頓教授底書編製不精，重複的地方太多，而且病在割裂. 斯太冰底大著雖號稱英國劍橋派底代表作，但是新舊糅雜，好立小異，且對於初學者應學的東西反講得太不充分. 梅士底書之體例在外表看來雖然與本書相差並不很遠，可是對於材料底分配，講解之詳簡，往往失之偏頗，系統既亂，且總不忍捨棄通常教本所犯的許多弊病. Cohen 與 Nagel 書雖有精到的地方，但是關於現代符號邏輯講得太少. 所以還不能算是做完善的教本. 而本書沒有這些書所有的缺點，而又有這些書所沒有的優點，所以譯者取譯這本書.

總之，這本書底價值在能折衷至當，承舊取新，學理與應用兼顧. 將它介紹到中國來，不僅是很合乎國情，而且是必要的.

III

雖然是如此，可是，由譯者所主張的觀點來看，終覺仍有不徹底的地方. 我認為除掉歷史的沿習以外，將古典邏輯與現代邏輯同等列論，不僅是不必要的舉動，而且是毫無代價地犧牲光陰. 顯然，古典邏輯底可能部分不過是現代邏輯裏的一部分，或一種特例. 換句

話說，現代邏輯能夠無遺地包含古典邏輯底可能部分．既是這樣，那末我們去學習古典邏輯除了花費寶貴的時間來學習一些不必知道古典名辭以外，還能學得些什麼呢？

這本書裏也講到了型式的謬誤，清晰底謬誤，以及相干底謬誤。我們要知道，除了型式的謬誤以外，其餘的兩種謬誤完全不在邏輯範圍以內。清晰底謬誤雖則常被古典邏輯教本論及，然而它很顯然地是修詞學或文法底對象，與邏輯本身無關；因為現代邏輯之運用自然文字，不過是補助符號之不足而已。相干底謬誤只不過是關係於各個人底知識的問題，與邏輯底本身更沒有關係．所以，我認為在一本關於邏輯的書裏，根本不應該談到這兩種謬誤。

復次，譯者又認為關於科學方法論的討論也不必——嚴格地說，不可——特別當做邏輯教本底一部分．因為：在科學方法論裏，有些問題是屬於哲學的問題，有些問題是屬乎邏輯底應用問題．屬於哲學的問題在哲學書裏討論自然妥當些．屬乎邏輯底應用問題與邏輯底本身無關，因此也不當在討論純粹邏輯的書裏有它底位置。

無疑，我底這種態度對於邏輯教程是太嚴格了，而且是大可不必的．若是從教育的觀點看來，教人一部分地循環學習某種題材，教人免除種種謬誤，教人以科學方法或應用邏輯，這是十分必要的舉動。所以，從這種觀點看來，我以上對於本書認為不澈底的地方，並不足以妨害它底優越。

(二)

I

中國古代學者說:"名不正,則言不順."邏輯 (logic, logik) 這個名稱因着用來表示不相同的含義而產生許多歧義.於是:往往甲以為是邏輯的東西,乙以為不是邏輯;乙以為是邏輯的東西,甲以為不是邏輯.因此,不免彼此攻擊.在譯者看來,一個名稱怎樣應用,各人有各人底自由,實在不能強迫他人遵從自己底用法.不過,如果我們既然採取了某種用法,那末,一切的推論必須以它為出發點,一切的推論必須以它為限界;不可作無理的侵略.這條規律是我們所不可不嚴格遵守的.現在國內關於"邏輯"這個名稱底用法,大概可以分做兩類:一是用來表示狹義的邏輯,即數理邏輯,或符號邏輯,或算法邏輯;另一是用來表示廣義的邏輯,即指中國名學,印度因明,亞里士多德底古典論理學等等而言.譯者所採取的用法就是第一種用法.而在這種意義裏的邏輯近年來常遭誤解或攻擊.自然,任何學問都難免遭受誤解或攻擊.不過,在譯者底所知範圍裏實在沒有發現一個攻擊在這種意義裏的邏輯的人是眞正了解在這種意義裏的邏輯的人.杜威,Schiller 諸教授便是最顯著的例子.等而下之者,當更無論矣!(譯者以為對於這種邏輯至少有五年以上的專門研究,才有批評這種邏輯底資格.)譯者現在要簡略地顯示這種邏輯底根本性徵是什麽,同時勉強試行替這種邏輯做一點正名的工夫.

我們先將不是我們所謂的邏輯列舉幾條出來:

(一) 邏輯不是研究思想的學問 以爲邏輯是研究思想的學問,是通常學習邏輯的人——無論中外——所最常採取的解釋.而我們現在所說的邏輯卻不是這樣.我們要指出:

沒有邏輯是研究思想的學問

我們現在要解析地說明邏輯(卽狹義的,以下同此)之所以不是研究思想的學問底理由:所謂"邏輯是研究思想的學問"這句話解析起來有許多不相同的意義.最通常的說法是以爲邏輯乃研究思想底本身,卽思想底性質與思想底歷程,的一種學問.我們大都知道,研究思想底性質或歷程,完全是行爲學一部分的任務.這種見解之不當,在今日甚屬顯然易明,用不着詳細解說.

第二種意義是說邏輯爲研究思想底型式的一種學問.這種見解將思想與型式同等列論,極有陷入主觀論的危險之可能.執着這種見解的學者或者不知道思想裏面固然有時有邏輯型式存在,而邏輯型式並不是思想.說邏輯是研究思想底型式之不妥,正猶之乎說物理學是研究物體運動之思考法則一樣地不妥.因爲邏輯型式只是可以用思想來認識它;不過思想還是思想,邏輯型式還是邏輯型式.這與物理法則固然可以被我們底思想認識,而我們底思想並不因此就是物理法則一樣.雷同地說,型式就是型式,而不是什麼思想底型式.因爲型式是一種絕對的,獨立的型構(construction).假若我們以爲型式就是思想底型式,那末,去現代邏輯家所謂的型式之眞義,將

不知幾千萬里!

還有一種意義是說邏輯是研究正確思維法則的一種學問.這種見解也不適當.很顯然,要研究正確的思維法則,我們不能從思維本身着手.既然不能從思維本身着手,那末必須從另外一方面去尋求.既然從另外一方面去尋求,那末,所尋得的有元之不是思維的法則之本身,這也是很顯然的事.假若邏輯就是從另外一方面所求的有元,那末它便不是思維法則了.固然,它所研究的結果有時可以用來規正我們底思維,但是它底主要目的並不必是在研究正確的思維法則,我們簡直可以說兩者在某方面根本不相干.這也就是說,雖然邏輯可以用來當做正確的思維法則;但是,在事實上,同時在可能上,它並不研究正確的思維法則.所以,從研究底目的這一方面看來,邏輯法則之能用來規正思維,實在是一件偶然的事.

或者又有人說,因爲邏輯與思想有極其密切的關係,所以可將邏輯叫做研究思想的學問.這種見解也是說不通的.何以呢?我們知道幾何學以及純粹數學底其他門部與思想底關係之密切程度,分毫不亞於邏輯與思想底關係之密切程度.這是凡屬稍知演繹科學底根本性徵的人所明瞭的事實.旣是這樣,我們爲什麼不可將幾何學以及純粹數學底其他門部界定爲研究思想的學問呢?世界上有那一種學問與思想沒有極其密切的關係呢?是的,這種心理主義者的見地,革命的邏輯家們早已認爲是歷史的遺跡了.

(二) 邏輯不是試驗的學問 所謂試驗邏輯本是實效主義

(Pragmatism) 底產物,為杜威教授等人所倡導者.試驗邏輯底大意是: 我們要確定真妄,不能僅憑形式——他們所意謂的實在不是我們所說的型式——來解決,而必須憑藉仔細研究或試驗所思考的對象來解決.所以,我們不應僅僅只注意思考底形式;更應注意思考底實質,以期決定那一種思考才能達到正確的目的.

這種見解不僅將我們所意謂的邏輯之所以為邏輯底根本性徵誤解了; 而且顯示他們將樣式或表面的形式當做抽離的普遍型式.我們必須嚴格地區別清楚: 樣式或外表的形式並不是型式.對調地說,型式並非樣式或表面的形式;它們完全是兩件相異的有元.樣式或表面的形式只有浮泛的性質 (supperficial nature), 只是從自然文字底差異而產生的,不能用來型定什麼.因此也就沒有保證推論之是否有效底可能.而型式則不然:型式可以用來型定一切.因此純粹邏輯推論底有效性 (validity), 除了概然以外, 完全以型式為其絕對的保證.試驗不能增加其有效性,亦絕不能減少其有效性.總而言之,實質底試驗不能給予純粹邏輯推論以任何影響.因為邏輯之所以為邏輯,就是因為它不是研究實質的一種學問;雖則,在效用方面它並非不關係於現實世界.試驗底結果之正確與否之其所以不影響邏輯推論的,因為邏輯底本身對於客觀世界並不肯定什麼,也不否定什麼.它只說,如果怎樣,便應怎樣,是怎樣,所以應怎樣.這也就是說,邏輯只是一套空無所有的格架,我們可以將現實世界裏的一切放進去讓它整理一下; 至若這一切東西之認識是真還是妄,邏輯

不理會這個問題，邏輯也根本沒有解決這種問題底能力．解決這種問題，卽，確定某命辭或某結論對於眞實世界之眞妄，是必須運用經驗科學底方法；這樣一來，便根本出乎邏輯範圍之外了．同時，邏輯旣不研究實質，自然又根本用不着試驗．因着這種種理由，所以我們可以說：

沒有邏輯是試驗的學問

我們且舉個淺顯的例子來將這種道理解說一下：

$$\begin{array}{r} A=B \\ B=C \\ \hline \therefore\ A=C \end{array}$$

A 旣等於 B，而 B 又等於 C，那末 A 當然等於 C．所以，不管這個論式裏的 A，B，C 等等符號替代什麼，這個推論底型式之本身絲毫不受其影響而得以有效地定立．可見純粹邏輯推論之或眞或妄，完全是由型式來決定，完全無需乎試驗．如果我們問：A 在事實上究竟是不是等於 B 呢？用實質的語句來說，孔夫子是否是孔仲尼呢？對於這類問題之解答便出乎邏輯底範圍，邏輯沒有方法解答這類的問題，我們只有求助於經驗科學．假若我們說關於個別特殊事物本身加以研究的學問是邏輯，那末世界上一切經驗科學都是邏輯了．杜威教授諸人沒有將這一點解析淸楚，所以他們不能將邏輯與經驗科學加以不交叉的區分．至若杜威教授所做的那分析思維歷程底勾當，不是講求思維方法，便是一個極其通常的行爲之研究，不知與邏輯有什麼關係？

（三）　邏輯不是研究科學方法的學問　嘗見有許許多多邏輯書中講到科學方法.由此可以知道許多邏輯家以為邏輯一部分底職務是研究科學方法.這似乎是一種極其普遍的混淆.這種混淆就是沒有認清邏輯底正當田野和限界——邏輯底本身和它底應用之不同.我們必須認識清楚：科學方法只是應用邏輯原理或規律於科學的探究之上的一種程術.如科學方法裏的歸納法是以邏輯中的概然理論(有些現代邏輯家以為概然是邏輯底一部分)為依據；科學方法裏的演繹法是以邏輯中的一些關於必然關係的規律或原理為依據.這樣看來,可見科學方法只是邏輯底一種應用.既然只是一種應用,自然不是邏輯底本身.而許多邏輯家將科學方法當做邏輯底一部分,豈不是沒有認清邏輯底正當領域麼?

所以,依據我們底這種見地,培根,穆勒輩完全不是邏輯家,而是科學方法論家;因為他們所研究的,所貢獻的只在科學方法論,對於邏輯毫無貢獻.純粹邏輯史上不當有他們底地位.這並不是輕視科學方法論.沒有正確的科學方法論,便沒有正確的科學方法.沒有正確的科學方法,那有今日這樣燦爛輝煌的科學?我們底意思不過是說科學方法不在邏輯範圍之內罷了.

（四）　邏輯不是研究語言文字底用法的學問　一般古典邏輯書中總有許多篇幅被講文字底謬用,音調抑揚,麗辭綺語,譬喻比擬,分謂合謂等等題目所佔據了.從純粹邏輯的觀點看來,這些題目全然不是邏輯所研究的對象.邏輯所研究的對象並不是所用的文字

語言底本身，而是藉着它們所表出的種種型構．人類所應用的自然文字是深深地受着風俗，習慣，以及運用者底特殊習性等等因素的影響，而邏輯卻是普遍的，獨立的，超然的；所以自然文字根本不適於作表示邏輯的工具．因着這種緣故，於是現代革命的邏輯家廢棄文字底應用而創作符號以替代之．這樣一來，不僅可以純粹程示邏輯，而且更可以避免因自然文字所引起的許多無謂的紛擾或困惑．於是，古典邏輯所研究的這些玩意，竟至完全與邏輯不相干了．可是，到現在仍然有許多古典邏輯家不了解這個道理．所以弄來弄去，結果還是遠在邏輯殿堂之外．

（五） 邏輯不是辯論術 有許多究習邏輯的人將辯論術——包括希臘辯學，中國名學，以及印度因明——當做邏輯底一部分．我們不同意於這種看法．我們之所以不同意於這種看法的，有兩種理由：一，我們嚴格地區分"學"與"術"底不同．我們認爲兩者底不同並不完全是在內容上或本質上有什麼一定的差異．同一知識底產品，從致知的觀點看去是學問，從致用的觀點看去卻是技術．譬如統計學研究關於相應 (correlation) 等等學理的時候便純粹是一種學問；但是利用它底學理來作統計時，便成爲一種技術了．可見"學"是人類純粹求"致知"的一種努力；"術"是人類純粹求"致用"的一種努力．兩者雖有密切的聯繫，但是各有其作用，不可混爲一談．依同理：雖然在辯論術裏有時應用着邏輯，但是僅僅不過是應用而已，絕對不是邏輯底本身．老實說，何況那古人片斷的辯論，根本談不上怎樣

有系統地擴大地應用過邏輯呢？二，凡屬稍稍體驗着邏輯底根本性徵的人，當會知道辯論術中固然常常含有邏輯底某些原理，而邏輯中卻沒有含着辯論術．不同的辯論術往往顯示同一的邏輯，而同一的邏輯很可以用各種不同的辯論術表達出來．由此可知邏輯與辯論術是兩種全然不相同的東西．既是這樣，我們也就不可將邏輯當做是辯論術了．

（六）　邏輯不是推理的學問　有許多究習邏輯的人將邏輯界定爲"推理的學問"，如 Jevons 及其信從者便是．對於邏輯的這種看法我們認爲也不正確．爲什麼呢？這有兩種理由：一，如果我們要明瞭這種見解爲什麼不正確，那末首先必須明瞭邏輯底目的是什麼．簡單地說：邏輯底目的只在研究種種型構．例如，邏輯告訴我們 $p \supset q$ 以及 $q \supset r$，那末便涵蘊着 $p \supset r$；$p \supset q$ 是等於 $\sim q \supset \sim p$．邏輯底正當任務便是將像這樣的種種型構程示出來．這也就是說，邏輯底任務在乎造出像這樣的種種型構．至於怎樣去運用這樣的型構與怎樣造出這樣的型構全然是兩件事．而邏輯並不理會前者．邏輯之不研究如何運用它底型構，正猶之乎純粹數學只問它底公式上學理上是否可能而不管怎樣用它來計算實在的物項一樣．而所謂"推理"（reasoning），過細解析起來，無非是將抽離的型構用來型定實際現象的一種歷程或程術．既是如此，當然是邏輯底運用．既是邏輯底運用，當然不是邏輯底本身．這正猶之乎電氣工程之不是電學一樣．推理既然不是邏輯底本身，所以我們說邏輯不是推理的學問．二，退幾

步說，假定邏輯就是推理的學問，那末是根據什麼來推理呢？主張邏輯是推理的學問的人一定無法確當解答這個問題。再者，推理旣是將抽離的型構用來型定實際現象的一種歷程或程術，而邏輯這門學問又不以任何實際現象爲研究的對象，這樣一來，它有什麼理可推呢？可見這種說法是不可通的了。

至若其他被人們認爲是邏輯而不是我們所說的邏輯的說法很多很多，不過因爲有的流傳得不很普遍，有的不在學術範圍之內，所以沒有在這裏討論底必要。其實以上所講的，在一個嚴格的現代邏輯家看來，完全是家常便飯；如果不是認爲有什麼錯誤的話。假若我們稍稍了解現代邏輯底根本精神，那末便會知道以上所講的是從這種精神所推衍出來的必然結論，絲毫用不着驚異。

II

這也不是我們所說的邏輯，那也不是我們所說的邏輯，我們所說的邏輯究竟是什麼呢？要知道我們所說的邏輯是什麼，這是不大容易的。因此，我們首先舉幾個例子來解說一下：

(*a*) 凡屬有機體都會死亡
凡屬人類都是有機體
∴ 凡屬人類都會死亡

(*b*) 一切吸食鴉片的人都應槍決
一切在這個屋子裏的人都吸鴉片
∴ 一切在這個屋子裏的人都應槍決

(c) 所有的植物都需要空氣
所有的菊花都是植物
∴ 所有的菊花都需要空氣

以上有三個論式，這三個論式所涉及的物項各不相同，表出的文字也各不相同．從這些表面的條件看來，這三個論式是相異的論式．但是，假若我們仔細考慮一下，便會知道吸食鴉片的人，植物，空氣，等等項目都是浮泛的東西．論式雖然有三個，而它們所含有的關係，所顯示的型構，只有一個．這也就是說，這三個論式只含有一種關係和顯示一種型構，它底型式是：

$$b-c=0$$
$$a-b=0$$
$$\therefore\ a-c=0$$

由以上的例樣，我們便可以看出邏輯之所以爲邏輯，至少有下列幾種特性：

(一) 抽離性 所謂抽離性就是不具有什麼特殊性質或具有實體的一種性徵．這種性徵是由思維作用所構造出來的．這種性徵是怎樣的，我們可以舉例解說一下：

(a) 一個桃子加四個桃子等於五個桃子
(b) 一枝鉛筆加四枝鉛筆等於五枝鉛筆
(c) 一個人加四個人等於五個人
....

這幾句話所涉及的物項雖各不同，但是卻有一個共同點．我們將這

個共同點抽離出來，便是：

$$1+4=5$$

這個算式比較以前的幾句話抽離些，因爲它已經離開具體物項而不受具體的物項之限制了.

我們更進一步地舉幾個例樣來看看：

$$1+2=2+1$$

$$4+5=5+4$$

$$9+3=3+9$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

這幾個算式底數字雖然各不相同，但是卻有一個共同點. 我們將這個共同點抽離出來，便是：

$$a+b=b+a$$

這個公式底意思是說，任何數加上其他任何數等於其他任何數加上任何數. 這一個公式比較以前的一個算式更抽離得多，因爲它不僅僅不受具體的物項之限制，而且也不受在這種情形之下的任何特殊數字之限制.

在邏輯裏的型定方式也有相似的抽離性. 例如，$p\vee q\cdot\supset\cdot q\vee p$, $p\vee(q\vee r)\cdot\supset\cdot q\vee(p\vee r)$, $p\vee p\cdot\supset\cdot p$, 等等型定方式可以不受任何特殊命辭底限制. 又如上面所列舉的那個型定方式，已經超越那三個論式以上，而不受它們底限制.

(二) 普遍性 因爲是抽離的，所以不受某個具體的物項所

限制。因爲不受某個具體的物項所限制，所以是普遍的。例如，前面所列舉的型定方式不僅適用於那三個論式，而且適用於被任何實例所顯示出來的含有這種型式的論式。如適用於"凡屬生物都是細胞所形成的，凡屬人類都是生物，所以凡屬人類都是細胞所形成的"；也適用於'一切物體都有重量，一切金屬都是物體，所以一切金屬都有重量"；以及其他具有這種型式的任何論式都可，並不限於某個特例。

（三） 簡化性 因爲是抽離的，普遍的，一個型定方式可以適用於一切具有相同型式的實際論式，所以自然也就是簡化的。往往有許多實際的論式，其所表示的型式很少，或拿最少的型定方式就足以型定之。反過來說，以少數的型定方式就可以把握具有相同型式的一切論式。例如，在（一）段裏的三個論式可以簡化爲下面那個型定方式。不僅是這樣，三段式雖然可有許許多多表列法，但是可以用兩個型定方式以概括之。至於符號邏輯裏的命辭底演算，更可以簡括人類底一切可能語言模式。這眞是簡化得可以了！

（四） 不變性 因爲是抽離的，普遍的，簡化的，所以邏輯型式底有效性不隨實際現象之變而變。如上列型定方式 $b-c=0, a-b=0, \therefore a-c=0$，不論其中的 a, b, c 代入什麼特殊物項，這個型定方式仍是超然獨立而不變。因爲它底成立，根本不是建築於實際現象之上的，所以也就不受它們底影響。不僅是這樣，而且不論其中的 a, b, c 所替代的實際物項如何動變，它也不變。因爲，比方說，a

由富農變成中農，與不代之以"森林"，而代之以"城市"，或不代之以"城市"而代之以"小孩"，毫無邏輯上的不同，毫無邏輯上的變動。邏輯視"中農"與"富農"爲不同一的項目，與視"風"，"馬"，"牛"爲不同一的項目一樣。因爲由富農變成中農，這是實質上的變動，與邏輯沒有絲毫關係。邏輯所管的事只是如果你承認他是一個中農，那末便必須承認他是一個中農（$p \supset p$）。中農可以'p'來替代，富農也可以"p"來替代，大仙還是可以"p"來替代。總而言之，物質與能力所形成的一切實際動變與邏輯全不相干。實際現象無論怎樣動變，邏輯都可以型定之。邏輯好比樂譜，實際現象好像歌曲。無論什麼字句不同的歌曲都可以套入樂譜（這個比方有些不妥當）。實際現象底動靜問題，絕對不是邏輯問題，而是屬乎經驗科學的問題；我們不可混爲一談。所謂邏輯上的變動，不是實質上的變動，而是型式的變動。如 $p \vee q \cdot \equiv \cdot \sim(\sim p \sim q)$，或者 $\sim(\sim p) \equiv p$，才是邏輯上的變動。這種變動與實質上的動變不知相去有幾千萬里！

（五） 規定性 有許多邏輯家視邏輯爲一種規範科學。"規範科學"能夠成立與否，這裏暫且存而不論。不過，我們敢斷定邏輯不是與倫理學一樣地爲一種規範科學。因爲所謂"規範"，乃是人類本着自然環境，社會情形，等等條件所構成的行爲之必遵的標準或規律。這種"科學"與自然科學之爲科學實在大異其趣。自然科學底目的乃在了解自然，而所謂規範科學則注重"當爲"法則。邏輯雖然不是自然科學（數學也不是自然科學），但是邏輯卻不曾研究什麼"當

爲"法則．邏輯不理會習慣，傳說，社會情形，邏輯裏沒有道德．邏輯裏雖然有可作推理之根據的種種型構，但是它卻沒有叫我們應該怎樣推理．邏輯是一種規定的科學．在整個的演繹系統裏，先將種種基本概念規定妥當，然後再據之以施行推演．例如，邏輯規定 $p\supset q\cdot=\cdot\sim p\vee q$, $p\cdot q\cdot=\cdot\sim(\sim p\vee\sim q)$, $p\equiv q\cdot=\cdot p\supset q\cdot q\supset p$. 邏輯裏的種種演繹，都是依據像這樣的種種規定而行之．由這樣看來，可知所謂規範科學與規定科學是怎樣地相異，同時又可以知道邏輯如何不是規範科學而卻是規定科學．

在上面我們已經將邏輯所至少具有的幾種性徵大略地講過了．假若我們過細考慮一下，便會知道只有型構纔含有這幾種性徵．因此，我們可以將邏輯暫且界定如下：

邏輯是型構的科學

總而言之，我所意謂的邏輯十分嚴格：我認爲邏輯根本不可加以任何解釋 (interpretation)．因爲加了解釋以後，就不是邏輯了．所以，我以爲 $a\oplus b=b\oplus a$ 是邏輯，而 $a+b=b+a$ 不是邏輯，不過它裏面潛伏着邏輯就是了．同時，我甚至於認爲現代符號邏輯裏的類 (classes) 和命辭 (propositions) 都不是邏輯底根本題材．我認爲類和命辭只不過是人類現在所知的邏輯之最簡單的最直接的表出者．這也就是說，藉着命辭和類，我們纔可以最簡單地最直接地表出邏輯．旣是如此，所以我們不可以將類和命辭當做就是邏輯；所以類和命辭還不是邏輯底根本題材．明白了現在所討論的種種，我們就會

同意以下的必然結論:

邏輯不動,也不靜,卽與動靜問題無關.邏輯不肯定實質世界裏的什麽,也不否定實質世界裏的什麽.邏輯不僅可以型定某一特殊對象,而且可以型定任何特殊對象.邏輯不唯心,邏輯也不唯物.它是我們人類處理經驗的一套最完備的工具,如果就用途上說的話.

III

邏輯這門科學之被介紹到中國來,已不算一件新近的事.但是,仍然沒有得到普遍的注意與重視.因此,所以到現在不僅沒有發展,而且連接受的工作都沒有做妥當——一般號稱究習邏輯的人對於現代邏輯這樣燦爛輝煌的成績以其艱深而竟不聞不問;國內所流行的邏輯書,大多是兩千年前的古典之抄襲,國內大多數大學中學所教的邏輯,還是兩千年前的遺教.怎不令人痛心!

其實,邏輯比較任何科學都重要些.爲什麽呢?淺膚點說,我們不是時常聽見人們說這要"合邏輯"那要"合邏輯"嗎?可見人類時常需要邏輯.我們日常生活裏,與人發生關係,訂立契約,等等,在在需要邏輯.否則我們便不能有秩序地生活着.沒有秩序地生活,就是紊亂地生活,人類還有什麽安寧可講呢?例如"公平"便是邏輯之表現於行爲方面者.如中國古代爲大將的,他底親屬犯了軍法,他還是同別人一樣治罪.這是邏輯在支配他,使他知道(當然他未必是有意的):"凡屬犯了軍法的人應當治罪,某某親屬是犯了軍法的人中之

一分子,所以他應該治罪."其餘的將士也都會這樣想,所以使他們心服.但是,為什麼大多數沒有學習邏輯的人仍然能夠有秩序地生活着呢?這是人人多少知道一些邏輯.不過大多數的人不曾有意地知道它,只是不自覺地應用罷了.

至若研究學問之需要邏輯,更是不待言的一件事.可是,在研究學問的時候,我們無意中所知道的邏輯十分不夠用,並且往往易於陷入謬誤;所以非有專門的邏輯訓練不可.例如學哲學便是.我近來深深地感覺着講哲學而不知現代邏輯,正猶之乎講理論物理學而不知數學一樣地為不可能的事.嘗見國人之不通現代邏輯者批評羅素大師底學說,這與不懂"光之電磁說","非歐基理德幾何學","變微積分學",以及"Theory of tensor"而批評愛因斯坦教授底相對論是同樣有趣的事.不僅僅研究哲學如此,就是研究其他任何學問亦莫不皆然.因為我們有了相當的邏輯訓練以後,一方面能使頭腦冷靜些,另一方面具有清晰而正當的推理能力.這樣,便比較易於解決所遭遇的種種問題,以增進學術底研究.

(三)

I

關於這本書的參考藝文原著者已經列出,可隨時在附註中見之.除此以外,譯者酌加中文的參考藝文如下:

(一) 金岳霖著: 邏輯(國立清華大學講義) 邏輯這門學問之流傳到我國來,雖不是一件新近的事,然而還沒有見到一本嚴格的純粹的邏輯著作.有之,則自金先生這本書始.先生這本書分爲四部:第一部論傳統的演繹邏輯,第二部是對於傳統邏輯的批評,第三部介紹一邏輯系統,第四部討論關於邏輯系統之種種.這本書底優點在其觀點純粹,嚴格,解析精密,敍述絲毫不紊.內容又不怎樣艱深.讀完了本書以及伊頓教授底一般邏輯而有相當心得的人都可以讀得懂.斯太泳底那部號稱劍橋派底代表作——邏輯新引——豈敢望其項背?譯者毫不猶豫地斷定,在事實上,先生這本書是中國有邏輯史以來,亦即中國有史以來的第一部純粹邏輯著作.是故,就我國說,此書一出,直如彗星臨空,光芒萬丈!實令人不勝欣喜之至!譯者謹以至誠,希望先生令這本書早日正式出版,使自認在黑暗中而卻努力追求光明的人們普遍地得着這盞明燈.

(二) 吳士棟著: 論理學 商務印書館出版 這是一本教科書.這本教科書與我國一般流行的古董教科書大不相同,它是本着現代邏輯的觀點而寫的.其中的資料不獨是一般教科書所沒有,而且是我國一般學習"論理學"的人所不知道的.所以這本書以現代邏輯爲依據而寫的中學教本之新紀元的書之值得閱讀,自不待言.

可是,因爲這樣的書在國內尚是創製,所以在編製方面未免有可議的地方.此外又有些小小的錯誤,想這是不經意所發生的,希望有機會時改正才好

（三）　沈有乾著：現代邏輯　新月書店出版　無疑，這本小書是中國一般關於邏輯的參考書中之傑出作品。其中的材料不獨對於我國一般讀者是新穎的，而且嚴格地說也是比較豐富的。國內喜習邏輯而還沒有怎麼學過邏輯的人，極可取而讀之。

不過，著者將邏輯界定爲"研究詞際關係的科學，也可說是研究推理形式的科學"，前一半話太狹義，後一半話恐怕不合現代邏輯底根本精神。

（四）　汪奠基著：邏輯與數學邏輯論　商務印書館出版　這是一本將古典邏輯與現代邏輯並論的書。要知道古典邏輯與現代邏輯底異同的人，可以將它讀一讀。

（五）　唐擘黃譯：邏輯底原理　商務印書館出版　由這本書裏我們可以相當地認識嚴格的邏輯。

（六）　林仲達著：綜合邏輯　中華書局出版　這本書底內容，包括至廣：舉凡得廣義地稱爲邏輯的資料，如古典輯邏，現代邏輯，中國名學，印度因明，以及辯證法，都有敍述與批評。涉論之廣，在我國恐怕還是先例。將古典邏輯，中國名學，印度因明，以及辯證法視作是邏輯的本大有人在，但大規模地一併列論的，尙無此類述作，而林先生此書實開其端。這種辦法雖然是譯者所大不贊同的，但是比之一般"原理論，方法論"式的死板教本實在有生氣得多，有用得多。

可是，一來因爲這種編製法尙是開創的，二來因爲涉論過廣，所

以敍述與批評不免有未精之處．不過，假若我們依據廣義的邏輯觀點來寫邏輯書，我認爲林先生底辦法是最可採取的一種，這是無疑的事．

（七） 張東蓀編：唯物辯證法論戰 北平民友書局發行 在這一本書裏面，有幾篇關於邏輯的論文頗值得沒有怎麼學過邏輯的人冷靜地閱讀．

II

譯者翻譯這本書底方法，直譯曲譯並不拘於一定的形式裏．不過在分量上比較起來，曲譯卻少得多．因爲我是相當地——雖則限於書底性質而不是全然地——同意於唐擘黃先生底譯法，雖然這種譯法是吃力不討好的．

關於人名，地名的翻譯，所採取的標準是：(*a*) 遵循舊譯之佳者．譬如 Galileo，舊譯爲伽離略．譯音已很切近，字樣亦復美觀，今從之．(*b*) 如舊譯之不合者，譯者自譯之．如不能自譯時，便直接將原文寫出．

關於邏輯名辭底翻譯，譯者尤其希望能達到自己底理想目的．舊譯名辭已改造了不少．這並非故意立異，實迫於必要．新邏輯名稱之未經他人譯出者，譯者也勉力設法翻譯之．但是，在譯者覺得還有些不大妥當的．譯名事大，非一人一時之力所能及，尚待合作．凡此名稱，都可見於書末"歐文漢譯之對照表兼索引"中．

iii

"的"　形容辭尾用字，例如，"有效的推論"。

"地"　狀辭尾用字，例如，"邏輯地說"。

"底"　表示介系，例如，"型式底有效性"。

"之"　除了用作語助字以外，表示較疏遠的介系，或免除"底"之重複，或避免與"的"音相觸。

"它"　表示除了人類以外的任何物項之代稱。（我們不用'牠'字；因爲應用這個字會發生許多不必有的困難。）

原書中表示着重的斜寫字，在這個譯本裏概以"～～～"記號來表示；但是在譯本裏不全然與原書裏的一致。

爲便利起見，將附註一概寫在每章之末。爲簡便起見，依照附註先後底次序而寫作 (1), (2) (3)……，而不寫作"註一"，"註二"，"註三"……。

書中間有譯者所認爲的錯誤或不妥的語法譯者巳就自己底所知而加以改正。同時，有少數的地方因着特殊的緣故而有所變更；這並不是隨譯者一己之便的。

最後，譯者所要申述的，就是譯者嚴格主張各種專門學問必須有專門的語法以表達之；不僅術語而巳。爲什麼呢？我們尋常習用的語法是因沿習所形成的，而任何專門學問是與我們底沿習不相同的。以由沿習所產生的語法來表示與沿習相異的東西，其爲不可能，或

至少不適當，這是十分顯然的事.如數學與佛學就有專門的語法.因爲非此就不足以表示它們底特殊思想.依同理，邏輯這門與沿習不相同的專門學問也當有其特殊語法.可是，在我們這個文章國裏，這種特殊語法往往被認爲生硬或不流利.在譯者看來，語法之生硬與否，完全是以習用與否爲轉移.我們所慣於應用的——但不能達到使反應疲勞底程度——語法在我們看來便是流利，否則便是生硬.這完全是受制約底結果，並不是什麽天經地義.所以，邏輯書裏的文字在還沒有適當地表示邏輯時之是否流利的問題，根本不足考慮.這並不是說，邏輯文字必須故意弄得艱澀難讀;我們底意思是說，要首先將是否適當地表示了邏輯這個問題解決了以後，才談得上文字是否優美的問題.如果二者不可得兼，那末我寧可取前者而棄後者.我底譯文就是本着這種態度而開展的.

但是，語法之是否合乎邏輯與譯文之是否錯誤全然是兩件事.譯者並沒有企圖以標榜邏輯語法來掩避自己底譯誤.我底翻譯距離我所理想的標準很遠.我之不滿意它與我之不滿意現在國內大多數關於邏輯書的譯述絲毫沒有一點不同.雖則我曾努力地企圖免除我底翻譯發生與像我對於現在國內大多數關於邏輯書的譯述的不滿意的結果相同的結果，但是終於沒有稱心地達到這個目的.因此，我十分誠懇地接受以純粹愛護學術爲動機的批評和指正.

一九三六,一月,一日,殷福生在武昌.

目　次

第　一　部

古　典　邏　輯

第 二 部

現 代 符 號 邏 輯

第三部

科學方法論

第一章

邏輯底性質

1. 邏輯是結構底科學

邏輯是一切科學中最抽離的一種.因爲每個具有結構的事物就有一種邏輯.世界上沒有什麼事物沒有一種結構.邏輯是結構底科學.

一座鐵橋,一座高樓大廈,人類的機體,現在的國際情勢,總統致國會的咨文,都有它們底邏輯.這個意思就是說,有描述鐵橋底某些部分,人類的機體,國際情勢,或總統致國會的咨文等等事物底相互關係 (interrelations) 底某些高級的抽離方法,這些方法明示可以普及於這些事物以及其他許多極其不同的事物之組織底種種區型.邏輯可以表明在事實或構象,在物理世界以及我們對於物理世界的想像之中的任何處底組織型模 (skeletonic patterns) 之一些差異.

我們現在考慮上面所說的鐵橋底某些方面,來當做邏輯所研究的這種記述 (descriptions) 底一個例樣.我們知道這座橋是桁樑做成的.如果 a 樑較 b 樑結實些,b 樑較 c 樑結實些,c 樑較 d 樑結實些,那末,a 樑便較 d 樑結實些.工程師在建築一座橋的時候,能夠

應用結實些這種關係底這種性質．又如就總統致國會的咨文說，假若政府減低稅率，那末進口便會增加，進口增加，出口也將會增加．當出口增加時，國內的經濟就隨之而受相當的影響．由此我們可以知道政府減低稅率與國內經濟所受的影響兩者之間的顯然聯繫．總統致國會的咨文是陳說 (statements) 或命辭 (propositions) 底一種結構，而不是鐵桁樑底一種結構．我們可以用四個命辭將這種關係表示出來;這四個命辭各別地叫做 p, q, r, 與 s. 這幾個命辭是這樣聯接起來的:若爲 p 則爲 q. 若爲 q 則爲 r, 若爲 r 則爲 s; 接着便是若爲 p 則爲 s. 在這幾個命辭之間的假定關係 (if-then relation) 是類似於鐵橋底一些桁樑之間的結實些這種關係．因爲，如果這些關係之中的任一種將一組要素聯結起來，如，$x—y$, $y—z$, $z—w$, 那末同樣的關係也可以將這一組底最先一個分子與最末一個分子聯結起來，卽 $x—w$, 其他中項 $y—z$ 可以消去或省略之．

像這樣的一種關係是傳達性 (transitivity) 底邏輯性質．在上，大於，包含 (above, greater than, included in) 以及其他許許多多關係都是有傳達性的 (transitive). 有許多不同的結構之中的要素是藉着這種關係結合在一起．還有無傳達性的關係 (intransitive relations), 如底兒子 (son of) 便是．假若 a 是 b 底兒子，b 是 c 底兒子，a 便不是 c 底兒子;而是 c 底孫子．

又有完全與傳達性相異的某些關係底另一種邏輯性質，叫做對調性 (symmetry). 福爾泰 (Voltaire) 與大佛烈德 (Frederick the

Great) 是同時,因此大佛烈德也與福爾泰是同時. 一座橋中的某條桁樑 M 底長度等於另一個桁樑 N 底長度;那末 N 底長度自然也等於 M 底長度,任何關係,無論從那一方面看去,還保持同樣的性質時,便是有對調性,如 $a—b$, $b—a$. 但是並非一切關係都是有對調性的. 假若 a 樑較 b 樑結實些, b 樑便不能較 a 樑結實些,只較 a 樑脆弱些. 假若亨利第八 (Henry VIII) 是綺麗莎白女王 (Queen Elizabath) 底父親,綺麗莎白女王便不能是亨利第八底父親(或母親); 她當然是他底女兒. 像這樣的一些關係便是無對調性的 (asymmetrical), 因爲 $a—b$ 與 $b—a$ 是不同的.

任何結構,任何系統或組織,是由彼此之間的某些關係的要素所組合而成的,這是很顯然的事. 因着這種緣故,我們已經選出某些關係底四種邏輯性質——有傳達性與無傳達性,有對調性與無對調性——來說明邏輯是結構底科學這句話是什麼意義. 從邏輯底觀點看來,我們並不興趣於較結實些,假若,同時,等於,底父親等等特殊的關係,更不興趣於鐵橋,總統致國會的咨文,或英國皇家家族等等特殊體系; 我們只興趣於體系底種類和關係底種類. 所以邏輯是以至少從特殊事物移去兩次的抽離底平層 (a level of abstraction) 爲根據. 考慮具體的系統與關係,如一個家族底許多分子之間的關係,便是思考中缺少抽離性. 在我們所考慮的較爲具體的材料的這種平層之上,雖則也應用邏輯,但是卻時常在潛意識中應用,而不曾注意到結構底原理之自身. 如宗譜學家探尋我底祖先,然後下結論說,因

着一直到十二世紀時我底父親和祖父們都是英國人,所以我也是一個英國人.這是他應用在祖先關係之中的有傳達性底性質來推出這個結論.但是,邏輯底觀點卻不注重達到這種平層.當着我們問,"什麼是系統與關係之最普遍的性質(在其中家族只是一個特殊例子),什麼性質比物理學,化學,生物學,宗譜學,心理學,數學,或任何其他科學中的性質較為普遍"的時候,我們便會發現邏輯底本身究竟是什麼.

我們知道對於邏輯底這種看法並不是一種通常的看法.1662年巴黎出版的一部有名的邏輯教科書"王家邏輯"(The Port Royal Logic)底附題是"邏輯,或思維底方法"(Logic or the Art of Thinking),並且開始就將邏輯界定為:"邏輯是特別指導人們了解事物底理由底一種技術;是誰自己底法則,同時也是別人底法則."現在仍然有些邏輯底著作者將邏輯當做一種"技術"——因為,正如造船底技術是應用力學一樣,所以辯論底技術與證明底技術是應用邏輯.有些著作者將邏輯界定(define)為"思考底科學"(the science of thought),或者至少界定為研究正確思維底科學,並且認定這種科學根本是研究推理與證明底普遍型式之一種科學.這是邏輯之古典的看法.一座鐵橋或一個族譜怎麼能夠有一種邏輯呢?怎麼能夠研究結構就是研究邏輯呢?這些問題底答案是:我們之所以能夠想像到這個宇宙,實行推論,並且證明命辭的,是因為我們能夠把握剛纔所說的它們之在抽離的邏輯意義中的結構.一個論式(argument),

好像一個族譜一樣，是相關聯着的要素底一個系統；而且這個論式底各種不同的部分之間的許多關聯反應着在客觀世界中所覺知的對象底各種方面之間的結構的關聯．邏輯之所以存在於論式中的，是因爲論式所討論的事物中有一種邏輯存在．如，將邏輯界定爲結構底科學時，我們並沒有排斥古典的看法．依據古典的看法，邏輯是研究正確思考底科學，是研究有效的辯論與證明底科學，這是因爲正確的推理連鎖，有效的論式，和有效的證明都顯示它們底有效性(validity) 所依據的結構．但是正如生理學家不僅僅研究某一種有機體一樣，邏輯家也不僅僅研究某一個例子中的結構，雖則推理底有效聯鎖之結構形成他所通覽的材料之中的一個重要部分——而且必須構成初等教科書底一大部分，——然而它僅僅是他底材料底一部分，並且除非我們知道它是普遍系統底結構之較寬廣的原理底一個特殊部分，否則我們便不能清晰地了解它．

現在我們必須確定什麼構成一個論式，有效性是什麼意義，推論是什麼意義，以便使我們明白地了解邏輯是有效推論底條件之一種研究的這種意念．

2. 論式

論式是討論底一種型式．討論是可以用口述說出來，用筆書寫出來，或僅僅想出來的合理的表述．我們人類底經驗有一大部分是被有某一種型式或有其他種型式的討論所形成．在與人談話時，在

讀書時,在運思時,我們是存在於討論界域 (world of discourse) 之中.討論底通常媒介是文字.所以,對於文字底這種效用,我們必須加以討究,以期發現論式底性質與結構.

我們必須分別清楚,討論有兩種通常的範型.這兩種不同的範型是思維與純粹的想像或想像.(1)這兩種不同的範型可以用例子很清晰地說明出來.我們先舉一個想像底例樣:

"在近赤道幾度以內的廣闊無涯的海上,正午的時候總是炎威逼人的;這兩個旅行者現在輕爽地穿着燦爛奪目的白亞麻布做的衣服,將那不僅用來禦防嚴寒的山中空氣而且用來抵抗攪擾山中的匪徒們底刀劍的一種必需的豫防物——鏈甲——丟在一邊.他們底假期旅行已經完畢了,現在乘着在他們曾經探查過了的這個島上兩大商埠之間按月駛行的郵船回去.

"這些旅行家倚着他們底鏈甲,用古老的語言交談着.當着他們穿上武士的裝束的時候,他們不禁歡舞起來;並且變成二十世紀兩個鄉間紳士底尋常模樣."(2)

在這樣的一種討論之中,語句底倫序和聯絡是被著者心中的想像所決定了.並沒有什麼待解決的問題,結果也沒有證明.這一段是描寫的,想像的文字.

我們現在列舉一個論式底例樣:

"人類底靈魂是一種東西,這種東西底活動是思維.活動是思維的東西是它底活動立刻能夠覺知的東西,這種東西沒有實體底任何

表象.一種活動能夠立刻覺知而且沒有實體底任何表象的東西便是不包含實體的一種東西.其活動不包含實體的東西,便是其活動不是物理運動的一種東西.其活動不是物理運動的東西,便不是一種實體.不是實體的東西便不佔據空間.不佔據空間的東西對於物理運動無所感觸.對於物理運動無所感觸的東西便是不可分解的(因為分解是實體底一種物理運動).不可分解的東西便不可毀滅.不可毀滅的東西便不朽.所以,人類底靈魂是不朽的."

這是哲學家來本之[3] (Leibniz) 所發表的有名的靈魂不朽論底證明.這段話是論式底一個例子.這段話顯示着想像所沒有的幾種性徵.這個論式是證明某一件事,即,靈魂不朽.這個論式有決定這一段話之全部的目的.在其結論和結論之前的許多東西之間有一種必然的聯繫.如果我們承認靈魂可以覺知而沒有實體底表象,那末它便不包含着實體,不佔據空間,等等,而我們就必須承認它是不朽的這個結論.這個結論是被在它前面的東西所涵蘊着 (implied) 在結論"前面"的東西以及結論所根據的東西是許多前提所形成的.論式之中有前提與結論,然而想像之中卻沒有.從一個前提或許多前提確切地推出一個結論的這種程術便叫做"推論".論式可以說是實行推論的一種討論型式,而想像是推論不存在的一種討論型式.

論式是推論存在的任何討論型式.推論是從其他陳說或命辭到這種陳說或命辭底一種演產.推論有時是正確的,有時是錯誤的.正確的推論叫做有效的推論 (valid inference),錯誤的推論叫做無效的

推論 (invalid inference).

我們必須注意,想像並不是包含一切不是論式的討論型式的適當名稱.想像是表示怪想,夢想,或構象等等.我們應用想像這個名稱,是指稱不應用推論的每種討論形式.這樣一來,便構成一個極其寬廣的討論界域,——詩,史,科學底描寫文,文學底一大部分,等等.我們底知識底一大部分嚴格說來是想像所形成的.但是在我們應用這種材料時便須運用推論方法.所以,想像這個東西對於我們人類不僅僅是重要;而且是不可少的.可是,邏輯並不研究像這樣的想像;而祇研究有效的推論所必需的許多條件.

3. 邏輯底型式性質

正如物理學家不祇研究個別特殊事物底本身,而要尋求普遍於一切事物的普遍定律一樣,邏輯家不研究特殊的推論,而要研究一切推論底普遍規律或型式.所以,邏輯是一種型式科學 (formal science).這就是說,邏輯是從有效的推論之特殊例子之中抽離出來的,它祇研究這些推論底型式.這也就是說,邏輯家只研究論式底結構之抽離的與型式的性質,而不研究在特殊論式中的這種結構底例子.有效的推論底每個例子都例示着普遍於許多推論的一種結構,正猶之乎一個特殊的落體例示着普遍於一切落體的一個定律,即,重力定律一樣.

型式與實質之間的差異是一種普遍的差異,而且對於邏輯是很

根本的.型式與實質從來不彼此獨立存在，除非我們從實質中將型式抽離出來."型式"是可以例示於許多事物之中的東西，反之，"實質"是型式底例樣之內容或材料.比方說，如果在我們前面有兩個蘋果，兩張桌子，兩條粉筆，和兩把椅子.在這些事例之中的型式要素是雙數，卽，每種東西例示着一種雙重性(two-ness).但是具有這種性徵的每種例子都是實質的.型式是普遍的，反之，實質總是特殊的.當着我們說邏輯在性質方面是型式的時候，我們底意思就是說，邏輯不研究特殊事例而只研究型式，規律，或普遍於推論底一切例子的一致性(uniformities).

我們現在預備詳細講解邏輯底古典意念之界說.我們已經說過，邏輯底性質是型式的.這種型式的性質是包含在什麽之中呢？我們知道，論式是從命辭中施行推論.這些命辭之可以推論的型式性質是包含着種種關係(relations).當着我們完成邏輯底研究的時候，僅僅不過是將陳說底全部意義弄清楚些而已；此外並不能得着什麽新知識，因爲，邏輯底本身並不講求怎樣獲得新知.我們現在祇注意一切有效的推論是依據於命辭之間的某些關係就夠了.當着邏輯是研究有效的推論底種種條件之一種科學時，同時也是型式的；而且因爲是型式的，並且又研究推論，所以邏輯根本是研究種種關係.因此，我們在這裏可以將邏輯界定爲顯示並且解析那些保證有效的推論的種種關係底一種型式科學.

總括地說，邏輯解析普遍的結構，而不僅僅解析在論式中的結

構.我們在本書底第一部分中將邏輯用成一種較狹義的或古典的意義,卽,將邏輯當做解析在論式之中的結構底一種學問.不過,我們要知道,它僅僅是普遍邏輯底一部分而已.

(1) 參看 L. Susan Stebbing, "Introduction to Logic", 第一章.

(2) Lewis Carroll, "A Tangled Tale".

(3) "Confessio Naturae contra Atheistas". H. W. B. Joseph 譯, "An Introduction to Logic", pp. 355—6.

第二章

命辭

1 論式底構成要素

我們已經說過，論式是有推論存在於其中的一種討論基型. 我們也知道，推論是從前提推出一個結論的一種程術. 這也就是說，推論是從前提推出一個結論底一種程術. 這也就是說，推論是從其他一個命辭或其他許多命辭來斷定一個命辭. 我們說某個命辭 q 可以從另一個命辭 p 推論出來，就是說 p 涵蘊着 q. 推論是以命辭之間的這種涵蘊關係爲依據. 因此，推論是論式底精髓，推論又包含着許多命辭；論式之邏輯的或結構的要素是許多命辭，這是很顯然的事.

命辭，無論是思考，閱讀，或談話，總是具有語句的形式. 可是，無論怎樣，我們決不可將命辭與尋常的語句混爲一談，這是極其重要的事. 語句是文法中所討論的一種對象，而命辭卻是邏輯底一種特殊產物. 邏輯完全不研究尋常的語句，文字也不研究邏輯底命辭. 文法是這樣告訴我們，說，一個語句是任何"一組文字，完全用來表明一種思想. 在書寫時，末尾加一個整點，問號，或有時加以驚奇號."

由此可見有特殊單位的表明一種思想的任何語言形式便是一個語句.祈求,願望,命令,詢問都是語句或語句底形成物.而一個命辭是可以爲眞可以爲妄的任何陳說.因此,祈求,願望,命令,詢問,以及與此類似的其他語句都不是命辭.

正如命辭和語句不可相混一樣.我們也不應將邏輯與文法相混.文法是語句形式——不是型式——底一種研究,而邏輯是意義底一種研究.表示同樣意義的各種不同的文字底語句在形式上彼此不同,然而卻是同一的命辭.比方說"我有一本書"英文是"I have a book".德文是 "Ich habe ein Buch", 法文是 "J 'ai un Livre". 這三個語句各不相同,但是祇構成一個單獨的命辭,因爲他們祇表示一個單獨的意義.再者,邏輯是研究限制有效的推論的那些關係.文法是研究被習俗與傳說所形成的文字之用法. 邏輯固然適用於任何單字,任何一種文字,任何文法,但是完全與它們相獨立;因爲它們不過是將邏輯表明出來的一種工具而已.限制推論的種種關係與我們人類所應用的任何特樣文字完全無關.無論我們在討論時候所應用的文字是亞剌伯字,暹邏文,或是英吉利文.而論式底結構總是不變的.文法則不然,文法是隨文字底各種形式而變.這就是說,各種文字各有其特殊的文法.但是,在任何特種文字之中,邏輯總是不變.所以,在一本邏輯書中完全無須討論文法.可是,有些學習邏輯的人時常將這兩者弄混淆了——因此,我們不得不給予學習邏輯者以這種警告哩!

我們必須明瞭，在解析命辭底構成分子時，不應理會文法對於語句怎樣分析.

一個命辭是表現它所代表的意義.一個命辭是可以爲眞可以爲妄的任何陳說.例如，"一切神仙都有綠耳朵"是一個命辭，因爲這句話是可以爲眞可以爲妄的一個陳說.反之，如"請你給我這塊麵包"這個表辭我們不能確定其爲眞也不能確定其爲妄，所以不能算是一個命辭.

2. 命辭底區型

命辭之兩種最普遍的區型是簡單命辭與複合命辭.複合命辭是以其他命辭爲其構成分子的一種命辭.例如，"假若太陽發光，植物就會生長起來"，這個命辭便是一個複合命辭.因爲它是兩個簡單命辭所構成的，即，"太陽發光"與"植物會生長起來".一個複合命辭是一個單獨的命辭，因爲無論其爲眞或爲妄都是整個的；而不是某個分子爲眞，或某個分子爲妄.簡單命辭是沒有別的命辭做它底分子的一種命辭.如"植物會生長"，顯然是一個簡單命辭.

此外，命辭結集爲斷定的 (categorical)，涵蘊的 (implicative)，選取的 (disjunctive)，與契合的 (conjunctive) 四種.還有其他的型式，如例外的，排外的，擴張的.我們現在祇討論這四種，因爲任何可能命辭終久要屬於這四種中的任一種，而且結果命辭底任何其他類分終究不過這四種型式中的一種或一種以上之更精細的分類罷了.

斷定命辭 (categorical propositions) 是簡單地斷定一個辭主 (subject) 底一個辭賓 (predicate). 例如,"鋼鐵是一種金屬","凡人都要死","有些人喜歡學習邏輯",都是斷定命辭.這些命辭無條件地簡單地陳說一個辭主底一個辭賓.這種命辭大概是命辭中最通常的一種型式,而且無疑地是命辭中最簡單的一種型式;但是卻不必是命辭中最根本的型式.

涵蘊命辭 [(implicative propositions) (通常叫做假定命辭,或條件命辭)]是陳說一個條件或一個假設與這個條件或假設底結果.如,"假若天下雨,那末地便會溼",這是一個涵蘊命辭.這個命辭是說有天下雨這個條件,便有地溼這個結果 涵蘊命辭往往是複合的.涵蘊命辭底型式是,"假若——,那末——",一個涵蘊命辭中的條件或假設叫做前項 (antecedent), 前項底結果叫做後項 (consequent).如,在上面所舉的一個例樣中,"假若天下雨"是前項,"那末地便會溼"是後項.

選取命辭 (disjunctive propositions) 是陳說選項 (alternatives) 的一種命辭.例如,"或者他是一個天才,或者他讀書很用功",是一個選取命辭.這種命辭是陳示選取的種種可能.選取區型,像涵蘊區型一樣,總是複合的.它底型式是"抑——或——" (either——or——).在這裏我們必須注意,對於"或"字底解釋並不須假定排斥其中的選項之一.在上面所舉的一個例子之中,他又是一個天才而又讀書用功,兩者同真,這是十分可能的事."或"底這種意念並不是僅僅在選

辭中才有，是常見於日常談話之中．例如，在法律上"或"底意義也可以同"與"相通．所以，除非我們顯然知道"或"是用來表明排外的意義，或者除非從命辭所表明的實質中得知它有這種意義，否則我們總是認爲其中的選項不互相排外．比方說，假若"約翰或者是在紐約或者是在巴黎"．十分顯然，這個命辭中的"或"是包含着選項之互相排外．這也就是說，"或"有排斥這個命辭中一切選項彼此相容底一種性質；"或"之其所以現在有這種性質的，是因爲在事實上一個人不能同時在兩個空間：假若約翰是在紐約，那末他是在巴黎底可能便被排斥了．相反，假若約翰是在巴黎，那末他便不能在紐約，這種解釋之其所以可能，是因爲這個命辭所代表的事實是如此．這就是說，在這種特殊情形之中的"或"之所以有排斥選項之一的能力，是因着所陳說的選項有這種性質使然；而不是因着"或"有這種型式的意義．"或"，在選取命辭中與"兩者都可能"可以相容；除了在事實上是相排斥的以外．這種事實上的相反可以顯明陳示出來，或者是潛藏在選項底性質之中．

絜合命辭 (conjunctive proposition) 是斷定命辭底一種複合如，"鐵是一種金屬，是從某種礦苗裏提鍊出來的，並且是很沉重的"，這是一個絜合命辭．這個命辭包含着三個斷定命辭："鐵是一種金屬"，"鐵是從某種礦苗裏提鍊出來的東西"，和"鐵是很沉重的東西"．絜合命辭並非僅僅是斷定命辭底聚集而已，它也和一切複合命辭一樣，是單獨的．這也就是說，無論絜合命辭或眞或妄，總是整個的．換

句話說,假若爲眞,那末整個命辭都眞;反之,假若爲妄,那末整個命辭便妄,不能某一部爲眞,也不能某一部分爲妄.如果聚合命辭僅僅是斷定命辭底聚集,那末,它爲眞或爲妄便不是整個的——也許一部分爲眞,也許一部分爲妄.上面所列舉的一個例樣是一個單獨的眞實命辭.假若我們說,"人類是一種會死,會笑,和有五隻腿子的東西",這個命辭便爲妄.這是什麼原因呢?因爲這個命辭說所有的這些東西都是記述人類的東西,然而在事實上並非這些東西底一切都屬乎人類,所以這個命辭爲妄.

我們現在要明瞭,命辭底這四種型式(即,斷定型式,涵蘊型式,選取型式,和聚合型式)是互相排外的,並且又普遍於我們日常談話之中.沒有斷定命辭是選取命辭,沒有涵蘊命辭是選取命辭,其他依此理類推——它們構成命辭底四種相異型式.以後當我們說到命辭底型式的時候,我們底意思就是指着上述的四種型式而言.但是在以後我們可以知道命辭底這四種型式是可以怎樣顯然易明地改變爲其中之任一種.

3. 命辭底要素

一切命辭是被以後三種要素所構成的:辭端 (terms), 關係[1] (relation), 與表型字 (form words) (在複合命辭中,以其他命辭爲構成要素).

辭端是命辭所述說的什麼.一個命辭之中的辭主總是一個辭端.

在"A在B之左和B在C之左"這個命辭裏,"A","B","C"都是辭端,因為它們構成這個命辭底主體.這些辭端是被"在左"這種關係所聯絡起來.再者,在"物體佔有空間"這個命辭中,"物體"是一個辭端,它是指着佔據空間的物項底整個類而言,"佔有空間的東西"也是一個辭端,它是指稱"佔有空間的物體"之類.由此可知辭端是命辭底主要部分.

辭端底本身是類(classes)或個體.類是有某種性質或共同情形的個體之集合.在我們日常談話之中,往往應用類的概念.例如,"紐約底許多建築物很高大","這個國家中大多數的道路是鋪砌了","歐洲底許多國家要取消賠款"這些命辭底辭端都是類."紐約底建築物"是指着在紐約的建築物之類而言.我們說這些建築物高大,就是等於說,這些建築物是"高大的東西"之類底分子.同樣,"歐洲底許多國家"是一個類.這個類是指稱在歐洲的國家之集合.我們說這些國家將要停付賠款,就是等於說歐洲底許多國家是豫備停付賠款的有元底那一類之分子類,總是辭端.

關係將命辭底要素聯絡起來,或將他們分離開.在命辭之中,關係有兩種作用:在簡單命辭中,關係將類聯絡起來,或將類分離開;在複合命辭中,關係聯絡成分命辭,或不聯絡成分命辭.

動詞"是"字在簡單命辭中應用得極其普遍.如,"他是長得高大","凡屬人類都是會死的",這些命辭大概是談話中最普遍的型式.在這些命辭之中的"他"與"高大"以及"人類"與"死亡"是用"是"字

聯絡起來."是"字有幾種意義，這幾種意義對於初等邏輯是很重要的，爲什麽重要呢？因爲我們了解了這些不同的意義，便可以把握"是"字底邏輯含意.

"是"字可以意謂着五種不同的概念中的任何一種：存在 (existence)，內涵的斷說 (intensional predication)，類的分子關係 (class membership)，類的包涵 (class inclusion)，或同一 (identity). 我們現在要將這些不同的意義一一說明如下：

有一個著名哲學家曾說，"我思維，所以我存在." (I think, therefore I am.) 假若要將這句話弄清晰一點，我們可以將這句話變作第三人身說，"他思維，所以他存在." (He thinks, therefore he is.) 在這裏，"是"字底意思是表示存在. 這種命辭底邏輯意義實在就是說，"他"是包含在"存在的事物"底類中的一個類(僅僅有一個分子的類). 可是，在"是"字底邏輯的作用中，"是"字所表示的"存在"意義已經排斥了. 因爲當着這樣應用了"是"字的命辭已經改造爲邏輯型式的時候，"是"字並不表示"存在"的意義. 我們在以後要將命辭改造爲邏輯型式究竟是什麽意義講清楚.

假若我們說，"蘋果是紅的"，我們也許以爲我們並沒有眞正將兩個類聯絡在一起，而祇簡單地將某種物質附於蘋果. 像這樣的一種解釋叫做"內涵的解釋". 內涵的解釋與"外延的解釋"不同. 一個辭端之"內涵的"解釋是指明所附有的性質(在這裏所舉的例子中的性質是紅色)；反之，一個辭端之外延的解釋是指明具有這種性質的

實在有元.這是邏輯所有的外延的解釋.我們有許多討論是屬於"內涵的".比方說,"約翰是聰明的","教育是必要的"等等都是.直到現在,還沒有人能夠建立一種內涵的邏輯 (intensional logic). 而一切內涵的命辭卻無一不可從外延方面來解釋,因此便有一種外延的邏輯(extensional logic). "是"字(將一種性質附於一個辭主)底這種"內涵的"解釋必須加以排斥. 前面所列舉的一個例樣,"蘋果是紅色",可以解釋為"蘋果"這個類是包含在"紅色的東西"這個類之中. 自然,命辭底這種變化不合乎討論時的語言習慣;但是在邏輯上卻是正確的,而且也是必要的.

再者,"是"字底意義可以指着類的分子關係而言.假若我們說,"這個人是一個會打足球的人",我們就是說"是"字將"這個人"這個辭端與"會打足球的人"根據類的分子關係聯結起來;意指"這個人"是"會打足球的人"這個類底一個分子."是"字底這種意義在日常談話中是時常應用的. 我們必須知道,"是"字在這種意義中是一種關係,因為它表示確實是一種關係的"為一分子" (being a member of)

"是"字也表示類的包含.當着我們說"凡屬人類都是有死的"時,我們是在說"人"底類是包含在"有死的東西"底類之中.這也是對於邏輯十分重要的動詞"是"字之極其通常的用法.包含着類的內涵的"是"字是表示一種關係."包含在其中"是一種關係.

"是"字最後的意義為"同一".假如我們說,"呵克利 (Cockaleekie) 是一種與韭菜煮熟了的雞湯",我們就是在說"呵克利"和"一種

與韭菜煮熟了的雞湯"是同一的東西."是"字底這種用法是存在於每個界說之中.因爲在界定什麽的時候,界定端與被界定端是同一的.這也是動詞"是"字底一種邏輯作用;而且像它底其他邏輯作用一樣,有聯繫底力量."同一"也是一種關係.

動詞"是"字,無論什麽時候表現在命辭中,有意含着以下三種概念中的任一種的關係作用 (relational function):同一,類的分子關係,或類的包含.類的分子關係往往保持在單獨的分子與一個類之間;而類的包含關係則保持在類與類之間.

還有較應用動詞"是"字更多的方法來表明命辭中的關係.例如,殺卻,研究,打擊,等等.一切他動詞 (transitive verbs) 都能表示邏輯關係.對付這些不同的關係之最便利的方法,是將包含着這些關係的各種命辭改變爲其辭主與辭賓是被動詞"是"字底某種型式所結合起來的型式.例如,"Brutus (人名)刺殺了凱撒",這個命辭可以改作,"Brutus 是凱撒底刺殺者".因着爲篇幅所限,對於論式結構底根本解析,我們祇講到關係底某些通常區型;然後再討論一切推斷所根據的那些關係之抽離性.

我們已經知道辭端是命辭底主體,而且這種主體是可以當做類.我們也已經知道關係在命辭中聯繫這些辭端,或不聯繫這些辭端.關係也存在於複合命辭底成分命辭之間.我們現在再來討論表型字.

表型字不是辭端或命辭,但是它們卻形容辭端與命辭.我們可以依照它們是形容前者或後者來將它們加以討論.

形容辭端之最通常的表型字是"一切","有些","任何","沒有","每個",等等.這些字表明在命辭中的辭端(即類)有某種限制.例如,在"一切鷹都會飛"這個命辭中,"一切"這個表型字決定"鷹"這個類是整個的.假若我們說,"有些鷹會飛",在這個命辭中的表型字"有些"僅僅表明"鷹"這個類底一部分.或者,又如說"任何鷹都能飛",這個命辭在意義上恰恰等於說"一切鷹都能飛",因為"任何"底意義是"每個與每次"(each and every)假若我們說,"沒有囚犯是快樂的",我們底意思就是說,"沒有囚犯底類中之分子是快樂人底類中之分子";而且因此我們可以說這兩個類彼此不相干."沒有"這個表型字,有否定在命辭中所指的許多類之間的任何聯繫底力量.

還有一種不指稱類而祇指稱個體的可以名之曰表型字的另一種表型字,如,"這","那","那些",等等.此處所形容的辭端不是類.例如,"這個人是癲狂的".此處的"這"字並不指稱一個類,而祇指稱一個單獨的個體;而且這裏的"是"字意指類的分子關係——這就是說,是與"這個人是癲狂人底類中的一個分子"相等的一個命辭.要解析命辭底這種區型有許多困難,我們不能在這裏討論.斷說(assertion)底這種區型抑是屬於邏輯所專門研究的範圍,還是屬於認識論所專門研究的範圍,現在不能確定."這","那",以及其他表型字底作用,是指稱或指明個體.具有這種型式的命辭叫做<u>單稱命辭</u>(singular proposition),這種命辭或者必須加以討論.無論怎樣,當着論式中有這種型式的命辭時,為便利起見,我們可以將它當做以

類爲其辭端的一個命辭來研究.

我們現在列舉這樣的一個單稱命辭."蘇格拉諦(Socrates)是有死的."在許多情形中,我們能夠將這樣的命辭之意義解釋爲:"蘇格拉諦"是指明包含在"有死的東西"這個類中的祇有一個分子的一個類. 顯然,在原來的命辭中,"是"字是指着類的分子關係而言;在後面的解釋中,"是"字底意義爲類的包含關係. 對於這種問題之充分的討論,便屬於所謂"記述論"(theory of descriptions); 可惜我們不能在這裏討論它.

除了這些形容類的表型字以外,還有形容複合命辭並且決定命辭之間的關係的許多表型字. 如,"抑——或——","假若——那末——","兼——並——","因着","除非",等等. 例如,"因着重力定律仍然有效,所以從高樓上跳下來是很不智的事."這句話底意義是,"假若重力定律仍然有效,從高樓上跳下來是很不智的事;而且,重力定律仍然有效.""因着"這個表型字用一種"假若——那末——"的關係將複合命辭底許多要素聯繫起來;此外,又包含前項(即,有"假若"的子句)底肯定."因着"這個表型字又有一種暫時的內涵;除非在這種意義之中,它便不是一個表型字了.再如,"他將會卒業,除非他底分數不在五十分以下",這個命辭底意義就是"假若他底分數不在五十分以下,那末他將會卒業.""除非"底意義是"假若——,不是——",並且決定有"假若——那末——"這種型式的命辭.

在一本邏輯教科書中盡舉所有的表型字，這自然是不必要的舉動．表型字底職務是表示在命辭中形容類，或者決定複合命辭底要素之間的許多關係的種種要素．

在解析命辭時，我們已經知道命辭有簡單的和複合的．一切命辭可以解析爲構成命辭底主體的辭端，聯繫或不聯繫辭端或命辭的關係，以及決定命辭底型式和又決定複合命辭底構成部分之間的關係的表型字．

如我們已經說過的，邏輯底興味不是在表示特殊意義的單個命辭之上；而是在例示於可以有效地推論的特殊命辭之中的種種關係或結構之上．同樣，我們也祇研究命辭底結構或邏輯型式．我們現在要討論命辭底邏輯型式問題．

4 命辭底邏輯型式

我們要知道，任何命辭底邏輯型式純粹是最簡單地並且明白地顯示其結構的表現模式．我們之所以將命辭改變得合於邏輯型式，完全是爲清晰和簡單起見的一種便利方法．在通常談話的時候，我們底推論往往用修詞學加以潤色，或間接地陳說出來，而且時常組織得使論式底眞正結構弄得不清晰明白．雖則，像這樣地推論並沒有什麼錯誤——表明論式的這種模式是較合於修詞學的，並且增加通常文字底力量；可是卻時常妨害邏輯的解析．

什麼是邏輯型式 (logical form) 呢？在什麼時候一個命辭纔具

有邏輯型式呢.我們在本章底前面已經說過,命辭可以分做斷定的,涵蘊的,選取的,與挈合的四種.這種類分是以命辭底型式爲根據——這也就是說,命辭底這種類分是其型式底類分.當着一個命辭是由這些型式中的任一種表出時,它便是清晰地顯示可以據之推論的種種關係,所以具有邏輯型式.這些都可以說是邏輯型式.

前面有"一切","有些",或"沒有"等等表型字的命辭,便是具備着邏輯型式的命辭.這樣的一些命辭往往屬於斷定型式.因爲"一切","有些",與"沒有"等等表型字是用來形容類的.例如,"祇有專門學生研究邏輯",這個命辭並沒有具備着嚴格的邏輯型式.當着我們能夠用"一切","有些"或"沒有"等等表型字加在一個命辭底前面來表現它底意義時,這個命辭便具有邏輯型式.在這種條件之下,上面所說的一個命辭就成爲,"一切研究邏輯的學生都是專門學生."此處許多類之間的結構或關係是直接地表明出來了.反之,原來的命辭卻不是這樣的.又如,"幾乎沒有哈佛大學的人研究邏輯",這個命辭沒有具備着嚴格的邏輯型式;因爲在這個命辭中的"幾乎沒有"使這個命辭底結構看不清白.這個命辭實在是一個複合的斷定命辭——卽,一個挈合命辭.這個命辭是說,"一切研究邏輯的人都是非哈佛大學的人,而且一切非哈佛大學的人都是研究邏輯的人."粗略地看起來,這個挈合命辭底構成分子似乎是相等的.但是,在我們讀了後一章以後,將會知道這兩個構成分子不是指着相同的事物而言,卽,是不相等的.在斷定命辭中,有時沒有表型字來形容這些

類。例如，"人類是信仰宗教的."此處是指着一切的人類而言，還是指着一部分的人類而言，我們不得而知。像這樣的命辭可以叫做無定命辭 (indesignate proposition). 除非其中省去了的表型字補充起來了，否則它便沒有具備着邏輯型式.在習慣上，常將"一切"這個表型字當做這樣的命辭中已經省去了的表型字.

我們再列舉一個將命辭改變爲邏輯型式的例樣.如，"因爲現行政策已經表示它自身無力適當地救濟經濟蕭條，我們必須改革黨治."這個斷說底眞實型式包含着一個完全的論式.它肯定了前提，並且推出一個結論.它底邏輯型式是："假若這種政策表示它自身無力適當地救濟現在的經濟蕭條，那末必須改革黨治.這種政策是已經表示它自身無力適當地救濟經濟蕭條，所以必須改革黨治.""因爲"是一個表型字，這個表型字包含着一種"假若——那末——"的關係，與前項底肯定及後項底推論在一起.

不管在事實上我們是否十分熟悉應用"因爲"，"雖然"，"沒有其他——祇有——"，"僅僅"，以及其他的表型字，除非這個命辭是變爲命辭型式底普遍型式之一，否則便沒有具備嚴格的邏輯型式.我們現在用不着多事證明這種改變是如何可能.無論用英文所表出的命辭或用中文所表出的命辭都可以如此改變——即，改變爲嚴格的邏輯型式.現在我們可以說當着一切命辭具有"假若——那末——"(涵蘊型式)，"抑——或——"(選取型式)，"兼——並——"(絜合型式)，或是前面有"一切"，"沒有"，"有些"(斷定型式)等等表型字所

表示出來的型式之任一種時，那末，便是具有邏輯型式.

5. 命辭底符示 (symbolizing)

邏輯這門型式的抽離的科學能夠研究特殊命辭以外的普遍於命辭間的有效推論底種種關係，這對於邏輯是一件最有利的事.正如數學之硏究完全與數底特殊應用各自獨立的數底型式性質 (formal character) 一樣，邏輯也祇硏究與特殊事例各自獨立的類與命辭．當着數學家說 "2＋3＝5" 的時候，他底意思不是說只有兩個蘋果加上三個蘋果等於五個蘋果，而是說兩個無論什麼東西加上相同的三個無論什麼東西總是等於五個無論什麼東西.數學家研究與經驗各自獨立的 2 與 3 以及其他一切的數；爲要達到這種目的，於是發明了一種便於表現以及運用的符號.邏輯既然是研究命辭底普遍型式，因此，爲避免文字底歧義與特殊性(particularities)起見，也發明一種符號.這種符號在邏輯中的作用正同數學符號在數學中的作用一樣.我們在邏輯中應用一種適當的符號便有幾種利益:第一，通常文字底用法是往往有歧義的，而符號卻可以絕對無歧義並且十分精確·再者，通常文字並不像符號那樣有普遍性與抽離性 (generality and abstraction). 此外，符號比較通常文字簡便些.例如，"3"比"叁"或 "three" 簡便些，"$\sqrt[3]{4}$" 比寫"四底立方根"更簡便．最後，合理的手術之普遍條件可以用符號表示出來，而不限於那種手術底某一部分.

我們現在要簡單地述說顯示複合命辭之型式的符式.

小楷的"p","q","r"等等字母替代任何命辭.我們必須注意,"假若——那末——"這種命辭型式表示一種涵蘊關係 (implication relation). 例如,"假若那個東西浮起來,那末它便比空氣輕些",這個命辭是表示前項與後項之間的涵蘊關係.涵蘊關係可用馬蹄符號"$\supset$"來表示.命辭底其他型式是"抑——或——"的選取型式."或"是用"$\vee$"這個符號表示出來.我們必須記着,"或"不是必須包含着選項互相排外的意義.複合命辭底末一種型式是有"兼——並——"的挈合型式.邏輯家用一點"$\cdot$"來表示"與".表示否定 (negation) 可在我們所要否定的命辭或表辭底前面畫一條短短的橫線.如,要否定"p",便寫作"$-p$".當着表辭底意義是當做整個的的時候,我們便將它們放在括弧裏面.如,挈合命辭底否定便寫作"$-(p\cdot q)$".

我們現在將這些符號底用法說明如下:

$p\supset q$ = "p"命辭涵蘊着"q"命辭.這與說"p 涵蘊着 q",或是"假若 p 為眞,那末 q 為眞"一樣.

$p\vee q$ = "p"命辭或"q"命辭.這與說"或為 p 或為 q",或說"或 p 命辭為眞或 q 命辭為眞"一樣.

$p\cdot q$ = "p"命辭與"q"命辭.這就是說,"p 與 q 兩者",或"p 命辭為眞與 q 命辭為眞".

這些符號構成複合命辭底三種邏輯型式之表示.在這裏我們必須注意 $p\supset q$, $p\vee q$, 和 $p\cdot q$ 所表示的不是命辭;而只是命辭底純粹

型式. 當着我們將這些符式代以意義的時候，它們纔成爲命辭. 例如，$p\supset q$ 也不能爲眞，也不能爲妄，所以不能說是一個命辭；雖則它是一個命辭型式.

在以後，我們要擴大地應用像這樣的種種命辭的符式(propositional symbolism).

6. 本章述要

我們已經知道邏輯是如何顯示於我們所叫做論式的那種討論型式之中. 在邏輯中，論式不僅僅是辯論，而是包含着推論，即，從前提推出結論. 論式是可以爲眞可以爲妄的命辭所形成的. 命辭可以分爲簡單的與複合的兩種. 依照命辭底邏輯型式，又可以分做斷定的，涵蘊的，選取的，與絜合的四種. 當着一個命辭極其簡單地顯示它底結構時，這個命辭便具有邏輯型式. 辭端，關係，與表型字都是命辭底構成分子. 一切用通常文字所表明出來的命辭都可以改成合邏輯的型式，並且也可以符示出來. 因此，我們可以完全在抽離之中處理特殊命辭底型式. 這給與可以有效地推論的命辭之結構以一種精密通擴的研究.

(1) 此處關係應作"辭絜"，否則不妥. 因關係爲更純粹之抽離，而辭絜則爲關係之表現者. (譯註)

第　三　章

類

1. 類底性質

在前一章第三節中我們曾說過，類，往往是辭端．但是，這句話反過來說便不真確，因爲辭端有時是個體．我們已經知道，辭端構成命辭底主體——這就是說，在命辭中所說及的東西往往是辭端，這些辭端或者是個體或者是類．所以辭端分爲兩種：類，與個體．當着我們已經指出一個命辭中的辭端是個體時，我們便將它當做指明有一個分子的類；無論在什麼地方這種辦法總是可能的．類，在邏輯中根本很重要．

類，並不是邏輯所特有的東西，也是討論底一般主體．當我們應用具體名稱，如貓，獸，人等等時，我們便是在應用類．除了類以外，還有許多性質，如公正，良好，等等，都不是類；祇是用來形容類或類底分子．類，並不是用感覺器官所能覺知的一種東西；而是我們藉以想到我們所覺知的東西的一種程術．類，可以說是一種邏輯的型構 (logical construction)．但是，這並不是說邏輯是發明類的一種科學；

而是說正常的思想之應用合乎邏輯的方法時便要應用類的概念.

當我們在前一章談到類時，我們已經說過類是分子底集合．不過，這種說法並不完全正確．這種說法之其所以不完全正確的，有兩種理由：第一，一個類並不純粹是分子底集合或總和；第二，還有無分子的類，如圓的方之類 (the class of round square)，美國底君主，等等.

我們可以問，叫做類的這種邏輯型構是怎樣決定了的呢?類，是被種種性質所決定．這就是說，任何性質可以決定一個類，而且具有某種性質的分子便是某個類底分子．例如，理性這種性質決定被有這種性質的一切事物所形成的一個類．人類有理性這種性質——那就是說，人類都是有理性的，所以是屬於被這種性質所決定的類，即，有理性的事物之類．在類底意念之中，包含着兩個因素：性質或界定性徵 (defining characteristic)，以及有這種性徵的分子.

決定或界定一個類的性徵是這個類底內涵 (intension)．在另一方面說，一個類底外延 (extension) 是具有這種性徵的分子構成的．將類底內涵和外延之間的區別弄清楚，這是十分重要的事．我們已經假定在邏輯中是討論類底外延方面，因為至少到現在還沒有內涵的邏輯．當着我們談到類的時候，我們總是豫先假定這些類是指着具有界定這個類的性徵的分子而言．總而言之，類底邏輯是一種外延的邏輯 (extensional logic)．一個類往往包含着一個內涵與一個外延．但是類之對於邏輯底重要方面不是它底性質或內涵；而是具

有這種性質的分子,即,外延.

內涵與外延之間的這種區別是相當於古典邏輯中辭端底所謂(connotation)與所指(dénotation)之間的區別.既然在這一點上有許多混淆,因此我們在可能範圍之內不應用這些名稱.我們必須知道,一個辭端底所謂是它底意義,或是關於它底性質之解釋;反之,一個辭端底所指則是關於這個辭端的具有種種性質的分子之解釋.

2. 辭端底普及與空類

我們知道辭端可以替代類或分子.在一個命辭中的個體爲辭端時,都變可以將它當做祇有一個分子的類.現在我們要說明辭端爲有定的類(designating classes);類可以替代辭端,辭端也可以替代類.

在通常談話之中,我們常常用"一切","有些"等等表型字來形容我們所用的辭端.這些形容辭能夠決定一個辭端之是否普及(distribution).當着一個辭端是指明構成這個類的一切分子時,這個辭端便是普及了.如,在"一切天才底性情都是怪僻的"這個命辭中的類"天才"是普及了,因爲這個類中的一切分子都指明了.從另一方面說,在"有些人是刺客"這個命辭中的類"人"沒有普及,因爲這個類中的分子祇有一部分被指明了;這裏祇說有些人是刺客底類之分子.我們必須明瞭,在以上所舉的例樣中,"性情怪僻的人"和"刺客"這兩個類不能說是普及了,因爲我們並不知道這兩個辭端是

否指着一切分子而言，抑或僅僅指着有些分子而言．在第一個命辭中我們不知道是否"一切天才"構成"性情怪僻的人"之全部外延．同樣，假若我們將第二個命辭底辭主改變為"一切人"，那麼，我們也不知道"一切人"是否構成"刺客"底全部外延．這兩個辭端都是不普及的．"沒有"這個表型字放在一個命辭底前面往往普及於它所包含着的一切辭端．例如，"沒有人有翅膀"，是指明人底整個類與有翅膀的生物底整個類．這個命辭底邏輯意義是，"一切人類是排斥於有翅膀的生物底類之外．"像這樣的命辭中的辭端指明它們底全部分子，所以是普及的．

至於沒有分子的類，並不是不常有的．比方說，我們能夠說"圓的方"是有圓又有方的性質的那些物項之類．這樣的類，自然是很特別的，然而這樣的類卻是空虛的；因為沒有個體的事物實際上有又圓而又方的性質，徒有其型式而已．這樣的類叫做空類 (null class)．空類是沒有分子的任何類．

當着我們表示空類的時候，我們可以很特別地應用"一切"和"沒有"等等表型字．例如，我們能夠完全有含意地並且一致地說，"沒有圓的方是埃及人底神"，或者說"一切圓的方都是圖形"．像這樣的說法是可能的，這是因為這些表型字並不必須豫先假定有分子存在，或者是涵蘊着分子底存在．從另一方面說，假若我們說，"有些中國底英國皇帝是出身高貴的"，這個命辭必須是錯誤的，因為"有些"這個表型字包含着它所形容的物項之實際存在．在這個命辭中，豫先

假定有中國底英國皇帝存在，並且其中有些是出身高貴的．'有些'這個表型字有從一個類底一切分子中選擇出一部分分子的作用．假若，那個類中根本沒有分子存在，那麼應用"有些"這個表型字來表明它便是非法．這就是說，當着一個辭端是普及了時，便不需包含着分子底存在；但是當着辭端是被'有些"所形容了，那末便包含分子底存在．

根據上面所講的，我們可以說有兩種解釋類底方法．最尋常的方法是豫先假定類底分子存在．的確，當着我們討論一個類底外延之一部分時，我們是豫先假定類有分子存在．但是存在與否這個問題，根本是一個事實上的問題；而不是邏輯問題．我們根據法律可以判定有某種性質的一切犯法者必須受處罰．這個法律底意義無異於說不管實際上究竟是否有所指的這個類底分子存在．在"有某種性質的犯法者"這個類與"受處罰的人"這個類之間的關係是顯然易明的；與存在問題完全沒有關係．依此，解釋類底兩種方法可以叫做通常方法與最少方法．"通常的"解釋 (ordinary interpretation) 是豫先假定分子底存在，而"最少的"解釋 (minimum interpretation) 是將類看做空虛的．

對於辭端或類底這兩種解釋是十分重要的．在後面一章中，我們將會知道推論底可能性是大部分以採取那一種解釋為依據．通常我們大部採取最少的解釋．但是，有些事例必須採取存在的或通常的解釋，如，"有些"在其前面的命辭，或者明說某命辭實際有分子

存在的情形,便是.除此以外,我們便不可假定類有什麼分子實際存在.

3 類底符示

在尋常的討論中,我們很少指稱普遍的類;而多指稱特殊的類.一切具體辭端都是特殊的類之用語言所表出者,如,"船","政客","食物","信用","暴徒","神仙","器具"等等,都是代表某些特殊的類的辭端.如我們在前面所着重地說過了的,邏輯底自身不研究個別的特殊的討論;而祇研究討論底型式.我們已經說過,論式之型式的性徵必須在關係中纔能發現.同樣,邏輯祇研究普遍的類所有的種種關係與型式;而不理會它底個別特殊事實,卽,不理會任何特殊的類.

依照要顯示許多類之間的普遍關係的這種要求,於是構作一種邏輯底代值學 (algebra of logic),或更妥當地說,構作一種類底演算 (calculus of classes).在前一章我們已經講過命辭底符示.用符號來表示在型式方面對於命辭的研究便是"命辭底演算" (calculus of propositions).同樣,用符號來表示許多類之間的型式性質及其關係,便是"類底演算".如我們將會在本書第二部中所講到的,命辭與類底這種研究完全是近似數學性質的.(1)

我們將要等到在本書底第二部分中來討論當做一個系統的類底代值學.現在我們祇簡單地給與這種符號以基本的解釋;因為這

種符號對於邏輯底重要和效用實在是難以言狀.

小楷字母"a","b","c"等等是用來替代任何類.相等記號"$=$"底意義與通常在數學中的意義一樣.相等是一種關係,如假若 $a=b$, $b=a$, 那麼這兩個項目便是同一的.假若 $a=b$, 那麼"a"類底分子便與"b"類底分子是同一的.乘號,"$\times$",表示互爲分子.這就是說,"$a\times b$"底意義是這個類又是"a"又是"b".加號"$+$"底意義是"或".如,"$a+b$"底意義爲是"a"或是"b"的物項之類.減號"$-$"表示否定;如"$a\times-b$"底意義是"a"類是"非 b".零"0"簡單地表示沒有分子的類."I"替代"討論界域"(universe of discourse).討論界域底意義我們將要在後面講解.我們現在例示這些符號:(2)

a——"a"類.

$-a$——"非 a"類.

ab——"又是 a 而且又是 b"底類.a 與 b 之間的乘號並不時常寫出.替代類的符號寫在一起,那麼便假定已經有了乘號.

$a-b$——"又是 a 而且又是非 b"底類.

$a+b$——"或爲 a 或爲 b"底類.

我們必須記憶,"或"底意義不是必須互相排外的.這個符式可以更精密地解釋爲"或爲 a 或爲 b 或爲 a 與 b 兩者"的類.

$a+-b$——"或爲 a 或爲非 b 或爲 a 與非 b 兩者"的類.

0——空類.

I——零底否定. 這個類是包含着一切分子——宇宙——的類. 0 與 I 都是單類 (unique classes).

$a=0$——"a" 類是空的,完全沒有分子.

$a\neq0$——"a"類有分子.畫一條斜線在等號之上來否定等號,以表示"a"不等於零.

$a=b$——"a" 類與 "b" 類相同. 比方說,等邊三角形底類是等於等角三角形底類.因為是們底分子是相同的.

以上都是類底演算中的基本概念.我們可以根據這一點來陳述並且解說這種代值學底許多命辭.我們將會在以後看見類底這種演算的確是可以解釋異於類的物項的一種普遍代值學.然而我們祇解釋類,並且僅僅認定它是一種代值學或類底演算;至少現在是如此.

$ab=ba$——"又是 a 而且又是 b" 的類等於"又是 b 而且又是 a" 的類.設"a"代表人類,"b"代表學習的動物.那麼是人類又是學習的動物的那種東西與是學習的動物又是人類的那種東西相同.這也就是說,這兩個類是相等的.

$a\times0=0$——設"a"代表貓類.那麼,又是貓而且又是無何有的物項底類是無何有;或者等於無何有的貓類便是無何有.

$a+I=I$——是"a"或是"任何物"的東西便是"任何物".設"a"代

表灰盤;於是或爲灰盤或爲任何物的東西至少是任何物.

$a+a=a$——在這種代值學中沒有數字的係數.設"a"代表書,那麼或者是一本書或者是一本書的東西便是一本書.

我們無須在這裏將這種代值學中的一切命辭都加以討論.此時要緊的事是必須能夠讀這種種符式與符號.我們現在來說明幾個簡單的斷定命辭:

$ab=0$——沒有"a"是"b".這就是說,又是"a"而又是"b"的類是空的.設"a"代表人,"b"代表天使.又是人而又是天使的這種東西底類沒有分子.簡單地說,就是,沒有人是天使.

$ab\neq0$——又是"a"而又是"b"的類不是空虛的;即,有些"a's"是"b's".設"a"爲政客,"b"爲不誠實的人,那麼,這個符式可以讀作:"有些政客不誠實."

$a\cdot\bar{b}=0$——"a"爲"非b"便是空的,沒有分子.即,凡"a"爲"b".設"a"代替長方形,"b"代替圓形,那麼,不是圓形的長方形便不存在;或者是一切長方形都是圓形.

這種符式可以給予我們將要用來敍述型式邏輯(3)的類以一種精密的與通擴的(generalized)檢討.讀者必須能夠認識這些符號並且了解符示了的類之間的種種關係;因爲它們對於邏輯十分重要.

4. 類底圖示

除了應用符式來表明類的關係以外，還有一種表明類的關係底方法，這種方法就是圖示法．圖示法底優點就在能簡便而明顯地將類之間的一般關係表示出來．

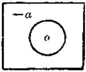
在前一節裏，我們曾說及"討論界域"，又曾說過"I"是表示討論界域的一個符號．討論界域是一個單類，這個單類以一切事物爲其外延．我們且列舉人這個類爲例樣．關於這個類的討論界域可以認爲是：包含着是人和非人的類．這樣一來，就含蓋着我們所能想像得到的任何物項．任何物項必定或是"人"底一個分子或是"非人"底一個分子．比方說，山嶽，教室，鴿，負一底平方根，墨水，彗星，青蛙等等東西都屬於這個討論界域之中，因爲它們都是"非人"這個類底分子．美國陸軍官員，國王，航空員也都屬於這個界域，因爲他們至少是"人"這個類底外延之一部分．但是我們已經指明關於一個特殊類的討論界域．討論界域所型式地考究的是什麼呢？卽，什麼與任何所說的類各自獨立呢？型式地界定起來，討論界域就是包含着一個類底全部外延及其矛盾的那種單類．所以，爲"a"（任何類）或爲"$-a$"（非 a 的類）的任何類是 I（討論界域）．如，黃色東西底類與綠色東西底類便不能決定一個討論界域，因爲這兩個類不相矛盾．黃與非黃，綠與非綠才是相矛盾．所謂矛盾，不獨互相排外，而且又共同盡舉．黃與綠互相排外，但不共同盡舉．一個東西必須是或黃或不黃，但不

必是或爲黃或爲綠；也許爲紅或爲藍，或其他任何顏色．前者爲矛盾(contradictory)，後者爲相反(contrary)"討論界域"這個名稱往往用得很混淆，有時是指着異於界說所界定的某種事物而言．然而在這裏除了指明被界定爲任何一對相矛盾的類之選取的這種意義以外，在任何其他意義之中，我們都不理會它底用法．

我們現在用圖形來表示這些類．設有一個類"a"，我們可以將它畫作一個圓圈如下：

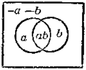
—"a"類．

於是，我們可將討論界域畫做一個包含着"a"的方形或長方形，如：

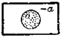


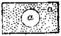
在圓圈之內的領域可以解釋爲"a"類底外延．在圓圈之外，方形或長方形之內的領域是"非a"或"a"底矛盾($-a$)．這兩者合併起來便構成整個的討論界域．這就是說，討論界域是在方形或長方形之內的整個領域．

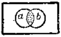
此外，可以包含"b"類，並且將"b"類畫做與"a"類相疊，如：



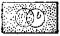
在圓圈中沒有重疊着的領域各別地代表"a"與"b" 在圓圈中的重疊部分爲又是"a"而且又是"b"底類.在圓圈之外而在長方形之內是"a"與"b"底矛盾之領域.在長方形之內的領域共同構成 I 或討論界域.任何可覺知的對象必須屬於這個界域中的某一部分.我們現在用相同的語言的,代值學的,以及圖示的方法來表示類.塗以黑點的部分是在每種情形中用符號所表出來的部分.

是"a"的類. a 

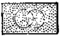
是"非 a"的類. $-a$ 

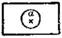
是"a"而且又是"b"的類. ab 

是"a"而是"非 b"的類. $a-b$ 

是"a"或"非 b"或爲"a 與非 b"兩者的類. $a+-a$ 

空類. 0 

包含着一切事物——宇宙——的單類. I 

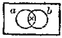
"a"類不等於零——它有分子. $a \neq 0$ 

(在所指的類底領域中的那個叉號之意義是"至少有些".)

這些圖解表示我們在本章第三節中所討論的許多概念.我們現

右圖示幾個簡單的斷定命辭如下:

沒有"a"是"b". $ab=0$  即,是"b"的"a"已經消去,表示沒有"a"是"b".

有些"a"是"b". $ab\neq0$  在圓圈相疊部分中的叉號表示至少有些"a"是"b".

一切"a"是"b". $a-b=0$  消去"a"不是"b"的部分,顯然可知一切"a"都是"b".

有些"a"不是"b". $a-b\neq0$  在 a 中的叉號表示至少有些"a's"不是"b's".

以上的圖解是范恩(Venn)所構作的[4],通常叫做"范恩圖解"(Venn diagrams).當我們討論三段式時,我們將會知道這些圖解可以便利地表明三個類之間的種種關係.可是,在三個類以上,這種圖解便很拙劣,因而失掉了效用.這些圖解之最大便利是簡潔地並且精確地直接表出三個類那樣多的類之間的一切可能關係.這種圖解對於初學邏輯的學生之幫助,正猶之乎黑板與粉筆對於幾何學家底幫助一樣.

5. 本章述要

辭端是類,或者是個體.當着命辭中有個體時,我們可以將它們當做僅僅有一個分子的類;除了不能施行這種辦法以外.邏輯所討

論的命辭之根本主體終究是類.類,它有一個內涵與一個外延.一個類底內涵是界定它的性徵.反之,外延是具有這種性徵的分子.邏輯是討論在外延方面的類.辭端替代類,而且當着辭端指稱它們底全部外延(例如,一切人)時,那末它們便是普及的.當着辭端僅僅指稱它們底外延之一部分(例如,有些人,少許人,等等)時,那末它們便沒有普及.沒有分子的類(例如,半人半馬的怪物類,或獨眼神),便是空類.類,像命辭一樣,也可以符示出來;因此,可以型式地並且精確地研究之.這已經在第三節中討論了少許.類也可以用范恩圖解表示出來,范恩圖解可以精確地在空間裏表示許多類之間的關係底代值學的程式.應用這些圖解底目的是幫助我們淸晰地表示型式地研究了的類之間的種種關係.我們可以在這裏補充地說一句,類之間的許多關係往往是他們底內涵或外延之間的關係.

---

(1) 類的代値學(即,類底演算)是布爾(Boole)與施恩德(Schröder)所發展的.後世邏輯家漸加以修改.讀者假若欲知這種代値學之完備的論述,可參看 C. I. Lewis 底 "Survey of Symbolic Logic",第二章.

(2) 此處的解說係採自 Lewis, op. cit., 與 John Wild 以及 Donald C. Williams 底 "An Elementary Syllabus for Symbolic Logic".

(3) "型式邏輯"這個名稱,西方學者最常取用;但是這個名稱在 exact logic, logistic, symbolic logic, mathematical logic, algorithmic logic 這幾個名稱中要算最不妥的一個;雖則這幾個名稱也各有其不妥處.因爲,嚴格地說,沒有邏輯不是型式的.既是如此,那末,說"型式邏輯"實際就等於說"邏輯的邏輯".邏輯的邏輯,自屬廢辭;至若所謂"形式邏輯",則去邏輯之所以爲邏輯,又遠甚矣!(參看"譯者引語")(譯註)

(4) 參閱 Venn, "Symbolic Logic", 2nd ed., 1894, 第五章.

第 四 章

簡單命辭底涵蘊

1. 所謂思考律

我們已經着重地說過,一切論式都表明有效推論所依據的某些結構或某些原理. 古典邏輯家們將這些原理之中的三個選擇出來,當做"思考律".我們要知道,這些規律不是在心理性質的這種意義之中的規律.假若它們果真是心理律,我們便根本不致於違犯它們,正猶之乎石頭不致於違反重力定律而不下落一樣;然而我們卻時常違犯它們,由此可見它們根本不是心理律.再者,有許多人將這些"規律"當做僅有的思考律,這是一個重大的錯誤.這三種原理不過僅僅是有效推論所根據的許多原理之中的幾個而已.

爲了要討論一個簡單命辭底種種涵蘊起見,那也就是說,爲了要討論一個簡單斷定命辭底種種涵蘊起見,我們首先必須知道叫做思考律的這三種原理:同一,矛盾,與不容中.

同一原理 (principle of identity) 斷說一個東西總是它底自身.假若用命辭來說,這個原理可以寫爲,"若爲 p, 則爲 p"; 用類來

說，可以寫作 "$a=a$". 這是限制一切合理的推論底一種原理.

勿矛盾原理 (principle of non-contradiction) 是說一個命辭不能同時又眞而又妄."p"不能旣眞且妄，p 或 $-p$ 不能俱眞.用類來說，"a"不能爲"b"又爲"$-b$".

不容中原理 (principle of excluded middle) 是說兩個命辭 p 與 $-p$ 必有一眞，必有一妄."p"命辭必須或爲眞或爲妄，但不能又眞而又妄.第三種可能是排斥了，因爲矛盾是相排外的，而又盡舉一切可能；所以，它叫做"不容中律"."一個類 a 必須爲 b 或爲 $-b$"，是這種原理用類所表出的一種陳示.

當我們研究論式時，我們可以知道這種有效推論以之爲根據的原理還有許多；但是現在我們祇知道這三個也就足夠了. 我們稍微考慮一下，便會知道這幾個原理對於論式是怎樣根本重要並且有密切的關係. 假若我們應用文字時觸犯同一原理，那麽我們所應用的文字或專門的表式可以意指任何事物，因而將合理的手術之實現弄成不可能. 同樣，假若觸犯了勿矛盾原理便失掉了一致性 (consistency). 假如有這兩個命辭，"一切金剛石都是貴重的石頭"與"有些金剛石不是貴重的石頭"，我們很容易知道兩者不能同眞；而有一必眞(依據不容中律).

在全部邏輯中我們都可以遇着這三種原理.所以首先對於它們必須有所了解. 在下一段我們將要較詳細地把它們底含意顯示出來.

2. 古典邏輯中的對當方形

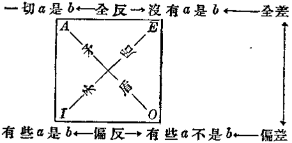
簡單的斷定命辭（這些命辭構成現在所討論的主體）可以依據其分量與性質來分做兩類.

一個命辭底分量是被辭主之是否普及所決定. 我們必須記着，假若某個類底全部外延是被指明了，即，一切分子都包含了時，那末一個辭端或類便是普及了. 例如，在"一切邏輯書都是枯燥無味的"這個命辭中，"邏輯書"這個類是普及了，因爲我們已經指明了這個類中的一切分子. 反之，假如僅僅指明這個類底一部分，那麼這個辭端便沒有普及. 例如，"有些邏輯書是枯燥無味的"，在這個命辭中，"邏輯書"這個類沒有普及，因爲僅僅指明了這個類底一部分外延——僅僅包含着這個類底分子之一部分. 根據這種情形，一個命辭底分量乃有全謂和偏謂之別. 一個全謂斷定命辭 (universal categorical proposition) 是主位辭端普及了的命辭. 一個偏謂斷定命辭 (particular categorical proposition) 是主位辭端沒有普及的命辭.

從以上所講的看來，我們必須明瞭在前面說過幾次的所謂單稱命辭 (singular proposition) 大都有全謂命辭的性質；因爲其中的主位辭端是指稱這個類底全部. 用我們已經列舉過了的一個例子來說，"蘇格拉諦是有死"，很顯然，"蘇格拉諦"是一個類，指明它底一切分子；因爲它祇是構成整個外延的一個單獨個體所形成的. 所以，我們可將單稱命辭當做全謂命辭一樣看待.

至若一個命辭底性質如何，則是被這個命辭之為肯定或為否定所決定.例如，"沒有邏輯是研究思想的學問"，這個命辭是一個否定命辭 (negative proposition)；反之，如"有些人底腦袋很大"，這是一個肯定命辭 (affirmative proposition).

再根據分量與性質，我們可將斷定命辭分做四類：全謂肯定，全謂否定，偏謂肯定，偏謂否定．依據這種四重的區分，便產生亞里士多德所發明的所謂"對當方形"(square of opposition)．這種方形可以顯示斷定命辭之間的某些關係．我們現在先將這個方形畫出來，然後再加以解釋．



為免除混淆起見，我們必須指明這種對當方形僅僅有效於類底通常解釋之基礎上——即，這裏假定在上面所說的各個命辭中的類都有實際存在的分子．但是加入空類這種概念時，我們立刻發現這種方形不能成立．

這個方形底左上方的命辭是一個全謂肯定命辭 (universal affirmative proposition)．右上方的一個命辭是一個全謂否定命辭

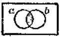
(universal negative proposition) 左下方的一個命辭是一個偏謂肯定命辭 (particular affirmative proposition) 在右下方的一個命辭是一個偏謂否定命辭 (particular negative proposition).

在方形底四角內的字母 A, E, I, O 是替代這些斷定命辭之各種不同的區型的舊傳符號.如,"A"命辭總是一個全謂肯定命辭,"E"命辭總是一個全謂否定命辭,"I"命辭總是一個偏謂肯定命辭,"O"命辭總是一個偏謂否定命辭.因爲指稱各種不同的斷定命辭的這種符號是普及於許多邏輯書中,而且因爲應用這種符號使我們易於敍述,我們假定讀者已經學習了它們,所以我們可以應用這些方法簡單地表明這些斷定命辭.爲簡便起見,我們現在應用在前一章第三節和第四節中所講的代值學的記號法與范恩圖示法來重新表示 A, E, I, O 等符號底意義.

A: 全謂肯定命辭:
　一切 a 是 b : $a-b=0$

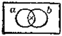
不是"b"的"a"等於 0

E: 全謂否定命辭:
　沒有 a 是 b : $ab=0$



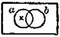
是"b"的"a"等於 0.

I: 偏謂肯定命辭:
　有些 a 是 b : $ab\neq 0$



是"b"的"a"不等於 0.

O: 偏謂否定命辭:
　有些 a 不是 b : $a-b\neq 0$



不是"b"的"a"不等於 0

斷定命辭底這種四重的區分是盡舉的.在第二章中我們曾經指明一切簡單命辭是怎樣可以改變爲邏輯的型式.這種邏輯的型式

(我們在這裏僅僅討論斷定的型式) 總會屬於這四種命辭之中的任一種.例如,"祇有愚笨的人是懶惰的",這是一個 A 命辭,當着改變爲"一切懶惰的人都是愚笨的人"這種邏輯型式的時候,這個命辭便變得顯然易明.此處,這個命辭既是全謂的又是肯定的,因爲所指的主位辭端是整個的.再如,"祇有英雄纔配美人",這個命辭是一個 A 命辭,它底意思是"一切配美人的人是英雄".又可以寫作一個 E 命辭,如,"沒有不勇敢的人是配美人的人底類之分子";但是這種說法很不自然,同時又很笨拙.不過,我們立卽可以知道這些命辭怎樣是相等的.

我們現在要再進而討論被上述的對當方形所指明的簡單命辭之種種涵蘊關係.但是,我們必須記憶,這些涵蘊關係僅僅在所包含的命辭有存在的意義底這種基礎之上纔能成立——那也就是說,我們假定現在所討論的類都有分子存在.

根據勿矛盾原理,我們得知 A 命辭與 O 命辭互相矛盾,不能同眞;E 命辭與 I 命辭也是互相矛盾,不能同眞.根據不容中原理,我們得知每對互相矛盾的命辭 (卽,p 與 $-p$) 中之一命辭必爲眞,另一必爲妄.如,若 A 命辭爲眞,則與之相當的 O 命辭必須爲妄;若 I 命辭爲眞,則與之相當的 E 命辭必須爲妄.復次,若是 A 命辭爲妄,那麼與之相當的 O 命辭必須爲眞.我們現在舉例來將這種道理解釋一下.若"一切愛人都是妒忌的"爲眞,那麼"有些愛人不妒忌"必須爲妄.復次,假若"有些書是值得閱讀"爲妄,那麼"沒有書是值得閱

讀”爲眞．根據這兩條原理，於是我們可以斷定：在任一對互相矛盾的命辭之中，有一必眞，有一必妄．因此從一對互相矛盾的命辭中之任一命辭之爲眞或爲妄，我們可以必然地推斷與它相矛盾的另一命辭之爲眞或爲妄．

還有其他種種推論表明於對當方形之上．無論什麼時候，假若 A 命辭爲眞，那末它底偏差 (subaltern) I 命辭也爲眞．假若 E 命辭爲眞，O 命辭亦然．如，若“一切愛人都是妒忌的”爲眞，那麼“有些愛人是妒忌的”也眞．E 命辭與 O 命辭也是一樣：若“沒有人是無過”爲眞，則“有些人不是無過”也眞．

全反命辭 A 與 E 不能同眞，但是可以同妄．例如，“一切建築物都是美麗的”(A)，與“沒有建築物是美麗的”(E)，這兩個命辭都妄．在兩個全反的命辭中，我們可從其一之眞，推出其一之妄；但是卻不能像互相矛盾的命辭一樣，從其一之妄，而推出另一之眞．例如，若“一切政府都是腐敗的”這話爲眞，則“沒有政府是腐敗”這話必須爲妄．但是我們卻不能從第二個命辭之妄來推出第一個命辭之眞．

偏反命辭 I 與 O 可以同眞，但不能同妄．例如，假若“有些人是會死”爲妄，那麼“有些人不死”必須爲眞．但是我們卻不能從第二個命辭之眞推出第一個命辭之妄，這是因爲偏反命辭可以同眞．例如，以下兩個命辭：“在美國有些銀子用作錢幣”，與“在美國有些銀子不用作錢幣”，這兩個命辭是偏反命辭，兩者都是眞的．

從偏謂命辭之眞，我們不能夠推出它們底全差之眞，亦不能推

出它們底全差之妄;這也就是說,從偏謂命辭之眞,我們不能確定與它相當的全謂命辭之眞或妄.如,假若一個 I 命辭爲眞,我們不能由此推知與它相當的 A 命辭之爲眞或爲妄;O 命辭與 E 命辭亦然.比方說,假若"有些人是哲學家"爲眞,那麼"一切人都是哲學家"這個命辭是否爲眞,或是否爲妄,我們不能藉着第一命辭推論出來.O 命辭也是一樣,假若"有些金屬不是液體"爲眞,我們不能根據這個命辭來推論與它相當的 E 命辭之眞或妄,卽,"沒有金屬是液體"之眞或妄.當偏謂命辭爲眞時,我們不能推論與它相當的全謂命辭之眞或妄;在這種情形之中,不能有何推論.然而,從偏謂命辭之妄,卻可以推斷與它相當的全謂命辭亦妄.例如,假若"有些人長了羽毛"爲妄,那麼"一切人都長了羽毛"也妄.同樣,若"有些天體不發光"爲妄,則"沒有天體發光"也妄.

我們現在列出斷定命辭底各種區型,並且看看可以有些什麼推論.以下盡列對當方形所表示的一切可能推論:

A 眞:E 妄,I 眞,O 妄.
A 妄:E 不知,I 不知,O 眞.
E 眞:A 妄,I 妄,O 眞.
E 妄:A 不知,I 眞,O 不知.
I 眞:A 不知,E 妄,O 不知.
I 妄:A 妄,E 眞,O 眞.
O 眞:A 妄,E 不知,I 不知.
O 妄:A 眞,E 妄,I 眞.

我們已經討論了斷定命辭底四種區型，以及它們藉着應用矛盾原理與不容中原理所施展的種種推論．這些推論叫做直接推論(immediate inferences)．直接推論與間接推論(mediate inferences)是不同的．直接推論是無須加入新命辭或新類而仍然能夠進行推斷的那種推論．這就是說，直接推論是直接根據某某命辭來施行推斷而無需媒介的一種推論．至若間接推論，我們將在以後討論之．

除了已經在上面所討論過了的直接推論以外，還有其他許多有效的直接推論．但是這些推論沒有被對當方形所表示出來，我們將在下一節加以討論．

除了討論這些推斷之外，我們還得切實注意斷定命辭底四種區型中的辭端之普及(distribution)問題．在 A 命辭中主位辭端(subject term)是普及的，而賓位辭端(predicate term)沒有普及；在 E 命辭中主位辭端與賓位辭端都普及了；在 I 命辭中主位辭端與賓位辭端都不普及；在 O 命辭中主位辭端不普及，但賓位辭端卻是普及的．

因爲辭端底普及問題對於邏輯是一個根本問題，所以十分希望讀者通曉這個問題．假若我們不通徹地了解這些簡單命辭中的辭端之是否普及，我們便不能解析其他的直接推論．實行間接推論時也是一樣．我們現在列一個表解來顯示四種斷定命辭中的辭端之普及情形：

命辭	辭主	辭賓
A (一切 S 是 P)	普及	不普及

E	(沒有 S 是 P)	普及	普及
I	(有些 S 是 P)	不普及	不普及
O	(有些 S 不是 P)	不普及	普及

由這個表解中顯然可見一切否定命辭普及其賓位辭端,全謂命辭普及其主位辭端.其餘的一概不普及.

在關於直接推論的全部討論中,為簡潔起見,我們用一個大楷英文字母"S"表示一個命辭底辭主,用一個大楷英文字母"P"表示一個命辭底辭賓.於是,"S"意指主位類(subject class)或主位辭端,"P"意指賓位類或賓位辭端.

3. 換位與換質

還有異於我們在對當方形中所討論的直接推論的其他直接推論.引出這些其他直接推論的方法或運作有兩個,即,換位(conversion)與換質(obversion).

換位是藉着改變辭主與辭賓底位置而無須變更原命辭底性質來從涵蘊着這個命辭的另一命辭中推出這個命辭的一種程術.例如,"沒有 S 是 P"可以轉換為"沒有 P 是 S"(用 S 與 P 各別地代表原來的辭主與辭賓).如,"沒有空氣是固體",將其辭主與辭賓互相對調之,則為"沒有固體是空氣".

換質是藉着變更原命辭底性質(但不變更其辭端底位置)來從涵蘊着這個命辭的另一命辭中推出被辭蘊着的這個命辭.將"一切

S是P"換質得"沒有S是非P". 例如,"一切知識都是有限的",可變成"沒有知識是無限的".在這裏,原命辭底性質是從肯定變爲否定或從否定變爲肯定而沒有變更原命辭中的辭端之位置.

規定這些運作 (operations) 的一條普遍規律是: 在原命辭中沒有普及的辭端在結論(或被推出的命辭)中也不可普及.

在討論四種斷定命辭底一切可能的換位與換質以前,有一點我們必須注意,即,在將一個命辭換質時便變更這個命辭底性質;如前例,將"一切知識是有限的"這個命辭換質,則爲"沒有知識是無限的"(即,非有限的)但是,嚴格地說,這不能算做直接推論,因爲,在被推出的命辭中已經引入第三個類,即,無限事物底類.在原命辭中有兩個類,即"知識"與"有限的事物";但是我們底結論卻引入剛纔所說的第三個類——'無限的事物'."無限的事物"這個類與"有限的事物"這個類不相同,因爲"有限"與"無限"底意義顯然十分不相同.再者,在原命辭"一切知識是有限的"中,'有限的事物"底類沒有普及,因爲沒有肯定命辭普及其賓位辭端.但是,在"沒有知識是無限的"這個被推出的命辭中的"無限的事物"底類是普及的,因爲否定命辭總是普及它底賓位辭端.這麼一來,似乎違犯了直接推論底規律.如果是給與換質以一種特別的解釋,那麼便不免失去了直接推論底根本意義.這種困難顯然是由於引入否定辭端(它祇是沒有變更含容它的命辭之性質而否定了的辭端)所致.

換質底程術是一種特別的直接推論.爲什麼緣故呢?我們現在

要將這種緣故講解一下：在說"一切 S 是 P"時，我們沒有將"P"普及，我們祇將"非 P"普及了．我們稍微考慮一下，便會知道這個命辭底意義至少有一部分是一切 S 從非 P 底整個類中排斥出來了．有人主張非 P 不是在"一切 S 是 P"中存在着的一個類．但是，假如充分解析這個命辭，仍然可以顯示它底意義有一部分被非 P 所限定了——非 P 是從第一個命辭中所傳衍出來的．在這個命辭底換質命辭中，我們沒有引入不包含在原命辭中的任何類．而且因為非 P 在原命辭中普及了，這個換質型式(即換了質的命辭)是有效的，並且合乎直接推論所必遵的規律．在換質底一切情況之中，這都是眞的．在有效的換質之每種情形中的辭端普及問題都可以用這種方法去解析．在停止討論這個問題以前，我們必須知道，這種困難之所以得以解決的，是因為依據於解釋原命辭底意義以及所討論的類底存在意義之上．(1)

我們現在來直接討論各種斷定命辭底直接推論．如我們所知道的，我們已經給於換位與換質底程術之中的某些步驟以某些名稱．這些名稱將會在本節末尾所列的直接推論表中陳示出來．但是，重要的事是在能切實了解這些程術；而不在記憶這些名稱．我們現在僅僅討論"換位"與"換質"．

從 A 命辭開始，"一切 S 是 P"，我們祇可以限量換位來換它．因為"P"沒有普及，所以我們不能說"一切 P 是 S"(例如，原命辭為"一切尼姑 (S) 都是女人 (P)"，假若換為"一切女人 (P) 都是尼姑

(S." 將成笑談).我們必須用"有些"這個表型字限制原來的辭賓"P",纔得這個結果:"有些 P 是 S"(那末上例底命辭"一切尼姑(S)都是女人(P)"可變換爲"有些女人(P)是尼姑(S)").“有些 P 是 S”這個命辭可換質爲"有些 P 不是非 S".這種辦法是必要的,因爲在原命辭中沒有普及的辭端在結論中(或者更妥當地說,在被推出的命辭中)也不可普及."一切 S 是 P" 換質爲"沒有 S 是非 P".假若我們將"沒有 S 是非 P" 換位,則得"沒有非 P 是 S".這個命辭又可換質爲"一切非 P 是非 S".這個命辭又可換位爲"有些非 S 是非 P"."有些非 S 是非 P" 可換質爲"有些非 S 不是 P".我們已經將 A 命辭底換位與換質底全部配換列舉出來了.我們現在再舉個舊例將它們完全例示出來."一切人都有死",換位爲"有些有死的東西是人".而這個命辭可以換質爲"有些有死的東西不是非人"."一切人都有死"換質爲"沒有人是不死的"."沒有人是不死的"可換位爲"沒有不死的東西是人".這個命辭可換質爲"一切不死的東西不是人"."一切不死的東西不是人"可換位爲"有些非人是非死的東西".這個命辭換質爲"有些非人是不死".

E 命辭底種種可能的配換或直接推論如下:"沒有 S 是 P" 換位爲"沒有 P 是 S".這個命辭底換質爲"一切 P 是非 S"."一切 P 是非 S" 換位爲"有些非 S 是 P"."有些非 S 是 P" 換質爲"有些非 S 不是非 P".再從原命辭開始:"沒有 S 是 P",換質則爲"一切 S 是非 P".將這個命辭換位則爲"有些非 P 是 S".再換質我們得"有些

非 P 不是非 S". 現在已經盡舉了這種命辭底推論之可能了.我們且舉一個平常例子來解釋一下:"沒有人是天使",換位為"沒有天使是人"."沒有天使是人"換質則為"一切天使都是非人"."一切天使都是非人"換位則為"有些非人是天使".這個命辭換質為"有些非人不是非天使".再從"沒有人是天使"開始:將這個命辭換質,我們得"一切人都是非天使".這個命辭可換位為"有些非天使是人".再將它換質為"有些非天使不是非人".

I 命辭底直接推論如下:"有些 S 是 P",換質則為"有些 S 不是非 P". 假若我們將"有些 S 是 P"換位,則為"有些 P 是 S". 將它換質得"有些 P 不是非 S". 除此以外,再沒有其他可能的直接推論.我們現在舉個例子將這些推論解說一下:"有些人是愚人".將這個命辭換質便為"有些人不是非愚人".假若我們原將命辭"有些人是愚人"換位,便變為"有些愚人是人".再換質,則為"有些愚人不是非人".

最後,O 命辭底直接推論如下:"有些 S 不是 P",換其質則為"有些 S 是非 P". 再依次換位為"有些非 P 是 S". 這個命辭換質為"有些非 P 不是非 S". 例如,"有些錢幣不是金子".將它換質為"有些錢幣是非金子".再換位為"有些非金子是錢幣".又換質為"有些非金子不是非錢幣".

記憶這些命辭底一切直接推論,以及給於這些推論底名稱,這並不是十分重要的事.所要緊的是必須知道換位是藉着無須變更原

命辭底性質而祇對調其辭端的方法來從涵蘊着這個命辭的另一命辭中推出被此另一命辭所涵蘊着的這個命辭底一種程術；而換質則是藉着否定原命辭底否定來從涵蘊着這個命辭的另一命辭中推出被此另一命辭所涵蘊着的這個命辭之一種程術.

假若我們將以上種種運作及其名稱列一個表顯示出來，那麼對於讀者也許有些益處. 我們必須知道，這些程術總是輪換的——卽，如果一個命辭首先爲換位，那麼其次換質，再次又換位，一直這樣前進，直到推論終了纔止. 又若一個命辭開始就換質，那麼其次便換位，也是一直這樣前進，直到推論終了纔止.

下面箭號指示推論底方向，前面對當方形中所已經表明過了的直接推論不在這裏贅述.

A 命辭

原命辭	一切 S 是 P	→有些 P 是 S	換位
換質	沒有 S 是 $-P$	有些 P 不是 $-S$	換了質的換位
偏反換位	沒有 $-P$ 是 S	有些 $-S$ 不是 P	偏謂戾換
全反換位	一切 $-P$ 是 $-S$	→有些 $-S$ 是 $-P$	全謂戾換

E 命辭

原命辭	沒有 S 是 P	→沒有 P 是 S	換位
換質	一切 S 是 $-P$	一切 P 是 $-S$	換了質的換位
偏反換位	有些 $-P$ 是 S	有些 $-S$ 是 P	偏謂戾換
全反換位	有些 $-P$ 不是 $-S$	有些 $-S$ 不是 $-P$	全謂戾換

I 命辭

原命辭	有些 S 是 P	→有些 P 是 S	換位
	↓	↓	
換質	有些 S 不是 $-P$	有些 P 不是 $-S$	換了質的換位
	0		0

O 命辭

原命辭	有些 S 不是 P	
	↓	0
換質	有些 S 是 $-P$	
	↓	
偏反換位	有些 $-P$ 是 S	
	↓	0
全反換位	有些 $-P$ 不是 $-S$	

當着我們推演一個命辭底一切可能的直接推論時,換位與換質底程序是輪換地進行,一直達到另一種直接推論成爲 *O* 命辭底換位這一點纔停止. *O* 命辭不能換位,因爲未曾普及的主位辭端在一個否定命辭底辭賓中變爲普及的,便觸犯了在原命辭中沒有普及的辭端在被推出的命辭中也不可普及的規律. 當 *O* 命辭是換了位時,推論底可能便行中止.假若我們開始就換位,那麼我們必須重新換質.通常的方法已經在上面所列的表中指明了.

反稱換位 (contraposition) 與戾換 (inversion) 這兩個名稱是指明在換位與換質底程術中的某些步驟.一個偏反換位是一個換了位的換質,一個全反換位是偏反換位底換質. 戾換是以原命辭底主位辭端之否定爲其辭主.

如我們在前面已經說過了的,介紹許多不必要的專門名稱來增加我們學習直接推論底困難,這並沒有什麼益處. 在這裏我們所必

須注意的兩個重要之點,就是對當方形所表明的種種推論以及從換位與換質所產生的種種推論.

4. 直接推論與空類

以上所討論的許多直接推論僅僅是在所討論的類都有分子實際存在的假設之上纔有效.我們現在要探究直接推論是如何受加入空類這種型構底影響.我們首先討論對當方形所表明的那些推論.

因爲"有些"這個表型字涵蘊着它所形容的類底分子之存在,假若這些類有一爲空虛的(卽,沒有分子存在),那麼任何偏謂命辭必須爲妄,這是很顯然的事.如,"西班牙國現在有些皇帝是樸素的",這是一個謬妄的命辭;因爲"西班牙國現在的皇帝"這個類中並沒有分子實際存在.藉着不容中原理,得知這個命辭之矛盾,卽,"沒有西班牙國現在的皇帝是樸素的",爲眞.再者,本乎相同的理由,得知原命辭底偏反命辭也是謬妄的,卽,"西班牙國現在的許多皇帝不樸素".假如這個命辭果眞爲妄,那麼根據不容中原理,得知與這個命辭相矛盾的一個命辭必爲眞;這個命辭是"西班牙國現在的一切皇帝都是樸素的".這是很顯然的,當着我們採取最少解釋的時候(這就是說,當着我們假定這些類都是空虛的時候),一切偏謂命辭爲妄,而與之相當的矛盾命辭爲眞.

在討論對當方形時,我們曾說過,假若我們採取命辭底通常解釋,卽假定這些命辭都有分子實際存在,那麼 A 命辭與 E 命辭不能

同眞，I 命辭與 O 命辭不能同妄．我們又說過，假若一個 A 命辭爲眞，那麼與它相當的 I 命辭必須爲眞；假若 E 命辭爲眞，那麼與它相當的 O 命辭必須爲眞．可是，如果加入空類，那麼一切這些涵蘊關係都不能成立．根據勿矛盾原理與不容中原理，得知一切全謂命辭常眞，因爲與它們相當的矛盾命辭(卽，偏謂命辭)必須爲妄．所以，相反可同眞，而偏謂卻同妄．此外，偏謂命辭不能從與它相當的全謂命辭中推論出來．這樣看來，當着我們將這些類當做是虛空的的時候，古典邏輯底對當方形完全不能成立．

在這裏我們必須注意，假若有一個全謂命辭，我們不知道它底類是否爲虛空的，那麼我們便不能推斷其偏差之眞亦不能推斷其偏差之妄——我們祇能說這是一個疑問．這種情形我們時常遇見；但是在這裏我們暫且假定所討論的類都是虛空的．

關於換位與換質等直接推論，空類僅僅使之不能推論偏謂命辭．在其他方面，換位與換質等推論對於通常解釋與對於最少解釋都是一樣的，並不發生什麼差異．

從以上所講的看來，我們可以顯然知道從一個命辭中所產生出來的可能推論是大大地被它所包含的類之怎樣解釋所限定着．在日常談論之中，我們也往往涉及空類．例如，我們往往喜歡說"一切鬼怪都在夜間出現"——假若"鬼怪"這個類是空虛的，那麼這個命辭所許可的推論範圍較之假若這個類不是虛空的的時候所許可的推論範圍狹隘得多．將"鬼怪"類當做虛空的，我們能夠藉着換質從這

個命辭推出"沒有鬼怪是在非夜間出現",和換位"沒有非鬼怪是在夜間出現",再換質"一切非鬼怪都是在非夜間出現".以空類的解釋爲根據的命辭之直接推論至此便告終結.

我們無需乎在這裏述說以空類的解釋爲根據的 *A* 命辭與 *E* 命辭之一切可能的直接推論.假若我們記着偏謂命辭常妄,那麼參考本章第三節末尾的表解,便可以確定這些直接推論,並且知道可以推出那些全謂命辭.凡此種種,都構成以最少解釋爲根據的有效的直接推論.

5　直接推論底符示

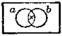
在本章第二節中,我們已經應用代值學的方法與范恩圖示法來表明在對當方形中所表明的命辭之四種區型.在本節我們要簡明地用代值學的方法與圖示法來表明所有的這些配換.

我們首先將在對當方形中所表明的直接推論表明出來,並且假定其中的類有分子存在.

A　命辭——眞

A.　$a-b=0$

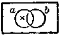

一切 a 是 b——眞

I.　$ab\neq 0$


有些 a 是 b——眞

E.　$ab=0$


沒有 a 是 b——妄

O.　$a-b\neq 0$


有些 a 不是 b——妄

註: 從符號的表式 (symbolic expressions) 與圖解中,我們立刻顯然知道,假若前面兩個命辭爲眞,那末後面兩個命辭便妄

爲否定代值學的表式起見,我們簡單地用一條線畫去等號或取消這根線來否定原來的否定式,假若可能的話.如 $ab=0$ (沒有 a 是 b)是被 $ab\neq0$ (有些 a 是 b) 所否定; $a-b\neq0$ (有些 a 不是 b) 是被 $a-b=0$ (一切 a 是 b) 所否定,其他類推.

A 命辭——妄

A. $a-b=0$  一切 a 是 b——妄

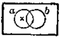
O. $a-b\neq0$  有些 a 不是 b——眞

E. $ab=0$  沒有 a 是 b——不知

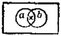
I. $ab\neq0$  有些 a 是 b——不知

E 命辭——眞

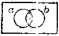
E. $ab=0$  沒有 a 是 b——眞

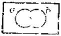
O. $a-b\neq0$  有些 a 不是 b——眞

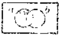
A. $a-b=0$  一切 a 是 b——妄

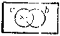
I. $ab\neq0$  有些 a 是 b——妄

E 命辭——妄

E $ab=0$  沒有 a 是 b——妄

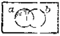
I. $ab\neq0$  有些 a 是 b——眞

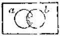
A. $a-b=0$  一切 a 是 b——不知

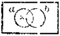
O. $a-b\neq0$  有些 a 不是 b——不知

I 命辭——眞

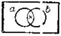
I $ab\neq0$  有些 a 是 b——眞

A $a-b\neq0$  一切 a 是 b——不知

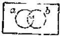
E $ab=0$  沒有 a 是 b——妄

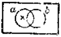
O $a-b\neq0$  有些 a 不是 b——不知

I 命辭——妄

I. $ab\neq0$  有些 a 是 b——妄

A. $a-b=0$  一切 a 是 b——妄

E. $ab=0$  沒有 a 是 b——眞

O. $a-b\neq0$  有些 a 不是 b——眞

O 命辭——眞

O. $a-b\neq 0$  有些 a 不是 b——眞

A. $a-b=0$  一切 a 是 b——妄

E $ab=0$  沒有 a 是 b——不知

I. $ab\neq 0$  有些 a 是 b——不知

O 命辭——妄

O. $a-b\neq 0$  有些 a 不是 b——妄

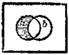
A. $a-b=0$  一切 a 是 b——眞

E. $ab=0$  沒有 a 是 b——妄

I. $ab\neq 0$  有些 a 是 b——眞

以上所顯示的，盡舉了對當方形所表明的一切直接推論．我們現在再來符示換位與換質等直接推論．我們現在仍然假定所討論的類都有分子存在。

A 命辭：

原命辭，$a-b=0$ 

換位"有些 b 是 a"，$ba\neq 0$——是"a"的"b"不等於0

換了質的換位"有些 b 不是非 a", $b-(-a \neq)$——不是"非 a"的"b"不等於零.

因爲我們不能將這種表式換位,所以我們藉着先將它換質以替代將它換位來再從原命辭開始.

原命辭,"一切 a 是 b", $a-b=0$

換質"沒有 a 是非 b", $a-b=0$——是"非 b"的"a"等於零.

換位(偏反換位)"沒有非 b 是 a", $-ba=0$——是"a"的"非 b"等於零.

換質(全反換位)"一切非 b 是非 a", $-b-(-a)=0$——不是"非 a"的"非 b"等於零.

換位(全謂戾換)"有些非 a 是非 b", $-a-b\neq 0$——是"非 b"的"非 a"不等於零.

換質(偏謂戾換)"有些非 a 不是 b", $-a-b\neq 0$——不是"b"的"非 a"不等於零.

這一個例樣足以證示一切藉着換位與換質而行的直接推論是怎樣可以符示出來.我們不再麻煩地將 E, I, O 等命辭加以符示.在離開現在所討論的問題以前,無論怎樣,我們必須知道用范恩圖解來表示一切的直接推論都是可以的,無須乎再去構作其他圖解.這些推論中的任一個可以用那種圖解來直接考驗.

由以上所討論的觀點看來,當着這些類都被假定爲虛空的的時候,我們符示這些有效的直接推論,便成爲一件重複而無益的舉動.因爲當着假定這些類爲虛空時,對當方形不能成立;關於換位與換

質，祇有產生全謂命辭的那些推論纔是有效的。

6. 本章述要

我們已經討論過同一原理，勿矛盾原理，與不容中原理。這幾個原理是幾個基本演繹原理中的三個。這三個原理並不是心理律；而是推論時所必須遵守的邏輯條件。命辭依其分量與性質底變化而表示彼此之間的種種對當關係。這些對當關係可以用古典邏輯中的對當方形表示出來。根據不容中原理與勿矛盾原理，任何命辭所有的某些推論是表現在對當方形之中。在表明這些推論時，我們假定所討論的類都有分子存在。但是，當若我們加入空類的時候，我們便可知道對當方形是如何地不能成立。除了在對當方形中所表明的種種涵蘊關係以外，還有藉着換位與換質而行的直接推論。換位是藉着調換辭端來從一個涵蘊着這個命辭的另一命辭中推出這個被涵蘊着的命辭。換質是藉着變更原命辭底性質來從一個涵蘊着這個命辭的命辭中推出被它所涵蘊着的這個命辭。進行這些推論時所絕對必遵的一條普遍規律是：在原命辭中沒有普及的辭端在被推出的命辭中也不可普及。我們已經指明有效的換位與換質是怎樣地遵守這條規律。在將類解釋爲虛空的的時候，包含着全謂命辭的一切直接推論都眞，包含着偏謂命辭的一切直接推論都妄。在第五節中，我們已經顯示了代值學的與圖解的表示法及其解釋。

在離開討論從一個簡單命辭所產生的直接推論這個問題以前，

我們要簡略地述說在類底三種不同的解釋之中的對當方形之種種涵蘊。

設某命辭爲眞，則相隨的涵蘊亦眞。我們用 A, E, I, 與 O 等字母替代各式的命辭；$\supset$ 爲"涵蘊"(參看第二章，第五節)，在代表命辭的符號之前的一條橫線意指那個命辭爲妄，如 $-A$ 意即 A 爲妄。

I. 我們已經知道主位類有分子存在：

設爲 A. $A\supset I$; $A\supset -O$; $A\supset -E$

設爲 E. $E\supset -I$; $E\supset O$; $E\supset -A$

設爲 I. $I\supset -E$.

設爲 O. $O\supset -A$.

II. 我們已經知道主位類沒有分子存在：

設爲 A. $A\supset E$; $A\supset -I$; $A\supset -O$.

設爲 E. $E\supset A$; $E\supset -I$, $E\supset -O$.

$\left.\begin{matrix} I. \\ O. \end{matrix}\right\}$ 當着主位類是虛空的的時候，常妄，而且不能假定爲眞。

III. 當着假定一個全謂命辭爲眞，而且我們不能確定主位類是否有分子存在時(在這種情形中，這些類底分子關係爲無定)：

設爲 A. $A\supset -O$.

設爲 E $E\supset -I$.

I 與 O.——除非我們能夠決定這些類是虛空的或是不虛空的的時候，否則我們便不能對於偏謂命辭作何種推斷。假若這些類

是虛空的,那麼偏謂命辭便屬於第二表.假若這些類中有分子存在,那麼這些命辭便屬於第一表.

(1) 假若讀者欲知關於這一點的充分的討論,可以參看 James Wilkinson Miller 所作的最佳的論文 "Negative Terms in Traditional Logic", 載在 Vol.XLII, No.1 of The Monist, January, 1932

第 五 章

斷定的三段式

1. 三段式可以當做論式底一個基型

我們已經知道，論式是包含着推論的一種討論區型．我們研究過一個單獨的簡單命辭底種種推論．這樣的種種推論叫做直接推論．這樣的推論之所以是直接的，是因爲這樣的推論不須我們在原命辭以外來推論．現在，在這一章裏，我們要討論間接推論 (mediated inferences)．間接推論底結論不直接從一個單獨的命辭推論出來；而是要藉着第三者來做媒介．間接推論有好幾種不同的基型；但是我們現在祇討論叫做斷定三段式 (categorical syllogism) 的這種基型．

一個斷定三段式是包含着幾個簡單斷定命辭的一種論式．在這種論式之中，兩個類是藉着它們與第三個類所發生的關係來確定它兩者之間的某種關係．例如："一切納人丁稅的人都有選舉權．在這排房屋中的每個人都納了人丁稅．所以，在這排房屋中的每個人都有選舉權．" 此處藉着"在這排房屋中的人"與"有選舉權的人"這兩

個類與第三個類"納人丁稅的人"所發生的關係來確定了它兩者之間的關係。構成這種論式的命辭是斷定的和簡單的。像這樣的一種論式便是一個三段式 (syllogism).

從以上所說的看來，我們可以顯然知道上面那個三段式底結論不能從那些命辭之任一推論出來，而需要第二個命辭。由此我們便可明瞭這種推論不是直接的，而是間接的。我們又必須明瞭，這種推論僅僅以所包含着的類的關係爲根據纔可能。在這個例子中，"居在這排房屋裏的人"底整個類是包含在"納了人丁稅的人"這個類中，而"納了人丁稅的人"這個類又包含在"有選擧權的人"底類中。於是，我們可以推論"在這排房屋中的每個人(或一切人)"這個類是包含在"有選擧權的人"這個類中。包含關係是有傳達性的 (transitive)；因着有傳達性[1]，這種推論纔可能。若是 a 包含在 b 中，而 b 又包含在 c 中，那麼顯然可知 a 是包含在 c 中。這便是以上所說的一個三段式中的許多類之間的關係底一個型式。

2. 三段式底構成分子

一個三段式(在本章中所說的三段式都是指着"斷定三段式"而言)是三個命辭與三個類或辭端所構成的。原有的兩個命辭叫做前提 (premisses), 被推出的一個命辭叫做結論 (conclusion). 辭端 (terms) 是各個命辭中所指的類。

一個三段式無論如何有三個辭端，這三個辭端各別地叫做全謂

辭端或先置辭端(2)，偏謂辭端或次置辭端(3)，以及共同辭端(4)．全謂辭端或先置辭端是在結論底辭賓中出現的一種辭端，偏謂辭端或次置辭端是在結論底辭主中出現的一種辭端．共同辭端是介係全謂辭端或先置辭端與偏謂辭端或次置辭端之間的某種關係的一種辭端．我們現在且列舉一個簡單的例子來解說一下．如，"一切人都是有理性的，一切德國人都是人．所以一切德國人都是有理性的．"在這個三段式中，先置辭端是"有理性的東西"，因爲它在結論底辭賓中出現．次置辭端是"德國人"，因爲它是結論底辭主．共同辭端是"人"這個類．因爲藉着它與其他兩個類發生了什麼關係，於是這種推論纔可能——它是"共同的"或是"媒介的"辭端．

我們知道，三段式中的命辭爲前提和結論．前提分爲全謂前提或先置前提與偏謂前提或次置前提．全謂前提或先置前提是具有全謂辭端或先置辭端的一種前提；偏謂前提或次置前提是具有偏謂辭端或次置辭端的一種前提．結論則是從兩個前提所推斷出來的一種命辭．在上面所舉的例子中，"一切人都是有理性的"是全謂前提或先置前提，"一切德國人都是人"是偏謂前提或次置前提，"一切德國人都是有理性的"爲結論．

3　三段式底模式與格式

在討論簡單的斷定命辭的時候，我們曾經依照斷定命辭底分量與性質上的差異，將它們分做這四類：全謂肯定命辭 (A)，全謂否定

命辭 (E), 偏謂肯定命辭 (I), 與偏謂否定命辭 (O). 三段式底模式 (moods) 是被構成它們的斷定命辭之區型所決定. 如, 假若一個三段式是三個全謂肯定命辭所構成的, 那麼它底模式便是 AAA. 上面所舉的幾個三段式都是屬於這種模式. 另一種模式是 EAE. 例如, "沒有人長翅膀 (E). 一切雀鳥都有翅膀 (A). 所以沒有人是雀鳥 (E)." 由這個例子, 我們顯然可見三段式底模式之數量是與斷定命辭依其分量以及性質之變化所形成的可能的併合之多少相等. 我們現在將這些可能的併合列舉一些如下:

AAA	AEA	AIA	AOA	EEA
AAE	AEE	AIE	AOE	EEE
AAI	AEI	AII	AOI	EEI
AAO	AEO	AIO	AOO	EEO, 等等.

一共有六十四種可能的併合. 但是, 我們立刻可以發覺這些併合並非完全有效, 三段式底模式是因着構成它的命辭底分量與性質之不同而各異.

除了模式以外, 三段式還有種種格式 (figures). 三段式依照兩個前提中的共同辭端底位置之不同而異其格式. 三段式有四種格式, 這四種格式邏輯家用數目標明出來. 在第一個格式中, 共同辭端 (共同辭端總是普及於兩個前提) 是全謂前提或先置前提底辭主; 而是偏謂前提或次置前提底辭賓. 在第二個格式之中, 共同辭端在兩個前提裏都是賓位辭端. 而第三個格式中, 共同辭端是兩個前提底辭

主.在第四個格式中,共同辭端是全謂前提或先置前提底賓位辭端,是偏謂前提或次置前提底主位辭端.

我們現在用大楷字母 P 符示全謂辭端或先置辭端,用 S 符示偏謂辭端或次置辭端,用 M 符示共同辭端,來將這四種格式表明如下:

第一格式	第二格式	第三格式	第四格式
MP	PM	MP	PM
SM	SM	MS	MS
SP	SP	SP	SP

三段式底幾種區型因其模式與格式之不同而發生種種變化.在進行討論以前,我們將這些不同的格式解釋一下:

第一格式

一切人都是會死的	MP
一切英國人都是人	SM
所以,一切英國人都是會死的	SP

第二格式

沒有植物能自己發光	PM
一切星球能自己發光	SM
所以,沒有星球是植物	SP

第三格式

一切樹木都是植物	MP
一切樹木都是有根	MS
所以,有些有根的東西是植物	SP

第四格式

一切雀鳥都有羽毛	PM
沒有長羽毛的東西有四隻腳	MS
所以,沒有四隻腳的東西是雀鳥	SP

4. 三段式底有效模式與古典的規律

在這裏討論三段式底有效模式與古典的規律,我們首先假定所包含的命辭有存在的意義——卽,我們首先假定所討論的類中有分子存在.

在四種格式底一切可能模式之中,有二十四種是有效的.這二十四種如下:

第一格式	第二格式	第三格式	第四格式
AAA	EAE	AAI	AAI
EAE	AEE	IAI	AEE
AII	EIO	AII	IAI
EIO	AOO	EAO	EAO
(1) AAI	(3) EAO	OAO	EIO
(2) EAO	(4) AEO	EIO	(5) AEO

在不同的格式之中,我們如果要發現那一個模式是有效的,祇須考驗一切可能的併合就行了.以上所列舉的模式都是有效的.我們在旁邊加以 (1), (2), (3) 等記號的各種模式是特別叫做所謂"偏謂" (weakened) 結論.這就是說,這樣的結論是從可以被推論的全

謂命辭中所產生出來的一個偏謂命辭.例如,(1)是在第一格式中有一個"偏謂"結論的 AAI 三段式.其實例爲:

一切動物都會死	A
一切人類都是動物	A
所以,有些人是會死的	I

這個三段式中的兩個前提實在涵蘊着"一切人都是會死的"這個結論,同時我們也能夠推出這樣的結論.假若全謂命辭有存在的意義,那麼便涵蘊着與之相當的偏謂命辭;因而這個模式也是有效的.從另一方面說,這樣的三段式可以解釋爲一個 AAA 型式.因爲 I 結論之所以可能,僅僅由於它底偏差與 A 有關係;我們可以說 AAI 模式不是一個分離的單獨的模式.假若我們像這樣解釋,那麼三段式底有效模式祇有一十九個.

我們現在將保證三段式的推論爲有效的幾個規律一一敍述在下面:

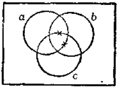
1. 一個三段式必須包含三個而且僅僅三個辭端. 我們已經知道,一個三段式是一種論式,這種論式是藉着兩個辭端與一個共同辭端所發生的關係來確定它們彼此之間的關係.旣是如此,那麼假若少於三個辭端,便根本不能構成一個三段式;假若多於三個辭端,也不能構成一個三段式.違反這條規律的一種謬誤,叫做 Quaternio Terminorum,即,四個辭端底謬誤,或共同辭端有歧義.

2. 共同辭端在前提中至少必須普及一次. 我們已經知道,

當着一個辭端底全部外延已經指稱了的時候,那個辭端便是普及了.假若我們舉一個例子解釋一下,那麼這條規律底效力可以使我們更明瞭一點.例如說,"一切金屬是沉重的而且水也是沉重的",此處關於"金屬"與"水"這兩類之間有什麼關係,我們不能推論出來.我們不能推斷"金屬"與"水"這兩個類是否互相排外,或某類包含某類,或相疊着.我們所知道的不過是這兩個類之每一個至少構成"重東西"這個類底一部分;但是,既然"重東西"這個類是沒有普及,那麼關於這個類底這些部分不能作何推斷.我們再舉個例子如下:

有些美國人是共和黨黨員
有些錫匠是美國人
所以,?

設 a=共和黨黨員,b=美國人,c=錫匠,我們得:



$$\begin{array}{c} ab \neq 0 \\ \underline{cb \neq 0} \\ ? \end{array}$$

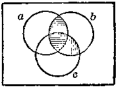
由此可見在 c 與 a(卽錫匠與共和黨黨員)之間有什麼關係,我們不能由此得知.

違犯了這條規律底一種謬誤叫做共同辭端不普及底謬誤.

3. 從兩個否定的前提不能推出什麼結論. 例如:

沒有邏輯書是有趣味的
沒有有趣味的東西是難得了解的
所以,?

從這些前提中不能推出"邏輯書"底類與"有趣味的東西"底類兩者之間有什麼關係.這種道理在范恩圖解中便可顯然易明.設 a = 邏輯書, b = 有趣味的東西, c = 難得了解的東西.於是,我們得 $ab=0$, $bc=0$. 我們現在消去所否定的項目,然後再看在 a 與 c 之間究竟有什麼關係.



很顯然, a 與 c 之間並沒有什麼關係.

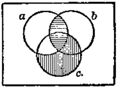
4. 假若任一前提是否定的,那麼結論也必須是否定的. 顯然,假若有一個類是包含在另外一個類中(假若三段式中有兩個否定的前提而不能產生何種結論的話,那麼必須有一個前提為肯定的),而且第三個類是排斥於共同辭端之外,那麼其他兩個類必須互相排外.我們現在列舉一個例子如下:

沒有可食的東西是有毒的
橘子是可食的
所以,橘子是沒有毒的

設 a = 可食的東西, b = 有毒的東西, c = 橘子;於是我們得下式.

$$\begin{array}{c} ab=0 \\ \underline{c-a=0} \\ cb=0 \end{array}$$

我們藉着消去什麼是空虛的來圖示這個型定方式,顯然需要一個否定的結論.



假若是"b"的"a"是空的,以及是"非 a"

的"c"也是空的,那麼是"b"的"c"必須是空的——這就是說,這個結論必須一定爲否定的.

5. 除非前提之一爲否定的,否則結論不能爲否定的. 假若前提都是肯定的,那麼一種肯定的關係在三個類中是決定了,而且所涵蘊着的關係 (implied relation) 必須也是肯定的.因此,結論必須隨之爲肯定的,這條規律可以應用與第四條規律底解釋方法相同的方法來說明.這條規律實際上祇是第四條規律底另一種說法.

6. 在前提中沒有普及的辭端在結論中不可普及. 這是整個演繹推論所必遵的一條規律.假若一個辭端底全部外延沒有與其他辭端相關聯着,那麼我們便不能夠合法地推論關於它底整個外延的任何結論.違犯了這條規律的謬誤叫做全謂辭端或先置辭端與偏謂辭端或次置辭端底"非法普及"(illicit process).

7. 從兩個偏謂前提不能推出什麼結論. 假若兩個前提都是偏謂的,那麼便爲 II, OO, 或者是有一爲 I, 有一爲 O. 如果前提都是 I 命辭,那麼共同辭端便沒有普及,因而沒有什麼結論可以被第二條規律所保證.如果前提都是 O 命辭,那麼沒有什麼結論可以被第三條規律所保證.如果有一個前提爲 I 命辭,另一個前提爲 O 命辭,那麼結論必須被第四條規律所否定.假若共同辭端是普及了,那麼它必須在 O 底辭賓中普及.如在否定的結論中,賓位辭端將要普及,因爲它沒有在它底前提中普及,便違犯了第六條規律,而使任何結論爲不可能.

8. 假若有一個前提爲偏謂,那麼結論亦須爲偏謂. 這條規律底正確性可以應用與我們解釋第七條規律相同的方法來講解得較爲明白些. 假若一個三段式中有一個全謂前提與一個偏謂前提,那麼便沒有辭端底可能合併可以保證一個全謂結論爲有效.

除了在一切格式中的一切模式裏有效的這些普遍規律以外,還有保證各個單獨格式之有效的幾條特殊規律.因爲這幾條規律祇不過是能夠適用於各個格式的普遍規律之特例,所以我們祇將它們述說一下,而用不着什麼解釋.

在第一格式中,偏謂前提或次置前提必須肯定,全謂前提或先置前提必須是全謂的.

在第二格式中,有一前提必須是否定的,全謂前提或先置前提必須是全謂的.

在第三格式中,偏謂前提或次置前提必須是肯定的,結論必須是偏謂的.

在第四格式中,假若任一前提爲否定的,全謂前提或先置前提必須爲全謂的.假若全謂前提或先置前提是肯定的,偏謂前提或次置前提必須爲全謂的.假若偏謂前提或次置前提是肯定的,結論必須爲偏謂的.(5)

5. 三段式底舊傳原則與改變爲第一格式

我們已經述說過三段式底性質,我們知道三段式是論式底一種

型式，並且也述說了保證三段式的推論之有效性的許多規律．考驗任何三段式的推論是否有效底方法，是應用上面所述說過了的那些規律，並且決定它們是否合於那些規律．

在這一節中，我們要討論古典邏輯家用來考驗三段式的推論之是否有效的另外一種方法．這種方法是將一切三段式改變爲第一格式．

三段式有一條普遍的原則，叫做全偏法則 (dictum de omni et nullo)．這條原則是亞里士多德 (Aristotle) 所構作的．這條原則已經有了各種解釋．然而這些不相同的解釋都易遭反對，我們現在不在這裏述說這些．

我們知道一個三段式是討論類的一種論式．這種論式是企圖藉着第三個類或辭端 (即，共同辭端) 來決定兩個類或辭端 (我們將這兩個辭端各別地叫做全謂辭端或先置辭端與偏謂辭端或次置辭端) 之間的一種關係．什麼是這種普遍的原則呢？如果像這樣的任何推論是可能的話，那麼藉着什麼纔可能呢？對於這個問題底解答必須是在全偏法則中所尋求出來的類底一個普遍原理．我們對於全偏法則底解說是這樣的：在類底全部外延中爲其斷說者 (predicable) 的東西也是它底任何次類 (sub-class) 底斷說者．我們必須記憶，單稱命辭將它底辭端當做類．例如，當我們說"美國現在的大總統是國家底行政元首"時，我們是將這個命辭底意義解釋爲"美國現在的大總統底類 (這個類祇有一個分子) 是包含在這個國家底行政元首底類

之中"(這個類也祇有一個分子).這樣看來,三段式底普遍原則沒有受以爲這種原則未曾說明包含着個體的推論的這種反對論調之影響,如果我們將一切像這樣的命辭當做僅僅是包含着類的話.在上面所說的一個命辭中,三段式底普遍原則是說,無論什麼是"這個國家底行政元首"這個完全的類底斷說者,便也是它底次類"美國現在的大總統"底斷說者.

這條法則底滿足在第一格式中表現得最明白,最直接.假若我們說,"一切 M 是 P 和一切 S 是 M",我們就是在說 S 是 M 底一個次類,所以,根據三段式的原理,得知什麼是 M 底斷說者,即 P,便也是 M 底任何次類之斷說者,如 S.所以,P 是 S 底斷說者,即,S 是 P.復次,假若我們說,沒有 M 是 P 而且一切 S 是 M,那麼我們就是在說 S 是 M 底一個次類,並且斷定了沒有 M 是 P 根據這個法則,我們得知什麼是 M 底斷說者 (M 是被排斥於 P 之外),也是 S 底斷說者.所以,我們可以推斷:沒有 S 是 P.在這裏,無論什麼是類底全部外延中的可能的斷說者,便也是這個類底任何次類之可能的斷說者的這個法則是淸晰地顯示了.

在第二格式中,這個法則底出現就不像在第一格式中這樣顯然易明.例如:

沒有 P 是 M
有些 S 是 M
∴ 有些 S 不是 P

在此處，這個法則是已經滿足了。我們已經斷定它底次類 S 底 M，又斷說 M 底全部是排斥於 P 之外，因此我們可以斷定 M 底次類 S 是排斥於整個的類 P 之外。當我們倒轉第一個前提時，而且將這個三段式用第一格式表示出來時，我們便可較爲易於明瞭這一點。

沒有 M 是 P（沒有 P 是 M 底換位）
有些 S 是 M
∴ 有些 S 不是 P

這個三段式是很顯然地合乎這個法則。

因爲古典邏輯家將第一格式當做完整的格式，所以在考驗其他格式中的推斷時，首先便將它們改變爲第一格式，然後再考驗第一格式，以決定它是否滿足了這個法則。除了第一格式以外，其餘的第二格式，第三格式，及第四格式都叫"不全格式" (imperfect figures)。我們現在要考察將不全格式改變爲完全格式底一些方法；但是我們在這裏卻不討論有偏謂結論的那些模式。

在第二格式中有以下的一些可能合併：

EAE

AEE

EIO

AOO

我們可以繼續採取這些合併，並且指明怎樣改變爲第一格式：

	第二格式	改變	第一格式
E	沒有 P 是 M	換位	沒有 M 是 P
A	一切 S 是 M		一切 S 是 M
E	∴ 沒有 S 是 P		∴ 沒有 S 是 P
A	一切 P 是 M		沒有 M 是 S
E	沒有 S 是 M	換位並變更前	一切 P 是 M
E	∴ 沒有 S 是 P	提底倫序	∴ 沒有 S 是 P (這個命辭直接根據沒有 P 是 S)
E	沒有 P 是 M	換位	沒有 M 是 P
I	有些 S 是 M		有些 S 是 M
O	∴ 有些 S 不是 P		∴ 有些 S 不是 P
A	一切 P 是 M		
O	有些 S 不是 M		
O	∴ 有些 S 不是 P		

這一個三段式可以用所謂"間接改變" (indirect reduction) 法來改變成第一格式. 這種方法是假定結論爲妄, 因而確定其矛盾爲眞, 一個新三段式是將原來結論底矛盾當做一個前提而且將原來前提中之一當做另一前提所構成的. 假若原來的三段式是有效的, 那麽這個新生的三段式可以涵蘊着已被改造的原來的前提之矛盾. 這樣一來, 所產生的三段式便合於第一格式, 如:

	一切 P 是 M
原結論底矛盾	一切 S 是 P
第二個前提底矛盾	∴ 一切 S 是 M

於是我們可以說, 假若原來的前提都眞, 那麽結論也必眞, 因此原來

的三段式藉着改變爲第一格式證明其爲一致的.我們現在列舉一個例子解說一下:

第二格式

懶惰的人好浪費時間	一切 P 是 M
有些音樂家並不浪費時間	有些 S 不是 M
∴ 有些音樂家並不懶惰	∴ 有些 S 不是 P

間接改變爲第一格式

懶惰的人好浪費時間	一切 P 是 M
一切音樂家都懶惰	一切 S 是 P
∴ 一切音樂家都好浪費時間	∴ 一切 S 是 M

這個結論與原來的第二前提相矛盾. 因此原來的前提爲眞(根據假設), 第二個三段式因爲用第一個三段式底結論之矛盾做它底一個前提而變爲妄. 第二個三段式表明此處這一個前提爲妄, 因此它底矛盾(即,第一個三段式底結論)爲眞.

我們現在來改變第三格式.

	第三格式	改變	第一格式
A	一切 M 是 P		一切 M 是 P
A	一切 M 是 S	限量換位	有些 S 是 M
I	∴ 有些 S 是 P		∴ 有些 S 是 P
I	有些 M 是 P	換位並改變前提底倫序	一切 M 是 S
A	一切 M 是 S		有些 P 是 M
I	∴ 有些 S 是 P	換位	∴ 有些 P 是 S

A	一切 M 是 P		一切 M 是 P
I	有些 M 是 S	換位	有些 S 是 M
I	∴ 有些 S 是 P		∴ 有些 S 是 P
E	沒有 M 是 P		沒有 M 是 P
A	一切 M 是 S	限量換位	有些 S 是 M
O	∴ 有些 S 不是 P		∴ 有些 S 不是 P
O	有些 M 不是 P	間接改變	一切 S 是 P
A	一切 M 是 S	參看以上第二格式	一切 M 是 S
O	∴ 有些 S 不是 P		∴ 一切 M 是 P
E	沒有 M 是 P		沒有 M 是 P
I	有些 M 是 S	換位	有些 S 是 M
O	∴ 有些 S 不是 P		∴ 有些 S 不是 P

我們現在藉着將第四格式改變爲第一格式來證明它是否有效。

	第四格式	改變	第一格式
A	一切 P 是 M	變更前提底倫序	一切 M 是 S
A	一切 M 是 S		一切 P 是 M
I	∴ 有些 S 是 P		∴ 有些 S 是 P(還是直接根據有些 P 是 S)
A	一切 P 是 M	變更前提底倫序	沒有 M 是 S
E	沒有 M 是 S		一切 P 是 M
E	∴ 沒有 S 是 P	換位	∴ 沒有 P 是 S
I	有些 P 是 M	變更前提底倫序	一切 M 是 S
A	一切 M 是 S		有些 P 是 M
I	∴ 有些 S 是 P	換位	∴ 有些 P 是 S

E	沒有 P 是 M	換位	沒有 M 是 P
A	一切 M 是 S	限量換位	有些 S 是 M
O	∴ 有些 S 不是 P		∴ 有些 S 不是 P
E	沒有 P 是 M	換位	沒有 M 是 P
I	有些 M 是 S	換位	有些 S 是 M
O	∴ 有些 S 不是 P		∴ 有些 S 不是 P

我們必須明瞭,在不全格式中的一切有效的模式可以改變為第一格式以證明之.在第二格式底 *AOO* 與第三格式底 *OAO* 中所發生的間接改變底方法與數學中所應用的反證論法 (reductio ad absurdum) 相當.這個證明方法是指示藉着假定結論底矛盾並且應用前提之一可以推出其他與前提相矛盾的結論,所以原來的結論為眞.

將其他格式改變為第一格式是否就必須證明具有其他格式的三段式,這還是一個很大的問題.清晰與簡潔底問題是相對的——全偏法則是充分清晰地顯示於不全格式底有效模式之中,是否因而使改變成第一格式這件事成為很浮泛的舉動,這還是一個可爭論的問題;不過我們不在這裏討論.

中世紀時代底邏輯家發明了一種助記韻語 (mnemonic verse),幫助我們改變不全三段式.這些韻語如下:

Barbara, Celarent, Darii, Ferioque, prioris;
Cesare, Camestres, Festino, Baroko, secundae;
Tertia, Darap, Disamis, Datisi, Felapton,
Bokardo, Ferison, habet; Quarta in super addit
Bramantip, Camenes, Dimaris, Fesap, Fresison.

Prioris, secundae, tertia, 與 quarta 代表四個格式.

"Barbara", "Celarent" 等等是各種模式底名稱.每個名稱裏的三個有音字母是遵循一定的倫序來替代各個命辭以構成種種有效的模式.如,"Darapti" 是代表第三格式中的 AAI 模式.在這些韻語中,有將不全格式改變爲第一格式的一切方法之指標."S" 指明被在前面的有音字母所表示的命辭是可以簡單換位."P" 指明被在這個命辭前面的有音字母所表示的命辭是實行限量換位(又叫做 per accidens,它說明 "P")."m" 指明前提底倫序必須戾換."k" 指明三段式必須用間接改變的方法來證明.每個字中的大楷字母 C, B, S, D 等等代表不全格式底模式所要改造成爲第一格式底模式.

在結束討論這個問題以前,我們可以摘要地說幾句:三段式底普遍原則是全偏法則.依照古典邏輯看來,這個法則是最完全地表示於第一格式之中.其餘的不全格式可以改變爲完全格式以證明之.

6. 斷定三段式底兩種基型

我們已經根據古典邏輯的看法將三段式完全討論過了.我們已經將有效的三段式分爲十九類(或二十四類,假若有偏謂結論的三段式也計算在內的話),並且已經指明在不全格式中的三段式是怎樣地改變爲第一格式以證明其眞妄.對於三段式的這樣的一種完全的討論是很麻煩的,並且是很繁複的.在這一節裏,我們要將古典邏輯對於三段式底解析簡化一下.

我們已經假定所討論的一切命辭都有存在的意義．此後，我們並不這樣假定，除非存在的意義是特別指明出來．在無論什麼全謂命辭中，我們一概假定不知道它們所包含的類與分子底關係不能確定．在另一方面，我們總是假定偏謂命辭包含着分子底存在．如我們所知道的，在前面有"有些"等等表型字的命辭便包含着分子；反之在前面有"一切"，"沒有"等等表型字的命辭卻不必須包含着分子．我們現在將下列的一個三段式考察一下：

一切叛徒必須槍決

一切走漏消息的人是叛徒

∴ 有些走漏消息的人必須槍決

依照古典邏輯講來，這個三段式是有效的．但是，假若我們稍微過細考慮一下，便會發現這個三段式是無效的．"一切叛徒必須槍決"可以完全是一個眞命辭，但是卻沒有說任一個類有分子存在．次習前提"一切走漏消息的人是叛徒"也可以是一個眞命辭，但是卻不必須意謂著它所包含着的類有分子存在．結論"有些走漏消息的人必須槍決"，這個命辭之眞是依據於"走漏消息的人"這個類底分子底存在意義之上．但是這個類既不是顯然斷說了又不是被前提所涵蘊着．這個結論之所以無效，是因為它推出所沒有涵蘊着的東西．假若我們說，"一切走漏消息的人必須槍決"，那麼這個三段式便有效．因為這個命辭並不包含或豫先假定不包含在前提之中的任何事物．

如果不假定類有分子存在，除非前提將它指示出來，否則我們

可以將所謂三段式底有效模式之數目從二十四個減到一十五個.古典邏輯往往假定命辭有存在的意義,因此認定有"偏謂"結論的三段式是有效的.這樣的三段式,如我們所知道的,都爲無效;除非其他前提指明所包含着的類中有分子存在.在解析三段式底型式時,我們可以認爲"偏謂"三段式底五種模式都無效.這樣一來,三段式祇剩下一十九種有效的模式.還有具備全謂前提和偏謂結論的其他四種模式:在第三格式中爲 AAI (Darapti) 與 EAO (Felapton),在第四格式中則爲 AAI (Bramantip) 與 EAO (Fesapo).於是,有一十五個有效的模式:

第一格式	AAA	EAE	AII	EIO
第二格式	EAE	AEE	EIO	AOO
第三格式	IAI	AII	OAO	EIO
第四格式	AEE	IAI	EIO	

在本章第五節中,我們曾說過第一格式是三段式裏的"完全"格式,因爲第一格式最清晰地顯示三段式底原理.於是我們便指明具有"不全"格式(即,第二格式,第三格式,和第四格式)的一切有效模式如何能夠改變爲第一格式以證驗其眞妄.假若我們能夠將有不全格式的三段式變爲相等的有第一格式的三段式,那麼我們也可以將有第一格式的三段式變爲相等的有其他格式的三段式.這個意思就是說,具有不全格式的有效模式與具有第一格式的有效模式兩者之

間是相等的.例如,第四格式裏的 Camenes 可以改變爲在第一格式裏的 Celaront; 而在第一格式裏的 Celarent 可以相等地用在第四格式裏的 Camenes 表述出來.這僅僅祇要更換前提底倫序就可以了.我們要知道,這種相等是普遍於一切格式.所以,將三段式分爲各種不同的格式似乎是很牽強的事.我們說這種類分是牽強的,就是說這種類分並沒有根據嚴格的邏輯型式,而是根據於用來表明三段式的文字所在的偶然位置之上.

我們必須記憶,"相等"底意思在這裏是"意義底同一"(identity of meaning).例如,"沒有人是天使"與說"沒有天使是人"是相等的;即,這兩個命辭在意義上相等.再者,"人是善於研究邏輯的動物"這個類與"善於研究邏輯的動物是人"這個類底意義是相同的.像這樣的許多類恰恰有相等的外延.當着我們肯定兩個三段式是相等的時候,我們就是簡單地說這兩個三段式底意義相等;它們所說的是同一的論點.

三段式底格式是以在前提中的共同辭端所在位置而定.我們已經說過,在各種不同的三段式裏的共同辭端可以有種種變化,因此在許多三段式之間可以有許多相等.共同辭端底所在位置不是根本重要的條件.

再者,古典邏輯依照三段式底模式來討究三段式大多是以前提底倫序爲根據.其實,前提底程列倫序並不重要,而且並不影響論式底眞正結構.我們現在列舉一個例子來解釋這個道理:

一切物體都會下落
彈子是物體
∴ 彈子會下落

我們可以同樣地說：

彈子是物體
一切物體都會下落
∴ 彈子會下落

由此可見結論之眞妄與前提所程列的倫序完全無關；也與我們加於各個命辭和辭端的名稱完全無關．這並沒有什麼希奇．

如果我們用 p, q, r 等等字母替代命辭，那麼一個三段式底型式總是，"假若爲 $p \cdot q$，則爲 r"．這與說"假若爲 $q \cdot p$，則爲 r" 在邏輯上的意義完全相同．這就是說，在一個帮合命辭裏的成分命辭 (constituont proposition) 所程列底倫序並不變更帮合命辭底意義．前提底倫序與三段式底嚴格型式的解析完全無關．如剛纔所說的，"假若爲 $p \cdot q$，則爲 r"，其中的 "$p \cdot q$" 之倫序在邏輯上並不重要，我們寫作 "$q \cdot p$" 也未嘗不可．"一切人都會死，蘇格拉諦是一個人；所以蘇格拉諦是會死"，這個三段式有這種結構："假若一切人都會死而且蘇格拉諦是一個人，那麼蘇格拉諦是會死．"在下一章我們要將命辭底這種型式(即涵蘊型式)加以較詳細的討論．我們現在祇要知道三段式不過是涵蘊着第三個命辭的斷定命辭之帮合所形成的就足夠了．

正如前提底倫序是無關緊要一樣，類底配列也是無關緊要的．"一切人不是天使"這個類與"一切天使不是人"這個類相同．用類的

符號表示出來便是:

$$ab=ba,\ a-b=-ba,\ b-a=-ab$$

這就是說,陳說契合的類所用的倫序完全無關緊要.上面所寫的符式中的等號之意義是"相等"(equivalent to)或"同一"(identical with).

因爲類底倫序與前提底倫序在邏輯上無關緊要,所以將三段式瑣細地分做許許多多模式以及格式似乎是十分浮泛的舉動.

我們現在要進而討論三段式底嚴格邏輯的解析.

三段式恰恰有兩種基型:一種是兩個全謂前提所組合而成的;另一種是一個全謂前提與一個偏謂前提所組合而成的.我們現在先討論以兩個全謂前提所組合而成的這種基型.

我們所說過的三段式底原理如下:'什麼是一個類底全部外延中的斷說者也是它底任何次類之斷說者."一個三段式需要三個類,其中之一介系其他兩個類;即,藉着第三個類來確定其餘兩個類之間的關係.爲達到這種目的,必須"消去"第三個類(第三個類我們將它叫做"共同"辭端或共同類).比如說,"一切人都會笑,中國人是人;所以中國人會笑."在這個三段式中,我們是首先藉著將"中國人"和"會笑的東西"與第三個辭端"人"相聯合然後將"人"消去的方法來確定"中國人"與"會笑的東西"兩者之間的一種關係.藉着消去共同類然後在結論中所確定的關係不是排外便是包含.

將三段式分這兩種基型不是根據辭端與前提底偶然配列;而是

根據可以消去在兩個前提中的共同辭端的這種結構,在全謂命辭中的這種消革 (elimination) 底普遍公式是:

$$\begin{array}{r} b-c=0 \\ a-b=0 \\ \hline \therefore\ a-c=0 \end{array}$$

此處 "b" 替代在兩個前提中都有的一個類,即共同辭端.這個公式底特徵是:在有兩個全謂前提的每個三段式中,共同辭端在一個前提中爲正,在另一個前提中爲負.因此一切命辭都等於零.共同辭端在結論中可以消去,所餘的兩個類是以它們在前提中所有的相同性質契合地陳列在結論裏.這也就是說,假若類在它底前提中爲否定,那麽在結論中爲否定;假若在它底前提中爲肯定,那麽在結論中也爲肯定.

我們現在將有兩個全謂前提的一切三段式察閱一下,我們將會知道這種公式是怎樣普及於一切格式.

第一格式

Barbara	Celarent
一切 M 是 P	沒有 M 是 P
一切 S 是 M	一切 S 是 M
∴ 一切 S 是 P	∴ 沒有 S 是 P
$b-c=0$	$bc=0$
$a-b=0$	$a-b=0$
$\therefore\ a-c=0$	$\therefore\ a-c=0$

第二格式

Cesare	Camestres
沒有 P 是 M	一切 P 是 M
一切 S 是 M	沒有 S 是 M
∴ 沒有 S 是 P	∴ 沒有 S 是 P
$cb=0$	$c-b=0$
$a-b=0$	$ab=0$
$\therefore a-c=0$	$\therefore a-c=0$

第四格式

Camenes

一切 P 是 M

沒有 M 是 S

∴ 沒有 S 是 P

$$
\begin{array}{r}
c-b=0 \\
ab=0 \\
\hline
\therefore a-c=0
\end{array}
$$

此處"b"是普及於這些前提之中,因此是共同辭端.在每一個三段式之中,共同辭端一次爲肯定,一次爲否定;在結論中便消去了.在結論中等於零的類與它們在各個前提中所有的性質相同.這種簡單的公式是表明三段式底一個基型之邏輯型式或結構.在前提中的共同辭端所在的位置,前提底程列倫序,以及在一切命辭中之絜合倫序與這些有效的三段式之結構無關.

我們現在再來討論三段式底另一種基型——即,有一前提爲全

謂有一前提爲偏謂的基型.這種基型底普遍公式是:

$$\begin{array}{r} a-b=0 \\ c-b\neq 0 \\ \hline \therefore\ c-a\neq 0 \end{array}$$

此處的問題也是要消去共同辭端的問題.在這種情形中共同辭端往往以同一的性質(或爲肯定,或爲否定)表現在兩個前提裏面.這個結論藉着否定在全謂命辭中的類之性質並且使在偏謂命辭中的類之性質仍然不變來綜合聯繫其他兩個類.這個結論總是偏謂的.我們必須注意,假若一個類已經是否定的,那麼可以簡單地用另一個否定來否定它,而使之變爲肯定的.例如,"$-a$"是被"$-(-a)$"所否定,結果等於"a".可見一個雙重的否定總是等於一個肯定.

我們現在將有一全謂前提與一偏謂前提的一切三段式察閱一下,以證明這種公式在一切特殊例子中都是有效的.

第一格式

Darii	Ferio
一切 M 是 P	沒有 M 是 P
有些 S 是 M	有些 S 是 M
∴ 有些 S 是 P	∴ 有些 S 不是 P

$$\begin{array}{r} b-a=0 \\ cb\neq 0 \\ \hline \therefore\ c-(-a)\neq 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} ba=0 \\ cb\neq 0 \\ \hline \therefore\ c-a\neq 0 \end{array}$$

卽, $ca\neq 0$

第二格式

Festino

沒有 P 是 M

有些 S 是 M

∴ 有些 S 不是 P

$ab=0$

$cb\neq 0$

$\therefore\ c-a\neq 0$

Baroko

一切 P 是 M

有些 S 不是 M

∴ 有些 S 不是 P

$a-b=0$

$c-b\neq 0$

$\therefore\ c-a\neq 0$

第三格式

Disamis

有些 M 是 P

一切 M 是 P

∴ 有些 S 是 P

$ba\neq 0$

$b-c=0$

$-(-c)a\neq 0$

$\therefore\ ca\neq 0$

Datisi

一切 M 是 P

有些 M 是 S

∴ 有些 S 是 P

$b-a=0$

$bc\neq 0$

$\therefore\ c-(-a)\neq 0$

即 $ca\neq 0$

第三格式

Bokardo

有些 M 不是 P

一切 M 是 S

∴ 有些 S 不是 P

$b-a\neq 0$

$b-c=0$

$-a-(-c)\neq 0$

$\therefore\ -ac\neq 0$

Ferison

沒有 M 是 P

有些 M 是 S

∴ 有些 S 不是 P

$ba=0$

$bc\neq 0$

$\therefore\ c-a\neq 0$

第四格式

Dimaris	Fresison
有些 P 是 M	沒有 P 是 M
一切 M 是 S	有些 M 是 S
∴ 有些 S 是 P	∴ 有些 S 不是 P
$ab \neq 0$	$ab = 0$
$b - c = 0$	$bc \neq 0$
$a - (-c) \neq 0$	$c - a \neq 0$
∴ $ac \neq 0$	

所以，在有一個全謂前提與一個偏謂前提的三段式中，共同辭端以同一的性質存在於前提裏面；而且結論藉着保留偏謂前提底類以消去那個辭端並且改變在全謂前提中出現的類所有的性質。

這種公式可以無一例外地有效於具有第二種基型的三段式。我們現在舉幾個例樣如下：

有些液體是金屬	b = 金屬
一切金屬是沉重的	c = 液體
∴ 有些液體是沉重的	a = 沉重的東西
$cb \neq 0$	屬於金屬的液體底類不等於零
$b - a = 0$	不沉重的金屬底類等於零
$c - (-a) \neq 0$	∴ 不是不沉重的液體底類不等於零
$ca \neq 0$	即，是沉重的液體底類不等於零

一切罪犯都是有危險性的	b = 罪犯
有些暴徒是罪犯	c = 有危險性的人
∴ 有些暴徒是有危險性的	a = 暴徒

$$\begin{array}{rl} b-c=0 & \text{不危險的罪犯底類等於零} \\ ab\neq 0 & \text{是罪犯的暴徒底類不等於零} \\ \hline \therefore\ a-(-c)\neq 0 & \therefore\ \text{不是不危險的暴徒底類不等於零} \\ \text{即，}ac\neq 0 & \text{即，有危險性的暴徒底類不等於零} \end{array}$$

我們現在將上面所說的一切總括地說幾句，以結束本節：因着前提底倫序以及辭端結合底方法在邏輯的結構上無關緊要，所以古典邏輯將三段式分爲種種模式與種種格式是不必要的舉動；而且從純粹邏輯的觀點看來，這種分法是不精密的.三段式有兩種基型——一種是有兩個全謂前提，另一種是有一個全謂前提和一個偏謂前提.三段式是藉着第三個類來將其餘的兩個類聯繫起來的一種論式之型式.三段式底這兩種基型是代表消去第三辭端底兩種模式.第一種基型底公式是：

$$\begin{array}{r} b-c=0 \\ a-b=0 \\ \hline \therefore\ a-c=0 \end{array}$$

第二種基型底公式是：

$$\begin{array}{r} ab=0 \\ cb\neq 0 \\ \hline \therefore\ c-a\neq 0 \end{array}$$

不管我們怎樣變更前提底位置，共同辭端底位置，或變更在各種命辭中的類之程列倫序，而這兩種公式(6)總是不變。

Monistic
diatic

7. 不相容式(反理式)

我們已經知道古典邏輯將三段式分得很瑣細是一件不必要的舉動.經過一番解析之後,我們將這種論式之型式改變爲兩種基型,一種是以兩個全謂命辭爲其前提,另一種是以一個全謂命辭和一個偏謂命辭爲其前提.任何有效的三段式必定是屬於這兩種基型中之一種.我們可以藉着決定一個三段式是否合乎上列公式之一來權量它底眞妄.在這一節中,我們要討論較以上對於三段式的解析更爲簡單的一種解析程術.

任何三段式之是否有效都可以用不相容式 (inconsistent triad) 或反理式 (antilogism) 來決定.(7) 假若我們隨意列舉一個有效的三段式並且否定它底結論,而且採取原來的前提,於是我們得着任何兩個命辭涵蘊着第三個命辭底矛盾的這樣的命辭底一個三項式 (triad).這個所出產的三項式是不相容的,於是可以證明原來的三段式確實是有效的.反之,如果所出產的三項式是相容的,那麼原來的三段式便無效.假若我們用上一節所說的有效三段式底公式來解析這個三項式的話,這一點便很顯然易明.我們現在且舉個例子如下:

一切囓齒類動物都是多產的
一切兔類都是囓齒類動物
∴ 一切兔類都是多產的

設 b = 囓齒類動物, c = 多產的動物, a = 兔類,那麼這個三段式可用代值學的方式程示如下:

(1)	$b-c=0$	(一切 b 是 c)
(2)	$a-b=0$	(一切 a 是 b)
(3)	$\therefore\ a-c=0$	($\therefore$ 一切 a 是 c)

我們必須記着，如果要否定像上面所說的代值學的等式 (algebraic equation),僅僅祇須畫一條斜線通過表示相等的那個等號就可以了.[或者，如果原來就是一個不等式 (inequation)，那麼就消去表示不相等的那一條斜線.]例如，$a-c=0$ (一切 a 是 c) 這個等式底矛盾是 $a-c\neq 0$ (有些 a 不是 c). 假若我們否定上述的三段式之結論，而且再將這個已經被否定了的結論和它底原來前提聯合在一起，那麼便得以下的三項式：

$$(1)\quad b-c=0$$

$$(2)\quad a-b=0$$

$$(3)\quad a-c=0$$

從這個三項式之中，我們可以構成三個三段式. 這所構成的三個三段式都是不相容的，並且涵蘊着結論底矛盾. 如採取 (1) 與 (2) 為前提，我們便推出涵蘊着 (3) 底矛盾的一個三段式.同樣，(2) 與 (3) 涵蘊着 (1) 底矛盾；(1) 與 (3) 涵蘊着 (2) 底矛盾.這對於每個不相容式都是眞的.我們現在依次述說這些相異的合併.

(1)	$b-c=0$	根據以全謂命辭為其前提的三段式底公式，便
(2)	$a-b=0$	產生這個結論之矛盾. 這就是說，原來的三段式是
(3)	$a-c\neq 0$	有效的.

用 (2) 與 (3) 為前提，我們得：

(2) $a-b=0$　　這裏也是一樣，根據以一全謂命辭與一偏謂命

(3) $a-c\neq 0$　　辭爲前提的三段式底公式，命辭 (2) 與 (3) 涵蘊着

(1) $b-c=0$　　(1) 底矛盾——卽，$b-c\neq 0$.

最後，用 (1) 與 (3) 爲前提，便得如下的不相容式：

(1) $b-c=0$　　此處被三段式底第二種基型之公式所涵蘊着

(3) $a-c\neq 0$　　的結論是 $a-b\neq 0$，它是這個三項式底結論之矛

(2) $a-b=0$　　盾.

我們現在將這三個三項式變爲原來的三段式中的命辭.於是可得下列三個三項式：

I.

(1)	一切嚙齒類動物都是多產的	$b-c=0$
(2)	一切兎類都是嚙齒動物	$a-b=0$
(3)	∴ 有些兎類不是多產的	$a-c\neq 0$

II.

(2)	一切兎類都是嚙齒動物	$a-b=0$
(3)	有些兎類不是多產的	$a-c\neq 0$
(1)	∴ 一切嚙齒類動物都是多產的	$b-c=0$

III.

(1)	一切嚙齒類動物都是多產的	$b-c=0$
(3)	有些兎類不是多產的	$a-c\neq 0$
(2)	∴ 一切兎類都是嚙齒動物	$a-b=0$

在每個例子之中，上述結論之矛盾是被前提所涵蘊着.第一個三項式涵蘊着"有些兎類不是多產的"之矛盾，卽"一切兎類都是多

產的". 在第二個三項式中, 前提涵蘊着"一切齧齒類動物都是多產的"之矛盾, 即"有些齧齒類動物不是多產的". 在第三個三項式中, 前提涵蘊着"一切兔類都是齧齒動物"之矛盾, 即"有些兔類不是齧齒動物".

當着我們否定一個有效的三段式之結論時,便得着一個不相容的三項式.這種三項式是任何兩個命辭涵蘊着第三個命辭底矛盾的一種型式.這種型式是根據前一節所說的有效三段式底公式.

我們現在應用不相容式底方法來解說其他的三段式.

三段式		三項式
$b-c=0$	(一切 b 是 c)	$b-c=0$
$a-b=0$	(一切 a 是 b)	$a-b=0$
$\therefore\ a-c=0$	($\therefore$ 一切 a 是 c)	$a-c\neq 0$
$bc=0$	(沒有 b 是 c)	$bc=0$
$a-b=0$	(一切 a 是 b)	$a-b=0$
$\therefore\ ac=0$	($\therefore$ 沒有 a 是 c)	$ac\neq 0$
$cb=0$	(沒有 c 是 b)	$cb=0$
$a-b=0$	(一切 a 是 b)	$a-b=0$
$\therefore\ ac=0$	($\therefore$ 沒有 a 是 c)	$ac\neq 0$
$ba=0$	(沒有 b 是 a)	$ba=0$
$cb\neq 0$	(有些 c 是 b)	$cb\neq 0$
$\therefore\ c-a\neq 0$	($\therefore$ 有些 c 不是 a)	$c-a=0$

在這一切例子之中,三項式底第三個項目與涵蘊着它底矛盾的其他兩個項目顯然不相容.在這幾個三項式中的每一對命辭都涵蘊

着第三個命辭底矛盾.

以上所列舉的一切三項式都相似,並且在結構上有某些共同的特點.

I. 每個不相容式包含着兩個全謂命辭與一個偏謂命辭　因着三段式僅僅有兩種基型,所以必須是如此的.假若我們否定有兩個全謂前提的這種基型的三段式之結論,那麼在三項式中便得着一個偏謂命辭(因爲全謂命辭底矛盾便是一個偏謂命辭);假若我們否定有一個全謂前提與一個偏謂前提的這種基型的三段式之結論,那麼我們還是得着兩個全謂命辭與一個偏謂命辭(因爲有這種基型的三段式之結論是偏謂命辭,偏謂命辭底矛盾便是全謂命辭).

II. 兩個全謂命辭包含着一次爲肯定一次爲否定的一個共同辭端　一個不相容式底任何兩支必須產生一個三段式的結論.我們必須記憶,一個三段式的結論包藏着共同辭端底消革 (elimination). 僅僅當着共同辭端一次爲肯定一次爲否定時,纔能從兩個前提中消去它.所以,一個不相容式底兩個全謂命辭必須有一個一次爲否定一次爲肯定的共同辭端.

III. 偏謂命辭包含着普遍於兩個全謂命辭的辭端之公項(coefficients). 這是一定的,因爲三項式之結論之本性是包藏着共同辭端之消革.在經過了消革之後所剩下來的便是其他兩個辭端.這兩個辭端便是普遍於兩個全謂命辭的辭端之公項.

這也是眞的,在偏謂前提與全謂前提中常有性質相同的一個共

同辭端.假若不是如此,推論便不可能.因爲有一偏謂前提與一全謂前提的三段式之公式須要僅僅當着共同辭端底性質在兩個前提中是相同的時候纔能夠將它消去.

我們現在列舉幾個無效的 (invalid) 三段式,並且指出所產生的三項式因着沒有這些所舉的特點 (features) 之一或許多以致失去有效性.

有理性的動物在道德上是自主的
獸類不是有理性的動物
∴ 獸類在道德上不是自主的.

設 $b=$ 有理性的動物, $c=$ 在道德上自主的東西, $a=$ 獸類.於是我們可得如下的代值學的程式及其相當的三項式:

三段式	三項式
$b-c=0$	$b-c=0$
$ab=0$	$ab=0$
$\therefore\ ac=0$	$a-c\neq 0$

此處,兩個全謂命辭中的共同辭端不是一次爲否定的一次爲肯定的,違犯了前面所述說的第二條規律,所以不能推出什麼結論,以致這個三段式無效.這裏所犯的謬誤是在結論中普及了在前提中沒有普及的一個辭端.

一切人都是會死
意大利人都是人
∴ 有些意大利人是會死的

設 b = 人，c = 會死的東西，a = 意大利人.於是我們可以得着以下代值學的程式及其相當的三項式:

三段式	三項式
$b-c=0$	$b-c=0$
$a-b=0$	$a-b=0$
$\therefore\ ac\neq 0$	$ac=0$

此處，這個三項式有三個全謂命辭而沒有偏謂命辭，違犯了上述的第一條規律. 因着原來的三段式不合於一個特別的不相容式，所以無效.此處所犯的謬誤是在結論中所推論的範圍超過了前提所涵蘊的範圍. 為要使這個三段式變為有效起見，便需要另一個前提 $a\neq 0$；這就是說，"意大利人"這個類底分子存在. 如果沒有像這樣的一個前提，那麼有偏謂結論的三段式便是無效. 這種道理是常被不相容式與在前一節所講的三段式底兩種公式所指明.

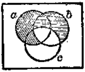
假若我們能夠否定一個三段式底結論，然後將這個被否定了的結論與前提合併起來，構成有下述三種性質的一個不相容式，那麼這個三段式便是有效的: (1) 三個命辭，其中有兩個為全謂的，一個為偏謂的；(2) 在兩個全謂命辭中有一個共同辭端，這個共同辭端是一次為肯定的，一次為否定的；(3) 陳示在偏謂命辭中的共同辭端之公項.

我們將三段式加以解析時，是把論式底這種型式改變為某一種.一個有效的三段式是因否定其結論而能形成一個不相容式的一種論式之型式.

8 范恩圖解與三段式

在第三章第四節中，我們已經說過范恩圖解僅僅不過能夠幫助我們明瞭類的關係。三段式是一種論式，我們已經完全用類及其種種關係來將它討論過了。我們又曾應用范恩圖解來表示兩個類之間的種種關係。但是，這種圖解也便於用來表示三個類之間的種種關係。我們可以藉着這種圖解來考驗三段式的論式之是否有效。我們現在要圖示本章第六節所講的三段式底兩種基型。因着一切三段式都屬於這兩種基型，所以我們祇注意這兩種基型就夠了。用這種圖示方法，我們可以完全了解所述說的什麼。但是要完全地圖示是很難的，除非我們已經藉着這種方法完全圖示出來了。

$$\begin{array}{l} b-c=0 \\ a-b=0 \\ \hline \therefore a-c=0 \end{array}$$

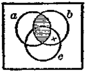


一切 b 是 c
一切 a 是 b
∴ 一切 a 是 c

這是很顯然的，當我們消去空類時，便有這個結論。

我們用圖解表示有一全謂前提與有一偏謂前提的三段式時，必須首先將全謂前提畫出，這是一件要緊的事。

$$\begin{array}{l} ab=0 \\ cb\neq 0 \\ \hline \therefore c-a\neq 0 \end{array}$$



沒有 a 是 b
有些 c 是 b
∴ 有些 c 不是 a

顯然，"有些 c 不是 a" 是那兩個前提底結論，並且已經明白地

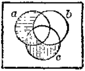
示在圖解之中.

我們現在列舉一個無效的三段式如下:

一切有死的東西是有過失的
一切人類是有過失的
∴ 一切(有些)人類是有死的　(?)

設b=有過失的東西,c=有死的東西,a=人類.

$$\begin{array}{l} c-b=0 \\ \underline{a-b=0} \\ \therefore\ ? \end{array}$$



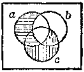
一切 c 是 b
一切 a 是 b

由這個圖解中,我們顯然可知關於 a 與 c 之間的關係不能推出何種結論. a 與 c 是互相排外呢?是某包含某呢?或是互相交疊着呢? 用圖解所表示出來的前提不能給予什麼答案.所以原來的三段式無效.

這些圖解像公式與不相容式一樣,指明除非我們知道所包含的類在事實上有分子存在,否則有偏謂結論的三段式無效.

例如:

$$\begin{array}{l} a-b=0 \\ \underline{c-a=0} \\ \therefore\ \ cb\neq 0 \end{array}$$



一切 a 是 b
一切 c 是 a
?

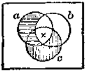
假若爲 c's, 那麼有些 c 是 b 爲眞;但是假若不爲 c's 那麼如在圖解中所明白地指出的一樣,便爲一切 c 是 b, 爲要使這個三段式有效起見,我們必須增加這樣的一個前提, $c\neq 0$; 於是:

$a-b=0$

$c-a=0$

而且 $c\neq 0$

$\therefore\ cb\neq 0$



一切 a 是 b

一切 c 是 a 而且有 c's

∴ 有些 c 是 b

從這個圖解看來，我們立刻可以明瞭這個結論底有效性．我們必須記着，在每種情形中，偏謂前提必須充以分子．

9. 省略式，連環式，與帶證式

我們在上面對於三段式加以通盤的解析時，爲簡便起見，是以一種較爲嚴格的型式方法來陳述它們．三段式是一種很尋常的論式區型，可是在尋常討論的時候我們很少採用現在所程示的這種型式．在每個三段式中，我們總是先將前提說出，然後再將結論說出．然而在尋常談話時，我們往往先將結論說出，然後再說出前提．這是爲的要着重結論，也是爲的幫助指出我們底論式之目的．無論如何，用來陳述三段式底各種方法都可以改變爲我們已經討論過了的那些型式．在這一節我們並不研究論式或三段式底什麼新的基型，而祇討論三段式之表現在尋常談話裏的幾種形式．

一個省略式(enthymeme)僅僅是表示論式的一種特殊形式，並不是陳說論式的一種特殊邏輯型式．"Enthymeme"這個字之希臘文底意義是"存在心裏"．省去一個前提或結論底一種論式便叫做省略式．例如，我們可以說，"他是一個慈善家，所以他必須是一個好善的人．"此處所省去的一個命辭是"一切慈善家都是好善的人"．

我們所以注意省略式，僅僅是因爲有許許多多三段式的論式是省略了一個命辭．假若我們要考察像這樣的論式是否有效，那麼必須先將略去的命辭塡補起來．

一個連環式（sorites）不過是三段式底一種聯鎖．連環式底一個有名的例樣是在第一章第三節中所舉的來本之證明靈魂不朽底式子．我們現在列舉另一個例樣如下：

一切有生命的東西都是會死的
一切有機體都是有生命的
一切人類都是有機體
∴ 一切人類都是會死的

這便是一個連環式，因爲它可以解析爲兩個三段式，如：

1.　一切有生命的東西都是會死的
一切有機體都是有生命的
∴ 一切有機體都是會死的

2.　一切有機體都是會死的
一切人類都是有機體
∴ 一切人類都是會死的

一個連環式是所謂起後三段式（prosyllogisms）與承前三段式（episyllogisms）所組合而成的．一個起後三段式是其結論爲另一三段式之前提的一種論式．一個承前三段式是將另一三段式底結論當做它底一個前提的一種論式．連環式往往叫做多個三段式（polysyllogism）．

一個帶證式（epicheirema）也是一個多個三段式．在這種論式

中的成分三段式 (component syllogisms) 之一個或多個是省略的.

我們要知道這些專門名稱並不怎樣特別重要.我們所要記憶的事,是,三段式的論式在日常談話之中以種種不同的形式表出,並且我們必須能夠將它們改變爲嚴格的邏輯型式以考驗其爲眞或爲妄.

10. 本章述要

一個三段式是藉着一個共同辭端來確定兩個類之間的關係的一種論式. 一個三段式是三個命辭(兩個爲前提,一個爲結論)所組合而成的. 在每一個三段式中僅僅有三個辭端,即全謂辭端或先置辭端,偏謂辭端或次置辭端,與共同辭端.古典邏輯依照三段式底模式與格式將三段式加以類分.當着這些前提是這樣配列着——全謂辭端或先置辭端在前,偏謂辭端或次置辭端在後——的時候,一個三段式底格式是被共同辭端在前提中所處的位置所決定.全謂前提或先置前提是包含全謂辭端或先置辭端(即,結論底賓位辭端)的一種前提.偏謂前提或次置前提是包含偏謂辭端或次置辭端(即,結論底辭主)的一種前提. 三段式底模式是被構成它的命辭之分量與性質所決定. 三段式有四種格式與六十四種模式. 第一格式叫做完全格式,因爲這種格式最顯明地將叫做全偏法則的這種原則程示出來.我們可以將這種原則述說如下: "什麽是一個類底全部外延之斷說者,便也是這個類底任何次類之斷說者." 第二格式,第三格式,與第四格式都叫做"不全"格式.具有這些格式的三段式可以改變爲第

一格式以證明其眞妄．假定類有分子存在，是全部古典邏輯所根據的一個假設．三段式有二十四個有效的模式．三段式有八條規律：1. 一個三段式必須有三個而且僅僅三個辭端，以及三個而且僅僅三個命辭；2. 共同辭端至少必須普及一次；3. 兩個否定的前提不能產生什麼結論；4. 假若任一前提是否定的，那末結論也必須是否定的；5. 除非前提之一爲否定的，否則，結論不能爲否定的；6. 在前提中沒有普及的辭端，在結論中也不可普及；7. 兩個偏謂前提不能產生什麼結論；8. 假若任一前提是偏謂的，那末結論也必須是偏謂的．古典邏輯對於三段式的解析是太瑣細了，並且沒有留心到空類．嚴格地說，一切三段式都可以改變爲兩種基型：第一，有兩個全謂前提的基型；第二，有一個全謂前提與一個偏謂前提的基型．第一種基型底型定方式是 $a-b=0$ 與 $b-c=0$； $\therefore$ $a-c=0$. 這種型式是藉着消去一次爲肯定的一次爲否定的共同辭端來聯結兩個類．第二種基型底型定方式是 $b-c=0$ 與 $ab\neq 0$； $\therefore$ $ac\neq 0$. 這種型式也是藉着消去第三個類或共同類以聯結那兩個類．這兩種公式唯一不同之點是，在第一種公式中公項底性質在結論中與在前提中完全是一樣的；而在第二種公式中全謂前提裏的共同辭端之公項在結論中變更其性質．在我們知道了前提底倫序，命辭底性質，共同辭端底位置，以及在各個命辭中的類之配列(這些都是古典邏輯中的格式與模式之根據)都與三段式底根本結構無關重要之後，我們纔能眞正解析三段式．我們也曾說過，這兩種公式是直接從三段式的推論之性質

裏所演產出來的.這種推論之性質是藉着消去普遍於兩個類的共同辭端來定兩個類之間的關係. 此外，我們又指明每個有效的三段式產生一個不相容式，假若我們否定它底結論的話. 任何三段式是有效的，假若它底三項式是合於這三個法則: (1) 必須有三個命辭，其中有兩個爲全謂的，一個爲偏謂的; (2) 這兩個全謂命辭必須包含着一次爲肯定的而一次爲否定的一個共同辭端; (3) 偏謂命辭必須包含着普遍於全謂命辭的辭端之公項. 我們又曾說過，一個有效的三段式可以藉着不相容式來界定如下:一個有效的三段式是一種論式，這種論式底結論之矛盾與前提相結合而產生三個命辭，這三個命辭中之任何兩個涵蘊着第三個之矛盾.不相容式之自身並不是一個論式.我們又指明三段式是如何可以藉着范恩圖解來考驗其眞妄. 雖然，三段式可以改變爲我們所討論過了的那些型式; 可是在尋常談話的時候並沒有以任何嚴格的倫序表出.連環式，省略式，與帶證式都是三段式底變式. 我們已經將這些都講過了，我們現在要討論包含複合命辭的間接推論.

(1) 參看第一章第 1 節.

(2) Major term 這個名稱似不妥當，因爲有時根本沒有大小或全偏的分別; 而既因它底所在地位之不同產生與其他辭端——偏謂辭端或次置辭端——相關的先後之別. 所以依據實際情形，各別地名爲"全謂辭端"或"先置辭端"; 前提同是. (將原文棄置)——譯註.

(3) Minor term 這個名稱也似乎不妥當.理由見上註.所以也將原文棄置，而依據實際情形各別地命名爲"偏謂辭端"或"次置辭端".——譯註.

(4) 在多數情形裏,這種辭端底地位並不居中. 恰恰,原文 "middle term" 中的 "middle" 一字易生這種歧義. 因此,我們將有這種作用的辭端命名爲"共同辭端";而將原文棄置.——譯註.

(5) 參看 Joseph 底 "introduction to Logic" 279 頁中對於這些規律底討論.

(6) 在這一節中我們僅僅述說了這些公式,並且指明這些公式是被一切有效的三段式所例示着.假若要知道這些公式底有效性之證明,可參看後面 pp. 216—217.

(7) 參看 Lewis 底 "Survey of Symbolic Logic" pp. 195—197.

第 六 章

包含複合命辭的推論

1. 以關係爲依據的推論

在前一章裏，我們已經將包含簡單斷定命辭的推論討論過了。我們是主要地用類來解析這些命辭，並且也說過推論是怎樣被類之間的種種關係所支配着。在這一章裏我們要討論複合型式的命辭。從這些複合命辭中所產生的種種推論是以類之間的關係爲依據，而是以成分命辭之間的關係爲依據。在簡單命辭裏，相關的要素都是類；而在複合命辭裏，相關的要素卻都是命辭。

包含簡單斷定命辭的推論所依據的關係是類的包含關係 (class inclusion) 與類的排外關係 (class exclusion). 直接推論與三段式的推論一樣，是被這些關係所支配着。范恩圖解與類的代値學我們已經討論過了，這兩者能夠將種種關係以及多種涵蘊型式完全表明出來。

在討論包含複合命辭的推論時，我們不應用類的代値學，也不應用范恩圖解，因爲此處的推論所依據的關係不是在類之間的那些

關係．正如類在簡單命辭裏是有關的要素一樣，簡單命辭在複合命辭裏是有關的要素．再者，此處的推論所根據的關係不是包含與排外，而是涵蘊，選取，與絜合．

在第二章裏，我們曾說過，當着複合命辭是以涵蘊型式，選取型式，與絜合型式表出時，複合命辭便是具備着邏輯型式．我們必須記着，這三種型式是："假若——那麼——"（涵蘊型式），"抑——或——"（選取型式），與"兼——並——"（絜合型式）．一切複合命辭都可以改變為這些型式中的任一種．在這一章裏，我們要將這三種型式底涵蘊之解析加以討論．

2. 涵蘊命辭及其涵蘊型式

涵蘊命辭是複合的，而且斷說前項與後項之間的某種涵蘊關係．涵蘊論式有兩種區型，卽混合的與純粹的．一個混合的涵蘊論式是包含斷定命辭與涵蘊命辭的一種論式．一個純粹的涵蘊論式是完全為涵蘊命辭所構成的一種論式．我們現在要在這裏將這兩種型式一一加以討論．

涵蘊論式通常叫做"假設三段式"（hypothetical syllogisms）．我們現在將"假設"這種字樣廢棄，因為這種字樣不能適當地表示涵蘊命辭，而且當着我們在歸納問題中來討論假設問題時，容易發生兩者在文字上的混淆．同時，又似乎無須應用"三段式"這個名辭來指稱除了我們在前一章所講的論式底那種區型以外的任何事物．因為

三段式是包含着類的一種論式，而涵蘊論式是包含着命辭的一種論式．所以，爲免除混淆起見，我們將這種論式叫做"涵蘊論式"．

混合的涵蘊論式是前項爲肯定的或後項爲否定的一種論式．例如，"假若教育是有用的，那麼民衆必須受教育．"或者我們可以肯定前項，說，"教育是有用的"，從這又推論，"民衆必須受教育"；或者我們可以否定後項，說，"民衆不應該受教育"，從這可以推論，"教育是沒有用的"．我們再舉一個例樣："假若光是微點性的，那末光便服從重力定律．"爲要推出一個有效的結論，此處我們必須肯定前項或是否定後項．假若我們肯定前項，說"光是微點性的"，我們就可以推論後項，說"那麼光是服從重力定律的"．假若我們否定後項，說"光不服從重力定律"，我們便可推知前項爲妄，於是前項就成爲："光不是微點性的．"涵蘊推論 (implicative inference) 底基本規律是：前項必須肯定，或者後項必須否定．假若否定前項或者肯定後項，那麼便不能作何推論．前項底肯定叫做 modus ponens (ponere, 拉丁文底意義是"建立")．後項底否定叫做 modus tollens (從 tollere 而來，意思是"破斥")．這些是涵蘊命辭所產生出來的僅有的有效推論．

"假若太陽出來了，我就要出去走一走．"假定這個命辭是眞的，那麼如果我們否定前項或者肯定後項，便不能施行任何有效的推論．假若我們否定前項，說，"太陽不出了"，那麼從原來的命辭裏既不能推出"我要出去走一走"又不能推出"我不出去走一走"．總而言之，在這種情形之下，不能夠推出什麼．假若我們肯定後項，說，"我要出

去走一走"，那末，同樣，也不能推出什麼.從涵蘊命辭所產生出來的像這麼樣的一些推論模式，叫做否定前項與肯定後項的謬誤.

有效推論僅有的兩個模式是 modus ponons (肯定前項式) 以及 modus tollens (否定後項式).由此，我們顯然可知：假若 p 涵蘊 q，那麼便是 $-q$ 涵蘊 $-p$；而卻不是 q 涵蘊 p. 例如，"假若求過於供，那麼物價就會高漲"($p\supset q$) 涵蘊着"假若物價不高漲，那末便是求不過於供"($-q\supset -p$). 這是涵蘊命辭所僅有的有效的直接推論——即，後項底謬妄涵蘊着前項底謬妄.

混合的涵蘊論式有"建立的" (constructive) 與"破斥的" (destructive) 兩種.建立的論式肯定前項，破斥的論式否定後項. 其式各如下：

建　立　式

假若 a 是 b，那末 c 便是 d	($p\supset q$)
a 是 b	(p 爲眞)肯定前項
∴ c 是 d	(∴ q 爲眞)

破　斥　式

假若 a 是 b，那末 c 是 d	($p\supset q$)
但是 c 不是 d	($-q$，即 q 爲妄)否定後項
∴ a 不是 b	(∴ $-p$，即，p 爲妄)

一個涵蘊命辭在性質上總是肯定的，並且是全謂的. 涵蘊命辭底性質並不被構成它的成分命辭底性質所影響.涵蘊命辭往往斷說命辭 p 涵蘊着命辭 q；p 與 q 可以爲肯定的也可以爲否定的. 如，"假

若這個器具不結實，那末便沒有什麼用處"，這個命辭是斷說前項涵蘊着後項，不管其中的成分命辭是肯定的抑或是否定的．涵蘊命辭底矛盾是絜合命辭．例如，"假若是 p，那末便是 q"，這個命辭是被說"p 爲眞而且 q 爲妄"所否定；這種情形是絜合的，卽 $p\cdot -q$．在後面我們還要較詳細地討論複合命辭之間的一些關係．

混合的涵蘊論式是包含着一個涵蘊命辭與肯定前項或者否定後項的一個斷定命辭所形成的幾個前提．而純粹的涵蘊論式則完全是涵蘊命辭所形成的．例如：

假若犯罪是有利益的，那末社會便有危險
假若禁酒令是一種法規，那末犯罪是有利益的
∴ 假若禁酒令是一種法規，那末社會便有危險

這個論式底型式是：

若爲 q，則爲 r	$q\supset r$
若爲 p，則爲 q	$p\supset q$
∴ 若爲 p，則爲 r	∴ $p\supset r$

純粹的涵蘊論式，像混合的涵蘊論式一樣，也有兩種區型，卽建立的與破斥的．在建立的區型中，第二個前提有條件地肯定第一個前提底前項；上面的例樣已經將這種情形例示出來了．破斥的區型是有條件地否定第一個前提底後項．這種區型底例樣是：

假若宿命論是一個正確的學說，人類便不自由
假若決定論是一個正確的學說，人類便是自由的
∴ 假若決定論是一個正確的學說，宿命論則否

這個論式底型式是：

若爲 p，則爲 r	$p \supset r$
若爲 q，則不爲 r	$q \supset -r$
∴ 若爲 q，則不爲 p	$\therefore q \supset -p$

在混合的涵蘊論式裏，第二個前提簡單地肯定或否定它底成分命辭之一。在純粹的涵蘊論式裏，是眞正將涵蘊關係套入。在建立的區型中，我們是在斷說 p 涵蘊 q 與 q 涵蘊 r，所以 p 涵蘊 r，（$[p \supset q \supset r] \supset [p \supset r]$）。在破斥的區型裏，我們有一個相當的東西。我們必須記着，$p \supset r$ 等於 $-r \supset -p$。如前例，$q \supset -r$ 與 $p \supset r$，這與 $q \supset -r$ 與 $-r \supset -p$，或 $(q \supset -r \supset -p) \supset (q \supset -p)$ 一樣。純粹的涵蘊論式是以涵蘊關係底傳遞性爲根據。

我們已經說過，僅僅藉着肯定前項或否定後項，纔能夠從涵蘊命辭裏推斷什麼。不過，這條規律卻有一個單獨的例外；然而這種例外不是依據於命辭底型式之上。假若我們知道前項是後項底唯一可能條件時，那麼我們便可藉着肯定後項而推出前項。在這種情形裏，"假定"字句("if" clause)便是後項底必要條件(necessary condition)而又是足夠條件(sufficient condition)。在這裏"假若"底意義實在是"假若而且僅僅假若"(if and only if)。例如，"假若他靈敏地並且依照規則地學習，那麼他將來會成爲一個藝術家。"藉着肯定後項，我們可以推斷前項之眞，或者藉着否定前項而否定後項之眞。這樣的推論之所以有效，不是因着論式底型式使然，而是因着論式所可套

人的實質使然.在上面的一個命辭裏的"假若"底意義是說它底子句是後項所依據的唯一條件.然而,這並不是"假若"底通常意義;而且除非我們具有建立這種豫先假設的知識,否則可能的推論法式祇有肯定前項式以及否定後項式.

涵蘊命辭並不一定必須僅僅是兩個簡單命辭所形成的.前項可以合併幾個命辭而成,後項也是一樣的.例如,"假若德國在東線不用那麼多軍隊而且在瑪倫沒有逡巡不前,那末德國便會得勝."這個命辭底前項是"假若德國在東線不用那麼多軍隊"和"假若德國在瑪倫沒有逡巡不前"這兩個命辭所形成的一個聚合命辭.構成涵蘊命辭底要素之數量的多少並不能改變它底邏輯型式,也不能影響到有效推論底條件.

正如三段式一樣,涵蘊論式可以用各種不同的樣式表明出來.可以應用於省略式,多個三段式的什麼樣式,同樣也可應用於涵蘊論式.

3. 選取名辭底涵蘊

選取命辭是複合的,並且斷定構成它的簡單命辭之間的選取關係.選取命辭總是具有"抑——或——"這種型式.我們已經說過,"或"不必須表示許多選項之間是互相排外的.自然,在許多特殊情形裏面,"或"是表示選項之互相排外;但是現在我們假定"或"與"兩者都可以"是相容的意念.這是十分顯然的,一個選取命辭所表示的

一個低度(minimum)是說在許多選項之中至少有一必眞.根據這種道理,可知當我們否定了某某選項時,便可施行推論.例如,"我底帽子是被人偷去了或者是毁壞了."這個命辭是兩個斷定命辭"我底帽子是被人偷去了"與"我底帽子是毁壞了"所組合而成的一個選取命辭.僅僅當着選項之一是被否定了的時候,從這種命辭中所產生的推論纔是有效的.假若我們否定帽子是毁壞了,那麼我們就可以由此推論這個帽子是被人偷去了;或者反轉來說,假若我們否定這個帽子是被人偷去了,那末由此我們就可以推論這個帽子是毁壞了.但是,我們必須明瞭,如若我們祇肯定選項之一,那麼便不能施行什麼推論.假如我們肯定這個帽子是被人偷去了,那麼我們不能由此推知這個帽子是毁壞了或者是沒有被毁壞.也許這個帽子是旣被人偷去了而又被人毁壞了.設有一個選取命辭,那末僅僅藉着否定這個命辭底選項之一個或一個以上,我們纔能施行推論.

一個選取命辭可以包括無限的選項,這是很顯然的事.例如,"這位失蹤的探險家或者是餓死了,或者是凍死了,或者是自殺了,或者是被人刺殺了."這個命辭裏有四個選項.假若我們肯定這些選項之中的任一個,我們並不能推論什麼.但是如果我們否定其中之一呢,那末便可推論其餘.例如,假若我們否定那個探險家是被人刺殺了,那麼我們就可以肯定他或者是凍死了,或者是餓死了,或者是自殺了.假若我們否定這四個選項中的三個,那麼便可肯定其餘的一個.如,我們說這個探險家旣不是被人刺殺,又不是凍死了,也不

是餓死了,我們便可就型式上說他已經自殺.

選取論式 (disjunctive arguments 像涵蘊論式一樣,也有兩種區型,即純粹的與混合的.純粹的選取論式完全是選取命辭所形成的.而混合的選取論式則是選取命辭與斷定命辭這兩種成分所組合而成的.

純粹的選取論式底型式是這樣的:

或爲 p 或爲 q	$p \vee q$
或爲 $-q$ 或爲 r	$-q \vee r$
∴ 或爲 p 或爲 r	∴ $p \vee r$

這是必然地依據不容中律,因爲 $q \vee -q$.

實例如下:

或者是貨幣缺乏或者是稅率降低
或者是稅率沒有降低或者是商業蕭條
∴ 或者是貨幣缺乏或者是商業蕭條

此處,第二個前提否定原來的選項之一,並且推出剩餘的選項所形成的一個選取結論.

一個混合的選取論式有一個斷定的(或挈合的)前提與一個選取的前提.它底型式是:

或爲 p 或爲 q	$p \vee q$
但是爲 $-p$	$-p$
∴ q	∴ q

或

或爲 p 或爲 q 或爲 r 或爲 s
但是爲 $-p, -r. -s$
∴ 爲 q

在某種特殊情形裏，假若我們知道其中的各個選項實際上是互相排外的，那麼我們可以藉着肯定其一以推出一個有效的結論．如，"坎拿大或者是在美國底北方或者是在美國底南方．"在這個選取命辭裏的選項顯然是互相排外的．藉着斷定坎拿大在美國底北方，我們就可以有效地斷定坎拿大在美國底南方爲妄．

還有一點是我們必須知道的，就是在選取命辭裏的選項配列底倫序無關緊要．例如，我們說"那是水或者是蜃象 (mirage)" 等於說"那是蜃象或者是水"．

選取命辭是肯定的，不管構成選取命辭的成分命辭之性質如何．選取命辭底否定是一個絜合命辭．'或爲 p 或爲 q" 是被一個絜合命辭'非 p 與非 q" 所否定．"或者畜養大量的軍隊是必需的舉動或者畜養大量的軍隊是一種浪費" 是被 "畜養大量的軍隊是不必要的舉動和畜養大量的軍隊也不是一種浪費"這句話所否定．而這句話與下面的一句話是相同的，"畜養大量的軍隊是必要的爲妄而且畜養大量的軍隊是一種浪費也爲妄．"

4　兩難式

兩難式 (dilemma) 是涵蘊命辭與選取命辭所形成的論式之一種區型．這種區型在邏輯上並不怎樣重要，因爲這種區型並沒有顯

示我們所不曾討論過的邏輯原理.兩難式是其前提立刻令人不快並且顯然無可避免地程示出來的一種論式.兩難式原來是應用於修詞學上,並且是一種非常利害的辯論方法.它包含着兩個涵蘊命辭挈合地陳述出來的一個前提.其他的前提在型式上是選取的,並且肯定或否定原來前提底前項或後項,兩難式有四種區型:簡單的建立兩難式(simple constructive dilemma),簡單的破斥兩難式(simple destructive dilemma),複合的建立兩難式(complex constructive dilemma)以及複合的破斥兩難式(complex destructive dilemma).我們現在要將這些區型底每一種講解一下:

I. 簡單的:

(1) 建立的

若爲 p 則爲 q;而且若爲 r,則爲 q
或爲 p 或爲 r
∴ 爲 q

此處,第一前提底前項是肯定的,而且後項都斷定了.這種區型之其所以是"簡單的",是因爲在涵蘊前提裏的前項涵蘊着相同的後項.例如:

假若他作證並且說實話,他便有罪;
假若他不作證,他也有罪.
或者他必須作證並且說實話或不作證.
∴ 他總是有罪.

(2) 破斥的

若爲 p, 則爲 q; 而且若爲 p, 則爲 r
或爲非 q 或爲非 r
∴ 爲非 p

這個圖型之其所以是簡單的,是因爲在涵蘊前提裏的前項都是相同的.這個圖型之其所以是破斥的,是因爲其結論爲否定的。

II. 複合的:

(1) 建立的

若爲 p, 則爲 q; 若爲 r, 則爲 s
或爲 p 或爲 r
∴ 或爲 q 或爲 s

此處,選取的前提肯定它底前項,因此這個論式是建立的.而這個論式之其所以又是複合的,是因爲它底結論是一個選取命辭。

(2) 破斥的

若爲 p, 則爲 q; 若爲 r, 則爲 s
或爲 $-q$ 或爲 $-s$
∴ 或爲 $-p$ 或爲 $-r$

對付一個兩難式有兩種方法.當我們指明藉着接受這些選項並不能當做所推出的結論時,我們可以擒拿其角;或者可以藉着構作涵蘊着與第一個兩難式相矛盾的一個結論的另一兩難式來反駁它。

我們現在列舉一個反駁底例子看看.從前有一個希臘的辯士,名叫 Protagoras, 他與一個青年 Eulathus 訂立合同教授他以修詞學,先議定頭一次訴訟勝利了便付酬金.但是, Eulathus 卻遲延着

不履行合同，於是 Protagoras 便到法庭去起訴，要 Eulathus 付還所議定的酬金。Protagoras 訴說：

> 假若 Eulathus 訴敗了，依據法庭底判決他應該付錢與我；
> 　假若他訴勝了，依據合同底條件他也應該付錢與我。
> Eulathus 或勝訴或敗訴。
> 所以，他必須付錢與我。

Protagoras 這位教師是太高明了，因爲他底弟子會反駁道：

> 假若我訴敗了，依據合同底條件不須付錢；
> 　假若我訴勝了，依據法庭底判決也無須付錢。
> 但是我祇有勝訴或敗訴。
> 所以，我無須付錢。

在這個兩難式裏，我們是簡單地肯定第一前提底前項或者否定第一前提底後項。兩難式看起來像是有力量的並且是無可逃避的一種論式，但是要反駁它也並不難。擒住其角底方法並不時常可能。還有第三種方法，這種方法有效的時候較多，然而卻出乎原來的論式以外。這第三種方法就是不上角。不上角就是說對方底兩難式裏的選項不是盡舉的，因此它底結論不是無可逃避的。前面曾經列舉過了的例樣，"假若他做證人並且說實話，他便有罪；假若他不做證人，他也有罪。但是他必須做證人並且說實話，或不做證人。所以，他總是有罪。"對於這樣的論式我們可以藉着指出"假若他做證人而不說實話（這是可能的），他便沒有罪"來不上角。雖然，這樣的論式從修詞學的觀點看來是很有趣味的；但是在邏輯上無關緊要，所以我們

不再向前討論了。

5. 複合命辭之間的相等

我們剛纔已經把涵蘊命辭與選取命辭一一討論過了.通常所說的契合型式並不十分有趣,因爲從契合型式所產生出來的任何推論都不過是贅述而已.例如,從"p與q兩者",我們祇可以簡單地推論"p與q兩者".從p與q兩者($p \cdot q$),我們也可以推論p或者可以推論q,以及p或q($p \vee q$),但是這都無關緊要.可是從契合型式底負的方面推論,我們卻可以得着有含意的結果.否定的契合命辭是"不是p與q兩者"($-[p \cdot q]$)這種型式.這裏所說的低度是"p與q兩者爲眞"是謬妄的.例如,"人類底行爲不能既受決定論底支配而又是自由的",這句話就是說:人類底行爲既受決定論底支配而又能自由這是謬妄的.在討論選取命辭的時候,我們曾說過選取命辭底意義是說許多選項之中至少有一個選項爲妄,兩者同妄也可以.現在我們所說的恰恰與這種意思相反,我們現在是說上面那個命辭中至少有一選項爲妄,兩者同妄也可以.因此,在這種情形裏,我們可以藉着肯定選項之一來推論其他.如就上面所舉的一個命辭來說,假如我們肯定"人類底行爲是自由的",由此我們就可以否定"人類底行爲是受決定論底支配"這個選項.可是,假如我們否定選項之一,便不能推論什麼,因爲根據這種命辭底型式來說,兩個選項可以同時爲妄.在這種複合命辭裏,僅僅肯定選項之一,我們纔能論斷其他.這

是一種極其簡單的論式；而且很類似選取命辭，我們無須加以詳細的解釋。

我們現在將在這些型式之間的種種推論原理撮述一下。我們要用拉丁字 (ponens 與 tollens) 來稱謂推論底各種相異的模式。

從一個涵蘊命辭中，我們可以由肯定前項來推斷後項爲眞(modus ponendo ponens)，或者否定後項以推斷前項爲妄 (modus tollendo tollens).在一個選取命辭裏，我們可以由否定許多選項之一以推斷其他選項爲眞 (modus tollendo ponens). 在一個否定的聚合命辭裏，我們可以由肯定選項之一以推斷其他的選項爲妄 (modus ponendo tollens). 複合命辭產生四種有效的推論模式：由肯定前項而肯定後項式 (modus ponendo ponens)，由否定後項而否定前項式 (modus tollendo ponens)，由否定而肯定式 (modus tollendo ponens)，與由肯定而否定式 (modus ponendo tollens). 我們可以將這些模式符示如下：

由肯定前項而肯定後項式

$$\begin{array}{l} p \supset q \\ \underline{\quad p \quad} \\ \therefore\ q \end{array}$$

由否定後項而否定前項式

$$\begin{array}{l} p \supset q \\ \underline{\quad -q \quad} \\ \therefore\ -p \end{array}$$

由否定而肯定式

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \underline{-q} \\ \therefore p \end{array} \qquad \begin{array}{l} p \vee q \\ \underline{-p} \\ \therefore q \end{array}$$

由肯定而否定式

$$\begin{array}{l} -(p \cdot q) \\ \underline{p} \\ \therefore -q \end{array} \qquad \begin{array}{l} -(p \cdot q) \\ \underline{q} \\ \therefore -p \end{array}$$

這是複合命辭底三種型式以及應用於它們的推論原則.在第二章裏我們曾說過這些都是"邏輯的型式".一切複合命辭都可以改變爲這幾個型式.我們又曾說過這幾個型式是各自獨立的.這就是說,規定有效推論底規律在每種情形裏各不相同.然而,它們彼此之獨立不過是相對的事.我們要知道,具有這些型式之一的每一個命辭可以相等地用其餘的兩種型式表明出來.這些型式彼此之間的相等可以符示爲:

$$p \supset q \equiv -p \vee q \equiv -(p \cdot -q)$$

我們必須記憶,相等符號是"≡".由是,我們可知這個型定方式底意義是:"p 底眞涵蘊着 q 底眞,等於或者 p 爲妄或者 q 爲眞,這又等於 p 爲眞與 q 爲妄是謬誤的."我們現在再用通常語言來解釋一下.

"假若是這一塊木頭,那麼便會浮起來"(涵蘊命辭)等於"或者這個東西不是一塊木頭,或者這個東西會浮起來"(選取命辭),又等於"這個東西旣是一塊木頭而又不浮起來是謬誤的."不管這些成分

命辭底性質是怎樣的，這些型式之間的相等總是可能的. 我們再列舉一個具有否定的成分命辭的其他例樣："假若他沒有過失，那麼他便不應該受罰"(涵蘊命辭，$p\supset q$) 等於"或者他有過失或者不應該受罰"(選取命辭，$-p\vee q$)，這又等於"他沒有過失而且應該受罰這是謬妄的"(罣合命辭，$-[p\cdot -q]$).

複合命辭可以用這些型式中的任一種來表示.在這幾種型式裏，並沒有任一種型式較另一種型式更爲根本，都是相同的. 這些型式之間的種種相等之所以重要的，是因爲藉着一個型式，我們便可界定其他型式. 例如，我們將否定當做基本概念(這就是說，我們假定否定無須加以界定)並且將涵蘊當做基本概念，那麼我們便可以界定選取關係與罣合關係，如：

$$p\vee q=-p\supset q\ Df^{(1)}.$$

及 $$p\cdot q=-(p\supset -q)\ Df$$

將罣合當做原始概念，我們可以界定選取與涵蘊如下：

$$p\vee q=-(-p\cdot -q)\ Df.$$

及 $$p\supset q=-(p\cdot -q)\ Df.$$

將選取當做原始概念，我們可以將罣合與涵蘊界定爲：

$$p\cdot q=-(-p\vee -q)\ Df.$$

及 $$p\supset q=-p\vee q\ Df.$$

我們必須知道，以上所講的各種複合命辭之間的相等對於我們將要在以後討論的命辭底演算是很要緊的. 這裏所講的，不過是表

明複合命辭並沒有單獨的極終的型式.這幾種型式裏的任一種都可以隨意拿來當做是極終的;可是它們仍然是彼此相等的,並且這一種型式可以用另一種型式來界定.這些命辭之間的型式差異似乎較之眞實差異更顯著些.

在停止討論這個問題以前,我們必須知道全謂斷定命辭可以改變爲相等的涵蘊命辭;同樣,涵蘊命辭也可以改變爲相等的斷定命辭.因爲涵蘊型式可以等於選取型式與絜合型式,所以一切全謂命辭可以用相等的邏輯型式表出.例如,"一切人都有死"這個命辭可以用與它相等的涵蘊型式表明出來:"假若 x 是一個人,那麼 x 便有死",這又等於"或者 x 不是一個人或者 x 是有死的",這個命辭又等於"x 是一個人而 x 不死這是謬誤的".這種程術是可以倒轉的,而且我們可以將複合命辭用斷定型式表示出來.例如,"假若這個人不信奉基督教,那麼他便是一個異教徒",這個命辭可以用斷定型式表示爲,"這個不信奉基督教的人是一個異教徒."這種變化是笨拙的,並且應用得很少;不過也是可能的.

我們用不着將相等這個問題多加討論.在現在的討論裏我們所必須注意的地方是命辭之各種不同的邏輯型式在結構上並不是各自獨立的;而且其中也沒有單獨的極終的型式,古典邏輯主張命辭底主賓型式 (subject-predicate form) 是命辭底極終型式.但是,畢竟,這種命辭型式像其他的命辭型式一樣,也不過是相對的(如我們在解析動字"是"時所知的一樣).這些型式構作有效的推論所根據

的種種關係顯示其自身的各種方法.

6. 本章述要

三段式的論式是以在類之間的種種關係為根據,而複合論式(即包含複合命辭底論式)是以在成分命辭之間的種種關係為根據. 涵蘊論式為純粹的或為混合的.混合的涵蘊論式是以一個涵蘊命辭和一個或者肯定前項或者否定後項(兩者各別地叫做肯定前項式與否定後項式)的第二前提所組合而成的.同樣,它底結論或肯定前項或否定後項. 純粹的涵蘊論式至少包含着三個涵蘊命辭,而且它底有效性是建立在涵蘊關係底傳達性之上.選取論式也有純粹的與混合的兩種區型. 純粹的區型完全包含着選取命辭. 混合的區型是以一個選取命辭與一個斷定命辭為其前提. 此處的推論規律是: 我們必須否定選項之一以產生一個有效的結論.兩難式是涵蘊命辭與選取命辭所形成的一種論式; 它底結論雖然往往使我們不滿意,但是卻是不易避免.兩難式所表現的邏輯原理不過是我們解析涵蘊論式與選取論式時所討論的那些原理.絜合命辭底否定型式在邏輯上較為重要. 為要從一個否定的絜合命辭裏推出什麼,我們必須肯定它底成分命辭之一.一切複合命辭都可以用三種命辭底邏輯型式中相等的型式或以斷定命辭底型式表示出來. 藉着涵蘊關係,我們可以界定選取與絜合; 藉着選取,我們可以界定涵蘊與絜合; 藉着絜合,我們可以界定涵蘊與選取. 在這種程術中,我們豫先假定了否定. 在

這幾種邏輯型式之中，沒有那一種是極終的，也沒有那一種型式完全與其他型式相獨立。它們唯一不同之點是在它們所顯示的關係不同；但是這些關係各有其特殊性徵，我們要將這種種性徵在下一章討論。

(1) "Df" 是表示在界說上相等的符號——譯註。

第七章

關係

1. 單稱命辭與關係

在前面對於命辭的討論裏，我們曾將單稱命辭底辭端當做是類."蘇格拉諦是有死"這個命辭可以解析爲包含着"蘇格拉諦"以及"有死的東西"這兩個類和類的包含關係(用"是"字所表示出來的)的一個命辭."蘇格拉諦"這個類是僅僅有一個分子的類.這樣的解釋是一種便利的型構，這種型構可以用來簡化三段式底規律.假若我們不將個體當做單類，那麼我們必須構造特殊的規律來限制包含着個體的三段式.一切限制包含着個體的三段式的規律，是與限制有全謂前提的三段式的那些規律一樣.爲免除在解說上的不必要的麻煩起見，我們將個體當做一個全類(universal class).

我們再來考察這個命辭，"蘇格拉諦是有死".我們已經依照類的解釋來說過它是全謂的，因爲辭主底類是包含着它底全部外延；因爲它祇有一個分子，而且那分子已經指明出來了.假若這種解釋是正確的，那麼這個命辭在對當方形上必須有相當的位置，而且有

一個偏差與一個矛盾,偏差與矛盾都是偏謂的.可是,假若我們說"蘇格拉諦是有死"這個命辭底偏差爲"有些蘇格拉諦是有死"及其矛盾"有些蘇格拉諦是不死",這顯然是胡說.似乎這個命辭或者真是偏謂的;但是假若我們這樣對待它,那麼我們便發現它沒有全差與全謂的矛盾.(如果這個命辭爲偏謂的話,便會如此.)就令將這種命辭當做是偏謂的,這也不對,因爲它是指着"蘇格拉諦"這個類底全部外延而言.這樣考慮起來,使我們得知單獨命辭有破壞類的解釋之有效性的許多特殊性質,所以我們現在放棄以前臨時將單獨命辭當做是類的這種解釋;而將這種命辭當做是關於個體的命辭.

我們要知道,單獨命辭有兩種不同的區型.一種區型是表示個體與類底關係.如以上所舉的一個例樣之中,"蘇格拉諦"是"有死的東西"這個類底一個分子.另一種區型是,命辭裏的一切辭端都是個體.例如:"亨利比約翰長些","二比四少些"等等都是.我們現在要將這兩種區型一一加以討論.

假若我們說:"一切岩石都是沉重的,這是一塊岩石,所以這塊岩石是沉重的."這是具有類的包含關係與類的分子關係的一種論式.第一個前提是說,岩石底類是包含在沉重的東西底類裏面.第二個前提是說,"這塊岩石"是岩石底類之一分子.結論表明"這塊岩石"是沉重的東西這個類底一分子.在一切像這樣的推論裏,我們是應用"無論什麼東西可以斷定一個類底每個分子便也可以斷定其中的任何特殊分子"這個原理.這個原理底意義就是說,假若 b 可以斷

說 a 底每一個分子，那麼 b 也可以斷說 a 底任何特殊分子，如 x. 依據這個道理，我們可知"沉重"可以斷說"岩石"底類之每個分子，便也可以斷說這個類底任何特殊分子，如"這塊岩石".此處的推論所根據的這個原則叫做替代原則(principle of substitution),因爲所有的東西是替代類的特殊個體. 假若 a 是包含在 b 裏面，而 x 爲 a, 那麼我們可以將 x 替代 a 以推出某種結論. 這個原則並不是全偏法則，我們不可將全偏法則與這個法則混爲一談. 全偏法則是一個消去原則 (principle of elimination), 而上述的這個原則卻是替代原則.再者，全偏法則是僅僅以有傳達性的類的包含關係爲依據；而替代原則是以無傳達性的分子關係爲依據. 在下一節裏，我們將會知道傳達性，無傳達性，以及關係底其他比較重要的性質之精確的意義是什麼. 我們現在所要注意的事是，正如許多類之間的一切演繹推論是以類的包含關係爲依據一樣，以替代原則爲根據而又包含着個體與類之間的關係，即類的分子關係，的論式是可以從這種關係中推論出來.

單稱命辭底第二種區型是其中一切辭端都是個體的一種區型.包含着這樣的命辭的論式完全是以在個體之間的關係之性質爲根據.例如，a 強於 b, b 強於 c, 所以 a 強於 c. 這是一個不包含着類的論式. 這論個式底有效性是以所述說的關係之性質爲根據. 我們現在且列舉幾個這樣的命辭以及論式例樣來看看. "約翰底年齡較亨利底年齡大些，亨利底年齡較魯伯底年齡大些，所以約翰底年齡較

魯伯底年齡大些";"x 長於 y. y 長於 z. 所以 x 長於 z". 除此以外,我們當然還可以列舉許許多多例子.這樣的一些推論底有效性像一切演繹推論底有效性一樣終究是以例示於特殊例子之中的種種結構爲依據.而這種種結構究竟說來是存在於所包含的關係裏.我們現在要進而討論關係問題.

2. 種種關係

一切演繹推論是以關係底邏輯性質爲根據.這是的確的,不管我們是討論類也好,命辭也好,個體與類也好.或者僅僅是個體也好,都不能不以關係底邏輯性質爲根據.三段式的推論之所以可能的,是因爲以"包含"這種關係底邏輯性質爲依據.涵蘊推論之所以可能的,是因爲以"涵蘊"這種關係底邏輯性質爲依據;其他一切演繹推論之所以可能的,都莫不是以種種關係底邏輯性質爲依據.不過,演繹推論所依據的關係底"性質"之本身並不是關係,而祇不過是關係底種種性徵 (characteristics). "關係" (relation) 大概是我們底語言中最常用而又最不易了解的一個名辭.在我們人類全部經驗裏沒有什麼不是充滿了關係,我們底一切思考莫不以關係爲根據,並且在我們底生活裏沒有那一方面能夠逃出於關係之外.我們底經驗之最簡單的識覺,也同最繁複的一樣,都包含着關係.我們看見這張紙是白的,就是覺得這張紙"類似於"(similar to)某些事物並且"異於"(different from) 其他的事物.要求,享受,或感覺,以及思維大概是

人類存在之最根本的模式，而關係與這些模式是密切聯繫着．如果沒有關係，那麼這些模式底活動便不可能了．我們大都是熟知種種關係的，而且當若我們遇着某關係的時候，我們便知道這關係究竟屬於那一種；大概沒有什麼東西比較關係對於我們還明顯些．然而，正如許多"明顯的"意念一樣，關係卻又最難得理解其究竟，或最不易捉摸．沒有嘗試界定"關係"的企圖是成了功的．的確，"關係"大概是不可界定的，因為我們不可豫先假定某種關係來界定關係．就我們現在所要達到的目的說，我們現在無須陷落在這種困惑之網裏面；我們對於關係的性質之常識的解釋已經足夠使我們了解關係底意念了．我們可以大概地說，關係是兩個或兩個以上的項目之間的聯繫(connectivity)之一種型式．這裏有一件事我們不可不知道，就是關係底本身並不能獨立存在，而必須附着於項目之間．我們能夠離開與關係相附着的特殊項目來抽離地考察關係底普遍性徵；並且依照關係底種種性徵來將它們加以分別．

關係之最普遍的性徵以及我們在這裏所要討論的僅有的幾種．是：對稱性，無對稱性，非對稱性，傳達性，無傳達性，非傳達性，以及自反性．我們現在將這幾種關係一一討論如下：

我們要知道，因為邏輯對於像"愛"，"恨"，"包含"，"在左"，"大於"等等特殊的關係沒有趣味，而祇興趣於它們底性質，所以我們現在用"R"來符示任何關係，用 a b, c 等等小楷字母符示關係底項目；這樣一來，a, b, c 就可以替代任何物項，如房屋，人民，命辭，類，分

子，規律等等，總而言之，可以替代能夠當做關係中的項目的任何事物．

1. 對調性(symmetry)　假若 aRb，那麼 bRa 時，這種關係便是有對調性的．例如，相等，異於，關聯於這樣的一些關係便是有對調性的．如，假若 a 等於 b，那麼 b 也等於 a（若 aRb 則 bRa）；假若 a 異於 b，那麼 b 也異於 a；假若約翰與愛德華有關係，那麼愛德華與約翰也有關係．對調性的關係是當若它底項目互易位置而仍然沒有什麼遲疑變動的一種關係．從上面所舉的例釋看來，我們便顯然可知許多關係是有這種性質．

2. 無對調性(asymmetry)　假若 aRb 與 bRa 不相容的時候，那麼這種關係 R 便是無對調性的．無對調性的關係不可互換其項目．如，較小，較大，較重，底母親(mother of)，底統治者(ruler of)等等都是無對調性的．假若 a 小於 b 那麼 b 便不小於 a；假若 a 是 b 底母親，那麼 b 便不能是 a 底母親，其他依此例類推．像這樣的一些關係在兩端底位置不能視爲同一．

3. 非對調性(non-symmetry)　一種關係 R 是有對調性或者是無對調性時，這種關係便是非對調性的．如，當 aRb 與 bRa 相容但是卻不涵蘊着 bRa 時，R 便是非對調性的．例如，底兄弟(brother of)，恨惡，欽佩，涵蘊，都是非對調性的．假若 a 是 b 底兄弟，那麼 b 或者是 a 底兄弟或者不是 a 底兄弟：假若約翰是綺麗莎白底兄弟，那麼綺麗莎白便不是約翰底兄弟；但是假若約翰是愛德華底兄弟，

那麼愛德華也是約翰底兄弟.假若 a 恨 b, 那麼 b 或者恨 a 或者不恨 a. 假若 a 涵蘊着 b, 那麼 b 或者涵蘊 a 或者不涵蘊 a. 一切像這樣的關係都是非對稱性的.

4. 傳達性 (transitivity) 假若 aRb, bRc, 那麼 aRc 的時候,這種關係 R 便是有傳達性的. 如,涵蘊,包含,等於,較大,較小,在左,以及其他許許多多的關係都是有傳達性的.假若 a 涵蘊着 b 與 b 涵蘊着 c, 那麼 a 便涵蘊着 c. 假若 a 是包含在 b 裏面,而且 b 又是包含在 c 裏面,那麼 a 便是包含在 c 裏面. 自然,前面所講過了的三段式祇是這種原理底一個特殊例子. 復次,包含着命辭的論式以及包含着類的論式都不過是其有效性建立在此處表現於傳達性底這種簡單性質裏的一個更普遍的結構之上的論式底兩個例子而已. 如,包含,涵蘊,較大,較強,等等都是有傳達性的;而且是我們所已經討論過了的那些推論底基礎(除了"底分子"這個單獨的例外以外),我們可以毫不誇張地說,傳達性底性質是演繹推論底發動泉源. 因為有這種性質,消革底程術纔可能. 例如,假若 a 是包含在 b 中, b 是包含在 c 中,那麼我們就可以消去 b, 而直接斷說 a 是包含在 c 中;因為包含關係是有傳達性的.

5. 無傳達性 (intransitivity) 假若 aRb 與 bRc 但是卻不能 aRc 的時候,那麼這種關係 R 便是無傳達性的. 例如,底母親,底父親 (father of), 等等關係都是無傳達性的. 假若 a 是 b 底母親, b 是 c 底母親,那麼 a 便不是 c 底母親;而是 c 底祖母. "底父親" 的關係

也是一樣.

6. 非傳達性 (non-transitivity)　假若 aRb 與 bRc, 有時 aRc, 有時卻不 aRc, 那麼這種關係 R 便是非傳達性的. 如, 底愛人 (lover of), 排外, 底分子 (member of), 等等關係都是非傳達性的. 例如, 假若 a 是 b 底一個愛人, b 是 c 底一個愛人, 那麼 a 或者是 c 底一個愛人, 或者不是 c 底一個愛人. 同樣, 假若 a 是被排斥於 b 之外, b 是被排斥於 c 之外, 那麼 a 或者排斥於 c 之外, 或者不被排斥於 c 之外.

除了以上所講的幾種關係底性質以外, 還有一種性質叫做"自反性" (reflexiveness). 一種關係 R 保持在一個項目及其自身之間; 這種關係便是自反的. "同一"關係是自反關係底一個例子, 因為任何項目總是與其自身同一. 這種關係在此處並不十分重要.

以上所講的種種關係可以依照對調性與傳達性底性質來加以區別. 我們必須解析清楚, 對調性與傳達性完全是各自獨立的性質. 這就是說, 有傳達性的關係有時是有對調性的有時是無對調性的, 無傳達性的關係有時是有對調性的有時是無對調性的, 其他類推. 我們現在將這種情形簡單地解說一下:

1. 有傳達性的而又有對調性的關係:

   如, 同時, 相等, 同一, 等等.

2. 有傳達性的但是卻無對調性的關係:

   如, 早些, 先於, 大於, 底祖先 (ancestor of), 在下, 小於, 等等.

3. 無傳達性的而有對調性的關係:

聯姻,兩者中之一,等等.

4. 無傳達性的而又無對調性的關係:

如,底母親,底叔父,底兒子,等等.

這些關係的性質底重要性是什麼呢?我們必須切實知道,一切演繹的論式都是以這些性質為根據.我們在前面所討論過了的那些論式底每個特殊匯型不過祇是例示(exemplifies)這些較為普遍的性質而已.在解析種種關係的時候,我們發現一切演繹所根據的極終常項(constants)以及理性的結構.我們要知道,"包含"(三段式的推論以之為根據),"涵蘊"(涵蘊的推論以之為根據),"在左"等等關係都不過是較為普遍的結構之各種表示罷了.古典邏輯底全部不過是較為普遍的結構之一個單獨的方面或特例而已.這種比較普遍的結構是遠遠地擴張到我們通常的討論界域之外,並且是一切合理的推論以及倫序之每種匯型底基礎.總而言之,結構底科學,在某種意義之中,正如中古學者所說的,是科學底科學.因為一切演繹推論莫不以結構為根據,不管我們是研究數學也好,或研究自然科學也好,或局棋也好.我們要切實記憶,合理的推論祇是結構底應用而已.

現在,我們要結束對於古典邏輯底討論,進而在本書底第二部分裏講解藉着類的演算與命辭底演算來討論通擴了的一種邏輯.類的演算與命辭底演算都是能夠包含古典邏輯而又出乎古典邏輯底範圍以外的倫序之基型.在討論這種通擴了的邏輯之前,我們要在

下面一章裏將尋常的討論之間所時常發生的推論底謬誤以及某些其他的謬誤陳說一下.

3　本章述要

在這一章裏我們已經說過邏輯是研究論式底四種區型: (1) 以命辭爲要素而構成的論式, (2) 以類爲要素所構成的論式, (3) 以個體與類爲要素來構成的論式.(4) 以個體爲要素所構成的論式.雖然,這些論式似乎彼此大大地不相同,可是它們底有效性完全是根據關係底普遍性質尤其是傳達性底性質之上.論式是例示以關係底性質爲根據的一個比較普遍的結構.我們僅僅將對調性,無對調性,非對調性,傳達性,無傳達性,非傳達性,底性質簡略地討論過了,藉以指明演繹推論底一切區型是如何終久必須以它們爲根據.系統與倫序底全部發展,對於有理性的動物是十分重要和必不可少的,也是以關係及其性質爲依據;可是我們不能夠在此處討論這個問題.我們現在先討論較常發生的謬誤,然後再進而討論本書第二部分裏所說的演繹系統之一種通徹了的研究.

第 八 章

謬　誤

謬誤底研究就是思考底病理學之研究.我們已經將有效推論底普遍原則與原理討論過了.我們要作有效的推論祇有一種方法,而要作無效的推論卻有難以計量的方法.我們對於謬誤底研究有兩種用處:第一,較顯然地表明我們施行推論時必須根據使推論爲有效的那些原理或原則;第二,幫助我們免除我們自己底思維之中較常觸犯的種種謬誤.

在這一章裏,我們並沒有豫備將所有的謬誤一一加以討論,我們祇豫備將較尋常的謬誤指出;因爲這樣就足夠了.爲要將這些較尋常的謬誤用一種適當的方法加以討論,我們將這些謬誤分做三個題目來講:(1)清晰底謬誤,(2)相干底謬誤,(3)嚴格的型式謬誤.這三個題目給予我們以一個關於尋常發生的謬誤之粗略的類分;同時也可以使我們設想到謬誤底性質是怎樣的.謬誤是什麼呢?謬誤是正確推論底規律或條件之任何違犯,這些規律有三種:第一,假若推論是正確的,那末它必須清晰;這也就是說,是必須無歧義的.第

二，假若推論是正確的，那末它必須合於論點；這也就是說，前提必須合於結論，結論必須合於前提．第三，假若推論是有效的，那末必須合於規定有效推論底種種邏輯原理或原則．這三種法則是推論所必遵的一般的條件．在實行推論的時候，如果觸犯了這幾種條件之任一，那麼便形成了謬誤．

1 清晰底謬誤

清晰，是討論底一種普遍的要求．爲要使別人了解我們所說的話或者是所寫的文字底確切意義，我們所說的話或所寫的文字就必須清晰，我們所說的話或者是所寫的文字必須有確定的與精密的意義．我們在平常談論時所用的語言或文字很少完全沒有歧義，而是往往易於發生歧義的．不清晰底最尋常的謬誤爲一語多義 (equivocation)，語義含糊(amphiboly)，合謂 (composition)，與分謂(division)．我們現在將這幾種謬誤一一解說如下：

一語多義　我們在某個論式裏所應用的文字之意義發生變化時，便產生一語多義的這種謬誤．無疑，這是一切謬誤中最通常的一種，也是最難免除的一種．中國書——尤其是古書——裏所用的"道"字底涵義之多，便是一個十分顯著的例子．"由是而知焉謂之道"的"道"固然沒有精密確切的含義，而"道可道，非常道"的"道"誰能給予一個界說？！因此，解說者常不自覺地將它弄成許多不嚴格同一的意義．這在許多解老的書籍裏，我們可以顯然易見．其他因着文字底

蒙蔽所產生的這種謬誤，更不知有多少！總之，人類所用的文字和語言，因着受風俗習慣以及運用這種文字和語言者底種種特殊性癖底影響，結果最足以發生一語多義這種謬誤．所以，嚴格地說，我們在運用通常的語言或文字來表達我們底意思時，斷乎不能絕對免除一語多義的謬誤．如果我們能夠努力將這種謬誤減少到可能的限度，那末也就萬幸了．

語義含糊　語義含糊是混歧地應用習語或語句；雖則構成這個習語或語句的單字底意義是不含糊的．Lydia 底王，Croesus，想同波斯人決戰，他將德勒非神諭當做開仗底勝利之徵兆．這個神諭是說，假若他決此一戰，那末便會傾覆一個偉大的王國(Kingdom).Croesus 由此斷定他會得着勝利．但是，戰事一開，結果他失敗了，因而他底王國傾覆了．此處的謬誤是由於神諭底陳辭之歧義而生．在這個神諭底陳辭裏面，每個文字底意義是完全確定的，並且是單一的；然而整個的陳辭卻是有歧義的，而不能產生 Croesus 所希望的結論．不過，這樣的謬誤還比較稀少．

合謂　合謂是前提沒有將意義和合在一起而在結論裏卻將意義和合在一起的一種謬誤．前提之一分別地肯定一個類底某某事物（即，各別地肯定每個分子），而結論卻集合地（即，當做整個）肯定這種類底某某事物．例如，假若我們說，"因為長方形底一切角小於一個平角，所以 ABC 角加上長方形 $ABCD$ 之 BCD 角小於一平角"，那麼便觸犯了合謂底謬誤．因為在前提裏的意義不是合謂的（即，是

分謂的)；而在結論裏卻弄成合謂的了．

分謂　與合謂極其類似的一種謬誤，便是分謂．分謂是前提底意義爲合謂而在結論裏卻弄成分謂的．我們且列舉幾何學裏的另一例子來解說一下："三角形之一切角等於一平角，ABC 是三角形 ABC 之一角；所以角 ABC 等於一平角．"此處，第一個命辭底意思是說三角形底一些角集合起來等於一平角，而結論卻是說這些角分開(即，每個角)等於一平角．我們可以說民主政治是人民底意志可以決定政府底行動的一種政治制度．假若因此我們便說在民主制的國裏某一個人民底意志可以決定政府底行動，我們便觸犯了分謂底謬誤．分謂底謬誤就是簡單地倒轉合謂底謬誤之倫序的一種謬誤．

我們僅僅將清晰底謬誤之最通常的樣子討論過了．此外，我們在作文或談話的時候更有其他許多機會來觸犯這種謬誤．例如，重音之誤讀，標點符號之誤置，字音之錯讀等等都是．不過這都是易於明瞭和易於免除的事，所以用不着在這裏多說．

2 相干底謬誤

假若我們底論式是要用來證明結論，假若論式必須是明白的並且是適當的，那末論式必須是相干的 (relevant)．假若不是不可能的話，相干實在是一個難以界定的意念，因爲它大半是根據心理的因子，如知識，經驗以及當前的目的等等．比方說，占星家說這個人之所以在某天死去了，是因爲與這個人底八字有關的星和星底位置與

死的這件事之解釋是相干的. 對於占星家，檢察官底發現是完全無關.反之，醫生在實行屍體解剖(即,驗屍)的時候，認爲占星家所說的一切與當時的日的完全無關; 即，他祇考察這個人底死亡情形以及爲什麼死亡. 假若我們底論式都不相干，那末這些論式便是謬誤的;不管這種相干大部分以經驗,目的,以及普遍地適合於我們的什麼爲根據. 我們現在祇將這種謬誤底許多比較通常的形式察閱一下.

相干底謬誤之最通常的形式是所謂 argumentum ad hominem (對人的論式). 我們現在舉一個例子將這種形式解釋一下. 假若有人要指出這個人底口供是虛僞的,那末便說這個人曾經欺騙了許多人; 總而言之,他不誠實. 然而,我們能從這件事來推斷這個人在這種特殊的審判之中也是如此麼?假若我們企圖從這樣的證據來施行嚴格的推論,那末我們便觸犯了對人的論式之謬誤. 同樣,也許有人說,"因爲 Daniel Webster 在新英格蘭 (即，從 Bering 公司) 從營業裏面得着許多金錢,所以他不適於做政治家." 此處，經商賺了許多錢這件事與他是否有做政治家底資格這個問題無關. 這種對人的論式與他底語法之眞或妄從嚴格的演繹觀點說來並不相干. 除此以外,讀者自己還可以舉出其他許多這種謬誤底例子.

不相干底另一種形式是 argumentum ad ignorantiam(利用無知的論式). 例如,"因爲沒有證據違反不朽,所以我們是不朽的."此處的不相干底謬誤是根據於我們不能確定地推論我們所全然不知

道的東西這種簡單的事實之上.

不相干底另一種形式是很希奇的，叫做 argumentum ad baculum (訴諸武力的論式). 國際間的激烈爭論，正像小孩子們吵鬧一樣，往往利用這種謬誤來解決. 並不需要多大的理智來考察一下，我們便會知道鬬爭與某種問題之公正的解決完全不相干. 如，凡爾賽條約裏的條文使德國負世界大戰的責任，便是這種謬誤底一個顯著例子. 因而，德國在武力壓迫之下承認這個條文. 從武力底成功來推論仇敵是有罪的，並不能合邏輯地證明什麼，祇是一種謬誤而已(此處所說的與事實上的歷史問題無關).

Argumentum ad populum (訴諸羣衆的論式)是與上面所說的那個謬誤底形式相似的一種謬誤. 因爲大多數人民相信飲酒是一種罪過，所以飲酒是一種罪過. 大多數的人相信高率的關稅壁壘在經濟上是有利的，所以高率的關稅壁壘在經濟上有利. 羣衆底意見與嚴格的演繹推理無關——高率的關稅在經濟上是否有利與羣衆底意見不相干，我們不能從羣衆底意見裏推出高率的關稅壁壘在經濟上究竟是有利或無利. 同樣，進化論之或眞或妄與羣衆底相信與否全然無關. 對於這些事的推論必須與羣衆底信仰分開.

不相干底謬誤還有許多. 凡屬這樣的一些謬誤都叫做 ignoratio elenhi (無知的論辯). 無知的論辯都是不相干的論式. 這樣的一些論式因若與論點根本無關，所以不能證明某結論爲眞，也不能證明某結論爲妄；或什麼都不能證明.

3. 嚴格的型式謬誤

以上所討論的一些謬誤通常叫做實際的謬誤 (material fallacies), 因爲這些謬誤都是由於討論的事實，文字底應用等等原因所致；而不一定是違犯有效推論所根據的種種純粹型式原理．所謂型式的謬誤 (formal fallacies) 是施行推論時違反了保證有效推論底嚴格型式原理的一種謬誤．

違反了三段式底那些規律中之任一條（參看第五章）便構成一個謬誤．四個辭端底謬誤 (fallacy of Quaternio Terminorum) 是違反三段式底第一條規律的一種謬誤．三段式底第一條規律是說，一個三段式必須包含三個而且僅僅三個辭端．而四個辭端底謬誤卻用了四個辭端．一個三段式裏如果有四個辭端，那末不僅僅不能推出什麼可能的結論，而且根本不成其爲三段式．自然，在一個三段式裏面假若少於三個辭端或者多於四個辭端，便也是謬誤；不過，在這樣的一些情形之下，"四個辭端底謬誤" 這個名稱不適合；我們可依其所有的辭端底多少而命名之．

三段式底第二條規律是說，共同辭端在前提裏面至少必須普及一次．假若違犯了這條規律，便形成共同辭端不普及底謬誤．三段式底第六條規律是說，在前提中不普及的辭端在結論中也不可普及．違反了這條規律底一種謬誤，便叫做全謂辭端或偏謂辭端底潛越之謬誤．總之，違反了三段式之其餘的任何規律都可構成謬誤；不過這

些謬誤沒有用專門術語表出.

關於涵蘊命辭底推論,有兩種通常的謬誤:一種是否定前項,還有一種是肯定後項.例如,"假若物價高漲,那末失業者便會找着職業.但是物價不高漲,所以失業者找不着職業",這便犯了否定前項底謬誤.自然,假若我們肯定後項,也不能推出這個結論,同時也不能推出任何結論.否定前項與肯定後項往往都是謬誤;除非"假若"底意義是"僅僅假若"(在這種情形裏,可以藉着肯定後項或否定前項來施行推論)時,或者是"假若並且僅僅假若"(在這種情形裏可以藉着肯定或否定前項或後項來作有效的推斷)時纔可能——纔不爲謬誤.對於選取命辭底推論,我們往往觸犯因肯定選項之一而推斷其他選項爲妄的這種謬誤;除了我們知道在事實上其中的各個選項是互相排外以外.同樣,在否定的聖合命辭之推論裏,我們易於觸犯否定其分子之一的這種謬誤.在第五章與第六章裏,我們已經將演繹推論底一些規律講過了,因此,無須在這裏例示.我們總要記着,違反了保證有效的推論底規律之任一,便構成一種謬誤.

4. 本章述要

我們已經知道,謬誤可以廣泛地分做三種:(1)清晰底誤謬,(2)相干底謬誤,(3)嚴格的型式謬誤.頭兩種謬誤都是"實際的"謬誤.實際的謬誤是起於文字之修辭學的或文法的應用之不當.我們之所以不得不將謬誤分做這三類的,是因爲這些謬誤違反了種種推論規

律以致我們底推論失效.因爲"淸晰"與"相干"都是推論所必遵的通常規律,所以它們也是論式底規律.除此以外,還有有效的論式所必須遵照的保證有效推論底種種邏輯原理或原則.我們又討論過較爲通常的謬誤形式.這些型式是:屬於淸晰的,爲一語多義,語義含糊,合謂,和分謂;屬於相干的,爲對人的論式,利用無知的論式,訴諸武力的論式,與訴諸羣衆的論式;屬於嚴格的型式謬誤的,爲違反保證有效推論底一般規律.我們現在要討論邏輯之較爲抽離的與通擴的研究了.

第九章

演繹系統底範念

1. 演繹與敍述

在本書第一章裏，我們曾將討論分做論式與想像兩種．我們必須記憶，一個論式是被受其他命辭所涵蘊着的構成這個論式的命辭所標別了．有些陳說——假定是結論吧！——與其他陳說——假定是前提——以這種方法，卽，假若前提爲眞，那末結論也必爲眞的方法，密切地聯繫着．前提涵蘊結論（premisses-implying-conclusions）底這種關係是論式底界定性徵(defining characteristic).而且假若討論底某些命辭是前提，其他的命辭是這些前提所產生出來的結論，那末討論底任何一部分都是一個論式．至若有兩個前提與一個結論的斷定三段式，是論式底一種極其簡單的型式．

還有我們所要說及的與論式有關係的一點，就是，並不是論式底某些命辭涵蘊着其他的命辭使討論底一部分變成一個論式，而祇是要求在討論之內保持着這樣的涵蘊關係．有些命辭可以涵蘊着其他的命辭，但是假若其間的涵蘊關係沒有斷定的時候，那末那些命

辭便不是一個論式.如果我們將這個古諺寫成邏輯型式,"每個將會死亡的人已經吃了許多汚穢的東西;這個人沒有吃許多汚穢的東西;這個人大概不會死",這並不成爲論式.這三句話是在同樣的平面之上,彼此之間沒有什麼涵蘊關係.假若我們說,"每個將會死亡的人是已經吃了許多汚穢的東西;這個人沒有吃許多汚穢的東西;所以這個人大概不會死",這幾個命辭就具備有論式底型式.同樣,雖然幾個命辭在事實上不涵蘊着一個結論,它們仍然是一個論式.如我們說,"每個大概會死的人已經吃了許多汚穢的東西;這個人已經吃了許多汚穢的東西;所以這個人大概會死",這是一個論式,一個無效的論式;然而仍然是一個論式.我們要知道,並不是命辭之間的涵蘊關係之實際的存在便構成一個論式,而是我們主張要有這些涵蘊關係之存在以構成一個論式.

我們將以上所討論的記在心裏,便可以把任何論式叫做演繹,假若這個論式底結論是確定地從前提中產生出來的話.但是,我們要知道,並非一切論式都有這種性徵.在本書第三部分裏,我們要討論其結論底有效性僅僅是概然的 (probable) 這種論式.當着關於任何題目的討論是一種演繹時,任何題目都可以演繹地對待之.

與論式相異的一切討論形式,如,從將帥底命令到小說家底構象,從詩人底情緒之爆發到生物學家底類分,我們已經在想像底空虛範疇之下將它們集合在一起.爲達到我們底目的起見,我們將想像之最重要的形式叫做敍述 (exposition) 或記述 (description). 敍

述或記述底功能是表示事物，以傳達知識，不管這種知識是關於一切動物底主要性徵之目錄，或者是關於法國革命時底紀事，或者是關於小說家心中的構象。達到教誨的目的，傳達知識或談講故事，往往是敍述底顯明目標。如果就型式方面說，那末純粹的敍述可以當做一組相連合的命辭，沒有其中的一個是涵蘊，也沒有其中的一個涵蘊着任何其他一個。討論中的許多命辭在事實上涵蘊着其他命辭；但是，如我們剛纔所說的，這種討論仍然是敍述，而不成爲論式；除非我們主張在討論本身之中有這些涵蘊存在。

2. 敍述與邏輯底演繹

在上一節，我們已經將論式與敍述兩者之間的差別討論過了。我們知道這種差別是依據於討論底型式 (form of discourse) 之上，與其實質完全無關。不管這個論式是否以在討論之中的前提與結論爲根據，而不是以我們討論世界大戰，蜜蜂底習性，或過去的足球季節爲根據。我們現在要將這種差異應用於論式底實質；不過，雖是如此，我們仍然必須知道實質並不能影響型式。論式底記述或論式底演繹是以我們僅僅顯示這些事實或者我們從其他事實裏推出這些事實爲根據。自然，演繹底本身是論式底一種型式，但是討論卻不復是論式。因爲假若它討論論式，那末便可以說，一個人之其所以是勇敢的，因爲他討論勇敢，或者說一本作文書之其所以是寫得清晰的，因爲它討論文章作法底清晰條件。

本書底第一部分是對於論式之一種擴大的討論.我們知道並不因爲這種討論底本身就是一個論式.根據上一節所說的標準,使我們顯然知道,恰恰相反,它是一種敍述.其中的各章是各自獨立的,所以在某一章裏所說的什麼不能夠從另一章裏所說的什麼中推演出來.例如,第五章裏對於三段式底解釋,不能夠從第四章裏所講的直接推論中推演出來,同時也不能夠從前面其餘的任何一章裏面推演出來.復次,假若將前面幾章裏面的任一章省去的時候,那麼我們對於論式之討論就因之而殘缺不全.假若所省去的幾章裏有些解釋過的新名稱在其他幾章裏面再加以應用,那末在有那些新名稱的其他幾章中的討論便變得不清晰了.在本書第一部分裏,如果省去一章,那末不能說是無效,因爲有效與否這種性徵不能簡單地在此處加以應用;我們可以應用完全與否或清晰與否或眞實與否等標準來判斷這件事,但是卻不能應用是否有效這種標準來判斷,因爲它並不企圖推演什麼,僅僅是解釋而已.所以,本書底第一部分是論式底一種敍述.

在本書底第二部分,我們要討論邏輯底演繹.我們要顯示本書第一部分中所說的一切都可以從之演繹出來的種種前提.同時,又顯示論式底一般原理之自身也要成爲論式底型式,使演繹推論像任何三段式那樣嚴格.

因着我們所討論的都是邏輯底主題,自然,在這一部分所講的與在第一部分所講的不免有些重複的地方.我們現在要根本地討論

與在第一部分裏所已經討論過了的論式底型式相同的論式底型式以及與推論底模式相同的推論底模式；不過現在的討論所用的方法不同，表達底形式也完全相異．我們現在可以用兩個問題立刻將它們底本身表示出來：第一，這種表達底形式有什麼便利呢？既然已經將古典邏輯底性徵充分地表述出來了，爲什麼又要將它完全加以演繹呢？難道祇有一種表達方法還不足夠嗎？第二，這種演繹採取什麼型式呢？這種型式又像什麼呢？顯然，這種型式比較在第一部分裏所講的三段式繁複得多；但是在那些方面繁複得多呢？

不幸得很，假若我們不擴大地討論第二個問題，那麼對於第一個問題便不能給予完全的解答．演繹方法之最大的便利是以它底型式爲依據；除非我們將那種型式加以詳細的研究，否則便不能理解演繹方法爲什麼有偉大的便利，同時也不知道有些什麼便利．現在，我們將演繹方法底便利列舉兩種出來：第一，這種方法能夠顯示在第一部分裏所沒有講到的許多論式．當着我們集合一組前提因而足以推演出第一部分裏的種種論式時，我們發現有效推論底其他許多區型也可以從這些前提中推演出來．現在所討論的演繹不僅是以前所講的演繹之複述，而是顯示着某些新的東西．

第二，這一點比較重要．這樣的一種演繹可以顯示在論式底各種區型之間所有的種種關係．我們將會知道論式底某些區型底許多原理可以彼此推演出來，有些論式是依據於與其他論式底前提相同的前提之上，同時其他的論式需要不同的前提來證明．但是，最要緊

的是，論式底一切區型在演繹系統裏面有它們底相當地位，所以我們將論式底一種廣博的看法當做整個的系統，以替代各種不同的論式之散漫的記述.

較特別地說，我們可以將論式看做是兩種相異的證系，對於兩種不同的演繹系統，須要充實以兩組不同的前提. 在這兩組不同的前提中之一組是將類底概念當做基本概念，並且要說明以類底概念來解釋的那些論式底區型——直接推論與三段式. 另一組是將命辭底概念當做基本概念，並且討論如涵蘊論式與選取論式等等以前曾用命辭討論過了的論式之區型. 單獨用命辭來將全部邏輯加以演繹，這是可能的事. 在懷惕黑 (Whitehead) 與羅素兩大師所合著的數學原理 (Principia Mathematica) 裏面，已經這樣實行過. 不過，這樣的研究在一本入門書底範圍中是太冗長和太艱深了. 我們在本書底這一部分裏是將命辭和類分別地加以研究；不過以後在有機會時也指出這兩者之間的相同點. 我們不管這個題目底這種區分，演繹方法會使它獲得一種廣闊性，使我們可以將邏輯看做一個統一的範圍，它並且要指明在種種不同的論式之間的無可置疑的關係.

在解答第二個問題，即，解答關於這樣的演繹型式問題的時候，我們最好列舉一個擴大的演繹系統底具體例樣. 為達到這種目的，我們現在採取平面幾何學底歐基理德系統 (Euclidean system) 來做例樣；這是因為這種系統足以說明一個演繹系統底一切性徵，同時，讀者大都也熟悉它. 所以，我們要較詳細地將這種系統解說一

下；雖則，無需乎說我們底目的祇在求發現它所例示的演繹系統底什麼性徵，而不在求發現空間底性質。

3. 當作演繹系統來看的幾何學

我們知道每個論式都須要有前提，命辭，藉之來施行推演；歐基理德建立五條"公設"(Postulates)做這種幾何學底系統之前提：

I. 從任何點到其他任何點可作一直線。

II. 一線可以引至無限長。

III. 以任意一點爲圓心，可以已知半徑作一圓。

IV. 一切直角皆相等。

V. 若一直線與其他兩直線相交形成內角，此內角在同旁小於二直角，此二直線若無限延長，則相交於諸角小於二直角的一旁。

最後的一個公設是有名的平行公設。除了以上所舉的五個公設以外，歐幾理德又定立了五個"公理"(Axioms)或"公意"(Common Notions)，這些公理或公意是應用在推證裏面。這些公理或公意不僅僅在幾何學裏面纔適用，而且在其他任何領域中也是有效的。這五個公理或公意是：

I. 兩個東西若等於同一個東西彼此亦必互相等。

II. 相等者加相等者，其和必等。

III. 相等者減相等者，其差必等。

IV. 互相符合的事物都相等.

V. 全體大於它底任一部分.

在上面所述說的公設裏面有許多名稱(例如,"點","直線","直角","圓"等等),讀者對於這些名稱或者還沒有精確的概念.因此,便需要界說.我們必須注意,界說之所以與公設不同的,是因為界說不像公設那樣為關於空間性質之假設,而不過是種種名稱之解釋而已.我們現在舉幾個例子來例示界說:

1. 一個點沒有體積.

2. 一條線是一種沒有廣闊的長度.

10. 設一直線立於另一直線之上,所成的兩鄰角彼此相等,那麼每個鄰角都是直角.

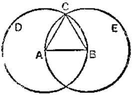
15. 圓是平面底一部分,以一曲線為界,這個曲線上的各點與中央點底距離都相等.

16. 而且這個點是圓底中心.

界說 10 告訴我們什麼是直角,並且告訴我們一個角怎樣纔可以說是一個直角;但是這個界說卻不告訴我們有任何直角或有什麼關於直角的假設.這些工作是公設所做的,所以公設 IV 告訴我們說一切直角都相等.我們要知道,公設並不告訴我們說直角底性質如何,或這個名稱是怎樣用法,而祇陳說關於直角的一個根本假設(fundamental assumption).

我們既然通覽了這幾個公設,公理,與界說,我們現在再來考察

許多命題之一.



在一條有限直線之上作一個等邊三角形.

設 AB 爲有限的直線.

因此必須在直線 AB 上作一個等邊三角形.

以圓心 A 與距離 AB, 可作圓 BCD [公設 III].

又以圓心 B 與距離 AB, 可作圓 ACE [公設 III].

而且從圓彼此相交之點 C, 到 A, B 諸點, 設 CA, CB 相聯 [公設 I].

因 A 點爲圓 BCD 底中心,

AC 等於 AB [界說 15].

又因 B 點爲圓 ACE 底中心,

BC 等於 BA [界說 15].

但是已經證明 CA 等於 AB; 所以每條直線 CA, CB 等於 AB 而且同等於一物的東西亦相互相等.

所以 CA 也等於 CB.

所以三條直線 CA, AB, BC 彼此相等.

所以三角形 ABC 是等邊的, 而且是建立在所設的有限直線之上.

自然, 假若我們再列舉另外的一些定理, 那麼便可以多獲得一些關於幾何學的知識, 不過卻不能夠再多得着一點關於演繹系統底知識; 因爲一切演繹系統所必需具備的條件已經在這裏講解出來

了。與以上所說的證題方法相同的方法是應用於一切定理之中。每個定理都是用上面所述說的公設，公理，與界說來證明，或者是用極終地根據於這些公設，公理，與界說之上的而又已經證明過了的定理來證明。證明底整個結構是這樣建造起來的，這種結構也就是幾何學。但是，證明底方法在一切情形裏都是一樣的，我們現在要來解析這種方法。

4 演繹系統底解析

假定我們所已經知道的關於幾何學的知識是將幾何學當做演繹系統底一種區型，我們現在要討論什麼是任何這樣的系統之根本構成要素。我們已經說過，界說與公設是這樣的系統之根本構成要素，定理，自然也是任何這樣的系統中的顯著要素。除此以外，我們還要討論另外兩種要素：第一，沒有界定的要素，關係，與運作；第二，推演底規律，我們現在要將這些構成要素一一簡單地討論如下。

1. 界說 (definitions) 在前一節裏面，我們已經說過，界說在一個演繹系統之中的作用是像在一本字典之中的作用一樣——解釋名稱底意義(1). 像這樣的界說必須應用其他的名稱；而這些其他的名稱又屬於另一個界說。假若這些其他的名稱是已經界定了，那麼便是已經應用了另外的名稱來界定它們，而這些另外的名稱又需要界定。這樣一來，以致界說沒有止境。在這樣的情形之下有兩種可能：或者是界說底聯鎖在某一點上必須截斷，或者界說變成循環的，

即用另外一個名稱來界定原來的名稱，再用原來的名稱來界定這另外的一個名稱。不過，循環界說無論怎樣是沒有效用或價值的。例如，將硬殼蟲界定爲屬於甲蟲類的蟲，然後又將屬於甲蟲類的蟲界定爲硬殼蟲。這樣的界說，並不會使我們了解屬於甲蟲類的蟲與硬殼蟲底意義是什麼。這樣看起來，令我們知道，假若我們要使界說有相當的效用或價值，那麼必須將界說構作得盡量逼近於那個被界定的名稱之一般人所熟悉的意義。如，歐基理德以相等，直線，與角來界定直角；以平面與直線來界定角；以面與直線來界定平面；以線與點來界定直線；用"無廣闊的長度"來界定線；用"沒有體積的東西"來界定點；這都使我們易於了解。不過，體積，廣闊，長度，面，或相等卻沒有給與何種界說。界說必須在某處停止；但是如果這些名稱底意義是不可解的，那麼是否能夠如此還不得而知。

我們要知道，界說對於一個演繹系統並不是根本重要的，而僅僅是爲便利而立的。比方說的話，假使我們不願意應用"點"這個名稱，那麼我們可以用"沒有體積的有元"這種字樣來替代它，或者不願意應用"直線"而用"方向處處不變的線"這個界說來替代它。假若要完全不用界說，那麼我們可以寫，"從沒有體積的任何有元到沒有體積的任何其他有元能夠畫一條直行的無廣闊的長度"，以替代公設 I，"從任何點到其他任何點可作一直線"。但有這種樣式的公設與公設 I 底樣式所表示的意義恰恰一樣，但是這種樣式卻太麻煩了，並且極其難於了解。被具有第一種樣式的公設所涵蘊着的任何

事物也被具有第二種樣式的公設所涵蘊着；但是要使這些涵蘊顯然易明並且正確地推演具有第二種樣式的任何事，這幾乎是一件不可能的事.所以，界說在邏輯底本身上雖然是不必要的，但是在推論的時候是便利的；而且界說所介紹的一些新名稱可以當做繁複的和難以敍述的種種名稱之簡寫.

在前面所講的許多界說之中，我們看出兩種不同的區型.幾何學家將"點"界定爲沒有體積的東西，並且探討點底種種性徵及其種種可能的關係；但是它與體積沒有任何除此以外的關係.同樣，幾何學家將"線界定爲沒有廣闊的長度，而且當着線底特點是顯著地表明在以後的討論之中的時候，廣闊與長度，不過就是廣闊與長度而已，都不再加以討論.在另一方面，幾何學家用"直線"與"角度底相等"來界定"直角".結果，有與包含着直角之數量相等的包含着"直線"與"角度底相等"的種種證法.復次，幾何學家用"線"與"點"來界定"圓".但是在以後的討論中，線和點是像對於圓周的討論同樣的重要.

因爲直線，點，與角度底相等都是以後的定理之主體，所以，我們可以說直線，點，角度底相等，都是在幾何學底系統裏面的東西；而體積，廣闊，與長度不是以後的定理之主體，所以都是在幾何學底系統以外的東西.應用在這個系統以外的名稱的任何界說底本身也是在這個系統以外；而僅僅應用在這個系統以內的名稱的界說底本身便是在這個系統之內.因此，於是產生界說底一種兩重的類分：

在系統以內的界說以及在系統以外的界說.

2. 沒有界定的要素，關係，與運作(undefined elements, relations, and operations) 我們在本書第一部中已說過，關係是表明兩個或兩個以上的有元(entities)之間的聯繫的一種東西. 在左，相等，在前，大於，在其間，底姑祖母，都是表明在不同的有元之間的一種或其他種聯繫的種種關係，我們可以依照關係所包含着的有元之數量底多少來將它們加以類分. 如，在左，大於，與底姑祖母都是兩項關係(dyadic relations)，因為它們包含着兩個項目. "在其間"往往用於具有"a是在b與c之間"的這種型式的命辭之中，所以是一種三項關係(triadic relation). 復次，還有四項關係(tetradic relation)，五項關係(pentadic relation)，以及多項關係(polyadic relation).

幾何學特別注意到兩項關係，如相等，相合，相似，一致，等等便是.

任何系統底要素都是被那個系統裏的這種關係所聯繫起來的一些有元. 如，在幾何學中往往說A線等於B線，P點與Q點相合，三角形ABC與三角形$A'B'C'$相似，或者那個多邊形$ABCD$是與另一多邊形$A'B'C'D'$一致；這些線，點，三角形，與多邊形都是幾何學底系統之構成要素. 我們可以將這同樣的事實用其他方法陳說出來：一個系統底要素構成那個系統底主體. 它們是公設與定理所道及的東西，我們所知道的當做系統的東西已經構作了.

在解析任何關係的時候，我們可以區別三種方面：(1) 被關係所

聯絡起來的要素；(2) 關係底本身；(3) 關係底陳辭 (statement). 例如，三角形 ABC 與 $A'B'C'$ 是被關係所聯絡起來的要素，"相合"是關係，"ABC 與 $A'B'C'$ 相合"是關係底陳辭. 關係底陳辭往往是一個命辭，從這個命辭之中我們可以將關係以及被關係所聯絡着的要素解析出來.

我們已經說過，關係可以當做聯結底一種型式，但是，除此以外，還有一種聯結底型式，就是運作，我們還要將它加以討論. 我們在這裏所說的運作並不是在證明之中的有某種作用的運作，如推論或構作補線等等，而是在系統自身之內的一種聯結之型式. 沒有關於這一種的運作是已含在幾何學裏面，雖則，以後我們還要討論含有這種運作的演繹系統，在算術裏面，"$3+2$"與"7×4"是表示運作. 我們必須注意，在運作裏與在關係裏一樣，解析起來也可以顯示三種方面：(1) 運作項 (operand), 或者是一團必須加以運作的要素. 如，3 與 2 這兩個數目是"$3+2$"這個例子底運作項. (2) 運作者 (operator), 在剛才所引的第一個例子中的"$+$"與第二個例子中的"$\times$"便是運作者. (3) 運作底結果 (resultant of the operation), 如"$3+2$"或者是"7×4"這樣的整個表辭 (expression) 便是運作底結果. 運作底結果並不是一個命辭，而是與包含着運作項的東西同其種類的一種要素，這就是關係與運作之間相異之處. 例如，$3+2$ 之為數目正如 3 與 2 之為數目一樣. "3 是大於 2" 是用一個命辭所表出的數目之間的關係底一個例子，但是 $3+2$ 底本身是一個數目，是運作底結果；

這是不可不明瞭的。

有些運作者在運作項裏僅僅需要一個單獨的要素，而關係卻往往需要兩個要素。底平方，底倒數，底平方根，以及底立方（square of, reciprocal of, square root of, and cube of）都是其運作項僅僅包含着一個單獨的要素的運作者之數學的例證。這樣的一些運作叫做一端的（unary）運作。正如關係一樣，運作也可以依照它所包含着的要素之數目底多少來加以分類。於是，運作可以分做一端的，兩端的（binary），三端的（ternary），以及四端的（quaternary）等等種類。

我們已經將要素，關係，與運作大概地討論過了，我們現在要研究將它們叫做"沒有界定的東西"是什麼意思。當着我們談到沒有界定的要素，關係，以及運作的時候，我們底意思並不是說這些有元不能給予以界說，或者不曾給予以界說；而僅僅是說在這個系統之內沒有給予以界說；這裏所說的在系統之內的界說與在前一節裏所說的在系統之內的界說底意義一樣。例如，"點"與"線"在歐基理德幾何學裏是沒有界定的名稱，因爲雖然歐基理德給予"點"與"線"以界說，然而這些界說卻是在系統以外的界說。我們必須知道，一個名稱之究竟是否界定了，不僅僅是以我們能否給予它一個界說而定，而也是以那個界說之是否在這個系統以內而定。

一切演繹系統，無論是幾何學底系統或其他系統，是討論種種要素以及在這些要素之間的可能關係，或者是討論可以行諸於它們

之間的一些運作．從以上所討論的看來，使我們得知每個像這樣的系統必需具備着沒有界定的要素與關係或運作．因為，假若我們要將在這個系統中的一切名稱——要素，關係，或運作——都給予以界說，那末在定立界說時勢必要應用屬於其他界說的另外的名稱．給予一個界說又給予一個界說，一直這樣前進，恐怕靡有止境．在這種辦法行得很遠以前，這一列界說就會出乎這個系統之外，這就是說，將會用不屬於這個系統的名稱來型定其他名稱．但是在我們應用這種概念的意義裏面，未曾界定過了的任何名稱底界說是在這個系統之外，因此，在每種情形裏面都有未曾界定的名稱——要素與運作或關係．

復次，還有一種意義，在這種意義中未曾界定的要素，關係，與運作是演繹系統所討論的一些僅有的項目．我們早已說過，在系統以外的界說不是這個系統底一部分；而在系統以內的界說，像一切其他的界說一樣，不過是介紹當做縮寫或省寫的新項目罷了．但是，由此卻引起一個問題，即：所介紹的當做縮寫的項目是些什麼呢？不是在系統以外的任何名稱，而是出乎系統以外的界說之自身．所以，這是很顯然的，在這個系統以內的界說簡僅是在這個系統裏的未曾界定的複雜項目底縮寫．至於一個系統討論在它裏面所界定了的項目，那不過是將這些項目當作縮寫而已．例如，歐基理德說圓是有關於線與一個中心的某些性質的一種平面．因此，證明圓的任何已知的定理，歸根究底來說只是證明平面與線底關係的一條定理．對於

圓的任何討論在事實上就是討論某種平面；我們應用"圓"這個名稱不過是當做一種便利的縮寫罷了.

我們所說及的關於圓的什麼，也可以相等地應用於被界說所介紹的一切名稱，因此，一個演繹系統根本僅僅討論它底沒有界定的要素與運作或關係．我們可以將一個演繹系統界定為從假設在沒有界定的要素之間的某種沒有界定的關係的許多命辭中所產生的推論底一個纚列，這件事是很重要的.

3．公設 (postulates)　剛纔我們說過，一個演繹系統是推論底一個纚列．但是，一切推論必須有一個起點．我們不能夠從無何有 (nothing) 來推論什麼，也不能夠沒有前提而施行推論．一切論式需要某些開始的假設，以作它底結論之根據．這樣的一些根本假設就是公設.

因為任何系統底公設是證明底起點，所以這些公設底本身不能在這個系統之內來證明其為眞或為妄或適合或不適合，這是很顯然的事．每個定理是藉着公設來證明它是以公設為根據．最大多數的證明之所以能夠成立的，是因為假若公設都眞，那麼定理也必須為眞．例如，如果歐基理德底證明都是有效的，那麼這些證明就告訴我們，假若歐氏底種種公設與公理 (axioms) 都眞，那麼一切定理也必須都眞．但是這些證明卻沒有談到這些公設與公理底本身之為眞或為妄．我們怎樣保證這些公設為眞呢?

假若要詳細討論確定前提之眞底方法，我們就必須討論另外一

種邏輯，即歸納的邏輯，這一種邏輯我們將要在後面加以研究。現在，我們要考驗試行建立公設底一個方法。在古典邏輯裏，每個論式是從自明的前提 (self-evident premisses) 出發。歐基理德解釋他所建立的公設，是爲解答這個問題。他認爲祇有瘋癲的人纔懷疑那些公設。錯誤底可能在那裏呢？任何人能夠不了解這些公設底眞實性而知道這些項目底意義麼？

如果我們稍微考慮一下，便會發現所謂"自明" (self-evidence) 是一個極其危險的眞理標準。曾經有一個時代以爲地球是平的是一個自明的眞理。神仙底存在對於某些人之是自明的，正猶之乎對於我們是不存在的一樣爲自明的。稍微知道一點人類學的人，便會知道各人以爲各人底倫理主張之是自明的，正像主張的人那樣多。某一時代或某個人所認爲是自明的，對於另一個時代或另一個人也許不是自明的。假若我們將自明當做建立公設底標準，那麼我們決定所建立的公設之眞實性底根據就很不鞏固了。

我們可以藉着其他的問題來處置公設底眞確與否這個問題。公設之自明形成了什麼差異呢？或者形成了什麼眞理呢？我們要知道，不管這些公設是自明的或者是可疑的，眞的或者是妄的，而演繹仍然可以施行。還是有定理之相同的發展與證明之同樣的區型。在公設都是謬妄的系統裏與在公設都是眞實的系統裏一樣，有同類的界說以及同類的沒有界定的項目。假若我們將某個抽離的系統完全當做是演繹的，那末公設之眞妄問題是嚴格地不相干。

假若我們研究演繹系統底應用,那末,自然,這個問題是最重要的問題.如果一個演繹系統裏有些公設是謬誤的,那末有些定理大概也會是謬妄的,而且會產生一種關於某種事物之不正確的陳述之系統.通常說來,像這樣的演繹系統並沒有什麼價值;因爲這樣的系統不能給予我們以什麼知識,也不能指明何種眞確的關係;不過僅僅當做與前提爲眞的演繹系統相同的一個演繹系統而已.

假若公設之眞妄與演繹系統底討論不相干,那麼我們僅僅將這些公設當做假設——演繹系統其餘部分所根據的假設.這種系統底目的只是將可以從這些假設裏所推演出來的結果弄清楚些,達到這種目的的方法我們將在下一段加以討論;但是這個系統底根本假設之眞妄問題,這個系統是不理會的.

我們現在可以總括地在這裏說幾句:歐幾理德底公設與公意之間的差異僅僅是主題底差異.他底公設祇能作爲幾何學底公設,而公意卻也可以當做其他系統底公設.不過我們底意見以爲兩者都是公設,或是演繹從之而出發的一些假設.

4. 推演底規律(rules of procedure)　任何系統底公設總涵蘊着種種定理,而且這種涵蘊關係是僅僅包含着公設與定理的一種關係.這種涵蘊關係底存在,那就是說,證明定理以前提爲依據,必須表明在每種情形裏面.證明這種涵蘊關係底存在的一種程術並不是一種關係,而是一種方法.換句話說,爲要建立任何定理,我們必須證明它,這種過程便是一種方法.例如,要證明前面所說的歐基理德

所構作的種種公設或定理，我們就必須採取各種不同的步驟，這些步驟中的每一個都是代表一個完全的動作．有些事已是採取這個步驟的，我們現在來研究支配採取這些步驟底方法的一些規律．

當着我們談到推演底規律時，我們必須將我們應用這個名辭底方法弄清楚．在某種意義中，絕對沒有什麼推演底規律；這就是說，並沒有什麼規律告訴我們在任何證明之中什麼是第二個特別步驟．發現能夠引起所要求的證明的步驟是靠各個人底創造力以及施行演繹者底識力而定．這是完全可能的，例如，歐基理德底公設裏所產生出來的許多定理沒有人證明過，不過是因爲缺乏識力，創造力，或者甚至於是缺乏引起證明底機會．在這種證明之中，如許多學習幾何學的人所知道的，並沒有什麼神奇的證明方法，也沒有什麼公式在施行演繹時能夠告訴我們第二個步驟是什麼．這種步驟必須或者用直覺得來，否則必須記憶之．

關於什麼步驟纔是可能的，和什麼是推演底有效模式，已經有許多很確定的規律．並沒有什麼規律指定證明底第二個步驟是什麼．但是假若我們認定任一步驟爲第二個步驟，那麼便有規定這種辦法是否可能的種種規律．這些規律並不會告訴我們所認定的步驟在證明所要求的定理時是否有用，而僅僅告訴我們這個步驟是否有效．這些規律底作用僅僅是說，"假若以爲所認定的步驟能夠幫助證明，它便是有效的，"或者不然就說，"所認定的步驟是沒有承諾的．"歐基理德所構作的公設底頭三個底大部分的作用是像推演底規律

一樣.第一條公設告訴我們,"從任何點到其他任何點可作一直線."這就是說,假若在推演一個定理的時候,必須在兩點之間畫一條線;這個步驟是許可的.這個規律並不能說明在那些定理中必須畫一條建構線.此處唯一的標準是推演這個定理的人底判斷力.

在這一段中我們並不討論支配在特殊科學裏有效的推演的像剛纔所引的公設的種種規律,而祇討論根據於一切演繹基礎之上的那些規律.我們要將這些規律中之最基本的幾個討論一下,我們在第十二章裏再指明其他的規律怎樣可以推演出來.一切這些規律都是極高度的普遍性 (generality) 的,並且很明白地使讀者知道這些規律底陳辭似乎是平常的.這些規律既然是這樣眞確的,甚至於使我們覺得似乎用不着花費時間來討論它們;不過它們是一切演繹藉以進行的資據,所以對於了解演繹系統是很重要的.我們現在列舉幾個在下面:

a. 推論原則 (principle of inference) 這個原則允許涵蘊着結論的前提假若爲眞,那麼被涵蘊着的結論之陳辭必須也爲眞.這個原則之最普遍的型式是:假若 p 爲眞,而且假若 p 涵蘊着 q 爲眞,那麼 q 也爲眞.或者,用數學原理中的說法,是:被一個眞命辭所涵蘊着的任何事物爲眞[2].顯然,這個原則允許我們分裂涵蘊式,而且從前提之眞傳達到結論之眞.藉着這個原則,當着我們假定一羣前提或公設爲眞,並且指明它們是涵蘊着一個結論或定理的時候,那麼我們可以假定結論之自身必須爲眞,而無需乎理會建立它的前提

與證明.我們既然已經申述了涵蘊型式,我們可以藉着它來推出結論,而且與前提相獨立地斷說結論.如下面這個三段式:

一切昆蟲都有六隻腳
一切蚊蟲都是昆蟲
∴一切蚊蟲都有六隻腳

這個三段式滿足了有效的三段式之一切條件,所以前提涵蘊着結論.但是,除此以外,這些前提都眞;因此,藉着推論原則,我們可以知道結論爲眞,並且可以獨立地肯定一切蚊蟲都有六隻腳.假若我們再舉一個相等的有效的三段式,

一切昆蟲都有六隻腳
一切螃蟹都是昆蟲
∴一切螃蟹都有六隻腳

這個三段式底前提與結論之間保有涵蘊關係,但是我們卻不能推出這個結論,也不能單獨地肯定它,因爲前提爲妄.

保有涵蘊關係以及前提之眞實這兩種條件都是使推論原則發生效力的必要條件.當着我們滿足了這些條件的時候,我們便可以獨立地斷定結論爲眞.

b. 替代原則(principles of substitution) 替代原則有兩種,其中的一種是:能夠斷說全類底一切分子便也可以斷說這個類底任何次類之分子.例如,我們斷說關於"一切人"的什麼事物,這個斷說底效力便可以普及於一切紅頭髮人,或者一切長人,或者一切

會死的人,或者甚至於一切不死的人;雖則,在某種情形之下,"不死的人"之次類沒有分子,而在另一種情形之下,"會死的人"之次類與人底全類同其外延.

替代原則底另一種是說同一的項目可以互相更換.像這樣的同一可以公定 (postulated), 可以證明,或者可以用界說來建立,但是在任何情形之下,同一的項目都可以互相更換.在討論界說的時候,我們曾經舉例來說明在種種項目之間的像這樣的互相更換,這兩種替代原則對於在以後幾章裏所要講到的抽離系統(abstract system)是很重要的.

c. 挈合的斷說原理 (principle of conjunctive assertion) 這個原理是說,假若 p 和 q 是任何兩個假定為眞的命辭,那麼挈合命辭 p 與 q 也可以假定為眞.歐基理德在前面所引論過的定理底某一點上說明了這個原理底用法.他推論如下:

BC 等於 BA.

但是又已經證明 CA 等於 AB.

所以每條直線 CA, CB 等於 AB.

這些原理是可以適用於任何演繹系統的推演底基本邏輯規律.其他從這些原理裏所演產出來的種種規律,我們將在第十二章中加以討論.

5. 定理 (theorems) 任何演繹系統最後所餘的構成分子為定理.定理是被公設所涵蘊着,而且是藉着在前面一段中所講的推

演之規律來獨立地斷說．現在此處僅僅有幾點必須與定理一同討論．第一，已經在一個系統中證明過了的任何定理可以當做一個前提，從這個前提中推演其他的定理，這是很顯然易明的．這是幾何學底全部定理能夠以這一個依據於那一個地建立起來的方法．

第二，從某種觀點看來，定理是任何演繹系統中最不重要的一部分；但是，從另一種觀點看來，定理是任何演繹系統中最重要的一部分．這兩種觀點之相反，是一件有趣味的事；在結束本章之先，我們不妨討論它一下．

因爲定理是被公設所蘊含着，所以定理除了將潛伏在公設裏的東西顯示出來以外，沒有其他的作用．一切定理都是包含在公設裏面，僅僅等待應用推演底規律來使之可加推證．假若前提都是眞的，那麼定理必須爲眞，所以任何定理不過是重述包含在前提裏的某些眞値 (truth) 而已．由這樣看來，可知定理並不能給予我們任何根本是新的東西，只是重述必須已經包含在公設之中的東西．我們祇能夠將我們所放入一個演繹系統裏面去的什麼從演繹系統裏取出來，而我們所放入一個演繹系統裏面去的什麼是已經總括在公設之中了；可見定理不過是將我們所放入演繹系統裏去的什麼重複陳說一下罷了．

雖然上面所說的是不錯，不過因着有定理的緣故，於是構造了公設組系 (postulate set)．設若有一些具有共同主題的命辭，我們尋出一組公設，從這一組公設中我們可以將這些命辭推演出來，建立

一個公設組系底目的不僅僅是將全部範圍總括爲幾個假設，而且是要將這種範圍裏的各種眞値之間的關係指明出來．例如，歐基理德提出他所定立的公設底意向不是以最少可能的表辭將幾何學總括起來，而是在指明各種不同的定理之間的聯繫並且發現足以推演出一切定理的種種原理．

雖然，任何演繹系統底定理除了包含潛伏在公設之內的東西以外，不能包含其他的什麼，但是它們卻可以包含着我們所不知道的是潛伏在公設之中的許多東西．這也就是說，雖則定理是部分地重述潛伏在公設裏的東西，但是我們卻不曾全然知道它們所重述的什麼．所以某定理之產生往往使我們覺得完全驚異．任何人讀過歐基理德底公設，而欲求知道這些公設涵蘊着一個直角三角形底斜邊之平方等於其他兩邊底平方之和，這是很難的事．然而這個定理確實是潛伏在這些公設之中，不過我們沒有發現出來罷了．

我們現在大略地說幾句以總括這種討論：從邏輯的觀點看來，演繹系統裏的定理並沒有陳述什麼新東西，卽，沒有陳述不是潛伏在公設裏的東西．但是，從心理的觀點看來，定理可以陳述許多新的東西，卽，可以從公設裏推演出來但是我們卻不曾知道的許多東西．此外，演繹系統有將我們底知識配列成爲一個有系統的倫序這種利益．

界說，沒有界定的項目，公設，推演底規律，以及定理都是一個演繹系統底構成分子．沒有界定的要素構成演繹系統底主體；公設

是關於這種主體的根本假設；推演底規律幫助我們將定理推演出來；定理是被推演底規律所演產出來的並且各別地假定了的公設之涵蘊型式。凡此種種，都是一個演繹系統之必要的構成條件。界說在演繹系統中並不怎樣必要，祇不過當作便利的縮寫而已。這樣，於是完成了我們對於演繹系統底解析。

5. 本章述要

在這一章裏我們已經區別了涉及任何對象之敍述的與演繹的方法，並且擬將論式加以演繹的研究。在解答這種研究有什麼效用的問題時，我們已經指出這種研究會顯示關於論式的一些新觀念，並且能夠指出我們所有的知識之結構。在解答這樣的演繹採取什麼型式這個問題時，我們已經藉着歐基理德底幾何學來說明演繹系統，而且指出構成演繹系統的五種要素：界說，沒有界定的項目，公設，推演底規律，以及標別演繹系統的各個定理。

---

(1) 在本書第二部分裏，我們應用"項目"這個名稱之在文法方面的意義，即指着語句中的任何構成分子而言，而不僅僅限於意指第一部分中所說的類和個體。例如，根據我們此後將要應用的意義，也將關係當做項目。

(2) Whitehead 與 Russell, "Principia Mathematica," 第二版，第 93 頁。這條原則在這裏是寫為，"被一個眞確的根本命辭所涵蘊着的任何事物為眞。" 不過因為這條原則底範圍是擴張於根本命辭之外，所以我們採用較為普遍的說法。

第十章

抽離的演繹系統

1 演繹底危厄

在完成演繹系統時所有的一個危險的泉源是在與題材太易相混。在人類任何其他的努力範圍中，完全把握實質，對於許多重大的工作是必要的；但是，在施行純粹的演繹時，像這樣的知識是無益的，而且雖則我們完全不知道實質，仍然能夠毫無礙難地獨立地施行演繹。假若我們將演繹系統底性質稍微考察一下，就會明瞭這一點。

我們要知道，一個演繹系統不僅僅是一組命辭而已，而是一個有組織的與有倫序的體系。這種倫序底關聯是依據於一切定理都可以從公設中推演出來的這種事實之上。假若除了所述說的公設以外的任何前提潛入證明裏面去，那麼，自然，這種倫序便失去了。我們不復有什麼知識之組織，而祇是一種純粹的集合；不復是總括並且潛伏地包含在公設之中的整個系統，而是需要外加的假設。如是一來，這個系統就根本不成其為系統，而祇成為陳辭底堆聚罷了。

任何人在型定一個系統時所知道的關於這個系統的知識當然比他所採用的公設爲多.他也知道有些——假若不是一切的話——定理必須加以演繹.簡單地說,他知道一羣屬於一個系統的眞値,有些眞値他選擇出來當做公設,其餘的則當作定理而推演之.我們知道,型式的演繹底條件是需要定理單獨以公設爲根據.但是假如在證明者底前面有許多已知的事實,那麼在實行證明的時候便極其容易應用那不包含在公設之中的某種原理.像這樣地應用了的任何原理顯然可知是無意地假定了的,但是像這樣的假設足以破壞一個演繹系統底嚴格性.因爲像這樣的假設不是顯明地假定了,所以沒有機會去詳細考察它.其實,這個原理是一種錯誤的概念,所以它可以引出不僅僅不是嚴格地從公設中所產生出來的而且確實也是謬誤的定理.此處演繹有與題材太相密接的危險.

像這樣的一個不包含在公設裏面的關於某種事物的假設是例示在前一章裏引的歐基理德底定理之中.在這種情形裏面,這個定理仍然是眞的,而且也能夠以所設想的方法來構作一個等邊三角形;不過這種可能不是以公設與公理爲根據.我們必須注意,在這種證明中,已經假定有直線 AB, 並且必須構作一個等邊三角形於其上.這種證明如下:

以中心 A 與距離 AB, 作圓 BCD;

又以中心 B 與距離 BA, 作圓 ACE;

從 C 點(在其中各圓彼此相交)到 A 點與 B 點,聯接直線 CA,CB.

於是證明了三角形 ABC 是等邊的。這兩個圓底構作是完全有效的，並且被公設 III 所證明了；可是在這些公設或公理中並沒有什麼可以保證這兩個圓共有 C 點。自然，有一個共同半徑的任何兩個圓底圓周之上至少必須共有一個點，但是這件事並沒有明白地陳說在公設裏面。在這個系統中沒有什麼保證這個交點 C 必須存在，所以祇有藉着引入在這個系統之外的某些假設纔能定立它底存在。可見這個定理不是由公設所產生的，所以這樣的證明在型式方面無效。這是很顯然的，歐基理德將這一點弄錯了，他底錯誤並不是由於關於圓的性質的假設為妄，而是由於假定他所沒有公定的事物。他底結論是真的，然而他因要求得着這種結論以致出乎他底系統之範圍以外來作這樣的研究。

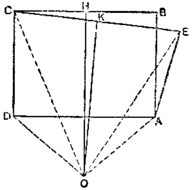
也許有人以為演繹中的這種錯誤是沒有什麼妨害的，我們可以應用一種顯然易明的真理，雖則，這種真理並沒有在公設裏面陳說出來。這種想像是不對的。這種想像之其所以是不對的的理由，我們考察幾何學裏面的詭論 (paradoxes) 就可以知道。有幾個有名的幾何學的詭論使顯然完全可能的假設引起一些不可能的結論。我們現在且舉一個例子在下面：

求證一個直角等於大於一個直角的角[1]。

設 $ABCD$ 為一長方形。從 A 畫一線 AE 於長方形之外，等於 AB 或 CD 並成如圖所示之銳角 BAE。將 CB 等分於 H。通過 H 於直角上作 HO 到 CB。將 CE 等分於 K。通過 K 於直角上作 KO 到

CE 因此，CB 與 CE 不平行，HO 與 KO 諸線(假定)相交於 O. 聯結 OA, OE, OC 與 OD.

三角形 ODC 與 OAE 在一切方面相等.因爲,既然 KO 等分 CE 並垂直於 CE. 於是 $OC=OE$ 同様,既然 HO 等分 CB 與 DA, 並垂直於此兩者,於是 $OD=OA$. 依圖，$DC=AE$. 所以三角形 ODC 之三邊各別地等於三角形 OAE 之三邊.因此,根據歐氏幾何學 1.8. 得知這些三角形都相等,所以角 ODC 等於角 OAE



再者，既然 HO 等分 DA. 並垂直於 DA, 於是角 ODA 等於角 OAD.

所以，角 ADC (ODC 與 ODA 之差) 等於角 DAE (OAE 與 OAD 之差).然而 ADC 是一直角，DAE 必須大於一直角.

我們如果將上面的證明通盤地探索一下,便會知道其中一切顯露出來的步驟完全是有效的. 我們能夠作些如圖所示之垂線，這些

垂線又是相交着，而且一切必須相合的三角形都是相合的。在這個證明裏唯一的缺點就是被一個畫錯了的圖形(EO 線在 D 與 A 之間同 DA 線相交)所引起的假設。在事實上，一個畫得正確的圖形之交點總是在 A 點以外。在這種情形之下，角 DAE 不復是角 OAE 與角 OAD 底差，所以這個證明不能成立。

在上面所舉的證明裏的不正確的假設與歐氏幾何學底第一命辭裏的正確假設之間的相同點是顯然易明的。在每種情形中，這樣的一些公設不足以做某種特殊的演繹底基礎；在每種情形中，必須借助於直覺，借助於圖形之表示，以獲得完成這個證明所必須的原理。在某種情形裏，如果直覺是錯誤的，那末結果所產生出來的定理爲妄；在另一種情形裏，如果直覺是正確的，那末結果所產生出來的定理爲眞。不過，在這兩種情形底任一種中我們不能說定理可以單獨從公設中來證明之。僅僅推出公設底涵蘊式的演繹系統是不能成立的，我們是討論這個兩重的問題，即，這樣的一些錯誤怎樣可能，以及我們怎樣免除這樣的一些錯誤。

我們要在下面的一節來解答後面這個問題。關於前一個問題之所以發生，我們認爲是由於太熟知題材所致。我們首先就歐基理德幾何學底定理中的沒有保證的假設而言，對於任何稍微知道一點關於圓的知識的人是很顯然地知道兩個圓在一個共同半徑底對當界限上必須至少有一個交點。此處沒有包含着什麼假設，這種事實似乎應該是如此顯然易明。因此，圓已經在系統中界定了，給與這些圓

以一切眞實的圓所有的性徵，這是十分自然的一件事；而且給予這些圓以一切眞實的圓所有的性徵而不感覺得需要一個公設，這也是一件十分自然的事．這種謬誤是比較細微的．這種謬誤是由於界定在系統之內的一個項目，尋求適合於這個界說的在系統之內的一羣對象，然後將適合於這個界說的在系統之外的對象之某些性徵變爲在系統之內界定了的項目．如果要說明這種謬誤，我們可以在某個系統裏將椅子界定爲"有一個靠背並且爲單人坐的一個豎立的座位"來做例子．在觀察適合於這個界說的物項時，我們知道一切眞實存在的椅子都有四隻腳．但是如果因此就說這種性徵是因着椅子底界說而產生，而且以爲在這個系統中界定了的一切椅子必須有四隻腳，那末便是一種謬誤的思想．

這種謬誤是已經陷入歐基理德底證明之中．圓底界說及其在幾何學中的地位我們已經討論過了．歐基理德覺得他所構作的一切圓，一切可觀察的圓，不僅適合於他底界說，而且還有這種加入的性質：假若圓有一個公共半徑，便至少有一個交點．他將適合於界說的圓之這種性質變爲界定了的圓．要完全洞悉時常必須構作的眞實的圓，纔能夠這樣變化．假若歐基理德除了關於圓的公設與界說之外不知道關於圓的其他什麽，那末他便不致於陷入這種謬誤．

2. 當做縮寫的符號

雖然，太熟悉題材之本身在演繹系統裏是一個可能的錯誤泉源，

可是我們不能免除它,而將建立演繹系統這件事給全然沒有實質的知識的人去做.像這樣的人不能理解定理底相互關係,並且不能立即發現可以從而推出定理的一組公設.所以,我們所需要的是某種人為的方法,運用這種方法來遠離實質底認識之影響以達到施行純粹演繹的目的.在施行演繹的時候,假若沒有去掉專門的知識,又沒有利用別的方法來幫助我們,那麼便使我們不了解這種演繹系統;所以,在施行演繹時,我們必須借助於某種法術.

這是很顯然的,此處所需要的是使我們了解演繹程術之心理方面的幫助,而不是什麼新的邏輯原理.在前一段所說的謬誤並非演繹裏的缺點,而是推演定理的人在不小心的時候所常觸犯的一種謬誤.我們現在所需要的不是另外的邏輯原理,而是需要某些方法來幫助我們得以精確地運用已知的邏輯原理.

我們如果將任意採取的符號來做公設組系底名稱之縮寫,那末便可以得着像這樣的一種幫助.在後面的一節中,我們將會發現這些符號底用處還不祇於當做縮寫;不過僅僅在這種範圍中來考察它們,也足以證明它們底效用.我們應用這樣的縮寫,可以免除所包含着的項目引起的心理的聯念,因此,便能避免暗中的假設.例如,假若我們想到圓,我們對於圓的知識是如是重要,而且因這個項目所引起的聯念是很大的,因此,我們便難免無意地定立一些假設.可是,假若我們應用縮寫,如以字母來替代圓,將圓寫為 a's 與 b's 等等,那末便減少許多心理的聯念;不僅如此,而且在型式的論式之中

的任何用通常文字所可潛蔽的破綻立刻可以看出。要在幾何學裏面說明這種符號的縮寫法是非常困難的,這是由於所包含的有元之區型太多以及在其間有許多不同的關係使然。在本書前幾章裏我們已經說明了許多符號底用法,如寫"$p \supset q$"替代"p 命辭涵蘊着 q 命辭",或者寫"$ab=0$"替代"旣是 a 又是 b 的類等於 0"。我們必須知道,任何無意地定立的假設易於潛藏在文字的形式裏面而不常存留在符語 (symbolic statement) 之中。不過,我們對以上所述說的符號之用法都沒有加以系統的解釋;我們也沒有應用這樣的符號來表明全部的演繹系統。我們現在卻要列舉這樣的一個例子。

我們現在列舉一個容易了解的簡單系統。設有四個人:某人,他底父親,他底祖父,以及他底曾祖父。我們現在要討論聯繫這一羣人的"是一個祖先" (is an ancestor of) 這種關係。爲免除因文字底聯念所引起的無意建立的假設起見,我們將 Rab 替代"一個人是一個人底祖先"。這裏我們必須注意,"一個人是一個人底祖先"這個表辭可以表明在兩種情形中同是一個人的這種可能。這也就是說,這個人又可以是他自己底祖先。所以,當着我們寫"Rab"時,"a"與"b"也可以指着同一個人而言。假若我們要認定這些符號是指稱不同的個體,那末我們就說 a 與 b 不同。爲簡便起見,我們只用"K"來指稱以上四個人。我們現在有機會來建立公設了。

關於這四個人的最顯著的事實大概是,假若我們隨意選擇其中任何兩個不同的分子,那末,或者其中之一是另一底祖先,或者另一

是其中之一底祖先．因此，我們可以公定：

公設1．假若 a 與 b 是 K 之不同的分子，那麼或者 Rab 或者 Rba．這就是說，假若 a 與 b 是這一羣人中的任何兩個人，那麼或者 a 是 b 底祖先，或者 b 是 a 底祖先．

我們必須注意，這裏的符式可以表示一個人是他自己底祖先；然而，在事實上並非如此．因此：

公設2．假若 Rab，那末 a 與 b 不相同．這就是說，假若 a 是 b 底祖先，那末"a"與"b"便不能指稱同一的人．我們可以簡單地轉換這個公設來從這個公設裏推出一個系列(corollary)．根據公設2，我們必須明瞭，假若 a 與 b 沒有什麼不同，那末 Rab 便爲妄．用尋常的話來說，如果"a"與"b"是指着同一個人而言，那末 a 便不是 b 底祖先．但是假若"a"與"b"是指稱同一個體，那末我們可以寫"Raa"替代"Rab"以使這種事實完全顯然易明．於是得：

系列．Raa 常妄．

這個系列可以讀作，"一個人是他自己底祖先這是謬妄的．"公設與系列顯然表明同一的意義．

復次，我們知道"是一個祖先"這種關係是有傳達性的，因此我們可以公定：

公設3．假若 Rab 與 Rbc，那末 Rac(2)．或者換句話說，假若 a 是 b 底祖先，而且 b 是 c 底祖先，那末 a 是 c 底祖先．

最後，我們知道這三個公設對於任何一脈相傳的世系都是眞的．

不管世系所包含的人之數量有多少，爲要區別這一羣人，我們必須增加一個最後的公設。

公設 4. K 包含着四個分子。

我們可以用專門方法來表示這些都是必需的公設，所以在這一個組系中，我們充分地陳述適用於這四個人的"是一個祖先"這種關係底種種性徵。但是，不僅如此，我們又採取一種形式來表明這些性徵，在這種形式中我們似乎不大熟悉這些性徵，結果我們往往無意地建立一些關於"是一個祖先"這種關係的任何假設。因爲我們熟習"是一個祖先"底意義，當着我們構作關於"Rab"的假設時，便會明瞭這一點。後面的符語沒有心理的聯念，所以我們想談及它底任何事物必須追溯到它底公設。我們可以進行討論定理底演繹以保證所需要的一切假設都是顯明的。這種演繹祇要有推演底邏輯規律就行了。

我們現在先將替代邏輯原則講幾句，使有些證明比較容易着手。我們已經選擇了對於整個 K 羣爲眞的幾個公設。例如，我們知道，公設"假若 Rab 與 Rbc, 那末 Rac"爲眞，我們不管"a", "b", 以及"c"所指稱的是什麼分子。因爲這幾個字母是指稱這一羣人中的任何分子，不管我們怎樣去選取，所以我們可以將指稱底偷序變更一下，寫作，"假若 Rbc 與 Rac, 那末 Rbc", 或者也可以寫作"假若 Rcb 與 Rba, 那末 Rca". 後面的兩個型式底意義與原有的型式底意義完全相同。

復次，我們知道在"Rab"這種符式中，a 與 b 不須指稱相異的個體。因為這個公設在一切情形裏都真，在 a 與 c 不指稱相異的個體而是指稱相同的個體的這種特殊情形裏亦真，於是便產生了這種情形：

假若 Rab 與 Rba，那麼 Raa

這是前面的一個公設之一種有效的應用；雖則，結論 Raa 常妄。這個符式不過是說，假若有一個人是另一個人底祖先，而另一個人又是先前這一個人底祖先，那麼先前這個人便是他自己底祖先。這在純粹邏輯上完全是可能的。雖則在事實上沒有人是他自己底祖先；但是這與邏輯底本身不相干。

我們現在舉幾個例子來解說證明：(3)

定理 1. 假若 Rab 為眞，那末 Rba 為妄。這就是說，假若 a 是 b 底祖先，那末 b 便不是 a 底祖先。這個定理是被反證論法(reductio ad absurdum)所證明了，即，藉着證明如果有一假定這個定理為妄，另一便包含在矛盾之中。因為一個矛盾從來不能為眞，以為這個定理為妄的假設，其自身也必須為妄。所以，這個定理必須為眞。在這些證明裏面，我們必須注意，這些證明從來沒有引入在這些公設以外的任何其他原理，並且藉着指明這個假設是否定這些公設以證明它為妄。(4)

要建立所討論的定理，我們是假定它為妄；換句話說，我們假定至少有一對分子，a 與 b. 於是 Rab 與 Rba 都眞。不過就我們所知

道的來說，假若 Rab 爲眞，Rba 也眞，那末，根據公設 3，得知 Raa 爲眞．Raa 這個符語之所以爲眞，是因爲有某分子反駁公設 2 底系列，公設 2 底系列是要求 Rax 常妄．所以，在某種情形之中，Rab 以及 Rba 都爲眞的這種假設往往相矛盾．所以，我們必須假定這個假設爲妄，或者，換句話說，必須假定 Rab 與 Rba 不能同眞，或者對於同一事物，假若 Rab 爲眞，那末 Rba 爲妄．這裏所說的一個定理底性徵就是這樣的．

定理 2. 設 Rab，而且 x 是 K 底一個異於 a 與 b 的分子，那末或者 Rax 或者 Rxb 用平常的話句來說，就是，設 a 是 b 底祖先，而且 x 是異於 a 與 b 的 K 之某某第三分子，那末或者 a 是 x 底祖先，或者 x 是 b 底祖先．自然，在特別情形裏，Rax 與 Rxb 可以同眞．在 a, b 與 x 之間還有其他幾種關係，這幾種關係可眞或可不眞．不過，假如我們選取 a b，與 x，那末便至少必須如此：或爲 Rax 或爲 Rxb.

證明：既然假定 a 與 x 不同，根據公設 1，則或爲 Rax 或爲 Rxa.

假若爲 Rxa，因既設 Rab，那末根據公設 3 則爲 Rxb.

所以，或爲 Rax 或爲 Rxb.

定理 3. 至少有一個 a，因是 Rab 常妄．這個定理可以讀作，"某人（在 K 中）不是任何人（在 K 中）底祖先．"

這條定理是被反證論法所證明了．我們假定 K 中的每個分子

是 K 中的某個分子之祖先，那末對於每個 a 便有某個 b 於是 Rab. 設 A 為 K 底任何分子，那末，根據我們所建立的假設，得知在 K 中有某個 B, 於是 RAB 根據公設 2. 得知 A 與 B 不同. 但是，根據我們所建立的假設，得知在 K 中有某個 C, 於是 RBC. 根據公設 2, B 與 C 不同. 根據公設 3, RAC, 而且根據公設 2, A 與 C 不相同. 但是這個假設要求有某個 D. 於是 RCD. 同樣，我們能夠證明 A, B, C, D 各不相同. 再者，必須有一個要素 E 於是 RDE. 我們能夠證明 A, B, C, D, 以及 E 各不相同. 但是現在 K 裏面有五個不同的要素，而公設 4 說祇有四個要素. 所以，從以上所建立的公設方面看來，得知這個假設為妄，而與這個假設相矛盾的定理則必須為眞.

定理 4. 不能夠多於一個 a 因是 Rab 常妄. 這就是說，僅僅有一個人不是任何人底祖先. 這種證明還是一種反證論法.

假若有兩個要素，各別地叫做 a_1 與 a_2. 因是 Rab 常妄. 那末，根據公設 1, 便是或為 Ra_1a_2, 或為 Ra_2a_1. 若為前者，則 Ra_1b 不常妄，因為 a_2 是一個 b, 因是 Ra_1b 為眞. 若為後者，則 Ra_2b 不常妄，因為 a_1 是一個 b 因是 Ra_2b 為眞. 在任何情形之中，祇有一個要素 a, 因是 Rab 常妄. 所以，我們底假設否定它底本身，因而這個定理得以成立.

後面兩個定理底作用是指明恰恰有一個分子 a, 於是 Rab 常妄. 我們必須證明 (1) 至少有一個像這樣的分子，(2) 至多有一個像這樣的分子.

我們現在可以藉着界說來將其他種種關係引入我們底系統之中。我們說 a 是 b 底後裔，就是簡單地說 b 是 a 底祖先。我們用"D"來符示"是一個後裔"這個關係，便得：

$$Dab = Rba \quad Df.$$

我們在上面的界定方式底末尾寫個"Df"的意思是表示前後兩項在界說上相等。即是，"Rba"在任何情形之中等於"Dab"所有的意義。當着我們說"Dab"的時候，我們底意思就是說 Dab 除了"Rba"以外沒有別的意義。我們現在可以運用這種新的關係來證明定理。

定理 5. 假若 Dab 與 Dbc，那末 Dac。這就是說，"是一個後裔"的這種關係是有傳達性的。

證明：從公設 3 開始，我們便知道前提底倫序顯然無關緊要。因此，我們可以說，假若 Rbc 與 Rab，那末 Rac。這個公設既然有效於 K 底一切分子，那末如果我們以 a 代 c，或者以 c 代 a 這個公設仍然為真；不管 a 與 c 是在公設中的什麼地方。於是我們得：假若 Rba 與 Rcb，那末 Rca。我們現在將包含着 D 的相等陳說替代包含着 R 的每個陳說，於是：

假若 Dab 與 Dbc 那末 Dac。這必須加以證明。

這是一樣的，對於以 R 表出的每個定理，我們能夠得着以 D 表出的一個相當的定理。於是，我們能夠證明 Daa 常妄。假若 a 與 b 是 K 底不同的分子，那末或為 Dab，或為 Dba，等等。

我們可以藉着界說來介紹其他的關係。我們說 a 是 b 底父親就

是說 a 是 b 底祖先(廣義的)，而且有一個個體 c，於是 a 是 c 底祖先，c 是 b 底祖先。換句話說，一個人底父親是直接產生這個人的祖先。我們用"Fab"來符示"a 是 b 底一個父親"，於是：

$Fab = Rab$ 而且有任何 c 則爲妄，於是 Rac 與 Rcb. Df.

我們所以在上面祇寫"是一個父親"，而不寫作"是這個父親"者，是因爲我們還沒有證明地證明一個人至多祇能有一個父親。

定理6. 假若 Fac 與 Fbc，那末 $a=b$. 換句話說，假若 a 是 c 底一個父親，b 是 c 底一個父親，那末"a"與"b"必須是指着同一個人而言。

證明：此處還是須要用反證論法。假定 Fac 並且 a 與 b 不同。根據公設2，或爲 Rab，或爲 Rba

假若爲 Rab，那末便是 Rab 與 Rbc 所以 b 是屬於後裔的在 a 與 c 之間的一個分子。根據 F 底界說，Fac 必須爲妄。

假若 Rba，那末 Rba 與 Rac 同樣 Fbc 必須爲妄。在任何情形裏面這個假設否定其自身，所以這個定理得以成立。

直接根據這個界說，得知"是這個父親"——我們現在用冠辭"這個"——是一種無傳遞性的關係。

定理7. 假若 Fab 與 Fbc 那末 Fac 爲妄。

證明：設 Fab 與 Fbc. 那末 b 是一個要素，於是 Rab 與 Rbc. 所以，Fac 必須爲妄。

我們可以從這個定理得着一個新界說，即：

$$Gab = \text{有一個 } c, \text{於是 } Fac \text{ 與 } Fcb. \quad Df.$$

用平常的話說就是，我們說 a 是 b 底一個祖父就是等於說有某一個人底父親是 a，而他又是 b 底父親。一個人祇能有一個祖父(在 K 中)以及這種關係是無傳達性的這種證明與前面所述的相同。

我們現在介紹一種有趣味的三項關係 (triadic relation)：

$$Babc = [Rab \text{ 與 } Rbc] \text{ 或 } [Rcb \text{ 與 } Rba]. \quad Df.$$

用平常的話來說，就是，我們說 b 是在 a 與 c 之間的後裔，就是等於說或者 (1) a 是 b 底一個祖先與 b 是 c 底一個祖先，或者 (2) c 是 b 底一個祖先與 b 是 a 底一個祖先。在界說裏的括符僅僅表明選取是在整個的"Rab 與 Rbc"，以及整個的"Rcb 與 Rbc"之間。

我們現在再祇討論與這種關係有關的一個單獨的定理：

定理 8. 假若 $Babc$ 爲眞，那末 $Bacb$ 爲妄。用通常的話說，就是，假若 b 是在 a 與 c 之間的後裔，那末 c 便不是在 a 與 b 之間。

證明：假若 $Babc$ 爲眞，那末根據界說，我們就知道或者 (1) Rab 與 Rbc 爲眞，或者 (2) Rcb 與 Rba 爲眞。我們現在將這些例子各別地考察一下。

1. Rab 與 Rbc 眞。根據公設 3 Rac 爲眞。根據定理 1，因爲 Rbc 與 Rac 爲眞，所以 Rcb 與 Rca 必須爲妄。假若 $Bacb$ 爲眞，那末或者 (i) Rac 與 Rcb 必須爲眞，或者 (ii) Rbc 與 Rca 必須爲眞。但是 (i) 爲不可能，因爲我們已經證明 Rcb 爲妄，(ii) 也爲不可能，因爲我們已經證明 Rca 爲妄。所以在 (1) 中 $Bacb$ 爲妄。

2. Rcb 與 Rba 眞. 根據公設 3, Rca 爲眞，根據定理 1, Rac 與 Rbc 都妄. 我們再考察 (i) 與 (ii) 這兩個選項，因爲 Rac 爲妄，所以 (i) 爲妄；因爲 Rbc 爲妄，所以 (ii) 爲妄. 因此，在 (2) 中，$Bacb$ 也妄. 這個定理已經證明如是.

自然，在這個系統裏還有許多其他的定理尙待證明，但是以上所說的已經夠使我們得着精密的邏輯方法底範念了. 關於"是一個祖先"這種關係以及那四個人的一切假設已經表明在我們所建立的公設之中. 許多定理已經應用純粹邏輯的推演規律來推演了. 藉着符號的縮寫，我們已經免除了任何可掩飾在尋常文字裏面的假設，並且可以確定一切證明都是有效的.

我們可以大概地說，在前一章裏所討論的一個演繹系統底一切構成分子都表現於現在所討論的這個系統之中了. 包含着四個人的 K 類，與"是一個祖先"這種兩項關係都是沒有界定的項目. 公設，界說，與定理都已經說過了. 推演底規律是應用於證明之中的種種邏輯原理.

我們現在要來討論另一種顯然不同的系統.

3. 當做結構的符號

我們現在考察另一羣四個分子，卽，整數 1, 2, 3, 4; 並且研究這些數目之間的"小於" (is less than) 這種關係. 像前面底辦法一樣，我們可以將這個類叫做"K"，並且將"Rab"當做一個整數是小於一

個整數" 底縮寫.同時,也不包含着相異的整數.

在討論這個系統底公設時,我們發現我們在前面一節裏所用的符號的公設 (symbolic postulates) 也可以應用於現在的系統中.我們可以公定:

(1) 假若 a 與 b 是 K 之不同的分子,那麼或者 Rab 或者 Rba. 這就是說,設有任何兩個不同的整數,或者其一小於其他,或者其他小於其一.

(2) 假若 Rab, 那麼 a 與 b 各不相同. 或者是說,假若有一整數小於另一整數,那麼這兩個整數便各不相同.

(3) 假若 Rab 與 Rbc, 那麼 Rac. 假若第一個整數小於第二個整數,第二個整數小於第三個整數,那末第一個整數便小於第三個整數.

(4) K 包含着四個分子.

這兩組公設底符號的形式是相同的.這兩個系統之間唯一不同之點是此處所討論的是關於"整數"與"小於"等項目,而在前面的一個系統中所討論的是關於"人"與"是一個祖先"等項目.總而言之,我們是已經發現了顯示一個共同型式而主題全然相異的兩個系統.幾個不同的系統可以有一個共同的型式,我們可以直接研究系統底結構,而無須討論系統之本身的這種發現是現代邏輯底最重要的成就之一.這使我們放棄將符號當做縮寫的觀念,而祇將它們當做顯示系統之結構的工具.

我們首先必須注意，對於每個定理我們用"是一個祖先"的形式表明出來也可以有用"小於"的形式表明出來的一個相當的定理。在前面，我們曾經證明沒有人是他自己底祖先，而且，假若 a 是 b 底祖先，那末 b 便不是 a 底祖先，現在有沒有數目小於其自身的這個相當的定理，而且假若 a 小於 b，那末 b 不小於 a. 這些定理是顯然易明的，甚至無庸證明。在這個系統裏的證明之每一個步驟是與前面所說的一個系統裏的證明之相當的步驟相等。我們現在不過是僅僅將先前所用的符號給予以一種新意義來施行相同的演算而已。當着我們實行證明的時候，我們並不直接理會"是一個祖先"的這種關係，而僅僅指明這一羣符號的縮寫是根據另一羣符號的縮寫。這些演繹是證明：假若這一羣縮寫為眞，那末其他一羣縮寫也必為眞。例如，根據具有符號形式的一些公設我們已經證明，假若 Rab 為眞，那末 Rba 為妄；不僅如此，而且這個定理是相等地有效，不管"a"與"b"是替代人或是替代整數，也不管"R"是替代"是一個祖先"或者是替代"小於"這些關係。因為這種緣故，所以我們無需乎注意到當做縮寫的符號，而祇將這些符號當做表明型式的要素。

在討論三段式的時候，我們知道在無論什麼地方可以建立具有這種型式的一個論式

$$\begin{array}{l}\text{一切 } M \text{ 是 } P\\ \text{一切 } S \text{ 是 } M\\ \hline \therefore \text{一切 } S \text{ 是 } P\end{array}$$

這個論式是有效的.不過,這個型式並不是一個三段式;這個型式沒有前提也沒有結論,祇是具有前提與結論型式的一個三段式之格架罷了."一切 M 是 P" 不是一個命辭,也不是爲眞爲妄的某種東西;而祇是當着我們將這些字母代入種種意義時便變成或眞或妄的某種東西.例如,當着我們說,一切袋鼠都是澳洲底土產,或者說一切鈉底化合物都是溶於水的時候,纔有眞妄可言.其他前提與結論亦然;當着我們代入以意義時,前提與結論便變成有眞妄可言的東西;祇有命辭底純粹格架,纔無所謂眞妄.從三段式底這種純粹結構中,我們可以必然地確定三段式是否有效,不管我們拿什麼意義代入其中的字母,無論是代以袋鼠也好,代以化學藥品也好.假若我們代以許多項目因而得着眞實的前提,那末結論也必須爲眞.

我們可以恰恰在相同的觀點之下來討論種種符號的公設.例如下式:

假若 a 與 b 都是 K 底相異分子,那末或者 Rab 或者 Rba

我們不可將這個符式當做某種系統底一個假設,而祇可當做一個假設底型式,這因它本身無所謂眞,也無所謂妄.當着我們指明 R 是什麼樣的關係,又指明 K 是什麼類的時候,那末一個命辭底這種純粹結構便變成爲一個命辭了,而且又因此變成眞或變成妄.其他三種符號的程式亦然.它們僅僅是命辭底格架,其自身既不眞又不妄,即,無關於眞妄.但是,假若我們無論拿什麼項目嵌入這種格架之中去,那末結論就必須以之爲根據;因此,此處無論我們用什麼要素與

關係來例示公設底格架，定理必須以之爲根據。所以，我們可以僅僅用 K's 與 R's 來型定 (formulate) 公設組系，而不借助於要素之任何特指的類或關係。假若任何系統底公設爲眞，那末其中的定理也必須爲眞。

我們必須知道，任何一羣用 K's 與 R's 所表明出來的而不理會特殊關係的公設是抽離的 (abstract). 當若許多意義代入符號中去的時候，假若任何系統之抽離的公設得以爲眞，那末便是那些公設底一種解釋 (interpretation). 如我們現在所以將前一節底符號的公設看做是抽離的，是因爲它們純粹是假設底型式。包含着"是一個祖先"的系統與包含着"小於"這種關係的系統都是這種抽離的系統組系之解釋。

在這四種公設之中，最後的一種比較無關重要，因若它僅僅指明要素底數目，而沒有確定在這些要素之間的關係之種類。其餘的公設對於許多關係是眞確的，並且解釋這些公設的任何關係便叫做纚列關係 (serial relation). 小於，大於，在左，在右，在前，在後，等等關係都是纚列關係。被纚列關係所聯繫起來的任何一羣要素叫做一個纚列 (series). 如前面所講的四個人或四個整數都是纚列。纚列可以無限，也可以有限；如，在一條線上的一切點被"在左"這種關係所安排着，或者一切正整數依其大小之倫序配列起來，可以形成無窮纚列 (infinite series).

除了纚列關係以外，還有其他許多抽離的公設。像幾何學那樣

的抽離系統我們已經型定了,像代數學之抽離系統的系統也型定過了.在下一章裏面,我們要討論類底演算底幾組抽離的公設之一.

4 本章述要

在這一章裏,我們已經說過太熟知一個演繹系統底可嵌入的題材是在推演定理時發生差誤之一個常有的泉源.因此,我們便將符號當做縮寫以免除在演繹中的任何像這樣的錯誤之根源.為說明符號底應用方法起見,我們於是構作一個用符號表示出來的系統,型定種種公設,並且推演種種定理.在構作另一個符號的系統時,我們發現符號的縮寫在兩種情形裏都是同一的.這種發現使我們放棄將符號當做縮寫的這種觀念,而將這些符號當做表明所解釋過了的一個系統之純粹型式的一些型模.我們已經說過,演繹藉着這些格架的公設得以進行,定理藉着這些格架的公設得以嚴格地證明,我們又給予演繹過了的任何系統以抽離的演繹系統的名稱.

---

(1) 採自 W. W. Rouse Ball 底"Mathematical Recreations and Essays" 5th ed., pp. 45—46.

(2) 如在下一節將要詳細講解的,這三者都是壘列的倫序之公設,現在所講的見於 E. V. Huntington, "The Continuum," 第二版, p.10.

(3) 不了解符號的證明 (symbolic proves) 的人,假若先知道許多公設而且將這些證明逐漸記載下來,那末便會較爲易於了解之.

(4) 反證論法是像在前一章第四節所講的推演底一種方法.我們所以沒有在這裏述說它,是因爲它可以從命辭底普遍規律中推演出來,如將要在第十二章第三節中所指示者.

第十一章

類底演算

1. 導論

在第九章裏我們已經將演繹系統底一般性徵大概地討論過了；在本章底前一章裏我們又講過抽離的演繹系統；我們現在要討論那可以解釋為類底演算的一個抽離系統．我們現在要建立一組公設，從這一組公設中可以推演出類底一切規律．這些規律之中，有些我們已經在本書第一部分裏應用到，還有其他的許多我們還沒有機會講到．

我們現在所要構作的一組公設完全是抽離的．一切在系統以內的演繹必須以在系統以內的公設底嚴格型式為根據，不管我們可以給於它們以怎樣的解釋，在可以解釋為類底演算的系統中的演繹自然不能例外．當着需要這種推演規則來保證邏輯的精確性與嚴格性時，我們對於解釋抽離的結構之興味比較研究結構自身底興味要大些．對於抽離的結構的解釋有兩種，其一是對於類的解釋，其他是對於空間部分的解釋．在這兩種解釋之中，我們比較興趣於類底解釋，

所以,我們現在要給於所述的每個公設與定理以類的解釋.但是,我們必須知道,一切演繹雖然與這種解釋各自獨立,然而還是有效的;種種定理仍然可以抽離地陳示出來,並且從抽離的公設中加以證明.祇有將這種手續完成了以後纔可給予以解釋.

已經完成了的關於類底演算的公設有幾組.我們要知道,這幾組公設是相等的;這就是說,我們可以證明在這一組系中的公設能夠當做另一組系中的定理,在另一組系中的公設能夠當做這一組系中的定理.這些不同的公設組系之存在不過是證示演繹系統底一切規律有許多推演的起點罷了,至於我們究竟要用那一組公設,這卻可以任意選擇.我們現在所要討論的公設組系,是 E. V. Huntington 教授所構作的.(1) 我們之所以選取他所構作的公設組系者,是因為他所構作的公設組系很均齊,完全沒有什麼牽強,而且易於推出許多重要的定理.

2. 在外延方面的類

如我們在第三章裏所說明過了的,這種演算僅可適用於在外延方面的類.假若我們簡單地將在外延方面的類考察一下,那麼便易於了解這種演算.

當着我們討論一個在外延方面的類時,我們是將這個類當做包含着某一羣分子的集合.假若類底分子關係是同一的,那麼在表面上不相同的類可以認為是相同的類.例如,有訓練的海豹這個類與在

馬戲場中表演的海豹這個類兩者是用各不相同的性徵來界定了，因爲一個有訓練的海豹與在馬戲場中表演的海豹在意義上不是相同的東西。然而，假若兩個類有相同的分子，那就是說，假若一切有訓練的海豹都是在馬戲場中表演的海豹，而且假若一切在馬戲場中表演的海豹都是有訓練的海豹，那麼這兩個類就可以認爲是相同的類了。在這種情形中，我們不過將"有訓練的海豹"與"在馬戲場中表演的海豹"當做指稱一個單獨的類之兩種不同的說法。我們現在用 a 來替代有訓練的海豹這個類，用 b 來替代在馬戲場中表演的海豹這個類，於是可以寫爲：

$$a=b$$

或者說，a 類等於 b 類。

當着兩個類底分子各不相同的時候，那麼這兩個類便是不同一的(non-identical)類。這並非就是說，兩個類必需具有不同數目的分子纔不相同，因爲四個網球底類與四隻象底類還是不相同。區分類所最必須遵守的條件是：許多類中的一個類至少有一個分子不是另一個類底分子。在上面所引用的例樣中，網球底類與象底類不相同，因爲至少有一個網球不是四隻象中之一。或者再舉一個例樣，在我們前面的書架上頭四本書的類是異於在書架上頭五本書的類，這是因爲後面的這一個類至少有一個分子——即，第五本書——不是前面一個類底分子。當着類是彼此不相同的時候，我們可以寫作：

$$a \neq b$$

這就是說，a 不等於 b.

假若第一個類底一切分子也是第二個類底分子，那麼第一個類便是包含在第二個類裏面.例如，石像底類是包含在像底類中，而又包含在石頭所做的東西之類中. 第一，每個石像是一個像；第二，每個石像是石頭所做的. 根據包含底界說，我們得知每一個類都是包含在其自身之中. 我們說 a 是包含在 a 裏面，就是說 a 底每個分子是 a 底一個分子.同樣，假若 a 是包含在 b 之中，b 是包含在 a 之中，那麼 $a=b$. 因爲，假若 a 是包含在 b 裏面，那麼 a 底一切分子就是 b 底分子.恰恰一樣，假若 b 是包含在 a 中，那本 b 底一切分子就是 a 底分子. 因此，是這個類或那個類底分子，便也是這兩個類底分子. 這是同一底一個足夠條件 (sufficient condition). 我們將"a 是包含在 b 中"這種情形符示爲：

$$a<b$$

設有兩個類，不管它們是同一的或是相異的，然而有從它們裏面形成新類的兩種模式. 第一，我們可以採取是兩個原來的類底分子的那些個體來形成一個新類.所形成的這種新類叫做原來的類之積稱 (product), 寫作：

$$a\times b$$

採取兩個類底積稱的這種運作叫做邏輯的相乘 (logical multiplication). 例如，美國公民底類與外國人底類兩者之積稱是美國公民與外國人底類；換句話說，是入了籍的美國公民之類。

另一種從兩個所與的類形成一個新類底模式是形成一個包含着其分子爲原來的類中的這一個類或那一個類或這個類與那個類兩者底分子的類.這種所產生出來的新類叫做原來的類之和稱(sum).我們寫作:

$$a+b$$

採取兩個類之和稱的這種運作,叫做邏輯的相加(logical addition).例如,等邊三角形底類與二等邊三角形底類兩者之和稱或者是等邊的或者是二等邊的三角形之類;簡單地說,就是非不等邊的三角形之類.

除了以上所討論的類之外,還有具備着特殊性質的兩個類.其中的第一個是空類,或者是沒有分子的類.空類是單一的;這就是說,祇有一個沒有分子的類.祇要在每種情形裏選取不同的個體,我們就可以隨意構成具有一個或兩個或任何個分子的類;可是我們卻祇能構作一個空類,這是以類底差異之討論爲根據.假若有兩個不同的空類,那麼至少必須有一個是這個類底分子而不是另一個類底分子的事物.但是,根據空類底界說,我們得知沒有空類能夠包含任何分子.因此,我們也就沒有方法來區別兩個空類,所以任何兩個空類必須視爲是同一的.例如,兩丈高的人這個類與紫色的象這兩個類必須是同一的——都是虛空的.我們用"0"來表示空類.

在空類底許多特別性質之中有一種性質是:

$$= 0$$

這就是說,被空類底分子與任何其他類底分子所形成的類等於空類.因爲空類沒有分子,不能有屬於空類又屬於任何其他類的分子,這是很顯然的事.空類底另一種特性是:

$$0+a=a$$

這就是說,有或者屬於空類或者屬於其他類的分子的這種類是等於其他類.我們從空類沒有什麼分子的這種事實看來,便可明瞭這個道理.

有特殊性質的其他類是單類(unit class)或全類(universe class),我們用"1"來表示這種類.這個類是包含着我們所能加以討論的一切分子的類;換句話說,這種類包含着討論界域之中的一切分子.假若有人僅僅討論關於人的類,那麼這個類便是單類.我們所討論的任何其他類必須是包含在人底類中的類.假若有人討論動物底整個類,那麼動物(不是人)便成爲單類,而人類祇是包含在這個單類之中的一個類.我們必須知道,在任何情形裏,單類是包含着在討論之中的一切個體的類.(2)

空類是虛空的,而單類則是單獨的.假若有兩個單類,都包含着在討論之中的一切分子,那麼我們便沒有什麼方法來區別它們.我們不能指出什麼個體是屬於這個類,什麼個體是不屬於那個類.單類底其他兩種主要的性質是:

$$a\times 1=a \text{ 與 } a+1=1$$

因爲單類包含着一切分子,a 底任何分子也是 a 與 1 底分子,所以

$a\times 1=a$. 復次，因爲單類包含着一切分子，所以包含着屬於單類或某種其他類的分子的類等於單類.除此以外，並沒有更廣闊的類.

藉着空類與單類，我們可以界定餘類 (complementary class). 當着兩個類是 (1) 互相排外，即，沒有一個類底分子是另一個類底分子，(2) 共同盡舉，即，在討論界域裏的每個分子或是這個類底分子或是那個類底分子的時候，這兩個類便互爲餘類.例如，在屬於人的討論界域裏，政客底類與非政客底類是互爲餘類的類. 沒有一個人是一個政客而又不是一個政客；但是每一個人必須是一個政客或不是一個政客，二者必居其一.

假若我們用"a"來表示任何類，那麼我們便可以用"$-a$"來表示"a"底餘項 (complement). 我們現在可以用符號的方式來將餘類底界定性徵表示如下：

(1)　$a\times -a=0$；這就是說，是 a 又是 $-a$ 底分子的這種要素底類沒有分子.

(2)　$a+-a=1$；這就是說，是 a 或者是 $-a$ 底分子的這種要素底類是一切要素底類.

我們現在通覽了在外延方面的類之種種性徵，我們現在再來型定類底演算底種種公設.

3.　演算底種種公設

在前一節裏面，我們藉着類底分子來察閱了並且解釋了類底種

種性徵.例如,我們將空類解釋為沒有分子的類,單類為包含着一切分子的類.但是,在施行類底演算時,我們並不藉助於類底分子關係,而是要藉助於陳說在各類彼此之間的關係.如空類是指定為 0 類,於是 $a+0=a$, 單類是指定為 1 類,於是 $a\times 1=a$.

公設是用一羣沒有界定的要素所型定出來的.這一羣沒有界定的要素可以指定為"K".兩個沒有界定的運作可以叫做"$\oplus$"與"$\otimes$".[3] 當着我們解釋類底抽離的系統時,"K"便是一簇類."$\oplus$"與"$\otimes$"各別地替代邏輯的相加與邏輯的相乘等等運作;這就是說,在這種情形之下,$\oplus$ 便成為 $+$, $\otimes$ 便成為 $\times$.雖然,我們對於這種解釋很有趣味,但是這種解釋並非唯一可能的解釋;實際上,我們還可以舉出另外一種解釋.我們要知道,抽離系統底"$\oplus$"與表示邏輯的相加的"$+$"符號兩者之間的關係正猶之乎抽離的項目"R"及其解釋"是一個祖先"兩者之間的關係一樣.在任何情形裏,這個抽離的項目僅僅表示一種結構,而這種解釋是充實結構底一種方法.如"$+$"往往表示邏輯的相加,但是"$\oplus$"卻可以被適合於這些公設的任何關係所解釋."$+$"是類底一種運作,而"$\oplus$"卻是一種運作底純粹型式;這種運作底純粹型式並不藉助於被它所推演的要素之種類.

頭八個因便利而成雙的公設可以用"A"與"B"來表示.

I A. 假若 a 與 b 都在 K 中,那末 $a\oplus b$ 便是在 K 中.

I B. 假若 a 與 b 都在 K 中,那末 $a\otimes b$ 便是在 K 中.[4]

在型式方面,這兩個公設是說 $\oplus$ 與 $\otimes$ 都是運作底結構而不是

關係底結構.如我們在第九章裏所講的,一種運作因着祇產生 K 底一個新要素而不產生關於 K 的一個命辭,所以與關係不同.

這些解釋類的公設是表明假若 a 與 b 都是類,那麼它們底和稱與積稱也都是類.

II A. 至少有一個要素 0,於是對於每個要素 a, $a\oplus 0=a$.

II B. 至少有一個要素 1,於是對於每個要素 a, $a\otimes 1=a$.

這兩個解釋類的公設是界定並且公定零元(zero element 與單元 (unit element) 之存在.我們必須注意,這兩個公設表明至少有一個零元與一個單元,而又可以多於一個.不過我們證明這種可能並不能夠實現,實際上每種祇有一個.

在類底演算裏界定零元與單元的種種性徵是類似於在算術裏區別零與一的那些性徵.就類的方面解釋起來,公設 II A 是表明任何類與零元底邏輯和稱(logical sum)等於原來的類.在算術中也是一樣的,任何數加零還是等於原來的數.公設 II B 是表明任何類與單類底邏輯積稱 (logical product) 與原來的類是同一的.在算術裏也是一樣的,任何數乘 1 總是等於原來的數.因為它們彼此之間有這種類似性,所以有邏輯的相加,邏輯的相乘,以及零元與單元等等名稱.

III A. 假若 a 與 b 都在 K 中,那麼 $a\oplus b=b\oplus a$.

III B. 假若 a 與 b 都在 K 中,那麼 $a\otimes b=b\otimes a$.

以上兩條公設就是所謂 $\oplus$ 同 $\otimes$ 底交換律 (commutative laws).

這兩條規律中的第一條是表明任何兩個類 a 與 b 底邏輯和稱等於任何兩個類 b 與 a 底邏輯和稱.這也就是表示在採取類底邏輯和稱時,類底配列倫序並無關重要.例如,印度象與非洲象這兩個類之和稱等於非洲象與印度象這兩個類之和稱.在任一情形裏都有一切象底類,類底和稱所採取的倫序並沒有形成什麼差異.

第二條規律表明在形成類底邏輯積稱時,各個類所配列的倫序沒有形成什麼差異.$a\times b$ 這個類等於 $b\times a$ 這個類.這與算術仍然相似,而且這些規律在相加與相乘中都有效,這是極其顯然易明的事.

IV *A*. 假若 a, b, c 都在 K 中,那麼

$$a\oplus(b\otimes c)=(a\oplus b)\otimes(a\oplus c)$$

IV *B*. 假若 a, b, c 都在 K 中,那麼

$$a\otimes(b\oplus c)=(a\otimes b)\oplus(a\otimes c)$$

以上是 $\oplus$ 與 $\otimes$ 底分配律 (distributive laws).

就類的方面來解釋,以上的第一條規律是表明,假若我們採取任何兩個類(b 與 c)底積稱然後再加一個類(a)於這樣形成了的類之上,那麼其邏輯和稱與兩個類底積稱相等.這兩個類中的每一個是採取所加入的類(a)與其他的類(b 與 c)之一底和稱所形成的.我們現在列舉書底三個類來說明這種原理:

A. 在頂架上的書之類.

B. 有紅色書面的書之類.

C. 書背有鍍金字的書之類.

$B\times C$ 的類包含着是 B 與 C 底分子的那些書；這就是說，包含着有紅色書面與書背有鍍金字的書. $A+(B\times C)$ 的類包含着或是 A 底分子或是 $(B\times C)$ 底分子的書，即包含着或者在頂架上或者是有紅色書面與書背有鍍金字的書. 這種分配律表明後一個類必須等於 $(A+B)\times(A+C)$.

$A+B$ 這個類是在頂架上或者有紅色書面的書之類. $A+C$ 這個類包含着在頂架上或者書背有鍍金字的書之類. $(A+B)\times(A+C)$ 這個類包含着是 $(A+B)$ 底分子而且又是 $(A+C)$ 底分子的書，顯然，A 底任何分子是兩個類底分子；是 B 與 C 底分子的任何書亦然. 因此，A 或 $B\times C$ [$A+(B\times C)$ 亦然] 底一切分子都是 $(A+B)\times(A+C)$ 底分子；而且它仍然僅僅指明 $(A+B)\times(A+C)$ 底一切分子都是 $A+(B\times C)$ 底分子. 除了 A 底分子與 $B\times C$ 底分子以外，$A\times B$ 底任何分子或 $A\times C$ 底任何分子也是 $A+B$ 與 $A+C$ 兩者底分子；但是我們已經說 $A\times B$ 與 $A\times C$ 底一切分子是 A 底分子. ($A\times B$ 底任何分子必須是 A 底一個分子，即，在頂架上並且有紅色面子的任何書必須在頂架上.) 因此我們可以知道 $(A+B)\times(A+C)$ 這個類底一切分子或者是 A 底分子或者是 $B\times C$ 底分子. 換句話說，是 $A+(B\times C)$ 底分子.

所以，在討論中的這些類之一之任何分子是兩個類底一個分子，於是可見這些類是同一的，而且以上所列的公設是正確的.

我們可以用以上所說的三個類來說明 $\otimes$ 底分配律. $B+C$ 這個類是或者有紅色面子或者書背有鍍金字的書之類. $A\times(B+C)$ 這個類包含着是 A 與 $B+C$ 兩者底分子的書，即，在頂架上與或者是有紅色面子或者是書背有鍍金字的書. 這等於 $(A\times B)+(A\times C)$ 這個類、這就是說，與或者是在頂架上並且有紅色面子或者是在頂架上並且書背有鍍金字的書之類相等.

我們必須注意，這兩條規律中的第二條是一個算術上的規律，然而第一條則否；如果我們試用數字來替代這兩條規律裏的字母，那麼便會明瞭這種道理：

$$7\times(4+2)=(7\times4)+(7\times2)$$

但是

$$7+(4\times2)\neq(7+4)\times(7+2)$$

以上已經盡舉了這兩條規律底一切可能.

V. 假若在公設 II A 與 II B 裏的 0 與 1 是存在的並且是單一的，那麼對於每個要素 a 便有一個要素 $-a$，於是

$$a\oplus-a=1$$

而且

$$a\otimes-a=0$$

因爲我們已經公定 0 與 1 底存在，並且能够證明它們是單一的，於是，每一個要素有在公設裏所述說的餘項. 從類的方面解釋起來，a 與 $-a$ 是互爲餘類，兩者共同盡舉而又互相排外. 如，人這個類底餘項爲不是人的所有那些在討論界域裏的有元之類.

除了以上所舉的幾條公設以外，至於其餘的公設，與其說是因

爲需要而設立，不如說是爲求便利而設立。我們已經公定有一個單元並且有一個零元，但是我們卻沒有公定它們彼此不同。假若它們不是不相同的，那麼在 K 中只有一個要素，因而破壞其他許多規律。爲免除在這種通常的情形裏發生連續的例外起見，我們現在增加一個最後的公設。

VI. 至少有兩個要素在 K 中，於是 $a \neq b$.

我們根據這個公設可以證明 $0 \neq 1$，如此可以免除許多麻煩的例外。

在證明的時候所必需的推演規律只限於反證論法與兩個替代原則。兩個替代原則中的一個，規定同一的要素可以彼此相替代。如，根據公設 V，得知 $a \otimes -a = 0$，根據公設 II A，得知 $a \oplus 0 = a$. 因此我們可以用在 V 中與 0 相等的陳述替代在 II A 中的 0，於是

$$a \oplus (a \otimes -a) = a.$$

另一個替代原則准許我們論及對於一切要素皆眞的任何要素或要素底次類，如已知對於 K 底任何分子爲 $a \oplus b = b \oplus a$，我們可以說 $a \oplus 0 = 0 \oplus a$，這是以一個特殊的要素 0 替代變項 (variable) b. 同樣，我們可以陳說 $a \oplus -a = -a \oplus a$，或者 $-a \oplus b = b \oplus -a$，或 $-a \oplus -b = -b \oplus -a$，或 $(a \oplus b) \oplus c = c \oplus (b \oplus a)$，或者是 $1 \oplus a = a \oplus 1$，或者是 $1 \oplus 0 = 0 \oplus 1$. 我們必須注意，後面這種替代方法必須貫澈於整個的方式裏幾行。

在施行證明以前，我們先將以上所述的公設重述一次，以便讀

者參考：

I *A*. 假若 a 與 b 都在 K 中，那麼 $a \oplus b$ 也是在 K 中.

I *B*. 假若 a 與 b 都在 K 中，那麼 $a \otimes b$ 也是在 K 中.

II *A*. 至少有一個要素 0，於是對於每個要素 a，$a \oplus 0 = a$

II *B* 至少有一個素要 1，於是對於每個要素 a，$a \otimes 1 = a$.

III *A*. 假若 a 與 b 都在 K 中，那麼 $a \oplus b = b \oplus a$.

III *B*. 假若 a 與 b 都在 K 中，那麼 $a \otimes b = b \otimes a$.

IV *A* 假若 a, b, c 都在 K 中，那麼

$$a \oplus (b \otimes c) = (a \oplus b) \otimes (a \oplus c).$$

IV *B* 假若 a, b, c 都在 K 中，那麼

$$a \otimes (b \oplus c) = (a \otimes b) \oplus (a \otimes c).$$

V. 假若在公設 II *A* 與 II *B* 中的要素 0 與 1 是存在的並且是單一的，那麼對於每個要素 a 便有一個要素 $-a$，於是：

$$a \oplus -a = 1$$

與

$$a \otimes -a = 0$$

VI. 在 K 中至少有兩個要素 a 與 b，於是 $a \neq b$.

4. 公設底演繹

在下面的一些定理中，爲方便起見，我們有時寫 ab 以代 $a \otimes b$；這兩種寫法所代表的意義完全一樣.

定理 1 *A*. 至多有一個要素 0, 於是

$$a \oplus 0 = a$$

證明: 假若有兩個要素, 將它們各別地叫做 0_1 與 0_2,

那麼 $0_1 \oplus 0_2 = 0_1$, 根據 II *A*, 以 0_1 代 a

而且 $0_2 \oplus 0_1 = 0_2$, 根據 II *A*, 以 0_2 代 a

$0_2 \oplus 0_1 = 0_1 \oplus 0_2$, 根據 III *A*.

所以 $0_2 = 0_1 \oplus 0_2$, 將 0_2 替代相等的 $0_2 \oplus 0_1$

而且 $0_2 = 0_1$, 將 0_1 替代相等的 $0_1 \oplus 0_2$.

就類這方面來解釋並且與公設 II *A* 相聯合起來說, 這個定理是表明有一個單獨的空類.

定理 1 *B*. 至多有一個要素 1, 於是 $a \otimes 1 = a$.

證明: 假若有兩個要素, 將這兩個要素各別地叫做 1_1 與 1_2

那麼 $1_1 \otimes 1_2 = 1_1$, 根據 II *B*, 以 1_1 替代 a

而且 $1_2 \otimes 1_1 = 1_2$, 根據 II *B*, 以 1_2 替代 a

$1_1 \otimes 1_2 = 1_2 \otimes 1_1$, 根據 III *B*.

所以　$1_1 = 1_2 \otimes 1_1$, 以 1_1 替代相等的 $1_1 \otimes 1_2$

而且　$1_1 = 1_2$, 以 1_2 替代相等的 $1_2 \otimes 1_1$.

就類的解釋並且與公設 II *B* 相聯合起來說, 這個定理是表明有一個獨一的單類.

定理 2 *A*. $a \oplus a = a$.

證明: $a = a \oplus 0$, II *A*

$a = a \oplus (a \otimes -a)$, 以 $a \otimes -a$ 替代相等的 0

$a \oplus (a \otimes -a) = (a \oplus a) \otimes (a \oplus -a)$, 根據 IV A

$a = (a \oplus a) \otimes (a \oplus -a)$, 以 a 替代相等的 $a \oplus (a \otimes -a)$

$a = (a \oplus a) \otimes 1$, 因爲 $a \oplus -a = 1$, 根據 V

$a = a \oplus a$, 因爲 $(a \oplus a) \otimes 1 = a \oplus a$, 根據 II B.

就類這一方面解釋起來，這個定理表明 $a + a = a$, 這就是說，任何類及其自身之和稱還是等於那個原來的類. 例如，那些或者是人或者是人的一切個體底類是人底類.

定理 2 B. $a \otimes a = a$

證明: $a = a \otimes 1$, II B

$= a \otimes (a \oplus -a)$, 依據 V 來替代

$= (a \otimes a) \oplus (a \otimes -a)$, 根據 IV B

$= (a \otimes a) \oplus 0$, 因爲 $a \otimes -a = 0$, 根據 V

$= a \otimes a$, 根據 II A.

同樣的，任何類及其自身之積稱等於原來的類. 例如，那些是人並且是人的一切個體底類是人底類.

定理 3 A. $a \oplus 1 = 1$

證明: $a \oplus 1 = (a \oplus 1) \otimes 1$, 根據 II B

$= 1 \otimes (a \oplus 1)$, 根據 III B

$= (a \oplus -a) \otimes (a \oplus 1)$, 因據 V, $a \oplus -a = 1$

但是 $(a \oplus -a) \otimes (a \oplus 1) = a \oplus (-a \otimes 1)$, 根據 IV A.

所以　$a \oplus 1 = a \oplus (-a \otimes 1)$, 替代

$= a \oplus -a$, 因爲根據 II B, $-a \otimes 1 = -a$

$= 1$, 因爲根據 V, $a \oplus -a = 1$.

就類這一方面解釋起來，這個定理是說，任何類與單類底和稱等於單類. 例如，那些或者是人或者是討論界域底分子(包含人)的一切物項底類是討論界域底分子之類。

定理 3 B.　$a \otimes 0 = 0$

證明:　$a \otimes 0 = (a \otimes 0) \oplus 0$, 根據 II A

$= 0 \oplus (a \otimes 0)$, 根據 III A

$= (a \otimes -a) \oplus (a \otimes 0)$, 根據 V

因 $a \otimes -a = 0$

$= a \otimes (-a \oplus 0)$, 根據 IV B

$= a \otimes -a$, 因根據 II A, $-a \oplus 0 = -a$

$= 0$, 根據 V, 得知 $a \otimes -a = 0$.

就類這一方面解釋起來，這個定理是表明任何類與空類底積稱還是空類. 這就好比說，是人又是沒有分子的類之分子的一切個體底類是沒有分子的類.

定理 4.　$1 \neq 0$.

證明:　假定 $1 = 0$. 根據 VI, 必須還有其他的要素，設這個要素叫做 a, 於是 $a \neq 1$ 與 $a \neq 0$.

那麼　$a \oplus 1 = a \oplus 0$, 因爲我們假定 $1 = 0$

但是　$a\oplus 1=1$, 根據定理 3 *A*

而且　$a\oplus 0=a$, 根據 II *A*.

所以　　$a=1$, 將 1 替代 $a\oplus 1$, 將 a 替代 $a\oplus 0$.

這便否定 $a\neq 1$ 這個假設；所以 $1=0$ 這個假設為妄，因而我們可以假定：$1\neq 0$.

定理 5. 假若 $b=-a$, 那麼 $a=-b$

證明：　假若 $b=-a$, 那麼根據 V

$a\oplus b=1$

$a\otimes b=0$

但是　　$a\oplus b=b\oplus a$, 根據 III *A*

而且　　$a\otimes b=b\otimes a$, 根據 III *B*

所以　　$b\oplus a=1$

而且　　$b\otimes a=0$

並且我們知道 a 適合於 $-b$ 底一切條件，因為 $-b$ 是 $b\oplus -b=1$ 與 $b\otimes -b=0$ 這樣界定了的一個要素.

就類這一方面解釋起來，這個定理是指明假若這一個類是另一個類底餘項，那麼另一個類便也是這一個類底餘項．例如，假若不是人的物項之類是人底類之餘項，那麼人底類便也為不是人的物項之類底餘項。

定理 6.　$a=-(-a)$.

證明：　在整個的定理 5 裏用 $-a$ 替代 b, 我們得：

假若 $-a=-a$，那麼 $a=-(-a)$

因為 $-a$ 必須與其自身相等，所以 $a=-(-a)$.

這個定理的確是前面一個定理或一個系列。我們可以將任何類 a 底餘項叫做非 a 類。這樣一來，在上面的例子中，人底類之餘項叫做非人底類，而非人底類之餘項則為非非人底類。但是根據前面所舉的定理，我們得知非非人底類又等於人底類。

定理 7.　假若 $a\otimes b\neq 0$，那麼 $a\neq 0$

證明：　假定 $a=0$

那麼 $a\otimes b=b\otimes a$，根據 II B

$=b\otimes 0$，因為我們假定 $a=0$

$=0$，根據定理 3 B.

但是，這種結論卻否定所與的前提 $a\otimes b\neq 0$. 因此，上面的假設為妄，而原來的定理得以成立。

定理 8.　$a=ab\oplus a-b$.

此處，我們用縮寫 ab 與 $a-b$ 替代 $a\otimes b$ 與 $a\oplus -b$.

證明：　$a=a\otimes 1$, II B.

$=a\otimes(b\oplus -b)$，因據 V, $b\oplus -b=1$

$=ab\oplus a-b$，根據 IV B.

例如，人底類等於小於三十歲的人之類與不小於三十歲的人之類底和稱。藉着這種定理，任何表示可以無限地擴張，如為 $ab=(ab)c\oplus(ab)-c$，而且 $a-b=(a-b)c\oplus(a-b)-c$.

所以，$a=[(ab)c\oplus(ab)-c]\oplus[(a-b)c\oplus(a-b)-c]$，我們運用這種方法，那麼凡所需要的新項目都可以介紹進來。

定理 9 A. $a\oplus(b\oplus c)=(a\oplus b)\oplus c$.

定理 9 B. $a\otimes(b\otimes c)=(a\otimes b)\otimes c$.

這兩條定理底證法較爲繁複，現在從略，從類這一方面說來，這兩條定理是說，假若我們採取三個類底和稱或積稱，不管我們將那兩個類與另一個類相乘或是相加，結果總是相等的。

5. 類底演算對於古典邏輯的應用

在本書底導論裏，我們曾說過在論式中的結構可以看做是較爲普遍的結構底一個特例。在本書第二部分底起頭我們說過我們能夠從一組較爲廣闊的公設裏推出古典邏輯底種種原理。我們現在要藉着推演當做從類底演算中所推演出來的定理的古典邏輯底種種規律來證明以上所說的話。根據以上所已經證明了的許多公設與定理，我們可以證明對當方形，直接推論，以及三段式底一切規律。

我們知道，依照古典邏輯來說，斷定命辭有一種四重的分法：A 式或全謂肯定命辭；I 式或偏謂肯定命辭；E 式或全謂否定命辭；O 式或偏謂否定命辭。爲便利起見，我們可以用類辭來將這四種命辭總括如下：

$$A \qquad a-b=0$$

$$E \qquad ab=0$$

$I \qquad ab \neq 0$

$O \qquad a-b \neq 0$

在第四章裏所講的對當方形底主要規律爲：

(1) 在相當的 A 命辭與 O 命辭中，必有一眞，必有一妄。在相當的 E 命辭與 I 命辭中亦然。

(2) 假若一個 A 命辭爲眞而且它底主位類不是虛空的，那麼與它相當的 I 命辭也眞。E 命辭及其相當的 O 命辭亦然。

(3) 假若 A 與 E 同眞，那麼主位類便是空虛的。

(4) 假若主位類不是虛空的，那麼 I 或 O 爲眞。

以上所說的許多規律中的第一條可以從純粹的符式裏明白知道，所以無需乎用其他的符式來證明。例如，在 $a-b=0$ 與 $a-b\neq 0$ 這一對命辭符式中，只有一個爲眞。這從"$=$"與"$\neq$"這兩個符號底意義中就可以明瞭。第二條規律底第一部分，可以用符號表示如下：

$$\text{假若 } a\neq 0 \text{ 而且 } a-b=0,\ \text{那麼 } ab\neq 0.$$

並且當做定理 10 A 來證明之。

證明：　$a=ab\oplus a-b$, 根據 8

　　　$=ab\oplus 0$, 因設 $a-b=0$

　　　$=ab$, 因根據 II A, $ab\oplus 0=ab$

但因 $a\neq 0$, 那麼 $ab\neq 0$.

我們說 $ab\neq 0$ 就是說 $ab=0$ 爲妄，因此 10 A 有一個系列：

假若 $a \neq 0$ 與 $a-b=0$, 那麼 $ab=0$ 爲妄。

或者,就類這一方面解釋起來,假若主位類不是虛空的而且 A 爲眞,那麼與它相當的 E 命辭爲妄。

第二條規律底第二部分可以表示如下:

定理 10 B. 假若 $a \neq 0$ 與 $ab=0$, 那麼 $a-b \neq 0$.

這條定理底證法與 10 A 相同,而且又可以推出一個系列:

假若 $a \neq 0$ 與 $ab=0$, 那麼 $a-b=0$ 爲妄。

即,假若主位類有分子存在而且 E 爲眞,那麼 A 便爲妄。

第三條規律要求,假若 A 與 E 都眞,那麼主位類便是虛空的。這也可以用符式表明如下:

定理 11. 假若 $a-b=0$ 與 $ab=0$, 那麼 $a=0$.

證明: $a=ab \oplus a-b$, 根據 3

$=0 \oplus 0$, 因 $ab=0$ 與 $a-b=0$

$=0$, 根據定理 2 A.

第四條規律是說,假若主位類有分子存在,那麼在 I 與 O 這一對命辭中至少有一爲眞。用符式表明出來就是:

定理 12. 假若 $a \neq 0$, 那麼 $ab \neq 0$ 或 $a-b \neq 0$.

證明: 在任何情形之中,或者 $ab \neq 0$, 或者 $ab=0$.

假若 $ab \neq 0$, 這個定理便證明爲可能。

假若 $ab=0$, 那麼,因 $a \neq 0$, $a-b \neq 0$, 根據 10 B.

所以,在任一情形之中這個定理得以成立。

我們必須注意，與對當方形相關聯着的一切定理是以所謂擴張律[(law of expansion).(即定理8)]爲根據.與對當方形相關聯着的一切定理是互相聯繫着，並且往往是這一條規律底系列.

除了對當方形以外，我們還要講到直接推論.我們必須記憶，直接推論有兩種主要的變化，即換質與換位.至於其他的變化，如反稱換位，反換，等等不過是換質與換位底形變而已.所以，如果使換質與換位變得有效，便足以說明一切直接推論.

換質是否定賓位辭端並且變化命辭底性質.例如，"一切瘋子都是有危險性的"變爲"沒有瘋子是不危險的".用邏輯句法表示"一切瘋子都是有危險性的"這一句話就成爲"沒有危險性的瘋子底類是虛空的"，或者是 $a-b=0$. 我們採取換了質的型式，而且將沒有危險的物項之類叫做"c"，於是得 $ac=0$. 但是，十分顯然，$c=-b$. 因此，第二種說法就成爲 $a-b=0$，這與第一種說法是相同的.因爲這種情況是有次序的，A 命辭底換質所根據的原理是雷同原理(principle of tautology)：

$$假若\ a-b=0,\ 那麼\ a-b=0$$

這條原理無需乎證明，

將一個 E 命辭換質，便成爲一個 A 命辭.從 $ab=0$ 這個型式開始，我們得着具有 $a-c=0$ 這種型式的一個表辭，而且 $c=-b$. 因此，換了質的命辭之型式爲 $a-(-b)=0$，而換質所根據的原理是：

$$假若\ ab=0,\ 那麼\ a-(-b)=0$$

這是定理 6 底一個系列，定理 6 是說 $b=-(-b)$. 假若我們從"沒有菌類是可食的"(可食的菌底類沒有分子，或 $ab=0$) 這句話爲起點來說明這種程術，那麼便得"一切菌類都是不可食的"(不是不可食的菌之類沒有分子，或 $a-(-b)=0$).

I 命辭可以換質爲 O 命辭，O 命辭可以換質爲 I 命辭。O 命辭底換質原理與 A 命辭底換質原理相同；即：

$$假若\ a-b\neq 0,\ 那麼\ a-b\neq 0.$$

例如，假若有些學生不是聰明的 [(not intelligent), $(a-b\neq 0)$], 那麼,便有些學生是不聰明的 [(unintelligent),$(a-b\neq 0)$]. I 命辭底換質原理類似於 E 命辭底換質原理：

$$假若\ ab\neq 0,\ 那麼\ a-(-b)\neq 0.$$

例如，假若有些房屋是木材做的[$ab\neq 0$], 那麼有些房屋便不是非木材做的[$a-(-b)\neq 0$]. 如 E 命辭一樣，這條原理是定理 6 底一個系列.

假若用類來解釋換質，那麼換質是一種極其簡單的運作. 在某些情形裏，換質僅僅表現不包含着類底任何規律的一種文字上的變化；在其他情形裏，則以雙重否定規律 (law of double negation) 爲根據；雙重否定規律爲：$-(-a)=a$.

換位是另一種基本的直接推論. 這樣的推論有兩種，即簡單換位 (simple conversion), 與限量換位 (conversion by limitation). E 命辭以及 I 命辭可以簡單換位，並且可以更換主位辭端以及賓位

辭端底倫序而無需變更原來命辭底性質. 例如, 假若沒有人是完善的,沒有完善的東西是人 (E); 假若有些人自以爲是完善的,有些自以爲完善的東西是人 (I).

這些換位所根據的原理可以述說如下:

E 命辭,假若 $ab=0$, 那麼 $ba=0$.

I 命辭,假若 $ab \neq 0$, 那麼 $ba \neq 0$.

這兩條原理是以公設 III B 爲根據,它們底有效性也是以公設 III B 爲根據;公設 III B 是說 $a \otimes b = b \otimes a$.(5)

限量換位是更換 A 命辭,當着我們已經知道 A 命辭底主位類有分子存在的時候,便產生一個 I 命辭. 例如,假若一切鸚鵡都會說話,那麼有些會說話的東西是鸚鵡. 這裏所根據的原理可以證明如下:

定理 13. 假若 $a \neq 0$ 而且 $a-b=0$, 那麼 $ba \neq 0$.

證明: 假若 $ab \neq 0$, 那麼 $ba \neq 0$, 因 $ab=ba$, 根據 III B.

假若 $a \neq 0$ 而且 $a-b=0$, 那麼 $ab \neq 0$, 定理 10 A.

所以,假若 $a \neq 0$ 而且 $a-b=0$, 那麼 $ba \neq 0$.

我們必須知道,這兩種換位是以公設 III B 爲根據,即,以⊗底交換律爲根據.

在討論三段式終了的時候,我們曾說過三段式之一切有效的型式可以變化爲兩種基型:有兩個全謂前提的基型與有一個偏謂前提和一個全謂前提的基型. 因此,如果能夠證明這兩種基型是以類底

演算爲根據，那麼便足以保證一切三段式是有效的．有兩個全謂前提的基型之符式爲 $a-b=0$, $b-c=0$, 所以 $a-c=0$. 我們要證明這是一個有效的推論：無論什麼地方 $a-b=0$ 而且 $b-c=0$, 依據類底規律，那麼 $a-c=0$.

定理 14. $a-b=0$ 而且 $b-c=0$, 那麼 $a-c=0$.

證明： $-c\otimes 0=0$, 定理 3 B

$-c\otimes a-b=0$, 因已假定 $a-b=0$

$-c(a-b)=0$, 用另一種記號

$(-ca)-b=0$, 根據 9 B

$(a-c)-b=0$, 根據 II B, 我們將這種程式叫做 (i)

$a\otimes 0=0$, 定理 3 B

$a\otimes b-c=0$, 因已假定 $b-c=0$

$a\otimes -cb=0$, 根據 II B

$a(-cb)=0$, 用另一種記號

$(a-c)b=0$, 根據 9 B, 將這種程式叫做 (ii)

$a-c=(a-c)b\oplus(a-c)-b$, 根據定理 8

$=0\oplus 0$, 根據 (ii) 與 (i)

$=0$, 根據定理 2 A.

有一個前提爲偏謂有一個前提爲全謂的三段式是符示爲 $ab\neq 0$, $b-c=0$, 所以 $ac\neq 0$. 同樣，我們能夠用類底演算來證明，假若 $ab\neq 0$ 而且 $b-c=0$, 那麼 $ac\neq 0$.

定理15.　假若 $ab\neq 0$ 而且 $b-c=0$, 那麼 $ac\neq 0$.

證明:　$a\otimes 0=0$, 定理 3 B

$a\otimes b-c=0$, 因 $b-c=0$

$a(b-c)=0$

$(ab)-c=0$, 根據 9 B, 將這種程式叫做 (i)

$ab=(ab)c\oplus(ab)-c$, 根據定理 8

$=(ab)c\oplus 0$, 根據 (i)

$=(ab)c$, 根據 11 A

$=(ac)b$, 根據 9 B, 11 B, 與 9 b

但是　$ab\neq 0$

因此根據定理 7 (定理 7 說,假若 $ab\neq 0$, 那麼 $a\neq 0$), 我們得知 $(ac)b\neq 0$ 而且 $ac\neq 0$

我們現在可以藉着證明在本書第一部分裏所討論的反理式之原理來結束此處我們對於古典邏輯底通覽.反理式是命辭底一個不相容式,它藉着否定命辭中的任一個,便可得着一個有效的三段式.反理式底原理是:在具有 $a-b=0$, $b-c=0$, 和 $a-c\neq 0$ 這種型式的三個命辭之中,至少必須有一個命辭爲妄.我們現在可以運用以上所述的定理來證明這個原理.

定理16.　$a-b=0$, $b-c=0$, 與 $a-c\neq 0$, 這三個命辭中至少有一爲妄.

證明:　假若 $a-b=0$ 而且 $b-c=0$, 那麼根據定理 14, 得知

$a-c=0$, 而且 $a-c\neq 0$ 爲妄.

假若 $a-b=0$ 而且 $a-c\neq 0$, 那麼 $-ca\neq 0$ 而且 $a-b=0$. 所以,根據定理 15, $-cb\neq 0$ 而且 $b-c\neq 0$, 由是得知 $b-c=0$ 爲妄.

假若 $b-c=0$ 而且 $a-c\neq 0$, 那麼 $a-c\neq 0$ 而且 $-c-(-b)=0$. 所以,根據定理 15, 得知 $a-b\neq 0$ 而且 $a-b=0$ 爲妄.

藉着假定這個三項式底任何兩項爲眞,我們能夠證明第三項爲妄;所以這種三項式中至少必須有一項爲妄.

我們在本書第一部分中所討論的保證在斷定命辭中的推論爲有效的一切規律已經從類底演算裏推演出來了.對當方形,換位與換質,三段式以及反理式底規律都是類之較爲普遍底規律之一些特例.古典邏輯不過是類底邏輯 (logic of classes) 底一部分;而類底邏輯又是一個普遍抽離的演繹系統底特殊解釋之一種.除此以外,我們還要討論這種普遍抽離的演繹系統底其他特性.

6. 類底演算之其他定理

以上我們已經嚴格地證明了種種定理,不僅僅證明那些定理爲眞,而且還涉及了演算方法底某些範念.如果要對於其他較爲重要的定理給予以完全的證明,那便是出乎本書範圍以外的事.所以,我們現在只陳說幾個定理,或者充其量只指明那些證法.(6)

定理 17.　$-1=0$

這個定理是以公設 II B 與 V 爲根據．根據 II B, $-1\otimes 1=-1$, 根據 V, $1\otimes -1=0$. 由是，根據 III B, $-1=0$. 從類這一方面來說，這個定理是說包含着一切分子（討論界域裏的一切分子）的類之餘項是沒有包含着分子的類.

定理 18.　$-0=1$.

這個定理是根據定理 17 與 5. 這個定理是說，沒有分子的類之餘項是包含着一切分子的類.

定理 19 A.　$-(a\oplus b)=-a\otimes -b$.

從類這一方面解釋起來，任何兩個類底和稱之餘項是它們底餘項之積稱．例如，假若 A 是全謂命辭底類，B 是肯定命辭底類，那麼 $A+B$ 便是或爲全謂或爲肯定的命辭（A, E, I 命辭）之類．$-(A+B)$ 是既不爲全謂的又不爲肯定的命辭之類；這也就是又爲偏謂的（非全謂的）又爲否定的（非肯定的）命辭之類，卽 O 命辭。

定理 19 B.　$-(a\otimes b)=-a\oplus -b$.

例如，假若 A 是房屋底類，B 是磚所做成的東西底類，那麼 $A\times B$ 這個類是磚所做成的房屋底類．而這個類底餘項就是既非房屋又非磚所做成的東西之類.

定理 19 C.　$a\oplus b=-(-a\otimes -b)$

定理 19 D.　$a\otimes b=-(-a\oplus -b)$

這兩個定理各別地爲定理 19 A 與定理 19 B 底系列．因爲

$-(a\oplus b)=-a\otimes -b$. 所以 $-[-(a\oplus b)]$ 或是 $a\oplus b=-(-a\otimes -b)$.

19 D 也是一樣.

以上四條定理底作用是表明用 $\otimes$ 所表示出來的任何言辭可以變爲用 $\oplus$ 所表示出來的相等的言辭；同樣，用 $\oplus$ 所表示出來的任何言辭也可以變爲用 $\otimes$ 所表示出來的相等的言辭. 在施行演算的時候，這樣的變化時常是有效的. 例如，設有 $a-b=0$ 這個命辭，我們可以根據 19D 推演爲 $-[-a\oplus -(-b)]=0$, 或 $-(-a\oplus b)=0$, 或 $-a\oplus b=1$.

在本章第 2 節裏，我們已經說過，當着第一個類底一切分子是第二個類底分子時，第一個類便是包含在第二個類中. 如三角形底類是包含在平面形底類之中，因爲一切三角形都是平面形. 無論什麼地方一個類是包含在其他類中，那麼這兩個類底積稱就是被包含着的那個類，例如，又是三角形又是平面形的一切物項之類是三角形底類. 這種性徵可以當做包含底界說：

$$(a<b)=(a\times b=a)\ \mathrm{Df.}$$

用通常的話來說，就是，我們說 a 是包含在 b 中就是說 a 與 b 底積稱爲 a.

除了任何的解釋以外，在抽離的系統中，這條界說便成爲：

$$(a\leqslant b)=(\,:\otimes b=a)\ \mathrm{Df.}$$

定理 20. $a\leqslant a$.

就類這一方面來解釋，這個定理是說，任何類包含在它自身之

中.這條定理是依據這條界說與這條定理，$a \otimes a = a$.

定理 21. 假若 $a \circledless b$, 那麼 $-b \circledless -a$.

從類這一方面來說，假若一個類是包含在另一個類中，那麼另一個類底餘項是包含在第一個類底餘項中. 例如，假若人底類是包含在哺乳動物底類中，那麼不是哺乳動物的東西之類是包含在不是人的東西之類中.

定理 22. 假若 $a \circledless b$ 而且 $b \circledless a$, 那麼 $a = b$.

這條定理就是說，假若這一個類是包含在那一個類中而那一個類又包含在這一個類中，那麼這個類與那個類便是相等的. 這條定理是根據界說與公設 II B. $a \circledless b$ 底意思是 $a \otimes b = a$. $b \circledless a$ 底意思就是 $b \otimes a = b$. 若兩者俱眞，那麼，因 $a \otimes b = b \otimes a$. 所以 $a = b$.

定理 23. 假若 $a \otimes -b = 0$, 那麼 $a \otimes b = a$

例如，假若不是平面形的三角形之類是空的，那麼又是三角形又是平面形的那些東西底類便是三角形底類. 這個定理給予包含以一個不相融的界說. 它底證明是以定理 8 爲根據.

定理 24. 假若 $a \circledless b$ 而且 $b \circledless c$, 那麼 $a \circledless c$.

類的包含關係是有傳遞性的. 假若梔子屬花底類是包含在花底類中，花底類又包含在植物底類中，那麼梔子屬的花是包含在植物底類中. 這條定理可以根據定理 14 與定理 23 來證明.

我們已經在這裏列舉了類底演算之許多比較重要的定理. 我們現在還要加上五條定理；這五條定理底重要在下一章裏便可以顯然

易明。

定理 25. 假若 $a=1$ 而且 $-a\oplus b=1$, 那麼 $b=1$.

因爲 $a=1$, $-a\oplus b=-1\oplus b=0\oplus b=b$. 所以,假若 $-a\oplus b=1$, 那麼 $b=1$.

定理 26. $-(a\oplus a)\oplus a=1$.

因爲, $a\oplus a=a$ 而且 $-a\oplus a=1$.

定理 27. $-b\oplus(a\oplus b)=1$.

因爲 $-b\oplus(a\oplus b)=-b\oplus(b\oplus a)=(-b\oplus b)\oplus a=1\oplus a=1$.

定理 28. $-(a\oplus b)\oplus(b\oplus a)=1$.

因爲 $a\oplus b=b\oplus a$, 而且因爲 $(a\oplus b)\oplus-(a\oplus b)=1$.

定理 29. $-(-b\oplus c)\oplus[-(a\oplus b)\oplus(a\oplus c)]=1$.

這條定理底證法比較繁複.我們首先解析在括弧裏的符式:

$-(a\oplus b)\oplus(a\oplus c)=(a\oplus c)\oplus-(a\oplus b)$, 根據 II A

$=(a\oplus c)\oplus-a-b$, 根據 19 A

$=[(a\oplus c)\oplus-a]\otimes[(a\oplus c)\oplus-b]$, 根據 IV A

$=[(a\oplus-a)\oplus c]\otimes[a\oplus(-b\oplus c)]$, 根據 9 A

$=(1\oplus c)\otimes[a\oplus(-b\oplus c)]$, 根據 V

$=1\otimes[a\oplus(-b\oplus c)]$, 根據 3 A

$=a\oplus(-b\oplus c)$, 根據 II B.

將這種新符式放入括弧之內,則爲:

$-(-b\oplus c)\oplus[a\oplus(-b\oplus c)]=[-(-b\oplus c)\oplus(-b\oplus c)]\oplus a$, 根據 II A,

$9\,A$

$=1⊕a$ 根據 V

$=a⊕1$, 根據 II A

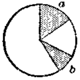
$=1$, 根據 3 A.

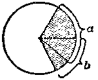
7. 類底演算之其他解釋

在陳述類底演算底公設與證明演算底種種定理的時候，我們曾細心地討論與類底解釋相獨立的普遍抽離的演繹系統．結果，一切定理都是有效的，不管是作如何解釋．假若我們發現這些公設在其他系統之中爲眞，那麼我們就能保證這些定理也眞．

我們現在要給於抽離的演繹系統以一種簡單的幾何學的解釋．在這種解釋之中，我們設單元 1 爲在圓周之內的面積．零元 0 爲圓周之中心．其餘的一切要素都是圓周底扇形．一羣要素 K 包含在整個的圓周，圓心，以及圓周底一切扇形之中．

我們現在要這樣地解釋演繹系統裏的"⊕"與"⊗"這兩種運作．假若有兩個要素 a 與 b，那麼 $a+b$ 便表示包含在這一個或那一個之中的面積（並不排斥兩者），在下面的圖解裏，塗去的部分表示 $a+b$．

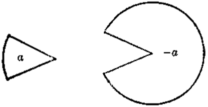




這兩個圖解是表示 $a+b$ 底一切可能. 在這種解釋中,爲要給予較妥當的名稱起見,我們將 $a+b$ 叫做 a 與 b 底和稱.

在這種解釋中,$a\times b$ 是表示普及於 a 與 b 或者是 a 與 b 相疊的面積. 在上面所畫的第一個簡圖裏,a 與 b 相疊底唯一部分是圓周底中心點. 所以,$a\times b=0$. 這是十分顯然的事,不管我們怎樣選擇兩個要素,它們至少可以在零點相疊. 在第二個圖解中的情形是 $a\times b\neq 0$. 爲要給予較爲妥當的名稱起見,我們將 $a\times b$ 叫做 a 與 b 底積稱.

假若有任何扇形 a, 那麼 $-a$ 便是圓周底其餘部分. 從下面的圖解裏我們便可明瞭 $a+-a=1$, 卽,a 與 $-a$ 底聯合面積是整個的圓周;而 $a\times -a=0$, 卽 a 與 $-a$ 在圓周裏相交的部分是圓心. 所以,普遍地說,是合於公設 V.



在 1 底特殊情形裏,$-1=0$. 因 1 與 0 底聯合面積爲 1, 兩者相重疊的部分爲 0. 在這種情形裏也是同樣合於公設 V; 所以它在每種情形裏都眞.

從上面所列的圖解裏,我們必須明瞭公設 II A 與 II B 都眞. 圓周底中心是一個 0 點. 於是 a 與 0 底聯合面積爲 a. 整個的圓周

爲1，於是 a 與1相交的面積爲 a.

我們構作演繹系統時，至少必須有兩個要素，1與0，卽整個的圓周及其中心．因此，合於公設 VI. 假若我們稍微將這些圖解考察一下，便會知道一切其他的公設對於這種解釋都爲眞．於是，此處有與類無關的一種系統，這種系統是抽離的演算之有效的解釋．

以上的解釋之細微變化是以用來顯示類的關係的范恩圖解所表示出來．在范恩圖解裏，單類是用一個長方形來表示，其他的類是用在長方形之內的圓周來表示，塗去的部分表示空類；其餘在圖解中的類之一切可能的關係也都可以在這種圖解裏表示出來．

通常總用范恩圖解來表示類底關係，這種辦法之所以可能的，是因爲空間關係同樣是抽離系統之解釋．因爲相同的結構例示於兩種情況之中，在這一種情況裏有某種關係，在其他情況裏便有一種相當的關係．所以，假若我們能夠藉着圖解來發現空間部分之間的某種關係，我們便能夠確定在類之間也有一種相當的關係．因着圖解是可見的，而類則純粹是概念的有元 (conceptual entities)；所以圖解比較易於畫出．由發現空間部分與類這兩者底結構之類似性，可以幫助我們理解類底關係．

對於抽離的公設之解釋除了在本章裏所講的兩種解釋以外，至少還有其他兩種解釋：關係底演算 (calculus of relations) 與概率底演算 (calculus of probabilities). 不過這些卻出乎本書底範圍之外．

8. 本章述要

在這一章裏我們已經討論了在外延方面的類之特性，並且陳示了一種抽離的演算以證示它底種種關係．我們藉着一羣沒有界定的要素"K"和兩個沒有界定的運作"$\oplus$"與"$\otimes$"來表明一組公設．從這一組公設裏可以推演出許多定理，這一切定理都可以解釋爲類底種種規律．在這種演算底進程裏，我們發現對當方形，換位與換質，以及三段式底一切規律都可以從這些公設裏推演出來；因此，這是十分顯然的，研究斷定命辭的古典邏輯不過是較爲普遍的類底邏輯之一部分而已．

除了類底解釋以外，我們發現這種抽離的演算可以解釋爲空間部分之間的種種關係之陳示．因此，我們能夠應用圖解來表示類的關係．

---

(1) 這種組系(set)是E. V. Huntington 教授底"Sets of Independent Postulates for the Algebra of Logic"(Transactions of the American Mathematical Society. Vol. 5, 1904, p. 288.) 三個中的第一個．

(2) 任何人可以任意構成無論怎樣廣闊的學類或討論界域；任何人可以從一切動物說到一切生物，或者說到一切物理的對象，等等；但是卻沒有人能夠盡舉一切有元．假若有人想說到一切有元，那末一切有元底類便成爲他所想要說的有元之一．沒有什麽東西能夠描狀整個的類；自然，除非我們能夠首先說及一切有元．但是，因爲類也是在討論之中的有元之一，所以沒有什麽能夠說及一切有元，除非我們首先能夠說及這整個的類此處祇有一個不完全的圓周而已．

我們要求免除這種不完全的圓周,便引起所謂的類型論 (theory of types). 類型論是依照各種不同的類型將有元加以區分, 因此, 使我們能夠說及具有某種類型的一切有元. 沒有什麼類與它底分子同其類型. 對於這個問題有趣味的人可以參看 Whitehead 與 Russell 所著 Principia Mathematica, 第二版. Vol. I, pp. 37 ff, 此處將這種學說完全陳示出來了.

(3)　這種將抽離的運作與其解釋兩者加以區別的符號是 Huntington 教授所構作的.

(4)　這些公設底說法在此處與 Huntington 教授底說法在文句上有所不同.

(5)　如果我們常依注意到施行同樣的運作, 就可將 A 與 O 命辭用類表示出來, 以避免偏反換位, 如, 假若 $a-b=0$, 那麼 $-ba=0$. 例如, 假若一切汽車必需有通行許可證, 那麼沒有不需通行許可證的東西是汽車. 這種情形與 O 式一樣.

(6)　對於這些說法有趣味的人可以參考 Huntington 教授底原著. C. I. Lewis 底 Survey of Symbolic Logic. 這本書裏包含着這種演算底一個完全的說明; 雖則他所採用的公設不同.

第十二章

命辭底演算

1. 演算底必要

在我們討論舊傳邏輯的時候，我們知道有三種論式，即涵蘊的，選取的，和聚合的。這些論式底有效性並非以類的關係為依據而是直接以命辭之間的關係為根據。假若我們想完全給予論式以演繹的說明，那麼我們就必須將那幾種推論底區型討究一下。

還有一種較為重要的理由引起我們研究命辭底演算。在演繹系統底一切項目中，有公設與定理，如"假若 Rab，那麼 a 與 b 相異"和"假若 Rab 為眞，那麼 Rba 為妄"。在構作演繹系統的時候，我們解析"R"這種關係，我們建立關於它底基本規律，並且必須遵照其他當做定理的規律。但是，在整個的演繹中，我們沒有解釋"假定"關係。同樣，在類底演算裏，有像這樣的一些定理，如"假若 $a\otimes b\neq 0$，那麼 $a\neq 0$"，"假若 $a\otimes -b=0$ 而且 $b\otimes -c=0$，那麼 $a\otimes -c=0$"；雖然對於"$\otimes$"底解析是完滿的，可是我們還沒有決定"假定"關係底特性。

我們要知道，這種"假定"關係，或者說涵蘊關係，是應用於一切

公設組系的一羣概念裏的一種；至若問這種關係是怎樣型定了的，這卻不管。"與"，"或"，"妄"，是這一羣概念之中的另一些顯著分子。如果我們要對於邏輯的結構加以完全的研究，那麼我們必須說明標別一切結構的這些基本關係。

然而，就是因爲這些關係是這樣地基本，所以極其不容易體驗。我們知道一個縝列關係底傳達性可以寫爲"假若 Rab 而且 Rbc，那麼便 Rac"。我們寫"$p \supset q$"替代"假若爲 p，那麼便是 q"，於是這種關係底傳達性可以寫作"假若 $p \supset q$ 而且 $q \supset r$，那麼 $p \supset r$"；但是這樣一來似乎竊取整個的論題。我們現在是在解析"假定"關係；但是表示傳達性的陳詞其自身是一個"假定"命辭。陳示傳達性底規律之目的是將涵蘊關係底性質弄清析；然而當着我們說"假若 $p \supset q$ 與 $q \supset r$，那麼 $p \supset r$"時，我們是假定一切這些性質。所以必須寫爲($p \supset q$ 與 $q \supset r$)$\supset$($p \supset r$)，將敍述這種性徵的關係弄清楚。我們解析關係與關係底陳辭，因爲它是混亂命辭底演算的一種情形，並且給予它以一種特殊形式。在命辭底規律之陳示中，這個系統底性徵必須以這個系統底本身表示出來，在這種情形裏沒有文字，祇有符號。因爲有這種情形，所以，假若不是不可能的話，也難以表示一種與解釋相分離的抽離的演算。所以，我們祇討論解釋了的系統。

2　在外延方面的命辭

在前面一章裏所講的類之演算僅僅當着類是在外延方面加以

考慮而且當着將類當做分子底集合而不是當做某些性質底集合時纔能適用於類。在類底演算裏我們完全不管內涵如何，而祇注意到分子，在命辭底演算裏有類似的情形，我們完全不理會命辭底意義是什麼，而祇注意到命辭底眞或妄。正如兩個類有相同的分子時它們便是相等的一樣，在命辭底演算裏，當着兩個命辭是同眞或同妄時，這兩個命辭便也是相等的。在類底演算中，我們用兩種性徵來界定相同的類，我們是將那兩種性徵當做指明那個類的不同的方法。在命辭底演算裏也是一樣，假若有兩個眞命辭，那麼我們便將這兩個眞命辭當做指明眞值(truth)底兩種不同的方法。"拿破崙是死了"與"七月是美國的一個假期"這兩個命辭在命辭底演算裏是相等的，因爲這兩個命辭都眞。能夠用命辭底演算來論及這一件事，便可以論及另一件事。

我們必須知道，在命辭底演算裏可以選取一羣概念中的任一個當做基本概念。在第六章第5節裏，我們曾說過涵蘊，選取，以及絜合可以互相界定。因此，無論我們採取那一個基本概念，我們可以用它來界定其他的基本概念。如懷德黑(Whitehead)與羅素[1](Russell)所型定的，這種演算是採用否定(negation)與選取(disjunction)來做基本運作。任何命辭符示爲"p"，它底否定便符示爲"$-p$"，"$-p$"可以讀作"p爲妄"，或讀作"非p"。無論什麼時候，假若p是一個眞命辭，那麼$-p$便是一個妄命辭。反之，假若p爲妄，那麼$-p$便爲眞。

另一種基本運作是選取．選取是符示爲"$p \vee q$"，讀作"p 或 q"．假若"$p \vee q$"爲眞，那麼 p 與 q 之中至少有一爲眞；假若 p 與 q 兩者同妄，那麼 $p \vee q$ 爲妄．

"$-p$"與"$p \vee q$"有類似於在類底演算中的"$-a$"與"$a \oplus b$"的性質．正如在類底演算中 $-(-a)=a$ 一樣，在命辭底演算中 $-(-p)=p$；即，說 p 爲妄是妄就是說 p 爲眞．同樣，正如 $a \oplus b = b \oplus a$ 與 $a \oplus (b \oplus c) = (a \oplus b) \oplus c$ 一樣，在命辭底演算中 $p \vee q = q \vee p$，$p \vee (q \vee r) = (p \vee q) \vee r$．

我們在第六章第 5 節裏說過，涵蘊是用選取與否定來界定了．我們說 p 涵蘊 q 就是等於說或者 p 爲妄或者 q 爲眞．因此，界說爲：

$$p \supset q = -p \vee q \text{ Df.}$$

例如，"假若天氣晴和，我明天便要進城"，這句話底意義是"或者天氣晴和爲妄，或者我明天要進城爲眞"，而且假若或者這個涵蘊型式底前項爲妄或者後項爲眞的時候，那麼這整個的陳辭便爲眞．

涵蘊底這種界說引起較爲令人注意的結果．一個選取型式底任一選項爲眞，這種選取型式便眞．結果，假若 $p \supset q$ 底意義是 $-p \vee q$，無論什麼時候 $-p$ 爲眞(即，p 爲妄)或 q 爲眞時，那麼這種型式爲眞．至若 p 與 q 兩者之相干與否，並不能形成什麼差異．例如，"牛能飛"涵蘊着"$2+2=5$"，或者同樣的東西，"假若牛能飛，那麼 $2+2=5$" 此處的假設爲妄，但是整個的涵蘊型式卻眞．這種結果雖然奇異，然而並不是不可能．假若我們記得命辭底演算不是討論命辭底

意義而是僅僅討論命辭底型式之眞或妄時,便不會感覺有什麼奇異了.從這個概念出發,我們便可知道任何兩個眞命辭是互相涵蘊着;即,假若 p 為眞而且 q 為眞,那麼 $-p\vee q$ 為眞(因 q 為眞)而且 $-q\vee p$ 為眞(因 p 為眞).同樣,任何兩個妄命辭也互相涵蘊着;即,假若 p 為妄(或 $-p$ 為眞)而且 q 為妄(或 $-q$ 為眞),那麼 $-p\vee q$ 為眞而且 $-q\vee p$ 為眞.一個妄命辭涵蘊着任何命辭,而任何命辭涵蘊着一個眞命辭.

我們在這裏所界定的涵蘊型式底這種範型叫做實際涵蘊 (material implication),以別於拿命辭底意義做根據而不拿命辭底眞妄做根據的其他種類的涵蘊型式(2).因為僅僅以成分命辭——它們底實際眞妄——來決定一個實際涵蘊是否可能,所以有這個名稱.涵蘊型式底一種不同的匾型似乎是包含在一個三段式底前提及其結論之間的涵蘊型式之內.當着我們確定這樣的一些前提是否涵蘊着一個結論的時候,我們並不追究它們是眞還是妄,而祇考慮它們在結構方面的性質,如是否有共同辭端,辭端是否普及了等等問題.像這樣的一種涵蘊型式是以各個命辭底結構為依據,而不是以它們底眞妄為根據.

因着有三種理由,所以我們祇討論實際涵蘊,而不企圖討論以意義為根據的涵蘊關係:

1. 涵蘊是否以結構為根據,這個問題仍然是邏輯裏許多未解決的問題之一.直到現在沒有什麼答案得着邏輯家們底普遍承認.

2.　實際涵蘊是涵蘊型式之最基本的概念.不管我們主張那一種涵蘊範念，不管是否以為涵蘊型式是一種關係，根據這種關係一個結論是密切地聯繫着，或者從其中傳衍出來，或者前提需要它，然而至少必須如此:或者這些前提(整個的)為妄，或者結論為眞.假若任何關係能使前提為眞而結論為妄，那麼我們便不能將這種關係叫做涵蘊關係.實際涵蘊與每種涵蘊範念有密切的關係，而且我們可以確定無論什麼時候有任何種涵蘊型式，至少必有一種實際涵蘊.

3.　實際涵蘊是一種便利的涵蘊概念.實際涵蘊底規律比較簡單;從成分命辭底眞妄我們能夠易於決定實際涵蘊是否可能;而且實際涵蘊對於演繹是很適合的.或者是在日常談論之中，或者是在抽離的公設組系中，我們都可以藉着實際涵蘊來進行推論，並且能夠完全保證它們是正確的.

3.　實際涵蘊底系統

除了選取與否定以外，命辭底演算還需要一個較為基本的概念——斷定底概念.這種範念引起了關於命辭的兩個基本態度之一.設有任何命辭，或一組命辭，我們可以採取兩種看法，想像的看法與斷定的看法.想像的看法是美術的態度，僅僅以考察這個命辭裏面有什麼為滿足.在想像一個命辭的時候，我們可以說這個命辭是否有趣，是否引人注意，或者甚至於考察它所有的意義;但是我們卻不管它是眞還是妄.寫小說往往採取這種態度.一本小說書之其所以

可被批評的，是因爲它之是否有趣味，是因爲它所表明出來的東西不一定實存；但是在任何文藝的觀點裏，從來不發生所描寫的對象之是否實際爲眞或爲妄等等問題.

而斷定的看法則是對於命辭的實際態度.我們斷定某一個命辭就是說這個命辭爲眞，這個命辭是表示一種事實，或者是眞實底一種精密的記述.在斷定一個命辭的時候，我們是在判斷這個命辭，並且發現它爲眞.無論命辭是否是可驚異的，或者是否是有趣味的，或者是否是合於美術的，在斷定一個命辭的時候這些並沒有什麽用處，我們可以不必理會，因爲斷定一個命辭的這種行動祇是對於命辭底一種看法，並且使我們相信它.

我們必須明瞭，對於一個命辭 p 的斷定必須與論及 p 的種種命辭分開.例如，"p 爲眞"這是論及 p 的一個命辭，但是卻沒有構成 p 底一種斷定."p 爲眞"這個命辭底本身或者是想像的或者是斷定的.因此表示一個關於 p 的陳述，而不表示某種基本的態度.實在說來，沒有文字的形式能夠不含糊地表明一種斷定，因爲我們總是運用文字的形式來形成命辭，而一個命辭底斷定並不是另外一個命辭，祇是一種動作 (act) 而已.在斷定一個命辭的時候，我們是在說這個命辭爲眞；這種斷定是我們所做的關於命辭的某種事物，而其自身卻不是一個命辭.

斷定這樣動作是必要的，以使推論原則成爲一個有效果的原則.我們已經知道，推論不僅僅需要一種有效的涵蘊型式，而且需要前

提有可斷性(assertibility). 爲要突破一個涵蘊型式並且得着一個獨立地斷定的結論，我們必須預先斷定那個結論所根據的假設爲眞。假若我們施行任何推論，那麼便必須有一種斷定，而且在邏輯底許多基本概念之中斷定這種概念也有相當的地位。

任何命辭 p 是斷定了，這種事實是用 "$\vdash . p$" 表明出來。這種符號叫做斷定符號 (symbol for assertion). 斷定符號是德國數學家兼邏輯家佛勒革 (Frego) 所引用的。斷定，否定，選取等等概念，在實行命辭底演算時都是必要的。我們知道涵蘊型式可以用這些概念來界定。至於絜合，我們將在以後討論。

在陳述命辭底演算之公設以前，有一種符號必須加以解釋。假若我們寫 $p \vee p \supset p$, 這種符式是有歧義的。這種符式有幾個可能的讀法：可以讀作"假若 p 爲眞或者 p 爲眞，那麼 p 爲眞"；又可以讀作"p 爲眞或者 p 涵蘊着 p". 這就是說，涵蘊型式可以採用選取爲其前提，或者選取型式可以採用涵蘊爲其項目之一。這兩者自然不是相等的陳示。如我們在前面所做過了的，我們可用括符來表明這種差異，將前面這個符式解析地寫作 $(p \vee p) \supset p$, 或者是 $p \vee (p \supset p)$. 我們現在有機會討論較爲繁複的符式，如 $q \supset r \supset p \vee q \supset p \vee r$, 此處如果應用通常的括符就很麻煩。因着這種緣故，意大利數學家兼邏輯家柏阿諾 (Peano) 所作的點符 (dot parentheses) 是可取的。點符用來替代括符以表明關係底範圍之大小：點符底層次愈多，則關係底範圍愈大。例如，$p \vee p . \supset . p$ 等於 $(p \vee p) \supset p$, $\vdash : p \vee p . \supset p$ 則等於 $\vdash [(p \vee p)$

$\supset p]$. 顯然,這種符號是很便利的.

我們既然已經將幾種符號底用法明瞭了,我們現在要討論這個系統底界說與公設.這些界說與公設之其所以使人驚奇的,因爲它們是自明的並且是顯著的;它們足以給予命辭底規律以一個完全嚴格的演繹.

界說 1. $p \supset q = -p \vee q$ Df.(3)

這是在第六章第 5 節和本章前一節裏所討論的涵蘊型式底界說.我們要將這個界說應用於現在所講的幾個的公設組系裏面.

1. 假若 p 是一個命辭,那麼 $-p$ 是一個命辭.

2. 假若 p 與 q 都是命辭,那麼 $p \vee q$ 是一個命辭.

這兩條公設是說,否定與選取底運作並不出乎命辭底界域之外.藉着這些運作來保證無論什麼東西是普遍地論及命辭都會適用於命辭底否定以及命辭之間的選取,以造成許多新命辭.

3. $\vdash : p \vee p . \supset . p$.

這條公設可以讀作:我們斷定假若 p 爲眞或者 p 爲眞,那麼 p 爲眞.這條公設雖則很顯然易明,但是卻十分重要.

4. $\vdash : q . \supset . p \vee q$.

用通常的話語來說就是,"斷定假若 q 爲眞,那麼 p 或 q 爲眞".這條公設是以選取型式底構成分子之一爲眞則這個選取型式爲眞的道理爲根據.因此,假若 q 爲眞,那麼 p 或 q 必須爲眞.例如,假若貓子吃老鼠,那麼或者貓子吃老鼠或者豬有翅膀爲眞.

5. $\vdash : p \vee q . \supset . q \vee p.$

這是斷定假若 p 或 q 為眞，那麼 q 或 p 為眞．在實際上，這個公設是說一個選取型式為眞，不管選項配列的倫序如何．例如，假若或貓子吃老鼠或老鼠吃貓子，與或老鼠吃貓子或貓子吃老鼠一樣為眞．

6. $\vdash : . q \supset r . \supset : p \vee q . \supset . p \vee r.$

這是斷定假若 q 涵蘊着 r，那麼 p 或 q 涵蘊着 p 或 r．

以上六條簡單的公設已經足以界定命辭底演算．在定理底演釋之中，我們必須應用第九章第4節裏所討論的推演規律．例如，我們要實行像在類底演算中所做過了的替代方法，無論什麼時候有一個斷定了的涵蘊型式以及這個涵蘊型式底斷定前提，我們可以應用推論原則，以推出一個結論．這種情形用符號來表示便是，假若有屬於 $\vdash . p$ 型式的一種表述以及其他屬於 $\vdash . p \supset q$ 型式的一種表述，那麼我們便可以推出結論 $\vdash . q$．

假若我們將這幾條公設與推演規律記在心裏，那麼便可以再做些證明的工作．祇要以上所說的這些東西，就足以使我們明瞭關於這種演算的基本觀念．我們在以下所要講到的，就是祇將一些較為重要的定理述說一下．

7. $\vdash : p \supset -p . \supset . -p.$(4)

證明：　$\vdash : p \vee p . \supset p$，公設 3，

$\vdash : -p \vee -p . \supset -p$，以 $-p$ 替代 p，

$\vdash : p \supset -p . \supset . -p$, 根據界說 1.

這條定理是說，任何命辭涵蘊着其自身之妄那麼便妄. 這是具有最簡單型式的反證論法底原理. 這樣的一個自相反駁的命辭底古典例樣或者是 Epimenides 說一切 Cretan 都是說謊話的人這句話. Epimenides 他自己也是一個 Cretans. 假若這句話底意義是沒有 Cretans 說眞話，這自然是自相反駁. 因爲雖然直到 Epimenides 底時代沒有 Cretan 說眞話，然而在他說這件事實的時候他便是說了眞話. 因此，根據這條定理，得知這種話爲妄.

8. $\vdash : q . \supset . p \supset q$.

證明: $\vdash : q . \supset . p \vee q$, 公設 4,

$\vdash : q . \supset . -p \vee q$, 以 $-p$ 替代 p,

$\vdash : q . \supset . p \supset q$, 根據界說 1.

這條定理是說，假若 q 爲眞，那麼任何其他命辭 p 涵蘊着它. 例如，設一切魚都能游泳，因而說，"假若一切雀鳥會飛，那麼一切魚會游泳"，或者"假若今天是星期三，那麼一切魚都會游泳"，或者我們所選擇的具有任何假設的相似陳述，也都是眞確的. 這樣的推論之有效性是以涵蘊底界說爲根據，涵蘊底界說已經在前面講過了.

9. $\vdash : q \supset r . \supset : p \supset q . \supset . p \supset r$.

證明: $\vdash : q \supset r . \supset : p \vee q . \supset . p \vee r$, 公設 6,

$\vdash : q \supset r . \supset : -p \vee q . \supset . -p \vee r$, 以 $-p$ 替代 p,

$\vdash : q \supset r . \supset : p \supset q . \supset . p \supset r$, 根據界說 1

用通常的文字表示出來就是，假若 q 涵蘊 r，那麼假若 p 涵蘊 q，則 p 涵蘊着 r. 這是涵蘊底傳達性底規律之一個型式. 設 q 涵蘊着 r 與 p 涵蘊着 q，這條定理准許我們斷定 p 涵蘊着 r.

10. $\vdash : p . \supset . p \vee p.$

證明：　$\vdash : q . \supset . p \vee q$，公設 4，

$\vdash : p . \supset . p \vee p$，以 p 替代 q.

假若 p 爲眞，那麼 p 或 p 爲眞. 這條定理並不十分重要，祇有對於下面的一條定理之證明纔必需.

11. $\vdash . p \supset p.$

證明：　$\vdash :. q \supset r . \supset : p \supset q . \supset . p \supset r$，定理 9，

$\vdash :: p \vee p . \supset . p : \supset :. p . \supset . p \vee p : \supset : p \supset p$，以 $p \vee p$ 替代 q，以 p 替代 r，

$\vdash : p \vee p . \supset . p$，公設 3.

我們必須注意，在這個證明底第三條中分開述說的表式在第二條中爲涵蘊型式底假設. 所以，有具備這樣的型式的兩種表式 $\vdash . p$ 以及 $\vdash . p \supset q$，並且可以推出結論 $\vdash . q$. 因此，

$\vdash :. p . \supset . p \vee p : \supset . p \supset p$，

$\vdash : p . \supset . p \vee p$，定理 10.

又有具備這種型式的兩種表式，即 $\vdash . p$ 與 $\vdash . p \supset q$. 下次我們可以推出：

$$\vdash . p \supset p.$$

這條定理是說，任何命辭莫不涵蘊着它底本身，或者是說涵蘊關係是自反的 (reflexive).

12. $\vdash . -p \vee p$.

證明： $\vdash . p \supset p$, 定理 11,

$\vdash . -p \vee p$, 根據界說 1.

這條定理就是所謂不容中律．這條定理可以讀作"已經斷定或者 p 爲妄或者 p 爲眞"，或者讀作"已經斷定或者 p 或者非 p 爲眞"．這兩種讀法所指的意義是相同的，因爲我們說 p 爲妄就是說非 p 爲眞．

我們現在可以用"選取"與"否定"來界定這個系統中的另一種運作——絜合．絜合是寫作 $p \cdot q$, 或者更簡單地寫爲"pq", 讀作"p 與 q"(5). 我們說 p 與 q 爲眞，就是說 p 與 q 都不爲妄；這也就是說，或者 p 爲妄或者 q 爲妄這是妄的．因此：

界說 2. $p \cdot q = -(p \vee -q)$ Df.

如，說這張桌子有個棕色的桌面而且這張桌子有三個抽屜就是等於說或者這張桌子沒有棕色的桌面或者沒有三個抽屜爲妄．

當着我們討論絜合的時候，我們要將它當做一個新的推演模式也是可以的．設有 $\vdash . p$ 與 $\vdash . q$, 我們可以將這兩種斷說合併在一起，於是成爲 $\vdash . p \cdot q$. 例如，假若我們斷定 Dürer 是一個被殺的雕刻家，又斷定他是一個偉大的畫家，於是我們可以用一個單獨的命辭來說，Dürer 是一個被殺的雕刻家並且又是一個偉大的畫家．可

見這一條規律允許我們將幾種斷說合併成一個單獨的斷說。

我們可以用挈合與涵蘊來界定命辭底相等。假若兩個命辭彼此互相涵蘊着，那麼這兩個命辭便是相等的。我們用"≡"來符示相等，於是：

界說 3. $p \equiv q = p \supset q \cdot q \supset p$ Df.

這就是說，僅僅當着 p 涵蘊着 q 而且 q 涵蘊着 p 的時候，p 便等於 q.

因為本章底目的僅僅是在表明命辭底演算底性質之某些範念，而不是在完全說明演算底方法，所以我們祇將以下的定理陳示出來，而將證明略去。

13. $\vdash : p \vee q . \equiv . -(p \cdot -q) . \equiv . -p \supset q.$

14. $\vdash : p \supset q . \equiv . -p \vee q . \equiv . -(p \cdot -q).$

15. $\vdash : p \cdot q . \equiv . -(p \vee -q) . \equiv . -(p \supset -q).$

以上三個定理是表示命辭底選取的，挈合的，涵蘊的區型之間的相等。如，"p 或 q"等於"p 為妄 q 為妄還是妄的"，又等於"非 p 涵蘊着 q"．一切這些相等或者是以界說為根據，或者像定理一樣地可加證明．它們底涵意已經在第六章第 5 節裏充分地討論過了．它們對於命辭底演算之其所以重要的，是因為它們指出涵蘊，挈合，選取這些關係之中的任何兩種可以用第三種關係和否定來界定。在命辭底演算裏無需乎拿選取當做一個基本概念．挈合也可以同樣地當做一個基本概念．以挈合與選取所表明出來的公設界定為 $-(-p \cdot -q)$，

用涵蘊所表明出來的公設可以界定爲 $-(p\cdot -q)$. 或者可以採取一種同樣的方法,將涵蘊不加以界定。

16. $\vdash : p \supset q . \supset . -q \supset -p.$

這就是說,假若 p 涵蘊着 q, 那麼非 q 便涵蘊着非 p. 例如,假若這是一本邏輯書涵蘊着這是一本書,那麼這不是一本書便涵蘊着這不是一本邏輯書.與這種型式完全相似的一種型式是:

17. $\vdash :. p \supset q \cdot -q : \supset : -p.$

這條定理就是說,假若 p 涵蘊着 q 而且 q 爲妄,那麼 p 爲妄.這就是在第六章第 2 節裏所討論的涵蘊論式之由否定後項而否定前項式所根據的原理。

以 $-p$ 替代定理 17 裏的 p, 便得

$$\vdash :. -p \supset q \cdot -q : \supset : -(-p)$$

因爲根據定理13, $-p \supset q$ 等於 $p \vee q$, 而且因爲 $-(-p)$ 等於 p, 於是:

18. $p \vee q \cdot -q : \supset : p.$

假若 p 或 q 爲眞而且 q 爲妄,那麼 p 爲眞.這是選取論式底由否定而肯定式之原理.在命辭底演算裏,這種論式與前一種論式在型式方面是相等的。

19. $\vdash :. p \supset q \cdot p : \supset : q.$

假若 p 涵蘊着 q, 而且假若 p 爲眞,那麼 q 爲眞.這是涵蘊論式底由肯定前項而肯定後項式之型式.以 $-q$ 替代 q, 並且應用相等的綮合表式,便得綮合論式底由肯定而否定式之型式。

20. $\vdash . -(p \cdot q) \cdot p : \supset : -q.$

涵蘊論式與契合論式底相等是很顯然的。

21. $\vdash :. p \supset q \cdot q \supset r : \supset : p \supset r.$

這是定理 9 中所說的涵蘊底傳遞性底規律之另一種型式。這也是在第六章第 2 節中所討論的純粹涵蘊論式底原理。

22. $\vdash :. p \cdot p - q \supset r \cdot p - q \supset -r : \supset : q.$

假若 p 爲眞，而且 p 與非 q 涵蘊着 r，而且 p 與非 q 也涵蘊着非 r，那麼 q 爲眞。這是具有最普遍型式的反證論法之原理。在前面許多證明裏我們曾經應用過這種型式。此處"p"代表假定爲眞的整組公設，"q"代表我們所要用一個反項來證明的定理。我們假定非 q 或 q 爲妄。這種證明是表明原來的公設與定理底謬妄底假設合併在一起涵蘊着某對互相矛盾的命辭（r 與 $-r$）。假若是如此，那麼我們便假定 q 爲眞。

我們在以上所講的定理足以表明命辭底演算底一個偉大的綱要。在一部較爲高深的教本裏，我們還要證明以上所講的一切定理，不過在這本入門的書中祇將這些定理陳示出來就夠了。我們必須明瞭，正如一切直接推論底規律與三段式底規律可以從類底演算裏推論出來一樣，一切複合命辭底論式底原理都可以從命辭底演算裏推論出來。在這兩種演算之中，都包含着對於古典邏輯的一種概要的與擴大的研究。

4. 命辭底演算之中心地位

在本章裏我們已經指出類底演算與命辭底演算兩者之間的相同之點，雖然我們將兩者各別地研究．現在所發生的問題是：類底演算與命辭底演算這兩種分別是極終的麼？這兩者必須總是相同的麼？或者有某種方法使其中之一從另一之中推論出來麼？

希奇得很，這種推論在兩方面都可能：我們可以從命辭底演算裏推出類底演算，也可以從類底演算裏推出命辭底演算．不過從命辭底演算裏來證明作為定理的類底演算之規律是一種極其困難的方法．除了我們已經考察過了的那些關係以外，在能夠界定一個類之前，還需要其他幾種關係．全部的推衍見於數學原理 (Principia Mathematica) 中．但是這卻出乎本書底範圍之外．

我們能夠用一種較簡單較直接的方法來將命辭底演算推演為類之抽離的演算之一種解釋．我們可以推演命辭底演算為與古典邏輯所曾推演過了的狀態十分相似的一個次等系統．要將這種關聯弄清析，祇需知道涵蘊是在命辭底演算底系統中界定了的許多項目之一．像界說所介紹的一切項目一樣，它僅僅是一種便利，一個縮寫，而且假若我們完全以“$-p \vee q$”替代“$p \supset q$”的話，那麼這些公設仍然有精確相同的意義；雖則，它們比較難以了解．如果用這種方法來處置這四種用符號所表出的公設，則為：

23. $\vdash . -(p \vee p) \vee p.$

24. $\vdash : -q . \vee : p \vee q.$

25. $\vdash : -(p \vee q) . \vee . q \vee p.$

26. $\vdash :. -(-q \vee r) : \vee : -(p \vee q) . \vee . p \vee r.$

我們必須回想在前一章將要完結的時候,我們已經證明過幾條定理,那幾條定理底效用在當時並不明白。那幾條定理是:

定理 26.　$-(a \oplus a) \oplus a = 1.$

定理 27.　$-b \oplus (a \oplus b) = 1.$

定理 28.　$-(a \oplus b) \oplus (b \oplus a) = 1.$

定理 29.　$-(-b \oplus c) \oplus [-(a \oplus b) \oplus (a \oplus c)] = 1.$

這是十分顯然的,這些抽離的定理在類底演算裏顯示那解釋了的命辭底演算之型式.這就是說,假若我們將類底演算底抽離的"⊕"底意義解釋爲"∨",抽離的"−"之意義解釋爲"妄",將"="底意義解釋爲"⊢".這樣一來,我們便是從類底演算裏推衍命辭底演算之公設了。

命辭底演算之其餘的兩個公設,即1與2,都容易從類底演算裏推衍出來.公設1是說,假若 p 是一個命辭,那麼非 p 也是一個命辭。這條公設是根據類底演算底公設V,公設V是說,對於每個要素 a,有一個具備某些性質的要素 $-a$.同樣,公設2說,無論什麼時候 p 與 q 各爲命辭,則 $p \vee q$ 爲一命辭.這條公設可以當做類底演算底公設IA底一種解釋.公設IA是說,假若 a 與 b 都在 K 中,那麼 $a \oplus b$ 也在 K 中。

至於推論規律，我們可以用類底演算底定理 25 來替代。這個定理說，假若 $a=1$，並且假若 $-a\oplus b=1$，那麼 $b=1$。從命辭方面來解釋，這條定理可以讀作：假若 $\vdash.p$ 而且 $\vdash.-p\vee q$（或者根據界說 1 與 $\vdash.p\supset q$），那麼 $\vdash.q$。這給予推論規律以相當的內容。於是，全部命辭底演算可以從類底演算中推衍出來。

不過，在從類底演算裏推衍命辭底演算的這種推衍之中，我們忽略了一個條件。在述說類底演算底公設時，我們曾經應用過"假定"關係，也曾應用過幾個其他的邏輯概念。如果我們要重複用類底演算來界定這些邏輯的概念，那麼便會成為循環界說。與此相同的思想引起我們在本章底開始就說涵蘊底傳達性之公設必須表示為"$p\supset q\cdot q\supset r:\supset:p\supset r$"，而不寫作"假若 $p\supset q\cdot q\supset r$，那麼 $p\supset r$"，現在我們不得不取消以預先假定涵蘊的類底演算來界定涵蘊的這種企圖。僅僅在我們決定了涵蘊底意義以後，我們纔能夠陳示類底演算之公設。如果想用類底演算來確定涵蘊底意義，這便不會有什麼結果。從類底演算裏推衍命辭底演算的這種推衍僅僅是指明兩者之間的結構之共同點而已。假若我們能夠構作一種抽離的命辭底演算，那麼它便是抽離的類底演算之一部分；但是如果要構作任何抽離的演算，我們總是需要涵蘊概念。因此，我們必須假定命辭底演算為基本的，而且不能從任何其他系統裏推論出來。這裏所根據的原理是十分簡單的：我們需要涵蘊，否定，選取等等邏輯的概念來建立任何系統。所以，這些關係底規律必須首先就建立起來，而不能從任何其

他系統裏推出之. 雖則, 我們已經指明類底演算與命辭底演算兩者之間的結構之類似處,但是我們仍然必須將命辭底演算當做一個獨立的系統.

這樣看來, 可見命辭底演算在演繹系統裏有一個單獨的地位. 關於類底演算的一切也可以應用到其他任何系統. 在任一公設組系底型定方式 (formulation) 裏,其實, 在任何推論裏, 我們都得應用命辭底性質. 涵蘊,否定,選取,相等,等等概念在任何合理的討論中都是必要的. 因此,命辭底演算是邏輯底中心. 在這一部分(第二部分) 裏我們已經討論過演繹系統底意念, 我們已經說明抽離的系統之概念,並且我們已經詳細地將其中的一個——類底演算——討論了. 在這些演繹之中的每一個, 從歐基理德幾何學底簡單定理到類底演算之最繁複的證明, 包含了命辭底演算所有的概念. 僅僅藉着這些概念,任何推論都可能.

在命辭底演算裏, 邏輯變成自明的. 我們藉着命辭底關係研究了其他一切系統, 現在又講到它底本身, 並且企圖陳說這些關係底性質,同時將它們構成演繹的倫序. 在其他許多系統裏, 有些邏輯的概念是當做推論底工具; 在命辭底演算裏, 這些相同的工具是應用於它們自身之上. 涵蘊同時也是這個系統底主要部分, 而且也是推衍定理底憑藉.

我們可以將這同樣的一點用另一種方法陳說出來. 在第四章第1節中, 我們討論過所謂的"思考律", 我們過細指明這些規律不是

心理律 (psychological laws), 不是思考所不會不和不致於不遵從的規律; 而祇是邏輯的規律 (logical laws), 是有效的推理所必遵的條件. 從這種意義說來, 命辭底演算底那些定理中之任一個都是"思考律". 這是因為根據那些定理中的任一個可以產生一種有效的推論, 而每種有效的推論是以那些定理中的某個爲根據. 不管我們所討論的主題是什麼, 不管是一個抽離的公設組系或是一種具體的情形, 有效的推論都不可不服從命辭底規律. 在命辭底演算裏, 邏輯企圖解析這些規律, 而且有系統地從另一個規律中推出某一個規律. 但是, 這種解析藉着什麼方法纔得以進行呢? 僅僅藉着命辭底這些自同律 (self-same laws) 纔得以進行. 如, 被一切系統所預先假定的, 我們有一個命辭供給研究方法與題材的系統; 而且在這個系統裏有邏輯之極其主要的部分.

5. 本章述要

在這一章裏, 我們已經說明命辭底演算爲什麼必要. 命辭底演算之所以必要的, 一是它能說明論式之涵蘊的, 選取的, 契合的等等型式, 二是完成抽離的系統之解析. 我們指明這種演算之所以爲特殊型式的, 是由於它分析解析藉之得以進行的那些關係.

我們已經說明這種演算僅僅適合於在外延方面的命辭. 這就是說, 我們祇將命辭當做眞或妄底負荷者. 假若任何兩個命辭同眞或同妄, 那麼這兩個命辭便是相等的. 我們已經定立了命辭底演算之

公設，又證明了許多定理；至於其餘的定理祗陳示出來了，而沒有證明。

最後，我們指出，雖然命辭底演算在結構方面是類底演算之一部分，然而我們仍舊將它當做是獨立的，因爲它分析被每個系統所預先假定的那些關係。

---

(1) Principia Mathematica, 第二版, Vol. I, p. 91.

(2) 在路易士教授底其他許多討論中，路易士教授底嚴格涵蘊(Strict Implication)是值得注意的. Op. cit., pp. 291 ff. 我們說，p 嚴格地涵蘊着 q，這是說，不是 $-p \vee q$ 爲眞，而是 $-p \vee q$ 必需或必須爲眞. 例如，"或者牛不會飛或者 2+2=5" 爲眞，但是卻不必需爲眞，即，牛也許會飛. 因此，"牛會飛" 並不嚴格地涵蘊着 "2+2=5".

(3) 此處關於命辭底演算的討論完全以懷德海與羅素底數學原理爲根據. 參看 pp. 91 ff. 不過此處與他們底說法有三方面不同：(1) 沒有企圖從初等命辭 (elementary propositions) 開始，並且提高倫序底層次. 結果，數學原理底 1.1 可以充分普遍地陳述出來，而 1.72 卻不需要. 我們是假定 3.03 聯合底斷說律 (law of conjunctive assertion) 爲基本概念. (2) 已經取消了冗長的公設 1.5. 參看 P. Bernays, Axiomatische Untersuchung des Aussagen-Kalkuls der "Principia Mathematics". Mathematische Zeitschrift, Vol. 25(1926) p. 305. (3) 改變了陳說公設底倫序以適合於公設理論之較爲尋常的用法，並且在"非型式的"非符號的公設與"型式的"符號的公設之間有一種完全的區別.

(4) 我們在公設之後繼續用數目字來表示定理，因[5]有高於 5 的數目的型式律便是一個定理. 此處的證明係採自羅素與懷德黑底原書 98 頁.

(5) 我們是將表示聯合的點符放在這一條中間，以別於替代括符的點符. 有 "$pq \supset r$" 這種型式的表詞必須讀作 "假若爲 p 與 q，那麼便是 r". 反之，在另一方面，"$p \cdot q \supset r$" 必須讀作 "p 爲眞而且 q 涵蘊着 r". 於是，$p \cdot q$ 底統關較 pq 爲大，涵蘊符號是在兩者之間.

第十三章

歸納底普遍徵性

1 演繹與歸納

在本書第一章裏，我們已經說過，邏輯是結構底科學，並且解析有效的推論之型式與原理.在前面我們僅討論了演繹的推論(deductive inference)，在以後的幾章裏我們要研究歸納的推論(inductive inference).

在施行演繹的時候，我們是以或者可從其他的前提中推出的前提或者是從基本的前提爲起點.那些"基本的"前提是從直接觀察，直覺，觀察底通擴，或者僅僅是界說等等條件所衍產出來的；我們現在要將這些條件解說一下.大多數的單稱命辭是從直接觀察所產生的；例如，"這一本書是在那一本書底左邊"，便是這樣的一個命辭.從這樣的命辭中我們可以施行演繹，如，"所以，那一本書不在這一本書底左邊"，"所以，那一本書是在這一本書底右邊"，等等.原來的一個前提之其所以是"基本的"，是因爲它不能從別的命辭中推衍出來，而是以直接觀察爲根據.又如"涵蘊關係是有傳達性的"，這樣的

命辭也是基本的，因爲它也不能夠從別的命辭裏推衍出來。這樣的命辭並不是一種經驗底通擴，也不是直接觀察底結果，因爲我們不能直接用感覺器官來覺知涵蘊關係。這樣的命辭是從直覺而得知的。“在數序裏二是位於三與一之間”，這個命辭在界說上是眞的。在這個命辭裏沒有觀察底要素存在，也沒有直覺；我們祇是簡單地表明“二”是在一與三之間的那個數目。“一切人都會死”這個命辭是一種經驗底通擴，或者是極終以經驗底某種通擴爲根據。我們要將這一點略爲討論一下。任何演繹推論聯鎖底居首前提或者可以從其他前提裏推演出來，或者是從直接觀察，直覺，界說，以及經驗底通擴等等條件所衍產出來的。

在前面的幾章裏，我們已經充分地討論了以界說，直覺，與直接觀察爲依據的演繹；但是我們還沒有討論關於經驗底通擴問題。經驗底通擴問題是我們現在所要討論的中心問題。

我們現在列舉一個演繹底例樣在這裏：“因爲一切人都有死，亨利是一個人，所以亨利有死。”我們是怎樣得着這個論式底前提“一切人都有死”與“亨利是一個人”呢？後面這一個前提是從直接觀察得來的。我們知道我們所說的“人”是什麼意思，而且又看見了“亨利”，並且知道他例示我們所說的人是什麼意思。至若第一個前提，我們就不能僅僅從直接觀察來演產之。這就是說，我們並不能夠直接觀察所有的每個人，並且發現每個人都有死便說“一切人都有死”。我們已經做過這兩件事中的任一件。或者我們已經知道過去千千萬萬

的人都死了,因此就推論其餘的人大概也有死.在這種情形之下,便形成一個歸納;或者我們已經從其他命辭裏推演出這個命辭.例如,"一切人都是有機體,一切有機體都會死亡,所以一切人都會死亡."我們現在可以考察我們是怎樣衍產出這個論式底前提.這個論式底前提或者是藉着歸納推論所衍產出來,或者是從其他命辭中推論出來.例如,"一切有機體都是有生命的東西,一切有生命的東西都會死亡,所以一切有機體都會死亡."我們再問我們是怎樣得着這個論式底前提.這個答案會是同樣的,就是說這些前提或者是從另外的前提中推論出來的,或者是藉着歸納推論而產生的.顯然得很,這種方法不能行至無限;我們極終總會得着整個推論聯鎖所依據的許多前提;而這些前提又不能從其他命辭中推衍出來.總而言之,過細解析起來,演繹不能供給它自身以所討論的"題材",也不能供給任何演繹推論底聯鎖以所根據的公設或根本前提.如果要問我們是怎樣得着根本前提(在那些情形之中,根本前提是從經驗所通擴出來的),那麼就是問什麼是歸納 (induction)?在直接討論這個問題之前,我們先在這裏將演繹底幾種性徵指明出來.

演繹的邏輯 (deductive logic) 是推論底純粹型式的性徵之一種研究.這就是說,演繹的邏輯完全不理會它所涉及的命辭之是否與事實相合這個問題,而祇研究命辭之間的種種可能的關係;也不注意這些命辭是否為眞為妄.我們可以將演繹當做是假定某些公設並且抽繹其間的一切涵蘊關係底一種程術.它又是一種解析的方法,

自始至終我們不能運用這種方法得着出乎心理以外的一分一毫的新知識.一個完全的演繹系統是在一個系統之內所假定的公設底一切涵蘊之一種程式.在演繹之中,我們祇討論有效與否的問題.演繹系統裏的公設與實質世界沒有什麼關係,也許都是謬妄的;然而一個演繹系統底本身仍然是有效的.在演繹系統中,我們不能得着什麼新的眞理或命辭.因此,有許多人認爲演繹觸犯了一種"謬誤",這種謬誤叫做 petitio principii.一個 petitio principii 就是"竊取論點"(begging of the question).所謂竊取論點就是在前提裏預先假定了在結論中"證明了的"東西.例如,"一切人都有死,亨利是一個人,所以亨利是有死";這就是竊取論點,因爲在我們斷定一切人都有死的時候,便已經斷定了亨利是有死.假若亨利不死,那麼"一切人都有死"便爲妄;然而我們已經斷定"一切人都有死"是一個眞命辭,這個命辭底意思是說,至少亨利是有死.在一本入門的邏輯書裏我們不必提及竊取論點是否是一種謬誤的問題.然而不管是不是謬誤,一切演繹都是竊取論點;因爲在演繹裏我們並不能得着一點新的眞理或新的命辭.算術底公設與運算底陳述等等在一起是潛伏地包含着這個系統中可以產生出來的一切可能推論.發現 684,395×71 等於什麼數,在心理方面固然是十分奇異的事,然而在邏輯方面卻沒有什麼希奇,因爲這個答案早已被在算術系統底界定條件中的涵蘊型式所包含着了.演繹,祇是將我們所說的什麼弄清晰些底一種程術;演繹,祇是抽繹已經假定了的什麼所涵蘊着的推論底一種

程術.最廣義地說,一個辭端或命辭底"意義"就是那個辭端或命辭所涵蘊着的什麼.演繹是將意義弄清晰些,顯明些,它是嚴格敍述底一種型式.

演繹底另一種性徵是:它是一種證明方法;證明是一種敍述.當着我們指出一個命辭是被我們假定的其他命辭所涵蘊着的時候,我們便是在證明這個命辭.

演繹是討論意義(或爲眞或爲妄),有效性,涵蘊,以及證明底敍述的一種程術.我們這裏所說的"證明"底意義並不是"說服"(conviction),而是"推證"(demonstration)."說服"可以從極其錯誤的推論或任何心理上的理由衍產出來;但是推證底性徵卻是屬乎邏輯的,並且顯示種種涵蘊型式,而由之衍出所要推證的東西.

假若我們要將演繹應用於自然界並且適合於實際的需要,那麼,如果是可能的話,我們必須從眞確的前提開始.演繹完全是一副沒有皮肉的格架;它是沒有燃料使它活動而且沒有材料可做的一部極其繁複的機器.我們是怎樣獲得"材料"來注入這副機器之中去呢?我們要確切地知道:演繹所討論的事物並不是演繹自身所供給的(卽,演繹底本身並不能供給被它所推論的任何實質事物),而是從直接觀察,直覺,界說,或經驗底通攝等條件所產生的.歸納的邏輯不研究這幾種條件中的頭三種(除了界說這個單獨的例外以外,我們要在下一章裏將它加以討論).人類底外界知識是極其根本地依據於"經驗底通攝"之上.一切自然科學與社會科學以及常識莫不如

是經驗底通擴或由觀察所得的事實供給歸納的邏輯以特別的題材.歸納就是研究怎樣衍產出這種種通擴底方法.而且因爲科學是以這些通擴爲根據,所以歸納可以叫做"科學方法"(Scientific Method)或"方法論"(Methodology).我們將在以下幾章裏討論普遍的方法論.我們現在要將與演繹不同的這一支邏輯底某些特殊性徵討論一下.

演繹根本是研究有效性(Validity),而歸納是探究所研究的對象之普遍性(generalities)之眞實.在一種特殊意義之中,演繹是"型式的",這種型式底性質是格架的,並不供給它所論及的對象以任何實質;而歸納則企圖供給演繹以"實質".再者,演繹純粹是解析的,將所已經假定了的什麽表顯出來;而歸納則是綜合的,因此,是一種發現方法而不是一種純粹的敍述法.最後,歸納供給從經驗底通擴所衍產出來的演繹底根本原理.

從以上所說的看來,演繹似乎是比歸納次要些並且是歸納底女使;所以,演繹底本身是沒有價值的,空洞的.要改正這種錯誤的觀念,我們必須將種種演繹系統,如算術,幾何學,或我們所已經討論過了的類底演算研究一下.算術雖然是一種嚴格的演繹系統,可是我們時常在商業,遊戲,以及其他許多行動之中應用它.它不僅僅是有用,而且是必不可少的.演繹觸犯所謂竊取論點底謬誤並不足以構成主張它是無用的和無味的理由.假若沒有演繹,那麽我們便不能證明什麽,不能計算並衡量什麽,在現階段的科學便成爲不可能,

"合理的討論"便成爲一種謬誤.我們固然不能直接藉着演繹獲得新的眞理;但是我們可以藉着演繹方法精確地決定我們所說的是什麼意義,並且推論過去必須是什麼.在以後我們要將這一點詳加討論.

我們已經知道歸納問題就是科學方法底問題.在討論科學所應用的方法以前,我們要先將科學簡單地討論一下.不過在討論科學之先,我們還要將我們所已經討論過了的演繹與歸納之間的那些顯著的差異作一個簡明的敍述:演繹是研究有效性,證明,敍述的一種程術,並且是純粹型式的.歸納討論如何供給演繹以實質,研究眞理,注重發現,並且是科學用以獲得普遍的自然律底方法.在演繹底領域之內,我們就是在確定性(certainty)與必然性(necessity)底領域之內,例如,假若 p 涵蘊着 q 而且 p 爲眞,那麼 q 必然爲眞.又如,假若 a 是包含在 b 中而 b 包含在 c 中,那麼,無疑,a 便包含在 c 中.此處的程術沒有給予什麼選項——假定有確定的前提,那麼必須獲得確定的結論.反之,在歸納底領域中有一半是黑暗的.一切有效的演繹推論都是必然的,而一切重要的歸納之結論底可靠程度充其量來不過是概然的(probable),並且祇是可能的正確.我們不復走上光明的路,而祇是用一個很不明亮的燈籠在自然底荒野裏摸索呵!

2. 科學底目的

科學是人類智慧底產品.人類之其所以研究科學的,是爲了滿足兩種要求:第一種要求是實用的要求,卽要求控制人類底環境之

自然條件.裝置水力以產生電流與動力以興工業,研究力學與蒸氣工程也是爲達到類似的目的.其他許多事例,都是例示着這種動機.我們可以藉着科學來改良險惡的環境.研究科學底另一種要求是爲着滿足無利害關係的求知慾.眞正的科學家不安於居在一種永遠無倫序地變動的經驗之中而要努力發現在經驗中不變的定律.這種要求是學理上的要求.學理上的要求是實用的要求之基礎.我們將理論家們所發現的原理或"定律"加以應用便是技術,技術,或科學底應用,是以科學底理論爲根據.在以後我們要偏重於述說理論科學.

科學有兩種主要的區分:一是超驗科學(a priori science),一是經驗科學 (empirical science).演繹的邏輯與純粹數學都是超驗科學.這些科學之所以是超驗的,是因爲它們並不以證實和感覺經驗爲根據.反之,經驗科學則是從將思想應用於外界的經驗裏所產生的.一切自然科學與社會科學都是經驗科學.我們現在所要根本加以討論的就是關於這些科學的方法論.不過在這裏有一點是必須申明的,就是當着我們談到科學的時候,除了特別指出以外,我們底意思總是指着經驗科學而言.

人類爲什麼要研究科學底學理呢?過細解析起來,我們必須說這不過是"動物底本性".我們人類這種有理智的動物是不安於居住在一個顯然沒有秩序的宇宙裏面.我們總是要求經驗是易於明瞭的,合理的,有秩序的,而不是紊亂的.我們藉着思考與試驗來發現這些秩序.科學底歷史就是人類思考這些常變不息的經驗,想將對於這

些經驗底模糊觀念變成有秩序的觀念這種精神底歷史.各種不同的科學都不過是試行決定經驗之各部分中的基本原理.人類底本性總是喜歡求知的,科學之出現於人類底歷史中,便是這種極其基本的要求底一種結果.

雖然,滿足實用的與學理的要求構成科學底主要目的,但是歸納的邏輯家卻不注意這些目的.我們已經說過,每種科學是要發現它底基料(data)所依照的合理的秩序,而且應用種種方法以期達到這種目的.歸納底邏輯是研究秩序底定式尤其是研究獲得這種定式底方法的一種邏輯.

因為經驗是太多和太繁複的緣故,在我們現有的知識程度之下,不能以一種單獨的科學來討論一切經驗,所以,科學之史的發展產生了科學底分工這件事情,於是許多科學因着所研究的方面不同而彼此有別.雖是這樣,然而它們底目的卻是相同的.例如,物理學是企圖決定呈現於時空有元底物理世界之中的系統或秩序底一種科學.物理學家不理會藝術,有機體,以及心理學裏的問題;他僅僅是經驗底某一部分底研究家.經濟學家也是一種專家,他並不想將我們人類底經驗之全部加以研究,而只探討被認為是找錢的動物——人類——所造作的"基本原理".生物學是研究我們所叫做有機體的這一部分的經驗底一種科學;它要發現有機體或有生命的東西底活動所依照的"種種定律".這種種不同的科學是從各種不同的觀點對於經驗底特殊部分底種種研究.它們底題材各有不同.

不管在這些不同的科學之間有什麼差異，我們已經說過這些不同的科學有一個共同的目的。沒有人能夠確定地說任何科學底極終目的究竟是什麼。到現在，化學似乎與物理學合併起來了，而物理學似乎也與化學合併起來了。依照行爲學家底意見，心理學是生理學底一部分。總之，我們不能在此時確定科學底這種"目的"究竟是什麼。我們說每一種科學趨向於一個共同的目的，我們底意思就是說每一種科學企圖發現被在這種範圍之內的事實所顯示出來的某種秩序或體系。發現這種秩序底方法多少是隨着各種不同的研究題材而異；而且在各種不同的科學中表述這些秩序的名稱也大大地不相同；不過它們都想發現相同的普遍秩序。這種秩序是什麼呢？科學不僅是一種目錄或歷史，它更是一種解釋的學問(explanatory knowledge)。爲要解釋任何事物，我們必須豫先提出可以涵蘊着被說明的事物的可接受的命辭。當着我們解答"爲什麼"這個問題的時候，我們就是在解釋某種對象。解釋就是演繹。例如，"一九三二，八月三十一日爲什麼有日蝕呢?"當着我們敍述太陽系底記述的性徵(即，月與地球底運動速率和式樣，等等)與它們底運行所遵照的力學定律，並且證明這爲眞，因此必有日蝕發生時，我們便是在解釋日蝕底原因。總而言之，當着我們陳說可以演繹地推論出日蝕這個結果的這些眞命辭時，我們便是已經"解釋了"日蝕這種現象。每種科學底極終目的是求解釋它所研究的對象。每種科學企圖成爲一個演繹系統。每種科學想達到成爲一種解釋的學問這種目的。

任何科學底發展都有兩個主要的階段。第一個階段是記述。例如，植物學底分類法便是一種記述，因爲它並不解釋什麽，不過將所研究的材料加以精密的類分而已。第二個階段是解釋。自然，到現在還有許多科學沒有脫離純粹記述的時期。例如，歷史就是如此。歷史還沒有達到能由這件事而推演出那件事的這種階段；也許它永遠不能達到這種階段。不過如果我們將這種事實略而不計，將歷史當做一種科學，那麼這種科學是企圖在一個易於明瞭的系統中了解所記述的事實，使我們知道在事件與事件之間有一種有意義的關聯；這些事件以能夠解釋，演繹，並且正確的豫料的方法來例示普遍的原理。雖然，記述不是解釋，然而它是一切解釋底基礎；並且是任何科學所必經的階段。因着這種緣故，所以我們先討論記述，然後再討論解釋。

我們必須知道，每種科學底最後目的是將所研究的對象系統化。當着我們將所研究的對象包含在種種原理，規律，定律，公設，或以能夠施行演繹的方法將種種要素關聯起來的通擴之中，我們便是將所研究的對象系統化了。每種科學底目的是想使它成爲演繹的。達到這種目的底唯一方法就是歸納。每種歸納都是經驗底推論，並且都是不確定的。無論歸納是怎樣嚴密和精細，充其量來不過是概然的，而且永遠不能成爲絕對確定的。在前一節我們已經說過演繹是確定的與必然的，但是我們發現經驗科學底基礎之可靠性充其量來只是概然的，因爲它們是以歸納爲根據。演繹，只是每種科學底理想

鵠的，也許永遠不能達到，這是因爲它總是不能夠與概然相分離.正如一條鍊子底頭一節不比它底最後的一節強些一樣，沒有演繹推論底結果之確定程度大於它所根據的前提之確定程度.因爲經驗科學底開始前提僅僅是概然的，從這樣的前提所演產出來的結果自然不能不也是概然的；所以，科學不能夠絕對完成它所希望完成的偉大目的.

我們現在來將以上所說的主要的地方復述一下：科學有兩個階段，每一個階段都包含着歸納的推論.第一個階段是記述的階段，第二個階段是解釋的階段.每一種科學底究竟目的是求說明所研究的對象，是想成爲演繹的性質；然而，這不過是一種理想的鵠的而已.因爲科學的演繹只是概然的.科學的演繹之所以是概然的，是因爲它們所根據的前提是概然的.

科學並不研究個別的經驗，而只研究被這些個別的經驗所例示出來的齊一性.這就是說，科學底性徵是抽離的，當着奈端 (Newton) 型定萬有引力定律的時候，他不僅僅是說從他所看見的樹上落下來的蘋果才遵從這個定律，而是說一切下落的物體都遵從這個定律；所以這個定律是被一切物體所例示着的一個普遍的定律.每一種科學都是企圖發現所研究的對象底普遍原理或普遍齊一性.當着我們說植物需要水分時，我們不僅僅是說只有這種植物才需要水分，而是說任何植物都需要水分.在後面我們要討論形成這種通擴底方法.

3. 科學家底信條

歸納邏輯底問題就是我們怎樣去形成出乎事實以外的通擴底問題．我們底常識以及科學裏面是充滿了這種通擴．例如，"一切鵠都是白的"，這是建立在觀察底基礎之上的一個記述的通擴(descriptive generalization)．我們已經看見難以計量的鵠，而且它們都是白的，所以說一切鵠都是白的．然而，我們現在要問：我們有什麼保證來說過去的，現在的，以及未來的一切鵠都是白的呢?我們是以什麼爲根據來作這種通擴呢?有什麼東西能夠保證這種通擴底可靠性呢?同樣，我們知道，當着我們將這一本書丟開的時候，它便會下落．於是我們便型定關於它底行動的定律，說，當着我們放手的時候，這一本書便會下落．但是，我們怎麼能夠保證這個定律在下一次我們將這一本書丟開時仍然有效呢?太陽在不易確定的過去一直到現在每天總是出來；但是，我們有什麼理由來保證它明天會出來呢?在這種問題中蘊含着兩個問題，這兩個問題在大多數的關於歸納邏輯的討究中沒有充分地加以區別．第一個問題是：我們有什麼權利來形成這種通擴呢?第二個問題是：在事實上我們怎樣形成這種通擴呢?第一個問題是屬於哲學性質的問題；關於這種問題的討論特別屬於知識論與元學底領域，而且我們所接受的答案是大部分以我們底元學爲根據．第二個問題是屬於邏輯性質的，並且有幾分是屬於規範的問題．一個問題是規律問題，另一個問題是事實問題．我們在這一

節裏要將第一個問題簡略地討論一下.

屬於哲學的這一個問題是關於科學底豫先假設 (presuppositions) 的一個問題,而且也是爭論底焦點. 過細解析起來,歸納底基礎大概是一種神祕的問題; 但是,除此以外,我們至少能夠知道它所根據的較爲重要的假設. 爲要實行歸納起見,我們豫先假定自然 (nature) 是服從這些假設的. 這種豫先假設有什麼證據或根據呢? 我們必須知道,如果沒有這些豫先假設,那麼便沒有科學,所以科學底本身不能保證它本身是否眞實; 因此我們不能在科學底本身裏尋求它底根據與證明,而必須在別一方面——哲學方面——尋求之. 復次,我們想藉着科學來合理地解釋自然現象. 在此處,我們是定立了一個必要的豫先假設,說自然是可加以合理的解釋,是可加推論的. 這個假設不能藉着科學來保證其爲有效,因爲科學底本身是建立在這個假設之上,沒有這個假設便根本沒有科學.

在本書中用不着討究懷疑論 (skepticism) 與獨斷論 (dogmatism) 兩者之是非曲直以及自然是否爲一種表象 (appearance) 或者是否爲一種物之自身 (thing-in-itself) 這些問題,這些問題都是屬於科學底哲學 (philosophy of science) 的問題. 我們在科學裏面避免哲學並不亞於在我們底行動之其他方面避免哲學. 雖然,我們不能在這裏涉及這個問題. 不過至少認識許多屬於哲學的預先假設,這也是有價值的事. 我們現在只將這些預先假設淺顯地討論一下.

科學底最重要的一個預先假設是叫做"自然底齊一" (uniformity of nature) 這個假設有時叫做"宇宙有定論" (universal determinism),"充足理由律"(law of sufficient reason),"普遍因果律" (universal causation) 等等名稱.不過因爲這些名稱根本無關重要,所以我們只應用"自然底齊一"這個名稱就夠了.這個假設底意思就是說,在事物之間有一種秩序,自然是由感覺經驗所得的服從定律的事實.這些事實表示某種齊一性,藉着這種齊一性便可以敍述並且說明這些事實.顯然得很,如果在現階段之下的科學沒有這個假設,那麼便無異於幻想.這個預先假設只是說自然顯示着某種秩序,齊一性,或定律而已.科學底任務是在求發現並且型定宇宙間的秩序底這些表示.

因爲文藝復興時代將宇宙看做一架偉大的機器,所以"自然底齊一"曾經解釋爲"普遍因果律"或"宇宙有定論".這個原理是說每一個事件之發生,是依從嚴格的因果必然性;科學底任務僅僅在尋求種種定律與因果底齊一性.無疑,因果概念是科學底一個重要概念,我們對於事物變化之解釋大都是因果式的;然而有些科學卻不能有效地應用因果概念.例如,保險公司預料人口死亡率時是完全以統計的基料爲根據,而不是以因果律爲根據.這是因爲與人口死亡之多少相關的因子是繁複得可怕,以致我們不能適當地計量之.同樣,在現代量子力學底精密的發展中,不將"自然底秩序"看做是因果的秩序,而只看做是統計的秩序.我們現在引甄士 (Sir James Jeans) 所著神祕的宇宙 (The Mysterious Universe) 中的一段 (頁

20) 來說明一下,就會了解這種道理.甄士教授說:

"……我們知道鐳以及其他放射性物質底原子遲早都會分解爲鉛原子和氦原子. 所以一塊鐳底質量繼續減少而變成鉛和氦. 支配這些物質減削率的定律是很特別的.鐳底質量之減削正猶之乎一羣沒有生殖能力的人口之減少一樣,無論老幼都有劃一的死亡率;或者就像一隊士兵在絕對亂放的炮火之下的死亡率一樣. 簡單地說,衰老之對於單獨的鐳原子,好像完全沒有意義. 鐳原子並非度過它自己底一生而死,而是好像有一個命運之神忽然來敲它底門,將它帶走一樣.

"舉一個具體的例子說,試行設想一間房子裏有兩千個鐳原子,科學並沒有方法預料一年以後鐳原子還剩下多少,而只能夠說出一個大概的數目:二千,或是一千九百九十九,或是一千九百九十八,等等. 實際上最可靠的數目是一千九百九十九,所以一年以後二千個鐳原子中分解底數目大概只有一個.

"我們不知道用什麼方法從二千個原子裏面挑選出這個特別的原子. 起初我們設想是一年中受撞擊底次數最多,或者是所處地點最熱的一個原子. 但是並非如此,因爲假若熱度和撞擊可以分解一個原子,那麼便也可以分解其餘的一千九百九十九個原子. 如果我們要加速鐳底分解,那麼只要將一塊鐳壓緊或者加熱就行了.但是,物理學者們認爲這是不可能的事;他們比較還是相信,每年有個命運之神輕輕地走來,敲擊那二千個鐳原子中的一個,強迫它分裂.這

就是 Rutherford 和 Soddy 在一九〇三年所提出的'自動分裂'的假設."

自然齊一底假設並不是規定自然所表明的秩序之定式的一種假設,而只是說自然顯示秩序與齊一性,是說有許多定律,無論是因果律或統計律,藉着這些定律,我們便可以說明並且理解自然現象.這個假設並不敍述自然之秩序底特殊狀態,而只簡單地說自然是有秩序的.(1)

我們不足以假定自然是服從系統與倫序的,每一件事都有它底"充足理由"(雖然這種"充足理由"是以統計的概率為根據,也不妨事).在宇宙之間也許有秩序存在,每件事底變化也許依從必然的原理,然而也許人類不能發現或決定這些原理.假若果眞是這樣的話,那麼人類所研究的科學便不可能,而人類也就永遠不知道自然底結構.顯然,我們不足以假定自然是有秩序的並且是有齊一性的,但是自然底秩序與齊一性表現得使人類底理智能夠了解它.

我們所已經討論過了的科學底兩個主要的預先假設是:(1)在自然界裏所發生的一切變化是一律地依照種種原理或定律;(2)藉着人類底理智能力可以發現這些原理或定律.總而言之,過細解析起來,我們假定自然是可以理解的.假若我們不相信這個假設,那麼我們便不能夠試行理解自然.至若這個假設是否可加證明,這是另一個問題,我們不能在這裏討論.這個假設似乎是十分可靠的;雖則懷疑論者也許不相信它,可是科學底歷史證明它至少是有效用的,

鼓勵我們應用它來硏究科學.不過,嚴格地說,這個假設無論如何是沒有保證的,仍然有一個做作的惡魔埋伏在黑暗裏,嘲笑我們所叫做科學的這種奇異的東西.雖然,"自然底齊一"這種事實已經證明在過去是眞實的,但是並不能因此證明它在將來也是眞實的.

自然底可識公設是科學家底信條之一.科學家還有其他的"信條".假若自然是可理解的,那麼它在某種意義之下是比較簡單.我們對於現象的解釋比較現象底本身要簡單些.設有兩種通擴,兩者都是說明同一對象,較簡單的一個通擴便優美些.這是假設之一種美的標準,要討論這種標準又是要涉及哲學的問題.自然雖是無限地繁復,但是我們對於自然底解釋卻不是如此——這是科學所依據的一個不可證明的預先假設.如果我們對於自然的解釋是無限的繁複,那麼不管我們解釋了多少,終久是留着必待施行的無限解釋.

在科學底歷史中有許許多多的例子足以證明較爲簡單的通擴替代了較爲繁復的通擴,雖則兩者都說明了一切相干的事實.最有名的例子是哥白尼的天體力學替代了託勒美的天體力學.託勒美(Ptolemy)底學說是以地球爲中心.他假定地球是宇宙之不動的中心.太陽,月亮,以及其他的行星都以圓圈狀的軌道圍繞地球而運行.除此以外,便是成球狀的固定天空,這個天空包含着一切星體.託勒美底理論說明了在太陽系中的天體之運行.他預先假定了行星底運動是圓形的.因爲根據先人底遺教,說以圓圈狀而運行是運行底完美形式.我們現在主張行星運動底軌道是橢圓形的,但是託勒美卻

說是圓形的.這種理論得以成立,而且仍然可能,然而這種學理之數學的處理卻是極其繁複的.哥白尼的理論則預先假定一個日球爲中心的系統.這種假設大大地使我們對於已知的事實之記述與解釋簡單化;因此,全然替代了託勒美的系統.此處選擇假設底標準不是以眞妄與否爲根據,而是以是否簡單與是否有效用爲根據.哥白尼的理論較爲簡單,因此易於了解和應用.

除了可識公設(postulate of intelligibility)以及簡化公設(postulate of simplicity)以外,科學還以其他的公設或假設爲根據.覺得自然底秩序必合於某種數學的程式或型定方式,測量與析量在任何嚴密的科學裏必須有相當的地位,這是西方人在中世紀末葉與文藝復興時代所有的成見.因着有這種數學的偏見而放棄了亞里士多德底定性物理學.到現在,大多數科學底野心是想達到變成數學的性質這種階段.科學是沒有絕對標準的.我們知道生物科學完全是非數學性質的.自然,沒有人能夠確切地知道任何科學底究竟目的是什麼;但是我們可以有把握地說,以爲一切科學極終必須達到能用數學的型定方式表明出來的程度的這種設想並不一定確實;雖則,在科學歷史底現階段之下我們是毫不疑慮地相信具有某種型式或其他型式的數學不僅僅對於科學是重要的,而且科學底極終型式必須是合於數學性質的.完備的科學固然無疑是演繹的;然而它必須是定量的(quantitative)麼?

科學裏面還有其他許多"信條",但是我們已經討論了其中最重

要的幾條，所以將其餘的在這裏略而不論．我們現在要討論歸納的邏輯裏較爲特殊的問題．

4. 歸納邏輯底問題與主要區分

我們在前面已經討論了歸納與演繹之主要的差異，並且又已指明科學是將歸納當做獲得演繹的結果的一種方法．我們又曾簡單地討論過這種方法所最後依據的某些最重要的前提或預先假設．我們要知道歸納邏輯底職務並不是證明這些預先假設，而是研究科學所用來發現種種定律與自然底齊一的那些方法．

我們曾經在前面說過，任何科學底發展都有兩個階段．第一個階段是記述的，第二個階段是解釋的．有許多所謂科學現在還沒有脫離記述的階段；然而它們底目的仍然是想達到解釋的階段．以這種情形爲根據，於是歸納有兩種主要的題材——記述(description)與解釋 (explanation).

記述與類分，區分，界說，以及現象底描摹有關係．當着記述爲經驗底通擴的時候便是歸納．除了在平常的情況中我們考察了一個類裏面的一切分子以外，否則，我們底記述總是擴張於觀察過了的基料以外，而到沒有觀察過的基料之上去了．我們已經說過，歸納是通擴方法底一種研究，因此我們首先討論記述底方法．記述底方法包含着類分，界說，等等．

解釋是科學發展底第二個階段，我們已經將它大略討論過了．

解釋是什麼?解釋是用另一種記述來說明這一種記述的程術;它指明所說明的條件可以從已經認爲是眞的其他命辭裏推論出來.解釋就是演繹.說明底方法有幾種,其中最重要的一種是指明這一件事繼另一件事而發生的這種因果關聯底方法.當着我們已經指出這個人致死的原因時,我們便是已經說明了這個人爲什麼死去.還有其他種解釋底方法,如包含在統計的解析之中的便是.當若我們所研究的對象之因子還沒有發現出來或者是太繁複了以致我們不能加以個別地研究的時候,便運用包含在統計的解析之中的解釋方法.對於這一點我們將在後面加以詳細的討論.

我們對於歸納底討論是包含着記述底方法以及解釋底方法.一切歸納莫不包含着概然概念.在我們討論了其他問題以後,再將這種概念加以討論.

5. 建立假設底方法

我們現在已經知道歸納是經驗底通擴,而且這種通擴是出乎實際觀察了的事實以外;除非在"完全"歸納中我們才考驗一切例子.但是,這種歸納在自然科學與社會科學裏無關緊要,所以我們不在這裏討論.歸納或形成通擴底特殊方法就是建立假設底方法.建立假設底方法是經驗科學底方法——就是歸納.

"Hypothesis"(假設)這個名稱是從一個希臘字衍變出來的.這個希臘字底意義是"supposition"(設想)或"foundation"(基礎),

它在科學中的職務可以嚴密地當做是我們所要解釋的事實之一個設想的基礎.例如,價格與供給之多少互爲反比之變化,這個假設便是價格變化這件事底一個設想的經濟基礎.

我們已經知道,科學是企圖發現自然之記述的與解釋的秩序.自然將它底秘密隱藏起來了,而感覺器官的確不能覺知科學所發現的自然之齊一性.我們從來沒有無目的地發現自然底秩序,而是藉着試用的假設 (tentative assumptions),期望,以及預料來發現它.當着這些先決條件已經滿足了的時候,便至少一部分地證明它們是眞確的,但是如果沒有滿足這些先決條件的話,我們便將它們放棄.過細解析起來,我們在經驗中所"發現"的秩序與齊一性是我們自己所放入自然裏去的東西.由我們所觀察過的事實引起這個問題,我們又將這些事實當做最高的法庭以決定所建立的假設是否正確.我們撮取科學方法,卽,訴諸經驗,便是這個問題底起源,而且也是我們底答案是否眞確之最後的判斷者.我們對於記述與解釋等問題底答案都是假定的,是人類底理智所創造的,不過卻必須根據可觀察的事實來證明其爲眞或爲妄.我們要知道,科學並不將這些沒有被發現的秩序從自然裏抽離 (abstract) 出來.我們對於所研究的對象與事實的經驗往往是特殊對象與特殊事實的經驗;但是科學所論及的是普遍的對象以及普遍的事實底一種記錄.生物學家在敍述人體解剖學時,並不是敍述這個人或那個人底解剖學,而是敍述一切人底解剖學.他將他底這種敍述普及於人底整個類,因此,他是敍述一

種普遍的對象。同樣，伽離略 (Galileo) 在型定球體由斜面下落底定律時，伽離略不僅僅是型定這些球體底行動，而是型定在相同情形之下的一切球體底行動。我們從來沒有看見過我們建立的假設所包含着的全部對象，因此我們不能說"毗鄰"某種假設。我們採取某種觀點來觀察事實，又選擇事實底某些方面，並且建立我們希望能夠證明的一些假設——但是，這些假設卻都是我們底構作(construction)。愛丁頓 (Eddington) 先生說："人類底心靈藉着它所有的選擇能力適合於自然變化底過程，大大地以它自己底選擇能力理解一個型模底規律之平層；在發現規律底這種系統時，我們是將心靈所放入自然中去的什麼又從自然裏取回來。"(2)

我們在任何特殊情形裏所建立的假設底區型是大大地以我們底興味，成見，知識，與過去的經驗為根據。例如，我們在物理學中所建立的假設之區型必須是可以用數學底型定方式來表明的，這是由於我們預先有成見說現代物理學必須是定量的而不是定性的。假若物理學想"精密化"，那麼它必須是合於數學的，等等。又如，假若我們看見一個拳術比賽，當着比賽者對打的時候，比賽者之一死去了，於是我們假定對方底擊法是致死的原因。從常識方面看來，這個假設是"適當的"。因為從常識方面看來，這個假設可以說明在討論中的事實。但是醫生卻不滿意這樣的假設。因為也許這個擊拳者是由於用力過度以致心臟停止而死，另一個擊拳者底行為也許與他底沒有多大的關係或者甚至於全然沒有關係。總而言之，這個醫生之其所

以要建立另一個假設者,是由於他底經驗,成見,興味,與知識所致。我們時常以為記述的假設 (descriptive hypothesis) 與觀察者底興味沒有關係——自然現象或其他的有元不管我們怎樣去看待,它們總是那麼樣的.記述的假設可以是這樣,也可以不是這樣,但是科學卻是以我們怎樣看待自然現象或其他的有元為根據.我們現在可以列舉一個記述的假設底例子來證明興味,成見等等因素對於建立假設底影響,假若有一個有常識的人,一個木匠,一位植物學家,一位物理學家,我們問他們木頭是什麼.這個有常識的人將會毫不遲疑地說,木頭是生長在樹林中的一種材料,能浮在水面,能夠用來建造房屋,器具,以及其他的日用物件.他注意到木頭底功用並且知道木頭是適合於這種記述,所以就建立關於尋常木頭的一個不精確的假設.這個假設對於他是完全適當的.木匠所說的也許與這個有常識的人所說的相去不遠,或者他又說木頭是一種比較柔軟可鋸的材料,而且可釘之以釘.他所看見的木頭無不合於這種記述,而且他假定他將來看見的一切木頭會與已經看見過了的木頭在這些方面都是同樣的.這位植物學家,無疑要給予一種極其不相同的答案.他大概要告訴我們說,木頭是一種由細胞所組成的結構.這種結構平常在不同的植物底根與枝幹中可以尋出.他會繼續討論細胞的結構,並且告訴我們關於 zylem 與靭皮細胞,維管束,髓鞘,等等東西的知識.他會注意到他所知道的木頭底一切性徵,並且將這種記述概推到一切木頭,即,說一切木頭都有這些性徵.顯然得很,這位植物學

家底記述的假設是大部分地被他底興味所決定着.至若一位物理學家呢,他將會不知道這些事情.他不曾聽見什麼細胞,而且他對於通常人所談的關於木頭的事也沒有什麼觀念.在物理學家看來,一塊木頭只是一團在跳躍着的電子,它既沒有硬度,也沒有韌度.至於能夠用鋸來鋸它的這一件事,他認爲是一團電子通過另一團電子,因而將被通過的一團電子分成兩部分.總而言之,他底記述與那些人底記述完全不同,因爲他底興味與這些人底興味完全不相同.我們由此顯然可知在歸納之中有兩個重要的因子.第一是事實,第二是我們解釋或記述那些事實的假設.我們底態度對於"事實"也有一種可知的影響.總之,科學所根據的事實之本身不常常是尋常世界底顯著情境,而往往是表明最精密的選擇程術,並且僅從某種觀點看去才是"顯然易明的".

粗淺一點說,假設是我們所定立的關於所不了解的材料或"事實"的一種猜度.我們又知道有待適當地說明的"事實"與假設多少與我們個人底興味以及普遍的背景共變.除了這些情形以外,每個假設底發展都有三個階段.第一個階段是決定假設所包含着的事實,第二個階段是包含着這些事實的假設之建立,第三個階段是運用既知的事實來考驗這個假設之眞妄.

這是十分顯然的事,在構作或型定假設之前,我們必須決定所要解釋的事實.不解釋什麼的假設簡直是胡說;同時,假若我們所採取的事實完全沒有什麼差別,那末整個的假設程術便是混淆不淸

的.我們現在舉個例子解釋一下.假若我們是做偵探的人,現在要去做偵探工作.我們走進一間器具很少的屋子裏去,看見在地板上一個死人倒在椅子腳下,椅子旁邊有一張較小的桌子,在桌子上有一個差不多空了的威士忌酒瓶與兩個玻璃杯,這兩個玻璃杯盛着極少量的威士忌酒.我們考察這個倒在地下的人,並且發現他已經死去了,他顯然是被槍彈射透了心.我們現在的問題是要說明這個人致死的原因.他是自殺的麼?這個屋子裏面又沒有看見有槍,並且沒有事實來證明自殺這個假設爲眞.所以我們放棄這個假設.我們應用(雖則是無意地)自然齊一底原理,並且假定這個人之所以致死不是"偶然的",而是有原因的;我們假定是某人刺殺了他.在這裏,有幾件事實必須加以說明.在這幾件事實之中,我們所必須注意的是,玻璃杯上的手指紋印不是被害者底,以及殺害這個人的彈丸底狀態,性質,等等.在這幾件事實之中,有某幾件我們是當做重要的事實,而且必須建立假設以說明之,還有幾件其他的事實是不相干的;例如,屋子內有一張桌子,屋上有天花板等等都是不相干的事實.在建立任何假設的時候,我們必須首先提出並且決定與假設有關的事實.

建立假設底第二個階段是確實地型定它.我們決定被害者底職業,在他死的那一晚上他底相識者中有誰出進這個屋子.在察出主要的事實以後,我們便說或者是 Jones 或者是 Smith 或者是 Robinson 做了這件事.於是我們訊問這幾個人,發現 Jones 說這個

案情發生的時候他本人並不在場；這個供詞是顛撲不破的．我們雖然假定 Jones 做了這件事，但是他底供詞證明這個假設為不正確；所以我們放棄這個假設．從另一方面說，Smith 在警廳裏曾經有刑事紀錄，並且我們知道他先前與被害者吵鬧過；但是在槍響之先他已經下樓來了，所以罪犯行為不能成立．我們已經假定了 Smith 是行刺者，並且又考驗了這個假設之真妄；結果證明這個假設不能成立．然而 Robinson 在這個人死去以前曾進過這間屋子，他似乎沒有適當的足以證明案情發生時他本人並不在場的供詞．於是，我們假定 Robinson 是刺殺者．我們現在將射殺這個被害者的槍彈與 Robinson 底屋子裏的槍所用的彈丸互相比較以考驗這個假設是真還是妄．我們又發現 Robinson 底槍是在某某當鋪裏買的．我們察驗或者被殺害者底熟人用過了的玻璃杯上的指紋，又察驗 Robinson 底指紋，結果發現兩者相同．總而言之，當着我們考驗以為 Robinson 是刺殺者這個假設之真妄時，我們已經解釋了一切相干的事實；這樣，於是這個假設——Robinson 刺殺了那個人——得以成立。

我們必須知道，這樣的一種解釋並不是一種通擴，而是以情況證明 (circumstantial evidence) 為根據的一種程術．這是我們將要在後面加以討論的一種特別的歸納，但是現在我們只用它來說明假設底發展之三個階段．簡括地說，我們首先確定事實，其次建立假設，然後證明這個假設之為真或為妄．這樣，便構成建立假設底方法。

6. 假設底標準與區型

我們現在已經知道了假設是什麼,也知道了建立假設底三種方法是什麼.在這一節裏我們要討論建立假設底標準以及假設底兩種重要的區型(即記述的假設與解釋的假設)之一般性徵.

要怎樣建立假設並沒有規律或法則.這正猶之乎要成為一個偉大的作曲家並沒有固定的規律與法則可遵一樣.固然有某些基本條件可以依據之而建立一個可能的假設,但是卻沒有成文的原則來規定我們在一個所與的情境中應當怎樣建立一個假設.怎樣建立一個假設是以各個人底想像力,學力,以及天才而定.我們大都知道短詩底結構而且也知道英國文字,但是我們有幾個人能夠做得到與莎士比亞所做的短詩相等的短詩呢?我們也許知道和聲學與古音底技術以及規律,但是卻沒有人能夠做得到與 Bach 所作的追逸曲相等的追逸曲,學習醫學的人雖有不少,然而大概只有極少數的天才或有卓識的人才能構作一種假設來使醫學出乎現代已有的知識極限之外.雖然,在某種意義之中,要怎樣建立假設並沒有成文的標準;但是,在另一種意義之中卻也有標準可循.我們大都知道,有人能夠學習和聲學底種種規律,但是卻不能作調;同樣,有人雖能學習可能的假設必須遵從的種種規律,但是卻不能成為偉大的科學家.總而言之,有許多構成可能的假設的條件,這些條件可以當做建立假設底標準.這樣的標準有五個,即:一致 (consistency), 相干 (relevancy),

足夠 (sufficiency), 簡截 (parsimony), 與清晰 (clearness).

我們說一個假設必須一致，就是說假設不可違犯勿矛盾原理。第一，一個假設必須與其自身一致。如果一個假設引起矛盾的結論，這個假設就是一個不一致的假設，因而也就是一個謬誤的假設。

所謂假設必須一致，這話還有兩種其他的意義：假設必須與已知的事實一致，必須與整個的科學學理一致；這也就是說，必須與我們已經接受了的種種假設與定律一致。如果一個假設與事實不相一致，那麼自然是一個謬妄的假設，我們必須放棄之；因為這樣的假設不能達到它所要達到的目的。這個道理是顯然易明的，用不着詳細討論。不過，更進一步說，我們要求一個假設必須一定與整個科學學理相一致，這是一個沒有什麼大根據的要求。科學思想中的許許多多進步是包含着與已知的科學學理不相一致的假設。例如，物質不滅定律在不久以前認為是不可顛覆的理論；但是現代物理學卻認為物質是可以消滅的。這種理論與古典物理學對於物質的解釋相衝突。原子崩裂與放射現象都足以證明物質可以變成能力這種事實。雖然，這個假設與古典物理學家所已經承認了的學理不相一致，然而現在卻是穩固地成立了。如果幾個假設之間有什麼衝突的地方，像剛才所說過了的，那麼我們必須藉着可以觀察的事實來證明究竟孰是孰非。如果這個假設不能解釋可觀察的事實，我們便接受另一個被證明為最有用的和最有效的假設。與"整個科學的學理"不相一致的假設底例子很多。例如，哥白尼的假設與託勒美的假設相反，直線運動

原理與圓運動原理相反,現代科學家對於空間的看法與賴端所設想的三次元性(three-dimensionality)和空間底客觀獨立狀態不相同,以及其他種種都是.如果許多假設之間發生了衝突,那麼我們就必須訴諸事實以解決之.由這樣看來,我們可以知道,規定一個假設必須與整個的科學學理互相一致的這種要求,實際上就是我們不可同時肯定(即,承認)幾個彼此不相容的假設的這種要求.如果我們發現了幾個假設彼此是不相容的,那麼,我們便必須加以選擇.

建立一個假設底第二個標準是規定假設必須與事實相干.我們可拿已經講過了的一個例子來說明這一點.一位醫生在解剖一具屍體的時候,他認爲占星家所定立的假設與這件事不相干,因爲他覺得占星家所定立的假設與這件事沒有什麼關係.不過,我們必須知道,過細說來,相干與否畢竟還是一件相對的事,也是以定立假設者底成見,經驗,興趣,和他個人底知識爲根據.這也就是說,對於相干與否並沒有什麼明文的規定,這個問題是關係於各個人的.但是,不管我們是占星家也好,或是醫生也好,我們所建立的假設必須與所要說明的事實相干.

建立假設底第三個標準是足夠,足夠底標準是極其重要的.關於假設底足夠有兩種意義——足以解釋已知的事實,並且足以有效地預料新的事實.如果一個假設不足以說明已知的事實,那麼便是一個不無缺點的假設.在考察罪犯行爲的程序中,假若我們所定立的用來解釋罪犯行爲的假設不足以說明已知的事實,那麼這個假設不

是有錯誤，便是不完全．不完全的假設與錯誤的假設我們都不能夠接受；除非直到它足以圓滿地解釋已知的事實時，我們才可接受．

我們現在可以引用愛丁頓先生論熵律 (law of entropy) 來說明"足夠"條件可以幫助我們發現新的事實並且可以預料未來的結果，愛丁頓先生說："我要告訴你們，在科學的研究中熵底概念之可驚的力量．從性質上說，熵必須時常增加，測量熵的實際方法已經發現了．這個簡單的原理幾乎可以無限地推演，它也能夠解決理論物理學中最深奧的問題以及工程師底實用上的事情……所以，這種方法在我們無什所知的研究領域中是有用的，並且我們毫不猶豫地將這種方法應用於量子論底問題上去，雖則各個量子運動底定則是不可知的而且到現在還是不可想像的．"(3)假設愈充足便愈有用．如果一個假設全然不足以說明所要說明的對象，那麼這個假設便是有缺點的假設，我們必須放棄之．

建立一個可能的假設底第四個標準是簡截，這個標準也就是簡化標準．我們知道人類因着某種理由或者其他的理由往往要求將他所知道的秩序與齊一性用最簡單的方法敍述出來．簡截原則是規定假設不可以出乎必需之外，這就是說，假設不可解釋所不必解釋的對象．如果有兩種假設，這兩個假設各別地合乎建立一個可能的假設的其他條件，那麼我們當選取那個比較簡截的假設而放棄比較繁複的一個．最著名的例子，我們已經在前面說過，是哥白尼的天文學替代了託勒美的天文學．同樣，牛頓的物理學之所以被相對論所替

代了的，大部分的原因是由於相對論比較經端力學簡截些。這條原則是如此簡單，如此著名，所以無須詳細解釋。

建立一個可能的假設之最後的一個標準是淸晰.在第八章裏我們會將淸晰底意義講過了。每個可能的假設必須沒有歧義，並且用特別名辭表明出來.例如，適當的物理學的假設必須沒有歧義並且能夠特別用專門的物理學的文字敍述出來；其他任何特殊科學中的假設亦莫不應該如此。

以上所說的，是建立任何可能的假設所必須遵照的最低限度的標準.除此以外，還有其他的一些標準，如每個假設必須可被實驗.不過這個標準並不正確.因為沒有解釋已經過去的現象的假設根據於這種基礎(卽實驗)之上而為可能，這是由於我們不能將時間之輪迴轉過來以證明過去的事實.還有建立假設的其他標準，但是以其不適當，所以不在這裏討論.

假設還有兩種主要的區型，這兩種區型是相當於科學底發展之兩個主要的階段，卽記述的假設 (descriptive hypothesis) 與解釋的假設 (explanatory hypothesis). 我們現在要分述如下.

當着我們界定一件事物(或一組事物)，將它加以類分，敍述它底性質或其他的屬性時，我們便是在描狀它.有許多記述是僅僅從觀察得來的，不過是記載我們底知覺印象而已.例如，假若我們描寫這一頁書是刊有各種字樣的一張長方形的紙，我們便是簡單地報告我們底感覺印象或者是由觀察所得的印象.在這種情形之中，我們

底記述沒有出乎所觀察的事實範圍以外,所以沒有施行什麼歸納.假若我們說,某本書中的每一頁都是刊有各種字樣的一張長方形的紙,我們便是在施行歸納,我們底記述也就是一個假設.在這種情形裏,我們不僅僅是記述我們所觀察的對象,而且是在概推(generalizing)這種記述,於是我們假定一切書裏的一切頁都是如此的.

歸納的記述的推論之型式為:有些 s's 是 p's, 所以一切 s's 是 p's. 我們底假設是成為一切 s's 是 p's 這樣型式.如果這個假設是可能的,那麼我們便觸犯了一種型式方面的謬誤.因為在型式方面,從偏謂命辭之眞,不能推斷全謂命辭之眞.為要將這個假設變成一種有效的程術,我們可以說,有些 s's 是 p's 所以大概一切 s's 是 p's. 記述的假設都是斷定命辭,這些命辭底有效性充其量來只是概然的,因為它們是從偏謂命辭之眞而推斷全謂命辭之眞.(我們在以後將會知道,關於經驗的記述的所謂"完全歸納"不過在名義上是歸納而已——我們現在完全不討論它.)記述的歸納或記述的假設往往是出乎所觀察的事實以外的通擴.

反之,解釋的假設不時常是通擴,而往往是特殊的.特殊的解釋的假設是應用於刑事案件,歷史以及各種科學中的許多例子之中的一種假設區型.這種解釋底區型可以叫做"情況證明"底方法,並且建立一個說明一切已知事實的假設,這些事實都是單一的,所以不可復現.在說明我們前面所說的刺殺案時,有屬於這種解釋的一個問題.在那種情形裏,有刺殺了一個人的事實,有一些特別的指紋,

等等;於是,然後再找出能夠解釋這一切事實的一個假設.此處的假設是內涵的與有系統的.我們需要建立以一種易於明瞭的方法將一切單一的事實(例如,這個人不能被殺兩次)聯接起來的一個假設.在這樣的解釋裏,我們並不概推所建立的假設.這種例子可以在歷史中尋出.例如,語言學家想發現某些匿名的或僞造的書籍之著者是誰便是.他有一組既知的基料藉之以發現不出乎這些事實以外的一個適當的解釋.這樣的解釋底例子多得很,眞是不勝列舉.

還有一種解釋是通擴的解釋.醫生發現這個人之死是由於吸了氰化鉀(cyanide of potassium)以致腦部受麻痺所致,這就是說明了這一組特殊的事實,而且又解決了在情況證明之中的一個問題.不僅如此,這位醫生還可以將說明這件特殊事例的假設概推成爲一個普遍的定律,說,吸了足夠分量的氰化鉀底氣體便會死亡.這個普遍的原理可以用來解釋其他一切相同的例子.

具有解釋的假設的樣子的歸納推論之型式爲:假若爲 p,則爲 q;但是爲 q,所以爲 p.這是一種型式的謬誤,因爲就型式上說,肯定後項不能有何推論.假若這樣的推論有效的話,那麼我們所用的文字必須加以修正,於是成爲若爲 p,則爲 q,但是爲 q,所以大概爲 p.例如,假若相對論是正確的,那麼光線經過太陽附近必呈曲形.光線經過太陽附近是呈曲形的,所以相對論大概是正確的.

後一種論式是一種"解釋",因爲它包含着適當的命辭,這些命辭涵蘊着必須加以解釋的東西.例如,我們問,人爲什麼死亡呢?當

若我們說是因爲這個人吸了足夠分量的氰化鉀底氣體所致的時候，便是給了一種解釋．這種解釋底型式是：假若有一個人吸了足夠分量的氰化鉀，那麼他便會死亡．這種命辭是屬於涵蘊型式——前項涵蘊着後項，如果我們接受了前項，便已經說明了後項．而前項只是大概爲眞，因爲它是藉着肯定後項而建立的．

在以後的兩章裏，我們要詳細討論記述與解釋等等問題．我們現在只不過敍述了兩者底差異之大略而已．

在以後兩章裏，首先討論較爲通常的記述方法，然後再討論解釋方法．我們知道這兩者之中都含有概然性；但是要討論了這兩者以後，我們才將概然加以討論．

7. 本章述要

我們知道邏輯是有效的推論底種種原理原則底一種研究，這種研究是分做兩個主要的問題：演繹問題與歸納問題．演繹是型式的，只研究有效與否的問題，而不管眞實問題．演繹是證明，敍述，與推證底一種方法；但是演繹卻不能供給它所討論的對象以什麼實際的知識．因爲它底性質是解析的，所以並不能給與我們以什麼新的眞理．反之，歸納則研究它底命辭之眞實與否的問題，並且建立研究經驗科學的方法．歸納是發現方法，它是綜合的，而不是解析的，並且供給在經驗科學中所應用的較爲重要的演繹前提．因爲經驗科學是這樣廣大地應用歸納，所以我們可以將歸納看做是科學方法論底問

題.我們又曾說過,經驗科學是努力成爲一種解釋的學問,於是也就希望成爲演繹的性質,因此解釋任何對象也就是提出可以推出這種對象的適當命辭. 經驗科學底目的在求發現自然底齊一性與秩序,即,求理解經驗的世界.在討論了科學底普遍性徵與目的以後,我們又說過與歸納有關係的兩種不相同的問題:其一是屬於哲學的問題,另一有幾分是屬於規範的問題.第一個問題是涉及科學與歸納所依據的預先假設,即,自然底齊一,這種齊一性之可解性及其最後的簡化性. 第二個問題不是涉及科學所依據的基礎的問題;而是用來研究科學的方法的問題;即,方法底問題.歸納底方法就是假設底方法.建立一個可能的假設所必須的標準有五種:一致,相干,足夠,簡截,與清晰.假設有兩種,即記述的假設與解釋的假設.記述的假設是科學所應用的在決定並且描述科學底基料之階段上的一種假設區型.類分,區分,界說,等等都是記述的方法,歸納的記述不僅僅是記錄所觀察過了的現象;而且是擴張於所觀察過了的事實以外的一種通擴或假設.解釋的假設有兩種:一種根本是特殊的,另一種在性質上是普遍的. 第一種叫做情況證明底假設.在這情形裏有一組單一的事實,等待我們來解釋.這種假設不出乎所觀察的事實之外,而且這些事實都可以從其中推論出來.這種假設是使各個事實有系統地聯絡起來,但是卻沒有加以概推. 另一種解釋的假設與前面的一種相似,所不同的,只是它通擴而爲一種定律.

我們現在要來討論記述的假設.

(1) 我們反對統計的與因果的秩序.根本地說,以爲一切因果秩序大概是統計的,這是關於人類底知識的一個問題.我們現在不能在這裏討論.

(2) The Nature of the Physical World, 1929, p. 244.

(3) Op. cit., p. 75.

第十四章

記　述

1. 科學中的記述

我們知道，每種科學都企圖將它所研究的題材總括為最少數的與最廣闊的通價。這種目的就是將原理之最大可能的單位包含最多數的現象。如在十九世紀末葉，物理學似乎大半達到了這個目的。物理學底運動定律 (law of motion) 可以應用於許許多多不相同的現象，如螺旋底運轉，石頭下落，行星底運行，便是。這個定律敍述這些現象是怎樣變化，並且將這些現象底變化歸納為有系統的單位。同樣，物質不滅定律與能力不滅定律能適用於從簡單的擺動與放槍一直到最繁複的化學變化。總而言之，所有的這些現象都記述了，而且藉着定律底運作使我們可以了解這一切現象。

雖則，物理學最近四十年底發展已經證明它並沒有完成它所要完成的工作，但是它仍然要向着這個目標前進。假若我們認為物質與能力彼此沒有什麼分別而不是各自獨立的，那麼這不過是因為所觀察的現象必須這樣記述才比較適當。假若安斯坦力學 (Einsteinian mechanics) 替代了賴端力學 (Newtonian mechanics), 這只是因爲安斯坦力學能較適當地解釋宇宙. 科學底概念雖然可以變動, 但是科學底目的卻始終是一樣的, 即想用最少數的與最廣闊的通擴來記述或解釋它所研究的題材.

我們在上面所說過的一些科學上的原理, 如重力定律, 物質不滅定律, 能力不滅定律等等, 是表現發展到了一種高級的階段的科學. 這些原理是包含着整個物理宇宙的一些通擴, 這些通擴適用於遙遠的天體, 也適用於地球上的最細小的現象. 它們是範圍較狹小的通擴之整個繫列裏的最後階段. 例如, 重力定律是刻卜勒 (Kepler) 底行星運動定律以及伽離略底物體降落定律之一種通擴(在某種意義裏也是這兩種定律底解釋). 像這樣的一些範圍較小的通擴可以以其上較狹的定律爲依據, 或者, 像在這種情況裏一樣, 以實際的觀察爲依據. 如刻卜勒應用實際天文學的某料以決定行星底運行軌道, 伽離略將落體定律建立於落體實驗底結果之上, 便是. 一切經驗科學都是以觀察個別物項和試驗個別物項爲根據. 假若我們施行了觀察和試驗, 那麼以觀察和試驗爲根據的通擴便是可能的, 而且將新的觀察或實驗結果加入, 那麼通擴底全部層次可以建立起來; 但是過細解析起來, 這一切都是以對於特殊現象之實際的觀察或實驗爲根據. 如培根 (Bacon) 在表明他所知道的現代科學底情況時, 說: "人類, 這自然底僕役和解釋者, 所能了解的僅僅及於他所實際觀察到的或所想到的自然進程; 除此以外, 他既不能知道任何事物, 又不能

做什麼事情."(1)

一切這些觀察與實驗根本是所討論的有元之記述.伽離略底觀察便是物體下落情形底記述.刻卜勒底基料是行星底位置與地球上的觀察者所發生的關係之記述.其實,任何實驗底觀察必須是當着實驗時所發生的現象之記述.所以,特殊事件之記述在科學的研究裏極其重要.

2. 記述底普遍性徵

我們知道,使學生們感覺不快底通常原因之一是時常用論文題目來指定學生們敍述某些事物——開會底情形怎樣,比賽足球底情形怎樣,某種風景如何,或其他任何所指定的對象.這種工作之其所以困難的,是因為記述者不能確定究竟怎樣去記述.在記述的時候,記述者能夠採取許多可能的觀點,被記述的事物又有許多方面必待考慮.記述者為選擇有利的觀點之一所耗費的時間往往多於實際用來書寫所耗費的時間.

我們現在可以藉着注意各種不同的人怎樣敍述同樣的風景這一件事來說明觀察點之這樣的差異.假如有許多不同的人要描寫海邊沙灘的話,那麼便有下面所例示的結果:一位畫家也許將海邊沙灘描寫為前景是黃色的,中間的地方是綠藍色雜以白色的,然後襯以較深的藍色的一塊地方.一位地形學家看見這樣的一幅景色,會說它是像一個圓弧形的海岸,拔海六呎或七呎高,整個的面積有多

少大.一位動物學家也許說這個地方是某種較小的軟體動物與甲殼類動物常常棲息的地方.一個水手看見這個沙灘,也許覺得太容易遭受海洋風波襲擊,而且做港口又太淺了.一個有錢的商人會以為這塊地方適於夏天避暑底居住.而一位地質學家會以為這個地方是某種岩石底組合體,漸漸被浪所衝碎了,並且慢慢高出海平面.

以上所說的是對於這種風景的表示特徵的記述;由是可知怎樣的人便作怎樣的記述.假若我們較為詳細地考察任何畫家或水手或地質學家怎樣敍述這個風景,那麼,我們自然可以遇着各種不同的記述.

我們現在要問:在這些不相同的記述之中,那一種是正確的呢?這些記述是相異的,至若問那一種是正確的,這還有待考慮.初想起來,我們也許以為地形學家底記述是正確的,因為他底記述敍說了這個沙灘底大小,並且敍說了這塊地方底輪廓.他底記述至少是"客觀的".但是假若我們過細思考一下,那麼便會知道其他的記述顯然也是同樣"客觀的".說這個沙灘上居着某種海中生物與說它有三百碼長一百呎寬同樣的是事實.說這個沙灘不能用來做一個好港口與敍說它底面積之大小同樣的是論及這個沙灘的記述.

所以,過細解析起來,我們必須承認這些記述都是正確的.我們可以說這些記述都只是一部分的記述,即,每種記述僅僅論及這個對象底某一方面,或某些方面.這的確是如此的;但是我們必須知道完全的記述是不可能的事.一個完全的記述不僅應該包含着我們已

經枚舉了的一切項目，而且應該包含着數不盡的其他項目．除非我們已經指出這個沙灘與一切已經存在的事物和將要存在的事物(或者一切那些也許已經存在或者也許可以存在的事物)底種種可能關係，否則我們便不能充分地記述這個沙灘．但是，這是可能的事麼?

所以，我們不能施行完全的記述，因而我們必須承認如上所說的部分的記述都是同樣正確的．如上所說的記述之中的每一個都是從某種特殊觀點所產生出來的，我們可以說這一種記述與那一種記述不相同，但是卻都是特殊的；而不是普遍的．然而，我們必須知道，這並不是說一切記述都是有用的．那位想發財的商人也許勉強承認那位動物學家底記述完全是正確的，但是這種記述對於主要地興趣於出售地皮的人似乎是無關重要的．同樣，述說這塊沙灘適於避暑居住這件事對於一個趣味於海中生物的人似乎是不相干．或者，想要畫出這個風景的人，會覺得這兩方面都是無關重要的，而僅僅注意到色彩之如何配合．

將我們現在的討論概推一下，我們可以說每一種記述是必須不完全，每一種記述必須只曾述及某些方面而遺漏了其他方面．雖然，對於同一事物有不相同的記述，但是這些不相同的記述仍然可以都是正確的．在記述某種對象的時候，我們略去什麼，而記述什麼，這多半是被興味所決定着；同時又是以記述所要達到的目的而定．

我們說從任何觀點所產生出來的記述可以是正確的而且記述是隨各個人底興味而變化並不就是說凡屬記述都是眞實的．我們可

以從任何觀點來施行記述,但是只有從這種觀點所產生的正確的記述才是真實的.我們可以藉着從色彩的觀點來記述這個沙灘以說明這個道理:假若我們根據色彩的觀點來記述這個沙灘,那麼一切記述必須以這種觀點爲標準,如說這個沙灘是黃色的,等等;至若是否選擇這種觀點.那完全是隨我們底興味與目的而定.同樣,我們從大小方面來記述這個沙灘也可,不從大小方面來記述這個沙灘也可,我們有我們底自由;但是,假若我們要從大小方面來記述它,那麼只有一組大小是正確的.例如,我們既然說它有三百碼長一百呎寬,那麼只有這一組大小是正確的,而另一組大小——如說五百碼長二百碼寬——便不正確.所記述的對象或事物給與一個標準,我們可以根據這個標準來考察記述是否正確.

我們必須知道,同樣的事情可以用其他的方法來敍述.一切記述都是應用類的概念(class concepts).我們說沙是黃色的,就是將沙放在黃色的東西底類之中去;我們說這是矽酸鹽,就是將矽酸鹽放在矽之化合物底類裏面去,其他由此類推.所敍述的對象不須以任何特殊概念來記述;我們可以自由應用所選擇的任何概念.不過無論我們選擇什麼概念,經驗可以告訴我們這個概念是否適合(比如說,假若我們應用黃色這個概念,那麼經驗可以告訴我們沙是否爲黃色的);但是選擇什麼概念,卻是隨我們自便.

在包含人類知識底整個領域的一種擴大的研究之中,這種情形恰恰是一樣的,而且選擇何種概念並不是一件容易的事.例如,二十

年前在心理學上所爭論的問題，而到現在則不成爲問題了．在心理學裏面雖然有許多相反的學派，然而它們底目的卻是相同的——都是想給於生物底心理生活與心理狀態以一幅完全的圖畫．不過，這些相反的派別卻是用完全不相同的方法來研究．有一派，是所謂構造派的心理學家，以馮德 (Wundt) 與 Titchener 爲代表，他們將感覺當做基本概念，以爲人類底一切心理生活與心理狀態都是由感覺所構成的．另一派是格式塔心理學派，這一派底重要領袖爲 Wertheimer, Köhler, 與 Koffka, 他們主張單個的感覺不是重要的，而感覺底型模才是重要的，並且用這種概念來說明心理現象．

我們不難知道任何知覺可以認爲是一羣特殊的感覺或者是感覺底一種型模．所以，這兩派底記述都是正確的，但是觀點各不相同．至若問那一種記述較能促進這種科學底進步，這便是爭論之點．

一般說來，似乎並沒有什麼方法能夠預先告訴我們那一種概念或那一羣概念是否有用．如在歷史科學中的一個規律一樣，事物之不顯明的性徵往往發生較有用的概念．如古代與中古學者將物質分爲熱的，冷的，溼的，乾的；這種分法遠較現代學者將物質分爲原素與原素之化合物這種分法爲不進步．不過，一個物體之是熱較之它是碳化物爲一種顯明得多的性徵．

我們可以用我們所選擇的任何言語來施行記述，從任何觀點所產生出來的記述都可以爲真；但是那一種記述較爲有用，這卻是另外一個問題．試行錯誤法是這裏唯一的解決方法．

3. 分類與區分

在上面的一節裏，我們曾說過一切記述都應用類的概念，我們敍述某一事物就是指明它屬於某一類.因此，在某種意義裏，一切記述都是類分.

在科學的研究中，"類分"是隱藏着有系統的記述，在類分裏指明某一個個體屬於某一個類，而且這個類又是包含在其他的類中.所以類分是用類底一個繫列所表明出來的一種記述；在這個繫列中這一個類是包含在另一個類裏面.

與類分密切關聯着的一種方法是區分.在分類的時候，我們知道許多個體在某些方面彼此是相似的，並且構成有這種相似性的一切個體之類.假若我們選擇其他的個體與不同的性徵，那麼便形成其他的類.我們在這些類中採取兩個或兩個以上的類，便可以發現在這些類之中的一切分子同有某種比較普遍的性徵.這種辦法可以重複施行，將一羣類包括在一個較大的類之下，一直這樣地升登永遠普遍性底階梯.在區分(division)裏，所用的方法恰恰相反，即，從最大的類漸次下降到最小的類.我們從內涵較大的類開始，我們將它分做許多次類，一直到我們所要得着的最小類為止.

正如我們可以從任何觀點來施行記述一樣，我們也可以從任何觀點來施行類分與區分，在記述底一個繫列裏面，有相似的選擇可能.我們現在可以拿圖書編目這一件事說明這一點.假若一個圖書

館裏有許許多多的書要編目的話，我們可以依據這些書底內容加以區分，規定書有藝術，數學，歷史，哲學，科學，文學，以及傳記等等特殊的類.這些類中的每一個類又可以次分爲更小的類.例如，關於藝術的書可以分做音樂，描摹術，塑像術，裝飾術，建築術等等書；數學書也可以分做各種門部；歷史書可以分做政治史，社會史，和經濟史；其他的書亦然.然而次分之後，又可以次分.如描摹術可以再分爲繪畫，圖案，彫刻，蝕鏤，粉畫，等等.而繪畫又可以分做油畫，水彩畫，與膠畫.

我們可以將這個圖書館裏的書之區分用圖形表示如下：

書
- 藝術書
  - 描摹術
    - 繪畫
      - 油畫
      - 水彩畫
      - 膠畫
    - 圖案
    - 彫刻
    - 蝕鏤術
    - 粉畫
  - 塑像術
  - 裝飾術
  - 建築術
- 數學書
- 歷史書
  - 政治史
  - 社會史
  - 經濟史
- 哲學書
- 科學書
- 文學書
- 傳記書

或者，我們可以應用一種全然相異的區分原理來區分這些書.依照這些書底頁子底摺疊，可以將這些書分爲對開本，四開本，八開本，十二開本，等等.八開本又可以分做大八開本，小八開本，富士紙八開本，15″×20″八開本，等等.這種區分與以上的區分完全不同.

我們又可以依照書底面子來將這些書加以區分爲，沒有面子的，有紙面子的，有布面子的，和有皮面子的.有皮面的書可以依照皮底

種類分爲犢皮面，羊皮面，豬皮面，摩洛哥皮面．依照裝訂底方法，犢皮面又可以次分爲漆犢皮面，有斑點的犢皮面，樹紋犢皮面，和有格子的犢皮面．

對於同樣的一羣書這裏有三種不同的類分法．無疑，對於我們尋常的目的，第一種分法是最有用的；但是其餘的兩種分法無疑也是正確的．所以，我們現在要討論什麼使一個類分有用這個問題．

4. 有用的類分與區分底種種規律

在繼續地討論這個問題的時候，用一種專門的術語來表示我們底意思，這是很便利的事．假若在類分之中有兩個類，其中的一個是包含在另一個裏面，那麼在習慣上將較小的類叫做種，將重大的類叫做屬．如，在上面所說的第一種類分中，關於水彩畫的書之類是關於繪畫的書之類底種．而關於繪畫的書之類又是關於水彩畫的書之類底屬．同樣，關於藝術的書之類是關於水彩畫的書之類底屬．自然，在不相同的系統之中，同一個類可以是屬又可以是種．例如，前面所說的有犢皮面子的書之類是有樹紋犢皮面子的書這個種底屬．而有犢皮面子的書之類又是有皮面的書這個屬底種．我們並沒有說一個類是它本身底屬或種；因此，是一個屬與是一個種的這種關係是不自反的(irroflexive)無對稱性的，而是有傳達性的．

要討論什麼使一個類分有用的這個問題，我們必須記着類分底目的是什麼．在前一節裏，我們已經討論過將圖書加以類分的種種

分三規則

相異的方法.但是,假若那個圖書館中只有五六本書,那麼便根本用不着分類了.因爲我們能夠完全洞悉這幾本書,無需乎作有系統的配列.同樣,假若世界上只有十幾個有機物,那麼我們便容易完全知道它們,而無需乎加以類分;但是,假如世界上有成千成萬的有機物,又假如我們想了解這些有機物,那麼便必須將它們加以有系統的配列.總而言之,假若某對象是太廣闊了以致我們難得直接了解,我們便必須將它分成許多類.

將這一點記在心裏,我們便可顯然知道有用的類分底第一個規律是所包含着的概念必須可以應用.假若我們將星體分做有生命存在於其上的一類與沒有生命存在於其上的一類便完全無用.自然,像這樣的區分方法是十分清晰的,但是我們卻不知道除了地球以外的任何星球上是否有生命存在.在某些情況之中,我們可以確定地說沒有生命存在,但是在某些其他的情況之中,因着我們不知道那些星體底性質,以致不能作任何論斷.

同樣,假若我們將我們圖書室裏的書分做原來是用包紙包來的與原來不是用包紙包來的,這種類分對於我們沒有什麼用處.在多數情形之中,包紙已經丟棄了,因此沒有人能夠本着觀察來告訴我們那些書是用包紙包過了的.這種類分簡直不能施行.

所以,有用的區分所必遵的第一條規律是,區分必須藉着能夠確定一個個體是屬於什麼種的某原理而進行.昆蟲學家將昆蟲加以類分的時候,完全是以它底外形爲根據.這並不是因爲昆蟲底內部

必須一個原則.

構造不能顯示其重要的差異，而是因爲根據昆蟲內部底構造來區別一個微細的昆蟲，這是極其困難的事。

區分底第二條規律是，一個屬必須區分得使分出來的種互相排外。假若我們將一個屬分做幾個種，那麼在這裏最要緊的是，一個個體不能同時是屬於一個種以上的分子。自然，同一個體同時是兩個種底分子並不是什麼謬誤。但是卻不方便。我們在第一次將書加以類分的時候，把書分做藝術，數學，歷史，哲學，等等。假若在這些書之中沒有數學史或藝術哲學的話，那麼這種分法是完全妥當的。但是，設或在這些書裏有數學史或藝術哲學這類的書，那麼能否像上面那樣分類還是一個問題。如果我們將那些書放在兩個題目之下來分類，那麼種底差異性便失掉了；而且我們不能將一切歷史書放在一個屋子裏面，又將數學書放在另一個屋子裏面。爲要免這種情況之發生，我們或者不得已往往任意將這些書歸於這一類或另一類。③[illegible]必互相排外。

在生物學裏往往有這樣的情形發生。例如將鼓蟲科(Gyrinidae)歸在兩個亞目之一裏面去，似乎不一定比較歸在另一個裏面去有理由些；這就是說，我們將鼓蟲科歸屬於兩個亞目之中的任一亞目都可以。有些昆蟲學家依照個人底判斷將它歸在這一個亞目之中去，又有些昆蟲學家將它歸到另一個亞目之中去，這不過是要給於這個科以一個確定的位置而已。

有用的區分底第三個條件是，必須盡舉，必須包含屬於一個屬的一切種。我們再用將圖書館裏的書加以區分做例子來說明這條規 ⑤必包舉屬中的一切種。

律．在將圖書加以區分的時候，我們把關於描摹術的書區分爲關於繪畫，圖案，彫刻，蝕鏤，與粉畫等書底各個相異的種；如果這個圖書館裏沒有關於石印術的書，那麼這種分法完全是妥當的．可是，假若我們需要這樣的書，它們只確實構成關於描摹術的書之一個種，而仍然不是所指的任何種．顯然得很，此處的類分是不適當的，必須加入一個新種．在生物科學中時時有這種情形發生．有時所發現的新植物與新動物雖是顯然屬於某一個屬，但是卻不適於隸屬任何已知的種，所以必須增加新種．

傳統邏輯家加於剛才所講過的末尾兩條規律之後的一條規律是，區分必須以 fundamentum divisionis，即區分原理，爲根據．如，在前面關於書的幾種類分裏，第一種類分是以書底內容爲根據，第二種類分是以書頁底摺疊爲根據，第三種類分是以書面所用的材料爲根據．在這三種情形之任一種裏，區分總是依照一個單獨的原理來進行的．在第一種類分裏，一切較次等的區分是依照同一的原理來進行．而區分原理是普及於整個的類分之中．

在像上面所說的那樣簡單的類分裏，區分原理至少可以普及於一個區分之中．假若能夠這樣，那麼便易於得着一個盡舉的而又不交叉的區分．如果我們只依照書底內容將書加以區分，那麼顯然比我們試行在一種單獨的步驟裏依照書底內容，書底著作之遠近日期，書中所用的文字等項來區分它們較爲易於得着明確的種．在動物學與植物學中的研究形式是很繁複的，以致不能採取一個單獨的區分

原理.如,在區分動物爲門——第一個廣闊的區分——的時候,那麼細胞底數目之多少,形式之是否對稱(無論是如輪蟲之輻射相稱或如人類之左右對稱),細胞底基本層底多寡,有無骨骼,假若有骨骼的話,骨骼底外層結構與內層結構如何,等等不同的區分原理都得應用.

所以,我們必須斷定,當着一個單獨的區分原理是類分的一種幫助的時候,並不一定是必不可少的.

我們必須注意,有一種方法能自動地保證一個區分是盡舉的與不交叉的.這種方法就是兩分法(dichotomous division).兩分法是在每一步中將屬區分爲一個種以及不是這個種的一切東西.假若我們將我們底書用兩分法來區分一下,那麼便如下圖: 兩分法

- 書
  - 藝術書
    - 關於描摹術的書
    - 關於非描摹術的書
  - 非藝術書
    - 數學書
    - 非數學書
      - 歷史書
      - 非歷史書

由是,我們容易知道,用這種方法可以得着互相排外而又共同盡舉的種.但是,這種方法卻有一種極大的缺點,這種缺點使它在實際上沒有什麼效用;這種分法使許多種之間的關係混淆不明.例如,從我們對於那些書的原來的分法之中,我們可以知道數學書與歷史書是書中的同等主要的區分.而在兩分法裏面,主要的區分是在關

於藝術的書和關於非藝術的書之間．這樣一來，關於數學的書只是非藝術的書之一個次等區分 (subdivision)，關於歷史的書又成為非數學書底一個次等區分．

在生物學裏，一個種(2)是當做十分緊密地關聯着的一羣個體，而一個屬是一羣比較不緊密地關聯着的個體，於是，極其難得應用兩分法．因為，例如，假若我們應用兩分法來區分一個包含着三個種的屬，那麼我們必須將兩個不同的種合併在一起；這樣一來，兩分法所表明的關係較之它們彼此之間的實際關係密切些．

以上所說的三條規律都可以當做有用的類分所必須依照的原則，但是這些原則卻不足以保證依照着它們而行的類分一定是有用的類分．過細解析起來，一個類分是一種繁複的記述，因此，我們不能預料這種記述底用處比較其他的記述底用處為大．效用是以目的而定．例如，依照書籍底內容來將它們加以類分，這對於將書籍拿來作參考之用的人是最有用的．一個版本學專家是要研究書籍底版本如何，他對於書籍底內容沒有興味，因此他覺得依照書籍底版式來做類分底標準是最要緊的．裝訂書籍的人裝訂火焚了的或水濺溼了的書籍時，是依照最便於裝訂的標準來分類．

純粹科學底目的完全是在了解所研究的對象，因此我們可以建立有用的類分底第四個原則：類分必須可以通擴．對於動物的一個可能的類分，以及完全依據類分底其他原則而行的類分，必須是以動物底大小為依據的類分．如松鼠，蝙蝠，某種烏龜，鱸魚都屬於相

同的科，或屬．但是除了大小以外沒有什麼普遍的性徵將這一羣動物聚合爲整個的．在這一羣動物裏，有些分子是熱血的，有些是涼血的，有些是肉食的，有些是草食的；它們底住居地各不相同，它們底生活習慣也完全不同．同樣，藥草是依照它們底醫藥性質來分類．雖則，這樣的類分是合於應用的目的，然而卻不是什麼重要的通攝之栓楔．這樣的類分是叫做"人爲的類分"(artificial classification).

與人爲的類分相反的一種類分就是所謂"自然的類分"(natural classification). 自然的類分是以被分的對象之客觀屬性爲根據，生物學家現在時常應用這一種類分法．自然的類分法之"自然性"(natural-ness) 是依據它是通攝底一個有效的泉源這種事實之上．如，我們知道同一個種底分子有相似的生活習慣，它們大概是居在相似的環境裏面，而且又表示異於它們底種的結構之類似性．許多屬所有的關係也是如此的，但是卻少斷定底可能，科亦然．於是形成類分之基礎的相似性與相異性是其他的相似性與相異性之栓楔．除了生物學裏的類分以外，化學原素底週期類分是最有用的類分．因爲，至少在多數情形之中，週期類分表足以表明原素底價，基之形成，或酸之形成性質．此處，原子量底相似與其他的相似是相應着的，而且這種類分是"自然的"與有用的，因爲它能夠引起更廣闊的通攝．

5. 界說

在這一章裏，我們已經預先假定了我們知道我們所說的是什麼

東西.當我們將書籍加以類分的時候,我們假定我們已經知道書籍是什麼東西,至少在我們看見書籍時便十分認識它們.但是,假若我們要求精密地陳述書籍是什麼意義時,我們便難得型定這個概念了.印刷不是根本的,因為有無文字的書與手抄的書;紙張不是重要的,因為有犢皮印的書和布印的書;書面也不足以用來當做界定書之所以為書的條件,因為當着我們將書面扯去以後,我們仍然不能說它不是書;而且活葉書與成卷軸的東西究竟能否說是書或不是書,還是一個問題.不過在多數情形裏並不需要一個眞正精密的概念,因此也就沒有嚴格的界說.

同樣,我們大都知道椅子是什麼,至少十分明瞭它底實際效用是什麼.椅子與榻底主要不同之點是寬度.自然,我們能夠造成寬度在尋常的椅子和榻兩者之間的許多器具.這樣一來,便引起了一個問題,這個問題是:在從椅子到榻這個序列中,那是最寬的椅子,那是最窄的榻呢?在日常生活裏,我們並不麻煩地去精確解答這個問題,而只求指出無異於一張寬大的椅子或一個窄小的榻的那種器具就夠了.但是,假若我們是販賣家具底商人,榻底征收稅率與椅子底征收稅率不同,那麼對於那是榻那是椅子這個問題之精確的解答,便成為一件要緊的事;我們便不得不界定(define)"椅子"與"榻".

界說底性質須要加以解釋.我們並不界定個體而往往界定概念.我們可以界定椅子是什麼,但是我們從來不界定這個特殊的椅子是什麼.假若類(classes)是如我們在前面所說的是在外延方面的話,

我們總不用具有任何特殊意義的項目來界定類[3]，而是用決定類的性徵來界定類。我們已經知道，假若兩個類底分子各不相同，那麼這兩個類便也相異；因此，無論什麼時候，一張椅子是做成了或破壞了，那麼椅子底類便改變了，但是椅子這個概念並不隨之而有所改變。它總是類底分子底決定原理，不管在事實上究竟有多少椅子。

我們必須知道，一個界說就是概念底同一(identity of concepts)之一種陳述。例如，我們可以將一張椅子界定為有一個靠背並且專為單人坐的座位。這樣做來，僅僅就是說"椅子"與"有一個靠背並且專為單人坐的座位"這兩個概念有相同的意義，因此，也是同樣的概念。結果就是，一切椅子是有一個靠背並且專為單人坐的座位，而且一切有一個靠背並且專為單人坐的座位是椅子。

每一個界說包含着兩個概念，其一是被界定的概念，另一個概念底本身是一羣概念，藉着這一羣概念，我們才能建立界說。第一個概念叫做被界定端 (definiendum)，另一個概念是叫做界定端 (definiens)。在上面所舉的例子裏，"椅子"是被界定端，"有一個靠背並且專為單人坐的座位"是界定端。由是可知界說是陳述被界定端與界定端兩者之間的意義上的同一。

在我們討論抽離的系統時，我們將界說當做繁複的與不易治理的符式之縮寫。在這種情況裏，界定端與被界定端兩者之間的同一是已經公定了的。例如，我們任意公定 $p \supset q$ 與 $-p \vee q$ 有同一的意義，或者，換句話說，被這些符語所表示出來的概念是同一的。像這

樣的界說叫做名目界說 (nominal definition), 因爲像這樣的界說僅僅不過是介紹新名目而已. 如, '$p \supset q$' 僅僅是被 "$-p \vee q$" 所符示出來的概念之另外的一種說法.

名目界說實際上只是概念底綽號. 如, 我們覺得 "Timothy O'Shaunessy" 這個名稱, 實際應用起來是太長並且不方便, 而只用 "Tim" 這個名稱來替代它. 同樣, 在類的演算裏, 我們認定 "$ab = a$" 這個符式不大方便, 所以只簡單寫爲 "$a < b$". 我們要使第三個人知道我們是在用綽號之唯一方法就是說, "我們將 'Timothy O'Shaunessy' 這個名稱與 'Tim' 這個名稱互換地應用." 於是這種陳述, 像任何其他陳述一樣, 是或爲眞或爲妄; 假若我們交互地應用這兩個名稱, 那麼便眞, 否則妄. 但是引起這種陳述的情形是給與既不爲眞又不爲妄的綽號的這種動作.

同樣, 當着我們將 "$a < b$" 當做是可以與 "$ab = a$" 相對調的一個綽號的時候, 我們用以表示我們企圖給與這個綽號的陳述爲眞, 不過它所指明的情形, 符號底採用, 是既不爲眞又不爲妄的一種動作. 還有一種意義是很重要的, 卽, 名目界說既不爲眞又不爲妄, 而只表示某個概念底表號之佔有.

與名目界說相反的界說是實際界說 (real definition). 在名目界說裏, 一個界說所需要的概念之同一是由任意假定被界定端表示與界定端有同一的概念所得來的. 在實際界說裏, 我們多少必須對於界定端與被界定端有些清晰的觀念, 而且將以前認爲不同的概念

認爲是同一的.我們再說符號底類似這件事.設若有人遇着一個人,這個人叫做 Timothy O'Shaunessy,於是對於他有了一個不同的印象,又聽見我們說到"Tim"底什麼事,這個人從我們底談話中得着對於 Tim 的一個印象.對於這個聽話的人,Tim 就是 Timothy O'Shaunessy 這種陳說不只無異於給與一個符號,而且使他知道他底兩種不同的印象是對於同一個人的印象.

同樣,我們在前面所說的關於椅子的界說便是一個實際的界說.大多數的人多少總會知道"爲單人坐的有一個靠背的座位"是什麼意義.假若我們接受了這個界說的話,那麼便是承認這兩個概念爲同一的概念;而且以前認爲是兩個概念的,現在則簡縮成爲一個了.

我們必須明瞭,實際界說都是有眞有妄的;而在某種意義裏,名目界說則否.拿前面所舉的例子來說,假若我們告訴遇着 Timothy O'Shaunessy 並且聽見我們說及 Tim 的人,說"我們是將'Timothy O'Shaunessy' 與 'Tim' 互換地應用",那麼這個陳述在它底表面是或爲眞或爲妄——如果我們互換地應用這兩個名稱,那麼便爲眞,否則便爲妄.但是,爲眞與爲妄的另一個問題仍然存在.這個問題就是問這兩個名稱是否實在可以互換,這兩個名稱是否實在是指稱同一人身.關於椅子底界說也是一樣,假若兩個概念實在是同一的,那麼這個界說便爲眞;否則便爲妄.

關於是否一切界說都是名目的或者也有些界說是實際的這個問題,還是一個重大的爭點.從前面的討論看起來,我們便知道一個

界說之是否爲名目的或爲實際的並非以界說底性質爲依據，而是以聽受這個界說的人底性質爲依據．"Tim" 與 "Timothy O'Shaunessy"這兩個名稱雖則在意義上是同一的，然而對於不同的聽者卻可以意謂着完全不同的對象，界說亦然．我們已經將關於椅子的界說當做一個實際界說，因爲我們預先知道椅子是什麼；但是假若我們將一把椅子就是預備給單人坐的有靠背的座位這個界說告訴給不知道人間事的黑夜的幽靈，那麼這個界說對於它就是一個名目界說．"椅子"不過是名稱過於冗長的另一個概念底一個綽號而已．

建立界說底方法是時常將一個概念包含在某個較爲寬廣的概念之中，然後再指出其間的差異．如界定了的概念是首先認爲某個屬底一個種，而且將這個種與其他屬於這個屬的種分開的許多性徵都指出來了．這是叫做 Per genus et differentiam, differentiae 是將一個種從同一個屬中的另幾個種裏分別出來的性徵．

要說明這種方法，我們可以採取何爾穆 (Justice Holmes) 先生將法律行爲界定做有意志的肌肉收縮(4) 這個界說來做例子．此處，他將法律行爲界定爲一種收縮，並且有兩種性徵，即屬於肌肉的和有意志的，這兩種性徵將這種收縮與其他的收縮分開．因此，"收縮"是屬，並且有兩個種差 (即 differentiae)，"肌肉" 與 "有意志"．

和類分一樣，建立界說也有某些標準．根據這些標準，我們可以判斷界說之是否適當或是否眞確．但是，這些標準並沒有完全得着邏輯家們普遍的承認，因此我們只列舉較爲重要的幾條．

1. 界定一個概念的性徵必須可加研究. 我們必須知道,在這一方面是有缺點的界說也許在另一方面完全是正確的,但是卻不能在任何情形裏應用它.上面所說的關於椅子的界說就違犯了這條規律.因爲,至少在不確定的情形裏,如果不詢問製造的人,我們便不能夠說某種東西是否是做給單人坐的座位.假若製造這種東西的人所說的話是不可靠的,我們便不能決定那一種東西是否是一把椅子,所以這個界說沒有什麽用.

2. 界說必須不是循環的,這也就是說,界說不可以其自身來界定一個概念. 專門一點說,被界定端必須不是界定端底一部分.將人(man)界定爲人類(human being)便是違犯了這條規律,因爲"人類"底意義與"人"底意義是同一的.此處這個界說是陳述完全眞實的事物——一個人是一個人類—— 但是這樣的界說不能給於"人"這個項目以什麽知識,也不能使我們明瞭"人"這個項目是什麽意義.

第三條規律對於名目界說和實際界說是各別地以不同的語句表出,雖則在兩種界說裏這條規律底作用相同.所以,我們用兩種不同的方法來陳述這條規律. 3 *a* 應用於實際界說, 3 *b* 應用於名目界說:

3 *a*. 界定端必須與被界定端相切合. 這條規律僅僅是要求包含在界說之中的兩個概念必須是相同一的.假若有任一物項能夠適合於這一個概念底許多結論而不適合於另一個概念底許多結論,

那麼這兩個概念便是不相切合的，因此也就不是同一的.所以，這樣的界說爲妄.

自然，界說還在兩種情形裏違犯這條規律——界定端底範圍大於被界定端底範圍，或者是被界定端底範圍大於界定端底範圍.第一種違犯這條規律底古典例子是伯拉圖學派者所給於的關於人的界說，他們將人界定爲沒有羽毛的兩足動物.相傳 Diogenes 藉着拿出一隻羽毛還沒有長出來的小雞來證明這個界說之爲錯誤.這個界說底錯誤是在界定端底範圍大於被界定端底範圍.顯然得很，雞雛是一種沒有羽毛的兩足動物，而且相等地顯然，雞雛不是人.我們增加一點限制，說人是"有方趾"的兩足動物，那麼便可以矯正這種錯誤.

假若我們將書界定爲裝訂在一起的許多頁紙，那麼便陷入與前者相反的一種謬誤，卽，被界定端底範圍大於界定端底範圍.顯然，除了紙印的書以外，還有犢皮做的書；但是這種書卻被排斥於這個界說之外.

3 *b*. 界說必須適合於所要求達到的目的.

我們必須記憶，雖然名目界說僅僅是些縮寫，但是並非沒有目的.當着應用像這樣的界說時，我們心裏總記得適合於這個界說的某個類.例如，在幾何學中，我們可以在名義上將一個方形界定爲一個等角的有法四邊平面圖形；但是如果沒有圖形適合於這個界說，那麼這個界說便沒有什麼用處.它底目的僅僅在求陳述界說所介紹

的關於方形的種種定理.

在名目界說裏,界定端與被界定端自然必須相切合.這條規律是以被界定端不是別的什麼而是界定端底一種縮寫這種事實爲依據.但是,假若這個界說底範圍比較適合於它的類之範圍大些或小些,那麼這個界說便沒有什麼用處.例如,假若我們在名義上將一個方形界定爲一個有法四邊平面圖形,這個界說便沒有什麼價值,因爲它可以包含着平常稱爲方形的菱形.因着應用這樣的界說並不能夠證明對於方形是眞的而對於平常所界定了的菱形是假的那些定理.所以,名目界說是否必要是看它是否有用,這正猶之乎實際界說是否正確是看它是否切合.

當着無論在什麼地方精密地型定一個概念是出於必要的時候,界說是應用於經驗科學以及數學之中.在數學與理論物理學裏,假設底經濟是不易獲得的,許多界說都看做是名義上的.而在生物科學裏,有將界說當做是實際的這種趨向.

6. 普遍性底探求

在我們討論科學中的記述方法時,我們僅僅考慮過我們藉以處理從經驗裏所獲得的知識的那些方法.類分是配列基料的一種方法,界說是將我們藉以分類的並且界定的那些概念弄淸晰的一種方法;但是,沒有在這些方法中的任一種方法是擴充知識的方法.我們現在要討論利用記述來通擴於確切觀察過了的事實以外的某些方法.

幻想拱乎

獲得普遍性(generality)底許多較爲顯著的方法之一是完全枚舉所有的事實.例如,假若我們發現 Maine 是包含着人口至少有10,000 的一個城市,New Hempshire, Vermont, Massachusetts, Connecticut 也包含着像這樣的城市,以及四十八州亦莫不皆然,而且只有這四十八州,於是我們可以概推地說在美國這四十八州中的每一州都包含着人口至少有 10,000 的一個城市.這種推理底方法是亞里士多德所謂的完全歸納 (Perfect induction).

我們知道完全歸納可以施行通據,但是完全歸納毫不能擴張我們底知識.完全歸納不過是將我們底知識重鑄一次,並且給於所獲得的知識以一個普遍型式 (general form) 的一種方法.特別地說,完全歸納簡直不能算做一種歸納的論式,因爲它底結論是確定的而不是概然的.完全歸納在邏輯與數學中有某種用處,但是在經驗科學裏卻沒有用.例如,我們並不將每個蜜蜂都試驗一下,以看它是否刺人.

一個較爲重要的並且在一切歸納背後的論式區型是類比推論 (Reasoning by analogy).類比推論是一種推論底程術,我們從某一羣之中的一切分子有某些性徵而且有些分子有另外的某些性徵,因而推論大概其餘的分子也有這些性徵.

在起先,"類比"這個名稱只用來表示關係底相似.例如,殖民地同祖國底關係與小孩同父母底關係一樣,所以殖民地對於祖國所應盡的義務正猶之乎小孩對於父母所應盡的義務一樣.假若這些關係

是同一的，那麼在它們之間就不發生義務是否同一的問題；而且類比底價値是依據於這種同一底證據之上.類比推論底結論之可能與否是以兩種關係底類似性爲依據.無論如何，除了義務以外，這兩種關係在各方面都是同一的，這在理論上很可能.所以，我們必須從在一種情形中有種種類似性，因而推論在其他情形中也有這種種類似性.像這樣的類似性之關係的性徵並不影響到論式底性質，因此我們可以應用"類比"來含蓋在前段中所講的一切情形.

類比是一切推論型式中最原始的一種，同時也是一切推論型式中最重要的一種.例如，因爲我們喜歡某人以前所著的一種小說，所以我們大概也喜歡他底近作.此處的共同性徵是兩種書同爲一個人所寫的，並且根據這一點，我們從喜歡他底著作之一而推論到喜歡他底著作之另一.依同理，因爲某個製造廠所製造的一個車輪很合用，因而推論我們想要購買的同一製造廠所製造的車輪大概也很合用.或者，因爲我們已經知道幾個 Airedales 是好守望犬，於是推論大概我們所看見的其他 Airedale 也是一個好守望犬.同樣，顯然得很，在兒童底行爲裏也涵蘊着類比.如當一個小孩被火爐烙傷了的時候，他便不嘗試另一個火爐了.

由以上所說的看來，我們顯然可知類比並不產生確定的結論.我們並不斷定那一個 Airedale 確實是一隻好守望犬，而僅僅是說它大概是一隻好守望犬.類比推論底結論之概然度量是與因子之多少共變，我們現在要注意到這一點.

第一,我們知道類比所根據的這個團簇之中的分子之數量是一件相干的事實.假若我們知道一百個 Airedales 中有九十九個是好守望犬,於是我們較有把握地確定第一百個 Airedale 也是一個好守望犬.這種判斷較之我們知道三個 Airedales 中有兩個 Airedales 是好守望犬就斷定第三個 Airedale 也是好守望犬要有把握得多.同樣,假若我們讀了某人所著的幾本書並且喜歡它們,那麼我們說喜歡他所著的另一本書較之我們僅僅讀了他所著的一本書就說喜歡讀他所著的另一本書之概率高得多.一個團簇底大小極其影響一個類比推論底結論之概率,雖則我們並不能夠說概率之增加與團簇之大小確定地成比例.假若我們讀了某作家所著的書中之三本並且喜歡它們,那麼較之我們僅僅讀過某作家所著的書中之一本就喜歡他所著的其餘的作品底概率要大些.

第二,我們所知道的存在於這個團簇之內的類似程度是一個條件 (factor).我們還是拿小說做例子來說明這一點.假若我們知道有兩本小說書,其中我們只讀過一本.這兩本書大概是同時在相似的情形裏寫作的.如果我們知道當着我們讀閱這本書的時候我們底心理狀況幾乎是一樣的,那麼我們喜歡這一本書較之喜歡別的書之概率爲高.

第三,類比推論底結論之概率是隨着我們所已知的存在於這個團簇之內的差異點而減少.在我們所舉的小說的例子中,假若我們知道雖然那兩本書是在相似的情形之下所寫的,但是卻有不同的情

節與背景，那麼我們喜歡那兩本書底概率就減少了.

這後面的兩點雖然是相關聯着的，但是卻有所不同.自然，在兩種事物之間的每個類似點便是一個差異點底反對者.同樣，每個差異點是一個共同點底反對者.所以，假若我們知道一切類似點，我們也得知道一切差異點.但是在任何確實的情形裏我們並沒有這樣的知識，我們只知道許多類似點而不知道差異點，或者只知道差異點而不知道這些類似點，這是十分可能的事；所以我們必須認定這兩點是各不相同的.

第四，我們愈在狹小的範圍之內試行類比推論，那麼結論之爲正確底機率愈少，這是很顯然易明的事.我們可以拿買車輪做例子來說明這一點.一個買車輪的人因爲某製造廠出產的車輪很經用，於是希望某製造廠所出產的另一個車輪也是很經用的.他愈確指第二個車輪所能行的路程等於第一個車輪所能行的路程，那末他底推論底可靠率愈少.假若第一個車輪已經用來走了 17,500 哩，這個買車輪的人於是推論第二個車論可以用來走 14,000 哩以上，那麼他底這種推論之爲正確底機率大於假若他推論第二個車輪可以用來走 17,000 或 18,000 哩之爲正確底機率.

爲獲得一個較爲正確的概念起見，我們必須將所謂相干 (relevance) 當做類比論式所必需的第五個條件.比如，假若一個人已經取出了他底支票，於是他推論：因爲他已經取出四條值拾元的支票，這四條支票都是眞的，他所取出的第五條值拾元的支票大概也會是眞

的.他底這種推論顯然是錯誤的.這個支票底團簇會是十分龐大的,而且各張支票之間的類似點也許是很多的——這些支票也許是一家銀行所發行的,是一個人所取出來的,或者都是寫上同樣的數目.這樣一來,自然便會發生困難了,因爲這個類比所根據的一切事實都是不相干的,而決定這條支票是否是眞的的唯一條件是支票底總數.如我們所早已知道的,我們並不能夠嚴格地解析爲什麼有些條件在一個類比推論裏是相干的而其他的條件則否;我們可以藉着從怎樣判斷類比底問題轉向到爲什麼類比是可能的這個哲學問題來解釋之.

從前一章第2節裏,我們可以知道一切歸納都是以自然齊一原理爲根據.我們相信有某些型模是再三例示於宇宙底進程中.當着我們想到我們已經發現了屬於這一個種類的任何特指的齊一性的時候,我們便將它叫做自然律 (law of nature).如我們相信有一個型模,在其中一切物體被吸引就會下落,我們將它叫做引力定律.在類比裏,並沒有任何自然律來支持我們底推論,但是在類比裏卻潛伏着斷定在推論中有些規律是有效的.我們並不知道這個定律是什麼,並且也不能型定它,但是每個類比都是想發現那沒有被發現的自然律.

在類比裏的相干問題引起類比大概是某種自然齊一律底一個例子這個問題.所以,假若有類似於這一個類比的類比在過去是有效的,這個類比底概率似乎較高,於是我們便說這個類比所根據的

一些性徵是彼此相干的.再者,我們知道(無論知道得怎樣不清晰),假若有從另一種性徵推論到這一種性徵底可能,或者知道這一切性徵可以從某種其他的性徵裏推論出來,那麼一個規律有較大的機率爲有效,而且這些性徵似乎是彼此相干的。

在事例底數目,已知的類似點之多少,已知的差異點之多少,類比底密切程度,以及種種性徵底相干程度中,我們有五個條件以決定一個類比底概率.第三個條件與第四個條件是減少類比底概率的條件,其餘的條件則是增加其概率的條件.

類比是從特殊推到特殊,從一個或一個以上的例子推到其他例子的一種論式.假若有一個強有力的類比,我們便可藉着它來施行概推,即從一團簇事例所產生的推論不僅僅可以有效於第二個例子,而且可以有效於一切其他的例子.這便叫做簡單枚舉歸納法 (induction by simple enumeration).例如,我們從知道有某些東西是人並且有死這種事實推出不僅是人的第二個東西有死,而且推出是人的一切其他東西也都有死這個結論.這個論式底類比性質是很顯然的,在這種情形裏的已知的類似點是所考察的一切物項都是人,並且被這種事實所涵蘊着的精確的類似點可以藉着給於人類的界說以得之.我們察於某些人之死亡因而知道人類有死亡這種性徵,並且藉着類比推論來推斷不僅其他的人有這種性徵,而且一切人有這種性徵.同樣的,我們可以推斷一切 Scandinavians 都是黃髮碧眼白膚的人,一切蒙古人都是有褐色皮膚和黑的髮目的人,或一切梟

都是在夜間飛行的.

簡單的枚舉歸納法是記述的假設之卓越的特例,這種方法是從因爲有些 s 是 p 推論到大概一切 s 是 p. 自然,這種論式底本身是一種極其不確定的論式,因爲只要有一個單獨的否定事例便可以推翻它.因此,如果不用其他的推論型式來幫助這種型式,那麼它底結論便很少能夠成立.例如,當着我們說一切人都是有死的時候,我們無疑是有幾分根據從觀察所得的事實來作這樣的通擴,但是從演繹方面來考慮也是可以的.從演繹方面來考慮便是說有像人一樣的結構和細胞所組成的任何動物也是不能免於死亡的.在生物學裏是充滿了這一類的通擴.如動物學家從觀察了那個種中較少數分子底生活習慣便無疑地記述那一整個種中一切動物底生活習慣都是如此,不過除了所觀察了的現象以外,往往從動物底構造與生活狀況推出適當的結論.

簡單枚舉歸納法是類比底一種擴張,它底本身是一種危險底擴張;但是與其他的方法相聯合起來應用,那麼在研究科學的時候是很有用的.

7. 本章述要

在這一章裏,我們已經指出記述往往是與觀點相關聯着,我們又已指明記述底應用問題和記述之正確與否底問題全然是兩個問題.我們已經說過,類分是一種有秩序的,有層次的記述;而區分往

往包含在類分裏面．概念底可用性(applicability)，種底排外性(exclusiveness)，種底盡舉性(exhaustiveness)，以及在科學的類分中的歸納底有效性都是正確的區分所必遵的標準．

為要使區分底許多原理或原則精密起見，定立界說是必要的事．我們已經說過，一個界說往往是表明概念底相等，又曾說過名目界說與實際界說之間的差異只是因心理而起的差異．一個良好的界說底概念可以應用，它不是循環的，它底界定端與被界定端是相切合的(在實際界說裏是如此)，或者完成了它所要達到的目的(名目界說是如此)．

但是以上所講的一些方法並不擴張我們底知識．為要擴張我們底知識起見，我們必須運用類比推論，並且發現閙簇之大小，已知的類似點，已知的差異點，以及性徵底相干，都是決定類比論式底正確性之概率的條件．在簡單枚舉歸納法中，我們發現類比底一種擴張，這種擴張底本身雖是不確定的，但是與其他方法聯合起來卻很有用．

(1) Novum Organum, Book I, Aphorism I

(2) 在生物學裏，一個種是個體底最小類之一，屬是其次較大的重要的區分．一個屬中的分子是密切地相關聯着，但是還沒有種中的分子相關聯得那樣密切．於是有一個類指明比較遼遠的關係，然後再指出倫序．在生物學裏，屬與種都是絕對的名稱，並不像在邏輯裏是相對的名稱．

(3) 邏輯家們或者藉着(1)枚舉類中的一切分子或(2)指出決定這個類之中的分子的性徵來界定一個類．不過這似乎是"界說"底一個異樣的和不平常的意義，假若我們說是類底決定，那麼便較為精密些．

(4) The Common Law, p. 53; 不過語句是用我們自己底．

第十五章

解　　釋

1. 解釋底普遍徵性

在第十三章裏，我們曾經說過假設有兩種，即記述的假設與解釋的假設，在本章底前一章裏我們將科學底記述方法討論過了，在這一章我們要討論解釋方法．我們必須記憶，每種知識，甚至於科學知識，是出乎純粹記述底範圍之外而成爲解釋的知識．在講到解釋底科學方法以前，我們先將解釋本身底普遍徵性略微講一講．

在記述現象的時候，這也就是說，在施行分類，枚舉，以及與此類似的種種方法的時候，有兩種不同的運作．第一種運作可以特別叫做記述，第二種運作可以特別叫做這種運作底通攝．第二種運作是構成歸納性質的後一種運作．在將瑣細的經驗加以類分與界說時，記述不過是報告在那些瑣細的經驗裏的某些性質或屬性．在陳述這些性質或屬性時，我們就是在報告我們藉着觀察所確實發現的什麼．但是，我們很少就止於報告而已，我們還要概推這些記述．例如，在記述烏鴉是黑的的時候，我們是在報告我們所知道的存在於已經觀

察過了的一切烏鴉之中的一種屬性，並且同時概推這種記述，說，黑的這種屬性也存在於一切其他的（即，沒有觀察過的）烏鴉之中．在這後一種運作之中，我們推出事實之外去了，於是我們原來的記述就成爲一個假設．此處關於記述的最根本的一點不是說它的概推了，而是說它僅僅是敍述，它報告事實或情境底什麼(what)，怎樣(how)，或那個(that)；但是卻不解答爲什麼(why)的問題．

解釋與記述都是歸納的（在這裏我們只將這兩者當做包含在歸納之內的東西來討論之），這兩者在包含着通擴這一點上是相似的；這兩者所不同的，就是解釋是解答爲什麼(why)的問題．而記述則不解答像這樣的問題．我們現在舉個簡單的例子來將這一點解說一下．假若我們將木頭丟到水中去，我們說木頭會浮升起來，而且我們也說每一次我們將木頭丟到水中去木頭總會浮升起來．於是我們可以記述並且概推這一件事，說木頭會浮升起來．此處我們僅僅是在敍述一種自然界裏的事實，並且實行概推這種記述而形成一種歸納．我們底記述完全是從觀察所演產出來的．在這種情形裏並沒有什麼解釋．因爲我們只已經陳述了那個木頭浮起來，我們已經記述了木頭是怎樣在水中動作，但是我們卻沒有解答究竟爲什麼如此．在事物底表面並沒有對於"爲什麼"這種問題底解答——純粹的觀察往往只能解答那個與怎樣的問題，除此以外，就不能解答什麼．在解答"爲什麼"的問題時，在某種意義中，解釋是必須出乎所觀察的事實以外．科學底種種問題是被自然所供給，而對於這種種問題底解答

則是被人類所供給.我們底解答之眞實與否最後乃然是被經驗所決定;但是人類卻不能僅僅藉着觀察來獲得經驗以解答之。解釋是包含着說明 (interpretation) 並且時常包含着穿插 (interpolation). 我們將在以後討論之.

解釋與記述在同是通擴時都是歸納的,但是所相異的,就是記述的假設概推所觀察的種種屬性,而解釋的假設則概推對於"為什麼"這種問題的解答.解釋的假設不僅僅是純粹記述我們所觀察的什麼,而是設想我們所觀察的事件之變化所依從的種種原理。科學家不僅僅以接受經驗底事實為滿足,他還想要知道這些事實底理由——這些事實必須加以說明.我們不僅僅完全滿足於知道那塊木頭是浮在水面,而是要更進一步地知道為什麼木頭會浮在水面。當着我們標出涵蘊着木頭會浮升起來這件事的一個命辭或許多命辭時,我們便是在解答木頭"為什麼"會浮升起來這個問題.例如,固體在液體中上浮之力等於被排去的液體之重量,與木頭輕於水這種事實相聯接起來,可以解釋木頭為什麼上浮這件事。假若我們承認頭兩個命辭為眞,那末我們就可以推論木頭會浮升起來,因為這件事是被頭兩個命辭所涵蘊着的。每個解釋都是屬於這一種;解釋底方法就是提出涵蘊着必須加以解釋的事實或情境的那些眞實的或可接受的命辭.

得着最普遍的承認的解釋模式是指出對象變化底原因.這也就是說,當着我們已經指出一個事件底變化之種種原因的時候,那麼

這個事件就可以算是說明了.例如,在上面所引用的例子裏,當我們已經指明木頭浮升水面底原因時,我們就是已經說明了木頭為什麼浮升水面.在物理學,化學,生理學,其實在一切經驗科學裏的解釋的定律 (explanatory laws) 根本都是因果定律.不過,在許多情形裏,原因或者是很繁複,或者是很隱諱,我們還沒有發現它們,並且我們不能夠便利地"說明"現象底原因,而必須藉助於統計的記述來發現它們底變化之精密的方式,以之演繹並且斷定這些因果底變化.例如,在社會科學裏,因果的條件是極其繁複的,我們必須應用統計的平均數來發現.死亡率,商業情形,等等都是原因極其繁複的現象,我們只能利用統計的方法來研究它們.同樣,我們在第十三章裏所說的物質放射現象便是必須應用統計律的一個例子,因為我們現在所有的知識完全不足以明瞭它底蛻變之特殊狀態.雖則,到現在還沒有發現這些現象底原因,而科學家仍然設法以發現之,並且應用統計的方法;這種統計方法不必視為是最後的方法,而視為至少是型定這種現象變化所遵照的種種定律底一種方法.在某些情形裏,我們不知道某對象底原因,這件事並不足以證明這種對象是無因而致的;這件事也許很概然地意謂着我們底解析仍然不足以確定它們.可惜我們不能在此處將這一點加以討論.

科學與常識之最重要的解釋方法是指出原因.歸納邏輯底問題仍然是方法論的問題.什麼是確定原因底方法呢?我們怎樣型定普遍的因果律呢?我們怎樣證驗這些定律呢?這些問題不是屬於我們

有什麽權利來型定普遍的解釋的定律之問題，而是屬於我們怎樣去研究的問題.我們底研究方法之評判必須求之於哲學之中. 在第十三章第 3 節裏，我們已經討論過歸納所根據的那些問題之普遍徵性，所以無須乎在這裏贅述. 還有屬於因果解釋問題的一個極其重要的哲學問題，這個問題就是關於"原因"底意義的問題.在討論邏輯問題與因果的解釋之先，我們要將因果關係底徵性簡單地討論一下.

2. 因果關係

經驗並不是一種靜止的，死板的，可觀察的事實——它是一種過程，一種永久動變的景況. 除了記述在這種過程裏的各種不相同的事實與事件以外，我們還想說明這些不相同的事實與事件. 我們並不以僅僅知道自然現象是怎樣地動變爲滿足，而且還要知道這些現象變化所遵從的種種原理或定律；藉着這種種原理或定律，我們又可以說明過去並且豫料未來的事實之動變.假若我伸手摸我底口袋，並且發現幾分鐘以前所放進去的一張值五元的鈔票不見了. 在這個時候，我不僅僅知道鈔票不見了這件事就罷休，而且會卽刻考慮鈔票不見了的理由. 我並不問爲什麽有這種理由，而只問那些理由是什麽.鈔票是被人偷去了的麽?是因疏忽而失落了麽?是由其他的原因而致的麽? 爲要說明這張鈔票爲什麽不見了，我是在尋求其所以不見了的原因.對於這一張值五元的鈔票爲眞的什麽理論對於

自然界裏的每一個事件也眞．我們總不相信事物是偶然發生的，而是完全想着：假若有某種事情發生，必定有某種原因，或某種根據，或某種條件；否則這件事情便不會發生．總而言之，事件之發生，莫不有相當的原因．

我們必須知道，因果關係 (causal relation) 僅僅存在於事件 (events) 之間．這個事件是另一事件底原因或結果．水之沸騰是從火之熱力所產生出來的一個事件，而火之熱力是另一事件．不過，事物 (things) 卻不產生其他的事物，也不從其他事物裏產生出來．我們現在列舉一個例子將這一點解說一下．假若一個彈子衝激另外一個彈子，第二個彈子就運動起來了，於是我們說其間有因果關係．這種因果關係可以陳述如下：第一個彈子碰撞第二個彈子使第二個彈子移動．在此處，碰撞這個事件爲因，第二個彈子之移動爲果，我們並不是說，這一個彈子產生另一個彈子，而是說這個事件產生另一個事件．總括地說，只有事件才可當作因果關係裏的項目．

從常識上說，事件這個意念包含着動變底意念．通常說來，一個事件是事物之確實的或可觀察的變化．但是，如果我們稍微考慮一下，便會知道事件並不必須包含着可觀察的變化．例如，桌腿支持桌面是一個事件，並且是使桌面保持在原來的位置的支持事件．此處並沒有可觀察的變化，但是在這兩個事件之間仍然有因果的關係——支持這個事件是使桌面保持在原來的位置這個事件底原因．桌腿並不是使桌面保持在原來的位置之原因，而是桌腿底下層結構這個支

持事件使桌面底上層結構得以保持在原來的位置.像這樣的一種事件通常叫做"模態"(state).並不是桌腿使桌面得以保持它底位置(或構成這種支持狀態,這種狀態是此處包含着的因果關係),因爲假若將它們鋸斷了,那末桌面便會落下來.桌腿在桌面的某些位置之下的這種模態使桌面得以保持在原來的位置.因此,我們可以說,在因果關係裏直接進入兩種事件,一種是在時間上可觀察的變化,還有一種是事物底模態.

自然,如果沒有事物,便沒有事件,離開發生變化的某種事物便沒有在時間裏的變化,沒有在模態之中的事物便也就沒有模態."事物"或實質確實是永久在變化裏或在一種模態裏的東西,但是它從來不是變化底本身也不是模態底本身.事件包含着動作.顯然得很,沒有動作的事物便也沒有動作,但是我們卻不能因爲這種緣故就將它們視作是同一的.關於"事物"或實質這個問題是一個元學問題,我們不須在這裏討論.我們只要知道雖然事件包含着事物,但是與事物卻不相同,並且是因果關係中僅有的項目就夠了.

我們已經說過事件或者是一些在時間上的變化或者是一些模態,並且又說過只有事件才是因果關係裏的項目.我們現在要問因果關係是什麼?在什麼時候一個事件或一組事件是另一個事件或另一組事件底原因呢?

因果關係底每一種情形至少包含着兩個項目,即原因(cause)與結果(effect).原因,在某種意義裏是結果底一個條件,它是"產生"結

充分条件
必要条件

果的東西，總括地說，因果關係包含着一個前項與一個後項，前項與後項是這樣地關聯着，即，無論什麼時候發生了前項便會發生後項．換句話說，一個事件底原因是足以產生結果的一個條件或一組條件．談到這裏，就立刻引起必要條件與足夠條件底問題．

一個必要條件 (necessary condition) 往往叫做原因，但是它卻不是當着科學家尋求原因的時候所要尋求的那種條件．假若一顆種子是生長的話，那麼必需有營養物．這也就是說，假若一顆種子沒有營養的話，那麼它便不能夠生長；但是這卻不是說，假若一顆種子有營養，它便會生長．營養是一個必要條件，而不是一個足夠條件．一個必要條件是它不存在，結果也便不發生的一種條件．

一個足夠條件 (sufficient condition) 是無論什麼時候它存在結果便會發生的一種條件．例如，下雨這個事件往往發生街道泥濘這種結果．下雨這個事件對於街道泥濘這個事件往往是足夠的．但是，它卻不是這種結果底必要條件，因為除了下雨以外還有其他許多東西可以使街道變得泥濘——我們在街上用水龍灑水，或者用其他的方法都可以得着同樣的結果．於是，我們可以將足夠條件界定為：假若無論什麼時候 C 存在則 R 這個事件便發生，那麼 C 往往是 R 底一個足夠條件．我們所討論的大多數的原因是屬於這一種條件．

還有一種條件是必要的而又是足夠的．這種條件對於科學是最有價值的．一個必要的而又足夠的條件 (necessary and sufficient condition) 是無論什麼時候它存在結果便發生而且如果它不存在結

果便不發生的一種條件．任何事物之必要的而又足夠的條件往往是許多條件底複合．例如，有氧並加少許熱於紙是使紙著火之必要的而又足夠的條件．

"假若爲 p，那麼便爲 q"這個命辭是表明一個足夠條件的命辭．p 是 q 底足夠條件，因爲無論什麼時候，若 p 爲眞則 q 爲眞．"僅僅假若爲 p，那麼便爲 q" 這個命辭是表明 p 爲 q 底一個必要條件．這個命辭是說，除非 p 爲眞，否則 q 不能爲眞；但是這卻並非說假若 p 爲眞，那末 q 也眞．最後，"假若並且僅僅假若爲 p，那麼便爲 q" 這個命辭是說 p 爲 q 底必要的而又足夠的條件．這個命辭是說：無論什麼時候 p 爲眞，則 q 爲眞；無論什麼時候 p 爲妄，則 q 爲妄；無論什麼時候 q 爲眞，則 p 爲眞；無論什麼時候 q 爲妄，則 p 爲妄．用這些命辭來解釋這三種條件，可以使我們易於了解它們之間的不同．

我們要知道，必要條件與足夠條件兩者之間的不同有幾分是一個相對的事實．假如有一株良好的植物並且將它栽培在肥沃的土壤裏面，又給予充足的水分；於是我們可以說它底生長所必要的條件都具備了．不過還缺乏一個條件，這個條件就是日光．滿足了後面的這一個條件這株植物便會生長起來；於是這個條件就成爲足夠條件，因此也可以說是原因．然而，從另一方面說，假若僅僅有日光和土壤而沒有水分，那麼我們就說必要條件都具備了，而水分之存在就成爲足夠條件，也就是原因．當着這一切條件都滿足了的時候，那麼這株植物就會生長．但是我們要問，那一個條件是使這株植物生長底

原因呢?對於這個問題的解答,是說,上述的一切條件和合起來構成這個原因,或者是如果我們豫先假定了其他的條件都已經滿足了的話,那麼所剩下的任何一個條件是原因,這是因爲在這種情境之下任何一條件都個足以產生結果.原因就是對於結果足夠的一個條件或一組條件.

條件與事件有因果的相干或不相干.在這種情形裏,相干底標準是與研究者相關着.在我們探究任何事件底原因的時候,我們採取什麼來當做相干的事件,這是大部分以我們過去的經驗,我們底知識,以及我們底目的爲根據.一個只講求實用的人,在問寒暑表爲什麼那樣昇降的時候,如果我們告訴他,說,熱發生膨脹,所以水銀柱被室內的熱所膨脹而上昇,並且當着室內的溫度減少時,它便也隨之收縮,那麼這樣的知識對於他是相干的並且是滿足的.然而,物理學家對於這種情況所給予的精密解釋在他看來反而不相干.

科學家在尋求原因的時候,是在尋求與當前的情形相干的那些條件,所以他只求發現那些必要的而又足夠的條件,而擯棄其他的條件.至於那些既不是必要的又不是足夠的條件,自然,我們必須當做不相干的條件而擯棄之.可是,還有些條件雖則是必要的或足夠的,也是在被擯棄之列.當着我們研究逼近的與遠隔的原因或逼近的與遠隔的條件時,最常發生這種情形.設若一塊磚頭從屋上落下來將某人底頭蓋打破了,如果因着這件事我們就問:這個人底頭蓋爲什麼打破了呢?因爲一塊磚打下來.爲什麼這塊磚會打下來呢?這

是因爲一個工人不小心地將它放在屋頂邊下.那個工人爲什麼會在屋頂上呢?因爲有人僱請他.爲什麼有人僱請他呢?這樣一來,便可以問許許多多的問題.而且,無疑,在整個的因果聯鎖之中的一切事件構成這個人底頭蓋被擊破了這個結果.我們用以說明這個人底頭蓋被擊破了的這個結果的原因止於什麼地方呢?也許有人以爲是包工頭目底過失,因爲他僱用這個不小心的工人.也許有人責備製磚的人或運磚的人,因爲如果沒有人製磚或運磚,那麼就根本不會有這一塊磚掉下來打破那個人底頭蓋.我們由此可以知道,在任何事件以前的因果聯鎖可以向後無限擴張,而且全部的條件無疑可以擴張到宇宙底外限.所以科學家在探求原因時,必須確定在某些情形裏那些原因是相干的,那些原因是不相干的.這種辦法是從全部逼近的條件和遼隔的條件裏選擇出我們所要求的條件.

我們之其所以要限制那些條件是相干的,主要的理由是因爲科學家想要型定事物變化所遵從的種種普遍定律.我們知道,伽離略將球體從斜面板上推下來的時候,他並不趣味於這些特殊的球體之本身,而是想確定一切球體底這種行動之普遍定律.同樣,科學家在探求原因的時候,他是在眞正探求有效於類似他所正在研究的那個特殊對象的一切對象的因果律.科學家往往豫先假定宇宙之間有因果的齊一性,他底職務就是去發現這種齊一性.發現這種齊一性底主要方法就是實驗,我們將在下一節討論之.

我們已經說過,因果關係是一種事件之間的關係,一個事件底

原因是逼近的或遠隔的必要條件與足夠條件之總和.科學家底努力(型定因果律)之性質是他必須只研究與現在所要發現的東西相干的對象.在任何情形裏,採用的相干之標準是被許多因子所決定着,如過去的經驗,天才,知識,目的等等. 這些因子使我們不能夠以一句話來界定什麼是相干.

3. 實驗與穆勒底方法

我們已經說過,歸納根本是觀察底一種通擴.我們又曾說過,記述根本是由觀察所得的事實之一種描繪.在我們說明自然現象變化底因果時, 純粹的觀察很少能夠給予我們底說明以一個適當的保證.在型定因果律的時候,我們對於條件必須加以選擇,而且爲要特別選擇種種基料,假若可能的話,我們必須將那些基料用控制的研究法來處理. 自然,如果有些問題不能夠用控制的研究法來對付的時候.我們便勉力竭盡我們底可能來對付它們,運用我們底通常知識與經驗來指導我們怎樣研究.例如,天體力學 (celestial mechanics) 是研究完全不能被人類所控制的一些事件的一種學問.要解釋這一類的事件必須應用類比推論,直接觀察,以及其他種種方法.有許多經驗科學可以應用控制研究方法.假若無論什麼科學可以應用控制研究法,那麼便也可以應用實驗方法來研究.

實驗是受研究者所控制的條件之下的事件之觀察.實驗能夠將事件解析爲種種構成部分,這種方法能夠大大地幫助研究者來確定

這些構成部分之間的相互關係．實驗與純粹觀察不同．在施行實驗的時候，許多條件是被控制着，而作單純的觀察時就不是這樣的．觀察往往存在於實驗之中，並且在科學的研究中也是不可少的；但是與實驗仍然不相同．

實驗（我們在這裏將實驗當做決定因果底一種方法）底目的是從"偶然的"與不相干的情境中解放種種事件，並且藉着消革方法以擯棄那些不相干的條件．實驗是決定事件底必要條件與足夠條件底一種方法．復次，實驗底根本作用是決定種種事件之間的普遍關係．在任何特殊實驗之中（如我們所已經講過的伽離略之落體實驗）不僅是關於呈現在我們之前的現象的實驗，而且是關於決定可以型定爲普遍因果律的在這些現象之間的種種關係．我們是在尋求自然底齊一性而不僅僅是尋求事實．所以，實驗是決定可以當做自然之普遍律的種種事件之間的那些相干的關聯的一種方法．Ernst Cassirer 在他所著的 Substance and Function 這部書中將這一點說得很明白，他說："實驗的研究底第一個目的是在獲得一個純粹的現象，這也就是說，從一切偶然的情形裏解放所討論的現象．當着現實呈現給我們一種複合的不同的現象，而這種現象似乎是不可分地混合着的時候，那麼我們底思想便要將每種特殊的動象分開來考慮，並且精密地確定全部結構裏的各部分．但是要達到這個目的只有用專門的方法來分解實際上關聯着的什麼，只有藉着製造特別的情境來幫助我們發現這種現象底活動之各個因子．僅僅當着這種分析嚴格施

行了的時候,我們才清晰地並銳利地了解其構造上的一致."我們可以將實驗寬義地標別 (characterized) 爲種種條件與種種事件都受研究者底控制的這種觀察模式.實驗底目的是在求確定各個事件之間的因果關聯或因果的齊一性.當着我們型定了這些因果的齊一性的時候,便成了因果"律".

我們現在已經知道了實驗是確定必要條件與足夠條件底一種方法,也是消去不相干的情境底一種方法.穆勒 (John Stuart Mill)(1) 型定了幾個著名的實驗研究法,這幾個方法叫做"穆勒底歸納法則" (Mill's Canons of Induction). 我們現在不討論穆勒底歸納之普遍理論以及他自己對於這些方法在一般歸納問題中的位置的意見.在下面我們只將這些方法簡單地當做實驗的研究法來討論一下.

A. 契合法 (Method of Agreement)

"假若在研究之中的這個現象底兩個或兩個以上的事例共同只有一個情境,那麼一切事例所單獨契合的這個情境便是這個現象之原因(或結果)."

爲符示這些方法起見,我們現在用大楷字母 (A, B, C, D, 等等) 替代種種前項或條件,用小楷字母 (a, b, c, d, 等等) 替代後項.而這些字母都表明事件.當着穆勒用"現象"與"情境"這些字眼的時候,我們總可以認爲是指着事件而言.

契合法可以符示爲:

$$ABCD——abcd$$

$$AEFG——aefg$$

所以 $$A——a$$

當着我們發現有 $ABCD$ 等事件的時候,我們也發現有 $abcd$ 等事件;當着我們發現有 $AEFG$ 等事件的時候,我們也發現有 $aefg$ 等事件.這兩種事情所契合的單獨情境是呈現於 $ABCD$ 與 $AEFG$ 之中的 A 與 a. 於是,穆勒斷定 A 是 a 底原因,因爲當着 A 發生時,a 也發生.這也就是說,A 是 a 底足夠條件.穆勒列舉如後的例子來釋明這種方法:"設前項 A 爲鹼性物質與油之混合物.這種混合物已經在幾個不相同的情境之中實驗過,實驗底結果在產生油膩的與有肥皂性的物質這一點上是契合的;所以我們斷定將油質與鹼質合併起來就就產生肥皂."

藉着契合法我們也可以決定一個事件或一組事件底結果.穆勒說明如下:"設結果 a 爲結晶狀態.我們試比較已假定爲有結晶的結構的物質的例子,但是這些物質除此以外沒有其他點是契合的;我們只發現它們僅僅有一個前項是相同的:物質從液態凝成固態,或爲熔解狀態或爲分解狀態.因此,我們就斷定物質從液態凝成固態是其結晶底一個不變的前項".

契合法是當着其他的條件都變化時藉着確定究竟那些前項與後項不變以發現種種事件之間的一種因果性質之關聯或齊一性的方法.

契合法底顯著困難是在其難以應用.我們從來不能絕對確定我

們是已經使可以解釋爲原因的那些單獨的條件的確是孤立的.我們不能保證一切條件都已經變化了,在事實上我們不能保證我們已經離隔了一切相干的條件. 應用這種方法,也正同應用其他實驗方法一樣,是要以研究者底機敏與技能爲其有效之依據. 不過這種方法仍然是實驗研究底一種指導.

B. 差異法 (Method of Difference)

"有一現象,此存彼亡,彼此之事,靡所不同. 惟有一事,獨見於此,此獨見者,必其原因,抑其結果."

我們可以將這個方法符示如下:

$$ABCD\text{——}abcd$$

$$BCD\text{——}bcd$$

所以 $$A\text{——}a$$

在契合法裏,有兩個事例是相似的;而在差異法裏,我們是討論除了某一點不同以外在其他每一方面都是相似的事例.穆勒說:"假若我們底目的是在發現一個事情 A 底結果,我們必須在某一組確定的情境 ABC 之中獲得 A, 並且必須注意所產生的結果,將它們與其餘的情境 BC 底結果相比較,當着 A 不存在的時候.假若 ABC 底結果是 abc, BC 底結果是 bc, 那麼 A 底結果顯然是 a. 再者,如果我們從另一端開始,並且要研究結果 a 底原因,那麼我們必須選擇一個事例 abc, 在其中這個結果出現,而且其中的前項爲 ABC. 我們又必須尋找另一個事例,在其中其餘的情境 bc 發生,而沒有 a. 在那

個事例之中,假若前項爲 BC, 那麼我們知道 a 底原因必須爲 A: 或者 A 爲單獨的,或者 A 與某些其他存在的情境相關聯着."

這種差異法是實驗程術底一個極其尋常的方法.當著加熱於水時,水便沸騰;假若不加熱於水,水便不沸騰. 在這兩個前項之中唯一的差異點只是加熱與沒有加熱.因此,我們可以說,加熱是使水沸騰底足夠條件或原因. 同樣,一個正常的康健的人被槍射中了心而死去,在這兩種情境(即,這個人底生存與死亡)底前項裏唯一的差異點是槍射中了心,所以這個事件可以說是這個人致死底原因.

應用起來,這種方法也有些困難之處. 我們從來不能絕對確定地知道我們已經隔離了一切因子,使單獨的差異點得以精確地決定.要使這種方法運用得有效仍然是靠研究者底一般能力與經驗.

契合法所依據的原理是:能夠從一個事態裏消去的東西便與所研究的事件沒有什麼因果的關聯(即,旣不是原因又不是結果).契合法底結果根本是否定的;藉着這種方法,在某種範圍之內,我們能夠消去那些旣不是必要的又不是足夠的條件,又消去那些不是結果的事件(在我們企圖發現一個事件或一組事件之結果的那些情形中).而從另一方面說,差異法底結果根本是積極的.這也就是說,差異法所依據的原理是:不能從事態裏消去的任何情境便是必要條件或足夠條件或必要的而又足夠的條件,或者是結果.總而言之,差異法能夠顯露因果的關聯,並且應用這個方法可以幫助我們決定因果的齊一性.

我們可以說，差異法底便利在某一方面要超過契合法底便利．契合法可以顯示事件之齊一性或事件之確切合一．但是，假若單獨地應用它，那麼它便不足以保證因果的關聯是確實爲我們所知．而差異法可以顯示：假若有那些條件，那麼所探求的事件便發生；假若沒有那些條件，那麼所探求的事件便不發生．我們應用差異法至少能夠確定足夠條件是什麼，即，確定這種原因．這似乎是說，假若契合法眞正是有用的，那麼它必得與差異法相輔而用．這樣一來，於是乎產生第三種實驗方法．

C. 契合差異聯用法 (Joint Method of Agreement and Difference)

"有現象者，同有一事，餘無所同；無現象者，同無一事，餘無所同．則此一事，非此現象之因，即此現象之果"．

這可以符示如下：

積極事例

$$ABC—abc \quad BDE—bde \quad BST—bst$$

消極事例

$$ACW—acw \quad QAP—qap \quad WYZ—wyz$$

所以　$B—b$

這種方法無需乎詳釋．正如它底名稱所涵蘊着的，它顯然是契合法與差異法底一種併合．這樣一來，能使這兩種方法底用處更加精密．這種方法既不單獨是契合法也不單獨是差異法．契合法並不

如契合差異聯用法之要求消極事例,而差異法要求積極的事例與消極的事例兩者之間只有一個因子不同. 雖然,契合差異聯用法是將契合法底原理與差異法底原理聯合起來,可是它依然是一種分離的方法. 契合差異聯用法並不一定是實驗的研究之一種優越方法.僅僅當着應用差異法不能滿足我們底要求的時候,我們才借助於這種方法.這種方法,像差異法一樣,能給予我們較契合法所得的結論更可靠些的結論.

我們現在列舉契合差異聯用法的例子如下.我們知道各種不同的土壤在各種不同的氣候之下產生一種植物性的菌類.不過這種植物性的菌類只在有蚯蚓的地方才生長,在沒有蚯蚓的地方便不生長.此處在積極事例(生長植物性的菌類)裏唯一共同的特點是有蚯蚓存在,在消極事例(沒有植物性的菌類)裏唯一共同的特點是沒有蚯蚓存在.因此我們可以斷定蚯蚓是產生植物性的菌類底原因.

穆勒又貢獻了歸納底第四法則. 這第四法則, 就叫做剩餘法(Method of Residues). 不過,我們要知道,這種方法既不是一種實驗方法又不是歸納方法——它是一種演繹方法.這種"方法"底律令是:從任何現象裏減去由以前的歸納得知爲某些前項之結果的這一部分,那麼這種現象底剩餘部分便是其餘的前項之結果."

這個方法並不是一個實驗方法,而是一個觀察方法. 因爲事件之發生都有一定的原因(如科學所假定的),所以, 在任何繁複的事件裏,我們能夠推斷在研究之中的事件之原因是在我們消去了爲其

他事件底原因的那些前項之後所剩餘的那些前項．例如，假若一個籃子裝滿了果品，共重十磅，將果品擲去後得知籃子計重一磅，那麼我們就可以有效地推論使天平上的指針從一磅的記號移到十磅的記號之原因是果品底重量．這顯然是演繹方法．

D. 共變法 (Method of Concomitant Variation)

"無論什麼現象以任何方式來變化時，其他現象亦隨之而以特殊方式來變化，那麼它便是那個現象底原因或結果，或是與那個現象有因果的關聯."

在某情形裏有一個條件與其他條件共變的時候，這一個條件便是另一個條件底函數．共變可以或是直接的或是相反的．例如，寒暑表裏的水銀是直接與其周圍的媒介所有的熱度共變(水銀膨脹起來)．這就是說，媒介裏面的熱度增加，則水銀底膨脹度亦增；若媒介裏面的熱度減少，則水銀亦隨之而下降．就另一方面說，假若供給超過需要則物價賤，假若需要超過供給則物價貴．這種共變是相反的共變．在這兩個事例之間有一種共變，於是變項 (Variants) 之一可以說是另一之函數．我們決定了其一便可決定其他．依據這個法則，我們就可以知道這些變項有因果的關聯．或者其一是另一底原因，或者它們是與其他事件或一組事件互相關聯着，藉此它們可以互相決定 (co-determined)．

4. 科學方法中的演繹與歸納之合用

我們已經知道科學可以運用實驗方法來決定自然底因果的齊

一性.我們又知道藉着實驗可以使我們能夠較純粹觀察更爲精確地探究客觀的事件．一個小心的研究者是首先能夠確定實驗底目的的人.實驗可以說是向自然發問底一種方法．假若在實驗的時候我們心中沒有什麼確定的對象,那麼便不能算是在做實驗．我們或者是在考驗關於某些事件的假設之眞妄或建立關於某些事件的假設．在任何情形之中我們是在實驗某種事物.一個良好的實驗必需有一個目的,並且必須依照這個目的來指導和控制．實驗底第一個要求是要它有方向以便我們在開始的時候用某種方法來限定我們所研究的對象——我們必須有某種方法來大略確定我們所認爲什麼是相干的和什麼是不相干的對象．

除此以外，在實驗的時候，我們可以分析繁複情境底種種構成要素,並且較爲精確地決定這些要素之間的相互關係.簡括地說,我們必須竭盡我們所有的可能來精確地決定這些事實.當着滿足了這兩種要求的時候,我們然後再來解釋這些事實．對於事實的這些解釋便是假設．

在第十三章第 5 節裏我們已經指出任何假設底發展有三個階段:(1)事實之確定，(2)型定一個假設來說明這些事實，(3)根據這個假設來豫料未來的事實並且證明這個假設.型定假設底第一個步驟是根據觀察或實驗來完成之.第二個步驟是解釋事實或眞確地型定假設.這個步驟不允許我們根據我們所已經知道的豫先規定．在前一節討論實驗方法時我們已經說明了因果的關係得以藉之推出

的許多法則。

但是我們還沒有討論到豫料問題(與證驗),這個問題實在是假設底發展中最後的以及最有價値的一個階段.我們對於事實底解釋,我們對於因果齊一性底型定,都成爲假設或"定律",這些假設或"定律"是豫料與解釋底方法.在這一點上,演繹便成爲科學方法論底一部分。

我們已經知道歸納就是通擴.解釋的假設不僅僅是我們所已經觀察過了的事件之間的相互關係之記述,而且是可以演繹的一些通擴。

有許多假設或通擴是可以直接證驗的. 例如,沒有支托的物體便會下降,這個假設可以很簡單地藉着拿去某物體底支托然後考察它是否下降來直接證驗. 如果我們發現物體是下落,那麼便可以證明這個假設是眞確的. 但是,卻不能因此就可證明在這種意義之中這個假設成爲確定的 —— 我們只能說這個假設底眞實底概率增加了,但是卻沒有絕對的確定性 (certitude).在下一章裏我們要討論證驗問題與概然問題.我們現在只討論假設底證實問題.

我們要知道在科學裏有些假設是不能直接證明的.大概大多數的基本科學假設只能夠間接證實. 間接證實底意思是(1)給予以結論或者推出後項並(2)證驗這些結論或後項.例如,熵律是一個不能直接證驗的假設——從"證驗"所得來以支持這個假設的東西必須從間接證驗裏得來.復次,有電子存在這個假設也必須間接證明.這

就是說,我們只能直接證明是這個假設底結果的某些陳辭.同樣,在檢舉罪犯行爲的時候,我們所建立的假設不能夠直接證驗. 如果要決定誰人是兇手,那麼我們必須藉助於間接證驗——我們必須建立一個一切已知的事實都可以從之推演出來的假設,而演繹與事實底這種證實就構成證明.關於光的種種假設之證明可以算是間接證明之最佳的例樣.在十九世紀的時候,關於光底性質有兩種假設: (1)奈端的微粒說 (Newtonian corpuscles theory) 與 (2) 波動說 (the wave theory). 第一個假設是說光包含着微細的質點,或微粒.這些東西是從它底發源的地方以可驚的速度發射出來.如果這個假設是正確的,那麼光便會有某些性質,如被物質所吸引,並且當着這些微點臨近一種較爲密結的媒介時它們便有較大的速度,以及其他某些性質. 在這些性質之中,我們發現光底速度在一種密結些的媒介裏比較在外面底速度爲大. 而在另一方面,波動說主張光並不是微粒的而是波動的.有些事實是合乎這個假設的.在這些事實之中,有一個事實,即,光底速度在密結些的媒介裏較之在外面的速度要小些.我們沒有方法來直接證明這兩個假設孰眞孰妄,所以必須借助於間接方法. 因爲這兩個假設產生相反的結論,所以如果其一之結果被適當地證明爲正確時,那麼另一便可以放棄,至少也必須加以考慮.法國物理學家佛科 (Foucault, 1819—1868) 用一種實驗來證明光在水中進行底速度小於在空氣中進行底速度. 自然,這種結果可以證明微粒說爲妄(因爲微粒說涵蘊着與所觀察的事實恰恰相反的結

論),而增加波動說之為眞確底概率.

我們必須注意,佛科底實驗是一種決定的實驗.一種決定的實驗 (crucial experiment) 是決定幾個不相容的假設 (incompatible hypothesis) 之究竟孰是孰非的實驗.這種實驗與尋常的實驗不相同的地方是它能增加一個假設之為眞實底概率,並且證示另一個假設為妄.上面所說的實驗是間接證驗的決定的實驗之一個完善的例樣.

除了間接地證明假設之眞妄以外,在科學方法論裏也應用演繹.在一切思想裏——無論是科學的思想或是其他的思想——莫不包含着演繹.在每種科學底理論部分中以種種定律或普遍原理所表示出來的知識是有組織的又是有系統的,我們是將歸納與演繹合併應用.再者,在具體的情形是繁複得以致不能施行實驗與適當的觀察的種種問題裏,我們便將歸納與演繹這兩種方法合併應用.在研究社會問題與政治問題的時候,我們不得不綜合已知的各種定律,將它們加以系統化,並且應用歸納與演繹來研究當前的現象.例如,假若我們要建立一個關於國家的起源的假設,那麼必須應用從社會心理學,個人的經驗等等條件所形成的歸納,又應用從這些條件所產生的演繹來將它們加以系統化,並且在各種不同的條件之下來研究它們;這便是完全將歸納與演繹兩者合併應用.

除了比較簡單的實驗方法以外,還有包含在每種科學裏面的一種思考方法 (reflective method).思考方法往往合併歸納與演繹兩

者.演繹是包含在歸納之中,所以無論什麼時候,我們可以豫料未來的結果,間接地證明所建立的假設,將我們所有的經驗知識加以系統化,或者試行解釋所研究的對象.

我們已經討論過包含在解釋的假設之中的各種階段,並且大略地知道怎樣應用演繹來"證明"這些假設,以及將任何科學知識系統化.第一個階段是確定事實.這個階段是大大爲實驗所幫助.第二個階段是確實地型定假設.在前面一節裏,我們已經述說過型定因果齊一性的幾個法則;而且,最後,我們知道演繹是一切完全的歸納程術中的一種不可少的要素.

在討論概然這個重要問題以先,我們再簡單地將記述與解釋底普遍差異講一講.

5. 解釋與記述

在我們對於歸納邏輯的全部討論裏,我們曾說記述與解釋之間有些差異.在討論記述底普遍徵性時,我們說過它是決定事實底怎樣與什麼的任何科學底階段.反之,解釋是解答爲什麼這種問題底一種程術.解釋之最普遍的型式是指出原因,類歸在因果律之中的種種事件.在本章裏我們多少已經說過這些定律是怎樣運用實驗與觀察來決定,而且我們知道"原因"之最普遍的意義是對於在探討之中的事件爲足夠的一個條件,於是,無論什麼時候具有這個條件,便發生這個事件.這種程術之其所以叫做解釋的,是因爲我們問爲什麼

這個事件發生的時候，我們便能夠指明它是被因果律所涵蘊着了．解釋，如我們所說的，是演繹．

我們現在要問，我們能夠從什麼命辭或假設來開始施行演繹呢？答案是，從無論什麼命辭或假設開始都可以．似乎任何假設——無論是"記述的"或"解釋的"——都可以用來解釋．我們之所以說人類是有理性的，是因為我們所觀察過了的一切人類都有這種性徵．這是概推了的，而且我們說"凡屬人類都是有理性的"，同時這是一種記述的假設．我們試行設想某人斷言"凡人都有道德責任"，我們問，這是為什麼緣故呢？我們底答案是，因為凡人都有理性．此處的記述的假設解答為什麼這種問題．一切記述的假設莫不皆然．不過任何假設都可以當做解釋的假設，因為任何假設可以當做是涵蘊着某些事實的一個命辭，所以可以"解釋"那些事實．

記述能夠是解釋的，這是很顯然的事．這兩者之間的差異似乎有些不存在．我們現在要考察解釋究竟是否記述．

我們已經說過，解釋的假設根本是因果的解釋．我們怎樣推演這些定律或因果的齊一性呢？本着觀察．一個因果律不過是各個事件之間的齊一性之記述而已．實驗底專門技術不過是是使對於事件及其間的種種關係的觀察較為精密的方法．至於關於因果律的真確歸納我們已經討論過了，這種歸納不過是事物怎樣變化之記述．總而言之，它們是記述的．

從以上所說的看來，我們得知似乎沒有什麼假設底本身是記述

的或是解釋的。但是,過細解析起來,什麼區分記述與解釋兩者呢?我們底答案必須是:一個假設之是否是記述的或解釋的,是以我們怎樣應用它為轉移.假若並且當着我們將假設當做涵蘊着在討論中的情境的命辭時,那麼那些假設便是解釋的假設.總之,無論什麼時候我們應用一個假設來解答為什麼這個問題,這個假設便是解釋的假設.反之,當着一個假設不是用來解答為什麼這個問題,而是用來解答什麼或怎樣這種種問題的時候,這樣的假設便是記述的假設。例如,當着自然律告訴我們自然現象是怎樣變化時,它們便是記述的;但是如果我們應用它們來推斷某些事件或情境時,那麼它們便是解釋的.如引力定律在描述物體怎樣彼此相吸而且怎樣彼此相向時,便是記述的;而同時又是解釋的,假若應用它來說明蘋果下落底原因的話。

由此我們可以斷定任何假設並沒有什麼根本的性徵來劃分它完全是解釋的或完全是記述的.記述與解釋只能認為是人類用來處理他底知識的兩種不同的方法而已。

假設是從類比論式所演產出來的 —— 因為某些事物對於所觀察的事例為眞,那麼大概對於一切其他相似的事例也眞。這是歸納底精髓,不管我們是為記述底目的而建立假設或者是為解釋底目的而建立假設.

6. 本章述要

我們知道對於在經驗中的事件或事實的解釋是引用涵蘊着這

些事實或事件的一些命辭或假設（即，從這些命辭或假設裏面可以推出這些事實與事件）．解釋之最通常的模式便是指明現象發生底原因．因果底解析問題是一個哲學問題，但是我們述說了關於這個問題的性質的許多意見，並且發現因果關係必須在事件之間去尋求．我們將事件分做兩種：一種是在時間裏的變化，另一種是模態．我們將條件分做三種：(1)必要條件，(2)足夠條件，(3)必要而又足夠的條件．"原因"是用來泛指這三種條件中之任一而言．科學家在發現因果的齊一性時所要尋求的條件是足夠條件與必要而又足夠的條件．為要盡量精密地確定因果的齊一性起見，科學家盡量應用實驗方法．實驗是將種種條件放在研究者底控制之下並且能夠任意變化之的一種對於某某事物的研究．為要推演出因果律，實驗者於是應用四種法則：(1)契合法，(2)差異法，(3)契合差異聯用法，(4)共變法．因果律是可以由之推論的定律——藉着這些定律我們可以施行演繹並且豫料未來的結果．在施行推論時我們是將歸納與演繹合併應用．在任何充分發展了的科學中這兩個條件往往是存在的．在確定因果律的時候，科學家是概推由觀察所得的結果，這也就是應用記述的方法．根本着想起來，假設既不完全是解釋的也不完全是記述的——充其量來至少是記述的．解釋與記述之間的差異根本是方法論上的差異，並且要在我們如何處理知識時才能區分之．我們現在要在下面一章裏討論概然問題．

(1) 參看 J. Stuart Mill, System of Logic, Book III, 第八章．我們現在所引的都見於這一章．

第十六章

概　然

1. 概然在歸納中的地位

在第十四章裏我們說過一種最簡單的歸納論式 —— 類比論式 ——所產生的結論不是確定的，而僅僅是概然的 (probable). 例如，因爲我們昨天夜間在某飯店吃了一餐飯，所以推論大概今天夜間也要在那裏吃一餐飯.但是我們卻不能說我們今天夜間一定要在那裏吃飯；我們底論式僅僅指明一種或然，而且多少有不能確定之處.

同樣，在簡單的枚舉歸納裏，我們可以概推我們底經驗，並且推論因爲一切已經觀察過的獅子都是肉食的，所以一切獅子都是肉食的. 這個結論也只概然的，我們不能斷定有一個獅子是草食的爲不可能的事. 自然，一切已經觀察過了的獅子僅僅是一切獅子底一部分；所以，如果我們要下一個確定的結論，我們便須推論爲：有些 S 是 P，所以一切 S 是 P. 這種推論顯然是一種型式上的謬誤；因此充其量來我們只能斷定大概一切 S 是 P.

復次，在用做解釋的假設中，推論底型式是：如果這個假設爲

眞,那麼某些可觀察的結果便會發生;這些結果是發生了,所以這個假設大概爲眞.如果我們企圖下一個確定的結論,那麼便觸犯了在第六章與第八章裏所講的肯定後項之謬誤;我們必須推論:$p \supset q$ 與 q,所以爲 p.一切證明都有肯定後項的這種性質,它是藉着考驗它底豫知之是否正確來建立這個假設;科學之其所以得以在一組型式的謬誤上佔立得住的,不過是藉着概然地肯定其結論而不確定地肯定其結論.

在我們還要加以討論的另一種科學的研究法——統計的解析與推論——裏,概然居於很重要的地位.我們從許多團簇之已經觀察過了的統計的性徵推論到它們大概有其他的性徵時,概然概念又進入歸納程術中,因此假若我們不少許討論概然的話,那麼我們對於歸納的討論就不完全了.

2. 概率底計算

我們在第1節裏所討論的概然不能用數字來計量.我們說證驗可以增加一個假設之爲眞實底概率,但是我們卻不能計算這種概率到底增加了多少.我們所知道的不過是這個假設之爲眞實底概率比較另一個假設之爲眞實底概率爲大,但是我們卻不能夠說出究竟大多少.

在歸納中所有的概然大多數是屬於這種不可以數字來計算的種類;在數學裏,對於我們能夠確指概然之一定的數值的那些情形

已經作了一種擴大的研究.像這樣的數學的概然之任何擴大的研究遠出乎這本書底範圍之外;但是將它底某些最簡單的情形研究一下,便會使我們明瞭在歸納中的概然之性質.

大概概然判斷之最常見的例樣是擲錢.擲錢在空氣裏,它底下落有兩種方法——面或底[1].我們沒有什麼理由說它只落這一面而不落那一面,所以我們斷定出面底機率與出底之機率相等.我們可以用數字來表示這種事實,說錢降落時出面底概率爲二分之一.此處的分數之分母表示這個事件——下落時出面——之或者發生或者不發生的情形之數目,我們判定這些情形底概率是相等的.分子表示事件可以發生的情形之數目.同樣,假若我們擲一顆骰子,那麼出五點的那一面底概率爲六分之一.此處,這個事件之發生與否一共有六種可能,而發生這個事件之可能只有一種.

大概說來,要決定任何事件底概率,我們可以將它分成若干種可能(possibilities),這些可能又似乎是等量概然的.我們要考察這些可能中有幾多會產生這個事件.此處的概率是被事件裏所產生的可能之數目所規定,被可能之總數所除.

我們可以將這種法則應用到比較繁複的情形裏:如果我們一連兩次擲錢,那末,在兩次中它出面底概率是幾多呢?對於這個問題我們所必須注意的一件事是這兩次擲錢是獨立的事件.這也就是說,第一次投擲底結果並不影響到第二次投擲底結果.決定這個錢每次出什麼底條件是投擲底力量及其旋轉,頭一次底投擲之結果卻沒有

什麼影響．我們明白了這一點，便會明白下表所示的關於兩次投擲底可能：

第一擲	第二擲
H	H
H	T
T	H
T	T

由此我們立刻可以明瞭此處一共有四種可能，其中之一是指着事件之發生而言；所以，在兩次投擲裏出面底概率爲四分之一．

我們必須注意，投擲一次時出面底概率爲二分之一，在投擲兩次中出面底概率爲分開投擲兩次底概率之積．我們藉着合併律 (laws of combinations) 便可以明瞭這是一個普遍的定律，而且任何一羣獨立事件完全發生底概率是它們底分離概率之積．

應用這個公式，我們顯然知道，假若我們投擲三粒骰子，那麼它們出五點底概率爲：

$$\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{216}$$

如果繼續討論投擲骰子底問題，我們便可以問出一個三點或一個五點底概率有多少．此處有六種可能，並且這種事件在兩種情形裏發生．因此這種概率爲三分之一．自然，每個分離的事件之概率爲 $\frac{1}{6}$，而且我們可以概推：一羣互相排外的事件之一底發生之概率是它們底分離概率之和．

這條定律只適用於互相排外的事件.例如,投擲錢幣時,第一次投擲出面底概率爲二分之一,第二次投擲出面底概率還是二分之一.但是在第一次投擲或在第二次投擲裏出面底概率便不是 $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$,因爲這些選項不是互相排外的.也許在兩次投擲中都出面.

我們曾經說過概然與必然不同,不能確證其實現的事物只是概然地實現.這是我們尋常談話底樣式,但是從數學的型定方式這一方面看來,我們可以將必然作爲概然之極限.如我們可以說確實發生的一個事件之概率爲一,不能發生的一個事件之概率爲零.我們說

$$1=\frac{n}{n}$$

這是一個精確的語言模式.我們說一個事件發生底概率爲 1,不過就是說這個事件發生的數目與這種情況底可能之數目相等.同樣,

$$0=\frac{0}{n}$$

說一個事件發生底概率爲 0,就是等於說在一切可能裏它不能發生.

我們必須確切知道,對於每個事件 E 有一個剩餘事件 (complementary event),我們將它叫做 E'.於是 E 與 E' 不能同時發生,但是兩者之中必有一發生.例如,設 E 等於出面,那麼 E' 便是出底,如果 E 是骰子上的六點,那麼 E' 便是除了六點以外的其餘一切點.所以,E 與 E' 共同盡舉一切的可能,並且又是互相排外的.因爲兩者盡舉一切的可能,所以或者是 E 或者是 E' 必定有一發生,或者是說,或 E 或 E' 之發生底概率爲一.因爲兩者又是互相排外的,所以

其一發生底概率或另一發生底概率是它們底分離概率之和．設若 e 是 E 底概率，e' 是 E' 底概率，所以：

$$e+e'=1 \text{ 或 } e'=1-e$$

例如，投擲骰子的時候，出現五點底概率爲六分之一，那麼不出現五點底概率便是六分之五．

剩餘概率 (complemontary probabilities)，單一概率 (unit probability)，以及零元概率 (zero probability) 等等概念之數學的處理是近似類的代值學 (class algebra)．這種近似在一切情形之下皆然，如果我們將 $\oplus$ 與 $\otimes$ 給與以特別的解釋的話．假若事件 A 底概率爲 a，事件 B 底概率爲 b，那麼或是 A 或是 B 發生底概率可以寫作 $a\oplus b$．而 A 與 B 兩者發生底概率可以表示爲 $a\otimes b$．關於這種解釋的詳細討論見於第十一章第 8 節裏所講的類的代值學中．這種代值學裏有兩個定理．這兩個定理在計算概率的時候非常重要．這兩個定理是：

19 A $\qquad -(a\oplus b)=-a\otimes -b$

與 19 B $\qquad -(a\otimes b)=-a\oplus -b$

或者用一撇來表示否定，以免與減號相混：

19 A $\qquad (a\oplus b)'=a'\otimes b'$

與 19 B $\qquad (a\otimes b)'=a'\oplus b'$

就概率來解釋，第一個定理是說，A 或 B 不發生之概率等於 A 不發生與 B 不發生兩者之概率．第二個定理是說，A 與 B 兩者不發生底

概率,等於 A 不發生或 B 不發生底概率.這兩個定理之其所以重要的,是因爲它們准許我們從事件底選取之概率變爲事件底絜合之概率;同樣,也可以由事件之絜合底概率變爲事件之選取底概率.絜合定理是比較容易計算些,這些定理准許我們將一個相等的絜合替代一個相等的選取.

我們現在要說明這些定理底應用.設 A 表示在第一次投擲裏出面底概率,B 表示在第二次投擲時出面底概率,根據 19A,得知在任一次投擲裏出面底概率等於在兩次投擲裏出非面(即出底)之概率.因爲後者之概率從表上看來爲四分之一,前者之概率必須相同.根據前面的一個公式,至少在一次投擲中出面底概率爲:

$$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

我們現在考察一個比較繁複的情形:假若我們投擲一對骰子,那麼,至少在一顆骰子上或出四點或出六點底概率是多少呢?設 A 代表一顆骰子出四點或出六點之概率,B 代表另一個骰子出四點或出六點之概率,所希望的概率爲 $a\oplus b$.那麼

$$\begin{aligned} a\oplus b &= 1-(a\oplus b)' \\ &= 1-(a'\otimes b') \end{aligned}$$

但是爲 a',這就是說,在第一次投擲裏不出四點或六點底概率爲六分之四,或三分之二.同樣,b' 也是三分之二.因爲 a' 與 b' 是各自獨立的概率,所以它們兩者都發生之機率爲

$$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$$

而且我們得

$$a'\otimes b'=\frac{4}{9}$$

所以

$$a\oplus b=1-\frac{4}{9},\quad 或\quad \frac{5}{9}$$

所以,在兩次投擲中至少出四點或六點底概率爲九分之五.

因爲我們底目的是給予概率底計算以少許觀念,而不是擴大地討論它底數學的型定方式,所以我們現在要討論概然或概率底性質之一些較爲普遍的問題.

3. 概然或概率底普遍徵性

在以上所舉的概率底說明例樣裏,我們已經假定了標準的條件.例如,我們已經假定我們完全不知道使錢幣只出面而不出底之理由,我們已經假定骰子沒有增加.如果我們不知道這些條件,那麼概率便也不同,自然,也就較難計算.

我們可以藉着考慮四個玩紙牌的人中之一在某一次玩牌時得着一切四點之機率來說明在計算概率時與同樣事件相關聯着的這種差異.在洗牌以前,一個打牌的人可以計算概率.在看牌以後並且發現牌中沒有點子,他又可以另行計算並發現在這一圈中較以前一圈中出四點底概率爲高,因爲一切點子至多在三圈牌裏面,所以一切

點子以較大的概率在一圈裏出現.另一個打牌的人底一圈裏僅僅有一個點子,他便立刻會知道所求的概率等於零.這裏三種概然判斷,它們底結果各不相同,因此引起那一種判斷纔是正確的這個問題.

如前面所說過了的,我們知道從各種不同的觀點對於同一情形能夠產生許多正確的記述.同樣,在計算概率的時候,我們發現從各種不同的觀點可以構成種種正確的答案.觀點之不同是由於在計算裏的證據有各種不同的總數而生.在分牌以前計算概率時,打牌的人僅僅知道他是在打一副好好地混和了的常正的紙牌.在他打牌的時候他應用這種證據,所以他底答案是正確的;自然,他以爲他是計算得不錯.在分牌以後就有較多的證據:他不僅僅知道這一副紙牌是常正的和混合好了的,同時又知道這一圈裏沒有點子,因此以這些基料爲根據的計算也是正確的.另一個打牌的人知道這一副牌是常正的,並且他有一個點子.這是根據不同的證據來下判斷.就他底證據看,他底判斷也是十分正確的.這樣看來,如果這些計算都是正確的,那麼對於一個事件的概然判斷有像關於它的證據之各種不同的總數那樣多.

這個結論引起關於概然或概率的許多重要的討論.第一,免除混淆並且依照通常的習慣,我們談及前一段裏的事件之概率.從現在的討論裏看來,我們顯然知道概率並不是本質上屬於事件的東西,而是屬於我們陳述這些事件所用的命辭.假若在自然界裏有必然的因果聯鎖,那麼每個事件便或者是必需的或者是不可能的.所以,這

唯一的事物也許有任何概率，除了這兩者以外，只是我們對於這些事件的信倚，而且這些信倚僅僅在某種證據之下纔是概然的．在任何情形裏，我們不能夠說有屬於事件的任何"眞實的"(real)概率，僅僅在我們底判斷上纔能夠說這個事件將會發生．

第二，根據以上的討論，我們得知雖則一個概然判斷所豫料的結論多半不能發生，但是它仍然不失爲眞．例如，假若我們將一個錢幣投擲三次，我們相信說錢幣至少有一次出面底概率爲八分之七這個命辭爲眞．這個判斷是建立在這個錢幣是常正的這個假設之上，而且我們沒有理由來證明出這一邊底概率大於出那一邊之概率．雖則投擲三次時不出別的而只出底，這個判斷底本身仍然是正確的．這個判斷底有效性僅僅是根據於它是否是特別從它底前提中推論出來的這種事實之上．不問事件是怎樣地變化，假若這個錢幣是常正的，假若我們將它投擲了三次，並且每一次都投擲得很平正，那麼我們說這個錢幣至少出面一次底概率爲八分之七的這個判斷總是眞確的．

最後，在任何情形裏，我們可以區分在可以特別叫做概然判斷與這種判斷之應用於經驗上兩者之間的不同．第一種判斷是一個涵蘊命辭．這個命辭陳說：假若有某些條件存在，那麼便有某種概率．而應用的概然判斷則必須斷定這些條件確實是存在的．例如，假若我們有一個常正的錢幣，並且是均平地投擲了，那麼我們就可以推論說這個錢幣出面的命辭之概率爲二分之一．這是特別的概然判

斷. 但是如果要斷定這個特殊錢幣出面底概率爲二分之一,那麼我們必須豫先斷定這個錢幣是常正的並且是均平地投擲了的.

無疑,後面的一種斷說僅僅只能根據於經驗的基礎之上. 除了實地考察錢幣以外,我們沒有別的方法來決定它是否是常正的. 關於前一種斷說的信倚之根據是較爲可疑,而且此處我們是從怎樣決定概率的邏輯的和數學的問題轉變到在概然中我們底信倚基礎之認識論的問題.

我們現在除了給於關于概然的兩種學說以一個最簡單的綱要以外,並不討論別的什麼.在這兩種學說之中,其一,是常率說 (frequency theory). 常率說是企圖特別將概然判斷及其應用建立在經驗之上.依照這種學說之最簡單的型式來說,當着投擲錢幣的時候,錢幣出面底概率之多少是被實驗錢幣或相似的東西底一個長久的羅列所決定着.在威康與大學 (University of Wisconsin) 底實驗之一個羅列中(2), 曾投擲了一萬枚錢幣,面出現了 5,258 次,底出現了 4,742 次. 依照常率說看來,我們顯然可知出面之概率較出底之概率多百分之五.不過只有少數人承認這種結果.

依據另一種學說,認爲一個命辭底概率是被它底辭主所屬的類所決定着.對於這個類各別地爲眞或爲妄的許多相似命辭給予概率底計算以一種關鍵.例如,假若我們要判斷"這枚便士會出面"這個命辭的話,那麼我們必須知道這個命辭底概率根本是以"出面"這個表詞眞確到什麼程度和便士底類謬妄到什麼程度來決定.這種型定

方式有使我們計算所不知道的概率並且比一個較簡單的型定方式更清晰些地說明許多基料的這種種便利.在決定形成判斷底基礎的類的時候有許多困難.這種類是一切錢幣呢?還是一切便士呢?或只是那些秤好了的錢幣呢?類是怎樣決定的呢?因着這種理由以及其他的一些理由,我們似乎最好放棄常率說(3)而主張超驗說 (a priori theory).

依照這種學說來說,特別的概然判斷並不是以從經驗裏所得的任何事實爲根據,而是從所考慮的物項之性質裏發生的.這種觀點是需要我們將關於任何情形的可能分做許多互相排外的而又共同盡擧的選項,在證據之中每個選項底概率是相等的.在這種情況裏的任何事件發生之概率僅僅用總數來除事件中的選項之數目便可以得着.計算概率沒有借助於實驗底必要,概率僅僅是根據於表現它們自身的一些可能之上.

並沒有特殊的方法來獲得互相排外而又共同盡擧的一些選項,但是我們必須極其注意以確定它們是等量概率的.除非我們已經確定了每個選項是等量概率的並且詳細審察了每一種相干的材料,否則便會發生詭論 (paradoxes).例如,假若我們不知道關於實質的任何知識,那麼我們往往說 Tom Jones 底某一個抄本是裝有藍色面子與沒有裝着藍色面子這些選項之概率是相等的,所以每一個選項之概率爲二分之一.藉着相同的推論程術,我們可以指明那個抄本裝有紅色面子底概率爲二分之一,裝着黑面子底概率也是一樣.這

些選項都是互相排外的．因着這種理由，這個抄本裝有這三種顏色中的任一種之概率是大於一——這是可笑的事．

假若我們比較過細地解析一下，便會知道這個抄本不是藍色這個選項可以分做許多選項，這些選項之每一個底概率等於這本抄本是藍色這個可能之概率．所以，後者底概率必須小於二分之一．在這種情形裏，我們發現裝訂書籍的人用各種不同的顏色的布這個事實與我們只知道名稱的某抄本之顏色之決定是相干的．同樣，火星上有人類存在的這件事之概率少於火星上有動物這件事底概率，因為，當着我們不知道火星上是否有生命存在的時候，人類不過是生命底表現之一種而已．凡屬可以影響一個選項底概率之多少的每個證據我們都得要顧及，這是因為這樣的一切證據都是相干的．我們已經知道一個命辭底概率之多少往往與證據有關，假若任何證據能夠變更一個命辭底概率，那麼任何證據都是相干的．僅僅當着一切相干的證據相等地影響一切選項時，纔有相等的概率(4)．

我們必須知道，概率僅僅能夠應用於有限的情形裏．假若選項是無窮的，那麼選項中之任一或任何 n 發生底概率便不能用數字表出．不過，幸運得很，包含着無限的選項的這種實際情境並不發生．

概然判斷對於日常生活十分重要．學生必須根據概然判斷來計算他在考試時及格底機率有多少，法官必須運用它來決定在相反的供詞中那一種為眞之概率較大，我們必須運用它來決定我們去訪問一個朋友時他在家裏底概率有多少，以及在其他數不盡的情形裏莫

不如是.在像這樣的一些情形裏,所包含着的條件是太繁複了,而包含着過分衆多的未知點,所以以致不能用數學的型定方式表示出來.除此以外,概率與統計的解析有一種重要的關係,我們現在要討論一下.

4. 解析底統計方法

統計的解析根本是記述團簇(groups)底方法,因此也可以放在討論記述的一章裏面去討論,如果不是在事實上概然或概率是包含於許多統計的方法之中的話.舉一個簡單的例樣來說,如常率概念(concept of normal frequency),再舉一個比較繁複的例樣來說,如取樣(by sampling)以決定一個團簇底種種性徵之全部歷程,都包含着概然底意念.

僅僅當着我們從數量方面來研究事物底性徵的時候,纔用得着統計的解析,我們可以計量成人底平均長度,我們可以計量當七月時波士頓這個地方底平均溫度,或美國一年中雨水降落底平均數量.因為這樣的一切屬性可以配列成數量的等級,所以這種解析纔可能.我們不能夠計量虹之平均色澤或者計量圓錐形的斷面之平均形狀,因為色澤或形狀不能配列成數量的等級.

統計的解析可以總括不易處理的知識,並且給予不易處理的知識以一個索引.例如,我們可以知道在晚夏的時候十天之內的正午時之溫度如下:

七月 15	86°
七月 16	90°
七月 17	86°
七月 18	82°
七月 19	76°
七月 20	80°
七月 21	86°
七月 22	82°
七月 23	70°
七月 24	62°

像上面所列的表似乎是太麻煩了,並且如果擴大地包含一個較長的時間,那麼這個表的確會變得很麻煩.再者,僅僅審察這個圖表,對於這整個時期底氣候底性質我們所知的很少.為要總括這些基料並且使我們完全明瞭它們底實際情形,我們必須應用幾種平均數來表示整個的情境.

有幾種平均數是被統計學家所應用着.應用什麼平均數,這是以基料之種類以及應用統計底目的而定.其中最通常的一種叫做平均數 (mean),或算術平均數 (arithmetic average).用不專門的名稱來說,就是"平均" (the average).平均數是藉着將各個分離的分量相加起來,然後再用這些數量之總數來除之而得的.將上面所舉的圖表裏的一切溫度相加起來,然後用十來除之,得平均溫度 80°,於

是我們就有了整個溫度之索引.

我們也許想着，這個平均數沒有特別地表示整個天氣底情形.最後的一天是比較寒冷,所以拖下整個團簇底平均溫度.假若我們想獲得對於這一天底低溫度給予很少顯著知識的一個統計的總括,那麼我們可以求出其居中溫度.在任何等級裏中數(median)總是居中的分量,這一種數是居於較大的數與較小的數之間的數.實在,如我們現在所說的這一個團簇,在數量的等級上有一個偶數,中數是兩個中項底算術平均數.在我們現在所討論的情況裏,兩個中項是82°,所以無需再找一個平均數.由此可知這些溫度底中數是82°.

復次,總括這種纚列底另外一種方法是尋求範數(mode).這也就是說,尋求最概然的情境.在上面所列的溫度表裏,86°發生了三次,較其他任何溫度之發生次數爲多,所以86°是這個纚列裏的範數.範數是概率最高的情形.例如,假若有人到某地方去,他發現那個地方在七月裏的溫度在十次中有三次爲86°.因爲這個溫度最常發生,所以我們可以認爲這個溫度是溫度表之最有用的索引.

平均數,中數,與範數都是決定一個團簇底平均數底方法.至於採取那一種數纔適當,這是隨我們所定立的目的爲轉移.爲達到某些目的,我們便採取其一;爲達到其他的目的,我們便採取別的.例如,我們多方測量了某種對象,那麼測量底平均數便是最近正確的.不過,平均數卻較其他的數難得確定些,所以,在某些情形裏,我們可以設法求出中數或範數.在許多團簇之中,一切數必須相緊結,在

所謂常態曲線 (normal frequency curve) 上三種數必須相合.

我們現在可以設想將兩個錢幣投擲四次,每次依照它們底概率來出現這個例子以說明在最簡單的情形裏常態常率底分配情形.我們可以依照錢幣經過投擲以後出面底數目來將這些投擲加以分類.茲列表如下:

投擲	出面底數目
HH	2
HT	1
TH	1
TT	0

此處出面底數目之平均數,中數,與範數為 1.同樣,假若我們連續將許多錢幣投擲若干次,那麼如果每一個分離的可能僅僅發生一次的話,則這些投擲次數底分配為三種平均數之相合.像這樣的一種羣集 (grouping) 是極其重要的,因為它已經指明許多自然的團簇——例如人類依照他們底長度來分類——是屬於這一種.

我們已經討論過了的各種不同的平均數都是發現一個團簇底中央點或焦點底方法,但是從這個中心點卻不能使我們知道這個團簇底大小或差異.例如,假若我們僅僅知道十天中的平均溫度為 80°,但是我們卻不知道是否每一天底溫度為 80°,或者是否以十度,二十度,三十度之差異在平均數底任一端變化着.為要免除這種困難起見,我們可以運用許多方法來從平均數裏指出這個團簇底差異.實

行這件事之最簡單的方法是顯示這個團簇底順序 (range)；這也就是說，陳述其最高值與最低值．如在這一節開始時所舉的例子中，溫度底順序是從 62° 到 90°．

順序雖然給予我們以關於團簇的某種知識，可是它不能幫助我們決定整個的團簇與平均數是否相差得很遠．順序能夠限制這種差異，但是它卻不能使我們知道標準的差異．使我們得以知道標準差異的一種方法是運用平均差數 (average deviation)，平均差數是藉着採取在平均數與這個團簇中的每一個分子之間的差異(將一切差異當做積極的)然後再計算這些差異點底平均數以決定之．例如，假若有五個學生在考試中得着 86 分，78 分，71 分，63 分，與 47 分，那麼平均分數是 69 分．從平均數所產生的種種差異各別地爲 17，9，2，6，與 22，而這些數目底平均差數是 11.2．

指出從平均數所產生的差數底另一種方法是求出概然差誤 (probable error)．概然差誤是從平均數裏取出差數之中數而得．例如，在上面所舉的關於分數的例子中，概然差誤爲 9，因爲 9 是差數之中數．於是，我們可以藉着說平均分數爲 69，概然差誤爲 9 以總括這些基料．"概然差誤" 在這種意義之下並不是意指一種錯誤，而是僅僅意指與平均數不同的一種趨向．

概然差誤之其所以重要的，是因爲這個團簇底一半是在它所指明的種種限制之內．如，在考試得分的情形裏，這個類中的分數之一半與 69 相差之數不及 9 分．依此，假若這個團簇中的一分子是任意

選擇的，那麼它與平均數相差之機率不及其概然差誤.

爲達到種種目的，統計學家又採取標準差數 (standard deviation). 標準差數是被這個公式所決定着:

$$\sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}}$$

在這個公式裏，n 是團簇裏的分子之數目，d 爲在分量與平均數之間的差異，Σd^2 表示一切差異底平方之和. 在上面所舉的例子中的標準差數值近於 13.4.

一切這些差數都便於指出整個團簇底平均數. 藉着指出團簇底平均數與差數，我們能夠總括許多知識，並且使它們變得有用. 表示許多成年男人之重量底一個數字圖表底本身並沒有多大用處，但是如果將它用統計方法整理一下，那麼在編輯健康圖表的時候便非常有用. 同樣，人口死亡年齡底記載，在其本身並無關重要，但是假若將它用統計方法整理一下，那麼便可大概地指示人類可以活到什麼年齡；這在決定人壽保險率的時候也是十分重要的. 復次，幾千塊麪包底價格清單之本身也完全沒有什麼用處，可是如果我們尋求其平均差數，在確定生活底消費量時是有用的.

統計學除了這些用處以外，在物理學的學理上也居於很重要的地位. 感官底尋常對象——桌子，椅子，等等——都是超顯微鏡的原子與電子所組合而成的東西. 理論物理學底重要部分是以超顯微鏡的事物之平均行爲來解釋包含着可見的事物的高等現象.

這些企圖底第一個是所謂的氣體動力說. 由這個學說，我們可

以知道氣體底行爲與壓力,體積,以及溫度底變化之關係,可以藉着將氣體當做是任意移動的極小而又有彈性的球體所構成的東西來說明之.氣體對於某種容器所施的壓力是由這些分子之撞擊而生.自然,我們不能夠直接觀察分子底運動,但是運用統計方法,我們便可以多少明瞭它們底速度.

在各種平均數中,我們已經考慮過從它們所產生的差數是解析一種單獨性徵底方法.我們往往要將結合在一起的性徵加以解析,以決定它們之間的關係.我們企圖決定在這種情形之內的相似的個體裏發生的極端 (extremes) 在其他情形中是否也是極端,並且確定近於一個等級之中點的那些個體是否也是依近其他等級底中點.假若果眞如此的話,那麼我們便斷定在這兩種屬性之間有因果的關係,或者兩者至少有一部分是同一的.

比較在一羣個體中的這兩種性徵的一種程術叫做關聯 (correlating) 這些性徵.相應 (correlations) 可以用數學的方法從 1 到 −1 表示出來.假若每一個個體佔有一種性徵時又佔有另一種性徵,那麼這兩種性徵相應之概率爲最大,或爲 1;假若這些性徵相反地變化,那麼相應等於 −1;假若它們各自獨立的變化,那麼相應等於 0.

一種最簡單的——雖則並不是最精確的——相應方法是依照個體具有每種性徵之多少來排列之,起先列以具有性徵最多的個體,一直這樣下去.相應底公式爲:

$$\rho = 1 - \frac{6\Sigma d^2}{n(n^2-1)}$$

在這個公式裏面，n 是團簇中的個體之數目，d 爲任何個體底兩個等級上的所在之間的差異，Σd^2 爲一切個體差異底平方之和，ρ 則爲相應.

我們現在列舉一個簡單的例子來說明一下.假如我們要發現學習數學底能力是否與學習歷史所需要的學習能力一樣，那麼若是有六個學生各自學習功課，我們又知道他們底分數是多少，於是我們可以將他們底分數之相應表示如下:

學生	歷史分數	數學分數	歷史等級	數學等級	等級底差異	d^2
A	60	59	5	6	1	1
B	78	93	2	1	1	1
	87	77	1	3	2	4
D	77	85	3	2	1	1
E	62	62	4	4	0	0
F	47	60	6	5	1	1
						$\Sigma d^2=8$

旣知個體之數目爲六，因此

$$\rho=1-\frac{6\Sigma d^2}{n(n^2-1)}$$

$$=1-\frac{6\cdot 8}{6\cdot 35}$$

$$=1-\frac{48}{210}$$

$$=+0.78$$

這個相應頗高，雖則我們不能以爲這個小小團簇可以代表全部

的情形.上表底意義僅僅是說一羣勤讀的學生比較努力於他們所認爲繁難些的功課. 如果上表所包含的團簇是很大的,那麼這種相應便很值得重視.

照例,相應是以例子爲根據而形成的;而且假若我們不說明所採取的例樣是整個團簇裏的標準,那麼便沒有相應可以認爲是有含意的. 設一個袋子裏面裝着一千個白球和五個黑球,假若有人任意取出三個球,那麼依據概然的理論來說,他難得有機會取出別的球,而只容易取出白球.如果我們所採取的例樣中包含着的球之數量愈多,那麼這個例樣精確地描述這個團簇底可能之機率亦愈多.

同樣,當着我們將相應建築在例樣之上的時候,這些例樣也許不是球羣底標準. 所以,我們並不能夠確定獲得正確的相應之取樣方法;但是如果在整個團簇中的例樣之比例愈多,那麼例樣底證據之爲正確底概率亦愈大.

以一個例樣爲根據的相應之正確底概率是被相應底概然差誤所表示出來.這是指明在順序之中以任何例樣爲根據的一半相應會減少.如,假若有一個相應爲 0.8, 其概然差誤爲 0.1, 這就是說,以隨意選擇的任何例樣爲根據的相應之一半是在 0.7 與 0.9 之間.這僅僅是我們在上面已經講過了的那種意義中的概然差誤之一種應用而已;但是因爲它應用於一組相應,所以它指明形成錯誤底概率,也指明在一個團簇裏的純粹變化.

任何例樣愈少,則概然差誤愈大. 在我們上面所說的分數之相

應的例様裏,假若我們將那些分數當做一切歷史與數學等級底例様,那麼所發生的概然差誤便大極了.除非任何相應至少大於概然差誤四倍,否則統計學家不將任何相應看作有什麼含意.

在所要達到的目的一方面,相應方法十分類似穆勒底共變法.這兩者都是想藉着指明一個事件或性徵之變化引起另一事件或性徵之變化來發現事物之間的種種關係.兩者所不相同之點是,穆勒底方法是一種實驗方法,豫先假定能夠控制情境;而相應則是用於不能控制情境的時候.相應法是藉着考慮許多事例而消去任何無關的因子以獲得與實驗所得的結果相同的結果.當着我們不能夠施行實驗的時候,便要使用相應法.

例如,假若我們要確定吸煙這件事對於壽命底影響,那麼只有相應法是唯一可用的方法.吸煙這件事底本身並不能致命,但是我們可以想像它是損害康健的.這種事實難得用實驗來證明,但是吸煙底總量與壽命之長短兩者底相應是可以確定地給予以證明.

在社會的與經濟的事情中,單獨的情形往往受特殊因子底影響,相應法時常是研究底唯一方法.假若我們要確定食物價格對於生長率底影響,夫妻同居底年齡,或物價與稅率之間的關係,便要運用相應法.

相應並不是一個無錯誤的研究方法.尤其在研究比較細小的團簇時,高度的相應可以發生於機率條件之相同裏面.除了相應底數學性質以外,一切相應都需要適當的解釋.

5. 本章述要

類比,簡單的枚舉歸納法,以及解釋的假設都含有概然. 所以,我們舉出概率底演算之幾條較爲簡單的規律,並且指明了它們與抽離的類之演算底關係. 在討論概然判斷底性質時,我們指出它往往與它所根據的證據相關,它只應用於命辭而不應用於事件,它底眞妄不受客觀結果底影響. 我們敘述了兩種概然學說,第一種是將概率建立於觀察了的結果之上的常率說,第二種是將概率建立於一羣相等的可能選項之上的超驗說. 與後者有關的,能夠影響一個命辭之概率的任何證據是相干的.

概率底一種重要的應用——雖然根本是記述的——是統計的解析. 我們已經指明平均數,中數,以及範數都是獲得一大羣基料底一個索引的方法,平均差數與標準差數則指示差異底傾向. 假若我們要指出一個團簇底兩種性徵之間的關係,那麼便可以應用相應方法. 我們已經給予相應方法以一個公式,並且指出它與共變法底相似.

(1) 此處,以後也是一樣,我們不計錢幣之邊有着地的可能.

(2) H. Jerome 所引, Statistical Method, p. 168.

(3) 讀者如果要知道關於常率說之古典的討論,可參看 J. Venn, The Logic of Chance. J. M. Keynes 在他所著的 Treatise on Probability 中,有一章批評這種學說.

(4) 對於這個問題之完全的討論,參看 Keynes, op. cit., 第四章, 我們在以上所討論的是以此爲根據.

問題與練習

第一章

1. 說邏輯是結構底科學這話是什麼意思呢?

2. 什麼是邏輯之古典的看法?

3. 邏輯之古典的看法與將邏輯當做是結構底科學的這種看法有什麼關係呢?

4. 什麼是"論式"?它與別的討論型式是怎樣關聯着?

5. 什麼是"推論"?"有效性"是什麼意思?

6. 邏輯為什麼是一種"型式的"科學?試區別邏輯中的型式與實質.

第二章

1. 什麼是一個命辭?命辭與語句有什麼不同?

2. 分別邏輯與文法之不同.

3. 什麼是一個簡單命辭?什麼是一個複合命辭?每一個命辭舉例以明之.

4. 述說以下命辭基型底意義並且舉例以說明之：斷定命辭，涵蘊命辭，選取命辭，與契合命辭．

5. 什麼是一個前項與一個後項?"或"底邏輯意義是什麼?

6. 什麼是命辭裏的三種要素?說明之．

7. 陳說動字"是"底五種意義．什麼是三種命辭的意義?舉例．

8. 什麼是一個命辭底邏輯型式?

9. 用邏輯型式來陳述以下的命辭：

(a) 因爲人是獸類所以教育是無用的．

(b) 喜歡受教育的人便喜歡知識．

(c) 飽人不知餓人飢．

(d) 只有英雄才配美人．

(e) 除非下雨，否則便不放假．

(f) 只有金屬才能夠迅速傳熱．

(g) 他必須受罰，因爲他有罪．

(h) 只有聖人才有道德．

(i) 只有富人才快樂．

(j) 物體是佔有空間的．

10. 邏輯底符號有什麼便利?邏輯怎麼能夠是符號的?

11. 以下的符號是什麼意義?

(a) $p \supset q$.

(b) $p \supset -q$.

(c) $p \supset (q \supset r)$.

(d) $p \vee r$.

(e) $-(p \vee r)$.

(f) $(p \cdot q) \supset (p \vee r)$.

(g) $-(p \cdot q)$.

(h) $p \cdot -q$.

(i) $[p \cdot (q \vee r)] \supset p$.

第 三 章

1. 什麼是"類"?

2. 類底"內涵"與"外延"是什麼意思?

3. "普及"一個辭端是什麼意思? 什麼時候一個類可以說是"空"的?

4. 分別類之"通常的"與"最少的"解釋。

5. 類底"演算"或"代值學"是什麼意思?

6. 試述以下代值學的程式之意義:

(a) $a - b$.

(b) $a = b$.

(c) $b = 0$.

(d) $b = 1$.

(e) ab.

(f) $a+b$.

(g) $abc \neq 0$.

(h) $ab \neq c$.

(i) $a \times 0 = 0$.

(j) $a \times 1 = 1$.

(k) $a + a = a$.

7. 什麼是"討論界域"?

8. 用代値學的程式並且用圖解來表示以下的幾個命辭:

(a) 凡 a 是 b.

(b) 沒有 a 是 b.

(c) 有些 a 是 b.

(d) 有些 a 不是 b.

第 四 章

1. 那些是"思考律"?將每種陳說出來並說明之.

2. 區別命辭底分量與性質.舉例說明之.

3. 什麼是斷定命辭底四分法?

4. 什麼是亞里士多德的"對當方形"?將對當方形畫出來並且說明之.什麼是全差(通常叫做"super-alterns"),偏差,全反,偏反,與矛盾?

5. 什麼是 A, E, I, O 命辭?每一種舉一個例子,並且用代値學

的程式與圖解表示出來.

6. 在對當方形裏有些什麼推論是可能的?給予命辭底四種基型之每一種以一個例子並且表明一切可能的推論.

(1) 在什麼時候原來的命辭爲眞,(2) 在什麼時候原來的命辭爲妄.

7. 在 A, E, I, O 命辭之中,有那些辭端是普及的,有那些辭端是不普及的?

8. 什麼是換位?什麼是換質?

9. 述說規定這些運作的普遍規律.

10. 述說以下命辭底一切可能配換.

凡小丑都戴假面具.

沒有小丑戴假面具.

有些小丑戴假面具.

有些小丑不戴假面具.

11. 在以下許多命辭中,假若第一命辭爲眞,說出其他命辭是眞,是妄,或不定.

(1) 一切選舉人都是好公民.

(2) 沒有好公民是選舉人.

(3) 有些不選舉的人不是好公民.

(4) 一切不是好公民的人不選舉.

(5) 只有選舉者才是好公民.

(1) 沒有美麗的東西是無用的.

(2) 凡屬有用的東西是美麗的.

(3) 一切有用的東西都是不美麗的.

(4) 沒有有用的東西是美麗的.

(5) 沒有無用的東西是美麗的.

(6) 沒有無用的東西是不美麗的.

(7) 只有美麗的東西才不是無用的.

(1) 有些眞理是無趣味的.

(2) 沒有眞理是有趣味的.

(3) 有些非眞理是有趣味的.

(4) 一切無趣味的東西是眞的.

(5) 一切眞理不是無趣味的.

(6) 有些有趣味的東西不是眞理.

(7) 一切眞理是有趣味的.

(8) 有些有趣味的東西是眞理.

(1) 沒有無理性的東西是可信靠的.

(2) 有些不可信靠的東西不是有理性的.

(3) 有些無理性的東西是不可信靠的.

(4) 一切可信靠的東西都是有理性的.

(5) 有些有理性的東西是可信靠的.

(6) 沒有不可信靠的東西是有理性的.

(1) 沒有拙劣作品是值得閱讀的.

(2) 有些值得閱讀的作品不拙劣.

(3) 有些不值得閱讀的作品是拙劣的.

(4) 沒有不值得閱讀的作品是不拙劣的.

(5) 一切不值得閱讀的作品是拙劣的.

12. 做練習 11, 假定每一組命辭中的第一個命辭爲妄.

13. 當着加入空類的時候,在對當方形上的推論受什麽影響呢?

14. 換位與換質等直接推論又受什麽影響呢?

15. 指明在最少的解釋之下的 A 與 E 命辭底種種可能配換.

16. 假定類底通常解釋,用代值學的程式和圖解將 A, E, I, O 諸命辭表示出來.

第 五 章

1. 區別直接推論與間接推論兩者的不同.

2. 什麽是三段式?說明.

3. 什麽是三段式裏的前置辭端或全謂辭端,次置辭端或偏謂辭端,與共同辭端呢?什麽是結論呢?說明.

4. 什麼是三段式底模式與格式?說明.

5. 述說規定有效三段式的推論的幾條規律.

6. 什麼是全偏法則?

7. 為什麼第一格式叫做完全格式?為什麼其餘的格式叫做不全格式?

8. "改變為第一格式"是什麼意思?舊傳邏輯家為什麼要這樣做?

9. 什麼是間接改變?

10. 將以下的三段式改變為第一格式:

(1) 沒有 P 是 M.

一切 S 是 M.

∴ 沒有 S 是 P.

(2) 一切上帝是神聖的.

有些神靈不是神聖的.

∴ 有些神靈不是上帝.

(3) 凡人都是兩足動物.

凡人都是脊椎動物.

∴ 有些脊椎動物是兩足動物.

(4) 一切盜賊是不可信靠的.

有些盜賊是仁愛的.

∴ 有些仁愛的人是不可信靠的.

(5) 沒有快樂是可強求的.

有些快樂是可希望的.

∴ 有些希望得到的東西不是可強求的.

(6) 一切偵探是奸詐的.

沒有奸詐的人是信實的.

∴ 沒有信實的人是偵探.

(7) 沒有思想是有體積的.

一切有體積的東西都佔據空間.

∴ 有些佔據空間的物項不是思想.

11. 三段式之舊傳的研究有些什麼缺點?

12. 三段式底兩種基型是什麼?

13. 陳述第一種基型的三段式之公式.

14. 列舉屬於這種基型的三段式並且應用這個公式.

15. 什麼是屬於第二種基型的三段式之公式?

16. 列舉屬於這種基型的三段式並且應用這個公式.

17. 什麼是反理式(卽,不相容式)呢?

18. 述說不相容式底三個法則.

19. 試用圖解表示以下的三段式:

(1) 凡 a 是 b.	(2) 有些 c 是 b.
凡 b 是 c.	沒有 a 是 b.
∴ 凡 a 是 c.	∴ 有些 c 不是 a.

我們必須注意，在用圖解表示有一個全謂前提與一個偏謂前提的三段式時，我們必須首先畫出全謂前提。

20. 什麼是省略式，連環式，與帶證式？

21. 用邏輯的型式來程示以下三段式裏的命辭，而且根據 (1) 舊傳的規律，(2) 三段式底兩個公式，(3) 不相容式，(4) 范恩圖解來審察這些論式之有效性：

(1) 一切動物都是活動的，如蟄伏的松鼠是一種動物，它是活動的。

(2) 民衆底願望必須遵從。法庭底判決與民衆底願望相反，所以不應遵從。

(3) 沒有愚人知道邏輯底價值，但是有些愚人成了名。所以有些未曾成名的人知道邏輯底價值。

(4) 因爲人類都是有過失的而且一切國王都是人類，所以國王是有過失的。

(5) 一切有學問的人都變瘋了，但是先知不是有學問的人，所以先知不瘋。

(6) 只有英雄才配美人。因爲這個人沒有配美人，他所以不是英雄。

(7) 因爲書籍往往有錯誤而且一切書籍都是人所寫的，所以一切人類底產品往往是有錯誤的。

(8) 沒有大學生能夠吃一條生鮮魚。但是卻已經吃了。所以，

一切大學生能夠吃生鮮魚.

(9) 不是化合的物質便是原素. 水銀不是化合物, 所以水銀是原素.

(10) 一切有效的三段式至少必須普及其共同辭端一次, 這個三段式普及了它底共同辭端. 所以, 這個三段式是有效的.

第 六 章

1. 什麼是在複合命辭的論式裏的有關要素(與三段式的論式裏的相關要素相反的有關要素)?

2. 複合命辭底邏輯型式是些什麼? 說明.

3. 什麼是涵蘊論式? 什麼是混合的涵蘊論式? 規定混合涵蘊論式底有效性的條件是些什麼? 舉例.

4. 從一個涵蘊命辭裏可以產生什麼直接推論?

5. 什麼是純粹涵蘊論式? 什麼是建立的與破斥的純粹涵蘊論式? 那些條件保證這些論式爲有效? 舉例.

6. 指出這種論式是怎樣以涵蘊關係底傳達性爲根據. 說明.

7. 什麼是選取命辭? 什麼是它底最少的意義? "或" 底意義是什麼?

8. 什麼規律能夠保證從選取命辭所產生的推論有效?

9. 什麼是純粹的和混合的選取論式? 每個都說明一下.

10. 什麼是兩難式? 什麼是 (1) 簡單破斥的兩難式, (2) 簡單建

立的兩難式，(3)繁複破斥的兩難式，(4) 繁複建立的兩難式之結構？每個都說明一下。

11. 怎樣反駁兩難式？舉例。

12. 什麼是挈合命辭？挈合命辭可以怎樣推論？說明。

13. 說明並且例示以下的論式：

(1) 由肯定前項而肯定後項式。

(2) 由否定後項而否定前項式。

(3) 由否定而肯定式。

(4) 由肯定而否定式。

14. 陳說並例示複合命辭之間的相等。在這些命辭之間的相等有什麼含意？

15. 用挈合來界定選取與涵蘊。用涵蘊來界定挈合與選取。用選取來界定挈合與涵蘊。用文字的例子來說明一下。

16. 指出以下的命辭與其他命辭型式之相等：

(1) 財富當做工具才可以，否則就發生弊病。

(2) 假若靈魂是純粹的，它便不朽。

(3) 說邏輯既然有趣而又易於學習這是謬誤的。

(4) 物體是佔有空間的。

第 七 章

1. 什麼是單稱命辭？說明。

2. 為什麼用類來解釋單稱命辭是不對呢? 例示.

3. 單稱命辭有那兩種基型? 每種都說明一下.

4. 什麼是替代原則? 說明它底用處. 分別它與全偏法則底不同.

5. 一切演繹推論以什麼為根據?

6. 界定並且說明以下關係的性質:

(1) 對調性.

(2) 無對調性.

(3) 非對調性.

(4) 傳達性.

(5) 無傳達性.

(6) 非傳達性.

7. 陳說並且說明邏輯所研究的四種論式,並且指明一切論式底推論是怎樣以所包含着的種種關係之種種性質為依據.

第 八 章

1. 什麼是謬誤?

2. 論式底三個普遍規律是什麼?

3. "清晰"這個論式底條件是什麼意思呢?

4. 述說並例示以下的謬誤:

(1) 一語多義

(2) 語義含糊.

(3) 合謂.

(4) 分謂.

5. 討論相干這個意念.相干與論式是怎樣相關着呢?

6. 述說並例示以下的各種謬誤:

(1) 對人的論式.

(2) 利用無知的論式.

(3) 訴諸武力的論式.

(4) 訴諸羣衆的論式.

7. 無知的論辯是什麼意思?

8. 區別"實質的"謬誤與"型式的"謬誤.

9. 述說並解釋以下的謬誤:

(1) 四個辭端.

(2) 共同辭端不普及.

(3) 前置辭端或全謂辭端之潛越.

(4) 次置辭端或偏謂辭端之潛越.

(5) 否定前項.

(6) 肯定後項.

10. 陳述下面幾個命辭底有效推論之規律,並且各別地加以說明:

(1) 若爲 p, 則爲 q.

(2) 僅僅若爲 p, 則爲 q.

(3) 若爲而且僅僅若爲 p, 則爲 q.

第九章

1. 敍述與論式間的區別是什麽? 說明，並例示演繹的論式與非演繹的論式.

2. "論式底演繹"是什麽意義? 它是怎樣與論式底記述不同?

3. 這樣的演繹有什麽便利?

4. 在一本教科書裏從什麽觀點來討論歐基理德幾何學?

5. 歐基理德幾何學底"公設"與"公理"之區別是什麽?這兩者與界說有什麽不相同之處?

6. 我們能夠界定所應用的每個名稱麽?陳說理由.

7. 界說有什麽作用?說明.

8. 在系統之內的界說是什麽意義?它們是怎樣與其他的界說不相同?

9. 關係是怎樣分類的?說明幾個類.

10. 一個系統裏面有些什麽要素?

11. 運作與關係兩者之間有什麽差別?說明.

12. 未曾界定的要素,關係,以及運作是什麽意義?它們對於一個演繹系統是不可少的麽? 它們爲什麽重要呢?

13. 什麽是公設?公設能加以證明麽?假若是能加證明的話,那

麼怎樣去證明呢?

14. 普遍的推演規律是什麼?在那種意義之中它們能夠指導演繹呢?

15. 陳述種種特殊規律並說明它們在某種論式中的用處.

16. 在什麼意義裏定理才重要?在什麼意義裏不重要?

17. 一個演繹系統裏的一切構成分子是什麼?每種構成分子有什麼作用?

第十章

1. 爲什麼熟知題材在演繹時是很危險的事?

2. 歐基理德之幾何學底證明中有什麼謬誤?他大概是怎樣觸犯這種謬誤呢?

3. 怎樣免除這種危險? 指出爲什麼這個方法是適當的呢? 說明.

4. 什麼是反證論法?

5. 證明下述在第二節裏曾經講過了的演繹系統中的定理:

(1) 在 K 中至少有一個 a, 於是 Rab 常眞.提示:根據定理 3.

(2) 在 K 中至多有一個 a, 於是 Rab 常眞.提示:根據定理 4.

(3) 假若 a 與 b 是 K 底相異分子, 那麼或者 Dab 或者 Dba. 提示:根據定理 5.

(4) 假若 Gab 爲眞,而且 Gcb 爲眞, 那麼 $a=c$. 提示: 根據定

理 6.

(5) 假若 $Babc$ 爲眞，那麼 $Bcba$ 爲眞．提示：根據定理 8.

6. 我們爲什麼無需乎各別地證明關於"是一個祖先"與"是較少於"這兩種關係的定理？

7. "抽離的系統"，"解釋"，"纜列關係"這些名稱是什麼意義？充分地討論一下．

第十一章

1. 說兩個類是同一的，這是什麼意義？說這個類是包含在另一個類中，這是什麼意義？說明．

2. 兩個類底和稱是什麼意義？兩個類底積稱是什麼意義？說明．

3. 說明在特殊情形裏空類與單類底特殊性質．

4. 餘類有些什麼性質？說明．

5. 寫出定理 $2a$ 與 $2b$ 底證明．

6. 說從符號邏輯中推出古典邏輯，這是什麼意思？怎樣推論呢？它底重要性是什麼？

7. 給予定理 17 與 18 各以一個完全的證明．

8. 證明定理 20.

9. 定理 19 底重要性是什麼？

10. 將類底演算之起頭的六個定理來解釋空間部分的時候，它

們說些什麼?

第十二章

1. 在以下的許多命辭中抽出基本的邏輯關係:

(1) 假若一切人都會死,那麼每個人必須死亡.

(2) 或者我以前遇見過你而忘記了你底名稱,或者我已經看見你這是妄的,而你十分貌似我從前曾遇見過的某人.

(3) 說假若這本書是篇幅短小的,我便要讀它,就是等於說這本書底篇幅短小而我不讀它這是妄的.

(4) 假若 p 與 q 涵蘊着 r,那麼 p 與非 r 涵蘊着非 q.

2. 命辭底演算怎樣必須與任何其他演算不同呢?爲什麼?

3. 在以下的一些命辭裏,那些命辭涵蘊着另外的命辭? 那些命辭是相等的?

(1) Augustus 是一個羅馬帝王.

(2) 海王星是一個行星.

(3) 我看見了一個圓的方形.

(4) Augustus 不是一個羅馬帝王.

(5) $2+2=4$.

4. 類與命辭之間有什麼類似的地方? (a) 是它們底狀態類似呢? (b) 還是它們底系統裏的關係類似呢?

5. 一個有效的三段式之前提在實際上涵蘊着結論麼?說明.

6. 想像與斷說兩者之間有什麼不同？說明．這種不同在邏輯裏爲什麼很重要？

7. 用符號來表示以下的幾個命辭．假定它們都是斷定的．

(1) 若 p 涵蘊着 q 或 r，則 p 涵蘊 q 或 p 涵蘊 r.

(2) 命辭 p 與 q 涵蘊着命辭 p 等於 q.

(3) p 之妥涵蘊着 p 涵蘊着 q.

(4) 若或 p 或 q 涵蘊着 r，則 p 涵蘊着 r 與 q 涵蘊着 r.

(5) 若 p 涵蘊着 q 涵蘊着 r，則 p 與 q 涵蘊着 r.

8. 將下列符語用通常語言表明出來：

(1) $---p\equiv -p.$

(2) $\vdash :\cdot p \vee .q \vee r :\supset q \vee .p \vee r.$

(3) $\vdash ::p\supset q\cdot q\supset r:r\supset s:\cdot\supset :\cdot p\supset s.$

(4) $\vdash :p\equiv q.\equiv .q\equiv p.$

(5) $\vdash :\cdot pq\supset r:\supset :p\supset .q\supset r.$

9. 復述定理 16 到 22，用否定與選取來替代與一切涵蘊相等的程式．

10. 在什麼意義中現代邏輯較古典邏輯底範圍寬廣些？何以見得寬廣些呢？

11. 命辭底演算怎樣可以從類底演算中推論出來？類底演算是怎樣以命辭底演算爲依據？

12. 說"命辭底演算之中心地位"是什麼意思？

13. "思考律"是什麼意義?在什麼意義裏命辭律就是思考律呢?說明。

第十三章

1. 什麼是"極終"前提?這樣的前提可以從那些不同的方法中演產出來?每種方法都舉例以說明之。

2. 演繹底普遍徵性是什麼?

3. 什麼是 petitio principii? 演繹為什麼是 petitio principii?

4. 過細區別歸納與演繹兩者之不同。

5. 什麼是科學之理論的目的與實用的目的?什麼是工藝學?

6. 區別超驗科學與經驗科學之不同。

7. 什麼東西將這種科學從另一種科學裏區別出來?在什麼意義裏一切科學有共同的目的?討論並說明。

8. 什麼是解釋?

9. 為什麼科學不能達到它所要達到的目的?

10. 科學底發展有那兩個階段?說明。

11. 區別歸納之哲學的問題與"邏輯的"問題。

12. 我們能夠在科學底本身裏尋出科學眞理之保證麼?

13. 自然齊一性是什麼意義?它對於科學有什麼重要性?討論它底意義。這個公設是不可少的麼?述說理由。

14 自然之可識公設為什麼是必需的?討論。

15. 什麽是"簡化"公設?討論.

16. 討論"量化"(quantification)這個科學公設.

17. 歸納邏輯底中心問題是些什麽?

18. 歸納底不同的方法是什麽?

19. 什麽是假設?假設有什麽用處?討論.

20. 說科學可以當做是"將心靈所放入自然中去的東西又從自然裏取回來"(Eddington),這話在什麽意義中是對的呢?

21. 假設與什麽條件有關係呢?

22. "觀點"是怎樣影響到記述與解釋?什麽是"觀點"?討論.

23. 任何假設底發展有那三個階段?討論並舉例說明之.

24. 說沒有構作良好的假設底規律,這話爲什麽是對的呢?

25. 假設底一致性是什麽意思?討論.

26. 假設底相干是什麽意思?

27. 假設底足夠是什麽意思?

28. 假設底簡截是什麽意思?

29. 假設底清晰是什麽意思?

30. 列舉能夠說明良好假設底這五個標準的例子:一致,相干,簡截,足夠,與清晰.

31. 什麽是記述的假設?什麽是解釋的假設?每種假設底論式性徵之型式是什麽?

32. "情況證明"底解釋方法是什麽?它與別的方法怎樣不同?

第十四章

1. 記述在科學中佔什麼地位？它對於科學爲什麼是不可少的？

2. 記述是絕對的呢，還是相對的呢？說明答案底理由．興趣，目的，背景，等等因子怎樣使記述底種類和區型隨之而不同？

3. 對於任何事物之完全的記述是可能的麼？

4. 什麼才是“正確的”記述？

5. 記述是否含有選擇作用？記述之正確與否是怎樣受“觀點”底影響？什麼標準決定一個記述之爲眞．

6. 區別正確的記述和有用的記述兩者之不同．

7. 概念在記述中有什麼作用？

8. “在某種意義裏一切記述就是類分”，這句話爲什麼是對的呢？什麼是類分？

9. 我們怎樣分類？

10. 什麼是區分？它與類分怎樣不同？

11. 區別正確的類分和有用的類分兩者之不同．

12 什麼是種？什麼是屬？舉例．它們有什麼相互關係？

13. 舉例以說明有用的類分與區分．陳述這些運作所必須遵循的規律．

14. 什麼是區分原理？說明．

15. 什麼是兩值的區分?說明.

16. "人爲的"類分與"自然的"類分是什麼?舉例.

17. 什麼是界說?舉例.

18. 什麼是名目界說?說明.

19. 指出一個界說怎樣是一種動作.在什麼意義之中一個界說才能說是爲眞或爲妄呢?

20. 什麼是實際界說?它與名目界說是怎樣不同?

21. 在什麼意義之中實際界說才有眞妄可言?

22. 種差界說是什麼意思?例示.

23. 述說良好界說底種種性徵.

24. 討論界說底效用.我們爲什麼要界定所研究的對象?界說是怎樣用法?

25. 什麼是"完全"歸納?它爲什麼實在不是歸納?

26. 什麼是類比論式?說明並加討論.

27. 爲什麼類比論式往往充其量來只是概然的?什麼原因影響概然底度量?說明.

28. 說類比論式充其量只是概然的,這話之正確性以什麼爲根據呢?

29. 什麼是簡單的枚舉歸納方法?說明.指出它怎樣是屬乎類比性的.

第十五章

1. 在什麽時候記述才是歸納的?

2. 試比較當做歸納方法的記述與解釋.

3. 什麽是一個事件?充分地討論並加說明.

4. 什麽物項是因果關係裏的項目?"事物"是怎樣包含在因果關係裏?說明.

5. 述說下列各項目底意義並說明之: (1) 必要條件, (2) 足夠條件, (3) 必要而又足夠的條件.用命辭來表明這些條件, 並且述說這些命辭底涵蘊.

6. "原因"是什麽意義? 討論並加說明.

7. 在什麽意義裏必要條件與足夠條件是互相關聯着?說明.

8. 什麽是逼近條件與遼隔條件? 說明.

9. 什麽是相干條件與不相干條件? 說明.

10. 爲什麽科學家只硏究事件? 討論.

11. 什麽是實驗? 討論並加說明.

12. 述說並說明穆勒底契合法.契合法有些什麽缺點?

13. 述說並說明差異法. 這種方法有什麽價值? 將它與契合法比較一下.

14. 述說並說明契合差異聯用法.

15. 什麽是剩餘法?這個方法爲什麽不是一個歸納方法?說明.

16. 什麽是共變法？什麽是函數？說明這種方法。

17. 演繹與歸納在科學裏是怎樣聯合應用？什麽是思考方法？說明並加討論。

18. 試驗和證明假設是什麽意義？

19. 區別直接試驗和間接試驗。

20. 什麽是決定的實驗？說明。

21. 在什麽意義裏記述與解釋相同？它們怎樣不同？詳細討論。

22. 說類比論式是歸納推論底精髓，這話爲什麽是對的？

第十六章

1. 科學是怎樣免除謬誤地從偏謂命辭推論到全謂命辭？從肯定後項而肯定前項呢？討論。

2. 在什麽情形裏概然包含在歸納之中？說明。概然與必然是怎樣不相同？

3. 概然有那些限制情形？在概然論中 1 與 0 是什麽意義？

4. 在什麽情形裏概率才可以計算？討論並加說明。

5. 過細考慮起來，事件是概然的呢或非概然的呢？充分加以討論。

6. 什麽東西可以決定"概率"呢？

7. 概率與證據有什麽關係？

8. 雖則概然判斷所產生的結論並不發生,概然判斷仍然可以爲真麼?充分討論.

9. 什麼是概然之常率說?

10. 什麼是超驗說?

11. 將這兩種學說加以對照並加討論.

12. 概然判斷所根據的基礎是什麼?在概然裏面我們能夠研究無限組系麼?

13. 爲什麼要應用統計?舉例.

14. 甚麼是平均數或算術平均數? 說明.

15. 甚麼是中數? 說明.

16. 甚麼是範數? 說明.

17. 甚麼是常態曲線? 說明.

18. 甚麼是"順序"? 說明.

19. 甚麼是"平均差數"? 說明.

20. "相應"是什麼意義? 說明.

21. 十個學生得着以下的等級: 9, 7, 6, 7, 8, 6, 8, 10, 8, 5. 求出(1) 平均數, (2) 範數, (3) 中數, (4) 順序, (5) 平均差數, 與 (6) 標準差數.

22. 一個電話用戶姓名住址錄與戶口調查表顯示以下關於電話號數以及用戶中最老者之年度如下:

用戶	電話號數	年度
A	1943	28
B	1419	37
C	3264	55
D	9784	78
E	5672	88
F	2222	63
G	4157	62

計算其相應程度.這種相應有什麽含意?

23. 什麽是概然差誤?討論概然差誤與相應底關係.

歐文漢譯之對照表兼索引

D

E

F

G

H

I

J

O

P

Q

R