ОПРЕДЕЛЕНИЕ АБСОЛЮТНОГО ЗНАЧЕНИЯ ДЛИН ВОЛН РЕНТГЕНОВЫХ ЛУЧЕЙ

М. И. Корсунский, *Томск*

Длины волн рентгеновых лучей, определенные с помощью кристаллов, представляют собою некоторые условные числа, характер которых определяется степенью наших знаний абсолютных размеров кристаллических решеток. Основанием для такого рода определений служит уравнение Брэгга, представляющее собою условие диффракции монохроматических рентгеновых лучей длиною волны λ от кристалла, рассматриваемого нами, как система параллельных плоскостей, отстоящих друг от друга на расстояние d, и проходящих через центры атомов или ионов элементов, образующих данный кристалл. Диффракция от такого кристалла происходит так, как если бы луч, падающий на кристалл, „отражался“ от вышеупомянутой системы плоскостей, причем само явление „отражения“ происходит тогда, когда угол, составленный падающим лучом с „отражающей“ плоскостью кристалла, удовлетворяет условию Брэгга

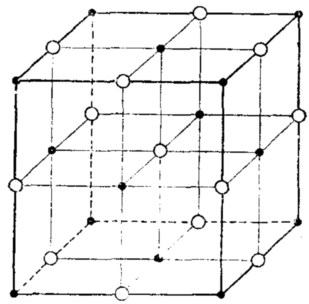

Рис. 1

$$2d \sin \vartheta = n\lambda. \tag{1}$$

где n — целое число, характеризующее порядок отражения.

Уравнение (1) дает нам возможность решать две чрезвычайно важные задачи: 1) определять длины волн рентгеновых лучей, по экспериментально найденным значениям угла ϑ и известным значениям a; 2) определять значения постоянных a по известным длинам волн. Величина a и λ взаимно-связаны, поэтому для разрешения поставленных адач нужно иметь отправную точку — знание либо постоянной a либо λ определенной независимо от уравнения (1).

Такое определение было впервые произведено Мозели для кристалла NaCl, структура которого была определена Брэггом путем сравнения интенсивностей „отражений“ от плоскостей (100), (110) и (111) для различных порядков.

На рисунке 1 изображена часть кристалла каменной соли. Ионы Na и Cl занимают вершины кубов, чередуясь друг с другом. Расстояние a между плоскостями, параллельными граням куба, будет равно расстоянию между соседними ионами Na и Cl. Нетрудно видеть, что объем, занимаемый одной молекулой NaCl равен $2a^3$. Умножив этот объем на плотность кристалла ρ мы получим вес молекулы NaCl, который будет в то же время равен граммолекуле NaCl, деленной на число Лошмидта L

$$2a^3\rho = \frac{M_{\mathrm{NaCl}}}{L}$$

или

$$a = \sqrt{\frac{M_{\mathrm{NaCl}}}{2\rho L}}. \tag{2}$$

Численное значение величин, входящих в формулу (2), следующее:

$$M_{\mathrm{NaCl}} = 58{,}44$$
$$\rho = 2{,}164$$
$$L = 6{,}06 \cdot 10^{23}.$$

Из всех этих чисел, число Лошмидта определено с наименьшей точностью. Однако ошибка при определении числа L не превышает одного процента и потому ошибка при определении постоянной a не более $1/3\%$.

Численное значение a, вычисленное Мозели по формуле (2) равно 2,814. Совершенно очевидно, что значение постоянной решетки каменной соли, вычисленное Мозели, ни в какой мере не отвечает современному состоянию техники измерения длин волн. Методы, употреляющиеся в спектрометрии для определения углов скольжения δ дают возможность измерить их с точностью до 1″. Последние работы школы Зигбана довели точность определения углов до 0,1″. Возросшая техника измерения длин волн требовала, поэтому, более точного значения для постоянной a, чем это можно было сделать расчетом по формуле (2) Поэтому пришлось прибегнуть к условным значениям постоянной a. Школой Зигбана было придано постоянной решетке каменной соли значение

$$a_{\mathrm{NaCl}} = 2{,}81400,$$

а в последнее время

$$a_{\mathrm{NaCl}} = 2{,}814000.$$

Пользуясь этим принятым значением для a_{NaCl} можно определять значения длин волн рентгеновых лучей с точностью до седьмого знака

Так Ларсон (1) нашел для K_α железа и молибдена следующие значения:

$$K_{\alpha_1}\ \mathrm{Fe} = 1{,}932058\ \text{Å}$$
$$K_{\alpha_1}\ \mathrm{Mo} = 0{,}707830\ \text{Å}.$$

Совершенно очевидно, что эти значения имеют такой же условный характер, как и значение для a_{NaCl}. Отличие этих условных чисел от истинных значений длин волн не может быть более $^1/_3{}^0/_0$.

Открытие Комптоном (2) в 1923 году явления полного внутреннего отражения рентгеновых лучей дало толчок к нахождению другого

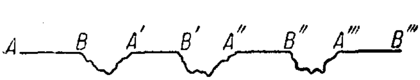

Рис. 2

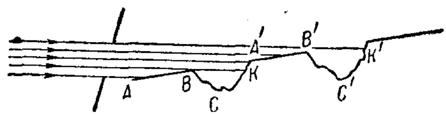

Рис. 3

метода, дающего возможность, — по крайней мере принципиальную возможность, — определить значение a более точно, чем это можно сделать пользуясь формулой (2). В таком случае формула (2) сделалась бы способом более точного определения числа L, с помощью которого, в свою очередь, может быть проверено значение некоторых основных фундаментальных величин, каковы, например, заряд электрона e и постоянная Планка h.

Новый метод определения a основан на явлении диффракции рентгеновых лучей от линейной решетки открытого Комптоном и Доаном (3). Рис. 2 изображает схематически разрез обыкновенной стеклянной решетки (AB, $A'B'$ и др. — части стеклянной пластинки, нетронутые резцом). Эта решетка будет работать как диффракционная либо тогда, когда интенсивность лучей, рассеиваемых „гладкими" участками решетки AB, $A'B'$ и др., будет значительно отличаться от интенсивности лучей, рассеиваемых матовыми участками решетки, либо тогда, когда лучи, сильно поглощающиеся веществом решетки, падают на нее под острым углом. На рисунке 3 видно, что части решетки BCK, $B'C'K'$ и др. совершенно не будут освещаться лучами, а потому и вовсе не будут рассеивать. Первое условие всегда выполняется для видимых лучей, для которых коэффициент рассеяния от гладкой поверхности резко отличается от коэффициента рассеяния от матовой поверхности. Выполняется ли это условие для рентгеновых лучей? Нет, коэффициент рассеяния рентгеновых лучей для всех точек решетки одинаков и даже в случае наклонного падения лучей решетка, изображенная на рисунке 2, не будет служить диффракционной решеткой, так как коэффициент поглощения рентгеновых лучей стеклом не столь велик, чтобы на пути AL произошло заметное ослабление их. [1] Вот почему решетка являющаяся диффракционной для лучей видимых, не может быть таковой для лучей рентгеновых, и только открытие Комптона дало возможность сделать обычную стеклянную решетку диффракционной и для лучей рентгеновых.

Комптон, основываясь на работах Зигбана и его учеников, установивших, что коэффициент преломления рентгеновых лучей меньше единицы, показал, что при переходе рентгеновых лучей из среды менее плотной в среду более плотную можно наблюдать явление полного внутреннего отражения. Существенно при этом то, что не требуется особой гладкости поверхности раздела, так полное внутреннее отражение рентгеновых лучей наблюдается не только от стеклянной пластинки полированной до $\frac{1}{4}$ длины волны видимого света, но и от обыкновенной не полированной пластинки. Линник и Лашкарев (4) наблюдали полное внутреннее отражение от полированной поверхности металла.

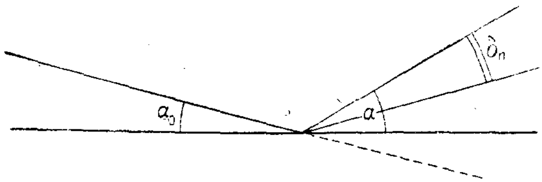

Рис. 4

Предельный угол луча с плоскостью, при котором еще происходит полное внутреннее отражение, определяется условием

$$\beta = \sqrt{2\delta}$$

где $\delta = 1 - \mu$ означает величину отклонения коэффициента преломления рентгеновых лучей μ от единицы. В случае, если частота рентгеновых лучей достаточно далека от края полосы поглощения среды, то угол β приближенно определится из условия

$$\beta = \sqrt{2{,}7 \cdot \rho \cdot \lambda \cdot 10^{-3}}$$

где ρ — плотность среды, а λ длина волны, выраженная в Онгстремах.

Предельный угол полного внутреннего отражения рентгеновых лучей очень мал, так для $K\alpha Cu$ при переходе из воздуха в стекло β имеет значение равное приблизительно 15″.

Если мы пустим пучок рентгеновых лучей так, чтобы угол, составленный им с плоскостью решетки, был бы меньше предельного угла, то гладкие части решетки вследствии полного внутреннего отражения будут рассеивать иначе чем шероховатые (матовые) части решетки и следовательно решетка станет диффракционным аппаратом.

Если мы обозначим через α_0 угол, составленный с плоскостью решетки (рис. 4), а через b — расстояние между соседними штрихами решетки, то направление максимума интенсивности лучей, рассеянных

[1] Для мягких рентгеновых лучей коэффициент поглощения принимает столь большое значение, что решетка начинает работать как диффракционная, следуя принципу второму.

решеткой, которое мы в дальнейшем будем называть „диффракционным максимумом“, определится из условия

$$b(\cos\alpha_0 - \cos\alpha) = n\lambda. \tag{3}$$

Значение $n = 0$ отвечает лучу, отраженному от решетки. Диффракционные максимумы, отвечающие положительному значению n (угол $\alpha > \alpha_0$) называются положительными, а отвечающие отрицательному значению n называются отрицательными.

Уравнение (3) можно переписать в виде

$$2b \sin\frac{\alpha + \alpha_0}{2} \sin\frac{\alpha - \alpha_0}{2} = n\lambda,$$

а так как углы α и α_0 малы, то

$$b(\alpha + \alpha_0) \cdot \frac{\alpha - \alpha_0}{2} = n\lambda$$

или

$$b \cdot \frac{\delta_n}{2} \cdot (2\alpha_0 + \delta_n) = n\lambda \tag{4}$$

где δ_n — угол между диффракционным максимумом n порядка и отраженным лучем.

Из формулы (4) *по найденным экспрнментально значениями* δ_n и α_0 можно вычислить длину волны λ рентгеновых лучей, так как значение b может быть определено независимыми опытами над диффракцией видимых лучей.

Формула (4), по которой обычно производится расчет в спектроскопии видимых лучей, верна лишь в случае параллельного пучка падающих лучей. Для рентгеновых лучей это условие невыполнимо, так как устройство собирательной линзы для них, вследствие малого отклонения коэффициента преломления от единицы $(\delta \cong 10^{-6})$, невозможно. Пучок падающих рентгеновых лучей всегда расходящийся. Портер (5) учел поправку, которую необходимо сделать к формуле (4), определяющей положения диффракционного максимума, в случае расходящегося пучка. Именно

$$b \cdot \frac{\delta_n}{2}(2\alpha_0 + \delta_n)\left[1 + \frac{3}{20} \cdot \frac{x^2}{l^2}\right] = n\lambda \tag{5}$$

где $2x$ — резмер диффракционной решетки, l-расстояние от источника света до решетки, считаемое по среднему лучу, и от решетки до фотографической пластинки (Портер считает оба расстояния одинаковыми).

Нижеследующая таблица 1 дает численное значенне поправочного множителя

Таблица I

x	$l = 5$ *см*	$l = 10$ *см*	$l = 20$ *см*
1	1.00006	1.000015	1.000004
5	1.0015	1.000375	1.000094
10	1.006	1.0015	1.000375

Как видно из таблицы, поправка на расходимость пучка не очень значительна и, с увеличением расстояния, быстро падает.

Далее Тибо (6) показал что расходимость положительных максимумов меньше, чем расходимость падающего пучка, т. е. решетка до известной степени фокусирует падающие на нее лучи. Продифференцировав (3) получим

$$b\,(\sin\alpha_0\cdot d\alpha_0-\sin\alpha\,d\alpha)=0$$

или

$$\frac{d\alpha}{d\alpha_0}=\frac{\sin\alpha_0}{\sin\alpha}=\frac{\alpha_0}{\alpha}=\frac{\alpha_0}{\alpha+\delta}<1.$$

Фокусировка лучей будет тем совершеннее, чем больше δ_n по сравнению с α_0. При больших δ_n величина $\frac{d\alpha}{d\alpha_0}$ будет близка к нулю и лучи, выходящие из решетки можно считать параллельными даже в случае значительной расходимости падающих лучей.

В экспериментальном отношении работа с диффракционной решеткой не представляет никаких затруднений. Особенно просто совершается установка диффракционной решетки по отношению к падающему пучку, так как из всего падающего комплекса лучей решетка автоматически выбирает только те лучи, которые образуют с плоскостью решетки углы меньшие предельного угла полного внутреннего отражения. Измерение углов δ_n и α_0 производится многим способами. Наиболее точный из них, как указывает Бирден (7), заключается в измерении расстояния между линиями, отвечающими диффракционным максимумам, полученными на двух параллельных друг другу фотографических пластинках, поставленных на разное расстояние от решетки. Пусть ss' — луч, падающий на решетку (рис. 5), OA — луч, отклоненный под углом полного внутреннего отражения, OB — луч, отвечающий максимуму n порядка, P и P' — два положения фотографической пластинки, C и C' — следы падающего луча на фотографических пластинках. Если D-расстояние между ними, то

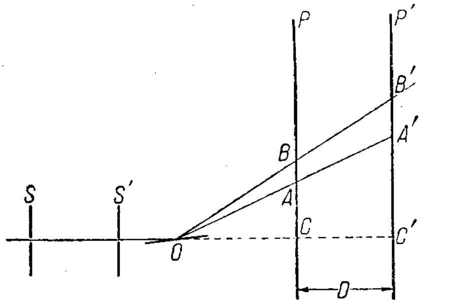

Рис. 5.

$$2\alpha_0+\delta_n=\frac{B'C'(A'C'-AC)}{A'C'\cdot D};\ \delta_n=\frac{A'B'}{A'C'}\cdot\frac{A'C'-AC}{D}$$

и

$$n\lambda=\frac{b}{2D}\cdot\frac{A'B'\cdot B'C'\,(A'C'-AC)^2}{A'C'^2}. \tag{6}$$

В последние годы появилось значительное количество работ, посвященные измерению длин волн рентгеновых лучей с помощью диффракционной решетки. Одни из этих работ ставили своей задачей определение длин волн мягких рентгеновых лучей.[1] Другие ставили своей задачей определение абсолютного значения какой-нибудь длины волны с тем, чтобы по найденному значению длины волны определить постоянную a, входящую в формулу (1), и вместе с тем проверить значение числа L и связанных с ним физических величин. Нижеследующая таблица II дает представление, как далеко продвинулось определение длин волн мягких рентгеновых лучей. Значения длин волн взяты из работ Содермана (8) и Тибо (9).

Таблица II

Название элемента	Данные Тибо	Данные Содермана	Название элемента	Данные Тибо	Данные Содермана
Be$K\alpha$	—	113,4 $\pm$ 0,3	TaN_{IV} — O . .	58,3	—
B$K\alpha$	68,0	67,80 $\pm$ 0,2	TaN_V — O . .	61,4	—
C$K\alpha$	44,9	44,7 $\pm$ 0,09	WN_{IV} — O . .	56,0	—
N$K\alpha$	31,8	31,77 $\pm$ 0,06	WN_V — O . .	59,1	—
O$K\alpha$	23,8	23,77 $\pm$ 0,08	PtN_{IV} — O . .	48,0	—
F$K\alpha$	—	18,32 $\pm$ 0,04	PtN_V — O . .	51,1	—
Na$K\alpha$	—	11,88 $\pm$ 0,02	AuN_{IV} — O . .	46,8	—
Mg$K\alpha$	—	9,904 $\pm$ 0,02	AuN_V — O . .	49,4	—
C — край полосы поглощ. .	43,5	—	MoM_V — $N_{II,\,III}$	65,0	—
N — край полосы поглощ. .	31,1	—	MoM_{IV} — $N_{II,\,III}$	54,9	—
O — край полосы поглощ. .	23,5	—			

Определению абсолютного значения длин волн посвящены работы Беклина (9), Вадлунда (10) и Бирдена (7). Беклин произвел измерение абсолютного значения длины волн $K\alpha$ алюминия. Полученное им значение на 0,13% больше, чем значение, полученное для $K\alpha$Al из измерений с кристаллом. Значение L, вычисленное по формуле (2) из данных Беклина, равно

$$L = 6{,}036 \times 10^{23}$$

для e получим значение[1]

$$e = 4{,}792 \times 10^{-10}$$

[1] Преимуществом диффракционной решетки, как спектрального аппарата по сравнению с кристаллом, является возможность промерить любые длины волн от жестких рентгеновых лучей вплоть до видимых.

полностью совпадающее с значением, вычисленным Эддингтоном (11) из теоретических соображений.

Вадлунд произвел измерения с длинами волн KαCu·CαFe и KαMo. Результаты его работы следующие

$K\alpha Fe = 1{,}937(6) \pm 0{,}002$	1,93230
$K\alpha Cu = 1{,}5373 \pm 0{,}0008$	1,53730
$K\alpha Mo = 0{,}708(3) \pm 0{,}001$	0,70759

Сбоку указаны значения длин волн, полученных Зигбаном из измерений с кристаллом.

Вадлунд вычисляет из своих данных значение

$$L = (6{,}061 \pm 0{,}009) \times 10^{23} \qquad e = (4{,}774 \pm 0{,}007) \times 10^{-10}.$$

Получилось превосходное согласие с измерением Милликона для величины e. Однако к результатам, полученным Вадлундом, нельзя отнестись с полным доверием, так как из трех им измеренных длин наибольшая ошибка, как абсолютная, так и относительная, получилась при измерении длины волны $K\alpha$Fe, которая имеет наибольшую длину волны и которая поэтому, казалось, должна быть и более точно измерена. Кроме того, если произвести вычисления для N и e, пользуясь данными автора для Fe $K\alpha$ (не для Cu$K\alpha$, как это сделано Вадлундом), то получим следующее значение

$$e = 4{,}802 \times 10^{-10} \text{ и } L = 6{,}024 \times 10^{23}.$$

Повидимому наиболее точное измерение абсолютного значения длин произведено Бирденом (1929 г.), который дает следующее значение для $K\alpha$ и $K\beta$ меди:

$$\text{Cu}K\alpha = 1{,}5422 \pm 0{,}0002$$
$$\text{Cu}K\beta = 1{,}3926 \pm 0{,}0002.$$

Значение Cu$K\alpha$ отличается от измерений с кристаллом (считая за $K\alpha$ положение „центра тяжести“ дублета) на 0,23%.

Такой же результат получен им и в отношении линии $K\beta$. Длина волны $K\beta$, измеренная им, больше чем измеренная Зигбаном, с помощью кристалла на 0,23%. Из своих данных Бирден определяет

$$L = 6{,}022 \times 10^{23}, \; e = 4{,}804 \times 10^{-10}.$$

Экспериментальные условия, в которых производилась работа Бирдена, дают представление о тщательности, с которой эта работа проделана.

Ширина щелей s и s' равна 0,01 *мм*; их взаимное расстояние 50 *мм*. Расстояние между двумя положениями фотографической пластинки 2 *м*,

---

[1] e вычисляется по формуле $e = \frac{MC}{10\,Lz}$, где M — молекулярный вес вещества (напр. серебра), z — его электрохимический эквивалент c — скорость света.

и это расстояние промерялось автором с точностью до 0,04 *мм*. Фотографические пластинки устанавливались параллельно друг другу помощью Гауссовского телескопа с точностью до 5″. Щели s и s' устанавливались параллельно плоскости решетки с точностью до 10″. Сама решетка монтировалась на столике прецизионного спектрографа фирмы Société Genévoise. Решетка центрировалась на оси вращения и устанавливалась параллельно ей с помощью видоизменного интерферометра Майкельсона. Во время экспозиции производились наблюдения и можно было бы заметить смещение решетки на 0,1 длины волны видимого света или поворот ее на 1″. Бирден произвел измерение с двумя различными решетками, сделанными Пирсоном под наблюдением Майкельсона. Одна решетка имела 50 делений на миллиметр, другая — 600. Результат, полученный обеими решетками, одинаков. После опубликования работы Вадлунда, Бирден повторил измерения, пользуясь решеткой, подобной решетке, употребленной Вадлундом. Результат получился такой же, как и с другими двумя решетками.

Работа Бирдена кроме своей тщательности имеет еще и принципиальное преимущество перед работами Беклина и Вадлунда. Именно: Бирден произвел измерение абсолютного значения длины волны $K\beta$, являющейся одиночной линией, в то время как остальные авторы производили измерения с излучением $K\alpha$, которое представляет собою дублет, составляющие которого разнятся в длинах волн на 0,25% своего значения.

Результаты работы Бирдена (в виду резкого расхождения их с данными других исследователей) еще до их опубликования были тщательно проверены Комптоном, который произвел серию независимых измерений, давших те же результаты, как и измерения Бирдена.

ЛИТЕРАТУРА

1. Larsson, A. Z. Physik. *41*, 507, 1927.
2. Compton, A. H. Phil. Mag. *45*, 1121, 1922.
3. A. H. Compton and R. L. Doan, Proc. Nat. Acad. U. S. A. *11*, 598, 1925.
4. Linnik und Laschkarew, Z. Physik. *38*, 659, 1926.
5. Porter. Phil. Mag. 1064, 1928.
6. Thibaud. Phys. Zeitschr. 1928, № 9, p. 241.
7. Bearden. Proc. Nat. Acad. Sci. U. S. A. *15*, p. 528.
8. Sodermann. Z. Physik. *52*, 795, 1929.
9. Bäklin. Diss. Upsala Univer. Arskrift. 1928.
10. Wadlund. Phys. Rev. *32*, 841, 1928.
11. Eddington. Proc. Royal Society. Jan. 1929.

Литература, не упомянутая в тексте

Osgood. Phys. Rev. *30*, 567, 1927.
Heint. Phys. Rev. *30*, 227, 1927.
Weatherby. Phys. Rev. *32*, 707, 1928.
Howe. Proc. Nat. Acad. Sci. *15*, 251, 1929.
Kellström. Z. Physik *58*, 511, 1929.