

# गणितादर्श.

भाग दुसरा.

ज्यांत बरनर्ड स्मिथ एम्. ए. कृत इंग्रजी अंक  
गणितांतील आपेंडिक्स व इ.स. १८७६-८४  
साल पावेतो झालेल्या म्याट्रिक्युलेशन  
परिक्षेतील बीजगणिताचे प्रश्नांचें  
सुबोधरीतीने पृथक्करण केले असून  
शेवटीं अभ्यासाकरितां  
मार्मिक प्रश्नमालिका  
ही जोडली आहे.

हे पुस्तक

म्याट्रिक्युलेशन, पब्लिकसर्व्हिस इ० परिक्षेस  
जाणारे उमेदवार व ट्रेनिंगकालेजांतील विद्यार्थी  
यांचे उपयोगाकरितां

**रंगराव नारायण मोहोळकर**

पुणे, सिव्हिल इंजिनियरिंग कॉलेज

यांनी तयार केले.


डिसेंबर, सन १८८५. इ०

हे पुस्तक सन १८६७च्या २५ व्या आकटा-  
प्रमाणे नोंदिले आहे.

किंमत ८ आणे.

हैं पुस्तक, पुणे पठ बुधवार येथे  
बाळामी दादाजी गुंड ह्यांचे “चंद्रिका” छापखान्यात छ।०

## PREFACE



The first edition of the First Part of the present work was exhausted within a very short period and thence forth, I began to be pressed with urgent demands from different quarters to strike off a further edition of the same and to put to press the Second Part. The success and popularity thus achieved by the First Part, have greatly encouraged me now to offer to the Public this present work. In the compilation of the present work I have bestowed special care on the selection of Problems and upon making their solution clear and brief as far as possible. I regret to say that I could not get Mathematical Papers of the University of Bombay preceding the year 1876. To supply this deficiency however, a miscellany of Algebraical Exercises culled out from various authors and Mathematical Papers of different Universities is added at the end with a view to supply ample exercise for students and to gauge their knowledge both in the theory and practice of Algebra. There may possibly be a few mistakes here and there in my book and consequently I have to crave the indulgence of teachers and students and to request them to point them out to me for which kind service I shall feel highly obliged.

At last, I beg to acknowledge with thanks the receipt of the valuable suggestions made

to me, in the preparation of the present work,  
by Mr. Raoji Moreshwar Devkule, Mathematical  
Teacher in the Poona Training College.

December 15th. } R. N. Moholkar.  
1885. }

## प्रस्तावना.

प्रस्तुत पुस्तकाच्या पहिल्या भागाची प्रथमावृत्ति फारच  
अल्पकाळांत संपून त्याची पुनः द्वितीयावृत्ति व त्याचा  
दुसरा भाग काढण्या विषयी लोकांकडून वारंवार पत्रे व  
सूचना येऊं लागल्या. त्या कारणानें प्रस्तुत भागाची  
उभारणी लौकर करणें भाग आलें. यापुस्तकांत अंकगणित  
आणि बीजगणित या दोहोंचें मिश्रण आहे. आलीकडे कोठें  
कोठें ट्रेनिंगकालेजांतील विद्यार्थी गिवाय करून केवळ मराठी  
जाणणारांस बीजगणिताचे ज्ञानाचा परिक्षेत तादृश उप-  
योग होत नसले कारणानें तें ज्ञान संपादन करणारांची  
संख्या फारच थोडी सांपडेल. ही मोठी दिलगिरीचीच  
गोष्ट आहे असें सर्वास विचारांतीं समजण्या सारखें आहे.  
कारण इंग्रजी अमलांत येण्यापूर्वी ह्यणजे ज्या वेळीं इंग्रजी  
इयत्ता वगैरे, प्रस्तुत माजविलेला खटाटोप, लोकांचे स्वप्नीं  
ही नव्हता ते वेळीं मराठी पांचवी इयत्ता जाणणारांस

अंकगणित, बीजगणित, युक्लिडचे ४ पुस्तकांतील सिद्धांत त्रिकोणमिती, गोलीय त्रिकोणमिती इ० विषयांचें ज्ञान ( जें ज्ञान हल्लीं बी. ए. स लागतें ) अवगत असे ! तेथे हल्लीं बीजगणिताचा गंध ही नसणें ही गोष्ट शोचनीय नव्हे कां ? असो. व या कारणानें मराठींत या विषयांवर ग्रंथरचना करण्यास कोणाही विद्वानानें मनावर घेतलें नाहीं व ह्मणूनच वरील विषयांचा क्रमवार अभ्यास चालविण्यास मराठींत साधनीभूत कांहीं उरलें नाहीं. तथापि प्रस्तुत पुस्तकाची लोकांत विशेष चहा आहे व वरील शास्त्रांचा अभ्यास करण्याविषयीं प्रथम कित्येकांनीं नंतर बहुतांनीं मनावर आणलें आहे असें जर माझ्या श्रवणीं आलें तर मी ही पण लौकरच वरील सर्व विषयांवर हळुहळू ग्रंथ रचना करण्याचे कामीं साधेल तितका यत्न करीन.

पुस्तकाचे शिरोलेखावरून या पुस्तकांत काय विषय आहे हे वाचकांचे सहज ध्यानीं येण्यासारखें आहे. यांत शेवटीं जी प्रश्नमालिका जोडली आहे तींतील सर्व प्रश्न वर्गसमीकरणापावेतो दिले आहेत. कोठें कोठें गणितश्रेढी आणि भूमितिश्रेढी यांचे ही थोडे दिग्दर्शन होण्यासाठीं चार पांच प्रश्न मधून मधून दिले आहेत. समीकरणांची उपपत्ति विकार, संयोग व व्युत्क्रम संयोग, द्विपद आणि बहुपद सिद्धांत वगैरे विषया वरील कांहीं कांहीं चमत्कारिक प्रश्न या पुस्तकांत सोडवून दाखवावे असें प्रथम माझ्या मनीं होतें. परंतु कांहीं अंशीं वर दर्शित केलेल्या कारणानें व कांहीं अंशीं पुस्तक वाढेल या भीतीनें तो हे

राहित करणें आलें. तथापि या पुस्तकाचे द्वितीयावृत्तीचे वेळां वरील योजना करणें शिष्ट शिक्षकांचे व विद्यार्थ्यांचे मते इष्ट वाटल्यास अवश्य करीन. या पुस्तकाचे पहिले भागांत फक्त अंकगणित संबंधी विषय आणिल्या आहे. यांतील प्रश्नसमूह मार्मीक असून प्रसंगविशेषी सोडविणाराची बुद्धि कुंठित करणारा व तद्विषय संबंधी हौस वाढविणारा आहे हा ही भाग सर्व विद्यार्थ्यांनी एकवार अवलोकनांत आणण्या सारखा आहे.

हें पुस्तक रचतांना रा. रा. रावजी मोरेश्वर देवकुळे पुणे टेनिंगकालेजांतील गणितशास्त्राचे शिक्षक, यांनी प्रसंग विशेषी ज्या ज्या सूचना केल्या त्यांमदल मी त्यांचा फार आभारी आहे

रं० ना० मोहोळकर.

---

सूचना— विद्यार्थ्यांनी शेवटी दिलेल्या शुद्धिपत्रा प्रमाणें प्रथम पुस्तक शुद्ध करून नंतर अभ्यासास लागावें.

रं० ना० मो०

---

## भाग दुसरा. गणितादर्श.

किंवा

वरनर्ड स्मिथकृत इंग्रजी अंकगणितांतील  
'आपेन्डिक्स' चें पृथक्करण.

पेपर १ ला.

(१) सारख्याच आकाराच्या आणि महत्त्वाच्या चार वस्तु अ, ब, आणि क या तीन मुलांत वाटावयाच्या आहेत. अशा कीं, त्यांतील एक वस्तु मोडून अचा हिस्सा सर्व वस्तूच्या  $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{1}{3}$  शा, बरोबर, बचा हिस्सा एका सर्व वस्तूच्या  $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{1}{3}$  शा बरोबर असून कस बाकी चें सर्व द्यावयाचें आहे. तर त्या वस्तु कशा वाटाव्या ?

प्रश्नावरून हें उघड समजतें कीं अ, ब, आणि क, यांचे प्रत्येकी हिस्से, त्यांस एका एका पूर्ण वस्तूचे जे जे अंश द्यावयाचे आहेत, त्या त्या सर्व अंशांच्या बेरजेबरोबर आहेत. यास्तव, अस  $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{1}{3} = \frac{26}{9} = 2\frac{8}{9}$ , बस  $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{1}{3} = \frac{26}{9} = 2\frac{8}{9}$ , व कस  $3 - (2\frac{8}{9} + 2\frac{8}{9}) = 1\frac{2}{9}$  मिळेल. हें उत्तर.

(२) एका कारखान्यावर एका मनुष्यानें २५ पुरूष, आणि २० स्त्रिया ठेविल्या. त्यांत पुरूष आणि स्त्री आठव-

दद्यांत ५ दिवस, अनुक्रमे १२ आणि १० तास प्रमाणे रोज काम करून बाकीचे दिवशीं अर्धा वेळ माल काम करितात. व त्याबद्दल प्रत्येकास अनुक्रमे दर तासास ३ पे. आणि २ पे. प्रमाणे मजूरी द्यावी लागते. यावरून त्यांच्या वर्षाच्या मजूरीची आकारणी काय होईल ती सांग. ५२ आठवडे = १ वर्ष.

प्रत्येक पुरुष आठवड्यांतून  $5\frac{1}{2} \times 12 = 66$  तास काम करितो. व स्त्री  $5\frac{1}{2} \times 10 = 55$  तास काम करिते. यावरून २५ पुरुष व २० स्त्रिया अनुक्रमे  $66 \times 25$  व  $55 \times 20$  तास काम करतात असे झाले. व दरतासास ३ पे. व २ पे. या दराप्रमाणे  $66 \times 25 \times 3 = 4950$  पे. पुरुषांची, व  $55 \times 20 \times 2 = 2200$  पे. स्त्रियांची मजूरी एका आठवड्यांतून झाली. यास्तव दोघांची  $4950 + 2200 = 7150$  पे. आठवड्यांतील मजूरी. यावरून वर्षाची मजूरी  $7150 \times 52 = 371800$  पे. = १५४९ पौं. ३ शि. ४ पे. होईल. हे उत्तर.

(३) रोज १० तास प्रमाणे काम करून ३ दिवसांत १४४ मनुष्ये ४० यार्ड लांब, १ फूट. ६ इंच रुंद व ४८ फूट खोल असा एक खाडा खणतात. तर ५१ मनुष्ये रोज ९ तास प्रमाणे काम करून १५ दिवसांत ५ फूट खोल व २ फूट. ३ इंच. रुंद असा खाडा खणण्यास त्याची लांबी काय असावी ?



१४४ म. : ५१ म.

१० ता. : ९ ता.

३ दि. : १५ दि.

$४८ \times १\frac{१}{२}$  चौ.फू. :  $५ \times २\frac{१}{२}$  चौ.फू.

} :: ४० या.

व्यस्त.

$$\frac{४० \times ५१ \times ९ \times १५ \times ४८ \times १\frac{१}{२}}{१४४ \times १० \times ३ \times ५ \times २\frac{१}{२}} = ४०८ \text{ यार्ड हैं उत्तर.}$$

(४) (५) (६)  $\sqrt{२}$  व  $\sqrt[३]{३}$  यांत मोठें पद (प्रत्यक्ष मुळें न काढितां) कोणतें? व  $\frac{५०३० \cdot ९१२}{६५५३६}$  याचें घनमूळ काढ.

$२^{\frac{१}{२}}$  व  $३^{\frac{१}{३}}$  यांस सममूळ प्रकाशक करून  $२^{\frac{३}{६}}$  व  $३^{\frac{२}{६}}$ , यांत  $२^३$  व  $३^२$  यांची किंमत अनुक्रमें ८ व ९ आहे व ९ हे ८ पेक्षां जास्त आहेत हें उघड दिसतें.  $\therefore \sqrt[३]{३}$  हें पद मोठें आहे, हें उत्तर.

$\sqrt[३]{\frac{५०३० \cdot ९१२}{६५५३६}}$  येथें अंशछेदास प्रथम १०२४ नें भागिलें.  $\therefore = \sqrt[३]{\frac{४ \cdot ९१३}{६४}} = \frac{१ \cdot ७}{४} = .४२५$  हें उत्तर.

(७) दर पौंडास ४ शि. ८ पे. प्रमाणें  $५\frac{१}{३}$  भाग काळा चहा. ६ शि. प्रमाणें  $४\frac{१}{२}$  भाग हिरवा चहा व ३ शि. ६ पे. प्रमाणें  $२\frac{१}{६}$  भाग नारिंगी चहा, या प्रमाणें १६ पौंडांचें एक मिश्र तयार केलें तर त्याची किंमत काय होईल ?

$४ \text{ शि. } ८ \text{ पे. } \times ५\frac{१}{३} = २४ \text{ शि. } १०\frac{२}{३} \text{ पे.}$   
 $६ \text{ शि. } \dots \times ४\frac{१}{२} = २७ \text{ शि. } \dots$   
 $३ \text{ शि. } ६ \text{ पे. } \times २\frac{१}{६} = ७ \text{ शि. } ७ \text{ पे.}$

} ही एकंदर किंमत  
 १२ भागांची ह्य.  
 पौंडांची झाली,  
 यास्तव,  
 $५९ \text{ शि. } ५\frac{२}{३} \text{ पे.}$

१२पौं. : १६पौं. :: ५९ शि. ५ $\frac{३}{४}$  पे. = ३ पौं. १९ शि. ३ $\frac{१}{४}$  पे. हें उत्तर.

(८) एका गृहस्थास २०० पौंड १४ महिन्यांनी व ३०० पौंड १९ महिन्यांनी देणें आहेत, तर ते एकदम केव्हां देतां येतील? व त्या मुदतीवर जर ५०० पौंड रक्कम येणें असेल तर द. सा. द. शें. ३ $\frac{३}{४}$  व्याजाप्रमाणें तिची वर्तमान किंमत काय होईल?

२०० × १४ = २८०० पौं. } ८५०० पौं. : ५०० पौं. :: १ म.  
३०० × १९ = ५७०० पौं. } व्यस्त. ∴ =  $\frac{८५००}{५००}$  = १७ महिने,  
५००      ८५००      हें उत्तर.

१२ म. : १७ म. :: ३ $\frac{३}{४}$  पौं. = ५ $\frac{१}{४}$  पौं. यांत १०० मिळवून = १०५ $\frac{१}{४}$  राशींत आज मुद्दल १०० आहे. ∴

१०५ $\frac{१}{४}$  : ५०० :: १०० =  $\frac{१६००००}{३३७}$  पौं. = ४७४ पौं. १५ शि. ६ $\frac{३}{४}$  पे.  $\frac{११८}{३३७}$  फा. हें उत्तर.

(९) कालिफोर्निया येथून सोन्याचा पुरवठा फार आल्या कारणानें सोन्याचा भाव ७ : ५ या प्रमाणांत उतरला. आतां ठेवीचा भाव ८९ $\frac{३}{४}$  असतां ज्या सावकाराजवळ १०० पौंडांचें सोने आहे त्यास खरा किती तोटा सोसावा लागेल तें सांग!

७ : ५ :: १०० = ७१ $\frac{३}{४}$  पौं. त्यास उतन्न होतील. परंतु याच पौंडांवर त्यास ८९ $\frac{३}{४}$  भावाची ठेव घेतां आली असती. ∴ ८९ $\frac{३}{४}$  - ७१ $\frac{३}{४}$  = १७ पौं. १८ शि. १ $\frac{३}{४}$  पे. तोटा हें उत्तर.

(१०) एका मनुष्यानें दर पौंडास अनुक्रमें ६ शि. व ४ शि. भावाचे कांहीं पौंड चहा खरेदी करून त्यांचें एक मिश्र बनविलें व तें दर पौंडास ५ शि. ३ पे. प्रमाणें विकून

त्यास शें. २० नफा झाला. यावरून दोन्ही चहा काय प्रमाणांत त्यानें मिसळले असावे ?

$१२० : ५\frac{१}{४}$  शि. ::  $१०० = ४\frac{३}{४}$  शि. प्रत्येक पौंड चहाची मूळ किंमत असली पाहिजे. आतां मिश्रगणिताचे रीति प्रमाणें  $४\frac{३}{४}$  शि. -  $४$ शि. =  $\frac{३}{४}$  शि. व  $६$  शि. -  $४\frac{३}{४}$  शि. =  $१\frac{१}{४}$  शि. ::  $\frac{३}{४} : १\frac{१}{४}$  किंवा  $३ : १३$  हें मिश्र करण्याचें प्रमाण निघालें. हें उत्तर.

(११) एक खोली २४ फू. ४ इंच. लांब १९ फू. ८ इंच. रुंद व  $१३\frac{३}{४}$  फूट. उंच अशी आहे. तर तीस १२ यार्डास ११ शि. या प्रमाणें  $२\frac{३}{४}$  फूट रुंदीचे कागद लावण्यास किती खर्च येईल ? खिडक्या व इतर कागद न लावण्याची ठिकाणें यांचें क्षेत्रफळ, एकंदर क्षेत्रफळाच्या  $\frac{१}{४}$  भाग बरोबर आहे.

खोलीचें क्षेत्रफळ =  $२ \times १३\frac{३}{४} (१९\frac{३}{४} + २४\frac{३}{४})$  चौ. फूट  
 =  $२७ \times ४४$  चौ. फूट. आहे. यांतून कागद न लावण्याच्या ठिकाणाचें क्षेत्रफळ वजा घातलें पाहिजे. ::  $२७ \times ४४ - \frac{१}{४} (२७ \times ४४) = ११०$  चौ. या जागेस कागद लावावयाचे. व प्रत्येक कागदाचें क्षेत्रफळ  $\frac{२३}{४} \times १२ = ११$  चौ. यार्ड आहे याकरितां,

$११$  चौ. या. :  $११०$  चौ. या. ::  $११$  शि. =  $११०$  शि. किंवा ५ पौ. १० शि. खर्च येईल हें उत्तर.

(१२) शें. कांहीं भावाच्या ३ व्याज मिळणाऱ्या रोख्यापासून कांहीं एका रकमेचें दरसाल २०० पौ. व्याज येतें. व तीच रकम रेल्वेत शें. ४ भावाच्या ठेवीत घातली असतां २६० पौ. व्याज येतें. यावरून रोख्याची किंमत व व्याजीं लावलेली रकम काय असावी ती सांग.

रेलवेत शें. ४ भावाच्या ठेवीत ती रकम घातली असतां  
 २६० पौं. व्याज येतें, ∴ ४ : २६० :: १०० पौं. =  
 ६५०० पौं. डांचा ती रकम असली पाहिजे हें उत्तर. दुसरें,  
 २०० व्या ; ३ व्या :: ६५०० पौं. =  $\frac{135}{2} = ९७\frac{1}{2}$  ठेवीचा  
 भाव असावा हें उत्तर.

## पेपर २ रा.

(१) - (४) एका सावकारास कांहीं प्राप्ति होती.  
 त्या प्राप्तीचे दर पौंडास ७ पेन्स प्रमाणें सरकार देणें देऊन  
 व बाकी राहिलेल्या रकमेवर ४००० पौंडाचे ठेवीवर शें.  $३\frac{1}{2}$   
 याप्रमाणें कर वजा होऊन बाकी शिलक १५६८ पौं. १३  
 शि. ४ पे. राहातात. तर त्याची प्राप्ति काय असावी ?

१०० : ४००० ::  $३\frac{1}{2} = १४०$  पौं. कर देऊन १५६८  $\frac{2}{3}$   
 पौं. शिलक राहातात ∴  $१४० + १५६८\frac{2}{3} = १७०८\frac{2}{3}$   
 पौं. ही रकम सरकार देणें देऊन शिलक राहिली. यास्तव, १  
 पौं. - ७ पे. =  $\frac{२३३}{२४}$  पौं. शिलक. याकरितां,

$\frac{२३३}{२४} : १७०८\frac{2}{3} :: १ = १७६०$  पौं. प्राप्ति हें उत्तर.

(५) एका गृहस्थानें दर प्रतीस ३ शि. प्रमाणें २५ प्रती  
 घेऊन शें. ५ प्रमाणें व दर प्रतीस ५ शि. ३ पे. प्रमाणें  
 १२ प्रती घेऊन शें.  $७\frac{1}{2}$  प्रमाणें द्रुकानदारास कामिशन दिलें,  
 व सर्व प्रतींचे एकंदर किमतीवर शें.  $२\frac{1}{2}$  प्रमाणें दलाली ही  
 दिली. तर एकंदर प्रती विकत घेण्यांत किती खर्च आला  
 तो सांग.

२५ प्रतींची किंमत  $२५ \times ३ = ७५$  शि. व १२ प्रतींची

किंमत  $५\frac{१}{४} \times १२ = ६३$  शि. झाली.  $\therefore १०० : ७५$   
 $:: ५ = ३$  शि. ९ पे. व  $१०० : ६३ :: ७\frac{१}{४} = ४$  शि.  
 $\frac{१००}{१००}$  पे. कमिशन बदल. शिवाय सर्व प्रतीचे एकंदर किम-  
 तीवर शें.  $२\frac{१}{२}$  प्रमाणें दलाली दावी लागली.  $\therefore$

$१०० : १३८ :: २\frac{१}{२} = ३$  शि.  $५\frac{५}{१०}$  पे. यास्तव,  
 एकंदर  $७५$  शि. +  $६३$  शि. +  $३$  शि. ९ पे. +  $४$  शि.  
 $\frac{१००}{१००}$  पे. +  $३$  शि.  $५\frac{५}{१०}$  पे. =  $७$  पौं. ९ शि.  $११\frac{१}{१०}$  पे. उत्तर.

(६) एका गृहस्थानें दर पौंडास  $५$  शि.  $४\frac{१}{२}$  पे. व  $३$  शि.  $३\frac{१}{२}$   
 पे. प्रमाणें अनुक्रमें  $३\frac{१}{२}$  व  $४\frac{१}{२}$  हंड्रेडवेट चहा खरेदी करून  
 त्यांचें मिश्रण केलें. व त्यांतिल  $५$  हंड्रेडवेट चहा दर पौंडास  
 $४$  शि.  $६$  पे. प्रमाणें विकला. तेव्हां बाकी राहिलेला चहा  
 त्यानें दर पौंडास काय भावानें विकावा ह्मणजे त्यास एकं-  
 दरित शें.  $२०$  नफा होईल ?

$३\frac{१}{२}$  हं. =  $३९२$  पौंड. व  $४\frac{१}{२}$  हं. =  $५०४$  पौंड. ह्मणून  
 $१$  पौं. :  $३९२$  पौं. ::  $५$  शि.  $४\frac{१}{२}$  पे. =  $१०५$  पौं.  $७$  शि.  
 $१$  पौं. :  $५०४$  ::  $३$  शि.  $३\frac{१}{२}$  पे. =  $८२$  पौं.  $१९$  शि.

१८८ पौं. ६ शि.

$१०० : १८८\frac{१}{१०} :: १२० = २२५$  पौं.  $१९\frac{१}{१०}$  शि.  
 नफ्या सुद्धां किंमत झाली.  $१$  पौं. :  $५ \times ११२$  पौं. ::  $४\frac{१}{२}$   
 शि. =  $१२६$  पौं. विकलेल्या चहाची किंमत.  $\therefore २२५$   
 पौं.  $१९\frac{१}{१०}$  शि. -  $१२६$  पौं. =  $९९$  पौं.  $१९\frac{१}{१०}$  शि. बाकी  
 राहिलेल्या  $३$  हं. चहाची किंमत होय, ह्मणून  $३ \times$   
 $११२ : १ :: ९९$  पौं.  $१९\frac{१}{१०}$  शि. =  $५$  शि.  $११\frac{१}{१०}$  पे.  
 $\frac{३}{१०}$  फा. हें उत्तर.

(७) दोन घ. इं. लोखंड १५ घ. इं. पाण्याचें वजन बरोबर भरतें. व एक घ. फू. पाण्याचें वजन १००० औंस असतें. तर एक घ. या. लोखंडाचें वजन किती भरलें ?

$$१७२८ : १५ :: १००० \text{ औं.} = \frac{१५ \times १०००}{१७२८} \text{ औं.}$$

$$२ \text{ घ. इं.} : १७२८ \times २७ \text{ घ. इं.} :: \frac{१५ \times १०००}{१७२८} \text{ औं.} \\ = २७ \times १५ \times ५०० \text{ औं.} = १२६५६\frac{१}{४} \text{ पौं.} = ५ \text{ टन } १३ \text{ हं. } ४ \text{ औं. हें उत्तर.}$$

(८) (९) अने कांहीं कामाचें  $\frac{१}{४}$  काम ३० दिवस पर्यंत करून बस मदतीस बोलाविलें. व त्यांनीं तें काम ६ दिवसांत संपविलें तर बस तें काम करण्यास किती दिवस लागतील ?

अ, आणि ब, यांनीं  $१ - \frac{१}{४} = \frac{३}{४}$  काम ६ दिवसांत केलें. त्यांत अने, ३० दि. : ६ दिवस ::  $\frac{३}{४}$  का. =  $\frac{३०}{४}$  काम केलें.  $\therefore \frac{३}{४} - \frac{३०}{४} = \frac{३}{४}$  काम बने ६ दिवसांत केलें. म्हणून,  $\frac{३}{४}$  का. : १ का. :: ६ दि. = २१ $\frac{३}{४}$  दि. हें उत्तर.

(१०) एका शेतकऱ्याने दर एकरास अनुक्रमे ६० पौंड व ५६ पौंड प्रमाणे कांहीं जमीन विकत घेतली. व ती अनुक्रमे दरसाल दर एकरास २ पौंड व २ पौंड २ शि. भाड्याने दिली. तर त्यास प्रत्येक जमीनीचे शें. व्याज काय पडलें व दुसरीत पाहिल्यापेक्षां किती नफा झाला तो सांग.

$$\left. \begin{array}{l} ६० : १०० :: २ = \frac{१०}{१००} \text{ पौं.} = ३ \text{ पौं. } ६ \text{ शि. } ८ \text{ पे.} \\ ५६ : १०० :: २ \frac{१}{१०} = \frac{१५}{१०} \text{ पौं.} = ३ \text{ पौं. } १५ \text{ शि.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{१५} \\ \text{१५} \\ \text{१५} \end{array}$$

शें. नफा = ३ पौं. १५ शि. — ३ पौं. ६ शि. ८ पे. = ८ शि. ४ पे. हें उत्तर.

( ११ ) एका तळ्यांतील कमळ पाण्याचे पृष्ठभागावर एक वीत होते. ते वाऱ्याने तिरपें होऊन मूळच्या जागेपासून ३६ इंचावर त्याचा वरील शेडा पाण्याचे पृष्ठभागास लागला. यावरून पाण्याची खोली काय असावी तें सांग.

१ वीत = ९ इंच.

यांत अड कमळ तिरपें होऊन कब पाण्याचे पृष्ठभागां व बिंदूंत मिळालें. ∴ अड = अब व क

अड = डक + कअ ( तळ्याची खोली.) डक = ९इंच आहेत.

व कब = ३६इंच. यापासून अक तळ्याची खोली काढावयाची. ती खोली क्ष आहे अशी कल्पना कर. नंतर ( १बु. ४७ सि. प्र. )

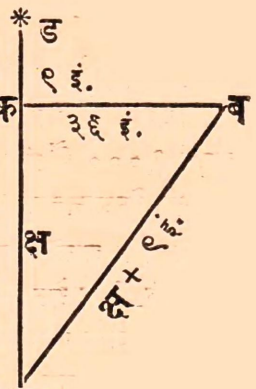
अड = अब = अक + कब अथवा अ

( क्ष + ९ )<sup>२</sup> = क्ष<sup>२</sup> + ३६<sup>२</sup>. किंवा क्ष<sup>२</sup> + १८ क्ष + ८१ = क्ष<sup>२</sup> + १२९६ ∴ १८ क्ष = १२९६ - ८१; ∴

क्ष =  $\frac{१२१५}{१८}$  इंच = ६७ $\frac{१}{३}$  इ. = ६७.३३ इ. हें उत्तर.

( १२ ) अ, ब आणि क यांनीं सर्कतीनें व्यापार केला. त्यांत अस एकंदर नफ्याचा  $\frac{१}{३}$  मिळून, बस कचे दुप्पट नफा मिळाला. परंतु शे.  $\frac{१}{३}$  प्रमाणें नफ्यांत तोटा आले कारणानें अचा ४० पौ. नफा बुडाला. यावरून कचे भांडवल काय असावें ?

$\frac{१}{३}$  पौ. नफा मिळण्यास १०० पौडांचें भांडवल असावें



लागतें.  $\therefore \frac{9}{2} : 80 :: 100 = 4000$  अचें भांडवल.  
 आतां  $1 - \frac{9}{2} = \frac{8}{2}$  नफ्यांत बचा हिस्सा कचे दुप्पट आहे  
 ह्यणजे ब आणि क यांचा नफा अनुक्रमें  $\frac{4}{2}$  व  $\frac{8}{2}$  आहे हें  
 उघड समजतें. याकरितां,  $\frac{9}{2} : \frac{8}{2} :: 4000 = \frac{8 \times 4000}{9} =$   
 $\frac{32000}{9} = 3555.56$  पौं. १३ शि. ४ पे. भांडवल कचें  
 असावें हें उत्तर.

( १३ ) ग्रेट नगेटच्या प्रत्येक ५ पौंड किंमतीच्या  
 भागाची २ पौंड किंमत जास्त वाढली असतां एका गृह-  
 स्थानें १००० पौंडांचे कांहीं भाग खरेदी केले, व दुसरे  
 एग्युआ फ्रिआजच्या २ पौंड किंमतीच्या भागाची  $\frac{3}{8}$  पौंड  
 किंमत कमी झाली असतां ५०० पौंडांचे कांहीं भाग ख-  
 रेदी केले. नंतर ग्रेट नगेटचे भाग मूळ किंमतीस व एग्यु-  
 आ फ्रिआजचे दरभागाची ३ पौंड जास्त किंमत वाढली  
 असतां विकून टाकले. व याव्यापारांत प्रत्येक देवघेवीस शें.  
 $\frac{9}{8}$  प्रमाणें त्यास दलाली द्यावी लागली. तेव्हां त्यास नफा  
 अथवा नुकसान किती झालें तें सांग.

ग्रेट नगेटच्या प्रत्येक भागास ५ पौं, + २ पौं, = ७  
 पौंड द्यावें लागतात, तेव्हां १००० पौंडांचे  $\frac{1000}{7}$  हिस्से  
 झाले, व हे मूळ किंमतीस ह्यणजे प्रत्येक हिस्शास ५ पौंड  
 प्रमाणें विकले, यास्तव  $\frac{9000}{7}$  हिस्से विकून  $\frac{45000}{7}$  पौंड उत्पन्न  
 झालें. दुसरे, एग्युआ फ्रिआजचे प्रत्येक भागास २ पौं, -  
 $\frac{3}{8}$  पौं, =  $1\frac{3}{8}$  पौंड किंमत पडते. तेव्हां ५०० पौंडांचे  $\frac{500}{1\frac{3}{8}}$   
 = ४०० हिस्से झाले, व हे दर हिस्शास २ पौं, + ३ पौं, =  
 ५ पौंड प्रमाणें विकले ह्यणजे २००० पौंड उत्पन्न झालें, व



$१००० + \frac{५०००}{७} + ५०० + २००० = \frac{२९५००}{७}$  पौंडांवर शें,  
 $\frac{१}{४}$  प्रमाणें दलाली द्यावी लागली,  $\therefore १०० : \frac{२९५००}{७} :: \frac{१}{४}$   
 $= \frac{२९५}{२८} = १०\frac{१५}{२८}$  पौं, दलाली, यास्तव  $१००० + ५०० +$   
 $१०\frac{१५}{२८} = १५१०\frac{१५}{२८}$  पौं, स्वर्च हा  $\frac{५०००}{७} + २००० =$   
 $२७१४\frac{२}{७}$  पौंड उत्पन्नांतूम वजा होऊन बाकी  $१२०३$  पौं,  
 $१५$  शि. नफा हें उत्तर.

## पेपर ३ रा.

(१) (२) टॉयवेटच्या ७००० ग्रेन बरोबर एक  
 आवार्डुपाईस पौंड असतो, व ६६ शिलिंगांचें वजन १ पौंड  
 टॉय भरते. यावरून २० औंस (आवार्डु) रुप्याची किंमत  
 काय होईल?

$२०$  औंस  $= \frac{२०}{१६}$  पौंड (आवार्डु) किंवा  $७०००$   
 $\times \frac{१}{४}$  टॉय ग्रेन अथवा  $७००० \times \frac{१}{४} \times \frac{१}{७०६०} = \frac{८७५}{६७६}$  पौं.  
 टॉय. यास्तव,  $१$  पौं.  $:\frac{८७५}{६७६}$  पौं.  $:: ६६$  शि.  $= \frac{१६२५}{२६}$  शि.  $= ५$   
 पौं.  $०$  शि.  $३\frac{१}{२}$  पेन्स हें उत्तर.

(३) एका गृहस्थानें मरतेसमयीं  $२३१००$  पौंड,  
 आपले ३ पुत्र व ४ कन्या यांस वाटून दिले. ते असे कीं,  
 प्रत्येक पुत्रास ज्येष्ठकन्येपेक्षां  $\frac{१}{३}$  जास्त देऊन, ज्येष्ठ  
 कन्येस बाकीच्या सर्व कन्येपेक्षां  $३००$  पौंड अधिक दिले.  
 यावरून प्रत्येकास काय मिळालें तें सांग.

प्रत्येक पुत्राचा वाटा ज्येष्ठकन्येच्या वांग्याच्या  $१\frac{१}{३}$   
 पट आहे. हणून  $३०० \times १\frac{१}{३} = ४००$  पौंड प्रत्येक

पुत्रास लहान कन्येपेक्षां जास्त मिळाले. यावरून ३ पुत्रांस व ज्येष्ठ कन्येस  $४०० \times ३ + ३०० = १५००$  पौंड जास्त दिले.  $\therefore २३१००$  पौं. -  $१५००$  पौं. =  $२१६००$  पौंडांत ३ पुत्र व ४ कन्या यांचे सारखे वांटे आहेत व ३ पुत्रांचे वाटे  $३ \times \frac{४}{३} = ४$  कन्येच्या वाट्याबरोबर आहेत.  $\therefore$  एक. : १ क. ::  $२१६००$  पौं. =  $२७००$  पौंड प्रत्येक लहान कन्येस, ज्येष्ठ कन्येस  $२७०० + ३०० = ३०००$  पौं. व पुत्रास  $३००० \times \frac{१}{३} = १०००$  पौं. दिले. हें उत्तर.

( ४ ) द. सा. द. शें. ४ व्याजाप्रमाणें २ वर्षांत चक्र वाढव्याजानें कांहीं मुद्दलाची जी रास होणार तीच सरळ-व्याजानें होण्यास द. सा. द. शें. व्याजाचा दर काय लावावा?

$१०० : १०४ :: ४ = ४.१६$  पौं. यांत पहिले वर्षाचें ४ पौं. व्याज मिळवून  $४.१६ + ४ = ८.१६$  पौं. व्याज १०० पौं. मुद्दलाचें २ वर्षांत चक्रवाढव्याजानें झालें, हेंच सरळव्याजानें मिळणें आहे तर जसें:—

$२ व : १ व :: ८.१६$  पौं. =  $४.०८$  पौं. व्याजाचा दर लावावा. हें उत्तर.

( ५ ) ( अ ) एका घ. चौ. तुळयीची एक बाजू १८ इंच आहे, तर हिच्या ८ पट घनफळ ज्या तुळयीचें आहे तिची एक बाजू काय असावी ?

दुसऱ्या तुळयीचें घनफळ  $१८ \times १८ \times १८ \times ८$  घ. इ. अथवा  $( ३६ \times ३६ \times ३६ )$  घ. इ. झालें. याच्या घनमुळा बरोबर हणजे ३६ इंच किंवा १ यार्ड तिची एक बाजू असली पाहिजे. हें उत्तर.

(ब) एका चौरसाचें क्षेत्रफळ २ एकर १२१ यार्ड आहे तर त्याची एक बाजू किती?

२ एकर १२१ यार्ड = (२ × ४८४० + १२१) यार्ड = ९८०१ चौ. यार्ड ∴  $\sqrt{९८०१}$  चौ. यार्ड = ९९ यार्ड हें उत्तर.

(६) १२५ एकर शेत १५ दिवसांत ५ मनुष्ये आणि ७ मुलें मिळून नांगरतात. तर ७५ एकर शेत १० मनुष्ये व ३ मुलें मिळून किती दिवसांत नांगरतील? मुलाचें काम मनुष्याच्या  $\frac{१}{३}$  शा, बरोबर आहे.

१ म. : ५ म. :: ३ मु. = १५ मुलें यांत ७ मिळवून = २२ मु. तसेच, १ म. : १० म. :: ३ मु. = ३० मुलें यांत ३ मिळवून = ३३ मु.

२२ मु. : ३३ मु. } :: १५ दि. व्य.  
१२५ ए. : ७५ ए.

$$\frac{२२ \times ७५ \times १५}{३३ \times १२५} = ६ \text{ दिवस हें उत्तर.}$$

(७) एका मनुष्याने ९६२ पौंड १० शि. शें. ३ व्याजाच्या ७७ भावाच्या ठेवीत घातले. व ठेवीचा भाव शें. १ प्रमाणे उतरल्यावर त्याने तें भांडवल काढून शें. ४ व्याजाच्या ९५ भावाच्या ठेवीत घातले. तर उत्पन्नांत फरक काय पडेल तो सांग.

७७ : ९६२  $\frac{१}{२}$  :: ३ =  $\frac{५५६}{२}$  पौंड किंवा ३७ पौ. १० शि. व्याज, ठेवीचा शें. १ भाव उतरला ∴ ७७ : ९६२  $\frac{१}{२}$  :: ७६ = ९५० पौ. भांडवल हातीं आलें, यास्तव, ९५ : ९५० :: ४ = ४० पौ. व्याज. ∴ ४० पौ. - ३७ पौ. १० शि. = २ पौ. १० शि. फरक पडला हें उत्तर.

(८) गणितादर्श " भाग पहिला ,, यांतील पैपर तिसरा शेवटील उदाहरण पाहा.

(९) एका व्यापाऱ्याने कांहीं माल दुसरे व्यापाऱ्यास शें. १० नफ्याने विकला, व त्याने तो माल एका गिऱ्हाइकास शें. ५० नफ्याने विकला. तर गिऱ्हाइकास त्या मालावर एकंदर किती जास्त किंमत भरावी लागली ?

पहिल्या व्यापाऱ्याने १०० पै. चा माल ११० पै. स विकला व दुसऱ्याने शें. ५० नफा त्यावर आणखी मिळविला. म्हणून  $१०० : ११० :: १५० = १६५$  पै. यांतून १०० पै. वजा होऊन शें. ६५ जास्त किंमत त्या गिऱ्हाइकास भरावी लागली हे उत्तर.

(१०) एक जागा ९ या. २ फू. ६ इ. लांब व ७ या १ फू. ८ इ. रुंद आहे. तर तिचे क्षेत्रफळ ( द्वादशांशरीतीने ) काय होईल ?

९ यार्ड, २ फू. ६ इ. = २९ फू. ६ इ.	}	फू. × फू. = चौ. फू.	
७ यार्ड, १ फू. ८ इ. = २२ फू. ८ इ.			फू. × इ. = इ.
६४९ ०			इ. × इ. = प्र. इ.
१९ ८ ०			
६६८ ८ ०			

∴ ६६८ चौ. फू. ९६ चौ. इ. = ७४ चौ. या. २ चौ. फू. ९६ चौ. इ. हे उत्तर.

(११) एका दारूवाल्याने एक द्राक्षासवाचे पीप ७० पैांडांस खरेदी केले. आणि त्यांतील द्राक्षासव, कार्ट, पाइंट, व अर्धपाइंट यांच्या बाटल्यांची सम संख्या घेऊन त्यांत ते भरून

ठेविलें. तर प्रत्येक जातीच्या किती डझन बाटल्या त्यापाशीं होत्या? व त्यांतील प्रत्येक डझन त्यानें काय भावानें विकावा ह्मणजे त्यास शें. १५ नफा होईल?

१ पीप = २ × ६३ × ८ × २ अर्धपाइंट व १ क्वार्ट = ४ अर्ध पाइंट ∴ ४ + २ + १ = ७ अर्ध पाइंट मध्ये प्रत्येक जातीची १ बाटली येते ∴ ७ : ६३ × ३२ ∴ १ = २८८ बाटल्या व १२ बाटल्या = १ डझन ∴  $\frac{२८८}{१२} = २४$  डझन प्रत्येक जातीच्या बाटल्या त्यापाशीं होत्या हें उत्तर. पुनः त्यास एकंदरीत शें. १५ नफा करणें आहे. ∴

१०० : ७० :: ११५ = ८० $\frac{१}{२}$  पौंडांस त्यास ९६ + ४८ + २४ = १६८ डझन ( अर्ध पाइंट ) द्राक्षासव विकणें आहे. ∴ १६८ ड. : १ ड. :: ८० $\frac{१}{२}$  पौ. = ९ शि. ७ पे. प्रत्येक अर्ध पाइंट डझनाची किंमत हें उत्तर. यावरून पाइंटडझनाची किंमत ९ शि. ७ पे. × २ = १९ शि. २ पे. व क्वार्ट डझनाची किंमत ९ शि. ७ पे. × ४ = १ पौ. १८ शि. ४ पे. हें उत्तर.

( १२ ) एका कलालानें दर ग्यालनास १५ शि, ११ शि. व २२ शि. किंमतीची रम, जिन व ब्रचांडी यानांवाची दारू खरेदी करून, तींत अनुक्रमें एक क्वार्ट, २ $\frac{१}{२}$  पाइंट व ३ पाइंट पाणी मिसळलें. व ब्रचांडीचे दुप्पट जिन व जिनचे दुप्पट रम अशा प्रमाणानें त्यांचे त्याने मिश्रण करून, तें अनुक्रमें दर ग्यालनास १६ शि., १२ शि. व २३ शि. या भावानें विकलें. तर त्यास शें. नफा किती झाला तो सांग.

१ ग्यालन रम दारूमध्ये १ क्वार्ट पाणी मिसळलें

हणजे  $८ + २ = १०$  पाइंट पाणी मिश्रण होतें. व त्याची किंमत १५ शि. आहे.  $\therefore \frac{१५}{१०}$  शि. एक पाइंट रम दारूची किंमत झाली. तसेंच  $८ + २\frac{१}{२} = १०\frac{१}{२}$  पाइंट जिनची किंमत ११ शि. आहे.  $\therefore ११ \div १०\frac{१}{२} = \frac{२२}{२१}$  शि. एक पाइंट जिनची किंमत व  $८ + ३ = ११$  पाइंट ब्रयांडीची किंमत २२ शि.

$\therefore \frac{२२}{११} = २$  शि. एक पाइंट ब्रयांडीची किंमत झाली. आतां रम, जिन, व ब्रयांडी यांची दर पाइंटची विक्रीची किंमत अनुक्रमें  $\frac{१६}{८}$  शि.,  $\frac{१२}{८}$  शि., व  $\frac{२३}{८}$  शि., आहे. पुनः त्यानें मिश्रण करितांना ४, २, व १ अशा प्रमाणांत केलें. यास्तव

सर्व दारूंच्या मिश्रणाची एकंदर किंमत  $\frac{१५ \times ४}{१०} + \frac{२२ \times २}{२१} + २ = \frac{२१२}{२१}$  शि. झाली. व विक्रीची किंमत  $\frac{१६ \times ४}{८} + \frac{१२ \times २}{८} + \frac{२३}{८} = \frac{१११}{८}$  शि. झाली.  $\therefore \frac{१११}{८} - \frac{२१२}{२१} = \frac{६३५}{१६८}$  शि. हा  $\frac{२१२}{२१}$  शि.

वर नफा झाला,  $\therefore \frac{२१२}{२१} : १०० :: \frac{६३५}{१६८} = \frac{१५८७२}{४२४} = ३७\frac{१८७}{४२४}$  शे. नफा हें उत्तर.

## पेपर ४ था.

( १ ) - ( ४ ) एका शेतकऱ्याजवळ ३५० एकर जमीन आहे. तीबद्दल त्यास दर एकरास ३ शि. ६ पे. प्रमाणें कर व गहू, जव, मटक्या आणि तूर या प्रत्येक धान्याच्या १०० क्वार्टरांची, दर क्वार्टरास अनुक्रमें ३८ शि. ९ पे., २७ शि. ४ पे., १७ शि. ४ पे., व ३३ शि. १० पे. प्रमाणें किंमत द्यावी लागते. तर एकंदर त्यास किती सारा भरावा लागतो तो सांग.

३५० × ३ शि. ६ पे. = ६१ पौ. ५ शि. करा-  
बदल आणि ३८ शि. ९ पे. + २७ शि. ४ पे. + १७ शि.  
४ पे. + ३३ शि. १० पे. = ११७ शि. ३ पे. म्हणून  
१०० × ११७ शि. ३ पे. = ५८६ पौ. ५ शि. धान्याची  
किंमत झाली. या कारितां, ६१ पौ. ५ शि. + ५८६ पौ. ५  
शि. = ६४७ पौ. १० शि. हें उत्तर.

( ५ ) समान शर्कींचीं २० मनुष्यें, १५ फूट उंच व  
३० फू. लांब अशी भित ६० दिवसांत बांधितात. व दुसरीं  
समान शर्कींचीं ३५ मनुष्यें, २० फू. उंच व ४० फू. लांब  
अशी भित ६४ दिवसांत बांधितात. यावरून दोन्ही वर्गां-  
तील मनुष्यांच्या शर्कींचें प्रमाण काय असावें तें सांग.

२० मनुष्यें ६० दिवसांत १५ × ३० चौ. फुटांची  
भित बांधितात. ∴ १ मनुष्य १ दिवसांत  $\frac{94 \times 30}{20 \times 60} = \frac{3}{2}$  चौ.फूट  
भित बांधील. तसेंच, ३५ मनुष्यें ६४ दिवसांत २० ×  
४० चौ. फू. ची भित बांधितात. ∴ १ मनुष्य १ दिवसांत  
 $\frac{20 \times 40}{35 \times 64} = \frac{5}{56}$  चौ.फू. भित बांधील. यावरून दोघांच्या शर्कींचें  
प्रमाण  $\frac{3}{2} : \frac{5}{56}$  किंवा २१ : २० हें उत्तर.

( ६ ) जर शें. ३ भावाच्या ठेवीची किंमत ९७ $\frac{1}{2}$   
आहे तर शें. ४ $\frac{1}{2}$  भावाच्या ठेवीतील १३५ पौडांची  
किंमत काय असावी ?

१०० : १३५ } ∴ ९७ $\frac{1}{2}$   
३ : ४ $\frac{1}{2}$  } =  $\frac{3185 \times 4}{1600}$  पौ. किंवा १९६ पौ.  
१३ शि. ६ $\frac{3}{4}$  पे. हें उत्तर.

( ७ ) उत्तम सोऱ्याची दर औसाची किंमत ३ पौ.

१८

गणितादर्श.

१७ शि.  $१०\frac{१}{२}$  पे. आहे, तर कमीतकमी किती औंस सोने घ्यावे ह्मणजे त्यांत पौंडांच्या नाण्यांची पूर्ण संख्या पाडतां येईल ?

३ पौ. १७ शि.  $१०\frac{१}{२}$  पे. =  $\frac{६२३}{१६०}$  पौ. ह्मणून  $\frac{६२३}{१६०}$  व १ यांचा दृ० भा० =  $\frac{१}{१६०}$  यानें १ स भागून = १६० औंस सोने घ्यावे हें उत्तर.

( ८ )  $३\frac{१}{४}$  पौंड व्याजाच्या ठेवीतून ९८ भावानें जाणारे ५००० पौंड काढून ९४ या भावाचे शें. ३ व्याजाच्या ठेवीत घातले. तर व्याजाच्या उत्पन्नांत भेद किती पडेल व दुसरे भावाची ठेव किती येईल ?

९८ : ९४ :: ५००० पौ. व्य. ह्मणून  $\frac{५००० \times ९८}{९४} = ५२१२\frac{३६}{१००}$  पौंडांची ठेव येईल हें उत्तर.

१०० : ५००० ::  $३\frac{१}{४}$  = १६२ पौ. १० शि. }  
 १०० : ५००० :: ९८ = ९८ × ५० पौ. }  
 ९४ : ९८ × ५० :: ३ = १५६ पौ. ७ शि.  $७\frac{४३}{१००}$  पे. }  
 ह्मणून १६२ पौ. १० शि. - १५६ पौ. ७ शि.  $७\frac{४३}{१००}$  पे.  
 = ६ पौ. २ शि.  $४\frac{५७}{१००}$  पे. भेद पडेल हें उत्तर.

( ९ ) अ आणि ब यांस ४ पौ. ७ शि. ६ पे. वांटून दिले. ते असे कीं, अस प्रथम द्रव्याचा  $\frac{१}{३}$  देऊन बस  $\frac{१}{६}$  दिला, नंतर पुनः बाकी राहिल्याचा  $\frac{१}{११}$  अस देऊन बाकीचे सर्व बस दिले. तर प्रत्येकास काय मिळाले तें सांग.

अस  $\frac{१}{३}$  व बस  $\frac{१}{६}$  देऊन बाकी  $१ - \frac{१}{३} - \frac{१}{६} = \frac{११}{१८}$  द्रव्य राहिले ह्मणून  $\frac{११}{१८} \times \frac{४}{११} = \frac{४}{१८}$  अस मिळाला व बस  $\frac{११}{१८} - \frac{४}{१८} = \frac{७}{१८}$  मिळाला, यास्तव अस एकंदर  $\frac{१}{३} + \frac{४}{१८} = \frac{११}{१८}$  व बस  $\frac{७}{१८} + \frac{१}{६} = \frac{११}{१८}$  मिळाला. म्हणून,



$$\begin{aligned} १ : \frac{११}{२१} :: \frac{३५}{८} = \frac{५५}{२४} = २\text{पौ. } ५\text{शि. } १०\text{पे. अस,} \\ १ : \frac{५०}{२१} :: \frac{३५}{८} = \frac{२५}{१२} = २\text{पौ. } १\text{शि. } ८\text{पे. बस,} \end{aligned}$$

(१०) एक सभामंडप ६३ फू. लांब व २७ फू. रुंद आहे. त्यावरील एक चौ. फूट जागेभर पसरण्यास जुने शिसे ८ पौ. लागते. व तेच नवे शिसे ७ $\frac{१}{२}$  पौंड लागते. यावरून नवे शिसे उपयोगांत आणले तर किती शिसे कमी लागेल व त्याची दर पौंडास २ $\frac{१}{२}$  पे. प्रमाणे किंमत काय होईल ?

एक चौ. फुटामागे ८ पौ. - ७ $\frac{१}{२}$  पौ. =  $\frac{१}{२}$  पौंड शिसे कमी लागते.  $\therefore$  १ चौ. फु. : ६३  $\times$  २७ चौ. फु. ::  $\frac{१}{२}$  पौ. =  $\frac{१००१}{२}$  = ८५० $\frac{१}{२}$  पौंड शिसे कमी लागेल. हे उत्तर.

१ पौ. : ८५० $\frac{१}{२}$  पौ. :: २ $\frac{१}{२}$  पे. = ८ पौ. १७ शि. २ $\frac{१}{२}$  पे. हे उत्तर.

(११) एका गृहस्थास २०८५ पौंड देणे आहे. त्यापैकी अर्चे २३५ पौ. बर्चे ३२५ पौ., कर्चे ५२५ पौ., व बाकीचे सर्व डर्चे देणे आहे. आतां त्याने दामाशाई प्रमाणे दर पौंडाची फेड करावी म्हणजे डस कव्या कर्जा बरोबर उत्पन्न होईल, व त्या मानाने प्रत्येकास काय मिळेल ?

२०८५ पौ. = ( २३५ + ३२५ + ५२५ ) पौ. = १००० पौ. डर्चे कर्ज.  $\therefore$  १००० पौ. : १ पौ. :: ५२५ पौ. =  $\frac{२१}{४०}$  पौंड किंवा १० शि. ६ पे. प्रमाणे प्रत्येक पौंडाची फेड करावी, हे उत्तर. व या मानाने अस  $\frac{२३५ \times २१}{४०}$  पौ. = १२३ पौ. ७ शि. ६ पे., बस  $\frac{३२५ \times २१}{४०}$  पौंड = १७० पौ. १२ शि. ६ पे.; व कस  $\frac{५२५ \times २१}{४०}$  पौ. = २७५ पौ. १२ शि. ६ पे. मिळतील, हे उत्तर.

(१२) सारख्याच काळामध्ये अ आणि ब हे अनुक्रमे कचे दुप्पट व  $१\frac{१}{२}$  पट काम करितात. त्या त्रिवर्गांनी कांहीं काम २ दिवस पर्यंत करून पुढे अने अर्धादिवस व बने एक दिवस काम चालविले. तर प्रस्तुत झालेले काम अ आणि क यांजकडून करविणे असल्यास किती दिवस लागतील ?

अ, ब, आणि क यांनी शेवटपर्यंत अनुक्रमे  $२\frac{१}{२}$  दि. ३ दि., व २ दि. काम केले. यावरून एकंदर काम  $(२\frac{१}{२} \times २) + (३ \times १\frac{१}{२}) + (२ \times १) = ११\frac{१}{२}$  पट झाले. आतां अ आणि क यांना मिळून  $२ + १ = ३$  पट काम करण्यास १ दिवस लागतो, यास्तव. ३ प. :  $११\frac{१}{२}$  प. :: १ दि. =  $\frac{२३}{६} = ३\frac{५}{६}$  दि. लागतील. हे उत्तर.

## पेपर ५ वा.

(१) एका गृहस्थाची दर आठवड्यास १७ शि. ६ पे. प्राप्त असून तो तिचा  $\frac{१}{६}$  चौदादिवसांत संग्रह करितो. तर त्यापार्शी ५० गिनींचा संग्रह किती काळाने होईल ?

$\frac{१७ \text{ शि. } ६ \text{ पे.}}{१} = ३\frac{१}{२} \text{ शि. दोन आठवड्यांत संग्रहीं}$

९ राहातात. ::  $३\frac{१}{२} \text{ शि.} : २१ \times ५० \text{ शि.}$

:: २ आ. = ६०० आठवडे, हे उत्तर.

(२) ६५ शिलिंगांस १५ शिलिंगांनी भागणे व ६५ शिलिंगांस १५नीं भागणे यांत भेद काय आहे ?

पहिल्याचा अर्थ " १५ शिलिंगाचा एक भाग असे ६५ शिलिंगांचे भाग किती होतात ? " असा आहे. व

याचें उत्तर ६५ शि.  $\div$  १५ शि. = ४ $\frac{1}{3}$  भाग हें आहे.  
आणि दुसऱ्याचा अर्थ " ६५ शिलिंगांचे १५ भाग केले  
असतां एक एक भाग केव्हड्याचा पडेल? " असा आहे.  
व याचें उत्तर ६५ शि.  $\div$  १५ = ४ शि. ३ पे. हें आहे.

(३) १५ हंड्रेडवेट साखर ६० पुरुष आणि १०४ बायका  
यांत पुरुषास बायकोच्या दुप्पट, याप्रमाणानें वाटावयाची  
आहे. तर प्रत्येकास काय द्यावें ?

६० पुरुष. = १२० बायका.  $\therefore$  १२० + १०४  
= २२४ बायका.  $\therefore$  २२४ बा. : १ बा. :: १५  $\times$   
११२ पौ. = ७ $\frac{1}{2}$  पौंड बायकोस व ७ $\frac{1}{2}$   $\times$  २ = १५ पौ.  
पुरुषास हें उत्तर.

(४) एक काटकोनचौकोनाकृति लांकडांचा गंज १२  
यार्ड उंच आणि १० यार्ड रुंद आहे. त्यास चटयांचें  
आच्छादन केलें असतां दर चौ. फुटास ४ पेन्स प्रमाणें  
८७ पौंड खर्च येतो, तर १८ फू. लांब ८ इ. रुंद व ४ इ.  
ओड असे लांकडाचें ओडे वरील गंजीचे किती कारितां येतील?

४ पे. : ८७  $\times$  २४० पे. :: १ चौ. फू. = ८७  
 $\times$  ६० चौ. फू. पांच बाजूंचे मिळून क्षेत्रफळ झालें. त्यांत  
दोन बाजूंचे क्षेत्रफळ १२ या.  $\times$  १० या.  $\times$  २ = २४०  
चौ. या. किंवा २१६० चौ.फू. आहे.  $\therefore$  ५२२० चौ. फू.  
- २१६० चौ. फू. = ३०६० चौ. फू. राहिलेल्या तीन  
बाजूंचे क्षेत्रफळ. आतां त्या गंजीची लांबी (१) फूट धरिली  
तर फडेच्या दोन बाजूंचे क्षेत्रफळ (१)  $\times$  ३६  $\times$  २ चौ.फू. व  
वरील पृष्ठभागाचें क्षेत्रफळ (१)  $\times$  ३० चौ.फू. होईल. आणि

हे सर्व मिळून ३०६० चौ.फू. आहेत  $\therefore ७२(१) + ३०(१)$   
 $= १०२(१)$  व या बरोबर ३०६० चौ.फू. आहेत  $\therefore (१) = \frac{३०६०}{१०२}$   
 $= ३०$  फूट त्या गंजीची लांबी निघाली. आतां एकंदर गंजीचे  
घनफळास प्रत्येक ओंड्याच्या घनफळानें भागिलें असतां  
एकंदर ओंड्यांची संख्या निघेल.  $\therefore ३० \times ३६ \times ३०$   
 $\div १८ \times \frac{२}{३} \times \frac{१}{३} = ८१००$  ओंडे हें उत्तर.

( ५ ) दर क्वार्टरास ३८ शि. ३९ शि. व ४० शि.  
या भावाचे अनुक्रमें २३, २४, व २५, क्वार्टर गहूं  
खरेदी करून त्यांचें मिश्रण काय भावानें विकारें ह्मणजे  
शें. २० नफा होईल ?

$$\left. \begin{array}{l} २३ \times ३८ \text{ शि.} = ८७४ \text{ शि.} \\ २४ \times ३९ \text{ शि.} = ९३६ \text{ शि.} \\ २५ \times ४० \text{ शि.} = १००० \text{ शि.} \\ \hline ७२ \text{ क्वार्टर.} \quad \hline २८१० \text{ शि.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} १०० : २८१० :: \\ १५० = ३३७२ \text{ शि.} \\ \therefore ७२ \text{ का.} : १ \text{ का.} \\ \therefore ३३७२ \text{ शि.} = २ \text{ पौ.} \\ ६३ \text{ शि.} १० \text{ पे. हें उत्तर.} \end{array}$$

( ६ ) तीन पौंड व्याजाच्या ठेवीतून ९७ $\frac{१}{३}$  भावानें  
जाणारे २२०० पौ. काढून ९५ या भावाचे ४ $\frac{३}{४}$   
व्याजाच्या दराचे रेल्वेचे ठेवीत घातले. तर व्याजाच्या  
उत्पन्नांत भेद किती पडेल ?

$$\left. \begin{array}{l} १०० : २२०० :: ३ = ६६ \text{ पौ.} \\ १०० : २२०० :: ९७\frac{१}{३} = २१४५ \\ ९५ : २१४५ :: \frac{११}{४} = १०७ \text{ पौ.} ५ \text{ शि} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \therefore १०७ \text{ पौ.} \\ ५ \text{ शि.} - ६६ \\ \text{पौ.} = ४१ \text{ पौ.} \\ ५ \text{ शि. हें उत्तर.} \end{array}$$

( ७ ) दर यार्डास २१ शि. या भावानें काहीं यार्ड

कापड ९ महिन्याचे उधारी खात्यानें आणिलें. तर द. सा. द. शें. ४ व्याजाप्रमाणें त्याची रोख किंमत आज दिली असतां दर यार्डी मागें किती सूट मिळेल ?

१२म. • ९म. :: ४पौ. = ३पौ. यांत १०० मिळवून १०३  
 :: १०३ : २१ :: ३ =  $\frac{63}{100}$  शि. =  $7\frac{3}{4}$  पे.  $\frac{39}{100}$  फा. हें उत्तर.

(८) (९)  $\frac{100924}{172}$  याचें वर्गमूळ काढ.

$$\sqrt{\frac{100924}{172}} = \sqrt{\frac{1000624}{100}} = \frac{1024}{10} = .0८३ हें उ०$$

(१०) दर पौंडास ७ पेन्स प्रमाणें एका गांवच्या कराचे उत्पन्न ५२५००० पौंड झालें तर तोच कर शें. ३ प्रमाणें वसूल केल्यास किती उत्पन्न जास्त होईल ?

७ पे. : ५२५००० × २४० पे. :: १ पौ. = ७५००० ×  
 २४० पौ. १०० : ७५००० × २४० :: ३ = ५४०००० पौ. ::  
 ५४०००० पौ. - ५२५००० पौ. = १५००० पौ. हें उत्तर.

(११) दोन घड्याळांत २ एकाच वेळीं वाजले. त्यांत एक घड्याळ चौवीस तासांत ७ सेकंद मागें जातें व दुसरें ८ सेकंद पुढें जातें. तर एक घड्याळ दुसऱ्यापुढें अर्धातास केव्हां जाईल, व तेवेळीं प्रत्येकांत किती किती वाजतील तें सांग ?

दोन्ही घड्याळांत २४ तासांत ७ + ८ = १५ सेकंदांचें अंतर असतें, :: १५ से. : ३० × ६० से. :: १ दि. = १२० दिवस हें उत्तर . पुनः १ दि. : १२० दि. ::  $\frac{1}{60}$  मि. = १४ मिनिटें २ वाजण्यास कमी एवढी पाहिलें घड्याळ वेळ दाखवील हें उत्तर. व दुसरें घड्याळांत १ दि. : १२० दि. ::  $\frac{1}{60}$  मि. = १६ मिनिटें २ वाजून होतील. हें उत्तर.

( १२ ) एका कलालानें ५२ डझन बाटली दारू १०० गिनीस खरेदी करून १० वर्षे पर्यंत तशाच कायम ठेविली. तर द. सा. द. शें. ४ व्याजाप्रमाणें सावकारा देणें द्यावयाचे असल्यास प्रत्येक डझनाची काय किंमत होईल ?

शंभर पौंडांचें १० वर्षांत ४ व्याजाप्रमाणें ४० पौंड व्याज होतें. यास्तव  $१०० : १०५ :: ४० = ४२$  पौ. व्याज यांत १०५ मुद्दल मिळवून १४७ पौंड  $\therefore ५२$  ड. : १ ड. :: १४७ पौ. =  $\frac{१४७}{५२}$  पौ. किंवा  $५६\frac{७}{१३}$  शि. हें उत्तर.

## पेपर ६ वा.

( १ )  $\frac{१}{७} - \left( \frac{३}{३५} + \frac{४}{५५} \right) + \frac{६}{३८५}$  यांची किंमत काढ.  
 $= \frac{१}{७} - \left( \frac{६१}{३८५} \right) + \frac{६}{३८५} = \left( \frac{१}{७} + \frac{६}{३८५} \right) - \frac{६१}{३८५} = \frac{६१}{३८५} - \frac{६१}{३८५} = ०$  हें उत्तर.

( २ ) ( ३ ) एका मनुष्याने १००० पौंडांचे शें. ३ व्याजाचे  $९६\frac{७}{८}$  भावाचे रोखे खरेदी करून त्यांचा भाव  $८२\frac{३}{४}$  झाला असतां तें विकून टाकले, तर त्यास किती तोटा झाला ?

$९६\frac{७}{८} - ८२\frac{३}{४} = १४\frac{१}{८}$  शें. तोटा.  $\therefore १०० : १००० :: १४\frac{१}{८} = १४१$  पौ. ५ शि. हें उत्तर.

( ४ ) एका गृहस्थानें मरतेसमयी १५०० पौंड तिघांत १, २, व ३, या प्रमाणांत वांटून दिले. तर प्रत्येकास शें. १० प्रमाणें मृत्युपत्रावरील वजा कर जाऊन काय मिळालें तें सांग.

$१०० : १५०० :: १० = १५०$  पौ. झणून १५००

पौं. - १५० पौं. = १३५० पौं. हे १, २, व ३ या प्रमाणांत वाटावयाचे यास्तव,  $१ + २ + ३ = ६ ∴ ६ : १ :: १३५० = २२५$  पौं. पहिल्यास, यावरून दुसऱ्यास ४५० पौं. व तिसऱ्यास ६७५ पौं. मिळतील हे उत्तर.

( ५ ) द. सा. द. शें. ४ व्याजाप्रमाणे ४ महिन्यांनी २३७ पौं. १० शि. द्यावयाचे आहेत ते आज देणे झाल्यास किती व्याज कापावे ? व हेंच व्याज सरळव्याज रीतीने कापल्यास किती चूक पडेल ?

१२ म. : ४ म. :: ४ व्या. =  $\frac{४}{३}$  पौं. यांत १०० मिळवून  $\frac{४०४}{३}$  पौं. रास ∴  $\frac{३०४}{३} : २३७\frac{१}{२} :: \frac{४}{३}$  व्या. =  $\frac{४०४}{१५२} = ३$  पौं. २ शि. ६ पे. व्याज कापावे हें उत्तर. हेंच सरळ व्याज रीतीने कापू गेले तर, जस-

$२३७\frac{१}{२} \times ४ \times ४ \div १०० \times १२$  पौं. =  $\frac{११}{१६}$  पौं. = ३ पौं. ३ शि. ४ पे. इतकें व्याज कापलें जाईल. ∴  $\frac{११}{१६}$  पौं. -  $\frac{४०४}{१५२}$  पौं. = १० पे. ची चूक पडेल हे उत्तर.

( ६ ) ( ७ ) शें. ३ व्याज मिळणारी ९६ भावाची ठेव विकून एका गृहस्थाने रेल्वेची शें. ५ व्याज मिळणारी कांहां भावाची ठेव खरेदी केली, तेणेकरून त्यास शें. ५० व्याज जास्त पडूं लागले. यावरून दुसऱ्या ठेवीचा भाव काय असावा ?

$१०० : ३ :: १५० = ४\frac{१}{२}$  पौं. व्याज येण्यास ठेवीचा भाव ९६ पौं. आहे. ह्मणून  $४\frac{१}{२} : ५ :: ९६ = \frac{३२०}{९}$  पौं. = १०६ पौं. १३ शि. ४ पे. भाव असावा हे उत्तर.

( ८ ) एका खोलीची लांबी रुंदीच्या दुप्पट आहे. व

तीस दर चौ. यार्डास ५ शि. प्रमाणें विद्यायत केली असतां ६ पौं. २ शि. ६ पे. खर्च येतो. व ती रंगविली असतां दर चौ. यार्डास ९ पे. प्रमाणें २ पौं. १२ शि. ६ पे. खर्च येतो. या वरून खोलीचो उंची काय असावी ?

५ शि. : १२२ $\frac{१}{२}$  शि. :: १ चौ. या. =  $\frac{५९}{२}$  चौ. या. खालच्या जमीनार्चे क्षेत्रफळ झालें. व हें लांबी आणि रुंदी यांच्या गुणाकारा वरांवर आहे व लांबी ही रुंदीच्या दुप्पट आहे. ह्मणून रुंदी  $\times$  २रुंदी =  $\frac{५९}{२}$  चौ. या.  $\therefore$  रुंदी<sup>२</sup> =  $\frac{५९}{४}$  चौ. या.  $\therefore$  रुंदी =  $\frac{१}{२}$  यार्ड, यावरून लांबी = ७ यार्ड झाले. पुनः  $\frac{११}{२}$  शि. : ५२ $\frac{१}{२}$  शि. :: १ चौ. या. = ७० चौ. यार्ड रंगविलेल्या जागेचें एकंदर क्षेत्रफळ झालें, व २ ( लां. + रुं. )  $\times$  उंची. = क्षेत्रफळ, ह्मणून २ ( ७ +  $\frac{१}{२}$  )  $\times$  उं. = ७० ह्मणून उं. =  $\frac{१०}{३}$  या. =  $\frac{१०}{३}$  यार्ड किंवा १० फूट हें उत्तर.

( ९ ) शें. ३ व्याज मिळणाऱ्या रोख्याची किंमत किती उतरावी ह्मणजे ठेवीवर शें. ४ प्रमाणें व्याज मिळूं लागेल ?

४ : ३ :: १०० = ७५ रोख्याचा भाव असता.

$\therefore$  १०० - ७५ = २५ शें. किंमत उतरावी हें उत्तर.

( १० )  $\sqrt{२}$  याची किंमत  $\frac{१०}{२}$  व  $\frac{४१}{२}$  या दोन अपूर्णाकांच्या किंमतीमध्ये आहे असे दाखवि.

$\frac{१०}{२} = १.४१६$  व  $\frac{४१}{२} = १.४१३७$  इ. आणि  $\sqrt{२} = १.४१४$  इ. ही किंमत मागील दोन अपूर्णाकांच्या किंमतीमध्ये आहे, हें स्पष्ट दिसतें. हें उत्तर.

( ११ ) शें. ३ व्याज मिळणाऱ्या रोख्याची किंमत ९४ $\frac{१}{२}$  असतां एका मनुष्याने ७०० पौंडांची ठेव खरेदी



केली व रशिअनच्या शें ५ व्याज मिळणाऱ्या ९७ $\frac{१}{२}$  भावाच्या ठेवीत ५८५ पौंड घातले. यावरून त्याच्या नांवें एकंदर किती पौंडांची ठेव झाली ? व शें. ३ व्याजाची पहिली ठेव ९५ भावानें व दुसरी शें. ५ व्याजाची २६ $\frac{१}{२}$  भावानें विकली असतां एकंदरीत नफा अ० तोटा काय होईल तो सांग.

९७ $\frac{१}{२}$  : ५८५ :: १०० = ६०० पौंडांची दुसरी ठेव झाली. ∴ ७०० + ६०० = १३०० पौंडांची ठेव एकंदर त्याच्या नांवें झाली हें उत्तर. पुनः शें. ९५ - शें. ९४ $\frac{१}{२}$  = शें.  $\frac{१}{२}$  नफा पहिले ठेवीत झाला. ∴ १०० : ७०० ::  $\frac{१}{२}$  = ३ $\frac{१}{२}$  पौंड नफा व दुसरे ठेवीत शें. ९७ $\frac{१}{२}$  - शें. ९६ $\frac{१}{२}$  = शें.  $\frac{१}{२}$  तोटा दुसरे ठेवांत झाला. ∴ १०० : ६०० ::  $\frac{१}{२}$  = ७ पौ. १० शि. तोटा. यास्तव, ७ पौ. १० शि. - ३ पौ. १० शि. = ४ पौंड तोटा. हें उत्तर.

(१२) एका भुसाच्यानें कॉफी व चहा अनुक्रमें दर हंडेडवेटास ८ पौ. १० शि. व २ पौ. १० शि. प्रमाणें खरेदी करून त्यांचिं ७ : ५ याप्रमाणानें मिश्रण केलें. तर तें मिश्र त्यानें काय भावानें विकारिं ह्मणजे त्यास शें. १६ $\frac{३}{४}$  पौंड नफा होईल ?

$$७ \text{ हं. काफीची किंमत } ७ \times ८\frac{१}{२} \text{ पौ.} = ५९\frac{१}{२} \text{ पौ.}$$

$$५ \text{ हं. चहाची } ,, ५ \times २\frac{१}{२} \text{ पौ.} = १२\frac{१}{२} \text{ पौ.}$$

१२ हं. मिश्रणाची किंमत एकंदर ७२ पौ. होते.

$$\text{ह्मणून } १ \text{ हं.} = \frac{७२}{१२} \text{ पौ.} = ६ \text{ पौ., यास्तव } १०० : ६$$

$$:: ११६\frac{३}{४} = \frac{३५० \times ६}{१०० \times ३} = ७ \text{ पौंड. हें उत्तर.}$$

## पेपर ७ वा.

(१)(२)(क)  $\left. \begin{array}{l} \frac{२^०}{७ \times १०^०} + \frac{२^३}{३ \times १०^३} \end{array} \right\}$  यांची दशांशांत किंमत काढ.

$$= \frac{१२८}{७ \times १०^०} + \frac{८}{३ \times १०^३} = \frac{१८,२८५७१.४}{१०^०} + \frac{२.६६६६६६६}{१०^३}$$

$$= .०००००१८२८५७१.४ + .००२६६६६६६६६ = .००२६६८४२५२३८० \text{ हें उत्तर.}$$

(३)(४) अने बस, सावकारी रीतीने, जो पैसा एक वर्ष मुदतावर द्यावयाचा तो आजच कर्जाक दिला. आतां ब हा जग त्या कर्जाची फेड वर्षाने करिता तर त्यास वाजवी रीतीने ५ पौंड नफा झाला असता. यावरून अने बस किती कर्ज दिलें असावें ?

द. सा. द. शें. ५ व्याजाने जे १०० पौंड वर्षाने मिळावयाचे ते सावकारी रीतीने आज ९५ मिळताल व त्यावर शें. ५ प्रमाणे वाजवी रीतीने १०० : ९५ :: ५ =  $४\frac{३}{४}$  पौंड व्याजाची आकारणी होईल. यास्तव,  $९५ + ४\frac{३}{४} = ९९\frac{३}{४}$  पौ. वर्षाने द्यावे लागतील व हेच सावकारी रीतीने १०० पौ. द्यावे लागतान.  $१०० \text{ पौ.} - ९९\frac{३}{४} = \frac{१}{४}$  पौ. नफा वर्षाने फेड केली असता वाजवी रीतीने हातो, हणून  $\frac{१}{४}$  पौ. : ५ पौ. :: १०० क. - २००० पौंड मुद्दल कर्ज दिलें असावें हें उत्तर.

(५) कांहीं एक काम करण्यास अव, अक, आणि बक, यांना अनुक्रमे १०, १२ आणि १६, दिवस लागतात,

तर ते काम एकेकटा करुं लागल्यास त्यास किती दिवस लागतील ?

१०दि. : १दि. :: १का. =  $\frac{1}{10}$ का.अब. म्हणून १ दिव.  
 १२दि. : १दि. :: १का. =  $\frac{1}{12}$ का.अक. } सांत २(अ +  
 १६दि. : १दि. :: १का. =  $\frac{1}{16}$ का.बक. } ब + क) हे  $\frac{1}{10} +$   
 $\frac{1}{12} + \frac{1}{16} = \frac{43}{240}$  काम करितात तर अबक हे १ दिवसांत  
 $\frac{43}{240}$  काम करतात. यांतून अनुक्रमे १ दिवसाचीं बक.  
 अक, अब, यांचीं कामे वजा दिलीं असतां अ, ब, क,  
 यांचीं एक दिवसाचीं कामे निघतील. जसे  $\frac{43}{240} - \frac{1}{16} = \frac{29}{240}$   
 काम अचे १ दिवसाचे, यावरून अस १६ $\frac{16}{240}$  दिवस, ब  
 सदहू प्रमाणेच २५ $\frac{1}{240}$  दि. बस, व ४३ $\frac{1}{240}$  दिवस कस  
 लागतील हे उत्तर.

( ६ ) ( ७ ) चार घरांची किंमत १८४० पौंड आहे.  
 त्यांत पहिल्या घराची किंमत दुसऱ्याच्या  $\frac{2}{3}$ , दुसऱ्या घराची  
 किंमत तिसऱ्याच्या  $\frac{3}{4}$  व तिसऱ्या घराची किंमत चौथ्याच्या  
 $\frac{4}{5}$  आहे. या वरून प्रत्येक घराची किंमत काय असावी ?

चौथ्या घराची किंमत ७२ पौंड आहे अशी कल्पना केली  
 या वरून तिसऱ्या घराची  $७२ \times \frac{4}{5} = ६०$  पौंड, दुसऱ्या  
 घराची  $६० \times \frac{3}{4} = ४५$  पौंड, व पहिल्या घराची  $४५$   
 $\times \frac{2}{3} = ३०$  पौंड किंमत असली पाहिजे. म्हणून  $३० +$   
 $४५ + ६० + ७२ = २०७$  यास्तव,

$$२०७ : १८४० :: ३० = २६६ \text{ पौं. } १३ \text{ शि. } ४ \text{ पे. पाहि.}$$

$$२०७ : १८४० :: ४५ = ४०० \text{ पौं. दुसऱ्यास.}$$

$$२०७ : १८४० :: ६० = ५३३ \text{ पौं. } ६ \text{ शि. } ८ \text{ पे. तिस.}$$

$$२०७ : १८४० :: ७२ = ६४० \text{ पौं. चौथ्यास.}$$

प्र.  
 २०७

(८) (९) शें. ३ व्याजाच्या कांहीं भावाच्या ठेवीतील दरसाल उत्पन्न जर कांहीं जमीनीच्या वार्षिक साऱ्या पेक्षा  $\frac{1}{10}$  ने जास्त असलें तर तो जमीनीचा सारा सरकार माफ करितें. आतां ठेवीचा भाव शें. ९६ $\frac{3}{4}$  असतां जर एका जमीनीचा वर्षाचा सारा २ पौ. ६ शि. ८ पे. माफ होत आहे तर ठेवीत किती रकम व्याजीं असली पाहिजे ?

प्रश्नावरून हें उघड होतें कीं कांहीं जमीनीच्या वार्षिक साऱ्याच्या  $\frac{1}{10}$  पट ठेवीतील दरसाल उत्पन्न असेल तर तो जमीनीचा सारा माफ होतो. म्हणून  $२\frac{2}{3}$  पौ.  $\times$   $\frac{1}{10} = २\frac{2}{30}$  पौ. ठेवीतील दरसाल उत्पन्न पाहिजे, या करितां,  $३ : २\frac{2}{30} :: ९६\frac{3}{4} = \frac{१००८३}{४०}$  पौ. किंवा ८२ पौ. ९ शि. १ पे. हें उत्तर.

(१०) (११) एका धनगरानें १०८ पौंडांस ११७ मेंढ्या विकत घेतल्या. पुढें पाहातो तो त्यांतील तीन मेंढ्या हरवल्या व १८ मेंढ्या इतक्या वाईट स्थितींत असलेल्या दृष्टोत्पत्तीस आल्या कीं, त्यास त्यांना प्रत्येक मेंढीची ४ शि. किंमत कमी करून विकान्या लागल्या. आतां बाकी राहिलेल्या मेंढ्या त्यानें काय भावानें विकान्या म्हणजे त्यास एकंदरीत ५ पौंड नफा होईल ?

११७ में. : १में. :: १०८ पौ. =  $\frac{१२}{१३}$  पौ. प्रत्येक मेंढीची किंमत. म्हणून  $\frac{१२}{१३} - \frac{१}{१३} = \frac{११}{१३}$  पौ. प्रत्येक मेंढीस, याप्रमाणें १८ मेंढ्या विकल्या.  $\therefore \frac{११}{१३} \times १८ = \frac{८४६}{१३}$  पौ. व ५ पौ. नफ्यासुद्धां एकंदर मेंढ्यांची किंमत ११३ पौ. यास्तव,  $११३$  पौ. -  $\frac{८४६}{१३}$  पौ. =  $\frac{६४९}{१३}$  पौंड ही (११७ - ३ - १८) =

९६ मेट्टांची किंमत झाली. या करितां, ९६ मॅ. : १ मॅ.  
 ::  $\frac{६९९}{६५}$  पौं. = १ पौं. ० शि. ९६ पे.  $\frac{९९}{११}$  फा. हें उत्तर.

(१२) एक खोली २७.७ फू. लांब, १९.५५ फू.  
 रुंद, व १२.४ फू. उंच आहे. तीस २.७ फूट रुंदीचे  
 कागद लावावयाचे आहेत. तर दर यार्डास १ शि. ३ पे.  
 प्रमाणे किती खर्च येईल ?

२(लां. + रुं.) × उंची = खोलीचे क्षेत्रफळ, झणून  
 $२(२७.७ + १९.५५) \times १२.४$  चौ. फू. = २४.८  
 $\times ४७.२५$  चौ. फू. क्षेत्रफळ. यास्तव  $२४.८ \times ४७.२५$   
 चौ. फू.  $\div २.७$  फू. =  $\frac{४३४}{३}$  यार्ड कागदांची लांबी पाहिजे.  
 $\therefore १$  या. :  $\frac{४३४}{३}$  या. :: १५ पे. = २१७० पे. किंवा ९ पौं.  
 ० शि. १० पे. हें उत्तर.

## पेपर < वा.

(१)-(३) गणितादर्श. " भाग पहिला " यांतील  
 भ्याटिक्युलेशनचे परिक्षेत गणित विषयाचे संबंधानें पडलेल्या  
 प्रश्नांचें " पृथक्करण " उदाहरण २९ पाहा.

(४) द. सा. द. शें. १० व्याजाप्रमाणें १२००  
 पौंडांची  $१\frac{१}{२}$  वर्षांत चक्रवाढव्याज रीतीनें किती रास होईल ?  
 व्याज आकारण्याची मुदत ६ महिन्यांनीं.

व त्याच मुदलाची ४ वर्षांत सरळव्याज रीतीनें  
 किती रास होईल ?

१२ म. : ६ म. :: १० पौं. = ५ पौं. दर साहा-  
 माहीस व्याज.  $\therefore १०० : १२०० :: ५ = ६०$  पौं.

पहिल्या साहामाहीचें व्याज, पुनः, १०० : १२६० :: ५  
 = ६३ पौ. वर्षाचें व्याज. पुनः १२६० + ६३ = १३२३ पौ.  
 पुढील साहामाहीचें मुद्दल झालें. ∴ १०० : १३२३ :: ५  
 = ६६ पौ. ३ शि. दीडवर्षाचें व्याज. ∴ १३२३ +  
 ६६ पौ. ३ शि. = १३८९ पौ. ३ शि. रास हें उत्तर

४ वर्षांत सरळव्याजरीतीनें  $\frac{१२०० \times १० \times ४}{१००} = ४८०$  पौ.  
 व्याज होतें. ∴ १२०० + ४८० = १६८० पौ. रास हें उ.

(५) (६) ५६० पौंड २ वर्षांनीं घ्यावयाचे आहेत.  
 त्यांची वर्तमान किंमत ५३३ पौ. ६ शि. ८ पे. आहे. तर  
 द.सा. द. शें. व्याजाचा दर काय असावा ?

५६० पौ. - ५३३ पौ. ६ शि. ८ पे. = २६ पौ.  
 १३ शि. ४ पे. कापलेलें व्याज झालें. व कापलेलें व्याज हें  
 वर्तमान किंमतीचें व्याज असतें. ∴

$$५३३\frac{१}{३} : १०० :: २६\frac{२}{३} \text{ पौ. व्या.}$$

$$२ : १ = २\frac{२}{३} \text{ दर असावा. हें उत्तर.}$$

(७) एक टेबल ६.४२८५७९ यार्ड लांब व १.७८  
 यार्ड रुंद आहे. त्यावर सोन्याचा मुलामा देणें आहे तर  
 दर चौ. इंचास २५ शि. प्रमाणें किती खर्च येईल ?

$$६\frac{४२८५७९}{१०००००} \times १\frac{७९}{१०} \text{ चौ. या.} = २\frac{३}{२} \text{ चौ. या.} ∴$$

$\frac{१४४}{१४४} \times २ \text{ चौ. या.} : २\frac{३}{२} \text{ चौ. या.} :: २५ \text{ शि.} = १८६३०$   
 पौंड. हें उत्तर.

(८) जिनीवा शहरचें घड्याळ आणतांना शें. ५  
 प्रमाणें फर देऊन एकंदर ३० पौंड खर्च आला. तर फर  
 किती भरावा लागला तो सांग ?

१०५ पौंड एकंदर खर्चांत ५ पौंड कर बावा लागतो.  
 $\therefore १०५ : ३० :: ५ = \frac{10}{3}$  पौ. किंवा १ पौ. ८ शि.  
 ६ पे. हें उत्तर.

( ९ ) ( १० ) एका व्यापाऱ्यानें ८० टन कोळसे खरेदी करून त्यांचे एक एक पोते त्यानें १ शि. ६ पे. स विकले तेव्हां त्यास ४ पौंड नफा झाला. परंतु तोच ते पोते १ शि. ४ पे. स विकता तर त्यास ६ पौंड तोटा झाला असता, यावरून प्रत्येक पोत्याचे वजन काय होतें व दर टनास काय भावानें त्यानें कोळसे खरेदी केले होते ?

प्रत्येक पोत्याची किंमत २ पे. कमी केल्या वरून १० पौंडांचें पूर्वीत व हल्लींत अंतर पडलें.  $\therefore २ पे. : २४०० पे.$   
 $:: १ पो. = १२०० पोतीं एकंदर होतीं असें झालें. यास्तव.$   
 $१२०० : १ :: ८० ट. = \frac{1}{12}$  टन किंवा १ हं.  $१\frac{1}{3}$  का.  
 प्रत्येक पोत्याचे वजन हें उत्तर. पुनः,  $\frac{1}{12}$  ट. : ८० ट.  
 $:: १\frac{1}{3}$  शि. = ९० पौ. यांत ४ पौ. नफ्याचे आहेत.  
 ह्मणजे ८६ पौ. ही ८० टन कोळशांची किंमत झाली. यास्तव  
 $८० ट. : १ ट. :: ८६ पौ. = १ पौ. १ शि. ६ पे.$   
 हें उत्तर.

( ११ ) रोज ९ तास प्रमाणें काम करून १५ मनुष्यांनीं ३६ दिवसांत काहीं एक काम करण्याचा संकेत, परंतु २४ सावे दिवसाचे शेवटीं पाहातो तों ३ काम मात्र झालें. आतां पूर्वीच्या मनुष्यांस जर ३ मनुष्ये जास्त मदतीस दिलीं तर त्यांनीं तें काम मुदतींत संपविण्यास रोज किती खपलें पाहिजे ?

$१५ म. : १८ म. \} :: \frac{१}{२} \text{ काम.}$   
 $९ ता. : १ ता. \} = \frac{१}{३००} \text{ काम करण्यास } १८ \text{ मनु-}$   
 $२४ दि. : १ दि. \} \text{ व्यांना रोज } १ \text{ तास प्रमाणें खपावें}$   
 लागतें. व हल्लीं  $१ - \frac{३}{४} = \frac{१}{४}$  काम शिलक राहिलें आहे :-  
 $\frac{१}{३००} : \frac{३}{४} :: १ ता. = १२० \text{ तास राहिलेल्या } १२$   
 दिवसांत खपावें लागेल ह्मणून रोज  $\frac{१२०}{१२} = १०$  तास  
 खपलें पाहिजे हें उत्तर.

(१२) एका कलालानें दर डझनास ६८ शि. प्रमाणें  
 ७ डझन द्राक्षासव खरेदी करून तें दर डझनास ३८ शि.  
 किमतीच्या १३०.७ ग्यालन दारूंत मिसळलें. व तें मिश्र दर  
 डझनास ४६ शि. या भावानें विकलें. तर त्यास शें नफा अ०  
 तोटा काय होईल ? २.७ ग्यालन = १ डझन.

$७ \times ६८ = ४७६ \text{ शि. किंमत.}$   
 $\frac{१३०.४}{२.७} \times ३८ = \frac{४९५५२}{२७} \text{ शि. किंमत.}$  } बेरीज घेऊन.  
 $\frac{१४२३}{२७} \text{ डझन दारूची } \frac{६२४०४}{२७} \text{ शि. किंमत झाली. यास्तव,}$   
 $१ \text{ डझन दारूची किंमत } \frac{६२४०४}{१४२३} \text{ शि. झाली. } \therefore ४६ -$   
 $\frac{६२४०४}{१४२३} = \frac{६२७४}{१४२३} \text{ शि. नफा याकरितां. } \frac{६२४०४}{१४२३} : १०० ::$   
 $\frac{६२७४}{१४२३} = \frac{६२७४००}{६२४०४} = १० \frac{८४०}{१५६०९} \text{ शें. नफा. हें उत्तर.}$

## पेपर ९ वा.

(१) (४) तीन मनुष्ये रोज ११ तास प्रमाणें  
 काम करून २० एकर शेत ११ दिवसांत नांगरतात. तर  
 रोज १२ तास प्रमाणें काम करून ३६० यार्ड लांब व



३२० यार्ड रुंद असें शेत ४ दिवसांत किती मनुष्ये नांगर तील ? १ एकर = ४८४० चौ. यार्ड.

११ ता. : १२ ता. } :: ३ म. व्य.  
 २० × ४८४० : ३६० × ३२० } स.  
 ११ दि. : ४ दि. व्य.

$$\frac{२० \times ४८४० \times ३२० \times ११ \times ११}{१२ \times २० \times ४८४० \times ४} = ९ \text{ मनुष्ये हें उत्तर.}$$

(५) ७ मनुष्ये ९ बायका आणि ३ मुलें यांत ४८८ गिनी वाटावयाच्या आहेत. त्या अशा कीं, बायकोस मनुष्याच्या  $\frac{३}{५}$  व मुलास बायकोच्या  $\frac{१}{५}$ . तर प्रत्येकास काय काय द्यावें तें सांग ?

प्रत्येक मनुष्याचा वाटा कांहीं १ आहे अशी आपण कल्पना करूं. नंतर प्रश्नाप्रमाणें बायकोचा  $\frac{३}{५}$  व मुलाचा  $\frac{१}{५} \times \frac{३}{५} = \frac{३}{२५}$  वाटा होईल. व या मानानें ७ मनुष्ये, ९ बायका व ३ मुलें यांचे वांटे अनुक्रमे, ७,  $\frac{९ \times ३}{५}$  व  $\frac{३ \times ३}{२५}$  असें होतील. ∴  $७ + \frac{२७}{५} + \frac{९}{२५} = \frac{४८८}{२५}$  यास्तव,

$$\left. \begin{aligned} \frac{४८८}{२५} : ४८८ :: ७ &= २४५ \text{ गि. मनुष्यांस} \\ \frac{४८८}{२५} : ४८८ :: \frac{२७}{५} &= १८९ \text{ गि. बायकांस} \\ \frac{४८८}{२५} : ४८८ :: \frac{९}{२५} &= ५४ \text{ गि. मुलांस} \end{aligned} \right\} \text{६ उत्तर.}$$

(६) शें. ४ व्याजाच्या ८० भागाच्या ठेवीत एका मनुष्यानें ४८०० पौंड घातले. व या ठेवीपासून आलेलें उत्पन्न पुनः व्याजां घालावें, असा क्रम त्यानें ३ वर्षे पर्यंत सुरू ठेविला. तर ठेवीचा भाव तीन वर्षे तसाच कायम राहावयाचा आहे अशी कल्पना केली तर तिसरे वर्षी त्यास किती उत्पन्न होईल ?

८० : ४८०० :: ४ = २४० पौ. पाहेंव्या वर्षाचें  
 उत्पन्न. पुनः ८० : २४० :: ४ = १२ पौ. व्याज. ∴  
 १४० + १२ = २५२ पौ. दुसऱ्या वर्षाचें उत्पन्न. पुनः  
 ८० : २५२ :: ४ = १२ पौ. १२ शि. व्याज ∴  
 २५२ पौ. + १२ पौ. १२. शि. = २६४ पौ. १२ शि.  
 तिसऱ्या वर्षाचें उत्पन्न हें उत्तर.

(७) कांहीं एक काम अ व आणि ब क हे अनुक्रमे  
 ६ आणि ७ दिवसांत करितात. व अ व क तेंच काम  
 ४ दिवसांत करितात. तर अ क तेंच काम किती दिवसांत  
 संपवितील ?

अशाजातीची उदाहरणे मागे बरीच सोडविली आहेत.

अवक अव

अवक कव

$\frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$  काम कचें व  $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$   
 काम अचें एक दिवसाचें. ∴  $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$  काम अ  
 कचें एक दिवसाचें. ∴  $\frac{1}{4}$  का. : १ का. :: १ दि. =  
 ५ दिवस हें उत्तर.

(८) गणितादर्श " भाग १ ला " १० व्या पेपरांतलि  
 ३ (ब) उदाहरण पाहा.

(९) (१०) एक खोली २२ फू. ९ इं. लांब  
 २० फू. १० इं. रुंद व १८ फू. ५ इं. उंच असून, तीस  
 एक ३ फू. ४ इं. लांब व ७ फू. ६ इं. उंच असे दार  
 आहे. व ३ फू. ६ इं लांब आणि ५ फू. २ इं. उंच अशा  
 दोन खिडक्या आहेत. तर दर चौ. यार्डास ३ शि. ५९ पे.  
 प्रमाणें तीस कागद लावण्यास खर्च किती येईल तो सांग.

खोलीच्या चारी भिंतींचें क्षेत्रफळ =  $२ \times १८\frac{१}{२}$   
 $\times (२०\frac{१}{२} + २२\frac{१}{२})$  चौ. फू. =  $\frac{११५५८३}{७२}$  चौ. फू.; दाराचें  
 क्षेत्रफळ =  $७\frac{१}{२} \times ३\frac{१}{२}$  चौ. फू. =  $२५$  चौ. फू.; व  
 खिडक्यांचें क्षेत्रफळ =  $३\frac{१}{२} \times ५\frac{१}{२} \times २$  चौ. फू. =  $\frac{२१७}{६}$   
 चौ. फू. झालें. यास्तव  $\frac{११५५८३}{७२}$  चौ. फू. -  $(२५ + \frac{२१७}{६})$   
 चौ. फू. =  $\frac{११११७९}{७२}$  चौ. फू. जागेस कागद लावावयाचे  
 आहेत.  $\therefore$  ९ चौ. फू. :  $\frac{११११७९}{७२}$  चौ. फू. ::  $\frac{१६५}{४}$  पे. =  
 $\frac{६११४८४५}{८६४}$  पे. = २९ पौ. ९ शि.  $९\frac{१}{४}$  पे.  $\frac{१०१}{२५६}$  फा. हें उत्तर.

(११) कांहीं एक कर्ज  $४\frac{१}{२}$  महिन्यांनी फडशा करावया  
 चें आहे. त्या कर्जाचा  $\frac{१}{४}$  आज देऊन पुनः  $\frac{१}{४}$  तीन महिन्यांनी  
 दिला, तर आतां बाकी राहिलेल्या कर्जाची फेड केव्हां करावी?

$४\frac{१}{२} \times १ = ४\frac{१}{२}$  व  $\frac{१}{४} \times ३ = \frac{३}{४} \therefore ४\frac{१}{२} - \frac{३}{४} =$   
 $३\frac{१}{४}$ ; आणि  $१ - (\frac{१}{४} + \frac{१}{४}) = \frac{१}{२}$  कर्ज फेडणें राहिलें.  
 यास्तव,  $३\frac{१}{४}$  क. :  $\frac{१}{२}$  क. :: १ म. व्य. =  $\frac{१५}{२} = ७\frac{१}{२}$   
 महिने. हें उत्तर.

(१२) एका घनचौरसाकृति लांकडाच्या पेटोत  
 ४० क्वार्टर गहूं राहातात. तर तिची आंतील एक बाजू  
 काय असावी? १ बुशेल = २२१८.१९२ घनइंच.

१ बु. : ४०  $\times$  ८ बु. :: २२१८.१९२ घ. इ. =  
 ७०९८२१.४४ घ. इ. त्या पेटोचें आंतील घनफळ झालें.  
 आतां तिची एक बाजू काढणें आहे, ह्मणून,

$\sqrt[३]{७०९८२१.४४}$  घ. इ. = ८९.२ इ. सुमारे किंवा ७ फू.  
 $५\frac{१}{१०}$  इ. हें उत्तर.

(१३) कोणी एक गृहस्थ दर वर्षी  $\frac{१}{३}$  पटीनें जास्त

आपलें भांडवल वाढवीत असे, या प्रमाणें ४ वर्षे पर्यंत वाढविल्यावर, द. सा. द. शें.  $४\frac{१}{३}$  व्याजाप्रमाणें चौथ्या वर्षाच्या भांडवलावरील व्याज त्यास २७० पौंड आलें. या वरून त्याचे मूळारंभी भांडवल किती होतें ?

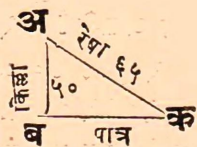
$४\frac{१}{३} : २७० :: १०० = ६०००$  पौ. भांडवल त्याचें चौथ्यावर्षी होतें. आतां मूळ त्याचें भांडवल १ होतें अशी कल्पना केली तर तें प्रथम वर्षाचे अंती  $१ \times १\frac{१}{३} = \frac{४}{३}$  होईल. याप्रमाणें चौथे वर्षाचे अंती तेंच भांडवल  $(\frac{४}{३})^४ = \frac{२५६}{८१}$  होईल. यास्तव,  $\frac{२५६}{८१} : ६००० :: १ = \frac{६००० \times ८१}{२५६} = \frac{३०३७५}{९६}$  पौ. किंवा १८९८पौ. ८ शि. ९ पे. हें उत्तर.

## पेपर १० वा.

(१) एका नदीचे काठावरील किल्ल्याची उंची ५० फूट आहे. व किल्ल्याच्या शिखरापासून नदीच्या दुसऱ्या काठापर्यंत एक रेषा ओढली असतां ६५ फूट भरते. या वरून नदीच्या पात्राची रुंदी काय असावी ?

येथें अबक हा काटकोन त्रिकोण झाला आहे. यास्तव, (१ बु. ४७ सि.)

$$अक^२ = अब^२ + बक^२. \therefore$$



$$६५^२ = ५०^२ + बक^२ \therefore बक = \sqrt{४२२५ - २५००} = \sqrt{१७२५} = ४१.५३ \dots \text{ फूट. हें उत्तर.}$$

(२) अ आणि ब यांनीं कांहीं प्रवास स्वर्चाची विभा-

गणी ७ : ५ या प्रमाणांत बसविली. प्रवासांत एकंदर अने २५ पौं. १६ शि. व बने १५ पौं. १७ शि. दिले होते. तर एकाने दुसऱ्यापासून काय ध्यावे ह्मणजे हिशोबाची जुळणी बरोबर बसेल ?

२५ पौं. १६ शि. + १५ पौं. १७ शि. = ४१ पौं. १३ शि. एकंदर खर्च झाला. याची विभागणी ७ : ५ या प्रमाणांत करावयाची आहे. ह्मणून,

१२ : ४१  $\frac{१३}{२०}$  :: ७ =  $\frac{५८३१}{३४०}$  पौं. किंवा २४ पौं. ५ शि. ११ पे. अस द्यावयाचे. ∴ २५ पौं. १६ शि. - २४ पौं. ५ शि. ११ पे. = १ पौं. १० शि. १ पे. अने ब पासून ध्यावे. हें उत्तर.

( ३ ) आगगाडी जवळील खांब ६० यार्डांचे अंतरावर असतात. असे ११ खांब एक ट्रेन २५ सेकंदांत ओलांडून जाते. तर तिचा दर तासास वेग काय असावा ? व त्यांतील जे दोन खांब परस्परापासून पूर्ण मैलाचे अंतरावर आहेत त्यांचे मधील अंतर कमीत कमी किती असावे तें सांग ?

ती ट्रेन ११ खांब ओलांडून जाते ह्मणजे  $११ \times ६० = ६६०$  यार्ड जाते असा अर्थ झाला. ह्मणून, २५ से. : ३६०० से. :: ६६० या. = १४४ × ६६० या. किंवा ५४ मैल हें उत्तर. दुसरे, दोन खांबांत अंतर ६० यार्ड किंवा  $\frac{१}{२}$  मैल आहे. ∴  $\frac{१}{२}$  व १ यांचा दृढ भाजक  $\frac{१}{२}$  यास्तव,  $\frac{१}{२} \div \frac{१}{२} = ३$  मैल अंतर असावे हें उत्तर.

( ४ ) रेलवेकंपनीस दर आठवड्यास उतारकरुंचें सरासरी

उत्पन्न २६८३ पौं. ७ शि. ६ पे. होते, व मालाचें उत्पन्न २११७ पौं. ८ शि. होते. आणि प्रत्येक महिन्यास एकंदर खर्च १३३०३ पौं. ७ शि. २ पे. होतो. आतां कंपनीचें भांडवल २० लक्ष पौं. आहे अशी कल्पना केली तर भागी-दारांस तिनें द. सा. द. शें. किती व्याज द्यावें?

२६८३ पौं. ७ शि. ६ पे. + २११७ पौं. ८ शि.  
= ४८०० पौं. १५ शि. ६ पे. आठवड्याचें एकंदर उत्पन्न यावरून वर्षाचें उत्पन्न ४८०० पौं. १५ शि. ६ पे.  $\times ५२ = २४९६४०$  पौं. ६ शि. झालें आणि वार्षिक खर्च एकंदर १३३०३ पौं. ७ शि. ३ पे.  $\times १२ = १५९६४०$  पौं. ६ शि. होतो.  $\therefore २४९६४०$  पौं. ६ शि. -  $१५९६४०$  पौं. ६ शि. =  $९००००$  पौं. वर्षास नफा होतो. यास्तव,  $२०००००० : १०० :: ९००००$  पौं. =  $४\frac{१}{२}$  पौं. व्याज हें उत्तर.

(५) एका भुसान्यानें दर हंडेडवेटास १ पौं. १९ शि.  $१०\frac{१}{३}$  पे. प्रमाणें ५६७ हं. साकर खरेदी करून ती दर हंडेडवेटास २ पौं. २ शि.  $६\frac{१}{३}$  पे. प्रमाणें ११६१ हं. साकरेशीं मिसळली. आतां तें मिश्रण त्यानें दर पौंडास काय भावानें विकारें हणजे त्यास शें. १२ नफा होईल?

$\frac{१५१}{१६०}$  पौं.  $\times ५६७ = \frac{१०००७}{१६०}$  पौं. } यांची बेरीज घेऊन  
 $\frac{६१}{४८०}$  पौं.  $\times ११६१ = \frac{११५३८१}{४८०}$  पौं. }  $३६००$  पौं. येतात  
म्हणून,  $१०० : ३६०० :: ११२ = ४०३२$  पौं. किंमत,  
 $५६७ + ११६१ = १७२८$  हं. ची झाली. यास्तव,  
 $१७२८ \times ११२ : १ :: ४०३२ \times २४०$  पे. = ५ पे. हें उत्तर

( ६ ) एका व्यापाऱ्याने रेलवेतील दर हिशशास २० पौं. १० शि. प्रमाणे ५० हिस्से व ७ पौं. १५ शि. प्रमाणे १०० हिस्से खरेदी केले. व त्याबद्दल दर हिशशास ३ शि. ४ पे. प्रमाणे त्यास दर साहामाहीस व्याज मिळते. तर एकंदरीत शें. किती व्याज त्यास पडते ते सांग.

२० पौं. १० शि.  $\times$  ५० = १०२५ पौं. व ७ पौं. १५ शि.  $\times$  १०० = ७७५ पौं. म्हणून १०२५ + ७७५ = १८०० पौं. एकंदर हिशशांची किंमत. आणि दर हिशशास वर्षास ६ शि. ८ पे. व्याज मिळते.  $\therefore$  ६ शि. ८ पे.  $\times$  १५० = ५० पौं. वार्षिक उत्पन्न. यास्तव, १८०० : १०० :: ५० पौं. =  $\frac{३५}{१}$  पौं. किंवा २ $\frac{५}{१}$  पौं. हें उत्तर.

( ७ ) एका मनुष्याने दर कार्टरास ३९ शि. या भावाचे कांहीं गहू खरेदी करून ते दर बुशिलास ६ शि. या भावाच्या उच्च प्रतीच्या गव्हांशी मिसळले. व ते मिश्र दर कार्टरास ५७ शि. ६ पे. या भावाने विकले. तेव्हां त्यास शें. २५ नफा झाला. यावरून गव्हाचे मिश्रण काय प्रमाणाने त्याने केले असावे ?

हें उदाहरण पहिल्या पेपरांतील १० व्या उदाहरणाप्रमाणेच आहे. १२५ : ५७ $\frac{६}{१}$  :: १०० = ४६ शि. दर कार्टराची विक्रीची मूळ किंमत. आतां मिश्रगणिताचे रीतिप्रमाणे, ४८ शि. - ४६ शि. = २ शि. व ४६ शि. - ३९ शि. = ७ शि. यास्तव २ : ७ याप्रमाणाने मिश्रण करावे हें उत्तर.

\* (८) (९) एका व्यापाऱ्यानें दर क्वार्टरास ५६ शि. या भावानें सन १८५३ सालाच्या सप्टेंबर महिन्याचे २८ वे तारखेस २२५ क्वार्टर गहूं विकले. तेच तो पुढील सालाच्या मार्च महिन्याचे २५ वे तारखेस विकता तर त्यास दर क्वार्टरास ९४ शि. प्रमाणें किंमत आली असती. तर दुसऱ्या संकेताप्रमाणें त्यास द. सा. द. शें.  $३\frac{१}{३}$  व्याजाप्रमाणें किती नफा होईल तो सांग.

सप्टेंबर महिन्याचे २८ वे तारखेपासून तों मार्चचे २५ वे पर्यंत एकंदर १७८ दिवस होतात. व २२५ क्वार्टरांची ५६ शि. प्रमाणें ६३० पौं. किंमत होते. ह्मणून,

$$१०० : ६३० \} :: ३\frac{१}{३} \text{ पौंड व्याज.}$$

$$३६५ : १७८ \} = १० \text{ पौं. } १५\frac{२३}{३६५} \text{ शि. हे}$$

६३० पौंडांत मिळवून ६४० पौं.  $१५\frac{२३}{३६५}$  शि. होतात.

व २२५ क्वार्टरांची दर क्वार्टरास ९४ शि. प्रमाणें किंमत

१०५७ पौं. १० शि. होते, याकरितां, १०५७ पौं. १०

शि. - ६४० पौं.  $१५\frac{२३}{३६५}$  शि. = ४१६ पौं. १४ शि.

$११\frac{२३}{३६५}$  पे. नफा हें उत्तर.

\* हा गोटाचा एक इंग्रजी खेळ आहे. याचें शब्दशः भाषांतर करून पृथक्करण केलें असतांही मराठा जाणणारांस त्याची लौकर समज पडावयाची नाही यास्तव या प्रश्नाचा उल्लेख येथें केला नाही.



(१०) एका मालावर दोन किंमती मांडल्या आहेत. एक रोखीची व एक ६ महिने उधारीची. तर द. सा. द. शें. ५ व्याजाप्रमाणे दोन्ही किंमतींचे परस्पराशीं प्रमाण काय असावे ?

१२ म. : ६ म. :: ५ पौं. व्या. =  $२\frac{१}{३}$  पौं. यांत १०० मिळवून  $१०२\frac{१}{३}$  पौं. ६ महिन्यांनीं मिळावयाचे त्यांची वर्तमान किंमत किती होईल ? ::  $१०२\frac{१}{३} : १०० :: १०० = \frac{४०००}{४१}$  पौं. यास्तव,  $१०० : \frac{४०००}{४१}$  किंवा ४१ : ४० हें प्रमाण असावे हें उत्तर.

(११) द. सा. द. शें. ५ व्याजाप्रमाणे १० वर्षांत सरळ-व्याजानें १००००० पौं. रास होण्यास मुद्दल काय असावे ? व दर पौंडास ७ पेन्सप्रमाणे इन्कमट्याक्स वजा होऊन शें. ३ व्याज मिळणाऱ्या ठेवीचा काय किंमत असली ह्मणजे शें.  $३\frac{१}{३}$  प्रमाणे व्याज मिळू लागेल ?

१ व. : १० व. :: ५ पौं. = ५० पौं. व्याज यांत १०० मिळवून १५० रास होते, यास्तव,  $१५० : १०००० :: १०० = \frac{३००००}{३}$  पौं. किंवा ६६६६ पौंड १३ शि. ४ पे. हें उत्तर.

१ पौं. : ३ पौं. :: ७ पे. = २१ पे. किंवा १ शि. ९ पे. ही इन्कमट्याक्स बदलची रक्कम आहे. यास्तव, ३ पौं. - १ शि. ९ पे. = २ पौं. १८ शि. ३ पे. निवळ व्याज मिळते याकरितां,

$३\frac{१}{३} : २\frac{१}{३} :: १००$  पौं. =  $८३\frac{३}{४}$  पौं. ठेवीचा भाव हें उत्तर.

(१२) शें. ३ व्याज मिळणाऱ्या ठेवीचा भाव ९५

असतां सरकारानें ५० लक्ष पौं. अमानत ठेवणाराचें एक टेंडर घेतलें व त्यास शें. ३ व्याजाच्या ठेवींतील ५० लक्ष पौं. व शें. ३ $\frac{१}{४}$  भावांतील कांहीं ठेव दिली. तर ३ $\frac{१}{४}$  भावांतील ठेव किती दिली असावी ?

१०० : ५०००००० :: ९५ = ४७५०००० पौं.  
ही ५० लक्ष पौंडांची किंमत आली. यास्तव ५०००००० पौं.  
- ४७५०००० पौं. = २५००००० पौं. द्यावयाचे राहिले.  
आतां शें. ३ $\frac{१}{४}$  व्याजाच्या ठेवीचा भाव काढला पाहिजे  
यास्तव, ३ : ३ $\frac{१}{४}$  :: ९५ =  $\frac{१२३५}{५२}$  किंवा १०२  $\frac{११}{५२}$  पौंडांस  
१०० पौंडांची ठेव मिळते. यास्तव,

१०२  $\frac{११}{५२}$  : २५००००० :: १०० =  $\frac{६०००००००}{२४७}$  पौं.  
किंवा २४२९१  $\frac{२४२}{२४७}$  पौं. हें उत्तर.

## पेपर ११ वा.

( १ ) पृथ्वीचा परीघ एकंदर सुमारे २५००० मैल आहे. आतां विजेची गति दर सेकंदास २८८००० मैल आहे अशी कल्पना केली तर येथून पाताळांत विजेच्या योगें एक तार पाठविणें आहे, तर तिला तेथें पोचण्यास किती काळ लागेल ? उत्तर ७ दशांशस्थळापविर्तो काढ.

पृथ्वीवर हल्लीं आपण जेथें उभें आहों येथून आपले समोरच पाताळांत तेथील जागीं उभा राहाणारा मनुष्य यांत पृथ्वीच्या परिघाचे अर्धावरोवर ह्मणजे  $\frac{२५००}{२}$  = १२५०० मैल अंतर आहे ह्मणून,

२८८००० मै. : १२५०० मै. :: १ से. =  $\frac{२५}{५७६}$   
से. किंवा .०४३४०२७ से. हें उत्तर.

(२) पांच भागीदारास एका व्यापारांत २१०० पौं. नफा झाला. त्यांत पहिल्या भागीदाराचे ६, दुसऱ्याचे ५ व बाकीच्यांतील प्रत्येकाचा एक एक असे हिस्से होते. तर तो नफा त्यांनीं कसा वाटून घ्यावा ?

६+५+३ = १४ हिस्शांत पहिल्याच ६ आहत. ∴  
 १४ : २१०० :: ६ = ९०० पौं. पहिल्यास. }  
 १४ : २१०० :: ५ = ७५० पौं. दुसऱ्यास. } हें उत्तर.  
 १४ : २१०० :: १ = १५० पौं. तिघांतील  
 प्रत्येकास. }

(३) (४) एका व्यापाऱ्यानें दर पौंडास ३ शि. १ $\frac{१}{२}$ पे. प्रमाणें २ क्वा. १७ पौं. चहाची एक पेट्टी व ३ शि. ५ $\frac{१}{२}$ पे. प्रमाणें ३ क्वा. ७ पौं. चहाच्या दोन पेट्ट्या खरेदी केल्या. व त्यांचें मिश्र दर पौंडास ४ शि. या भावानें विकलें. तर त्यास शें. नफा अथवा तोटा काय झाला असावा ?

२ क्वा. १७ पौं. = ७३ पौं. व ३ क्वा. ७ पौं. = ९१ पौं.  
 १पे. × ७३ × ३ शि. १ $\frac{१}{२}$ पे. = १०९५० फार्दिंग. } बेरीज  
 २पे. × ९१ × ३ शि. ५ $\frac{१}{२}$ पे. = ३०२१२ फार्दिंग. } घेऊन.

२५५ पौंडाची किंमत ४११६२ फा. झाली.

१पौं. : २५५पौं. :: ४शि. = ४८९६० फा. विक्रीची किंमत,

यास्तव, ४११६२ : १०० :: ४८९६० =  $\frac{२५५८०००}{२०५८१}$  =

११८  $\frac{१९४४२}{२०५८१}$  ∴ १८  $\frac{१९४४२}{२०५८१}$  शें. नफा हें उत्तर.

(५) शें. ३ $\frac{१}{२}$  व्याजाच्या ठेवींत एकानें आपलें

भांडवल घातलें असतां त्याचे भांडवलावर त्यास शें.  $४\frac{१}{२}$  व्याज मिळूं लागलें. तर ठेवीचा भाव काय होता? व १२०० पौं. खर्चून ही ठेव विकत घेतली असतां किती येईल?

$३\frac{१}{२} : ४\frac{१}{२} :: १००$  पौं. व्यस्त.  $\therefore = \frac{१००}{३} = ७७\frac{१}{३}$   
 ठेवीचा भाव हें उत्तर; दुसरे,  $७७\frac{१}{३} : १२०० :: १००$   
 पौं. ठेव. =  $\frac{१००००}{३}$  पौं. किंवा १५४२ पौं. १७ शि.  
 १० पे. हें उत्तर.

(६) १८ महिन्यांनीं ३ पौं. ११ शि. ८ पे. किंमतीच्या विलाचा पैसा यावयाचा आहे. तो आज घेतला असतां ५ शि. कापले जातात. तर द. सा. द. शें. व्याजाचा दर काय असावा?

३ पौं. ११ शि. ८ पे. - ५ शि. = ३ पौं. ६ शि. ८ पे.  
 यास्तव.  $\left. \begin{array}{l} ६६\frac{२}{३} \text{ शि.} : १०० \text{ शि.} \\ १८ \text{ म.} : १२ \text{ म.} \end{array} \right\} :: ५ \text{ शि.}$

$$\frac{१०० \times ५ \times १२ \times ३}{२०० \times १८} = ५ \text{ शें. दर हें उत्तर.}$$

(७) एक पौंड टॉय सोन्याची किंमत ४६ पौं. १४ शि. ६ पे. आहे. त्यांत  $\frac{११}{१२}$  भाग शुद्ध सोने असतें. तर एक नाणें ७ पेनिवेट ११ ग्रेन वजन असून त्यांत शुद्ध सोने  $\frac{१२३}{१०००}$  भाग आहे तर त्याची किंमत काय?

$$\left. \begin{array}{l} \frac{११}{१२} \text{ भा.} : \frac{१२३}{१०००} \text{ भा.} \\ १ \text{ पौं.} : \frac{१७९}{५७६०} \text{ पौं.} \end{array} \right\} :: \frac{१८६३}{४०} \text{ पौं. किंमत.}$$

$$\frac{१२३ \times १८६३ \times १०९ \times १२}{११ \times १००० \times ५७६० \times ४०} \text{ पौं.} = \frac{६८०२५३७}{१७६००००} \text{ शि. किंवा } ३ \text{ शि.}$$

१० पे.  $\frac{५७६११}{११००००}$  फा. हें उत्तर.

(८) शें. ३ व्याज मिळणाऱ्या ८८ भावाच्या ठेवीत

एकानें १२५० पौं. घातले तर त्यास किती व्याज मिळूं लागलें व त्या ठेवीचा भाव शें. ९२ झाला असतां ती ठेव विकून शें. ४ व्याज मिळणाऱ्या ठेवींत ती घातली असतां उत्पन्नांत भेद किती पडेल ?

$८८ : १२५० :: ३$  पौं. व्या. =  $\frac{१८०५}{४४}$  पौं. किंवा ४२ पौं १२ शि.  $३\frac{३}{११}$  पे. व्याज मिळूं लागेल. हें उत्तर.  
 $८८ : १२५० :: ९२ = \frac{१२५० \times ९२}{८८}$  पौं. ठेव शें. ४ भावाच्या ठेवींत घातली. ह्मणून,  $१०० : \frac{१२५० \times ९२}{८८} :: ४ = \frac{५० \times २३}{२२}$  पौं. किंवा ५२ पौं. ५ शि.  $५\frac{५}{११}$  पे. व्याज. यास्तव, ५२ पौं. ५ शि.  $५\frac{५}{११}$  पे. - ४२ पौं. १२ शि.  $३\frac{३}{११}$  पे. = ९ पौं. १३ शि.  $२\frac{२}{११}$  पे. भेद पडेल, हें उत्तर.

( ९ ) ( १० ) एका घनचौरसाचें घनफळ ८०६०१५०१२५ घ. इं. आहे. तर त्याची एक बाजू काय असावी ?

$\sqrt[३]{८०६०१५०१२५}$  घ. इं. = २००५ इं. हें उत्तर.

(११) कोणी एकानें दरसाल दरशेकडा ३ व्याजानें कांहीं पैसा कर्ज काढून तो द.सा.द.शें. ५ प्रमाणें व्याजीं लावला. त्यावद्दल व्याज त्या सावकारास त्याला वर्षाचे अखेरीस द्यावें लागे. परंतु कुळाकडून व्याज तो साहा साहा महिन्यांनीं ( दुसरे साहामाहीस चक्रवाढ व्याजरीतीनें ) घेत असे आणि ह्या प्रमाणें तो वर्षास ६६० पौंड मिळवी. तेव्हां त्यानें कर्ज किती काढलें होतें तें सांग.

$१०० : १००० :: ३$  व्या. = ३० पौं. व्याज १००० पौं. कर्ज काढलें, अशी कल्पना केली असतां होतें.

कुळाकडून पहिले साहामाहीस  $१०० : १००० :: २\frac{१}{२} = २५$  पौ. व्याज मिळते. यांत  $१०००$  पौ. मुद्दल चक्रवाढ व्याज रीतीप्रमाणे दुसरे सहामाहांचें व्याज काढण्यासाठीं मिळवून  $१०२५$  पौ. होतात. यास्तव,  $१०० : १०२५ :: २\frac{१}{२} = २५\frac{१}{२}$  पौ. व्याज. यावरून कुळाकडून वर्षांती  $२५ + २५\frac{१}{२} = ५०\frac{१}{२}$  पौ. व्याज मिळते. व याला स्वतःस  $३०$  पौ. सावकारास फक्त द्यावे लागतात.  $\therefore ५०\frac{१}{२} - ३० = २०\frac{१}{२}$  पौ. वर्षांती नफा. यास्तव,  $२०\frac{१}{२} : ६६० :: १०० = ३२०००$  पौ. हें उत्तर.

(१२) होडीस हाकारण्या करितां जितकीं वल्हीं लागतात त्यांचा वर्ग आणि होडीस पडणारी किंमत ही दोन्ही प्रमाणांत असतात. यावरून चार वल्ह्यांचे होडीस जर  $५०$  पौंड किंमत पडत आहे तर  $६$  वल्ह्यांचे होडीस काय पडेल ? व कोणत्या होडींतील वल्ह्यास अगदीं कमी किंमत पडली तें सांग ?

$४^२ = १६$  व  $६^२ = ३६$ . ह्मणून,  $१६ : ३६ :: ५०$  पौ.  $= \frac{३६ \times ५०}{१६}$  पौ.  $= ११२$  पौ.  $१०$  शि. हें उत्तर.

$४$  व. :  $१$  व. ::  $५०$  पौ.  $= १२$  पौ.  $१०$  शि. } यांतील  
 $६$  व. :  $१$  व. ::  $११२\frac{१}{२}$  पौ.  $= १८$  पौ.  $१५$  शि. } पहिल्या  
होडींतील वल्ह्यास कमी किंमत पडली हें उत्तर,

## पेपर १२ वा.

(१)(२) ग्रेट ब्रिटनची  $१८५१$  सालीं  $२११२१९६७$  लोकसंख्या भरली. तेव्हां या सालाचें अर्धशतक पाठीमागे

एकंदर शें. ९३.४७ वाढ झाली असें समजलें. यावरून १८०१ सालीं लोकसंख्या किती असावी ?

१८५१ सालची लोकसंख्या १०० + ९३.४७ = १९३.४७ असण्यास १८०१ सालीं १०० असली पाहिजे. याकारितां, १९३.४७ : २११२१९६७ :: १०० =  $\frac{२११२१९६७००}{१९३.४७} = १०९१७४३७$  सुमारे, हें उत्तर.

(३) (४) एका किल्ल्यांतील ८०००० हं. वजन दारू गोळा ९ दिवसांत एके ठिकाणीं काढून न्यावयाचा आहे. परंतु त्यांतील ४५०० हं. दारूगोळा मात्र १८ घोड्यांकडून ६ दिवसांत दुसरे ठिकाणीं नेववला. तर शिलक दारूगोळा राहिलेल्या मुदतींत न्यावयाचा असल्यास किती घोडे लावावे ?

८०००० हं. - ४५०० हं. = ७५५०० हं. व ९ दि. - ६ दि. = ३ दि. यास्तव,

७५५०० हं. : ७५५०० हं. } :: १८ घो.  
६ दि. : ३ दि. } व्य.

$\frac{७५५०० \times ६ \times १८}{४५०० \times ३} = १५१ \times २ \times २ = ६०४$  घोडे. हें उत्तर.

(५) (६) शें. ३ व्याजाच्या ८३ $\frac{१}{४}$  भावाच्या ठेवीं-तील ११५७ पौंड काढून शें. ३ $\frac{१}{४}$  व्याजाच्या ८३ $\frac{१}{४}$  भावाच्या ठेवींत घातले. तर नफा होईल कीं नुकसान ?

८३ $\frac{१}{४}$  : ८३ $\frac{१}{४}$  :: ३ $\frac{१}{४}$  पौं. =  $\frac{४३२९}{१३४२}$  पौं. किंवा ३ $\frac{३०३}{१३४२}$  पौं. व्याज ८३ $\frac{१}{४}$  पौंड दुसरे ठेवींत घातले असतां उत्पन्न होतें. परंतु याच ठेवीवर पहिले ठेवींत ३ पौंड व्याज येतें. यावरून दुसरे ठेवींत पैसा घातला असतां नफा होईल हें उघड आहे. हें उत्तर.

( ७ ) एका व्यापाऱ्याने आपले मालावर शें. १५ नफा मिळवावा अशा हेतूने त्या मालाची किंमत ठेवून विकू लागला तर त्याचा सर्व माल खऱ्याप्यास ४ महिने लागतात, तोच शें. २० नफा ठेवून विकू लागला तर ६ महिने लागतात. यावरून वर्षाती कोणते करणे फायदेशीर होईल ?

४ म. : १२ म. :: शें. १५ = शें. ४५ } पहिले कृती  
 ६ म. : १२ म. :: शें. २० = शें. ४० } पासून वर्षाती  
 शें. ४५ नफा मिळतो व तोच दुसरे कृतीपासून शें. ४०  
 नफा मिळतो. यावरून पहिले करणे फायदेशीर आहे हे उत्तर.

( ८ ) घड्याळांत ७ आणि ८ यांच्या दरम्यान अवर कांटा व मिनीटकांटा हे समोरासमोर, काटकोनाकृति व एकावर एक असे केव्हां येतील ?

समोरासमोर — समोरासमोर येण्यास नेहमीं ६ घरांचें अंतर लागतें. पैकीं ७ वाजतांना ५ भाग अंतर अगोदरच अवर कांटा आणि मिनीट कांटा यामध्ये आहे. व मिनीट कांटा १२ भाग चालल्यास अवर कांटा १ च भाग चालतो ∴ ११ भाग अंतर नाहीसे करण्यास मिनीटकांटाचास जर १ तास लागतो तर १ भाग अंतर नाहीसे करण्यास किती तास लागतील ? याकरितां,

११ : १ :: १ = ७ वाजून ५<sup>५</sup>/<sub>११</sub> मिनिटांनीं समोरासमोर येतील. हे उत्तर.

काटकोनाकृति. — काटकोन होण्यास ३ भागांची अपेक्षा असते. व हल्लीं अवरकांटा ७ वर आहे. तेव्हां एके वेळीं मिनीटकांटा ४ वर व दुसरे वेळीं १० वर



असला ह्यणजे काटकोनाकृति होईल. यास्तव,

११:४ :: १ =  $\frac{४}{११}$  ता. किंवा २१ $\frac{९}{११}$ मिनिटांनी. } हें उत्तर.  
 ११:१० :: १ =  $\frac{१०}{११}$  ता. किंवा ५४ $\frac{६}{११}$ मिनिटांनी. }

एकावर एक — ७ वाजतांना मिनिटकांच्याचे पुढे  
 अवरकांटा ७ भाग आहे, तेव्हां ते अंतर त्यानें नाहींसें केले  
 पाहिजे ह्यणजे ते दोघे एकावर एक येतील. ∴

११:७ :: १ =  $\frac{७}{११}$  ता. किंवा ३८ $\frac{२}{११}$  मिनिटांनीं हें उत्तर.

(९) अब, अक, आणि बक हे अनुक्रमे काहीं  
 एक काम ४, ३ $\frac{३}{४}$  व ५ $\frac{१}{४}$  तासांत संपवितात. तर एकेकट्यास  
 ते काम संपविण्यास किती काळ लागेल ? उत्तर. अस ६,  
 बस १२, आणि कस ९, तास लागतील.

( या पुस्तकांतील पेपर ७ वा. उदाहरण ५ वें. पाहा. )

( १० ) एक खोली २५ फू. ६ इं. लांब व १८ फू.  
 ३ इं. रुंद आहे. तर तीस दर यार्डास ४ शि. प्रमाणें २  
 फूट रुंदीच्या सत्रंज्यांची विछायत करणें आहे तर तीस  
 खर्च किती येईल ?

$\frac{५१}{२} \times \frac{७३}{४} = \frac{३७२३}{८}$  चौ. फू. खोलीच्या जमीनीचें क्षेत्र-  
 फळ झालें. आतां सत्रंजीची रुंदी २ फूट आहे. यास्तव,  
 $\frac{३७२३}{८} \div २ = \frac{३७२३}{१६}$  फूट. लांबी सत्रंजीची असली पाहिजे.

३ फू. :  $\frac{३७२३}{१६}$  फू. :: ४ शि. =  $\frac{१२४१}{४}$  शि. किंवा  
 १५ पौ. १० शि. ३ पे. हें उत्तर.

( ११ ) एका गृहस्थानें आपल्या १५००० पौ. प्राप्तीं  
 तील  $\frac{१}{६}$  स्वतःस खर्च करण्याकरितां ठेवून शिवाय १०००  
 गिनी किरकोळ घरखर्चा करितां ठेविले. व शिलक द्रव्यांत

२५ वर्षे उत्पन्नाची एक जमीन खरेदी केली. तर त्या जमीनीचे वार्षिक उत्पन्न किती ?

१००० गिनी = १०५० पौंड. ∴ १५००० -  
 $(\frac{१५०००}{५} + १०५०) = १०९५०$  पौ. शिलक द्रव्य. यास्तव,  
 २५व. : १व. :: १०९५०पौ. = ४३८पौ. हे उत्तर.

## पेपर १३ वा.

(१)-(३) एका शेतकऱ्याने ५७ मेंढ्या १२० पौंडांस बारा माहेन्यांचे कराराने खरेदी केल्या. व त्या लागलीच दर मेंढीस ३५शि. प्रमाणे एकास विकून टाकिल्या. तर द. सा. द. शे. ५ व्याजा प्रमाणे त्यास नफा अतोटा काय झाला?

१०५ : १२० :: १०० पौंड =  $\frac{१००}{१२०}$  पौ. किंवा ११४ पौ. ५ शि. ८ $\frac{४}{१०}$  पे. ही १२० पौंडांची वर्तमान किंमत झाली. ह्मणजे या किंमतीस त्याने आज ५७ मेंढ्या खरेदी केल्या असा अर्थ झाला. व त्यांची रोकड किंमत ५७ × ३५ शि. = ९९ पौ. १५ शि. आली. ह्मणून ११४ पौ. ५ शि. ८ $\frac{४}{१०}$  पे. - ९९ पौ. १५ शि. = १४ पौ. १० शि. ८ $\frac{४}{१०}$  पे. तोटा झाला हे उत्तर.

(४) आठ घंटा अनुक्रमे १, २, ३, ४, ५, ६, ७, व ८ सेकंदांचे अंतराने वाजावयास लागल्या. तर त्या फिरून एकदम एकाच वेळी केव्हां वाजावयास लागतील ?

१ पासून ८ पावेतो अंकांचा ल० सा० भाज्य ८४० येतो. ह्मणून ८४० सेकंदांनी किंवा ८४० ÷ ६० = १४ मिनिटांनी वाजावयास लागतील हे उत्तर.

(५) एका गृहस्थाचा १८३० पासून १८५० साला सुद्धां दरसाल खर्च सरासरीनें ३९१ पौं. ९ शि. २ पे. आहे असें समजलें. त्यांत १८३० सालीं ३९१ पौं. १६ शि. व १८५१ सालीं ४४५ पौं. ८ शि. ९ पे. खर्च आला. यावरून १८३१ पासून १८५१ साला सुद्धां सरासरीनें दर साल खर्च काय आला असावा ?

३९१ पौं. ९ शि. २ पे. = वर्षाचा सरासरी खर्च.

$\frac{२१}{८२२० \text{ पौं. } १२ \text{ शि. } ६ \text{ पे.}}$  } १८३० पासून १८५० साला सुद्धां एकंदर खर्च.

$\frac{३९१ \text{ पौं. } १६ \text{ शि. } ० \text{ पे.}}{७८२८ \text{ पौं. } १६ \text{ शि. } ६ \text{ पे.}}$  = १८३० सालाचा खर्च वजा करून

$\frac{७८२८ \text{ पौं. } १६ \text{ शि. } ६ \text{ पे.}}$

$\frac{४४५ \text{ पौं. } ८ \text{ शि. } ९ \text{ पे.}}{२१}$  = १८५१ सालाचा खर्च मिळवून.

२१)  $\frac{८२७४ \text{ पौं. } ५ \text{ शि. } ३ \text{ पे.}}$

३९४ पौं. ० शि. ३ पे. = १८३१ पासून १८५१ साला-सुद्धां दरसाल सरासरी खर्च. हें उत्तर.

(६) (७) कांहीं एक काम १७ मनुष्यांनीं ३० दिवसांत करण्याचा संकेत. परंतु त्यांनीं १२ दिवसपर्यंत ते काम करून त्यांतील ९ मनुष्ये काम सोडून गेलीं. तर राहिलेलें काम शिलकी मनुष्ये किती दिवसांत संपवितील ?

$\frac{३० \text{ दि.} : १२ \text{ दि.} :: १ \text{ का.} = \frac{३}{४} \text{ का.} \therefore १ - \frac{३}{४} = \frac{१}{४} \text{ काम. शिलक करावयाचें राहिलें.}$

क्षणून,  $\frac{१७ \text{ म.} : ८ \text{ म.}}$  }  $:: ३० \text{ दि. व्य.}$

$\frac{१ \text{ का.} : \frac{३}{४} \text{ का.}}$  } =  $३८\frac{३}{४}$  दिवस हें उत्तर.

(८) एका शिलिंगाचे नाण्यांत ४० भागांतील ३ भाग हीण असून बाकीचे सर्व शुद्ध रूपें असतें. व त्या नाण्याचें वजन ३ पेनिवेट १५ ग्रेन भरतें. आतां जर शुद्ध रूप्याची किंमत शें. ८ प्रमाणें वाढली तर वरील नाण्यांत शुद्ध रूप्याचें वजनांत काय बदल होईल ?

४० : ८७ :: ३७ शुद्ध रूपें, =  $\frac{3299}{80}$  ग्रेन, आतां शुद्ध रूप्याचा भाव वाढला आहे ह्यागून नाण्याची किंमत कायम राखण्यास रूपें कमी वजन घेतलें पाहिजे. ह्यागून,

$$100 : \frac{3299}{80} :: 108 \text{ व्य.} = \frac{11364}{72} \text{ ग्रेन. यास्तव,}$$

$$\frac{3299}{80} - \frac{11364}{72} = \frac{903}{720} \text{ ग्रेन हें उत्तर.}$$

(९) एका घनचौरसाचें घनफळ ५६ घ. फू. ५६८ घ. इ. आहे. तर त्याची एक बाजू काय होईल ?

$$56 \text{ घ. फू. } 568 \text{ घ. इ.} = 57336 \text{ घ. इ.}$$

$$\therefore \sqrt[3]{57336} = 38 \text{ इ.} = ३ \text{ फू. } १० \text{ इ. हें उत्तर.}$$

(१०) एक घोडा ११६ पौ. १७ शि. किंमतीस विकला असतां शें. ५ तोटा होतो. तोच घोडा जर १३२ पौ. ४ शि. ६ पे.स विकला तर शेंकडा नफा अथवा तोटा काय होईल ?

$$95 : \frac{2330}{20} :: 100 = 123 \text{ पौ. घोड्याची मूळ किंमत.}$$

$$\therefore 123 : 100 :: 132 \frac{1}{2} = 107 \frac{1}{2} \text{ यांतून } 100 \text{ वजा जाऊन बाकी शें. } 7 \frac{1}{2} \text{ नफा होईल हें उत्तर.}$$

(११) कांहीं वर्गणीदारांनीं ६००० पौंड वर्गणी जमा करून १२० कुटुंबें राहातील अशी सोईवार एक चाळ बांधिली. व दर आठवड्यास प्रत्येक कुटुंबाप्रत अनुक्रमें

७, ६, ५, ४, ३½ व ३ शि. देतील असे त्या कुटुंबांचे सारखे ६ वर्ग केले. आतां घरांस रिपेरीकरितां वर्षांत २० पौंड खर्च येतो असें मानिलें, तर वर्गणीदारांना शें. दरसाल किती नफा होतो तो सांग.

१२० कुटुंबांचे ६ वर्ग केले ह्मणजे प्रत्येक वर्गांत २० कुटुंबे येतात. व  $७ + ६ + ५ + ४ + ३\frac{1}{2} + ३ = २८\frac{1}{2}$  शि. हें ६ वर्गांचें एका कुटुंबाचें दर आठवड्यास भाडें झालें. यास्तव  $२८\frac{1}{2} \times २०$  शि. किंवा  $२८\frac{1}{2}$  पौंड सर्व कुटुंबांचें भाडें झालें. यावरून वार्षिक भाड्याचें उत्पन्न  $२८\frac{1}{2} \times ५२ = १४८२$  पौंड. ∴ १४८२ पौं. - २० पौं. = १४६२ पौं. निवळ ६००० पौंडांवर नफा. या-  
कारितां ६००० : १०० :: १४६२ पौं. =  $२४\frac{11}{30}$  पौं. शें. नफा. हें उत्तर.

( १२ ) एका मनुष्यास १०५६ चौ. या. क्षेत्राची जमीन नांगरण्यास ७२ मिनिटें लागतात. आतां एक जमीन नांगरण्यास जर त्याला दर तासास .४ मैल चालवें लागत आहे तर त्या जमीनीची रुंदी काय असावी?

७२ मि. : ६० मि. :: १०५६ चौ. या. = ८८० चौ. या. ∴ ८८० चौ. या ÷ .४ × १७६० या. =  $\frac{5}{8}$  यार्ड किंवा  $१\frac{1}{8}$  यार्ड रुंदी असावी हें उत्तर.

## पेपर १४ वा.

( १ ) ( २ ) एका सावकारास ६००० पौंड कर्ज आहे व त्याचें दुसऱ्याकडून येणें १८०० पौं. असून शिवाय

१२०० पौं. दर पौंडास १० शि. प्रमाणें यावयाचें आहेत. तर त्यानें आपल्या कर्जाची दामाशाईप्रमाणें फेड कशी करावी?

१ पौं. : १२०० पौं. :: १० शि. = ६०० पौं. यास्तव  
 $१८०० + ६०० = २४००$  ∴  $६००० : २४०० : : १$  पौं.  
 =  $\frac{१}{३}$  पौं. किंवा ८ शि. हें उत्तर.

( ३ ) ( ४ ) १८५४ सालाच्या जून महिन्याचे पहिले तारखेस शे. ३ व्याजाच्या ठेवीचा ९१ $\frac{१}{३}$  भाव होता. तर दर पौंडास १० पे. प्रमाणें इन्कमट्याक्स देऊन त्या ठेवीत ३४११ पौं. ६ शि. ८ पे. भांडवल घालणारास वार्षिक उत्पन्न किती होईल? दलालीचा भाव शे. २ शि. ६ पे. आहे.

१०० पौंडांचे ठेवीसाठीं  $९१\frac{१}{३} + \frac{१}{३} = ९१\frac{२}{३}$  पौं. द्यावे लागतात. व इन्कमट्याक्स  $३ \times १०$  पे. = ३० पे. किंवा २ शि. ६ पे. द्यावा लागतो. ∴ ३ पौं. - २ शि. ६ पे. = २ $\frac{१}{३}$  पौं. निवळ १०० पौंडांचे ठेवीवर उत्पन्न, यास्तव,

$९१\frac{२}{३} : ३४११\frac{१}{३} :: २\frac{१}{३}$  पौं. व्या. =  $\frac{३२३}{३}$  पौं. किंवा १०७ पौं. ६ शि. ८ पे. हें उत्तर.

( ५ ) ( ७ ) २०२५ पौंड हे अ, ब, क, ड, आणि ई, यांत वांटून दे. असे कीं अ आणि व यांच्या हिशूांचे प्रमाण १ : २; क आणि ब यांचें ५ : ४; ड आणि क यांचें ६ : ५ व ई आणि ड यांचें ४ : ३ होईल?

अचा हिस्सा जर १ आहे असें मानिलें तर बचे हिस्से २ आहेत अशी कल्पना केली पाहिजे. यावरून,

$$\begin{array}{cccccccc} \text{ब} & \text{ब} & \text{क} & \text{क} & \text{क} & \text{क} & \text{ड} & \text{ड} \\ ४ & : & २ & : & ५ & = & \frac{५}{३} & ; & ५ & : & \frac{५}{३} & :: & ६ & = & ३ ; \end{array}$$

$1 : 2 :: \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$   $\therefore 1 + 2 + \frac{1}{2} + 2 + 2 = \frac{21}{2} \therefore$   
 $\frac{21}{2} : 2025 :: 1 = 162$  पौं. अस हें उत्तर. यावरून  
 वस ३२४ पौं., कस ४०५ पौं., डस ४८६ पौं. व  
 ईस ६४८ पौं. मिळतात हें उत्तर.

(८) काहीं एक काम अ आणि ब हे अनुक्रमे २७ आणि १५ दिवसांत कारितात. त्यांनीं तें अनुक्रमे १२ आणि ५ दिवस पर्यंत काम केव्हावर बाकीचें काम करूं ४ दिवसांत संपविलें. तर एकटा क तें काम किती दिवसांत करील ?

$$\begin{aligned}
 27 : 12 &:: 2 = \frac{8}{3} \text{ का. अनें } \left. \begin{array}{l} \therefore 1 - (\frac{8}{3} + \frac{1}{5}) \\ 15 : 5 &:: 1 = \frac{2}{3} \text{ का. बनें } \end{array} \right\} = \frac{1}{3} \text{ काम करूं}
 \end{aligned}$$

४ दिवसांत संपविलें  $\therefore \frac{1}{3}$  का. : १ का.  $:: ४$  दि. = १८ दिवस हें उत्तर.

(९)  $3000\frac{9}{8}$  हिचें वर्गमूळ आणि  $9.522122$  हिचें घनमूळ काढ. एका काटकोन त्रिकोणांतल दोन बाजू अनुक्रमे ४ फू. व १ फू. ८ इंच. आहेत. तर त्या त्रिकोणाचा कर्ण काय असावा ?

$$\sqrt{3000\frac{9}{8}} = \sqrt{\frac{225009}{8}} = \frac{1509}{2} = 754\frac{1}{2} \text{ हें उत्तर.}$$

$$\sqrt[3]{9.522122} = 2.12 \text{ हें उत्तर.}$$

कर्ण =  $\sqrt{4^2 + (\frac{1}{3})^2} = \sqrt{16 + \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{145}{9}} = \frac{12}{3}$  फू.  
 किंवा ४ फू. ४ इंच. हें उत्तर.

(१०) १५० पौंडांखालील उत्पन्नावर दर पौंडा मागे ५ पे. व त्या वरील उत्पन्नावर दर पौंडामागे ७ पे. कर द्यावा लागतो. असें असतां ज्या गृहस्थाचें उत्पन्न १४९

पौ. १० शि. आहे. त्याचे निवळ प्राप्तीपेक्षा ज्याचें उत्पन्न १५० पौंडांवर असून प्राप्ती  $७\frac{3}{4}$  पे. नीं कमी आहे त्याचें उत्पन्न काय असलें पाहिजे ?

ज्याचें उत्पन्न १४९ पौ. १० शि. आहे त्यास  $१४९\frac{1}{2} \times ५$  पे. = ३ पौ. २ शि.  $३\frac{1}{2}$  पे. कर द्यावा लागेल यावरून १४९ पौ. १० शि. - ३ पौ. २ शि.  $३\frac{1}{2}$  पे. = १४६ पौ. ७ शि.  $८\frac{1}{2}$  पे. निवळ प्राप्ती, यापेक्षां  $७\frac{3}{4}$  पे. नीं कमी झणजे १४६ पौ. ७ शि.  $८\frac{1}{2}$  पे. -  $७\frac{3}{4}$  पे. = १४६ पौ. ७ शि.  $\frac{3}{4}$  पे. निवळ प्राप्ती असण्यास खरें सत्वन्न जर १५० पौंडावर आहे तर १ पौंडाची निवळ प्राप्ति १ पौ. - ७ पे. =  $\frac{२३३}{२४०}$  पौ. होईल.  $\therefore \frac{२३३}{२४०} : १४६\frac{११३}{२४०} :: १$  पौ. = १५० पौ. १५ शि. हें उत्तर.

(११) (१२) सरकारचे पेढीवर एका गृहस्थाची ९०००० पौंडाची शें. ३ व्याजाची ठेव आहे. तीवदल वर्षांती सरकार त्यास तेव्हढीच रकम भरपाई देण्यास अथवा १०० पौंडांवदल शें.  $२\frac{1}{2}$  व्याजाची ११० पौंडाची ठेव देण्यास कबूल आहे. यांतील त्या गृहस्थानें प्रथम संकेत कबूल करून शें. ३ व्याजाची ९२ भावाच्या रोख्याची ठेव विकत घेतली. तर ती ठेव त्यानें किती विकत घेतली असावी व दोन्ही संकेतापामून जें व्याज उत्पन्न होणार त्यांत भेद किती ?

$१०० : ९२ :: ९००००$  पौ. व्य. =  $\frac{९०००० \times १००}{९२}$  पौ.  
=  $९७८२६\frac{2}{3}$  पौंडाची ठेव हें उत्तर.

$१०० : ९७८२६\frac{2}{3} :: ३ = २९३४\frac{1}{3}$  पौ. व्याज



प्रथम संकेतापासून. पुनः, १०० : १०००० :: ११०  
 = ९९००० पौं. ठेव. यास्तव, १०० : ९९००० :: २ $\frac{१}{२}$   
 = २३७५ पौं. व्याज दुसऱ्या संकेतापासून. ∴ २९३४ $\frac{१}{२}$   
 पौं. - २४७५ पौं. = ४९९ $\frac{१}{२}$  पौं. व्याज भेद हें उत्तर.

## पेपर १५ वा.

(१) ६५० घोडे देशांतरीं लढाईस नेतांना प्रवासांत  
 १५४२ पौंड एकंदर खर्च आला. त्यांत  $\frac{१}{२}$  प्रवास आटोप-  
 ष्यावर त्यांतील १० घोडे मरग पावले. आतां घोड्याप्रत  
 रोज १ शिलिंग प्रमाणें खर्च लागतो अशी कल्पना केल्यास  
 किती दिवस प्रवास करावयाचा होता तो सांग.

एकंदर प्रवास १० दिवस पर्यंत करावयाचा होता  
 अशी आपण कल्पना करूं. नंतर प्रश्नाप्रमाणें १० घोड्यांचा  
 $१० \times \frac{३}{२} = ७\frac{१}{२}$  दिवसांचा  $७\frac{१}{२} \times १० \times १ = ७५$  शि.  
 खर्च कमी लागेल. व ६५० घोड्यांचा १० दिवसांचा खर्च  
 ६५०० शि. होतो. ∴ ६५०० शि. - ७५ शि. = ६४२५  
 शि. किंवा  $\frac{१२८५}{२}$  पौं. १० दिवसांचे प्रवासांत खर्च आला. यास्तव,  
 $\frac{१२८५}{२}$  पौं. : १५४२ पौं. :: १० दि. = ४८ दि. हें उत्तर.

(२) एका व्यापारांत शें. ५ प्रमाणें प्रत्येक हिश्यामार्गे  
 १३ शि. ४ पे. व्याज मिळतें. यावरून हिश्याची किंमत  
 काय? व असे हिस्से  $\frac{१}{२}$  पौं. दलाली देऊन रोखीने विकत घे-  
 तले असतां शें. आपल्यास किती व्याज पडेल?

५ :  $\frac{१}{२}$  :: १०० पौं. =  $\frac{५००}{२}$  पौं. किंवा १३ पौं. ६

शि ८ पे. प्रत्येक हिश्याची किंमत हें उतर. दुसरे,  $\frac{४०}{३}$  पौ.  
 $+\frac{१०}{३}$  पौ. =  $\frac{३४१}{३}$  पौ. प्रत्येक हिश्यास व्यावे लागतात. ∴

$$\frac{३४१}{३} : १०० :: \frac{३}{३} = \frac{३४ \times २ \times १००}{३४१ \times ३} = ४\frac{२३}{३४१} \text{ हें उतर.}$$

(३) १ हं. १९ पौ. १३ औंस वजनाचे भांडें समुद्रांत तरंगताना २ घ. फू.  $६\frac{१}{६}$  घ. इं. पाण्याची जागा व्यापितें. यावरून १ घ. फू. पाण्याचें वजन काय?

$$३५१\frac{१}{६} \text{ घ. इं.} : १७२८ \text{ घ. इं.} :: २१०९ \text{ औंस} = \frac{२०५१०४६४}{३४६२४} \text{ औंस} = ६४ \text{ पौ. } १२ \text{ औंस. हें उतर.}$$

(४) एका गृहस्थानें दोन रेल्वेकंपनीमध्ये मिलून १००० पौ. भांडवल घातलें. त्यांत पहिल्या व दुसऱ्या कंपनीचे हिश्याचा अनुक्रमें शें. ३ व शें. ५ प्रमाणें भाव कमी होता व पुढें पहिल्या कंपनीचे हिश्याचा शें. ७ प्रमाणें भाव वाढला असता व दुसऱ्या कंपनीचा शें. ५ प्रमाणें उतरला असता त्याने आपले सर्व हिस्से विकले. तर त्यास नफा झाला कीं तोटा?

१०० - ३ = शें. ९७ भावाच्या हिश्याची किंमत पुढें शें. ७ प्रमाणें जास्त झणजे  $९७ + ७ =$  शें. १०४ प्रमाणें झाली. ∴  $९७ ; ५०० :: १०४ = \frac{५२०००}{१००}$  पौ. उत्पन्न

$१०० - ५ =$  शें. ९५ भावाच्या हिश्याची किंमत पुढें शें. ५ प्रमाणें कमी झणजे  $९५ - ५ =$  शें. ९० प्रमाणें झाली. ∴  $९५ ; ५०० :: ९० = \frac{९०००}{१००}$  पौ. उत्पन्न झालें.

यावरून,  $\frac{५२०००}{१००}$  पौ. +  $\frac{९०००}{१००}$  पौ. =  $१००९\frac{१४०३}{१००}$  पौ. त्यास विक्रीचे समयां उत्पन्न होतील झणजे त्यास एकदरीत

$९\frac{१४१३}{१००}$  पौ. नफा होईल हें उतर.

(५) एक औंस सोऱ्याची किंमत ३ पौ. १७ शि.

१० $\frac{१}{२}$  पे. असते. व सौवरनचीं ( पौंडांचीं ) नाणीं करण्यांत २३ भागांपैकीं २ भाग हीण असते, आणि एक आस हिणाचो किंमत १ $\frac{१}{२}$  पे. आहे. तर २६१७ सौवरनचे नाण्यांत शुद्ध सोने आणे हीण किती असावें तें सांग.

२३ भागांत २१ भाग शुद्ध सोने व २ भाग हीण असते. याल्लव,  $३, \frac{१४३}{६०}$  पौं.  $\times २१ = \frac{१३०८३}{६०}$  पौं. शुद्धसोऱ्याची किंमत व  $१\frac{१}{२}$  पे.  $\times २ = \frac{१}{१०}$  पौं. हिणाची किंमत हणून  $\frac{१३०८३}{६०}$  पौं.  $+ \frac{१}{१०}$  पौं.  $= \frac{२६१७}{३२}$  पौं. किंमताचे नाण्यांत २१ भाग शुद्ध सोने व २ भाग हीण असते. १.

$\frac{२६१७}{३२} : २६१७ :: २१ = ६७२$  शुद्ध सोने } हें उत्तर.

$\frac{२६१७}{३२} : २६१७ :: २ = ६४$  हीण. }

(६) एका ३० फूट खोल व २०० यार्ड रुंद पात्राचे नदीच्या प्रवाहाचा दर तासांत वेग ४ मैल आहे. तर दर मिनिटांत किती वजन पाणी समुद्रांत जातें तें सांग.

१ घ.फू. १००० औंस.

४ मैल  $= १७६० \times ४ \times ३$  फू. हणून  $३० \times ६०० \times १७६० \times ४ \times ३ = ३८०१६००००$  घ.फू. पाणी एका तासांत समुद्रांत जातें यावरून एका मिनिटांत  $\frac{३८०१६००००}{६०} = ६३३६०००$  घ. फू. पाणी जाईल व त्याचें वजन  $१ : ६३३६००० :: १०००$  औंस.  $= ३९६०००००$  पौंड किंवा १७६७८५ ट. १४ हं. ३२ पौं. होईल हें उत्तर.

(७) एका व्यायाऱ्यातें दर पौंडास अनुक्रमे ७ पे. व १० पे. प्रमाणें ३ : ५ या प्रमाणांत कांहीं साकर खरेदी करून तिचें मिश्रण दर पौंडास ९ पे. प्रमाणें विकलें असतां त्यास

शे. नफा अथवा तोटा काय होईल ! ( ११ व्या पेपरांतील ४ थें उदाहरण पाहा. ) उत्तर. शें.  $१\frac{१}{३}$  पौं.

( ८ ) एका भरीव काटकोन चौकोनाच्या तीन बाजू अनुक्रमे ९४ सांखळ्या ५० लिंक, १ सांखळी ५ लिंक, व  $३१\frac{१}{३}$  लिंक, आहेत. तर त्याचे किती घन सांखळ्या व लिंक घनफळ होईल तें सांग.

$१००$  लिंक =  $१$  सांखळी व  $१$  घ. सांखळी =  $१००००००$  घ. लिंक  $\therefore ९४५० \times १०५ \times ३१\frac{१}{३}$   
=  $३१२५५८७५$  घ. लिंक =  $३१$  घ. सांखळी  
 $२५५८७५$  घ. लिंक हें उत्तर.

( ९ ) एका गृहस्थानें  $५००$  पौं. खर्च करून शें. ३ व्याजाचे  $९६\frac{१}{३}$  भावाचे रोखे खरेदी करून तेच  $८२\frac{१}{३}$  या भावानें विकून टाकले. तर त्यास किती तोटा झाला ?

प्रत्येक  $१००$  पौंडांचे ठेवीवर  $९६\frac{१}{३}$  -  $८२\frac{१}{३}$  =  $\frac{४३२}{३३३}$   
पौं. तोटा होतो. म्हणून,  $१०० : ५०० :: \frac{४३२}{३३३}$  पौं. =  $\frac{१४४०}{३३३}$  पौं. किंवा  $६६$  पौं.  $१३$  शि.  $७\frac{१}{३}$  पे. हें उत्तर.

( १० ) अने द. सा. द. शें. ५ व्याजाप्रमाणें  $३०००$  पौंड कर्जाक काढले. व त्यांचा फेड करितांना दर वर्षी तो व्याज आणि मुद्दल मिळून  $५००$  पौंड देई. तर तिसरे वर्षी किती कर्ज फेडणें राहिल ?

$१०० : ३००० :: ५$  पौं. व्या. =  $१५०$  पौं. व्याज  
 $\therefore ५०० - १५० = ३५०$  पौं. मुद्दलापैकी फेड यास्तव,  
 $३००० - ३५० = २६५०$  पौं.  $\therefore १०० : २६५०$   
 $:: ५$  पौं. =  $१३२$  पौं.  $१०$  शि.  $\therefore ५००$  पौं. -  $१३२$

पौ १० शि. = ३६७ पौ. १० शि. फेड. यास्तव, १६५०  
 पौ. - ३६७ पौ. १० शि. = २२८२ पौ. १० शि.  
 झणून, १०० : २२८२  $\frac{१}{३}$  :: ५ पौ. = ११४ पौ. २ शि.  
 ६ पे. व्याज. :: ५०० पौ. - ११४ पौ. २ शि. ६ पे.  
 = ३८५ पौ. १७ शि ६ पे. मुद्दलापैकी फेड. यास्तव  
 २२८२ पौ. १० शि. - ३८५ पौ. १७ शि. ६ पे. =  
 १८९६ पौ. १२ शि. ६ पे. कर्ज फेडणे राहिलें हें उत्तर.

(११) एका भितीची उंची रुंदीच्या ५ पट असून  
 लांबी उंचीच्या ८ पट आहे. व तिचें घनफळ १८२२५  
 घ. फू. आहे. यावरून तिची रुंदी काय असावी ?

लांबी  $\times$  रुंदी  $\times$  उंची = घनफळ, यांत प्रभावरून उंची  
 = ५ पट रुंदी व लांबी = ५  $\times$  ८ पट रुंदी  $\therefore$  ४०  
 रुंदी  $\times$  रुंदी  $\times$  ५ रुंदी = १८२२५ घ. फू.  $\therefore$  २००  
 रुंदी<sup>३</sup> = १८२२५  $\therefore$  रुंदी =  $\sqrt[३]{\frac{१८२२५}{२००}}$  =  $\sqrt[३]{\frac{७२९}{८}}$  =  
 $\frac{९}{२}$  = ४  $\frac{१}{२}$  फूट हें उत्तर.

(१२) एका खाणीवरील कंपनीचे ३००००० पौंड भांडवल  
 आहे. व तीस खणविण्याचा वगैरे वर्षास सुमारे १५६९१  
 पौ. १३ शि. ४ पे. खर्च येतो. तर तीस दरसाल किती उत्पन्न  
 होऊं लागलें म्हणजे भागीदारास त्यांचे हिश्यांवर शें. ४ प्रमा-  
 णे व्याज देतां येईल? व ज्या गृहस्थानीं १० पौ. किमतीचे  
 हिश्यांची २ पां. किमत कमी झाली असतां कांहीं हिस्से खरेदी  
 केले त्यांस शेकडा किती व्याज मिळूं लागेल ?

१०० : ३००००० :: ४ = १२००० पौ. व्याजाबद्दल  
 उत्पन्न होउन शिवाय खाणीचा खर्च भागण्यास १२००० पौ.

+ १५.६९१ पौं. १३ शि. ४ पे. = २७६९१ पौं. १३ शि. ४ पे. उत्पन्न दरसाल आलें पाहिजे. हें उत्तर.

दुसरें, १० : ८ :: ४पौं. व्यस्त. =  $\frac{४ \times १०}{८}$  = ५शें. व्याज मिळूं लागेल हें उत्तर.

## पेपर १६ वा.

(१) एक खोली १६ फूट लांब, १४ फूट ३ इं. रुंद व १२ फू. ४ इं. उंच आहे. तीस २ फू. ६ इं. रुंदीचे कागद लावावयाचे आहेत. तर दर यार्डास ३ शि. ६ पे. प्रमाणें किती खर्च येईल? दर चौ. फुटास  $\frac{१}{२}$  पे. मजूगी लागते.

$२ \times १२\frac{१}{२}$  (१६ × १४ $\frac{३}{४}$ ) चौ. फू. =  $\frac{४४७७}{६}$  चौ. फू. खोलीचें एकंदर क्षेत्रफळ. यास्तव,  $\frac{४४७७}{६} \div २\frac{१}{२} = \frac{४४७७}{१५}$  फूट किंवा  $\frac{४४७७}{१५}$  यार्ड कागदांची लांबी. हणून,

$१ : \frac{४४७७}{१५} :: ३\frac{१}{२}$  शि =  $\frac{३५३३३}{१०}$  शि. कागदांची किंमत. १ चौ. फू. :  $\frac{४४७७}{६}$  चौ. फू. ::  $\frac{१}{४८}$  शि. =  $\frac{४४७७}{२८८}$  शि.

मजूरी यास्तव,  $\frac{३५३३३}{१०}$  शि. +  $\frac{४४७७}{२८८}$  शि. =  $\frac{५२३८०३}{१४४०}$  शि. = १८ पौं. ३ शि. ९ $\frac{३}{४}$  पे. हें उत्तर

(२) (३) सोने आणि रूपें यांस अनुक्रमें दर औंसास ४ पौं. ५ शि. व ५ शि. ६ पे. किंमत पडते. तर १५ शि. किंमतच्या नाण्यांत शें. ९२.५ सोने व बाकीचें रूपें असल्यास त्याचें वजन काय असावें ?

त्या नाण्याचें वजन एकंदर १ औंस आहे अशी आपण कल्पना करूं. नंतर प्रश्ना प्रमाणें त्यांत १०० : १ :: ९२.५ =  $\frac{९२५}{१०००}$  औंस. सोने व १ -  $\frac{९२५}{१०००}$  =  $\frac{७५}{१०००}$  औंस रूपें

असले पाहिजे, व त्यांची किंमत अनुक्रमे,  $\frac{१२५ \times ८५}{१०००}$  शि. व  $\frac{७५ \times ११}{१००० \times २}$  शि. होईल,  $\therefore \frac{६२२}{८} + \frac{३३}{८०} = \frac{६३२३}{८०}$  शि. यास्तव  $\frac{६३२३}{८०}$  शि. : १५ शि :: १ औं. =  $\frac{१२००}{६३२३}$  औंस किंवा ३ पेनिवेट १९  $\frac{६००}{६३२३}$  ग्रेन. हें उत्तर.

(४) दोन घनचौरसांच्या बाजू अनुक्रमे १० आणि १२ इंच आहेत. त्यांच्या घनफळांचे बेजे बरोबर एका हौदाचे घनफळ असून त्याच्या वुडाचे पृष्ठफळ, ज्या दोन चौरसांच्या बाजू अनुक्रमे  $१\frac{१}{२}$  व  $१\frac{२}{३}$  फूट आहेत त्यांच्या क्षेत्रफळांचे वजावाकी बरोबर आहे. यावरून त्या हौदाची खोली किती असावी ?

$१०^३$  घ. इ. +  $१२^३$  घ. इ. =  $१००० + १७२८$   
 =  $२७२८$  घ. इ. हें त्या हौदाचे घनफळ झाले. व  $(१\frac{१}{२})^२$   
 चौ. फू. -  $(१\frac{२}{३})^२$  चौ. फू. =  $\frac{७}{९}$  चौ.फू. किंवा  $\frac{११२}{३}$   
 चौ. इ. त्या हौदाच्या वुडाचे पृष्ठफळ  $\therefore २७२८$  घ. इ.  
 $\div \frac{११२}{३}$  चौ. इ. =  $\frac{२७२८ \times ३}{११२} = \frac{१०२३}{१४}$  इ. किंवा  $७३\frac{११}{१४}$  इ.  
 हें उत्तर.

(५) लंडन शहराचे पोष्टहपिसांत एके वेळीं शें. ८ प्रमाणे नाटपेड पत्रे होतीं, आणि पोष्टपेड पत्रांशीं शें. ५१ प्रमाणे तिकीटें लाविलेलीं पत्रे होतीं, व एकंदर पत्रांची संख्या ४५०००० होती. यावरून तिकीटें लाविलेलीं पत्रे किती होतीं ?

$१०० - ८ =$  शें. ९२ पोष्टपेड पत्रे. म्हणून,  
 $१०० : ४५०००० :: ९२ = ४१४०००$  पोष्टपेड पत्रे.  $\therefore$   
 $१०० : ४१४००० :: ५१ = २१११४०$  तिकीटें लाविलेलीं

पत्रे होतीं. हें उत्तर.

( ६ ) अची चाल दर तासांत  $3\frac{1}{2}$  मैल आहे. तो  $2\frac{1}{2}$  तास चालून गेल्यावर ब हा त्याचे पाठीस दर तासास ४ मैल प्रमाणे लागला. तर तो अस केव्हां गांठील ?

$3\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} = \frac{64}{4}$  मैल अ हा चालून गेला. व ब हा दर तासास  $4\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$  मैल अंतर तोडतो. म्हणून,  $1\frac{1}{2}$  मै. :  $\frac{64}{4}$  मै. :: १ ता. =  $6\frac{2}{3}$  तास हें उत्तर.

( ७ ) एक पौंड टाय व एक पौंड अवारुपाइझ यांचा परस्परांशीं संबंध काय आहे ? व २८ पौं. ५ औंस ( अवारु ) यांस टायवेटचे रूप दे ?

१ पौंड टाय = ५७६० ग्रेन टाय व १ पौंड अवारु-पाइझ = ७००० ग्रेन टाय.  $\therefore$  १ पौंड ( अवारु ) =  $\frac{7000}{5760}$  पौं. अथवा  $\frac{175}{144}$  पौं. टाय हें उत्तर. यावरून २८ पौं. ५ औंस ( अवारु ) =  $28\frac{5}{16}$  चे  $\frac{175}{144}$  पौं. टाय. =  $\frac{285 \times 25}{144}$  पौं. टाय किंवा = ३४ पौं ४ औं. १७ पे. १९.५ ग्रे. हें उत्तर.

( ८ ) एक घड्याळ दुपारचे १२ वाजतांना बरोबर लावून ठेविलें. तेव्हां संध्याकाळचे ५ वाजतां त्यांत ५ वाजण्यास १० मिनिटे कमी होती. तर त्यांत जेव्हां बरोबर ५ वाजतील तेव्हां खरी वेळ काय असावी ?

संध्याकाळचे खरे ५ वाजतां त्यांत ४ वाजून ५० मिनिटे झालीं होती. तेव्हां त्यांत बरोबर ५ वाजले असतां खरी वेळ काय असावी ?

$4\frac{50}{60} : 5 :: 5 = \frac{350}{60}$  ता. किंवा ५ वाजून १० मि.  $20\frac{50}{60}$  से. हें उत्तर.



(९) ४०२६००००० चौ. इंच जागेभर मुलामा देण्यास १ घ. फू. क्षेत्राचें सोनें जर पुरें होत आहे. तर मुलामा किती जाडीचा बसेल तें सांग.

१ घ. फू. = १७२८ घ. इंच. ∴ १७२८ घ. इंच. ÷ ४०२६००००० चौ. इंच. =  $\frac{१७२८}{४०२६०००००}$  इंच किंवा = .०००००४२९२१००० इंच. जाडी हें उत्तर.

(१०) एका व्यापाऱ्यानें एका कंपनीतील १०० हिस्से ३५०० पौंडांस खरेदी केले. प्रत्येक हिशशावर १५ शि. ४ पे, २० शि. १० पे, ३० शि. ४ पे, व ३८ शि. ९ पे, प्रमाणें व्याज घेऊन पुढें ते हिस्से त्यानें लागचीच शें. ४३ पौं. नफ्यानें विकून टाकिले. तर त्यास एकंदर नफा किती झाला ?

१०० : ३५०० :: ४३ = १५०५ पौं. नफा. शिवाय १५ शि. ४ पे. + २० शि. १० पे. + ३० शि. ४ पे. + ३८ शि. ९ पे. = १०५ शि. ३ पे. प्रत्येक हिशशावर व्याज. ∴ १०५ शि. ३ पे. × १०० = ५२६ पौं. ५ शि. व्याज. यास्तव, १५०५ पौं. + ५२६ पौं. ५ शि. = २०३१ पौं. ५ शि. नफा हें उत्तर.

(११) एका गृहस्थानें २३६ यार्ड कापड, दर यार्डास ७ शि. १०<sup>१</sup>/<sub>२</sub> पे. प्रमाणें खरेदी करून त्याचा <sup>१</sup>/<sub>३</sub> दर यार्डास १० शि. ३ पे. प्रमाणें. <sup>१</sup>/<sub>३</sub> श, ८ शि. ६ पे. प्रमाणें, व बाकीचें सर्व ७ शि. प्रमाणें विकून टाकिलें. तर त्यास शें. नफा अथवा तोटा काय झाला तो सांग.

२३६ × ७ शि. १० पे. = ९२ पौं. १८ शि. ६ पे. एकंदर कापडाची किंमत.

$$\begin{array}{l}
 ५९ \times १० \text{ शि. ३ पे.} = ३० \text{ पौं. ४ शि. ९ पे.} \\
 ७८ \frac{३}{४} \times ८ \text{ शि. ६ पे.} = ३३ \text{ पौं. ८ शि. ८ पे.} \\
 ९८ \frac{३}{४} \times ७ \text{ शि.} = ३४ \text{ पौं. ८ शि. ४ पे.} \\
 \hline
 = \text{ एकंदर वसूल किंमत } ९८ \text{ पौं. १ शि. ९ पे.}
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l}
 \therefore ९८ \text{ पौं. १} \\
 \text{शि. ९ पे.} - \\
 ९२ \text{ पौं. १८} \\
 \text{शि. ६ पे.} = \\
 ६ \text{ पौं. ३ शि. ३ पे.}
 \end{array}$$

नफा, यास्तव.  $९२ \frac{३०}{४०} : १०० :: ५ \frac{३३}{४०} = \frac{५०}{९}$  पौं. किंवा ५ पौं. ११ शि. १३ पे. शें. नफा हें उत्तर,

(१२) दर हिशशास १२ पौं. १७ शि. ६ पे. प्रमाणें एका गृहस्थानें ८ पौं. १२ शि. ६ पे. खर्चासुद्धा १००० पौंडांचे हिस्से खरेदी केले, तर ते किती असते? आणि दर हिशशास २० पौं. प्रमाणें हे हिस्से खरेदी केले असता शें. ३ प्रमाणें किती व्याज मिळू लागेल?

$$\begin{array}{l}
 १००० \text{ पौं.} - ८ \text{ पा. १२ शि. ६ पे.} = ९९१ \text{ पौं.} \\
 ७ \text{ शि. ६ पे. ह्यणून, } १२ \frac{१७}{४०} \text{ पौं.} : ९९१ \frac{३३}{४०} \text{ पौं.} :: \\
 १ \text{ हि.} = ७७ \text{ हिस्से हें उत्तर. } \text{दुसरें, } ७७ \times २० = \\
 १५४० \text{ पौं. हिशशांची किंमत यास्तव, } १०० : १५४० :: \\
 ३ \text{ पौं. व्या.} = ४६ \text{ पौं. ४ शि. व्याज हें उत्तर.}
 \end{array}$$

## पेपर १७ वा.

(१) एका घड्याळाचे कांटे १२ वाजतां एकत्र होते तर ते फिरून एकत्र केव्हां होतील?

१ वाजल्या शिवाय फिरून कांटे एकमेकावर घेणार नाहींत हें उघड आहे. ह्यणून,  $११ : १ :: १ = \frac{११}{१२}$  ता. किंवा १ वाजून  $\frac{५५}{१२}$  मिनिटांनीं हें उत्तर,

( या पुस्तकांतील १२ वा. पेपर, उदाहरण ८ वें पाहा. )

( २ ) एका सात एकराचे शेतांत वाल, हरभरा आणि मूग अशीं तीन धान्ये पेरलीं. प्रत्येक धान्य जेवढ्या जागेत पेरलें आहे, त्याजागेचें प्रमाण अनुक्रमें  $१\frac{१}{३}$  :  $१\frac{१}{२}$  :  $१\frac{१}{४}$ , असें आहे. हेंच प्रमाण अनुक्रमें जर त्या धान्यांच्या एक एक एकराच्या किंमतीचें असेल व एक एकर भरवालाची किंमत जर ७ पौंड आहे, अशी कल्पना केली तर सर्व धान्यांची एकंदर किंमत काय होईल ?

$१\frac{१}{३} + १\frac{१}{२} + १\frac{१}{४} = \frac{४३}{१२}$  एकर शेतांत तीन धान्ये अनुक्रमें  $१\frac{१}{३}$ ,  $१\frac{१}{२}$ , व  $१\frac{१}{४}$  एकर आहेत तर ७ एकर शेतांत बरील तीन धान्ये अनुक्रमें किते किते एकर असावीं ? याचें उत्तर,  $\frac{१६}{३}$  एकर वाल,  $\frac{१६}{३}$  एकर हरभरा व  $\frac{१६}{३}$  एकर मूग हें आहे. आतां एक एकर भरवालाची किंमत जर ७ पौ. आहे तर यावरून,  $१\frac{१}{३} : ७ :: १\frac{१}{३} = \frac{६३}{३}$  पौ. हरभऱ्याची व  $१\frac{१}{२} : ७ :: १\frac{१}{२} = \frac{१०५}{६}$  पौ. मूगाची किंमत झाली. यास्तव.  $\frac{१६}{३} \times ७ = १६$  पौ. .. किंमत वालांची.

$\frac{१६}{३} \times \frac{४३}{२} = २०$  पौ. ५शि. किंमत हरभऱ्यांची }  
 $\frac{१६}{३} \times \frac{१०५}{६} = १४$  पौ. १शि. ३पे. किं. मूगांची. }

बेरीज घेऊन सर्वांची ५० पौ. ६शि. ३पे. एकंदर किंमत हें उत्तर.

( ३ ) ३ आणि ४ यांच्या दरम्यान मिनीटकांटा अवर कांट्याच्या पुढे ३० घरे ( मिनिटे ) केव्हां जाईल ?

३ वाजतांना अवरकांटा मिनीटकांट्याचे पुढे ३ भाग आहे. हें अंतर सोडून शिवाय ३० घरे क्षणजे ६ भाग

असे एकंदर  $३ + ६ = ९$  भाग मिनिटकांच्यास अंतर सोडावे लागेल. यास्तव,  $११ : ९ :: १ = \frac{१}{११}$  तास किंवा  $३$  वाजून  $४९\frac{१}{११}$  मिनिटांनीं हें उत्तर.

(४) एक हौद दोन नळ्यांनीं अनुक्रमें  $२०$  आणि  $२४$  मिनिटांत भरतो व तिसरे नळीनें  $३०$  मिनिटांत रिकामा होतो. तर तिन्ही नळ्या एकदम सोडल्यासतां  $१५$  मिनिटांत किती भरेल ?

$\frac{१}{२०} + \frac{१}{२४} = \frac{११}{१२०}$  हौद एक मिनिटांत दोन नळ्यांनीं भरतो, व  $\frac{१}{३०}$  रिकामा होतो. ह्मणून  $\frac{११}{१२०} - \frac{१}{३०} = \frac{१०}{१२०}$  एक मिनिटांत भरतो,  $\therefore १$  मि. :  $१५$  मि. ::  $\frac{१०}{१२०}$  ही. =  $\frac{५}{६}$  हौद भरेल हें उत्तर.

(५) आगगाडीचे इंजिनाच्या एका चाकाचा व्यास  $५$  फूट असून  $६$  मैलांत त्या चाकाच्या  $२५००$  फेऱ्या होतात. यावरून रुळावरून चालतांना त्या चाकाचे किती अंतर घसरण्यांत जाते तें सांग. व्यासाचे  $३.१४१६$  पट वर्तुळाचा परिघ असतो.

$५ \times ३.१४१६ = १५.७०८$  फूट चाकाचा घेर. यास्तव,  $१५.७०८ \times २५०० = ३९२७०$  फूट अंतर  $२५००$  फेऱ्यांत चाक जाईल. व  $६$  मै. =  $३१६८०$  फूट अंतर तें जाते.  $\therefore ३९२७०$  फू. -  $३१६८०$  फू. =  $७५९०$  फू. किंवा  $१.४३७५$  मैल अंतर घसरण्यांत जाते. हें उत्तर.

(६)-(८)  $२०$  फू. लांब,  $११$  फू. रुंद, रूंद व  $३१$  फू. रुंद. उंच असा एक गवताचा गंच  $१६०$  घोडे  $९$  दिवसांत खाऊन टाकतात. तर  $१५$  यार्ड लांब,  $५$  फू. रुंद व

१४ फू. उंच असा गंज ८० घोडे किती दिवसांत खातील ?

$$\left. \begin{array}{l} २० \text{ फू.} : १५ \times ३ \text{ फू.} \\ ११\frac{१}{४} \text{ फू.} : ५ \text{ फू.} \\ ३१\frac{१}{२} \text{ फू.} : १४ \text{ फू.} \\ १६० \text{ घो.} : ८० \text{ घो.} \end{array} \right\} :: ९ \text{ दिवस.}$$

$$\therefore \frac{१५ \times ३ \times ५ \times १४ \times १६० \times ९ \times २ \times ४}{२० \times ४५ \times ६३ \times ८०} = ८ \text{ दि. हें उत्तर.}$$

(९) १३० पौं. ० शि. ७ $\frac{१}{२}$  पे. ९ महिन्यांनी व्याव-  
चे आहेत. तर शें. ९२ भावाच्या ठेवीस ४ व्याज या  
प्रमाणे त्यांची वर्तमान किंमत काय होईल ?

१२म. : ९म. :: ४ पौं. = ३ पौं. शें. ९२ भावाच्या ठेवीचे  
व्याज. ∴ ९२ : १०० :: ३ =  $\frac{२५}{३३}$  पौं. यांत १०० मि-  
ल्लवून  $\frac{२३०५}{३३}$  रास. यास्तव,  $\frac{२३०५}{३३} : १३०\frac{१}{२} :: १००$  पौं.  
= १२५ पौं. १८ शि. ६ पे. हें उत्तर.

(१०) एका देशातील लोकसंख्या दरसाल शेंकडा  
३ प्रमाणे वाढते. व तींतील शें. ५ प्रमाणे कांहीं लोक दर  
साल देशांतरास जातात. असा नित्य क्रम सुरू असला तर  
५ वे वर्षाचे शेवटी लोकसंख्येत शें. किती वाढ होईल ?

वरील नियमाप्रमाणे जर २ वर्षांत एकंदर एका देशांतील  
८१००० लोक देशांतरास गेले असतील तर त्या देशा-  
ची लोकसंख्या काय असावी ?

वरील प्रश्नाची रचना चक्रवाढ व्याजांत रास काढावयास  
दिलेल्या प्रश्नाचे पद्धतीवर आहे असे मक्षम विचारांनी सहज  
ध्यानांत येण्यासारखे आहे.

शें. ३ वार्दीतील शें. ५ लोक देशांतरास जातात ह्यणजे लोकसंख्येत खरी वाढ दरसाल  $३ - .५ = २.५$  आहे. असे झाले. आतां त्या देशाची लोकसंख्या कांहीं एक आहे अशी आपण कल्पना करूं. नंतर,  $१०० : १ :: २.५ वाढ = \frac{१}{१००}$  वाढ यांत एक मिळवून  $१\frac{१}{१००} = \frac{१११}{१००}$  पहिले वर्षाची लोकसंख्या झाली. याप्रमाणें पांच वर्षांत  $(\frac{१११}{१००})^५ = \frac{१९५८५६२०९}{१०२४०००००}$  होईल.  
 $\therefore १ : १०० :: \frac{१९५८५६२०९}{१०२४०००००} = ११३.१४०८....$   
 ह्यणजे  $१३.१४०८....$  शें. वाढ हें उत्तर.

पुनः,  $१०० : १ :: .५ = \frac{५}{१०००}$  लोक पहिले वर्षी देशांतरांस गेले.  $१०० : \frac{१०२.५}{१००} :: .५ = \frac{५१२.५}{१०००००}$  लोक दुसरे वर्षी देशांतरास गेले.  $\therefore \frac{५}{१०००} + \frac{५१२.५}{१०००००} = \frac{१०१२.५}{१००००००}$  यास्तव,  
 $\frac{१०१२.५}{१००००००} : १ :: < १००० = ८००००००$  लोकसंख्या असावी. हें उत्तर.

(११) एक कंपनी १०० पौंड किमतीचे हिश्यावर शें. ५ प्रमाणें व्याज देते. व दुसरी ७ पौ. १० शि. किमतीचे हिश्यावर शें.  $४\frac{१}{२}$  प्रमाणें व्याज देते. आतां दोन्ही कंपनीतील हिश्याचा भाव अनुक्रमें १२४ $\frac{१}{२}$  पौंड व ८ पौ. १० शि. झाला आहे. तर हल्लीं दोन्ही कंपनीपासून हिस्सेदारांस जें व्याज प्राप्त होईल त्याचें प्रमाण काय ?

$१०० : १२४\frac{१}{२} :: ५$  पौ. व्या. व्यस्त.  $\therefore = \frac{१०० \times ५}{१२४\frac{१}{२}}$  पौ. पुनः  $७\frac{१}{२} : ८\frac{१}{२} :: ४\frac{१}{२}$  पौ. व्या. व्यस्त.  $\therefore = \frac{४\frac{१}{२} \times १५}{८\frac{१}{२}}$  यास्तव,  $\frac{१००}{१२४\frac{१}{२}} : \frac{१५}{८\frac{१}{२}}$  किंवा अतिसंक्षेप रूप देऊन  $६८०० : ७२२१$  प्रमाण हें उत्तर.

(१२) एक पेटा ५ फू. ३ इ. लांब, ३ फू. रुंद व

२ फू. ९ इंच. खोल आहे. तींत १२०० पुस्तके ठेवावयाची आहेत. व प्रत्येक पुस्तक १० $\frac{१}{३}$  इंच. लांब ४ $\frac{१}{३}$  इंच. रुंद व १ $\frac{१}{२}$  इंच. जाड असते आहे. तर किती पुस्तके बाहेर काढावी लागतील ?

पेटीचे घनफळ  $६३ \times ३६ \times ३३ = ७४८४४$  घ. इंच. झाले. व प्रत्येक पुस्तकाचे घनफळ  $\frac{३१}{३} \times \frac{१}{३} \times \frac{११}{२} = \frac{१०७९}{३२}$  घ. इंच. आहे. यावरून पेटीत  $७४८४४ \div \frac{१०७९}{३२} = ११५२$  पुस्तके मावतील असे झाले.  $\therefore १२०० - ११५२ = ४८$  पुस्तके बाहेर ठेवावी लागतील, हे उत्तर.

भ्याद्विक्युलेशन परिक्षेतील विजगाणेताच्या  
प्रश्नांचे पथकरण-

१८७६ पासून १८८४ साल पावेतो.

१८७६

(१) (२) अ = १, ब = २, क = ३, या वरून  
खाळील पदांची किंमत काढ ?

$$\frac{३अ - [ब - \{ अ + (ब - ३अ) \}]}{७अ - [३अ - \{ ४अ - (५क - २अ) \}]} \\ = \frac{३अ - ब + अ + ब - ३अ}{७अ - ३ब + ४अ - ५क + २अ} = \frac{३ - २ + १ + २ - ३}{७ - ३ + ४ - १५ + २ - ५} = \frac{१}{-५}$$

हे उत्तर.

(३) अ =  $\frac{५}{४}$ ; ब = २, क्ष =  $३\frac{१}{३}$ , य =  $१\frac{१}{३}$  यावरून  
(अ+ब)  $\sqrt{(क्ष-ब)य} + क्ष - २\sqrt{य(क्ष-ब)}$  यांची किंमत काढ ?  
 $= २\frac{५}{४} \times \sqrt{१\frac{१}{३} \times (१\frac{१}{३})} + ३\frac{१}{३} - २ \times \sqrt{१\frac{१}{३} \times १\frac{१}{३}} = (२\frac{५}{४} \times १\frac{१}{३}) + ३\frac{१}{३} - (२ \times १\frac{१}{३}) = \frac{५६}{१२} + \frac{१०}{३} - \frac{४}{३} = \frac{५६}{१२}$  किंवा  $४\frac{५}{१२}$  हे उत्तर.

(४) (अ) क्ष + य + ज्ञ + १ यांस क्ष + य -  
ज्ञ - १ यांनी गूण ?

$$[(क्ष + य) + (ज्ञ + १)] \times [क्ष + य] - (ज्ञ + १) \\ = (क्ष + य)^२ - (ज्ञ + १)^२ = क्ष^२ + य^२ + २क्षय - ज्ञ^२ - १ - २ज्ञ. हे उत्तर.$$



( व ) क्षट - २ क्षट यट + यष्ट यांस क्षष्ट - २ क्षट यट + यष्ट यांनीं गूण.

( क्षष्ट - २ क्षट यट + यष्ट ) = क्षर + ४ क्षष्ट यष्ट + यर - ४ क्षट यट + २ क्षष्ट यष्ट - ४ क्षट यट = क्षर + ६ क्षष्ट यष्ट + यर - ४ क्षट यट - ४ क्षट यट हें उत्तर.

( ५ ) ( अ ) २४३ क्ष<sup>३</sup>-य<sup>३</sup> यांस ३ क्ष-य यांनीं भाग.

$$\frac{(३ क्ष)^३ - य^३}{३ क्ष - य} = (३ क्ष)^२ + (३ क्ष) य + (३ क्ष) य^२ + ३ क्ष$$

य<sup>२</sup> + य<sup>३</sup> = ८१ क्ष<sup>६</sup> + २७ क्ष<sup>३</sup> य + ९ क्ष<sup>३</sup> य<sup>२</sup> + ३ क्ष य<sup>३</sup> + य<sup>३</sup> हें उत्तर.

( ब ) क्ष<sup>३</sup> + क्ष<sup>३</sup> य - क्ष य<sup>३</sup> - य<sup>३</sup> यांस क्ष + क्ष<sup>३</sup> य<sup>३</sup> + य यांनीं भाग  
क्ष<sup>३</sup> - क्ष य<sup>३</sup> + क्ष<sup>३</sup> य - य<sup>३</sup> हें उत्तर.

( ६ ) अ<sup>२</sup> + अब यांस अ व यांनीं अनुक्रमे गूण व  
अ<sup>२</sup> + ब<sup>२</sup> अ-ब अ+ब

गुणाकारांत काय अंतर पडते ते सांग.

$$\frac{अ^२ + अब}{अ^२ + ब^२} \times \frac{अ (अ+ब)}{अ-ब} = \frac{अ^२ (अ+ब)}{(अ^२ + ब^२) (अ-ब)} \text{ आणि } \frac{अ^२ + अब}{अ^२ + ब^२} \times$$

$$\frac{ब}{अ+ब} = \frac{अब}{अ^२ + ब^२} \therefore \frac{अ^२ (अ+ब)}{(अ^२ + ब^२) (अ-ब)} - \frac{अब}{अ^२ + ब^२} =$$

$\frac{(अ+ब) - अब(अ-ब)}{(अ^२ + ब^२) (अ-ब)}$  अ हें उत्तर.

( ७ ) खालील दोन्ही अपूर्णाकास भतिसरळरूप दे.

$$(अ) \left( \frac{२क्ष^३ - २य^३}{क्ष - य} - \frac{क्ष^३ - य^३}{क्ष - य} \right) \div \left( \frac{क्ष^३ - क्षय^२}{क्ष - य} - \frac{क्ष^३ - य^३}{क्ष + य} \right)$$

$$(ब) \quad क्ष - \frac{\frac{१}{य + \frac{१}{क्ष - य}}}{\frac{१}{य + \frac{१}{क्ष - य}}}$$

$$(अ) = (२क्ष^३ + २य^३ + २क्षय - क्ष^३ - य^३) \div (क्ष^३ + क्षय - क्ष^३ + य^३) = (क्ष + य)^३ \div (क्ष + य)य = \frac{क्ष + य}{१} \text{ हें उत्तर.}$$

य

$$(ब) = क्ष - \frac{\frac{१}{क्ष - य}}{\frac{१}{२क्षय - य}} = क्ष - \frac{२क्षय - य}{२क्षय - य + क्ष - य} \text{ हें उत्तर.}$$

( ८ ) क्ष<sup>३</sup> - ३अ<sup>२</sup>क्ष - २अ<sup>३</sup> व क्ष<sup>३</sup> - अक्ष<sup>२</sup> - ४अ<sup>३</sup> यांचा दृ० भा० काढ व क्ष<sup>३</sup> - ४, क्ष<sup>३</sup> - ९, क्ष + ६, आणि क्ष<sup>३</sup> - ९ यांचा ल० सा० भाज्य काढ.

$$(अ + क्ष)^२ (क्ष - २अ) व (क्ष^३ + अक्ष + २अ^३) (क्ष - २अ)$$

∴ यांचा दृ० भा० = (क्ष - २अ) हें उत्तर.

$$(क्ष + २)(क्ष - २), (क्ष - २)(क्ष - ३), (क्ष + ३)(क्ष - ३)$$

∴ यांचा ल० सा० भा० = (क्ष + २)(क्ष - २)(क्ष - ३)(क्ष + ३) हें उत्तर.

( ९ ) (अ) क्ष +  $\frac{१}{क्ष}$  यांचा घन कर.

$$= क्ष^३ + ३(क्ष^२) \times \frac{१}{क्ष} + ३(क्ष) \times \frac{१}{क्ष} + \frac{१}{क्ष} = क्ष^३ + ३क्ष + \frac{३}{क्ष} + \frac{१}{क्ष}$$

हें उत्तर.

(ब)  $४$  क्ष<sup>४</sup> +  $६$  क्ष<sup>३</sup> +  $\frac{८९}{४}$  क्ष<sup>२</sup> +  $१५$  क्ष +  $२५$  यांचें वर्गमूल काढ.

$$४क्ष^४ + ६क्ष^३ + \frac{८९}{४}क्ष^२ + १५क्ष + २५ [२क्ष^२ + \frac{३}{२}क्ष + ५$$

हैं उत्तर.

$$४क्ष^२ + \frac{३}{२}क्ष \left| \begin{array}{l} ६क्ष^३ + \frac{८९}{४}क्ष^२ \\ ६क्ष^३ + \frac{९}{४}क्ष^२ \end{array} \right.$$

$$४क्ष^२ + ३क्ष + ५ \left| \begin{array}{l} २०क्ष^२ + १५क्ष + २५ \\ २०क्ष^२ + १५क्ष + २५ \end{array} \right.$$

(१०) खालील समीकरणापासून क्ष ची कि० काढ.

अ.  $(१ + २\sqrt{क्ष}) = (४क्ष + \sqrt{१६क्ष + २})^२$

ब.  $\frac{\sqrt{क्ष + १८}}{\sqrt{क्ष + ४}} = \frac{\sqrt{क्ष + ३८}}{\sqrt{क्ष + ६}}$

अ. वर्ग करून,  $१ + ४क्ष + ४\sqrt{क्ष} = ४क्ष + \sqrt{१६क्ष + २}$

पुनः व० क०,  $१ + १६क्ष + ८\sqrt{क्ष} = १६क्ष + २$

$\therefore ८\sqrt{क्ष} = १ \therefore क्ष = \frac{१}{६४}$  हैं उत्तर.

ब.  $१ + \frac{२४}{\sqrt{क्ष + ४}} = १ + \frac{३२}{\sqrt{क्ष + ६}} \therefore \frac{३}{\sqrt{क्ष + ४}} = \frac{४}{\sqrt{क्ष + ६}}$

$\therefore ३\sqrt{क्ष + १८} = ४\sqrt{क्ष + १६} \therefore \sqrt{क्ष} = २$  किंवा  $क्ष = ४$  हैं उत्तर.

(११) ९९ या संख्येचे असे पांच भाग कर की त्यांतील पहिला भाग दुसऱ्या पेक्षां ३ नीं जास्त, तिसऱ्या पेक्षां १० नीं कमी, चौथ्यापेक्षां ९ नीं जास्त व पांचव्यापेक्षां १६ नीं कमी असावा. यावरून ते भागाकाय असावे ?

$\text{क्ष} + (\text{क्ष} - ३) + (\text{क्ष} + १०) + (\text{क्ष} - ९)$   
 $+ (\text{क्ष} + १६) = ९९ \therefore ५ \text{ क्ष} - १२ + २६ = ९९ \therefore$   
 $\text{क्ष} = \frac{९९}{५} = १७$  हें उत्तर. यावरून ते भाग अनुक्रमें,  
 १७, १४, २७, ८ व ३३ असावे हें उत्तर.

(१२) एका गृहस्थानें एकास विचारलें आतां किती  
 वाजलें. तेव्हां दुसऱ्यानें उत्तर केलें कीं अवरकांटा आणि  
 मिनिटकांटा हे ५ आणि ६ यांचे दरम्यान एकावर एक  
 आले आहेत. यावरून तेव्हां किती वाजले असावे ?

क्ष घरें अवरकांटा चालला असतां तेवढेच वेळांत  
 मिनिटकांटा १२ क्ष घरें चालला असें होईल. व अवर  
 कांटा मिनिटकांत्यांचे पुढे ५ भाग ह्यणजे २५ घरें आहे.  
 $\therefore १२ \text{ क्ष} = २५ + \text{क्ष} \therefore \text{क्ष} = २५$  यास्तव  $२५ + २\frac{५}{११} =$   
 $= २७\frac{५}{११}$  मिनिटांनीं ते एकावर एक येतील हें उत्तर.

(१३) (अ.)  $\text{क्ष} + २\text{य} = १४ - ३\text{ज्ञ}$   
 (ब.)  $२\text{क्ष} + ४\text{ज्ञ} = ८ + ३\text{य}$   
 (क.)  $३\text{क्ष} + ४\text{य} = ५\text{ज्ञ} - ४$

अ.  $\text{क्ष} + २\text{य} + ३\text{ज्ञ} = १४$  } क.  $३\text{क्ष} + ४\text{य} - ५\text{ज्ञ} = -४$   
 ब.  $२\text{क्ष} + ४\text{ज्ञ} - ३\text{य} = ८$  } ड.  $३\text{क्ष} - \text{य} + ७\text{ज्ञ} = २२$

ड.  $३\text{क्ष} - \text{य} + ७\text{ज्ञ} = २२$  } फ.  $५\text{य} - १२\text{ज्ञ} = -२६$

अ.  $२\text{क्ष} + ४\text{य} + ६\text{ज्ञ} = २८$  }  $\therefore$  ह.  $४२\text{य} + १२\text{ज्ञ} = १२०$   
 ब.  $२\text{क्ष} + ४\text{ज्ञ} - ३\text{य} = ८$  } फ.  $५\text{य} - १२\text{ज्ञ} = -२६$

$$\therefore ७\text{य} + २\text{ज्ञ} = २०$$

$$\therefore ४७\text{य} = ९४$$

ह. यांस ६ नीं गुणून =

$$\therefore \left. \begin{array}{l} \text{य} = २ \\ \text{ज्ञ} = ३ \\ \text{क्ष} = १ \end{array} \right\} \text{उत्तर.}$$

$$४२ \text{ य} + १२ \text{ ज्ञ} = १२०$$

( १४ ) अ आणि ब हे असमान द्रव्य घेऊन खेळाव-  
यास वसले. त्यांत अ प्रथम १५० रुपये जिकला. व ब ५०  
रुपये हरला. तेव्हां अ आणि ब यांच्या द्रव्यांचें प्रमाण  
३:२ झालें. परंतु जर अ ५० रुपये हरता व ब १०० रु.  
मिळविता तर अ आणि ब यांच्या भांडवलाचें प्रमाण ५:९  
झालें असतें. यावरून प्रत्येकाचें भांडवल प्रथमार्भां काय होतें?  
क्ष + १५० : य - ५० :: ३:२ :: २क्ष + ३०० = ३य - १५०  
क्ष - ५० : य + १०० :: ५:९ :: ९क्ष - ४५० = ५य + ५००

यांतील प्रथम समीकरणास ९नी व दुसऱ्यास २नी गुणून,  
१८क्ष + २७०० = २७ य - १३५० } वजा बाकी  
१८क्ष - ९०० = १० य + १००० } करून

$$\therefore १७य = ५९५० \therefore य = ३५० \text{ रु.}$$

यावरून अचें ३०० व बचें ३५० रु. भांडवल हें उत्तर.

( १५ ) काहीं शेर धान्य काहीं गरीब मनुष्यांस सारखे  
वाटलें. त्यांत १० मनुष्ये अधिक असतीं तर प्रत्येकास एक  
एक शेर कमी मिळाला असता व ८ मनुष्ये कमी असती तर  
प्रत्येकास एक एक शेर जास्त मिळता. यावरून एकंदर म-  
नुष्ये किती व प्रत्येकास काय काय मिळालें तें सांग.

यांत क्ष मनुष्ये व य शेर धान्य होतें अशी कल्पना कर.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{य}{क्ष} - \frac{य}{क्ष+१०} = १ \\ \frac{य}{क्ष-८} - \frac{य}{क्ष} = १ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{वेरीज } \frac{य}{क्ष-८} - \frac{य}{क्ष+१०} = २ \\ \text{घेऊन } \end{array}$$

$$\therefore य = \frac{क्ष^2 + २क्ष - ८०}{९}$$

ही किंमत प्रथम समीकरणांत लिहून

$$\frac{क्ष^2 + २क्ष - ८०}{९क्ष} - \frac{क्ष - ८}{९} = १ \therefore १० - \frac{८०}{क्ष} = ९ \therefore$$

क्ष = ८० यावरून य = ७२० हें उत्तर.

### १८७७

(१) (अ) क्ष =  $\frac{१}{३}$  यावरून  $\frac{\sqrt{३-२क्ष^२}-क्ष}{क्ष(१+२क्ष)-क्ष^३}$

(ब)  $१ - [१ - \{ १ - (१ - १ - १) \}]$  यांची किंमत काढ.

(अ)  $= \frac{\sqrt{१-\frac{१}{३}} + \frac{१}{३}}{-\frac{१}{३}(१-१) + \frac{१}{२७}} = \frac{\frac{१}{३} + \frac{१}{३}}{\frac{१}{२७}} = ५४$  हें उत्तर.

(ब)  $१ - [१ - \{ १ - १ + १ - १ \}] = १ - [१ - १ + १ - १ + १] = ०$  हें उत्तर.

(२)  $\frac{२अ^३ ब^३}{१६(क्ष+य)} \div \left[ \frac{३अ(क्ष-य)}{७(क+ड)} \div \left\{ \frac{४(क-ड)}{२१अब^३} \right. \right.$   
 $\left. \left. \div \frac{क^३-ड^३}{४(क्ष-य)} \right\} \right]$

(ब)  $\left( \frac{\sqrt{अ+क्ष}}{क्ष} - \frac{\sqrt{क्ष}}{अ+क्ष} \right) - (\sqrt{अ} - \sqrt{क्ष})^२ + \frac{क्ष}{अ(अ+क्ष)}$

यांस आतिसरळ रूपें दे.

$$(अ) = \frac{९अ^३ व^३}{१६(क्ष+य)} \times \frac{७(क+ड)}{३अ(क्ष-य)} \times \frac{४(क-ड)}{२१अ व^३}$$

$$\times \frac{४(क्ष-य)}{क-ड} = १ \text{ हें उत्तर.}$$

$$(ब) \left( \frac{अ+क्ष}{क्ष} + \frac{क्ष}{अ+क्ष} - २ \right) - \left( \frac{क्ष}{अ} + \frac{अ}{क्ष} - २ \right) + \frac{क्ष}{अ(अ+क्ष)}$$

$$= \frac{अक्ष+क्ष^२}{अ(अ+क्ष)} + \frac{अ+क्ष}{क्ष} - \frac{क्ष+अ}{अक्ष} = \frac{क्ष}{अ} + \frac{अ-क्ष}{अ} = १ \text{ उत्तर.}$$

(३)  $\angle$ क्ष<sup>४</sup>+क्षय<sup>३</sup>-य<sup>४</sup> यांस क्ष-य<sup>२</sup> यांनी भागून भागाकारांत क्ष चा गुणक काय येतो तो सांग.

कृती प्रमाणे भागाकार केला असता भागाकारांत क्ष चा गुणक २य<sup>२</sup> येईल हें उत्तर.

(४) क्ष<sup>३</sup>-क्षय-६य<sup>२</sup> व क्ष<sup>३</sup>-४क्षय<sup>२</sup>-क्ष<sup>२</sup>य+४य<sup>३</sup> यांचे गुण्य गुणक पाड व १+क्ष<sup>२</sup>+क्ष+क्ष<sup>२</sup> आणि २क्ष+२क्ष<sup>२</sup>+३क्ष<sup>२</sup>+३क्ष<sup>२</sup> यांचा द० भा० काढ ?

(क्ष-३य) (क्ष+२य) व (क्ष-य) (क्ष-२य) (क्ष+२य) गुण्य गुणक हें उत्तर. (१+क्ष<sup>२</sup>) (१+क्ष) व (१+क्ष<sup>२</sup>)(२क्ष+३क्ष) ∴ यांचा द०भा०=१+क्ष<sup>२</sup> हें उत्तर.

(५) जर क्षय = अ व (अ+व) व क्ष<sup>२</sup>-क्षय+य<sup>२</sup> = अ<sup>३</sup>+व<sup>३</sup> आहेत तर  $\left( \frac{क्ष}{अ} - \frac{य}{व} \right) \left( \frac{क्ष}{व} - \frac{य}{अ} \right) = ०$  हें सिद्ध कर.

$\left. \begin{array}{l} ३क्षय = ३अव(अ+व) \\ क्ष<sup>२</sup>-क्षय+य<sup>२</sup> = अ<sup>३</sup>+व<sup>३</sup> \end{array} \right\}$  पुनः  $अ+व = \frac{क्षय}{अव}$  ही किंमत नूतन समीकरणांत लिहून.,

$$(क्ष+य)^२ = (अ+व)(अ+व)^२$$

जसे,  $अब(क्ष+य)^2 = (अ+ब)^2 क्षय \therefore अब(क्ष+य)^2 - (अ+ब)^2 क्षय = 0$  यांतील पहिली बाजू सोडवून,  
 $अबक्ष + अबय - अक्षय - बक्षय = 0$  यांतील दोन्ही  
 बाजूस अर्बे यांनी भागून,  $\frac{क्ष}{अब} + \frac{य}{अब} - \frac{क्षय}{ब} - \frac{क्षय}{अ} = 0$   
 यांतील प्रथम बाजूचे गुण्य गुणक पाडून  $(\frac{अ-ब}{अ-ब})(\frac{क्षय}{ब-अ})$   
 $= 0$  हें सिद्ध.

(६)  $२क्ष^2 - ८$ ,  $३क्ष^2 - ९क्ष + ६$ , व  $६क्ष^2 + १८क्ष + १२$   
 यांचा ल० सा० भा० काढ.

$२(क्ष+२)(क्ष-२)$ ,  $३(क्ष-२)(क्ष-१)$  व  
 $६(क्ष+२)(क्ष+१) \therefore$  यांचा ल० सा० भा० =  
 $६(क्ष+२)(क्ष-२)(क्ष+१)(क्ष-१)$  हें उत्तर.

(७)  $४क्ष^3 - १२क्ष + २५क्ष^2 - २४क्ष^3 + १६क्ष^3$  यांचे  
 वर्गमूळ आणि  $८क्ष^3 - १२क्ष^2 + ६क्ष^3 - ३७क्ष^3 + ३६क्ष^3 - ९क्ष^3 +$   
 $५४क्ष^3 - २७क्ष^3 - २७$  यांचे घनमूळ काढ.

$$\frac{४क्ष^3 + १२क्ष + २५क्ष^2 - २४क्ष^3 + १६क्ष^3}{४क्ष^3} (२क्ष^3 + ३क्ष^3 + ४क्ष^3)$$

$$\frac{४क्ष^3 + ३क्ष^3}{४क्ष^3 + ३क्ष^3} \left| \begin{array}{l} १२क्ष + २५क्ष^2 \\ १२क्ष + ९क्ष^2 \end{array} \right.$$

$$\frac{४क्ष^3 + ६क्ष^3 + ४क्ष^3}{४क्ष^3 + ६क्ष^3 + ४क्ष^3} \left| \begin{array}{l} १६क्ष^3 - २४क्ष^3 + १६क्ष^3 \\ १६क्ष^3 - २४क्ष^3 + १६क्ष^3 \end{array} \right.$$

\*

$\therefore २क्ष^3 + ३क्ष^3 + ४क्ष^3$  हें वर्गमूळ हें उत्तर.



$$\frac{६४ - १२४ + ६४ - ३७ + ३७ + ३६ - ९ + ५४ - २७ + २७}{६४} = १२४ + ६४ - ३७$$

$$\frac{१२४ + (६४ - ६४)(-६४)}{१२४ + (६४ - ६४)(-६४)} = १२४ + ६४ - ३७$$

$$- १२४ + ६४ - ६४$$

$$\frac{३(२४ - ६४) - ३(१२४ + ३६ - १२४) + (६४ - ३६ - ३)(-३)}{१२४ - १२४ + ३६ - १२४ + ९} = ३६ + ३६ - ९ + ५४ - २७ - २७$$

$$- ३६ + ३६ - ९ + ५४ - २७ - २७$$

\* \* \*

२४ - ६४ - ३ घनमूळ हे उत्तर.

टीप—पुढे जी जी घनमुळांची हणून उदाहरणे येतील तेवढी सर्व अशाच कृतीने सोडवावी.

(८)  $(क्ष - २)^२ - (क्ष - १)(क्ष - ३) = क$ , यांत कची काय किंमत असली ह्यणजे हें नित्यसमीकरण होईल? व यास कच्या इतर कांहीं किंमतीने अनित्यसमीकरणाचें रूप देतां येईल कीं काय?

$(क्ष - २)^२ - (क्ष - १)(क्ष - ३) = १$  ∴ कची किंमत १ च असली पाहिजे ह्यणजे हें नित्यसमीकरण होईल. व या किमतीवरून हेंही उघड आहे कीं, कच्या इतर कोणत्याही किंमतीने हें अनित्यसमीकरण होणार नाही.

(९) एका आगगाडी जवळील तारायंत्रांचे खांब ६० यार्डांचे अंतरावर आहेत. तर आगगाडी एका मिनिटांत जितके खांब ओलांडून जाते त्याचे दुप्पट मैल (सरासरीनें) तिचा दर तासांत चालण्याचा वेग असला पाहिजे असें दाखीव? व या अनुमानाप्रमाणें जर एक गाडी एका मिनिटांत ११ खांब ओलांडून जात आहे तर किती काळांत १ मैलाची चूक पडेल?

एका मिनिटांत ती गाडी क्ष खांब ओलांडून जाते अशी कल्पना केली. तर  $\frac{क्ष \times ६० \times ६०}{९०६०} = २\frac{१}{३३}$  क्ष मैल दर तासांत गाडीचा चालण्याचा वेग झाला. हा सरासरीनें क्ष चे दुप्पट आहे हें उघड दिसतें.

दुसरें, क्ष काळांत १ मैलाची चूक पडेल अशी कल्पना केली. तर,  $\frac{४५क्ष}{३} - २२ क्ष = १$  ∴  $\frac{१}{३}क्ष = १$  किंवा क्ष = ३ तास हें उत्तर.

(१०) एका मुलास दर आठवड्यास कांहीं नियमित खाऊचा पैसा मिळत असून तो त्याचा  $\frac{१}{३}$  दर आठव-

ड्यास खर्च करीत असे. याप्रमाणें तो करीत असतां तिसऱ्या आठवड्याचे शेवटीं त्याजवळ १ शि. २ पे. राहिले. यावरून त्यास दर आठवड्यास काय मिळत असे तें सांग.

त्यास खाऊचा पैसा क्ष मिळत होता अशी कल्पना कर. नंतर प्रश्नाप्रमाणें  $\frac{क्ष}{३}$  पहिल्या आठवड्याची शिलक  
 $\therefore \frac{१}{३} (क्ष + \frac{क्ष}{३}) = \frac{३क्ष}{४}$  खर्च  $\therefore \frac{३क्ष}{४} - \frac{३क्ष}{४} = \frac{३क्ष}{४}$  दुसऱ्या  
 आठवड्याची शिलक, पुनः,  $\frac{१}{३} (\frac{३क्ष}{४} + क्ष) = \frac{७क्ष}{८}$  खर्च,  $\therefore$   
 $\frac{७क्ष}{८} - \frac{७क्ष}{८} = \frac{७क्ष}{८}$  तिसऱ्या आठवड्याची शिलक, यास्तव,  $\frac{७क्ष}{८}$   
 $= १४ \therefore क्ष = १६$  पेंस किंवा १ शि. ४ पे. हें उत्तर.

## १८७८

(१) [ म-न-३क्ष-२य ] - [ २क्ष+५य-न+म ]  
 या पदांचे सर्व कोंस सोडोव आणि अ - ब + क -  
 २ड - १ यांतील शेवटील तीन पदें उण्या कोंसांत घाल ?

म-न - ३क्ष+२य-२क्ष-५य+न+म=२म-५क्ष-३य  
 हें उत्तर. व अ-ब - (१+२ड-क) हें उत्तर.

(२) १०अ<sup>३</sup> याचे घनास १० लक्षपट अं<sup>३</sup> याचे  
 वर्गमुळानें भागिलें असतां भागाकार काय येईल ?

$(१०अ^३)^३ \div \sqrt{१०००००००} अ^३ = १०००अ^६ \div १०००अ^३$   
 $= १$  भागाकार हें उत्तर.

(३) क्ष<sup>६</sup>-६ क्ष<sup>५</sup>य + १३ क्ष<sup>४</sup>य<sup>२</sup> - १२ क्ष<sup>३</sup>य<sup>३</sup> + ४ य<sup>४</sup>  
 यांचें वर्गमूळ काढ. उत्तर. क्ष<sup>३</sup> - ३ क्ष<sup>२</sup>य + २य<sup>२</sup> (पृष्ठ ७७  
 यांतील ९ वें (ब) उदाहरण पाहा. )

( ४ )  $२१क्ष - २६क्ष + ८क्ष$  व  $६क्ष - क्ष - २$  यांचा दृढ भाजक काढ !  $क्ष(३क्ष-२)(७क्ष-४)व(३क्ष-२)(२क्ष+१)$

∴ यांचा दृढभाजक =  $(३क्ष-२)$  हें उत्तर.

( ५ )  $क्ष-१$ ,  $क्ष+२क्ष-३$ , आणि  $क्ष - ७क्ष + ६क्ष$  यांचा ल० सा० भाज्य काढ.

$(क्ष+१)(क्ष-१)$ ,  $(क्ष+३)(क्ष-१)$ ,  $क्ष (क्ष - ६)$   
 $(क्ष-१)$  ∴ यांचा ल० सा० भा० =  $(क्ष+१)(क्ष-१)$   
 $(क्ष+३)(क्ष-६)$  क्ष हें उत्तर.

$$( ६ ) (अ) \left( अ + \frac{ब-अ}{१+बअ} \right) \times \frac{अ}{ब} \div \left( १ - अ \frac{ब-अ}{१+बअ} \right)$$

$$(ब) \frac{३\frac{१}{४} - \frac{१}{३} (क्ष-२)}{१\frac{१}{२} + (क्ष - \frac{१}{२})}$$

बरील दोन्ही अपूर्णाकांस अतिसरळरूप दे.

$$(अ) = \frac{ब(१+अ)}{१+बअ} \times \frac{अ}{ब} \times \frac{१+बअ}{१+अ} = अ हें उत्तर.$$

$$(ब) = \text{अंश व छेदास १२नीं गुणून} \frac{३९ - ४(क्ष-२)}{१३ + १२क्ष - १८}$$

$$= \frac{४७-४क्ष}{१२क्ष-५} \text{ हें उत्तर.}$$

$$( ७ ) (अ) [क्ष - अ][क्ष - ब] = अ ब - क्ष$$

$$(ब) \sqrt{क्ष+४} + \sqrt{२क्ष+२} = \sqrt{३क्ष+२५}$$

बरील समीकरणांपासून क्ष ची किंमत काढ ?

$$(अ) = क्ष + अब - (अ+ब) क्ष = अब - क्ष$$

∴ २ क्ष = (अ+ब) क्ष ∴ क्ष =  $\frac{अ+ब}{२}$  हैं उत्तर.

(ब) वर्ग करून, क्ष + ४ + २ क्ष + ९ +  
 $२\sqrt{२क्ष+१७क्ष+३६} = २क्ष + २५$  ∴  $\sqrt{२क्ष+१७क्ष+३६}$   
 $= ६$  ∴ २ क्ष + १७ क्ष + ३६ = ३६ ∴ २ क्ष  
 $= -१७क्ष$  ∴ क्ष =  $-\frac{१७}{२}$  हैं उत्तर.

(८)  $\frac{x}{क्ष} - \frac{y}{३६} = \frac{क्ष+y}{क्षय} + \frac{११}{३६}$  } यांत क्ष, य यांची  
क्षय =  $\frac{३६}{३६} (य - क्ष)$  } किंमत काढ!

$$\frac{४य - ५क्ष}{क्षय} - \frac{क्ष + य}{क्षय} = \frac{५७}{३६} ∴ \frac{य - २क्ष}{क्षय} = \frac{१९}{३६}$$

किंवा किंमत घालून  $\frac{३४}{३६} - \frac{१}{३६} = \frac{१९}{३६} ∴ य = २\frac{१}{३}$  व क्ष =  $\frac{१९}{३}$  हैं उत्तर.

(९) एका गृहस्थाने आपल्या भांडवलाचा  $\frac{१}{३}$  काढून फिरून त्यांत ५० रुपये घातले, पुनः त्याचा  $\frac{१}{३}$  काढून घेऊन ७० रुपये घातले. व शेवटीं मोजून पाहतों तों १२० रुपये भरले. यावरून मूळ द्रव्य किती?

मूळ द्रव्य क्ष होतें अशी कल्पना कर. नंतर प्रश्ना

प्रमाणें  $\frac{१}{३} (\frac{२क्ष}{३} + ५०) + ७० = १२०$  यांत क्ष = २५  
 म्हणून मूळ द्रव्य २५ रुपये होतें हैं उत्तर.

(१०) एक दोन अंकरूप आकृतीची संख्या आहे. तींतील अंक स्थळांचो बेरीज ८ असून तिची व्युत्क्रम स्थिति केली असतां होणारी संख्या व पूर्व संख्या यांचा गुणाकार १८५५ आहे. या वरून ती संख्या काय असावी?

क्ष+य=८ व  $(१०क्ष+य)(१०य+क्ष)=१८५५$  किंवा

$(९क्ष+८)(९य+८)=१८५५ \therefore ८१क्षय + ७२(क्ष+य) + ६४=१८५५ \therefore क्षय=१५ \therefore क्ष=\frac{१२}{५}$  प्रथम समीकरणांत ही किंमत घालून  $\frac{१५}{५}+य=८$  किंवा  $य-८ य=-१५$  यांत दोन्ही बाजूंत १६ मिळवून व वर्गमूळ काढून  $य-४=\pm १$   
 $\therefore य=५$  व  $क्ष=३$  यास्तव ३५ ही संख्या असावी हे उत्तर.

१८७९

$$(१) (२) (अ) \frac{क्ष-य}{अव+अव} \times \frac{अ+ब}{(क्ष+य)^2} \div \frac{(क्ष-य)^2}{अव}$$

$$(ब) \frac{३क्ष+२}{क्ष-१} - \frac{क्ष-१}{४क्ष+१} + २क्ष$$

वरील अपूर्णाकांस अतिसरळरूपे दे.

$$(अ) = \frac{(क्ष+य)(क्ष-य)}{अव(अ+ब)} \times \frac{अ+ब}{(क्ष+य)^2} \times \frac{अव}{(क्ष-य)^2} = \frac{क्ष+य}{क्ष-य}$$

हे उत्तर.

$$(ब) \frac{२क्ष(क्ष-१)+३क्ष+२}{क्ष-१} - \frac{क्ष-१}{४क्ष+१} = \frac{८क्ष^३+५क्ष^२+११क्ष+१}{(क्ष-१)(४क्ष+१)}$$

हे उत्तर.

(३) १२ अक्ष + १२० अक्ष - १३२ अक्ष आणि  
 ३ क्षअ - २७ क्षअ + ३९ क्षअ - १५ क्षअ यांचा द०  
 भा० व ७ (क्ष-अ), १४ (क्ष-अ) आणि २१ (क्ष-अ)  
 यांचा ल० सा० भा० काढ ?

१२ अक्ष (क्ष-अ)(क्ष+अक्ष+११अ) व ३ अक्ष  
 (क्ष-अ) (क्ष - ८ अक्ष + ५ अक्ष + ५ अक्ष + ५ अक्ष)  
 ∴ यांचा दृ० भा० = ३ अक्ष (क्ष-अ) हें उत्तर.

७ (क्ष-अ), १४ (क्ष-अ)(क्ष+अ), २१ (क्ष-अ)  
 (क्ष+क्षअ+अ) यांचा ल० सा० भा० = २१ (क्ष-अ)  
 (क्ष+अ) हें उत्तर.

(४) क्ष-४ क्ष + १० क्ष - २० क्ष + २५ क्ष - २४क्ष  
 + १६ यांचें वर्गमूळ आणि ८ क्ष + ६० क्षय + १५० क्षय  
 + १२५ य यांचें घनमूळ काढ. उत्तर. क्ष - २ क्ष  
 + ३ क्ष - ४ वर्गमूळ आणि २ क्ष + ५ य घनमूळ.

$$(२) \frac{४क्ष + २क्षय + २८८ - ६य}{२क्ष + १३ - २य} = २क्ष + ३य - १३१ \}$$

$$५क्ष - ४ य = २२$$

यांत क्ष, य, ची किंमत काढ.

४ क्ष + २क्षय + २८८ - ६य = ४क्ष + २क्षय - २३६ क्ष  
 + ३०१ य - ६य - १७०३ ∴ ३०१ य - २३६ क्ष =  
 १९९१ व ५क्ष - ४ य = २२ यास्तव, प्रथम समीकरणा-

स ५ नी व दुसऱ्यास २३६ नी गुणून,  
 १५०५ य - ११८० क्ष = ९९५५ } बेरीजघेऊन  
 ११८०क्ष - ९४४ य = ५१९२

५६१ य = १५१४७ किंवा य = २७ व क्ष =  
 २६ हें उत्तर.

(६) अ पुढें ब ५ मैल आहे. त्यास गाडावयास अ  
 हा दर तासांत ४१ मैल प्रमाणें चालूं लागला. आतां ब ची

गति दर तासांत ३ मैल असल्यास अत्यास कोठें व केव्हां गांठील?

क्ष मैलावर त्यांची गांठ पडली अशी कल्पना कर. नंतर

$$\text{प्रश्ना प्रमाणें } \frac{\text{क्ष}}{४} = \frac{\text{क्ष}-५}{३} \therefore १२\text{क्ष} = १७\text{क्ष} - ८५ \therefore$$

क्ष = १७ मैलावर गांठ पडली व  $१७ \div ४ = ४$  तास गांठ-पडावयास लागले हें उत्तर.

(७) दर ग्यालनास म रूपया प्रमाणें अ ग्यालन, न रूपया प्रमाणें ब ग्यालन आणि प रूपया प्रमाणें क ग्यालन, द्राक्षास व खरेदी करून त्यांचें मिश्रण केलें. तर मिश्रणांतल दर ग्यालनाची किंमत काय होईल?

दर ग्यालनाची क्ष किंमत आहे अशी कल्पना कर. नंतर

$$\text{क्ष (अ + ब + क)} = \text{अम + बन + कप} \therefore \text{क्ष} =$$

$\frac{\text{अम + बन + कप}}{\text{अ + ब + क}}$  हें उत्तर.

अ + ब + क

$$\left. \begin{array}{l} \text{(८) अ. } \frac{\text{क्ष}}{१} - \frac{\text{य}}{१} + \frac{\text{ज्ञ}}{१} = \frac{३३}{१०} \\ \text{ब. } \frac{\text{क्ष}}{१} + \frac{\text{य}}{१} - \frac{\text{ज्ञ}}{१} = \frac{-३७}{६०} \\ \text{क. } \frac{\text{क्ष}}{१} - \frac{\text{य}}{१} + \frac{\text{ज्ञ}}{१} = \frac{५११}{६०} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{यांत क्ष, य, ज्ञ} \\ \text{यांची किंमत काढ.} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{क. } \frac{\text{क्ष}}{१} - \frac{\text{य}}{१} + \frac{\text{ज्ञ}}{१} = \frac{१२१}{६०} \\ \text{ब. } \frac{\text{क्ष}}{१} + \frac{\text{य}}{१} - \frac{\text{ज्ञ}}{१} = \frac{-१८५}{६०} \\ \text{द. } \frac{\text{य}}{१} + \frac{\text{ज्ञ}}{१} = \frac{३७६}{६०} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ब. } \frac{\text{क्ष}}{१} + \frac{\text{य}}{१} - \frac{\text{ज्ञ}}{१} = \frac{-७४}{६०} \\ \text{अ. } \frac{\text{क्ष}}{१} - \frac{\text{य}}{१} + \frac{\text{ज्ञ}}{१} = \frac{३३}{१०} \\ \text{फ. } \frac{\text{य}}{१} - \frac{\text{ज्ञ}}{१} = \frac{-२७२}{६०} \end{array}$$

$$\therefore \left. \begin{array}{l} \text{द. } \frac{\text{य}}{१} + \frac{\text{ज्ञ}}{१} = \frac{३७६}{६०} \\ \text{फ. } \frac{\text{य}}{१} - \frac{\text{ज्ञ}}{१} = \frac{-२७२}{६०} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{यावरून क्ष} = ४ \text{ व य} = १\frac{१}{२} \\ \text{हें उत्तर.} \end{array}$$

$$\frac{\text{क्ष}}{१} = \frac{१}{१} \therefore \text{क्ष} = ५ \text{ हें उत्तर.}$$



( ९ ) एका तीन अंकरूपआकृतीच्या संख्येतील अंकस्थळांची बेरीज ९ असून पहिला अंक मागील दोन अंकरूप संख्येचा  $\frac{1}{2}$  आहे. व शेवटील अंक पुढील दोन अंकरूप संख्येचा  $\frac{1}{2}$  आहे. यावरून ती संख्या काय असावी?

$$\begin{aligned}
 \text{क्ष} + \text{य} + \text{ज्ञ} &= ९; \quad \text{ज्ञ} = \frac{१०\text{क्ष} + १}{८} \quad \text{आणि} \quad \text{क्ष} = \frac{१०१ + \text{ज्ञ}}{८} \\
 \left. \begin{aligned}
 \text{८ज्ञ} &= १०\text{क्ष} + \text{य} \\
 १०\text{ज्ञ} &= ९० - १०\text{क्ष} - १०\text{य} \\
 \hline
 १८\text{ज्ञ} &= ९० - २\text{य}, \text{ याची}
 \end{aligned} \right\} \begin{aligned}
 \text{८क्ष} &= १०\text{य} + \text{ज्ञ} \\
 \text{८क्ष} &= ७२ - ८\text{य} - ८\text{ज्ञ} \\
 \hline
 १८\text{य} + ९\text{ज्ञ} &= ७२
 \end{aligned} \\
 \left. \begin{aligned}
 \text{दुप्पटक करून} &= ३६\text{ज्ञ} + १८\text{य} = १८० \\
 १८\text{य} + ९\text{ज्ञ} &= ७२
 \end{aligned} \right\} \begin{aligned}
 \text{यावरून क्ष} &= ३ \\
 \text{व य} &= २ \text{ हे उत्तर.}
 \end{aligned} \\
 \therefore ३२४ \text{ ही संख्या.} \quad & २७\text{ज्ञ} = १०८ \therefore \text{ज्ञ} = ४ \text{ हे उत्तर.}
 \end{aligned}$$

१८८०

( ६ ) अ + ब + क, - अ + व + क, अ - ब + क, अ + व - क यांचा तसच अ + ब  $\sqrt{-१}$  आणि अ - ब  $\sqrt{-१}$  यांचा गुणाकार कर.

$$\begin{aligned}
 \therefore (अ + ब + क) (व + क - अ) (अ - ब + क) (अ + व - क) &= २ \text{ वैकै} + २ \text{ अकै} + २ \text{ अवे} - \text{अ} - \text{ब} - \text{कै} \text{ हे उत्तर.} \quad \text{व दुसरे,} \\
 [अ + ब \sqrt{-१}] + [अ - ब \sqrt{-१}] &= \text{अ} - \text{ब} (-१) = \text{अ} + \text{ब} \text{ हे उत्तर.}
 \end{aligned}$$

( ७ ) अ-ब आणि अ+ब यांच्या वर्गांच्या बेरजेत  $\frac{२ब}{अ-ब}$  यांचा वर्ग वजा कर.

$$\left(\frac{a}{a-b}\right)^2 + \left(\frac{a}{a+b}\right)^2 - \left(\frac{2a}{a^2-b^2}\right)^2 = \frac{2(a+b)}{(a-b)^2}$$

$$\frac{4b^2}{(a-b)^2} = \frac{2(a-b)}{(a-b)^2} = \frac{2}{a-b} \text{ हें उत्तर.}$$

$$(८) \frac{क्ष^2-१५क्ष+२८}{२क्ष^2-१५क्ष+१४} \text{ यांस अतिसरळरूप दे.}$$

$$= \frac{[क्ष^2+२क्ष-११क्ष+६][क्ष-२]}{[२क्ष^2+४क्ष-७][क्ष-२]} = \frac{क्ष^2+२क्ष-११क्ष+६}{२क्ष^2+४क्ष-७}$$

हें उत्तर

$$(९) \left. \begin{array}{l} क्ष-य+ज्ञ=६ \\ ३क्ष-य+२ज्ञ=७ \\ ४क्ष+३य-ज्ञ=७ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{यांत क्ष, य, ज्ञ यांची} \\ \text{किंमत काढ.} \end{array}$$

उत्तर. क्ष=१, य=२, व ज्ञ=३

(१०) घड्याळांत १० आणि १२ वाजण्याचे दरम्यान अवरकांटा व मिनिटकांटा एकावर एक केव्हां येतील?

उत्तर. १० वाजून ९४ $\frac{६}{९}$  मिनिटांनीं. (पृष्ठ ७८ उदाहरण १२ पाहा. )

(११) एकजण दुसऱ्यास हणाला, तूं मला आपल्या पैशाचा  $\frac{१}{३}$  देशील तर मजजवळ १०० रूपये होतील. त्यावर दुसरा पाहिल्यास हणाला तूं मला आपल्या पैशाचा  $\frac{१}{३}$  देशील तर मजजवळ १०० रूपये होतील. यावरून प्रत्येकापाशीं कितिकिती द्रव्य होतें ?

$$क्ष + \frac{य}{३} = १०० \text{ व } य + \frac{क्ष}{३} = १०० \text{ किंवा } ३य +$$

क्ष = ३०० यांत पाहिले सर्वांकरण वजा करून  $\frac{५५}{३} = २००$   
 $\therefore$  य = ८० व यावरून क्ष = ६० हें उत्तर.

१८८१

(७) क्ष - ८ य - २७ ज्ञ - १८ क्षयज्ञ यांस क्ष - २ य - ३ ज्ञ यांनीं भाग ? उत्तर. क्ष + ४ य + ९ ज्ञ + २ क्षय + ३ क्षज्ञ - ६ यज्ञ.

(८)  $४ (अड + कव)^२ - (अ-व-क+ड)^२$  यांचे चार गुण्य गुणक पाड.

$= [२ (अड + वक) - (अ-व-क+ड)] \times [२ (अड+वक) + (अ-व-क+ड)] = [(अ+व + क-ड) (व+क+ड-अ)] \times [(अ+क+ड-व) (अ+व+ड-क)]$  हें उत्तर.

(९)  $४$  क्ष -  $१२$  क्षय +  $९$  य +  $४$  क्षज्ञ -  $६$  यज्ञ +  $३$  यांचे वर्गमूल काढ उत्तर.  $२$  क्ष -  $३$  य +  $३$  ज्ञ.

(१०) क्ष - ८ क्ष + ३ व क्ष + ३ क्ष + क्ष + ३ यांचा दृ० भा० व ल० सा० भा० काढ.

$(क्ष + ३) (क्ष - ३क्ष + १) व (क्ष + ३) (क्ष + १)$

$\therefore$  यांचा दृ० भा० =  $(क्ष + ३)$  हें उत्तर. व ल० सा०

भा० =  $(क्ष + ३) (क्ष - ३क्ष + १) (क्ष + १)$  हें उत्तर.

(११) एका धनगरानें १२५ गुरें २५७५ पौडांस विकलीं. त्यांत गाईचे दीडपट बैल असून एकंदर बैलांची किंमत गाईच्या एकंदर किमतीपेक्षां २५ पौडांनीं अधिक आहे. यावरून गाय व बैल यांची प्रत्येकीं किंमत काय होती?

एकंदर क्ष किंमत बैलांची व य किंमत गायींची होती अशी कल्पना कर, नंतर प्रश्नाप्रमाणे क्ष + य = २५७५ व क्ष - य = २५ यावरून क्ष = १३०० व य = १२७५ पुनः १२५ गुरांत गाईंचे दीडपट बैल आहेत, यावरून ५० गाई व ७५ बैल असले पाहिजेत हे उघड आहे. ∴ प्रत्येक बैलाची किंमत  $\frac{१३००}{७५}$  किंवा  $१७\frac{१}{३}$  पौंड व गायीची किंमत  $\frac{१२७५}{५०} = २५\frac{१}{२}$  पौंड होती हे उत्तर.

$$(१२) (अ) \frac{क्ष+२}{३} - \frac{३८-२क्ष}{६} + \frac{क्ष-८}{८} -$$

$$\frac{१}{३} (क्ष-७) = २$$

$$(ब) .१५क्ष + .२ - .८७५क्ष + .३७५ = .०६२५क्ष - १$$

$$(क) \frac{१}{६}क्ष - \frac{१}{५}य = ६ व \frac{क्ष}{२} + \frac{२य}{३} = १८.$$

वरील समीकरणांपासून क्ष ची किंमत काढ.

$$(अ) २४क्ष + ४८ - ४५६ + २४क्ष + ९क्ष - ७२ - ३२क्ष + २२४ = १४४ ∴ ५७क्ष - ३२क्ष = ४०० ∴ क्ष = १६ हे उत्तर.$$

$$(ब) १.५७५ = .७२५क्ष + .०६२५क्ष ∴ क्ष = \frac{१.५७५}{.७८७५} = २ हे उत्तर.$$

$$(क) उत्तर. क्ष = १६ व य = १५.$$

१८८२

$$(६) (अ) जर (अ + ब)^२ = ३ आहेत तर अ + अ^३$$

= • हें सिद्ध कर.

$$(ब) \text{ जर } क्ष+य = २ \text{ ज्ञ, तर } \frac{क्ष}{क्ष-ज्ञ} + \frac{य}{य-ज्ञ} =$$

२ हें दाखीव.

(अ)  $(अ + अ')^२ = ३$ , यांतील दोन्ही बाजूस अ+अ' यांनी गुणून,  $(अ+अ')^३ = ३(अ+अ')$  ∴  $(अ+अ')^३ - ३(अ+अ') = ०$ , प्रथम बाजू सोडवून,  $अ+अ' = ०$  हें सिद्ध.

$$(ब) \text{ यांत ज्ञ} = \frac{क्ष+य}{२} ∴ \frac{क्ष}{क्ष-\frac{क्ष+य}{२}} + \frac{य}{य-\frac{क्ष+य}{२}} =$$

$$\frac{२ क्ष}{क्ष-य} + \frac{२ य}{य-क्ष} = \frac{२(क्ष-य)}{क्ष-य} = २ \text{ हें उत्तर.}$$

(७) ६ क्ष + ५ क्ष - ६, ३ क्ष - १० क्ष - ८ व ९ क्ष - ८२ क्ष + ९ य यांचे गुण्य गुणक षाड.

(२ क्ष + ३) (३ क्ष - २), (३ क्ष + २) (क्ष - ४), व (९ क्ष - य) (क्ष - ९ य) हें उत्तर.

(८) क्ष - ३ क्ष + २० व ५ क्ष - ३ क्ष + ५४ यांचा ढ० भा० काढ.

(क्ष - ३ क्ष + ४) (क्ष + ३ क्ष + ५) व (क्ष - ३ क्ष + ४) (५ क्ष + १२ क्ष + १६) ∴ यांचा ढ० भा० = (क्ष - ३ क्ष + ४) हें उत्तर.

$$(९) \frac{क्ष}{क्ष} + \frac{८}{क्ष} - १२ \frac{क्ष}{क्ष} - \frac{४८}{क्ष} + ५४ \frac{क्ष}{क्ष} + \frac{१८०}{क्ष}$$

- ११२ यांचे घनमूळ काढ.

यांतील पदांचा प्रथम क्ष - १२ क्ष + ५४ क्ष - ११२ +  
 $\frac{१०८}{क्ष} - \frac{४८}{क्ष^२} + \frac{८}{क्ष^३}$  असा क्रम लावून पृष्ठ ८३ यांतील घन-  
 मुळाचे रातीप्रमाणे घनमूळ काढले असतां क्ष - ४ +  $\frac{३}{क्ष}$   
 घनमूळ येईल हे उत्तर.

$$(१०)(अ) \frac{अ}{क्ष+अ} + \frac{ब}{क्ष+ब} = \frac{अ-क}{क्ष+अ-क} + \frac{ब+क}{क्ष+ब+क}$$

$$= \frac{अ}{क्ष+अ} - \frac{अ-क}{क्ष+अ-क} = \frac{ब+क}{क्ष+ब+क} - \frac{ब}{क्ष+ब}$$

दोन्ही बाजू

$$\text{सोडवून, } \frac{क्ष}{(क्ष+अ)(क्ष+अ-क)} = \frac{क्ष}{(क्ष+ब)(क्ष+ब+क)}$$

$$\text{क्ष } \left\{ \frac{क्ष+ब}{(क्ष+अ)(क्ष+अ-क)} - \frac{क्ष+अ}{(क्ष+ब)(क्ष+ब+क)} \right\} = ०$$

यांत क्ष = ० किंवा क्ष =  $\frac{-(अ+ब)}{२}$  हे उत्तर,

$$(ब) \frac{१}{६} (७ क्ष + १) - \frac{१}{३} (१७ - २क्ष) =$$

$$\frac{१}{६} (५ क्ष + १) \text{ यांत क्ष ची किंमत काढ ? उत्तर क्ष = ७}$$

(११) बापाचे वय वडील पुत्राच्या वयाच्या ४ पट व लहान पुत्राच्या ५ पट आहे. व वडील पुत्राचे वय प्रस्तुत वयाच्या ३ पट झाले असतां, बापाचे वय लहान पुत्राच्या २ पटी पेक्षां ३ वर्षांनीं अधिक होते, यावरून त्यांचीं आज वयें काय असावीं?

वडील पुत्राचे वय क्ष आहे अशी कल्पना केली तर बापाचे ४ क्ष व लहान पुत्राचे  $\frac{४क्ष}{५}$  वय असले पाहिजे. आतां प्रश्ना प्रमाणे वडील पुत्राचे वय ३क्ष झाले असतां म्हणजे २क्ष वाढले असतां बापाचे ६ क्ष व लहान पुत्राचे २ क्ष

$\frac{8क्ष}{५} = \frac{१४क्ष}{५}$  होईल . . ∴  $६क्ष = \frac{२८क्ष}{५} + ३$  ∴ क्ष =  $७\frac{१}{५}$  तेव्हां वडील पुत्राचें  $७\frac{१}{५}$  वर्षे वय असलें पाहिजे. यावरून बापाचें ३० व लहान पुत्राचें ६ वय असावें हें उत्तर.

( १२ ) एक घर बांधण्यास १५०० रुपये खर्च लागला. आतां तें काय भाड्याने द्यावें म्हणजे उत्पन्नाचे शें. १० रिपेरीकडे जाऊन शें. ५ प्रमाणें एकंदर नफा होईल ?

शें. ५ प्रमाणें १५०० रुपयांवर ७५ रुपये नफा होतो. आतां तें घर क्ष भाड्याने दिलें आहे अशी कल्पना केली ∴ क्ष -  $\frac{क्ष}{१०} = \frac{१५०}{१०}$  निवळ नफा. ∴  $\frac{९क्ष}{१०} = ७५$  किंवा क्ष =  $८२\frac{१}{३}$  रुपये भाड्याने तें घर द्यावें हें उत्तर.

### १८८३

$$( ६ ) \frac{ज्ञ}{अ+ब} + \frac{अ+ब}{अ ब} (क्ष - \frac{अज्ञ}{अ+ब})^२ यांपासून \frac{क्ष}{अ} +$$

$(\frac{ज्ञ-क्ष}{ब})^२$  अशी पदरचना उत्पन्न होते असें दाखीव.

$$\frac{ज्ञ}{अ+ब} + \frac{(अक्ष-बक्ष+अज्ञ)^२}{अब(अ+ब)} = \frac{क्षब(अ+ब)}{अब(अ+ब)} + \frac{अ(अ+ब)(ज्ञ+क्ष-२क्षज्ञ)}{अब(अ+ब)} = \frac{क्ष}{अ} + (\frac{ज्ञ-क्ष}{ब})^२$$
 हें उत्तर.

( ७ ) अ ( ब + क ) + ब ( क + अ ) + क ( अ + ब ) + २अबक यांचे गुण्यगणकपाड. उत्तर. (अ+ब)(अ+क)(ब+क)

( ८ ) एक वार तुरंगांतून १० तास पळून गेल्यावर

त्याचा पाठलाग करावयास एक शिपाई पाठविला. तो दर तासांत चोरापेक्षां ३ मैल जास्त चालतो. या प्रमाणें ३ तास चालल्यावर त्याच्याच गातिइतकी दर तासास चालणारी एक गाडी त्यास वाटेंत भेटली. गाडीस तो चोर २ तास २४ मिनिटें पूर्वीच भेटला होता. यावरून तो शिपाई त्या चोराचा पाठलाग करावयास निघाल्या पासून त्यास किती वेळांनीं गांठील?

चोराची चाल क्ष आणि गाडी भेटल्यापासून शिपायानें त्या चोरास य तासांनीं गांठील अशी कल्पना कर. नंतर प्रश्ना प्रमाणें, शिपायाची चाल दर तासास क्ष + ३ मैल होईल. व शिपाई य + ३ तास एकंदर चालला तेव्हां चोर १३ + य चालला. व गाडी भेटल्या पासून चोर आणि शिपाई यांत  $(\frac{क्ष+३}{५})^{१२}$  मैल अंतर होतें. व शिपाई एक तासांत ३ मैलांचें अंतर तोडतो. ∴  $\frac{४(क्ष+३)}{५}$  तास ही य ची किंमत निघाली.

तसेंच  $(य+३) (क्ष + ३) = (१३+य) क्ष$ , व  $\frac{४(क्ष+३)}{५} = य$ . दोन्ही समीकरणें सोडवून १० क्ष = ३ य + ९ व ४ क्ष = ५ य - १२ या पासून क्ष =  $२\frac{५}{३}$  व य =  $४\frac{२}{३}$  ∴ शिपाई चोरास आरंभापासून  $४\frac{२}{३} + ३ = ७\frac{२}{३}$  तासांनीं गांठील हें उत्तर.

(९) १२७ या संख्येचे असे चार भाग कर कीं पाहिल्यांत १८ मिळविले असतां, दुसऱ्यांत ५ वजा केले असतां, तिसऱ्यास ६ नीं गुणिलें असतां, व चौथ्यास २ $\frac{१}{३}$  नीं भागिलें असतां सर्व भाग सारखे होतील?

सारखा होणारा भाग क्ष आहे अशी कल्पना कर.



∴ (क्ष-१८)+(क्ष+५)+ $\frac{क्ष}{३}+२\frac{१}{३}क्ष=१२७$ . समीकरण सो-  
डवून  $\frac{१४क्ष}{३}=१४०$  ∴ क्ष=३० यावरून ते भाग अनुक्रमे  
१२, ३५, ५, व ७५ असावे हे उत्तर.

$$(१०) \frac{१७-३क्ष}{५} - \frac{४क्ष+२}{३} = ५-६क्ष + \frac{७क्ष+१४}{३}$$

यांत क्ष ची किंमत काढ. उत्तर क्ष = ४

$$क्ष = \frac{४अव}{अ+व} \text{ यावरून } \frac{क्ष+२अ}{क्ष-२अ} + \frac{क्ष+२व}{क्ष-२व} \text{ यांची किंमतकाढ.}$$

$$\text{यांतक्ष} = \frac{४अव}{अ+व} \text{ किंवा } २ \text{ क्ष (अ + व) } = ८अव. \text{ आतां}$$

$$\text{दोन्ही अपूर्णांकास समच्छेद रूप देऊन व बेरीज घेऊन} =$$

$$\frac{२क्ष-८अव}{क्ष+४अव-२क्ष(अ+व)} = \frac{२(क्ष-४अव)}{क्ष-४अव} = २ \text{ हे उत्तर.}$$

## १८८४

(७) जर (अ+व) (व+क) (क+ड) (ड+अ) = (अ+  
व+क+ड) (वकड + कडअ + डअव + अवक) आहेत. तर  
अक=वड हे सिद्ध कर.

$$(अ+व+क+ड)(वकड+कडअ+डअव+अवक) + (अक$$

$$-वड)^२ = (अ+व+क+ड)(वकड+कडअ+डअव+अवक)$$

$$\therefore (अक-वड)^२ = ० \text{ किंवा वर्गमूळ काढून अक-वड} = ०$$

∴ अक=वड हे सिद्ध.

( ८ ) २ (अ-ब) (अ-क) + २ (ब-क) (ब-अ) + २ (क-ब) (क-अ) ही कांहीं तीन पदांच्या वर्गांची बेरीज आहे असे दाखीव. व १० क्ष-२३ क्ष-५ याचे गुण्य गुणक पाड ? उत्तर. गुण्यगुणक (२क्ष-५) (५क्ष+१).

[[ (अ-ब) (अ-क) + (क-ब) (क-अ) ] + [ (अ-ब) (अ-क) + (ब-क) (ब-अ) ] + [ (ब-क) (ब-अ) + (क-ब) (क-अ) ] = (अ-क) (अ-ब+ब-क) + (अ-ब) (अ-क+क-ब) + (ब-क) (ब-अ+अ-क) = (अ-क)<sup>२</sup> + (अ-ब)<sup>२</sup> + (ब-क)<sup>२</sup> हें उत्तर

( ९ ) ७क्ष-१०अक्ष+३अक्ष-४अक्ष+४अक्ष व ८क्ष-१३अक्ष+५अक्ष-३अक्ष+३अक्ष यांचा द० भा० काढ.

(क्ष-अ)<sup>२</sup> (७क्ष+४अक्ष+अक्ष) व (८क्ष+३अक्ष+३अक्ष) (क्ष-अ)<sup>२</sup> ∴ यांचा द० भा० = (क्ष-अ)<sup>२</sup> हें उत्तर.

( १० ) एका दोन अंकरूप आकृतीच्या संख्येत तिचीच व्युत्क्रम स्थिति मिळविली असतां बेरीज ११० होते. व व्युत्क्रम स्थितेनें होणारी संख्या मूळ संख्येच्या पांच पटी पेक्षां १ नें अधिक असण्यास मूळ संख्याही १ नें जास्त आहे.

( १० क्ष + य ) + ( १० य + क्ष ) = ११०, व ५ [ ( १०क्ष + य ) - १ ] = ( १०य + क्ष ) - १ यांत पहिले समीकरण पासून क्ष + य = १० व दुसऱ्या पासून ४९ क्ष - ५ य = ४ यांत ५क्ष + ५य = ५० मिळवून ५४क्ष = ५४ ∴ क्ष = १ व य = ९, या वरून मूळसंख्या १९ असावी हें उत्तर.

( ११ ) अ आणि ब या दोन शहरांत ७<sup>१</sup>/<sub>२</sub> मैलांचें अंतर आहे. तेव्हां कोणी एक मनुष्य अ शहराहून ब

शहरास २ तास १७ $\frac{१}{२}$  मिनिटांत जाऊन परत अ शहरास २ तास २० मिनिटांत येतो. त्याचा दर तासास चढ, उतार, व सपाट जमिनीवरून चालण्याचा वेग अनुक्रमे ३, ३ $\frac{१}{२}$  व ३ $\frac{१}{४}$  मैल आहे. यावरून अ आणि ब या शहरामध्ये सपाट जमीन किती असावी?

त्या दोन शहरांत क्ष जमीन चढ, य जमीन उतार, व जमीन सपाट आहे अशी कल्पना कर. आतां हें उघड आहे कीं तो मनुष्य अ शहरास परत येतांना त्यास जो पूर्वी उतार होता तो चढ होईल व चढ होता तो उतार होईल. नंतर प्रश्नाप्रमाणें, अ, ब, क हीं तीन समाकरणें तयार होतील.

$$\left. \begin{array}{l} \text{अ. } \frac{२५}{३} + \frac{२५}{३} + \frac{२५}{३} = ७\frac{१}{२} \\ \text{ब. } \frac{२५}{३} + \frac{२५}{३} + \frac{२५}{३} = २\frac{०}{२४} \\ \text{क. } \frac{२५}{३} + \frac{२५}{३} + \frac{२५}{३} = २\frac{१}{३} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{ब. } \frac{२५}{३} + \frac{२५}{३} + \frac{२५}{३} = \frac{५५}{२४} \\ \text{अ. } \frac{२५}{३} + \frac{२५}{३} + \frac{२५}{३} = \frac{५५}{२४} \\ \text{ड. } \frac{२५}{३} + \frac{२५}{३} = \frac{५५}{२४} \end{array} \right\}$$


---


$$\left. \begin{array}{l} \text{क. } \frac{२५}{३} + \frac{२५}{३} + \frac{२५}{३} = \frac{७५}{३} \\ \text{अ. } \frac{२५}{३} + \frac{२५}{३} + \frac{२५}{३} = \frac{१५}{३} \end{array} \right\} \therefore \left. \begin{array}{l} \text{ड. } \frac{२५}{३} + \frac{२५}{३} = \frac{५५}{२४} \\ \text{इ. } \frac{२५}{३} + \frac{२५}{३} = \frac{५५}{२४} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{वजावाकी} \\ \text{घेऊन.} \end{array}$$


---


$$\text{इ. } \frac{२५}{३} + \frac{२५}{३} = \frac{५५}{२४} \therefore$$

ब =  $\frac{२०३}{५६} = \frac{३९}{८} = ४\frac{५}{८}$  मैल सपाट जमीन असली पाहिजे हें उत्तर.

## प्रश्नमालिका.

**सूचना.**—अभ्यासाकरितां खाली दिलेले प्रश्न टॉड हंटर, कोलेन्झो, बरनर्ड, ब्लॉदस् इ० नामांकित इंग्रजी बीज गणितांतील असून शिवाय कित्येक प्रश्न कलकत्ता, केंब्रिज वगैरे युनिव्हर्सिटीतील एफ्. ए. बी. ए. च्या परिक्षेतील निवडून घेतले आहेत. हे सर्व प्रश्न विचारणीय व मार्मिक आहेत असे सोडाविणारांस सहज समजून येईल.

( १ ) अ यास  $(\sqrt{अ} + \sqrt{ब})^२$  यांनीं भाग, असे की भागाकारांत अचे घातप्रकाशक उतरत्या श्रेणींत येतील.

( २ )  $\overset{म}{अ} - \overset{म-१}{बअ} \overset{म-२}{क्ष} + \overset{म-३}{कअ} \overset{म-४}{क्ष} \overset{म-५}{वासअ} + \overset{म-६}{बअ} \overset{म-७}{क्ष} - \overset{म-८}{कअ} \overset{म-९}{क्ष}$  यांनीं गुण.

( ३ )  $(क्ष-२य)२क्षय-क्षज्ञ(क्ष-ज्ञ) + (२य-ज्ञ)२यज्ञ$  यांपासून कौंस वगैरे न सोडवितां  $(क्ष-२य)(क्ष-ज्ञ)(२य-ज्ञ)$  ही रचना उत्पन्न कर.

( ४ ) खालील अपूर्णाकास अतिसरलरूप दे.

$$\frac{१}{अ(अ-ब)(अ-क)} + \frac{१}{ब(ब-क)(ब-अ)} + \frac{१}{क(क-अ)(क-ब)}$$

$$( ५ ) \frac{(अ-ब)(ब-क) + (अ-ड)(क-ड)}{(अ-ब)(अ-ड) + (ब-क)(क-ड)} = \frac{ब-ड}{अ-क}$$

हें सिद्ध कर.

( ६ )  $अ=१, ब=-२, क्ष=३$  यावरून खालील पदांची

किंमत काढ. क्ष-२अ(अ-व)क्ष+(अ+व)(अ-व)क्ष-अव

$$(७) \left. \begin{aligned} &अ(क्ष+य)-ब(क्ष-य)=२अ \\ &(अ-ब)(क्ष-य)=४अब \end{aligned} \right\} \text{यांत क्ष, य यांची किंमत काढ.}$$

(८) एका अपूर्णाकाचे अंशांत ३ मिळविले असतां त्याची किंमत १ होते व छेदांत २ मिळविले असतां त्याची किंमत  $\frac{३}{२}$  होते यावरून तो अपूर्णाक काय असावा?

(९) क्ष= $\frac{३}{२}$  (अ+ब) यावरून खालील पदांची किंमत काढ.

$$\frac{अ}{२नअ - २नक्ष} + \frac{ब}{२नब - २नक्ष}$$

(१०)  $\frac{अ+अ'ब'}{ब-१+ब'}$ , यास अतिसरळरूप दे.

(११) २५ गिनी किंमतीच्या त्रिलाचा पैसा देतांना त्यांत कांहीं क्रौन व अर्ध गिनी दिले, व एकंदर अर्ध गिनीच्यासंख्येची दुप्पट क्रौनच्या ३पटी पेक्षां १७नीं जाल्ल आहे. यावरून प्रत्येक जातीचीं नाणीं किती किती होतीं ?

(१२) एका गणितप्रमाण श्रेणीचें आदिपद अ व द्वितीय पद ब असून तींतील प्रत्येक पद त्या मागिले दोन पदाच्या मध्यप्रमाणावरोबर आहे यावरून त्या श्रेणींताल न पद खालील सारणी होईल असे दाखीव.

$$\frac{३}{२}(ब-अ) \left\{ १ - \left(-\frac{१}{३}\right)^{n-१} \right\} + अ$$

(१३) क्ष+य+झ=अ+ब+क

अक्ष+बय+कझ=बक+कअ+अब

(ब-क)क्ष=(क-अ)य+(अ-ब)झ=०

यांत क्ष, य, झ, यांची किंमत काढ.

( १४ ) क्ष-पक्ष+कं= ० या समीकरणातील अव्यक्त  
अ व  
पदाची किंमत अ आणि व आहे. तर यावरून व+ अ आणि अ  
+व यांची अनुक्रमे किंमत काय होईल?

$$( १५ ) \frac{अ(\frac{१}{व}-\frac{१}{क})+व(\frac{१}{क}-\frac{१}{अ})+क(\frac{१}{अ}-\frac{१}{व})}{अ(\frac{१}{व}-\frac{१}{क})+व(\frac{१}{क}-\frac{१}{अ})+क(\frac{१}{अ}-\frac{१}{व})} = अ+व+क$$

हे सिद्ध कर.

( १६ )  $\sqrt{२} \div \sqrt{३}$  व  $\sqrt{३} \div \sqrt{५}$  यांत मोठे पद कोणते?

( १७ ) क्ष+क्ष+७क्ष-२५क्ष व क्ष-२क्ष-१३क्ष+११०  
यांचा दृढभाजक काढ.

$$( १८ ) \frac{१}{३}(क्ष+य) = क्ष-य = \sqrt{क्ष+२य-१}$$

( १९ ) मपक्ष + (मक्क - नप) क्ष - (मर+नक्क) क्ष  
+ नर यांत मक्ष - न यांनी भाग.

( २० ) (न+२) (न+२) (न+४) यांत आणि  
 $२४[n-\frac{१}{३}(न-१)] [n-\frac{२}{३}(न-२)] [n-\frac{३}{४}(न-१\frac{१}{३})]$   
यांत अंतर किती तें सांग.

$$( २१ ) क्ष = \frac{\sqrt{३+१}}{\sqrt{३-१}} व य = \frac{\sqrt{३-१}}{\sqrt{३+१}} \text{ यापासून पुढील}$$

पदांची किंमत काढ. क्ष + क्षय + य.

$$( २२ ) \frac{क्ष^n}{क्ष^n-१} - \frac{क्ष^n}{क्ष^n+१} - \frac{१}{क्ष^n-१} + \frac{१}{क्ष^n+१}$$

यांची बेरीज कर.

(२३) जर अ<sub>१</sub>+अ<sub>२</sub>+अ<sub>३</sub>, यांची किंमत शून्य नसेल तर

$$\frac{अ_१+अ_२क्ष}{अ_२+अ_३य} = \frac{अ_२+अ_३क्ष}{अ_३+अ_१य} = \frac{अ_१+अ_२क्ष}{अ_२+अ_३य}$$

यांतील प्रत्येक

प्रमाण पद  $\frac{१+क्ष}{१+य}$  या बरोबर आहे हे सिद्ध कर.

(२४)  $(क्ष-अ)^२+(क्ष-ब)^२+(क्ष-क)^२ = ३(क्ष-अ)(क्ष-ब)(क्ष-क)$  यांत क्षची किंमत काढ.

(२५)  $(क्ष+क्ष')^२-४(क्ष-क्ष')$  यांचे वर्गमूळ काढ.

(२६)  $अ(ब+क)^२+ब(अ+क)^२+क(अ+ब)^२$  आणि  $(अ+ब)(अ-क)(ब-क)+(अ-ब)(अ-क)(ब+क)-(अ-ब)(अ+क)(ब-क)$  यांत अंतर किती तें सांग.

(२७)  $\left. \begin{array}{l} अक्ष + बय + कज्ञ = अ \\ अक्ष + बय + कज्ञ = अ \\ अक्ष + बय + कज्ञ = अ \end{array} \right\}$  यापासून क्ष ची किंमत काढ.

(२८) जर य आणि र हे दोन्ही सम अपूर्णांक आहेत तर  $\frac{य}{य+र}$  हाही सम अपूर्णांक होईल हे सिद्ध कर.

(२९)  $\left\{ १ - \frac{२यर}{य+र} \right\} \div \left\{ \frac{य-र}{य-र} - ३ यर \right\}$

(३०)  $क्ष^२+बक्ष^२+अक्ष+अब$  आणि  $क्ष^२-(अ-ब)क्ष-अब$  यांचा ल०सा०भा०काढ.

(३१)  $\frac{१}{३} (क्ष^२+३क्ष^२)(क्ष^२-२क्ष^२)$  यांत  $\frac{१}{३}(क्ष^२+२क्ष^२) \times (क्ष^२-३क्ष^२)$  हे वजा कर आणि वजाबाकीस  $६(१-क्ष^२)^२$  यांनी गुण.

(३२)  $(\text{अ}+\text{ब}+\text{क})^2(\text{क्ष}+\text{य}+\text{ज्ञ})^2 - (\text{अक्ष}+\text{बय}+\text{कज्ञ})^2$   
यांपासून  $(\text{अय}-\text{बक्ष})^2 + (\text{कक्ष}-\text{अज्ञ})^2 + (\text{बज्ञ}-\text{कय})^2$  ही  
रचना उत्पन्न कर.

(३३)  $२+\text{अ}^{\sqrt{२}}+\text{अ}^{\sqrt{२}}$  यांचें वर्गमूळ काढ.

(३४) अ आणि ब या दोन भांड्यांत अनुक्रमे, २:३ व ३:७ पाणी आणि द्राक्षासव यांचें मिश्रण आहे. आतां प्रत्येकांतून किती मिश्रण काढून ध्यावें म्हणजे दोघांच्या नूतन मिश्रणांत ५ ग्यालन पाणी आणि ११ ग्यालन द्राक्षासव होईल.

(३५) एका काटकोन चौकोनाकृति जागेची लांबी व रुंदी अनुक्रमे २ अ+१३ इंच व २ अ-४ इंच असून तिचा कर्ण ५३ इंच आहे. यावरून त्या जागेचें क्षेत्रफळ किती?

(३६) ८०० मनुष्यास नसावयास पुरे इतके बाक एका खोर्लीत आहेत. आतां जर त्यांत २० बाक कमी असते तर प्रत्येक बाकावर दोन दोन मनुष्ये जास्त बसविणें भाग येते. यावरून त्या खोर्लीत किती बाक होते?

$$(३७) \sqrt{\text{क्ष}}-\sqrt{\text{अ}}+\sqrt{\text{क्ष}+\text{अ}-\text{ब}}=\sqrt{\text{ब}}$$

$$(३८) \frac{५\text{क्ष}^2+२\text{क्ष}-१५\text{क्ष}-६}{७\text{क्ष}-४\text{क्ष}-२१\text{क्ष}+१२}$$
 यांस अतिसरळरूप दे.

$$(३९) \frac{२\text{अ}-\text{अ}+२}{४\text{अ}+३\text{अ}+२} \times \frac{४\text{अ}-१}{२\text{अ}-१}$$
 यांची किंमत काढ.

$$(४०) \left(\frac{\text{क्ष}-११\text{क्ष}+१९}{\text{क्ष}+\text{क्ष}-११}\right)^2 + \frac{३(\text{क्ष}-२)}{\text{क्ष}+२} = ०$$



(४१)  $\frac{1}{2} + (\frac{1}{2}m - 3)\frac{1}{2} + (\frac{1}{2}m - 1\frac{1}{2})\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2}m$  व  $\frac{1}{2} + (m - 3)\frac{1}{2} - (2m + 3m)\frac{1}{2} + 6m$  यांचा दृ० भा० काढ.

(४२) जर  $2s = a + b + c$  आहेत तर यावरून  $\frac{2bc + (b+c-a)}{2bc - (b+c-a)} = \frac{s(s-a)}{(s-b)(s-c)}$  हे सिद्ध कर.

(४३) असे एक वर्गसमीकरण तयार कर की ज्यांत अव्यक्त पदाची किंमत १ आणि -२ होईल.

$$(४४) \sqrt{x^2 - 1} + 2 - \frac{x^2}{2} = 3 - x.$$

$$(४५) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ यावरून } \frac{a+c}{b+d} = \frac{\sqrt{a^2+c^2}}{\sqrt{b^2+d^2}} \text{ हे सिद्ध कर.}$$

$$(४६) \frac{x+a}{x+b} = \left( \frac{2x+a+c}{2x+b+c} \right)^2 \text{ यांत } x \text{ ची किंमत काढ.}$$

(४७) खालील द्वि० व्या प्रश्नापावेतो दिलेल्या समीकरणापासून अव्यक्त पदाची किंमत काढ.

$$\frac{1}{\sqrt{1-x+1}} + \frac{1}{\sqrt{1+x-1}} = \frac{1}{x}$$

$$(४८) \sqrt{x} + \sqrt{x - \sqrt{1-x}} = 1$$

$$(४९) \frac{\sqrt{(a+\sqrt{x})}}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{(a-\sqrt{x})}}{\sqrt{x}} = \sqrt{x}$$

$$(५०) (a+x)^{\frac{1}{n}} = (x + \frac{1}{n}ax + \frac{1}{n^2}a^2x^2)^{\frac{1}{n}}$$

$$(५१) x - 2ax^2 - b = 0$$

$$(५२) \sqrt{क्ष} + \sqrt{य} = ६ \quad व \quad क्ष + य = २०$$

$$(५३) \sqrt{क्ष} + \sqrt{य} = ४ \quad व \quad क्ष^२ + य^२ = २८$$

$$(५४) \frac{१}{अ+ब+क्ष} = \frac{१}{अ} + \frac{१}{ब} + \frac{१}{क्ष}$$

$$(५५) \left(३ - \frac{६य}{क्ष+य}\right)^२ + \left(३ + \frac{६य}{क्ष-य}\right)^२ = ८२ \quad व \quad क्षय = २$$

$$(५६) ४ (क्ष+य) = ३क्षय \quad व \quad क्ष+य+क्ष^२+य^२ = २६$$

$$(५७) क्ष+य+ब = अ+ब+क, \text{ आणि } वक्ष + कय + अब = कक्ष + अय + बब = अ+ब+क$$

$$(५८) क्षयब = अ(यब - बक्ष - क्षय) = ब(बक्ष - क्षय - यब) = क(क्षय - यब - बक्ष)$$

$$(५९) क्ष^२ = म^२ - प^२$$

$$(६०) \frac{\frac{(म-न)^२}{क्ष} + \frac{-४मन}{क्ष}}{\frac{(म-न)^२}{क्ष} - \frac{-४मन}{क्ष}} = \frac{र}{स} \left\{ \begin{array}{l} \text{यांत क्ष ची} \\ \text{किंमत काढ.} \end{array} \right.$$

$$(६१) क्ष+य = \frac{क्ष+य}{क्ष+य} \text{ यावरून } क्ष-य = १ \text{ हे सिद्ध कर.}$$

$$(६२) अ-ब=क्ष=३ \text{ आणि } अ+ब+क्ष = २ \text{ यावरून } (अ-ब)[क्ष^२-२अक्ष+अक्ष-(अ+ब)ब] \text{ यांची किंमत काढ.}$$

$$(६३) \frac{अ+क}{(अ-ब)(क्ष-अ)} - \frac{ब+क}{(अ-ब)(क्ष-ब)} \text{ याची}$$

किंमत काढ.

(६४) जर म ची किंमत कांहींपूर्णांक आहे तर  $\frac{m}{920} - \frac{m}{28}$  +  $\frac{m}{30}$  यांची एकंदर किंमत ही पूर्णांकच होईल असे सिद्ध कर.

(६५) जर न ची किंमत कांहीं विषम संख्या आहे तर  $(n-1)$  न  $(n+1)$  यांची किंमत नेहमी २४ या संख्येने भाज्य असली पाहिजे हे सिद्ध कर.

(६६)  $x^2 = (a-b)(b-c)$ ,  $y^2 = (a-b)(b-c)$  आणि  $z^2 = (a-b)(a-c)$  यावरून  $x-y+z$  यांची व अवक्ष - अक्य + बकज यांची किंमत काढ.

(६७)  $\frac{2^{n+1} - 2^{n+2} + 2}{2^{n+1} - 2^{n+2}}$  यांस अतिसाधारण रूप दे

(६८) कोणी एका सावकाराने ५०० पौंड दोन रकमांनीं सरळव्याजाने लाविले. त्यांत मोठ्या रकमेच्या व्याजापेक्षां लहान रकमेचे व्याज शेंकडा दोन पौंड अधिक होतें. पुढे मोठ्या रकमेच्या व्याजाचा दर शेंकडा एक पौंड प्रमाणे वाढविला व लहान रकमेचा शेंकडा एक पौंड प्रमाणे कमी केला त्यामुळे पहिल्याने जो त्यास व्याजाबद्दल पैसा येत होता त्याचा  $\frac{1}{2}$  अधिक येऊं लागला. परंतु त्याने जर लहान रकमेचे व्याज कमी न करितां मोठ्या रकमेचे वाढविले असतें तर त्यास व्याजा बद्दल पहिल्याने जें द्रव्य येत होतें त्याचा  $\frac{1}{3}$  अधिक आले असतें. ह्यावरून प्रत्येक रकम किती पौंडांची होती व व्याजाचा दर काय होता तें सांग.

(६९) एका गाडीवाल्याने आपल्या गाडीत भाड्याने कांहीं मनुष्ये बसवून गाडी चालविली. नंतर कांहीं पुढे

गेल्यावर त्याने त्या गाडीत चालू भाड्याने आणखी चार माणसे घेतलीं. व त्यास जो भाड्या बदल एकंदर पैसा आला त्याचा  $\frac{1}{2}$  रस्त्याने खर्च झाला तो वजा जातां बाकी ४ शिलिंग ७ पेन्स त्याजवळ राहिले. नंतर असें समजलें कीं, दुसऱ्या वेळेस गाडीवर घेतलेल्यांतून प्रत्येकांनें जर त्यास गाडींत घेतल्यावर एकंदर झालेल्या माणसांच्या संख्येच्या अर्धा बरोबर पेन्स दिले असते तर हा पैसा व पहिल्या वेळेस गाडींत बसविलेल्या मनुष्यांनीं दिलेला पैसा यांचो बेरीज ही प्रथमारंभीं माणसांनीं दिलेला पैसा व त्याच दरानें दुसरें वेळेस घेतलेल्या माणसांनीं दिलेला पैसा ह्यांच्या वजाबाकीच्या दुपटीपेक्षां २ शि० ८ पेन्स अधिक एवढ्या बरोबर झाली असती. यावरून त्यानें किती माणसें गाडींत घेतलीं होती व प्रत्येकास भाड्याबदल किती पैसा द्यावा लागत होता ते सांग.

(७०) खालील अपूर्णाकांची बेरीज कर.

$$\frac{(क्ष-अ)(क्ष-ब)}{(क-अ)(क-ब)} + \frac{(क्ष-ब)(क्ष-क)}{(अ-ब)(अ-क)} + \frac{(क्ष-क)(क्ष-अ)}{(ब-क)(ब-अ)}$$

$$(७१) \frac{\overset{३}{अक्ष}}{बड} + \frac{\overset{३}{अबक्ष}}{कड} - \frac{\overset{३}{अकक्ष}}{ड} - \frac{बक्ष}{कड} + \frac{\overset{३}{अक्ष}}{बक} - \frac{अ}{ड}$$

यांस  $\frac{\overset{३}{अक्ष}}{क} - \frac{ब}{ड}$  यांनीं भाग,

$$(७२) (अ+१)^{\overset{३}{६न}} \overset{३}{क्ष-६कअ} \overset{३}{प} (अ+१)^{\overset{३}{४न}} \overset{३}{क्ष} +$$

१२ क<sup>३</sup>अ<sup>३</sup> (अ+१)<sup>२</sup>क्ष - ८ क<sup>३</sup>अ<sup>३</sup> यांचें घनमूळ काढ.

(७३) कोणत्याही संख्येच्या सप्तघातांत तीच संख्या पुनः वजा वेल्या असतां ती वजावाको ४२ यासंख्येनें निःशेष भागिली जाते. याचें कारण काय ?

(७४)  $(\frac{1}{2})^{-9} + 2^{-9} + (\frac{2}{3})^{-9} + 10$  न पदांचें सर्वधन काय होईल ?

$$(७५) \text{क्ष} = \frac{\text{मक}-\text{नव}}{\text{मअ}-\text{लव}} \text{ आणि } \text{य} = \frac{\text{लक}-\text{नअ}}{\text{लव}-\text{मअ}} \text{ यावरून}$$

अक्ष + बय - क या पदांची किंमत काढ.

$$(७६) \frac{३\text{अ}^३\text{क्ष} + ५\text{अ}^३\text{क्ष} - १२}{\text{अ}^३\text{क्ष} - ८\text{अ}^३\text{क्ष} - १२\text{अ}^३\text{क्ष} + ६३} \text{यांसर्वांस आति-}$$

सरलरूप दे.

(७७) अक्ष<sup>२</sup>-१, अक्ष<sup>२</sup>+१, (अक्ष-१)<sup>२</sup>, (अक्ष+१)<sup>२</sup> अक्ष<sup>३</sup>-१, व अक्ष<sup>३</sup>+१ यांचा ल० सा० भा० काढ.

(७८)  $\text{क्ष}^{\frac{8}{3}} - ४\text{क्ष} + ८\text{क्ष}^{\frac{2}{3}} + ४$  यांचें वर्गमूळ काढ.

(७९) एक नावाडी होडींत बसून नदीच्या प्रवाहाचे अनुकूलतेनें ३ $\frac{१}{२}$  मैल जाऊन परत आपले ठिकाणीं १०० मिनिटांत आला. आतां नदीच्या प्रवाहाचा वेग दर तासास २ मैल आहे अशी कल्पना केली तर त्या नावाड्याचा संय प्राण्यांत होडी हाकारण्याचा वेग काय असावा तें सांग.

(८०)  $(\text{क्ष}-१)\text{अ} - (\text{क्ष}+\text{क्ष}-२)\text{अ} + (४\text{क्ष}+३\text{क्ष}+२)\text{अ} - ३(\text{क्ष}+१)$  यांस  $(\text{क्ष}-१)\text{अ} - (\text{क्ष}-१)\text{अ} + ३$  यांनीं भाग.

( ८१ ) अ आणि ब हे दोघे आपापलें कर्ज फेडूं लागले. त्यांत ब स जितकें कर्ज होतें त्याचे  $\frac{2}{3}$  अ स होतें. पुढें अनें आपल्या कर्जाच्या  $\frac{2}{3}$  शापेक्षां १ पौंड कमी इतकें कर्ज फेडिलें व वनें आपल्या कर्जाच्या  $\frac{1}{4}$  शापेक्षां १ पौंड अधिक इतकें फेडिलें. नंतर असें समजलें कीं बला जितकें कर्ज राहिलें त्याच्या दुप्पट अ ला राहिलें तर प्रत्येकांस किती कर्ज होतें तें सांग.

( ८२ ) एक घड्याळ होतें तें फार जलद चालत असे. त्यांत १२ वाजून कांहीं वेळ झाल्यानंतर तें ५ अवर ४० मिनिटें मागे हटविलें. नंतर असें समजलें कीं खरी वेळ आणि घड्याळानें मागे हटविण्यापूर्वी दाखविलेली वेळ ह्यांचें प्रमाण २९:१०५ आहे तर त्यावेळेस किती वाजले होते तें सांग.

( ८३ ) एक पिशवी आहे तींत १९ कौन व ६ गिनी मावतात व त्याच पिशवींत ४ कौन व ५ गिनी घातलीं असतां ती  $\frac{1}{3}$  भरते तर त्या पिशवींत कौन व गिनी किती किती मावतील तें सांग.

( ८४ ) खालील ४ समीकरणांयासून क्ष+य=१ हे सिद्ध कर. क्षय=य-१

$$( ८५ ) \quad \begin{cases} \text{क्ष} + \text{य} = १ - ३ \text{ क्षय} \\ \text{क्ष} - \text{य} = (१ - \text{क्षय})(\text{क्ष} - \text{य}) \end{cases}$$

$$( ८६ ) \quad \text{क्ष} - \text{य} = (१ - \text{क्षय})(\text{क्ष} - \text{य})$$

$$( ८७ ) \quad \text{क्ष} (\text{क्ष} + \text{य} + १) = \text{क्ष}' + \text{क्ष} - १$$

( ८८ )  $m - \frac{1}{m} = २$  यावरून  $m + \frac{1}{m}$  व  $m + \frac{1}{m}$  यांची किंमत काढ.

(८९) दोन अपूर्णाकांची बेरीज  $\frac{m}{n}$  आणि वजाबाकी  $\frac{m}{n}$  आहे. यावरून ते अपूर्णाक काय असावे !

(९०)  $(m+n)^3 + p^3 = (m+n+2)(m+n)p+1$  या वरून  $m+n-p = 1$  हे सिद्ध कर.

(९१)  $\frac{(a+b)(1+a^2b)}{ab}$  ही काही दोन पदांच्या

बगांची बेरीज आहे असे दाखवा.

(९२) अ आणि ब या दोघांनी ४१६ पौंड भांडवल जमा करून सर्कतीने व्यापार केला. त्यांत अचे भांडवल ९ महिने व्यापारांत होतें व बचे ६ महिने होतें. पुढें त्या व्यापारांत काही नफा झाल्य तेव्हां अस नफा व भांडवल मिळून २२८ पौंड व बस २५२ पौंड आले. ह्यावरून प्रत्येकाचे भांडवल किति किति पौंड होते ?

(९३) ती अंकरूप आकृति काय आहे कीं जीस तिच्यांतलि अंकांच्या बेरजेनें भागिलें तर उजव्या वाजूच्या अंकापेक्षां २ अधिक इतका भागाकार येतो, व त्या संख्येच्या व्युत्क्रमस्थिततिलि अंकांच्या बेरजेत १ अधिक करून भागिलें असतां तो भागाकार पहिल्या भागाकारापेक्षां २ नीं अधिक होतो.

(९४) अ आणि ब या दोघांनी मिळून एक शेत ४ पौंड १० शिलिंगास कापावयाचें कबूल केलें. तें शेत ९ दिवसांत कापावयाजोगें अचें सामर्थ्य होतें ह्मणून त्या दोघांनीं मिळून तें ५ दिवसांत कापावयाचें कबूल केलें.

पुढें त्यांनी ३ दिवस काम केल्यावर ठरविलेल्या मुदतीत तें शेत कापलें जाणार नाही असें समजून त्याणें आपल्या मदतीस क नावाचा मनुष्य बोलाविला त्यामुळें बस जितकी मजूरी यावयाची ती पेक्षां ३ शि० ९ पेन्स कमी आले. तर ब आणि क ह्यांतून प्रत्येक तें शेत किती किती दिवसांत कापील तें सांग.

( ९५ ) कोणी एका गृहस्थानें एकाच कापडाचे निर निराळ्या लांबीचे दोन तुकडे विकत घेतले. त्यांतील एकाची किंमत ५ पौंड होता व दुसऱ्याची ६ पौंड १० शि. होती. ब ते तुकडे जर दहा दहा यार्ड अधिक लांब असते तर त्यांच्या लांबींचें प्रमाण ५:६ झालें असतें. तर त्यांचो लांबी किती व त्यांच्या दर यार्डाची किंमत काय?

$$( ९६ ) \frac{अ}{ब} + \frac{ब}{क} + \frac{क}{अ} = ० \quad \text{यावरून} \quad \frac{अ}{ब} + \frac{ब}{क} + \frac{क}{अ} = १ \text{ हें सिद्ध कर.}$$

$$( ९७ ) \frac{२न+१}{अ} + \frac{२न+१}{ब} \quad \text{आणि} \quad \frac{२न+१}{अ} - \frac{२न+१}{ब}$$

यांतील दोन्ही भागाकारांतील भागांचीं पांच पांच पदें लिही व त्या वरून ( अ + अ + अ + अ + १ ) ( अ - अ + अ - अ + १ ) यांचा गुणाकार (प्रत्यक्ष न करितांना ) काय येईल तें सांग.

$$( ९८ ) (अ-ब)^२ (क+ड)^२ + ४अब(क+ड) - ४कड(अ+ब) हा पूर्ण वर्ग आहे असें सिद्ध कर.$$



(९९) (क्ष+भ-ब) (क्ष+ब-क) (क्ष+क-भ) यांतून  
(क्ष-अ+ब) (क्ष-ब+क) (क्ष-क+अ) हे वजा कर आणि  
वजाबाकीस (अ-ब) (ब-क) (क-अ) यांनी भाग.

(१००) जर  $s = अ + ब + क$  आहेत तर  $(स-१अ)^२$   
 $+ (स-१ब)^२ + (स-१क)^२$  या रचनेपासून  $३ \{ (अ-ब)^२ +$   
 $(ब-क)^२ + (क-अ)^२ \}$  ही रचना उत्पन्न कर.

(१०१) जर  $अ_१ + अ_२ + \dots + अ_n = \frac{n}{१} स$ , आहेत  
तर यावरून  $(स-अ_१)^२ + (स-अ_२)^२ + \dots + (स-अ_n)^२ =$   
 $अ_१^२ + अ_२^२ + \dots + अ_n^२$  हे सिद्ध कर.

(१०२) जर  $क्ष = \frac{१}{३} (अ + ब + क)$  आहेत तर यावरून

$$\frac{अब}{(क्ष-अ)(क्ष-ब)} + \frac{भक}{(क्ष-ब)(क्ष-क)} + \frac{कअ}{(क्ष-क)(क्ष-अ)} = ०$$

असे दाखीव.

(१०३) अ आणि ब या दोन पदांचा ल० सा०  
भा० जर क्ष आहे आणि द० भा० य आहे आणि क्ष+य  
 $= मअ + \frac{ब}{म}$  आहेत, तर  $क्ष + य = \frac{म}{३} अ + \frac{ब}{३}$  होतील असे  
सिद्ध कर.

(१०४) जर न ची किंमत धन असून कांहीं पूर्णांक  
आहे तर  $(१-क्ष)^{१न} (४-७क्ष-क्ष^२)^{न}$  यांत २ क्ष- १  
यांनी व क्ष+३ यांनी निःशेष भाग गेला पाहिजे असे दाखीव.

(१०५) खालील वजाबाकी कर.

$$\frac{(अक+बड)^३ - (अड+बक)^३}{(अ-ब)(क-ड)} - \frac{(भक+बड)^३ + (अड+बक)^३}{(अ+ब)(क+ड)}$$

(१०६) खालील ११५ व्या प्रश्नापावेतो दिलेल्या समीकरणांस बर्गसमीकरणांचे रूप देऊन अव्यक्तपदांची किंमत काढ.

$$२(\sqrt{\text{क्ष}} + \sqrt{\text{क्ष} - १}) = ५$$

$$(१०७) \sqrt{\text{क्ष}} + \sqrt{(\text{क्ष} + ७)} + २\sqrt{(\text{क्ष} + ७\text{क्ष})} = ३५ - २\text{क्ष}$$

$$(१०८) \sqrt{\text{क्ष}} - २\sqrt{\text{क्ष}} + \text{क्ष} = १३२$$

$$(१०९) \sqrt{\text{क्ष}} + ४\sqrt{\text{क्ष}} = ५$$

$$(११०) \sqrt{\text{क्ष}} + २\sqrt{\text{क्ष}} - (\text{क्ष} - १) - \sqrt{\text{क्ष}} = ०$$

$$(१११) २\sqrt{\text{क्ष}} = ९ + ५\text{क्ष}$$

$$(११२) \sqrt{\text{क्ष}} + \sqrt{\text{क्ष}} + \sqrt{\text{क्ष}} + \sqrt{\text{क्ष}} + \frac{\text{क्ष}}{\sqrt{\text{क्ष}}} = ०$$

$$(११३) \sqrt{\text{क्ष}} + \sqrt{\text{क्ष}} + (\text{प} - १ + \frac{१}{\text{प} - १}) \sqrt{\text{क्ष}} + १ = ०$$

$$(११४) \sqrt{\text{क्ष}} + १ + \frac{\text{क्ष}}{२} + ४ = ८०$$

$$(११५) ९\sqrt{\text{क्ष}} + ४\sqrt{\text{क्ष}} = १ + १२\sqrt{\text{क्ष}}$$

$$(११६) \text{जर } \text{प} = \frac{२}{२ - \text{व}}, \text{व} = \frac{२}{२ - \text{ज्ञ}}, \text{ज्ञ} = \frac{२}{२ - \text{य}}$$

प =  $\frac{२}{२ - \text{क्ष}}$  यांपासून प आणि क्ष यांचा संबंध काय

आहे तो सांग.

$$(११७) २\text{स} = \text{अ} + \text{ब} + \text{क} \text{ यावरून } \frac{१}{\text{स} - \text{अ}}$$

अबक

$$\frac{१}{\text{स} - \text{ब}} + \frac{१}{\text{स} - \text{क}} + \frac{१}{\text{स}} = \frac{१}{\text{स}(\text{स} - \text{अ})(\text{स} - \text{ब})(\text{स} - \text{क})} \text{ हे दाखीव.}$$

( ११८ ) जर  $\frac{व}{अ} = \frac{अ}{व}$  आणि  $अ = २व$  आहेत तर यावरून  $व = २$  हे सिद्ध कर.

( ११९ ) खालील पांच प्रश्नांतील दिलेल्या पदांचे अवयव काय आहेत ते सांग.

बै-अँ - (कै-अब) (व-अ)

( १२० ) अ (बै+कै-अँ) + व (अँ+कै-बै)

( १२१ ) क्षँ - ७ क्ष - ३ इ

( १२२ ) क्षँ+२ क्षँ+क्ष+१

( १२३ ) ६ क्षँ-७ क्षँ+१

( १२४ ) क्षँ+४ क्षँ-५

( १२५ ) क्ष =  $\frac{(२क-व)^२-अब}{अ+३व-४क}$  यावरून  $\sqrt{\frac{क्ष+अ}{क्ष+व}}$  यांची

किंमत काढ.

( १२६ ) क्षँ=१ आणि अँ=  $\frac{१}{२}$  हे सिद्ध कर.

( १२७ )  $२^{\frac{१}{२}} \cdot ४^{\frac{१}{४}} \cdot ८^{\frac{१}{८}} \cdot १६^{\frac{१}{१६}} \dots = २$  हे सिद्ध कर.

( १२८ )  $अ+२ : \frac{१}{३}अ+४$  अथवा  $अ+४ : \frac{१}{२}अ+५$  यांत मोठे प्रमाणपद कोणते ?

( १२९ ) कांहीं गणित प्रमाण श्रेण्या आहेत. त्यांचीं आदि पदे १, २, ३, ६, १० व उत्तरे १, ३, ५, ७, १० असून त्या श्रेण्यांच्या न पदांचीं सर्वधने अनुक्रमे स<sub>१</sub>, स<sub>२</sub>, स<sub>३</sub>, ... स<sub>५</sub> आहेत, यावरून

स<sub>१</sub> + स<sub>२</sub> + स<sub>३</sub> + स<sub>४</sub> + स<sub>५</sub> ... स<sub>५</sub> यांची किंमत काढ.

( १३० ) न भूमिति प्रमाण श्रेण्यांच्या अनंतपदांची

सर्वधनें स<sub>१</sub>, स<sub>२</sub>, स<sub>३</sub>, इ० स<sub>n</sub> असून त्यांतील आदिपद १ व गुणोत्तरे  $\frac{1}{r}, \frac{1}{r^2}, \frac{1}{r^3}, \dots, \frac{1}{r^n}$  आहेत तर,

$$स_१ + स_२ + स_३ + इ० \dots + स_n = n \frac{r^n - 1}{r^n (r - 1)} \text{ हें सिद्ध कर.}$$

\* \* \* शिक्षकांच्या साहाय्यावांचून वरील प्रश्नमालिकेंतील प्रश्नांचा खाजगत रीतीने अभ्यास करणारास वेळोवेळीं अडचण येईल यांत संशय नाही. यास्तव ही नड दूर व्हावी या हेतूने वरील सर्व प्रश्नांचें एक निराळेंच पृथक्करण करून पुस्तक छापण्याचा विचार केला आहे. यास्तव ज्यांस हीं पुस्तके पाहिजे असतील त्यांनीं आगाऊ आम्हास कळविले असतां त्यांस किंमत कमी पडून पुस्तकेंही तयार होतांच लौकर रवाना केलीं जाताल.

ग्रंथकर्ता.

## मागल प्रश्नांची उत्तरे.

(१) १-२अ<sup>१</sup>व<sup>१</sup>+ ३अ<sup>-१</sup>व - ४ अ<sup>१</sup>व<sup>१</sup>इ० (२)  
<sup>२म</sup>अ-वअ<sup>२</sup> क्ष<sup>२</sup> + २वकअ<sup>२</sup> क्ष<sup>२</sup>-क<sup>२</sup>अ<sup>२</sup> क्ष<sup>२</sup>. (४) <sup>१</sup>अवक

(६) ६८ (७) क्ष = अ  $\frac{अ+ब}{अ-ब}$  व य = अ  $\frac{अ-ब}{अ+ब}$  (८)  $\frac{२}{३}$

(९) न<sup>१</sup> (१०)  $\frac{१+ब}{अव}$  (११) २१ क्रौन व ४० अर्ध

गिनी. (१३) क्ष =  $\frac{१}{३}$  (व+क), य =  $\frac{१}{३}$  (क+अ), ब =

$\frac{१}{३}$  (अ+ब), (१४)  $\frac{प-२क}{क}$ , प(प-३क), (१६)

दुसरे. (१७) क्ष-५ (१८) क्ष=३ य=१ किंवा क्ष=

$\frac{१}{४}$  व य =  $\frac{१}{४}$ . (१९) पक्ष<sup>३</sup> + कक्ष - १ (२०)

२(न+४) (२१) १५ (२२) क्ष<sup>न</sup>+१ (२४) क्ष=

$\frac{१}{३}$  (अ+व+क) (२५) क्ष-२-क्ष<sup>१</sup> (२६) १२ अवक

(२७) =  $\frac{अ(अ-ब)(अ-क)}{अ(अ-ब)(अ-क)}$  (२९)  $\frac{१}{य+१}$  (३०)

क्ष<sup>१</sup> + (ब-अ) क्ष<sup>१</sup> + (१-ब) अक्ष<sup>१</sup> + (ब-अ) अक्ष -

अ<sup>१</sup>व. (३१) क्ष + ६. (३३) अ<sup>१</sup>-अ<sup>१</sup> (३४) २ग्या.

व १४ ग्या. (३५) ८ $\frac{३}{४}$  चौ.फू. (३६) १०० (३७) क्ष=व.

(३८)  $\frac{५क्ष+२}{७क्ष-४}$  (३९) १ (४०) क्ष=१ (४१) क्ष<sup>१</sup>+

(२म-३)क्ष-६म. (४३)क्ष+क्ष-२=० (४४)क्ष=० किंवा २

(४६)क्ष =  $\frac{\text{क-अव}}{\text{अ+ब-२क}}$ . (४७)  $\frac{+√३}{२}$  (४८)  $\frac{१६}{२५}$ . (४९)

४(अ-१) (५०)  $\frac{\text{अ-ब}}{३अ}$  (५१)  $(\text{अ} + \sqrt{\text{अ}^2 + \text{ब}^2})^{\frac{३}{२}}$  (५२)

क्ष = १६ किंवा ४; य = ४ किंवा १६ (५३)क्ष = ९

किंवा १; य = १ किंवा ९ (५४) - अ किंवा - ब (५५)

क्ष =  $\pm २$ ,  $\pm १$ , य =  $\pm १$ ,  $\pm २$ , (५६)क्ष = ४,

२, य = २, ४ (५७) क्ष = ब + क - अ (५८)

क्ष =  $-\left(\frac{१}{ब} + \frac{१}{क}\right)$  (५९) क्ष =  $\sqrt{\text{म}}$  (६२) ४८ (६३)

$\frac{\text{क्ष+क}}{(\text{क्ष-अ})(\text{क्ष-ब})}$  (६६) ० व १. (६७)  $१ - \frac{१}{२न}$  (६८)

१०० पौं. व ४०० पौं. आणि यांचा व्याजाचा दर क्रमाने ४ पौं. व २ पौं. (६९) पहिल्यावेळीस ६ माणसें होतां

व प्रत्येकास ६ पेंस भाडे द्यावे लागत असे. (७०) १

(७१)  $\frac{\text{अकक्ष}}{\text{बड}} + \frac{\text{बक्ष}}{\text{कड}} + \frac{\text{अ}}{\text{ब}}$ . (७२)  $(\text{अ+ब})^{\frac{२न}{२}}$  क्ष -

२कअ  $\frac{\text{प}}{३}$ . (७४)  $\frac{३}{५} \left[ १ - \left(\frac{३}{५}\right)^न \right]$  (७५) ०. (७६)

$\frac{३\text{अक्ष}-४}{\text{अक्ष}-११\text{अक्ष}+२१}$  (७७)  $\text{अक्ष}^३ - \text{अक्ष}^२ - \text{अक्ष} + १$  (७८)

क्ष =  $२\text{क्ष}^३ - २$  (७९) दर तासात ५ मैल. (८०)  $(\text{क्ष} + \text{क्ष} + १)\text{अ}$   
-  $(\text{क्ष} + १)$  (८१) अस ७२ पौं. व बस १०८ पौं. (८२)

गजून ४५ मिथ्युटे. (८३) २१ कौन व ६३ गिनी. (८८)

$$१०\sqrt{२} (८९) \frac{1}{2} \left\{ \frac{म^३न^३+मन}{न^३+१} \right\} व - \left\{ \frac{म^३न^३-मन}{न^३+१} \right\}$$

(२) अर्चे भांडवल १९२ पौंड व बचे २२४ पौ. ( ९३ )

४ ( ९४ ) क १८ दिवसांत व ब १५ दिवसांत. ( ९५ )

क यार्डाची किंमत ५शि. व २६ यार्ड मोठ्याची आणि २०

ई लहान तुकड्याची लांबी. ( ९७ ) अ<sup>२</sup> - अ<sup>२</sup> - १ व +

$$३ (न-१) व - अ<sup>२</sup> - ३ व + अ<sup>२</sup> (न-२) व; अ<sup>२</sup> + अ<sup>२</sup> - १ व$$

$$+ अ<sup>२</sup> (न-१) व + अ<sup>२</sup> - ३ व + अ<sup>२</sup> (न-२) व; अ<sup>२</sup> + अ<sup>२</sup> +$$

अ<sup>२</sup> + अ<sup>२</sup> + १ गुणाकार. ( ९९ ) २. ( १०५ )

२(अक + नड) (अड + बक). ( १०६ ) २<sup>३</sup>, <sup>१</sup>३ ( १०७ )

$$[ \sqrt{क्ष + \sqrt{क्ष+७}} ]^२ + \sqrt{क्ष + \sqrt{क्ष+७}} = ४२ \therefore क्ष = ९$$

किंवा ( <sup>३९</sup>१३ )<sup>२</sup>. ( १०८ ) ४, ४ - ३. ( १०९ ) (क्ष+अ)<sup>२</sup>

$$= २अ (क्ष-अ)<sup>२</sup> ( ११० ) १. ( १११ ) ९. ( ११२ )$$

$$\left\{ क्ष + \frac{क}{अक्ष} \right\}^२ + अ \left\{ क्ष + \frac{क}{अक्ष} \right\} + ब = \frac{२क}{अ} ( ११३ )$$

क्ष + प - १ हा गुणक काढला असता वर्गसमीकरण तयार

होईल. ( ११४ ) २क्ष = ८ अथवा - १०  $\therefore$  क्ष = ३

( ११५ ) १, <sup>१</sup>३, - <sup>१</sup>३ ( ११६ ) प = क्ष. ( ११९ )

(अ+व+क) (अ+ब-क) (ब-अ) ( १२० ) (अ+ब) (क+अ

-ब) (क-अ+ब) ( १२१ ) (क्ष-४) (क्ष+४क्ष+९.) ( १२२ )

(क्ष-क्ष+१) (क्ष+क्ष+२क्ष+१) ( १२३ ) (क्ष-१) (६क्ष

$$-क्ष-१) (१२४) (क्ष+५) (क्ष+१) (क्ष-१). (१२५)$$

$$१ + \frac{अ-ब}{२(ब-क)} (१२८) \text{ दुसरे. } (१२९) \frac{नप}{२} (नप+१)$$

समाप्त.

## शुद्धिपत्र

पृष्ठ	ओळ	अशुद्ध.	शुद्ध.
२८	१०	तर त्यास वाजवी रीतीने	तर त्यास द० सा० द०शे०५ व्याजाप्रमाणे वाजवीरीतीने
४६	२३	$१०^{\frac{१}{२}}$ पे	$१०^{\frac{१}{४}}$ पे.
४७	११	$२^{\frac{२}{३}}$ पे.	$२^{\frac{३}{११}}$ पे.
४८	९	१०० =	१००० =
६१	२	आंस	औंस
६४	११	$१२^{\frac{१}{३}} (१६ \times १४^{\frac{१}{३}})$	$१२^{\frac{१}{३}} (१६ + १४^{\frac{१}{३}})$
६४	२४	$\frac{७५}{१००२}$	$\frac{७५}{१०००}$
६५	१३	$(१^{\frac{१}{२}})^२$	$(१^{\frac{१}{२}})^२$
९१	२०	$[अ+ब\sqrt{-१}] +$ अकक्ष <sup>३</sup>	$[अ+ब\sqrt{-१}] \times$ अकक्ष
११०	१८	$\frac{-}{\sqrt{३}}$	$\frac{-}{\sqrt{३}}$
११०	२२	$(अ+१)^{३}$	$(अ+१)^{३}$
१११	१५	क्ष <sup>४</sup>	क्ष <sup>४</sup>
१११	१५	८क्ष <sup>३</sup>	८क्ष <sup>३</sup>