

**Körper- und Galoistheorie****Arbeitsblatt 24****Aufwärmaufgaben**

## AUFGABE 24.1.\*

Erstelle eine Kreisgleichung für den Kreis im  $\mathbb{R}^2$  mit Mittelpunkt  $(2, 7)$ , der durch den Punkt  $(4, -3)$  läuft.

AUFGABE 24.2. Bestimme die Koordinaten der beiden Schnittpunkte der Geraden  $G$  und des Kreises  $K$ , wobei  $G$  durch die Gleichung  $2y - 3x + 1 = 0$  und  $K$  durch den Mittelpunkt  $(2, 2)$  und den Radius 5 gegeben ist.

## AUFGABE 24.3.\*

Berechne die Schnittpunkte der beiden Kreise  $K_1$  und  $K_2$ , wobei  $K_1$  den Mittelpunkt  $(3, 4)$  und den Radius 6 und  $K_2$  den Mittelpunkt  $(-8, 1)$  und den Radius 7 besitzt.

AUFGABE 24.4. Es seien  $P, Q$  zwei Punkte auf einer Geraden  $L$  und  $M$  sei eine weitere Gerade durch  $P$ . Konstruiere mit Zirkel und Lineal eine *Raute*, so dass  $P$  und  $Q$  Eckpunkte sind und eine Seite auf  $M$  liegt.

AUFGABE 24.5. Es sei  $D$  ein Dreieck in der Ebene mit den drei Eckpunkten  $A, B, C$ . Zeige, dass man die Höhen, die Mittelsenkrechten, die Winkelhalbierenden und die Seitenhalbierenden mit Zirkel und Lineal konstruieren kann.

AUFGABE 24.6. Es sei ein Dreieck  $D$  durch die Eckpunkte  $A, B, C$  in der Ebene  $E$  mit den Seiten  $S, T, R$  gegeben. Es sei ferner eine Strecke  $S'$  durch zwei Punkte  $P, Q \in E$  gegeben. Konstruiere mit Zirkel und Lineal ein zu  $D$  ähnliches (also winkelgleiches) Dreieck  $D'$  derart, dass  $S'$  eine Seite von  $D'$  ist und dass  $S'$  der Seite  $S$  entspricht.

AUFGABE 24.7. Es sei ein Kreis  $K$  und ein Punkt  $P \in K$  gegeben. Konstruiere die Tangente an den Kreis durch  $P$ .

AUFGABE 24.8. Es sei eine Gerade  $G$  und ein Punkt  $P \notin G$  gegeben. Konstruiere einen Kreis mit Mittelpunkt  $P$  derart, dass die Gerade eine Tangente an den Kreis wird.

AUFGABE 24.9. Es sei  $P \in \mathbb{C}$  ein nichtkonstruierbarer Punkt.

a) Zeige, dass es unendlich viele Geraden durch  $P$  gibt, auf denen mindestens ein konstruierbarer Punkt liegt.

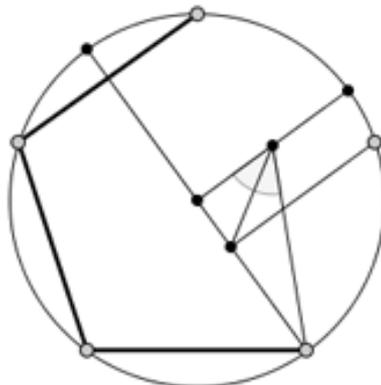
b) Zeige, dass es maximal eine Gerade durch  $P$  gibt, auf der es mindestens zwei konstruierbare Punkte gibt.

AUFGABE 24.10. Erläutere geometrisch, warum die 0 das neutrale Element der geometrischen Addition von reellen Zahlen ist.

AUFGABE 24.11. Rekapituliere die Strahlensätze.

AUFGABE 24.12. Es seien  $P$  und  $Q$  zwei konstruierbare Punkte. Zeige, dass dann auch der Abstand  $d(P, Q)$  konstruierbar ist.

AUFGABE 24.13. Beschreibe die Konstruktion mit Zirkel und Lineal eines regelmäßigen Fünfecks, wie sie in der folgenden Animation dargestellt ist.



Konstruktion eines regulären Fünfecks mit Zirkel und Lineal

## AUFGABE 24.14.\*

Aus einer Menge  $T \subseteq E$  seien „wie üblich“ Geraden und Kreise elementar konstruierbar. Als neue Punkte seien allerdings nur die Durchschnitte von einer Geraden mit einer Geraden und von einer Geraden mit einem Kreis erlaubt (also nicht der Durchschnitt von zwei Kreisen). Bestimme die Menge  $M$  der Punkte, die aus der Anfangsmenge  $\{0, 1\}$  auf diese Weise konstruierbar ist.

### Aufgaben zum Abgeben

## AUFGABE 24.15. (5 Punkte)

Berechne die Koordinaten der beiden Schnittpunkte der beiden Kreise  $K$  und  $L$ , wobei  $K$  den Mittelpunkt  $(2, 3)$  und den Radius 4 und  $L$  den Mittelpunkt  $(5, -1)$  und den Radius 7 besitzt.

## AUFGABE 24.16. (6 Punkte)

Es sei eine zweielementige Menge  $M = \{0, 1\}$  in der Ebene gegeben. Wie viele Punkte lassen sich aus  $M$  in einem Schritt, in zwei Schritten und in drei Schritten konstruieren?

## AUFGABE 24.17. (2 Punkte)

Erläutere geometrisch, warum die 1 das neutrale Element der geometrischen Multiplikation von reellen Zahlen ist.

## AUFGABE 24.18. (2 Punkte)

Erläutere geometrisch, woran die geometrische Division von reellen Zahlen durch 0 scheitert.

## AUFGABE 24.19. (3 Punkte)

Bestimme alle Lösungen der Kreisgleichung

$$x^2 + y^2 = 1$$

für die Körper  $K = \mathbb{Z}/(2)$ ,  $\mathbb{Z}/(5)$  und  $\mathbb{Z}/(11)$ .

## AUFGABE 24.20. (12 Punkte)

Schreibe Computeranimationen, die die in Lemma 24.6 beschriebenen Konstruktionen veranschaulichen (über Commons hochladen).



## Abbildungsverzeichnis

- Quelle = Pentagon construct.gif , Autor = TokyoJunkie (hochgeladen von Benutzer Mosmas auf en.wikiversity.org), Lizenz = PD 2
- Erläuterung: Die in diesem Text verwendeten Bilder stammen aus Commons (also von <http://commons.wikimedia.org>) und haben eine Lizenz, die die Verwendung hier erlaubt. Die Bilder werden mit ihren Dateinamen auf Commons angeführt zusammen mit ihrem Autor bzw. Hochlader und der Lizenz. 5
- Lizenzklärung: Diese Seite wurde von Holger Brenner alias Bocardodarapti auf der deutschsprachigen Wikiversity erstellt und unter die Lizenz CC-by-sa 3.0 gestellt. 5