

EINSTEIN AND RELATIVITY

愛
因
斯
坦
和
相
對
性
原
理

鄭周石

貞昌原

文壽純

譯 著

商
務
印
書
館
出
版

愛因斯坦和相對性原理目次

序	一
原序	一
時間及空間底相對性	一
相對論上定律底絕對性	四一
相對性原理底真髓	六七
愛因斯坦底宇宙論和思惟底究極	七九
相對性原理和萬有引力	一〇一
愛因斯坦底著作	一四九
愛因斯坦著作論文題目	一六五



北师大图 B2435204

序

去年來華的哲學家羅素說：「現在世界上最偉大的人物，要推李寧和愛因斯坦二人。」因為他們同是當今思想界上大革命家，爲我們人類新闢一條大路，算是不世出的人物。然而李寧的政治革命正在實驗，成功和失敗，我們還不敢判斷；至於愛因斯坦的科學革命，不特於理論上合了數學的論理，而且於實驗上得了天文學的證明，可謂完全成功了。所以他的價值，決不在哥白尼牛頓之下。

羅素的哲學，便是以愛因斯坦的相對性原理爲根據的，國人素乏科學知識，以致聽羅素的講演，大多數不能了解，實屬憾事。現在愛因斯坦要來華了，我們能親領這世界的偉人的言論風采，異常榮幸。但是要研究他的學說，非先把他的思想徑路以及和前人不同之處，弄個明白不可。然而愛因斯坦的理論，不用高等數學不容易說明；所以各國關於相對論的通俗書籍雖多，而佳作殊不多。

見我師石原純博士是日本帝國大學著名教授，而且是日本學者中研究相對論的唯一專家，他曾親赴瑞士和愛因斯坦討論相對性的真諦，他所發表關於相對論的著作不少，大多數都是在德國出版的 *Physikalische Zeitschrift* 雜誌裏面發表的，對於相對性原理別有一種見解，和耳食者流迥然不同。至於用日文發表的，則有相對性原理、能媒和相對性原理講話、愛因斯坦和相對性理論、空間時間及物質、相對性理論底諸斷面等，皆風行一時。近又編譯愛因斯坦全集還未出版。他的著作裏頭最通俗的，而且最流行的，就是愛因斯坦和相對性理論（已售二十版）其次便是能媒和相對性原理講話。這兩部書，多由他在各學會各地方所講演的原稿修訂而成的，所以書中每編可以獨立。我覺得要介紹愛因斯坦的爲人和相對性理論的概略，最適當的恐怕便是這兩部的書，所以和吾友周頌久君商量，摘尤將他譯出。於愛因斯坦和相對性理論中，選出時間及空間底相對性、相對論上定律底絕對性、相對性原理底真髓、愛因斯坦

底宇宙論和思惟底究極，愛因斯坦底著作，愛因斯坦著作論文題目六篇；於能媒和相對性原理講話中，選出相對性原理和萬有引力一篇作爲一卷。因爲由前部書中選得較多，所以仍照他的名稱。所略者不過愛因斯坦的印象記和愛因斯坦底照像兩篇，爲着這兩篇，記個人底感想和照像所由來，無關係於愛因斯坦底學說，所以把他略去。又本書各篇皆有獨立的性質，所以不免有重複之處，讀者諒之。

本書本由周頌久君逯譯，因周君偶患感冒，而排印急不能待，所以相對性原理和萬有引力一篇，由我代譯，亦曾經周君閱過，謹此聲明。

鄭貞文謹識 十一年國慶日

原序

這本書是將我個人對於愛因斯坦相對性原理底幾種考察，集合而成的。這本書若果能穀對於那些要想知道這個原理底真意底人們，稍有幾分補助的地方，也就是我底榮幸了。

第一篇時間及空間底的相對性，是敘述這個原理底梗概。因為這個原理的由來，異常複雜，裏面包含着底數學的內容，又極其奧妙，要想用不完不全的言語，簡簡單單的，盡情敘述出來，固然是絕對不可能的事，但是對於有許多缺乏專門研究的人們，將這個原理的大要，簡單明瞭的表明出來，卻也是很重要的。我這本書，就是爲這個目的而作。將那些毫無緊要的裝飾，一律略去，只說真正的内容。自始至終都是抱定這個宗旨，並未曾稍微忽略過一下。

若有人讀完這本書，還有心有時間，要作進一層的研究，又要希望用我底言語，來表明這個原理，那麼，就請去讀我著的相對性原理（此書已由譯者逐譯，

不日可以出版——譯者附識）較之本篇，文字既然多了許多，說明也就格外清楚了。

第二篇相對論上定律之絕對性比前一篇，稍微進了一步，專在敘述哲學方面底考察。愛因斯坦底原理所引起底重大影響，除卻變更自然律底內容而外，又將自然律內包含着的各種物理學的概念，一一加以反省，考察他們究竟有怎樣底認識的意義，然後才加以新解釋，這一層要算是最重要的影響了。但是我覺得一般的人對於這種細微底定律，自身不見得有什麼用處，到不如還是了解這種自然認識的問題，還要要緊些。這篇文章對於這一層略微提及一下，由此也就足以推知相對性原理，和我們思惟底本質，究竟關聯得怎樣深遠的了。

第三篇相對性原理之真髓和前篇是一樣的考察，不過意義上略有不同，可以互相補助。這一篇是在說明愛因斯坦的思想，究竟有什麼地方和前人不同；

這個原理的真髓，究竟是什麼地方，才算得新。要明白這個原理的真義，最好是將第二第三兩篇合併起來讀。

第四篇愛因斯坦底宇宙論和思惟底究極是我們現在對於宇宙的觀念，要算是由相對性原理演譯出來的最大的結論了。敘述這種具體的問題底目的，是想說明物理學底理論，怎樣才能超越單獨經驗的事實，怎樣才能毅和思惟底本質適合。讀了這一篇文章的人，能毅感覺着得了一些材料，足以供給人生底教養，我就可以滿足了。（中略）

最後一篇愛因斯坦的著作，是紹介他的科學底著述的一個大概，由此也就可以想見他的爲人了。要想直接讀他的著述的人，由此也就可以按圖索驥，不必各處去搜尋了。（下畧）

愛因斯坦和相對性原理

時間及空間底相對性

一

現在先將「自然」「時間」「空間」等項底一般的哲學的意義解釋清楚，然後再入本題。凡是經由極複雜的路徑，以達最高深的思想，只要這樣做去，必定要容易許多。

入手第一步，必得先要認識一個意識底主體，即是「我」。既然有了這個意識主體的我，同時就不得不承認有被我所意識的對象底存在。這些被我所意識的對象，全體集合起來，就造成廣義底「自然」。自然底一切現象，無論是那一種，總免不了在某時間底經過中，和某空間底廣延裏面，被我們所意識。像這種初級的認識，純粹是屬於我底直觀。

我底直觀的認識裏面，包含着許多和我有同等意識的人們，以及他們各人所意識的內容。同時被他們認為存在的自然現象，以及自然現象發生的時間和空間，當然也就可以想像得到的了。但是這麼一想，就不能不發生出疑問來。那最初在我們自己意識內發現出來的自然，空間，時間，可以說是第一次的自然，第一次的空間，第一次的時間，其次在他們各人底意識內發現出來的自然，空間，時間，再反映一次，纔入了我底意識裏來這種只能說是第二次的自然，第二次的空間，第二次的時間了。所起的疑問，就是：這第一次的自然，第一次的空間，第一次的時間，究竟是不是和第二次的自然，第二次的空間，第二次的時間，完全相同？我們想現在先研究這個問題，即是要將對象底客觀性底根本意義先弄清楚。

若依質朴的假定，將人們所意識的自然，作成同一的東西，那麼，當然就會有自然底實在性，和空間時間底絕對性等項的結論出來。即是說自然底裏面，好

像似有一定不可移動的空間的框架；一切自然都是裝在這些框架底裏面的。在框架裏面的人，是從均勻流過的時間的窗隙，去覘望他自己以外的東西。所以人們只不過是一瞬時間的自然觀察者罷了。這種質朴的意見，只須經初步的懷疑，立刻就可以根本推翻。譬如試想沒有物質的對象存在的地方，怎樣去測定空間的廣延？沒有起變化的時候，怎樣去測定時間的經過？所謂空間的框架，所謂時間的窗隙；要離却這些現象，去想像他們的存在，實在是絕對辦不到的事。不惟這樣，並且這些現象，全都是先有了我，然後纔由我意識出來的。要使沒有了我，試問還能承認他們底存在嗎？這也是直觀上絕對不可能的。所以只要這樣一想，先前的那種質朴的自然底實在性，就由我底自覺，不得不消歸烏有；一切自然，因此也就不得不依存於我底認識了。

我底自覺在哲學上的，確是含有很重要的意義，現在再將這一點，追窮一下。被我們所自覺的我底裏面，包含着的，不僅由我自己所意識的我，即是第一次

的我，還有許多由他人所意識的我，即是第二次的我，也在其內。這許多的我，所認識出來的對象的自然，全都是由各人底直觀，發現出來，彼此都不相關聯的。我先前提出來的疑問，就是說，這許多的獨立的對象的自然，究竟是不是同一的東西，我們能不能去判斷他？

我現在觀測在我周圍的自然，同時就不能不承認在我傍邊立着的人們，也在觀察他們各人周圍的自然。但是我們各人所有底感覺，既然各別，那麼，在我傍邊的人所觀察出來的東西，和我自己所觀察出來的，除非有了完全的證明而外，無論一致到什麼程度，總不能相信他們是絕對同一的。譬如說，他看出來的紅色，究竟是不是我看出來的紅色？誰也不能直接去判斷他。但是從一方面想起來，人們雖然各有個性的感覺，各自由他自己底經驗去認識自然，但是這樣得出來的自然律，何以能發見他們有普遍的關係呢？自然律底基礎，既然都是由於我們個人的獨立經驗建設出來的，何以能發有超越個性感覺的普

遍性呢？這個問題，不能不說是極其重要的了。他們必得要將這種普遍性的東西求得，然後纔能作成自然實在性底根據。這種普遍性的東西，若能和唯一的可能關係（註一）相當，自然底絕對性，方能確立。同時對於時間空間，究竟不是絕對的問題，也非解決不可。

（註一）關於自然定律底普遍關係，是不是唯一的？可能很有許多議論。反對最力的，要算是馬哈（Mach），他底意見以為可能的關係，有多數存在，不過那裏面最簡單而又對於我們底思維最經濟的一種，纔是我們所要求的自然律。像這樣認有多數的可能關係存在，當然只能算是一個假定，並沒有確實的事實來證明過。但是從自然科學發達底歷史看來，自然律漸趨於唯一的傾向，却是很明顯的。所以我覺得馬哈底這種意見，不過是一種虛想罷了。關於自然底唯一性，後面還有議論，請參照一看！

二

由自然現象求出來的抽象的概念，有一定的關係，表示這種關係的東西，就

是自然律，也就是自然科學底內容。表示至精極微的自然律，一切概念，都要用數量纔能表出，各種概念間存在的關係，因而成爲一定形式的數學式子，這是一般所承認的（註二）；我相信自然律底普遍性底真義，也就在這一點。

（註二）一般的自然律，雖能說都可以用數量的概念造成的數學式子來表，但是現在人們所有的自然科學之中，恐怕除開理論物理學而外，並沒有幾種，可以辦得到。那些不能設用數學式子表示的自然律，完全是因爲各種變數的要素，過於複雜，不能純化的緣故。自然科學漸次發達，這些困難，也就逐漸減少；從前不能用數量表示的關係，終久有一天可以表示出來；是一定無疑的了。

自然科學是實在學，和他相對立的是論理學。論理學是形式的科學，其最精密的，當然要推數學爲首。數學先假定有若干公理，由公理將論理上可能的一切關係，一一演繹出來。數學底公理，即是數底概念和空間底概念所包含着性質，而這些概念，最初又都是由經驗造成的，由此發達起去，於是遂成代數學，幾何學。就這一點看起來，這些數學，對於經驗的實在，已經不能說是完全沒有

關係；不過別的純粹抽象的數學，所有底公理，並不必全都依存於經驗的事實罷了。既然將數學看成一種論理底形式，那麼，所謂公理，只不過是作成一種論理系統底基礎命題；一個系統裏面，有幾個公理，完全互相獨立，除開彼此不相矛盾而外，並沒有絲毫的關係。譬如現在關於虛數的公理，和非歐几里德幾何學底公理，何嘗不是超越經驗的東西，不過這些假定是就抽象的方面作想，都屬可能的關係罷了。總之，這些數學上的公理，以及由公理演繹出來的種種論理的重要性質，都是極其普遍的。各人既然有個性的差別，何以能穀抽象出普遍的概念？又何以能穀將概念間的關係，用普遍的論理形式，表示出來呢？對於這個問題，我以為只好在各人的我的本性裏，去想像一種完成時表現出來的絕對普遍性，非將普遍性底根據，放在這個地方不可。這個議論，暫且不必去講，不過形式科學的數學底普遍性，是無論怎樣，都不能否定的。那麼，和數學有密接關係的自然科學，具有普遍性，當然也就可以由此解說出來的了。

前節曾經說過：自然現象可以用數學來解釋；自然律可以用數學底式子來代表。再將這兩句話下細研究一下，不外乎是說由自然現象，可以抽象出種種概念，在這些概念底中間，可以發見出和論理形式有同等的關係存在。自然現象如是複雜，或許因為我們所知道的數學的論理形式有限，不能表示出來，或許已經誘導成了既知的論理形式，但是因為自然底複雜性質，有些部分我們還不能彀得出適當的抽象概念，也未可知。不過到了終極，預想這種方法，總是不可能的。這種預想，不特並無謬誤，而且還可以解作自然科學成立的前提。照着這樣解釋起來，數學底普遍性，可以看成是建設自然科學底普遍性的要素。

由我底直觀現出來的自然，和他人底直觀現出來的自然，究竟是一是二？
判斷這個問題，恐怕在主義上是不可能的事。但是若果承認各個人都可以由自然現象，抽出一定的概念，而這些概念間的關係，又可以用數學的論理形式表示出來，那麼，就完全是普遍的了。所以直觀的自然，固然是個性的，而由自然

律的結合造成的概念的自然而却不能說不是普遍的。自然底實在性是要在一個普遍的自然上面，然後纔能確立。

自然底實在性，不由直觀的自然去求，而由概念構成的自然去求，或許還有人對之懷疑，也未可知。但是自然現象底裏面，通常必定可以尋出有普遍關係的數量的概念，自然底實在性底真意，就存在這一點，若果就這一點，嚴密的思索一下，就不難諒解得到的了。我確信由這些概念造成的網最後必能將一切實在的自然，全體籠罩進去。自然就是這個樣子，在我們底認識界裏，造成永不消滅的。以上是說自然底實在性，完全根據於數學底普遍性，現在更進一步，去想，在我們思惟作用裏面生活着的數學底論理形式，何以能彀由直觀的自然裏去發見和他對立的東西？對於這個問題，我想將思惟自身對於實在的自然，的深密關係，詳細指摘出來。

三

由以上所述的哲學考察，纔知道自然科學底普遍性底根據，究竟在什麼地方。至於自然科學底內容，即是各種自然律，以及自然律中的獨立變數，如時間空間底座標，究竟有沒有絕對的意義，還得要將各種現象加以具體的研究，纔能決定。

從來皆信時間和空間，可以想成是完全獨立的東西。測定時間的方法，卻是利用在空間內所起的運動現象。就這一點看來，兩者之間，雖然已經有了密接的關係，但是對於空間底各點，都可以同一的決定普遍的時間，卻是從沒有人出來反對過。由這個意思說來，時間是絕對的了。所以一定的原因，和他底結果相隔的時間距離，或是一件事情底時間的繼續，無論由什麼人觀察出來，都應該判斷成同一的東西。

最初指明判斷時間，並非絕對的性質的人，就是創造相對性原理的愛因斯坦。他以為要判斷兩處地方，是不是同一時刻，必得要利用一種物理的現象，作

爲媒介以傳達消息（註三）譬如在第一處放出光來，到了第二處再用鏡反射回去。若果光行的速度，來回都是一樣，那麼由第一處發光的時刻起，到反射回來的時刻爲止，其間所經過的時刻底一半，就是與第二處受光的時刻相當。用這個方法，就可以判斷兩處是不是同一時刻，又可以比較兩處的時計，誰快誰慢。但是要使光行的速度，來回並不一樣，那麼，要判斷兩處是不是同一的時刻，須得要先將光行的速度，究竟來回是怎樣的，不同弄清楚，然後纔能加以適當的變化。由此看來，同時刻底判斷，並非絕對的能穀決定的，必得要依存於利用信號的現象。這個媒介現象，在空間內傳播的狀況不同，同時刻底判斷方法，也就因而有異。並且還要看利用的現象，究竟是怎樣的一種，判斷的方法，也不一律。同時刻底判斷，既然沒有一定，那麼，時間前後底判斷，也就不得不大受影響，於是就有疑問發生出來，恐怕有時因爲這個緣故，致將原因和結果底順次，都會弄顛倒過來，也未可知。這豈不是很重要的問題嗎？

(註三) 假定兩處遠隔着的地方，都各有一個時計，記着他們那裏的時間。要比較這兩個時計所記的時刻，是不是同一時刻，却不能將一處的時計拿到他一處去。因為各個地方，有各個地方的固有時，這樣拿動，就不能表固有的時刻了。從前每每想像各處都在同一的時刻，所以能殼這樣拿來拿去，但是就一般說起來，這當然是辦不到的。

若果因為光能殼傳至一切的空間，是一種普遍的現象，纔拿來作成信號，那理由就未免太不充分了。何以故呢？要是在音響能達到的範圍內，就拿音響來作試驗，豈不也可以得同一的論證麼？其實並不然。在這一點上，就缺少了他的必然性了。其所以要用光的必然的理由，完全是因為光具有一種獨特的性質；這種獨特的性質，就是愛因斯坦在他底相對性原理裏面，最初假定下來的。

假定光現象具有這種獨特的性質，其由來甚遠。自從惠根斯(Huygens)將光解釋作一種波動現象以來，(註四)就假想出一種傳達光波的媒質出來，名之曰能媒，(Ether)瀰漫於空間中，並且還賦與他許多不可思議的性質。因為

天體底運動并不受能媒底抵抗，所以就將能媒看成一種極其稀薄的氣體。一方面光波既屬純粹的橫波，那麼，傳達他的媒質，當然要具有固體的彈性，於是能媒又不得不有固體的彈性。再由另一方面推測起來，在運動物體內的光現象，並不關物體是動是靜，總得要能媒是絕對的靜止，方可免去矛盾。要同一物質具有這種種的性質，實際上似乎絕不可能，但又是論理上能媒當然不可不具有的東西。與其因為思惟上感覺困難，就把這論理上產出來的當然的結果，拋去不要，到不如用實驗的研究去將論理的基礎，確確實實的證明出來，還要妥當些。（註五）

（註四）惠根斯是荷蘭人，於一六七八年說明光現象爲能媒底波動。

（註五）最初以爲能媒是一種純粹的彈性體，光現象是這種媒質裏面所起的彈性振動。但是到了十九世紀，發見了電磁現象也是在真空中發生的，從此以後，傳達電磁現象的媒質的任務也就不得不加於能媒底身上。後來英國底馬克斯威爾（Max well）用理論證明光現象和電

磁現象，完全同是一物，於是能媒遂一變而成專為傳達電磁現象而設的媒質了。

能媒要是果眞在空間中，絕對不動，那麼對於他運動着的物體底速度，一定可以用什麼實驗方法觀測出來。譬如地球對於能媒，也是在作一種運動；在地球上靜止着的人看去，好似能媒是向着反對的方向逆流過去的一般。在地球上，沿着地球運動的方向（註六）發光出去，求他來回所需的時間；又沿着和地球運動成垂直的方向，送光出去，求他來回所需的時間。再將這兩種時間拿來比較。因為有能媒流着，前者當然應該要比後者稍微長些。這個道理，只用一個同性質的實驗，就可以驗得出來。譬如用水流來代替能媒流，用有一定速度的輪船來代替光，照樣去測來回所需的時間，結果的確是這樣。但是美國底邁克爾遜（Michelson）和莫勒（Morley）（註七）用光來詳細的實驗，其結果完全是否定的。即是光在地球運動方向來回所需時間，和在垂直方向來回所需的時間，完全沒有差別。這裏就不能不令人起疑。何以用船來實驗，明明白白

的有差別，用光來作同樣的實驗，這差別就會現不出來呢，愛因斯坦就在這一點，發見了光底獨特性質出來。

(註六) 地球對於動媒，有一定的運動，本來無從預先判定，不過地球對於恆星，既然有一定的運動，至少也就可以斷定可以用能媒來代替恆星，這是因為要使力學和電磁學上的絕對運動底觀念，彼此一致，就不得不作如是想。

(註七) 邁克爾遜最初於一八八一年就行這個實驗，後來又於一八八七年，和莫勒協力再實驗一次，利用光底干涉，來作測定。預想的差異，超過觀測誤差底程度很遠，結果依然沒有現露出來。

用愛因斯坦假定下來的光底獨特性質，就可以將邁克爾遜和莫勒底實驗結果，簡簡單單的解釋出來。他底假定是說：光速度對於一切的觀測者，都是恆常不變的，他將這個假定，放在他底原理底前頭。由這個假定推論起來，在地球上，在相等的距離之內來回所需的時間，無論地球是怎樣的運動，當然也應該是一定不變的了。

相對性原理假定這個特性，只限定於光現象，方能有之。這就是要想判斷各地方是不是同一時刻，不得不用光來作信號的理由。至於他何以敢斷然下這樣的假定，則不得不歸功於邁克爾遜和莫勒底實驗。總之，時間底判斷，並非絕對的東西，完全是依存於光現象底法則，由上所述，想來可以明白了。

四

對於一切的觀測者，光皆以同一的速度進行，這個假定自身，雖然不過是一個簡單的命題，但却不能不承認他底影響，是極其重大的。

第一的影響，是不承認能媒底存在。若果有能媒作成媒質存在，光在這種媒質裏面，是以一定的速度進行，那麼，由那些對於媒質在運動中的觀測者看去，光底速度就不得不有差別。要否定這個差別，就不得不否定能媒底存在。但是前節已經說過能媒雖然有不可思議的性質，却因其為論理所產出的當然結果，所以不能拋棄。現在其所以不得拋棄的所以然，是因為他和光速底定律

起了矛盾，矛盾絕對不能在論理底系統裏面存在，所以才拋棄他。

或許有人因為拋棄了這種媒質，覺得思惟波動現象，很為困難，也未可知。但是困難雖覺困難，却沒有什麼矛盾。沒有物質的空間，並不是抽象出來的幾何學的空間，是作成對象的自然而設的物理學的空間。在這種空間裏面，有力的存在，能發生波動，這都可以看作空間自身具有的根本性質。不過所起的波動，和實際上彈性的媒質（註八）內所起的波動，很為類似罷了，並沒有一定非有彈性的媒質充滿不可的理由。沒有能媒，就不會發生波動的說法，未免太過於將空間看成抽象的無內容的了。具體的物理的空間，即是現在我們所認識着的空間，在這裏面其所以能發生認識波動，不外是空間自身具有的性質，並不需要將含有矛盾性質的能媒，充塞進我們對於空間底認識裏面去。

（註八）將能媒認作電磁的媒質的時代，已經不認其為純粹的彈性體。到了後來用電子的構成來說明物質的時候，能媒和這些物質更自不同了。

第二的影響是不承認有絕對空間底存在。當我們想像抽象的空間的時候，所謂點底位置，以及點底運動，都只不過在相對上，纔有意義，這是不難見到的。就是將空間看成具體的物理學的，若是所經驗的只限於力學的現象，仍然還是沒有方法去認識絕對的空間。（註九）到了後來發見了光現象和電磁現象，纔能認識空間中有固定不動的能媒存在裏面，所以能媒也可以算得是拿來表示絕對空間的意義的東西。從這一點看來，能媒底用途，不單限於拿來說明光現象，還負得有一種更爲重大的職務。愛因斯坦既不承認能媒底存在，那麼，我們還能彀拿什麼東西來作絕對空間底標識呢？一切的觀測者，在空間裏面，都是有完全同一的權力，他們彼此間無論怎麼樣運動，也只不過是相對的罷了，究竟誰人對於空間是靜止的？誰人是運動的一點也沒有差別。不止沒有差別，並且連作差別的根據的絕對空間，也沒有方法去認識出來。所以他們同樣去測出來的光速度，不能不得同一的答數。要不然，就有大有小。然而我們並沒

有一毫理由，能夠指出他們誰人測出來的應該大，誰人測出來的應該小。因為我們既沒有絕對的空間，又何從去判斷某人底運動比某人的要快些呢？

（註九）就力學現象而言，等速運動是完全相等的，不能認識一種絕對空間出來，作他們底差別底根據。但是力學定律能設成立的空間，事實上可以特別標識出來。假定將宇宙中全物體底質量中心連結，又有一種標識絕對運動底座標系，就一方面想來，這也未嘗不可看成一種絕對空間，不過和這個體系，作相對的等速運動的那些體系，也可以照樣辦理，仍然還是不能區別出來。

五

相對性原理明明白白的指出時間和空間有極密切的關係。這個原理不承認有絕對空間，同時又不承認有絕對時間存在，是已經講過的了。要判斷各地是不是同一時刻，須得要將各個觀測者所有底時計，加以改正，使他們測出來的光速度，務必要大家都是一樣。這樣得出來的結果，就是有相對運動的兩個觀測者，其中一人判斷出來是同時刻的現象，在其他的一人看來，不必一定也

是同時刻。即是各人用各人自己固有的時間來作判斷，所以得出來的判斷，和別人得出來的判斷，不必一定就會一致。

同時刻的判斷既然有了這樣差別，其結果空間長度的判斷，也就不得不有差別。譬如我手中拿着的這條棍子，我們說他有幾尺長的意義，不外是說棍底兩端的點，在同時存在的空間裏面，相隔的距離是幾尺。既然有相對運動的人所判斷出來的同時刻，和我不同，那麼，由那種人測出來的同時刻棍底兩端所存在的距離，當然和我所判斷出來的距離，不能相同。這樣看來，棍子底長，也不是絕對的東西，因觀測者不同，他底值也就各別。

這件事實恰恰和羅倫徹 (Lorentz) 因為要說明邁克爾遜和莫勒底實驗提出來的短縮假說相當，就是說：順着地球運動的方面觀測出來的距離，要起相當的短縮。(註一〇) 因為有這種短縮，所以即令有能媒的流動存在，然而光在地球運動方向來回一次所需的時間，並不會加長。他所謂應當發生的短縮，是

對於靜止於能媒中的觀測者而言，在愛因斯坦看起來，這也不過是因爲這種觀測者對於同時刻的判斷，和在地上的觀測者底同時刻的判斷不同，當然生出這樣的結果來。現在這種收縮現象，對於一切運動的物體，都是共通的。一面由種種的實驗，可以證明這種收縮，和那種因受壓力而起的收縮，完全不同。（註一）所以說物體對於觀測者的速度，增加起來，漸次與光速度接近，這個物體在運動方向的長度，也就漸次減至於零。這個說法，並不是指他底實質上的厚，消歸烏有，只不過因爲那種觀測者，對於長的判斷不同，所以看去應該似這個樣子罷了。

（註一〇）羅倫徹假定有絕對靜止的能媒存在，來說明一切光學的和電磁學的現象。提出這個短縮假說，是在一八九五年，恰恰在愛因斯坦發表相對性原理的十年前。還有斐次哲拉爾（Fitzgerald），也獨立的提出一個假說來，解釋邁克爾遜底實驗和羅倫徹底假說相做，即是「一切的物體，在運動的方向，其長度必起短縮。若命物體運動速度爲 v ，光速度爲 c ，所受的短縮率當

爲 $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ 。』所說的速度，當然是指物體對於觀測者的相對速度。這種收縮率，和物質底彈性，完全沒有關係。又如 若 相等，則全長即變爲零，由上面的式子，也可以明白。

(註一一) 若是受壓力而起的收縮，譬如壓着玻璃，那被壓方向的光學性質，就有不同，即是會起複屈折的現象，但是呂勒 (Reich) 和布勒斯實驗出來的結果，因運動而起收縮的玻璃，並沒有這種現象。

空間長度判斷的差別，和時間長度判斷的差別，相伴而起，是不用說的了。測時測空的標準務必要使在空間裏通過的光速度一定不變。所以我們究竟活了多少年，也是因觀測者對於我們的相對運動，而有不同。所有關聯着空間和時間的一切判斷，都是和觀測者有對立的意義，絕沒有絕對的。

總之，光速度對於一切觀測者，恆爲同一的說法，並不是愛因斯坦由論理方法演繹出來的，乃是在論理未開始之前，設立的一個公理。只要測定時間空間的方法，能彀使這個公理成立，就不會發生什麼矛盾了。因爲這個公理，和我們

歷來所有的公理不同於是就覺得有種種的地方皆令人起異樣的感想譬如在地面上，向着某一方，送光出去，光當然以一定的速度向前進行，我們若果向着這個方向，或是向着正反對的方向，用我們力量所能辦得到的極大速度跑去，那光底速度依然還是不變。這個事實，無論誰人看去，都覺得很難明白。因為要不是光，是一架火車，如果也是這樣，那就真不得了。遇着這種火車，無論你怎樣跑得快，絕對不能將他追上。用數學底言語來說，表光速度的量，無論再加什麼東西進去，或減少些出來，總是不變的。像這樣的加減方法，我們歷來習慣了的公理裏面，從沒有含有過。不過將他拿來作成一個公理的數學，當然可以成立。(註一二)相對律原理中的速度加減法，當然要依照着這個公理去處理。

(註一二) 將別的數加進去或是減出來都不會變動的數，只有一個，並且也只限於這一個。這決不是任意設想的，非置於連續數底極限不可。照這樣說來，光速度具有一種特別的意義，當如下節所述。

我還再添兩句：若果光速是無限大，那麼，這種加減法，也並沒有什麼可奇，只不過是通常的意義罷了。換句話說，就是將通常加減法裏面的無限大的職務，用一個有限的數去執行罷了。由這個意思說起來，光速度要算是一切可能的速度中的最大的了；物體無論受怎樣的力底作用，也決不能達到比光速更大的速度。其結論即是說：傳達物理作用的速度，決不能超過光速。若果假定有這種超過光速的速度，那麼，我們用這種現象來作判斷同時刻的信號，這樣得出來的結果，在適當的情況底下，（註一三）可以利用光信號判斷出來的時間，前後互相顛倒，必定弄得一件事底原因和結果也要顛倒過來。但是對於同一事象的原因和結果，總非要成一意的連結不可，所以這樣的現象，是不能有的。

（註一三） 只須對於前者相對的以某種速度進行即可。不過這個速度自身，當然也決不能超過光速。

六

時間和空間底相對性，在閔可夫斯基 (Minkowski) 底『物理學的宇宙』，指示得極其明瞭。他於空間底三次元之外，又加上時間底一次元，融而爲一；想像一個四次元底雙曲線空間，喚做物理學的宇宙。在某一時刻的一質點底位置，就用這宇宙內的一個幾何學的點來表；所以這個質點在時間中經過的運動，在這宇宙內，就成了一條幾何學的線。這種點喚做宇宙點，線就喚做宇宙線。這一個宇宙中時間空間底一座標系，乃是屬於一個觀測者所固有的。和這個觀測者有相對運動的別一觀測者，又另有一座標系，即是在包含時間軸的平面內，將前者轉動若干角度而得。這樣轉動成的座標系，和原有的座標的關係，完全是相對的；兩者都有同等的權利。一切的觀測者，莫不各人有各人底座標系，來作他測定時空的標準。無論誰的座標系，都沒有絕對的意義。即是時空底相等性，用軸轉動的相對性來表，是再好不過的了。

時間和空間底密切關係，也可以由這個宇宙內的形象，透視出來。在宇宙內，

時間底軸，完全和空間底軸是一樣。由轉動得來的時間軸，不惟可以在元來的時間軸上作他底投影，並且同時還可以在空間底軸上，也有相當的投影；新空間軸也可以在舊時間軸上作其投影。這些幾何學的關係，即是將前面所說的時空底判斷，照樣表現出來。再說下去，恐怕太過於專門了，就此一切都省畧了罷。（註一四）

（註一四） 閔可夫斯基底四次元宇宙，因為有雙曲線的性質，和通常的歐几里德空間不同，很有難於想像的地方。但是兩者之間，本來並沒根本上的差異。只須將沿着時間軸測出來的長，用虛數單位來表，就容易變成歐几里德空間了。

閔可夫斯基底宇宙，其特性是表光速的宇宙線，永久不變。一切軸底轉動，總得要使這個事件能彀成立，纔能施行。但是一般宇宙形象底內容，決沒有因座標軸轉動而起變化的理由，所以其他的宇宙線底形象，也不會變化。這件事很含得有重大的物理意義，要算是涉及自然現象本性的一大原理。

光速度對於一切觀測者恆常不變的這一層，很可以看作是表光現象的定律，對於一切的觀測都是恆常的結果。閔可夫斯基更假定一切宇宙形象不變，要想規範之於一切的自然現象。他底相對性原理底內容，大約如下：

「時間和空間融合起來造成一個物理學的宇宙。在這個宇宙裏面，一切的自然律，對於座標軸底一切可能的轉動，皆可以作成同一不變的幾何學的形象表示出來。」

現在先假定有這個原理，要服從這個原理的，纔能解釋作正當的自然律。然後將我們先前說過的哲學的考察，再提出來，作這個原理的解釋。

前面曾經說過，自然科學底普遍性底根據，是我們由自然現象中抽象出來的概念有普遍性，並且表示這些概念間的關係，是用數學底論理形式，也是有普遍性的。這裏所說的關係，不外就是表示自然律的東西。

就這個意思說來，自然律是普遍的，固無庸說，但究竟是不是絕對的普遍，還

不能遽然斷定。對於同一的事象，或許有不同的定律能彀成立，也未可知。如像馬哈就以爲可能的定律很多，只承認那裏面最簡單而又最思惟經濟的一種罷了。但是思惟經濟並沒有必要被人選擇的意思。若要由普遍的關係，去發見自然底實在性，纔是必要的，纔是絕對的。我以爲須將思惟經濟看做這個要求的當然的方法，纔能發見他底澈底的意義。何以故呢？因爲在一切可能的論理形式裏面，能夠尋出一個和實在的自然對立的東西，實在可以算得是最爲思惟經濟的了。又從一方面看起來，我們底思惟作用，也是一種自然現象，當然也不得不服從這個理由。總而言之，對於同一的事象，有多數可能的定律，實在是我們今日從未經驗過的。不唯如此，再一想到相對性原理，可以容認一切自然律在時空宇宙內，都成爲唯一絕對不變的東西，就足以察覺這個原理，對於前面的疑問，所關係的地方着實不少呢。

就同一意義而言，用來作包容自然律底形式的空間和時間，也是普遍的概

念。但是相對性原理却指示出這不過是相對上的意義罷了。所謂一定的時間空間，只限於對各個觀測者，方有他本來的意義。不過這些東西，雖然屬於各個觀測者，究竟和各人直觀出來的時空不同。因為前者還是普遍認識出來的，屬於有相對運動的兩個觀測者的時空之間是有一定的關係，並不是完全獨立的。

七

相對性原理所主張的是說閔可夫斯奇底物理學的宇宙，對於座標軸底轉動是絕對不變的。這種座標軸底轉動，和相對運動中速度一定的東西相當。實際上自從邁克爾遜和莫勒底實驗發表以後，所議論的相對運動全都是等速運動。那麼，對於那起不是等速的相對運動，這相對性原理豈不是不能成立嗎？愛因斯坦對於這一層疑問，又另自開始他底新研究，不知經過了許多的困苦艱難，纔擴充成了現在這個莊嚴燦爛的相對性原理。

起初以爲運動底相對性，只限於等速運動。我們試想坐在火車裏面，那火車是以一定的速度向前平穩進行，這個時候，我們毫不感覺自己是在運動，反轉覺得窗外的物體，對着我們在運動的一般。但是若使火車驟然停止了，一定就可以感覺好像我們似被推向前方的一般。這個時候我們還能說是受這種力的原因完全因爲他們對於我們的運動速度驟然變更而起的嗎？恐怕我們決不會這樣想，一定是說因爲我們自己底運動起了變化罷。從來的力學，就是這樣的教導我們。力學上的定律，是將等速運動假定作相對的，將力和加速度等假定作絕對的。我們對於這一層，卻不能不起疑問。所謂絕對的加速度，到底是對於什麼東西而言？被標識出來認爲是沒有加速度的那些物體或是座標系，究竟應該存在於什麼地方？諾意曼（Neumann）給這種假想體取一個名字，喚做 α 體（註一五）。由力學定律推論起來，這種 α 體對於宇宙中物體全質量中心，決不能有加速度。但是我們對於宇宙底廣延既無從知道，那麼，他的全體質量

底中心又怎樣能覈預爲判斷呢？即令說是宇宙是有限的他底質量中心點也是一定不移的，那麼，究竟因爲什麼緣故，要將力學底定律對着這個標準體去造成呢？若果說是因爲要將定律弄成最簡單的形式，那麼，這種選擇，實在不能不說是缺少必然性的了。我們已經覺察到時間空間對於各個觀測者的相對意義。對於那種不能與 α 體結合的觀測者，果真不能求一種適當的方法出來，判斷時間空間，使力學上的定律成爲同一的形式麼？這不能不說是判斷時空相對性底根本上的問題了。

（註一五） 諾意曼於一八七〇年提出一篇論文，名叫『噶利略和牛頓理論底原理』來論這件事。

愛因斯坦要想將萬有引力底性質擴張開來，解決這個問題。物體受加速度作用，就現出惰性，測這個惰性的大小，是用惰性的質量；一方面物體受重力作用，就現出重量，和重量比例的，是重力的質量。愛因斯坦就注目在這兩種質量上面，說是他們是同一的東西。（註一六）於是遂大膽將由加速度而生的力，假定

作和重力以及其廣義的萬有引力，都是同等的。受得有加速度的觀測者，其所以能穀感受惰性底力，是因爲屬於他們的那個四次元宇宙，起了一種彎曲的緣故。在萬有引力場裏的觀測者，能穀感受力底作用，也是因爲他那宇宙點底周圍，起了同樣的彎曲。

(註一六) 物體底重量不拘輕重，只要是在地球上而同一的空間自由落下，除開受空氣底抵抗而外，莫不是以同一加速度落下來。這一件很顯著的事實，卽足以證明這兩種質量，是完全同一的了。

我們立在地球上，所受的力爲地球引力和因地球自轉而生的遠心力。試設想地球自轉的速度，漸漸加快，那麼，遠心力也就跟着漸漸的加大起來，到後來我們全然不能穀感覺自己底重量，那個時候我們依然還是和地球接觸着的，還是繼續着和地球一起轉動着的。我們既然沒有受重力作用的感覺，何以不沿着切線一往直前，又來繞着地球周圍迴轉呢？在地球周圍遠遠的迴轉着

的那個月球也不外就是在這個狀況底下罷了

愛因斯坦底答案如下：物體不受力底作用的時候，其所以能彀一往直前不生彎曲，是因為他所在的那個空間，是一種沒有曲率的歐几里德空間；因為在那種空間裏面，連接兩點間而成最短距離的線，就是直線。地球周圍底空間，因為有重力作用，所以在我們看去，是一種有曲率的空間，在這種空間裏面，表兩點最短距離的線，卻不是直線，乃是一種曲線。在地球表面上而又不感覺有重力作用的物體，應該循着這種曲線的道路走去。

愛因斯坦底這個議論，是主張一切的運動，都是相對性。即是無論怎樣運動着的觀測者，只要用適當的時空判斷法，都可以使運動底定律，成爲同一的形式。諾意曼底 α 體，到了這裏完全沒有用處，也和從前的能媒，遭同一的運命。閔可夫斯基底相對性原理也擴張了，不特對於時間空間軸底轉動可以成立，並且對於宇宙空間底一切彎曲，也都一樣可以成立。前節所說的自然律底絕對

性和時空底相對性，因為這個緣故，可以在很廣的範圍內，有他們確定的意義。相對律這樣擴張起來，由他一方面說起來，教導我們的地方，着實不少，我也想趁此再略微提及一下。非歐几里德幾何學，本來雖是由一種超越經驗的公理出發，純粹用抽象的論理，發展出來的東西，然而我們不能不承認他和空間本質，很有深相接觸的地方，同時可以由愛因斯坦底引力論，在實在的空間裏去發見和他對立的東西。實在的自然底普遍性和數學底普遍性間的關聯，由這樣纔可以將他的意義，弄得異常明白。

八

愛因斯坦於一八七九年生於德國，本來是猶太人種，國籍卻是瑞西。歐戰前柏林凱撒威廉研究所研究教授，相貌極其溫和，性質極其誠實。

他關於相對性原理最初的論文，是一九〇五年發表的。閔可夫斯基底物理學的宇宙，是在其後三年纔發表的。對於萬有引力論底研究，到一九一〇年方

纔開始中途遇着種種的困難修改過若干次一直到歐戰開始後一年即是一九一五年，方纔大畧完成。歐戰中仍然繼續着發表他底論文，在那種環境裏面，能彀成就這樣空前的大傑作，真不能不令人生許多的感慨。

愛因斯坦底萬有引力論底最有力證明，是關於水星底運動的計算。從來牛頓底引力定律，對於計算各種天體底現象皆極其精密，而獨對於水星底運動不能說明，可以算是牛頓引力論底一個大謎。即是水星軌道底近日點底移動，每百年有四十三秒的角度，其原因不能說明。用愛因斯坦底理論來作精密的計算，恰恰將這個數量精確的求得出來，即此一端已足證明這個理論底正當了。但是由這個理論推出來的奇異結論，並不止此，還有通過太陽附近的光線，要起彎曲的一件事情，也是很有名的因。爲太陽附近的空間，既然有了彎曲，所以通過這近傍的光線，既要取最短距離的途徑，也就不能不起彎曲。（註一七）這是愛因斯坦於一九一一年作出的預言，到一九一九年五月二十九日趁着日

蝕的機會，英國觀測隊特地到布拉吉爾和、亞非利加西海去測驗這件事，結果和預言完全一樣，同年十一月由英國學會發表出來，引起了學界裏面很大的驚異。英國皇家學會會長湯姆遜（J. J. Thomson）嘆爲這是發見海王星以來的一個最大的預言。愛因斯坦作了一篇很簡單的論文，說明他底原理寄給泰晤士報登載。在那論文底前頭，很說了許多感謝他們的話，說是在大戰正中，他們居然肯不惜資本，派遣觀測隊到很遠的地方，去實測一個在敵國裏完成的理論。又將他自身，拿來作一個實例。說：『英國人將我作成一個瑞西底猶太人介紹出去，一方面在德國，人家又說我是在德國生長的，若果反轉過來，要是罵我的時候，恐怕英國人或許要說我是德國人，而德國又要當我是瑞西底猶太人了。』我們讀了這篇議論，可以察及一個人若是熱心的做他底科學上的事業，就是遇着國際間關係，或受損害，或受褒貶，都是沒有法子好想的，於是就不得不令人聯想到學術聯盟的緊要了。

(註一七) 這件事實從一方面解釋起來，也可以說是證明光有重量，和惰性的質量是一樣。因為光有重量，所以受太陽底引力作用，而生彎曲。

(註一八) 相對性原理和觀測的事實符合，還有一件，即是日光底景線移動的預言。因為在太陽上面的萬有引力，比在地球上面強，所以日光底景線比地球上的光底景線，須得要向紅色的一端移動。但是因為使景線移動的原因，很有許多，所以這一層還沒有十分滿足的證明。

九

最後我想將愛因斯坦底理論所能成就的徹底的宇宙觀(註一九)略述一下，以作思考時間空間底性質的資料。

(註一九) 關於此項的詳細說明，請看下文。

宇宙底廣延，究竟達於什麼地方？這個問題，直接由我們底經驗，本來是不能判斷的，但是我們底思惟却能設相當的解決其一部分。最初想得到的，就是宇宙乃是無限的，因為我們不能尋出特種的理由來，指示一個宇宙終止的界限，

所以宇宙是無限的。所應該特別注意的，就是主要點只是沒有界限，宇宙是無限的乃是推出來的結果。對於這個無限有種種的疑問。宇宙中星辰的分布，雖然有許多的種類，但是就他們包容很大的範圍看起來，物質底平均度，既沒有在某一點特別爲大的理由，那麼，無論在那裏，當然都應該相等的了。無論在宇宙中任何一點，所受的星光底照度，平均起來，也是應該相等的。但是這個假定却和牛頓引力定律，是互相矛盾的。何以故呢？因爲要是承認了這種星辰底分布，那麼，在無限遠方的引力就應該成爲無限大了。依牛頓底理論說起來，宇宙底全體有一個中心，星辰皆聚在這個中心底傍邊，距中心愈遠，星辰底平均質量愈減，這樣說來，星底世界好似是在無限空間底廣延裏面，造成一個局部的集團一般。

我們就是將宇宙底構造，看成這個樣子，也還有不可思議的地方。由衆多的星發出來的光，無限的向各方擴散開去，不再回轉來。卽是離開星羣，消失於那

無限的空間裏面要是空間裏面有別的星存在那麼光遇着這個星或許會被吸收，因得保存相互的平均，也未可知，但是到了遠處，完全沒有星存在的空間，那種光就只得從我們底星世界中永久消滅的了。究極的安定的宇宙，決不能這樣去想像。

愛因斯坦底萬有引力論，却不是這個樣子，可以造出一種宇宙，能穀應我們底思惟底要求。據他底理論說起來，物體重力作用的空間，會發生一種彎曲，變成非歐几里德的空間。若果假定星辰在宇宙全體裏面，是均勻分布着的，那麼這種空間，就應該有一定的曲率，即是球空間。球空間之沒有限界，和歐几里德空間是一樣，但卻不像歐几里德空間那樣無限的延擴。其中表最短距離的線，並非無限長，乃是有限的。恰恰和從前以爲地面是平的，到了後來纔發見出來地球底表面是球面的時候一樣。愛因斯坦底宇宙，是因爲空間有了彎曲，所以是有限的，空間底彎曲，又是因爲有物質存在的緣故。其結論遂謂空間底曲率

半徑，是和宇宙中全物質底量成比例的。所以宇宙裏面的物質總量愈大，宇宙底廣延也就跟着愈大；反之，要是物質消滅了的時候，宇宙自身底廣延，也就同時不得不消歸烏有。有物質然後有宇宙，宇宙是依存於物質的，這一層不能不說是含有極深奧的意義了。

以上是因爲便於了解起見，將起彎曲的空間，單解釋成實在的空間，其實是應該就閔可夫斯基底宇宙空間說明，纔合道理，所以時間底概念，已經包含在裏面的了。至於含有時間的宇宙空間，因爲有物質存在，應當怎樣彎曲，多少還有點議論，這裏雖然很不容易說明，但是這裏面卻包含着一個極有興趣的問題，即是關於宇宙底空間廣延和時間繼續，卻不能不提出來。現在試返想一下，關於時間空間底根本性質的問題，怎樣由相對性原理，解決出來，就可以推知這個原理，在科學上和哲學上，都含有極重要的意義了。

相對論上定律底絕對性

一

『我現在想要說明的空間和時間底觀念，是由實驗的物理學的基礎上，發育出來的。他底確實的根據也就在這上面，他的根本底傾向，也在這上面表現出來。從今以後，那單獨的空間和那單獨的時間全都消失於陰影裏面去了，只有這兩種底結合，纔能彀保持他的獨立性。』

這是一九〇八年九月在德國克隆(Kern)所開的德意志自然科學者及醫學者大會上，閔可夫斯基講演『空間和時間』的時候，最初所述的名言。那個時候，社會上還沒有幾個人承認愛因斯坦底相對性理論。大多數的學者，都以為不過是一種好奇的學說罷了，恐怕簡直沒有人去顧及他的。地球運動底效應，在邁克爾遜和莫勒底實驗裏面，完全現不出來，固然是很不可解的一件事，不過一般的人，總以為只要將能媒底性質，想得適當，就沒有什麼不可以說明

的了。羅倫徹提出來的短縮假說，即是對於能媒有相對運動的物體，在運動方向的長度，會縮短若干，拿來說明這個事實，要算是和常識最接近的學說，可以看成就是前面所述的那種學者所希望的一個答案。決沒有人想到對於空間時間的觀念，會因這種物質的現象而起動搖。一般人底思想都有一種傾向，以為我們未曾思惟物質，能，能媒等項以前，空間和時間底觀念，已經把他全內容成立的了。但是對於單純實在論不能滿足的那些批判哲學，對於這一點，就應該不能不有反省。沒有物質存在的空間，和沒有現象發生的時間，果真最初就能設在觀念上認識得到的嗎？這是決不能設的。何況要將空間時間，化成數量的概念，總得要先有了物質的現象底觀測，纔能辦得到，所以這些東西，當然是依存於物理的定律的。空間時間對於自然觀象的關係，並不是如像容器和他那裏面所盛着水，可以完全離得開的一般。但是即令在哲學上承認了，這種密接的關係，也決不容易就會見到邁克爾遜和莫勒底實驗，能設將歷來對於

空間時間的觀念，更變過來。又縱令由這個變更，可以說明實驗的事實，若要將這種變更，認作是必然性，也還得要有相當的論據纔可以。愛因斯坦底議論其所以不能使人立刻承認，也就是因為有這種種的道理所以當時的學者對於閔可夫斯基底講演，沒有不驚奇的。由空間時間造成的四次元宇宙中，一切物理學定律，都可以用不變的幾何學形象來表，的確是一件可驚可奇的事。他的主張，如像他自己說過的，的確是有實驗的基礎，不特如此又加上一層普遍的幾何學的關係，裝飾起來，尤其不能不說是獨占了不可換的價值。我不能不說是相對性原理因為得了閔可夫斯基這種裝飾，方纔能覈將他本來的美，宣露出來。還不僅這一點，他誘導出來的四次元宇宙，不單是這個原理的裝飾，因為在四次元宇宙裏面，可以將時間和空間關聯着的哲學的意義認識出來，就這一點，也就可以知道他和相對性原理，更在本質上互相連接着的了。要判斷一個物理學定律，是不是正當，應該要怎麼樣依賴數學底普遍性，就這個例看

來，已經可以令人感覺得到的了。

在閔可夫斯奇講演『空間和時間』的那個會裏，布黑勒爾將他對於電子質量因其速度而生變化的實驗結果，發表出來。照這個結果看來，電子底形體，與其假定作不變的剛體，（註一）到不如像相對性原理的主張，假定作因運動而生變形的理論，反轉和實驗符合。當時會中的人，對於這個問題，有種種的議論，有許多人還在懷疑的時候，閔可夫斯奇竟毅然發出下列的議論出來：

「實驗的結果對於剛體電子不能適宜，對於相對性理論，却是再好沒有的了，（註二）我對於這一層，很想表示我底歡喜。由理論的立腳地想來，終久是應該有這麼一天的，一點可疑的餘地也沒有。表電磁現象的馬克斯威爾方程式，和相對性原理，有內面的調和，只有剛體的電子，我是將他看作不過一種畸形的東西罷了。要將剛體電子的思想，拿進馬克斯威爾底方程式裏面去，簡直和立在奏樂底前面，拿棉花來塞住自己底耳一般。那

些信剛體電子的人們底真理，和他底暴力，真令我不得不生驚駭之感。這些人想硬要將這種假說抬起，去突破那廣汎無邊的數學的藩籬，希望在藩籬底外面，或許會碰得着實驗的物理學的基礎。剛體電子與其說是作業假說 (Arbeitshypothese) 勿寧說是作業妨礙者 (Arbeitshindernis) 還要妥當些。』

(註一) 將電子假定作剛體的球體，然後由理論去誘導電子底各種性質的人是亞伯拉罕 (Abraham)。因為在相對性原理以前的力學，以為形體不變的剛體，纔是理想上最簡單的物體，所以纔有這種假定。但是由這個原理說來，有羅倫徹收縮的物體，反轉是最簡單的，要想使他不起收縮，須得要有複雜的束縛纔辦得到。

(註二) 在此之前不久，即是一九〇六年，考夫曼 (Kaufmann) 底實驗結果，與其說是對於收縮電子，勿寧說是對於剛體電子有利些。但是布黑勒爾底實驗，却是正相反對，這裏所說的就是專指這個結果而言。

閱可夫斯奇對於這個原理，是有怎樣的自信，由這幾句話，也就可以推想得到的了。而且他底這種自信所根據的地方，是在能殼將空間、時間、自然現象底定律，一切都可以裝進那極其奧妙的數學關係底框架裏面去。現在我再重覆一遍：我們所謂理解自然，不外是求一種和他相當的普遍的數學的關係。所以數學底普遍性，就是自然科學的認識底普遍性底根據，那數學上玄妙的論理關係，同時在自然現象裏面，可以具體的表現出來。

至於閱可夫斯奇底四次元宇宙，怎樣能殼將空間時間底關係表示出來，只有深知數學解析的人，方能領略其中的妙味。要在這篇文章裏，將他說明出來，實在很不適當，這是很覺抱憾的。但是現在的人們底頭腦，要將這種奧妙難解的東西，拿來看成普遍的知識，也是未嘗做不到的，這一層却不能不在這裏申明一下。

將相對性原理底基礎建設穩固的天才閱可夫斯奇，於克隆講演完後，他底

演稿，還沒有在雜誌上登載出來，他已經得了盲腸炎的病，就此於一九〇九年一月逝去。我們介紹相對性理論的時候，想到這種才人竟至這樣命短，真令人不得不惋惜不置呢。

二

我以為相對性理論決不是以一個物理學的理論為終始的，其本質的關係，在幾何學上已經具備。各種幾何學形像間存在的關係，並不問所取的座標如何，總是一定的，由這個定理，已經可以看得出來的了。換句話說，由這個定理可以知道我們能設思惟各種對象。他們具有幾何學性質，無論選用什麼樣的座標，都可以用一定的函數的關係表示出來。這種關係喚做共變的 (COVARIANT) 關係。選擇座標的方法，有無數的多。這許多的座標系，對於表示座標間底幾何學的關係，都是在同等的位置有同等的權利，並沒有絲毫的差別存在，可以拿來作應該擇用某一種的理由。就這個意思看來，這些座標，完全是相對的，

只有在座標間成立的幾何學的關係，纔是絕對的東西。

幾何學底理論，發達起來，這件事也漸次抽象的在我們底思維界裏闡明出來。至於由這個理論得出來的各種幾何學的對象，能不能在實在的空間裏面去發見出來的問題，實在沒有顧慮的必要，並且也實在是不能明白的。不過相對性理論，却指出這些純粹由抽象的思惟產生的幾何學理論，都可以一毫不改應用到物理學的對象上面去。因為相對性原理主張將物理學定律中各種概念，都可以應用閔可夫斯基四次元宇宙中的幾何學形象（註三）完全表示出來，所以能穀這樣說。

（註三）所謂幾何學的形象，具體的解釋出來，是具有大小，方向，以及其他種種幾何學關係的量，例

如向量（Vector），張量（Tensor）之類。又如能和運動量相伴着成爲四次元宇宙中的一個向量。

相對性原理到來將萬有引力論也包容在裏面去的時候，纔算是最顯明的擴張成一般的了。因為物體能於他底周圍，生出萬有引力底影響，所以物理學

的宇宙也就隨着物質分布底狀態生成種種的彎曲無論怎樣彎曲在這宇宙裏面通行的物理學的定律，總是具有一定的共變的關係，和選用的座標種類，是完全不相干涉的。這樣看來，定律不得不是絕對的東西。反之，那四次元宇宙中的座標，即是各個觀測者所依據的空間時間，（註四）却隨着觀測者底物理的情況，而有不同。雖說不同，但是拿去表示定律，却都有同等的資格。空間時間底完全相對性之所以能成立的根據，就在這裏。由此可以了解物理學上的相對性理論，因由承認觀測者底完全相對性，纔能確立定律底絕對性，又纔能覈將他弄成澈底的普遍而且永遠的東西。

（註四）各個觀測者所有的尺和時計，比較起來，彼此各不相同，這是因為他們各人底運動狀態不同的緣故。但是在各人看去，都是真實的長，真實的時間。

我很希望大家對於相對性原論中對象底絕對性，特別要加以注意。因為要想將絕對性歸結到某種現象上去，照着這個樣子，那最簡單的方法，當然是求

之於相對性原理的了。觀測者或批判者，要不是相對的立於同等的地位，我們就不能毅然斷他們觀測或批判的結果，究竟誰是絕對的了。即令假想說是可以由這許多不同的裏面，終久會將絕對權威者尋得出來，但是要判斷究竟是那一種實在者與之相當，除了絕對者自身而外，不能任之於他人。換句話說，非絕對者，因為自己底判斷，免不了謬誤，所以對於絕對者底判斷，一定也不能不懷疑。即是這種對於一切人們成絕對的東西，只能在想像裏面存在，實際上却決不能成立。反之，要是觀測者或批判者，各人都是相對的同等的時候，他們各人得出來的觀測和批判，纔能一致。一切的人，纔能認為是普遍的，也就是絕對的。

因為各個觀測者所有底感覺，個性上既不能不稍有差異。所以實際上我們所行的物理學的觀測，若不加以省察，決不能成普遍的。但是我們是由觀測結果裏面，將普遍的要素，抽象出來，由這樣認識的東西，纔拿來作成物理的對象。

即是將那些因個性差別而起的誤差完全除去之後纔認作物理學的觀測在這個意義上面，纔算得是普遍的，所以可以嚴格的應用相對性原理。實際上要將這些誤差完全除掉，也是做不到的，所以就遽然承認他的完全普遍性，但是至少我們總可以相信在理想底終極這是可能的，現在的觀測，是理想上的東西底一種近似值，也不能不承認的，物理學能彀成立的根據，就在這一點。文化現象比物理學上作成對象底自然現象，所包含着的東西，雖然複雜得多。但是要使關於文化現象的原理，能彀成立，仍然要有同樣的事情存在，和在自然現象裏一樣。我因要想提到這一層，所以在前面特別將相對論中對象底絕對性，敘述出來。假使將來對於文化現象底原理，能彀在某種情狀下成立起來，那麼，我們要期望這個原理底普遍性的時候，還是不得不主張他們底相對性呢。在文化現象所關的個性裏面，去認識那至少也得要在理想極致上成爲普遍的性格，也須是很必要的。同時對於文化底價值，承認有最高極限存在，我

以爲這也是必要的。

三

相對性原理，最初僅在等速運動成立，經愛因斯坦引入萬有引力底考察，纔擴充到一切的運動上面去，這實在可以說是一種福音了。古來的力學，只能限定在那狹小的等速運動世界裏面成立，在那裏面的速度變化是作成絕對的東西表現出來，又在這上面造了一個力底實在底觀念。要認識速度變化底絕對性，就不能不有測這個變化的絕對空間。牛頓說：

『絕對的空間在其性質上，不問外界事物底狀況如何，總是同一而且靜止不動的。』(註五)

(註五)選擇這種空間的標準，是專就力學中慣性定律能成立即可。但是據牛頓或囑利略底力學說起來，這樣的空間，並不止一個，凡是對於他有等速運動的空間，都不得不承認是同樣的。

他將絕對空間中的運動，和由相對的思考出來的運動，兩者所不同的地

方，指示出來說：

『用一條長線，懸住一個桶，將桶盡力轉動，使線扭得很緊，用手將桶按住，使他靜止，將水加入桶內，然後將手驟然放開，桶即向着反對的方向轉動起來，直至扭緊了的線，完全解開爲止。最初轉動的時候，桶內的水是呈一水平面，漸次桶底運動傳到水，水也運動起來，始漸次離開中心向着桶緣移去，所以後來桶緣的水，格外高些，水面也一變而爲凹形。當桶內的水，還未開始運動的時候，水和桶底相對運動，當然是最大，那個時候的水面，却還依然是水平。這是因爲『實在』的運動，還沒有開始的緣故。到了後來，水底相對運動雖然減少，水却反轉向着桶緣移去。這不過是表示水在絕對空間中的實在運動罷了。』

這個實驗，至少可以表示對於轉動，有絕對空間底存在。承認牛頓力學的物理學，當然對於這一層，不能抗議。但是到了現在，愛因斯坦還沒有出來以前，業

已有二三明眼的人，覺得舊來的力學，實在有不能不令人懷疑的地方。這些明眼人底裏面，第一個就是馬哈，(註六)據他說：

『一個物體底運動，通常只能對其他的物體，纔能下判斷。但是通常我們還有許多的物體，或是相對上靜止，或是他們底位置變動得異常遲緩，所以不能指摘出來，到底是對於何者而言。因而有時致將這個物體或是這個物體看掉，也不要緊。但因為這樣，就將那些物體，都作成同樣的去想，那就錯了。』

(註六)馬哈於一八八三年出版的力學發達史裏面，論得有這件事。

在他看去，只有完全相對的運動，纔有意義。

『牛頓底水桶轉動實驗，只不過指明水對於桶的相對轉動，不能生出人目所能覺察那麼大的遠心力；至於那種遠心力，是要對於地球或其他天體的相對轉動，纔能表現出來的。若果能將桶底質量加大即是使桶壁，漸

次加厚，達於數籽的程度，再來實驗，結果如何，誰又能預言呢？」

馬哈底論鋒，對於牛頓，逼迫得可謂緊了。當他在最近一九一六年初，逝去的時候，愛因斯坦在追悼他的辭裏說：

『馬哈對於舊力學底缺點，知道得很明白，這一點很和一般的相對論接近。但都是在半世紀以前就有了的。若果關於光速不變的疑義，在他青年時代，就鼓動了物理學者，他或許已經能彀達到現在的相對論，也未可知，這個說法，未必就是臆測。他那思想裏面，覺得一般的相對性（即加速度之相對性）是怎樣的要緊，就他對於牛頓水桶實驗底這個考察，便足以推知得到的了。』

所謂空間，時間，力，這些概念，好像起初就有的一般。但是若果就這樣囫圇吞下去，就決不能彀產生可驚可駭的新物理學來。我們不能不將這些概念，其所以能彀造成的原因，仔細分析一下。這樣一來，就可以領悟這些基礎概念，決

不能脫離却物理現象底定律，而可以成立了我們不得不將一切物理學的概念，造得來恰和我們底理解適合，即是恰恰可以裝進數學的論理的形式裏面去。我以為這是最自然的方法。閱可夫斯基稱爲純粹數學底非常勝利（Ein ausserordentlicher Triumph der reinen Mathematik）。到了數學被認爲是我們所有的最普遍而又最精確的知識的時候，自然所以能脫和他融合的哲學的意義決不可忽略。我想將含有這個意思的閱可夫斯基底話，再玩味一下。

四

牛頓底萬有引力定律，大家都信他是各種物理學定律中最精密的了。將他應用到各種天體底運動上去，能脫將各天體底軌道算得出來。我們之所以能脫預言某時某地，有日蝕月蝕等項天體底力學現象發生，完全是他所賜。但要是牛頓底定律，只是由觀測的事實歸納出來的一個命題，那麼，就不過是閱可夫斯基所說的，和事實偶然相合罷了。既已假定了自然底質朴的實在，或許自

然律只要那點意義就穀了，也未可知。但是我們現在是想在自然律底體系裏面，求更出其上的意義，來作認識論底根據。所以不能不將自然律，裝入那極妙的數學藩籬裏去。要由他底論理形式底完美上面，纔能看得出定律底必然性來。

在前世紀底前半，引力勢論 (Theory of gravitational Potential) 發展的時候，牛頓底定律好像很和這樣的數學藩籬接近似的一般。(註七) 但是還有一個不能解決的問題留着，即是引力以怎樣的速度在空間裏面傳播的問題。

(註七) 牛頓力學底萬有引力，證明了和能常住定律相當，有一個勢函數，以後就將能穀滿足微分方程式的勢函數，拿來替代牛頓底定律。勢函數底形式極其自然而且對稱的。

牛頓底定律裏面，完全沒有將引力傳達底思想裝進去。以爲兩物體間底引力，是最初就有了的，物體間底距離有了變化，引力底大小，也同時更動。物體無論運動得怎樣的快，引力底變化總是和那一瞬時間的現在底距離相應而生。

這樣的關係認識論上不能承認，先就發生了疑問。物理的作用能駁達到空間的相離的去處麼？最先解決這個問題，不是由萬有引力方面，乃是由電力方面。電力底定律最初由實驗求得，和牛頓引力定律是同一樣形式。後來將電力底種種關係與磁力相關聯的地方，弄明白了，方纔知道這些力在空間內，都是以有限速度傳達的，並且又證明了這個有限速度，和光底速度相等。於是一般的人，纔預想到萬有引力在空間內傳達，或許也是有限的速度，因之，牛頓定律不得不更改也是當然的運命。不過因為由觀測去求引力傳達速度的精確數值，很不容易，所以在相對性原理成立以前，未曾將這有限的一層證明出來罷了。

(註八)靜電力雖然有引力斥力之分，但是其他的關係却和牛頓底引力定律，完全一樣。只有和磁力的關係，較為複雜。馬克斯威爾作出微分方程式來支配一般的電磁力，將這個微分方程式積分起來，就求出波動的速度。後來一八八八年，更經黑爾志(Hertz)用實驗證明。

各種天體底運動中，屢屢有牛頓定律不能解釋的現象。其最著名的，雖然是月底運動，但是因爲月和地球相接甚近，所以都想成是由月底形體，潮汐底變因等項底複雜影響。其次要算水星底運動，有些人以爲想像有起黃道光物質存在，或許可以說明，也未可知。所生的差異當然很小，若果假定引力不與距離自乘成反比例，而與距離底 2.00000016 乘（註九）成反比例，就和實際上的運動很相近了。但是要將引力底定律，這樣變更起去以圖與事實一致，這種辦法，真不可不謂爲越出光明燦爛的數學藩籬，以入於黑暗的境界中了。

（註九）依霍爾底計算。

相對性原理最初當就等速運動建立的時候，得出來的結論說：一切物質的運動以及物理的作用底速度，決不能超出光速度之上。若果有超過了的，那就和因果律矛盾。所以萬有引力底傳達，也不能比光速更快。於是就預想到萬有引力，或許也是以光速傳播也未可知。因此要使這個預想滿足，又要如相對性

原理所要求的，在四次元宇宙裏面，成爲不變的形狀，就不能照着這個條件去修改定律。但是愛因斯坦最初去求這個解決的時候，就覺得非將他從前所主張的光速不變的假定拋棄不可。他從前說：由一切的觀測者看去，光底速度是同一不變的。在這並不是演繹出來的結論，乃是一種公理的假定。他現在要將這個公理拋棄了，還要說相對性原理能成立，這樣的議論豈不謬誤嗎？於是就有許多的人攻擊他。電子論中很有功績的亞伯拉罕，攻擊得尤其出力，因此一層就離開了相對性理論，跑回他自己主張的剛體電子底故壘裏去，保守絕對論去了。但是愛因斯坦底引力論，究竟是什麼緣故，得到最後的勝利呢？我以爲這決不是偶然與事實相合而成的。這是因爲他將引力論能殼恰恰裝入那莊嚴燦爛的數學的大廈裏去的緣故。李曼 (Riemann) 幾何學 (註一〇) 就是這個大廈底名字。

(註一〇) 非歐几里德幾何學之最一般的解析論理，是由李曼等發展成功的，所以喚做李曼幾何

這樣得出來的一般相對性原理，將閔可夫斯基底四次元宇宙，作成李曼幾何學能殼成立的空間來處理。在這個空間裏面，因物質存在而起的空間彎曲，可以表現得出來。在沒有彎曲的地方以同一速度進行的光，受了空間彎曲的影響，遂變更他底速度，這是不難想像得到的。我們就說這種光速度底變化，是由萬有引力底作用而起的，也未嘗不可以。或許也可以說因為光有重量的緣故。雖然有這種光速度底變化，但是在四次元宇宙裏面，萬有引力底定律，是作成李曼幾何學底共變的關係表現出來，無論對於那種空間時間的座標，都是同樣的能殼成立。雖然拋棄了光速不變的假定，却是用了定律底共變性（*variant*）來替代他，比起前者來，更爲一般的形式，更有廣闊的數學基礎。我們由此可以悟到相對性原理，因爲這個事實，他那作成自然定律底必然性，不知增高了若干。我想照着這個意思將定律底必然性底意義弄清，然後纔去理解

自然底唯一性，研究他和數學公理系統間的關係。

五

物理的作用隔着空間在物體間現出來的時候，必定是以有限速度傳達開去的事實，將所謂作用底遠隔性完全否認了。一切的作用，只能及於極相接近的鄰處，在今日已是毫無可疑的了。這種近接作用的思想，最初導入物理學的時候，都以爲是表示空間中有一種媒質存在，即是假想的能媒，瀰漫在真空裏面。但是物質不存在的空間，就現象上說也非空虛不可的這個概念，對於實在底空間，委實沒有固執的必要。明白了物質周圍的空間，不得不爲力場，即是能底所在的去處，同時那離却一切物質而存在的能媒，就完全被否定了。近接作用所傳播的地方，不外即是我們認識的物理的空間。

對於這種物理學理論底推移，將幾何學理論底發展拿來比較，卻是一件很有興味的事。再想到不止單是類推，並且物理學定律，最後和四次元宇宙底幾

何學底論理關係互相融合的上面，尤其有趣。

古來的歐幾里德幾何學，是一種遠隔幾何學（Fern-Geometry）在那裏面，關於幾何學的形象底對比，無論在怎樣遠隔的去處，隔着空間都可以完全一樣容許的。反之，由李曼等創造出來的微分幾何學在某種意義說來，是一種近接幾何學（Nahe Geometry），其定極微的空間的形象底要素，先各在其極相接近的鄰近去處對比，然後纔能漸次及於遠方。在幾何學方面，歐幾里德幾何學隨着理論底發達漸次變成這種微分幾何學，和物理學方面，廢去了遠隔作用，而用近接作用來說明一切力底現象，這兩件事，恰恰是遙遙相對的。不特如此，就是那相對性原理上光速度不變的假定，擴充到能殼變化的上面去，也不過是將閔可夫斯基底四次元宇宙底性質，由遠隔幾何學，改成近接幾何學的時候表示出來的罷了。

李曼底幾何學雖是一種近接幾何學，但是在這種幾何裏面，空間中極微的

距離，自始至終不會變化的。所以關於這種距離底大小，可以使用遠隔着的對比方法。就這一層說起來，還不能算是純粹的近接幾何學。近來魏爾（Weyl）想將幾何學弄成徹底的純粹近接幾何學，應用到空間的時間的宇宙裏面去，藉此將相對性原理，擴張起來，不特對於萬有引力，就是電磁力，也可以用幾何學解釋出來。在萬有引力場內，宇宙空間雖然起一種近接的彎曲。但是李曼底極微距離，却不變動。他想由這個見解，要將現在認為組織一切物質的電子底微妙玄理闡明出來。這一層令我們不能不感覺很大的興趣。

關於愛因斯坦底相對性原理，當然還有不少的議論也未可知。即令可以將萬有引力解釋成宇宙空間底彎曲，但是反過來想，凡在宇宙空間內能殼起的一切可能彎曲，到底能不能殼全都解釋作萬有引力，這一層我覺得尤其可疑。並且這個疑問底解決，和力底實在性有重大的關係。不過一方面在閔可夫斯基底四次元宇宙內，一切物理學的定律，都可以主張能用幾何學上共變的關

係來表，只要有這一層我覺得已經可以承認相對性原理，是超越了一切疑問的東西了。因為恐怕要由這裏，纔能得着定律底絕對性，普遍性以及必然性等項底正當理解呢。

相對性原理底真髓

關於愛因斯坦底相對性原理底通俗的說明，現在已經很不少的了。但是要將他那深奧的內容，在短時日內，完全了解，這不消說自然是極難的了。然而大多數的人，對於這個驚天動地的原理，很希望要得點正確的知識，是不能否認的，到不如用盡方法去幫忙他們的好些。我以為這些相對性原理淺釋裏面，所包含的令人可驚可異的事實太多了，許多人弄來目眩心迷，反轉不容易將這個原理底真髓，究竟在什麼地方，發見出來。我現在希望減少這些人底疑，務必將這個原理底意義，分析的說明出來。這個抱負能不能彀達到，雖不可必，但是只要可以應得到一部分人們底要求，也就是我底榮幸了。

第一先就相對性敘述一下。既承認人們底個性，各有差別，同時又主張有這些個性的人們，都是同等的，那麼，對於這些人所有底質朴的感覺，知識，以及要求，當然非有相對性成立不可。即是各人所有底質朴的經驗，知識以及要求等

項都是相對的真實。各人既然都立於相對的平等地位，所以也沒有根據，去批判孰是孰非。要作這種根據，非得要有絕對的東西不可。

還有一層，不能不提出一下。個性差別無論什麼人都認成是一種經驗的事實，但是這些個性不同的人們，都立於同等的地位，這一層却不過是一種假定罷了。對於這個假定承認和不承認，共分兩種，相對論和絕對論底向背，也就由此而定。但是再加詳細的分析，就可以知道所謂平等，並不是說能力相等，乃是說個性差別當然免不掉，不過各人皆平等的有他獨立的主觀的能動，是不能不承認的。這種能動，由各人內部獨立發生出來，斷不容他人底干涉。這個意思的平等權利，萬不可錯看成是那種隸於能力程度之下的差別的權利。理解了這一層，一切就非歸到相對論不可的事情，也就可以不必多費言語了。

一方面若是各人所有的都只限於相對的感覺和知識，那麼，各人只好棲息在各個獨立的世界裏面了。就同鳥獸底世界和人們底世界，各不相同，完全沒

有干涉的一般要使人們集合起來建設出一種文化那麼各人底知識的中間就非有一種聯絡不可。即是要在一種普及於人類全體的普遍性。由經驗可以知道人類底這種個性不同的感覺和知識裏面，包含着的普遍的要害，着實不少。若果由這些相對的各不相同的質朴觀察，能彀抽象得出普遍的關係，那就要算是我們人類底絕對和普遍的真的。這樣由相對論結論出來的絕對和真，不過是將人類文化底成立，作為前提的一種普遍性罷了。

所謂科學，乃是由人類普遍知識組織成的一個體系。譬如在自然科學裏，觀測者底感覺，就假定作完全普遍的東西。所以各個觀測者，要是立於同一的自然環境，就都平等的免却了個性的差別。和個性差別相應的，是自然的狀況不同。若承認了自然狀況不同的各個觀測者底平等，相對性就不得不成立。對於那些不同的狀況，無論是那一種，也不能加以絕對的意義。

譬如有種種的鏡，或是平面，或是凹面，或是凸面，想像我們只能由這些鏡映

着，纔能看見物體底形象。各種鏡映出來的像，雖然各不相同，但是並沒有什麼絕對的標準，可以判斷這一種鏡映出來的，是物體真正的像。各個鏡映出來的像，都在相對上是真的，我們若果就這各種鏡映出來的種種像，深加研究，或許就能求出一種普遍的關係，可以通用到全體的鏡上去。這個關係和鏡底種類毫不相關，乃是絕對的普遍的。所謂科學的實在的自然定律，就是由這樣成立的。

觀測者彼此互相運動着的時候，也是一樣。由那些人看去，各種現象各不相同，譬如觀察別一物體對着他們底運動，他們各人測出來的速度，都不相同，不能說某人測出來的是真正的速度，只能說是對於各個觀測者速度，纔有意義。即是這個時候若將各人所處的地位，假定皆屬平等，運動底相對性就不能不成立了。反之，由這些人看起來，力和加速度間的關係，却都判斷是同一的。即是一種普遍的關係。這種關係就是噶利略和牛頓底力學定律。

由前所述關於一切現象底相對性，以及存在其中的普遍的實在，大體可以明瞭了。只要承認觀測者底平等，不必等到愛因斯坦出來，相對論已經有了相當的發展。噶利略和牛頓明明白白的是運動相對性原理的主張者，和信仰者。互相運動着的觀測者間的平等，因為某種理由，不能成立，所以噶利略和牛頓關於運動底相對性原理，不得不歸於失敗。所謂某種理由，是說觀測者對於宇宙中的能媒，有動有靜，其間關於光和電磁現象，當然認為必有差別存在。因將能媒認作是一種絕對者，遂釀成關於運動的相對性原理底危機。

到了這裏，問題更複雜了。所謂宇宙能媒，並非感覺的對象，只不過是思惟上產生出來的結果罷了。要想求能媒底所在的各種實驗，一切都完全失敗。雖然這樣，還是不得不假想這種能媒存在的理由，究竟在什麼地方？不過是因為想將噶利略和牛頓對於運動的相對性原理，至少也得要在純粹的力學現象裏面保存着的緣故。而其結果，遂將運動底相對性完全拋棄，一點也不顧惜。

恐怕這就是我們歷來遵循着途徑，當然有的延長，將當面伏着的缺漏，盡力用那不可思議的宇宙能媒填滿，以求達到保守舊時相對性原理的目的。但若是遇着有人出來追問：到底能媒是什麼東西？他們希圖要遮掩他們自己底理論上的缺漏，就不知不覺的超出了科學底範圍，去依賴神祕性來作他們底解答。

一直說到這裏，我纔覺得可以說愛因斯坦底事業底意味，略有幾分明白了。他底事業不消說並不是相對性原理自身底嚆矢，只能說是相對性原理底內容底更正。噶利畧和牛頓底相對性原理，在愛因斯坦看去，未免過於遍了。愛因斯坦將這內容加以更正，同時並且從新指出那更正是可能的地方。這一層就在哲學上也是很要緊的。

差不多信成是一種公理的噶利畧牛頓底相對性，能較更正成內容略有不同的東西，恐怕沒有人曾經這樣想過。因為這種思想，必得要有一種對於空間

底新概念和歷來的概念完全不同。如像荷蘭底羅倫徹爲宇宙能媒底難關所苦，好容易纔作成這種概念出來，然也只不過剛剛出了古來的範圍底一步，就不能再向前進。要拋棄噶利略和牛頓底理，似乎還覺得未免過早。但是愛因斯坦却悍然不顧的將這個範圍突破，拋棄了宇宙能媒，要想對於一切真空現象，將運動底相對性建設起來。與其保存噶利略和牛頓底定律，不如去保存更普遍的關係，於是遂選定了光和電磁學底定律。愛因斯坦最初的事業，實在就是在這種內容上，將新相對性原理建設出來。

何以愛因斯坦底相對性原理比噶利略和牛頓底原理，更爲適切。對於這個問題的解答，只好說：以後者爲根據造成的自然律體系，能較和整齊完美的數學的論理體系互相融合，這是前者所不能的。只要承認在整齊完美的數學的論理關係裏面，將自然現象間的概念的關係模寫 (Abbilden) 出來，算是自然科學最後的目的，這當然是可以首肯的了。閱可夫斯奇在他那有名的講演

『空間和時間』裏面，稱愛因斯坦底相對性原理，爲『純正數學底非常勝利』其真義也就不外乎此。

愛因斯坦最初底相對性原理，他現在稱之爲特殊的相對性原理，由這個原理擴張到一般的相對性原理去，這樣一來，相對性原理底內容，算是又受了第二段的更正。在第一段的更正裏面，令我們驚異的地方，是空間時間底概念，非加以變更不可；在第二段更正裏面，令我們驚異的地方，是說力或加速度等項普遍的概念，恰和速度一樣，不過是一種依存於各觀測者底相對的概念罷了。還有物質底惰性的質量，也附隨着成了依存於觀測者的相對的概念，並非物質固有的東西。力學底定律，不能再用舊時噶利略和牛頓創造出來的形式，非求一種更爲普遍的形式不可。這種更爲普遍的關係，愛因斯坦就在幾何學底微分不變式上面，發見出來。表這些微分的關係的各種式無論用怎樣的獨立變數，都具有完全同一的普遍形式。若果我們用時間空間底座標，作獨立變數

來表自然定律，無論用什麼座標，換句話說，無論由什麼觀測者看去，都要使他成爲同一的形式，要滿足這個條件，就非用微分的不變理論 (Differentialinvariantentheorie) 的各種式來表自然定律不可。自然底事實，可以用這種數學的關係模寫出來，乃是愛因斯坦成就的相對性原理底最後的形式。

簡單的說，就是愛因斯坦底事業，是在將關於物理現象的相對性原理底內容，擴張到這個地步，將自然定律裝進普遍的論理關係裏去。這一點不能不令人感覺很含着有一種異常深厚的意義。

由上述，可以明瞭下列各項底意義：

相對論中第一要承認各個觀測者底相對性。然後纔可以造成依存於各個觀測者的相對的概念。其次要能覈在連絡這些相對的概念底關係裏面，去求出對於一切觀測者皆能適用的普遍關係，纔能成立內容一定的相對性原理。照着這樣將這個原理造成具體的一定的形式，乃是相對論者底職務。

愛因斯坦不但指出舊來噶利略和牛頓底原理，不是唯一的東西，並且還教導我們由更正這個原理，可以達到更爲深廣而且有數學基礎的新相對性原理。

詳述相對性原理底內容，不是我現在的目的。只不過將相對性原理底真髓究在何處，相對性原理爲愛因斯坦所成就的話，是什麼意義？敘述出來罷了。

前頭曾經說過對於一般的文化現象，相對論也能成立。若果那種相對性被認許了的時候，能覈具體的求得一種什麼普遍的關係出來，在我們要算一個很緊要的問題。能覈得正當解釋的人，都可以成愛因斯坦。相對論中信爲真理的東西，就是這個普遍的關係。關於我們先驗的遺留下來的種種「真」底內容，在我「信」他爲真之前，先要問他底更正，是不是可能？

相對論並非反對絕對和真理。是要將他們從新連造成普遍的東西。不絕的更新起去不達窮極不止。一切先驗性，雖然不能保持其本來底絕對性，但是經

過相對論底批判和分析，從新再認為普遍的時候，纔能作成窮極的絕對，纔能保證他底價值是永遠的。照着這個樣子那完全的神性，在我們底心裏無限的
生長起去。

愛因斯坦底宇宙論和思惟底究極

一

我們生在這個現實底裏面，將他自然而然的形狀，詳加考察，就可以知道不能發見一切完全無缺的東西，於是就起了悲哀之感。在那種思想較深的人，尤其是一種不能堪的苦惱。達到永遠的東西去的念頭，和達到究極去處去的理想，真不能不說是我們生命底救星啊。

我們何以在這個現實裏面，不能發見完全無缺的東西出來，這一層很有研究的必要。恐怕這都是因為在現實裏面作用的人們底個性自身，和接受於對象的感性自身，都不免有缺點的緣故。我們在自己底貧乏生命裏面，去求完全無缺的東西，想像一種普遍的神性，來作他底究極，用敬虔的祈禱來思慕他讚誦他，要想循着這個途徑以達於汗漫無邊的理想。又想由我們各人彼此不相同的感受性裏面，抽出那永久的不變的東西出來，以求將一切自然底相，確確

實實的認識出來。自科學在他那絕對的普遍的意義上說起來，就是這種認識底成果，即是屬於我們底理想的神性的知識。這樣看來，科學上的那種崇高嚴肅的感想，和宗教上的這種感想，是彼此相通的。我們自己底思惟所向着的究極，果在什麼地方，由此也就可以仰望得到的了。

二一

當我們去求究極的東西的時候，先就不能不感覺我們生存着的現實的宇宙底廣大，深遠，和他底內容的細密。包含着那許多燦爛的星辰的天空，究竟廣大到什麼地方？在顯微鏡下的那種錯雜的物質組織，究竟細密到什麼程度？再一觀察現象底各色各相，其一切變化現露出來的時相，究竟由怎樣久遠的時候爲始，又將繼續到什麼時候纔終呢？這樣追窮起去，就不能不入於神祕世界裏面去了。

然而神並不是離却現實，孤立的存在天上的東西。因爲不能由我們任意的

想像，就能覈將真正的神產生得出來。要我們底普遍的思惟底究極，纔能和神底知識一致。我們只管向着這條路努力走去，那些前此祕藏在神祕身體裏面的東西，也就漸漸的在我們底現實前面啓發出來。前此那種朦朧不明的想像幻影，現在也就漸漸作成明明白白的實在。現露出來了。將思惟底究極作成必然的東西，拿給我們的時候，就是我們自己，也不能不感嘆科學底驚異了。

三

「現在的幾何學者關於那些無限距離裏實際存在的空間底性質，一點也未會知道。他們對於現存的空間，當在那永劫的過去和未來的時候，究竟有些什麼性質也不知道。他們所能知道的，只限於『這裏』和『現在』的東西。在他們底範圍底外面有一個『那裏』和『那時』存在，不過不能說出是在什麼地方罷了。但是知道他的時期，不久一定就會來的了。」

這是五十年前，基理阜對於當時的新幾何學說的話。比他同時代的人，已經

知道有一般的空間存在，和歐几里德幾何學能設成立的空間，性質大不相同。不過那樣的空間和我們經驗的實在空間，有什麼關係，當時還沒有知道罷了。至於細微的物質底究極，知道有分子原子電子等。無論用怎樣好的顯微鏡去觀察，也不能將他們發見出來，又不能將他們一個一個的拿在手裏，只不過由種種的現象推察起來，這種東西底存在，實在沒有可疑的餘地。數十年前的假說，現在已經成了事實。關於電子的研究，一天比一天精進起來。雖然不能用尺度去直接測量，但是我們已經知道電子球底直徑，大約為 $1.000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 37$ 厘；不必將一個電子拿到天秤上面去稱，也可以測定他底質量，大約是 $0.000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 9$ 克。照着這樣看來，那細微的究極，已經很和我們接近了。

反之，關於那無限大的宇宙底空間，我們底知識，却不能不有過於淺陋之感。無論用怎樣優良的望遠鏡，那些比某種星發的光更覺幽微一點的星，已經不

能覺察出來，並且那些星體，除却光現象而外，什麼種類的物理的作用，都不能傳達給我們。那麼，比這些星體更爲遙遠的宇宙限界又怎樣能彀知道呢？我們所能觀測的星體中，以螺旋狀星雲爲最遠，其距離約爲百萬光年（一光年爲光線於一年間所經過的距離）。這個距離固然不能說不是很遠的了，但是決不能說更在這個螺旋狀星雲以外就連一個星體也沒有的話那麼，星體底散布，究竟達到什麼去處呢？就令星體底散布只限於在一個一定的距離以內，那麼，超過這個距離以外，那些空虛的空間，是不是無限的繼續着去呢？

再由空間移到時間上去，我們用來求直接知識的手段，尤其有限得很。既不能走入過去一步，又不能走入未來一步。只有由記錄纔能知道過去曾經發生過什麼事件。若是能彀由地質學上或天文學上遺留下來的現在狀態底裏面，得讀這種記錄，或許稍微可以逆溯上去一點，也未可知。除此以外，無論什麼手段都不能得到的了。至於未來底一方面，就是那最近的明日。我們已經絕對不

能經驗。那麼，又怎樣能求宇宙底始終呢？

到了這裏，有一件重要的事項，不可不注意。若果認爲自然定律，僅僅是將經驗的事實，統一出來的關係，那麼，要越出我們經驗的範圍以外去，誘致一種結論，不得不說是完全無意識的舉動。要使在經驗所不能達的地方，自然定律仍舊還有意義，就非得有相當的理由不可。卽是自然定律除開與經驗的事實合致而外，還有使思惟上某種要求能彀因之滿足的必要。要有這一層，我們纔能將超經驗的事實，作成思惟底究極，預行推察出來。

四

自然定律應當使思惟底要求得滿足的意思，我以爲須解作不外是將絕對，普遍，實在，必然等各種性質賦與自然罷了。這些東西，也可以看成是同一的性質，由種種方面表現出來的。總之，若要將自然直接屬之於神，這些就是最適切的表徵。我已經說過相對性原理，是自然定律底絕對性所由來的東西。所以從

這層說來將相對性原理拿來作成自然律體系基礎纔算正當。

在有限的空間和時間裏，發現出來和我們底經驗的事實能夠一致的自然定理，擴張到無限廣汎的範圍去，究竟能不能發生錯誤，不可不特別加以注意。在地平面上，畫一個小三角形，要就歐几里德幾何學說起來，他的內角之和，應該等於二直角，但是若果將地平面無限的擴張起來看，已經不成其爲歐几里德平面，乃是一種球面。假定有一個觀測者，除開地平面上極狹的一部分外，就不能得經驗，在他看去，要將地面，認爲球面，恐怕還得要有許多關於地球構造上必然的某種指導原理，才辦得到。我們對於宇宙，也和這個例一樣。遇着理論有種種的可能性的時候，不由經驗要想去判斷某種最爲適切，是一個極難的問題。我們對於宇宙論，像這樣難的問題，不知道還要遇着若干呢？

五

我在敘述愛因斯坦底宇宙論之前，先要將博爾赤曼底宇宙論，簡單說明一

下。

博爾赤曼生於奧國，是十九世紀後半期的理論物理學者之一。他由熱力學底原理，去研究氣體論，遂成統計力學，將自然現象底非可逆性說明了出來。

熱力學第二定律指示出來說：自然現象是非可逆的。自然裏面一切的能，都因為摩擦或抵抗，變成熱能。通常熱是由溫度高的地方，移向低處，以作平衡狀態。到處的熱都平均了過後，已經不能起能的移動了。能雖然沒有失掉，自然却不能不這樣就達於死滅的地步，照着這樣，自然死滅說是由熱力學底經驗論結出來的，但只不過是說他的死滅罷了，關於自然創生出來的原因，却一點也未曾說到。究竟是依着一種什麼樣的原理，才將自然誘導成現在的狀態呢？這個原理，縱令可以求得出來，但是，能不能夠保證他和熱力學底定律，不起衝突呢？恐怕要算得在物理學底歷史裏面的一個最困難的問題了。

博爾赤曼要想由偶然底定律，即是信率，去說明自然底非可逆性。一切的物

質，都是由多數的分子構成。假定那些分子，因相互作用能夠自由運動，他們所取的位置，以及運動底狀態，就全體看起來，是受偶然底定律支配着的。若果最初的狀態偏向一方，也會漸漸的平均起來達於一樣的狀態。即所謂熱平衡。由這個見解說起來，熱力學底定律不外是說自然當依偶然底定律，誘導成最容易發生狀況。自然現象有這樣一定的方向，即是在各種可能的變化裏面，最容易實現的一種信率。這種信率實現的程度，和構成現象各個分子的數目，同時增大。實際上若果假定分子量為 a ，則 a 克中所有的分子數，當為 $100,000,000,000,000,000,000,000,000,000$ 個。所以前面所述的偶然的程度，也當增得很高，差不多可以說是必然的實現了。熱力學底第二定律是這樣的義意，確是一件很解著的事情，各個分子間的現象，雖然都是可逆的，然而他們多數集合成的體系上，所現出來的非可逆性，很自然的可以解釋出來。

但是熱力學定律既然為一種信率定律，無論他實現的狀況，怎樣正確，本質

上還是和別的物理學定律不同，不能成爲絕對必然的東西。卽是說不能承認他在一特種情況之下，可以實現一種完全相反的現象出來。這是偶然定律產生出來的自然結果。試引一個很淺近的例來說。譬如在我們所生存着的這個社會集團裏面，用信率的方法，將各個人所保有的壽命，計算出來，就可以安安全全的造成一個人壽保險的預算。人數愈多，安全的程度，也隨着增高。不過無論程度增高到什麼地步，總脫不了信率定律的羈絆，總不能說絕沒有一個

人活不到預算以上的壽命去的。如像博爾赤曼指示出來的一般，地上所有的人們在同一時刻內，一齊自殺的信率，也不能說是絕對沒有的。無論是怎樣稀有的事，總有他應發生的信率存在着。若果最初計算人們平均壽命的時候，所取的人數不多，那麼將得出來的結果，拿去和各個人底壽命比較，就知道是明白白不能適用的了。物理學現象，也是一樣。若果所觀察的分子數目太少，那麼，出乎熱平衡狀態以外的事，很不容易目覩。譬如器內盛水，那麼，器內面的平衡

狀態，是各處的密度溫度，都非相等不可。但是要使所觀察的，止限於很小的一部分，那麼這一小部分中，就難保沒有超出平均值以上的溫度和密度的了。布朗運動，以及蛋白光等項現象，就是上面所說的明證。

放眼去看這廣大無邊的宇宙，其各部分雖然龐大無比，但是他底全體，仍然是受偶然的定律支配的，確是向着一定的熱平衡狀態。不過若果只將其中的一部分單獨取出來看，就不能說這一部分決不會超過平均的範圍以外的了。即是無論怎樣稀有的東西，總會有實現的時候。博爾赤曼就在這一點去求世界創生的由來。在這個廣大無邊的宇宙裏任何一處，若有不成平衡的狀態發現出來，即是在那裏發生了一個自然現象底世界。在那個世界裏面生存着的知識生物，觀測那裏面的現象，一定以為現象漸次接近平衡狀態時，那時間底方向，是當從過去向着未來的。照着這個樣子，各個可能世界裏面，自然現象都是向着一定的平衡狀態進行着的。熱力學底定律，就是在這上面成立成的。

博爾赤曼底大宇宙觀超越了時間底終始，在那裏面自然底創生和死滅，都是依着偶然定律發生出來的。分子論能夠產生這樣偉大的議論出來，真令人出乎意外。莊嚴燦爛的科學中，思惟底究極，能覈到達什麼地步，由此也就可以想像得到，更令人不得不感慨無量的了。

六

我前面曾再三說過，愛因斯坦底宇宙論，是他底相對性萬有引力論誘導出來的。這裏面的關係，我們夢想也未曾知道。至於宇宙空間自身，和瀾漫宇宙內諸物質全體兩者間的結合，也可以誘導出來，尤其令人不得不生驚奇之感。

牛頓底萬有引力論，要求宇宙中諸天體，要在一個中心點造成一個集團。就不能不假定距中心愈遠，天體密度愈減。因而在無限遠的萬有引力，就成了無窮大。其結果遂令某處地方底萬有引力成爲不定，要想避去這一層，又要用集團的假定，那麼，對於宇宙在無限的空間裏，何以能覈獨立的問題，直無從答辯。

何以故呢？因爲若將這個集團解釋作博爾赤曼大宇宙裏面的一個世界那麼這一個集體，決不能成爲宇宙底全物體，像這樣的集團，還不知有許多。將這多的集團全體，考慮起來，還是和先前遇着的困難完全是一樣。若果全宇宙之內，只有我們這個天體的集團，單獨存在，那就不能永久保持下去。在集團外方的那些天體，因爲他自己底運動，有時或許竟自脫離了集團範圍，逸向遠方去了的一定不少，所以到了終局，天體在宇宙內，除了一樣均勻的分布而外，別無他法。這即是博爾赤曼理論上的平衡狀態。簡短說起來，即是要依牛頓底萬有引力論，天體在無限宇宙內的平均密度，不能不成爲烏有。

但是依愛因斯坦底宇宙論，天體底平均密度却不成其爲零，乃是一個有限的數值。雖然這樣萬有引力底值却無論在什麼地方，總不會成無限大。這個結論，是因爲凡有物質存在的空間皆起一種彎曲，宇宙的全空間，應當和物質底平均密度相應，具有一定不移的曲率，好像二次元中的球面一樣，所以宇宙在

平均上，不能不成爲三次元的球面空間。所以宇宙底體積是有限的，由宇宙內一點，引一條直線（最短距離線），延長出去，必定以有限的長回轉到出發點來。又由他底這個理論計算起來，可以知道球空間底曲率半徑和宇宙內全物質的總量成比例。所以要是完全沒有物質存在的地方，球空間就凝縮成了一點；物質越多，那容納他們的空間也就跟着不能不大。

這個關係，可以引起許多很有興趣的思考。無論什麼人，也不能不承認宇宙空間和內容物質間的相互關聯，是無意識的。但是我們若果仔細追窮起來，免不了又發生一些疑問。從種種方面推算起來，宇宙空間底曲率半徑，約略等於地球和太陽的距離底 $10,000,000,000,000$ 倍左右。這樣大的空間裏面，當然存在不少的物質。然而我們所能觀測的各種天體，無論估計得怎樣寬鬆，他們底總質量決不能有如是之大。所以我們若要承認愛因斯坦理論，就非假定在我們所能觀測的天體以外，宇宙內還另有異常龐大的物質存在不可。這是

第一個疑問又由一個星體發出來的光線在球空間周圍繞行一週之後恰恰在正反對的極，又造成一個焦點，所以對於一個星體，還要成立一個像。一方面光線環繞球空一週，約需 1,000,000,000 光年。這個像，並不與星體現在的位置相當，是應該和這個星在 1,000,000,000 年前的位置相當。所以由這個像底位置，和星現在的位置，兩者間的差異，可以將在這個期內星體底絕對運動，推測出來。這樣一來，豈不和相對性原理，互相矛盾嗎？這是第二個疑問。實際上，因為光線在途中，受種種彎曲散亂，不能造出正確的像，也未可知，不過理論上，却免不了這個矛盾。

第一個疑問，單是關於觀測的事實上的問題，第二個問題，若將能否實現的事實問題，暫置不論，實在是理論上不能避免的矛盾。這個矛盾的原因，究竟在什麼地方呢？我以為愛因斯坦假定了一種座標系（觀測者）對於宇宙全物質，都是相對的靜止，所以才有這樣矛盾發生出來有了這種座標系，就不能不說

他對於別種座標系，有一種特權，即是表徵絕對運動的一個前提。這是和相對性原理自身，就不能相容的。因為要取去這個假定，我們就不能不承認愛因斯坦底宇宙論，還有修改的必要。

七

愛因斯坦底宇宙論雖然將空間誘導成爲球狀的性質，但是對於時間却假定其爲無限延長的直線的性質。凡是關於自然定律的一切相對性原理，都指示着空間和時間，完全立於對稱的地位。空間底三次元和時間底一次元組成的閔可夫斯基物理學的宇宙裏面，無論任何方向，皆有相等的性質，這是物理學的宇宙底特徵，是人人承認的，但是關於愛因斯坦底宇宙論，這個四次元宇宙底特徵，就不能不說是完全失掉了。換句話說，這個四次元空間只有在時間底那個方面，有無限的延擴，其餘在空間底那三個方向，却因爲要造成球形，所以是有限的。在這種球柱狀的世界裏面，我們應該可以絕對的決定時間底

方向了。從這個意思說來，仍然失却相對性底色彩，認容有絕對時間存在了。這是相對性原理本質上的問題，對於愛因斯坦底宇宙論令人懷疑的地方，也就在此。

時間和空間底完全相對性，可以將閔可夫斯基底四次元宇宙全體，加以球狀的性質，就容易令其實現的了。杜季達由這個假定，另外想像了一個宇宙論，在這個宇宙裏面，時間底長和空間底直線，同為有限。若果循着時間底經過路程，一往直前的去思索；那未來底極致，不知在什麼時候，已經和過去底極致，連成一片了。這種見解，決不能以為是無稽妄談，就加以排斥。平常說歷史決不重演的話，只能適用於極小的範圍。誰能彀由經驗將宇宙底全壽命斷言得出來呢？博爾赤曼底宇宙論已經將時間底過去未來底方向，並非絕對的東西，指明出來。和杜季達底時間有限論，彼此恰能相容。

照杜季達說起來，由某一個觀測者看來，各處時計底進行遲速，不必相等。越

到遠處，那裏的時計，在他看去，越覺遲緩。那球空間上恰成反對極的地方，在他看去，那裏的時計進行，完全相於零。即是由他看去，那裏的時間，一點也沒有經過。一切現象，無論等許久，也不會進行。就是光速速度，到了那裏，也一樣變成零。所以由一點發出來的光，不能超過球空間底反對極，以達於觀測者。所以和愛因斯坦底宇宙論不同，星體底像不能在球空間裏面，再現出來。

由這一點看來，杜季達底理論，好像比愛因斯坦的，要合理些。但是若要依杜季達底理論，宇宙內全物質底密度，不得不等於零。所以宇宙空間有一定曲率的原因，不能說是因為有物質存在，只能歸之於宇宙空間自身具有的性質。在愛因斯坦底宇宙論裏面現出來的那種空間與物質間的微妙關係，因此又不得不消歸烏有了。

單就這一點論起來，固然不能說杜季達底宇宙論裏面，包含着什麼不合理的要素，不過那些深信馬哈哲學的人，主張「物質不存在的空間，不能思惟出

來，「對於空間和物質都是偶然存在的這種說法決不能彀滿足他們還是要想保持愛因斯坦底宇宙論，說明兩者間的相互關係。縱令有和相對性原理相矛盾的地方，也情願將他犧牲了去，即是相對性原理，並不必對於全宇宙，只限於一定的範圍內能彀成立就可以維持空間和物質的關係了。只要將愛因斯坦宇宙論，對於觀測的事實的疑問一層，暫置不問，那麼對於杜季達和愛因斯坦兩人底宇宙論，應當孰取孰捨，完全要依着各人哲學的論據，究竟傾向什麼地方，纔能決定。

八

既已將愛因斯坦和杜季達底宇宙論，敘述完了，我還想將我底一個私見，也加於後面。

我的意見是想將相對性原理，令其能彀澈底的成立。這一點却和杜季達底學說相同。不過同時又將馬哈底主張照着下面所述的意思擴張起來，互相考

酌。即是主張說：『沒有什麼物理的對象就決不能設思惟空間。』所謂物理的對象，除開通常的物質而外，還須將輻射能也包含進內去，方爲至當。輻射能中有光，熱，電磁波，及萬有引力底波動等項，和物質一樣，都是具有質量的東西。要是真正的物質，在一種座標系裏，他底運動速度和惰性的質量，和在別一種座標系不同：輻射能却不然，無論在何種座標系裏面，都有給以一定極限的數值的特性。若果宇宙空間裏面，有這兩種物理的對象存在，試想他底平均狀態應該怎樣。對於偶然選擇來的一種座標系，一切物質底平均運動速度，假定有一定的價，那麼對於他種的座標系，速度底值，當然不能相同。在這種種不同的當中，我們可以選擇出一種特別的座標系來，使在這個體系裏面，速度底值恰等於零。這就明明白白和座標系底相對性矛盾。要避去這種矛盾，必得要假定物質底平均密度爲零。反之，若就輻射能，也行同樣的考察，他那質量底平均密度，就是有限值，也和相對性能設相容的。

若由這個假定，將四次元宇宙空間，看成球狀，那麼球底曲率半徑，應當和輻射能底總質量成比例。物質底總量比較起來，爲數甚小就不去管他，也不要緊。和宇宙空間底延長，雖然不必有什麼關聯着的地方，但是輻射熱底總量，却和宇宙空間底延長，有密接的關係。這個結論若果再將後面的事實合併起來考察，尤其覺得妥當。

物質所有底熱能和輻射能，互交換換起來，成爲熱平衡狀態。物質底總量，只限於最初所設的分量，不能增減，但是輻射能却不然，隨着溫度同時可以加大。宇宙空間底廣延，決定輻射能底總量，同時又可決定宇宙底平均溫度。若果假定宇宙空間底廣延爲無限大，那個時候的絕對溫度，必成爲零。什麼變化也不會發生的了。宇宙底廣延，要爲有限，纔能保持一個平均溫度。馬哈和愛因斯坦是就物質設想的，這裏只不過是拿能來代替物質罷了。再一想到這個事實和博爾赤曼底宇宙論能穀彼此相應尤其覺得含有很重大的意義。

九

以上所述，是我們思想底究極所能達到的宇宙論底梗概。因為還有幾個議論，不能解決，所以不能誘導成唯一的見解，不過裏面包含着的可驚可異的東西，業已不少的了。將自然現象中普遍的經驗的事實，裝進嚴肅的哲學的論理框架裏去，以造成自然定律底體系，這裏面已含有超越經驗的思惟作用了。在很狹小的範圍內，經驗是只限於近似的。我們要想將他補足成理想上完全的東西，所以用純粹的抽象方法，造這自然科學。科學底普遍性和絕對性，就由這裏生出來。我們就是這樣，由現實的世界，漸次和神底世界相接近。瞻仰着思惟究極的彼岸的時候，就可以發見我們自己底內面，也有神性存在。神並不是離開現實獨立存在的東西。實際上的天國，就在我們底內面，並不是在妄想裏能發生的。只要用敬虔的現實步趨，繼續前進，就是接近天國的唯一的方法。

當說明宇宙論的時候，所發生的感想，大約如此，一并記錄出來。

相對性原理和萬有引力

一 序言

我現在所要說的，是關係於物理學根本概念的時間和空間，最近所發展的理論大要我們無論思惟甚麼現象總離不了時間和空間底概念，就是我們認識「自然」也脫他不得，所以他和哲學底認識論，是密切關聯着的問題。但是這個理論極難，不能不首先申明一句。

我們現在許多學問裏頭，最難的總推數學，恐怕誰也沒有異論，他成了論理的系統，不許有絲毫例外。這個問題（時間和空間）須應用數學精妙的關係纔能够解決，我要先把應用數學的意義說個明白。數學本來是我們抽象中所作的論理形式；假定有某項公理，由此用論理的方法引導出一切關係。說起公理，在從前以為是誰都能懂——即不經證明誰都承認的基礎的事實；然在今日卻不能够用這種囫圇說法的說法，把公理一口便吞下去。公理雖說是自明的

理，然而到底甚麼算是自明的理？若就這意義懷疑起來，恐怕就沒有滿足的解決。據今日的解釋說起來，公理原不過是以某論理底系統為基礎的一個命題；如果有幾個公理在此，他們只要彼此互相獨立，而且沒有矛盾就可以了。若以這樣的公理為基礎作成論理底系統，那便成了數學。所以雖說數學，不僅限於處理數目，處理線面和體的幾何學，也在其中。雖說用「數」表示，然而和我們數東西底「數」全不相同。數學中數底概念，與其說1、2、3、等普通的數，無寧有更廣的意義，如果含有公理中所表示的性質便可；不過把他稱做「數」罷了。假使不稱做「數」，用別的意思更廣的字做他的名稱，或者會少生一點誤解，也未可知。總之，不管他底名稱如何，我們果能諒解這個意思，便可以了。幾何學上底「線」和「面」等語，也是這樣。因為說「線」和「面」便覺的有細長或寬平的東西，然幾何學底公理，不說「線」等事。如果因為說「線」和「面」，誤生這種的感想，那麼，就用別底話來作代替，來嘗不可以；祇要將公理放在腦中，便把他稱做

「瓜」哪「盤」哪，都無不可，譬如「面的上面有線」的定理，便換作「盤的上面有瓜」也是一樣；這句話真正的意義，我想諸君必能了解。這樣說來，數學他的自身，不外全屬抽象的論理形式；但是恰好和這論理形式相當的實質，我們能够在「自然」裏頭發見出來。以下所說的數東西底「數」及空間中底「線」和「面」都是一例。此外種種物質的現象裏頭，還發見和數學的論理相當的關係。譬如力哪能哪溫度哪電流哪種種東西裏頭，若有和上述數學上「瓜和盤」底相同關係，便可以用數式底樣子表示出來。自然底定律不外如此。應用數學以說明自然現象的意義，就是在「自然」裏頭去發見那些和數學的論理形式有同等關係的東西。因爲自然現象，非常複雜，所以用我們既知的數學的論理形式不能表示出來的很有許多也未可知。卽令可以誘導成既知的論理形式，但是因爲「自然」現象複雜萬端，這裏面不能抽象化純粹化的部分還是極多，但若就窮極而言，就想像都能做到也不至有何謬誤。而且我信這個豫想自身，便是純

粹自然科學成立的前提。我們思惟作用所成的論理形式，何以能在「自然」裏頭發見他底對立者呢？我以為這便是自然科學在哲學底意義上最根本的問題。這事暫且放着不講；我們能求得和數學上精妙的理論相當的自然關係，在我們人類實是一件可喜的事。我們由此可將「自然」抓入於認識界裏，而後「自然」纔成爲不滅的論理關係保存於我們腦裏。據哲學的見解，所可稱爲實在的，除此再沒有了；而且我們不易想出和至玄至妙論理關係相當的自然定律，果能發見的時候，還有誰不願高聲讚美的呢？我們在這裏能夠窺見祕密閉藏底「自然」底妙姿，恰似能够面接神明底尊嚴，同生最純的喜悅。但能得這喜悅底人們，非同時能把這精妙的論理形式，作成於自己腦中的不可；這便是我最初所稱爲難事的緣故。要說明這至難的內容使人們易於了解，換句話說，便是要使人們將這種論理形式，不用論理去求，而使之由直觀得來。這事不特不能完全辦到，並且有時反完全失掉了理論底價值。俗語有一句話說「比使駱

駝穿過針孔還要難」我想恰好和這事相似。但是必不得已，除却由直觀使駝穿過針孔沒有別法；我希望讀者諒解此意，姑聽我底說明。

二 愛因斯坦底豫定

三年前（一九一九年）十一月左右歐美新聞上常見大號字標題，如「時間空間概念底革新」「牛頓萬有引力論底變更」等等，到處介紹德國愛因斯坦底相對性原理。因為英國會派觀測隊往巴西和非洲西岸等處，觀測此年五月二十九日太陽皆既蝕底現象，於是年十一月六日開皇家學會和皇家天文學會底聯合會時，將其結果報告出來，確證愛因斯坦所說星光通過太陽傍邊時會成屈曲的豫定。這個事實，可以證明他底理論的勝利，聳動人們底耳目，人們因為欲知這高遠的理論，引起了多大興味。愛因斯坦於倫敦泰晤士報上，發表「時間空間和萬有引力」底論題加以簡單的說明，最初的論文如下：

「自從科學者間成立的聯盟關係破壞之後，我能够和英國天文學及物理

學者得通信的機會，我是非常歡喜感謝的，英國底科學者費了時間和勞力，英國底學會，準備物質的費用，以確證戰爭中敵國所完成所發表的理論實是英國底科學上可以誇耀的有價值的事。姑無論其目的不過在太陽底引力對於光線的影響，我對於屬此專門科學的英國學者們，却不能不表示個人底感謝和非常的喜悅；因為如果沒有這個助力，我便不能得由自己底理論所生最顯著的結果的證明。」

這幾句話使我們想到我們爲人類努力作事之時，國際間底糾紛關係還有不少的麻煩，近來關於學會聯盟將德國除外一節常聽見有種種的議論；其中的一部分，如萬國天文學會裏頭爲着愛因斯坦底萬有引力論，雖然特設研究相對性原理的部門，而所列的委員裏面，却不見愛因斯坦底名字，我們實覺得異常怪異。度量衡底原器雖在法國巴黎，然而保藏此器的藏庫底鑰匙，共有三個，各爲不同國所保管其一便是德國，所以度量衡會議對於德國應當怎樣對

付呢？這實在是一種笑話。

愛因斯坦是生於德國底猶太人，國籍却是瑞士，現在居於柏林，自戰前便在凱撒威廉研究所當研究教授。現年僅四十四歲，真出於我們意料之外。美國物理學會前年底會長埃姆斯氏講演愛因斯坦理論時，曾說：「他是自由主義的人，將來我們國際聯合會，若以個人名義招待他時，他必惠然肯來。」一九一四年德國諸教授發表有名底對外宣言文時，他是反對署名底一個人。德國推翻帝制建設共和時，他是一個熱心的贊成者。這些細情，我雖然不十分知道，但我總覺得愛因斯坦是德國少有的溫和可親的恩師，我從前在瑞士的時候，得仰望望先生底風采，實是我底幸事。

三 不可思議的能媒

愛因斯坦底相對性原理，其由來既深且遠。凡一個大原理本非一朝一夕所能成功，都是由多數學者逐漸研究，自混沌而漸至於形成。但各種原理裏面，只

有這個原理特別，因為他非常深奧，所以遭遇的困難，也非常之多。他的萌芽，怕是因為要想說明能媒而起的，能媒是一種想像上的媒體，爲着說明光線傳達所以能到空間中各處，特別假定的。對於光由發光體而出一節，其初牛頓以爲似有小粒飛出，至光底波動的性質漸明以後，以爲非有一種可以發生波動的物質充滿空間不可，於是想像有一種媒質把他稱做能媒。其次發生的問題，就是這能媒到底是怎麼樣的一種物質？他物運動於物質中間時，的確受抵抗；砲彈飛於空氣中因爲受了抵抗，在空間中所描的軌道，和真空中所想像的軌道不同。然許多天體通過空間所描的軌道，好似差不多不受抵抗的一般。由這事實，縱使空間中有所謂能媒底物質，他底密度亦必極小。然即用這能媒來說明光底現象，還有許多不可思議的性質，不能不歸在這裏。此等事最先經法國人傅勒涅爾底研究，他所第一着眼的，便是偏光現象，又叫做光底極化現象。這是甚麼現象，我想念過中學物理書的人，當能了解。這現象是表示光波振動底方

向通常雖不一定，然當起極化作用的時候便成爲一定。據最初唱光底波動說的惠根斯底思想，以爲將多數的象牙球，用線懸着，排成一行，這些球間所起的波動，就和光底波動一樣。若其中的一球和次球衝突，那麼球底振動，便一直傳播，所以球底振動的方向，和這振動成波而傳播的方向相同。空氣中所起的音波，也是這樣，這樣的波動通稱縱波。傅勒涅爾以爲光底振動不是這種縱波，因爲要是縱波，那麼振動底方向應當一定，沒有生極化現象的理由，他竟毅然將從來波動說底根據棄置不顧，而去假定一種橫波，其振動方向和波底進行方向成垂直，主張說光就是這種波動。這個思想，對於說明光底極化現象雖爲必要，然這理論底結果，能引導我們入於夢想不到的迷路。這事關係於能媒底性質。一般彈性體底理論發展的結果，知道凡在那種對於形狀底變化不生抵抗的物質如像氣體或液體裏面，除却縱波以外不能存在。至如傅勒涅爾所想像的橫波，僅能起於固體之中，那麼能媒就非爲固體不可。在普通的意義上將能

媒看作固體，或者可以不必承認但是爲要說明光底極化現象，遂強迫我們得這個不可思議的結果。

能媒底不可思議的地方，還不只此譬如地球雖常動，而其周圍的能媒，絲毫不爲所動；這話也是傅勒涅爾所說。假使地球附近的能媒隨着地球運動，那麼，通過這能媒的星光，方向一定複雜，決不像現在我們所見的那樣簡單；因爲要想避去這個困難，所以傅勒涅爾假定能媒不動。但是能媒不特應當充滿於宇宙底真空的空間，即凡光所能透過的物質裏面亦不能沒有能媒存在；因爲假使水和玻璃空氣裏面沒有能媒，那麼，光底波動，便不能在其中傳達。那麼，這些物質，在地球上隨地球同動之時，他底內部所含的能媒到底是動呢？是不動呢？對於這個問題傅勒涅爾底解決如下：

在這些物質裏面所含的能媒，他底密度更大於周圍的真空中所含的能媒底密度。惟有在周圍真空中底能媒，物質雖動，仍舊不動；超過於此部分底能媒，

則隨着物質同動這個結論實在有點奇怪。傅勒涅爾之後，雖然還有許多不同的議論，然說明事實，都有困難的所在。傅勒涅爾底說明雖說有點奇怪，但是若就這奇怪的意義，詳加考察，或者竟自成爲完全沒有根據，也未可知。我們底腦中，有其他的物質以爲這些物質和能媒大不相同，所以覺得有點奇怪；但是能媒並沒有不能和其他物質相同的理由。因爲一個天才和俗人不同，不能便說不應有天才存在。英國克爾文繼承傅勒涅爾底學說以爲即令假定能媒底性質，有如上述，也沒有甚麼不可解之處。不特沒有甚麼不可解，這樣性質的不同，無寧視爲我們最易了解能質的特點，也無不可。能媒是最簡單的物質，和他相比，如水如玻璃皆含有許多更複雜的性質，爲我們所未知的；這些東西，纔是不可解呢。

他以爲這是有意義的話，他從這個見地，更進而發揮他底議論。能媒對於天體底運動不起抵抗，從這一點看來，好似稀薄的氣體；但是一方面能起橫波，從

這一點看來，又好似固體。這兩件事他以為並沒有矛盾。又因為能媒祇起橫波不起縱波，所以他以為能媒自身非有欲縮的性質不可。恰似橡皮被人拉伸着的一般，所以他想像能媒是固着在包圍宇宙的壁上的東西。

我在這裏欲申明這樣底能媒，在今日已經成為過去的東西了，但却不能不就此附加一句。克爾文以為這樣能媒底性質沒有甚麼不可思議，聽着這句話的諸君底腦中，不要慮着我們沒有那樣天才，所以不能照他那樣想法；換句話說，我們並不是因為將克爾文所說的能媒，當做不可思議的東西，才把他棄去，乃是因為有許多的事實，發現出來，用能媒不能說明，所以纔不得不把他棄去。只要能夠說明一切事實，就可以了。到那時候，若還覺得能媒的不可思議，那麼便是拘泥的思想；非把自己底理論修改過，將他看為當然的事不可。我特為後節的準備，在此先說幾句。

四 邁克爾遜和莫勒底實驗

不能說明的事實，由下舉的問題而發生。假使能媒在空間裏面靜止不動而物體動於其中，那麼，物體運動的速度，用甚麼法子纔可以實驗呢？譬如地球如果也在能媒底海裏面運動，那麼，他到底以那樣速度運動呢？這實在是我們欲測知的事。我們如果置機械於地球上以行觀測，那麼，即視能媒爲對地球而流動的，諒無不可。光線通過於流動能媒之間，和通過於不流動的能媒之間，應有不同；恰似在河流裏面，用一定的力撐船，順流而下的必快，逆流而上的必慢。使光也是這樣，沿能媒底流而進的必快，反對的必慢；那麼，觀測光底速度，就可以求得能媒流動速度，由此更可求得實際上地球在能媒中的運動速度。以這目的而行實驗的，爲美國底邁克爾遜。他因爲地球沿着太陽周圍的軌道而行，在地面上從這方向使光往復，更從垂直的方向使光往復同一的距離，而測其時間的差異。用這個方法，計算他的結果，前者比後者時間應當略長，這裏所說的測定時間，因爲光底速度極大，當然不能用時計來測；是將一光源所發出

的光線，分而爲二，其一使往復於地球運動的方向，其一使往復於垂直的方向，而後再使合而爲一，如有時間底差異，就應當起干涉的現象。更將全體裝置轉動一直角，再行同一的實驗，要想由這兩次的結果去算出上述時間的差異。迴轉裝置之間，不可稍生故障，所以邁克爾遜氏把全裝置載於一個大石台上，將這石台置於水銀上面。邁克爾遜於一八八一年施行這個實驗，更於一八八七年和莫勒協力再實驗一次；但其結果非常可驚，對於上述兩條光線的路，時間不生差異。這事在實驗者自身和其他一切的人，都覺得非常意外；其中祇有一個疑點，便是發光底源也在地上，和地球共同運動。假使照舊時牛頓所說，光以粒子而發射，那麼，向光源運動的方向所發射的，便應當走快這一些。光底波動速度如果和他同樣，那麼從地球運動的方向往復所需的時間，應當短縮，恰好和垂直方向往復所需的時間相等。但是這個假定和其他的事實矛盾。因爲遠星裏面，有稱爲二重星的，這二星在同一點的周圍，描同一的軌道，這樣由二星

射出的光，自他們底軌道的面看來運動的方向互相對，所以光底速度在理應大有差異；但是實際上却不能觀察出來。這可看作光在能媒裏面，用一定的速度進行，和光源的速度沒有絲毫關係的表示。所以邁克爾遜和莫勒底實驗結果，到底不能說明。在普通的人，到這裏便走盡了路，這到底是怎麼緣故呢？不過因為我們拘束於先驗的思想，把他看做當然的事，而不去懷疑罷了。我在這裏欲特加注意，我們自己底智識裏面，有多少是先驗的的，有多少不是先驗的的，我們有分析清楚的必要。這些先驗的的，果是唯一的東西呢？或是還有其他的可能性呢？也不可不加以反省。若是有許多的可能性，便當就其中探求有沒有對於說明自然現象很適宜的東西，一定有新發見在那裏等着。自然科學進步的路徑，不外如此。不過我們太胆怯了，對於耳習的先驗的知識，不敢自行懷疑。並且還有一種保守的心理作用於其中。但在現在所說的問題，便是切切實實的教導我們無論對於甚麼知識，只要是先驗的，都不能不懷疑一次。

五 空間中二點間的距離

空間中的「點」底位置，誰也能想到是相對的；如果祇有一點，不能表示他在甚麼場所，必須有兩點，而後這一點對於那一點是在甚麼位置纔略略可以表示。在從前的人以為二點間的距離是絕對定着的；就是現在恐怕還有人相信，這種人雖然生於今日，似乎屬於時代錯誤的人類。這樣底說法，似乎以為太過，然而請看下文，諒必可以明白。

二點間的距離，不是絕對定着的；這句話最初是由抽象論理而成立的幾何學告訴我們開口便說空間中的二點，恐怕有些難解，請先假定有一世界限定於某表面之上；即假定僅有寬平的表面的國上，所居住的亦為扁平的人類，不能出於這個表面以外。設這個面上有既知二點，二點中間引有種種底「線」，其中最短的通常料來只有一條，這線底長即表示二點間的最短距離。自上述扁平的人類看起來，在理祇有一條；但由面外的我們觀察，這個最短距離，當然由

面底形狀而異；在平面的時候和在球面的時候雖空間上點底位置相同，而表面上所測的距離，則不相同。然而在今日底幾何學，就是空間也有許多種類，面有平面和曲面等的區別，空間也有「歐几里德空間」和「非歐几里德空間」。先從這樣想起，照「面把空間包着」那樣想法，我們三次元底空間，把更高一層的四次元空間包着。這個想像因為實際上不能做出這種模型，稍為有點困難，然而只要把「面和三次元空間的類似關係，擴充類推起來，腦經裏面，便可以描寫得出。那麼歐几里德空間，恰和平面相當；非歐几里德空間，恰和其外的曲面相當。所以空間中雖有既定的二點，然他所連結的最短距離，在歐几里德空間，和在非歐几里德空間的時候不能一致。即是看我們將空間底性質，怎樣定法，兩點間的最短距離，也就有不同的結果。在幾何學上雖然懂得這樣，但是我們看做自然現象所由起而認識的實在的空間，到底屬於那一種類的空間呢？恐怕非由實驗去判斷不可。在幾何學上明白懂得這樣，不過百年來的事。以前以

爲「歐几里德空間」，是唯一的空間，「由多少實驗的知識爲基礎建設公理的，確是個事實然自懂得先驗的空間，可以有許多種類以來，實在的空間，果然確實是「歐几里德空間」呢？或不是呢？也非待實驗不可。但非就範圍極廣的空間而言，不能加以判斷，恰似在較狹的範圍觀察地面，可以看做平面一樣，我們底空間，卽大略可以看做「歐几里德空間」也還可說得去。

六 羅倫徹收縮

二點間的距離，還有一個意義，可以證明他不是絕對定着的；我所說的問題，藉此可以解決。便是先前的幾何學，由抽象的論理所引導的結果，在這裏須先有了實驗纔能成立。這一點實在饒有興味。如果假定空間是「歐几里德空間」那麼空間內二點間的距離，在幾何學上是有一定的。然而我們還有一個先驗的要素，也不能不顧；我們欲於空間內想像物體是「具體的」的時候，無論如何，時間的觀念非常必要「何時」「何地」非相伴而言不可專論空間底關係底

幾何學，不過實際的一種抽象而已。實際的現象無論如何，總有「何時」的觀念在裏頭，如果將這時間觀念引導進去，那麼就應當想到由時間所生的位置變化——便是運動這一節。所以對於二點間的距離應有另行思考的必要；譬如空間爲「歐几里德空間」無論怎樣運動，二點間的距離總是一定的麼？據我們從來底思考，這二點如果作共通的運動，他底距離，好像沒有變化的樣子。然而這恐怕不過是一個先驗的假定，固然就種種運動曾經行過實驗，見得距離相同，即使運動極速，縱能實驗到距離不同的結果，那時候我們必定疑到此時所使用的尺度有點變化；怕還想努力維持距離不變的結論。這因爲是「由共通運動而生變化」這一個先驗的理由不易發見的緣故。邁克爾遜和莫勒底實驗，恰是因爲如此。在地球上所測的距離，受地球運動底影響而生變化一層，誰也想不到，却將代替尺度而使用的光速底定律，作種種的假定來說明這個理由。直至荷蘭學者羅倫徹出，纔懂得用這種方法去解釋事實，總不適當，於是纔

想到上面所述由運動而生距離底變化這一層。

羅倫徹⁹以爲二點間的距離，不是由力學的能夠決定爲一定的，是由二點對於觀察者的運動如何而變化的。爲着要說明邁克爾遜和莫勒底實驗，假定在地球運動的方向所測的距離，由在地上的人看來，雖和在垂直方向所測的距離相同，然而在靜止於能媒中的人看來，則不能不縮短。所以地球雖對於能媒而動，然而光底往復時間，還可以相同。這樣看來，一切物體當動的時候，物體上二點間的距離，在運動底方向覺得縮短；而且速度愈大，縮短的比例亦愈大，無論甚麼物體，如果運動底速度和光一樣，那麼從運動底方向所測的距離，竟等於零。羅倫徹得了這個結果，許多的人當然大驚。不管是人類或是甚麼東西，如果以和光一樣的速度而運動，都變成扁平如薄紙一樣；物質的內容保存於這樣底所在裏面，好像反了常識。但是在這個地方提起常識一些沒有用處；變成扁平一節，如果是論理的當然底結果，那麼照這樣底思考不能不算做常識，若

覺得奇妙便算是非常識了。羅倫徹引導以上所述的結論一點都沒有覺得奇怪，而且極力用常識的來求解釋。組織物體的要素，是稱爲電子的一種極小荷電粒子，他們所以能夠集成一定的形，是因爲作用於電子間的電力維持平衡的緣故，但是電若一動便生磁力，所以力底平衡，非變成如上所述的扁平狀態不可。這是羅倫徹底說明。其次所起的疑問，便是羅倫徹底縮短，如果成爲事實，那麼必有因這縮短所起的現象爲我們知道。若將光射入於壓縮的玻璃內時，不照通常底屈折而生複屈折的現象，一條光線變成二條光線。假使玻璃和地球同時運動，因此而生短縮，那麼不應當也生這樣底複屈折現象麼？但是這個豫想，由實驗的結果否定了。此外還行過許多這樣的實驗，歸結我們在地球上無論施行那種實驗，都不能發見因爲地球運動而起的羅倫徹短縮的影響。無論如何，我們要知道地球以何速度運動於能媒裏面，總是沒有法子。縱使發生羅倫徹所說的短縮，如果他底影響，不能表現於地球上任何現象的上面，我

們便無從測知的了。這個結果，含有非常重要底意義，把他弄明白的，便是愛因斯坦。

七 能媒的抹殺和光速

愛因斯坦底論文，發表於一九〇五年，愛因斯坦便在這論文裏面，把古來包於疑雲底物質的能媒一筆抹殺，並且建立所謂相對性原理。以前所述是假定能媒全然靜止於空間，物體在能媒裏頭運動；物體相互運動的速度雖可得知，然而物體對於能媒用甚麼速度運動，則誰也不能知道，而且能媒到處一樣的充滿，要想注目能媒中任意那一部分都不可能。那麼，到底由甚麼地方可以見得能媒的存在呢？如果隨便那一種實驗的手段都不可能，那就簡直缺了爲物質的對象底根本資格了。能媒底性質，如前所述，在普通底意義，雖覺得奇妙，假使可由實驗上認爲物質的對象，那也可以。譬如現在所流行的電子，如果看作普通底物質粒子或者也可說有奇妙的性質，尤其近來所發見底量子的關

係也在那裏若說奇妙也狠奇妙然而實際上却沒有甚麼奇妙一方面能媒因爲由想像來的，所以完全缺乏物質的資格不特沒有重視他的必要，並且如果把他完全抹殺，清清楚楚的就祇剩下一個自由的空間了。這個空間不只是抽象中描寫的空間，乃是自然現象所發生的具體的物理的空間。這個空間裏面有稱爲電子的物理的要素存在，他底周圍能起電力作用。電子運動的時候，這個空間可以傳播光和電波。波的進行狀況，料來和音波發生於空氣中時相類，但這不過是類似而已，不能因此便認爲是我們底空間裏面，必有能媒存在的理由。從前以爲空間中如果沒有能媒便不能起波的思想，是因爲把空間看做抽象的無內容的緣故。具體的物質的空間，便是現在我們所認識的空間；如果承認其中能傳波動，那也不外便是具有能傳波動的性質的空間，沒有把我們所不能認識的能媒充塞進這個空間裏面去的必要。

愛因斯坦便是用這個理由把能媒抹殺了。能媒抹殺之後其結果如何呢？

們對於光速，不能不改變向來的思考。因為有了能媒，所以光對於能媒以一定的速度進行，如果有對於能媒而動的人，那麼向着他底運動方向進行的光，相對的速度應當覺得慢些；向着反對方面進行的光，應當覺得快些了。譬如立在地上看出來的火車速度，比向着火車進行方向行走的人看出來的覺得較慢，比反對着火車方向走的人看去，覺得較快。又由和火車速度差不多相同的他車上看時，覺得火車幾乎不動；由相向而行的他車上看時，覺得火車走得極快。對於光也作這樣思考，是狠普通的事；然而如果把能媒抹殺了，那麼光在空間的速度，到底對甚麼東西而言呢？（縱有能媒，如果不懂他靜止在那裏，實際上也不能決定光底速度）愛因斯坦答道：「那是對於觀察者的速度。」實際上此外便沒有依據。如果這樣，那麼，這裏若有相互運動的兩個觀察者，對於這兩人光底速度果不相同麼？對於這個問題，如果答道：「不同，那麼一方面何以大呢？他方面何以小呢？必定是一方面通過空間運動較快，他方面較慢，先有這

個區別而後纔說得去；這樣一來，代替能媒的絕對空間雖然表現，然而由兩個的相對運動，欲求絕對空間，怕是不可能的事。愛因斯坦當然把絕對空間否定了。而且當然的歸結，對於互相運動的兩個觀察者，除却光以同一的速度進行而外，沒有答案。

這不是大不可思議麼？假使不是光，是前例的火車，那麼，豈不是件奇妙的事嗎？由在地上站着的人看去，由在地上走着的人看去，火車都是同樣的速度，那麼，隨你在地上如何快跑，總不能追到火車，因為火車對於這人始終和從前是以同一的速度進行的緣故。然而這種明明似矛盾的結果，對於光不能不加以容許。這不是愛因斯坦腦中的假想，是邁克爾遜和莫勒實驗的結果，使他這樣其他光和電磁的實驗，也強他這樣，愛因斯坦不過聽從他而已。但是聽從以外，更須由此尋出沒有矛盾的論理，實在沒有幾個人，所以我們不能不感愛因斯坦的卓見。

八 時間和空間消長的判斷

愛因斯坦由深究空間和時間底認識問題，纔求得這個解決。空間和時間不能獨立認識，兩者之間有密接的關係，用光現象來作這兩者間的關聯媒介，以避前述的矛盾。光底特別意義，就依存在這裏。我請先述同時刻的判斷。

假定兩個觀察者，在不同的場所，他們各以時計來測時間，欲知他們底時計，是不是對準，他們非有信號往復不可。欲使無論甚麼所在都可使用，最普遍的，怕無過於用光爲信號一層。譬如在某處 A 當時計某時某分送光，於他處 B，用鏡反射使又回於 A，如果光到 B 時，時計所指示的時刻恰在光發出的時刻和光折回來的時刻的中間，那麼 A 和 B 底時計，料是對準的了。然而由 A 到 B 光的進行速度，和返轉來的速度，如果相同，纔可成立；如果不同，便不是這樣。若照從前底思考，光在能媒裏面，以一定的速度前進，如果 A 和 B 靜止於能媒內面，以上的關係固然可以照用，如果 A 和 B 互相運動，就不能如此甚明。在運動的

時候於A和B爲同時刻的判斷裏面應當有A和B運動於能媒中的速度包含在內，然而對於能媒的速度既已不能由實驗求得，同時刻的判斷當然也不可能。同時刻底意義本來不是這樣絕對定着的，是依着光底進行定律而定，在這裏諒來可以明白的了。

照愛因斯坦底假定，無論空間如何動着，由A和B所見的光速，總是一定，那麼A和B如果不互相運動，對於兩者同時刻的判斷可由上述的方法而知。A即爲地球上的兩點，也無不可。總之，光底進行定律要這樣規定，而後同時刻纔能決定。因此時間快哪慢哪，以及其他種種底速度纔能決定。不特如此，空間底長的判斷，也依據於此。譬如問棒有多少長？其精確的意義，是說棒底兩端的點，同時刻存在二點間的距離。所以同時刻底判斷如果錯了，這個距離當然也跟着錯。物體運動時發生羅倫徹短縮，據愛因斯坦看來，便是因爲這個緣故。換句話說：對於運動的兩點，不能不照着這樣短縮，而下同時刻的判斷。這樣一來，

在邁克爾遜和莫勒底實驗，光底往復時間，隨便對那一方向都應相同。所以由地球上的人看來，光無論對於那一方向都以同一的速度進行一節，容易解釋。這便是棄去能媒的效果。

九 光速底不變和時間空間底相對性

總之，光速無論由那一個觀察者看來，都是相同一節，在愛因斯坦不是論理底結果，乃是一個公理。同時刻的判斷和空間底長的測定，能夠使這公理成立便可，所以不致發生矛盾。但是和向來決定時間和空間底方法，以及以此為基礎底力學定律不能一致。這一層便是引起我們覺得奇妙的原因；據愛因斯坦底見解，無論我們用甚麼速度走着，光底速度總是不變；換句話說，光底速度無論加些或減些，其值總不變。這種底加法減法，數學真的有什麼實際數學上有的；雙曲線函數便有這個性質。如果把光速看做無限大，那就變成普通底加法減法了。不過在這個例中，是將某種有限數拿來代替普通數中底無限大之用罷。

了。其結果無論加甚麼力於物體，他底速度總不能超過光速；又無論甚麼物理作用，其傳播的速度，總不能超過光速。如果有比光更速的現象，那麼，以他爲信號而施行同時刻的判斷，有時和用光而施行的不同，所以在一方時間的判斷以爲早的，在他方却以爲遲；即原因和結果成了逆底順序，生出人類由老漸壯而至於未生以前的不合理的事，這事明明不能容許，所以我們不能不得一切作用不能以更速於光的速度而傳播的結論。據愛因斯坦底意見，空間和時間底判斷都是相對的。由互相運動的觀察者看來，同一物體底長短判斷各不相同，同一事件底久暫判斷亦不相同。我們底身長五尺幾寸，由對於我們運動着底人看來不是一樣；我們底年齡五十多歲，由對於我們運動着底人看來，還要多些。但是要爭那個所見是不錯的，完全是無意義；因爲沒有絕對底標準的緣故，隨便在那個人都是不錯，他們都有主張不錯的同等權利總之空間和時間底長，對於觀察者纔有相對的意義，自身沒有絕對的意義。光底速度則不然，無

論由誰看來，都是相同；光速相同，又成爲光底進行定律，無論對那個觀測者都是相同，這便是愛因斯坦底相對性原理的骨格。愛因斯坦論到這層時，有許多反對論者，恐怕還有許多雖不敢公然反對然而却也不敢信用的呢。直至三
年以後，數學者閔可夫斯奇用數學的方法，把形式整理完美，表示自然定律在我們腦裏成爲怎樣完美的體系之後，愛因斯坦底意見，纔爲多數人所承認。我
在這裏擱了筆不再詳說，因爲說得太難，恐怕亂着諸君的腦筋，但請附加一言，
略述他怎樣的解法。閔可夫斯奇於空間底三軸（向於上下，前後，左右的軸）之
外，更引了時間一軸，於是由「幾何學的」想像有四次元底空間，把他看做一個
「非歐几里德空間」，那麼以上所述的關係，完全可以用這個幾何的內容表示
出來。閔可夫斯奇把這個四次元空間稱做物理學的宇宙。閔可夫斯奇不只以
爲光底定律，隨便由那個觀測者看來都是一樣，而且以爲一切自然定律，都應
當如此，並豫想唯有這樣不變底定律纔是真實。所以把這個原理稱做相對性

原理，這是包含一切的大原理，是確實可以置於自然科學底根本上的一個原理。一切既成的自然定律，都非改成和他一致不可，而且新發明的自然定律也非和他一致不可。我在下章所欲說的萬有引力問題，便是從這裏發生。

十 萬有引力底問題

愛因斯坦發見了相對性原理之後，更把問題擴張開去，於是就遇着萬有引力的問題發生，但這事甚難解決，愛因斯坦以外，還有許多人都來研究，可是愛因斯坦再三把他自己底學說修改起來，最後得了一個極大底一般的原理。據我底記憶，是世界大戰開始後一年即一九一五年的事。其後於戰爭中又繼續發展他底理論並發表補足的論文。在德國當時那樣底國情裏頭，能够建立這樣大事業，（恐怕是有科學史以來最大的事業）實在可以特別引人注目，我們對此不能不生許多感慨。

愛因斯坦何以能夠成功？研究這個問題，亦非無益的事。節就前述時間和空

間底相對性看來，也是一樣。我們對於時間空間，通常保守着先驗的所養成的概念，愛因斯坦則加以懷疑，便由裏頭發見出新底解釋。至於相對性原理內容的各種事實，差不多已經由羅倫徹全都弄明白了；有人說：愛因斯坦不過把羅倫徹所導出的式變個解釋罷了。但是這個變更解釋，便是向新原理展開的路徑。欲知這路可以引導我們到怎樣大的怎樣遠的去處，除却順着這路走去，沒有別樣方法。

十一 關於運動底相對性的疑問

愛因斯坦更把運動底相對性，看作一個問題。運動是由二個物體之間纔能決定的，並沒有絕對的意義。譬如火車若在軌道上走，那麼對軌道言火車是在走的；對火車言軌道是在動的；隨便從那一面說來不能不是一樣。實際上我們坐在火車裏面如果火車滑滑地走着，單就車內不能判斷火車是動是靜？不過由窗望外面，見得外面許多東西都向着窗經過對於自己移動着的，在這時候

纔能真正承認運動底相對性。但這是就火車以同一速度進行不生動搖的時候而言，如果火車忽然走快，或是忽然停止，那麼，坐在裏面的我們，同時覺得受有急倒後方或急傾前方底力，這個時候我們就可以確確實實的判斷出來，說是火車正在行動和變更速度，恐怕決沒有人說軌道對於火車運動的速度起了變化的了。但實際上我們底力學，却是這樣說的。運動底定律說：「物體若不受其他的作用；從他底惰性，以同一的速度而動，」但有力作用便變了速度。我們在這裏不能不發生疑問，便是這個定律所說的同一速度，到底是對甚麼說的？在中學校學習運動底定律時，如果有人發生這個疑問，這個人便是了不得的人，不只可以得個滿點。在以滿點爲最高點的人們恐怕不會發生這樣極真摯的疑問。

我以爲這是極真摯的疑問。這疑問實際上曾經許多的學者起過，便是判斷這速度的標準物體要在甚麼地方纔求得出來呢？這個物體，不是太陽，也不是

恆星，那麼非在宇宙中尋出一個不知甚麼名稱的東西來做標準，使運動底定律對於這個標準能成立不可。諾意曼把這個假想體稱做「a」體。本來運動底定律中，還有一個力底作用和反作用相等的定律；這個定律是說有既知二個物體時，表示這運動底式，要對於質量中心的點，纔能成立；這樣推來，諾意曼底「a」體如果非聯結着宇宙間一切物體底質量中心，那麼，便非對於這個中心為等速運動不可。但是如果宇宙底廣延，沒有際限，那麼，全宇宙底質量中心，到底怎樣纔可以決定呢？

縱使宇宙底全物體屬於有限，而且質量底中心可以決定，然而我們何以非單獨對於這樣聯結的「a」體的標準系作運動底定律不可呢？何以祇有這個標準系能彀由其他一切可能的物體中，特別選出來呢？料必有人答道：因為這是自然定律可以最簡單表示的緣故。但是這最簡單的一句話，到底含有幾多的必然性呢？自然定律，對於各觀測者在理不能不成立，然而欲使運動底定律

成立那麼觀測者對於「a」體非靜止或等速運動不可但是現在的我們裏頭沒有這樣的觀測者。何以對於我們實際觀測者，運動定律不能成立呢？從前以爲地球底周圍，有太陽和其他底星環繞，但自有名底哥伯尼氏首唱地動說以來，以爲我們地球環繞太陽，使我們承認運動底定律，實際是這樣。更進一步想，我們何以不能把地球看做不動，將太陽和其他運動用我們底力學表示出來呢？

我想以下列的事更問諸君。地球上的我們，何以見太陽和星由東出由西入呢？這個問題怕誰都能夠解答，是因爲地球迴轉於自己底軸的緣故；並且沒有對於這個答案自行懷疑的。不特如此，假使天空爲雲所蔽，一點的天體也不能見，然而現在底力學，還是教我們以地球有迴轉的證據。譬如用線懸一擺，最初雖然使向正南北底平面內振動，久而久之振動面就漸漸離了南北，一晝夜間，完全迴轉一次。這個裝置稱做傅可擺，是證明地球自轉最顯着的現象。又若精

密測定物體的重量，同一物體即就同一海面上測時，如果緯度不同，重量亦生不同，這是因爲地球迴轉而地的遠心力不同的緣故。又物體自高塔落下時，不從鉛直底方向而稍偏於東方，這也是地球迴轉的證據。那麼，由這些現象，地球底迴轉可以絕對的決定麼？迴轉運動何以失却相對的意義而成絕對的呢？這些疑問，對於向來底力學當然發生。馬哈氏，早就指摘這個問題，並且說力學底基礎非用方法使他改造過不可。

十二 物體底質量底兩個意義

還有一事，物體底質量底意義，在力學上有二種表示的方法。以力作用於物體便生加速度，在同一物體，力和加速度的比例，常相等，這個比例稱做質量，是這物體固有的東西。質量大的物體，雖然受力的作用，所生的加速度亦小，便是表示惰性大的意思；所以由這樣所定的質量，從這個意義稱爲惰性的質量。其次假定物體受重力的作用，在地球上一定的地方，重力底強度雖亦一定，然物

體受重力的作用所生的重量，隨着物體而不同；物體底重量和地球重力底強度的比例，也稱作物體底質量；就他底定義的意義說來，可以稱做重力的質量。但在這裏有一顯着的事實，便是物體受重力底作用而落下時，不論甚麼物體，皆以同一的加速度落下，和他底性質無關。鉛球和木球落下的加速度相同，這個事實可以表示前述的惰性的質量和重力的質量完全同一。從前底力學，認這兩個質量是同一的，恰好使他成立如上底關係，這固然是很好的事，但若更進一步欲問何以同一的緣故，則還沒有說明，一點也沒有議論到這個問題。愛因斯坦以爲物體底重量和惰性，根本上實有同一的性質，實際上必須如此，纔能有最正確的說明。

試更舉較容易理解的例來說。假定我們乘昇降機（電梯）下降，當以同一底速度下降時，和不動時相同，絲毫不感變化；然當開始下降時，覺着自己底身體好像上浮，這因爲向下有加速度的緣故；因爲覺着自己底重量減少，所以覺得

身體上浮。如果加速度極大，恰和物體自由落下時所得的加速度一樣，那時候我們應當覺得身體底重量好像完全失去一樣。就站在外面見昇降機運動底人看來，以為這是因為昇降機以加速度下降的緣故，這個說明固屬正當，但就閉在昇降機內部的觀測者看來，因為他看不見其他物體，不能判斷他自己是在運動，那麼，他就以為不會運動，諒也沒有不可。而且就這人而論，因為沒有重力場存在，所以可以想做自己底身體沒有重量。將這兩個見解比較看來，在後者覺得沒有身體重量，所以同時沒有想到運動；在前者覺得有重量，所以同時不能不想到和下降底加速度相當的惰性。這樣看來，重量和惰性根本上難道不能說是有同一的性質麼？

十三 重力和惰性的關係

重力和惰性的密接關係，在他發見的歷史上已經表見實是一件很有興味的事。牛頓見蘋果落地，發見重力的話，誰都聽過，但是這話不能就這樣算了。實

際蘋果下落一節，誰都經驗過，如果僅由這樣便發見重力定律，那就恐怕沒有等到牛頓的必要。所以牛頓的話，如果就這樣算了，一點也沒有興味。這話最重
要底核心是這樣。牛頓見蘋果下落，當時或且忽然有所領悟，但是他底領悟是
別一件事，他嘗自己問着：蘋果離了枝便要下落，那麼在天空上的月，一點沒
有掛着，何以又不下落呢？這個疑問有非常深遠的意義，能夠發這種疑問的人
纔有發見力學原理的資格。牛頓因為要解這個疑問，把蘋果和月比較了。蘋果
是靜止的，月是迴旋着地球的，月所以不會落下，就是因為這個緣故。月受重力
的作用，同時並因為惰性欲一直飛去，所以生所謂遠心力。就說牛頓所建立的
力學定律便含在這裏亦無不可。

愛因斯坦更進一步而懷疑，他底問題非常奇怪。設如在月球上重力和遠心
力互相平衡，和力不作用相等。那麼不能看作沒有絲毫力底作用。月還動着麼？
通常沒有力的作用物體，如果動着，便應該一直進行，但月不是一直進行，却迴

繞着地球而運動，好像不可能的樣子，但是愛因斯坦却以爲可能。他以爲從前力學所謂物體一直運動時的空間，是假定「歐几里德空間」所謂一直，是指表示其中最^短距離的線，但在「非歐几里德空間」表示這個最短距離的線一般是曲線，月所以彎曲動着，若以爲因爲他底空間是「非歐几里德空間」便可。假使我們在月上觀測，把地球周圍底空間，看做這樣彎曲的空間便可。所謂有重力一節，是由地球看去的話，（精確說來是應當由地球和月底質量的中心看去）如果由月看去，可以說因爲那裏的空間起了彎曲。

所謂證明地球絕對迴轉的傅可擺的實驗，也是這樣，擺底振動面所以旋轉，不是因爲地球迴轉，是因爲地球上的空間有了彎曲，擺要這樣運動纔得最短距離。照這樣說，也可以的，再換一句話說，空間底彎曲是爲着地球和其他宇宙天體等重力而起，也可以解釋。

十四 一般相對性和他底證明

愛因斯坦這個議論，是主張一切運動底相對性；他保證以無論怎樣動着的物體來做標準，運動底定律，對於他都能成立。所以諾意曼底「a」體等等可以一概不要。在上述的例如月底運動，和傳可底擺等，不過想到空間底彎曲略略變更解釋便可。但是愛因斯坦底理論如果正確，還有我們所未知的新結果會發見出來。本來地球周圍的月底運動和太陽周圍的諸遊星底運動，若把空間當着彎曲，和向來用牛頓底引力定律所計算的結果稍有不同。據牛頓底定律遊星底運動軌道是以太陽爲焦點底橢圓，據愛因斯坦底理論，橢圓底軸的方方向漸漸彎曲。這個事實，實際上於最近太陽的水星運動，早已知道，而且是牛頓底定律，不能說明的一個有名的例。牛頓底定律，能夠很精密地表示天體底運動，如日蝕月蝕等現象，能夠預言他於何年何月何日何時何分何秒發生，這是諸君所熟知的事。這種事實，在他科學底部分，恐怕是沒有的。但是水星底運動，不合於這個定律，實在是不可解的謎。他底原因，曾經種種的想像，有的以爲引

力定律不是精確和距離底自乘爲逆比例，不可不略略改變；有的以爲太陽極近的所在有我們看不見的無數小遊星迴轉，恐怕受他們底影響，然而都沒有滿足的說明。不消說所謂不合定律，也不過極小的範圍，橢圓底軸的方向每百年僅旋轉四十三秒的角度然而恰好這個結果而且這個分量可由愛因斯坦底理論正確得來。這樣美滿的實驗的證明，其例不多，即使僅以得了這個證明，我們對於他底原理，已經有不少信用的價值。

十五 第二底實驗的證明

由愛因斯坦底理論，所得最著最新的結果，便是以下所說的事實。假定光通過於太陽的正傍，在光底本性上應當通過於空間中最短距離；然太陽周圍底空間，因爲受極大重力底影響，生有相當的彎曲，所以光亦不能不取彎曲的路前進。果然有這個事實麼？這是一個大問題。愛因斯坦於一九一一年曾經發過豫言，而且於前年五月二十九日的日蝕由英國學者證明了。其法於日蝕時將

由太陽近傍的星所射光的方向，撮了影取來計算，所得的結果，恰和愛因斯坦底理論一致；科學豫言的實證，像這樣顯著的例，恐怕很少。英國學士院會長湯姆遜氏當時演說：以為和發見海王星的歷史比較，可算是自那時以來最著大事實，而且這事實的意義深長遠過於海王星的發見，云云。光由太陽而彎曲，換一句話即說光有重量，為太陽所引，亦無不可。重量不限於物體有的，如光那樣單純的「能」，似亦有重量。「能」有惰性，早已說過，愛因斯坦把惰性和重量看做同一，那麼光有重量，諒來也是當然的結果。

十六 愛因斯坦底宇宙論

愛因斯坦底理論，更將徹底的偉大的宇宙論，陳在我們面前。我想於最後這一章中，述些大略。宇宙底廣延到底繼續到那裏？是誰也都會想得到的問題，這或許是因為好奇心也未可知。有人以為就是懂得也沒有用處，在這種人是自始不要愛因斯坦底人，但人類智識的究極，總應要求這種問題的解決，因為我

們自覺他有絕大價值的緣故。然而像宇宙底廣延，這種絕對底問題，當然不能由直接的實驗懂得，隨你有怎樣的望遠鏡，至某距離以上，沒有能見的理由；縱使宇宙底邊際有線爲他底界限，也沒有能看到這裏的眼睛。我們向來對於想像這邊際底存在，沒有甚麼特別底理由，其結果以爲宇宙底廣延沒有限際最爲通當。然而對於此，便起種種的疑問，宇宙內到處有星，分布的模樣雖有種種，如果就很大的範圍看來，其中所有物質底量，若不特別聚在那裏，那麼，平均的密度，便不能不一樣。這樣看來，宇宙不論到甚麼所在，由星而來的光，他底明亮的程度，理應平均相同。然而這個思考，和牛頓底引力定律發生矛盾；何以故呢？如果承認這個假定，那麼引力底強度，在無限底遠方，當無限大，這是不能思考的事。所以自牛頓底理論說來，宇宙底全天體，當有中心，一切星體都集於他底周圍，愈離則星底平均質量不能不愈減，所以星底世界，在無限空間底大洋中，成爲集聚的島羣。然而這裏却發生奇異底事，自星所發底光，對於各方向無限

擴散開去沒有回來；但在有星的空間或被他們吸收或起別的相互作用，也未可知，然而若一旦出了星底世界以外，一點也沒有東西，一切的光在這樣底空間，徒然消滅，我們世界底「能」便散失了。天文學者哲里岸覺得這事怪妙，曾將引力底定律稍微變更，使星底世界底密度雖到處同樣，而引力底強度不致於無限大，但引力底定律僅僅爲着這個理由變更，根據還是薄弱。

我在這裏，要再說愛因斯坦底理論，有明確的實驗的基礎了。現在請略述他底理論。

據愛因斯坦底見解，物體底周圍底空間，有重力作用，因此生了彎曲，卽不是「歐几里德空間」了。假定星平均分布於宇宙全體，那麼空間全體，便成特別的曲率，一定是「非歐几里德空間」了。空間底曲率這句話，恐怕有點難解，試就「面」着想，就可以明白。球面的曲率半徑有一定，半徑若爲無窮大，便成平面。現在所說的空間，譬如這個球面，通常「歐几里德空間」譬如平面。平面上的直線，

和球面上的大圓相當，平面的寬延無限，球面的寬延有限，至於沒有邊際，却是兩者共通。空間也沒有邊際，然而可是和從前所想像的寬延無限的宇宙相反，愛因斯坦底宇宙是有限的。由一方向一直走去終能够回到同一底地方；好似從前以爲地面是平的，現在於地球上向西一直行去終能回到原來的地點一樣。請更進一步思考，愛因斯坦底宇宙，何以有限，是因爲空間彎曲的緣故；空間何以彎曲，是因爲有物質存在的緣故，所以愛因斯坦底理論，更得以下的結論。空間的寬延，由宇宙全體物質底多寡而定，如果宇宙上沒有物質，空間恐怕縮成一點，所以有了物質纔有空間。這不能說是極有趣味的事麼？[？]物體底惰性，如果祇有一個物體，是不能表現的，必有二個以上底物體在他們相互的運動裏頭，惰性纔能表現，這事由愛因斯坦纔弄明白。這等意義，在思考物體底本質上，異常重要，關於這一點固然還有許多異論，今且姑置不說。

愛因斯坦底理論，如最初所述，因爲建設在複雜的數學的基礎上面，不知數

學，欲解這個理論，實在沒有道理。但本篇所說的，便是不用數學，我希望諸君由直觀的加以理解。

論愛因斯坦底著作

愛因斯坦是他底姓，他底名字則爲亞爾培 (Albert) 於一八七九年三月，生於德意志底一個小都市地方，名叫烏爾姆 (Ulm)。他家并不十分富足。幼時同着他底家族，遷到閱亨 (München) 地方，就進了那裏的小學校。有一個人名叫莫斯科夫斯基 (Moskowski)，著得有書，敘述他的爲人，據說他從小口齒就是很笨拙的，常常離開同伴，不愛和旁人在一塊。前面也曾說過，他是猶太人底系統，所以對於猶太人的迫害情形，也必定經驗過不少。這種情況，以及他那喜歡數理的性質，自然而然的將他養成一種學者底生活。

當他在中學的時候，他底家族又移到意大利底密拉諾 (Milano) 地方去。他到了十六七歲的時候，一個人跑到瑞士底屈里西 (Zürich) 去，進了那裏的工業專門學校。那個學校專授工業和純正的科學。是國立的學校，所以比較在同一地方的州立大學，設備也要周到些，教授也要好些。他由十七歲到二十一歲，

都在這個學校讀書，一直到了畢業爲止。他就在這個期間裏，決心專攻物理學。由這個學校出來，約有兩年光景，都在瑞士底謝夫好然和柏壘（Bern）等處當私人教習，一面熱心開始研究起來。在工業專門學校作過卒業論文之後，接着又著了許多重要的學術論文。自一九〇二年至一九〇九年間，任柏壘地方的特許局技師，其後任屈里西大學助教授，一九一一年被聘爲奧大利博黑米亞（Bohemia）地方的蒲拉古（Plague）大學教授，翌年仍回屈里西任工業專門學校教授。如是兩年之後，名譽漸起，到了一九一四年的開始，纔被德國柏林大學聘去，接任大化學家方杜霍夫（Van de Hoff）所遺下的講座，在柏林郊外的凱撒維廉研究所內，專心研究他底學問。一直到最近，還是在那裏。

他對於學術上的貢獻，有後面列舉的各種論文。要想窺見他底真面目，不得不知道他底著作，究竟是什麼樣的東西。我想將他底著作底內容，約略概括起來，敘述一下。

他底論文，概是關於理論物理學上各種重要的問題，爲便宜起見，可以分爲下列的三個種類：

一、關於分子論的論文

二、關於相對性原理的論文

三、關於量子論的論文

就由這點，已經可以察知他底興味，究竟傾向着什麼地方了。

他在一九〇一年發表的最初一篇論文 (B) (註一) 是關於毛管現象的東西，接着就移入熱力學底問題，論分子論底基礎 (S. S. F. G.)。又於一九〇五年發表一篇論文，名叫『熱分子運動論所要求的靜止液體內浮游着的粒子底運動』 (S) ，將布朗運動底理論弄得完全無缺，學界上的注意，於是遂都集合起來。這個理論底結果和斯摩爾可夫斯奇獨立發表的論文，對於這個現象，都投了不少的光明。還有繼續這一篇的論文，就在翌年發表出來 (C) ，都要算得在分子

論底歷史裏面，特筆大書的東西了。分子底實在其所以能夠得了這樣牢不可拔的確實根據，完全是由於這些理論和法國的白朗（Perin）瑞典的施維德堡（Svedberg）等用實驗的事實，數量的證明出來的緣故。布朗運動乃是一八二七年一個植物學家名叫布朗（註二）的人發見出來的，發見了八十年後，纔將他底真意闡明出來，對於分子論負有這樣重要的任務，也完全是出於布朗所賜呢。又在一九一〇年發表的論文，是關於液體底蛋白質的議論（CC），貢獻於分子論的地方，着實不少，也和布朗運動底理論差不多。

（註一）括弧中的數字，是論文題目篇內的號數，可以參照着看。

（註二）布朗爲英國人，因將某種草花底花粉，浮游於水裏面，然後拿在顯微鏡底下去看，發見那些小粒子，在水裏面作激烈的運動，毫不停止，更用其他種種物質底微粒，來作同樣的實驗，也有這樣的運動，因而叫做布朗運動。

他於一九〇五年發表了這篇布朗運動底理論，同時還有一篇尤其重要的

論文發表，題目喚做『運動物體底電力學論』(8) 乃是他底相對性原理底最初的基礎。這個運動物體底電力學，在十九世紀後半期，要算是一個很流行的問題，德國的黑爾志，英國的黑肥塞 (Heaviside) 對於這個問題，雖然也有許多的議論，但是總有許多地方和實驗不能相合。後來荷蘭的羅倫徹由電子論入手，纔將動體電力學底基本定律造了出來。不過還有邁克爾遜和莫勒底實驗，與之互相矛盾，好容易後來又用羅倫徹收縮的假定，纔彌縫成功。羅倫徹將他底理論組織完成，在一九〇四年的論文(註三)裏面，發表出來。這樣困難的問題，在愛因斯坦底青年頭腦裏面，完全用一種新思想，去解釋成功的時候，他纔不過二十六歲。光速速度不變的假定，關於時空判斷的考察，羅倫徹轉換式(註四)底演繹，以及對於真空中運動着的座標系的電磁現象底定律，都完全在這一九〇五年發表的論文(註五)裏。

(註三) 羅倫徹徹底這篇論文，要算是相對性原理底一個先鋒，是很重要的東西，題目喚做『以較光

速爲小之任意速度運動着的體系中的電磁現象』載於荷蘭出版的亞夢斯坦學士院 (Amsterdam Akademie) 報告中。

(註四) 羅倫徹轉換式是表明相對連體系各座標間的關係，是表明時空相對性最完全的東西。

(註五) 這個理論再加一次修改，於一九〇七年登在『放射學及電子學年報』裏面(21)。

他接着將相對性原理生出來的一個重要結果，即是能底惰性，再三加以討論(9,13,20)物質底質量和他含有的能有關係，質量和能，都隨着速度以爲轉移的種種結果，都是由這些論文裏得出來的。

到了一九〇七年閔可夫斯基底名著(註六)方纔發表出來，將愛因斯坦底相對性原理和四次元空間中的幾何學關聯起來，算是得了一種美麗的數學的裝飾。前此愛因斯坦造成的電磁現象的式子，原只適用於真空裏面，閔可夫斯基却將他擴充到一切物質底裏面，都可適用。因爲閔可夫斯基底論文，用的是純粹數學的方法，許多人都感困難，後來愛因斯坦和勞伯(Laub)協力將他

改成很容易了解的形式。一九〇八年發表的那兩篇論文(24, 25)就是爲這個目的而作的。

(註六)這篇論文底題目叫做『對於運動物體底電磁現象而立的基礎方程式』由德國格丁根學

士院 (Göttingen Akademie) 出版。

一九〇五年愛因斯坦所成就的相對性原理，在今日稱之爲特殊相對性原理，只限於光速度不變即是萬有引力場不存在的地方，始能適用。其後大家都在那裏推想由這個原理生出來的各種結果的時候，愛因斯坦自身却未嘗將萬有引力的問題，稍微忘忽一下。他在一九〇七年發表的那篇相對性原理底說明後面，曾經提過他對於這個問題，已有若干的考察了。他在那裏就想由一定的相對速度擴張到一定的相對加速度運動上去。假定有相對加速度的觀測者看出來的力學現象完全和在一定重力場內觀測者所看的是一樣，這個假定喚做『等值假說』(Äquivalenzhypothese)，想由此就擴張到一般相對加

速度的運動。但是由這種有相對加速度的觀測者看來，光速度也不能不變，所以他就將先前的那個光速不變的假說拋棄不用，而去求光速度和萬有引力勢的關係。由這個思想，他在一九一一年，就下了一個預言，說光線通過重力場的時候，要起彎曲（ deflection ）。在當時這個預言，並未引起多大的注意，一來因為他底理論還沒有完成，二來因為還有種種不同的議論，繼續發生不已的緣故。他自己却一心不亂的要想將這個問題解決出來，翌年還有兩篇論文（ 1912 ）議論萬有引力和光速度的關係。亞伯拉罕批評他說：『光速度底變化，將他一九〇五年的論文從根本推翻了，』他也曾極力的辯護過（ 1913 ）。

實在說起來，一九〇五年的相對性原性的出發點，就是光速度不變，如今要由這個出發點擴張到光速度變化的一般情況去，的確是一個很費苦心的問題。要將他立在一個很正當的論理的根據上去，非得要有一種比從前所用的數學的論理的範圍，還要廣汎的立足地不可。一九一二年他回轉屈里西去的

時候，他就將這個意思拿去和他底同學，那時恰好在那裏教數學的顧羅斯曼 (Grossmann) 商量。結果纔知道一般的李曼幾何，恰能合他底用處。他得着顧羅斯曼幫忙，纔能由絕對微分學的極複雜的方程式裏，將他自己所希望的形式，抽取出來。然後一般相對性原理底基礎，纔能由確確實實的數學的論理裏現出來。一九一三年他將這個結果，用他和顧羅斯曼兩人合著的名義，發表出來 (1, 66) 人們對於那裏面的那些方程式和萬有引力的式，沒有一個不感覺困難的。因為一般的人，都以為自然定律，本質上決沒有這種複雜的道理。愛因斯坦却不屈不撓的，抱着自己底信念一往直前做去。他確信在這個美麗的數學組織裏，可以發見自然底真相，再二的將重力論底基礎，反覆力說 (59 61 62, 63, 65 68)。他底理論，好容易在這個時期裏，纔成熟了。

恰恰正是一九一四年的時候。那年的春天，愛因斯坦由瑞西移到柏林來，到了夏天，就發生那歐洲的大戰爭。德國舉國的人皆非加入戰爭不可，許多的學

者都跑出研究室，走到戰線上去。只有愛因斯坦是一個猶太人，國籍又是瑞西。恐怕因為這個緣故，所以他對於戰爭，很為冷靜，仍然留在研究室裏面。不去作那槍林彈雨的生活，却專心的著人類底一種大事業。德國既處於那種狀況底下，那麼，他自身底周圍情形，對於他底研究，不知道妨礙到什麼地步，也就不難想像得到的了。但是他竟能殼在這種不自由的環境裏，戰勝一切，獨自一個人得了一線光明。在一九一五年出版的德意志物理學會報裏，發表了一篇論文，名叫『一般相對性原理及其天文上的應用』(2)。這篇文章，在當時雖未曾引起若何的注意，但是後來竟成了捲起學界的狂潮以及影響於一般社會的焦點了。

在一九一三年他和顧羅斯曼共著的論文裏面，還沒有將萬有引力場底方程式應當怎樣決定的方法，明示出來。只不過說明一切的式子，都應該保持李曼幾何學上的共變性，並且又推察到可以用一種什麼方法，將唯一不變量的

空間曲率，誘導進萬有引力底定律裏面去。到了一九一五年，愛因斯坦纔由這個曲率，將萬有引力場底式子，決定出來 (∞) 。他將這個式子應用到太陽周圍的空間上去，去論惑星在這種地方的運動，知道惑星底橢圓軌道漸漸的迴轉移動起來，那迴轉移動底方向，却和惑星運動底方向相同。古來遺留下來的水星近日點底移動（註七）的這個疑問，因此方纔得了理論上的證明。並且愛因斯坦底計算，和觀測的數值（註八）能殼完全一致，尤其是一件很顯著的事實（註九）。愛因斯坦底理論（註九）由最初的觀測的事實，得了直接的證明之後，他底基礎纔鞏固起來。

（註七）近日點是說以太陽為焦點的橢圓軌道中距太陽最近的一點。

（註八）由美國牛空(N. Wocomh)底計算，每百年移動四十三秒的角度。

（註九）愛因斯坦將這個理論另立了一個次序，題為「一般相對性原理底基礎」(1917)詳細說明出來。

又在戰爭正中，他也時常發表許多論文，作他自己底理論底補助和說明（79, 80, 87, 88, 92, 95, 96, 98, 104, 105）。又想將牛頓力學不能說明的月底規則的經度變化，也用他底理論來說明（109）。又想擴張開去，到達於理想的宇宙論（91, 97）。此外又進而論及電磁現象的問題（99），物質構造的問題（108, 113）。關於這些問題，要到最後的結論雖然還有許多的周折，但是一般相對性原理，和物理學上各種問題的關係，是怎樣的寬怎樣的深，也就可以想像得到的了。

（註一〇）

（註一〇）前文也曾說過，荷蘭杜季達對於宇宙論的議論，以及瑞西的魏爾對於電磁現象的議論，都是很重要的。

以上所記的是愛因斯坦關於相對性原理的論文，不消說這是他底事業中最大的一部分，所以論文的數也着實不少。

但是我們却不可不知道愛因斯坦底事業，並不止此。他對於量子論方面，也

有相當的貢獻。當他在一九〇五年作布朗運動底理論和特殊相對性原理的最初的論文的時候，他已經和這個問題有了關係。他底議論以為發光，或變為其他形狀的能的時候，總是以一種量子的能底倍數進行的（註一一）。又假定光在真空裏面，有量子的組成（⑥）。這個思想，可以將光底各種作用（燐光，化學作用，光電效應等）X線，以及其他各種放射線底特殊關係，簡簡單單的說明出來（註一二），能設將光解釋成波動現象的那些事實，和他這種思想，究竟能夠相容到若何程度的問題，還是未能解決。不過愛因斯坦既信光底波動性質，同時又信有量子的組成存在，有許多的論文，都是這個議論（12 16, 31 32 33, 34 35 64 71）。

（註一一）量子假說是一九〇一年德國的蒲朗克在輻射論裏面創出來的。

（註一二）德國的司徒爾克同時也有這種議論。

和這個問題關聯着，愛因斯坦纔將蒲朗克底輻射理論中的定律，應用到物

質比熱的問題上去，要算是擴張量子論領域的先鋒了(15)他在物質裏面，想像含有輻射熱，因此想到比熱也不得不服從輻射的定律。他在一九〇七年，將這個議論發表出去，那個時候盛行着的各種低溫實驗的結果，都證明和他底這個理論相符。他後來又論及固體比熱和彈性的關係，以及分子運動論(41, 45) 光化學底定律(49, 58, 84)等項，將這個結果應用到氣體底比熱上去，作『零點能』(註111)存在的試驗(56)。

(註111)在絕對溫度的零度時物質所有的能喚做零點能。

量子論後來在大戰當中，經德國的物理學者大加發展。可以說是能夠和相對性原理並稱爲近時理論物理學中的兩大偉觀。但是愛因斯坦因爲專力攻相對性理論，所以對於量子論底近時的發展，出的力並不甚多，不過由量子論底新見地，也曾有幾篇論文處理輻射的問題(85, 90, 93)。一方面量子論底內容，還有許多未曾闡明的地方。現在對於作用量，也有量子存在，是無可容疑的

了，不過我們還想將這個量子底意義，再弄明白一點。並且量子論中各種原理和相對性原理的結合，不久一定會成一種必然的問題。愛因斯坦對於這個問題底重要去處，一定也會想到，不知道他那極深的思慮，將來教導我們對於這個難關，要怎樣纔能通得過去呢？

愛因斯坦底事業，前面說過可以分成三類，說明出來。但是他發表的論文當中，還有些不能歸入這三種裏面的，也不可略提一下。其中如一九一五年和荷蘭的杜哈斯 (De Haas) 共著的『安培分子電流底實驗證明』(72)。此外還有一篇(81)，也是和這個題目關聯着的。這個實驗是將一條棒形鐵，懸在極強的電磁石間，將電磁石底電流方向，交互反過，檢查棒鐵起不起轉動。由這個實驗，可以直接證明物體內有轉動的電子存在，所以對於電子論是很重要的。

(註一四)

(註一四) 這個實驗後來又有兩三人再施行過，他們得出來的數量的結果，和愛因斯坦底簡單理

論底結果，不能一致。大概是因為鐵底磁性太過於複雜了的緣故。

愛因斯坦底著作，對於理論物理貢獻到什麼程度，由我這篇粗淺的說明，也就大略可以推想得到。我們就是就我們自己底文化着想，對於他底這種努力，也不能不感謝的啊！

愛因斯坦著作論文題目

愛因斯坦著作的大概前編已經介紹過了，或許還有許多人，要窺全豹，也未可知。現在將他已經出版的書籍，和在各種雜誌上發表過的論文題目，蒐集出來；成爲此篇。因爲多忙，所以將這一篇的蒐集，完全託之於遠藤美壽君，對於他底勞力，權在此表我底謝意。

一 書籍

I Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation I
Physikalischer Teil von Albert Einstein; II Mathematischer Teil von Marcel Grossmann (B. G.
Teubner).

此書係和顧羅斯曼共著的論文，要算今日的一般相對性原理底最初的著作，一九一三年出版，後來又編入雜誌裏。(論文題目67)

II Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie. (Joh. Amb. Barth.)

此書敘述一般相對性原理，是將 *Annalen der Physik* 中的論文(79)重刊出來，作單行本發行的。初版一九一六年出版，現已重版數次。

III. H. A. Lorentz, A. Einstein H. Minkowski: Das Relativitätsprinzip (B. G. Teubner)

此書爲 *Fortschritte der mathematischen Wissenschaften* 叢書中的一種，是將羅倫徹、愛因斯坦、閔可夫斯基等對於相對性原理的論文中最主要的幾篇，系統的選擇出來編輯成的。所以要算得是很重要的了。內有宗馬菲(Sommerfeld)底註釋和布爾門達爾(Blumenthal)底序文。一九一三年初版裏面，專載特殊相對性底論文，後來一般相對論發表之後，也就將幾篇重要的東西增補進去。

IV *Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie, gemeinverständlich* (Vieweg Sohn).

這是 *Sammlung Vieweg* 叢書中的一本，比較算是略爲通俗的了。一九一六

年初版發行，現在已經翻版數十次了。R. W. Lawson 將他譯成英文，Mlle. J. Rouvière 譯作法文，桑木或雄和池田芳郎譯成日文，一般的人都很愛讀的。

V. Äther und Relativitäts-Theorie. (Julius Springer).

這是愛因斯坦一九二〇年五月五日在荷蘭來頓大學的講演稿，後來出版的。

VI. Z m gegenwärtigen Stande des Problems der spezifischen Wärme

這是 Die Theorie der Strahlung und der Quanten Verhandlungen auf einer von E

Solvay einberufenen Z ammenkunft (30 Oktober bis 3 November 1911) mit einem Anhang über die Entwicklung der Quantentheorie vom Herbst 1911 bis zum Sommer 1913 (Wilhelm Knapp)

裏面的一篇論文，一九一四年發行的。

VII. Theoretische Atomistik

愛因斯坦和相對性原理

這是 *Die Kultur der Gegenwart* 3(3)「物理學中的一部分」一九一四年發行的。

VIII. *Geometrie und Erfahrung* (Julius springer.)

這是一九二二年柏林的大學紀念講演稿。是將論文集錄中 II 6 訂正增補而成的。

二. 論文

(註一)以下將揭載的各種雜誌名，都用省略符號記載出來，現在先將這些省略符號和全文，作一個對照表，以資參考。

雜誌名

Annalen der Physik (Vierte Folge)

Archives des sciences physiques et naturelles.

Astronomische Nachrichten.

略符

Ann d Phys.

Arch. d. Sc.

Astron. Nachr.

Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik.

Jahrb. d. Radioakt.

Journal de physique.

Journ. d Phys

Naturwissenschaften

Naturwiss

Physikalische Zeitschrift

Phys Zeitscher.

Sitzungsberichte der königlichen preussischen Akademie der

Wissenschaften zu Berlin

Berlin Ber

Verhandlungen der deutschen physikalischen Gesellschaft.

Verh. D Ges

Vierteljahresschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich

Jahresb Zürich

Zeitschrift für Elektrochemie

ZS f Elektrochem

Zeitschrift für Mathematik und Physik

ZS f M th Phys

(註二)若係愛因斯坦和他人共著的論文，則在後面加一括弧，將共著的人名寫在括弧裏面。

(註三)附有的記號，是在學會裏的講演稿，就登載在那個學會底雜誌裏面。

論 文 題 目

	掲載雜誌名	卷數及 發行年	頁 數
1 folgerungen aus den Capillaritätserscheinungen.	Ann. d. Phys.	4 (1901)	513-526
2 Über die thermodynamische Theorie der Potentialdifferenz zwischen Metallen und vollständig dissoziierten Lösungen ihrer Salze und über eine elektrische Methode zur Erforschung der Molekularkräfte.	Ann. d. Phys.	8 (1902)	798-814
3 Kinetische Theorie des Wärmegleichgewichtes und des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik.	Ann. d. Phys.	9 (1902)	417-433
4 Eine Theorie der Grundlagen der Thermodynamik.	Ann. d. Phys.	11 (1903)	170-187
5 Zur allgemeinen molekularen Theorie der Wärme.	Ann. d. Phys.	14 (1904)	354-362
6 Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt	Ann. d. Phys.	17 (1905)	132-148
7 Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen.	Ann. d. Phys.	17 (1905)	519-560
8 Zur Elektrodynamik bewegter Körper.	Ann. d. Phys.	17 (1905)	891-921
9 Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?	Ann. d. Phys.	18 (1905)	639-641
10 Eine neue Bestimmung der Moleküldimension.	Ann. d. Phys.	19 (1906)	289-306
11 Zur Theorie der Brownschen Bewegung.	Ann. d. Phys.	19 (1906)	371-381

12	Zu Theorie der Lichterzeugung und Lichtabsorption	Ann d Phys.	20 (1906)	199-206
13	Das Prinzip von der Erhaltung der Schwerpunktsbewegung und die Trägheit der Energie.	Ann. d. Phys.	20 (1906)	627-633
14	Über eine Methode zur Bestimmung des Verhältnisses der transversalen und longitudinalen Masse des Elektrons	Ann d Phys	21 (1906)	583-586
15	Die Plancksche Theorie der Strahlung und die Theorie der spezifischen Wärme	Ann d. Phys.	22 (1907)	180-190
16	Über die Gültigkeitsgrenze des Satzes vom thermodynamischen Gleichgewicht und über Möglichkeit einer neuen Bestimmung der Elementarquant	Ann d. Phys.	22 (1907)	569-572
17	Berechtigung zu meiner Arbeit „Plancksche Theorie der Strahlung, etc.“	Ann. d. Phys.	22 (1907)	800
18	Über die Möglichkeit einer neuen Prüfung des Relativitätsprinzips.	Ann. d Phys.	23 (1907)	197-198
19	Bemerkungen zu der Notiz von Hrn Paul Ehrenfest: „Die Translation deformierbarer Elektronen und Flächensatz.“	Ann d Phys.	23 (1907)	206-208
20	Über die vom Relativitätsprinzip geforderte Trägheit der Energie.	Ann d Phys	23 (1907)	371-384
21	Theoretische Bemerkungen über die Brownsche Bewegung	ZS. f. Elektrochem	13 (1907)	41-42

22	Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen.	Jahrb. d. Radioakt. Jahrb. d. Radioakt.	4 (1907)	411-462
23	Berichtigung zu (22)		5 (1908)	98-99
24	Über die Elektromagnetischen Grundgleichung für bewegte Körper. (Einstein u. J. Laub.)	Ann. d. Phys.	26 (1908)	532-540
25	Über die im elektromagnetischen Felde auf ruhende Körper ausgeübten ponderomotorischen Kräfte. (Einstein u. J. Laub.)	Ann. d. Phys.	26 (1908)	541-550
26	Berichtigung zu (24)	Ann. d. Phys.	27 (1908)	232
27	Eine neue elektrostatische Methode zur Messung kleiner Elektrizitätsmengen.	Phys. Zeitschr. ZS. f. Elektrochem.	9 (1908)	216-217
28	Elementare Theorie der Brownschen Bewegung		14 (1908)	235-239
29	Bemerkungen zu unserer Arbeit: „Über die elektromagnetischen Grundgleichungen für bewegte Körper.“ (Einstein . J. Laub.)	Ann. d. Phys.	28 (1909)	445-447
30	Bemerkung zu der Arbeit von D. Mirimanoff, Über die Grundgleichungen der Elektrodynamik bewegter Körper von Lorentz und das Prinzip der Relativität.“	Ann. d. Phys. Phys. Zeitschr.	28 (1909)	885-888
31	Zum gegenwärtigen Stand des Strahlungsproblems.	Phys. Zeitschr.	10 (1909)	185-193
32	Zum gegenwärtigen stande des Strahlungsproblems (W. Ritz u. Einstein.)	Phys. Zeitschr.	10 (1909)	323-324

33	Über die Entwicklung unserer Anschauungen über das Wesen und die Konstitution der Strahlung.	Phys. Zeitschr.	10 (1909)	817-826
34	Über einen Satz der Wahrscheinlichkeitsrechnung und seine Anwendung in der Strahlungstheorie (Einstein u. L. Hopf)	Ann d. Phys.	33 (1910)	1096-1104
35	Statistische Untersuchung der Bewegung eines Resonators in einem Strahlungsfeld.	Ann. d. Phys.	33 (1910)	1105-1115
36	Theorie der Opalescenz von homogenen Flüssigkeiten und Flüssigkeitsgemischen in der Nähe des kritischen Zustandes.	Ann. d. Phys.	33 (1910)	1275-1298
37	Le Principe de relativité et ses conséquences dans la physique moderne.	Arch. d. sc.	29 (1910)	5-28 125-144
38	Sur le théorie des quantités lumineuses et la question de la localisation de l'énergie électromagnétique	Arch. d. sc.	29 (1910)	525-528
39	Sur le forces pondéromotrices qui agissent sur des conducteurs ferromagnétique et parourus par un courant.	Arch. d. sc.	30 (1910)	323-324
40	Bemerkung zu dem Gesetz von Eötvös	Ann. d. Phys.	39 (1911)	165-169
41	Eine Beziehung zwischen dem elastischen Verhalten und der spezifischen Wärme bei festen Körper mit einatomigem Molekül	Ann. d. Phys.	34 (1911)	170-173

42	Bemerkungen zu P. Hertzschen Arbeiten : „Über die mechanischen Grundlagen der Thermodynamik“	Ann. d. Phys.	31 (1911)	175-176
43	Bemerkung zu (42).	Ann. d. Phys.	34 (1911)	500
44	Berichtigung zu (10).	Ann. d. Phys.	34 (1911)	591-592
45	Elementare Betrachtung über thermische Molekularbewegung in festen Körper.	Ann. d. Phys.	35 (1911)	679-694
46	Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes.	Ann. d. Phys. Jahreshb. Zurich	35 (1911)	808-903
47	Die Relativitätstheorie	Phys. Zeitschr	56 (1911)	1-14
48	Zum Ehrenfestischen Paradoxon (Bemerkung zu V. Varicaks Aufsatz.)			
49	Thermodynamische Begründung des photochemischen Äquivalentgesetzes.	Ann. d. Phys.	37 (1912)	832-838
50	Lichtgeschwindigkeit und Statik des Gravitationsfeldes	Ann. d. Phys.	38 (1912)	355-369
51	Zur Theorie des Statischen Gravitationsfeldes	Ann. d. Phys.	38 (1912)	443-458
52	Nachtrag zu meiner Arbeit „Thermodynamische Begründung des photochemischen Äquivalentgesetzes.“	Ann. d. Phys.	38 (1912)	881-884
53	Antwort auf eine Bemerkung von J. Stark : „Über eine Anwendung des Planckschen Elementargesetzes.“	Ann. d. Phys.	38 (1912)	888
54	Relativität und Gravitation. Erwiderung auf eine Bemerkung von M. Abraham	Ann. d. Phys.	38 (1912)	1059-1064

55	Bemerkung zu Abrahams vorangehender Auseinandersetzung: „Nochmals über Relativität und Gravitation“	Ann. d. Phys.	39 (1912)	704
56	Einige Argumente für die Annahme einer molekularen Agitation beim absoluten Nullpunkt (Einstein O Stern)	Ann. d. Phys.	95 (1913)	551-560
57	Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems	Phys. Zeitschr.	14 (1913)	1249-1266
58	Déduction thermodynamique de la loi de l'équivalence photochimique.	Journ. d. Phys.	3 (1913)	277-282
59	Physikalische Grundlagen einer Gravitationstheorie	Jahresb. Zürich	58 (1913)	284-290
60	Max Planck als Forscher.	Naturwiss	1 (1913)	1077-1079
61	Die Nordströmische Gravitationstheorie vom Standpunkt des absoluten Differentialkalkül (Einstein u Fokker.)	Ann. d. Phys	44 (1914)	321-328
62	Nachträglich Antwort auf ei Frage on Herrn Reissner.	Phys. Zeitschr.	15 (1914)	108-110
63	Prinzipielles zur verallgemeinerten Relativitätstheorie und Gravitationstheorie	Phys. Zeitschr.	15 (1914)	176-189
64	Beiträge zur Quantentheorie	Verh. D. Ges.	16 (1914)	820-828
65	Kovarianzeigenschaften der Feldgleichungen der auf die verallgemeinerte Relativitätstheorie gegründeten Gravitationstheorie. (Einstein M Gromann.)	ZS. f. Math. u. Phys.	63 (1914)	215-225

66	Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation. (Einstein M Grossmann.)	ZS. f. Math u. Phys.	63 (1914)	225-261
67	Basis physiques d une théorie de la gravitation (Einstein et. M. Grossmann.)	Arch. d. sc	37 (1914)	5-12
68	Die formale Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie.	Berlin. Ber.	1914	1080-1085
69	Bemerkung zu P. Harzers Abhandlung: „Über die Mitführung des Lichtes in Glas und die Aberration.	Astron. Nachr.	199 (1914)	7-10
70	Antwort auf eine Replik Paul Harzers.	Astron. Nachr.	199 (1914)	47-48
71	Antwort auf eine Abhandlung M. v. Laues „Ein Satz der Wahrscheinlichkeitsrechnung und seine Anwendung auf Strahlungstheorie	Ann. d. Phys	47 (1915)	879-885
72	Experimenteller Nachweis der Ampèreschen Molekularströme (Einstein u J de Haas.)	Verh D Ges	17 (1915)	152-170, 203, 420
73	Experimenteller Nachweis der Ampèreschen Molekularströme	Naturwiss	3 (1915)	237-238
74	Über die Grundgedanken der allgemeinen Relativitätstheorie und Anwendung dieser Theorie in der Astronomie.	Berlin. Ber.	1915	315

75	Über einige anschauliche Überlegungen aus dem Gebiete der Relativitätstheorie.	Berlin, Ber.	1915	423
76	Zur allgemeinen Relativitätstheorie.	Berlin, Ber.	1915	778-786 789-801
77	Erklärung der Perihelbewegung des Merkurs aus der allgemeinen Relativitätstheorie.	Berlin, Ber.	1915	831-839
78	Die Feldgleichungen der Gravitation.	Berlin, Ber.	1915	844-847
79	Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie.	Ann. d. Phys.	49 (1915)	769-822
80	Über Friedrich Kottlers Abhandlung „Über Einsteins Äquivalenzhypothese und die Gravitation.“	Ann. d. Phys	51 (1916)	639-642
81	Ein einfaches Experiment zum Nachweis der Ampereschen Molekularströme	Verh. D. Ges	18 (1916)	173-177
82	Zur Begründung der Tetrode-Sackurschen Bestimmung der Entropiekonstanten.	Verh. D. Ges.	18 (1916)	41*
83	Elementare Erklärung der Wasserwellen und des Fliegens.	Verh. D. Ges. Naturwiss	18 (1916) 4 (1916)	297* 509-510
84	Thermodynamische Ableitung des Photochemischen Äquivalentgesetzes.	Verh. D. Ges.	18 (1916)	297
85	Strahlungs-Emission und Absorption nach der Quantentheorie.	Verh. D. Ges.	18 (1916)	318-323
86	Über gerechneten drahtlose Telegraphien.	Verh. D. Ges.	18 (1916)	317*

87	Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation.	Berlin, Ber.	1916	688-696
88	Hamiltonsches Prinzip und allgemeine Relativitätstheorie.	Berlin, Ber. Phys. Zeitschr.	1916 1916	1111-1116 101-104
89	Ernst Mach.	Phys. Zeitschr.	18 (1917)	121-128
90	Zur Quantentheorie der Strahlung.	Berlin, Ber.	1917	142-152
91	Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie	Berlin, Ber.	1917	606-608
92	Eine Ableitung des Theorems von Jacobi.	Berlin, Ber.	1917	82-92
93	Zum Quantensatz von Sommerfeld und Epstein.	Verh. D. Ges. Naturwiss	19 (1917) 5 (1917)	737-738 241-244
94	Marian v Smoluchowski	Ann. d. Phys.	55 (1918)	154-167
95	Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie	Berlin, Ber.	1918	270-272
96	Über Gravitationswellen.	Berlin, Ber.	1918	448-459
97	Kritisches zu einer von Hrn de Sitter gegebenen Lösung der Gravitationsgleichungen.	Verh. D. Ges.	20 (1918)	99
98	Der Energiesatz in der allgemeinen Relativitätstheorie.	Berlin, Ber.	1918	615*
99	Über eine Vereinfachung der Riemannschen Theorie der Krümmung und die Weylsche Theorie über Gravitation und Elektrizität.	Verh. D. Ges.	20 (1918)	26
100	Bemerkung zu K. Gehlkes Notiz: „Über den Äther.“	Verh. D. Ges.	20 (1918)	69
101	Planck als wissenschaftliche Persönlichkeit.	Verh. D. Ges.	20 (1918)	

102	Über ein auf Totalreflexion hindeutendes Randphänomen bei Röntgenphotographien.	Verh. D. Ges. Naturwiss.	20 (1918)	99
103	Dialog über Einwände gegen die Relativitätstheorie.	Naturwiss.	6 (1918)	697-702
104	Notiz zu E. Schrödingers Arbeit "Die Energiekomponenten des Gravitationsfeldes."	Verh. D. Ges.	20 (1915)	115-116
105	Bemerkung zu Herrn Schrödingers Notiz "Über ein Lösungssystem der allgemeinen Kovarianten Gravitationsgleichungen."	Phys. Zeitschr.	19 (1918)	165-168
106	Lassen sich Brechungsexponenten der Körper für Röntgenstrahlen experimentell ermitteln.	Verh. D. Ges.	20 (1918)	86-87
107	Motiv des Forschens		(1918)	
108	Spielen Gravitationsfelder im Aufbau der materiellen Elementarteilchen eine wesentliche Rolle?	Berlin. Ber.	1919	349-356
109	Bemerkung über periodische Schwankungen der Mondlänge, welche bisher nach der Newtonschen Mechanik nicht erklärbar erscheinen.	Berlin Ber	1919	433-436
110	Prüfung der allgemeinen Relativitätstheorie	Naturwiss.	7 (1919)	776
111	Time, Space and Gravitation.	The Optician.	58 (1919)	187-188
112	Über eine Veranschaulichung der Verhältnisse im sphärischen Raum	Berlin Ber.	1919	463

113	Über die Feldgleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie vom Standpunkte des kosmologischen Problems und des Problems der Konstitution der Materie. Trägheitsmoment des Wasserstoffmoleküles. Schallausbreitung in teilweise dissoziierten Gasen. Geometrie und Erfahrung. Über eine nahegelegenden Ergänzung des Fundaments der allgemeinen Relativitätstheorie.	Berlin Ber. Berlin Ber. Berlin Ber. Berlin Ber. Berlin Ber.	1919 1920 1920 1921	463 65* 380-385 123-130
		Berlin. Ber.	1921	261-264

三 書籍補遺

IX. Materie des Fortschens.

這是一九一八年四月二十六日在德意志物理學會舉行蒲朗克教授滿六
 歲紀念的講演。將那時候的各種講演彙集成爲 *Zu Max Plancks 60. Ge-
 sttag* (C. F. Müllersche Hofbuchhandlung) 一書，這篇論文就登在裏面，是
 九一八年發行的。

