數度衍十九卷。又比例測量儀器法一卷。俱林蕃鍾所書。蕃鍾。號蠡槎。乾隆時舉人。善書法。後世如毛意香聞過庭。並以書法名。皆其徒也。○數度衍　蠡槎先生所書本。楷法端正。尤為不可多得之書。相傳林氏係藏書舊家。蠡槎先生手錄時此書尚無本云。時道光二十六年秋七月。平旋子識。

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

數度衍一卷目次

珠算
加法
減法
囙乘法
囙乘定位法
定身囙乘法
歸除法
無除法

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

卷之一

撞歸法
歸除定位法
定身歸除法
商除法
折半法
乘除捷法
流法
乘除新法
附正珠以除代乘新法

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C

數度衍卷之一

桐城方中通衍

珠算

加法

一曰上法

一上一　一下五去四　一退九進一十　進一位上一子非專指一十數也

二上二　二下五去三　二退八進一十

三上三　三下五去二　三退七進一十

四上四　四下五去一　四退六進一十

五上五　五退五進一十

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

六上六　六上一去五進一十　六退四進一十
七上七　七上二去五進一十　七退三進一十
八上八　八上三去五進一十　八退二進一十
九上九　九上四去五進一十　九退一進一十

$\boxed{\text{式}}$有物一十二。又五十四。問共若干。曰六十六。術一上一。二上二。此即一十二也。大在左前。小居右後。故一十在左。而二在右也。五上五。與一十同位。四下五去一。與二同位。此加五十四在一十二之上也。合為六十六矣。

減法一曰退法

一退一　一退十還九（左位退一十　本位上九）　一上四退五
二退二　二退十還八　二上三退五
三退三　三退十還七　三上二退五
四退四　四退十還六　四上一退五
五退五　五退十還五
六退六　六退十還四
七退七　七退十還三
八退八　八退十還二
九退九　九退十還一

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

式 有物六十六。内欲減去五十四。尚餘若干。曰一十二。術 置六十六於盤中。五退五。在六十位上。四上一退五。在六位上。六十退去五十。存一十。六退去四。存二。所餘為一十二矣。

因乘法

一一如一
一二如二　二二如四
一三如三　二三如六　三三如九
一四如四　二四如八　三四一十二　四四一十六
一五如五　二五一十　三五一十五　四五二十　五五二十五
一六如六　二六一十二　三六一十八　四六二十四　五六三十　六六三十六
一七如七　二七一十四　三七二十一　四七二十八　五七三十五　六七四十二　七七四十九
一八如八　二八一十六　三八二十四　四八三十二　五八四十　六八四十八　七八五十六　八八六十四
一九如九　二九一十八　三九二十七　四九三十六　五九四十五　六九五十四　七九六十三　八九七十二

九九八十一

術曰。一位曰因。二位曰乘。有法。有實。以法乘實。為所求數也。然法實亦可互用。故曰相乘。一位法者。相因得數而已。法二位以至多位者。自左向右。用第二位法起。諸位法畢。然後乘法首位也。以法乘實。先乘實右末位。向左逐位遍乘。乘畢而實數即變為所求數矣。有鼠尾乘。破頭乘。皆不適用。故不錄。

回式 有三百六十五人。每人八兩。問共若干。曰二千九百二十兩。

術 以三百六十五人為實。列盤左。以八兩為法。列盤右。先以八乘實末寅位五。曰五八得四十。變寅位五為四。次以八乘丑實六。曰六八四十八。變丑位六為四。加八於寅位四上。曰八退二進一十。則寅位之四。又變為二。丑位之四。曰一下五去四。又變為五。次以八乘子實三。曰三八二十四。變子位三為二。加四於丑位五上為九。乘畢。得二千九百二十兩也。

甲	寅	丑	子
八	五	六	三
	變後		
	二	九	二

通曰。凡左右相乘。必有二位。數曰幾十幾。今如一位法者。十當在本位。零當在下位也。本位者。所乘實數之位也。下位者。僅下所乘實數一位也。如八乘五。則五為本位。得四十。則四當在五位上也。八乘六。則六為本位。得四十八。則四當在六位上。八當

在下位也。八乘三。則三又為本位矣。

因乘式 有三百六十五人。每人一十二兩。問共若干。曰四千三百八十兩。術以三百六十五人為實。一十二兩為法。先以第二位乙法二。乘寅實五。曰二五一十。一在卯位。然後以法首一。乘寅實五。曰一五如五。五加在卯位一上為六。次以乙法二。乘丑實六。曰二六一十二。一在寅位。二加在卯位六上為八。以甲法一。乘丑實六。曰一六如六。六加在寅位一上為七。次以乙法二。乘子實三。曰二三如六。六加在寅位七上。七變為三。而丑位上一矣。以甲法一。乘子實三。曰一三如三。三加在丑位一上為四。得四千三百八十兩也。

子	丑	寅	卯	甲	乙
三	六	五		一	二
	後	變			
	四	三	八		

通曰。凡因乘多位。先從第二位法乘起者。曰幾十幾。十當在本位之下位。零又在下位之下也。挨次退右。留本位以待法首變之耳。如乙法二。乘寅實五。得一十。則一當在卯位也。甲法一乘寅實五。得五。五乃零數。當在下位之下。故亦在卯位上也。葢以寅為本位之時。則卯為下位。辰為下位之下也。以丑為本位之時。寅為下位。卯為下位之下也。

因乘定位法

式 三百六十五人。每人一十二兩。共得四三八。問四為何數。曰千數。

術 通曰。以法首齊實首布列。甲子同位。乙丑同位。從丑下一位呼實首百。是寅位為百矣。向左推去丑為千位。遇變後得數之始而止。今變後之首在丑。即知四為千也。但法末必單數乃可。如今一十二兩是也。若一兩二錢。或一百二十兩。則不同矣。總以單數為率。下則順推。上則逆推可耳。又術通曰。視得數之首在實之何位上。今在實之十位上。又視法有幾位。今有二位。當以十升二位。曰百曰千。亦知四為千也。

卯	寅	丑	子
	五	六	三
變後			
八	三	四	

乙	甲
二	一
千	

定身曰乘法

式 有三百六十五人。每人一十二兩。問共若干。曰四千三百八十兩。

術 置實數。以法一十二。除首一不用。以乙二為法。先以法二乘寅五。曰二五一十。加一於寅為六。不在下位矣。次以法二乘丑六。曰二六一十二。加一於丑六為七。加二於寅六為八。次以法二乘子三。曰二三如六。加六於丑七。變七為三。變子三為四。合問。

通曰。凡法首遇一者用之。其在位實數。即作甲法之乘數矣。多位法者。以乙法為首。從丙法乘起。粟布章斤求兩。用身加六。

乙	甲	寅	丑	子
二	一	五	六	三
		變後		
		八	三	四

歸除法

一

二一添作五　逢二進一十

三一三餘一　三二六餘二　逢三進一十

四一二餘二　四二添作五　四三七餘二　逢四進一十

五一倍作二　五二倍作四　五三倍作六　五四倍作八

逢五進一十

六一下加四　六二三餘二　六三添作五　六四六餘四

六五八餘二　逢六進一十

七一下加三　七二下加六　七三四餘二　七四五餘五

七五七餘一　七六八餘四　逢七進一十

八一下加二　八二下加四　八三下加六　八四添作五

八五六餘二　八六七餘四　八七八餘六　逢八進一十

九一下加一　九二下加二　九三下加三　九四下加四

九五下加五　九六下加六　九七下加七　九八下加八

逢九進一十

術曰。一位曰歸。二位曰除。一曰混歸一曰有法。有法有寔。以法除寔。得所求數也。一位法者。止用歸法。多位法者。法首歸得某數。次法乘其數

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

而除實。自左向右。以逐位法除實。實亦自左向右。挨次除之。除畢一遍。又以法首歸之。次法除之。以實盡為度。變後數。即所求數也。又有無除撞歸二法。訣曰。惟有歸除法最奇。將身歸了次除之。有歸若是無除數。起一還將原數施。若遇本歸歸不得。撞歸之法不須遲。俱詳後。

通曰。二與五。四與二十五。曰歸皆可互用。又三與六可當一十八。四與六。可當二十四。凡數之相通者甚多。亦在乎熟之而已。

歸式

有銀二千九百二十兩。八人分之。問各若干。曰三百六十五兩。

術 以二千九百二十兩為實。八人為法。以法八歸子實二。

甲	寅	丑	子
八	二	九	二
	變後		
	五	六	三

曰八二下加四。將子實二不動。丑九加四。曰四下五去一。此用梁上之上一子也。丑九變為十三。蓋不用四退六進一十者。歸後數上。止可加歸得數。不可加餘實也。次以法八歸丑十三。曰逢八進一十。於子位加一為三。丑實存五。又以法八歸丑五。曰八五六餘二。丑五變為六。寅二加二為四。乃以法八歸寅四。曰八四添作五。寅四變為五。而實盡矣。得三百六十五兩也。

通曰。凡曰下加。曰餘幾。皆歸後而有餘實也。如令八人分二千兩。各得二百。共去實一千六百。存實四百。故曰八二下加四也。

又如今之八五六餘二。乃八人分五百。各得六十。共去四百八十。而存寔二十也。凡曰添作幾乃歸寔無餘者也。如今八四添作五。乃八人分四十兩。各得五兩而寔盡也。凡曰進幾十者。乃寔內滿幾歸之數。滿一遍。進一十。滿二遍。進二十。如今八歸曰逢八進一十。乃一千三百之內。有一回八百。各得一百。故曰進一也。進在寔前。餘在寔後。歸變本寔。切勿錯位。

歸除式 有銀四千三百八十兩。三百六十五人分之。問各若干。曰一十二兩。術以四千三百八十為寔。以三百六十五為法。先以法首三。歸寔首四。曰逢三進一十。於子位上一。丑減三存一。

丙	乙	甲	卯	寅	丑	子
五	六	三	八	三	四	
					變	
					二	一

乃以乙法六。乘歸後子一。曰一六如六。於寅位除六。曰六退十還四。抹去丑一。寅三加四為七。又以丙法五。乘歸後子一。曰一五如五。於卯八除五存三。而法位畢矣。第二遍再以法首三。歸寅位存寔七。曰逢六進二十。於丑上二。寅減六存一。乃以乙法六。乘第二遍歸後丑二。曰二六一十二。於寅除一。卯除二。又以丙法五。乘第二遍歸後丑二。曰二五一十。於卯除一。而法位又畢矣。寔未盡。又用前法。今寔已盡。得一十二兩也。

通曰。凡歸數。即變寔之本位。除數。當除寔之下位。本位者。歸後

數所在之位也。除寔之下位者。即本位之下一位也。此與本寔不同。本寔有時即本位。有時乃本位之下位也。除之十數在下位。而零數又在下位之下也。如法三歸寔四曰逢三進一十。四為本寔進在寔前。故所歸之一。當在四前子位也。而本寔之四變為一矣。一在子上。則子為本位也。乙法六。乘歸數除寔。曰一六如六。此零數也。故於寅除六。此子為本位。而寅為下位之下目。若第二遍乙法除寔曰二六一十二。則於寅除一。卯除二矣。此丑為本位也。

無除法

一歸起一還一　二歸起二還二　至九歸起九還九

式 有銀一百零八兩。二十七人分之。問各若干。曰四兩。術 置銀為寔。人為法。以法首二歸寔首一。曰二一添作五。變子為五。乙法七。當乘歸數五為三十五。於丑寅內除之。而丑位無寔可除。今乃二歸。曰起一還二。起子位歸數五內之一。改五為四。而還丑位二為存寔。然後以乙法七。乘歸數四。曰四七二十八。於丑除二十。寅除八。寔盡。得四兩也。

乙	甲	寅	丑	子
七	二	八	〇	一 變四

通曰。凡起幾還幾者。歸後之一子。即當其幾歸之數也。如今二

歸。曰二一添作五。是五內一子。當二子也。故起一。即還二矣。夫起一者。如每人不可得五。止可得四耳。

撞歸法

見一無除作九一　見二無除作九二　至見九無除作九九

式 有銀二百一十六兩。二十四人分之。問各若干。曰九兩。術 置銀為寔。人為法。以法首二歸寔首二。若用逢二進一十。則乙法之一四如四。丑一數不足除矣。此乃二歸。曰見二無除作九二。

乙	甲
四	二

變子二為九。加二於丑一為三。然後以乙法四。乘歸數九。曰四九三十六。於丑除三十。寅除六。寔盡。得九兩也。

寅	丑	子
六	一	二
		變
		九

通曰。凡撞歸者。皆不可得十。止可得九也。法寔首數同。而次寔少於次法者用之。蓋梁上有三子始便。

歸除定位法

式 三百六十五人。分四千三百八十兩。得一二。問一為何數。曰十數。術 通曰。以法布列寔左。法末僅在寔首四之上位。從列法首之子位。呼寔首千數。順右而下。丑為百。寅為十。遇變後得數之首位而止。今變數首一在寅。即知一為十數也。但

卯	寅	丑	子
四			
變			
二	一		
	丙	乙	甲
	五	六	三
	十	百	千

法末必單數乃可。如五個半人。則須除去半人不列位矣。如三百六十人。又須列○作一位矣。又術通曰。視淨數之首。在寔之何位。今在寔之千前一位。乃萬位也。又視法有幾位。今有三位。當以萬降三位。曰千。曰百。曰十。亦知一為十也。

定身歸除法

式 有銀九十一兩一十三人分之問各若干曰七兩。術置銀為寔。人為法。以法首一除去不用。止用乙法三於寔首九內存身減之。當存七。乃以法三乘七曰三七二十一。於子寔內存七外。減二十。又減丑一。寔盡合問。

乙	甲
三	一

丑	子
一	九 變七

通曰。凡存數有定。非可隨意而存也。如今式子九內。存八。則下無二十四可減。存六。則減一十八外。餘寔又多。故定於七也。法首遇一用此。粟布重兩求斤。用減六存身。

商除法

式 有銀三千零一十五兩六十七人分之問各若干曰四十五兩。術置銀為寔。人為法。以法首六十。於寔首三千內商有幾回。今商四十。是有四十回六十也。即以法首六。乘所商四為二十四。於子除二。丑除四。曰四退十還六。共除二千四百。以乙法七。乘所商四為二十八。

卯	寅	丑	子
五	一	○	三
乙	甲		
七	六		

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

於丑除二。寅除八。曰八退十還二。又除二百八十。餘實三百三十五。次以法六十。於三百內商有幾回。令商五。是有五回六十也。以法首六。乘次商五為三十。於丑除三。又除三百。以乙法七。乘次商五為三十五。於寅除三。卯除五。又除三十五。實盡。合問。

通曰。凡商數有定。如今初商五十。則實不足除次法。商三十。則實餘太多。故定當四十耳。若論盤中變位得數。法首多於實首者。列商數於實左一位。法首少於實首者。列商數於實右隔一位。挨次商列。即得變數。

析半法

式 有銀六十四兩。八人分之。問各若干。曰八兩。術 置法實。以法八。析半為四。實六十四。析半為三十二。又以法析半為二。實析半為一十六。再以法析半為一。實析半為八。法析至一數而止。即存實八。為各得數也。凡法遇偶數者可用此。

乘除捷法 即金蟬脫殼

因乘訣曰。起雙下加倍。見一只還原。倍一挨身上。餘皆隔位還。

歸除訣曰。加雙下除倍。加一下除原。倍一挨身除。餘皆隔位遷。

乘式 有米三石五斗。每斗價銀七分。問共銀若干。曰二兩四錢五分。術 置米為實。以價七分為原數。倍得一錢四分為倍數。先

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C

於寔末五斗上。呼起隻下加倍。起去二斗。挨身上一錢。次位上四分。再起二斗。挨身上一錢四分。却呼見一只還原。起去一斗。隔位上七分。次於三石上。呼起隻下加倍。起二石。挨身上一兩四錢。却呼見一只還原。起一石。隔位上七錢。合問。

又式 有布五十七疋。每疋價銀二錢五分。問共銀若干。曰一十四兩二錢五分。術 置布為寔。以價二錢五分為原數。倍得五錢為倍數。先於寔末七疋內。起三箇二疋。挨身上三箇五錢。又起一疋。挨身上二錢五分。次於五十疋內。起兩箇二十疋。挨身上兩箇五兩。又起一十疋。挨身上二兩五錢。合問。

通曰。前式價是分。倍是錢。則倍數挨身上。原數隔位上。後式價是錢。倍亦是錢。故倍數原數俱挨身上。

除式 有錢二千二百五十文。給九十人。問每人若干。曰二十五文。術 置錢為寔。以九十人為原數。倍得一百八十人為倍數。先於寔首二千前。挨身呼加隻下除倍。除寔一千八百。餘寔四百五十。次於四百前。挨身呼加隻下除倍。除寔一百八十。又呼加隻下除倍。除寔一百八十。再呼加一下除原。隔位除九十。合問。

又式 有油四百二十斤。每油七斤半。換豆一斗。問共換豆若干。曰五石六斗。術 置油為寔。以七斤半為原數。倍得一十五斤為

倍數。先於定首四百觔。加兩箇雙。除兩箇一百五十斤。又加一。除七十五斤。次於餘定四十五斤觔。加三箇雙。除三箇一十五斤。合問。

通曰。又有二句除訣曰。有除隔位進。無除挨身進。止用原數。從定前隔一位起。每上一子。除一遍原數。乘法則每抹去定尾一子。挨身上一遍原數。不足為法。姑附於此。

流法

乘式 有田九百八十一畝。每畝一分八釐九毫。問共若干。曰一十八兩五錢四分零九毫。術 先以法一分八釐九毫衍定。遇一。曰一八九。遇二。曰三七八。遇三。曰五六七。遇四。曰七五六。遇五。曰九四五。遇六。曰一十一三四。遇七。曰一十三二三。遇八。曰一十五一二。遇九。曰一十七零一。乃從定末因之。遇某數。即用某訣。有十字者。破本身起。餘皆挨身一位起也。

除式 有銀一十八兩五錢四分零九毫。泒在九百八十一畝。問每畝若干。曰一分八釐八毫九絲九不盡。術 先以法九百八十一畝衍定。遇一。曰一零一九三六七。遇二。曰二零三八七三五。遇三。曰三零五八一零三。遇四。曰四零七七四七一。遇五。曰五零九六八三九。遇六。曰六一一六二零七。遇七。曰七一三五五

七五。遇八。曰八一五四九四三。遇九。曰九一七四三一一。亦從寔末囙之。遇某數用某訣。挨身一位起也。

通曰。法數有定者方可用此。然止乘可用。除則不盡也。

乘除新法

歸除訣曰。進一空除原。（寔首多等於原數及少於半數者用此）進二空除倍。（寔首多等於倍數及少於半數者用此）進二隨除倍。（寔首少於半數而倍數首一者用此）進五空除半。（寔首有餘而原數首一者用此）進五隨除半。（寔首多等於半數者用此）

囙乘訣曰。除一空加原。（寔尾止一數者用此有時隔一位加原數）除二空加倍。（寔尾二三四數者用此有時隔一位加倍數）除二隨加倍。（寔尾二三四數而倍數首一者用此）除五空加半。（寔尾五六七八數而原數首一者用此）除五隨加半。（寔尾五六七八數者用此）

除式 通曰。有銀八十七兩二錢四分二釐。四人分之。以銀八七二四二為寔數。以人四為原數。加倍得八為倍數。以人四折半得二為半數。列定。從左除起。視寔數左首多於倍數。或等於倍數。當用進二空除倍。乃於寔左空一位上二。於寔首除倍數八。再視餘寔左首少於倍數。或多等於原數。當用進一空除原。乃於寔左空一位上一。於餘寔首除原數四。再視餘寔左首少於原數。或多等於半數。當用進五隨除半。乃於寔左位上五。不須空位。於餘寔首除半數二。再視餘寔左首少於半數。亦當用進

一空除原。乃於實左位上一。不須空位。但於餘實左首向右退一位除原數四。再視餘實首等於倍數。當用進二空除倍。再視餘實首等於原數。當用進一空除原。再視餘實等於半數。當用進五隨除半。實數除盡。每人分得二十一兩八錢一分零五毫。此式先用進二空除倍。次用進一空除原。次用進五隨除半。餘實首一二。作一十二。亦可用進二空除倍。乃於餘實左位上二。不須空位。但於餘實左首向右退一位除倍數八。次用進一空除原。次又用進一空除原。次用進五隨除半。亦合。

乘還原式 通曰。以每人分得銀二一八一零五為實數。其倍數原數半數。俱如前不動。從右乘起。視實右尾過五以上。當用除五隨加半。乃於實尾去五。隨下位加半數二。不須空位。再視餘實尾止一數。當用除一空加原。乃於餘實尾去一。空一位加原數四。再視餘實尾過五。當用除五隨加半。乃於餘實尾去五隨下位加半數二。再視餘實尾過二。當用除二空加倍。乃於餘實尾去二。空一位加倍數八。再視餘實尾止一數。當用除一空加原。乃於餘實尾去一。空一位加原數四。再視餘實尾止一數。當用除一空加原。乃於餘實尾去一。空一位加原數四。再視餘實滿二。當用除二空加倍。乃於餘實尾去二。空一位加倍數八。共

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C

得八十七兩二錢四分二釐。

原首一數除式 通曰。有銀四十五兩六錢爲寔數。一十二人分之爲原數。倍數二四。半數六。視寔首多於倍數。用進二空除倍。再視餘寔多於原數。用進一空除原。再視餘寔多於倍數兩倍以上。而原首係一數。此爲寔數有餘。當用進五空除半。須空一位除之。再視餘寔多於倍數。當用進二空除倍。再視餘寔等於原數。當用進一空除原。每人分得三兩八錢。

乘還原式 通曰。以三八爲寔。倍原半如前。寔尾遇五。係原首遇一者。當用除五空加半。餘寔尾遇二。用除二空加倍。餘寔尾止一數。用除一空加原。餘寔尾遇二。用除二空加倍。餘寔止一數。用除一空加原。共得四十五兩六錢。

倍首一數除式 通曰。有銀四十一萬三千三百二十六兩二錢八分四釐爲寔數。七千三百五十六人分之爲原數。倍數一四七一二。半數三六七八。寔首多於半數。用進五隨除半。餘寔首多於半數。用進五隨除半。餘寔首多於原數。用進一空除原。餘寔首少於半數。用進一空除原。餘寔首多於半數。用進五隨除半。餘寔首多於倍數。係倍首遇一者。當用進二隨除倍。不空位。餘寔首少於半數。用進一空除原。餘寔首多於半數。用進五隨

除半。餘寔首多於倍數。進二隨除倍。餘寔等於倍數。亦用進二隨除倍。每人分得五十六兩一錢八分九釐。

乘還原式 通曰。以五六一八九為寔。倍原半如前。寔尾過五。用除五隨加半。餘寔尾過二。係倍首遇一者。當用除二隨加倍。不空位。餘寔尾满二。亦用除二隨加倍。餘寔尾過五。用除五隨加半。餘寔尾過二。用除二隨加倍。餘寔尾止一數。用除一空加原。餘寔尾又止一數。用除一空加原。餘寔尾過五。用除五隨加半。餘寔尾止一數。用除一空加原。餘寔满五。用除五隨加半。共得四十一萬三千三百二十六兩二錢八分四釐。

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

附正珠以除代乘新法

另正珠曰。不用因乘而以除法代之。數亦天然符合。其術須變法數。如一位法者。作單數。於十內減之。餘者為變數。二位法者。作幾十幾數。於百內減之。餘者為變數。三位法者。作幾百幾十幾數。於千內減之。餘者為變數。法既變後。乃將變法與寔呼除之。呼寔則自右向左。呼法則自左向右。逐位呼除。除畢。餘寔即為所求數也。

因式 有一百二十人。每人二兩。問共若干。曰二百四十兩。術珠曰。先將法二。於十內減之。餘八。即八為變法也。以變法八

法𠂇變八

子	丑	寅
一	二	
	餘	
	二	四

呼丑寔二。曰二八除一十六。乃於丑二內除一。又當於寅位除六。曰六退十還四。丑位空。寅存四。再以變法八呼子寔一。曰一八除八。當於丑位除八。曰八退十還二。子位空。丑存二。逐位除畢。即丑餘之二。寅餘之四。為所求二百四十兩也。

同乘式

有一百二十人。每人二兩一錢。問共若干。曰二百五十二兩。術珠曰。此二位法也。將法二兩一錢。作二十一。於百

甲	乙
𠂇	𠂇
變	
七	九

內減之。餘七十九。為變法。先以甲法七。呼丑寔二。曰二七除一十四。乙法九。呼丑寔二。曰二九除一

子	丑	寅	卯
一	二		
	寔	餘	
	二	五	二

十八。皆於丑寔二內除之。此如以丑二作二百。先除一百四十。後除一十八。止存四十二也。故丑位空。寅存四。卯存二。再以甲法七呼子寔一。曰一七除七。乙法九呼子寔一。曰一九除九。此如以子一作一百。先除七十。後除九也。曰七退十還三。子位空。丑上三。曰九退十還一。丑存二。上一於寅存四上為五。卯仍存二。逐位除畢。即丑餘之二。寅餘之五。卯餘之二。為所求二百五十二兩也。

珠曰。珠見家君子新式骰盆。骰子無點。而於盆內分六方。鑿

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

數其中。曰悟棋算之法。置棋書數。別列圖。書萬千百十之位。加減用之。殊為簡易。敢附錄其略於此。

數度衍二卷目次

筆算上

加法

試加差法

減法

試減差法

乘法

十因

諸式

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

試乘差法
除法
定列位
諸式
試除差法
命分法

數度衍卷之二

桐城方中通衍

筆算上

加法

術曰。列散數。各橫置以類相從。十從十百從百大左小右。自右併起。零數紀本位下。十進一位。百進二位。無零。本位紀○。諸位至左併畢。即下紀數爲所求總數也。

進一位式 有一萬零六百五十四。又八千九百零七。又五萬六千七百八十九。又八百八十。問共若干。曰七萬七千二百三十。

(術)先併單數四七九為二十。此有十無零也。本位紀〇。進二於

萬	千	百	十	單
一	〇	六	五	四
	八	九	〇	七
五	六	七	八	九
		八	八	〇
〡	〣	〢	〢	
七	七	二	三	〇

左。次併十數五八八及單數所進之二。為二十三。本位紀三。進二於左。次併百數六九七八及十數所進之二。為三十二。本位紀二。進三於左。次併千數八六及百數所進之三。為一十七。本位紀七。進一於左。次併萬數一五及千數所進之一。為七。本位紀七。合問。

進二位式

有散數如圖所列。問共若干。曰二萬三千七百五十二。(術)先併單數為一百零二。本位紀二。進一於左隔位。此百進二位也。次併十數為五。本位紀五。次併百數及單數所進之一。為一十七。本位紀七。進一於左。次併千數及所進一。為

萬	千	百	十	單
	六	〇	〇	八
	五	〇	〇	九
	四	〇	〇	九
		三	〇	八
		二	三	九
		一	〇	八
		一	〇	八
		三	〇	九
	四	一	二	八
	三	〇	〇	九
		二	〇	九
		三	〇	八
〢	〡	〡		
二	三	七	五	二

二十三。本位紀三。進二於左。萬無數。即紀所進二。合問。

通曰。多層者。截作兩段三段為便。如右式。截上六層。得總數一五六八一。即將此數及下六層。求得總數。亦合。

試加差法

術曰。有九減七減二法。九用見數而九減之。七用寔積數而七減之。先減散數。餘若干。次減揔數。餘若干。兩餘相比。同則無差。

九減式

試第一式。先減散數。去○與九不入減。併四七。五八八。

數				散
一	○	六	五	四
	八	九	○	七
五	六	七	八	九
		八	八	○
數			揔	
七	七	二	三	○

一 ✕	一

六七八。八六。一五。共為七十三。九減餘一。（減去八九七十二）列✕左。次併揔數三二七七。共為一十九。九減餘一。（減去二九一十八）列✕右。左右相比。數同無差。

通曰。此以見數為主。不論千百位也。

七減式

試第一式。散數首行之左一○。作一十。七減餘三。次作三十六。七減餘一。（減五七三十五）次作一十五。七減餘一。（減二七一十四）次作一十四。七減無餘。右下紀○。次行七左八九作八十九。七減餘五。次作五十。七減餘一。次作一十七。七減餘三。右下紀三。三行依法減餘五。四行依法減餘五。俱紀右下。再以各行紀餘○三五五。併為十三。七減餘六。乃以揔數依法減之。餘六。左右列比無差。

散數

首行

一 ○三 六一 五一 四。

○

次行

八一 九五 ○一 七三

三

三行

五 六。 七。 八一 九五

五

四行

八一 八四 ○五

五

揔數

七。 七。 二 三二 ○六

六 ✕	六

減法

術曰。多者列上為原數。少者列下為減數。所求數為減餘。從類列位。自右減起。下紀其餘也。下數多於上數者。為不足減。上○而下有數者。為無可減。二者用借法。

式 有二千七百一十五。減四百零二。問餘若干。曰二千三百一十三。

千	百	十	單
二	~~七~~	一	~~五~~
	四	○	二
二	三	一	三

術 原數列上。減數列下。減數首百。從原數百下順列。單位五內。減二。餘三。抹去原數五。本位紀三。次十位一。遇○無減。本位仍紀一。次百位七。減四。餘三。抹去原數七。本位紀三。次千位二。遇無減數。本位仍紀二。合問。

用借式 有四千八百四十。減二千五百九十二。問餘若干。曰二千二百四十八。術 列原數減數。單位○不能減二。須借左原數一。在本位作十。減二餘八。下紀八。次十位原數四。因右借一存三。不能減九。借左原數一。在本位作十。併存三為十三。減九餘四。下紀四。次百位原數八。因右借一存七。減五餘二。下紀二。次千位四。減二餘二。下紀二。合問。

千	百	十	單
四	~~八~~七	~~四~~三	○
二	五	九	二
二	二	四	八

用借用還式 數如前式。術 單位○不能減二。借左原數一。在本

千	百	十	單
四	八	四	〇
二	五六	九十	二
二	二	四	八

位作十。減二餘八。乃於十位減數九。加一作十。以還借數。四不能減十。借左原數一。在本位作十。併四為十四。減十餘四。百位減数五。加一作六。以還借数。八內減六餘二。千位四。減二餘二。亦合。

左減式

千	百	十	單
	二	四	
二	~~二~~	五	八
~~四~~	~~八~~	~~四~~	〇
~~二~~	五	九	~~二~~

数如前式。術通曰。舊法自右起。今易自左起。千位四內。減二餘二。抹去原数四。減数二。而變為二。次百位八。內減五餘三。八變為三。次十位四。不能減九。於百位變三內退一。三又變為二。十位四上。加十為十四。減九餘五。四變為五。次單位〇。不能減二。於十位變五內退一。五又變為四。單位〇上作十。減二餘八。〇變為八。此法較便。

試減差法

術曰。一用加法試之。以減数併減餘。得原数。或以減餘減其原數。應與所減數合。又有九減七減二法。如試加。然但以減數及減餘合為一處。又如加之散數首行次行耳。

用加法式 試第一式。以減数四百零二。併減餘二千三百一十三。為二千七百一十五。合原数無差。

用減法式 試第一式。以減餘二千三百一十三。於原数二千七

百一十五內減之餘四百零二。合減數無差。

九減式

減數	四 〇 二
減餘	二 三 一 三
原數	二 七 一 五
六	六

試第一式。先併減數四二。及減餘二三一三。共為一十五。九減餘六。次併原數二七一五。為一十五。九減餘六。左右列比無差。通曰。九減用寔積數亦可。蓋九數無往不合故也。

七減式

試第一式。先以減數之左四〇。作四十。七減餘五。次作五十二。七減餘三。又以減餘之左二三。作二十三。七減餘二。次作二十一。七減無餘。次三。不足減。仍餘三。俱紀右下。乃以各數紀餘之三二。併為六。不足減。仍作六。再以原數之左二七。作二十七。七減餘六。次作六十一。七減餘五。次作五十五。七減餘六。左右列比無差。

減數	四 〇$_{五}$ 二$_{三}$
	三
減餘	二 三$_{二}$ 一。 三$_{三}$
	三
原數	二 七$_{六}$ 一$_{五}$ 五$_{六}$
六	六

乘法

術曰。乘即因也。用九因法。上列原數。即寔 下列乘數。即法數 齊於右尾。算即始右。將下一位。遍乘上諸位。向左逐位紀所乘數於下。盡下數乃止。諸所紀為散數。用加法。得所求總數。若定總首為何數。從乘數左首。推至總數左首。可知。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

通曰。凡以下乘上。一數有二位。左十右零。右即本位也。遇十有數而零亦有數者曰平。三四一十二四四一十六之類本位紀零數。左位紀十數。遇十有數而零無數者曰足。四五得二十五八得四十之類本位紀○。而其數紀左位也。遇十無數而零有數者曰如。一三如三二三如六之類左位紀○。而其數紀本位也。舊法紀數。每併為一。令人難曉。凡原尾有○而乘尾無○者。雖○亦乘之。以存其位。乘尾有○而原尾無○者。即自乘數之有數位乘起。若上下尾與中。或俱有○者。亦須乘之以存位。下數乘上○。下○乘上數。皆曰某○如○。下○乘上○。曰○○如○。則本位左位俱紀○也。

十回

式 乘上下數不等。少數尚未滿十乘數。而少數不及於乘上下數。如以八乘九。何以得七十二。術 九在十內少一。紀一於九右。八在十內少二。紀二於八右。是九八為乘上下數。一二為少數也。上九下八。上下數不等也。一不及九。二不及八。少數不及也。以少數一二相乘得二。紀下。二未滿十。故曰未滿十乘數也。又以右一斜減左八。右二斜減左九。俱餘七。數同。下紀七。故得七十二。

九	一
八	二
七	二

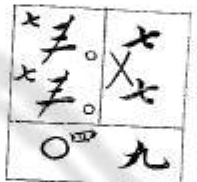
又式 乘上下數等。少數未滿十乘數。而少數不及於乘上下數。

如以八乘八。何以得六十四。術上下俱八。故曰上下數等。八在十內少二。右俱紀二。相乘得四。下紀四。左右上下斜減。俱餘六。下紀六。故得六十四。

又式

乘上下數等。少數已滿十乘數。而少數反過於乘上下數。

如以三乘三。何以得九。術上下俱三。三在十內少七。右俱紀七。相乘得四十九。已有四十。故曰已滿十乘數也。下紀九。

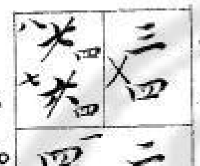


寄四於左。左上下三。各加所寄四。俱變為七。然後左右上下斜減。俱無餘。下紀〇。故得九。

又式

乘上下數不等。少數滿十乘數。而少數不及於乘上下數。

如以六乘七。何以得四十二。術七在十內少三。六在十內少四。俱紀右。右相乘得一十二。下紀二。寄一於左。左上七。加一變為八。下六。加一變為七。然後左右上下斜減。俱餘四。



下紀四。故得四十二。又術三四乘得一十二。將一懸於左。待左右上下斜減。俱餘三。乃併所懸之一為四。亦合。

通曰。一二之乘。得八九之乘。是以小乘而得大乘也。七七之乘。得三三之乘。是以大乘而得小乘也。九曰本乎十曰。即洛書之無十而藏十也。

一位乘式

	一	五	二
			六
〇	三	一	二
	六	〇	
	九	一	二

有一百五十二人。每人六兩。問共若干。曰九百一十二兩。術列定。自右乘起。先以六乘二。曰二六一十二。此乎也。左位紀一。本位紀二。次以六乘五。曰五六三十。此足也。左位紀三。本位紀〇。次以六乘一。曰一六如六。此如也。左位紀〇。本位紀六。所紀散數。用加法。合問。乘數六是兩。推至總數首為百。

多位乘而原數中有〇式

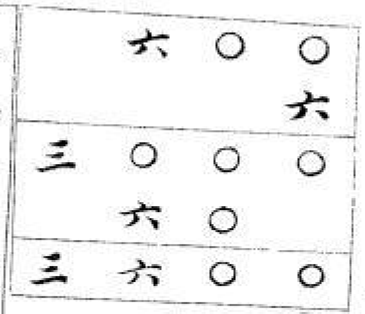
有四千六百零八人。每人三百二十五兩。問共若干。曰一百四十九萬七千六百兩。術列數。以五乘八。曰五八四十。以五乘〇。曰五〇如〇。以五乘六。曰五六三十。

			四	六	〇	八
				三	二	五
		二	三	〇	四	
			〇	〇	〇	
	〇	一	〇	一	六	
		八	二	〇		
一	一	〇	二	四		
	二	八	〇			
一	四	九	七	六	〇	〇

以五乘四。曰五四二十。如法紀之。此五之偏乘也。次以二乘八。曰二八一十六。以二乘〇。曰二〇如〇。以二乘六。曰二六一十二。以二乘四。曰二四如八。如法進位紀之。此二之偏乘也。次以三乘八。曰三八二十四。以三乘〇。曰三〇如〇。以三乘六。曰三六一十八。以三乘四。曰三四一十二。如法又進位紀之。此三之偏乘也。用加法。合問。

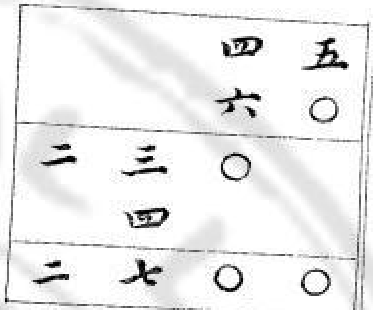
原數尾有〇式

有六百人。每人六兩。問共若干。曰三千六百兩。



術以六乘尾〇。曰六〇如〇。次以六乘次〇。曰六〇如〇。次以六乘六。曰六六三十六。此乘〇以存位也。推至總首為千。

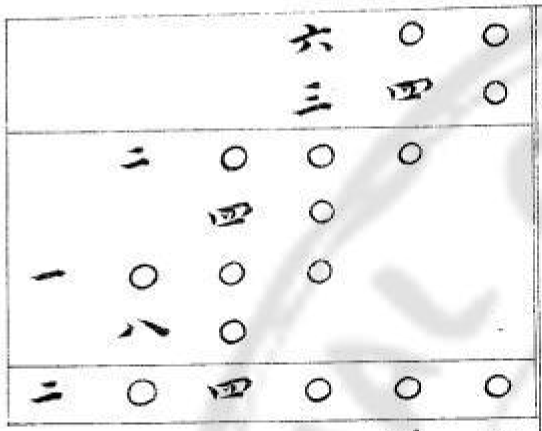
乘数尾有〇式

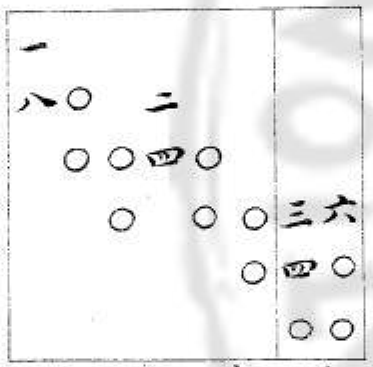


有四十五人。每人六十兩。問共若干。曰二千七百兩。術乘数尾有〇。雖不必乘。然一〇為十。二〇為百。不可不列位。列後從六乘起可耳。以六乘五。曰五六三十。以六乘四。曰四六二十四。推至總首為千。

原数乘数尾俱有〇式

有六百人。每人三百四十兩。問共若干。曰二十萬零四千兩。術列定。先以四徧乘。次以三徧乘。得總数尾三〇。便於定位。





通曰。加減乘除。皆可易橫為直。而乘用直覺便。故附於此。至於諸〇。立法不得不存。熟則不用矣。

試乘差法

術曰。九減七減。如前。但左右列数。多一互乘。得数。又減之。餘列

上。摠数減餘。列下。上下相比也。不用散数。

九減数

原数
八○六四
乘数
五二三
摠数
六七九四一

	○	
一		○
	○	

試第二式。除○九外。併原数四六八為一十八。九減無餘。列○於╳左。併乘数三二五為一十。九減餘一。列╳右。以左右一與○乘。曰一○如○。無数。列○於╳上。併摠数一四七六為一十八。九減無餘。列○於╳下。上下相比無差。

七減式

試第四式。原数如法減之。餘三。列╳左。乘数如法減之。餘四。列╳右。以左右三四乘。得一十二。七減餘五。列上。摠数如

原数
五(三) 四
乘数
○(四) 六
摠数
○(五) ○(四) 七(六) 二

	五	
四		三
	五	

法減之。餘五。列下。上下相比無差。通曰。九減用見数。可去○九不用。七減用寛積数。必存○九之位與数。以便逐位減至右末而止也。

除法

術曰。有寛。有法。有用数。寛即原数。列上。法即除数。列下。用即所求分数也。上下齊左。從左起算。下首少於上首者。齊列。下首多於上首者。退位列之。於右界格。以法除寛。視法首於寛内有幾回。即用幾除之。而紀其幾除之数於格外。為用数也。原寛變後。

即為餘寔存上。次法乘用数除寔。盡法位而止。又將法数退一位列下。一偏用数一偏退位與初列退位不同再視法首於餘寔內有幾回。當用幾除。而又紀其幾除之数於第一次用数之右。次法又乘第二次用数除寔也。以法尾退至寔尾齊右而止。格外所紀為分数。有餘寔。亦當存之再除。寔尾数。即用尾数。推而知用数之首也。

通曰。以下除上。凡除亦有二位。左除十。右除零。右即本位。本位上左有寔者。將左右兩寔。作為幾十幾也。左有寔而右無寔者。作幾十也。左無寔而右有寔者。為零数也。若遇寔数可以除此一偏。而不足以除下偏者。則知用数中當有零矣。詳後式。

定列位

通曰。具法有五。不退者一。退者二。退位者三。與珠算無除說同。蓋不退者。有可除之数也。退者。無可除之数也。

不退位				
七	八	〇	六	寔首七数多於法首四数故不退
四	七			

同首同尾不退				
四	七	九	二	四七九上下相同亦不退
四	七	九		

異首退位				
三	七	八	〇	法首四多於寔首三故退止退一位
	四	七		

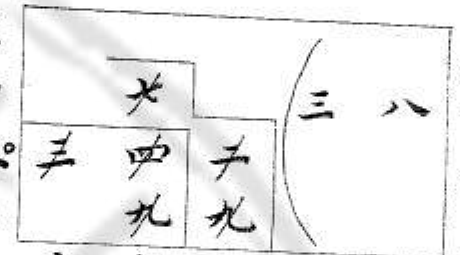
同首退位				
四	六	〇	〇	四與四等而次位七多於六故亦退
	四	七		

同首異尾退位				
四	七	〇	四	四七兩位皆等但至法尾二列寔〇下亦須退位
	四	七	二	

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

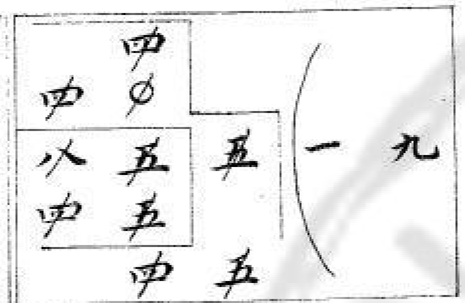
諸式

退位式有三百四十二兩。九人分之。問各若干。曰三十八兩。術法首九。多於寔首三。當退位列法。寔首三四。作三十四。退位故作幾十幾也視三十四內。有三回九。當以三為用數。紀格右。以九乘三。淂二十七。於三十四內除之。抹去三。變四為七。次以法九退列。餘寔七二。作七十二。視七十二內。有八回九。當以八為次用數。紀首用數三右。於餘寔內除八九七十二。寔盡。俱抹去。格右所紀三八。即所

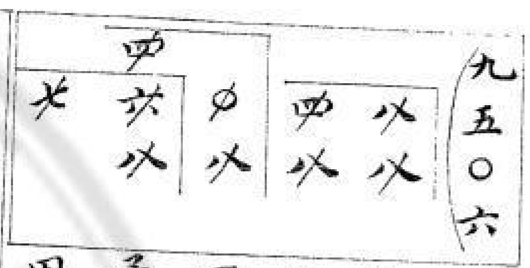


求分數。法尾齊寔尾兩數。則知用數尾八為兩也。

不退位及減用數式有八百五十五兩。四十五人分之。問各若干。曰一十九兩。術法首四。少於寔首八。不退位。寔八即作八。視八內有二回四。當以二為用數。但二四除寔首八。而次法二五除一十。則無寔可除。遇此則減用數一。止以一為用數。一四除四。一五除五。次以法退列。餘寔四〇。作四十。視有九回四。當以九為次用數。四九除三十六。五九除四十五。寔盡。合問。



用數中當有〇式有七萬六千零四十八兩。八人分之。問各若干。曰九千五百零六兩。術退位列法。首用數該九。八九除七十



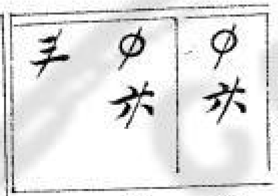
二。又退位列法。次用數該五。五八除四十。又退位列法八。適至寔之四下。左無餘寔。寔四不足除。遇此則紀〇。以當一徧用數。又退位列法。次用數該六。六八除四十八。寔盡。合問。

通曰。前式格外用數。俱橫列。今易為直。葢橫直俱可用也。

寔尾有〇式

有三百兩。六人分之。問各若干。曰五十兩。術退位列法。首用數五。五六除三十。紀五於格右。寔數盡矣。尚有餘〇。乃退位列法。次用數無數而紀〇。故知所得為

五 〇

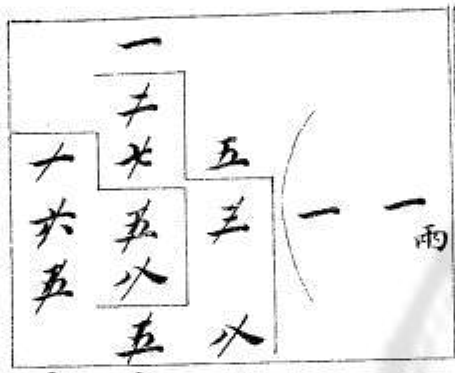


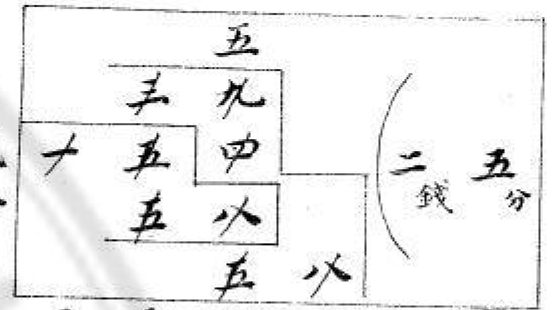
五十兩也。

通曰。視寔盡後。法尾去寔尾尚空幾位。每空一位。加一〇於用數之右。亦合。

寔不盡式

有六百五十三兩。五十八人分之。問各若干。曰一十一兩。餘寔一十五兩未分又各二錢五分。餘寔五錢未分術不退位列。首用數該一。一五除五。一八除八。退位列法。次用數該一。一五除五。一八除八。法尾已齊寔尾。當暫止以察用尾為何數。既知為兩數。餘寔再除。





術右式餘寔一十五兩。法當退位列。用數該二。二五除一十。二八除一十六。退位列法。次用數該五。五五除二十五。五八除四十。此用數首。根前式用數尾下。當是錢數也。尚餘寔。俟再除。

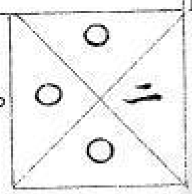
通曰。初列寔時。先於寔右加○。每加一○。作降寔尾一數。兩降錢錢降分即以○末為寔尾。較便。

試除差法

術曰。亦用九減七減。其除畢無餘寔者。將除數減餘列左。用數減餘列右。左右相乘。減餘列上。原數減餘列下相比。其末盡寔者。於左右乘後。併入餘寔。減餘列上。原數減餘列下比之。若除寔至午者。亦以除數減餘列左。用數減餘列右。相乘。又取本位法尾止處以前餘寔。減餘以併左右乘數。再減餘列上。以抹過原數。減餘列下相比也。

除無餘九減式

除數	九
用數	三八
原數	三四二



試第一式。除數九。九減無餘。左列○。併用數三八為一十一。九減餘二。右列二。乘無數。列○於╳上。併原數三四二為九。九減無餘。列○於╳下。上下相比無差。

除有餘九減式

試第五式。併除數五八為一十三。九減餘四。左

除數	五八
用數	一一
餘寔	一五
原數	六五三

	五	
四		二
	五	

列四。併用数一一為二。不足九減。右即列二。乘得八。又併餘寔一五為一十四。九減餘五。列上。併原数六五三為一十四。九減餘五。列下。上下相比無差。

除無餘七減式

試第一式。除数九。作九。七減餘二。列左。用数三八。作三十八。七減餘三。列右。乘得六。不足七減。即列六於上。原

除數	九
用數	三八$_{\text{三}}$
原數	三四$_{\text{六}}$二$_{\text{六}}$

	六	
二		三
	六	

数三四。作三十四。七減餘六。次作六十二。七減餘六。列下。上下相比無差。

除有餘七減式

試第五式。除数五八。作五十八。七減餘二。列左。用数一一。作一十一。七減餘四。列右。乘得八。又以餘寔一五。作

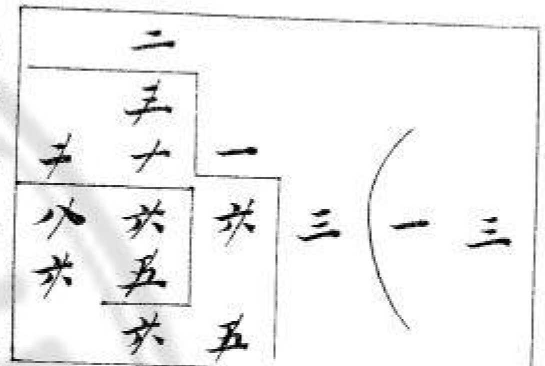
除數	五八$_{\text{二}}$
用數	一一$_{\text{四}}$
餘寔	一五$_{\text{一}}$
原數	六五$_{\text{二}}$三$_{\text{二}}$

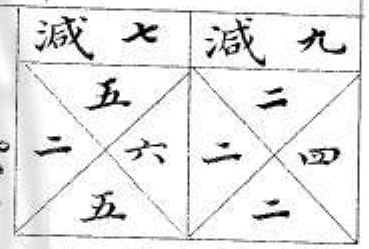
	二	
二		四
	二	

一十五。七減餘一。以此餘一併左右所乘八為九。七減餘二。列上。原数六五。作六十五。七減餘二。次作二十三。七減餘二。列下。上下相比無差。

半除試差式

除数六五。用数一三。原数八六六三。餘寔二一三。用九減。併除数六五為一十一。九減餘二。列左。又併用数一三為四。不足九減。右即列四。乘得八。乃併法尾止處以前之餘





寔二一為三。不足九減。即以此三併左右所乘八。為一十一。九減餘二。列上。併原数抹去三位之八六六為二十。九減餘二。列下。上下相比無差。用七減。除数六五。作六十五。七減餘二。列左。用数一三。作一十三。七減餘六。列右。乘得一十二。乃以法尾止處以前之餘寔二一。作二十一。七減無餘。與左右所乘数相併。仍是一十二。七減餘五。列上。原数抹去之八六。作八十六。七減餘二。次作二十六。七減餘五。列下。上下相比無差。

通曰。試差之法。獨用九七。何也。葢十者数之窮也。数窮則變。十復為一。故数始於一。終於九。九。陽数也。下九之陽数為七。故七與九同用。自七九而外。或有合者。於率不通。不可立法。所以加減試差。用寔積。則無不可。用見數。則七與五不可也。乘除試差。用寔積。則亦無不可。用見數。則自九而外。皆不可也。若夫論除之餘。六與三之餘同九。是用九而六三可無用矣。四與二之餘同八。是用八而四二之餘。可無用矣。且八或可以試加減。而或不可以試乘除。亦不可用。然則試差之法。含七與九。又何所取用哉。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

命分法

術曰。命分者。一大幾何。已分幾何。命餘者為幾何分之幾何也。

又曰。所分之小幾何。再分幾何。命此得者為幾何分之幾何也。

通曰。第一術。即幾何原本之命比例法。第二術。恰盡則可。否則終不能盡也。

式 法數為母。餘數為子。如實數八萬七千二百四十八。法數三百七十四。法尾已齊實尾。用數已得二三三。尚有餘實一〇六。當命為三百七十四分之一百零六也。

又式 得數為子。得數前位為母。得數一位為十。二位為百。三位為千也。如右式餘實一〇六。先於六右加一〇。依法再除之。得二。又加一〇。再除之。得八。又加一〇。再除之。得三。凡三位。乃千也。當命為千分之二百八十三也。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

十八

數度衍三卷目次

筆算下

奇零列位法
奇零別多寡法
奇零約法
奇零併母子法
奇零纍析約法
化法
奇零加法

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

卷之三

試加差法
奇零減法
試減差法
奇零乘法
試乘差法
奇零除法
試除差法
重零除盡法
附鋪地錦
洛書算

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

數度衍卷之三

桐城方中通衍

筆算下

奇零列位法

術曰。奇零者。不盡數也。加減乘除。皆有奇零。惟除為多耳。以法命之曰幾分之幾。除數為母。列上。零數為子。列下。

式 有實四十六。法七。用數六。除四十二。尚餘實四。命之曰七之四。七列上。四列下。

七
四

通曰。以母分子。故以法為母。子隨母分。故以實為子。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

奇零別多寡法

術曰。母同子異。別在子。子同母異。別在母。俱異者。別在子母也。

母同式 奇零有二。一曰七之三。一曰七之四。辨其孰多孰寡。今母數等矣。但據子數別之。子多者為多。子少者為少耳。

七︵三	七︵四
此少	此多

子同式 若子數相等。母數不等者。其母數小。子數反大。母數大。子數反小。如二分十之一。得五。三分十之一。止得三三耳。當以母數少者為多。

二︵一	三︵一
子數得母之半為多	子數不及母半為少

子母俱異式 子數母數俱不等。以彼此子母互乘。得數。各註其下較之。其較有三。一曰差遠。一曰稍差。一曰相同。法皆一也。

差遠	
三︵二 ×	八︵六
二八乘得十六為少	三六乘得十八為多

稍差	
二︵一 ×	四一︵二〇
一乘四十一得四十一為多	二乘二十得四十為少

相同	
四︵三 ×	一六︵一二
三乘十六	四乘十二皆四十八

奇零約法

術曰。約多者為少。其法有三。一用折半。一用通數。一用紐數。紐數不得。則不可復約矣。只就見數較多寡。用彼此互乘之法。

折半式 十六之八。約之為少。折母數十六為八。折子數八為四。

一六︵八	約	八︵四

約為八之四。再折半。又約為四之二。

四︵二

通數式 四十八之三十六。欲約之。視子母兩數。有何數相乘而

四八(三六 八(六 得。其數即通數也。今以六為通數。以六乘八。得四十八。母可約為八。以六乘六。得三十六。子可約為六。

紐數式 以小減大。大減盡而止。以寡後減盡數為紐數。以除子母二數。得約數也。四十八內減三十二。餘十六。又於三十二內減

四八(三二 三(二 十六。兩次減盡。是十六為紐數矣。以十六除四十八。得三。約母為三。以十六除三十二。得二。約子為二。

通曰紐即通也。但通可見而紐不見耳。今以十六為通數。以三乘之。得四十八。以二乘之。得二。亦合。

奇零併母子法

術曰。凡兩子母數。先併母較之。使兩母數等。以兩母相乘。得共母數。次以兩母互乘兩子。得各子數。或三四母子不同。併較多寡者。亦以各母次第疊乘。併一共母為寔。乃以各母數為各法除之。即以各子數乘各所除數。得各子數也。

兩母子相併式 甲三之二。乙四之三。欲併一共母。以兩母乘得十二。為共母數。以甲子二。乘乙母四。得八。為甲併子。以乙子三。乘甲母三。得九。為乙併子。

甲	乙
三(二	四(三
併	得
一二(八	一二(九

四母子相併式 甲二之一。乙三之二。丙四之三。丁五之一。欲併一共母。以甲母二。乘乙母三。得六。又以六乘丙母四。得二十四。

又以二十四乘丁母五。得一百二十。為共母。以

甲	乙	丙	丁
二⌒一	三⌒二	四⌒三	五⌒一
併	得	母	子
一二〇⌒六〇	一二〇⌒八〇	一二〇⌒九〇	一二〇⌒二四

甲母二除共母。得六十。以甲子一乘之。得六十。為甲併子。以乙母三除共母。得四十。以乙子二乘之。得八十。為乙併子。以丙母四除共母。得三十。以丙子三乘之。得九十。為丙併子。以丁母五除共母。得二十四。以丁子一乘之。得二十四。為丁併子。

併母子用紐數式

若母數相乘。遇有紐數可用。即用紐數。如甲母乘乙母得六。嗣當與丙母四相乘。有二為紐數可用。二與三乘得六二與二乘得四則約甲乙相乘之六為三。約丙母四為二。乃復以甲乙相乘之六。乘丙母所約之二。得十二。以丙母四。乘甲乙所約之三。得十二。是甲乙丙母。俱得十二數而止也。至丁母無紐數。即以十二乘丁母五。得六十。則前式共母之一百二十。今約為六十矣。

甲	乙	丙	丁
二⌒一	三⌒二	四⌒三	五⌒一
併		得	
六〇⌒三〇	六〇⌒四〇	六〇⌒四五	六〇⌒一二

如法逐位母除子乘。所得併子。俱減前式之半。

奇零彙析約法

術曰。奇零有析之又析者。或三四析。欲知其總。用母乘母。子乘子法。三四位者。母子俱須疊乘也。

二位析求總式

七之四。又五分四之三。列自左向右。七之四在

七 五
四 三

總

三五
一二

左。五之三在右。兩母乘得三十五。兩子乘得十二。是總得三十五之一十二也。

四位析求總式

甲 乙 丙 丁
二 六 四 三
一 一 三 二

總

一四四
六

二之一。又六分一之一。又四分一之三。又三分三之二。列自左向右。算仍自右向左。以丁母三乘丙母四。得十二。又以十二乘乙母六。得七十二。又以七十二乘甲母二。得一百四十四。為總母。以丁子二乘丙子三。得六。以六乘乙子一。得六。以六乘甲子一。得六。為總子。是總為一百四十四之六也。

化法

術曰。凡整數後帶奇零。欲將整數盡依母數化之。以母數乘整數。以乘得數入子數。却以母數除之。有零無零。兩化俱合。

化整為零式

六 五
　 三

化

五
三三

有整六。又零五分一之三。列六於左。列五之三於右。以母五乘整六。得三十。併子數三。為三十三。是化為五之三十三也。

零數歸整無零式

七
五六

歸整

八

七之五十六。欲歸為整。以母數除子數。用八除盡。知是八為整數也。

零數歸整有零式

九之四十七。欲歸為整。以母除子。用五除。於

歸	整
九⌒七	四
九二	五

子四十七內。除五九四十五。尚餘二。知是整五。又零九之二也。

奇零加法

術曰。兩零數。以至多零數。及整與零數。欲併為一者。同母。則一母可代衆母。異母。則須疊乘為共母也。子不拘同異。皆併為一。遇有細數者。用細數。求其共母。兩位者。子母互乘以求併子位多者。母除子乘以求併子。同母之子。惟併而已。異母之子。須求併子而併也。其整與零併。先併整。次併零。合為一。曰積。

同母式 曰七之五。曰七之六。欲併為一。同母七。即用為共母。兩子併得十一。為共子。積為七之一十一。歸得一零七之四。

七⌒五	七⌒六
積	
七⌒一一	
歸	整
七⌒四	一

異母式 兩母不同。乘得十二。為共母。甲子乘乙母。得八。為甲併子。乙子乘甲母。得九。為乙併子。再以兩併子併得十七。積為一十二之一十七。

甲	乙
三⌒二	四⌒三
積	
一二⌒一七	
歸	整
一二⌒五	一

異母位多式 以甲母七。乘乙母十三。得九十一。再乘丙母十一。得一千零一。為共母。依法各母除。各子乘。得各併子。又併得共子。積為一千零一之二千六百九十二。

甲	乙	丙
七⌒六	一三⌒一二	一一⌒一〇
積		
一〇〇一⌒二六九二		
歸	整	
一〇〇一⌒六九〇	一	

一整一零併式

零曰五之三。整曰八。併為一。仍以整為整。零為零。即為八又零五之三也。

二整一零併式

零曰三之二。整曰四。曰八。併為一。先併兩整。得

三(二	四八
積	
三(二	一二

一十二。零数止一位。無併。積為一十二又零三之二也。

整與同母二零併式

零曰七之二。曰七之六。整曰八。曰四。先併

七(二 七(六	八 四
積	
七(八	一二

兩整得十二。次併兩子得八。同母七即為共母。積為一十二又零七之八也。

整與異母二零併式

零曰三之二。曰四之三。整曰八。整数無併。

右	左	
三(二	四(三	八
積		
二(七	一(一	八

兩母乘得十二。為共母。左右母子互乘。右子得八。左子得九。為併子。再併得十七。積為八又零十二之十七也。

試加差法

通曰。加用減試。減用加試。皆有同母異母之分。

試同母式

右	左
七(五	七(六
積	
一(一	七

以右子五。減積子十一。餘六。合左子数。以左子六。減積子十一。餘五。合右子数。合則無差。

試異母式

先試母。以右母三。除共母十二。得四。合左母数。以左

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

右	左
三	四
二	三
併	
一二	一二
八	九
積	
一二	
一七	

母四。除共母十二。淂三。合右母数無差。次試子。以右併子八。減積子十七。餘九。合左併子数。以左併子九。減積子十七。餘八。合右併子数。又以左母四。除右併子八。淂二。合右子数。以右母三。除左併子九。淂三。合左子数無差。

奇零減法

術曰。先審多寡。多為原数。少為減数。同母。止就子数相減。異母。先求共母。又母除子乘求各子。乃以相減也。通曰。多中減少。即右内減左也。但併母子数。有時似少中減多者。而化整之後。仍是多中減少也。

同母式

右	左
一七	一七
八	五
多	少
減	餘
一七	
三	

曰十七之八。曰十七之五。相減。此當於十七之內。八減十七之五也。同母。止於右子八內。減左子五。餘三。淂十七之三。

異母式

右	左
九	三
八	二
併	
二七	二七
二四	一八
多	少
減	餘
二七	
六	

曰九之八。曰三之二。相減。先以兩母乘淂二十七。為共母。乃母除子乘。淂各子。審多寡。然後相減。餘二十七之六。

整數內減零數式

整一十內。減零一十一之六。先於整內抽出一數。依零母數化為一十一。作化子。整止存九。是化為一十一

右	左
一〇	一一︵六
化	
一一︵一一	
減	餘
一一︵五	九

之一十一也。於化內減十一之六。餘十一之五。是減餘為九零十一之五。

整內減整及零式

右	左
一〇	四 五︵三
化	
五︵五	
減	餘
五︵二	五

兩整先減。十內減四。餘六。乃於六中抽一。依零母化五為子。是化為五之五也。於化內減五之三。餘五之二。其餘整六。既抽一。止存五。是減餘為五零五之二。

整及零內減整及零式

右	左
一〇 二︵一	六 四︵三
併	
八︵四	八︵六
化	
八︵一二	八︵六
減	餘
八︵六	三

整数多者為原數。先以兩整相減。十內減六。餘四。此乃異母。以兩母乘得八。為共母。乃子母互乘為子。以右子一乘左母四。得四。為右併子。以左子三乘右母二。得六。為左併子。當於八之四內減八之六。然四少六多。不能減。須於既減之餘整四內。抽出一數。以共母化為八。又併右併子四。為十二。化為八之十二。於此內減去八之六。餘八之六。整数止存三。是減餘為三零八之六。

整及零內減零式

整数不動。乃併母子。以兩母乘得三百六十三。為共母。母子互乘。右得十一為併子。左得一百三十二為併子。當於右內減左。而右併子少。乃於整九內抽出一數。依共母化為三百六十三。併入右併子十一。為三百七十四。乃於此內

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

右	左
九 $\frac{三三}{一}$	$\frac{一一}{四}$
併	
$\frac{三六三}{一一}$	$\frac{三六三}{一三二}$
化	零餘
$\frac{三六三}{三七四}$	$\frac{三六三}{二四二}$
減	餘
八 $\frac{三六三}{二四二}$	

減右併母子。餘三百六十三之二百四十二。整九止存八。是減餘為八零三百六十三之二百四十二。可約為八零三之二

通曰。乘除內用加減。加減內亦用乘除。故四法通而一法通也。

試減差法

試同母式

右	左
$\frac{一七}{八}$	$\frac{一七}{五}$
減	餘
$\frac{一七}{三}$	

以減餘子三。併入左子五。為八。合右子。即以減餘子三。於右子八內減之。餘五。亦合左子。無差。

試異母式

右	左
$\frac{九}{八}$	$\frac{三}{二}$
減	餘
$\frac{二七}{六}$	

以減餘二十七之六。與左三之二相加。合右九之八。此兩母乘得八十一。為共母。以減餘子乘左母。得十八。乘右母。得五十四。再併為七十二。得八十一之七十二。約之為九之八。

奇零乘法

術曰。兩零相乘。當以母乘母。子乘子。零與整乘。則置整數與零並列。而整數上立一數為母。與零母並列。依母乘母子乘子之法也。其不止一整者。或俱有帶零者。法詳後。

零與零乘式

四之三與三之二相乘。以兩母乘得十二。為乘母。

三（二　四（三
乘
一（二
六

兩子乘得六。為乘子。是乘為一十二之六。

零與整乘式

五（四　八
立母列位
五（四　一（八
乘
五
二三

五之四與整八相乘。乃以八上立一為母。作一之八。與五之四並列。依法乘得五之三十二。通曰。但以整數乘零數之子。為乘子可也。

整帶零與整乘式

右　左
六（五三　八
列　位
六（二三　一（八
乘
六
四八一

整三零六之五與整八相乘。先以右整三與母六乘得十八。併子五。得二十三。為子。化為六之二十三。以左整八上立一為母。並列。依法乘得六之一百八十四。

整帶零與零乘式

右　左
三（二四　二（一
列　位
三（一四　二（一
乘
六
四一

四零三之二。與二之一相乘。依法。右位整乘母得十二。併子二。得十四。為三之十四。與左零數並列。乘得六之十四。

整帶零與整帶零乘式

右　左
二（一四　五（一三
列　位
二（九　五（一六
乘
〇　一
四四一

四零二之一。與三零五之一相乘。依法整三與母五乘得十五。併子一得十六。左為五之十六。整四與母二乘得八。併子一得九。右為二之九。並列。乘得一十之一百四十四。通曰。奇零與常法不同。常法皆乘少為多。今或乘多為少。蓋借用虛數。寔非乘多為少也。

試乘差法

通曰。乘用除試。除用乘試。葢奇零試差。皆彼此還原也。

式

以前零與零乘式試之。以乘得十二之六為原數。以其兩相

右	左
三(二	四(三
乘	
二	一
六	

原	除（右 左）
一二(六	二(三　三(四
還	原
二四(一八	三六(二四

乘之数皆為除數。但須倒位。前曰三之二。今曰二之三。前曰四之三。今曰三之四。乃以除数右母二。乘原母十二。得二十四。以除数右子三。乘原子六。得十八。是為二十四之十八。約為四之三。而合上左。其左位依法還原。為三十六之二十四。約為三之二。亦合上右。

奇零除法

術曰。兩零相除。右列原數。左列除數。却將除數倒列子母。而與原數並列。亦用母乘母子乘子之法。乘出數。即除出數也。

零除零式

二之一為實。列右。六之一為法。列左。倒為一之六。乃與二之一並列。母乘母。子乘子。即得除出數為二之六也。

右	左
	六(一
	倒
二(一	一(六
得	
二(六	

零除整式

整六為實。三之二為法。法倒為二之三。實立一為母。作一之六。乃並列相乘。得除出數。

六	三(二
立	倒
一(六	二(三
得	
二(一八	

通曰。乘除本互用。於此可見。

整帶零除整式

四 三(二)	六
化	
三(一四)	
倒	立
一四(三)	一(六)
得	
一(一)	四(八)

六為實。四零三之二為法。以母三乘整四。為十二。併子二為十四。化為三之十四。再用零除整法。得除數。

整除零式

六	三(二)
倒 立	
六(一)	三(二)
得	
一	八
(二)	

三之二為實。整六為法。以六上立一為母。又倒為六之一。與三之二並列。乘得除數。

整除整帶零式

三	六 二(一)
倒 立	化
三(一)	二(一三)
得	
六	
一(三)	

六零二之一為實。三為法。以整六乘母二。得十二。併子一得十三。化為二之十三。整三立母倒位。並列乘之。

整帶零除零式

六 二(一)	三(二)
化	
二(一三)	
倒	
一三(二)	三(二)
得	
三	九
(四)	

三之二為實。六零二之一為法。以整六乘母二。得十二。併子一得十三。化為二之十三。倒位乘之。

零除整帶零式

四(三)	六 二(一)
倒	化
三(四)	二(一三)
得	
六	
五(二)	

六零二之一為實。四之三為法。以整六乘母二。併子一。得十三。化為二之十三。倒法位乘之。

整帶零除整帶零式

三 五(二)	六 二(一)
化	俱
五(一七)	二(一三)
倒	
一七(五)	二(一三)
得	
三	四
六	五

六零二之一為實。三零五之二為法。依法實化為二之十三。法化為五之十七。倒法位乘之。

試除差法

式 以前零除零式試之。以乘得二之六列右。除數六之一列左。

右	左
二 / 一	
列	
二 / 六	六 / 一
得	
一二 / 六	
約	
二 / 一	

母乘母。子乘子。得十二之六。約為二之一。合右原數。無差。

重零除盡法

術曰。歸除不盡曰奇零。然有原數內。本來先帶奇零者。是大奇數內。又有小奇數也。若欲除之使盡。當先歸之使一。列小奇於右。列大奇於左。兩母相乘。為總母。又以小奇母乘大奇子。併入小奇子。為共子。此即是除盡之數。

大奇內有小奇式

小	大
三 / 二	四 / 三
除盡數	
一二 / 一一	

四人分一十五零三之二。具不盡者。整三零三之二也。三之二為小奇。四之三為大奇。兩母乘得十二。為共母。小奇母乘大奇子。得九。併小奇子二為十一。作共子。是一十二之一十一為除盡數也。

大奇內小奇有小奇式

四奇	三奇	次奇	大奇
三 / 二	四 / 三	五 / 二	七 / 四
大次二位併得			
三五 / 二二			
大次併三奇			
四 / 三	三五 / 二二		
併得			
一四〇 / 九一			
三奇併四奇			
三 / 二	一四〇 / 九一		
併得除盡數			
四二〇 / 二七五			

若小奇內復有小奇。至三至四者。如七除不盡而餘四數。為七之四。而又以此四中之一。剖

為五停之二。又以二中之一。剖為四停之三。又以三中之一。剖為三停之二。此乃大奇內帶三小奇也。先併大次兩母。五七乘得三十五。為母。以次母五乘大奇子四。得二十。併入次子二。得二十二。為子。是為三十五之二十二。「再併三奇。以母三十五乘三奇母四。得一百四十。為母。以三奇母四乘大次併子二十二。得八十八。併三奇子三。得九十一。為子。是為一百四十之九十一。「再併四奇。以母一百四十乘四奇母三。得四百二十。為母。以四奇母三乘大次三併子九十一。得二百七十三。併四奇子二。得二百七十五。為子。是為四百二十之二百七十五。「此即通併。即除盡数也。可約為八十四之五十五。

大奇內有小奇用加除二法式

凡大奇一位。小奇止一位者。當用加除二法。

右	左
三 / 二	四
倒立	
三 / 二	四 / 一
得	
一二 / 二	

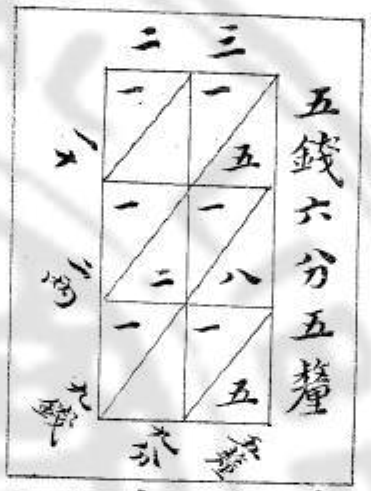
右	左
一二 / 二	四 / 三
併	
四八 / 八	四八 / 三六
積	
四八 / 四四	
約	
一二 / 一一	

法。而前式。蓋捷法也。如第一式。大奇四之三。小奇三之二。先用除法。以小奇三之二列右。止以大奇母四列左。立一為母。倒位並列。乘得十二之二。（此用整除零法）後用加法。以除出之十二之二列右。以大奇四之三列左。兩母相乘。得四十八。為共母。或母除子乘求子。或母子互乘求子。右子得八。左子得三十六。併得四十

四。是積為四十八之四十四也。此用異母加法約得一十二之一十一。而合除盡数矣。

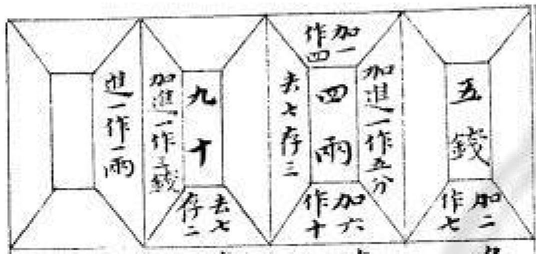
附鋪地錦

乘式 有物二十三件。每件價銀五錢六分五釐。問共若干。曰一十二兩九錢九分五釐。術 物数為實。列上。價数為法。列旁。相呼



填数於格內。呼畢斜格成總也。先呼三五一十五。次呼三六一十八。次呼三五一十五。填三下之格內。後呼二五得一十。二六一十二。二五得一十。填二下之格內。乃斜取總数。一為一十。一一為二兩。五一二一為九錢。八一為九分。五為五釐也。

除式 有銀九十四兩五錢。買物七十斤。問每斤若干。曰一兩三錢五分。術 先畫圖。置銀数於內為實。以物数為



逢七進一十。去七恰盡。進一於左

逢七進一十。十內去七存三。進一於左存七三四餘二存三加一

作四下位五錢上加二作七

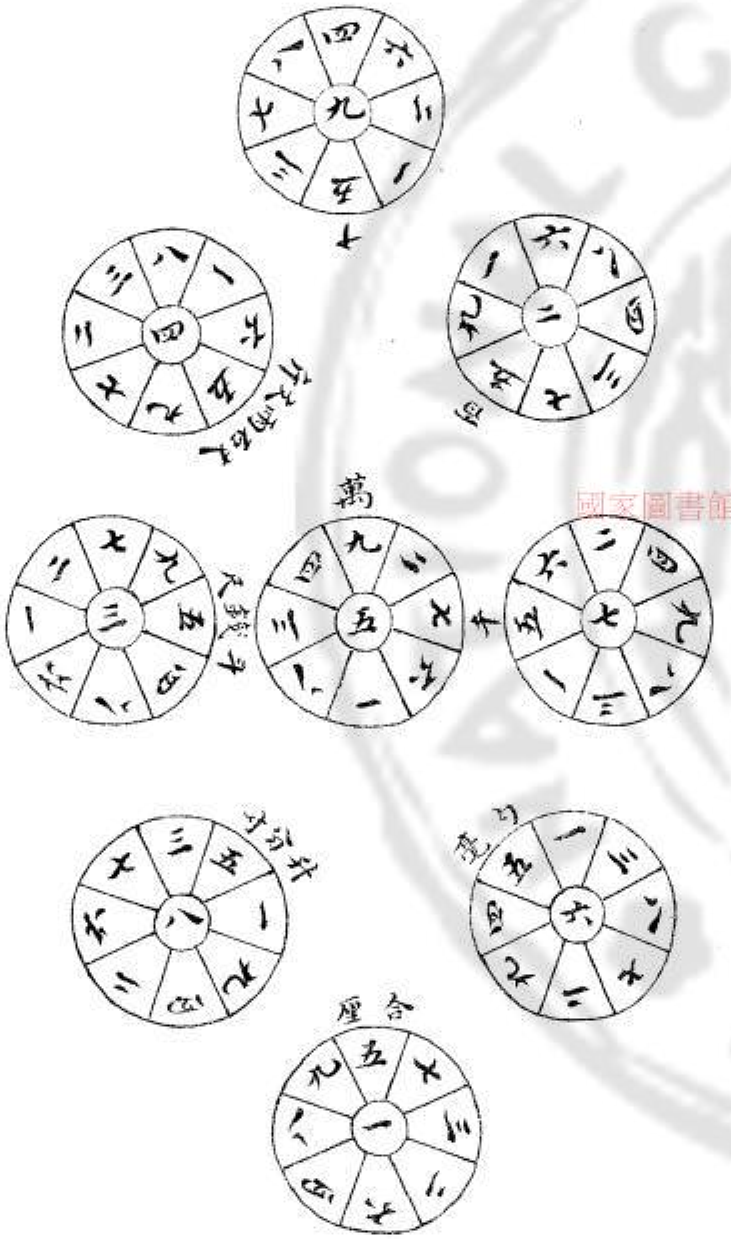
逢七進一十。九去七存二。進一於左七二下加六本位二不

動下位四兩上加六作十

法自下左旋而上至右止。用珠算歸除訣。先除九十起。曰逢七進一十。填在左圖右格為一兩。又曰七二下加六。次除四兩。曰加六作十。曰逢七進一十。將此一并九十圖內存二。作三。填在九十圖左格為三錢。又曰七三四餘二。次除五分。曰加二作七。曰逢七進一十。將此一并四兩圖內作四。又作五。填在四兩圖右格為五分。共淂一兩三錢五分也。

洛書算

通。曰洛書用九。八卦旋中。加升減降。法異理同。九內易位。越十移宮。過去未來用之無窮。



國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

加式 有四錢五分。又三錢四分。又三兩五錢。問共若干。曰四兩
二錢九分。術 每圖用棋子一枚。先呼四錢五分。將錢圖棋子置
四上。分圖棋子置五上。又呼三錢四分。將錢圖四上棋子。移置
七上。三加四 分圖五上棋子。移置九上。五加四 又呼三兩五錢。將兩
圖棋子置三上。却以錢圖七上棋子。加五成一十二。移置本圖
二上。而兩圖三上棋子。加一成四。移置四上。乃視各圖棋子所
在。為總数也。

減式 先將總数棋子。照圖安置。逐呼逐減即得。

通曰。又有一筆錦之法。似筆算而置改不同。又有一掌金之法。
五指。每指九位。分三行。自下而上曰一二三。又自上而下曰四
五六。又自下而上曰七八九。臨算暗記。殊覺可笑。即鋪地錦。乘
尚似籌。而除則不可用矣。惟洛書算為便。並列圖数而求之。雖
乘除亦可得也。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

數度衍四卷目次

籌算

九籌

開方籌

乘法

除法

開平方法

開立方法

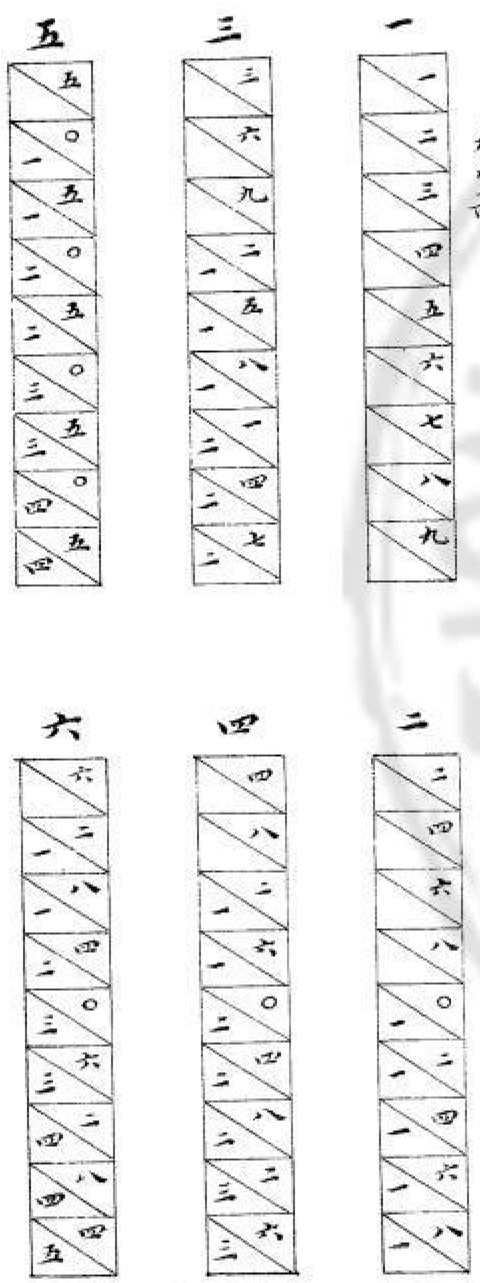
國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

數度衍卷之四

桐城方中通衍

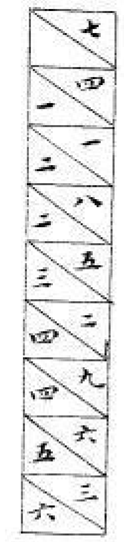
籌算

九籌

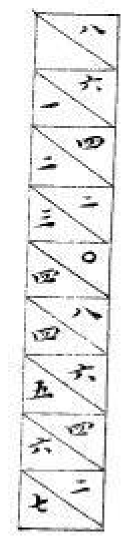


國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

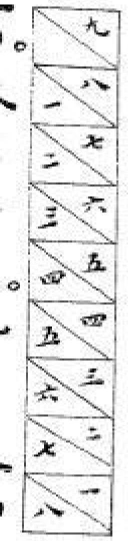
七



八



九



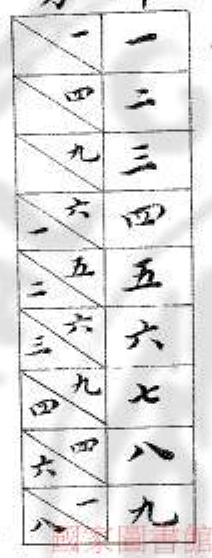
零

通曰。珠算筆算。皆有數而後乘。籌算無數而先乘也。故乘以籌為捷。數盡九。九除亦同乘。故隨時施用。所遇數更。而先乘之數亦變。多寡前後。相合自成。至若零籌無數。又無用之用也。

開方籌

通曰。籌有二。曰平方。自乘之還原也。故用自乘之數。曰立方。自乘再乘之還原也。故用自乘再乘之數。

平方

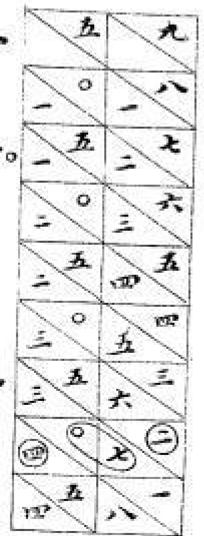


立方

乘法

術曰。有寔有法。先將寔數查籌。從左向右齊列。其兩籌每格平行線斜方形。合成一位。併為一數矣。次以籌之格為法數。如法數是五。即查第五格也。若法有二位。先查法尾所得數。橫列之。次查法首所得數。進一位橫列之。再用筆算加法。得所求數。

一位法式 有五十九人。每人八兩。問共若干。曰四百七十二兩。

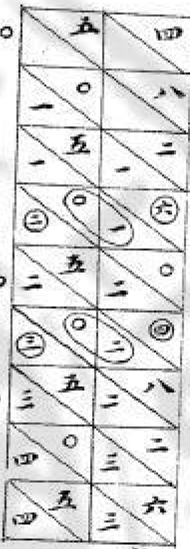


術以五十九人為實。八兩為法。先依實數查第五籌。第九籌。五左九右並列。次依法八。查第八格內橫數。曰二。曰七○。曰四。去○不用。自左向右橫視之。得四百七十二兩也。得數尾與法尾數同。故知為兩。

二位法式

有五十四人。每人六十四兩。問共若干。曰三千四百五十六兩。

術以五十四人為實。六十四兩為法。依實查五四兩



籌齊列。先依法尾四。查第四格。曰六。曰一○。曰二。自右向左橫列之。次依法首六。查第六格。曰四。曰二○。曰三。進一位橫列之。用筆算加法。得

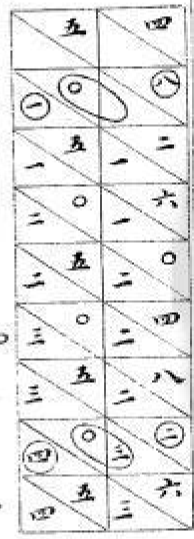
橫列相併

	二	一	六
三	二	四	
三	四	五	六

三千四百五十六兩也。多位法者視此。每查格一回。進一位列數。通曰。九格內。凡遇右尾有○者。必須列之以存位。其○在數中者。說詳後式。

籌內斜方有○無數式

有五十四人。每人二十八兩。問共若干。曰一千五百一十二兩。



術以五十四人為實。查籌並列。二十八兩為法。先查八格。曰二。曰三○。曰四。橫列之。次查二格。曰八。曰○。曰一。進一位列之。加得。合問。

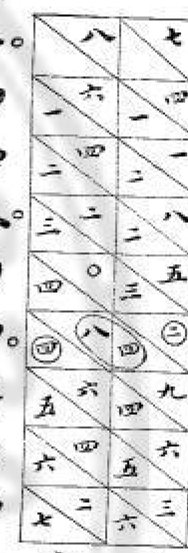
橫列相併

	四	三	二
一	○	八	
一	五	一	二

通曰。斜方之中。有数有○。則去○不用。若無数有○。則須存之以定位。如八格去○列三。二格列○存位是也。

籌內斜方併数進十式

有八十七人。每人六兩。問共若干。曰五百二十二兩。術以八十七人為寔。查籌並列。六兩為法。查六格。

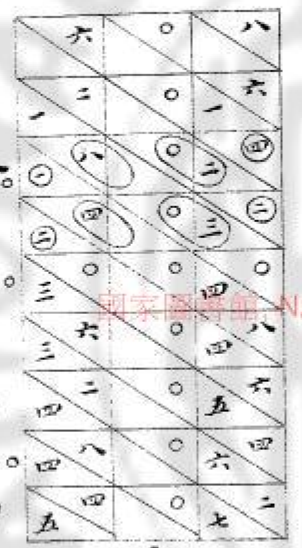


曰二。曰四八。曰四。其曰四八者。併為十二。今位存二。以十進位作一。其曰四者。併所進之一為五。當自右向左。列曰二二五矣。

橫列		
五	二	二

用零籌式

有六百零八人。每人三十四兩。問共若干。曰二萬零六百七十二兩。術以六百零八人為寔。查六籌零籌八籌並列。三十四兩為法。



先查四格。曰二。曰三○。曰四。曰二。橫列之。次查三格。曰四。曰二○。曰八。曰一。進一位列之。加得。合問。

橫列相併				
	二	四	三	二
一	八	二	四	
二	○	六	七	二

通曰。寔數整幾十者。列一零籌於右。整幾百者。列二零籌於右。以定位也。

除法

術曰。有寔。有法。有商。別列寔數。以法数依號查籌。從左向右齊

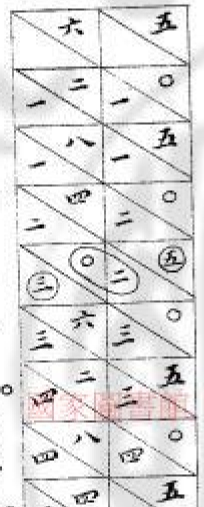
列於諸籌九格內。查橫行數之等於實數或略少於實數者。在第幾格。即是初商數。如在第一格。即一為初商也。次以查得之數。減其實數。已盡。則止一商。如未盡。則有再商。即再查橫行內數之等於存實。或略少於存實者。在第幾格。即是再商數。又以查得之數。減其存實。如前。又未盡。則更有三商。倘初商已除實雖未盡而次位無實。則商有○位。即作○以當次商。再以存實於格內查之。若至餘實數少於法數。是為不盡法。當命分之。

一位商式

有三百二十五兩。六十五人分之。問各若干。曰五兩。

術 別列三百二十五兩為實。以六十五人為法。查六五兩籌。左右齊列。查九格內。何格數與實相等。一格至四格皆少。五格內。自左向右曰三二五。適等。即五為商數矣。

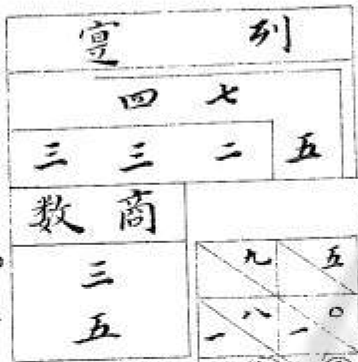
別	列	實
五	二	三

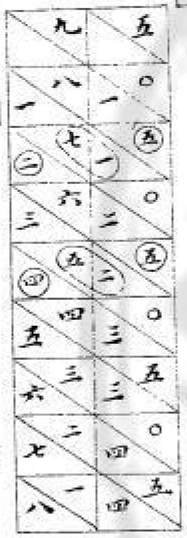


二位商式

有三千三百二十五兩。九十五人分之。問共若干。曰三十五兩。

術 列三千三百二十五兩為實。九十五人為法。二列籌。二籌橫數。止三位。須截實左三位。曰三三二。作三百三十二。於格內查之。至三格。自左向右曰二八五。中位一七併八作二百八十五。略少於實數。四格則多矣。





國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

用三為初商。相減。餘四十七。再以餘寔四七及截外之五。作四百七十五。查至五格。四七五。併二七五遶等。用五為次商。

商當有○式

有三十二萬三千八百七十六兩。五百三十八人分之。問各若干。曰六百零二兩。

術列寔。查籌。三籌橫數止四位。截寔左四位。曰三二三八。作三千二百三十八。查至六格。自左向右曰三二二八。作三千二百二十八。略少於寔數。七格則多矣。用六為初商。相減。餘一

列寔

次位

一○

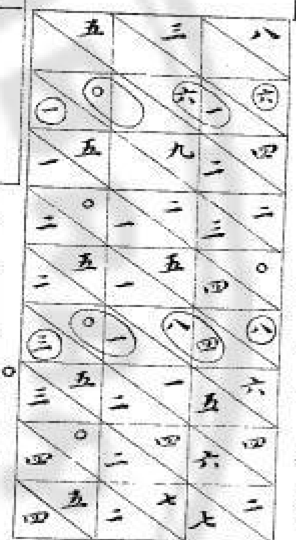
三二三八七六

商數

六

○

二



十。以餘寔一○。及截七六。作一千零七十六。此乃次位無寔也。次商當作○。竟不除寔。餘寔仍是一千零七十六。查至二格。一○七六。遶等。用二為三商。

通曰。次位三位俱無寔者。作一連兩商。皆當作○也。

寔不盡式

有三千三百三十六兩。九十五人分之。問各若干。曰三十五兩。餘寔一十一兩。

術列寔。查籌。二籌橫數止三位。截寔左三位。曰三三三。查至三格。自左向右。曰二八五。略少於寔數。用三為初商。相

列寔

一一

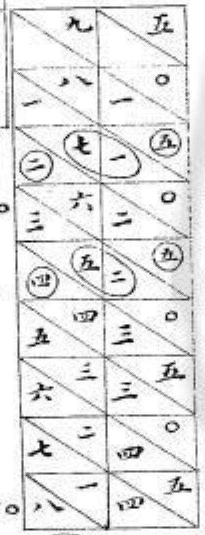
四八

三三三六

商數

三

五



減。餘四八。以餘寔四八及截外六。作四八六。查至五格。四七五。
略少於餘寔。用五為次商。相減。尚餘一十一。為不盡數也。

開平方法

術曰。有積數。數即寔 有商數。商有方法。有廉法。隅法。置積數。從末位下作點。向左隔一位作一點。有一點知有一商也。視平方籌內自乘之數。與寔相等。或略少者。取以除寔。但自左一點為始。點前無位。則自乘止於零數。點前有位。則自乘應有十數。而此乘數在籌內第幾格。即用其格數為初商也。有二點者。以初商倍之。乃以倍數查籌。列於平方籌之左。再視諸籌橫行內數。與存寔相等者。用以除寔。而此數在幾格。即用為次商也。寔不盡者。以法命之。或寔右加○。再開之。詳少廣章。

通曰。開方有寔無法。故用方廉隅以代之。初商積與次商隅積。皆自乘數也。次商廉積之數。處初商與隅積之間也。

第一點求初商之根。為方法。乙為方積也。不盡。求二點之商。倍初商根為廉法。甲丙兩長邊也。隅法。丁方一角也。此甲乙丙丁為平方二商之形。如三商。則加戊己廉及庚隅也。

式 有積三萬二千〇四十一。平方開之。問邊得若干。曰一百七十九。術別列積為實。從末位一下作點。向左隔一位〇下作點。三下作點。共得三點。知商有三位也。點左無實。三作零數。視方籌內自乘無三。近少為一。平行取一為方法。為初商。乃於實三內減去一格自乘之一。存二。以

別列實積

	一	三			
			二		
一	四	〇	二	三	
●		●		●	

初商	次商	三商
一	七	九

初倍	再倍
二	三四

平方籌	
一	一
二	四
三	九
四	一六
五	二五
六	三六
七	四九
八	六四
九	八一

共次點實。曰二二〇。為餘實。次倍初商根。得二。為廉法。倍一為二 取二號籌列方籌之左。於兩籌橫行內。求二二〇。無則用近少者一八九。在第七格。即七為次商。為隅法。乃以一八九。減餘實二二〇。餘三一。以共三點之實。曰三一四一。為次餘實。再倍初次兩商之一七。得三四。初商一作一十次商七共為十七倍為三十四 為次廉法。乃去次商所列之第二籌。又取三號四號兩籌。自左向右

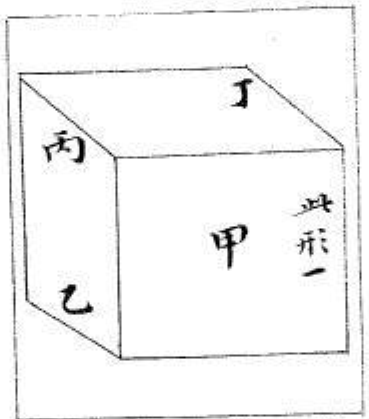
平方籌		二籌
一	一	二
二	四	四
三	九	六
四	一六	八
五	二五	一〇
六	三六	一二
七	四九	一四
八	六四	一六
九	八一	一八

平方籌		四籌	三籌
一	一	四	三
二	四	八	六
三	九	一二	九
四	一六	一六	一二
五	二五	二〇	一五
六	三六	二四	一八
七	四九	二八	二一
八	六四	三二	二四
九	八一	三六	二七

俱列方籌之左。於橫行內求三一四一。在第九格。即九為三商。
為次隅法。減寔無餘。即三次所商。為平方邊一百七十九也。

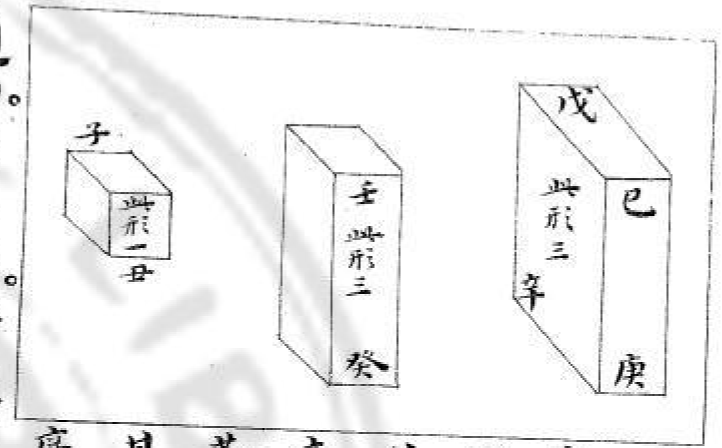
開立方法

術曰。有積數。有商數。商有方法。有平廉法。長廉法。隅法。置積為寔。從末位作點。向左隔二位作點。每一點。有一商。視立方籌內再乘之數。有與寔相等。或近少者。用以除寔也。但自左一點為始。點前無位。則再乘止於零數。點前有一位。則再乘應有十數。點前有二位。則再乘應有百數。而此乘數在第幾格。即用作初商也。有二點者。以初商自乘而三倍之。為平廉法。以初商三倍之。為長廉法。卻以平廉法數查籌。列立方籌左。以長廉法數查籌。列立方籌右。乃視左籌與方籌之橫行內數。查其或等或少於餘寔者。取格數為約數。即以此為次商。以次商自乘之數。與長廉法數相乘。進一位。書於約數之下。以此二數併之。除其餘寔。即得立方邊也。不盡者依法命之。詳少廣章。



其一。作六面方體。諸面線角皆相等。此名方法體。成甲乙丙丁形。

通曰。此初商形也。凡邊皆初商之數。

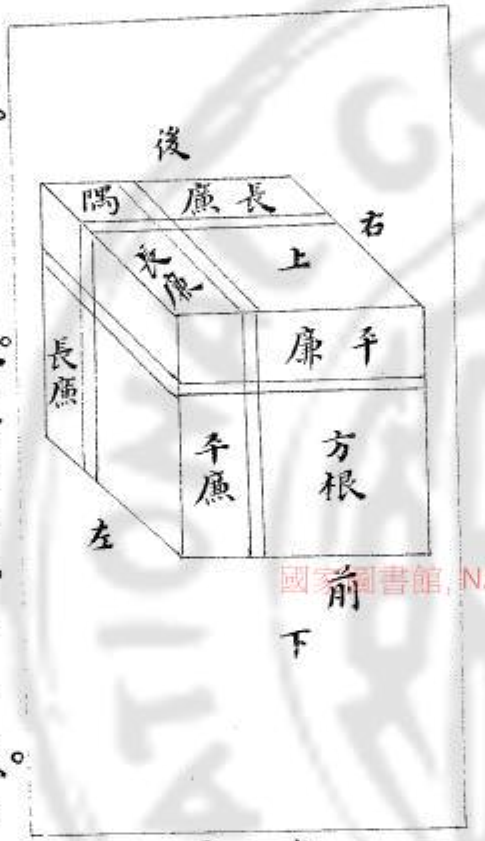


其二。作六面扁方體。其上下面各與方法等。旁四面之高。少於方法之高。而四稜線皆等。此名平廉法體。成戊己庚辛形。

其三。作六面長方體。其上下左右四面。與平廉之旁面等。兩端之四界線。皆與平廉之高等。此名長廉法體。成壬癸形。

其四。作六面小立方體。六面之廣袤。皆與長廉之兩端等。此名隅法體。成子丑形。

通曰。右三形。皆次商形也。三四商者。亦如此三形增之。



後邊長廉之下
尚有一平廉

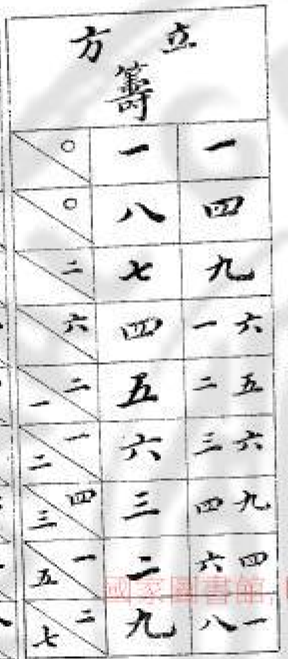
通曰。初商方根。次商上加一平廉。左加一平廉。後加一平廉。故三倍初商之自乘。為平廉法也。上與後之邊。齊右加一長廉。上與左之邊。齊前加一長廉。左與後之邊。齊下加一長廉。故三倍初商。為長廉法也。上與左與後三角。加隅法。而立方形成矣。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

式

有積九百一十二萬九千三百二十九。立方開之。問邊得若干。曰二百零九。

術 別列積数為寔。從末位九下作點。向左隔二位作點。凡三點。知商有三位也。點前無寔。則寔首九為零数。視立方籌內再乘之数無九。三格二七過寔。



用二格八。寔之近少数也。即取二為方法。為初商。九內減八。存一。以共次點之寔。曰一一二九。為餘寔。將初商二。自乘得四。又三倍得十二。為平廉法。取一號二號兩籌。列方籌左。又將初商二。三倍得六。為長廉法。取六號籌。列方籌右。乃於立方與平廉共三籌內之橫行數。取其少於餘寔者。

為約数。視籌内無近少數。即第一格之一二〇一。亦多於餘實之一一二九。遇此。則知商有〇位矣。竟於初商下作〇。以當次商。而實数不動。復開第三點之實。一一二九三二九。將初次兩商之二〇。（此作二十）自乘之。得四〇〇。（此作四百）又三倍之。得一二〇〇。（此作一千二百）為次平廉法。乃取一號二號〇號〇號之四籌。列方籌左。而去次商所列之平廉兩籌。又將初次兩商之二〇。（此作二十）三倍之。得六〇。（此作六十）為次長廉法。取六號〇號兩籌。列方籌右。而去次商所列之長廉籌。乃於立方與次平廉共五籌内之横行數。取其少於餘實者。為約數。至第九格。曰一〇八〇七二九。另

次平廉				立方籌			次長廉	
一籌	二籌	〇籌	〇籌				六籌	〇籌
一	二	〇	〇	〇	一	一	六	〇
二	四	〇	〇	〇	八	四	一二	〇
三	六	〇	〇	二	七	九	一八	〇
四	八	〇	〇	六	四	一六	二四	〇
五	一〇	〇	〇	一二	五	二五	三〇	〇
六	一二	〇	〇	二一	六	三六	三六	〇
七	一四	〇	〇	三四	三	四九	四二	〇
八	一六	〇	〇	五一	二	六四	四八	〇
九	一八	〇	〇	七二	九	八一	五四	〇

列之。向立方籌右平行。取九格之〇。自乘数八十一。以乘次長廉六〇。（此作六十）得四八六〇。（此八十一四六十也）進一位。列約数一〇八〇七二九之下。相併得一一二九三二九。以此數。除餘實之一一二九三二九。恰盡。乃以約数之格数九。為三商也。三次所商。曰二。曰〇。曰九。是為立方根二百零

九也。

通曰。長廉籌。止用其號数。格內諸数皆無用。即不列籌。而止列

数亦可。開方宜入少廣章。因有此二籌。故立式於此。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

數度衍五卷目次

尺算
法尺
寔尺
乘法
除法
比例法

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

數度衍卷之五

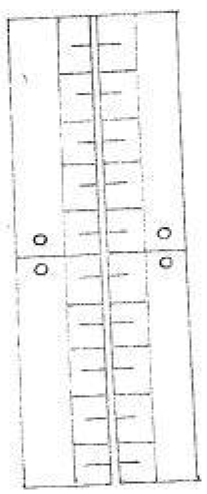
桐城方中通衍

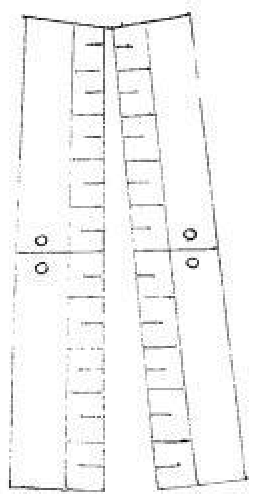
尺算

法尺

通曰。法尺之式。上連下分。下則可開可合。上則相對不移。如此乃可為法。

合



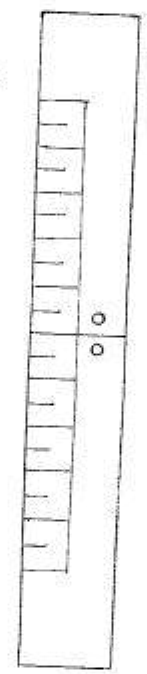


開

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

一九七三、十一、八

寔尺



兩尺分寸須等。不可稍異。作一法尺。二寔尺。

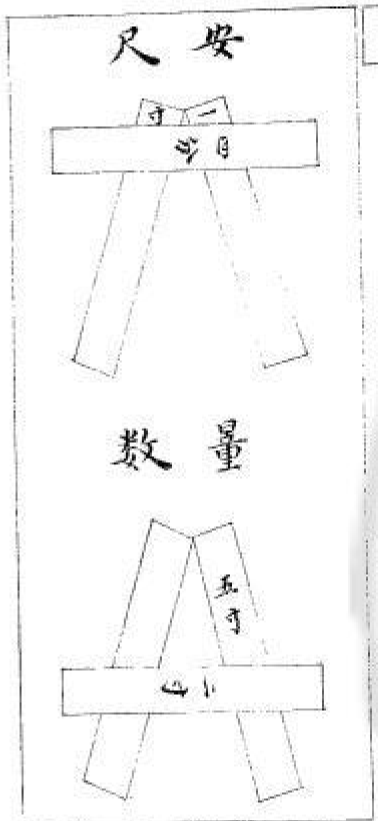
通曰。兩端變為三角。回參知兩勾股矩度直景倒景。益同一源。

加寔尺於法尺之上。謂之三角可也。謂之勾股可也。

乘法

術曰。先定寔数法數。與他算不同。既定。乃以法数作法尺何数。寔数作寔尺何數。或寸或分。又須預定。然後將寔尺比照寔数。橫安於法尺之一分或一寸上。令法尺開而就之。隨量法尺之法数空處。得何數。即為所求數也。

通曰。變通升降。其用始廣。如寔尺数大。不便安放者。須降寔数。寸降為分。分降為釐。或將寔数折半。法寔俱大。必須俱折。先降後升。先半後倍。得数原無異也。或用升法以代降寔。



式 有五人。每人四兩。問共若干。曰二十兩。術 以四兩為四分。作寔数。以五人為五寸。作法数。將寔尺比定四分。橫安於法尺一寸空處。乃量法尺五寸空處。得何数。今得

一九七三、十一、八

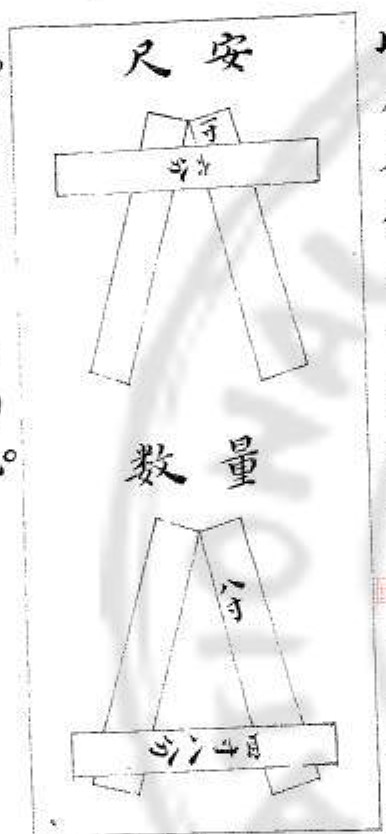
國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

二寸。因以分為兩。則寸即為十。故知所得二寸。為二十兩也。

降数式 有五十九人。每人八兩。問共若干。曰四百七十二兩。術以八兩為八分。作寔数。以五十九人作五寸九分。為法数。用寔

尺比空八分。安於法尺一分上。八大一小。不可安放。乃降十倍。安於法尺一寸空處。量法尺五寸九分空處。得四寸七分二釐。先降後升。應升為四尺七寸二分。原以分為兩。故知所得為四百七十二兩也。此條升法以代降寔

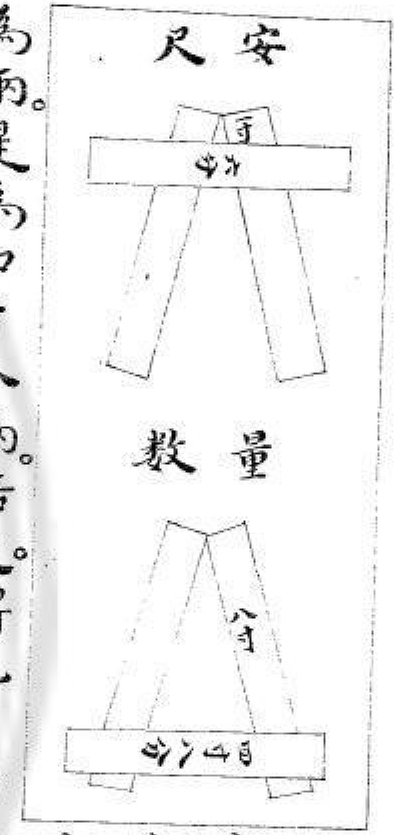
寔数折半式 有八人。每人一十二兩。問共若干。曰九十六兩。術以八人作八寸為法。以一十二兩折半。得六兩。作六分為寔。用



寔尺比空六分。安於法尺一寸空處。量法尺八寸空處。得四寸八分。原以分為兩。是為四十八兩。先半後倍。倍得九十六兩也。

法寔倶折半式 有一十六人。每人一十二兩。問共若干。曰一百九十二兩。術以一十六人折半。得八人。作八寸為法。以一十二

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.



兩折半。得六兩。作六分為寔。用寔尺比定六分。安於法尺一寸空處。量法尺八寸空處。得四寸八分。以分為兩。是為四十八兩。倍之。得九十六兩。再倍之。得一百九十二兩。合問。

通曰。因法寔俱折半。故加倍以還寔。再加一倍以還法也。

寔数再折式 有八人。每人二十四兩。問共若干。曰一百九十二兩。術以八人作八寸為法。以二十四兩折半。得一十二兩。又折

半為六兩。作六分為寔。用寔尺比定六分。安於法尺一寸空處。量法尺八寸空處。得四寸八分。以分為兩。是為四十八兩。倍之。得九十六兩。再倍之。得一百九十二兩。合問。

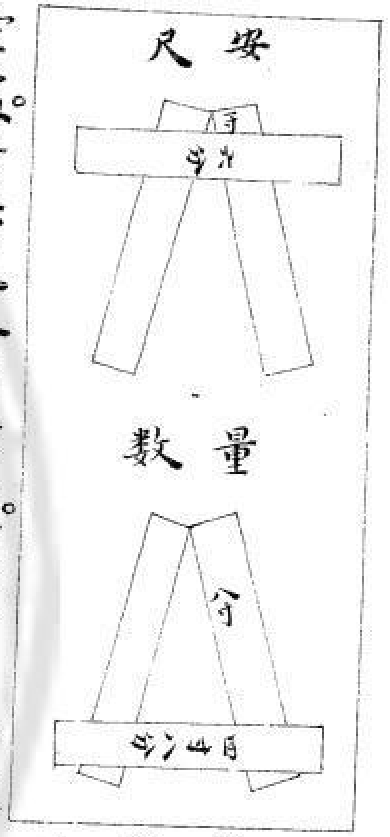
通曰。再折故再倍。或將寔三分之。得数。三乘之。亦合。

法寔俱再折式 有三十二人。每人二十四兩。問共若干。曰七百六十八兩。術以三十二人折半。得一十六人。又折半。得八人。作

一九七三、十一、八

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

八寸為法。以二十四兩折半。得一十二兩。又折半。得六兩。作六分為寬。用寬尺比定六分。安於法尺一寸



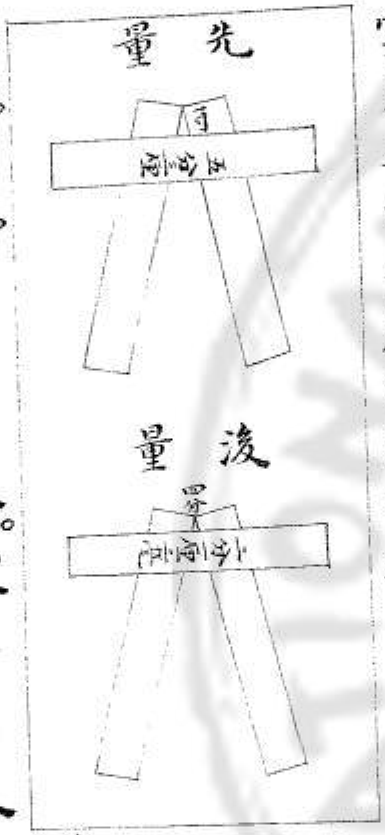
空處。量法尺八寸空處。得四寸八分。以分為兩。是為四十八兩。倍之。得九十六兩。再倍之。得一百九十二兩。再倍之。得三百八十四兩。再倍之。得七百六十八兩。合問。

通曰。四其折半。故四其加倍。如以四自乘得十六。又乘四十八。亦合。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

整零截量式

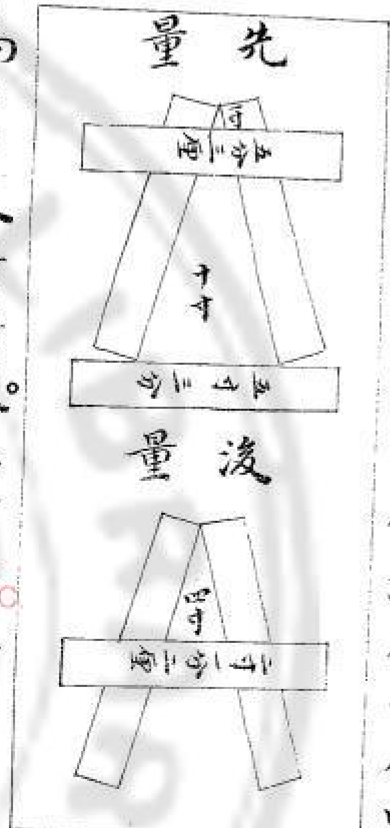
有二十四人每人五錢三分。問共若干。曰一十二兩七錢二分。術以二十四人作法尺二寸四分。以五錢三分作寬尺五分三釐。先截整數二十人求之。將寬尺比定五分三釐。安於法尺一分空處。寬大不便安。損降之安於法尺一寸空處。將五分三釐升作五寸三分。此為十人所



得數。倍之。得十寸六分。便是二十人所得數也。後截零數四人求之。量法尺四分空處。得二分一釐二毫。亦升作二寸一分二

一九七三、十一、八

釐。便是四人所得数。併兩得数。得十二寸七分二釐。為二十四
人所得摠数也。曰以尺之釐。為銀之分。故知為十二兩七錢二
分。又術以二十四人。作法尺二尺四寸。以五錢三分。作寬尺五
分三釐。將寬尺比定五分
三釐。安於法尺一寸空處。
量法尺十寸空處。得五寸
三分。倍之。得一尺零六分。



為二十人所得数。又於法尺四寸空處。量得二寸一分二厘。併
得一尺二寸七分二釐。亦合。

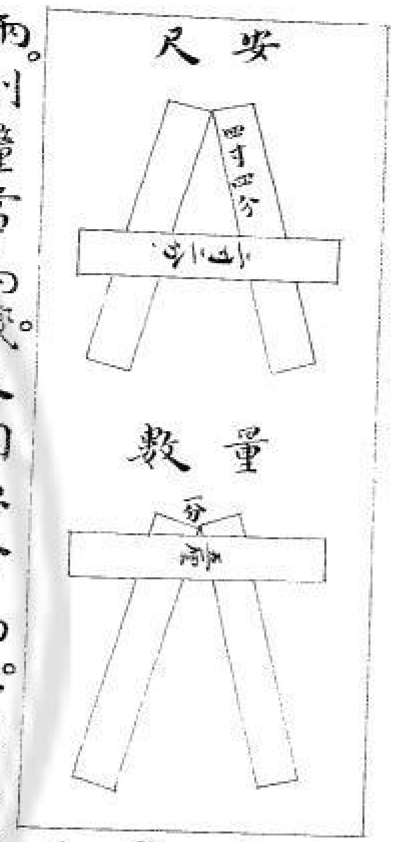
通曰。所截為二十人。故加倍。若三十人。則用三乘。四十人。則用
四乘也。

除法

術曰。法寬数定之後。將寬尺比定寬数。安於法尺之法数空處。
乃量法尺之一分或一寸空處。得幾何。即為所求除出数也。亦
用降数折数二法。或有寬無法。任意作幾分者。不論寬数多寡。
將寬尺比数。安於法尺之百分空處。用隨分法量之。

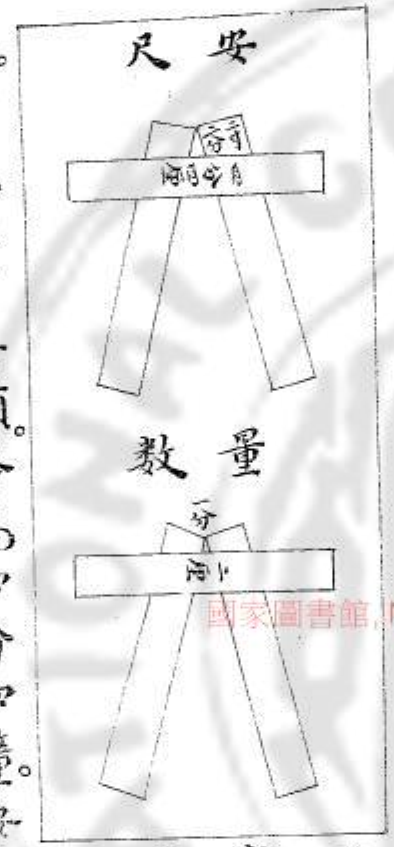
式有銀二十二兩。四十四人分之。問各若干。曰五錢。術以二十
二兩。作二十二分為寬。以四十四人。作四寸四分為法。將寬尺

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C



比定二寸二分。安於法尺四寸四分空處。乃量法尺之一分空處。得幾何。令得五釐。曰以尺之分為銀之兩。則釐當為錢。又曰以分為人。則五錢為一人所得數也。通曰。量一寸空處。得五分。降為五釐。亦合。一分為一人。一寸則為十人。量四寸空處。得四十人銀數。四分空處。得四人銀數。此用乘以知除也。

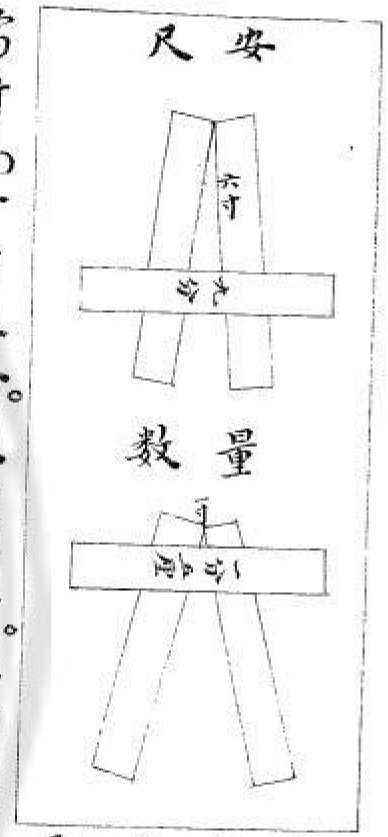
降數式 有銀四十四兩。二十二人分之。問各若干。曰二兩。術以四十四兩。作四寸四分為寔。以二十二人。作二寸二分為法。將寔尺比定四寸四分。安於法尺二寸二分



上。寔大不可安頓。降為四分四釐。安於法尺二寸二分空處。乃量法尺一分空處。得二釐。曰先降數。此當升為二分。分為銀之兩。則知所得為二兩也。

析寔式 有一十八兩。六人分之。問各若干。曰三兩。術以一十八兩。析半得九兩。作九寸為寔。以六人作六寸為法。將寔尺比定

一九七三、十一、八



九寸。安於法尺六寸上。寔大。降作九分。安於法尺六寸空處。乃量法尺一寸空處。得一分五釐。曰降寔。此當升為一寸五分。又曰折寔。此當倍為三寸。以寸為兩。故知一人所得為三兩也。

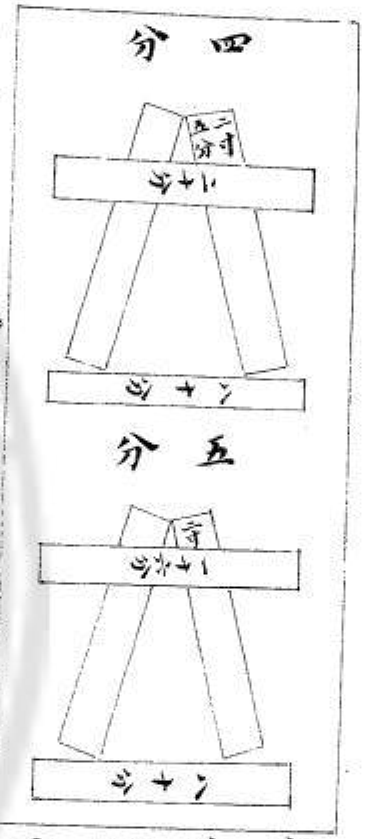
法寔俱折式 有一十八兩。一十二人分之。問各若干。曰一兩五錢。術 以一十八兩折半。得九兩。作九寸為寔。以一十二人折半。得六人。作六寸為法。將寔尺比定九寸。安於法尺六寸上。寔大。

降作九分。安於法尺六寸空處。乃量法尺一寸空處。得一分五釐。曰降寔。當升為一寸五分。寸為兩。故知一人所得為一兩五錢也。

通曰。法寔俱折者。除與乘不同。乘折。則所得止半數。故須倍之。除折。則所得即所求數。不必又倍矣。蓋折亦除故也。

隨分式 有銀八十兩。或四平分。或五平分。問各若干。曰四分之一。得二十兩。五分之一。得一十六兩。術 以八十兩。作八十分為

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

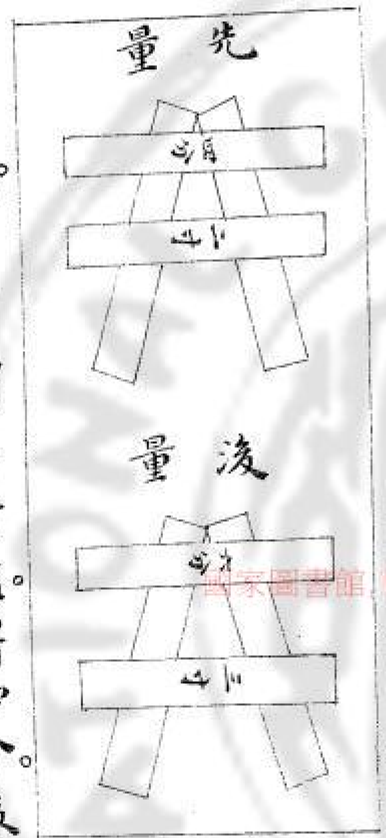


寛。將寛尺比空八十分。安於法尺百分空處。如欲作四平分者。則量法尺二寸五分空處。得二十分。每人即得二十兩也。如欲作五平分者。則量法尺二寸空處。得一十六分。每人即得一十六兩也。

通曰。四平分者。先將四除十寸。得二寸五分。五平分者。先將五除十寸。得二寸。

整零截量式

有三十二兩。五人分之。問各若干。曰六兩四錢。術



以三十二兩。作三尺二寸為寛。以五人作五寸為法。先截寛末二寸求之。將寛尺比空二寸。安於法尺五寸空處。量法尺一寸空處。得四分。後截寛首三尺求之。將寛尺比空三尺。降作三寸。安於法尺五寸空處。量法尺一寸空處。得六分。應升為六寸。併前四分得六寸四分。以兩為寸。故知每人得六兩四錢也。

通曰。後量法尺之十寸空處。得六寸。亦合。此不升數而升度也。

比例法

術曰。有寛数於此。以某法数分之。淂某数。今又有寛於此。照前分例。求法幾何。將寛尺比前寛数。安法尺之前法数上。又將寛尺比後寛数。於法尺空處上下推移。求至胎合處。視法尺之分寸幾何。即所求数也。

通曰。比例無窮。不可盡舉。引而推之。存乎其人。

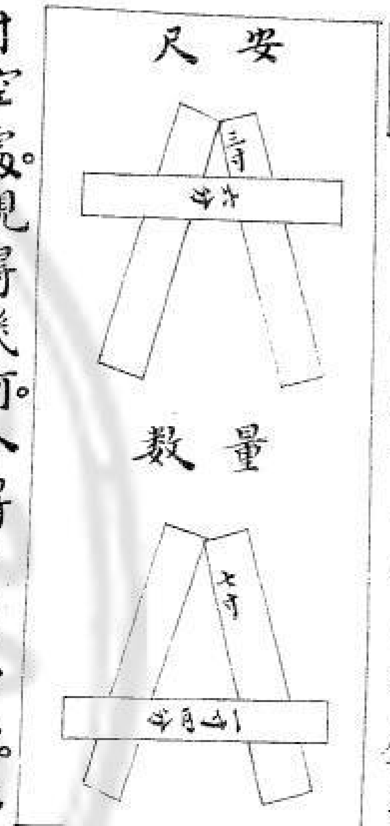
式 有銀四百四十兩。二百二十人分之。人淂二兩。今又有銀八百八十兩。照前二兩分数。該人幾何。曰四百四十人。術 將二百二十人。作二寸二分為法。將四百四十兩。作四寸四分為寛。以寛尺比定四寸四分。安於法尺二寸二分上。寛大。降作四分四釐。安於法尺二寸二分空處。又將八百八十兩。作八寸八分。亦降作八分八釐。以寛尺比定八分八釐。於法尺空處。上下推移。至四寸四分空處。適合。以寸為百數。即知為四百四十人矣。

通曰。前後俱降寛。故不升。且前以人為法。銀為寛。後亦以銀為寛。求出法数人。降寛則不升法也。

一九七三、十一、八

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

又式 有銀三兩。給六人。今又有銀七兩。照前例。應給幾人。曰一十四人。術 以三兩作三寸為法。以六人作六分為寔。將寔尺比定六分。安於法尺三寸空處。乃量法尺七



寸空處。視得幾何。今得一寸四分。以分為人。即知所得為一十四人也。又術 以三兩作三分為寔。以六人作六分為法。將寔尺比定三分。安於法尺六分空處。又將寔尺比定七分。在於法尺空處。上下推移。至法尺一寸四分空處。適得脗合。一寸四分。即一十四人也。

通曰。法寔可互更。乘除可互用。此尺算之異於他算也。凡求得數。皆以比例。即乘除亦無非比例。故比例以尺為便。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.
一九七三、十一、八

數度衍卷六之八　句股章全

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY TAIWAN R.O.C.

數度衍六卷目次

勾股 勾股之一

周髀勾股圓方圖

弦容股股容勾圖說

勾股名義

勾股求弦法

勾弦求股法

股弦求勾法

勾與股弦較求股弦法

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

股與勾弦較求勾弦法

弦與勾股較求勾股法

勾與股弦和求股弦法

股與勾弦和求勾弦法

弦與勾股和求勾股法

勾弦較與股弦較求勾股弦法

股弦和與勾弦和求勾股弦法

勾與弦較和求股弦法

勾與股較和求股弦法

股與弦較和求勾弦法

股與勾較和求勾弦法

弦與勾較和求勾股法

弦與股較和求勾股法

勾與弦和和求股弦法

勾與股和和求股弦法

股與弦和和求勾弦法

股與勾和和求勾弦法

弦與勾和和求勾股法

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

弦與股和和求勾股法
勾與弦和較求股弦法
勾與股和較求股弦法
股與弦和較求勾弦法
股與勾和較求勾弦法
弦與勾和較求勾股法
弦與股和較求勾股法
勾與弦較較求股弦法
勾與股較較求股弦法
股與弦較較求勾弦法
股與勾較較求勾弦法
弦與勾較較求勾股法
弦與股較較求勾股法
有積勾股之二
有積勾股較求勾股弦法
有積勾股和求勾股弦法
有積弦求勾股法
有率勾股之三

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

勾與股率勾弦和率求股弦法
容方與勾股率求勾股弦法
容方 勾股之四
勾股容方法
容圓 勾股之五
勾股容圓法

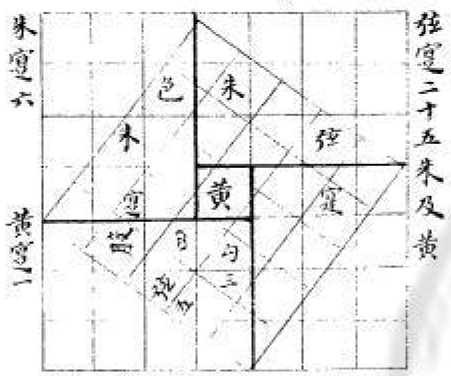
數度衍卷之六 勾股章

勾股 勾股之一

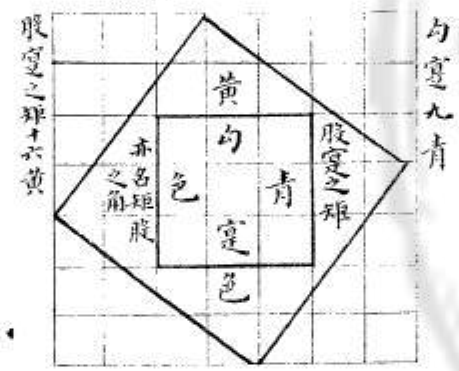
周髀勾股圓方圖

桐城方中通衍

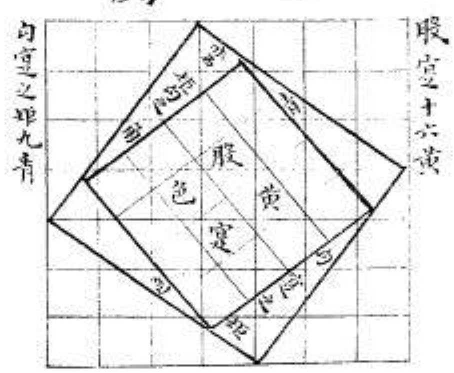
弦圖



右圖



左圖



國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

趙君卿注曰。勾股各自乘。并之為弦實。開方除之。即弦也。鸞曰勾三自乘得九股四自乘得十六并得二十五開方得五按弦圖。又可以勾股相乘為朱實二。倍之為朱實四。以勾股之差自相乘。為中黃實。倍勾弦差二為四自乘得一十六為左圖中黃實也淳風曰寸率不通加差實。亦成弦實。加差寬一并外矩青八得九又并中黃十六得二十五亦成弦實也淳風曰於率不通唐寅曰加差實之一於前文所言朱實四之上朱實之四為二十四加一得二十五也以差實減弦實。半其餘。以差為從法。開方除之。復得勾矣。以差實九減弦實二十五餘十六半之為八加差一得九開得勾三淳風曰以差實一減弦實二十五餘二十四半為十二以差一從開得內三鸞言於率不通加差於勾。即股。加差一於勾三得四凡并勾股之實。即成弦實。勾實九股實十六并得二十五弦實或矩於內。或方於外。形詭而量均。體殊而數齊。勾實之矩。以股弦差為廣。股弦并為袤。以差一為廣股四并弦五得九為袤左圖外青而股實方其裏。左圖中黃十六減矩勾之實於弦實。開其餘。即股。減九於二十五餘十六倍股在兩邊為從法。開矩勾之角。即股弦差。倍股四為八為從開九得一也加股為弦。加差一於股四得五以差除勾實。得股弦并。以一除九得九即股四弦五并數以并除勾實。亦得股弦差。以九除九得一令并自乘。與勾實為實。九自乘得八十一又加九得九十倍并為法。倍九為十八所得亦弦。以十八除九十得五勾股減并自乘。如法為股。以九減八十一餘七十二以十八除之得四股實之矩。以勾弦差為廣。勾弦并為袤。以差二為廣勾三并弦五得八為袤而勾實方其裏。右圖中青九減矩股之實於弦實。開其餘。即勾。減十六於二十五餘九倍勾在兩

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

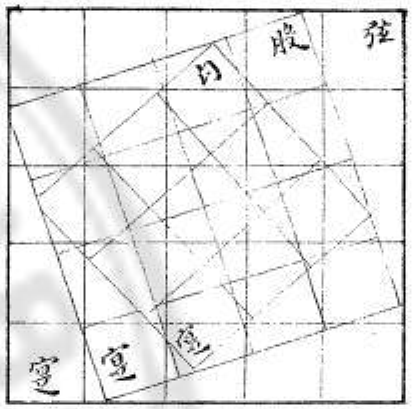
邊為從法。開矩股之角。即句弦差。倍句三為六為從開十六得二也加句為弦。加差二於句三得五以差除股寬。得句弦并。以二除十六得八即句三弦五并數以并除股寬。亦得句弦差。以八除十六得二令并自乘。與股寬為寬。八自乘得六十四又加十六得八十倍并為法。倍八得十六所得亦弦。以十六除八十得五股寬。減并自乘。如法為句。以十六減六十四餘四十八以十六除之得三兩差相乘。倍而開之。所得。以股弦差增之為句。一與二乘得二倍為四開得二增一為三以句弦差增之為股。以二增二得四兩差增之為弦。二之上又增一與二得五倍弦寬。列句股差寬見弦寬者。以圖考之。倍弦寬。滿外大方而多黃寬。黃寬之多。即句股差寬。倍二十五為五十滿外大方之七七四十九而多一數即句股差寬也以差寬減之。開其餘。得外

大方。大方之面。即句股并。以差寬一減五十餘四十九開得七即句三股四并數令并自乘。倍弦寬。乃減之。開其餘。得中黃方。黃方之面。即句股差。七自乘得四十九倍弦寬二十五為五十相減餘一開之得句股差以差減并而半之。為句。以差一減七餘六半得三加差於并而半之。為股。以差一加七得八半得四也其倍弦為廣衰合。倍弦二十五得五十為廣衰合淳風曰倍弦五得一十為廣衰合鶩言錯也唐寅曰句廣一衰九股廣二衰八而令句股見者。自乘為其寬。四寬以減之。開其餘。所得為差。以七七自乘得四十九四寬大方句股之中有四方一方之中有方十二四寬有四十八減上四十九餘一也開之得一即句股差一淳風曰十自乘得一百四寬者大方廣衰之中有四方若據句寬而言一方之中有寬九四寬有三十六減上一百餘六十四開之得八即廣衰差此是股弦差減股弦并餘數若據股寬而言一方之中有寬十六四寬有六十四減上一百餘三十六開之得六即廣衰差

此是勾股差減勾弦并餘數。鸞言錯也。以差減合。半其餘為廣。以差一減合七餘六。半之得三。廣也。淳風曰。以差八六各減合十。餘二四。半之得一與二也。一即股弦差。二即勾弦差。以差減弦。即各表廣也。鸞言錯也。減廣於弦。即所求也。以廣三減弦五。即所求差二也。淳風曰。以廣一與二各減弦五。即所求股四勾三也。鸞言錯也。觀其迭相規矩。其為反覆。互為通分。各有所得。然則統敍群倫。宏紀衆理。貫幽入微。鈎深致遠。故曰其裁制萬物。惟所為之者也。

通曰。君卿所注。乃其互見。甄鸞重述。李淳風言其於率不通者有三。錯者有四。鸞蓋取其偶合耳。大衍之數五十。其用四十有九。即此積矩之數也。中黄太極。一藏四用。蓍之掛策也。四十有八。四象具焉。蓍之用策也。故七者。勾股和也。四十有九者。勾股和之自乘也。四十有八者。四其勾股之互乘也。互乘十二。勾股弦亦十二。以勾三除之。得股。以股四除之。得勾。以弦五除之。得勾股弦之冪六。此即半其互乘也。四其二六。是為八冪。八冪有八卦之義焉。冪六有六爻之義焉。八其六爻。是為四十八耳。矩股之角。四分股之一。四角而成股冪。矩勾之角。四分勾之一。四角而成勾冪。弦冪去中黄冪。內外四角等。是矩勾之四角。三分損一而為弦冪之一角。弦冪之一角。三分損一而為矩度之一角也。

弦容股股容勾圖說



〡	〢	〣	〤	〥	〦	〧	〨	〩
〥十	〤十	〣十	〢十	〡十	十	〩	〦	十
〡	〢	〣	〤	〥	〦	〧	〨	十一
〡十	十	〩	〨	〧	〦	八	〦	十二
〡	〢	〣	〤	〥	〥	九	〥	十三
〦	〦	〥	四	六	四	十	四	十四
〡	〢	〣	三	七	三	十一	三	十五
〣	二	四	二	八	二	十二	二	十六
一	一	五	一	九	一	十三	一	十七

通曰。方內之容。遞差於二。九九之內容八八。餘為十七。八八之內容七七。餘為十五。七七之內容六六。餘為十三。六六之內容五五。餘為十一。五五之內容四四。餘為九。四四之內容三三。餘為七。三三之內容二二。餘為五。二二之內容一一。餘為三。是餘之相降。莫不差於二也。則弦寔之容股寔。股寔之容勾寔。七九之餘。所固然矣。自弦而推之。弦與勾股差并六。寔三十六。其容弦寔之餘。較弦容股寔之餘。必增二矣。弦與勾弦差并七。寔四十九。其容弦與勾股差并寔之餘。較其并寔容弦之餘。必增二矣。弦與勾并八。寔六十四。其容弦與勾弦差并寔之餘。較其并寔容弦與勾股差之餘。必增二矣。弦與股并九。寔八十一。其容弦與勾并寔之餘。較其并寔容弦與勾弦差之餘。必增二矣。自勾而降之。勾弦差二。寔四。容於勾寔之中。其餘。較股之容勾。必

損二矣。勾股差一。寔一。容於勾弦差寔之中。其餘。較勾之容勾弦差。必損二矣。容有大小。餘無異同。受容者變。而容之者亦變故耳。

勾股名義

勾（橫也） 股（直也） 弦（斜也） 勾股較（勾股相減也） 勾弦較（勾弦相減也） 股弦較（股弦相減也）

勾股和（勾與股併也） 勾弦和（勾與弦併也） 股弦和（股與弦併也） 弦較和（弦與勾股較併也）

弦和和（弦與勾股和併也） 弦和較（弦與勾股和相減也） 弦較較（弦與勾股較相減也）

勾股求弦法

式 甲乙股四。乙丙勾三。問甲丙弦幾何。曰甲丙弦五。術 股四自乘。得十六。勾三自乘。得九。兩自乘數併之。得二十五。為積寔。用少廣章開平方法除之。得邊五。即弦也。

又式 木長二丈。圍之三尺。葛生其下。纏木七周。上與木齊。問葛長幾何。曰二丈九尺。術 以木長為勾。圍七周共二十一尺為股。求葛長為弦也。

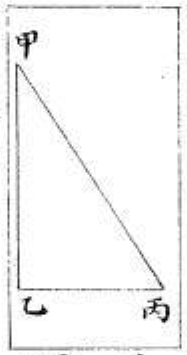
通曰。勾股可互換。然必以長者為股。短者為勾也。

勾弦求股法

式 乙丙勾三。甲丙弦五。問甲乙股幾何。曰甲乙股四。術 勾三自

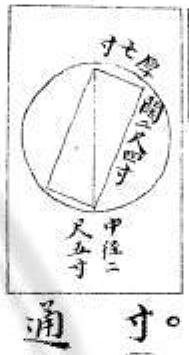
國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C

乘。得九。弦五自乘。得二十五。相減。餘十六。平方



開之。得邊四。即股也。

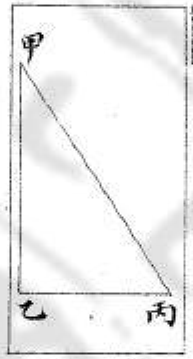
又式 圓木徑二尺五寸。為板。欲厚七寸。問闊得幾何。曰二尺四寸。術以圓徑為弦。板厚為勾。求闊得股也。



通曰。圜內切中徑。成兩勾股也。

股弦求勾法

式 甲乙股四。甲丙弦五。問乙丙勾幾何。曰乙丙勾三。術股四自乘。得十六。弦五自乘。得二十五。相減。餘九。平方



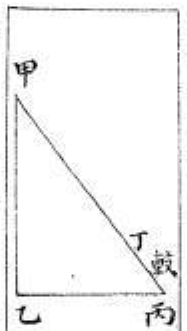
開之。得邊三。即勾也。

又式 臺上方四丈。高四丈八尺。四隅袤斜五丈四尺四寸。問下方幾何。曰九丈一尺二寸。術以臺高為股。袤斜為弦。求勾。以益上方。斯得下方也。一隅袤斜者用此求之若四隅袤斜須于求勾倍之且隅與邊尚有不同也

又式 圓池八分。魚吞鉤。鉤沉在池中水底。鉤絲斜至岸。長五十尺。問水深幾何。曰三十尺。術以半池徑為股。絲斜至岸為弦。先以畝法通池八分。為一百九十二步。四乘三除。得二百五十六步。平方開之。得圓徑十六步。折半。得八步。通作四十尺。為股。次以股弦求勾。得水深也。

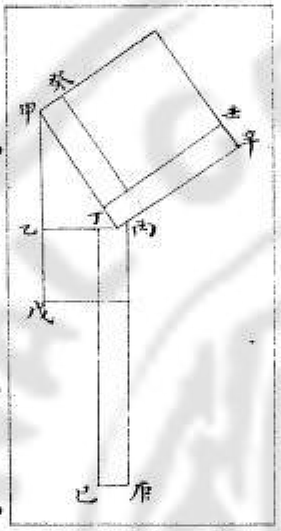
勾與股弦較求股弦法

式 乙丙勾二十七。甲乙股甲丙弦之較。為丙丁九。問甲乙股幾何。甲丙弦幾何。曰甲乙股三十六。甲丙弦四十五。術 勾自乘。得



七百二十九。較九除之。得八十一。為股弦和。和內減較。餘七十二。半之。得三十六。為股。和外加較。得九十。半之。得四十五。為弦。二術 勾自乘。得七百二十九。較自乘。得八十一。相減。餘六百四十八。為實。倍較得十八。為法。除實。得三十六。為股。三術 勾自乘。較自乘。併得八百一十。為實。倍較為法。除之。得四十五。為弦。

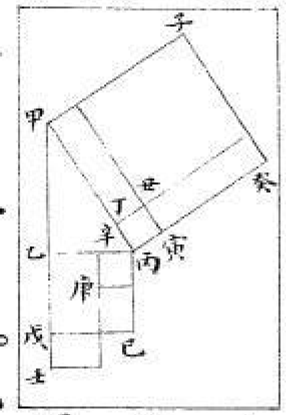
第一術論曰。勾冪為丙戊直角方形。以較而一。即除也為丙己直



角形。即得丙庚邊。與甲乙甲丙股弦和等。何者。甲丙弦冪之甲辛直角方形內。當函一股冪一勾冪。試於甲辛形內。依丙丁較。截作丁辛。丁癸。癸壬。三直角形。即癸壬形與股冪等。而丁辛。丁癸。兩形。并當與勾冪等。亦與丙己直角形等。夫壬辛。甲癸。己庚。皆較也。而甲丁與股等。丙辛與弦等。即丙庚與股弦和等。

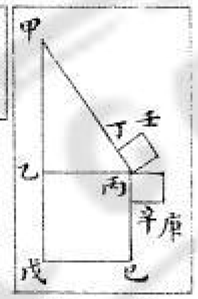
第二術論曰。勾冪為乙己直角方形。較冪為丙丑直角方形。與丙庚等。相減。存乙庚己罄折形。為實。次倍丙丁較線為乙辛線。

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C



以為法。除寔。即得辛壬直角形。與乙庚巳罄折形等。而乙壬邊與甲乙股等。何者。甲丙弦冪之甲癸直角方形內。當函一句冪一股冪。試於甲癸形內。截取丙丑較冪之外。分作甲丑。丑癸。丑子。三直角形。即丑子與股冪等。而丙丑。甲丑。丑癸。三形并。當與句冪等。次各減一相等之丙丑丙庚。即甲丑丑癸并。與乙庚巳罄折形等。亦與辛壬直角形等。辛乙與寅丑丑丁并等。即乙壬與甲丁或寅癸等。亦與甲乙等。

通曰。第三術句冪為乙巳直角方形。較冪為丙壬直角方形。與



丙庚等。併為巳辛庚罄折形。為寔。次倍丙丁較線。為辛巳線。以為法。除寔。即得甲丙線也。

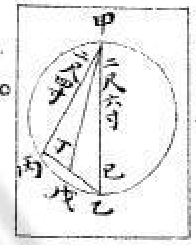
又式 池方一丈。正中生葭。出水一尺。引葭至岸。適與水面齊。問水深幾何。曰一丈二尺。術 半池為句。出水一尺為股弦較。引葭至岸為弦。水深為股。

又式 開門去閫一尺。兩門不合二寸。問門每扇廣幾何。曰五尺零五分。術 去閫一尺為句。不合二寸。半之為股弦較。門閫之半為股。門廣為弦。門廣倚不合之半為弦

又式 垣高一丈。倚木齊垣。木腳去本。以畫記之。卧而過畫一尺。

問畫去墻幾何。曰四丈九尺五寸。加過畫一尺。為木長。術 垣高為勾。過畫一尺為股弦較。木長為弦。畫去墻為股。

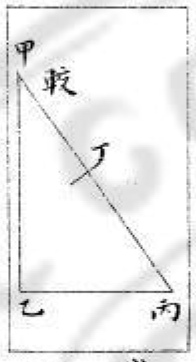
又式 圓木。鋸深一寸。道長一尺。問木徑幾何。曰二尺六寸。術 木徑為弦。鋸道為勾。鋸深為半股弦較。半勾自乘。得二尺五寸。半較除之。又加半較。得徑為弦。



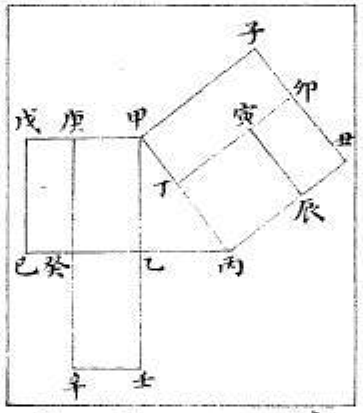
通曰。圓內截弧矢求圓徑也。甲丙與甲巳。甲丁。皆等。丁居丙巳之中。巳乙為全較。故丁戊為半較也。

股與勾弦較求勾弦法

式 甲乙股三十六。乙丙勾甲丙弦之較。為甲丁十八。問乙丙勾幾何。甲丙弦幾何。曰乙丙勾二十七。甲丙弦四十五。術 股自乘。得一千二百九十六。較除之。得七十二。為勾弦和。和內減較。餘五十四。折半二十七為勾。和外加較。得九十。折半。四十五為弦。

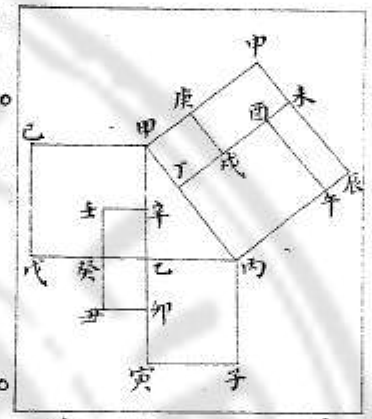


通曰。勾與股弦較求股弦之第二術。第三術。此亦可用。



第一術論曰。股冪為甲巳直角方形。以較而一。為甲辛直角形。即得甲壬邊。與乙丙。丙甲。勾弦和等。何者。甲丙弦冪之甲丑直角方形內。當函一股冪一勾冪。試於甲丑形內。截取

子卯。丑辰邊。各與甲丁較線等。即卯丑。辰丙。俱與等乙丙勾之丁丙線等。而作甲卯。卯辰。辰丁。三直角形。其辰丁形之四邊。皆與勾等。勾冪也。即甲卯。卯辰。兩形。當與股冪等。亦當與甲辛形之甲壬邊與勾弦和等。

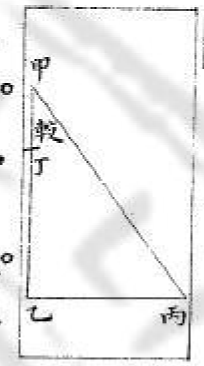


第二術論曰。股冪為甲戊直角方形。較冪為丁庚直角方形。與辛癸等。相減。存甲壬戊磬折形。為實。次倍甲丁較線為乙寅線。以為法。除實。即得乙子直角形。與甲壬戊磬折形等。何者。乙子直角形。加一等較冪之乙丑直角方形。成子卯癸磬折形。即與股冪之甲戊直角方形等也。又何者。甲丙弦冪之甲辰直角方形內。當函一勾冪。一股冪。試於甲辰形內。截取丁庚較冪之外。分作庚未。未午。午丁。三直角形。具甲庚。申未。酉戌。三線。各與甲丁較線等。庚申。未戌。未辰。午酉。四線。各與等乙丙勾之丁丙線等。大未酉。酉戌并。與勾等。即申未。未酉并。亦與勾等。而庚申。未辰。各與勾等。即庚未。未午。兩形并。為勾冪。而丁庚。午丁。兩形并。為股冪矣。丁戊。戊酉。兩較也。乙卯。卯寅。亦兩較也。而丁丙與乙丙原等。即丁午。乙子。兩形等。丁庚與乙丑。兩形又等。即丁庚。午丁并。與子卯癸磬折形等。而子卯癸磬折形。與股冪

之甲戊形等。此兩率者。各減一等較冪之辛癸乙丑形。即乙子直角形。與甲壬戊罄折形等。

通曰。甲乙股冪之甲戊直角方形。與甲丁較冪之丁庚直角方形并。為已癸卯罄折形也。此第三術也。

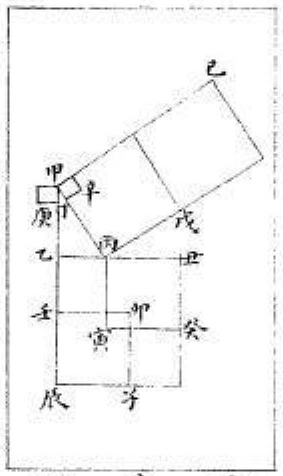
弦與勾股較求勾股法



式 甲丙弦四十五。甲乙股乙丙勾之較。為甲丁九。問乙丙勾幾何。甲乙股幾何。曰乙丙勾二十七。甲乙股三十六。

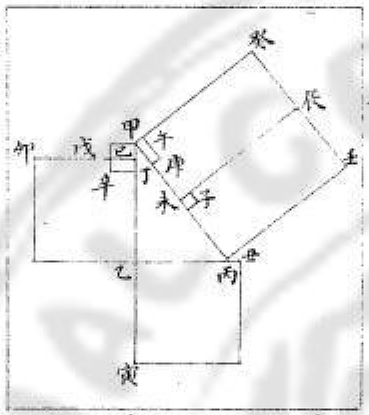
術 弦自乘得二千零二十五。倍之。得四千零五十。較自乘。得八十一。相減餘三千九百六十九。為寔。平方開之。邉得六十三。為勾股和。和外加較。得七十二。半之。得三十六為股。和內減較。餘五十四。半之。得二十七為勾。

二術 較自乘。得八十一。折半。得四十零五。與弦自乘二千零二十五相減。餘一千九百八十四五。折半。得九百九十二五。開平方邉得三十一五。減半較四五。餘二十七為勾。三十一五。加半較四五。得三十六為股。



第一術論曰。弦冪為甲戊直角方形。倍之。為已丙直角形。較冪為甲庚直角方形。與甲辛等。相減。即得減甲辛形之已辛丙罄

折形也。今欲顯己辛丙罄折形。開方而得勾股和者。試察甲丙上直角方形。與甲乙乙丙上兩直角方形并等。即甲戊弦冪內。有一甲乙股冪。一乙丙勾冪也。己丙兩弦冪內。有兩甲乙冪。兩乙丙冪也。故以己丙為實。開方即得丑辰直角方形。其丑寅與卯辰兩形。兩股冪也。丙壬與癸子兩形。兩勾冪也。而丑寅卯辰之間。則重一等甲辛之卯寅形。減之。即丑辰直角方形。與己辛丙罄折形等矣。乙丙為勾。丙丑與甲乙等。故乙丑邊。即勾股和也。若於乙丙勾。加甲丁較。即與甲乙股等。故甲乙乙丙甲丁并。半之。為甲乙股。以甲丁較。減甲乙股。為乙丙勾。

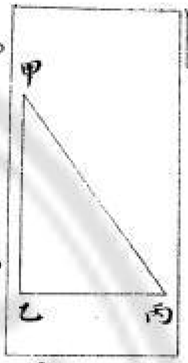


通曰。第二術較冪為甲辛直角方形。半之。為甲戊直角形。與甲庚直角形等。弦冪為甲壬直角方形。減較冪半甲庚形。得癸庚丙罄折形。半之。得癸午未罄折形。與辰子丙罄折形等。而子未直角方形。與甲午直角方形等也。癸午未罄折形開方。得丑寅直角方形。與辰子丙罄折形開方。得卯乙直角方形等也。即得丑乙線。與己乙線等。而丑丙線。與甲己線等。即半較線也。乙丑線內。減等半較之丑丙線。得乙丙勾。己乙線外。加半較甲己線。得甲乙股。何者。甲壬直角方形內。函一丑寅直角方

形。一卯乙直角方形。又一甲戊直角形。故於甲壬直角方形內。減等甲戊之甲庚直角形。即得卯乙。丑寅。兩直角方形也。

句與股弦和求股弦法

式

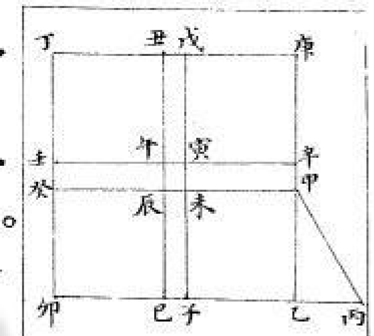


乙丙句二十七。丙甲甲乙股弦和八十一。問甲乙股幾何。甲丙弦幾何。曰甲乙股三十六。甲丙弦四十五。術句自乘。得七百二十九。股弦和八十一除之。得九。為股弦較。較加和八十一。得九十。半之。得四十五為弦。較減和八十一。餘七十二。半之。得三十六為股。二術句自乘。與和自乘六千五百六十一相減。餘五千八百三十二。為寔。倍和得一百六十二。為法。除之。得三十六為股。三術句和各自乘。相併得七千二百九十。為寔。倍和為法除之。得四十五為弦。

通曰。第二術減餘。第三術併後。若俱折半為寔。即以和為法可也。不必倍和矣。又句自乘。倍得一千四百五十八。與和自乘相減。餘五千一百零三為寔。以和八十一除之。得六十三。為句股和。減句。餘股。以股減八十一。餘弦。

第一術形論。同句與股弦較求股弦第一術。

通曰。第二術以股弦和作庚乙一直線。自之。為乙丁直角方形。次用股弦度相減。取辛甲兩點。從辛從甲。作辛壬。甲癸。兩平行



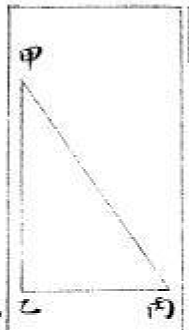
線。依此法作戊子。丑巳。兩平行線。即丁乙一形內。截成丑壬。甲子。庚寅。辰卯。股冪四。戊午。未巳。甲寅。辰壬。較股矩內直角形四。寅辰。較冪一也。今欲於丁乙全形中。減一乙丙勾之冪。則於庚辰弦冪內。存庚寅股冪。而減丑寅甲罄折形。即勾冪矣。何者。庚辰弦冪內。當函一股冪。一勾冪也。又戊午與午癸等。即辛癸形。亦勾冪也。以辛癸形代丑寅甲罄折形。於丁乙全形內減之。餘庚壬甲卯兩形并。又半之。得甲卯形。為寔。倍法不如折寔以等股弦和之乙卯線。為法。除之。得甲乙股。

通曰。第三術勾冪和冪并者。即丁乙形外。加一甲壬形也。

又式 竹高一丈。折梢柱地。去根三尺。問折處高幾何。曰四尺又二十分尺之十一。術 竹高為股弦和。去根三尺為勾。折處為股。

股與勾弦和求勾弦法

式 甲乙股三十六。乙丙丙甲勾弦和七十二。問乙丙勾幾何。甲丙弦幾何。曰乙丙勾二十七。甲丙弦四十五。術 股自乘。得一千二百九十六。和七十二除之。得十八為勾弦較。較減和。餘五十四。半之。得二十七為勾。較加和。得九十。半之。得四十五為弦。



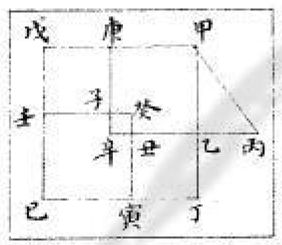
通曰。勾與股弦和求股弦之第二術。第三術。此亦可用。第一術形論。同股與勾弦較求勾弦第一術。第二術形論。同勾與股弦和求股弦第二術。

弦與勾股和求勾股法

式 甲丙弦四十五。甲乙乙丙勾股和六十三。問甲乙股幾何。乙丙勾幾何。

術 弦自乘。得二千零二十五。倍之。得四千零五十。與和自乘得三千九百六十九相減。餘八十一為寔。平方開得九。為勾股較。較減和。餘五十四。半之。得二十七為勾。較加和。得七十二。半之。得三十六為股。

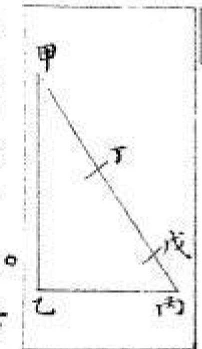
通曰。弦和各自乘。相減。又減弦自乘。餘開方。得較。亦合。



論曰。以勾股和作甲丁一直線。自之。為甲已直角方形。此形內函甲辛癸已兩股冪。乙寅庚壬兩勾冪。而甲辛癸已之閒。重一癸辛直角方形。夫甲丙弦之冪。既與勾股兩冪并等。以減甲已形內之甲辛乙寅兩形。即所存戊辛寅磬折形。少於弦冪者。為癸辛形矣。乙辛。股也。乙丑。勾也。則丑辛。較也。

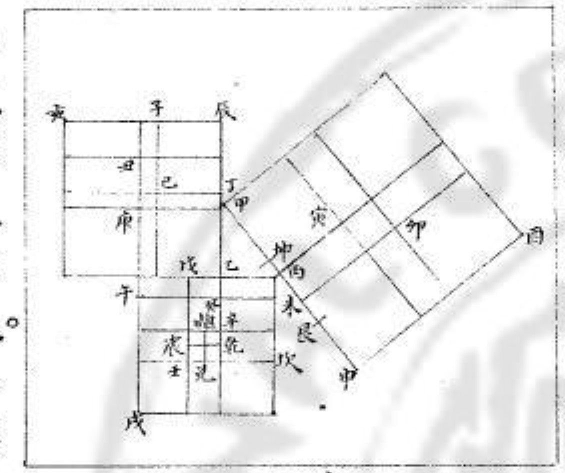
勾弦較與股弦較求勾股法

式 甲丁勾弦較十八。戊丙股弦較九。問乙丙勾。甲乙股。甲丙弦。



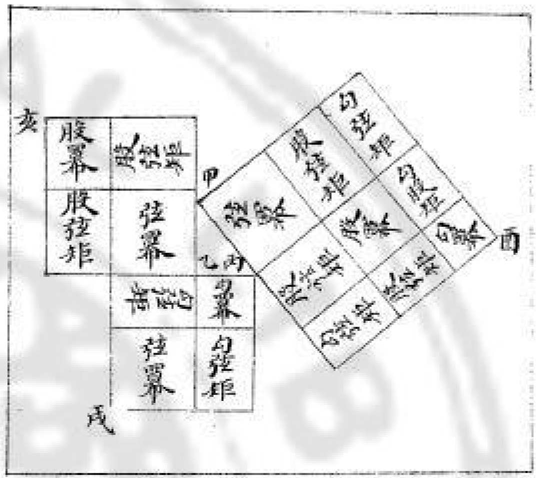
各幾何。曰乙丙勾二十七。甲乙股三十六。甲丙弦四十五。術 勾弦較十八。與股弦較九相乘。得一百六十二。倍之。得三百二十四。為寔。開平方。得十八為弦和較。加勾弦較十八。得三十六為股。弦和較加股弦較九。得二十七為勾。用勾股求弦法得四十五為弦。或以勾弦較十八。并勾得弦。或以股弦較九。并股得弦。

論曰。股弦較甲丁九。自之。得八十一。為己庚直角方形。勾弦較乙戊十八。自之。得三百二十四。為辛壬直角方形。兩冪并得四



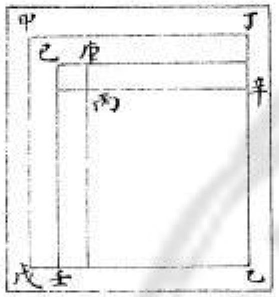
百零五。以九減十八。餘九。即勾股較。自之。得八十一。為乾兌直角方形。元設兩較互乘。為癸戊子丑兩直角形。并得三百二十四。以減四百零五。亦得八十一。何以知之。癸戊子丑三百二十四為寔。開方得十八之寅卯直角方形邊。則弦和較也。凡直角三邊形之弦冪。必與勾股兩冪并等。甲乙丙既直角形。則甲乙乙丙兩冪并。必與甲丙冪等。今於甲乙股加甲辰弦。丙乙勾加乙午弦。甲丙弦加丙未勾未申股。各作一直線。以此三和線作

一三邊形。即甲申上之甲酉直角方形。必不等於丙午上之丙戌直角方形。乙辰上之乙亥直角方形并。而此不相等之較。必勾股較冪之八十一也。何者。若於甲酉丙戌乙亥三直角方形。



各以元設勾股弦分之。即甲酉形內。有弦冪一。股冪一。勾冪一。股弦矩內形二。勾弦矩內形二。勾股矩內形二。而乙亥形內。有弦冪一。股冪一。股弦矩內形二。丙戌形內。有弦冪一。勾冪一。勾弦矩內形二。次以甲酉內諸形。與乙亥丙戌內諸形。相當相抵。

則甲酉內。存勾股矩內形二。丙戌或乙亥內。存弦冪一。次以此兩存形。相當相抵。則一弦冪之大於兩勾股矩內形。必勾股較冪之八十一也。何者。一弦冪內。函一勾冪。一股冪。今試如上圖。



任作一甲乙弦冪。其乙丙為勾冪。則丁丙戊磬折形。必與股冪等。乙己為股冪。則丁己戊磬折形。必與勾冪等。次以乙庚辛壬兩勾股矩內形。輳一角。依角旁兩邊。縱橫交加於弦冪之上。即得勾股之較冪丙己。而乙丙上重一勾冪。次以所重之勾冪。補其等勾冪之丁己戊磬折形。則甲乙弦冪之大於乙庚辛壬兩勾股矩形內。必丙己勾

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C

股較冪矣。故知第二圖乙亥。或丙戌內。與甲酉內。兩存形之較。
必勾股較冪之八十一也。則乙亥丙戌兩形并。其大於甲酉形。
亦勾股較冪之八十一也。今於第一圖辛壬較冪內。減勾股較
冪八十一之乾兑直角之方形。其所存乾離。震兑。兩餘方形。及離
震。已庚。兩直角方形并。必與癸戌子丑兩形并等。次以癸戌子
丑兩形。開方為寅卯形。則減寅卯之甲酉形。與減辛壬之丙戌
形。減已庚之乙亥形并。必等。而減寅卯之甲酉形內。元有弦冪
如甲寅者四。有弦偕寅卯形邊矩內形。如寅未者四。減辛壬之
丙戌形內。元有勾冪如丙辛者四。有勾偕勾弦較矩內形如辛

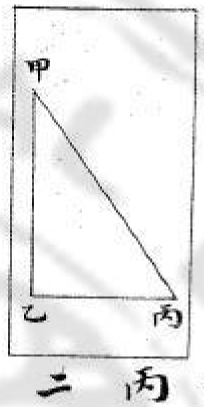
坎者四。減已庚之乙亥形內。元有股冪如已辰者四。有股偕股
弦較矩內形。如甲已者四。今以四弦冪。當四勾冪四股冪。則甲
已辛坎兩形并。必與寅未形等。甲丙與未申。等弦也。丙申。勾股
和也。則兩弦閒寅卯形邊之丙未。不得不為弦和較矣。既得
丙未十八為弦和較。即以元設兩較相加。可得勾股弦各數也。
何者。未申。弦也。未艮。勾弦較也。艮申。勾也。丙申。勾股和也。於丙
申勾股和。減艮申勾。則丙未加未艮之丙艮。股也。丙甲。弦也。丙
坤。股弦較也。坤甲。股也。未甲。勾股和也。於未甲勾股和。減坤甲
股。則未丙加丙坤之未坤。勾也。次以未艮加艮申。或丙坤加坤

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

甲。則弦也。

又式 户不知高廣。竿不知長短。横之不出四尺。縱之不出二尺。斜之適出。問高廣斜各幾何。曰高八尺。廣六尺。斜一丈。術 横不出四尺為勾弦較。縱不出二尺為股弦較。

股弦和與勾弦和求勾股弦法



式 乙甲甲丙股弦和八十一。乙丙丙甲勾弦和七十二。問乙丙勾。甲乙股。甲丙弦。各幾何。曰乙丙勾二十七。甲乙股三十六。甲丙弦四十五。術 股弦和八十一。與勾弦和七十二相乘。得五千八百三十二。倍之。得一萬一千六百六十四。為寔。開平方。邊得一百零八。為弦和和。減勾弦和。餘三十六為股。減股弦和。餘二十七為勾。用勾股求弦法。得四十五為弦。

論曰。兩和相乘。為乙已直角形。倍之。為丁戊直角形以為寔。平方開之。得已庚直角方形。與丁戊等。即其邊為弦和和者。何也。丁戊全形內。有弦冪二。股弦矩內形。勾弦矩內形。勾股矩內形。各二。與已庚全形內諸形比。各

等。獨丁戊形內。餘一弦冪。己庚形內。餘一勾冪。一股冪。并二較
一。亦等。即己庚方形之各邊。皆弦和和。

勾與弦較和求股弦法 弦較和者弦與勾股較和也

式 勾二十七。弦與勾股較和五十四。問股弦各幾何。曰股三十
六。弦四十五。術 勾自乘。得七百二十九為寔。勾和并得八十一
為股弦和。除寔。得九為股弦較。加股弦和。得九十。半之。得四十
五為弦。股弦較減股弦和。得七十二。半之。得三十六為股。

勾與股較和求股弦法 股較和者股與勾弦較和也

式 勾二十七。股與勾弦較和五十四。問股弦各幾何。曰。股三十
六。弦四十六三五。術 通曰。同勾與弦較和法。葢弦與勾股較和。為五
十四。股與勾弦較和。亦五十四也。

股與弦較和求勾弦法 弦較和者弦與勾股較和也

式 股三十六。弦與勾股較和五十四。問勾弦各幾何。曰勾二十
七。弦四十五。術 股自乘。得一千二百九十六為寔。股減和。餘十
八為勾弦較。除寔。得七十二為勾弦和。加勾弦較。得九十。半之。
得弦。勾弦和減勾弦較。餘五十四。半之。得勾。

股與勾較和求勾弦法 勾較和者勾與股弦較和也

式 股三十六。勾與股弦較和三十六。問勾弦各幾何。曰。勾二十

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

七。弦四十五。術通曰。股自乘。得一千二百九十六為寔。股與和并。得七十二為勾弦和。除寔。得十八為勾弦較。加勾弦和。得九十。半之得弦。勾弦較減勾弦和。餘五十四。半之得勾。

弦與勾較和求勾股法 勾較和者勾與股弦較和也

式 弦四十五。勾與股弦較和三十六。問勾股各幾何。曰勾二十七。股三十六。術通曰。弦自乘。得二千零二十五。倍之。得四千零五十。為寔。弦與和并。得八十一。與寔相減。餘三千九百六十九。開平方得六十三。為勾股和。又以弦和并八十一。開平方得九。為勾股較。加勾股和。得七十二。半之得股。勾股較減勾股和。餘五十四。半之得勾。

弦與股較和求勾股法 股較和者股與勾弦較和也

式 弦四十五。股與勾弦較和五十四。問勾股各幾何。曰勾二十七。股三十六。術通曰。弦自乘。倍之。得四千零五十為寔。弦與和相減。餘九。又自乘得八十一。與寔相減。餘三千九百六十九。下同弦與勾較和求勾股法。

勾與弦和和求股弦法 弦和和者弦與勾股和和也

式 勾二十七。弦與勾股和和一百零八。問股弦各幾何。曰股三十六。弦四十五。術勾自乘。得七百二十九為寔。勾減和。餘八十

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C

一為股弦和。除寔。得九為股弦較。減股弦和。餘七十二。半之。得股。股弦較加股弦和。得九十。半之。得弦。

勾與股和和求股弦法 股和和者股與勾弦和和也

$\boxed{式}$ 勾二十七。股與勾弦和和一百零八。問股弦各幾何。曰股三十六。弦四十五。術 通曰。同勾與弦和和法。葢和皆一百零八也。

股與弦和和求勾弦法 弦和和者弦與勾股和和也

$\boxed{式}$ 股三十六。弦與勾股和和一百零八。問勾弦各幾何。曰勾二十七。弦四十五。術 股自乘。得一千二百九十六為寔。股減和。得七十二為勾弦和。除寔。得十八為勾弦較。減勾弦和。餘五十四。半之得勾。勾弦較加勾弦和。得九十。半之得弦。

股與勾和和求勾弦法 勾和和者勾與股弦和和也

$\boxed{式}$ 股三十六。勾與股弦和和一百零八。問勾弦各幾何。曰勾二十七。弦四十五。術 通曰。同股與弦和和法。葢和數相同也。

弦與勾和和求勾股法 勾和和者勾與股弦和和也

$\boxed{式}$ 弦四十五。勾與股弦和和一百零八。問勾股各幾何。曰勾二十七。股三十六。術 通曰。弦自乘。得二千零二十五。倍之。得四千零五十為寔。弦減和。餘六十三為勾股和。又自乘得三千九百六十九。與寔相減。餘八十一。開平方得九。為勾股較。減勾股和。

餘五十四。半之得勾。勾股較加勾股和。得七十二。半之得股。

弦與股和和求勾股法 股和和者股與勾弦和和也

式 弦四十五。股與勾弦和和一百零八。問勾股各幾何。曰勾二十七。股三十六。術 通曰。同弦與勾和和法。蓋和數相同也。

勾與弦和較求股弦法 弦和較者弦與勾股和較也

式 勾二十七。弦與勾股和較十八。問股弦各幾何。曰股三十六。弦四十五。術 勾自乘。得七百二十九為實。勾減股。餘九為股弦較。除實。得八十一為股弦和。加股弦較。得九十。半之得弦。股弦和減股弦較。餘七十二。半之得股。

又式 勾股田一段。內容圓池一口。徑六步。只云勾八步。問股弦各幾何。曰股十五步。弦十七步。術 容圓徑。即弦和較。

勾與股和較求股弦法 股和較者股與勾弦和較也

式 勾二十七。股與勾弦和較三十六。問股弦各幾何。曰股三十六。弦四十五。術 通曰。同勾與弦和較法。蓋以勾減弦與勾股和較十八。餘九。以勾減股與勾弦和較三十六。餘亦九也。

股與弦和較求勾弦法 弦和較者弦與勾股和較也

式 股三十六。弦與勾股和較十八。問勾弦各幾何。曰勾二十七。弦四十五。術 股自乘。得一千二百九十六為實。股減較。餘十八

為勾弦較。除實。得七十二為勾弦和。加勾弦較。得九十。半之得弦。勾弦和較減勾弦較。餘五十四。半之得勾。

股與勾和較求勾弦法 勾和較者勾與股弦和較也

式 股三十六。勾與股弦和較五十四。問勾弦各幾何。曰勾二十七。弦四十五。術 通曰。同股與弦和較法。蓋以股減弦與勾股和較十八。餘十八。以股減勾與股弦和較五十四。餘亦十八也。

弦與勾和較求勾股法 勾和較者勾與股弦和較也

式 弦四十五。勾與股弦和較五十四。問勾股各幾何。曰勾二十七。股三十六。術 通曰。弦自乘。得二千零二十五。倍之。得四千零五十為實。弦減較。餘九為勾股較。又自乘得八十一。與實相減。餘三千九百六十九。開平方。得六十三為勾股和。加勾股較。得七十二。半之得股。勾股和減勾股較。餘五十四。半之得勾。

弦與股和較求勾股法 股和較者股與勾弦和較也

式 弦四十五。股與勾弦和較三十六。問勾股各幾何。曰勾二十七。股三十六。術 通曰。同弦與勾和較法。蓋以弦減勾與股弦和較五十四。餘九。以弦減股與勾弦和較三十六。餘亦九也。

勾與弦較較求股弦法 弦較較者弦與勾股較較也

式 勾二十七。弦與勾股較較三十六。問股弦各幾何。曰股三十

六。弦四十五。術勾自乘。得七百二十九為實。勾減弦較較。餘九為股弦較。除實。得八十一為股弦和。減股弦較。餘七十二。半之得股。股弦和加股弦較。得九十。半之得弦。

勾與股較較求股弦法　股較較者股與勾弦較較也

式　勾二十七。股與勾弦較較十八。問股弦各幾何。曰股三十六。弦四十五。術通曰。同勾與弦較較法。蓋以勾減弦較較三十六。餘九。以勾減股較較十八。餘亦九也。

股與弦較較求勾弦法　弦較較者弦與勾股較較也

式　股三十六。弦與勾股較較三十六。問勾弦各幾何。曰勾二十七。弦四十五。術股自乘。得一千二百九十六為實。股并弦較較得七十二為勾弦和。除實。得十八為勾弦較。加勾弦和。得九十。半之得弦。勾弦較減勾弦和。餘五十四。半之得勾。

股與勾較較求勾弦法　勾較較者勾與股弦較較也

式　股三十六。勾與股弦較較十八。問勾弦各幾何。曰勾二十七。弦四十五。術通曰。股自乘。得一千二百九十六為實。股減勾較較。餘十八為勾弦較。除實。得七十二為勾弦和。下同股與弦較較法。

弦與勾較較求勾股法　勾較較者勾與股弦較較也

式 弦四十五。勾與股弦較較十八。問勾股各幾何。曰勾二十七。股三十六。術 通曰。弦自乘。得二千零二十五。倍之。得四千零五十為寔。弦并勾較較。得六十三。為勾股和。又自乘。得三千九百六十九。與寔相減。餘八十一。開平方得九。為勾股較。加勾股和。得七十二。半之得股。勾股較減勾股和。餘五十四。半之得勾。

弦與股較較求勾股法 股較較者股與勾弦較較也

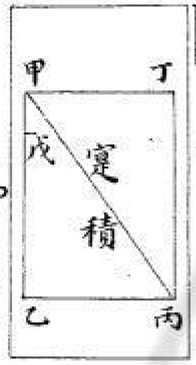
式 弦四十五。股與勾弦較較十八。問勾股各幾何。曰勾二十七。股三十六。術 通曰。同弦與勾較較法。蓋較数相同也。

通曰。和較變窮。而勾股之用無窮。形同法異。形異法同。非精義不能入神也。

有積 勾股之二

有積勾股較求勾股弦法

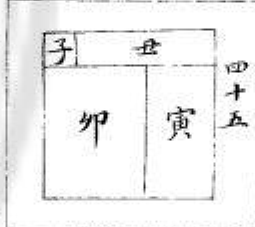
式 有積九百七十二。勾股較為甲戊九。問勾股弦各幾何。曰勾二十七。股三十六。弦四十五。術 較自乘。得八十一。積四因。得三千八百八十八。相并。得三千九百六十九。開平方。得六十三。為勾股和。加較九。得七十二。半之得股。勾股和減較九。餘五十四。半之得勾。求得弦



二術 積較為從方開之。得勾。較為減從方開之。得股。俱詳少廣 又以積二因。得一

千九百四十四。加較自乘八十一。得二千零二十五。開方得弦。

通曰。子。較冪也。丑寅卯辰。四囙積也。各邊皆勾股和。



通曰。子。較冪也。丑寅并。與卯等。二囙積也。合之為弦冪。

通曰。較為從方者。九四二十七。得二百四十三。為較勾矩。以減積九百七十二。餘七百二十九。為勾冪。較為減從方者。九四三十六。得三百二十四。為較股矩。以并積九百七十二。得一千二百九十六。為股冪。

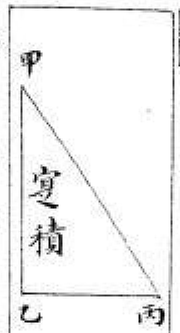
有積勾股和求勾股弦法

式

有積九百七十二。勾股和為丙乙乙甲六十三。問勾股弦各幾何。曰。勾二十七。股三十六。弦四十五。術積四囙。得三千八百八十八。和自乘。得三千九百六十九。相減。餘八十一。開平方。得九為勾股較。加和。得七十二。半之得股。勾股較減和。餘五十四。半之得勾。勾股求得弦。二術積二囙。得一千九百四十四。和自乘。得三千九百六十九。相減。餘二千零二十五。開平方得弦。

有積弦求勾股法

式 有積四百八十六。弦為甲丙四十五。問勾股各幾何。曰勾二十七。股三十六。術 積四因。得一千九百四十四。



弦自乘。得二千零二十五。相減。餘八十一。開平方。得九為勾股較。又以積倍之。得九百七十二。以較九為從方開之。得勾。勾弦求得股。

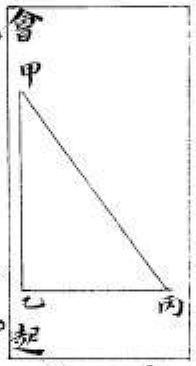
通曰。以較為減從方開之。亦得股。

有率勾股之三

勾與股率勾弦和率求股弦法

式 勾十。股率三。勾弦和率七。問股弦各幾何。曰股一十零五。弦一十四五。術 以勾弦和率自乘。得四十九。為勾弦和準。以股率自乘。得九。并勾弦和準。得五十八。折半。得二十九。為弦準。二率相乘。得二十一為股準。以弦準二十九。減勾弦和準四十九。餘二十。為勾準。以弦準二十九。乘勾一十。得二百九十。以勾準二十除之。得一十四五。為弦。以股準二十一。乘勾一十。得二百一十。以勾準二十除之。得一十零五。為股。

通曰。此遲速相較也。速已七。遲止三。為率。速者於乙至丙。又於丙至甲。遲者於乙至甲。同在乙

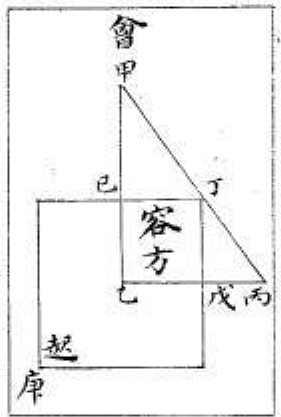


起。同至甲會也。

又式 甲善走。乙次之。甲行七。乙行三。今乙東行。甲南行十步。斜向東行。會乙。問各行幾何。曰甲南行斜行共二十四步半。乙東行十步半。術 甲南行。勾也。斜行。弦也。乙東行。股也。甲行七。勾弦和率也。乙行三。股率也。

容方與勾股率求勾股弦法

式 容方徑一千五百。股率三。勾弦和率五。問勾股弦各幾何。曰勾二千三百。股四千三百一十二五。弦四千八百八十七五。術 以勾弦和率自乘。得二十五。為勾弦和準。股率自乘得九。并勾弦和準。得三十四。半之。得十七為弦準。二率相乘。得十五為股準。以弦準十七。減勾弦和準二十五。餘八為勾準。以勾準乘容方徑。得一萬二千。以股準十五除之。得餘勾八百。加容方徑。得二千三百為勾。以弦準十七乘勾二千三百。得三萬九千一百。以勾準八除之。得四千八百八十七五為弦。以股準十五乘勾二千三百。得三萬四千五百。以勾準八除之。得四千三百一十二五為股。



通曰。此亦遲速相較也。速五遲三。速於乙過丙至甲。遲於乙至甲。同在乙起。同至甲會。乙戊。乙己。皆容方徑方也。乙過戊至丙。勾也。戊

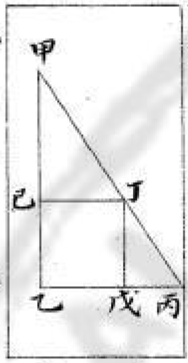
丙。餘勾也。乙過丙至甲。勾弦和也。乙過己至甲。股也。己甲。餘股也。丁乙直角方形。容方也。丁庚直角方形。即又式邑也。

又式 邑方十里。每里三百步。甲乙二人。同立邑中。乙東行率三。甲南行率五。乃斜磨邑東南角與乙會。問各行幾何。曰甲南行二千三百步。（邑中一千五百步 南門外八百步）斜行四千八百八十七步半。乙東行四千三百十二步半。（邑中一千五百步東門外二千八百十二步半）術 南行。勾也。南門外。餘勾也。斜行。弦也。東行。股也。東門外。餘股也。邑中至門。皆容方徑也。甲行五。勾弦和率也。乙行三。股率也。

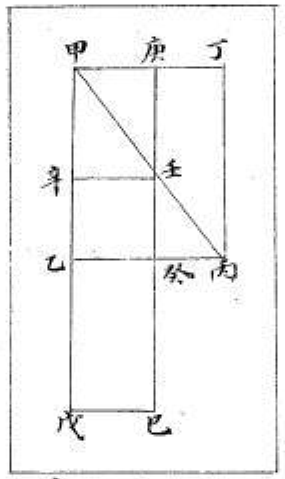
容方勾股之四

勾股容方法

式 勾二十七。股三十六。問丁戊容方徑幾何。曰丁戊容方徑一十五四二八。術 勾股相乘。得九百七十二為寔。勾股相并。得六十三為法。除寔。得一十五四二八。為容方徑。即丁至戊也。戊乙。乙己。己丁。皆等。

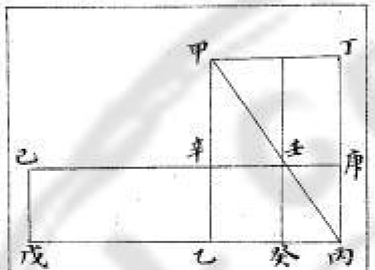


論曰。甲乙股。乙丙勾。相乘為寔。即成甲乙丙丁直角形。次以甲乙。乙丙。相并為法。即成甲戊線。除寔。得戊己邊十五四二八。即成甲戊己庚直角形。等甲乙丙丁形。而己庚邊。截乙丙勾於癸。



截甲丙弦於壬。成乙辛壬癸滿勾股之直角方形。何者。甲乙丙丁。與甲戊己庚。兩形互相視。即甲乙與甲戊。若乙癸與乙丙。分之。即甲乙與乙戊。若乙癸與癸丙。是甲乙與乙丙。亦若乙癸與癸丙也。又甲辛與辛壬。若壬癸與癸丙。更之。即甲辛與壬癸。若辛壬與癸丙也。而辛乙與壬癸等。乙癸與辛壬等。則甲辛與辛乙。若乙癸與癸丙矣。夫甲乙與乙丙。既若乙癸與癸丙。而甲辛與辛乙。又若乙癸與癸丙。則甲乙與乙丙。亦若甲辛與辛乙。而乙辛壬癸。為滿勾股之直角方形。

通曰。勾股稍近者。容方大。勾股懸遠者。容方小。

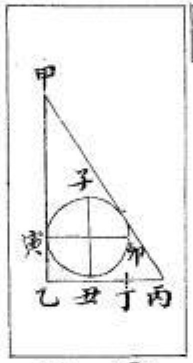


又簡論曰。如前圖。以甲乙戊為法。而除甲丙寔。既得甲庚戊己。各與方形邊等。今以等甲乙戊之丙乙戊為法。而除甲丙寔。得庚丙戊己。亦各與方形邊等。則辛乙癸壬。為直角方形。

容圓勾股之五

勾股容圓法

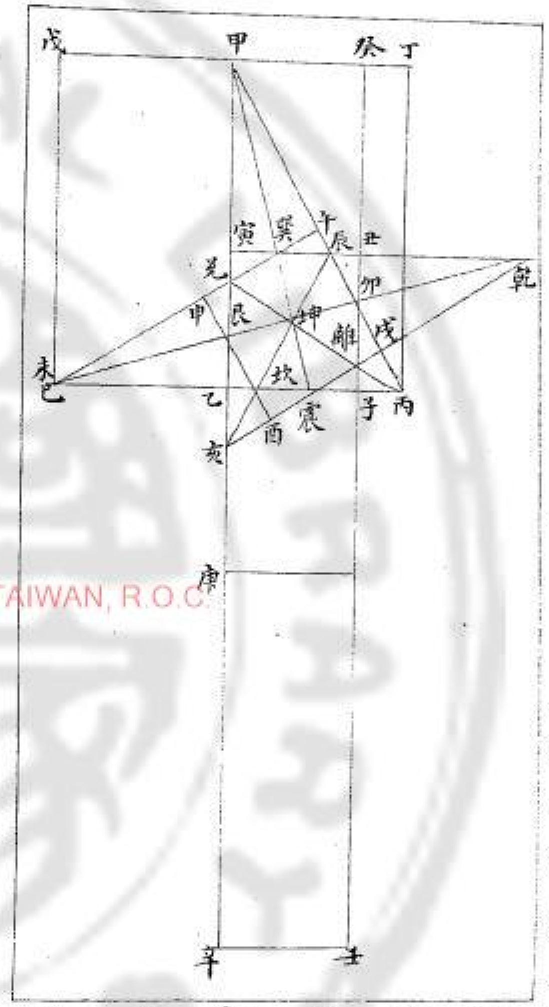
式 甲乙股六百。乙丙勾三百二十。問丁乙容圓徑幾何。曰丁乙容圓徑二百四十。術 勾股相乘。得一萬九千二百。倍之。得三萬八千四百為寔。别以勾股求弦。



國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

得六百八十。以并勾股和九百二十。得一千六百為法。除寔。得二百四十為容圓徑。即乙至丁也。子丑。寅卯。皆與乙丁等。

通曰。容圓徑。即弦和較也。勾股和。求弦。減和。餘亦容圓徑也。



論曰。甲乙股。乙丙勾。相乘。即甲乙丙丁直角形。倍之為寔。即丙丁戊已直角形。求得甲丙弦。并勾股。得一千六百。於甲乙線引長之。截乙庚。與勾等。庚辛與弦等。得甲辛為弦和和線。以為法。除寔。得辛壬邊二百四十。即成甲辛壬癸直角形。與丙丁戊已形等。而壬癸邊。截乙丙勾於子。次從子作子丑寅乙直角方形。即此形之各邊。皆為容圓徑。何者。謂於甲乙丙三邊直角形內。作一圜。其甲丙弦。截子丑寅乙直角方形之卯辰線。與乙子。子丑。丑寅。寅乙。諸邊皆為切圜線也。又何以顯此五邊之切圜線。試於甲乙丙形上。復作一丙午未直角三邊形。又加其上。其午丙與乙丙等。未午與甲乙等。未丙與甲丙等。即兩形必等。次依丙午未直角。作午申酉戌直角方形。與乙子丑

寅直角方形等。次於戌酉線引之至亥。又成甲戌亥直角三邊形。以甲為同角。交加於甲乙丙形之上。亦以午申酉戌。為容圓徑。次於亥戌寅丑兩線引之遇於乾。又成乾寅亥直角三邊形。以亥為同角。交加於甲乙丙形之上。亦以乙子丑寅。為容圓徑。次作丙兌線。遇諸形之交加線於離。於兌。次作甲震線。遇諸形之交加線於巽。於震。次作亥辰線。遇諸形之交加線於坎。於辰。次作未乾線。遇諸形之交加線於艮。於卯。而四線俱相遇於坤。夫午丙與乙丙兩線等。而減相等之午戌。乙子。即戌丙與子丙必等。丙離同線。丙戌離。丙子離。又等為直角。戌離丙。子離丙。又俱小於直角。即丙離戌。丙離子。兩三角形必等。而兩形之各邊各角俱等。則丙兌線。必分甲丙未角為兩平分矣。又子離與戌離。兩邊既等。子離震。戌離卯。兩交角又等。卯戌離。震子離。又等為直角。即卯離戌。離震子之各邊各角俱等。而兩形亦等。又子離與離戌。兩邊既等。離卯與離震。兩邊又等。即子卯與戌震。兩邊亦等。子丑與戌酉。各為相等之直角方形邊。必等。而各減相等之子卯。戌震。其所存卯丑。震酉。必等。丑卯辰。坎震酉。兩角。又各為離卯戌。離震子。相等角之交角。必等。辰丑卯。震酉坎。又等為直角。即卯丑辰。震酉坎之各邊各角俱等。而兩形亦等。依顯

午巽辰與坎艮乙之各邊各角俱等。而兩形亦等。巽寅兌與兌
艮申之各邊各角俱等。而兩形亦等。又子丙戊丙之數各八十。
乙子戊午各二百四十。以諸率分數論之。則丑卯酉震各九十。
丑辰坎酉各四十八。卯辰坎震各一百零二。則減丑卯之卯子
必一百五十也。卯子股一百五十。丙子句八十。以求卯丙弦。則
一百七十也。次減丙戊八十。即卯戊亦九十也。丑辰卯。卯戊離。
兩三角形之辰丑卯。離戊卯。既等為直角。丑卯辰。戊卯離。兩交
角又等。丑卯與戊卯復等。即兩形必等。而其各邊各角俱等。依
顯子離震與震酉坎。兩形亦等。依顯諸形之交角者皆相等。其

連角如酉亥坎。乙亥坎。兩形亦等。而子離。離戊。皆四十八也。則
酉坎。坎乙。亦皆四十八也。亥酉。亥乙。皆八十也。子乙與戊酉等。
子丙與酉亥復等。則乙丙與戊亥必等。而甲為同角。甲乙丙。甲
戊亥。又等為直角。則甲乙丙甲戊亥之各邊各角俱等。而兩形
亦等。甲亥與甲丙既等。各減相等之丙戊乙亥。又減相等之乙
寅戊午。即甲寅與甲午必等。夫甲巽午。甲巽寅。兩形之甲寅甲
午既等。甲巽同線。甲午巽。甲寅巽。又等為直角。即兩形必等而
各邊各角俱等。是甲震線。必分丙甲亥角為兩平分也。甲乙丙
一形內。既以丙兌線。分甲丙乙角為兩平分。又以甲震線。分丙

甲乙角為兩平分。而相遇於坤。則以坤為心。甲乙為界。作圜。必切乙子。子丑。丑寅。寅乙。卯辰。五邊。而為甲乙丙直角三邊形之內切圜。即乙丑直角方形之各邊為容圓徑。展轉論之。則各大直角三邊形內之分角線。皆分本角為兩平分。皆遇於坤。而坤心圜。為各形之內切圜。即兩直角方形邊。為各勾股形內之容圜徑。

通曰。容方容圓。勾股測算之樞機也。先衍其概於此。詳後二卷。

數度衍七卷目次

測量勾股之六

容方與餘勾求餘股法

容方與餘股求餘勾法

餘勾餘股求容方法

兩餘勾與股求容方法

小勾股與大勾求大股法

兩餘勾兩破股小股求大勾大股法

測勾破勾兩測股求大勾大股法

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

四餘句兩破股小股破句求上句下句大股法
兩測股兩破句測句求大句法
句股互求高深廣遠圖說
附法
用矩尺測兩廣法
用矩尺測遠法
用交表測遠法
用表測斜高法
羃測句股之七
矩度
測高法
測遠法
以目測高法
以目測遠法
以目測深法
倒景變直景圖說
重矩測高法

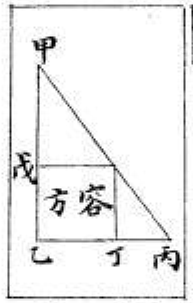
數度衍卷之七

桐城方中通衍

測量勾股之六

容方與餘勾求餘股法

式 容方徑爲丁乙一百五十。餘勾爲丁丙三十。問甲戊餘股幾何。曰七百五十。術以容方徑自乘。得二萬二千五百爲寔。以餘勾爲法。除寔。得七百五十。爲餘股。



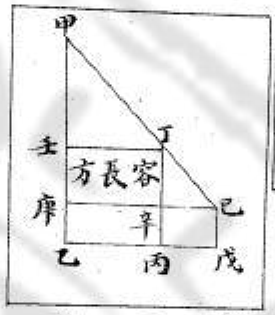
容方與餘股求餘勾法

式 容方徑一百五十。餘股七百五十。問餘勾若干。曰三十。術容

方徑自乘。得二萬二千五百爲寔。以餘股爲法。除寔。得三十。爲餘勾。

又式 邑方二百步。四面居中開門。東門外十五步有木。問出南門幾步見木。曰六百六十六步六分步之一。術 半邑方爲容方。東門外爲餘勾。南門外爲餘股。

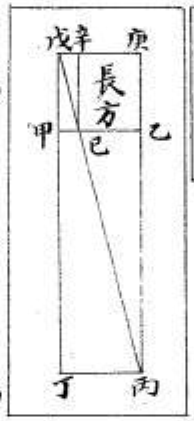
測高式 欲測甲乙之高。去乙二十五尺。立表於丙。爲丁丙高一丈。却後五尺。立戊。戊己高四尺。使目在己。視表末丁與甲爲一直線。問甲乙高幾何。曰四十尺。術 以丁丙表高十尺。減戊己目高四尺。餘丁辛六尺。以



乘庚辛二十五尺。乙與丙等 得一百五十尺。爲寔。以丙戊五尺爲法。除寔。得甲壬三十尺。加表高十尺。得四十尺。爲甲乙之高。

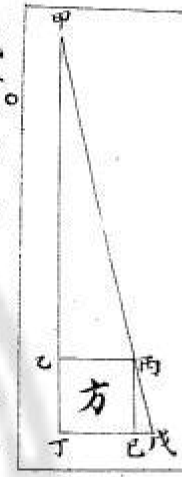
通曰。丁辛。容長方徑也。丁壬庚辛。容長方形也。辛己。丙與戊等 餘勾也。甲壬。餘股也。容方。則徑自乘。容長方。則橫徑直徑相乘也。

測深式 甲乙丙丁井。欲測其深。井徑甲乙五尺。立戊甲表於井口。高五尺。從戊視丙。截甲乙徑於己。甲己四寸。問井深幾何。曰五丈七尺五寸。術 以井徑五尺。減甲己四寸。餘己乙四尺六寸。以乘戊甲五尺。得二千三百寸爲寔。以甲己四寸爲法。除寔。得甲丁深五丈七尺五寸。



通曰。己乙容長方徑也。戊辛。餘勾也。乙丙。餘股也。

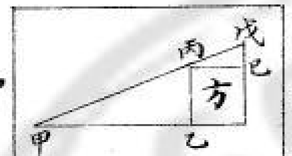
測遠式 欲測甲乙之遠。立乙丙己丁四表。成直角方形。丁乙與甲為直線。每表相去一丈。乃於己表之右。戊上。視丙表與甲為直線。戊己三寸。問遠



幾何。曰三十三丈三分丈之一。術乙丙自乘。得一萬寸。為寔。以戊己三寸。為法。除寔。得甲乙遠三十三丈三分丈之一。

通曰。乙丙。容方徑也。戊己。餘勾也。甲乙。餘股也。

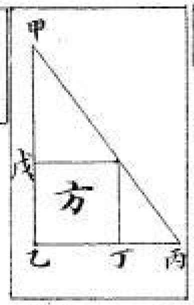
又式 欲測甲乙之遠。立丙乙表。高十尺。目從戊過丙視甲。作直線。目去表末為戊己三寸。人離表為己丙十尺。問遠幾何。曰三十三丈三分丈之一。術通曰。以人離表一百寸乘表高一百寸。得一萬寸。為寔。以目去表三寸為法。除寔。得遠。此與右法同。但彼用四表。此用一表為捷耳。丙乙。容方



徑也。戊己。餘勾也。甲乙。餘股也。

餘勾餘股求容方法

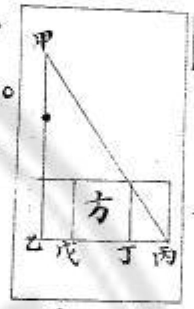
式 丙丁餘勾三十。甲戊餘股七百五十。問丁乙容方徑幾何。曰一百五十。術餘勾餘股相乘。得二萬二千五百。為容方積。開平方。得一百五十。為丁乙徑。



又式 邑不知大小。四中開門。北門外三十步有木。出西門七百

五十步見木。問邑方幾何。曰三百步。術通曰。北門外為餘勾。西門外為餘股。半邑方為容方徑也。

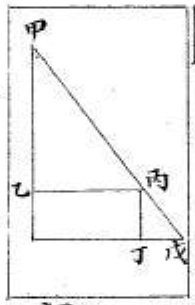
兩餘勾與股求容方法



式 丙丁餘勾二十。戊乙餘勾十四。甲乙股一千七百七十五。問丁戊容方徑幾何。曰二百五十。術以丙丁餘勾乘股。得三萬五千五百。倍之。得七萬一千為寔。并二餘勾。得三十四。為從方開之。橫得二百八十四。為乙丙勾。直得二百五十。為丁戊容方徑。

又式 邑方不知大小。邊東開門。北門外二十步有木。出南門十四步。折而西行。一千七百七十五步。斜見木。問邑方幾何。曰二百五十步。術通曰。北門外二十步一餘勾也。南門外十四步。一餘勾也。西行股也。邑方。容方徑也。

小勾股與大勾求大股法



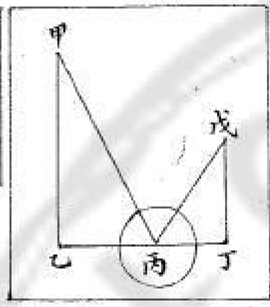
式 丙丁小股一百。丁戊小勾二十五。乙丙大勾三百一十二五。問甲乙大股幾何。曰一千二百五十。術以大勾為寔。以小勾為法。除寔。得大股。

通曰。小股一百。此法極便。如二百三百者。先以小股乘大勾為寔。用異乘同除法也。見九章外法

測高式 塔不知高。量其影。從塔心至影末。長三丈一尺二寸五分。別立一表。高一丈。影長二尺五寸。問塔高幾何。曰十二丈五尺。術通曰。塔影大勾也。表小股也。表影小勾也。塔大股也。

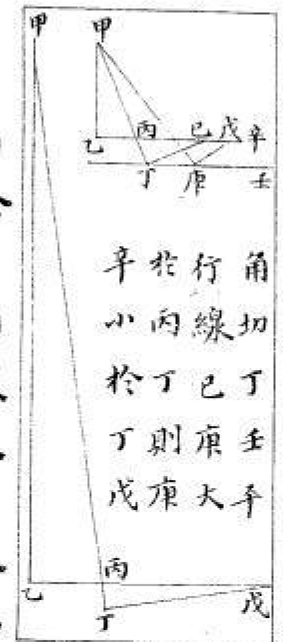
又式 八尺之表。以測日影。表去日下六萬里。表影長六尺。問日高幾何。曰八萬里。術通曰。六萬里大勾也。以里法三百六十步。步法五尺通之。得一億八百萬尺。表八尺小股也。表影六尺小勾也。日高八萬里大股也。用異乘同除法。即三率法 以小股乘大勾為寔。以小勾為法除之。或以大勾為寔。以小股除小勾。得每尺影七寸五分。為法。除寔。皆得日高也。

又式 欲測甲乙之高。以平鏡依地平線置丙。人依地平線立丁。目在戊。見甲在鏡中心丙處。丙至乙十尺。丙至丁二尺。目高四尺。問甲乙高幾何。曰二丈。術通曰。乙丙。大勾也。丙丁。小勾也。戊丁。小股也。



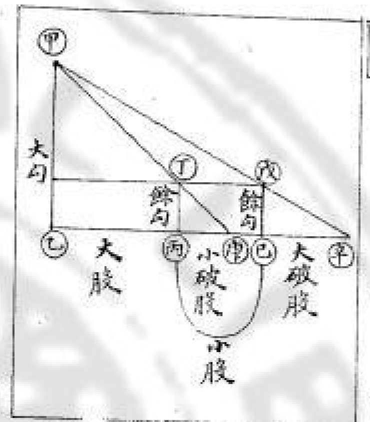
測廣式 日遠人十萬里。不知日徑。以徑寸長八尺竹筒。對日。於竹筒視之。空正掩日。問日徑幾何。曰一千二百五十里。術通曰。日遠人。大勾也。徑寸。小勾也。筒長八尺。小股也。

測遠式 欲測甲乙之遠。立乙丙兩表。從丙斜退至丁。目望丁丙甲成一直線。乃作丙丁戊直角。以此測之。術通曰。丁角與乙角。



等直角也。乙丙線與丁戊線。相遇於戊。故以丙丁小勾。比乙丙大勾。戊丁小股。比甲乙大股也。

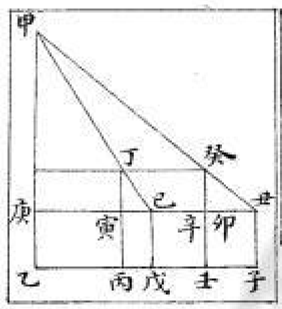
兩餘勾兩破股小股求大勾大股法



式

戊己。丁丙。兩餘勾各十二。相等丙庚小破股六十。己辛大破股一百。己丙小股八十。問甲乙勾幾何。乙丙股幾何。曰大勾三十六。大股一百二十。術通曰。以小股八十。乘餘勾十二。得九百六十。為勾寔。以小股八十。乘小破股六十。得四千八百為股寔。小破股六十。與大破股一百相減。餘四十。為法。以法除勾寔。得二十四。加餘勾十二。得三十六。為大勾。以法除股寔。得一百二十。為大股。

測高遠式

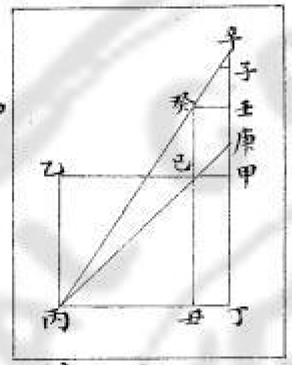


欲測甲乙之高。乙丙之遠。用重表法。先立丁丙表。高十尺。卻後立於戊。去丙五尺。目在己。己戊高四尺。視表末丁與甲為直線。次從前表丙。卻後十五尺。立癸壬表。亦高十尺。兩表等又卻後立於子。去壬八尺。目在丑。丑子亦高四尺。兩目等從目視癸甲亦直線。問甲乙高幾何。乙丙遠幾何。曰高四十尺。遠二十五尺。術以表高十尺減

目高四尺。餘六尺。即丁寅。癸辛等與兩表相去之壬丙十五尺相乘。得九十尺為高寔。以兩次人去表之己寅。丑辛。相減。餘卯辛三尺為法。除高寔。得甲辰三十尺。加表高十尺。得甲乙高四十尺。以丙戊五尺。與兩表相去之壬丙十五尺相乘。得七十五尺為遠寔。以法三尺除之。得乙丙遠二十五尺。

通曰。丁丙。癸壬。兩餘勾也。丙戊。小破股也。壬子。大破股也。壬丙。小股也。高。大勾也。遠。大股也。

測深廣式 有甲乙丙丁壁立深谷。欲測甲乙之廣。乙丙之深。用重矩法。先立辛甲表。與甲丁參直。又立癸己表。兩表甲己相去

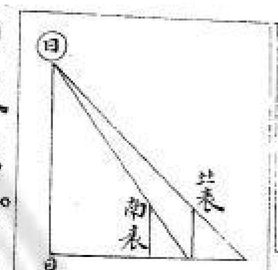


六尺。從辛甲表視己丙作直線。截表於庚。庚甲高五尺。又從辛甲表。視辛癸丙作直線。兩表相較。得辛壬高八尺。壬甲高一丈五尺。問深廣各幾何。曰乙丙深二十五尺。甲乙廣三十尺。術以小表一丈五尺。乘兩表相去甲己六尺。得九十尺為廣寔。庚甲與辛壬相減。餘辛子三尺為法。除廣寔。得甲乙廣三十尺。以小表一丈五尺。乘庚甲五尺。得七十五尺為深寔。以法三尺除之。得乙丙深二十五尺。

通曰。甲己。癸壬。兩餘勾也。庚甲。小破股也。辛壬。大破股也。壬甲。

小股也。廣大勾也。深大股也。

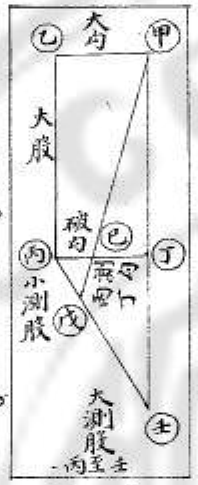
測高遠式 樹二表。各高八尺。南北相去二千里。以測日影。夏至



之日。南表影長六尺。北表影差二寸。問日高遠各幾何。曰高八萬里。日下去南表六萬里。南表之端斜至日十萬里。術 二表。兩餘勾也。北表影。南表影。兩破股也。南北相去。小股也。日下去南表。大股也。日高。大勾也。斜至日。弦也。

測勾破勾兩測股求大勾大股法

式 丙丁測勾四十三二。丙己破勾十。丙戊小測股十四八。丙壬



大測股六十四八。問大勾大股各幾何。曰甲乙大勾二千五百。乙丙大股三千六百八十五二。術 通曰。以測勾四十三二。減破勾十。餘三十三二。乘小測股十四八。得四千九百一十三六為勾寔。以大測股六十四八。乘破勾十。得六千四百八十。以測勾四十三二除之。得十五為景差。又以大測股六十四八。減景差十五。餘四十九八。以小測股十四八乘之。得七千三百七十○四。為股寔。以小測股減景差。餘二。為法。以法除勾寔。得二千四百五十六八。加測勾四十三二。得二千五百。為大勾。以法除股寔。得三千六百八十

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

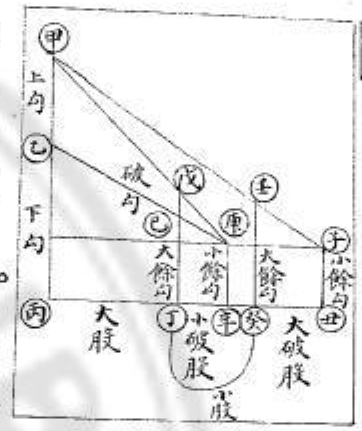
五二。為大股。

測廣遠式

方城不知大小。立兩表。東西相去四十三步二分。齊人目處。以索連之。令東表與城東南隅東北隅參直。從東表退北行。去表六十四步八分。遙望城西北隅。入索東端十步。若從東表退北行。去表六十四步八分。遙望城西北隅。適與西表相參合。問城方幾何。曰城方二千五百步。城去表三千六百八十五步二分。術以兩表相去。減入索。餘三十三步二分。以乘東表退行十四步八分。得四千九百一十三步六分。為廣寔。以東表大退行六十四步八分。乘入索十步。得六千四百八十步。以兩表相去四十三步二分除之。得一十五步。為景差。又以大退行六十四步八分。減景差十五步。餘四十九步八分。以退行十四步八分。乘得七千三百七十步零四分為遠寔。以退行十四步八分。減景差十五步。餘二分為法。以法除廣寔。得二千四百五十六步八分。加兩表相去四十三步二分。得二千五百步。為城方。東西至以法除遠寔。得三千六百八十五步二分。為城去表也。通曰。城方。大勾也。城去表。大股也。兩表相去。測勾也。入索。破勾也。小退行。小測股也。大退行。大測股也。

四餘勾兩破股小股破勾求上勾下勾大股法

式



戊丁。壬癸。兩大餘勾。皆一百五十。庚辛。子丑。兩小餘勾。皆四十。癸丁小股四千。戊己破勾五十六。丁辛小破股一千五百。癸丑大破股二千五百。問上勾。下勾。大股。各幾何。曰甲乙上勾二百八十。乙丙下勾三百一十。丙丁大股六千。

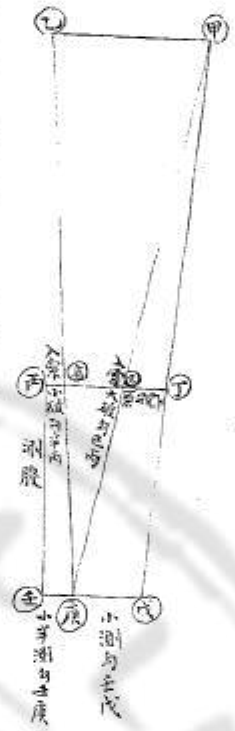
術通曰。以小股四千。乘破勾五十六。得二十二萬四千。為上勾寔。以大餘勾一百五十。減小餘勾四十。及破勾五十六。餘五十四。乘小股四千。得二十一萬六千。為下勾寔。以小破股一千五百。與大破股二千五百相減。餘一千為法。以法除上勾寔。得二百二十四。加破勾五十六。得二百八十。為甲乙上勾。以法除下勾寔。得二百一十六。加大餘勾一百五十。得三百六十六。減破勾五十六。得三百一十。為乙丙下勾。又以大餘勾減小餘勾。餘一百一十。乘小股得四萬四千。為大勾寔。以法除之。得四百四十。加大餘勾。得五百九十。為甲丙大勾。以小股乘小破股。得六百萬。為大股寔。以法除之。得六千。為丙丁大股。

通曰。此測兩高與遠也。與前兩餘勾兩破股小股求大勾大股法相同。但多上勾下勾耳。兩大餘勾。兩表也。兩小餘勾。兩人目

至足也。勾。高也。股。遠也。

兩測股兩破勾測勾求大勾法

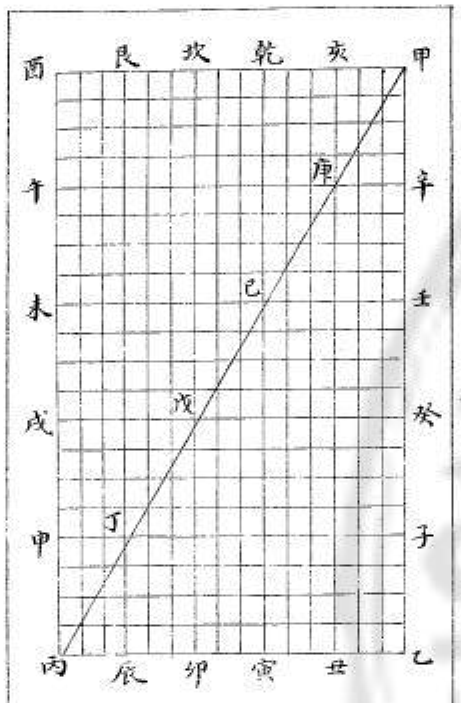
此圖亦誤。與前測勾破勾兩測股求大勾大股同。通曰此測廣也。然前法所求得之城方。即勾即廣。無庸別立兩破勾以測之。如必欲立兩破勾。則須先立小測勾。於乙北立丙丁兩表。以索連為測勾。與前圖同。從丙北行至壬。是為測股。折而西至庚。遙望甲角入索處為大破勾。從庚遙望乙角入索處為小破勾。復從庚西行至戊。遙望甲角。適與丁表參合。自壬至庚命為小測勾。自壬至戊命為小測勾。以之相求。亦可得遠與廣。若如原圖。則不通殊甚。要而論之。一勾一股成方矩形。斜者為弦。即目與大勾角為直線也。原圖自丙至庚成斜弦形。何得命為測股。此其顯然易明者也。今所為兩破勾形。附圖于左。俟知者正焉。璞臣識

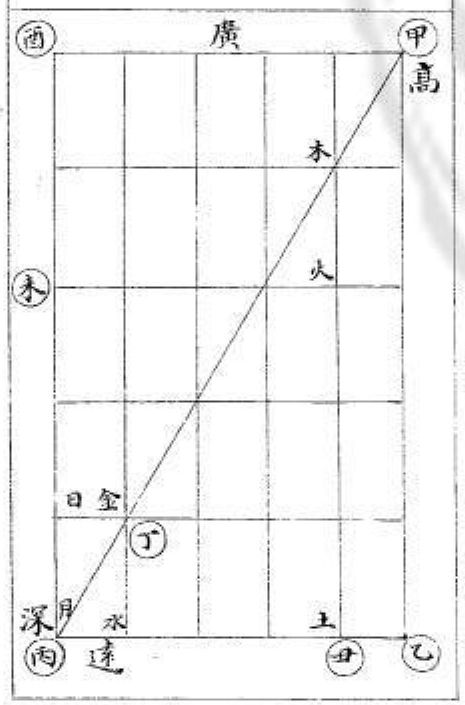


……測股六百。丙庚大測股一千三百五……大破勾四百零二。辛丙小破勾一……問大勾幾何。曰甲乙大勾三萬。術……以大測股一千三百五十。乘大破勾……七百。以測勾九百除之。得六百零……相減。餘三為法。以小測股與大測……破勾一百二十。得九萬為實。以法除實。得三萬。為甲乙大勾。

通曰。此測廣也。與前測勾破勾兩測股求大勾大股法相同。但多乙戊直線耳。丙丁兩表也。戊庚兩目望也。勾廣也。

勾股互求高深廣遠圖說





至足也。勾。高也。股。遠也。

兩測股兩破勾測勾求大勾法

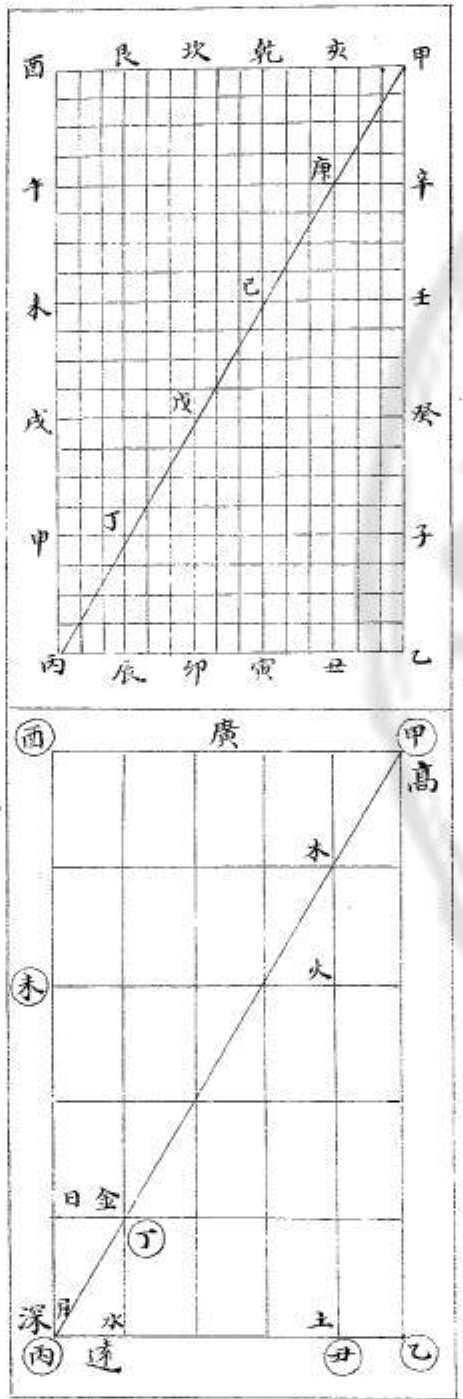
式

丙丁測勾九百。丙戊小測股六百。丙庚大測股一千三百五十。已丙大破勾四百零二。辛丙小破勾一百二十。問大勾幾何。曰甲乙大勾三萬。術

通曰。以大測股一千三百五十。乘大破勾四百零二。得五十四萬二千七百。以測勾九百除之。得六百零三。為景差。以與小測股六百相減。餘三為法。以小測股與大測股相減。餘七百五十。又乘小破勾一百二十。得九萬為實。以法除實。得三萬。為甲乙大勾。

通曰。此測廣也。與前測勾破勾兩測股求大勾大股法相同。但多乙戊直線耳。丙丁。兩表也。戊庚。兩目望也。勾。廣也。

勾股互求高深廣遠圖說

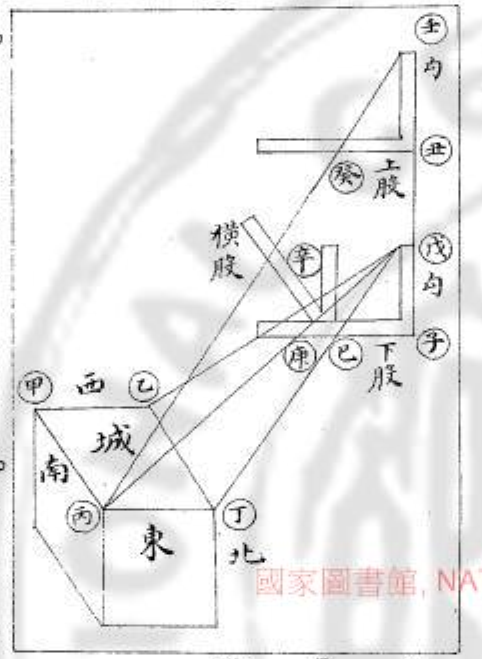


通曰。直為高深。橫為廣遠。句可以為股。股可以為句。以小知大。以此知彼。惟善測者善用之耳。甲乙為股。乙丙為句。酉丙為股。則甲酉為句。午丙為股。則午庚為句。庚丑為股。則丙丑為句。如求甲乙之高。金水作表。丙作目。求丑丙之遠。木土作表。甲作目。求未丙之深。木火作表。甲作目。求甲酉之廣。日月作兩表。丙丁為目斜望。用異乘同除三率之法。高深廣遠。雖分而合矣。

附法

用矩尺測兩廣法

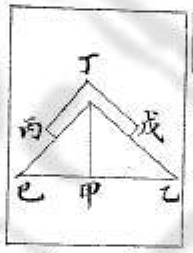
式 登山臨邑。邑在山南。不知廣縱。偃矩山上。句高三尺五寸。與邑東南隅東北隅參合。從句端望東北隅。入下股一丈二尺。隨於入股處。橫設一矩。從句端望西北隅。入橫股五尺。若望東南隅。入下股一丈八尺。又重設矩於上。相去四丈。從句端望東南隅。入上股一丈七尺五寸。問邑廣縱幾何。曰東西廣二萬寸。南北廣二萬四千寸。術以句高戊子三十五寸。乘東南隅入下股庚子一百八十寸。得六千三百寸。以入上股癸丑一百七十五寸除之。得三十六寸。與句高戊子三十五寸



國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

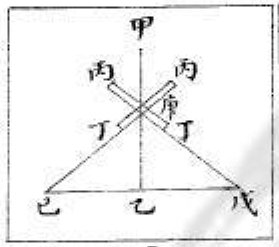
相減。餘一寸為法。以東南隅入下股庚子一百八十寸。與東北隅入下股已子一百二十寸相減。餘六十寸。以乘兩矩相去丑子四百寸。得二萬四千寸。為南北寬。以法除之。得南北廣。以西北隅入橫股辛已五十寸。乘兩矩相去丑子四百寸。得二萬寸。為西東寬。以法除之。得東西廣。

用矩尺測遠法



式 欲測甲乙之遠。先於甲立丁甲表。以矩尺置表末丁。矩戊對乙。成丁戊乙直線。問甲乙遠幾何。曰八尺。術 須視矩丙對何處。今對已。為丁丙已直線。乃量已甲二尺為法。表高四尺。自乘得十六尺為寔。以法除之。得八尺為遠。

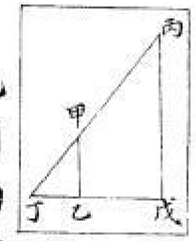
用交表測遠法



式 欲測乙戊之遠。先立甲乙表。後於庚斜加小表為丙丁。以丁對戊為度。成庚乙戊直線。問乙戊遠幾何。曰八尺。術 須丙丁小表旋轉。又於丁對處已。成庚丁已直線。自乙至已得八尺。必與乙戊等。

用表斜測高法

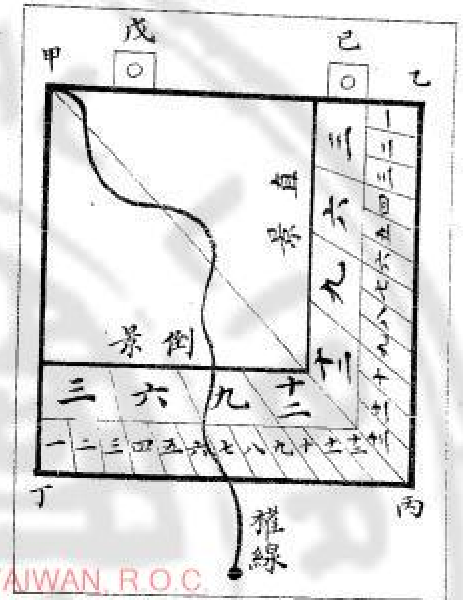
式 欲測甲至丙。從丁視甲丙作直線。丁乙八尺。丁甲十尺。乙戊十二尺。問甲丙斜高幾何。曰十五尺。術 以丁乙八尺為法。以丁



甲十尺。與乙戊十二尺相乘。得一百二十為寔。以法除之。得十五尺。為甲至丙也。

罷測 勾股之八

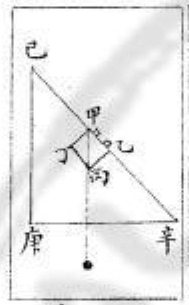
矩度



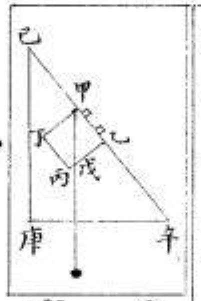
甲丁與甲乙等。甲丙斜分。乙丙為直景。丁丙為倒景。以甲乙相對測際。眼穿戊己兩耳。與其際作直線。視權線垂何景何度也。今止分十二度。若細分更精。其兩景別有論解。

測高法

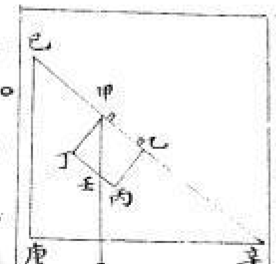
權線垂丙式 高如己庚。景在地平上為庚辛。以測度測之。甲對己。丙耳與辛己作直線。權線垂丙。為高幾何。術凡權線垂丙者。景與高必等也。今辛庚四十五尺。則己庚亦四十五尺。



權線垂直景邊式 高如己庚。景如庚辛。權線垂乙丙邊之戊。乙戊八度。庚辛景三十。為高幾何。術以表度十二。與庚辛三十相乘。得三百六十為寔。以乙戊八度為法除之。得四十五。為己庚之高。



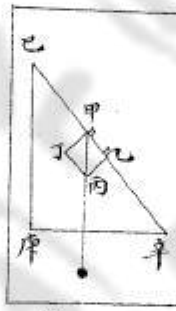
權線垂倒景邊式 高如己庚。庚辛景六十七五。權線垂丁丙邊之壬。丁壬八度。為高幾何。術以庚辛與丁壬相乘。得五百四十為寔。以表度十二為法除之。得四十五。為己庚之高。



通曰。高大於景。權線必垂直景邊。高小於景。權線必垂倒景邊。

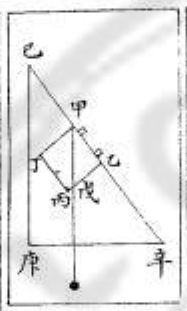
測遠法

權線垂丙式 高如己庚。景如庚辛。權線垂丙。為景幾何。術己庚四十五。則辛庚亦四十五。

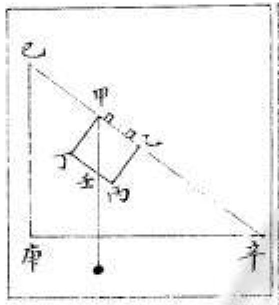


通曰景測高。以甲對高。高測景。以乙對景。景。遠也。

權線垂直景邊式 己庚高四十五。權線垂戊八度。為庚辛景幾何。術以己庚與乙戊相乘。得三百六十為寔。以表度十二為法除之。得三十。為庚辛景。



權線垂倒景邊式 己庚高四十五。權線垂壬八度。為庚辛景幾何。術以表度十二。與己庚相乘。得五百四十為寔。以丁壬八度為法除之。得六十七五。為庚辛景。



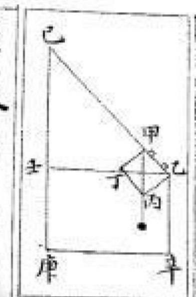
以目測高法

於矩度外。又用一有度分之表。人目切表端。矩度亦切表端。穿

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

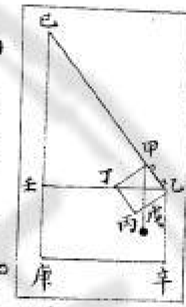
兩耳勾測處作直線為度也。

權線垂丙式



高如己庚。表如乙辛。高四尺。表端入目。從矩度乙甲視己為直線。權線垂丙。為高幾何。術乙壬四十五。即己壬。加表高四尺。得四十九。為己庚之高。

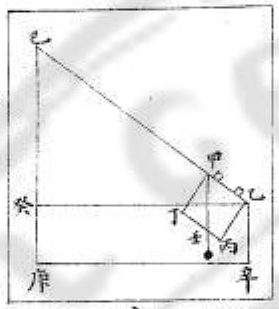
權線垂直景邊式



庚辛三十。權線垂戊八度。為己庚高幾何。術以表度十二。乘庚辛。得三百六十為實。以乙戊八度。為法除之。得己壬四十五。加表高四。得四十九為己庚之高。

權線垂倒景邊式

庚辛六十七五。權線垂壬八度。為己庚高幾



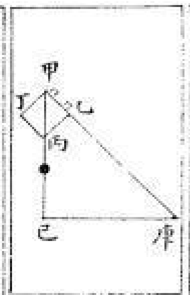
何。術以庚辛乘丁壬八度。得五百四十為實。以表度十二為法除之。得己癸四十五。加表高四。得四十九。為己庚之高。

通曰。地平線上。任意前後。至權線值丙而止。較便。

以目測遠法

權線垂丙式

遠如己庚。表如甲己。目在甲。權線垂丙。為遠幾何。

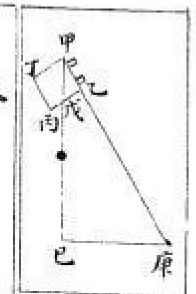


術表高甲己四尺。則己庚亦遠四尺也。

權線垂直景邊式

甲己表高四尺。權線垂戊九度。為己庚遠幾

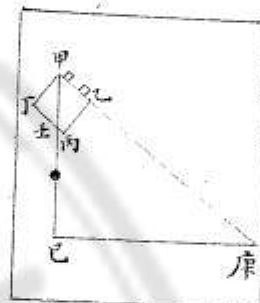
國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.



何。術以乙戊九度。乘表高四。得三十六為寔。以表度十二為法除之。得三尺。即巳庚之遠。

權線垂倒景邊式

甲巳表高四尺。權線垂壬八度。為巳庚遠幾



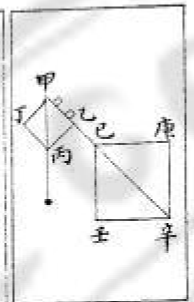
何。術以表度十二乘表高四。得四十八為寔。以丁壬八度為法除之。得六尺。即巳庚之遠。

通曰。測高。目在矩之乙。測遠。目在矩之甲。

以目測深法

權線垂丙式

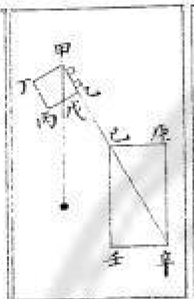
深如巳壬。目在甲。視甲乙巳辛為直線。巳庚口四尺。權線垂丙。為深幾何。術巳壬與巳庚等。亦四尺也。



通曰。此不另用表而量巳庚口者。即口闊為表長。是前用直表。而此用橫表也。

權線垂直景邊式

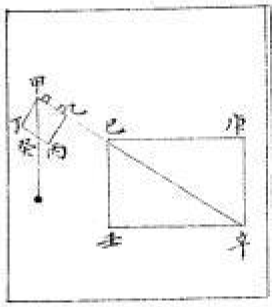
巳庚四尺。權線垂戊六度。為巳壬深幾何。術



以表度十二乘巳庚四。得四十八為寔。以乙戊六度為法除之。得八尺。即巳壬之深。

權線垂倒景邊式

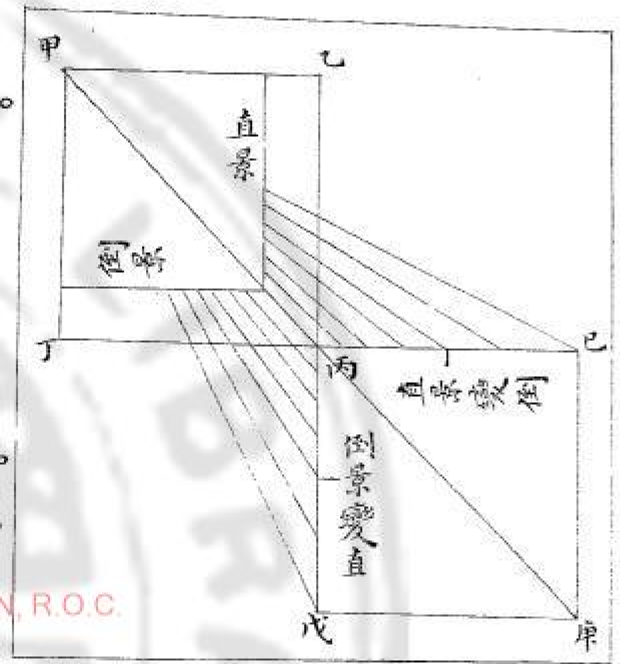
巳庚四尺。權線垂癸九度。為巳壬深幾何。術



以丁癸九度。乘巳庚四。得三十六為寔。以表度十二為法除之。得三尺。即巳壬之深。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

倒景變直景圖說



通曰。十二其十二。得一百四十四。以矩度為準也。故一度變為一百四十四度。以此一百四十四度為寔。以所值度為法。除寔。即得變度也。

度線皆起甲端。漸移至丁。至乙。各分十二也。

通曰。倒景過丙丁邊。抵丙戊線。則變為直景。猶之直景過乙丙邊。抵丙巳線。則變為倒景也。倒景十一度。直景則為十三度一分。倒景十度。直景則為十四度四分。倒景九度。直景則為十六度。倒景八度。直景則為十八度。倒景七度。直景則為二十度五分七釐。倒景六度。直景則為二十四度。倒景五度。直景則為二十八度八分。倒景四度。直景則為三十六度。倒景三度。直景則為四十八度。倒景二度。直景則為七十二度。倒景一度。直景則為一百四十四度也。以直景推之。亦然。

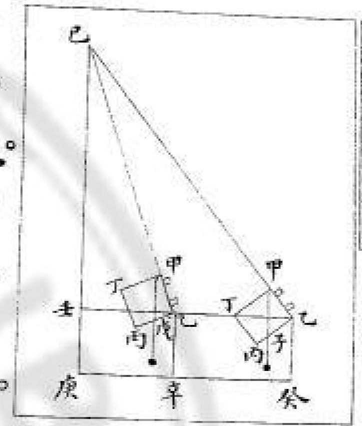
重矩測高法

通曰。測高而不知遠。此求無股之句也。法皆用直景。即權線在

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

倒景邊。亦變為直景用之。

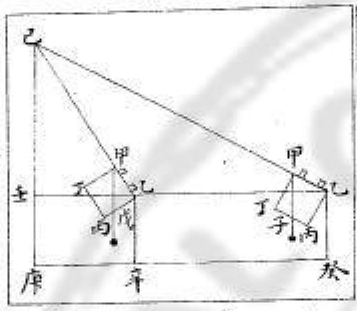
皆直景式



欲測已庚之高。先立乙辛表。目在辛上乙。權線垂戊五度。又立乙癸表。目在癸上乙。權線垂子十度。兩表相去十尺。表高四尺。為高幾何。術以兩度相減。餘五度為法。以表度十二。乘兩表相去十尺。得一百二十為實。以法除實。得二十四尺。即已至壬。加表高四尺。得二十八尺。為已庚之高。

通曰辛表為直景。癸表或有倒景之時。癸表為直景。辛表無不直景矣。

有倒景式



欲測已庚之高。先立乙辛表。權線垂戊十一度。又立乙癸表。權線垂子九度。乃倒景也。今變作直影。為十六度。兩表相去二十尺。表高四尺。為高幾何。術以十六度減十一度。餘五度為法。以表度十二。乘兩表相去二十。得二百四十為實。以法除實。得四十八尺。即已至壬。加表高四尺。得五十二尺。為已庚之高。

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

數度衍八卷目次

測圓勾股之八

李欒城測圓圖

名率

諸式

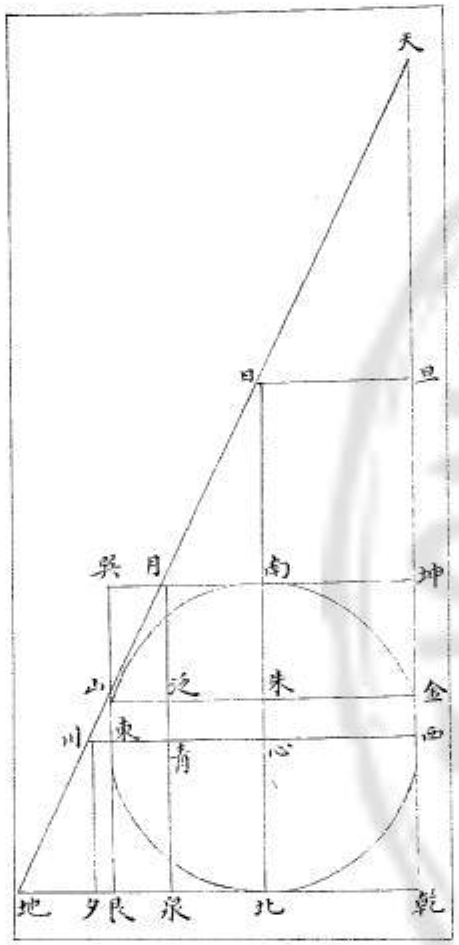
國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

數度衍卷之八

測圓勾股之八

桐城方中通衍

李欒城測圓圖



通曰。圓於三隅之中。方於一圓之外。規矩井然。而變化莫測。故規矩。有定之方圓也。方圓。無定之規矩也。

名率

天地通弦六百八十　天乾通股六百　乾地通勾三百二十
勾股和九百二十　勾股較二百八十　勾弦和一千　勾
弦較三百六十　股弦和一千二百八十　股弦較八十
弦較和九百六十　弦較較四百　弦和和一千六百　弦
和較二百四十

天川邊弦五百四十四　天西邊股四百八十　西川邊勾二
百五十六　勾股和七百三十六　勾股較二百二十四
勾弦和八百　勾弦較二百八十八　股弦和一千〇二十
四　股弦較六百四十　弦較和七百六十八　弦較較三
百二十　弦和和一千二百八十　弦和較一百九十二

天山黄廣弦五百一十　天金黄廣股四百五十　金山黄廣
勾二百四十　勾股和六百九十　勾股較二百一十　勾
弦和七百五十　勾弦較二百七十　股弦和九百六十
股弦較六十　弦較和七百二十　弦較較三百　弦和和
一千二百　弦和較一百八十

天月大差弦四百〇八　天坤大差股三百六十　坤月大差
勾一百九十二　勾股和五百五十二　勾股較一百六十

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

八　勾弦和六百　勾弦較二百一十六　股弦和七百六
十八　股弦較四十八　弦較和五百七十六　弦較較二
百四十　弦和和九百六十　弦和較一百四十四
天日上高弦二百五十五　天旦上高股二百二十五　旦日
上高勾一百二十　勾股和三百四十五　勾股較一百〇
五　勾弦和三百七十五　勾弦較一百三十五　股弦和
四百八十　股弦較三十　弦較和三百六十　弦較較一
百五十　弦和和六百　弦和較九十
日地底弦四百二十五　日北底股三百七十五　北地底勾
二百　勾股和五百七十五　勾股較一百七十五　勾弦
和六百二十五　勾弦較二百二十五　股弦和八百　股
弦較五十　弦較和六百　弦較較二百五十　弦和和一
千　弦和較一百五十
日川皇極弦二百八十九　日心皇極股二百五十五　心川
皇極勾一百三十六　勾股和三百九十一　勾股較一百
一十九　勾弦和四百二十五　勾弦較一百五十三　股
弦和五百四十四　股弦較三十四　弦較和四百〇八
弦較較一百七十　弦和和六百八十　弦和較一百〇二

日山下高弦 日朱下高股 朱山下高勾
通曰與上高率同
日月明弦一百五十三 日南明股一百三十五 南月明勾
七十二 勾股和二百○七 勾股較六十三 勾弦和二
百二十五 勾弦較八十一 股弦和二百八十八 股弦
較一十八 弦較和二百一十六 弦較較九十 弦和和
三百六十 弦和較五十四
月地黃長弦二百七十二 月泉黃長股二百四十 泉地黃
長勾一百二十八 勾股和三百六十八 勾股較一百一
十二 勾弦和四百 勾弦較一百四十四 股弦和五百
一十二 股弦較三十二 弦較和一百八十四 弦較較
一百六十 弦和和六百四十 弦和較九十六
月川上平弦一百三十六 月青上平股一百二十 青川上
平勾六十四 勾股和一百八十四 勾股較五十六 勾
弦和二百 勾弦較七十二 股弦和二百五十六 股弦
較一十六 弦較和一百九十二 弦較較八十 弦和和
三百二十 弦和較四十八
月山太虛弦一百○二 月泛太虛股九十 泛山太虛勾四

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

十八　勾股和一百三十八　勾股較四十二　勾弦和一百五十　勾弦較五十四　股弦和一百九十二　股弦較一十二　弦較和一百四十四　弦較較六十　弦和和二百四十　弦和較三十六

山地小差弦一百七十　山艮小差股一百五十　艮地小差勾八十　勾股和二百三十　勾股較七十　勾弦和二百五十　勾弦較九十　股弦和三百二十　股弦較二十　弦較和二百四十　弦較較一百　弦和和四百　弦和較六十

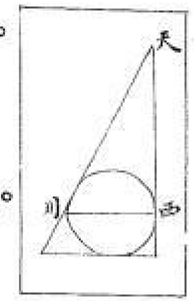
山川叀弦三十四　山東叀股三十　東川叀勾一十六　勾股和四十六　勾股較一十四　勾弦和五十　勾弦較一十八　股弦和六十四　股弦較四　弦較和四十八　弦較較二十　弦和和八十　弦和較一十二

川地下平弦　川夕下平股　夕地下平勾

通曰與上平率同

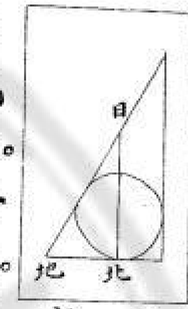
諸式

勾上容圓式　勾當圓徑之中　西川邊勾二百五十六。天西邊股四百八十。求圓徑。術　勾股相乘。得十二萬二千八百八十。倍之。得二十



四萬五千七百六十為寔。勾股求弦。得五百四十四。以并股。得一千〇二十四為法。除寔。得二百四十。為圓徑。勾弦求圓。股弦求圓。可以例推。

股上容圓式



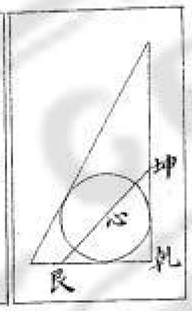
股當圓徑之中

北地底勾二百。日北底股三百七十五。求圓徑。術勾股相乘。得七萬五千。倍之。得十五萬為寔。勾股求弦。得四百二十五。以并勾。得六百二十五為法。除寔。得徑。勾弦求圓。股弦求圓。可以例推。

弦上容圓式

弦當圓徑之中

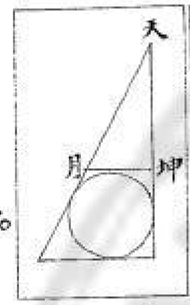
坤乾等黃長股二百四十。乾艮等黃廣勾二百四十。求圓徑。術勾股相乘。得五千七百六十。倍之。得一萬一千五百二十為寔。勾股和。得四百八十為法。除寔。得徑。坤艮弦。大圖無。



勾外容圓式

圓在勾外

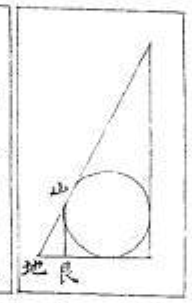
坤月大差勾一百九十二。天坤大差股三百六十。求圓徑。術勾股相乘。得六萬九千一百二十。倍之。得十三萬八千二百四十為寔。勾股求弦。得四百〇八。以并勾股較一百六十八。得弦較和五百七十六為法。除寔。得徑。即弦較較二百四十也。



股外容圓式

圓在股外

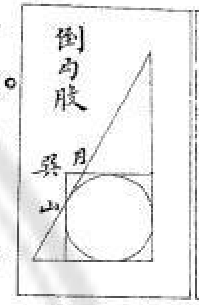
艮地小差勾八十。山艮小差股一百五十。求圓徑。術勾股相乘。倍之。得二萬四千為寔。勾股求弦。減勾股較。



滑弦較一百為法。除寔。滑徑。即弦較和二百四十也。以弦加勾股較。亦滑弦較和。

弦外容圓式

圓在弦外 巽月等太虛勾四十八。巽山等太虛股九十。



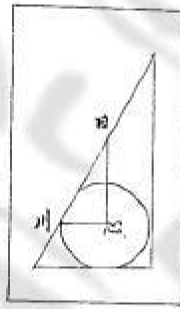
求圓徑。術勾股相乘。倍之。滑八千六百四十為寔。勾股求弦。弦減勾股和。餘弦和較三十六為法。除寔。滑徑。即弦和和也。以弦加勾股和。亦滑弦和和。

勾股上容圓式

心川皇極勾一百三十六。日心皇極股

勾股角在圓心

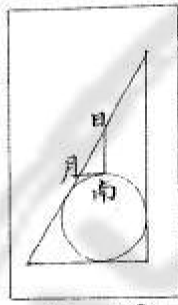
二百五十五。求圓徑。術勾股相乘。倍之。滑六萬九千三百六十為寔。勾股求弦。滑二百八十九為法。



除寔。滑徑。

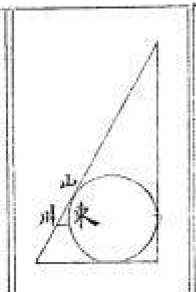
勾外容半圓式

南月明勾七十二。日南明股一百三十五。求圓徑。術勾股相乘。倍之。滑一萬九千四百四十為寔。勾股求弦。弦與勾相減。餘勾弦較八十一為法。除寔。滑徑。若不倍為寔。即除滑一百二十。為半徑。



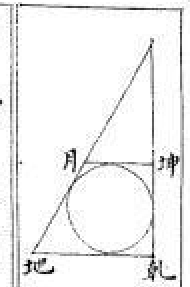
股外容半圓式

東川書勾十六。山東書股三十。求圓徑。術勾股相乘。滑四百八十為寔。勾股求弦。與股相減。餘股弦較四。為法。除寔。滑半徑。倍滑全徑。



兩勾中夾容圓式

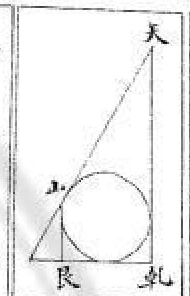
乾地通勾三百二十。坤月大差勾一百九十



二。求圓徑。術二勾乘得六萬一千四百四十為寔。二勾相併。折半。得二百五十六為法。除寔。得徑。

兩股夾容圓式

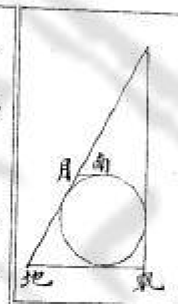
天乾通股六百。山艮小差股一百五十。求圓徑。



術二股乘得九萬為寔。二股相併。折半。得三百七十五為法。除寔。得徑。

大勾小勾容圓式

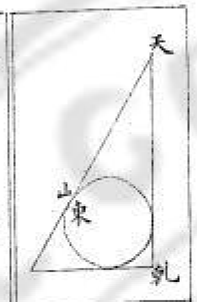
乾地通勾三百二十。南月明勾七十二。求圓徑。



術二勾乘得二萬三千〇四十為寔。以明勾七十二。為從方開之。詳少廣 得半徑。倍得全徑。

大股小股容圓式

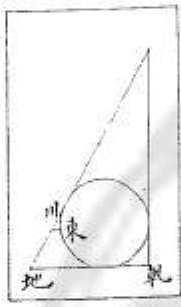
天乾通股六百。山東書股三十。求圓徑。術二股乘得一萬八千為寔。以書股三十。為從方開之。



得半徑。

大勾小餘勾容圓式

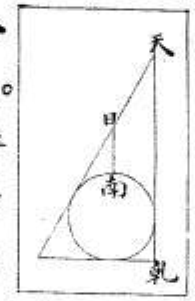
乾地通勾三百二十。東川書勾十六。求圓徑。術倍書勾。減通勾。餘二百八十八。以乘通勾。得九萬二千一百六十為寔。四因通勾。得一千二百八十。



與兩書勾三十二相減。餘一千二百四十八。為從方。四為隅法。用負隅減從開平方法除之。詳少廣 得半徑。

大股小餘股容圓式

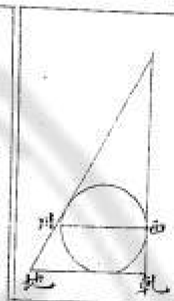
天乾通股六百。日南明股一百三十五。求圓徑。術倍明股。減通股。餘三百三十。以乘通股。得十九萬八千



為寔。三曰通股。得一千八百。與兩明股二百七十相減。餘一千五百三十。為從方。作帶縱開平方法除之。詳少廣得半徑。

大勾中勾容圓式

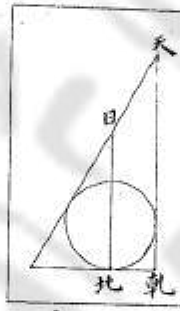
乾地通勾三百五十。西川邊勾二百五十六。



求圓徑。術倍邊勾。減通勾。餘一百九十二。乘通勾。得六萬一千四百四十為寔。以邊勾為法。除。得徑。

大股中股容圓式

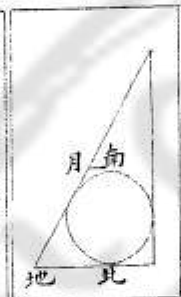
天乾通股六百。日北底股三百七十五。求圓



徑。術倍底股。減通股。餘一百五十。乘通股。得九萬為寔。以底股為法。除得徑。

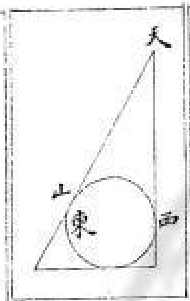
兩半勾容圓式

南月明勾七十二。北地底勾二百。求圓徑。術二勾乘得一萬四千四百為寔。即半徑冪。平方開之。得半徑。



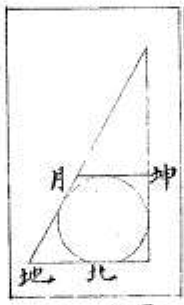
兩半股容圓式

山東䨇股三十。天西邊股四百八十。求圓徑。術二股乘得一萬四千四百為寔。平方開之。得半徑。

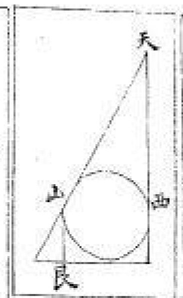


小勾半勾容圓式

坤月大差勾一百九十二。北地底勾二百。求圓徑。術二勾乘得三萬八千四百為寔。以底勾二百為從方。作帶從開平方法除之。得半徑。

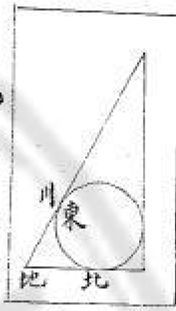


小股半股容圓式 天西邊股四百八十。十山艮小差股一百五十。



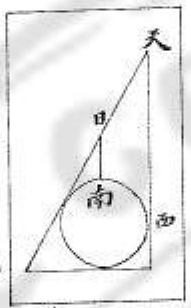
求圓徑。術二股乘得七萬二千為寔。以邊股四百八十。為從方開之。得半徑。

半勾餘勾容圓式 東川書勾十六。北地底勾二百。求圓徑。術書



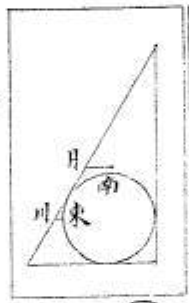
勾自乘。得二百五十六。為書勾冪。二勾相減。餘一百八十四。為二勾較。又自乘。得三萬三千八百五十六。為較冪。與書勾冪相減。餘三萬三千六百為寔。倍底勾。得四百為從方。作減從開平方法除之。詳少廣得半徑。

半股餘股容圓式 天西邊股四百八十。日南明股一百三十五。



求圓徑。術二股相減。餘三百四十五。自乘。得十一萬九千○二十五。為較冪。明股自乘。得一萬八千二百二十五。為明股冪。二冪相減。餘一十萬○八百。為寔。倍邊股。得九百六十。為益從。作減從開平方法除之。益從者長闊和也詳少廣得半徑。

又半勾餘勾容圓式 東川書勾十六。南月明勾七十二。求圓徑。

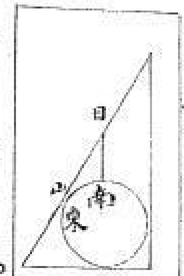


術二勾相減。餘自之。得三千一百三十六。書勾自之。得二百五十六。相減。餘二千八百八十。為寔。倍明勾。得一百四十四。為益從。作減從翻法開平方法。除得半徑。

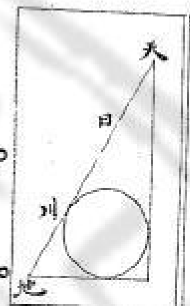
國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

又半股餘股容圓式

山東書股三十。日南明股一百三十五。求圓徑。術 二股相減。餘自之。得一萬一千〇二十五。明股自之。得一萬八千二百二十五。相減。餘七千二百為平寔。倍書股。得六十為從方。作以從減隅開平方法。除得半徑。或作添積帶從開平方法。亦可。詳少廣

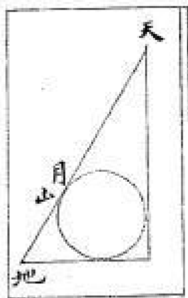


弦錯互求容圓式



天川邊弦五百四十四。日地底弦四百二十五。求圓徑。術 二弦相減。餘一百一十九。自之。得一萬四千一百六十二。底弦自之。得十八萬〇六百二十五。相減。餘十六萬六千四百六十四。為平寔。倍邊弦。得一千〇八十八為從方。作帶從開平方法。除得平弦一百三十六。即皇極勾。以減底弦。餘二百八十九。即皇極弦。以皇極勾弦。求出皇極股二百五十五。與皇極勾相乘。得三萬四千六百八十。以皇極弦為法除之。得半徑。

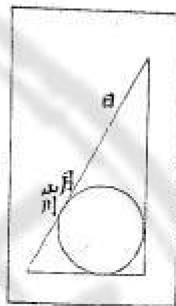
又式



天山黃廣弦五百一十。月地黃長弦二百七十二。求圓徑。術 并二弦。半之。自乘得十五萬二千八百八十一。半黃廣弦自之。半黃長弦自之。相併得八萬三十五百二十一。與十五萬二千八百八十一相減。餘六萬九千三百六十為平寔。并二弦。得七百八十二為益從。作減從開平方

法。除淂一百〇二。即太虛弦。以減黃廣弦。餘為黃極弦較和。以太虛弦減黃長弦。餘為皇極弦較較。又以黃長弦。減皇極弦較和。餘一百三十六。為皇極勾。半黃廣弦。為皇極股。以皇極勾股求通圓徑。即前勾股上容圓式

兩弦容圓式

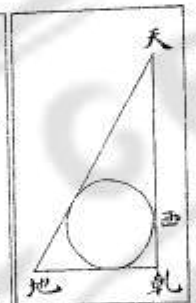


日月明弦一百五十三。山川書弦三十四。求圓徑。

術 二弦相乘。倍之。淂一萬〇四百〇四為寔。平方開之。淂一百〇二。即太虛弦。加書弦為皇極勾。加明弦為皇極股。以皇極勾股求通圓徑。

全勾半股容圓式

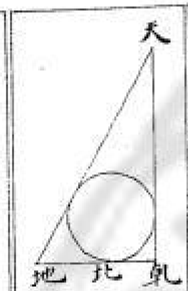
乾地通勾三百二十。天西邊股四百八十。求



圓徑。術 勾股相乘。倍之。淂三十萬〇七千二百為寔。倍邊股。并通勾。淂一千二百八十為法。除淂徑。

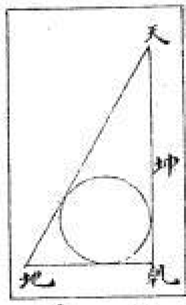
全股半勾容圓式

天乾通股六百。北地底勾二百。求圓徑。術 勾股相乘。倍之。淂二十四萬為寔。倍底勾。并通勾股。淂一千為法。除淂徑。



大勾餘股容圓式

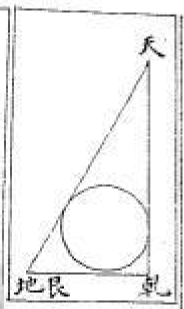
乾地通勾三百二十。天坤大差股三百六十。求圓徑。術 勾股乘淂十一萬五千二百為寔。倍大差勾股。淂七百二十為從。作減從開平方法。除淂



徑。又術 勾股相乘。倍之為寔。倍大差股為從。作帶從開平方法。

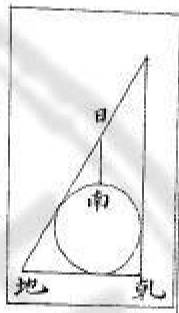
除淂徑。

大股餘勾容圓式



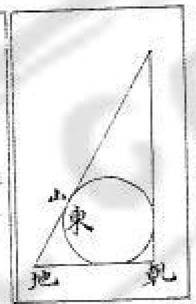
天乾通股六百。艮地小差勾八十。求圓徑。術勾股相乘。倍之。淂九萬六千為寔。倍小差勾。淂一百六十為從。作帶從開平方法。除淂徑。

又大勾餘股容圓式



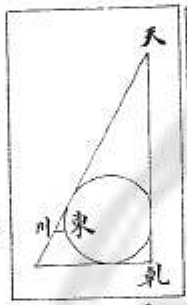
乾地通勾三百二十。日南明股一百三十五。求圓徑。術通勾自之。乘明股。淂一千三百八十二萬四千為立寔。倍明股。乘通勾。淂八萬六千四百為從方。二為隅法。作帶從負隅開立方法。詳少廣除淂半徑。

又式



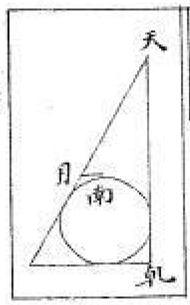
乾地通勾三百二十。山東叀股三十。求圓徑。術勾股乘淂九千六百為寔。以通勾為從方。二為隅算。作減從負隅翻法開平方法。除淂半徑。

又大股餘勾容圓式



天乾通股六百。東川叀勾十六。求圓徑。術通股自之。乘叀勾。淂五百七十六萬為立寔。倍叀勾。乘通股。淂一萬九千二百為從方。二為隅法。作帶縱負隅開立方法。除淂半徑。

又式

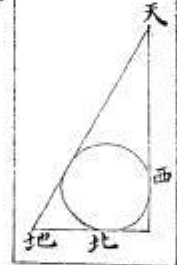


天乾通股六百。南月明勾七十二。求圓徑。術勾股乘淂三千二百為寔。以通股為從方。二為隅法。作帶從負隅開平方法。除淂半徑。

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

半勾半股容圓式

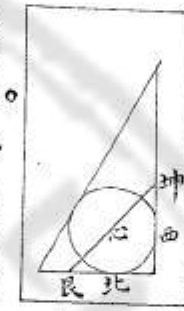
天西邊股四百八十。北地底勾二百。求圓徑。



術勾股乘得九萬六千為寔。勾股并得六百八十為從方。二為隅算。作負隅減從開平方法。除得半徑。

截勾截股容圓式

坤西等上平股一百二十。北艮等下高勾一百二十。求圓徑。

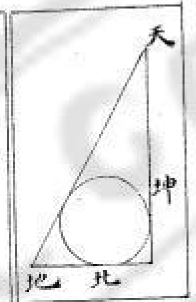


術勾股乘得一萬四千四百為寔。平方開之。得半徑。

通曰。此與前弦上容圓式。坤艮之弦。必穿圓心。乃可測算。

半勾外股容圓式

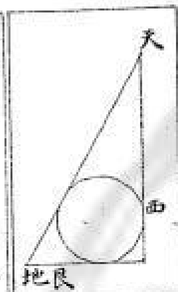
天坤大差股三百六十。北地底勾二百。求圓徑。



術勾股相乘。倍之。得十四萬四千為寔。以大差股為從方。作帶從開平方法。除得徑。

半股外勾容圓式

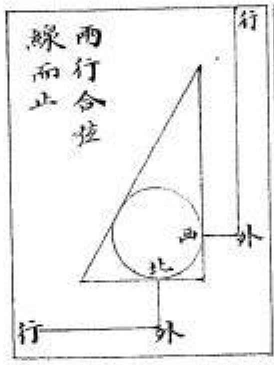
艮地小差勾八十。天西邊股四百八十。求圓徑。



術勾股相乘。倍之。得七萬六千八百為寔。以小差勾為從方。作帶從開平方法。除得徑。

餘勾半股餘股半勾容圓式

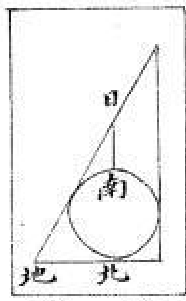
西外八步。外行四百九十五步。北外十五步。外行二百〇八步。求圓徑。



術以西外八。并北外行二百〇八。得二百一十六。兩為勾和。西外行四百九十五。并北外十五。得五百一

十為兩股和。以西外行乘兩勾和。得十萬〇六千九百二十為股乘勾昇。以西外乘兩股和。得四千零八十為勾乘股昇。兩昇相減。餘十萬〇二千八百四十。為勾股維乘差。自之。得一百〇五億七千六百六〇六萬五千六百。為三乘方寔。西行外四百九十五內。減去兩回西外共十六。餘四百七十九。與北外行二百〇八相減。餘二百七十一為股減勾差。北外行二百〇八內。減去兩回北外共三十。餘一百七十八。與西外行四百九十五相減。餘三百十七為勾減股差。二差相減。餘四十六。以乘勾股維乘差。得四百七十三萬〇六百四十為從方。二差相乘。得八萬五千九百〇七。為二差昇。兩勾和與兩股和相乘。得十一萬〇一百六十。為二和昇。倍二和昇。得二十二萬〇三百二十。倍勾股維乘差。得二十萬〇五千六百八十。以并二差昇。得五十一萬一千九百〇七。為從一廉。四回兩勾和共八百六十四。兩回股減勾差共五百四十二。相并得一千四百〇六。為從二廉。作帶從方廉開三乘方法。詳少廣即得半徑。

半勾餘股容圓式

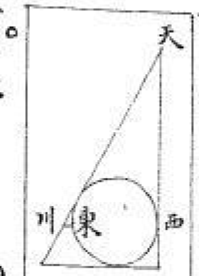


日南明股一百三十五。北地底勾二百。求圓徑。術 底勾自乘。又乘明股。得五百四十萬。又四因得二千一百六十萬。為立方寔。以明股為從廉。得

作帶從廉立方開之。得徑。詳少廣

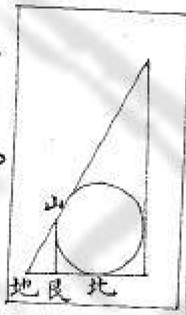
半股餘勾容圓式

東川叀勾十六。天西邊股四百八十。求圓徑。術 邊股自乘。又乘叀勾。得三百六十八萬六千四百。又四因得一千四百七十四萬五千六百。為立寔。以叀勾為從廉。作帶從廉立方開之。得徑。



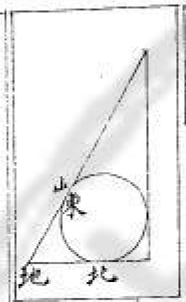
半勾小股容圓式

北地底勾二百。山艮小差股一百五十。求圓徑。術 勾股相乘。又乘小差股。得四百五十萬為寔。勾股相減。餘五十。又乘小差股。得七千五百。加勾股相乘。得三萬七千五百為法。除寔。得半徑。又術 勾股相乘為寔。倍底勾。減小差股。餘為法。除寔。得半徑。



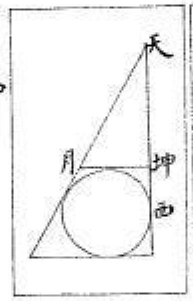
又式

北地底勾二百。山東叀股三十。求圓徑。術 勾股乘。得六千為平寔。勾股減餘一百七十為從方。作減從翻法開平方法。得半徑。



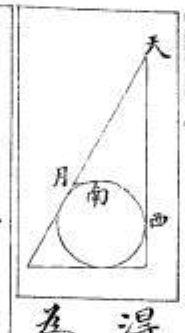
半股小勾容圓式

天西邊股四百八十。坤月大差勾一百九十二。求圓徑。術 勾股相乘。又乘大差勾。得一千七百六十九萬四千七百二十為寔。勾股減餘二百八十八。又乘大差勾。得五萬五千二百九十六。加勾股相乘。得十四萬七千四百五十六為法。除得半徑。

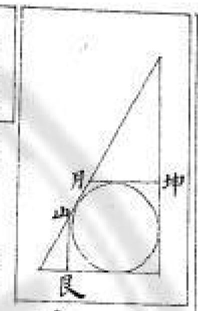


前式又術亦可用。

又式天西邊股四百八十。南月明勾七十二。求圓徑。術勾股乘得三萬四千五百六十為寔。勾股減餘。四百〇八為從方。作減從開平方法。得半徑。

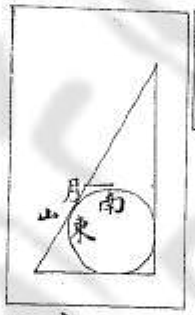


小勾小股容圓式

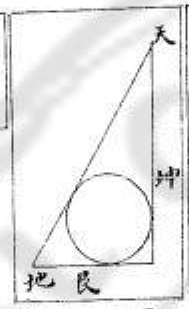


坤月大差勾一百九十二。山艮小差股一百五十。求圓徑。術勾股相乘。倍之。得五萬七千六百。平方開之。得徑。

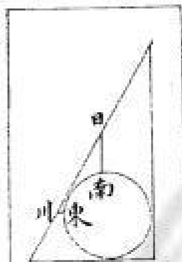
又式南月明勾七十二。山東書股三十。求圓徑。術勾股乘得二千一百六十為寔。勾股併得一百〇二為從。作以從減法翻法開平方法。得半徑。



外勾外股容圓式艮地小差勾八十。天坤大差股三百六十。求圓徑。術勾股相乘。倍之。得五萬七千六百。平方開之。得徑。

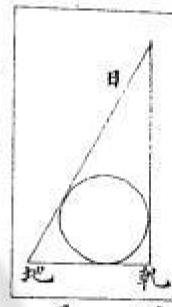


又式東川書勾十六。日南明股一百三十五。求圓徑。術勾股相乘。又自乘。得四百六十六萬五千六百。為三乘方寔。勾股相乘。倍之。得四千三百二十。又乘勾股相并。得六十五萬二千三百二十為從方。勾股相并。倍自之。得二萬二千八百〇二。勾股相減。餘自之。得一萬四千一百六十一。兩自之之数相減。餘八十六百四十。為益廉。作帶從廉添積開



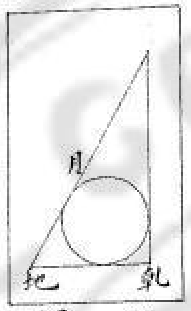
三乘方法除之。詳少廣得半徑。

大勾半弦容圓式

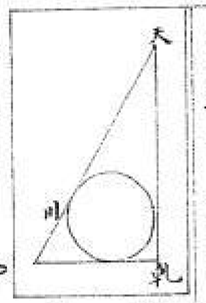


乾地通勾三百二十。日地底弦四百二十五。求圓徑。術勾弦相減。餘一百〇五。為勾弦差。以乘通勾。得三萬三千六百。又乘半通勾一百六十。得五百三十七萬六千為立寔。半通勾乘通勾。得五萬一千二百。與差乘通勾三萬三千六百相減。餘一萬七千六百為從方。倍通勾。得六百四十為益廉。作帶從減益廉開立方法除之。詳少廣得半徑。

又式乾地通勾三百二十。月地黃長弦二百七十二。求圓徑。術勾弦相減。餘四十八為勾弦差。倍差。倍通勾。相乘得六萬一千四百四十為平寔。倍差。倍通勾。相并得七百三十六為益從。二為隅法。作減從負隅翻法開平方法除之。得徑。又術倍差。乘通勾為寔。差并通勾為從。作減從開平方除之。得徑。



大股半弦容圓式

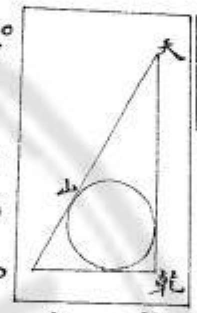


天乾通股六百。天川邊弦五百四十四。求圓徑。術股弦相減。餘五十六為差。以乘通股。得三萬三千六百。又乘半通股。得一千〇八萬為立寔。半通股乘通股。得十八萬。與差乘通股三萬三千六百相并。得二

十一萬三千六百為從方。倍通股。得一千二百為從廉。作以從廉減從方翻法開立方法除之。得半徑。以從廉添積開立方亦可。廣詳少

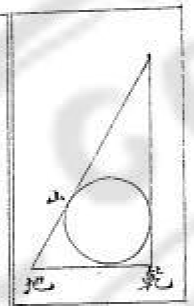
又式

天乾通股六百。天山黃廣弦五百一十。求圓徑。術股弦相減。餘九十為差。倍差。倍通股。相乘得二十一萬六千為平寔。倍差。倍通股。相并得一千三百八十為從。二為隅法。作減從負隅翻法開平方法除之。得徑。又術同前。



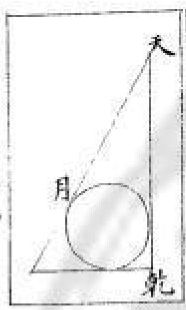
大勾外弦容圓式

乾地通勾三百二十。山地小差弦一百七十。求圓徑。術勾弦乘得五萬四千四百。通勾自之。得十萬〇二千四百。以相減。餘倍之。得九萬六千為寔。倍通勾。得六百四十為從方。作減從開平方法除之。得徑。



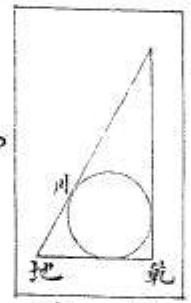
大股外弦容圓式

天乾通股六百。天月大差弦四百〇八。求圓徑。術股弦乘得二十四萬四千八百。通股自之。得三十六萬。以相減。餘倍之。得二十三萬〇四百為寔。倍通股。得一千二百為從方。作減從開平方法。除得徑。又術股弦相乘。通股自乘。相減。不必倍。即以所餘十一萬五千二百為平寔。二為隅法。作負隅開平方法亦可。



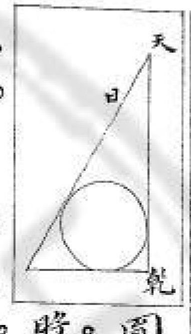
大勾截弦容圓式

乾地通勾三百二十。川地下平弦一百三十



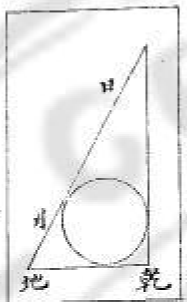
六。求圓径。術句弦相減。餘一百八十四為差。倍差。減通句。餘乘通句。得一萬五千三百六十為平寔。又倍差。得三百六十八為從方。二為隅法。作減從負隅翻法開平方法。除之。得半径。

大股截弦容圓式



天乾通股六百。天日上高弦二百五十五。求圓径。術股弦相減。餘三百四十五為差。倍差。減通股。餘九十。以乘通股。得五萬四千為平寔。倍差。為從方。二為隅算。作負隅減從開平方法。除之。得半径。

大句中弦容圓式

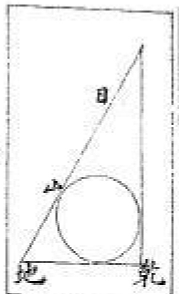


乾地通句三百二十。日川皇極弦二百八十九。求圓径。術句弦乘得九萬二千四百八十。為句乘弦昇。又自之。得五八十五億五千二百五十五萬〇四百。為三乘方寔。皇極弦自之。得八萬三千五百二十一。以乘通句。得二千六百七十二萬六千七百二十。倍之。得五千三百四十五萬三千四百四十。為從方。倍句乘弦昇。得十八萬四千九百六十。為從一廉。倍皇極弦。得五百七十八。為從二廉。二為隅算。作以廉隅減從開三乘方法除之。詳少廣得皇極句一百三十六。以皇極句弦求股。得皇極股二百五十五。句股相乘。倍之。得六萬九千三百六十為寔。以皇極弦為法。除得径。

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

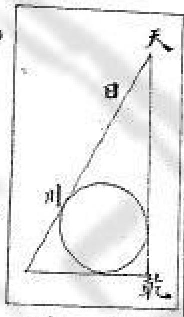
又式

乾地通勾三百二十。白山下高弦二百五十五。求圓徑。術



勾弦相乘。又乘半通勾。得一千三百〇五萬六千為立方寔。勾弦相乘。得八萬一千六百。與半通勾乘通勾。得五萬一千二百相并。得十三萬二千八百為從方。通勾三百二十為從廉。作以廉減從開立方法。（詳少廣）除得半徑。

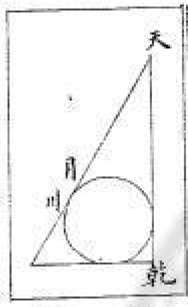
大股中弦容圓式



天乾通股六百。日川皇極弦二百八十九。求圓徑。術 股弦相乘。又自之。得三百億〇六千七百五十六萬。為三乘方寔。皇極弦自之為昇。以乘通股。又倍之。得一億〇二十二萬五千二百。為從方。股弦相乘。倍之。得三十四萬六千八百為從一廉。倍弦。得五百七十八為從二廉。二為隅算。作帶從負隅以二廉隅添積開三乘方除之。得皇極股二百五十五。勾股相乘倍為寔。以皇極弦為法。除得徑。

又式

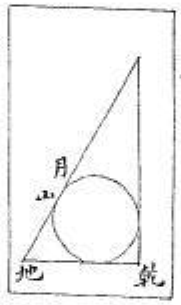
天乾通股六百。月川上平弦一百三十六。求圓徑。術 股弦



相乘。又乘半通股。得二千四百四十八萬為立寔。半通股乘通股。并通股與平弦相乘八萬一千六百。得二十六萬一千六百為從方。通股六百為從廉。以廉減從開立方法除之。得半徑。

大勾小弦容圓式

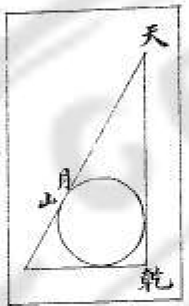
乾地通勾三百二十。月山太虛弦一百〇二



求圓徑。術通勾自之為昇。倍太虛弦乘之。得二千〇八十八萬九千六百為立寔。倍太虛弦乘通勾又加倍通勾昇。得二十七萬〇八十為從方。四通勾。得一千二百八十為從廉。四為隅算。作帶從半翻法減從負隅開立方法除之。詳少廣得半徑。又術通勾自之。與太虛弦相乘半之為立寔。勾弦相乘。加通勾自乘半之。為從方。通勾為從廉。作以廉減從開立方法除之。得半徑。

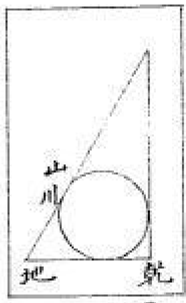
大股小弦容圓式

天乾通股六百。月山太虛弦一百〇二。求圓徑。術通股自之。乘太虛弦。又倍之。得七千三百四十四萬為立寔。倍通股。乘太虛弦。得十二萬二千四百。通股自之。又倍得七十二萬。相并。得八十四萬二千四百為從方。四通股。得二千四百為從廉。四為隅算。作帶從負隅以廉減從方開立方法除之。得半徑。用添積亦可。



又大勾小弦容圓式

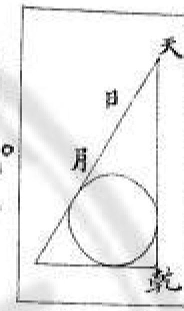
乾地通勾三百二十。山川書弦三十四。求圓徑。術通勾自之為昇。又乘通勾。得三千二百七十六萬八千。與倍書弦乘通勾昇。得六百九十六萬三千二百相減。餘二千五百八十萬〇四千八百為立寔。書弦乘通勾。得一萬〇八百八十。倍通勾昇。得二十萬〇四千八



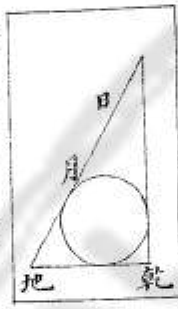
一九七三、十一、八

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

百。相減。餘十九萬三千九百二十為從方。通勾加半通勾。得四百八十為從廉。半數為隅算。作帶從以廉添積開立方法除之。得徑。　以廉減從亦可。



又大股小弦容圓式　天乾通股六百。日月明弦一百五十三。求圓徑。術　通股自之為昇。又乘通股得二億一千六百萬。與倍明弦乘通股昇得一億一千〇一十六萬相減。餘一億〇五百八十四萬為立寔。倍通股昇。得七十二萬。倍明弦乘通股。得十八萬三千六百相減。餘五十三萬六千四百為從方。六通股。得三千六百為從廉。六為隅算。作負隅減從以廉益從開立方法除之。得半徑。　以隅添積亦可。

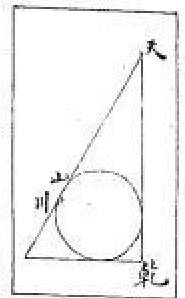


又大勾小弦容圓式　乾地通勾三百二十。日月明弦一百五十三。求圓徑。術　通勾自之為昇。勾弦相乘。為勾乘弦昇。二昇相乘。得五十億〇一千三百五十萬〇四千。為三乘方寔。明弦乘通勾昇。又三之。得四千七百萬〇一千六百為從方。倍勾乘弦昇。與通勾昇相減。餘四千四百八十為從一廉。倍通勾。得六百四十為從二廉。二為隅法。作帶從負隅以二廉減從開三乘方法除之。詳少廣　得半徑。

又大股小弦容圓式　天乾通股六百。山川叀弦三十四。求圓徑。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

一九七三、十一、八



術股弦相乘。又乘通股冪。得七十三億四千四百萬。為三乘方寔。書弦乘通股冪。又三之。得三千六百七十二萬為從方。倍股弦相乘。減通股冪。餘三十一萬九千二百為從一廉。倍通股為從二廉。二為隅算。作帶從方廉負隅以二廉減從開三乘方法除之。得半徑。

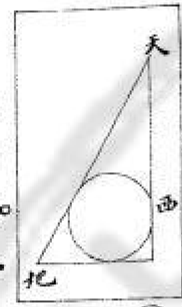
大弦半勾容圓式

天地通弦六百八十。北地底勾二百。求圓徑。

術勾弦減餘四百八十為差。勾弦并得八百八十為和。差和相乘得四十二萬二千四百。與差自乘二十三萬〇四百相減。餘十九萬二千為寔。差和并得一千三百六十為從。二為隅算。作帶從負隅開平方法除之。得半徑。

大弦半股容圓式

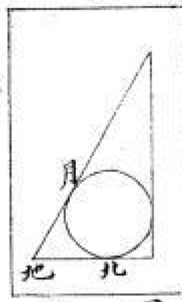
天地通弦六百八十。天西邊股四百八十。求圓徑。



術股弦減餘二百為差。股弦并得一千一百六十為和。差和相乘。得二十三萬二千。與差自乘四萬相減。餘十九萬二千為寔。差和相并。得一千三百六十為從方。二為隅算。作帶從負隅開平方法除之。得半徑。

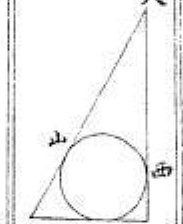
半弦半勾容圓式

月地黃長弦二百七十二。北地底勾二百。求圓徑。



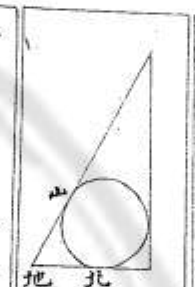
術勾弦減餘七十二為差。乘底勾。得一萬四千四百為半徑冪。四之。為全徑冪。平方開得徑。

半弦半股容圓式



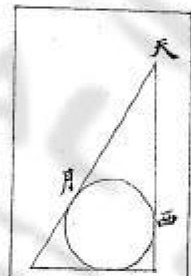
天山黄廣弦五百一十。天西邉股四百八十。求圓径。術股弦減餘三十為差。乘邉股。得一萬四千四百。平方開之。得半径。

外弦半勾容圓式



山地小差弦一百七十。北地底勾二百。求圓径。術勾弦減餘三十為差。乘底勾。得六千為寔。小差弦為従。作減従翻法開平方法。除得半径。

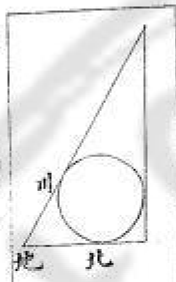
外弦半股容圓式



天月大差弦四百〇八。天西邉股四百八十。求圓径。術股弦減餘。乘邉股。得三萬四千五百六十為寔。大差弦為従。作減従開平方法。除得半径。

截弦半勾容圓式

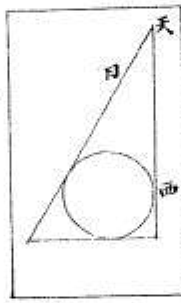
川地下平弦一百三十六。北地底勾二百。求圓径。術倍勾弦相減。餘一百二十八。減底勾。餘七十二。又乘底勾。得一萬四千四百。平方開之。得半



径。又術倍平弦。減底勾。餘七十二。乘底勾亦同。

截弦半股容圓式

天日上高弦二百五十五。天西邉股四百八十。求圓径。術倍高弦。減邉股。餘三十。乘邉股。得半径弁。平方開得半径。又術股弦減餘。自之。得上高



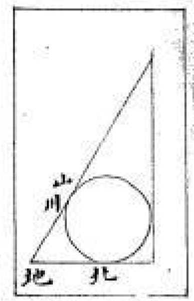
股弁。高弦自之。得弦弁。二弁相減。開其餘為上高勾。即半径。

小弦半勾容圓式

山川書弦三十四。北地底勾二百。求圓径。術

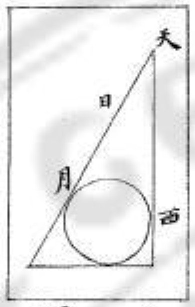
一九七三、十一、八

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.



底勾內。減二書弦。餘一百三十二。乘底勾。得二萬六千四百。又以書弦昇二千一百五十六。乘得三千〇五十一萬八千四百為三乘方寔。倍底勾。乘書弦昇。得四十六萬二千四百為從方。勾弦相減。差自之。得二萬七千五百五十六為從一廉。勾弦相減。差倍之。得三百三十二為從二廉。作帶從方廉以二廉減從開三乘方法除之。得書股三十。以書股弦求勾。以書勾股求徑。即前股外容半圓也

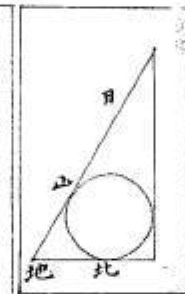
小弦半股容圓式 日月明弦一百五十三。天西邊股四百八十。求圓徑。術邊股內。減二明弦。餘一百七十四。乘邊股。得八萬三千五百二十。又以明弦昇二萬三千四百〇九。乘得一十九億五千五百一十一萬九千六百八十。



為三乘方寔。明弦昇乘邊股。又倍之。得二千二百四十七萬二千六百四十為從方。股弦減餘。自之。得十萬〇六千九百二十九為從一廉。股弦減餘。倍之。得六百五十四為從二廉。作帶方廉以二廉減從開三乘方法除之。得明勾七十二。以明勾弦求股。以明勾股求徑。即前勾外容半圓也

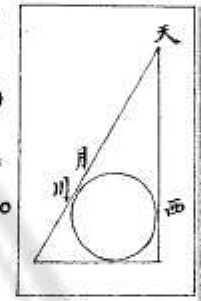
又小弦半勾容圓式 日山下高弦二百五十五。北地底勾二百。求圓徑。術底勾自之為昇。乘高弦。得一千〇二十萬為立寔。底

勾幂為從方。高弦為從廉。作帶從方廉開立方法。除得半徑。



又小弦半股容圓式

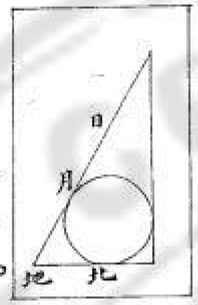
月川上平弦一百三十六。天西邊股四百八十。求圓徑。術邊股自之為幂。乘平弦。得三千一百三十三萬四千四百為立寔。邊股幂為從方。平弦為從廉。作帶從方廉開立方法。除得半徑。



通曰。右式與上高弦同。此式與下平弦同。

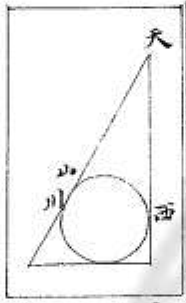
又小弦半勾容圓式

日月明弦一百五十三。北地底勾二百。求圓徑。術半底勾。乘明弦。得一萬五千三百為平寔。勾弦相并。半之。得一百七十六為從方。半為隅算。作帶從負隅開平方法除之。得明勾七十二。以明勾弦求股。以明勾股求徑。即前勾外容半圓也



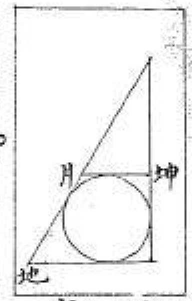
又小弦半股容圓式

山川叀弦三十四。天西邊股四百八十。求圓徑。術半叀弦。乘邊股。得八千一百六十為寔。股弦并。半之。得二百五十七為從方。半為隅法。作帶從負隅開平方法除之。得叀股。乘邊股。得半徑幂。



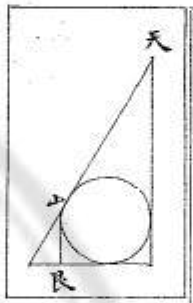
半弦小勾容圓式

月地黃長弦二百七十二。坤月大差勾一百九十二。求圓徑。術倍大差勾。與黃長弦相減。餘一百一十二為



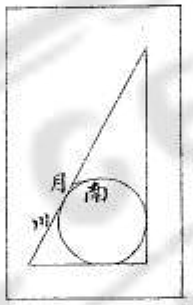
差。自之。得一萬二千五百四十四。與黃長弦冪相減。餘六萬一千四百四十為寔。四差。得四百四十八為從。八為益隅。作以帶從減隅開平方法。除得半徑。

半弦小股容圓式 天山黃廣弦五百一十。山艮小差股一百五十。求圓徑。術倍小差股。與黃廣弦相減。得差二百一十。自之。得四萬四千一百。與黃廣弦冪相減。餘



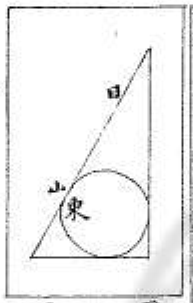
二十一萬六千為寔。四差。得八百四十為從。八為隅。作以隅減從開平方法。除得半徑。

小弦截勾容圓式 月川上平弦一百三十六。南月明勾七十二。



求圓徑。術勾弦相減。差自之。得四千〇九十六。與上平弦冪相減。餘一萬四千四百。即半徑冪。半徑即平股也。

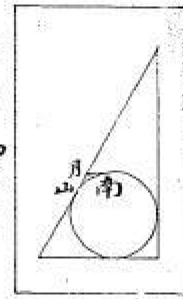
小弦截股容圓式 日山下高弦二百五十五。山東書股三十。求圓徑。術股弦減餘。自之。得五萬〇六百二十五。為高股冪。又與高弦冪相減。餘一萬四千四百。即半



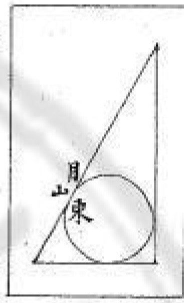
徑冪。半徑即高勾也。

又小弦截勾容圓式 月山太虛弦一百〇二。南月明勾七十二。求圓徑。術勾弦減餘。倍之。乘明勾。得四千三百二十為寔。又倍

寔。得八千六百四十。與太虛弦并相減。餘一千七百六十四。平方開之。得四十二。為太虛勾股較。以較為從。開其寔。得四十八。為太虛勾。加較為股。并弦為弦和和。即徑。



又小弦截股容圓式



月山太虛弦一百〇二。山東叀股三十。求圓徑。術股弦相減。餘乘叀股。又四之。得八千六百四十。與太虛弦并相并。得一萬九千〇四十四為寔。平方開之。得三百三十八。為太虛勾股和。加太虛弦。即得徑二百四十。

數度衍卷九之十二 少廣章二

CENTRAL LIBRARY

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY TAIWAN R.O.C

數度衍九卷目次

方圓少廣之一

諸率

方內容圓圓內容方率說

方內容圓法

圓內容方法

立方內容立圓法

立圓內容立方法

平方求積法

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

平圓求積法
立方求積法
立圓求積法
方環求積法
圓環求積法
四破合環法
二破至九破率說
合破成立圓法
方內容弧矢六角八角法
方內容小圓法
圓內容小方法
圓內容錠形法
大平方內容小平圓求積圓法
大立方內容小立圓求積圓法
大平圓內容小平圓求積圓法
大立圓內容小立圓求積圓法

弧矢弦 少廣之二

弧矢解

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN R.O.C.

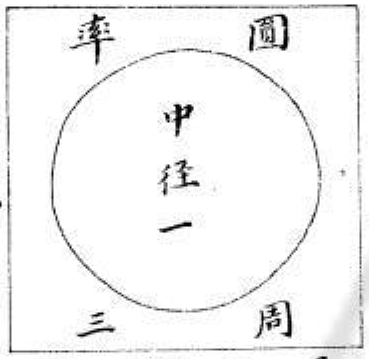
圓內截積求弦矢法
弧積離徑求矢弦弧背圓徑半徑法
弧矢內股弦求勾法
弧矢內勾弦求股法
圓徑直方闊求兩弧矢積法

數度衍卷之九少廣章

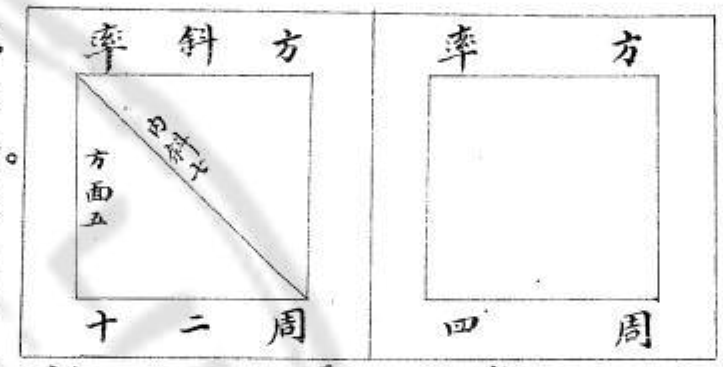
桐城方中通衍

方圓少廣之一

諸率

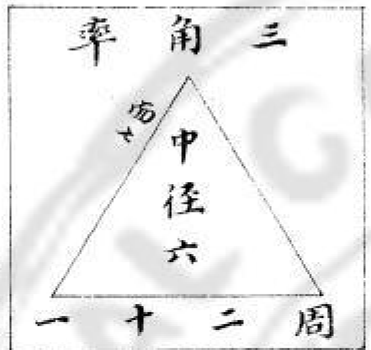


通曰。求積者。用徑一圍三。度天者。用徑七周二十二。然徑一則圍三有餘。徑七則周二十二不足。今測以徑十七。周五十二。其率較細。大約四形之率。惟方率無差。他皆無準。方斜七而強。角面七而弱。圓率從難推求。惟舉成數而已。



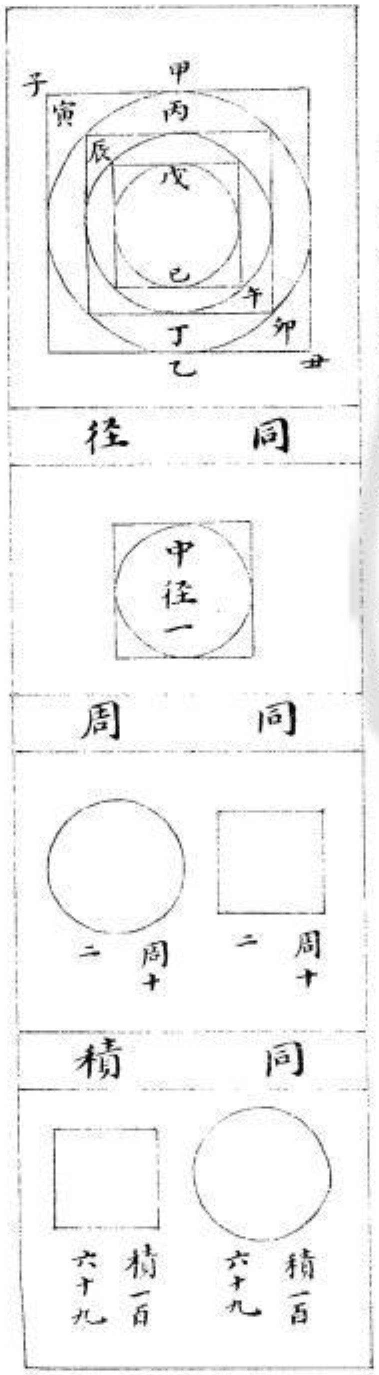
通曰。方形剖周為四面。面與中徑等。四面即四徑也。圓以三為率。徑求周。以徑乘率。周求徑。以率除周。方以四為率。徑求周。以徑乘率。周求徑。以率除周。

通曰。此勾股弦也。勾股皆五。各自乘。并之為五十。開方。則弦七有零。七自之。惟四十九。較五十之開方。則少一數矣。今方斜以五七為率。方求斜。以斜七乘方面。以方五除之。斜求方。以方五乘內斜。以斜七除之。



通曰。此亦勾股弦也。中徑為股。半面為勾。各自乘。并為四十八二五。開方則七不足矣。今三角以六七為率。面求徑。以徑六乘面。以面七除之。徑求面。以面七乘徑。以徑六除之。

方內容圓圓內容方率說



通曰。數始於一。圓徑一。則周三。方徑一。則周四。兩周相乘。淂十二。故方圓相容之率。皆十二也。丁乙矢七。已丁矢必五。卯丑隅七。午卯隅必五。子丑方周七。寅卯方周必五。甲乙圓周七。丙丁圓周必五。甲乙方圓徑七。丙丁方圓徑必五。七五并為十二。故曰皆十二也。推而求之。萬重皆然。此方圓之分率也。徑同。則圓周圓積皆不及方。周同。則方徑方積皆不及圓。積同。則圓周不及方周。方徑不及圓徑。何也。徑同以一言之。圓徑一。周三。方徑一。周四。圓周不及方周四分之一矣。又以三言之。圓徑三。積七。方徑三。積九。圓積不及方積九分之二矣。周同以十二言之。方周十二。積九。圓周十二。積十二。方積不及圓積十二分之三矣。又方周十二。徑三。圓周十二。徑四。方徑不及圓徑四分之一矣。積同以一百六十九言之。圓積一百六十九。則周四十五。方積一百六十九。則周五十二。圓周不及方周五十二分之七矣。又方積一百六十九。則徑十三。圓積一百六十九。則徑十五。方徑不及圓徑十五分之二矣。此方圓之合率也。至其容之大小。巻較容。茲不具論。

通曰。石齋先生之天方圖。九方九圓。外方積一萬六千三百八十四。如率推之。庇冪盡淂。余別錄焉。

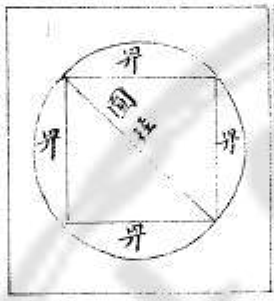
方內容圓法

方面求圓積庣積式

方面十二。問圓積庣積若干。曰圓積一百四十七。庣積四十九。術以方面十四自乘。得方積一百九十六。以七五乘之。得一萬四千七百。降二位。為圓積一百四十七。以二五乘方積。得四千九百。降二位。為庣積四十九。法有二位故降二位又術以方面折半為七。又折半為三五。自乘得十二二五。為一庣積。以四乘之。得四十九。以減方積。得圓積。七五乘二五乘說見後

圓內容方法

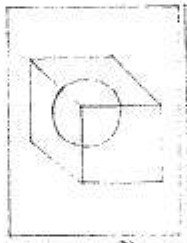
圓徑求方積冪積式



圓徑十四。問方積冪積各幾何。曰方積一百。冪積四十七。術以圓徑十四。乘方斜面率五。得七十。以方斜率七除之。得一十。為內方面。自乘得方積一百。用圓徑求圓積。詳後得一百四十七。以減方積。餘四十七為冪積。

立方內容立圓法

立方面求立圓積立庣積式

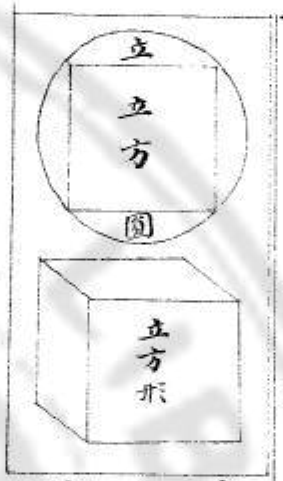


立方面十六。問立圓積立庣積各幾何。曰立圓積二千三百〇四。立庣積一千七百九十二。術通曰。以立方面十六自乘。得二百五十六。再

乘十六。得四千零九十六。為立方積。以十六除之。得二百五十六。以九乘之。得二千三百零四為立圓積。二積相減。餘一千七百九十二為立庣積。九乘十六除說見後

立圓內容立方法

立圓徑求立方積立昇積式



立圓徑十七。問立方積立昇積各幾何。曰立方積一千七百七十一五六一。立昇積九百九十一九九九。術通曰。以立圓徑十七。用徑求積法。詳後得二千七百六十三五六零為立圓積。以圓徑為立方斜。乘方斜面率五。得八十五。以方斜率七除之。得一十二一零。自乘得一百四十六四一。再乘一十二一。得一千七百七十一五六一。為立方積。二積相減。餘九百九十一九九九。為立冪積。通曰。凡方內容圓。圓內容方。必彼此相切。方可立算。

平方積求法 即開平方之還原也

徑求積式 徑三十二。為積幾何。曰積一千○二十四。術以徑三十二自乘。得一千○二十四為積。

周求積式 周一百二十八。為積幾何。曰積一千○二十四。術以周一百二十八。用四除之。得三十二為徑。自乘得積。

平圓求積法 即開平圓之還原也

徑求積式 徑六。為積幾何。曰積二十七。術 徑六自乘。得三十六。以三乘之。得一百〇八。以四除之。得二十七為積。又術 徑六自乘。得三十六。以七五乘之。得二千七百。降二位。得二十七。亦合。

三乘四除說見後

周求積式 周十八。為積幾何。曰積二十七。術 周十八自乘。得三百二十四。以十二除之。得二十七為積。十二除說見後

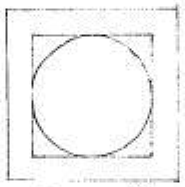
周徑求積式 徑六周十八。為積幾何。曰積二十七。術 徑六與周十八相乘。得一百〇八。以四除之。得二十七為積。

通曰。此與三乘四除同。徑一周三故也。

半周求積式 半周九。為積幾何。曰積二十七。術 九自乘。得八十一。以三除之。得二十七。三除說見後

半徑求積式 半徑三。為積幾何。曰積二十七。術 三自乘。得九。以三乘之。得二十七。三乘說見後

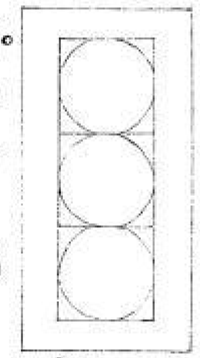
半周半徑求積式 半周九。半徑三。為積幾何。曰積二十七。術 九與三相乘。得二十七。

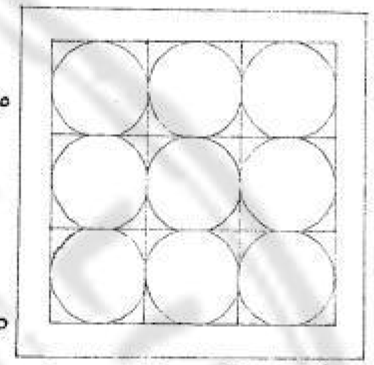


通曰。方徑自乘。得方形。以此方形積。均分作四股。圓形內得三股。四角共得一股。故用七五乘者。四分十之三

也。用二五乘者。四分十之一也。

通曰。徑用三乘。得長方形。即周徑相乘也。此內容圓形者三。而三圓形之庇積。又成一圓形之積。以此一圓并三圓而為四。故三乘者。用四除也。





通曰。周自乘。得大方形。此內有方形九。而容圓形者亦九。三圓形之庇積。成一圓形之積。則九圓形之庇積。必成三圓形之積矣。以此三圓并九圓而為十二。故用十二除也。

通曰。半周自乘。得全周自乘四分之一。故用三除。蓋三除者。十二除四分之一也。半徑自乘與庇積等。三其庇積而成圓積。故用三乘也。

立方求積法 即開立方之還原也

徑求積式 徑三十二。為積幾何。曰積三萬二千七百六十八。術 徑三十二。自乘得一千〇二十四。又乘三十二。得三萬二千七百六十八為積。

立圓求積法 即開立圓之還原也

徑求積式 徑四十八。為積幾何。曰積六萬二千二百〇八。術 徑四十八自乘。得二十三百〇四。再乘四十八。得十一萬〇五百

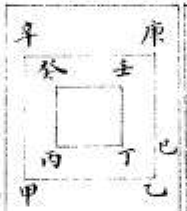
國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

九十二。以九乘之。得九十九萬五千三百二十八。以十六除之。得六萬二千二百〇八為積。

周求積式 周一百四十四。為積幾何。曰積六萬二千二百〇八。術周一百四十四自乘。得二萬〇七百三十六。再乘一百四十四。得二百九十八萬五千九百八十四。以四十八除之。得六萬二千二百〇八為積。

通曰。立圓徑自乘再乘。乃立圓外之立方積也。九回立方積。即十六回立圓積。故以九乘十六除也。立圓周自乘再乘。乃二十七回立方積也。即四十八回立圓積。故以四十八除也。益二十七者。三回九也。四十八者。三回十六也。而周求積之不用二十七乘者。周已大於徑三回。故不用三回九之二十七乘也。

方環求積法

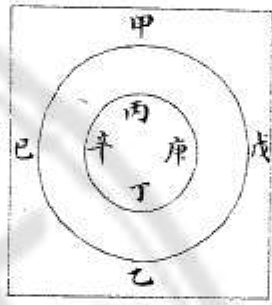


外方內方求環積式 外方甲乙二十。內方丙丁一十。為環積幾何。曰積三百。術以甲乙二十自乘。得四百。為庚辛乙甲全積。以丙丁一十自乘。得一百。為壬癸丁丙內積。二積相減。餘三百。為庚壬丙甲環積。又術以甲乙二十。并丙丁一十。為三十。倍之。得六十。為通環之長。以丙丁減甲乙。餘一十。折半得五。即丁至己為環積。以闊乘長。得三百為環積。

通曰。并外方四面得八十。并內方四面得四十。又相并為一百二十。折半。得六十。亦合環長。

圓環求積式法

外周內周求環積式 外周甲戊乙己四十八。內周丙庚丁辛二十四。為環積幾何。曰積一百四十四。術以甲戊乙己四十八自乘。得三千三百○四。以十二除之。得一百九十二。為甲乙戊己全積。以丙庚丁辛二十



四自乘。得五百七十六。以十二除之。得四十八。為丙庚丁辛內積。二積相減。餘一百四十四為甲丙戊庚環積。又術以外周三折。得全徑十六。以內周三折。得內徑八。兩徑相減。餘八。折半。得四。即甲至丙為環闊。以三乘闊。得十二。減外周餘三十六。為通環之長。以闊乘長。得一百四十四為環積。

內周外周求環徑式 即環闊也 術以外周四十八。減內周二十四。餘二十四。以六除之。得四。為環徑。即甲至丙。

內周環徑求外周式 術以六乘環徑四。得二十四。并內周二十四。得四十八。為外周。

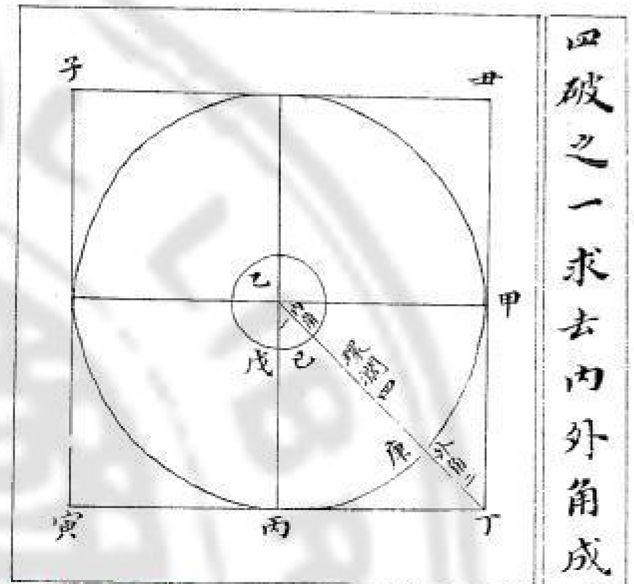
外周環徑求內周式 術以六乘環徑四。得二十四。減外周四十八。餘二十四。為內周。

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

通曰。圓以六包一。故用六乘六除也。詳外包

四破合環法

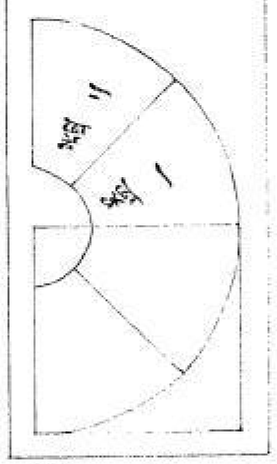
四破之一求去內外角成環式



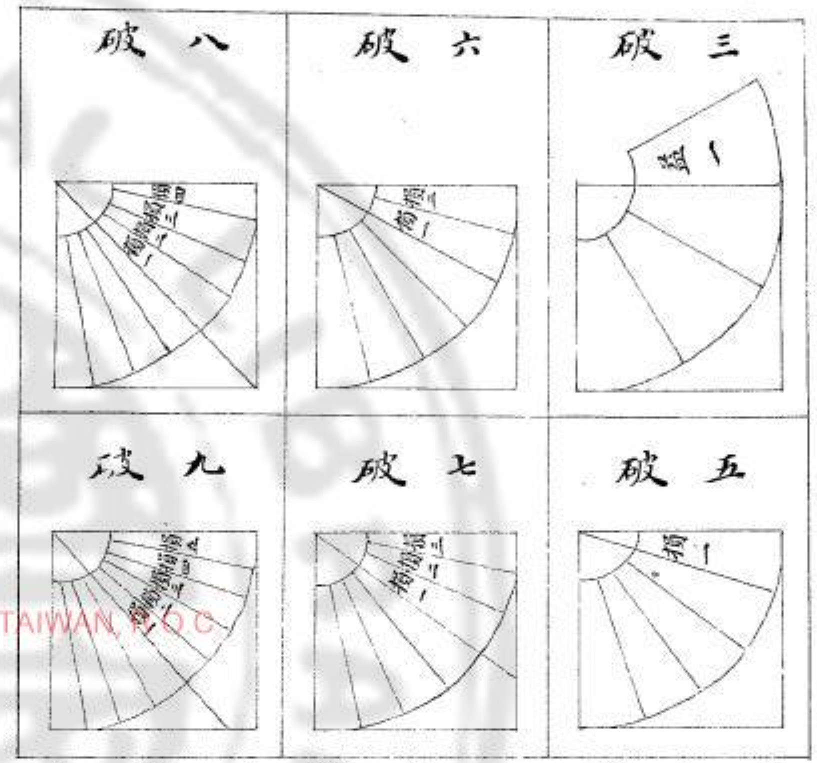
欲於丑寅大直角方形內。成圓環。外周切方邊。內周六。間於甲丙小直角方形內。去內角外角各幾何。曰內角去乙巳一。外角去庚丁二。術通曰。先於甲丙形。用方斜率法。求得乙至丁為七。乙至丙為五。乃以三除內周六。得二。為內徑。半之。得一。為半徑。即甲丙形之內角乙巳一也。去之。乙丙五內。減等乙巳之乙戊一。尚存戊丙四。為環濶。又於乙丁斜七。減內角乙巳一。又減等戊丙之巳庚四。尚餘庚丁二。是為外角應去者也。甲丙形為一破。加丑乙。子乙。寅乙。三破。而環成矣。故曰四破合環。

二破至九破率說

二破



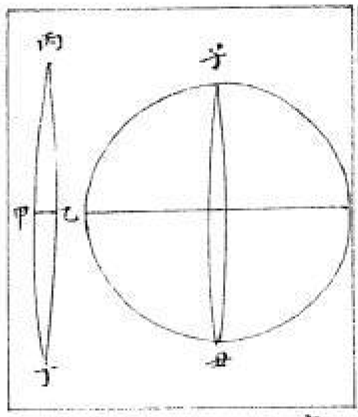
通曰。以前式四破之一為率。二破得率二分之四。益率二分之二。而成二破之一也。三破得率三分之四。益率三分之一。而成三破之一也。五破得率五分之四。損率五分之一。而成



五破之一也。六破得率六分之四。損率六分之二。而成六破之一也。七破得率七分之四。損率七分之三。而成七破之一也。八破得率八分之四。損率八分之四。而成八破之一也。九破得率九分之四。損率九分之五。而成九破之一也。萬億皆然。蓋四破得方圓四分之一。故以四破為率。二破者倍之。八破者半之。破愈多而分愈細也。至彼此互變。皆以率通。或五變六。或八變七。以所變之大七為法。分其應變之五八一破。多益少損。無不適合。

合破成立圓法

式 欲成子丑立圓形。為破幾何。術通曰。以圓周剖之。周大則剖多。周小則剖少。以剖後之一破。腰無圓形而止也。如以子丑圓周。剖為三十二破。一破如丙丁甲乙形。甲乙平而不圓矣。又以丙丁甲乙剖為二。如丙甲乙。甲乙丁。兩形。而兩形必



等。則三十二其丙丁甲乙形。而成立圓。六十四其丙甲乙形。亦成立圓也。葢丙至丁半周也。十六其甲乙。亦半周也。

方內容弧矢六角八角法

直方內容弧矢形式

方長十四。方濶七。問弧內積。二角餘積。各幾何。曰弧內積七十三五。二角餘積二十四五。

術 方長十四。即弦。方濶七。即矢。相并得二十一。折半。得十〇五。以矢七乘之。得七十三五。為弧內積。方長十四。方濶七。相乘得九十八。為全積。以減弧內積。餘二十四五。為二角積。折半得十二二五。為一角積。

通曰。以弦十四。折半得七。又折半得三五。乘矢七。得二十四五。亦合二角積。

直方內容六角形式

方長二十。方濶十八。六角面十。問六角內積。四角餘積。各幾何。曰六角內積二百七十。四角餘積九十。

術 以方長二十。減六角半面五。餘十五。以方濶十八乘之。得二百七十。為六角內積。以角外餘長五。折半得二五。乘角外餘濶九。得二十二五。為一角積。以四乘之。得九十。為四角積。

通曰。以餘長五。餘濶九。相乘得四十五。倍之。得九十。亦合四角積。

積。

方內容八角形式

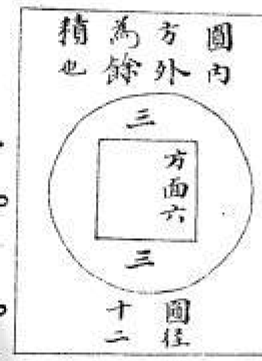
八角面七。問八角內積。四角餘積。各幾何。曰八角內積二百三十九。四角餘積五十。術以五乘八角面七。得三十五。以七除之。得五。為角外餘方。倍之。得十。為上下兩餘方。加八角面七。得十七。為大方面。自乘得二百八十九。為全積。以角外餘方五。自乘得二十五。倍之。得五十。為四角積。以減全積。餘二百三十九。為八角內積。

通曰。以餘方五。自乘得二十五。折半。得十二五。為一角積。此式乃斜求方也。四隅角面即方斜。餘方即方斜面。故用五乘七除。

方內容小圓法

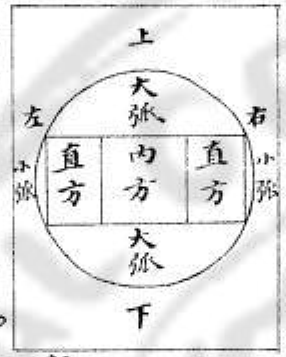
式 餘積二千四百。圓退離方退十。問方面圓徑各幾何。曰方面六十。圓徑四十。術以離退十自乘。得一百。以三乘得三百。加餘積二千四百。得二千七百為實。以六乘離退十。得六十為從方。用帶從開平方法除之。得三十。詳十二卷倍之。得六十。為方面。以方面減兩離退二十。餘四十。為圓徑。

圓內容小方法



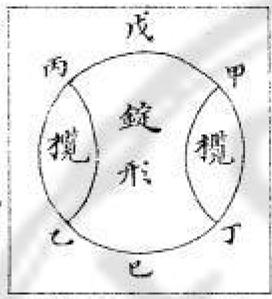
式 餘積七十二。離邊三。問圓徑方面各幾何。曰圓徑十二。方面六。術以離邊三自乘。得九。以四乘之。得三十六。倍餘積。得一百四十四。相并。得一百八十為寔。以離邊三乘八。得二十四。為縱方。用帶從開平方法除之。得六。詳十二卷為半徑。倍之。得十二。為圓徑。以圓徑自乘。得一百四十四。以三乘得四百三十二。以四除得一百〇八。以減餘積七十二。餘三十六。平方開之。得六。為方面。

又式 圓徑九步七分五釐。離邊三步。問內方積。上下大弧積。左右兩直方積。左右兩小弧積各幾何。曰內方積十四步〇六釐二毫五絲。大弧積各十八步。直方積各九步八分四釐三毫七絲五忽。小弧積各七分七釐三毫四絲三忽七微五纖。術以圓徑折半。得四步八分七釐五毫。自乘得二十三步五七分六釐五毫。以半徑減離邊。餘一步八分七釐五毫。自乘得三步五分一釐五毫。兩自乘相減。餘二十步〇二分五釐。平方開之。得四步五分。倍之得九步。為大弧弦。用弧矢法。詳後得弧積十八步。以圓徑減兩離邊。餘內方面三步七分五釐。自乘得十四步〇六釐二毫五絲。為內方積。以大弧弦九步。減內方面三步七分五釐。餘五步二分五釐。折



半得二步六分二釐五毫。為直方濶。與內方面（即直方長）相乘。得九步八分四釐三毫七絲五忽。為直方積。內方面即小弧弦。以圓徑減大弧弦九步。餘七分五釐。折半得三分七釐五毫。為小弧矢。用弧矢法。得小弧積七分七釐三毫四絲三忽七微五纖。以大弧積倍之。得三十六步。以直方積倍之。得十九步六分八釐七毫五絲。以小弧積倍之。得一步五分四釐六毫八絲七忽五微。以諸倍數。與內方積十四步〇六釐二毫五絲相并。得七十一步二分九釐六毫八絲七忽五微。為全圓之積。

圓內容錠形法



$\boxed{\text{式}}$圓徑十四。問錠內積。兩欖餘積。各幾何。曰錠內積一百。兩欖餘積四十八。術以五乘圓徑十四。得七十。以七除之。得十。即圓內容方邊。自乘得一百。即容方積。即錠內積也。以圓徑十四。減容方邊十。餘四。即欖腰濶。折半得二。加容方邊十。得十二。乘腰濶四。得四十八。即兩欖積。

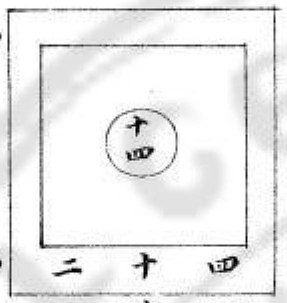
又術以錠長十四。（即圓徑）自乘得一百九十六。折半得九十八。加二得一百。為錠積。

通曰。圓內容錠。與圓內容方等者。何也。蓋截方兩腰之半。補上下而成錠。截錠上下之等半腰者。補兩腰而成方也。故圓徑即

錠長。錠斜即圓徑，戊巳。丙丁。甲乙。皆等也。丙丁。甲乙。皆方斜也。丙乙。甲丁。皆容方邊也。故用五乘七除。此斜求方耳。以圓徑求積。得一百四十七。今兩積合為一百四十八。而多一者。葢欖長即容方邊。自乘百內多一也。錠長自乘而加二者。葢百內少二。斜求積之差也。

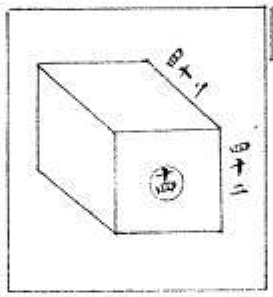
大平方內容小平圓求積圓法

式 大方面四十二。小圓徑十四。問積圓。積空成圓。共積圓共幾何。曰積圓九。積空成圓三。共積圓十二。術 通曰。以小圓徑十四。除大方面四十二。得三。自乘得九。即為積圓九也。用前方內容



圓法。每一小圓。得內積一百四十七。為圓寔。得庣積四十九。為庣寔。以積圓九乘庣寔。得四百四十一。為隅空。以圓寔除隅空。得三。即為積空成圓三也。加積圓九。得十二。即為共積圓十二也。

大立方內容小立圓求積圓法



式 大方面四十二。小圓徑十四。問積圓。積空成圓。共積圓各幾何。曰積圓二十七。積空成圓二十一。共積圓四十八。術 通曰。以小圓徑十四。除大方面四十二。得三。自乘得九。再乘三。得二十七。即為積圓二十七也。

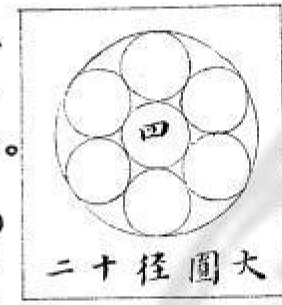
國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

用前立圓求積法。每一小立圓。得內積一千五百四十三五為圓寔。以大方面自乘。得一千七百六十四。再乘得七萬四千〇八十八。為全方寔。以積圓二十七乘圓寔。得四萬一千六百七十四五。為全圓寔。以全圓寔減全方寔。餘三萬二千四百一十三五。為隅空。以圓寔除隅空。得二十一。即為積空成圓二十一也。加積圓二十七。得四十八。即為共積圓四十八也。

通曰。前式三分益一也。圓居方四分之三。庛居方四分之一。則庛必居圓三分之一矣。遇三加一。九故加三也。此式九分益七也。立圓居立方十六分之九。立庛居立方十六分之七。則立庛必居立圓九分之七矣。遇九加七。二十七。故加二十一也。

大平圓內容小平圓求積圓法

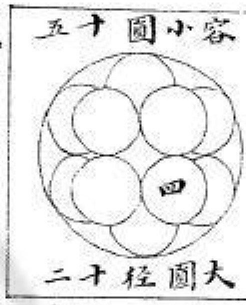
式 大圓徑十二。容積圓七。小圓徑四。問積空成圓。共積圓。各幾何。曰積空成圓二。共積圓九。



術 通曰。以大圓徑十二。用前平圓求積法。得全積一百〇八。為全圓寔。以小圓徑四。亦如法得內積十二。以乘積圓七。得八十四。為小圓寔。二寔相減。餘二十四。為隅空。以內積十二除隅空。得二。即為積空成圓二也。加積圓七。得九。即為共積圓九也。

大立圓內容小立圓求積圓法

式 大立圓徑十二。容積立圓十五。小立圓徑四。問積空成立圓。共積立圓。各幾何。曰積空成立圓十二。共積立圓二十七。



術通曰。以大立圓徑十二。用前立圓求積法。得全積九百七十二。為全立圓寔。以小立圓徑四。亦如法得內積三十六。以乘積圓十五。得五百四十。為小立圓寔。二寔相減。餘四百三十二。為隅空。以內積三十六。除隅空。得十二。即為積空成立圓十二。加積立圓十五。得二十七。即為共積立圓二十七也。

通曰。此二式不可為率。隅空不等故耳。近邊則空多。近中則空寡。若不論小形。而論大小形之積寔。則凡大形內容小形者。先求大形之全積為寔。次求小形之內積為法。以法除寔。皆得共積若干小形之數也。

弧矢弦 少廣之二

弧矢解

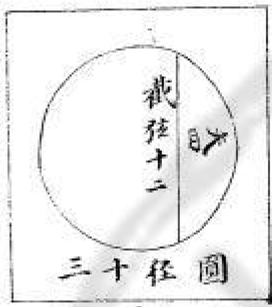
弧矢狀類勾股。勾股得直方之半。故倍其積。以股除之。即得勾。弧背曲。倍積則長一弦與一矢。以矢乘積。倍之。適得一弦一矢之數。曰未知矢。故以積自乘為寔。約一度乘積以為上廉。兩度

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

乘径以為下廉。并之為法。而後可以得矢也。用三乘者何也。積本平方。以倍積自乘。是兩度平方矣。故用三乘方法開之。上廉下廉。俱用四乘者何也。倍積則乘出之數為積者四故也。如不倍積廉。不用四乘。以一二五為隅法。亦通。減径者何也。径乃圓之全径。矢乃截處之勾。矢本減径而得。故亦減径以求矢也。或不減径。作添積三乘方法。亦通。五為負隅者何也。凡平圓之積。得平方四分之三。在内者七五。在外者二五。不拘圓之大小。每方一尺。虛隅二寸五分。其矢得四。其虛隅得一。合而為五。亦升寔就法之意也。

圓径截積求弦矢法

式 圓径十三。截積三十二。問矢弦各幾何。曰矢四。弦十二。術 倍截積三十二。得六十四。自乘得四千〇九十六為寔。以四乘截積三十二。得一百二十八為上廉。以四乘圓径十三。得五十二為下廉。以五為負隅。用開三乘方法除之。詳十四卷 得四為矢。倍截積得六十四。以矢除之。得十六。減矢。餘十二。為弦。

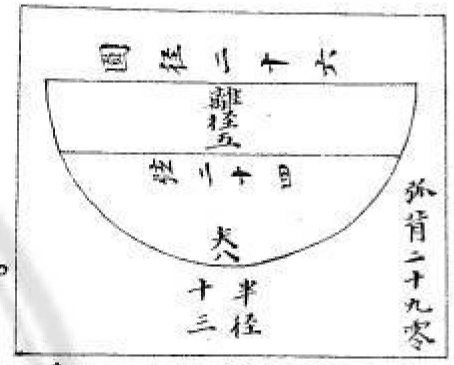


國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

弧積離径求矢弦弧背圓径半径法

式 弧積一百二十八。離径五。問矢。弦。背。圓径。半径。各幾何。曰矢

八。弦二十四。弧背二十九零。圜徑二十六。半徑十三。術以弧積一百二十八為寔。倍弧積得二百五十六。平方開之。得十六為法。以法除寔。得八為矢。以矢加法十六。得二十四為弦。以矢自乘得六十四。以弦二十四除之。得二六零。為半



弦與背之差。倍之。得五零。加弦二十四。得二十九零為弧背。以弦折半得十二。自乘得一百四十四為寔。以矢八為法。除得十八。加矢得二十六為圜徑。折半。得十三為半徑。即離徑五與矢八相并也。

弦矢求弧積式

術弦矢相并。得三十二。折半。得十六。以矢乘之。得一百二十八。為弧積。又術弦矢相乘。得一百九十二。矢自乘。得六十四。相并。得二百五十六。半之。為弧積。

矢弧積求弦式

術倍弧積。得二百五十六。以矢八除之。得三十二。減矢。餘二十四為弦。

弦弧積求矢式

術倍弧積。得二百五十六。以弦二十四為縱方。用帶縱開平方法除之。詳十二卷得八為矢。

弦圜徑求離徑矢式

術以圜徑折半得十三。自乘得一百六十九。以弦折半得十二。自乘得一百四十四。兩自乘相減。餘二十

五。平方開之。得五為離徑。以半徑十三。減離徑五。餘八為矢。

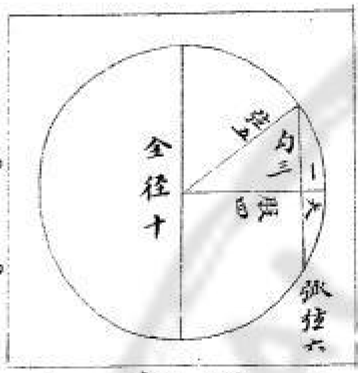
矢圓徑求弦式 術 以圓徑二十六。減矢八。餘十八。以矢乘之。得一百四十四。平方開之。得十二。倍之。得二十四為弦。

弦離徑求圓徑式 術 以弦折半得十二。自乘得一百四十四。以離徑五。自乘得二十五。相并。得一百六十九。平方開之。得十三。倍之。得二十六為圓徑。

圓徑離徑求弦式 術 以圓徑折半得十三。自乘得一百六十九。以離徑五。自乘得二十五。相減。餘一百四十四。平方開之。得十二。倍之。得二十四為弦。

弧矢內股弦求勾法

式 圓徑十。矢一。為勾幾何。弧弦幾何。曰勾三。弧弦六。術 以圓徑十。折半為五。自乘得二十五為弦冪。以半徑五減矢一。餘四為股。自乘得十六為股冪。二冪相減。餘九。平方開之。得三為勾。倍勾得六。為弧弦。



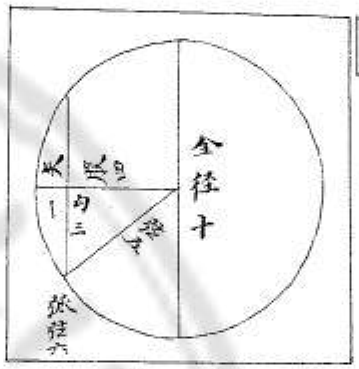
又術 以圓徑自乘得一百。為大弦冪。以圓徑減倍矢二。餘八。自乘得六十四。為大股冪。二冪相減。餘三十六為大勾冪。平方開之。得六為弧弦。半之。得三為勾。

通曰。弧矢與勾股相通。不惟此也。如勾與股弦較求股弦是矣。

弦。半徑也。股。離徑也。勾。半弧弦也。

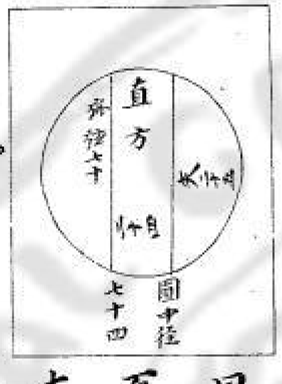
弧矢內勾弦求股法

式 圓徑十。弧弦六。為股幾何。弧矢幾何。曰股四。弧矢一。術 以圓徑十。折半得五為弦。以弧弦六。折半得三為勾。弦自乘得二十五。勾自乘得九。相減。餘十六。平方開之。得四為股。以股減半徑五。餘一為矢。



圓徑直方濶求兩弧矢積法

式 圓徑七十四。直方濶二十四。為兩弧積各幾何。直方積幾何。



曰弧積各一千一百八十七五。直方積一千七百三十二。術 以圓徑七十四自乘。得五千四百七十六。以三乘之。以四除之。得四千一百〇七為全積。以圓徑。求減方濶二十四。餘五十。折半得二十五為矢。用前徑矢求弧弦法。得弦七十。又用弦矢求弧積法。得弧積一千一百八十七五。倍之。得二千三百七十五為兩弧積。以減全積。餘一千七百三十二為直方積。

通曰。矢得徑十之一者。弦必六倍於矢。矢得徑十之一者。弦必四倍於矢。矢得徑十之三者。弦必三倍於矢。矢得徑十之四者。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

弦必倍於矢。而又八分矢之三也。矢滑徑十之五者。弦必倍於矢也。弧矢者。半圓所生也。

數度衍十卷目次

較容少廣之三

同周異容

同容異周

倍大

變形同容

相似

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

數度衍卷之十

桐城方中通衍

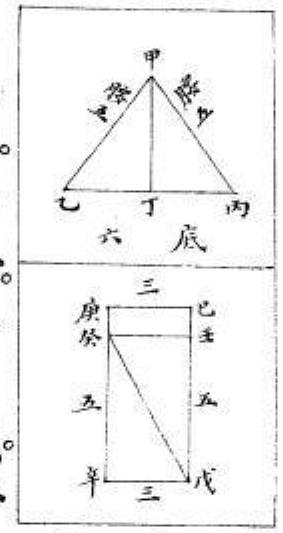
較容 少廣之三

同周異容

通曰。周不可以論容。故方田不以周步為率。同周者形必異。形異。容故異耳。

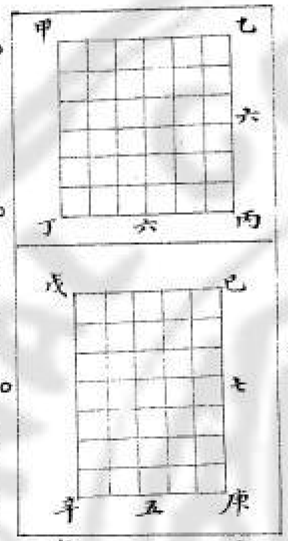
$\boxed{式一}$同周多邊形容積。大於少邊形容積。何也。少邊如甲乙丙三角形。甲乙。甲丙。兩腰各五。乙丙底六。共周十六。多邊如己庚戊辛四角形。己戊。庚辛。與三角之腰等。皆五。己庚。戊辛。與三角

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.



去已壬。庚癸。存壬戊。癸辛。皆與甲丁等。是壬癸戊辛小四角形內。可容甲乙丙三角形也。癸辛戊。癸壬戊。與甲丁乙。甲丁丙。皆等耳。四角形。是多一已壬庚癸小四角形矣。之半底等。各三。共周亦十六。以三角用甲丁垂線折半。得甲丁乙。甲丁丙。兩小三角形。以四角形已戊。庚辛。與甲丁較。

式二 同周四直角形。等邊容積。大於不等邊容積。何也。等邊如甲乙丙丁四直角形。每邊六。共周二十四。不等邊如戊已庚辛四直角形。兩邊五。兩邊七。共周亦二十四。以等邊之六自乘。得

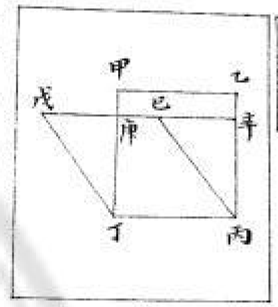


積三十六。以不等邊之五七相乘。得積三十五。是不等邊之積少一矣。又如兩邊四。兩邊八。共周亦二十四。而積三十二。又少矣。兩邊三。兩邊九。共周亦二十四。而積二十七。又少矣。兩邊二。兩邊十。共周亦二十四。而積二十。又少矣。邊愈不等。積愈少也。

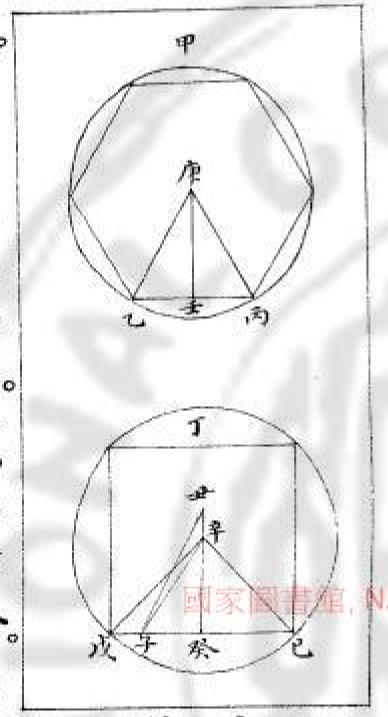
通曰。又如四邊皆三。周得十二。積九。兩邊二。兩邊四。周亦十二。積八。是九之中一藏而無周。八無中可藏。故少一也。右式等邊形中。有離邊積十六。不等邊形中。止有離邊積十五。可見少一

積者。非少近邊之積。乃少離邊之中積也。

式三 同周等邊四角形。直角容積。大於斜角容積。何也。直角如甲乙丙丁四角形。每邊五。共周二十。斜角如戊己丙丁四角形。每邊五。共周二十。以斜角截戊庚丁三角形。補己辛丙三角形。適足。是庚辛丙丁形。與戊己丙丁形之容等矣。以直角截庚辛丙丁外。尚餘甲乙庚辛形。乃多於斜角者也。



式四 同周有法形。多邊容積。大於少邊容積。何也。多邊如甲乙丙有法形。邊邊相等角角相等曰有法也不拘邊數。今為六邊。每邊四。共周二十四。少邊如丁戊己有法形。今為四邊。每邊六。共周亦二十四。試於兩形外各作一圜。而從圜心望一邊。作庚壬。作辛癸。兩垂線。辛分乙丙於壬。戊己於癸。其甲乙丙形多邊者。與丁戊己形少邊者。外周既等。而以乙丙求周。六其乙丙而偏。以戊己求周。四其戊己而偏。則乙丙邊固小於戊己邊。而乙壬半線亦小於戊癸半線矣。茲截癸子與壬乙等。而作辛子線。又作辛戊辛己及庚丙庚乙諸線。次第論之。其己丁戊圜內。各切線等。即勻分

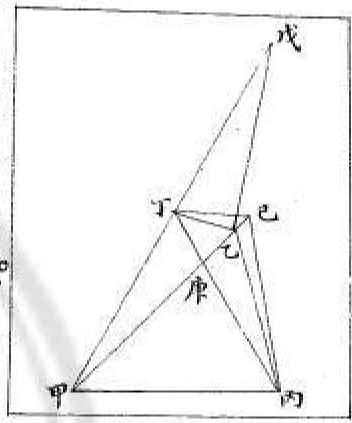


各邊俱等。而全形邊所倍於戊己一邊數。與全圜切分所倍於戊己切分地亦等。則甲乙丙內形全邊所倍於乙丙一邊。與其全圜切分所倍於乙丙切分。不俱等乎。其戊己圜切分。與戊丁己全圜之切分。若戊辛己角之與全形四直角。則以平理推之。移戊己邊於甲乙丙全邊。亦若戊辛己角之於四直角也。而甲乙丙內形周與乙丙一邊。猶甲乙丙諸切圜與乙丙界之一切圜。亦猶四直角之與庚乙丙角也。則又以平理推。戊己與乙丙。即戊癸之與乙壬。而乙壬即是癸子。又以平理推。戊辛己角。與乙庚丙角。若亦戊辛癸之與乙庚壬也。夫戊癸與癸子之比例。原

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

大於戊辛癸角與子辛癸角之比例。則戊辛癸與乙庚壬之比例。大於癸辛戊與癸辛子之比例。而癸辛子角。大於壬庚乙角。其辛癸子與庚壬乙。皆係直角。而辛子癸角。明小於庚乙壬角。令移壬乙庚角與癸子上。而作癸子丑角。則其線必透癸辛到丑。其庚壬乙三角形之壬與乙兩角。等於丑癸子三角形之癸子兩角。而乙壬邊亦等於子癸邊。則丑癸線亦等於庚壬線。而庚壬宜贏於辛癸。令取庚壬線及甲乙丙半周線。作矩內直角形。必大於辛癸線及丁戊己半周線所作矩內直角形也。然則多邊直線形之所容。豈不大於等周少邊直線形之所容乎。

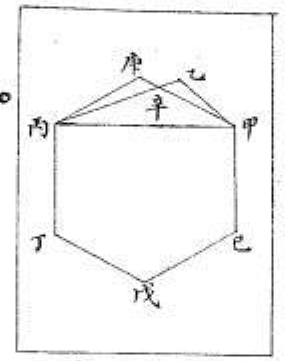
式五 同周等底三角形。等邊容積。大於不等邊容積。何也。等邊如甲丁丙三角形。丁甲。甲丙。丙丁。各六。共周十八。不等邊如乙甲丙等甲丙底三角形。甲丙六。乙甲七。乙丙五。共周亦十八。試引甲丁至戊。令丁戊與丁甲等。亦與丁丙等。又作丁乙乙戊兩線。



夫甲乙乙戊合線。既大於甲戊。即大於甲丁丁丙合線。亦大於甲乙乙丙合線。此兩率者。令減一甲乙。則乙戊大於乙丙。而丁戊乙三角形之丁戊丁乙兩邊。與丁丙乙三角形之丁丙丁乙兩邊等。其乙戊底大於乙丙底。則戊丁乙角。大於丙丁乙角。而戊丁乙角。踰戊丁丙角之半。令別作戊丁己角。與丁甲丙角等。則丁己線在丁乙之上。而與甲丙平行。又令引長丁己。與甲乙相遇。而作己丙線連之。其甲乙丙。甲己丙。既在兩平行之內。又同底。是三角形相等也。因顯甲己丙大於甲乙丙。而甲乙丙等邊三角形。必大於乙甲丙不等邊三角形矣。

通曰。以丁庚甲三角形。與乙庚丙三角形相較。知乙庚丙之小於丁庚甲。即知乙甲丙之小於甲丁丙也。

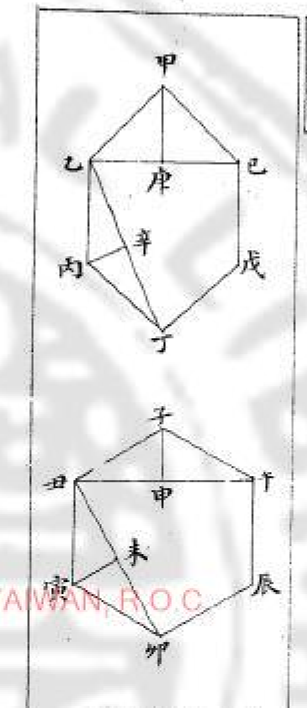
式六 同周多邊形。等邊容積。大於不等邊容積。何也。等邊如甲庚丙丁戊己多邊形。每邊六。共周三十六。不等邊如甲乙丙丁



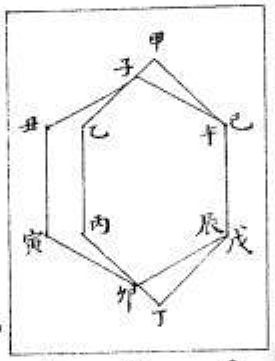
戊己多邊形。甲乙邊四。乙丙邊八。他邊皆六。共周亦三十六。作甲丙線。視甲庚丙大於甲乙丙。則知甲庚丙丁戊己。大於甲乙丙丁戊己也。通曰。甲乙辛與辛庚丙兩形較。知甲乙辛小於辛庚丙。即知甲乙丙丁戊己。小於甲庚丙丁戊己也。

式七

同周多邊等邊形。等角容積。大於不等角容積。何也。通曰。



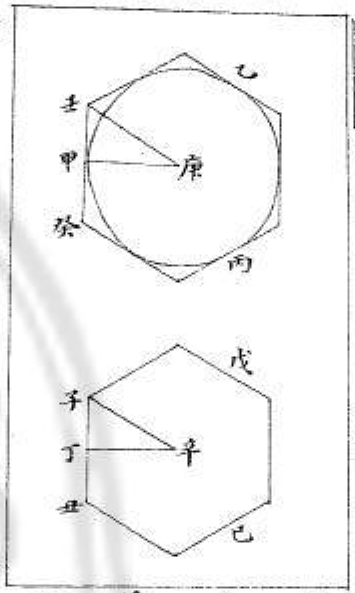
等角如子丑寅卯辰午多邊等邊形。每邊十。共周六十。不等角如甲乙丙丁戊己多邊等邊形。每邊亦十。共周亦六十。作丑午線。得十八。作丑卯線。亦得十八。丑午既與丑卯等。則子申必與寅未等。是午子丑與丑寅卯之子角寅角等也。又作乙己線。少於十八。作乙丁線。多於十八。乙丁既大於乙己。則甲庚必大於丙辛。是己甲乙與乙丙丁之甲角丙角不等也。今以兩形疊而較之。令己戊與午辰同線。又令子遇甲乙線於子。卯遇丙丁線於卯。乃視并甲子己與卯丁戊兩小三角形。不及子丑寅卯丙乙一曲角形。則知甲乙丙丁戊己形。小於子丑寅卯辰午形矣。

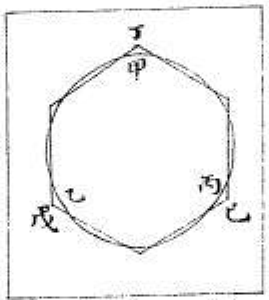


國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

式八

同周圓形容積。大於有法形容積。何也。圓形如甲乙丙形。周五十四。有法如丁戊己形。每邊九。共周亦五十四。庚為甲乙丙之心。辛為丁戊己之心。甲乙丙外。另作壬乙丙癸多邊形。與丁戊己相似。同為有法之六角形而從壬癸切圓於甲者。作半徑線於庚。則庚甲為壬癸垂線。而分壬癸之半。又從辛作子丑垂線。則辛丁亦分子丑之半。兩形相似。其壬全角與子全角等。則半之而甲壬庚角與丁子辛角亦等。壬甲庚直角。與子丁辛直角亦等。然乙壬癸丙之周大於圓周。而圓周與丁戊己形同。則是乙壬癸丙周。原大於丁戊己周矣。夫兩形相似。而壬癸邊大於子丑邊。則半之而壬甲亦大於子丁。又壬甲與甲庚。若子丁與丁辛之比例。而壬甲大於子丁。則甲庚亦大於丁辛。是故取甲庚線與半圓周線。以作矩內直角形。其與圓地等也。大於取丁辛線與丁戊己半周線。以作矩內直角形。其與形地等也。推此。則見圓形大於等周之多邊形也。

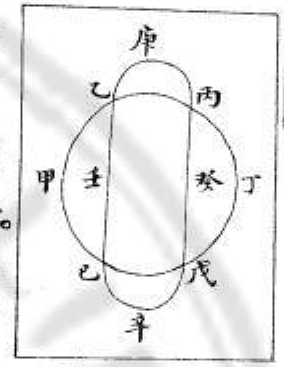




通曰。半圓周二十四。圓外六角周六十。是多六矣。雖與丁戊己六角相似。而周不同也。今以同周之甲

乙丙。丁戊己。兩形相較。圓形外有六小三角形。圓形內有六小弧矢形。知小三角之不及小弧矢。即知丁戊己之小於甲乙丙也。

式九 同周渾圓形容積。大於長圓形容積。何也。通曰。渾圓如甲乙丙丁戊己形。周三十六。長圓如庚丙癸戊辛己壬乙形。周亦三十六。今以兩形相較。長圓加渾圓之上。必透乙庚丙。己辛戊。兩半圓形。必虛



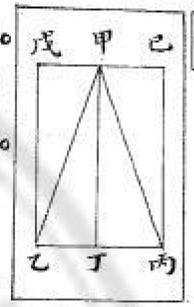
丙丁戊癸。乙甲己壬。兩半圓形。以乙庚丙半圓形。與丙丁戊癸半圓形相較。則乙庚丙形必小。以乙甲己壬半圓形。與己辛戊半圓形相較。則乙甲己壬形必大。即知甲乙丙丁戊己形。大於庚丙癸戊辛己壬乙形矣。

通曰。邊莫少於三角。莫多於渾圓。渾圓似乎無角。而其角之多。不可指說也。同周之容。其角漸多。其容漸大。故以渾圓為最大。以三角為最小。益大者。因角而大也。角向外生。內必益地。雖中距之徑少。不敵角多增之地多也。方者不以角論。長方與正方。同為四角。直方與斜方。同亦四角。一增於中藏之無邊。一減於斜周之無積。故以長方斜方為小。以正方直方為大也。其不成形者。不可縣舉矣。

同容異周

通曰。有積於此。可方可圓。可斜可直。周之不一。其積寔同。周既不可以論容。容亦不可以論周也。

式 同容少邊形周。大於多邊形周。何也。少邊如甲乙丙形。多邊如甲巳丙丁形。以甲乙丙形分為二。得甲丁丙。甲丁乙。兩形。以甲巳丙丁形分為二。得甲巳丙。甲丁丙。兩形。相較皆等容。而甲丙長於巳丙。甲乙長於甲丁。是以少邊者為大也。

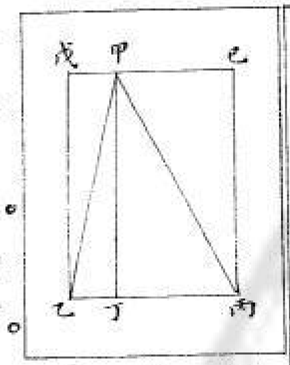


通曰。此與同周異容相反。同周以少邊為小。言容之小也。同容以少邊為大。言周之大也。舉一可以類推。

倍大

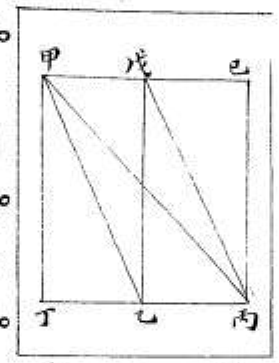
通曰。其所容多一倍也。

同底倍大容積式 乙丙底。甲乙丙形。得戊乙巳丙形之半。作甲丁線。甲丁乙形。與甲戊乙形等。甲丁丙形。與甲巳丙形等故也。



通曰。下同乙丙底。上切甲點。作與乙丙平行線。得長方形。始可。

不同底倍大容積式 通曰。以乙丙同底而言。則戊巳丙乙形。倍



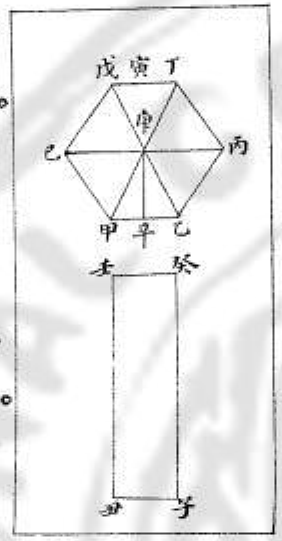
於甲乙丙形。以丙乙與丙丁不同底而言。則甲己丙丁形。兩倍於甲乙丙形。蓋甲戊丙乙形。與戊己丙乙形等。則甲丙線。分甲戊丙乙為甲乙丙。甲丙戊。兩形。是甲乙丙形。為戊己丙乙形之半。即為甲己丙丁形四之一也。

變形同容

通曰。此形容積。亦可以他形容之。蓋不變容而變形也。

六角變四角式

六角如甲乙丙丁戊己有法形。欲變為四角形。視六角之心於庚。自庚至甲乙。作直角線。為庚辛。另作壬癸線。



與庚辛等。作癸子。與甲乙丙丁線等。則壬癸子丑四角形。與甲乙丙丁戊己六角形之所容等也。

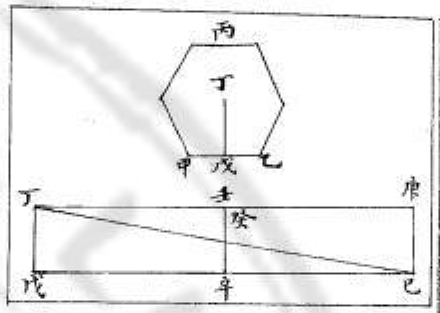
論曰。自庚到各角。皆作直線。皆分作三角形。皆相等。其甲乙庚三角形。與甲辛辛庚二線所作矩內直角形等。若以甲乙丙丁半形之周線為癸子線。以與壬癸線共作矩內直角形。即與有法全形等。蓋此半邊三其三角形。照甲乙庚形。作分中垂線。其矩線內直角形。俱倍本三角形故也。

通曰。半徑線作橫線。半周線作直線。兩形之容相等。則以六角

形之全徑全周作四角形。其容四倍矣。然六角之徑。必須兩角中分之辛寅相對為徑。非角對角之甲丁為徑也。

六角變三角式

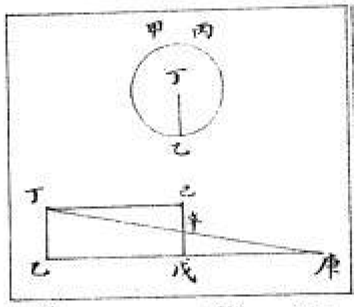
六角如甲乙丙有法形。欲變為三角形。視六角之心於丁。從丁望甲乙作垂線為丁戊線。另作丁戊線相等。作戊巳線。與甲乙丙全周線等。則丁戊庚巳四角形。倍於甲乙丙六角形。今以丁戊庚巳分為二。得丁巳戊三角形。與甲乙丙六角形之所容等也。



論曰。以丁戊巳庚直角形。兩平分於壬辛。作直線。與丁戊平行。則丁戊辛壬直角形。與甲乙丙形相等。何者。戊辛線得甲乙丙之半周。而又在丁戊矩內。即與有法形全體等故也。其丁戊巳三角形。與丁戊壬辛直角形等。則丁戊巳三角形。與甲乙丙全形自等矣。

圓形變四角三角式

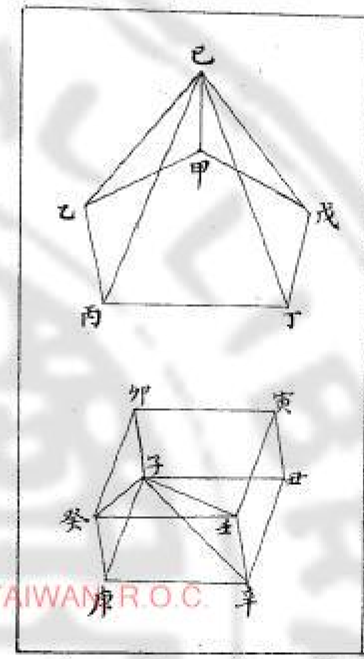
圓形如甲乙丙形。先變為四角形。視圓心於丁。得半徑丁乙線。另用作丁乙線相等。作乙戊線。與甲乙丙半周線等。則丁乙戊巳四角形。與甲乙丙圓形之所容等也。次變為三角形。倍乙戊線為乙庚線。與甲乙丙全周等。又作丁庚線。則丁乙



庚三角。與甲乙丙圜形之所容等也。

通曰。截丁巳辛形。為辛戊庚形。則丁乙戊巳形內。虛丁巳辛地。與丁乙戊巳形外。盈辛戊庚地相等。則等圜形之四角。變為三角。等四角之三角。自等於圜形也。

銳觚形變直角立方形式



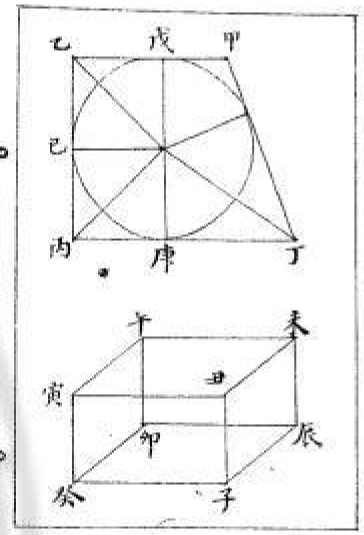
觚形不拘幾面。如甲乙丙丁戊底。其頂巳。今變為寅庚直角立方形。其底庚辛壬癸。得甲乙丙丁戊底三之一。其高庚子與觚等。則寅庚直角立方形。與甲乙丙丁戊巳銳觚形之所容等也。

論曰。從立形底諸角。與相對一角如子角者。皆作線。以成庚辛壬癸子觚形。此形與庚寅形同底同高。又同巳甲銳觚之高。巳甲形既兼庚辛壬癸子觚之三。（兩觚形同高者其所容之比例如其底底等亦等底倍亦倍）則寅庚全形。亦兼庚辛壬癸子觚之三。是寅庚全方。與巳甲觚自等也。

斜角能含圜形變直角立方形式

平面不拘幾邊。其全體可容渾圜切形。如甲乙丙丁形內含戊巳庚辛圜。其心壬。而外線甲乙。切圜於戊。試從戊壬割圜之半。作戊巳庚辛圜。從壬心望各

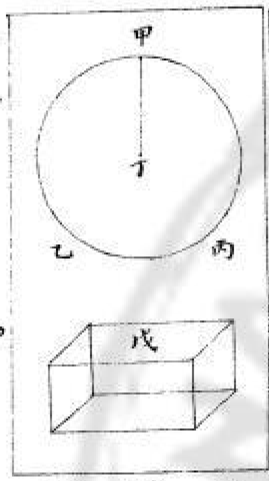
國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN R.O.C.



切圜之點。作壬戊為甲乙垂線。壬巳為乙丙垂線。壬庚為丙丁垂線。壬辛為甲丁垂線。今變為直角立方午子形。其底子辰卯癸。得甲乙丙丁體三之一。而其高丑子。與圜半徑等。則午子直角立方形。與甲乙丙丁全形之所容等也。

論曰。從壬心與甲乙丙丁各角作直線。即分其體為數觚形。其面即為觚底。而皆以壬心為觚銳顛。此各觚皆以其三分底之一。及至銳高之數。為直角立方形。皆與觚所容等。又并為一形。即與甲乙丙丁體等。亦與午子等。以午子底正得甲乙全形三之一。而其高合圜之半徑也。

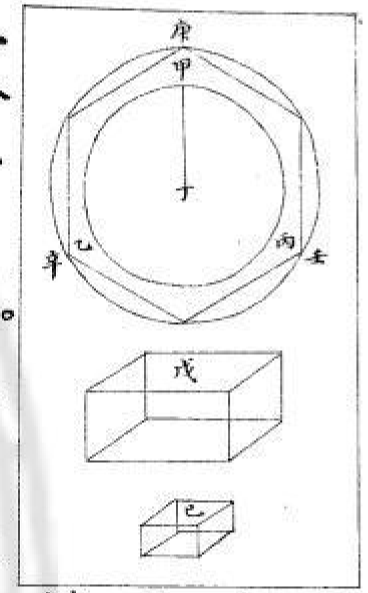
渾圜變直角立方形式



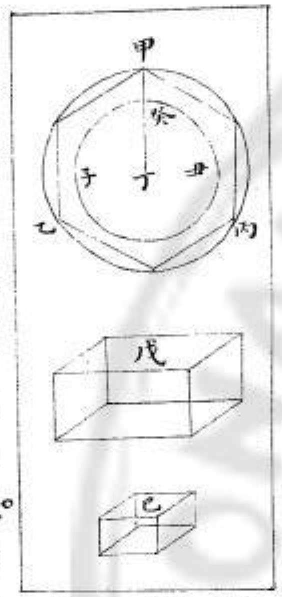
渾圜如甲乙丙形。其心為丁。作甲丁半徑線。今變為直角立方戊形。在甲丁徑及甲乙丙渾圜三之一矩內。則戊形與甲乙丙全形之所容等也。

論曰。若言不等。謂戊大於渾圜形。其較有已者。合以丁為心。外作庚辛壬渾圜。大於甲乙丙。而勿令大於戊。第令或等或小以驗之。而於庚辛壬內。試作有法形。勿令切甲乙丙圜。自丁心至

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.



各觚底三之一。及丁垂線之高。以作直角立形與觚等。則并為
大直角立形。亦與庚辛壬內之法形等。如云以甲丁為高。而以
各觚底三之一。為直角立形。并為大形。則必小於前形。曰顯庚
辛壬三之一。大於甲乙丙三之一。而戊形甲丁徑及甲乙丙圜
三之一內。小於庚辛壬體。若謂庚辛壬不大於戊形。則向庚辛
壬內之法形。亦大於戊形也。而況庚辛壬形乎。則戊體不大於
甲乙丙可知矣。
又論曰。戊形小於甲乙丙渾圓體者。其較為己。試從丁心再作



癸子丑圜。小於甲乙丙。而勿令小於
戊。或大或等者以驗之。於甲乙丙圜
內作有法形。不令切癸子丑。而從丁
至甲乙丙各面為垂線。此垂線大於丁癸之半徑。又從丁向法
形諸角作直線。以分此形為數觚。以形之各面為觚底。丁心為
觚銳形頂。而取觚底之三之一。及底至丁之垂線。以作直角立

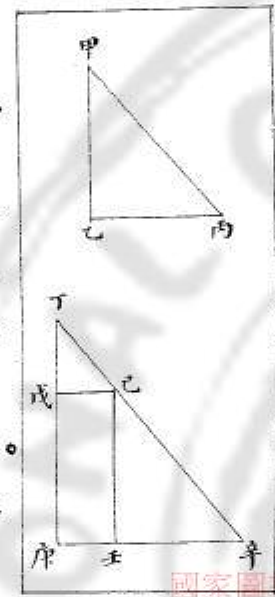
形邊。各作垂線。則垂線必長於甲丁。
又自丁心至形。各角作直線。以分此
形為幾觚。其庚辛壬法形諸法直線為
觚底。而垂線至丁心為觚銳頂。試取

形與觚等。若使以甲丁為高。而以各觚三之一為底。以作直角立形。則其形必高於前形。既甲乙丙圜之面。大於其內形之面。則圜面三之一。大於內形面三之一。而直角立方形。在甲乙丁高及甲乙丁面三之一。曰即戊大於甲乙丙之內形矣。而云癸子丑圜或等或大於戊。豈癸子丑圜大於甲乙丙圜。而分大於全乎。則戊體不小於甲乙丙又可知矣。

相似

通曰。形相似而大小不同也。相似者。可比例也。不相似者。非比例也。

并線并形求與并線形同容式



有甲乙丙。及丁戊己。三角形二。兩形相似。曰并甲丙丁己為丁辛一直線。於上作直角方形。又并甲乙丁戊為丁庚。乙丙戊己為庚辛。乃并此二線上所作兩方形。與丁辛線上方形之所容等也。

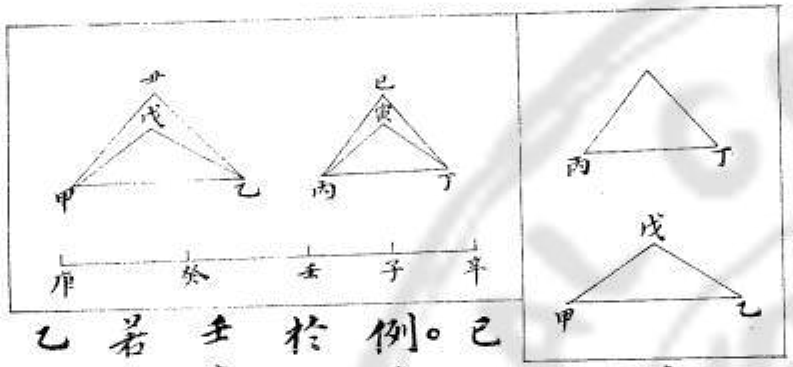
論曰。引長丁戊至庚。令戊庚與甲乙同度。從庚作線與戊己平行。又引丁己長之。令相遇於辛。從己作己壬線與戊庚平行。則己壬辛之角形。與丁戊己相似。而丁戊己與甲乙丙相似矣。何者。己壬辛角與庚角等。庚角與丁戊己角等。己角又與乙角等。

而辛角與丁已戊角及兩角俱等。又已壬邉與戊庚相等。則亦與甲乙相等。而壬辛與乙丙。已辛與甲丙。俱相等。故丁辛線。兼丁已甲丙之度。丁庚線。兼丁戊甲乙之度。庚辛線。兼戊已乙丙之度。庚壬。即戊已也。然則丁辛上直角方形。與丁庚及庚辛上兩直方形并。自相等矣。

通曰。此與勾股求弦相通也。丁庚上方形。股冪也。庚辛上方形。勾冪也。丁辛上方形。弦冪也。弦冪之内。應有勾股二冪也。

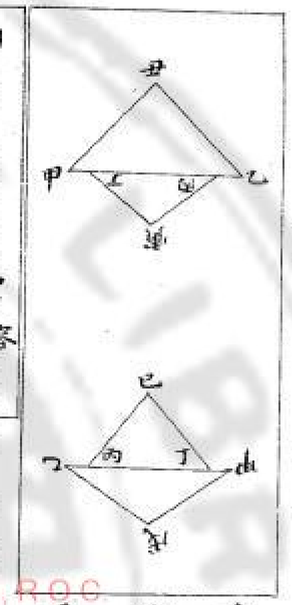
兩形互并求同周式

甲乙。丙丁。兩底不等。上有甲戊乙。丙已丁。三角形二。其戊甲戊乙腰。與已丙已丁腰俱相等。若甲乙大於丙丁者。則戊角大於已角。而兩三角形不相似。求於兩底上各作三角形相似。而兩腰各相等。其周亦等也。



其法作庚辛線。與甲戊。戊乙。丙已。已丁。四線并等。而分之於壬。令庚壬與壬辛之比例。若甲乙與丙丁。甲乙既大於丙丁。則庚壬亦大於壬辛。而平分庚壬於癸。平分壬辛於子。庚壬與壬辛。既若甲乙與丙丁。則合之而庚辛之視壬辛。若甲乙丙丁并之視丙丁矣。夫庚辛并。既大於甲乙丙丁并。則壬辛大於丙丁。而庚壬大於甲乙。可

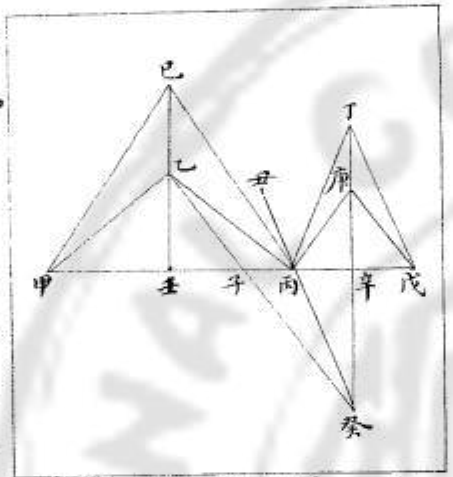
知也。甲乙。庚癸。癸壬。三線。每二線必大於一線。而丙丁。壬子。子辛。亦然。令於甲乙上。用庚癸癸壬線。作甲丑乙三角形。為兩腰等。而其周在甲戊乙形之外。於丙丁上。用壬子子辛線。作丙寅丁三角形。亦兩腰等。而其周在丙己丁之內。則甲丑乙。丙寅丁。兩形。自與甲戊乙。丙戊己丁。兩形同周也。



通曰。甲丑乙大。丙寅丁小。甲戊乙小。丙己丁大。以大并小。以小并大。互并而大小隱矣。

兩形互并較和容式

甲丙丙戊大小兩底上。設有甲乙丙。丙丁戊。



兩三角形。而甲乙。乙丙。丙丁。丁戊。四線俱等。俱令於兩底上。依右法別作甲己丙丙庚戊。兩形相似。而前兩三角形并。與之等周。則甲己丙。丙庚戊。相似之形并。其所容。大於甲乙丙。丙丁戊。不相似之形并也。

論曰。將甲丙丙戊作一直線。而甲丙底。大於丙戊底。乃從己過乙。作己壬線。兩分甲丙於壬。又從丁過庚。作丁辛線。兩分丙戊於辛。其甲己乙三角形之甲己己乙兩邊。與乙己丙三角形之己丙己乙兩邊等。而甲乙乙丙兩底又等。則甲己乙角與丙己

乙角亦等。又甲己壬三角形之甲己己壬兩邊。與丙己壬三角
形之丙己己壬兩邊等。則甲己壬角與丙己壬角等。而甲至壬
丙之兩底亦等。壬之左右皆直角。回顯丙辛辛戊亦等。而辛之
左右角亦直角矣。次引丁辛至癸。令辛癸與丁辛同度。而從癸
過丙作癸丑直線。則丁丙辛三角形之丁辛辛丙兩邊。與辛癸
丙三角形之辛癸辛丙兩邊等。而辛之上下角亦等為直角。丁
丙丙癸兩底等。而丁丙辛角與癸丙辛角俱等。丁丙辛角。既大
於庚丙辛角。而庚丙辛角相似。與己丙壬角即相等。而丁丙辛
即癸丙辛。總大於己丙壬。其癸丙辛角等於對角之丑丙壬。是

丑丙壬亦大於己丙壬。而引癸丑線。當在丙己之外也。若夫癸
丙丙乙二線。涵癸丙乙角。向壬試作癸乙線。以分壬丙於子。而
并乙丙丙癸二線。必大於癸乙線。則己丙丙庚并。亦大於乙癸
線。何也。此四形者。兩兩相等并為等周。則甲乙乙丙丙丁丁戊四
線并。與甲己己丙丙庚庚戊四線并。原相等。而減半之乙丙丙
丁。即乙丙丙癸。與己丙丙庚。亦相等故也。并己丙丙庚二線為
一直線。就其上作直角方形。必大於乙癸線上之直角方形。夫
己丙丙庚并之直角方形。與己壬庚辛并之直角方形。及壬丙
丙辛上之直角方形并相等。而癸乙上之直角方形。與乙壬并

辛丁即辛癸上直角方形。及壬子子辛上直角方形并。又自相等。
若移置辛癸于乙壬之下。移置壬辛為癸乘線。則乙壬辛癸為股。壬辛為句。乙癸為弦矣。此已壬庚辛線并
之直角方形。及壬丙丙辛上之直角方形并。明大於乙壬丁辛
并之直角方形。及壬子子辛上之直角方形并也。此兩率者。毋
減一壬辛上直角方形。則已壬庚辛共線上之直角方形。大於
乙壬丁辛共線上直角方形矣。而已壬庚辛兩線并。大於乙壬
丁辛兩線并矣。此兩率者。令一減乙壬。一減庚辛。則已乙豈不
大於丁庚乎。壬丙原大於丙辛。則已乙與壬丙矩內直角形。大
於丁庚與辛丙矩內直角形。而乙已丙三角形。為已乙壬丙矩
內直角形之半。何者。令從壬丙作垂線。與乙已平行。而以乙已
為底。就作直角形。此謂已乙壬丙矩內直角形。其中積倍於已
乙丙三角形。反之。則已乙丙角形。為已乙壬丙矩形之半。其丁
庚丙三角形亦然。乃丁庚及辛丙矩內直角形之半也。則已乙
丙三角形。大於丁庚丙三角形。而甲已丙乙甲形。為甲乙已三
角之倍者。亦大於丙丁戊庚丙形。為丁庚丙三角之倍者矣。此
兩率者。又毋加甲乙丙與丙庚戊之三角形。則甲已丙及丙庚
戊之兩三角形并。豈不大於甲乙丙及丙丁戊兩三角形并哉。
其底同。其周同。四腰俱同。則不相似之形并。必小於相似之形

并也。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

數度衍十一卷目次

遞加少廣之四
循次順加
超二位加
超三位四位五位加
截三位較
截四位較
截四位遞加遞減較
超加求積法

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

順加求積法
順加異首求積法
四面順加求積法
長濶順加求積法
奇偶超加求積法
超加求首尾数法
積和求位数及首尾二位数法
積較求首尾二位数法
超加求逐位細数法
超加求超母及逐位細数法

外包 少廣之五
包方法
包圓法
包三角法
包立方立圓立三角法

倍加 少廣之六
二曰加
三曰加

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

求倍
截三位較
截四位較
一倍加求積法
二倍加求積法
平倍加求積法
倍加隔位合數法

數度衍卷之十一

桐城方中通衍

連加 少廣之四

循次順加

一 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一

超二位加

一 三 五 七 九 十一 十三 此奇數超加也

二 四 六 八 十 十二 十四 此偶數超加也

超三位四位五位加

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

一　四　七　十　十三　十六　十九　此超三位加也

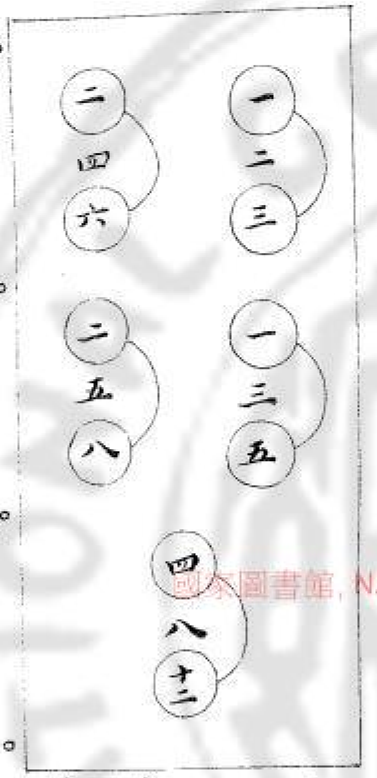
一　五　九　十三　十七　二十一　此超四位加也

一　六　十一　十六　二十一　二十六　此超五位加也

凡超位加。各審其母。如超二超三四五。以至多位者。各以所超之數為母。其間少者易知。多者難定。大率以退位減之。餘數即母也。

截三位較

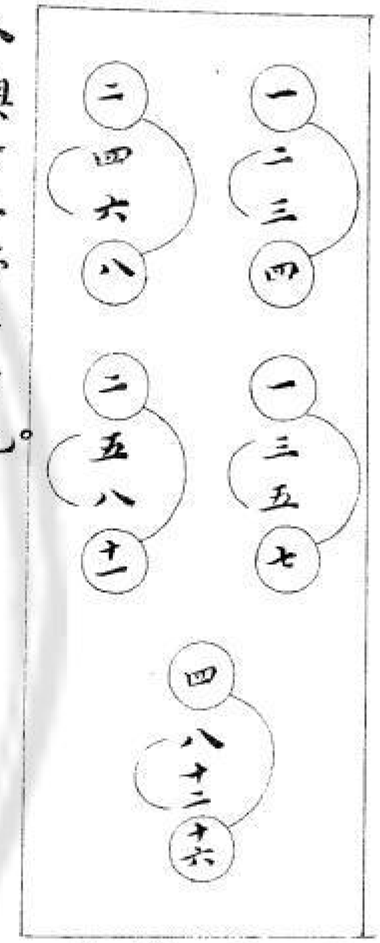
不論超與不超。凡截三位較之。其前後二位數。必倍於中位數。如截一二三。併一三為四。即倍二也。截一三五。并一五為六。即倍三也。截二四六。并二六為八。即倍四也。截二五八。并二八為十。即倍五也。截四八十二。并四與十二為十六。即倍八也。



不拘前後。隨意截較。無不適合。

截四位較

凡截四位較之。則前後二位數。與中二位數等。如截一二三四。并一四為五。并二三亦五也。截一三五七。并一七為八。并三五亦八也。截二四六八。并二八為十。并四六亦十也。截二五八十



一。并二與十一為十三。并五八亦十三也。截四八十二十六。并四與十六為十二。并八與十二亦二十也。

通曰。截奇位者。前後并。必倍中位數。截偶位者。前後并。必與中二位等。蓋所截之位。自中向外。一損一益。中一位者。無可并而倍矣。中二位者。無可倍而并矣。

截四位遞加遞減較

通曰。凡截四位數。以中二位相加。減後一位數。餘與前一位數等。如截一二三四。以二三相并得五。減後之一。餘必前之四也。截一三五七。以三五相并得八。減後之一。餘必前之七也。截二四六八。以四六相并得十。減後之二。前餘必前之八也。截二五八十一。以五八相并得十三。減後之二。餘必前之十一也。截四八十二十六。以八與十二相并得二十。減後之四。餘必前之十六也。若減前數。餘必後數。可以互較。

超加求積法

凡加數。不論超二超三。但係遞加者用此。

式 自一起至十三位。得三十七。問揔積幾何。曰二百四十七。術

一 首位	四 次位	七	十	十三
十六	十九	廿二	廿五	廿八
卅一	卅四	卅七 末位	起三加	

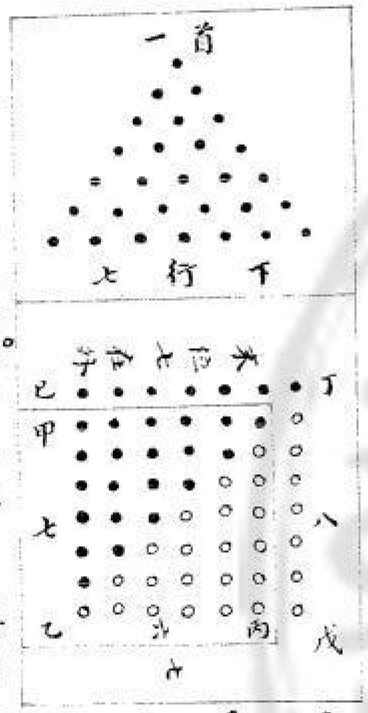
除首位一不用。以次位四與末位三十七。并得四十一。自四至三十七。係十二位。即以十二乘四十一。得四百九十二。半之。得二百四十六。即十二位揔積。再加首位一。得二百四十七。為十三位揔積也。

順加求積法

式 下行濶十五。問揔積幾何。曰一百二十。術 取宲下二位十四十五相乘。得二百一十。半之。得一百〇五。即十四以至首位一

一 首位	二	三	四	五
六	七	八	九	十
十一	十二	十三	十四	十五 末位

之積也。再并末位十五。得一百二十為揔積。又術 以末位十五。與下位十六相乘。得二百四十。半之。得一百二十。亦合。



通曰。相乘得其倍數者。變三角為四角也。半之。則仍還三角矣。如末位係七。以六七相乘。則末位七在外。成甲乙丙方形。折半。止得六位之積。以末位七與下位八相乘。則末位七在內。成丁

戊己方形。折半。故淂七位之積也。

順加異首求積法

首位不係一數。或二或三四為首者用此。

式 首行四。下行十四。問總積幾何。曰九十九。術以首位四。并末位十四。淂十八為寔。以首位四減末位十四。餘一十。加一。淂十一。此即位數也。以位數十一乘寔十八。淂一百九十八。半之。淂九十九。為總積。

首位					
四	五	六	七	八	九
十	十一	十二	十三	十四	末位

四面順加求積法

式 四面順加。每面底濶皆十二。問總積幾何。曰六百五十。術置底濶十二。另以十二加一為十三乘之。淂一百五十六。又以十二加半為十二五乘之。淂一千九百五十為寔。以三除之。淂六百五十為總積。

長濶順加求積法

式 長濶順加。底濶八。長十三。問總積幾何。曰三百八十四。術以底長十三。減底濶八。餘五。折半淂二五。又加半淂三。并長十三為十六。以濶八乘之。淂一百二十八。另以濶八加一為九乘之。淂一千一百五十二為寔。以三除之。淂三百八十四為總積。

通曰。四面順加。自一面視之。則為順加。以四面合視之。則非順加也。其加有二。一曰奇數之加。一曰自乘之加。如頂一加三得四。為第二層之積。一四加五得九。為第三層之積。九加七得十六。為第四層之積。揔以奇數遞漸加於每層積上。故至十一層應加二十三。得一百四十四。為第十二層之積。此奇數之加也。又如一至十二層。每層以自乘數推之。首層一自乘仍是一。二層二自乘得四。三層三自乘得九。四層四自乘得十六。至十二層。十二自乘得一百四十四。亦合各層之積。此自乘之加也。長濶順加。自濶面視之。則為順加。自長面視之。則為順加異首。而四面合視之。其加亦有二。一曰遞四加周。一曰奇偶加積。如異首之首層為五。此層加法積不同。先倍五為十。又加二得十二。為第二層之積。周此後每層加四。以十二加四得十六。為第三層之周。十六加四得二十。為第四層之周。二十加四得二十四。為第五層之周。如法加至第八層。濶八長十二得周三十六。此遞四加周也。又如首層五。加七得十二。為第二層之積。十二加九得二十一。為第三層之積。二十一加十一得三十二。為第四層之積。揔以奇數漸加於每層積上。加至第八層。得積九十六。此奇數加積也。若前式濶八長十三。首層係六者。則偶數加積矣。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

何。曰首位數三。術於位數十二內減一。存十一。與超毋八相乘。得八十八。以減尾位九十一。餘三。即首位數。

積和求位數及首尾二位數法

若但舉總數。及超數。及首尾和數。而不知係幾位。不知首尾二位數者。用此。

七一 首位	七七	八三	八九 尾位

式 超六遞加。總積三百二十。首尾和一百六十。問位數及首尾各幾何。曰四位。首位七十一。尾位八十九。術以總積三百二十為實。以首尾和一百六十減半。得八十。除實得四。為位數。又以位數減一餘三。乘超毋六。得十八為位毋率。以位毋率并首尾數和一百六十。得一百七十八。半之。得九十八為尾位數。以位毋率減首尾和。餘一百四十二。半之。得七十一為首位數。

積較求首尾二位數法

若但舉總數。及位數。及首尾較數。而不知首尾二位數者。用此。

六八 首位	七四	八〇
八六	九二	九八 尾位

式 超六遞加。計六位。總積四百九十八。首尾之較三十。問首尾各幾何。曰首位六十八。尾位九十八。術倍總數。得九百九十六為實。以位數六除之。得一百六十六。以較三十減之。餘一百三十六。折半。得六十八。為首位數。以

首位数加較三十。得九十八。為尾位数。

超加求逐位細数法

若但知位数。捴数。及超母数。而不知每位細数者。用此。

式 超三遞加。計六位。捴積八十七。問逐位細数幾何。曰首位七。二位十。三位十三。四位十六。五位十九。末位二十二。

首位	二位	三位	四位	五位	末位
七	十	十三	十六	十九	廿二

術 取位数六。除去第六数。自一二三四至五。并得十五。以乘超母三。得四十五。以減捴積八十七。餘四十二為寔。以位数六除之。得七為首位数。加超母三得十。為二位数。遞加超母。得逐位数。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

通曰。以位数減一位。如六位者。止用五位。以超母三遞加之。一位應三。二位應六。三位應九。四位應十二。五位應十五。乃并此五位應得之数為四十五。以減捴積。餘為寔亦可。

又式 兄弟九人。遞差三歲。共二百〇七歲。問每人歲数幾何。曰家小一人十一歲。逐位加三。得每人歲数。術 將九人除去一位。止作八人。自一至八。并得三十六。乘遞差三。得一百〇八。以減共二百〇七。餘九十九。為寔。以九人除之。得一十一。為最小一人之歲数。又術 通曰。以共二百〇七歲為寔。以九人除之。得二十三。為居中第五人之歲数。凡奇数如九人者。可以用此。若係偶

數如前式六位者。則以總積八十七為寔。以六位除之。得十四五。為居中二位率。又以超母三。折半得一五。為母率。以母率減中率。餘十三。為第三位之數。以母率并中率得十六。為第四位之數。

又式 銀九百九十六兩。給八人。每人遞差十七兩。問每人幾何。曰最少一人六十五兩。術將八人除去一人止作七人。自一至七。并得二十八。乘遞差十七。得四百七十六。以減銀九百九十六。餘五百二十為寔。以八人除之。得六十五。為最少一人之銀數。

通曰。九人。八人。皆位數也。差三。差十七。皆超母也。二百〇七歲。九百九十六兩。皆總積也。

超加求超母及逐位細數法

若超位遞加。但知係幾位。數及前幾位共數。後幾位共數。而不知超母及逐位細數者。用此。

式 甲乙丙丁戊己庚辛八位超加。甲乙二位。共數七十七。己庚辛三位。共數六十六。問超母數及逐位細數幾何。曰超母三。

甲四十	乙三十七	丙三十四	丁三十一
戊二十八	己二十五	庚二十二	辛十九

甲位四十。辛位十九。術以甲乙二位二。乘己庚辛共數六十六。得

國家圖書館; NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

一百三十二。以巳庚辛三位三。乘甲乙共数七十七。淂二百三十一。相減。餘九十九為寔。又并甲乙位二。巳庚辛位三。為五。減半。淂二五。以減總位八。餘五五。以甲乙位二。巳庚辛位三。相乘淂六乘之。淂三十三為法。以法除寔。淂三為超母。并入甲乙共数七十七。淂八十。減半。淂四十。為甲位数。若求巳庚辛。則三分其巳庚辛共数六十六。淂二十二。為居中庚位数。減超母三。餘十九。為辛位数。自甲向乙推之。則遞減超母。自辛向庚推之。則遞加超母。八位細数盡淂也。 如戊巳庚辛四位共数九十四。以二分之。淂四十七。即巳庚共数。并入超母三。淂五十。減半。淂二十五。為巳位数也。

外包 少廣之五

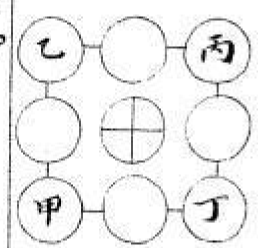
通曰。方者以八包一。每層加八。即超八遞加也。圓者以六包一。每層加六。即超六遞加也。三角以九包一。每層加九。即超九遞加也。然其形不同而法又異。故專衍之。

包方法

外周求積式 外周三十二。問總積幾何。曰八十一。術除中心一在外。以二層八。與外周三十二相并。淂四十。又以四十與外周三十二相乘。淂一千二百八十為寔。以三層十六為法除之。淂

八十。加中心一。得八十一為摠積。

通曰。方徑一周四。今八包一。徑三周八者何也。蓋四隅之甲乙丙丁。各以兩面為一數也。若以兩面俱作二數。則仍是徑三周十二矣。



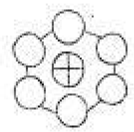
方八包一五層外周三十二

積求外周式 摠積八十一。問外周幾何。曰三十二。術去中心一在外。餘八十。以三層十六乘之。得一千二百八十為寔。以二層八為縱。即起母 用帶縱開平方法除之。詳十二卷 得三十二為外周。

外周求層式 外周三十二。問層幾何。曰除心四層。連心五層。術以起母八。除外周三十二。得四。即除心之層數也。加心一層。共五層。

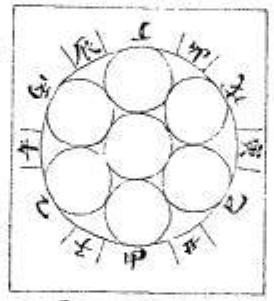
外周及層數求積式 外周三十二。除心四層。問摠積幾何。曰八十一。術除中心一在外。以二層八。并外周三十二。得四十。以四層乘之。得一百六十。減半得八十。加中心一。得八十一為摠積。

包圓法


圓六包一七層外周三十六

外周求積式 外周三十六。問摠積幾何。曰一百二十七。術除中心一在外。以二層六。與外周三十六相并。得四十二。又以四十二與外周三十六相乘。得一千五百一十二為寔。以三層十二為法除之。得一百二十

六。加中心一。得一百二十七為總積。



通曰。圓徑一周三。今六包一。徑三周六者何也。蓋其數隱而不見。須從徑三之外。作一大圜。切各小圜之邊。而於大圜之上。作甲乙丙丁戊己六段。每段截大圜周與小圜徑等。是已得周六矣。又測子丑寅卯辰午六空處。每一空處。得小圜半徑。應折為三段。合甲乙丙丁戊己六段而為九。則仍是徑三周九也。但六包一。六角而非圓。以此為率。亦得其成數也。

積求外周式

總積一百二十七。問外周幾何。曰三十六。術去中心一在外。餘一百二十六。以三層十二乘之。得一千五百一十二為寔。以超母六即二層為縱。用帶縱開平方法除之。得三十六為外周。

外周求層式

外周三十六。問層幾何。曰除心六層。連心七層。術以超母六。除外周三十六。得六。即除心之層數也。加心一層。共七層。

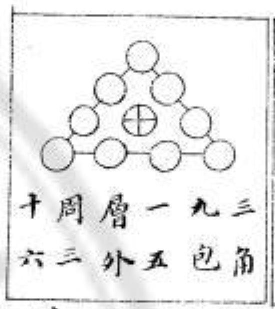
外周及層數求積式

外周三十六。除心六層。問總積幾何。曰一百二十七。術除中心一在外。以二層六并外周三十六。得四十二。以六層乘之。得二百五十二。減半。得一百二十六。加中心一。

淂一百二十七為挖積。

包三角法

外周求積式　外周三十六。問挖積幾何。曰九十一。術除中心一在外。以二層九與外周三十六相并。淂四十五。又以四十五與外周三十六相乘。淂一千六百二十為寔。以三層十八為法除之。淂九十。加中心一。淂九十一為挖積。



積求外周式　挖積九十一。問外周幾何。曰三十六。術除中心一在外。餘九十。以三層十八乘之。淂一千六百二十為寔。以起母九為縱。用帶縱開平方法除之。淂三十六為外周。

外周求層式　外周三十六。問層幾何。曰除心四層。連心五層。術以起母九。除外周三十六。淂四。即除心之層數也。加心一層。共五層。

外周及層數求積式　外周三十六。除心四層。問挖積幾何。曰九十一。術除中心一在外。以二層九并外周三十六。淂四十五。以四層乘之。淂一百八十。減半。淂九十。加中心一。淂九十一。為挖積。

通曰。方圓三角。皆一法也。但起母不同耳。用前起加求積法亦

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

可。

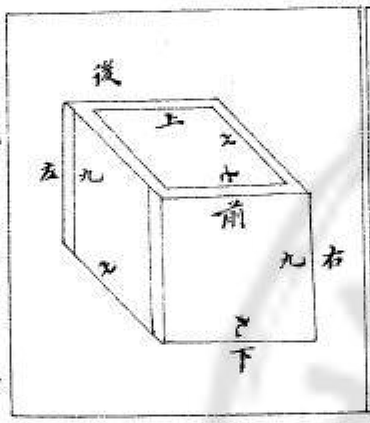
包立方立圓立三角法

通曰。立方圓三角之外包。非遞加也。立方以二十六包一。三層則九十八。四層則二百一十八。立圓以十四包一。三層則五十。四層則一百一十。立三角以三十四包一。三層則一百三十。四層則三百八十一。數不相等。故不可以超加論也。

立方面求層式 立方面九。問層幾何。曰除心四層。連心五層。術通曰。以面九。去中心一。存八。折半得四。即除心之層數也。加心一為五層。每層一面加二。故二數為一層也。

立方層求面式 立方除心四層。問面幾何。曰九。術通曰。以四層倍之得八。加中心一。得九。即方面。

立方面求外包式 立方面九。問外包幾何。曰三百八十六。術通曰。用六方算之。先推前後。以面九自乘。得八十一。倍之。得一百六十二。為前後包數。次推左右。以面九減二。近前之邊去一近後之邊去一餘七。與面九相乘。得六十三。倍之。得一百二十六。為左右包數。再推上下。以面九減二。餘七。自乘得四十九。左右止去前後之邊一故七九相乘上下則左右前後之邊各去一故七自乘倍之。得九十八。為上下包數。并三



包数。得三百八十六。為外包数。又術通曰。以面九自乘。得八十一。再乘得七百二十九。為全積。以面九減二餘七。自乘得四十九。再乘得三百四十三。以減全積。餘三百八十六為外包。又術通曰。以面九減一餘八。與面九相乘。得七十二。四倍之。得二百八十八。又以面九減二餘七。自乘得四十九。倍之。得九十八。相并。得三百八十六。亦合。

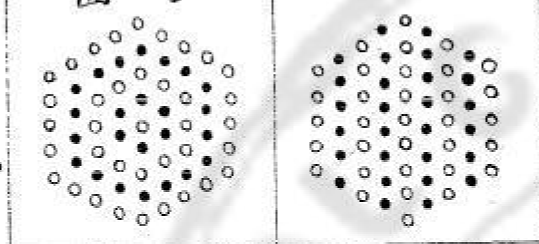
立圓徑層相求式

通曰。與立方同術。每層一面。亦加二故也。中心亦作一層。

立圓徑求外包式

立圓徑九。問外包幾何。曰一百九十四。術通曰。先求層數。得連心五層。又用前六包一之法。除內四層。得外周二十四。以外周二十四與五層相乘。得一百二十。為外層橫包数。以外周二十四。減超母六。餘十八。以十八為周。用前平圓周求積法。得積三十七。倍之。得七十四。為上下兩包数。并二包数。得一百九十四為外包数。

橫面　　上面



每行五者二十四
每行六者十八
每行七者十二
每行八者六
每行九者乃心也
中橫視如此

周二十四者行五
周十八者行六
周十二者行七
周六者行八
中心無周而行九
直視如此

通曰。亦立六方而非立圓也。連心層數。必與其六方之一方等。

如今連心五層。每方亦五數也。

立三角底求層式

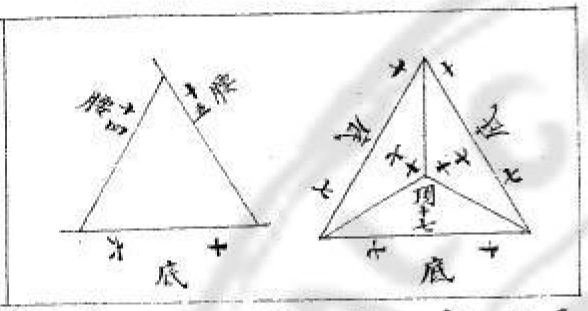
立三角底十七。問層幾何。曰除心四層。連心五層。術通曰。以底十七。去中心一。存十六。以四除之。得四。即除心之層數也。加心一為五層。每層加四。故四數為一層也。

立三角層求底式

立三角除心四層。問底幾何。曰十七。術通曰。以四層與四相乘。得十六。加中心一。得十七。即底。

立三角底求外包式

立三角底十七。問外包幾何。曰五百五十四。術通曰。以底十七。用前順加求積法。得一百五十三。為底包數。以底十七減一。餘十六。為頂至底上一重之重數。自內至外曰層自上至下曰重既知為十六重。便可推每重之周包數矣。第十六重之底即十六。減一。得右腰十五。又減一。得左腰十四。以底腰相并得四十五。為第十六重之周包數。從此遞減三數推之。以四十五減三。餘四十二。為第十五重之周包數。減三。餘三十九。為第十四重之周包數。減三。餘三十六。為第十三重之周包數。減三。餘三十三。為第十二重之周包數。減三。餘三十。為第十一重之周包數。減三。餘二十七。為第十重之周包數。減三。餘二十四。為第九重之



底減一兩腰各減一為上一層之周包數故每層減三數也

周包数。減三。餘二十一。為第八重之周包数。減三。餘十八。為第七重之周包数。減三。餘十五。為第六重之周包数。減三。餘十二。為第五重之周包数。減三。餘九。為第四重之周包数。減三。餘六。為第三重之周包数。減三。餘三。為第二重之周包数。頂重止一数。幷諸包数。得三百六十一。為搃腰包数。再幷底包数。得五百一十四。為外包数。若用前超加求積法。以第十六重之四十五為末位。求得積三百六十一。即搃腰包数也。又術通曰。立三角凡四面。一面為底。其三面皆腰。今成三分為左腰右腰後腰以推之。如前術既得底包数一百五十三之後。即以底十七減一。餘十六。用順加求積法。得積一百三十六。為左腰包数。又以底十七減二。餘十五。用順加求積法。得積一百二十。為右腰包数。又以底十七減三。餘十四。用順加求積法。得積一百〇五。為後腰包数。幷三腰包数。得三百六十一。合搃腰包数。再幷底包数得五百一十四。亦合外包数也。

倍加少廣之六

二因加

一

二 四 八 十六 三十二 六十四 一百二十八

三因加

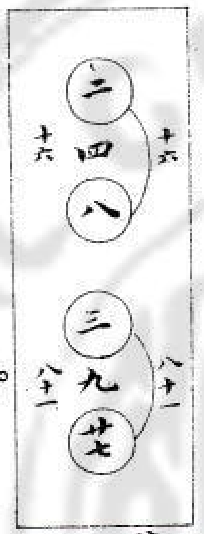
一　三　九　二十七　八十一　二百四十三

求倍

倍即母也。欲求其母者。則取挨身小數。於本數中減之。以二減盡者倍一也。以三減盡者倍二也。如三十二。挨身小數為十六。以十六。於三十二中減之。兩回十六。減盡矣。知是加一倍數。又如八十一。挨身小數為二十七。以二十七。於八十一中減之。三回二十七。減盡矣。知是加二倍數。

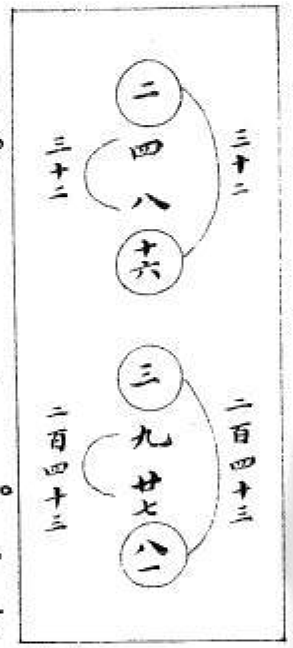
截三位較

凡截取三位。以首尾二位相乘。其所得數。與中一位之自乘數等。如截二四八。以二與八相乘。得十六。四自乘。亦十六也。如截三九二十七。以三與二十七相乘。得八十一。九自乘。亦八十一也。



截四位較

以首尾二位相乘。其所得數。與中二位相乘之數等。如截二四八十六。以二與十六相乘。得三十二。四與八相乘。亦三十二也。如截三九二十七八十一。以三與八十一相乘。得二百四十三。九與二十七相乘。亦二百四十三也。



國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

位數多者。凡偶位。步〻首尾相乘。與挨身之中二位相乘等。凡奇位。步〻首尾相乘。與中一位自乘等。

一倍加求積法 一倍者二因也

式 自一起。加一倍。至末位。得六十四。問摠積幾何。曰一百二十七。

首						尾
一	二	四	八	十六	卅二	六十四

術 取尾六十四倍之。得一百二十八。於內減首一。餘一百二十七。即七位摠積也。用後式之術亦可。

二倍加求積法 二倍者三因也

式 自一起。加二倍。至末位。得八十一。問摠積幾何。曰一百二十一。

首				尾
一	三	九	廿七	八十一

術 取尾八十一。於內減首位一。餘八十。以倍母二除之。二倍以二為母 三倍以三為母 得四十。再折三併尾八十一。得一百二十一。為摠積。通曰。倍母。必減其因一數。故三因以二為倍母也。三倍四倍以至多倍。皆同此法。惟各用其倍母耳。

半倍加求積法

加一倍。又二之一者。即半倍加。即四六差分也。如首位四。次位加首位四之半為六也。

式 自四起。半倍加。至末位。得四十五零十六之九。問摠積幾何。

	首位 四 六 九	
一	三	二一
二	〇	四一
三	〇	八三
四	五	二六九
	尾位	

曰一百二十八又十六分之十一。術取尾四十五又十六之十一。內減首四。餘四十一又十六之九。以倍母半數除之。用奇零除法詳筆算得八十三又八之三。再并尾數。得一百二十八又十六之十一。用奇零加法為總積。

倍加隔位合數法

抽中一位前與後合式

前四位
一 首位
二 二位
四 三位
八 四位
十六 五位
卅二 六位
六十四 七位
一百廿八 八位
二百五十六 九位
後四位

凡倍加數。不論共有幾位。但試中抽取一位之數自乘。視所抽之位。至首幾位。則自乘之數。必與此後幾位相同也。如抽第五位。以十六自乘。得二百五十六。自首至十六得五位。除第五本位。則前有四位也。其後四位之數。必二百五十六矣。通曰。以前得四位倍之。得八。加所抽一位得九。則所抽之位數自乘。與第九位數同矣。

抽中二位前與後合式

前一位
一 首位
前 二 二位
四 三位
後 八 四位
十六 五位
後一位

於多位之中。前抽一位。後抽一位。相乘。則視前抽之位。去首幾位。後抽之位。再去幾位。其數必與此相乘之數合也。如前抽第二位。其數二。後抽第四位。其數八。相乘得十六。前

抽之位。去首一位。則後抽之位。再去一位。其數亦必十六也。

倍抽減一前合後式

一	首位
二	二位
四	三位
八	四位
十六	五位

不必算其前後之位。但視所抽為第幾位。倍其位數。減一。得後應合之位。則所抽位數自乘。必與後位數合也。如抽第三位。倍為六。減一得五。則第三位之四自乘得十六。必與第五位之數合也。

減位倍抽前合後式

倍數	位數
一	○
二	一
四	二
八	三
十六	四

先排倍數於右。次排位數於左。須除首位不算。自次位作一位排之。抽第幾位倍之。不必減一。即得應合之位。

則所抽位之自乘。必與後位數合也。如抽第二位。倍為四。則第二位之四自乘得十六。必與第四位之數合也。

減位并抽前合後式

倍數	位數
一	○
二	一
四	二
八	三
十六	四

抽兩位之互乘。則并所抽之兩位。共為幾位。即知互乘之數。必與其位數合也。如抽第一位第三位。二與八互乘得十六。以一位與三位并為四位。則第四位之數必十六也。互乘即相乘以上皆首位起一者。

異位減位倍抽及并抽式

若首位不自一起。或二或三四起者。則抽一位抽二位。其自乘互乘之數。皆先取首位之數除之。而

倍数	位数
五 首	○
十	一
廿	二
四十	三
八十	四

後倍位并位以求合数之位也。如抽第二位。其数二十。自乘得四百為寔。以首数五為法除之。得八十。再倍第二位為四。則第四位之数。必八十也。

倍数	位数
五 首	○
十	一
廿	二
四十	三
八十	四

又如抽第一位第三位。其数十與四十。互乘得四百為寔。以首数五為法除之。得八十。再并第一位第三位為四。則第四位之数。必八十也。

截位合前積式

凡倍一加者。即二同就中隨意截取一位。以其所

一	首位
二	二位
四	三位
八	四位
十六	五位
卅二	六位
六十四	七位

截位之数減一。即合所截位以前各位之揔積。凡自一起者用之。如截第七位。其数六十四。減一。得六十三。即首六三位至六位之揔積也。

截位合前後積式

如右式六十三。為首至六位之揔積。若以此

前管六位		
一	首	六
二		五
四		四
八		三
十六		二
卅二	六位	一

後管六位		
六十四	七位	一
百廿八		二
二百五十六		三
五百一十二		四
千廿四		五
二千四十八	十二位	六
四千九十六	十三位	

六位為主。加一。得六十四。自乘得四千〇九十六。減一。得四千〇九十五。即首至十二位之揔積矣。蓋以六位為主。以前管六

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

位。以後亦管六位也。即以六加一倍。亦得十二位。
通曰。凡倍一加者。隨抽一位。於其数内減一。餘必為以前諸位之捴積也。如抽第三位四。減一餘三。必為以前一位二位之積三也。又如抽第四位八。減一餘七。必為以前一位二位三位之積七也。故抽第十三位四千〇九十六。減一。餘四千〇九十五。必為以前首至十二位之捴積也。

又式 借銀一兩。每日加息一倍。至第六十四日。問共銀幾何。曰。一千八百四十四兆六千七百四十四萬〇七百三十七億〇九百五十五萬一千六百一十五萬。術 試截四位。曰一。曰二。曰四。曰八。共積十五。加一為十六。自乘得二百五十六。内減一。餘二百五十五。即係第八位之積。再加一。自乘得六萬五千五百三十六。内減一。餘六萬五千五百三十五。即係第十六位之積。再加一。自乘得四十二億九千四百九十六萬七千二百九十六。減一。餘四十二億九千四百九十六萬七千二百九十五。即係第三十二位之積。再加一。自乘得一千八百四十四兆六千七百四十四萬〇七百三十七億〇九百五十五萬一千六百一十六。減一。即係第六十四位之積也。六十四位。即六十四日也。

通曰。不必加減。以第五日之數自乘。得第九日之數。又自乘。得第十七日之數。又自乘。得第三十三日之數。又自乘。得第六十五日之數。減半。為第六十四日之積也。蓋五日加四而為九日。倍四為八。故九日加八日而為十七日。倍八為十六。故十七日加十六日而為三十三日。倍十六為三十二。故三十三日加三十二日而為六十五日也。倣此推之。可至無窮。均輸章有三術。更覺简易。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

戴氏阿為年二十四歲廣東人

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C

數度衍十二卷目次

開平方 少廣之七
珠算開平方法
筆算開平方法
籌算開平方法 見前籌算
平方積較和開法
平方積較求闊
一帶縱開平方法
二減積開平方法

平方積較求長

一負縱益積開平方法

二帶減縱開平方法

平方積和求闊

一帶縱益隅開平方法

一帶縱負隅減縱開平方法

平方積和求長

帶縱負隅減縱翻法開平方法

平方帶縱諸變

一帶縱減積開平方法

二減積帶縱負隅并縱開平方法

三隅算開平方法

四帶縱隅益積開平方法

五帶縱負隅減縱開平方法

六減積帶縱隅益積開平方法

七帶縱負隅減縱益積開平方法

八帶縱負廉開平方法

九帶縱廉負隅開平方法

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

十帶縱方廉開平方法

十一帶縱廉負隅乘縱減實開平方法

開平圓少廣之八

積求外周法

積求內徑法

數度衍卷之十二

桐城方中通衍

開平方少廣之七

珠算開平方法

通曰。四算中惟尺算不便於開方。而珠筆籌法亦不同。故分衍之。

式 橫三百二十四。問平方一面幾何。曰十八。術 列實於卯辰巳下。約初商一十。置子位。亦置未位為方法。左右相呼。曰一一如一。除實一百。卯位三變二。餘實二百二十四。以方法一十倍為

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY TAIWAN R.O.C

子	丑	寅	卯	辰	巳	午	未	申
			三	六			方	
一	八		三	二	四		一	
初商	次商						二廉	八隅

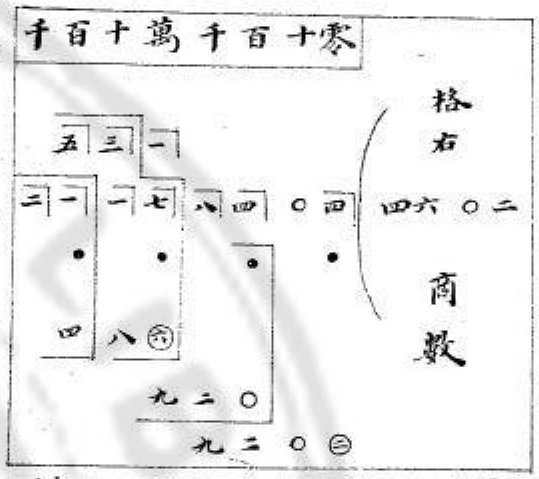
二十為廉法。變未位一為二。約初商八。置丑位。亦置申位為隅法。先左右二八相呼。曰二八一十六。除寔一百六十。卯位寔盡。辰位二變六。餘寔六十四。次左右八八相呼。曰八八六十四。除寔六十四。辰巳二位寔盡。則所商之一十八。即方面也。

通曰。次商與初商不同。須視寔內除廉外。尚有隅之自乘否。如次商八。除二八一百六十之外。餘寔尚有六十四。可除隅八之自乘。故用八。若止餘六十三。則不用八而用七矣。

歸除開平方式

積五萬四千七百五十六。開平方一面幾何。曰二百三十四。術 置寔盤中。初商二百。置寔首左位。另置二百於右。左右相呼曰二二如四。除寔四萬。餘寔一萬四千七百五十六。以右二百倍作四百為法歸除之。呼曰四一二餘二。逢四進一十。得三十為次商。置右四百之下。呼曰三三如九。除寔九百。餘寔一千八百五十六。又以右下三十倍作六十。共四百六十為法歸除之。呼曰四一二餘二。逢八進二十。得四為三商。置右六十之下。呼曰四六二十四。除寔二百四十。呼曰四四一十六。除寔十六。寔盡。變為二百三十四。即方面也。

式 積二千一百一十七萬八千四百〇四。問平方一面幾何。曰四千六百〇二。術 列寔八位。從末位四下作點。隔位一點。共四



點。知有四回商數也。寔首點在次位。以二一相連。作二十一者然也。應用自乘有幾十幾數者為商。今初商用四。註初點下。亦紀格右。相呼四四一十六。於寔二千一百內。除一十六百。抹去二。一變五。完首段矣。餘寔伍百一十七萬八千四百〇四。」第二段寔至次點至。曰五一七。先立廉法。倍初商四為八。註寔一下。空次點一位以待隅法。乃商五百一內作五十一有六回八。即用六為次商。紀初商四右。亦註六於次點下為隅法。如八十六者然也。乃與次商相呼。先呼六八。除寔四百八十。抹去五。一變三。又呼六六。除寔三十六萬。抹去三。七變一。完第二段矣。餘寔一萬八千四百〇四。」第三段寔至三點止。曰一八〇四。具格右四六。倍作九十二為廉法。註九於寔一下。二於寔八下。空三點一位以待隅法。一內不可除九。遇此則知商有〇位。竟作〇於商數四六之右。以作第三商。完第三段矣。餘寔如故。」第四段寔至四點止。曰一八四〇四。具格右四六〇。作四百六十。倍作九百二十

為廉法。註九於寔八下。二於寔四下。〇於寔〇下。空四點一位以待隅法。乃商一八內作一十八有二四九。即用二為四商。紀商数四六〇之右。亦註二於四點下為隅法。如九千二百〇二者然也。乃與四商相呼。先呼二九。除寔一萬八千。抹去一八。又呼二二。除寔四百。抹去四。又呼二二。除寔四數。抹去四。寔盡。究四段矣。則格右之四六〇二。即方面四千六百〇二也。

通曰。初商點在寔首者。三以前用一。八以前用二。九則當用三。點在寔首次位者。十五以前用三。二十四以前用四。三十五以前用五。四十八以前用六。六十三以前用七。八十以前用八。九十九以前用九。滿百則點又在寔首矣。

用命分式 術 倍前商數。加一為母。餘寔為子。依法命之。如設積六十。開方。初商七。除寔四十九。餘寔十一。令倍前商七作十四。加一。得十五為母。以餘寔十一為子。命曰七又一十五之一十一。而縮。試并初商及分數自之。用奇零整帶零與整帶零乘法。詳筆算下得二二五之一三四五六。以一三四五六為寔。以二二五為法。除去四十九四二二五。餘二四三一。得四十九又二二五之二四三一也。其二四三一之內尚有十四二二五。如亦歸整。并四十九為五十九又二二五之一八一。則不及原積六十矣。

故曰縮。若倍初商。不加一為母。命為十四之十一。試自之。得六十又一九六之一四一。則又過原積而盈矣。舉成数可也。又(術)如開方不盡寔。又欲得其小分。則通為小数。須於餘積之右。加兩〇。化一為百也。如法開之。得根数。當命為一十分之幾分也。加或加四〇。化一為萬。開得根数。命為一千分之幾分也。如設積六十。已商七。不盡寔十一。欲得其細分。於右加六〇。是十一化為一千一百萬也。如法開之。又得商七四。當命為一千分之七十四也。

奇零開平方式

(術)凡開方不盡寔。用命分第一術。又不盡者。用盈不足對穉可也。如寔二十者。初商四。除寔十六。餘寔四。依命分法。立子母化初商。用整帶零與整帶零乘法。得八十一之一千六百。以小除大。當以八十一除一千六百也。除得一十九零八十一之六十一。一千六百內有十九四八十一餘六十一滿八十一則歸整一数止得六十一尚餘二十又不盡者。八十一之二十。必須另立一法。用盈不足對穉。如前用四自乘盈四。用五自乘又不足五也。以不足五。對前四又九九之四。前四者初商也九之四者倍初商加一為母九餘寔為子曰九之四而以少減多。以五為原數以四又九之四為減數用奇零整內減整及零法。餘九之五。乃以前四零九之四倍之。為八零九之八。并入

原數	減數
五	四 九之四
減餘	
九之五	

同母	
九/五	九/八
歸整	
九/四	一
并得	
九/四	九

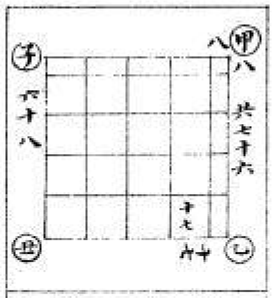
減餘九之五。除去整八在外。以九之五與九之八相并。用奇零同母加法。歸整。得一零九之四。乃以在外之整八。并入一為九。得九零九之四

原數	除數
八一/二〇	九 九/四
除得	
六八八五/一八〇	

也。又以此九零九之四為除數。以前餘未盡八十一之二十也餘寔為原數。用奇零整帶零除零法。除得六千八百八十五之一百八十也。又以此除得數。與前

異母	
六八八五/一八〇	九/四〇
并得	
六一九六五/二七七〇二〇	
歸整	
四 六一九六五/二九一六〇	

九之四十相并。九之四十者倍初商四加一共九為母餘寔四為子曰九之四又用化法以初商四乘母九得三十六再并子四得四十是以四零九之四化為九之四十也用奇零異母加法。子母互乘。并母并子。得六萬一千九百六十五之二十七萬七千〇二十也。歸整。以少除多。母數少為法。除二十七萬七千〇二十。得四。尚餘二萬九千一百六十。是為四零六一九六五之二九一六〇也。約之得十七分之八。乃知寔二十者。開方得四零十七分一之八也。



子至丑化為六十八甲至乙化為七十六

通曰。以開方得四化之。每一數作十七。共化為六十八。又并入八。得七十六。為平方一面之數也。自乘得五千七百七十六為方積。寔二十亦化之。每一數作十七之自乘。共化為五千七百

八十。較之方積。則多四也。即以初商四後之餘寔四。化為一千
一百五十六。以二廉及隅較之。先并八與十七相乘之數八。得
一千。八十八。又并八自乘。共得一千一百五十二。又少四也。
則餘寔有終不能盡者矣。
又術以四開二十不盡。今用四零二之一以求之。倍初商四得
八為母。以不盡寔四為子。曰四零八之四。約之得四零二之一。
化之。得二之九。以四乘母二得八加子一共九故化為二之九母子各自乘。得四之八
十一。歸整。以母四除子八十一。得二十零四之一。則寔不足矣。
另置四之一為寔。將前四零二之一。倍數得九為法除之。以九

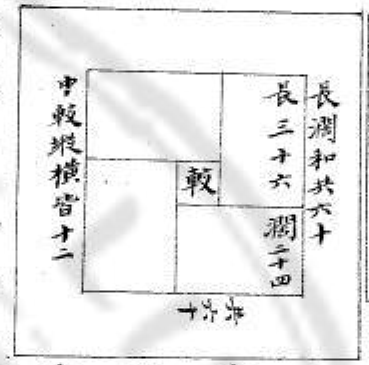

立一為母。曰一之九。倒位。曰九之一。與
四之一相乘。母乘母。子乘子。得三十六
之一。又將三十六之一。與前二之九相并。兩母相
乘。得共母七十二。母子互乘。得各子。一曰七十二
之二。一曰七十二之三百二十四。又相減。於三百二十四內減


二。餘三百二十二。是七十二之三百二十二也。
再以七十二為法。除三百二十二。歸整得四零
七十二之三十四。約為四零三十六之一十七。
籌算開平方法 見前籌算

平方積較和開法

平方長闊不等者。以長闊相乘為寔積。以長闊相減為較。以長闊相并為和。

積和求較式 積八百六十四。長闊和六十。問長多闊幾何。曰十二。術以和六十自乘。得三千六百。四因積。得三千四百五十六。相減。餘一百四十四。平方開之。得一十二。為長多於闊之較。



通曰。積者。勾股相乘之直積也。此乃積與勾股和求勾股較之法。

積較求和式 積八百六十四。闊不及長十二。問長闊和共幾何。曰六十。術四因積。得三千四百五十六。不及十二自乘。得一百四十四。相并。得三千六百。平方開之。得六十。為長闊和。

通曰。此乃積與勾股較求勾股和之法。衍此二式。以起後法。

平方積較求闊

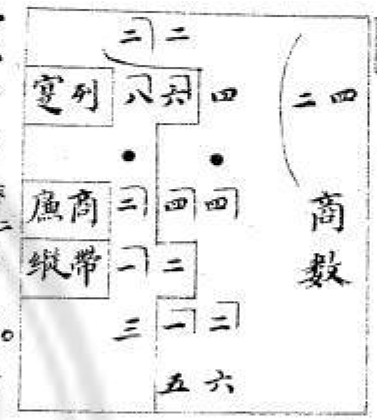
積與較求闊者。其長之積多於闊。若非加法。以帶除其長。當於寔積內。抽減其長之積。故其法有二。一以較為縱方。并縱八方。曰帶縱開平方。一以較為減積。以方乘減。曰減積開平方。

一帶縱開平方法

式

直積八百六十四。濶不及長一十二。問濶幾何。曰二十四。

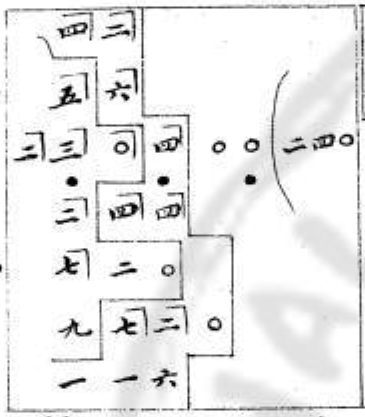
術



列寔定點。以帶縱一十二。隨寔首列之。初商二。紀格右。亦列首點下。并縱首一為三。抹二一而註三。相呼二三除寔六。首位寔八變二。又呼二二除寔四。次位寔六變二。完首段」餘寔二百四十四。倍初商二為四作廉法。列次位寔下。此退位列也。亦退位列帶縱。以廉四并縱一為五。抹四一而註五。次商四。紀格右。亦註末點下為隅法。以隅四并縱二為六。抹四二而註六。相呼五四除寔二十。抹首位。餘寔二。又呼四六除寔二十四。次位餘寔二。三位寔四。皆抹去。寔盡。所商二四。即濶二十四也。

又式

術

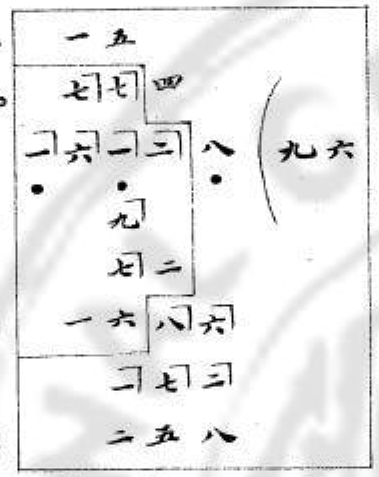


如寔二十三萬。四百。縱七百二十。初商可用四。但縱首七并四為十一。寔首二三。無四十四可除。遇此。須減商作二。三亦多故用二紀格右。亦註首點下。并縱七為九。抹二七而註九。相呼二九除寔一十八。抹二。三變五。又呼二二除寔四。五變四。○變六。究首段」餘寔四萬六千四百。倍初商二作四為廉法。列寔○下。又列縱於廉下。次商四。紀格右。亦註次點下為隅法。以廉四并縱為七為十一。抹四七而註一。左位又註一。此也十

以隅四并縱二為六。抹四二而註六。乃以次商四呼首一。曰一四除寔四。抹四。又呼次一。曰一四除寔四。六變二。又呼四六除寔二十四。二四皆抹去。寔盡。」尚有末點未開。當於格右紀○以作三商。則知直方濶二百四十。長九百六十也。

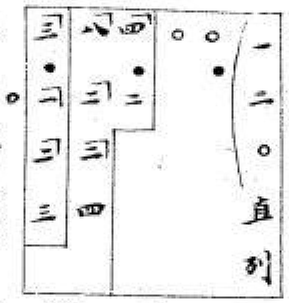
通曰。以濶并縱。得長也。

又式 術 若寔數首位寡。而帶縱數多。不能開者。雖點段在首位。亦退一位列商縱。而減一商也。如寔一萬六千一百二十八。帶縱七十二。數多。即減一商。三點止兩商也退列縱於次點下起。初商九。紀格右。亦註次點下。并縱七為十六。抹九七而註六。左位註一。

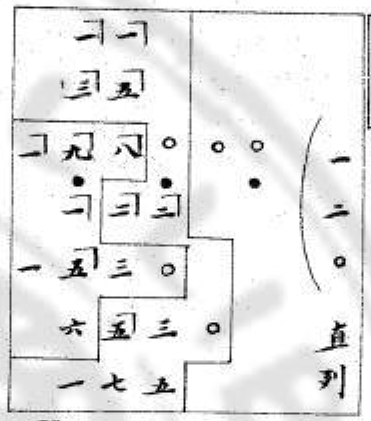


相呼一九除寔九。抹首一。六變七。又呼六九除寔五十四。七變一。一變七。又呼二九除寔一十八。七變五。二變四。完首段。」倍九得一十八為廉法。列之。退列縱。次商六。紀格右。亦註末點下為隅法。以廉八并縱七為十五。抹八七而註五。左位進一。并廉一為二。以隅六并縱二為八。如法呼除。寔盡。得濶九十六。長一百六十八。

又式 術 其寔首數多。帶縱數少。可以開除者。仍照所點段位開之。如寔三萬八千四百。帶縱二百。首位三自為一段。初商一。紀



右。註首位下。并縱二為三。呼一三除寔三。究首段。倍一作二為廉。註次位。并縱二為四。次商二。紀右。註次點下為隅。呼除寔盡。尚剩一點未開。商後加一〇。得闊一百二十。長三百二十。



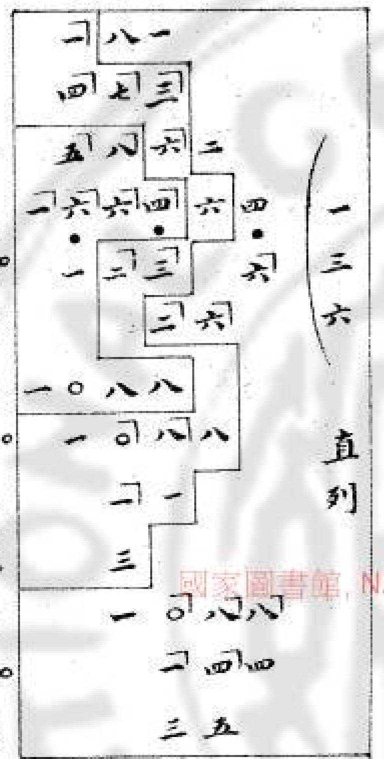
又式 術 若點段開位少。而帶縱位反多。如三點訣百而帶縱至千之類以初商置首點下。以帶縱大數進左列之。必首段係二位者方有此例如寔一十九萬八千。帶縱一千伍百三十。遇此。則列縱亦須以百隨百而進千矣。初商一。紀右。註首點下。次縱五。當隨一下列之。初商一百也縱五亦百也次首縱一。進列首位下。以初商一并縱五為六。先與縱一呼一一除寔一。再呼一六除寔六。再呼一三除寔三。究首段。倍初商一作二為廉。註三位寔下。帶縱一。退從次位起列五於廉二下。并為七。次商二。紀右。註次點下。并縱三為五。依法與次商呼除。又加一〇。得濶一百二十。長一千六百五十。

又式 術 帶縱并商數有共一十者。進位再并可也。如寔七萬二千。縱四百八十。點在首位。初商一。紀右。註首點下。縱首隨列。以一并縱四為五。呼除畢。餘寔一萬四千。倍初商作二為

廉。註次位。縱亦次列。并二四為六。次商二。紀右。註次點下。先呼二六除十二。首位餘寔一。抹去。次位餘四變二。然後以商二為隅者。并縱八為一十。進位註一。本位註○。乃呼一二除二。寔盡。又加一○。得潤一百二十。長六百。

通曰。既列次商帶縱。先以廉二并縱四為八六。又以隅二并縱八為一十。進一於所并六下。以一六并為七。然後以次商二與七相呼。二七除一十四。抹首位餘一。餘寔一。次位餘寔四。亦便。

又式 術 若寔数縱数商数俱多者。襍糅易淆。務須先將帶并之數。逐一歸并。各註本位之下。乃以呼除。始不紊亂。如寔一十六萬六千四百六十四。縱一千○八十八。初商一。紀右。註初點下。三點。知初商係百位。以縱百位○。隨列初商下。列縱以



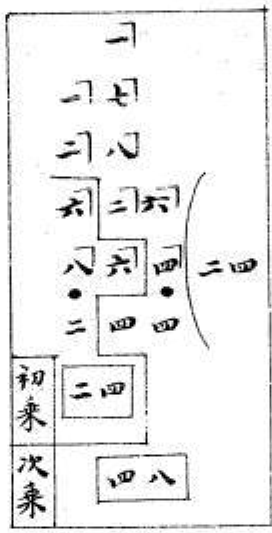
一千於進位。初商一。與縱無并。仍是一。先以右一與縱一相呼一一除一。又以右一與商一一呼一一除一。又以右一與縱八呼一八除八。又以右一與縱尾八呼一八除八。究首段。餘寔四萬七千六百六十四。倍初商得二為廉。註三位寔下。退列縱數以相并。廉二與縱○無并。仍是二。次商三。紀右。註初次點下。并縱

八為十一。改三八為一。進位〇。下註一。又改二〇。一為三。并畢。須以實下橫列之一三一八為主。皆與右三相呼除實也。除畢。究次段。餘實八千一百二十肆。」倍前商一三作二十六為廉。空末點位以待隅法。而以六註第五位實下。二註第四位實下。退列縱數以相并。先以廉六并縱八。得一十四。註四於八下。進位註一。又以廉首二并所進一得三。改二〇。一為三。三商六。紀右。。註末點下。并縱末八得一十四。改六八為四。進位四加一改作五。并畢。以最下橫列之一三五四為主。皆與右六相呼除實也。除畢。實盡。得濶一百三十六。長一千二百二十四。

通曰。凡圖實上為餘實。實下為并縱。并縱者。并廉隅縱為開方之法數也。右七式。用前積較求和之法。得和。減縱。半之即濶。然其變不可不知耳。求長亦然。

二減積開平方法

減積者。於實內減股之積。以就其方也。股即長也



式 直積八百六十四。濶不及長一十二。問濶幾何。曰二十四。術列實點位。另將不及一十二為減積。以商數乘之。而列乘數。初商二。紀右。註首點下。乘減積得二十四。隨位列之。相對

減原積。首位寔八。減二餘六。次位寔六。減四餘二。餘寔六百二十四。然後以初商呼除。二二除四。首位餘寔六變二。完首段。餘寔二百二十四。倍初商二得四為廉。註次位寔下。次商四。紀右。註末點下為隅。以隅乘減積得四十八。亦隨位列之。相對減餘寔。首次兩位餘寔二十二。減四。首位二變一。次位二變八。次三兩位餘寔八十四。減八。次位八變七。三位四變六。共餘寔一百七十六。然後以次商與廉隅呼除。四四除一十六。抹首位餘寔一。次位七變一。又呼四四除一十六。抹次位一。三位六。寔盡。得濶二十四。

通曰。凡定商後数。須減積後。餘寔視有商数之自乘否。切以原寔定商也。初商列初點下。初乘首数。亦隨初點下列之。二段廉退初商一位。則次乘亦退一位也。

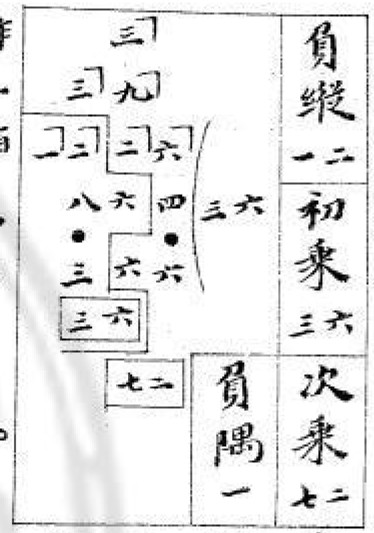
平方積較求長

積與較求長者。其濶之積少於長。若非益積以補濶。則當損其法之長也。求法有二。以較為負縱乘上商以添積。曰負縱益積開平方。以較為減縱。而以負縱減方法。曰帶減縱開平方。

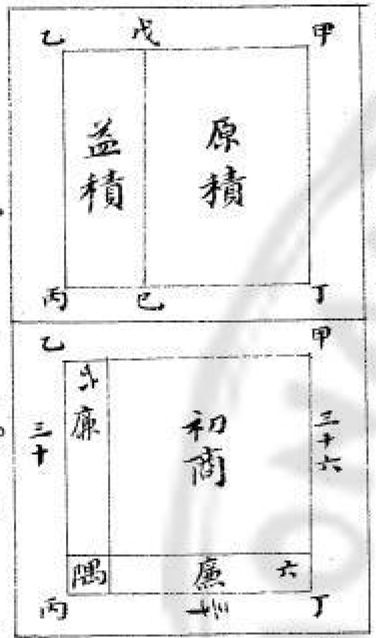
一負縱益積開平方法

式 直積八百六十四。濶不及長一十二。問長幾何。曰三十六。術

列寔點位。另列不及一十二為負縱。而初商則約所增負縱之



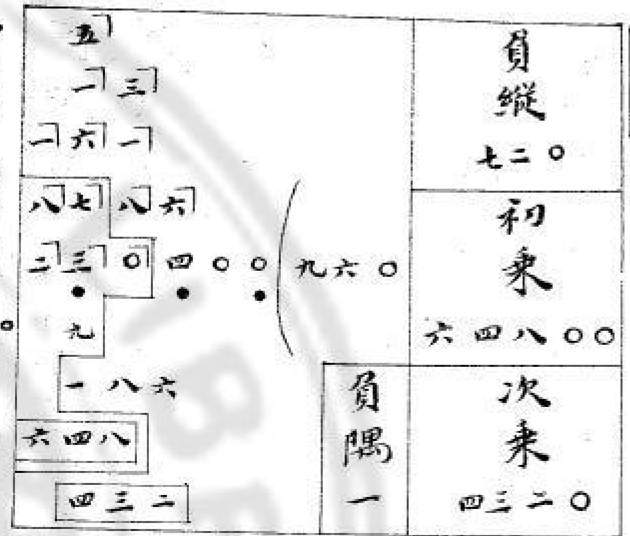
乘商之。如首位八。開法宜用二。曰有負縱之乘。乃商三。紀右。註首位下為方法。而以乘負縱。淂三十六。註三於首位。六於次位。以并原積八六。十作八六淂一二二。二作一十二百次位六變二。首位八變二。進位置一。左寔位首益積淂一千二百二十四。乃以方法呼除三三除九。究首段。餘寔三百二十四。倍三作六為廉。註次位。次商六。紀右。以乘負縱。淂七十二。退位列之。乘退位初以并餘積三二四。二作十三四百淂三百九十六。末位四變六。次位二變九。另置一算為負隅。以次商六乘之。仍淂六為隅法。乃以次商呼除。六六除三十六。又呼六六除三十六。寔盡。淂長三十六。



通曰。甲戊己丁形。原積八百六十四也。戊乙丙己形。益積四百三十二也。甲戊濶二十四。甲乙長三十六。戊乙乃長濶之較十二。合成甲乙丙丁形。乃股冪也。股即長也。初商三十。自乘淂九百。二廉濶六。長三十。又各相乘淂一百八十。隅六。自乘淂三十六。

又式

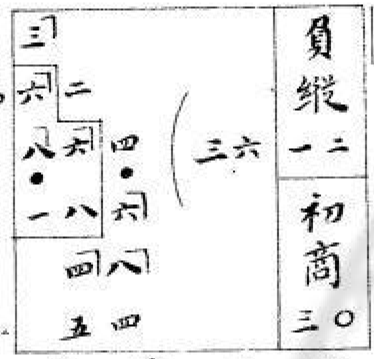
術 直積二十三萬〇四百。長闊較七百二十。列寔點位。列較為負縱。初商九。九百紀右。註首點下為方法。以乘負縱。得六四八。六萬四十八百以益積隨首列之。共加得寔為八七八四〇〇。以方法呼九九除八十一。完首段。餘寔六八四〇〇。倍九得一十八為廉。註八於次位。點進位。註一於首點下。次商六。六十亦乘負縱。得四三二。四千三百二十以益



餘積退位列之。共加得餘寔為一一一六〇〇。又以次商六乘負隅一。仍得六。註本段點下為隅法。乃呼一六除六。六六除六。六八除四十八。六六除三十六。寔盡。尚餘一點作〇。得長九百六十。

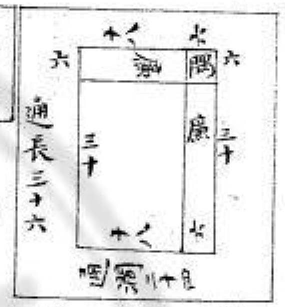
二帶減縱開平方法

式 直積八百六十四。闊不及長一十二。問長幾何。曰三十六。術



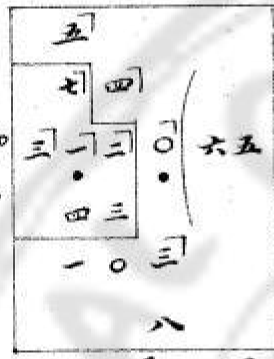
列寔。另列不及一十二為負縱。初商三。三十紀右。以負縱減之。餘一十八。挨註首點下為方法。先呼三八除二十四。八上陸變二。進位八變六。後呼一三除三。一上六變三。先呼一三亦可餘寔三百二十四。乃於另商列初商三右加〇。作三十以并方法。得四十八為

廉。註次位。次商六。紀右。註末點下為隅。而并入廉內。得五十四。
六八并改四。進位四改正。乃呼初次商。五六除三十。四六除二十
四。寔盡。得長三十六。
商數減後。首位多於寔首。亦照例退位。
通曰。初商三十。減縱得十八。相乘。除積五百四十。
次商六。并方法為廉四十八。（二廉共長四十八也）相乘。除積
二百八十八。隅六自乘。除積三十六。

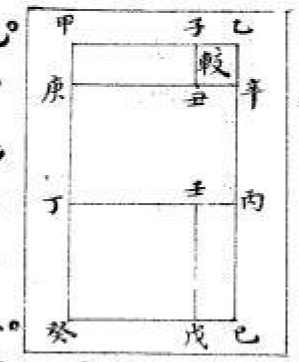


又式 有兩方共積若干。第云以小方之一面。乘大方之一面。共
若干。問兩方面各幾何者。如大小二方。共積六千五百二十九。
以小方大方各一進相乘。得三千一百二十。先倍兩方乘積。得

負縱一七
初商六。



六千二百四十。以減共積。餘二百八十九。平方
闕之。得較一十七。乃列二方乘數為寔。以較為
負縱。初商六。（十六）紀右。以負縱減之。餘四十三。註
初點下為方法。呼初商。四六除二十四。三六除
一十八。餘寔五百四十。又於初商六右加〇。（作六十）以并方法。得
一百〇三為廉。註下。（以末三次點止）齊次商五。紀右。註尾點為隅。并入
廉內。共一百〇八。乃呼次商。一五除五。五八除四十。寔盡。得大
方面六十五。以較一十七減之。得小方面四十八。
通曰。甲乙丙丁。大方形也。丁壬戊癸。小方形也。以丙丁退乘丁



癸退。得丙丁癸巳形。倍之。得庚辛巳癸形。以減共積乙壬戊癸甲罄折形。則以丙壬戊巳形。補甲子丑庚形而後減之。餘乙子丑辛形為較冪也。甲乙六十五。減甲子四十八。餘乙子一十七。

平方積和求濶

積與和求濶者。以和為縱方。一為負隅。和并一長一濶。積得一長而少一濶。故用一為負隅。其法有二。或益隅於積。乘負隅為方法。又乘方法以益積。曰帶縱益隅開平方。或減隅於積。乘負隅以減縱。命餘縱以除寔。曰帶縱負隅減縱開平方。

一帶縱益隅開平方法

$\boxed{\text{式}}$ 直積八百六十四。長濶和六十。問濶幾何。曰二十四。術列寔。

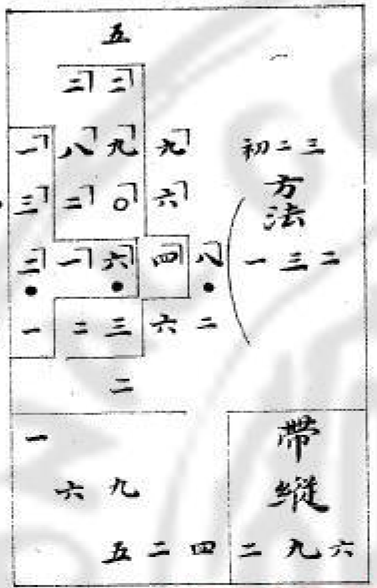
以和為帶縱。初商二。十二紀右。註首點下。自乘得四百為負隅。以益積。共加得寔一千二百六十四。乃以初商呼帶縱。曰二六除寔一千二百。餘寔六十四。倍方得四為廉。註次位。次商四。紀右。註尾點為隅。以次商乘廉四十。得一百六十。又以次商乘隅四。得一十六。皆并入餘寔。共加得餘寔二百四十。乃以次商呼帶縱。曰四六除寔二百四十。寔盡。得濶二十四。

通曰。甲乙丙丁形。原積也。丁丙戊己形。益隅方積也。子方初商二十。自乘得四百。丑寅二廉各長二十。與次商四相乘。各得八十。共為一百六十。卯隅四。自乘得十六。共益積五百七十六也。戊庚二十。庚己四。戊至己共二十四為濶。乙丙三十六為長。乙至己共六十為和。

又式

術

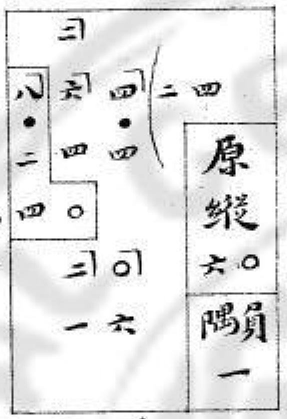
又如直積二萬一千六百四十八。長濶和二百九十六。列寔點位。置和為帶縱。初商一。百一列右為初方法。註首點下。自乘得一萬。以益積。首位二變三。乃以初方法呼帶縱除寔。一二除二。首位三變一。一九除九。次位一變二。進抹一。一六除六。三位六變〇。餘寔二千〇四十八。倍方得二為廉。註退位。次商三。紀右為次方法。註次點下為隅。廉隅共二百三十。以乘次方法三十。得六千九百。益入餘積。三上〇變九。二上二變八。共加得餘寔八千九百四十八。乃以次方法呼帶縱。二三除六。二上八變二。三九除二十七。三上變九二。進抹二。三六除一十八。四位四變六。進抹二。餘寔六十八。又倍次方法得六。為次廉。註退位。位第四也并入前廉二百。



得二百六十。三商二。紀右。為三方法。註尾點下為隅。次廉隅共二百六十二。以乘三方法二。得五百二十四。益入餘積尾八變二。進位六變九。又進位加五。共加得餘寔五百九十二。乃以三方法呼帶縱。二二除四。二上五變一。二九除一十八。六上九變一。進抹一。二六除一十二。寔盡。得濶一百三十二。

二帶縱負隅減縱開平方法

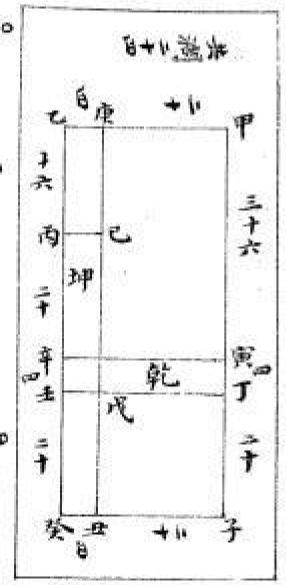
式 直積八百六十四。長濶和六十。問濶幾何。曰二十四。術 列寔點位。置和為縱方。初商二。紀右。註首點下。以乘負隅一。仍得二為方法。以減縱陸〇。餘四〇。隨首位註之。呼初商二四除八。抹



八。餘寔六十四。倍方二得四為廉。註退位。亦乘負隅一。仍得四。十四以減縱六〇。餘二〇。註下。次商四。紀右。註末點下為隅。又以隅四減餘縱二十。餘一十六。附註。乃與次商相呼。一四除四。四六除二十四。寔盡。得濶二十四。

或初商除寔訖。即以初商再減餘縱。以所餘為縱方。以次商再減為下法亦可。蓋倍初商為廉。以減原縱。與以初商減餘縱之餘數相同。即可不立廉矣。

通曰。甲乙癸子全形。乃和與濶相乘之形也。內甲乙丙巳戊丁癸折形。為原積。此外皆負積也。初段減壬癸縱二十。次段減減丙

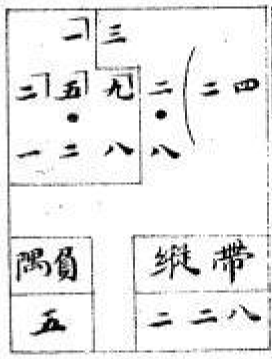


辛縱二十。又減辛壬縱四。餘乙丙縱十六。乃原積形内之數。故不減。今以原積形内之乾形。補原積形外之坤形。而成甲乙辛寅形。浔濶二十四。長三十六。

又式

術　列寔六萬九千三百六十。長濶和七百八十二為縱。初商一。百一乘負隅一。仍浔一。以減縱七。餘六。隨首列餘縱六八二。與初商相呼。一六除六。一八除八。一二除二。」餘寔一千一百六十。倍方一浔二為廉。百二註退位。以減縱。餘五八二。退位附列。而縱餘五。多於寔餘一。遇此紀○。於右作次商。倍方一○浔二為廉。百二註次點下。以減縱餘五八二。退位附列。三商二。註尾點為隅。以餘縱與次商相呼。二五除一十。二八除一十六。寔盡。浔濶一百二十。

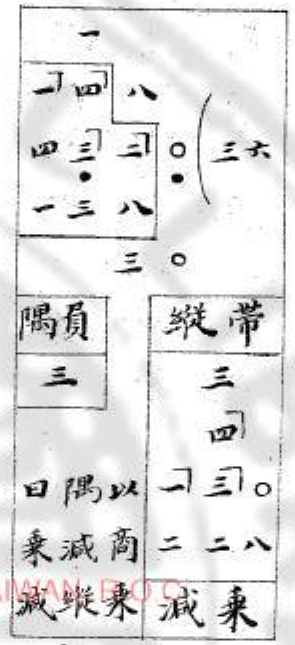
通曰。縱尾二。須先以隅二減之。縱餘止五八○也。



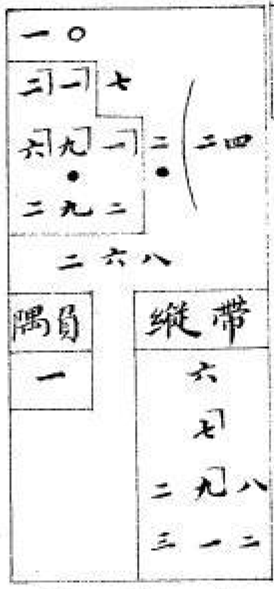
又式

術　若以積與虛長濶共若干。而欲求其濶及長者。如直積八百六十四。三長五濶。共二百二十八。求濶者。以三乘直積。浔二千五百九十二為寔。三長原有三積故以三乘五為負隅。暗添五濶之積以共二百二十八為帶

縱。列寔點位。初商二。乘負隅五。得一十。百一以減縱首二。餘一。隨首列餘縱一二八。與初商相呼。一二除二。二除四。二八除一十六。」餘寔三十二。又以初商二。乘負隅五。得一十。百一減餘縱首一。止餘縱二八。即倍方為廉也次商四。乘負隅五。得二十。再減餘縱二十。止餘八。註末點下。以呼次商。次商四八除三十二。寔盡。得闊二十四。



如右式求長者。以五乘直積。得四千三百二十為寔。以三為負隅。以共二百二十八為帶縱。初商三。以乘負隅三。得九。十九以減縱。餘縱一百三十八。挨註首位下。與初商相呼。一三除三。三三除九。三八除二十四。」餘寔一百八十。復以初商三。乘負隅三。得九。十九以減餘縱。止餘四十八。次商六。亦乘負隅三。得一十八。以減餘縱。止餘三十。註餘寔下。與次商相呼。三六除一百八十。寔盡。得長三十六。

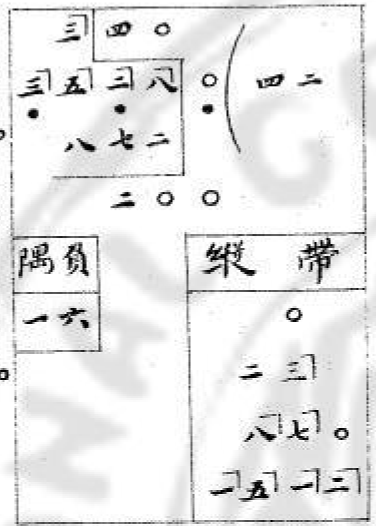


又式

術 又有以積與虛長闊和較共若干。求闊及長者。如直積八百六十四。一長。二闊。三和。四較。共三百一十二數。乃約三和。自具三長三闊。以并一長二闊。共四長五闊。又

以四較益濶為四長。共得八長而餘一濶。求濶者。以八長乘直積。得六千九百一十二為寔。以一濶為負隅。以共數為帶縱。初商二。以乘負隅一。仍得二。十也以減縱。餘縱二百九十二。列寔下以呼初商。二二除四。二九除一十八。二二除四。餘寔一〇七二。又以初商二乘負隅一。得二十以減餘縱。止餘二百七十二。次商四。又乘負隅一。得四以減餘縱。止餘二百六十八。列餘寔下。與次商相呼。除寔盡。得濶二十四。　求長者以一濶乘直積為寔。以八長為負隅也。當用翻法。詳後。

又式 術 又有以虛長虛濶。約其子母共若干。與積若干。求長濶者。如直積二千三百五十二。只云長取八之五。濶取三之二。并得六十三。以兩母互乘。三八得二十四。以乘并得之六十三。得一千五百一十二為帶縱。而以



長母八。乘濶子二。得十六為濶率。以濶母三。乘長子五。得十五為長率。則知此帶縱數內。具有長十五。濶十六也。求濶者。以長一十五。乘直積。得三萬五千二百八十為寔。以濶一十六為負隅。初商四。十也乘負隅。得六百四十以減縱。餘縱八百七十二。註寔下。與初商相呼。四八除三十二。四七除二十八。二四除八。餘

實四百。又以初商所乘隅算之六百四十減餘縱。止餘二百三十二。次商二。乘負隅。得三十二。亦減餘縱。止餘二百。列餘實下。與次商相呼。二二除四。實盡。得濶四十二。以除直積二千三百五十二。得長五十六。

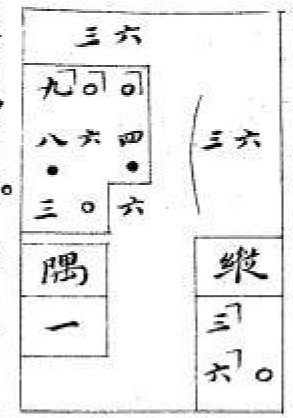
通曰。以長十五乘積為實。有三點。而直積之二三五二。止兩點。仍以直積定商位。故知初商為十也。餘縱列位。常隨實首。今縱八多於實首三。故照例退位。

平方積和求長

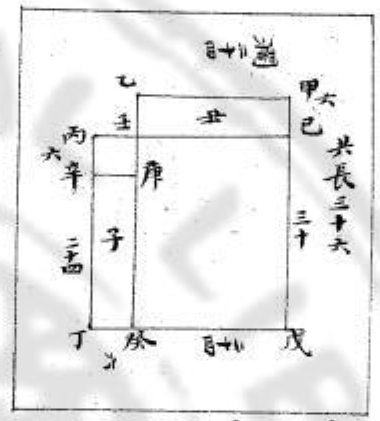
積與和求長者。原積有長濶相乘。而無長可乘。宜損濶以益長。故以和為縱方。而以置一算為負隅。稍羸其商。以益其縱。用減餘者除積。而積常不足。則翻以積減縱而餘為負積。或再商命隅以減縱。而縱反不足。亦翻以縱減商而餘縱。三者俱負。乃以負縱約餘負積商命負隅開之。是為帶縱負隅減縱翻法開平方也。

帶縱負隅減縱翻法開平方法

式 直積八百六十四。長濶和六十。問長幾何。曰三十六。術 列實。以和為縱方。一為負隅。初商三。乘負隅。仍得三十。以減縱。餘三十。列實下。與初商相呼。三三應除九百。三十其三十也而數實不足。遇

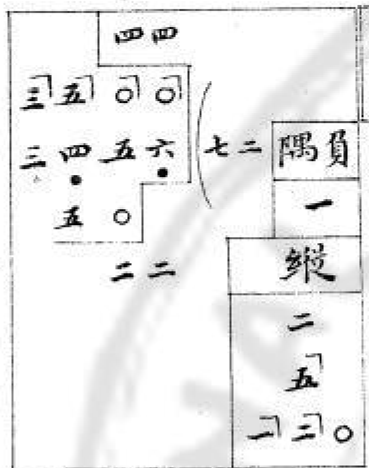


此。則翻列九百於原積之上。而以原積八百陸十四減之。餘負積三十六。即為餘實。再以初商乘負隅之三十。減餘縱。減盡。乃約餘實得次商六。以乘負隅一。仍得六。註尾點。呼次商。六六除三十六。實盡。得長三十六。



通曰。已丙丁戊形。初商餘縱之相乘九百也。內減去已壬庚辛丁戊癸析形原積八百六十四。餘壬丙辛庚形三十六。在原積之外也。以子形移至丑形。成甲乙癸戊形。得濶二十四。長三十六。

又式



術如直積三千四百五十六。長濶和一百二十。求長者。列實。以和為縱。一為負隅。初商七。乘負隅。仍得七十。減縱。餘五十。與初商相呼。五七應除三千五百。而原積不足。乃翻以三千五百列上。而以原積減之。餘四十四。為餘實。又以初商所乘之七十減餘縱。而餘縱亦不足。乃翻以餘縱五十減初商乘數七十。餘二十。為廉。註三位下。而縱又為負。次商二。註尾點為隅。廉隅共二十二。呼次商除之。實盡。得長七十二。

又式 術 有虛立長濶和較求長者。如直積八百六十四。一長二濶三和四較共三百一十二。依前法衍得八長一濶。以一濶乘直積為寔。八長為負隅。共數為縱方。列寔。初商

三。乘隅八。得二百四十以減縱。餘七十二。列寔下。呼初商。三七應除二千一百六十。而積不足。乃翻以二一六列上。三乃千數故進位而以積減之。餘負積一千二百九十六。即為餘寔。又以初商所乘之二百四十減餘縱。而餘縱亦不足。亦翻以餘縱七十二減之。餘負縱一百六十八。次商六。乘負隅八。得四十八。又并入負縱一百六十八。得二百一十六。列寔下。以呼次商除之。寔盡。得長三十六。

通曰。凡減法。原以小減大。故宜用翻法也。

平方帶縱諸變

縱方之術。所以通平方之變。而翻法又所以通縱方之窮。此外有積與二濶較。及長濶較。求濶者。皆以錯綜為用。以取其條理也。衍之與於左。

一帶縱減積開平方法

式 三廣田積二千四百六十五步。云中廣不及南廣八步。亦不

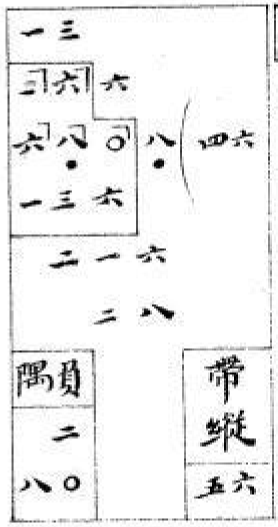
及北廣三十六步。又不及正長六十七步。問三廣各幾何。長幾何。曰中廣十八步。南廣二十六步。北廣五十四步。正長八十五步。術列積為實。并不及二廣共四十四。以四除之。得一十一為帶縱。以不及長六十七為減積。初商一。十也并帶縱得二十一。隨首點列之。為方法。以乘減積。得一千四百〇七。依千百位列實下。先以此呼初商。一一除一。一四除四。一七除七。餘實一〇五八。次以方法二一呼初商。一二除二。一一除一。完首段。」餘實八四八。倍初商一作二為廉。并帶縱一十一。及減積六十七。共九十八為方法。註退位。次商八。註末點。并方法得一百〇六。列下。呼次商。一八除八。六八除四十八。實盡。得中廣一十八。各加不及。合問。

通曰。初段。以乘減積數。依立位并方法。為一六一七。呼除亦便。

二減積帶縱負隅并縱開平方法

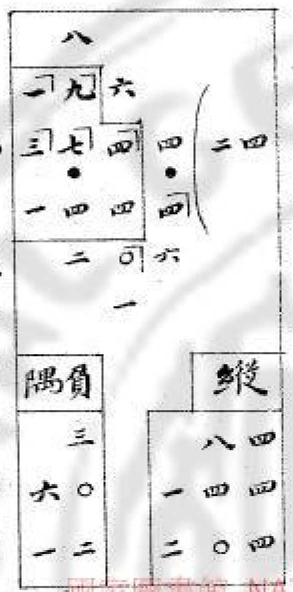
大小二方。共積七千五百九十二。大方面較小方面多二十八。問大小方面各幾何。曰大方面七十四。小方面四十六。術較自乘。得七百八十四。以減積。餘陸千八百〇八為實。倍

式



較。得五十六為帶縱。二為負隅。初商四。乘負隅二。得八十。并縱。共一百三十六為方法。註積下。呼初商。一四除四。三四除一十二。四六除二十四。」餘寔一三六八。倍初商一四作八十。并初方一三六。共二百一十六為廉。註退位。次商六。亦乘負隅二。得一十二為隅。并入廉內。共二百二十八。呼次商除之。寔盡。得小方面四十六。加較。得大面，方七十四。

又式 術 如大小三方。共積四千七百八十八。大方面多小方面三十。中方面多小方面十二。大方面多中方面十八也求各面者。以較三十自乘。得九百。以較十二自乘。得一百四十四。相并。得一千○四十四。以減共積。餘三千七百四十四為寔。并二較。得四十二。倍得八十四為縱。以三為負隅。初商二。乘負隅三。得六十。并縱共一百四十四為方法。列寔下。呼初商。一二除二。二四除八。又二四除八。」餘寔八百六十四。倍初乘隅六十。得一百二十為廉。并縱。得二百○四。註退位為方法。次商四。乘負隅三。得一十二為隅。并方法。共二百一十六。呼次商。除寔盡。得小方面二十四。加較十二。得中方面三十六。又加較十八。得大方面五十四。

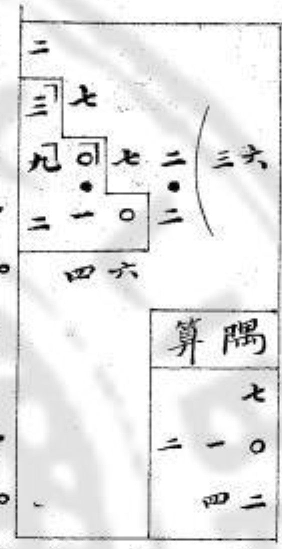


通曰。負隅用二者。二方故也。用三者。三方故也。

三隅算開平方法

凡圓者之四。可當方者之三。并方圓之率為七。用七為隅算以求之。

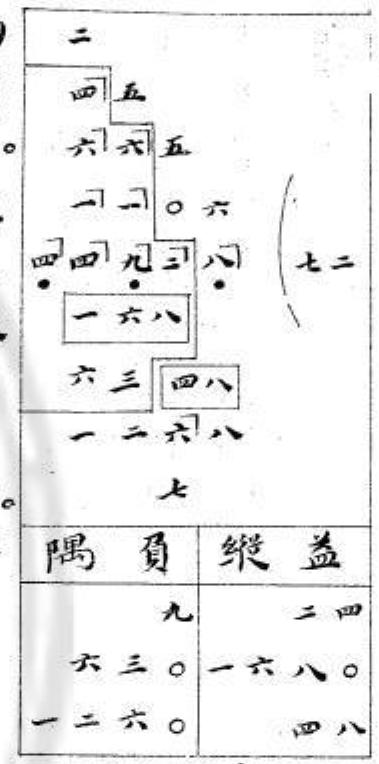
式 方圓共積二千二百六十八。方面圓徑相等。問面徑俱幾何。曰方面圓徑俱三十六。術 四乘原積。得九千〇七十二為寔。列七為隅算。初商三。乘隅算七。得二百一十為方法。呼初商二三除六。一三除三。餘寔二七七二。倍初商得六十為廉。次



商六。乘隅算七。得四十二為隅。又以次商六乘廉六十。得三百六十。并隅。得四百〇二。又并入廉六十。共四百六十二。呼次商除寔盡。得方面圓徑俱三十六。又術 以四乘原積。得九千〇七十二。并四方圓三得七。為法除之。得一千二百九十六為寔。平方開之。得三十六。更捷。

四帶縱隅益積開平方法

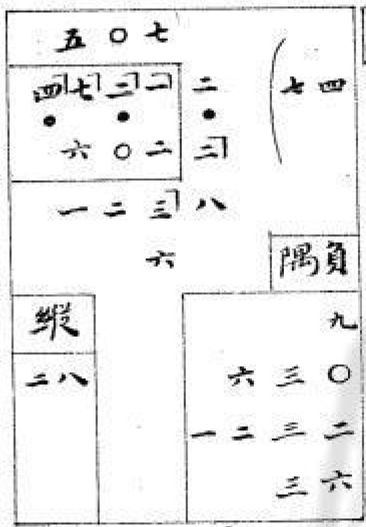
式 方不知積。但以長乘一長二濶三和四較之共數。得四萬四千九百二十八。長濶較二十四。問長幾何。曰七十二。術 列所乘共數為寔。置較為益縱。約三和得三長三濶。以并一長二濶。得



四長五濶。又并四較取四濶為長。捴得八長一濶。共九段。以九為負隅。初商七。乘負隅九。得六百三十為隅法。又以初商七。乘益縱二十四。得一千六百八十。註寔下。以益積。共加得寔四萬六千六百〇八。却以隅法六百三十。註寔退位。與初商相呼。六七除四十二。三七除二十一。餘寔二五〇八。乃倍隅法六百三十。得一千二百六十為方法。註寔退位。次商二。又乘負隅九。得一十八。為隅法。另以次商二。乘益縱二十四。得四十八。并入餘寔。共加得餘寔二五五六。却以方隅并得一千二百七十八。與次商相呼。除寔盡。得長七十二。

五帶縱負隅減縱開平方法

同右法。或損長以就之。則用此也。



式

一長二濶三和四較。以長乘之。得肆萬七千二百一十二。長濶較二十八。問長幾何。曰七十四。

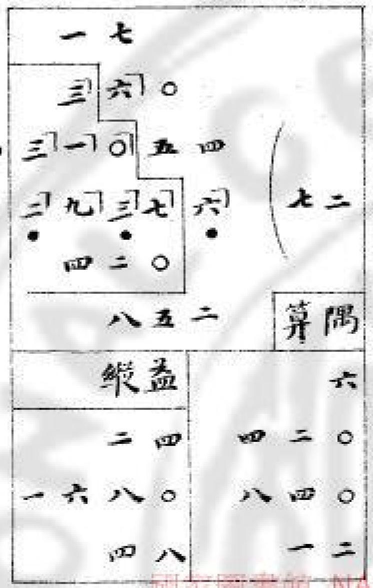
術列寔。較為縱。如右式推得九為負隅。初商七。乘負隅九。得六百三十為方法。內減帶縱二十八。餘六百〇二。退位註。呼初

商。六七除四十二。二七除一十四。餘寔五〇七二。倍方法六百
三十。得一千二百六十。內減帶縱二十八。餘一千二百三十二
為廉。列餘寔下。次商四。乘負隅九。得三十六為隅法。并廉共一
二六八。呼次商除寔盡。得長七十四。

六　減積帶縱隅益積開平方法

又有同前不知積。知較。而以濶乘其一長二濶三和四較之共
數得若干。求長者用此。

式 設有一長二濶三和四較之共數。以濶乘之。得二萬九千九
百五十二。其較二十四。問長幾何。曰七十二。術以較自乘。得五
百七十六。以減原積。乘餘二萬九千

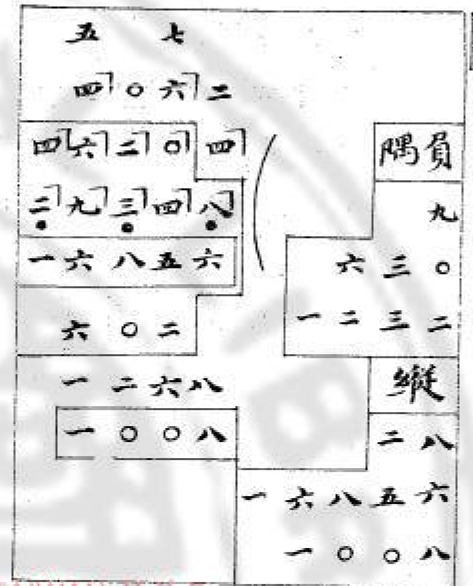


三百七十六為寔。較為益縱。六為隅
算。初商七。乘隅算六。得四百二十為
隅法。註寔下。又以初商七十乘益縱
二十四。得一千六百八十。以益原積。得三萬一千〇五十六。乃
以隅法呼初商。四七除二萬八千。二七除一千四百。餘寔一千
六百五十六。倍隅法四百二十。得八百四十為廉。次商二。乘隅
算六。得一十二為隅法。另以次商二。乘益縱得四十八。以益餘
寔。得一千七百〇四。乃并廉隅二法共八百五十二。註餘寔下。

呼次商除實盡。得長七十二。

七帶縱負隅減縱益積開平方法

通曰。右式亦可以此法求之。



式 設有一長二闊三和四較之共數。以闊乘得二萬九千三百四十八。長闊較二十八。問長幾何。曰七十四。術 列實。較為縱。九為負隅。如前法 初商七。乘負隅。得六百三十為方法。內減縱二十八。餘六百〇二。註實下。又以乘縱。得一萬六千八百五十六以益原實。得四萬六千二百〇四為實。乃以初商與餘方法六百〇二相呼。六七除四萬二千。二七除一百四十。餘實四千〇六十四。倍方法六百三十得一千二百六十。減縱。餘一千二百三十廉二為廉。次商四。乘負隅。得三十六為隅法。以乘縱。得一千〇八。以益餘實。得五千〇七十二為餘實。并廉隅二法。共二一千二百六十八。與次商相呼。除實盡。得長七十四。

八帶縱廉開平方法

式 一長二闊三和四較。以闊乘得二萬九千九百五十二。長闊較二十四。問闊幾何。曰四十八。術 列實減較之半。得一十二為

縱廉。而以初商乘之。初商四十為方法。以乘縱廉。得四百八十。又并初商。得五百二十。退位註寔下。呼初商。五四除二萬。二四除八百。餘寔九千一百

一
三 九 九 五 二 四 八
五 二
一 一 四 四
縱廉
一二

五十二。倍所乘縱廉四百八十為九百六十。倍方法四千為八十。相并。得一千〇四十為方法。次商八為隅。以乘縱廉十二。得九十六。再并入并方隅。共一千一百四十四。註寔下。呼次商。除寔盡。得濶四十八。

九帶縱廉負隅開平方法

通曰。右式亦可以此法求之。

式

五 九
六 二 八
二 九 三 四 八 四六
五 八 四
九 九 八 負隅
縱廉
二 二 四
五 八 四
九 四 四
九
三 六 〇
七 二 〇
五 四

一長二濶三和四較。以濶乘得二萬九千三百四十八。長濶較二十八。問濶幾何。曰四十六。術列寔。推得共八較九濶。用九為負隅。以八乘較。得二十四為縱廉。初商四。乘負隅九。得三百六十為方法。并縱廉。共五百八十四。註寔下。呼初商。五四除二萬。四八除三千二百。四四除一十六。餘寔五千九百八十八。倍方法三百六十為七百二十。為廉。并縱廉。共九百四十四。次商六。乘負隅九。得五十四為隅。再并入廉并縱廉之九百四十四。得九百九十八。註寔下。呼

次商。除寔盡。滑濶四十六。

十帶縱方廉開平方法

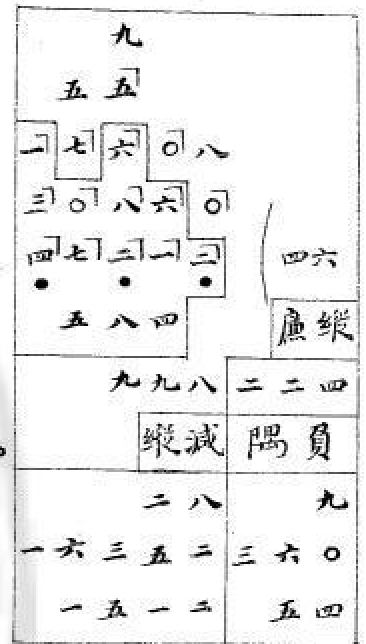
式 一長二濶三和四較。以長乘滑四萬四千九百二十八。長濶

較二十四。問濶幾何。曰四十八。術 列寔。以較為縱方。推滑八長一濶共九段。倍九為一十八作縱廉。初商四十為方法。乘縱廉十八。滑七百二十。并入方法四十。共七百六十。又并入縱方二十四。共七百八十四。註寔下。呼初商。四七除二萬八千。四八除三千二百。四四除一百六十。餘寔一萬三千五百六十八。倍縱廉乘并之七百六十為一千五百二十。并入縱方二十四。共一千五百四十四為廉。次商八。乘縱廉十八。滑一百四十四為隅。乃將次商八。廉一千五百四十四。隅一百四十四。共并滑一千六百九十六。註寔下。呼次商。除寔盡。滑濶四十八。

十一帶縱廉負隅乘縱減寔開平方法

式 一長二濶三和四較。以長乘滑四萬七千二百一十二。長濶較二十八。問濶幾何。曰四十六。術 列寔。推滑八長九段。用八乘較滑二百二十四為縱廉。用九為負隅。又以較二十八為減縱

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.



方。初商四十。乘負隅九。得三百六十為方法。并入縱廉。共五百八十四為下法。以乘減縱二十八。得一萬六千三百五十二。以減寔。餘三萬。八百六十為寔。乃以下法五百八十四列下。呼初商。五四除二萬。四八除三千二百。四四除一百六十。餘寔七千五百。倍方法三百六十。得七百二十。并縱廉二百四十。共九百四十四為廉。次商六。乘負隅九。得五十四為隅。又以乘減縱二十八。得一千五百一十二以減餘寔。餘五千九百八十八為餘寔。乃將廉九百四十四。隅五十四。共并得九百九十八列下。呼次商。除寔盡。得濶四十六。

通曰。正積可以點定位。乘積不可以點定位。故列乘積三點。而商止二位耳。蓋乘積虛增而非寔有也。

開平圓少廣之八

積求外周法

式 圓積二千三百五十二。問外周幾何。曰一百六十八。術 置積。以十二乘之。得二萬八千二百二十四為寔。平方開之。得一百六十八。為外周也。

積求內徑法

式 圓積二千三百五十二。問內徑幾何。曰五十六。術置積。以四乘之。得九千四百〇八。以三除之。得三千一百三十六爲寔。平方開之。得五十六。爲內徑也。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

数度衍十三卷目次

開立方 少廣之九

珠算開立方法

筆算開立方法

籌算開立方法 見籌算

立方不等開法

一長濶相等高不等法

二長濶高三不等法

立方帶縱諸變

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

一帶縱負隅開立方法
二帶縱廉開立方法
三帶縱減益廉開立方法
四縱廉減縱方翻法開立方法
五廉減縱開立方法
六帶縱以廉益積開立方法
七負隅減縱以廉益縱開立方法
八帶縱負隅以廉減縱開立方法
九帶縱負隅以廉減縱翻法開立方法
十帶縱方廉開立方法
開立圓少廣之十
積求外周法
積求內徑法

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

數度衍卷之十三

桐城方中通衍

開立方 少廣之九

珠算開立方法

$\boxed{\text{式}}$ 積一百九十五萬三千一百二十五。問立方一面幾何。曰一百二十五。衍 置積盤中。約初商一百。別立下法。亦置一百。以初商自乘再乘。得一百萬。以減實。餘九十五萬三千一百二十五。以三乘下法一百。得三百為方法。列右。次商二十。置下法一百之次。共一百二十。又以次商乘之。得二千四百為廉法。再以方

丁丙乙甲亥戌酉申未午巳辰卯寅丑子		
方法	下法	列實
	一二五	一九五三一三五
次方法	次商廉	二三五
三〇〇	二四〇〇	二
	次商乘方廉	三商 · 次商 · 初商
	七二〇〇〇〇	五 · 二 · 一
三方法	三商廉	自乘 · 自乘 · 自乘
三六〇	六二五	二十五 · 四百 · 一萬
	三商乘方廉	再乘 · 再乘 · 再乘
	二二五〇〇〇	一百二十五 · 八千 · 一百萬

法三百乘廉法。得七十二萬。以減餘實。尚餘二十三萬三千一百二十五。又以次商自乘再乘。得八千為隅法。以減餘實。尚餘二十二萬五千一百二十五。以三乘下法一百二十。得三百六十為方法。列右。三商五。置下法一百二十之次。共一百二十五。又以三商乘之。得六百二十五為廉法。又以方法三百六十乘廉法。得二十二萬五千以減餘實。尚餘一百二十五。又以三商自乘再乘。得一百二十五為隅法。以減餘實。實盡。得面一百二十五。

歸除開立方式

積一億〇二百五十萬〇三千二百三十二。問立方一面幾何。曰四百六十八。術置積為實。初商四百於左。亦置四百於右。自乘得一十六萬。乃與左四百相呼。一四除實四千萬。四六除實二十四百萬。餘實三千八百五十萬〇三千二百三十二。以三乘右下一十六萬。得四十八萬為方法歸除之。曰四三七餘二。實不足除。曰起一還四。則次商不可用七。止可

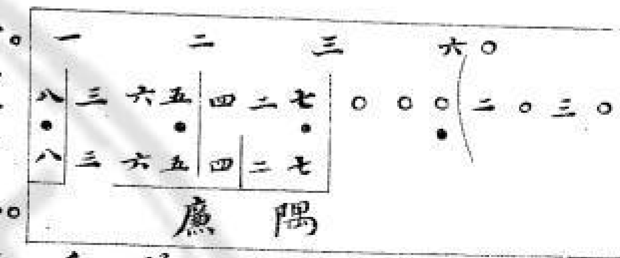
用六也。乃呼六八除實四百八十萬。餘實九百七十萬〇三千二百三十二。另以次商六十。乘初商四百。得二萬四十。以三乘之。得七萬二千為廉法。次商自乘得三千六百為隅法。廉隅并得七萬五千六百。却以次商呼除之。六七除實四百二十萬。五六除實三十萬。六六除實三萬六千。餘實五百一十六萬七千二百三十二。以方法四十八萬。并入兩回廉法十四萬四千。三回隅法一萬〇八百。共得六十三萬四千八百為方法歸除之。曰六五八餘二。則三商為八也。乃呼三八除實二十四萬。四八除實三萬二千。八八除實六千四百。餘實八萬八千八百三十二。再置初次兩商共四百六十。以三商八乘之。得三千六百八十。以三乘之。得一萬一千〇四十。并入三商自乘得六十四。共一萬一千一百〇四。却以三商呼除之。一八除實八萬。一八除實八千。一八除實八百。四八除實三十二。實盡。得面四百六十八。

筆算開立方法

式 八十三億六千五百四十二萬七千。問立方一面幾何。曰二千。〇三十。

術 自末位。〇下作點。隅二位一點。共四點。分為四段。知商有四位也。尋原初商得二。乃以二自乘再乘得八。減首位

寔八。究首叚。次叚寔三六五。除點上之五未用。且作三十六開之。乃三倍初商二為六。作廉法。另置右上。以初商二。加〇作二十。以乘六。淂一百二十。當以此數商除二叚之寔。而三十六反小。一百二十反大。遇此。則商有〇矣。竟於格右紀〇。以作次商。完二叚。三叚寔三六五四二七。除點上之七未用。且作三萬六千五百四十二開之。亦三倍初次兩商之二十為六十。置右上。亦以二〇加〇作二百。以乘六十。淂一萬二千。用此數於寔內商之。三商當是三。寔內有三四一萬二千也以廉六十乘三。淂一



百八十。并一萬二千。共一萬二千一百八十。又以三乘之。淂三萬六千五百四十為廉。另以三商三。自乘再乘淂二十七為隅。將廉隅減寔。寔盡。隅必註點下。故七在七下。二在二下也。完三叚。尚餘四叚未開。於右加〇。作四商。淂面二千〇三十。

用命分式

術 通曰。寔未盡者。欲再開之。須尾加三圈。則開一商。加六圈。增二商。他命分術無用矣。

籌筭開立方法 見籌算

立方不等開法

通曰。立面有三面。三面俱等者。用前法開之。三面內有一面不

等，及三面俱不等者。用縱方廉開之。三面者。高濶長也。

一長濶相等高不等法

式

積一千二百九十六。長濶數等。惟高不及三。問高與長濶各幾何。曰高九。長濶皆十二。術列寔。以高不及三自乘得九。為縱方。又以不及三。倍作六為縱廉。有二點。應約初商一十。曰有縱方。只商九。自乘得八十一。并縱方九。得九十。又以所商九乘縱廉六。得五十四。九十者。方法也。五十四者。廉法也。相并得一百四十四。列寔下。呼所商九。除寔。一九除九百。四九除三百六十。四九除三十六。寔盡。得高九。加不及三。得十二。為長濶數。

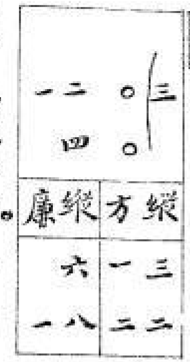
減積式

積一千七百八十七萬五千。高濶相等。惟長多三十六。問長高濶各幾何。曰長。二百八十六。高。濶。皆二百五十。術列寔。初商二百。自乘再乘得八百萬。次商五十。兩商共二百五十。自乘再乘得一千五百六十二萬五千。以減積。餘二百二十五萬為寔。另以所商二百五十。乘長多三十六。得九千。又乘二百五十。得二百二十五萬。以減積。寔盡。所商之二百五十。乃高濶數也。加長多三十六。得二百八十六。乃長也。

二長濶高三不等法

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

式

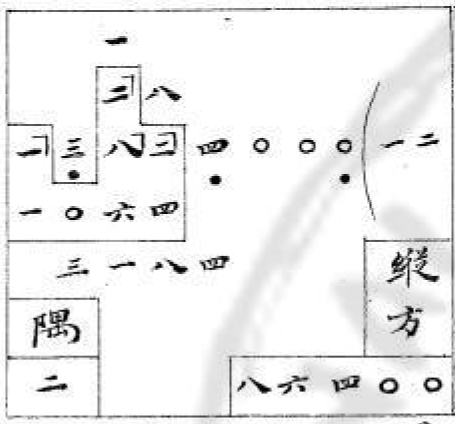


積一百二十。濶多於高二。長又多於濶三。問長濶高各幾何。曰高三。濶五。長八。術通曰。濶多於高二。高濶較也。長多於濶三。長濶較也。列寔。兩較各自乘。二自之得四。三自之得九。相并得十三。為縱方。兩較相乘得六。為縱廉。約商當是四。曰此有縱方。只商三。以三自乘得九。并縱方十三。得二十二。為方法。又以商三乘縱廉六。得一十八。為廉法。二法相并得四十。列寔下。呼商。三四除一百二十。寔盡。得高三。加二得濶五。又加三得長八。

立方帶縱諸變

一帶縱負隅開立方法

式



寔一千三百八十二萬四千。縱方八萬六千四百。二為隅法。問方幾何。曰一百二十。術列寔。初商一百。自之。得一萬。以隅二乘之。得二萬。并縱得十萬〇六千四百為下法。與初商一百相乘。得一千〇六十四萬。列寔下。減寔。餘寔三百一十八萬四千。以三乘隅法二萬。得六萬為方法。以三乘初商得三百。又以隅二乘之。得六百為廉。次商二十。乘廉得一萬二千。為廉法。以次商自之。得四百。以隅二乘得八百

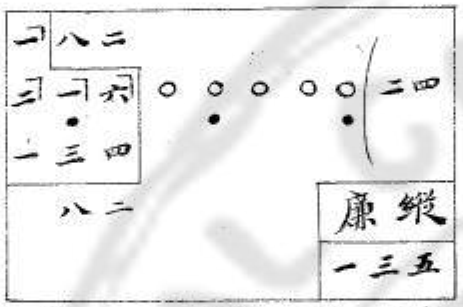
為隅法。乃并六萬（方法）一萬二千。（廉法）八百。（隅法）八萬六千四百。（縱方）共得一十五萬九千二百為下法。與次商二十相乘。得三百一十八萬四千。列實下。減實盡。得方一百二十。末點未開。故知初商為百也。

通曰。下法乘商。即呼商也。竟列下法。則呼商除實。若列下法乘商之数。則減實也。

二帶縱廉開立方法

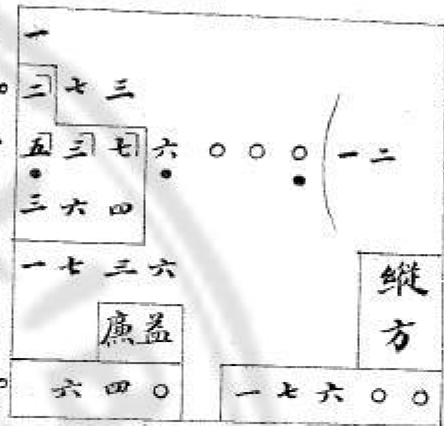
式 實二千一百六十萬。縱廉一百三十五。問方幾何。曰二百四十。

術 列實。初商二百。乘縱廉。得二萬七千。初商自之。得四萬。為隅法。相并得六萬七千為下法。乘初商二百。得一千三百四十萬。列下減實。餘實八百二十萬。倍縱廉乘數。得五萬四千。三乘隅法。得十二萬。相併得一十七萬四千為方法。三乘初商得六百。又并縱廉得七百三十五為廉。初商四十。乘廉。得二萬九千四百為廉法。又以次商自之。得一千六百為隅法。乃并十七萬四千。（方法）二萬九千四百。（廉法）一千六百。（隅法）共得二十萬〇五千為下法。乘次商四十。得八百二十萬。列下。減實盡。末點未開。得方二百四十。



三帶縱減益廉開立方法

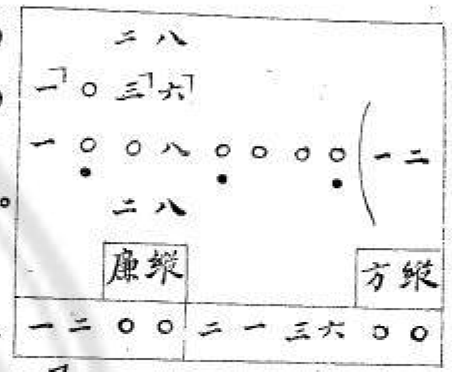
式 寔五百三十七萬六千。縱方一萬七千六百。益廉六百四十。



問方幾何。曰一百二十。術 列寔。初商一百。乘益廉。得六萬四千。初商自乘。得一萬為隅法。以隅法并縱方。得二萬七千六百。以減益廉乘數。餘三萬六千四百為下法。乘初商。得三百六十四萬。列下減寔。餘寔一百七十三萬六千。倍益廉乘數。得十二萬八千。三乘隅法。得三萬。并縱方。得四萬七千六百為方法。三乘初商。得三百為廉法。次商二十。乘益廉。得一萬二千八百。加入倍廉十二萬八千。得十四萬。○八百。又以次商乘廉法三百。得六千。又以初商自乘。得四百為隅法。乃并四萬七千六百方法六千廉乘四百隅法共得五萬四千。以減十四萬。○八百。餘八萬六千八百為下法。乘次商得一百七十三萬六千。列下。減寔盡。得方一百二十。

四縱廉減縱方翻法開立方法

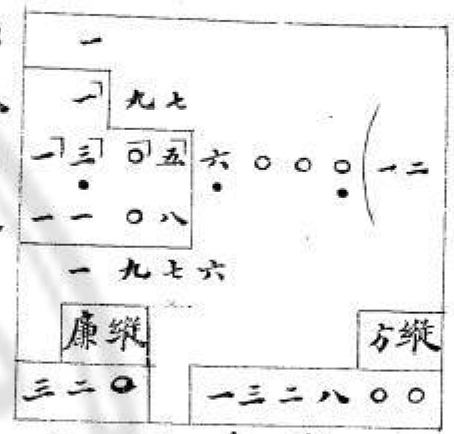
式 寔一千。○八萬。縱方二十一萬三千六百。縱廉一千二百。問方幾何。曰一百二十。術 列寔。初商一百。乘縱廉。得十二萬。以減縱方。餘九萬三千六百為方法。初商自乘。得一萬為隅法。以并



方法。得十萬。〇三千六百為下法。乘初商。得一千。〇三十六萬。當以此数減寔。而寔止一千。〇八萬。不足減。遇此。則反以一千。〇三十六萬列上為寔。而以一千。〇八萬減之。餘二十八萬為負積。倍縱廉乘数。得二十四萬。三乘隅法。得三萬為方法。三乘初商。得三百為廉法。次商二十。乘縱廉一千二百。得二萬四千。并入倍廉二十四萬。得二十六萬四千。以減縱方。而縱方止二十一萬三千六百。不足減。遇此。則反以二十六萬四千為縱方。而以二十一萬三千六百減之。餘五萬。〇四百為負縱。又以次商乘廉法三百。得六千。又以次商自乘得四百為隅法。乃并得三萬方法六千廉乘四百。隅法以減負縱五萬〇四百。餘一萬四千為下法。乘次商。得二十八萬。減寔盡。得方一百二十。

五廉減縱開立方法

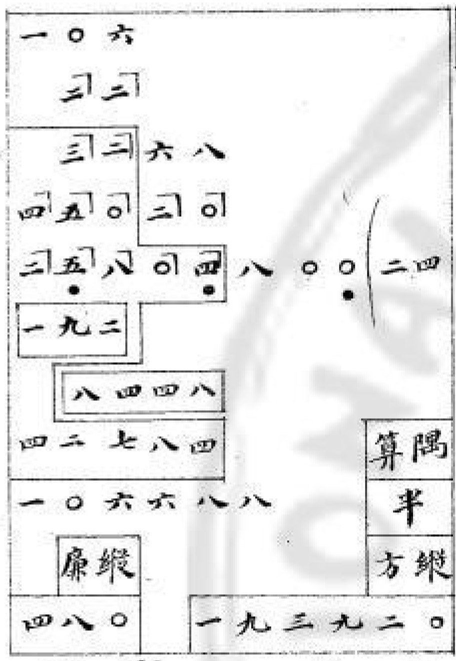
式 寔一千三百。〇五萬六千。縱方一十三萬二千八百。縱廉三百二十。問方幾何。曰一百二十。術 列寔。初商一百。乘縱廉。得三萬二千。以減縱方。餘十萬。〇八百。初商自乘。得一萬為隅法。并餘縱。得十一萬。〇八百為下法。乘初商。得一千一百。〇八萬。列



下減實。餘實一百九十七萬六千。倍縱廉乘數。得六萬四千。三乘隅法。得三萬為方法。三乘初商。得三百為廉法。次商五十。乘縱廉三百二十。得六千四百。并入倍廉六萬四千。共七萬〇四百。以減縱方。餘六萬二千四百。又以次商乘廉法三百。得六千。又以次商自乘。得四百為隅法。乃并得三萬方法六千廉乘四百。隅法又并餘縱六萬二千四百。共九萬八千八百為下法。乘次商。得一百九十七萬六千。減實盡。得方一百二十。

六帶縱以廉益積開立方法

式



實二千五百八十萬〇四千八百。縱方一十九萬三千九百二十。縱廉四百八十。半為隅算。問方幾何。曰二百四十。術列實。初商二百。乘縱廉。得九萬六千。以乘初商。得一千九百二十萬為益積實。加入原實。共實四千五百萬〇四千八百。又以初商自乘得四萬。以隅算乘之。得二萬為隅法。以并縱方。得二十一萬三千九百二十為下法。乘初商。得四千二

百七十八萬四千。列下減實。餘實二百二十二萬〇八百。倍縱廉乘數。得十九萬二千。三乘隅法。得六萬為方法。三乘初商。得六百。以隅算半乘之。得三百為廉法。次商四十。乘縱廉四百八十。得一萬九千二百。并入倍廉十九萬二千。得二十一萬一千二百。以乘次商。得八百四十四萬八千為益實。加入餘實。共實一千〇六十六萬八千八百。以次商乘廉法三百。得一萬二千。又以次商自乘。得一千六百。以隅算半乘之。得八百為隅法。乃并六萬方法一萬二千廉法八百隅法及縱方十九萬三千九百二十。共得二十六萬六千七百二十為下法。乘次商。得一千〇六十六萬八千八百。減實盡。得方二百四十。

七 負隅減縱以廉益縱開立方法

式

二二二〇
一〇五八四〇〇〇〇〇　一二
八三六四
二二二

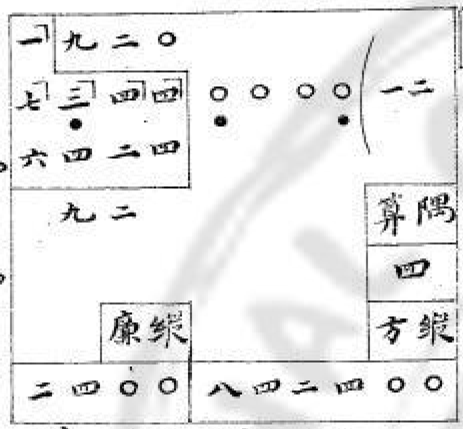
隅算	廉縱	方縱
六	三六〇〇	五三六四〇〇

實一億〇五百八十四萬。縱方五十三萬六千四百。縱廉三千六百。隅算六。問方幾何。曰一百二十。術列實。初商一百。乘縱廉。得三十六萬。初商自乘。得一萬。以隅算六乘之。得六萬為隅法。以減縱方。餘四十七萬六千四百。并縱廉乘數。得八十三萬六千四百為下法。乘初商。得八千三百六十四萬。減實。餘實二千二百二十萬。倍縱廉乘數。得

七十二萬。三乘隅法。得十八萬為方法。三乘初商。得三百。以隅算六乘之。得一千八百為廉法。次商二十。乘縱廉三千六百。得七萬二千。加入倍廉七十二萬。得七十九萬二千為縱廉。以次商乘廉法一千六百。得三萬六千。又以次商自乘得四百。以隅算六乘之。得二千四百為隅法。乃并十八萬方法三萬六千廉乘二千四百。隅法共二十一萬八千四百。以減縱方。餘三十一萬八千。又并縱廉七十九萬二千。共一百一十一萬為下法。乘次商。得二千二百二十萬。減實盡。得方一百二十。

八帶縱負隅以廉減縱開立方法

式



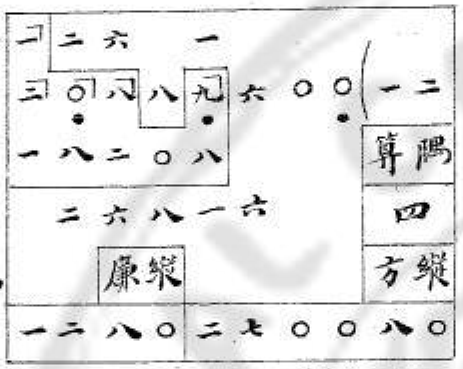
實七千三百四十四萬。縱方八十四萬二千四百。縱廉二千四百。隅算四。問方幾何。曰一百二十。術通曰。列實。初商一百。乘縱廉。得二十四萬。減縱方。餘六十萬〇二千四百。初商自乘。得一萬。以隅四乘之。得四萬為隅法。并餘縱。共六十四萬二千四百為下法。乘初商。得六千四百二十四萬。減實。餘實九百二十萬。倍縱廉。乘數。得四十八萬。以三乘隅法。得十二萬為方法。三乘初商。得三百。以隅算四乘之。得一千二百為廉法。次商二十。乘縱廉二千四百。得四萬八千。并

入倍廉四十八萬。得五十二萬八千。以減縱方。餘三十一萬四千四百。又以次商乘廉法一千二百。得二萬四千。又以次商自乘得四百。以隅算四乘之。得一千六百為隅法。乃并十二萬。方法二萬四千。廉乘一千六百。隅法及餘縱三十一萬四千四百。共四十六萬為下法。乘次商得九百二十萬。減寔盡。得方一百二十。

九帶縱負隅以廉減縱翻法開立方法

式 寔二千○八十八萬九千六百。縱方二十七萬○八十。縱廉一千二百八十。隅算四。開方幾何。曰一百二十。

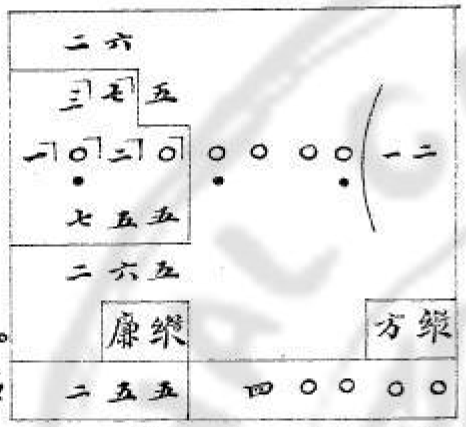
術通曰。列寔。初商一百。乘縱廉得十二萬八千。減縱方。餘十四萬二千○八十。初商自乘得一萬。乘隅算四。得四萬為隅法。并餘縱。得十八萬二千○八十為下法。乘初商。得一千八百二十萬○八千。減寔。餘寔二百六十八萬一千六百。倍縱廉乘數。得二十五萬六千。以三乘隅法。得十二萬為方法。三乘初商。得三百。乘隅算四。得一千二百為廉法。次商二十。乘縱廉。得二萬五千六百。并入倍廉。得二十八萬一千六百。以減縱方。不足減。反以縱方二十七萬○八十減之。餘一萬一千五百二十為負縱。又以次商乘廉法一千二百。得二萬四千。又以次商自乘得四



百。乘隅算四。得一千六百為隅法。乃并十二萬。方法二萬四千。廉乘一千六百。隅法共十四萬五千六百。以減負縱。餘十三萬四千。○八十為下法。乘次商。得二百六十八萬一千六百。減寔盡。得方一百二十。

十帶縱方廉開立方法

式 寔一千○二十萬。縱方四萬。縱廉二百五十五。問方幾何。曰一百二十。術 列寔。初商一百。乘縱廉。得二萬五千五百。初商自乘。得一萬為隅法。并縱廉乘數。得三萬五千五百。又并縱方。得七萬五千五百為下法。乘初商。得七百五十五萬。減寔。餘寔二



百六十五萬。倍縱廉乘數。得五萬一千。三乘隅法。得三萬。相并得八萬一千為方法。三乘初乘商。得三百。并縱廉。得五百五十五為廉法。次商二十。乘廉法。得一萬一千一百。又以次商自乘。得四百為隅法。乃并八萬一千。方法一萬一千一百。廉乘四百。隅法及縱方。共十三萬二千五百為下法。乘次商。得二百六十五萬。減寔盡。得方一百二十。

通曰。諸式皆三點。因末點皆○。未開。故初商皆為百也。

積求外周法

式 積六萬二千二百〇八。問立圓外周幾何。曰一百四十四。術 置積。以四十八乘之。得二百九十八萬五千九百八十四。用立方開之。得方面一百四十四。即立圓周也。

積求內徑法

式 積六萬二千二百〇八。問立圓內徑幾何。曰四十八。術 置積。以十六乘之。得九十九萬五千三百二十八。以九除之。得十一萬〇五百九十二。用立方開之。得方面四十八。即立圓徑也。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

數度衍十四卷目次

開三乘方少廣之十一

開三乘方法

三乘方帶縱諸變

一帶縱方廉開三乘方法

二帶縱廉益積開三乘方法

三帶縱方廉減隅翻法開三乘方法

四廉隅減縱開三乘方法

五帶縱負隅以二廉隅益積開三乘方法

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

六帶縱負隅以二廉減縱開三乘方法

七帶縱方廉以二廉減縱開三乘方法

廣諸乘方少廣之十二

開諸乘方說

初商尋原圖

次商用通率圖

諸式

奇零諸乘開方法

數度衍卷之十四

桐城方中通衍

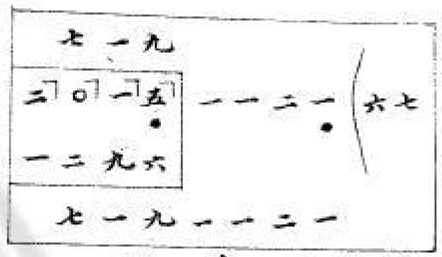
開三乘方少廣之十一

開三乘方法

式積二千〇一十五萬一千一百二十一。開三乘方一面幾何。
曰六十七。術列寔。從末位作點。隔三位一點。每一點為一商也。
初商六十。自乘得三千六百。再乘得二十一萬六千為隅法。乘
初商。得一千二百九十六萬。減寔。餘寔七百一十九萬一千一
百二十一。以四乘隅法。得八十六萬四千為方法。另以初商自

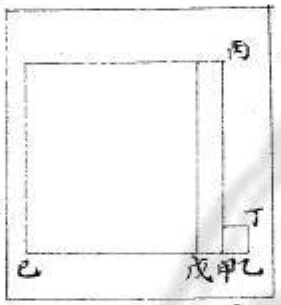
國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

乘得三千六百。以六乘之。得二萬一千六百為上廉。又將初商。以四乘之。得二百四十為下廉。次商七。自乘得四十九。以七乘之。得三百四十三為隅法。另以次商乘上廉。得十五萬一千二百。以七乘下廉。得一千六百八十。再以七乘之。得一萬一千七百六十。



乃并八十六萬四千。方法十五萬一千二百。上廉乘數一萬一千七百六十。下廉乘數三百四十三。隅法共一百○二萬七千三百○三為下法。乘次商。得七百一十九萬一千一百二十一。減實盡。得方六十七。又術 列實。平方開之。四位商。得一面四千四百八十九。又以此數為實。平方開之。得一面六十七。亦合。

通曰。式內所云以七乘之。非次商七也。與以四乘。以六乘。同為應用之率。次商七。蓋偶合耳。



通曰。三乘方形。雖係長立方。然亦大平方也。今以小平方邊甲乙自乘。得甲丁小平方形。再乘。得丙戊長方形。此形內容甲丁形者十也。三乘。得丙巳大平方形。此形內容甲丁形者百也。丙甲邊與甲丁形昇等。故甲乙自乘。得小平方。丙甲自乘。得大平方。

三乘方帶縱諸變

一帶縱方廉開三乘方法

式

三四七七九三一
一〇五七六〇六五六〇〇一二
七〇九八一三四
三四七七九三一六

縱一廉	縱方
五一一九〇七	四七三〇六四〇

縱二廉
一四〇六

積一百〇五億七千六百〇六萬五千五百。縱方四百七十三萬〇六百四十。縱一廉五十一萬一千九百〇七。縱二廉一千四百〇六。問方幾何。曰一百二十。術列實。初商一百。以乘縱一廉。得五千一百一十九萬〇七百。初商自乘得一萬。以乘縱二廉。得一千四百〇六萬。初商自乘再乘。得一百萬為隅法。乃并縱一廉乘數。縱二廉數。乘隅法。及縱方。共七千〇九十八萬一千三百四十為下法。乘初商。得七十億〇九千八百一十三萬四千。減實。餘實四十四億七千七百九十三萬一千六百。以二乘縱一廉乘數。得一億〇二百三十八萬一千四百。以三乘縱二廉乘數。得四千二百一十八萬。以四乘隅法。得四百萬。并三數。共得一億四千八百五十六萬一千四百為方法。以初商自乘。得一萬。以六乘之。得六萬。又以初商三之。得三百。乘縱二廉。得四十二萬一千八百。并六萬及縱一廉。得九十九萬三千七百〇七為上廉。初商四之。得四百。并縱二廉。得一千八百〇六為下廉。次商二十。以乘上廉。得一千九

百八十七萬四千一百四十。以次商自乘得四百乘下廉。得七十二萬二千四百。又以次商自乘再乘。得八千為隅法。乃并方法。上廉乘數。下廉乘數。隅法。及縱方。共一億七千三百八十九萬六千五百八十為下法。乘次商。得三十四億七千七百九十三萬一千六百。減寔盡。得方一百二十。

二帶縱廉益積開三乘方法

式 寔四百六十六萬五千四六百。縱方六十五萬二千三百二十。益廉八千六百四十。問方幾何。曰一百二十。術 列寔。初商一百。以乘益廉。得八十六萬四千。并縱方。得一百五十一萬六千三百二十。為益積之法。乘初商。得一億五千一百六十三萬二千為益積寔。加入原積。共一億五千六百二十九萬七千六百為通寔。乃以初商自乘再乘。得一百萬為隅法。乘初商。得一億。減寔。餘五千六百二十九萬七千六百。為次商之寔。以二乘益廉乘

一〇七三六〇	
一 五六二九七〇	
四六六五六〇 〇	一二
一五一六三二	
一 五一〇六二四	
一〇七三六	
益廉	縱方
八六四〇	六五二三二〇

數。得一百七十二萬八千。以四乘隅法。得四百萬為方法。以初商自乘得一萬。再以六乘之。得六萬。為上廉。以初商四之。得四百為下廉乘。次商二十。以乘益廉。得十七萬二千八百。加入倍廉。

即二乘益廉數共一百九十萬〇八百。又并縱方。共二百二十五萬三千一百二十。為益積之法。乘次商。得五千一百〇六萬二千四百為益積。加入次寔。共一億〇七百三十六萬為通寔。乃以次商乘上廉。得一百二十萬。又以次商自乘得四百。以乘下廉。得十六萬。又以次商自乘再乘。得八千為隅法。乃并方法。上廉乘數。下廉乘數。隅法。共五百三十六萬八千為下法。乘次商。得一億〇七百三十六萬。減寔盡。得方一百二十。

三帶縱方廉減隅翻法開三乘方法

式 寔四百六十六萬五千六百。縱方六十五萬二千三百二十。縱廉八千六百四十。問方幾何。曰一百二十。

術 列寔。初商一百。乘縱廉。得八十六萬四千。初商自乘再乘。得一百萬為隅法。并縱廉乘數。縱方。共一百五十一萬六千三百二十。以減隅法。而隅法止一百萬。不足減。反減并數一百萬。餘五十一萬六千三百二十為負積。乘初商。得五千一百六十三萬二千。加入原積。共五千六百二十九萬七千六百。為次商之寔。倍縱廉乘數。得一百七十二萬八千。以四乘隅法。得四百萬為方法。以初商自乘。得一萬。再以六乘之。得六萬為上廉。以初商

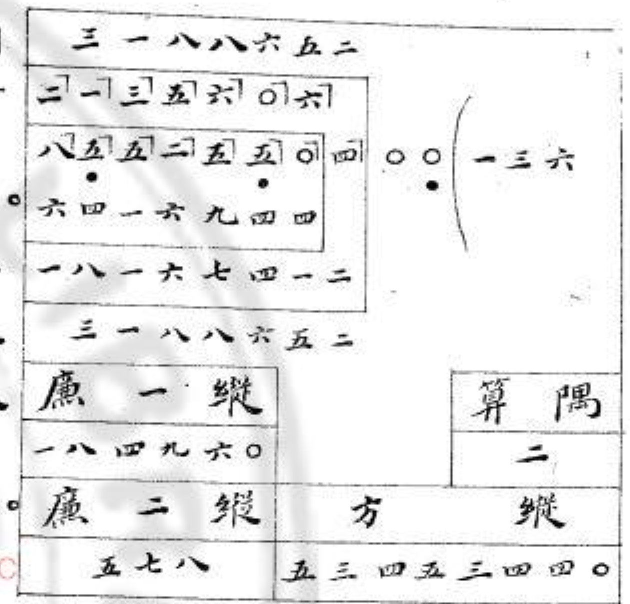
五六二九七	一二
四六六五六〇〇	
五一六三二	
五六二九七六	
廉縱	方縱
八六四〇	六五二三二〇

四之。得四百為下廉。次商二十。以乘縱廉。得十七萬二千八百。并入倍廉。共一百九十萬〇八百。以次商乘上廉。得一百二十萬。又以次商自乘。得四百。乘下廉。得十六萬。又以次商自乘再乘。得八千為隅法。乃并方法。上廉乘數。下廉乘數。隅法。共五百三十六萬八千為通隅。以縱廉共數一百九十萬〇八百。并縱方。得二百五十五萬三千一百二十。以減通隅。餘二百八十一萬四千八百八十為下法。乘次商。得五千六百二十九萬七千六百。減實盡。得方一百二十。

通曰。減法而後益實。益實而後減法。其餘實一也。但開方諸法。惟此初商益實。次商減實耳。

四廉隅減縱開三乘方法

$\boxed{\text{式}}$實八十五億五千二百五十五萬〇四百。縱方五千三百四十五萬三千四百四十。縱一廉十八萬四千九百六十。縱二廉五百七十八。隅算二。問方幾何。曰一百三十六。術列實。初商一百。乘縱一廉。得一千八百四十九萬六千為益縱。初商自乘得一萬。乘縱二廉。得五百七十八萬為益隅。初商自乘再乘。以隅算二乘之。得二百萬。加益隅。共七百七十八萬為減縱。以減縱方。餘四千五百六十七萬三千四百四十。加益縱。共六千四百



一十六萬九千四百四十為下法。乘初商。得六十四億一千六百九十四萬四千。減實。餘二十一億三千五百六十萬〇六千四百。為次商之實。以二乘益廉縱。得三千六百九十九萬二千為益縱方。以三乘益隅。得千七百三十四萬為益隅之方。以三乘初商得三百。再乘縱二廉。得十七萬三千四百為益隅之廉。以四乘隅法二百萬。得八百萬為方法。以初商自乘得一萬。再以六乘之。得六萬。又以隅算二乘之。得十二萬為上廉。以初商四之。得四百。又以隅算二乘之。得八百為下廉。次商三十。以乘縱一廉。得五百五十四萬八千八百。并入益縱方。共四千二百五十四萬〇八百為益縱之廉。以次商乘益隅之廉。得五百二十萬〇二千。又以次商自乘得九百。乘縱二廉。得五十二萬〇二百為益隅之隅。乃并益隅之方。益隅之廉乘數。益隅之隅。共二千三百〇六萬二千二百。為次商益隅。以次商乘上廉。得三百六十萬。以次商自乘得九百。乘下廉。得七十二萬。以次商自乘再乘。得二萬七千。再以隅算二乘之。得五萬四千為正隅。乃并方

法。上廉乘數。下廉乘數。正隅。共一千二百三十七萬四千。為次
商隅法。加次商益隅。共三千五百四十三萬六千二百。為減縱。
以減縱方。餘一千八百〇一萬七千二百四十。加益縱之廉。共
六千〇五十五萬八千〇四十為下法。乘次商。得十八億一千
六百七十四萬一千二百。減寔。餘三億一千八百八十六萬五
千二百。為三商之寔。以二乘五百五十四萬八千八百。次商乘縱一廉
之數得一千一百〇九萬七千六百。并入益縱方。共四千八百〇
八萬九千六百。為再益縱方。以二乘益隅之廉乘數。得一千〇
四十萬〇四千。以三乘益隅之隅。得一百五十六萬〇六百。并

此二乘數。得一千一百九十六萬四千六百。再并前益隅之方。
共二千九百三十萬〇四千六百。為再益隅之方。并初次兩商
得一百三十。以三乘之。得三百九十。以乘縱二廉。得二十二萬
五千四百二十。為再益隅之廉。以二乘上廉乘數。得七百二十
萬。以三乘下廉乘數。得二百一十六萬。以四乘正隅。得二十一
萬六千。并此三乘數。得九百五十七萬六千。再并前方法。共一
千七百五十七萬六千。為再方法。并初次兩商。得一百三十。自
乘。得一萬六千九百。以六乘之。得十萬〇一千四百。以隅算二
乘之。得二十萬〇二千八百。為再上廉。以初次兩商四之。得五

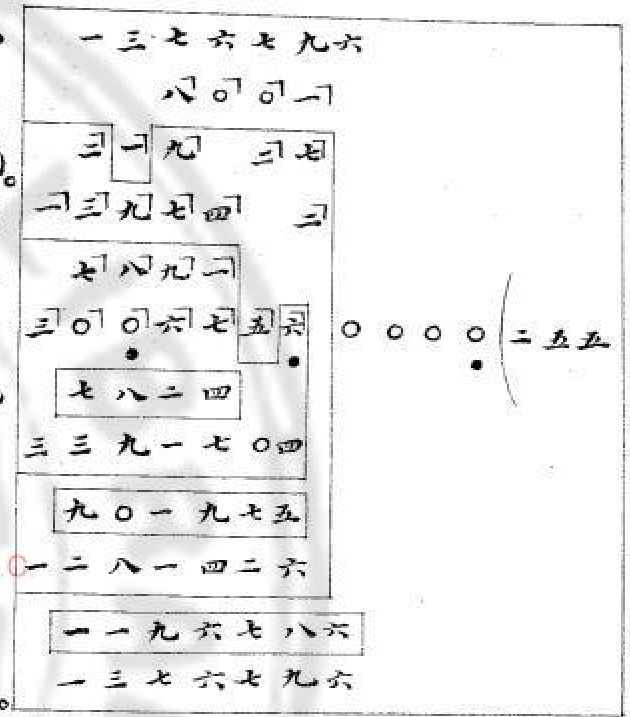
國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

百二十。以隅算二乘之。得一千〇四十為再下廉。三商六。以乘縱一廉。得一百一十萬〇九千七百六十。并入再益縱方。共四千九百一十九萬九千三百六十。為再益縱之廉。以三商乘再益隅之廉。得一百三十五萬二千五百二十。以三商自乘得三十六。以乘縱二廉。得二萬〇八百〇八。為再益隅之隅。乃并再益隅之方。再益隅之廉乘數。再益隅之隅。共三千〇六十七萬七千九百二十八為三商益隅。以三商乘再上廉。得一百二十一萬六千八百。以三商自乘。得三十六乘再下廉。得三萬七千四百四十。以三商自乘再乘。得二百一十六。再以隅算二乘之。得四百三十二為再正隅。乃并再方法。再上廉乘數。再下廉乘數。再正隅。共一千八百八十三萬〇六百七十二為三商隅法。加三商益隅。共四千九百五十萬〇八千六百為減縱。以減縱方。餘三百九十四萬四千八百四十。加再益縱之廉。共五千三百一十四萬四千二百為下法。乘三商。得三億一千八百八十六萬五千二百。減實盡。得方一百二十。

五帶縱負隅以二廉隅益積開三乘方法

$\boxed{\text{式}}$ 實三百億〇六千七百五十六萬。縱方一億〇二十二萬五千二百。縱一廉三十四萬六千八百。縱二廉五百七十八。隅算

二。閏方幾何。曰二百五十五。術列寔。初商二百。乘縱一廉。得六千九百三十六萬。為益縱。初商自乘得四萬。以乘縱二廉。得二千三百一十二萬為益隅。初商自乘再乘。得八百萬。以隅算二乘之。得一千六百萬為正隅。并入益隅。共三千九百一十二萬。又以初商乘之。得七十八億二千四百萬為益寔。加入原積。得三百七十八億九千一百五十



六萬為通寔。以益縱加入縱方。共一億六千九百五十八萬五千二百為下法。乘初商。得三百三十九億一千七百〇四萬。減寔。餘三十九億七千四百五十二萬。為次商之寔。以二乘益縱。得一億三千八百七十二萬。為益縱方。以三乘益隅。得六千九百三十六萬。為益隅之方。以三乘初商。得六百。乘縱二廉。得三十四萬六千八百。為益隅之廉。以四乘正隅。得六千四百萬。為方法。以初商自乘。得四萬。又以六乘之。得二十四萬。又以隅算二乘之。得四十八萬為上乘三廉。以初商四之。得八百。以隅算二乘之。得一千六百為下廉。次商五十。以乘縱一廉。得一千七百三

十四萬為益縱廉。并入益縱方。共一億五千六百〇六萬為益
縱。以次商乘益隅之廉。得一千七百三十四萬。以次商自乘。得
二千五百。乘縱二廉。得一百四十四萬五千為益隅之隅。乃并
益隅之方。益隅之廉乘數益隅之隅。共八千八百一十四萬五
千為益隅。以次商乘上廉。得二千四百萬。以次商自乘。得二千
五百乘下廉。得四百萬。以次商自乘再乘。得十二萬五千。以隅
算二乘之。得二十五萬為隅法。乃并方法。上下廉各乘數。隅法。
共九千二百二十五萬為正隅。加益隅。共一億八千〇三十九
萬五千。以次商乘之。得九十億〇一千九百七十五萬為益寔。

加入餘寔。共一百二十九億九千四百二十七萬為通寔。以益
縱方一億五千六百〇六萬并縱方。得二億五千六百二十八
萬五千二百為下法。乘次商。得一百二十八億一千四百二十
六萬。減寔。餘一億八千〇一萬為三商之寔。以二乘益縱廉。得
三千四百六十八萬。并入縱益方。得一億七千三百四十萬為
再益縱方。以二乘益隅之廉乘數。得三千四百六十八萬。以三
乘益隅之隅。得四百三十三萬五千。以前益隅之方合此二數。
共一億〇八百三十七萬五千為再益隅方。并初次兩商。得二
百五十而三之。得七百五十。乘縱二廉。得四十三萬三千五百

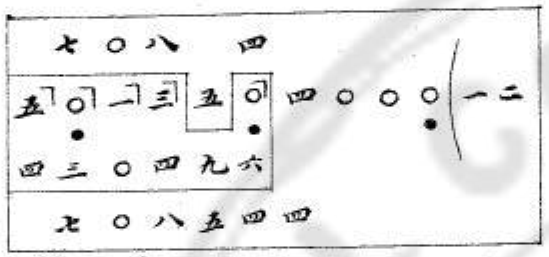
為再益隅之廉。以二乘上廉乘數。得四千八百萬。以三乘下廉
乘數。得一千二百萬。以四乘隅法。得一百萬。并此三數。及前方
法。共一億二千五百萬為方法。并初次兩商自乘。得六萬二千
五百而六之。得三十七萬五千。又以隅算二乘之。得七十五萬
為上廉。并初次兩商而四之。得一千。以隅算二乘之。得二千為
下廉。三商五。以乘縱一廉。得一百七十三萬四千為再益縱廉。
并再益縱方。得一億七千五百一十三萬四千為益縱方。以三
商乘再益隅之廉。得二百一十六萬七千五百。以三商自乘得
二十五乘縱二廉。得一萬四千四百五十為再益隅之隅。乃并
再益隅方。再益隅廉乘數。再益隅之隅。共一億一千〇五十五
萬六千九百五十為益隅。以三商乘上廉。得三百七十五萬。以
三商自乘。得二十五乘下廉。得五萬。以三商自乘再乘。得一百
二十五。以隅算二乘之。得二百五十為隅法。乃并本段方法。上
下廉乘數。隅法。共一億二千八百八十萬〇二百五十為正隅。
加本段益隅。共二億三千九百三十五萬七千二百。以三商乘
之。得十一億九千六百七十八萬六千為益實。加入餘實。得十
三億七千六百七十萬九六千為通實。以本段益縱方。并縱方。
得二億七千五百三十五萬九千二百為下法。乘三商。得十三

億七千六百七十九萬六千。減實盡。得方二百五十五。

通曰。此以縱一廉益縱。縱二廉益隅也。

六帶縱負隅以二廉減縱開三乘方法

式 實五十億○一千三百五十萬○四千。縱方四千七百萬○一千六百。縱一廉四千四百八十。縱二廉六百四十。隅算二。問方幾何。曰一百二十。術列實。初商一百。乘縱一廉。得四十四萬八千為益縱之法。初商自乘得一萬乘縱二廉。得六百四十萬為減縱之法。初商自乘再乘得一百萬。乘隅算。得二百萬為隅法。以減縱之法減縱方。餘四千○六十萬○一千六百。加益縱之法。得四千一百○九萬九千六百。并隅法。共四千三百○四萬九千六百為下法。乘初商。得四十三億○四百九十六萬。減實。餘七億○八百五十四萬四千為次商之實。以二乘益縱之法。得八十九萬六千為益縱之廉。以三乘減縱之法。得一千九百二十萬為減縱之方。以三乘初商得三百乘縱二廉。得十九萬二千為減縱之廉。以四乘隅法。得八百萬為方法。以初商自乘。得一萬而六之。得六萬。又乘隅算得十二萬為上廉。以初商四之。得四百。乘隅算。得八百為下乘次商二十。以乘縱一廉。得

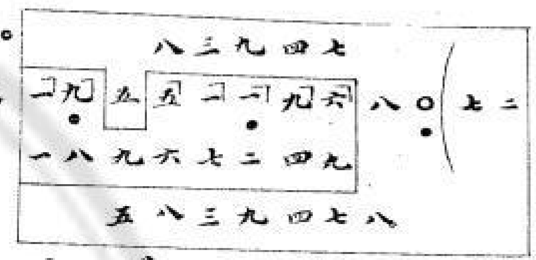


八萬九千六百。并益縱之廉。得九十八萬五千六百為益縱之法。以次商乘減縱之廉。得三百八十四萬。以次商自乘。得四百乘縱二廉。得二十五萬六千。以并減縱之方。減縱之廉乘數。共二千三百二十九萬六千為減縱之法。以次商乘上廉。得二百四十萬。以次商自乘。得四百乘下廉。得三十二萬。以次商自乘再乘。得八千乘隅算。得一萬六千。并方法上下廉乘數。共一千○七十三萬六千為隅法。以本段減縱之法減縱方。餘二千三百七十萬○五千六百。加本段益縱之法。得二千四百六十九萬一千二百。并本段隅法。共三千五百四十二萬七千二百為下法。乘次商。得七億○八百五十四萬四千。減實盡。得方一百二十。

通曰。如以縱減之法減縱方。而縱方數少不足減。則以益縱之法并縱方。然後減之。以其餘數并隅法。不更加益縱之法矣。

七帶縱方廉以二廉減縱開三乘方法

式 實一十九億五千五百一十一萬九千六百八十。縱方二千二百四十七萬二千六百四十。縱一廉十一萬○六千九百二十九。縱二廉六百五十四。問方幾何。曰七十二。術 列實。初商七十。乘縱一廉。得七百四十八萬五千○三十為益縱之實。初商



自乘得四千九百。乘縱二廉。得三百二十萬〇四千六百為減縱。初商自乘再乘。得三十四萬三千為隅法。以減縱減縱方。餘一千九百二十六萬八千〇四十。加益縱之寔。得二千六百七十五萬三千〇七十。并隅法。共二千七百〇九萬六千〇七十為下法。乘初商。得一十八億九千六百七十二萬四千九百。減寔。餘五千八百三十九萬四千七百八十為次商之寔。以二乘益縱之寔。得一千四百九十七萬〇六十為益縱之廉。以三乘減縱。得九百六十一萬三千八百為減縱之方。以三乘初商。得二百一十乘縱二廉。得十三萬七千三百四十為起下減廉。以四乘隅法。得一百三十七萬二千為方法。以初商自乘。得四千九百而六之。得二萬九千四百為上廉。以初商四之。得二百八十為下廉。次商二。以乘縱一廉。得二十一萬三千八百五十八。并益縱之廉。得一千五百一十八萬三千九百一十八為益縱之寔。以次商乘起下減廉。得二十七萬四千六百八十為減縱之廉。以次商自乘得四乘縱二廉。得二千六百一十六。以并減縱之方。減縱之廉。共九百八十九萬一千〇九十六為減縱之寔。以次商乘上廉。得五萬八千八百。以次商自乘得四乘下廉。

得一千一百二十。以次商自乘再乘得八為正隅。以并方法。上下廉乘數。共一百四十三萬一千九百二十八為隅法。以本段減縱之寔減縱方。餘一千二百五十八萬一千五百四十四。加本段益縱之寔。共二千七百七十六萬五千四百六十二。并本段隅法。共二千九百一十九萬七千三百九十為下法。乘次商。得五千八百三十九萬四千七百八十。減寔盡。得方七十二。

廣諸乘方　少廣之十二

開諸乘方說

凡積數若干。以平面開之。適得自乘之數者。為開平方。其立方。乃開平再乘積也。三乘方。長立方也。如以二自乘起者。得兩立方。以三自乘起者。得三立方之類。但以平方一進之數為率準。四乘方。平面立方也。如長立方得兩方數。則進作四立方。如長立方得三方數。則進作九立方。五乘方。大立方也。如係二自乘起者。有四立方。則進并十六方為大方。如係五自乘起者。有二十五立方。則進并一百二十五立方之類。自此推之。六乘方。視三乘形。七乘方。視四乘形。八乘方。視五形。乘餘乘倣此。可至無窮。今立捷法。由平面至諸乘。總一條理。先以諸乘原委布圖。乘毋為原。原乘出之子為開。

初商尋原圖

凡開方列位。以點分段者。平方每二位點作一段。再乘方每三

位一段。三乘方每四位一段。

一乘平方		再乘立方		三乘方	
一	一	一	一	一	一
二	四	二	八	二	一六
三	九	三	二七	三	八一
四	一六	四	六四	四	二五六
五	二五	五	一二五	五	六二五
六	三六	六	二一六	六	一二九六
七	四九	七	三四三	七	二四〇一
八	六四	八	五一二	八	四〇九六
九	八一	九	七二五九	九	六五六一

倣此推之。至九乘則十位一段矣。皆自尾小數起。而先以冣大數之首段。檢上圖以尋其原。即以原數開之。如平方開者。首段數係四十九。平行橫查。知七是原數。用七自乘可開。若首段數係六十四者。即知八是原數。用八自乘可開。若係六十三者。不及六十四一數。仍以七開之。如再乘方開之者。首段係二十七。查知其原係三。即以三自乘再乘開之。若首段係六十四者。即知四是原數。用四自乘再乘開之。若係六十三。仍以三開之。如三乘方者。首段係八十一。即知三是原數。用三自乘再乘三乘開之。

通曰。商還原而如其積。〻還原而如其商也。

四乘方	
一	一
二	三二
三	二四三
四	一〇二四
五	三一二五
六	七七七六
七	一六八〇七
八	三二七六八
九	五九〇四九

五乘方	
一	一
二	六四
三	七二九
四	四〇九六
五	一五六二五
六	四六六五六
七	一一七六四九
八	二六二一四四
九	五三一四四一

如四乘方者。首段係一千○二十四。即知四是原數。如五乘方者。首段係一萬五千六百二十五。即知五是原數。

六乘方	
一	一
二	一二八
三	二一八七
四	一六三八四
五	七八一二五
六	二七九九三六
七	八二三五四三
八	二○九七一五二
九	四七八二九六九

七乘方	
一	一
二	二五六
三	六五六一
四	六五五三六
五	三九○六二五
六	一六七九六一六
七	五七六四八○一
八	一六七七七二一六
九	四三○四六七二一

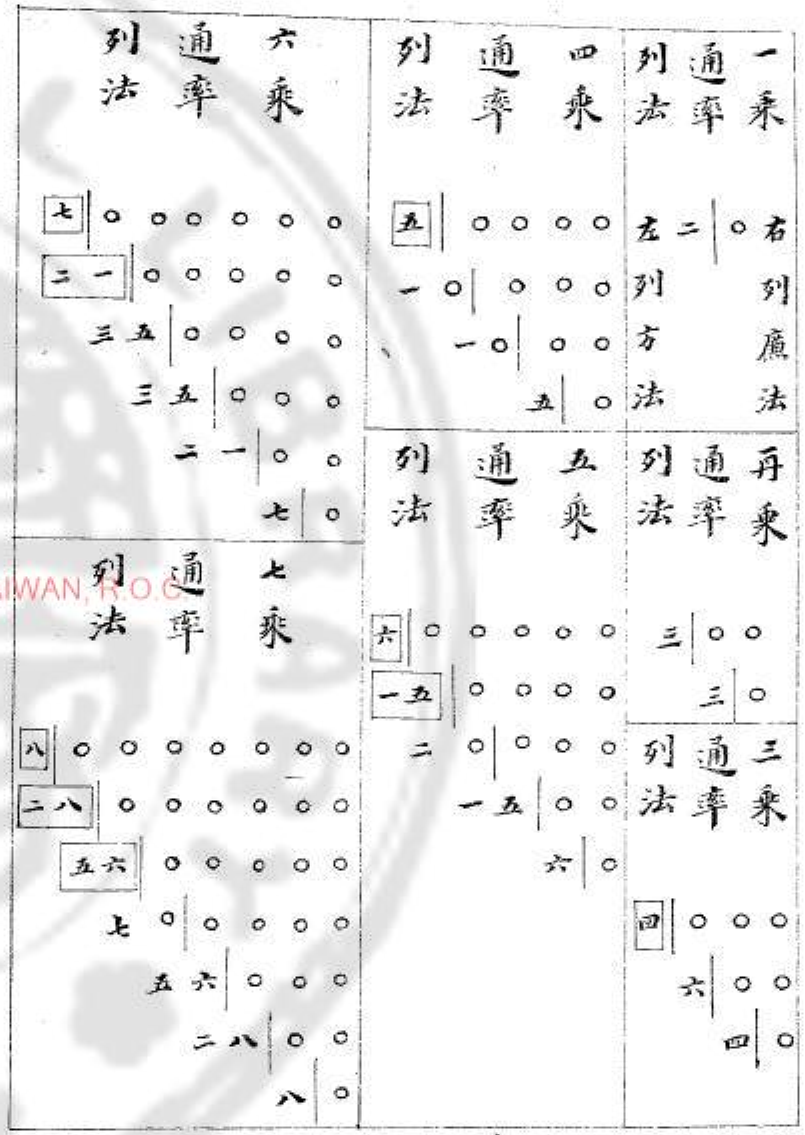
如六乘方者。首段係二十七萬九千九百三十六。即知六是原數。七乘方者。首段係五百七十六萬四千八百○一。即知七是原數。雖千萬乘方。其原皆可得也。原數即初商也。

次商用通率圖

右圖已得首位方法。餘寔倍方為廉。平方者一倍。再乘方者再倍。三乘方者三倍。四乘以上。皆以本乘之數。做此倍之。別立通率。凡平方只一率。為二○。立方有二率。為三○○。為三○。三乘方有三率。為四○○○。為六○○。為四○。一○為十兩○為百自此以上。諸乘做此漸加。而後皆如後圖所推。乃以方法之數乘之。以乘出之數較餘寔。約得幾何毋之幾何。而即以其毋為廉法也。以首行所列之二。為平方。三為立方。四為三乘方。至十七則十

	首行	二行	三行	四行	五行	六行	七行	八行	九行
	一								
平方	二								
立方	三	三							
三乘	四	六							
四乘	五	一〇	一〇						
五乘	六	一五	二〇						
六乘	七	二一	三五	三五					
七乘	八	二八	五六	七〇					
八乘	九	三六	八四	一二六	一二六				
九乘	一〇	四五	一二〇	二一〇	二五二				
十乘	一一	五五	一六五	三三〇	四六二	四六二			
十一乘	一二	六六	二二〇	四九五	七九二	九二四			
十二乘	一三	七八	二八六	七一五	一二八七	一七一六	一七一六		
十三乘	一四	九一	三六四	一〇〇一	二〇〇二	三〇〇三	三四三二		
十四乘	一五	一〇五	四五五	一三六五	三〇〇三	五〇〇五	六四三五	六四三五	
十五乘	一六	一二〇	五六〇	一八二〇	四三六八	八〇〇八	一一四四〇	一二八七〇	
十六乘	一七	一三六	六八〇	二三八〇	六一八八	一二三七六	一九四四八	二四三一〇	二四三一〇

六乘方也。他乘倣此。首行之數。自一順列。二行之數。亦首行上格二數積之。如首行三格是三。二行三格亦是三。相并得六。故二行之四格為六也。又如首行四格是四。二行四格是六。相并得一十。故二行之五格為一〇也。三行以至九行皆然。



三乘之四。係迴用。四乘之五。五乘之六。與一五。皆迴用。六乘迴用二位。七乘迴用三位。

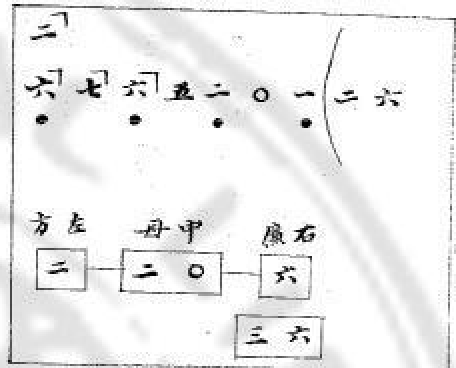
如前平方一乘者用一率。曰二。乃加一○為二○。與方法相乘。立方再乘者用兩率。曰三。曰三。乃以右小數加一○為三○。左大數加兩○為三○○。而以三百乘方法。其三乘方者用三率。曰四。曰六。止兩數。則又迴用右方之四為一率以補之。曰四六四。先以末位四。加一○為四○。次以六加兩○為六○○。再以首位四。加三○為四○○○。乃以四千乘方法。四乘方者。迴用首行之五。補足四率。曰五。曰一十。曰一十。曰五。然後加○。如右圖。五乘方者。迴用首行之六。及二行之一十五。補足五率也。

通曰。凡補一位者。止迴用首行之數。補二位者。則兼用二行之

数。補三位者。則無用三行之数也。其加〇之法。毎一位加一〇。毋論其数之原有〇無〇。與夫原数之為零為幾十幾也。

諸式

一乘方式 即平方



術 寔六百七十六萬五千二百〇一。初商二為方法。以求廉法。立二〇為通率。列中位。列方法於左位以相乘。得四十。以較餘寔之首二七。約得六之一。二段二七作二百七十六是二百七十內有六四十也 乃立六為廉法。列於右位。自乘得三十六為隅法。附列。乃以廉法六乘四十。得二百四十。并隅法三十六。共二百七十六。盡第二段。餘寔五二〇一。并廉入方為二十六。列左。乘通率二十。得五百二十。以較餘寔。得一。又以一為廉法。列右。自乘仍是一為隅法。共五二一。而寔不足減。乃作五千二百〇一。盡第四段。商得二六〇一也。

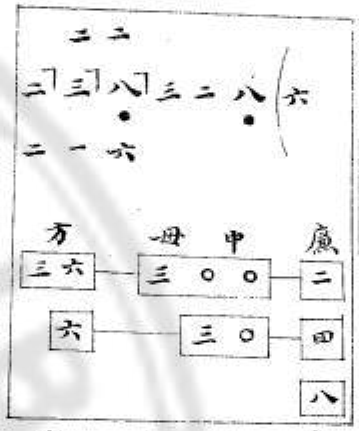
又式

術 若已得廉法而以乘通率。反浮餘寔。或廉法相合。而隅法又浮餘寔者。皆減其廉法以乘之。如寔二百八十九。初商一。除寔。餘寔一百八十九。次商以方法乘通率。得二〇。以較餘寔。可用九。除寔一百八十。而隅法八十一則浮原積。是九不可用矣。減一數用八。仍不足除。乃用七為廉法。乘得一四。除寔一百

四十。尚餘四十九。足除隅法。故商得一十七也。

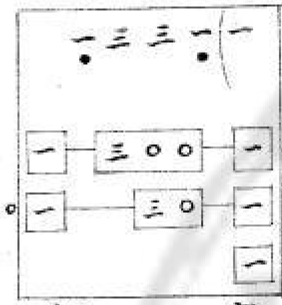
再乘方式 即立方

術 寔二十三萬八千三百二十八。尋原母六。自乘再乘得二一六。除寔。餘二萬二千三百二十八。以六為方法求廉法。用二率。曰三十。曰三百。自下而上疊位。以方六對三○。以方六自乘得三六。對三○○。各列於左。



初乘 以三六乘三○○得一萬○八百。以視餘寔。約得二之一。乃立二為廉。以對三○○。復以廉二自乘得四。又以二四相乘得八為隅。皆列右。以廉二乘一萬○八百。得二萬一千六百。**再乘** 以六乘三○。得一百八十。又以四乘之。得七百二十。并初乘數及隅八。共二萬二千三百二十八。減寔盡。商得六十二也。

又式

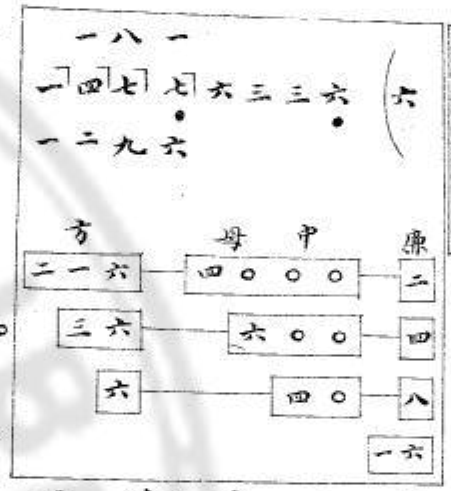


術 若初商方法。只係一數者。通率無乘。須并諸率除之。如寔一千三百三十一。初商以一為方法。除淨首寔一千。次并中位兩通率。一除可淨。即以一為廉法。對通率三百。廉自乘仍得一。對通率三十。再乘仍得一為隅。附列。共并得三百三十一。兩率一隅除寔盡。商得一十一也。

通曰。凡以一為方法者。皆可以諸位通率并之以求也。

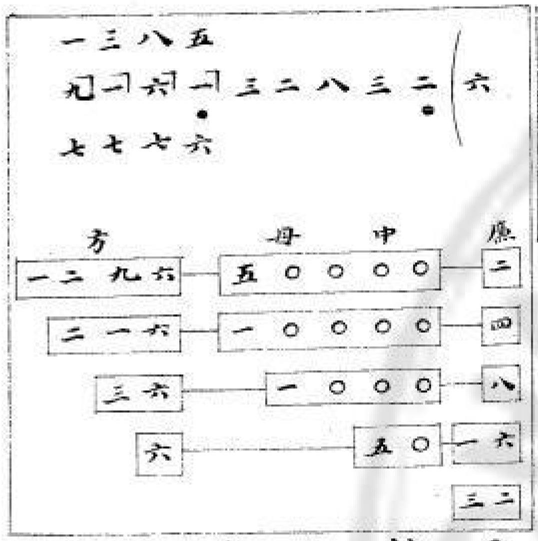
三乘方式

術　寔一千四百七十七萬六千三百六十六。尋原母六。自乘再乘三乘。得一二九六。除寔。餘一百八十一萬六千三百六十六。以六為方法求廉。用通率三位。曰四十。曰六百。曰四千。方六。自乘得三六。再乘得二一六。自下而上對列。



初乘以二百一十六乘四千。得八十六萬四千。較餘寔。約二之一。以二為廉。自乘得四。再乘得八。三乘得十六。自上而下對列。乃以二乘八十六萬四千。得一百七十二萬八千。再乘以三十六乘六百。得二萬一千六百。以四乘得八萬六千四百。三乘以六乘四十。得二百四十。以八乘得一千九百二十。乃并三數。及隅十六。共合餘寔。商得六十二。

四乘方式

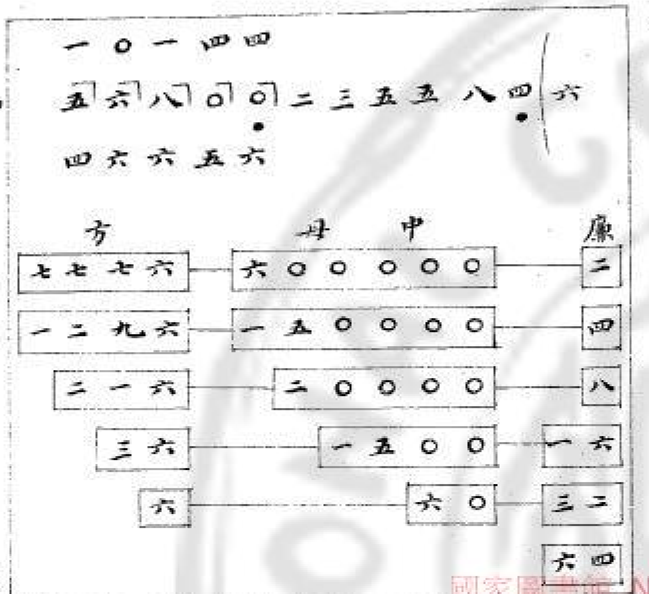


術　寔九億一千六百一十三萬二千八百三十二。尋原母六。自乘至四乘。得七七七六。除寔。餘一億三千八百五十三萬二千八百三十二。求廉。用四位通率。曰五十。曰一千。曰一萬。曰五萬。以方法六。自乘得三十六。再乘得二百一十六。三乘得一千二百九十六。自下而上對列。初乘以一

千二百九十六乘五萬。得六千四百八十萬。以較餘實。約得二
之一。以二為廉。自乘得四。再乘得八。三乘得十六。自上而下對
列。又四乘得三十二為隅。乃以二乘六千四百八十萬。得一億
二千九百六十萬。次乘二百一十六乘一萬。得二百一十六萬。
以四乘得八百六十四萬。三乘三十六乘一千。得三萬六千。以
八乘得二十八萬八千。四乘六乘五十。得三百。以十六乘得四
千八百。乃并四次乘數及隅。共合餘實。商六十二。

五乘方式

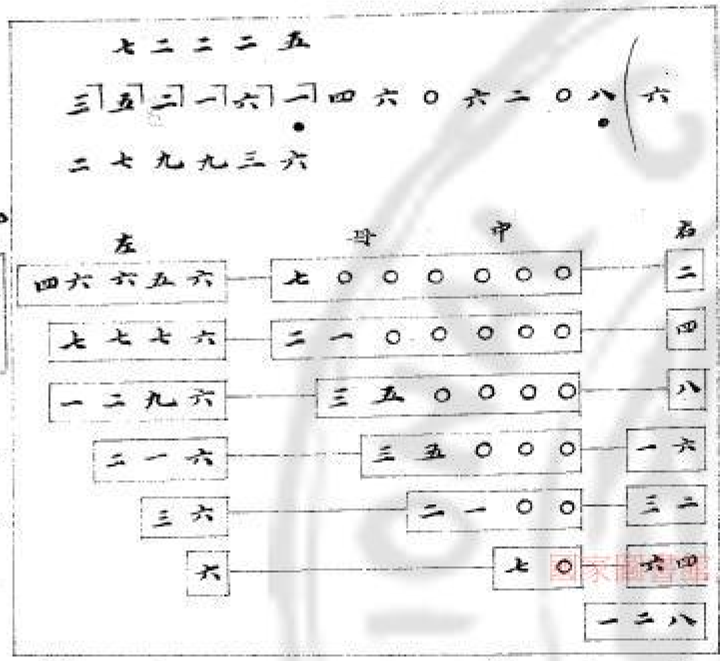
術 實五百六十八億〇二十三萬五千五百八十四。
尋原母六。以其五乘數。除實。餘一百〇一億四千四百二十三
萬五千五百八十四。求廉。用五位通
率。曰六十。曰一千五百。曰二萬。曰一
十五萬。曰六十萬。以方六自乘再乘
三乘四乘。自下而上對列。初乘左首
位乘中首位。得四十六億六千五百
六十萬。以較餘實。約得二之一。以二
為廉。自乘再乘三乘四乘。自上而下



對列。又五乘得六十四為隅。乃以右首位乘所得較數。得九十
三億三千一百二十萬。次乘左次位乘中次位。又以右次位乘

之。淂七億七千七百六十萬。三乘左三位乘中三位。又以右三位乘之。淂三千四百五十六萬。四乘左四位乘中四位。又以右四位乘之。淂八十六萬四千。五乘左末位乘中末位。又以右末位乘之。淂一萬一千五百二十。并五次乘數及隅。共合餘寔。商淂六十二。

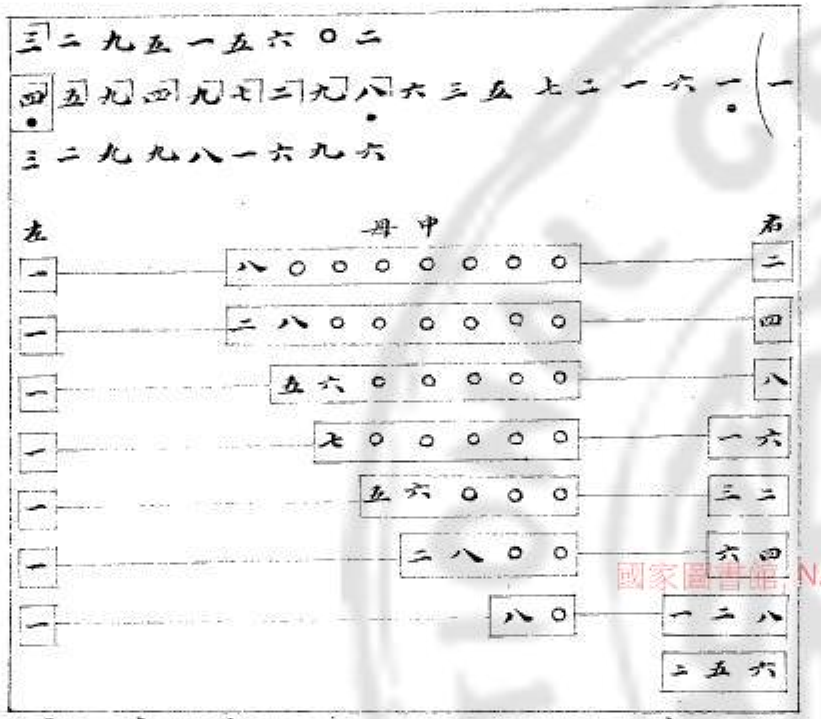
六乘方式 術 寔三萬五千二百一十六億一千四百六十萬六千二百〇八。尋原母六。以具六乘數除寔。餘七千二百二十二億五千四百六十萬〇六千二百〇八。求廉。用六位通率。曰七十。曰二千一百。曰三萬五千。曰三十五萬。曰二百一十萬。曰七



百萬。以方六自乘再乘三乘四乘五乘。自下而上對列。初乘左首位乘中首位。淂三千二百六十五億九千二百萬。以較餘寔。約淂二之一。以二為廉。自乘再乘三乘四乘五乘。自上而下對列。又以乘淂一百二十八為隅。乃以右首位乘所淂較數。淂六千五百三十一億八千四百萬。次乘左次位乘中次位。又乘右次位。淂六百五十三

億一千八百四十萬。三乘左三位乘中三位。又乘右三位。得三十六億二千八百八十萬。四乘左四位乘中四位。又乘右四位。得一億二千。九十六萬。五乘左五位乘中五位。又乘右五位。得二百四十一萬九千二百。六乘左六位乘中六位。又乘右六位。得二十六萬八千八百。并六次乘數及隅共合餘實。商得六十二。

七乘方式 術 實四兆五千九百四十九萬七千二百九十八億六千三百五十七萬二千一百六十一。尋原母一。除實一兆。餘實求廉。用七位通率。曰八十。曰二千八百。曰五萬六千。曰七十萬。曰五百六十萬。曰二千八百萬。曰八千萬。方法一數無乘。當并通率諸位。以較餘實。而惟首次兩數同為大數。其餘小數不足為多寡。且從省。只并首次兩列率開之。并得一億。八百萬。以較餘實。約可用三。然自乘之九乘中次位。其數浮。當減用二為廉。自乘再乘三乘四乘五乘六



乘。自上而下對列。又七乘得二百五十六為隅。初乘右首位乘中首位。得一億六千萬。次乘右二位乘中二位。得一億一千二百萬。三乘右三位乘中三位。得四千四百八十萬。四乘右四位乘中四位。得一千一百二十萬。五乘右五位乘中五位。得一百七十九萬二千。六乘右六位乘中六位。得一十七萬九千二百。七乘右七位乘中末位。得一萬○三百六十八。乃并七次乘數及隅。共三億二千九百九十八萬一千六百九十六。以除餘實。尚餘實二千九百五十一萬五千六百○二億六千三百五十七萬二千一百六十一。乘得三億從三次除起再商自首至尾。以一段開

左	中	右
二九五一五六○二陸叁五七貳壹陸壹		一二
三五八三一八○八	八○○○○○○○	一
二九八五九八四	二八○○○○○	一
二四八八三二	五六○○○○	一
二○七三六	七○○○○	一
一七二八	五六○○	一
一四四	二八○	一
一二	八○	一
		一

之。乃并廉入方。共一十二。自乘再乘三乘四乘五乘六乘。自下而上對列於左。初乘左首位乘中首位。得二千八百六十六萬五千四百四十六億四千萬。以較餘實。只可用一。以一為廉無乘。隅亦一。無乘。次乘左次位乘中次位。得八十三萬六千○七十五億五千二百萬。三乘左三位乘中三位。得一萬三千九百三十四億五千九

百二十萬。四乘左四位乘中四位。得一百四十五億一千五百
二十萬。五乘左五位乘中五位。得九千六百七十六萬八千。六
乘左六位乘中六位。得四千萬〇三千二百。七乘左末位乘中
末位。得九百六十。乃并七次乘數及隅。共合餘寔。商得一百二
十一。

尋原之法。平方可求立方之原。蓋平方立方可求多乘之原。若
三乘方者。以平方開之得數。又平方開之。即得原矣。五乘方者。
以平方得開之。得數。又立方開之。或先開立而後開平。即得原
矣。六乘方者。作四乘方開二次。即得其原。七乘方者。作平方開
三次。即得其原。八乘方者。作立方開二次。即得其原。九乘方者。
先開平而後開四乘。或先開四乘而後開平。即得其原。若十乘
方者。作四乘方開三次。即得其原矣。

奇零諸乘開方法

式 術 凡開方諸法。以尋原為第一義。即奇零中。有母數子數俱
有原可用者。如平方九之四則以三之二為原。以三自乘得九。
以二自乘得四也。如再乘立方二七之八亦以三之二為原。以三
自乘再乘得二十七。以二自乘再乘得八也。又如三乘方所得
八一之一六亦以三之二為原。以三自乘再乘三乘。得八十一。以二

自乘再乘三乘。得一十六也。有二數並列子母不同。而亦有原數可用者。如四之二與九之八並列。依對乘法。兩母乘得三十六。兩子乘得一十六。是為三六之一六其平方之原。為九之四以四九三十六。四四一十六。可用四為紐數者也。有以全數帶奇零。而亦有原可尋者。如有全數二又二七之一〇。依化法。化得二七之六四尋其立方之原。為三之四以三再乘為二十七。四再乘為六十四。歸整得一又三之一也。凡有原可尋。則可開。無原可尋。則不可開。必命分之母。與得分之子。各有原。則可開。若一有原。一無原。則不可開也。尋原之術。數之多者。約之以至於寡。如四五之二〇約之為九之四其開平方之原。即是三之二也。如八一之二四約之為二七之八其開立方之原。即是三之二也。他一有原一無原者。如九之六九有原。六無原。又如二〇之二一則命分數與得分數俱無原。皆不可開矣。然數窮則變。變則通。不可開者。又立法以開之。如無原。有數之最相近者。可借以為原。即以本數析之。又析。而相近之原可得也。析之之法。多取進位。平方或析一為十為百。立方或析一為百為千。數彌多者求彌密。其原亦彌近也。彌近之數。或稍多於所求。或稍約於所求。而皆可以為原者也。如以五數為開平方。是為無原。而任借一〇為一〇〇之原。以一十自乘

得一百。以五乘得五〇〇。雖一〇不為五〇〇之原。乃其原之最近者有兩數。其一為四八四以二二為原。二十二自乘得四百八十四也此近而朒者。其一為五二九以二三為原。二十三自乘得五百二十九也此近而盈者。何也。試以所借一〇為命分之母。以二二為得分之子。以一〇之二二自乘。此係整二又零一十之二帶所得一〇〇之四八四內除四百為四整數。餘八四為一〇〇之八四夫以四零一〇〇之八四視二零一〇之二猶五百與二十二之比例也。試以所借一〇為母。以二三為子。以一〇之二三自乘。此係整二又零一十之三得一〇〇之五二九內除五百為五整數。餘二九為一〇〇之二九夫以五零一〇〇之二九視二零一〇之三猶五百與二十三之比例也。故五可以借一十也。如以九數為開立

方。亦為無原。而任借一〇為一〇〇〇之原。以九乘得九〇〇〇雖九千不以一十為原。而其近原者亦有兩數。一為八〇〇〇以二〇為原。此近而朒者。一為九二六一以二一為原。此近而盈者。何也。試以一〇為母。一〇之二〇係整二數。自乘再乘。即得一〇之八試以一〇為母。一〇之二一係整二數零一十之一。自乘再乘。即得九零一〇〇〇之二六一也。母一十自乘再乘得一千子整二化二十并入一為二十一自乘再乘得九千二百六十一以九千歸整得整九餘為一千之二百六十一也故一〇何以為九借也。如以四〇數為四乘方。亦為無原。任借一〇自乘至四乘。得一十萬。以一十乘之。得四百萬。用前法推衍其原之近者。一為二〇一為二一何也。以一〇為二〇之母。則一〇之二〇係整二數。自乘至四

乘。為$\boxed{\text{一〇之三二}}$以視$\boxed{\text{四〇}}$近而朒。以$\boxed{\text{一〇}}$為$\boxed{\text{二一}}$之母。則$\boxed{\text{一〇之二一}}$係整二數零一十之一。自乘再乘。化整數并子法如前母四乘得一十萬子自乘再乘得九千二百六十一三乘四乘。得整四十數零一十萬之八萬四千二百〇一。二十一以三乘得一十九萬四千四百八十一以四乘得四百〇八萬四千二百〇一內以四百萬還原得整四十數具零為八四二〇一也以視$\boxed{\text{四〇}}$近而盈。故$\boxed{\text{一〇}}$可以為四十借也。

數度衍卷十五之十九

方田章

商功章

差分章

均輸章

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY TAIWAN R.O.C.

數度衍十五卷目次

丈量 方田之一
定畝
積步求畝法
積尺求畝法
合積求畝法
不積求畝法
諸率
步帶奇零法

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

還原法
飛歸還原
九則析畝法
田形　方田之二
諸形量法
減并截量法

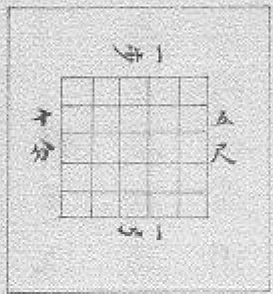
數度衍卷之十五方田章

桐城方中通衍

丈量　方田之一

定畝

通曰。弓步丈尺。雖二法。一理也。横一步。縱二百四十步。横一丈。縱六十丈。皆畝也。方五尺為步。是為一弓。五寸為分。五分為釐。



二十五尺為弓幕。四其弓冪。則方面一丈。故知二百四十其弓冪。即六十其方面一丈也。每一弓。得畝四毫一絲六忽六微六無盡。畝至百則曰頃。

積步求畝法

長丈幾何。廣丈幾何。相乘為積步。二廣者。并數。用二折。三廣用三折。四廣用四折。長亦若是。析為一長一廣。然後相乘。非折而步之。折而方之也。既得積步。用除法求畝。詳後式。

用二十四除式 術 直田一坵。長四十丈。廣十四丈四分。相乘得五百七十六步。用二十四除之。得二畝四分。

折廣式 術 長四十丈。四廣。一曰十三丈。一曰十九丈四尺。一曰十二丈一尺。一曰十二丈三尺。先并諸廣。得五十六丈八尺。每尺作二分。歸整得五十七丈六分。四廣當用四除折之。折得十四丈四分。始與長丈相乘。得五百七十六步。用二十四除見畝。

珠算飛歸法

訣曰一加三隔四。二加六隔八。

進一除二四。一曰二十四子一方歸。

進二除四八。一曰四十八子進二枚。

進三除七二。一曰七十二子進三枚。

進四除九六。一曰九十六子進四枚。

獨三進一位二五。下位無子曰獨。 獨九進三位七五。

一二身作五。一曰見一作五下除二。

六退一進二。一曰六十進二五。一曰六除首五添二。
一四四作六。一六八作七。
一九二作八。一八作七五。
三六進一五。二一六作九。

通曰。飛歸者。二十四除之捷法也。進在左位。作加皆在本位。隔在右位之下位也。

式 術 直廣皆六百六十六步。相乘。得四十四萬三千五百五十六步。用飛歸。丑寅二位作四十四。曰進一除二四。進一在子位。丑除二十。存二。寅除四。空。曰二加六隔八。丑存二加六為八。卯三加八。寅得一。卯存一。曰一加三隔四。寅一加三為四。辰五加四為九。曰一二身作五。卯一竟改作五。辰九內去二。存七。曰進三除七二。卯五加三為八。辰去七。空。巳除二。存三。曰進一除二四。進一在辰位。巳除二。存一。午除四。存二。曰一二身作五。巳一改作五。午除二。塞盡而止。得一千八百四十八畝一分五釐。原積千畝為畝也。

未	午	巳	辰	卯	寅	丑	子
六	五	五	三	四	四		
變					得		
五	一	八	四	八	一		

用三除八除式 術 積二百四十步。先用三除得八。後用八除得一。乃一畝也。先用八除。後用三除亦可。

用四除六除式 術 積二百四十步。先用四除得六。後用六除得

一畝。先用六除。後用四除亦可。

用兩次五因又六除式 術 積二百四十步。用五因。得一百二十。再用五因。得六十。又用六除見畝。

通曰。用二十四除者。二百四十步為一畝也。三八乘得二十四。四六亦乘得二十四。故皆可用。五因即二除。折半法也。兩次五因。即四除也。猶如先用四除後用六除耳。

積尺求畝法

用六除式 術 直八十尺。廣七十五尺。相乘。得六千尺。用六除之。得一畝。

通曰。廣一步直二百四十步。即廣五尺。直一千二百尺也。以五乘一千五百。得六千尺。故用六除。

用倍尺又二十四除式 術 直八十尺。倍為一百六十尺。廣七十五尺。倍為一百五十尺。然後相乘。得二萬四千尺。再用二十四除見畝。

通曰。此通尺為步也。五尺為步。宜用五除。然五二因即五除。倍即二因也。尺之一百即步之一十。此倍虛尺而求實積也。

合積求畝法

或直步廣尺。或直尺廣步。其積步法。則化尺為步。其積尺法。則

化步為尺。凡步下有零尺寸者皆化之。

化尺式 術 直十六步。廣七十五尺。以二因廣尺。得一百五十尺。作十五步。然後相乘。得二百四十步為積步。如法見畝。

化步式 術 直十六步。廣七十五尺。以五因直步。得八十尺。然後相乘。得六千尺為積尺。如法見畝。

不積求畝法

直廣不須相乘積步。隨意以直為主。以廣為主。而算其不主之步數也。主直則算廣。主廣則算直。

諸率

二步折半六而一（而一者歸也）

四步用六歸

六步當用四歸

九步用五因又四歸

十五步用二八歸

十八步折半又五因

二十五步折半又六八歸

三十六步用五因

四十八步加一倍

三步用八歸

五步用六八歸（或先六後八或先八後六皆可）

八步用三歸

十二步用折半

十六步用三歸又加倍

二十四步十為畝（見十步為一畝也）

三十二步四因又三歸

三十七步半用八八歸（兩次八歸也）

六十四步三歸又八因

七十二弓加倍又五因　七十五弓用四八歸

九十六弓用四因

主直式 術 如以直為主者。直或二弓。或二十弓。或二百弓。則以廣弓之數在位。折半。餘用六歸見畝。

主廣式 術 如以廣為主者。廣或十五弓。或一百五十弓。則以直弓之數在位。先用二歸。後用八歸見畝。

步帶奇零法

単分母子式 術 直十五步。廣三步五分步之四。置三步。以分母五通之為十五。加分子四。共十九。又置直十五步。以分母五通之為七十五。乃以七十五與十九相乘。得一千四百二十五為寔。另以分母五自乘。得二十五為法。除寔得積步。

雙分母子式 術 直九十七步四十九分步之四十七。廣二步二十分步之九。置廣二步。以分母二十乘之。乘即通也 得四十。加分子九。共四十九。又置直九十七步。以分母四十九乘之。得四千七百五十三。加分子四十七。共四千八百。乃以兩共數相乘。得二十三萬五千二百為寔。另以分母二十與四十九相乘。得九百八十為法。除寔得積步。

又式 術 圓田徑六步十三分步之十二。周二十步四十一分步

之三十二。以徑求積者。置徑六步。以母十三通為七十八。加子十二。共九十。自乘得八千一百。又以母十三減子十二。餘一。以乘子十二。得十二。并自乘數。共八千一百一十二。先三乘。後四除。得六千○八十四為寔。另以母十三自乘。得一百六十九為法。除寔得積步。以周求積者。置周二十步。以母四十一通為八百二十。加子三十二。共八百五十二。自乘得七十二萬五千九百○四。又以母四十一減子三十二。餘九。以乘子三十二。得二百八十八。并自乘數。共七十二萬六千一百九十二。以十二除之。得六萬○五百一十六為寔。另以母四十一自乘。得一千六百八十一為法。除寔得積步。

還原法

反畝為步式 術 田七畝五分。求積。以二十四乘七畝五分。得一千八百。是為積步。

反步為直廣式 術 積步一千八百。求直廣。其法定以二十四步為廣。以畝數為直。今係七畝五分。即以七十五步為直也。須知一畝作一十步。十畝作一百步。

倍直半廣式 術 如七分五釐。積一百八十步。以二十四步為廣。以七步五分為直。太少。乃半廣為一十二步。倍直為一十五步。

或廣直相易。以二十四弓為直。以七弓五分為廣。

半直倍廣式 術 如七十五畝。積一萬八千步。以二十四弓為廣。以七百五十弓為直。太多。乃倍廣為四十八弓。半直為三百七十五弓。如云尚多。又倍廣半直亦可。

直田積反求直廣式 術 積步一千八百。云直廣增一倍。求直廣。以積步折半得九百為寔。平方開之。得三十步為廣。倍得六十步為直。

飛歸還原

訣曰退一加二四。　退二加四八。　退三加七二。
退四加九六。　五畄一二。　六畄一四四。
七畄一六八。　八畄一九二。　九畄二一六。

通曰。飛歸自左向右。還原自右向左。退在本位。加在下位。畄亦在本位起也。

九則折畝率

上上則 三畝折一畝三分。乃二畝三分三釐零折一畝也。毛畝上定身三因三歸。

上中則 三畝折一畝二分五釐。乃二畝四分折一畝也。毛畝上用飛歸。

上下則 三畝折一畝二分。乃二畝五分折一畝也。毛畝上用四囙。或積步上用六歸。

中上則 三畝折

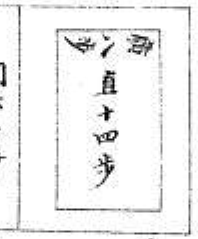
一畝一分。乃二畝七分二釐零折一畝也。毛畝上定身一囙三歸。中中則 三畝折一畝。毛畝上用三歸。中下則 三畝折九分。乃三畝三分三釐零折一畝也。毛畝上用三囙。下上則 三畝折八分。乃三畝七分五釐折一畝也。毛畝上八因三歸。或積步上用九歸。下中則 三畝折七分五釐。乃四畝折一畝也。毛畝上用四歸。下下則 三畝折七分。乃四畝二分八釐零折一畝也。毛畝上七囙三歸。塘或六畝一分四釐折一畝。

通曰。積步除得之畝。乃毛畝也。不折之處甚多。或用九則折實。率亦不一。大槩如此。附録訣曰。毛田上上定三因。因後三歸實即真。只有上中飛又用。若逢上下四因成。定身中上先加一。得數三歸即便清。獨是中中來折實。三歸一徧即分明。毛當中下三回得。下上三歸又八回。若遇下中歸用四。三歸下下七先回。或從積步來求實。九則中間兩則行。上下六歸下上九。不須毛畝快如神。

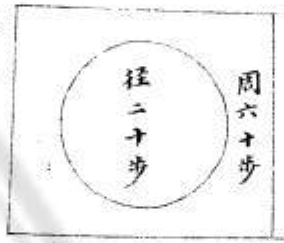
田形 方田之二

諸形量法

方形。術 以十二步自乘。得一百四十四為積步。如法見畝。

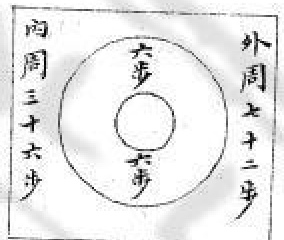


長形。術以直廣相乘。得一百一十二為積步。



圓形。術以周折半為三十。径折半為一十。相乘得三百為積步。　少廣諸法皆可用。

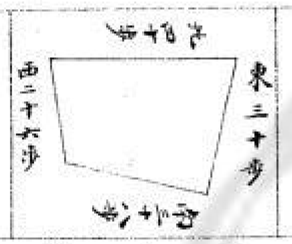
通曰。周自乘。四。八。九。各除一徧見畝。径自乘。四。八。各除一徧見畝。不必積步矣。



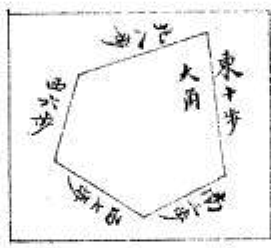
環形。術以外周折半為三十六。內周折半為一十八。相并。得五十四。與径六步相乘。得三百二十四為積步。　凡田中有池有堆者用此。

弧矢形。術以弦并矢。得四十八。折半為二十四。與矢十二相乘。得二百八十八為積步。

通曰。已上五形。皆用少廣法。

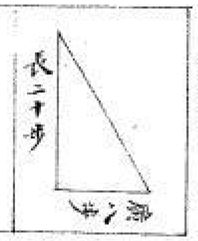


四不等形。術東西并為五十六。此二廣也。二折得二十八步。南北并為七十八。亦二直也。二折得三十九步。相乘得一千○九十二為積步。



五不等形。術并南北二西。得二十四步。以四折之。得六步。與東大角十步相乘。得六十為積步。

通曰。此以大角一邊為長也。



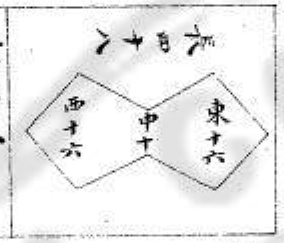
勾股形。術以廣折半為四步。與長相乘。得八十為積步。

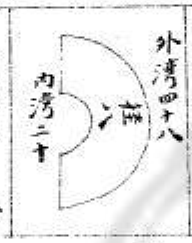
圭形。同勾股形術。

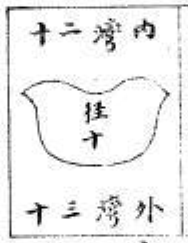
楓葉形。術以口徑四折得十步。上周折半得四十九。相并得五十九。與中直折半十五相乘。得八百八十五為積步。

梳形。術以齒廣三折得二十。上周折半得四十五。相并得六十五。與中十相乘。得六百五十為積步。

卸形。術周徑相乘。得二十四萬三千二百。以四折之。得六萬。八百為積步。





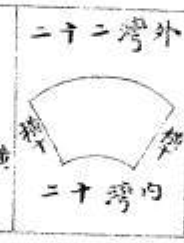
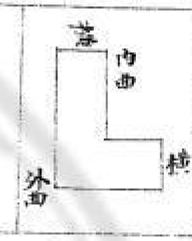
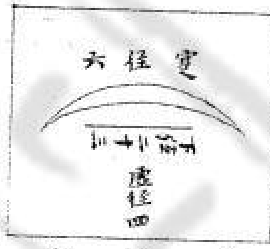


叉錠形。術以長四十八。用四折得十二步。即於四十八內減十二。餘三十六。三廣并得四十二。三折得十四。與三十六相乘。得五百〇四為積步。

半環形。術并內外灣得六十八。折半得三十四。與徑八相乘。得二百七十二為積步。　新月形同此。

碗形。術以口徑折半得十步。外周折半得三十二。相乘得三百二十為積步。

荚形。術并內外灣得五十。折半得二十五。以徑折半得五。相乘得一百二十五為積步。

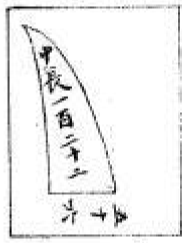
長圓形。術以外周折半得二十八。徑折半得一十。相乘得二百八十為積步。

扇形。術并內外灣得三十四。折半得十七。并兩橫得二十。折半得一十。相乘得一百七十為積步。

矩形。同扇形術。內外曲。

亦同扇形術。即內外灣也。

眉形。術以下弦二十三。并兩徑共三十三。折半為一百六十五。此即五因眉以下弦并虛徑四。為二十七。折半為一十三五。又乘虛徑四。得五十四。乃於一百六十五內減之。餘一百一十一為積步。



梯形。術并二廣為三十八。折半得十九。與長相乘。得一千〇二十六為積步。

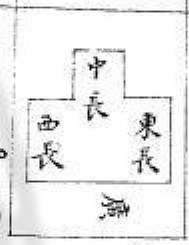
不正形。術以中長折半為二十。東北與西南并為三十。相乘得六百為積步。

梭形。術以長折半為十八。與濶相乘。得三百〇六為積步。

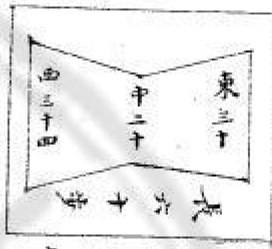
半梭形同此。

牛角形。術以廣與長乘。得六千八百三十二。半之。得三千四百一十六為積步。

四形。術并東西兩長為九十六。折半為四十八。再并入中長。得八十四。折半為四十二。乘廣得一千一百七十六為積步。

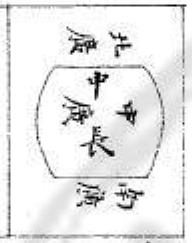


凸形術同四形。

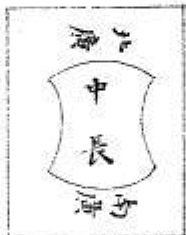


三廣形。術倍中廣為四十。與東西兩廣并。共一百四。以四除之。得二十六。乘長。得一千五百六十為積步。又術先并東西兩廣為六十四。折半為三十二。又并中廣為五十二。折半為二十六。乘長亦合。凡三廣形。必中廣居正中乃可。偏者則截為兩梯田算之。蓋三廣田。乃二梯田之并也。

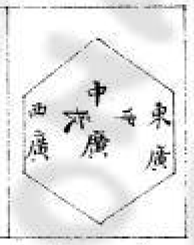
通曰。三廣宜用三折。曰倍中廣。是增一廣矣。故用四折。



鼓形

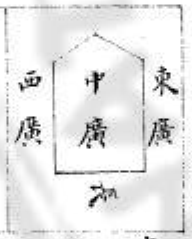


鉸形



六角形

象限形



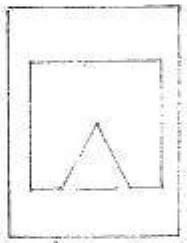
箭頭形

鎖形

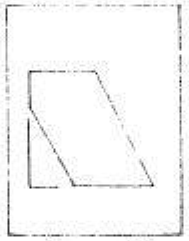
箭翎形

已上七形。俱同三廣形術。

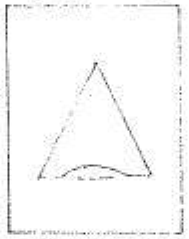
減并截量法



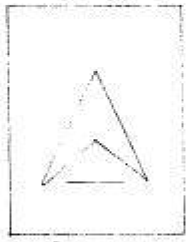
方田減圭



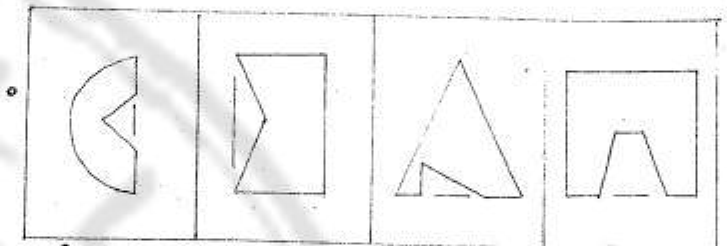
斜減勾股



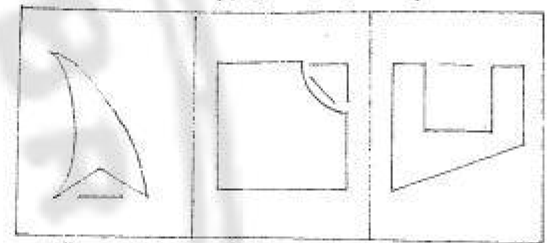
圭減弧矢



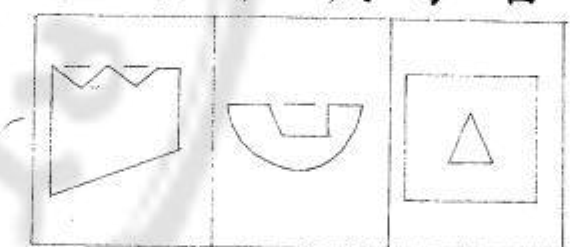
圭田減圭



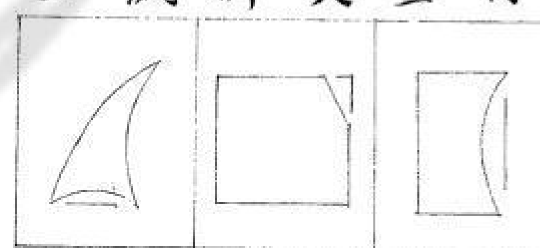
方田減梯　圭減勾股　直方減圭　弧矢減圭



斜田減方　方減圭弧　半角減圭

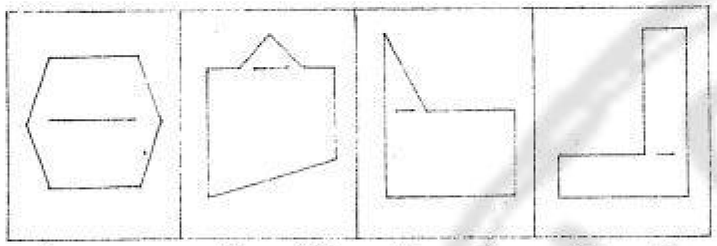


方內減圭　弧矢減斜　斜減二圭

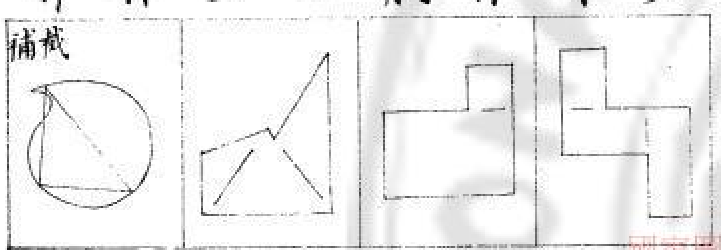


直減弧矢　方減勾股　角減弧矢

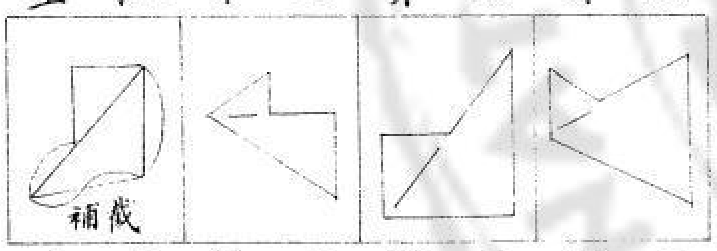
通曰。先增虛形以求。後減虛形以得。此亦變法也。若形內可分為數形者。則有并法在。



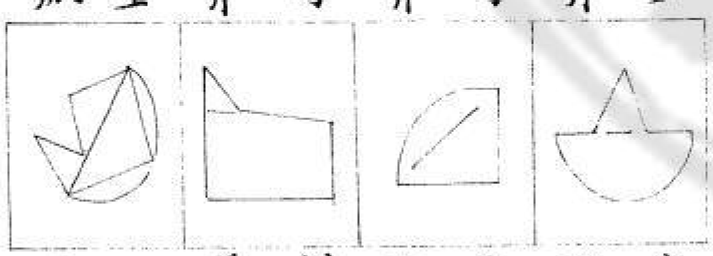
二直相并　直并勾股　斜田并圭　二梯相并



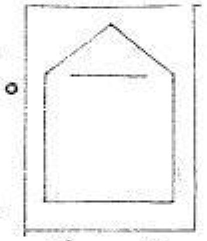
三直相并　方直相并　三圭相并　三弧并圭



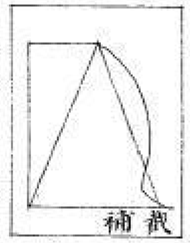
二圭相并　二勾股并　二勾股并　兩圭二弧



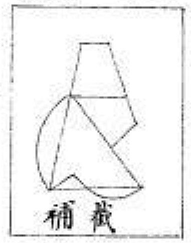
圭并弧矢　圭并弧矢　斜田并圭　二弧三圭



方田并圭



圭弧勾股



三圭弧梯

通曰。田形無窮。大約絶長補短。以取其形可量耳。惟是下手之處。務中其節。始得無差。不然則可任意大之小之也。至或有計種数者。或有計稅米之数者。随其則例求之可耳。他如北方之地。南方之洲。可用捆丈者。則又計繩而整量之。凡縱横皆七十七丈五尺為一項也。

數度衍十六卷目次

開築 商功之一

埒冪率

互求法

開法

築法

垛積 商功之二

堆垛法

量積法

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

數度衍叅之十六商功章

桐城方中通衍

開築 商功之一

埒寬率

穿地四尺。為壤五尺。為堅三尺。

通曰壤者。埒土也。堅者。寬土也。

五求法

$\boxed{\text{穿地求壤及堅式}}$ 穿地一萬尺。問壤土堅土各若干。曰壤土一萬二千五百尺。堅土七千五百尺。術以五因穿地。得五萬尺為

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

寔。以四為法。除得壤土。以三因穿地。得三萬尺為寔。以四為法。

除得堅土。

壤地求穿及堅式 壤地一萬二千五百尺。問穿土堅土各若干。

曰穿土一萬尺。堅土七千五百尺。術以四因壤地。得五萬尺為寔。以五為法。除得穿土。以三因壤地。得三萬七千五百尺為寔。以五為法。除得堅土。

堅地求穿及壤式 堅地七千五百尺。問穿土壤土各若干。曰穿土一萬尺。壤土一萬二千五百尺。術以四因堅地。得三萬尺為寔。以三為法。除得穿土。以五因堅地。得三萬七千五百尺為寔。以三為法。除得壤土。

開法

求日式 開壕上廣七尺。下廣九尺。深四尺。長一千八百尺。每夫每日穿一百四十四尺。今用夫二百名。問幾日可完。曰二日。術并上下廣得十六尺。折半得八尺。以乘深。得三十二尺。又乘長。得五萬七千六百尺為寔。以二百名乘每日穿數。得二萬八千八百尺為法。除寔得日數。

求夫式 開渠上廣二丈四尺。下廣二丈一尺。深九尺。長三百八十四尺。每夫十二名。開積六百尺。問積該夫幾尺何。曰一萬五千

五百五十二名。術并兩廣。得四十五尺。折半。得二十二尺五寸。以乘深。得二百〇二尺五寸。又乘長。得七十七萬七千六百尺。又乘夫十二名。得九百三十三萬一千二百尺為實。以六百尺為法。除數實得夫數。

求工式 開河長七千五百五十尺。上廣五十四尺。下廣四十尺。深十二尺。每日一工開三百尺。問用工幾何。曰一萬四千一百九十四工。術并兩廣。得九十四尺。折半。得四十七尺。以乘深。得五百六十四尺。又乘長。得四百二十五萬八千二百尺為實。以三百尺為法。除實得工數。

遲速式 甲乙二人開河。甲每日開積四百尺。乙每日開積三百五十尺。甲開七十日。問乙開多幾日。與甲同。曰十日。術以甲開七十日。乘每日四百尺。得二萬八千尺為實。以乙每日三百五十尺為法。除實。得八十日。減甲七十日。餘十日為乙多數。

築法

築墻式 原墻上廣一尺。下廣三尺。高一丈二尺。今欲築高九尺。問上廣幾何。曰一尺五寸。術以原下廣減原上廣。餘二尺。以今高九尺乘之。得十八尺為實。以原高為法。除實得一尺五寸。乃於原下廣內減之。餘一尺五寸。為今上廣。

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

式二 原墻上廣一尺。下廣三尺。高一丈二尺。今欲築高一丈五尺。問上廣幾何。曰五寸。術以原上廣減原下廣。餘二尺。以原高減今高。餘三尺。兩餘相乘。得六尺為寔。以原高為法。除寔得五寸。乃於原上廣內減之。餘五寸。為今上廣。

通曰。前式今高少於原高。後式今高多於原高。故法不同。後式可用前法。而前式不可用後法也。

式三 原墻上廣一尺。下廣四尺。高一丈二尺。今上廣如故。下廣僅二尺一寸。問高幾何。曰七尺六寸。術以原下廣減今下廣。餘一尺九寸。以乘原高。得二十二尺八寸為寔。以原下廣減原上廣。餘三尺為法。除寔得今高。

式四 原墻上廣二尺。下廣六尺。高二丈。今已築至上廣三尺六寸。問已得高幾何。曰一丈二尺。術以今上廣減原下廣。餘二尺四寸。以乘原高。得四丈八尺為寔。以原上廣減原下廣。餘四尺為法。除寔得今高。

式五 原墻上廣十尺。下廣三十尺。高四十尺。今欲築至上廣九尺。問該增高幾何。曰二尺。術以原上廣減原下廣。餘二十尺。又減原高。餘二十尺為寔。以今上廣減原上廣。餘一尺為法。除寔得今高。又術以今上廣減原上廣。餘一尺。乘原高。得四十尺為

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

寔。以原上廣減原下廣。餘二十尺為法。除寔亦合。

築臺求積式

築直臺。上廣八尺。長二丈。下廣一丈八尺。長三尺丈。高一丈八尺。問積若千。曰六千尺。術 倍上長為四丈。加下長。共七丈。乘上廣得五百六十尺。倍下長為六丈。加上長。共八丈。乘下廣得一千四百四十尺。并兩乘數。得二千尺。乘高。得三萬六千尺為寔。以六為法。除寔得積。

築堤求積式

築堤東頭上廣八尺。下廣十四尺。高九尺。西頭上廣二十尺。下廣二十二尺。高二十一尺。東西長九十六尺。問積若千。曰二萬八千八百尺。術 倍東高為十八尺。加西高。共三十九尺。以東上下廣并得二十二尺乘之。得八百五十八尺。折半。得四百二十九尺。倍西高為四十二尺。加東高。共五十一尺。以西上下廣并得四十二尺乘之。得二千一百四十二尺。折半。得一千。七十一尺。并兩折數。得一千五百尺。乘長。得十四萬四千尺為寔。以五為法。除寔得積。

填基式

填基。東六丈五尺。西七丈五尺。南八尺。北九尺。高二尺。用土長濶方丈高一尺為一方。該方若千。曰一百十九方。術 并東西為十四。折半。得七。并南北為十七。折八半。得八五。兩折數乘得五十九五。又乘高。得一百十九為方數。

垛積商功之二

堆垛法

通曰。有與少廣通加之法相同者。兩章皆有所屬。故複衍於此。

一面尖堆式 一面尖堆。腳濶十八。問積若干。曰一百七十一。術用順加求積法。以十九乘十八。得三百四十二。折半即得。說詳少廣。

一面平堆式 一面平堆。腳七上三。問積若干。曰二十五。術用順加異首求積法。以腳七并上三。得一十為寔。以腳七減上三。餘四。加一得五。為法乘之。得五十。折半即得。

四面尖堆式 底長濶皆十二。問積若干。曰六百五十。術置底十二。以十二加一為十三乘之。得一百五十六。又以十二加半為十二五乘之。得一千九百五十為寔。以三為法。除寔即得。

四面平堆式 底濶八。長十三。問積若干。曰三百八十四。術以長減濶餘五。折半得二五。又加半得三。并入長。得十六。以濶乘之。得一百二十八。又以濶加一作九乘之。得一千一百五十二為寔。以三為法。除寔即得。　四面尖堆。即四面順加。四面平堆。即長濶順加。說詳少廣。

又式 橫面下十。上一。正面下十二。上三。問積若干。曰四百九十

五。術倍正下為二十四。加正上淂二十七。以橫下乘之。淂二百七十。再乘橫下。淂二千七百。加入百二七十。共二千九百七十為寔。以六為法。除寔即淂。

通曰。右二式。前式若知正面上數。可用後法。後式可用前法。

四面半堆式 上長二十五。濶十二。下長三十。濶十七。中高六。問積若干。曰二千四百一十。術倍上長淂五十。加下長淂八十。乘上濶淂九百六十。倍下長淂六十。加上長淂八十五。乘下濶淂一千四百四十五。并兩乘數。共二千四百〇五。以下長減上長餘五。并之。淂二千四百一十。乘高。淂一萬四千四百六十。為寔。以六為法。除寔即淂。

圓底尖堆式 底外周十五。問積若干。曰六十九。術通曰。用少廣起三遞加法。首三尾十五淂積。外加一淂四十六。又首三尾九淂積。外加一淂十九。相并淂六十五。又加四。共六十九為積。

通曰。凡圓堆每層外周。自頂一起。第二層是三。第三層加三為六。從此每層加三。故用起三也。每次以三為首。故每外加頂一也。底外周十五。用圓包加六率推之。內周減六必九。故初曰首三尾十五。次曰首三尾九也。內周九內。又減六餘三。為底中心。三上必有一頂。故又加四也。蓋底周至九者必加四。至十二者

必加十一為率也。

三角尖堆式 底面七。問積若干。曰八十四。術以底七加一為八。乘底七。得五十六。又以底七加二得九乘之。得五百〇四為寔。以六為法。除寔即得。

三角半堆式 每面上濶五。底濶十二。問積若干。曰三百四十四。術以底濶求出全積。得三百六十四。另以上尖虛底四。求出虛積二十。相減。餘為寔積。又術上濶自乘得二十五。底濶自乘得一百四十四。兩濶相乘得六十。倍下濶加上濶。得二十九。并四數。共二百五十八為寔。以下濶減上濶。餘七。加一得八。高八。為法乘寔。得二千〇六十四。又以六除之。亦合。

磚堆式 長三丈。高九尺。入深四尺。每塊長一尺。濶五寸。厚二寸。問該磚若干。曰一萬〇八百塊。術以長為寔。以每塊厚為法。除得一百五十塊。以高為寔。以每塊濶為法。除得十八塊。兩除得數。相乘得二千七百塊。又以入深乘之。即得。

量捆法

木每根大率作長一丈五尺。濶五寸。以立法。至其寔數。隨時求率可耳。

一封書式 捆深七尺五寸。濶四丈七尺。長九尺。問該木若干。曰

一萬四千八百〇五根。術倍深得十五根。倍濶得九十四根。相乘得一千四百一十根為寔。以長率一丈五尺除長得六根為法。乘寔得八千四百六十根。又以深七尺五寸。首加一作一七五。乘之即得。

通曰。濶率五寸。每尺作二根。故深濶皆用倍法。

方捆式 捆深七尺。濶五丈。長六丈。問該木若干。曰八千四百根。術倍深作十四根。倍濶作一百根。相乘得一千四百根為寔。以長率一丈五尺除長。得四根為法。乘寔得五千六百根。又以濶五丈。首加一作一五。乘之即得。

荒排式 排深二丈一尺。濶四丈四尺。長六尺。問該木若干。曰八千三百七十七根六分。術以三除深得七尺。倍作十四根。倍濶作八十八根。相乘得一千二百三十二根為寔。以長率一丈五尺除長。得四根為法。乘寔得四千九百二十八根。又以三除深得七尺。首加一作一七。乘之即得。

通曰。相乘圓有應得之數。而有以虛乘者。其數却非應得之數。不過借以相求耳。如一十七尺五寸。乘八千四百六十根。應得十四萬八千〇五十根。而今止得一萬四千八百〇五根者是也。首不加一。用定身法見算珠乘之。亦可。

數度衍十七卷目次

兩分差 差分之一
四六差分法
三七差分法
二八差分法
遞分差 差分之二
遞減差分法
隔位遞減差分法
互和減半差分法

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

倍分差 差分之三
倍減差分法
子母差 差分之四
求分子法
求原母法
求出時法
和求法
合率差 差分之五
合率差分法
貴賤差分法
帶分母子差分法
貴賤相和差分法

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

数度衍卷之十七差分章

桐城方中通衍

兩分差 差分之一

通曰。差分章。多用三率法。即異乘同除也。見九章外法。

四六差分法

四之與六。加五而已。以五乘四得二。并四即六。以五乘六得三。并六得即九。或以六乘四除。四亦得六。六亦得九。皆求衰法耳。既得各衰。始用三率法。

戊衰四　丁衰六　丙衰九

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

乙衰十三衰五分　甲衰二十衰二分五釐

右五位衰也。如六位。則以己為首。而甲衰更增矣。若止四位。則以丁為首也。後倣此。

二等戶式 派糧三百八十五石五斗二升。甲乙二等戶。甲六分。乙四分。辦納。甲二十六步戶。乙四十戶。問各一戶各共戶若干。曰甲一戶納七石三斗二升。共納一百九十石。三斗二升。乙一戶納四石八斗八升。共納一百九十五石二斗。術 甲衰六。乙衰四。以六乘甲戶。得一百五十六。以四乘乙戶。得一百六十。并得三百一十六為首率。以總糧為次率。以甲衰六。乙衰四。為各三率。以甲三率六乘次率。以首率除得甲一戶之數。以甲戶乘得共數。以乙三率四乘次率。以首率除得乙一戶之數。以乙戶乘得共數。

四等戶式 徵銀一千九七百十六兩。甲乙丙丁四戶。等甲六分。乙四分。乙六分。丙四分。丙六分。丁四分。辦納。問各若干。曰甲七百一十二兩八錢。乙四百七十五兩二錢。丙三百一十六兩八錢。丁二百一十一兩二錢。術 丁衰四。丙衰六。乙衰九。甲衰十三衰五分。并得三十二衰五分為首率。以總銀為次率。以各衰為各三率。

三七差分法

二位者。甲七乙三。三位者。以三為首。三因得九為丙衰。九用七乘三除。得二十一為乙衰。三十一用七乘三除。得四十九為甲衰。四位者。以三為首。三因得九。又三因得二十七為丁衰。五位者。以三為首。三因得九。又三因得二十七。又三因得八十一為戊衰。俱用七乘三除得各衰。

二位 乙衰三 甲衰七

三位 丙衰九 乙衰二十一 甲衰四十九

四位 丁衰二十七 丙衰六十三 乙衰一百四十七 甲衰三百四十三

五位 戊衰八十一 丁衰一百八十九 丙衰四百四十一 乙衰一千○二十九 甲衰二千四百○一

三等戶式 派糧二百六十一石。甲乙丙三戶。等甲七分。乙三分。乙七分。丙三分。辨納。甲二十一戶。乙三十二戶。丙四十三戶。問各一戶各共戶若干。曰甲一戶六石一斗二升五合。共一百二十八石六斗二升五合。乙一戶二石六斗二升五合。共八十四石。丙一戶一石一斗二升五合。共四十八石三斗七升五合。術甲衰四十九。乙衰二十一。丙衰九。以甲衰乘甲戶。得一千○二

十九。乙衰乘乙户。得六百七十二。丙衰乘丙户。得三百八十七。相并得二千○八十八為首率。摠糧為次率。各衰為各一户之三率。

五等户式 徵銀八百二十八兩二錢。甲乙丙丁戊五等户。甲七分。乙三分。乙七分。丙三分。丙七分。丁三分。丁七分。戊三分。辨納。問各若干。曰甲四百八十兩○二錢。乙二百○五兩八錢。丙八十八兩二錢。丁三十七兩八錢。戊十六兩二錢。術 戊衰八十一。丁衰一百八十九。丙衰四百四十一。乙衰一千○二十九。甲衰二千四百○一。相并得四千一百四十一為首率。摠銀為次率。各衰為各三率。

二八差分法

二八衰。惟用四乘。二位者甲八乙二。皆以二為首也。三位者丙二。四乘二得八為乙衰。四乘八得三十二為甲衰。

戊衰二　丁衰八　丙衰三十二

乙衰一百二十八　甲衰五百一十二

四等户式 派銀二千六百三十五兩。甲乙丙丁四等户。甲八分。乙二分。乙八分。丙二分。丙八分。丁二分。辨納。問各若干。曰甲一千九百八十四兩。乙四百九十六兩。丙一百二十四兩。丁三十

一兩。術丁衰二。丙衰八。乙衰三十二。甲衰一百二十八。并得一百七十為首率。捴銀為次率。各衰為各三率。

五等戶式 徵糧二千六百五十五石九斗。甲乙丙丁戊五等戶。甲八分。乙二分。乙八分。丙二分。丙八分。丁二分。丁八分。戊二分。辦納。甲三十戶。乙四十戶。丙五十戶。丁六十戶。戊七十戶。問各一戶各共戶若干。曰甲一戶五十九石九斗。四合。共一千七百九十七石一斗二升。乙一戶十四石九斗七升六合。共五百九十九石。四升。丙一戶三石七斗四升四合。共一百八十七石二斗。丁一戶九斗三升六合。共五十六石一斗六升。戊一戶二斗三升四合。共十六石三斗八升。術甲衰五百一十二。乘甲戶得一萬五千三百六十。乙衰一百二十八。乘乙戶得五千一百二十。丙衰三十二。乘丙戶得一千六百。丁衰八。乘丁戶得四百八十。戊衰二。乘戊戶得一百四十。相并得二萬二千七百為首率。捴糧為次率。各衰為各一戶之三率。

遞分差 差分之二

遞減差分法

二位者。甲衰二。乙衰一。三位者。甲衰三。乙衰二。丙衰一之類。

四位式 銀九十二兩。甲乙丙丁四人遞減分之。問各若千。曰甲

三十六兩八錢。乙二十七兩六錢。丙十八兩四錢。丁九兩二錢。術甲衰四。乙衰三。丙衰二。丁衰一。并得一十為首率。總銀為次率。各衰為各三率。

五位式　金八十一兩。造杯一套五箇。問各重若干。曰甲二十七兩。乙二十一兩六錢。丙十六兩二錢。丁十兩。○八錢。戊五兩四錢。術甲衰五。乙衰四。丙衰三。丁衰二。戊衰一。并得一十五為首率。總金為次率。各衰為各三率。

又式　派糧一千一百三十四石。甲乙丙丁戊五等戶遞減攤納。甲二十四戶。乙三十三戶。丙四十二戶。丁五十一戶。戊六十戶。

問各一戶各共戶若干。曰甲一戶十石。○五斗。共二百五十二石。乙一戶八石四斗。共二百七十七石二斗。丙一戶六石三斗。共二百六十四石六斗。丁一戶四石二斗。共二百一十四石二斗。戊一戶二石一斗。共一百二十六石。術甲衰五。乘甲戶得一百二十。乙衰四。乘乙戶得一百三十二。丙衰三。乘丙戶得一百二十六。丁衰二。乘丁戶得一百○二。戊衰一。乘戊戶得六十。并得五百四十為首率。總糧為次率。各衰為各一戶之三率。

隔位遞減差分法

以六減者。甲衰一百。乙衰六十。丙衰三十六。以七減者。甲衰一

百。乙衰七十。丙衰四十九之類。

用六減式 派絹四百七十丈。一尺八寸四分。甲乙丙三等戶。以一十分之六遞減辨納。甲二十五戶。乙三十戶。丙四十八戶。問各一戶各共戶若干。曰甲一戶七丈八尺。共一百九十五丈。乙一戶四丈六尺八寸。共一百四十丈。四寸。丙一戶二丈八尺。八分。共一百三十四丈七尺八寸四分。術 甲衰一百。乘甲戶淂二千五百。乙衰六十。乘乙戶淂一千八百。丙衰三十六。乘丙戶淂一千七百二十八。幷淂六千。二十八為首率。總絹為次率。各衰為各一戶之三率。

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

用七減式 派糧一百六十八石四斗八升八合。甲乙丙丁四等戶。以一十分之七遞減辨納。甲二十二戶。乙三十六戶。丙四十二戶。丁四十八戶。問各一戶各共戶若干。曰甲一戶二石。共四十四石。乙一戶一石四斗。共五十石。四斗。丙一戶九斗八升。共四十一石一斗六升。丁一戶六斗八升六合。共三十二石九斗二升八合。術 甲衰一千。乘甲戶淂二萬二千。乙衰七百。乘乙戶淂二萬五千二百。丙衰四百九十。乘丙戶淂二萬。五百八十。丁衰三百四十三。乘丁戶淂一萬六千四百六十四。併淂八萬四千二百四十四為首率。總糧為次率。各衰為各一戶之三

率。

五和減半差分法

三位者。曰三曰五曰七。并一十五爲衰。四位者。曰二曰四曰六曰八。并二十爲衰。五位者曰一曰三曰五曰七曰九。并二十五爲衰。奇用奇。偶用偶也。

三位式 糧一百八十石。給甲乙丙三人。云甲多丙三十六石。令五和減半分之。問各若干。曰甲七十八石。乙六十石。丙四十二石。術以糧數爲實。以三位并衰一五（作一十五）爲法。除實得一百二十。乃甲丙二人首尾和數。內減甲多三十六。餘八十四。折半得丙數。加甲多三十六得甲數。和甲丙二數得一百二十。折半得乙數。

通曰。此遞減十八也。後式皆係遞減。

四位式 銀二百四十兩。分甲乙丙丁四人。云甲多丁十八兩。令五和減半分之。問各若干。曰甲六十九兩。乙六十三兩。丙五十七兩。丁五十一兩。術以銀數爲實。以四位并衰二（作二十）爲法。除實得一百二十。乃甲丁二人和數。內減甲多十八。餘一百○二。折半得丁數。加甲多十八得甲數。乙丙二人不可并折。乃以甲多十八。用三除之。得六。加入丁數得丙數。又加六得乙數。

通曰。以首尾較數。三位用二除。四位用三除。五位用四除。得各位較數也。并較減寔。餘均分。加各較。亦合。如前三位式。總寔一百八十。甲丙較三十六。用二除得十八為乙丙較。并得五十四。減寔。餘一百二十六。三位均分。各得四十二。甲加較三十六。得七十八。乙加較十八。得六十。丙即得均分數。

五位式 鈔二百三十八貫。分甲乙丙丁戊五人。云戊不及甲三十三貫六百文。令互和減半分之。問各若干。曰甲六十四貫四百文。乙五十六貫。丙四十七貫六百文。丁三十九貫二百文。戊三十貫八百文。術以鈔數為寔。以五位并裒二貫五百文即二十五為法。除寔得九十五貫二百文。乃甲戊二人和數。內減戊不及三十三貫六百文。餘六十一貫六百文。折半得戊數。加戊不及。數得甲數。互和甲戊二數。得九十五貫二百文。折半得丙數。又和甲丙二數。得一百一十二貫。折半得乙數。又和丙戊二數。得七十八貫四百文。折半得丁數。

倍分差 差分之三

倍減差分法

二位者。甲裒二。乙裒一。三位者。甲裒四。乙裒二。丙裒一之類。

三位式 銀一萬八千〇八十八兩。甲乙丙三人倍減分之。問各

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C

若干。曰甲一萬。○三百三十六兩。乙五千一百六十八兩。丙二千五百八十四兩。術甲衰四。乙衰二。丙衰一。并得七為首率。揔銀為次率。各衰為各三率。

通曰。以銀為寔。以并衰除得丙數。倍得乙數。再倍得甲數。亦可。

五位式 派銀一千一百。○七兩。甲乙丙丁戊五等户。倍減上納。甲十六户。乙二十五户。丙三十一户。丁四十八户。戊六十二户。問各一户各共户若干。曰甲一户二十四兩。共三百八十四兩。乙一户十二兩。共三百兩。丙一户六兩。共一百八十六兩。丁一户三兩。共一百四十四兩。戊一户一兩五錢。共九十三兩。術甲衰十六。乘甲户得二百五十六。乙衰八。乘乙户得二百。丙衰四。乘丙户得一百四十二。丁衰二。乘丁户得九十六。戊衰一。乘戊户得六十二。并得七百三十八為首率。揔銀為次率。各衰為各一户之三率。

通曰。兩分逓分倍分諸式。凡有户數者。以各一户乘各户。得各共數。然矣。若以各衰乘各户之數為三率。則先得各户共數也。以各户除之。得各一户數。

子母差 差分之四。

求分子法

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN R.O.C

共子各母求各子式 四商共販得子銀六千兩。甲母六十。乙母一百。丙母一百二十。丁母二百。問各分子銀若干。曰甲七百五十兩。乙一千二百五十兩。丙一千五百兩。丁二千五百兩。術四母相并。得四百八十兩為首率。共子為次率。各母為各三率。

共子各母各時求各子式 三商共子銀一千兩。母銀多寡既不一。而先後之時又不一。甲母二百兩。滿八箇月。乙母四百五十兩。滿六箇月。丙母五百兩。滿十箇月。問各分子銀若干。曰甲一百七十二兩。又九十分三兩之四。乙二百九十兩。又九十三分兩之三十。丙五百三十七兩。又九十三分兩之五十九。術先以各母乘各月。甲母乘八。得一千六百。乙母乘六。得二千七百。丙母乘一十。得五千。并得九千三百兩為首率。共子為次率。各母乘各月之數為各三率。

又式 三商母銀各等。一年內共得子銀一千兩。甲母閱七月。乙母閱六月。丙母滿十二月。問各分子銀若干。曰甲二百八十兩。乙二百四十兩。丙四百八十兩。術并各月得二十五為首率。總子為次率。各月為各三率。

共時共子各母各時加減求各子式 四商居積二年。得利一萬兩。甲原母三千兩。至滿八月。取出一千兩。至滿十九月。又加一

千二百兩。乙原母二千四百兩。至滿六月。取出八百兩。至滿十五月。又加一千四百兩。丙原母二千兩。滿七月。悉收回。至滿十七月。別出母一千六百兩。丁初不出母。六月後。方出母一千八百兩。又過四月。取出九百兩。至滿十六月。又加一千五百兩。問各分子銀若干。曰甲三千五百四十六兩又一千七百四十八分兩之一千五百九十二。乙三千一百九十二兩又一千七百四十八分兩之三百八十四。丙一千四百四十一兩又一千七百四十八分兩之一千一百三十二。丁一千八百一十九兩又一千七百四十八分兩之三百八十八。術以四母各乘其月。甲作三段乘。以原母三千乘八月。得二萬四千。八月之後。取去一千。存母二千。至十九月滿。計十一月。以十一乘二千。得二萬二千。十九月之後。又加一千二百。共母三千二百。至二年滿。計五月。以五乘三千二百。得一萬六千。并三段乘數。得六萬二千為甲通。乙作三段乘。以原母二千四百。乘六月。得一萬四千四百。六月之後。取去八百。存母一千六百。至十五月滿。計九月。以九乘一百六百。得一萬四千四百。十五月之後。又加一千四百。共母三千。至二年滿。計九月。以九乘三千。得二萬七千。并三段乘數。得五萬五千八百為乙通。丙作二段乘。以原母二千乘七月。

得一萬四千。自滿十七月以後。別出母一千六百。至二年滿。計七月。以七乘一千六百。得一萬一千二百。并二段乘數。得二萬五千二百為丙通。丁作三段乘。自六月以後。出母一千八百滿四月。以四乘一千八百。得七千二百。此後取去九百。存母九百。至十六月滿。計六月。以六乘九百。得五千四百。此後又加一千五百。共母二千四百。至二年滿。計八月。以八乘二千四百。得一萬九千二百。并三段乘數。得三萬一千八百為丁通。再并四通數。得十七萬四千八百為首率。總利為次率。各通數為各三率。

求原母法

共母共子及各子求各母式

三商共母一千五百二十兩。得子一百九十兩。甲分一百二十兩。乙分四十兩。丙分三十兩。問各母若干。曰甲九百六十兩。乙三百二十兩。丙二百四十兩。術共子為首率。共母為次率。各分子為各三率。

共子各子及出母率求各母式

二商共得子二百兩。甲分五十兩。乙分一百五十兩。丙其母則乙多甲一倍。又零八兩。問各母若干。曰甲八兩。乙二十四兩。術以甲子五十為首率。以零八兩為次率。各子為各三率。

共時各時及甲母均分子求乙丙母式

三商共取一年。甲先出

母一千兩。乙母後二月方出。丙母後四月方出。俱不知數。所得
子銀則均分。問乙丙母各若干。曰乙一千二百兩。丙一千五百
兩。術以甲母乘甲月十二。得一萬二千為寔。以乙月十為法。除
寔得乙母。以丙月八為法。除寔得丙母。

求出時法

共子各母各子及甲時求乙丙時式 三商共販得子銀一千兩。
甲母三百兩。係滿十月。乙母七百兩。丙母八百兩。俱不知月。其
子銀則甲分五百。乙分三百。丙分二百。問乙丙出母月若干。曰
乙二月又七分月之四。丙一月又二分月之一。術以甲為準。以
甲子五百為首率。以甲月乘甲母。得三千為次率。以乙丙各子
為各三率。如法次三兩率相乘。首率除得四率。乙得一千八百。
為乙母乘乙月之數。丙得一千二百。為丙母乘丙月之數。再以
乙母除乙四率。得乙月數。丙母除丙四率。得丙月數。

和求法

或知此子而不知彼子。或知彼母而不知此母。時亦如之。

共子各子甲母與時及乙母丙時求乙時丙母式 三商共得子
銀一百三十八兩。甲母二百兩。經十二月。乙母二百四十兩。不
知月。丙經十月。不知母。其子銀則甲分六十。乙分四十八。丙分

三十。問乙時丙母若干。曰乙時八月。丙母一百二十兩。術以甲子為首率。甲母乘甲月。得二千四百為次率。乙丙各子為各三率。求得乙四率一千九百二十。為乙母乘月之數。以乙母除得乙月。求得丙四率一千二百為丙月乘母之數。以丙月除得丙母。

共子各時分子率及甲母求乙丙母及各子式

三商共得子銀一百九十兩。其分數則乙比甲僅三之一。丙比甲僅四之一。甲出母八十兩。經十二月。乙經八月。丙經四月。但不知母。問乙丙母及各子若干。曰乙母四十兩。丙母六十兩。甲子一百二十兩。乙子四十兩。丙子三十兩。術以甲母乘甲月。得九百六十為首率。乙得三之一。則三分首率得三百二十為乙次率。丙得四之一。則四分首率得二百四十為丙次率。乃以乙月為法。除乙次率得四十為乙母。以丙月為法。除丙次率得六十為丙母。既知乙丙之母。則以前首率與乙丙兩次率相并。得一千五百二十為後首率。以共子為後次率。以前首率為甲三率。以乙次率為乙三率。丙次率為丙三率。

共母共子及各和求各母子式

三商共母一千五百二十兩。共得子母和銀一千七百一十兩。甲分一千〇八十兩。乙分三百

六十兩。丙分二百七十兩。問各母各子若干。曰母甲九十百六十兩。子一百二十兩。乙母三百二十兩。子四十兩。丙母二百四十兩。子三十兩。術以共和為首率。共母為次率。各和為各三率。求得各母。以各母減各和。餘即各子。

共子甲乙母及丙子求甲乙子及丙母式

三商共得子銀一千五百二十兩。甲母一千〇八十。乙母三百六十。丙不知母而分子二百四十。問甲乙子及丙母各若干。曰甲子九百六十兩。乙子三百二十兩。丙母二百七十兩。術先於共子內減去丙子。餘一千二百八十為甲乙和子。乃并甲乙母。得一千四百四十為首率。以甲乙和子為次率。用甲母為三率。求出甲子。用乙母為三率。求出乙子。既知甲乙子數。再并甲乙子得一千二百八十為後首率。以前首率為後次率。以丙子為三率。求出丙母。

共子甲母及出母衰求各母各子式

四商共得子銀三百四十兩。具母以四遞加。如乙五則丙九。丙七則丁十一。丁九則甲十三之類。甲母二百八十六。問各母各子若干。曰丁母一百九十八兩。丙母一百二十六兩。乙母七十兩。甲子一百四十三兩。乙子三十五兩。丙子六十三兩。丁子九十九兩。術由甲推丁。以甲衰十三為首率。甲母為次率。丁衰九為三率。求出丁母。由丁推

丙。以丁衰十一為首率。丁母為次率。丙衰七為三率。求出丙母。由丙推乙。以丙衰九為首率。丙母為次率。乙衰五為三率。求出乙母。乃并四母得六百八十為後首率。共子為後次率。各母為各後三率。求出各子。

通曰。與超四通加不同。此乃各有通四之加也。

附式 原借母十五兩。每月每兩加子二分五釐。滿六月。還過母子和九兩。問母子各已還若干。仍留母若干。曰還母七兩八錢二分六釐。還子一兩一錢七分四釐。仍留母七兩一錢七分四釐。術 以還銀九兩為實。以六月用二分五釐通之。得一錢五分為通子。加母數一兩得一兩一錢五分為法。除實得還母。以通子乘之。得還子。原母內減還母。得留母。

通曰。此留母未還子也。若六月還全母之子二兩二錢五分。還母六兩七錢五分。應留母八兩二錢五分矣。

附式 三次為商。俱得合利。每次貯銀三百兩。三次恰盡。問原母若干。曰二百六十二兩五錢。術 以貯銀為實。折半。得一百五十。加三百。得四百五十。又折半。得二百二十五。又加三百。得五百二十五。又折半。得原母。三折者。三次也。借衰五微。另又一術。

合率差 差分之五

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

合率差分法

式 穀二百四十石。作五等分之。甲乙二人數。與丙丁戊三人數等。問各若干。曰甲六十四石。乙五十六石。丙四十八石。丁四十石。戊三十二石。術 甲衰五。乙衰四。并得九。丙衰三。丁衰二。戊衰一。并得六。以六減九。餘三。乃於五等衰上各加三。甲得八。乙得七。丙得六。丁得五。戊得四。又并之。得三十為首率。摠穀為次率。各衰加三得數。為各三率。

通曰。此遞差八也。曰三人分。則甲數與乙丙數等。而七人分。則甲乙丙數與丁戊己庚數不等。乃截庚入甲乙。截丙入丁戊己。兩數始等。此亦就衰而言。若衰上加有等數。俱不等矣。故用并減之法也。

式二 銀七百六十兩。甲十分。乙七分。丙二分。問各若干。曰甲四百兩。乙二百八十兩。丙八十兩。術 甲衰十。乙衰七。丙衰二。并得一十九為首率。摠銀為次率。各衰為各三率。

式三 田一百三十八畝。每畝徵米二斗。今徵七分本色米。三分折絲。每米一石。折絲一斤。問各若干。曰米十九石三斗二升。絲八斤四兩四錢八分。術 以米二斗乘田。得二十七石六斗為實。以七與三并一十為法。用七乘實得一百九十三石二斗。以法

除滘米。用三乘寔滘八十二石八斗。以法除滘八石二斗八升。
以石變斤。滘八斤。其二斗八升。用加六法。滘四斗四升八合。即
四兩四錢八分。
式四 米二十四石。給甲乙丙丁四人。甲四分。乙五分。丙七分。丁
九分。問各若干。曰甲三石八斗四升。乙四石八斗。丙六石七斗二
升。丁八石六斗四升。術以米為寔。并各衰滘二十五為法。除寔
滘九斗六升。為一分之數。以各衰乘滘各數。
式五 徵糧七十三石二斗。三等戶照分辦納。上二十五戶。每戶
五分。中四十戶。每戶三分。下六十戶。每戶一分。問各一戶各共
戶若干。曰上一戶一石二斗。共三十石。中一戶七斗二升。共二
十八石八斗。下一戶二斗四升。共十四石四斗。術以各衰乘各
戶。上滘一百二十五。中滘一百二十。下滘六十。并滘三百〇五
為首率。摠糧為次率。各衰為各一戶之三率。
式六 每芝蔴三斗。換米五斗。每米五斗。抵豆七斗。今有芝蔴四
百五十石。換米豆共九百二十五石。問各用芝蔴及米豆各若
干。曰換米用芝蔴一百八十七石五斗。換豆用芝蔴二百六十
二石五斗。米三百一十二石五斗。豆六百一十二石五斗。術并
米五豆七滘十二為首率。以芝蔴摠數為次率。米五豆七為各

三率。求出用芝蔴各数。再以換米用一百八十七石五斗。以三斗除之。得数以五斗乘之。得米数。以換豆用二百六十二石五斗。先求出米数。以三斗除之。得数。以五斗乘之。得米四百三十七石五斗。乃再以三斗除之。得数。以七斗乘之。得豆数。

式七 銀十一塊。金九塊。等重。支換一塊。則十銀一金之重。多於八金一銀一十三兩。問金銀各塊各共若干。曰金一塊重十三五兩七錢五分。銀一塊重二十九兩二錢五分。銀十一塊共重三百二十一兩七錢五分。金九塊共重等。術以較十三兩折半。得六兩五錢。乘金九塊。得五十八兩五錢為寔。以金九銀十一相減。餘二為法。除寔得二十九兩二錢五分。為銀一塊數。以十一乘得共數。以半較六兩五錢。乘十一得七十一兩五錢為寔。仍以前二為法。除寔得三十五兩七錢五分。為金一塊數。以九乘得共數。

通曰。用盈朒法求之則亦得。

式八 冰片每兩價二兩七錢五分。沉香每兩價三錢五分。伽楠每兩價八錢。有以沉香十七斤三兩。有以伽楠十三斤十二兩。問各換冰片若干。曰沉香換得冰片三十五兩。伽楠換得冰片六十四兩。術以冰片價為首率。用斤求兩法。見東布化沉香伽楠

淂兩数為各次率。各價為各三率。
式九 軍二萬五千二百名。月糧米麦豆蕪支。米每四名支三石。麦每九名支五石。豆每七名支八石。問各若干。曰豆二萬八千八百石。麦一萬四千石。米一萬八千八百石。術以七名九名四名為各首率。軍数為次率。八石五石三石為各三率。
式十 刻漏一壺貯水。令開三孔漏水。大孔二時而盡。中孔三時而盡。小孔六時而盡。如三孔齊洩。則幾時水盡。曰一時漏盡。術以三孔與時相較。各時為各首率。一壺為次率。最小時為三率。求淂大孔六時漏盡三壺。中孔六時漏盡二壺。小孔原係六時漏盡一壺。合計六時。三孔共漏盡六壺。因知一時共漏盡一壺也。又術以二時三時六時為各首率。一壺為次率。一時為三率。求淂大孔一時漏水二之一。中孔一時漏水三之一。小孔一時漏水六之一。合計二之一三之一六之一共十分。亦合。
右三数偶淌一時。若并有奇零者。另法求之。如壘臺一座。甲六年完工。乙九年完工。丙十八年完工。令三人同壘。須幾時可完。必先知每人每年之工而後揔計之。六年者每年淂六之一。九年者每年淂九之一。十八年者每年淂十八之一。并淂每年共三分之一。奇零加法約計三年始完。甲成二之一。乙成三之一。丙成

六之一。共足十分之数也。

式十一 漏壺上注下洩。塞下竅注水。四時而滿。問下竅洩水。六時而盡。若上注下洩相并。則幾時可滿。曰十二時。術用三次測法。先以四時為首率。一壺為二率。一時為三率。求得一時之所注。乃四分壺之一。次以六時為首率。一壺為二率。一時為三率。求得一時之所洩。乃六分壺之一。以四之一與六之一相減。餘十二之一。奇零減法乃以十二之一為首率。一時為次率。一壺為三率。求得十二時。

通曰。若以四時較六時。有二時不洩。欲得六時俱不洩。必須三回注四時矣。亦合十二時之数也。

問上注下洩。四時滿幾分。曰。六時盡者。四時洩三分之二。以除全壺。餘三分之一。為水滿数。又問。如塞下竅三時而滿。開下竅八時而盡。若上注下洩。須幾時可滿。曰。以三時滿者。一時之率三之一。以八時盡者。一時之率八之一。就三之一減八之一。餘二十四之五。為一時之率。則全壺得四時零五分時之四也。又問。一壺既以三時而滿。如四時又五分時之四。可滿幾壺。曰滿一壺又十五分壺之八。又問。八時盡一壺。若四時又五分時之四該幾何。曰。此五分壺之三。即於前数一時滿一壺者除之便

淂。問八時晝一壺。三時淂幾何。曰。三時洩淂八分之三。以除全
壺。餘八分之五。是三時淌八分之五。又問。三時淌八分之五。則
全壺幾時淌。曰。四時零五分時之四也。

式十二 兵百人。領隊四人。旗牌六人。罷械七萬二千四百件犒
軍。旗牌比領隊淂八分之五。兵比旗牌淂五分之三。問各淂若
干。曰兵淂六萬。每人六百。旗牌淂六千。每人一千。隊領淂六千
四百。每人一千六百。術 以兵衰三乘一百。淂三百。以旗牌衰五
乘六淂三十。以領隊衰八乘四淂三十二。并淂三百六十二為
首率。罷械為次率。各衰乘數為各三率。求出各共淂數。再以各
人數除之。淂每人數。

式十三 大船三桅六槳。小船一桅八槳。今桅五十九。槳二百。
二。問大小船各若干。曰大船十五。小船十四。術 并大小船每隻
桅槳各九。共一十八為首率。大小二隻為次率。并桅槳全數為
三率。推淂二十九隻。乃大小和數。減小之一補大。淂各數。

貴賤差分法

式 硃砂每斤三兩六錢。石青每斤二兩四錢。有銀一千二百兩。
買硃青二色。硃數增青一倍。問各若干。曰硃二百五十斤。共價
九百兩。青一百二十五斤。共價三百兩。術 因硃加倍。即倍其價。

為七兩二錢。并青價得九兩六錢為首率。捴銀為次率。各一斤之價為各三率。求出各斤数。各以價乘得各共價。

式二　銀五十五兩五錢。買銅錫鐵共重八萬三千○五百十兩。每銀一錢。買銅一百三十兩。錫一百五十兩。鐵一百七十兩。問各若干。曰銅二萬四千七百兩。共價十九兩。錫二萬七千七百五十兩。共價十八兩五錢。鐵三萬○六百兩。共價十八兩。術以捴銀用三色除之。得十八兩五錢為中閒錫價。以每一錢買一百五十兩乘之。得錫数。共重內減錫数。餘五萬五千三百兩為銅鐵和。捴銀內減錫價。餘三十七兩為銅鐵和價。以每一錢買銅一百三十兩乘和價。得四萬八千一百兩。以減銅鐵和。餘七千二百為寔。以銅一百三十與鐵一百七十相減。餘四十。除寔得一百八十錢。為鐵價十八兩。以一百七十乘之。得鐵数。又於和價內減鐵價。餘十九兩為銅價。以一百三十乘之。得銅数。

式三　綾每尺九分二釐。羅每尺八分五釐。絹每尺三分六釐。有銀一百二十一兩一錢七分五釐。買綾一停。羅二停。絹三停。問各若干。曰綾三十二丈七尺五寸。共價三十兩○一錢三分。羅六十五丈五尺。共價五十五兩六錢七分五釐。絹九十八丈二尺五寸。共價三十五兩三錢七分。術二停乘羅價。得一錢七分。

三停乘絹價。得一錢。八釐。以并綾價。共三錢七分為首率。摠銀為次率。各每尺價為各三率。求出各數。各每尺價乘得各共價。

式四 綾羅紗絹共一百六十疋。共價九十三兩。綾每疋九錢。羅每疋七錢。紗每疋五錢。絹每疋三錢。問各若干。曰綾三十五疋。價三十一兩五錢。羅四十疋。價二十八兩。紗四十疋。價二十兩。絹四十五疋。價十三兩五錢。術以四色除摠疋得四十疋。即中間羅紗之數。羅四十疋。以每疋價推得銀數。紗四十疋。以每疋價推得銀數。摠疋內減羅紗。餘八十疋為綾絹和。共價內減羅紗價。餘四十五兩為綾絹價和。乃以綾九錢乘綾絹和。得七十二兩。以減餘銀。尚餘二十七兩為寔。以綾九錢減絹三錢。餘六錢為法。除寔得四十五為絹數。於綾絹和內減之。餘三十五為綾數。各以每疋價乘得各價。

式五 銀一千〇八兩。買絲三停。綿二停。綫一停。共重三百六十兩。其價綫二兩。絲止一兩。綫一兩六錢。綿止一兩。問各若干。曰絲重一百八十兩。價二兩二錢四分。得綫價二之一綿重一百二十兩。價二兩八錢。得綫價十六之十綫重六十兩。價四兩四錢八分。術并各衰絲三綿二綫一得六為首率。摠重為次率。各衰為各三率。求

出各重。絲一百八十。以二兩(錢二兩也)除得九十。綿一百二十。以一兩六錢(綫一兩六錢也)除得七十五。以二百二十五為法。除摠銀得綫價。以一六除綫價得綿價。以二除綫價得絲價。

式六 銀二千九百二十八兩。買綾一百五十疋。羅三百疋。絹四百五十疋。綾疋價多羅疋價四錢七分。羅疋價多絹疋價一兩三錢五分。問各疋價若干。曰綾每疋四兩三錢二分。羅每疋三兩八錢五分。絹每疋二兩五錢。術以多絹價一兩三錢五分。乘羅疋。得四百〇五兩。以兩多價共一兩八錢二分。乘綾疋。得二百七十三兩。并兩乘數。得六百七十八兩。以減摠銀。餘二千二百五十兩為寔。并三色共九百疋為法。除寔得二兩五錢為絹每疋價。加多一兩三錢五分。得羅每疋價。又加多四錢七分。得綾每疋價。又術以多羅價四錢七分乘羅疋。得一百四十一兩。以兩多價共一兩八錢二分乘絹疋。得八百一十九兩。相并得九百六十兩。加入摠銀。得三千八百八十八兩為寔。以三色并得九百疋為法。除寔得綾疋價。依衰減之。亦合。

通曰。此又名匿價差分法。

式七 銀一萬〇七百七十八兩六錢〇五釐。糴米麦荳三色均平。其每石價。米二兩三錢五分。麦一兩九錢五分。荳一兩四錢

五分。問各若干。曰三色共各一千八百七十四石五斗四升。米共價四千四百〇五兩一錢六分九釐。麥共價三千六百五十五兩三錢五分三釐。荳共價二千七百一十八兩〇八分三釐。術以揔銀為實。并三色每石價五兩七錢五分為法。除實得各石數。各以每石價乘得各共價。

帶分母子差分法

式三。四人共分金七百八十五兩。乙得甲十之七。丙得乙十四之三。丁得丙十二之九。問各若干。曰甲四百兩。乙二百八十兩。丙六十兩。丁四十五兩。術 先并各子乘各母。從小并起。除丁九無并。其丙衰係十二又係三。則以十二并三。依約法三四一十二。且作四。以乘乙之十四。得五十六為乙衰。乙係五十六又係七。則以五十六并七。依約法七八五十六。且作八。以乘甲之十。得八十為甲衰。乃并丁九。丙十二。乙五十六。甲八。共一百五十七為首率。揔銀為次率。以各衰為各三率。

式二 三人共錢三千〇四十二文。甲得二之一。乙得三之一。丙得四之一。問各若干。曰甲一千四百〇四。乙九百三十六。丙七百〇二。術 先并母。尋其通四分三分二分之一者為主。依法二三乘得六。又乘四得二十四。約之得十二。以甲乙丙分之。其數

皆通。甲二之一用六為衰。乙三之一用四為衰。丙四之一用三為衰。乃并三衰得十三為首率。總錢為次率。各衰為各三率。

式三 三縣派糧共一千四百〇七石。小縣二分之一。中縣五分之三。大縣十一分之八。問各若干。曰大縣五百六十。中縣四百六十二。小縣三百八十五。術以各母相乘求通數。二乘五得一十。又乘十一。得一百一十為通數。小縣衰五十五。中縣衰六十六。大縣衰八十。并三衰得二百〇一為首率。總糧為次率。各衰為各三率。 此與右式同術。

式四 四人共銀三百九十六兩。甲得二分之一外加十兩。乙得五分之三。內欠二十兩。丙得三分之一。外加八兩。丁得四分之一。內欠六兩。問各若干。曰甲一百二十。乙一百四十四。丙八十。丁六十。術先於總銀內除去加數甲十兩丙八。存三百七十八。加入欠數乙二十丁六。共四百〇四兩。乃依前法并母二乘五得一十。又乘三得三十。又乘三四得一百二十。約得六十為通數。甲衰三十。乙衰三十六。丙衰二十。丁衰十五。并得一百〇一為首率。四百〇四兩為次率。各衰為各三率。

式五 兄弟三人。季歲得伯四之三。仲歲得伯六之五。仲多季只八歲。問各歲若干。曰伯九十六。季仲八十。季七十二。術已知兩母

為伯衰。并其母。四六相乘。得二十四為伯衰之實。乃用母子互
乘。以求仲季之衰。四之三 六之五 以四乘五得二十為仲衰。以六乘三
得十八為季衰。以仲季兩衰較二為首率。仲多季八為次率。伯
衰二十四。仲衰二十。季衰十八。為各三率。

式六 四人分錢不知數。云乙得甲六之五。丙得甲四之三。丁得
甲二十四之一十七。丁與丙差四文。問各若干。曰甲九十六文。
乙八十文。丙七十二文。丁六十八文。術先并母。四乘六得二十
四。又乘二十四。得五百七十六為甲衰。乃以乙母六除甲衰。得
九十六。以乙子五乘得四百八十為乙衰。以丙母四除甲衰。得
一百四十四。以丙子三乘得四百三十二為丙衰。以丁母二十
四除甲衰。得二十四。以丁子一十七乘得四百〇八為丁衰。以
丙丁二衰之較二十四為首率。丙丁差四為次率。各衰為各三
率。 此與右式同術。但彼三位。此四位也。

通曰。右二式。用後借衰互徵法亦可。

式七 七人分錢。甲乙共七十七文。戊已庚共七十五文。問丙丁
及諸人各若干。曰甲四十。乙三十七。丙三十四。丁三十一。戊二
十八。已二十五。庚二十二。術先令母子互乘。甲乙二人為母。七
十七為子。戊已庚三人為母。七十五為子。二人七十七 三人七十五 以二

乘七十五得一百五十。以三乘七十七得二百三十一。相減。餘八十一。為一差之寔。并兩母二三得五。折半得二人半。以減總七人。餘四人半。以兩母相乘得六乘四人半得二十七為一差之法。以法除寔。得三文為一差之數。乃知自甲而下。遞減三文也。以三加甲乙和得八十。折半得甲數。遞減三。得各數。

式八 大小船數相等。共載鹽四千三百五十引。大船每三隻鹽五百。小船每四隻鹽三百。問船鹽各共若干。曰大小船俱十八隻。大船共鹽三千。小船共鹽一千三百五十。術先令母子互乘。

大三 五百
小四 三百

以三乘三百得九百。以四乘五百得二千。并得二千九百為首率。兩母相乘得十二為次率。總鹽為三率。求出各船十八。再以兩母三四為各首率。兩子五百三百為各次率。以船數十八為三率。求得各鹽數。

式九 纇燈一座。大小燈毬。大每三盞油四兩。小每四盞油三兩。其小燈多大燈二之一。共用油十八斤七兩。問大小燈及用油各若干。曰大燈一百二十盞。用油十斤。小燈一百八十盞。用油八斤七兩。術曰有二之一。立大母二。小母三。小多大二之一故作三 通斤為兩。用衆布法 以十八斤七兩。通作二百九十五兩。又通兩為銖。每兩二十四銖。通作七千〇八十銖。先求大小每盞油數。以三盞

四盞爲各首率。以二十四銖爲次率。以四兩三兩爲各三率。求得大每盞用油三十二銖。小每盞用油十八銖。再求大小盞數。以母二乘三十二。得六十四。以母三乘十八。得五十四。并得一百一十八爲首率。以總油七千。八十銖爲次率。以母二母三爲各三率。求得各盞數。以各每盞銖數。乘得大共用三千八百四十銖。小共用三千二百四十銖。各歸整得油數。

貴賤相和差分法

式 甲乙物共一百斤。共價八錢七分五釐。甲二斤。價四分。乙七斤。價五分。問各若干。曰甲一十二斤半。共價二錢五分。乙八十七斤半。共價六錢二分五釐。術 立長短法。上中下三互求之。以

互乘		
甲二斤	上	價四分
乙七斤	中	價五分
總一百斤	下	總價八錢七分五釐

甲價四分乘乙七斤。得二錢八分。以甲二斤乘乙價五分。得一錢。相減。餘一錢八分爲長法。以乙七斤乘總價。得六兩一錢二分五釐。以乙價五分乘總一百斤。得五兩。相減。餘一兩一錢二分五釐爲實。以長法除實。得六分二釐五毫爲短法。以甲二斤乘短法。得十二斤半爲甲數。以價甲四分乘短法。得二錢五分爲甲價。總減得乙。又術 以甲二斤乘總價。得一兩七錢五分。以甲價四分乘總一百斤。得四兩。相減。

餘二兩二錢五分為實。仍用前長法除之。得一錢二分五釐為短法。以乙七斤除乘之。得八十七斤半為乙數。以乙價五分乘短法。得六錢二分五釐為乙價。減總得甲。

通曰。合率諸式。凡有差。皆遞加之差也。苟非遞加。則須用盈朒法矣。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

數度衍十八卷目次

和較三率 差分之六
和較三率差分法
借衰互徵 差分之七
借衰互徵差分法

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

数度衍卷之十八

桐城方中通衍

和較三率差分之六

和較三率差分法

凡数分合。不離三率。而互和難測。則立較以測之。立中率以較之。而又互置較位以求之。

式 上酒每斗價二錢。中酒每斗價一錢二分。今襍和二酒。每斗價一錢五分。内各酒若干。曰八分斗之三為上酒。三升七合五勺 八分斗之五為中酒。六升二合五勺

術 先立三率之程。立和價一錢五分為

立一十五	
上價二十	中價十二
中較三	上較五
并較八	

一十五列上。列上中二價為二十為十二於右。以中上價二十與立十五較。得五。列左與中價並。以中價十二與立十五較。得三。列左與上價並。此互對也。乃并兩較三五得八。列左下。以并較為首率。以一斗為次率。以中較為上酒之三率。上較為中酒之三率。

式二 甲金一兩。準銀十五兩。乙金一兩。準銀十二兩。今鎔為一處。使金一兩。準銀十四兩。具甲乙金各若干。曰甲該

立十四	
甲準十五	乙準十二
乙較二	甲較一
并較三	

三分兩之二。乙該三分兩之一。術立和金準銀於上。如法較之。以并較為首率。一兩為次率。乙較為甲之三率。甲較為乙之三率。

式三 玉率方寸重七兩。石率方寸重六兩。今有璞方三寸。重一百九七十六兩。問玉石各若干。曰玉九十八兩。石七十八兩。術立

立一百七十六	
玉一百八十九	石一百六十二
石較十四	玉較十三
并較二十七	

重數於上。以璞方三寸自乘再乘。得立方二十七寸。以通玉石。以玉率七乘二十七。得一百八十九兩。以石率六乘二十七。得一百六十二兩。二數列右。并較為首率。立

方二十七寸為次率。石較為玉之三率。求得玉一十四。以七乘得玉數。求得石一十三。以六乘得石數。

式四 銀裹金方四寸。共重九百○四兩。每銀方寸重十二兩。金方寸重十六兩。問各若干。曰金五百四十四兩。銀三百六十兩。

立 九百○四

金 一千○二十四　銀 七百六十八

銀較 一百三十六　金較 一百二十

并較 二百五十六

術 立共重於上。以四寸自乘再乘。得立方六十四寸。以通金銀。以銀十二乘立方。得七百六十八。以金十六乘立方。得一千○二十四。列如前。以并較為首率。立方為次率。以兩較互為各三率。求得金三十四寸。銀三十寸。各以方寸重乘之。得各數。此與右式同。

式五 栤一斤。價四錢。丁香一斤。價三錢。桂皮一斤。價六錢。阿魏一斤。價一兩。硇砂一斤。價八錢。今以銀七錢。買上五色共一斤。問各色若干。曰栤十三分斤之一。丁十三分斤之三。桂十三分斤之一。魏十三分斤之四。砂十三分斤之四。

立 七錢

價 栤四　丁三　桂六　魏十　砂八

較 砂一　魏三　砂一　丁四　栤三　桂一

較積 一十三

術 立七錢於上。此係多位者。先定互對。有對者尋對而互列之。如砂栤互。丁魏互是也。若桂則無對。須借砂作對而互。又列其桂較之一於砂左。砂傍凡兩數也。凡相對互位者。務取

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

一大立於數。一小於立數。如砂數大。對椒數小也。以較積為首率。一斤為次率。各傍列較數為各三率。砂傍之椒三桂一。并四為砂之三率也。

又術取一大一小。雜互更位。如椒砂互。椒魏又互。丁砂互。桂砂又互。丁魏互。桂魏又互。凡六互。得較積二十八。以為首率。一斤為次率。各傍列較為各三率。椒傍一三并四。丁傍一三并四。桂傍一三并四。魏傍三四一并八。砂傍三四一并八。求出四率即各數。

立	七錢
椒四	砂一 魏三
丁三	砂一 魏三
桂六	砂一 魏三
魏十	椒三 丁四 桂一
砂八	椒三 丁四 桂一
較積二十八	

三率	四率
椒四	二十八分斤之四
丁四	二十八分斤之四
桂四	二十八分斤之四
魏八	二十八分斤之八
砂八	二十八分斤之八

又術隨意易位。亦以大數互小數。砂傍丁四桂一并五。

立	七錢	四率
椒四	魏三	十三分斤之三
丁三	砂一	十三分斤之一
桂六	砂一	十三分斤之一
魏十	椒三	十三分斤之三
砂八	丁四 桂一	十三分斤之五
較積十三		

通曰。後二術求出之數。與前不同。不可為準。姑存其法耳。

式六

綠蝦每丈價四兩。青蝦每丈價六兩。紅蝦每丈價十兩。今有銀四百八十兩。買蝦八十丈。問各若干。曰綠三十二丈。青三

十二丈。紅十六丈。術先以八十丈除四百八十兩。得每丈六兩為立價。依法列之。綠與紅互。青又與紅互。以較積為首率。㧾丈

立 六兩	
綠 四	紅 四
青 六	紅 四
紅 一十	綠 二 青 〇
較積 十一	

為次率。各傍列較為各三率。紅傍綠二青〇。止作二。通曰。青價六與立六等。故青較作〇。而紅傍之較數無并。仍作二也。凡價與立等者皆作〇。若價皆大於立。皆小於立。皆等於立。則不可較矣。

式七 酒四等。甲酒每瓶二錢一分。乙酒每瓶二錢七分。丙酒三錢。丁酒四錢。今有酒共三百瓶。每瓶立價三錢三分。問各若干。

曰。甲酒五十瓶。乙酒五十瓶。丙酒五十瓶。丁酒一百五十瓶。術以三錢三分作三十三為立數。其四色

立 三十三	
甲 二十一	丁 七
乙 二十七	丁 七
丙 三十	丁 七
丁 四十	甲 十二 乙 六 丙 三
較積 二十四	

惟丁四十四錢大於立。其甲二十一。二錢一分乙二十七。二錢七分丙三十。三錢皆小於立。則此三小數。皆與丁相互矣。依法列之。丁傍之甲十二。乙六。丙三。并為二十一。以較積為首率。㧾瓶為次率。各較為各三率。

式八 銀四百兩。買藥四百斤。內丁香每斤價六錢。桂每斤價七

錢。桂九錢。藿合一兩一錢。辰砂一兩二錢。阿魏一兩六錢。問各若干。曰丁八十七斤又二之一。椒一百斤。桂二十五斤。合五十斤。砂五十斤。魏八十七斤又二之一。術先以四百斤除四百兩。每斤渴一兩作一十為立數。列

立十	
丁六	魏六 合一
椒七	砂二 魏六
桂九	砂二
合十一	丁四
砂十二	椒三 桂一
魏十六	丁四 椒三
較積 二三十	

之。丁魏互。丁合互。椒砂互。椒魏互。桂砂互。首率較積。次率總藥。

三率 七丁 八椒 二桂 四合 四砂 七魏

又術以丁互合。又互砂。又互魏。以椒互合。又互砂。又互魏。以桂互合。又互砂。又互魏。以上三位偏互下三位也。

立十一	
丁六	合一 砂二 魏六
椒七	合一 砂二 魏六
桂九	合一 砂二 魏六
合十一	丁四 椒三 桂一
砂十二	丁四 椒三 桂一
魏十六	丁四 椒三 桂一
并較 一五十	

三率	四率
九丁	七十斤又五十一分斤之三十
九椒	同上
九桂	同上
八合	六十二斤又五十一之三十八
八砂	同上
八魏	同上

又術以丁互合。椒互砂。桂互魏。

立十一	
丁六	合一
椒七	砂二
桂九	魏六
合十一	丁四
砂十二	椒三
魏十六	桂一
并較十七	

又術以丁互魏。椒互砂。桂互合。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

立十一	
丁六	麹六
梤七	砂二
桂九	合一
合十一	桂一
砂十二	梤三
麹十六	丁四
并較十七	

又術以丁互砂。梤互合。桂互麹。

立十一	
丁六	砂二
椒七	合一
桂九	麹六
合十一	梤三
砂十二	丁四
麹十六	桂一
并較十七	

式九 金鑄一罷。重三百兩。俱九六成色。今有九九成色。及九一成色二等金。均每用若干。曰九九成色金用一百八十七兩五錢。九一成色金用一百一十二兩五錢。術立九六為

立九六	
甲金九九	乙五
乙金九一	甲三
并較八	

中價。依法互之。并較為首率。共重為次率。各較為各三率。

式十 米麥共五百石。共價四百〇五兩七錢。米每石價八錢六分。麥每石價七錢二分五釐。問各若干。曰米三百二十石。共價二百七十五兩二錢。麥一百八十石。共價一百三十兩〇五錢。術立共價。以米麥每石各價各乘五百石。米得四百三十兩。麥得三百六十二兩五錢。依法互之。以并較為首率。總石為次率。各較為各三率。求得米麥各數。各以每石價乘之。得各共價。

立四百〇五兩七錢	
米四百三十兩	麥四十三兩二錢
麥三百六十二兩五錢	米二十四兩三錢
并較六十七兩五錢	

式十一 銀二十八兩二錢。買銅錫鐵共重三百斤。其價銅一斤銀一錢五分。錫一斤銀九分。鐵一斤銀四分。問各共若干。曰銅九十六斤又七之三。錫九十六斤又七之三。鐵一百。七斤又七之一。術以共重除總銀。得九分

立 九十四	
銅 一百五十	鐵 五十四
錫 九十	鐵 五十四
鐵 四十	銅錫 五十六 四
	并較 一百六十八

四釐作九十四為立數。立之。以并較為首率。共重為次率。各較為各三率。

式十二 銀九十三兩。買綾羅紗絹共一百六十疋。每疋價。綾九錢。羅七錢。紗五錢。絹三錢。問各若干。曰三十六疋又四之一。為綾與羅同數。四十三疋又四之三。為紗與絹同數。術先以總疋除總銀。得五錢八分一釐二毫五絲。作五萬八千一百二十五為立數。他皆以錢作萬列之。羅絹互。羅紗又互。綾紗互。綾絹又互。并較為首率。總絹為次率。各較為各三率。

立 五萬八千一百二十五	
綾 九萬	紗 八千一百二十五 絹 二萬八千一百二十五
羅 七萬	同上
紗 五萬	綾 三萬一千八百七十五 羅 一萬一千八百七十五
絹 三萬	同上
	并較 一十六萬

通曰。右二式。以貴賤差分法推之。亦可。

通曰。中率者。兩差之中較也。三四五六及多差之中較也。得中率

中率。而以多較少。以少較多。故又須互用而數始出。非互則無所用較矣。

借衰互徵 差分之七

借衰互徵差分法

數有隱伏。非衰分可得者。則別借虛數以類徵之。或合率增減。或母子射覆。借彼徵此。借虛徵實。亦三率法而觸類長之也。

式 三人共買一宅。用價二千七百兩。其出數乙視甲加倍。丙視甲乙共數。又加倍。問各若干。曰甲三百。乙六百。丙一千八百。術 隨意立一數為甲衰。但用小數。而以甲乙丙照衰加之。如甲衰作一。則乙必二。丙必六也。如甲衰作六。則乙必十二。丙必三十六也。今以甲衰作六。乙衰十二。丙衰三十六。并得五十四為首率。各衰為各次率。總價為三率。如用甲次衰求得甲數。倍之。得乙數。并甲乙數。又倍之。得丙數。

通曰。即加倍法也。三率法。二三兩率本可相換。故此以各較為次率。總價為三率也。

式二 貯絹不知數。但云其三之一。其四之一。其五之一。并得四千七百疋。其實若干。曰六千疋。術 尋一通數而測之。如用六十以通各分。三之一為二十。四之一為十五。五之一為十二。并三

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

數得四十七為首率。以通數六十為次率。四千七百為三率。

式三 鹿馬不知數。但云加一倍。又加二之一。又加三之一。又加四之一。又加一。共得一百一十二匹。其實若干。曰三十六匹。術 先於共匹內減末加之一。只以一百一十一匹算之。用通數十二。加一倍得二十四。又加二之一得六。加三之一得四。加四之一得三。共加得三十七為首率。以通數為次率。以一百一十一為三率。求出四率三十六。外加前裒。合一百一十二。

式四 牧羊不知數。但云加一倍。又加二之一。又加四之一。外加一。共得一百。其實若干。曰三十六。術 於一百內去一。只作九十九。用通數十二。依裒加得二十三為首率。通數為次率。九十九為三率。求出三十六。如前裒加之。合一百。此與右式同。

式五 銀五千兩。買甲乙丙三宅。乙比甲多三倍。丙又比乙多四倍。問各價若干。曰甲宅二百。乙宅八百。丙宅四千。術 隨意立一通數。如立甲裒三十。乙裒為一百二十。丙裒為六百。并得七百五十為首率。以甲裒三十為次率。以五千為三率。求出二百如前加得八百。又加得四千。 此與一式同。

式六 入圜摘瓜。摘過三分之二。又五分之一。尚剩三十六。問此圜原瓜若干。曰二百七十。術 先立通數。如借三百為通數。內減

三之二去二百。又減五之一去六十。存四十為首率。以通數為次率。以尚剩三十六為三率。須察借立通數內。減去兩次。尚剩之數。或等或多於三十六方可。若少於三十六。則不可用也。又須知三之二五之一。并之未滿原數。方可推測。若三之一五之三。則浮於原數。使為虛設。不必算矣。

式七 二分之一。三分之一。四分之一。五分之一。六分之一。共并得五百二十二。其原數若干。曰三百六十。術 借六十為通數。依衰剖之。二之一為三十。三之一為二十。四之一為十五。五之一為十二。六之一為一十。并得八十七為首率。以六十為次率。以

五百二十二為三率。求出三百六十為原數。二之一乃一百八十。三之一乃一百二十。四之一乃九十。五之一乃七十二。六之一乃六十。并之。合五百二十二之數。

式八 倉粟不知數。但云外加二之一。又三之一。又四之一。又加一百石。便成三百石。問原粟若干。曰九十六石。術 先於三百內減去一百。存二百石。乃借二十四為通數。外加二之一得十二。又加三之一得八。又加四之一得六。并得五十為首率。以通數為次率。以二百為三百率。求出四率九十六。外加前衰。合三百。

通曰。此與三式相同。但彼四率在一百一十二之外。故不并通

數。而止并加數為首率。此四率在三百之内。故連并通數及加
數為首率也。

式九 大小水碓五副。共舂米五十石。每舂一時。甲七斗。乙五斗。丙四斗。丁三斗。戊一斗。今五碓齊舂。須幾時可完。各舂若干。曰二十五時。甲十七石五斗。乙十二石五斗。丙十石。丁七石五斗。戊二石五斗。術 隨意立一時數。如借四時。以計各碓所舂。甲七乘四得二石八斗。乙五乘四得二石。丙四乘四得一石六斗。丁三乘四得一石、二斗。戊一乘四得四斗。并得八石為首率。四時為次率。五十石為三率。求出二十五時。各以每時斗數乘之。得各

舂數。

式十 為商三次。俱獲倍息。每次歸還三百兩。三次母子適盡。問原貸若干。曰二百六十二兩五錢。術 借一數為母。加三次倍息。初一。次二。次四。共七。并母一得八為首率。內減母一餘七為次率。三百兩為三率。又術 以三百兩折半。得一百五十兩。又加三百。得四百五十兩。又折半。得二百二十五兩。又加三百。得五百二十五兩。又折半即得。

通曰。子母差和求法。有此式。然用借衰為正法也。

式十一 商販四次。俱獲倍息。每次費九十六兩。四次子母俱盡。

問原母若干。曰九十兩。術借一數為母。加四次倍息。曰一曰二曰四曰八。并得十五。再并母一得十六為首率。十五為次率。九十六為三率。

式十二 為商初次所獲。比母銀多三之二。以并入母銀。再往獲五之四。三次往。又獲四之三。計所獲并母銀共四百兩。問原母若干。曰六兩又三分兩之二。術亦借數通乘各母以推之。如借一十為通數。乘三得三十。以三十乘五得一百五十。以一百五十乘四。得六百為首率。以通數為四次率。以四百為三率。求出六兩又三分兩之二。以三乘之得二十。又以五乘二十得一百。又以四乘一百得四百兩。合數。

式十三 携酒郊遊。三次俱飲酒一斗九升。每飲添酒。輒倍餘酒。至三次酒盡。問原携若干。曰一斗六升六合二勺五抄。術借一數為原酒。加三次倍率曰一曰二曰四。并得八為首率。減原借一。存七為次率。以一斗九升為三率。又術并三次倍率一二四為七。以乘一斗九升得一石三斗三升。減半三次。即得。

式十四 載米賑濟。每次散米一千五百石。亦每次糶增。俱倍餘米。五賑恰盡。問原載米若干。曰一千四百五十三石一斗二升五合。術借一數為原米。加五次倍率。曰一。曰二。曰四。曰八。曰十

六。并得三十六為首率。止并五次率得三十一為次率。以一千五百為三率。

通曰。以次率乘三率。得四萬六千五百石。減半五次。亦合。

式十五 立一虛數。以乘四。得數。又乘三。得數。又乘六。得數。外加一十。共八百。前所立虛数若干。曰一十又三十六之三十五。術 於八百內除去所加一十。餘七百九十。借一十為通數。以乘各衰。以一十乘四。得四十。又以四十乘三。得一百二十。又以一百二十乘六。得七百二十為首率。以通數為次率。以七百九十為三率。求出一十又三十六之三十五。以乘四。得四十三又九之八。以乘三。得一百三十一又三之二。以乘六。得七百九十。加一十。合数。

式十六 老人不知年。但云加二之一。又減四之一。得九十九歲。問寔年若干。曰八十八。術 借八十為通數。依衰加減。加二之一為四十。并八十得一百二十。又減四之一為三十。於一百二十內減之。餘九十為首率。以通数為次率。以九十九為三率。

式十七 遠望一塔。上露出二丈四尺。下遮不見。云尚有三分之一。又五分之二。其共高若干。曰九十尺。術 借立三十為通數。於三十內。減去三之一為一十。餘二十。又於三十內。減去五之二

為一十二。乃於餘二十內減一十二。餘八為首率。通數為次率。二十四尺為三率。求出十九尺為搭高。內減三之一為三十尺。又減五之二為三十六尺。餘二十四尺。合上露之數。

式十八 旗竿一根。其三之一是白色。五之一是黑色。九之二是青色。外尚餘十二尺紅色。其竿長若干。曰四十九尺又十一分尺之一。

術 借四十五為通數。減三之一為十五。減五之一為九。減九之二為一十。俱於通數內減去。餘十一為首率。通數為次率。紅十二尺為三率。求出四十九尺又十一分尺之一。其白三之一。乃十六尺又十一之四也。黑五之一。乃九尺又十一之九也。青九之二。乃十尺又十一之十也。

式十九 白布三十疋。青布四十疋。共價六百六十兩。其青布每疋以白布價多一倍。問各疋價若干。曰白價六兩。青價十二兩。

術 借四兩為白價。倍得八兩為青價。以四乘白布三十。得一百二十。以八乘青布四十。得三百二十。并得四百四十為首率。通數四兩為次率。共價為三率。求出六兩為白疋價。倍得十二兩為青疋價。

通曰。以八兩為次率。求出青疋價。蓋二位之借衰。皆通數也。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

数度衍十九卷目次

均輸
均賦法
均價法
均募法

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

数度衍卷之十九均輸章

桐城方中通衍

均輸

均賦法

式 五縣輸穀二萬石。每車載二十五石。行一里。僦值一錢。甲縣二萬〇五百二十戶。穀石價二兩。乙縣一萬二千三百一十二戶。穀石價一兩。遠輸二百里。丙縣七千一百八十二戶。穀石價一兩二錢。遠輸一百五十里。丁縣一萬三千三百三十八戶。穀石價一兩七錢。遠輸二百五十里。戊縣五千一百三十戶。穀石

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

價一兩三錢。遠輸一百五十里。問各若干。曰甲七千一百四十二石三斗五升九合九勺。僦價無。乙四千七百六十一石五斗七升三合二勺。僦價二十兩。丙二千七百七十七石五斗八升四合四勺。僦價十五兩。丁三千四百三十八石九斗一升四合零。僦價二十五兩。戊一千八百七十九石五斗六升八合三勺。僦價十五兩。術先求各衺。惟甲自輸本縣。無僦里。以穀價二兩作二十。除甲戶。得一千〇二十六為甲衺。乙丙丁戊俱有僦價。各以僦一錢乘各里。而以每車載二十五石除之。得各運價。以除各戶而求各衺也。乙二百里。乘除之。得八錢。并穀價一兩。得一兩八錢。除乙戶。得六百八十四為乙衺。丙一百五十里。乘除之。得六錢。并穀價一兩二錢。得一兩八錢。除丙戶。得三百九十九為丙衺。丁二百五十里。乘除之得一兩。并穀價一兩七錢。得二兩七錢。除丁戶。得二百九十四為丁衺。戊一百五十里。乘除之得六錢。并穀價一兩三錢。得一兩九錢。除戊戶。得二百七十為戊衺。并五衺。得二千八百七十三為首率。以總穀為次率。以各衺為各三率。用異乘同除法。見九章外法

通曰。合穀價僦價而計之。每戶所出皆均也。

式二 派糧八百四十石。四縣照田畝多寡納之。甲田三千六百

三十五畝。乙田二千四百六十六畝。丙田三千五百七十七畝。
丁田四千三百二十二畝。問各若干。曰甲二百一十八石一斗。
乙一百四十七石九斗六升。丙二百一十四石六斗二升。丁二
百五十九石三斗二升。術并四縣畝得一萬四千為首率。總糧
為次率。各畝為各三率。

式三 派糧二百七十四石。三限催徵。初限五分中。中限三分半。末
限一分半。問各限若干。曰初限一百三十七石。中限九十五石
九斗。末限四十一石一斗。術以五分乘總糧。得初限數。以三分
半乘總糧。得中限數。以一分半乘總糧。得末限數。

通曰。此非乘而積之。乃乘而折之也。

式四 甲乙丙三人。以田多寡均應一年差役。甲田三百五十畝。
乙田二百八十畝。丙田一百七十畝。問各役幾時。曰甲一百五
十七日半。乙一百二十六日。丙七十六日半。術并三田共八百
畝為首率。以一年通作三百六十日為次率。以各田為各三率。

式五 糧三千六百石。三處倉上納。其每石則例。東倉三斗三升
四倉合。西倉三斗三升五合。南倉三斗三升一合。問各倉若干。曰
東倉一千二百。二石四斗。西倉一千二百。六石。南倉一千
一百九十一石六斗。術此與三式同。以總糧為實。以各倉則例

乘之。得各数。

式六 衆人輸鈔。首出八文。以下各加一文。至出六十文止。問人鈔各若干。曰五十三人。共錢一千八百〇二文。術以八文并六十文。并六十八為寔。以六十文減八文。餘五十二。再加首次所加一文。得五十三為法。以法乘寔。得三千六百〇四。折半。得共錢数。法即人数。

式七 人一百名。自一人輸銀一百兩。以下挨減五錢。問共銀若干。曰七千五百二十五兩。術以百名內減去第一人。餘九十九名。以五錢乘得四十九兩五錢。於一百兩內減之。餘五十兩〇五錢。并第一名一百兩。得一百五十兩〇五錢。以乘一百名。得一萬五千〇五十兩。折半即得。

式八 自第一日輸錢一文。日增一倍。至三十日。問該若干。曰十億〇七千三百七十四萬一千八百二十四。術置錢一文。以十度八回即得。一度八回。乃三日倍數。十度八回。乃三十日倍数也。又術以五度六十四乘之。亦得。一度六十四。乃六日倍數。五度六十四。乃三十日倍数也。又術以三度三十二乘之。得數。又自乘。亦得。三度三十二。乃十五日倍數。又自乘。乃三十日倍数也。

通曰。通加倍加。少廣詳之矣。本章亦應有此。故及之。而此式少廣之術不同。

均價法

式 銀二十二兩八錢。買甲乙二物均平。其甲物每三斤價四錢。乙物每一斤價五錢。問各若干。曰各三十六斤。甲共價四兩八錢。乙共價十八兩。術 用差分母子互乘法。三斤 一斤 × 四錢 五錢 以三斤乘五錢。得一十五。以一斤乘四錢。得四。并得一十九為首率。兩母相乘得三為次率。以總銀為三率。求出四率三十六。以乙每斤價乘之。得乙共價。以甲三斤價四錢乘四率。又以三除之。得甲共價。

式二 銀三十七兩八錢。買米麥豆均平。每石米價八錢。麥價六錢。豆價四錢。問各若干。曰各二十一石。米共價十六兩八錢。麥共價十二兩六錢。豆共價八兩四錢。術 以總銀為實。并三色每石價共一兩八錢為法。除得二十一為各石數。各以每石價乘之。得各共價。

式三 麥每石價九錢。米每石價八錢。豆每石價七錢。今以價均和算。問各若干。曰各該價五錢○四釐。麥五斗六升。米六斗三升。豆七斗二升。術 以麥豆價相乘。七九乘得六斗三升為米數。

以米豆價相乘。七八乘得五斗六升為麦數。以麦米價相乘。八
九乘得七斗二升為豆數。各以每石價乘之。皆得五錢。四釐。

均募法

式 雇車。載重一千二百斤。行道一千里。給銀七兩五錢。今重一
千五百斤。道一千三百里。問該銀若干。曰十二兩一錢八分七
釐五毫。術 置今重。以今道乘之。得一百九十五萬。又以七兩五
錢乘之。得一千四百六十二萬五千為實。以原重乘原道。得一
百二十萬為法。除實得今銀。
通曰。用異乘同乘之重測法。見九章外法亦可。

式二 載重一千二百斤。價七兩五錢。行道一千里。今重一千六
百斤。付銀六兩。問該行道若干。曰行六百里。術 以今銀乘原行。
得六千。又乘原重。得七百二十萬為實。以今重乘原價。得一萬
二千為法。除實得今行。

式三 行道一千里。價七兩五錢。載重一千二百斤。今行一千七
百里。去價七兩六錢五分。問該載重若干。曰重七百二十斤。術
以原行乘原重。得一百二十兩萬。又乘今銀。得九百十八萬為
實。以今行乘原價。得一萬二千七百五十為法。除實得今重。

式四 負米一石一斗二升。行三十步。曰五十次。今負米一石二

斗。行四十步。問日可幾次。曰三十五次。術以員米一石一斗二升。乘三十步。得三百三十六。又乘五十次。得一萬六千八百為寔。以員米一石二斗。乘四十步。得四百八十為法。除寔得次數。又術以原員乘原行為三率。以五十次為次率。以今員乘今行為首率。

式五 兵二萬三千四百人。各相去五步。今欲縮除十六里九十步而止。各相去幾何。曰四步七分五釐。術以五步乘兵數。得十一萬七千步。另以十六里。用里法三百六十步通之。得五千七百六十步。加入九十步。共五千八百五十步。與十一萬七千步相減。餘十一萬一千一百五十步為寔。以兵數為法。除寔得步數。

式六 人與車俱不知數。凡三人共車。二車空。二人共車。九人步行。問人車各若干。曰十五車。三十九人。術以三人乘二人。得六。加九人。得一十五為車數。以二人乘十五。得三十。加九人。得三十九為人數。

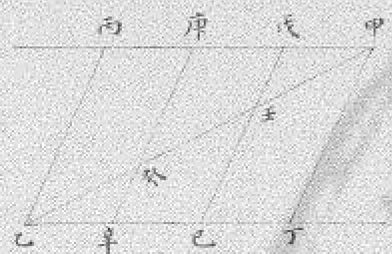
通曰。此章本以人之多寡。里之遠近。物之輕重而立。與商功章皆以事分。不専以筭法分也。

御製數理精蘊比例測量儀器法 見上編幾何原本

草莽臣林蕃鍾恭錄

分線法 原十二之第五

平分一直線為數段法。如有甲乙一直線。欲平分為三分。則自甲乙線之兩末。作甲丙。乙丁。二平行線。隨意取一甲戊度。將甲



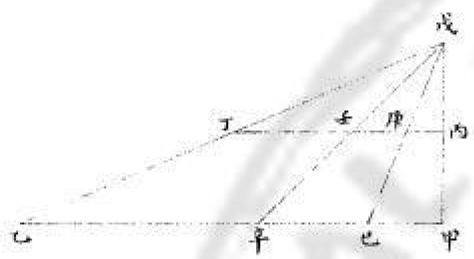
丙線分為甲戊。戊庚。庚丙。三段。又依甲戊度。將乙丁線亦分為乙辛。辛巳。巳丁。三段。乃自二平行線之三段處。復作甲丁。戊巳。庚辛。丙乙。四平行線。即平分甲乙直線為甲壬。壬癸。癸乙之三分矣。試觀甲乙丁三角形之甲乙。乙丁。丙傍線。為與甲丁線平行之壬巳。癸辛。二線所分。故俱為相當率。今以甲乙全線與乙丁全線之比。同於丁巳段與甲壬段之比。而巳辛段與壬癸段之比。辛乙段與癸乙段之比。亦皆與甲乙全線與乙丁全線之

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

比相同也。因其比例俱同。故丁乙線之丁己。己辛。辛乙。三段為平分。而甲乙線之甲壬。壬癸。癸乙。三段亦為平分也。

二線相當比例法 原十二之第六

有分數之直線。將別一直線。依此線分。分為相當比例率法。如

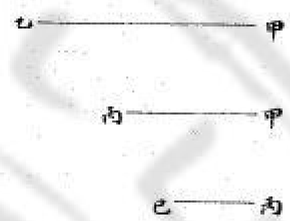


有甲乙一直線。原分為甲己。己辛。辛乙。三段。又有一丙丁直線。欲依此甲乙線分。分作三分。為相當以例之率。則齊二線之一端。以為平行線。自甲乙線之甲端。過丙丁線之丙端。作一縱線。復自甲乙線之乙端。過丙丁線

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

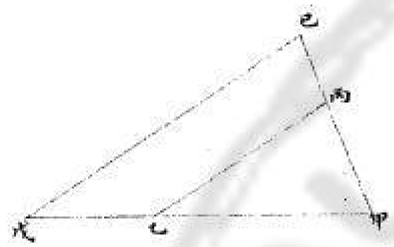
之丁端。作一斜線。則二線相交於戊。乃自戊至所分己。辛。二處。作戊己。戊辛。二線。則丙丁線即分丙庚。庚壬。壬丁。三段。與甲乙線之甲己。己辛。辛乙。三段。為相當。此例率也。試審戊甲乙全形內。戊丙庚。戊甲己。戊庚壬。戊己辛。戊壬丁。戊辛乙之大小六三角形。其相當各式皆同。如戊丙庚與戊甲己為同式。戊庚壬與戊己辛為同式。戊壬丁與戊辛乙為同式。故丙庚與甲己。為相當二界。庚壬與己辛。為相當二界。壬丁與辛乙。為相當二界。此



六線既各為相當界故各為相當以例率也。

三線相連比例法原十二之第七

有二直線。作與此二線相連比例之第三線法。如有甲乙。甲丙。二直線。欲作與此二線相連比例之第三線。則將甲乙。甲丙。二線之甲末。合成一角。照甲丙線度。增於甲乙線。為甲戊線。自乙末至丙末。作一乙丙線。又與乙丙線平行。自戊末作一戊巳線。將甲丙線引至巳處。乃成一甲巳線。其自丙末所分之丙巳線。即為與甲乙。甲丙。二線相連比

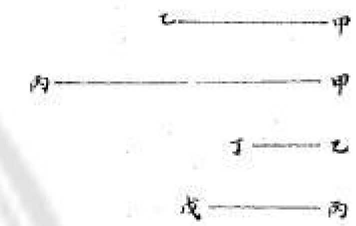


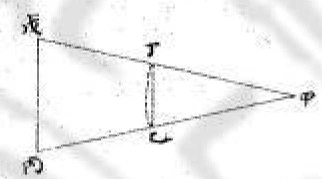
國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

例之第三線也。蓋已戊線既與丙乙線平行。故甲乙丙三角形。與甲戊已三角形為同式。而甲乙。甲丙。乙戊。丙已。四段。必為相當比例之四率。是以甲乙第一率。與甲丙第二率之比。即同於乙戊第三率。與丙已第四率之比也。夫乙戊之度。原與甲丙等。故甲乙與甲丙之比。即甲乙與乙戊之比。而甲丙與丙已之比。即乙戊與丙已之比。然則甲乙與甲丙。甲丙與丙已。豈非相連比例之三線乎。

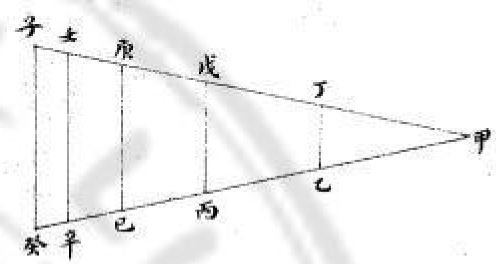
四線相當比例法 原十二之第八





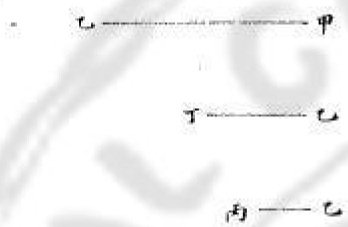
國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

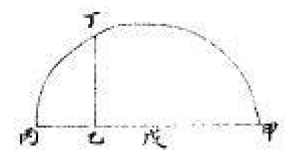
有三直線。作與此三線相當比例之第四線法。如有甲乙。甲丙。乙丁。之三線。欲作與此三線相當以例之第四線。則取甲丙線度。另作一甲丙線。將此所作甲丙線。照甲乙線度紀於乙。於是以甲為心。自乙作弧一段。又取原有之乙丁線度。自乙截弧線於丁。即自乙至丁。作一乙丁線。再依甲丙線度。自甲過丁。作一甲戊線。又與乙丁線平行。作一戊丙線。此戊丙線。即為原三線相當比例之第四線也。蓋甲丙戊三角形。與甲乙丁三角形為同



式。故甲乙線與甲丙線之比。即同於丁乙線與戊丙線之比。曰其比例相同。故戊丙線為原有之甲乙。甲丙。乙丁。三線相當比例之第四線也。或欲作相當比例之數線。則將甲角上下二線。引長為甲癸。甲子。凡相當各二處。任意截為幾段。作幾平行線。即得相當比例之數線矣。如以甲角之甲子甲癸。二線。截為丁乙。戊丙。庚已。壬辛。子癸。五段。於所截五處。作五平行線。即得相當比例之十率矣。蓋以甲乙與甲丙之比。同於丁乙與戊丙之

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C





比。以甲丙與甲己之比。同於戊丙與庚己之比。以甲己與甲辛之比。同於庚己與壬辛之比。以甲辛與甲癸之比。同於壬辛與子癸之比。故將甲子。甲癸。二線。雖分為無數段。作無數平行線。其比例亦無不相同也。

二線中率法 原十二之第九

有二直線。欲另作一線。為此二線之中率法。如有甲乙。乙丙。二線。欲另作一線。為此二線之中率。則將甲乙。乙丙。二線。相連為一甲丙全線。乃平分全線於戊。以戊為心。以甲丙二末為界。作

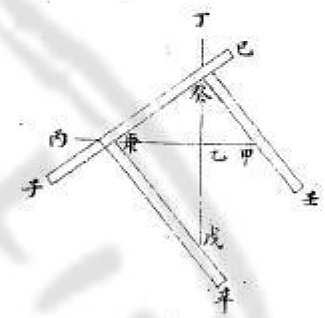
國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

一半圜。自二線相連乙處至圜界。作一丁乙垂線。即為原有甲乙。乙丙。二線之中率線也。何也。丁乙線既為圜徑上之垂線。則甲乙。丁乙。乙丙。為相連比例之三率。故甲乙線與乙丁線之比。同於乙丁線與乙丙線之比也。以例既同。則所作乙丁線。為原有甲乙。乙丙。二線之中率可知矣。

二線間兩率法 原十二之第十

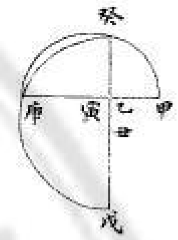
有二直線。欲另作二線。為此二線間之兩率法。如有甲乙。乙戊。二直線。欲另作二線。為此二線

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

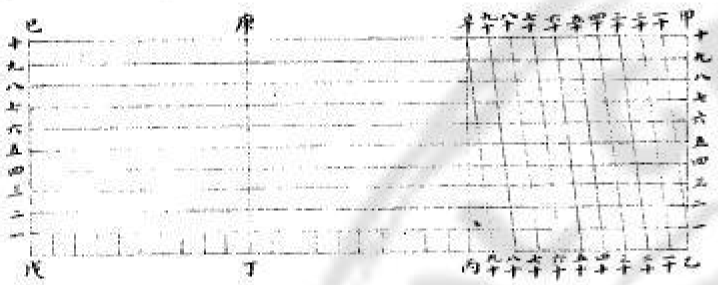


間之兩率。則將甲乙。乙戊。二線之乙末。相合為直角。又自此二線所合乙角。引長為甲乙丙。戊乙丁。二線。次將二矩尺之二角。正置於丁戊。甲丙。二線上。如一矩尺為已庚辛。一矩尺為壬癸子。乃以已庚辛矩尺之一股。切於丁戊線之戊末。又以壬癸子矩尺之一股。切於甲丙線之甲末。仍使二矩尺之已庚。癸子。二股相合。則癸庚二角。亦為直角而不離於所跨之線。其二矩尺之壬辛二股。亦使不離於所切之線末。乃自甲至癸。自戊至庚。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.



自庚至癸。作三線。即截丁乙線於癸。截乙丙線於庚。成乙癸。乙庚。二線。即為原有之甲乙。乙戊。二線間之兩率也。何也。如平分戊癸線於丑。則丑為心。戊為界。成一戊癸庚半圜。若平分甲庚線於寅。則寅為心。甲為界。成一甲癸庚半圜。今乙癸線為甲癸庚半圜徑線上之垂線。故乙癸為甲乙。乙庚。二線之中率。而乙庚線為戊庚癸半圜徑線上之垂線。故乙庚又為癸乙。乙戊。二線之中率。是以甲乙線與乙癸線之比。同於乙癸線與乙庚線之比。同於乙癸線與乙庚線之



比。而乙癸線與乙庚線之比。亦同於乙庚線與乙戊線之比。曰其比例相同。故乙癸。乙庚。二線。為甲乙。乙戊。二線間之兩率也。

分釐尺法 原十二之第十四

作分釐尺法。如甲戊尺三寸。每寸欲分為百釐。則將甲乙邊平分作十分。將戊己邊亦平分為十分。對所分之分作諸橫線。與乙戊平行。次將一寸之甲辛。乙丙。兩邊。俱分為十分。再於甲辛邊之第一分作斜線。至乙丙邊之乙處。如此作十斜線。俱與第一分斜線平行。即分乙丙之一

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN R.O.C.

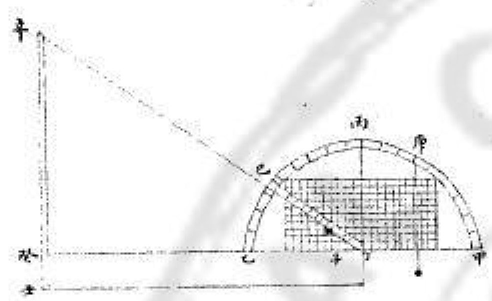
寸為一百釐也。何也。甲辛乙丙皆為一寸之度。俱分平為十分矣。若將每分又分為十釐。即每寸亦得百釐。然度狭線多。必致相淆。今作斜線橫線各十。其橫斜相交處。共有百分。此百分即百釐也。如第一斜線。與第一橫線相交之點。即為一釐。與第二橫線相交之點。即為二釐。以至第十橫線相交之點為十釐。即甲辛邊所分之第一分之十釐也。一斜線有十釐。則十斜線豈非百釐乎。由此推之。若作二十橫線。則一斜線得二十釐。每寸

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

即分為二百釐。作百橫線。則一斜線得百釐。每寸即分為千釐。其法甚簡。而其用尤甚便也。

儀器法 原十二之第十六

作分數比例測量儀器法。以甲丙乙半圜界。分為一百八十度。每度作六十分。將此半圜之丁甲。丁乙。丁丙。三半徑線。照所容方界分截開。分為一百分。於每分上俱與三半徑線平行作縱橫線。甲乙徑線之甲乙兩末。作兩定表。以圜丁心為樞。作一遊表如丁巳。將此遊表。亦如前所分一百分度。作二百分。復於此



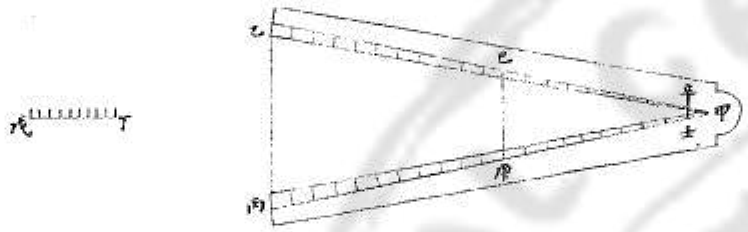
國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

儀器後面。作一垂線記號以掛墜線如庚。即成一全儀器。用以測高深廣遠。可知其各角各界之度矣。如有一辛壬旗杆。欲測其高。則將儀器按墜線立準。看甲乙徑線兩末之定表。與旗杆癸處相對。乃為地平。再將丁己游表。與棋杆頂尖辛處相對。次量儀器中心所對處。至旗杆癸處得幾何。如有四十丈。則看儀器丁乙線上。自丁心至子得四十分。以當地平四十丈。即視與子相對垂線。至游表相交處有幾何。如丑子三十分。即為旗杆

自辛至癸相當數為三十丈也。再加癸壬高。即得旗杆辛壬之共高度矣。益儀器上之丁子丑小三角形。與所測得丁癸辛大三角形。原為同式。其相當各界之比例。必俱相同。故以丁子四十分。與子丑三十分之比。即同

於丁癸四十丈。與癸辛三十丈之比也。若欲知丁辛弦線數。即視遊表自丁至丑相交之處得幾何。如有五十分。其相當數即為五十丈也。若欲知丁癸辛三角形之各角度。則視圜界與遊表相交處如已。其乙已弧度。即

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.



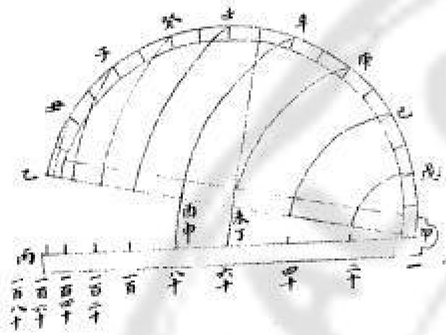
丁角三十五度一十三分。其餘己丙弧五十度四十七分。即辛角度。而癸辛線原與子丑垂線平行。為平行線。故癸角必是直角而為九十度也。

平分線法（原十二之第十九）

作比例尺平分線法。如於比例尺欲作平分線。則自甲樞心至乙丙二末。作甲乙。甲丙。二線。用本卷第五節法。（今第一節）各平分為二百分。即為以例尺之平分線也。以用法明之。如有丁戊一直線。欲平分為十分。則將比例尺一百分之己庚二點。照丁戊線

度展開。勿令移動。次取比例尺之第十分之辛壬二點相離之度。即是丁戊線之十分之一分也。何則。自乙至丙作一線。自己至庚作一線。自辛至壬復作一線。其甲乙丙三角形。與甲己庚三角形為同式。而甲己庚三角形。又與甲辛壬三角形為同式。是以所分甲己線與甲乙線之比。同於己庚線與乙丙線之比。而甲辛線與甲己線之比。亦同於辛壬線與己庚線之比也。然則十分之甲辛線。既為百分之甲己線之十分之一。其辛壬線

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.



亦必為巳庚線之十分之一矣。丁戊線原與巳庚線同度。則辛壬線亦為丁戊線之十分之一可知矣。

分圜線法 原十二之第二十

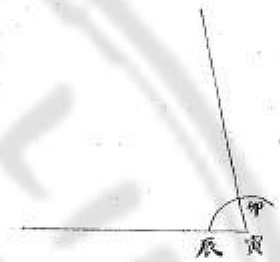
作比例尺分圜線法。如於比例尺欲作分圜線。作自甲樞心至乙丙二末作甲乙甲丙二線乃齊分甲乙線於未以未為心以甲乙二末為界作一半圜於是分圜界為一百八十度復以甲為圜心至所分圜界戊巳庚辛壬癸子丑等處作各弦線又將諸弦線度移於尺之甲乙甲丙

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN R.O.C

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY TAIWAN R.O.C

二線。則此二線。即成一圜之諸弦之總線也。以用法明之。如寅卯。寅辰。二線。所合寅角。欲知其度。則以寅為心。作一辰卯弧。將比例尺六十度之丁未兩點相距之度。照寅辰或寅卯度展開。勿令移動。次取卯辰相距之度。

於比例尺上尋至八十度之中酉處恰符。即是寅角為八十度也。何則。若自丁至未。自申至酉。作二線。成甲申酉。甲丁未。兩同式三角形。其相當各角各界。俱為相當比例之例率。故甲未線與甲酉線之比。同於丁未線與

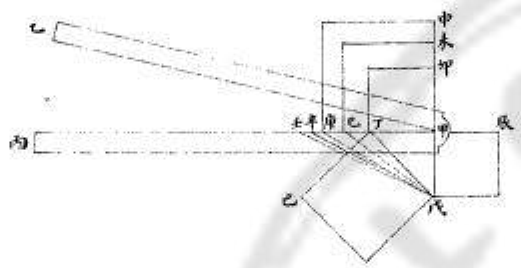


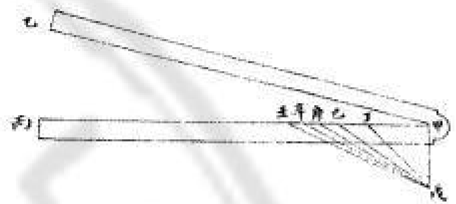
申酉線之比也。夫甲未線既為比例尺所作甲庚六十度之弦線。而甲酉線又為甲辛八十度之弦線。其丁未線既與小圜寅卯輻線等。而輻線原與六十度之弦線等。然則丁未線即小圜六十度之弦線。而申酉線亦為小圜八十度之弦線也。以此得知寅角之卯辰度為八十度也。」

分面線法 原十二之第二十一

作比例尺分面線法。如於比例尺欲作分面線。則以甲樞心處至乙丙二末。作甲乙。甲丙。二線。自甲截甲丙線於丁。照所截甲

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C



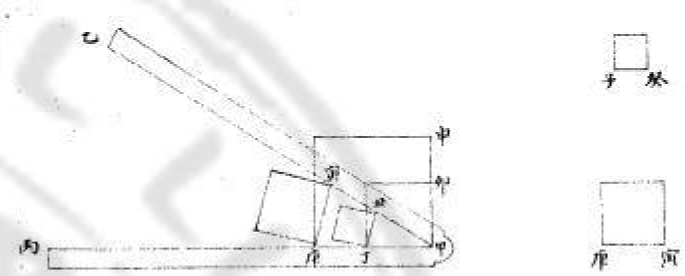


丁度。於甲心作一甲戊垂線。自戊至丁作一戊丁線。又照戊丁線度。自甲截甲丙線於己。自戊至己作一戊己線。又照戊己線度。自甲截甲丙線於庚。自戊至庚作一戊癸庚線。又照戊庚線度。自甲截甲丙線於辛。自戊至辛。作一戊辛線。又照戊辛線度。自甲截甲丙線於壬。自戊至壬作一戊壬線。照此累累截之。至丙末。又將甲丙線所截各度。移置甲乙線。即成比例尺之分面線也。何則。於甲丁戊直角三角形之三界。作卯丁。辰戊。戊己。三

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

國家圖書館 NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

正方形。其甲丁。甲戊。二線。因為相等度所作。故卯丁。辰戊。二形必等。再於戊甲丁直角相對之戊丁界所作之戊己一方形。亦必與直角兩旁界所作卯丁辰戊。二方形相等也。次於甲己界作未己正方形。甲己界原與戊丁等。則甲己界所作未己方形。即與戊丁界所作之戊己方形相等矣。未己方形。既與戊己方形等。則必與卯丁。辰戊。二形相等。而亦與卯丁之倍數相等矣。夫甲己界。即大於卯丁形一倍。為未己形之一界也。倣此論之。

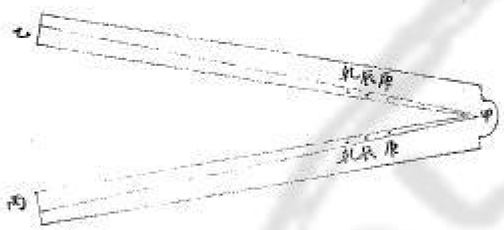


國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.

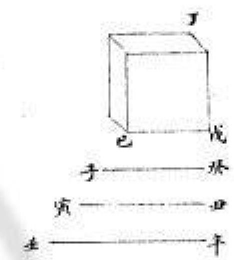
則甲庚界即為比卯丁形大二倍形之界。而甲辛。甲壬。等界。即為以卯丁形大三倍四倍形之界可知矣。以用法明之。如有一癸子正方形。欲作大二倍之正方形。則將比例尺展開。使丁丑相距之度。與癸子界度等。次取比例尺寅庚相距之度。即是以癸子方形大二倍之方形之一面界度也。何則。自丁至丑。自庚至寅。作丁丑。庚寅。二線。甲丁丑。甲庚寅。同式兩三角形。則甲丁線與甲庚線之比。即同於丁丑線與庚寅線之比也。夫甲庚

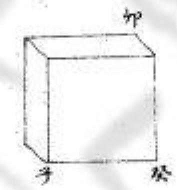
線所作方形。原以甲丁線所作方形大二倍。則庚寅線所作方形。必比丁丑線所作方形亦大二倍矣。比丁丑之度。原與子癸等。則寅庚線豈非以子癸方形大二倍方形之一界乎。

分體線法 原十二之第二十二

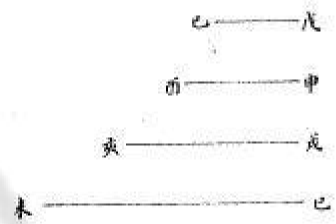


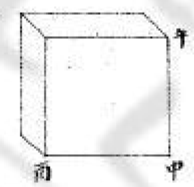
作比例尺分體線法。如於比例尺欲作分體線。則以甲樞心之甲乙。甲丙。二線。任作丁己一正方體。取其戊己一界之度。置於尺上。自甲截甲乙線於庚。次作比戊己界大一倍之辛壬線。又作於戊己。辛壬。二線閒。照本卷第



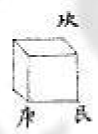


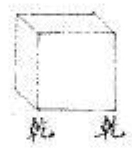
十節法。（今第六節）作相連比例癸子。丑寅。二率。乃取癸子線度。置於尺上。仍自甲截甲乙線於辰。則甲辰所作卯子正方體。必比甲庚所作丁己正方體大一倍矣。何則。試將癸子線作卯子正方體。則與丁己正方體為同式。其二體相比之比例。必同於戊己。癸子。二界所生連比例加二倍之比例。今辛壬線既為戊己相連比例之第四率。則丁己。卯子。二體之比例。必同於戊己。辛壬。二線之比例矣。辛壬線既比戊己線大一倍。則卯子體亦比丁





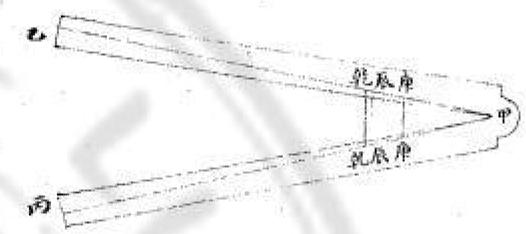
已體大一倍可知矣。又作比戊已界大二倍之已未線。仍照本卷第十節法。作戊已。已未。二線間相連比例之申酉。戌亥。二率。乃取申酉線度置於尺上。自甲截甲乙線於乾。則甲乾所作午酉正方體。即比甲庚所作丁已





體大二倍矣。照此屢倍戊已界求相連之四線。取其第二線度。置於尺之甲乙線上。又按甲乙線所截各度。移置甲丙線。即成比例尺之分體線也。以用法明之。如有坎庚正方體。欲作大二倍之體。則將比例尺展開。使其

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.



庚與庚第一次所截之點相距之度。與艮庚界度等。次取以例尺乾與乾第三次所截之點相距之度。即是比坎庚正方體大二倍之正方體之一界度也。何則。自比例尺之庚乾二處。作庚。庚。乾。乾。二線。即成甲庚庚。甲乾乾。同式兩三角形。則甲庚線與甲乾線之以。同於庚庚線與乾乾線之比例矣。大甲乾線所作正方體。原大於甲庚線所作正方體之二倍。則乾乾線所作正方體。必大於庚庚線所作正方體之二倍可知矣。又捷法。設正方體界一百釐。其

積數一百萬釐。以二因之。成二百萬釐。立方開之。淂界一百二十五釐。又以三因之。成三百萬釐。立方開之。淂界一百四十四釐。照此屢倍積數開立方。將所淂之數。於分釐尺上取其度。截比例尺之甲乙。甲丙二線。即成分體線。與前求連比例之法無異也。

國家圖書館, NATIONAL CENTRAL LIBRARY, TAIWAN, R.O.C.