實用測量法

衛梓松編

商務印書館發行

實用測量法

衛 梓 松 編

馮湛耀 廖國器 壽孝天校

商務印書館發行

八年十二月初版
二十二年十一月國難後第一版

（一五五）

實用測量法一册

每册定價大洋捌角

外埠酌加運費匯費

編纂者　衛梓松

校訂者　馮湛耀　廖國器　壽孝天

發行兼印刷者　上海河南路　商務印書館

發行所　上海及各埠　商務印書館

七八九一上

序

人類進化至於今日。而國家地位。尙視軍事發展爲轉移。五大洲數十國。幾全入戰圖。勝負之效。興衰之數也。軍事之計畫萬端。測量法亦其要者。行軍用兵。實藉地勢。其平時之訓練曉導。則賴地圖爲之標。欲求地圖之精密。不得不求測量法之完善。運輸軍需。則賴鐵道與航路。鐵道之建築。航路之測量。益不得不求精密之法。它若開採鑛產。墾闢荒原。亦無非依測量法而設施。然則其用豈不大哉。我國古代之測量法。傳書甚鮮。羅盤弓步之屬。亦復器粗而法不密。安望其術之能日精而日進也。迄元李冶。則有測圓海鏡之作。明徐光啓。又著有測量法義。雖say詳盡。亦不足窮斯新術。故近時研究測量法者。皆讀西文原書。以資考證。學者輩起。術于以進。然因時勢之趨向。社會所需要。果不可因循舊習以爲能。此測量之新法。所當研究者也。測量法既爲發展世界事業之利器。其本果在乎實用。其用果在乎精詳銳捷。而近日出版之書。關於測量法者。善本亦少。寧非遺憾耶。本校工科助敎台山衞君筱赤。獨啓斯祕。本實用測量之旨。纂爲是書。凡三編十四章一百有二節。供陸軍測繪及工業專門學校等敎授之用。法密理該。井井有條。足稱佳作。固學者所當讀。然亦可知時勢所趨。衞君之用心爲不虛也。中華民國七年六月二十五日蔡元培

序二

有地面則有形狀。有形狀則有位置。有位置則有距離。有距離則有面積。非依算學用器具推測而量度之。亦茫然耳。不知地面之情形。不可以施附着於土地之事業。我國地大物博。日日所研求以發展之者。其事甚夥。地圖之測繪也。邊界之區劃也。鐵道之修築也。礦山之開掘也。河道之修理也。道路之改良也。荒地之墾闢也。溝渠之開濬也。凡百所爲。何一不以測量爲施行之初步哉。惟我國測量古法。恒資藉於弓步繩盤。其器粗而不精。其法疎而不密。以之窮曲折。推細微。求簡捷。術亦窮矣。古法不適於今日。專書又多屬西文。其中文有名著作。如有元李冶測圓海鏡。有明徐光啓測量法義。既古法則爲新。視今法亦爲舊。稽古有志量人。開卷苦無善本。無惑乎研究斯學者。如夜行無燭。欲前而却步也。松學術淺陋。僅入其門。曷足以語其奧窔。然半解一知。不敢不獻於社會。謹用簡易文字筆而成書。謬誤遺漏。恐所不免。幸我國人士教而正之。中華民國七年六月衞梓松識於北京大學

凡例

本書專供陸軍測繪工業專門及大學預科各校教授尋常科之用。故書中之理法。皆從簡易以中學畢業之學力程度爲標準。其非由高等數學不能了解者則悉從省畧。

二本書分三編第一編爲總論。第二編爲儀器之搆造整理及用法。第三編爲測量法。俾學者先知儀器之運用及性質。乃深進一層而至於實用之各法。

三本書每一理論之後。必隨以實用之法。其測量計算及繪圖各法。皆本其次序言之。俾閱者逐步深求。以得其結果。不致擾亂腦筋。

四本書所用之名詞。語意皆從簡顯。附以西文原名以不失其原意爲主。

五本書每章之末。附以習題。俾閱者習練。以知其實用之法。且可就其所學。以驗自己之所得。

六本書之末。附錄儀器之價值。及售賣儀器之公司處所俾有所參考。然使我國機械發達。不假外求。或研究其製造之法以挽利權。實有厚望焉。

中華民國七年六月衞梓松識於北京大學

雜採英文各書名目列下

1. *Plane Surveying.*

   By John Clayton Tracy, C. E.

2. *Theory and Practice of Surveying.*

   By J. B. Johnson, C. E.

3. *Methods of Surveying.*

   By N. F. Mackenzie, M. Inst. C. E.

4. *The Principles and Practice of Surveying.*

   By Charles B. Breed and George L. Hosmer.

5. *Engineering News-Record*

   McGraw-Hill Company, Inc.

6. *Surveying.*

   By G. A. Wentworth.

7. *American Civil Enginees' Pocket Book.*

   Mansfield Merriman. Editor-in-chief.

8. *Railroad Construction.*

   By Walter Loring Webb, C. E.

9. *Railroad Curves and Earthwork.*

   By C. Frank Allen, S. B.

10. *A Treatise on Roads and Pavements.*

    By Ira Osborn Boker, C. E., D. Eng'g.

11. *A Text-Book on Roads and Pavements.*

    By Frederick P. Spalding.

實用測量法目次

第一編　總論　1－2

第二編　儀器之構造及用法　3－56

第三編 測量法 57－159

附 錄

實用測量法

第一編 總論

第一章 定義

測量學者。在地面上決定距離之遠近。面積之大小。位置之相關之學也。如距離稍遠之點。例如地面上兩處相離數百丈者。則萬不能以尋常之尺逐尺量之。他如山之高度。大地之面積。地形之凹凸。更非尋常之量度法所能取。故必須另設他法以測之量之。而得其準確之數。此測量法之所由起也。

第二章 測量之用途

測量之用甚廣。距離之遠近。面積之大小。及測繪地形以製地圖。以至各等築造工程。如鐵路橋樑開礦建築樓房等。無不以測量爲用。

第三章 測量之分類

測量之分類。可因其測地之大小。測量之宗旨。及施行之方法。而辨別之。因測地之大小。測量學大致可分爲二支。

(1) 平地測量學 *Plane Surveying* 學者既知地爲球形。則地面并非平直。至於計及其曲面與否。則視乎所測地之面積大小而定。大抵地之面積不出一百方英里者。徑可作爲一平直之面視之。凡測量一地不計及地之曲面者。名曰平地測量學。

(2) 測地學 *Geodetic Surveying or Geodesy* 地之曲度雖微。然所測之地之面積極大。則須計及地之曲面。以求其準確之數。故凡大地測量計及地之曲面者。名曰測地學。

大地測量中有不求其十分準確之數者。則面積雖或極大仍可作爲一平面視之。本書所論。止爲平面測量學。至測地學則另有專書。尋常測量學所不及也

因測量之宗旨及用途而識別之者。又可分爲陸地測量。*Land Surveying* 水平測量。*Levelling* 地形測量。*Topographic Surveying* 水路測量。*Hydrographic Surveying* 鑛山測量。*Mine Surveying* 鐵路測量 *Railroad Surveying* 等。

因施行之方法而分別之者。有直角測量 *Rectangular Surveying* 及三角測量 *Triangular Surveying* 兩種。直角測量以垂線之法則爲標準。三角測量以三角形之法則爲標準。

第四章 測量所包含之各事項

凡施行各種測量時。必應包含左列各事項。

(1) 測法 即用儀器以度距離之遠近。及測角度之大小之法也。此爲測量之第一步。

(2) 計算 由測得之各件。用算術幾何三角之理。以推算其所求各件是也。此爲測量之第二步。

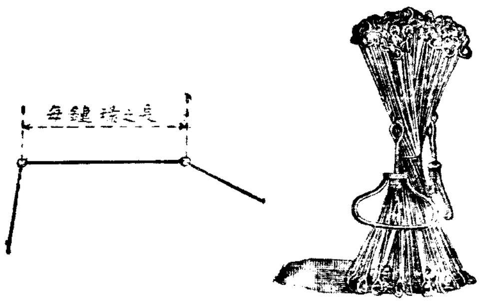
(3) 繪圖 以測得之各件。及算得之各數。依其相關之位置縮成一圖是也。此爲測量之第三步。

測量至第三步。則所測之地之形勢。可畢露於紙上。而所作之工。可稱完竣。惟於第一步之先。尤須知運用儀器之法。所謂工欲善其事。必先利其器。故是書所論。先儀器而後測法。學者循序漸進。自可得其要領焉。

第二編　儀器之構造及用法

第一章 鐵鏈

§1　鐵鏈之構造　鐵鏈者。用以量度直線距離長短之器也。鐵鏈由小鐵條或小鋼條接合而成。其每條接合處。以小鐵圈連之。故全鏈雖長。可以屈成一束。如1圖(*A*)所示是也。鏈之兩端。各有一大環。名曰手柄。以爲量度直線時把握之用也。鏈之每節。名曰鏈環。每鏈環之長。爲自鐵條此端之連合圈中心點。至彼端之連合圈中心點之長。如1圖(*B*)是也。而全鏈之長。應自此端手柄之外邊至彼端手柄之內邊爲止。鏈之當中每隔十節之處。繫以特別式樣之銅片。量度時不滿一鏈之長。則止觀銅片之式樣及數目。即可知幾十節。以省逐節數之之繁。鏈及鏈之長短有不同。鏈可分爲二種如下。



B　　　*A*

1圖　鐵鏈

(1)　測量師鏈 *Surveyor's Chain*　此種鐵鏈全長爲66呎(呎爲英尺下皆仿此)分爲100鏈環。每鏈環之長爲.66呎。即7.92吋。(即英寸)此種鏈多用於土地測量。因其與英里及英畝有以下之關係。

1　測量師鏈　=100鏈環=66呎

1　英里　　　=5280呎=80鏈。

1　英畝　　　=43560方呎=10方鏈

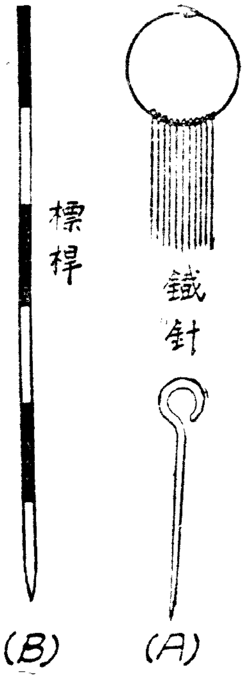
(2) 工程師鏈 *Engineer's Chain* 此種鐵鏈。全長爲 100 呎。分爲 100 鏈環。每鏈環之長爲 1 呎。此種鏈多用於鐵路測量。及其他測量。使其易於計算也。

其他量度長短之器具。尙有布尺鋼尺等。皆捲成一餅形。惟布尺之質不堅。易於伸長。故於測量中用之極少。而鋼尺之用較廣。鋼尺製以鋼片。能捲成一餅。如 2 圖。鋼尺之長有至 500 呎者。惟 50 呎及 100 呎長爲通用。尺上刻以呎吋。或至吋之十分一。大約尺之長度較小。則分度較密。

2 圖

§2 鐵鏈之用法

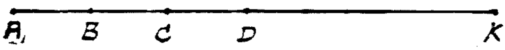
鐵鏈者。爲量度距離長短之器也。用之之法。必須兩人牽之。各持其末端之手柄緊牽之。卽可量得距離之長短。如距離稍遠。則量度時所當注意者有二事。(1) 量度時每鏈相繼續。必須循一直線上之方向量度。勿使稍有偏斜。(2) 量度時已量得幾鏈。必須設法記之。勿致差誤。旣有此當注意之二事。故施行鐵鏈量度時。恆有附屬品隨之。以糾正其差誤。所謂附屬品者。卽鐵針 *Pin* 與標桿 *Ranging Pole* 是也。鐵針製以鐵或鋼。每枝長約 14 吋。形如 3 圖 (*A*)。以十一枝爲一組。掛於大鐵環之上。以便記載量過之鏈數也。標桿之形式如 3 圖 (*B*)。製



3 圖

以木或鐵。其長短無一定。惟桿身塗以顏色。紅白相間。俾易於觀看。桿之下端接以尖錐形之釘。使易於插入土中。標桿之用。以爲定視線之方向。幷可作爲一種標記。故各種測量法。多有用之者。

以鐵鏈量度距離時。必須兩人同行之。一人持十鐵針。幷持鐵鏈之一手柄先行。此人名曰前測者。又一人持一鐵針。幷持鐵鏈之又一手柄。隨前測者之後。此人名曰後測者。如4圖。欲量度 AK 距離之長。則前測者持十針及鏈之一端。由 A 向 K 而行。後測者持一針行至起量之點 A。卽以其所持之一針插在地上如 A 點。身立於 A 點之後。前測者持鏈而行。行至盡一鏈之長而止。如 AB 爲一鏈之長。是時後測者。常以眼光注視前測者所持鏈之一端。能否置於 AK 線之方向上。其最善之法。後測者以標桿插在起量之 A 點之後。前測者亦持一標桿。行至盡一鏈之長時。卽假定一點。以標桿直插在地上。標桿旣長。則觀望較易。後測者立於 A 點之後。以一眼觀望 A 點之標桿。及末端之 K 點。與前測者所插之標桿。視此三點成一直線否。如不成一直線。則後測者用手示以偏左偏右之記號。俟前測者將標桿移至成一直線時而止。旣定準方向。隨卽將鏈緊牽。然後以一鐵針直向手柄之下插於地上。是爲量得一鏈之長。後測者可拔回在 A 點所插之標桿及鐵針。幷持鏈前行。前測者同時亦拔回在 B 點所插之標桿。惟在 B 點所插之鐵針。則不可拔去。否則無從識認矣。後測者行至 B 點時。仍以標桿貼近 B 點之後。插在地上。與在 A 點時同。前測者亦如前進行。旣將 BC 一段量準。亦以鐵針直插在 C 點。後測者可將 B 點之鐵針拔去。持在手中。連前針共有二鐵針。而此時共量得



4圖

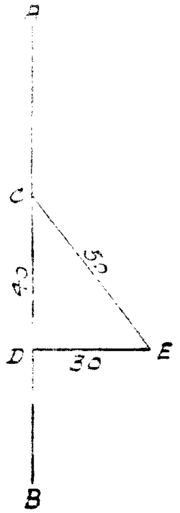
之距離爲二鏈之長。可見後測者所得之鐵針數。即計算已量過之鏈數。并可見量度進行時。常留一針在地上。至滿十鏈之長。後測者得十針。另有一針在地上。後測者將十針交回前測者。同時兩人各記在簿內。已量得之距離爲十鏈。由是繼續進行。至末端 K 點時。前測者將鏈之手柄貼在 K 點。其長不滿一鏈之零數。由後測者讀出。或有零小之數。非鏈環所能指示者。可任以一小尺度得之。并同時記入兩人之簿內。免有差誤。如是可將距離之全長量得矣。

5 圖

如遇地面有斜坡時。必須將鐵鏈之一端提高。而令鐵鏈成水平。然後用一懸錘。(如 5 圖)沿提高之一端之末點垂下。而得地面上之一點。如地面之斜度太甚。則可用半鏈或四分之一鏈量之。惟必須留意。勿使差誤。至鋼尺之用法。亦與鐵鏈同。

§3 以鐵鏈安設垂線法

以鐵鏈安設垂線及直角之法。本於幾何學之直角三角形理。因凡直角三角形之句爲 3。股爲 4。則弦必爲 5。據此比例。即可於任一直線上設一直線。爲原線之垂線。如 6 圖。於 AB 之距離內 D 點。作一 DE 線爲 AB 距離之垂線。即 D 角爲直角。可從 D 點向 A(或向 B)以鐵鏈量得一距離爲 40 鏈環之長。乃得 C 點。次以鐵鏈之一端緊持在 D 點。又將鐵鏈之第八十節即第八十鏈環之末端緊貼 C 點。次執鐵鏈第三十鏈環之末端。向外緊牽。而成 6 圖之 DE 及 CE 兩線。與原量得之 CD 成 CDE 直角三角形。DE 與原

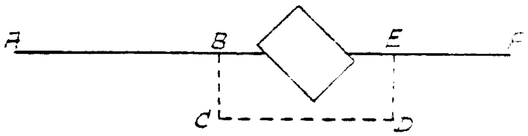


6 圖

線 AB 成直角。即 DE 爲所求之垂線矣。既得 E 點。即可以鐵針或標桿插在地上識之。如 DE 之長短不適於用。可依 DE 之方向任意引長之。

§4　遇障礙物之量度法　以鐵鏈量度距離時在量度之方向。常遇有樓房屋宇河道及他種障礙物。致不能直接依量度之方向進行。故必須另用他法以馭之。茲略論之如下。

(1)　量度之方向爲建築物所擁塞者　如 7 圖。AB 爲量度之方向。惟其間有建築物。不能直接量過。則於 AB 之方向上任取一點如 B。依 §3 之法。從 B 點建設 BC 線爲 AB 之垂線。BC 之長。可視形勢而定。惟自 C 點依 AB 平行之方向向前觀望。不再爲建築物所阻。便爲合宜。又自 C 點依 §3 之法。作 CD 與 BC 成直角。CD 之長。亦因形勢而定。又由 D 點作 DE 與 CD 成直角。且令 DE 之長與 BC 之長相等。於是定得 E 點。再從 E 點作 EF。與 DE 成直角。則 AF 必成爲一直線。而 AF 之長。可以間接得之。如

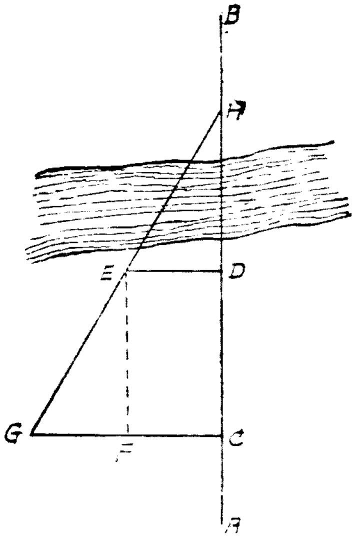


7 圖

$$AF = AB + CD + EF$$

(2)　量度之方向爲河道所間斷者　如 8 圖。AB 爲量度之方向。爲河道所間斷。至河邊不能以鐵鏈量過。則於 AB 之方向。任取 C 點及 D 點。CD 之距離必先量得。次從 C 及 D 兩點。依 §3 之法。各作 CG 及 DE 兩垂線。CG 之長。可隨意定之。G 點既定。又依 AB 之方向。在隔岸任定一 H 點。則準 G 及 H 兩點之定向用

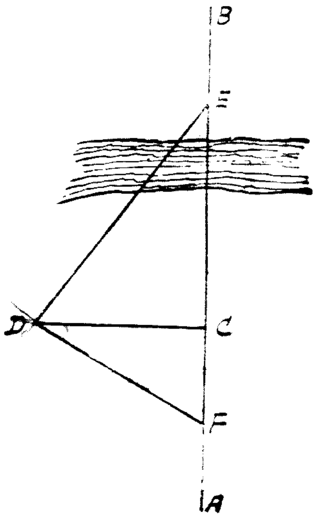
標桿觀望法。令 DE 垂線之 E 點。適在 GH 之方向上。此因 DE 線之長短原無一定。故可任意伸長或縮短。止令 E 點與 G 及 H 兩點成一直線便得。E 點既定。卽從 E 點作 EF。與 DE 成直角。與 DC 等長。而成 EFG 直角三角形。EF 與 EG 兩線。可以直接量得之。EFG 與 HDE 爲相似三角形。而 DE 之長亦可直接量得之。故依三角形。理。得



8 圖

$$GF : FE :: ED : DH \qquad 故 \quad DH = \frac{FE \times ED}{GF}$$

(3) 又法 如 9 圖。AB 爲量度之方向。在 AB 方向上。任取 C 及 F 兩點。CF 之距離必先量得之。次由 C 作任何長之 CD 線。爲 AB 之垂線。D 點既定。則依 §3 之法。從 FD 線上 D 點。作 DE 線爲 FD 之垂線。於是依 DE 之方向。用標桿觀望法。可得對岸之 E 點。求 CE 之距離。則因 CDE 與 CDF 兩直角形。爲相似三角形。依幾何理。得

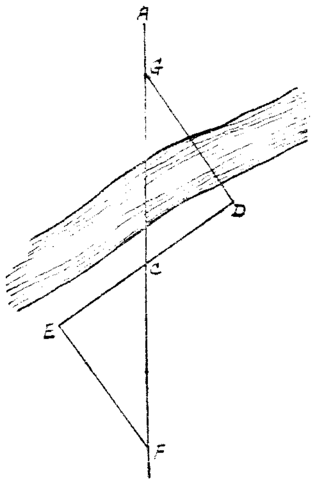


9 圖

$$FC : CD :: CD : CE \quad 故 \quad CE = \frac{\overline{CD}^2}{FC}$$

由 CD 及 FC 之長。卽可求 CE 之距離也。

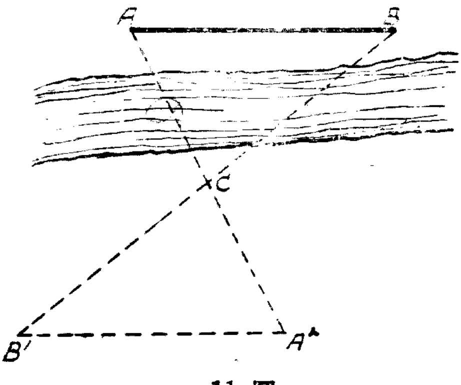
(4) 量度之方向與河道成斜角者　如10圖。AB 之量度方向與河道成斜角。則可於 AB 之方向上任取一 C 點。沿河邊作 DCE 直線。且令 CD 之長與 CE 之長等。次在 CE 線上之 E 點。作 EF 爲 CE 之垂線。交量度之方向於 F 點。又自 CD 線上之 D 點作一直線。與 CD 成直角。卽依此線之方向。用標桿觀望法。可於 AB 之方向上定得 G 點。而 CDG 與 CEF 兩三角形。爲等邊直角三角形。故 CG 之距離。卽可量度 CF 之長而得之。



10圖

§5 量度不能到之兩點之距離

量度不能到之兩點之距離。本以測角度法求之較準。惟遇兩點距離較短時。亦可以鐵鏈量度法行之。如11圖。AB 爲隔河之兩點。欲隔河而求 AB 兩點相離之距。先從河邊任擇一 C 點。能望見 AB 兩點者。依§4之(4)法。



11圖

可得 CA 及 CB 之距離。次依 AC 之方向。由 C 點作 CA' 線。CA' 之長與 CA 等。又由 C 點依 BC 方向。作 CB' 與 CB 之長等。由是得 A' 點及 B' 點。以鐵鏈量 $A'B'$ 兩點距離之長。卽 AB 之長矣。

習　題

(1)　設有 AB 兩點。距離之眞長爲一千三百二十呎。今以測量師鏈量度之。以鐵針插地時。恆插在 AB 方向之左或右四吋。惟左右相間。問量得之距離。其差誤若干。

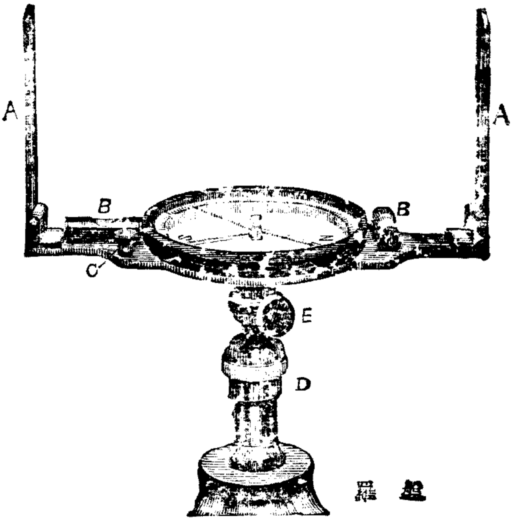
(2)　試以一鐵鏈。在空曠地面上。安設一正方形田。每邊爲二百七十四呎。幷計算田之面積爲若干英畝。

(3)　設如用§4之(3)法。量得 DC 之長爲三十二呎七吋半。EC 爲十六呎。問 CE 兩點之距離若干。

第二章　羅盤 *Compass*

§1　羅盤之構造

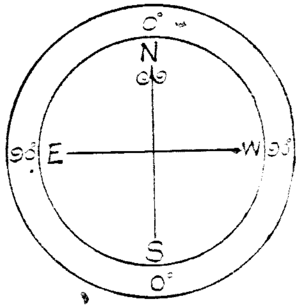
羅盤爲中國最古之物。惟不事改良。故中國羅盤不甚適於測量之用。測量所用之羅盤。其式樣如12圖。名曰測量師羅盤。*Surveyor's Compass* 其最要之部。爲羅盤分度圈。*Compass Circle* 磁針。*Magnetic Needle* 測望標。*Sight Standard* 半水準。*Level* 及各種附屬物。羅盤分度圈



羅　盤

12 圖

者。用以指示線之方向者也。其構造之法如13圖。將全圓周分爲四象限。在十字線上。書以 S (南) N (北) E (東) W (西)四向。惟東西方向相反。(定方向之簡法。爲前南後北左東右西。就此圖觀之。如人立於圓圈之中心點。以面向 S。則爲前南後北左西右東。故東西之方向相反。)此正利用其相反之方向。以定線之方向也。(詳見下節)以 N 及 S 爲0度。



羅盤分度圖

13圖

自 N 至 E 或 W 皆爲90度自 S 至 E 或 W 亦爲90度。其所分之度數。分至半度爲止。故測量角度之大小。其精密之數。不能以羅盤得之。

在圈之正中之樞軸上。安置一磁針。針之運動自由。常指一定之方向。卽南北是也。磁針所指之南北。爲磁石之南北。與地球之南北極有不同。因磁石之南北極。與地球之南北極。幷非脗合。此理詳見於物理學之磁學。玆不贅述。故磁針之用。所以指磁極之南北。卽磁石之子午線也。

羅盤之平板上有二豎桿。如12圖 AA。此卽爲測望標桿。有細隙。與 N 及 S 正對。卽測量方向時用以窺望者也。

羅盤之平板上有二平水準。如12圖 BB。其安置之法互成直角。以爲定儀器水平之用也。

羅釘及分度圈。皆放在一圓扁盒之內。上蓋以玻璃。如不用羅盤之時。可將螺釘 C 旋緊。令磁針緊貼玻璃。免其旋動也。羅盤之底有接頭如 D。以爲接於三足架之用。以接頭爲樞軸。羅盤之全

部分可以旋轉。故測望任何方向。可將羅盤旋動。至與所測之方向對正時。卽將螺絲 E 旋緊。則羅盤不能轉動矣。

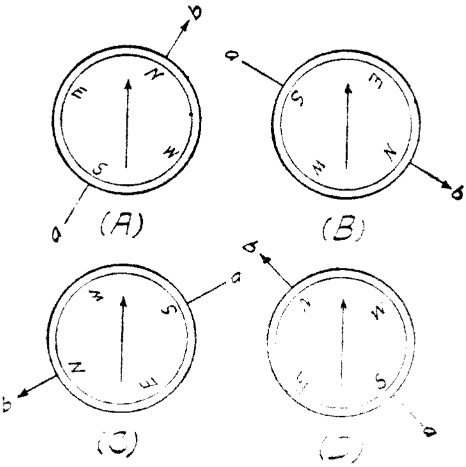
§2　羅盤測向法　羅盤者。為測量線之方向之器也。前言磁針所指之方向為磁石之南北方向。卽磁石子午線。*Magnetic Meridian* 與地球子午線不同。地球子午線者。過地球南北極之經線也。故以羅盤測得線之方向。皆以磁石子午線為標準。卽線與磁石子午線所成之角度。以羅盤測量直線之方向法。可以羅盤下面之接頭安置於三足架之樞軸。次將架放於所測量之直線之任一點。令羅針之樞軸正在直線之任一點之上。此等安置法。可以一懸錘(見5圖)掛於三足架之下面。俟懸錘定時。視錘尖與所測之直線之定點正對否。如不正對。則將架移動。至對正為止。再將羅盤安平。然後將羅盤旋轉。以 S 近身。以 N 向外。并以眼由測望標之細隙觀望。至正對直線之方向(所謂直線云者。非眞有直線在地面上。不過在地面上定得兩點。則聯此兩點。卽成一直線矣。)時。將羅絲 E 旋緊。勿令羅盤再有旋動。然後視磁針所指之度數。卽可知所測直線之方向。惟定度數之時。恆以磁針北極為標準。而定得之度數之前。恆寫一 N(北)字或 S(南)字。度數之後則寫一 E(東)字或 W(西)字。此等書法。可定立一通例如下。

(1)　**定南北**(S 及 N)　磁針之北極近 N。則書一 N 字。近 S 則書一 S 字。

(2)　**定度數**　以磁針之北極為主。視其所指之度數。離最近之 0 度(0度在 S 及 N。前節己言之。)為若干度。卽書若干度之數目於前定得之 N 或 S 字之後。

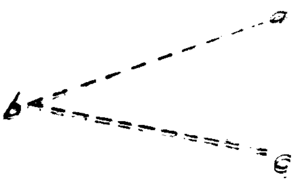
(3)　**定東西**(E 及 W)　磁針之北極近 E。則書一 E 字於前定得之度數後。如近 W。則書一 W 字於前定得之度數後。

試再舉數例於後以明之。如14圖(A)。ab線之方向爲北三十度東($N30°E$)。(B)圖ab線之方向爲南六十度東($S60°E$)。(C)圖ab線之方向爲南六十度西($S60°W$)。(D)圖ab線之方向爲北四十五度西($N45°W$)。如羅盤分度圈之度數分至半度(即三十分)者。則定得之度數。可至四分之一度。(十五分)

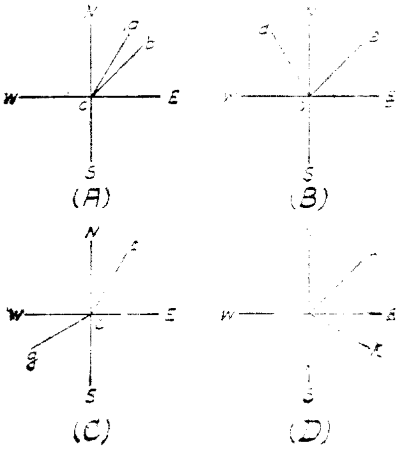


14圖

§3　羅盤測角法　以羅盤測量角度。不能得甚極精密之數。惟以磁針所指之方向常爲有定。故可利用羅盤定向之法。以量角度之大小。所謂角者。必由兩直線相交而成。如15圖abc爲地面上三點。欲求ac兩點與b點所成之角之大小。則可置羅盤於角點b之上。安置羅盤之時。必以懸錘掛於三足架之下面。以錘尖正對b



15圖



16圖

點爲止。次用 §2 之法。可測得 ba 及 bc 兩直線之方向。然後由兩直線之方向推求其所成之角。茲定立數例如下。以爲推求角度之用。

(1) 如測得兩直線之方向。其頭字及尾字(所謂頭字及尾字者。如 N30 E。則 N 爲頭字。E 爲尾字。)均相同者。則兩度數之較。卽爲兩直線所成之角。例如16圖 (A) ca 線之方向爲 $N30°E$。cb 爲 $N45°E$。則 acb 角爲 15°。此因 $45°-30°=15°$ 也。

(2) 如測得兩直線之方向。其頭字相同而尾字各異者則兩度數之和。卽爲兩直線所成之角。例如(B)圖。cd 線之方向爲 N30°W。ce 爲 $N45°E$。則 dce 角爲 75°。此因 $30°+45°=75°$ 也。

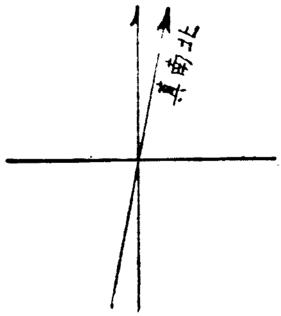
(3) 如測得兩直線之方向。其頭字及尾字均各異者。則於一百八十度內減去兩度數之較。其餘數卽爲兩直線所成之角。例如(C)圖。cf 線之方向爲 $N30°E$。cg 爲 $S60°W$。則 fcg 角爲 150°。此因 $180°-(60°-30°)=150°$ 也。

(4) 如測得兩直線之方向。其頭字各異而尾字相同者。則於一百八十度內減去兩度數之和。其餘數卽爲兩直線所成之角。例如(D)圖。ch 線之方向爲 $N45°E$。ck 爲 $S60°E$。則 hck 角爲 75°。此因 $180°-(45°+60°)=75°$ 也。

準此四例。則凡知兩直線之方向。必可求此兩直線所成之交角。

§4 磁針之偏差 於§2已言磁針所指之方向。爲磁石之南北方向。卽磁石子午線。磁針所指之方向與眞南北之方向所成之角。名曰磁針之偏差。偏於眞南北線(卽地球子午線)之東者。則爲偏東。偏於眞南北線之西者。則爲偏西。其所偏之度數。

則因時與地而異。故偏差常有變更。不能以常比例推之也。測量線之方向時。有用眞方向 *True Bearing or Azimuth* 明之者。此卽線與眞南北方向所成之角度。惟其方向之記法。恆以南爲主。自西而東。以至三百六十度。如有一線之方向爲正西。則其眞方向爲 90°。又如有一線之方向爲 $N30°E$。則其眞方向爲 210°。餘類推。求眞南北方向之法。詳見第三編第一章§15。



17 圖

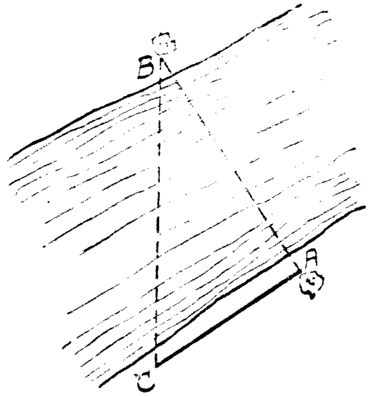
習　題

(1)　設如有一正六邊形田。知一邊之方向爲 $S12°30'E$。試求其餘各邊之方向及眞方向。并繪圖以明之。

(2)　試以鐵鏈及羅盤。在平整空曠之地面上。安設一五邊形田。測量其各邊之方向及長短。并以一適宜之比例尺繪一圖以明之。

(3)　試以羅盤在地面上安設一線。其方向爲 $N23°15'W$。又在此線內任一點。安設一線。爲原有之線之垂線。并求第二次所安設之線之方向。

(4)　設如河之兩岸各有一樹。如圖 A 及 B。欲測兩樹相離之距。先置羅盤於 A 樹之脚測得 AB 之方向爲 $S15°30'W$。又任擇得一 C 點。同時

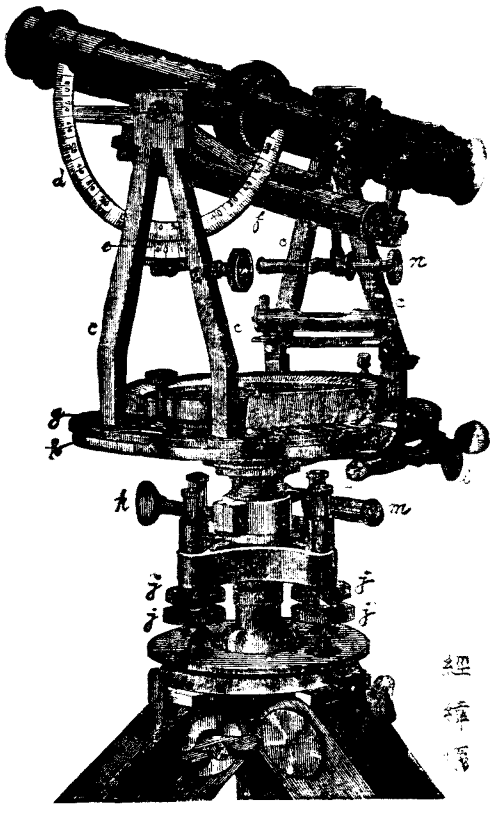


測得 AC 之方向爲 $S74°30'E$。次將羅盤置於 C 點。測得 CA 之方向爲 $N74°30'W$。CB 之方向爲 $S45°30'W$。又以鐵鏈量得 A 樹之脚與所擇之 C 點相離之距。爲二百七十六呎三吋。問 AB 兩樹相離幾遠。

第三章　經緯儀 *Transit*

§1　經緯儀之構造

經緯儀爲測量儀中最普通最有用之器也。經緯儀之用。可以測量地平角直立角之大小。及以望遠鏡之特別製造法。可以直接測望距離之遠近。凡羅盤所能測之各事。皆可以經緯儀測得之。且所得之結果較爲精密。經緯儀之形式如18圖。其最要之部分。爲望遠鏡。分度圈接頭。圓板盤。三足架等。玆略分論之如下。



經緯儀

18 圖

望遠鏡之構造。與尋常之望遠鏡大致相同。如 aa。惟鏡內有極細之十字形兩線。相交成直角。其交點卽爲望遠鏡之視軸。鏡筒之旁有水平樞軸。如 b。與鏡筒成

直角。樞軸之兩端支持於兩支桿之上。如 cc。樞軸一端連以一直立之圓圈。分以度數。名為直立分度圈。如 d。圈之下邊與一佛逆 *Vernier*（詳見下節）相切。如 e。佛逆定於支桿而不動。望遠鏡可以其樞軸旋轉直立分度圈亦附樞軸旋動測量直立角大小。其度數可由佛逆得之。望遠鏡之下面。附連以平水準。如 f。以為定水平線之用。

支桿之上端。支持望遠鏡之樞軸而下端連以一地平圓板盤。如 g。此圓板盤之上。附以互成直角之兩平水準。及正相對之兩佛逆。及一羅盤。此圓板盤之下。另有一圓板盤刻以度數如 h 名為地平分度盤。上面之圓板盤。可在地平分度盤上旋轉亦可以將邊緣之螺絲釘 i 上緊令其定而不動。地平分度盤之下面有一接頭。用以接全副儀器於三足架上端之樞軸上。并有四螺絲如 jj。如圓板盤不平正時。可旋轉螺絲而整平之。故此四螺絲。名曰水平螺絲。分度盤可旋轉自由。亦可以螺絲 k 之作用令其穩定。惟兩圓板盤（上面之圓板盤。名曰圓板盤下面刻以度數之圓板盤。名曰分度盤。立此兩名以區別之。以免混亂）。旋轉之法有二。為測量地平角之必要者。(1) 為分度盤穩定。圓板盤與望遠鏡羅盤佛逆等。同旋轉於分度盤之上者。(2) 為圓板盤穩定於分度盤之上。其望遠鏡羅盤圓板盤等。與分度盤同時旋轉者。以上之旋轉法。欲令其旋轉之角度較大時。即以手移轉之。惟移動極微細之角度時。則先將圓板盤及分度盤穩定不令其旋動。然後旋轉盤邊之切線螺絲 e。便可令圓板盤旋動極小之角度。其分度盤之微小移動。亦可將分度盤穩定後。再旋動其下面之切線螺絲 m。而令其旋轉細小之角度。望遠鏡之向上或向下微小

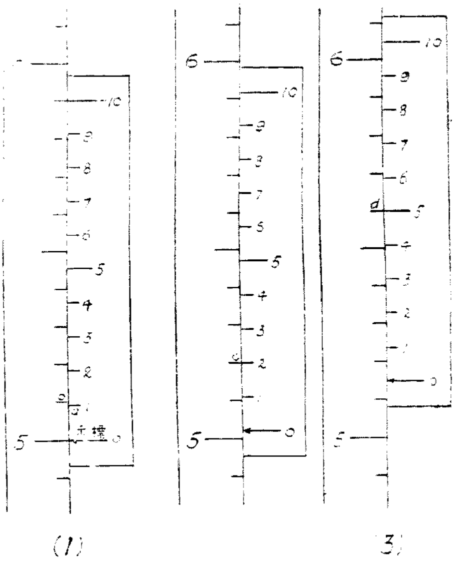
移動。可做此法將鏡穩定。不令其旋轉。然後旋動其支桿旁之螺絲 n 可也。

分度盤之分度法。自 0 度至三百六十度。恆刻有兩行。一行之讀法自左邊依次而至於右邊。其又一行之讀法。則自右邊依次而至於左邊。每度分爲半度或三分之一度卽二十分視儀器之精粗而定。在三足架之下面正對分度盤之中心點有一小鈎。以爲掛一懸錘以定儀器中點之用也。

§2 佛逆 *Vernier*

前節所言之經緯儀。其直立分度圈之邊緣。切以一佛逆。又圓板盤之上。亦安有兩佛逆。佛逆者量度長短或角度微小之數之器也。如前言經緯儀之分度盤。每度止分爲半度或三分之一度。則一分二分之數。爲數極微。必不能以眼光看出。故另設一器。可將其微小之數讀出者。此卽佛逆之用也。茲先舉一單簡之製造法。幷言其理如下。

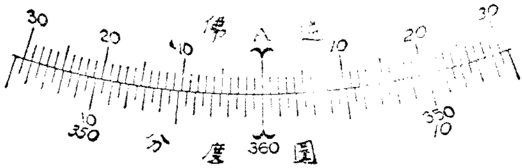
設有一尺。如 19 圖 (1)。爲一尺中任截取一段。5 爲五寸。6 爲六寸。56 之間分作十份。卽每份爲一分。(此圖之尺寸比眞尺寸大。以期便於觀看。學者知其意可也)。此尺之分法。止分至分位。則若干釐之確數不能看出。今以九分之長。分作十份。如 (1) 圖之右邊。此



19 圖

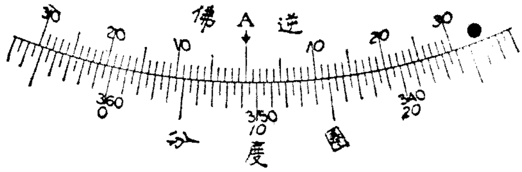
即爲佛逆。因左邊之九份。當右邊之十份。則右邊之一份。爲一分之$\frac{9}{10}$。即右邊一份比左邊一份小$\frac{1}{10}$分。亦即左邊一份爲十釐。(一分)右邊一份爲九釐。故$ab=\frac{1}{10}$分$=1$釐。如左邊之尺不動。止將右邊之佛逆向上移動。移至a點與b點合一時。則示標必過5字。所過之數必爲$\frac{1}{10}$分。即一釐。故當ab合一時。示標所指之數爲501。即五寸零一釐是也。又如(2)圖。將佛逆向上移動。移至佛逆之2字與c點合一時。則示標所指之數爲502。即五寸零二釐。又如(3)圖。佛逆之5字與d點合一。則示標所指之數爲515。即五寸一分五釐。由此可見佛逆之示標所過之小數。(所謂小數云者。即指左邊之尺未滿一小份之數而言。即每一小份之十分之幾之數也)。可從左邊之尺之線。與佛逆上之線合一之點得之。故佛逆所指之數。止爲左邊之尺每一小份之十分之幾之數而已。既明其製造之理。則任何種佛逆。皆可觀圖自明。試幷舉數例如左。以爲經緯儀中所常用者。

經緯儀量角之方向。或左或右。或俯或仰。本無一定。故經緯儀上所用之佛逆。爲雙佛逆。所謂雙佛逆者。即示標之左右皆爲一單位佛逆也。一可以向左讀角。一可以向右讀角。如20圖。其製造之理。仍與上同。惟此所量者爲角度。而非直線。故佛逆爲弧形而與分度圈相切。分度圈最小之一份爲半度。即三十分。其一分二分之數。萬不能由分度圈看出。故必以佛逆讀之。佛

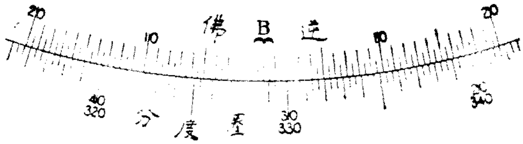


20圖

逆之分法。以分度圈之二十九小份(每小份三十分)之弧長，分作三十份，則佛逆每一小份等於$\frac{29}{30}\times 30'=29'$。卽每一小份爲二十九分。故佛逆之每一小份，比分度圈之每一小份小一分也。如20圖及第21圖之佛逆。爲能讀至一分者。21圖示標所指分度圈外邊之數目字。爲九度十六分($9°16'$)。所指分度圈內邊之數目字。爲三百五十度四十四分($350°44'$)。



21 圖

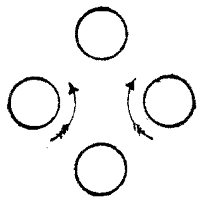


22 圖

22圖之佛逆。爲能讀至三十秒(卽半分)者。其分度圈之分法，每度分爲三小份，卽每一小份爲二十分。以分度圈之三十九小份之弧長。分作四十份，以分得每小份之長。爲佛逆每一小份之長，如此分法。則佛逆每小份。比分度圈每一小份小三十秒。故此佛逆能讀至三十秒也。22圖之示標所指分度圈內邊之數目字。爲三十一度十七分三十秒 ($31°17'30''$)。所指分度圈外邊之數目字。爲三百二十八度四十二分三十秒($328°42'30''$)。經緯儀分度圈之分度法，視儀器之精粗而異，故佛逆能讀至何等精細之數。仍無一定。以上所言。不過隨舉數種以爲例，學者既明其製造之理法。自可審查分度圈及佛逆之分度法卽可知佛逆能指出何等精細之數也。

§3 經緯儀之整理法 經緯儀之各部分稍有差誤。則不能測得準確之結果。故必須檢查其各部分有無差誤。稍有差誤之時。必須改正之。茲舉其整理之法如下。

(1) 圓板盤上之平水準之整理法 圓板盤上之兩平水準之水平面。須與儀器之豎軸成直角。其檢查之法。可將經緯儀安妥。將圓板盤下面之四螺絲旋動。而令平水準之水泡走至平水準之中心點。其旋動螺絲之法。如23圖。先以兩手同時旋轉相對之兩螺絲。如圖所指之方向。或以相反之方向。先令一平水準之水泡走至中點。然後再旋動其餘之兩螺絲。而令其餘之一平水準之水泡移至中點。水泡移動之方向。恆與左手大指移動之方向同。



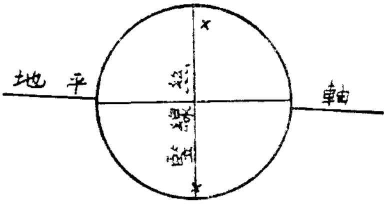
23圖

既將儀器定平。則將盤旋轉一百八十度。視兩平水準之水泡仍在中心否。如仍在中心。則兩平水準之平面。與儀器豎軸成直角。如水泡不在中點。則爲平水準有差誤。其差誤若干。可旋轉水平螺絲改正一半。其又一半。則可將平水準末端之螺絲旋上或旋下而改正之。改正之後。仍將儀器旋轉一百八十度以驗之。必須反覆數次而後可。此等整理法。與測量地平角及直立角有極大之關係。偶有差誤。則測得之角度有不準確矣。

(2) 望遠鏡內十字線之整理法 其整理之法有二。

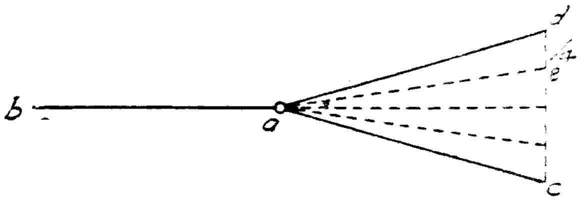
(A) 望遠鏡內豎線絲之垂面。必須與望遠鏡之地平軸(即望遠鏡之横樞軸成直角。其檢查之法。可將儀器安平。并將兩圓板盤穩定。勿令旋動。在望遠鏡窺望。見豎線絲之下端正在一定點之上。(此點在地面上任擇一點。或取一桿頂之尖均可。以不能

搖動者爲宜)。次將望遠鏡徐徐向下旋轉、視竪線絲之上端。果能正在原定點之上否。如不在定點之上。如24圖。則過竪線絲之垂面。必不能與地平軸成直角。其改正之法。可將望遠鏡之十字線圈旋轉、至合度爲止。



24 圖

(B) 視線必須與地平軸成直角。其檢查之法。可將經緯儀安放於空曠之地之任點上。如25圖 a。將經緯儀器安平。及將兩圓板盤穩定。勿令旋動。從望

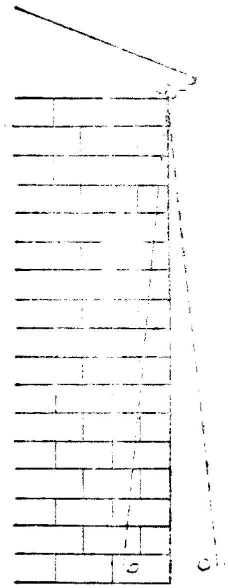


25 圖

遠鏡窺望任定一 b 點。正在鏡內十字線之交點上、隨將望遠鏡依地平軸旋轉。以相反之方向照上法定得 c 點。如儀器無誤、則 bac 三點應同在一直線之內。今試設法驗之、將經緯儀繞其竪軸旋轉。在望遠鏡窺望。俟鏡內十字線之交點。適在第一次所定得之 b 點上時。卽將圓板盤穩定、勿令旋動、再將鏡依地平軸旋轉、覆望第二次所定得之 c 點、果正在鏡內十字線之交點上否。如正在其上、則儀器爲無誤、假如此次鏡內十字線之交點另在一 d 點之上、不與 c 點合一。則望遠鏡內之竪線絲偏歪、必須改正之。其改正之法、先量 cd 之距離、從 a 點依 dc 之方向取其四分之一、而得 e 點、然後將望遠鏡之十字線圈移動、移至竪線絲正在 e 點之上爲合度。

(A) (B) 兩法。爲望遠鏡內豎線絲之整理法。此等整理法。與用望遠鏡之旋轉法以安設直線有極大之關係。且與測量不同面之平角亦有關係也。

(3)　地平軸之整理法　望遠鏡旁之地平軸。必須與儀器之豎軸成直角。其檢查之法。可先將儀器安妥。次從望遠鏡窺望一高點及一低點。最便之法。爲窺望一高而垂直之牆角。先令鏡中之十字線交點正在牆角頂點。如26圖 a。即將圓板盤穩定。勿令旋轉。并將鏡徐徐向下。俟十字線之交點至近牆脚而止。交點正對牆脚之點如 b 點。即以記號記之。次將儀器依豎軸旋一百八十度。將望遠鏡依地平軸旋轉。在鏡窺望。俟十字線之交點正對牆角頂點 a 時。即將圓板盤穩定。再將鏡徐徐向下旋轉。視十字線之交點果能與 b 點相合否。如相合則爲無誤。假令此時之交點不與 b 點相合。而另與一 c 點相對。（c 點必須與 ab 兩點同在一平面內）。即可知地平軸與儀器之豎軸不成直角所致。其改正之法。可先量得 bc 之距離。此距離之半數。即爲差誤數。可將地平軸之一端提高或降低。至合度爲止。此等整理法。與測量不同平面之平角有極大之關係。



26 圖

(4)　望遠鏡下之平水準之整理法　望遠鏡下面之平水準之軸線。必須與視軸平行。此等檢查及整理之法。較爲繁雜。詳見於水平儀整理法。此等整理法。與水平測量有極大關係。

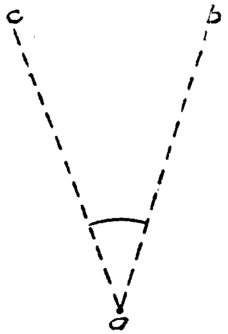
(5)　直立分度圈之佛逆之整理法　望遠鏡下面之平水準之水泡適在中點時。其直立分度圈之佛逆。必須正指0度。其檢查之法。必先行(4)之整理法。先整理望遠鏡下面之平水準軸線與視軸平行。然後觀察佛逆之示標果正指直立分度圈之0否。如不正指。則將其螺絲釘鬆開移動佛逆。至正指分度圈之0爲止。此等整理法。與測量垂立角有極大關係。

經緯儀之整理法。大致如上所述。凡初用一儀器之時。未知其各部分有無差誤。可按上述各法。依次逐一試驗之。則測得之結果。庶不致有差誤焉。

§4　經緯儀測量地平角法

經緯儀之主要應用爲測量角度。及安設直線之用。自此以下各節。皆經緯儀之用法也。前言羅盤可以測量角度。然角之度數。必由線之方向計算而得。不如經緯儀之便。故測量角度者。大都以經緯儀行之。且所得之結果。較爲準確。玆先論測量地平角之法如下。

先將經緯儀置於角點之上而安平之。如27圖 a。次將圓板盤旋轉。令佛逆之0與分度盤之0相對。卽將盤邊之直螺絲與切線螺絲成直角者。旋緊。如兩0不正對。則其微小之差數。可旋轉切線螺絲而校正之。校正之後。切勿再將兩螺絲旋轉。次將分度盤(連上面之圓板盤。)旋動。至望遠鏡與所測之方向正對時。卽將盤下之直螺絲旋緊。并在鏡內窺望。令鏡內之豎線絲。正在所測之方向之 b 點上。如線絲與 b 點不能正對。則



27 圖

其微小之差數。可旋轉盤下之切線螺絲而對正之。此等安置之法。不過欲令鏡內之豎線絲正對 b 點時。佛逆之示標正指分度盤之 0。而令 ab 之方向為 0 度耳。次將圓板盤邊之直螺絲鬆開。令圓板盤旋轉。但切勿令分度盤旋動。俟望遠鏡對 ac 之方向時。卽將盤邊之直螺絲上緊。可倣上法而旋轉其切線螺絲。則可令鏡內之豎線絲正對 c 點。而 bac 角之度數。卽佛逆示標所指之數是也。前言圓板盤上有兩佛逆。故讀角度之時。必須將兩佛逆之示標所指之數讀出。如兩數或微有不同。則可將兩數相加以二除之。卽取其中數而用之可也。

§5　經緯儀反覆測量地平角法

前節所言測量地平角之法。祇測量一次而得其角度。如佛逆之製造。祇能讀出每分之數者。則測得之角之度數。祇能至分位而止。分位以下之數如秒數。則必不能由佛逆得之。故欲得其大略之秒數。必另設法以測之。卽反覆測量之法是也。所謂反覆云者。以經緯儀繼續測望六次。而六次所得之全數。復以六除之。則所得之角度。可至秒位矣。茲言其測法如下。

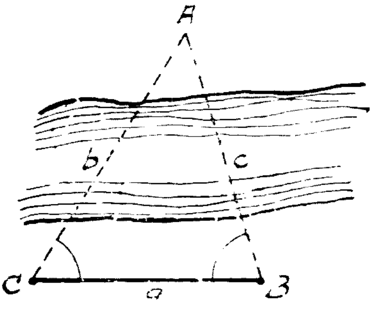
如27圖。依前法。令佛逆之 0 與分度盤之 0 正對。卽從望遠鏡窺望。令鏡內豎線絲正對 b 點。將兩圓板盤穩定。爰以盤邊之直螺絲放鬆。止將圓板盤旋轉。勿令分度盤旋動。俟鏡內之豎線絲正對 c 點時。卽將圓板盤穩定。此卽上節所言之法。可得 bac 角之度數。惟其度數可不必讀出。止記 bac 角已測過一次。再將分度盤(連圓板盤)旋轉。以盤下之直螺絲及切線螺絲之作用。復令望遠鏡旋回 b 點。鏡內之豎線絲與 b 點正對時。卽將分度盤下之螺絲旋緊而放鬆圓板盤邊之螺絲。止令圓板盤旋轉。復至 c

點俟竪線絲與 c 點正對時。卽將盤邊直螺絲旋緊。此爲 bac 角已測過二次。又將分度盤(連圓板盤)旋轉。再令鏡旋回 b 點。繼續測之。測至第六次。然後將其度數讀出。以六除之。卽爲 bac 角之度數。設如 bac 角之眞角度爲 $28°32'09''$。如佛逆止能讀至分位。則用第四節之法。止能測得 $28°32'$ 而已。惟用反覆之法測之至第六次時所得之角度必爲 $171°13'$。以六除之。則所得之角爲 $28°32'10''$。可見所得之數與眞角度所差甚微。故以反覆之法測得之角。可改正其差誤。而得一較準之數。且爲經緯儀測量地平角中最有用之法也。

§6 測量地平角以求距離法

測量地平角以求距離之遠近法。爲三角測量法之一種。亦爲測量之始基。其測量之法。不外先定三點。造成三角形。以經緯儀測其一角或二角之角度。以鐵鏈量其二邊或一邊之長短。然後依平三角邊角相求之理。以推算其未知之距離。此法已略見於以上各節。玆就測量地平角之法。再舉數例如下。并言其推算之法。

(1)　設如 A,B 爲隔河兩點。如28圖。欲求其距離之遠。則在河之任一邊之空曠平地上。任擇一 C 點。能望見 A,B 兩點者。是原有之 A,B 兩點及所擇之 C 點。成爲一平三角形之三角點。卽以鐵鏈量 BC 之距離。則 BC 之長(a)爲已知之數。又以經緯儀置於 B 及 C 兩點。依§4之法。可測得 B 角及 C 角之角度。是



28 圖

ABC三角形。已知兩角一邊。卽可依平三角邊角相求之法。而求其餘各事。惟依幾何理。得

$$A=180^\circ-B-C$$

依平三角之正弦例（*Law of Sine*）。得

$$\frac{c}{a}=\frac{sinC}{sinA}$$

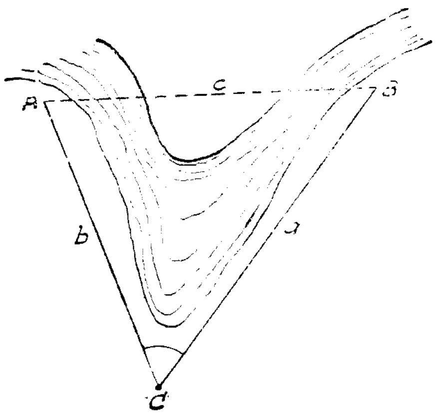
$$故\ c=\frac{asinC}{sinA}$$

準此公式。卽可求得AB兩點之距離（卽c）矣。如欲求AC之距離。仍可做此法得之。如

$$\frac{b}{a}=\frac{sin\ B}{sin\ A}\ 或\ \frac{b}{c}=\frac{sin\ B}{sin\ C}$$

$$故\ b=\frac{asin\ B}{sin\ A}\ 或\ b=\frac{csin\ B}{sin\ C}$$

（2）　設如A,B為隔河兩點。如29圖。欲求其距離之遠。固可依（1）法求之。如AB之間為障礙物所隔絕者。則在B點不能望見A點。卽不能依（1）法測得B角。可擇一C點。能望見A,B兩點者。卽置經緯儀於其上。依前§4之法測得C角。次以鐵鏈量AC（卽b）及BC（卽a）兩邊之長。依平三角形知兩邊夾一角徑求對邊之公式。（此公式證明於平三角之書內。玆舉其公式。而

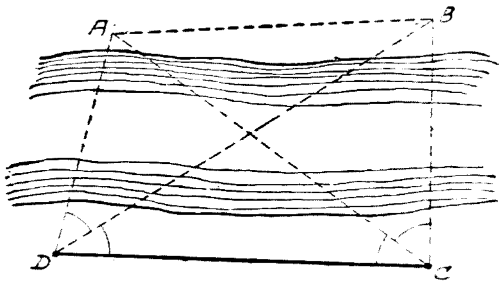


29圖

不附其證法)。即可求得 AB 之距離矣。其公式爲

$$c=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos C}$$

(3)　設如 A,B 兩點。均爲不能到之點。如30圖。欲求此兩點之距離。(此題已見於第一章§5。惟以鐵鏈法測得之數。止爲大略之數。不如此法之精密)。則(1)(2)兩法必須并用。不能獨以一法求得之。先在河邊平地上。擇合宜之兩點。如 C 及 D。均能望見 AB 兩點者。即置經緯儀於 C 點。依§4測法。得 $\angle BCA$ 及 $\angle ACD$ 之兩角。次置儀器於 D 點。仿前法測得 $\angle ADB$ 及 $\angle BDC$ 兩角。又以鐵鏈量得 CD 之長。則 BDC 三角形。知 CD 一邊。及 $\angle BCD$ 與 $\angle BDC$ 兩角。可依正弦例求得 BC 邊之長。次以 ADC 三角形。如法求得 AC 邊之長。然後再以 ACB 三角形。知 BC 及 AC 兩邊。及 $\angle ACB$ 角。可依兩邊夾一角徑求對邊之公式。而求得 AB 之距離。

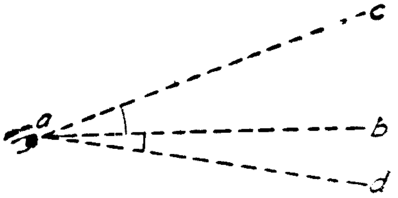


30圖

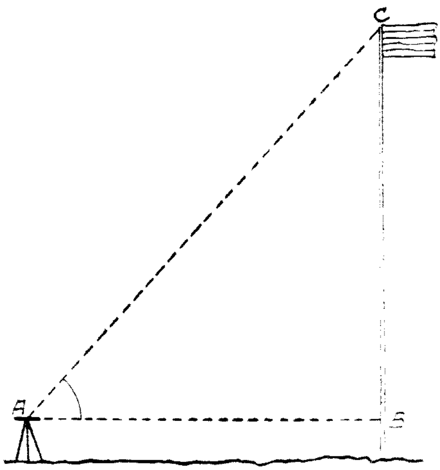
以上所舉之法。不過爲測法之舉例。至於何地應用何法。學者仍須隨地形而應變之。

§7　經緯儀測量直立角法

直立角有仰視角及俯視角之分。仰視角者。在眼視平線向上所成之角也。如31圖 a 爲眼。ab 爲眼之視平線。則 cab 角爲仰視角。俯視角者。在眼視平線向下所成之角。如 bad 角是也。其測法大致相同。止以望遠鏡向



31 圖



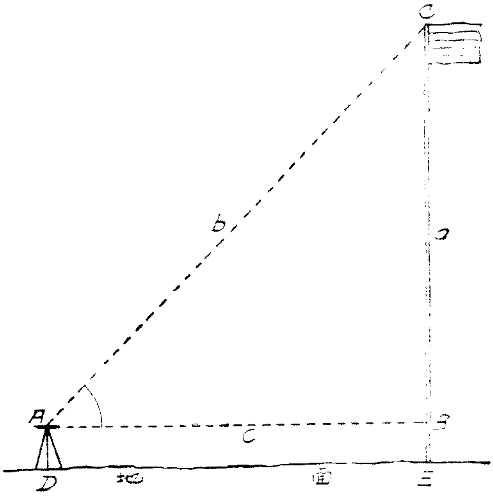
32 圖

上向下之別而已知其一。即可知其二。如32圖。欲求旗桿頂點C與A點所成之仰視角。可置經緯儀於A點。安放成水平。如經緯儀已照§3之(5)整理法整理完善。卽可將望遠鏡旋動。令鏡內十字線之交點正對C點。卽將螺絲旋緊。勿令旋轉。如十字線之交點不正對C點。亦可旋轉鏡旁之切線螺絲而校正之。至交點正對C點時。則佛逆之示標所指直立分度圈之度數。卽爲仰視角之度數也。或恐儀器之差誤。則更可將儀器豎軸旋轉一百八十度。次將鏡依地平軸旋轉。仍依前法測其仰視角。兩次所得之角度相加。以二除之。而取其中數。則所得者較爲準確。惟此等重測法。仍須視儀器之製造形式能否施行。如直立分度圈止爲弧形。而非全圓。則後法不能行矣。如遇此等儀器。止可測得仰視角之後。再將望遠鏡旋平。俟鏡下平水準之水泡適在中點時。視佛逆之0(卽示標)能否與直立分度圈之0脗合。如不能脗合。則所差之角度。可與仰視角相加或相減。如兩角度各在0之一邊則相加。同在0之一邊則相減。如是可得其準確之仰視角也。

§8 測量直立角以求直高法

茲舉數例如左以明測算之法。

(1) 設如 CE 爲旗桿之高如33圖其底點可能至者今欲求桿之直高可在地面上任擇一 D 點卽在 D 點上安放經緯儀依§7之法可測得 $\angle CAB$ 仰視角。又以鐵鏈量得 DE 之距離（卽 AB 之長）。惟因 AB 旣爲視平線。CE 旣爲桿之直高。則 $\angle ABC$ 角必爲直角。故可依直角三角形邊角相求之理。求 CB（卽 a）之長。準平三角理。得

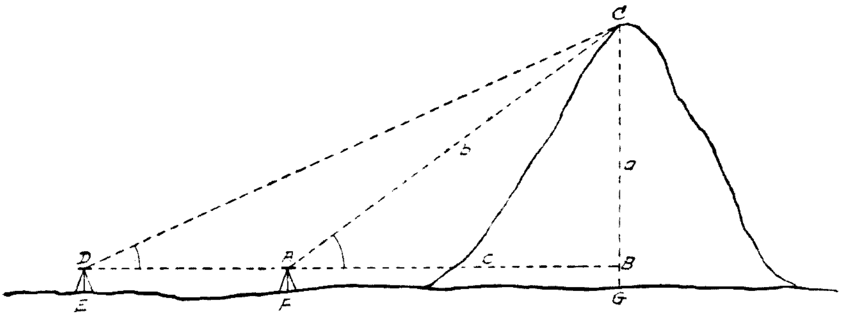


33 圖

$$a = c \tan A$$

惟因 CB（卽 a）爲望遠鏡之視平軸線至桿頂之高。幷非桿之全高。故求其全高之法。必須以儀器之高（自望遠鏡之中心至地面之高。如圖 AD。卽 BE。可以小布尺量得之）。與求得之 a 相加然後爲全桿之高也。

(2) 設如 CG 爲山之直高如34圖其 B 點爲不能到者欲求其直高可在平地上擇 E,F 兩點。先置經緯儀於 F 點依前法測得 $\angle CAB$ 仰視角。又置儀器於 E 點如法測得 $\angle CDA$ 仰視角又以鐵鏈量得 EF 之長。則 CDA 三角形。知 $\angle CDA$ 及 $\angle CAD$



34 圖

$(=180^{\circ}-\angle CAB)$ 兩角與 AD 邊。可依正弦例求得 CA 之長。次以 CAB 直角三角形。依三角理。得

$$a=b\sin A$$

求得 a 即 CB 之高。加儀器之高。即爲山之全高矣。

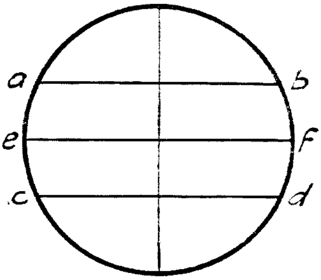
§9 經緯儀安設直線法

欲於地面上安設一直線。或地面上已有兩點。欲定第三點與原有兩點成一直線。或將原有之直線引長之。如鐵路測量之安設長切線法。可以經緯儀測望之。其安設之法頗便而所得之結果亦極準。如線之始點及方向已定。則可置經緯儀於始點之上。將儀器安平。即以望遠鏡依所定之方向窺望。令鏡內之豎線。正對所定之方向。并於任何距離上。豎以標桿或鐵針。或打以木樁以識之此爲所安設之直線之第二點如距離太遠。不能再向前測望。則可將儀器移放在第二點之上。其安放之時必須留意。必令三足架所繫之懸錘尖正對第二點。否則必須將三足架移動以校正之。次將儀器安平。以望遠鏡向後窺望第一點。(第一點必以標桿或木樁識之)。令鏡

內之豎線正對之。卽將兩圓板盤之螺絲旋緊。勿令旋動。然後以望遠鏡依地平橫軸旋轉一百八十度。向前窺望。以定第三點以一人持一標桿。依所指之方向。於任何距離直插在地上。測望者由鏡窺望。令桿正對鏡內之豎線。否則示以記號。令持桿者將桿移左或移右。至適與豎線絲脗合爲止。於是得第三點。卽以木樁識之。如是向前定得多點。至距離太遠不能再向前測望時。又可將儀器放在最末定得之點上。依法測望。可得向前各點。仿此類推。則安設一直線。可至於無窮長。

§10 以量距線 *Stadia* 測量距離法

前言經緯儀之望遠鏡。可以特別製造法。能令其直接測得距離之遠近。其特別之點。在鏡內之線絲。如35圖。除十字交線外尙有兩橫線。如 ab 及 cd 是也。兩線之距離爲有定。各距 ef 中線亦相等。如用一分度桿(詳見於第四章§2)分以尺寸者。離儀器一百尺之處。直豎在地上。從望遠鏡窺望。卽見 ab 與 cd 兩線橫截分度桿之一段。(止計 ab 與 cd 二線所截者。不計正中之十字線。)其所截一段之數。可從分度桿上之尺寸數得之。不論鏡之爲高爲低。如桿離儀器一百呎。其截得桿之一段必爲一呎之數。如將桿豎於五十呎之距離。則兩線所截得桿之一段。必爲半呎之數。質言之。必依一與一百(1:100)之比例也。(亦有用他種比例者。惟尋常所有之儀器。皆多用1:100之比例。以便於計算。)此種測量距離之法。不能



35 圖

施行於極遠之距離。因尋常所用之分度桿。其長止爲十餘呎。如距離太遠。則 ab 與 cd 兩線。不獨不能截桿之一段且遠在桿之外。不能得其所截之數矣。如有時兩線中有一線落在桿外。則可用餘一線與 ef 中線截得桿之數倍之。卽爲 ab 與 cd 兩線所截之數矣。此種測距法。多用於地形測量。故於地形測量法內再詳言之。

習　題

(1)　設如經緯儀之分度圈分至半度。今欲造一佛逆能讀三十秒之數者。問佛逆分度之法若何。

(2)　設如有一測量儀。其分度圈分至十分。以分度圈上五十九份之弧長。作爲佛逆上六十份之弧長。問佛逆能讀至何位數

(3)　試證明§3 (B) 之整理法。d 點與 e 點之距離爲 cd 之四分一。卽爲合度。

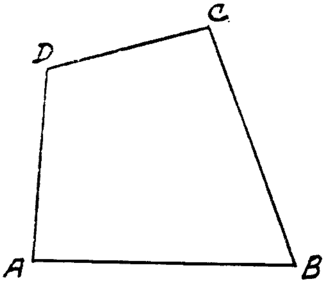
(4)　設如有一輪船向南駕駛。在船上測得一燈塔之方向爲 $N34°E$。俟船行過三英里之時。再測得燈塔之方向爲 $N23°E$。問輪船兩次測量角度時。各與燈塔距離若干。

(5)　設如在八十八呎高之塔上。測得一樹脚之俯視角爲五十度二分。問樹脚離塔脚幾遠。

(6)　設如在海島上安置一經緯儀。已知海島直高出水面之數。今有一船泊在海中。欲求船距海島邊之距離。問其測法若何。試繪圖詳言之。并列式以明其推算之法。

(7)　試在地面上安設一四邊形田。其四角點各打木樁以識之。以經緯儀安放於各角點之上。用反覆之法測得四角之角度。記載於後列之表內。然後以四角之度數相加。而求其和數。視四

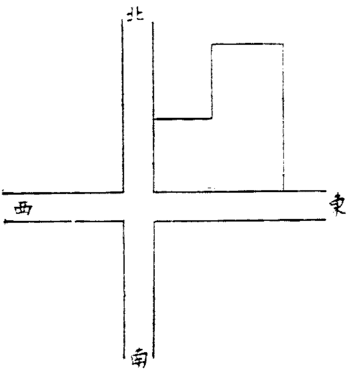
角之和與四直角(卽三百六十度)等否。



角	佛逆 I	佛逆 II	中數	角度數
A				
B				
C				
D				

四角之和＝

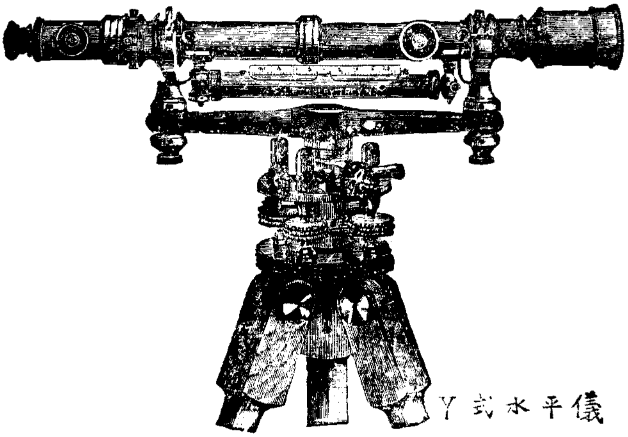
(8) 試以經緯儀及鐵鏈在空曠大地上。安設東西及南北兩大路。路寬六十六呎。在街角截取矩形地一段。如右圖。以爲造一小公園之用。其廣闊可因地勢隨意定之。以經緯儀安設其界線。以鐵鏈定其廣袤。其各角點均識以木樁。以其廣闊之數依比例繪一圖。



第四章 水平儀 *Level*

§1 水平儀之構造 水平儀者。爲測望水平視線之器也。其構造之法最簡。其要件爲一望遠鏡。鏡下繫以一平水準。鏡內有十字線。與經緯儀同。故水平儀卽爲經緯儀之一部分。亦有以經緯儀作爲水平儀之用者。不過經緯儀之構造較繁。若用於水平測量。則不如水平儀之較爲便利也。水平儀可有多種。惟最

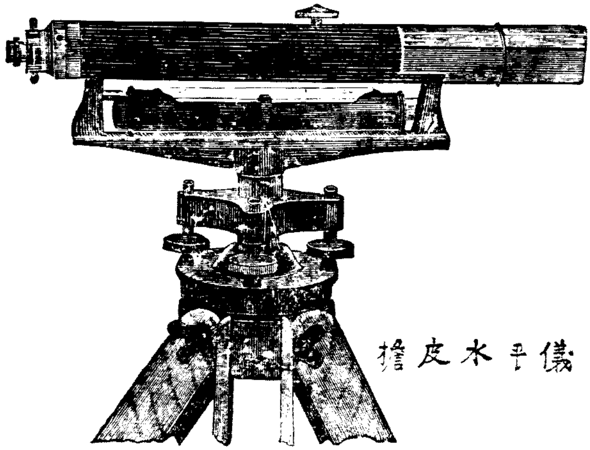
通用者有二。即Y式水平儀 *Y Level*。又名爲活鏡水平儀。及擔皮(譯音)水平儀 *Dumpy Level*。又名爲定鏡水平儀是也。兩者之形式大致相同。而其構造則稍有差別耳。Y式水平儀(活鏡水平儀)者。其望遠鏡之兩端。安放於Y式之兩支桿之上。因支桿之形與英文字母之Y字相似。故名。如36圖。其望遠鏡之下。連以一平水準。鏡之兩端。以Y式之支桿托之。可將鏡取下。故鏡之安置活動。非堅連於兩支桿者也。其全部分接於三足架之上。如經緯儀之接連法。有三水平螺絲(亦有四水平螺絲者。惟以三螺絲爲較便於用)。以爲安平儀器之用。而儀器亦可依竪直樞軸旋轉至任何方向也。



36圖

擔皮水平儀(定鏡水平儀)所有之各部分。與Y式水平儀同。如37圖。惟其望遠鏡堅連於兩支桿之上。而兩支桿之下端。又與橫鐵條堅連。其平水準亦連於橫條之上。其各部分造成一整塊。

旋轉於豎軸之上。各件不能分離者也。



擔皮水平儀

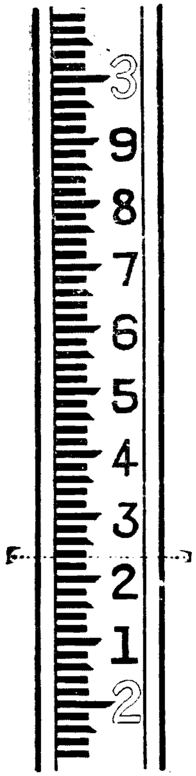
37 圖

可見兩種水平儀之形式無甚差別。惟Y式水平儀之望遠鏡構造活動。故其整理之部分較定鏡水平儀爲多耳。水平儀之用法。恆以他種附屬物隨之。即分度桿是也。下節言之。

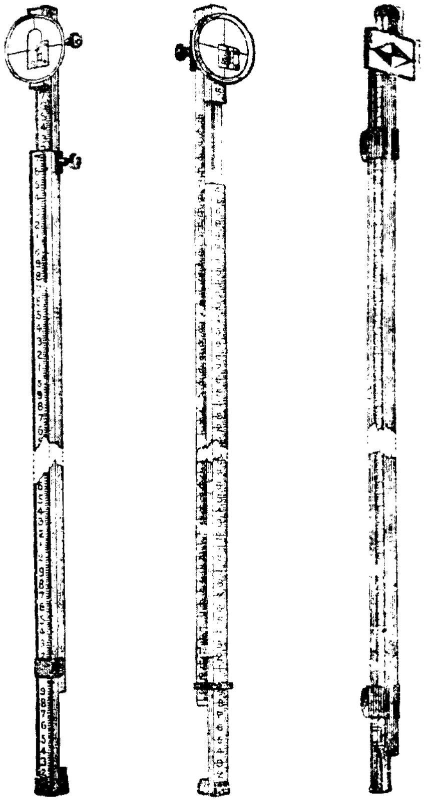
§2 分度桿 *Leveling Rod*

分度桿(或名曰標尺)者爲量度水平視線距離地面上一點之高度之尺也。桿之形式及種類極多。要其構造之法。不外由一扁長之木桿分度而成。桿之長短不一。大都以十四呎或十六呎爲通用。分爲上中下三段。(亦有分爲兩段者)上中二段套入下段之內。故桿雖長。而可以隨意伸縮。以便於攜帶也。桿上所畫之尺寸。復以各國之度制有不同。故其分度亦因之而異。英美各國所通用者。大率皆爲呎。德法所通用者。皆爲密達及生的密達。學者不必區區於形式及分度法。苟

知其一。便可知其餘矣。如38圖。爲分度桿之一種。皆分以呎者。每一呎分爲十份。(卽十分之呎)。而每一份又分作十小份。(卽百分之一呎)。此每小份。卽桿上所畫黑白相間之粗線是也。每一粗線。其寬度爲百分之一呎。其黑色之數目字如1 2 3 4 5 等。皆爲一呎之十分幾之數。其呎數之點。恆寫一紅色字如2卽爲二呎。38圖虛線所指之數。爲2.23呎是也。用此種分度桿測得之高



38 圖



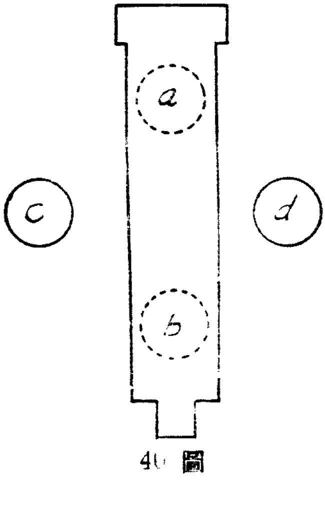
靶子分度桿

39 圖

度。可由測者自己看出。更有他種分度桿。在桿之正面安置一靶子者。如39圖皆是也。其靶子可以上下移動。或置有一佛逆以定微小之數者。惟用此種分度桿所測得之數。由持桿者看出。此種分度桿以佛逆讀數。雖較爲精密。然用之之時。由持桿者緩緩移動靶子至適當之點。然後始將數讀出。費時較多耳。觀下節之用法自明。

§3 水平儀及分度桿之安置法

水平儀之安置法。可先將水平儀安於三足架之上。移動架之三足。令儀器將成水平。即以三足尖緊插於泥土中。然後再旋轉水平螺絲。則望遠鏡可極易安置成水平矣。其旋轉螺絲之法。可先以望遠鏡旋轉。任與兩螺絲正對。如40圖。依第三章§3之法。以兩手同時旋轉 ab 兩螺絲。令水泡走至中點。又將鏡旋轉。與 cd 兩螺絲正對。依法旋轉 cd 兩螺絲。至水泡走至中點時。再將鏡旋至 ab 方向以覆之。如未成水平。則仍依 ab 及 cd 兩方向以整平之。如儀器止有三螺絲者。則以望遠鏡正對一螺絲。其整平之法較易。整平之後。可任望遠鏡旋轉自由。除遇風及特別原因外。可不必將儀器下之穩定螺絲旋緊。因鏡之旋動與水平視線無極大之關係也。持分度桿者。持桿直豎於所測點之地面上。測望者旋動望遠鏡。直向分度桿。桿之有無偏側。測望者可以鏡內之豎線



40圖

定之。如稍偏側。則測望者以手示以記號。令其持正。而測望者必常注意於水準。如遇水泡不在正中。卽旋動水平螺絲以校正之。儀器與桿旣已平正。測望者可由鏡窺望。見鏡內橫線絲所截得分度桿之數。卽記之簿內。此卽爲測望一點所得之結果矣。

平水準上刻有分度。其中點爲0。卽安置儀器時。必令水泡正在0下。勿令走側。0之兩邊皆有分度。所以定直立角所成之角度也。尋常之儀器。如水泡走側一度。視軸與水平線成二十五秒或二十秒之角。此仍以儀器之製造各有不同。總之安置儀器之時。首當令水泡正在0下。勿令稍有偏倚。庶可得水平視線也。

§4　活鏡水平儀之整理法　活鏡水平儀與定鏡水平儀之整理法。略有不同。因活鏡水平儀活動之部分較多。故其整理之法亦較繁。玆先論活鏡水平儀之整理法如下。

(1)　望遠鏡內十字線之整理法　當儀器安平時。鏡內之橫線絲必須成眞水平。其檢查之法。可先將儀器安平。次從鏡窺望。擇定一遠點適在橫線絲之內者。然後將鏡依豎軸緩緩旋轉。視該點仍能在橫線之內否。如不在橫線之內。卽橫線不成水平。其改正之法。可依經緯儀之整理法。將十字線圈旋動。旋至合度爲止。

(2)　Y之整理法　平水準之軸線。必須與儀器之豎軸成直角。其檢查之法。可先將儀器安平。令水泡適在管之中點。次將鏡依豎軸旋轉一百八十度。視管之水泡仍在中點否。如不在中點。是平水準之軸線有差。可以一Y式之支柱下之螺絲改正其一半。其餘一半。可以水平螺絲改正之。

(3)　平水準之整理法　其法有二。一爲直接法。一爲間接法。活鏡水平儀及定鏡水平儀。皆可用直接法整理之。惟間接法較爲單簡。而止可施於活鏡水平儀。茲先言間接法如下。

(A)　平水準之軸線。必須與視軸同在一平面內。其檢查之法。可先將儀器安平。令水泡在管之中點。次將鏡在 Y 式支桿之义上。略爲旋轉數度。此時平水準不是正在鏡下。必稍偏側。即視水泡仍能在管之正中否。如水泡偏向管之一端。即此端爲略高。其改正之法。可旋轉此端之螺絲。移動水準而校正之。

(B)　平水準之軸線。必須與視軸平行。茲用間接法整理之。其檢查之法。可先將儀器穩定。勿令旋轉。次將儀器安平。令水泡正在管之中點。爰將 Y 式支桿頂之蓋片移開。即可將鏡取出。并將鏡之兩端移轉。(即將鏡取出平轉一百八十度。)放回 Y 式支桿上。隨視水泡仍在管之正中否。如不在正中。是平水準之軸線不能與視軸平行。其改正之法。可將水準一端之螺絲旋動。將水準之一端升高或降下。即可將其差誤改正一半。惟必須反覆數次。并切勿令儀器移動。免生他種差誤也。

§5　定鏡水平儀之整理法

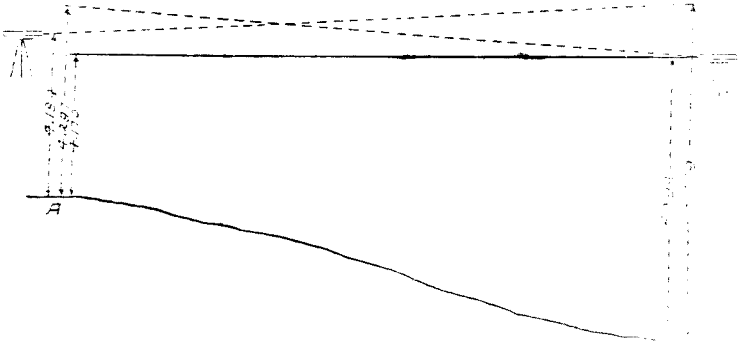
定鏡水平儀之鏡不能移動。故其整理之法。止在十字線絲及平水準兩部分。茲舉之如下。

(1)　望遠鏡內十字線絲之整理法　其檢查之法可照上節(1)法驗之。如當儀器安平時。鏡內橫線絲不成水平。則可依經緯儀之整理法。將十字圈旋轉而改正之。

(2)　平水準之整理法

(A)　平水準之軸線必須與儀器之竪軸成直角。其檢查之法。可先將儀器安平。令水泡正在管之中點。次將鏡依竪軸旋轉一百八十度。視水泡仍在中點否。如不在正中。則可旋轉水準之螺絲。將其差數改正一半。

(B)　視軸線必須與平水準之軸線平行。茲用直接法整理之因定鏡水平儀之鏡不能取出。故不能依上節之間接法整理之也。如41圖。在地面上任擇 AB 兩點。相離二百呎或數百呎。先將儀器安置於近 A 點之處。將儀器安平。在 A 點上直竪一分度桿。



41 圖

次將鏡旋轉。以鏡之視端對桿離桿約四分之一吋用倒觀法窺望。（因桿離鏡太近。如用尋常之法窺望。則看不清楚。故用倒觀法觀之。此即與尋常之觀望法適相反是也。）以鉛筆尖指於桿上。從鏡中倒觀。則所見儼如一遠景。至見鉛筆尖適在橫線時。即可將筆尖所指之數記於簿內。如下設之例題4.184呎(即英尺下仿此)是也。次將鏡旋轉直向 B。又在 B 點直竪一分度桿。可依尋常觀望法順觀之。看鏡內橫線絲所截之數爲若干。（見§8）即記之簿內。如例題之5.439呎是也。惟時須留意平水準。必令水泡適

在管之正中。如稍有偏歪。隨卽校正之。由兩點讀得之數。如儀器無誤。則兩數之較。卽爲兩點高度之較。如儀器有誤。則此兩數之較。非爲兩點高度之較。因此較數內已含有一差誤數也。故此較數。必爲兩點高度之較或加或減一差誤數。又將儀器移至 B 點。依上法測望。則所得兩數之較。亦必爲兩點高度之較或加或減同一差誤數。既得此兩結果。則取其中數。而得兩點之眞高度較。設例明之如下。(41圖)

置儀器於 A

$$\begin{array}{lr}
\text{桿在 } B \text{ 點讀得之數} & =5.439 \\
\text{桿在 } A \text{ 點讀得之數} & =\underline{4.184} \\
A\ B \text{ 兩點之高度較} & =1.255
\end{array}$$

置儀器於 B

$$\begin{array}{lr}
\text{桿在 } B \text{ 點讀得之數} & =5.298 \\
\text{桿在 } A \text{ 點讀得之數} & =\underline{4.297} \\
A\ B \text{ 兩點之高度較} & =1.001
\end{array}$$

取其中數得

$$AB \text{ 兩點之眞高度較} = \frac{1.255+1.001}{2} = 1.128$$

惟儀器在 B 點之上 5.298

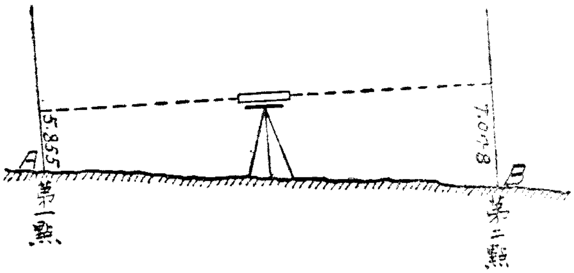
故桿在 A 點讀得之數應爲 $5.298-1.128=4.170$

求得之 4.170 卽水平視線所指之數也。惟儀器既有差誤。則視線必不能成水平。卽不能讀得此數。故照此法算得之數。與讀得之數相比較。卽可定儀器有無差誤。如讀得之數與算得之數不同。則是儀器有差。其改正之法。可先令平水準之水泡定於正中。然後整理十字線圈上之螺絲。令線圈或升或降。至橫線正壓算

得之數於 A 點之桿上。則儀器改正矣。

此法可用於活鏡水平儀及經緯儀。以整理其平水準之軸線。惟其用法略有不同。用於定鏡水平儀。如上所述。則先令平水準成水平。然後整理視軸與之平行。故其改正之法。必須整理平水準之螺絲斯爲稍異耳。

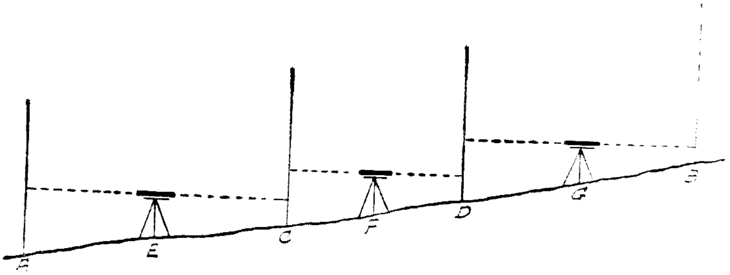
§6 水平儀之用法　水平儀者。用以定地面上兩點高度之差也。設如欲知兩點之高度差。則置水平儀於兩點之間。如42圖。將儀器安平。持一分度桿直竪於第一點 A 之上。勿稍偏歪。并以肘靠脅。勿令搖動。測望者即以鏡正對 A 點。以鏡內竪線絲定桿竪直否。如見桿偏左或偏右。則以左手或右手示以記號。令其持正。并時須注意平水準。勿令水泡偏動。乃將鏡內橫線壓於桿上之度數讀出。并記之簿內。此即爲桿之下端在水平視線下之數也次將桿移至第二點。直竪於其上。測望者即旋轉遠鏡。正向第二點。并留意平水準之水泡有移動否。若稍有移動。當即校正之。然後將其數讀出。記入簿內。前後兩數之較。即兩點高度之差。如測望第一點讀得之數爲5.855。第二點



42 圖

爲7.048。即兩點高度之差爲 $7048-5855=1.193$。并知第二點低於第一點1.193呎。此因地勢愈低。讀得之數必愈大。地勢愈高。讀得之數必愈少也。

§7 遠距離之測望法 前節所舉之例。如 A,B 兩點距離甚遠。則不能置水平儀於兩點之間。以一次測望而定得兩點之高度較。因距離既遠。則桿上之分度必不能明視。卽於準度有差。故遇距離稍遠之時。必須分次爲之。如43圖。欲求 A,B 兩點之



43 圖

高度較。則先任取一短距離如 AC。置水平儀於 AC 之中點 E。此可以人行步法計之。令儀器距 A 之步數與距 C 之步數大約相等。勿令其相差太遠乃令持桿者以分度桿豎立於 A 點堅實之地上或石上。勿插於鬆土中。測望者同時將儀器安平。旋動螺絲。令平水準之水泡正在中點。卽由望遠鏡對桿觀望以鏡內之豎線絲定桿之豎直否。如稍有偏倚。當以左手或右手示以記號。令其持正。於是將鏡內橫線絲所壓桿上之度數讀出。記入簿內。所列成之表如44圖。惟此次向第一點 A 所測望者。名曰後視或曰正視。常以＋號記之。卽表中之＋視是也。設如此次所讀得之數爲8.265。而分度桿係豎立於某處地界石上之最高點。則記入表中 A 點橫行內。如上表。記畢。測望者將望遠鏡旋向 C 點。并須令平水準之水泡止於中點。如稍有偏側。隨卽旋動螺絲以　正之。持桿者同時持桿至 C 點。如前豎直於堅地上。測望者卽如法

點	+視	一視	特別記載
A	8.265	....	某處地界石上最高點
轉點(C)	7.910	2.834	
轉點(D)	9.335	3.060	
B	....	6.272	某處街傍木樁頂
	25.510	12.166	
	12.166		
	13.344		

B 高於 A 13.344 呎

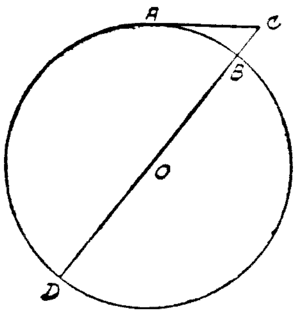
44 圖

測望。惟此次向 C 點所測望者。名曰前視。或曰負視。常以－號記之。卽表中之－視是也。設如桿在 C, 儀器在 E 時。讀得之數爲 2.834。是其前視爲 2.834。故於 C 點之－視行內書 2.834。惟 C 點名曰轉點。因測畢此點時。儀器必須移換地位。而 C 點則爲 AC 與 CD 兩段公共之點。在 CD 段內測望時。仍以 C 點爲用也。旣在 AC 段內測望完畢。卽將儀器移至任何適當之距離如 F。幷將儀器依法安平。向 C 測望。惟最當注意者。持分度桿之人須始終豎桿於 C 點上。不能移易位置。祇須將桿轉動直向測望者而已。必俟測望者已測完 C 點。示以記號。方可離開 C 點。如此時測得之數爲 7.910, 是其後視爲 7.910。故書之於 C 點之後視行內。持桿者卽將桿移至 D 點。以步法計之。約令 FD 與 CF 等。乃擇一堅實之處。豎立其桿。測望者依法測望。得前視 3.060, 書於轉點(D)之前視行內。由是類推以至儀器移至最後之點如 G。測望末點 B。得前視 6.272。於是各前視之和與各後視之和之較。得

AB 兩點之高度差。惟前視之和數小於後視之和數。則 B 點比 A 點高。如前視之和數大於後視之和數。則 B 點比 A 點低。故由上表所列之數而計算其結果。卽知 B 點高於 A 點 13.344 呎也。任何極遠之距離。皆可仿此測之。而求其高度差。惟得數之準確與否。則視平測望時距離之大小及有無差誤耳。

§8 距離之限制 前言距離較遠之兩點。欲測其高度差。則不能置儀器於兩點之間。以一次測望而得其結果。必須分段爲之。而每段之長。本無一定。惟儀器距測望之點。如 43 圖之 EA, EC, FD 等。少有過於三百呎者。因距離較大。則準度有差矣。

地爲球形。地面爲曲面。前此推算。均未計及地面之曲度。如 45 圖。ABD 爲地球。BD 爲地球徑。卽 7916 英里。如在地面上 A 點安置水平儀。以 A 點爲望遠鏡之軸心。則 AC 必爲 A 點之視平線。如以分度桿竪於 B 點。BC 卽爲 B 點之竪立方向。故依 AC 視平線之方向觀望。必得 AB 兩點之高度差爲 BC。惟 AB 兩點實爲地面上同高之兩點。可見 BC 卽爲曲面之差誤數。試求其每英里之差。依幾何理。得



45 圖

$$AC^2 = DC \times BC = (DB + BC)\,BC \cdots\cdots (1)$$

試命 $r =$ 地球半徑 $= \dfrac{DB}{2}$

$x = BC =$ 曲面之差誤數

$t = AC$

代入(1)式得　$t^2=(2r+x)x=2rx+x^2$……………………(2)

惟因 x 祗爲吋數。而 $2r$ 爲7916英里。則 x 與 $2r$ 之比較。其數甚微。故於(2)式內 x^2 之項可棄之不計。而寫爲

$$t^2=2rx$$

故　$x=\dfrac{t^2}{2r}$ ……………………………………(3)

是爲求曲面差之公式。設如 AC 爲一英里(即 $t=1$)。由(3)式得

$$x=\frac{1^2}{7916}\text{英里}$$

若變 x 爲吋數。(一英里爲5280呎。一呎爲12吋。)則

$$x=\frac{(1\times5280\times12)^2}{7916\times5280\times12}=\frac{5280\times12}{7916}=8\text{吋}$$

可見距離一英里。其曲面之差誤數爲八吋。若求他距離之差誤數。則以他距離之英里平方數乘八。卽得其曲面之差誤吋數矣。

又人眼之視線。經過密度不同之空氣而成折光。依光學理。知視線 AC 必向下折。而折下之數。恆爲曲面之差誤數之七分一。故兩者合計。則其差誤之實數。祇爲曲面之差誤數之七分六耳。

學者旣知此理。則天然差誤。在所不免。惟測望兩點之高度差。置水平儀於兩點之中間。則測望兩點時。皆各含一個相等之差誤數。(卽指折光及曲面之差誤數而言。)而兩點之高度數相減。求兩點之高度差。則兩差誤數可以消滅。故測望兩點時。必置水平儀於兩點之中間也。

習　題

(1)　設如整理一定鏡水平儀。其測望所得之數如下。

儀器在 A　＋視在 A 4.248　－視在 B 4.876

儀器在 B　＋視在 B 3.995　－視在 A 3.310

如儀器望遠鏡之視軸在 B 點上3.995呎。問視線斜向上抑斜向下。所斜之數若干。并問視線成水平時。應讀得 A 點之度數若干。

(2) 問三英里之距離。曲面之差誤數爲若干。折光之差誤數若干。兩者合計。其差誤數又若干。

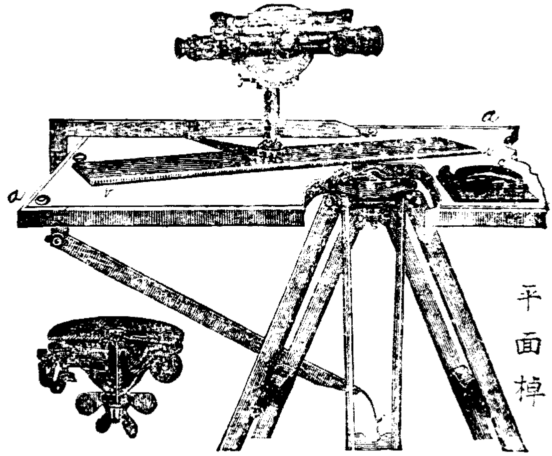
(3) 設如測望 A B 兩點。簿中所記得之數如下表。試求 A B 兩點之高度差。并問 A 點高於 B 點。抑 B 點高於 A 點。

點	＋視	－視	特別記載
A	6.542	…………	鐵路鋼軌之頂
轉點	5.283	5.170	
轉點	4.988	5.990	
轉點	5.834	6.082	
B	…………	5.178	某田界石之頂

(4) 設如置水平儀於平地上。測望 A 點得後視爲8.266。知 A 點距儀器100呎。又測望 B 點。得前視爲6.405。B 點距儀器600呎。問曲面及折光之改正數若干。

第五章 平面棹 *Plane Table*

§1 平面棹之構造 平面棹者。爲測繪地形最有用之器也。形如46圖。三足架之上。安置一極光滑之繪圖板。如 aa 板可以依三足架之豎軸四面旋轉。旋至合適之方向。可旋緊板下之螺絲。令其不再旋動。架之上端有三螺絲。以爲安平繪圖板之用。板之邊有數鐵夾。用以夾實圖紙於板上。板上置一望遠鏡。鏡



46 圖

連於豎桿之頂。可依水平軸向上向下旋轉。鏡旁有一分度弧用以測量微小之俯仰角。豎桿下端堅連一銅板。如 bb。長約二十吋。寬約二吋半至二吋。以作界尺之用。望遠鏡止依水平軸向上下旋轉。不能依豎軸向左右旋轉。故擺動鏡之方向時。必須連銅板移動。銅板之邊與望遠鏡之視軸平行。故視軸所對之方向。可緣銅板邊繪一線以表之。鏡與銅板非固定於板上。可在板面隨處移動。鏡內之線絲。與經緯儀望遠鏡內所有之線絲同。有橫豎相交二線及量距線。(見第35圖)故距離之遠近。可由測望得之。以省量度之繁。板面置有一羅盤針如C。以定南北之方向。羅盤之旁有成直角之二平水準。以定圖板之平否。平面棹之全部。與經緯儀比較。其繪圖板。即經緯儀之圓板盤。可作爲經緯儀之圓板盤四面伸張而變成一圖板。而測視之方向。則直接繪於紙上。以代地平分度盤所指之度數。無事於測量地平角也。

§2　平面棹之整理法

平面棹之各部。與經緯儀相似。故其整理之法。可仿照經緯儀行之。茲舉之如下。

(1)　視軸之整理法　望遠鏡向上下旋轉。其視軸必須同在一豎直之平面內。其檢查及整理之法。可依經緯儀之(2)法(4)行

之。或於遠處以繩繫一懸錘。(見5圖)隨將平面棹安置極平。乃以望遠鏡正對懸錘。令鏡內豎線絲正壓繫懸錘之繩。然後將望遠鏡依其橫軸上下旋動。視豎線絲果能全壓懸錘之繩否。如見其豎線絲漸漸離開。不與懸錘之繩相合。則是豎線絲偏歪。其改正之法。可將鏡之橫軸之一端升高或降下。俟其合一而止。

(2) **望遠鏡之平水準之整理法** 視軸成水平時鏡上平水準之水泡。當在正中。此即平水準之軸線必須與視軸平行。其檢查及整理之法。與水平儀同。(觀定鏡水平儀之(2)整理法(B))惟驗得有差誤時。必先令視軸成水平。然後整理平水準之螺絲。令水準之軸線與視軸平行。

(3) **直立分度弧之佛逆之整理法** 望遠鏡上之平水準之水泡適在中點時。其直立分度弧之佛逆。必須正指0度。其檢查及整理之法。與經緯儀同。(見經緯儀之(5)整理法)如以直立角而定地面上各點之高度。則此種整理法。有極大之關係。故必須整理完善。方得高度之確數。

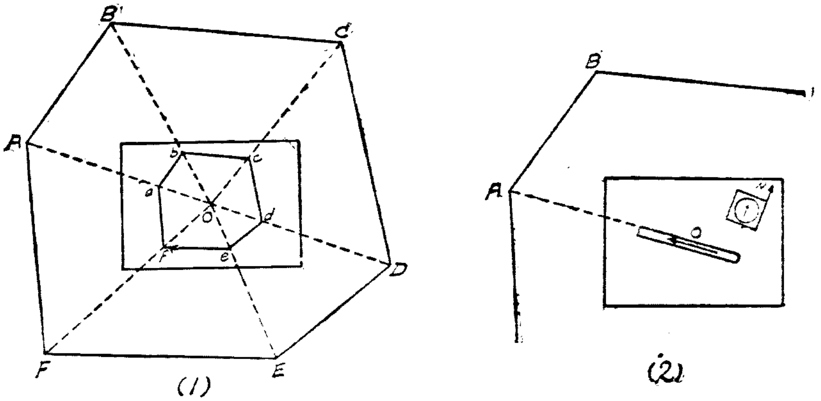
(4) **圖板上之平水準之整理法** 圖板上常置一平水準或羅盤之旁。連以平水準。用以定圖板之平正否。水準之軸線。必須與板之平面平行。其檢查之法。可置平水準於板面之任一處。將板安平。令水泡適在正中。以記號記其水準所放之處。乃將水準輕輕持起。平轉其兩端。仍放回原處。視其水泡仍在正中否。如不在正中。是水準之軸線不與板之平面平行。其改正之法。可旋動水準一端之螺絲。以改正其差誤數之半。

§3 平面棹之用法

平面棹爲測量地形最有用之器。以其隨測隨繪。無事於記載。故以之測繪地形。爲最便利。其用

法。不外以望遠鏡之視軸定物體之方向。以鏡內量距線定物體之距離。然其施行之法。亦有種種。茲先論其最普通最單簡之法如下。

如47圖(1)。$A\ B\ C\ D\ E\ F$ 爲一田之各角點。$AB\ BC\ CD\ DE\ EF\ FA$ 爲田之邊界。欲將此田之形測出。以縮尺繪於紙上。先近田



47 圖

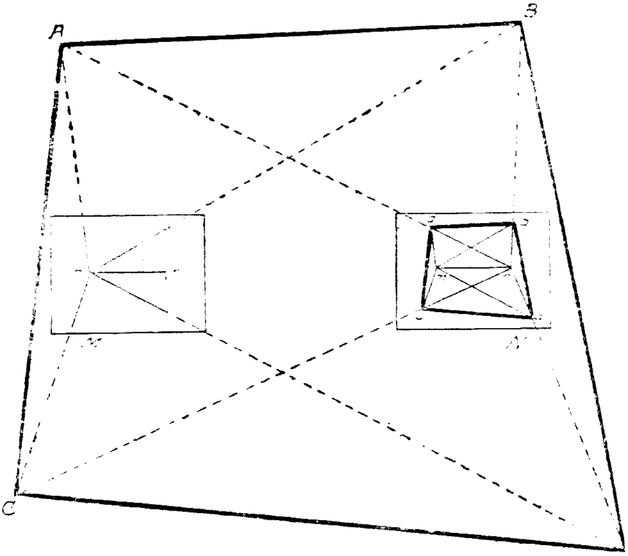
之中央處。擇一點如 0。能望見各角點者。卽置平面棹於其上圖中之長方形。卽表示平面棹之圖板。（圖中所繪之田形及平面棹之大小。不能依比例觀之。圖板較大。所以表示其測繪之法學者心知其意可也。）乃將圖板安平。板上釘以圖紙並在紙上近中央處定一 0 點。此卽代表地上之 0 點。次令持分度桿者持一分度桿。直立於角點 A 之上。測者移鏡正向分度桿。此卽正對 A 點。同時幷令鏡下之銅片邊緊貼紙上所定之 0 點。如(2)圖。則銅片邊所指之方向。與鏡所指之方向平行。卽以鉛筆沿銅片邊繪一直線。如 Oa。（1 圖）卽代表 OA 之方向。同時以鏡內之量距線。依第三章 §10 法。卽可定 OA 之距離。(如非測量 A 點之高度。則

望遠鏡無安平之必要。)如 OA 距離太遠不能以鏡內之量距線定之者。則可以鐵鏈或鋼尺量得之，既得之 OA 距離，則可以適宜之縮尺。(如以一吋作一百呎或二百呎，或以他種縮尺，可隨時酌量用之) 從紙上之 O 點截得 Oa。則 Oa 之方向，卽代表 OA 之方向，而 Oa 之長，卽代表 OA 之距離。將 A 點測畢，卽將鏡轉向他角點如 B。令持分度桿者。豎立桿於角點 B 之上，測者以鏡內之豎線絲正對之。且令銅片之邊緊貼 O 點。如前。卽可繪得 OB 之方向及距離，如 Ob。惟每次將望遠鏡轉向時。不可令圖板稍有旋動，如圖板移動，則必須覆望第一點以改正之，由是遞次依法測望。卽可定得各角點之方向及距離，繪於紙上。如 Oa Ob Oc Od Oe Of。然後以線聯 $a\ b\ c\ d\ e\ f$ 各點，得 ab bc cd de ef fa 各線，此卽代表田之界線。故原有之田 $ABCDEF$。可繪於紙上如 $abcdef$ 其形狀與原有之田相合。至於各種附近之物體如樹木屋宇等，所欲繪於圖內者。皆可依法測繪之。由此可見此種測法先擇定一點。由此點射出各線，以定所測之方向及距離，故此法。名之曰射線法。

如欲定南北之方向則以羅盤針放於圖板上，令磁針正指 N 及 S 之方向。則沿盤邊繪一直線，如(2)圖，卽可知南北之方向。惟繪南北線之時。不可移動圖板，始終必須令 Oa Ob ……等線與 OA OB 等方向合一。否則所定南北之方向。與所繪得之圖有不符，故方向宜先定之。

§4 以交線法求各點之位置 前節所言，從一點上，可以射線法測繪附近各物體之方向及距離，其法固最便利。然更可用兩直線之相交而定出各物體之位置者，此法卽名之

曰相交法。用此法時。必先在地面上擇定兩點。以鐵鏈或鋼尺量得此兩點之距離。即名之曰基線。既定得基線。則其餘所欲測之各點皆以此基線爲標準。然後用兩線相交之法。而定出各點之位置。如48圖。$ABCD$ 爲四邊形田之各角點。今欲將田之大小形狀繪出則先在田之界內擇定兩點如 M 及 N。（M 及 N 爲地上之點。m 及 n 爲圖紙上所定之點當平面棹在左邊時。圖紙上之 m 點適在 M 點之上。平面棹在右邊時。圖紙上之 n 點



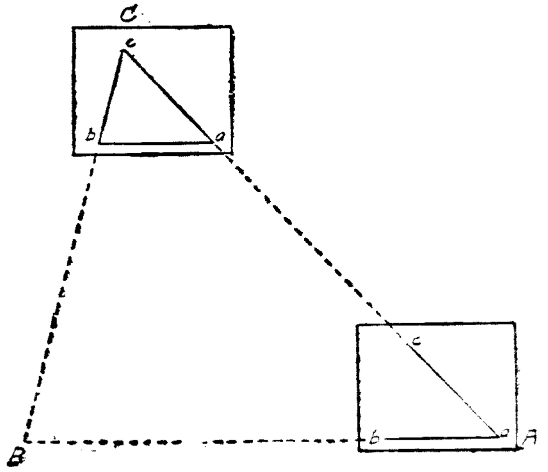
48 圖

適在 N 點之上故在地上 M 及 N 兩點實爲棹面所遮蔽。學者知其意可也。）即以鏈或尺量得 MN 之距離以縮尺（一吋爲一百尺或二百尺。或他種比例均可。）依比例繪一直線於圖紙上。如 mn。是爲基線乃置平面棹於 M 點之上如左圖。令紙上之 m 點與 M 相對并將棹安平然後以銅片之邊切近 mn 直線。乃將圖板旋轉。同時從鏡內觀望。俟鏡內之豎線絲正壓 N 點（N 點必插以桿或插以木樁識之。）時。即將圖板下之螺絲旋緊。勿令旋動。則以銅片邊緊貼 m 點。以鏡向 A 點。從鏡內觀望。俟豎線絲

正對A點(A點插以桿)時。卽沿銅片邊繪一直線。依次測望BCD各點。皆依其方向繪以直線。每直線記以一字。如a則爲指A之方向。b爲指B之方向。由此遞推。既將所測之各點之方向線繪畢。卽移平面棹於N。令紙上之n點與地上之N點相對。如右圖。乃將平面棹安平。以銅片邊緊切mn線。然後旋轉圖板。俟鏡內豎線絲正壓M點。卽將圖板定實。勿令旋動。如是紙上之n點。卽代表地上之N點。mn線。卽代表MN之距離。乃以銅片邊緊切n點。依上法。測望$ABCD$各點各繪一方向線。如測望A點時。則沿銅片邊繪一直線。與前在M點時所繪之ma線相交而得a點。又測望B點。繪一直線。與前在M點時所繪之mb線相交而得b點。由此遞推。則每相當之兩線相交。而得相當之各點。以線聯此各點。得$abcd$四邊形。卽與原形相同。由此可見。此法與射線法無異。不過各點之位置乃以相當之兩線相交而得。非由鏡內之量距線定之。故鏡內無量距線者。則以此法爲最有用。惟用此法時。在mn兩點射出各線。必須以字記之。方知某線應與某線相交而得某點以免混亂也。

§5 以截線法求各點之位置 求各點之位置。更可以截線法定之。如49圖，ABC爲地面上三點。或作爲三角形田之三角點先以鏈或尺量得AB之距離。以適宜之縮尺繪於圖紙上。定爲基線。置平面棹於A點。依前法。令ab線之方向與AB之方向合一。乃以銅片邊貼a點。測望C點。俟其正對時。卽沿銅片邊繪一直線。次移平面棹於C點。令所繪之直線與CA之方向合一乃以銅片邊貼b點。將鏡移動。俟鏡內豎線絲正壓B點時。卽繪bc直線截ac直線於C點。則ac直線卽代表AC之距

離。bc 卽代表 BC 之距離。而 ab 爲原定之基線。卽 AB 之距離。由是 C 點之位置。可繪之圖上。如更有多點。亦可仿此求之。綜觀以上三法。(射線法。交線法。截線法。)可見後兩法。皆遠不及射線法之爲便利也。



49 圖

§6 以已知三點而定未知點之位置

前數節所言之射線法交線法及截線法。皆可以定地面上各物體之位置。而繪成地圖。而三法之中。尤以射線法爲最便利。且所得之結果爲較準確。惟所欲測繪之地形。其面積較大。則不能獨置平面棹於一點上。從一點射出各線以定得全地之形勢。因面積旣大。則所測望之點必遠。旣遠則望之不能明瞭。卽於準度有差。故必須移易位置。分點爲之。所移易之地位。在地面上任擇一點。安置平面棹。能瞭望附近各物體者。殊非難事。惟所擇得之點。應在圖中何處。必須設定之。此節所謂定未知點之位置云者。卽將平面棹置於擇定之地點時。以已知之三點而定此點在圖內之位置也。設如 ABC 爲地面上三點。已用射線法繪於圖內得 abc 三點。今將平面棹移易位置。移至地面上 D 點。當平面棹置於 D 點時。求圖內 d 點之位置。則可以印圖紙（係一種透明紙。專爲印圖之用。）或印圖布(係一種透明蠟布。)釘於圖板之上。原有之圖不可

移開。止將印圖紙或布蓋於其上可也。乃在印圖紙上任定一 d 點。以鏡下之銅片邊緊貼所定之 d 點。將鏡移向 ABC。測望 ABC 各點。各繪一方向線。如 dA dB dC。然後將印圖紙在原有之圖紙上移動，移至所繪之 dA dB dC 三線適經過原圖上已定得之 a b c 三點，則此時 a 點之位置。即表示其在原圖上之位置。以小針插 d 點印於原圖上。即定得 d 點在圖上之位置矣。

習 題

(1) 試以平面棹測繪一田地之形狀。其界內所有之樹木及各等建築物。皆繪於圖內。

(2) 以交線法定得數點之位置。繪於圖內試再用截線法覆之。

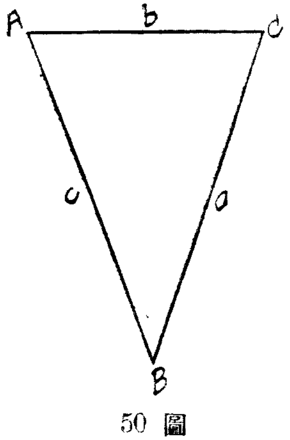
(3) 設如平面棹放在 M 點時。用射線法已測得 A B C D 四點繪於圖內。今將棹移至 D 點，試用§6之法。覆驗圖內之 d 點。

第三編　測量法

第一章　陸地測量法 *Land Surveying*

§1　定義　陸地測量法者。安設地界。畫分土地及測量面積之法也。此種測量所用之儀器大都可以羅盤針及鐵鏈或經緯儀及鋼尺行之。然兩者所得之準度。則以經緯儀所測得者爲較確。故恆以經緯儀行之。而以羅盤定向。爲法最便。且因其定得兩線之方向。卽可得兩線之交角。故遇地之面積稍小。而不求其極精細之數者。亦可以羅盤行之。藉求簡便也。

§2　三角形面積測量法　面積測量法。不外以羅盤針或經緯儀測角度之大小。以鐵鏈或鋼尺量距離之遠近。乃以所知之邊角。依平三角理推算其面積。其法甚簡。玆就三角形而論其測法及算法如下。



50 圖

如50圖。ABC 爲三角形地。今欲測量其面積。可獨以鐵鏈或鋼尺量其三邊。量得三邊之長。卽依平三角知三邊求面積之公式。得

$$面積=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}\cdots\cdots\cdots(1)$$

式內 $a\ b\ c$ 爲三邊之長。s 爲三邊之半和。卽 $S=\frac{1}{2}(a+b+c)$

上法止以各邊之長求得面積。無事於測量角度之大小。然可以鐵鏈量得兩邊。以羅盤針(前編第二章§3)或經緯儀(同第三

章§4）測此兩邊所夾之角。乃依平三角知兩邊夾一角求面積之公式求之。如上圖。已量得 a 及 c 兩邊。又測得此兩邊所夾之 B 角。則

$$\text{面積}=\frac{1}{2}ac\sin B\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

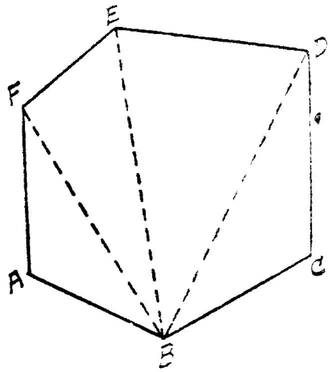
或以鏈量一邊以經緯儀測此邊之兩鄰角。乃依平三角知一邊及兩鄰角求面積之公式求之。如上圖。已量得一邊爲 a。及測得此邊之兩鄰角 B 及 C。則

$$\text{面積}=\frac{a^2\sin B\sin C}{2\sin(B+C)}\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

如三角形之邊爲呎數。則以(1)(2)(3)式求得之面積爲方呎數。如爲鏈數則求得之面積爲方鏈數。惟因一英畝爲十方鏈。（見前編第一章§1）故凡欲計算田地之畝數者。則以測量師鏈爲最便利。因求得面積之方鏈數。以十除之。卽得英畝數。又欲以英畝變爲中畝。則以 .152 除英畝數得之此因一中畝爲 .152 英畝也

§3 多邊形面積測量法

測量多邊形面積之法有多種。然不外將原形分作三角形或長方形。或兩邊平行方形。先求其分形之面積以分形之各面積和而得原形面積如51圖。$ABCDEF$ 爲無法多邊形地。今欲求其面積。可以線聯其角點。分原形爲四個三角形。如 ABF FBE EBD DBC。乃以鏈或尺量各邊。如量得 AB BF AF。則依前



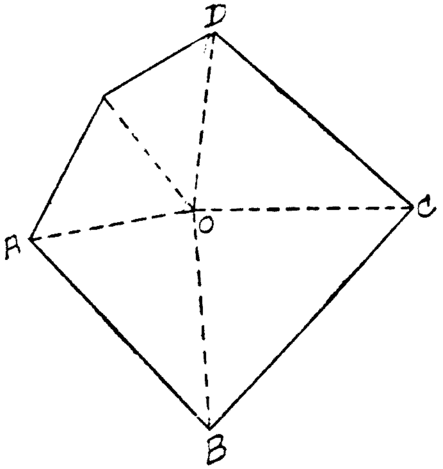
51圖

節(1)式。可求得 ABF 三角形之面積。其餘各三角形。皆依法求之。以各分形之面積相加。而得全形面積。故

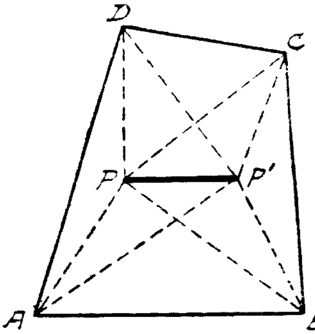
$$全形面積 = ABF + FBE + EBD + DBC \cdots\cdots\cdots (4)$$

或置經緯儀於任一角點如 B。測得 ABF 角量得 AB 及 BF 兩邊。依前節(2)式。求得 ABF 三角形面積。又測 FBE 角。及量得 BE。又求得 FBE 三角形面積。由此遞推。卽可依(4)式求得全形之面積。

或任擇一點。能瞭望田地之各角點者。如52圖 O。從此點將原形分成數個三角形。然後依上法。以鏈量每三角形之三邊。用(1)式求各分形之面積。或置經緯儀於 O 點。測其與相連兩角點所成之角度。如 AOE EOD 等。又以鏈量其夾此角之兩邊。乃依(2)式。求其一分形之面積。以之相加而得全形面積。



52 圖



53 圖

或任擇定兩點能瞭望田之各角點者。如53圖 P 及 P'。在田界內或田界外。先量得 PP' 之距離。必須量之極準。是爲基線之長，

置經緯儀於P及P'。從此兩點測每田角與PP'線所成之角度。如$PP'D$三角形。PP'為已知之邊。又測得$PP'D$ $P'PD$兩角。則依乎三角邊角相求之法。可求得PD之長。又用$PP'C$三角形。依同法可求得PC之長。如是DPC三角形。知PD PC兩邊及夾角DPC。故可用(2)式求得DPC三角形之面積。其餘各三角形。皆可依此法求之。而

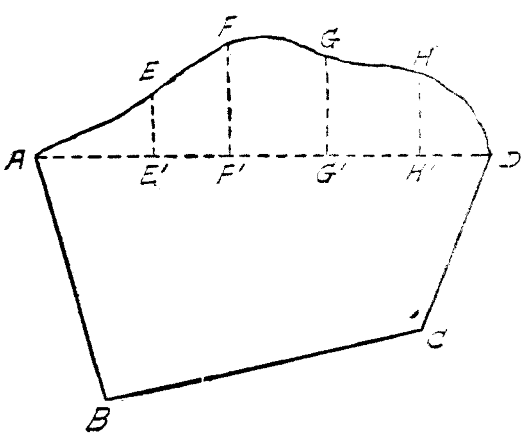
$$全形面積=PAD+PDC+PCB+PBA$$

或為 $$全形面積=P'AD+P'DC+P'CB+P'BA$$

可見多邊形面積測量法。不外以大形分作小形。使其易於測望及量度。而便於計算。學者既知其立法之理。則因乎地勢而施用各法可也。

§4 曲線形面積測量法

凡遇田地之邊界為無法曲線。而不成直線者。則可截取線之小段。而作為直線計之。如54圖。$ABCDF$為一多邊形地。其一邊之界為曲線者。今欲求其面積。則先安設AD直線。分全地為兩大段。將其曲線之部截出。$ABCDA$直線多邊形。可以§3之法測算其面積。而$AEFGHDA$曲線形。則可以他法測算之。先安設AD直線。在線內任取各點。如$E'F'G'H'$



54 圖

等。量得 AE' $E'F'$ $F'G'$ $G'H'$ $H'D$ 各段之長。記於簿內。又在 $E'F'G'H'$ 等點。各以垂線方向量至邊界。如 $E'E$ $F'F$ $G'G$ $H'H$ 等。而 AE EF FG GH HD 等曲線。則作爲直線觀之。故 $AEFGHDA$ 曲線形面積。分爲數個直角三角形及兩邊平行方形。而此等分形之面積。可依幾何理得之。如

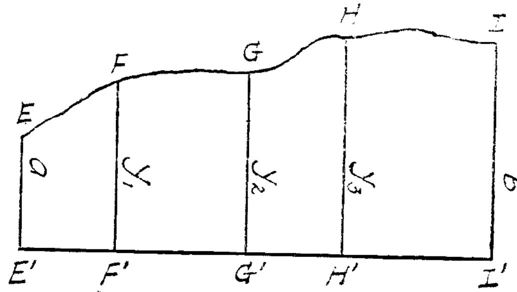
$$AE'E \text{ 形面積} = \frac{AE' \times E'E}{2}$$

$$EE'F'F \text{ 形面積} = E'F' \times \frac{EE' + FF'}{2}$$

$$FF'G'G \text{ 形面積} = F'G' \times \frac{FF' + GG'}{2}$$

由此類推。則各分形之面積可計得之。以各分形面積相加而得全形面積。此等測量法。可獨以鐵鏈行之。或以經緯儀安設 A D 直線。(置經緯儀於 A 點測望 D 點或置於 D 點測望 A 點而得 AD 直線。)幷安設 $E'F'G'H'$ 各點。又置經緯儀於定得之各點安設設垂線之方向。令量者依其所指之方向而量各垂線之距離。如面積極大。則恒以經緯儀指定方向。瞄視量者之量度距離時有出指定之方向否。則所量之距離必成一直線不至有偏歪也。

如 $E'F'$ $F'G'$ $G'H'$ 之各距離均不相等。則依上法。其兩邊平行方形之面積。皆每個分求之。如其各距離均相等。則計算面積時。其算法較簡。如55圖。$E'F'$ $F'G'$ $G'H'$ $H'I'$ 各距離皆相等。令此距離爲 d。則



55 圖

面積 $EE'I'I=d\times\frac{EE'+FF'}{2}+d\times\frac{FF'+GG'}{2}+d\times\frac{GG'+HH'}{2}$

$+d\times\frac{HH'+II'}{2}=\frac{d}{2}(EF'+2FF'+2GG'+2HH'+II')$

令 $y=FF'+GG'+HH'=y_1+y_2+y_3,\quad a+EE',\quad b=II'$

故面積 $EE'I'I=\frac{a}{2}(a+2y+b$ ……………………(5)

此爲公式。或更可推得他式如下。

因面積 $EE'I'I=d\times\frac{EE'+FF'}{2}+d\times\frac{FF'+GG'}{2}+d\times\frac{GG'+HH'}{2}$

$+d\times\frac{HH'+II'}{2}$

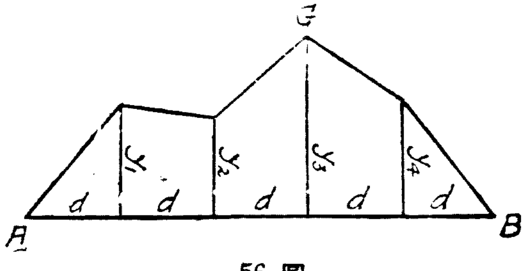
試令 $\frac{EE'+FF'}{2}=h_1,\quad \frac{FF'+GG'}{2}=h_2,$ ……………………

故面積 $EE'I'I=d(h_1+h_2+h_3+h_4)$

令 $\Sigma=h_1+h_2+h_3+h_4+$ ………

則面積 $EE'I'I=d\Sigma h$ ……………………………(6)

(5)(6)兩式皆爲公式。((6)式內 Σ 之記號。卽和之意義謂各 h 之和也。餘仿此)如曲線形之兩端各有一直角三角形。如56圖者。則

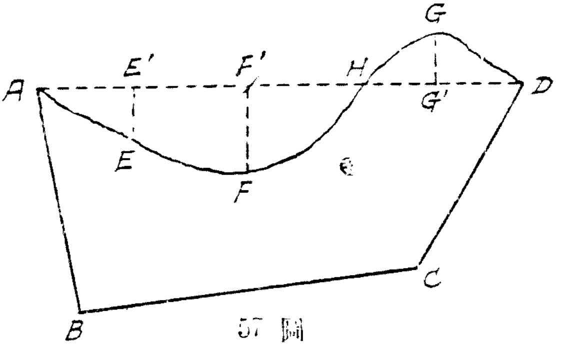


56 圖

面積 $ABG=d\,(y_1+y_2+y_3+y_4+$ ……………………………)

$=d\Sigma y$ ……………………………………(7)

曲線形之曲邊如57圖者。則 $AEFH$ 及 HGD 兩面積。可依前法分求之既得此兩形之面積。又算得 $ABCDG'E'$ 之面積。則



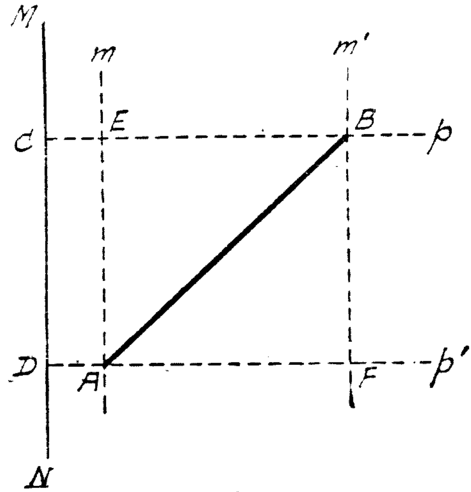
57 圖

面積 $ABCDFA = ABCDG'E' + HDG - AEFHA$

§5 線之進程及縱橫距

前數節所言求面積之法。皆以大形分作小形求之而測量之時。又非沿田地之邊界者。然可依地之邊界。測量界線之方向及長短。即以測得之界線用縱橫線法求其面積。惟應用此法。必須知線與子午線之關係。茲分論之如下。

如58圖。AB 爲任一直線。MN 爲子午線(子午線者。過某地及南北兩極之經線。即爲某地之子午線。)今定以爲標準者。設如 AB 線之長爲已知。從 AB 兩點各作直線如 mA 及 $m'F$。各與 NN 平行。則 mA 可稱爲 A 點之子午線。$m'F$ 爲 B 點之子午線。



58 圖

mAB角爲AB線之方向角由是得以下之各定義。

線之方向及長短。名曰進程 Course。如圖AB線之方向（卽與子午所成之角）及長短。卽名曰AB線之進程。

從直線之兩端各作直線。與子午線成直角者則此兩直線之距離。名曰縱距 Latitude。如上圖。從AB直線之兩端作BC及DF兩直線則此兩直線之距離如AE（或FB）卽爲縱距可見縱距必依南北方向。縱距之爲南爲北則視進程之向南向北而定也。

直線兩端之子午線之距離。名曰橫距 Departure。如上圖過AB兩點之子午線之距離如EB（或AF）卽爲橫距可見橫距必依東西方向。橫距之爲東爲西則視進程之向東向西而定也。

點與標準子午線之垂直距離。名曰點之子午距如前圖MN爲標準子午線則AD爲A點之子午距。BC爲B點之子午距。

進程之中點與標準子午線之距離。名曰進程之子午距。如前圖。從AB線之中點作一直線。與MN子午線成直角。則此直線卽爲AB進程之子午距。

進程兩端之子午距之和。名曰倍子午距。如前圖。$AD+BC$。卽爲AB進程之倍子午距也。

如前圖EAB直角三角形。依三角理。得

$AE=AB\times \cos EAB$

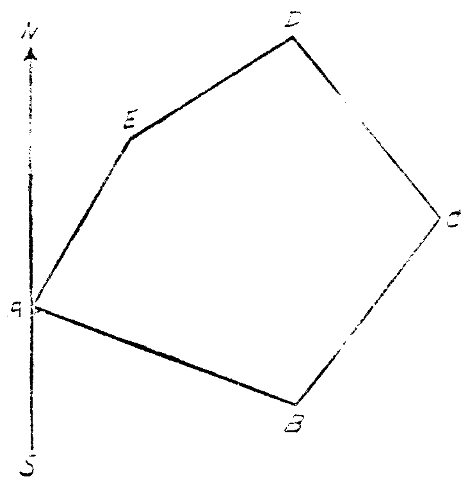
卽縱距＝距離×餘弦（方向角）………………（8）

又 $EB=AB\times \sin EAB$

卽橫距＝距離×正弦（方向角）………………（9）

由此可見凡任一進程之縱距及橫距。可由（8）（9）兩式求得之。而求之之法則恆資徑於正弦及餘弦表。

§6　**進程之測量法及記載法**　如以縱橫距法計算田地之面積。則測量時。可沿田地之邊界測量之。不必分原形爲小形也。其測量之法亦極簡。止置羅盤於田地之各角點。測界線之方向。同時以鐵鏈量度界線之長短。如59圖。先置羅盤於A點測得BA之方向(第二章§2)及量得AB之長短。又置羅盤於B點。測BC之方向。及以鏈量其長短。然置羅盤於B點時。更可覆AB之方向。於是按序而進。又置羅盤於CDE各點。卽可測得各界線之方向。及量得各界線之長短。卽記載於簿內。其記載之法。於簿內之右頁繪一草圖。命各角點之名。於左頁繪一表式。如60圖。其第一直行爲各角點。卽測位。第二直行爲測得各界線之方向。第三直行爲量得各界線之距離。如在A點測得AB



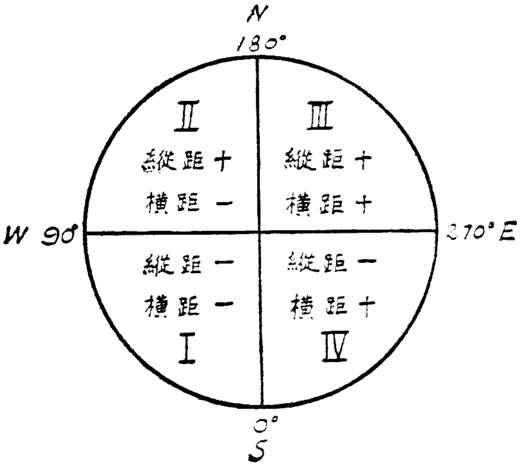
59 圖

測位	方向	距離
A	$S\ 69°\ 15'\ E$	7.06
B	$N\ 37°\ 15'\ E$	5.93
C	$N\ 39°\ 30'\ W$	6.00
D	$S\ 57°\ 45'\ W$	4.65
E	$S\ 30°\ 00'\ W$	4.98

60 圖

之方向爲南六十九度十五分東。($S69°15'E$)及量得其長度爲七鏈又小數0六。卽記於對A之橫行內。此卽爲AB界線之進程。又如在B點。測得BC之方向爲北三十七度十五分東($N37°15'E$)及量得其長度爲五鏈又小數九三。卽記於對B之橫行內。此卽爲BC界線之進程。由此遞推。卽得上表。以爲計算各進程之縱橫距。(見下節)由各縱橫距而求其面積。(見下§8)由此可見以縱橫距求面積之法。止測量界線之方向及長短。不必測田角之角度。又或地界內各處不能測望各角點者。如山林之類。則以此法爲宜。故此法仍爲最通用之法。

§7 求縱橫距法 任一線之縱橫距。皆可以(8)(9)兩式求之。惟縱距恆爲南北向。(因與子午線平行)橫距恆爲東西向。而縱距之爲南爲北。橫距之爲東爲西。恆依線之方向而異。玆定一例。以爲定縱距之南北及橫距之東西之用。試命縱距之向北(N)爲正(+)。向南(S)爲負(−)。橫距之向東(E)爲正(+)。向西(W)爲負(−)。如61圖。以南(S)爲0度。依WNE之方向。分作四象限。卽第一象限(I)第二象限(II)第三象限(III)第四象限(IV)等。凡任一直線之方向。如在第



61圖

一限象者則其縱橫距皆爲負。即縱距向南橫距向西也。如在第二象限。則縱距爲正橫距爲負。即縱距爲向北橫距爲向西也。餘可類推。既知其定向之法。試就60圖之記載以求其各進程之縱橫距。演算之如下。以爲舉例。

AB線之方向爲$S69° 15' E$。比觀61圖。知AB線在IV象限。并知求得之縱距應爲負。橫距應爲正。即縱距向南橫距向東。又如BC線之方向爲$N37° 15' E$。知必在III象限并知求得之縱橫距應

縱距 = 距離 Cos (方向角)

橫距 = 距離 Sin (方向角)

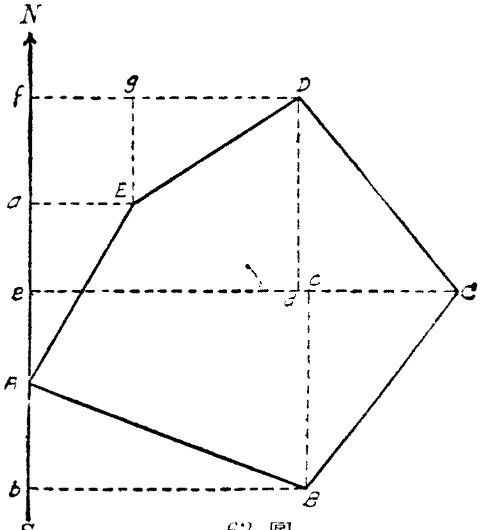
	進程 AB IV象限	進程 BC III象限	進程 CD II象限	進程 DE I象限	進程 EA I象限
$log\ cos$(方向角) =	9.5494	9.9006	9.8874	9.7272	9.9375
log(距離) =	.8488	.7731	.7782	.6675	.6972
log(縱距) =	.3982	.6740	.6656	.3947	.6347
(縱距) =	−2.50	+4.72	+4.63	−2.48	−4.31
$log\ sin$(方向角) =	9.9708	9.7820	9.8035	9.9272	9.6990
log(距離) =	.8488	.7731	.7782	.6675	.6972
log(橫距) =	.8196	.5551	.5817	.5947	.3962
(橫距) =	+6.60	+3.59	−3.82	−3.93	−2.49

62 圖

皆爲正。即縱距向北橫距向東。故每一界線。皆先定其所在之象限。然後知其縱橫距之正負號。由是即知縱距之爲南爲北。及橫距之爲東爲西也。餘可仿此類推。其計算之法。即依(8)(9)兩式用對數八線表求之。學者觀圖自明。

§8 以倍子午距求面積法

以倍子午距求面積之法。可以59圖及上節所求得之縱橫距推算之。以解釋其立法之理。如63圖。(卽59圖)作一SN子午線。過田地最西之角點A。由各角點作子午線之垂線。又由B D E各點作Bc Dd Eg各線。與NS平行。則



63 圖

$$ABCDE\ 面積 = bBCDfb - bBAEDfA$$

$$= bBCe + eCDf - bBA - AEa - aEDf$$

$$= \frac{bB+eC}{2}\times Bc + \frac{eC+fD}{2}\times Dd - \frac{bB\times Ab}{2}$$

$$-\frac{aE\times Aa}{2} - \frac{aE+fD}{2}\times Eg$$

試命$A=ABCDE$面積

故 $2A=(bB+eC)Bc+(eC+fD)Dd-bB\times Ab-aE\times Aa$

$$-(aE+fD)Eg \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

細觀此式右邊之每個數。皆爲縱橫距。而爲已知之數。如右邊第一項$bB+eC$爲BC線之倍子午距。Bc爲其縱距。第二項$eC+fD$爲CD線之倍子午距。Dd爲其縱距。第三項bB(卽$bB+0$)爲AB線之倍子午距。Ab爲其縱距。餘類推。可見每項數皆爲每邊之

倍子午距與縱距之相乘數以每邊之倍子午距與其縱距之相乘數之和卽爲面積之倍以二除之卽得面積此可證明面積之求法。可純由縱橫距得之。無事他求惟號之應加應減固可按圖推得。然可以前節求得之縱橫距。依正負號分列之如64圖。卽可得其相關之理如下。

I	II		III		IV		V		VI	VII	VIII
測位	進程		縱距		橫距		平均數		倍子午距	面積	面積
	方向	距離	$N+$	$S-$	$E+$	$W-$	縱距	橫距		+	−
A	$S69°\ 5'E$	7.06	......	2.50	6.60	......	−2.52	+66.1	6.61	....	6.[illegible]
B	$N57°\ 15'E$	5.9	4.72	......	3.59	......	+4.71	+3.60	1.652	79.24	....
C	$N39°\ 30'W$	6.00	4.63	......	......	3.82	+4.62	−3.81	1.661	76.74	....
D	$S57°\ 45'W$	4.65	......	2.45	......	3.9	−2.49	−3.92	8.88	....	22.11
E	$S30°\ 00'W$	4.98	......	4.[illegible]1	......	2.49	−4.32	−2.48	2.45	....	[illegible].0 71
		28.62	9.[illegible]5	9.29	10.19	10.24				155.96	49.48
			9.29			10.19				49.48	

縱距之差誤 = .06　橫距之差誤 = .0[illegible]

$$差誤率=\frac{\sqrt{(.06)^2+(0.5)^2}}{28.62}=\frac{.0781}{28.62}=\frac{1}{366}$$

$2\ \underline{\ 06.48\ }$

面積 $=\underline{\underline{53.24}}$ 方鏈

$$英畝數=\frac{53.[illegible]4}{[illegible]0}=\underline{\underline{5.324}}$$

$$中畝數=\frac{5.324}{.152}$$

$=\underline{\underline{35.026}}$

64 圖

如圖 $I\ II\ III\ IV$ 各直行。皆由60圖及62圖求得之結果依其正負號分而列之第 V 直行爲 $III\ IV$ 兩直行之平均數。因 $III\ IV$ 兩行之數微有差誤以其差誤數勻分之而得此行數。

實與 III IV 兩行大同小異。(暫置之不論。學者先作爲 III IV 兩行之改正數觀之。凡遇用縱橫距之數者。即用第 V 直行內之縱橫距可也。其平均改正之法。詳見下節。觀下自明。)第 VI 直行爲倍子午距。依第五節之法求之。如 AB 之倍子午距爲 $0+6.61=6.61$。又如 BC 之倍子午距爲 $6.61+3.60+6.61=16.82$ 是也。餘類推。其 VII $VIII$ 兩直行。即 (10) 式右邊每項之數。依其正負號分行列之。前言(10)式右邊每項。皆由縱距與倍子午距相乘而得。故 VII $VIII$ 兩直行內之各數。即爲縱距與相當之倍子午距相乘之積。其正負之號。則因乎縱距之正負而定。正負面積之和之較。以二除之。(比觀(10)式)即爲面積方鏈數。如是可變爲英畝及中畝數。此即爲測算之結果。任何地形。皆可仿此類推

§9 差誤數之勻分法 依前法測量田地。乃任以田地之一角點爲起點。按田地之邊界測量界線之方向及長短。完全圍繞田地一周。可見測量時向南移動之路。必與向北移動之路等。即正縱距(向北之縱距)應與負縱距(向南之縱距)等。依同理。可知正橫距(向東之橫距)亦應與負橫距(向西之橫距)等。惟於事實上極難得此準度。不能無稍差誤。如64圖之計算。正縱距與負縱距差.06鏈。正橫距與負橫距差.05鏈。此等差誤。皆源於測量界線之方向及長短之時。不能得其準確之數。遂至縱距及橫距正負之數不能相等。然界線之方向與長短。兩者以何者之差誤爲較多。則因乎所用之儀器有不同。而其勻分之法亦異。玆分舉其例如下。

如以羅盤測界線之方向。則方向與長短之差誤。皆不相上下。因以鏈或尺量遠距離。固不能絲毫無誤。然以羅盤測角。亦止能

測至四分之一度。是方向與距離兩者。皆含有差誤。惟孰多孰少。則頗難確定。故凡遇此種差誤。其縱橫距之改正法。可以下列比例式。依界線之長短而改正之。

界線共長：某界線之長∷縱距共差：某縱距改正數(11)

周界共長：某界線之長∷橫距共差：某橫距改正數(12)

(11)(12)兩式爲求縱橫距改正數之公例。如測量田地面積。以羅盤定界線之方向者。則每個縱橫距皆依此兩式改正之。而列入平均數之行。如64圖之第V直行是也。

如以經緯儀測角。則所得之角度較準。其差誤數常在於量度距離。故凡遇此種差誤。其縱橫距之改正法。可以下列比例式。依縱橫距之長短而改正之。

縱距共長：某縱距之長∷縱距共差：某縱距改正數(13)

橫距共長：某橫距之長∷橫距共差：某橫距改正數(14)

(13)(14)兩式。亦爲求縱橫距改正數之公例。惟式內縱橫距之共長。可不必計其正負號。止計其和數可也。

§10　差誤率

凡測量田地界線之方向及長短。如能得其精確之數。則以此方向及長短。依比例繪成一圖。其始點與末點必能合一。卽所繪得之邊形。不致有決口。如方向及長短稍有差誤。則繪得之多邊形。必成一決口之多邊形。其始點與末點不能合一。此等差誤。卽爲測量之共差。而縱橫距之差誤。亦卽根源於此。惟每一界線與其相當之縱橫距成一勾股形。界線爲其弦。試命e爲縱距之共差。d爲橫距之共差。E爲測量之共差。依勾股形理。得

$$E=\sqrt{e^2+d^2}$$

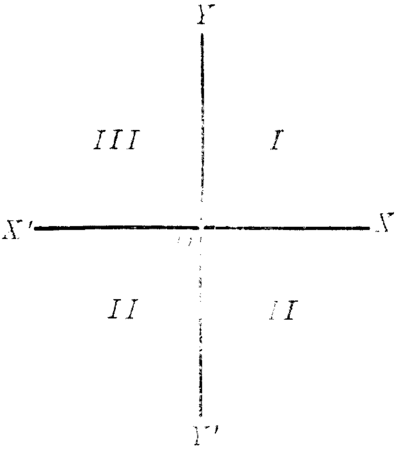
以周界之共長除之，所得之分數式。即名曰差誤率。故

$$差誤率=\frac{\sqrt{e^2+d^2}}{周界之共長}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

差誤率所以定測量之準度也。其分子恆變爲一。如 64 圖之計算爲三百六十六分之一是。

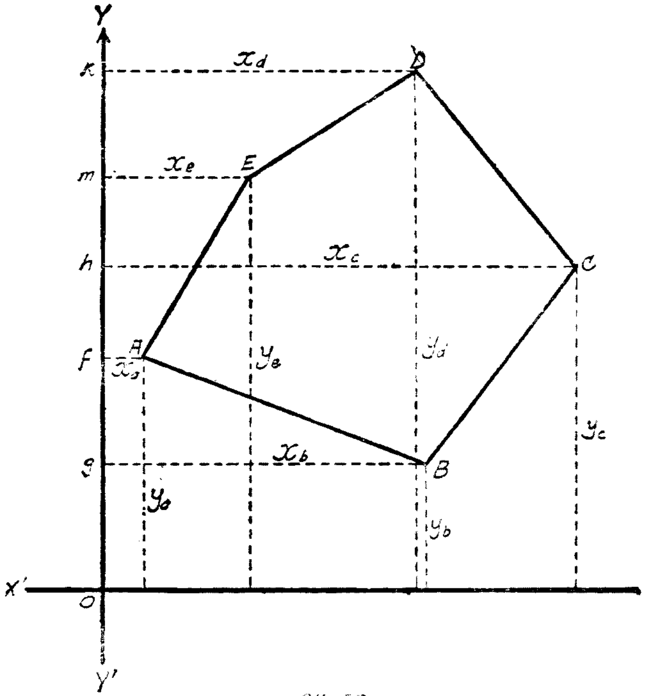
§11　以縱橫線求面積法

計算面積。更可以縱橫線法求之。如 65 圖。YY' 及 XX' 爲正交之兩直線。相交於 O。分作四象限。即 I II III IV 是也。YY' 名曰縱軸。XX' 名曰橫軸。O 名曰元點。凡任一直線與 YY' 縱軸平行者。名曰縱線。常以 y 字代之。與 XX' 橫軸平行者。名曰橫線。常以 x 字代之。凡任一點之縱橫線爲已知。即可定該點所在之位置。故點之位置。皆可由其縱橫線定之。且同以一軸線爲標準。故其法最便。茲先言其求面積之理法如下。



65 圖

如 66 圖。$ABCDE$ 爲一多邊形田。先任繪 YY' 及 XX' 縱橫軸。令田地之面積全在第一象限內。惟尋常所用之縱軸爲南北向。橫軸爲東西向。以便於繪圖及計算也。乃從 A B C D E 各角點。作線與 XX' 平行。如 x_a x_b x_c x_d x_e 等。即爲各角點之橫線。又從各角點作線與 YY' 平行。如 y_a y_b y_c y_d y_e 等。即爲各角點之縱線。依圖得



66 圖

面積 $ABCDE = gBCh + hCDk - \{mEDk + fAEm + gBAf\}$

即 $A = \frac{1}{2}\{(y_c - y_b)(x_b + x_c) + (y_d - y_c)(x_c + x_d) - (y_d - y_e)(x_d + x_e)$

$- (y_e - y_a)(x_e + x_a) - (y_a - y_b)(x_a + x_b)\}$

故 $A = \frac{1}{2}\{y_a x_e - y_a x_b + y_b x_a - y_b x_c + y_c x_b - y_c x_d + y_d x_c - y_d x_e + y_e x_d$

$- y_e x_a\}$ ……………………………………………… (16)

此式可爲縱橫線求面積之公式如用此式時可依下法列之。

$$A = \frac{1}{2}\left(\frac{x_a}{y_a} \times \frac{x_b}{y_b} \times \frac{x_c}{y_c} \times \frac{x_d}{y_d} \times \frac{x_e}{y_e} \cdots\cdots \times \frac{x_a}{y_a}\right) \cdots\cdots\cdots (17)$$

此式括弧內之數。以 $x_a\, x_b\, x_c \cdots\cdots x_a$ 列於橫線之上。$y_a\, y_b \cdots\cdots y_a$ 列於橫線之下。皆順序列之。列畢。即畫斜交兩線。一爲虛線一爲實線。比觀 (16) 式。可見虛線相連之各兩數相乘之和減去實

線相連之各兩數相乘之和。半之卽得面積。故(16)式卽爲以縱橫線求面積之公式。列成(17)式。以便於記憶。免至混淆也。

(16)式更可變爲

$$A=\frac{1}{2}\left[y_a(x_e-x_b)+y_b(x_a-x_c)+y_c(x_b-x_d)+y_d(x_c-x_e)\right.$$
$$\left.+y_e(x_d-x_a)\right] \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (18)$$

由此可見。以每一角點之縱線乘其前後兩角點之橫線之較。以其各相乘數之和。半之卽得面積。惟所當注意者。其前後兩角點之橫線較。恆於後角點之橫線內減去前角點之橫線。並取同一之方向行之。以(18)式與66圖比較。卽可自明。試以64圖之計算。依縱橫線法求其面積。以爲舉例。先定元點0之位置。乃求各角點之縱橫線。0點之位置本無一定。其定之之法。止須令全地形皆在橫軸之上縱軸之右。卽全在第一象限內便可。設如元點0之位置在 A 角點之西一鏈。在 B 角點之南三鏈。則以64圖內平均數行之縱橫距按圖推之。卽得各角點之縱橫線如下。

以求得之縱橫線。表而列之。得圖內第二第三兩直行。其第四第五兩直行之數。卽依(18)式括弧內各數求得之。比觀(18)式自明。求得之面積與用倍子午距法及(16)或(17)式求得者同。任何多邊形之面積皆可仿此類推。

$$x_a = 1.00+0.00 = 1.00 \qquad y_a = 2.52+3.00 = 5.52$$
$$x_b = 1.00+6.61 = 7.61 \qquad y_b = 3.00+0.00 = 3.00$$
$$x_c = 7.61+3.60 = 11.21 \qquad y_c = 3.00+4.71 = 7.71$$
$$x_d = 11.21-3.81 = 7.40 \qquad y_d = 7.71+4.62 = 12.33$$
$$x_e = 7.40-3.92 = 3.48 \qquad y_e = 12.33-2.49 = 9.84$$

角　點	縱　線 (y)	橫　線 (x)	相間之兩橫線較	倍面積
A	5.52	1.00	$-$ 4.13	$-$ 22.80
B	3.00	7.61	$-$ 10.21	$-$ 30.63
C	7.71	11.21	$+$ 0.21	$+$ 1.62
D	12.33	7.40	$+$ 7.73	$+$ 95.31
E	9.84	3.48	$+$ 6.40	$+$ 62.98

$$
\begin{aligned}
+\text{倍面積} &= +159.91 \\
-\text{倍面積} &\quad -\ 53.43 \\
&\quad 2\,)\,106.48 \\
\text{面積} &= 5.324 \text{ 方鏈} \\
&= 5.324 \text{ 英畝} \\
&= 35.026 \text{ 中畝}
\end{aligned}
$$

67 圖

§12　多邊形缺去一邊之求法　測量田地面積時。有因特別情形或差誤之故。缺去多邊形之一邊者。則此邊之方向及長短。皆爲未知之數。然可用正縱距與負縱距之和爲 0。及正橫距與負橫距之和爲 0 之理。求得此未知邊之方向及長短。其求法如下。

(1)　先求得已知各邊之正負縱距及橫距。表而列之。

(2)　正縱距之和與負縱距之和之較。即爲未知邊之縱距。正橫距之和與負橫距之和之較。即爲未知邊之橫距。

(3)　因未知邊之縱橫距與未知邊成一句股形。縱橫距爲句股。未知邊爲弦。可依下式求未知邊之長。

未知邊之長 $=\sqrt{(\text{未知邊縱距})^2+(\text{未知邊橫距})^2}$ ……(19)

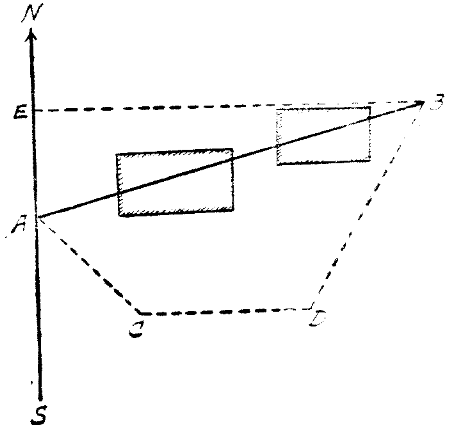
其未知邊之方向。則可依平三角直角三角形邊角相求之法得之。如命 θ 爲未知邊與磁石子午線所成之方向角。則

$$\tan\theta=\frac{\text{未知邊之橫距}}{\text{未知邊之縱距}} \quad \cdots\cdots(20)$$

既求得未知邊之方向及長短。則可依前法求田地之面積。

§13 邊界上遇有障礙物之測量法

如68圖。AB爲任一界線。自 A 點不能望見 B 點。是 AB 線之方向及長短。不能直接得之。則可取他方向折曲進行。如任取 C 及 D 之適宜兩點。自 A 能望見 C。又自 D 能望見 B 者。乃測量 AC, CD, DB 之方向及長短。然後以所得之各數。計算 AB 之進程。如圖。以測量之結果。列成一表。依§7法。求 AC,CD,DB 之縱橫距。而 AB 線之縱距爲 $AE=+4.18$



邊	方向	距離	$N(+)$	$S(-)$	$E(+)$	$W(-)$
AC	$S45°E$	3.00		2.12	2.12	
CD	E	3.50			3.50	
DB	$N30°E$	4.83	4.18		2.42	
			4.18	2.12	8.04	0.00

68 圖

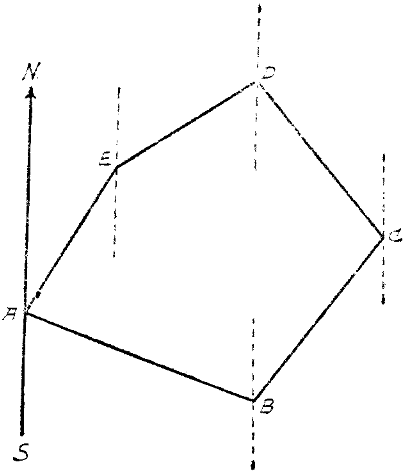
$-2.12=+2.06$。橫距爲 $EB=+8.04$。既知 AB 線之縱橫距。則 AB 線之方向及長短。可依平三角理得之。如

$$\tan BAE=\frac{EB}{AE}=\frac{8.04}{2.06}=3.903 \qquad \therefore BAE=75^\circ 38'$$

$$AB=\sqrt{(AE)^2+(EB)^2}=\sqrt{(8.04)^2+(2.06)^2}=8.30$$

故 AB 之方向爲 $N\,75^\circ 38'\,E$。距離爲8.30鏈。既求得其進程。卽可將此數列入記載界線進程之表內。以爲求面積之用也。

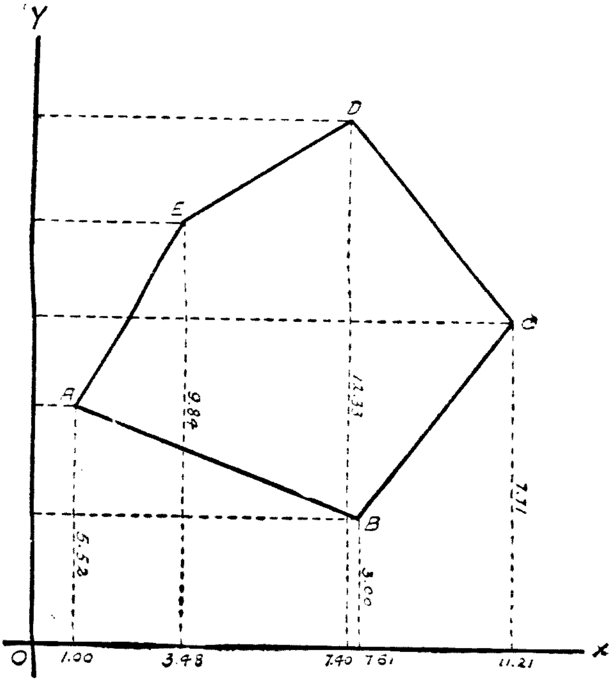
§14　製圖　如前數節所述。地界之方向。可以羅盤或經緯儀測得之。地界之長短。可以鏈或尺量得之。田地之面積。可以倍子午距或縱橫線法求得之。而田地之形狀。則可以製圖法繪得之。凡測量已畢。卽可以測得之方向。及量得之距離。繪成一圖。無待於計算面積。如以60圖所得之結果繪之。則如第69圖。先繪一 SN 線。作爲磁石子午線。(卽羅盤針所指之南北方向線。)於線內任取一點爲始點。作爲 A 角點。乃自 A 點作 AB 直線。與 SN 子午線成一角度。與測得之方向同。卽 $S69^\circ 15'E$。又任以一比例如一吋作一鏈。截得 AB 線之長與量得之長等。如7.05鏈。卽得 B 角點。從 B 點作一子午線。(卽與 SN 平行之南北方向線。)次自 B 作 BC 線。與子午線成一角度爲 $N\,37^\circ 15'\,E$。幷以同一之比例尺截得 BC 爲5.93鏈。卽得 C 角點。由此類推。卽可



69 圖

將原地之形。依縮尺繪成一圖。惟測量時所得之方向及長短。不甚精確。或繪畫時稍有差誤。則繪至 EA 線之末點 A。必不能與 AB 線之始點 A 合一。即繪成之多邊形不能接口。其所差之多寡。卽所以定準度之疎密。如差誤較多。則必須精細重繪以覆正之。

繪一田地之形狀。更可以縱橫線法繪之。此種繪法較爲精密。如以縱橫線法計算面積。則每一角點之縱橫線爲已知之數。卽以此已知之數而定各角點之位置。各角點之位置既定。卽可以直線聯之。而得田地之形。用此法製圖。可純用直線距離定界線之方向及長短。無事於繪畫角度。且各角點之縱橫線皆以同一之縱橫軸爲標準。稍有差誤。覆正較易。此縱橫線法之便利也。如以67圖求得之縱橫線繪之。則如70圖。先任繪 OY 及 OX 兩正



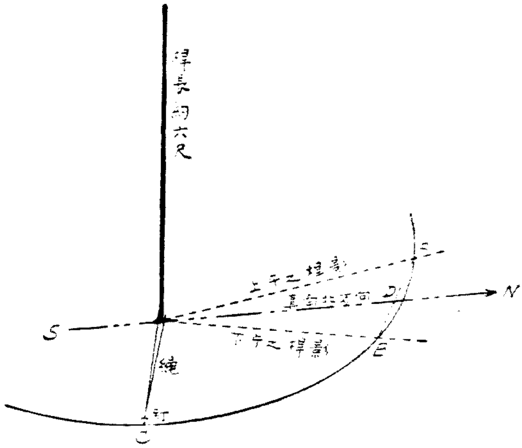
70 圖

交縱橫軸。O 爲元點。因求得 A 角點之橫線爲 1.00 鏈。縱線爲 5.52 鏈。卽自元點 O 以縮尺(一英吋作一鏈。或他種適宜之比例尺均可。)向右量 1.00 鏈。卽從此點向上作一垂線。依原用縮尺量得 5.52 鏈。卽以字記之。爲 A 角點。又 B 點之橫線爲 7.61 鏈。縱線爲 3.00 鏈。乃自 O 點向右量 7.61 鏈。自此點向上作垂線長 3.00 鏈。卽以字記之爲 B 角點。仿此類推。各角點皆可由此定出。乃以直線聯之。卽得田地之形矣。

§15　眞南北方向 *azimuth* 之求法　前編已言磁針所指之方向。爲磁石之南北。而非地球之南北。卽磁極子午線與地極子午線微有偏差。(見第二編第二章§4)故凡以羅盤測得之方向。皆以磁針爲標準。如第69圖之 SN 及70圖之 OY 線。皆代表磁針所指南北方向。如必欲得其眞南北之方向。則可先求得磁針之偏差。在圖內再繪一直線。與磁石之南北方向線相交成角。與偏差角等。則所繪得之直線。卽爲眞南北之方向線。其餘各界線之眞方向。可或加或減一偏差角得之。

求磁針之偏差。可先求眞南北之方向。求眞南北方向之法有種種。可測太陽而得之。或可測極星而得之。然其法殊非簡易。其最簡之法。爲以日影求之。如第71圖。於晴天無風之時。取一堅直之桿。長約六呎。直插於空曠平地上。太陽照射。必成一桿影於地面。午前若干時如上午十點十二分。桿尖之影在 A 卽以記號識於地上。次以繩圈繞桿之下端。繩之餘一端繫一釘。自 A 點畫 ABC 弧於地上。至午後同若干時。如下午一點四十八分。桿端之影在弧上 B 點。卽以記號識之。然後以 AC 弧線或 AB 直線(卽弦)分爲兩等分。得 D 點。自桿之下端至 D 點之直線方向如

SN。即爲眞南北方向。如以羅盤置於SN之方向線上。令羅盤之S及N兩點正與SN線相合。視磁針所指之方向與SN線所成之角度若干。即爲磁針之偏差。磁針之偏東偏西。因地而異。求得之偏差。必須記其東西。如是。可於圖內繪一直線。與磁極之南北線成偏差之角度。則所繪之直線。即表示眞南北之方向。其餘各線之眞方向。可準此得之。

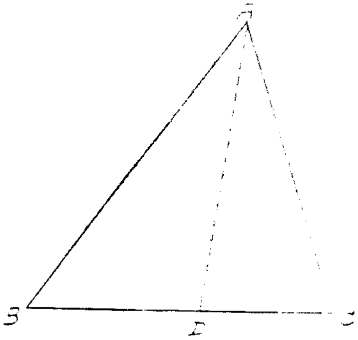


71 圖

§16 畫分土地之測量法

土地之形有種種。畫分之法。各有不同。故無一定之公例。然不外以幾何三角理爲推求之本。隨舉數法如左。以例其餘。

(1) 從三角形地之任一角點。安設直線至對邊。依定比例畫分田地之面積爲兩分。 如72圖ABC爲三角形地。已測得其面積。今欲從角點A至對邊。以直線依所定比例分全形之面積爲二。如ABD及ACD。則因ABD及ACD兩三角形同高。依幾何理。兩同高三角形面積之比。必如其底邊



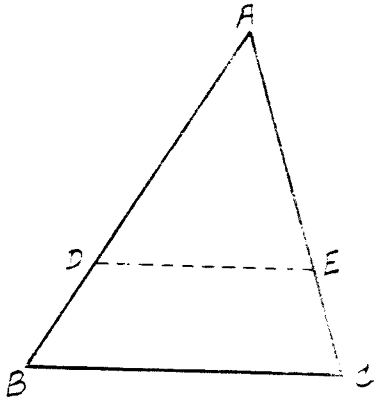
72 圖

之比。故

$\triangle ABD : \triangle ACD :: BD : DC$

因 BC 邊之長。必爲已知之數。故由此式。即可求得 BD 或 DC 之長。而 D 點之位置可定。

(2)　以直線割分三角形地。割出之面積與所定之面積等而割線與原三角形地之一邊平行。如73圖。ABC 爲三角形地。已測得其面積。今欲以 DE 直線割出 ADE 一段面積。與所定之面積等。而 DE 線又須與 BC 邊平行。則因 ABC 及 ADE 兩三角形爲相似形。依幾何理。凡兩相似三角形面積之比。必如其相當邊之平方比。故



73圖

$\triangle ABC : \triangle ADE :: (AB)^2 : (AD)^2$

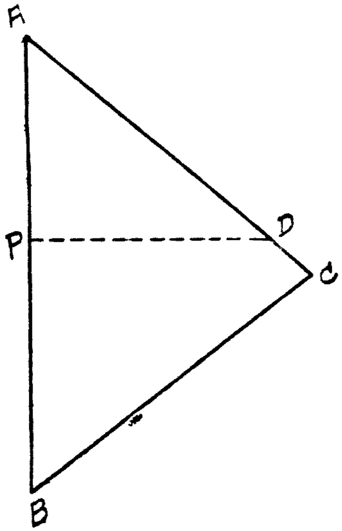
即 $\sqrt{\triangle ABC} : \sqrt{\triangle ADE} :: AB : AD$

$\therefore AD = AB\sqrt{\dfrac{\triangle ADE}{\triangle ABC}}$

求得 AD 之長。則 D 點之位置已定。可置儀器於 D 點安設一直線。令 $\angle ADE = \angle ABC$。即可定得 E 點。

(3)　從三角形任一邊內之一定點。以一直線畫分一段面積。與所定面積等。如74圖。ABC 爲三角形地。已測得其面積。今

欲於 AB 邊界內已知距離之 P 點。作一直線 PD。畫出 APD 一段面積。與所定面積等。則因 ABC 及 APD 兩三角形。A 角爲同用。依幾何理。凡兩三角形有一角相等。則兩形面積之比。必如其夾此角之兩邊相乘數之比。故



$$\triangle ABC : \triangle APD :: AB \times AC : AP \times AD$$

74 圖

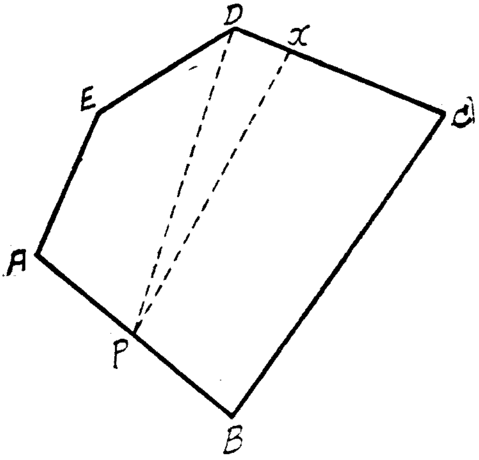
$$\therefore AD = \frac{\triangle APD \times AB \times AC}{\triangle ABC \times AP}$$

依此式求得 AD 之長。即定得 D 點。聯 PD 直線。所得 APD 之面積。即爲所求得之面積。

（四）從多邊形地之邊界內之一定點。以一直線畫分一段面積。與所定面積等。 如75圖。$ABCDE$ 爲多邊形地。已測得其面積。及繪成一圖。今欲於邊界上已知距離之 P 點。以直線畫分一段面積。如 $PAEDx$。與所定之面積等。則先於所繪之圖內自已知距離之 P 點。任作直線聯一角點如 PD。截出 $PAED$ 一段面積。大約與所定面積相差不甚多者。乃依 §12 法。求 PD 線之長短及方向。再求 $PAED$ 之面積。視求得之面積與所定之面積尚差若干。則必於 $PAED$ 面積內或加或減一小段面積與所差之數

等。然後得所定之面積數。如求得 $PAED$ 面積比所定之面積少 a 方鏈。則必須另加一三角形面積如 PDx 與 a 等。方得所定之面積。惟因凡三角形之面積必等於任兩邊與其所夾角之正弦相乘之半。故 PDx 三角形面積爲

$$a=\frac{1}{2}PD\times Dx\times SinPDx$$



75 圖

PDx 之角度。可由 PD 及 Dx 兩線之方向角求得之。故由此式。可求得 Dx 之長。如

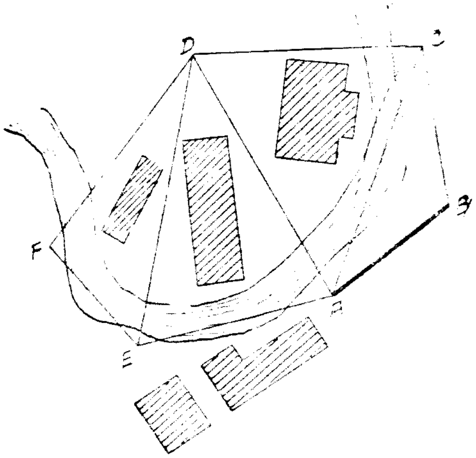
$$Dx=\frac{2a}{PD\times SinPDx}$$

既求得 Dx 之長。則 x 之距離已定。故可於 DC 邊界上定 x 點。聯 Px 直線。則截出之 $PADEx$ 面積。必與所定之面積等。畫分土地之法。種類極多。不能盡舉。學者可因地形按幾何三角理推之可也。

§17 三角測量法 *Triangulation*

§3 內 53 圖所舉之例。即三角測量法之一。此種測量法。恆以多個三角形連合而成一三角網。其中以一已知之邊爲標準。此邊即名曰基線。以已知之邊及測得各角。逐次推算各三角形各邊之長。如基線之方向爲已知。則各邊之方向皆可依次求得。而各邊之縱橫距。亦可依前法

求之。故大地上各點之位置距離。不能同在一點上測得者。或因各點之間有障礙物。不能直接測望者。皆可依此法求得各點之相關位置及距離。如76圖。$CDEF$ 爲地面上各點。相距極遠。其間或有物障礙。不能同在一地上瞭見各點者。(圖中之方形。卽爲極大之障礙物如村鄉房屋等。)今欲得其各點相關之位置。則可以三角測量法行之。先任擇 A 點。能望見 CDE 三點。又擇 B 點。能望見 C 點者。量 AB 線之距離。卽定爲基線。乃置經緯儀于 A 及 B 兩點。以反覆測量地平角法(第二編第三章§5)測得 CAB 及 ABC 兩角。則 ABC 三角形。可依平三角正弦比例理。以求得 AC 邊之長。如



76 圖

$$\angle ACB = 180^\circ - \angle CAB - \angle ABC$$

$$AC = \frac{AB \sin ABC}{\sin ACB}$$

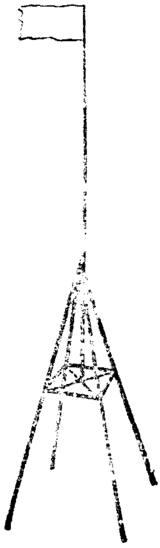
又置經緯儀于 C 及 A(由 C 及 A 均能望見 D。)測得 ACD 及 DAC 兩角。則 ACD 三角形。知 AC 邊及 ACD、DAC 兩角。可依正弦比例求得 AD 邊之長。

又置經緯儀于 A, E 兩點。(由 A 及 E 均能望見 D)測得 EAD 及 DEA 兩角。則 AED 三角形。知 AD 邊及 EAD, DEA 兩角。依前法。可求得 ED 邊之長。

又置經緯儀于 E 及 F。依法。可求得 DF 及 FE 之長。其餘所欲求之各邊。皆可依平三角法得之。由此可見。此種測量法、止須量度一基線之長、其餘各點之距離、皆根源於基線及測得角。逐次推算而得。故基線爲測量全部之始。稍有差誤。則各邊隨之、且其差誤漸積。至最終之一部。其差誤較多。故量度基線。必須準確。測量角度必須精密、所用之經緯儀、以能讀至十秒者。且以反覆法測之爲最佳、因此種測量法、多用於大地之上、其三角形每邊之長。有數十英里以至百餘英里者、故非如此精微。則距離旣遠。差誤必多也。

如基線之方向爲已知。則每相聯兩點之線如 BC, CD, DF, FE 等線之方向、皆可求得之。故 $ABCDFE$ 可作爲一多邊形觀之。知各邊之方向及長短。依法可求其縱橫距。并可以縱橫線法繪出一圖。以顯各點相關之位置。

此種測量法。施行於遠距離之時。則各點之上。必豎以較大之標記。方能從遠距離望見之。尋常所用之標記如77圖、爲一木架。架上裝一旗幟架之中部釘以橫木。令架堅定。惟橫木距地之高度、須比人高。可置儀器于架下。以測望他點。安置木架於地上時、必先繫以懸錘。令旗桿正對所定之點。乃將架之四足緊插泥土中。庶不至有搖動也。



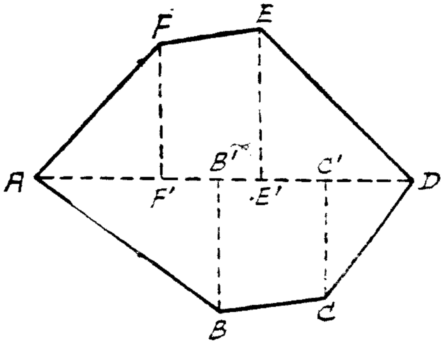
77 圖

習 題

(1) 設如有一三角形地。其三邊之長。一爲 15.2 鏈 一爲 17.0 鏈。一爲 18.8 鏈。 試求其面積若干。

(2) 設如有一三角形地。量得兩邊之長。一爲 24.7 鏈。一爲 30.5 鏈。幷測得其夾角爲 54°30′。問面積若干。

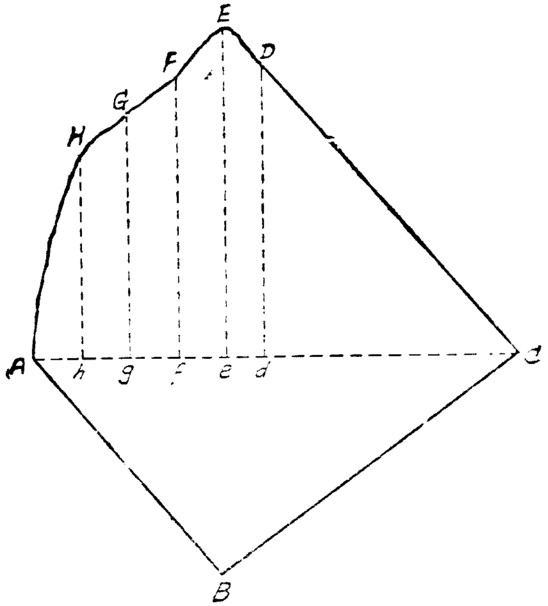
(3) 設如有 $ABCDEF$ 多邊形地。如 78 圖。量得之各距離如下。試求其面積。



78 圖

$AF' = 5.0$ 鏈	$FF' = 6.2$ 鏈
$EE' = 6.8$ 鏈	$AE' = 8.7$ 鏈
$AD = 15.0$ 鏈	$AC' = 11.5$ 鏈
$AB' = 7.0$ 鏈	$BB' = 6.9$ 鏈
$CC' = 5.9$ 鏈	

(4) 設有一曲邊形地。如 79 圖。量得之各距離如下。試求其面積。



79 圖

$AB = 5.9$ 鏈	$Bc = 7.7$ 鏈
$CD = 7.5$ 鏈	$Dd = 6.0$ 鏈
$Cd = 5.3$ 鏈	$Ee = 6.8$ 鏈
$ed = 0.8$ 鏈	$Ff = 5.8$ 鏈
$Gg = 5.0$ 鏈	$Hh = 4.2$ 鏈

$Ah = hg = gf = fe = 1$ 鏈

(5) 設如以羅盤及鐵鏈測量一多邊形地。其各邊之方向及長短。如下表之記載。試求其面積之中畝數。繪其圖形。

測位	方向	距離 (鏈)
A	$N\ 46\frac{1}{2}^\circ\ W$	20.76
B	$N\ 51\frac{3}{4}^\circ\ E$	13.80
C	E	21.35
D	$S\ 56^\circ\ E$	27.60
E	$S\ 33\frac{1}{4}^\circ\ W$	18.80
F	$N\ 74\frac{1}{2}^\circ\ W$	[illegible]0.98

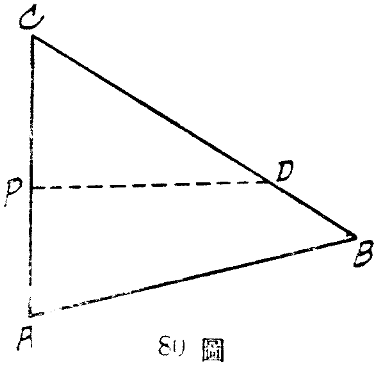
(6) 設如測量一地，其各邊界之方向及長短如下表，惟缺去一邊。試求其面積，幷繪圖明之。

測位	方向	距離 (鏈)
1	$S\ 40^\circ\ W$	17.50
2	$N\ 45^\circ\ W$	22.25
3	$N\ 36\frac{1}{4}^\circ\ E$	31.25
4	N	13.50
5	缺	缺
6	$S\ 8\frac{1}{2}^\circ\ W$	34.25
7	W	32.50

(7) 設有一三角形地，如 80 圖。$AB = 18.7$ 鏈，$BC = 20.3$ 鏈，$CA = 15.0$ 鏈。今欲自距 A 點 8 鏈之 P 點，以直線畫出 $ABDP$

一段。其面積爲50中畝問 D 點之所在。

(8)　設有一多邊形地。其各邊之方向及長短如下表。今欲從 C 點作一 CX 直線平分面積爲二。問 X 點之所在。



80 圖

測位	方向	距離（鏈）
A	$S\ 46\frac{1}{2}°\ E$	20.00
B	$S\ 74\frac{1}{2}°\ E$	30.95
C	$N\ 33\frac{1}{4}°\ E$	18.80
D	$N\ 56°\ W$	27.60
E	W	21.25
F	$S\ 51\frac{3}{4}°\ W$	13.80

第二章　水平測量法 *Levelling*

§1　定義　水平測量法者。定地面上各點之高度差之法也。前編已畧言之。此種測量法所用之儀器。皆以水平儀或經緯儀及分度桿行之。其測法不外以水平儀定水平視線。惟其用途。則可有以下數種。

(1)　定地面上兩點之高度差。

(2)　定一路線高低之形。

(3) 定地面之斜度。

因所求之結果有不同。其測量法。記載法。及計算法。亦微有差異。茲分別言之如下各節。

§2 水平基線及測量留存之標誌

凡言一點之高度。當以海平面爲標準。而定此點高出或低入海平面若干之數。此海平面。卽爲水平基面 *Datum Plane*。面內任一直線卽爲水平基線 *Datum Line*。水平基面或水平基線之高度。恒定爲 0。惟距海較遠之地。則海面之高下殊不易知。故可假定一線爲水平基線。而命其高度爲 0。假定之水平基線與眞水平基線雖有不同。然以之定得地面上各點之高度差數。則無有異也。

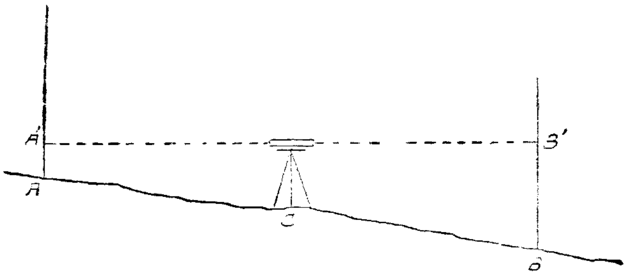
凡測量一路線。至其終點或至一小段時。恆留一標誌於石上或地界上。或堅固之建築物上。作一記號記之。表明此標誌點對於假定水平基線之高度。以爲他日繼續測量他點之高度時。可由此標誌起。而定他點之高度。此標誌點。卽爲測量留存之標誌 *Bench Mark*。凡一路線之上。必於其首末及當中各部。皆立一標誌於其附近之堅固物上。以爲指引及覆算之用。凡定一路線高低之形。則此種標誌點爲不可少之物。觀下各節自明。

§3 兩點高度差之測量法

此種測量法。卽定地面上兩點或兩地相差之高度也。前編第四章 §6 §7 已畧言之。茲再言其通法如下。

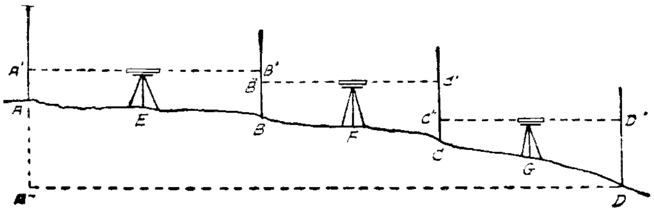
如 81 圖。AB 爲地面上兩點。求其兩點高度之差。如此兩點相距不甚遠。且能在中點望見 AB 兩點者。可置水平儀於兩點之間如 C。C 點不必一定在 AB 直線內。惟水平儀距 A 及 B 必須大約相等。因等距離之地面。曲度及折光差誤。彼此可以相消不

計也。（見前編第四章§8）將儀器安平。乃持分度桿直立於 A 點堅地上。測者即觀望鏡內橫線絲截得桿之度數爲 AA'。記載於簿內。持桿者即持桿至 B。直豎於堅地上如前。測者轉鏡向之。測得鏡內橫線絲所截桿之度數爲 BB'。而 BB' 與 AA' 兩數之較。即爲 AB 兩點相差之高度也。



81 圖

如地面上兩點相距較遠。或在兩點之間不能以一處望見兩點者。則可分段測之。如82圖。AD 爲地面上兩點。欲求此兩點之高度差。則先截取一段如 AB。置儀器於其中點 E。依上法測得 AA' 及 BB' 記載於簿內。AA' 爲後視（即＋視）。BB' 爲前視（即－視）。記畢。又截取一段如 BC。置儀器於其中點 F。依法測得 BB'' 及 CC'。即記於簿內。以 BB'' 爲後視。CC' 爲前視。如是繼

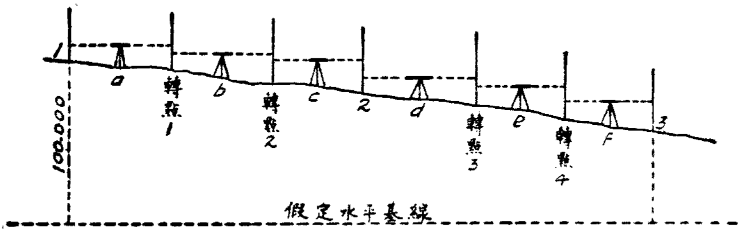


82 圖

續測之以至於末點。則各前視之和與各後視之和之較。即爲 A 點與 D 點之高度差。此因

$$BB'+CC'+DD'-(AA'+BB''+CC'')$$
$$=BB'-BB''+CC'-CC''+DD'-AA'$$
$$=B'B''+C'C''+D'D-AA'$$
$$=A'A''-AA'=AA''$$

如上圖 B 及 C 兩點。名曰轉點 *Turning Point*。因儀器置於 E 點所測之前視。及在 F 點所測之後視。其分度桿均置於同一之 B 點上。止須轉移桿而直向儀器耳。又如置儀器於 F 點所測之前視。及在 G 點所測之後視。其分度桿亦同置於 C 點。故 B 及 C 兩點皆名曰轉點。學者既知其測法。可再舉一例。并設一表式如後。以例其餘。如83圖。欲求1及3兩地之高度差。則依前法分段測之。測得各後視及各前視。記之表內。表分五直行。均列於簿內之左篇。其右篇以爲記載標誌點位置之用。以備將來易於尋覓也。既已測得各前視及各後視則各點相關之高度可由此推得之。先假定一水平基線。在標誌點1之下一百呎。即標誌點1高出水平基線一百呎。亦即標誌點之高度爲一百。故書100.000於點之高度之直行內。與標誌點1相對。惟既已設定一水平基線。則以後各點之高度。皆根源於此基線。不能隨意定之以標誌點1之高度100.000與後視4.122相加。即得儀器在 a 點時之高度爲104.122。由此高度內減去前視6.189。即得轉點1之高度爲97.933以此高度與後視3.661相加。即得儀器在 b 點之高度爲101.594。由此高度內減去前視5.010。即得轉點2之高度。餘仿此類推。由此可以點之高度與後視相加。即得儀器之高度。故後



(A)

標誌點1及標誌點3之水平測量					民國七年四月二十六日 測者姓名
點	後視(+)	儀器之高度	前視(−)	點之高度	特別記載
標誌點1	4.122	104.122		100.000	
轉點1	3.661	101.594	6.189	97.933	
轉點2	4.029	100.613	5.010	96.584	
標誌點2	3.901	97.144	7.370	93.243	
轉點3	3.512	94.039	6.617	90.527	
轉點4	6.007	91.331	8.715	85.324	
標誌點3			9.070	82.261	
	25.232		42.971		

(B)

83 圖

視恆以加號(+)表之。又由儀器之高度內減去前視卽得點之高度。故前視恆以減號(−)表之。幷可見前視後視非以向前向後分之也。茲立一算草如下。以明其計算之法。

100.000	假定之高度(標誌點 1)
+4.122	後視(標誌點 1)
104.122	儀器之高度
−6.189	前視(轉點 1)
97.933	高度(轉點 1)
+3.661	後視(轉點 1)
101.594	儀器之高度
−5.010	前視(轉點 2)
96.584	高度(轉點 2)
+4.029	後視(轉點 2)
100.613	儀器之高度
−7.370	前視(標誌點 2)
93.243	高度(標誌點 2)
+3.901	後視(標誌點 2)
97.144	儀器之高度
−6.617	前視(轉點 3)
90.527	高度(轉點 3)
+3.512	後視(轉點 3)
94.039	儀器之高度
−8.715	前視(轉點 4)
85.324	高度(轉點 4)
+6.007	後視(轉點 4)
91.331	儀器之高度
−9.070	前視(標誌點 3)
82.261	高度(標誌點 3)

標誌點1與標誌點3之高度差。可以各前視之和數與各後視之和數相減。或以標誌點1之高度與標誌點3之高度相減得之。如上表之計算則

標誌點1與標誌點3之高度差 $=42.971-25.232$

$=100.000-82.261=17.739$

由以上各法。可集列數例如下學者必須熟記之。

(1)後視與點之高度相加。卽得儀器之高度。以式列之。如

後視＋點之高度＝儀器之高度

(2)儀器之高度減前視卽得點之高度以列式之。如

儀器之高度－前視＝點之高度

(3)各前視之和與各後視之和之較。必等於首點之高度與末點之高度較。其較數。卽爲首末兩點之高度差以式列之如

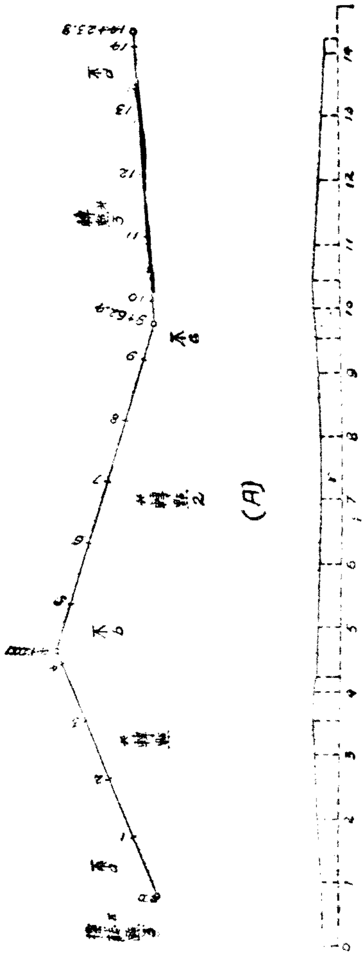
前視之和－後視之和＝首點之高度－末點之高度

＝首末兩點之高度差

§4 路線高低之測量法

路線高低之測量法者。沿地面上所定之路線而測其改變高度之法也。已定之路線。必先截分小段。每段之長。通常爲一百呎（或用他種不等之距離亦可。）名曰站。隨擇一適宜之地。安置水平儀。乃以分度桿置於路線起點附近之標誌點。測得後視。以定儀器之高度。然後置分度桿於所定路線上之各站。依前法測得各前視。至儀器必須移至他點時。則先擇定一轉點。測得前視。然後將儀器移至他點再向轉點測得後視。以定此時儀器之高度。如是繼續行之。卽可依前節之例。推得各站之高度。而繪成一圖。以表示路線各點相關之高度。或表示路線高低之形矣如84圖（A。）爲路線之平面圖。其

起點爲0。打木樁於地上記之。并在木樁旁書0字。乃以鋼尺沿所定之路線量之。每量得一百呎。即打以木樁。是爲每站之長。并於木樁旁書以號數。如第一站書1字。第二站書2字。餘類推。故凡至任一站。即可知此站距起點之遠。如至第七站。可知距起點七百呎是也。至路線改變方向之點。亦打以木樁。但此點未必適爲一整站數。故可并書其零數如圖中4+20.7及9+62.4。其意即謂四站零二〇·七呎及九站零六二·四呎也。餘仿此。惟施行此種測量法時。量者隨量測者隨測。庶可省時日。故測者同時擇定一適宜之點如4。在所



84 圖

定路線之內或路線之外。均無不可。先置分度桿於前留存在0站附近之某標誌點。如標誌點3。測者依常法測望得後視。如12.23。即記於表中。如85圖。此表多立一直行。專記標誌點及轉點之高度。取其易於檢閱也。如標誌點之高度由前測得爲22.748.（標誌點及轉點之前視後視及高度各數。必須比各站之數較

某路之截面						民國　年　月　日　測者姓名
站	後視(+)	儀器高度	前視(−)	站之高度	標誌轉點高度	特別記載
標誌點 3	12.23	34.98			22.748	
0			9.8	25.2		
1			6.6	28.4		
2			3.0	32.0		
轉點 1	11.18	44.73	1.43		33.55	
3			6.1	38.6		
3+65			2.7	42.0		
4			3.7	41.0		
4+20.7			5.2	39.5		
5			6.7	38.0		
6			11.2	33.5		
轉點 2	3.48	42.59	5.62		39.11	
7			10.2	32.4		
8			8.3	34.3		
9			7.6	35.0		
9+62.4			4.0	38.6		
10			2.4	40.2		
10+43			1.1	41.5		
11			2.6	40.0		
12			8.0	34.6		
轉點 3	0.42	31.89	11.12		31.47	
13			2.8	29.1		
14			8.7	23.2		
14+23.8			11.2	20.7		

85 圖

爲精密。故其小數恆多一位）即先記入第六直行。横對標誌點3。依前節(1)例。以標誌點之高度與後視相加。得儀器之高度爲34.98。(如新定之標誌點未知其高度。則可依前節假定之。)又置分度桿於0,1,2,各站。依法測之。惟所當注意者。豎桿於各站所

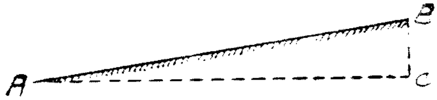
測得之數。皆爲前視。應列入前視行內。與相當之站相對。乃依前節(2)例。由儀器之高度內減去前視。得各點之高度。故 0, 1, 2, 各站之高度爲 25.2, 28.4, 32.0。如在此測位 a 或與前站距離太遠。或爲物體遮蔽。不能測望 3, 4 等站。則儀器必須移易位置。惟未遷移之前。必先擇定一點以爲轉點。如圖中之轉點 1。測得前視記入表中如 1.43。由儀器之高度 34.98 減去此前視得轉點 1 之高度爲 33.55。記入第六直行內。然後遷儀器於適宜之新位置如 b。再向轉點 1 之分度桿測望。得後視如 11.18。與轉點 1 之高度相加。得儀器之高度爲 44.73。乃向 3, 3+65, 4…… 各站如前測望。得各前視。至必須遷移位置時。亦擇一轉點（或遇有標誌點。則可用之以代轉點。）以爲轉移。仍如前法繼續行之。而至於末點。由是各站之高度皆可求得。以爲繪畫路線高度之用。其繪法詳見下節。

§5 繪畫路線高低之形

路線內各站之高度既如上法測得。并列入表中。如 85 圖之五直行。即可以此高度數繪出路線高低之形。即爲路線之縱截面圖。如 84 圖 (B)。先畫一地平線。次以任何適宜之縮尺。在地平線內分截各站。如 0, 1, 2, 3, 3+65, 4…… 等。乃自 0 站作垂線。因 0 站之高度爲 25.2。即任以一縮尺截得垂線之長爲 25.2。又自一站作垂線。依前用縮尺截得其長爲 28.4。又自 2 站作垂線。依前用縮尺截得其長爲 32.0。仿此類推。其截得之各點。每相鄰兩點以直線聯之。則所得之曲線。其高度參差不齊。此不齊之度。即表示路線高低不齊之形矣。惟此處所用之標誌點及轉點。皆非在路線之內。故繪路線高低之圖時。無須繪出標誌點及轉點之高度。

繪畫此種圖形。以方格紙繪之爲最便利。方格紙之形式有種種。有英寸者。有生的米達 *Centimeter* 者。86 圖爲生的米達方格紙。所繪之橫線。以一生的米達作一百呎。其竪線則以一生的米達作十呎。至於繪畫之法。一與前同不過可省每次量度之繁。且繪出之圖。可徑數方格之數而知各站之高度及距離。故其用甚廣。茲以85圖之結果再以方格紙繪之如前。學者比觀圖表自明。惟圖內所用之高度縮尺。(一生的米達作十呎。)與地平距離之縮尺。(一生的米達作一百呎。)不同。因高度所差較小。故用較大之縮尺。而距離恆漸加增。故用較小之縮尺。其所繪得之曲線形狀及斜度。雖與地面之眞形有不同。然此種圖恆以爲表示地面上各點高度之用。故常用兩種縮尺。其各點之高度。以較大之縮尺表之。可將其小數繪出。而路線之長。則以較小之縮尺繪之。免其伸至太長耳。如必須繪出地面之原形。則可以同一之縮尺繪之。

§6　斜度 *Grade*　凡傾斜之地面與水平面所成之斜坡。即名曰斜度。斜度恆以百分法明之。如 87 圖。AB 爲地面之斜坡。AC 爲水平線。如 AC 長一百呎。CB 直高一呎。則 AB 之斜度爲百分之一。可寫爲斜度 1%。又如 AC 長一百呎。CB 直高五呎。則 AB 之斜度爲百分之五。可寫爲斜度 5%。

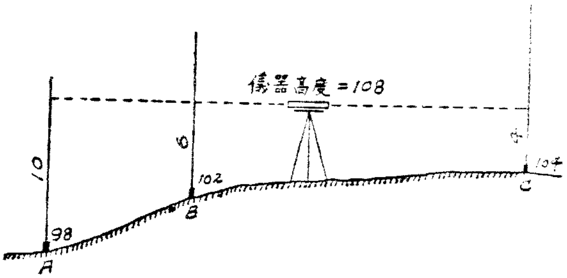


87 圖

又斜度有上行下行之分。視其對於某方向而言。如上圖依 AB 之方向則稱爲上行斜度。依 BA 之方向。則稱爲下行斜度。由此可見。凡所謂斜度云者。即表示地面傾斜之度。每百呎高若干呎

或低若干呎之謂也。

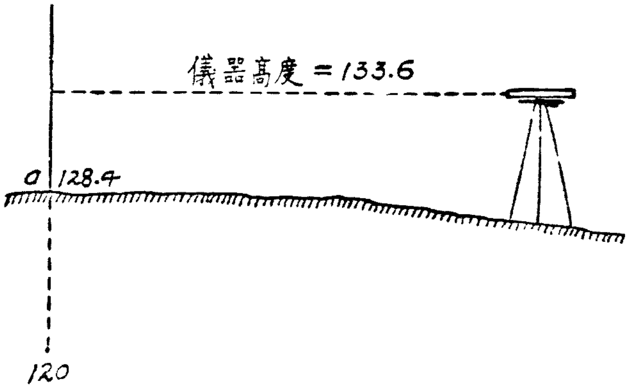
§7 斜度桿數 儀器之高度。(卽水平視線之高度。)可直接測望標誌點或已知高度之點得之。由此儀器高度內減去某定點之所定高度。其餘數卽爲某定點在水平視線下所定之高度數。此卽名爲斜度桿數。如88圖,欲在地面上A, B, C,三點各打一木樁。令A點木樁之頂。高出所定水平基面98呎。B點木樁之頂。高出水平基面102呎。C點木樁之頂。高出水平基面104呎。欲求此三木樁之頂面之所在。則先在地面上適宜之點安置水平儀。測望附近之標誌點。以定儀器之高度。如定得儀器之高度高出水平基面108呎。則在A點木樁之頂其斜度桿數應爲$108-98=10$。在B點木樁之頂。其斜度桿數應爲$108-102=6$。在C點木樁之頂其斜度桿數應爲$108-104=4$。故持分度桿於A點之上。將桿提高或放下。令測者觀望鏡內橫線絲正截分度桿之10呎時。則桿脚卽爲A點之木樁頂面所在之高度依同法。持桿於B點及C點。將桿上下移動。俟鏡內橫線絲正截分度桿之6呎及4呎之點時。則桿脚之高度。卽爲B點及C點木樁頂面所在之高度矣。



88 圖

§8 木樁之安置法 依前節之法。可任以所定之高度而求得木樁之高下。木樁之頂面。卽可表示所定之高度如前節

欲在 A 處定一點令此點之高度爲 98 呎則可先在 A 點打一木樁乃直持分度桿放於木樁之頂面上測者留意測望幷示以記號令打樁者漸漸沉下木樁俟見鏡內橫線絲正截分度桿之 10 呎爲止是所打之木樁之頂面適合所求之高度矣然地面之高下無定如所求之高度高出地面甚多或低入地面之內則此法不能適用其最普通之法則所打之木樁令其頂面高出或低於所定之高度一呎或二呎或任何整呎乃在木樁上記明自木樁頂面起應掘低或塡高若干呎而得所定之高度如 89 圖欲在 a 處定一點之高度爲 120 呎則先置水平儀於適宜之地測望已定之標誌點或已知高度之點得儀器之高度設知 a 點之高度(a 點之高度爲已前測得者則可由記載簿內查得



89 圖

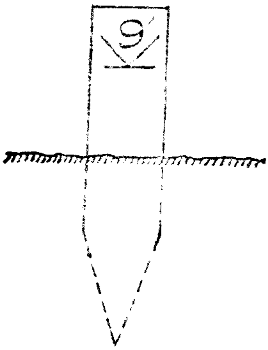
如未知其高度則此時可以測之)爲 128.4 即可見所求之高度低入地面之內必須將 a 處之地掘低若干呎方能得所定之高度依 §7 知

斜度桿數 $= 133.6 - 120.0 = 13.6$ 呎

而　地面高於所定之高度 $= 128.4 - 120 = 8.4$ 呎

由此可見。若於 a 處打一木樁。則其頂面必須出所定之高度9呎。方成一整呎數。此卽木樁之頂面高出地面 6 呎。故安置木樁於 a。令其頂面高出所定之高度 9 呎。則此時之斜度桿數應爲 $13.6-9.0=4.6$ 呎。依前法。卽可緩緩沉下木樁。并持分度桿直竪於樁頂。俟鏡內橫線絲正截分度桿之 4.6 而止。并在木樁之旁記明「掘 1 呎。」或「塡 1 呎。」(如此處之舉例。則應寫「掘 9 呎。」因在樁之頂面起計。須掘低 9 呎。方得所定之高度 120 呎之點也。)而樁之他面。則依 §4 法記以站數。

打木樁之時。或更可不必令木樁之頂面距所定之點適爲一整呎數。如以上之舉例既由鏡內測望得橫線絲正截分度桿之4.6 呎。卽依分度桿脚。晝一橫線於木樁之旁面。并書以數目。以表明其掘低及塡高之數。如 90 圖。$\underline{9}$ 之記號卽謂所定之高度。應在此橫線下 9 呎也。又如 $\overline{7}$。其意卽謂所定之高度。應在此橫線上 7 呎也。如遇堅實地面不易沉下木樁者。亦可用此法以不脫色之紅油書於建築物之牆壁或大石上

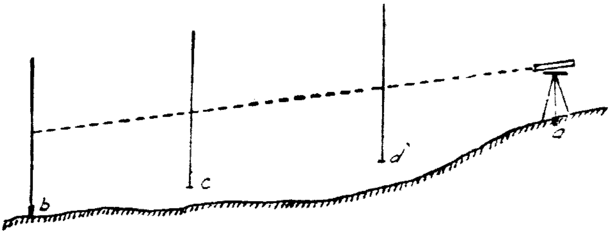


90 圖

§9 在兩定點間安設同等之斜度法

設如有已定高度之兩定點。欲在此兩定點之間安置木樁。而定其間各點所在之高度令其與原有兩定點成同一之斜度。例如建造溝渠水管等。可以測射法定之。此種測射法。以經緯儀行之爲最便利。如 91 圖。ab 爲原有之兩定點打木樁以記之。木樁之頂面。卽爲所定之高度。(如兩點之高度未定。則必須照前法先定之。)乃置經

緯儀於木樁 a 之旁。相距約六寸。持分度桿直豎於木樁 a 之頂面。量得鏡軸之高。此數必須謹記之。（如用靶子分度桿。則移動靶子正對鏡軸。可免記之之繁。）然後將分度桿移至 b 點。直豎於木樁 b 之頂面上。測者即傾斜遠鏡。俟鏡內橫線絲正壓前量得鏡軸之高



91 圖

數。例如量得鏡軸之高為3.8呎。則必令鏡內橫線絲正截 3.8 呎。（如用靶子分度桿。則以橫線絲正對靶子所指之數。）乃將鏡定實。勿令其繞橫軸旋動。則此時鏡之斜向。必與原定兩點之斜度平行。如定任點 c 及 d 所在之高下。與原有兩定點成同一之斜度。則可直豎分度桿於 c 及 d 之上。將桿上下移動。俟鏡內橫線絲正截前量得鏡軸之高數。如 3.8 呎。則分度桿之脚。即為所欲求之點。故可依前法安置木樁。而得 c 及 d 各點。

§10　安設道路之斜度法

安設道路之斜度法。畧與前同。惟未施行測量之前。必先定道路之中線。在其中線上每相距25或50呎。即打一木樁。然後以已知高度之定點及所設斜度。而定各木樁之高下。茲再舉一例如後以明其測法。

設如建築一道路。已用鋼尺量得道路之長為376.1呎。幷已定得路線低端之起點。其高度為 129.64 呎。今欲安設此路之斜度為 2%。（即每一百呎之距離。其高度升高二呎。）即可置經緯儀於起點之上。以鏡內之豎線絲正對路線。指導量者按路線之方

向。以鋼尺直量。每距50呎。卽打一木樁。并依§4法。記以站數。如0 0+50 1+0 1+50 2+0 2+50 3+0 3+50。至最末之點。則爲3+76.1。惟從路線之低端起測。則每隔50呎(卽每一木樁之距離。)其斜度桿數必應少一呎。此因原定道路之斜度爲2%。卽每50呎其高度相差1呎。而從低點起。則其斜度必漸升。故每距50呎。其斜度桿數必少1呎。由此類推。至3+50站之木樁。其斜度桿數必比0站(卽起點)之斜度桿數少7呎。比3+0站之斜度桿數少1呎。又至末站3+76.1與3+50站之木樁。相距26.1呎。則此兩站之斜度桿相差。必爲.02×26.1=0.522呎。如儀器置於起點0站時。假令知其斜度桿數(卽儀器鏡軸高出築成之道路面之數。此可於儀器之高度內減去所定道路面之高度得之。)爲8.94呎。則各站之斜度桿數可遞次減一得之。如0+50站爲7.94呎。1+0站爲6.94呎。3+50站爲1.94呎。至3+76.1站則爲1.42呎。故定所求各點之高下。可將儀器之望遠鏡安置成水平。乃持分度桿於0+50站。將桿上下移動。俟鏡內橫線絲正壓此站之斜度桿數。如7.94。則桿脚卽爲所求點之位置。可依桿脚之高下。在木樁旁畫以記號。或緩緩沉下木樁。至與桿脚同齊而止。又移分度桿至1+0站。將桿上下移動。俟鏡內橫線絲正壓此站之斜度桿數。如6.94。則桿脚卽爲所求點之位置。其餘各點皆可仿此類推。

§11 安設道路成水平法 如有一道路之面。天然成一小斜坡。今欲改造之。使其築成之道面成水平。則必於道路之中線打以木樁。而求其成水平之各點。其測量之法。彷彿與前同。先在道路之一端以爲起點。假定此點之高度爲100呎。卽置

水平儀或經緯儀於此點之上。安放成水平。乃以分度桿量得儀器高出此點之數。是爲斜度桿數。設如量得之數爲 4.2 呎。則移桿於路線之任點上。由近及遠。測者由鏡測望。令鏡內橫線絲正截分度桿之 4.2 呎處。惟儀器之鏡軸必須成水平。不能稍有傾斜。止令持桿者上下移動其桿。使斜度桿數適合鏡內橫線。則桿脚之點。卽爲所求之點。可打一木樁。令其頂面與桿脚同齊。或在樁旁畫一記號與之齊一。其餘各點。皆依此法定之。至必須遷移儀器時。則遷移後。又以分度桿量得此新斜度桿數。然後以此新斜度桿數依上法定向前各點之高下。仿此類推。以至最終之點。

習題

(1) 設有下列之表式。設求其各點之高度。及標誌點 17 與標誌點 19 之高度差。

點	後視(+)	儀器高度	前視(−)	點之高度
標誌點 17	6.214			84.234
轉點 1	3.515		9.280	
轉點 2	2.152		7.919	
轉點 3	2.971		8.263	
標誌點 18	2.338		7.629	
轉點 4	4.278		7.529	
轉點 5	2.646		5.894	
轉點 6	5.721		6.072	
轉點 7	4.837		5.187	
標誌點 19			5.187	

站	後視(+)	儀器高度	前視(−)	點之高度
標誌點 7	16.47			32.895
0			11.4	
1			6.3	
2			4.6	
3			4.0	
3+10.7			6.8	
4			4.7	
轉點 1	14.98		7.09	
5			3.8	
5+87.6			4.9	
6			4.3	
6+42.9			7.0	
7			6.5	
標誌點 8	8.69		9.74	
8			8.1	
9			8.8	
9+49.6			9.9	
轉點 2	6.60		10.27	
10			8.8	
11			6.2	
11+67.5			6.7	
12			5.7	
標誌點 9	4.43		6.27	

(2)　設有上列表式。設求其各站之高度。幷繪其高低之形。

(3)　試在一凹凸不齊或傾斜之地面上。先以木樁定出路線。然後依此路線建築一道路。其斜度須爲3%。

(4)　設有一凹凸不齊之路。己沿其路線測得地面上各點之高度如右表。今欲建築一平道路。路線中央之高度。須爲30.50。問在各站應塡高或掘低之數。

站	高度
0	31.24
0+50	30.80
1+0	32.12
1+50	30.03
2+0	29.67
2+50	30.90
3+0	31.88
3+50	34.08
4+0	33.43
4+50	35.17
5+0	34.95
5+50	35.71
6+0	33.94
6+50	31.45
7+0	29.86
7+50	27.78
8+0	29.82
8+32.5	31.95

第三章　地形測量法

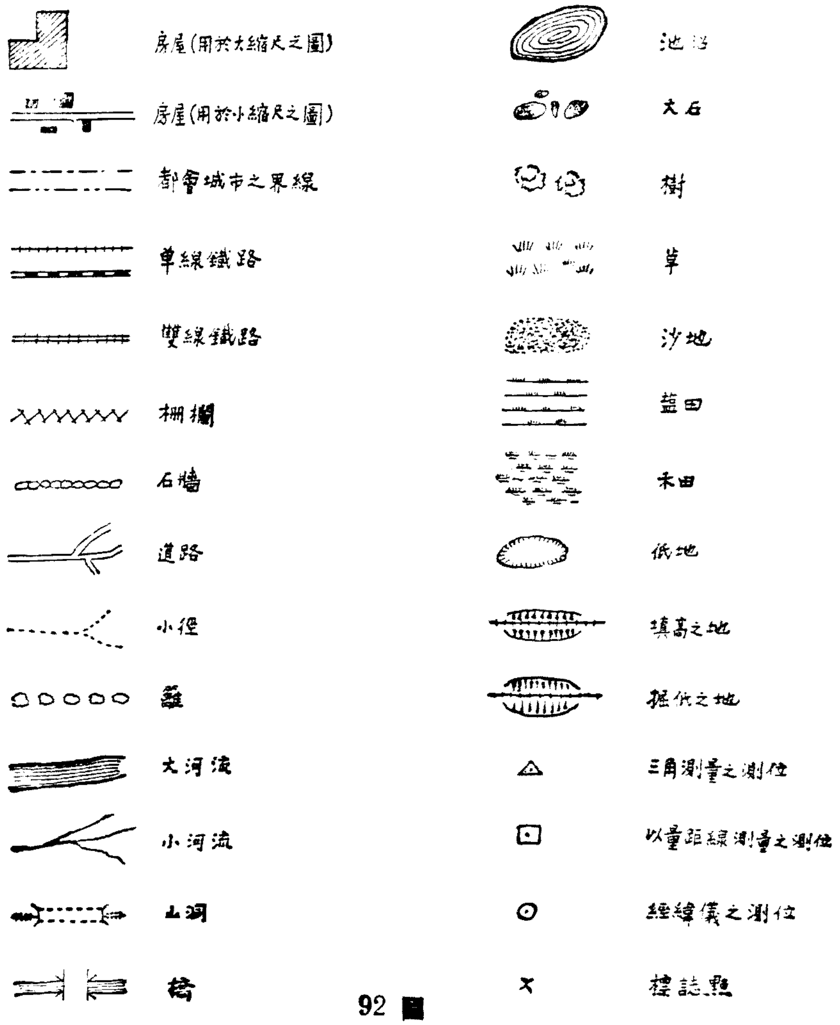
Topographical Surveying

§1　定義　地形測量法者。測量地面上之形狀高低。及各物之位置。製成地圖之法也。此法常包含測量及繪圖兩種。以測量地面上各點之距離方向高度爲始基。以繪出地面上各物之位置形勢相關之高度爲結果。質言之。卽以大地之形狀縮小若干倍。而顯之於紙上之法也。故此法又名之曰測繪學。施行此種測量法所用之儀器。恆視所求之目的及所求之準度而異。如欲求地面上各點之方向及距離。而繪出地面上各處之位置形勢者。則可以經緯儀或平面桿行之。如欲

求地面上各點之高度及距離。而繪出地面上各處高低之勢者。則可以水平儀或經緯儀行之。此種測量法。於陸軍測繪爲最有用之學。玆分節論之如後。

§2 地形之符號

地形之符號卽表示地面上各物之



92 圖

一種記號。如河流道路房屋草木等。各有其特別之號。繪畫地圖時。可用此等記號以表示各物茲就其最普通者集列之如92圖。

§3 地面上物體之位置法 凡地面上之各物體。如房屋及各種建築物等之位置。皆可依測量之路線直接繪出。其施行之法。大都以敏捷迅速準確爲主。惟測量地形以製地圖。其測量之法。可不必求其十分精微。因以細小之縮尺繪成地圖。其精微之數。亦不能顯於圖上。故止以迅速敏捷之測法量法行之。能得一準確之數。是爲此種測量法之要義至於定物體位置之法。不外以幾何理定物體之各角點。其各點已定。則物體之位置形狀。可由是而定矣。定一點之位置法。可有種種。畧舉之如後。

定一點之位置法

(1) 可以直角縱橫線法定之。如93圖(*A*)。*YO* 爲縱軸。*XO* 爲橫軸。如知 *p* 點之縱線 *pb*（卽 *y*）及橫線 *pa*（卽 *X*）。則 *p* 點之位置可定。

(2) 可以已定之兩點。各量出一直線定之。如93圖(*B*)。*a* 及 *b* 爲已定之兩點。*c* 爲所定之點。如量得 *ac* 及 *bc* 之距離。(省名曰量距 *tie*。) 則 *c* 點之位置可定。

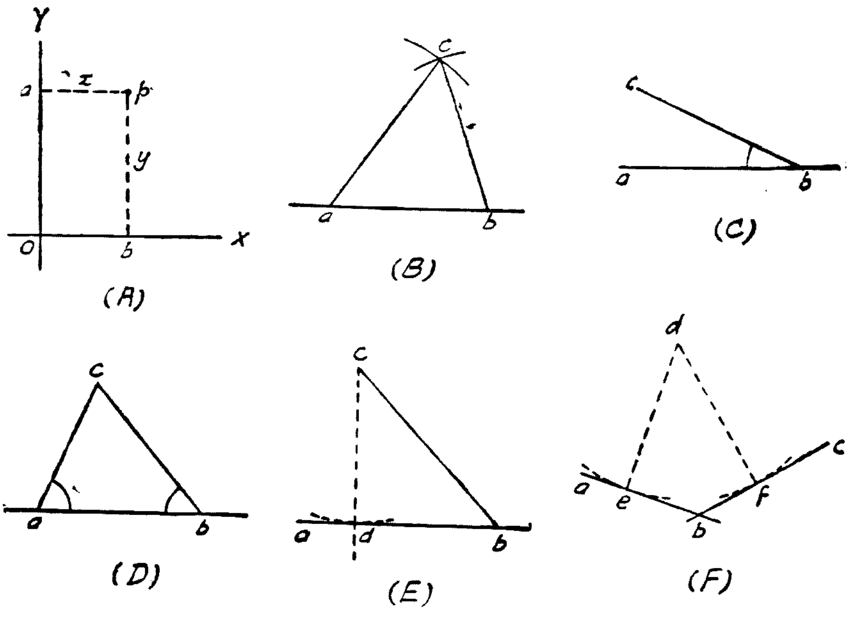
(3) 可由已定之點量出一距離及角度定之。如(*C*)圖 *ab* 爲測量所經之路線。*b* 爲線上已定之點。如欲定 *c* 點之位置。可由 *b* 點量得 *bc* 之距離。及 *abc* 之角度。則 *c* 點之位置可定。

(4) 可以已定之兩點各量一角度定之。如(*D*)圖。*ab* 爲測量所經之路線。*a* 及 *b* 爲已定之兩點。如欲定 *c* 點之位置。可由 *a* 及 *b* 兩點各測得 *abc* 及 *bac* 兩角度。則 *c* 點之位置可定。

(5) 可以已定之直線爲標準。量其垂直之距離。又從已定點

再量一距離定之。如 (E) 圖。ab 爲測量所經之路線。卽已定之直線。b 爲已定之點。c 爲所定之點。可以鋼尺之一端緊貼 c 點。將尺牽直至所定直線上。乃將尺繞動。如圖中之虛線弧形。繞動鋼尺時。必須留意。如見尺上與 ab 線相切之點。其數爲最小。卽 cd 之距離爲最短。此時所量得之 cd 線必與 ab 線成直角。(由此所定之 cd 距離。名曰支距 *Offset*) 又從已定之點 b。量得 bc 之距離。則 c 點之位置。可由此兩距離而定。

(6) 可以已定之兩直線爲標準。各量其垂直之距離定之。如 (F) 圖。ab 及 bc 爲已定之兩直線。d 爲所定之點。可依前法從 d 量一支距至 ab。又量一支距至 bc。則 d 點之位置。可由此兩支距而定。



93 圖

定一線之位置法

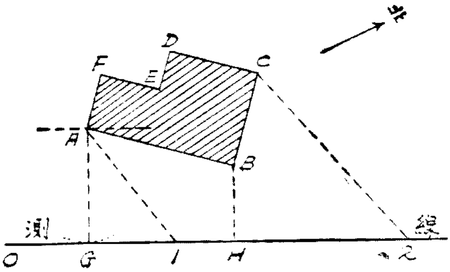
(1)　可取線內之兩點定之。

(2)　可取線內之一點及線之方向定之。

以上所舉之各法。皆爲測繪學所常用者。其用法分見於以下各節。玆分論之如下。

§4　以量距及支距定物體之位置法

如94圖。$O12$………爲測量所經之路線。省名曰測線。今有一房屋如$ABCDEF$。欲測量此房屋之大小形狀。及與測線所成相關之位置。則可從A角點。依前節(5)法。定得AG之垂直距離。又1爲測線上已定之點。1點與G之距離必須量之。以定1點之位置。乃從1點以鋼尺量得$1A$之距離。則A點與測線所成之相關位置。可由支距AG及量距$1A$而定。次從B角點量得支距BH。又以鋼尺量得房屋各邊之長。則房屋之大小形狀位置。卽可以所量得之各距離繪得之。惟測量之時。恆多量一線如$2C$。以爲覆驗繪出之圖之用。



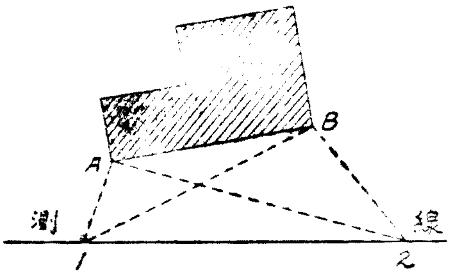
94 圖

繪圖　先繪$O12$直線。在線內定出$O12$各定點。乃作一直線與$O12$平行。其距離與量得之AG支距等。(所用之縮尺。視所繪之圖之大小。任擇一適宜之度用之。)如圖中之虛線是。次以1爲圓心。量得之$1A$爲度。(依原用之縮尺。凡同繪一圖。所用之縮尺必須畫一。)作一弧線。交所繪之平行線於A點。如是繪得A點

之位置。依同法。又作一線與測線平行。其距離與量得之 BH 支距等。乃以 A 爲心。以量得房屋之一邊 AB 爲度。作弧。交此平行線於 B 點。如是卽可繪得 B 點之位置。其餘之各角點。可作爲直角求之。如從 B 點作 BC 線與 AB 成直角。其長與量得之長。依原用縮尺截之。DEF 各點。皆仿此而定。則房屋之大小形狀位置。可由此繪得。然更可從測線上之定點 2。作 $2C$ 直線。視此直線之長與所量得 $2C$ 之量距相等否。以覆驗其準度。更可於圖中之邊角繪一南北方向線。以表示其方向。此方向線可由測線之方向定得之。

定物體之位置。更可純用量距定之者。如 95 圖。自 1 及 2 兩定點。各量得 $1A$　$1B$　$2A$　$2B$ 各量距。又量得房屋各邊之長。卽可繪畫此房屋之大小形狀位置矣。

繪圖　先繪一直線爲測線。在線上定得 1 及 2 兩定點。乃以 1 爲心。$1A$ 之縮尺距離爲度。作弧。又以 2 爲心。$2A$ 爲度作弧。兩弧相交得 A 點。依同法。又可繪得 B 點。旣得 A 及 B 兩點。則兩點之距離應與量得房屋之 AB 邊相等。故由此可定所繪之圖之準度。其餘各角點。仍依上法。以量得之邊互成直角得之。

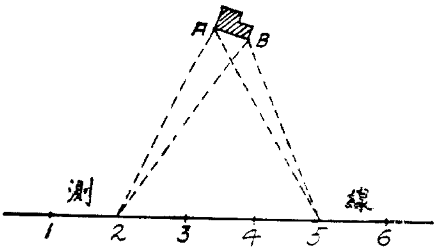


95 圖

§5 以角度定物體之位置法

如物體與測線距離較遠。則支距必長。不能以鋼尺安設支距。是支距法不能適用於遠距離之物體。故凡遇此等遠距離。宜以量距或角度或兩者并

行。以定物體之位置。如96圖。可從測線上之任一站如2，測得$\angle 62B$及$\angle 62A$兩角。又在他站如5，依同法。測得$\angle 15A$及$\angle 15B$兩角。次以鋼尺量得房屋之各邊。卽可以繪得房屋之大小形狀及相關之位置矣。惟此法不甚準確。因繪圖時以分度器繪一角度。不易得其極準之數。故此法止可施於粗淺之地形測量。而令其測法較爲簡易耳。

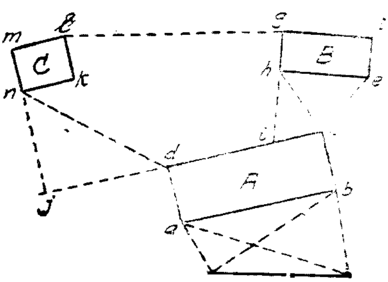


96 圖

繪圖　先繪一測線。分以各站。如測量時由2點測得$\angle 62B$及$\angle 62A$。則繪圖時。卽由2點依所測得之角度。繪得$2B$及$2A$兩線。又由5點依測得之角度。繪得$5A$及$5B$兩線。則$2A$與$5A$兩線相交得A角點。$2B$與$5B$相交得B角點。如已量得房屋AB邊之長。則可以長度覆驗繪得AB兩點之距離。其餘各邊。皆可依量得之數繪得之。

§6　以此物體定彼物體之位置法

如有數物體與測線距離之遠近各有不同。而測量時又不能同在測線上一點測量其距離者。則可先以前各法定得一物體之位置。乃由此物而定他物體之位置。如97圖。A房與測線相近可任用以前各法。先定得a及b兩點



97 圖

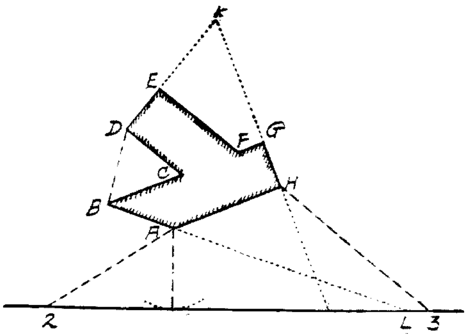
與測線之距離。幷量 A 房每邊之長。然後以 cd 邊爲基線。以定他房之相關位置。如在 cd 邊上任擇一點 i。與 B 房之 gh 邊成一線者。定 i 點之法。可倚 cd 牆邊直立。以眼光定之。乃以鋼尺量 hi 之距離。又量得 ci 及 ch。則 h 角點與 A 房相關之位置。可以此距離定之。再量 B 房各邊之長。以定其大小形狀。而繪圖時恐有他種差誤。故更可量 ce 兩角點之距離。以爲覆驗之用。至 C 房之定法。可擇一 j 點。與 A 房之 cd 邊及 C 房之 mn 邊均成直線者。其定法可以眼光定之。定得 j 點後。卽以鋼尺量 dj jn 及 dn 各距離。則 n 點之位置可定。幷量得房屋各邊之長。以定其大小。如欲覆驗所繪之圖之準度。則可更量一距離如 ge。以視繪出之距離與量得之距離相等否。

繪圖　A 房之繪法。可依前法行之。次截 ci 與量得之距離等。乃以 c 及 i 兩點各爲圓心。ch 及 ih 兩距離爲度。各作一弧線。兩弧相交得 h 點。次依 ih 線之方向引長。依縮尺截 hg。與量得之數等。卽得 g 點。如是由 h 及 g 兩點各作垂線。令其等於所量得各邊之長。而得 B 房之大小及位置之形。試幷量 ce 之距離以覆驗其準度。至 C 房之定法。則以 cd 邊引長。截 dj 與量得之距離等。次以 d 及 j 兩點各爲圓心。以量得之 dn 及 jn 各爲度。作弧。其交點卽爲 n 點。其餘各邊之繪法。皆與前同。幷量 ge 之距離以覆驗之。

§7 無法多邊形之物體之定法

如房屋之各邊非互成直角者。則其各邊之方向及長短。仍須依所論各法以定房屋之位置及形狀。不能逕以直角相交而得之也。如98圖。A 點之位置。可依前法以量距及支距定之。AB 線之方向。可從測線

上擇一點如L。與A及B兩點同成一直線者。即以尺量$3L$之距離。繪圖時卽準此先定L點。乃聯LA線引長之。是爲AB線之方向。其長短可以直接量得之數截之。次依AH邊平行之方向。量得BC之長。又量得CD邊及BD量距。則D點之位置可定。又擇K點與GH及ED成一直線者。量得KG及KE之長。以定E點。其餘各角點之位置及各邊之方向。皆可依常法得之。

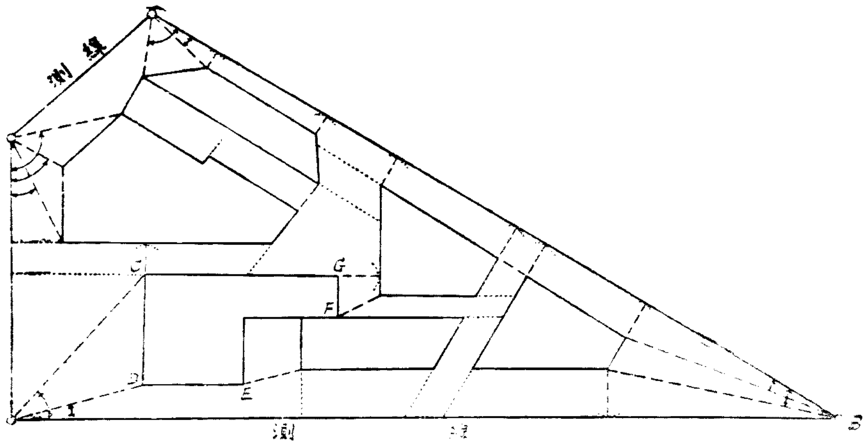


98 圖

繪圖　先依常法繪得AH邊。乃從3站截取$3L$。與量得之長等。聯LA引長之。以量得AB邊之長截之。得B點。又引長HG。截GK與量得之長等。得K點。聯KD。從D點截DE。遂得E點。其餘各邊。皆可仿以上各法繪得之。

§8　以角度及距離定物體之位置法

如99圖。爲測量各房屋之相關位置及形狀。其測法。可繞所測之地。以經緯儀安設測線其各房屋之各角點。如近測位者。則可以角度及距離定之。其遠測位者。則可以支距或量距定之。如置經緯儀於A測位時先由望遠鏡測望。定一AB測線。A及B兩點。皆以木樁識之。惟C及D兩角點皆近A測位。則C之位置。可測BAC角及量AC之距離定之。又D點之位置。可依同法以BAD角及AD距離定之。至E點與AB測線之距離。及FG各點與他房屋相關之位置。則可依前各法。以支距或量距定之。圖中之繪以



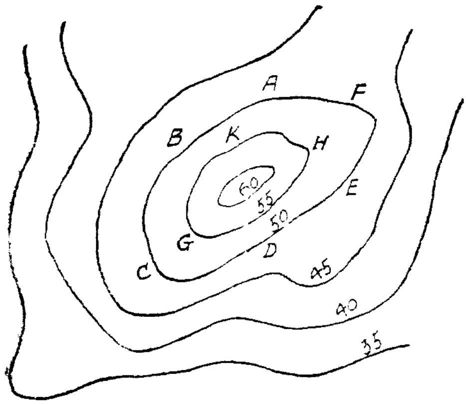
99 圖

小圈者。皆爲測位。小點線。皆爲眼光所定之線。長畫虛線皆爲量距。其一端帶有一弧線者皆爲支距。其測法。不純用角度及距離以定物體之之位置。而雜以支距及量距者。因在狹小之道路時。不便以角度行之。不如以支距及量距之爲簡便也。學者按圖推之自明。惟測量之物體既多。則記載必繁。故必於測量時。隨測隨繪一草圖。即於其上書以各距離。則所測之地之各物體形勢。庶不致有忘失也。

繪圖　先繪各測線。各測線之方向。必依其測得之方向繪之。次任從一測位起。以測得之角度及量得之各距離。依常法順次繪之。即以記載之草圖。按縮尺比例重繪一次耳。如是可得各房屋之形狀及相關之位置。而成一地圖矣。

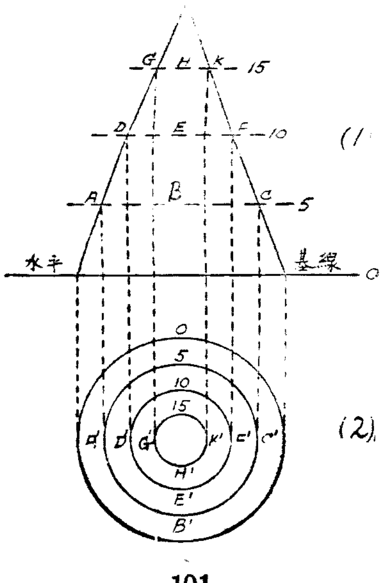
§9　等高線 *Contour Line*　前數節所論。皆測量物體之形狀及位置之法。而地面之凹凸高下。尚未言及。惟定地勢之高下。繪其高下之形於紙上。亦爲地形測量最要之事。其繪畫之法。恆

以等高線表之。等高線者。(或名曰水平線)聯高度相等之各點所成之線也。如100圖。已知A, B, C, D, E, F各點。其高度皆相同。則以一曲線聯此各點。此曲線。卽名曰等高線。意謂此曲線內所有之各點。其高



100 圖

度皆相等也。其餘之各曲線。皆為等高線。其屈曲之形雖無一定。然其每線內之各點。高度必相同。又如A, B, C, D, E, F各點。皆高出水平基線50呎。則聯此各點之曲線。名曰五十呎之等高線。K, G, H曲線名曰五十五呎之等高線。餘類推。由此可見等高線云者。卽水平面與地面相交所成之交線也。如有一湖。湖中有水。則岸邊之水線。卽為等高線。如水面高出水平基線50呎。則在岸邊所成之水線。卽為五十呎之等高線。又如101圖。有圓錐立於水平基線上。以$A B C$ $D E F$ $G H K$各水平面橫剖錐體。則水平面與錐體相交所成之交線。其平面圖為$A' B' C'$



101

$D'E'F'$　$G'H'K'$。此交線卽爲等高線。如 ABC 水平面高出水平基線 5 呎。則所得之 $A'B'C'$ 等高線爲五呎之等高線。而 $D'E'F'$ 爲十呎之等高線。尋常測量所繪得之等高線圖。皆爲平面圖。如 100 圖及 101 圖(2)，學者按圖思之。當可知等高線之所由來。并可見地勢高下之形。可由等高線圖定之也。

尋常所用之等高線，其各線之高度相差皆相等，以其便於計算。如 100 圖各等高線之高度，皆相差五呎是也。

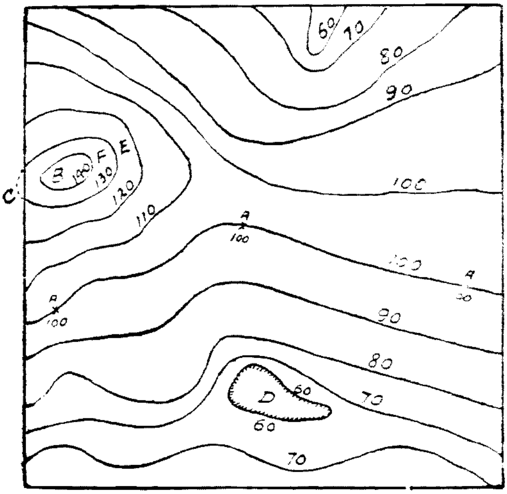
§10　等高線之性質

等高線旣爲表示地勢高下之形，則視等高線之形狀。卽可定其地凹凸之勢。并可繪出任一路線之截面圖（截面圖卽路線凹凸高下之形。見 84 圖（B））惟必先知其性質。方能知其用，茲略舉之如下。

(1)　任一等高線內之各點。其高度必須相等。如 102 圖，一百呎之等高線內各 A 點之高度皆爲 100 是也。

(2)　每一等高線皆能接口。或在圖之界限內或在界限外。如 B 及 C 是也。

(3)　等高線在圖之界限內接口者，卽表示山巔或窪下之地。如 B 線之高度爲 140。其高度皆高於其鄰近各線，卽 B 爲山巔。又 D 之高度爲



102 圖

60。皆低於其鄰近各線.即 D 爲窪下之地.凡窪下之地.多爲池湖之類。如其地雖低下。然其中無水者。則表之之法可如 D。

(4)　凡等高線不能彼此相交。

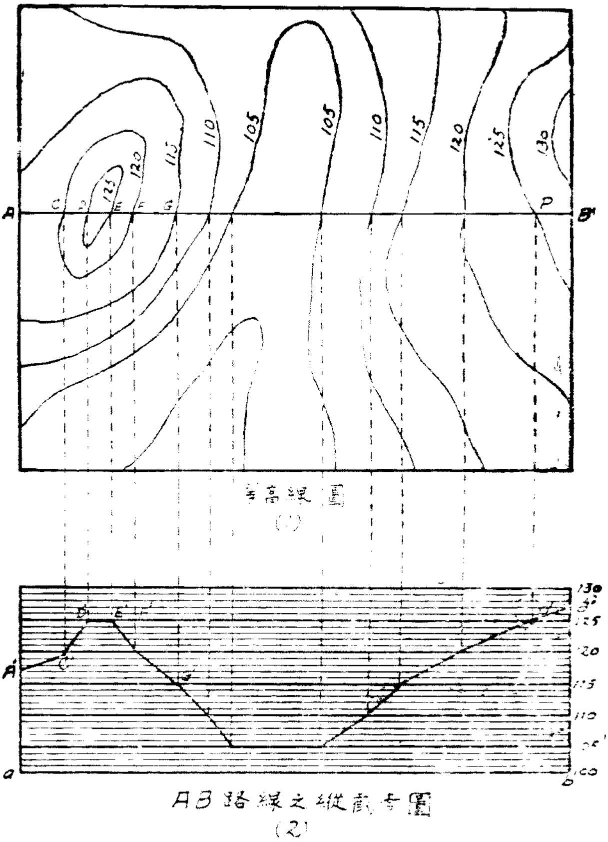
(5)　凡斜度平均之地。其等高線之距離必等.如 E 及 F 是。

(6)　凡等高線之距離愈小。則地面愈傾斜距離愈大。則地面愈平坦。

(7)　凡等高線經過某點。必與某點最崎嶇之斜線成直角。

(8)　凡等高線。不能徑然橫過山谷及溪澗.必須沿其邊岸向上行。至山谷之底或溪澗之底與此等高線同高時.然後橫過之.橫過之後。再復下行。

§11　等高線與截面之關係　既繪得一地之等高線圖任於等高線圖內設一路線則此路線凹凸高下之外形.可由等高線圖繪得之.因此路線與各等高線相交.其交點之高度爲已知之數。而其地平距離。又可直接以原用縮尺在等高線圖內量得之也。如 103 圖 (1)。已繪得一地之等高線圖。今任該圖設定一路線如 AB。欲繪出 AB 路線高下之外形.可先繪一基線如 (2) 圖 ab. 次以 (1) 圖之左右邊線向下直引。得 a 及 b 兩點.乃在 a 或 b 點之竪線上。以原用縮尺分之。設基線之高度爲 100。依次而上.如 105,110,115,……… 等.因由 (1) 圖知 AB 線所經過之高度。最高爲 125 最低爲 105. 故基線從 100. 起至 130。必能容 AB 線所經過之各高度.乃從所分得之各點各作橫線。則每一橫格作爲一呎。次由 AB 線與等高線相交之各點。如 C, D, E, F, G ……… P 等。各向下作垂線.與相當之高度之橫線相交.如 C 點之高度爲 120。則 C 點向下之垂線與 120 之橫線相交得 C' 點,

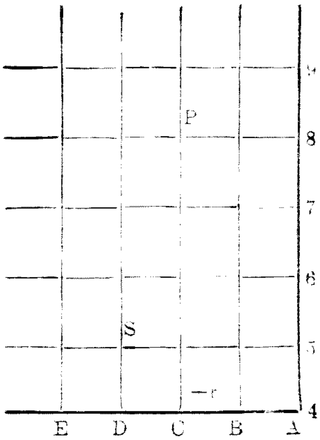


103 圖

又 D 點之高爲 125。則 D 點向下之垂線與 125 之橫線相交得 D' 點。由此類推。以至於 P。則所得之 C', D', E', F', G' ……… P' 各點。卽爲 C, D, E, F, G ……… P 各點凹凸高下之形。作曲線聯此各點。卽得 AB 路線之截面圖。由此可見。凡已繪得一地之等高線圖。則在圖內之任一路線。皆可由其等高線而繪得路線高下之外形也。如止欲繪出各點相關之高度。不求其外形。則高度與平地距離。可各用一種縮尺繪之如 86 圖。

§12 以水平儀測量等高線法 如所測之地之面積不甚大。欲知此地凹凸高下之形。幷繪其等高線之屈曲形狀。則可將其地分作小正方形。每邊之長自 10 呎至 100 呎。乃以水

點	後視(+)	儀器高度	前視(一)	點之高度	特 別 記 載
標誌點	3.02	124.92		121.90	每方邊為100呎
A 4			1.2	123.7	
A 5			1.7	123.2	
A 6			2.4	122.5	
B 6			2.9	122.0	
B 5+40			2.8	122.1	
B 5			2.0	122.9	
B 4			1.8	123.1	
B +60.4			1.8	123.1	
C 4			3.0	121.9	
B+80.4+35			0.8	124.1	
C 5			5.0	119.9	
C 6			7.2	117.7	
D 6			8.9	116.0	

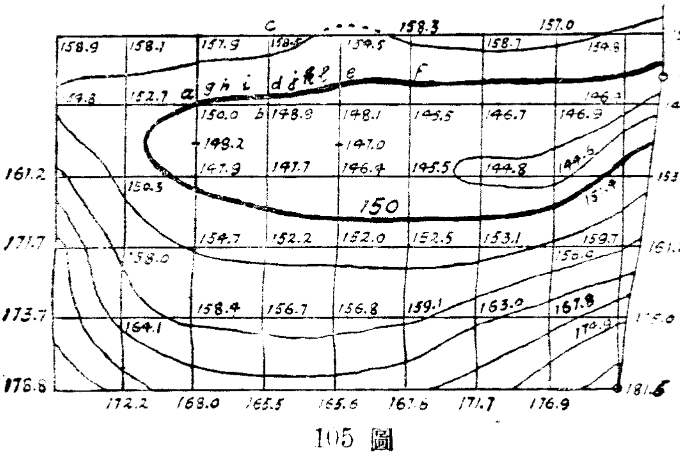


104 圖

平儀依水平測量法。測量各正方形之各角點及其間各點之高度此種測量之記載。如 104 圖。其測量之法。與尋常之水平測量法同。惟測量時必須擇定一長路線。以為測量之起首并各方形皆由此線分之。其記載各點之高度。可以縱橫線法記之。如圖。於一縱線上記以數目字。又於一橫線上記以 A B C D…… 等字。則如P點可名為 $(C,8)$。S 點名為 $(D,5)$。r 點名為 $(B+80.4+35)$。

此其特異也、既求得各點之高度。然後求其高度相同之各點、以曲線聯之、是爲等高線。其繪法見下節。

§13 繪畫等高線法 依上節之法、如既將各點之高度測得、即可將各等高線繪出如105圖。所測得各點之高度皆在145呎至180呎之間、則可繪畫數條等高線、表示150 155 160 165 170 175呎之各高度 凡繪出之等高線恆取一整數而不用零數。如上列之145 150……等數是也。又尋常所繪之各等高線、其高度恆相差五呎或十呎、可因地之形勢而用之、如此圖所繪者、則爲相差五呎之等高線。因其地勢不十分傾斜、如用相差十呎之等高線、則各等高線相隔太遠、未足以表示地形也。繪之之法、可任取一線解釋之。以例其餘。如繪150呎之等高線、則因角點 a 之高度爲150、是繪得之150呎等高線、必過此 a 點、又 b 點至 c 點其斜度漸升。而 b 點之高度爲148.9、c 點之高度爲158.5、可見150呎之等高線、必經過 b 及 c 兩點之間。究竟在何處經過、本可以計算得之、因



105 圖

b 及 c 兩點之高度差 $= 158.5 - 148.9 = 9.6$ 呎

又 150 呎之高度與 b 點之高度差 $= 150.0 - 148.9 = 1.1$

如每方邊之長爲 100 呎。試命

$x = 150$ 呎之高度距 b 點之遠

則可得比例爲

$9.6 : 100 :: 1.1 : x$

$x = \frac{100 \times 1.1}{9.6} = 11.5$ 呎

可見 150 呎之高度之點。應在 bc 之方向。距離 b 點 11.5 呎之處。故可以原圖所用之縮尺。自 b 點向 c 量得 11.5 呎。卽得 d 點。是爲 150 呎之等高線經過 b c 間之點。又 f e ……… 各點。皆可依同法得之。惟如此尚未足以繪畫等高線屈曲之形。更須定居間之各點。如 g h i j k l 等。如是繪一等高線。須費時日甚多。故此法於實用上極少用之。於測量時以眼光及閱歷。按地勢之高下及圖內各點之高度。定其屈曲之形及所經之路。隨測隨繪。以省時日。此雖不能極準確。然施於縮尺之圖內。已可足用。無事於逐點推求。其餘各線皆依此繪之。繪得之各等高線。其高度每至半百呎(如 50 150 250 350 ………等)或每至一百呎。(如 100 200 300 ………等)恆以粗大之線表之。以期易於識別也。

§14　以經緯儀測量等高線法　經緯儀之望遠鏡內附有量距線者。可用之以測量距離之遠近。已於前編第三章 §10 言之矣。以之測量距離。雖不能得其極精密之數。然其準度已可足用於多種測量。如遇凹凸不齊之地及傾斜之地面。以鋼尺或鐵鏈量度一距離。殊非易事。且所得之數亦未必較以量距

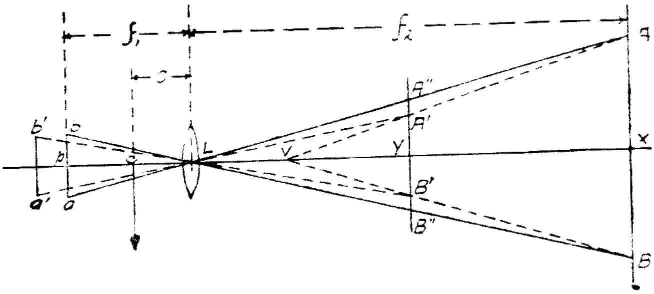
線所得者爲準。故於地形測量。以量距線法測各點之距離。以省每次量度之繁。而費時較少也。

量距線之距離常有一定。兩線皆不能移動。然亦有可以移動者。故可隨意整理之。用量距線測量點之距離。恆以分度桿互相爲用。分度桿之種類極多。而水平測量之分度桿。亦可適用於量距線。故可不必另立種類也。

以經緯儀測量等高線。即以量距線定各點與測位之距離。再求各點之高度。然後依前節法。繪出各等高線屈曲之形。至求各點高度之理法。茲分言之如後各節。學者觀下自明。

§15 量距線之理

從望遠鏡測望豎於遠處之分度桿。即見量距線必截分度桿之一段。其所截分度之多少。恆視桿距離儀器之遠近爲比例。而所截之分度。即爲量度儀器與桿之距離。如 106 圖。L 爲對物透鏡之心點。a 及 b 爲量距線。AB 爲分度桿。當桿置於 Lx 之距離時。a 及 b 量距線截得桿上 A 及 B 兩點。如將桿移至 Y 點。



106 圖

LY 之距離爲 Lx 之半。則量距線截得桿之長短度數如 $A''B''$。亦應爲 AB 之半。試命

$$Lp = f_1 \qquad Lx = f_2$$

$$AB = s \qquad ab = i$$

依相似三角形理。得

$$f_2 : f_1 = s : i \quad \cdots\cdots(1)$$

惟分度桿移至Y點。則望遠鏡之光心(又名焦點 Focus)亦應改變。此卽對物透鏡與量距線之距離有改變也。(此理可見於物理學內。惟吾人尋常以望遠鏡觀較遠之物體及較近之物體。常須移動對眼透鏡。以令物體清楚。而移動之多少。恆因物體之遠近有不同。卽是理也。)而aLb角亦因之變爲$a'Lb'$。旣經此等改變。則分度桿置於Y點時。量距線截得桿上之點。非爲A''及B''。實爲A'及B'。試聯AA'及BB'兩線。相遇於對物透鏡之前。得V點。如將分度桿任在Y及X兩點之距離內移動。依法又從A及B兩點各聯直線。則此兩直線仍相遇於V點。欲求此點之位置。則可依透鏡例。(見物理學內)有公式爲

$$\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}=\frac{1}{F} \quad \cdots\cdots(2)$$

F爲對物透鏡之光心距離。卽令對物透鏡觀望無限遠距離之物體時。L點與十字線絲之距離是也。以(1)(2)兩式。依相關方程式解之。得

$$f_2=\frac{F}{i}s+F$$

此式卽表明LX(卽f_2)之距離乃由VX(卽$\frac{F}{i}S$)及LV(卽F)兩距離倂合而成。惟欲求分度桿與儀器中點之距離。則必須加LC於上式。(圖內C點卽爲儀器之中心點。故繪一懸錘表之。)試命$LC=c$。卽可得一完全之式爲

$$\text{分度桿與儀器中點之距離}=\frac{F}{i}s+(F+c) \quad \cdots\cdots(3)$$

是爲求分度桿與儀器中點距離之公式。其應用之法。見§17。

§16 量距線之常數 如望遠鏡內之量距線不能移動者。則(3)式內之分度$\frac{F}{i}$為不變之數。是為常數。普通恆令之等於$\frac{100}{1}$。故距量線截得分度桿AB一段為一呎。則FX之距離為100呎。質言之。距量線截得桿上之度數。恆為F點至桿之距離之百分一也。

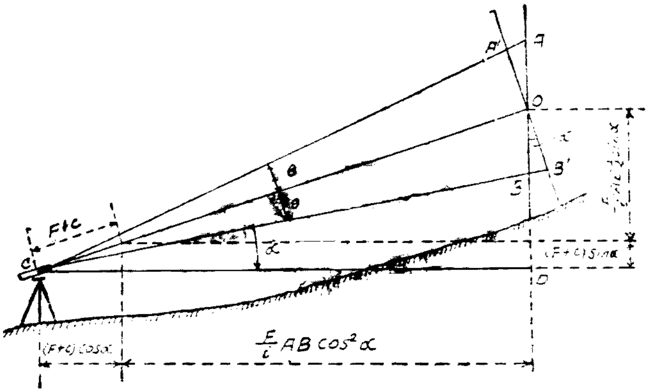
又(3)式右邊第二項$(F+c)$。就各種儀器論之。亦可作為一常數。然有時前後移動對物透鏡。令物體較為清楚時。c雖畧有變動。惟其變更之數。對於桿之距離。則覺其甚小。故可不必計及。而徑作為一常數視之。

求一儀器之$\frac{F}{i}$之比例。可安置儀器於任一地上測望不同距離之兩點。如擇得兩點之距離。一為100呎。一為500呎。此等距離。必須用鋼尺量之極準。乃豎立分度桿於兩點之上。視量距線截得兩桿之長短度數若干。各代入(3)式。得兩個相關方程式。(因每一距離可得一方程式。)依代數法解之。即可求得$\frac{F}{i}$之比例矣。

求$(F+c)$之法。可以尺直接量得之。當移動對物透鏡。至能望見極遠之物體最清楚時。則對物透鏡與量距線絲之距離。即為F。而c之距離。可移動對物透鏡至能望見不近不遠之物體最清楚時。則對物透鏡與儀器中心之距離即為c。尋常$F+c$之數。大約自0.75呎至1.25呎。然恆作為一呎。可不計其小數也。

§17 斜視之公式 前兩節所論。皆作為分度桿與視線成直角。惟在傾斜之地面上如斜坡等。則所持之分度桿仍係豎立。不能將桿傾側。而令其與視線成直角。故其垂直距離與地

平距離不能依單簡直角三角形法求之。如 107 圖。當分度桿豎立時。則由望遠鏡測望。見量距線截得桿上一段如



107 圖

AB。如當分度桿與視線成直角。即 $A'B'$。爲 CO 之垂線時。則量距線截得桿上之一段如 $A'B'$。而 $AA'O$ 及 $BB'O$ 兩三角形內。A' 及 B' 兩角與 90° 相差爲 θ 角。此因 COA' 及 COB' 兩直角三角形

$$90^\circ - A' = \theta \qquad\qquad 90^\circ - B' = \theta$$

而 θ 角之角度極小。尋常約爲 0°17′. 故 A' 及 B' 兩角。可作爲直角。而 $AA'O$ 及 $BB'O$ 兩三角形可用直角三角形法解之。如

$$A'B' = AB\cos\alpha$$

惟依 (3) 式得

$$CO = \frac{F}{i}A'B' + (F+c) = \frac{F}{i}AB\cos\alpha + (F+c)$$

故地平距離 $= CD = CO\cos\alpha$

$$= \frac{F}{i}AB\cos^2\alpha + (F+c)\cos\alpha \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

垂直高 $= DO = CO\sin\alpha$

$$= \frac{F}{i}AB\cos\alpha\sin\alpha + (F+c)\sin\alpha$$

惟依三角理。有公式爲

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

故垂直高 $= \frac{F}{i} \times \frac{AB}{2}\sin 2X + (F+c)\sin\alpha$ ……………(5)

(4) (5) 兩式爲計算地平距離及垂直高之公式。施用於傾斜之視線不能與分度桿成直角者。故此兩式。特名之曰斜視之公式。其計算之法。可用表推之。(表附於本書之末。名爲量距線表。)詳見下節。

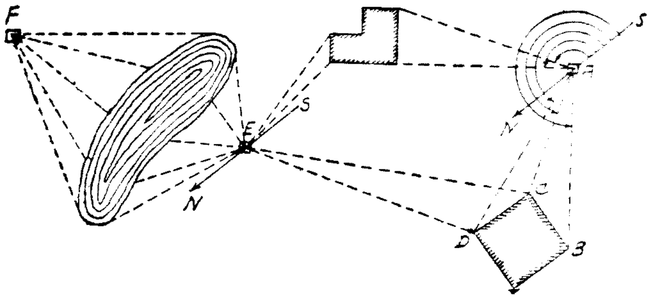
§18 量距線表

附於本書之末之量距線表。分爲兩截。一爲在上。一爲在下。在上之表爲求垂直高。在下之表爲改正地平距離。而此表之構造。皆依據 (4) (5) 兩式而得也。如垂直高表內所載之數。卽爲 (5) 式右邊第一項 $\frac{F}{i} \times \frac{AB}{2}\sin 2\alpha$ 之數。而 $\frac{F}{i}$ 爲 100。AB 爲 1 呎。α 爲各種不同之角度者。如遇量距線截得分度桿長短之數非爲 1 呎。而爲他種距離者。則可以截得桿上之距離乘表內之數得之。至於 (5) 式第二項之數 $(F+c)\sin\alpha$。本應另行計算之。惟於此種測量。其第一項內之 $\frac{1}{2}\sin 2\alpha$ 與 $\sin\alpha$ 幾相等。故 $(F+c)$ 可作爲一變數距離之一分視之。如量距線截得桿上之長短度數爲 1.47。則可以 1.48 乘表內之數。此因 $(F+c)$ 恆作爲 1 呎。而此 1 呎之距離。合於桿上之度數止爲 $\frac{1}{100}$。卽 0.01 呎。故以 1.47 + 0.01 卽 1.48 乘表內之數便得。惟此數相差甚微。實無極大之關係。故於實用上有不計及。而止取 (5) 式之第一項數以爲垂直高者。

改正地平距離之表內所載之數。應於讀得之距離內減去之。而表內之頂橫行。列有不同之角度。及左邊一直行。列有不同之

距離。故檢表之時。應依於距離及 α 之角度而得其改正數。卽於讀得之距離內減去之。是爲地平之眞距離。此表所載之各數。卽爲(3)(4)兩式第一項之較數亦卽 $AB\sin^2\alpha$。((4)式內之 AB 卽(3)式內之 s。)而(3)(4)兩式之第二項。可作爲相等。因此種測量內所得 α 之角度不甚大。則其餘弦必甚近于1。故可作爲 $(F+c)$ 與 $(F+c)\cos\alpha$ 相等。惟 $(F+c)$ 恆作爲1。故於讀得之距離內。可先加常數1。然後檢表而得其改正數。其應用此表及計算之法。見§20之舉例。

§19　以經緯儀之量距線測繪地形法　如以經緯儀測繪某地附近各房屋各建築物之位置大小及地勢凹凸高下之形狀。可先在某地擇一適宜之點。能瞭望各處者。卽安置經緯儀於此點之上。如108圖 A。以⊡號記之。從 A 點向各點測其方向角。及其與 A 點之距離。方向角恆以眞方向計之。從0度至三百六十度。如不能得眞南北之方



108圖

向則可以磁針之南北計之。如圖欲測房屋 B 角點與 A 點所成之方向角。則先安置地平分度盤之0度在磁針之南極。乃定實下盤而放鬆上盤。平轉望遠鏡向 B 點。令鏡內竪線絲正壓 B。乃將其角度讀出。是爲 B 點與 A 點所成之方向角。如欲定 E 角點

與 A 點之距離。可靠牆角 B 直豎分度桿即由望遠鏡測望。視量距線截得桿上長短之數若干。其最易之定法。可任安放下邊量距線正壓一整呎數。然後向上直數至上邊量距線。得其所截長短之數。而定 B 點之距離。依法再定得 C 及 D 兩角點即可繪得房屋之大小及與 A 點相關之位置。如定 B 點之高度。則必先以尺或分度桿量得望遠鏡之心點高出地面之數。定為儀器之高。惟此儀器之高。與水平測量內之儀器高度有別。切勿混淆。乃由望遠鏡測望。令鏡內中間橫線絲正壓桿上之儀器之高數。(如量得儀器之高為 4.4 呎。則令中間橫線絲正壓桿上之 4.4 處。)乃將其豎立角度讀出。記之簿內。以計算其高度。其計算之法。見下節之舉例。求 A 點附近各點之高度。皆可仿此測之。至將 A 點附近所應測之各建築物之位置及各點之高度測畢時。則必須遷移儀器於他點以測他點附近之形勢。惟未移動儀器之前。必先定一安置儀器之點。如圖。欲將儀器由 A 點移至 E 點。則儀器在 A 時。依法先測定 E 之距離方向角及豎立角。乃遷儀器於 E 點。再復測 A 點之距離方向角及豎立角以覆之。然後依上法測 E 點附近之各點。至測畢時。又測定他點之距離方向角。以為移易位置之用。如 F 是也。由此類推。以至最末之點。

繪圖　既測定地面上各點之距離及方向角。記之簿內。即可於圖紙上先任定一點為 A 點。隨過 A 點作一南北線。乃依測得之方向角及距離。繪得各點之位置。又將計得各點之高度列出。則可依 §13 法繪出各等高線。

§20　記載法及計算法

記載之法有多種。如 109 圖。為記載簿內之左篇。其右篇則止繪以草圖。及作以說明。如經緯

儀放於 1 點時。先將佛逆之 0 正對 0 度。乃平轉望遠鏡正對磁石之南極。卽將分度盤緊定。以尺或分度桿。直量地面至儀器心點之高。記載於簿內。是爲儀器之高。如 4.23。於是轉鏡正對標誌點 1。令鏡成水平。讀得桿上之數爲 7.61。(卽依水平測量法行之。令鏡成水平。視中間之橫線絲截得桿上之數爲若干也。)如已知標誌點 1 之高度爲 81.23。則置儀器之點(卽⊡1)之地面高度。必爲 $81.23 + 7.61 - 4.23 = 84.61$。卽書於高度之行內。惟高

點	距離	真方向角 (Azimuth)	方向 (Bearing)	豎立角	高度差	高度
不在⊡1	0°在磁石南極		儀器高＝	4.23		84.61
1 標誌點	62	87° 15′		0°0′在7.61		81.23
2	98	93° 10′		+ 0° 50′		
3	127	86° 20′		+ 1° 32′		
4	176	85° 30′		+ 4° 17′		
⊡2	205	92° 16′	N 87°45′ W	+ 8° 12′		
不在⊡2	覆測⊡1	儀	器高＝4.61			
⊡1	206	272° 16′		− 8° 13′		
5	74	73° 10′		+2°15′在8.6		
6	213	105° 40′		+ 6° 53′		

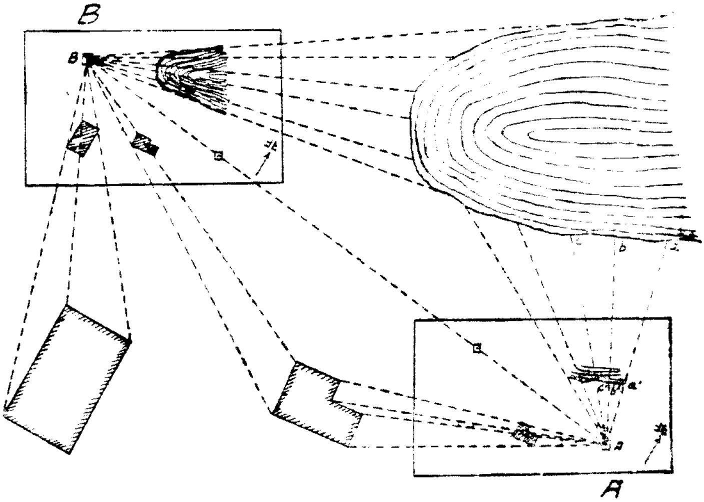
109 圖

度差及高度兩行內之各數。不必在野外計算。可於測畢後然後計之。其計算之法。如測望 2 點時。令鏡內中間橫線絲正截儀器之高數於桿上。得其仰視角 +0°50′。(其 + 號卽表示豎立角在水平視線上。卽仰視角。− 號卽表示豎立角在水平視線下。卽俯視角。)檢垂直高表 0 度之直行內。與 50 分相對之數爲 1.45。此

即爲高度差。惟因此表內所載之各數。皆以 AB 爲 1 呎。(見 § 18) 而測望此點時。既測得此點與⊡ 1 之距離爲 98 呎。即量距線截得桿上之數爲 .98 呎。故 $1.45 \times .98 = 1.42$。此即爲安置儀器之點之地面高度與 2 點之高度之差數。此數應列入高度差之直行內。與 2 點相對。故 2 點之高度。必爲 $84.6 + 1.4 = 86.0$。此數應列入高度之直行內。與 2 點相對。由此類推。設至 5 點時鏡內橫線絲不是正截儀器之高於桿上。而令其截桿上 8.6 呎處。(此時儀器之高爲 4.61。而橫線絲截得桿上 8.6 呎。即過於儀器之高 4 呎。) 得竪立角爲 $+2° 15'$ 檢表得 3.93。而 $3.93 \times 0.74 = 2.9$。惟因橫線絲截得桿上之數過於儀器之高 4 呎故 5 點與⊡ 2 之高度差應爲 $2.9 - 4 = -1.1$ 由⊡ 2 之高度內減去 1.1。是爲 5 點之高度。餘倣此。

記載表內左邊第二直行所載之各距離。皆由量距線所量得者。惟測望時視線既不能成水平。則此等距離。非爲水平之眞距離。(見 § 17) 如求其水平眞距離。則可依其竪立角及距離。檢表得其改正數。而於量得之距離內減去。是爲水平眞距離。如求⊡ 1 及⊡ 2 兩點之眞距離。則因竪立角爲 $8° 12'$。量得之距離爲 205 呎。依此角度及距離。檢表得其改正數。約爲 4 呎。(表內止列整度數及整百呎數。如角度帶有分位及距離帶有十位及單位之數。可依比例求其大約之數。如對 8 度及 200 呎之行。其改正數爲 3.9 呎。則 $8°12'$ 之角度及 205 之距離。其改正數必約爲 4 呎是也。) 再加常數 $(F + c) = 1$。則其眞距離 $= 205 + 1 - 4 = 202$ 呎。餘可倣此類推。

§21　以平面棹測繪地形法　如所測繪之地較大。而建築物較多者則以平面棹測繪地形為最便利。而且最速。因在測點附近各建築物及地面上之形勢。如池塘溪澗道路等屈曲之形可隨測隨繪對物瞄畫自可得其較準之形至各點之位置必先依所定縮尺。隨測隨繪於紙上而各點之高度則可俟測畢時依前節檢表法求得之而繪其等高線故其測量法記載法及計算法與用經緯儀同惟所異者為施用儀器之法耳其用法已詳見前編第五章茲再舉一例如下如110圖。欲測繪A點附近之地形。則先置平面棹於A點之上安置棹面成水平。令棹面之長邊約對測量進行之方向。乃放羅針盤於棹



110 圖

之近角處（平面棹恆帶有長方形或正方形之羅針盤盤上或連有互成直角之兩平水準者。以為定南北方向及定棹面平否之用也。）令磁針之兩尖正定於盤內N及S兩字處。即沿盤邊繪一直線以表示南北方向。其方向既定。則旋緊棹面下之螺絲不可令棹面稍有旋動乃量望遠鏡之心點高出地面之數是為儀器之高記於簿內。如欲測繪一池塘之位置及形狀。可任竪分

度桿於池邊之任點上。如 a。測者卽於紙上適宜之地位定一點爲⊡A。隨以望遠鏡向桿令鏡內竪線絲正壓桿上。且令儀器竪桿下之銅板邊。正切紙上之⊡A點。乃將量距線截得桿上之數讀出。記之簿內。再將鏡略向上下旋動。令鏡內中間橫線絲正壓桿上儀器之高數。將其竪立角記於簿內。卽沿銅板邊繪一線。表示 Aa 之方向。以縮尺依比例截得紙上 Aa' 之距離。與測得之 Aa 距離等。得 a' 點。是紙上之 a' 點。卽爲地上之 a 點。如 b, c 等。皆依法測之。而繪得紙上之 b', c' 等點。於是覩看池邊屈曲之形。在紙上繪得池之一部分。其餘他部。則俟移易測位時。然後測繪之。附近之各建築物及地面凹凸之點。所欲繪於圖內者。皆依此法測繪之。如附近有標誌點。則亦繪之於圖內。則各點之高度有所根據不必重新假定也。旣將⊡A附近之地形測畢。將欲移易測位時。必先定一新測位。測其距離。繪其位置於圖內。記其竪立角於簿中。然後遷移儀器。如⊡B。惟移易位置之後。則圖之方向不能任意安放。必須以羅盤針之邊。正切所繪於紙上之南北線。乃轉動棹面。俟磁針之兩尖正指盤內 N 及 S。卽將棹面定實。量儀器之高。再向後復測⊡A。然後依法測繪附近之物體。由此類推。以至最末之測位。惟所測之地較大。則不能盡繪於一紙之上。必須分畫數紙。而換一新紙之時。所當留意者。必須復測數點爲舊紙上已繪得者。以爲連接成一圖時。藉以定接連之方向也。

凡所繪得之圖如欲繪其等高線者。則測量之時。遇地面凹凸不齊之處。必須測望多點。將點之位置先繪在圖內。（點之繪法恆作⊙號。并在旁記以號數之次序。如 1, 2, 3, 4 ……… 等。簿內亦以同式之號數記之。故圖中某點。可檢簿內而知其距離及竪立角。至將等高線繪出後。乃將紙上之⊙號擦去。）俟測畢後。計算

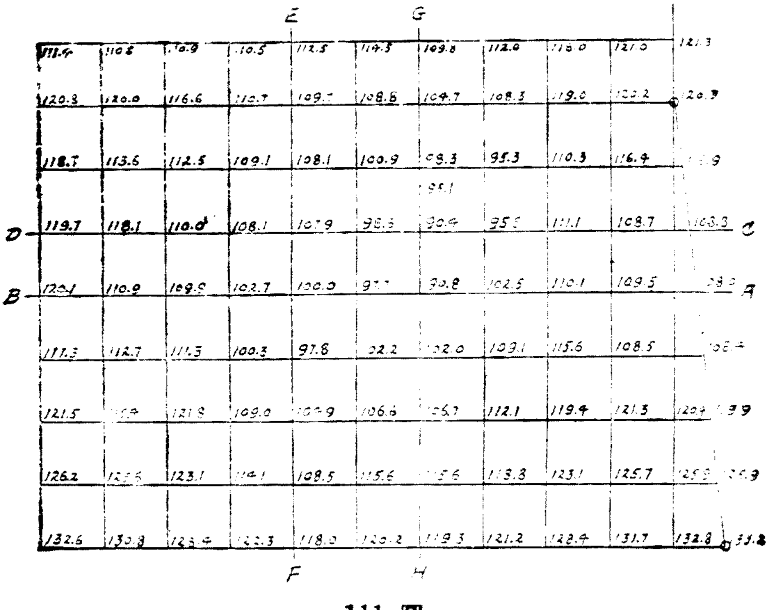
各點之高度。乃依§13繪其等高線。

習　題

(1)　擇一適宜之地。以三人或四人爲一隊，分爲四隊。同在一處起測。各向一方。依§4至§8各法。各測繪一段。俟各測畢。縮成一圖。然後合各分圖而接成一全圖。以蠟布（卽印圖布 *Tracing Cloth*）或蠟紙（卽印圖紙 *Tracing Paper*）印之。

(2)　如111圖之記載。試以一吋作爲一百呎之比例繪成各方格。而繪畫其高度每相差五呎之等高線。試幷繪 *AB CD EF GH* 各線之截面圖，而比較其傾斜之狀。

(3)　設有下列之記載試用量距線表，求各點之高度。依其各點之距離及方向角繪於紙上。幷繪出等高線。



111 圖

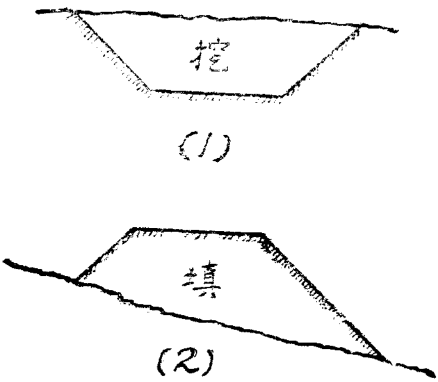
點	距離	眞方位角	方向	竪立角	高度差	高度
不在⊙1	0°在磁石南極		儀器高=4.40			
標誌點	84	42°16′		0°00′ 在8.24		101.25
1	69	65°20′		+0°44′		
2	97	84°30		+0°50′		
3	114	90°54′		+1°20′		
4	158	98°22′		−0°30′		
5	209	105°32′		−1°45		
6	286	112°44′		+2°50′		
7	198	119°10′		+2°52′		
8	246	125°50′		+3°10′		
9	272	132°28′		+2°54′		
⊙2	210	140°30′	N39°30′W	−2°30′		
不在⊙2	覆測⊙1		儀器高=4.54			
⊙1	210	320°30′		+2°30′		
10	96	50°08′		+3°02′		
11	120	66°46′		+4°32′		
12	129	80°20′		+2°58′		
13	147	98°10′		+3°35′		
14	284	103°12′		+1°56′		
15	176	124°32′		+0°30′		
16	209	145°22′		−0°45′		
17	308	173°30′		−1°25′		
18	176	196°00′		−2°10′		
19	158	227°26′		−0°15′		
20	267	239°18′		+1°18′		

(4) 試以平面棹測繪一段地形。寬約五百呎。長約二英里。(每英里爲5280呎)以一吋作爲二百呎之比例繪之。附近各物體如房屋道路池沼等。皆繪於圖內。并繪出地面上凹凸不齊之點之位置。并計算其高度以繪畫等高線。

第四章　鐵路及道路測量法

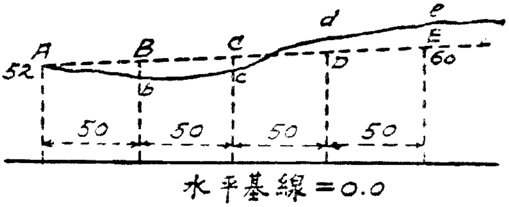
§1　定義　鐵路及道路測量法者。爲測定路線。計算土工。安設曲線之法也鐵路與道路。雖爲兩種。然其測量之法。相似者甚多。故知其一。便可知其二。惟鐵路測量。以計算土工。如開挖 *Cut* 塡積 *Fill* 等。爲其中最要之部。而其計算之法。亦有種種。故不能獨以例盡括之本編所論。止就其簡單之法畧言之耳。其詳細之理法。另於鐵路測量學內言之。

§2　開挖及塡積　地面天然之勢。多不能平齊。或成邱陵。或爲坡谷。或過於傾斜。或失於低陷。皆不宜於鐵路及道路。故凡建築一路時。必須削地面之凸處。以補其凹處。使地面平整。令路線成一水平。或成一微小之斜度。免其過於傾斜。以致加增阻力。然開挖凸處及塡高凹處之數。必須以測量法定之。並在路線中央及兩旁皆打以木樁。記其塡挖之數。如112圖。(1)爲開挖之狀。(2)爲塡積之狀。欲求其路線中央開挖及塡積之深淺。則可先在路線之中央。每相距50或100



112圖

呎打一木樁。依水平測量法。測得各站之高度。並可繪得路線地面上各點之高度。（見第二章§4 §5 及第84 85圖。或繪得等高線圖。亦可在等高線圖內繪出路線。而定路線地面上各點之高度及高低之形。見第三章§11。）而所築成之路之斜度。必已先定。故由此即可知築成之路各站之高度。如113圖。*Abcde* 爲天然之地面。



113 圖

ABCDE 爲築成之路之斜度。設 *A*,*E* 兩點之平距離爲200呎。*A* 點之高度爲52。*B* 之高度爲60。則 *AE* 之斜度應爲 $\frac{60-52}{200}=0.04$。即4%。如築成之路在 *A*,*E* 兩點間既成一直線。則 *B*,*C*,*D* 各點改變之高度。必爲一常數。如 $0.04\times 50=2$ 呎。故

B 點之高度 $=52+2=54$

C 點之高度 $=54+2=56$

D 點之高度 $=56+2=58$

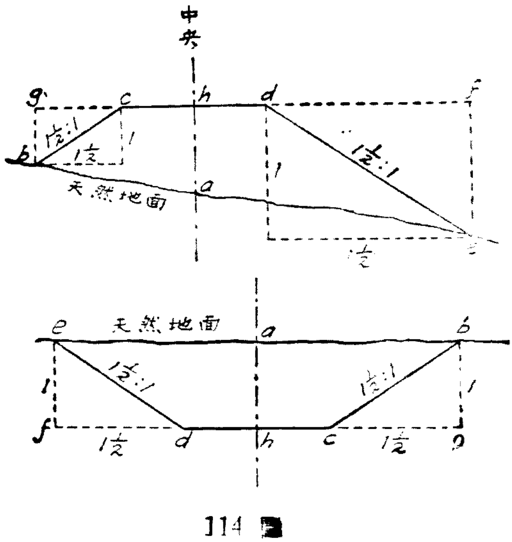
E 點之高度 $=58+2=60$

既得築成之路各站之高度。即可於附近適宜之地。安設水平儀。測望附近之標誌點。得儀器之高度。則儀器之高度與築成之路之某站高度較。必爲某站之斜度桿數。如儀器之高度爲57.50。則 *B* 點之斜度桿數應爲 $57.50-54.00=3.50$ 呎。（見第二章§7。）此即假令能將分度桿之脚放於築成之路之 *B* 點。則由水平儀測望。必讀得3.50之數也。乃持桿於某站。（即某木樁）直立於地面上測之。（讀至小數後一位便可。）以此次讀得之數與斜度桿

數之較。卽爲某點應開挖或塡積深淺之數。如置桿於地面上 b 點時。讀得 9.5。則在 b 點應塡高之數爲 $9.5-3.5=6.0$ 呎。卽在 b 點之木樁上書塡6.0。如應爲開挖者。則書挖 6.0 以表示之。凡定路線中央塡挖之深淺者。皆可依此類推。

§3　定路線兩旁之木樁法

凡塡挖一路。路旁兩面必成斜坡。其斜度之大小。則因沙石泥土各物質而異。尋常所用之小石。其斜度恆爲 $1\frac{1}{2}:1$。卽地平距離爲 $1\frac{1}{2}$ 直高爲1之比例。如 114 圖是。惟此斜坡與天然地面相交之點。如 b 及 e。必須設法定之。打以木樁。記其塡挖之深淺。在 b 及 e 之木樁上所記深淺之數。乃自路底至地面之高。如 bg 及 ef 是也。此節所論。卽爲定此等木樁及求其路底至地面之高之法也。定木樁之位置。必先試之。如上圖。路旁斜坡與地面相交之 b 點。原未知在於何處可先安置水平儀於適宜之地。持分度桿豎於路線之旁地面上之任一點。假設此點爲路旁斜坡與地面相交之點。乃從水平儀測得桿之度數。此度數與斜度桿數之較。卽爲應在此點塡挖之數。(觀下自明)由此可算得路線中央至此點之距離。試命



114 圖

距＝路之中央至斜坡與地面相交之點之平距離。如 hf 或 hg。

底＝路底之寬如 cd。

高＝斜坡與地面相交點至路底之高，如 bg 及 ef 等。

斜度＝斜坡之斜度。如 $1\frac{1}{2}:1$。

如求 a 點至 b 點之平距離（即 hg 之長）。則

$$hg = hc + cg = \frac{1}{2}\text{底} + cg$$

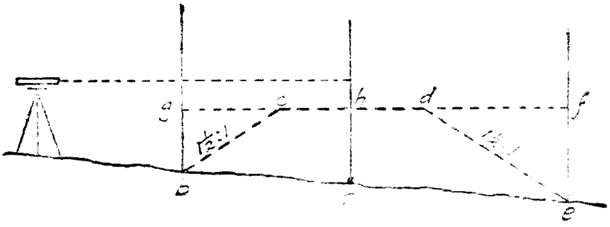
$$= \frac{1}{2}\text{底} + bg \times \tan cbg$$

$$= \frac{1}{2}\text{底} + bg \times \frac{1\frac{1}{2}}{1}$$

故　$$\text{距} = \frac{1}{2}\text{底} + \text{高} \times \text{斜度} \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

此為計算距離之公式。如以尺自路之中央量至假設之點之距離與用 (1) 式求得者同。則假設之點即為斜坡與地面相交之眞點。即可於此點打以木樁。幷記其塡挖之數。如量得之距離與用 (1) 式算得之距離不同。則必將分度桿移於他點。再如法測量。至量得之數與算得之數相等為止。此等定法。如稍加練習。則定之殊不難也。路之兩旁各點之定法皆可依此得之。試再舉一例如下。

如 115 圖。置水平儀於適宜之某地上。先測標誌點得儀器之高度為 84.70。



115 圖

如 h 之高度為 83.0。則斜度桿數應為 $84.70-83.0=1.7$ 置桿於木樁 a 之地面上。讀得 7.5。依前節。可知 a 點應塡高之數為 $7.5-1.7=5.8$。卽在木樁上記以塡 5.8。

置分度桿於 b 點。讀得桿數為 6.3。則 bg 之高 $=6.3-1.7=4.6$（亦卽 b 點應塡高之數。）如路底之寬已定為 40 呎。依 (1) 式。得

$$距=\frac{40}{2}+4.6\times1\frac{1}{2}=20+6.9=26.9\ 呎$$

如以鋼尺由 a 平量至 b。適為 26.9 呎。卽知 b 點之位置為恰合。可打木樁於 b。而記以塡 4.6。如非恰合。則再移桿於他處。復定之如前。

又置桿於 e。如讀得 8.9。則 ef 之高 $=8.9-1.7=7.2$。依 (1) 式。卽得

$$距=\frac{40}{2}+7.2\times1\frac{1}{2}=20+10.8=30.8\ 呎$$

如以鋼尺自 a 平量至 e。其距離適為 30.8 呎則定得 e 之位置亦為恰合卽可打木樁於 e。并記以塡 7.2。如非恰合。則又移桿於他點。復測量之如前。他點之測算。皆可依此類推。

§4 塡挖之記載法　塡挖之記載法。必於簿內記明路線中央之塡挖數。及兩旁之塡挖數。其挖低者恆以正號（+）記之。塡高者。恆以負號（−）記之。惟於木樁上。則恆書以塡挖等字。而不用 + − 等號也。如 116 圖第 10 站橫行內各數。卽以上節所舉之各數列之。橫截面之直行內。分三行數。中間之行。卽表示路線中央之塡挖數。左邊之各數在橫線之下者。卽表示路線左邊之塡挖數。在橫線之上者為路線中央至斜坡與地面相交之平距離。右行各數。與左行各數之意義同。惟表示路線右邊之塡挖

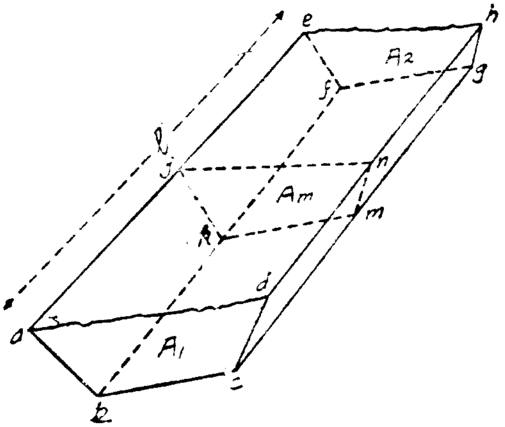
數耳。至第12站之橫截面行內。左右兩數皆相同。可知該處地面爲一平面。而無左右傾斜也。

路底寬 = 40 呎			斜度 $1\frac{1}{2}:1$		
站	地面高度	路面高度	橫截面		
12	79.5	84.00	$\frac{28.4}{-5.6}$	−4.5	$\frac{28.4}{-5.6}$
11+50	78.8	83.75	$\frac{26.0}{-4.0}$	−5.0	$\frac{29.0}{-6.0}$
11	77.4	83.50	$\frac{27.2}{-4.8}$	−6.1	$\frac{30.5}{-7.0}$
10	77.2	83.00	$\frac{26.9}{-4.6}$	−5.8	$\frac{30.8}{-7.2}$

116 圖

§5 土方之計算法

土方之計算法者。卽推算塡挖泥土之體積之法也。其計算之法不一。茲就其最普通者言之。如上節之記載表內所得者。皆爲橫截面。而所取之橫截面。恆與路線成直角。故將塡挖之體積。分成棱柱體。如 117 圖。其兩底面 *abcd*（卽 A_1）及 *efgh*（卽 A_2）。必互相平行。而其旁面。則或平或曲。不能一定。求此體積之法。可有數公式茲舉



117 圖

之如下。

(1)　其最簡單之法。以其兩底面之中數。乘其兩面之直距。如

$$體積 = \frac{A_1+A_2}{2} \times l \quad \cdots\cdots(2)$$

此式名曰平均底面公式。式內 l 爲兩底面之直距。亦卽尋常所用 100 呎之距離也。惟用此式求得之體積。不能極準。故視所求之準度如何而用之。

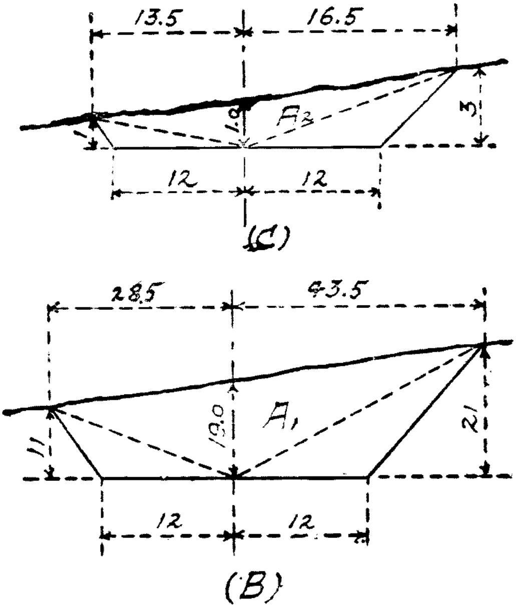
(2)　其準確之體積。可以棱柱體公式求之。如

$$體積 = \frac{l}{6}(A_1 + 4A_m + A_2) \quad \cdots\cdots(3)$$

此式名曰棱柱體公式。式內 l 爲 A_1 及 A_2 兩底面相離之直距。A_m 爲 A_1 及 A_2 兩底面中間之面積。如上圖 $Jkmn$ 是也。A_m 之求法。可以 A_1 及 A_2 之各相當邊。取其中數求之而非 A_1 及 A_2 兩面積之中數也。至於底面 A_1 及 A_2 之面積。則可分作三角形求之。試舉一例如下。以明其計算之法。

如有一記載爲

開挖之記載			
路底寬 = 24 呎		斜度 $1\frac{1}{2}:1$	
站 2	$\frac{13.5}{-1.0}$	+1.0	$\frac{16.5}{+3.0}$
站 1	$\frac{28.5}{+11.0}$	+19.0	$\frac{43.5}{+21.0}$



118 圖

今欲求1站至2站所開挖之體積則先求A_1及A_2之面積。觀118圖(B)及1站之橫行內各數知

$$A_1=\frac{19.0\ (28.5+43.5)}{2}+\frac{12(11.0+21.0)}{2}=876\text{平方呎}$$

觀(C)圖及2站之橫行內各數。知

$$A_2=\frac{1.0\ (13.5+16.5)}{2}+\frac{12(1+3)}{2}=39\text{平方呎}$$

如依(2)式求其體積。則

$$\text{體積}=\frac{A_1+A_2}{2}\times l=\frac{876+39}{2}\times 100=45750\text{立方呎}$$

如依(3)式求其體積。則必先求A_m之面積。惟比觀表內1站及2站之各數。以其每相當兩數之和折半。(卽取其中數)卽得中間截面(A_m)之記載爲

站 1+50　　$\frac{21.0}{+6.0}$　　+10.0　　$\frac{30.0}{+12.0}$

依上法求 A_m 之面積。

$$A_m=\frac{10.0(21.0+30.0)}{2}+\frac{12(6.0+12.0)}{2}=363\text{平方呎}$$

依(3)式得

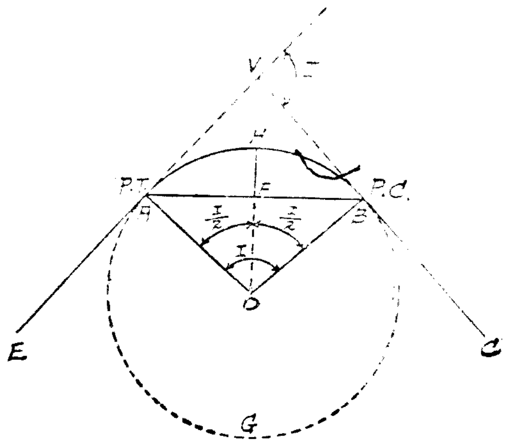
$$\text{體積}=\frac{l}{6}(A_1+4A_m+A_2)=\frac{100}{6}(876+4\times363+39)=39450\text{立方呎}$$

由此可見以(2)式求得之體積其差數爲 $45750-39450=6300$ 立方呎約爲16%。

求土方之多少或有以立方碼計之者此可以27除立方呎數得之因一立方碼爲27立方呎故也。

以上之舉例止以計算一段如自1站至2站以明其算法然學者可由此類推求得每段之體積以之相加而得其塡挖之共體積也。

§6 鐵路曲線 凡一路線改變方向時必須漸漸改變令其改變之路成一平圓曲線形此爲鐵路及道路常用之法也。如119圖 EA 及 CB 爲不同方向之兩路線。AHB 爲平圓曲線而爲 $AHBG$ 平圓之一段弧茲先將其所用之名目及代字舉之如下。



119 圖

$OB =$ 半徑 $= R$ (*Radius*)

$AHB =$ 弧長 $= Lc$ (*Length of Arc*)

$AB =$ 長弦 $= C$ (*Long Chord*)

$VA = VB =$ 切線距 $= T$ (*Tangent Distance*)

$VH =$ 外距 $= E$ (*External Distance*)

$HF =$ 中縱線 $= M$ (*Middle Ordinate*)

$I =$ 心角 (*Central Angle*)

$V =$ 頂點 (*Vertex*)

$P.C. =$ 曲點 (*Point of Curvature*)

$P.T. =$ 切點 (*Point of Tangency*)

依幾何及三角理。得其相關之式如下。

$$T = R\tan\frac{I}{2} \qquad (4)$$

$$C = 2R\sin\frac{I}{2} \qquad (5)$$

$$M = R\,\mathrm{vers}\frac{I}{2} \qquad (6)$$

$$E = R\,\mathrm{exsec}\frac{I}{2} \qquad (7)$$

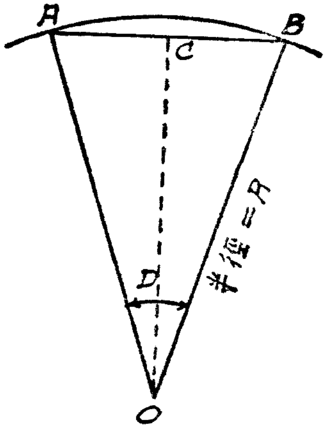
$$Lc = R \times \frac{\pi}{180} I \qquad (8)$$

$$\pi = 冂 = 3.14159$$

由以上數式。卽可推算曲線內應求之各件。而每式內皆含有 R。(半徑)此可見曲線之形狀性質。恒與半徑成比例。

§7 曲線之顯法 曲線之平鈍及尖銳之度。可以半徑之長短顯之。半徑愈長。則曲線愈平。半徑愈短。則曲線愈尖。此固

易知者也。然更可以曲線之度數顯之者。如 100 呎長之弦所乘之圓心角之度數。卽為曲線之度數。恆以 D 字代之。如 120 圖。AB 為 100 呎之弦長。D 為 4 度。則此曲線名為 4 度之曲線。如 D 為 5 度則名為 5 度之曲線。餘類推。觀上圖。依三角理。得



120

$$AO\sin\frac{D}{2}=\frac{AB}{2}$$

$$\therefore R=\frac{\frac{1}{2}AB}{\sin\frac{1}{2}D} \cdots\cdots\cdots (9)$$

如 $AB=100$ 呎。曲線之度數為 $1°$ 則

$$R=\frac{50}{\sin 30'}=5730$$

故任何曲線之半徑。可以一簡式求之。如

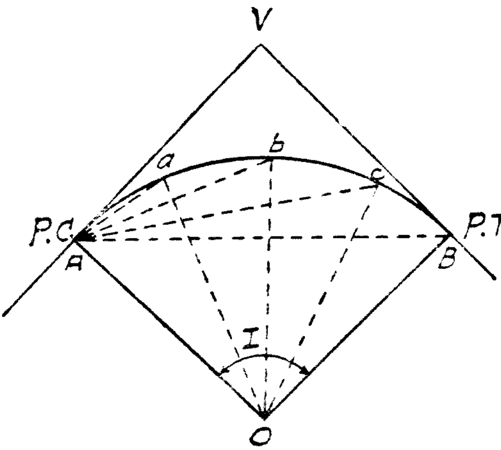
$$R=\frac{5730}{D} \cdots\cdots\cdots (10)$$

由此可見。曲線之度數與半徑之長成反比例。并可知曲線之度數愈大。則曲線愈尖。其度數愈小。則曲線愈平。

§8 以轉偏角 *Deflection angle* 定曲線法

轉偏角者。切線與任一弦所成之角也。如 121 圖 VAa, VAb, VAc …… 等。皆為轉偏角。試從 A 點起。Aa 弦線為 100 呎。依幾何理。知

$$VAa=\frac{1}{2}AOa=\frac{1}{2}D$$



121 圖

故設法測定 VAa 角為 $\frac{1}{2}D$。并由 A 依 Aa 之方向量100呎。即可定得曲線上之 a 點。又 $VAb=\frac{1}{2}AOb=D=VAa+\frac{1}{2}D$。故測定 VAb 角為 D。(即前測定之 VAa 角加一個 $\frac{1}{2}D$。)并由 A 點量 100 呎。令一百呎之點適在 Ab 之方向線上。即可定得曲線上之第二點。如 b。由此類推而至於曲線之終點 B。惟此時 VAB 必等於 $\frac{1}{2}I$ 也。茲設一例如下。以明其推算之法。

設有一 $3°24'$ 之曲線。(即 $D=3°24'$) 其心角(即 I)為 $18°22'$。而曲線之始點(即 $P.C.$)在 $47+32$ 站。試求其各轉偏角。

因　曲線之長 $=18°22'\div3°24'=18.367\div3.40$

$=5.402$ 站 $=540.2$ 呎

由此可知曲線之終點(即 $P.T.$)必在 $52+72.2$ 站。而

48站之轉偏角 $=\frac{68}{100}\times\frac{1}{2}(3°24')=.68\times1°.7$

$=1°.156=1°09'$

其餘各站之轉偏角。每加增 100 呎。則其角度必增 $1°42'$。此即 $\frac{1}{2}D$。而至曲線之末點。其分弦線之長止得 72.2 呎。故此時轉偏角止為

$$\frac{72.2}{100}\times\frac{1}{2}(3^\circ 24')=1^\circ.2274=1^\circ 14'$$

由是可將其各轉偏角集列之如下。

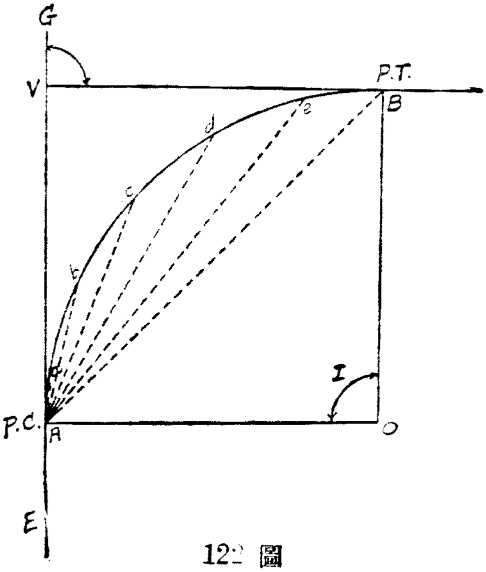
P.C.	站 47+32		0°
	48	0° + 1° 09′	= 1° 09′
	49	1° 09′ + 1° 42′	= 2° 51′
	50	2° 51′ + 1° 42′	= 4° 33′
	51	4° 33′ + 1° 42′	= 6° 15′
	52	6° 15′ + 1° 42′	= 7° 57′
P.T.	52+72.2	7° 57′ + 1° 14′	= 9° 11′

最末所得之數爲 9° 11′。更可覆算之。如

$$\frac{1}{2}I=\frac{1}{2}(18^\circ 22')=9^\circ 11'$$

§9　以轉偏角安設曲線之測量法

如 122 圖。V 爲兩路線相遇之點。卽頂點。先置經緯儀於 V。令佛逆之 0 正對分度盤之 0 度。且令望遠鏡之竪線絲。正對路線 AE 之方向。乃將圓盤下之螺絲旋緊。則望遠鏡不致左右旋動。卽將鏡依其横軸竪直旋動。轉向 VG 之方向。然



122 圖

後依常法再鬆上盤邊之一螺絲,平轉遠鏡向 B。即可測得 GVB 角之度數。此角與曲線所乘之心角等。故此角度即爲 I。又因安設曲線之時。曲線之度數必已先定。即 D 爲已知之數。故依 (10) 式可求得半徑 R 之長。再依 (4) 式又可求得 T 之長。乃以鋼尺自 V 點量 VA 及 VB 與求得之 T 等。即可得 A 及 B 兩點。如以 A 爲曲線之始點。(P.C.) 則 B 必爲曲線之終點。(P.T.) 次依上節之法。求得各站之轉偏角。以測定曲線上之各點。茲再以上節所求得之各轉偏角解釋之。以明其測法之次序如下。

(1)　安置經緯儀於 A 點。即 P.C. 亦即 47+32 站。

(2)　安置佛逆之 0。正對分度盤之 0 度。

(3)　令鏡內竪線絲正對 V 點。即頂點。

(4)　在分度盤上安置第一次求得之轉偏角 $1°09'$。即平轉遠鏡畧成微小之角度。而得 Aa 之方向。

(5)　依鏡內竪線絲所對之方向。令量者以鋼尺量 68 呎。得曲線上之 a 點。打以木樁。是爲 48 站。

(6)　在分度盤上安置第二次求得之轉偏角 $2°51'$。(必須記明 0 度之方向爲 AV 之方向。則 $2°51'$ 之角。即爲 VAb 角。亦即 VAa 加一個 $\frac{1}{2}D$ 也。) 得 Ab 之方向。

(7)　以鋼尺從 a 點量 100 呎。令 100 呎之末點。適在鏡內竪線絲所對 Ab 之方向內。即得曲線上 b 點。以木樁記之。是爲 49 站。

由此類推。可至曲線之終點 B。惟 eB 之長應爲 72.2 呎。因 B 點爲 52+72.2 站也。

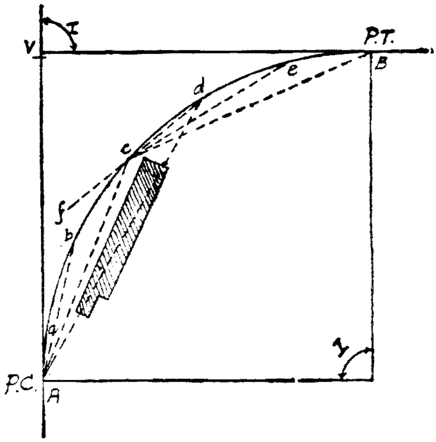
或有時因物體遮蔽。不能從 A 點再向前測。則必須移易測位。然後再定向前之各點。如 123 圖。自 A 點測至 C 點時。則再不能

向前測。因 D 點為房屋所遮蔽。故必須遷移儀器於他點。然後再定向前之各點。其測法之次序如下

(1) 安置儀器於最末所定得之點如 C。

(2) 安置佛逆之 0。正對分度盤之 0。

(3) 轉鏡覆望 A 點。卽定 CA 之方向為 0 度。



123 圖

(4) 在分度盤上。安置求得之 VAd 轉偏角度數。此時望遠鏡必指一定之方向。如 cf。其 Acf 角。卽等於 VAd 角。

(5) 將望遠鏡依橫軸竪直旋動。則鏡必轉向 cd。卽 fc 之引長線。乃以尺依 cd 方向量 100 呎。得曲線上之 d 點。

既定得 d 點。卽可依常法安置 VAe 角度於分度盤上。及量 de 弦線之長。可定得 e 點。由此類推。以至於終點 B。如是以線聯已定之各點。卽成一平圓曲線矣。

§10 曲線之記載法 曲線記載之法極簡。可以上兩節之舉例列之。如 124 圖。為記載簿內之左篇。其右篇繪以草圖。而所繪之草圖各站之位置。須與左邊第一直行之站數相當。以期易於檢閱。其所用之縮尺。可以每吋作為 100 呎。又左邊之第一直行之⊙號。卽表明經緯儀所放之站。其餘各行。學者可比觀上兩節自明。

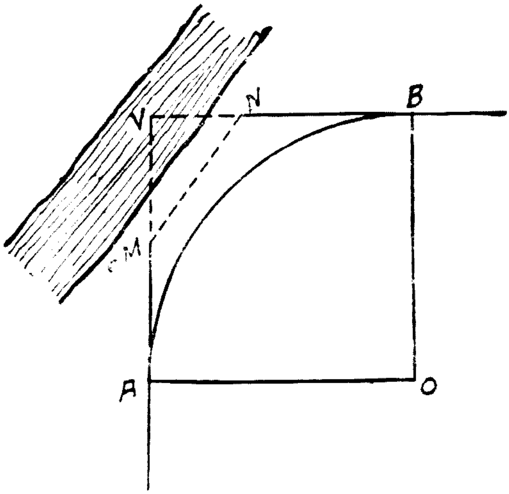
站	曲線之說明	轉偏角	測得之方向
54			
53			
⊙52+72	2 P.T.	9° 11′	N55° 00′E
52	3°24′之曲線向右	7° 57′	
51	半徑 =1685.3	6° 15′	
⊙50	曲線 =540.2	4° 33′	
49	切線長 =272.5	2° 51′	
48	心角 =18° 22′	1° 09′	
⊙47+32	P.C.	0° 00′	N36° 30′E
47			
46			

124 圖

§11 頂點有障礙物之曲線測量法 如125圖。頂點V爲不能到之點。故不能置儀器於V。而測得I之角度。如遇此等障礙。則可任置經緯儀於路線內M及N兩點。測得VMN及VNM兩角。此兩角之和。卽爲I。故可依(10)式及(4)式求得T。又量得MN之長。則MVN三角形知兩角一邊。可依平三角正弦比例。求得MV及NV兩邊。故由T內減去MV。得MA。由T

內減去 NV。得 NB。如是 A 及 B 兩點既定。即可依前法安設曲線上之各點矣。

安設曲線之法。尙有數種。如上所述。止其最普通之一法耳。其餘各法詳見於著者另編之鐵路測量學。



125 圖

習題

(1) 設有一表式如下試求其自18站至21站塡積之土方數。

站	橫	截	面
21	$\frac{15.7}{-5.8}$	-3.7	$\frac{7.3}{-0.2}$
20	$\frac{28.0}{-14.0}$	-6.4	$\frac{10.1}{-2.1}$
19+40	$\frac{37.3}{-20.2}$	-10.7	$\frac{14.2}{-4.8}$
19	$\frac{30.7}{-15.8}$	-8.1	$\frac{12.1}{-3.4}$
18	$\frac{22.9}{-10.6}$	-2.6	$\frac{8.2}{-0.8}$

路底寬 =14 呎

斜坡 $=1\frac{1}{2}:1$

(2) 設有一 $4°42'$ 之曲線。其心角爲 $21°30'$。試求曲線之長。

(3) 設有一曲線。其半徑之長爲 1432.5 呎。問此爲幾度之曲線。

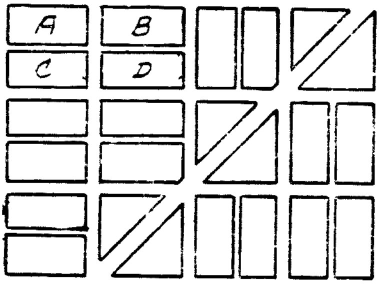
(4) 設有一 $4°25'$ 之曲線。其心角爲 $22°08'$。曲線之起點在 97+68 站。試求此曲線半徑長，切線距，及各轉偏角。并用一記載之表式列之。

第五章 城市測量法 *City Surveying*

§1 定義 凡關於城市之測量。如安設街道。設立曲線。測定斜度等。使都城市鎮各地。成一有法之形。而便利於交通適宜於居住者。皆爲城市測量法。其測量之法。多分見於以上各章。本章所論者。皆言城市內應用之廣袤。如街道之廣狹。曲線之度數。斜度之大小等。俾施行測量時有所標準也。城市測量所用之儀器。如經緯儀等。以能讀得30至20秒者爲佳。因城市之地價較昂。而測量所定者。恆爲界線斜度等。以爲建築之用。故所求之結果。必須得一準確之度。

§2 街道之排列法 街道之設。原爲交通貿易而起。於都城繁盛之地。更爲扼要之津道。故街市之排列。必以便於交通貿易爲目的。就我國而論。如天津上海香港等各租界地。其街道之排列整齊。覺其有一定之法則。然於內地觀之。則未可多見。其方向之或斜或直或曲或灣。殊無一定。緣其所以有此弊者。大都我國之城市。多先建房屋而後留街道。非先計劃街道而後建房屋。故人各有房。房各有牆。牆角之或出或入。皆求自便。而無一定之標準以限制之。實爲都城市鎮之一大缺點也。

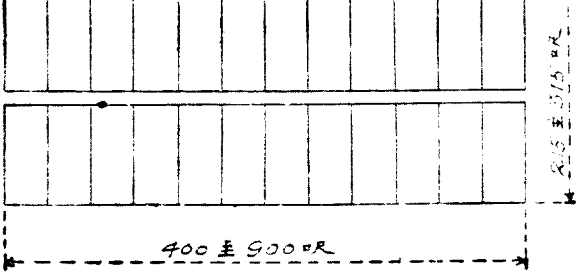
街市之排列恆取長方系如126圖。其各街道皆平行。或相交成直角。分城市之大地成長方段。如A,B,C,D等。然後以每方段分成屋址。如127圖。則街道之排列整齊。房屋鋪戶自有一定之次序。是街道雖長。恆成直線。至必須改變方向時。然後安設曲線以變其方向。則街道不至成無法灣曲。障礙車馬之進行。因凡車馬行走於曲線上時阻力必大。費力必多。速率必減。歷時必長。且於短半徑之曲線上行動。車馬易於相碰。其危險必多。即於交通貿易上有莫大之妨礙。各國之開設商埠恆取長方系以排列街道。至貿易最繁及遊玩最盛之方向。如商場之中心點及公共之遊玩場等。則可設對角線之大斜道通之。使交通上可沿最短之路也。



126 圖

§3 方段之大小

方段之大小。(如前圖$A\ B\ C\ D$等)各國所用者有不同。即同一都市內。亦不能以一例盡之。大率鋪戶之深。最普通者為100呎至150呎。然於商業之地恆設一小巷穿過長方段。小巷之方向。與方段之長邊平行。巷之寬度自15



127 圖

呎至25呎。故方段之寬。恒自 215 呎至 315 呎而方段之長邊。恆依貿易交通所趨之方向。其長度多自 400 呎至 900 呎。同一城市之內。其長度各有不同。因貿易最盛之地。則橫街之距離亦應較近。故方段之長度。不能不因地而定也。

§4 街道之寬度 最寬之街道。應安設於貿易交通最盛之區。其寬度自 100 呎至 150 呎。其稍次者。則自60呎至80呎。在居住房屋之區。其幹道恆爲60呎至80呎。稍次者則爲50呎。

街道兩旁人行之步道。亦以貿易之區爲較寬。兩旁步道之寬度。約爲全路之五分二。而居住之區。則恆自 5 呎至10呎。

穿行方段內之小巷。應爲15呎至25呎。如少於15呎。則兩馬車相遇時。不易於經行也。水管陰溝等。最適宜安設於小巷內。

§5 街道之斜度 街道之斜度。有斜至10%至15%者。此等高斜度。止可用於居住之區。不能施用於貿易之區。然可以令其較平者。則仍以降低其斜度至5%或6%爲佳。惟於貿易之區。其斜度恆不過4%。因斜度較高。則車馬上坡時。固費力不少。卽下坡時。亦須加力以制止車之速度也。

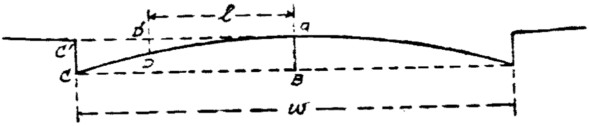
街道中亦有造成一微小之斜度者。如每百呎升降六吋之斜度是也。此等斜度。適用於排洩道面之汚水。如路線極平。則必於道旁建設傾斜之水溝以洩之。

§6 街道之曲線 曲線之銳鈍。與車馬之行動有關係。就理論上言之。街道愈狹。則曲線必須愈平。如四馬所牽之車。其共長約爲50呎。經行於 12 呎寬之道路。其曲線之內半徑。約須100 呎。於16呎之道路。約爲75呎。至18呎之道路。則約爲66呎是也。法國所定之最小半徑。在20呎至22呎寬之幹路。其半徑之長

為165呎。其極量為100呎。曠野之津道為20呎寬者。其半徑為50呎。此其所用之最小半徑也。

在1%或2%之斜度之山地。如為重載之車所經行者。其半徑應為40呎。輕車所經行者。其半徑可為30呎。在3%或4%之斜度上。如為重車所經行者。其半徑應為65呎。輕車所經行者。其半徑可為50呎。質言之。斜度愈高寬度愈小之道路。其曲線必須愈平也。

§7 街道之橫截面 街道之截面其中央恆比兩旁為高。而成一凸曲線形。此因雨水落至路面上。欲令其向旁排洩。流入路旁之水溝中故也。其曲線之形。或為平圓曲線。或為拋物曲線。或為兩平面相遇於路面之中點。而磨圓其尖角。然此數者之中。以拋物曲線為較通用。如128圖。w 為街道之寬。AB 為道路中央高於兩旁之數。名曰頂高。而道路之橫截面斜度。以 $\frac{1}{30}$ 為最通用。故



128 圖

$$\text{橫截面斜度} = \frac{\text{頂高}}{\frac{1}{2}\text{道路寬}} = \frac{1}{30}$$

$\frac{1}{30}$ 之比例。即每呎升降0.4吋之斜度也。凡鋪砌一道路。先定道路之寬。乃由截面之斜度求得頂高。試設 l 為任點 D 與中點 A 之平距離。依拋物線理得

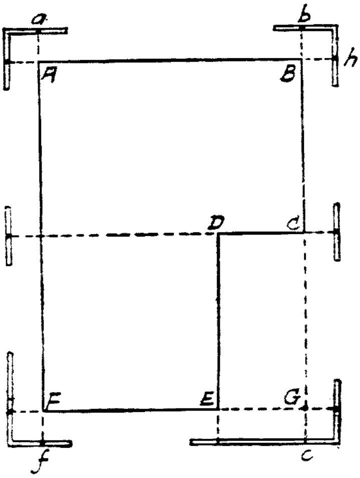
$$D'D = C'C \times \frac{l^2}{\left(\frac{W}{2}\right)^2}$$

即 $$= A\,B \times \frac{l^2}{\left(\frac{W}{2}\right)^2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

由此式卽可求得 $D'D$ 之縱線而定得地面上之 D 點。惟實用時。恆以路之半寬。任分作若干等分。依 (1) 式求之。而得地面上各點。路之他邊。亦可依同法求之。

§8 安設房屋之地址法

凡安設房屋之地址。不能正在牆角上立以記號以致妨礙建築地基。故恆於地址之外數呎。插木樁於地內。釘木板於木樁之旁。而立記號於木板之頂。如 129 圖。先定房屋之大小位置及牆角所在之點。卽在各牆角插一木樁。如 A,B,C,D,E,F。並插一木樁 G。與 BC 及 EF 均成直線。安插旣畢。必須量其每兩對角線如 AG, FB 及 EC, DG 以覆正其差誤。惟此等木樁衹爲暫時之記號。建築地基及牆壁時則不能有所留存。故於牆角之外數呎。(3 呎或 4 呎等) 另安設一木板成一矩形。木板之頂與牆基同高。乃任置經緯儀於一牆角之木樁上。如 A 沿 AF 之方向測望。得 f 點。卽打一鐵釘於木板之頂記之。幷定 a 點。惟 a 點與 A 極近。可立於木板之外。依儀器之懸錘線及 f 點之方向。



129 圖

以眼定之。次平轉望遠鏡90度，測望得 h 及 j 兩點，即在木板之頂，打以鐵釘記之，再遷儀器於他角點，依同法定得各點，則建築地址及牆壁時，可移去牆角之木樁而房屋之界線，可由定得之各點引伸直線而得之也。

§9　球場之廣袤　球場之廣袤，足球與網球不同，足球場應設於平地上。其長應爲330呎，寬爲160呎。網球場之長，最少爲120呎，寬爲50呎。地面成一微小之斜度，自中線向兩旁傾斜，每100呎低下6吋，以排洩地面上之水，網柱應竪立於邊線之外3呎柱高3呎，網高53呎，而球場之長邊，以依南北之方向爲宜，免日光之正射也。

垂 直 高

分	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
0	0,00	1,74	3,49	5,23	6,96	8,68	10,40	12,10	13,78	15,45
2	0,06	1,80	3,55	5,28	7,02	8,74	10,45	12,15	13,84	15,51
4	0,12	1,86	3,60	5,34	7,07	8,80	10,51	12,21	13,89	15,56
6	0,17	1,92	3,66	5,40	7,13	8,85	10,57	12,26	13,95	15,62
8	0,23	1,98	3,72	5,46	7,19	8,91	10,62	12,32	14,01	15,67
10	0,29	2,04	3,78	5,52	7,25	8,97	10,68	12,38	14,06	15,73
12	0,35	2,09	3,84	5,57	7,30	9,03	10,74	12,43	14,12	15,78
14	0,41	2,15	3,90	5,63	7,36	9,08	10,79	12,49	14,17	15,84
16	0,47	2,21	3,95	5,69	7,42	9,14	10,85	12,55	14,23	15,89
18	0,52	2,27	4,01	5,75	7,48	9,20	10,91	12,60	14,28	15,95
20	0,58	2,33	4,07	5,80	7,53	9,25	10,96	12,66	14,34	16,00
22	0,64	2,38	4,13	5,86	7,59	9,31	11,02	12,72	14,40	16,06
24	0,70	2,44	4,18	5,92	7,65	9,37	11,08	12,77	14,45	16,11
26	0,76	2,50	4,24	5,98	7,71	9,43	11,13	12,83	14,51	16,17
28	0,81	2,56	4,30	6,04	7,76	9,48	11,19	12,88	14,56	16,22
30	0,87	2,62	4,36	6,09	7,82	9,54	11,25	12,94	14,62	16,28
32	0,93	2,67	4,42	6,15	7,88	9,60	11,30	13,00	14,67	16,33
34	0,99	2,73	4,48	6,21	7,94	9,65	11,36	13,05	14,73	16,39
36	1,05	2,79	4,53	6,27	7,99	9,71	11,42	13,11	14,79	16,44
38	1,11	2,85	4,59	6,33	8,05	9,77	11,47	13,17	14,84	16,50
40	1,16	2,91	4,65	6,38	8,11	9,83	11,53	13,22	14,90	16,55
42	1,22	2,97	4,71	6,44	8,17	9,88	11,59	13,28	14,95	16,61
44	1,28	3,02	4,76	6,50	8,22	9,94	11,64	13,33	15,01	16,66
46	1,34	3,08	4,82	6,56	8,28	10,00	11,70	13,39	15,06	16,72
48	1,40	3,14	4,88	6,61	8,34	10,05	11,76	13,45	15,12	16,77
50	1,45	3,20	4,94	6,67	8,40	10,11	11,81	13,50	15,17	16,83
52	1,51	3,26	4,99	6,73	8,45	10,17	11,87	13,56	15,23	16,88
54	1,57	3,31	5,05	6,79	8,51	10,22	11,93	13,61	15,28	16,94
56	1,63	3,37	5,11	6,84	8,57	10,28	11,98	13,67	15,34	16,99
58	1,69	3,43	5,17	6,90	8,63	10,34	12,04	13,73	15,40	17,05
60	1,74	3,49	5,23	6,96	8,68	10,40	12,10	13,78	15,45	17,10

地 平 改 正 數

距離	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
100	0,0	0.0	0,1	0,3	0,5	0,8	1.1	1,5	1,9	2,5
200	0,0	0.1	0,2	0,5	1,0	1,5	2,2	3,0	3.9	4,9
300	0,0	0.1	0,4	0,8	1,5	2,3	3,3	4,5	5,8	7,4
400	0,0	0.1	0,5	1,1	2,0	3,0	4,4	6,0	7,8	9,8
500	0,0	0,2	0,6	1,4	2,5	3,8	5,5	7,5	9,7	12,3
600	0,0	0,2	0,7	1,6	2,9	4,6	6,5	8,9	11,6	14,7
700	0,0	0,2	0,8	1,9	3,4	5,3	7,6	10,4	13,6	17,2
800	0,0	0,2	1,0	2,2	3,9	6.1	8,7	11,9	15,5	19,6
900	0,0	0,3	1,1	2,4	4,4	6,8	9,8	13,4	17,5	22,1
1000	0,0	0,3	1,2	2,7	4,9	7,6	10,9	14,9	19,4	24,5

垂　直　高

分	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°
0	17.10	18.73	20.34	21.92	23.47	25.00	26.50	27.96	29.39	30.78
2	17.16	18.78	20.39	21.97	23.52	25.05	26.55	28.01	29.44	30.83
4	17.21	18.84	20.44	22.02	23.58	25.10	26.59	28.06	29.48	30.87
6	17.26	18.89	20.50	22.08	23.63	25.15	26.64	28.10	29.53	30.92
8	17.32	18.95	20.55	22.13	23.68	25.20	26.69	28.15	29.58	30.97
10	17.37	19.00	20.60	22.18	23.73	25.25	26.74	28.20	29.62	31.01
12	17.43	19.05	20.66	22.23	23.78	25.30	26.79	28.25	29.67	31.06
14	17.48	19.11	20.71	22.28	23.83	25.35	26.84	28.30	29.72	31.10
16	17.54	19.16	20.76	22.34	23.88	25.40	26.89	28.34	29.76	31.15
18	17.59	19.21	20.81	22.39	23.93	25.45	26.94	28.39	29.81	31.19
20	17.65	19.27	20.87	22.44	23.99	25.50	26.99	28.44	29.86	31.24
22	17.70	19.32	20.92	22.49	24.04	25.55	27.04	28.49	29.90	31.28
24	17.76	19.38	20.97	22.54	24.09	25.60	27.09	28.54	29.95	31.33
26	17.81	19.43	21.03	22.60	24.14	25.65	27.13	28.58	30.00	31.38
28	17.86	19.48	21.08	22.65	24.19	25.70	27.18	28.63	30.04	31.42
30	17.92	19.54	21.13	22.70	24.24	25.75	27.23	28.68	30.09	31.47
32	17.97	19.59	21.18	22.75	24.29	25.80	27.28	28.73	30.14	31.51
34	18.03	19.64	21.24	22.80	24.34	25.85	27.33	28.77	30.19	31.56
36	18.08	19.70	21.29	22.85	24.39	25.90	27.38	28.82	30.23	31.60
38	18.14	19.75	21.34	22.91	24.44	25.95	27.43	28.87	30.28	31.65
40	18.19	19.80	21.39	22.96	24.49	26.00	27.48	28.92	30.32	31.69
42	18.24	19.86	21.45	23.01	24.55	26.05	27.52	28.96	30.37	31.74
44	18.30	19.91	21.50	23.06	24.60	26.10	27.57	29.01	30.41	31.78
46	18.35	19.96	21.55	23.11	24.65	26.15	27.62	29.06	30.46	31.83
48	18.41	20.02	21.60	23.16	24.70	26.20	27.67	29.11	30.51	31.87
50	18.46	20.07	21.66	23.22	24.75	26.25	27.72	29.15	30.55	31.92
52	18.51	20.12	21.71	23.27	24.80	26.30	27.77	29.20	30.60	31.96
54	18.57	20.18	21.76	23.32	24.85	26.35	27.81	29.25	30.65	32.01
56	18.62	20.23	21.81	23.37	24.90	26.40	27.86	29.30	30.69	32.05
58	18.68	20.28	21.87	23.42	24.95	26.45	27.91	29.34	30.74	32.09
60	18.73	20.34	21.92	23.47	25.00	26.50	27.96	29.39	30.78	32.14

地　平　改　正　數

距離	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°
100	3.0	3.6	4.3	5.1	5.9	6.7	7.6	8.5	9.5	10.6
200	6.0	7.3	8.6	10.1	11.7	13.4	15.2	17.1	19.1	21.2
300	9.1	10.9	13.0	15.2	17.6	20.1	22.8	25.6	28.6	31.8
400	12.1	14.6	17.3	20.2	23.4	26.8	30.4	34.2	38.2	42.4
500	15.1	18.2	21.6	25.3	29.3	33.5	38.0	42.7	47.7	53.0
600	18.1	21.8	25.9	30.4	35.1	40.2	45.6	51.3	57.3	63.6
700	21.1	25.5	30.2	35.4	41.0	46.9	53.2	59.8	66.8	74.2
800	24.2	29.1	34.6	40.5	46.8	53.6	60.8	68.4	76.4	84.8
900	27.2	32.8	38.9	45.5	52.7	60.3	68.4	76.9	85.9	95.4
1000	30.2	36.4	43.2	50.6	58.5	67.0	76.0	85.5	95.5	106.0

垂直高

分	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°
0	32.14	33.46	34.73	35.97	37.16	38.30	39.40	40.45	41.45	42.40
2	32.18	33.50	34.77	36.01	37.20	38.34	39.44	40.49	41.48	42.43
4	32.23	33.54	34.82	36.05	37.23	38.38	39.47	40.52	41.52	42.46
6	32.27	33.59	34.86	36.09	37.27	38.41	39.51	40.55	41.55	42.49
8	32.32	33.63	34.90	36.13	37.31	38.45	39.54	40.59	41.58	42.53
10	32.36	33.67	34.94	36.17	37.35	38.49	39.58	40.62	41.61	42.56
12	32.41	33.72	34.98	36.21	37.39	38.53	39.61	40.66	41.65	42.59
14	32.45	33.76	35.02	36.25	37.43	38.56	39.65	40.69	41.68	42.62
16	32.49	33.80	35.07	36.29	37.47	38.60	39.69	40.72	41.71	42.65
18	32.54	33.84	35.11	36.33	37.51	38.64	39.72	40.76	41.74	42.68
20	32.58	33.89	35.15	36.37	37.54	38.67	39.76	40.79	41.77	42.71
22	32.63	33.93	35.19	36.41	37.58	38.71	39.79	40.82	41.81	42.74
24	32.67	33.97	35.23	36.45	37.62	38.75	39.83	40.86	41.84	42.77
26	32.72	34.01	35.27	36.49	37.66	38.78	39.86	40.89	41.87	42.80
28	32.76	34.06	35.31	36.53	37.70	38.82	39.90	40.92	41.90	42.83
30	32.80	34.10	35.36	36.57	37.74	38.86	39.93	40.96	41.93	42.86
32	32.85	34.14	35.40	36.61	37.77	38.89	39.97	40.99	41.97	42.89
34	32.89	34.18	35.44	36.65	37.81	38.93	40.00	41.02	42.00	42.92
36	32.93	34.23	35.48	36.69	37.85	38.97	40.04	41.06	42.03	42.95
38	32.98	34.27	35.52	36.73	37.89	39.00	40.07	41.09	42.06	42.98
40	33.02	34.31	35.56	36.77	37.93	39.04	40.11	41.12	42.09	43.01
42	33.07	34.35	35.60	36.80	37.96	39.08	40.14	41.16	42.12	43.04
44	33.11	34.40	35.64	36.84	38.00	39.11	40.18	41.19	42.15	43.07
46	33.15	34.44	35.68	36.88	38.04	39.15	40.21	41.22	42.19	43.10
48	33.20	34.48	35.72	36.92	38.08	39.18	40.24	41.26	42.22	43.13
50	33.24	34.52	35.76	36.96	38.11	39.22	40.28	41.29	42.25	43.16
52	33.28	34.57	35.80	37.00	38.15	39.26	40.31	41.32	42.28	43.18
54	33.33	34.61	35.85	37.04	38.19	39.29	40.35	41.35	42.31	43.21
56	33.37	34.65	35.89	37.08	38.23	39.33	40.38	41.39	42.34	43.24
58	33.41	34.69	35.93	37.12	38.26	39.36	40.42	41.42	42.37	43.27
60	33.46	34.73	35.97	37.16	38.30	39.40	40.45	41.45	42.40	43.30

地平改正數

距離	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°
100	11.7	12.8	14.0	15.3	16.5	17.9	19.2	20.6	22.0	23.5
200	23.4	25.7	28.1	30.5	33.1	35.7	38.4	41.2	44.1	47.0
300	35.1	38.5	42.1	45.8	49.6	53.6	57.7	61.8	66.1	70.5
400	46.8	51.4	56.1	61.1	66.2	71.4	76.9	82.4	88.2	94.0
500	58.5	64.2	70.2	76.4	82.7	89.3	96.1	103.1	110.2	117.5
600	70.2	77.0	84.2	91.6	99.2	107.2	115.3	123.7	132.2	141.0
700	81.9	89.9	98.2	106.9	115.8	125.0	134.5	144.3	154.3	164.5
800	93.6	102.7	112.2	122.2	132.3	142.9	153.8	164.9	176.3	188.0
900	105.3	115.6	126.3	137.4	148.9	160.7	173.0	185.5	198.4	211.5
1000	117.0	128.4	140.3	152.7	165.4	178.6	192.2	206.1	220.4	235.0

儀器之價值

儀器之價值。各號有不同且同爲一種儀器因其精粗大小。其價值亦不一。茲所舉者。僅就其折中數言之耳。

(1) **經緯儀Transit** 經緯儀之望遠鏡。長11吋。鏡下有羅盤。鏡內附有量距線。其分度盤及竪立分度圈皆分至半度。以佛逆能讀至一分。其全副之價值。連三足架，木匣，懸錘，放大鏡（讀角度用）等。爲美金二百五十元。

(2) **活鏡水平儀。Y Level** 望遠鏡長15吋者其全副之價值。爲美金一百元。望遠鏡長20吋而水平螺絲止有三枚者。爲美金二百五十元。

(3) **定鏡水平儀。Dumpy Level** 望遠鏡長18吋者。其全副價值。爲美金一百元。

(4) **平面桌。Plane Table** 望遠鏡長14吋。量距線之比例爲1:100 其全副附有三足架，繪圖板，羅盤針，懸錘等其價值爲美金二百六十元。

(5) **分度桿。Frisco Rod** 桿長 5.4 呎能伸至15呎桿之分度每呎分至 $\frac{1}{100}$ 呎。其價值爲美金十四元。

(6) **羅盤。Surveying Compass** 測量所用之羅盤。其分度圈分至半度。磁針長4吋。羅盤內有兩平水準其價值爲美金二十五元

(7) **鋼尺。Steel Tape** 用薄鋼片造成片寬 $\frac{1}{4}$ 吋長50呎。每呎分作 $\frac{1}{12}$ 或 $\frac{1}{10}$ 者。爲美金四元四角五分長 100 呎者。爲六元八角。鋼片寬 $\frac{3}{8}$ 吋長50呎者。美金六元八角五分。長 100 呎者十二元一角五分。

(8) **鋼鏈。Measuring Chain** 鏈長 100 呎。分作 100 鏈環者美金八元。鏈長66呎。分作 100 鏈環者。爲美金六元五角。如爲鐵製者。其 100 呎長爲美金三元五角。66呎長。爲美金三元二角。

(9) 鋼針。Steel Arrow 針長14吋。以十一支爲一組。每組爲美金一元二角五分。如針之頂製成圓片形。片上書有數目字者。每組爲美金五元。

(10) 標桿。Ranging Pole 桿長 8 呎。桿徑 ½ 吋。面上塗以紅白相間之顏色。以鋼製者。每枝爲美金三元。木製者。爲二元二角五分。

售賣儀器之公司名目及住址

(1) Keuffel & Esser Co.,
127 Fulton St., New York, U.S.A.

(2) Eugene Dietzgen Co.,
166 W. Monroe St., Chicago, U.S.A.

(3) Kolesch & Co.,
138 Fulton St., New York, U.S.A.

(4) Buff & Buff Mfg. Co.,
231 N. Fifth Ave., Chicago, U.S.A.

(5) C. L. Berger & Sons.
37 William St., Boston. U.S.A.

(6) Brandis & Sons Mfg. Co.,
754-759 Lexington Avenue, Brooklyn, New York, U.S.A.

(7) David White Co., Inc.
418 E. Water St., Milwaukee, Wis., U.S.A.

(8) A. S. Aloe Co.,
610 Olive Street, St. Louis, Mo., U.S.A