環中黍尺者。所以明平儀弧角正形。乃天外觀天之法。而渾天之畫影也。天圜而動。無晷刻停。而六合以內。經緯歷然。亘萬古而不變。此即常靜之體也。人惟囿於其中。不惟常動者不能得其端倪。即常靜之體所為經緯歷然者。亦無能擬諸形容。惟置身天外。以平觀大圜之立體。則周天三百六十經緯之度。犂劃分明。皆能變渾體為平面。而寫諸片楮。按度考之。若以頗黎水晶通明之質。琢成渾象。而陳之几案也。又若有鏤空玲瓏之渾儀。取影於燭而惟肖也。故可以算法證儀。亦可以量法代算。可以獨喻。可以衆曉。平儀弧角之用。斯其妙矣。庚辰中秋。鼎偶罹寒疾。諸務屏絕。展轉牀褥間。斗室盡明。心閒無寄。秋光入戶。秋夜弧長。平時測算之緒。来我胸臆。積思所通。引伸觸類。乃知曆書中斜弧三角矢線加減之圖。特以推明算理。故為斜望之形。其弧線與平面相離。聊足以彷彿意象。啟人疑悟。而不可以實度比量。固不如平儀之經緯皆為實度。弧角悉歸正形。可以算。即可以量。為的確而簡易也。病間錄枕上之所得。輒成小帙。然思之所引無方。而筆之所追未能什一。庶存大致。誘同志之講求耳。此第一卷原序也。餘詳目錄

康熙三十有九年重九前七日勿菴力疾書時年六十有八

環中黍尺目錄

有垂弧及次形。而斜弧三角可算。乃若三邊求角。則未有以處也。環中黍尺之法。則可以三邊求角。如有黃赤兩緯度可求其經。可以徑求對角之邊。如有黃道經緯。徑求赤道之緯。可立術超妙。而取徑遥深。非專書備論。難諳厥故矣。書成於康熙庚辰。非一時之筆。故與舉要。各自為首尾

凡測算必有圖。而圖弧角者。必以正形。厥理斯顯。于是以測渾圜。則衡縮欹袤。環應無窮。殆不翅纍黍定尺也。本書命名。蓋取諸此

用八綫。至弧度而竒。然理本平實。以八綫量弧度。至用矢而簡。然義益多通要。亦惟平儀正形。與之相應。一卷之先數後數。所為直探其根以發其藏也

平儀以視法變渾為平。而可算者亦可量。即眎度皆實度矣。二卷之平儀論。所以博其趣。而三極通幾。其用法也泰尺名書。于玆益著

矢度之用。已詳首卷。而餘弦之用。亦可參觀。故又有三卷之初數次數也

初數次數。本用乘除。亦可以加減代之。故有加減法。以疏厥義自三卷以後。亦非一時所撰。今以類相附。而仍各為之卷

四卷之甲乙數。即初數次數之變也。而彼以乘除。此以加減。則繁簡殊矣

五卷之法。亦加減也。而特為省徑。故稱捷焉。用初數。不用次數。用矢度。不用餘弦。以視甲乙數。又省其半然不可不知其變。故又有補遺之術也

恒星曆指之法。別成規式。而以加減法相提而論。固異名而同實。是以命之又法也

以上環中黍尺之法。約之有七。用乘除者二。其一先數後數。其一初數次數也。用加減者四。初數次數也。甲乙數也。捷法也。又法也。本書中具此七術。然而加減捷法。其尤為善之善者歟

外有不係三邊求角之減通法。蓋術之約者其于五卷之末。以發其例

環中黍尺卷一

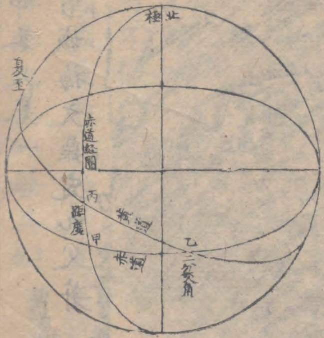
宣城梅文鼎定九父著
男以燕正謀　孫瑴成玊汝
受業宿遷徐用錫壇長
安溪李鍾倫世得
李　鑑世憲
陳萬策對初
景州魏廷珍君璧
河間王之銳仲穎
交河王蘭生振聲同校字

總論

弧三角用平儀正形之理

作圖之法有二。一爲借象。一爲正形。以平寫渾。不得已而爲側睨遥望一形。以曲狀其變。然多借象而非正形。茲一準平儀法度。寘二極於上下。而從旁平視之。如置身大員之表。以觀大員則渾球上凸面之經緯弧角。一一可寫於平面。而悉爲正形。于是測望之法。步筭之源。皆不煩箋疏而解

斜視之圖



平儀正形

平儀用實度之理

斜視之圖。無實度可紀。弧角之形。聊足相擬。其實度非算不知。茲者平儀既歸正形。則度皆實度。稽圖可得。即量法與算法。通為一術。以橫徑查角度。以距緯查弧度。並詳下卷

平儀用矢線之理

公線中有矢。他用甚稀。乃若三邊求角。則矢綫之用為多。而又特為簡易。信古人以弧矢測渾員。其法不易。然亦惟平儀正形。能著其理。下文詳之

矢線之用有二

一矢線為角度之限　鈍角用大矢　銳角用小矢小矢即正矢也。從半徑言之為正矢。從全徑言之為小矢。

法曰。置角度于平儀之周。則平員全徑為角綫所分。而一為小矢。一為大矢平儀中徑。即渾員之腰圍。故大矢即鈍角度。小矢即銳角度

如圖。渾球上甲巳乙徑。為丁巳丙角綫所分。則甲巳為正矢。即銳角之度。甲丁巳。或甲丙巳。並銳角也。並以甲巳正矢之度為度乙巳為大矢。即鈍角之度。乙丁巳。或乙丙巳。並鈍角也。並以乙巳大矢之度為度

一矢較為弧度之差　大弧用大矢。弧度過象限為大弧。故大矢亦大於半徑小弧用小矢。弧度不及象限為小弧。故正矢小於半徑較弧與對弧並同

法曰。置較弧對弧於負周。角旁兩弧之較為較弧。亦曰存弧。對角之弧為對弧。亦曰底弧則各有矢線。而同軸。可得其差。謂之兩矢較也

較弧對弧並小。則並兩正矢之較。兩弧俱象限以下。故俱用正矢較弧小。對弧大。為正矢大矢之較較弧在象限以下用

正矢。對弧過象限。用大矢較弧對弧並大。為兩大矢之較兩弧俱過象限。故俱用大矢

凡較弧必小於對弧。則較弧矢。亦小於對弧矢。故無以較弧大矢較對弧正矢之事。法所以恒用加也若較弧用大矢。則對弧必更大

如圖。丑乙弧之正矢辛乙。與乙寅乙子二弧同用乙弧之正矢壬乙。癸乙卯乙同用則辛壬為兩矢之較即為癸乙寅乙兩弧度之較也。或丑乙與子乙。或庚乙與癸乙。或寅乙與卯乙。並同又如戊乙弧之大矢己乙。與丑乙弧之正矢辛乙相較。得較己辛。或子乙弧之正矢壬乙。與丙乙弧之大矢己乙相較。得較己壬。皆大矢與正矢較也　又如甲丑弧之大矢辛甲。與甲卯弧之大矢壬甲相較。得較辛壬。則兩大矢較也

約法

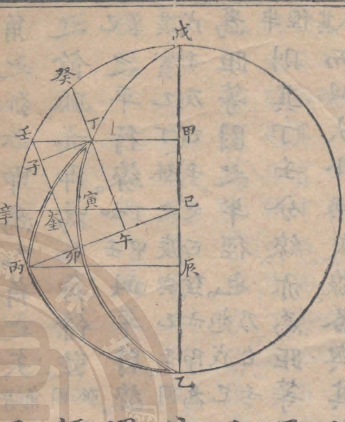
凡求對角之弧。並以角之矢為比例。鈍角用大矢。銳角用正矢求得兩矢較。半徑方一率。正弦矩二率。角之矢三率。兩矢較四率以加較弧之矢。較弧大。用大矢。較弧小。用正矢得對弧矢。加滿半徑以上為大矢。其對弧大。過象限加不滿半徑為小矢其對弧小。不過象限此不論角之銳鈍。邊之同異。通為一法

凡三邊求角。並以兩矢較為比例。求角之矢。半徑方一率。餘割矩二率。兩矢較三率。角之矢四率。得數大於半徑為大矢。其角則鈍。得數小於半徑為正矢。其角則銳。亦不論邊之同異。通為一法

問用矢用餘弦異乎。曰。矢餘弦。相待而成者也。可以矢算者。亦可用餘弦立算。但加減尚須詳審。若矢線。則一例用加。尤為簡妙

先數後數法

此以平儀弧角正形。解渾球上斜弧三角用矢度矢較爲比例之根也。先得數者。正弦上距等圈矢也。與角之矢相比。後得數者。兩矢較也。與較弧矢相加



設丙乙丁斜三角形。有乙鈍角。有丙乙弧小於象限。丁乙弧大于象限是爲角旁之兩弧不同類求丁丙。爲對角之弧用較弧角旁兩弧相減及對弧兩正矢之較。爲加差

法以大小兩邊各引長之。滿半周。遇于戊。作戊甲乙圜徑又於圜徑折半處。己命爲渾圜心又自己心作橫半徑。如己寅辛則寅辛即乙

角之弧。亦即爲乙角之矢。平視之爲矢度。實即角度之弧蹟縮而成而寅己即乙角之餘弧。亦即爲乙角餘弦。因視法。能令餘弧蹟縮。成餘弦又自丁作橫半徑己辛之平行線。如壬丁甲此平行線。即乙丁大邊之正弦。因平視。故乙丁小於乙壬。其實乙丁弧之度。與乙壬同大。今壬甲既爲戊壬及乙壬之正弦。亦即爲乙丁之正弦矣。而此正弦又即爲距等圈之半徑也。想戊己乙爲半渾圓之中剖面側立之形。乃自壬丁甲橫切之。則壬甲爲其橫切之半徑則其丁壬分線。亦爲距等圈上丁壬弧之矢線矣。有距等圈半徑。即有其弧而此大小兩矢線。各與其半徑之比例皆等。己辛大圜之半徑大。故寅辛矢亦大。甲壬距等圈之半徑小。故壬丁矢亦小。然其度皆乙角。故比例一也。距等雖用戊角。而戊角即乙角。有兩弧線限之。故也

法爲己辛與甲壬。若寅辛與壬丁

一率　半徑己辛

二率　大弧正弦壬甲即距等圈之半徑

三率乙角矢寅辛

四率先數得壬丁即距等圈之正矢

次從丙向己心作丙己半徑。此線爲加減之主線。以較弧對弧俱用爲半徑而生矢度

又從壬作壬卯。爲壬丙較弧之正弦。壬乙既同丁乙。則丁乙弧之大于丙乙。其較爲壬丙

又從丁作癸丁午線。爲丁丙對弧之正弦。因平視故。丁丙弧小於癸丙。其實丁丙弧與癸丙同大。癸午既爲癸丙正弦。亦即丁丙之正弦矣

因兩正弦平行。又同抵己丙半徑。爲十字正方角。故比例生焉。此立算之根本又從丁作丁子線。與午卯平行而等。以有對弧較弧正弦爲之限也

兩成壬丁子句股形。又從丙作丙辰線。爲乙丙小邊之正弦。成己丙辰句股形。此大小兩句股形相似。己丙辰與卯己奎小形相似。則亦與壬丁子形相似。等角等勢故也

法爲丙己與辰丙。若壬丁與丁子

一率半徑丙己弦

二率小弧正弦辰丙股

三率先數得壬丁小弦

四率兩矢較丁子小股

省算法用合理

一	二	三	四
半徑己辛	大弧弦壬甲	乙角矢寅辛	先數得壬丁

數同前率

一	二	三	四
半徑丙己	小弧弦辰丙	先數得壬丁	後數得丁子

因上兩宗內。各有先得數。而一爲三率。一爲四率。故對去不用。

合之			
一	二	三	四
半徑上方　即兩首率相乘	兩正弦矩　兩二率相乘	乙角矢寅辛　先得數對去不乘。故俱用本數	後數得丁子　即較弧對弧兩矢之較午卯

乃以後得數爲矢較。加較弧矢。以午卯卯丙也加成對弧矢。午丙[illegible]以對

弧矢午丙減半徑。己丙成對弧餘弦。午己檢表得對弧丁丙之度

又法以後得數減較弧餘弦。以午卯減卯已成對弧餘弦。午已檢表得對弧丁丙度。亦同兩正矢之較。即兩餘弦較也。故加之得矢者。減之即得餘弦。

若先有三邊而求乙銳角。則反用其率因前四率反之。以首率為次率。三率為四率

一　半徑上方　一　兩正弦矩　半徑上方

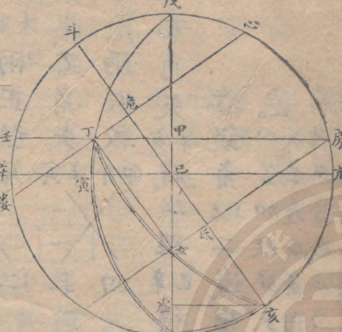
二　兩正弦矩　二　半徑上方　兩餘割線相乘矩

三　乙角矢寅辛　三　兩矢較午卯

四　兩矢較午卯　四　乙角矢寅辛

以乙角矢寅辛減半徑已辛得餘弦。已寅檢表得乙角之度

右銳角以二邊求對邊。及三邊求角。並以兩矢較為加差。以差加較弧矢。得對弧矢。三邊求角則為三率。亦為兩餘弦較。依又法。以差減較弧餘弦。為對弧餘弦。三邊求角則兩餘弦相減。為三率。角旁弧異類。對邊小



戊乙徑。為取角度之根。亢寅角度及房甲與奎虛兩正弦。皆依之以立大矢。即鈍角之弧度。小矢即銳角之弧度

亥斗徑。為加減之根。房氐及危心兩正弦。依之以立。有兩正弦。即有兩餘弦及大小矢。而加減之用生焉

設亥乙丁斜弧三角形　有乙鈍角　有奎乙小弧。丁乙大弧

求奎丁對角弧　用較弧正矢。與對弧大矢之較。為加差

法以大小兩邊各引長之滿半周。遇於戊　又依小邊半周乙奎戊補其餘半周。戊辛乙成全圓　又從戊至乙作圓徑　又作亢

辛橫徑。兩徑相交於巳。即圜心 則寅辛爲乙角之小矢。而寅亢爲乙角之大矢寅巳亢即乙鈍角之弧度平視之成大矢 若自寅點作直線。與戊乙平行。取距戊乙之度。加象限。即角度 又從丁作房丁壬橫線。與亢辛橫徑平行。此線即丁乙大邊正弦之倍數。房丁壬與亢辛平行。則房乙即丁乙也。因平視故。丁乙小於房乙耳。而房甲既爲房乙之正弦。亦即丁乙正弦也。房甲既爲正弦。房壬則倍正弦矣。倍正弦即通弦。而此房壬倍正弦。又即爲距等圈之全徑。想全體渾圓。從壬丁房橫切之。成距等圈。而房壬其全徑。則房丁分線。亦即爲距等圈上丁甲房弧之大矢。有距等圈全徑。即有其全圜。而房甲丁其切弧而此兩大矢線。各與其全徑之比例皆等。亢辛全徑大。故寅亢大矢亦大。房壬距等圈之全徑小。故房丁大矢亦小。然其度皆乙角之度。在乙丁戊及乙房戊兩弧線之中。故各與其全圓之比例等。而其大矢亦各與其全徑之比例等。即各與其半徑之比例亦等。若以甲爲心。壬爲界。作半圓於房壬線上。則距等之弧度見矣法爲亢辛全徑與房壬距等全徑

即倍正弦若寅亢鈍角大矢與房丁。先得數。亦距等大矢而亢巳半徑與房甲。乙丁正弦。亦距等半徑亦若寅亢與房丁

一率　亢巳半徑

二率　房甲大邊之正弦。亦距等半徑

三率　寅亢鈍角大矢

四率　房丁先得數。亦距等大矢

次從寅過巳心。作寅巳斗全徑。爲加減主線較弧對弧之弦。俱過此全徑。而生大小矢。又從房作房氐線。爲房寅較弧之正弦準前論。房乙同丁乙。則丁乙之大於寅乚。其較房寅又從丁作心丁婁線。與房氐正弦平行。而交寅斗徑於危。如十字。則此線爲寅丁對弧之倍正弦圜視法。心寅弧大於寅丁。其實即寅丁也。亥丁爲平視蹐縮之形。心亥爲正形。而心危者心亥弧之正弦也。是即寅丁弧之正弦。而心丁婁其倍弦矣。又

從丁作丁女線。與斗亥徑平行。亦引房氐較弧之正弦爲通弦。而與丁女線遇於女。成丁女房句股形。又從亥作亥虛線。與亢辛橫徑及大邊之正弦房甲俱平行。成癸虛已句股形。此大小兩句股形相似。亥已即徑線。與丁女平行。癸虛與房甲丁平行。則大形之丁角。與小形之癸角等。而女與虛並正角。則爲等角而相似法爲已癸半徑與癸虛。小邊正弦若房丁先得數即距等大矢與丁女後得數。亦即氐危。爲較弧正矢氐斗及對弧大矢危斗之較

一率	半徑	已亥	弦
二率	小邊正弦	癸虛	句
三率	先得數	房丁	大弦
四率	後得數	丁女	大句

乃以省算法平之

一	亢已	半徑
二	房甲	大邊正弦
三	寅亢	鈍角大矢
四	房丁	先得數

數同省乘

一	已癸	半徑
二	亥虛	小邊正弦
三	房丁	先得數
四	丁女	後得數即氐危以氐危加氐癸。成危亥

合之	
一	半徑自乘方
二	正弦相乘矩
三	鈍角大矢
四	後得數即較弧正矢與對弧大矢之較爲對弧大矢內減半徑。

乃以後得數加較弧正矢。得對弧餘弦。檢表得度以減半周。爲對弧之度

又法。於後得數內。減去較弧餘弦。成對弧餘弦。于氐危內減氐已。其餘危已。即對弧餘弦乃以餘弦檢表。得度以減半周。爲對弧之度　大矢與小矢之較。即兩餘弦併也。內減去一餘弦。即得一餘弦矣。

觀圖自明　前用銳角。是於較弧餘弦內減得數。爲對弧餘弦。此用鈍角。是於得數內減較弧餘弦。爲對角餘弦

若有三邊而求角度者。則反用其率

一　半徑上方	一　兩正弦矩	半徑上方
二　兩正弦矩	二　半徑上方	兩餘割相乘矩（即較弧正矢與對弧大矢之較）
三　鈍角大矢寅亢	三　兩餘弦并氐危	
四　兩餘弦并丁女（即氐危）	四　鈍角大矢寅亢	

乃於所得大矢內。減去半徑成餘弦。以餘弦檢表得度。用減半周。為鈍角之度

右鈍角求對邊。及三邊求鈍角。並用兩矢之較為加差。以差加較弧正矢。得對弧大矢。又為三邊求角之三率得對弧餘弦。三邊求角即并兩餘弦為三率亦為兩餘弦并。依又法。減較弧餘弦。其鈍角旁兩弧異類。對弧大

設丁辛乙斜弧三角形

有辛丁邊。五十度一十分丁乙對角邊。六十度辛乙邊。八十度三邊並小。求辛鈍角

法先為戊亢辛全貟　作戊辛貟徑　又作亢巳橫員徑兩徑十字相交於巳心。此線上有角度

次於戊辛徑左右任取自辛數至丁。如所設角旁小邊五十度一十分之數。截丁辛為小邊　又從丁過巳作徑線。此線上有加減度為較弧對角弧兩正弦所依　仍自辛過丁數至房。如所設大邊八十度之數。截房丁為大小兩邊之較弧　又自丁過房數至心。如所

設對邊度六十之數。截心丁與乙丁等。仍自丁過辛截婁丁度如心丁。乃作婁心直線聯之。爲心丁對弧之倍正弦。又從房作房甲橫線。與亢已橫徑平行。此爲乙辛大邊之正弦房辛即乙辛。詳後圖視法。次視婁心倍弦與房甲正弦兩線相遇于乙。命爲斜弧形之角乃從乙角向辛。作乙辛弧。此弧亦八十度。與房辛同大。是所設角旁之大邊。理在平儀視法。房辛是真度。乙辛是視凸爲平躋縮之形。想平儀原係渾體。從房乙甲橫切之。則自房至甲爲距等圈之九十度。從此線上。度度作弧至辛極。並八廿度。不惟乙辛與房辛同大。即甲辛亦與房辛同大也。他倣此又從乙向丁。作乙丁弧。此弧亦六十度。與心丁同大是所設對角之邊切渾貟以心婁距等圈。而以丁爲極。則危丁亦六十度。與心丁同大矣。乙丁同大不言可知遂成乙辛丁斜弧三角在球上之形。與所設等又從乙引乙辛弧線至戊。成心乙戊半周側立形。此線截亢已半徑於寅。則亢寅爲辛角矢度。而寅已其餘弦次從丁作丁虛橫線。與房甲正弦平行。是爲辛丁小邊之正弦又從房作房卯線。與心危婁平行。則此線爲房丁較弧之正弦。其心危則乙丁對弧之正弦又從乙作乙女線。與卯危平行而等。線在兩正弦平行線之中。而亦平行。不得不等。是爲較弧與對弧兩正矢之較房卯爲較弧正弦。則卯已爲餘弦。而卯丁其矢。又心危爲對弧正弦。則危已爲餘弦。而危丁其矢。此兩正矢之較爲危卯。而乙女與之等。則乙女亦兩矢之較矣

法曰。已丁虛句股形。與房乙女句股形相似。房乙與丁虛平行。乙女與已丁平行。則所作之大形丁角。小形乙角必等。而大形之虛。小形之女。並正角。則兩形相似。故丁虛小邊正弦與丁已。半徑若乙女即卯危。較弧餘弦與對弧餘弦之較與乙房先得數又房甲正弦之分爲乙房。猶亢已之分爲寅亢。其全與分之比例皆相似。從房甲線切渾貟成距等圈。而房甲爲其半徑。猶渾貟之有亢已爲半徑也。兩半徑同爲戊寅辛弧線所

分。則乙房為距等圈半徑之矢度。猶寅亢為大員半徑之矢度也。其比例俱相似。故房甲大邊正弦。即距等圈半徑與亢巳。大員半徑之若乙房先得數。即距等圈之矢與寅亢後得數。即角之矢線

以省算法平之。即異乘同乘。異除同除

一　小邊正弦丁虛
二　半徑丁巳
三　兩矢較乙女
四　先得數乙房

合

一　大邊正弦房甲
二　半徑亢巳
三　先得數乙房
四　辛角之矢寅亢

之

一　兩正弦相乘矩
二　兩半徑自乘方
三　兩矢較乙女
四　辛角之矢寅亢

半徑方一
兩餘割相乘矩

大邊八十度　餘割一〇一五四三
小邊五十度一十分　餘割一三〇二二三　相乘一三二二三二三四〇八九
較弧二十九度五十分　餘弦八六七四八　正矢一三二五二
對弧六十度　餘弦五〇〇〇〇〇　正矢五〇〇〇〇　其較三六七四八

一　半徑方一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇　首率除。宜去十尾位。先於二率去五位。故得數只去五位。即如共去十位也
二　餘割矩一三二二三二三四〇八九
三　兩矢較三六七四八
四　鈍角矢四八五九二　用減半徑。得辛角餘弦五一四〇八

檢表得五十九度四分。為辛角之度此與曆書所算五十八度五十三分。只差十一分

又法。徑求餘弦

法曰。房甲之分為乙房。而其餘乙甲。猶亢巳之分為亢寅。而其餘寅巳也。故其全與分餘之比例亦相似。法為房甲正弦與亢巳。半徑若乙甲正弦分線之餘與寅巳半徑截矢之餘。即角之餘弦

準前論。小邊之正弦虛丁句與半徑丁巳。弦若較弧對弧兩矢之較乙女小句與大邊正弦之分線乙房小弦也。先求乙房為先得數。以轉減大邊正弦房甲。得分餘線乙甲

一　小邊五十度一〇。正弦　丁虛　七六七九一
二　半徑　丁己　一〇〇〇〇〇
三　較弧廿九度五〇。對弧六十度〇〇。兩正矢較　乙女　三六七四八
四　先得數大邊正弦之分線　乙房　四七八五四
以先得數減大邊八十度正弦房甲　九八四八一
得大邊正弦內乙房分線之餘乙甲　五〇六二七
末以分餘綫為三率
一　大邊正弦　房甲　九八四八一
二　半徑　亢己　一〇〇〇〇〇
三　分餘綫　乙甲　五〇六二七
四　角之餘弦　寅己　五一四〇七
〇檢表得五十九度〇四分。與先算合

附曆書斜弧三角圖稍爲校正

丙乙丁弧三角形
乙丙角旁小弧　壬乙同丁乙。為角旁大弧　壬丙為較弧　癸丙同丁丙。為對角之弧　甲壬為大弧正弦　辰丙為小弧正弦　壬卯為較弧正弦　癸午為對弧正弦　寅辛為乙角之弧　庚辛為乙角之矢　卯丙為較弧之矢　午丙為對弧之矢　午卯為兩矢較　酉壬為先得數　酉子同午卯。亦兩矢之較
法為全數己辛與大弧正弦。甲壬若角之矢庚辛與先得數酉壬也　又

全數（己丙）與小弧正弦（丙辰）若先得數（壬酉）與兩矢較（酉子戌午卯）也

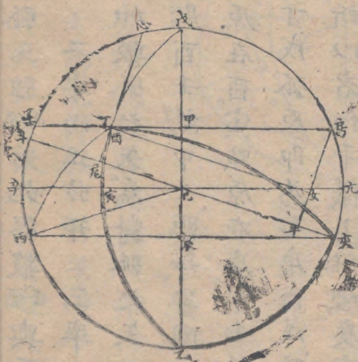
一率全之方　二率兩正弦矩　三率角之矢　四率得兩矢較。以兩矢較加較弧之矢。爲對弧之矢

論曰。此因欲顯酉壬爲甲壬距等半圈之矢度。故特爲斜望之形。其實丁點原在酉。寅點原在庚。丁壬弧即酉壬線。寅辛弧即庚辛線。乙寅丁戊弧。原即爲乙庚酉戊弧也。故以平儀圖之。則皆歸正位矣。所以者何。平儀上惟經度有弧線之形。其距等圈緯度皆成直線。而寅庚爲角度之正弦。直立下垂。從其頂視之。成一點矣。丁酉者。大弧正弦甲壬上所作距等圈之正弦也。從頂視之而成一點。與寅庚一也。其寅己半徑。勢成斜倚。從上睨之。與己庚餘弦同爲一線。甲丁與甲酉亦然。此皆平面正形。可

以算。亦可以量。非同斜望比也。愚故謂惟平儀爲正形也

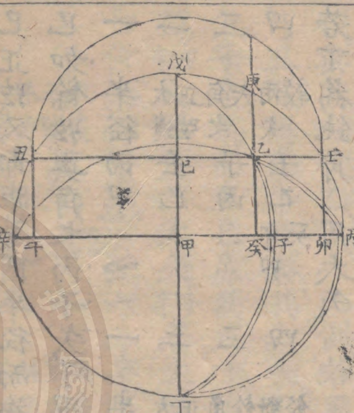
若乙角爲鈍角。成亥乙丁三角形。則當用房亥較弧之正矢。與同丁亥對弧之心亥弧大矢危亥相減。成兩矢之較。（牛危牛亥女酉即）以較加較弧正矢。爲對弧大矢（法詳前例。但前例鈍角旁小弧不同乙丙。故此圖以相同者論之。）更見其理之不易

乙爲鈍角用大矢之圖



此用平儀正形。故丁與酉同爲一點

設角之一邊適足九十度。一邊大　用鋭角餘角一鈍一鋭
法爲半徑與大邊之正弦。若角之矢與兩矢較也。亦若角之餘
弦與對弧之餘弦



乙丁丙斜三角形　丙丁邊適
足九十度　乙丁邊大于九十
度　丁鋭角　求對邊丙乙
法先作平員分十字。從丁數丁
壬及丁丑。並如乙丁度。作距等
線聯之丑壬　又于壬丑線上取
乙點。法以壬巳爲度。巳爲心。作半員。分匀度。而自壬取角
度。得乙點　作庚乙癸直線。爲對弧之正弦　又取壬丙爲較弧。作壬

卯正弦。較弧之矢卯丙。對弧之矢癸丙。其較卯癸與壬乙等。壬
巳正弦。又即距等圈半徑。而爲丁乙戊弧所分。則壬乙如矢。乙
巳如餘弦。與角之丙子矢。子甲餘弦。同比例

一　半徑丙甲　　一　半徑丙甲
二　大邊正弦壬巳　　二　大邊正弦壬巳
三　角之矢子丙　　三　角之餘弦子甲
四　兩矢較壬乙即卯癸　　四　對弧之餘弦乙巳即甲癸

若丁爲鈍角　用大矢
法爲半徑與大邊之正弦。若角之大矢與兩矢較也。亦若鈍角
之餘弦與對弧之餘弦
借前圖作乙辛爲對角之弧。成乙丁辛三角形。三角俱鈍。作丑午爲

較弧丑辛正弦。以丑丁同乙丁故其庚癸為對弧乙辛之正弦。以庚辛即乙辛故較弧之正矢午辛。對弧之大矢癸辛。其較癸午與丑乙等

依前論。壬乙為距等圈小矢則乙丑為大矢。壬丑為距等圈全徑。與其大矢乙丑之比例。若丙辛全徑與鈍角之大矢子辛。則巳丑為距等半徑。與其大矢丑乙。亦若甲辛半徑與鈍角之大矢子辛也。而丑巳原為乙丁大邊之正弦。丑乙原與癸午等故法為半徑。甲辛與鈍角之大矢子辛若大邊之正弦丑巳與兩矢較丑乙或癸午也

一　半徑甲辛	一　半徑甲辛
二　大邊正弦丑巳	二　大邊正弦丑巳
三　鈍角大矢子辛	三　鈍角餘弦子甲
四　兩矢較癸午	四　對邊餘弦乙巳

用餘弦入表得度以減半周得對邊之度

一系　距等圈上弧度所分之矢。與餘弦。與大矢。與其半徑或全徑。並與大圈上諸数比例俱等

又按前法。亦可以算一邊小于象限之三角

於前圖。取乙戊丙斜弧三角形。用戊銳角餘角一鈍一銳有丙戊大邊足九十度有乙戊邊小于九十度　求對戊角之乙丙邊

法從乙點作壬巳線。為小邊乙戊之正弦以壬戊即乙戊故　又取壬丙為較弧。作壬卯為其正弦　又從乙點作庚癸。為對弧乙丙之正弦以庚丙即乙丙故　于是較弧之矢為卯丙　對弧之矢為癸丙。而得兩矢之較為癸卯　則又引戊乙小邊之弧過半徑于子。而合大圈于丁。分子丙為戊角之矢。子甲為角之餘弦

法曰。丙甲半徑與壬巳弦。小邊若子丙戊角之矢與乙壬兩矢較既得乙壬。

即得癸卯

提法。不用較弧。但作壬己。爲小弧乙戊之正弦。作庚癸。爲乙丙對弧之正弦。其餘弦癸甲　又引小邊戊乙分半徑于子。得子甲。爲戊角之餘弦

法曰。丙甲(半徑)與壬己(小邊正弦)。若子甲(戊角餘弦)與乙己。(對邊餘弦)得乙己。得癸甲矣

又於前圖。取辛戊乙三角形。用戊鈍角。(餘角並鈍)有戊辛大邊九十度。有戊乙邊小於九十度　求對戊鈍角之辛乙邊

用提法　於乙點作壬丑。爲乙戊小邊之通弦　作庚癸。爲乙辛對弧之正弦　其餘弦甲癸　又引戊乙小邊割丙辛全徑于子。分子辛爲鈍角大矢。子甲爲鈍角餘弦

法爲甲辛與丑己。若子甲與乙己。得乙己。即得癸甲

一　半徑甲辛(即丙辛全徑之半)

二　小邊正弦丑己(即壬丑通弦之半)

三　鈍角餘弦子甲

四　對邊餘弦癸甲(即乙己)

若先有三邊而求角。則反用其率

一　半徑

二　小邊餘割

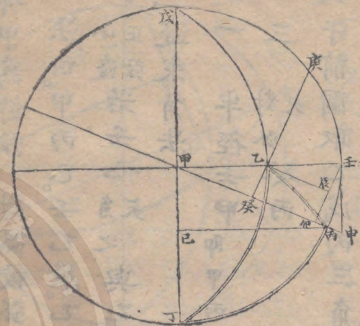
三　對邊餘弦

四　角之餘弦

一系。凡斜弧三角形。有一邊足九十度。其餘一邊。不拘小大。過

為一法。皆以半徑與正弦。若角之矢與兩矢較也。亦若角之餘弦與對邊之餘弦

若置大小邊于負周。其算亦同



乙丁丙斜弧三角形　乙丁邊適足九十度　丁丙邊小於九十度有丁鈍角　求對邊丙乙

法於平負邊取丙丁度。作丙巳。為小邊之正弦　又自丙作丙甲過心線　又作壬卯線。為丙壬較弧之正弦　又作庚乙癸。為對弧乙丙之正弦（庚丙即乙丙故）乙壬為丁角之矢　乙甲為丁角之餘

弦　癸丙為對弧之矢　癸甲為餘弦　卯丙為較弧之矢卯甲為餘弦　對弧較弧兩矢之較卯癸（亦即乙辰）

法曰。甲丙巳。壬乙辰。乙甲癸。三句股相似。故甲丙（半徑）與丙巳（小邊正弦）若壬乙（角之矢）與乙辰（兩矢較）亦若乙甲（角之餘弦）與甲癸（對弧餘弦）

三邊求角法

一　半徑壬甲（即甲丙）　二　小邊餘割申甲

三　對弧矢癸丙　四　角之矢乙壬

又于前圖取乙戊丙三角形　用戊鈍角（餘角一鈍一銳）　有乙戊邊九十度　有戊丙大邊　求對戊角之丙乙邊

用捷法　自丙作丙巳。為丙戊大邊之正弦　即從丙作丙甲半徑　乃于乙點作庚癸。為丙乙對弧之正弦。其餘弦癸甲。兩

戊乙弧原分乙甲為戊角之餘弦

法曰。甲丙己句股與乙甲癸相似。故甲丙半徑與丙己大邊之弦。若乙甲角之餘弦與甲癸對邊餘弦

若丁為鈍角餘角並銳用大矢

一借前圖。作丑乙為對角之弧成丑丁乙三角丁為鈍角作丑甲寅徑又作辛丑較弧之正弦辛午以辛丁同丁乙故作丑乙對弧之正弦子酉。引過乙至亥。成通弦又作辛未線與酉午平行。而等較弧之正矢午丑對弧之大矢酉丑。相較

得酉午即亦未辛 乙辛為丁鈍角大矢乙甲為鈍角餘弦

法曰。甲丑己。乙辛未乙甲酉。三句股相似。故甲丑半徑與丑己。正邊若乙辛角大矢與未辛兩矢較亦若乙甲角之餘弦與甲酉對弧餘弦

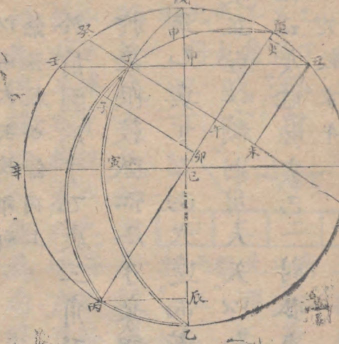
於舊圖。取乙戊丑形用戊鈍角三角俱鈍有乙戊邊九十度

有丑戊大邊求對鈍角之丑乙邊

截法自丑作丑己。為丑戊大邊之正弦又自丑作丑甲寅半徑又自乙作亥酉。為對邊丑乙之正弦以亥丑即乙丑故其餘弦酉甲。而乙甲原為戊鈍角之餘弦

法曰。甲丑己句股形。與乙甲酉相似。故甲丑半徑與丑己。大邊正弦若乙甲鈍角餘弦與甲酉對邊餘弦

又試丙乙丁三角形乙為銳角餘一銳一鈍乙丙邊小丁乙



邊大 對邊丁丙大於象限
弧壬丙亦大于象限
一惟對邊較弧俱大於象限。故所得
為兩大矢之較
其正弦比例。仍用小矢。以角為鈍
角也

一	二	三	四
半徑己辛	大邊甲壬弦	角之矢寅辛	先得數丁壬

一	二	三	四
半徑己丙	小邊辰丙弦	先得數丁壬	後得數子丁

合之			
一	二	三	四
半徑方 己辛乘己丙	正弦矩 卯壬乘辰丙	角之矢 寅辛	後得數兩大矢較 丁子即午卯

壬丙較弧之大矢卯丙。加後得數午卯。為對弧丁丙之大矢丁丙
即癸丙故 大矢午丙內減半徑己丙。得午己為餘弦。以檢表得庚
癸之度。以減半周。得癸丙之度。即對弧丁丙之度
又法。以得數午卯。加較弧之餘弦卯己。得午己。為對弧餘弦
以兩大矢較即兩餘弦較也餘同上
若於前圖。取丁乙庚三角形。則角旁兩邊俱大于象限。而對邊
小於象限。較弧亦小于象限。乙為鈍角三角俱鈍
有庚乙與丁乙兩大邊。而較弧丑庚小。故所得為兩小矢之較。
其正弦比例。則用大矢。以乙為鈍角故也　丑庚為較弧。其正
弦丑亥。餘弦亥已　對弧庚丁。即庚酉。其正弦酉午。餘弦午已
兩矢較亥午餘弦較

一	二	三	四
半徑戊己	乙丁正弦丑申	乙角大矢戊寅	先得數丑丁

一	二	三	四
半徑庚己	庚乙正弦庚申	先得數丑丁	兩矢較未丑

合	之		
一	二	三	四
半徑方	兩正弦矩	乙角大矢戊寅	兩矢較未丑即午亥

以兩矢較亥午。加丑庚較弧之矢庚亥。減午庚。爲對弧丁庚之矢（以矢減半徑庚己。得對弧之餘弦午己。檢表得丁庚度）

論曰。先得數何以能爲句股比例也。曰。先得數。即距等圈徑之分線也。其勢既與全徑平行。又其線爲弧線所分其分之一端。必與對弧相會。（蓋對弧亦從此分也）其又一端。必與較弧相會。是此分線恒在較弧對弧兩正弦平行線之中。斜交兩線作角而爲弦。則兩正弦距線。必爲此線之句矣。而兩矢之較。即從兩正弦之距

而生。故不論大矢小矢。其義一也

然則正弦上所作句股。何以能與先得數之句股相似耶。曰。兩全徑相交於負心。則成角。各正弦又皆爲各全徑之十字横線。則其相交。亦必成角。而横線所作之角。必與其徑線奏心之角等。角等則比例等矣　大邊小邊之正弦。皆全徑之十字横線也。較弧對弧之正弦。皆又一全徑之十字横線也。此兩十字之各線相交。而成種種句股。其角皆等

又設丙乙丁三角形　乙為銳角餘一鈍一銳

乙丙邊小　丁乙邊大　對弧丁丙大於象限　較弧壬丙小于象限　所得為對弧大矢與較弧小矢之較

其正弦比例。仍用小矢。以乙銳角故

一	二	三	四
半徑己辛	大邊弦甲壬	角之矢寅辛	先得數丁壬

一	二	三	四
半徑己丙	小邊弦辰丙	先得數丁壬	兩餘弦并丁午

合之

一	二	三	四
半徑方	正弦矩	角之矢寅辛	兩餘弦并丁午即卯午

兩餘弦并。即大矢與小矢之較也

法以得數午卯。加較弧之正矢卯丙。成午丙。為對弧之大矢。午丙內減去半徑己丙。得午己餘弦。乃以餘弦檢表。得度以減半周。得對弧丁丙之度

若於得數內減較弧餘弦卯己。亦即得午己餘弦。餘如上

又于前圖。取丁乙庚三角形　乙為鈍角三角俱鈍　角旁兩邊俱大於象限。惟對邊小故用兩正矢較。其正弦比例仍用大矢。以鈍角故　乙丁弧之通弦丑壬。為乙丁弧兩割。成丑丁。亦割其戊辛全徑於寅。成寅戊。為鈍角大矢。而比例等　又丑庚為較弧。其正弦丑亥。其矢亥庚　對弧庚丁之通弦酉癸。其矢午庚。兩矢之較為亥午

一	二	三	四
半徑已戊	丁乙正弦甲丑	角大矢戊寅	先得數丑丁

一	二	三	四
半徑已庚弦	庚乙正弦申庚向	先得數丑丁弦	兩矢較丑未向

合之			
一	二	三	四
半徑方	正弦矩	角大矢戊寅	兩矢較丑未即午亥

並

仍于前圖。取丁戊庚三角形　戊鈍角餘銳　三邊俱小于象限戊丁弧之通弦丑壬。正弦甲壬　又引戊丁弧過全徑於寅。會于乙。則寅戊為戊鈍角之大矢。亦割丑壬通弦于丁。則丑丁與通弦。若寅戊大矢與全徑也　又戊庚弧之正弦庚申為句。則已庚半徑為其弦。其比例。若丑未為句而丑丁為弦也　又丑庚為較弧。其正弦丑亥。其餘弦亥已。其矢亥庚　對弧庚丁之通弦酉癸。正弦癸午。餘弦午巳。其矢午庚。兩矢之較為亥午。對弧小故用兩小矢之較。戊鈍角。故以角之大矢為比例。並全上條

一	二	三	四
半徑戊已	丁戊正弦丑甲	角大矢戊寅	先得數丑丁

一	二	三	四
半徑庚已弦	戊庚正弦庚申向	先得數丑丁弦	兩矢較未丑向

合之			
一	二	三	四
半徑方	正弦矩	角大矢戊寅	兩矢較未丑即午亥

兩法並用鈍角。其度同。所求之庚丁弧又同。故其法並同。即與可明三角之理

仍於前圖。取丁丙戊三角形　有丁丙及戊丙二大邊　有兩銳角餘一鈍一銳　求丁戊對邊　法引丁丙及戊丙二弧會于庚　作庚丙徑　作已亢及已戊兩半徑　作癸午為丁丙邊正弦　而丁丙弧。割癸午正弦于丁。亦割亢已半徑于心則亢已之分

為心亢猶癸午之分癸丁也　又作戊井為戊丙弧之正弦。成戊已井句股形　又從丁作壬甲。為對弧戊丁之正弦。其矢甲戊　又取癸戊為較弧（以癸丙同丁丙故）作癸氐為較弧正弦。其矢氐戊。兩矢之較為氐甲　又從丁作斗丁。與氐甲平行而等。成丁斗癸小句股形。與戊已井形相似。則已戊弦與井戊句。若癸丁弦與斗丁句也。（此因對弧小。故所得為小矢之較。而用丙鈍角。故只用角之正矢為比例。又此因用兩角求戊丁邊。故另為比例。若用戊角求丁丙弧。則與第一條之法同矣）

一	二	三	四
半徑已亢	丁丙正弦午癸	角之矢心亢	先得數丁癸

一	二	三	四
半徑已戊弦	戊丙正弦井戊句	先得數丁癸弦	兩矢較斗丁句

合之

一	二	三	四
半徑方	正弦矩	角之矢心亢	兩矢較斗丁即氐甲

以甲氐加較弧之矢氐戊。成甲戊為對弧之矢。如法取其度得丁戊

右例。以一圖而成四種三角形。皆可以入算。而諸綫錯綜。有條不紊。可見理之真者。如取影于燈。蛇折惟肖也。（又丁丙戊三角形。亦可以戊角立算。餘三角並然。丁乙丙形。可用丙角。庚戊丁形。庚乙丁形。俱可用庚角。）

計開

一圖中三角形凡四

一丁乙丙形　一丁戊丙形　一丁乙庚形　一丁戊庚形

全徑凡二

一戊乙徑　一庚丙徑

算例凡八

一丁乙丙形用乙銳角　並以求對角之弧丁丙

一丁戊丙形用戊銳角

一丁乙庚形用乙鈍角

一丁戊庚形用戊鈍角　並以求對角之弧丁庚

一丁丙戊形用丙銳角

一丁庚戊形用庚銳角　並以求對角之弧丁戊

一丁丙乙形用丙鈍角

一丁庚乙形用庚鈍角　並以求對角之弧丁乙

右前四例。皆以乙戊徑為主線。丙庚徑為加減綫。後四例。皆以丙庚徑為主線。乙戊徑為加減綫

一係　凡三角形。以一邊就全負。則此一邊之兩端。皆可作線

過心。為全負之徑。而一為主線。一為加減線。皆視其所用之角

凡所用角在徑線之端。則此徑為主線。餘一徑為加減線

凡用銳角。則主線在形外。用鈍角。則主線在形內

凡角旁兩弧線。引長之。各成半周。必復相會而作角。其角必與原角等

凡主線皆連於所用角之銳端。或在形內。或在形外。並同。其引長之對角。亦必連于主線之又一端也。若主線在形內。破鈍角端者。其引長之鈍角亦然

一係　凡兩徑線。必與兩弧相應。如角旁弧。引長成半周。其首尾皆至主線之端。是主線即為此弧之徑也。如對角弧。引長

成半周。首尾皆至加減線之端。是加減線。即爲對弧之徑也。

主線既爲引長角旁一弧之徑。又原爲全員之徑。而角旁又一弧之引長線。即全員也。故角旁兩弧。皆以主線爲之徑

加減線既爲對弧之徑。而較弧在員周。其端亦與加減線相連。又加減線原爲全員徑。故較弧對弧。皆以加減線爲徑

一係 凡全徑。必有其十字過心之横徑。而正弦皆與之平行。皆以十字交于全徑。引之即成通弦

一係 主線既爲角旁兩弧之徑。故角旁兩弧之正弦通弦。皆以十字交於主線之上。而其餘弦。其矢。皆在主線

加減線既爲對弧之徑。故對弧較弧之正弦。皆以十字交于加減線。而其餘弦。其矢。皆在加減線

一係 凡角旁之弧。引長之必過横徑。分爲角之矢。角之餘弦若鈍角。則分大矢

角旁引長之弧。過横徑者。亦過正弦通弦。故其全與分之比例。皆與角之大小矢及餘弦之比例等

平儀論

論以量代算之理

平儀應外周度圖

以橫線截弧度。以直線取角度。並與外周相應

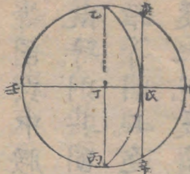
如艮己弧。距極三十度。為申未橫線所截。故其度與外周未己相應。坎乙應戌乙亦同。又乾乙弧。距極六十度。為丑卯橫線所截。故其度與外周丑乙相應。巽己應午己亦同

又如戊己辛角。有未戊辰直線為之限。知其為六十度角。以與外周未午辛之度相應也。癸乙子三十度角應子丑度亦然。又庚己子鈍角。有午卯庚直線為之限。知其為百五十度角。以與外周午未己申寅子弧度相應也。壬乙辛百二十度角應戌乙辰卯辛弧亦然

論曰。平儀有實度。有視度。有直線。有弧線。直線在平面。皆實度也。弧線在平面則惟外周為實度。其餘皆視度也。實度有正形。故可以量。視度無正形。故不可以量。然而亦可量者。以有外周之實度與之相應也。何以言之。曰。平儀者。渾體之畫影也。置渾球于案。自其頂視之。則惟外周三百六十度。無改觀也。其近內之弧度。漸以側立而其線漸縮而短。離邊愈遠。其側立之勢益

高其蹟縮愈甚。至于正中。且變為直線。而與負徑齊觀矣。此蹟縮之狀。隨度之高下而遷。其數無紀。故曰不可以量也。然而以法量之。則有不得而遁者。以有距等圈之緯度為之限也。試橫置渾球于案。任依一緯度直切之。則成側立之距等圈矣。此距等圈與中腰之大圈平行。其相距之緯度等。故曰距等也。其距既等。則其圈雖小于大圈。而其為三百六十度者不殊也。從此距等圈上。逐度作經度之弧。其距極亦皆等。特以側立之故。各度之視度蹟縮不同。而皆小于邊之真度。其實與邊度並同。無小大也。特外周則眠體。而內線立體耳。故曰不可量而可量者。以有外周之度與之相應也。此量弧度之法也。弧度者。緯度也量法詳後

然則其量角度也奈何。曰角度者。乃經度也。經度之數。皆在腰圍之大圈。此大圈者。在平儀則變為直線。不可以量。然而亦可以量者。亦以外周之度與之相應也。試於平儀內。任作一弧角。

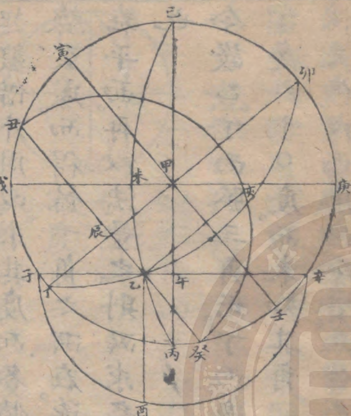


如乙己丙平負內作己丙戊角。欲知其度。則引此弧線過橫徑于戊。而會于乙。則己戊弧。即丙銳角之度。戊壬弧。即丙鈍角之度也。然己戊與戊壬兩弧。皆以視法變為平線。又何以量其度。法於戊點作庚辛直線。與乙丙直徑平行。則己庚弧之度。即戊己弧之度。亦即丙銳角之度矣。其餘庚乙壬之度。即戊丁壬弧之度。亦即兩鈍角之度矣。故曰不可量而實可量者。以有外周之度與之相應也。

然此法惟角旁弧度適足九十度如戊丙則其數明晰若角旁之弧或不足九十度又何以量之曰凡言弧角者必有三邊如上所疏既以一邊就外周真度其餘二邊之兩端相遇於外周而成角此相遇之兩點即餘兩弧起處法即從此起數借外周以求其度而各循其度作距等橫線乃視兩距等線交處而得餘一角之所在遂補作餘兩弧而弧三角之形宛在平面再以法量之則所求之角可得其度矣此量角度之法也

今設乙丁丙弧三角形丁丙邊五十度乙丙邊五十五度乙丁邊六十度而未知其角

法先作戊己庚丙平員又作己丙及戊庚縱橫兩徑任以丁丙



邊之度自直線之左從丙量至丁得五十度為丁丙邊又自丙左右各數五十五度如辛丙及子丙皆如乙丙之度乃作辛子線聯之為五十五度之距等圜又自丁作卯丁徑線自丁左右各數六十度為癸丁及丑丁皆如乙丁之數亦作丑癸線聯之為六十度之距等圜此兩距等線相交于乙則乙點即為乙丙及乙丁兩弧相遇之處而又為一角也乃自乙角作乙丙及乙丁兩弧則乙丙丁三角弧形宛然平面矣再以法量之則丁丙兩角亦俱可知

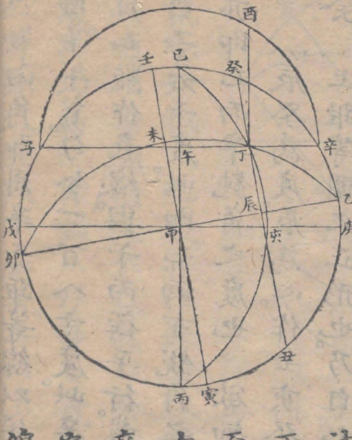
欲知丙角。即用辛子距等線。以半線午子為度。以午為心。作子酉辛半貟匀分一百八十度。此辛子徑上距等圈之真形也。乃自乙點作直線。與午丙徑平行。截半貟于酉。乃從酉數至子。得酉子若干度。此即乙丙丁銳角之度。以減半周。得酉辛若干度。亦即乙丙辛鈍角之度也　欲知丁角。亦即用丑癸距等線。一以辰癸為度。辰為心。作丑亥癸半貟分一百八十度。此亦丑癸　上距等圈之正形也。乃自乙點作直線。與辰卯徑平行截半貟于亥。即從亥數至癸。得亥癸若干度。此即乙丁丙銳角之度。以減半周。得亥丑若干度。又即乙丁丑鈍角之度也

計開

丙角七十八度稍弱。以筭考之。得七十七度五十五分　丁角六十七度三分度之二　以筭考之。得六十七度三十九分

右量角度以圖代筭　欲得零分。須再以筭法考之。即知無誤

又設乙丙丁弧三角形。有六十〇度丙角。有乙丙邊一百〇〇度。有丁丙邊一百二十〇度。求丁乙邊對角之邊



法先為巳戊丙庚大圜。作巳丙及庚戊十字徑。乃自丙數至辛。如所設丁丙邊一百二十〇度。自丙至子亦如之。作辛午子線為一百二十〇度之距等圈。又以距等之半線辛午為度。午為心。作辛酉

子午圜。匀分一百八十度。乃自辛數至酉。如所設丙角六十度
而自酉作酉丁直線。與己甲徑平行至丁。遂如法作丁丙邊
又自丙數至乙。如所設乙丙邊一百。○度。又從乙過甲心至
卯。作大圜徑。亦作寅壬橫徑。乃補作丁乙邊。乙丙丁三角弧形。宛然在目
又自丁作丑丁癸距等線。與寅壬平行。末自乙數至癸。得若干
度。即乙丁之度
計開
丁乙線五十九度強以筭考之得五十九度。七分
右量弧度以圖代筭若用規尺。可免逐圖匀分之度。有例在後條
又若先有乙丁對角邊。丁丙角旁邊。有丙角。而求乙丙角旁之
邊仍借前圖

法先作己戊丙貟及十字徑線。又以丁丙邊之度。取丙辛及丙
子。作辛子距等線。又作子酉辛午貟。取辛酉角度。作酉丁直線。
遂從丁作丁丙邊。皆如前。次以所設丁乙邊五十九度。倍之。
作一百十八度少。于本貟周取其通弦。即距等線癸丑之度
就丁點遷就游移。使合于外周。而不離丁點。成丑丁癸線。即有
所乘丑乙癸弧。乃以弧度折半于乙。則乙丙外周之度。即所求
乙丙邊。于是補作乙丁線。成三角之象
又法。以丁乙倍度之通弦。丑癸半之于辰。乃從辰作卯甲辰過心
徑線。即割大貟周于乙。而乙癸及乙丑之弧度。以平分而等。皆
如乙丁度。点遂得乙丙度。餘如上
又若先有乙丙兩角。及乙丙邊。在兩角之中亦仍借前圖

法先作己戊丙負及十字徑線。皆如前。乃自丙數至乙。截乙丙為所設之邊　次作丙角。法于戊庚横徑。如前法求庚亥。如所設丙角之度。遂從亥點作弧。（如丙亥巳）則丙角成矣　次作乙角。法于乙點作乙甲卯徑。亦作壬寅横徑。乃自寅至未。如前法求寅未。如所設乙角之度。遂從未點作弧。（如卯未乙）則乙鈍角亦成矣兩弧線交于丁角。乃補作丑癸及辛子兩距等線。則弧度皆得

（案此兩弧線。必以雞子形作之。方準。若丁點離兩横徑不遠。則所差亦不多也）

再論平儀

凡平儀上。弧線皆經度。而直線皆緯度

惟外周經度。亦可當緯度。又最中長徑。緯度。亦為經度

平儀上。弧線皆在渾面。而直線皆在平面

試以渾球。從兩極中午圈處直切之。（如用極至交圈為度。以剖渾儀）則成平面矣。以此平面覆置于案。而從中腰横切之。（如赤道半圈）則成横徑于平面矣。（如赤道之徑）又以此横徑為主。離其上下。作平行線。而横切之。則皆成距等圈之徑線于平面矣。大横徑各距極九十度。遂度皆可作距等圈。即皆有距等徑線在平面。故曰皆緯度也。此線既為距等圈之徑。則其徑上所乘之距等圈。距極皆等。即任指一點作弧度。其去極度皆等。故以為緯度之限也

若又別指一處為極。（如赤道極外。又有黃道極。又如天頂。亦為極）則其對度亦一極也。亦可如前横切。作横徑。（如黃道之徑）于平面。其横徑上下亦皆有九十度之距等圈與其徑線矣。（如黃道亦有緯度）故直線有相交之用也

準此觀之。渾球之外圈。隨處可指為極。即有對度之極兩極相對。則皆有直線為之軸。軸上作橫徑。橫徑上下。即皆有九十度之距等徑線。而相交相錯。其象千變。而句股之形成比例之用生。加減之法出矣。如黄赤兩極外。又有天頂地心之極。而天頂地心。隨北極之高下而變 又此所用外周特渾球上經圈之一耳。若準上法。于球上各經圈皆平切之。皆為大圈。則亦可隨處為極以生諸距等緯線。而相交相錯之用。乃不可以億計矣。如天頂地心。既隨極出地度而異其南北。亦可因各地經度而異其東西

由是推之。渾球上無一處不可為極。故所求之點即極也。何以言之。凡於球上任指一點。即能于此點之上作十字直線以會于所對之點。而十字所分之角皆九十度。即逐度可作線以會于對點。而他線之極此點上線皆能與之會。故曰所求之點即極也

又論平儀

凡平儀上弧線。皆經度也。而弧有長短者。則緯度也。是故弧線為經度。而即能載緯度。盖載緯度者。必以經度也。若無經度則亦無緯度矣

平儀上直線。皆緯度也。而線有大小者。則經度也。是故直線為緯度。而即能載經度。盖載經度者。必以緯度也。若無緯度則亦無經度矣 所云直線。指橫徑及其上下之距等徑而言

弧線能載緯度。即又能分緯度之大小。直線能載經度。即又能分經度之長短

假如平面作一弧。引長之。其兩端皆至外周。則分此外周為兩

半負。而各得百八十度。即所作之弧。亦百八十度矣。此百八十者皆緯度。故曰能載緯度也。而此平面上所秉之半渾員。其經度亦百八十。而皆紀於腰圍之緯圈。若於腰圍緯圈上。任指一經度作弧線。必會於兩極。而因此弧線。割緯圈以成角度。故又曰能分緯度也。不但此也。若從此弧線之百八十度上。任取一度。作平行距等緯圈。其距等圈上所分之緯。必小于腰圍之緯圈。而其所載距等圈之經度。皆與角度等。即近極最小之緯圈亦然。何以能然。曰緯圈小。則其度從之而小。而為兩弧線所限。角度不變也。故緯圈之大小。弧度分之也

然弧線之長短。又皆以緯圈截之而成。而緯圈必有徑在平面上。與圈相應。故曰直線能載經度。即又能分經度之長短也

復論平儀

平儀上直線弧線。皆正形也。問前論直線有正形。弧線蹐縮無正形。玆何以云皆正形。曰。蹐縮者。球上度也。然其在平面。則亦正形矣。有中剖之半渾球。于此覆而觀之。任於其緯度直切至平面。則皆直線也。而其切處則皆距等圈之半負。即皆載有經度一百八十也。從此半負上。任指一經度作直線。下垂至平面直立如懸針。則距等圈度之正弦也。若引此經度作弧。以會于兩極。則此弧度上所載之緯度一百八十。每度皆可作距等圈。即每度皆可作距等圈之正弦矣。由是觀之。此弧上一百八十緯度。既各帶有距等圈之正弦。即皆能正立于平面。而平面上亦有弧形矣。夫以弧之在球面言之。則以倒立之故。而視為蹐

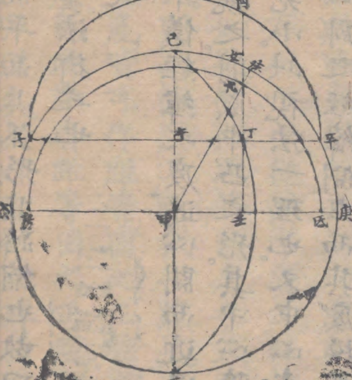
縮。而平面上弧形。非蹟縮也。故曰皆正形也。惟其為正形。故可
以量法御之也

又

問。平儀經緯之度。近心闊而近邊狹。何也。曰。渾員之形。從其外
而觀之。則成中凸之形。其中心隆起處。近目而見大。四周遠目
而見小。此視法一理也。又中心之經緯度平鋪。而其度舒。故見
大。四周之經緯側立。而其度揉疊。故見小。此又視法一理也。若
以量法言之。則近內之經緯。無均平之數。數皆紀之於外周。外
周之度。皆以距等線為限。而近中線之距等線。以兩旁所用之
弧度。皆直過與橫直線所差少。故其間闊。近兩極之距等線。則
其兩旁之弧度。皆斜過與橫直線縣殊。故其間窄。此量法之理

也。固不能強而齊。故正弦之數以生。
八線由斯以出。尺筭比例之法。由斯可以量代筭。而測筭之用。
遂可以坐天之內。觀天之外已

取角度又法



設如己戊丙庚員。有子辛距
等緯線。有所分丁辛小緯線。
求其所載經度。以命所求之
角。丙角
本法。取距等半徑。辛午作子酉
辛午員。從丁作酉丁線。為
酉辛之度。為丁辛之度

今用捷法。徑于丁點作女丁壬線與己甲徑平行。再用距等半徑辛午為度。從甲心。作虛半負。截女壬線于亢。即從此引甲亢線至癸。則數大圈庚癸之度。為丁辛角度即丙角也

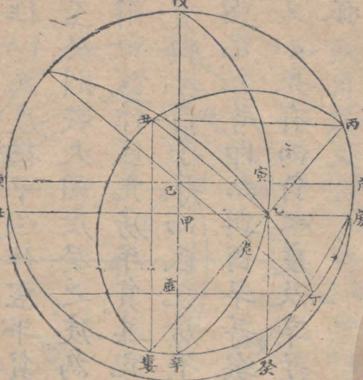
解曰。試作氐亢房半負。其亢甲半徑。既與午辛等。則氐亢房半負與辛酉子等。而氐亢房半負又與大負同甲心。則庚癸之度。與氐亢等。即亦與酉辛等矣

又如先有丙角之度及辛子距等線。而求丁點所在。以作丙丁弧

法從大圈庚數至癸。令庚癸如丙角之度。即從癸向甲心。作癸甲線半徑。次以距等之半徑辛午為度。從甲心作半負。截癸甲半徑于亢。乃自亢作亢丁壬線。截辛午于丁。即得丁點

設如乙丁辛弧三角形。有乙丁邊六十度。有丁辛邊五十度一十分。有乙辛邊八十度。求辛銳角

用規尺法



如法。依三邊各作圖。法以十字剖平負。自主線端辛。數所設丁辛五十度奇至丁。乃自丁作徑線過己心。又依所設丁乙六十度。自丁左數至婁。若數至丙。皆六十度。作丙婁線為距等圈之徑。又自辛依所設辛乙八十度至房。点左至壬。作房壬距等徑線。此兩距等線交于乙。乃作乙丁及辛乙兩線。則三角形。宛然在目

今以量法求辛角

法曰。房甲距等半徑與乙甲分線。若亢己半徑與辛角之餘弦

寅巳

法以比例尺正弦線。用規器取圖中房甲之度。於半徑九十度定尺。再取乙甲度於本線求正弦等度。得角之餘度。乃以所得餘度轉減象限。命為辛角之度

依法。得餘弦三十一度弱。即得辛角為五十九度強

又法。以房甲為度。甲為心。作房癸壬距等半圈。又作乙癸正弦。與已辛平行。如前以房甲度於正弦九十度定尺。再以乙癸度取正弦度。命為辛角度

又法。作房癸線。用分負線。取房甲度於六十度定尺。再取房癸線於分負線求等度得數。命為辛角之度。更捷

論曰。既以房甲為半徑。則乙癸即正弦。乙甲即餘弦。房癸即分負皆距等圈上比例也。其取角度與分半周度而數房癸之度並同。然量法較捷

又求丁鈍角

法以丙危為度。危為心。作婁丑丙半負。又作丑乙線。當角之正弦。則乙危當餘弦

乃取距等半徑丙危度於正弦線九十度定尺。再取乙危度。求得正弦線等度。命為鈍角之餘弦。以所得加九十度為丁鈍角度

依法得餘弦十二度太。即得丁鈍角一百〇二度太

或取丑乙線。求正弦線上度。命為鈍角之正弦。以所得減半周度。餘為丁鈍角度兩法互用相考更確

又法。作婁丑分負線。取丙危半徑。於分負線六十度定尺。而求婁丑分負之度分。為丁鈍角。亦可與正弦法參考

論曰。兼用正弦兩法。分負線一法以相考。理明數確。然比半周度之工。尚為省力。是故量捷於筭。而尺更捷矣

若兼作丙丑分負。以所得度減半周亦同如此。則分負線亦有兩法。合之正弦。成四法矣

又論曰。此條三邊求角。前條有二邊一角求弧。可互明也故用圖亦可以求角。用尺亦可以求弧。智者通之可也

三極通幾

平員則有心。運員則有極。如赤道以北辰為極。而黃道亦有黃極。人所居又以天頂為極。故曰三極也。極云者。經緯度之所宗。如赤道經緯悉宗北極。而黃道經緯自宗黃極。地平上經緯又宗天頂。亦如屋之有極。為楹桷宇梠棨梲之所宗也。既有三極。即有三種之經緯。于是有相交相割而成角度。角之銳端即兩線相交之點。任指一點而皆有三種經緯之度與之相應焉。故可以黃道之經緯求赤道之經緯。亦可以赤道之經緯求地平上之經緯。以地平求赤道。以赤道求黃道。亦然。舉例如後

以黃道經緯求赤道經緯 巳辰庚斜弧三角形

巳丁乙丙為極至交圈 巳為北極 丙甲丁為赤道 庚為黃極 壬甲寅為黃道 星在辰 辰庚為黃極距星之緯 辰庚酉角為黃道經度 今求赤道經緯

法自辰作黃道距等緯圈。酉辛 又自辰作赤道距等緯圈。戊午 即知此星辰 在赤道之北。其距緯戊丙或午丁 次以赤道距等半徑戊卯為度。卯為心。作午未戊半員。又作未辰直線。與巳甲平行。則未戊弧即為赤道經度 即戊甲辰角

若先有赤道經緯。而求黃道經緯。亦同

以赤道經緯求地平經緯

己子戊三角形三角皆銳

戊壬庚辛為子午規　壬辛為地平　戊為天頂　己為北極　丁丙為赤道　星在子　子己為星距北極　己角為星距午規經度即戊圈上丑子之距

求地平上經緯

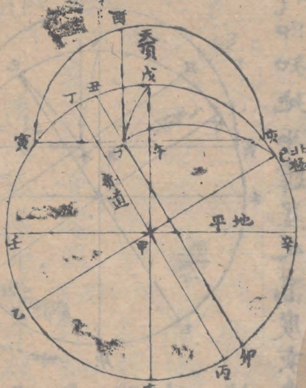
法。自子作寅亥線。與辛壬地平平行。即知地平緯星之高度亥辛或壬寅。次作寅酉亥午負。以亥寅半線亥午為度午為心又從子作酉子直線。與戊甲天頂垂線正行。即子寅為星距午方之度。為子戊寅角。數酉至寅之弧。即得星在午左或午右之方位。是為地平上之經度。按此圖為星在卯酉線之北。數酉辰若干度。即知其星距卯酉線若干度也

若先得地平上經緯。而求赤道經緯。星距赤道為緯。距午線時刻為經。其理亦同

以兩緯度求經度　己子戊斜弧三角形

假如北極高三十度己辛高。戊寅壬為午規太陽在子。距赤道北十度其距丑丁。或卯丙。緯度辛丑為太陽距午線加時經度即子己丑角寅壬為太陽高度即亥辛

求太陽所在之方



法。以太陽高度亥辛或寅壬作亥寅地平高度緯線。又以太陽距赤道緯丑丁卯丙作丑卯赤道北緯線。兩線相交于子。乃以亥午為度

午為心。作亥酉寅午貟。分百八十度又自子作酉子直線。與戊甲平行。截午貟于酉。則酉至寅之度。即太陽所到方位離午正之度即子戊寅外角若求加時。以北極赤緯線準此求之。用子己戊角求北極出地簡法可以出洋。知其國土所當經緯。西北廣野亦然。與地度弧角可以參用不拘何日何時刻。但有地平真高度。及真方位。即可得之

法曰。先以所測高度。及方位。如法作圖。取作平儀上太陽所在之點。即地平經緯交處次查本日太陽在赤道南北緯度。用作半徑。於儀心作一小貟。末自太陽所在點。作橫線。切小貟而過。引長之至邊。此即赤緯通弦也。乃平分

通弦。作十字全徑過儀心。即兩極之軸。數其度得出地度

假如測得太陽在辰高三十四度。方位在正卯南三度強。而不知本地極高。但知本日太陽赤緯十九度。今求北極度

如法作圖。安太陽于辰詳下文先作丙丁線。為地平高度。次用法。自正東卯數正弦度至辰。得近南三度。為地平經度。或以丙卯為半徑。作半規。取直應度分。亦同次依本日太陽赤緯十九度。以貟半徑取庚甲十九度正弦為小貟半徑。作子庚小貟。末自太陽辰作橫線戊壬。切小貟於庚。乃自庚向甲心。作大貟徑線己午。則己即北極。數己丑之度為極出地度依法求得本地極高四十度

論曰。此法最簡最真。然必得正方案之法。以測地平經度。始無錯誤

初數次數法

加減代乘除之法。從初數次數而生。故先論之

上卷之法。用角旁兩正弦相乘。今則祇用兩餘弦。故別之爲初數次數。其法有二。其一次數與對弧餘弦相加。其一相減也。相加又有二。一銳角。一鈍角也。相減有四。或餘弦內減次數。或次數內減去餘弦。而又各分銳角鈍角也。

約法　三邊求角

- 對邊大 象限以上
  - 兩邊同類 — 次數與餘弦相加 — 角鈍
  - 兩邊異類
    - 餘弦大內減次數 — 角鈍
    - 次數大內減餘弦 — 角銳
- 對邊小 象限以下
  - 兩邊異類 — 次數與餘弦相加 — 角銳
  - 兩邊同類
    - 餘弦大內減次數 — 角銳
    - 次數大內減餘弦 — 角鈍

角求對邊

- 鈍角
  - 兩邊異類 — 得數與次數相加 — 對邊大 象限以上
  - 兩邊同類
    - 得數大內減次數 — 對邊大 象限以上
    - 次數大內減得數 — 對邊小 象限以下
- 銳角
  - 兩邊同類 — 得數與次數相加 — 對邊小 象限以下
  - 兩邊異類
    - 得數大內減次數 — 對邊小 象限以下
    - 次數大內減得數 — 對邊大 象限以上

餘弦次數相加例 銳角法鈍角法各一

丁乙丙形。有三邊。求乙銳角。角旁大弧丁乙。正弦辛戊餘弦己戊小弧丙乙。正弦丙癸餘弦己癸兩正弦相乘。全數除之。成初得數戊庚。又以兩餘弦相乘。全數除之。成次得數戊丑。即卯己乃以次得數卯己。加對弧之餘弦已戊。成卯戊即申戊

一　初得數　戊庚

二　次得數與對弧餘弦相并　申戊

三　半徑　亥已

四　角之餘弦　已乾

以餘弦檢表。得乙銳角之度

若先有角求對邊則反之

一　半徑　亥已

二　角之餘弦　已乾

三　初得數　戊庚

四　次得數與對弧餘弦相并　申戊　以次得數戊丑減之得對弧餘弦丑申。即已戊

論曰。辛戊正弦與亥已半徑。同為乙丁弧所分。則辛戊全與丁戊分。若亥已全與乾已分也。而辛戊弦與丁戊小弦。又若戊庚句與申戊小向也。故戊庚與申戊。必若亥已與乾已若用丁甲丙形。其算並同。何以明之。甲丁者。乙丁半周之餘。甲丙者。乙丙半周之餘。其所用正弦並同。又同用丁丙為對弧。甲角又同乙角。皆以乾已為餘弦故也

右係對邊小于象限。角旁弧異類。故其法用加。而為銳角

俩用前圖。取丁甲寅三角形　有三邊求甲鈍角　角兩旁弧同類　對角邊大。為寅丁。其正弦酉戌。餘弦戌已　旁弧丁甲。其正弦辛戌。餘弦已戌　又旁弧寅甲。其正弦寅壬。餘弦壬已

初得數戌庚（半徑除兩正弦矩）　次得數卯已（半徑除兩餘弦矩）

所用三率。與前銳角形並同。亦以卯已加已戌。成申戌。為三率。所得四率乾已。亦為甲角之餘弦（末以餘弦檢表。得度以減半周。餘為甲鈍角之度）

若先有甲鈍角。求對邊丁寅。則反用其率。一半徑交已。二角餘弦乾已。三初數戌庚。四申戌。末以次數戌丑。去減得數甲戌。餘丑申。為對弧餘弦

論曰。對弧寅丁係過弧。與銳角形對弧丁丙。相與為半周之正

餘度。同用酉戌為正弦。戌已為餘弦。角旁弧丁申。即乙丁半周之餘度。同用辛戌為正弦。戌已為餘弦。甲寅弧。又與乙丙弧等度。其正弦壬寅。同癸丙。餘弦壬已。同癸已。故加減數並同。所異者。對弧大。而兩旁弧又同類。故為鈍角

若用寅乙丁形。其算並同。以同用丁寅對弧。而兩弧在角旁者。寅乙為寅甲半周之餘。丁乙為丁甲半周之餘。所用之正弦餘弦並同故也。甲角同乙角。皆以乾已餘弦度。轉減半周為其度

右係對邊大於象限。而角旁兩弧同類。故其法用加。而為鈍角

正餘交變例

若角旁兩邊以象限相加減。而用其餘弧。則正弦餘弦之名[illegible]

易而所得初數次數不變。三率之用亦不變

解曰。弧小。以減象限得餘弧。弧大以象限減之而用其餘。亦餘弧也。其故何也。凡過弧與其減半周之餘度。同用一正弦。故過弧內減象限之餘即反爲過弧之餘弧。亦曰剩弧。而此剩弧之正弦。即過弧之餘弦也。

若兩弧內。一用餘度。則其初數次數。皆爲正弦乘餘弦。半徑除之之數。然其數不變何也。一弧既用餘度。則本弧之正弦。變爲餘弧之餘弦。而其又一弧。仍係本度。則正弦不變。然則先所用兩正弦相乘爲初數者。今不變而爲餘弦乘正弦乎。次數倣此

試仍以前圖明之。丁乙丙形。任以乙角旁之乙丁弧即辛乙內。減去亥乙象弧。其剩弧亥辛之正弦戊巳。即乙辛過弧之餘弦也。

又亥辛之餘弦辛戊。即過弧乙辛之正弦也。然則先以辛戊正弦乘丙癸正弦者。今不變爲辛戊餘弦乘丙癸正弦乎。然但變其名爲餘乘正。而辛戊之數不變。則其所得之初數戊庚。亦不變也。次數倣論按此法即測星時第二法所用

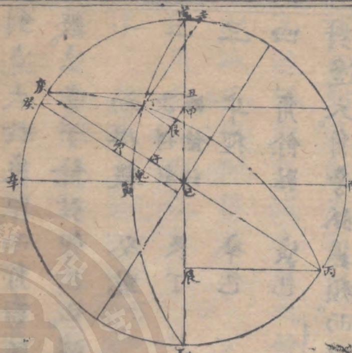
若角旁兩弧。俱改用餘弧。則初數變爲兩餘弦相乘。次數變爲兩正弦相乘。盖以正變餘。餘變正。而所得之初數次數不變

試仍以前圖明之。丁乙丙形。乙角旁兩弧。乙丁改用辛亥。義見前乙丙改用丙亥。皆餘弧也。則丙癸辛戊兩正弦。皆變餘弦。丙癸爲丙亥弧餘弦。辛戊爲辛亥弧餘弦癸巳戊巳兩餘弦。皆變正弦。癸巳爲丙亥弧正弦。戊巳爲辛亥弧正弦然則先以兩正相乘者。今爲兩餘。然雖變兩餘。而其爲兩癸與辛戊者不變。故其所得之初數戊庚。亦不變也。次數倣論

總例

凡弧度與半周相減之餘。則所用之正弦同。餘弦亦同

凡弧度與象限相減之餘。則所用之正弦變餘。餘弦變正



餘弦內減次數例 鈍角法銳角法各一

一 丁乙丙弧三角形。有三邊。求乙鈍角 丙乙小弧。其正弦丙辰。餘弦辰巳 丁乙大弧。其正弦癸甲。餘弦甲巳 是為角旁之兩弧不同類 癸乾初得數 兩正弦乘。半徑除之數 午巳次得數 兩餘弦乘。半徑除之數 丁丙對邊大。其正弦壬卯。餘弦卯巳

對邊大於象限。而角旁弧不同類。宜相減 對弧餘弦大于次數。法當于餘弦卯巳內。減去次得數午巳。餘午卯。即艮丁 為二率

一 初得數 癸乾

二 次得數減餘弦 艮丁

三 半徑 辛巳

四 角餘弦 寅巳

對邊大。角旁弧異類。而次數小。減對弧餘弦。其角為鈍。宜以四率寅巳。檢餘弦表。得度以減半周度。其餘即為乙鈍角之度 即寅酉大矢之度

若先有乙鈍角。求對弧。則反用其率

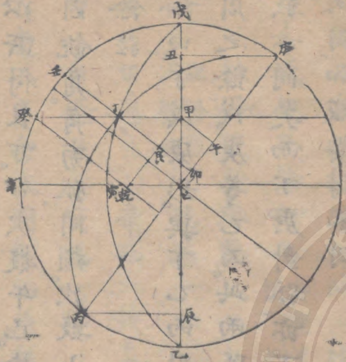
一 半徑 辛巳

二　角餘弦　寅已
三　初得數　癸乾
四　次得數減餘弦　艮丁
既得艮丁。乃以次數加之。成卯已餘弦。檢表得度以減半周。得丁丙對邊之度
凡過弧與其減半周之餘度。同用一餘弦。故以餘弦檢表得度以減半周。即得過弧
仍用前圖取銳角
丁戊庚三角形。係銳角形。有三銳角。以有三邊。求戊角　戊庚小邊。其正弦庚丑。餘弦丑已　丁戊次小邊。其正弦癸甲。餘弦甲已是爲角旁弧同類　初得數癸乾。半徑除兩正弦矩　次得數午已。半徑除兩

餘弦矩　丁庚對邊小。其正弦壬卯。餘弦卯已　對邊小於象限。而角旁弧同類。宜相減　次數午已。小于對弧餘弦卯已。以午已去減卯已。餘卯午即艮丁
一　初得數　癸乾
二　次得數減餘弦　艮丁
三　半徑　辛已
四　角餘弦　寅已
對邊小。角旁弧同類。而次數小。去減餘弦。其角爲銳。宜以四率寅已。檢餘弦表。得戊銳角之度
若先有戊銳角度。求對邊丁庚。則反用其率
一　半徑　辛已

二　角餘弦　寅巳
三　初得數　癸乾
四　次得數 減餘弦　艮丁
以所得艮丁。加次數午巳。檢餘弦表。得丁庚對邊之度
因鈍角。角旁弧同類。次數小於餘弦。得數後宜加次數爲對邊
餘弦
論曰。丁戊庚形。與丁乙丙形。爲相易之形。故丁戊爲丁乙減半
周之餘。戊庚等乙丙。此兩弧所用之正弦餘弦並同。則初數次
數亦同矣。而丁庚對弧。亦丁丙對弧減半周之餘。則所用餘弦
又同。加減安得不同

次數內轉減餘弦例 銳角法鈍角法各二



丁乙丙形。三邊求乙角 係銳角　丙
乙小邊。正弦辰丙。餘弦辰己　丁
乙大邊。正弦癸甲。餘弦甲巳　是
爲角旁之兩邊不同類　初得數
甲乾 半徑除兩正弦矩　次得數午巳 半徑
除兩餘弦矩　丁丙對邊大。正弦當卯
餘弦卯己　對邊大。而角旁弧一
同類。宜相減　次數午巳。大於對弧餘弦卯巳。然當[illegible]
減卯巳。餘午卯 即甲艮 爲二率
一　初得數　甲[illegible]

二　餘弦減次數之餘　甲艮
三　半徑　辛巳
四　角餘弦　寅巳

對邊大角。旁弧異類。而次數大。受對弧餘弦之減。其角爲鈍。

以四率寅巳。檢餘弦表。得乙銳角之度卽寅辛矢度

若先有乙角。而求對邊丁丙。則反用其率。

一　半徑　辛巳
二　角餘弦　寅巳
三　初得數　甲乾
四　餘弦減次數之餘　甲艮

亦以所得甲艮。轉減次數午巳。得對弧餘弦卯巳。檢表得度。加

象限爲對弧丁丙度

前圖取鈍角

丁戊庚形。三邊求戊角餘鈍角　戊庚小邊。正弦丑庚。餘弦卯

丁戊次小邊。正弦癸甲。餘弦甲巳　是爲角旁兩弧同類

初數甲乾半徑除兩正弦矩　次數午巳半徑除兩餘弦矩　丁庚對邊小。正

弦壬卯。餘弦卯巳　對邊小。而角旁兩弧同類宜相減。　次數

午巳。大于對邊餘弦卯巳。當於午巳內。減卯巳。餘午卯卽甲艮

一　初得數　甲乾
二　餘弦減次數之餘　甲艮
三　半徑　辛巳
四　角餘弦　寅巳

對邊小角旁弧同類。而次數大。内減去餘弦。其角爲鈍。宜以四率寅巳。檢餘弦表。得度以減半周。得戊鈍角之度

若先有戊鈍角。而求對邊丁庚。則反用其率

一　半徑　　　　　辛巳

二　角餘弦　　　　寅巳

三　初得數　　　　甲乾

四　餘弦減次數之餘　甲艮

求以所得甲艮。轉減次數午巳。得對弧餘弦卯巳。檢表得對弧丁庚之度

一係半渾員面所成斜三角形。左右皆相對。如左銳角者。右必鈍也。對邊左小者。右必大也。角旁之邊左爲同類者。而必異類也。角旁兩弧一居員周一居員面。此員面弧線。左右同用也。而員周之弧。左右有大小。故同於左者。不同右

加減法（以代乘除）

初數次數。並以乘除而得。今以總弧存弧之餘弦。相加減而半之。即與乘除之所得脗合。法簡而妙。而甲數乙數之用。亦從此生矣

總法曰。凡兩弧相并為總弧。相減為存弧（存弧一曰較弧）總弧存弧。各取其餘弦以相加減成初數次數

法曰。視總弧過象限。則總存兩餘弦相加。總弧不過象限。則相減。皆折半為初數。（即原設兩弧之正弦相乘。半徑除之之數）以初數轉減存弧餘弦。即為次數。（即原設兩弧之餘弦相乘。半徑除之之數）

又法。（總弧過象限。兩餘弦相減。不過象限。則相加。並折半為次數）

又法。（初數以相加成者。以總弧餘弦減。初數以相減成者。以總弧餘弦加。並加減初數為次數。亦同）

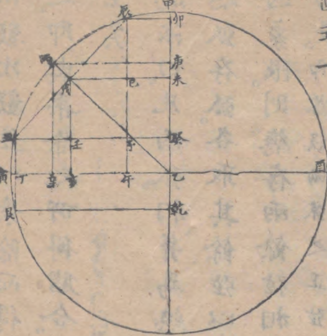
又取總弧存弧之正弦相加減。成甲數乙數

法曰。以總存兩正弦相加。折半為甲數。（即原設大弧正弦。乘小弧餘弦。半徑除之之數）總存兩正弦相減。折半為乙數。（即原設小弧正弦。乘大弧餘弦。半徑除之之數）

又法。（以存弧正弦減甲數。其餘為乙數。亦同）

又法（以甲數減總弧正弦。即得乙數）

圖式一



總弧在象限內。兩餘弦相減

大弧丙寅　小弧辰丙（即丑丙）二弧相加為總弧辰寅　相減得存弧丑寅　丑寅存弧之餘弦丑癸（亦即丁乙）辰寅總弧之餘弦卯辰（即癸午。亦即乙午）兩餘弦相減。（丑癸內減子癸。存丑子。或乙丁內減乙午。存午丁）其餘半之。（丑子半之於壬。成壬丑。即[illegible]丁）為（丙寅辰丙）二弧兩正弦相乘。半徑除之之數。即初得數也

以初得數轉減存弧之餘弦。（以壬丑減丑癸。其餘癸壬。亦即寅乙）其餘為大小二弧兩餘弦相乘。半徑除之之數。即次得數也

論曰。丙辛。大弧之正弦也。丑戊。小弧之正弦也。以句股形相似之故。乙丙半徑（弦）與丙辛正弦。（股）若丑戊正弦（小弦）與丑壬初得數也。（小股）其半而得者何也。曰。辰戊同丑戊。則戊巳亦同丑壬。而壬子即巳戊。則子丑者。初得數（丑辛）之倍數。故半之即得辛乙。大弧之餘弦也。戊乙。小弧之餘弦也。乙丙半徑（弦）與辛乙餘弦。（句）若戊乙餘弦（小弦）與寅乙次得數也。（小句）又以存弧餘弦內。兼有初得次得兩數。故減初得次也。（丑癸餘弦內。有丑壬初數。癸壬次數。故減丑壬。即得癸壬也。或於乙丁內減寅丁。得寅乙。並同）

以上用總存兩餘弦加減

又丑寅存弧之正弦丑丁。（即午子。或癸乙）辰寅總弧之正弦辰午。（即卯乙）兩正弦相加半之。為大弧正弦乘小弧餘弦。半徑除之之數。即甲數也。（以午巳減辰午。其餘巳辰。亦即卯未）是為大弧餘弦乘小弧正弦。半徑除之之數。即乙數也

論曰。乙辛。大弧之餘弦也。辰戊。小弧之正弦也。以兩句股形同比例之故。丙乙半徑（弦）與乙辛餘弦。（句）若辰戊正弦（小弦）與辰巳乙數也。（小句）

又丙辛。大弧之正弦也。戊乙。小弧之餘弦也。而丙乙半徑（弦）與丙辛正弦。（股）若戊乙餘弦（小弦）與戊寅甲數（小句）也。又以總弧正弦內。兼有甲乙兩數。故減乙得甲。減甲亦得乙矣。（辰午正弦內。有辰巳乙數。巳午甲數。故減辰巳。得巳午。若減巳午。亦必得辰巳）

以上用總存兩正弦加減

若以酉丙為大弧。丙丑為小弧。則其總弧酉丑。正弦丑丁。餘弦丑癸。其存弧辰酉。正弦辰午。餘弦卯辰。但互易存摠之名。其他並同

論曰。凡過象限之弧。與其減半周之餘弧。同用一正弦。如丙酉過弧。以減半周得丙寅。所用正弦丙辛餘弦。辛乙皆丙酉弧與丙寅弧之所同也。故但易總存之名。而正餘加減之用不變

又法

凡過象限之弧。即截去象限。用其餘度。如法加減。但以總弧為存弧。存弧為摠弧。而總存之餘弦為正弦。正弦為餘弦

如酉丙過弧。截去酉甲象限。只用丙甲為大弧。與丙丑小弧相加減。則丑甲為摠弧。其正弦丑癸。餘弦丑丁。而辰甲為存弧。其正弦卯辰。餘弦辰午。是摠存正餘名。皆互易也

法以總存兩正弦相減。而其餘析半為甲數。丑癸內減卯辰。丑午。半之。得丑壬。為甲數仍以甲數轉減總弧正弦。甲數丑壬。轉減丑癸。其餘癸壬。即乙數是其名易。而其實不易也。但橫易為直

論曰。去過弧之象限而用之。則過弧之正弦為餘。餘弦為正矣。故加減而得之數。皆兩弧之正弦乘餘。餘弦乘正之數。而非復正乘正。餘乘餘之數也。何也。過弧之正餘互易。而小弧之正餘如故也

如丙酉過弧。去象限為丙甲。則其正弦丙庚。即過弧之餘弦也。丙庚即辛乙故。其餘弦庚乙。即過弧之正弦也。庚乙即丙辛故。而小弧丙丑之正弦丑戊。餘弦戊乙。皆如舊。故先得之丑壬。為大弧餘弦丙辛

乘小弧正弦丑戊。而兩乙半徑除之也。非兩正弦相乘也。乙數轉減正弦兩得之亥乙。（即癸壬。即戊未。）亦為大弧正弦辛乙。乘小弧餘弦戊乙。而半徑除之也。非兩餘弦相乘也。

又論曰。又法。即測夜時篇中測星距午之第二法也。加減代乘除。只此一例。而絕不與七卷八卷之乘除求初數次數者相蒙。雖有學者。何從悟入乎。愚故為之詳説。以發其覆

又論曰。元法依圖直看。直者正弦。橫者餘弦。又法正餘互易。則圖當橫看。變立體為眡體。本以總存兩餘弦加減者。變為兩正弦加減。然其數並同

又論曰。又法。是用大弧之餘度。而小弧則用元度。何以言之。測星條。用星之赤緯。即去極之餘度也。其用赤道高。則極去天頂

之元度也。然而赤緯在南者。則是于星去極度。截去象限之數也。何以亦為餘度。曰過弧既與其減半周之餘度。同一正弦。則此減半周之餘度。亦即正弧也。然則此截去象限而餘者。非即正弧之餘度乎

大弧過象限若干度。與不及象限若干度。其正弦並同。故加減可通為一法（此又測星條用法之意）

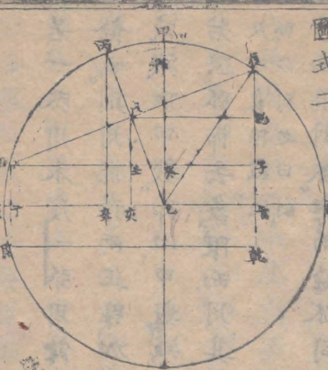
約法

兩弧俱用本度。或俱用餘度。相加減以取總存二弧。是兩正或兩餘也。則用總存兩餘弦加減法。取初得數。惟視總存二弧。俱在一象限。則相減。或分跨兩象限。則相加。皆以初數減存弧之餘弦。為次得數

若兩弧內有一過弧。則總弧之正弦小於存弧。而餘弦反大。
以初數減總弧之餘弦。為次數
若一弧用本度。一弧用餘度。相加減以取總存之弧。是一正一餘也。則用捴存兩正弦加減法。其加減皆賍兩正弦原法。或加或減取甲數。即以甲數減總弧正弦。餘為乙數
若過弧節去象限而用其剩度。與餘度同法 凡餘度。是以本度減象限而得名。今反以象限減過弧。故別之曰剩
若兩俱剩弧。與兩餘弧同法
若只一剩弧。與一正一餘同法
論曰。過弧用剩度為餘弧。其法甚簡快。凡過弧皆當明之。可不用本度矣 算昔天星経緯歲差宜此

又按。凡存弧之餘弦內。兼有兩正弦相乘。兩餘弦相乘兩數。即初次兩得數也。凡總弧之正弦內。兼有此正弦乘彼餘弦。彼正弦乘此餘弦之數。即甲乙兩數也。故易其名以別之也

圖式二



大弧寅丙。正弦丙辛。餘弦辛乙
小弧辰丙。即丑丙 正弦辰戊。即丑戊 餘弦戊乙
二弧相加為捴弧辰寅。正弦辰午。餘弦午乙
相減為存弧丑寅。正弦丑丁。餘弦丁乙 [illegible]
總兩餘弦午乙丁乙相并。成午丁。半之於亥。減亥丁。即[illegible]
兩正弦丙辛辰戊相乘。半徑除之

弧之餘弦丁乙。餘亥乙。即次得數亥乙二弦[illegible]

半徑除之之數也

論曰。以句股形相似之故。丙乙半徑與丙辛正弦。一正弦

與初數丑壬即丁亥也。皆弦比股也

又丙乙半徑與辛乙餘弦。若戊乙餘弦與次數亥乙也。皆弦比

句也

以上用總存兩餘弦加減。因總弧跨過象限。故相加

又存弧正弦丑丁。與總弧正弦辰午相加。成辰乾。以午乾[illegible]丁艮。亦即[illegible]

也折半得己午。即戊亥。辰子折半為己午。乾折半為午子。合之成己午子。為甲數。大弧正

弦丙辛。乘小弧餘弦戊乙。半徑丙乙除之也

以甲數巳午。轉減總弧正弦辰午。餘辰巳。為乙數。大弧餘

乙。乘小弧正弦辰戊。半徑丙乙除之也

以上用總存兩正弦加減

若用酉丙過弧為大弧。丙丑為小弧。則其總弧酉丑。存弧酉[illegible]

但互易存總之名。其它並同。以過弧酉丙所用之正弦[illegible]

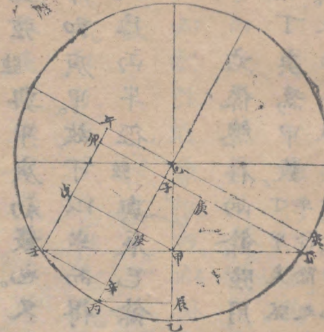
弦辛乙。即丙寅弧所同用故也

又法

於酉丙過弧內。截去象限酉甲。只用其剩弧甲丙。則甲丙[illegible]

小弧。丙丑反為大弧說見前條

圖式三



總弧在象限內。兩餘弦相減。乙丙小弧。其正弦丙辰。餘弦辰巳。丁乙稍大弧。其正弦丁甲。餘弦甲巳。戊壬初得數。兩正弦相乘。半徑除也。即庚甲。或戊卯、午戊、次得數。兩餘弦相乘。半徑除也。即巳癸。令改用加減。以省乘除。以二弧相加。成總弧丁丙。其正弦子丁。餘弦子巳。又二弧相較。成存弧壬丙。其正弦壬辛。即午巳。餘弦辛巳。即壬午。於存弧之餘弦辛巳內。減去揔弧之餘弦巳子。存子辛。半之于癸。得子癸。及辛癸。皆初得數也。亦即戊壬也。或於壬午內減午卯。半之于戊。得卯戊及戊壬。亦同。亦即庚甲也。又於存弧餘弦辛巳內。仍減

去初得數辛癸。存癸巳。即次得數也。壬午內。減戊壬。存午戊。亦同。此因總弧在象限內。故以總弧餘弦。減存弧餘弦。求初數。是初數小於次數

解曰。以句股形相似之故。巳丙半徑弦與丙辰正弦。句若丁甲正弦弦與甲庚初數也。又壬甲等甲丁。故庚甲亦等戊壬。而戊卯即庚甲。故可以半而得之也

又巳丙半徑弦與辰巳餘弦。股若甲巳餘弦弦與巳癸次數股也。

右係總存兩餘弦用法

又丁庚爲甲數。丁甲大弧正弦。乘辰巳小弧餘弦。半徑除之也。亦即庚卯。即甲戊。癸庚爲乙數。辰丙小弧正弦。乘甲巳大弧餘弦。半徑除之也。即癸甲。

今改用加減法。以存弧正弦子卯。即辛壬加捴弧正弦子丁
丁。而半之於庚。得丁庚。為甲數。亦即庚卯即戊甲仍于捴弧正弦丁
子內。減去甲數丁庚。存子庚。即甲癸為乙數
此亦捴弧在象限內。亦捴存兩正弦相加。求甲數。是甲數大于
乙數

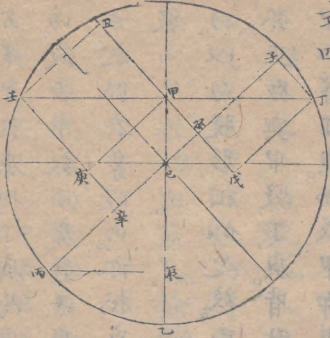
解曰。以句股形相似之故。已丙半徑與辰巳小弧餘弦。若丁甲大弧正弦與甲數丁庚。皆弦與股之比例也。又丁甲等壬甲。故戊甲亦等丁庚。而戊甲即庚卯。故可以半而得之也

又已丙半徑與丙辰小弧正弦。若甲巳大弧餘弦與乙數甲癸。即子庚皆弦與句之比例也

右係總存兩正弦用法

一係　凡兩弧內無過弧。則存弧之餘弦大。故其中有初次兩數。而總弧則正弦大。故其中有甲乙兩數。雖兩數相加。能令捴弧跨過象限。此理不變。餘弦仍係存弧大。正弦仍係總弧大

圖式四



總弧過象限。兩餘弦相加一乙丙
小弧。正弦辰丙。餘弦辰巳一乙丁
過弧。正弦丁甲。餘弦甲巳初得
數戊丁。半徑除兩正弦矩。即午癸亦即癸辛。亦即庚甲
次得數癸巳。半徑除兩餘弦矩
今用加減代乘除。以二弧相加。成
總弧丁丙。正弦丁子。餘弦子巳
又二弧相較。成存弧壬丙。正弦壬辛。餘弦辛巳乃以總存

餘弦相加。成子辛。子巳加辛巳而半之于癸。得子癸及癸辛。亦即丁戊。即庚甲初得数也　又以初数子癸。轉減捴弧之餘弦子巳。餘癸巳。次得数也此因捴弧跨過象限。故兩餘弦相加。求初数。是初数大于次数

解曰。以句股形相似。故半徑巳丙。與正弦丙辰。若正弦丁甲。與初数丁戊。皆弦與股之比例也　又半徑丙巳。與餘弦辰巳。若餘弦甲巳。與次數癸巳。皆弦與句之比例也　又壬甲等丁甲。則庚甲亦等戊丁。而辛癸亦等子癸。故半之而得

右用総存兩餘弦加減

又甲数丑甲。小弧餘弦辰巳。乘過弧正弦丁甲。半徑除之也

乙数癸甲。小弧正弦辰丙。乘過弧餘弦甲巳。半徑除之也

今用加減。捴存兩正弦相加。成丑戊。癸戊與正弦丁子等。丑癸與正弦辛壬等。故以相加。

即成丑戊半之于甲。得丑甲。亦即甲戊為甲数　仍以甲数丑甲。轉減存弧正弦丑癸。餘癸甲。為乙数。或以総弧正弦癸戊。減甲数甲戊。亦即得乙数癸甲此亦捴弧跨象限外。仍係捴存兩正弦相加。求甲数甲数仍大于乙数

解曰。半徑丙巳。與小弧餘弦辰巳。若大弧正弦丁甲。與甲数丑甲。皆以弦比句也　又半徑丙巳。與小弧正弦辰丙。若大弧餘弦甲巳。與乙数癸甲。皆以弦比股也　又壬甲等丁甲。則甲戊亦等壬庚。而壬庚即丑甲。故半之而得

右用捴存兩正弦加減

一係凡兩弧内有過弧者。捴弧之餘弦反大。故初次兩数皆在捴弧餘弦内。而捴弧之正弦反小。故甲乙兩数皆在存弧正弦内也此必原有一過弧。始用此例。非謂捴弧過象限也。觀圖自明