

Bündel, Garben und Kohomologie**Arbeitsblatt 4**

AUFGABE 4.1. Es seien \mathcal{F} und \mathcal{G} Garben auf dem topologischen Raum X . Zeige, dass durch $U \mapsto \mathcal{F}(U) \times \mathcal{G}(U)$ mit den natürlichen Produktabbildungen eine Garbe auf X gegeben ist.

AUFGABE 4.2. Es sei \mathcal{G} eine Garbe auf einem nicht zusammenhängenden Raum X mit einer Zerlegung $X = U \uplus V$ in disjunkte nichtleere offene Mengen. Zeige $\mathcal{G}(X) = \mathcal{G}(U) \times \mathcal{G}(V)$.

AUFGABE 4.3. Es sei X ein topologischer Raum mit einer Zerlegung $X = Y \uplus Z$ in disjunkte offene nichtleere Teilmengen. Es sei \mathcal{G} eine Garbe auf Y und \mathcal{H} eine Garbe auf Z . Zeige, dass durch

$$\mathcal{F}(U) = \mathcal{G}(U \cap Y) \times \mathcal{H}(U \cap Z)$$

für $U \subseteq X$ eine Garbe auf X definiert ist.

AUFGABE 4.4. Es sei X ein Hausdorffraum mit zumindest zwei Punkten und es sei $M \neq \emptyset$ eine Menge. Zeige, dass die konstante Prägarbe zu M keine Garbe ist.

AUFGABE 4.5. Zeige, dass die Einschränkung einer Garbe auf eine offene Teilmenge $U \subseteq X$ eine Garbe ist.

AUFGABE 4.6. Zeige, dass der Halm der Garbe der holomorphen Funktionen in $0 \in \mathbb{C}$ gleich dem Ring der konvergenten Potenzreihen in einer Variablen ist.

AUFGABE 4.7. Es sei $\varphi: \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{G}$ ein Garbenmorphismus zwischen Garben auf einem topologischen Raum X und es sei $\varphi_U: \mathcal{F}(U) \rightarrow \mathcal{G}(U)$ surjektiv für jede offene Menge $U \subseteq X$. Zeige, dass dann auch jede Halmabbildung $\varphi_P: \mathcal{F}_P \rightarrow \mathcal{G}_P$ surjektiv ist.

AUFGABE 4.8. Es sei \mathcal{G} eine Garbe von kommutativen Gruppen auf einem topologischen Raum X . Zeige $\mathcal{G}(\emptyset) = 0$.

Abbildungsverzeichnis

- Erläuterung: Die in diesem Text verwendeten Bilder stammen aus Commons (also von <http://commons.wikimedia.org>) und haben eine Lizenz, die die Verwendung hier erlaubt. Die Bilder werden mit ihren Dateinamen auf Commons angeführt zusammen mit ihrem Autor bzw. Hochlader und der Lizenz. 3
- Lizenzklärung: Diese Seite wurde von Holger Brenner alias Bocardodarapti auf der deutschsprachigen Wikiversity erstellt und unter die Lizenz CC-by-sa 3.0 gestellt. 3