畫法幾何學

薩本棟編譯

商務印書館發行

畫法幾何學序

薩君本棟勤敏好學課餘編譯安頓利氏及亞斯利氏之畫法幾何學一書文筆條達義理顯豁雖未照原文全譯然删繁避晦頗便初學學者由是熟加研究將見科學上工程上之各種物體表現於縱面橫面側面或截面等已能纖悉無遺而泰西之學術工藝或藉以廣傳於中土是亦吾儕之所樂為介紹者也.

中華民國九年十月一日蔡元培

畫法幾何學譯述大意

一. 本書教材,係集美國搭虎脫斯大學歷年畫法幾何講義而成. 所列各圖題,經愼密選擇,以適宜於高等及專門工業學校之程度爲主.

一. 在授每圖題畫法之先,必以該題所應用之原理及其下筆方法,詳爲說明,以便初學.

一. 所列各圖,均附於畫法之旁,當閱讀時,不至有顧此失彼之患.

一. 末章各問題,均按其相同之性質而對列之,讀者可任擇其一以作圖.

一. 譯述之時,惟求不背原文意義;增刪或修改之處則以明瞭爲主.

一. 篇末附述數種重要曲線作法,及英漢名詞對照表以資參考.

一. 作圖時,各線及點仍以英字母名之;讀者可熟記所用各字母之意義,庶不至難於領悟.

20915

畫法幾何學目錄

畫法幾何學

第一章　總論

1.　畫法幾何學者,乃準幾何學原理,而以圖解釋關於幾何上各種問題也．其目的乃畫物體於圖紙上而因以定其各部分之互相關係．學投影及透視畫法者,不可不先問津焉．

2.　畫物體於數平面上,其形狀大小及位置,乃由直線與平面相交之點而定者,謂之投影．此項直線,名爲投影線; 其平面則名爲影圖面．投影線與影圖面成直角者,其畫法則名爲正投影畫法．(本書所授者,僅爲此一種畫法) 用此法時,最少須有兩個影圖面,方能定物體之位置形狀及大小．第 1 圖爲一小匣之正投影圖．

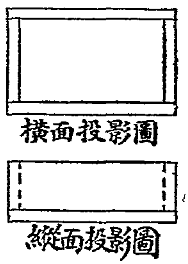


圖 1.

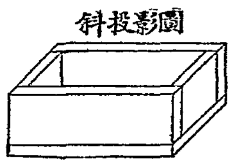


圖 2

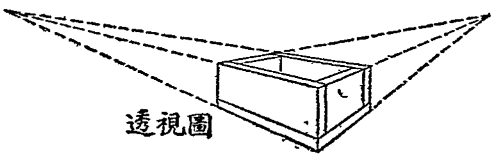
此項畫法,習畫法幾何學及畫物體模形者,多用之．投影線與影圖面成斜角而互爲平行線者,其畫法則名爲斜投影畫法．第 2 圖爲小匣之

斜投影圖. 此種畫法,易於喻悟,且簡而易作.

諸投影線均聚於一點如第 3 圖時,其畫法則名為透視畫法. 此種畫法,建築師多用之以畫建築物.

3 縱,橫,側面. 影圖面又因其位置而名曰縱面,橫面及側面(此面不常用). 此三面均互成直角,其長寬均無限制,惟以便於作圖,故第 4 圖所作之三面,均加以限制. 與水平面同其位置者,謂為橫面(圖中 H);在橫面所作之圖,謂為橫面投影圖. 與水平面成直角者(圖中 V),謂為縱面;在縱面上所作之圖,謂為縱面投影圖. 與縱橫兩面均成直角者,謂為側面(圖中 P) 在側面上所作之圖,謂為側面投影圖. 縱橫兩面相交之線,名為界線,簡作 GL.

圖 3.



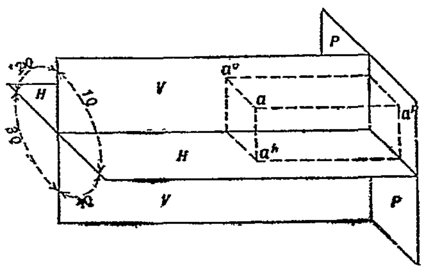


圖 4.

4. 分角 縱橫兩面相交,分空間為四部分,每一部分,名

爲分角,簡作 Q。

第一分角,$1Q$,居縱面前,橫面之上。

第二分角,$2Q$,居縱面後,橫面之上。

第三分角,$3Q$,居縱面後,橫面之下。

第四分角,$4Q$,居縱面前,橫面之下。

5.5. 正投影畫法. 作正投影畫時,點之投影圖,乃由點作垂線於縱,橫,或側面上,其與該面相交之點,即爲是點之該面投影圖. 第 4 圖中 a 點之橫面投影圖,爲 a^h;其縱面投影圖,爲 a^V點;a^p 即其側面投影圖也.

(此後如言投影圖,均指正投影圖).

欲將各面投影圖同作於一圖紙之上,則必將各面旋轉之;其法如下: 以界線爲軸,令縱面旋轉,與橫面相合,其第一分角及第三分角均展成爲百八十度,其第二分角及第四分角,均闔成爲零度. 旋轉之後,(第5,6,7,各圖)居第四分角之a點,其縱橫兩面投影圖,均在界線之下;居第三分角之點如 b,其縱面投影圖在界線之上,其橫面投影圖則在其下;居第二分角之點如 c,其縱橫兩面投影圖,均在界線之上;居第

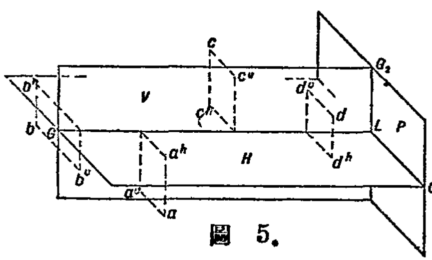


圖 5.

一分角之點如 d,其縱面投影圖,在界線之上,其橫面投影圖,則在其下. 由是觀之,凡在縱面後之橫面投影圖,及在橫面上之縱面投影圖,均在界線之上;反之,凡在縱面前之橫面投影圖,及在橫面下之縱面投影圖,均在界線之下.

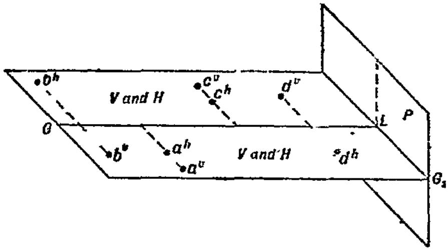


圖 6.

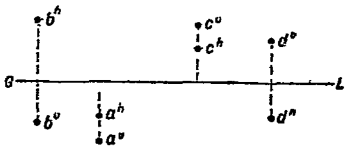


圖 7.

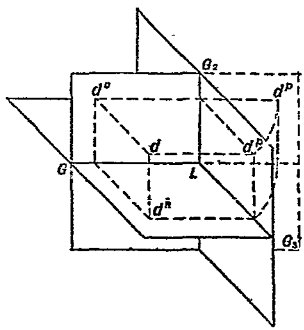


圖 8.

旋轉側面令與縱橫兩面同在一平面上,其法有四,詳見後五十六節,今略述其原理. 以縱面與側面相交之線 G_2L 為軸,旋轉之,使先與縱面相合,後再旋轉縱面與橫

面相合如第8,9,兩圖;或以側面與橫面相交之線G_3L為軸,旋轉之與橫面相合如第10,11兩圖。旋轉之方向,或

圖 9.

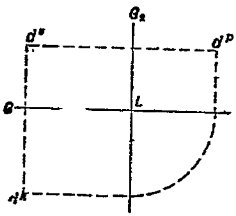
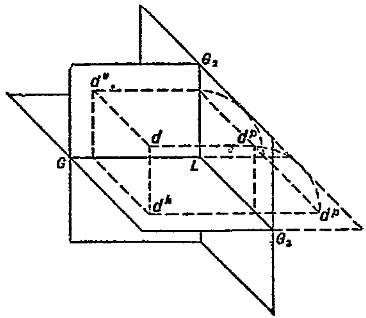
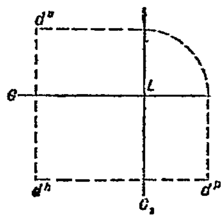


圖 10.



左或右均可,惟以不與原有各點及線相混亂為主。

圖 11.



符號. 在空間之點,皆以小寫之英文字母表示之,如 a,b,c 等;其縱,橫,側三面投影,則以 v,h,p 等字母置於其右上方,如 a^v,a^h,a^p,b^v,b^h,b^p 等表示之。旋轉各點入於縱面或橫面上時,則以 a',a'',b',b'' 等表示之。

在空間之直線,以該線兩點表示之,如ab;或以一大寫字母表示之,如A。其三面投影,則以 a^vb^v,a^hb^h,a^pb^p 或 A^v,A^h,A^p 表示之。

在空間之平面,可用不同在一直線上之三點定之;或以一點及另一直線定之;或以二平行或相交線定之,作投影圖時,平面之位置,多以其與縱,橫,側面相交之線示之。此等線,名曰縱面交線,橫面交線,及側面交線。VM,HM,PM,卽 M 平面與縱,橫,側三面交線之符號也。

下列各符號,乃所習見,讀者熟記之可也: V,縱面; H,橫面; P,側面; GL,界線(縱橫兩面相交之線;) VP,縱側兩面相交之線; HP,橫側兩面相交之線; $1Q,2Q,3Q,4Q$,第一,第二,第三,第四各分角是也。所用線之種類如下:

定線及考求之線;

不能見之線及投影線;

其他各線。

7 點. 點之位置,皆以其縱橫兩面投影圖定之,縱橫兩面旋轉相合之後,點之兩面投影,必同在正交界線之一直

圖 12.

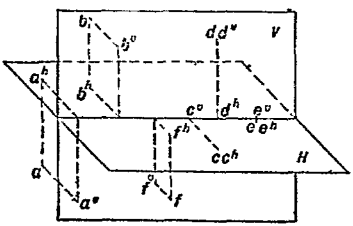
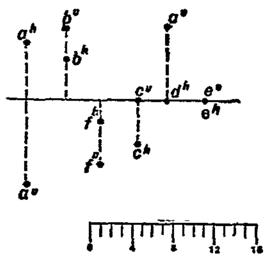


圖 13.



線上,如第12,13兩圖. 自點至橫面之距離,卽等於自點

之縱面投影圖至界線之距離;自點至縱面之距離,卽等於自點之橫面投影圖至界線之距離. 凡在於縱面上或橫面上之點,其所在面之投影圖,卽爲原點;其他一面投影圖,則在於界線之中,如第12,13圖中之c,d,e等點.

兩圖中各點之位置,今說明之如下:

a點,居第三分角,距縱面五單位,距橫面八單位.

b點,居第二分角,距縱面四單位,距橫面七單位.

c點,在橫面上第一與第四分角之間,距縱面五單位.

d點,在縱面上第一與第二分角之間,距橫面七單位.

e點,在界線中.

f點,在第四分角,距縱面二單位,距橫面六單位.

8. 直線. 直線由兩點而定,故聯兩點之縱面投影圖,卽得該線之縱面投影圖,聯兩點之橫面投影圖,卽得該線之橫面投影圖. 直線之各投影圖,亦可按下法求之: 作含該直線之平面,正交於縱,橫,側面,其相交之三直線,卽該直線之三面投影圖. 此項平面,名曰投影面;第14圖中之$a\,b\,b^V a^V$平面,卽ab直線之縱投影面;$a\,b\,b^h a^h$卽該線之橫投影面;$a\,b\,b^p a^p$卽其側投影面.

9. 凡與縱(橫)面平行之直線,該面投影,卽與直線平行;其他一面投影,卽與界線平行. 第16,17圖之A線與縱面平行,故A^V與A平行,A^h與GL平行;B線與橫面平行,故B^V與GL平行,B^h與B平行;C線與縱橫兩面均平行;D線與

圖 14.

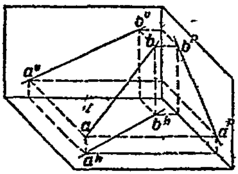
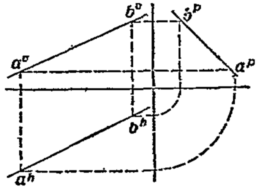


圖 15.



側面平行。

圖 16.

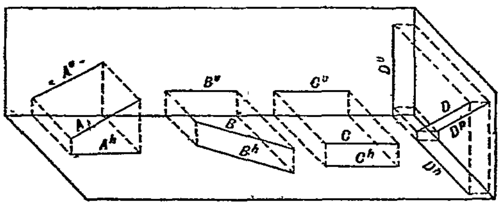
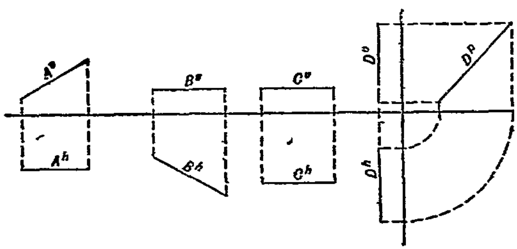


圖 17.



10. 凡與縱(橫)面成直角之線,該面投影,為一點;其他一面投影,為正交界線之一直線。第18,19兩圖中之E線與縱面成直角,故E^v為一點,E^h正交於GL　F線正交於橫面,K線正交於側面。

11. 凡在於縱面(橫面)上之直線,該面投影,即為原直線;其

他一面投影,則在界線中。

第20,21圖中之A線在橫面上;B線在縱面上。

12. 凡與縱面平行而斜向橫面之線,其縱面投影,與原線同長,該投影與界線所作之角,即該線與橫面所作之角。第16圖及17圖中之A線,與A^v同長;A^V與界線作三十度角,即等於A與H所作之角。

圖 18.

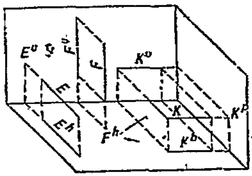


圖 19.

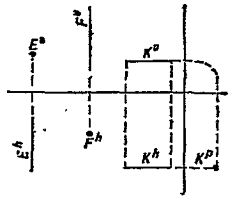


圖 20.

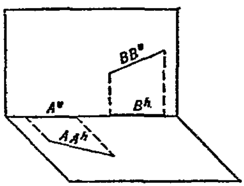
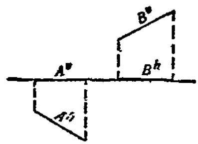


圖 21.



13. 凡在空間相平行之線,其縱橫兩面各投影,亦各相平行。

第22,23圖中C線與D線平行,故C^V平行於D^V,C^h平行於D^h。

圖 22.

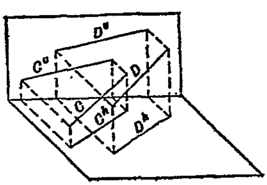
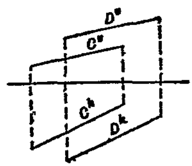


圖 23.



14. 凡在空間相交之兩線,必有一點為兩線所公有,故兩線之投影,必互交於此公有點之投影,是以凡兩直線,其縱橫二面投影相交之點不同在於一正交界線之直線上時,該兩線在空間必不相交。(第24,25圖中之E及F兩線相交於a點,故a點之兩面投影a^v及a^h同在於一正交界線之直線上) 第26圖中之A及B線不相交。

15. 凡與界線相交之直線,其縱橫兩面投影,必相交於是點,如第27圖。

圖 24

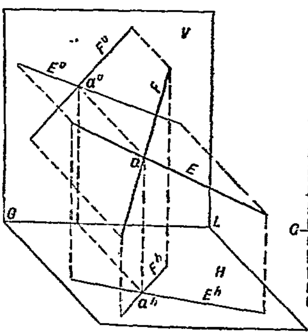


圖 25。

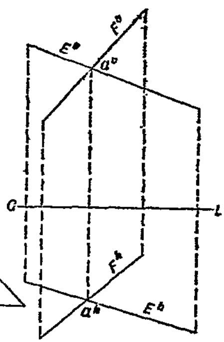


圖 26。

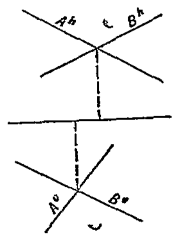
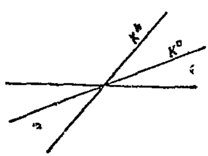


圖 27。



16. 一直線與縱,橫,側面相交之點,各名為縱,橫,側面交點,第28,29圖中之C線,其縱面交點為b點;其橫面交點為a

點;縱面交點之橫面投影b^h在界線中;橫面交點之縱面投影a^V亦在界線中.

17. 直線之位置,常以其所居之分角,其方向,及其與縱橫(或側)面之距離定之. 第28,29圖中之C線,若自a讀起,其

圖 28.

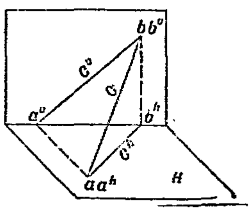
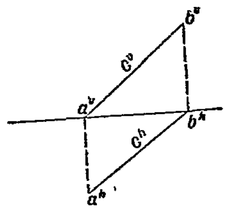
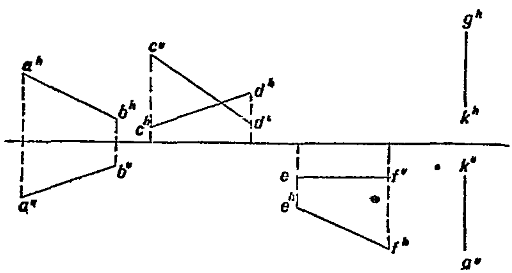


圖 29.



位置如下: 居第一分角,右斜向上方及後方. 從其橫面投影而知其斜向爲後;從其縱面投影而知其斜向爲上.(斜向角度,見後八十一節)若自b讀起其位置,則爲:居第一分角,左斜向下方及前方. 第30圖各線之位置,如下:

圖 30.



ab線,居第三分角,右斜向上方及前方。

cd線,居第二分角,右斜向下方及後方。

ef線,居第四分角,右斜向前方與橫面平行。

gk線,居第三分角,與側面平行,斜向上方及前方。

18. 平面。 在投影圖中,平面之位置,可由下列各投影圖定之:

(1)二相交線或二平行線之投影圖。

(2)一點及另一直線之投影圖。

(3)不同在於一直線上三點之投影圖。

(4)縱,橫,側面之交線。

平面之長寬,均無限制,故必與縱,橫,或側面相交;其相交之線,名爲平面之縱面交線,(或橫面,側面)。 第31圖中N平面之縱面交線爲VN,其橫面交線爲HN,第32圖卽31圖之正投影圖。

圖 31。

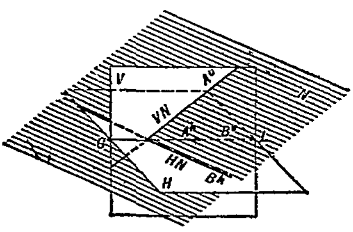
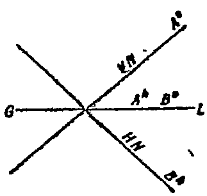


圖 32。



第33圖至45圖,各平面之位置如下:

第33,34圖: 與橫面正交,與縱面平行.

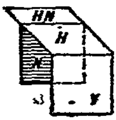
第35,36圖: 與縱面正交,與橫面平行.

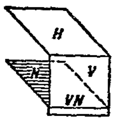
第37,38圖: 與界線平行,斜向縱橫二面.

第39,40圖: 斜向橫面,正交於縱面.

第41,42圖: 斜向縱面,正交於橫面.

第43,44圖: 正交於縱橫兩面.





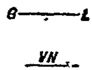
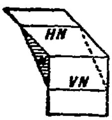
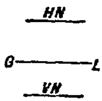
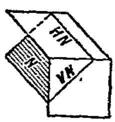


圖 33. 圖 34. 圖 35. 圖 36.







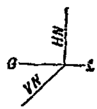
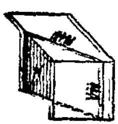
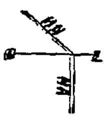
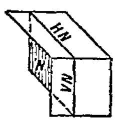


圖 37. 圖 38 圖 39. 圖 40







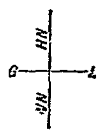


圖 41. 圖 42. 圖 43. 圖 44.

第45,46圖: 含界線,斜向縱橫二面.

第47,48圖: 斜向縱橫二面及界線.

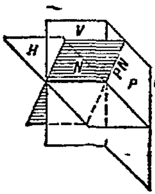


圖 45.

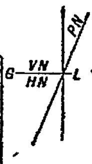


圖 46.

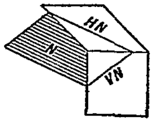


圖 47.

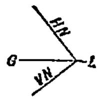


圖 48.

凡平行之平面,其縱,橫,側交線,各爲平行線.

19. 界線乃縱面之橫面投影,亦爲橫面之縱面投影,是以凡在於縱面上之點,線或平面,其橫面投影,皆在界線中;反之,凡在於橫面上之點,線,或平面,其縱面投影,亦在界線中.

第二章 點,線,及平面

20. 本書在作各圖題之先,必以該圖題所應用之原理及若何作法,分別說明,次述畫法之先後,再次方按之作圖。前二者,均須以謹慎之腦力理解之,後者則爲關於作圖技藝之部分;三者蓋均不可缺者也。

21. <u>求作直線之三面投影圖。</u>

原理。一直線上二點之投影圖,定該直線之投影圖。

方法。1.作定直線上任何二點之三面投影圖. 2.先聯該二點之縱面投影圖;次聯其橫面投影圖;再次聯其側面投影圖;所得三直線,即定直線之三面投影圖也。

畫法。(參閱第49,50圖)令定直線爲 ab. a 點居第一分

圖 49

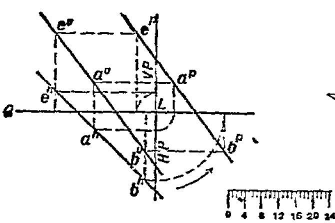
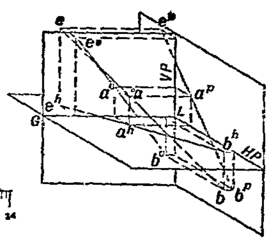


圖 50。



角,距縱面四單位,距橫面七單位;b 點居第四分角,距縱面十六單位,距橫面九單位。 a 點在 b 點之左十二單位。 任在一正交界線之直線上,作 b^v 點於界線之下九

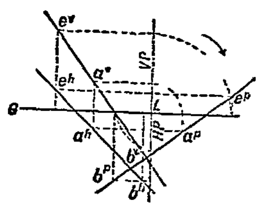
單位,又作b^h點於界線之下十六單位(參閱第七節).在第一垂線之左十二單位,另作一垂線;在此線上,作a^V點於界線之上七單位,又作a^h點於界線之下四單位.聯a^V及b^V,即得ab線之縱面投影圖. 聯a^h及b^h,即得該線之橫面投影圖.

求側面投影圖如下: 任以一正交界線之直線,為側面與縱橫二面相交之線,如圖中之VP及HP.以VP為軸線,旋轉側面與縱面相合. 若是則a^p與a^V同在一線之上,此線與界線平行. a^b距VP之度率,即等於自a^h至界線之度率,故以L點為心,a^h至界線之距離為半徑,作一弧與界線相交;於此相交之點,立一投影線,令與過a^V點之界線平行線相交於a^p點,是為a點之側面投影圖.

仿此求b^p點;聯a^p及b^p,即得定線之側面投影圖.

22. 設e點為一定點(居第二分角),e^V及e^h均已作畢,求e^p之法如下:

圖 51.



自e^h作投影線於HP,以L點為心,令HP旋轉與GL相合,次於e^h點旋轉後之位置,作一線正交於GL. 此垂線與過e^V點之界線平行線相交之點,即e^p是也. 注意! 既作e^h之投影圖於HP之後,HP旋轉之方向,須與前相同;換而言之,所作各弧之方向須相同. 又者,設所旋轉之點為

橫面投影,則各點之橫面投影,均須旋轉之;至於其縱面投影,則均不可旋轉之.

23. 側面旋轉之方向,可任意定之,如第49,51兩圖. 第51圖中之側面,乃以HP爲軸,旋轉而與橫面相合者,用此法時,惟各點之縱面投影方須旋轉,其橫面投影則不移動.

24. 求定直線之三面交點

原理. 一直線之交點,爲該線與縱,橫,或側面相交之點,是以各交點之投影,均在該直線之投影圖中,且每交點之一面投影(縱面或橫面)必在界線中.(參閱第七節)

方法. 1.求定直線之縱面交點時,引長原線之橫面投影,令與界線相交;此點卽該線縱面交點之橫面投影. 其縱面投影,則爲自此點正交於GL之線與原線之縱面投影相交之點. 2.求定直線之橫面交點時,引長原線之縱面投影,令與界線相交;此點卽原線橫面交點之縱面投影. 自此點作一投影線於GL,其與原線橫面投影相交之點,卽該線橫面交點之縱面投影.

畫法甲. 定直線斜向於縱,橫,側三面時.

第52,53兩圖. 令A爲定直線.引長A^h使與GL相交於c^h點,是爲A線縱面交點之橫面投影圖;次自c^h作投影線,令與A^V相交於c^V點,是爲A線縱面交點之縱面投影

圖.

求橫面交點之法仿此: 先引長A^V與GL相交於d^V點,再自d^V作投影線與A^h相交於d^h. 所得之d^h點,卽原線之橫面交點也.

第52圖. 求A線之側面交點時,先假定VP及HP爲縱,側及橫,側各面相交之線. 以VP爲軸,令側面旋轉與縱面相合. 引長A^V,令與VP相交於f^V點,是爲側面交點之縱面投影圖. 引長A^h,令與HP相交於f^h點,是爲側面交點之橫面投影圖. 以L點爲心,旋轉HP與GL相合.次自f^h點旋轉後之位置,作投影線,與過f^V點之界線平行線相交於f^p點,是爲側面交點之側面投影.

第53圖乃第52圖之斜投影圖. 圖中所畫A線,由第一分角,入第二分角,經縱面交點c點;由第一分角入第四分角,經橫面交點d點.

注意! 縱面交點之縱面投影圖,卽爲原點,故常簡稱爲縱面交點; 同此,橫面交點之橫面投影圖,亦稱爲橫面交點.

25. 圖題同前.

畫法乙. 定直線與側面平行而斜向於縱橫兩面時.

第54圖. 令ab爲定直線,與P平行. 前節所述畫法,不能施行,因該線之投影圖,均與GL成直角故也. 求此項直線之交點時,必先求該線之側面投影圖. 今任畫一

直線正交於GL,爲VP及HP. 以VP爲軸,旋轉側面與縱面相合,次作a及b兩點之側面投影圖(第二十一節). 在未旋轉之前,居於第三分角之側面部分,今則移在GL之下,VP之右;其居於第四分角之側面部分,今移在GL之下,VP之左;其居於第一分角之側面部分,今移在GL之上,HP之左. 引長 a^v b^p, 則知 ab 線

圖 52.

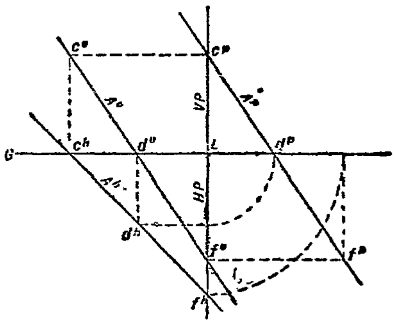


圖 53.

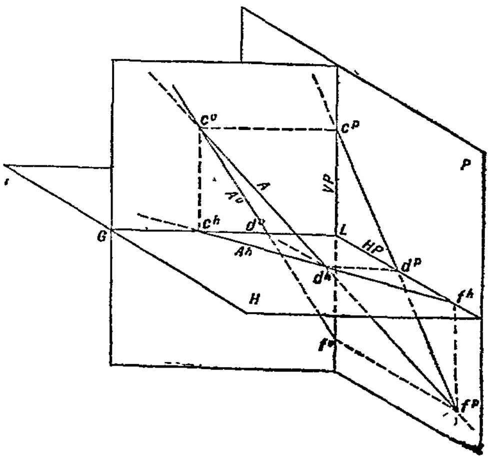
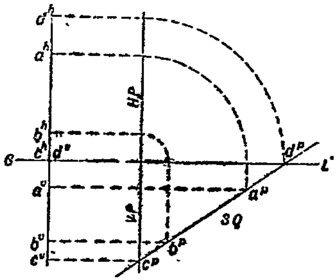


圖 54.



由第三分角經 d 點入於第二分角; d^p 即橫面交點之側面投影; 又 ab 自第三分角經 c 點入於第四分角; c^p 即縱面交點之側面投影圖. 旋轉側面使回原位置,則得 d^V 及 d^h 兩點,前者為橫面交點之縱面投影圖,後者則 ab 線之橫面交點也. 縱面交點之橫面投影圖為 c^h, 其縱面交點則為 c^V. 因 ab 線與側面平行,故無側面交點.

26. 由定直線之縱面及橫面交點,求作原線之投影圖

方法. (參閱第二十一節) 1. 作縱面交點之橫面投影圖及橫面交點之縱面投影圖. 2. 聯橫面交點於縱面交點之橫面投影圖,則得原線之橫面投影;聯縱面交點於橫面交點之縱面投影圖,則得原線之縱面投影圖.

27. 直線與含該直線之平面之關係.

平面之縱橫面兩交線與原直線,同在一平面上,故必與之相交. 其相交之點,即原直線之縱面及橫面交點是也. (參閱第55,56兩圖中之 A 及 B 兩線.)

28. 與橫面平行之線,不與橫面相交,故此項直線,均無橫面

圖 55.

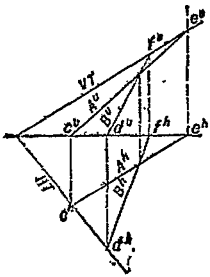


圖 56

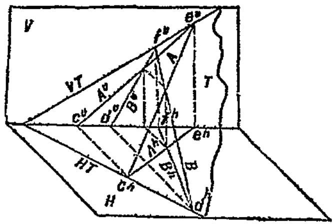


圖 57

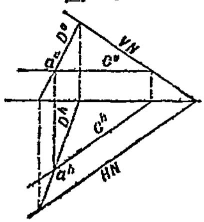
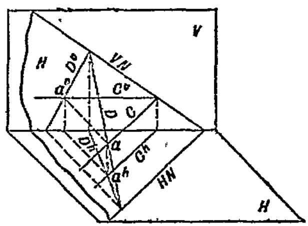


圖 58.



交點.至於原線之橫面投影,則與含該線平面之橫面交線平行,其縱面投影,則與GL平行.(參閱第九節及57,58兩圖)與縱面平行之線,理亦同此.

29. 設過一直線之交點,作無數平面之交線,則所作各平面,必均含原線(第二十七節),故過一直線,可作無數平面.

第59圖之各平面N,R,S及T,均爲含E直線者.

30. <u>過二相交線或二平行線,求作一平面.</u>

原理. 二直線之交點,必均在於所求平面之交線上.(第二十七節)

方法甲. 1. 求定直線之交點. 2. 聯二線之橫面交點,則得所求平面之橫面交線;聯二線之縱面交點,則得

圖 59

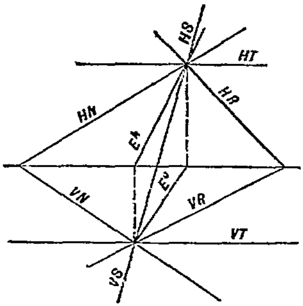
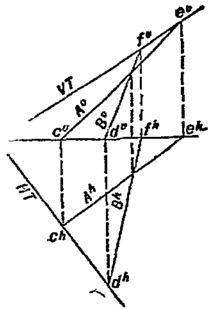


圖 60.



所求平面之縱面交線.

畫法. 第60圖. 令A及B爲定直線. 先求其橫面交點c及d;次作其縱面交點e及f(第二十四節).聯c^h及d^h得HT,聯e^V及f^V得VT. VT及HT,乃T平面之縱橫交線,故必相交於GL. 作圖時,僅求三交點卽足矣;若求四交點,畫法之訛否,可以HT及VT相交於GL與否決定之.

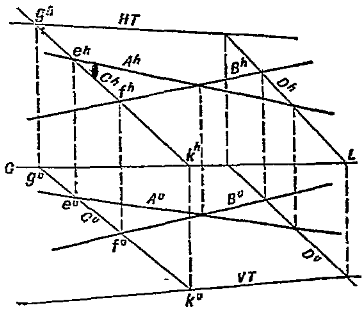
注意! 縱面交線之縱面投影,常簡稱爲縱面交線,橫面投影乃在界線中,讀者切不可忘其爲縱面上之一線. 橫面交線亦如之.

31. 圖題同前.

方法乙. 若二直線之交點,不能作於圖紙之內時,則任作二輔助線與原線同在一平面上;次由此二輔助線之交點,求平面之交線.

畫法. 第61圖. 令A及B爲定直線,此兩線之交點相距甚遠,不能作於圖紙之內,故先作直線C,與二線相交於e及f二點,次求C直線之交點g及k. 再作與A及B同在一平面上之D線,亦求其交點. 聯C及D兩線之交點,卽得所求平面之縱橫交線HT及VT.

圖 61.



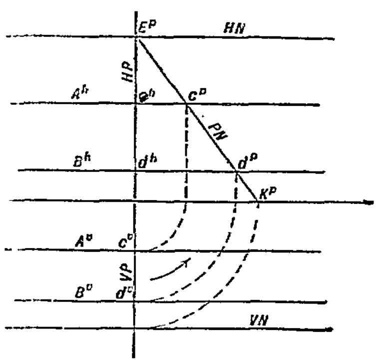
32. 圖題同前.

方法丙. 若定直線與界線平行時,則所求之平面必與界線平行,其交線故亦與界線平行(第37,38兩圖).

此項可按乙項方法作圖;以次法作之亦可;作定直線之側面交線,由是以求其縱橫兩面交線.

畫法. 第62圖. 令A及B爲定直線,與界線平行.先作HP及VP　引A及B之投影圖,與

圖 62.



HP及VP相交. A線之側面交點爲c; c^v c^h c^p爲其三面投影. B線之側面交點爲d; d^v d^h d^p爲其三面投影. 聯c^p及d^p,則得所求平面之側面交線PN. E^p乃N平面橫面交線之側面投影;K^h則其縱面交線之側面投影. 自此兩點,作界線之平行線,卽得所求平面之縱橫交線.

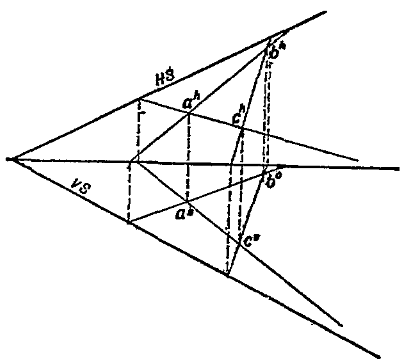
33. 作一平面,過一定點及一定直線.

方法. 聯定點於定直線上之一點,然後按第三十節方法作圖.

34. 作一平面,過不同在於一直線上之三定點.

方法. 聯三點以三直線,次按第三十節方法作圖. 第63圖中之a, b, 及c乃三定點.

圖 63.



35. 有一定直線,在一定平面上,已知其一面投影,求作其他一面投影圖.

原理. 定直線在定平面上,故其交點必在定平面之交線上.

方法. 求定直線之交點,卽由此以求其他一面投影.

畫法. 第64圖.令N爲定平面,VN及HN爲其交線.

A 線在 N 平面上,已知其橫面投影 A^h. 引長 A^h,使與 HN 相交於 a^h 點,此點即 A 線之橫面交點,故 a^V 在界線中(第二十四節). 引長 A^h 與界線相交於 b^h 點,此點即 A 線縱面交點之橫面投影,b^V 在 VN 中. 聯 a^V 於 b^V,即得所求 A 線之縱面投影圖.

圖 64.

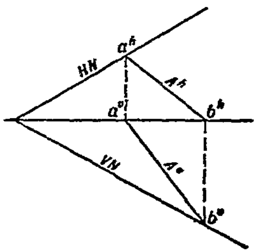
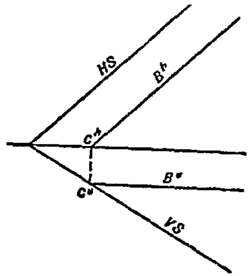


圖 65.



若所求者爲橫面投影圖,亦可按此法求之.

設已知之 B^V(第65圖)與 GL 平行,則 B^h 與 HS 平行(參閱第二十八節). 反之,如 B^h 與 HS 平行,則 B^V 與 GL 平行. 故作 B^h 時,引長 B^V 使與 VS 相交於 c^V 點,是爲 B 線之縱面交點,其橫面投影 c^h 則在 GL 中. 自 c^h 作 HS 之平行線,即得所求之 B^h 線.

26. 有一定點,在一定平面上,已知其一面投影,求作其他一面之投影圖.

原理. 定點之投影,必在於過定點而在定平面上之一直線之投影中.

方法. 1. 過定點,任作一直線於定平面上. 2. 求此線

之他一面投影. 3. 定點之他一面投影在此線之投影中.

畫法. 第66,67圖. 令 a^h 爲定點之橫面投影. N 爲定

圖 66.

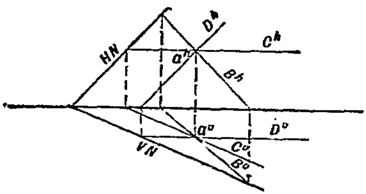
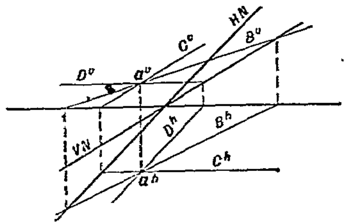


圖 67.



平面. 過 c^h 點,作 B^h 線,是爲在 N 平面上,B 線之橫面投影. 作 B^V(第三十五節). 自 a^h 作一投影線,與 B^V 相交於 a^V 點,是爲所求 a 點之縱面投影. 作圖時亦可任用一與縱面或橫面平行之線,如 C 及 D 二線.

若所知者,爲定點之縱面投影,亦可仿此法作圖.

37. 有一點,在一定平面上,已知其與縱橫兩面之距離,求作其投影圖.

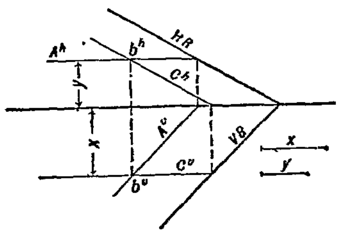
原理. 此點乃在定平面上二直線相交之點. 此二直線,其一與縱面平行,其至縱面之距離,與已知點之縱面距離等;其他一線與橫面平行,其至橫面之距離,則與已知點之橫面距離等.

方法. 1. 於平面上作一直線,與縱面平行,其距縱面之

距離,等於自點至縱面之距離. 2.於此線上求一點,其至橫面之距離,與自所求點至橫面之距離相等.

畫法. 第68圖. 令R爲定平面; x爲自所求點至橫面之距離; y爲其至縱面之距離. 在R平面上,作直線A,與縱面平行,其距縱面之遠度,等於y. 在A^V上,求b^V點,與GL之距離等於x. 自b^V作投影線,與A^h相交於b^h; b點卽所求者也. b點之位置,亦可由C線定之; C線在R平面上,與橫面平行,其至橫面之距離等於x.

圖 68.



若定平面與GL平行時,可以次法作圖: 1.在定平面上任作一線,斜向於縱橫兩面. 2.在此線上,求一點,其與縱橫兩面之距離,等於已知之距離.

38. 旋轉一點,入於縱面或橫面上.

原理. 旋轉時,所用之軸線,必在於所欲旋轉而入之平面上. 旋轉之時,此點之軌跡,爲一圓周. 圓周之平面,與軸線成直角,其圓心則在軸線中. 此圓周與縱面(或橫面)相交之點,卽所求定點旋轉後之位置.

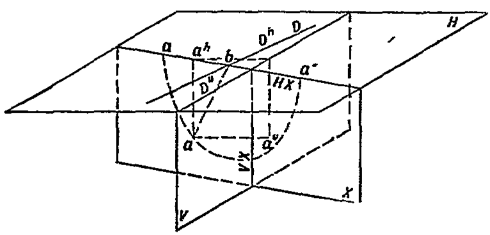
方法. 自點之橫面投影(若所欲旋轉而入之面爲縱

面時,則爲縱面投影,後同此), 作一直線正交於軸線.

以二線相交之點爲心,一直角三角形之斜邊爲半徑,作一半圓;其直角三角形之作法如下: 以自定點之縱面投影至 GL 之距離,爲該三角形之垂邊,其底邊,則與自點之橫面投影至軸線之距離相等.

第69圖,乃旋轉一定點入於橫面之斜投影圖. 令在空間之a點爲定點,在橫面上之D線爲軸線,今欲將a點旋轉而入於橫面之上. a點所作之軌跡,爲一圓周;含此圓周之平面,正交於軸線,其半徑爲ab;此圓周交橫面於a'及a''二點,是即所求者也. aa^hb 角爲一直角; ab之長度,等於 aa^hb 直角三角形之斜邊,此直角三角形之底邊爲a^hb, 即自a點之橫面投影至軸線之距離也;其垂邊爲aa^h, 即等於自a點之縱面投影至GL之距離.

圖 69.

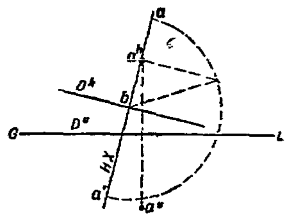


畫法. 第70圖. 令a^h及a^V爲a點之兩面投影. 自a^h點作HX正交於D^h. a點旋轉後所在之位置爲a'或a''點. 此二點均在HX上,其距D^h之距離,等於以a^h至D^h

之距離爲底邊,以 a^v 至 GL 之距離爲垂邊之直角三角形之斜邊。

39. 就投影圖求定直線之實長。

圖 70。



原理。凡在縱橫面上,或與縱橫面平行之直線,其所在面,或所平行面之投影,必與原線之實長等。(參閱第16圖至第21圖)

方法。旋轉定線與縱面(或橫面)相合或平行。若是則在該面上之投影與原線同長,其他一面投影則與GL平行。

畫法甲。旋轉原線與縱橫兩面平行。第71圖。令居第一分角而斜向於縱橫兩面之ab線爲定直線。ab線之兩面投影均不與原線同長。以投影線aa^h爲軸,旋轉ab使與縱面平行　a 點不動,故其兩面投影均

圖 71。

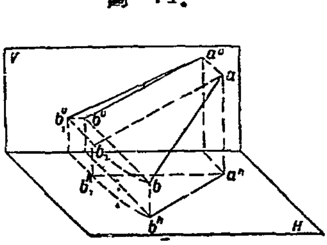
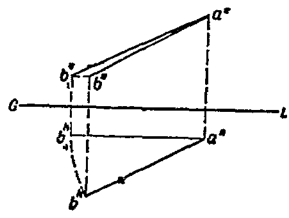


圖 72



不動。b點則移至b_1其軌跡在一與橫面平行之平面

上,故$b^hb_1^h$爲一弧,$a^hb_1^h$與GL平行. b^V則與GL平行,移至b_1^V. $a^Vb_1^V$之長度,卽原直線之長度也.

第72圖爲此圖題之正投影圖. $a^Vb_1^V$與GL所作之角,卽等於原直線與橫面所作之角度.

第73,74兩圖,乃將ab線旋轉與橫面平行者;其所得

圖 73.

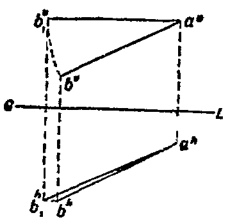
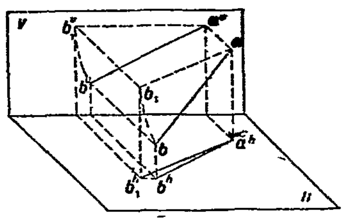


圖 74.



之長度與前同,惟$a^hb_1^h$與GL所作之角,乃等於原直線與縱面所作之角度.

40. 畫法乙. 第75,76兩圖,乃將ab線旋轉而入於橫面,其軸

圖 75.

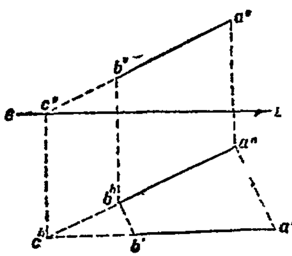
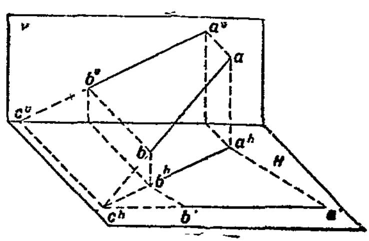


圖 76.



線爲a^hb^h。 a點之軌跡,均在正交於a^hb^h之平面上(第三十八節);故其旋轉後之位置,a'在正交於$a^h b^h$之直線上,其距a^hb^h之遠度,等於自a至a^h或自a^v至GL.(此處不與第三十八節之原則相背,因所用之直角三角形之底邊無長度故也。)仿此以求b'點.

41. 設將ab線旋轉後之$a'b'$引長之,則必與原線之交點相交;此交點在軸線上,故旋轉時不移動。執是以言,則無論何線旋轉而入於縱面(或橫面)之後,必與該線之縱面(或橫面)之投影相遇。第77,78兩圖中之cd線,與縱面相交於e點。旋轉入於縱面之時,e點在軸線中,故不移動,然c點與d點旋轉之方向,必相反,若不如是,cd旋轉後之位置,將不與cd之縱面交點相交也. 凡一直線旋

圖 77.

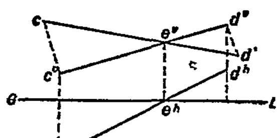
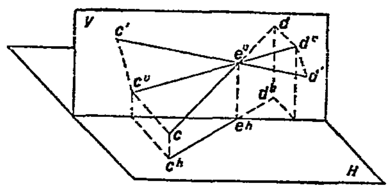


圖 78.



轉而入於縱橫面時,此直線旋轉後之位置,與軸線所作之角,卽等於原直線與所旋轉而入之平面所作之角度也。第77,78圖,$c'e^Vc^V$角,卽等於cd與縱面所作之角度。

42. 有一定點,在一定平面上,以定平面之縱面交線(或橫面交線)爲軸,旋轉該平面,與縱面(或橫面)相合,求作原點旋轉後之圖。

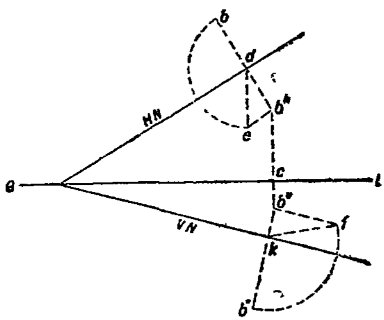
原理. 同第三十八節.

方法. 同第三十八節.

畫法. 第79圖. 令HN及VN爲定平面N之兩交線。

b^h及b^V爲定點b之兩面投影。若以HN或VN爲軸線,旋轉N與H或V相合,則b之軌跡,均在正交於軸線之平面上,故在b^hb'中。其距軸線之遠度,等於一直角三角形之斜邊,b^hd乃此三角形之垂邊,自b^V至GL之距離,卽等於其底邊be也。作圖時,自b點立一垂線b^hd,截之使與b^Vc同長,得e點。以de長度,截b^hd於b'點,卽得所求。

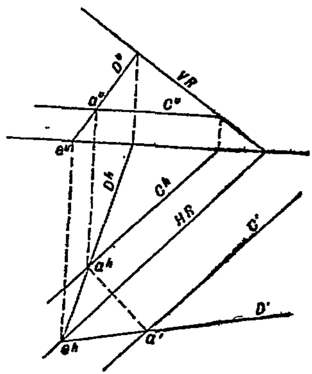
圖 79.



若b點旋轉而入於縱面時,其旋轉後之位置,則在於正交VN之直線上。以kb^V爲底邊,fb^V爲垂邊,則kb^Vf三角形之斜邊fk,等於自b''至k之距離。

43. 聯一直線上二點之旋轉後之位置,即得該直線旋轉後之位置。設該直線與含該直線之平面之一交線平行,若以所平行之交線爲軸,則原直線旋轉後之位置,亦與軸線平行。設以交線爲軸,則在軸線中之定線交點不移動。凡遇上述二項圖題時,求一點旋轉後之位置,即可定原線旋轉後之位置。第80圖中之C及D二線,均爲以HR爲軸,旋轉而入於橫面者。a點旋轉後之位置在a',自此作HR平行線得ab旋轉後之位置。聯a'於D之橫面交點e^h,則得D線旋轉後之位置。

圖 80。



44. 求二相交線間之角度。

原理。若將含二線之平面旋轉之使與縱橫兩面相合,則其旋轉後所作之角,即與原角同大。

方法。1.作含二線之平面;求其交線(第三十節)。2.以交線爲軸線,旋轉此平面,令與縱面或橫面相合。(第四十三節),求二線旋轉後之位置。3.二線旋轉後之位置,其所作之角度,即爲所求。畫法略。

45. 有一多邊形,已知其大小,形狀,及在於一定平面上之位

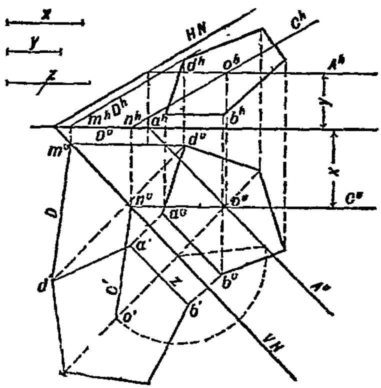
置,求作其投影圖.

原理. 若將含此多邊形之定平面之一交線爲軸,旋轉該面,使與縱面(或橫面)相合,則此多邊形旋轉後之形狀,與實形相同.

方法. 1.以定平面之一交線爲軸,旋轉該平面使與縱面或橫面相合. 2.於此面上,就已知之部分作多邊形旋轉後之圖. 3.旋轉定平面,及其所含之多邊形,使歸原位置,則得多邊形之投影圖.

畫法. 第81圖. 令N爲定平面,所求之多邊形,爲五等邊形,其中心距橫面等於x線之長度,距縱面爲y,其一邊與縱面平行,其長度則等於Z線之長度.

圖 81.



先作多邊形中心點之投影o^h及o^V(第三十七節). 以VN爲軸,旋轉N平面,使與縱面相合,o'爲o點旋轉後之位置.(第四十二節) 以o'爲中心點,作一五等邊形,其一邊平行於VN且與Z線同長. 反旋轉N平面(卽旋轉N平

面使回原位置),則得該多形之投影圖.

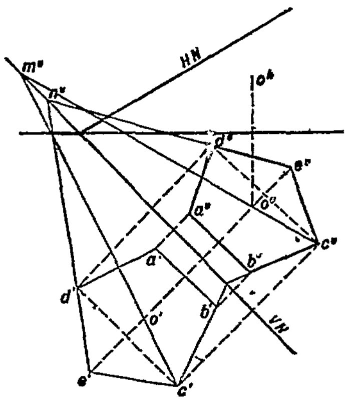
46. 反旋轉畫法. 此項畫法甚多,今舉其三如下:

畫法甲. 第81圖. 過 o' 點,任作一直線如 $o'n^V$, 交 VN 於 n^V 點. 聯 n^V 於 o^V,則得 on 線之縱面投影. 次自 d' 作 $o'n^V$,之平行線,交 VN 於 m^V 點,自 m^V 作 $n^V o^V$ 之平行線,則得 $d^V_{\square}m^V$,是為 dm 線之縱面投影. 自 d' 作一投影線正交於 VN,令與 d^Vm^V 相交於 $d^V_{\square}$ 點,是為所求多邊形上一頂點之縱面投影. 仿此,求其他各頂點之縱面投影. 旣得各點之縱面投影後,可按第三十六節畫法求其橫面投影.

47. 畫法乙. 第82圖. 假定多邊形旋轉後之位置已按法作畢. 任自多邊形上一點如 c',作一直線與 o' 相聯. 引長之令與 VN 相交於 m^V點. 若是則 $m^V o^V$ 乃該線反旋轉後之縱面投影(第四十三節). 自 c' 作一垂線於 VN,其與 $m^V o^V$ 相交之點卽 c^V (第四十二節). 引長 $c'b'$ 於 VN,次作 $c^V b^V$ 及 b^V 點.

$a'b'$ 與 VN 平行,故自 b^V 點,作 VN 之平行線,

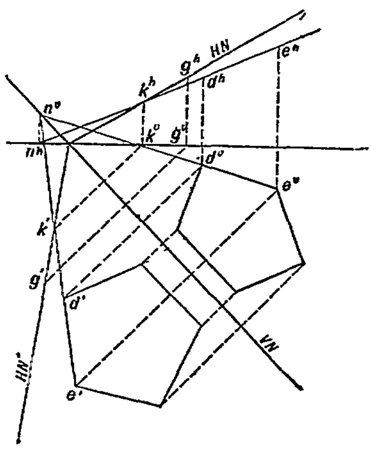
圖 82.



是爲ab線之縱面投影．次自a'作一投影線正交於VN面與前線相交於a^v點(第三十五節)．$c'd'$與VN平行,故可按前法以求d^v點．次引長$e'd'$令與軸線VN相交於n^v點．聯d^v及n^v,令與$o'o^v$引長之線相交於e^v．如是則得多邊形各頂點之縱面投影．至於其橫面投影,則可按第三十六節畫法作圖．

48. 畫法丙．第83圖．以VN爲軸,旋轉橫面交線上之g點於縱面上(第四十三節),次作HN旋轉後之位置如HN'．HN'與VN所作之角度,卽HN與VN所作角之實大也,故HN'與VN所含之面積,卽等於HN及VN間之N平面之面積．次作多邊形之原狀於HN'及VN兩線之間．引長$e'd'$,令與HN'相交於k'點,又與VN相交於n^v點．k點在N平面之橫面交線中,故其縱面投影在界線中．自k'立一投影線於VN,其與GL相交之點卽爲k^v．k^h則在HN中．$e'd'$交VN於n^v點,其橫面投影n^h在GL中．

圖 83.



聯n^V於K^V,使與自d'及e'兩點所作正交於VN之投影線相交於d^V及e^V兩點. 次聯n^h於k^h,使與自d^V及e^V兩點所作正交於界線之投影線,相交於d^h及e^h. 仿此法,以求其他各點.(反旋轉第四畫法見後九十一節.)

49. 求作兩定平面相交線之投影圖.

原理. 兩平面之相交線,爲該兩面公有之直線,故此線之交點必爲兩平面交線之相交點.

此圖題因定平面之位置,可分爲三項作法.

甲. 不用輔助平面.

乙. 用與縱面或橫面平行之輔助平面.

丙. 用側面或與側面平行之輔助平面.

50. 甲. 設兩平面之交線,均能於圖紙之內相交時,可不用輔助平面作圖.

方法. 1. 求縱面交線及橫面交線之相交點,是爲所求兩面相交線中之交點. 2. 按第二十六節畫法,求該線之投影.

畫法. 第84,85兩圖. 兩圖極爲明瞭,今不說明其畫法. cb直線,卽N與S兩平面相交之直線.

第86,87圖,乃本節畫法中之特別附款. 定平面N乃斜向於縱橫兩面者;R平面則與橫面平行,故其縱面交線,卽所求之兩面相交線之縱面投影e^Vf^V. e點爲ef線之縱面交點,故其橫面投影e^h在GL中,e^hf^h則與HN平行.

圖 84.

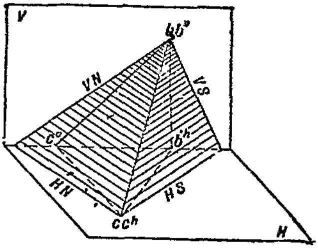


圖 85.

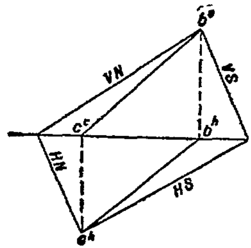


圖 86.

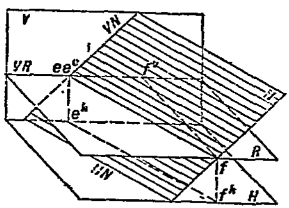
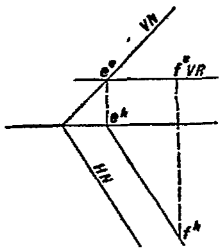


圖 87.



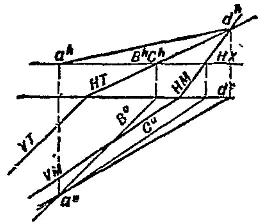
51. 乙. 設兩平面之交線均不能於圖紙之內相交,或僅有一雙交線不相交然非平行,或各交線均聚於一點時,可用與縱面或橫面平行之輔助平面作圖.

方法. 1. 作一輔助平面,與縱面或橫面平行,而求其與兩定平面相交之線;此二線相交之點,爲兩平面之公有點,故在於所求之相交線中. 2. 仿上法,求第二點;聯此二點,即得所求.

畫法. 第88圖. T 平面與 M 平面相交於其橫面交線,其縱面交線不能於圖紙之內相交. d 點爲所求之

兩面交線中之一點(參閱甲項).
求第二點時,作一輔助平面 X,與縱面平行,故 HX 與 GL 平行。X 與 M 相交之線,其橫面投影 C^h 在 HX 中,其縱面投影 C^v 則與 VM 平行(參閱甲項附款)。仿此,作 X 與 T 之交線 B.

圖 88.

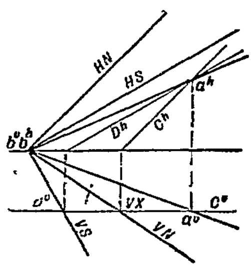


C 與 B 相交之點,卽 T 與 M 相交線中之又一點,因 a 點旣在 M 平面上之 C 直線中,復在 T 平面之 B 線中,故聯 a 於 d,卽得所求兩平面之相交線。若兩平面之縱橫交線均不能於圖紙之內相交時,須用二輔助平面作圖;此二平面,可同爲平行於縱面或橫面者;或一爲平行於縱面,一爲平行於橫面者亦可。

52. 若兩平面之縱面交線平行,則其相交線之縱面投影,必與該兩交線平行,其橫面投影,則與 GL 平行。若平行者爲兩面之橫面交線,亦仿此.

53. 若兩平面均不含界線,而其交線均聚於界線中之一點時,其畫法如第89圖。令 b 點爲各交線相聚之點,按甲項之原理,此點乃所求相交線中之一點。

圖 89.



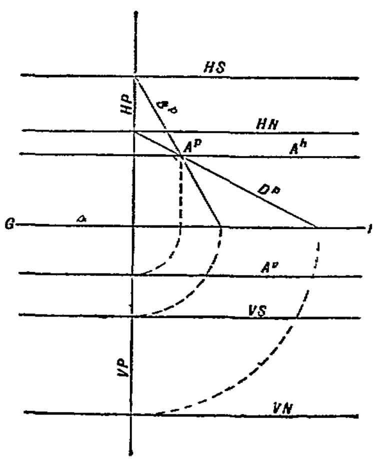
求第二點時,作輔助平面 X,

與橫面平行,交 N 平面於 C 線,又交 S 平面於 D 線。C 與 D 相交之 a 點爲兩平面相交線中之又一點(參閱乙項)。聯 a 於 b, 即得所求。

54. 丙。若兩相交平面均與界線平行,或一平面含界線,其他一面斜向於縱橫兩面時,用一與側面平行之輔助平面。

方法。1. 作一與側面平行之輔助平面。2. 求此輔助平面與兩定平面相交之二線. 3. 此二線相交之點,乃所求相交線中之一點。定平面既皆與界線平行,其相交線亦必與界線平行,故祇求一點足矣。若有一平面含界線,各交線相聚之點,即爲所求相交線中之一點。

圖 90。

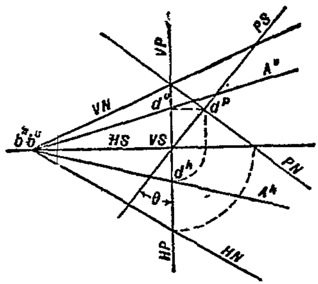


畫法。第90圖。平面 N 及 S 均與界線平行。作側面,令與 N 平面相交於 D 線,又與 S 平面相交於 B 線。圖中之 A^p 及 B^p, 即該兩線之側面投影。A^p 點即所求相交線中一點之側面投影。N 與 S 兩平

面之相交線與GL平行,故A^p亦卽所求相交線之側面投影也。反旋轉A^p,則得A^V及A^h。

55. 第91圖中之S平面,含界線,故必先知其與縱面或橫面所作之角度,及其所經過之分角(或知其側面交線之位置),方能定該平面之位置。設N平面斜向於縱,橫,側三面;S平面含界線,自第一分角入於第三分角,其與縱面所作之角等於θ。先作側面,及N平面之側面交線PN。

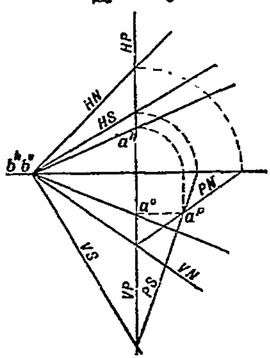
圖 91.



次作S平面之側面交線PS,自第一分角入於第三分角,與VP作θ角。PN與PS相交之點d^p,爲所求兩平面相交線上一點之側面投影。反旋轉之,則得d^V及d^h兩點。兩平面之縱橫交線聚於b點,故聯d於b,卽得所求。

凡屬於本圖題者無論何項,均可按本項畫法作圖。第92圖卽第89圖按本項畫法所作之圖。

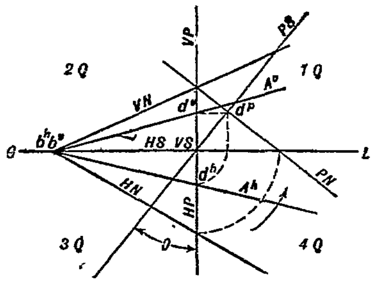
圖 92.



56. <u>旋轉側面法,分角定法,及反旋</u>

轉法. 第93圖. 設欲自第一分角至第三分角作含界線之平面,與縱面成θ角. 此圖題,已於第五十四節中解之,惟PS之方向,應如何定法,且應與何線成θ角,均未詳加考究. 今述之如下:設以VP爲軸線,向右旋轉側面,使與縱面相合,若是則VP,HP直線,爲縱,側兩面相交之線;界線則亦

圖 93.



爲橫側兩面相交之線. 未旋轉前,凡在於第一分角內之側面部分,今均在界線之上,VP之右;其在於第二分角內之部分則在其左;第三分角,則在界線之下,VP之左;第三分角之右,卽爲第四分角. S平面乃自第一分角入於第三分角,與縱面成θ角,故其側面交線PS之位置,乃自圖紙之右上方入於圖紙之左下方,與VP作θ角. PS與PN相交於d^p點,是爲所求兩平面相交線上一點之側面投影. 反旋轉之,則得d^V及d^h,其方向與前適相反.

第94圖之問題與上同,惟側面乃向左旋轉者.

第95及96兩圖之問題亦同前. 惟其軸線則爲HP,故側面旋轉與橫面相合. VP,HP直線,乃橫側兩面

相交之線,界線則亦為縱側兩面之相交線. PS 與界

圖 94.

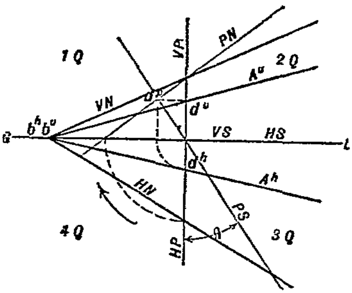
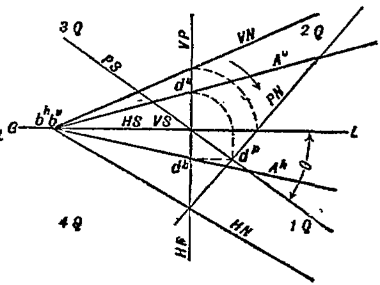
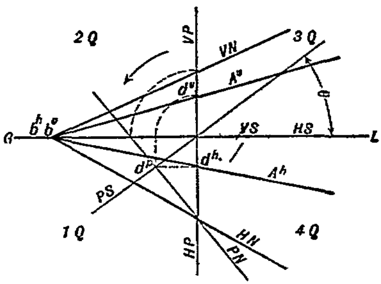


圖 95.



線作 θ 角,其方向則如圖. 第95圖之側面乃向右轉,第96圖則向左轉.

圖 96.



57. <u>求定直線與定平面相交之點.</u>

方法. 1.作一含直線之平面,令與定平面相交. 2.求該兩平面相交之線. 3.此相交線與定直線相交之點,即所求定直線與定平面之相交點.

此圖題之解法有四:

甲. 任用一含定直線之平面.

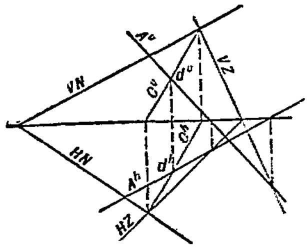
乙. 用定直線之縱面或橫面之投影平面.

丙. 若定直線與側面平行,用含定直線之側面.

丁. 定平面之位置,以另二直線而非其兩交線定之,可不用輔助平面.

58. 甲. 任用一含定直線之輔助平面.

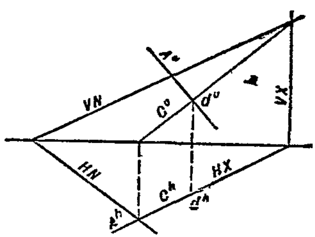
圖 97.



畫法. 第97圖. 令A為定直線N為定平面. 任作一平面Z含A線(第二十九節),令Z與N相交於C線,(第五十節). A與C相交於d點,因兩線均在Z平面上. C線亦在N平面上故d點乃A線與N平面公有之點,故為A線與N平面相交之點.

59. 乙. 用定直線之縱面或橫面投影平面.

圖 98.



畫法. 第98圖. 令A為定直線,N為定平面. 作A線之橫面投影平面X,(第八節),與N平面相交於C直線. A與C相交之d點,卽為所求. 第99圖題同此,惟以縱面投影平面Y作圖.

圖 99.

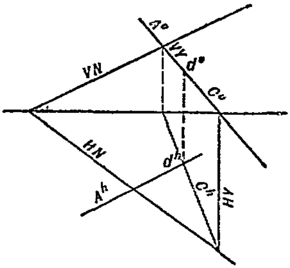
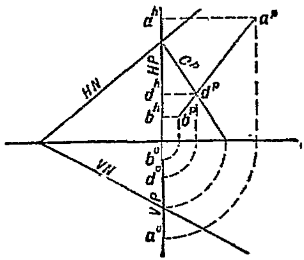


圖 100.



60. 丙. 第100圖. 令 N 爲定平面,ab 爲定直線,與側面平行. 作一側面含 ab 線,令與 N 平面相交於 C 線. C^p 卽 C 線之側面投影(第五十四圖). 次作 ab 直線之側面投影第二十一節). C^p 與 a^pb^p 相交於 d^p,是爲 A 線與 N 平面相交點之側面投影. 反旋轉之,則得 d^v 及 d^h,是卽所求相交點之縱橫兩面投影.

61. 丁. 定平面之位置,以另二直線,非以其縱橫兩面交線定之,可不用輔助平面. 畫法. 第101圖及第102圖. 令 B 及 D 兩

圖 101

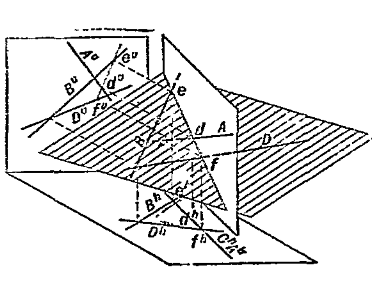
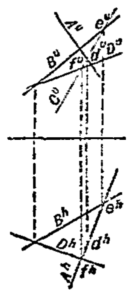


圖 102.



直線爲定平面上之二線,A爲定直線. 今求A直線與含B及D二線之平面相交之點. 作圖時,不得以該平面之縱橫交線爲輔助線. 先作A線之橫面投影平面,令與B線相交於e點,又與D線相交於f點,故與含B及D二線之平面相交於ef直線. A線之橫面投影平面乃正交於橫面者,故凡在該面中之線,其橫面投影均與A^h相合,故$e^h f^h$即ef直線之橫面投影. 聯e^V及f^V,則得此線之縱面投影; $e^V f^V$與A^V相交之d^V點,即A線與含B及D兩線之平面相交點之縱面投影. 若用A線之縱面投影平面,其結果亦同此.

62. <u>凡正交於一平面之直線,其縱橫兩面投影,必與該平面之縱橫交線,各爲垂線.</u>

第103圖及104圖中之HN及VN,爲與A線成直角之平面之縱橫交線. A直線之橫面投影平面與橫面成直角,亦與N平面成直角,

圖 103.

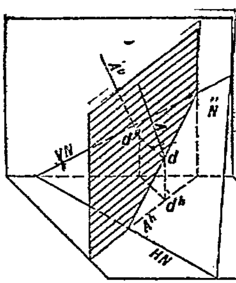
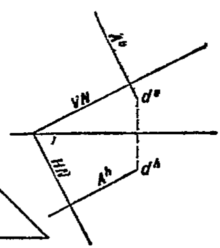


圖 104.



因此平面含一正交於N平面之A直線. A直線之

橫面投影平面,既正交於N平面及橫面,故必與N平面之橫面交線成直角。凡在A線之橫面投影平面上之直線,而與HN相交者,皆與HN成直角,故HN與A線之橫面投影A^h成直角。依同理,VN與A^V成直角。

反之,凡一直線之縱橫兩面投影,正交於一平面之縱橫交線者,該直線必正交於該平面。

63. 於一斜平面上,求作一定點之正投影圖.

原理。一點在於一平面上之投影,為自該點正交於平面之直線,與平面相交之點.

方法。1.自定點作一直線正交於定平面(第六十節)。2.求此垂線交平面之點(第五十七節)。此點即平面上定點之投影。

畫法從略。

64. 於一斜平面上,作一定線之正投影圖。

方法。1.若定線為直線時,求其二點之正投影圖而聯之(第六十三節)。2.若定線為曲線時,求該曲線上數點之投影而聯之,即如所求.

65. 求自一點至一平面之最短距離.

原理。自一點至一平面之最短距離,乃等於自該點正交於平面之線之長度.

方法。1.自定點立一垂線於定平面(第六十二節)。2求此垂線與定平面相交之點(第五十七節) 3.求此

垂線之長度.(第二十九節).

畫法從略.

66. 陰影. 作一物體之圖時,如將其陰影之部分表現之,則此物體之形狀益爲明顯. 光線射於一物體上,分物體爲陰陽兩部,其在光線來源之背面部分,不受光線,謂爲陰部. 若置一物體於光線來源及一平面之間,此平面上爲物體所蔽而不受光線之部分,謂爲該物體之影. 其在空間爲物體所蔽之部分,謂爲影區. 執此以言,則知

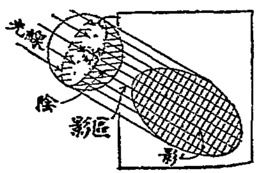
(1)凡在空間之點,其影區爲一直線;

(2)一直線之影區爲一平面;

(3)一平面之影區爲一立體.

(4)一物體在他一物體上之影,爲第一物體之影區與第二物體之面相交之部分(第105圖). 分一物體陰陽二部分之線,謂爲分線,故分線卽陰部之界標,其影線內所含之面積,卽爲一物體之影.

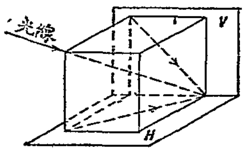
圖 105.

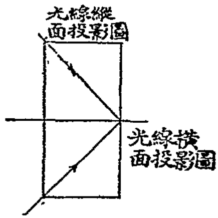


光線均假定爲來自一極遠之處,故各光線均平行;其方向,則常假定爲一立方體之對角線,此對角線乃自左而右,自上而下,自前而後者也. 其立方體之各平面,均爲與縱,橫,或側面平行者,是以

光線與縱,橫,側三面,均作三十五度十五分五十二秒之角(第106及107兩圖)。而其投影,則爲一平方之對

圖 106.　　　　圖 107.





角線,故與界線作四十五度之角。

作圖之時,物體乃以其投影表示之,故各光線亦以其投影表示之。凡居於第一分角之立體,其影方在縱橫兩面上,否則缺一面之影或全缺。

67. 求定點在一定平面上之影時,先求定點之影區與定平面相交之點(即爲過定點之光線與定平面相交之點)。設定平面爲縱面或橫面時,可以第二十四節畫法作圖;若非縱面或橫面時;則以第五十七節畫法作圖。

68. 求定線在一定平面上之影,先求定線之影區與定平面相交之線。若定線爲一直線,聯該線兩端之影,即如所求;若定線爲一曲線,則任求數點之影而聯之。

第108圖及109圖中之 cb 線,乃一斜向於縱橫兩面之直線,其一端 c 點,乃在於橫面上者。先作過 b 點之光線,而求其橫面交點 b^h,是即 b 點之影點。c 既在橫面上,故

圖 108。

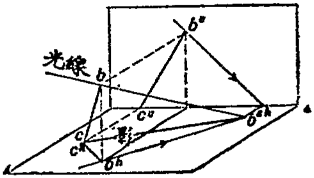
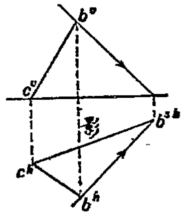


圖 109。



其影卽原點;聯c^h於b^{sh},是卽bc直線在橫面上之影。

69. 求定立體在定平面上之影時,先作立體之分線,而求此線在定平面上之影。若分線不易分別,則求該立體各線之影,此影之外線,卽該立體之影。

第110圖,爲一六等邊稜柱體,居於第一分角之影圖。此立體之軸線,正交於橫面,本圖中之影,乃除去橫面而爲該立體之縱面影圖之全部。第111圖,則爲除去縱面

圖 110。

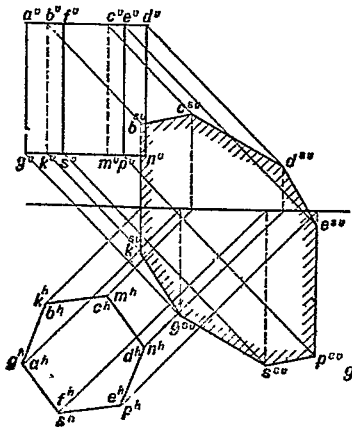
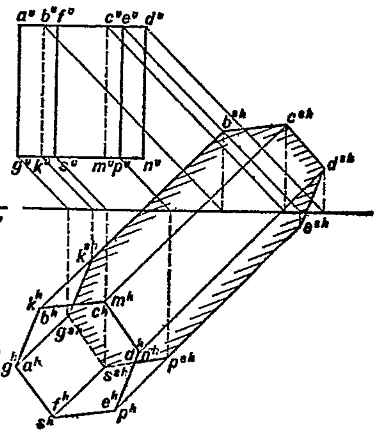
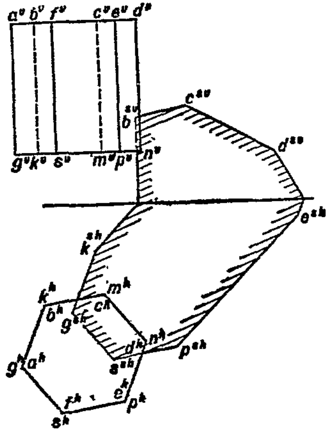


圖 111。



而爲該立體之橫面影圖之全部. 第112圖,則爲該立體之縱橫兩面影圖合作之圖. 自此圖觀之,該立體之分線爲bc, cd, de, ep, ps, sJ, gk, kb諸線;此數線所作之多邊形,卽爲所求之影.

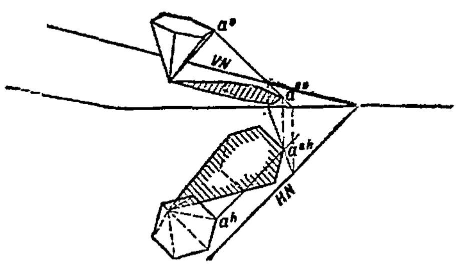
圖 112.



凡一物體之影,分射於縱橫兩面時,宜先求該體縱面影圖之全部(卽移去橫面後之縱面影圖),及其橫面影圖之全部,次再留其在橫面上方之縱面影圖,及在縱面前方之橫面影圖,合之以作圖.

第113圖乃一六邊稜錐體之影圖. 此體之頂點在N平面上,其軸線則正交於N平面. 圖中所作者,乃其在N平面上

圖 113.



之影。

自上列各圖觀之;

(1)若一點在一平面上,其在於該平面上之影,即爲原點(第108,109兩圖中之e點及第113圖中之頂點)。

(2)若一線與一平面平行,其在該平面上之影,與原線同長且平行。第110圖中之kb及ep二線,與縱面平行;第111圖中之bc, ps, cd, sg, de, gk各線,均與橫面平行;第113圖中之六等邊形之各邊,均與N平行。

(3)二平行線之影,亦爲平行。第113圖中之六邊形及第110圖,111圖中之各稜線,均爲平行線。

(4)與縱橫兩面或直角之線,其影與過該線之光線之投影同。第111圖中kb及ep二線,即爲此線。

70. 自一點或一直線作一平面。

此題可分作五項:

甲. 自定點作一平面,與定平面平行。

乙. 自定點作一平面,正交於一直線。

丙. 自定點作一平面,與二定直線平行。

丁. 自定直線作一平面,與第二定直線平行。

戊. 自定直線作一平面,正交於定平面。

71. 甲. 自定點作一平面,與定平面平行。

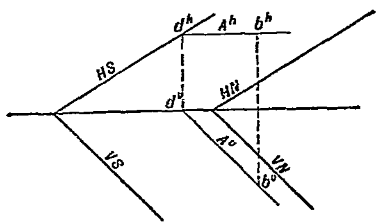
原理. 所求之平面,須與定平面平行,故該兩平面之縱橫交線,各爲平行線。自定點作縱面或橫面交線之

平行線,即可由此以定所求平面之位置.

方法. 1.自定點作一直線,與縱面或橫面平行,且在所求平面之上(第九節). 2.求此直線之交點,是爲所求平面交線上之一點. 3.自交點作定平面交線之平行線,是爲所求平面之交線.

畫法. 第114圖. 令 N 爲定平面, b 爲定點. 自 b 作 A 線與 VN 平行,故 A^v 與 VN 平行, A^h 則與界線平行. 求 A 線之橫面交點 d. 自 d 作 HS 與 HN 平行. VS 則與 VN 平行. S 即所求之平面也.

圖 114.



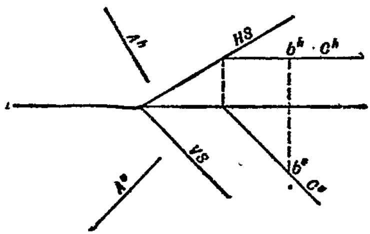
72. 乙. 自定點作一平面,正交於定直線.

原理. 所求平面,須正交於定直線,故其交線,必各正交於定直線之投影(第六十二節). 是以自定點作縱面或橫面之平行線,且與定直線成直角,即可由此以定所求平面之位置.

方法. 1.自定點作一直線,與縱面平行,且正交於定直線. 2.求此線之交點. 3.自交點作所求平面之交線正交於定直線之投影.

畫法. 第115圖. 自定點 b 作 C 線與縱面平行,且在所求平面之上. C 線與縱面平行,故其縱面投影 C^v,與所求平面之交線 VS 平行,惟 VS 必與 A^v 成直角(第六十二節),故 C^v 亦正交於 A^v,C^h 則與界線平行. HS 及 VS,即所求之 S 平面之交線也.

圖 115.

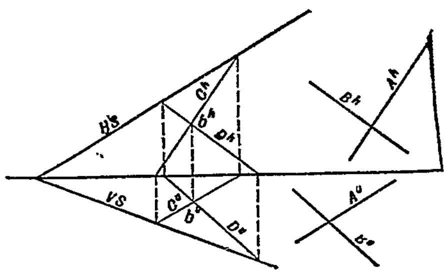


73 丙. <u>自定點作一平面,與二定直線平行.</u>

原理. 所求平面,必含過定點而平行於二定線之二直線.

方法. 1. 自定點作二直線各與定直線平行. 2. 作含此二線之平面.

圖 116.



畫法. 第116圖. 令 A 及 B 為定直線,b 為定點. 自 b 作 C 及 D 二直線,各平行於 A 及 B. 作含 C 及 D 二線之 S 平面,即如所求.

74. 丁. 自定直線作一平面,與第二定直線平行.

原理. 所求平面,必含定直線及與第二定線平行之直線.

方法. 1. 自定直線上任一點,作一直線,與第二定線平行. 2. 求含此線及定直線之平面(第三十節).

畫法從略.

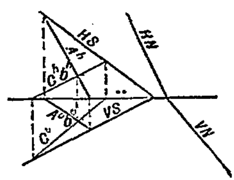
75. 戊. 自一定直線,作一平面,正交於定平面.

原理. 所求之平面,必含定直線及與定直線相交而正交於定平面之直線.

方法. 1. 自定直線上任一點,作一垂線於定平面. 2. 求含此線及定直線之平面.

畫法. 第117圖. 令N為定平面,A為定直線. 自A線上之b點,作C直線正交於N平面(第六十二節). 作含A及C兩線之S平面,即如所求.

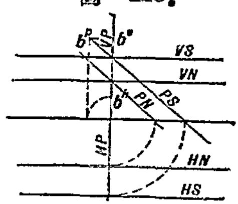
圖 117.



76. 圖題同第七十節.

甲項附款. 自一點作一平面與定平面平行. 第118圖中之N平面,乃平行於GL者,故必用側面作圖. 先求b點之側面投影b^p及PN. 自b^p作PS,與PN平行,是為所求S平面之側面交線. 反

圖 118.



旋轉之,則得 VS 及 HS,

此圖題,亦可按第119圖畫法作圖. 自 b 點,作 A 直線與 N 平面上之任一直線 C 平行. 自 A 線之交點,作 S 平面之交線,與 GL 平行. 凡屬於本項圖題,均可按第118圖畫法作圖.

圖 119.

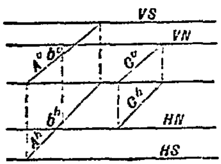
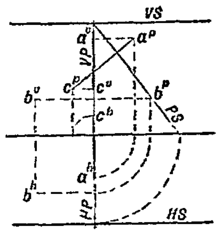
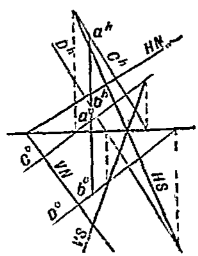


圖 120.



77. 乙項附款. 自定點作一平面,正交於定直線. 第120圖中之定直線與側面平行,故所求平面之交線,與界線平行. 令 ac 爲定直線, b 爲定點,作側面及 ac 線之側面投影 $a^p c^p$ 及 b^p. 自 b^p 作一垂線於 $a^p c^p$ 卽得所求 S 平面之側面交線. 反旋轉之,則得 VS 及 HS

圖 121.

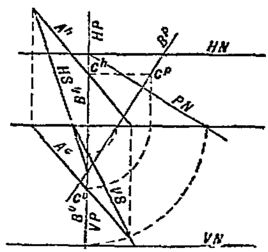


78. 戊項附款. 自定直線作一平面,正交於定平面. 第121圖中之定直線 ab,與側面平行. 此圖題,可以側面投影作圖,或以次法解之亦可: 自 ab 線上

任二點,作二直線C及D,正交於N平面。求含C及D二線之平面S,是卽過ab直線而正交於N平面之平面。第122圖中之N定平面,與界線平行。此圖題解法,與第七十五節相同,惟求B線之交點時,用其側面投影爲輔助線。

B線與N平面正交,故B^p與PN必成直角。

圖 122.



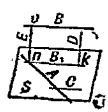
79. 求作不在同一平面上兩直線間之最短直線之投影圖及其長度.

原理。不在同一平面上兩直線間之最短距離,乃該兩直線間之垂直距離;兩直線間,僅有一直線均正交於兩直線。

方法。1.自定直線之一,作一平面與其他一定線平行,2.作第二定線在此平面上之投影,3.自此投影與第一定線相交之點,立一垂線。4.此垂線,必與第二定線相交。5.求此垂線之原長,卽得所求。

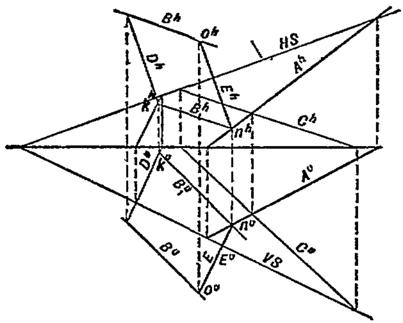
畫法。第123,124兩圖。令A及B爲定直線。作S平面過A線,而與B線平行(第七十四節)。作B線在S平面上之投影B_1線。作此線時,先自B線任一點立一垂線於S平面。求其相交之k點(第六十四節)。B線

圖 123.



與S平面平行，故B_1與B平行，故B及B_1兩線之投影均平行（第十三節）。B_1線交A線於n點。自n立一垂線於S平面（第六十二節），

圖 124.



則必與B相交於o點。按第三十九節畫法，求此垂線E之長度。圖中畫法從略。

80. 求定直線與定平面所成之角度。

原理。一直線與一平面所成之角，爲該線與在平面上之該線投影所成之角，卽等於自該線上任一點，正交於平面之直線與該線所作之角之餘角。故在空中之定直線，與其在平面上之投影及投影線，成一直角三角形。

方法。1. 任自定直線上一點，作一直線正交於定平面。

2. 求此垂線與定線所成之角度。此角卽所求之角之餘角。

畫法。第125圖。令N爲定平面，A爲定線。自A線之c點，作B線與N平面成直角（第六十二節）。求含A

及B兩線之平面之縱面交線VS(或橫面交線亦可)。

以VS爲軸,旋轉A及B兩線,令與縱面相合,得A'及B'兩線(第四十三節),$d^V c' e^V$卽A與B兩線所成之角,其餘角$e^V c' f$卽所求A直線與N平面所成之角。

圖 125。

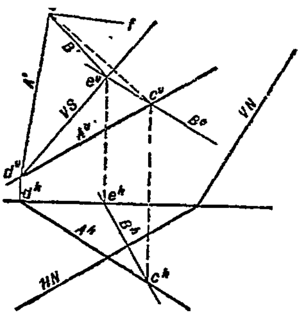
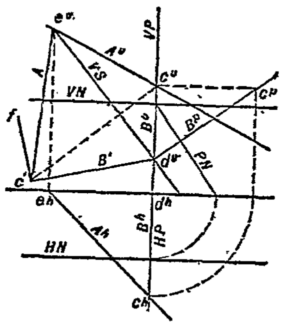


圖 126。



第126圖中之N平面與界線平行,故B線正交於N平面,與側面平行,所以作圖時必先求其側面投影,方能定其交點之位置。VS乃含A及B兩線之平面之縱面交線。(其橫面交線可以省略不作。)$e^V c' f$乃所求N平面及A直線所作之角。

81. <u>求定直線與縱橫兩面所作之角度.</u>

原理. 此圖題爲前節附項之一,故所用原理,與前略同.

第一法. 1. 以定直線之橫面投影爲軸,旋轉之,使入於橫面,則得定直線與橫面所作之角. 2. 以其縱面投

影爲軸,旋轉之,使入於縱面,則得定線與縱面所作之角.

畫法. 第127圖. 旋轉A線入於橫面,而得其與橫面所作之α角,又旋轉之入於縱面,而得其與縱面所作之β角.(參閱第四十一節)

第二法. 1.旋轉定線與縱面平行,則得其與橫面所作之角. 2.又旋轉之與橫面平行,則得其與縱面所作之角.

圖 127.

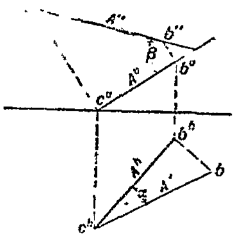
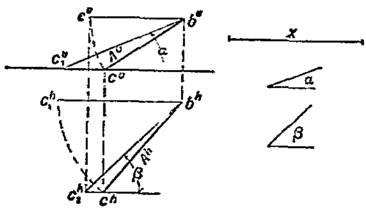


圖 128



畫法. 第128圖乃旋轉A直線與縱面平行而得其與橫面所成之α角,及旋轉該線與橫面平行而得其與縱面所作之β角之圖式.(參閱第三十九節.)

82. <u>有一直線過一定點,已知其長度,及其與縱橫兩面所成之角度,求作該直線之投影圖.</u>

原理. 此圖題,即前節之反面圖題;所求直線之方向有八;惟已知之α及β兩角之和,不得大於一直角.

畫法. 第128圖. 令b爲定點,x爲定直線之長度,α角爲該線與橫面所成之角,β角爲該線與縱面所成之角.

以x爲長度,自b^v作$b^v\ ^v_1$線,與GL作α角;又作$b^h\ c^h_1$與GL平行. 此二線,乃所求線與橫面作α角,旋轉後之位置. 仿此,作所求線與縱面作β角,旋轉後之位置,如$b^h\ c^h_2$及$b^v\ c^v_2$.

以過b點之垂線爲軸線,反旋轉A線,則A線之橫面投影,均自b^h點始而止於過c^h_2點之GL平行線上;惟A線之長度等於x,故其橫面投影之長度,必與$b^h\ c^h_1$同,所以A線橫面投影之他一端c^h點,乃在$c^h_1c^h$弧與$c^h_2c^h$相交之點. 仿此以求其縱面投影.

此線之方向有八;一爲向左斜向前方及下方如圖;一爲向左斜向前方及上方;一爲向左斜向後方及下方;一爲向左斜向後方及上方;餘四爲向右斜向者.

83. 求兩定平面間所作之角度.

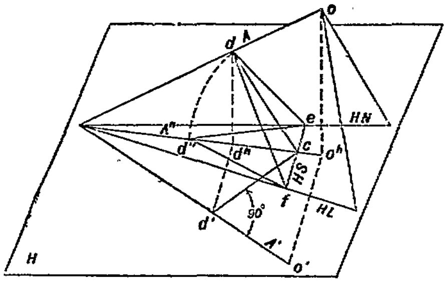
原理. 若作一平面與兩定平面之相交線成直角,則此平面,交兩定平面於其平面角,此平面角,卽所求兩平面之間之角也.

方法. 1.作一平面,正交於兩定平面間之相交線. 2.求兩定平面間之平面角. 3.求平面角之實大.

畫法有二如下:

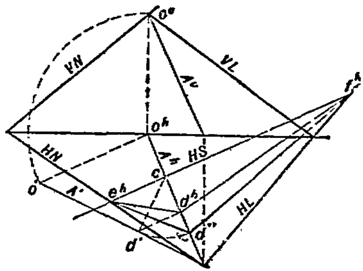
84. 畫法甲. 所求者爲兩斜平面間所作之角. 第129圖及

圖 129.



第130圖. 作平面S與A線(即定平面N及L之相交線)成直角. 作圖時,僅用S平面之一交線,令所用者,乃其橫面交線. HS必與A^h成直角(第六十二節),HS與N及L兩平面之橫面交線相交於e及f兩點,是兩點各爲S平面與N及L兩平面相交之線上一點. 求S與N及L兩平面相交線上之公有點d如下: A線之橫投影面與S平面相交於dc線. 此線乃與A線成直角者. 以A^h爲軸線,旋轉A線入於橫面,則dc線旋轉後之位置爲$d'c$, 反旋轉之,則得d^h點. 次以ef爲軸,旋轉ed及df入於橫面,則得其所成之角$ed''f$.

圖 130.



第131圖,亦屬於本題中之一項. 令N及L爲定平面, A線爲其相交線. 作S平面與A線成直角. $e^h\ d''\ f^h$即

N及L兩平面間所作之平面角也。

圖 131。

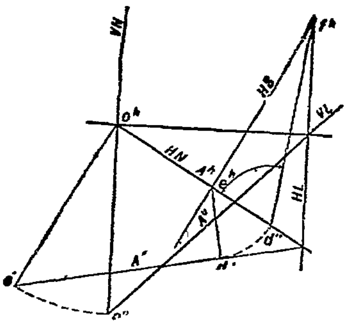
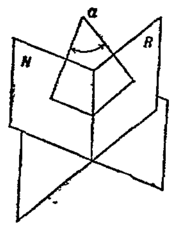


圖 132。



85. 第132圖乃解本圖題之又一法。是圖乃一斜投影圖。任自空中一點如 a,作二直線,分垂於N及R兩定平面。此二垂線所作之角,卽所求N及R兩平面間所作之角之補角也。

86. 畫法乙。所求者爲一斜平面與縱面或橫面所作之角。第133,134圖。令N爲定平面,今欲求其與橫面所作之角度。作X平面與N平面及橫面均成直角,故X平面

圖 133。

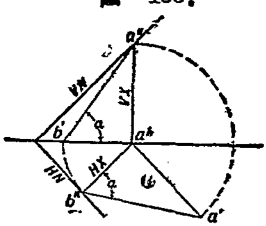
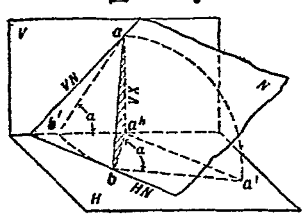


圖 134。



與HN成直角,若是則HX正交於HN,VX正交於GL。ab直線與HX所作之角,即爲所求者。求此角時,令VX爲軸,旋轉X平面與縱面相合,或以HX爲軸,旋轉之使與橫面相合亦可。ab直線與橫面所成之角,較N平面上其他各線與橫面所作之角爲大,故ab直線常稱爲N平面之橫面最大斜度線。

87 設所求者爲N平面與縱面所作之角,則先求其縱面最大斜度線,再由此以求其與縱面所作之角.如第135圖。

圖 135.

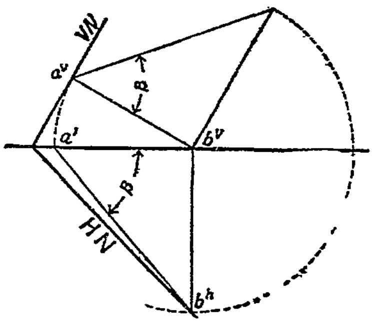
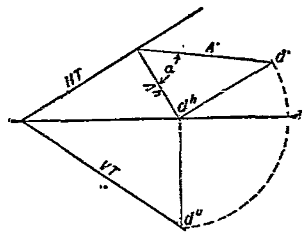


圖 136.



88. 有一平面,已知其一交線,及其與縱面或橫面所作之角,求作其他一交線。

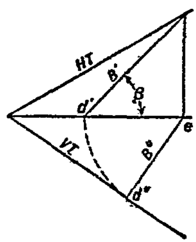
甲. 已知之交線及已知之角,同爲與縱面或橫面所作者。

畫法. 第136圖. 令HT爲已知之交線,a角爲平面T與橫面所作之角. 先作A^h線正交於HT,此線乃所求

平面與橫面之最大斜度線之橫面投影. 設將此線旋轉而入於橫面,其與A^h所作之角,卽等於α角. d'點卽此最大斜度線之縱面交點旋轉後之位置. 此點之縱面投影在VT上,其距GL之度率,等於d^hd'線之長. 得d^V後,卽可作VT. 因d^V之位置有二,故VT之方向亦有二;一在界線之上,一在界線之下.(圖中僅作其一.)

89. 乙. 已知之交線與已知之角,不同爲與縱面或橫面所作者.

圖 137.



畫法. 第137圖. 令HT爲交線, β角爲T平面與縱面所成之角. 假定B線(卽T平面與縱面之最大斜度線)已旋轉而入於橫面,則其與GL所作之角,卽等於β角. d'卽B線之縱面交點旋轉後之位置. 自e點,以ed'爲半徑,作$d'd^V$弧.

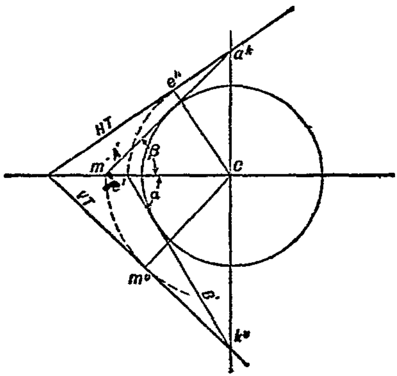
VT則爲切於此弧之直線,其方向亦有二;一在界線之上,一在其下.(圖中亦僅作其一.)

90. <u>已知一平面與縱橫兩面所成之角,求作其縱橫交線.</u>

畫法. 第138圖. 令α角爲所求平面與橫面所作之角, β角爲其與縱面所作之角. α與β之和,不得大於二直,亦不得小於一直角.(其理由,可參閱立體幾何,今略.)

先假定所求平面,切於一球體,其中心點在GL中。自切點,假定所求平面之縱橫兩面之最大斜度線,均已作畢。以球體之橫面軸線爲軸線,旋轉縱面最大斜度線於橫面;旋轉之時,此線仍切於球體,其與GL所作之角,等於β(即T平面與縱面應作之角);a^h爲其橫面交點,即該線與軸線相交之點也。

圖 138。

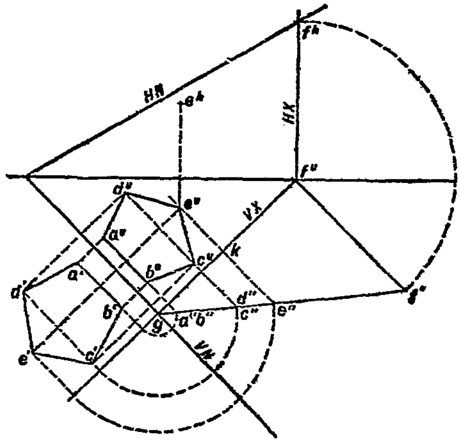


其縱面交點,則在於以c爲中心,cm'爲半徑之圓周上。做此,旋轉橫面最大斜度線於縱面,如B',且與GL作α角(即所求平面與橫面所作之角);此線之縱面交點爲k^V,在軸線中;其橫面交點,則在於以c爲中心,ce'爲半徑之圓周上。故自a^h點,作HT與$e'e^h$弧相切,自k^V點作VT與$m'm^V$弧相切,即得所求T平面之交線。若作圖無誤,且甚準確,HT及VT必相交於GL中。VT及HT,可同在界線之上或下,亦可分在於界線之上下。

91. 反旋轉畫法丁. 此畫法,因須用最大斜度線,故遲至此

節方授之. 設在N平面之五等邊形旋轉後之位置已作畢,今求其投影如下. 作X平面,與N平面及橫面均成直角. N平面之橫面最大斜度線,其旋轉後之位置爲gf''. 此線之長與實長等,故凡在N平面上,與VN之垂直距離,均可在此線上作之.

圖 139.



在此線上作之. ge''爲自e點至VN之實長,故e之縱面投影e^V在過e''點平行於f^Vf''之線上. 仿此,求其他各點. 自e''至k之距離,乃等於自空間之e點至縱面之距離,故e^h距GL之度率等於$e''k$.

第三章 面之造形及其種類

92. 各種面,均可由一線按一定之律,移動而構成之。此移動之線,名曰動線;其在面上之一位置,名曰生線。動線在面上之二連續位置,其相隔之距離極小而不能分之者,謂爲連續生線。管束動線移動之線,名曰準線。

93. 面之種類,按動線之形狀而定;約分爲二:

動線爲直線者,謂爲直線面;動線爲曲線者,謂爲雙曲面。

直線面又分爲平面,單曲面,及拗面三種,玆將其分類列表於下:

- 面
  - 直線面
    - 平面
    - 單曲面(能展開者)
      - 圓柱體之面
      - 圓錐體之面
      - 盤旋體之面
    - 拗面(不能展開者
  - 雙曲面(不能展開者)

94. 直線面。以直線爲動線,其移動之律有三:

甲. 各生線均在於一平面上者.

乙. 二連續生線在於一平面上者.

丙. 二連續生線不在一平面上者.

是以直線面復分爲三種:

甲. 平面,各生線均在一平面上者.

乙. 單曲面,二連續生線,在一平面上,卽該兩線相交或平行者.

丙. 撓面,二連續生線,不在一平面上,卽該兩線不相交亦不平行者.

95. 平面之形狀均相同,作之之法有三:

甲. 其直動線之一端,與一直準線相遇,其移動律例,爲與動線之第一位置平行者.

乙. 直動線與二準線相遇,而此二直準線爲相交線或平行線者.

丙. 直動線旋轉於一直準線,而正交於該線者.

96. 作單曲面之法亦有三.

甲. 圓錐體之面. 直動線之各位置均相交於一點者;此點名曰頂點.

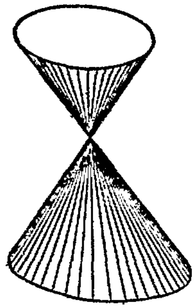
乙. 圓柱體之面. 直動線之各位置均平行者. 此面亦可以圓錐柱體之面視之,蓋此面亦有一頂點,惟此點在極遠之處耳.

丙. 盤旋體之面. 二連續生線相交於一點,但三連續生線不相交於一點者.

97. 圓錐體之各生線,必皆過一定點,且與一曲準線相遇. 動線之長度無限制,故此體分爲二部分;分二部分之點,卽頂點是也. 尋常作圖時,所用之圓錐體,爲在頂點及

割斷各生線之平面間之部分。此平面名曰底面,其與圓錐體所作曲線之形狀不一,故分圓錐體爲數種,若橢圓錐體,拋物線形錐體等。設此底面之曲線有一中心點,自頂點至此中心點之直線,名爲錐體之軸線(第140圖)。軸線與底面成直角之圓錐體,名爲正圓錐體.

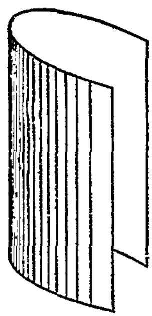
圖 140.



98. 圓柱體之各生線均平行,且與一曲線相遇。割斷各生線之平面名曰底面,其與圓柱體所作曲線之形狀,亦分之爲數種,與錐體同。自底面之中心點,作一直線與各生線平行者,謂爲軸線。此體之面,其作法,亦可以一曲線爲動線,惟其各點,須向同一方面,且以同一速度移動者(第141圖).

正圓柱體之軸線,必與其底面成直角.

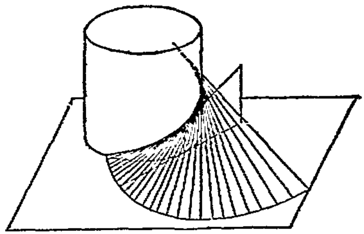
圖 141.



99. 盤旋體之各生線,均爲切於一雙曲之線.(雙曲之線,乃一曲線無四點同在於一平面上者,非謂雙曲線也.)此體之面,其二連續生線在一平面上,但三連續生線則否.

雙曲之線,其種類甚多,故盤旋體之種類亦如之。尋

圖 142.



常所見者,爲螺旋面(第142圖),此面之作法如下:假定裂一紙成一直角三角形,以之捲於一圓柱體上,其一垂邊,與圓柱體之一生線相合。設將此直角三角形漸次伸開,則其一頂點所作者,爲一漸伸線;其斜邊切於柱體之點之軌跡爲一螺線,此斜邊伸開時之各位置,卽爲螺旋面之各生線也。此面之動線爲一直線螺線,及漸伸線爲其二準線。此動線移動之律,必與二準線相遇,且必與含漸伸線之平面成一定角.

100. 拗面. 此面之連續生線,均不在一平面上,其種類甚多,惟其動線,必依一定律而移動。設以一直線爲動線,移動時與二直準線相遇而與一平面平行(此平面,謂爲平準面).或與一錐面之連續生線平行(此平面謂爲錐準面),所作之面,卽爲一拗面.

101. 兹將拗面之作法,略述數種,如下:

(1)雙曲線拋物線合形(第143圖). 此面之動線,按二直準線及一平準面或三直準線移動而作成者.

(2)尖圓形(第144圖). 此面之動線,按一直準線一曲準

線及一平準面移動而作成者。

(3)圓筒形(第145圖)。此面之動線,按二曲準線及一平準面移動而作成者。

圖 143。

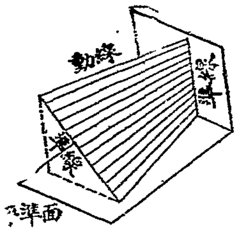


圖 144

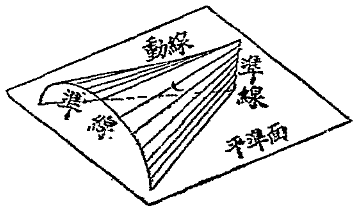


圖 145。

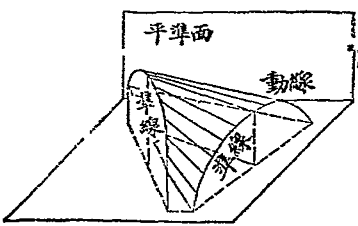
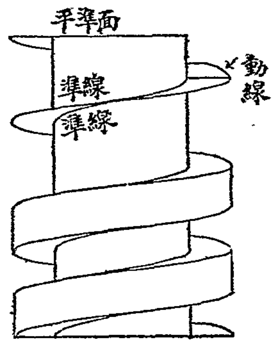


圖 146。



(4)正螺旋形(第146圖)。作法同上。

(5)斜螺旋形(第147圖)。此面之動線,按二曲準線及一錐準面移動而作成者。

圖 147.

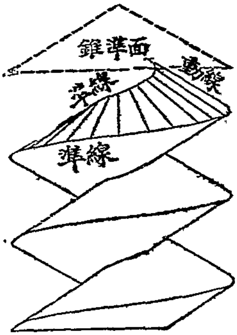
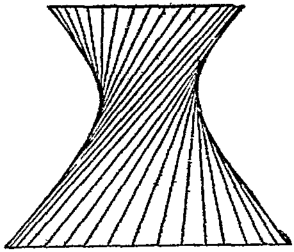


圖 148.



(6)單體雙曲線形(第148圖). 此面之動線,按二曲準線及一錐準面或三直準線移動而作成者.

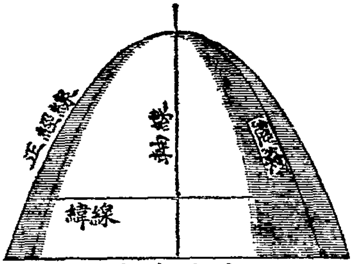
102. 旋轉面(第149圖)乃以一定直線爲軸,旋轉一線(卽動線)而成之. 此定直線,謂爲旋轉軸線. 動線上一點之軌跡,謂爲緯線,凡正交於軸線之平面,其與旋轉面相交之曲線,卽其緯線. 含軸線之平面,謂爲經線面,其與旋轉面相交之線,爲一經線;凡爲同一旋轉面之經線,其形狀大小均相同,故各旋轉面,亦可以其一經線爲動線. 經線面與縱面或横面平行者,謂爲正經線面.

設旋轉面之動線爲一直線,且與軸線同在一平面上者(卽與軸線平行或相交者),此動線所作之面,爲圓柱面或圓錐面;此兩面,乃旋轉面中僅有之二單曲面也.

設旋轉面之動線爲一直線,然不與軸線同在一平面

上者(即其連續各生線均不平行或相交者),此動線所作之面,爲一拗面,其經線爲一雙曲線。此面乃旋轉面中僅有之拗面也。此面亦可以一雙曲線爲動線,以其共軛軸爲軸線,旋轉而作成之,是名爲單體雙曲線形。

圖 149.



·拋物線形

103. 雙曲面. 除圓錐面,圓柱面,及單體雙曲線形三種面外其餘各種旋轉面,均爲雙曲面;其種類甚多,今略舉數種如下:

(1)球. 以一圓之直徑爲軸,旋轉之而成者.

(2)長橢圓形. 以一橢圓之長徑爲軸,旋轉而成者.

(3)平橢圓形. 以一橢圓之短徑爲軸,旋轉而成者.

(4)拋物線形. 旋轉一拋物線於其軸線而作成者(第149圖.)

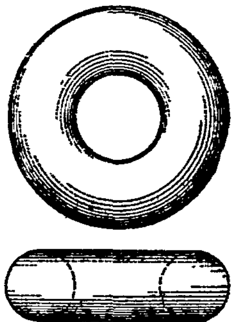
(5)雙體雙曲線形. 旋轉一雙曲線於其截軸而作成者.

(6)環形. 以與一圓同在一平面上之直線(惟非其直徑者)爲軸,旋轉該圓而成者(第150圖).

(7)移動而成之雙曲面——蜿蜒形. 此形乃一球面移

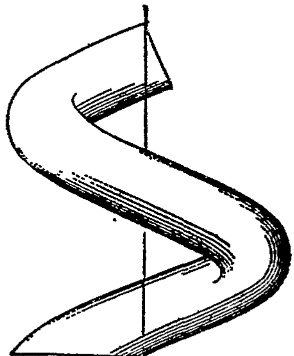
動而成者,蓋移動之時,球之中心點依一螺線而動者也(第151圖.)

圖 150.



環形

圖 151.

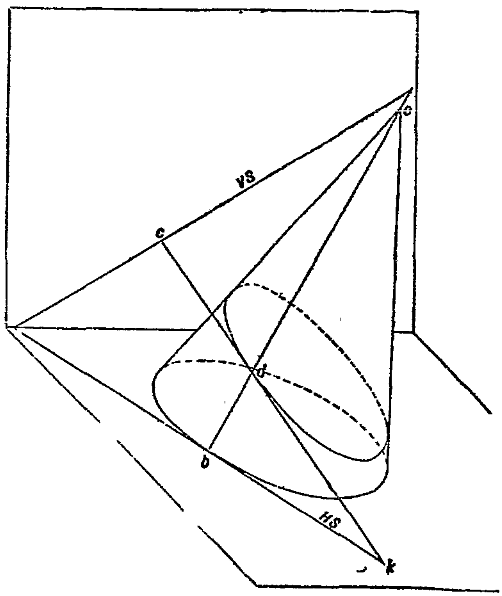


蜿蜒形

第四章 切於立體之平面

104. 凡一平面,僅含單曲面上之一生線者,謂爲切於該面之平面。尋常所用以求切於立體之平面之直線有二。一爲切生線,一爲與此切生線相交而切於立體之直線。若此切線在縱面或橫面上時,則爲所求平面之一交線。

圖 152。



第152圖。今擬自 d 點,作一平面切於圓錐面,其作法如下: 自 d 點作一直線與圓錐面之頂點相聯;此直線,即爲所求平面所必含之生線。再自 d 點作一直線切於過 d 點之任一斷面,是爲所求平面上之又一線。

由此兩線之縱橫面交點,可作所求平面之縱橫面交線.

設圓錐體之底面在縱面或橫面上時(如第152圖),可以bk直線爲所求平面之一交線.

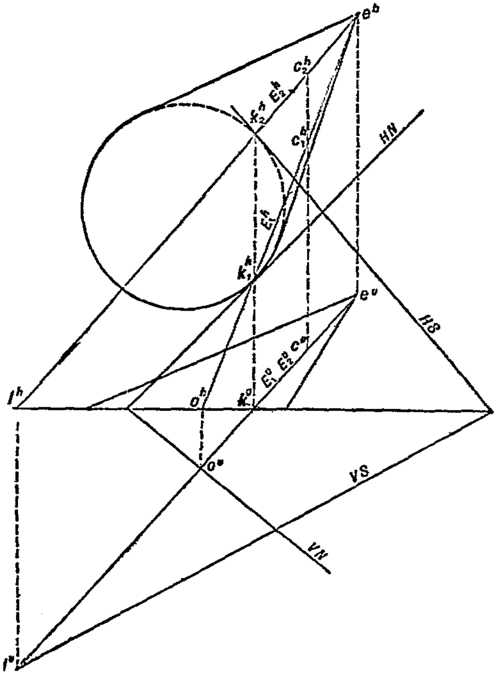
105. 已知在一單曲面上一點之一面投影,自此點求作切於該面之平面.

原理. 所求平面,由二相交線而定: 一爲過定點之生線,一爲與前線相交而切於該面之直線,此線以切於底面者爲佳.

方法. 1.作過定點之生線之投影圖. 2.自底面作第二線,與第一線(卽生線)相交且切於底面. 3.求含此兩線之平面. 若底面在縱面或橫面上,則所作之第二直線,卽爲所求平面之一交線. 注意! 自此圖題始,此後各單曲面之底面,均爲在橫面或縱面上者.

畫法. 第153圖. 令單曲面爲一圓錐面,其底面在橫面上如圖. c^V爲定點之縱面投影. 自c^V作$c^V e^V$,是爲切生線之縱面投影;此線之縱面交點爲k^V. k^V在底面上,其橫面投影有二點,$k^h{}_1$及$k^h{}_2$是也. 所以$c^V e^V$生線之橫面投影亦有二線,如$c^h{}_1 e^h$及$c^h{}_2 e^h$是也. 因之所求之平面有二. 單曲面之底面在橫面上,故自$k^h{}_1$及$k^h{}_2$兩點作二切線,卽爲所求兩平面之交線HS及HN. 自切生線之縱面交點l^V及o^V可作S及N兩平面之縱面交線VS及VN.

圖 153.



106. **自圓錐體外一定點,作一平面切於該體.**

原理. 凡切於圓錐體之平面,必含該體之頂點,故所求平面,必含聯定點及頂點之直線. 所求平面之一交線,必切於錐體之底面,因此底面在於橫面或縱面上故也.

方法. 1.聯定點於頂點. 2.求此直線之交點. 3.自此直線之一交點,與底面同在縱面或橫面上者,作一直線切於底面,是卽所求平面之一交線. 4.自其他一交點作其他交線. 此圖題所求之平面有二.

107. 作一平面切於圓錐體,且與定直線平行.

原理. 所求平面,必含頂點及過頂點而平行於定線之直線.

方法. 1. 自頂點作一直線,平行於定直線. 2. 求此線之交點. 3. 自此線之交點,與底面同在於縱面或橫面上者,作一直線切於底面,是爲所求平面之一交線. 此圖題所求之平面亦有二.

108. 自一圓柱體外定點,作一平面切於該體.

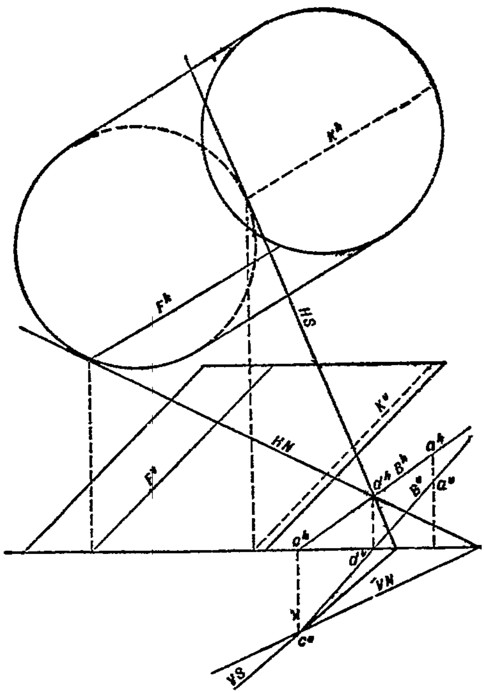
原理. 所求平面,由二相交線而定: 一爲過定點與柱體之生線平行之線,一爲與前線相交而切於柱體者; 此第二線,亦以切於柱體之底面者爲佳.

方法. 1. 自定點作一直線,平行於定柱體之生線. 2. 求此線之交點. 3. 自此線之交點與底面同在縱面或橫面上者,作一直線,切於底面,是爲所求平面之一交線. 4. 自其他交點,作其他交線. 此圖題所求之平面亦有二.

畫法. 第154圖. 令 a^h 及 a^v 爲定點之投影. 今擬自此點作一平面切於圓柱體,該體之底面在橫面上. a^hb^h 及 a^vb^v 爲過 a 點而平行於柱體生線之直線. 自此線之橫面交點 c^h,作 HS 及 HN 切於圓柱體之底面,是爲所求平面 S 及 N 之橫面交線. 此二平面之縱面交線 VS 及 VN,必含 ab 線之縱面交點 c^v 點. S 及 N

兩平面分切於柱體之K及F兩生線。

圖 154.

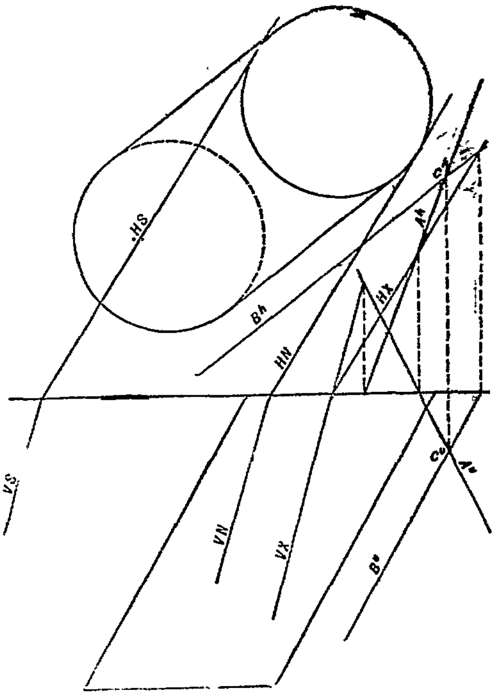


109. 作一平面切於圓柱體,且與定直線平行。

原理。所求平面,必爲平行於定直線及與定直線相交而平行於生線之直線。

方法。1.自定直線上任點作一直線,與柱體之生線平行。2.求含此直線及定直線之平面。3.所求平面之交線與此平面平行,其一交線爲切於底面者。此圖題所求之平面亦有二。

圖 155.



畫法. 第155圖. 自定直線A上之任點c,作B直線平行於柱體之各生線. 所求平面與含A及B兩線之X平面平行. N及S即爲所求之平面.

110. 凡一平面,僅含雙曲面上一點者,謂之切於該面之平面.尋常所用以求切於雙曲面之二直線,一爲過切點而切於緯線者,一爲過切點而切於經線者(第百〇二節).

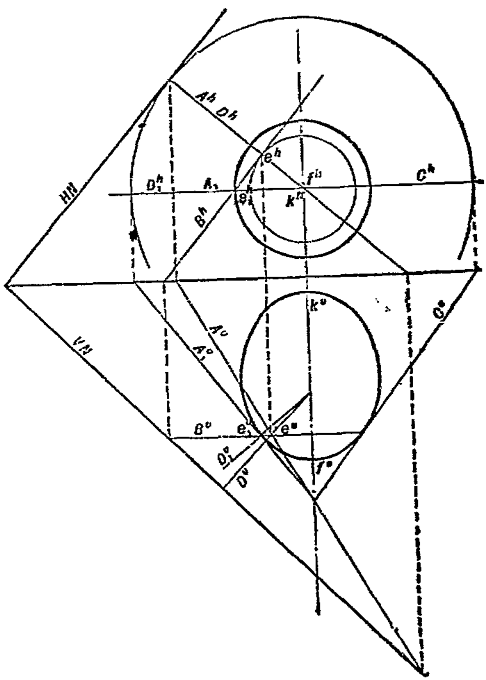
凡正交於切線而過切點之直線,謂之法線.含此線之平面,名爲法線面.

111. 已知在一雙曲面上一點之一面投影,自此點求作一平面切於雙曲面.

原理. 凡切於一雙曲面之平面,必含過切點而切於經緯線之二切線. 此圖題之作法有二.

第一法. 1.自定點,作經線及緯線(第百〇二節). 2.自定點作切於經緯線之二直線. 3.求含此二切線之平面.

圖 156.



畫法. 第156圖. 令雙曲面爲一橢圓球,其軸線正交於橫面. 今擬自該面上一點之橫面投影^{h}點,作一平面切

於該面. 以f^he^h爲半徑f^h爲中心作一圓,是爲過e點之緯線之橫面投影,其縱面投影有二,一爲在橢圓內b^V直線之部分. 自e^h點,作投影線於B^V得e^V,是爲定點縱面投影之一. 過e點作B直線切於緯線. B直線與緯線同在一正交於縱面之平面上,故b^V與緯線之縱面投影在同一直線上. A^h直線在圓周內之部分(此圖周爲橢圓球之橫面投影)爲過e點經線之橫面投影. 以$f\ k$爲軸線,旋轉此經線與正經線相合(卽與線面平行,參閱第百〇二節中界說.)則其縱面投影旋轉後之位置,爲圖中之橢圓. e點旋轉後,其縱面投影在e_1^V點;過此點作一直線切於正經線,此線之投影爲$A^h{}_1$及$A^V{}_1$. 反旋轉之,得A^h及A^V二線,是爲過定點e,而切於經線之直線. 由A及B兩線之交點,可作所求平面之交線. 此圖題所求之平面亦有二,第156圖僅作其一.

第二法. 1. 自過定點之緯線,作一圓錐體切於雙曲面.
2. 求過定點而切於圓錐體之平面.

畫法. 第156圖. A^h及A^V爲過定點圓錐體生線之投影. 自A直線作一平面切於圓錐體,是爲過e點而切於雙曲面之平面. 若A線之交點,不能作於圖紙之內時,則可按第百一十節原則,作所求平面之交線,與過e點之法線成直角.

112. 自雙曲面外一點作一平面,切於定緯線。

方法. 1.自定緯線,作一圓錐體切於雙曲面. 2.自定點作一平面切於圓錐體卽如所求(第百〇六節).

此圖題所求之平面亦有二.

113. 自球面上定點,作一平面切於球面.

方法. 此圖題,可按第百十一節畫法或次法作圖. 1.自定點作球之半徑. 2.過定點,作一平面與半徑成直角(第七十二節),卽如所求.

114. 過定直線,作一平面,切於球面. (過定直線,切於雙曲面之普通畫法,見後第百六十節).

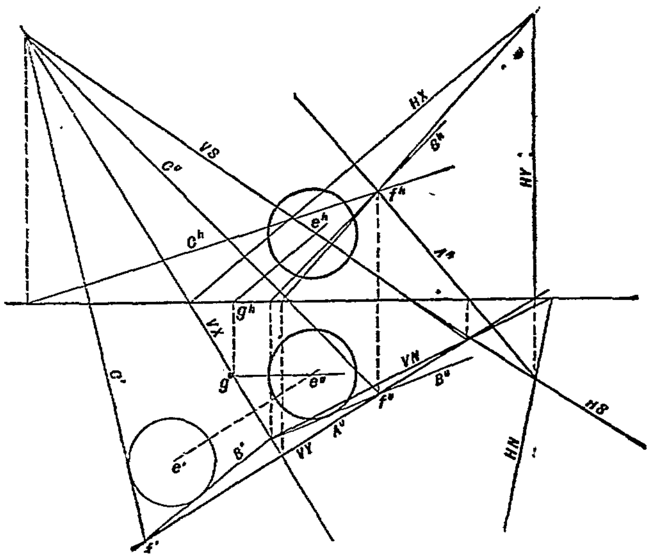
原理. 假定作一平面,過球之中心,而正交於定直線,此平面與球面相交之曲線爲球之大圓,其與所求之二切平面相交者爲二直線. 此二直線均過定直線與所作輔助平面相交之點,且均切於大圓者. 此二切線與定直線所定之二平面,卽爲所求.

方法. 1.自球之中心點作一平面,正交於定直線(第七十二節). 求此平面之交線. 2.求定直線與此平面相交之點(第五十七節). 3.旋轉此平面,及其所合球之中心點,大圓及其與定直線相交之點,使入於縱面或橫面上. 4.旋轉之後,由輔助平面與定直線相交之點,作二切線於球之大圓,此二線,卽所求二平面上之二線. 5.反旋轉此二直線. 6.求此二直線

與定直線所作之二平面,即爲所求.

畫法. 第157圖. 令A爲定直線,e點爲球之中心. HX及VX,乃過e點正交於A線之輔助平面之線橫交線.(畫法可參閱第七十二節.) f點爲A直線與X平面相交之點. 旋轉X平面與縱面相合;e'爲球之中心點e旋轉後之點,以e'爲中心,作球之大圓,次自f'點,作二切綫B'及C'於球之大圓.

圖 157.



反旋轉此二直線後,其位置為B及C二線,各與A直線相交於f點。C與A,乃所求一平面S上之二相交線。其第二平面,則可由A與B兩線定之。

第五章　切斷立體之平面,及面之展開圖

115. 求一切斷平面與立體相交之線.

方法. 1. 作數輔助平面,令與切斷平面及立體均相交.

2. 此項相交線相交之點,卽爲所求線上之點.

凡稜柱體,稜錐體,圓柱體,圓錐體,及各雙曲面之切斷面,均可按此法以作圖. 所用之輔助平面,均可任意作之,惟爲便利起見,以能與立體相交於其最簡單之線,如直線或圓者爲最佳.

若按上述方法以求柱體,錐體,單曲面,或直線面之截面,作圖時可求該體各生線與切斷平面相交之點(第六十一節).

116. 自定點,求作一切線於單曲面之截面.

方法. 先自定點作一平面切於單曲面(第百十一節). 此切平面與切斷平面相交之線,卽爲所求之切線.

117. 求截面之實形時,可以切斷平面之一交線爲軸線,將該面上所有各點及線,旋轉而入於縱面或橫面上,則得所求.

118. 切斷平面與立體之軸線成直角,其所截之面,謂之正截面.

119. 將一面之實形,平展之於一平面上,其各生線均與平面脗合,名爲展開. 可以展開之面,其二連續生線必同在一平面上,蓋惟此項面,方能平展之於平面也. 故單曲

面及由平面圍繞而成之面,方可展開. 展開一由平面圍繞而成之面時,先求各平面之實形,再依次畫之. 展開單曲面時,先令其一生線與一平面脗合,次將該面旋轉使各生線均與平面相脗合;單曲面旋轉一次所作之跡,即為該面之展開圖.

120. 求作稜錐體截面之投影圖及其實形.

原理. 稜錐體為數平面圍繞而成,故此圖與求兩平面相交線無異. 稜錐體亦為其稜線而作成,故此圖題亦與各稜線與切斷平面相交之點無異.

方法. 1. 求各稜線與切斷平面相交之點. 2. 依次聯各點,是為所求之截面.

畫法. 第158圖. 令 $A_1E_1C_1D_1E$ 為一錐體之稜線, N 為一切斷平面. 今求 N 平面所截錐體之面形. $A_1B_1C_1$ ……等各稜線,與 N 平面相交之 a, b, c, d, e 各點,乃以各稜線之橫投影面為輔助平面求之(第五十九節).

ab, bc, cd, de, ea 各直線,即 B 平面與錐體相交之線也.

所用各稜線之橫投影面,均含錐體之頂點 l 點,且均為正交於橫面者,故各輔助平面,均含過 l 點而正交於橫面之直線. 是以此直線與 N 平面相交之 O 點,乃 N 平面與各輔助平面相交線所公有之點. 知此,則作圖之時,略為簡易.

截面之實形,乃以 VN 為軸,旋轉各點,使入縱面者.

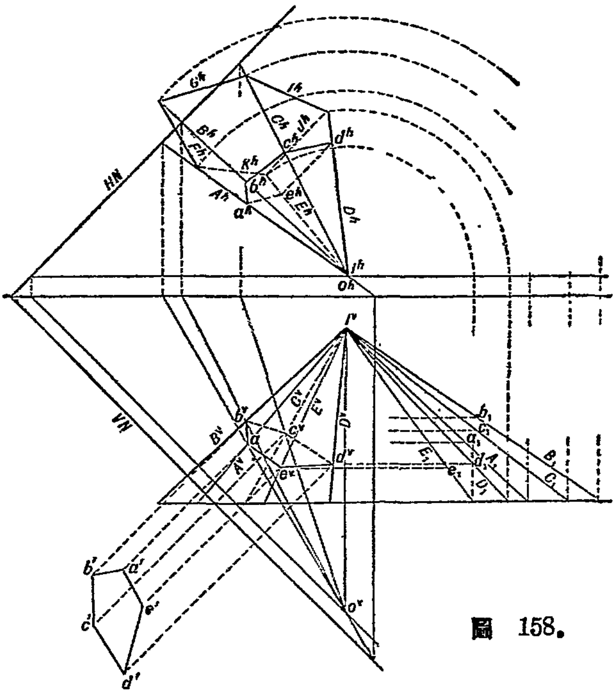


圖 158.

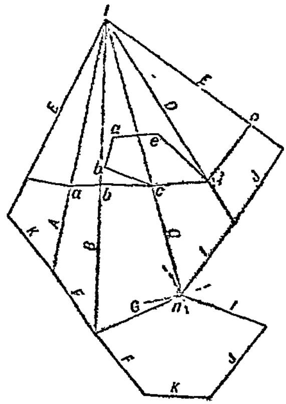
121. 展開前題之稜錐體.

原理. 設將錐體置於一平面上旋轉之，使其各面均與平面賠合，則其旋轉時所作之圖式，卽爲其展開圖.孰是以觀，則知展開圖中，錐體之各稜線，均係實長.

方法. 1. 求錐體各稜線之實長. 2. 依此作錐體各面之實形.

畫法. 第158,159圖. 各稜線之實長,及各稜一部分之實長,均旋轉各線與縱面平行以求之,如 A_1,B_1,C_1等,a_1,l_1,c_1等(第158圖). $F_1G_1I_1J_1K_1$各稜線之橫面投影,卽爲該線等之實長,因該線等均與橫面平行故也. 任以一點爲頂點l',作一直線B與B_1同長.

圖 159.



以 l 爲中心,C_1 爲半徑,作一弧,以 B 之他一端爲中心,G^1爲半徑,再作一弧,與前弧相交於 n 點. 如是,則定 C 與G二線之位置. 其他各線,亦可倣此法求之. 自 l 點截各稜線,使與自錐體頂點至截面之長度相等,如a,b,c,d,e等. 聯之,則得截面之展開圖. 底面及截面,均可加入圖中,以完成所求錐體之展開圖.

122. 求作圓錐體截面之投影及其實形.

原理. 此圖題之理,與前節略同,蓋一圓錐體,亦可以一無數邊之稜錐體視之也.

方法. 1. 作圓錐體各生線之縱(或橫)投影面. 2. 求各生線與定平面相交之點.

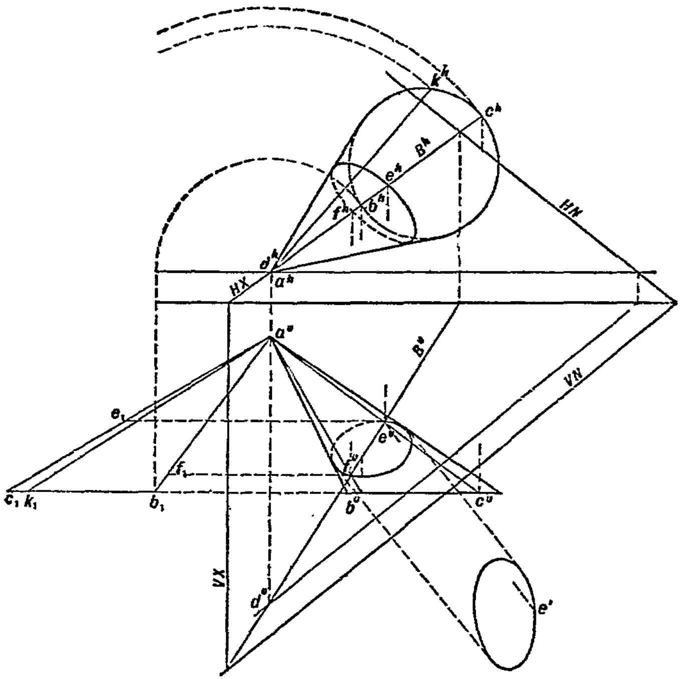
畫法．第160圖．令N爲定平面,斜圓錐體之底面,與橫面平行．今求N平面所截圓錐體之面．自圓錐體之頂點a,作數平面正交於橫面．X平面,即此項平面中之一;其與圓錐體相交者,爲ab及ac二生線,其與N平面相交者爲B線．B與ac相交於e點,又與ab相交於f點．此二點,均爲所求曲線上之點．仿此,可求其餘各點．所求點數愈多,則所作之曲線愈爲準確．所用各輔助平面雖不一,而以含各生線之在投影圖之外邊者爲不可缺．作此圖時(與前同),各輔助平面,均含過頂點而正交於橫面之直線．此直線交N平面於d點,是爲各輔助平面與N平面相交線之公有點．截面之實形,亦以VN爲軸,旋轉入於縱面而得之者．

123．<u>展開前題之圓錐體．</u>

原理．設將一圓錐體旋轉而平展於一平面上,其頂點之位置不更移;各生線則依次與平面相合,而其長度及互相距離,均爲實長．

畫法．第160圖中之底面與橫面平行,故各生線互相距離,可繞圓周量之,是以作該體之展開圖時,任以一點(a點,第161圖)爲頂點,作一直線與ac生線之實長同．以a爲中心,ak爲半徑作一弧;再以k爲中心,h_1h弧之實長爲半徑,作一弧,交前弧於h點．倣此,作其他各

圖 160.

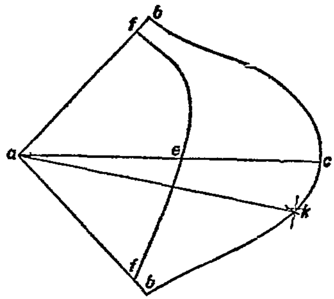


點. 所求點數愈多,則所作之圖亦愈準確.如前第百二十一節,自頂點依次截各生線,使與自頂點至斷面之長度同,然後聯各點以一曲線,即得截面之展開圖.

124. 求作一圓柱體截面之投影圖及其實形.

原理. 與圓柱圓之軸線平行,而正交於縱面或橫面之輔助平面,交圓柱體於其二生線,與切斷平面相交於一直線. 此直線與二生線相交之點,即爲所求截面曲線上之點.

圖 161.

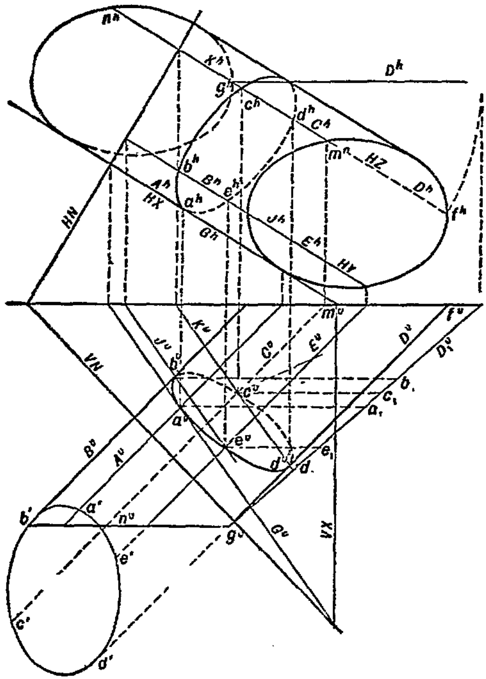


畫法. 第162圖. 令 N 爲切斷平面;今求其截一橢圓柱體之面形. X 平面乃與柱體軸線平行而正交於橫面者.此平面切於該體,故僅與該體相交於其一生線 A,其與 N 平面相交者爲 G 線. G 與 A 相交於 a 點,是爲所求截面曲線上之一點. 同此,Z 平面與圓柱體相交於 C 及 D 二生線,又與 N 平面相交於 K 直線. K 與 C 及 D 各相交於 c 及 d 兩點,是爲所求曲線上之又二點. 仿此以求其他各點. 斷面之實形,亦以 VN 爲軸,旋轉入於縱面而得之者.

125. 展開前題之圓柱體.

原理. 展圓柱體之面於一平面上時,各生線仍爲平行線,其長度及互相距離,皆與實長同.今所求者,爲斜圓

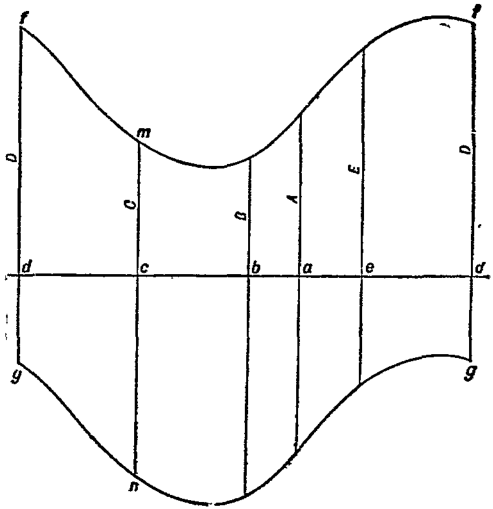
圖　162.



柱體之展開圖,惟此體底面之展開圖爲一曲線,故必先求其正截面,然後作此正截面展開圖(係一直線).次於此直線上,按各生線之互相距離及長度作之.此直線之長度,與正截面周線之長度同,各生線,則

皆正交於此線．以自各生線之一端至正截面之實長截各生線，次聯各生線之末以一曲線，即得底面之展開圖．

圖 163.



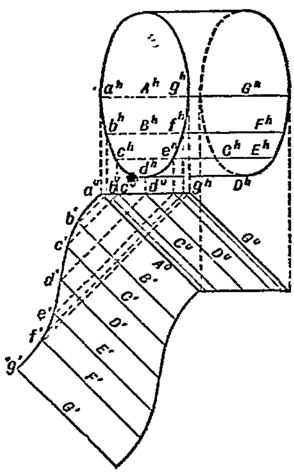
方法．1．作一直線，與正截面之周線同長．2．於此直線上，以各生線之互相距離分截之．3．自此數點，立垂線．4．截各垂線，使與各生線之實長等．5．聯各垂線之端以一曲線，即得所求．

畫法．第162,163圖．第162圖中之切斷平面N，乃特爲正交於軸線者，故其截面即爲正截面．旋轉D生線與縱面平行，則得其實長$_1D^V$．自d^V作與界線平行之線，與$D_1{}^V$相交於d_1點，則得D生線在正截面上下兩部分之實長．圓柱體之各生線均同長，故僅求一生線

之實長卽足。自正截面上其他各點如 $a^V, b^V, {}^V$ 等,作投影線與界線平行,以與 D_1^V 相交於 a_1, b_1, c_1 等,則得各生線在正截面上下兩部分之實長。於 dd 直線上(第163圖),按各生線之實距離 dc, cb,等截之。次自 d, c, b 等點立垂線,再以各相當生線在正截面上下兩部分之實長截之;聯各線之端以一曲線,卽如所求。

126. 若圓柱體之軸線與縱面或橫面平行時,可不必用其正截面以作其展開圖。其法如下:第164圖,乃一斜圓柱體,其軸線與縱面平行,故各生線之實長,均可由其縱面投影圖中求之,其互相距離,則可循底面之周線量之。設展此體之面於一平面上,各生線之端所作之軌,均在於正交各生線之平面中。故 b' 在於正交 B^V 線之 $b'b^V$ 直線上,其距 a^V 之度率,等於 $a^h b^h$ 弧之實長。同此理,c' 在於正交 c^V 之 $c'c^V$ 直線上,距 b' 等於 $b^h c^h$ 弧之實長。餘類推。本圖僅爲圓柱體展開圖之一半,其他一半與此

圖 164。



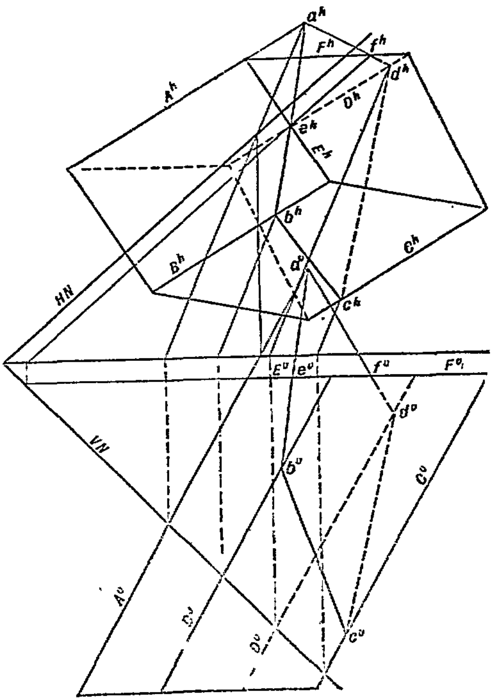
同形。

127. 求一平面與一稜柱體相交之線。

原理。凡稜柱體,均可視爲稜錐體,惟其頂點則在極遠之處,故作此圖題之原理,與第百二十節同。

畫法。第165圖。令 A, B, C, D 等線爲稜柱體之稜線,N 爲定平面。以各稜線之縱投影面爲輔助平面,而求 B, C, D 等線交於 N 平面之 b, c, d 等點(參閱第五十九節)。A 線若引長

圖 165.

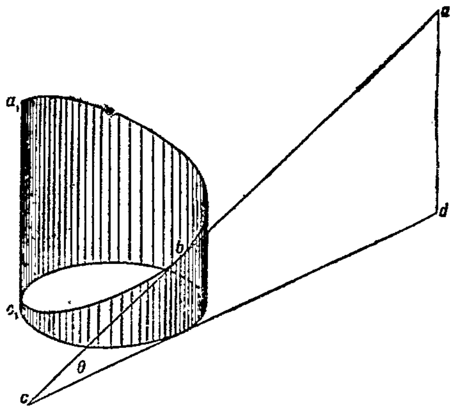


之,則與N平面相交於a點. 聯ab, bc, cd, da,則得相交各線. 惟a點在柱體之外,故所求之線,祇為ab及da兩線在於柱體上之部分如bc及df兩線,N平面與稜柱體之上面相交之線為ef. e及f兩點,亦可以E及F兩線之縱投影面求之,若是則不必求a點. 所用各稜線之縱面投影均平行,故其與定平面相交之各線,均為平行線. 照此作圖,略為簡易. 此圖中截面之實形,可以HN為軸,旋轉各點入於橫面而作之.

128. 展開前題之稜柱體.

方法. 先求一正截面之實形,次按第百二十五節展開圓柱體之畫法作圖;或將稜柱體旋轉,與縱面或橫面平行,再按第百二十六節,展開圓柱體之畫法作圖,亦可.

圖 166.



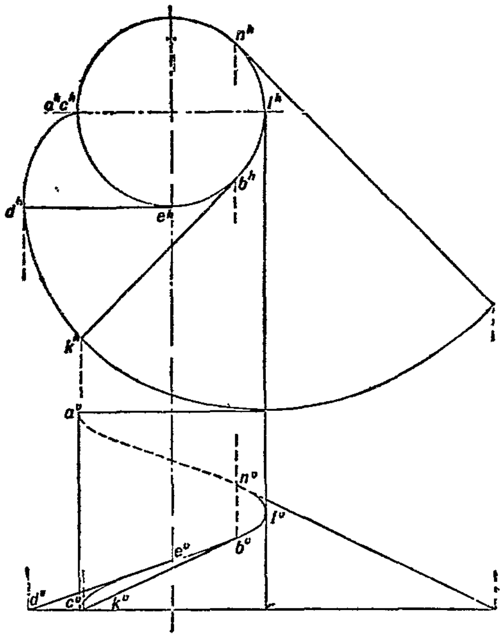
129. 螺旋面. 第166圖,乃一三角形切於一正圓柱體之圖. 此三角形之底邊,與圓柱體之周線同長;至於其垂邊,則與圓柱體之

生線相合. 若將三角形繞於圓柱體,令其 c 頂點與圓柱體上 c_1 點, a 點與 a_1 點均相合. 其斜邊 ac 所作者,即為一螺線;此螺線之螺距為 c_1c_1, acd 角即其與底面所作之定角. 設 ac 直線當繞圓柱體移動時,均切於螺線,且與底面均作一定角 θ,其所作之面,謂之螺旋面. 此面分為二部分,本書僅考究其在各動線切點之下部分. (作螺線投影圖之法,見後附錄.)

130. 作螺旋面之各生線.

畫法. 第167圖. 令 a^hl^h 為螺旋面之直徑, a^vc^v 為其螺距,如是則 $a^vl^vb^ve^vc^v$ 為螺線之縱面投影;切於空間螺線之各直線,即為所求之各生線. 設任自 b 點,作一切線於螺線. 其橫面投影 b^hk^h,則為切於圓周 b^h 點之線,此切線之長度,等於 $b^he^hc^h$ 弧之實長,故 k^h 為 bk 生線之橫面交點. 仿此,則可求其他各生線之橫面交點,其軌跡即螺旋面底面之曲線,此曲線,即為螺線所盤旋之柱體底面之漸伸線. 凡切於圓周而止於此漸伸線之直線,即為所求之生線.

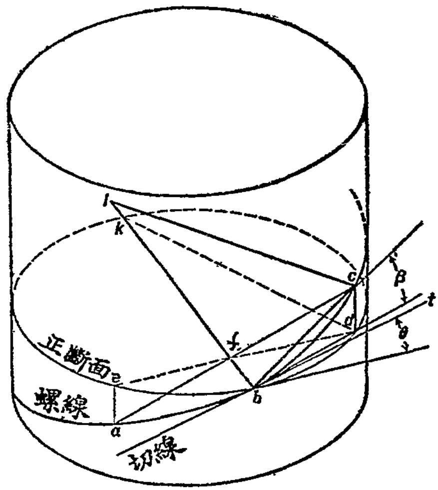
圖 167。



131。展開前題之螺旋面。 此面可以展在平面上;作展開圖時,先作螺線之展開圖(係一圓);次作切於此圓之直線;再以該面相當生線之長度截此等直線,次作漸伸線。圓與漸伸線間所含之面積,卽爲所求螺旋面之展開圖。

螺線乃一有定曲度之曲線,故其展開圖爲一圓。 此圓之半徑,可按次法求之。 第168圖,令 a,b,c 爲螺線上三

圖 168.



點，bt 為切於螺線上 b 點之直線，b 點距 a 及 c 之度率相等．

a 與 c 兩點，在於圓柱體之正截面(過 b 點者)上之投影，為 e 及 d 兩點．ac 為一弦，ab 弧卽等於螺線之曲度．bl 為 abc 弧之直徑，故 bcl 為一直角三角形，因其在半圓之內故也．bdk 直角三角形，乃在正截面上者．在 bcl 直角三角形內，bc 線為 fb 及 bl 兩線之中率線；在 bdk 直角三角形內，bd 則為 fb 及 bk 兩線之中率線．設以 R 為螺線展開後圓之半徑(卽等於 $\frac{bl}{2}$)．r 為螺線投影圖之半徑(卽等於 $\frac{bk}{2}$)．則得次列之二方程式：

(1)　$(bc)^2 = fb \times 2R$,　　及

(2)　$(bd)^2 = fb \times 2r$.

(2)÷(1), $\frac{(bd)^2}{(bc)^2}=\frac{R}{r}$. 惟 $\frac{bd}{bc}=\cos\beta$, β 乃 b 弦與橫面所作之角, 故 $R=\frac{r}{\cos^2\beta}$. 設 a 及 c 兩點漸次移近,則 bc 弦漸次與 bt 切線相合, β 角則漸次等於 θ 角, θ 角卽 bt 線與橫面所作之角,故最後 $R=\frac{r}{\cos^2\theta}$.

R 之值亦可按第169圖畫法直接得之.自一外生線與圓柱體相交之 c 點,作一橫線,使與自 b 點正交於生線之直線相

圖 169.

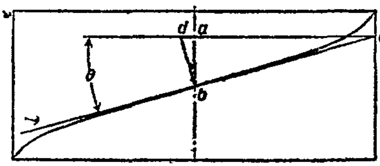
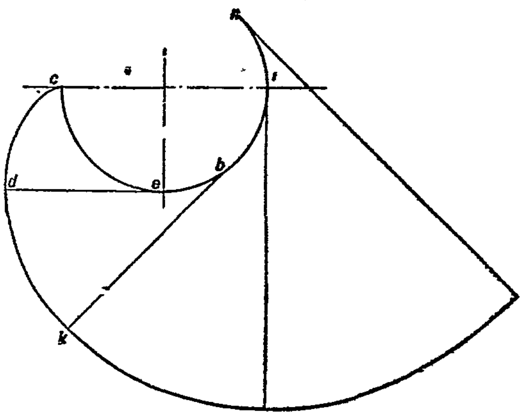


圖 170.



交於 d 點，則 cd 即爲所求螺線展開圖之半徑。因 bc $=\frac{ac}{\cos\theta}$，又 $bc=cd\cos\theta$，故 $cd=\frac{ac}{\cos^2\theta}=\frac{r}{\cos^2\theta}$。

既得螺線展開圖之半徑，作展開圖之圓，及盤旋面底面之漸伸線，則完成螺旋面之展開圖。第170圖即第167圖中螺旋面展開圖之形。

132. 求作一平面與一雙曲面之相交線。下列各圖題，其軸線均擬定爲正交於縱面或橫面者。

方法。1. 作數輔助平面與軸線成直角。此數平面與雙曲面相交之線爲圓，其與定平面相交者爲直線。

2. 各直線與各圓相交之點，即所求相交線上之點。

畫法甲。第171圖。令 S 爲定平面與一橢圓球相交，此橢圓之軸線正交於縱面。作 Y 平面與軸線成直角，故 HY 與 GL 平行；其與橢圓球相交之圓，其橫面投影與 HY 相合，至於其縱面投影則爲一圓。Y 平面交 S 平面於 B 直線。此線與前圓相交於 i 及 g 二點，是爲所求相交線上二點。仿此法以求其他各點。聯各點以一曲線，即得所求。

作此圖時，如能先知各輔助平面應處之位置，則可先得相交線上各重要點。求相交線之終點時，可先作一經線面 U，令與 S 平面成直角，且與之相交於 D 直線。在此線上可得 a 及 b 兩點(畫法與前第150圖

同),是卽所求相交線之終點。 D^V 乃一軸線,在其兩旁相交線之形狀均相同。

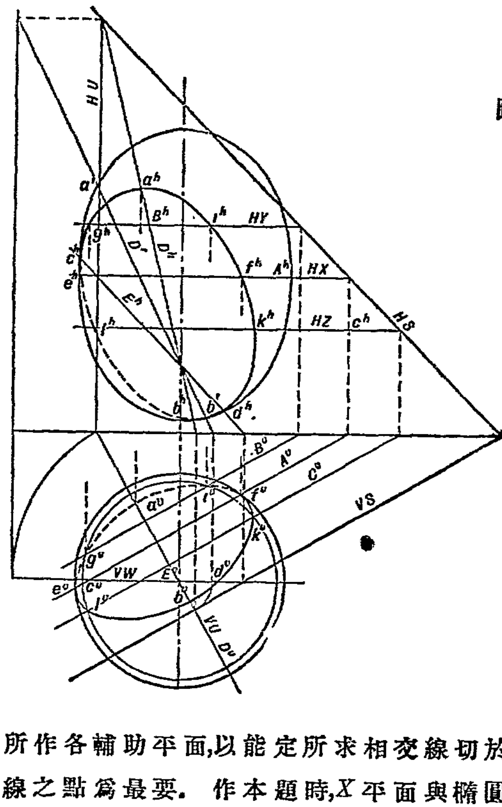


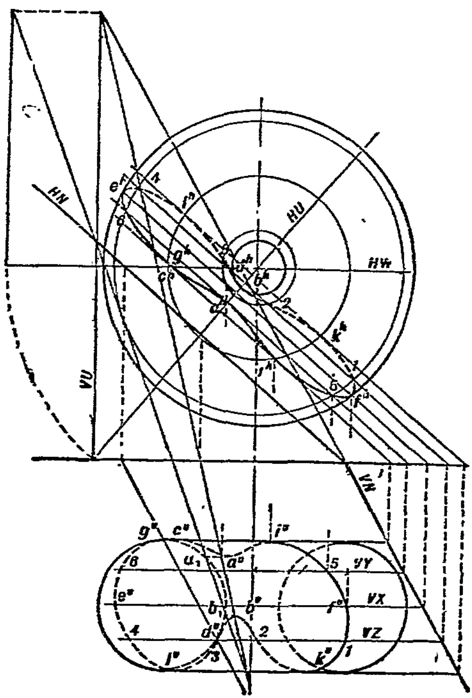
圖 171.

所作各輔助平面,以能定所求相交線切於立體各外線之點爲最要。作本題時,X 平面與橢圓球相交於其最大緯線,且與一外線之縱面投影相交;W 平面

與橢圓球相交於其正經線. X平面定所求相交線上之e^V及f^V兩點,W平面則定c^h及d^h兩切點. 是數點者,a,b,c,d,e,f,均號爲相交曲線上之重要點.

畫法乙. 第172圖. 令N爲定平面,與一環形相交,此環

圖 172.



形之軸線與橫面成直角。所用各輔助平面多爲與橫面平行者。在 U 平面上之重要點爲 a 及 b;在 X 平面上者,爲 e 及 f;在 W 平面上者,爲 c 及 d。 g 及 i 二點爲所求相交曲線之最高點;l 及 k 則其最低點是也。

第六章　各面相交之圖

133. 凡兩立體相貫,欲作其面之展開圖,必先求其相交線.此相交線,爲兩體公有之線,其性質,因立體之大小,形狀及位置而異.求此項相交線之投影,及該立體展開圖之作法,其所應知之原則,已於前章求平面與各體相交線中詳述之矣.今所宜考究者,爲所用輔助平面之位置,使其能與兩立體均相交,而不至有交此失彼之患.

134. 輔助面之性質.前章所用之輔助面,均爲平面,然柱體之面及球面亦爲所常用者,以其與立體相交者,常爲直線及圓弧故也.所用輔助平面,或面之性質及其作法均視相貫立體之性質爲轉移,惟其與立體相交之線,必須簡而易作,如直線及圓弧.

今將相貫立體之性質,及其所應用之輔助面分爲數項,列之於下:

第一項.圓柱體與圓錐體相貫,其軸線均斜向於縱橫面時,所用輔助平面,須含圓錐體之頂點,且與圓柱體之軸線平行者.

第二項.兩圓柱體相貫,其軸線均斜向於縱橫面時,所用輔助平面,須與兩軸線均平行.

第三項.兩圓錐體相貫,其軸線均斜向於縱橫面時,所用輔助平面,須含兩體之頂點(即含過兩頂點之直線).

第四項.一單曲面與一雙曲面相交,其軸線平行而

正交於縱面或橫面時,所用輔助平面,須正交於兩軸線.

第五項. 一單曲面與一雙曲面相交,二單曲面相交,或二雙曲面相交,其軸線相交,且均與縱面或橫面平行時,所用輔助面爲球面,其中心則在兩軸線相交之點.

第六項. 一圓柱體與一雙曲面相交,其雙曲面之軸線與縱面或橫面成直角時,所用輔助面,爲一圓柱體之面,其軸線則與原圓柱體軸線平行,而與錐曲面之軸線相交,如是其與雙曲面相交之線爲圓.

第七項. 一圓錐體與一雙曲面相交,雙曲面之軸線與縱面或橫面成直角時,所用輔助面爲圓錐體之面,其頂點與原圓錐體同,而與雙曲面相交於其圓.

第八項. 前列數項中(除第六及第七兩項外),圓錐體可易以稜錐體,圓柱體可易以稜柱體,其所用之輔助面亦同前.

第九項. 二稜柱體,或二稜錐體,或一稜柱體一稜錐體相貫時,可以不必用輔助平面,祇求各稜線與各面相交之點,聯之即如所求.

135. 求作一圓錐體與一圓柱體相交之線,兩體之軸線,均斜向於縱橫兩面者.

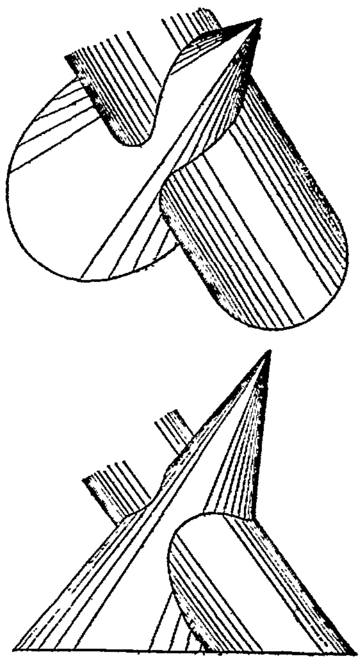
注. 尋常作此項立體時,其底面均作在縱面或橫面上.

原理. 相交曲線乃兩立體公有之線,故必經過兩體公

有各點．凡過圓錐體頂點,而平行於圓柱體軸線之平面,其各與兩立體相交之線,必為該兩體之生線．此項生線,在同一平面上,故必相交,其相交之點,乃兩立體公有之點,故為所求相交曲線上之一點．

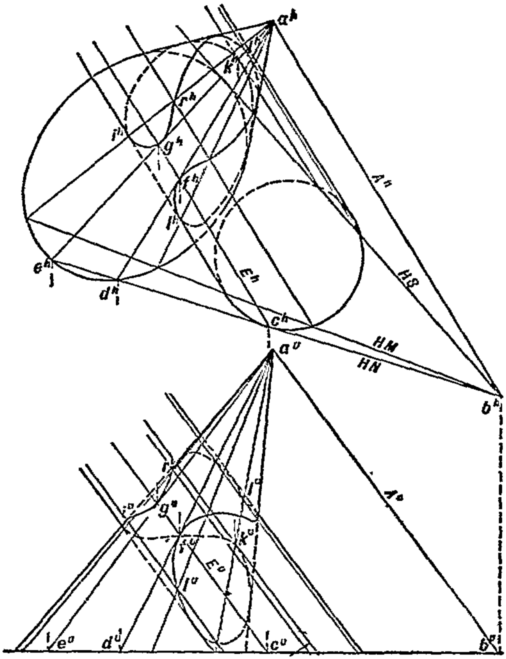
方法．1.自圓錐體之頂點,作一直線,與圓柱體之軸線平行．2.求此線與兩體之底面同在一面上之交點．3.自此交點,任作數直線與兩體之底面相交．此數直線即為輔助平面之交線．4.自此數交線與底面相交之點,作立體之生線．5.聯各生線相交之點以曲線,即如所求．

圖 173.



畫法．第174圖．自圓錐體之頂點 a 作 A 直線,與圓錐體之軸線平行．此直線為各輔平面所必含之

圖 174.



直線,故其交點 l^h 乃各輔助平面交線所公有之點。HN 乃是項交線之一;與圓柱體之底面相切於 c^h 點,而與圓錐體之底面相交於 d^h 及 e^h 兩點. 此數點爲 N 平面與兩立體相交生線上之點,故可自此作兩立體之生線. E 直線爲圓柱體之生線, da 及 ea 兩生線,

則屬於圓錐體．此兩體生線相交於 f 及 g 兩點,是爲兩立體公有之點,故爲所求相交曲線上之點．

N 及 S 兩輔平面,一爲切於圓柱體者,一爲切於圓錐體者．故由此兩平面所求之點,各爲二．在此兩平面間之各輔助平面,如 M 等,與兩立體相交之生線,各爲二,故由此而得之點有四．其他各輔助平面多按 M 平面作法作之,惟以能與縱橫兩面投影圖之外生線相交者爲最要．

136. 各輔助平面之選定法,及其畫作之次序．

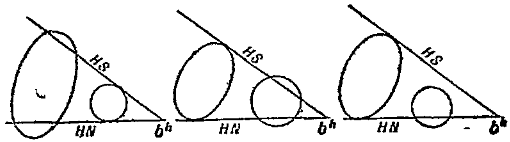
最先作切於立體之平面,若是則可定曲線之終點,如 f,g,k,l,各點;作此之後,且可依之而定相交曲線之數(詳見下節)．次作與縱橫兩面投影圖之外生線相交之平面．M 卽此項平面之一;其所交之外生線,乃在圓柱體之橫面投影圖中,其所定之 i 及 m 兩點,亦爲所求曲線中之重要點．

137. 定相交曲線數目之法．

在未求圓錐體與圓柱體相交曲線之前,其相交曲線之數目,須先行定之．第174圖中圓錐體與圓柱體相交者僅爲一線,其故蓋以切於圓柱體之兩平面中,祇有一平面與圓錐體相交．若該兩體之大小或位置,能使切於圓柱體之兩平面,均與圓錐體相交如第175圖(此圖僅作兩立體之底面及平面之交線),則相交曲線有二,因圓柱

體直貫圓錐體故也. 設切於圓錐體之兩平面,均與圓柱體相交如第176圖,則圓錐體直貫圓柱體,其相交曲線亦有二. 第177圖即174圖之簡圖,此圖中之相交曲線,僅有一線.

圖 175. 圖 176. 圖 177.



138. 定相交曲線能見及不能見之部分.

1. 凡兩生線均能見,則其相交之點方爲能見,否則均爲不能見. 2. 在縱面投影圖中,其能見之部分,係在兩立體之前部. 3. 在橫面投影圖中,其能見之部分,係在兩立體之上部. 4. 自能見之部分而入不能見之部分,必爲一立體之一外生線. 第173圖僅作爲圓錐體與圓柱體相交曲線之能見部分.

139. 求作兩圓柱體相貫之曲線,此兩體之軸線,均斜向於縱橫兩面者.

原理. 與兩軸線平行之輔助平面,均與兩體相交於其生線,兩體生線相交之點,即爲所求曲線上之點. 各輔助平面均與兩軸線平行,故均彼此平行,其交線亦

彼此平行。

方法。1. 自一軸線作一平面，與其他軸線平行(第七十四節)。此平面爲各輔助平面必平行之平面。2. 定所求曲線之數目。3. 先作切於立體之平面，次作含縱橫面投影圖中各外生線之平面，再次作其他必要各輔助平面，以求曲線上之重要點。4. 聯諸點以曲線，而按第百三十八節方法定該線之能見及不能見之部分。

140. 求作兩圓錐體相貫之曲線，該兩體之軸線均斜向於縱橫兩面。

原理。含兩錐體頂點之輔助平面，均與兩體相交於其生線，故各輔助平面必均含聯兩頂點之直線，其交線必過此直線之交點。此圖題作法與第百三十五節略同。

141. 求作一橢圓球與一斜圓柱體相貫之曲線。

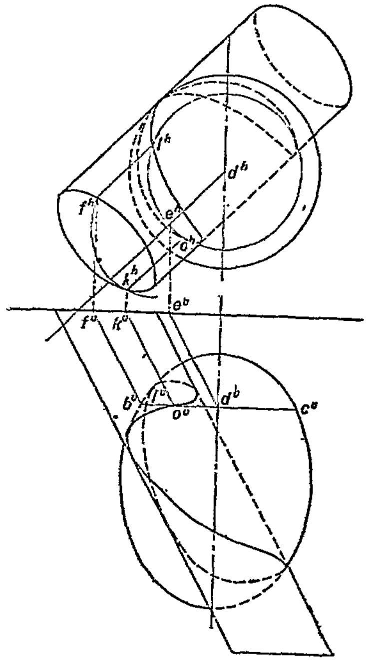
原理。若以圓柱體爲輔助面，其軸線與定圓柱體之軸線平行，且與橢圓球之軸線相交，則其與定圓柱體相交者爲其生線，而與橢圓球相交者爲圓。

畫法。第178圖。任作一橢圓球之緯線。於縱面投影圖中如 $b^v c^v$，假定其爲一輔助圓柱體之橫截面，而令 dc 爲此輔助圓柱體之軸線。此輔助圓柱體與橫面相交於一圓，此圓之中心爲 c^h，其直徑爲 $b^v c^v$。f 及 k 兩點爲兩圓柱體底面相交之點，故爲兩圓柱體公有

之二生線上之兩點.

此二生線與前所作橢圓球之緯線相交於l及o兩點,是爲橢圓球及圓柱體公有之二點,故爲所求曲線上之二點. 仿此,以求其他各點,後再聯以曲線如圖.

圖 178.



142. 求作一環形與一圓柱體相貫之曲線,該二體之軸線均爲正交於橫面者.

原理. 正交於該兩體軸線之平面,必與兩立體相交於二圓.

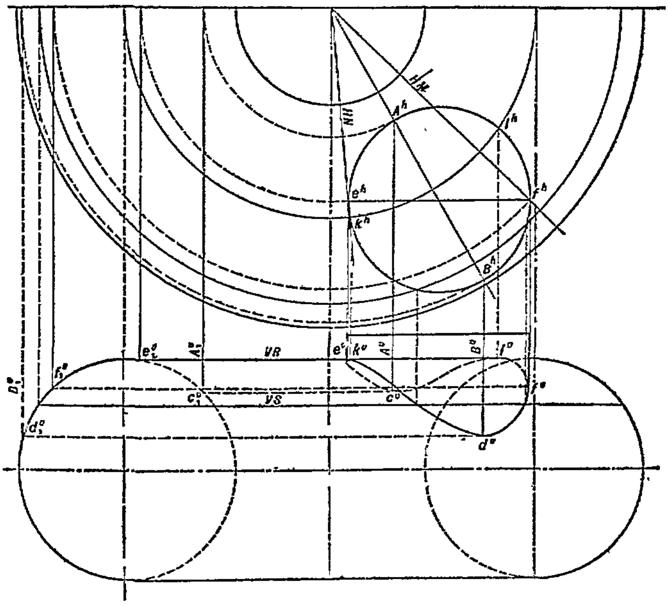
此二圓相交之點,卽所求曲線上之點;或作環形之經線面,令與環形相交於其經線,而與圓柱體相交於其生線;經線與生線相交之點,亦爲所求曲線上之點.

方法. 1. 作環形之經線面,含圓柱體之軸線,以求兩相貫體曲線,在於環形內外之最低點. 2. 作含圓柱體各外生線之環形經線面,以求曲線切於圓柱體之點.

3.作一輔助平面,與環形之最高緯線面相合,以求曲線之最高點. 4.作正交於兩軸線之平面,以求其他各重要點.

畫法. 第179圖. 自圓柱體軸線,作環形之經線面與圓柱體相交於其生線,而與環形相交於其經線. 以環形軸線爲軸,旋轉此輔助平面,令與縱面平行. 既旋轉之後,則生線之位置爲 $A^V{}_1$ 及 $B^V{}_1$,其與環形經線相

圖 179.



交之點,爲c^V_1及d^V_1。反旋轉之,此兩點則在於c^V及d^V,是爲所求曲線在環形內外最低之點。N及M兩經線面,與圓柱體相交於其外生線。其在縱面投影圖中與環形之經線相交之點爲e^V及f^V(仿前法求之)。

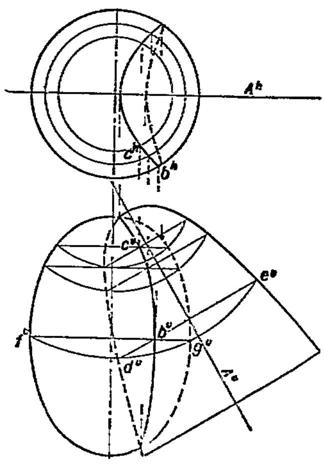
仿此以求其他各點。所用之輔助平面爲R,S等亦可。R平面乃切於環形上部者,其與環形及圓柱體相交之線均爲圓,兩圓相交之點,卽k及l是也。其他重要各點,可按S平面作法求之。

143. 求作一橢圓球,與一拋物線形相交之曲線,該兩體之軸線相交且均與縱面平行者。

原理。若以兩軸線相交之點爲中心作數球面,則其與兩體相交者爲圓;各圓之一面投影爲直線。

畫法。第180圖。此圖中之拋物線形,其橫面投影從略不作,因所求曲線可就兩體之縱面投影圖及橢圓之橫面求之也。圖甚明瞭,無須另行說明。

圖 180。



第七章　拗面

144. 拗面均爲直線面,其直動線之連續位置均不在一平面上. 此直動線動移之律,約有二:

1. 與三準線相遇.
2. 與二準線相遇而與一平面或他種面平行. 若此面爲平面,其名爲平準面,若爲一圓錐體之面,動線之各位置,爲與該面之各生線平行,而該面則名爲錐準面.

今將本章所擬考究之面列之於下:

注. 首二面,乃特作之以表示拗面之特點者.

1. 以三曲線爲準面之拗面.
2. 以二曲線爲準線,一平面爲準面之拗面.
3. 以二直線爲準線一平面爲準面之拗面,此面所常見者爲雙曲線拋物線合形.
4. 以二曲線爲準線,一圓錐體之面爲準面之拗面,此面所常見者爲斜螺旋形.
5. 單體雙曲線形. 此面有數種作法,爲拗面中僅見之旋轉而成之面也.

145. 已知一拗面之三曲準線,及一準線上一定點,求作過該點之生線.

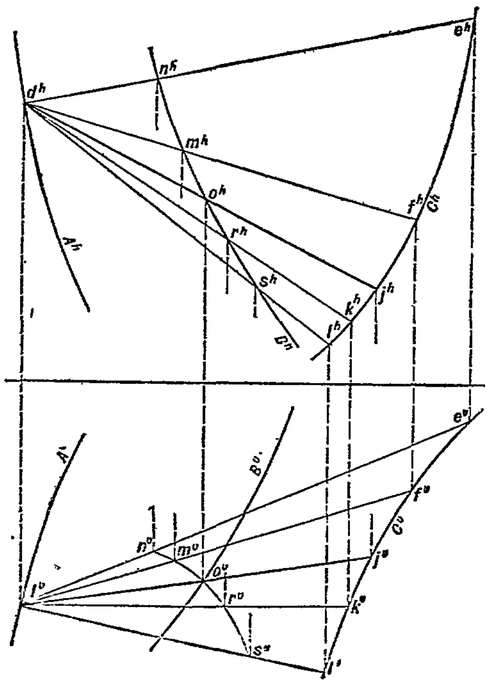
原理. 若自一準線上任點,作一直線,與定點相聯,則此直線爲一錐體之生線,其錐體之曲準線,即已知之第二曲準線,其頂點則爲定點. 若自此錐體之面與第

三準線相交之點,作該體之一生線,即爲所求,因此生線與三曲準線均相遇故也。

方法。1. 自一準線上任點,作數直線,聯於定點,是爲輔助錐面之生線。2. 求此輔助錐面與第三準線相交之點。3. 聯此點於定點,即得所求。

畫法。第181圖。令A, B, C三曲線爲一拗面之準線。今擬自A線上d點,作該拗面之生線。任自C曲線上之e, f, k, l諸點作直線與d相聯。C爲一曲線,故是數線,乃一

圖 181.



錐面之生線。求B準線與此輔助錐面相交之點時，以B線爲一輔助柱面之橫截面，若是則B^h爲該柱面之橫面交線，且爲輔助柱面與輔助錐面相交曲線之橫面投影圖。自橫面投影圖中錐面各生線與柱面各生線相交之點，如n^h, m^h, r^h, s^h等點，作投影線以求此數點之縱面投影n^V, m^V, r^V, s^V。聯此數點以一曲線，求其與B^V相交之o^V點；o點爲B準線與輔助錐面相交之點。此點必在輔助錐面上，因其在輔助錐面與輔助柱面相交之曲線上；故自此點，作輔助錐面之一生線，必與C線相交。是以此生線卽爲所求之拗面生線，因其與A, B, C三曲準線均相遇故也。圖中之doj直線，卽爲所求。

146. 已知一拗面之二曲準線，及其平準面，求作拗面之生線。

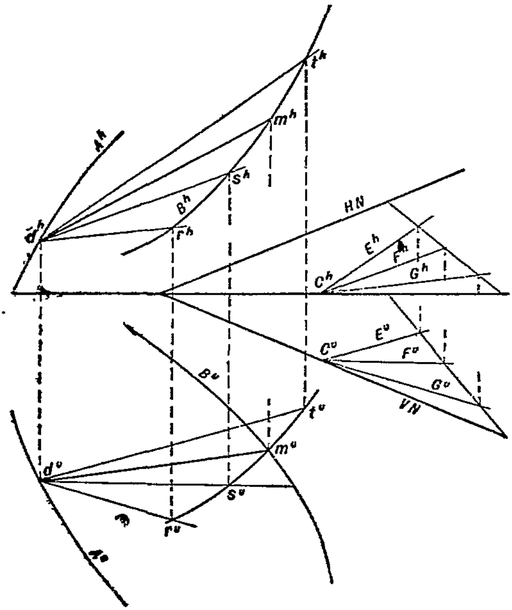
第一項。所作生線，須過準線上一定點者。

原理。設自定點，作一平面與平準面平行，則必與第二準線相交於一點。聯此點於定點，卽得所求之生線，因此線與平準面平行，且與二準線均相遇故也。

方法。1. 自平準面上任點，作在該面上數直線。2. 自定點，作數直線，與前數線平行。3. 以第二準線爲一柱面之截面，求含前數直線之平面與第二準線相交之點。4. 聯此點於定點，卽得所求。

畫法。第182圖。令A及B二曲線爲準線，N爲平準面，

圖 182.



d為A線上定點. 自N平面上任點C,作 E,F,G諸線,自 d 點作dt, ds, dr諸直線,分平行於E,F,G諸線,若是則得與N平面平行之平面. 此平面與以B曲線為橫截面之柱體相交之曲線,其縱面投影圖為 $r^V s^V t^V$. 此曲線與B相交於m點,md即所求之生線.

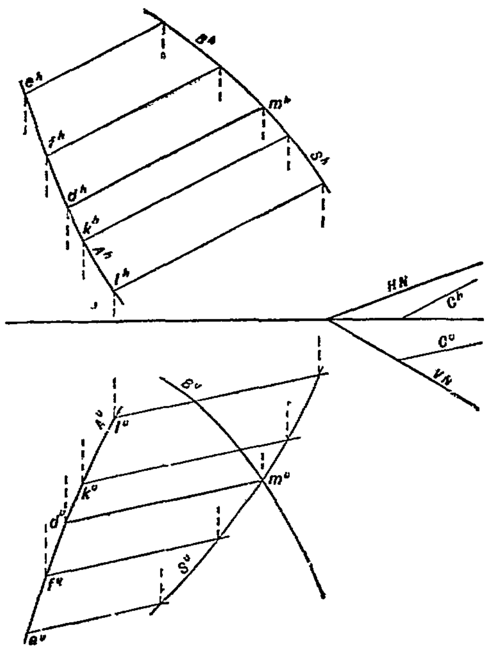
147. 第二項. 所作生線,須與平準面上定直線平行者.

原理. 若以一曲線為一輔助柱面之準線,令該面之生

線與定直線平行,則該面必有一生線與第二準線相交。此生線與定直線平行,且與兩準線相遇,故爲所求拗面之生線。

方法。1.自一準線上任點,作一直線與定直線平行,此線卽爲輔助柱面之生線。2.求此輔助柱面,與以第二準線爲截面之柱面,相交之線。3.自此曲線,與第二準線相交之點,作所求生線,與定直線平行。

圖 183。



畫法。第183圖。令A及B爲準線,N爲平準面,C爲定直線,在N平面上。$e, f, k, l,$各點乃A線上任點,自此數點,

作數直線與定直線平行,是爲輔助柱面之生線。此輔助柱面與以B線爲橫截面之柱面相交之曲線,其縱面投影爲S^V。m點乃此輔助柱面與B準線相交之點;dm卽所求拗面之生線。

148. 第百四十五節及第百四十六節二種拗面稍加以更改,卽可以代表拗面全體之性質。

第一種中之準線,可全爲曲線,或全爲直線,或直線曲線均有。第二種中之準線亦如之,其準面則可爲平面,亦可爲錐面。總而言之,各種直線面,均可按此而構成之.

149. 雙曲線拋物線合形。若第百四十六節中之二曲準線改爲直線,其動線動移之律仍與一平面平行,其所作者爲雙曲線拋物線合形。此面之命名,因其截面非一雙曲線卽一拋物線而定。第184圖及第185圖卽爲此面之

圖 184.

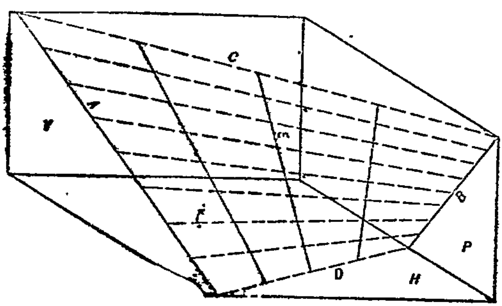
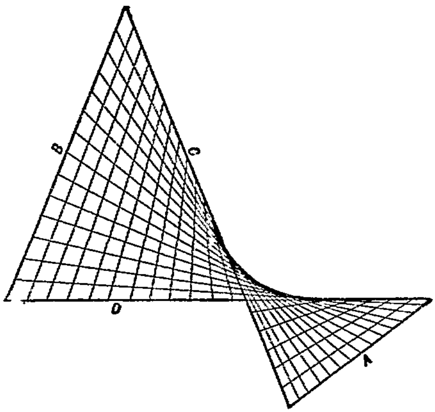


圖 185.



圖式. 第184圖中之準線爲A及B,H平面爲其平準面.

各橫線乃該面動線之各位置(即爲生線). 各生線分二準線爲一定比例;故將二準線分爲比例,按次聯之即得該面之生線.

此面之動線,其動律亦可以按C及D兩線爲準線,P爲平準面,而作成之. 如是則各生線與P平行而分C,D兩線成一定比例.

若以A,E,B三線爲準線,D爲動線,與三線相遇,則所作者亦爲此形. 若此三準線,不爲平行於一平面者,則所作之面乃單體雙曲線形而非此形.

此面尋常所見者爲火車前部之排牛箕,該箕係以同式之雙曲線拋物線形兩個合成。第186,187圖卽所常

圖 186。

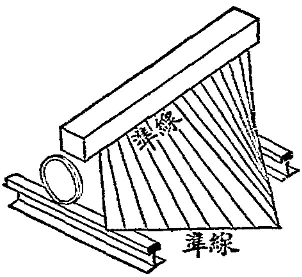
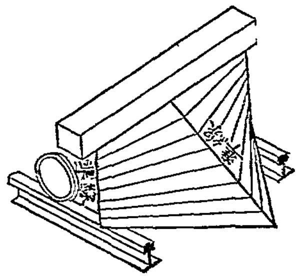


圖 187。



見者;在第186圖中,其平準面縱立與鐵軌平行;至於第187圖中之平準面,則爲與橫面平行。

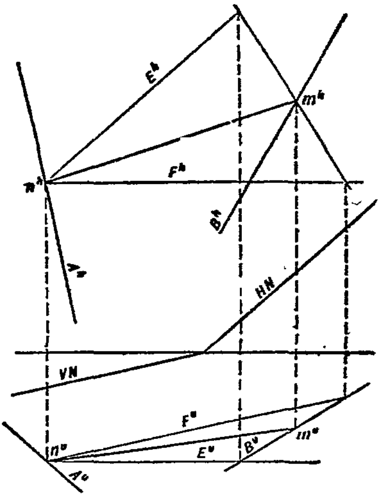
150. <u>自一準線上之定點,求作雙曲線拋物線合形之一生線</u>

原理。所求生線,必在過定點而與平準面平行之平面之上。此輔助平面與第二準線相交之點,卽爲生線上之第二點。

方法。1.自定點,作二線分與平準面之二交線平行(第七十節)。2.求含此二線之平面與第二準線相交之點(第六十一節)。3.聯此點於定點,卽如所求。

畫法。第188圖。令 A 及 B 爲準線,n 爲定點;自 n 點作

圖 188.

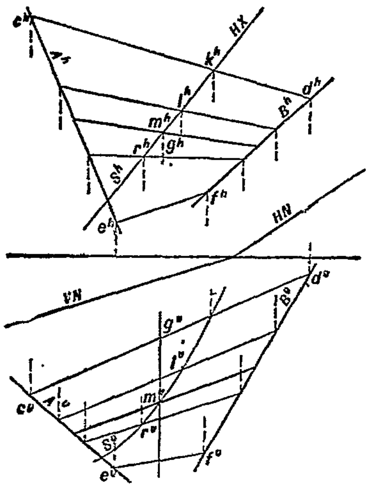


E線與HN平行,又作F線與VN平行. 次求含E及F兩線之平面與B線相交之點. 此點爲m,故mn卽爲所求之生線.

151. 已知雙曲線拋物線合形上一點之一面投影,求作其他一面投影,且自此點作該面之一生線.

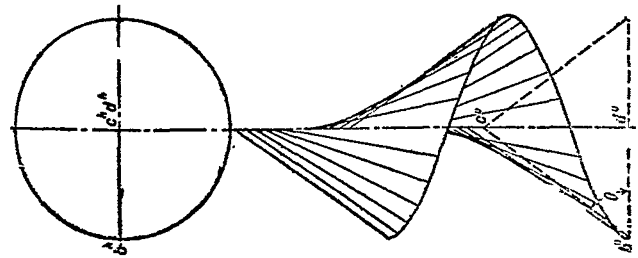
畫法. 第189圖. m^h乃在拗面上定點之橫面投影,A及B爲二準線,N爲其平準面. 自m^h作mg直線正交於橫面,求其與拗面相交之點如下: 於二準線之末作拗面之二生線cd及ef(第百五十節),本圖中畫法

圖 189.

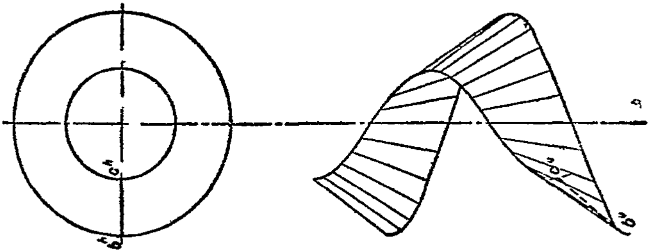


從略。等分 ce 及 df 兩線,自分點作拗面之生線(第百四十九節)。作一輔助平面 X,含 mg 直線。此平面與各生線相交於 k,l,r 等點;聯此數點之 S 曲線,乃 X 平面與拗面相交之線。S 曲線與 mg 同在 X 平面上,故其相交之點,為 mg 線與拗面公有之點,故得 m^h 之縱面投影 m^V

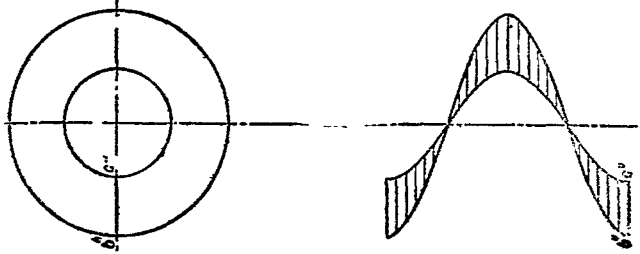
作過此點之生線時,先作一平面過此點,而與 N 平準面平行,次求此輔助平面與準線相交之點(第百五十節)。聯此點於定點,卽得所求之生線,本圖畫法從略。



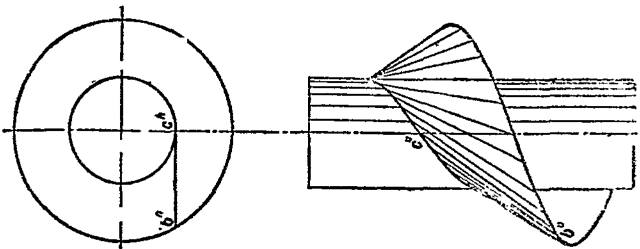
190. 圖



191. 圖



192. 圖



193. 圖

152. 螺旋形. 假定第190圖中之 bc 直線,旋轉於 cd 軸線旋轉時與橫面作一定角 θ, 且均與軸線相遇. 此直線上各點(除與軸線相交之點外),均作一有定螺距之螺線;其直線所作之面則爲一斜螺旋形. cd 軸線與 b 點所作之螺線卽爲此面之二準線. 與此面同軸線之錐面,卽爲其錐準面,此錐面之各生線均與橫面作 θ 角.

此面亦可以二螺線爲準線,一錐面爲準面,動移一直線而構成之,如第191圖.

若以三線爲準線,卽第191圖之二螺線及軸線,則所作之面亦同前. 此面應用之處爲 V 形之螺絲(第147圖).

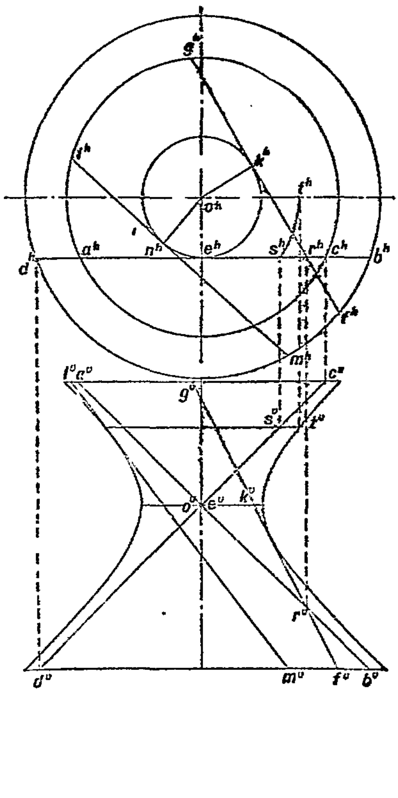
153. 若前節動線正交於軸線(此面之準線亦同前,惟其準面爲一平面), 其所作者,如第192圖中之形,其名爲正螺旋形. 應用此面者爲方螺絲(第146圖)

154. 若動線不與軸線相交,則其所作如第193圖,此面之準線爲二螺線,其準面亦爲一錐面,惟各生線均爲切於含內螺線之圓柱體者.

155. 單體雙曲線形. 此面乃一旋轉而成之面,其作法有四
一爲旋轉一雙曲線於其共軛軸而構成之,如第194圖
此係一拗面,故又可以一直線旋轉於其他一直線而構成之(此二線不相交亦不平行); 其動線之動律可按三曲準線或三直準線,或二曲準線及一錐準面定之

第194圖. 假定cd動線旋轉於過o點之縱軸線,旋轉時與橫面作定角$c^vd^vb^v$　c點所作者爲該面上面之cgl圓;d點則作底面之dmf圓;e點則作該體之最小圓,又名爲咽喉圓,因此點乃最近於軸線者也. 動線上其他各點所作者亦爲圓.

圖 194.



畫各圓,則知此體之經線爲一雙曲線.

cd生線與一經線相交於S點,若將此旋轉與正經線面相合,其點則移於t; 而t^v在於縱面投影圖中一外生線之上(即一雙曲線).

156, 自單體雙曲線形上一定點,求作一生線. (第194圖) 設已知者爲定點之一面投影,則作過該點之緯線以求其他一面投影. 自此點之橫面投影,作一切線於該

形之最小圓,此乃所求生線之橫面投影,其兩端則至上面及底面兩圓而止。此切線有二,其與橫面所作之角均等,且均相交於最小圓上之切點。

157. 此面之動線,其動律亦可以三直準線定之(第194圖)。設自最小圓上之 e 點作二生線,此二線均可以之作爲動線。假定 ab 之位置已定,cd 爲動線。旋轉時 ab 與 cd 引長之線必均相交,其證法如下:設 cd 旋轉而至 gf 之位置,則 a^hb^h 與 g^hf^h 相交於 r^h。r^h 距 e^h 及 k^h 相等。惟 ab 及 gf 與橫面所作之角相等,故知 er 及 kr 必同長,故 r 點必爲 ab 及 gf 相交之點。若以該面上之三生線 cd, gf 及 lm 爲準線,ab 爲動線,則 ab 必與該三線相遇,故曰此面動線之動律,可以三直準線定之。

此面之準線亦可以三緯線充之。

158. 此面之動線,其動律亦可以二曲準線及一錐準面定之(第194圖)。因此面各生線,均與以 $d^ve^vb^v$ 爲頂角之錐面之生線平行,故此錐面亦可以之爲錐準面。其準線則爲該面上二緯線,如底面及最小圓均可。

159. 過單體雙曲線形上定點,而切於該面之平面,可由過定點之兩次生線定之。ab 及 ej 所作之平面,即爲切於面上 r 點之平面(第194圖)。

160. 自定直線,求作一平面切於一雙曲面(普通畫法)。

若以單體雙曲線形爲一補助面,無論何種雙曲面,均

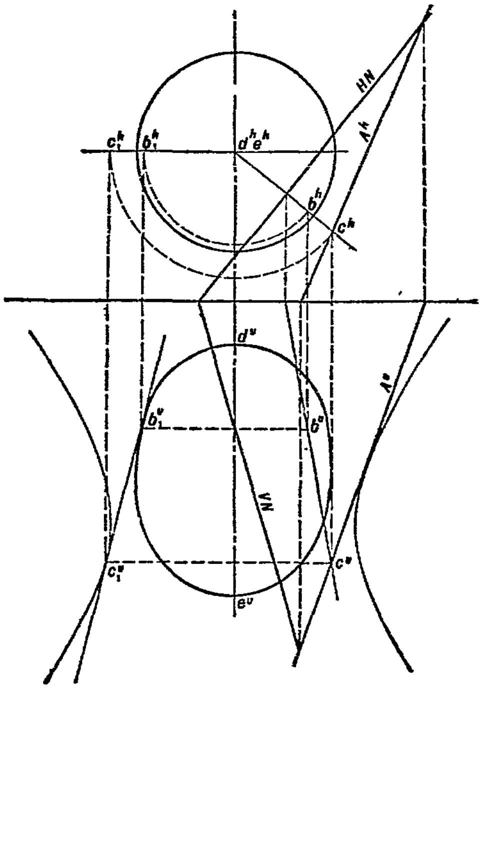
可按本圖題之畫法作圖。其作法如下:

原理。若將定直線旋轉於雙曲面軸線,其所作者爲一單體雙曲線形。含定直線而切於兩面之平面即爲所求之平面(此定直線乃一面之生線)。過一切點之經線,而正交於切平面者祇有一面,且兩體之軸線,爲公有軸線,故此經線面與切平面相交者,爲一直線,此直線乃過兩體之切點而且切於其經線者也。此線及定直線所作之平面,即爲所求。

方法。1.作以定直線爲動線所成之單體雙曲線形。求其正經線面。2.作一直線,令切於兩體之正經線。3.旋轉此直線於軸線,使與定直線相交,此直線切於雙曲線之點,即爲定線上之一點。4.求含切線及定線之平面。

畫法。第195圖。既以定線A爲動線,作單體雙曲線形畢(畫法,見附錄中),次作$c^v{}_1b^v{}_1$直線切於兩體之經線,此直線蓋乃切於兩面之線,旋轉後之縱面投影。反旋轉時,此線與定線A相交於c點,是點乃切點c_1反旋轉後之位置,因A線爲雙曲線形上之一生線,且必與過c_1點之經線相交。b_1點反旋轉後移於b。bc即爲所求切平面上一線。N爲含bc及A兩線之平面,故爲所求。

圖 195.



第八章 圖題

161. 作圖須知.

(1) 各圖紙除邊寬半英寸外,內須有10×7方英寸之面積.

(2) 所用各符號均見第六節中.

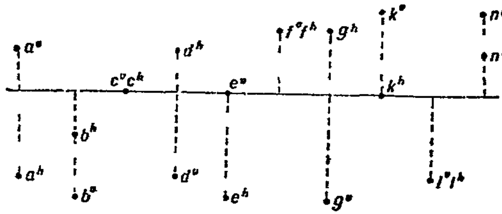
(3) 點後括弧內之號碼爲該點距縱,橫,側三面之遠度.首碼爲距縱面之遠度(卽自點之橫面投影至界線之距離);次爲距橫面之遠度;再次爲距側面者.在橫面上部之距離爲正,其下爲負;在縱面前之距離爲正,其後爲負;在側面之左距離爲正,其右爲負.

(4) 平面後括弧內之號碼爲該面交線與界線所作之角度.首碼爲橫面交線與界線所作之角(與鐘表上時針動移之方向同者爲正角,反之爲負角),次爲縱面交線與界線所作之角,再次爲兩交線相交點距側面之遠度.若平面與界線平行,則首碼爲橫面交線至界線之距離(在界線上者爲正,反之爲負),次爲縱面交線至界線之距離.

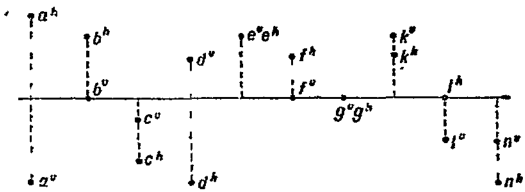
(5) 非另行申明,所作各側面均宜與右邊線相合.

162. 自第一題至第四十八題,所需之圖紙爲占全圖紙四分之一,卽 $3\frac{1}{2} \times 5$ 方英寸之面積;其單位則爲$\frac{1}{8}$英寸.

(1) 試述次圖各點距橫面之遠度,及其所在之分角(參閱第七節)。



(2) 試述次圖各點距縱面之遠度,及其所在之分角(參閱第七節)。



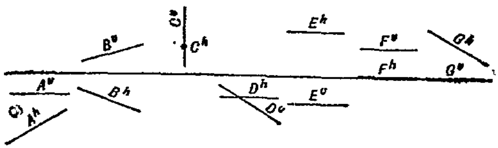
(3) 試作次列各點之縱橫兩面投影圖(第七節)。

a點 (6,2)。 b點 (5,−2)。 c點 (−1,−4)。 d點 (−4,3)。 e點 (4,0)。 f點 (−4,4)。 k點 (0, − 2)。 l點 (4,−3)。 m點 (0, 0)。 n點 (4, − 4)。

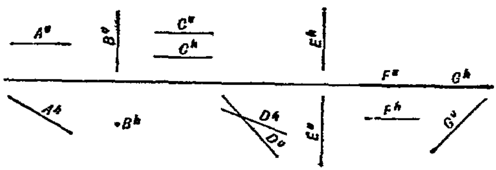
(4) 同前。

a點 (−6,−4)。 b點 (−4,4)。 c點 (5, 4)。 d點 (9,−4) e點 (− 4, 6)。 f點 (0, 10)。 k點 (−5,0)。 l點 (0, 0) m點 (−2,−6) n點 (8, 8)。

(5) 試述次圖各直線之位置及其方向(參閱第八,九,十,十一,十二各節)。



(6) 同前。



(7) 求作次列各線之縱橫兩面投影圖(第八,九,十,十一,十二各節)。

A 線,斜向縱橫兩面,居第三分角。

B 線,與橫面平行,斜向縱面,居第二分角。

C 線,與側面平行,斜向縱橫兩面,居第一分角。

D 線,正交於縱面,居第三分角。

E 線,與橫面平行,斜向縱面,居第四分角。

F 線,斜向縱面,在橫面上,居第二及第三分角之間。

(8) 同前。

A 線,斜向 *V* 及 *H*,居第一分角。

B 線,斜向 H,平行於 V,居第三分角。

C 線,正交於 V,居第三分角。

D 線,斜向於 V,平行於 H,居第二分角。

E 線,平行於 GL,居第四分角。

F 線,斜向於 H,在 V 上,居第三及第四分角之間。

(9)求作次列各線之縱橫兩面投影圖(第八節至十五節)。

A 與 B 相交於第三分角中;A 係與 V 平行,斜向於 H,B 則斜向於 V 及 H。

C 與 D 相交於第二分角中;C 正交於 H,D 則平行於 GL

E 與 F 不相交;E 正交於 V,F 斜向於 V 及 H,均在第四分角中。

(10)同前。

A 與 B 平行,均斜向 V 及 H,均在第三分角中。

C 與 D 相交於第一分角中;C 斜向於 V 及 H,D 平行於 V,斜向於 H。

E 與 F 相交於第三分角中;E 平行於 H,斜向 V,F 平行於 GL。

(11)求作次列各直線之縱橫兩面投影圖(第二十一節至二十三節)。試述其方向及其位置。

$$ab\begin{cases}a(-6,-4,8)\\b(-2,-4,0)\end{cases}\qquad cd\begin{cases}c(6,4,9)\\d(2,-4,0)\end{cases}\qquad ef\begin{cases}e(-2,4;10)\\f(-8,4,0)\end{cases}$$

(12)同前。

$ab\begin{cases}a(-2,6,7)\\b(-5,1,0)\end{cases}$　$cd\begin{cases}c\,(6,1,10)\\d\,(4,1,0)\end{cases}$　$ef\begin{cases}e\,(-6,4,9)\\f\,(-2,4,0)\end{cases}$

(13)求作次列三角形之投影圖.

$abc\begin{cases}a(-8,-3,11)\\b(-1,-10,7)\\\;\;(0,-3,0)\end{cases}$　$def\begin{cases}d(-2,2,8)\\e(-2,9,4)\\f(-2,2,0)\end{cases}$

(14)同前.

$abc\begin{cases}a(-6,-6,8)\\b(-1,-2,6)\\\;\;(0,-1,0)\end{cases}$　$def\begin{cases}d(-1,-1,11)\\e(6,4,0)\\f(4,-2,6)\end{cases}$

(15)有a,b,c三點在側面上,第三分角中. a及b之縱面投影同在一點,b及c之橫面投影,同在一點. a點距H及V同爲四單位;b距P爲十單位;c點距H爲8單位. 求作其投影圖(第二十一節至二十三節).

(16)有a,b,c三點在側面上,第三分角中. a及b之橫面投影同在一點;b與c之縱面投影同在一點. a距H爲四單位;距V爲六單位. 求作其投影圖.

(17)(i)求作ab線之三面投影圖.

$a\,(-2,12,0)$, $b\,(9,-2,22)$

(ii)求作該線上次列各點:

c點,距H及V之遠度等.

d點,該線之H交點　第十六節

e點,該線之V交點　第二十四節

f點,距H之遠度二倍於其距V之遠度.

k點,在第四分角中,距H爲四單位.

(iii)求該線ab所經過各分角.

(18)(i)同前.

$a(6,-6,20)$, $b(-2,11,0)$

(ii)同前.

(iii)同前. 求第十七題中所述各點.

(19)作第十七題之斜投影圖.

(20)作第十八題之斜投影圖.

(21)求作在側面之ab線之投影圖.

$a(-2,21)$ $b(12,-4)$

求第十七題中所述各點,删去c及k兩點.

(22)同前. $a(12,8)$ $b(2,-8)$

(23)求A及B線之投影圖,並述其所經過各分角:

A線之H交點,在V後六單位,V交點之左十單位. 其V交點,在H下八單位. B線之H交點在V前五單位V交點之右十一單位. 其V交點在H下十單位.

(24)同前.

A線之V交點,在H上四單位,H交點之右十一單位.

其H交點在V後十單位. D線之H交點在V前九單位,V交點之右十二單位;其V交點在H上六單位.

(25)求作次列各線之投影圖.

*A*線,經第一,第四及第三各分角.

*B*線,經第一,第二,及第三分角.

注. 先任作該線之交點,次按第二十四節法作圖.

(26)同二十五題.

*A*線,經第一,第四,第二分角.

*B*線,經第二,第三,第四分角.

(27)同前.

*C*線,經第二及第四分角.

*D*線,經第一及第三分角.

(28)同前.

*C*線,經第一及第三分角.

*D*線,在第四分角中.

(29)同前.

*E*線,在第四分角中.

*F*線,經第一及第四分角.

(30)同前.

*E*線,經第二及第四分角.

*F*線,經第三及第二分角.

(31)同前.

*K*線,經第三及第四分角.

*L*線,在第三分角中.

(32)同前.

K線,經第二及第一分角。

L線,在第一分角中。

(33)作ab直線之縱面及橫面投影圖。$a(-1,-16,14)$; $b(-8,-1,0)$。自該線之中心點,作C線,平行於V,與H作三十度之角。求含此兩線平面之交線(第二十七至三十節)。

(34)作$a(-6,-2,0)$, $b(-1,11,14)$直線之縱橫兩面投影圖。自其中心點,作C線,平行於H,與V作四十五度之角。求含此兩線之平面。

(35)自$c(7,4,0)$點,作一直線與$a(3,3,10)$,$b(7,9,0)$直線平行。求含此兩線平面之交線(第二十七節至三十節)。

(36)自$c(-6,-5,4)$點,作一直線與$a(-3,-8,9)$,$b(2,-12,0)$平行。求含此兩線之平面。

(37)求含$a(-1,-6,14)$; $b(-8,-1,0)$直線及$c(0,-1,7)$點之平面(第三十三節)。

(38)同前。$a(-6,-2,0)$; $b(-1,11,14)$; $c(4,-4,8)$

(39)求含$a(-8,-2,22)$; $b(8,-2,0)$; $c(6,-9,14)$三點之平面(第三十四節)

(40)同前。$a(-8,-4,16)$; $b(-3,-8,8)$; $c(-6,-12,0)$。

(41)作在M平面$(165^{0},-150^{0})$上一三角形之投影圖。

(42)求作在S平面$(8,-10)$上一三角形之投影圖。

(43)求作在N平面(30^0, -45^0)上距縱橫兩面均爲六單位之點．自此點在該平面上,作次列三線:

A,平行於H;B,平行於V;C,斜向於V及H(第二十七及二十八節)．

(44)求作在N平面(135^0, -150^0)上距縱面爲七單位,距橫面爲四單位之點．自此點在該平面上,作次列三線:

A,平行於VN;B,平行於HN;C,過VN距界線十二單位之點．

(45)求作在S平面(135^0,-30^0)上距V及H均爲六單位之點．自此點在該平面上,作次列三線:

A,經第二及第三分角;B,經第三及第四分角;C,經第二,第三,及第四分角(第二十七及二十八節)．

(46)求作在S平面(30^0,-135^0)上,距V爲七單位,距H爲四單位,而在第三分角內之點．自此點在該平面上,作次列三線:

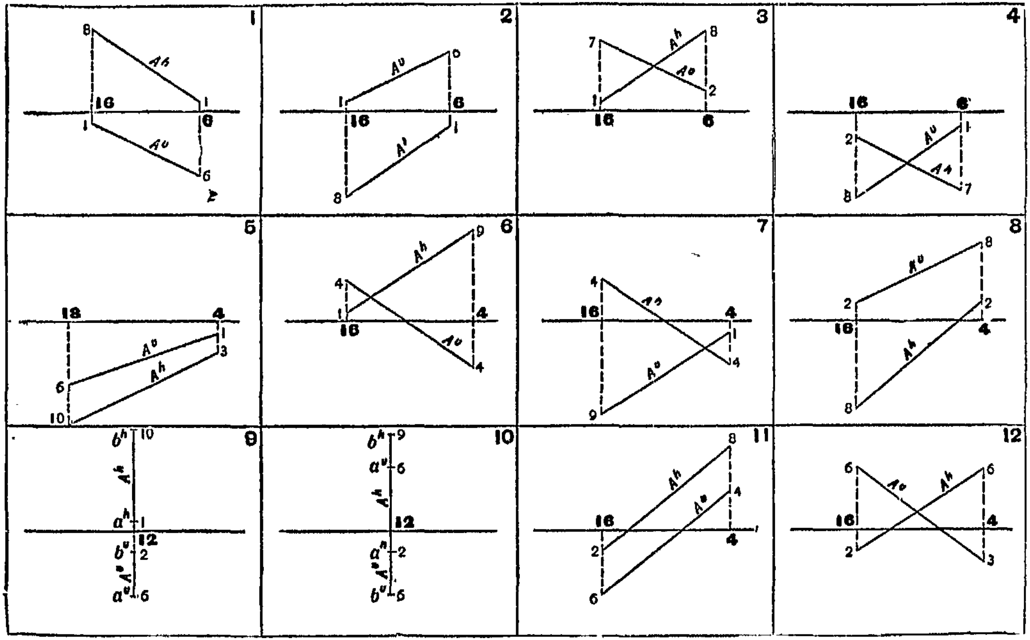
A,與V平行;B,與H平行;C,經第二,第三及第四各分角．

(47)求作在N平面(14, 10)上次列各點:(注)各點,不同在於一側面之上．a,距縱面爲六單位,在第三分角中;b,距H爲四單位,在第三分角中;c,距V爲二單位,在第四分角中(第三十六及三十七節)．

(48)求次列在R平面(8,10)上而不同在一側面上各點:

a,距H爲四單位,在第三分角;b距V爲二單位,在第一分角中;c,距H爲四單位在第二分角中．

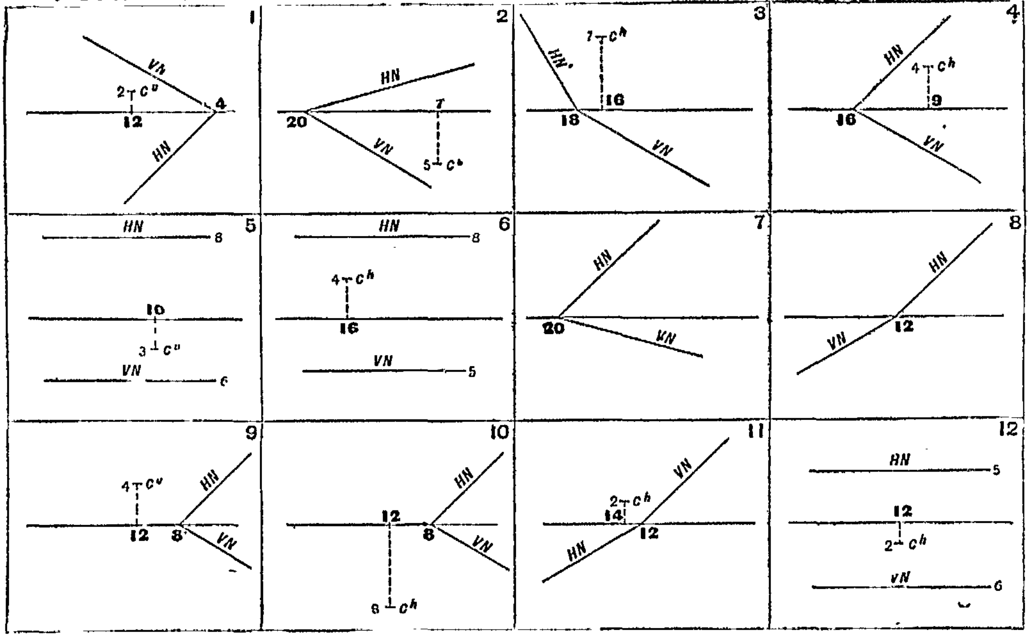
每題所需之圖紙爲$2\frac{1}{2}\times 3$英寸. 以$\frac{1}{8}$英寸爲單位. 粗黑之數碼爲點距右邊線之遠度,其餘爲距界線之遠度. 　　圖題一



求各題中A直線之實長(第三十九,四十,四十一各節)

圖題二

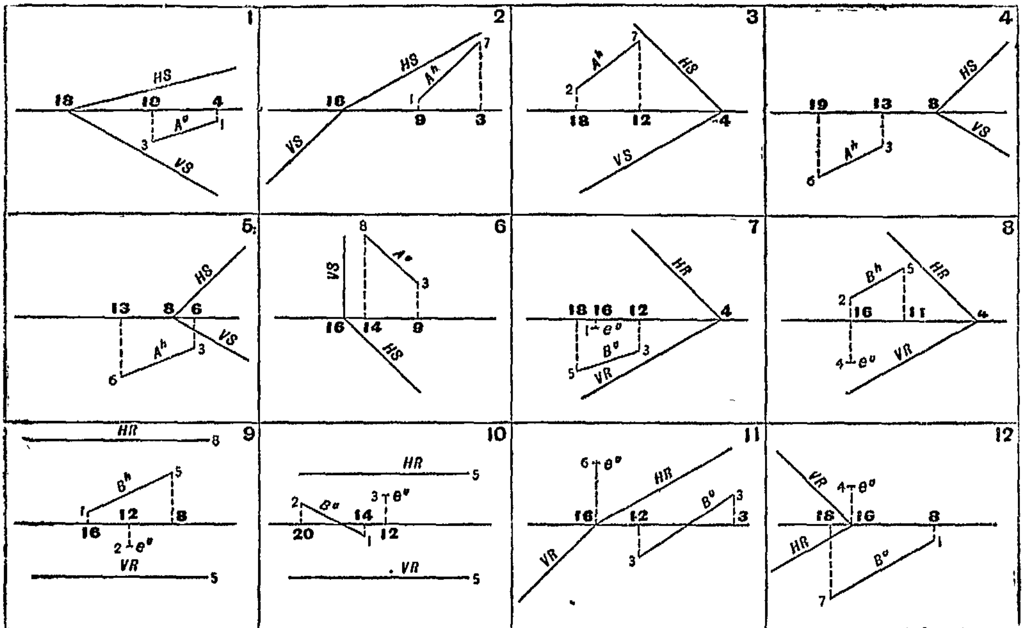
各交線與界線所作之角為十五度之倍數，餘同前。



c點在N平面上。求其距VN及HN之遠度(第三十六節及四十二節)。

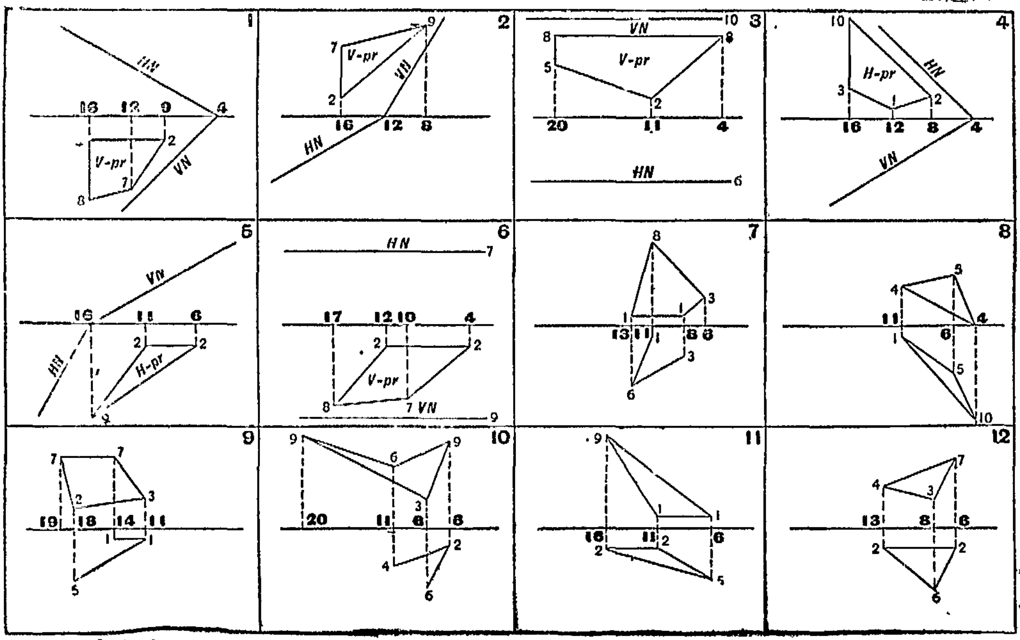
7圖，點在N平面上為$-4, -2$。8圖，點在N平面上為$-2, -4$。

圖題三



1至6. A線在S平面上. 以VS及HS爲軸,旋轉之使合於V及H,以求該線之實長（第四十三節. 7至12. B線與e點皆在R平面上,求自e至B之距離（第四十二及四十三節）.

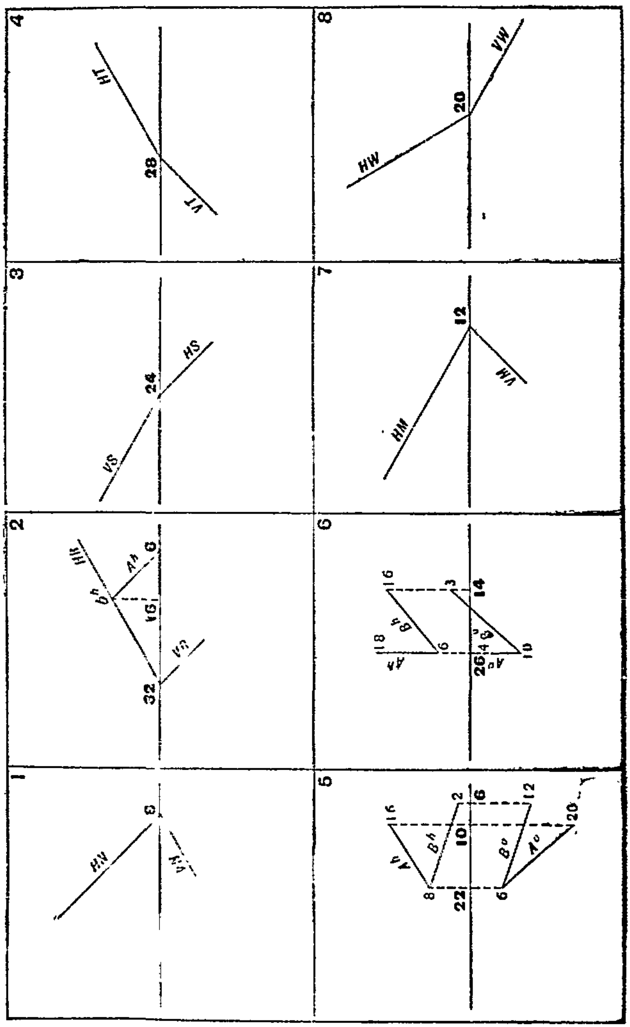
圖題四



旋轉含多邊形之平面,入於V或H,以求其實形(第四十三節) 注意! 自第七題後,須先求含多邊形之平面。 各圖中$V-pr$爲縱面投影之記號,$H-pr$爲橫面投影之記號。

圖題五

每題所需之圖紙爲5×7英寸,餘同前.



1 在 V 平面上作一等邊三角形之投影圖。其中心點為 $a(-6,-4,)$ 其一邊之長為七單位,且與 V 平行。

2. 在 R 平面上作一等邊六角形之投影圖。b 點為其長徑之一端,其長徑則與 A 線相合,其一邊之長為五單位.

3. 在 S 平面上作一方形之投影圖。其中心點為 c (8,5),其一邊與 HS 作六十度角,長八單位。

4. 在 T 平面上作一正八角形之投影圖。其中心為 $d(-8,-5)$,其短徑長八單位,與 H 平行。

5. 作一圓切於 A 及 B 二線,其直徑長八單位

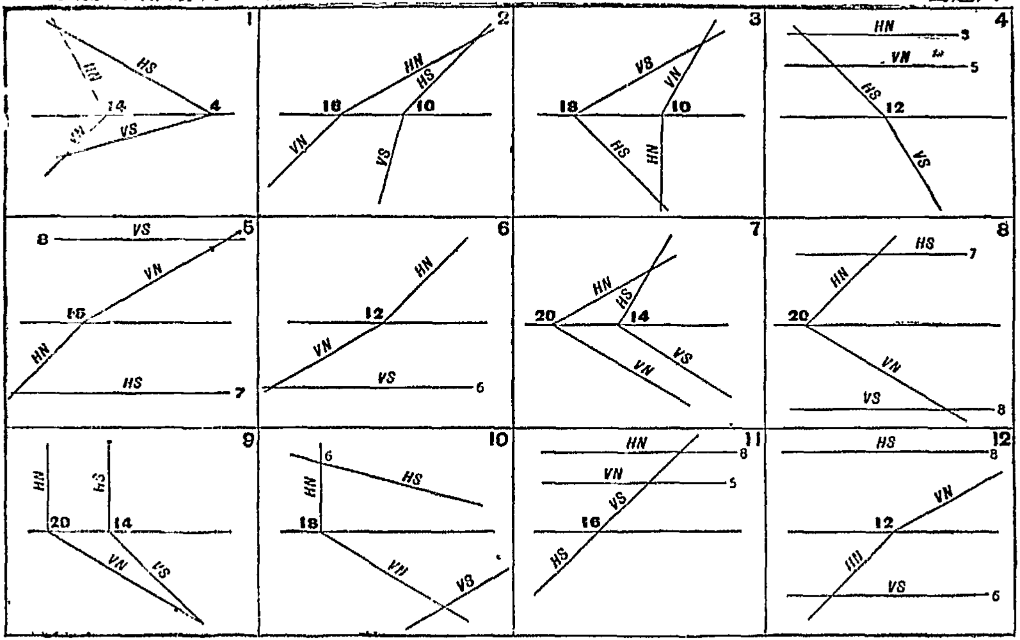
6 作一圓切於 A 及 B 二線,其直徑長十單位.

7. 作一圓切於 M 平面之二交線,其直徑長十二單位。

8 作一圓切於 W 平面之二交線,且在第三分角中,其直徑長十六單位

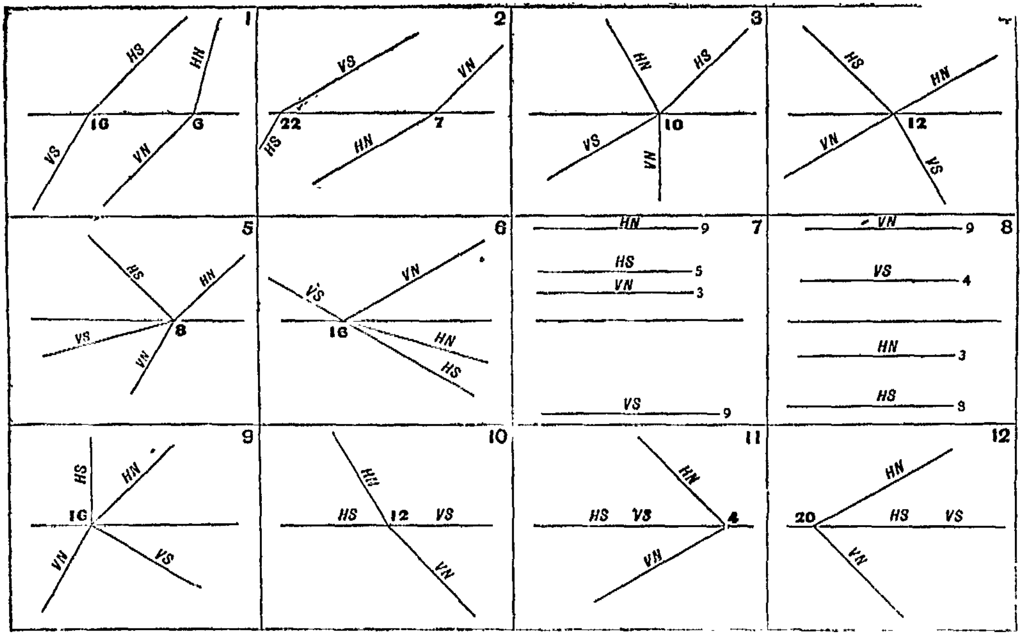
(參閱第四十五節)

每題所需之圖紙為21×3吋 圖題六



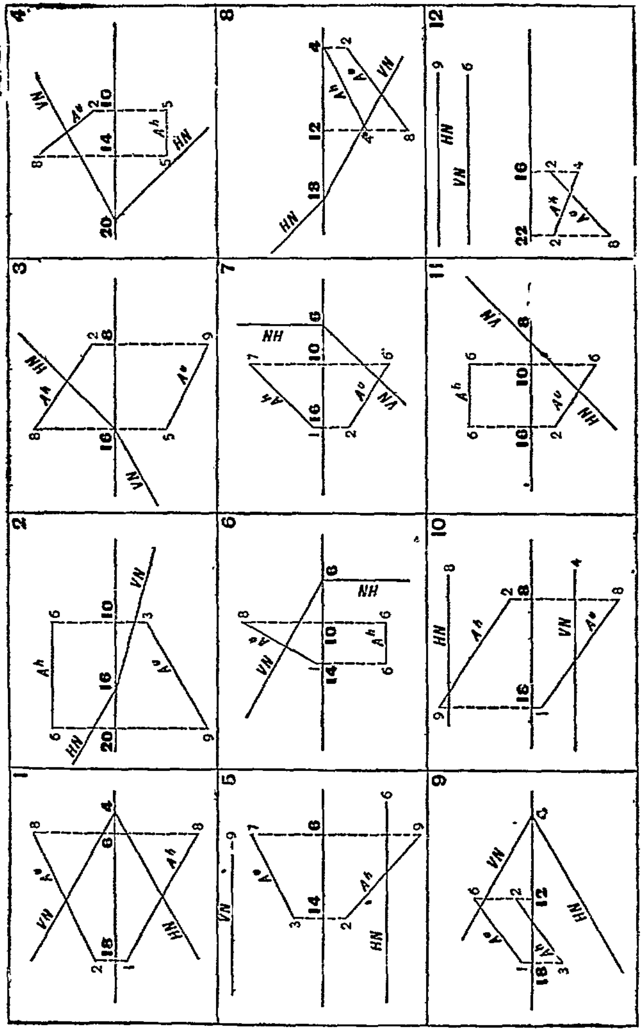
求作N及S兩平面相交線之投影圖(第四十九及五十節)。
6圖內S平面正交於V

圖題七



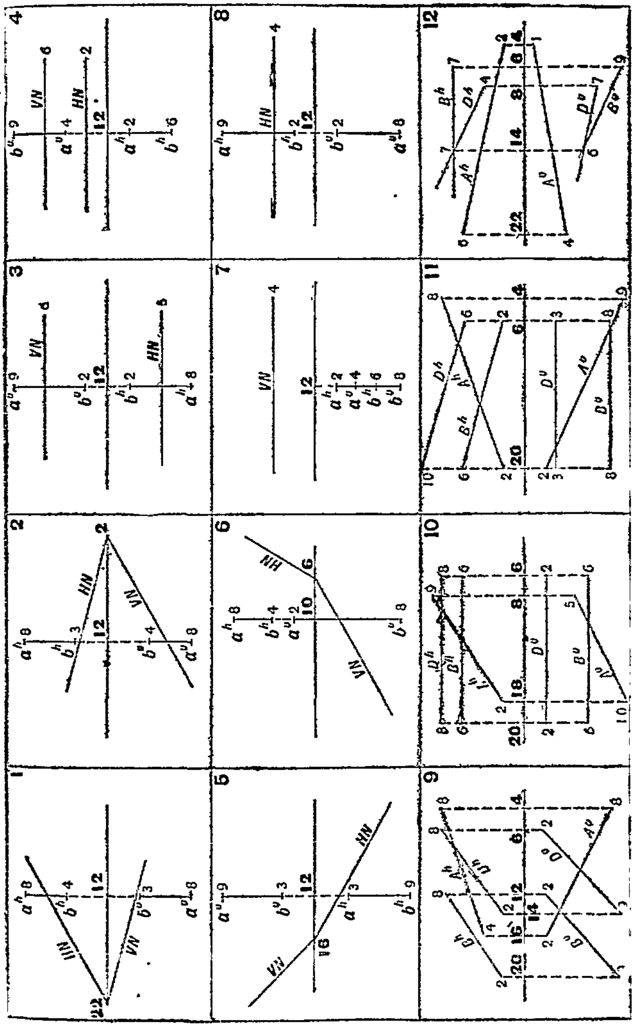
求作N及S兩平面相交線之投影圖(第五十二至五十六節)。 1至4,以乙項畫法解之; 5至12,以丙項畫法解之。
10內,S含界線,自第二分角入第四分角,與V作三十度角。 11內,S自第一分角入第三分角,與V作六十度角。
12內,S自第二分角入第四分角,與H作三十度角。

圖題八



求A線與N平面相交之c點.(第五十七至五十九節)

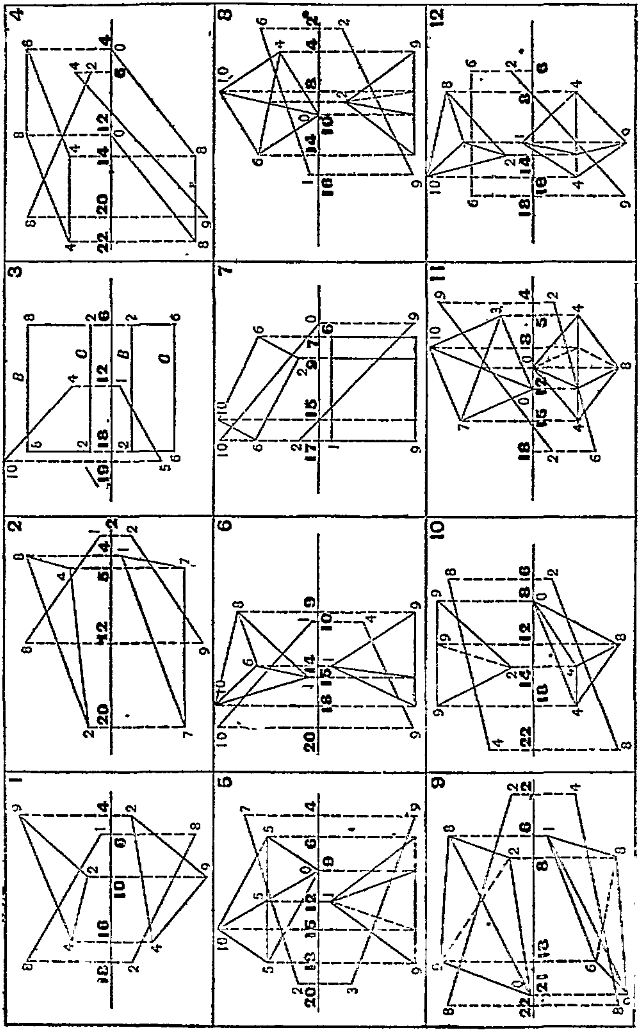
圖題九



1至8. 求ab直線與N平面相交點之投影(第六十節).

9至12. 求A直線與合B及D兩線之平面相交點(第六十一節).

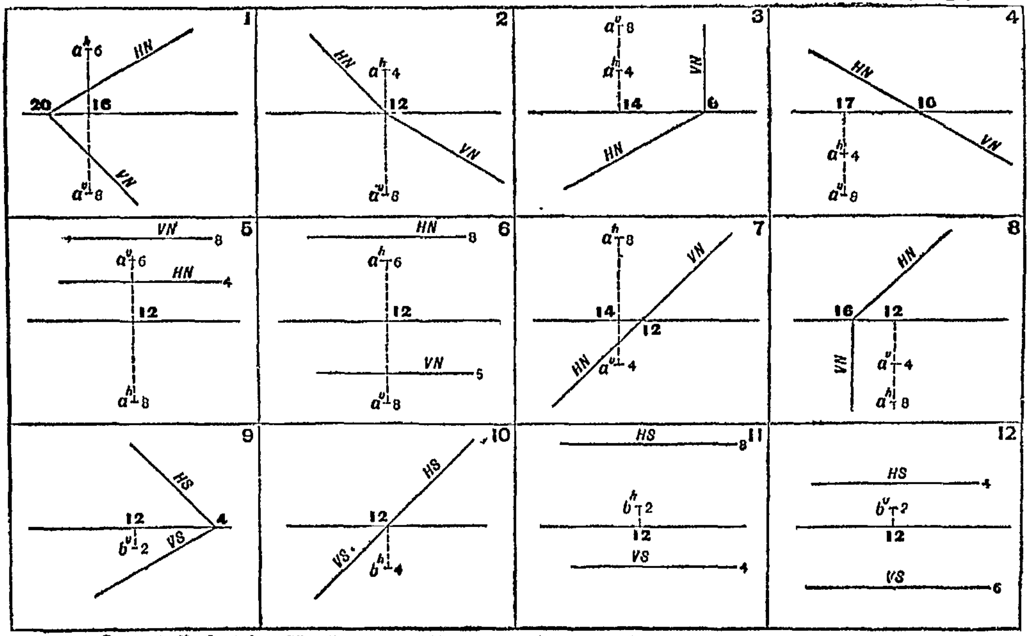
圖題十



1至4. 求直線與含多角形之平面相交之點(第六十一節)。

5至12. 求直線貫物體之點(第六十一節).

圖題十一

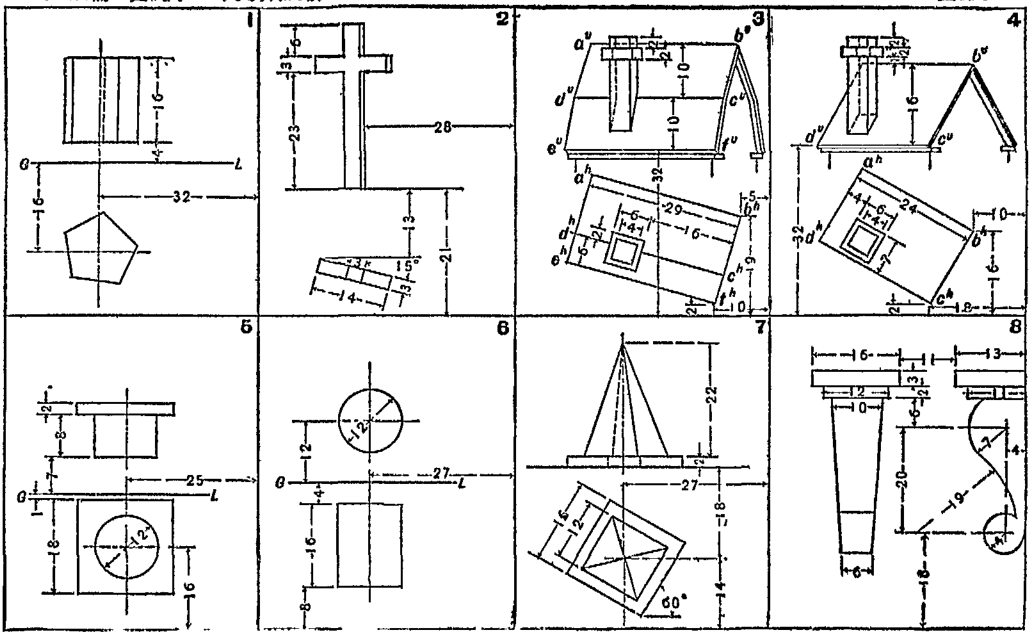


1至8. 求作自a點至N平面最短直線ab之投影圖及其實長(第六十二至六十五節).

9至12. 自b點作一直線ab正交於S平面,ab之長爲八單位(第三十六,六十二及六十五節).

圖畫十二

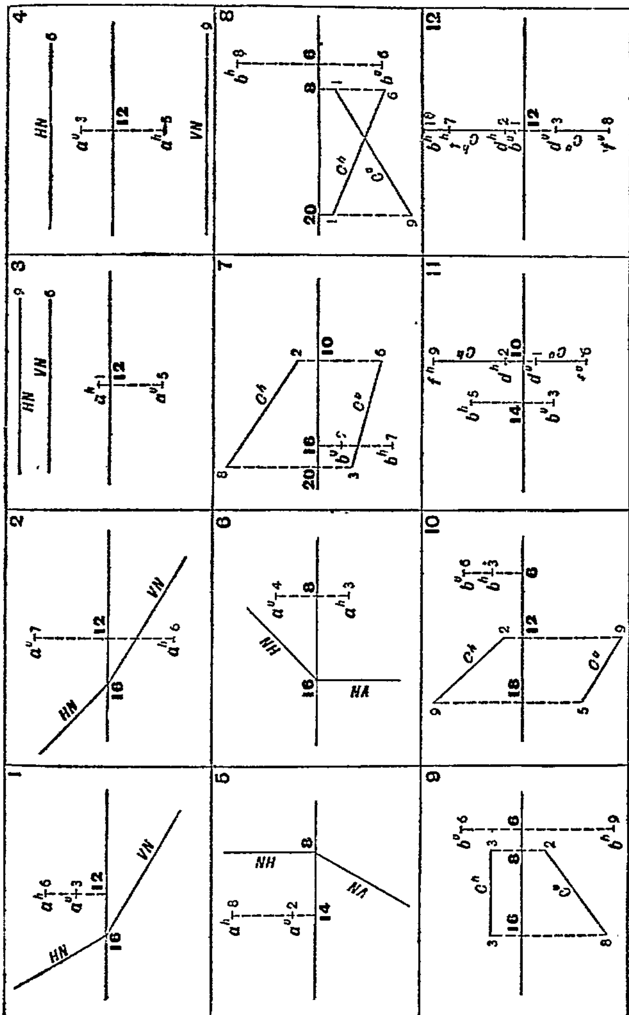
每題所需之圖紙爲5×7英寸，餘同前



1,2,5,6,7各題． 求物體在縱橫面上之影(第六十六至六十九節)。
3,4兩題． 求煙筒在屋頂上之影。
8題 求牆上托架在縱面上之影。
1圖內，五角形右上之一邊，與GL作四十五度角，其外接圓直徑爲十四單位。

圖題十三

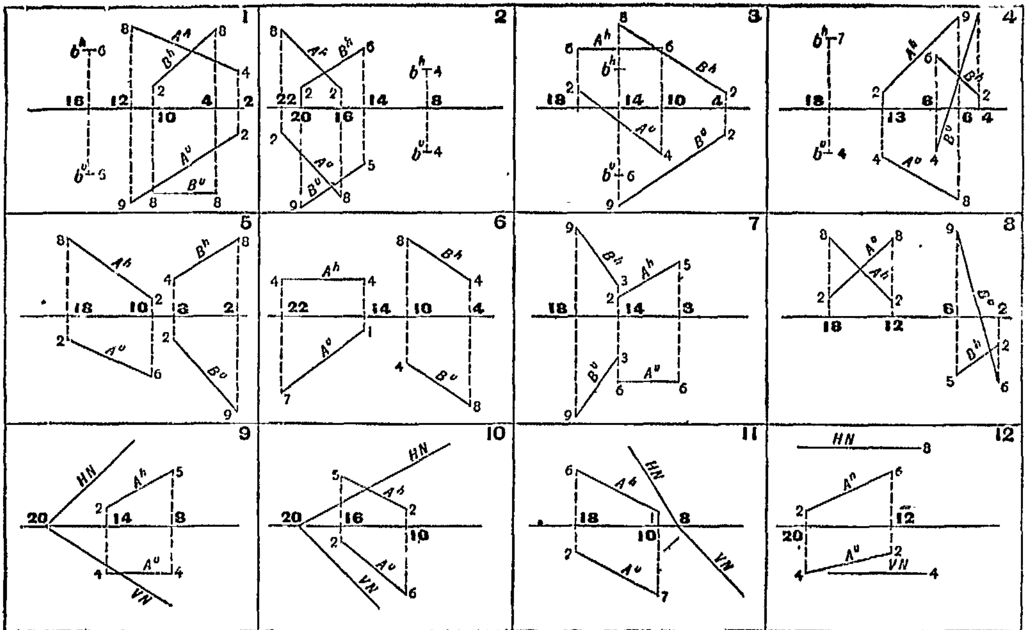
每題所需之圖紙為$2\frac{1}{2}\times3$英寸,餘同前



1至6. 求作一平面過a點而平行於N平面(第七十一節)。

7至12. 求作一平面過b點而正交於C直線(第七十二節)。

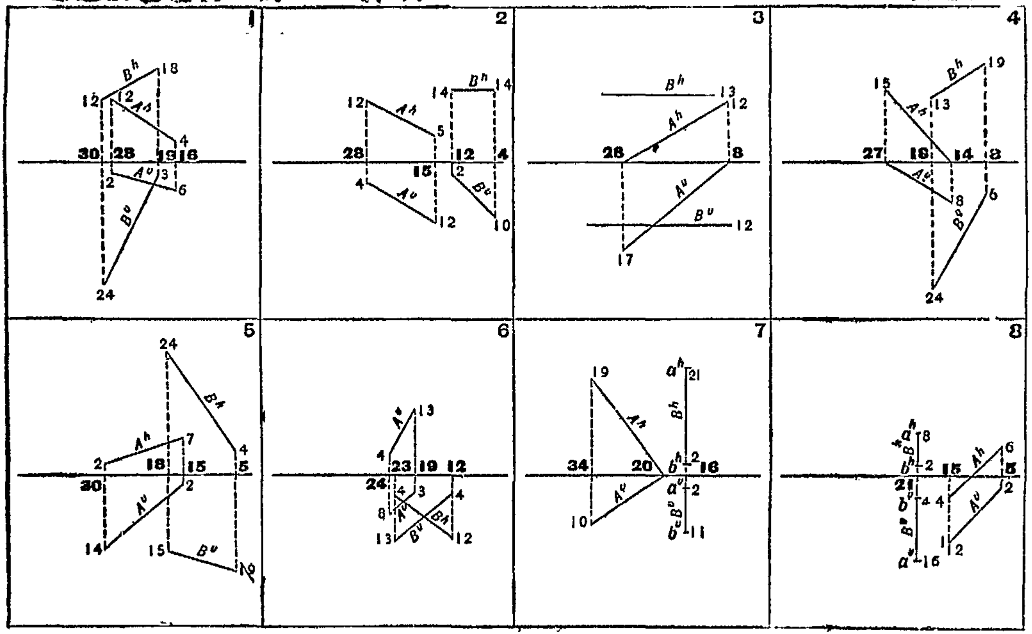
圖題十四



1至4. 自b點作一平面平行於A及B兩線(第七十三節). 5至8. 自A線作一平面平行於B線(第七十四節). 9至12. 自A線作一平面正交於N平面(第七十五節).

每題所需之圖紙爲5×7英寸。

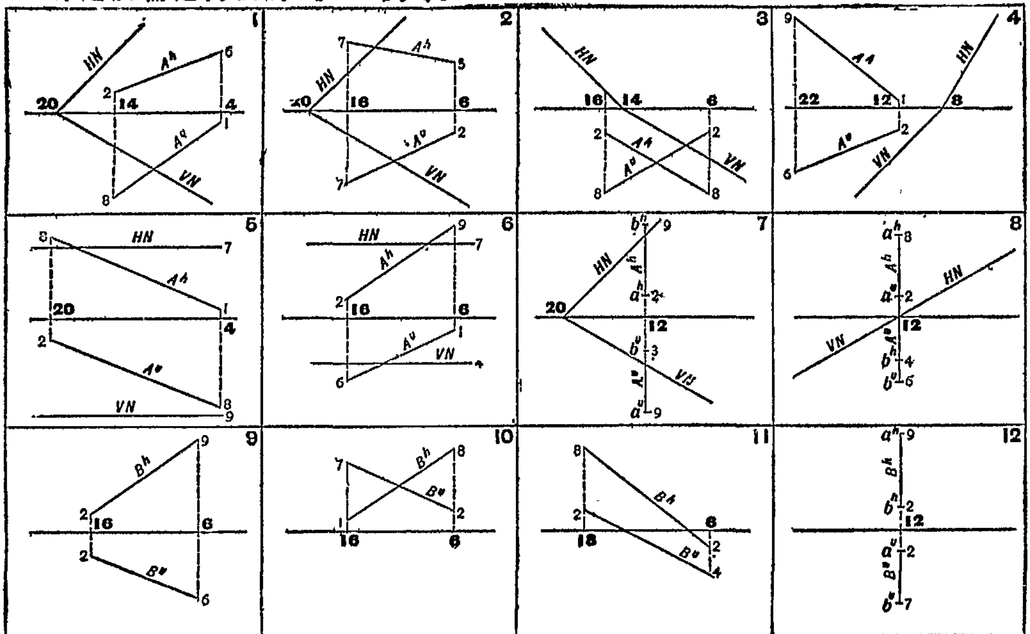
圖題十五



求作A與B直線間最短直線之投影圖及其實長(第七十九節)。

圖題十六

每題所需之圖紙為$2\frac{1}{2}\times 3$英寸。

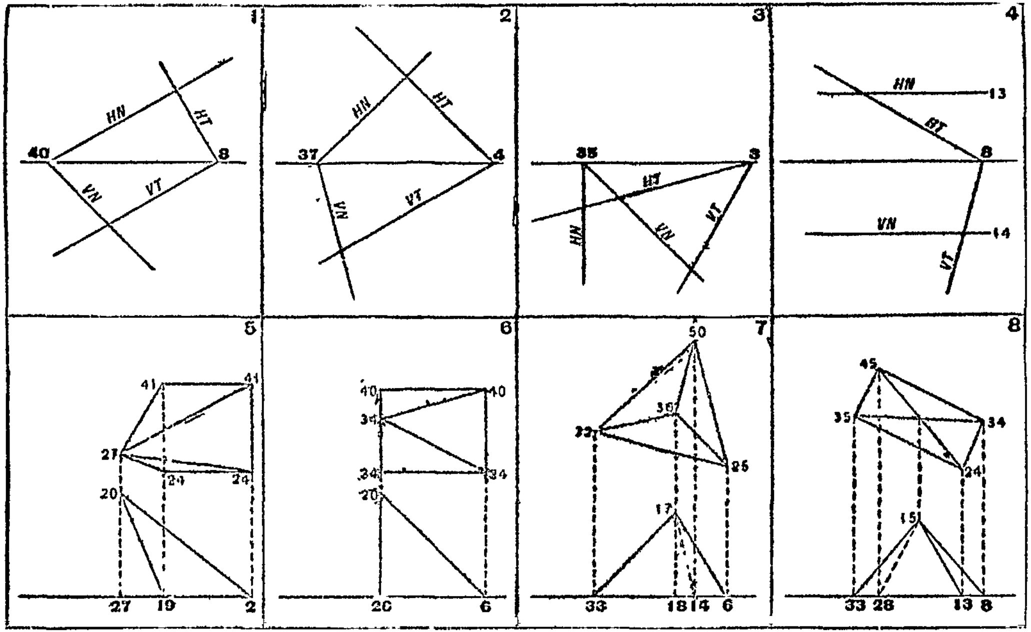


1至8. 求A直線與N平面所作之角(第八十節)。

9至12. 求B直線與縱橫兩面所作之角(第八十一節)。

每圖所需之圖紙爲5×7英寸。

圖題十七

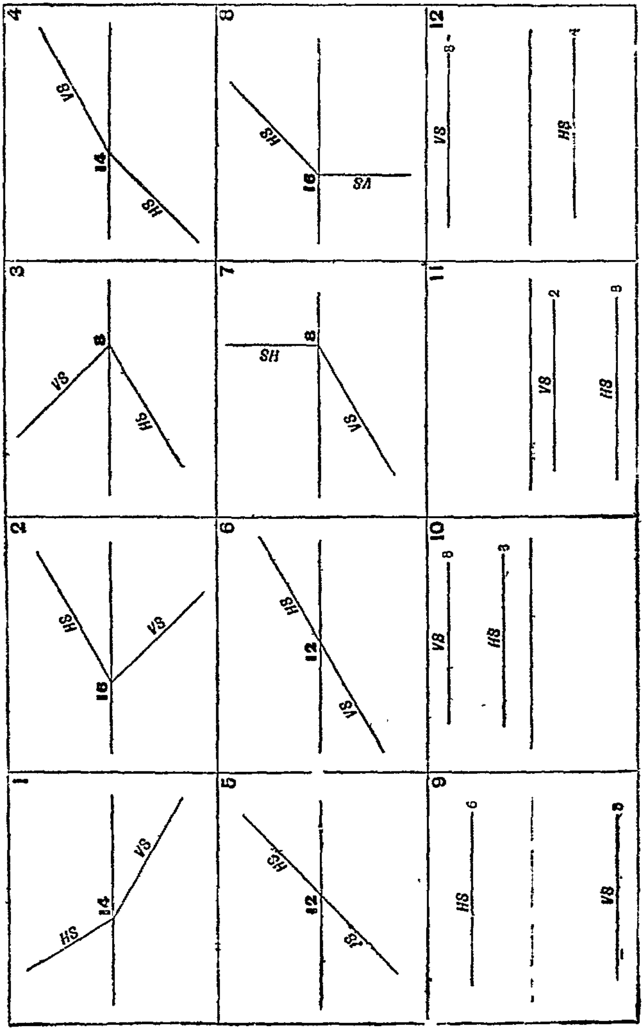


1至4. 求 N 與 T 兩平面所作之角(第八十三節至八十五節)。

5至8. 求物體各面所作之角。

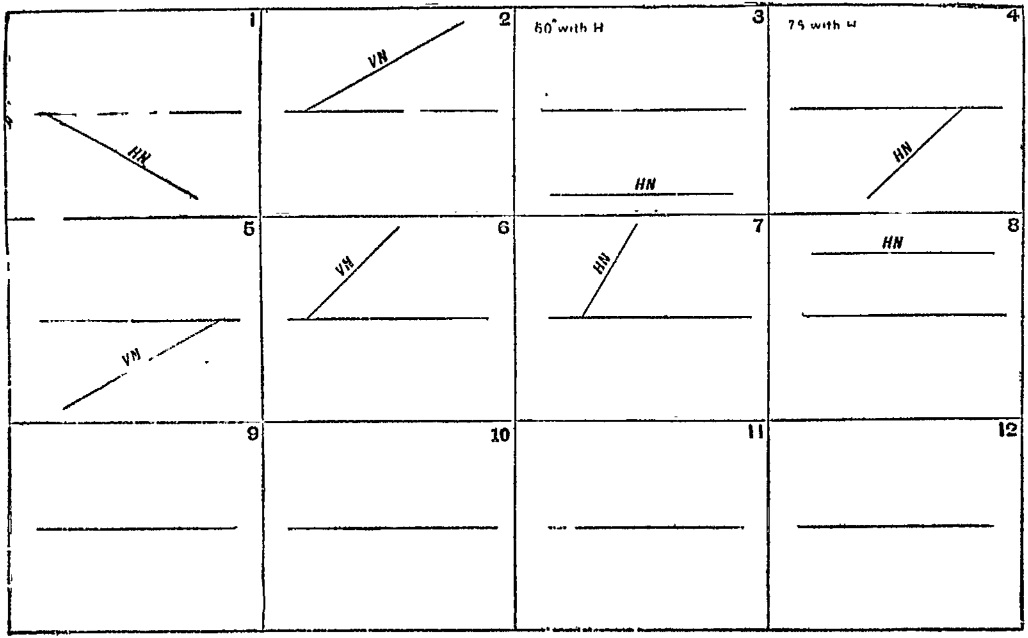
圖題十八

每圖所需之圖紙為$2\frac{1}{2}\times3$英寸。



求S平面與縱橫兩面所作之角(第八十六節)。

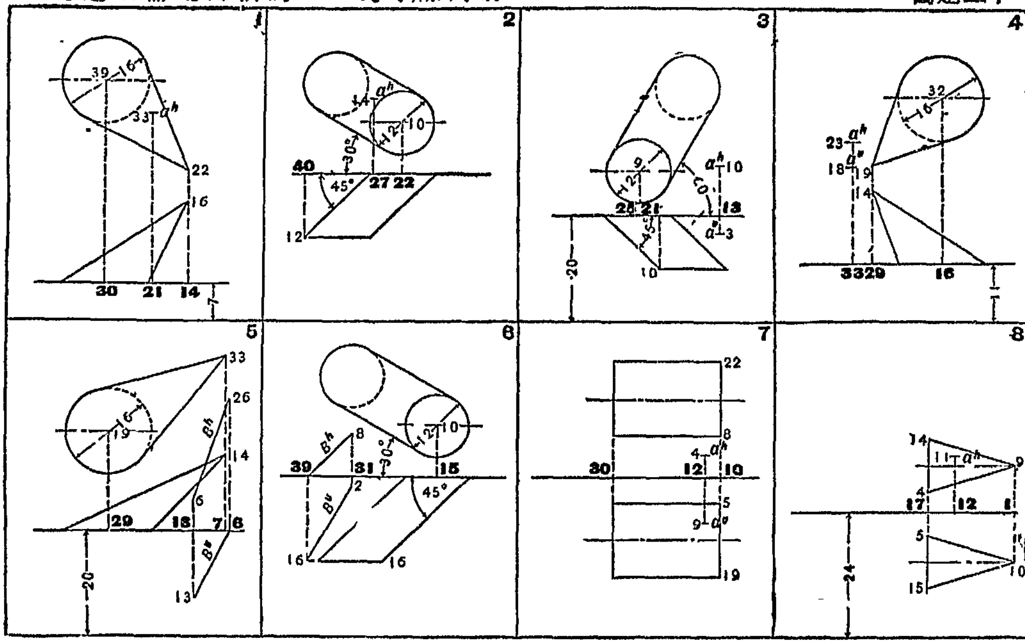
圖四十九



求作N平面之二交線(第八十八,八十九,九十各節)。
1. 與H作45°角。 2,8. 與V作30°角。 3,5,6. 與H作60°角。 4. 與H作75°角。 7. 與V作60°角。 9. 與V作60°角,與H作45°角。 10. 與H作75°角,與V作45°角。 11. 與H作30°角,與V作60°角 12 與H作90°角與V作45°角。

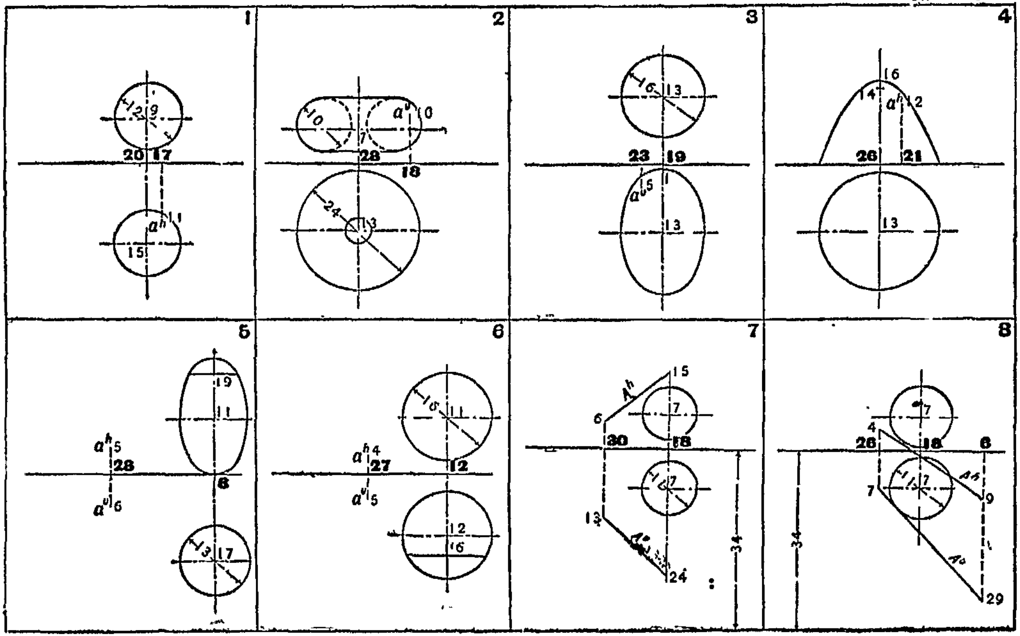
每題所需之圖紙為5×7英寸,餘同前.

圖題二十



1,2,8,題. 作過定點a,而切於立體之平面,a在立體上(第104,105節). 3,4,7,題. 作過a點,而切於立體之平面,a在立體外(第106,108節). 5,6兩題. 作平行於B線而切於立體之平面(第107,109節).

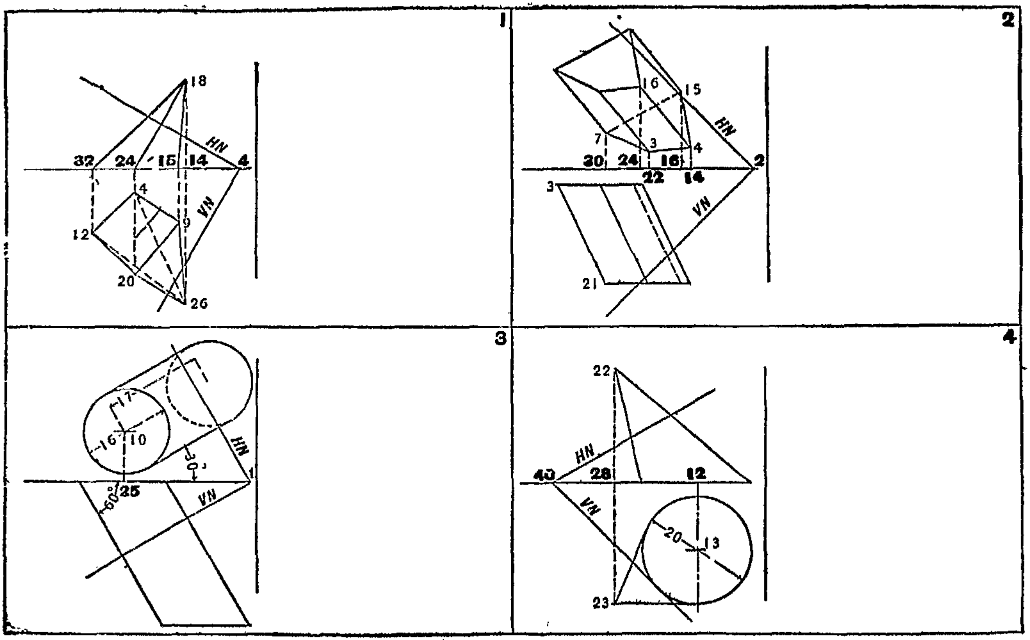
圖題二十一



1至4. 作通a點而切於立體之平面(第百十一節).
5,6. 自a點,作一平面切於立體上指定之綫線(第百十二節).
7,8. 作含A線,而切於球體之平面(第百十四節). 4圖內,已知拋物線之焦點及其頂點

每圖所需之圖紙為7×10英寸,餘同前

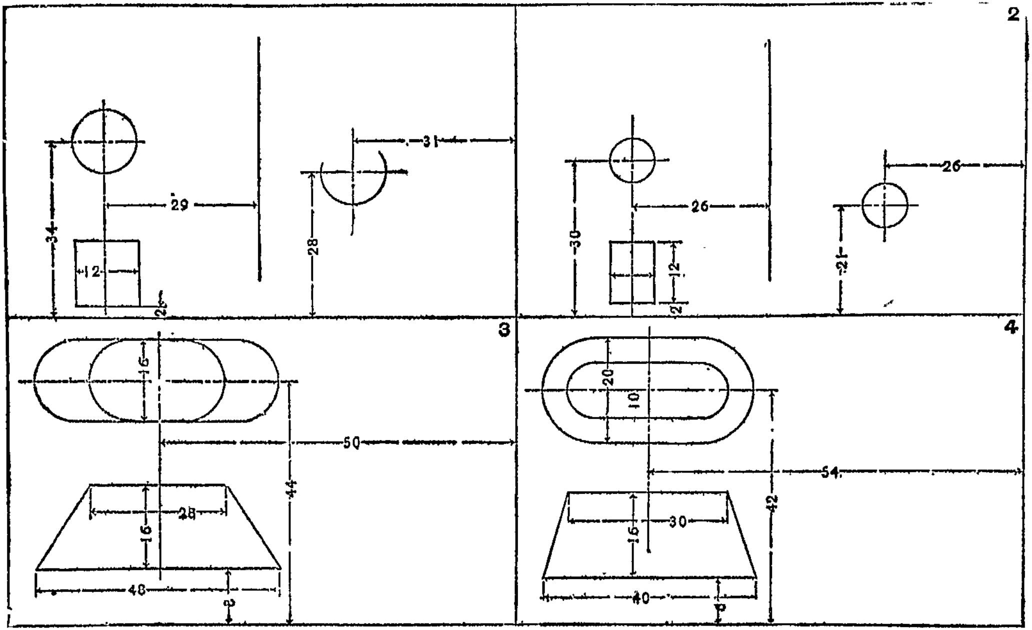
圖題二十二



求立體為N平面所截之面及其展開圖(第百二十節至百二十七節)。

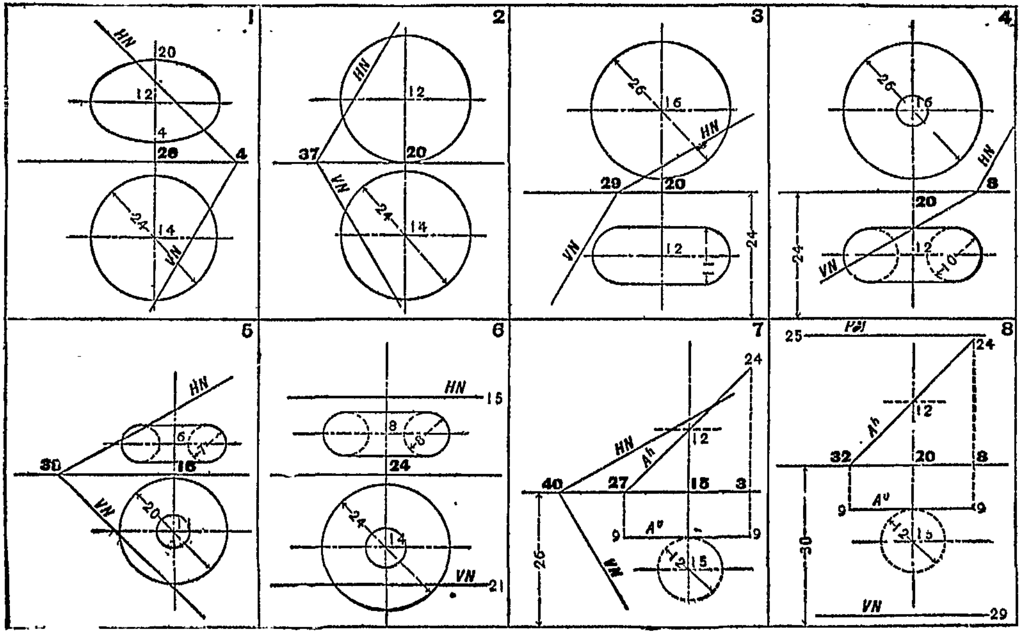
各圖右邊空白處,均作其展開圖。

圖題二十三



1,2. 作螺旋面及其展開圖(第百二十九節至百三十一節). 3,4. 作燈罩之展開圖(第百二十六節及百二十三節). 1圖內,動線與H作15^0角. 2圖內,螺距為十二單位,最長之生線為十九單位.

每題所需之圖紙爲5×7英寸。　　　圖題二十四

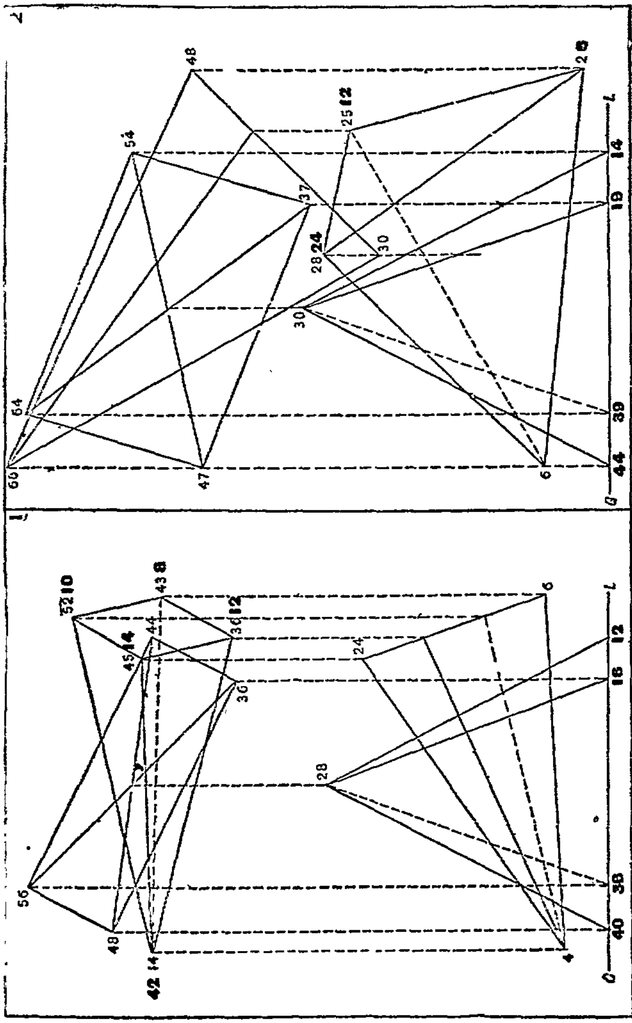


求作N平面與雙曲面相交之線(第百三十二節)。

7,8兩圖內,A線爲一雙曲線形之動線。

圖題二十五

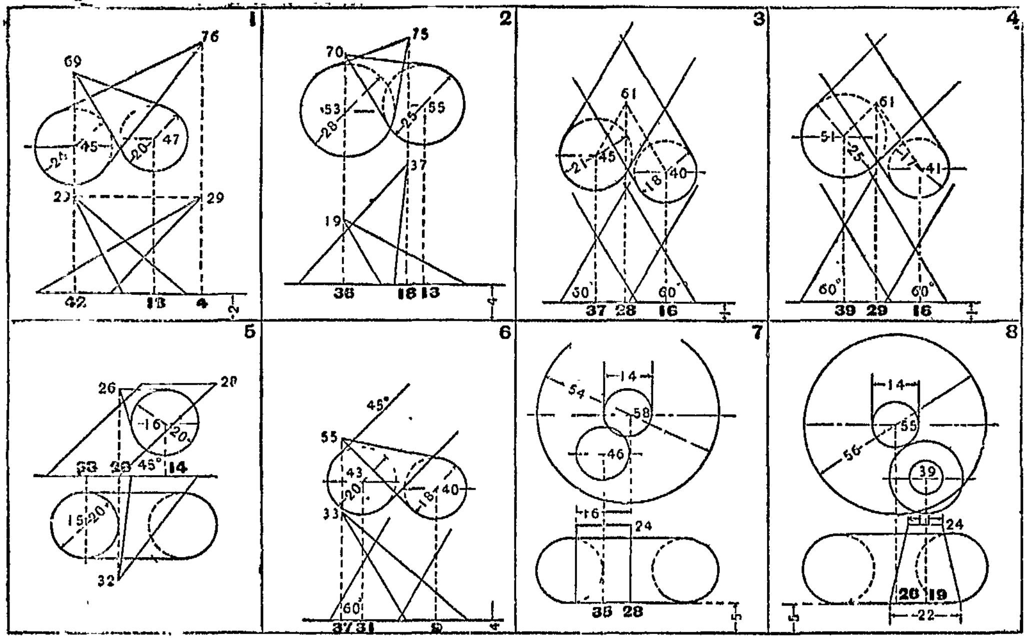
每題所需之圖紙為7×10英寸。



求作兩立體相貫之線。

圖題二十六

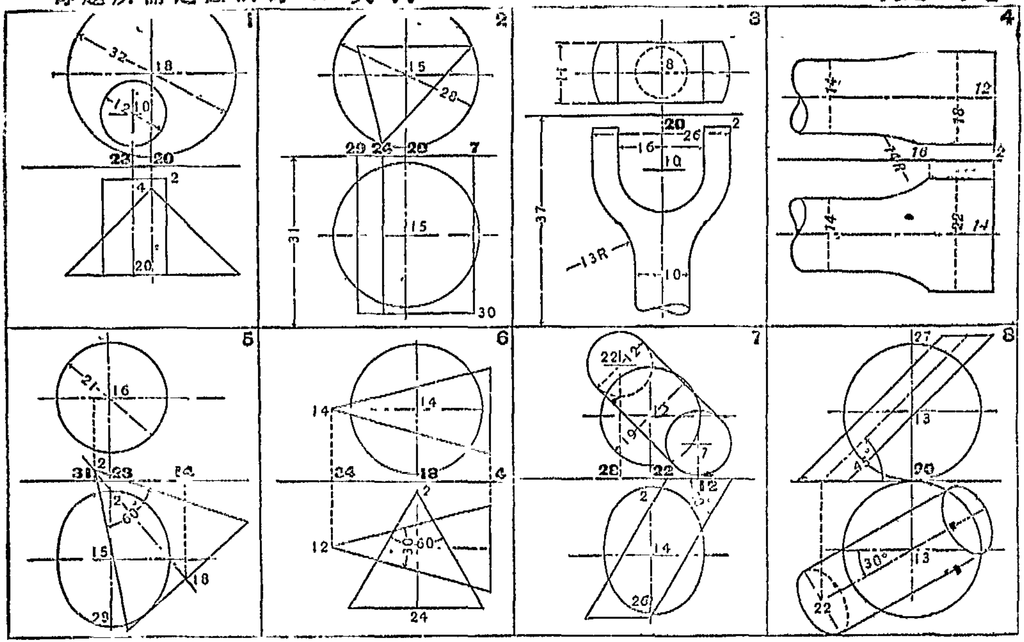
每圖所需之圖紙為7×10英寸。



求作兩立體相貫之線。

圖題二十七

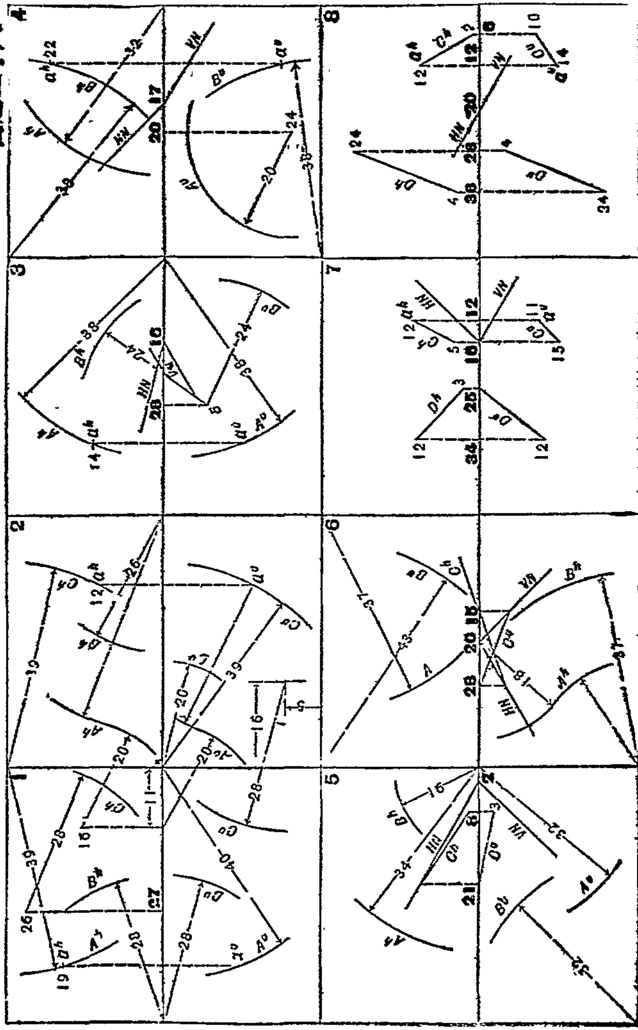
每題所需之圖紙為5×7英寸。



求作兩立體相貫之線。

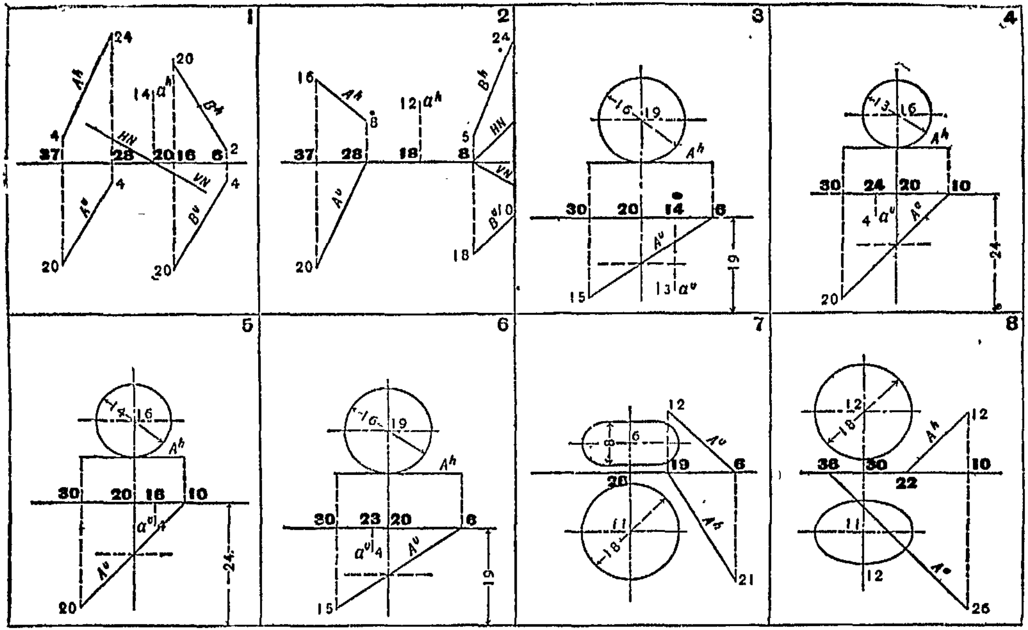
5圖內注16之平線爲錐體軸線。 7圖內下幅橢圓之長徑24,短徑19。 8圖內長徑14,短徑8。

圖題二十八



1至4. 作過a點之拋面生線(第百四十五及百四十六節)。 5,6. 作拋面生線,與N平準面上C線平行(第百四十七節)。 7,8 自a點作雙曲線拋物線合形之生線(第百五十節)。

圖題二十九



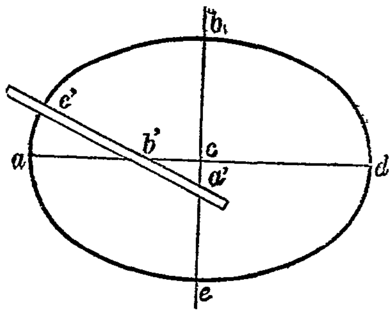
1,2. 自a點,作雙曲線拋物線合形之生線(第百五十節)。 3,4. 自a點,作單體雙曲線形之生線(第百五十六節)。
5,6. 自a點,作平面切於立體(第百五十九節)。 7,8 自A線,作一平面切於立體(第百六十節)。
3,4,5,6圖內,A線爲一雙曲線形之動線。 8圖內,下幅所注12,爲短徑之單位數。

附錄一 各種曲線之作法

163. 已知一橢圓之長短兩徑,求作橢圓.

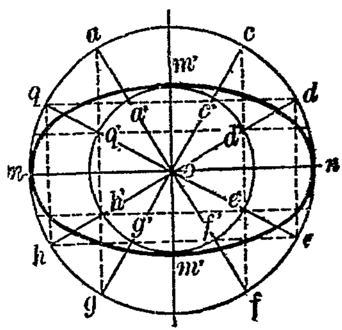
畫法甲. 令 ad 爲長徑, be 爲短徑(第196圖).作二直線正交於 c 點,截 ac 等於 ad 之半,截 bc 等於 be 之半. 另以一張硬紙,作 $a'c'$ 之長與 ac 等, $b'c'$ 之長與 bc 等. 今將該紙上 a' 及 b' 兩點令各與 ad 及 bc 兩軸相合,則 c' 點爲所求橢圓上一點.

圖 196.



畫法乙. 令 nn' 爲長徑, mm' 爲短徑(第197圖). 以之爲直徑,作同心二圓, o 點爲其中心點. 分兩圓周爲十二等分. 於 a, b, c, d, h, e, f, g 各點(在外圓上)作縱線與 mm' 平行. 自內圓上 a', b', c', d', f', e', g', h' 各點,作橫線與

圖 197.

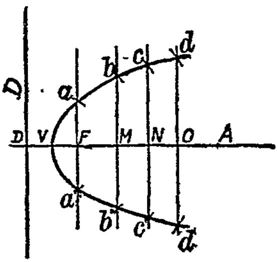


nn'平行. bh及de與$b'd'$及$h'e'$相交之點;又ag及cf與$a'c'$及$g'f'$相交之點,又m, m', n, n'四點,均爲所求楕圓上之點;聯之卽得所求.

164. 已知一準線D,及焦點F,求作一拋物線. (第198圖)

畫法. 自F點作A線正交於D準線上之D點,自A線上,F, M, N, O,各點立垂線於A. 以V爲中心,FD爲半徑作弧交垂線於a及a'兩點. 此兩點卽所求拋物線上之點. 餘點仿此求之.

圖 198.



165. 已知一螺線之螺距及其所盤旋之圓柱體之直徑,求作其投影圖.

畫法. 第199圖. 令$a^h d^h$爲半徑,$a^v c^v$爲螺距. 先作圓柱體之投影圖. 等分其圓周及其螺距各爲十二(或十六)部分. 自分點,作投影點. 聯自第一點投影線與第一線相交之點,自第二點投影線與第二線相交之點及仿此各點,卽得所求螺線之一面投影如圖. 其他一面爲一圓.

166. 已知單體雙曲線形之動線及其軸線,求作其投影圖.

畫法. 第200圖. 令A爲動線,fe(正交於H者)爲軸線. A線上各點旋轉之時均作一圓. 此圓之橫面投影

圖 199.

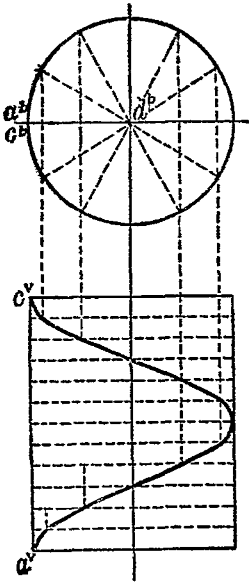
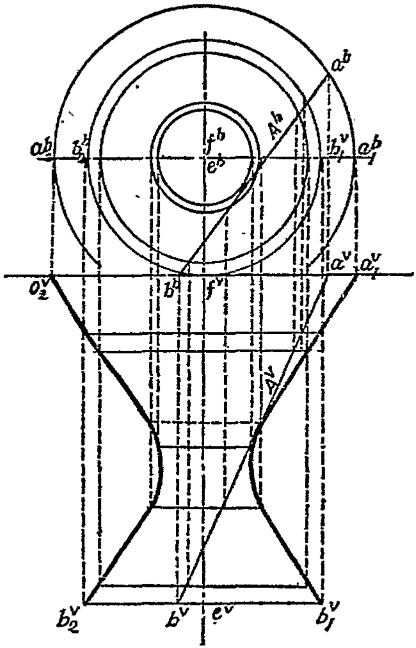


圖 200.



仍為圓,其縱面投影則為與界線平行之直線. 先將 A 線旋轉與縱面平行,次求該線上各點旋轉後之位置如 a_1, a_2, b_1, b_2,等. 聯其縱面投影則得所求單體雙曲線形之縱面投影圖.

附錄二 英漢名詞對照表

apex 頂點
axis 軸線
„ of revolution 旋轉軸線
auxiliary plane 輔助平面
base 底面
cone 圓錐體
„ director 錐準面
right cone 正圓錐體
conoid 尖圓形
convolute 盤旋面
counter-revolution 反旋轉
cylinder 圓柱體
cylindroid 圓筒形
development 展開圖
directrix 準線
double-curved surface 雙曲面
„ of revolution 旋轉而成之雙曲面
„ of transposition 移動而成之雙曲面
element 生線
ellipse 橢圓
ellipsoid 橢圓球
focus 焦點
generatrix 動線
ground line 界線
helical convolute 螺旋面
helicoid 螺旋形
helix 螺線
hyperbola 雙曲線
hyperbolic paraboloid 雙曲線拋物線合形
hyperboloid of 1 nappe 單體雙曲線形
hyperboloid of 2 nappes 雙體雙曲線形
inclined 斜向
line of maximum inclination 最大斜度線
meridian line 經線
meridian plane 經線面
normal 法線
„ plane 法線面
oblique projection 斜投影圖
parabola 拋物線
paraboloid 拋物線形
parallel 平行線, 緯線
plane 平面
plane director 平準面
horizontal plane 橫面
vertical plane 縱面
profile plane 側面
picture plane 影圖面
tangent plane 切平面
secant plane 切斷平面
plane projector 投影平面
projection 投影
orthographic projection 正投影圖
perspective projection 透視圖
principal meridian 正經線
projectors 投影線
prism 稜柱體
pyramid 稜錐體
quadrant 分角
revolution 旋轉
shade 陰
shade line 分線
shadow 影

surface 面
- ruled surface 直線面
- single-curved surface 單曲面
- double-curved surface 雙曲面
- warped surface 拗面

section 截面
- right section 正截面

serpentine 蜿蜒形

sphere 球

pheroid, prolate 長橢圓球
- oblate spheroid 平橢圓球

traces of a line 線之交點

traces of a plane 平面之交線

true length 實長

angent 切線

orus 環形

umbra 影區

商務印書館發行

中等學校適用

最精實之數理教本

教育部審定

民國新教科書

本書共計十種。專供中學校數學自然兩種科目之用。編輯人均係留學歐美之碩士學士。擷取最新學說。參合本國材料。內容完善。編制整齊。排印用大小兩號字。預備教授時之伸縮。欲詳則兼講小字。欲略則專講大字。尤為特色。今列編輯人姓名如左。

英國愛丁堡大學格致科學士 文藝科碩士 王兼善
英國格拉斯哥大學理科學士 丁文江
美國耶魯大學理科學士 徐善祥
美國哈佛大學天算碩士 秦汾
日本物理學校畢業生 秦沅

▲數理各科 都凡十種
▲材料豐富 條理明晰

物理學	王兼善	紙面一冊每冊八角 布面一冊一元六角
化學	王兼善	一元六角
生理及衛生學	王兼善	一元四角
植物學	王兼善	一元三角
動物學	丁文江	一元四角
礦物學	徐善祥	一元二角
算術	徐善祥 秦汾	一元四角
代數學	秦沅	一元
幾何學	秦沅	一元三角
三角學	秦汾	一元

▲各科術語 附註西文
▲數學各書 另刊答案

元(1421)

元又(1890)

Anthony and Ashley's
Descriptive Geometry
(Translated into Chinese)
Commercial Press, Limited

中華民國十二年一月初版
中華民國十五年六月再版

(畫法幾何學一冊)
(每冊定價大洋伍角伍分)
(外埠酌加運費匯費)

編譯者　薩本棟

發行者　商務印書館

印刷所　上海北河南路北首寶山路　商務印書館

總發行所　上海棋盤街中市　商務印書館

分售處　北京天津保定奉天吉林龍江濟南太原開封鄭州西安南京杭州蘭谿安慶蕪湖南昌漢口長沙常德衡州成都重慶瀘縣福州廣州潮州香港梧州雲南貴陽張家口新嘉坡　商務印書分館