

Mathematik für Anwender II**Arbeitsblatt 59****Übungsaufgaben**

AUFGABE 59.1. Berechne das Integral

$$\int_Q xy \, d\lambda^2$$

über dem Quader $Q = [a, b] \times [c, d]$.

AUFGABE 59.2. Es sei G der Subgraph unterhalb der Standardparabel zwischen 1 und 3. Berechne das Integral

$$\int_G x^2 + xy - y^3 \, d\lambda^2.$$

AUFGABE 59.3. Bestimme den Schwerpunkt des oberen Einheitshalbkreises

$$\{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}.$$

AUFGABE 59.4.*

Berechne das Integral zur Funktion

$$f(r, s, t) = s^2 t + r \cos t$$

über dem Einheitswürfel $W = [0, 1]^3$.

AUFGABE 59.5. Berechne das Integral $\int_T f \, d\lambda^3$, wobei $f(x, y, z) = xz$ und T der Einheitszylinder $\{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 1, -1 \leq x, y \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}$ ist.

AUFGABE 59.6. Auf der quadratischen Platte $P = [-1, 1] \times [-1, 1]$ sei eine elektrische Ladung gemäß $f(x, y) = y - x^2$ verteilt. Bestimme den Schwerpunkt der positiven Teilladung und den Schwerpunkt der negativen Teilladung.

Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 59.7. Es sei G der Subgraph der Sinusfunktion zwischen 0 und π . Berechne die Integrale

a) $\int_G x \, d\lambda^2,$

b) $\int_G y \, d\lambda^2.$

AUFGABE 59.8. Berechne das Integral zur Funktion

$$f(x, y) = x(\sin x)(\cos(xy))$$

über dem Rechteck $Q = [0, 3\pi] \times [0, 1]$.

AUFGABE 59.9. Berechne mittels Integration den Schwerpunkt eines Dreiecks, das durch die drei Punkte $(0, 0)$, $(a, 0)$ und (b, c) (mit $a, c > 0$) gegeben sei.

AUFGABE 59.10. Wir betrachten die Abbildung

$$f: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}, (u, v) \longmapsto \frac{2uv}{(u^2 + 1)(v^2 + v + 1)}.$$

Für welche Quadrate $Q = [a, a + 1] \times [b, b + 1]$ der Kantenlänge 1 wird das Integral

$$\int_Q f \, d\lambda^2$$

maximal? Welchen Wert besitzt es?

AUFGABE 59.11. Berechne das Integral $\int_{B(P,r)} x^2 - y^3 \, d\lambda^2$ über der Kreisscheibe $B(P, r)$ in Abhängigkeit von $P = (a, b) \in \mathbb{R}^2$ und $r \in \mathbb{R}_+$.

Abbildungsverzeichnis

- Erläuterung: Die in diesem Text verwendeten Bilder stammen aus Commons (also von <http://commons.wikimedia.org>) und haben eine Lizenz, die die Verwendung hier erlaubt. Die Bilder werden mit ihren Dateinamen auf Commons angeführt zusammen mit ihrem Autor bzw. Hochlader und der Lizenz. 3
- Lizenzklärung: Diese Seite wurde von Holger Brenner alias Bocardodarapti auf der deutschsprachigen Wikiversity erstellt und unter die Lizenz CC-by-sa 3.0 gestellt. 3