

序

我們要談建設，第一個問題，便是搜集材料，所謂材料，就是統計。我們目前最棘手的大問題，即是無論任何事件都缺乏精確統計，所以我們也可以說「統計為建設的先決條件」，也可以說「統計為建設的最終估算」。

然而不懂統計學，統計是無從談起的，統計學最少包含兩件重要東西，第一是原理，第二是方法。過去中國出版的統計學，最初談話自日本，多是討論原理，而不是研究方法。最近出版的多種統計學，已經是譯自歐美，大概因為譯名的困難，方法的複雜，又多半缺而不全。我記得我個人初入學校時，便研究統計學，磋商兩年，竟直沒有一點頭緒。後來在哥倫比亞大學兩年，才恍然於光是講理論而不學方法，是沒有效果的。

陳炳權先生和我是同學，他研究統計學比我用力多，回國以後，又從事於統計學的普及，所以他的統計學更比我歷時久。至今日，我已回憶到最初只懂原理，而忘記方法的境地。可是無論何時，我都希望中國能夠有一本完美的統計學出版。

2... 統計方法...

現在陳先生的統計學終於出版了,我希望的統計學終於實現了,我很高興的介紹於我們學統計的人們,這一本書不獨值得我們介紹,並且值得我們研討。

陳公博序於南京。

序 言

統計事業，濫觴極早，古代帝王，嘗以統計調查為施政之基，故禹貢分九州之土壤為九等，周禮敕遂大夫掌登萬民之數，自生齒皆書於版，春秋時有千乘之國，萬乘之國之調查，漢高至咸陽，蕭何收秦圖籍，此皆為當時土地調查兵車調查戶籍調查之例也。其於歐西，則有埃及王雷米西斯二世，在西歷紀元前一四零零年，以統計方法，分配土地；希臘王賴克格斯，將勒康尼亞地，分為三萬九千部；羅馬王塞維托列斯，令人民報告死亡；中古時查萊門調查人民之財產與戶口；皆為當時之統計工作，其目的為應用統計方法，藉以明瞭國家之財富與兵力。雖然，此皆為政府之統計工作也。若視統計為學理，而由個人竭盡畢生精力以研究之者，最早一人，為德之賀俾勒黑氏，在一六一二年，即提倡生命統計及犯罪統計之紀錄。英之格蘭特在一六六二年，刊行生命統計一書，關於出生死亡率，其深切研究，其貢獻甚大。以後繼起者，有生孟，瑞士米黑，奎德萊，比而遜諸氏；對於統計學理，先後闡明。直至今日，統計之學，始克臻於大成。統計事業，年來盛

行我國而統計書籍，經編譯者，亦不下三十餘種，完善者雖不多，然各有所長，關於教育統計，經濟統計，社會調查應用之統計，均有專書在焉，今實業部統計長陳炳權先生游學美洲，從米威爾教授，研究統計學有年，對於經濟統計，尤有心得，今以其所著之統計方法一書示余，瀏覽之餘，以此書對於物價指數，及商情預測，討論特詳，足以補他書之未備，而為研究統計學者之參考，故樂為之序。

陳其采。

序

習統計學甚難，教授統計學則尤難。統計學非數學，其所注意，僅限於漸近的情狀，然而分析統計事實之變異，又不得不借助於數學。苟非素性近於數學之人，則必習而苦之。故統計學不易學習，雖然教授統計學者則尤苦。生徒之習統計學者，可分為三等入，或則擬以統計學為專習之學，或則僅欲了解初步統計方法，或則僅欲略知統計數字之運用而已。第一種入或可不畏數學，第二第三種入則必望數學而生畏。欲求多數生徒均能欣賞統計學，則教師當講述之時，必不可侈談數學。然而在講明統計學原理之時，又不免借助於數學。為統計學教師者，誠不易矣。

以吾所知近年教授初等統計學者，已多不用數學，而美國之教師尤不善侈談之。故美國之統計學教本亦多不談數學者。戴教授 (Prof. E. E. Day) 之統計分析 (Statistical analysis)，韋大克教授 (Prof. R. E. Chaddock) 之統計學原理 (Principles of statistics)，及周若姆教授 (Prof. H. Jesome) 之統計方法 (statistical method) 其尤著者也。予尤喜周若姆教

授之書，以其編製得法，說理明白，且處處善於提綱挈領也。雖此書時有誤解，然而瑕瑜存瑜，終不失為佳教本。

中國近年極力提倡統計事業，各機關各團體皆設有統計機關，入任何公共地方之會客室，無不張掛統計圖表，翻閱任何公共事業之刊物，無不有統計圖表。然而大多數皆未嘗稍作統計分析，故中國今日不可不提倡統計學，此固統計學教師之責也。在進一步提倡統計學之先，宜推廣初步統計學知識，故中國之教授統計學者，決不可侈談數理，而統計學教本亦宜深入顯出，處處以周若璜教授等人之教本為法，是中國統計學之急務。

陳公達先生精於統計學，蜚聲於中國者有年，近本其教授及實地工作之經驗，著為統計方法，予受而讀之，其深入顯出，殊不讓於上述美國三教授之書，而指數二章尤為精到，斯誠不可多得之教本，然則中國之教授統計學者亦將知所取材矣。

朱鳳暉序於中央研究院。

自序

民國十三年，編者在國立廣東大學講述統計一科，當時中文之統計書籍甚少，乃著手編輯此書，以供講授之用。及後在私立廣州大學、國民大學、南京市政府統計人員養成所等校教授統計，亦用此為講稿。歷年均有增減，以求適用。當時雖印成冊，以供學者參考。然至今又五年矣。社會之組織日繁，科學之研究日精，而統計之應用，乃愈急切。爰將舊稿重行整理，並將原理及方法斟酌損益，務求明顯，冀合實用。聊為一般人士研究科學之一助已也。重編之餘，略敘梗概書中謬誤之處，仍求學者匡正，是所成禱焉。

民國二十三年五月陳炳權序。

2---统计方法---

統計方法

目次

第一章	概論	1
第一節	統計學之定義	1
第二節	統計學之性質	2
第三節	統計方法之應用	5
第四節	社會問題與統計方法	6
第五節	統計方法應用之問題	7
第二章	統計材料之搜集	12
第一節	搜集之方法	12
第二節	測量之單位	14
第三節	搜集原始材料之方法	17
第四節	揀樣調查	20
第五節	調查表之問題及項目	20
第六節	調查表之編纂	22
第七節	利用刊布材料	22

第三章	分類及列表	25
第一節	分類法之意義	25
第二節	列表法之意義	26
第三節	列表法之利益	27
第四節	劃線	28
第五節	表式之構造	29
第六節	表之種類	33
第七節	列項之種類	35
第八節	列表之方法	39
第九節	總結	41
第四章	繪圖法(一)總論	42
第一節	概說	42
第二節	圖形之種類	42
第三節	繪圖之標準	45
第四節	繪圖之規律	45
第五章	繪圖法(二)圖條圖,統計地圖, 面積圖,容積圖.	49
第一節	簡單圖條圖	49
第二節	區分圖條圖	25
第三節	統計地圖	55
第四節	標針圖	59

第五節	圓形圖	59
第六節	面積圖及容積圖	61
第七節	形像圖	63
第六章	繪圖法(三)曲線圖	65
第一節	曲線圖之種類	65
第二節	繪圖要點	66
第三節	簡單曲線	67
第四節	圓滑歷史曲線圖	74
第五節	次數曲線圖之繪法	78
第六節	圓滑次數曲線圖的方法	80
第七節	圓滑法的特別問題	81
第八節	接續列項及分立列項	82
第九節	累積次數曲線	83
第十節	累積時間曲線	86
第十一節	距限曲線	87
第十二節	帶紋曲線	89
第十三節	穩動均數曲線	90
第十四節	其他形式的曲線	92
第十五節	繪圖選擇法	95
第七章	繪圖法(四)比率圖	98
第一節	比率圖之特質	98

統計方法

第二節	構造法	102
第三節	解釋比率圖之規則	105
第四節	比率圖之應用	106
第八章	平均數	108
第一節	表示總量之方法	108
第二節	平均數的應用	109
第三節	算術平均數	110
第四節	加權算術平均數	115
第五節	密集數	121
第六節	中位數	128
第七節	幾何平均數	143
第八節	倒數平均數	147
第九章	比率及係數	150
第一節	定義	150
第二節	比率之種類	151
第三節	比率之計算法及表示法	154
第四節	比率之計算及應用之原理	155
第五節	商業經濟及社會的比率	156
第十章	差異及變態	163
第一節	分配狀態表示法	163
第二節	應用次數圖表表示差異量數法	165

第三節	差異的數目量數	169
第四節	差異係數	176
第五節	變態	179
第十一章	物價指數	183
第一節	指數定義	183
第二節	物價指數編製之步驟	184
第三節	指數之目的	185
第四節	物類及物價之選擇	186
第五節	物類及物價之數目	186
第六節	物價來源及收集方法	195
第七節	原始物價平均法	196
第八節	基期	196
第九節	平均法之選擇	200
第十節	簡單指數的比較	210
第十一節	時間還原測驗	210
第十二節	指數的權數	212
第十三節	物價的加權綜合法	218
第十四節	比價的加權算術平均法	221
第十五節	比價的加權幾何平均法	223
第十六節	因數還原測驗	225
第十七節	標準公式	227

6—統計方法—

第十八節	改換貨物之方法	280
第十九節	刊布的形式	281
第十二章	中國現有之指數	286
第一節	批發物價指數	286
第二節	零售物價指數	240
第三節	農產品物價指數	243
第四節	工人生活費指數	245
第五節	國際貿易指數	249
第六節	外匯指數	258
第七節	工資指數	260
第十三章	恆差	277
第一節	時間列項之要素	277
第二節	恆差決定之方法	278
第三節	鞏動均數法	279
第四節	最小自乘法	281
第五節	半平均數法	283
第六節	自在畫法	284
第七節	短期離中差	284
第十四章	月差	286
第一節	月差之性質	286
第二節	計算月差的方法	287

第十五章 商情循環及預測器	295
第一節 概說	295
第二節 分離循環運動的統計方法	296
第三節 循環運動比較法	300
第四節 單項商情預測器	302
第五節 組合商情預測器	302
第十六章 相關	306
第一節 概說	306
第二節 測量離中差的標準	307
第三節 相關之方向	310
第四節 相關程度之測量	310

8---統計方法---

統計方法

第一章 概論

第一節 統計學之定義

統計之內容如何，平常由兩方面觀察之，第一乃各個數目事實之程序，第二乃搜羅、分類、列表、綜計及比較數目的事實，求便於敘述及解釋各種現象之方法也。依第一的意思，是與數學相類，吾人對之，無甚興味。依第二的意思，統計學類似論理學，乃研求公式及依數目之根據，

大小前提以試驗結果者為然，亦從他方面觀察而發明之者，詳見如第二圖。

(1) 金教授 (Prof. W. L. King) 曰：統計學者，乃將搜集之材料或推算之數目而分析之，以判斷集合之自然

海關圖書館
加蓋
一九二一年

天津特別市
第二圖書館

界或社會現象之方法也。

(2) 適古利氏 (H. Secrist) 曰：統計者乃事實之綜合，關於多數原因之顯著的範圍，根據合理精確之標準，為預定之宗旨而次第搜尋，及使之互相關連，而以數目敘述之，故舉之或推算之也。

第二節 統計學之性質

統計方法，乃由巨量數目事實之內，顯現其重要真理之技術，試將統計事件、統計原理、統計方法、應用統計，四名詞，一為比較，便可知統計內容之如何。

統計事件 (Statistical Facts) 民國十二年廿一省人口統計為 436, 694, 953 (郵局調查)；民國十五年工人每月平均工資：船務六十元，油業雜務十四元，酒業十二元五角，煙業工人及火柴工人，各得六元五角，此統計之事件也。

統計原理 (Statistical Theory) 乃討論以證明實用統計方法之數學的或經濟的原理者也。

統計方法 (Statistical ^{Method} Method) 乃將所有統計事實先由繁雜整理而為簡單，繼依其性質分類，以使其關係顯明，初級方法乃根據簡易之數學計算，高級方法則須詳細研究，含有複雜的數學意味，故平常當作統計方法為數

學之支派有許多普通規則可以應用於生物學與經濟政治等之統計亦有特殊規則祇適用於特殊之範圍故一般統計方法學家不甚計及各種科學祇專做研究工夫以造成各種法則(Laws)規則(Rules)及方法(Methods)以便各科學家之採用按適古利氏解釋謂統計方法者乃包含所有分析及綜合之方法用此方法則各種統計乃是科學的徵集并藉以解釋各個性質或其相關性質之現象也。

應用統計(Applied Statistics)乃將統計學中之規則及公式應用於具體事物故統計方法與應用統計之關係亦如純正科學(^{Pure Science} Para Scienza)與應用科學(Applied Science)之關係因方法學家本為數學家之變相而應用統計之專門學家則同時可為戶籍專家行政官吏社會學家慈善家生物學家經濟學家保險計算家或其他科學家。若將死亡人數列成一死亡表則為統計事件應用此表以為標準以推測購買人壽保險者將來死亡之時機則統計方法之事也。至若棊率數理定律(The Mathematical Law of Probabilities)乃揀樣法之所依據者若將其詳為分析以明之則統計原理之事矣統計方法乃研究搜集及分析數量的事實及如何能將所分析之事實及結果精確明顯以表現之之原理者也。準此定義故統計方

法,可分為三部:搜集(Collection),分析(Analysis),及表示(Presentation).

統計之搜集: 統計事實之收集,其解答的問題,大概如下:何種事件,最為適當乎此種事件存在於何種形式之內?此種事件,已經收集及分類,抑或仍在粗略且未收集之狀態乎?現擬收集之事件,何人具有此種能力及智識乎?何種方法最為有效及最易施行?問題繁多,不勝枚舉,故採用現有之資料,抑或從新調查,當詳細研究,然後決定。至於親身調查,抑或函件訊問,其比較利益為何,亦當考慮。總言之,多數方法,當擇其最便者行之。

事件之分析: 搜集事件固是重要,但止于此,為用亦微,各種事件,必要鑑別,考查,分類,及依照最妥善之方法以分析之,以求得顯明的主要概念。故平均之數量,必須簡單敘述,以顯其事件之模型的品質,(Typical Attributes) 差異的程度,及組間的關係。例如嬰兒死亡報告,若祇堆積於官廳案卷之內,絕無意思,必須考查其死亡之理由,並將事件排列分析,以發現其主要原因。吾人心目中常有一種假定,以為貧困與嬰兒死亡,有絕大關係,但檢查死亡報告,有何種最善之方法,以試驗此假設之精確乎?此則屬於相關問題(Problem of Correlation)之範圍矣。

表示法: 統計方法既有妥善的搜集,及科學的分析,

固已得重要之結果，然未盡其能事也。完美觀念，因表示方法之不妥，而失其效力者，不知凡幾。因一般人士，急欲得顯明之觀念，常時不能耐心，依隨統計家之詳細方法，以得其結果。故事件比較，或統計關係等等，如何能使其適當表示，令閱者注意，感受精確之印象乎？如何能令數字顯明，成爲有效之言語乎？

事件之表示，可以文字描寫之，或以口頭敘述之，或列表以顯著之，或繪圖以說明之。然若但藉文字口頭，以排列數目事件，爲用有限，此人人所知者。數目材料之在分析之時，及分析之後，多數列成表式，以供研究。故造表爲統計上基本工作之一。因表式完善，大有幫助於閱者之觀察及決斷之故。近年來表示方法，進步極速，如曲線統計地圖，及其他圖形等等，樣式最多，可謂盡表示法之能事矣。

第三節 統計方法之應用

統計方法之重要，已如上述。試察現代世界之趨勢，及經濟社會之狀況，複雜異常，變遷靡定。若欲解釋羣體的數量事件，非應用統計方法不可。其最要之原因有三：

- (1) 現在是大多數量的時代。數量既多，敘述解釋，均須應用特別方法。如各國人口以萬萬計算，戰爭

軍隊以百萬起計，收穫租稅，結婚離異，生產死亡等等之數目，無不鉅大，必須用新異方法方能解釋。若祇憑個人的印象為準以判斷事情，則常常差謬。

- (2) 近代科學原理須用事件以證明：科學思想并無專恃演繹論據或祇用假說為出發點者。每一理論，多是藉歸納分析事實之法以得之。社會科學亦猶精確之科學，不過斷證較難耳。經濟學及社會學上之學理，均須用事實證明。然其事實，不易處理，實驗方法，又不若物理化學之明顯。統計方法，即欲將人類進化，形成複雜之社會，條分縷析，尋其要點，趨勢，及原因之所在也。

- (3) 商業科學化，要用統計方法：專恃個人之智能，以經營鉅大商業，現在可謂之過去時代。近世商業，均受世界之影響。經商者欲知其商情之趨勢及世界之商業狀況，不能不藉統計方法，以資補助。

統計方法是手段，不是目的；是一種工具，而應用於各方面的。生物學，心理學，教育學，商業學，及社會科學均應用之。

第四節 社會問題與統計方法

- (1) 社會現象之科學分析與統計方法：社會現象，

不能採用實驗室的方法以處理，但可以搜集事實，詳為分析，總括敘述，表示其趨勢如何，演繹方法，社會科學上多不適用，亦可以統計方法代之。

(2) 經濟爭鬥與統計應用：現世勞資糾紛之問題，如罷工、抵制、關閉等等，勞資雙方均知利用統計以證明，易得羣衆之信仰，故對於生活費、工資、租稅等等均用統計方法詳細研究，又如勞資糾紛問題，亦多藉統計方法以解決，例如工資增減，隨生活費指數以變遷，其最著者也。

(3) 行政與統計：現在各國中央政府之各部及各省市政府，均有統計機關之組織，其用如次：

- a. 表示羣衆利益的情狀 如實業部編製各項統計，可以幫助實業之發展，衛生署搜集各項材料，指示死亡原因之趨勢是也。
- b. 試驗法律之效果 如搜集統計證明童工律之不能奉行之類。
- c. 指導各項職務之進行 如教育廳必須有各地學校學生之人數，乃易于分撥款項之類。

第五節 統計方法應用之問題

適古利教授(H. Searist)列舉應用統計方法問題如下：

8統計方法.....

(一) 統計之應用于各個商業單位者其研究為：——

1. 物價；

2. 各部份及各方法的生產

3. 各地方各時期各物產之銷售及銷售之可能性；

4. 僱傭狀況——工資、工人待遇狀況週轉速度；

5. 工廠組織及貨品管理；

6. 各貨品之存數；

7. 成本管理政策之效能、分配之利益廣告之方法

及效果、用費物價政策、貿易實務、顧客需求、信用程度、顧客購買之大小及多寡等等；

8. 各時期各部分各貨物之利潤。

(二) 統計之應用于商業單位之組合者，可比較下列各項：——

1. 生產：

a. 資本、土地、勞力之總量及比例；

b. 用費及其分配；

c. 原料之來源、總量、成本、運輸、存貯、存貨及購置；

d. 成品之總量、形式、成本、及分配。

2. 財政：

a. 物價；

b. 資本之來源及種類；

c. 流動資產與流動負債之關係。

3. 雜費:

a. 間接費, 活支費, 銷售費;

b. 各雜費與銷售及總雜費之關係。

4. 存數:

a. 各貨物;

b. 存數與銷售之關係。

5. 周轉數:

a. 商品的,

b. 資本的,

c. 收賬的,

d. 存貨的。

6. 利潤之關係于

a. 資本總額;

b. 銷售;

c. 純值;

(三) 統計之應用于商情變遷者:—

1. 生產:

a. 生產——價值數量及等級;

b. 存貨——現有及可能的;

c. 運輸;

10--統計方法……

d. 消費.

2. 物價貨幣及信用:

a. 銀行——放款,折扣,欠數,清賬;

b. 信用——利率,證券之發行及價格;

c. 證券交易所.

3. 勞工之供給及賠償:

a. 僱傭及失業.

b. 移民,工人周轉數,工資率.

4. 經濟上之損耗:

a. 原料;

b. 人力;

c. 運輸.

5. 商情循環 (Business Cycle) 中經濟分子之關係及特質:

a. 繁榮時期; (Prosperity)

b. 沉滯時期; (Recession)

c. 衰落時期; (Depression)

d. 復原時期; (Revival; Recovery)

(四) 統計之應用於社會經濟問題者:——

1. 貧困,罪犯,依賴;

2. 貨物消費及入息之支出;

3. 人口增減及遷移;
4. 死亡之疾病及失虞事項;
5. 職業分配及調節;
6. 農莊及住宅之所有權租住問題;
7. 財富及入息之分配;
8. 天然力之保存;
9. 批發及零售分配之方法;
10. 政府之費用,公債及賦稅。

(五) 統計之應用于行政及政策之決定者:—

1. 國家各種政策之決定,如關稅,天然富力之利用,物價規定,私有財產及管理;
2. 公平價值,及合理獲得之規定,以爲管理上之鑒別及決定政策之基礎;
3. 私人營業方法之管理,自由競爭之保護,壟斷之規限,僱傭利益之保證等;
4. 財產估價,以爲徵稅沒收及強制出售之基礎;
5. 國內外貿易之統計,國家財富及其分配之推算,國勢進步之統計。

(六) 統計之應用于經濟學說等問題者,如供給及需求之定律,其最著者也,故統計能令經濟學成爲精確之科學。

第二章 統計材料之搜集

第一節 搜集之方法

凡統計上之研究，均應先定計劃，預料結果，及確定進行之方法，搜集材料，其步驟如下：——

(1) 確定研究之意旨：統計方法本來是歸納的，但歸納方法並不是盲尋事實，必先有一假定，以為選擇材料之標準，如欲調查某城狀況，必先釐定主旨之為何，將以商業眼光觀察，以便銷售某種貨品乎？抑將觀察社會情形，以便設備教育或娛樂之機關乎？若為前者之目的，則何種事實可以表示需求之程度乎？平均入息，財產價值等均是，故選擇何種數量以為研究之證明，當先確定

主旨。

(2) 參考已有之材料及論文：研究之意旨既已確定，但關於此問題之工作他人已做到若何程度，何種材料已經刊布，研究者均應知之。故對於已有之材料，當先詳閱，不獨研究工夫可以減省許多，且對於研究之設計，方法改善，目的之內容等等，均有莫大之補助。

(3) 範圍之限制：研究之旨意調查之範圍，既已明瞭，已有之材料及來源，亦已詳知，於是研究者即可決定其研究之工作。若範圍太廣，計劃太大，對於時間及經濟，均有損失。不若於開始之時，詳細審慎，先將內容觀察，加以限制，不獨將來損失可以補救，而對於研究工作，亦愈益有效。研究之目的，必先注意於結果是否可靠之問題。結果精確與否，視乎被調查之數目。但普通言之，確度之增加，比較觀察次數之增加為少。故算術平均數之確度，欲其增加一倍，觀察次數必要增加四倍。是以最先決定的是結果確度之為何。觀察之次數揀樣之方法，均根據此點也。確當結果，足供實用者，往往以短少之時間及經費得之，亦可知矣。

(4) 方法之決定：研究方法，進行中隨時可以略為更改。但事前總有多少問題，應加研究。

A. 統計方法是否適用？經濟商業之問題，多是屬於

政治的，或不能以數量研究者。此等問題，可藉統計分析以幫助，然亦有種種情形完全絕不適用。例如“南京工資之增加，是否與生活費之增加相等？”若有材料，總可解答，但若問“棉花進口，應否繳納關稅？”則包含政府之主張及經濟政策在內，不能純藉數量以答之。

B. 全體研究抑樣樣研究？ 樣樣研究(Sampling)是就事情全體中選擇若干為代表而研究之。通常多是如此。但戶口調查，即為全體的須逐戶調查之。

C. 原始材料，應否徵集，用何方法？ 政府及私人刊布之材料，或已足用，不必另行調查。此是最簡便的。但往往不足應用，故須向私人或商店上徵集原始的材料，以供研究。此種原始材料之徵集，多將問題列出，由被詢者自己填答或派員前往詢填之。

(5) 進行之步驟： 第一，是決定研究方法。第二，是徵集材料。材料之來源有兩種：一是間接的，次級的，利用已刊布的。二是直接的，初級的，搜集原始的。本章當一一分述。然統計單位當先研究。

第二節 測量之單位

單位之意義 統計之討論，大都為數量之計算。無論

事件品質情形等等均常細數之總計之除之或乘之或分析之與綜合之且吾人所研究者不獨簡單之事情及稀罕之變故又常為合計之總數也統計方法因為分析與綜合而數量考求及證據注重尤為結論最要之點合計之總數與測量事物所用之單位有極大之關連如云一千非論及多數之抽象單位乃謂農場商店放款或抵押等等一千之數數目之為抽象單位而可以分合以至無窮者因其性質相同不過代表事情之抽象的觀念而已物理的測量可以加減之或記述其長闊及容積之單位總以適于吾人之所求為主其單位如何不必再定因其對於時地及環境齊一不變成為標準故可直接用之不再變更一英尺之長常為12吋一米突之長則為39.37英寸一加倫(Gallon)之積則為231立方英寸不獨常與同類之單位聯合且互相變換絕無困難及誤會之處。

若經濟統計之測量單位則不若是之簡單矣例如噸哩(Ton-mile)一單位雖其物體之測量仍然不變但用于具體問題則發生困難雖一噸仍為一噸一哩仍為一哩但不詳究其性質及重量雖同為一噸亦不一致不細考距離之情狀雖同為一哩亦各攸異此噸或因容積鉅大運費率低彼噸或因體質堅實運費率高此則為紙張棉花之量彼又或為鐵器金屬也一哩之異亦同此理或輸

運糧而行平原，或載貨重而行山路，輸運貨物一噸而行一哩，通常雖用噸哩代表之，然其情狀絕異矣。故單位應用，必先論及所用之情形，而情形絕不相同，則聯合之時，尤當詳細審慎。故吾人所當注重者，統計學上所用之大小容積及數次等等抽象之單位，非抽象單位之自身，乃產生單位之情形及其應用單位之宗旨也。

經濟統計之單位，欲盡如噸哩意義之固定而明確，殊不可能。然用抽象數值以代表其關係之繁簡，常常有之，不過應用之情形及宗旨，各不相同，遂不能不先明其意義耳。凡一統計問題之研究，非若計算同類物件之多少，或同名異物之件數之簡單也。試舉例以說明之。

如欲計算一區內之製造場，則此單位之意義，將依下文以說明之：(一)製造之意義，當與貿易、輸運、農業等等職業有別；(二)工廠意義之解釋，當以何者為標準，全恃用之者心目中宗旨如何。若祇以營業主為標準，則調查一種情形已足。若以製造管理工場相連之地點等等為標準，則當調查各種情形如何。若用前法，則營業主一事，足以定計算之數。若依後例，則製造之進行、管理之情形，工廠是否在國內政治統治之下，均當研究之。準此以觀，則製造廠之計算，不祇製造廠而已也。如何釐定總恃應用者標準，故統計方法，不易聯合各種事物，除非其計

算之單位先行明定之耳。

應用單位之法則：

第一所有測量之單位，當常涉及其發生之情形，彼此當當一致以求適合於應用之宗旨。

第二調查之先，當審定單位之意義，下列法則當須注意及之：

甲審定單位之先當研究問題之各方面，預料其發生之難點而準備之。

乙當用精察之眼光，以審定單位之意義，及已經查得事實之性質。

丙釐定之各種定義，不可使其例外，所用名詞，當無誤會之處，如田莊一單位，當用人人所能明白之意義。

丁定義之斷定，當根據於論理學。

戊直接顯明之單位，不能混以類似之單位，如以大學畢業生為單位，不能混入「學者」之單位，癲狂人不能以癲狂院及因狂而犯法之人以代表之。

第三統計之觀察，當從其項用上着想，搜羅計算解釋等等單位之誤點，當預察之，上述單位之原理當詳細研究之。

第三節 搜集原始材料之方法

搜集原始材料現在通用者有四種方法曰親身調查法僱員調查法被問人填表法通信估計法。

一親身調查法 此法最便於特別研究以適合自己之所求因親身審查故結果愈益精但範圍既狹所得效用亦微。

二僱員調查法 應用此法各種調查表均由調查員親身訪問負責之人而填之戶口調查即用此法惟調查人員須經訓練調查之先開會討論解決一切疑問調查之時又附以說明指導書則調查者易于幫助被問之人正確答覆調查表內之空白即由調查員按照調查所得詳為填寫。

此為研究鉅大問題良好之法可無疑義因為經費太鉅私人不易採用惟政府之調查行之可耳。

三被問人填表法 將各調查表式分寄各地被問之人由其自行填報此法之費用雖可較少調查之範圍雖可廣闊然結果不大可靠蓋被問者之多數人對於此等表式無甚趣味對於調查問題或亦不甚明瞭甚至常有疑心不將實事列出而忙迫之人又無暇填之故寄回者各地往往僅一部分不能有全體寄回之希望即寄回者所填亦多不完備若政府調查對於不寄回者或填誤者尙可加以處罰私人調查則必頗有趣味及耐煩之被問

人士矣。

採用此法之時，問題以少為妙，答語以簡單容易為上。若加多一問題，每每可以令表式無用之程度增多一分。故須簡明易答，以其填寫之時，無人指導，而答案結果，亦不易檢驗故也。

各國政府統計機關，每用此法，依期向各工廠僱主搜集工資工人狀況、工業狀況的事實，并隨時派員或通信檢驗之，亦易得良好之結果。

四、通信估計法 有時各種事實，不能計算及測量者，必須估計推算之。如美國農業部早用此法，以得農產之報告。各地通信人，均于一定時期，將田畝數及主要產量之情形估計送來。此等估計，常將田畝之百分數，及去年或平常年之產量列出，雖為大概之結果，然精確之數不易查得。此等估計亦極有用。統計方法能令此等估計較為精密，亦主要職務之一也。商人對於將來需求之工人、用具、原料及物價，亦當估計，并常用歷年之統計，以檢驗其精確與否。政府及商店之預算，亦多根據于科學的估計也。

調查之表式，必欲知調查時用何方法，乃可造定範圍較廣，問題複雜，必須親身調查，或僱員調查，乃可行之。或將四法混用時，亦無不可。

第四節 揀樣調查

全體調查(Complete Investigation)事實上每每不能做到,常用揀樣的方法(Sampling Method).

揀樣調查,可以遍及廣大之範圍,此法雖是將一部份事件詳細研究,但所得結論,當可應用于全體,故揀樣之方法應用最多,如欲研究家庭預算表,極難盡得一區一城所有家庭之報告,故選擇模範家庭當作代表全體,若所謂模範者,由于留意精選,舉例較多,則所得之結果,亦自滿意,惟在選擇之時,若意見偏用,方法不妙,以及引用不精確之模範,則甚危險,例如某人欲證明社會之情狀愈壞,于是選擇多數最貧之家庭為代表,又如稍樂觀之人,則又擇多數富裕者而統計之,均屬不妥,大約較善之法,當所研究種類,分若干組,每組應值百分之若干,隨意由各組之內,選擇模範若干,然後統計之,結果自較妥善.

又將每類分若干組後,每組于距離相等之時,同時選擇模範若干,待至時期之末,乃統核之,亦此法之一。

第五節 調查表之問題及項目

調查表之問題及項目,其性質及數目之多少,視乎調查所用之方法而定,又視乎政府辦理或私人調查而定。

若政府有處罰之權，可以詳細發問。

造表之要點：

1. 表中項目之排列次序，最為重要，當逐項研究之，且當有「造表」之意思存於心中，以便將來易於列表。
2. 每一問語之草定，當先研究該問題之內容，以便詳知其範圍如何。
3. 造表者不僅當具普通智識，關於調查事項之智識及內容亦當知之。
4. 調查表之紙張及印刷，亦應注意。
5. 各表造成後，可先試辦，視其結果如何，或改正之。新事項之調查，此層最為重要。

問題及項目之決定：

1. 調查事項之精確及完備的程度如何，為草定問題時最要之點。所有調查，并非欲一律同樣精確及完備。不過每一問題，定一標準，以便調查時能得其近似之結果。物理化學之測驗，或需用最精確之天平，但若記述家庭年中費用之總數，可以不必用“分釐”之數目。
2. 問題宜簡明清楚，例如問“你已得學士學位否？”勝過問“你已受完滿教育否？”
3. 各問題宜以是否或數目答之，或其他簡明之答案。

或將各種項目列出，如男女婚、未婚、寡、寡等等，以便被問者寫此「L」符號于該項相對之處。此種方法，易得良好之結果。

4. 審查個人之行為，或將得偏見之答覆者，當免除之，如（你曾被囚若干次）之類。
5. 問題之後，當餘空白，以便逐一答覆。
6. 問題之數目，當減之最少，以足供研究之用為止。問題困難者，當附說明。若派員調查，當并指導書詳細解釋單位及各誤點之當避。

第六節 調查表之編纂

調查表已經寄回，應詳為觀察。一次未完全者，交回補填之。差誤者改正之，并先將各表略為比較。

所有統計研究，均欲以數量解答若干問題。最終答案，須將原本材料改變形式，經許多計算手續整理之。但可先將各表原本材料總列一表，以便觀察。

第七節 利用刊布材料

利用他人刊布之材料，舉凡關於此項材料之事情，如該項數目如何得來、搜羅之原意如何、方法如何、精度如何、單位如何，均應知之。

(一) 來源之研究 統計材料之來源，有初級的及次級的。初級材料，即是指該項刊布之材料，均由同一之機關搜集編製及預備以刊布者。次級材料，即指該項材料，是重印初級的或刊布之機關，非原始搜集之機關者也。故初級材料，較為可靠，不獨抄印之差誤可以減少，而數目之精確，搜集之情形，解釋之限制，編纂者均較清楚，設閱者亦易明瞭也。材料之不可靠者，多由於徵集方法之不當，或調查者之偏見，不可不知之。

(二) 關於刊布數目之意義

甲. 單位之分類 一切計算均根據單位，故單位為何，當先明瞭。

1. 個體的單位：

- a, 自然的 例如人，馬，雞等等自然物類容易分別，不若人為的事物之難，故自然物之計算，其數較之計算人為的事物為真確。
- b, 生產的 製造品物，如靴，門，椅等等。

2. 測量的單位：

- a, 物體的 如噸，加倫 (Galon)，噸哩 (Tonmile) 此等單位，均是習慣上應用之結果，常有同一之單位，而意義殊異者，故解釋結果，每每不同。
- b, 貨幣的 商業上價值之單位，如圓，磅，法郎，統

計上常用之,不覺若何之困難,但其最大之缺點,用以計算價值,常隨普通物價而變遷,物價指數之目的,是常欲改正此等缺陷的,但不能盡量避免。

乙.差誤之程度 編製統計,無絕對精確者,故刊布時,常將差誤之來源指出,以供他人研究,差誤之來源,或由於搜羅方法之不當,或由於填報人之不善,若不注意,每每大誤特誤。

丙.其他事項 統計材料與日期之關係及百分數之基數等等,亦應知之。

第三章 分類及列表

統計方法包含所有分析及綜合的方法。應用此等方法，故各種統計，方可成為科學的搜羅，用以解析個體或羣體之現象。

研究統計之步驟，依前章之所述如下：——

1. 心中有一定的問題。
2. 釐定測量的單位。
3. 依此單位以搜羅事實。

依此三者之所得，其本身仍無若何之價值，各種事實，必須依一定的方法，分別研究，乃得所求。

第一節 分類法之意義

分析法之初步，必先將查得之事實，依原定計劃排成一定之秩序，此種步驟，謂之分類法 (Classification)。即將其有共同性質之羣體，分解而為自相類似之各組，每組之內，自有其特殊之點，例如欲求某大學學生年齡之平均數，并欲先依某某學院以分類，如農科、法科、醫科、文科等，所有事實，具有年齡共同之品質，但此問題之範圍，不獨年齡之組別，且并及各學院中年齡之組別也，故先以年齡分類，次依學院再排之，必須排列兩次。

第二節 列表法之意義

統計之分類法，乃將各種事實，依其相同之性質，分為數組，列表法，則將所分之組，列成一表，各種項目，可分橫列縱列，以便對照，列表之別于平常文字之排列者，不獨包含數目，且常可由縱方及橫方兩面以觀察之，準此以觀目錄，名單，固不得謂之表，而單獨縱行之排列，亦非統計學之所謂表。

表之可由對角而閱之者甚多，而欲表示兩者相關之處，亦然，如夫妻之年齡，童子之年齡及學級等等是也。

無統計性質之事實，亦可列表，但求便于觀察而已，故數目事實，無論是否統計，亦多依此法排列，列表方法，便於吾人計算，故對數表，及三角函數，方根指數，利息等等，

均可列表方式簡明，參考便利，乃其最要之旨。統計列表之理由，亦如是也。

統計表乃由代表分量之數目，及實在事實，或性質之程度合成。故統計之單位及其定義，亦甚重要。前章已略說之。具體之數量如何，關係之程度若何，研究之方法若何，均學者所應注意者也。

列表如演講，乃發表思想之利器。至若關係顯明，比較容易及簡潔清晰，則列表遠過于演講者多矣。形式則愈簡愈妙，包括則愈多愈當。所有意義，當直接顯明之，不可複雜兩可。

第三節 列表法之利益

一、秩序有定 排列次序如何，可以數目之大小，時間之先後，或位置之重要以決定之。

二、便於記憶 同類之事實，列為一組，故記憶甚易。平常之敘述，愈繁累，欲作比較，甚為困難。

三、易於觀察 依次排列，故可一覽無餘。

四、易於比較 同類依次序列，比較甚易。閱者每因此而發生研究他事之思想。

五、易於計算 計算不必列表，但若項目不列成行，極難運算。欲求總結敏捷，當先依次列之。

六、免致重複 各項分類排列，則項目說明，可以減至最少限度，各項公私報告，事實雖簡，但敘述甚詳，而重複之句，常常有之，若列成表，省時甚多。

故統計利益，由於分類，分類由於鑒別，鑒別實科學研究之要素。

第四節 劃線

劃線者，乃表式周圍所劃之線，及表中區分之線之總稱。

第一劃線有直線曲線二種之分。

1. 直線 直線有垂直及斜線二種，垂線中通常所用者，有單線及複線二種。

A. 單線者，自一直線而成之線也，有大線、中線、小線三種，乃依程度上之差異而別。

B. 複線者，密引二條或三條線之平行線也，平行線之距離，最宜密接，不可過於廣闊，複線中通常所用者有五種。

甲、大複線 即二大線平行之線。

乙、中複線 即二中線平行之線。

丙、小複線 即二小線平行之線。

丁、子持線 即大小二線平行之線。

戊兩子持線，即二小線夾一大線平行之線。

2. 曲線 曲線中通常所用者，有中括弧，及小括弧二種。

第二輪廓 包括表周圍之線，稱為輪廓，輪廓通用複線，或有用單線者。

第三分割線 表中之文字，因欲易明其所屬系統，通常用直線分割文字與文字之間，此線稱為分割線，分割線通常用單線。

第四行欄 行者兩直分割線之間之謂欄，兩橫分割線之間之謂各種行欄，務宜廣狹同一。

第五節 表式之構造

表類一. 單行表式(Single Tabulation) 此種表式祇表示一項要點，如舉例之死亡人數是也。(表式一)

表類二. 雙項表式(Double Tabulation) 則表兩項相關之事實，如表式二之死亡數及性別。

表類三. 三項表式(Treble Tabulation) 則有三種要點列入表式三之死亡數、性別及意外。

表類四. 四項表式(Quadruple Tabulation) 則有四種事項列入表式四之死亡數、性別、意外及地方。

別四項表式之例內，意外與非意外之數，依分年及分區以顯之，紀年則依時間之先後，次序則依空間以排列各年及所有之年，固有統計各區及所有之區，亦有總結各區，附列於各年之內，每年均復列之，而寫本年總計於首行，此種理由，欲令人注意於各年內之各區，多過於各區之歷年也，若欲注意後者，當先列各區，次乃以年數附於其內，總計即在意外與非意外項下，亦可直顯相關係者若何。

表式一

南京歷年死亡人數表	
年 份	死亡人數
總 計	_____
民國元年	_____
民國二年	_____
民國三年	_____
_____	_____
_____	_____

表式二

南京歷年男女死亡人數表			
年 份	男 女 死 亡 人 數		
	總 計	男	女
總 計	—	—	—
民國元年	—	—	—
民國二年	—	—	—
民國三年	—	—	—
民國四年	—	—	—
—	—	—	—
—	—	—	—

表 式 三

南京歷年男女意外與非意外死亡人數表						
年 份	男 女 意 外 與 非 意 外 死 亡 人 數					
	總 計		男		女	
	意外	非意外	意外	非意外	意外	非意外
總 計	—	—	—	—	—	—
民國元年	—	—	—	—	—	—
民國二年	—	—	—	—	—	—
民國三年	—	—	—	—	—	—
民國四年	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—

表 式 四

南京各區歷年男女意外與非意外死亡人數表							
年 份	區 別	男女意外與非意外死亡人數					
		總 計		男		女	
		意外	非意外	意外	非意外	意外	非意外
	大總計						
大 總 計	第一區						
	第二區						
	第三區						
	第四區						
民 國 元 年	總 計						
	第一區						
	第二區						
	第三區						
民 國 二 年	總 計						
	第一區						
	第二區						
	第三區						

第六節 表之種類

表式分爲兩大類：

1. 詳表 (Original Table)

2. 總表 (Summary Table)

1. 詳表即原始的表 (Primary Table) 亦即普通宗旨的表 (General-purpose Table), 乃將固有之事實列出, 保存其實在情形以供參考, 其宗旨非表示一定之關係, 不過將某一時期之事實, 排列於表內而已, 此種表式之所表示者: (1) 須列最近之數字, (2) 須列最細之數目不能祇列大整數, (3) 數字須精確而不令人發生疑問者, (4) 未經分析者。

表一 各國面積及人口比較表

國 別	方 哩	人 數
中 國	4,278,352	443,378,680
蘇 俄	7,041,120	132,000,413
美 國	3,743,529	117,823,165
英 國	13,355,426	449,583,000

加拿大	3,729,660	8,788,483
澳洲	2,974,581	5,436,000
印度	1,805,332	318,942,480
大不列顛	89,041	43,638,637

2. 總表即次級的表 (Secondary Table) 亦即特別宗旨的表 (Special-purpose Table) 將詳表之事實並作簡明之記載加以分析工作以求比較，為一特別之宗旨而作者。(1) 表列分析或總計之結果。(2) 不必列最細之數目，可列大整數。(3) 可將根據之表式列出，以供閱者參考。

表二 各國人口疎密表

國名	每方哩之人數
中國	103.6
蘇俄	18.7
美國	31.4
英國	33.7
加拿大	2.3
澳洲	1.8
印度	176.6
大不列顛	46.9

第七節 列項之種類 (Types of Series)

未列表之前，應先分別列項或事實之種類。

1. 時間的 (Temporal)
2. 空間的 (Spatial)
3. 組合的 (Component)
4. 次數的 (Frequency)

1. 時間列項，乃將某時期的連續事項排列成表，如表

三：

表三 廣州市歷年金風雪米價格表

年 份	每 擔 元 計
1912	5.00
1913	5.00
1914	5.26
1915	5.88
1916	5.88
1917	4.76
1918	6.25
1919	6.67

1920	6.25
1921	7.41
1922	8.10
1923	8.63
1924	9.09
1925	110.00

2. 空間列項，乃將各地方之事實項排列成表，如表一。

3. 組合列項，則表示各部分與全體相關的，如表四：

表四 中國領土之面積

區 域	方 哩
面積總計	4,278,352
本部(滿州在內)	1,896,500
蒙古	1,387,953
新疆	550,579
西藏青海	463,720

4. 次數列項，乃各種現象之在某一時間測量之結果。此種表現事實之分配，常有一定之規則，即隨意選擇之例亦然。如隨意在某樹中，取多數樹葉，量其長短，則覺其

中有常態或模型(Normal or Typical)之長度。此長度前後之數，則逐漸減少。人之高低，菓之大小，蛋之輕重，無不如是。

經濟之現象亦然。某地某種之工值，亦有標準之數。過多過少，均將逐漸減少。利率之高下，人類之生死，均然。茲舉兩例于下。

表五 美國麻省各工廠每周工值次數分配表 1912

工 值 分 組	獲得各工值之人數及百分數	
	人 數	百 分 數
總 計	681,883	100.0
每周 3元以下	2266	0.3
3元至 4元	5792	0.9
4元至 5元	16969	2.5
5元至 6元	34070	5.0
6元至 7元	52604	7.7
7元至 8元	63879	9.4
8元至 9元	68787	10.1
9元至10元	75006	11.0
10元至12元	103160	15.1

12元至15元	107677	15.8
15元至20元	104585	15.3
20元至25元	32536	4.8
25元以上	14114	2.1

表六 美國人口死亡次數分配表 1912

年 齡	人 數		
	總 計	男	女
總 計	838251	459112	379139
1歲以下	147455	82834	64621
1歲	29713	15748	13965
2歲	13189	6839	6350
3歲	8240	4392	3848
4歲	6042	3178	2864
5歲以下	240639	113041	91598
5—9歲	17274	4149	8125
10—14歲	11436	6008	5428
15—19歲	20343	10525	8819
20—24歲	35997	16696	14301
25—29歲	33762	18465	15267
30—34歲	33743	18929	14814
35—39歲	37916	21350	16 65
40—44歲	37885	22337	15548
45—49歲	39624	23638	15986

50—54歲	45496	26995	18501
55—59歲	45732	26451	19281
60—64歲	51097	28637	22460
65—69歲	55492	30045	25447
70—74歲	55650	29219	26431
75—79歲	50772	25808	24964
80—84歲	36678	17699	18989
85—89歲	19559	9327	10532
90—94歲	7082	2997	4085
95—99歲	1493	620	873
100歲及以上	458	169	289
未知的	1123	787	336

第八節 列表之方法

(一) 名稱 表之名稱當簡明概括不必將表內事項盡行列入但重要要點必須顯出意義不明次序倒置均不可也標目之次序如何名稱當依次顯之。

(二) 標目 排列事項由左至右可劃定橫欄 (Rows) 由上至下可劃定縱行 (Column) 縱行之標目謂之縱標 (Caption) 橫欄之標目謂之橫標 (Stub) 縱標位置之大小當依其重要而定之若相關的附屬之標目當列于主要的之下視表式四“男女意外與非意外死亡人數”之下分為總計男女三行每行再分為意外及非意外兩行。

(三) 標目之秩序 原始的表,當依一定之目的排列,以便參考,其橫標之秩序,不外依下列四者之一而列之。

1. 筆畫之簡繁或字母之先後。
2. 區域或地方之次序。
3. 時間之先後。
4. 量數之大小。

(四) 製表之要項如下。

第一大小標目之分行及位置,須依其輕重為比例,普通言之,重者居先,輕者居後,補助之部,不當若主要者之顯明,各個項目,不當若標目之顯著,表之頂末,當以複線界之兩旁,可不必劃線,然有時亦可用四面界線之表者,大總計無論在直行橫欄,亦當用複線別之,其餘各項,則可單線分別,若一表複雜,又可分為二大部或數部,亦當以複線別之。

第二總數之位置 總計之數,通常多列于表末,然亦有列于表首,標目之下者,無論首末,各行之細數相加,等于總計,極易檢查。

第三篇幅之要點 每一表式,當完全畫于一單頁之內,故詳細部分,常簡略之,若篇幅過大,可摺疊之,或要分列於多頁之時,則標目當重寫,或用簡寫之法,與第一頁相當,亦無不可。

第四縱行之號數 表式之縱行，由左至右，記以號數，亦甚利便翻閱，若供他處之參考比對，或表式複雜，內容精細，則號數尤為重要。

第九節 總結

1. 各種表式，當簡明概括，各名詞之意義，當自顯明。
2. 每表當自成一單位，所列事項，祇是互相有關連的。
3. 各標目之字義，當簡明，若要註脚以解釋，亦當加入。
4. 縱行橫欄之互相關連，及其主要與附屬之關係，當以標目之位置及大小以顯之。
5. 字樣數目，行線縱行，橫欄之大小，當利用其各種變化，使表式之易于觀察及應用。
6. 各行欄當記以號數，以便翻閱。
7. 事實之來源及單位，當指明之。

第四章 繪圖法

(一) 總論

第一節 概說

列表之要旨，乃依測量單位，將多數事實，列成有統系之表式。繪圖之法，則將此等事實之次序，以圖形顯之。列表法乃分析各種情狀，繪圖法則顯明此分析之結果。故前者于解釋時用之，後者于表現時用之。列表居先，圖式在後，兩者常并用也。

第二節 圖形之種類

統計圖之種類，可依其形式、宗旨、用處或比較之種式而分。但何種圖形最合應用，視乎材料之性質，用圖之情

形及宗旨而定。有合于時間上之材料者；有合于次數分配者；有便于解釋、分析或計算者；有懸掛壁上以供演講或陳列用者；有置于案頭及攜帶以供參考者；有印于書籍或雜誌內以供人覽閱者；其用甚廣。茲依繪圖之形式而分列之如次。

依圖之形式而分類——

一. 闊條圖 (Bar-graph)

A. 簡單闊條 (Simple Bar)

1. 獨一簡單闊條
2. 多數簡單闊條
3. 各樣簡單闊條之組合

B 區分闊條 (Component Bar)

1. 獨一區分闊條
2. 多數區分闊條

二. 曲線圖 (Curve-graph)

A. 算術曲線 (Arithmetic Curve)

1. 歷史的或時間的 (Historical)
 - a. 簡單曲線 (Simple Curve)
 - b. 距限曲線 (Zone-curve)
 - c. 帶紋曲線 (Bond curve)
 - d. 累積曲線 (Cumulative curve)

- e. 移動總數曲線 (Moving total curve)
- f. 移動均數曲線 (Moving Average curve)
- g. 山狀曲線 (Mountain curve)
- h. 分歧曲線 (Divergence curve)

2. 次數的 (Frequency)

- a. 簡單曲線
- b. 帶紋曲線
- c. 累積曲線
- d. 移動均數曲線

B. 對數曲線 (Logarithmic curve)

實用上此種對數或比率尺多用于簡單的及累積的時間上曲線。

三. 統計地圖 (Map graph)

A. 橫線地圖 (Shaded or cross hatched maps)

B. 點地圖 (Dot maps)

- 1. 各點之大小
- 2. 各點內橫線之多寡
- 3. 各點之多少

G. 標針圖 (Pin maps)

四. 圓形圖 (Circle or pie graph)

五. 面積圖 (Area graph)

六.容積圖 (Volume graph)

七.像形圖 (Picture graph)

第三節 繪圖之標準

繪製統計圖式當依下列各點爲普通原理以應用之

一.圖式當其確 圖式當以能代表材料之確度令閱者易于得確當之觀念.

二.圖式當清楚 乃便于閱者之觀察.

三.圖式當適用 印於書內及陳列以供衆覽.形式大小及繪圖均各不同.宜斟酌採用.

四.圖式當易得證明 圖式代表之數目事實當然不能十分精確故於圖形之旁或并附一表將詳細數目列出.利便閱者檢查.

總言之.完善之圖式必是真實清楚.形式適用.易於檢查及證明.

第四節 繪圖之規律

一.名稱 (Title) 每圖應有名稱.名稱當簡明醒目適宜及清楚.名稱當書於圖之上方.書於下方者較少.若地位適合.書於圖式輪廓之內亦可.若名稱太長.可分之爲總名稱及副名稱.

二.號數 (Number) 每圖當有號數,以書於圖之上方為宜。

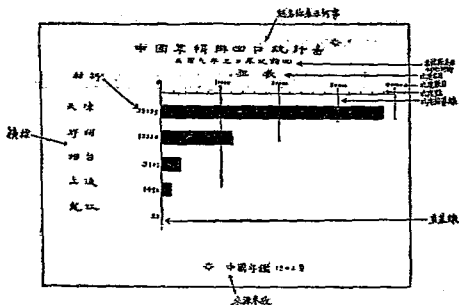
三.起點 (Origin) 此為圖內各種測量之起點,由此伸向於何方面均可,最普者橫伸至右方,及直伸至上方。

四.基線 (Base line) 直基線或橫基線當以較深之色或較大之線以顯之。

五.比度要素 (Scale Elements) 比度點 (Scale Point) 當記於圖旁或上下方;大整數之距離,當加入指導線 (Guide line) 以便推測比度數目 (Scale Numeral) 及比度名目 (Scale Designation) 亦應一併指明,舉例如圖一。

圖中比度名目,若所代表之數量不能自行顯明,亦應詳細加入,如以“百萬元”或“百萬担”為計算單位之類。

圖 一



六.輪廓(Box)包括圖形範圍之線通常稱之為輪廓

用之可,不用亦可,但將圖之名稱或表插入於圖之範圍以內,則應另以輪廓範圍之。

七.圖說(Key or legend)若所繪之線或關係有二種

以上,則何種代表何項事實,當加圖說以明之。

八.材料(Data)圖所根據之材料,當附列之以便參考。

置於圖線之上下方或其內,或另附一表均可。

九.數目之排列 所有數字之排列,當便觀察,應由

下而上或由左至右,大概可分三種。

甲.有時間關係之項目,當列最早者於下方之左。

43-----統計方法-----

最後者於下方之右。

乙、項目之分大小或多寡者，當列最大或最多者於上方或左方。

丙、項目之分優劣者，則列最優者於上方或左方。

第五章 繪圖法

(二) 關係圖,統計地圖,面積圖,容積圖。

第一節 簡單關係圖

關係圖 可以關係之長短代表絕對數量之多少,每一相等部分,代表相等之數量,各條之闊度應相等,第一圖即是此例,數字不可寫於各關係之末,應如下圖寫於左方,庶不阻礙觀覽,又數字寫於關係之內亦覺不妥,另列一表,實最妥善之法,獨一簡單關係圖,即以一關係代表一項數目,如圖二,此種圖直立橫列均可。

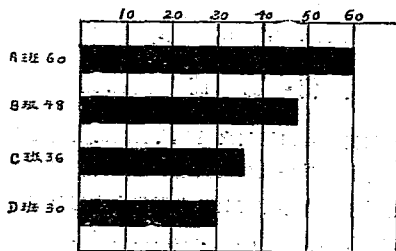
圖二 某校學生入數圖

民國十七年九月

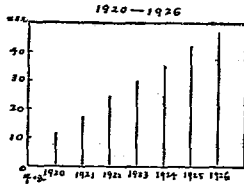


多數簡單關係圖，即以同樣多數關係之長短，同時代表相關各項數目之大小，如圖三及圖四。

圖三 某校各班人數比較圖

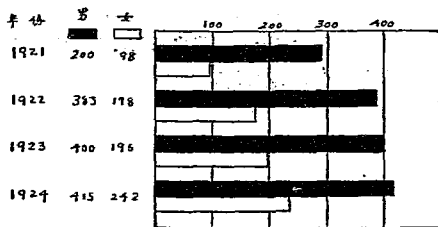


圖四 某公司歷年營業比較圖



各種簡單圖條之聯合 多種事實,同時可以圖條構造的不同以顯明之,以便比較,每一圖條代表一項數目,而每種圖條代表一種事實的列項。

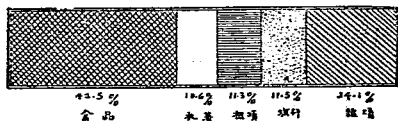
圖五 某校歷年男女生比較圖



第二節 區分圖條圖

獨一區分圖條圖可以一圖條代表一項總數目，但同時將該圖條分為各部分，每一部分代表總數之一部，而總數即以全圖條代表之，如圖六。

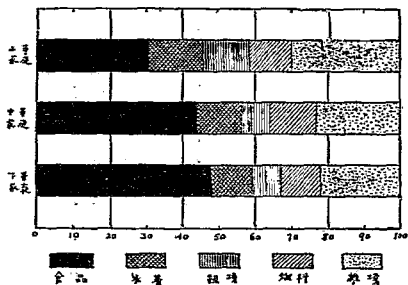
圖六 某城工人生活費分配



多數區分圖條圖；每一圖條表示一項總數及總數之各部，而多數圖條，表示多項總數及其各部。

此類圖式有兩種：其一各圖條之長短均相等；如圖七；其二圖條之長短不等；如圖八。

圖七 上中下三等家庭生活費分配比較圖



圖條之長短相等者，多是以百分數代表材料，亦可以代表絕對數目者，如每元入息之分配，工人工作時間之分配於各項工作，或其他事情，其列項之總數相等而分配不均者，均可用以表示之也。

圖條之長短不等者，每條均表示絕對數目之大小，此等圖式可用以比較不等之絕對總數，同時區分之，以代表總數之各部，例如圖八。

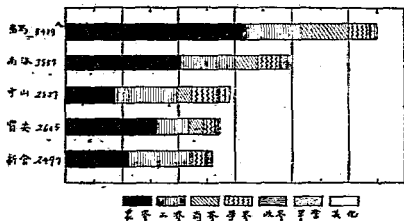
各種區分圖條之聯合，與上述各種簡單圖條之聯合，同一原理。

表 七

廣東番禺南海中山寶安新會
五縣中國國民黨黨員職業比較表

類別 \ 縣別	番禺	南海	中山	寶安	新會
農 界	3107	1910	774	1482	1069
工 界	944	995	1017	921	1071
商 界	773	447	354	217	59
學 界	390	246	396	227	187
政 界	62	18	60	8	28
軍 警	74	111	169	28	73
其 他	69	30	37	32	10
合 計	5419	3857	2827	2615	2497

圖 八 廣東番禺南海中山寶安新會
五縣中國國民黨黨員職業比較圖



第三節 統計地圖

表現次數或分量及地理分配相關係之圖，謂之統計地圖。(Statistical maps) 通稱之曰 (Cartogram) 此種地圖，以代表各地方與數量之關係為要旨，將事實數目，分列於各地之上，故勝於列表許多，又單簡形圖，祇依時間及次數，以表現數目之事實，不能依空間以分配，但依此種地圖，則數量及地位，均可比較對照，地方上事實之集中或變異，變異之或近或遠，均可一覽知之。

統計地圖 依其表現數量之方法，可分為三種。

- 一. 以各種顏色或同一顏色之深淺以顯之，謂之顏色圖。
- 二. 以橫線之形狀以顯其比較密度者，謂之橫線圖。

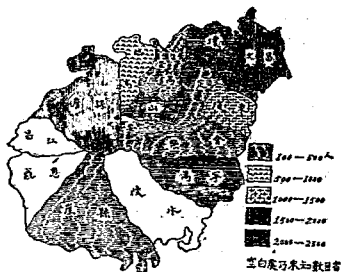
53...統計方法...

三、以點之大小或濃淡以顯之者，謂之點圖。

顏色地圖成本較巨，且各種顏色，不易混和，故用者甚少。若用同一之色，以深淺代表數量之大小，實亦頗難分別，則非附入數字以記之不可。

橫線地圖，以橫線之形狀——多寡大小及各種形式——代表數量之大小，故地圖上陰影之深淺，由白至黑，小量者色較白，大量者色較黑，橫線多寡應分若干組，視乎將事實分為若干組而定，圖九即是此例。

圖九 海南島中國國民黨黨員分布圖

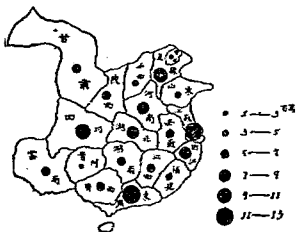


點地圖，依用點之種類，可分為三種。

第一、用點之大小以代表數量之巨細，每點代表一

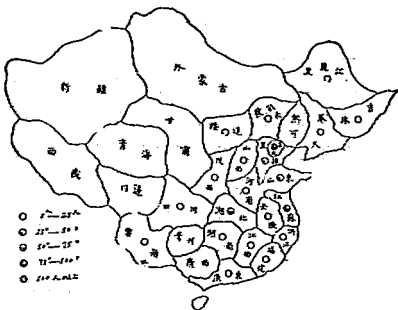
定之數目而依其分量，分繪於各地。故一地之精確或近似之次數，可視其地面上點之多少，及大小而知之。此種地圖與顏色及橫線之地圖不同。點之地圖，則可將精確數量，顯於一區之內。後之兩者，不過顯明各組數量之全部而已。又前者可於各區之內，表現各種比例單位，後者則祇表現一種單位而於全區所有之量，平均以顯之。圖十即是此例。

圖十 十八省歲出預算分配圖（民國八年）



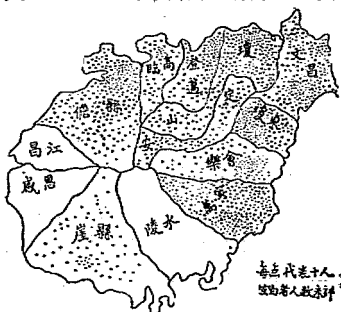
第二點之大小相同，惟藉點內顏色之深淺，以顯數量之多寡。最多者用全黑，次者四分之三，四分之一，及四分之一，白圈則代表最少。如圖十一。

圖十一 中華教育改進社第二屆年會各省區到會人數圖



第三點之大小，不關重要，祇以點之多寡為限，如

圖十二 海南島中國國民黨黨員分佈圖



第四節 標針圖

標針圖 表示兩軍戰爭時所用者。即於地圖之上以二種或多種不同顏色之小旗，插於各軍所至之地位者。是而商品銷流之情狀亦可以標針表示某地銷量之多寡。

第五節 圓形圖

圓形圖 有單圓多圓疊圓三種，用以表現絕對數量或比較數量者。單圓形依一圓內面積之大小以表現分量之分配。通常將圓周分為相等部分，為利便表示，多分為 100 等分，每等分代表百分之一。

茲據某城生活費之調查其百分率如下：

食品 42.5	衣着 10.6
租項 11.3	燃料 11.5
雜項 24.1	

圓周360度，若將此百分數繪於其內，則先作如下之簡單計算。

$$\begin{aligned}
 100: 42.5 &= 360: X_1 & X_1 &= 153.00 \\
 100: 10.6 &= 360: X_2 & X_2 &= 38.16 \\
 100: 11.3 &= 360: X_3 & X_3 &= 40.68
 \end{aligned}$$

$$100: 11.5 = 360: X_4 \quad X_4 = 41.40$$

$$100: 24.1 = 360: X_5 \quad X_5 = 86.76$$

圖十三 生活費分配圖 (單圓圖)



圓內之各部以橫線或顏色分別之均可，比度名目，可書於圓內或圓外旁邊，太過詳細的，亦可另表。

圓形圖通常多不用之，因為面積的關係，但每一銀元之分配常用之以代表。

多圓圖以數個不等之圓形代表不等之數量，其大小比例或以直徑為標準，或以面積為標準均可，依幾何學定理，各圓面積之比，為其半徑平方之比，而橢圓形圖，當先知半徑幾何，於是先以各數量比例，求得各圓之半徑，此種比較數量，觀察者不易得精確之見解，故用者甚少。

墨圓圖 以同一圓心作數個大小的圓周代表不等之數量，每一圓周，又可依比例劃分，以代表事實之各部。

此種表示方法，每易令人誤會，故應用亦少。

第六節 面積圖及容積圖

面積圖、容積圖及形像圖，因為不容易觀察比較，故應用較少。上述圓形圖亦是面積圖之一種。

面積圖及容積圖以面積之廣狹及容積之大小，代表數量之比較。此等圖式有兩種方法以繪造之。

第一、數量之大小，以一個量度(Dimension)代表之。如用正方形或長方形之邊、圓形之直徑、立方形或平行四邊形之一邊，應用此法以繪圖，即以一邊或直徑之長短為比例，以代表數量之大小即是。

第二、數量之大小，以面或容積之大小代表之。各量度一邊、直徑——與材料之表示，無直接的關係。此種用法較為困難。若正方形之一邊或圓形之直徑加倍，則其面積將為四倍。若立方形之一邊或球形之直徑加倍，則其容積將為八倍。故欲將面積加倍，則正方形之邊或圓形之直徑，應為1與 $\sqrt{2}$ 之比(或1與1.41之比)。如欲繪正方形B圖之面積，倍大於正方形A圖之面積，則A邊之長為1而B邊之長為1.41。

62. 找尋方法

欲將容積加倍，則容積之量度，應為 1 與 $\sqrt[3]{2}$ 之比，或 1 與 1.26 之比。如欲繪立方形乙圖之容積倍大於立方形甲圖之容積，則甲邊之長為 1，而乙邊之長為 1.26。

面積圖之繪法（正方形或圓形）

面積之比		每邊(或直徑)之長短之比	
A 圖	B 圖	A 圖	B 圖
1	2	1	$\sqrt{2}$
1	3	1	$\sqrt{3}$
1	4	2	$2 \times \sqrt{4}$
1	5	3	$3 \times \sqrt{5}$
1	1.4	1	$\sqrt{1.4}$
1	2.6	4	$4 \times \sqrt{2.6}$

容積圖之繪法（立方形或球形）

容積之比		每邊(或直徑)之長短之比	
甲 圖	乙 圖	甲 圖	乙 圖
1	2	1	$\sqrt[3]{2}$
1	3	1	$\sqrt[3]{3}$
1	4	2	$2 \times \sqrt[3]{4}$

1	5	3	$3 \times \sqrt[3]{5}$
1	6	1	$\sqrt[3]{6}$
1	1.7	5	$5 \times \sqrt[3]{1.7}$
1	3.2	1	$\sqrt[3]{3.2}$

故面積圖之繪法，欲繪任何一圖，比已知之圖大“若干倍”，即以已知之圖一邊（或直徑）之長乘“若干倍”之平方根，為欲繪之圖之一邊（或直徑）之長而繪成之。

容積圖之繪法，欲繪任何一圖，比已知之圖大“若干倍”即以已知圖一邊（或直徑）之長乘“若干倍”之立方根，為欲繪之圖之一邊（或直徑）之長而繪成之。

第七節 形像圖

形像圖以實物形狀之大小、高低、長短，或多寡以顯其比較之數。如人口之多少則繪人形之大小以顯之，屋宇價值之大小可繪屋之大小，以明之等等。

但形像之大小，不易顯明數目之多寡，不如以形像之多寡為例，較易明瞭。

對於羣衆宣傳，形像圖最易引起各人之注意，加以顯

64——結卦方法——

色，尤為奪目，但須避免之時，以不用為宜。

第六章 繪圖法

(三) 曲線圖

統計圖式，以曲線圖為最要。經濟統計，以時間列項之分析及表現為最多，而應用曲線圖尤廣。至於政府報告，商業管理科學研究，及經濟問題，亦多用曲線圖以說明之也。

曲線圖常用兩種比度，以表現統計事項，一直一橫，每種表示時間，數目或其他數量之繼續的變遷。

第一節 曲線圖之種類

一、依表示之材料而分類。

a. 歷史的 代表時間上材料的列項，時間列項，

曲線圖可以代表每一時期之簡單數量或由開始時累積至各時期的數量。

- b. 次數的 次數曲線圖表示次數分配的材料，有簡單的及累積的兩種，累積的有“以下”累積及“以上”累積兩種。

二.依直立比度分割之距離而分類。

- a. 算術的 多數曲線圖，是算術的，即以相等距離代表相等的數量。
- b. 對數的 亦即比率圖，是依據所代表之數量的對數者，直立分割絕不相等，下章再討論之。

三.依曲線之形狀而分類。

- a. 直線的 不平滑的或有角的，即以直線聯綴已知之各點而成的。
- b. 平滑的 即以平滑曲線聯綴已知之各點而成，關於繪圖討論，非有特別指明者，多是應用於算術的不平滑的歷史的材料。

第二節 繪圖要點

繪造曲線圖之要點如下：

數目名稱，軸起點，坐標，比度單位，比度點，比度數目，比度名目，繪定點聯綴線圖說輪廓，原來的材

料來源的參考，來源的符號或數目等等。

橫基線及左方縱基線，平常均謂之軸，橫軸為 X 軸，縱軸為 Y 軸，縱橫線則與兩軸平行，將比度各點縱橫劃於圖中，繪定點之坐標，橫坐標乃該點與 Y 軸之距離而平行於 X 軸者，縱坐標則與 X 軸之距離而垂直者。

比度之起點，平常多由下方之左角，兩軸相交之處，若數值尚有細於零而有負數者，則以零點線及縱軸相交之處為起點。

比度單位 (Scale Unit) 乃比度線上之一部分，用以代表所指定之每一數目或數量者，平常多不完全指出，但寫出較便。（例如半時等於一年，一分等於 10% 之類。）

“比度單位”亦有用以為表現的單位 (Unit of expression) 或記述材料之數量單位如“千噸”“百萬元”之類者，若此單位之性質不明顯，則可於比度名目上述之。

比度點，用以表示比度線之分割，利便圖形之觀察，比度數目，則表示比度點之數值，而比度名目則表明比度數目之用在圖上的特質。

第三節 簡單曲線 (Simple Curve)

曲線圖之繪法，其次序如下：

1. 選定圖式之輪廓。
2. 選定比度及寫比度之數目。
3. 選定及寫入比度名目。
4. 繪定各點。
5. 聯綴各點。——以直線聯絡成有角之曲線或繪圓滑之曲線。
6. 寫入圖式之名稱說明等。
7. 選定及寫入曲線之名目。
8. 繪圖之日期及機關亦可寫入。
9. 精確及完備與否之審核。
10. 數字材料之造表附屬於繪圖者。

圖十四 中國各地物價指數比較圖

1913 = 100

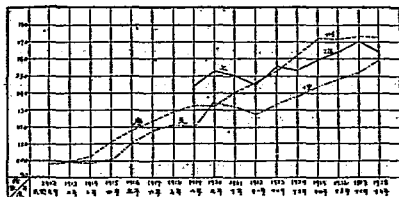


表 八 中國各地物價指數比較表

1918 = 100

時期	地點	指數	上海	廣州	天津
元 年	1912			98.0	
二 年	1913			100.0	100.0
三 年	1914			103.6	99.1
四 年	1915			111.8	101.8
五 年	1916			118.7	110.1
六 年	1917			123.2	118.6
七 年	1918			129.4	121.7
八 年	1919		144.7	132.9	120.0
九 年	1920		152.0	132.4	132.6
十 年	1921		150.1	140.5	131.7
十一年	1922		145.6	146.6	128.3
十二年	1923		156.4	153.1	133.7
十三年	1924		153.9	162.0	138.4
十四年	1925		159.4	172.0	144.0
十五年	1926		164.1	171.8	148.2
十六年	1927		170.4	173.0	152.5
十七年	1928		163.6	172.6	159.3

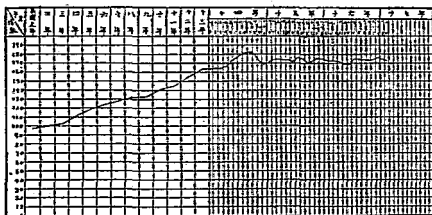
(此表錄自工商公報第一期)

表九 廣州批發物價指數表(幾何平均)1913=100

年	月	指數	銀元 購買力	年	月	指數	銀元 購買力
民國							
元							
年							
1912		98.0	102.0		10	171.0	58.5
1913		100.0	100.0		11	175.4	57.0
1914		103.6	96.5		12	173.6	57.6
1915		111.3	89.4		1	172.4	58.0
1916		118.7	84.2		2	171.1	58.4
1917		123.2	81.2	十六年1927	3	171.3	58.4
1918		129.4	77.3		4	170.6	58.6
1919		132.9	75.2		5	169.3	59.1
1920		132.4	75.5		6	169.7	58.9
1921		140.5	71.2		7	174.3	57.4
1922		146.6	68.2		8	175.4	57.0
1923		153.1	65.3		9	174.9	57.2
1924		162.0	61.7		10	174.7	57.2
1925		163.3	61.2		11	175.7	56.9
	1	163.4	61.2	十七年1928	12	177.0	56.5
	2	164.1	60.9				
	3	166.5	60.1		1	173.5	57.6
	4	170.6	58.6		2	171.6	58.3
	5	175.4	57.0				
	6	179.3	55.8				
	7	180.3	55.5				
	8	181.2	55.2				
	9	179.5	55.7				
	10	172.5	58.0				
十五年1926	11	168.3	59.4				
	12	170.3	58.7				
	1	174.0	57.5				
	2	173.7	57.6				
	3	173.5	57.6				
	4	172.8	57.9				
	5	170.0	58.8				
	6	168.7	59.3				
	7	167.7	59.6				
	8	170.9	58.5				
	9						

圖十五 廣州批發物價指數圖

民國二年 = 100



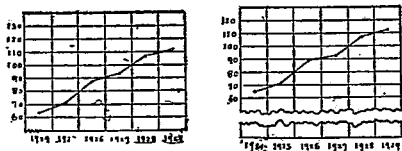
圖十四軸之比度均相等，圖十五則有一部分不相等，而代表之時期則相等，但縱軸之比度，應以相等之距離代表相等之數量。

事實之變量常由縱軸上記之零位自基線起，若不由零位起，則於縱軸近橫軸處劃一波線與橫軸平行為識別。

又或研繪之曲線離零位之基線太遠，亦可將比度中斷之，加入波紋以識別，如圖十六。

獨立變量應置於橫軸，附屬變量應置於縱軸，如歷史曲線圖，時期為獨立變量，置於橫軸上，又如次數曲線圖，測量之事項為獨立變量，置於橫軸上，而次數為附屬變量，故置於縱軸上。

圖十六 某廠歷年出品比較圖 1924—1929



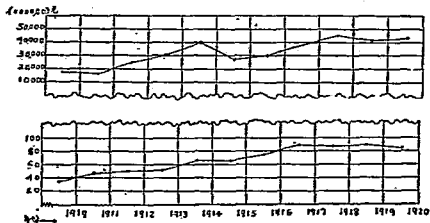
相差太距之數量列項比較法 兩曲線圖繪於一紙之內，多具比較性質，若兩者之數量相差太距，則不易比較，可用下列各法比較之。

表十 某城銀行資本與清賬數比較表

年 份	資 本		清 賬 數	
	元 數 (000,000省略)	百分數	元 數 (000,000,000省略)	百分數
1	2	3	4	5
1910	35	4.77	18	5.11
11	45	6.13	16	4.54
12	50	6.81	24	6.82
13	52	7.70	30	8.52
14	63	8.58	40	11.36
1915	65	8.86	28	7.95
16	76	10.35	30	8.52
17	89	12.12	38	10.80
18	86	11.72	45	12.78
19	88	11.99	41	11.65
1920	85	11.58	42	11.93
總計	784	100.00	532	100.00

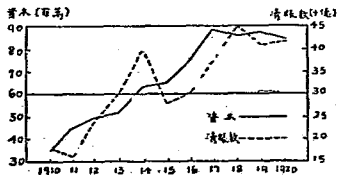
1. 將圖之比度一部分中斷之,如圖十七。

圖十七 某城銀行資本與清賬數比較圖



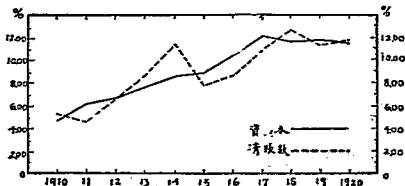
2. 量表調合法 一圖之內,用兩種比度,每一比度,先行酌定其起止之距離,然後將兩距離之數量比較,以定每比度各分割代表之數量,如圖十八。

圖十八 某城銀行資本數與清賬數比較圖
(量表調合法)



8. 百分數法 先將各數化為百分率如表十之 3 及 5 兩行，則用百分率繪成曲線以比較之，如圖十九。

圖十九 某城銀行資本數與清賬數比較圖
(百分率法)



第四節 圓滑歷史曲線圖

所謂圓滑者 (Smoothing) 即以圓滑曲線替代聯綴繪定點之直線將角度或銳轉角移去者是也。其目的在求得曲線以代表事實較有角度之線為真確。圓滑歷史曲線之繪法，即以普通趨向之決定或核算為宗旨者也。

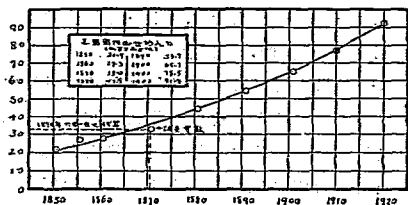
普通趨向之決定 歷年或逐月之物價曲線可以設法圓滑之，以得其普通趨向。後章恆差及月差再論之。

核算 (Interpolation) 討論歷史曲線圖上之核算，為利

便計當分為兩種，(一)普通趨向上無升降或小升降者；(二)升降顯著者。

圖二十說明前者圖二十一則解釋後者。核算之結果在無升降之曲線較為可靠。

圖二十 圓滑歷史曲線圖 (升降不顯著者)



圖二十 圓滑曲線乃畫經各繪定點而成。此等點為代表在美國出世人口之數目，由 1850 至 1920 (除 1870) 每次戶口調查所得者。1870 調查之結果在此趨向線之分。故繪圓滑曲線時不能及之。美國戶口調查局，後來亦決定 1870 年之調查，尚有南方各省之人口 1,250,000 人，尚未計入。此數之推算當作生產之比例，由 1860—1870 及由 1870—1880 相同者。其他推得此數之法，則於圖二十之圓滑曲線上核算之。即於 1870 年六月一日豎一垂直線與圓滑曲線相遇於一點，代表之入數大約是

84,500,000 人，而戶口調查之推算為 34,251,220。此種推算，若將內戰之影響計入，則 1860 及 1880 之增加，雖非完全相同，而兩種推算之結果，較為相近。

在曲線上核算任何年之數——例如 1917——不過視曲線在該年縱坐標之數值便得。

升降曲線上之核算不甚精確，除非升降之度較為有一定耳。試於此種曲線上驗之，表十一乃紐約雞蛋批發之價格，是 1922 及 1923 每月近於十五日之星期四調查者，圖二一即以小圓形表示之，現在當作祇知隔月之物價，而以雙圓形代表之，并欲作曲線經過此等已知之點，以代表物價變動最確之推算，先劃直線或有角之曲線，聯綴此兩月物價之點，如曲線 A，此線代表物價之變遷，較為妥當，不過覺得變動太驟，且常在已知數目之日期——即兩個月的期限，欲得曲線以代表逐漸變動者，於是自以自在畫法 (Free-hand method) 繪成曲線 B。

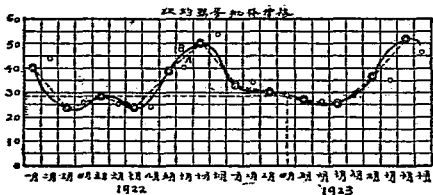
表十一 紐約雞蛋批發價格表

(每月近于十五日之星期四)

時期	1922	每打價格 (仙)	時期	1923	每打價格 (仙)
一	月 12	35	一	月 18	39
二	月 16	39	二	月 15	39
三	月 16	24	三	月 15	30
四	月 13	25	四	月 12	29

五月	18	27.5	五月	17	27.5
六月	15	25	六月	14	25.5
七月	13	24	七月	12	25.5
八月	17	24	八月	16	28
九月	14	34	九月	18	36
十月	12	35	十月	18	35
十一月	16	50	十一月	15	52
十二月	14	54	十二月	18	46

圖二十一 圓滑歷史曲線圖（升降顯著者）



凡欲以自在畫法繪成圓滑時間的曲線當免除異常的旋轉及維持曲線最大的半徑即所繪之曲線其圖形將甚大任何曲線即可作為其中一部份。

圓滑曲線既經繪就遂可核算任何時期之物價即於橫基線該日期上豎一垂直線與曲線相遇於一點復由此點以得其相當之物價茲於圖二一，1923年四月12日豎一核算線與曲線相交之點約為 $28\frac{1}{4}$ 仙同理四月12日與曲線A相交之點為29仙此乃實在物價，以細圖形

代表者。此種特別情形，圓滑曲線反不如角曲線之精確。但若在1923年之六月，則圓滑曲線較近于實在物價；而有角曲線則較遠也。

時間列項并非均可用圓滑方法者。可用圓滑方法者，必當作依據某種決定之原理，介於已知各點之間，其變動均繼續而劃一。例如介於戶口調查期間之內，居民之數當作無特別異常之變動，可以合理。但若當作十年之內，米價之變動，亦同一律，則誤矣。又如某曲線代表繼續各月生銖產量之總數，若圓滑而核算之，例如在一及二月之中點，謂此數值為二月上半月之產量，則又誤矣。總言之，繼續圓滑的曲線固然表現較良，但多數經濟材料之時間列項，用不圓滑曲線已足近似於確度。

第五節 次數曲線圖之繪法

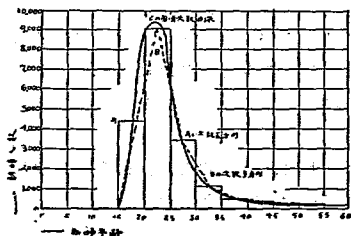
次數表之製法已詳於前。若將該表之數繪圖顯之，則以橫軸分割代表組距，縱軸則代表次數。無論繪製簡單關係圖或次數曲線圖均可。如圖二二，曲線B為次數曲線之普通形式。先將次數定在各組之中點，然後以直線聯綴此等中點即成曲線，此曲線謂之次數多角形 (Frequency Polygon) 或不圓滑次數曲線。曲線a謂之長方柱形 (Rectangular Histogram) 或次數關係圖，此亦為直立圖。

條圖之一種，可用為繪製圓滑次數曲初圖之線步。

表十二 美國威省結婚之年齡及人數表

年齡組	新 婦	新 郎
總 計	19,524	19,524
15—19	4,292	409
20—24	9,121	8,045
25—29	3,568	6,153
30—34	1,144	2,462
35—39	488	986
40—44	321	512
45—49	245	311
50—54	118	245
55—59	80	161
60—79	67	188
80 以上	—	4
未詳者	80	48

圖二十二 圓滑次數曲線圖



第六節 圓滑次數曲線圖的方法

圓滑次數曲線圖之宗旨，是(1)求便于推算各組內之次數分配；(2)將各例中的意外不規則之事項圓滑之，則曲線代表例中事項之普遍性，較為確當。

次數曲線設法圓滑之，以達推算各組內之次數分配，可依圖二二說明之。15—19組內新婦4000餘人；若以次數圖條或長方形如曲線A表之，則人數在15—19組內，當作平均分配，但此五年之後一部，人數較多，顯而易見。然則此次數表內19,000之人數將如何推算各組內之分配乎？此問題可以圓滑方法解答之。

圖二二先繪長方形圖曲線A，然後以直線聯綴各長方形之中點，并及極端各組，成次數曲線B。圓滑曲線，即以曲線A為面積之指導，曲線B為方向之指導而繪成之。若繪造適合，則15—19組內新婦有三分之二在五年半內後期，而最多數者在22歲之年。

威氏(Carl J. West)教授設定如下定律，以為圓滑各次數曲線之標準：

1. 被圓滑之曲線，其包含面積之總和，當等於原來各長方形面積之總和。
2. 各個長方形面積之大小，在可能範圍內，當以仍

舊不變為最佳。

3. 曲線之方向，當無異常或例外的變遷。

以上三律，本來定以應用於由揀樣材料，而圓滑曲線者，但若第二定律，嚴格遵守，代表完全材料之次數曲線亦可以此法圓滑之，圓滑此等曲線，不過用以推算各組內之分配耳。

第七節 圓滑法的特別問題

由次數多角形以繪造圓滑曲線，則此曲線之頂，應在多角形之上乎？抑與之密合，抑在其下乎？

普通言之曲線之頂，應在多角形頂端之上，由揀樣分配以得圓滑曲線，常時可以推算變量數值之相當次數，但非次數之實在數目，所揀樣者或祇400項，但總數為4000，而用同一之圖以顯之，長方形之繪成，當作一組之內，各項平均分配；然事實上常集中於組內之一部，人人知之，對稱分配 (Symmetrical Distribution) 者則中組之中部，項數較兩旁為多，故圓滑方法即減少兩端而增加中心之數。

依據圓滑方法之第二定律——維持各個長方形之面積，亦可得同一之結果，因為繪造次數多角形，則將居中長方形之兩旁截去，而圓滑曲線亦將兩旁截去少許，

此減少之量，必須在中心增加以補之，乃可維持原有面積之大小。

若以最高之長方形，比較其他各長方形，高過異常，此種異常程度，或因揀樣之不當，而圓滑曲線應在最高長方形頂端之內。

圓滑方法，視乎揀樣之大小，及材料之性質而定。若揀樣較小，其普通趨向如何，亦已知之，則圓滑繪造較可自由。若揀樣較多，而不規則之數項，又均為材料之特質，則圓滑繪法當從嚴格著手，以求近似於各組之分配。（如圖二二）又若所揀樣事項之普通趨向如何，不能詳知，則圓滑繪製亦不甚自由；查揀樣不規則之數項，不能謂非普通之特質也。自然現象分配於對稱曲線者，多近於密集數，但社會及經濟事項，多不相同；其不對稱者，可當作揀樣之升降。例如圖二二新婚年齡曲線之不對稱，即為材料之特質，十五歲以前之婦女，結婚較少；而由十六至三十，則結婚最多也。

第八節 接續列項及分立列項

數量分配有接續列項 (Continuous Series) 及分立列項 (Discrete Series) 兩種。在接續列項內，介於最大及最小數值之內，常可以有任何數值。至於分立列項則無之。人類

年齡之次數分配自出世之時起計，可以每小時計之，每分鐘，每秒鐘計之，介於最少嬰兒及最老年人之間，無論年齡若干者均有之，此即為接續列項之例，但家庭人數之次數分配表，最小數目者為一人，并無分數的數值，此為分立列項，若由此等材料得以圓滑曲線從而核算之，以得家庭人數為四、五人則誤矣，故由接續列項材料以得圓滑曲線，由曲線任何一點之坐標核算以得數值，可以合理；若分立列項則常無之也。

普通言之事項較近於接續列項者，則圓滑方法愈可應用，惟經濟列項，若用圓滑曲線以核算，當倍加注意，對於平常事項，不圓滑之曲線已適用矣。

第九節 累積次數曲線

(Cumulative Frequency Graphs)

累積次數乃將連續之次數 (Frequency) 相加而得，有將所有較低之項相加者，有將所有較高之項相加者，前者所得之次數謂之“以下” (Less than) 後者所得之次數謂之“以上” (More than)

以下的次數乃指在前各組區者而言，以上的次數乃指在以後各組區者而言，例如於下表十三之內，火油價格在 10 仙以下者有 914 錢，而在 10 仙以上者有 916 錢。

1830之城市售 6 仙或 6 仙以上者，又 1830 之城市售 23.5 仙或以下者。

累積次數便於得接續之總計，若欲以百分率顯之，亦易決定簡單次數不易得此效果。

觀圖二三之曲線，“以下”之累積由左方下角而至右方上角，“以上”之累積由左方上角而至右方下角，近於集中之點，則可見多數次數及累積增大之迅速商業上應用此等次數及曲線，就過去之事實可以推測將來之趨向。

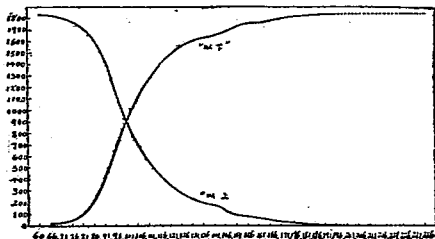
表十三 美國各城火油價格表

(1830行情1904年十二月)

價格 (每加侖仙數)	各城之數目			
	簡單次數	累積次數		
總計		1830	以下	以上
6.0—6.5	11	11	1830	
6.6—7.0	17	28	1819	
7.1—7.5	72	55	1802	
7.6—8.0	36	91	1775	
8.1—8.5	123	214	1739	
8.6—9.0	181	395	1616	
9.1—9.5	281	676	1435	
9.6—10.0	238	914	1154	
10.1—10.5	201	1115	916	
10.6—11.0	162	1277	715	
11.1—11.5	130	1407	553	
11.6—12.0	85	1492	423	
12.1—12.5	65	1557	338	
12.6—13.0	49	1606	273	
13.1—13.5	26	1632	224	

13.6—14.0	19	1651	198
14.1—14.5	43	1694	179
14.6—15.0	38	1732	136
15.1—15.5	23	1755	98
15.6—16.0	12	1767	75
16.1—16.5	13	1780	63
16.6—17.0	20	1800	50
17.1—17.5	8	1803	30
17.6—18.0	7	1815	22
18.1—18.5	6	1821	15
18.6—19.0	4	1825	9
19.1—19.5	1	1826	5
22.6 23.0	1	1827	4
23.1 23.5	3	1830	3

圖二十三 美國各城市火油價格累積次數



累積次數分配之圖表若依“以下”方法而累積則次數點定在各組之最高限度，但若依“以上”方法而累積則次數點定在各組之最低限度。累積次數曲線圖，

對於決定中位數及其他數類的部分之測量最為有用。現第八章內 100 種物價累積次數圖便可知之。

累積次數曲線圖並可用以化合或不受組距不等之分配。因為次數已經累積，則將累積至某點之數以代表，則絕不受組距不等之影響故也。

不等的組距 (Irregular Class interval) 次數曲線之組距不等者，最好先將各組之次數化為同一之分母。例如表一二較老之分配組距是不相等者。60—79 組四倍於其他各組；若此組之次數較大而有用以四除之，可得每五年之數目。

第十節 累積時間曲線

(Cumulative Historical Graphs)

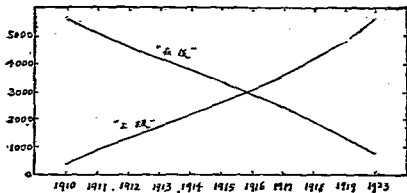
分立的時間列項，可以累積之與上述之累積者相同。可分為“上及”(Up to and including)與“在後”(After and including)兩種。繪圖中連綴縱位各點之線，無論曲線直線，不過指示方向，助人觀察耳。舉例如下：

表十四 某人歷年用費表

年 份	歷 年 用 費 (圓 數)		
	非累積的	累 積 的	
		“上及”	“在後”
總 計	5550	5550	5550

1910	400	400	5550
11	550	950	5150
12	400	1350	4600
13	380	1730	4200
14	400	2130	3820
1915	460	2590	3420
16	500	3090	2960
17	550	3640	2460
18	560	4200	1910
19	600	4800	1350
1920	750	5550	750

圖二十四 某人歷年用費累積圖



第十一節 距限曲線

(Zone-Curve)

距限曲線及帶紋曲線在圖上佔蓋若干之面積與單曲線不同。

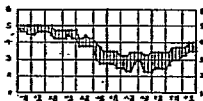
距限曲線可以代表具有“最高點”及“最低點”

之材料的列項,先將各項之最高點及最低點繪定,各最高點及各最低點之間之面積,可以橫線或顏色填畫之,繪製之形式有二種。

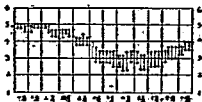
- 1.各最高點以直線聯綴,各最低點亦以直線聯綴,兩者之間之面積,以橫線或顏色填之,如圖二五之(A)。
- 2.繪定各點,每一對之最高點及最低點各以直線聯綴之,如圖二五之(B)。

應用此種圖形者,如利率、物價、每次銷售數量之比較;工作者要求之工資率,工廠工資之比較等等。

圖二十五(A) 距限曲線圖



圖二十五(B) 距限曲線圖



第十二節 帶紋曲線

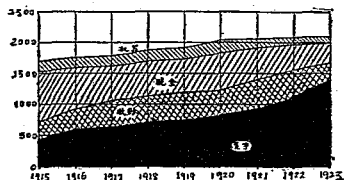
(Band-Curve)

帶紋曲線可用以表示全體之各部分，略與區分圓條圖相同。繪製之法，各部分要素，以繪造曲線之列項為代表。曲線間之空間，以各種橫線或顏色填寫之。每一曲線由基線上測量，非代表各部分之數量，乃由基線上起計，代表之部分，累積而上，以至最後之數。此為代表總計之數量。如圖二六，由基線起計，第一曲線代表第一項，第二項曲線代表第一項及第二項，以至最後者代表總數。兩曲線間之距離代表各部分之要素。

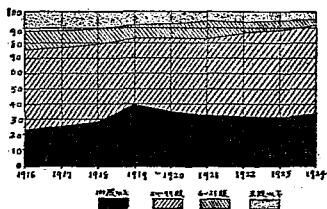
圖二六 (A)，為某公司歷年資產比較之數。圖二六 (B) 為某公司每股東所有股份之數。五股以下之股東，約佔三分之一。

百分數帶紋曲線圖。各部分之要素，以百分率代表之。原理與百分數圓條圖相同。如圖二六之 (B)。

圖二十六(A) 帶紋曲線圖



圖二十六(B) 帶紋曲線圖



第十三節 繼動均數曲線

(Moving Average Curve)

繼動均數法，乃將對於一中點數各時期之次數而取其均數者也。全部級數均如此計算所得結果而繪曲線，甚為圓滑。舉例如下。

表一五 三年的繼動均數之第一班99,乃將出品之首三項求得,即 $\frac{100+102+95}{3} = \frac{297}{3} = 99$

第二班之106乃出品之第二三及四之三項求得,即 $\frac{102+95+120}{3} = \frac{317}{3} = 106$ 餘類推。

五年的繼動均數第一班之104,乃出品行之首五項求得,即 $\frac{100+102+95+102+104}{5} = 104$ 餘類推。準此有七年,九年,十一年等等之繼動均數。

計算之捷法,則於既得第一之總數後,欲求第二班之均數,即以將行加入之項,與將行棄去之項之差數,加入於第一總數之內,便可得第二總數,求其平均數,即為第二之結果。例如第一班之總數為:

$$100+102+95=297$$

欲得第二班之均數,則將第一項之100與第四項之120之差為20,加於297之內為317,以3除之,得106為第二之均數。

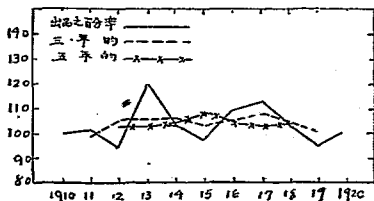
將表之出品百分率與繼動均數繪圖比較結果如下。

表十五 繼動均數表

年 份	繼 動 均 數		
	出品之百分率	三年的	五年的
1910	100		
1911	102	99	
1912	95	106	104

1918	120	106	104
1914	104	107	105
1915	98	104	109
1916	110	107	106
1917	114	109	104
1918	104	105	105
1919	96	101	
1920	102		

圖二十七 移動均數



第十四節 其他形式的曲線

移動總數 (Moving total) 是將每一時期之以前各時期之總數相加而得，如下表三個月的移動總數第一班之 665，乃 1,2,3 月之和；第二班之 630，乃 2,3,4 月之和，餘類推。此有二個月的，四個月的，五個月的……一年的。

移動總數曲線 (Moving total curve) 即為代表此種數量者。

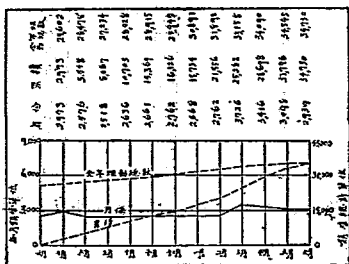
月 份	售 值	三個月之繼續總數
1	\$250	
2	210	
3	205	665
4	215	630
5	240	660
6	230	685
7	220	690
8	200	650
9	200	620
10	230	630
11	260	690
12	300	760

三曲線圖 (The zee curves) 於同一圖內繪下列三種曲線例如：

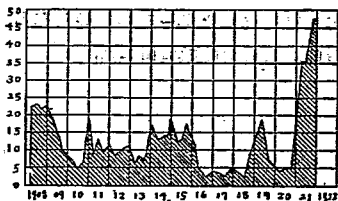
1. 原始的每月數量。
2. 累積總數由年之一月開始。
3. 十二個月之繼續總數止於本月的。

此圖須用兩種直立比度，一種為原始的每月數量，一種為累積的及繼續的總數如圖二八。

圖二十八 三曲線圖

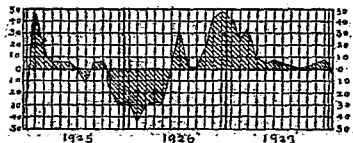


圖二十九 山狀曲線圖



圖二九爲美國麻省金屬工會工人失業之百分數，將不平滑之曲線及橫基線間之地位，以橫線填之也。

圖三十 分枝曲線圖



圖三〇.爲生產及輸運之分枝數生產超過輸運,則分枝之百分數在基線之上,否則在下。

第十五節 繪圖選擇法

統計圖形之選擇,雖無一定標準,然實用上,一方面根據繪圖之習慣,一方面根據圖形之適用,亦有若干準則。圖式之種類及用處,似乎無限,但應用最多者,不過數種。茲爲利便起見,條列如下定理,以爲選擇之標準,然非謂必要如是也。

(1) 數量之簡單比較 (非時間的)

欲表示數量簡單比較,以橫圖條圖爲最當。繪造簡單,易於解釋,且表現最有力。若比較之項目較多,可以橫線代之。

(2) 區分各部的比較 (非時間的)

a. 一項總數

例如欲表現一國居民之國籍，可用橫圓條圖，每一圓條代表一國籍之居民，并以一圓條代表總數之大小，單圓圖亦可用以表示區分部，雖不如圓條圖之顯明，而習慣上亦多用之。至單圓圖之最適用者，為表示總數之百分數，如賦稅、入息，或消費一元之分配等等。

b. 多項總數

比較多項總數之各部，莫善於用橫列區分圓條圖；每一圓條代表一項總數，圓條內之各部分，則以橫線構造之不同者區別之。

百分數分配可用相等之區分圓條圖以代表多項之總數，每條區分若干部，以代表該總數之各部分。

每總數之一部，可以一圓條顯之，若祇二三項總數亦可應用，否則不宜同屬於一總數部分，即以同樣之橫線顯之，如圖五。

(3) 次數分配

次數分配可以直圓條圖或次數分配圖顯之，若祇代表一項數目之分配，則圓條圖最佳，若比較二項或多項之分配，或又欲圓滑之者，則以次數曲線圖為最適宜。

(4) 地理上的分配

若欲表現居民之密度，文化之程度，或相似的比率於各地方上，則以統計地圖為最適宜。

若比較各地方全區之情形，可用橫線地圖。若欲表示全區內集中於某小部分，則應用點地圖。點地圖代表之數不過為大概的比較。詳細數目，當列表附列於旁。

(5) 時間列項

a. 比較數年之數項，以直立關係圖或曲線圖為妥。時間測量，即在橫軸之上。曲線圖最能代表接續列項，或數種列項之同在一圖之內者。單一的分立列項亦可用之。

b. 比較二年或三年之數項，可用橫關係圖，每年有數個項目或數部分者更妥。

c. 表示比例的變動者以比率圖最妥，下章即討論之。

第七章 繪圖法

(四) 比率圖 (The Ratio Chart)

第一節 比率圖之特質

比率圖者，乃繪圖法中適宜於表示比例動變者也。若欲於同一時期表示絕對數量者，尤以比率圖為最善。此種比率圖，用於以前所述之各種圖式，則視乎繪圖之宗旨如何而定。譬如研究移民事項，若祇注意於逐年之增加，測量每年移民若干人，絕不注意於其總數相關連之增加的比例，則將原來之材料，用平常相等比度之圖繪之便合。又如欲以1900年（或其他一年）之移民數為100，其他各年之數當作此年之百分數，亦可以平常之

圖式表示之。又如祇欲以每去年之數為100,表示本年移民數之百分數的變動,本年與其他各年之關係亦不連及之時,則此各百分數的變動,亦可以平常之圖式顯之。

但欲表示各本年與其前一年之比例的變動及欲與其他各年之比例的變動比較,同時又可以表示詳細移民之絕對數目,則須採用比率圖矣。

比率圖之構造的特點,在於其圖上直立的距離,試於圖三一而察其下半部,橫距均相等,與平常之圖相同,若直立距離,上至\$100之線,則逐漸狹小,下半部每十元劃一橫線,上半部則每百元劃一橫線,再細察之,距離之如此比例者,同一增加之百分數,常以同一直立之變動表示之,圖旁之距離,試視其比度數目,便可知之,由25至50之距離,相同於由50至100,或由100至200,200至400等等之距離,增加之相等比率,當以相等直立之距離表示之。

表一六 假設三種列項,列項A,若與去年之總數比較,每年增加50%,列項B則每年增加50元,列項C則第一年增加50%,次減50%;次又增加50%,餘類推,三列項以圖三一之曲線A,B,C表示之。

表十六 構造比率圖之數目

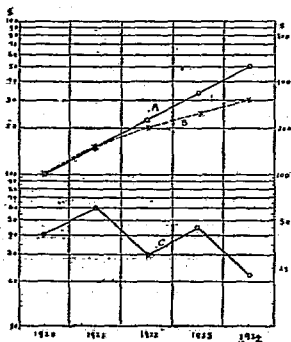
年 份	列 項 A		列 項 B		列 項 C	
	數量 (元)	由去年變動 之百分數	數量 (元)	元數之 增 加	數量 (元)	由去年變動 之百分數
1920	100.00	100	40.00
1921	150.00	+50	150	50	60.00	+50
1922	225.00	+50	200	50	30.00	+50
1923	337.50	+50	250	50	45.00	+50
1924	506.25	+50	300	50	22.50	+50
1925	759.38	+50	350	50	33.75	+50

曲線 A, 表示 50% 的“增加常比率”(Constant ratio of increase) 繪成一直線準此, 在比率圖內, 凡“增加常比率”之線均成直線。

曲線 B, 若在平常圖內則成直線因其以相等的絕對增加, 表示數量之增加, 故直立比度之升高亦相等但在比率圖內, 每年 50 元之增加, 不過表示本年與去年不變的減少之百分數故曲線 B 向基線而下灣。

曲線 C 內, 增加 50% 之線互相平行, 并與 A 線平行減少 50% 之線亦互相平行, 普通言之, 在比率圖上, 曲線之斜度在任何一點均是表示該時期之增加比率或減少比率, 故相等的時期, 相等增加或減少之比率——即相等的變動比率——均以平行線表示之。

圖三十一 比率圖

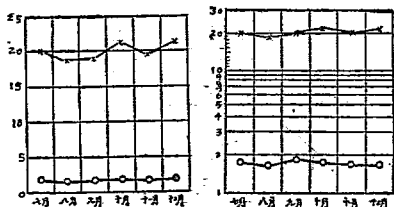


十七 美國紐約城及太平洋沿岸之銀行清賬數

1920年六月至十二月

月 份	紐約		太平洋沿岸部分	
	元 數 (000,000,000略)	變動之 百分數	元 數 (000,000,000略)	變動之 百分數
七	19.8	*****	1.7	*****
八	17.9	- 9.6	1.8	- 5.9
九	18.6	+ 8.9	1.8	+ 12.5
十	20.7	+ 11.3	1.8	無變動
十一	19.4	- 6.3	1.7	- 5.6
十二	21.0	+ 8.2	1.7	無變動

圖三十二 平常圖及比率圖之比較



圖三二 將兩列項絕對值相差太巨，而百分數之升降大概相同者，繪於平常圖及比率圖以比較。平常圖中，紐約城清賬數之比較的增減，容易觀察，但太平洋沿岸部分之清賬數，幾成直線，若祇恃目力，頗難決定其方向及變動之為何。此平常圖，果真能代表此兩列項之比較的變動乎？若細察各時期之變動百分數，太平洋沿岸部分清賬數之變動，尚有月份與紐約市相同；但由八月至九月之變動，比較紐約尤為顯著。現將同樣之數目，繪於右方之比率圖中，則兩曲線之相同者，愈益顯明也。是為比率圖之特質。此種特質，最為有用。若欲比較兩列項之相關的變動，而絕對量相差太巨者，固可用之，即以一部分之數與其總數相比較，亦可用之也。

第二節 構造法

比率圖之構造採用已有比率橫線之紙張或將所代表之數目的對數 (Logarithms) 繪之於平常相等距離之紙均可。比率圖之紙習慣上謂之半對數紙 (Semi Logarithmic Paper) 亦有雙對數紙 (Double-Logarithmic Paper) 而直橫兩方均有比率之橫線。半對數紙平常有一、二、三、四或五個循環橫線。每一循環可以應用於每一相連之十之乘方之全距離。若十之乘方之全距離有兩個相連，則用二個循環橫線。加圖三一則為兩個循環橫線可以適用於由 10 至 1000 之全距離。(第一個適用於由 10 至 100——即 10 之自乘數。第二個適用於由 100 至 1000——即 100×10 為 10 之立方數) 若由千萬 (10 Million = 10,000,000) 至千兆 (Billion = 1,000,000,000) 之全距離，亦可用之。

對數與比率圖的關係：

不明白對數之人，亦可應用及繪製比率圖。若用已經製定之紙張繪造比率圖，亦與繪製平常之圖無異，但比率之橫線，既根據於對數，則對數之性質如何，簡明述之，即易明比率圖之性質也。

對數乃 10 之方次數 (幕 Power)，10 自乘至該方次數，始得一已知之數。故 10 之對數是 1；100 之對數是 2；1000 之對數是 3。餘類推。若介於十之整數方次數之數目，則

對數爲整數及小數相合而成通常稱整數曰首數稱其小數曰尾數試觀下表可以解釋其中之特質。

真數	對數	真數	對數
1	0.0000	10	1.0000
2	0.3010	20	1.3010
3	0.4771	30	1.4771
4	0.6021	50	1.6990
5	0.6990	100	2.0000
8	0.9031	1000	3.0000

試察上列對數可以顯明下列之各原理：

1. 兩真數相乘其乘得數之對數等於兩真數之對數相加。例如：

$$8 \text{ (即 } 4 \times 2 \text{) 之對數} = 0.9031 \text{ (即 } 0.6021 + 0.3010 \text{)}$$

$$4 \text{ (即 } 2 \times 2 \text{) 之對數} = 0.6021 \text{ (即 } 0.3010 + 0.3010 \text{)}$$

2. 真數自乘若干次之對數等於該真數之對數相加若干次。視上 2, 4 及 8 之數自明。

3. 10 之每次方之對數比較其較低次方之對數多一。故

10 之對數爲 1。

100 之對數爲 2。

1000 之對數爲 3。餘類推。

每一列項之對數其增加率爲一常數若繪成曲線則其直立比度之升高亦爲一常數其增加率之對數相等。簡言之，數目對數之圖，即比率圖。

第三節 解釋比率圖之規則

茲為利便參考起見，綜述比率圖之特質如下：

1. 圖之橫比度，各分割之距離均相等，直立比度即為對數（即 X 是平常的， Y 是對數的）
2. 圖中無零點線（Zero Line）
3. 幾何級數繪於比率圖上，則成一直線——此直線表示變動的常率，若該曲線依直線而升，則所表示列項，依相同之率而增加；若下降，則依相同之率而減少。

推理：若曲線由直線而灣高，是為變動率之漸增，若灣下，則變動率乃漸減。

4. 相等的直立升高，表示相等的比例增加；相等的下降，表示相等的比例減少。
5. 兩曲線（或同一曲線之兩部份）的相等斜度（Slope）表示相等的變動之百分數。

推理：同一比率圖內，若兩曲線之斜度變動，其變動之程度較深者，則其變動之百分數亦較速。

比率曲線上，介於任何兩點間之想像的直線之斜度，表示此兩點間之平均的變動率。

6. 若祇注意於兩曲線（或多數曲線）之比較的

升降，而不理及其所代表之絕對數量，繪造之後，可將兩曲線上下移動，待至可以接近比較為止。

第四節 比率圖之應用

比率圖既具上述各種特質，則對於下列之宗旨，最為適用。

1. 於同一曲線之各部份，可以比較其變動之比率，平常圖式由 \$1,000 之增加 \$5，所佔之地位，與由 \$10 增加 \$5，所佔者相同，在比率圖上，由 \$1000 增加 \$500，與由 \$10 增加 \$5，同一效果。

2. 絕對數值相差太巨之列項，可以比較其升降之狀況，比率圖，能將總數一部分之相關的升降表現清楚，可與其總數相比較，故製造家或生產家可以其自己之營業狀況，與工業全體之狀況相比較，比率圖之較大的直立比度，可以將相差太巨之數列項，同繪一圖之內，細量之曲線不致混合，其相關之升降，亦不致遮蔽。

3. 若變動具有常率者，則易推測將來之變遷，在圖三--內，假說祇知 1921, 1922 及 1923, 年首時之數目，則 1924, 年一月之數目，可於圖上伸長一直線，至代表該年一月之縱坐標上，然後由直立比度，得其數值，便是商人常時當作有一增加常率，以推算其將來營業之狀況。

4. 變動具有常率者，可以為計算之用，例如若干年一元某利率複利之結果，可以比率圖表示之，複利線繪成一直線，則各斜度依利率而變化，比率圖之應用，近年漸廣，零售及批發之物價曲線亦採用之，但不過用以表示變動之相關比率而已，為普通計，不等的比度，常令人誤會。

第八章 平均數 (Average)

第一節 表示總量之方法

平均數或模範數乃總計的表示,用以指明某組性質之簡明之數目也。若吾人對於無限個體,各能記憶其互相關係之點,個體之特質,均能敘述,實為最善之法。無如事實衆多,不易總括其普遍的趨向,於是混亂異常,不便記憶。故將繁雜資料之要點,以簡明之數目表示之,實為最經濟之方法。此表示總量方法之可貴也。

若將各種事項比較,則總量表示之方法,尤為重要。蓋比較之時,欲將決斷力集中,非有總量的表示不可。如欲比較兩商店之銷貨,僅注意於定單之多寡,雖無不可,然

究不如謂此店每日平均售貨五百元，彼店每日平均售貨一千元，即能將其實在關係，簡明指出之為愈也。

總量的表示，在統計上有四種方法，均能將列項之特點表明，或將各綜合之事項，便於比較。

1. 平均數 (Average)

2. 差異量數 (Measures of dispersion or variability) 表示差異的程度或離中差的數量。

3. 偏態量數 (Measures of Skewness) 表示不對稱分配的量數。

4. 比率及係數 (Ratios and coefficients) 專為幫助比較各綜合體的。

平均數的用處最大，吾人日常討論次數僅以平均數解釋，即可見之，例如財富，工資，物價，利率，利潤等的平均數，生命平均數，雨量平均數，溫度平均數，產量平均數是也。平均數之用處，可總括如下。

1. 表示大多數量的簡單數目。

2. 各組不同之點，可用單一的數目以比較之，并可將各組相關之點，以算式顯明之。

第二節 平均數的應用

平均數有多種，茲舉六種如下：

1. 算術平均數 (Arithmetic mean)
2. 密集數 (Mode)
3. 中位數 (Median)
4. 幾何平均數 (Geometric mean)
5. 倒數平均數 (Harmonic mean)
6. 標準差 (Standard Deviation)

某一事項應用何種平均數以計算統計者應知下列兩點。

1. 材料各組之特點欲以平均數表示者。
2. 各平均數之特質如何。

注意於此兩點，自然可以揀擇最妥之平均數以應用。然設立一定之法則，盲從應用，亦不可能。不過先將各平均數之性質詳細研究，待至應用之時，乃有明確的決擇。故對於各平均數分下列三點討論之。

甲. 定義

乙. 計算法

丙. 特質——優點及劣點

第三節 算術平均數

甲. 定義 算術平均數或簡單算術平均數 (Simple Arithmetic mean) 乃各平均數中之最易認識者，其結果之

求得，乃先將某組之數量，求其總和，次以該組之項數除之即得，平常人所用平均數多為此種，故以後討論平均數而無特別指明者，即指算術平均數。

乙、計算方法 若各項之大小既已知之，即先將各項相加得一總和，次以項數除之即得算術平均數，例如

$$\frac{100+120+116}{3} = \frac{336}{3} = 112$$

設 M 為平均數

m 為任何一項之大小

n 為各項目之總數

Σ 為總和之符號（此即為希臘文字母 S ，謂之 Sigma）則算術平均數之公式如下

$$M = \frac{\Sigma m}{n} \dots\dots\dots \text{公式 1}$$

捷法——若各項數目繁多則可用簡法取之，法先假定一適中之數為平均數，用為標準與各項之數目相較，所得結果，各附入加減之符號，次將比較所得之數相加，以項數除之，復將除得之數，加於假定之數內，即得平均數，果例如下：

表十八 算術平均數計算捷法

各項	假定平均數	各項與假定平均數之差	
		+	-
62			10
64			8

68			4
71			1
73		1	
75	72	3	
81		9	
84		12	
88		16	
n=9		41	-23
$41 - 23 = 18$ $18 \div 9 = 2$ $72 + 2 = 74$ 為真平均數			

捷法之計算步驟如下

1. 假定一平均數 在多數例內，所採用之假定數，乃由該數最易計算離中差數者。若在次數表內，則各項之中點，乃最便利的假定平均數。
2. 計算及平均由假定平均數之離中差，並附入加減符號。
3. 求各離中差之和，而以項數除之，再將所得結果，加入於假定平均數之內。若離中差為負，則由假定平均數減之，正則加之。結果即為真正平均數。

此種方法乃根據於下列的原理：所有由算術平均數的離中差，附以相當的加減符號，其總計即等於零。說明如下。

由平均數的離中差

$$K \frac{M_1 \quad M_2 \quad A \quad M_3 \quad M_n}{\quad \quad \quad \quad \quad}$$

設 KM_1, KM_2, \dots, KM_n 為項目之一部項目之算術平均數為 KA 。依算術平均數的定義則

$$\frac{KM_1 + KM_2 + KM_3 + \dots + KM_n}{N} = KA$$

代
入 $\frac{(KA - AM_1) + (KA - AM_2) + (KA + AM_3) + \dots + (KA + AM_n)}{N} = KA$

$$\therefore KA - AM_1 + KA - AM_2 + KA + AM_3 + \dots + KA + AM_n = NKA$$

$$\text{及 } NKA - AM_1 - AM_2 + AM_3 + \dots + AM_n = NKA$$

$$\text{故 } -AM_1 - AM_2 + AM_3 + \dots + AM_n = 0$$

故由算術平均數的離中差之和等於零，而平均離中差之與他數比較，大過或小過零者，即是真正及假定平均數相差之數。

茲設 A 為真正平均數

E 為假定平均數

m 為任何一項之大小

n 為各項目之總數

Σ 為總和之符號

則捷法可以代數式表之

$$A = E + \frac{\Sigma(m - E)}{n} \dots \dots \dots \text{公式 2}$$

丙、算術平均數之優劣 分析及批評各平均數其注意之點如下：—

1. 平均數的意義，已經為一般學者所了解否？

2. 平均數的大小,各項目中,實常有之否?又在何方面觀察,他可為列項中之模範數否?
3. 極大極小之項目,影響於該平均數之限度如何?
4. 平均數之決定,須用何種智識?
5. 平均數之算得,需用工作及技術幾何?
6. 需用代數的算法否?例如需將數種列項混合以求其平均。
7. 有無其他特別或重要之點?

應用上列問題於算術平均數則有下列之優劣。

優點:

1. 算術平均數計算之方法及意義,為一般人士所熟識,即未經數學或統計的訓練者,亦易明白。
2. 算術平均對於極端的離中差及所有其他離中差,均能依其數量之大小,直接感受相當的影響。此種特性,有時極願得之。例如無論何時,均有下列重要事項之表示,每人之消費,生產,或財產等量,不論其分配如何,此種平均數均能直接感受各數量大小之比例的影響。
3. 由各個項目計算算術平均數不需若何之智識。如每人食糖之量,即可由人口總數及糖生產之總量計算而得,且此等平均數,多數經已計妥。

4. 若材料為數目，不是曲線，則計算之方法極簡單。
5. 數目之總和，可由平均數與項數相乘而得。
6. 可與其他之算術平均數合併，不致發生數學上的矛盾。

劣點：

算術平均數，常時不是適合的，可於其特質上見之。

1. 平均數，常時不是代表實在數目；如廣東十九縣的揀樣調查，每戶平均 4.6 人，其實無一家庭，有此人數者。（參觀統計彙報第七期，廣東農工廳出版）
2. 極端的數項影響太大，若有少數極大的或極細的項目存在，則平均數每致偏枉。
3. 欲知算術平均數之確數，須知極端的數項之大小。
4. 若材料以曲線表示，則算術平均數，不易計得。
5. 不可以數目測量的特質，欲研究之，常時不能應用此法。

第四節 加權算術平均數

(Weighted Arith. metric mean)

加權 (Weighted) 一字，有譯之為較量或解重者，僅單平

均法之應用,不若加權法應用之廣,例如三個兒童之高度爲24,25,及26寸,其平均數爲

$$\frac{24+25+26}{3} = 25\text{寸}$$

同理有其他七童之高度爲30,31,32,33,34,35及36寸,其平均數爲

$$\frac{30+31+32+33+34+35+36}{7} = 33\text{寸}$$

可將各個高度合併計算以證之如下:

$$\frac{24+25+26+30+31+32+33+34+35+36}{10} = 30.6\text{寸}$$

兩組之人數不同,祇求兩平均數之簡單平均數,實屬不妥,第二組人數兩倍於第一組有奇,若求簡單平均數,則兩組之輕重相等,茲依人數之多少,以加權計算,則得確數如下。

$$\frac{25 \times 3 + 33 \times 7}{10} = \frac{306}{10} = 30.6\text{寸}$$

若以公式表之則

$$\text{加權平均數} = \frac{\sum fm}{n} \dots\dots\dots \text{公式 3}$$

Σ 爲總和之符號

m 爲任何一項之大小

f 爲加權數

n 爲項數之多少

下列之表,即顯加權平均數之算法,

表十九 加權算術平均計算法(平常法)

工值分組	得各組工值之入數 (次數)	工值×次數
元2.00	4	8.00
4.00	3	12.00
8.00	1	8.00
3.00	9	27.00
6.00	6	36.00
5.00	5	25.00
3.00	2	7.00
4.00	3	13.50
2.00	2	5.00
總計	35	元141.500

$$\Sigma(fm) = 141.50$$

$$n = 35$$

$$\therefore M = \frac{141.50}{35} = 4.043 \text{元}$$

表19表示平常之算法表20則表示捷法之計算。一切計算次序與前節所列者相同，不過多一次相乘之工作耳。

表二十 加權算術平均(捷法)

工值單位	次數	離中差		離乘中差數		離中差之總計
		-	+	-	+	
總計	163			\$161.50	\$68.00	-\$93.50
\$2.00	25	\$3.00		75.00		
4.00	22	1.00		22.00		
3.00	17	2.00		34.00		
6.00	23		1.00		23.00	

3.00	1	2.00	2.00		
3.00	15		3.00	45.00	
5.00	27				
3.50	12	1.50		18.00	
4.50	21	.50		10.50	

$$M = \frac{-\$98.50}{163} = -\$.57$$

$$\$ 5.00 + (-\$.57) = \$ 4.43$$

若項目以組而分，各組之內，不知其真數幾何，則於一組之內，當作一律同等，而以各組之中數乘之。下列之例，為工資率之分配，可以平常之法及捷法求其平均數幾何。

表二十一 由次數各組計算算術平均數法

工值組距	各組中點	次 數	次 數 與 中 項 之 乘 積
總 計		434	\$3,928.00
\$ 5—5.99	5.5	15	82.50
6—6.99	6.5	40	260.00
7—7.99	7.5	66	495.00
8—8.99	8.5	91	778.50
9—9.99	9.5	113	1,078.50
10—10.99	10.5	49	514.50
11—11.99	11.5	30	345.00
12—12.99	12.5	27	337.50
13—13.99	13.5	2	27.00
14—14.99	14.5	1	14.50

$$\$ 3928.00 \div 434 = \$ 9.04 = \text{算術平均數}$$

若用假定平均數而計其離中差，則於一組之內亦當作一律同等。下例即假定 \$ 9.50 為平均數亦即 \$ 9.00

至 9.99 組之中數也。

表二十二 由次數各組用捷 求算術平均數法

單 位	次 數	由假定平均數 \$ 9.50 之離中差		次數及離中 差之乘積		離 中 差 總 計
		-	+	-	+	
總 計	434			\$ 403.00	\$ 203.00	\$ 200.00
\$ 5 至 5.99	15	\$4.00		60		
6— 6.99	40	3.00		120		
7— 7.99	66	2.00		132		
8— 8.99	91	1.00		91		
9— 9.99	113					
10—10.99	49		\$1.00		49	
11—11.99	30		2.00		60	
12—12.99	27		3.00		81	
13—13.99	2		4.00		8	
14—14.99	1		5.00		5	

$$-\$200 \div 434 = -\$.46$$

$$\$9.50 + (-.46) = \$9.04 \text{ 爲真平均數}$$

逐步離中差法 (Step Deviation method) 若次數各組之差一律相同，則用此法以求其離中差較為省便，其法先假定一數為平均數在此數上下之各組，與此假定之數相較而得其逐步之差數，然後將此差數與次數相乘，即得逐步離中差總計。

再將此逐步離中差總計變為真正離中差，若各組之差為一，則以 1 乘之；為二則以 2 乘之；為一半，則以 $\frac{1}{2}$

乘之舉例如下。

表二十三 逐步離中差法求各組之算術平均數

單 位	次 數	由假定平均數 \$17.50 之逐 步驟中差		逐 步 與 次 數 之 乘 積		逐步離中差 總 計
		-	+	-	+	
總 計	83			22	51	29
\$ 5—9.99	4	2		8		
10—14.99	14	1		14		
15—19.99	30					
20—24.99	21		1		21	
25—29.99	12		2		42	
30—34.99	2		3		6	

$$29 \div 83 = .35$$

$$.35 \times \$5.00 \text{ (各組之差)} = \$1.75$$

$$\$17.50 + \$1.75 = \$19.25$$

加權算術平均數的捷法，可以代數式表之如下。

$$A = B + \frac{\sum f(V-B)}{n} \dots\dots\dots \text{公式 4}$$

A 為真正算術平均數

B 為假定算術平均數

f 為各項之加權數

V 為各項目之值，常用其中點為代表

n 為各項目之總數

Σ 為總和之符號

茲舉下列說明此式之應用

表二十四 100種之批發物價比價次數表

比價組別	各組之 次數	各組之 中點	由假定平均數 $E=202$ 之離次數 \times 離中差 中差	
	f	v	$(v-E)$	$F(v-E)$
總計	100			+1,125
75—99	1	87	115	115
100—124	2	112	90	180
125—149	4	137	65	260
150—174	13	162	40	520
175—199	26	187	15	390
200—224	21	212	10	210
225—249	9	237	35	315
250—274	13	262	60	780
275—299	5	287	85	425
300—324	2	312	110	220
325—349	1	337	135	135
350—374	2	362	160	320
375—399	1	387	185	185

上表假定平均數 $E=202$ ，故各組中點之離中差，均是大整數 (Round numbers)。

離中差之和為 $+2590-1465=+1125$ ；代入公式四，即得 $A=202+\frac{1125}{100}=213.25\%$

第五節 密集數 (Mode)

甲.定義 密集數亦曰衆數，乃一宗數目內之最多次數者。如密集之工值，乃普通的工值，即最多工人獲得此

種工值者，平常謂之普通數亦多是指密集數而言，如謂普通的讀者，普通的學生，即是指最多次數的。

表二四內，次數最多的謂之密集組 (Modal class) 即 175—199 組是也。

乙. 計算法

1. 觀察法 (Inspection) 各項或各組，既已詳知，則密集數即可以觀察或單簡的計算以得之。

2. 次數表核算法 (By interpolation in a Frequency-table) 若各項事實祇列於次數分配內，則密集數之計算，必須指定密集組，或於密集組內推算而得其一點，茲假定下列次數分配表以明之。

表二十五 密集數之計算

工 值 元 數	人 數
10.00—19.99	10
20.00—29.99	18
30.00—39.99	60
40.00—49.99	22
50.00—59.99	20

密集組為 (30.00—39.99) 密集數之大小可以以下列公式推算之。

$$Mo = L + \frac{cf_1}{f_r + f_1} \dots \dots \dots \text{公式 5}$$

Mo = 密集數之大小

L = 密集組之較低限度 (\$30.00)

C = 組距之大小 (在此例為 \$10.00)

f_2 = 密集組較高一組之次數 (22)

f_1 = 密集組較低一組之次數 (18)

$$Mo = 30 + \frac{10 \times 22}{22 + 18} = \$35.50$$

表二七為比價或百分數之列項，依大小次序排列的，若欲單簡計算，以得其視察的密集數，則覺不能確定，因為 190.7, 194.3 或 194.7 均各有三次之多。

若應用此式於表二四之單簡次數分配，可得密集數如下：

$$Mo = 175 + \frac{25 \times 21}{21 + 18} = 190.4$$

此公式之計算，乃根據密集數在密集組內，遂以其上下兩組之大小而計得之。若上下兩組之次數相等，則密集數居於密集組之中間，但社會及經濟材料之實在分配，類此者絕少。故統計學者遂以密集組之相鄰兩組之次數，以為密集組之上半及下半之權數 (Weighting) 而計算，則密集數之數值，決非是中點數值，在此點之上或下，待乎上組或下組之次數何者為大也。若上組為下組之二倍，則密集數距離較低限度，佔組距之三分之二。接續列項合於常態次數分配之定律，此式所得之結果，最為適當。若應用於分立列項，而趨向無常，則解釋當加倍注

意譬如工值之支付,常近於五元,若計得26元為密集工值,則為誤用,實則25元為最適合之推算。

3. 組合法 (By Grouping) 若因各組之次數無一可以代表密集數而密集組亦不易決定,則可將組距擴大,分配之性質,乃較明顯,此法謂之組合法,由此取得近似於真正之密集組,而密集數即在此組之內,舉例如下。

表二十六 用組合法求密集數

各組之大小	次 數					
	2	3	4	5	6	7
5	48					
6	52	} 100				
7	56					
8	60	} 116				
9	62					
10	60	} 122				
11	58					
12	56	} 114				
13	63					
14	60	} 123				
15	48					
16	40	} 88				
17	32					

其法先用二組合次數得第 3 行,次移下一位仍用二

組合次數得第 4 行,再用三組合次數得第 5 行移下一位仍用三組合次數得第 6 行;再移下一位,又用三組合次數得 7 行若必須時復可用四組合,積疊次法,待至較有一定而最多次數之點,不因將組合移下位數而變遷時乃止,密集數即在最後組合行之最大組內,近於密集數之各組採用之,餘可不必理會。

依第一次組合,密集數似乎 13 或 14 因為 123 為最大之次數組,以後組合,則最大總計移於 9 之左右,組合之限度變遷,而 9 之次數常在各最大組之內,其餘各項之次數則不然,故 9 為近似的密集數。

結 果 總 計

行 數	密 集 組 之 各 項
4	8, 9,
5	8, 9, 10,
6	9, 10, 11,
7	7, 8, 9,

7 = 1 次

8 = 3 次

9 = 4 次

10 = 2 次

11 = 1 次

故 9 之次數最多，即爲此列項之密集數。

4. 圓滑簡單次數圖核算法 (By interpolation on a smoothed simple frequency graph) 由次數長方圖或次數多角形圖以繪得一平滑曲線，則推算密集數即可以曲線上最高縱線之在橫軸上之值以代表之。曲線上最高之縱點，既已度得，則在橫軸上之度數如何，即可以尺量得。

5. 圓滑累積次數圖核算法 (By interpolation on a smoothed cumulative frequency graph) 在累積次數曲線上，曲線中最崎嶇點之在橫軸上之值，即代表密集數。因爲自該點起，由直線上以量次數之增加，每一水平方向之單位，次數增加最速，任何曲線上其他之點均不能有此現象。圖三三“以下”曲線傾斜最大之點在於 175—199 組距之間，而 194% 爲密集點，此點爲崎嶇之點，曲線之方向并由此改變不規則的次數分配。用此法以求密集數常不合作，故用時宜注意。

6. 披爾遜公式 (Pearsonian Formula) 在完全對稱鐘形之分配內，平均數、中位數及密集數完全相同而合一，但分配非對稱者，則集中之趨向及各平均數互相分離。密集數爲分配最多集中之點，可以最高之縱坐標代表之，或次數多角形之頂點代表之。平均數之距離密集數中位數較遠，因平均數受極端變數之數目及大小兩者

影響之故。若分配一透，且有較多極端離中差（由密集數的），則平均數及中位數均趨向於該方向。中位數即位置的平均數受項目之數目影響較大，不是受極端變量之大小影響也。

在略不對稱之次數分配內，中位數約在平均數與密集數之距離之三分之二。中位數之位置，介於密集數與平均數之間，但中位數及平均數之數值，有時大於密集數，有時小於密集數。

披爾遜教授 (Pearson) 依據此平均數及中位數與密集數之關係，發明如下公式，以計算略不對稱分配中密集數的近似數值。

$$\text{mode} = \text{mean} - 3(\text{mean} - \text{median})$$

密集數 = 平均數 - 3(平均數 - 中位數) ……公式 6

優點：

1. 密集數的意義容易明瞭。
2. 若核算精確，即可以實在的數目為代表，以其為最普通之項目也。
3. 極大極小之項目，不影響於其他的位置。
4. 極端項目之關係，無需研究，除非項目極少之時無密集數在內耳。

劣點：

1. 簡明固定的密集數常時無之。如商店之薪水表內，常無兩人相同者。
2. 常有某種情況，所有項目應發生若干効力者，而密集數則不受極大極小的項目之影響。故上述此種之優點，亦可作為劣點。
3. 若祇知總值及項目之數，不能決定之。

第六節 中位數 (Median)

甲. 定義 中位數是中間的數值 (Value)，平分全量度為兩等分。此數值長過全量度之一半及短過其他之一半。若在次數分配全部之中以覓之，則一半居其上，一半居其下。中位數即以其地位代表全列項。然無論如何列項，必先依其數值，依次排列。若項目為單數，則中位數值即為居中之項；若為雙數，則中位數值在居中兩項之間，但此居中兩項之值，完全相同，則任擇其一即為中位數值。

中位數亦可謂之為量度之中點。此量度之中點，乃是一點，非一個數量也。如此定義，可以免除計算上發生差誤的觀念。故中位數之求法，先將項目依次排項，由項目之任一端起計，計至項目適為一半，遂決定該點，為中數之所在。由此端起計至彼端起計，所得之結果當相等。并

可用之以互相檢查答數之確否。

各種變量之項目依大小的次序排列如表二七100比價次序表則中位數即是將各項平分為相等兩部分之項目，故稱過中位數之項目與大過中位數之項目均相等，如五人每日之工值為3元，4元，5元，6元，及7元，則中位數之工值為5元，若加入第六個人，其工值為8元，則中位數介於5元與6元之間，習慣上即將此兩中項相加而平均之，即得中位數5.5元是也。

乙. 計算法

1. 觀察法或枚舉法 (Inspection or count) 若各個已知項目之值，依次排之，無論由何端計起均可計得中項，而得中位數其公式為

$$\text{中位之次序} = \frac{n+1}{2} \dots\dots\dots \text{公式7}$$

n 為項目之總和

亦即將項目之數加一，復以二除之，即得中位數之次序，中位數之值，可觀察次序表得之。

表二十七 100 比價次序表

次序	比價	次序	比價	次序	比價	次序	比價
1	95.0	26	186.7	51	200.5	76	228.4
2	103.7	27	186.7	52	206.6	77	253.9
3	121.1	28	187.1	53	209.4	78	255.4

4	131.4	29	188.0	54	209.4	79	256.4
5	132.7	30	188.0	55	211.6	80	258.4
6	142.3	31	188.6	56	212.3	81	257.2
7	146.7	32	189.0	57	213.8	82	258.1
8	150.9	33	190.1	58	213.8	83	260.0
9	153.5	34	190.7	59	214.6	84	260.1
10	153.5	35	190.7	60	215.1	85	260.1
	D1						
11	160.4	36	190.7	61	215.5	86	261.8
12	162.7	37	191.1	62	215.9	87	262.4
13	163.7	38	193.0	63	216.7	88	269.0
14	164.5	39	193.6	64	217.1	89	273.8
15	165.6	40	194.3	65	219.9	90	286.1
16	165.6	41	194.3	66	221.9	91	283.2
17	169.5	42	194.3	67	223.3	92	290.9
18	169.5	43	194.7	68	225.2	93	293.8
19	171.6	44	194.7	69	227.9	94	296.7
20	174.4	45	194.7	70	228.8	95	301.0
21	173.1	49	198.2	71	233.3	96	315.6
22	179.3	47	199.5	72	234.2	97	333.0
23	181.2	48	199.5	73	236.6	98	359.6
24	183.1	49	199.7	74	246.0	99	360.9
25	185.3	50	200.5	75	246.0	100	332.3
	-LQ		-Md		-UQ		

參觀表二七共有 100 項，故中位數為 50 及 51 兩項之平均數而 50 及 51 兩項之值均各為 200.5，故得中位數為 200.50

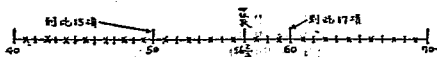
2. 次數表核算法 (By Interpolation in a Frequency Table)

若由次數分配表以計算中位數則各組內之數值當作平均分配於全組距之中茲舉數例於下以明之。

第一例

工值組距	次數
0—9.99	1
10—19.99	1
20—29.99	2
30—39.99	4
40—49.99	7
50—59.99	6
60—69.99	6
70—79.99	5
80—89.99	4
90—99.99	2
	38

第一例 次數之總計為38,故中位數為居於中央之一點,每邊各有19項,若欲求得之,任由一邊起計,計至19便得,現由分配之較低邊起計,將次數相加,即 $1+1+2+4+7$ 即得15項,已計至40—49.99組,若再將50—59.99組之6加入,則 $15+6=21$ 項,為太大,欲得中位數,僅能在此組內計四項便妥,即 $15+4=19$,此組之內有6項,當作其平均分配,則中位數之點,必在此組距內之 $\frac{4}{6}$ 或 $\frac{2}{3}$,而組距為10,中位數亦即在距離較低限度之上 $\frac{2}{3} \times 10$,或 $6\frac{2}{3}$,將此數加於較低限度, $50+6\frac{2}{3}=56\frac{2}{3}$,即為中位數值,再由分配之較高邊起計, $2+4+5+6=17$,欲得中位數,再加2於17乃可,亦即由50—59.99組內計入 $\frac{2}{6}$ 或 $\frac{1}{3}$, 10 之 $\frac{1}{3}$ 為 $10 \times \frac{1}{3} = 3\frac{1}{3}$,此距離乃由該組內較高邊計入,以得19之數,故 $3\frac{1}{3}$ 應由該組距之較高低限以減之,亦得 $58\frac{2}{3}$.



如上計算，可以上圖顯之此圖祇表示由 40—70 之部分，依組距內平均分配之理，各組距內平均分爲若干項，每項（以 x 代表）當作居於各距離之中點，故 5—59.99 組內之 6 項，即在 50.83……, 52.5……, 54.16……, 55.83……, 57.5 及 59.16……，故由較低邊起計之第 19 項在於 55.83，而由較高邊起計之第 19 項在於 57.5；在此兩點間之任何數值均合於中位數之定義，但依平均分配之理，中位數當居於兩點間之中央，兩點間之中央即爲 $\frac{56.9}{2}$ ，與用法求得者相同。

求中位數之步驟如下：

1. 以 2 除項目之總數，設 n 爲總數，即 $\frac{n}{2}$ 。
2. 由分配之任何一端起計，將次數次第相加，至其總和最大，但不超過項目總和之一半乃止，設此數爲 S 。
3. 將上所得之總和，由項目總數之一半減去之，即 $\frac{n}{2} - S$ ，用此結果爲分數之分子。
4. 分數之分母，即中位數組 (Median class) 之次數，設爲 F ，所謂中位數組，即是將次第相加之上組。

或 F 一組，而中位數即在此組之內者。

5. 此分數以組距之大小乘之，設組距大小為 c，即得 $c\left(\frac{n}{2} - S\right)$ 。

6. 若次數由較低端起加，則此乘積應加於中位數組之較低限度。若次數由較高端起加，此乘積應由中位數組之較高度度減法之所得者即為中位數之值。設較低限度為 L，較高度度為 U，則

$$md = L + c \left(\frac{N}{2} - S \right), \dots\dots\dots \text{公式8}$$

$$\text{或} = U - c \left(\frac{N}{2} - S \right), \dots\dots\dots \text{公式9}$$

md = 中位數

L = 中位數組之較低限度

U = 中位數組之較高限度

c = 組距之大小

n = 次數（或項目）之總和

S = L 以下各組次數之總和或 U 以上各組
次數之總和。

F = 中位數組之次數

用此公式於第一例即得

$$md = 50 + 10 \left(\frac{33}{2} - 15 \right) = 56 \frac{2}{3}$$

$$\text{或} = 60 - 10 \left(\frac{33}{2} - 17 \right) = 56 \frac{2}{3}$$

第二例則次數之總和為單數與第一例不同，而計算之方法一樣，所不同者 $\frac{n}{2}$ 之結果為 $\frac{1}{2}$ 而非整數也。

第二例

工資(元數)	人 數
2—	4
4—	5
6—	7
8—	11
10—	9
12—	8
14—	3
	<hr/> 47

$$md = 8 + 2 \left(\frac{47}{2} - 18 \right) = 9.36 \text{元}$$

$$\text{或} = 10 + 2 \left(\frac{47}{2} - 20 \right) = 9.36 \text{元}$$

尚有特別之例與上述中位數之計算不合者，最普通者如第三例題，應用上式計算如下：

第三例

組 距	次 數
0—	2
5—	2
10—	8
15—	6
20—	4
25—	2
	<hr/> n=24

$$md = 15 + 5 \frac{\frac{24}{2} - 12}{6} = 15$$

$$\text{又 } md = 15 - \frac{\frac{24}{2} - 12}{8} = 15$$

類似此等之例，公式中分數之分子等於零，則公式變成。

$$md = L \text{ 或 } U$$

亦即 $md = \frac{n}{2}$ ，若將次數由較低端起加，則中位數即為再前一組之較低限度（上例 15—20 組之 15）；若由較高端起加，則是再前一組之較高限度（上例 10—15 組之 15）；故中位數為 15。後者不用公式，亦可得同一之結果。

以下各例雖是較少，亦隨時有之，茲并述於下：

第四例

組 距	次 數
12—	1
15—	3
18—	3
21—	0
24—	1
27—	2
30—	4
	n=14

$$md = 21 + 3 \left(\frac{\frac{14}{2} - 7}{0} \right) = 21\frac{1}{2}$$

$$\text{或 } md = 24 - 3 \left(\frac{\frac{14}{2} - 7}{0} \right) = 24$$

此例與前例相同， $S = \frac{n}{2}$ ，但若由較低端起加包含 S 最後一組之再前一組，或由較高端起加之再上一組，其次數為零若用公式，則：

$$md = 21 + 3 \frac{\left(\frac{24}{2} - 7\right)}{0} = 21;$$

$$\text{及 } md = 24 - 3 \frac{\left(\frac{24}{2} - 7\right)}{0} = 24$$

由兩式所得之數值不等，因為項目之一半在 21 之下；其他一半在 24 之上，則此兩者間之任何一點，均有一半項目居于兩邊，而此兩者數值之中點，或由上兩公式所得結果之平均即為中位數即 22.5 是也。

計算方法設為定規如下：

當 $S = \frac{n}{2}$ ，而再前一組之次數為零之時，應將組距之一半加於此無項目中位數組之較低限度；或由其較高限度減去之，無論何者之結果，均是中位數組之中點。

第五例 有兩組無次數者，計算方法與前同。

組 距	次 數
15—	4
20—	7
25—	0
30—	0
35—	1
40—	3
45—	5
50—	2
	<hr/> n=22

應用公式得25及35,而平均為30,若應用前節之所述,而略變更之加5於25,或由35減5,亦得同樣之結果,不過非將組距之一半相加或相減,而以無次數各組所佔總距離之一半相加或相減耳,組距為5,若是三組,則加或減之數為7.5,四組則為10,除類推。

第六例 此為表示各分配中組距不相等之中位數計算法,最要之點,即公式中之組距G,是中位數組之組距,或包含S各組之再上一組或再下一組之組距,如下例,中位數組為(30—40),其組距為10。

第六例

組 距	次 數
0—	4
5—	5
10—	5
15—	6
20—	7
30—	10
40—	9
50—	6
75—	3
100—	2
	n=57

$$md = 30 + 10 \frac{\left(\frac{57}{2} - 27\right)}{10} = 31.5$$

$$\bar{x}md = 40 - 10 \frac{\left(\frac{57}{2} - 20\right)}{10} = 31.5$$

第七例 是為項目一半以上在最低組或最高組者。

第七例

組距	次數
0—	22
1—	6
2—	4
3—	3
4—	2
5—	2
6—	1
	<u>40</u>

用公式計算之則

$$md = 0 + 1 \frac{\frac{40}{2} - 0}{22} = 0.91;$$

$$\text{或 } md = 1 - 1 \frac{\frac{40}{2} - 18}{22} = 0.91$$

由次數較大之組起計，將次數相加，簡直無之，仍作 8 組於 $\frac{n}{2}$ ，依公式計算，中位數即有包含次數最多之組內。

第八例 與前例同，不過 100 組內，組距并無大小，適為 100，即組距之大小等於零，故中位數為 100。

第八例

組距	次數
50	1
60	0
70	1
80	2
90	4
100	<u>12</u>
	<u>20</u>

$$md = 100 + 0 \frac{\frac{20}{2} - 8}{12} = 100$$

第九例 中位數之研究均作在接續列項 (Continuous series) 之內,但分立列項 (Discrete Series) 之計算,亦作與接續列項相同,但有不盡然者,譬如學校中各班學生之多寡如下表,用公式求其中位數為

(每班人數)	班 數
40—	2
41—	5
42—	6
43—	4
44—	3
45—	2
	<hr style="width: 50px; margin: 0 auto;"/>
	n=22

$$md = 42 + 1 \frac{\frac{22}{2} - 7}{6} = 42.67$$

中位數為 42.67. 但每班人數決無 42.67 學生者,所有 42—43 組之班數必均適有學生 42 人,故該組之內,無論中位數在何處,均作 42 計算,此中位數與其謂之為中點,不如謂之為中項之為宜。

第十例 但前例若將 40 及 41 合為一組,42 及 43,44 及 45 各成一組,則應用公式以求得有分數之中位數,如下表。

組 距	次 數
40	7
42	10
44	5
	<hr style="width: 50px; margin: 0 auto;"/>
	n=22

$$md = 42 + 2 \frac{\left(\frac{22}{2} - 7\right)}{10} = 42.8$$

3. 累積次數圖核算法 (By interpolation on a Cumulative frequency graph) 由簡單次數曲線不能決定中位數，但若曲線平滑則中位數平分此面積為二等分。在平滑累積次數曲線，則中位數可依下列方法求得之。

先畫一水平線平分代表總次數之縱線，然後由此水平線與曲線相遇之點，作一線垂直於橫軸，由此相遇之點，可量得中位數之近似數值，舉例如下圖三三。

圖三三乃依表二八而繪者，即用以說明此核算法，因便利比較之故，故繪兩線，但只用以下之線以解釋，欲求中位數之近似數值，即先由縱軸之中點 50 畫一水平線，再由此線與以下曲線 A 相遇之點作一線垂直於橫軸，即得 202 為中位數之近似數值，A B 內曲線在中位數點相交，故依法在 B 曲線所得之結果，與 A 曲線相同。

四分位數 (Quartiles) 十分位數 (Deciles) 及百分位數 (Percentiles) 之測量，此三種數值，亦可以用同上之方法測量之。第一四分位數或較低四分位數 (Lower quartile) 將此列項分為兩組，一組包含細於此四分位數者，為總數之四分之一；其他一組包含大於此四分位數者，為總數之四分之三，并可由基綫上測得其數值，同理第三四

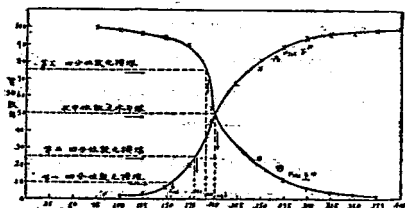
分位數對分較
高之半分配
第一十分位數
乃由分配之第
一的十分之一
劃得的面中位
數為第五的十
分位數若欲測
量多數此等位
數平滑累積曲
線實為最簡便
之方法計算方

表二十八 100種比價累積次數表

1 比 價	2 簡 單 次 數	3 累 積 次 數	
		以下	以上
75—99	1	1	100
100—124	2	3	99
125—149	4	7	97
150—174	18	20	93
175—199	26	46	80
200—224	21	67	54
225—249	9	76	33
250—274	13	89	24
275—299	5	94	11
300—324	2	96	6
325—349	1	97	4
350—374	2	99	3
375—399	1	100	1

法下章再說明之。

圖三十三 100種比價累積次數圖



丙.時間列項的中位數 (The median of a time Series) 在時間列項內,譬如依每一時期之產量以排列,不問時間次序如何,則中位數可用以指示中間之項目,此種方法,一如上述,但中位數有時用以指示時間之中點,或累積歷史列項之中點者,茲設下列將中位數一名詞之應用於歷史列項中之三種意義,略為解明。

中位時期為三月;中位出產量是30噸,乃元月的出產累積之中點,即總數一半之點,則在四月之末,茲為免除混淆起見,所謂中位數者,乃指產量之中位數,至若時間之中點或累積出產之中點,則再加字樣以說明。

月 份	鋼鐵出產之噸數
元	80
二	35
三	15
四	20
五	100

丁.中位數之優劣

優點:

1. 中位數不用數學的概念以求得之,無論性質或數量均可得一中位之次序。
2. 中位數只根據所有觀察的事實以得之,極大極小之數不必理會,其變量如何,只知其項數若干及依次排列,便可計算。
3. 中位數不加權 (Weight) 於極端之項目,極端之項目或加或減,影響於中位數極微。

4. 中位數比較算術平均數易於計算。
5. 中位數可在曲線上或累積次數曲線計算得之，劣點：
 1. 在列項中，中位數可依核算法以求之；但在分立的列項，則中位數恆為偽造者。
 2. 中位數不能以代數式求得之。
 3. 若要加權於極端之數項，則中位數不適用。

第七節 幾何平均數

(Geometric Mean)

甲. 定義 幾何平均數即先求得列項各項目之乘積，次開項目之若干次方而得方根是也，例如 10, 100, 及 1000 之幾何平均數即三者之乘積之立方根。

$$G = \sqrt[3]{10 \times 100 \times 1000} = 100$$

平均計算，少用此法；但計算指數 (Index numbers) 則應用頗多，英人謝雲 (W. S. Jevons) 研究物價亦常用之。

乙. 計算法 幾何平均數常用對數 (Logarithms) 計算。幾何平均數之公式如下：——

$$G = \sqrt[n]{V_1 \times V_2 \times V_3 \times \dots \times V_n} \dots \dots \dots \text{公式 10}$$

若用對數，則為

$$G \text{ 之對數} = \frac{\text{Log}V_1 + \text{Log}V_2 + \text{Log}V_3 + \dots + \text{Log}V_n}{n}$$

$$= \frac{\sum \text{Log}V}{n} \dots \dots \dots \text{公式11}$$

故每一列項幾何平均數之對數，為列項各項目的對數的算術平均數。

前例 $G = \sqrt[3]{10 \times 100 \times 1000} = 100$

若用對數則為

$$G \text{ 之對數} = \frac{\text{Log}10 + \text{Log}100 + \text{Log}1000}{3} = \frac{1+2+3}{3} = 2$$

但 2 乃 100 之對數故 $G=100$

若各組非一個單位，則須覓組距中點之對數次數若干，即用以乘此中點之對數，以求幾何平均數茲并為利便比較之故，先依算術平均法計得，次用幾何平均法計算之。

表二十九

工 值	人 數	中 點	人數×中點
15—20	10	17	170
20—25	19	22	418
25—30	20	27	540
30—35	21	32	672
35—40	18	37	666
40—45	0	42	0
45—50	15	47	705
總 計	103		3171

$$\text{算術平均數} = \frac{3171}{103} = \$30.79$$

若用幾何平均法計算，則步驟如下：

	對 數	乘 積
10 Log 17	1.2304 × 10	12.3040
19 Log 22	1.3424 × 19	25.5056
20 Log 27	1.4314 × 20	28.6280
21 Log 32	1.5051 × 21	31.6071
18 Log 37	1.5682 × 18	28.2276
15 Log 47	1.6721 × 15	25.0815
總 計	151.8538

$$\text{幾何平均之對數} = \frac{151.8538}{103} = 1.4694$$

1.4694之 Antilog = 29.47 即是幾何平均

故得幾何平均數 = \$29.47

事實相同，算術平均數為 \$30.79，而幾何平均數為 \$29.47，由此亦可見算術平均數實有偏高之弊，故對於研究之問題，極端數量無需過重太過，而所有事項均須根據之以分析者，幾何平均法，實頗適用也。

丙、應用幾何平均以測量人口生產率之方法：各國調查戶口，每十年或（五年）舉行一次，茲假設某城之人口1910年為100,000，而1920年為150,000；十年之內，增加百分之五十。

社會學者及行政人員，每欲預知生產之年率 Annual rate,

以推算該城於調查間之各年及調查後每年之人口。如衛生局欲知1911年之人口，以便計算該年之生產率及死亡率，產業家欲知1920年以後人口之生長，以便推算人口之總數，但該年人口幾何，則并未調查。若知生產之年率，則依複利原理計之便得。十年之內，增加百分之五十；生產之年率幾何乎？果為百分之五乎？若學者應用此率，依據複利之原理由1910年100,000之人數起算，至1920年，其結果不是150,000，乃162891。

故每年生產之常率為何，應先求得。計算之法，可用幾何級數 (Geometric Progression) 之原理，其法如次：—

如欲求生產率幾何：—

$$\text{設 } P_0 = 1910 \text{ 之人數} = 100,000$$

$$P_1 = 1920 \text{ 之人數} = 150,000$$

$$r = \text{生產率}$$

$$\text{則 } 1911 \text{ 之人數} = P_0 + P_0 r = P_0(1+r)$$

$$1912 \text{ 之人數} = P_0(1+r)(1+r) = P_0(1+r)^2$$

$$\text{除類推至 } 1920 \text{ 之人數} = P_0(1+r)^{10} = P_1 = 150,000$$

應用對數以求 r

$$\text{Log } P_0 + 10 \text{Log}(1+r) = \text{Log } P_1$$

$$\text{即 } \text{Log}(1+r) = \frac{\text{Log } P_1 - \text{Log } P_0}{10}$$

代入 P_0 及 P_1 之數字

$$\begin{aligned}\text{Log}(1+r) &= \frac{\text{Log } 150,000 - \text{Log } 100,000}{10} \\ &= \frac{5.17309 - 5.00000}{10} \\ &= .017609\end{aligned}$$

$$\therefore (1+r) = 1.04138$$

$$r = .04138 \text{ 或 } 4.138\%$$

依此率以計算，由 100,000 起至 1920 即得 150,000，假定 1920 年之後，每年之生產率不變，亦可算得以後每年之人數幾何，雖是推算之數而應用極多。

丁.幾何平均數之性質

1. 同一列項常細於算術平均數，故欲免偏高之弊者，當採用此法。
2. 可以減少極端項目之影響。
3. 計算較難，平常人多不易明白其抽象的數學性質。

第八節 倒數平均數

(Harmonic Mean)

倒數平均數，乃數量列項之倒數的算術平均數之倒數。例如欲求 2, 3 及 4 之倒數平均數，則計算之次數如下。

1. 先將 2, 3 及 4 之倒數相加爲 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

2. 以項數之和 3 除之, 即 $\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) = \frac{13}{36}$

3. 復求 $\frac{13}{36}$ 之倒數即 $\frac{36}{13} = 2 \frac{10}{13}$ 爲倒數平均數,
其公式如下.

$$H = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum \frac{1}{x}} \dots\dots\dots \text{公式 12}$$

H = 倒數平均數

n = 項數之和

x = 各個數量

茲有某物, 已知其歷年每元若干斤, 其價值不變, 而購得之數量則變動——每單位之價格變動——茲欲由單位的數目, 以計算每斤之平均價格, 則頗覺困難, 若將此單位之數目相加, 以年數除之, 求其平均數, 則所求得者, 乃固定價格, 所購得之平均數量, 茲設某物出售其歷年每元之斤數如下:

年 份	1918	1919	1920	1921	1922	1923
每元之斤數	14	18	19	15	14	13

由 1918—1923 購得之平均數量爲每元 15.5 斤, 亦即歷年平均每元購得之斤數, 但現所欲知者, 乃歷年的平均價格, 每元可以購得之斤數, 故須先行計得平均價格,

然後求其倒數，即倒數平均數也。

每斤之平均價格，可先將 6 年之數量倒數以求其平均數，如 1918 年年斤之價 = $\frac{1}{14}$ = 0.0714 各年則如下：

年 份 1918 1919 1920 1921 1922 1923

每斤之元數 .0714 .0555 .0516 .0666 .0714 .0769

此數目之平均數 0.0657，乃每元若干單位之倒數之平均數，但依定義，倒數平均數乃此平均數之倒數，故

$$H = \frac{1}{0.0657} = 15.2$$

依公式即為

$$H = \frac{1}{\frac{1}{6} \left(\frac{1}{14} + \frac{1}{18} + \frac{1}{19} + \frac{1}{15} + \frac{1}{14} + \frac{1}{13} \right)}$$

$$= \frac{1}{0.0657} = 15.2$$

此數 15.2 乃指明依某物每斤平均之價格，每元可以購得之斤數。

第九章 比率及係數

(Ratios and coefficients)

研究社會科學或商業科學者，常應用各種比率 (Ratios)，率 (Rates)，及百分率 (Percentages)，如生產率，死亡率，結婚率，稅率，意外次數率，工人周轉率 (Labor turnover rate)，股票周轉率 (Stock turnover rate)，利率，匯兌率等等是也。故對於比率及係數之意義，計算法，原理及應用，統計學者亦應研究。

第一節 定義

此率是一分數 (Fraction) 將各事實或事實之綜計當作比率分數之子及分母以比較率 (Rate) 是含有習慣上

的時間單位之比率，例如死亡率，乃表示兩個重要意義的比率，即每年死亡人數及居民每千死亡之數也，利率乃借款每元及每年利息之數。

絕對增加 (Absolute increase) 比較增加 (Relative increase) 絕對增加率 (Absolute rate of increase) 及比較增加率 (Relative rate of increase) 四個名詞，亦應分別其意義譬如居民增加之數，由 1910 年之 1000 人至 1920 增至 1500 人，則絕對增加為 500，而比較增加，是為一比率，即以居民增加之數 500 為分子，而以 1910 之入數 1000 為分母，除得之 50% 是也。絕對增加及比較增加之數，均無時間要素在內，絕對增加率或每年增加之數為 50 人，而比較增加率則與 1910 年之入數比較，即是 50 以 100 除之得每年 5% 是也。

“率”一名詞若無其他字形容，平常均指比較率而言，但非固定基年之百分率，乃普徧各年增加之比例率，(Proportional rate) 如幾何級數率 (Rate of Geometric Progression) 則以前增加之數，均在比率的分母之內，亦是此種。

第二節 比率之種類

統計的比率，可分五種說之。

1. 變動率 (Rates of change)

2. 分配比率 (Distribution ratios)
3. 組間比率 (Inter-class ratios)
4. 異類比率 (Hybrid ratios)
5. 統計係數 (Statistical coefficients)

1. 變動率 (Rates of change) 對於解釋社會或經濟之變動狀況時，有極大之幫助。譬如將人口及財富增加之百分數以比較之，或將物價變移之百分率與生產數量之百分率比較之，即為變動率之例。此種變動，或為常率 (Constant rates) 或為變率 (Variable rates)。常率係指與在前之總數或固定基本數之不變的比率而言。變率則常用環比指數 (Link index numbers) 以顯之，即與前日、前月、或前年比較而變動之百分率也。

2. 分配比率 (Distribution ratios) 表示總數與部分之數目關係，平常多用百分率以顯之。在表三十之內，有分配百分率，即 1920 人口總計 105,710,620。及各種人口之數目而以百分率代表之比率也。白人佔計總計 89.7% 黑人 9.9%

3. 組間比率 (Inter-class ratios) 乃表示一組總計之一部分及同組總計之他部分之關係也。表三十之末行即表示 1920 年美國人口男女的比率，各種人口總計，為男子 104 及女子 100 之比；中國人則為男子 695.5 及女

子 100 之比故欲注重總計數兩部分之直接比較不理及其與總數之比例如何組間比率,比較分配比率,尤為適用。

4. 異類比率 (Hybrid ratios) 乃各總數的比較,非同一總數內各部分的比較,分子分母,本非同類之事物,所有每人比率 (Per-capita ratios) 均屬此種,如每人入息數,每人消費量,每人財富之數,均是將不同的分子以比較的比率,又如鐵路上每噸之運費,每搭客之車費俱為異類比率,因比較兩種不同之事物,故異類比率應以平均數代表,不以百分率代表。

5. 統計係數 (Statistical Coefficients) 是特別的比率,表示總計與他總計之比率,或表示兩種列項中的相關項目的關係,第十章差異係數 (Coefficient of dispersion) 即第一種之例,差異量數——例如由算術平均數之平均數 (Average deviation) 之數——以平均數除之,即得差異係數,第二種係數,即各種相關係之數,如一羣人高度與重量之關係,是其一例,後章再說明之。

表三十 美國人口種族及性別總計表 (1920年)

種族	人數	分配百分率	男	女	男與100女之比
總計	105,710,620	100.0	53,900,431	51,810,189	104.0
白人	94,820,615	89.7	48,430,655	46,390,280	104.4

黑人	10,463,131	9.9	5,209,426	5,253,695	89.2
紅華人	244,437	0.2	125,098	119,869	104.8
日人	61,639	0.1	53,891	7,748	695.5
菲律賓人	111,010	0.1	72,707	38,303	180.8
印度人	5,603	a	5,232	371	1,410.2
高麗人	2,607	a	2,409	98	b
夏威夷人	1,224	a	923	301	306.6
其他	110	a	75	35	b
	44	a	35	9	b

a少過1%之十分之一以下， b女子在100以下故不計

第三節 比率之計算法及表示法

比率之繁重的工作，可用計算機，計算尺或對數計算之，為便利計，統計的比率，多數以增大的比率 (Magnified ratios) 表示之。——即是以大整數相乘的比率；平常多用十之倍數乘其商得之數百分數即是最顯著之例。1920年美國城市居民之百分率可以下法算得之，並常用百分法以代表其結果

$$\frac{\text{部分數} \times 100}{\text{全體數}}$$

$$\text{或 } \frac{\text{城市居民 (54,805,608)}}{\text{全國居民 (105,710,620)}} \times 100 = 51.37 \text{ 或 } 51.4\%$$

平常之百分率，應計至定點後兩位，然後併歸一位以顯之。百分率，乃是每百的比率，千分率或十萬分率平常亦多應用。普通死亡率，是表示每千死亡之數。特別死亡率，如自殺率，則常用十萬分率以表之。選用較大之基本數，

則所得結果可以較多位整數以代表之。

第四節 比率之計算及應用之原理

1. 總數少過一百者，其各部之數，甚少以百分率表示之，因其比較不易，而各部分之小數，常致忽略故也。

2. 比率之平均的限制，全體各部分的比率，常須加入比重，乃可平均以得總計之比率，譬如某一學生用其雜費百分之五十以看戲，同居者僅費百分之十，兩者合計，未必即為用其雜費總計百分之三十以看戲，三城之稅率各為 2%，3%，及 4%，但各城之大小不等，則三城產業之總計，未必即是納稅百分之三，各省居民增加率之平均數，未必即是全國之增加率，此等差誤，均由於用簡單平均數以替代加權平均數 (Weighted Average) 而起，學者不可不注意之。

3. 總量為同類的，分配比率乃為適當，各項目至少有一相同之特質，乃可以組合或平分此組合為百分數。

4. 增加之數與基本數有主要關係，則增加率乃覺重要，有機體增加——如居民之增加——但用以測量有機體之發展或生長，自然非常重大，若增加或減少；非有機體，則比較之時，應當極端注意，據美國第十四次人口普查 (1920) 未受教育之統計：麻省 (Massachusetts) 於 19

10 爲 5.21%，1920 爲 4.7%，密省 (Mississippi) 於 1910 爲 22.4%，1920 爲 17.2%，若減少之數，以居民總數爲標準而比較則密省之減少，十倍於麻省，但較爲重要的比較應將 1910 未受教育者與其減少之數以比較麻省減少之百分率，與居民總數相比，所以較低者，因開始時，未受教育者爲居民總數之細少分子之故。

5. 分子及分母，選擇適當；則所得比率，乃有比較之效力。平常將某兩事實比較，必爲兩者有互相關係之處。若比率之分子爲戰死兵士之數，則分母應爲陣亡兵士之數；若分子爲被竊之汽車之數，則分母應爲被盜所見得之汽車總數。此等原理甚爲顯明，不必詳述。

6. 若將比率比較，則各比率之分母及分子，確有比較之可能，乃爲有效將兩個或多個比率以比較，每有誤謬的機會。兩個比率驟觀之，似覺相同；但細察之，確無比較之可能者常常有之。故必須注意視察分子與分子，分母與分母，有無比較之可能，乃可計算。此是根本的定則，但極易誤用。故統計編製之工作，對於各時各人之報告，是否可以比較，乃一最大之問題。不能比較之比率，謂之“不能比較的分母” (Non-comparable denominators) 或“不能比較的分母” (Non-comparable numerators)。

第五節 商業，經濟，及社會的比率

商業比率之中，有所謂信用比率(Credit ratios)或信用測驗表(Credit barometers)者，對於決定放債之數量，極為有用。靜止比率(Static ratios)與速度比率(Velocity ratios)即其中之有關係者。前者為在財政報告表發出時，比較資本及負債之數，後者為比較資產及負債各項目銷售之數。靜止比率為(1)流動比率，即流動資產與流動負債之比率；(2)收賬與商品之比率；(3)債項與純值之比率；及(4)純值與固定資產之比率。速度比率，即下列各項之比率：(1)銷售與收賬，(2)銷售與商品，(3)銷售與純值，(4)銷售與固定資產。平常商人多是注意流動比率，以一與二的比率為標準，鮮注意其他信用比率。實則所有信用比率，亦應有特別的標準，與流動比率相同也。

商業比率，常被誤用以比較，茲舉一二如下。

零售商人常有用標高率(Mark-up rate)者，是於釐定售價之時，指品物成本所增加之百分率而言。標低率(Mark-down rate)是於特別銷售之時，指由定價所減少者而言。有人以為標低百分之二十，等於標高百分之二十，實屬忽略標高率之分母是成本，而標低率之分母是成本及標高之和。“不能比較的分母”之差誤，此是其例之一。列式如下，較為顯明。

定價 = 成本 (1 + 標高率)

$$\therefore \text{標高率} = \frac{\text{定價} - \text{成本}}{\text{成本}}$$

售價 = 定價 (1 - 標低率)

$$\therefore \text{標低率} = \frac{\text{定價} - \text{售價}}{\text{定價}}$$

工人周轉率 (Labor turnover rate) 是工人周轉之數有多個方法表示之最普通者是將每年離工之人數以領薪平均人數除之所得結果可以百分率代表之。

$$\frac{\text{離工之人數}}{\text{領薪平均之人數}} \times 100 = \text{周轉率}$$

僱主有時用替代入數為分子，不用離工人數；又有用作工平均人數為分母，不是領薪平均人數者，差誤比較的方法不必盡行舉出，但某一工廠以離工之人數為標準，他一工廠則用替代之人數，則兩工廠周轉率之比較即含有“不能比較的分母”之差誤，故工人增減之時，尤應特別注意。

利率 (Interest rate) 是資本之百分數，以年計算而支付以為利息，不論借期之久暫，例如 30—90 天期票，4—6 月期票，及即還放款之利率均是也。抵押借款，平常則由三年至五年，所有利率，均為每年之率。

稅率 (Tax rates) 所得稅率 (Income-tax rate) 平常以可稅之入息的百分數代表之，如所得稅 4% 即百元之四元。

或一元之四分，在英國則比率以每磅之若干先令為代表，如英國所得稅為六先令則等於30%之所得稅。

產業稅 (Property tax) 平常亦以產業價值之百分數代表之。如稅率為25%若某汽車值1000元則稅為250元。

如上所述者，均是名目稅率 (Nominal tax rate) 真正稅率 (True tax rate) 是將納稅總數以納稅產業之市價除得之。如汽車之業主納稅 \$23.50 而汽車實值 \$500 則真正稅率為 4.7%，實值 \$2000 則真正稅率為 11.75%。若將兩省或兩城之名目稅率比較之，則絕無價值，因有“不能比較之分母”之差誤，惟真正稅方有比較之可能。

人生統計的比率

人生統計 (Vital Statistics) 之事實，用標準率的形式以表現者，現在最為普通。其主要者為死亡率，生產率，結婚率，離婚率，及疾病率。

死亡率 (Death rate) 是某一時期——通常以年計——死亡率之人數及該時期中點推算生存之人數的比率。故死亡率之計算，通常以每年死亡之數及七月一號人口之數為標準而得的比率。計算之法共有三種，一曰通常死亡率 (Crude or General death rate)，二曰特別死亡率 (Specific death rate)，三曰標準死亡率 (Standardized death rate)。

譬如 1926 年某城死亡之人數為 20,900 而七月一號該城人口的推算為 2,000,000, 則通常死亡率為 10.0 或每千死十人。

$$\text{通常死亡率} = \frac{\text{死亡數}}{\text{人口數}} \times 1000.$$

若論及每 100,000 由傷寒症而死亡之數即得特別死亡率, 美國此種死亡率 1900 年每 100,000 死 30.8 人, 及至 1920 為 5.0 人。

$$\text{特別死亡率} = \frac{\text{某組死亡數}}{\text{某組人數}} \times 1000$$

特別死亡率, 亦可以全人口依死亡原因, 性別, 年齡, 人種, 職業及其他種種重要分類而計得之。若為分析比較起見, 特別死亡率較普通死亡率為有價值。

標準死亡率 各地方人口之成分不同, 則通常死亡率, 不便比較。若欲比較, 當先設立一標準人口, 其法先以某地某年之人口, 作為標準人口。將此標準人口一百萬人, 依年齡分為若干年齡組, 求得各組之人數若干, 再將擬算地方之人口, 分為同樣之年齡組, 并求得各組之特別死亡率。然後以此各組之特別死亡率, 與標準人口相當年齡組之人數相乘, 計得擬算地方之各組應有的死亡數, 再將此各等數相加, 是為該地每百萬人之死亡率。以一千除之, 則為每千人之死亡率。如是計算, 即以標準人口之成分為標準, 計得該地之標準死亡率。

$$\text{標準死亡率} = \frac{\sum A X}{1000}$$

A = 標準入口一百萬人中各組之人数;

X = 擬算地方人口各組之特別死亡率;

Σ = 總和之符號

全球各國之比較,採用 1890 年瑞典入口為標準。

英國曾見 1901 年英倫及維魯 (England and wales) 之人口為標準,先依性別分男女,再以五年為一組而分齡組計算大不列顛之標準死亡率,有如表三一,可以表示標準率趨勢之一斑。

表三十一 英國歷年標準死亡率表

時 期	率	時 期	率
1841—1850	21.6	1912	13.0
1851—1860	21.2	1913	13.5
1861—1870	21.3	1914	13.7
1871—1880	20.3	1915	14.8
1881—1890	18.6	1916	13.4
1891—1900	18.1	1917	13.5
1901—1910	15.2	1918	17.1
1911—	14.2		

嬰兒死亡率 (Infant Mortality rate) 是用特別方法計算嬰兒死亡 (Infant Mortality) 的普通意思,即指某年嬰兒死亡數與該年生產數之比。

天然增加率 (Natural rate of increase) 即生產率與死亡率相差之數,若無國際移民,則生產超過死亡之數,即與

戶口調查所得居民增加之數相同。

過去數十年間，除戰爭時期外，所有文明國家之生產率及死亡率，均有降低之趨勢。

結婚率 (Marriage rate) 即以每年中點 (七月一號) 推算之人數而除去該年結婚之人數而得，普通以每千計算。

離婚率 (Divorce rate) 之計算同一原理。

人生統計之範圍，誤用比率之機會者極多。若將通常死亡率比較，尤易誤用。譬如比較兩城市之死亡率，若不將兩城居民之人種詳細分析，則所得結果，不能表示兩城康健之程度。歐戰時美國軍隊疾病死亡率為15，但美國國內之死亡率1917為14.2，1918為18.0，然則軍隊生命，除因戰事而死之外，果安全於平常居民乎？兩者年齡之成分不同，康健之程度亦不等，實不能用以比較故也。

軍隊疾病死亡率，因近年駐營衛生之設備，已經大減。1846—1848美墨戰爭時為110，1861—1865年美國內爭時為65，1898年美國西班牙戰爭時為26，歐戰時美國軍隊為19。但由他方面觀察，陣亡者每千約35人，超過以前者實多。

第十章 差異及變態

(Dispersion or variability and Skewness)

統計是平均數的科學，亦可謂之總計的科學，即將事實分配之普通性質，變為抽象的數量以表之。此種抽象量數或數學的表示法，約有三種：一曰平均數將某組之普通性質以簡數目表示之。二曰差異量數表示由平均數差異之程度。三曰變態數量，表示由平均數不相對稱分配的程度。

第一節 分配狀態表示法

分配狀態或差異及變態之程度，可以次數分配表、次數曲線圖、數目量數或差異及變態的係數等等以表之。

次數分配表及次數曲線圖，表示分配中每組之大小。至於差異的數目量數，則將由平均數分布的程度，簡明敘述之。此等量數，以同一之單位代表分配之各部。差異係數是數學上抽象的分數，將相關差異與其平均數比較。此等係數，可以將兩種不同單位的事實分配比較其差異之量。例如用差異係數，可以將工人入息之變量以元數表示者，與學生就學之變量以年表示者，互相比較之。

普通言之，差異量數，乃表示由平均數之分佈，差異或離中差的程度。在下之列項一及列項二，其平均數相同，但列項一之各項與平均數相近，列項二之各項則分佈較廣。

列項一	列項二
40	10
45	20
50 (平均數)	50 (平均數)
55	80
60	90

差異量數，是注意於各項之差別或變量。若每周食餐二十一次，每次五角，則平均數為五角，而差異等於零。若早餐一角，午餐四角，晚餐一元，則平均數亦為五角，而差異極顯著。

差異現象，在經濟統計中極為重要，社會學者不獨注

意於每人之平均年入息，而入息是否平允分配抑或集中於少數之手，亦亟欲知之。大多數人能得此平均入息乎？抑或少數之入息極豐，而大多數人之收入在此平均數之下乎？商店經理不獨注意於銷售平均之大小，而此平均數，是否由多數同量之銷售而平均，抑或由多數細量及少數大量之銷售而平均，亦亟欲知之。研究人生統計者，不獨欲知各城傷寒病之平均死亡率，而各城差異之程度亦欲一知之也。

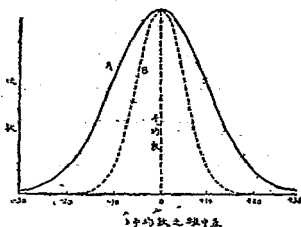
第二節 應用次數圖表表示差異量數法

次數及次數圖，為表示列項差異最有效之工具。對於未曾研究統計者，用此以解釋相關之差異，尤易明白。

圖三四兩種分配，以曲線A及B代表之，其平均數之大小及在平均數之次數均相等，但曲線A之分配，其差異較大。

圖三十四 對稱次數曲線圖

(平均相等但差異不等)

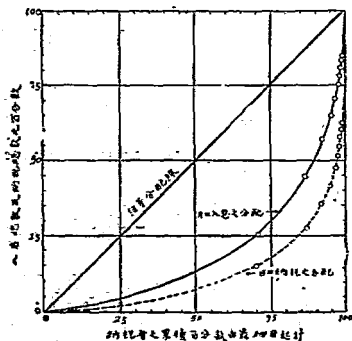


洛倫氏曲線 (Lorenz Curve) 洛倫氏曲線為特別的累積次數曲線,用以表示財富入息等等之與平均分配相差異的分配之程度。

圖三五即此種曲線,用以表示1910年美國威斯康辛 (Wisconsin) 省納入息稅者之入息 (Income) 及入息稅 (Income taxes) 的分配。橫軸為測量納稅者之百分數,依所得之大小而累積的。——即橫坐標50,應讀為百分之50有最少的入息,縱軸是累積入息總數 (曲線 A) 或納稅總數 (曲線 B) 若納稅者百分之25佔入息百分之25,百分之50佔入息百分之50,餘類推,則分配可以直線表之,謂之“相等分配線”,但實際上,納稅者百分之50僅佔入息百分之14,故曲線 A 離相等分配線而下曲

分配愈不相等，而線之下曲愈大，如曲線B，入息較多者，稅率較大，遂令納稅分配之不相等者，愈甚於入息之分配，故平滑曲線A，可用以解釋入息較少者的納稅之分配，則納稅者百分之50是最窮的，僅佔稅額百分之7.5而已。

圖三十五 洛倫氏曲線
入息及入息稅分配圖



第三節 差異的數目量數

差異程度之數目有數種方法求得之：

1. 全距離 (Range) 最顯著之差異量數即為全距離。可將列項之最大及最小項目分別清楚。然此種量數未必適宜及可信。全距離之大小，祇恃乎兩個項目。商店中侍役之工資，與最高價值的職員之薪水之差，并不足以測量各人工資之與平均工資相差的程度。不過大概比較此法亦頗有用，但無統計之要點，以少用為宜。然習慣上，欲代表利率之高低及股票價價格之升降程度者亦多用之。

2. 四分位差 (quartile deviation or Semiinter quartile range) 中位數為全數量中間之一項。四分位數乃將全數量分為四個相等部分，故四分位數有三個。第一或較低四分位數 (First or lower ^{quartile} quartile) 之下，佔四分之一。其上為四分之二。第二四分位數 (Second ^{quartile} quartile) 即中位數。第三或較高四分位數 (Third or upper ^{quartile} quartile) 之下，佔四分之三。其上為四分之一。

第八章內表二七，將 100 種比價依次排列較低四分位數在第二五及第二六兩項之中間，而較高四分位數在第七五及第七六兩項之間。普通言之，較低四分位數

之位置，可以公式 $\frac{n}{4}$ （全數量以 4 除之）求之，而較高四分位數之地位，可以公式 $\frac{3n}{4}$ 得之。各個量數之大小，並可用次數表核算法或平滑次數曲線核算法求之中位數之位置，亦同一方法。（參閱第八章圖三三）公式 $\frac{n}{4}$ 并非十分精確，不過經濟統計近似的四分位數已合應用耳。

四分位差 (Q) 之數值，乃較高及較低四分位數之差之半，公式為

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} \text{ 或 } \frac{UQ - LQ}{2} \dots\dots\dots \text{公式 13}$$

此式可以得四分位數由中位數之平均差計算頗易，仍受列項中各項之影響，不祇兩項而已，並與“全距離”相同。若列項之各項集中，則四分位數相接近，若差較大，四分位數之距離較遠，而四分位差亦較大。

3. 概差 (Probable error, P. E.) 概差即離中差之由平均數的中位數。若各離中差依大小之次序排列，不論在平均數之上或下，則中間的離中差，即為概差。此處所用之“差” (Error) 字，即離中差的意思，而“概” (Probable) 字乃相等大概的意思。概差為一個量數，加或減於平均數之中，所得之數若隨意選擇一項，其是否在此概差範圍之內，機會相等，是否各半 (50-50 break)；例如列項之平均數為 50，概差為 10，則各項之中有一半與平均數相差在

10 以上,有一半在 10 以下,隨意揀擇一項,其是否在偏差範圍之內,即 50 ± 10 ,或由 40 至 60,其機會相等,是否各半,對稱分配者,則四分位差與偏差完全相同。

4. 平均差 Average deviation (A. D.) 平均差為集中趨勢之離中差的算術平均數,此集中趨勢,用密集數,中位數,或算術平均數均可,下表即表示法之由簡單分配而計算者,即以中位數為中心點趨向,各項與中位數之差數,正負號不計。

表三十三 由中位數計算平均差

商店	每月銷售	離中差
A	\$1000	\$500
B	1200	300
C	1500	0
D	1600	100
E	2000	500

離中差總計 1400

平均差 (AD) 280

以代數式表之如下

$$A. D. = \frac{\sum (M - Md)}{N} \dots\dots\dots \text{公式 14}$$

M, 各項之大小

Md, 中位數之大小

N, 各項之總數

上例簡單分配若在次數表內,即以各項之中點代表

該項之大小而中點由平均數之離中差，必需以該項之次數乘之，其公式為

$$A. D. = \frac{\sum f(m - M d)}{n} \dots\dots\dots \text{公式 15}$$

f, 各項之次數

m, 則為各項中點之大小

5. 標準差或均方差 (Standard deviation or Root-mean-square deviation) 簡寫為 S. D. 常以 σ (Sigma) 代表之標準差乃由算術平均數之離中差的平方之平均數的平方根。計算之法，1. 先求各量數與算術平均數之離中差，2. 將各個離中差平方，3. 求各平方之和，4. 以項數之和除之，5. 復求其平方根。所以由算術平均數而得離中差，而不由中位數或密集數者，因由算術平均數之離中差的平方為最小之故，所以自乘者，(一) 去正負符號，(二) 極端變量其影響較大，其公式如下。

$$S. D. = \sqrt{\frac{\text{離中差平方之和}}{\text{項數之和}}} = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N}} \dots\dots\dots \text{公式 16}$$

茲舉簡單之例如下。

表三十四 標準差算法

每日工資	離中差	離中差平方
M	d	d ²
3	3	9
5	1	1
6	0	0
7	1	1
9	3	9

算術平均數 = 6

$$S.D. = \sqrt{\frac{20}{5}} = \sqrt{4} = 2$$

若有次數分配之項目，其公式為

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{n}} \dots \dots \dots \text{公式 17}$$

計算披爾遜相關係數，若用標準差以測量差異，較為敏捷，下章再論及之。時間列項，若變異之距離較大，亦可用此方法變為相當基礎，以便比較及分析。

標準差計算捷法，此法亦頗簡易。

1. 假定一算術平均數
2. 計算由此假定平均數之方差

3. 減去真正及假定平均數之平方

4. 開方

其公式爲

$$S. D. = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - (A - E)^2} \dots \dots \dots \text{公式 18}$$

$\sum d^2$ = 由假定均數之離中差之平方之和,

A = 真正平均數,

E = 假定平均數,

n = 各項之總和.

若應用此公式於次數分配則將 $\sum f(V - E)^2$ 以代 $\sum d^2$
公式爲

$$S. D. = \sqrt{\frac{\sum f(V - E)^2}{n} - (A - E)^2} \dots \dots \dots \text{公式 19}$$

V = 各項中點之值

f = 各項之次數

表三五是應用上式以計算的。

表三十五. 標準差計算法 (100種批發比價)

a 比組距	b 各組之次數	c 組距	d 由假設均數(212)之離中差		e 離中差平方 (V- \bar{V}) ²	f bxc 之積	g bxd 之積
			f	(V- \bar{V})			
總計	100					284,875	+2050 -1925 + 125
75-99	1	87	-125		15,625	15,625	-125
100-124	2	112	-100		10,000	20,000	-200
125-149	4	137	-75		5,625	22,500	-300
150-174	18	162	-50		2,500	32,500	-650
175-199	26	187	-25		625	16,250	-650
200-224	21	212	0	
225-249	9	237	+25		625	5,625	+225
250-274	18	262	+50		2,500	32,500	+650
275-299	5	287	+75		5,625	28,125	+375
300-324	2	312	+100		10,000	20,000	+200
325-349	1	337	+125		15,625	15,625	+125
350-374	2	362	+150		22,500	45,000	+300
375-399	1	387	+175		30,625	80,625	+175

將平均數 $A = E + \frac{\sum f(V-E)}{n}$ (參觀第八章內公式)

4) 代入公式 18 以求真正平均數而

$$A = 212 + \frac{125}{100} = 213.25 \text{ 或 } 213.3$$

代入公式 19 以求標準差

$$S.D. = \sqrt{\frac{284375}{100} - (213.3 - 212)^2} = 53.3$$

第四節 差異係數

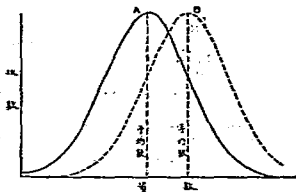
(Coefficients of Dispersion)

差異係數用以求各測量差數之比率，如標準差與平均差、平均差或四分位差與中位數，各有相當之比率是也。

圖三六即表示需用比較差異之測量曲線 A 及 B 形狀完全相同，由各平均數的差異，亦完全相類，但平均數不等，故曲線 A 之差異與平均數比較，大過曲線 B，然則此種差異如何用數目以表示之乎？

圖三十六 次數曲線圖

絕對差異相等,比較差異不等。



四分位差,平均差,及標準差均以實在單位表示之,例如元數,但不便在兩列項中以比較,例如兩元之平均差,用於每月工值,無甚重大之處;但用之每日工值則覺重要,故欲得比較差異之要點,必須將兩列項中各項之相關的大小以比較,其法即將已知各差異量數,以其平均數除之而得,此法能將不同單位,變為同一基數以比較。

披爾遜 (Pearson) 教授即用此種絕對差異量數與平均數之比,以為相關差異之測量,此比率以百分率表之,即得差異係數如下:—

$$V = \frac{S.D.}{\text{平均數}} \times 100 \dots\dots\dots \text{公式 20}$$

其他相關差異之測量,若用平均差或四分位差為絕

對差異之量數，則依下式計算

$$V A. D. = \frac{A. D. \times 100}{\text{中位數平均數或密集數}} \dots\dots\dots \text{公式 21}$$

$$V Q = \frac{Q_3 - Q_1}{\frac{Q_3 + Q_1}{2}} \times 100 = \frac{(Q_3 - Q_1) \times 100}{Q_3 + Q_1} \dots\dots\dots \text{公式 22}$$

V A. D. 乃用 A. D. 為絕對差異之數量時所得之差異係數 A. D. 之計算由中位數平均數或密集數以求離中差均可。V Q 此即用四分位數為絕對差異之量數時所得之差異係數。

差異係數之應用：茲假定 A 工廠 1000 工人平均每周之工值 \$20.50，標準差為 \$2.20，B 工廠平均每周工值為 \$28.75，標準差為 \$2.25。B 工廠之絕對變量略較大，但絕對量之比較不必計及變量之較大，因 B 工廠平均工值較高之故，各標準差變為相當平均數之百分率如下：

$$(A) V = \frac{2.20}{20.50} \times 100 = 10.7 \%$$

$$(B) V = \frac{2.25}{28.75} \times 100 = 7.8 \%$$

B 工廠之相關變量較 A 工廠為小，但其絕對變量則較大。

若假定此種情狀，同在一工廠之內，而時期不同如 19

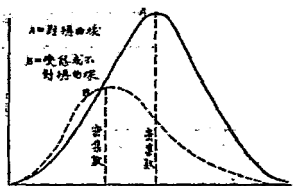
18及1917,則不獨工值之水平度增高,且1917之工值較近於平均的工值故就工人生活程度上觀察由 \$28.75 之平均差異 \$2.25 不若由較低平均工值 \$20.50 之變量 \$2.20 之重要。

第五節 變態 (Skewness)

變態為不對稱者,乃由鐘形對稱曲線之離中差,其原因或由於揀樣不完備,繪成曲線則成變態之形,但若揀樣普遍而完備,即成對稱分配,或由於材料性質,本來非常態之次數分配,如經濟現狀,多為不完全之對稱分配,揀樣適當的變態,亦包含主要原因及多數細小原因,此種原因,可總稱之為機會,某時公債票的價格之次數曲線,在密集數之右者,跌落狀態較其在左者為尖銳,因為公債票之價價(平常100%)常向100%為較高限度之故,若新婦年齡曲線則正與此相反,因為十五歲以前之女子結婚者甚少,而多數結婚在三十歲以前,但較高限度,仍以人生之壽命為限。

統計上的計算公式,多應用於常態次數或對稱之曲線,或略具差異的變態曲線,圖37之曲線B即變態曲線之一例。

圖三十七 對稱及略不對稱之次數曲線圖



經濟統計，極多變態的，例如財富或入息的分配之簡單次數曲線，集中於一邊，密集數近於一極端之處，其他分配為U形曲線如圖三八之死亡率曲線，分配之兩端次數最多，又如盲人失明年齡之次數曲線亦成為U之形狀，於是兩個密集數，一在嬰孩時期，一在老年時期。

略不對稱形之分配如圖三七，由密集數及平均數之關係，可略知變態的近似量數，若在常態曲線，則密集數中位數及平均數合而為一，正變態曲線——密集數之右邊曲線較長者，中位數則移於密集數之右，平均數又更右，因受右邊多數極端各項影響之故，平均數及密集數之差，即用以測量變態，化此量數為係數，即用標準差除之故。

$$\text{變態} = \frac{\text{平均數} - \text{密集數}}{\text{標準差}} \text{ 或}$$

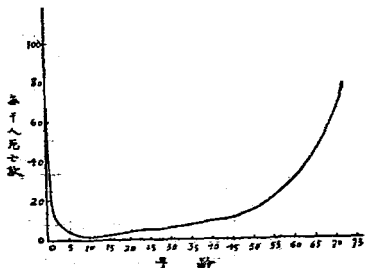
$$S = \frac{A - m_0}{S.D.} \dots\dots\dots \text{公式 23}$$

又 $m_0 = A - 3(A - md)$ (公式 6)

$$S = \frac{A - [A - 3(A - md)]}{S.D.} = \frac{(3A - md)}{S.D.} \dots\dots\dots \text{公式 24}$$

圖三十八 U形曲線

(美國 1909 年 1911 年之男女死亡率)



表三十六

美國 1909—1911每千人死亡率表

年 齡	年 率	年 齡	年 率	年 齡	年 率
0—1	114.62	25—26	5.54	59—51	14.37
1—2	27.62	26—27	5.67	51—52	16.08
2—3	12.34	27—28	5.85	52—53	16.01
3—4	7.83	28—29	6.06	53—54	17.17
4—5	5.65	29—30	6.28	54—55	18.49
5—6	4.66	30—31	6.51	55—56	20.03
6—7	3.91	31—32	6.78	56—57	21.72
7—8	3.30	32—33	7.09	57—58	23.37
8—9	2.82	33—34	7.40	58—59	24.97
9—10	2.47	34—35	7.72	59—60	26.73
10—11	2.27	35—36	8.04	60—61	28.53
11—12	2.19	36—37	8.33	61—62	30.62
12—13	2.22	37—38	8.59	62—63	32.96
13—14	2.36	38—39	8.84	63—64	35.55
14—15	2.57	39—40	9.11	64—65	38.25
15—16	2.84	40—41	9.39	65—66	41.06
16—17	3.16	41—42	9.72	66—67	44.03
17—18	3.52	42—43	10.00	67—68	47.41
18—19	3.89	43—44	10.52	68—69	51.12
19—20	4.28	44—45	10.99	69—70	55.14
20—21	4.68	45—46	11.52	70—71	59.52
21—22	5.00	46—47	12.08	71—72	64.29
22—23	5.19	47—48	12.63	72—73	69.33
23—24	5.29	48—49	13.18	73—74	74.32
24—25	5.42	49—50	13.77	74—75	80.73

第十一章 物價指數

(Price index number)

第一節 指數定義

指數者表示各項目經過一定之時期，或各列項在同一時期變遷程度之數目也。此種測量必有一標準或基期，(Basic Period) 通常以100為之。任何組別的價值，不論大小，不論單位，不論時期，若用之為基本以測量，均可令其等於100。指數非相對之數目，(Relative Numbers) 因相對之數目，與特定材料，(Specific datum) 有一定之關係，而指數則代表所有指數內各組各物之材料之普通關係 (General relationship)，故指數為一組之數目，為比較之平均數，非代表一組內任何特別之材料。美國斐雪教授

(Irving Fisher) 論及物價指數，其定義如下：

物價指數表示各物價經過一定時期之平均百分率之變動。此一種物價百分率之變動，即以第一時期之物價除第二時期之物價而得之，此兩種物價之比率，謂之該物在此兩時期之比價 (Price relative)。某組貨物之物價指數，即該組貨物比價之平均數 (Average of price relative)

指數既代表數量現象之變動，故有生產指數，僱傭或失業指數，工資指數，股票債券指數，匯兌指數，商情指數，其最^受人注意者即物價(批發或零售)指數及生活費指數。此種指數增加升高之時，工人用以爲要求增加工資之根據；降下之時，雇主又用以爲減少工錢之標準。英國有三百萬以上工人，每卒規定工資均以零售物價指數之升降爲標準。美國有數公司，對於所用工人，其工資均以批發物價指數之高下爲率。生活費指數尤與工人有密切關係。外國編製之者更多。我國財政部、國定稅則委員會、廣東省政府建設廳、天津南開大學、北平社會調查所、國民政府實業部等處，上海廣州南京等市政府，均分別從事於編製此項指數，以應時勢之需求矣。

第二節 物價指數編製之步驟

物價指數之編製，其步驟如下：

1. 指數目的之訂定
2. 物類及物價 (Quotation) 之選擇
3. 物類及物價數目之決定
4. 物價來源及收集之方法
5. 原始物價平均法之選擇
6. 基本時期之選擇
7. 平均法之選擇
8. 權數之決定
9. 改換貨物之方法
10. 指數刊布形式之決定

其他指數編製之步驟，大概與此相同，故舉此例，以下依次說之。

第三節 指數之目的

由歷史上言之，物價指數大概謂之普通宗旨的指數 (General-Purpose index numbers) 因其多用以測量物價水平線之普通變動，并無其他一定特別宗旨於其間也。近年指數之分析，大有進步，編製者欲利用其特別效能，以解釋經濟商業或社會之情況，故有特別宗旨之指數 (Special-purpose index numbers)，試觀編製者採用之內容及方

法，便可知其特別宗旨之所在。若以代表工人食品價值之變動為宗旨，則採用該地工人所用食品等級之零售物價。若欲編生活費指數，則家庭所用之食品、衣著、燃料、租項、傢私以及各雜項之零售物價，俱應包括在內。若以原料價格與製造者所購之物價相比較，則應用發行物價以編製之。其完善規則，不能預先決定，不過指數之宗旨當先明瞭，然後採用適合的方法以達之耳。

第四節 物類及物價之選擇

根據指數之目的，大概可以決定貨物之種類及價格。代表普通物價變動之指數，則各類貨物均應採樣以代表。若欲表示生活費用之變遷，則常用家庭日用品之零售物價以編製。若欲表示製造品物成本之變遷，則原料價格、工資率或利率，均當採用以編製。

指數之效用及精確，全恃乎所根據物價之性質。若所用物價，不可信賴及不能代表，則無良好之結果。茲為利便閱者研究起見，應將原本物價及所用權數，一併與指數刊佈。

第五節 物類及物價之數目

應用貨物之多少，視乎物價之範圍如何，少數適用乎，

抑多數適用乎?此問題殊難解決,試參觀各國製作指數所用貨物之分配及數目,庶可便於比較。

美國

A. <u>工部統計局</u>	10部550種
農產品	67種
糧食	121種(a)
皮類及其產品	40種
衣料	75種
燃料	23種
金屬	73種
木料及建築品	57種(a)
化學品及藥料	78種(a)
傢私	37種(a)
雜貨	25種

(a)有等貨物併列入他部之內

B. 聯邦準備局 3部6類320餘種,但時有多少之增減。

原料——產品肉類木料及礦物

製造用品

消費用品

C. 戰時工業局 7部1496種

183----統計方法----

糧食	332種
衣料	420種
樹膠紙張	104種
金屬	117種
燃料	65種
建築料	177種
化學品	281種

D.勃拉斯脫里報 Bradstreet's 13部 106種

穀類	6種
家畜	4種
食料及雜物	24種
果品	5種
皮革	4種
衣料	11種
金屬	13種
煤炭	4種
礦油及植物油	6種
船舶用品	3種
建築料	8種
化學及藥品	11種
雜項	7種

加拿大

工部 13部 287種

糧食	15種
肉食	17種
日用食品	9種
魚類	10種
其他食品	49種
衣料	21種
皮料及靴鞋	11種
金屬及其器具	84種
燃料	10種
建築料	48種
傢私	16種
化學品及藥料	16種
雜項	17種

英國

A. 密部 4部 17種

煤及金屬	6種
正頭及其原料	6種
雜貨	10種
糧食及飲品	25種

190...統計方法...

B. 經濟雜誌 5部 38種

糧食及肉類 9種

其他食品 6種

正頭及原料 7種

礦物 8種

雜貨 8種

C. 統計週刊 6部 60種

蔬菜 8種

肉類 7種

糖茶咖啡 8種

金屬 10種

布類 11種

雜貨 16種

法國

A. 統計總局 2部 45種

糧食品 20種

工業產品 25種

B. 改造經濟週刊

糧食 18種

衣料 10種

農產品 10種

金屬 10種

雜貨 8種

德國

A. 德國統計局 7部37種

麥薯 5種

肉類 8種

飲料 5種

皮料 4種

衣料 6種

金屬煤油 6種

煤鐵 3種

B. 斯密斯 Otto Schmitz 指數6部29種

穀類 5種

其他農產品及魚類 6種

殖民地出品 4種

衣料 5種

金屬 6種

煤及火油 8種

意大利

A. 農工商部 紙擇糧食13種

B. 貝赤 (R. Bachi) 教授指數8部76種

102---統計方法---

植物食品	19種
肉食品	10種
化學品	8種
衣料	9種
金屬	12種
建築料	5種
植物用品	4種
工業用品	9種

奧國

精高寧 (Rein von Jankovich) 教授指數6部45種

糧食	8種
肉類	7種
殖民地產品	4種
礦產	7種
衣料	8種
雜項	11種

澳洲

統計局 8部92種

金屬及煤	14種
衣料及皮料	10種
農產品	16種

日用食品	9種
其他食品	21種
肉類	5種
建築料	10種
化學用品	7種

日本

A. <u>農商部</u>	5部 89種
穀類	6種
食品	11種
衣料	8種
原料	5種
雜貨	9種

B. 日本銀行 貨物共用 66種不分類

中國

A. <u>財政部國定稅則委員會</u>	8類 155種
糧食	22種
其他食品	31種
紡織品及其原料	88種
金屬	12種
燃料	13種
建築材料	11種

194 統計方法

化學品	10種
雜類	18種

B. 廣東省農工廳 (建設廳續辦) 6類 99項 205種

類	項	種
米	3	20
其他食品	39	65
衣料	23	43
燃料	7	41
金屬及建築料	17	41
雜項	10	22

C. 天津南開大學 6類 100種

食物	41種
布疋及原料	18種
金屬	12種
建築材料	12種
燃料	12種
雜項	5種

D. <u>實業部</u>	<u>南京</u>	<u>漢口</u>	<u>青島</u>
食料	51	54	50
衣料	20	20	20
燃料	9	15	10

金屬	18	18	14
建築	12	—	15
雜項	$\frac{8}{118}$	$\frac{11}{118}$	$\frac{13}{122}$

意大利所用者僅得食品13種美國工部統計局則有550種之多;然此數亦由逐漸增加而來,并非初定之數。1902年編製之初約由250至260種,1914年增至340種,1916增至342種,1919年增至338種,1922年又增至404種,1927年再增至550種。物價易於採用,而費用不多,自以多物為宜。物價之數目愈多,而代表之程度亦愈確。

第六節 物價來源及收集方法

物價之來源如下:

1. 政府各機關調查者,如財政部固定稅則委員會及廣東省政府建設廳實業部等。
2. 海關報告者,每年每月均有之。
3. 報紙及雜誌所刊布者,如上海申報新聞報,廣州七十二行商報,上海經濟半月刊,上海銀行週報及經濟統計等等。
4. 商會及商店所宣布者,如米行,油行,海味行,及商店之報價單。

5. 各社會或團體之特別調查，如中國統計學會，北平社會調查所，南開大學等等。
6. 個人或派人直接調查者。

第七節 原始物價平均法

每一貨物若有多個物價，應分別計算抑或平均之乎？物價指數所用之物價，多為幾個物價之平均數。如每月計算，有每月調查各物兩次，同時調查數處之物價而平均之者，有每周調查而平均之者，有時同一貨物，直用幾個物價而不平均者。此數個物價，可以代表該物權數 (Weight) 之大概平均原始物價，多用簡單算術平均法，以其簡便及易於明瞭故也。

第八節 基期 (Base Period)

由基期方面觀察，指數可分為兩種：(1) 定基指數 (Fixed base index) (2) 環比指數 (Link relative index) 或遞推指數 (Chain index)，應當採用何種基期？

定基又應用去年，第一年，或若干年平均數乎？抑或前月，第一月或若干月平均數乎？採用比價者，揀一時之物價為基本期，所有其他時期之物價，均以基期物價之百分數表示之。基期以固定的，較易計算，或環比而遞推的。

每年之物價，即以去年物價百分數的變動表示之。定基的可用一日，一月，一年，或若干年之平均數。基期擴張 (Broadend base period) 亦有優良之點，即用數年之平均物價以代表平常狀況，勝於一年或一時之物價者實多。美國勞工統計局以前用 1890—1899 之平均數為基數。戰起後，各國多採用 1913 為基期，以便與戰前之物價比較。基期之定，都在物價平穩之時，又須與計算時期相差不過，1913 至今已十餘年，按諸十年一易之說，應當改變。故近年統計專家，有改用 1926 年為基期之議。美國工部勞工統計局之批發物價指數已實行之矣。

基期較近，則指數代表之數，較真而可信。試研究物價之升降，近期之平均數較遠期者為可以代表全體。各個物價由去年升降之數，其分配甚近似於常態曲線之形式，平均數并可代表之。但與遠期比較其升降之數，則相差甚大，其分配並不近似於常態次數分配，故其平均數，並不是真確以代表全體。

定基與環比比較，即可發現若干缺點。基期太遠，則各物價由基期物價之差異而增加。而價高之物價，則發生極大之影響。環比指數，利便與去年比較，貨物亦易於增減。若欲增加貨物，併於去年一併增加該物以計算基期之數便可，但除去年比較之外，不便與其他各年相比較。

故兩指數甚多一併刊布。

環比指數之關係於定基指數遞推的環比指數均可與定基的相關，成爲繼續列項表三七即說明此法之計算。計算環比以成遞推指數即是用前一年之數爲基數100以得本年之比價，將此等比價關係於基年1918，即同連乘得之。

(3) 行第一環比(105.2)已經關係於定基(1918=100.)
第二環比(111.8)遞推上同一基年，即以第一環比(105.2)乘之而得，第三環比(100.0)關係於基年1918，即以之

表三十七 遞推的環比指數關係於定基指數

年份	金風雪 幣元 (1)	1918=100 的比價 (2)	環比每 去年=100 (3)	環比關係於定基 1918=100 (4)
1918	5.00	100.0	—	100.0
1914	5.26	105.2	105.2	$105.2 = (100.0 \times 105.2)$
1915	5.88	117.6	111.8	$117.6 = (105.2 \times 111.8)$
1916	5.88	117.6	100.0	$117.6 = (117.6 \times 100.0)$
1917	4.76	95.2	80.9	$95.1 = (117.6 \times 80.9)$
1918	6.25	125.0	131.1	$124.7 = (95.1 \times 131.1)$

乘以前所得之乘積(117.6)第四環比(80.9)乘以前所得之乘積(117.6)得95.1，最後環比(131.1)乘以前所得之乘積(95.1)而得124.7，繼續連乘待至各環比均已關係於

定基爲止。(2)行及(4)行比較指數之相差極微,但兩者之差,并不如是微少,不過現在列項較短耳,項數增加,則兩期間之差誤累積於乘積者亦增大,環比指數與定基指數比較,實無甚利便之處,當以少用爲宜。

基期的變換,基期更易指數之列項,應完全再計,但完全再計,常時不便實行,遂常用簡捷之法,其法即將各個舊指數以新基期之指數除之(此指數亦是依舊基期計得者)所得結果復以100乘之。

表三八即說明此法之計算,如欲將基期用此法法由1913變換爲1922,即將各年之指數以1922之指數169.5除之,即得新指數各項。

表三十八 變換基期計算法

年份	基期1913 之指數	除數 1922之指數	新指數 基期1922
1913	100.0	169.5	59.0
1914	107.0	169.5	63.1
1915	117.1	169.5	69.1
1916	123.8	169.5	72.4
1917	121.4	169.5	71.6
1918	130.9	169.5	77.2
1919	148.3	169.5	84.5
1920	147.4	169.5	86.7
1921	157.0	169.5	92.6
1922	169.5	169.5	100.0
1923	185.4	169.5	109.4
1924	214.5	169.5	126.5

變換基期的捷法，若用於比價的算術平均數，所得結果，常與完全再計的結果，略有差別，但此法簡易，不必十分精確者，多採用之。

比價幾何平均法的指數，用此捷法以變換基期，則無數學的差誤，此即幾何平均法之優點也。

第九節 平均法之選擇

各物比價，應如何平均以求合併的指數乎？應用算術平均法，中位數，密集數，幾何平均法或其他之平均數乎？

美國斐雪 (Irving Fisher) 教授分析指數之編製，謂基本的作法有六種。

1. 物價綜合法 (Price aggregative)
2. 算術平均法 (Arithmetic average)
3. 倒數平均法 (Harmonic average)
4. 幾何平均法 (Geometric average)
5. 中位數 (Median)
6. 密集數 (Mode)

密集數絕少應用以編製指數，故可從略；除五法則，繼此略論之，茲先述此五法之簡單平均法。

1. 實在物價綜合法 (Aggregates of Actual Prices Method)
簡單綜合法的指數，乃將計算時期實在物價的總和以

表三十九 廣東歷年物價表

1913 — 1924

物名	年份											
	1918	1914	1915	1916	1917	1918	1919	1920	1921	1922	1923	1924
金鳳聲擔	\$5.00	5.26	5.88	5.88	4.76	6.25	6.67	6.25	7.41	8.10	8.68	9.09
新興白	4.88	5.26	5.88	6.06	5.00	5.88	6.67	6.67	7.69	8.17	8.51	9.92
花羅粘	4.88	5.18	6.25	6.25	4.88	5.71	6.45	6.25	7.14	7.41	7.69	9.52
豬肉斤	.28	.25	.25	.27	.27	.28	.29	.80	.80	.82	.88	.86
牛肉斤	.16	.19	.19	.25	.28	.30	.34	.34	.34	.35	.35	.36
雞蛋百枚	1.94	2.08	2.20	2.86	2.50	2.20	2.15	2.50	2.61	2.20	2.77	3.00
生油壘	8.16	6.99	7.50	7.88	7.39	8.48	8.14	7.82	6.86	7.23	8.58	8.60
白棉花擔	35.00	38.00	38.00	40.00	40.00	45.00	48.00	48.00	50.00	50.00	53.00	55.00
大成藍布疋	1.90	1.90	2.00	2.20	2.20	2.40	2.50	2.70	3.00	3.20	3.40	3.40
松柴擔	.88	.89	.89	.89	.42	.58	.56	.59	.72	.97	1.17	1.69
堅柴	1.92	2.08	2.22	2.88	2.50	2.70	3.03	3.88	3.57	4.00	5.00	5.88
梳打	2.50	2.77	3.38	3.50	4.00	3.17	4.30	4.50	4.80	4.50	4.20	5.00

廣東省銀行

基期的物價總和除之而得其

公式爲 $\frac{\sum P_1}{\sum P_0}$ 公式 25

依據表三九之物價計算歷年指數成表四十。

(2)行爲各年實在物價的總計。爲利便比較之故。遂以1913年爲基期。以該年之綜合數爲100。將各數化爲比較的指數得(3)行。

表四十 物價綜合法的指數

(1) 年 份	(2) 物價綜合	(3) 比價1913年 = 100
1913	\$ 66.90	100.0
1914	70.80	105.1
1915	74.13	110.8
1916	77.37	115.7
1917	74.20	110.9
1918	82.85	123.8
1919	89.10	133.2
1920	89.25	133.4
1921	93.44	139.7
1922	96.45	144.2
1923	102.68	153.4
1924	111.82	167.1

應用此法計算指數之結果，與其他方法所得者比較，此種指數之弱點，極易發見，既無權數 (Unweighted) 在內，又非相等權數 (Equalweighted) 的指數，每貨影響於結果的力量，視乎交易的單位之價格如何，白棉花每擔三十餘元，權數較其餘十一物為大，生油次之，指數由各物價相加而得，而有權數在內，極不合理，實不足以代表物價之變移。

2. 比價的算術平均法 (Arithmetic average of Relative Prices) 算術平均法的指數，即用基期各物價為基本數，將其他各時期之物價化為比價，然後用簡易方法平均此等比價，即得指數。表四一即用此法計算，依所列之數目，兩年的比價算術平均極易計算，每一比價之公式為 $\frac{P_1}{P_0}$ 若有 n 比價，則指數之公式為

$$\frac{\sum \left(\frac{P_1}{P_0} \right)}{n} \dots\dots\dots \text{公式 26}$$

表四一內，1918 之指數 = $\frac{1200}{12} = 100$

1914 之指數 = $\frac{1284.4}{12} = 107.0$

1918—1924 之指數總列於表四四之(8)行。

比價簡單平均數內所用的權數，此種指數，平常謂之比價之無權數的指數 (Unweighted index)，但仍有權數

表四十一 比價的算術平均法之計算

(1) 物 名	(2) 單 位	1913		1914	
		(3) 物 價	(4) 比 價	(5) 物 價	(6) 比 價
金 風 雪	擔	\$5.00	100.0	\$5.26	105.2
新 興 白	,,	4.88	100.0	5.26	107.8
花 羅 粘	,,	4.88	100.0	5.13	105.1
豬 肉	斤	.23	100.0	.25	108.7
牛 肉	,,	.16	100.0	.19	118.8
雞 蛋	百枚	1.94	100.0	2.08	107.2
生 油	埕	8.16	100.0	6.99	85.7
白 棉 花	擔	35.00	100.0	38.00	108.6
大 成 藍 布	疋	1.90	100.0	1.90	100.0
松 柴	擔	.33	100.0	.39	118.2
堅 炭	,,	1.92	100.0	2.08	108.3
梳 打	,,	2.50	100.0	2.77	110.8
比 價 總 計			1200.0		1284.4
指 數			100.0		107.0

在內，與綜合法相同，每項用為權數的數量即各物在基期1913年\$100可以銷售的重量表四一之例，即用下列之各種數量為權數。

金風雪	20.00擔
新興白	20.49擔
花羅粘	20.49擔

豬肉	434.78斤
牛肉	625.00斤
雞蛋	51.55百枚
生油	12.25罇
白棉花	2.86擔
大成藍布	52.63疋
松柴	30.30擔
堅炭	52.08擔
梳打	40.00擔

比價的簡單平均法之計算，經已決定其他十一年可以購得上列各數量之綜合的價值。1913之物價，上列數量各值 \$100，總值為 \$1200；1914之物價，上列數量之總值為 \$1284.4，此總值以12除之，即得表四四(8)行之指數：1913為100，1914為107.0餘類推。故比價無權數之平均，實際即實在物價的加權綜合數(Weighted aggregate of actual prices)，所謂相等權數者，乃各物用為權數的數量之價值，在基年1913各等於 \$100 的意思耳。

8. 比價的中位數 (Medians of Relative prices) 用中位數亦可得各年各比價之平均數。表四一之(6)行各比價，依大小之次序排列，可得下列分配表。

100,0	108,6
105,1	108,7
105,2	110,8
107,2	118,2
107,8	118,8

最細的比價為 85,7; 最大的為 118,8 中位數之值為 $(107,8+108,8) \div 2 = 108,0$, 此中位數即 1914 年之指數其他各年之指數併列於表四四之(4)行。

4. 比價的幾何平均法(Geometric Average of Relative Prices)

每一比價之公式為 $\frac{P_1}{P_0}$, n 比價之幾何平均的公式為

$$G = \sqrt[n]{\frac{P_1^I}{P_0^I} \times \frac{P_1^{II}}{P_0^{II}} \times \frac{P_1^{III}}{P_0^{III}} \dots} \dots \dots \dots \text{公式 27}$$

幾何平均數常用數(Logarithms)計算之, 上式變為

$$\text{Log } G = \frac{\text{Log} \left(\frac{P_1^I}{P_0^I} \right) + \text{Log} \left(\frac{P_1^{II}}{P_0^{II}} \right) + \text{Log} \left(\frac{P_1^{III}}{P_0^{III}} \right) + \dots}{n} \text{公式 28}$$

表四二即說明此法之計算, 各比價由表四一抄來。

$$1913 \text{ 之 } \text{Log } G = \frac{24}{12} = 2$$

$$G = 2 \text{ 之 antilog} = 100$$

$$1914 \text{ 之 } \text{Log } G = \frac{24,83808}{12} = 2,02817$$

$$G = 2,02817 \text{ 之 antilog} = 106,7$$

其他各年之結果總列於表四四之(5)行。

表四十二 比價的幾何平均法之計算

(1) 物 名	1913		1914	
	(2) 比價	(3) 對 數	(4) 比價	(5) 對 數
金風雪	100.0	2.00000	105.2	2.02202
新與白	100.0	2.00000	107.8	2.03262
花羅粘	100.0	2.00000	105.1	2.02160
豬 肉	100.0	2.00000	108.7	2.03623
牛 肉	100.0	2.00000	118.8	2.07482
雞 蛋	100.0	2.00000	107.2	2.03019
生 油	100.0	2.00000	85.7	1.93298
白棉花	100.0	2.00000	108.6	2.03583
大成藍布	100.0	2.00000	100.0	2.00000
松 柴	100.0	2.00000	118.2	2.07262
堅 炭	100.0	2.00000	108.3	2.03463
梳 打	100.0	2.00000	110.8	2.04454
對數總計	24.00000		24.83803	
平均對數	2.00000		2.02817	
指 數	100.0		106.7	

5. 比價的倒數平均法 (Harmonic Average of Relative Prices)

倒數平均法之性質，前已略說之。倒數平均法之倒數，乃計算所用各項之倒數的算術平均數。茲計算所用之各項，乃 $\frac{P_1}{P_0}$ 的比價，此比價之倒數為 $\frac{P_0}{P_1}$ 。on 比價之倒數平均數之公式為

$$\frac{1}{H} = \frac{\frac{P_0'}{P_1'} + \frac{P_0''}{P_1''} + \frac{P_0'''}{P_1'''} + \dots}{n}$$

$$\text{或 } H = \frac{n}{\sum \left(\frac{P_0}{P_1} \right)} \dots \dots \dots \text{公式 29}$$

下表四三即用此法計算者。

$$1918 \text{ 之 } H = \frac{12}{.12} = 100$$

$$1914 \text{ 之 } H = \frac{12}{.112838} = 106.3$$

其他各年之指數列於表四四之(6)行。

表四十三 比價的倒數平均法之計算

(1) 物 名	1918		1914	
	(2) 比價	(3) 倒數	(4) 比價	(5) 倒數
金 風 雪	100.0	.01	105.2	.009506
新 興 白	100.0	.01	107.8	.009276
花 蕉 粘	100.0	.01	105.1	.009515
豬 肉	100.0	.01	108.7	.009200
牛 肉	100.0	.01	118.8	.008417
雞 蛋	100.0	.01	117.2	.009328
生 油	100.0	.01	85.7	.011669
白 棉 花	100.0	.01	108.6	.009208
大 成 藍 布	100.0	.01	100.0	.010000
松 柴	100.0	.01	118.2	.008460
堅 炭	100.0	.01	108.3	.009234
梳 打	100.0	.01	110.8	.009025
倒數總計		.12		.112838
指 數		100.0		106.3

以上五法之計算，并無權數之應用，均謂之無權數的平均 (Unweighted Average)，但此名詞，亦易誤會。第一法物價綜合法的指數，用每單位之價格為權數，但不合於理。其他四法，用為權數的數量，是在1918年 \$100 可能購得的重量。五法各年之指數列表如下：

表四十四 簡單的物價指數比較表1913-1924

1918=100

(1) 年 份	(2) 綜 合 法	(3) 算 術 平 均	(4) 中 位 數	(5) 幾 何 平 均	(6) 倒 數 平 均
1913	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1914	105.1	107.0	108.0	106.7	106.3
1915	110.8	117.1	116.6	116.4	115.6
1916	115.7	122.8	122.8	122.0	121.2
1917	110.9	121.4	116.6	119.2	117.1
1918	123.8	130.9	125.6	129.3	127.9
1919	133.2	143.3	135.0	140.5	137.9
1920	133.4	147.4	136.9	144.3	141.3
1921	139.7	157.0	152.9	152.3	146.9
1922	144.2	169.5	164.7	162.3	155.2
1923	153.4	185.4	170.3	176.6	169.3
1924	167.1	214.5	188.4	198.1	186.0

第十節 簡單指數的比較

比價的四種平均數，互相接近，惟綜合法之指數則較遠，故綜合法對於測量物價之變動，無甚價值。算術、倒數及幾何之平均法之指數，則有相互的關係，均以同一性質之平均法之故。除基年外，幾何平均常細過算術平均，而倒數平均常細過幾何平均。物價之差異愈大，則其相差之數愈增，中位數僅用十二項平均，常覺不甚安穩，故與其他平均數之關係，亦常不一致。

各種不同之結果，應如何選擇之乎？此等無權數之指數，無一完備，惟其無權數，即不能測量指數內各物之比重，但除權數問題之外，各種測量物價變動的方法，亦可測量其適用與否。

第十一節 時間還原測驗

(Time Reversal Test)

斐雪教授 (Irving Fisher) 嘗用時間還原及因數還原以測驗計算指數之各種方式，時間還原之測驗，其步驟如下：——

1. 計算指數必有兩個時間，茲先用甲時間（或甲地點）為基期，得乙時間比價之平均；
2. 復用乙時間（或乙地點）為基期，得甲時間比價之平均；

8. 將此兩平均相乘，則此兩平均數，一平均應為他平均之倒數，故兩者相乘應等於一。若乘積多過或少過一，則該平均數即有偏重 (bias) 之弊。

茲假定 1913 之米價每擔 \$5.00, 1914 年每擔 10.00; 則 1914 之價應為 1913 之價之 200%; 1913 之價應為 1914 之價之 50%。一數為他數之倒數，故乘積 ($2.00 \times .50$) 等於 1。同理若指數之計算法表示一年之普通物價，為他年的 200%。還原計之亦當合理，則第一年之物價應為第二年的 50%。任何兩年之材料，同一方法計算，但基期互易，所得之兩指數應互為倒數，兩者乘積應為一。

茲將此種測驗，應用於上列五種方法，用 1913 及 1914 之物價計算，以 1913 為基年，各法之指數如下：

年份	綜合法	算術平均	中位數	幾何平均	倒數平均
1913	100	100	100	100	100
1914	105.0822	107.0383	108.05	106.7	106.85

以 1914 年為基年其結果如下 (參觀本章附錄一)

年份	綜合法	算術平均	中位數	幾何平均	倒數平均
1913	95.1686	94.0417	92.55	98.7299	93.4398
1914	100	100	100	100	100

第一表 1914 之指數乘第二表 1913 之相當指數即得

下表之數值。(得此等乘積將各指數列成比率不是百分數以計算)

綜合法	算術平均	中位數	幾何平均	倒數平均
1.0000	1.0666	1.0000	1.0000	.9937

時間返原測驗有三種方法適合算術平均及倒數平均則適應前者有偏高(Upward bias)之弊倒數平均則有偏低(Downward bias)之弊此種偏重之弊若無方法改正則此兩法不可用以編製指數。

第十二節 指數的權數

(Weighting)

編製物價指數,每一貨物應具相等的重要,抑或各有輕重軒輊之不同而應用權數乎?若用權數,其方法如何?應用於綜合法者亦可用於比價平均法(Average of relatives method)乎?各年均用同一權數,抑或應隨情形而變更乎?

權數的意義,不過某種貨物,於計算平均或總計時,應計算多過一次,其目的在令各物之影響於平均數與該物在指數內的實在重要相當。物價物量或物值均可為權數故加權方法可約分為三種:

甲.倍加物價權數法 (Multiple-quotation System of Weighting) 普通簡單算術平均法之指數對於比較重要的貨物,多用數個物價以代表權數,即是此法。

乙.物量權數法 (Physical-quantity method of Weighting) 乃用物量若干單位之數為權數乘每單位之物價,物價綜合法即用此法。(下第十三節)

丙.總值權數法 (Aggregate-Value 或 Proportion-of-total value methods of weighting) 若指數是比價的平均,則不能應用物量權數法,而用總值權數法,如生活費指數,其權數之大小,與每年家庭生計總數內之消費於該物者相比例。

表四五是生活費指數用總值權數計算者, B 行是家庭消費於各類的百分數, C 行是各類 1922 年六月與 1914 年六月物價之百分比,如食品為 142,即比較 1914 年增高 42%,燃料則為 184,茲欲令各類之權數與該類在家庭消費的重要相比例,遂將 C 行之數以 B 行各權數乘之,得 D 行之乘積,綜加之,以權數之和 100 除之,即得 1922 年六月之指數為 155.6,其他指數之計算同一手續。

組合物價指數若各以其總消費之比例為權數,其計算方法可總述如下:

1.各物價以基期 (Base-period) 之物價除之,並以百分數或比價代表其結果。

2.各比價以基年 (Base-Year) 消費之百分數的權數乘之。

3.總計各乘積。

4.以權數之和100除之,即得指數。

表四十五 總值權數的指數計算法

(美國國家實業研究社) 1914 = 100

A	B	C	D
消費品各類	家庭消費的 比重 (總計之百分數)	1922年六月與 1914年六月物 價之百分比	B×C之乘積
各類總計	100.0		15,557.6
食品	43.1	124	6,120.2
住宅	17.7	165	2,920.5
衣著	13.2	154	2,032.8
燃料	3.7	184	680.8
燈火	1.9	155	294.5
雜項	20.4	172	3,508.8

各比價若不用總消費之百分數相乘,而以基年各物之總值乘之,亦可得類似的結果。

總值比例法表示各物之比重,以比較的數目代表之。所謂總值 (Total-Value) 者,凡出產、消費、銷售或家庭消

費之總計皆是也。

總值加權的方法，斐雪 (Fisher) 教授復分之為四：

第一法 $P_0 Q_0$

第二法 $P_0 Q_1$

第三法 $P_1 Q_0$

第四法 $P_1 Q_1$

P_0 = 基本時期之物價

Q_0 = 基本時期之物量

P_1 = 計算時期之物價

Q_1 = 計算時期之物量

應用第一法簡單算術平均變為 Fisher 公式 8；再化為 Fisher 公式 5B，與物價的加權綜合法相同。

(公式號數見 Fisher: making of Index numbers)

$$\frac{\sum P_0 Q_0 \frac{P_1}{P_0}}{\sum P_0 Q_1} = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0}$$

應用第二法則成 Fisher 公式 5，再化為 Fisher 公式 5B

$$\frac{\sum P_0 Q_1 \frac{P_1}{P_0}}{\sum P_1 Q_1} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}$$

應用第三法則成 Fisher 公式 7，

$$\frac{\sum P_1 Q_0 \frac{P_1}{P_0}}{\sum P_1 Q_0} \dots\dots\dots \text{公式 30}$$

應用第四法則得 Fisher 公式 9

$$\frac{\sum P_1 Q_1 \frac{P_1}{P_0}}{\sum P_1 Q_1} \dots\dots\dots \text{公式 81}$$

權數應始終不變乎？抑每年更易之乎？權數乃表示比較重要的各物的比重，隨時變更，若許久不變，將失去比重的精神。若時時變，則同時有兩個變數（物價及權數），引入於計算之內，欲與前年比較，極不容易，故採用固定權數法以計算，每十年再更易一次，手續亦較簡。

貨物之數目增加，權數之應用漸減，因為大多數比價的簡單算術平均數與加權指數的結果，實際上無大分別，然並非謂權數無用也，實在每種指數均有權數在內，不過加入之方法不同耳，權數應用合理，總可增加指數之確度。

第十三節是實在物價綜合法之用物量為權數者，十四十五兩節是比價平均之用物值為權數者，並各舉例說之。

加權方法須用物量，茲先假定表四六以便計算。

表四十六 各物歷年數量表

年份	金鳳 (擔)	新與白 (擔)	花羅結 (擔)	豬肉 (斤)	牛肉 (斤)	雞蛋 (百枚)	生油 (担)	白棉花 (擔)	大成藍 布(疋)	松柴 (擔)	堅炭 (擔)	梳打 (擔)
1918	846	245	186	248	281	1412	182	246	18	486	112	114
1914	284	225	165	300	250	1500	140	240	10	480	105	120
1915	262	256	154	312	252	1450	152	255	12	500	110	135
1916	254	262	152	320	280	1365	140	260	11	510	120	180
1917	268	211	136	315	245	1340	165	280	14	490	125	115
1918	291	214	128	314	260	1400	148	245	10	470	186	125
1919	311	228	180	320	300	1480	150	211	9	488	148	180
1920	314	255	145	385	310	1420	160	212	8	450	116	145
1921	288	212	150	280	305	1500	155	240	8	510	114	140
1922	265	242	185	295	320	1650	140	205	10	542	125	150
1923	289	230	125	300	315	1540	150	208	9	530	185	155
1924	301	240	140	340	325	1440	165	211	8	520	140	160

附記 1. 上列各數以百萬為單位

2. 各數均是原數的以價計算

第十三節 物價的加權綜合法

(Weighted aggregates of prices)

實在物價，若用簡單綜合法計算之以得指數，其不合理，前已言之矣。若加入相當權數，則可免除此弊。若用基年之數量為權數，則加權綜合法之公式為

$$\frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \dots\dots\dots \text{公式 82}$$

美國勞工統計局即用此式，以計算物價指數。但用一年的數量，則非基年數量表四七即示此法之計算。

欲得之指數，由表四七(5)及(8)行綜計，並以比較之數表示之。無論何年，均可用為基年以計算。茲用1913之綜合數為基數，則1914之指數為106.5，其他各年並列於表五十之(2)行。

加權綜合法可不用基期之數量，而用擬算時期之數量為權數，其式為

$$\frac{\sum P_1 q_t}{\sum P_0 q_t} \dots\dots\dots \text{公式 83}$$

計算方法與上例同，不過每年之數量變換耳。所得各年之指數併於表五十之(3)行。

以上兩例，均用數量(Quantities)為權數。各年物價，與數量相乘，即得物價綜合數。若欲將各個之比價加入權數，則此法不能適用。必須以物價(Value)為權數，而結果乃

可比較，因物量單位，各各不同，而物值單位，均用銀元單位為代表，乃易於比較也。

表四十七 物價的加權綜合法之計算

物名 (1)	單位 (2)	1918年之物價 P ₀ (3)	1918權數 Q ₀ (4)	物價×權數 P ₀ Q ₀ (1918年之總值) (5)	1914年之物價 P ₁ (6)	1918權數 Q ₀ (7)	物價×權數 P ₁ Q ₀ (1914年之總值) (8)
金風琴	擔	5.00	346	1780.00	5.26	346	1819.96
新風琴	,,	4.88	245	1195.60	5.26	245	1288.70
花羅枯	,,	4.88	186	907.68	5.13	186	954.18
菸	斤	.28	248	57.04	.25	248	62.00
牛	,,	.16	281	36.96	.19	281	43.89
肉	,,	1.94	1412	2739.28	2.08	1412	2938.96
雞蛋	百枚	8.16	132	1077.12	6.99	132	922.68
油	擔	35.00	246	8610.00	38.00	246	9348.00
白糖	,,	1.80	13	24.70	1.90	13	24.70
藍布	,,	.33	486	160.38	.30	486	180.54
炭	,,	1.92	112	215.04	2.08	112	232.96
梳	,,	2.50	114	285.00	2.77	114	315.78
合計				17088.80			18189.35
指數				100.00			106.50

第十四節 比價的加權算術平均法

(Weighted Arithmetic Average of Relative Prices)

此種指數計算法，每一比價，各以相當權數乘之，乘積之和即以權數之和除之，其公式為

$$\frac{\sum P_0 Q_0 \frac{P_1}{P_0}}{\sum P_0 Q_0} \dots\dots\dots \text{公式 34}$$

表四八是此法之舉例。

1914 年之指數，與前節所得者相同，前節之方法，是實在物價的加權綜合法，權數是基年之物量，比價的加權算術平均數，則以基年之物值為權數，但其結果與綜合所得者相等，實際上兩式亦相同。

$$\frac{\sum \frac{P_1}{P_0} P_0 Q_0}{\sum P_0 Q_0} = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0}$$

表四十八 加權算術平均之計算

物名 (1)	1918比價 $\frac{P_0}{P_0}$ (2)	權數 (1918之總值) $P_0 Q_0$ (3)	比價 × 權數 $\frac{P_0}{P_0} \times P_0 Q_0$ (4)	1914比價 $\frac{P_1}{P_0}$ (5)	權數 (1918之總值) $P_0 Q_0$ (6)	比價 × 權數 $\frac{P_1}{P_0} \times P_0 Q_0$ (7)
金雞	100.0	1780.00	178000.00	105.2	1780.00	181996.000
新羅	100.0	1195.60	119560	107.8	1195.60	128865.680
花生	100.0	907.68	90768	105.1	907.68	95897.168
生油	100.0	57.04	5704	108.7	57.04	6200.248
花生油	100.0	86.96	8696	118.8	86.96	4990.848
生麻	100.0	2789.28	278928	107.2	2789.28	298650.816
生麻油	100.0	1077.12	107712	85.7	1077.12	92800.184
大成	100.0	8610.00	861000	108.6	8610.00	985046.000
藍布	100.0	24.70	2470	100.0	24.70	2470.000
藍布	100.0	160.88	16088	118.2	160.88	18956.916
藍布	100.0	215.04	21504	108.8	215.04	23288.882
打	100.0	285.00	28500	110.8	285.00	31578.000
合計		17088.80	1708880		17088.80	1814169.692
指數			100.0			106.5

第十五節 比價的加權幾何平均法

(Weighted Geometric Average of Relative Prices)

加權幾何平均法之計算與簡單幾何平均法相同，不過每比價之對數各以其權數乘之，乘積之和復以權數之和除之，所得結果即指數之對數，其式為

$$G_w = \sqrt[\sum P_0 Q_0]{\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{P_0 Q_0} \left(\frac{P'_1}{P'_0}\right)^{P'_0 Q'_0}} \dots\dots\dots \text{公式 85}$$

應用對數之公式為

$$\text{Log } G_w = \frac{P_0 Q_0 \text{Log } \frac{P_1}{P_0} + P'_0 Q'_0 \text{Log } \frac{P'_1}{P'_0} + \dots\dots}{\sum P_0 Q_0} \dots\dots\dots \text{公式 86}$$

表四九是此法計算之實例，其他各年的指數併列於表五十之(5)行

以上三種指數將如何以評判其優劣乎？應用時間還原測驗，此三種加權方法，均不適合，簡單幾何平均法雖合於時間還原測驗，而加權的，則不符合。若祇由此法以測驗，三者均不妥善，斐雪 (Fisher) 教授遂用第二方法，謂之因數還原測驗。

表四十九 加權幾何平均法之計算

物名	1914之比價 $\frac{P_1}{P_0}$	比價之對數 $\log \frac{P_1}{P_0}$	權數(1918之總值) $P_0 Q_0$	比價之對數×權數 $P_0 Q_0 \times \log \frac{P_1}{P_0}$
金	105.2	2.02202	1780.00	8498.03460
新	107.8	2.03262	1195.60	2480.20047
花	105.1	2.02160	907.68	1834.96589
蔞	108.7	2.03628	57.04	116.14656
牛	118.8	2.07482	86.96	76.98585
雞	107.2	2.03019	2789.28	5561.25886
生	85.7	1.93298	1077.12	2082.05142
油	108.6	2.03588	8610.00	17528.49680
花	100.0	2.00000	24.70	49.40000
布	118.2	2.07262	160.88	882.40680
織	108.3	2.03468	215.04	487.52684
袋	110.8	2.04454	285.00	582.69890
打				
合 計			17038.80	34529.92699
平均對數				.2.02655
指 數				106.3

第十六節 因數還原測驗

(Factor Reversal Test)

某年某一物之總值，即是物量乘單位物價之積；其式為 $P_0 \cdot Q_0$ 。一年之總值，與去年總值之比為 $\frac{P_1 q_1}{P_0 q_0}$ 。若由一年至他年，物價及物量均加倍，則比價 (Price Relative) 為 200，比量 (Quantity Relative) 為 200，而比值 (Value Relative) 為 400，第二年之總值為第一年之四倍。比值等於比價與比量之乘積。此種關係，在一種物品內，甚為顯明。其式為

$$\frac{P_1 q_1}{P_0 q_0} = \frac{P_1}{P_0} \times \frac{q_1}{q_0}$$

若用多種貨物，以計算由一年至他年物價指數之變動及物量指數之變動，則兩者乘積，等於第二年總值與第一年總值之比。

$$\text{物價指數} \times \text{物量指數} = \text{總值之比} = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_0}$$

若乘積不等於總值之比，則兩種指數至少必有一種差誤。

應用此法以測驗第一綜合法指數之由公式 $\left(\frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \right)$ 計得者，1913 為基年，1914 之值如下。

$$\text{物價指數} = \frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} = 106.46$$

物量指數亦可以用此式計算，不過將 Q 及 P 互易。

$$\text{公式變為 } \frac{\sum Q_1 P_0}{\sum Q_0 P_0}$$

此式內，分子及分母之物價因數相同，祇測量物量變動之影響，將十二種物值代入，即得（參觀附錄二）

$$\text{物量指數} = \frac{16568.60}{17038.80} = 97.21$$

$$\text{物價指數} \times \text{物量指數} = 106.46 \times 97.21 = 1.0348977$$

若物價增加 6.46% 物量減少 2.79%，則總值應增加 3.48 977% 或 3.49，但

$$\text{總值之比為 } \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_0} = 1.0342$$

兩者比較差 .07%（即 $103.49 - 103.42 = .07$ ）此公式不能符合於因數還原測驗。

再將此法測驗第二綜合法指數之由公式 $\frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}$ 計得者，仍以 1918 為基本，則 1914 之數值如下。

$$\text{物價指數} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} = \frac{17621.89}{16668.60} = 106.39$$

$$\text{物量指數} = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_0 P_1} = \frac{17621.89}{18189.85} = 97.15$$

$$\text{乘積} = 106.39 \times 97.15 = 1.033579 = 1.0336$$

此乘積與 1.0342 比較，仍有 .06% 之誤，方向亦與前不同。

加權幾何平均數亦不符合於因數還原測驗，簡單綜合法與幾何平均法的指數本無偏重之弊，若加入權數，即不符合，但必有權數指數方能代表精確的事實。以前討論之簡單及加權的，均不符合於此兩種基本的測驗。

斐雪教授已經將46個公式測驗，祇有簡單幾何平均、中位數、密集數及綜合法四個符合於時間還原測驗，無一符合於因數還原測驗者。

第十七節 標準公式

(Ideal Formula)

每變公式，若其差誤在相反的方向，若以幾何平均法平均之，即可免除上列之難點。斐雪教授曾應用此法以測驗所有之公式，有十三個公式可以符合時間及因數兩種還原測驗者，并以計算之精確及簡便，就中選擇一個以為標準。此標準公式乃上列兩種綜合法之幾何平均數公式如下：

$$\sqrt{\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0} \times \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}} \dots\dots\dots \text{公式 37}$$

此公式乃華爾希(C. M. Walsh)斐雪(Irving Fisher)辟古(A. C. Pigou)蒲蘭(Bowley)楊氏(A. A. Young)數人各自獨立研究而得同一之結果者。

用此式以計算指數，依上所用之例，極易求得。例如1914之指數為

$$\text{標準指數} = \sqrt{106.5 \times 106.4} = 106.42$$

此指數符合於時間及因數兩種還原測驗，并演算如下。

茲應用於前者

$$1914 \text{ 物價指數 (1913=100)} = 106.4$$

$$1913 \text{ 物價指數 (1914=100)} = 93.963$$

$$106.4 \times .93963 = .99976632 = 1.00$$

因數還原測驗應用於 1914 的材料，而以 1913 為基年，

則

$$\text{物價指數} = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}} = 106.42$$

$$\begin{aligned} \text{物量指數} &= \sqrt{\frac{\sum Q_1 P_0}{\sum Q_0 P_0} \times \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_0 P_1}} = \sqrt{\frac{16583.60}{17038.80} \times \frac{17621.89}{18139.35}} \\ &= \sqrt{.9721 \times .9715} = .9713 \end{aligned}$$

$$\text{物價指數} \times \text{物量指數} = 1.0642 \times .9713 = 1.03418956$$

$$\text{總值之比} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} = \frac{17621.89}{17038.80} = 1.0342213$$

物價指數與物量指數乘積與總值之比兩者比較，相差 0.003174% 而甚微。

$$\begin{aligned} &1.03422130 \\ \text{即} &\frac{1.03418956}{.00003174} \end{aligned}$$

兩種加權綜合法標準公式，及幾何平均數之以基年之值為指數者的指數，由 1913—1924 年，均列於下表五十。

表五十一 加權指數的比較

(1) 年 份	(2) 綜 合 法 基年物量為權數 $\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0}$	(3) 綜 合 法 計算年物量為權數 $\frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}$	(4) 標 準 公 式 (2)及(3)指數之幾何平均 $\sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}}$	(5) 加權幾何平均 基年物量為權數
1913	100.0	100.0	100.0	100.0
1914	106.5	106.4	106.4	106.8
1915	111.8	111.5	111.6	111.5
1916	116.8	116.6	116.7	116.5
1917	112.8	118.1	118.0	112.1
1918	123.5	123.5	123.5	123.2
1919	131.1	130.4	130.7	130.3
1920	133.2	132.8	133.0	132.4
1921	141.0	140.1	140.5	141.1
1922	141.9	140.6	141.2	139.5
1923	153.5	153.4	153.4	151.5
1924	167.3	167.4	167.4	163.7

第十八節 改換貨物之方法

貨物增加,如何乃不影響於指數之繼續性乎?消費或生產之習慣改變,新貨物發見,舊貨物輟用,編製者將何以令指數之適合於變動之情形,而仍可以與前期比較而得精確之結果乎?

若新貨物價,歷年均查得,則最精確者,即為將歷年指數從新再一計算,但新貨物價,往往不能查出從前的,而又極願加入以編製指數,採用比率方法(Ratio method)亦可得近似精確之數。

表五一 并列歷年十二種物價之數,其歷年算術平均之指數如下。(見表四四)

年 份	指 數	年 份	指 數
1913	100.0	1919	148.3
1914	107.0	1920	147.4
1915	117.1	1921	157.0
1916	122.8	1922	169.0
1917	121.4	1923	185.4
1918	130.9	1924	214.5

茲假定於1922年增加食鹽一種，以編製指數。但1921以前各年之鹽價，無從調查而1921年每包（200斤）\$8.80；1922年為\$9.00；1923年為\$10.50。

若欲用此物價以編製指數必須有一定的方法以1913為基年，以計算其比價為何，以便與其他12種貨物相比較。但1913之鹽價無從知之，於是假定鹽價1913與1921之關係與1921年之指數以1913為基年之關係相同。亦即謂1921年之鹽價為1913的157.0%，則1913推算的鹽價每包為\$5.61（ $\$8.80 \div 1.57 = \5.61 ）

用\$5.61為基年1913之鹽價，即得下列各年之比價。

年 份	物價(每包)	比 價
1913	5.61	100.0
1921	8.80	157.0
1922	9.00	160.4
1923	10.50	187.2
1924	11.00	196.7

此項比價，可與其他十二種貨物計算以得新指數。此法精確與否，全視乎1913與1921之鹽價與指數的關係。是否同一變動。

第十九節 刊布的形式

指數由比價計得者應以百分數之總計或平均以表示之，則閱者易於明瞭，因平均形式，可令閱者易於決定由基年變動的百分數。

物價綜合法的指數若為比較利便起見，計算至最終階段，亦應化為百分數而刊布之。

附錄一

1913與1914兩年比價表

物 名	單位	1913		1914	
		價格	比價	價格	比價
金風雪	擔	5.00	95.1	5.26	100
新與白	,,	4.88	92.8	5.26	100
花羅粘	,,	4.88	95.1	5.13	100
豬 肉	斤	.23	92.0	.25	100
牛 肉	,,	.16	84.2	.19	100
雞 蛋	百枚	1.94	93.3	2.08	100
生 油	罈	8.16	116.7	6.99	100
白棉花	擔	85.00	92.1	88.00	100
大成藍布	疋	1.90	100.0	1.90	100
松 柴	擔	.83	84.6	.88	100
堅 炭	,,	1.92	92.3	2.08	100
梳 打	,,	2.50	90.3	2.77	100

1. 綜合平均法

以基本年 1914 各物價之和，除計算年 1913 各物價

之和並以百分數表之即

$$\frac{6690}{7030} \times 100 = 95.1636$$

2. 算術平均數

以項數除比價之和即得

$$\frac{1128.5}{12} = 94.04167$$

3. 中位數

將比價依次排列得

84.2 84.6 90.3 92.0 92.1 92.3
92.8 93.3 95.1 95.1 100.0 116.7

依法取第六第七兩項相加除以 2 即

$$(92.3 + 92.8) \div 2 = 92.55$$

4. 幾何平均

1913 幾何平均指數計算表

(1914=100)

物 名	比 價	比價之對數
金 風 雪	95.1	1.9781805
新 興 白	92.8	1.9675480
花 羅 粘	95.1	1.9781805
豬 肉	92.0	1.9637878
牛 肉	84.2	1.9253121
雞 蛋	93.3	1.9698816
生 油	116.7	2.0670709
白 棉 花	92.1	1.9642596

大成藍布	100.0	2,0000000
松柴	84.6	1,9278704
堅炭	92.3	1,9652017
梳打	90.3	1,9556878
對數合計		23.6624809
平均對數		1.9718734
指數		93.7299

5. 倒數平均法

1918年倒數平均指數計算表

(1914=100)

物 名	比 價	比價之倒數
金風雪	95.1	.010515
新與白	92.3	.010776
花羅粘	95.1	.010515
豬肉	92.0	.010870
牛 肉	84.2	.011876
雞 蛋	93.3	.010718
生 油	116.7	.008569
白棉花	92.1	.010858
大成藍布	100.0	.010000
松柴	84.6	.011820
堅炭	92.3	.010834
梳 打	90.3	.011074
倒 數 合 計		.128425
指 數		93.4398

依公式以求指數

$$H = \frac{12}{.128425} = 93.4398$$

附 錄 二

物 名	P0 1913年之物價	Q1 1914年之權數	P0Q1 物價×權數	P1 1914年之物價	Q1 1914年之權數	P1 Q1 物價×權數
金鳳雪	5.00	284	1420.00	5.26	284	1498.84
新燕白	4.88	225	1098.00	5.26	225	1188.50
花羅粘	4.88	165	805.20	5.18	165	846.45
蒜 牛	.28	800	69.00	.25	800	75.00
雞 肉	1.16	250	40.00	.19	250	47.50
雞 蛋	1.94	1500	2910.00	2.08	1500	3120.00
生 油	8.16	140	1142.40	6.99	140	978.60
白 糖	35.00	240	8400.00	38.00	240	9120.00
大成藍布	1.90	10	19.00	1.90	10	19.00
松 柴	.33	480	158.40	.39	480	187.20
堅 菜	1.92	105	201.60	2.08	105	218.40
梳 梳	2.50	120	300.00	2.77	120	332.40
	Σ P0 Q1		16568.60	Σ P1 Q1		17021.89

附： Σ P0Q0=17038.80 }
 Σ P1Q0=18189.85 } (見表四七)

第十二章 中國現有之指數

我國現有之指數概別之如次。

1. 批發物價指數
2. 零售物價指數
3. 農產品物價指數
4. 生活費指數
5. 國際貿易指數
6. 外匯指數
7. 工資指數

第一節 批發物價指數

物價指數之目的，在根據正確之價格，比較其今昔之變遷。舉凡物價升降之緩急，貨幣購買力之消長，勞資爭

論之標準，人民生活之情形，外國貿易之趨勢，商情循環之研究，均與有密切之關係，故各國咸先後舉辦，計已編成指數者，其數目如下。

美國二十四種，德國九種，比利時六種，英國五種，瑞士及新西蘭各有四種，法日澳洲印度加拿大意大利西班牙瑞典各有三種，阿根廷布加利亞荷蘭挪威波蘭南非聯邦等國各有二種，丹麥芬蘭秘魯俄羅斯捷克斯拉夫匈牙利荷蘭東印度等國各有一種。

我國批發物價指數現在繼續編製者，計有：(一)上海躉售物價指數，(二)廣州批發物價指數，(三)華北批發物價指數，(四)南京漢口青島批發物價指數。

(一) 上海躉售物價指數

上海躉售物價指數前由財政部駐滬調查貨價局主編，該局歸併於國定稅則委員會後，仍由該會續辦，始於民國八年九月，以一九一三年二月為基期，採用算術平均法計算，及至民國二十年六月，重行修正，改以一九二六年全年平均物價為基期，採用簡單幾何平均法，所用物品及分類亦經更易如下。

類 別	物 品	物 品 項 數	物 品 百 分 數
1. 糧食	9	22	14.2
2. 其他食物	27	31	20.0

3. 紡織品及其原料	24	38	24.5
4. 金屬	12	12	7.7
5. 燃料	9	13	8.4
6. 建築材料	11	11	7.1
7. 化學品	10	10	6.5
8. 雜類	18	18	11.6
	119	155	100.0

編製內容及結果詳見該處出版之上海貨價季刊、上海物價月報及修正物價指數報告，茲列其各月指數為表五一及五二。

(二) 廣州批發物價指數

廣州批發物價指數由廣東省政府農工廳統計科主編，民國十四年七月，著手編製，由民國元年至十三年，是逐年的，十四年一月以後，是逐月的，以民國二年（一九一三）為基期，計算方法，初用算術平均法，後改用簡單幾何平均法，所用貨物及分類如下。

米類二〇種

其他食品類六五種

衣料類三四種

燃料類一四種

金屬及建築料類四一種

雜項二二種

共二〇五種。

編製內容及結果，詳見該處出版之統計彙刊統計彙報（半月刊）及農工旬刊茲列歷年指數為表五三，農工處撤消後，現由廣東建設廳續編。

（三） 華北躉售物價指數

華北躉售物價指數由南開大學社會經濟學院主編，民國十六年九月開始調查，十七年始將編製結果刊布。自民國二年至十六年，是逐年的，十七年一月至四月，是逐月的，五月起，是每週計算的，以一九二六年為基期，用簡單幾何平均法計算，所用物類如下。

食物類四一種

布疋及原料類一八種

金屬類一二種

建築材料類一二種

燃料類一二種

雜項五種

共一〇〇種。

編製結果詳於該校出版之南開統計週報表五四即其歷年之指數。

（四） 南京漢口青島批發物價指數

南京漢口及青島之批發物價指數均由國民政府工

商部統計科創編，該部裁併後，由實業部續辦，始於民國十九年一月，以該年（1930）為基期，採用簡單幾何平均法計算，用品分類及項數如下。

類 別	南 京	漢 口	青 島
食 料	43	48	50
衣 料	16	20	21
燃 料	10	15	9
金 屬	17	17	13
建 築 料	11		15
雜 項	9	11	13
	106	111	121

編製內容及結果詳見該部出版之物價統計月刊，茲列其指數為表五五。

第二節 零售物價指數

（一）南京零售物價指數

（甲）南京市農產品及日用品零售市價指數，由江蘇省政府農工廳統計科主編，民國十七年四月始將結果刊布，自十四年一月起，逐月編製，以十四年全年平均為基本價格，用算術平均法計算，所用物類為農產品十九種，日用品二十五種，共四十四種。

編製方法及結果，見該廳出版之農工公報第三期。

五六卽其逐月之總指數編已久矣。

(乙) 南京零售物價指數由工商部統計科主編。民國十七年該部成立著手編製。由民國十三年十月至十七年十二月之指數根據金陵大學之調查材料以編製。自民國十八年一月起由該部自行調查及編製。十九年一月則將此項工作移於南京市政府社會局辦理。至該年十二月亦遂編。

此種指數之編製以1926年爲基期。用簡單幾何平均法計算。用物及分類如下。

類 別	項 數
1. 食 料	
糧 食	13
蔬 菜	11
肉 食	10
藥 品	6
其 他 食 品	17
2. 服 用	12
3. 燃 料	14
4. 雜 項	10
	93

編製方法及結果見該部之工商半月刊第一卷第八號(民國十八年四月)及物價統計月刊表五七爲其歷年之指數。

(二) 北平零售物價指數

北平零售物價，由工商部工商訪問局主編調查物價始於民國十四年秋季，十七年九月將指數刊布，以1927年為基本年，用算術平均法計算，所用物類如下。

食品類 鮮蔬菜，食糧，調味，二一種。

服用類 棉花，本國布，日本布，一五種。

燃料類 燃燈油料二種。

共三八種。

編製內容及結果詳見該局出版之經濟半月刊第二卷第十八九期（十七年十月一日）茲列總指數成表五八

甘博 (S.D. Gamble) 及 孟天培 亦曾有 北平零售物價指數 之編製，刊於1926年六月之 Chinese Social and political Science Review，并有中文及英文單行本出版。

(三) 廣州市零售物價指數

廣州市零售物價指數 由廣州市政府統計股主編，自民國十五年至十七年，是逐年，十八年一月起，是逐月的，以1926年為基期，用簡單幾何平均法計算，所用物類如下。

類 別	項 數
1. 食 品	

米類	6
肉類	7
蔬菜	8
其他食品	10
2. 衣著	8
3. 燃料	4
4. 雜項	7
	50

編製結果見該府出版之統計周報及工商部出版之物價統計月刊(民國十九年十二月份)表五九即列其歷年之指數。

(四) 河北省各縣零售物價指數

此項指數由河北省實業廳編製省中有三十六縣均各編一指數以民國十八年五月至十二月之平均物價為基數用簡單幾何平均法計算用品之分類如下。

類 別	項 數
食 物	由 19 至 28 種
服 用	由 4 至 11 種
燃 料	由 3 至 7 種
雜 項	由 2 至 3 種

編製結果見該廳出版之河北物價指數季刊。

第三節 農產品物價指數

(一)廣州市農產批發物價指數 由廣東農工廳統計科編製以民國十二年(一九二三年)全年平均為基期,用簡單幾何平均計算,所用物類如下。

米類十九種,油類六種,蔬菜類四八種,豆類七種,畜類十一種,糖類二四種,絲類四種,共一三六種。

編製結果詳見該廳出版之統計彙刊統計彙報及農工旬刊指數見表六十。

(二)華北農產批發物價指數 即南開大學編製舊售物價指數之一部,所用物品共二十九種,指數見該校出版之南開統計週報表六一即其歷年之指數。

(三)南京農產零售物價指數 即江蘇農工廳編製農產品及日用品零售市價指數之一部,所用物品共十九種,指數見表六二。

(四)南京糧食批發物價指數 此指數由南京市政府社會局編,以一九二九年一月為基期,用簡單幾何平均法計算,用品如下。

類 別	項 數
米	39
麥	7
麵	10
稻	6
豆	10
	72

編造結果見工商部出版之物價統計月刊(民國十九年十二月份)

第四節 工人生活費指數

(一) 北平生活費指數

此指數由北平社會調查所主編，民國十八年一月刊布，由民國十五年一月起，逐月編製，以1927年為基期，用加權綜合法計算，以物量為權數，所用物類如次。

類 別	物 品 項 數	總指數中各類基 年物值之比重
1. 食 物		56.3%
米 麵	6	
蔬 菜	11	
油及調味	3	
肉 類	3	
2. 燃 料	4	7.5%
3. 衣服材料	7	10.8%
4. 房 租	1	11.6%
5. 雜 項	3	14.2%
共 計	38	100.0%

編製結果，見該所出版之北平生活費指數月報卷六三即列其各月之指數。

(二) 天津生活費指數

此指數由南開大學經濟學院編製以1926年為基期，採用加權綜合法計算，由1926年一月起逐月編製，及至1930年六月起每週編製，用物之分配如次。

類別	物品項數	基年物值	基年物值之比重
1. 食物			
米麵雜糧	8	\$ 69,001	46.05
蔬菜	11	12,982	8.66
調味	8	7,257	4.84
肉類	8	6,999	4.67
2. 服用品	6	9,302	6.21
3. 燃料及水	5	21,148	14.11
4. 房租	1	23,160	15.46
	37	149,849	100.00

編製結果見該校出版之南開統計週報及經濟統計季刊，并列其指數於表六三。

(三) 上海生活費指數

(甲) 財政部國定稅則委員會編製者，民國十九年六月刊布，以1926年為基期，即由該年一月起逐月編製，採用加權算術平均法計算，所選物品及其權數有如下表

選入指數之物品及其權數

物 品	權數 (即平均等成年 男子數3.78之工 人家庭每家全年 消費值)單位： 銀幣大洋一角	物 品	權數 (即平均等成年 男子數3.78之工 人家庭每家全年 消費值)單位： 銀幣大洋一角
食物類		衣著類	
白米	998	棉花	14
麵粉	114	粗布	33
線粉	15	細布	49
青菜	108	花標	12
菠菜	11	細斜紋布	37
鹹菜	25	線呢	30
豆芽	28	棉直貢呢	24
葱	16	長統線襪	25
蕃芋	14		<hr/>
蘿蔔	27	房租	合計224
黃豆	24	單幢住房	251
豆腐	89	燃料類	
花生	5	木柴	218
豆油	146	煤球	24
醬油	47	煤油	47
白糖	15	火柴	4
鹽	26		<hr/>
豬肉	120	雜類	合計293
牛肉	28	香烟	78
鮮魚	78	紹酒	37
鹹魚	12	茶葉	10
雞蛋	15	肥皂	14
雞蛋	24	牙粉	1
雞蛋	3	毛巾	6
	<hr/>		<hr/>
合計	1,988	總計	合計146
			<hr/>
			2,902

編製結果見該會出版之上海物價月報及“上海生活費指數”之內并列其總指數於表六三之第四行。

(乙)上海市工人生活費指數 由上海市社會局編製以1926年為基期,用加權綜合法,以各物之消費量為權數自該年一月起,逐月編製指數中所應包括的物品及權數均根據於305家滿足十二個月(民國十八年四月至十九年三月)之家庭記賬而選用。

類 別	物品項數	調查期內平均 每家消費數	百分比
食 物	31	\$241.54	53.2
衣 著	11	37.83	8.3
房 租	3	34.01	7.5
燃 料	8	29.00	6.4
雜 項	7	112.00	24.6
	60	454.38	1000

編製說明及結果,詳於該局出版之“上海市工人生活費指數”(民國二十一年六月),指數列於表六三之第五行。

(四) 南京生活費指數

此指數由南京市政府社會局編製該局於民國十八年十月至十九年三月舉行家計調查即以期內各物每家消費值為權數,以1930年為基期,採用加權算術平均法計算,用物之分配如次——

類 別	物品項數	每類消費值之百分數
1. 食料		55.4
糧食	5	
蔬菜	6	
肉食	7	
其他食品	13	
2. 服用	11	4.9
3. 燃料	7	7.7
4. 雜項	9	22.6
5. 房租	1	9.4
	59	100.0

編製內容及結果見該局出版之“南京社會”及實業部之物價統計月刊并列其指數於表六三。

第五節 國際貿易指數

(一) 國際貿易指數財政部駐滬調查貨價局編製者有四種。

1. 上海輸出物價指數

2. 上海輸入物價指數

此兩種指數民國十四年編成刊布。由民國十四年七月始逐月編製，以1913年二月為基期，用連鎖制(環比法)計算。“緣各貨輸入輸出之衰旺常有變遷適用此制，更換時僅須查前月之價，而無須遠求標準時期之價，所以

便於新陳之代謝”至民國二十年六月，則改用固定制，以1926年為基期，公式仍用加權算術平均法，其公式為

$$\text{指數} = \frac{\sum W \frac{P_1}{P_0}}{\sum W}$$

W = 加權係數 (Weighting Coefficients) 即 1925, 1926, 1927 三年平均輸出價值或輸入淨價值。

P_1 = 擬算時期 上海 之躉批發市價，每月調查二次而平均之。

P_0 = 1926年 上海 之批發市價之全年平均數。

Σ = 總和之符號。

所用之貨物分為原料品、生產品、消費三類，以1925, 1926, 1927之三年平均價值在關銀五十萬兩以上者為選擇之範圍，但如鴉毛、帽繩、機器枕木之市價不易調查者；如駝絨、草蓆之市價季節變動過劇者；如羊毛皮之品質參差難定標準者，又如關冊所載未列名各品之界限不清者，則為例外，所選者如下表：——

	輸 出			輸 入		
	物價項數	數權 ×	權數 百分數	物價項數	權數 ×	權數 百分數
原料品	33	3,269	49	13	1,538	22
農產	19	2,246	33	3	1,128	15
動物產	7	471	7			
林產	2	104	2	5	120	2

礦產	5	448	7	5	340	5
生產品	12	2,080	31	42	1,406	19
消費品	21	1,327	20	54	4,239	59
合計	66	6,676	100	109	7,233	100

×單位為關銀十萬兩

編製說明詳見該局出版之修正上海物價指數報告 (民國二十年六月)。歷年之指數見上海貨價季刊及上海物價月報均該局出版茲列其指數成表六四及表六五。

3. 增補上海輸入物價指數。

財政部駐滬調查貨價局，為供修改進口稅則之參考起見，“欲於各類物價之高下，現行稅率之虛實，及修改後關稅收入之盈絀，亦不難先得其大略。”遂更編一增補上海輸入物價指數 (Index number of Supplementary Import Prices in Shanghai)

編製之法“一以現行進口稅則為對象，例如物品分類，物品次序，及標準年度等皆是所略為變遷者，稅則都凡十五類，而此則僅有十四類，以第十五類為未列名貨類，悉屬從價課稅品”故也。民國十四年九月編成刊布，由民國十二年一月起逐月編製指數，以1922年為基本年，以此指數表之宗旨，“重在估算稅率，明示此後物價究比

修改稅則時相差幾何，而不在後此各年間之相互的比較，”故標準年度不用連鎖的而用固定的，計算公式亦為

$$\text{指數} = \frac{\sum V \frac{P_1}{P_0}}{\sum V}$$

V= 加權數量，即標準年度1922年之全國進口之貨值。

P_1 = 擬算各月上海批發市價

P_0 = 1922全年之平均市價

“物品之選擇，即以1922之貿易額為準，凡全國進口額在關銀五十萬兩以上者悉予採入，所除外者，祇(一)到貨無常如洋麥洋麵，(二)無蘊批市面如車輛機器船艇，(三)上海進口無多如日本布，生牛皮，藤皮，(四)貨目籠統如傢具，乾鮮菜蔬等類而已，其有進口額不及五十萬，而所隸類目，別無大宗之物品可資選列者，亦酌量採入，以免闕漏，如石棉粉，螺甸鈕扣，絲質金線之類是也。每個物品，各系以標準品自一種乃至二或三種，大抵以進口最多，銷行最廣者為上選，總計全表所列物品凡一百二十三，物價二百一十八。”

類次	類名	權數百分率	物品數	物價數
1.	棉花及棉貨類	36.8	21	46
2.	麻細麻絲呢絨貨類	2.9	10	14
3.	五金類	6.6	18	32
4.	食品飲料草藥類	16.7	20	32
5.	烟草類	6.7	3	5
6.	化學產品及染料類	5.2	8	13
7.	燭膏油皂漆蠟等類	12.5	8	9
8.	紙等類	2.4	2	4
9.	生熟獸畜產類	1.3	2	4
10.	木材及木等類	2.7	5	9
11.	煤等類	1.7	1	4
12.	磁器,搪磁器,玻璃等類	1.0	4	7
13.	泥土製成物等類	.6	1	2
14.	雜貨類	2.9	20	32
15.	其他類	100	123	218

編製內容見該局出版之增補上海輸入物價指數(1925年出版),茲列其指數為表六六。

4. 上海輸入貨物關價指數。

此指數表亦於民國十四年九月編成刊布。自民國十二年，起每季編一指數，以1922年平均價為100。計算公式、權數及貨物分類均與上述之增補上海輸入物價指數同。不過此指數則用海關進口每季之價格，物品共一百零六，物價二百八十四耳。編製內容及指數詳見上海輸入貨物關係指數表內，(該局1924年九月出版)茲列其總指數如下：

時期	總指數 (1922=100)
1923 第一季	100.1
第二季	99.2
第三季	100.6
第四季	98.9
1924 第一季	96.0
第二季	91.4
第三季	95.8
第四季	93.3
1925 第一季	95.9

(二) 國民政府工商部 根據海關歷年華洋貿易總冊，於民國十七年四月，著手編製下列各指數。

1. 輸出物價指數
2. 輸出物量指數

3. 輸出物價指數

4. 輸入物價指數

5. 輸入物量指數

6. 輸入物價指數

由民國元年起逐年編製，以1926年為基年，用連鎖法計算採用加權綜合法之公式，例如

$$\text{輸出物量指數} = \frac{\sum Q_t P_m}{\sum Q_0 P_m}$$

Q_t = 擬算年輸出之物量

Q_0 = 基本年輸出之物量

P_m = 權數，1912-1920之指數，用1912, 1913, 及1914三年全國輸出物價之平均數為權數；1921年以後，則用1923, 1924及1925三年之平均數為權數。

所用貨物分為原料品、生產品、消費品三類，以見各類物品供求狀況之各別原因。輸出之總值約佔全國輸出百分之七十七，輸入的約佔百分之六十二。所用之貨品如下表。

類別 品別	輸出之物數	輸入之物數
原料品	41	19
生產品	11	17
消費品	24	26
合計	76	72

編製說明及指數詳見該部出版中國輸出貿易指數表及中國輸入貿易指數表茲列其總指數成表六七及表六八。

(三)中國六十年進出口物量指數物價指數及物物交易指數(1867-1927)由天津南開大學社會經濟研究委員會編製物量及物價之指數計所編製者有兩種指數第一為未調節指數(unadjusted index)即以固定某年之進出口物量或物價為基數除各計算年之進出口物量或物價而得其百分率者是也第二種指數則不同因第一種指數未曾顧及所有經濟界現象實際上應有之常度的變遷此種常度之增減對於一國之經濟上固不生若何影響然大於或小於常度之增減則影響於經濟狀況者甚鉅故必須以統計方法分析之求得其對於常度趨勢之離中差始能表現中國國外貿易之真正變遷此即吾人所謂調節指數(Adjusted index)也。

未調節指數之編製取材來源為海關貿易總冊其直接列入之物品約值貿易總值三分之二以上其未列入之物品假定其物價變遷之趨勢與已列入者相似法先“用直接列入計算中之物價編製指數復以其所得之物價指數除未直接列入計算中之物品總值即得未直接列入計算中物量之估計。”

“先用連環基期之計算方法即以上期之量或價爲本期之基量或基價；本期之量或價爲下期之基量或基價，分算每期之連鎖物量與物價指數，然後以1913年之指數爲基數，等於一百，前後逐一相乘，成一連接指數。”計算公式採用標準公式。

調節指數即對於經濟現象中之恆差視爲常態的變遷，先以二次方程之拋物曲線以決定其恆差，“次移平此拋物曲線作爲100%，以其爲常態之變遷，再以進出口物量與物價之未調節指數，計算其對此曲線之百分數，所得結果，即代表各年進出口物量與物價之調節指數，而以代表其恆差之曲線等於一百爲基數也。”

物物交易指數有二：即總數的物物交易指數與淨數的物物交易指數。總數的即以一國輸入之總數與其輸出之總數相互比較，法以進口物量指數除出口物量指數而得之淨數的則僅包括以貨易貨之物品，即以“出口物價指數除進口物價指數而得之，蓋自進出口物價指數可知某年進出口物價是否高於或低於基年之進出口物價，設某年之進出口物量相同，則觀察物價之漲落，即能確定其物量之增減，物價之升降，既能明示物量變遷之方向，即足表示物物交易淨數之漲落。”

編製內容及結果詳見該校出版之經濟統計季刊并

列其指數於表六九。

第六節 外匯指數

1. 上海外匯指數曾由馮柳堂氏編製發表於十六年商報元旦增刊，為民國元年至十五年之指數和各種比價，復將該項指數之著作權讓於上海農工商局（今改為社會局）由該局按月編製發表。

此指數包含英美日法四國之匯價，用加權算術平均法計算，即以該國對華之貿易數額為權數，以1913全年平均為基數，歷年指數見表七〇。

2. 天津外匯指數由天津南開大學社會經濟研究委員會主編，由1898年以來逐月編製，包含英美法日四國之匯價，以1913年為基年，以其全年之平均匯價為基價，用加權綜合法計算其公式為

$$\frac{\sum P_1 T_1}{\sum P_0 T_1}$$

P_1 = 計算期之匯價

P_0 = 基年之匯價

T_1 = 計算期先年全年之物品檢出入額

編製內容及歷年指數詳見清華學報第四卷第二期“天津三十年外匯指數及外匯循環”，南開統計週報，並將近年之指數刊布，及至民國十八年一月，復用同一方

法編製上海對外匯率指數

民國二十一年九月，復將津滬每週外匯指數加以修正，指數中之外匯市價，仍以每單位外幣合行化銀或規元若干兩以表示之。惟權數所用之貿易值，則改用外國貨幣以為單位。

R_0 為基年每單位外幣合行化銀或規元之市價；

R_1 為某年每單位外幣合行化銀或規元之市價；

T_i 為計算指數以前一年以海關兩計算之中國對各國直接進出貿易總值；

R_i 為計算指數以前一年關冊所載每單位外幣合海關兩之市價，則

$$\text{外匯指數} = \frac{\sum \frac{T_i}{R_i} R_1}{\sum \frac{T_i}{R_i} R_0}$$

“式中 $\frac{T_i}{R_i}$ 即為以外幣計算之各國直接對華進出口貿易總值， $\frac{T_i}{R_i} R_0$ 及 $\frac{T_i}{R_i} R_1$ 即為此種貿易值在基年與某年合行化銀或規元之數。指數結果即示：年與各國直接對華貿易值相等之一組匯票在某年與基年所合規元或行化銀數量之比率，此即外匯指數指示津滬對外匯率之平均變遷者也。經此更正各國匯率在指數中所佔之比重，乃完全與上一年各國對華直接貿易數值之多

算成比例，而與各國貨幣單位之大小無關。”

基期亦改用 1930 年，以爲以後計算之標準，并列兩基年之指數於表七一 A 及表七一 B。

第七節 工資指數

工資指數之編製有兩種，一爲工資率指數 (Index numbers of wage Rates)；一爲實際所得指數 (Index numbers of actual earnings)。編製之目的，在表示工資爲生產費之一種而顯明其異時異地之升降者，則採用工資率爲材料，而依工業分類 (By Industries) 而編製之。若目的在測量工人生活程度之變遷，及觀察國家財富之分配，則宜用工人實際所得爲材料而依職務分類 (By occupations) 而編製之。

計算公式：簡單者以算術平均法爲最普通，中位數與綜合法亦均可用，但不如幾何平均法之較善。加權的可用加權綜合法之公式。

(一) 廣州市工資指數 是工資率指數，民國十五年由廣東農工廳編製，由民國元年至十六年逐年編製，以民國二年爲基年，採用簡單幾何平均法計算，分爲飲食、茶煙藥材、織染、衣著、建築木料、金屬、玻璃、運輸、機器、店員、皮業文具、影球、衛生娛樂用品、雜項、交通等二十類，每類編

一指數并綜合編成一總指數。

(二)上海市工人實際收入指數 由市政府社會局編製，依工業分類為紡織工業，化學工業，機器工業，食品工業，水電印刷等，計算用加權綜合法，以1930年為期年，指數尚未刊布。

(三)國內主要城市之工資指數 民國十九年由工商部編製，每一城市以某類工人最多之工資為代表，以民國十五年為基年，由十五年至十九年逐年編製之，調查之城市為無錫，南通，蘇州，武進，宜興，江都，鎮江，杭州，甯波，嘉興，蕪湖，安慶，九江，南昌，漢口，武昌，青島，廣州，梧州，順德，福州，南京各處，編製結果見該部出版之歷年工資統計表（民國十九年印行）。

表五十二 修正上海舊物價指數表

1926=100

年	1921	1922	1923	1924	1925	1926	1927	1928	1929	1930	1931	1932
月	民國十年	十一年	十二年	十三年	十四年	十五年	十六年	十七年	十八年	十九年	二十年	二十一年
1	102.9	100.9	100.9	101.6	98.2	97.9	103.2	101.0	101.7	108.8	119.7	119.9
2	105.5	101.6	108.8	100.8	97.9	99.0	108.1	102.2	108.2	111.8	127.4	—
3	106.2	101.8	104.1	99.1	97.6	98.2	104.7	102.4	104.1	111.8	126.1	—
4	105.9	100.6	108.2	98.6	97.9	99.4	105.2	102.9	108.1	111.2	126.2	118.2
5	105.2	99.2	102.0	97.2	99.9	98.1	104.1	108.0	102.6	111.0	127.5	117.4
6	105.4	97.2	100.8	96.9	99.6	97.9	108.9	101.7	108.0	117.5	129.2	115.5
7	105.0	97.6	100.8	96.4	108.2	98.0	104.5	100.8	108.4	120.4	127.4	118.7
8	105.8	96.1	99.9	96.7	101.7	97.9	104.8	99.8	104.8	119.6	130.8	111.8
9	105.5	95.0	102.1	96.4	100.5	99.2	106.2	98.9	106.6	118.4	129.2	—
10	102.6	96.2	101.7	96.5	99.4	108.0	104.9	101.2	107.0	115.4	126.9	—
11	102.5	97.5	102.8	97.2	95.8	105.8	108.1	101.4	108.1	114.1	124.8	—
12	102.1	99.5	102.6	96.9	97.6	105.5	101.7	101.6	105.5	118.6	121.8	—

表五十三 廣州批發物價指數表

1913=100

年 月	指 數	年 月	指 數	年 月	指 數
1912元	98.0	六 月	170.0	十二 月	164.5
1913二	100.0	七 月	168.7	1929十八 年	—
1914三	103.6	八 月	167.7	一 月	165.4
1915四	111.8	九 月	170.9	二 月	165.8
1916五	118.7	十 月	171.0	三 月	167.4
1917六	128.2	十一 月	175.4	四 月	165.7
1918七	128.4	十二 月	175.6	五 月	168.2
1919八	132.9	1927十六 年	178.0	六 月	167.8
1920九	132.4	一 月	172.4	七 月	167.2
1921十	140.5	二 月	171.1	八 月	168.8
1922十一	146.6	三 月	171.8	九 月	167.1
1923十二	153.1	四 月	170.6	十 月	167.5
1924十三	162.0	五 月	169.8	十一 月	167.2
1925十四	172.0	六 月	169.7	十二 月	167.8
一 月	163.8	七 月	174.3	1930十九 年	—
二 月	163.4	八 月	175.4	一 月	170.3
三 月	164.1	九 月	174.9	二 月	171.7
四 月	166.5	十 月	174.7	三 月	172.0
五 月	170.6	十一 月	175.7	四 月	173.7
六 月	175.4	十二 月	177.0	五 月	173.6
七 月	179.3	1928十七 年	167.2	六 月	176.0
八 月	180.3	一 月	176.6	七 月	178.1
九 月	181.2	二 月	171.6	八 月	177.9
十 月	179.5	三 月	—	九 月	179.7
十一 月	172.5	四 月	—	十 月	177.0
十二 月	168.3	五 月	—	十一 月	177.0
1926十五 年	171.8	六 月	—	十二 月	176.7
一 月	170.3	七 月	—	1931二十 年	—
二 月	174.0	八 月	—	一 月	186.3
三 月	173.7	九 月	—	二 月	188.7
四 月	173.5	十 月	—		
五 月	172.8	十一 月	165.0		
		十二 月	165.0		

表五十四 華北批發物價指數表

1926=100

時 期	指 數	時 期	指 數
1913	67.18	Oct. 十 月	111.89
1914	66.38	Nov. 十一 月	111.10
1915	68.74	Dec. 十二 月	110.66
1916	74.29	1980	116.85
1917	80.05	Jan. 一 月	111.27
1918	82.17	Feb. 二 月	114.60
1919	81.00	Mar. 三 月	114.02
1920	89.48	Apr. 四 月	118.40
1921	88.91	May 五 月	114.79
1922	86.68	June 六 月	118.61
1923	90.26	July 七 月	120.63
1924	93.41	Aug. 八 月	120.15
1925	97.23	Sept. 九 月	118.32
1926	100.00	Oct. 十 月	116.03
1927	103.02	Nov. 十一 月	115.00
		Dec. 十二 月	114.49
1928	107.93	1981	122.55
Jan. 一 月	106.63	Jan. 一 月	118.21
Feb. 二 月	107.07	Feb. 二 月	122.23
Mar. 三 月	108.53	Mar. 三 月	124.40
Apr. 四 月	108.68	Apr. 四 月	124.51
May 五 月	108.34	May 五 月	124.98
June 六 月	108.67	June 六 月	124.76
July 七 月	109.61	July 七 月	123.80
Aug. 八 月	106.81	Aug. 八 月	123.80
Sept. 九 月	106.23	Sept. 九 月	123.51
Oct. 十 月	103.00	Oct. 十 月	121.31
Nov. 十一 月	103.49	Nov. 十一 月	120.54
Dec. 十二 月	108.60	Dec. 十二 月	119.37
1929	111.68	1982	
Jan. 一 月	111.20	Jan. 一 月	117.70
Feb. 二 月	112.66	Feb. 二 月	119.90
Mar. 三 月	112.69	Mar. 三 月	118.14
Apr. 四 月	110.68	Apr. 四 月	118.75
May 五 月	109.39	May 五 月	116.99
June 六 月	110.40	June 六 月	114.95
July 七 月	111.86	July 七 月	112.37
Aug. 八 月	111.73	Aug. 八 月	111.29
Sept. 九 月	111.82		

表五十五 南京漢口青島批發物價指數表

1930=100

年 月	地 別 指 數	南 京 漢 口 青 島		
		南 京	漢 口	青 島
民國十九年	1930	100.0	100.0	100.0
一 月	Jan.	96.6	93.0	96.0
二 月	Feb.	102.7	91.7	94.3
三 月	Mar.	98.6	95.2	96.9
四 月	April	97.8	97.9	100.3
五 月	May	96.5	97.8	98.5
六 月	June	101.1	102.3	99.5
七 月	July	102.6	102.7	103.3
八 月	Aug.	103.3	103.3	101.6
九 月	Sept.	99.3	103.6	102.6
十 月	Oct.	97.4	101.1	101.3
十一 月	Nov.	97.8	100.4	100.3
十二 月	Dec.	100.3	103.3	99.9
民國二十年	1931	105.5	114.2	107.6
一 月	Jan.	102.7	106.7	100.9
二 月	Feb.	104.0	112.0	103.3
三 月	Mar.	105.5	118.1	107.4
四 月	April	105.6	113.1	108.7
五 月	May	103.8	113.3	117.9
六 月	June	101.9	112.6	107.5
七 月	July	103.5	111.9	106.7
八 月	Aug.	106.4	—	108.0
九 月	Sept.	103.9	119.9	108.2
十 月	Oct.	107.9	117.4	108.0
十一 月	Nov.	103.3	117.6	107.0
十二 月	Dec.	107.6	118.3	107.3
民國廿一年	1932			
一 月	Jan.	108.4	116.9	105.6
二 月	Feb.	108.9	117.6	106.1
三 月	Mar.	109.2	118.4	105.1
四 月	April	101.9	117.5	105.3
五 月	May	101.5	113.2	105.2
六 月	June	101.4	111.7	105.1
七 月	July	102.0	109.8	104.2
八 月	Aug.	102.1	103.6	103.1

表五十六 南京市農產品及日用品零售市價指數表

十四年平均=100

月	1925 民國十四年	1926 民國十五年	1927 民國十六年
1	96.0	108.2	128.8
2	97.8	109.2	180.9
3	96.8	110.8	182.7
4	101.2	108.7	186.8
5	99.9	109.4	182.5
6	102.2	117.0	126.2
7	108.0	105.4	146.7
8	108.1	114.5	152.8
9	101.1	120.6	152.2
10	99.9	118.2	148.9
11	97.4	117.9	184.9
12	101.7	125.8	128.9

表五十七 南京零售物價指數表

1926=100

時 期	指數	時 期	指數	時 期	指數	
民國十三年十月		十月	103.4	十二月	Dec.	123.0
十三年十一月		十一月	99.9	十二月	Dec.	123.0
十三年十二月	79.8	十二月	101.6	十八年	1929	
十一年十月	77.3	十二月		一月	Jan.	133.8
十一年十一月		十二月		二月	Feb.	131.9
十一年十二月	77.9	十二月		三月	Mar.	128.1
十四年一月		十六年	1927	四月	Apr.	126.3
十四年二月		一月	110.1	五月	May	122.1
十四年三月	81.5	二月	111.7	六月	June	125.7
十四年四月	84.7	三月	114.8	七月	July	123.6
十四年五月	87.7	四月	118.0	八月	Aug.	121.7
十四年六月	90.6	五月	113.0	九月	Sept.	132.8
十四年七月	87.7	六月	126.2	十月	Oct.	126.5
十四年八月	89.3	七月	126.2	十一月	Nov.	123.5
十四年九月	95.9	八月	134.4	十二月	Dec.	140.1
十四年十月	95.9	九月	135.2	十九年	1930	
十四年十一月	90.5	十月	125.6	一月	Jan.	144.5
十四年十二月	88.6	十一月	114.5	二月	Feb.	139.6
十五年一月	87.1	十二月	114.0	三月	Mar.	140.9
十五年二月	86.0	十二月		四月	Apr.	138.7
十五年三月	88.6	十七年	1928	五月	May	135.1
十五年四月		一月	119.8	六月	June	129.2
十五年五月	90.2	二月	126.2	七月	July	138.8
十五年六月	96.7	三月	129.1	八月	Aug.	133.7
十五年七月	97.2	四月	128.5	九月	Sept.	130.6
十五年八月	93.9	五月	121.5	十月	Oct.	130.4
十五年九月	96.3	六月	120.3	十一月	Nov.	126.0
十五年十月	100.2	七月	121.2	十二月	Dec.	127.7
十五年十一月	95.2	八月	119.7			
十五年十二月	98.9	九月	120.3			
十六年一月	102.1	十月	119.3			
		十一月	121.4			

表五十八 北平零售物價指數表

1927年平均價=100

年 月	指 數
十五年十二月	102.46
十六年一月	101.50
二月	102.12
三月	101.86
四月	102.09
五月	99.21
六月	98.19
七月	98.91
八月	98.46
九月	99.40
十月	97.81
十一月	99.18
十二月	98.55
十七年一月	99.06
二月	99.19
三月	102.72
四月	99.39
五月	96.72
六月	101.57

表五十九 廣州市零售物價指數表

1926=100

時	期	指 數
十五年	1926	100.0
十六年	1927	103.8
十七年	1928	107.6
十八年	1929	
一月	Jan.	107.8
二月	Feb.	108.7
三月	Mar.	108.8
四月	Apr.	111.4
五月	May.	111.1
六月	June	106.1
七月	July.	106.7
八月	Aug.	104.8
九月	Sept.	109.0
十月	Oct.	109.8
十一月	Nov.	107.5
十二月	Dec.	110.2
十九年	1930	
一月	Jan.	113.9
二月	Feb.	115.2
三月	Mar.	112.7
四月	Apr.	116.8
五月	May.	118.3
六月	June.	111.2
七月	July.	115.0
八月	Aug.	114.6
九月	Sept.	114.1
十月	Oct.	115.1
十一月	Nov.	112.9
十二月	Dec.	111.2
二十年	1931	
一月	Jan.	114.3
二月	Feb.	118.0

表六十 廣州農產物價指數表

民國十二年=100

年 月	1923		1924		1925		1926	
	民國十二年		民國十三年		民國十四年		民國十五年	
1	87.5	109.9	109.9	95.2	80.2			
2	85.0	106.7	106.7	94.6	94.5			
3	87.4	117.8	117.8	94.0	95.4			
4	94.9	118.7	118.7	106.5	101.2			
5	95.4	109.9	109.9	107.0	101.7			
6	97.0	107.8	107.8	89.2	108.1			
7	95.5	103.2	103.2	86.1	91.9			
8	101.6	94.8	94.8	84.5	92.5			
9	104.6	96.8	96.8	92.3	90.1			
10	101.5	107.1	107.1	95.4	91.4			
11	109.5	99.4	99.4	98.3	98.4			
12	106.9	97.4	97.4	95.9	91.9			

表六十三 北平天津上海南京生活費指數表

年月	地名	(1) 北平	(2) 天津	(2) 上海	(2) 上海	(3) 南京
1926	民國十五年	102.0	100.00	100.0	100.00	
	一月	102.5	100.18	93.7	95.48	
	二月	103.2	99.04	95.6	99.58	
	三月	101.2	98.03	96.7	97.25	
	四月	107.6	98.84	98.4	97.74	
	五月	112.1	99.43	96.3	97.33	
	六月	105.2	98.68	97.4	97.33	
	七月	99.9	99.26	100.1	100.60	
	八月	97.8	100.09	101.4	102.74	
	九月	97.5	100.89	105.6	106.46	
	十月	98.3	101.27	109.4	105.92	
	十一月	100.6	101.55	102.1	100.23	
	十二月	98.6	101.75	101.3	99.57	
1927	民國十六年	100.0	105.80	106.7	101.09	
	一月	97.5	104.58	108.0	106.96	
	二月	98.6	103.47	113.3	115.67	
	三月	99.1	101.76	113.0	108.43	
	四月	100.8	103.40	107.1	103.43	
	五月	99.6	103.63	101.7	100.18	
	六月	99.7	102.89	99.9	101.13	
	七月	99.6	104.28	107.0	103.64	
	八月	99.5	105.37	110.4	103.81	
	九月	99.4	106.57	113.2	99.16	
	十月	103.8	111.37	102.8	91.02	
	十一月	102.8	110.10	100.4	90.02	
	十二月	99.8	112.45	100.2	89.06	
1928	民國十七年	101.6	109.51	102.5	93.21	
	一月	98.5	110.39	102.8	92.91	
	二月	98.2	110.04	105.0	95.38	
	三月	99.3	109.75	103.3	93.08	
	四月	101.1	107.85	100.4	91.70	
	五月	100.6	110.48	98.0	91.22	
	六月	104.4	110.28	98.2	90.32	
	七月	106.0	107.86	101.3	91.23	
	八月	105.7	106.98	100.5	91.30	
	九月	102.5	107.32	103.8	95.48	
	十月	101.6	106.98	108.0	97.89	
	十一月	99.2	106.30	103.3	95.87	
	十二月	102.6	110.46	102.9	95.62	
1929	民國十八年	106.5	115.87	107.9	101.98	
	一月	102.3	115.99	104.2	98.19	
	二月	105.8	119.47	104.8	97.97	
	三月	106.4	118.34	103.7	97.66	
	四月	106.7	115.76	102.7	94.58	
	五月	103.4	111.14	103.6	97.42	
	六月	102.4	110.52	105.4	98.43	
	七月	103.9	108.28	105.9	100.11	
	八月	108.5	111.68	111.7	105.85	
	九月	109.9	119.07	114.1	108.06	
	十月	112.0	117.50	114.6	109.84	
	十一月	108.7	115.79	111.9	106.66	
	十二月	107.5	115.13	111.5	108.28	
1930	民國十九年	109.6	118.81	121.8	116.79	
	一月	108.0	116.00	113.6	115.30	
	二月	109.4	116.40	124.1	117.55	
	三月	112.0	115.46	122.2	117.50	
	四月	113.2	117.90	120.8	116.63	
	五月	111.1	118.43	120.7	116.49	
	六月	110.6	118.35	120.2	121.83	
	七月	113.9	117.73	129.5	126.38	
	八月	112.6	119.36	126.9	124.75	
	九月	111.2	115.10	128.1	121.26	
	十月	111.7	121.37	121.3	110.77	
	十一月	103.0	116.86	115.3	106.64	
	十二月	98.3	115.31	113.8	105.23	
1931	民國二十年	95.2	114.44	125.9	113.82	
	一月	96.8	115.41	120.9	109.07	94.74
	二月	98.1	118.92	136.0	126.29	99.55
	三月	98.4	116.56	132.2	126.56	97.11
	四月	48.7	117.20	121.3	117.23	94.91
	五月	64.9	114.12	120.3	117.62	109.93
	六月	66.7	114.93	121.0	119.21	101.05
	七月	93.1	109.66	119.2	112.11	101.73
	八月	93.9	110.04	130.9	125.25	102.27
	九月	99.7	114.07	135.3	124.20	104.20
	十月	92.8	112.14	127.3	117.01	103.32
	十一月	97.8	109.59	125.2	113.66	107.22
	十二月	91.2	109.84	121.2	111.39	104.02
1932	民國二十一年	91.0	109.43	122.8		105.72
	一月	91.4	110.02	136.4		111.32
	二月	91.0	103.06	127.2		99.35
	三月	97.8	110.18	117.2		94.99
	四月	95.5	108.32	117.5		92.57
	五月	93.4	107.46	121.3		92.77
	六月	90.9	103.21	118.7		94.44
	七月	91.8	102.64	119.0		92.90

(1)1927=100
 (2)1926=100
 (3)1930=100

表六十一 天津農產批發物價指數表

1926=100

時 期	指 數
1918 民 國 二 年	63.87
1914 三 年	61.19
1915 四 年	60.04
1916 五 年	62.88
1917 六 年	69.18
1918 七 年	65.63
1919 八 年	62.44
1920 九 年	79.42
1921 十 年	78.70
1922 十 一 年	77.53
1923 十 二 年	82.45
1924 十 三 年	83.31
1925 十 四 年	97.18
1926 十 五 年	100.00
1927 十 六 年	105.31
1928 十 七 年	
一 月	106.32
二 月	108.06
三 月	112.14
四 月	118.08
各週計算終止日	
五 月	
二 月	106.14
九 月	112.05

表六十二 南京農產零售物價指數表

十四年平均=100

年 月	1925 民國十四年		1926 民國十五年		1927 民國十六年	
	1	95.4	105.8	126.6		
2	101.3	115.0	140.8			
3	98.2	113.0	136.2			
4	101.1	109.0	123.0			
5	98.2	113.4	123.0			
6	102.2	130.0	120.0			
7	112.1	106.5	133.0			
8	103.9	116.4	140.5			
9	97.7	113.0	133.0			
10	96.2	114.2	132.0			
11	96.2	112.4	113.0			
12	97.1	122.9	113.0			

表六十四 上海輸入物價指數表

1926=100

年	1926	1927	1928	1929	1930	1931	1932
月	民國十五年	十六年	十七年	十八年	十九年	二十年	二十一年
1		106.0	102.8	102.6	114.6	145.5	137.6
2		105.4	108.2	105.6	115.8	157.8	—
3		106.5	108.7	107.1	117.0	158.2	—
4		107.2	105.0	108.1	119.2	154.6	139.6
5		107.7	105.0	104.9	122.8	158.8	139.9
6		107.7	103.6	105.4	136.0	156.1	139.0
7		109.6	108.8	106.7	137.7	152.1	138.6
8		100.8	99.5	108.7	135.6	154.0	
9		111.9	99.1	111.7	133.8	149.2	
10		107.5	101.0	112.5	127.8	145.8	
11		104.5	102.2	110.6	129.2	141.0	
12		103.6	102.7	110.1	131.8	138.9	
平均	100.0	107.3	102.6	107.7	126.7	150.2	

表六十五 上海輸出物價指數表

1926=100

年 月	1926	1927	1928	1929	1930	1931	1932
	民國十五年	十六年	十七年	十八年	十九年	二十年	二十一年
1		105.8	102.5	103.4	106.4	103.2	99.8
2		105.0	104.4	103.8	103.2	103.1	—
3		106.5	105.3	104.2	103.7	109.9	—
4		108.1	105.6	102.4	103.5	107.4	94.8
5		108.5	106.7	104.5	106.8	111.3	94.7
6		108.1	104.6	104.1	114.0	111.7	90.6
7		107.5	105.3	105.5	116.8	109.8	88.7
8		104.7	103.8	105.8	113.0	109.5	
9		106.0	102.9	108.2	110.4	108.4	
10		106.8	104.7	108.9	104.3	105.6	
11		104.5	103.6	106.1	102.2	108.5	
12		101.2	104.8	104.8	99.7	101.2	
平均	100.0	106.1	104.5	105.2	103.3	107.5	

表六十六 增補上海輸入物價指數表

1922=100

年	月	指數	年	月	指數	年	月	指數
1923	一月	103.4	1925	一月	103.8	1927	一月	105.9
	二月	105.3		二月	103.8		二月	105.4
	三月	109.3		三月	105.9		三月	106.3
	四月	108.5		四月	106.3		四月	107.8
	五月	107.7		五月	104.3		五月	108.6
	六月	108.7		六月	103.9		六月	107.7
	七月	107.8		七月	106.0		七月	109.0
	八月	107.4		八月	107.1		八月	110.5
	九月	109.6		九月	104.1		九月	112.7
	十月	112.7		十月	103.0		十月	111.7
	十一月	115.2		十一月	100.2		十一月	109.8
	十二月	114.4		十二月	99.2		十二月	109.6
年	月	指數	年	月	指數	年	月	指數
1924	一月	115.0	1926	一月	99.2		一月	
	二月	114.4		二月	100.1		二月	
	三月	112.7		三月	99.8		三月	
	四月	114.3		四月	99.9		四月	
	五月	114.1		五月	100.0		五月	
	六月	112.1		六月	99.0		六月	
	七月	110.5		七月	98.4		七月	
	八月	109.4		八月	96.2		八月	
	九月	106.6		九月	99.8		九月	
	十月	104.8		十月	101.1		十月	
	十一月	103.4		十一月	106.3		十一月	
	十二月	103.2		十二月	106.2		十二月	

表六十九

進出口物量與物價指數及物物交易指數

1867—1927 1913=100

年	物量指數		物價指數		物物交易率指數	
	進口	出口	進口	出口	總交易率	淨交易率
1867	24.7	31.9	46.9	45.1	129.1	104.0
8	25.4	33.7	46.9	51.7	132.7	90.7
9	26.4	35.4	47.9	47.8	134.1	100.2
1870	25.9	33.3	46.7	46.1	128.6	101.3
1	28.1	39.4	47.4	47.2	140.2	100.4
2	27.9	43.3	45.8	48.7	155.2	95.2
3	27.3	39.1	46.3	49.6	143.2	98.3
4	31.5	40.1	38.5	45.9	127.3	83.9
5	33.8	42.2	35.3	40.6	124.9	86.9
6	36.3	42.8	33.8	47.1	117.9	71.8
7	36.1	40.8	35.5	40.8	113.0	87.0
8	34.9	41.4	35.7	40.2	118.6	88.8
9	40.8	43.2	35.2	41.3	105.9	85.2
1880	36.2	47.2	38.3	41.1	130.4	93.2
1	40.8	43.5	39.6	40.5	106.6	97.8
2	36.4	45.9	37.6	36.2	126.1	108.9
3	35.0	47.2	37.1	36.8	134.9	100.8
4	34.5	50.6	37.1	32.9	146.7	112.8
5	40.5	47.6	38.1	33.9	117.5	112.4
6	35.3	54.2	43.3	35.3	153.5	122.7
7	41.6	41.2	43.0	51.8	99.0	83.0
8	50.3	43.6	43.6	52.4	86.7	83.2
9	44.0	45.2	44.3	53.3	102.7	83.1
1890	54.8	42.0	40.7	51.5	76.6	79.0
1	60.8	47.9	38.7	52.3	78.8	74.0
2	59.9	49.8	39.6	51.4	83.1	77.0
3	59.4	57.2	44.7	50.8	96.3	88.0
4	45.3	60.1	62.8	52.8	132.7	118.9
5	45.8	66.3	66.1	53.5	144.8	123.6
6	53.2	56.4	67.1	57.7	106.0	116.3
7	49.7	61.6	71.8	66.1	123.9	108.6
8	51.3	63.4	71.9	62.3	123.6	115.4
9	69.2	62.5	67.2	78.0	90.3	86.2
1900	49.5	54.9	74.8	72.1	110.9	103.7
1	62.5	59.8	75.3	70.6	95.7	106.7
2	70.9	65.1	78.0	81.7	91.8	95.5
3	65.1	59.8	88.3	89.0	91.9	99.2
4	69.2	64.0	87.2	92.7	92.5	94.1
5	96.6	62.5	81.2	90.4	64.7	89.8
6	95.3	64.6	75.4	90.6	67.8	83.2
7	88.7	67.1	82.3	97.6	75.6	84.3
8	72.7	73.0	95.4	94.1	100.4	101.4
9	77.1	92.9	95.1	90.5	120.5	105.1
1910	79.2	102.9	102.5	91.8	129.9	111.7
1	80.9	102.1	102.2	91.5	126.2	111.7
2	82.8	103.8	100.0	88.6	125.4	112.9
3	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
4	91.6	83.8	108.9	105.4	91.5	103.3
5	92.1	96.5	86.4	107.8	104.8	80.1
6	96.6	102.3	93.6	117.0	105.9	80.0
7	103.0	108.3	93.5	106.2	105.1	88.0
8	92.7	105.5	104.9	114.5	113.8	91.6
9	105.8	140.0	107.2	112.0	132.3	95.7
1920	106.5	119.3	125.4	112.9	112.0	111.1
1	132.9	126.9	119.5	117.6	95.5	101.6
2	158.5	130.5	104.4	124.7	82.3	83.7
3	154.4	137.3	104.7	136.3	88.9	76.8
4	170.1	136.6	104.8	141.2	80.3	74.2
5	156.3	132.9	106.4	145.9	85.0	72.3
6	185.9	141.1	106.3	152.8	75.9	69.6
7	156.5	154.1	118.9	148.9	98.5	76.5

表六十八 中國輸入貿易指數表

1926=100

年份	原料品指數		生產品指數		消費品指數		總指數					
	物價	物量	物價	物量	物價	物量	物價	物量				
1912	67.4	20.4	14.0	35.5	124.1	73.1	66.8	73.1	48.3	56.0	51.3	38.2
1913	68.5	28.4	20.1	76.4	151.3	88.0	67.1	96.8	65.1	65.5	74.6	49.5
1914	61.4	32.4	21.9	76.3	146.1	85.1	68.3	95.1	65.3	65.8	74.9	49.9
1915	68.2	32.1	20.7	76.8	141.1	81.4	73.2	73.7	63.7	68.9	64.8	43.0
1916	68.2	38.8	26.6	84.3	132.9	81.4	85.2	70.5	60.7	78.1	65.3	43.3
1917	80.5	34.9	26.1	90.3	119.1	85.7	85.6	78.0	68.9	83.2	65.0	53.3
1918	85.0	28.8	24.9	123.2	77.5	79.5	94.5	74.0	67.8	95.9	55.0	51.4
1919	85.5	24.2	22.8	120.4	103.6	106.4	92.8	78.2	72.9	94.9	53.3	56.7
1920	84.6	29.3	29.4	135.6	113.6	130.3	114.1	74.2	78.7	109.3	60.3	66.6
1921	80.1	56.6	49.0	123.0	103.2	116.4	117.3	76.4	87.9	108.3	73.2	76.6
1922	80.0	75.2	64.0	98.5	119.1	114.7	106.4	92.6	97.0	98.0	86.3	85.8
1923	85.9	73.8	76.1	95.7	99.7	95.6	106.0	85.4	90.3	100.4	84.3	84.9
1924	102.3	74.5	77.0	97.4	103.2	105.0	104.6	100.3	105.2	102.4	89.6	92.9
1925	101.1	71.1	73.1	99.5	98.5	97.6	102.9	98.0	100.0	100.0	101.6	88.0
1926	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1927	102.1	92.7	94.3	101.9	78.7	80.7	102.7	76.6	79.1	102.3	83.3	86.1
1928												

表七十 上海外匯指數

1918=100

年份	英	美	日	法	總指數
1912	99.1	99.5	99.7	100.0	99.6
1913	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1914	110.9	110.4	110.9	111.8	111.0
1915	116.7	120.0	118.2	118.8	117.9
1916	92.3	95.0	96.5	84.1	94.7
1917	71.2	78.1	75.4	65.8	75.8
1918	57.9	59.5	63.0	54.4	61.2
1919	49.5	53.8	55.0	42.9	53.3
1920	44.3	59.3	59.7	21.8	54.9
1921	76.7	98.4	94.5	37.5	89.7
1922	80.1	88.9	85.8	41.8	83.1
1923	87.0	92.7	91.4	29.8	87.8
1924	82.0	91.3	76.8	24.8	79.1
1925	86.1	87.2	71.8	22.3	74.4
1926	96.5	97.2	92.1	16.8	88.2
1927	106.7	107.0	102.2	21.9	98.1
1928	—	—	—	—	—
一月	104.0	104.7	98.4	21.4	95.4
二月	105.1	105.3	99.5	21.6	96.3
三月	105.1	105.4	99.9	21.6	96.5
四月	105.1	105.1	101.0	21.5	96.9
五月	100.1	100.3	94.3	20.6	91.5
六月	100.1	100.2	94.3	20.5	91.4
七月	101.3	101.3	94.3	20.8	92.1
八月	101.9	102.5	93.3	20.9	92.3
九月	103.2	104.0	96.2	21.1	94.4
十月	102.3	103.7	96.6	21.1	94.5
十一月	102.6	103.5	96.7	21.0	94.4

表七十一-A 天津上海外匯指數

1898-1931 1913=100

年份	天	津	上	海
1898		104.86		
9		101.28		
1900		98.31		
1		102.49		
2		117.32		
3		117.45		
4		106.87		
5		101.84		100.77
6		91.89		92.92
7		94.24		93.01
8		113.97		112.23
9		115.27		116.40
1910		110.68		111.95
1		112.02		111.78
2		98.65		99.62
3		100.00		100.00
4		109.94		111.18
5		118.86		117.94
6		93.70		94.13
7		73.01		73.86
8		60.61		60.59
9		52.72		52.55
1920		87.48		85.73
1		86.13		85.93
2		81.29		81.54
3		83.36		84.28
4		73.77		73.64
5		69.50		69.35
6		76.26		75.93
7		77.70		78.45
8		79.87		80.87
9		85.33		83.05
1930		123.58		123.09
1		174.39		172.77

表七十一B 天津上海外匯指數

1913=1932 1930=100

年份 月別	1913		1914		1915		1916		1917		1918		1919		1920		1921		1922	
	天津	上海	天津	上海	天津	上海	天津	上海	天津	上海	天津	上海	天津	上海	天津	上海	天津	上海	天津	上海
一月	63.86	69.62	72.15	72.20	80.66	81.24	70.97	72.93	53.51	53.71	42.84	43.00	37.57	36.96	26.94	27.46	53.51	52.44	54.92	55.19
二月	65.97	69.06	72.20	73.17	80.65	80.60	70.16	70.34	51.62	51.25	43.83	43.64	38.73	37.17	26.82	26.47	61.69	60.25	56.37	56.65
三月	72.08	71.06	71.90	72.89	78.12	80.58	68.87	70.58	55.13	52.83	42.96	43.64	40.43	39.79	27.60	27.82	65.71	66.44	58.51	58.67
四月	69.44	70.08	71.69	75.25	78.09	78.84	63.68	65.95	53.10	53.65	42.09	42.78	39.63	39.76	30.98	30.86	62.59	63.19	55.39	55.58
五月	66.87	69.32	72.18	71.24	78.45	78.40	59.11	58.64	52.23	52.02	41.68	41.94	36.64	37.63	37.21	36.66	61.69	62.08	52.62	52.81
六月	68.66	70.03	72.23	73.06	78.33	79.16	62.72	62.34	50.00	52.03	40.09	41.00	35.56	36.48	41.92	42.76	61.50	61.60	52.22	52.46
七月	69.10	70.28	76.00	74.82	81.13	80.61	66.23	63.91	48.25	49.21	39.70	40.09	35.73	36.00	41.37	41.29	58.97	58.47	52.96	53.65
八月	68.66	70.16	79.27	82.14	81.41	81.69	63.05	64.85	44.00	47.63	38.66	39.61	34.34	35.12	38.41	38.65	58.18	58.31	53.99	53.96
九月	67.26	69.59	79.55	82.15	79.33	81.54	60.09	61.80	38.84	41.22	36.19	37.87	33.42	34.08	39.18	39.24	55.25	57.25	53.45	53.67
十月	67.29	69.47	81.24	80.71	78.13	78.99	59.45	60.07	45.34	44.82	36.72	35.07	32.35	32.65	43.31	42.41	52.35	51.34	54.91	55.42
十一月	69.29	69.72	83.35	86.53	76.29	78.01	56.38	59.36	45.97	44.69	37.52	37.55	29.00	31.15	47.21	46.85	53.47	52.53	56.34	58.42
十二月	70.61	72.07	83.71	84.66	73.26	69.97	52.84	53.24	43.67	44.34	36.42	37.25	27.89	28.33	55.39	54.32	53.25	54.12	58.69	58.92
全年	68.87	69.98	76.06	77.20	78.95	78.96	62.99	63.51	48.51	49.45	39.90	40.02	34.79	34.94	33.09	37.02	57.90	58.08	55.15	55.55

表七十一B 天津上海外匯指數(續)

1913-1932 1930=100

年份 月別	1923		1924		1925		1926		1927		1928		1929		1930		1931		1932	
	天津	上海	天津	上海	天津	上海	天津	上海	天津	上海	天津	上海	天津	上海	天津	上海	天津	上海	天津	上海
一月	58.15	58.83	55.48	56.17	49.91	50.51	52.57	52.89	67.70	67.66	63.31	64.05	63.18	63.30	83.59	83.88	131.99	131.85	107.55	106.12
二月	57.51	58.41	55.45	55.55	50.10	50.27	53.80	54.02	64.67	65.09	64.83	64.91	64.27	64.18	86.39	86.78	143.93	143.36	104.37	103.76
三月	55.66	56.18	54.99	55.47	52.01	52.72	54.39	54.29	68.74	68.35	64.86	64.91	64.02	63.89	88.14	88.66	132.15	132.58	103.65	102.10
四月	56.24	56.57	55.40	55.21	52.69	53.63	56.44	56.71	66.71	67.25	65.11	65.34	65.59	64.80	88.83	88.66	134.77	134.20	110.47	109.07
五月	56.14	57.10	53.44	53.55	51.89	52.48	56.22	56.16	65.83	66.29	61.34	61.59	66.86	66.63	93.37	93.48	133.39	133.07	112.24	110.39
六月	57.69	58.52	53.86	53.66	50.62	50.62	55.90	55.48	65.45	65.17	61.57	61.59	68.85	68.28	112.78	112.55	139.91	139.83	110.07	109.06
七月	59.17	59.50	53.59	53.32	50.06	50.54	55.70	55.64	64.81	65.76	62.11	61.98	69.76	69.46	113.04	113.06	135.38	134.42	108.80	108.24
八月	59.30	59.92	52.53	52.90	50.02	49.89	53.88	53.89	67.07	68.05	62.33	61.84	70.62	70.20	108.43	108.05	140.43	139.40	101.01	100.37
九月	53.62	53.53	50.61	51.27	48.93	49.00	60.36	60.32	66.79	67.03	63.70	63.13	72.58	72.50	105.07	105.25	136.64	135.07		
十月	59.50	59.70	48.25	49.02	48.88	49.49	68.66	67.38	65.34	66.21	63.40	63.85	75.20	74.76	106.49	106.83	126.89	126.16		
十一月	58.18	58.74	48.62	49.42	50.31	51.19	69.86	70.50	63.19	64.18	62.57	63.35	76.16	75.62	107.24	107.11	117.92	118.13		
十二月	55.54	55.64	49.66	50.06	51.53	51.63	69.83	71.16	62.87	63.76	62.93	63.74	77.72	77.24	116.89	116.96	113.81	114.26		
全年	57.56	58.41	52.69	52.77	50.66	50.69	59.39	59.34	65.53	66.32	63.23	64.29	69.73	69.02	100.00	100.00	132.85	131.93		

第十三章 恆差

(Secular trend)

第一節 時間列項之要素

統計方法之用以解釋經濟統計者，與物理、生物及心理各科學之所用者甚多相同。故各科專家均有統計方法之發明。時間列項乃經濟及社會事實上之特質。因為經濟材料，時間佔大部份。社會現象，亦為歷史上變動之結果。故本章再將時間列項分析以討論之。

時間列項，乃天然經濟及社會等力量作用之結果。各種力量，無論何時，均可於同一方向，或反對方向的變動，而強度亦各不相同。若分析之，其要素有四。

1. 恆差或長期趨向 (Secular or long-time trend)
2. 月差或季節變化 (Seasonal fluctuations)
3. 循環運動 (Cyclical movements)
4. 意外變動 (Residual or irregular fluctuations)

意外變動，原於戰爭、罷工、火災、水禍，或政府的設施。若欲由原來材料，將此種變動剔除，則事事之方法不同，茲暫略之，但若注意於恆差，應於各曲線上將各項要素分解而研究。若欲決定商情循環之影響於現狀如工廠僱傭，必須將恆差別除。若用每月數目，則月差亦應消除之也。

第二節 恆差決定之方法

計算時間列項之趨向，即為恆差之決定。或以數目表之，或以曲線繪之，均無不可。恆差不同於循環作用者，須要長期的材料，乃可顯明根本的趨向。以下舉例，不過根據三年的材料而已。恆差之決定方法有四。

1. 移動均數法 (Moving average)
2. 最小自乘法 (Method of least squares)
3. 半平均數法 (Semi-averages)
4. 自在畫法 (Free-hand methods)

第三節 繼動均數法

茲舉美國新鮮雞蛋每月平均之價由1917-1919年為例，每打之價，列於表七十二之(B)行，並以圖三九A曲線表現之。細察此曲線，可得兩種變動。第一種為月差，蛋價季節的變動，一月或十二月達最高之點，隨後兩三個月，立即降下。第二種變動是恆差三年之內，均有逐漸升高之勢。茲試以繼動均數法計算恆差之程度如何。

三個月的均數，以中間月份為中點。第一三個月(55.55及35仙)之平均為47，列於(D)行，然後減去第一月，加入第四月，復平均之，餘類推，即得(D)行之數。但檢查(D)行三月的繼動均數，其變動程度，幾與原本的材料季節之變遷相同。此乃計算之時期未合，故未能剔除月差。繼動均數之計算，必須用一時期，略與升降之循環相等，乃可剔除月差。此種模型時期長短之決定，平常由此頂點至他頂點，或此低點至他低點。雞蛋價格升降之循環大約十二個月，故表七十二之(F)行，乃十二月繼動均數集中於第七個月的，並繪成圖三九B曲線。

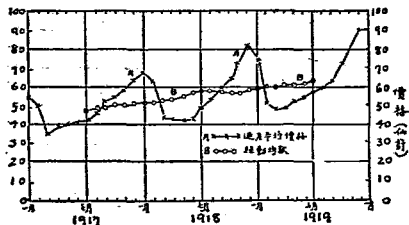
(集中於第七個月，若欲較為精確，此平均數應集中於第六月及第七月之間。第二的繼動均數，以兩個月為一時期，再行計得均數，正與原本數目對列。)

表七十二 美國雞蛋價格表 (每打計)

A		B	C		D	E	F
年	月	平均價	三個月		十二個月		
		(仙)	總計	平均	總計	平均	
1917	一	55					
	二	51	141	47			
	三	35	125	42			
	四	39	114	38			
	五	40	120	40			
	六	41	123	41			
	七	42	129	43	579	48	
	八	46	141	47	591	49	
	九	53	154	51	603	50	
	十	55	166	55	612	51	
	十一	58	177	59	616	51	
	十二	64	189	63	618	52	
1918	一	67	194	65	620	52	
	二	63	174	58	627	52	
	三	44	150	50	635	53	
	四	43	129	43	641	53	
	五	42	128	43	650	54	
	六	43	134	45	666	56	
	七	49	146	49	683	57	
	八	54	162	54	691	58	
	九	59	177	59	679	57	
	十	64	197	66	683	57	
	十一	74	219	73	689	57	
	十二	81	230	77	700	58	
1919	一	75	207	69	711	59	
	二	51	174	58	719	60	
	三	48	148	49	725	60	
	四	49	150	50	729	61	
	五	53	156	52	737	61	
	六	54	164	55	744	62	
	七	57	171	57	753	63	
	八	60	180	60			
	九	63	195	65			
	十	72	216	72			
	十一	81	243	81			
	十二	80					

直線不適合於原本材料之時常用繼動均數法以得其恆差線。

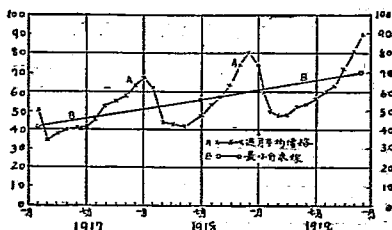
圖三十九 十二月繼動均數



第四節 最小自乘法

恆差之決定亦可將一直線適合於已知材料之內最適合者即最小自乘線所繪之直線其距離實在材料的曲線之離中差自乘之和為最小適合於此條件之直線可以下列方法求得之計算結果列於表七三並以圖四十之B線表之。

圖四十 最小自乘法之偏差線



最小自乘法直線之計算,其次序如下:

1. 先定時期之中點,以便計算趨向線.

為便利計算計,捨去雞蛋價格表內1917之一月,共35月,1918之七月即為時期之中點.(35月中點在1918六七月之間)1918之七月乃起源之點,在右各月, x 之值為正在左則為負,1918之八月為橫軸之+1,九月為+2,1919之十二月為+17,1918之六月為-1,五月為-2,1917之二月為-17,均見於表七三之C行.

2. 將35月完全時期之每月實在材料平均之,此平均數之符號平常以 b 代表之, a 之公式:

$$a = \frac{\sum y}{n} \dots\dots\dots \text{公式 88}$$

表七十三 最少自乘線及離中差之計算
(美國雞蛋每月平均之價格)

A	B	C	D	E	F	G
年 月	每月平均	離時間中	價格及時間	時間離中	恆差之	由恆差之
	價格(仙)	點之月份	離中差之乘 積(B×C)	差之自乘	縱線	離中差 (B-F)
	y	X	Xy	X ²	Y	V-y
總 計	1,960		+2,872	3,570		
1917						
二 月	51	-17	- 867	289	49.4	+ 8.6
三 月	35	-16	- 560	256	43.2	- 8.2
四 月	39	-15	- 585	225	44.0	- 5.0
五 月	40	-14	- 560	196	44.8	- 4.8
六 月	41	-13	- 533	169	45.6	- 4.6
七 月	42	-12	- 504	144	46.4	- 4.4
八 月	46	-11	- 506	121	47.2	- 1.2
九 月	53	-10	- 530	100	48.0	+ 5.0
十 月	55	- 9	- 495	81	48.8	+ 6.2
十一月	58	- 8	- 464	64	49.6	+ 8.4
十二月	64	- 7	- 448	49	50.4	+13.6
1918						
一 月	67	- 6	- 402	36	51.2	+15.8
二 月	63	- 5	- 315	25	52.0	+11.0
三 月	44	- 4	- 176	16	52.8	- 8.8
四 月	43	- 3	- 129	9	53.6	-10.6
五 月	42	- 2	- 84	4	54.4	-12.4
六 月	43	- 1	- 43	1	55.2	-12.2
七 月	49	0	0	0	56.0	- 7.0
八 月	54	+ 1	+ 54	1	56.8	- 2.8
九 月	59	+ 2	+ 118	4	57.6	+ 1.4
十月	64	+ 3	+ 192	9	58.4	+ 5.6
十一月	74	+ 4	+ 296	16	59.2	+14.8
十二月	81	+ 5	+ 405	25	60.0	+21.0
1919						
一 月	75	+ 6	+ 450	36	60.8	+14.2
二 月	51	+ 7	+ 357	49	61.6	-10.6
三 月	43	+ 8	+ 384	64	62.4	-14.4
四 月	49	+ 9	+ 441	81	63.2	-14.2
五 月	53	+10	+ 530	100	64.0	-11.0
六 月	54	+11	+ 594	121	64.8	-10.8
七 月	57	+12	+ 684	144	65.6	- 8.6
八 月	60	+13	+ 780	169	66.4	- 6.4
九 月	63	+14	+ 882	196	67.2	- 4.2
十月	72	+15	+1,080	225	68.0	+ 4.0
十一月	81	+16	+1,296	256	68.8	+12.2
十二月	90	+17	+1,530	289	69.6	+20.4

a=56仙,b乃在所求直線上之一點.

3. 定b為在1918七月直線之縱距.

4. 由此決定之點,用下公式計算最小自乘線之升降:

$$b = \frac{\sum xy}{\sum x^2} \dots\dots\dots \text{公式39}$$

b=直線之斜度

$\sum xy$ =每月價格及該月離中差乘積之和

$\sum x^2$ =各月離中差自乘之和

代入表七三之值則 $b = \frac{2872}{3570} = 0.8$ 恆差線每月之縱

距,即將0.8及各月離中差之乘積加於b(56仙)而得之此乘積及加數之結果列於表七三 F 行.最小自乘線可以聯綴任何決定之兩點求得之.

綜上方法,任何直線之公式如下

$$y = a + bx \dots\dots\dots \text{公式40}$$

a為直線與y軸相交之點

b為直線之斜度

a及b之值既已求得,並將x之值代入公式40即可得y幾何.

第五節 半平均數法

將完全時期分為兩半，每半計得一平均數，即用為兩時中點之縱距。應用於表七二雞蛋價格，即得48.9及63cts為直線之縱距，此兩縱距一在1917九月及十月之間，一在1919三月及四月之間，若將此值在圖三九及圖四十各繪一直線，則與繼動均數及最小自乘線極相近似。

第六節 自在畫法

何種曲線最適合於已知之材料，亦可由觀察得之，或隨手繪成，或用曲線板幫助，均可得近似之直線繼動均數或繼動中位數，亦可以幫助繪得自在畫法的恆差線。

第七節 短期離中差

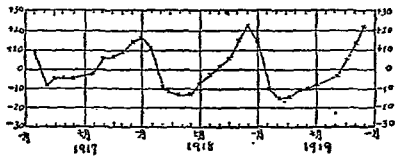
(Short-time deviations)

由恆差線改正後之升降，亦欲設法表示之，表示之法，即由原來材料減去恆差線，並將所餘數目作為由水平零線之正負離中差繪成曲線，即得圖四一。此種方法謂之由原來曲線減去代表恆差之直線或曲線，可於圖上測量各月恆差線及原來材料曲線之垂直距離，或由表七三求得兩者相差之數目均可，故表七三之G行，乃B行各月物價減去F行恆差之縱距的結果，圖四一即此種

離中差之曲線

圖四十一 短期升降圖(月差曲線)

將各月價格由最小數之離中差



第十四章 月差

(Seasonal fluctuation)

第一節 月差之性質

所謂月差者，乃表示時間材料的變動，依隨季節月份，其趨向不同，一年之內，有若干月在常態之上，有若干則在常態之下者也。此等變動，或直接由於季節之更迭，例如人造雪之出產及銷流，或間接由於季節的原因，例如銀行狀況之升降，由於農業狀況之活動，而農業狀況又由於季之更迭也。經濟及社會學者尤特別注意於此等問題，如夏季商情衰落，商人亟欲知其為本行一般實業之不振，抑或由於自己的經驗之不富，又如何月借債之

利率升高，何時原料之物價最低，商人亦均須知之。經濟學家或研究貨幣伸縮的程度，以適合季節之需求。社會學家又或於生產死亡及犯罪之內，求得季節更迭為其主要之原因。凡此種種，均與月差之性質有關者也。

第二節 計算月差的方法

計算常態月差有種種方法，最重要者為環比法，(Method of link relatives)其計算之次序如下：

1. 計算每月之環比，即用前月之實在數為基數求本月之環比， $\frac{\text{正月}}{\text{十二月}}$ ， $\frac{\text{二月}}{\text{正月}}$ ， $\frac{\text{三月}}{\text{二月}}$ ，等等。
2. 將全期所有一月之環比，由低至高，依次排列，其他各月亦然。
3. 以環比中數 (Median relative) 為每月平均數，免除極端變量之影響。
4. 以正月為基數 100，求各月平均數與正月之比，是為鎖比 (Chain relative) 即由正月至正月連乘環比中數而得之。最後之正月之乘積乃由十二月鎖比及正月環比中數而得，平常不等於 100，因為在連乘環比中數之中，有恆差影響之故。
5. 最後正月之鎖比與 100 相差之數，應分配於各月鎖比之內，令最後正月之鎖比，亦等於 100。用算術

方法或幾何方法均可。

6. 改正各月鎖比之數令其平均等於100即以12鎖比之平均數除各月改正數所得結果即為常態月差之指數。

茲試以表七四之數舉例如下：

表七十四 美國各年生鐵產量表

1908—1914

年份	月份											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1908	1472	1390	1590	1608	1718	1678	1546	1571	1558	1425	1089	846
1904	921	1205	1447	1555	1584	1292	1106	1167	1352	1450	1486	1616
1905	1781	1687	1986	1922	1968	1798	1741	1843	1899	2058	2014	2045
1906	2068	1904	2155	2073	2098	1976	2013	1926	1960	2196	2187	2285
1907	2205	2045	2226	2216	2205	2234	2255	2250	2183	2386	1828	1284
1908	1045	1077	1223	1149	1165	1092	1213	1348	1418	1563	1577	1740
1909	1801	1708	1882	1788	1880	1929	2101	2246	2885	2600	2547	2685
1910	2608	2397	2617	2488	2390	2265	2148	2106	2056	2093	1909	1777
1911	1759	1794	2138	2065	1898	1787	1798	1926	1977	2102	1990	2048
1912	2037	2100	2405	2375	2512	2440	2410	2512	2463	2689	2680	2782
1913	2795	2586	2768	2752	2822	2628	2580	2543	2506	2546	2233	1983
1914	1856	1888	2848	2270	2093	1918	1958	1995	1888	1778	1518	1516

表七十六 環比次序—月差指數

正月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月		
85	80	107	94	92	84	86	96	94	92	73	67		
95	92	107	94	92	91	92	98	97	94	78	81		
99	92	109	95	96	92	95	100	98	102	85	89		
99	92	109	95	99	93	97	100	98	102	88	93		
99	92	113	96	101	94	97	102	99	106	91	100		
中數	a(100)	94	114	97	101	94	99	102	99	107	95	102	
	100	95	114	99	102	95	100	104	102	107	98	102	
101	100	114	99	103	95	101	106	103	108	98	102		
101	101	120	100	104	97	102	106	103	109	98	103		
103	102	121	100	106	97	102	107	104	109	100	106		
109	108	122	101	106	98	109	107	106	111	101	109		
100	131	124	107	108	103	112	112	116	112	102	110		
(A)環比中數	100.0	94.5	114.0	98.0	101.5	94.5	99.5	103.0	100.5	107.0	96.5	102.0	100.0(A)
(B)鎖比 正月=100.0	100.0	94.5	107.7	105.5	107.1	101.2	100.7	103.7	104.2	111.5	107.6	109.8	109.8(B)
(C)改正數	100.0	93.7	106.1	103.1	103.3	97.1	95.8	98.0	97.7	104.2	99.4	100.8	100.0(C)
(D)月差指數	100.0	93.7	106.1	103.1	103.8	97.1	95.8	98.0	97.7	104.2	99.4	100.8	(D)

1. 環比 (Link relative) 表七五為1903—1914各月環比數,即以前月生鐵產量之實在數除本月的,再以100乘之而得。此種環比方法,欲減少循環作用對於月差數的影響,此種循環作用,若用較長時間,可以包含循環數次者,其影響愈減少,而所得月差之平均環比中數亦愈善。
2. 環比中數 (Median link relatives) 表七六(A)欄,表七六正月行,將表七五 $\frac{\text{正月}}{\text{十二月}}$ 行之環比,由低值至高,依次排列而得,其他各月亦然,由此次序可以推得十二年1903—1914內各月變異整齊的程度如何,任何一月,環比集中於任何數值,即為該月差異最要之數。
 各行項目均為偶數(12),正月行之環比中數,乃平均中間兩項 $(\frac{100+100}{2}=100)$ 而得之,(A)欄各中數均用同理求得,若各行項目之數為奇數,則取中間之項為環比中數,此十二環比中數的結果,測量各月與前月之關係,而各月數值,乃十二年之平均數也。
3. 鎖比 (Chain relative) (B)欄第二步即以正月之環比中數為基數,令其等於100,求各月與正月的關係,所得結果謂之該月以正月為基數的鎖比,列

於(B)欄二月之鎖比與環比中數相同(94.5×100, 0%)三月之鎖比,乃三月環比中數與二月鎖比之乘積,(114.0×94.5%=107.7%),同理各月環比中數乘前月之鎖比,全年如是最後正月之鎖比,由正月環比中數乘十二月之鎖比而得(100.0×109.8%=109.8%)此最後之乘積,新正月之鎖比,除季節作用外若無其他的影響,應等於原本正月之鎖比100%,但相差9.8%, $(109.8-100.0=9.8)$ 因生產量有恆差存在之故。

4. 鎖比之改正(Adjustment of chain relatives)(C)欄因他種影響而有9.8%之差數,必須剔除之;剔除之法,即自二月至最後正月,由各月鎖比各減去差數之一部份,此種改正之目的,在令最後正月之鎖比(100%)與原來正月的相同,易言之,即由月差指數內,剔除恆差之影響也。

每一環比中數因恆差存在之故,均含有些少差誤,鎖比乃環比中數之乘積,故差誤累積於十二乘積之內,分配差誤總數9.8%,有算術(Arithmetic)及幾何(Geometric)兩法,兩法所得之結果,無甚差別,惟算術方法較簡,(C)欄即應用之,以得各改正數。

$$94.5 - \left(9.8 \frac{1}{12}\right) = 93.7 \text{ 二月鎖比改正數}$$

$$107.7 - \left(9.8 \frac{2}{12}\right) = 106.1 \text{ 三月鎖比改正數}$$

.....

$$109.8 - \left(9.8 \frac{11}{12}\right) = 100.8 \text{ 十二月鎖比改正數}$$

$$109.8 - \left(9.8 \frac{12}{12}\right) = 100.0 \text{ 最後正月鎖比改正數}$$

5. 月差指數(Seasonal indexes)(D)欄(C)欄之鎖比改正數,乃正月為差數(100)之百分數,最後步驟要以常態年份之平均數為基數化(C)欄數值為此新基數(100)之百分數,其法先將(C)欄十二項平均得99.98,各月之鎖比改正數,即以此平均數除之,復以100乘之, $\frac{100.0}{99.98} \times 100$, $\frac{93.7}{99.98} \times 100$ 等等,各個月所得之百分數列於(D)欄,(C)欄十二項之平均數,在此特別問題,甚近於100%(99.98),故(C)欄各數值,以此平均數99.98除之,各百分數仍不變,故(D)欄與(C)欄完全相同,然非常例也,(D)欄之百分數乃最後月差之指數,由十二年之數而推得者。

須比法最優之點,可令統計者將若干年內之某

291——統計方法——

一月依次排列其變化之數以觀察該月差異整齊的程度。最後月差指數之重要，視乎其平均數之性質如何。試看表七六，任何一行環比集中於何項及其近似之程度如何。一行之內，集中愈大，該月指數之重要亦愈大。極端變量之影響，用中數或中項平均數可以減少之。

第十五章 商情循環及預測器

(Business cycles and barometers)

第一節 概說

經濟學者及一般商人，近年漸知活動的經濟之重要，遂進而分析商業經濟盛衰之狀況，謂之商情循環(Business cycles)。本章所述，非研究商情循環之原因，亦非敘述繁盛停滯，衰落及復原迭變的狀況；乃將分析此循環作用的統計方法，約量敘述之也。循環(cyclical)一字，不必含有定期運動的意思；究竟商情變動，有無整齊的時期，各經濟學者尙未斷定，不過遲早必有循環，乃為人人所公認。

第二節 分離循環運動的統計方法

某一現象，必分別解析以研究，始易得其真相。時間列項之要素有恆差，月差，意外變化及循環運動，前已言之矣。決定恆差月差的數量及趨向的方法，亦已述之矣。然則如何剔除此兩者，以便研究循環的分子乎？

由每年材料剔除恆差的方法，若用每年材料計算，則無月差分子，故欲剔除恆差之影響，祇留循環作用，以便研究（意外變化，不能用統計方法以減去之者，自然包含在內）其法有二：由實在數內減去恆差數或以恆差數除實在數減去之法，與第十三章第七節所述者同（參觀圖四一及表七三之G行）。

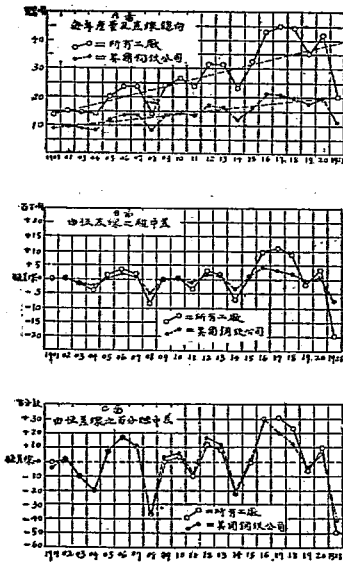
若欲用恆差線距離幾何，以表示此循環之升降，則用除法，即將由恆差線之離中差，以該年恆差之縱距除之，除得結果，平常以百分數表之。

圖四二分爲三部，表示每年數目的循環運動繪圖之各法。圖A將美國全國鋼鐵之產量及美國鋼鐵公司之產量分別繪之，每列項并用最小自乘法以定其恆差直線。圖B表示兩者由恆差線之離中差，即用恆差線作水平或零度基線，而離中差以百萬噸表之。圖C則此離中差，各以其恆差之縱距的百分數表之，兩曲線循環運動

相類之點,愈益顯明。

圖四十二 歷年產量的循環

美國鋼鐵:1901-1921



表七十七 美國鋼鐵歷年產量循環之計算

A	B	C	D	E
年 份	產 量 (百萬噸)	恆差之縱距 $y-1.32X+2.66$	由恆差線之離中差	
			百萬噸 (B-C)	恆差線之百分數 (D÷C)
1901	18.5	18.4	+ 0.1	+ 0.7
1902	14.9	14.7	+ 0.2	+ 1.4
1903	14.5	16.0	- 1.5	- 9.4
1904	18.9	17.4	- 3.5	-20.1
1905	20.0	18.7	+ 1.3	+ 7.0
1906	23.4	20.0	+ 3.4	+17.0
1907	23.4	21.3	+ 2.1	+ 9.9
1908	14.0	22.6	- 8.6	-38.1
1909	24.0	24.0	.0	.0
1910	26.1	25.3	+ 0.8	+ 3.2
1911	23.7	26.6	- 2.9	-10.9
1912	31.3	27.9	+ 3.4	+12.2
1913	31.3	29.2	+ 2.1	+ 7.2
1914	23.5	30.6	- 7.1	-23.2
1915	32.2	31.9	+ 0.3	+ 0.9
1916	42.8	33.2	+ 9.6	+28.9
1917	45.1	34.5	+10.6	+30.7
1918	44.5	35.8	+ 8.7	+24.3
1919	34.7	37.2	- 2.5	- 6.7
1920	42.1	38.5	+ 3.6	+ 9.4
1921	19.8	39.8	-20.0	-50.3

表七十八 美國鋼鐵公司歷年產量循環之計算

A 年份	B 產量 (百萬噸)	C 恆差線之縱距 $Y=48x+14.0$	D 由恆差線之離中差	
			(B-C) 百萬噸	(D-C) 恆差線之百分數
1901	8.9	9.2	-0.3	- 3.3
1902	9.8	9.7	+0.1	+ 1.0
1903	9.2	10.2	-1.0	- 9.8
1904	8.4	10.6	-2.2	-20.8
1905	12.0	11.1	+0.9	+ 8.1
1906	13.5	11.6	+1.9	+16.4
1907	13.3	12.1	+1.2	+ 9.9
1908	7.8	12.6	-4.8	-38.1
1909	13.4	13.0	+0.4	+ 3.1
1910	14.2	13.5	+0.7	+ 5.2
1911	12.8	14.0	-1.2	- 8.6
1912	16.9	14.5	+2.4	+16.6
1913	16.7	15.0	+1.7	+11.3
1914	11.8	15.4	-3.6	-28.4
1915	16.4	15.9	+0.5	+ 3.1
1916	20.9	16.4	+4.5	+27.4
1917	20.3	16.9	+3.4	+20.1
1918	19.6	17.4	+2.2	+12.6
1919	17.2	17.8	-0.6	- 3.4
1920	19.3	18.3	+1.0	+ 5.5
1921	11.0	18.8	+7.8	-41.5

由每月材料決定循環運動。商情循環若詳細分析之，採用每年材料，較每年材料為宜；因為升降之要點，在每年平均之數，多不見之，故不獨恆差須剔除，即月差亦須減去，而循環作用之性質乃可決定之也。剔除此兩者之方法，下哈佛商情指數再說之。

第三節 循環運動比較法

若欲將多數循環運動以比較，則須用同一普通的單位，化為比值，乃易研究。化之之法，或用一年為普通基年，化各列項為百分數，或將各列項化為恆差線之百分數，化為百分數後，因各列項升降之程度（頂點至低點之距離）相差太遠，仍不易於比較，則將各列項以其標準差(Standard deviation)除之，各曲線乃互相接近，易於比較，而得其同異之程度如何也。

各循環運動之異同，下章相關係數所述各種方法，再行詳說。

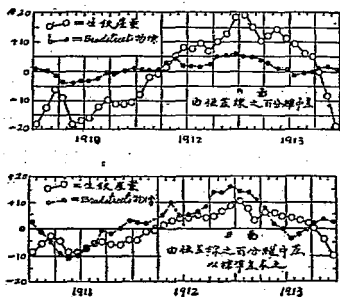
若測量差異不欲多受較大離中差之影響，則可用平均差(Average deviation)為除數，以代標準差。

表七十九

美國生鐵產量及 Bradstreet's 物價循環之比較

年 月	由恆差線之百分離中差		百分離中差以標準差餘之	
	生鐵產量	Bradstreet's 物 價	生鐵產量 (S.D.=19.15)	Bradstreet's 物 價 (S.D.=3.68)
1911				
一月	-18	+ .7	- .9	+ .2
二月	-12	- .2	- .6	- .1
三月	- 6	-1.4	- .3	- .4
四月	- 9	-3.4	- .5	- .9
五月	-18	-4.0	- .9	-1.1
六月	-17	-3.5	- .9	-1.0
七月	-16	-3.0	- .8	- .8
八月	-12	-2.2	- .6	- .6
九月	-10	- .5	- .5	- .1
十月	-11	- .6	- .6	- .2
十一月	-11	.0	- .6	.0
十二月	-10	+1.0	- .5	+ .3
1912				
一月	- 8	+ .6	- .5	+ .2
二月	- 2	+ .6	- .1	+ .2
三月	- 1	- .1	- .1	.0
四月	+ 1	+2.0	+ .1	+ .5
五月	+ 5	+3.8	+ .3	+1.0
六月	+ 8	+1.8	+ .4	+ .5
七月	+ 7	+1.9	+ .4	+ .5
八月	+ 9	+2.1	+ .5	+ .6
九月	+ 7	+2.8	+ .4	+ .8
十月	+10	+5.0	+ .5	+1.4
十一月	+13	+5.2	+ .7	+1.4
十二月	+18	+6.0	+ .9	+1.6
1913				
一月	+19	+5.2	+1.0	+1.4
二月	+15	+5.0	+ .8	+1.4
三月	+10	+4.2	+ .5	+1.1
四月	+12	+2.9	+ .7	+ .8
五月	+14	+1.0	+ .7	+ .3
六月	+11	+ .1	+ .6	0
七月	+ 9	-1.3	+ .5	- .4
八月	+ 6	- .6	+ .4	- .2
九月	+ 5	+ .1	+ .3	0
十月	+ 0	+ .5	.0	+ .1
十一月	- 8	+1.2	- .4	+ .3
十二月	-19	+1.2	-1.0	+ .3

圖四十三 比較循環運動的方法



圖四三表示百分離中差的循環以其標準差除之之結果圖 A 表示生鐵產量及 Bradstreet 物價兩者由恆差線之百分離中差普通趨勢大約相似但生鐵之升降變化太大故比較較難圖 B 兩者各以其百分離中差之標準差除之則兩曲線較近

第四節 單項商情預測器

(Single-Series business barometers)

商情循環之升降，既極重要，則商情預測尤應善用，明慧商人不獨對於本行實業加以研究，而一般商情之變動，由商業統計或商情預測而得者，更加特別注意。通常有謂商情寒暑表者(Business thermometers)指記錄商業現在的狀況者而言；商情預測器者(Business barometers)指預測將來的變動者而言，但習慣上每用商情預測器，包含兩者之意義而言之。

統計列項，何種最能代表商情乎？有用鐵路輸運之噸量以表示物品之產量者，有以銀行清賬數(Bank clearing)最能代表商情者，鋼鐵產量，農產品產量，物價指數，有價證券之價格，匯兌率之升降，亦均能代表經濟狀況之大概，不過預測商情將來之變動，則無甚重要也。

第五節 組合商情預測器

(Composite business *barometers* barometers)

一種列項，每不足以預測商情之變遷，於是用組合曲線(Composite curve)或多數曲線以爲預測之工具，試舉不

列之例，并說明其製之之法。

哈佛商情指數(Harvard business index) 美國哈佛大學之商情指數，由該校教授披遜氏(W.M. persons)主編，刊於經濟統計評論(Review of economic statistics)之內，其編製方法，亦甚詳盡，故最爲學者所注意。所用原本的材料，編製的方法，採用該方法之原由，均詳細列出以供參考。採用二十三種最重要的經濟列項，逐月之數，分析研究。

各列項以下列方法編製之：

1. 恆差之核定，多數之例，用最小自乘法以計得直線之趨向。
2. 各列項之月差，以環比法計得之。
3. 原本實在數，以恆差及月差之數改正之：
 - (a) 各月月差指數以本月恆差之縱距乘之；
 - (b) 所得之乘積，由原本實在數減去之；及
 - (c) 所餘結果以恆差縱距之百分數代表之，即由改正月差之恆差之縱距，以得實在數之百分離中差。

若 X =實在數

S =月差指數

O =恆差之縱距

則計算之式爲

$$\frac{X-S_0}{O} = \frac{X}{O} - S \dots \dots \dots \text{公式 41}$$

依此式則實在之數以恆差之縱距除之所得之數減去月差指數其結果亦同。(參觀本章附錄之例)

4. 改正的百分離中差之循環各以其標準除之,以便得可以比較的循環運動。
5. 各循環之相關(Correlation)或運動之程度及方向相同者欲與其他列項比較可採用決定相關之曲線數學方法(下章敘述之)。
6. 各項循環合併而成組別其法即將各趨勢相似之列項,合併比較,以得其總趨向,分為三組每組以一曲線表之。

A. 投機組 (Specwative group) 組合者為

- (1) 紐約城各銀行之借項 (bank debts)
- (2) 實業股票之價格

B. 商業組 (Business group) 組合者為

- (3) 除紐約城之外, 140 城之銀行借項
- (4) 物價

C. 銀行組 (Banking group) 組合者為

- (5) 4-6 月債券之利率
- (6) 60-90 日債券之利率

附 錄
每月項目標準差之計算
(生鐵產量 1906—1909)

年	月	實在數 (A)	恆差之 經距 1904—14 (B)	a與b之 關係 (C)	月差指數 (D)	離中差 (E)	離中差		標準差的 (G)
							自乘 (F)	離中差	
1906	1	2068	1799	115	101	14	196	.6	
	2	1904	1804	105	95	-10	100	.4	
	3	2155	1810	119	107	12	144	.5	
	4	2073	1815	114	103	11	121	.5	
	5	2098	1821	115	103	12	144	.5	
	6	1976	1826	108	95	13	169	.6	
	7	2013	1832	110	94	16	256	.7	
	8	1926	1837	105	97	8	64	.4	
	9	1960	1842	106	98	8	64	.4	
	10	2196	1848	119	104	15	225	.7	
	11	2187	1853	118	101	17	289	.7	
	12	2235	1859	120	102	18	324	.8	
1907	1	2205	1864	118	101	17	289	.7	
	2	2045	1870	109	95	14	196	.6	
	3	2226	1875	119	107	12	144	.5	
	4	2216	1881	118	103	15	225	.7	
	5	2295	1886	122	103	19	361	.8	
	6	2234	1892	118	95	23	529	1.0	
	7	2255	1897	119	94	25	625	1.1	
	8	2250	1902	118	97	21	441	.9	
	9	2183	1908	115	98	17	289	.7	
	10	2336	1913	122	104	18	324	.8	
	11	1828	1919	95	101	-6	36	-.3	
	12	1234	1924	64	102	-38	1444	-1.7	
1908	1	1045	1930	54	101	-47	2209	-1.1	
	2	1077	1935	56	95	-39	1521	-1.7	
	3	1228	1941	63	107	-44	1936	-1.9	
	4	1149	1946	59	103	-44	1936	-1.9	
	5	1165	1951	60	103	-43	1849	-1.9	
	6	1092	1957	56	95	-39	1521	-1.7	
	7	1218	1962	62	94	-32	1024	-1.4	
	8	1348	1968	69	97	-28	784	-1.2	
	9	1418	1973	72	98	-26	676	-1.1	
	10	1563	1979	79	104	-25	625	-1.1	
	11	1577	1984	79	101	-22	484	-1.0	
	12	1740	1990	87	102	-15	225	-.7	
1909	1	1801	1995	90	101	-11	121	-.5	
	2	1703	2001	85	95	-10	100	-.4	
	3	1832	2006	91	107	-16	256	-.7	
	4	1788	2011	86	103	-17	289	-.7	
	5	1880	2017	93	103	-10	100	-.4	
	6	1929	2023	95	95	0	0	.0	
	7	2101	2028	104	94	10	100	.4	
	8	2246	2033	111	97	14	196	.6	
	9	2385	2039	117	98	19	361	.8	
	10	2600	2044	127	104	23	529	1.0	
	11	2547	2050	124	101	23	529	1.0	
	12	2635	2055	128	102	26	676	1.1	
						25046			

離中差自乘之和($\sum x^2$)=25,046.項數N=48.

$$O = \sqrt{\frac{25,046}{48}} = \sqrt{521.8} = 22.8$$

此等指數預測之價值，全在各組之升降有一定的先後，投機組之運動，約先於商業組四月至十月，商業組之進行，又先於銀行組二月至八月，繼續之次序，上升至頂點及下降至底點均同也。

故投機組曲線升高，可以預測商業組曲線之升高，而商業組曲線之升高，又可以預測銀行組曲線之升高也。

第十六章 相關

(Correlation)

第一節 概說

統計如歷史，根據過去經驗，可以推測將來，是以經濟學者，常藉統計的分析，求得預測方式以推斷將來經濟狀況之變遷。已知穀米產量之變遷，即可預測其價格之升降；已知銀行準備金額之變遷，即可預測利率之升降。其相關係之數，即根據此等預測之方式，以簡明形式表示現狀與過去之關係，並便於用以推測將來也。

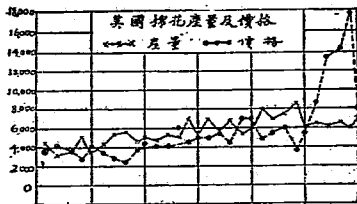
試用圖四四以研究相關。棉花產量及價格之曲線變遷均是相同。產量線上升，則價格線下降；產量線下降，則

價格線上升,此等變動關係,謂之相反的相關(Inverse correlation)因其趨勢在反對方向也。

所謂相關者,乃兩列項中之相當變量的程度,及方向相類似之模型數量也,依此意義應研究下列三問題。

1. 根據何種標準或模數(norm)以測量所比較的變量;
2. 變量之方向其意義為何;
3. 相關程度,其意義為何,并如何測量之。

圖四十四 相反的相關



第二節 測量離中差的標準

依據問題之性質,測量離中差之標準有三:平均數,恆變線及時間上接續的事項。

列項平均數的變量若欲研究樹葉之長度闊度,人民之高度重量,田莊之大小,及物產之成本等等之變量,其

方向及程度均相同，於是可由算術平均數以測量其變量如何。某田莊比較平均數為大，則物產成本，將在平均成本之上或下乎。此等問題，常時有人論及之。此類相關，謂之靜的相關，(Static correlation)與含有時間要素的相關相對者也。

經濟統計家之大部分工作，在於分析時間列項。兩列項長期運動的相關，可以應用與靜的相關相同的方法以決定之，——即比較其由平均數之離中差也。若兩列項之恆差已經計得，則決定長期運動相關性質之簡法，即直接比較兩恆差線之斜度。圖四四之實在數若依此作法，將得方向相同的相關之證據，以兩曲線均有升高的趨勢也。

恆差線的變量，由兩列項之恆差線，以比較其變量，乃經濟統計中之重要部分。欲知列項之升降相同，即將各列項比較，以便決定何種列項有相關升降，不獨注意其相同之性質，并可注意其發現之時間。此種比較均在月差及恆差剔除之後，故變量比較，乃由恆差線之離中差以比較，非由算術平均數也。

第一的差別(First differences):某種經濟問題，不甚注意於其由平均數之離中差，亦不甚注意於其由恆差線之離中差，但注意於其按續進行事項之差別。穀價增加，則

表八十 美國棉花產量及價格表

年份	產 量 百萬磅計	價 格 每磅仙計	年份	產 量 百萬磅計	價 格 每磅仙計
1891	4,450	7.3	1906	6,800	10.0
1892	3,350	8.4	1707	5,700	11.5
1893	3,700	7.5	1908	6,800	9.2
1894	5,000	5.9	1909	5,150	14.3
1895	3,550	8.2	1910	6,000	14.0
1896	4,250	7.3	1911	8,150	9.6
1897	5,500	5.6	1912	7,150	11.5
1898	5,700	4.9	1913	7,400	12.5
1899	4,750	7.6	1914	8,500	7.3
1900	5,150	9.3	1915	6,050	11.2
1901	4,850	8.1	1916	6,400	17.3
1902	5,400	8.2	1917	6,200	27.1
1903	5,000	12.2	1918	6,500	28.8
1904	6,850	8.7	1919	6,000	35.4
1905	5,400	10.9	1920	6,950	15.8

明年種禾之田畝亦隨之而有相當增加乎？穀價變更百分之一，則米價亦隨之而有相當變更乎？某一種指數升或降百分之十，則其他指數亦有相等的變動乎？凡此種種，即發生第一差別相關的問題；所應研究的變量，乃由於前項之升降。蒲蘭氏 (Bowley) 論及第一差別之相關，其意如下：

“兩數量若互有關係，則其升降相類似，一項之加減即與他項之加或減（或相反）相關連，一項之變量較大，則他項之變量亦較大，此等數量謂之相關。”

第三節 相關之方向

相關可分為兩類：曰直接 (Direct) 或相反的 (Inverse)。若兩列項之升降，同一方向，則一項增加他項亦增加，一項減少，他項亦減少，謂之直接相關 (Direct correlation)。但若一項減少之時，他項則增加者謂之相反相關 (Inverse correlation)。批發價及零售價，失業數及犯罪數，繁盛數及結婚數，均應為直接相關，利率及公債票價，農業產量及農品價格，均應為相反相關也。

第四節 相關程度之測量

1. 相關程度 若祇說農產品產量及農品價格，是相反相關，仍未詳盡，究竟此相反關係，是否常時不變，相反程度，是否常時相同，此種問題亦應研究。在物產增加之時，物價之變遷，亦按照同一不變之比率乎？兩列項若為相關變動，將如何以表示其變量之關係乎？大抵相關有完全的，高的，低的，或全無的。若兩列項之升降，常時方向相同，比率相同，則謂之完全直接相關(Perfect direct correlation)。若其升降之方向相反，而程度相同，則謂之完全相反相關(Perfect Inverse correlation)。若兩列項之升降，僅為隨時的，一項增加之時，他項或增或減，又可謂之全無相關(Absence of correlation)。

習慣上常用數目(1)為完全的符號，完全直接相關，寫為(+1)；完全相反相關寫為(-1)；若寫(0)則為無相關。實際上，所有列項，均有多少相同的運動，不過未達到完全相關的地位。故最要問題，即為研究測量此等相同的方法，相關係數，即指此而言也。依此計算，+1是完全直接相關，-1是完全相反相關，0乃是無相關的。所有其他求得之數值，均在+1及-1之內。

2. 同向離中差之係數(The coefficient of Concurrent Deviation) 若祇注意離中差之方向，而不理及其大小，則可應用同向離中差之係數，其公式如下。

$$R = \pm \sqrt{\frac{+2G-n}{n}} \dots\dots\dots\text{公式42}$$

R=相關係數

n=項目每變之數目

G=同向離中差之數目,即每變項目之離中差均為正(+)或均為負(-)

本章表八三即比較各年棉花之產量及價格之升降,共有二十四變項目,若所有第一的差別:均是同一方向,

則公式42為 $R = \sqrt{\frac{48-24}{24}} = +1$

若數量(2G-N)為負,則書負號於前,亦化為正而開方根,所得方根仍是負號表八三各年祇有四變是同向變動的,故同向離中差係數之值如下

$$\begin{aligned} R &= \pm \sqrt{\frac{+2(4)-24}{24}} = -\sqrt{-\left(\frac{2}{3}\right)} \\ &= -\sqrt{\frac{2}{3}} = -.82 \end{aligned}$$

8. 披爾遜法(或均方相關法或乘積率法)(Pearsonian or Sum-product Method, or Product-moment method)欲得精細數量,用同向離中差法以求相關係數,不甚適宜,因為離中差之大小絕無影響也,在表八三內1900,1901,及1902同一方向之微小差異,其影響以決定係數之力量,與1904,1911,及1915相反方向之較大差異,同一效力,故有均方

相關法之發明，以補救此弱點，此法平常多謂之披爾遜法，統計學家多採用之。

茲假設下數以說明此法之應用表八一第二行為五田莊所產麥之斗數 (Bushel) 第五行為各田莊每斗之價值，各田莊每畝平均產量為18，每畝有二斗之離中差，則價值每斗即有一仙之差異而方向相反。此種比率，各田莊均然，此即為完全相反相關，而數字的表示為-1。相關係數之公式如下。

$$R = \frac{\sum xy}{N(S.D.x)(S.D.y)} = \frac{\sum XY}{N\sigma_x\sigma_y} \dots\dots\dots\text{公式43}$$

R=相關係數

XY= 每對離中差之乘積

$\sum XY$ = 上項乘積之和

σ_x 或 S.D. x=X列項之標準差

σ_y 或 S.D. y=Y列項之標準差

N= 用以比較每對之總數

表八一即應用此式以計算

將表八一之值代入公式43，則

$$R = \frac{-40}{5\sqrt{\frac{87}{5}}\sqrt{\frac{20}{5}}} = \frac{-40}{40} = -1 \text{ 或 完全相反相關}$$

表八十一 披爾遜相關係數之計算

1	2	3	4	5	6	7	8
田莊	每畝麥之產量			每擔產量之值			離中差
		離中差	離中差 自乘	仙數	離中差	離中差 自乘	離中差 之乘積
		X	X ²		y	y ²	xy
			80			20	-40
A	12	-6	36	39	+3	9	-18
B	16	-2	4	37	+1	1	-2
C	18	0	0	36	0	0	0
D	20	+2	4	35	-1	1	-2
E	24	+6	36	33	-3	9	-18

公式 43, X及Y代表由平均數之離中差相關公式之其他形式,意義與公式 43 完全相同者,用 $(X-\bar{X})$ 及 $(Y-\bar{Y})$ 以代表由平均數之各離中差披爾遜公式則寫為

$$E = - \frac{\sum(X-\bar{X})(Y-\bar{Y})}{n\bar{x}\bar{y}} \dots\dots\dots\text{公式44}$$

\bar{X} =原本列項中之各項, \bar{Y} 為他列項之相當項,

\bar{X} =X列項之平均數

\bar{Y} =Y列項之平均數

此時平均數之離中差,但用 $(X-\bar{X})$ 及 $(Y-\bar{Y})$ 代表之,依照此法求相關之各離中差先以其標準除之;次求 $(X-\bar{X})$ 及 $(Y-\bar{Y})$ 之積之和次再以項數除之,此時x列項之

標準差為 $\sqrt{\frac{80}{5}}=4$, Y 列項為 $\sqrt{\frac{20}{5}}=2$

各列項以標準差除之, 所得如下表。

離中差以標準差表之

田莊	產量	價值	乘積
A	-1.5	+1.5	-2.25
B	-0.5	+0.5	-0.25
C	0.0	0.0	0.00
D	+0.5	-0.5	-0.25
E	+1.5	-1.5	-2.25
			$\Sigma = -5.00$

乘積之和為 -5, 項數亦為 5, 故平均乘積之和為 -1。
計算之次第不同, 所得者亦相同。

4. 相關表 (Correlation table) 若相關之數值太多, 每一項目均須由離中差以計算其相關之數, 則工作太繁, 較為實用之法, 即將各項編成次數組排列於相關表或雙項表之內, 如表八二之例, 再用此等組別為單位, 以計算相關之數, 且各變量相關之性質, 亦可觀察此表得之。試觀表八二, 即可見直接相關之趨勢, 即較高者體較重, 較低者體較輕也。

表八十二 相關表
某大學學生十九人之高度及重量

註：統計方法……

重量(磅)	高度(吋)									
	所有 高度	62.0 to 63.9	64.0 to 65.9	66.0 to 67.9	68.0 to 69.9	70.0 to 71.9	72.0 to 73.9	74.0 to 75.9	76.0 to 77.9	78.0 to 79.9
總計	50	1	19	28	26	16				6
100.0-109.9	3	1	1	1						
110.0-119.9	9		5	4						
120.0-129.9	28		6	12	5					
130.0-139.9	22		6	4	8	4				
140.0-149.9	14			2	6	4	2			
150.0-159.9	14				6	6	2			
160.0-169.9	2					1	1	1		
170.0-179.9	8				1	1	1	1		

表八十三 第一差異的相關
(由表八十之數計算)

年 份	A	B	C	D	E	F	G	H	I
	棉花產量				棉花產量				離中差之 乘積 (B×F)
	第一差異 (百萬磅)	由平均數 (+70) 之離中差	離中差 自乘	離中差 以標差 除之	第一差異 (仙數)	由平均數 (+0.2) 之離中差	離中差 自乘	離中差 以標差 除之	
	x	(x- \bar{x})	(x- \bar{x}) ²	$\frac{(x-\bar{x})}{\sigma_x}$	y	(y- \bar{y})	(y- \bar{y}) ²	$\frac{(y-\bar{y})}{\sigma_y}$	(x-x)(y- \bar{y})
總計	+1,600		34,973,600		+3.9		+158.85		-63,322
1892	-1,100	-1,170	1,368,900	- .97	+1.1	+0.9	.81	+ .85	-1,053
1893	+ 350	+ 280	78,400	+ .23	-0.9	-1.1	1.21	- .43	- 308
1894	+1,800	+1,280	1,512,900	+1.02	-1.6	-1.8	3.24	- .70	-2,214
1895	-1,450	-1,520	2,810,400	-12.6	+2.3	+2.1	4.41	+ .82	-3,192
1896	+ 700	+ 680	396,900	+ .52	-0.9	-1.1	1.21	- .43	- 693
1897	+1,250	+1,180	1,392,400	+ .98	-1.7	-1.9	3.61	- .74	-2,242
1898	+ 200	+ 180	16,900	+ .11	-0.7	-0.9	.81	- .35	- 117
1899	- 950	-1,020	1,040,400	- .85	+2.7	+2.5	6.25	+ .97	-2,550
1900	+ 400	+ 380	108,900	+ .27	+1.7	+1.5	2.25	+ .53	+ 495
1901	- 300	- 870	186,900	- .81	-1.2	-1.4	1.96	- .54	+ 518
1902	+ 550	+ 480	230,400	+ .40	+0.1	-0.1	.01	- .04	- 48
1903	- 400	- 470	220,900	- .39	+4.0	+3.8	14.44	+1.48	-1,786
1904	+1,850	+1,780	3,168,400	+1.47	-3.5	-3.7	18.69	-1.44	-6,586
1905	-1,450	-1,520	2,310,400	-1.26	+2.2	+2.0	4.00	+ .78	-3,040
1906	+1,400	+1,880	1,768,900	+1.10	-0.9	-1.1	1.21	- .43	-1,463
1907	-1,100	-1,170	1,368,900	- .97	+1.5	+1.3	1.69	+ .51	-1,521
1908	+1,100	+1,030	1,060,900	+ .85	-2.3	-2.5	6.25	- .97	-2,575
1909	-1,650	-1,720	2,958,400	-1.43	+5.1	+4.9	24.01	+1.91	-3,428
1910	+ 850	+ 780	608,400	+ .65	-0.3	+0.5	.25	- .19	- 390
1911	+2,150	+2,080	4,326,400	+1.72	-4.4	-4.6	21.16	-1.79	-9,568
1912	-1,000	-1,070	1,144,900	- .89	+1.9	+1.7	2.89	+ .66	-1,819
1913	+ 250	+ 180	32,400	+ .15	+1.0	+0.8	.64	+ .31	+ 144
1914	+1,100	+1,080	1,060,900	+ .85	-5.2	-5.4	29.16	-2.10	-5,582
1915	-2,450	-2,520	6,350,400	-2.09	+3.9	+3.7	18.69	+1.44	-9,324

棉花產量之S.D.= 1207;價格之S.D.=2.67

表八十四 由恆差線離中差的相關

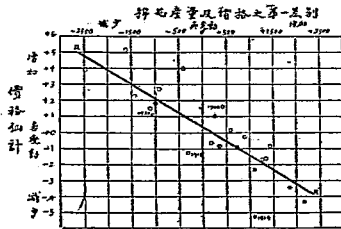
年 份	A	B	C	D	E	F	G
	棉 花 產 量			棉 花 價 格			離 中 差 之 乘 積 (B×E)
	恆差線 (百萬磅)	由恆差線 之離中差	離 中 差 自 乘	恆差線 (仙計)	由恆差線 之離中差	離中差 自乘	
	Y_1	$(y-Y)_1$	$(Y-Y)_1^2$	Y_2	$(y-Y)_2$	$(Y-Y)_2^2$	$(y-Y)_1(y-Y)_2$
總計			14,350,000			85.66	-23,809.5
1891	3,812	+ 638	407,044	6.8	+0.5	.25	+319.0
1892	3,963	- 613	375,769	7.0	+1.4	1.96	-858.2
1893	4,114	- 414	171,396	7.2	+0.3	.09	-124.2
1894	4,265	+ 785	540,225	7.4	-1.5	2.25	-1,102.5
1895	4,416	- 866	749,956	7.6	+0.6	.36	-519.6
1896	4,567	- 317	100,489	7.8	-0.5	.25	+158.5
1897	4,718	+ 782	611,524	8.0	-2.4	5.75	-1,876.8
1898	4,869	+ 831	690,561	8.2	-3.3	10.89	-2,742.3
1899	5,020	- 270	72,900	8.4	-0.8	.64	+216.0
1900	5,171	- 21	,441	8.6	+0.7	.49	- 14.7
1901	5,322	- 472	222,784	8.8	-0.7	.49	+330.4
1902	5,473	- 73	5,329	9.0	-0.8	.64	+ 58.4
1903	5,624	- 624	389,376	9.2	+3.0	9.00	-1,872.0
1904	5,775	+1,075	1,155,625	9.4	-0.7	.49	-752.5
1905	5,926	- 526	276,676	9.6	+1.3	1.69	-633.8
1906	6,077	+ 723	522,729	9.8	+0.2	.04	+114.6
1907	6,228	- 528	278,784	10.0	+1.5	2.25	-792.0
1908	6,379	+ 421	177,241	10.2	-1.0	1.00	-421.0
1909	6,530	-1,380	1,904,400	10.4	+3.9	15.21	-5,382.0
1910	6,681	- 681	463,761	10.6	+3.4	11.56	-2,315.4
1911	6,832	+1,318	1,737,124	10.8	-1.2	1.44	-1,581.6
1912	6,983	+ 167	27,889	11.0	+0.5	.25	+ 83.5
1913	7,134	+ 266	70,756	11.2	+1.3	1.69	+845.8
1914	7,285	+1,215	1,476,225	11.4	-4.1	16.81	-4,981.5
1915	7,436	-1,386	1,920,996	11.6	-0.4	.16	+854.4

由表八十用最小自乘法計算，得本表之A及D行

產量： $y=5624+151x$

價格： $y=9.2+.2x$

圖四十五 散播圖



5. 第一差別之相關 表八三將棉花產量及價格之第一差別依次列出,而每對差別之數,則繪於圖四五之內,謂之散播圖。(Scatter diagram)表八三A行及E行之數,是代表產量及價格之變遷,以前一年比較的,而圖四五則代表各年之第一差別,例如1892之小圓圈,代表1891年之第一差別為-1170百萬磅,此數乃由1891減少至此者,及該年所增加之價格為1.1仙,由無變動線縱距量得之,其他各圓圈均代表各年產量及價格之變動,普通言之,產量減少之圓圈,同時代表價格之增加,不過相關之程度不同耳,兩者變動欲以一線代表之,而最小自乘線 RR' 最能適合兩種之變動,所謂最小自乘線者,如所繪之線,此線距離所繪各點之離中差自乘之和為最小。 RR' 線之

斜度可依下列公式得之。

$$m = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sum(X - \bar{X})^2} \dots\dots\dots \text{公式45}$$

M = 最小自乘線之斜度

$(X - \bar{X})$ = 產量之第一差別之離中差，是由第一差別之平均數計得的。

$(Y - \bar{Y})$ = 價格之相當第一差別之離中差代入表八三之數值，即得

$$M = \frac{-63,322}{34,973,600} = -.00181$$

m之數值為-.00181即謂產量若由平均數變一百萬磅，則價格之變動，將必於相反方向變-.00181仙。此種關係即謂之相關係數。

6. 由恆差線離中差的相關 表八四之A行及D行將棉花之產量及價格各恆差線之縱距列出；(用最小自乘法計算見上章)B行及E行是恆差線之離中差離中差相關係數之公式為

$$R = \frac{\sum(y - \bar{y})_1(Y - \bar{Y})_2}{N\sigma_1\sigma_2} \dots\dots\dots \text{公式46}$$

R = 相關係數

$(y - \bar{y})_1$ = 第一列項由其恆差線之縱距的離

中差

$(y - Y)_2 =$ 第二列項由其恆差線之縱距的離

中差

$\sigma_1 =$ 第一列項由其恆差線之離中的標準差

$\sigma_2 =$ 第二列項由其恆差線之離中差的標準差

$N =$ 年份之數或其他用以比較的時期

將表八四之數值代入即得

$$R = \frac{-23,809.5}{25 \sqrt{\frac{14,350,000}{25}} \sqrt{\frac{85.66}{25}}} = -.679$$

若由恆差直線之離中差已經用其標準差為代表如十五章之所述則相關係數之公式變為

$$R = \frac{\sum XY}{N} \dots\dots\dots \text{公式47}$$

X及Y代表各離中差之以標準差為代表者。

市立天津特別圖書館
市立天津特別圖書館

河川崇太
圖書館所
啓

中華民國二十三年九月初版

統計方法

□(全一册定價大洋二元)
(外埠酌加郵費匯費)

編著者 陳炳權

發行人 沈駿聲

印刷者 大東書局

總發行所 大東書局

分發行所

開封 鄭州 徐州 徐州

安慶 漢口 廣州 廣州

北京 天津 濟南 濟南

無錫 常州 杭州 杭州

信陽 西門 廣州 廣州

大東書局



(本寄校對者陳東訊)

11/21
CBI
CBQ

11/21