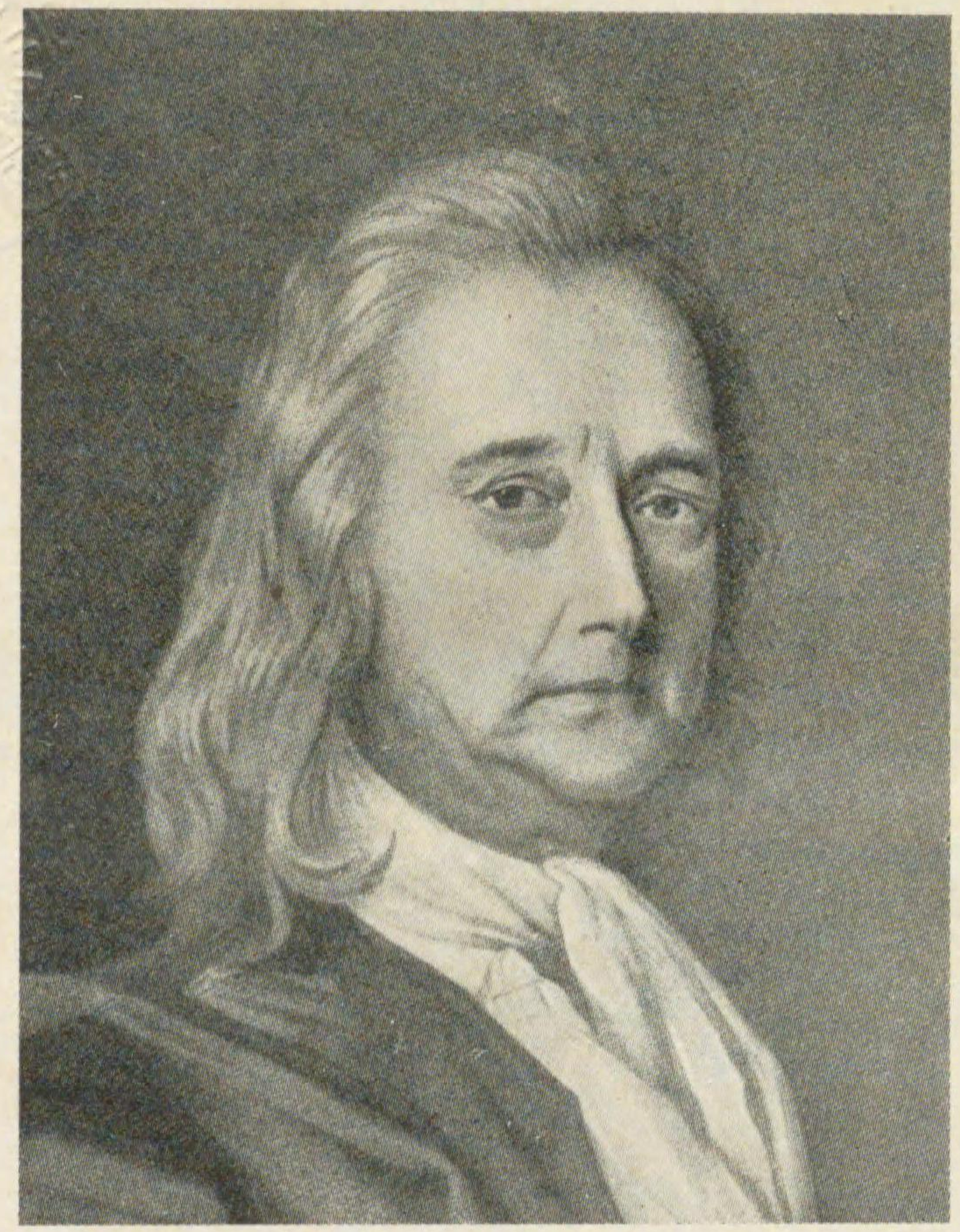
阿部良夫著

大思想文庫 11

ニュートン 自然哲學の數學的原理

岩波書店刊行



序

本書は三篇より成立つ。始めニュートンの生涯の大要を述べて其主著「自然哲學の數學的原理」著作の由來を示し、次に第二篇に於て此著の內容の概略を掲げ、終りに多少の說明と批評とを加へつゝ其史的地位を明かにしようと試みた。此中第二篇に於ては、原著を成る可く其儘に傳へるために、ユークリッド幾何學の體裁を採り、定義・定律及び註等の重要なものを順序に從つて掲げた。元來此等の定義・定律等には夫々說明・證明等が附けられて居るのであるが、其等を悉く載せる事は、餘りに詳細に亙つて、たゞに紙數が許さぬばかりでなく、又原著の大要を示す上にも却て適當ではあるまい。夫故に其中の重要なもの或は典型的なものの少數を用ひ、其他はすべて割愛した。しかも此少數の證明等さへも多くは原文其儘ではなく、たゞ大意を傳へる程度に止めておいた。註に就ても同樣である。從て、原著を表すには不完全であり、其要旨を傳へるには繁雜に過ぎるであらう。たゞ之によつて多少なりとも原著の俤を推察せられる人があるならば望外の幸である。

巻頭の肖像は一七〇六年ガンディーの筆になるものである。

本書を著すに當つて多くの學者の論著、殊にウォルファースの原著獨譯本、岡邦雄氏の邦譯本、桑木彧雄博士の「ニュートン」等に負ふ事が多く、又出版に關しては藤岡由夫博士の好意に俟つ處が少くない。玆に記して深き感謝の意を表す次第である。

昭和十年七月

阿部良夫

目次

第一篇　ニュートンの生涯

ニュートンは一六四二年に生れ、一七二七年八十六歳を以て逝いた。此長い生涯の中彼が科學的研究者として活躍し大なる業績を擧げたのは、青年時代より四十六歳頃迄の二十餘年間である。此間はじめは主として數學及び光學の研究に力を注ぎ、後、力學及び萬有引力の研究に沒頭し、遂に一六八七年四十六歳の時大著「プリンシピア」即ち「自然哲學の數學的原理」——略して自然哲學原理とよばう——を出版するに至つた。之より約十ケ年の間を不遇にすごした後、五十五歳の時造幣局に入つて實社會上の仕事に從ひ、更に又ロイヤル・ソサイティーの會長に就任し、學界の長老として晩年を送つたのである。

一六四二年はエリザベス女王崩御後約四十年、チャールス五世と議會との間に激しい抗爭のはじまつた年であり、一七二七年はジョージ一世退位の年である。即ちニュートンはクロンウェル時代を少年としてすごし、王政復古の翌年ケンブリッヂに入り、名譽革命の前年に彼の大著を出した。近世物理學の祖であり、學問上ニュートンの父ともいふべきガリレイは彼の生れた年に世を去り、彼と相並んで學界に盛名を馳せたボイル、ハイゲンス、フック及び哲學者ロック等は孰れも彼より約十年內外前に生れ、ライプニッツは四年の後に生れた。

更に我國に比べるに、ニュートンの生涯は寛永十九年家光の時代より享保十二年吉宗の時代に及び、自然哲學原理の出版は貞享四年卽ち元祿と改元せらるゝ前年に當る。契沖、西鶴、芭蕉等は殆ど彼と同年配である。此時代の儒教文藝の隆盛に就ては述ぶる迄もないが、天文、地理學等も漸次發達し、殊に和算の發展は著しく、斯界の巨星たる關孝和によつて圓理等の發見せられたのも此頃の事である。なほ地動說は明和の頃卽ち十八世紀の後半に麻田剛立が創めて說き出し、此頃歐洲の地動說及び引力說も傳はり來つたのである。

二

アイサク・ニュートンは一六四二年十二月二十五日、英國のケンブリッヂより五六十哩南にあたるリンコルンシャイヤー州のコルスターウォルス教區內の小村ウルスソープに生れた。父は彼の生れる二ケ月ほど前に世を去つたので、はじめは母一人の手に育てられ、四歳の時に母が近村の牧師スミスに再緣して後は母方の祖母及び叔父に養はれた。小學校の課程を了つた後、十四歳の時に六哩ほど北のグラヌサム町のキングス・スクールに入り、六年の後ケンブリッヂのトリニティー・カレッヂに入つた。彼がグラヌサムの學校に入つた翌年母は夫に死別して再びウルスソープに歸つて來たので家業の手助けのために彼は家に呼びかへされた。しかし彼は器械を工夫したり、自然科學・數學等を學ぶ事は好きであつたが、農業や商賣には少しも向かないので、やがて再びグラヌサムの學校に入り、こゝを卒つてケンブリッヂに赴いたのである。但し、何分貧しくして學資を支辨する事も出來ないため、一種の給費生として大學內で働きながら學んだのである。

彼がケンブリッヂのトリニティー・カレッヂに入つたのは一六六一年の五月、二十歳の時である。こゝで學んだものは古典・神學・數學・自然科學等であつて、此中にはユークリッドの幾何學、デカルトの解析幾何學、ケプレルの光學、コペルニカスの天文學等も含まれて居た。此等の中純思索的な數學よりは自然科學に傾き、又錬金術に興味を有ち化學的實驗を屢〻試みた。一般の學生に比して特に秀でたとも思はれなかつたが、たゞ少數の慧眼な教師からは將來ある學生と見られたこともあつたであらう。一六六五年の一月にバチェラー・オヴ・アーツの稱號を得、七年にユニオル・フェロー、八年にマスター・オヴ・アーツ及びセニオル・フェローとなり、一六六九年にルカシアン・プロフェッサーの地位に就いた。

この一六六五年より一六六九年、二十四歳より二十八歳迄の五ヶ年間、殊に始めの二ヶ年間は、長くはないけれども、彼の後年の業績の萌芽は殆ど總て此期間に見出されるのである。

先づ第一に數學に關して述べることとする。

一六六五年無限級數の研究をなし、フラクションの法 (Fluxion) 卽ち微分法を發見した。更に翌年にはフラクションの逆の方法卽ち積分法を考へ出し、進んで第二次フラクション卽

ち逐次微分法に及んだ。此等微分法・積分法の幾何學及び方程式論等への應用に就ても研究した事は勿論である。

第二に萬有引力發見の端緒を得た。彼の記す處によれば「此年に私は重力が月の軌道迄も及んで居ると考へはじめた。……而して遊星の週期は其軌道の中心からの距離の二分の三乘に比例するといふケプレルの法則により、私は遊星を軌道に保つ力が遊星の公轉の中心からの距離の二乘に逆比例しなければならぬ事を導き出した。そこで月を其軌道に保つに要する力を地球の表面に於ける重力と比較し、此等が相當によくあふ事を見出した」。此年といふのは一六六五年か六年の事である。この月に重力の及ぶといふ事を庭の林檎の落ちるのを見て想ひついたのであると言ひ傳へられて居る。此引力がたゞ天體の間にのみでなく、恐らく總ての物體相互の間にも作用すると、此頃既に彼は考へて居たであらうと思はれる。しかし此等に關して何等發表しなかつたため詳細を知る事が出來ないのである。

第三に光學上の研究である。此以前から光學上の實驗をして居たのであるが、一六六六年プリズムを用ひてスペクトルの研究をはじめ、又既に二三の人によつて考へられた反射望遠

鏡の改良を企て、遂に一六六八年彼の考案になるものを自身にて製作した。之が反射望遠鏡の實際に作られた最初のものである。なほ四年の後には反射顯微鏡を發明した。

此三つの方面の研究は、一見した處では此相互の間に何等の聯絡も存在しない様であるけれども、實は左様ではないのである。卽ち重力の問題は遊星の運動を說明するために當時學界に於てしきりに論議せられた處であり、望遠鏡は天體觀測のため改良を必要とせられて居り、而も天體觀測をなす理由の主なるものは實に遊星の運動や其衞星を研究するためであつた。又スペクトルは單に光の性質を知るためばかりでなく、レンズの色を除き望遠鏡等を完全にするために、殊に其研究が促されたのである。從て此等はいづれも、天動說か地動說かといふ大問題に關聯して居るといふべきである。」

更にニュートンの發見した微積分法が力學上又天文學上如何に有力なる武器となるかは特に述ぶる迄もあるまいと思ふ。

三

ルカシアン・プロフェッサーの任務は數學・天文學・地理學・物理學等に關する講義をなすにあつた。夫故ニュートンは始め數年は主に光學の講義をなし、後に代數學・力學・萬有引力論等を敎へた。

「一六七二年一月、ロイヤル・ソサイティーの會員に推薦せられた。之は先年發明の望遠鏡の優秀な事が認められたによるといはれて居る。此學會は一六六二年に創立せられ、其當時は自然科學のみならず、農・商・建築・軍事等、卽ちフランシス・ベーコンのナチュラル・ヒストリーの目錄にある總ての事柄を學び且つ敎へる事を目的としたものであつて、其會員に推される事は非常に名譽とせられて居たのである。

「此二月に彼ははじめて此學會に光學に關する論文を提出し、ついで反射望遠鏡について發表した。此第一の論文は「光及び色に關する新しい理論」と題し、學生時代より數年に亙る、主としてスペクトルに關する研究の結果をまとめたものである。光がレンズやプリズムを通る後に色がつく事は以前から知られて居たのであるが、此現象を詳しく研究したのはニュートンが最初といふべきである。此論文に於て先づ太陽の光を七色に分解し、又逆に此等七色

を集めて白光が得られることを實驗的に示し、從て白光は單一のものではなくして、種々なる多くの單色光の集合である事、此等單色光は夫々互に異つた特有の屈折率を有つ事、及び此單色光を我々は反射・屈折又は其他の如何なる方法によつても變へ得ない事を主張する。次に物體の色・薄膜の色に論及し、此等は物體が或單色光を他の單色光に變へるために起るのではなく、たゞ複色光中に含まれて居る單色光の割合を反射・屈折等によつて變ふるために特有の色を現すのであると論じて居る。但し光の屈折率が物質によつて異る事を彼は心づかず、從つて色消しレンズを工夫し得る事を考へなかつたのは千慮の一失とでもいふべきである。此論文が優れた重要なものである事は直に此學會に於て認められた。しかし此説へ反對する者も少くなかつた、即ちフック、ハイゲンス等は其中の有力な者である。

之より一六七六年迄十數篇の論文を出した。此等は主として第一の論文に對する反對論への辯駁及び新しい研究を述べたものであつて、就中重要なのは一六七五年の末及び六年の始めの論文である。此等の論文に於て、物體及び薄膜の色を更に詳細に論じ、ニュートンの色輪を説き、此等の現象を説明するために「反射及び屈折のフィッツ」(fits of easy refraction & easy transmission) の説を出した。

こゝで光の本性に關する彼の考を述べておかう。通俗に彼を光の粒子説の主張者となし、波動説には全く反對した如くに云はれて居るが、實は左樣に簡單なのではないのである。彼の考は上記の論文等の中に述べてあり、しかもそれが時によつて多少づゝ變つて居るのであつて、彼自身滿足する如き説には終に到達しなかつたのである。一六七二年頃の彼の考によれば、光は發光體から直線的に進む何物かである。恐らくは之は微小な粒子であつて、之が物體の内部にも眞空内にもひろがつて居るエーテル的媒質に振動を與へ、此振動の形・大さ等によつて色の相違が生ずる、例へば振動の長いものは赤、短いものは黄といふ工合になるのではあるまいか。

しかし此説ではニュートンの色輪の説明に不十分であると考へ、そこでフィッツの説を考案した。此説によれば光線が屈折面に當るときは或過渡的な狀態を得る、即ち反射し易い狀態と通過し易い狀態とが生ずる。此狀態を反射のフィッツ及び通過のフィッツとなづける。一つの光線が一つの面に當るとき此二種の狀態は交互に生じそのため此面を通過した後に於ては此

光線には此二のフィッツが交互に等間隔を隔てて並んだまゝに進む事になり、一種の週期的な性質が生ずる。此フィッツが如何な様子のものかは明かでない。しかし光の粒子が境界面に當つて特殊の波動をエーテルに惹起し、此波動が逆に又粒子に作用し、フィッツの狀態を惹起すと考へる事も出來るであらう。彼は此考に基き、ニュートンの色輪を用ひて單色光のフィッツの間隔を求め、現今の波長の値と大略同じ値を得たのである。

　此等によつても明かな如く彼は光と波動との間に密接な關係を推測して居たのであるが、しかも何故に波動説をとらなかつたかといふに、其最も主な理由は此説では光の直行を説明する事が不可能であると考へたためである。

　彼は光の廻折・複屈折・偏光等を研究し又光と熱や化學作用との關係についても多少の考察をめぐらした。偏光を説明するには光を媒質內の波動又は壓力の傳達としては困難であると考へた。晩年に至るに從ひエーテルを不必要とするに傾き、光の色は其粒子の大小によるのではあるまいかと説いた事もあるのである。光の反射・屈折・廻折についても、或は此等は光がエーテルの密度の大きい方から小さい方へおしやられるために生ずると説明し、又或

時は光が物質に引かれ或は斥けられるによるのであらうと述べて居る。

　此等の廻折・複屈折・偏光等の研究は論難の生ずる事を嫌つて其當時は發表せず、二十餘年の後出版の「光」に於てはじめて公にした。

　此様に教授就任の後凡そ十年間は主として光學の研究に勵んだのであるが、他の研究を全然すてた譯ではなく、數學を研究し、化學・電氣等に關する實驗をなし、又恐らくは月の問題についても時々考へ及んだ事と思はれる。

四

　此時代に學界に於ける重要な問題の一つは遊星運動の問題であつた。一五四三年丁度ニュートンの生れる百年前コペルニカスが地動説を發表し、一六〇九年ケプレルが遊星の運動に關する第一及び第二法則、卽ち遊星の軌道は太陽を焦點とする楕圓形なる事及び遊星と太陽とを結ぶ動徑は等時間に等面積を描く事を見出し、更に十年の後、第三法則卽ち遊星公轉の週期は太陽からの平均距離の二分の三乘に比例する事を發見した。そこで此様な運動をなす

のは如何な力が遊星に作用するためであるかが論議せられる樣になり、多くの學者が解決しようと試みた。例へば、フックはニュートンが此問題を初めて考へた頃に、重力は地面からの高さによつて變り、其大さは振子を用ひて測り得る事を論じ、遊星の運動も之と同じく求心力によるであらうと考へた。更に一六七四年に至り、論文「地球の運動を證明する企て」に於て、確かに萬有引力が存在し、之は內部に於て、又物體相互の間に作用するとの說を發表した。

フックはロイヤル・ソサイティーの幹事に就任して間もなく、一六七八年ニュートンに手紙を送り、地球の自轉を實驗的に證明する方法があるならば發表せられたいと請うた。ニュートンは直に之に答へ、其方法は高い處から物體を落下せしめるにある、さうすれば地球の自轉によつて、物體は眞下に落ちないで極めて少し東にかたより、其値は例へば100呎の高さから落すときロンドンに於て$\frac{1}{11}$吋位であらうと述べた。これに對してフックは赤道に於ては眞東にそれるけれども北半球に於ては眞東より少しく南に、又南半球にては少しく北にそれる筈であると言ひ、ニュートンも此說に同意を表した。更に此二人は落體の描く途について意見を交換し、ニュートンは之は螺旋狀であるとしたが、フックは空氣の抵抗がある時は螺旋狀になるが、抵抗がなければ地球の中心を焦點とする楕圓形となるとした。恐らく之は遊星の運動から推測したものと思はれる。

そこでニュートンは遊星に作用する力の研究をはじめ、若し之が距離の二乘に逆比例するならば此力の中心の周圍にケプレルの第一・第二法則に從ふ運動をなす事を證明した。しかし更に詳しく此等の問題の研究をつゞける事もなく、望遠鏡の反射鏡に用ふる合金の研究等を試みて數年をすごした。

此頃彼の親友である天文學者のエドムンド・ハレーも亦此問題に興味を有つて居り、太陽が遊星に及ぼす引力は距離の二乘に逆比例する事をケプレルの第三法則から導き出した。併し此力が作用すれば遊星の軌道が楕圓になる事の證明は未だなし遂げなかつた。一六八四年の始め、レン、フック及びハレーの三人が集つて此問題を論じあつた事がある。此時フックは、此軌道は楕圓であり、之は力が距離の二乘に逆比例する事から導き出されるといつた。しかし其證明の方法を其後如何ほど經つても示さなかつた。此夏ハレーは豫て尊敬して居る

ニュートンをケンブリッヂに訪問した。それはニュートンが數年前に此問題を研究して居たといふ事をレンから聞いたためであつたかも知れない。若し引力が距離の二乘に逆比例するならば遊星は如何なる軌道を描くか、といふハレーの問に對し、ニュートンは直に答へ、それは楕圓であり、此事は計算によつて解つたのであるといつた。しかし此計算の記錄が其時見當らなかつたため、探して後から送らうと約束した。

「之よりニュートンは力學及び萬有引力の問題の研究に特に力をそゝいだ。先づ此秋に運動の法則、中心力の下に於ける運動及び此力が距離の二乘に逆比例する場合について、大學に於て講義を行ひ、之をまとめて「物體の運動」,,De Motu Corporum“と題する二十數頁の小冊子として此年の末か翌年の始めロイヤル・ソサイティーに提出した。之は後の自然哲學原理の第一卷の概要に相當するものである。

之より一六八七年の春迄約二ケ年餘りは、此小冊子に述べた處を更に詳しくし、之に萬有引力及び宇宙論をも加へた著述をなすに專ら力を注いだ。其第一卷は一六八五年の夏頃に出來、更に次の卷に移り翌年の春「自然哲學の數學的原理」,,Philosophiae naturalis Principia

mathematica“なる表題の下にロイヤル・ソサイティーに提出した。此第一卷は實際に出版せられたものと殆ど等しく、其他の卷は第二・第三卷と同樣な內容であるがそれよりは簡略なものであつたと思はれる。此論文は同年四月末の例會に於て發表せられ、甚だ優れたものである事が直に認められ、間もなく同會に於て之を單行本として出版する事と決定せられた。此時代に此學會は例會を開いて論文の發表をなし、又會誌を發行するばかりでなく、優れた著作を出版し又會員發明の器械の製作等をもなして居たのである。例へば單行本として一六六五年より一六八七年の間に、ロバート・フックのミクログラフィア（擴大鏡にて見たる微細物體の生理的記述）、ジョン・グラントの死亡統計表に關する自然的及び政治的考察、マルセル・マルピギの蠶に關する論文、ジョン・エヴェリンの森林に關する論文、ネヘミア・グリウの植物解剖論、ジョン・フラムステードの潮汐滿干表等が出版せられて居る。

ニュートンの自然哲學原理も此等と同樣に出版せられる事に定まつたのであるが、一二の支障が起つて來た。其一つは嘗て光學上に於てニュートンと論議を戰はしたフックは、此論文の發表を見て、引力の逆二乘の法則は自分が發見し、ニュートンに敎へたものであると言

ひ出した事であり、今一つは此學會の經費不足である。幸にハレーの斡旋によつて、フックとの問題は自然哲學原理第一卷の萬有引力を述べた處に註を加へ、此法則をレン、フック、ハレーも亦夫々獨立に發見した旨を記す事とし、經費はハレーが負擔する事として、孰れもハレーの非常な好意によつて解決した。

之よりニュートンは第二・第三卷に修正を加へ、更に詳しいものに書きなほしはじめた。此中第二卷は恐らくは此年の秋迄に大略脱稿、第三卷卽ち宇宙論の卷は翌年に至つてはじめて出來上つたのであらう、三月に至つて第二卷が、四月に第三卷がロイヤル・ソサイティーに送られた。既に第一卷は前年の七月から印刷にかゝつて居たのであるが、更に第二・第三卷をも印刷にまはし、數ケ月の後に自然哲學原理は小形四折り版五百餘頁、革表裝の書として出版せられた。一六八七年七月ニュートン四十六歳の夏である。

五

自然哲學原理出版の後心身の疲勞を癒すため暫く研究から遠ざかつた。此翌年名譽革命が行はれ、ウィリアム三世が王位につき、ホウィッグ黨が勢力を得る樣になつた。ニュートンは豫てジェームス二世の新教壓迫に反抗して居たのであるが、此革命後の選擧に於てホウィッグ黨から推されケンブリッヂ大學代表の議員として一六八九年下院に列した。このため暫くロンドンで暮し、此間にハイゲンス、ロック等と親交を結び、又學者以外の人々とも交渉し、政治家チャールス・モンターギュ（後のハリファックス卿）と舊交を溫める樣になつた。

一六九〇年解散の後は再びケンブリッヂで暮した。彼は青年時代に意中の人もあつた樣であるが、結婚の機會を失ひ、獨身生活をつゞけて來たのである。此年に故鄕に暮して居た母が逝いたので一層寂寞になつた、時々宗教上の論文を書いて友人に送つた。健康はなか〳〵恢復しないばかりでなく、激しい神經衰弱に陷り一時は精神錯亂の風說がケンブリッヂやロンドンに於てのみならず、大陸にも傳はつた位であつた。此神經的の異常は恐らく一六九三、四年以後は癒えた樣であつて、此頃から自然哲學原理第三卷に論じた月の不規則運動に就て更にフラムステードの觀測値等を參考にして研究をつゞけた。

此時代には大學教授中の優れた人々には晩年に大學以外の社會的に高い地位を與へる慣習

があつた。夫故ニュートンにも何か適當の地位をと心配した友人もレン、ロック等少くはなかつた。幸にモンターギュが大藏大臣になつたので其勸めによつて一六九六年に造幣局の次長の職に就く事になつた。之はモンターギュの友誼による事は勿論であるけれども、猶此時代貨幣制度が紊亂を極めて居り、其改革を當局が志したにもよるのである。ニュートンは之よりロンドンに移り、非常に精勵して、二三年の間に見事に此改革を成し遂げた。次で一六九九年には此局の長官に進んだ。此頃から彼の異父妹の娘で、才女の名のあつたカザリンと共に暮す樣になつた。

自然哲學原理出版の後既に十年餘り經過し、其價値も學界から認められる樣になつた。一六九九年パリのアカデミーは外國の學者をも會員になし得る制度を設け、先づ數人の卓越せる學者を推薦した。此中に、ライプニッツ、ヤコブ・ベルヌイ、ヨハン・ベルヌイ、レーメル等と並んでニュートンも加へられた。此年に彼は曆法の改正を立案した。

一七〇一年に青年時代より三十餘年務めて來たケンブリッヂの教授を退き又同大學のフェローをも辭した。間もなく再び大學代表の議員に推され一年許り此職にあつた。此年に溫度

目盛の定め方及び物體冷却の法則に關する論文を發表した。此頃から微分法發見に關しライプニッツとの間に論爭がはじまつた、之は前年の光及び重力に關するフックとの論爭に劣らず彼の心を惱ましたものである。

一七〇三年にロイヤル・ソサイティーの會長に選擧せられた。猶彼は革命後の王室とは相當に親しく、一七〇五年には騎士(ナイト)に列せられ、之よりサー・アイサク・ニュートンと稱する事になつた。

此頃より以後記すべき主な事は數學・光學に關する著述及び自然哲學原理改訂版の出版である。

數學に關しては大學に於ける代數學の講義を一七〇七年に出版し、又「級數・フラクション法及び三次曲線論」を一七一一年に出した。光學上の研究は前にも述べた如く、多くは其當時ロイヤル・ソサイティーにて發表したのであるが、此等の論文を秩序よく整理し、更に廻折等に關する研究を加へ、英文の著書として一七〇四年に出版した。此光學には終りに光の本性等に關する考等を確定的の意見としてでなく、臆測として種々提出して居る。

自然哲學原理の初版は印刷部數も餘り多くなかつたので數年の間に賣切れとなつた。そこで再版にとりかゝり、弟子のコーツの助力によつて、一七一二年に出版せられ、更に一七二六年にペンバートンの助力の下に第三版が出版せられた。第二版は第一版に比べて相當に增訂せられて居り、其主な處は第二卷の液體の抵抗、第三卷の春分點・秋分點の移動、彗星の運動等に關する事を書き直し、第三卷の終りに第一版には全くなかつた一般註を附け、又卷頭にコーツが解說的な序文を附けた事等である。此一般註とコーツの序文はニュートンの宇宙論に對し無神論であるとの非難があつたので、辯明の意を含めてつけたといふ事である。第三版は第二版に多少の增訂を加へ、例へば、月の交點の運動に對する註を附けなどしたものである。此等はすべてラテン文であつて、英譯本は第三版からモットの手によつて一七二九年に飜譯出版せられたのである。

一七二四年古代王國の年代の改訂を試みた。

一六九九年造幣局長官となつてから、引續き其地位に居り、又一七〇三年ロイヤル・ソサイティーの會長に就いて以來、每年選擧せられた。卽ち六十歲頃からは社會的にも高く又學界に於ても長老として、相當に榮譽ある地位を占めて來たのである。五十歲前後には健康を害して居た事は前に述べた處であるが、ロンドンに移つて以後は大體健康であつた事と思はれる。しかし八十歲をすぎては老衰の氣味も多く、時々痛風や結石をわづらつた。一七二七年三月上旬ロイヤル・ソサイティーの例會に出席の後、不快を覺え遂に同二十日ロンドン郊外ケンシントンの自宅にて逝き、同二十八日ウェストミンスター寺院に葬られた。年八十六歲である。

最後に彼の著述の主なものを掲げておかう。此中特に（英文）と記さないものは皆ラテン文である。

自然哲學の數學的原理（一六八七年、一七一三年、一七二六年）。英譯（アンドリュー・モット譯、一七二九年。此最新版、一九三四年、シカゴ大學）、獨譯（ウォルファース譯、一八七二年）、邦譯（岡邦雄譯、春秋社版）。

宇宙の組織（一六八六年頃書く）。之を組織的に書きなほしたものが自然哲學原理の第三卷である。
之は上記モットの英譯本及びウォルファースの獨譯本に附錄として收めてある。

月の理論（一七〇〇年頃か）。

光學、卽ち光の反射・屈折・廻折及び色に關する論述（英文）（一七〇四年、一七一七年、一七二一年、一七三〇年。最新版、一九三一年、米國）。ラテン譯（一七〇六年）、佛譯、獨譯（オストワルド・クラシケル）あり。

光學講義（一七二六年）。一六六九年より七一年に至る大學の講義。英譯（前篇のみ、一七二八年）。

級數・フラクション法及び三次曲線論（一七一一年）。

フラクション法及び無限級數及び其曲線の幾何學への應用（一六七一年に書き、一七七九年出版）。英譯（一七三六年）。

一般算術（一七〇七年）。之は大學に於ける代數學の講義。英譯、佛譯あり。

熱の度盛（一七〇一年會誌に發表、單行本にはならず）。

酸の性質（多分一六七〇年代に雜誌に發表）。

神の存在を論證する、サー・アイサク・ニュートンよりドクトル・ベントレーへの書簡四通（英文）（一六九二年―九三年）。之は一七七九年 Horsley 編のニュートン論集中にあり。

改訂古代王國年代記（英文）（一七二四年著、後增訂して一七二八年頃出版）。佛譯（一七二八年）及びイタリー譯（一七五七年）あり。

聖書中の豫言書、殊にダニエルの豫言書及びヨハネ默示錄についての考察（英文）（一六九一年頃に書き、一七三三年出版）。

聖書中の二つの著しき改竄に關する史的記述（英文）（一六九〇年頃ロックに送つた手紙、一七三〇年出版）。

猶ニュートンの傳記にては David Brewster, Memoirs of the life, writing & discoveries of Sir Isaac Newton, 1855. が最も權威的な書とせられて居る。昨年米國から出版の L. T. More, Isaac Newton. は相當に材料も多く、ニュートンの學問上の仕事よりむしろ生涯を知るのによい書である。

第二篇　自然哲學の數學的原理

一

之からニュートンの主著「自然哲學の數學的原理」の內容を述べようと思ふ。此書は數百頁に亙る大冊であつて、最初にニュートンの緒言がある、本文は三つの卷に分れて居るが、詳しくいへば之を四部に分けて考へる事が出來る。

第一は「自然哲學の數學的原理」と題し（卽ち此表題は此書全體の題であり、又狹くは此最初の部分を特に斯うよんで居るのである）、力學の基本となる概念、例へば時間・空間・質量・力等の定義を揭げ、運動の法則を述べ、此等について說明及び注意を與へて居る。

第二は卷一「物體の運動について」である。こゝに先づ數學の極限値に關する事を說き、之を用ひて曲線に關する二三の主な性質を述べて、其以後に出て來る種々の證明の豫備とする。之より力學の問題に入り、質點の運動を說き、殊に中心力の作用する場合を詳しく論じ、

球體の運動等に及ぶ。

第三は卷二「物體の運動について」である。主としてこゝにては抵抗のある媒質内の物體の運動を取扱ひ更に流體の運動等を論ずる。

第四は卷三「宇宙の構造について」である。はじめに科學的探究の方法を述べ、次に「現象」といふ題の下に木星の衞星・遊星の運動・月の運動に關する觀測の結果を掲げ、萬有引力を述べ、此等の天體の現象及び潮の滿干・彗星の運動等を引力の法則と力學の原理に基いて説明して居る。而して最後に此卷三といふよりは寧ろ此書全體に關する結論とも見做すべき長い註を附してある。

先づはじめ緒言の大意を掲げ、それから順をおうて成るべく原文に近い言葉をかりて此書を紹介する事としよう。此書は定義・定理・證明・系・註といふ工合に幾何學の本と同じ體裁に書かれて居るのであるから、主な定義・定理はすべてを掲げ、證明や註はたゞ代表的のものだけの大意をのべるに止めて置く。

二

原著者緒言

古代の人は力學を自然界の探究に非常に重要なものと考へた、而して近代の人は實質(サブスタンシアル)的形態(フォルム)と隱在的性質との說を棄てて、自然界の現象を數學的法則に歸著させようとし始めて居る。夫故此書に於ては數學をたゞ物理學に關係のある範圍に於て掲げることが適當であらうと思はれる。

古代の人は力學を二樣に表した。即ち一つは嚴密な證明を以て進む處の合理的力學と、一つは手工技術の屬する實用力學とである。此合理的力學は、或定まつた力により惹起される運動を、又逆に或運動に必要な力を、取扱ふ處の、精密に記述され證明されたる科學である。古代の人は力を手工に關係して五種となした。而して彼等は此場合に、重力を、(それが手の力でないから)たゞ他の力によつて動かされる重さについてだけ考へたのである。併し我々は技術者でなくして科學者であり、手の力を論じないで自然の力を述べるのであるから、主

として重さと輕さに關する事柄、彈性の力及び流體の抵抗に就て、及び其他の物を引きつけ物を動かす處の力に關する事柄を考察する。從て我々の考察を「自然哲學の數學的原理」と名づける。

物理學上の困難はすべて、運動の現象から自然界の力を探究し、次に此力によつて他の現象を説明することにある。之がために本書の卷一・卷二に於て論じてある一般の定理が用ひられる。卷三に於ては此等の定理を應用して宇宙の構造を説明した。卽ち天界に於ける現象から、卷一にて數學的に證明した定理を用ひて重力を導き出した。此力によつて物體が太陽及び個々の遊星に引きつけられるのである。次に、此同じ力から、同樣に數學的定理を用ひて遊星・彗星・月及び海の運動を導き出す。

此等以外の自然現象も同じ樣な方法によつて數學的原理から導き出される事が望ましい。多くの理由により自分は此等の現象はすべて或力に因るものと推測するのである。之によつて物體の粒子は、未だ知られて居ない原因によつて、互に引きあひ、終に結合して一つの規則正しい物體を形造り、或は又其等が互に反撥し、互に離れ去る。今に至るまで物理學者は此未知の力によつて自然界を説明しようと試みたが未だ成功を見ないのである。しかしながら私はこゝに掲げた原理が此方法又は他の何等かの正しい方法に就て光を與へるであらう事を希望する。

之より此書の著述及び出版の由來を説き、友人ハレー氏に負ふ處の多大なる事を述べ感謝の意を表して居る。此緒言は一六八六年ケンブリッヂに於て書かれたものである。

之より本文に入らう。

三

定義

定義一　物質の量は其密度と體積との相乘にてはかる。($gr/cm^3 \times cm^3 = gr$)

物質の量を以下物體又は質量となづける。それが重量に比例する事は振子の實驗によつて精密に確證せられた。(重力は重量に比例し卽ち質量に比例する。)

定義二　運動の量は速度と物質の量との相乘にてはかる。($gr \cdot cm/sec$)

定義三　物質は抵抗する能力を有つて居る。夫故に總ての物體は其儘にしておく限りは、靜止又は直線等速運動の狀態を保ちつゞける。

此能力は物質に固有なものであつて慣性の力となづけてもよいであらう。

定義四　加へられた力とは物體の靜止又は直線上の等速運動の狀態を變へるために、物體に働かされた努力である。

定義五　求心力とは物體に作用して、一つの點を中心として其方に引きつけ、其方へおしやり、又は何等かの仕方にて其方に向はしめるものである。

求心力の大さに三種ある、即ち絶對的・加速的及び運動的の之である。

定義六　求心力の絶對的大さは、中心點より其周圍の空間に傳播する處の、作用の原因の割合にてはかる量である。

定義七　求心力の加速的大さは、それが與へられた時間に惹起す速度に比例する。

定義八　求心力の運動的大さは、それが與へられた時間に惹起す運動（量）に比例する。

之より註として時間・空間・場所及び運動等に就て說明をしよう。

一。絶對の、眞の、數學的の時間は、それ自身として其本性によつて、他の對象に關係なく、一樣に流れてゆく。それはまた、繼續期間ともよばれる。

相對の、外見上の、普通の時間は、繼續期間に對する感じ得られる外面的な大さであつて、精密な場合もあれば又さうでない場合もある。例へば時間・日・月・年の如きである。

二。絶對の空間は、其本性により、他の對象に關係なく、常に等しく且つ不動でありつゞける。

相對の空間は、前者の動き得る部分であり、それは我々の感覺により、それが他の物體に對する位置によつて規定せられ、普通は不動の空間とみなされる。例へば地球表面の空間の一部・大氣の一部・地球に對する位置によつて定められた天の一部。絶對的空間と相對的空間とは種類及び大さに就ては同一であるが數に於て異る。例へば地球は運動して居るから之に對して常に靜止して居る大氣の空間は、絶對的空間に於て絶えず變つて居る如きである。

三。場所とは、空間の中、物體が占めて居る部分である。而してそれが關係する空間の絶

對か相對かにしたがつて、絶對的か又は相對的である。

四。絶對の運動とは、物體が一つの絶對的位置から他の絶對的位置へ移動することである。相對の運動とは、一つの相對的位置から他の相對的位置への物體の移動である。

例へば船の中の物體は船に對して靜止して居るとも、船が動いて居れば地球に對しては此物體は動いて居る事になり、又絶對の空間に對する運動は地球に對する運動と地球の運動とから求められるであらう。又天文的觀測から得る時間は相對的時間であるが、之を時間の方程式によつて補正して絶對的の時間が得られる。而して假りに等速運動をなす物體が實際には存在しない事がありとしても、之がために絶對的時間が變る樣な事はないのである。時間の順序が不變なると同樣に空間の各部分の順序も不變である。

しかし空間の部分は見ることも出來ず我々の感覺にて區別する事も出來ないから其代りに認め得られる方法を用ひて測る。卽ち我々が不動と見なす一つの物體からの距離及び位置によつて物の場所を定める。此樣な認め得られる場所に關係せしめてすべての運動を定める。夫故に嚴密にいへば絶對的の場所及び運動の基準となるべき、眞に靜止して居る物體が一つ

も存在しない場合もあり得るわけである。

絶對及び相對の靜止及び運動は互に其性質・原因及び作用によつて互に區別せられる。

運動の一つの性質は或部分が全體に對する位置が變らぬときは此部分は全體と同じ運動を有つことである。夫故に此部分が全體に對する運動を見ても、此全體が絶對に靜止して居ることを確めぬ以上は此部分の絶對の運動を知ることは出來ない。之と同樣の事は場所についても言ふことが出來る。

眞の運動と相對的運動とを區別するに用ひられる「原因」は、此運動を惹起すために物體に作用せしむべき力である。卽ち眞の運動はたゞ此物體自身に作用する力によつてのみ惹起され又は變へられる。之に反して相對的運動は此物體に力が作用することなくしても惹起され又は變へられることが出來る。

絶對運動と相對運動との區別を生ずる「作用の原因」は、運動の軸からの遠心力である。卽ち單に見掛け上の圓運動に於ては此力は存在しない、しかし絶對運動の大さにしたがつて增加もし又減少もする。

例へば一つの容器を非常に長い絲で吊り、其周りに器を回轉せしめると、終に絲はよぢれてかたくなる。そこで此容器に水を入れ之を止めておく。次に急に之を始めと逆の方向に力を加へて回轉せしめ絲のとける間、長時間回轉を續けさせる。さうすれば水の表面は始めは平らである事は器の回轉する前と同様である。併し力が次第に水に作用するに從つて此容器の作用により水が著しく回轉しはじめる。水は次第に中央から離れ容器の壁にそつて昇り、中凹形になる。(此實驗を私自身試みた。)最初此水が容器に對する相對的運動の最大なるときに水は軸から遠ざかる傾向を少しも示さない。夫故眞の回轉運動ははじまつて居ない。しかし水の相對運動が減ずるに從つて容器の壁に水が昇るのは軸から遠ざかる傾向を示すものであつて、此傾向は水の絶對的圓運動が增すに從つて大きく、終に水が容器に對して靜止して居るときに最大となる。

個々の物體の眞の運動を知りそれを見掛けのものとはつきり區別することは甚だ困難である。何となれば此物體がその內に於て動いて居る不動の空間の部分は感覺にて認められ得ないからである。しかしながら之は全く望のないことではない。卽ち一部は眞の運動と異る見

掛けの運動を用ひ、一部は眞の運動を惹起す原因となる處の力を用ひて眞の運動をさがす補助手段があるのである。例へば二つの球を一定の距離をへだてて一本の絲にてつなぎ、之を共通重心のまはりに回轉せしめる。しかるときは此絲の張力により運動の軸から球が遠ざからうとする傾向がわかり、之より圓運動の大さを計算することが出來る。此場合に其兩端に任意の等しい力を加へて此圓運動を大きくし或は小さくするならば此絲の張力の增加又は減少により運動の增加又は減少を知る事が出來、したがつて終に此運動を最も大きくするためには球のどちら側に(卽ち球の進む側へか反對の側にか)力を加ふべきかを求める事が出來る。此様にして無限に廣い空間に於て、他に此等の球と比較すべき何物も認められない場合に於ても、圓運動の大さ及び方向を知る事が出來る。

此様に原因、作用及び見掛けの運動から眞の運動を求め、逆に眞の或は見掛けの運動から其原因及び作用を導き出すことは詳しくは以下の巻に於て述べるであらう。

四

運動の基本定理又は法則

法則一　總ての物體はそれに加へられた力によつて其狀態を變へられない限りは、靜止又は直線上の等速運動の狀態を保ち續ける。

拋物體は、空氣の抵抗のために妨げられ又は重力によつて其方向が變へられぬ限りは、其運動を續ける。獨樂は、其各部分間の凝集力が作用して其等を直線運動から絕えず偏らしめるのであるから、空氣の抵抗及び摩擦によつてのみ其回轉がとめられる。併し遊星や彗星の如き大きい物體は、抵抗の小さい空間内にあるから、長く其進行及び回轉運動をなし續ける。

法則二　運動(量)の變りは、加へられたる動かす力に比例し、此力の作用する直線の方向に起る。

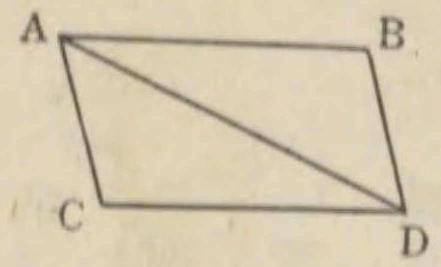
何らか一つの力が或一つの運動を惹起すならば、其二倍の力は二倍の運動を、三倍の力は三倍の運動を生ずる、而して之は此等の力が同時に一度に作用しても或は次々に作用しても同樣である。運動は常に之を生ずる力と同じ方向に向ふから、物體が既に運動して居る場合には此運動と力との方向が一致せる場合には運動が附け加はり、若し力が始めの運動に對し

て傾きをなす場合には雙方の方向から合成せられる。

法則三　作用は常に其反作用と方向が反對にして大さが相等しい、卽ち二つの物體の相互作用は常に大さ相等しく反對の方向に向ふ。

指で石をおすときは指が石におされ、馬が綱でしばつた石を引けば馬は同じく石の方に引きもどされる。一つの物體が他の物體に衝突して其運動を變へるときは、此物體も亦同じ變化を受ける、但し此變化は速度の變りにて量らず、運動量卽ち速度と質量との相乘積の變りにて量るものとする。

系一　物體に二つの力が作用するときは、或時間内に此各〻の力が作用するときに描くべき途を二邊とする平行四邊形の對角線を、此時間内に描く。



第一圖

系二　之により直線にそふ力ADを任意の二つの互に傾きをなして作用する力AB及びBDから合成すること、及び逆に一つの直線にそふ力ADを任意の傾きをなすAB及びBDに分解することが出來る。此合成及び分解は力學に於て完全に確證せられる。

系三　一つの方向に進んで居る(物體の)運動(量)の和から、之と反對の方向に進んで居る運動(量)の和を差引いて得る運動(量)の大さは、此等の物體の相互間の作用によつて變ることはない。

系四　二個又はそれ以上の物體の共同の重心は、其靜止又は運動の狀態を此等の物體相互間の作用によつて、變へることはない、從て此重心は(外から作用や障礙が加はらぬ限りは)靜止して居るか又は直線上に等速運動をなすであらう。

系五　與へられたる空間に閉ぢこめられて居る物體相互の運動は、此空間が靜止して居ても、或は等速直線運動をなして居ても、同一である。但し此空間が圓運動をして居ないとする。

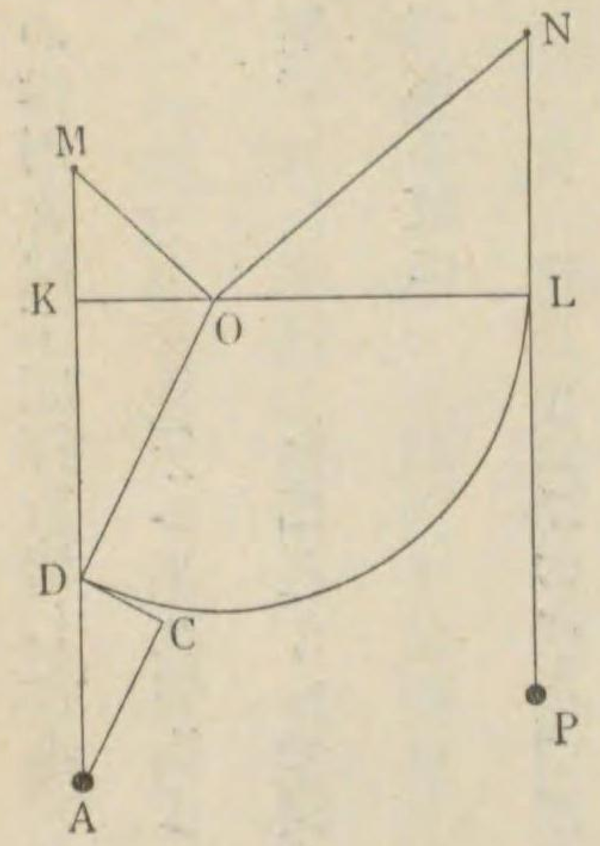
例へば船の上に於ける運動は、船が靜止して居ても或は等速直線運動をして居ても、すべて同樣に行はれる。

系六　物體が相互間に任意の運動をなして居る、而して同じ加速度を惹起す力が互に平行に此等に作用する。しかるときはすべての物體は、此等の力に作用さ

れないときと同樣な相互間の運動をなしつゞける。

此等の系の夫々に對する說明は、大抵周知のものであるから省き、たゞ系二の說明だけを揭げておかう。

Oを中心とする車の上の二點M, Nに、重りA及びPがMA及びNPなる絲で吊してあるとする。茲にOM及びONは異る長さの半徑である。此A及びPが如何なる割合の時に車が平衡にあるかを求めて見る。Oを通り水平線KOLを引き、OK及びOLの中の長い方OLを半徑としOを中心とする圓を畫き、MAとの交點をDとする。さて二本の絲は夫々D及びLで車に取りつけたと考へても其作用は同じである。卽ち重りA及びPはD及びLに吊してあると考へられる。Aの重りの力をDAで表し之を系二によりDC及びCAに分ける。此中CAは半徑ODに平行で、此力は車の回轉に影響しない。DCは半徑ODに直角で之は車を回轉させる作用をする。卽ちDCの力がPの力に等しい時にAの作用とP



第二圖

の作用とは丁度打ち消し合ふ。此時は卽ち

$$P:A=CD:DA$$

所で

$$\triangle ADC \backsim \triangle DOK$$

である故に

$$CD:DA=KO:OD=KO:OL$$

である。故にPとAとが KO と OL との割合にある時に、此兩方の車を回轉させる作用は方向が反對で大さが等しくなる。卽ち車は平衡にある。此事は實際によく知られた事柄である。之と同じ樣な事は斜面・楔・ねぢ等にも見られる。

註　上に揭げた原理は數學者によつて假定せられ、多くの實驗によつて確證せられたものである。始めの二つの法則と始めの二つの系とによつてガリレイは落體の距離が時間の二乘に比例することと及び拋物體の運動は拋物線を描くことを見出した。普通時計によつて知られて居る振子の法則も此同じ法則と系とに基くのである。又此等の法則及び第三法則によつてクリストフ・レン、ヨハン・ワリス、クリスチァン・ハイゲンスは各ゝ獨立に物體の衝突反撥の規則を見出した。但し此理論が嚴密に實驗に合ふためには物體の彈性や空氣の抵抗をも考慮に加へなければならない。

之を實驗するには例へば同じ長さの絲にて同樣の振子を並べて吊り、此球を衝突せしめて其運動を觀測すればよい。詳細は省いておく。

物體が引きあふ場合にも第三法則のあてはまる事は下の樣にして示し得る。二つの物體AＢが互に引き合ふとし、此二者の間に障礙物を入れ、AとBとが合することを妨げる。今かりに、AがBに引かれる力が、BがAに引かれる力よりも大きいとするならば、中間にはさんだものはBによるよりもAによつて更に強く壓され、從て釣合つて居ることは出來ない。卽ち強い壓の方が勝つために此二つの物體と中間の物體とから成立つ系をBの方へ動かし、他の物のない空間内を加速度を以て無限の遠方迄運動しつゞけるであらう。之は不合理であり、第一法則に反する。それ故に二つの物體は同じ壓にて中間の物を壓し、したがつて、此二物體は同じ力にて引きあつて居る。此事は磁石に就ての實驗や地球の重力が地球の部分に及ぼす力について說明せられる。

物體の速度が其固有の力卽ち慣性に逆比例して居るときは、斯る物體は衝突・反撥に於て互に同じ能力を有つて居る。之と同樣に器械に於ては速度が力に逆比例するときに器械を動かす力は同じであり、それが反對の方向に作用するときに互に釣合ふ。例へば梃子・滑車・螺旋・楔等に於て此規則の成立つは周知の事である。此種の器械の作用は速度を減じて力を增すにあり、從て此等を適當に使用するときは「與へられたる重りを與へられたる力にて動かし、與へられたる抵抗を與へられたる力にて克服する」といふ問題が解けるのである。

若し作用を、作用を惹起す原因によつて、卽ち力と速度との積にて量り、反作用を各部分の速度と、摩擦・凝集力・重さ・加速度等によつて惹起される抵抗する力とによつて定める。しかるときは作用と反作用は如何なる器械を用ふる場合にも常に互に相等しい。而して作用を起す原因が此器械によつて如何程遠くに傳へられるとも、而して終に如何なる物體の抵抗に打勝つに用ひられるとも、最後迄計算すれば作用は常に反作用に等しいのである。

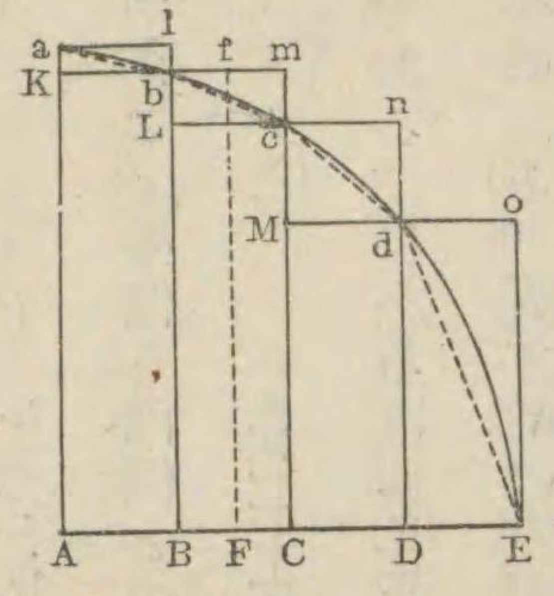
第一卷　物體の運動について

第一章　量の最初と最後との比の方法について

（此方法は以下の論述の證明に用ひられるものである）

定理　數個の量が任意の與へられたる時間內に於て次第に互に相近づき、且つ此時間の終る前に其一つと他のものとの差が任意の與へられた量よりも更に小さくなり得るときは、此等の量は、其相互の比は如何であらうとも、窮極に於て互に相等しくなる。

定理　直線 Aa, AE 及び曲線 acE によりて圍まれた任意の圖形 AacE に於て、同じ長さの基線 AB, BC, CD 等及び邊 Bb, Cc, Dd（此等は Aa と必ずしも等しくない）等を用ひて任意の數の平行四邊形 Ab, Bc, Cd 等をつくる。



第三圖

此等の上に平行四邊形 aKbl, bLcm, cMdn 等を附け加へる。

更に此平行四邊形の幅 AB=BC=CD 等を減じ、同時に其數を無限に增す。しかるときは此內側に描いた圖形は外側のものと等しく、此曲線圖形と等しく

なる。即ち

AKbLcMdD＝AalbmcndoE＝AabcdE

である。外側と內側との圖形の差は、AB＝BC＝CD＝DE であるから

aKbl＋bLcm＋cMdn＋dDEo＝AalB

である。しかるに AalB は其幅 AB を無限に小さくすれば如何なる與へられた値よりも更に小になる。從て前の定理により、內側のと外側のと更に又此兩者の間にある曲線のとが互に等しくなる。

此定理に於て基線上の幅 AB＝BC＝CD と假定したが此等を相等しくとらぬ場合に於ても此等を無限小にすれば外側と內側と中間の曲線とは一致する。又此曲線の弧に引いた弦 ab, bc 等よりなる線、及び此等の弦に對應する接線よりなる線にて作つた線も AB, BC, CD 等を無限小にすれば終に與へられた曲線と一致する。

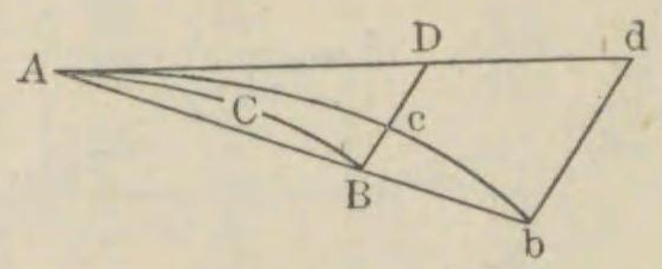
此等の定理を基にして、種々の曲線の性質の中、運動を論ずる場合に必要なものを少しく掲げることとしよう。

定理　相似形に於て對應する邊はそれが曲線であると直線であるとを問はず、互に比例する。而して其面積は對應邊の二乘に比例する。

定理　與へられたる位置の弧 ACB に弦 AB を張り、且つ連續的に彎曲せる點Aに於て接線をひく。しかるときは

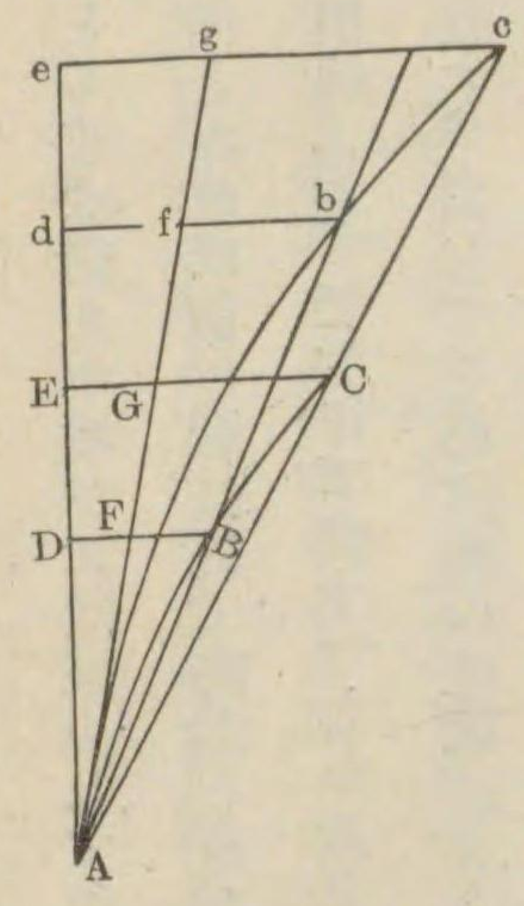
(一)此BがAに無限に近づくときは弦 AB と接線とのなす角は無限に小になり、終に零となる。

(二)此場合に弧・弦・接線の相互の比は極限に於て一となる。



第四圖

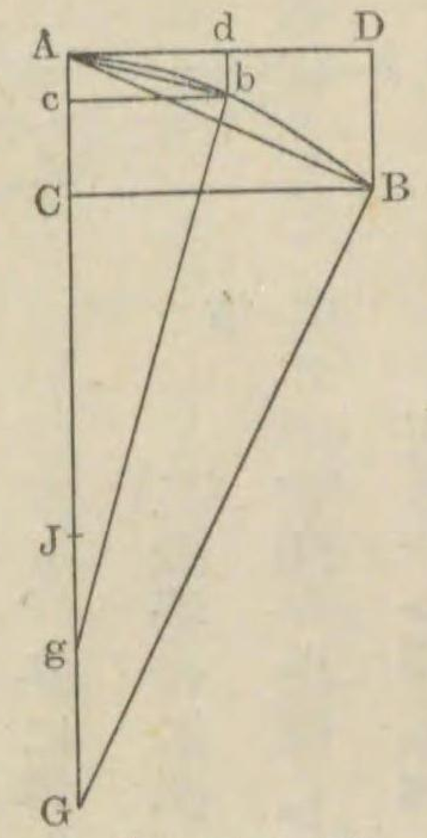
定理　曲線 ABC と直線 AE とが與へられたる位置にあり、一點Aに於て交る。AD, AE に對應する横線を DB, EC とする。今、點B及びCをAに近づけるときは三角形 ABD と ACE とは極限に於て其邊の二乘比をなす。



第五圖

定理　一つの物體が一つの規則正しい有限の力の作用によつて描く距離は、此力が一定不變であらう

とも或は絶えず增加又は減少して居らうとも、運動の始めに於ては時間の二乘に比例する。何となれば前の圖に於て時間を直線 AD, AE によつて、又それ等の時間内に生じた速度を横線 DB, EC にて表す。しかるときは面積 ABD, ACE は此等の速度を以て描いた距離を表す。而してそれは前の定理により時間 AD, AE の二乘に比例する。



第六圖

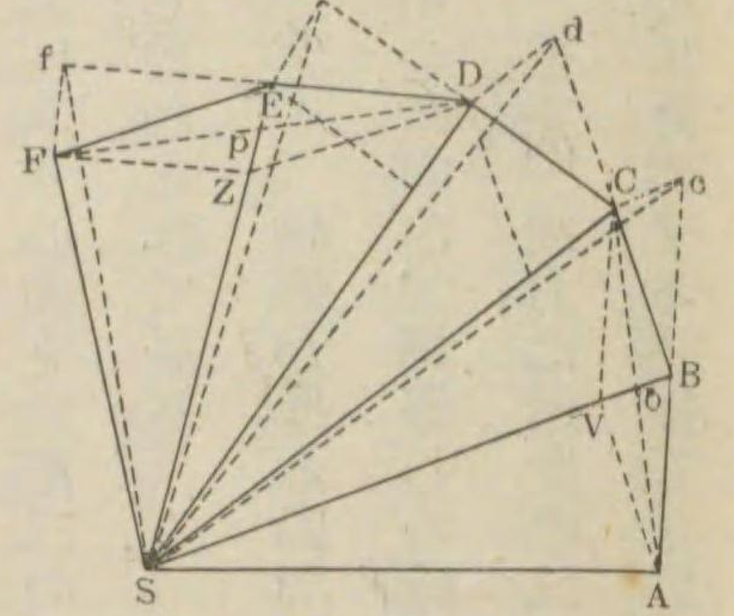
定理　直線 AD を曲線 AbB への接線とし、BD をBよりDにひく。しかるときは BD は極限に於てはそれに對應する弦 AB の二乘に比例する。

註　以上、曲線及びそれによつて圍まれた面について證明した事柄は、立體の彎曲せる表面及び其體積にも容易に適用し得られるのである。

第二章　求心力を求めること

定理　物體が一つの軌道の上を動き、其動徑は常に力の不動の中心に向ふとする。しかるときは、此徑によつて描かれる面は一定の不動の平面上にあり、其面積は時間に比例する。

時間を等しい部分に分ち、其時間の第一の部分に於て物體はその有する固有の力によつて直線 AB を描くとする。物體は何等の妨げを受けない限りは時間の第二の部分に於て眞直に進み、AB に等しい直線 Bc を描く。從つて力の中心Sに動徑 AS, BS, cS を引くときは面積 ABS と BcS とは相等しい。しかるに、物體がBに達したときに、求心力が一時的なしかし強い衝動力をもつて作用し、物體を直線 Bc 外にそらしめ、BC に沿ひて進ましめたとする。cC を BS に平行にひき、Cに於て BC と交らしめる。しかるときは時間の第二部分の終りに於て物體は SAB と同一平面上にあるCに達する。こゝに △SCB=△ScB=△SBA である。更に第三・第四等の時間部分の終り毎に同様な衝動力が作用するとすれば物體は CDE 等の途を描き、動徑の描く面積は時間に比例する。扨て衝動力が時々に作用する代りに、絶えず力が作用する場合の事を求めるには、AB 等の間の距離を無限に小にすればよい。しかるときは軌道は曲線となり、しかも動徑の描く面積は前の場合と同様に時間に比例する事は容易に證明せられる。



第七圖

定理　物體が任意の曲線上を動き、之から不動の又は等速運動を以て動いて居る一點に引きたる動徑が其まはりに時間に比例する面積を描くときは、此樣な物體はすべて此點に向ふ求心力によつて推し動かされて居る。

此定理は求心力がたゞ一つでなく、數個の力の合成せられた求心力が作用する場合にも擴張せられる。更に此求心力の中心が物體である場合を考へよう。

定理　物體が第二の、如何樣かの運動をなして居る物體の中心へ引いた動徑によつて、此中心の周圍に時間に比例する面積を描くときは、此樣な物體はすべて、それより第二の物體に向ふ求心力と此第二の物體の受ける總ての加速度とから合成せられた一つの力によつて推し動かされて居る。

定理　物體が異る圓周上を一樣な速さにて動くときは、此等の物體の求心力は此等の圓の中心に向ひ、相等しい時間内に描く弧の二乘に比例し、其等の半徑に逆比例する。

從て、此力は速度の二乘を半徑で割つたものに比例する。又半徑を週期の二乘で割つたものに比例する。從て、又

系　若し、週期が半徑の二分の三乘に比例し、從て速度が半徑の平方根に逆比例するならば、求心力は半徑の二乘に逆比例する。而して此逆も亦成立つ。

系　一般に週期が R^n（玆にRは半徑、nは任意の數）に比例するならば、速度は R^{n-1} に逆比例し、求心力は R^{2n-1} に逆比例する。

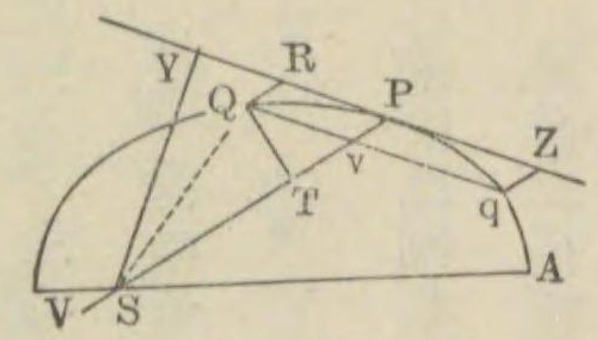
註　前の系に相當する求心力が半徑の二乘に逆比例する場合は、天體の運動に於て見られる（レン、フック及びハレーが各ゝ獨立に發見したやうに）。夫故に私は中心からの距離の二乘に比例して減ずる求心力に就て、以下に更に詳しく論じようと思ふ。

猶又上に掲げた定理及び其系を用ひて求心力と他の任意の既知の力例へば重力との關係を見出すことが出來る。何となれば若し物體が重力によつて地球と同じ中心を有つ圓周上を回轉するならば、この重力は卽ちその物體の求心力であるからである。しかし重い物體の落下から一回轉の時間と任意の與へられた時間内に描く弧とが求められる。而して斯樣な定理によりハイゲンスは彼の卓れた著作「振子時計」,,De Horlogio oscillatorio" に於て重力を回轉體の遠心力に比較して居る。

之より軌道や求心力に關する問題を述べる事としよう。但し其解法等は長すぎるので省いておく。

問題　物體が一つの中心に向ふ力によつて與へられる圖形を描き、任意の位置に於ける速度が與へられたとする。此中心を見出す。

定理　物體が抵抗のない空間内に於て、一つの不動の中心の周圍に、任意の軌道上を動いて居る（第八圖）。微小時間内に丁度生じた弧を描き、其正矢 Pv を引き、此正矢は弧の弦を二等分し、延長すれば力の中心を通るとする。しかるときは、此弧の中點に於ける求心力は正矢に比例し、時間の二乘に逆比例する。卽ち、弧 QPq を描くに要する時間をtとすれば、此力は $\frac{Pv}{t^2}$ に比例する。

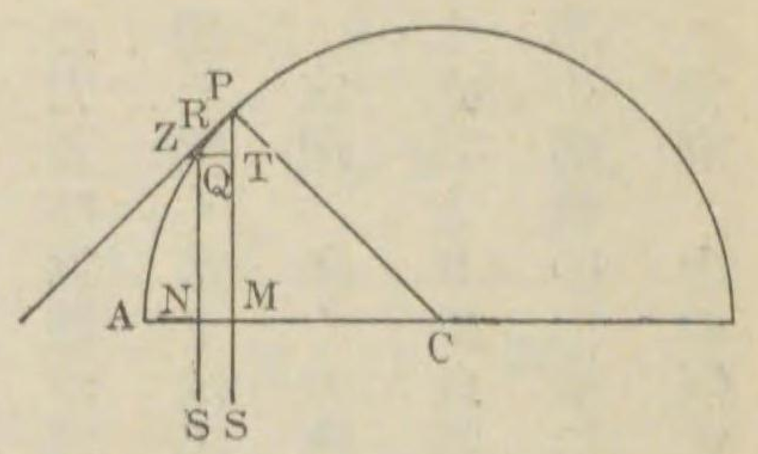


第八圖

問題　物體が一つの圓周上を動いて居るとき、任意の一點に向ふ求心力の法則を求めよ。

問題　物體が圓 PQA 上を動き（第九圖）、一つの點Sが非常に遠くにあり、之に引いた直線 PS, QS 等が總て互に平行と見做し得る。此場合に此S點に向ふ求心力の法則を求めよ。

圖に於てCを圓 PQA の中心とし、CA を PS に直角に引き、之と PS との交點をMとする。然る時は求心力は $\frac{2PM^3.SP^2}{CP^2}$ に逆比例する事が證明せられる、此中 $\frac{2SP^2}{CP^2}$ は一定であるから、求心力は PM^3 に逆比例する。



第九圖

若し無限の遠くにあるSに向ふ求心力が、縦線 PM の長さに逆比例する場合には、物體は楕圓・雙曲線又は拋物線を描く。

問題　物體が一つの螺旋形曲線の上 PQ を動き、此曲線と其動徑 SP, SQ 等とのなす角は一定であるとする。此場合に此螺旋形曲線の中心Sに向ふ求心力の法則を求めよ。

此求心力は SP の三乘に逆比例する。

問題　物體が楕圓上を動いて居る。此楕圓の中心に向ふ求心力の法則を求めよ。

Pを楕圓上の一點、Cを楕圓の中心とすれば、求心力は PC に比例する。

第三章　偏心圓錐曲線上に於ける物體の運動について

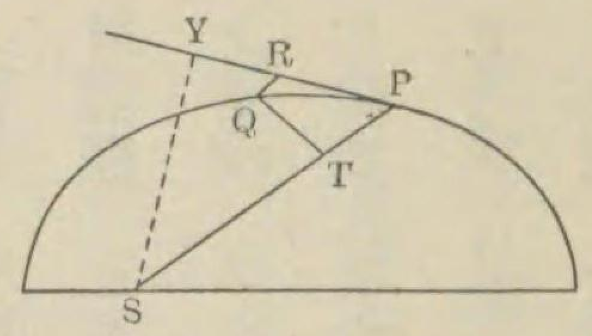
問題　一つの物體が楕圓上を運動して居る。此焦點に向ふ求心力の法則を求む。

之を解けば、此力は焦點より物體迄の距離の二乘に逆比例する、而して同樣の事が雙曲線上の運動及び拋物線上の運動に就ても證明せられる。

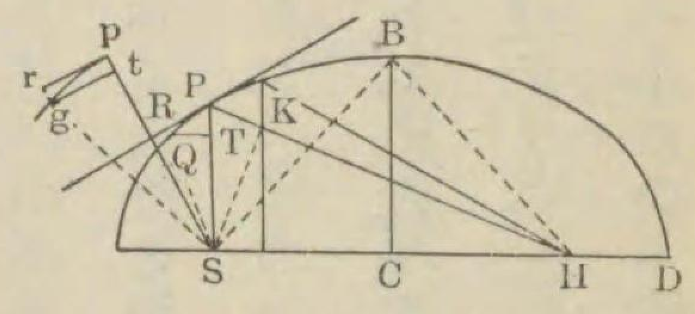
系　從て、若し一つの物體が一點Pから任意の速度を以て任意の直線PRに沿うて進み、同時に之に求心力が作用し、此力は中心から其點Pまでの距離の二乘に逆比例するとする。しかるときは、物體は此力の中心をその焦點に有つ處の一つの圓錐曲線上を運動する。而して此逆も亦成立つ。何となれば焦點・接點及び接線の位置が與へられて居るときは、此接點に於て與へられたる曲率を有つ圓錐曲線を描くことが出來る。而して曲率は與へられたる求心力及び物體の速度から知られ、且又同じ求心力と同じ速度によつて互に接觸する二つの軌道を描くことは出來ないからである。

定理　多くの物體が共通の中心の周りを動いて居り、求心力は距離の二乘に逆比例する。しかるときは此等の軌道のパラメーターは此等の物體より此中心に引いた動徑が同時に描く處の面積の二乘に比例する。

定理　上の假定の下に於て橢圓軌道上の週期はそれ等の長軸の二分の三乘に比例する。



第十圖



第十一圖

定理　同樣の假定の下に於て、物體の位置を通して直線を引き之を軌道に接せしめ、更に此接線に共通の中心より垂線を下す。然る時は速度は此垂線の逆數と通徑（パラメーター）の平方根との積に比例する。

問題　求心力が中心からの距離の二乘に逆比例し且つ其絕對値が知られて居るとする。與へられたる場所より與へられたる速度を以て與へられたる方向に向ふ物體の描く曲線を求めよ。

第四章　一つの焦點を與へて橢圓的・拋物線的及び雙曲線的軌道を定むること

問題　一つの焦點と主軸とが與へられたとする。與へられたる一つの點を通り、位置の與へられたる一つの直線に接する橢圓又は雙曲線を描くこと。

問題　與へられたる一つの焦點のまはりに、與へられたる一つの點を通り、位置の與へられたる一つの直線に接する拋物線を描くこと。

問題　與へられたる一つの焦點のまはりに、定まりたる點（一個と限らず）を通り、與へ

られたる直線（一個と限らず）に接する、與へられたる種類の曲線を描くこと。

問題　與へられたる一つの焦點のまはりに、與へられたる點（一個と限らず）を通る又は與へられたる直線（一個と限らず）に接する曲線を描くこと。

第五章　二つの焦點の孰れも與へられて居ないときに軌道を定めること

本章に於ても問題の主眼とするのは圓錐曲線にある。即ち

問題　五つの與へられたる點を通る曲線を描くこと。

問題　四つの與へられたる點を通り、位置の與へられたる一つの直線に接する曲線を描くこと。

問題　三つの與へられたる點を通り、位置の與へられたる二つの直線に接する曲線を描くこと。

問題　二つの與へられたる點を通り、位置の與へられたる三つの直線に接する曲線を描くこと。

問題　一つの與へられたる點を通り、位置の與へられたる四つの直線に接する曲線を描くこと。

問題　位置の與へられたる五つの直線に接する曲線を描くこと。

註　曲線の中心又は漸近線の與へられたる場合の問題も、上の問題に包括せられる。

問題　形狀及び大さが與へられたる曲線を、其與へられたる部分が、位置の與へられたる直線の間に在るやうに、描くこと。

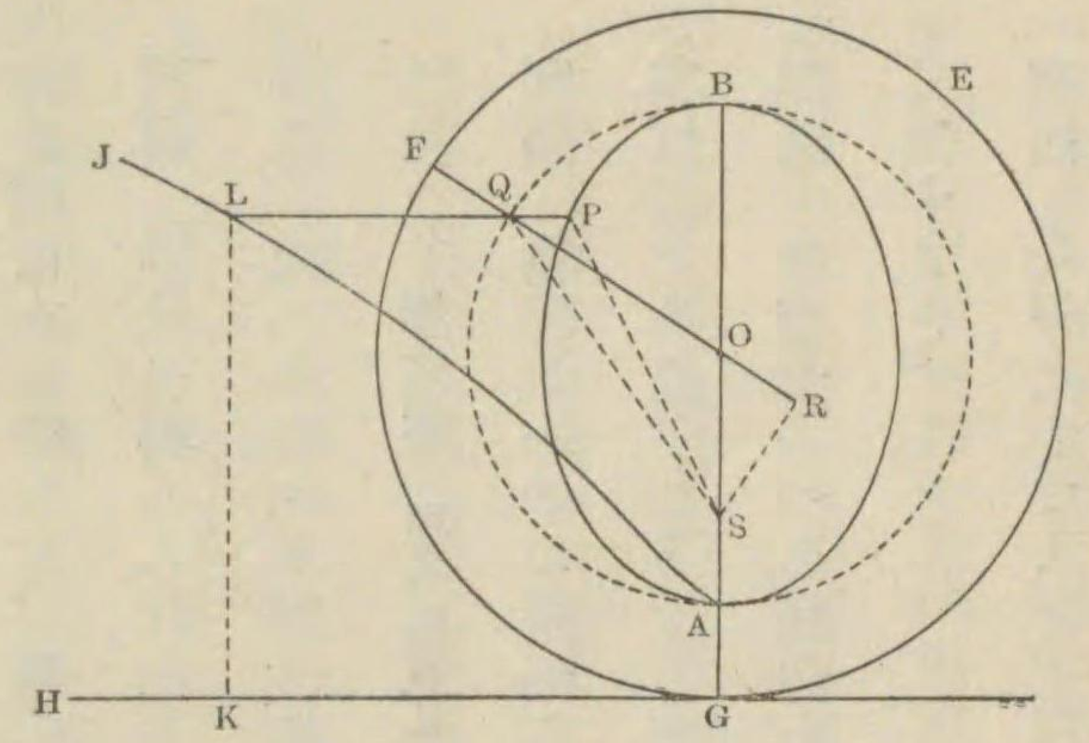
問題　形狀の與へられたる曲線を、位置の與へられたる四つの直線によつて、順序・形狀及び比が與へられたる部分に切られるやうに、描くこと。

第六章　與へられたる軌道上の運動を定めること

問題　物體が一つの與へられたる拋物線上に動いて居る。任意の與へられたる時刻に於ける其位置を見出すこと。

問題　物體が一つの橢圓上を動いて居る。任意の與へられたる時刻に於ける此物體の位置を見出すこと。

橢圓 APB に於てAを主頂點、Sを焦點、Oを中心、Pを見出さるべき物體の位置とする。



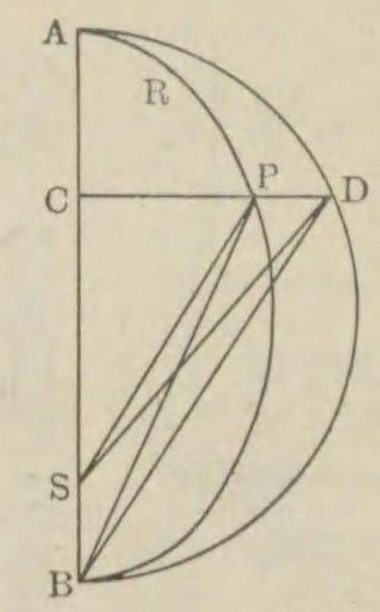
第十二圖

OA をG迄延長し OG:OA=OA:OS となる樣にし、AG に垂線 GH を立て、Oを中心とし OG を半徑として圓 EFG を描く。直線 GH を基線として其上を圓周 EFG を前進せしめ、同時に此圓を共軸のまはりに回轉せしめる。しかるときは點Aはトロコイド ALJ を描く。之をなした後 GK を圓の周圍 GEFG に對し、丁度此物體が楕圓の弧 AP を通る時間が此楕圓上を全回轉する時間に對する比に等しくとる。垂線 KL を立て、之をトロコイドとLに交らしめ、次に LP を GK に平行に引くときは、LP と楕圓との交點Pは求むる點である。

第七章 物體の直線的上昇及び落下について

問題 求心力が其中心から物體迄の距離の二乘に逆比例すると假定する。一つの物體が直線に沿うて落下するときに、與へられたる時間内に描く途を定めること。

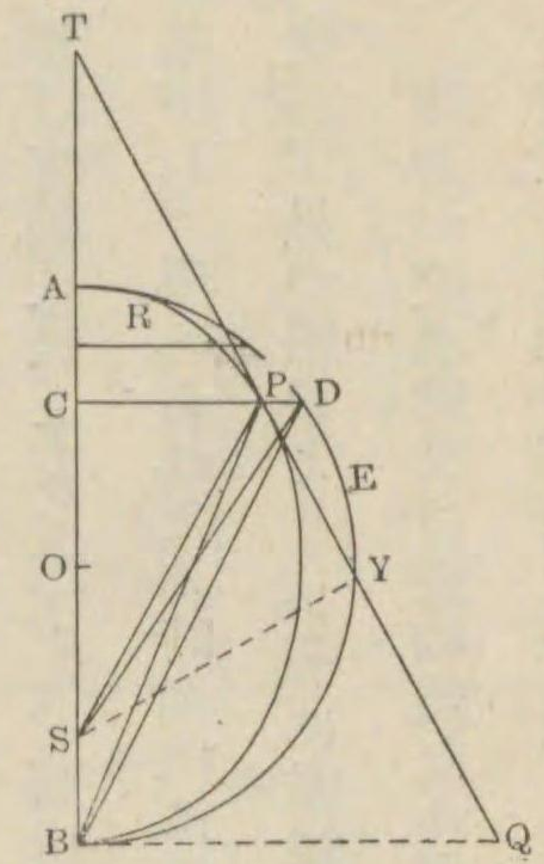
若し物體が垂直に落下しないならば、其焦點中の下のものが力の中心にある一つの圓錐曲線を描くであらう。これは前に述べた系によつて明かである。ARPB を此圓錐曲線とし、其焦點をSとする。先づはじめ、此形が楕圓であるとし、長軸 AB の上に半圓 ADB を描き、落體Pを通り直線 DPC を軸に直角に引く。次に DS, PS を引けば、面積 ASD は面積 ASP に比例し、從て又、時間に比例する。軸 AB を變へることなくして楕圓の幅をたえず減少せしめるときは面積 ASD は依然として時間に比例する。此幅が無限に減少するときは、軌道 APB は軸 AB に一致し、焦點Sは軸の端Bに重なる。此時は物體は直線 AC 上を落下し、面積 ABD は時間に比例する。從て、物體が點Aより直線上を落下し、與へられたる時間内に描く途 AC は、表面 ABD が時間に比例することだけを假定し、且つ點Dより AB に垂線 DC を下すときは、求められる。



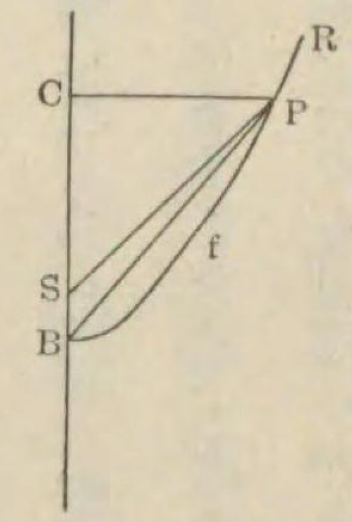
第十三圖

圖形が雙曲線又は拋物線なる場合についても同樣の方法を用ひて證明せられる。

定理 上述の事柄を假定すれば、任意の位置Cに於ける落體の速度は、中心B、半徑 BC



第十四圖



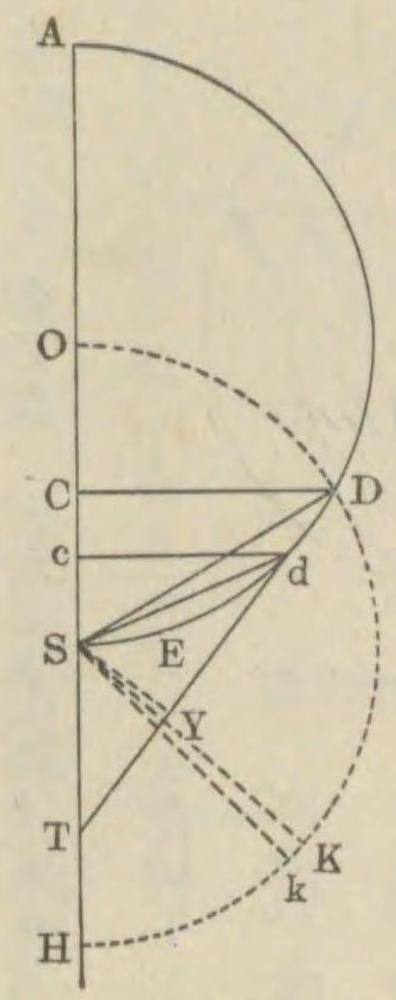
第十五圖

なる圓を描く處の他の物體の速度に對し、$\sqrt{CA} : \sqrt{\frac{1}{2}AB}$ の比を示す（第十四圖）。

定理　圖形 BfP が拋物線ならば、任意の點Cに於ける落體の速度は、中心B、半徑 $\frac{1}{2}$BC なる圓を等速度にて描く物體の速度に等しい（第十五圖）。

定理　同じ假定で一つの不定半徑 SD によつて描かれる圖形 DES の面積は、物體が此圖形の通徑の半分を半徑とし、Sを中心とする圓上を等速にて動く時に描く面積に等しい（第十六圖）。

問題　物體が與へられたる位置Aから落下する。其落下の時間を定めよ。

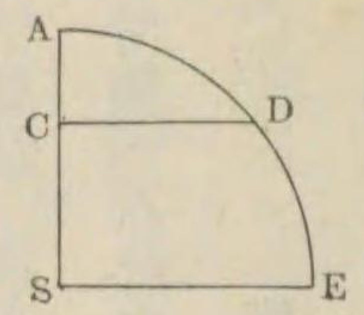


第十六圖

問題　物體が與へられたる位置から上へ又は下へ拋げられたとする。其上昇又は落下の時間を定めよ。

定理　求心力が高度卽ち力の中心から物體の位置迄の距離に比例すると假定する。しかるときは落下の時間・速度及び描く距離は、夫々後者の弧・正弦及び正矢に比例する。

物體が AS に沿ひて落下するとし、Sを中心とし四分の一圓 AE を描く。CD を任意の弧 AD の正弦とする。しかるときは物體は時間 AD の間に、落下すれば AC の距離を描き、C點に於て CD なる速度を得る。



第十七圖

此求心力が上の如く簡單でなく任意のものの場合も求める事が出來る。

第八章　任意の求心力に働かれた物體の動く軌道を定むること

定理　若し任意の求心力の作用を受けて一つの物體が任意に運動し、他の物體が一つの直線上を上昇又は落下する。而して此兩者の速度が、任意の或同一の高度にあるとき互に等しいとする。しかるときは、其等の速度は總ての高度に於て互に相等しい。

系　振子が振動して居るか、或は一つの物體が磨かれた完全に滑かな任意の表面上に於て曲線上を運動せしめられて居り、同時に他の物體が直線上を上昇又は降下して居る。且つ此兩者の速度は或任意の同じ高さにあるときに相等しいとする。しかるときは、其等の速度は

他の總ての相等しい高度に於て相等しいであらう。何となれば振子の絲により又は完全に滑かな器の表面によつて受ける作用は、先にのべた運動の方向に直角な力によると同様である。從て之によつて物體は加速も減速もせられず、たゞその直線的の途から偏らしめられるからである。

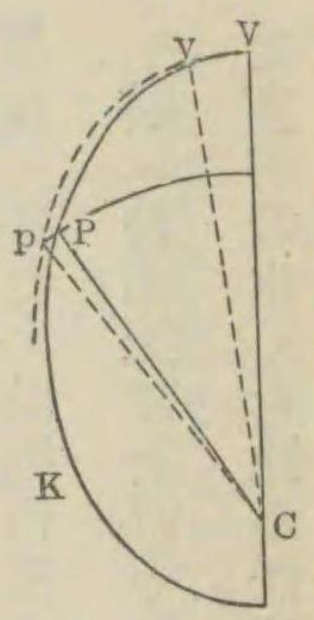
問題　任意の種類の求心力が與へられて居り、且つ曲線の面積が求められるものと假定する。物體が運動する軌道を求め、次に此見出された曲線上の運動の時間を求めること。之により物體の最大及び最小の高度卽ち軌道の遠心點及び近心點が容易に見出される。

問題　求心力の法則が知られて居るとする。與へられたる位置より與へられたる速度を以て與へられたる直線の方向に進む物體の運動を求むること。

第九章　動き得る軌道上の物體の運動及び其近心點・遠心點の運動について

問題　力の中心のまはりに回轉して居る軌道上の物體を、同一なしかし靜止して居る軌道上の物體と同様に運動せしめる様にすること。

位置の與へられた軌道 VPK 上を物體Pが K の方へ動く。中心Cより Cp をひき、其長さを CP に等しくとり、且つ ∠VCp を ∠VCP と常に比例せしめる。然るときは、動徑 Cp の描く面積は CP の描くものに比例する。更に v なる點を考へ、Cv が CV に等しく ∠vCp を ∠VCP と等しくとり、圖形 vCp は VCP に等しくする。然る時は、不動平面内に於ける p の運動は、圖形 vCp がCを中心として回轉し、此 vp 上をpが、丁度 VP 上をPが動くと同様に、動く場合と同一になる。此様なp點に作用する力を求めるのが此問題の主意である。



第十八圖

定理　此場合にPに作用する力とpに作用する力の差は、共通の高さ（CP 卽ち Cp）の三乘に逆比例する。

問題　圓に極めて近い軌道の遠心點・近心點の運動を求む。

系　求心力が距離の或乘羃に比例するならば、此乘羃の數を近心點・遠心點の運動より求める事が出來、又其逆も出來る。

物體が同じ遠心點迄かへる角運動が1回轉の角運動卽ち 360° に對し m/n の比をなすときは、距離をAとおくとき、求心力は $A^{\frac{n^2}{m^2}-3}$ である。從て此力は、距離の三乘比よりも更に

急に減ずる事は出來ない。

系　物體が距離の二乘に逆比例する求心力によつて、此力の中心に焦點を有つ楕圓上を動き、此求心力は外から一つの任意の力によつて增され又は減ぜられる、しかるときは此外力によつて惹起される遠心點・近心點の運動を知る事が出來る、又其逆も出來る。

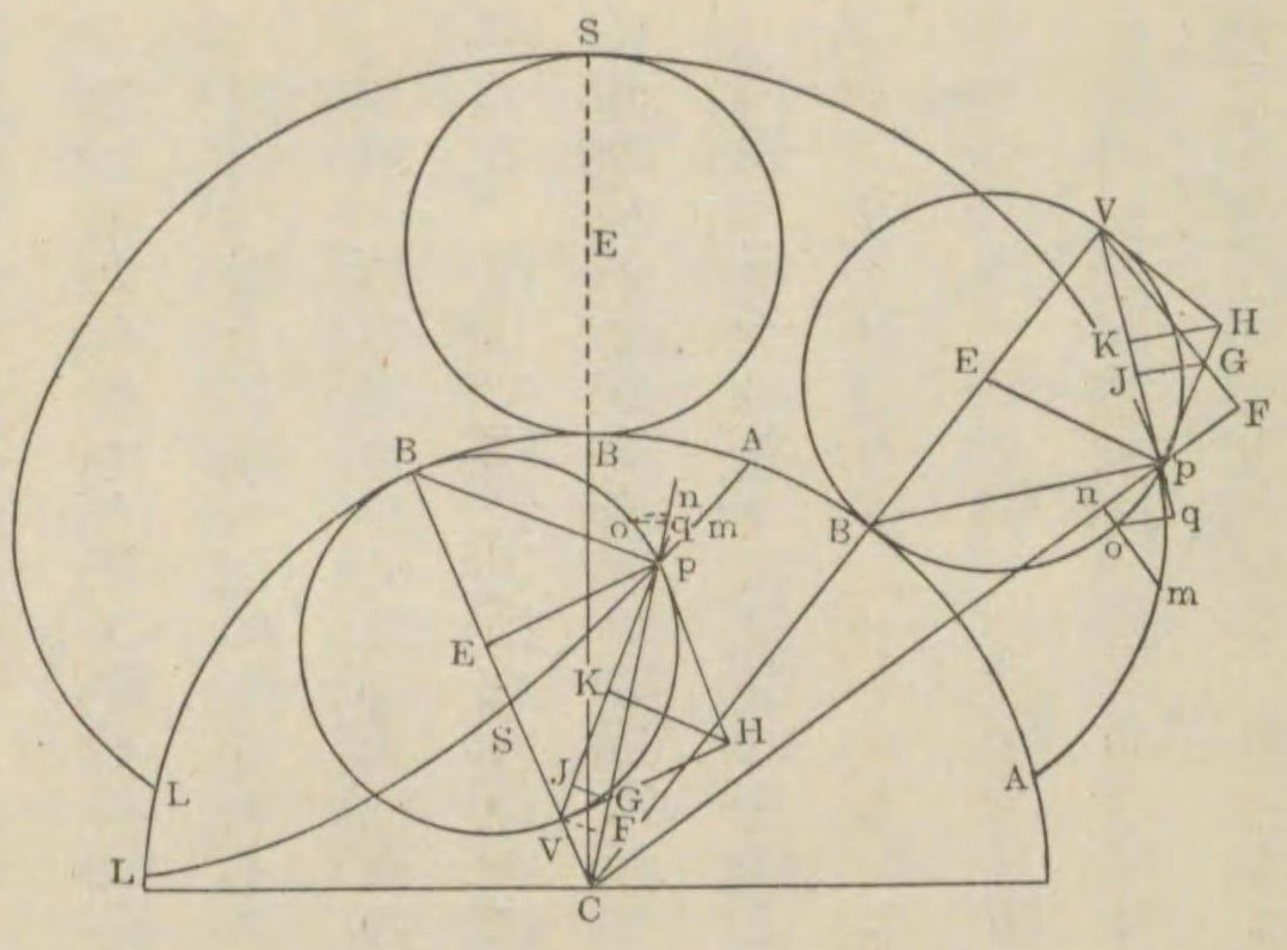
第十章　與へられたる表面上の物體の運動及び振子的運動について

問題　任意の種類の求心力・此力の中心及び物體の回轉すべき平面が與へられ、更に曲線圖形の面積が求め得られるとする。與へられたる位置より與へられたる速度を以て此平面上の與へられたる方向に進む物體の運動を求めること。

定理　求心力が中心から物體への距離に比例すると假定すれば、任意の平面上に運動する物體はすべて楕圓を描き、其上を等しい時間に一周する。而して直線上を前後に往復する物體は、等しい時間内に各ゝ往復をなす。

註　曲面上に於ける物體の昇降運動は之に關聯して居る。一つの平面上に曲線を描き、之を其力の中心を通る任意の軸のまはりに回轉して曲面を描かしめたとする。物體は其中心を

常に此表面上に保つて運動する。此物體が斜に上昇下降し往復するならば、此運動は上記の軸を通る平面内に於て曲線（其回轉によつて此曲面がつくられた處の）上に行はれる。



第十九圖

定理　一つの輪が一つの球面上に垂直におかれ、其大圓にそうて回轉しつゝ進行する。此輪の周邊上の與へられた任意の點が描くところの曲線の途（此曲線をサイクロイド又はエピサイクロイドといふ）の長さは、それが球に接した點から測るに、此時間の間に此球面に觸れた此輪の弧の半分の正矢の二倍に對して、球と輪との直徑の差が球面の半徑に對する比に等しい。

第十九圖に於て ABL を球の大圓、Cを其中心とし、BpV を輪、pを其上の一點とする。ApSL を此點の通る途とし、其長さは之が圓に接した處Aか

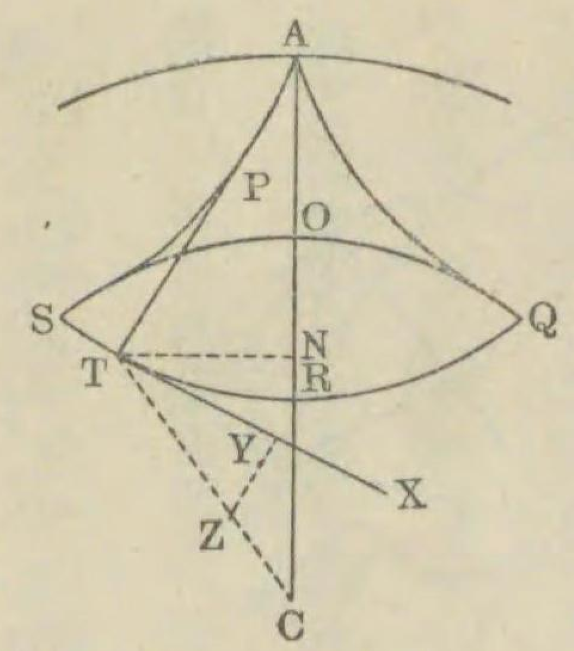
ら量るものとする。

之よりサイクロイドの種々の性質を求める事が出來る。

問題　振子を與へられたるサイクロイド上に於て振動せしむること。

定理　到る處に於て求心力は圓の中心Cに向ひ、總ての場所に於て此中心からの距離に比例する、而して物體Tは此力のみによつて前に述べた樣式にてサイクロイド上を振動する。しかるときは振動が如何樣に異らうとも振動の時間は互に相等しい。

問題　振子の各〻の位置に於ける速度及び全振動及び其各部分を通るに要する時間を求むること。



第二十圖

問題　曲線の長さが求められるとの假定の下に、物體を與へられたる曲線上に常に等週期に振動せしむる處の力を求むること。

物體Tが曲線 STRQ 上を動き、其軸 OR は力の中心Cを通るとする。Tに於て接線 TX を引き、此上に TY=TR なる樣にYをとる。Yに於て TX

に垂線を立て之と TC との交點をZとする。求める求心力は TZ に比例する。

問題　物體が任意の求心力によつて、此力の中心を通る平面上にある任意の曲線を上昇又は下降する時間を求む。

定理　物體が任意の曲面上を動き、此面の軸は力の中心を通るとする。今此物體から軸に垂線を引き又それに等しく且つ平行な直線を軸上の任意の點より引くときは、此線は時間に比例する面積を描く。

問題　此場合に與へられたる位置から與へられたる速度を以て此曲面上の定まつた方向に出立する物體が此曲面上に描く曲線を求む。

第十一章　求心力を以て互に引きあふ球形物體の運動について

私はこれ迄不動の中心に引かれる物體の運動を取扱つて來た。しかし斯樣な場合は自然界に於ては殆ど存在しないのである。何となれば物體に對して之を引く力は働くけれども、引く物體と引かれる物體との間の作用は法則三により常に相互的で且つ等しく、從て、引かれる方も引く方も眞に靜止して居ることは出來ず、假りに物體が二個の場合とすれば雙方共に

同様に囘轉する。若し更に多くの物體が在るときは（其中のたゞ一個によつて引かれるか或はその總てが互に引きあふとする）其等は運動し、其共同の重心は靜止して居るか又は直線上を等速的に進行する様に行はれる。此理由により私は今此求心力を引力と考へて相互に引き合ふ物體の運動を論じようと思ふのである。

定理　相互に引きあつて居る二つの物體は、其等の共同の重心の周りに、並びに各ゝが他のまはりに、相似な圖形を描く。

定理　二つの物體が何等かの力を以て互に引き合ひ、且つ其間に共同の重心のまはりに囘轉する。しかるときは、之と同じ力によつて、此二の中不動と假定した物體のまはりに、此兩物體が前記の運動によつて各ゝ他のまはりに描くものと相似にして大さも等しい圖形を描く事が出來る。

系　此力が物體相互の距離に比例するときは、此等の圖形は共心楕圓である。此逆も亦成立つ。

系　此力が物體相互の距離の二乘に逆比例するときは、此等の圖形は共同重心又は此物體

のいづれかを焦點に有つ圓錐曲線である。逆に若し、此様な圖形が描かれるならば求心力は距離の二乘に逆比例する。

系　共同重心のまはりに動いて居る任意の二物體は、此重心に引いた動徑によつて、並びに此等の物體間に引いた動徑によつて、時間に比例する面積を描く。

定理　物體S及びPが其共同重心のまはりに運動する週期は、それ等の一つ例へばPが他の靜止せるSのまはりに囘轉して此兩物體が各ゝ他のまはりに描くと相似にして同大なる軌道を描くときの週期に對し、

$$\sqrt{S}:\sqrt{S+P}$$

なる比をなす。こゝにSPは夫々此等の物體の質量を表す。

定理　此場合に力が距離の二乘に逆比例するときは、此等の物體のいづれか例へばPが他の物體Sのまはりに此運動によつて描く楕圓の主軸は、同じ物體Pが同じ週期間に靜止せる物體Sのまはりに描く楕圓の主軸に對し、

$$\sqrt[3]{S+P}:\sqrt[3]{S}$$

の比をなす。

定理　二つの物體が任意の何等かの力を以て互に引きあひ、其他の方法では動かされる事も妨げられることもなくして、任意の運動をするとする。斯る狀況に於ては此等の運動は此等が互に引き合ふことなく、雙方が此等の共同の重心に在る第三の物體により同じ力を以て引かれる場合と同じに行はれる。而して引き合ふ力については、共同重心より物體迄の距離との關係に於ても、又物體相互の距離との關係に於ても、同一の法則が成立つ。

問題　二つの物體が互にその距離の二乘に逆比例する力を以て引き合ひ、且つ與へられたる位置から放されたとする。此等の物體の運動を定めること。

問題　物體相互の力は前と同じとする。與へられたる位置から與へられたる速度を以て與へられたる方向に向ふ。此物體の運動を定むること。

問題　物體が互に引き合ふ力が其等の重心間の距離に比例して增加するとする。多くの物體相互の間の運動を求む。

此場合に此等の軌道はいづれも共同重心を中心とする楕圓となる。

定理　多くの物體は其等の間の力が各〻の重心間の距離の二乘に比例して減ずる時は、楕圓に甚だ近似せる軌道上を動き、其等の焦點へ引いた動徑は殆ど時間に比例する面積を描く。

定理　若し其等の間の引力が距離の二乘に比例して減ずる三個の物體が互に引き合ひ、且つ其中の二つが第三に對する加速的引力は互に其等の距離の二乘に逆比例する。更に此二つの小さい物體が第三のまはりを共通の平面上に於て動いて居る。此場合に內側の物體がそれより最も內部の最大の物體に引いた動徑によつて後者のまはりに描く面積は、此最大の物體が此引力によつて動かされる場合の方が、それが小さい物體によつて引かれずして靜止して居る場合よりも、或はそれが第一の場合よりも更に遙かに大きく又は遙かに小さく引かれ同時に遙かに大きく又は遙かに小さく動かされる場合よりも、一層精密に時間に比例する。而して其軌道の形は第一の場合に於ては後の場合に於けるよりも、此動徑の交點を焦點とする楕圓に一層近いものである。

之より多くの系が得られ、それが月の運動・潮の滿干等に應用せられる。

定理　上の引力の法則を假定すれば、最外側の物體Qが內側の物體SとPとの共同の重心

Oのまはりに描く軌道は、Qが最大の中央の物體Sのまはりに描くものよりも更に楕圓に近く、且つ其描く面積は更に精密に時間に比例する。

定理　更に此引力の法則が成立つときは、最外側の物體Qが內部の二個の共同重心Oのまはりに之を焦點として描く軌道は、中央の最大のものが此引力で引かれる場合の方が、それが少しも引かれずして靜止して居るか、或は更に遙かに強く又は弱く引かれ、更に多く又は少く動かされる場合よりも、一層楕圓に近く、其描く面積は一層精密に時間に比例する。

定理　數個の物體ＡＢＣＤ等よりなる一の系に於て、若し其等の中の任意の一つ、例へばＡが他の總て、ＢＣＤ等を牽引物體から此等への距離の二乘に逆比例する加速力を以て引く。更に、物體Ｂが他の物體ＡＣＤ等に對しても同樣であるとする。しかるときは物體Ａ及びＢの絕對力は、Ａ及びＢの物體（質量）に比例する。

註　此等の定理によつて我々は求心力とそれが普通に向ふ處の中心物體との間の類似に導かれる。何となれば物體に向ふ力は磁氣に於けるが如く物體の本質と分量とに依るとする事は合理的であるからである。而して此樣な場合に出會ふときは、それ等の物體の各小部分が

夫々固有の力を有つとし、此等の和を求めて物體の引力を計算すべきであらう。こゝに、私は引力なる言葉を一般的に物體が互に近づかうとする如何なる努力に對しても用ひた。卽ちそれが互に引きあふか或は慧い靈によつて互におしやられる物體の働きによつて起るとを問はず、或はそれがエーテル・空氣・又は物質的な又は非物質的な媒質の作用によるか、又此等が如何樣な方法にて其中に浮んで居る物體を互に近づけるかを問はないのである。

數學に於ては、力の大さと、或假定せる條件から出る處の此等の力の關係とを研究すべきである。次に物理學に入れば、此等の關係を現象と比較し、之によつて如何なる力の條件が各種の引力を有つ物體に屬するかを確めなければならない。斯くして終に力の種類について及び其物理的原因及び關係について論ずる事が出來るのである。

夫故に我々は、上に述べた樣な工合に引力を有つて居る小部分から成る球形物體が如何なる力を以て互に作用しあふか、又如何な運動がそれから起るかを見ようと思ふ。

第十二章　球形物體の引力について

定理　若し球面上の總ての點に對し、其等の點からの距離の二乘に比例して減ずる求心力

が働くとする。しかるときは、此表面の內部にある小物體は此力によつて孰れの側にも引かれぬであらう。

定理　同樣の條件の下に於て、球面の外部にある小物體は球の中心に向ふ力によつて引かれ、其大さは球の中心からの距離の二乘に逆比例する。

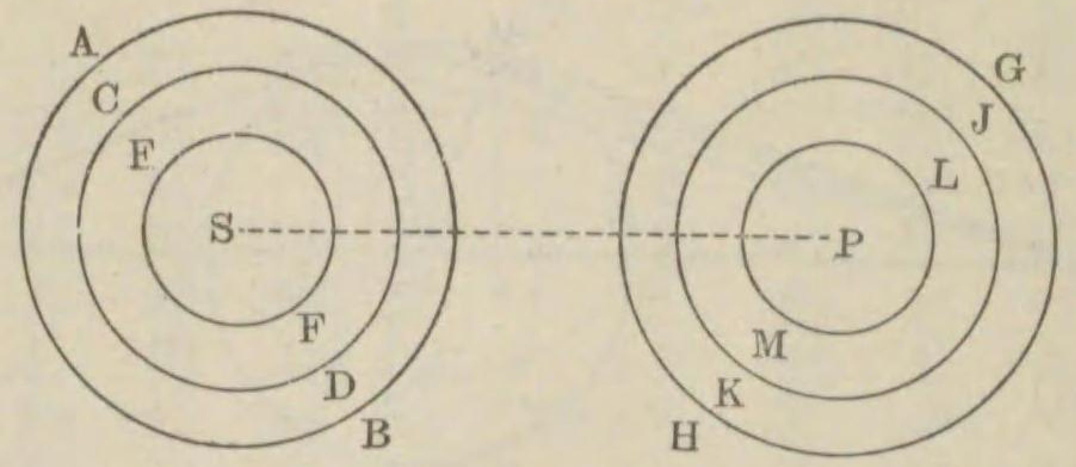
定理　若し球の各點に向つて其等の點からの距離の二乘に比例して減ずる、等しい求心力があり、且つ球の密度、及び球の中心から此小物體迄の距離が球の直徑に對する比、が與へられたとする。此小物體の引かれる力は球の半徑に比例する。

定理　球の各點に向つて其點からの距離の二乘に比例して減ずる等しい求心力が働く。しかるときは球の內部にある小物體（質點）は中心からの距離に比例する力にて引かれる。

定理　同樣の假定の下に於て、球外にある小物體（質點）は其中心からの距離の二乘に逆比例する力を以て引かれる。

定理　若し與へられたる球の各〻の點に向つて、其等の點よりの距離の二乘に比例して減ずる求心力が働くならば、他の相似なる球は、そのために此兩者の中心間の距離の二乘に逆

比例する力を以て引かれる。



第二十一圖

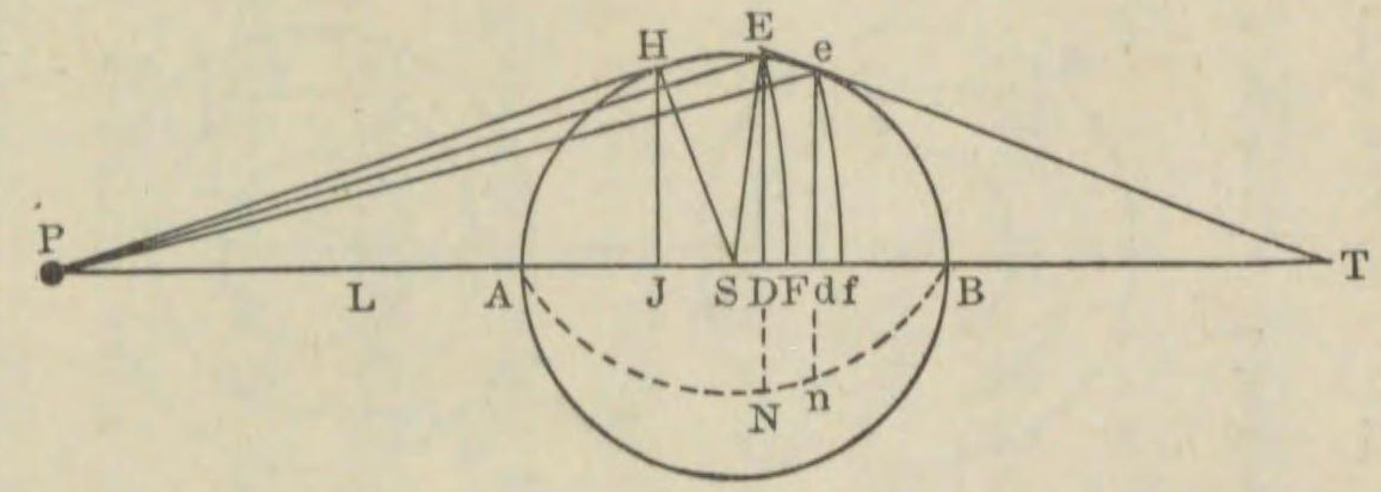
定理　球が（物質の密度及び引力に關して）中心より周圍に向つて如何に不等であらうとも、中心より同一距離の點に於ては總て同樣であり、而して各點の及ぼす引力が引かれる物體からの距離の二乘に比例して減ずる。しかるときは此樣な一つの球が同じ種類の他の球を引く全力は、兩者の中心相互の距離の二乘に逆比例する。

定理　球の各點に向つて求心力が作用し、之は引かれる物體から此點への距離に比例する。しかるときは此等の合成による處の、即ち二つの球が互に引き合ふ力は、兩者の中心間の距離に比例する。

定理　二つの球が中心より表面への方向に於ては如何樣に相似性を缺き且つ不等であらうとも、中心より同一距離に於ては到る處相似であり、而して各點の引力はそれより引かれる物體迄の距離に比例する。此種の二つの球が互に引き合ふ全體の力は、其等の中心相互の距離に比例する。

註　引力の中二つの主要な場合卽ち求心力が距離の二乘に比例して減ずる場合及び其距離に比例して增す場合を上に論じたのである。此雙方の場合に於て此等の力は物體を圓錐曲線上に運動せしめ、而して球體については此等の力は集つて球體相互の求心力をつくり、此力は中心の方向に於て、個々の點の間の求心力と同じ法則に從つて增し又は減ずるのである。之は注目すべきことである。

他の場合には其結果が之ほど見事ではないので、それを述べることは餘り冗長であらう。夫故此等をすべて次の一般的方法の中に含めて求める事としよう。



第二十二圖

定理　中心Sの周りに描かれた球ABEの各〻の相等しい部分に等しい求心力が向ふ。球の軸AB上にPなる粒子があるとし、此軸上の各點Dに於て之に垂線を立て、球とEに於て交らしめ、此上に長さDNをとり、これを、$\frac{DE^2.PS}{PE}$と、軸上にPEの距離にある

球の一小部分がPに及ぼす力とに比例せしめる。しかるときは粒子Pが球に向つて引かれる全體の力は、ABと點Nの軌跡なる曲線ANBとが包む面積ANBに比例する。

定理　中心S半徑SAなる球の一つの軸の上に長さSJ, SA, SPが連比をなす樣にとるならば、球の內部にある物體Iがうける引力がPにある物體のうける引力に對する比は、中心からの距離JSとPSとの平方根の比、及びJ及びPから中心へ向ふ求心力の平方根の比の複比をなす。

問題　球の中心にある小物體が其弓形に向つて引かれる力を見出すこと。

問題　弓形の軸上、中心以外にある小物體が、此弓形の方に引かれる力を見出すこと。

註　球形物體の引力を述べ了つて、次に、之と同樣な引力を有つ部分から成立つ處の、他の物體の引力の法則に及ぶ事が出來る。しかし此等を特別に取扱ふのは此書の範圍外に出る。それ故、此種の物體の力について及び之より起る運動についての一般的定理中、物理學に應用せられるものを二三つけ加へれば足りるであらう。

第十三章　球形でない物體の引力について

自然哲學の數學的原理

定理　一つの物體が他の一つの引力を及ぼす物體に接觸せる場合に受ける引力が、此等が互に極めて僅かな間隙ででも隔てられて居る場合より遙かに強いとする。然るときは引力を及ぼす物體の小部分の力は、引かれるものが遠ざかるときは、此部分からの距離の二乘よりも更に大きい比を以て減ずる。

定理　引力を及ぼす物體を構成して居る質點の力が、引かれる物體が遠ざかるに從つて此部分よりの距離の三乘又はそれ以上の比に於て減ずる。しかるとき引力は、引く物體及び引かれる物體が互に接觸せる場合には、此等が互に少しでも離れて居る場合よりは、遙かに強いであらう。

定理　互に相似であり且つ等しい引力を及ぼす物質から成立つて居る二つの物體が、各〻其自身に比例し且つ相似の位置にある處の小物體を引く。しかるとき此等小物體の加速的引力は、それが後者の部分（それは全體に比例し且つ相似におかれたる）に向ふ加速的引力に比例する。

定理　任意の物體の相等しい小部分の引力が、此等の部分より引かれる點への距離に比例

するならば、全物體の力は其重心に向ふ。而して此物體と、物質の種類も質量も相等しい球體が、其中心を此重心に有つときに及ぼす力と等しい。

定理　多くの物體が相等しい小部分からなりたち、後者の力は各〻の部分から引かれる點への距離に比例する。しかるとき任意の物體が引かれるすべての力の合成力は、此等の小部分の共同の重心に向ひ、其大さは、此等のすべての部分が、此共同の重心をかへることなしに、集合して一つの球を形造つた時と同じである。

問題　一つの圓上の各點に向ひ、距離の任意の比に於て增し又は減ずる等しい求心力が働く。此圓の中心を通り、其平面に垂直に描いた直線上の任意の點にある粒子が引かれる力を見出せ。

問題　一つの固い圓い物體の軸上にある小物體が、此物體から受ける引力を定めること、但し此物體の各點に、距離の任意の比に於て減ずる求心力が向ふものとする。

問題　引力を及ぼす物體が與へられて居る。その各點に向ふ求心力が受ける處の減少の割合を定むること。

定理　一つの固體が一つの側を平面にて限られ、他の側へは無限に擴がつて居る。而して等質な且つ引力についても等しい小部分から成立つて居る。此等の部分の力は此固體から遠ざかるに從つて距離の二乘よりも更に大きい比に於て減じ、此平面のいづれの側にある小物體も此物體全體の力によつて引かれる。しかるときは此固體の全引力はその平面的表面から遠ざかるにしたがつて減じ、其割合は若し此物體をつくる小部分の引力が距離の n 乘に比例して減ずるならば、距離の $n-3$ 乘にて減ずる。

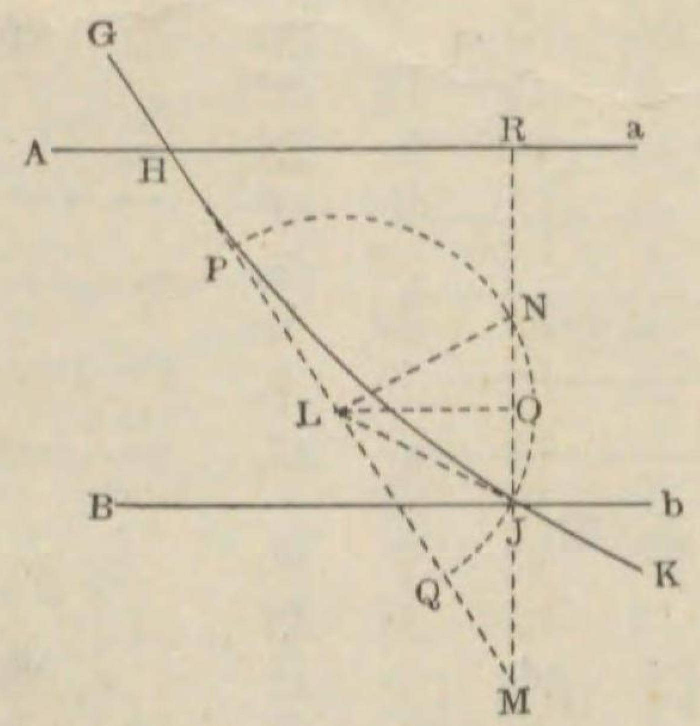
註　物體が一つの平面から直角に引かれるならば、上に與へた引力の法則から其運動が求められる。逆に物體が描く曲線が與へられゝば、之に及ぼす上記の平面に直角な力が求められる。

第十四章　極めて小さい物體が一つの大きい物體の各部分に向ふ求心力によつて動かされるときの運動について

定理　二つの等しい媒質が一つの空間によつて互に隔てられ、此空間の兩側は互に平行な平面であり、且つ此空間を通るとき物體は此兩媒質の何れか一つによつて此平面に直角に引

かれ又は撥かれ其以外にはいかなる力によつても動かされ又は妨げられることがないとする。若し、引力は雙方の平面から等距離（同じ側にとる）に於て常に同一であれば、一方の平面への入射角の正弦と他の平面から出る角の正弦とは一定の比をなす。

Aa, Bb を互に平行な二つの平面とする。物體が GH に沿うて第一の面にきたり、中間の空間を通過するときに入射媒質に引かれ又は之におしやられる。其結果それは曲線 HJ を描き、線 JK に沿つて出る。此出射面 Bb に垂線 RJM を立て、之を延長して入射線 GH とMに於て、入射面 Aa とRに於て交らしめる。更に JK の延長が HM とLにて交る。Lを中心 LJ を半徑として圓を描く。MJ とNに於て交る。

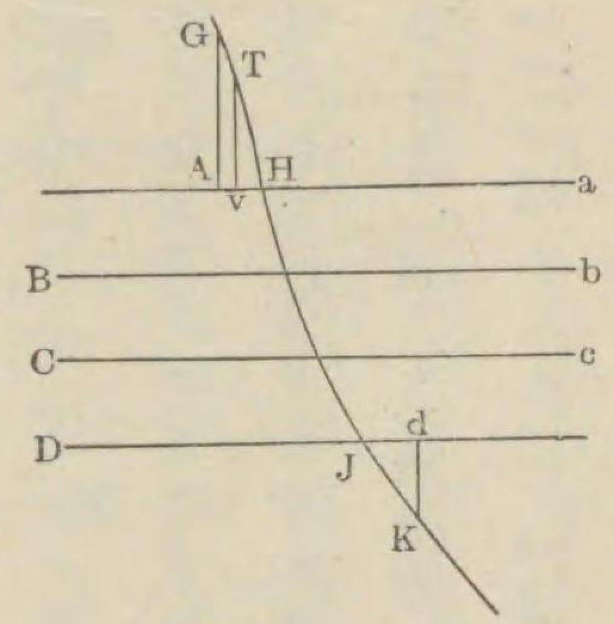


第二十三圖

先づ引力又は斥力が一樣であるとすれば（ガリレオの證明したる如く）曲線 HJ は拋物線となる、HM^2 は一つのパラメーターと JM との積に等しく、又 HM はLにて二等分される。之より推論をすゝめれば終に LJ : LM=const, sin LMR : sin LJR=LJ : LM を得、從て sin LMR : sin LJR=常數 を得る。

定理　同じ假定の下に於て、物體の入射前の速度が通過後の速度に對する比は、出射角の正弦が投射角の正弦に對する比に等しい。

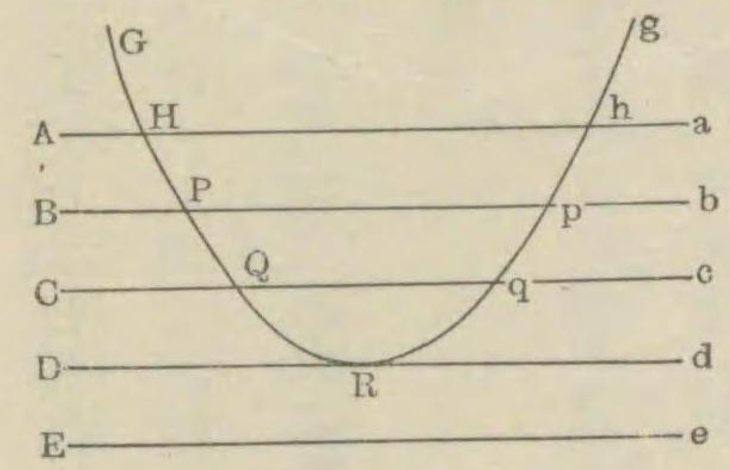
定理　同じ假定の下に於て、投射前の運動はその後の運動よりも速かであるとする。若し投射線が傾いて居るときは物體は



第二十四圖

終に投げかへされ（反射され）、此投げかへされる（反射）角は投射角に等しいであらう。

註　此等の引力に光の反射及び屈折は相當によく似て居る。此反射はスネリウスによつて發見せられた樣に正割の比が一定なる樣に、從てデカルトによつて示された樣に正弦の比が一定なる樣に行はれるのである。光が有限の速度にて傳はり、太陽から地球に來る迄に七分乃至八分を要することは、種々の天文學者が觀測によつて確めた如く木星の衞星の現象によつて今や知られて居る。猶、我等の大

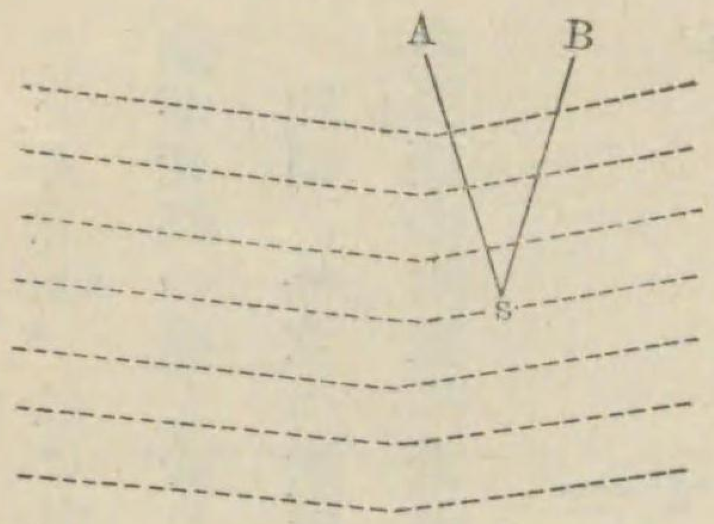


第二十五圖

氣内に於ける光線は（久しい以前にグリマルディは光を小孔を通して暗室に入れることによつて發見し、私自身も之を試みたのであるが）、物體の稜の近くを通過する場合にそれが透明なると不透明なるとを問はず、其まはりにて屈曲し、恰も此等の物體のまはりに於てそれに引きつけられるかの如くである。而して此等の光線のうち、物體の側を通るときそれに最も近くにあるものが最も強く屈曲せられ、恰も甚だしく引きつけられた如くである。遠くの距離を通るものほど曲ることも少く、更に遠方のものは多少反對の側にまがり、三色の縞をつくる。

第二十六圖は AsB なる刃又は任意の楔の側を光が通り屈曲する事を示すものである。此屈曲は刃の外の空氣の中に於て行はれる。これは光がガラスにおちる場合に於ても同樣である。從て屈折は、入射點に於て行はれるのではなく、空氣の內及びガラスの內に於ける連續的な光の屈曲によつて行はれるのである。

此樣に光線の傳播と物質の進行との間に類似があるのであるから、下の定理を光學上の目的のために揭げることも無用ではある

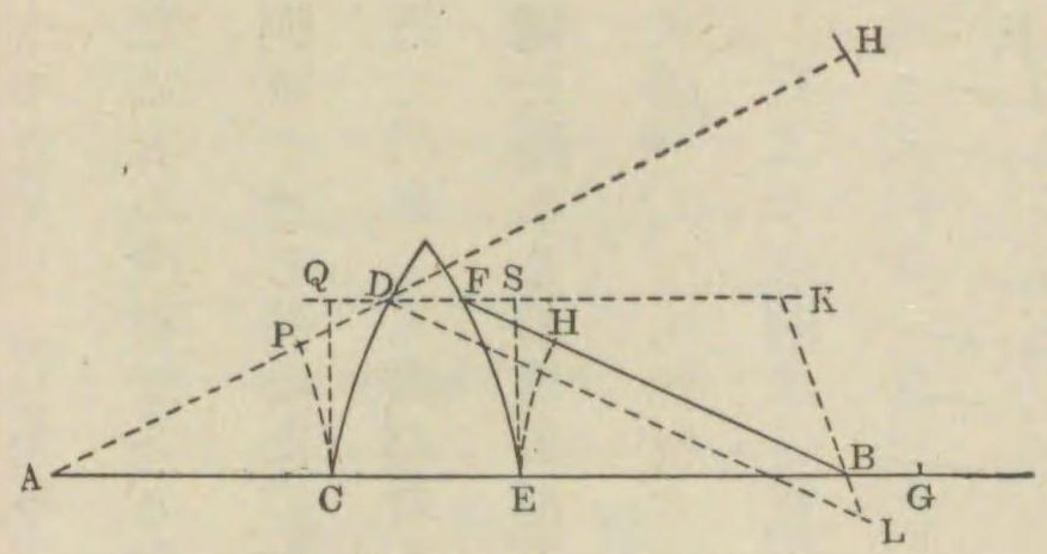


第二十六圖

まいと思ふ。茲に私は光の本性を、即ちそれが物體であるか否かを全く論ぜず、たゞ物體の途が光線の途と著しく似て居る事だけを假定するのである。

問題　任意の表面上に於て投射角の正弦が出射角の正弦に對して一定の比をなし、且つその表面の附近に於ける此物體の徑路の屈曲が、一つの點と見做し得らるゝほど極めて小さい距離の内にて行はれるものとする。一つの與へられたる場所より各方向に發散する總ての物體を、他の一つの與へられたる場所に收斂せしめる樣に働く處の表面を定めること。

問題　同じ假定の下に於て、軸 AE の周りに CD のやうな任意の規則正しい又は不規則な形の引力を有つ面を描き、與へられたる場所Aから出る物體がこれを通過するとする。斯る物體を一つの場所Bに向つて收斂せしめる樣に働く處の第二の、引力を及ぼす面 EF を見出すこと。



第二十七圖

註　同樣な方法によつて三個又はそれ以上の表面に進むことが

出來る。しかし光學上の目的には最も多くは、球面が適して居る。若し望遠鏡の對物レンズを二個の球面ガラスの間に水を入れて造るならば、ガラスの表面の緣の方にて生ずる屈折の誤差を水の屈折によつて十分に補正する事が可能である。

しかし、光線の異るに從つて屈折率も異るから、球又は他の任意の形によつて光學器械を完全ならしめる事が出來ない。之に因く誤差が補正せられない限りは他の補正について如何に苦心しても無駄なことである。

第二卷 物體の運動について

第一章 速度に比例する抵抗を受ける物體の運動について

定理 其速度に比例する抵抗を受ける物體は其通過した距離に比例して運動(量)を失ふ。

定理 物體がその速度に比例する抵抗を受け、且つ一つの力によつてそれに與へられた衝撃のみによつて均質なる媒質内を運動して居る。更に時間を等しい部分に分ける。しかるときは時間の此各部分の始めに於ける速度は幾何級數をなし、各小時間内に描く距離は此速度に比例する。

問題 物體が一様な媒質内に於て直線上を上昇又は下降し、此媒質は速度に比例する抵抗を之に及ぼし、更に一様な重力が之に作用する。此物體の運動を定めよ。

問題 任意の一様な媒質内に於て重力が一様に作用し、且つ水平面に垂直に向ふと假定する。此媒質内に於て速度に比例する抵抗を受ける拋物體の運動を定めよ。

註 抵抗が速度に比例する事は、自然界に起るといふよりは、むしろ數學的の假説である。此様な事柄は物體が殆ど固體的な媒質内を甚だ遲く動く場合には甚だ近似的に成立つ、しか

し固體性を全く有たない媒質内に於ては物體は速度の二乘に比例する抵抗を受ける。速い物體の作用によつて媒質の同一量が短い時間の間に、速度の大さに比例して大きい運動(量)を與へられ、從て同一時間内には(攪き亂される媒質の量が多いから)二乘に比例する大きい運動を與へられる。而して抵抗は與へられた運動(量)に比例する。此抵抗の法則から如何な運動が起るかを見ようと思ふ。

第二章 速度の二乘に比例する抵抗を受ける物體の運動について

定理 物體が其速度の二乘に比例する抵抗を受け、而して一つの力によつてそれに與へられた衝撃のみによつて均質なる媒質内を運動する。こゝに時間を幾何級數的に增加する樣にとる。しかるときは時間の各部分の始めに於ける速度はそれと丁度逆に進む幾何級數をなし、時間の各小部分内に描く距離は互に相等しい。

此場合時間を横軸 CD 速度を縦軸 CH にとれば、速度曲線は CD, CH を漸近線とする雙曲線となる。

定理 均質にして相等しい球體が速度の二乘に比例する抵抗を受け、一つの力によつてそ

れに與へられた衝撃のみによつて運動する。此時此等の物體は最初の速度に逆比例する時間内に互に相等しい距離を描き、其間に初速度に比例する速度を失ふ。

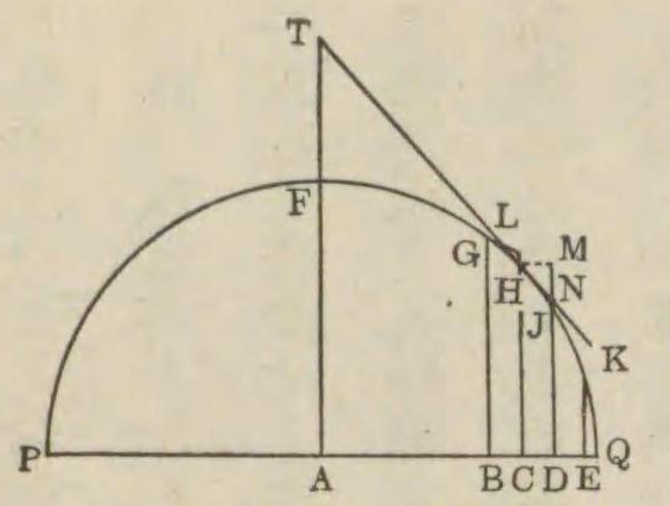
定理　速度の二乘に比例する抵抗を受ける球體は、その最初の運動に比例し其最初の抵抗に逆比例する時間の間に、始めの運動量に比例する運動量を失ひ、而して時間と初速度との相乘に比例する距離を描く。

定理　物體が均質なる媒質内に於て一様なる重力の作用の下に、直線上を上昇又は下降するとし、之の描く全體の距離を等しい部分に分つ。更に此各部分の始めに於て（物體が上昇するときは媒質の抵抗を重力に加へ、下降するときは之より差引いて）絶對力を求める。しかるときは此力は幾何級數をなす。

定理　上に證明した事柄を假定し、圓の扇形の角の正切及び雙曲線の扇形の角の正切を速度に比例してとる、弦に半徑は正しい大さにとる。しかるときは之より上昇して最高點に達する迄の全時間は圓の扇形に、又最高點から下降する間に既に經過した時間は雙曲線の扇形に比例する。

問題　一様な重力が水平面に垂直に向ひ、抵抗が媒質の密度と速度の二乘との積に比例する。物體をして任意の與へられたる曲線上を運動せしめる様な媒質の各場所に於ける密度を求む、又此等の場所に於ける物體の速度及び媒質の抵抗を求む。

第二十八圖に於て紙面に直角に水平面 PQ をとり、FQ を物體の途とする。GHJK を物體の通る點とし、F よりQに向つて動くとする。GHJK より AQ に垂線を立て、其脚を BCDE とする。GH を通るに要する時間をT、HJ を通るに要する時間を t とする。



第二十八圖

$$\xi = CD = -CB = \frac{CE}{2},\quad MJ = Q\xi + R\xi^2 + S\xi^3 + \cdots\cdots$$

とおく時は、終に NJ, DJ, EK, BG, GH, HJ 等も ξ 及び其係數NRS等にて表され、抵抗が重力に對する比は $3S\sqrt{1+Q^2} : 4R^2$ となる。

速度は、之を以てHより接線 HN の方向に出た物體が眞空に於て左の拋物線を描く如きものである。

此拋物線の徑＝HC, パラメーター＝$\frac{1+Q^2}{R}$.

密度は、$\frac{S}{R\sqrt{1+Q^2}}$ に比例する。

註　媒質が少しも抵抗を及ぼさない場合に於てのみ運動は拋物線上に行はれ、絶えず抵抗のある場合には上に述べた如く雙曲線上に行はれる。夫故に拋射物體が一樣な抵抗媒質に於て描く途は拋物線よりも此等の雙曲線に一層近いものである。之より種々の抵抗の下に於て拋物體の途を求める方法を示さう。

第三章　一部分は速度の一乘に、一部分は其二乘に比例する抵抗を受ける物體の運動について

定理　物體が一部分速度自身に、一部分其二乘に比例する抵抗を受け、而して一つの力によつてそれに與へられる衝擊のみによつて均質な媒質内を動く、更に時間を算術級數をなす樣にとる。しかるときは、速度に逆比例する量は、それに一つの如何なる定まつた量を加へても、幾何級數をなす。

定理　同じ假定の下に於て、描かれた距離を算術級數をなす樣にとるならば、速度に一つの任意の常數を加へたものは、幾何級數をなす。

定理　一樣な重力によつて下方に引かれて居る物體が、直線上を上昇又は下降し、而して一部分は速度に、一部分はその二乘に比例する抵抗を受けて居る。若し、直線を一つの圓の直徑又は雙曲線の徑に平行に、其共軛徑の端を通つて引き、速度が與へられた點より測つた此等の平行線の長さに比例する、とする。しかるときは、時間は中心から線の此部分の端に引いた直線が切りとる扇形面積に比例する。此逆も亦成立つ。

定理　同じ假定の下に於て、上昇又は下降に於て描かれる途は、時間を表す處の面と、算術級數的に增加又は減少する他の一つの面との、和又は差に比例する。但し此場合に抵抗及び重力より合成せられたる力を幾何級數的にとるものとする。

註　球形物體が流體内に於て受ける抵抗は、一部分は粘性から、一部分は摩擦から、又一部分は媒質の密度から生ずる。此流體の密度から生ずる部分は既に述べた如く速度の二乘に比例し、流體の粘性から生ずる部分は一樣である、即ち時間のモーメント（微分）に比例する。故に進んで我々は、一部分は一樣な力により、即ち時間のモーメントに比例し、一部分は速度の二乘に比例する抵抗を受ける處の、物體の運動を論ずる事が出來る。

第四章　抵抗媒質内に於ける物體の圓運動について

定理　媒質の密度は各ゝの場所に於て、不動の中心よりの距離に逆比例し、求心力は密度の二乘に比例する。しかるときは、物體は此中心より引いた總ての半徑と與へられた角に於て交る樣な螺線上を運動することが出來る。

之より物體の速度、又或途を通過する時間等が求められる。

定理　各ゝの場所に於ける媒質の密度は、不動の中心より其場所への距離に逆比例し、求心力は此距離の任意の乘冪に逆比例する。しかるときは物體は中心より引いた總ての半徑と與へられたる角に於て交る樣な一つの螺線上を運動する。

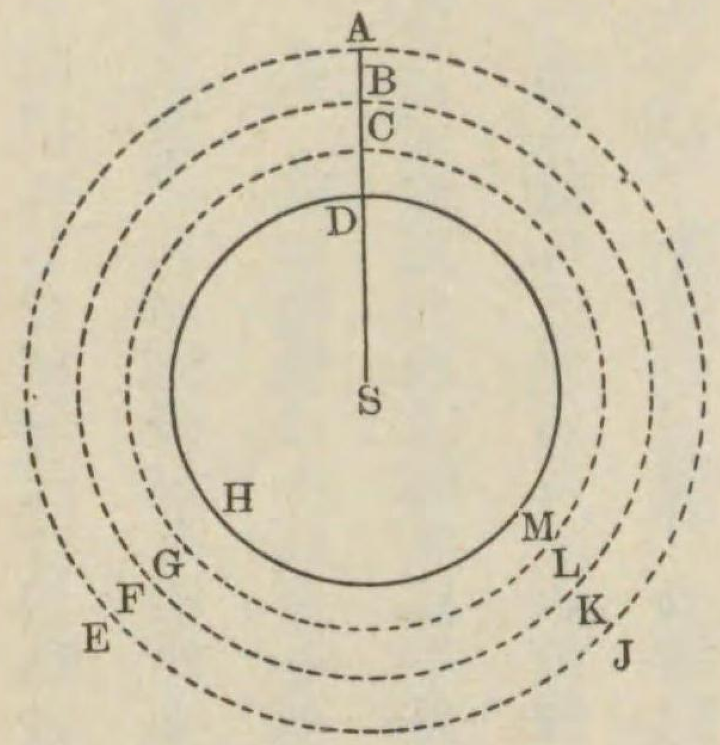
問題　物體を與へられたる螺線上を、與へられたる速度の法則に從つて動かしめる樣な、求心力と抵抗とを定めること。

問題　求心力が與へられたとする。物體を與へられた螺線を描かしめる樣に、媒質の各場所に於ける密度を定めること。

第五章　流體の密度及び壓力について、並びに流體靜力學について

定義　流體とは其部分がそれに作用する如何なる力にも從ひ、而してそのために、容易に此等の部分が相互に動く如き物體である。

定理　均質にして動いて居ない流體が、任意の動いて居らない器の内に密閉せられ、且つ各ゝの側より壓せられる時は、（壓縮・重力及び總ての求心力を考察外におくこととすれば）到る處等しい强さにて壓せられ、しかも此壓によつて何等運動を惹起することなく、其位置に止まつて居る。



第二十九圖

定理　球形の流體に於て其中心から等距離にある部分は互に同樣であり、其各部は一つの共心球面上にあり、重力によつて此物體の中心に向つて引かれる。此狀況に於て底面は一つの圓壔の重さを支へる事になる、此圓壔は其切口が上記の底面に等しく、其高さは其上にある面の高さに等しいものである。

第二十九圖に於て、DHM は底面、AEJ は此流體の最も上の表面である。

同様にして此定理は、重力が中心よりの距離の任意の與へられた比に於て減ずる場合にも成立ち、又此流體が上にゆくほど稀薄に、下にゆくほど密になる場合にも成立つ。

系　故に物體はそれをとりまく流體に比べ比重が大なるときは沈み、比重の小さいものは昇り、此重力の過剰又は不足が惹起すだけの運動及び形狀の變化をうける。

系　故に流體内にある物體は二種の重力を有つ。卽ち一つは眞の、絕對的のもの、他は外見上の、普通の、而して相對的なものである。絕對の重力は物體がそれを以て下に向はうとする全體の力であり、普通の重力は、それを以て、物體を包んで居る流體に比して更に強く下に向はうとする力、卽ち物體の重力と流體の重力との差である。

系　重力について說明したる事柄は、すべて他の任意の求心力についても成立つ。

系　故に媒質がそれ自身重さ又は他の任意の求心力によつて働かれ、其内にある物體が同じ力によつて、しかし更に強く働かれるならば、此等の差は物體を動かす力卽ち上の諸定理に於て求心力と見做した力である。物體が此力によつて媒質自身よりも更に弱く働かれる場合にも同様であり、此時は力の差が遠心力となる。

系　流體はそれが包んで居る物體に及ぼす壓力によつて此物體の外形を變へないから、此物體内の各部の相互の位置も變らない。動物が此内に浸つて居り、其感じはたゞ其各部の運動によつてのみ起るとする。しかるときはそれは流體に浸されても、其壓力によつて身體が壓縮せられ得ぬ限りは、傷つけられる事もなく又何等感覺を有つ事もない。

定理　任意の流體の密度が壓力に比例し、その各部は、中心からの距離に逆比例する求心力によつて下方に引かれる。更に此距離（中心よりの）を連比をなす様にとる。しかるときは此等の距離に於ける密度は、また連比をなす。

定理　任意の流體の壓力がその受ける壓力に比例し、且つ其部分は中心からの距離の二乘に逆比例する重力によつて下方に引かれる、此距離を調和級數の比に於てとるならば、此等の距離に於ける流體の密度は、幾何級數の比となる。

註　此等にあてはまる實際上の例は少くない、例へば空氣は少くも極めて近似的には、密度が壓力に比例する。從て地球の大氣中の空氣の密度は積みかさなつて居る空氣の全體の重さに、卽ち氣壓計の水銀柱の高さに比例する。

定理　粒子がそれ等の中心間の距離に逆比例する力を以て互に離れ去らば、密度が壓力に比例する様な彈性流體を形造る。逆に流體が互に離れ去る粒子より成立ち、其密度が壓力に比例するならば、粒子の遠心力はそれ等の中心間の距離に逆比例するであらう。

註　同じ方法により、若し粒子の遠心力が其中心間の距離の二乘に逆比例するならば、壓力の三乘は密度の四乘に比例する。一例にDを距離、Eを流體の密度とし、遠心力がD^n（nは任意の數）に逆比例するならば、壓力は$\sqrt[3]{E^{n+2}}$に比例する。此逆も亦成立つ。但し此等はすべて粒子の遠心力が極めて近くにのみ及ぶ場合に限り成立つのである。此一例は磁性體に於て見られる。

しかし實際彈性流體が互に反撥しあふ粒子より成立つて居るか否かは物理學的問題である。我々は玆に此種の粒子より成立つ流體の性質を數學的に導き出し、自然探究者に此問題を取扱ふ處の機會を與へたのである。

第六章　振子の運動及び其抵抗について

定理　振子の中心が懸垂點より等距離にある振子の物質の量は、其重さと眞空內に於ける

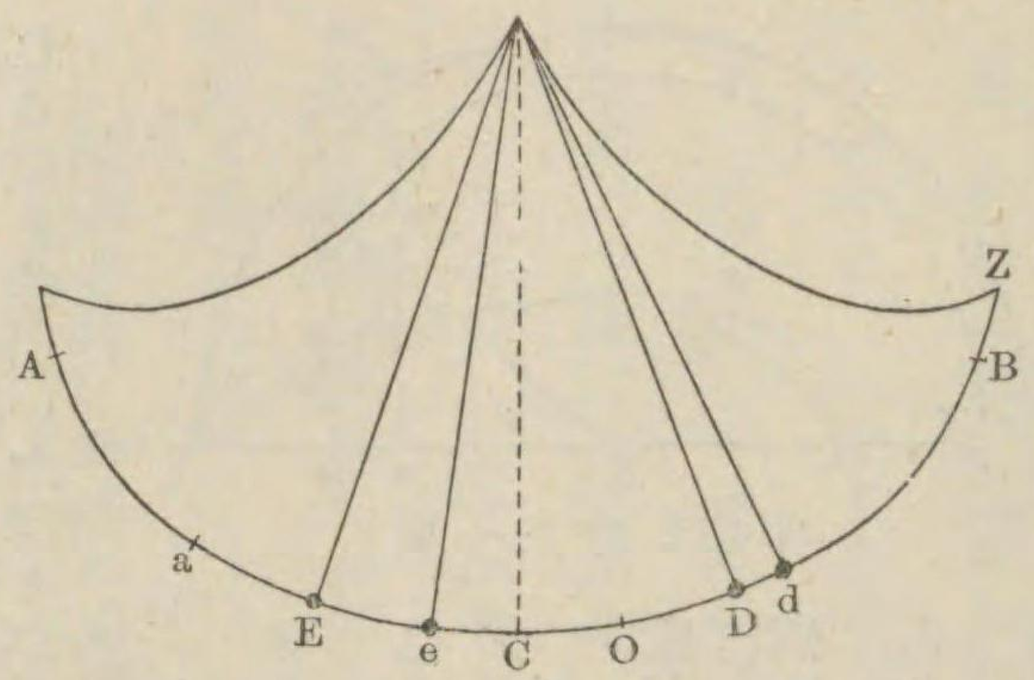
其振動週期の二乘との相乘に比例する。

系　故に一般に振子の物質の量は、其重さと週期の二乘とに比例し、振子の長さに逆比例する。

定理　任意の媒質內に於て時間のモーメントに比例する抵抗を受ける振子と、同じ比重の無抵抗の媒質內に於て運動する振子とは、一つのサイクロイド上に振動を同一時間內になし終る、而して兩者が同時に描く弧の長さは互に比例する。

定理　速度に比例する抵抗を受ける、サイクロイド上の往復振動は、等時的である。

定理　振子が速度の二乘に比例する抵抗を受ける。しかるときは、抵抗のある媒質內に於ける振動時間と、同じ比重の抵抗のない媒質內に於ける振動時間との差は、極めて近似的に、振動によつて描かれた弧に比例する。

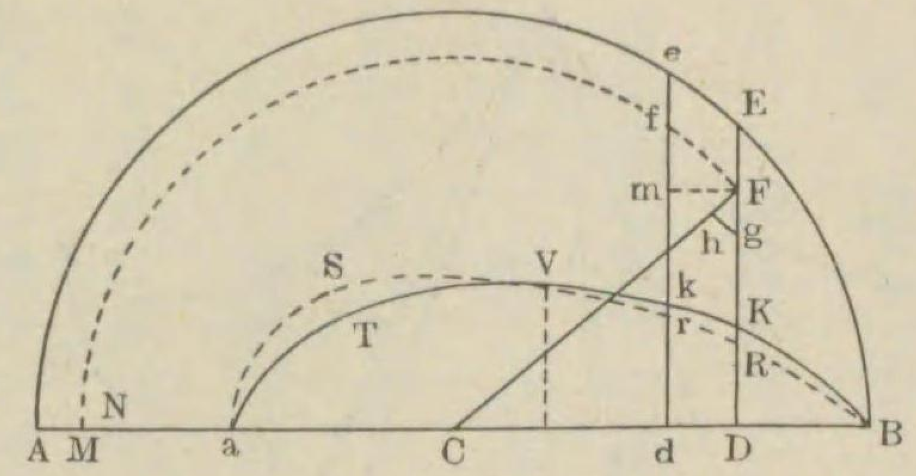


第三十圖

定理　若しサイクロイド上を振動する振子が時間のモーメントに比例する抵抗を受けるならば、此抵抗が重力に對する比は、全下降に於て描かれる弧からそれにつぐ上昇に於て描かれる弧を差引いた殘りが振子の長さの二倍に對する比に等しい。

問題　サイクロイド上を振動する一つの物體が其速度の二乘に比例する抵抗を受けるものと假定して、各〻の場所に於ける此抵抗を定むること。

定理　直線 aB が振動體の描くサイクロイドの弧に等しく、その各點Dに於て垂線DKを立て、それが振子の長さに對する比を、それに對應する弧の上の點に於ける物體の抵抗が重力に對する比に等しくとる。しかるときは、全下降に於て及びそれにつゞく全上昇に於て描く弧の差を此等の弧の和の半分に乘じたものは、此等の垂線DKが包む



第三十一圖

面積 BKa に極めて近似的に等しい。

定理　若し振動物體の抵抗が、その描く弧の比例する各部分に於て、與へられた割合に於

て大きく又は小さくせられるならば、下降に於て及びそれに直につぐ上昇に於て描く弧の差は、甚だ近似的に、同じ割合にて大きく又は小さくせられる。

系　若し抵抗が速度に比例するならば、同じ媒質內に於ける弧の差は、描かれた弧の全長に比例する。此逆も亦成立つ。

系　若し抵抗が速度の二乘に比例するならば、同一媒質內に於ける弧の差は、描かれた弧の全長の二乘に比例する。この逆も亦成立つ。

系　夫故若し振子が次々に長さの異る弧を描き、此差の增加又は減少が描かれた弧の長さに對する比を見出し得るならば、抵抗の增加又は減少が速度の增加又は減少に對する比をも亦知り得られる。

一般的の註　此等の定理により振子の振動によつて媒質の抵抗を見出すことが出來る。空氣の及ぼす抵抗を私は次の實驗によつて見出した。

木製の、重さ $57\frac{7}{22}$ トロイオンス、直徑 $6\frac{7}{8}$ 吋の球を細い絲にて丈夫な鉤に吊り、鉤と球の振動の中心との距離を $10\frac{1}{2}$ 呎となした、支點より10呎1吋の處に尺度をとりつけ、これ

によつて振子の描く弧の長さを測つた。私は球が其運動の$1/8$を失ふ迄の振動數を數へた。其結果、振子の速度が、物體が落下して 15.278 吋通つたときに得る速度に等しい場合には、球は、其重さの 0.6170544 : 121 の比、或は（速度の二乘に比例する部分だけをとる時は）0.56752 : 121 の比をなす抵抗を受ける。

次に靜水力學的實驗によつて、此木製球の重さが同大の水球の重さに對する比を見出し、從て上記の速度にて運動しつゝある水球の受ける抵抗を求めた。

其後、直徑2吋、重さ $26\frac{1}{4}$ トロイオンスの鉛球を同じ絲にて吊りて實驗を試み、又直徑 $18\frac{3}{4}$ 吋の球にて實驗し、此等を比較して其受ける抵抗中速度の二乘に比例する部分は、直徑の二乘に殆ど比例する事を知つた。

種々なる流體の抵抗を互に比較するため次の實驗を行つた。長さ4呎、幅2呎、深さ1呎の木製槽に水を滿たし、振子を其中に沈めて水中にて振動せしめ、之を空氣中に於ける振動と比べた。振子は重さ $166\frac{1}{2}$ オンス、直徑 $3\frac{3}{8}$ 吋の鉛球で、支點から振動の中心迄は $134\frac{3}{8}$ 吋である。其結果によるに、水中にて振動する振子の抵抗は、同じ速度にて空氣中にて受ける抵抗の凡そ 850 倍、卽ち略〻水の密度が空氣の密度に對する比に等しい。

媒質の抵抗を比較する場合に又鐵の振子を水銀中及び水中で振動せしめた。鐵の針金の長さ約3呎、球の直徑約$1/3$吋であり、針金には液面のすぐ上に、鉛球をつけた。之は振動を或時間の間持續せしめるためである。此實驗によるに水銀の抵抗が水の抵抗に對する比は 13 : 1 又は 14 : 1 であり、卽ち水銀の密度が水の密度に對する比である事を知つた。此等の實驗を更に大きな槽内に於て、又熔融した金屬・冷き又は熱した液體について行ひたいと思つたが之をなす暇がなかつた。しかし流體内を速かに運動する物體の受ける抵抗は此流體の密度に比例する事は上に述べた處によつて十分に明かである、但し玆で精密に比例するとは言はない。何故といふに粘氣のある流體は、之と密度の同じな更に流動的なものよりも、大きい抵抗を與へる事は疑もない事であるからである。併し十分流動的に見える流體例へば空氣・水・酒精・水銀・液化せる金屬、又は他の液體（容器の内で動かされ、一度與へられた運動を暫くの間持續し、自由に流れ出で又滴る樣な）等の中にては上に述べた規則は十分精密に成立ち、實驗に用ふる振子が大きく且つ其速度が大なる時には殊にさうなのである。

多くの人々の意見によれば、或るエーテル樣の極めて稀薄な媒質が存在し、之がすべての物體の內部の空隙にも全く自由に入り、擴がつて居る。若し此樣な媒質があるならば、之によつて或抵抗が生じなければならない。運動して居る物體の受ける抵抗が、全く其外側の表面に於てのみ起るものか、或はその內部の各部分がそれ自身の表面に於て相當に大きい抵抗を受けるのかを定めるため、私は次の樣な實驗を考案した。卽ち長さ11呎の絲に圓筒形の木箱を吊りて、振子をつくつた。此木箱を內に何も入れないで、振動せしめ、又此內に鉛其他の重い金屬を充たして振動せしめ、此等の場合を互に比較した。其結果、箱が空な場合に其內側に作用する抵抗は箱の外側に作用するものの殆ど $\frac{1}{6000}$ 位である事を認めた。

$$A+B : A+78B = 77 : 78$$

$$A+B : \quad 77B = 77 : 1$$

$$A+B : \quad B = 77^2 : 1$$

$$A : B = 5928 : 1.$$

上の實驗は記錄を失つたため記憶によつて述べたのである。更に此實驗を新たに試みようと思つたが、其時間が得られなかつた。

第七章　流體の運動及び拋物體の受ける抵抗について

定理　二つの相似なる物體系が互に同數の粒子より成立ち、一つの系に於ける此等の粒子は他の系に於ける之に對應するものと相似であり、且つ比例する。更に此等は互に相似の位置にあり且つ密度が與へられたる比をなす。更に互に比例した時間內に、各自相互の間に於て（卽ち一つの系に屬する粒子相互の間に及び他の系の粒子相互の間に）相似的な運動をなし始め、而して同じ系に屬する粒子はたゞ反撥の瞬間に於てのみ相互に接觸しあひ、其粒子の直徑に逆比例し、速度の二乘に比例する加速力によつてのみ、互に引きあひ又は斥けあふ。此樣な場合に此等の系の粒子は、相互の間の運動は、此兩系に於て相似的な有樣で引きつゞき行はれる。此逆も亦成立つ。

定理　同じ假定の下に於て此等の系の大きな（粒子に比較して遙かに）部分は其等の部分の速度の二乘に比例し、直徑の二乘及び密度の一乘に比例する抵抗を受ける。

定理　若し互に直徑の等しい球及び圓壔が稀薄なる彈性媒質內に於て圓壔の軸の方向に等

しい速度を以て動き、此媒質は等しい距離に自由におかれた等しい粒子より成立つとする。此場合に球の受ける抵抗の大さは圓壔の受けるものの僅かに半分である。

註　同じ方法により、他の形狀のものも其受ける抵抗を比較する事が出來る、從て抵抗を及ぼす媒質內を進むに如何なる形狀が最も適當なるかを見出す事が出來る。

問題　稀薄な媒質が、等しい粒子が等間隔に列んだものから成立つて居る。此媒質內を一つの球が等速度にて進行するときに受ける抵抗を求めること。

此抵抗は速度の二乘・直徑の二乘及び媒質の密度の一乘の相乘積に比例する。

註　此定理に於て球形拋物體が連續的でない媒質內に於て受ける抵抗及び運動の遲れを論じ、此抵抗は、此球が假りに等速運動をつゞけて其直徑の2/3だけ進むべき時間內に、此物體の全體の運動を失はしめ或は生ぜしめる樣な力に對して、丁度媒質の密度が球の密度に對すると同じ比をなすことを示した。玆に球と媒質の粒子とは完全に彈性的であり、最大の力にて反撥するとの假定が成立つものとする。若し球及び媒質の粒子が無限に硬く、反撥力を少しも有たないならば、抵抗は上の場合の僅かに半分になる。

しかし、水・暖い油・水銀の如き連續的な媒質の內にては、球は媒質の抵抗を惹起す總ての粒子に直接にぶつかるのではなく、たゞ其の直ぐ隣りにあるものだけを壓し、之が更に他のものに壓力を及ぼし、順次此樣な事が繰返され、抵抗は更に二倍だけ小さくなるのである。

問題　圓筒形容器の底につくられた小孔を通して流れ出る水の運動を見出すこと。

先づ、孔が底の中央にあるときは、流れ出る水の速度は水の表面から底迄の高さを物體が自由落下するときに得る速度に等しい。

次に、孔が底の中央になくして、其端にあるときも、又容器の側壁から水が流れ出すときにも、更に又流れ出る水が上向きであつても、速度は前の場合と等しい。之は又孔が小さい限りは孔の形に關係しない。

定理　圓壔が、壓縮せられた、無限に擴がつて居る、非彈性的な流體內を、其軸の方向に等速度にて進むとき、此圓壔の切口によりて生ずる抵抗は、それが其長さの四倍を進む時間內にその全運動を失はしめ又は生ぜしめ得る處の力に對し、媒質の密度が圓壔の密度に對する比に非常に近い比をなす。

系　連續的な無限に擴がれる媒質内を、その軸の方向に等速度にて進みつゝある圓壔の受ける抵抗は、速度の二乘・直徑の一乘・媒質の密度の一乘の相乘積に比例する。

定理　等しい幅の圓壔・球及び回轉楕圓體が順次に圓筒狀水路の中央におかれ、其軸は水路の軸と一致する。しかるときは此等の三つの物體は水路を通る水の流れを等しい抵抗にて妨げる。

定理　前と同じ假定の下に於て、前述の物體は此水路に沿うて流れる水から等しい强さにて壓せられる。

定理　水路内の水が靜止して居り、其内で此等の物體が等しい速度を以て反對の方向に動く、しかるときは此等の受ける抵抗は互に相等しい。

註　之は軸が水路の軸と一致する凸形にして角のない總ての物體について成立つ。摩擦の大小によつて多少の差異は起り得るが、玆には省いておく。

流體内に浮んで居る物體は、それが直線にそうて進むとき、其前端に於ては流體を持ち上げ、後端に於ては流體を下げる。此事は此端が鈍い形をなして居るときに甚だしく、從て此

場合には鋭い形のときよりも多少强い抵抗を受ける。彈性流體内を運動する物體も同樣に、其端が鈍いときは前部の流體を壓縮し、後部の流體を稀薄にする。夫故形が鋭いときよりも幾分大きい抵抗を受ける。しかし上に揭げた定理に於ては彈性流體でなくして非彈性流體、又物體が流體の表面に浮ぶ場合でなく、内部に全く浸つて居る場合を論じた。此非彈性流體内に於ける物體の抵抗が知られるならば、空氣の樣な彈性流體内或は海の如き靜止せる流體の表面については上記の抵抗を少し增せばよいのである。

定理　一つの球が壓縮せられた、無限に擴がれる、非彈性的の流體内を等速度にて進むときに受ける抵抗は、その直徑の $\frac{8}{3}$ を進む間に其全運動を失はしめ或は生ぜしめる如き力に對して、流體の密度が球の密度に對する比と甚だ近い比をなす。

系　壓縮せられたる、無限に擴がれる媒質内に於て、球の受ける抵抗は速度の二乘・直徑の二乘及び媒質の密度の一乘の相乘積に比例する。

定理　一つの球が、圓筒形水路内に密閉せられ、壓縮せられて居る流體内を等速度にて進むときに受ける抵抗は、其直徑の $\frac{8}{3}$ の距離を通過する時間内に其全運動を生ぜしめ或は

失はしめ得る様な力に對して、下の量の相乘積の比をなす。

水路の口がそれと球の大圓の半分との差に對する比の一乘、

此口がそれと球の大圓との差に對する比の二乘、

媒質の密度が球の密度に對する比の一乘。

問題　壓縮せられた、極めて流動的な、媒質内を運動する球の抵抗を、實驗によつて見出すこと。

Aを眞空内に於ける球の重さ、Bを抵抗媒質内に於ける球の重さ、Dを球の直徑、Fは$\frac{4}{3}$D に對して球の密度が媒質の密度に對すると同じ比をなす長さ卽ち F : $\frac{4}{3}$D=A : A−B とする。

更に球がBなる重さを以て、抵抗を受ける事なくして距離Fを通過するに要する時間をGとし、此落下によつて得る速度をHとする。しかるときはHは球が抵抗媒質内をBなる重さにて落下するときに有ち得る最大の速度であり、此球が此速度にて落下するときに受ける抵抗は重さBに等しいであらう。しかし此他の任意の速度のときにそれが受ける抵抗は重さBに對して、此速度が最大速度Hに對する比の二乘の比をなす。

之は卽ち流體物質の慣性に因く處の抵抗である。之に反し、此等の部分の彈性・粘性及び摩擦によつて生ずる處の抵抗は次の如くにして見出される。卽ち球を其儘に放置して、其自身の重さBによつて流體内を落下せしめる。この落下に要した時間をP秒とする。前に掲げた時間Gも秒を單位として表す。更にNを其對數 $\log N=0.4342944819\times\frac{2P}{G}$ なる數とし、$\log\frac{N+1}{N}=L$ とする。然るときは、此落下によつて得る速度は $\frac{N-1}{N+1}H$ であり、落下した距離は $\frac{2PF}{G}-1.3862943611F+4.605170186FL$ である。流體が十分深いときには、此最後の項は省略する事が出來、從て落下距離は甚だ近似的に $\frac{2PF}{G}-1.3862943611F$ である。玆に球は、媒質の慣性から起るものの他には何の抵抗をも受けないと假定して計算したのである。若し他の抵抗をも受けるならば、球は更に遲い速度にて落下するであらう、而して此速度の減りによつて此慣性以外のものに因く抵抗を知る事が出來るであらう。

註　實驗によつて流體の抵抗を見出すために、私は内側の長さ及び幅が何れも9吋、深さ$9\frac{1}{2}$呎の木箱を造り、之に雨水を充たした。次に鉛を内にいれた蠟球を作り、之を 112 吋の

高さから落下せしめ、落下の時間を觀測した。

實驗　空氣中の重さが $156\frac{1}{4}$ グレーン、水中では 77 グレーンなる球は、112 吋を落下するに四秒を要した。上の理論によるに四秒間に凡そ 112.08 吋を落下すべきである。更に此樣な實驗を 76 グレーン乃至 294 グレーン位の種々の球を用ひ、水槽も上記のものや又他の物を用ひて實驗した。其結果觀測値が理論値とよく合ふ場合もあり又異る場合もある。例へば時間を秒で測らずに半秒で振動する振子で測つて、理論では 15 振動と出るのに實驗では同じ大さ及び重さの三個の球について 15, $15\frac{1}{2}$, 16 等の値が出た如きである。

此樣に重さ及び大さの同じ球についても落下時間に差の生ずる原因を探究して次の事を見出した。卽ち球が落下しはじめるとき其中心のまはりに回轉を生ずる。之は球の內で多少でも重い方の側がさきに落ちるために起るのである。此樣な回轉のためにそれがない場合よりは更に多く水を動かし、從て球自身の運動を速く失ふ事になる。更に又球は此回轉のはじまつた側から常にはなれ、時には他の側にあたる事さへある。此回轉を減らすために、鉛と蠟とを以て球をつくり、しかも鉛を球の一方の表面の近くにある樣にした。此球では落下する

ときに此鉛のある側が下になり、したがつて振動する事が前よりは少い。之を用ひて實驗するに果して落下時間が前の場合の如く不同でなくなつた。

此等の實驗は 48 グレーン乃至 384 グレーンの五種類の球によつて行つた。其結果によるに、球が徐々に落下するときは其時間は上の理論にて正しく表され、速度が大きいときは抵抗は速度の二乘よりも稍〻大になる事が判る、之は球の振動に因くものである。此等をも考慮に入れるときは、一般に上に述べた理論は、水中を落下する物體の現象と一致するといふべきである。更に我々は空氣中を落下する物體について研究しなければならない。

空氣を充たした球			水銀を充たした球		
重さ	直徑	落下時間	重さ	直徑	落下時間
グレーン	吋	秒	グレーン	吋	秒
510	5.1	$8\frac{1}{2}$	908	0.8	4
642	5.2	8	983	0.8	4−
599	5.1	8	866	0.8	4
515	5.0	$8\frac{1}{4}$	747	0.75	4+
483	5.0	$8\frac{1}{2}$	808	0.75	4
641	5.2	8	784	0.75	4+

實驗　一七一〇年六月、ロンドンの聖ポール寺院の塔の頂から二種類のガラス球、其一つは水銀を充たし、一つは空氣を充たしたものを落下せしめた。此等は落下によつて 220 呎の距離を通つた。實驗を各〻六個の球について行つ

た。其重さ・直徑・落下時間は前表の如くである。

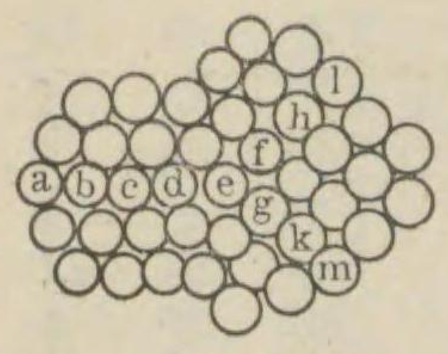
實驗 一七一九年六月、デザギュエ博士は此實驗を再び試みた。此場合に球としては牡牛の膀胱に空氣を一杯に入れたものを用ひ、之を前述の寺院の圓塔の上卽ち 272 呎の高さから落した。其結果は上表の如くである。

膀胱の重さ	直徑	272 呎の高さからの落下時間	この時間内に理論上描くべき距離		理論と實驗との差	
グレーン	吋	秒	呎	吋	呎	吋
128	5.28	19	271	11	− 0	1
156	5.19	17	272	0.5	+ 0	0.5
$137\frac{1}{2}$	5.3	$18\frac{1}{2}$	272	7	+ 0	7
$97\frac{1}{2}$	5.26	22	277	4	+ 5	4
$99\frac{1}{8}$	5	$22\frac{1}{8}$	282	0	+10	0

此等によるに、我々の理論は水中並びに空氣中を運動する球の受くべき抵抗を殆ど精密に表すものである、而して此抵抗は球の速度及び大さが等しい場合には、流體の密度に比例する。前に第六章の註に於て、等しい球が空氣・水及び水銀中を等しい速度にて運動する時には、此等流體の密度に比例する抵抗を受ける事を實驗によつて示した。今玆に同じ事柄を空氣及び水中を落下する物體について更に精密に證明したわけである。

假りに空氣・水・水銀及び其他の類似の流體が限りなく稀薄にせられることが出來、從て無限に流動的な流體を形造るとしよう。しかしこれがために、此流體が、其中を動く球に與へる抵抗が、小さく（上の理論で與へた値より）はならぬであらう。何故といふに、上に述べた抵抗は物質の慣性にもとづくものであり、此慣性は物體に固有なものであつて常に其有する物質の量に比例するからである。夫故に此抵抗を減ずるためには物體が動く處の空間内の物質の量を減じなければならない。此理由により、遊星及び彗星の球が最も自由に、且つ其速度に認め得るほどの減少の起ることもなく、休む時なく運動して居る處の天空には、恐らく非常に稀薄な多少の蒸氣と其内を通る光線を除いては、何等全く形のある流體も存在しないであらう。

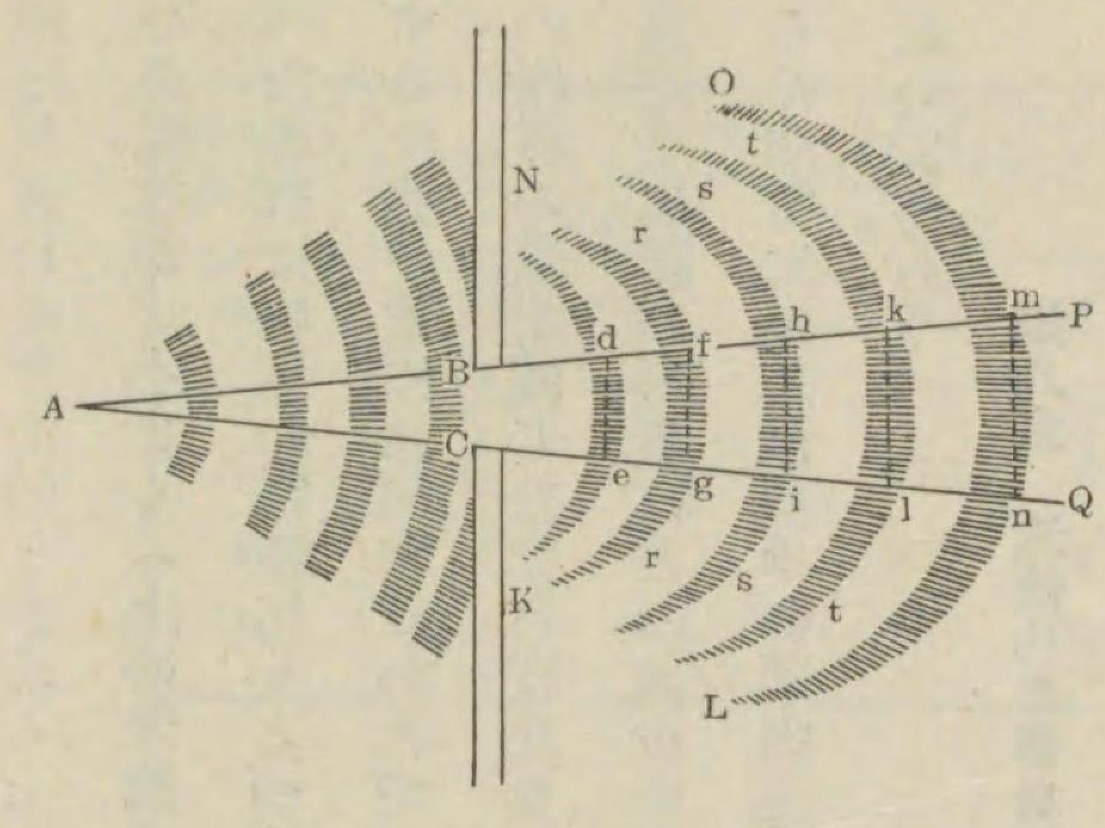
第八章 流體內を傳播する運動について



第三十二圖

定理 壓力は流體の粒子が直線上に列んで居る時に限り流體內を直線にそひて傳播する。粒子 a b c d e が一直線上に在るときは壓力は勿論 a より e まで直線的に傳播する事が出來る。併し粒子 e は之と斜に列んで居る粒子 f 及び g を斜の方向に壓し、したがつて後者は更に反對側の

粒子hkのために支へられる時にのみ今加へられた壓力に堪へる。此事が成立つ限りに於てのみfg自身はそれを支へる粒子を壓す。從て壓力は、一直線上に列んで居ない粒子に傳はるや否や分裂して斜な方向に何處迄も傳播する。此樣な事を次々に繰りかへす。



第三十三圖

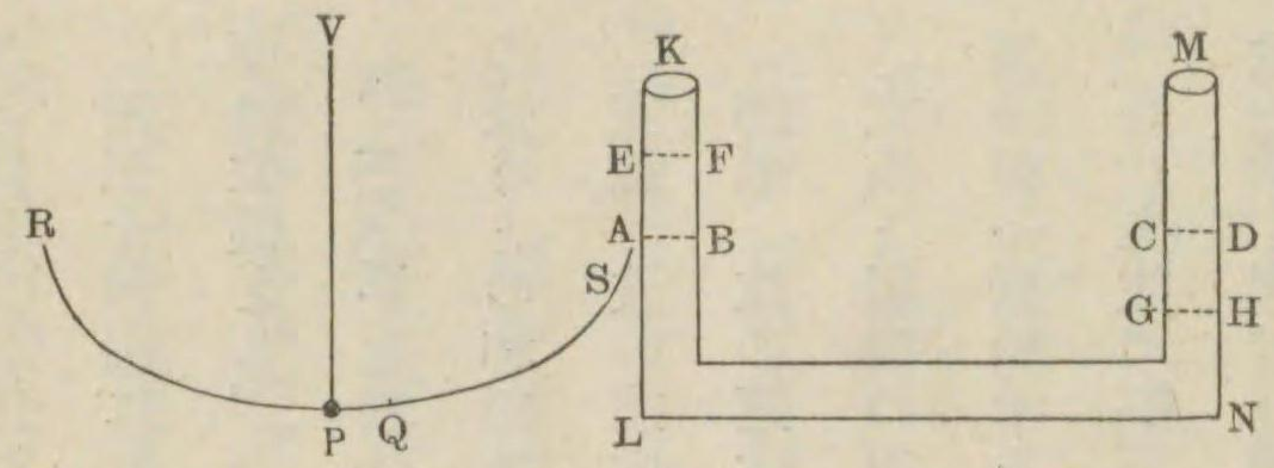
系　與へられたる點より流體內を傳播する處の壓力の一部分が一つの障壁にて遮られるときは、殘りの遮られなかつた部分は障壁の背後の空間に擴がるであらう。

第三十三圖に於てAより壓力が傳播し、NBCKなる壁にて遮られたとする。此壁の孔BCを通つた壓力はたゞにBP, CQの間を進むのみでなく、それより外部へNO, KLの方向にも進む。

定理　流體內を傳播する運動は總て、直線的の途からそれて、運動のない空間內に入り込む。

此等の事柄は靜水にて實驗を試みて誰しも知る事が出

來るであらう。又例へば音は山を隔てても聽くことが出來る、或は窓を通つて來る音を室の隅に居ても聽くことが出來る。卽ち運動が、孔を通つた後に四方に擴がり、恰も此孔が運動の源であるやうな外觀を呈する。これによつても此定理が了解せられる。



第三十四圖

定理　總ての振動物體は彈性媒質內に於て脈動をあらゆる方向に眞直に傳へる。しかし非彈性媒質內に於ては圓運動を生ぜしめる。

系　故に或人々のやうに、焰の粒子が壓力を惹起し、之が媒質を通して直線の方向に傳播すると考へるのは謬りである。此樣な壓力は焰の粒子の單なる作用によつて起るものではなく、焰全體の膨脹から導き出されなければならない。

定理　水管の直立部KL及びMNを水が交互に昇降する。扨て一つの振子をつくり其支點と振動の中心との間の長さを此管內の水の長さの半分に等しくする。しかるときは、此水は此振子の振動す

ると同じ時間内に昇降する。

第三十四圖に於て KLNM を水管とする。AB, CD を水が雙方同じ高さにあるときの水面の位置とし、一方の面が EF 迄昇るとき他方は GH に降るとする。VP を振子の長さとし、RPQS を振子の途とする。水管内にそふ水の長さは兩脚に於ける水面の高さと水平部分の長さとの和である。

定理　波の速度は其幅（波長）の平方根に比例する。之は次の問題によつて明かである。

問題　波の速度を見出すこと。

支點と振動の中心との間の長さが波の幅（波長）に等しい振子をつくる。しかるときは此振子が一振動する間に波は殆ど其幅に等しい距離を前進するであらう。

系　夫故に幅が $3\frac{1}{18}$ パリ呎に等しい波は丁度其幅に等しい距離を一秒間に進む、一分間には $183\frac{1}{3}$ 呎、一時間には 11000 呎に甚だ近い距離を進む。

系　而して之より大きい又は小さい波の速度は其幅の平方根に比例して增減するであらう。

此等の事柄は水の各部分が夫々一直線上を上下するといふ假定の下に成立つのである。しかし實際には其上下の途はむしろ圓形に近い。從て上の定理によつて求めた時間の値はたゞ甚だ近似的にのみ正しいのである。

定理　若し脈動が流體内を進行するときは、最短距離を通りて往復運動をする流體の各質點（粒子）は、常に振子の振動の法則に從つて速度が增加し又減少する。

系　夫故進行する脈動の數は振動を起す物體の振動數に等しく、それが進行中に增加しない事は明かである。

定理　彈性流體内を進行する脈動の速度は、彈性力の平方根と密度の平方根の逆數との相乘積に比例する。但し流體の彈性力は其壓縮に比例するものと假定する。

問題　脈動の間隔を求めること。

脈動を起す振動體の、任意の時間内の振動數を求める。此數を以て、此時間内に脈動が進む距離を割るときは、得た値は脈動の幅に等しい。

註　前述の諸定理は光及び音の運動に適用せられる。光は直線にそうて進行する。夫故に一個の脈動から成立つて居るものではあり得ない。之に反して音は振動する物體から生ずる。

從て之は空氣中を傳はる脈動にほかならぬのである。音の速度は簡單に計算するときは、一秒間に 979 呎になる。しかし音を傳へる空氣の固體粒子の粗大さを考に入れるときは 1088 呎となり、更に空氣中の水蒸氣の影響をも考ふるときは 1142 呎となる。實驗によるに音は一秒間に凡そ 1142 呎即ち 1070 パリ呎進むことが知られた。

速度の値を知るときは更に音の幅（波長）をも見出す事が出來る。又音が發音體の運動が止むと共に直に止むこと、及び發音體の近くに於てよりも遠くに於ては聞えにくいこと等も容易に了解せられる。

第九章　流體の圓運動について

假說　流體の各部分の間の滑かさの十分でないために生ずる抵抗は、其他の事情が等しい場合には、此等の部分が互に離れる處の速度に比例する。

定理　無限に長い固體の圓壔が均質な限りなく擴がつて居る流體內に於て、與へられたる位置にあり、其軸のまはりを一樣なる運動にて回轉し、此流體はたゞ此運動の働きによつて回轉させられる。更に流體の各部分は其運動を一樣に持續するとする。しかるときは、流體の各部分の一周する時間は此圓壔の軸よりの距離に比例する。

定理　若し固體の球が均質な無限に擴がれる流體內に於て、位置の與へられたる軸のまはりに一樣なる運動を以て回轉し、流體はたゞ其衝動によつてのみ回轉させられる。更に流體の各部分は其運動を一樣に持續するとする。しかるときは、流體の各部分の一周時間は球の中心よりの距離の二乘に比例する。

系　從て流體のすべての部分の此球のまはりの角運動は、球の中心よりの距離の二乘に逆比例し、絕對の速度は此（距離の）二乘を一乘にて割つたもの（卽ち一乘）に逆比例する。

系　球が、靜止せる一樣な無限に擴がれる流體內に於て、位置の與へられた軸のまはりに、一樣な運動を以て回轉するときは、流體に渦の樣な運動が與へられ、それが次第に傳播して無限に至るであらう。而して此運動は流體の凡ての部分に於て速度を增し、終に其等の一周時間が中心よりの距離の二乘に比例するに至つて、はじめて止むであらう。

系　此場合に運動は絕えず渦の中心より周邊へ向つて運ばれ終に無限の廣さの內に全く吸ひこまれてしまふことは明かである。

系　更に渦を同じ運動狀態に持續せしめるためには、球が渦の物質に與へると同じ運動の量を絶えず球に補給する處の、何等かの働きの本源が必要である。之がないならば球及び渦の內部に於て必然に運動が次第におそくなり、終には回轉が止まらなければならない。

系　更に他の一つの球が渦の內部に於て、渦の中心から或距離の處に浮いて來、こゝに於て或力によつて或與へられたる傾斜の軸のまはりに回轉する。此回轉によつて流體に一つの新しい渦が惹起されるであらう。最初は此第二の渦は此球と一緒に第一の渦の中心のまはりにまはる。しかし次第に第二の渦の運動も其周圍に傳はり、無限に擴がる。此樣にして第一の球も第二の渦によつて動かされ、終に此二つの球は其間に位する一つの點のまはりを回轉し、何等かの力が此二つの球を近づけて置かない限りは、此等の回轉のために互に遠ざかるであらう。

後に、此等の球の運動を持續せしめるために絶えず加へられて居た力が作用を止め、すべてを力學的法則の儘にまかせたとする。しかるときは此二つの球の運動は次第に衰へ、渦は終に靜止するに至るであらう。

系　與へられたる位置にある多くの球が、夫々與へられたる軸のまはりに定まつた速度を以て回轉をつゞけるときは、其各〻から上に述べた樣に渦が生じ、從て球と同じ數の渦が無限に擴がるであらう。此等の渦は互に入り交り、其等の作用によつて球は其位置からたえず動くであらう。而して球の運動を持續せしめる力が作用を止めるときは、此流體は次第に靜止するであらう。

系　均質なる流體が球形容器內に密閉せられ居り、其中心に一つの球があつて回轉する。しかるときは此球の回轉は流體に傳はり、其內に渦がおこり、更に此渦によつて容器が動かされる。而して終に球と流體と容器とが同じ一個の剛體の如くに運動する。而して球に作用して運動を續けしめる力が止むときは、次第に球・流體・容器等の運動も止むこと前の場合と同樣である。

註　私が玆に渦の性質を研究したのは、何等かの方法によつて、天界の現象が渦を用ひて說明せられるか否かを試みるためである。例へば木星のまはりの衞星の週期は木星の中心よりの距離の二分の三乘に比例し、而して同じ規則がまた太陽のまはりを回轉する遊星につい

ても成立つ。

夫故若し此等の天體が、木星又は太陽のまはりを囘轉する渦に運ばれて廻るならば、渦も亦同じ規則に從つて囘轉しなければならない。しかるに渦の各部分の週期は其中心からの距離の二乘に比例する。而して此比は、渦の物質が中心より遠ざかるに從つて其流動性を增すとするか、或は流體の諸部分間の滑かさの不足によつて生ずる抵抗が此等の部分が互に離れるところの速度が增すにしたがつて此速度よりも更に大きい割合を以て增すとするかでない限りは、上に述べた値よりも減じて例へば二分の三乘になる事は不可能である。しかも此等の假定は孰れも合理的とは思はれない。

定理　渦の中に於て圓周上をまはる物體は渦と同じ密度であり、而して其速度及び方向については渦の部分と同じ法則に從つて運動する。

註　之によつて、遊星は物質の渦に運ばれて公轉して居るのでないことが明かである。何故ならばコペルニカス「ケプレルとあるべきをニュートンが書き誤つたのであらうか」の假說によれば、太陽の周圍をまはる遊星は太陽に焦點が在る處の楕圓上を動き、而して太陽に引いた動徑によつて時間に比例する面積を描くからである。しかるに渦の各部分は此樣な運動をなすことは出來ない。從て渦の假說は天文上の現象と矛盾し、此等の現象の說明となるよりはむしろそれを困難にするものである。しかし如何樣に此等の運動が空虛な空間内に於て、渦なくして行はれるかは、第一卷によつて知る事が出來、更に十分には次卷宇宙の組織に於て說かれるであらう。

第三卷　宇宙の組織について

前の卷に於て私は自然哲學の原理を述べた。しかしそれは物理的のものでなく單に數學的のものであり、物理的研究に於て推理する上に用ひられるべきものである。此中主として自然哲學に關係するのは運動及び力の法則及び條件である。しかし此等が役にたゝぬものと思はれぬために私は二三の物理的の註を加へ、一般な而して主として物理學の基礎に關係ありと思はれるもの、例へば物體の密度及び抵抗、物體の存在しない空間、光及び音の運動について説明を加へた。更に、此等の原理によつて宇宙體系の組織を知り得る。

此理由により私は第三卷を、多くの人々に讀まれる樣に通俗な形式で敍述した。しかし前に揭げた原理を十分に理解しない人々は、此宇宙論に述べた結論の强みも理解出來ず、從て彼等が長年慣れて來た偏見をとりさることも出來ないであらう。夫故に私は論議が起る事をさけるためにさきに書いた卷の要旨を數學的に定理の形でなほして述べる事にした、したがつて前卷の定理を學んだ人のみが讀み得るわけである。しかし前卷に述べた非常に多くの定理をすべて知らなければならぬといふのではない。たゞ定義と運動の法則と第一卷のはじめ

の三章を注意して讀んだならば、宇宙の組織の卷にすゝむに十分であり、あとは必要に應じて引例せられた定理を前の卷について參照すればよいのである。

自然界探究上の規則

規則一　自然の事物を説明するために原因としては、それが眞であり、其現象の説明に十分であるもの以外は認めぬこと。

物理學者はいふ。自然は何も無駄な事はなさず、而して、少しにて十分なされ得るものを更に多くによつてなすのは無駄な事である。卽ち自然は單純であり、事物の原因を不要に多くして樂しむ樣な事をなさない。

規則二　夫故に、間にあふ限りは、同種の作用は同一の原因に歸せしめなければならない。

例へば人間の呼吸と動物の呼吸、ヨーロッパ及びアメリカに於ける石の落下、臺所の火の光と太陽の光、地球及び遊星に於ける光の反射。

規則三　物體の性質の中、强める事も弱める事も出來ず且つ實驗し得る總ての物體にそなはつて居るものは、總ての物體に普遍的な性質と見做すべきである。

何となれば物體の性質は實驗によつてのみ知り得る。故に一般に實驗と一致する性質、我我が任意に輕減したり除去したりする事の出來ない性質は物體の一般の性質と見なければならない。我々は實驗の間に夢を虛構してはならない。又自然を手本とする事から離れてはならない。何となれば自然は常に單純で自分自身調和して居るものであるから。

物體の擴がりはたゞ感覺によつてのみ知り得る、而も總ての物體に就て知覺で知る事は出來ない。しかし知覺し得る物體の總てに就て、擴がりを認めるから、總ての物體が擴がりを有つとする。多くの物體が固い事を我々は實驗によつて知る。全體の固さは其部分の固さからおこる、之によつて我々は、此等の物體の知覺し得る部分のみならず、すべての物體の分割し得ない粒子も固いと結論しても正當である。物體の不可入性や慣性等についても同樣である。從て我々は物體の最小粒子も亦、固く、不可入性を有ち、運動することが出來且つ慣性を有つと結論する。こゝに自然哲學全體の基礎が存在するのである。更に又物體が分割し得る事は現象によつて我々は知つて居る。此樣にして分割せられた微細な粒子が更に實際に分割され得るか如何かは確かではない。しかし若し斯る或粒子が分割せられたといふ實驗が

一つでもあつたならば、茲に掲げた規則により、未だ分割せられない粒子が分割し得るものであるばかりでなく、更に無限に分割し得るものと推論すべきであらう。

最後に、地球の周圍に於てすべての物體は地球の方向に引かれて居り、其重さは其有する物質の量に比例する。月は地球に向つて其質量に比例して引かれ、逆に我々の海は月に向つて引かれる。更に又實驗及び天文上の觀測によるに、總ての遊星は相互に、又彗星は太陽に引かれる事を認めた。夫故に上の規則により、總ての物體は互に引きあふと結論しなければならない。此萬有引力に關する論證は物體の不可入性に關するものよりも更に强いものである。何故といふに不可入性は天體については觀測され得ないからである。しかし私は重力が物體の本質的の屬性であると主張するのではない。物體の固有の力としては私は慣性の力をとるのである、これは不變のものである、之に反し、重力は地球よりの距離によつて減ずるのである。

規則四　實驗的自然科學に於ては、現象より歸納によつて推論された定理は、之に反する假定が存在しない限りは、其後他の現象が現れ、それによつて更に精確さが增されるか又は

例外が生じる迄は、精確に、又は甚だ近似的に眞であると見做さなければならない。

現象

現象一　木星の衞星は木星の中心に引いた動徑によつて時間に比例する面積を描き、又その週期（恆星時にて測る）は此中心より衞星迄の距離の二分の三乘に比例する。

之は天文觀測の結果によつて明かである。何故といふに、此等の衞星の軌道は木星を中心とする同心圓と餘り違はない、而して此等の圓上に於ける其運動は等速であることが知られて居る。此等の週期が其軌道の半徑の二分の三乘に比例して居る事に就ては天文學者の一致する處であり、之は上の表によつても明かである。

木星の衞星の週期

I	II	III	IV
日 時 分 秒	日 時 分 秒	日 時 分 秒	日 時 分 秒
1 18 27 34	3 13 13 42	7 3 42 36	16 16 32 9

木星の中心より衞星迄の距離（木星の半徑を單位）

觀測者	I	II	III	IV
ボレリ……………………	5.667	8.667	14	24.667
タウンリー（測微計にて）	5.52	8.78	13.47	24.72
カッシニー（望遠鏡にて）	5	8	13	23
同　上（衞星の蝕より）	5.667	9	14.383	25.3
週期より…………………	5.667	9.017	14.384	25.299

木星の衞星の離角をパウンド氏は優秀な測微計を用ひて次の如くにして測定した。第四衞星の最大離角（木星の中心よりの）を15呎望遠鏡の測微計にて測り、此値は木星が地球からの平均距離にあるときに殆ど8′16″なる事を見出した。第三衞星の離角も亦123呎望遠鏡にてはかり、他の二個の衞星の離角は其等の週期より計算して、夫々4′42″, 2′56″47‴, 1′51″16‴を得た。更に木星の直徑を123呎望遠鏡の測微計にて屢〻測つた其結果、太陽又は地球から木星への平均距離にある場合に換算すれば、其値は常に40″より小さく、38″よりは小ならず、多くは39″以下となつた。更に短い望遠鏡を用ふれば此直徑は40″又は41″である。

何故といふに木星の光は光線の屈折が不等なるために少しく擴がり、此擴がりが木星の直徑に對する比は、長い完全な望遠鏡に於ては、短い不完全なものに於けるよりも、小さいからである。二つの衞星卽ち第一と第三とが木星の表面を通過する時間を、上記の大きい望遠鏡にて觀測した結果、木星の直徑は、それが地球より平均距離にあるときに、

第一衞星の通過から　37″.125,

第三衞星の通過から　37″.375.

又第一衞星の影が木星面を通過する時間を觀測し、これによつて上記の平均距離に於ける木星の直徑は凡そ 37″ を得た。若し此直徑を 37″.25 に極めて近いものと假定すれば、此四つの衞星の最大離角は木星の半徑の 5.965, 9.494, 15.141, 26.630 倍となる。

現象二　土星の衞星は土星の中心に引いた動徑により時間に比例する面積を描き、其週期(恆星時にてはかる)は其中心よりの距離の二分の三乘に比例する。

之はカッシニーの觀測によつて明かである。

現象三　五つの遊星卽ち水星・金星・火星・木星及び土星はいづれも其軌道を以て太陽をかこんで居る。水星及び金星が太陽のまはりを運動して居ることは、此等が月の形をなした「みちかけ」をすることから明かである。更に火星が太陽の周圍をまはることは、火星が太陽との合の近くに於て其全面を、又象限にあるときに、三日月形を現すことから明かである、又同じ事は、木星・土星に就ては、此等が總ての位置に於て全部を現すことから證明せられる。此等の遊星が太陽より借りた光のみによつて輝く事は此等に其衞星の影がうつる事から

		土星	木星	火星	地球	金星	水星
太陽の周圍を回轉する遊星及び地球の恆星に對する週期		10759.275	4332.514	686.9785	365.2565	224.6176	87.9692
太陽迄の平均距離遊星及び地球から	レプケルに依る	951000	519650	152350	100000	72400	38806
	アスブリアルダスに依る	954198	522520	152350	100000	72398	38585
	週期に依る	954006	520096	152369	100000	72333	38710

明かに知られる。

現象四　恆星時にてはかるとき、五つの遊星が太陽をまはる週期、及び地球をまはる太陽の週期卽ち太陽をまはる地球の週期は、其等から太陽迄の平均距離の二分の三乘に比例する。

初めてケプレルによつて見出された此關係は總ての人によつて疑のないものと認められて居る。週期の觀測については總ての天文學者が一致して居る。すべての軌道の大さについては殊にケプレル及びブリアルダスが觀測により定めた、而して其週期に對應する平均距離は此兩人の見出した距離と著しくは異らないが多くは此二人の値の間に位する。

現象五　遊星は地球に引いた動徑によつては時間に比例する面積を描かない。しかし太陽に引いた動徑によつて時間に比例する面積を通過する。

地球に對しては彼等は或は進み、或は止まり、或は退く。しかし太陽に對しては常に進み、殆ど等しい速さの運動をなす、但し遠日點に於ては多少遲く、近日點に於ては多少速く進み、丁度等しい時間に描く面積が等しくなる。

現象六　月は地球に引いた動徑によつて時間に比例する面積を描く。

之は月の見掛けの運動を其見掛けの直徑と比べれば明かである。但し月は太陽の力によつて多少擾亂せられる。しかし此誤差は甚だ小さいから茲には省略する。

第一章　宇宙の組織の原因について

定理　木星の衞星を絶えず直線運動より偏らせ其等の軌道上に保つ處の力は、木星の中心に向つて居り、此中心からの距離の二乘に逆比例する。

この定理の前半は現象一及び第一卷の求心力に關する定理から導かれ、後半は同じ現象及び同じく第一卷の定理から導かれる。

同樣の事が土星の衞星について成立つ事は現象二により明かである。

定理　遊星を絶えず直線運動より偏らせ其等の軌道上に保つ處の力は、太陽に向ひ、太陽の中心より此等へ至る距離の二乘に逆比例する。

定理　月を其軌道上に保つ處の力は、地球に向ひ、地球の中心より其位置へ至る距離の二乘に逆比例する。

定理　月は地球に向つて引かれて居り、此重力によつて直線運動より偏らせられ、その軌道上に保たれて居る。

此等の定理は最初の定理と同樣に、前に掲げた現象及び第一卷の定理によつて證明せられる。

月より地球に至る朔望に於ける平均距離は、トレミー及び多くの天文學者によれば、地球の半徑を單位として59，ヴェンデリン及びハイゲンスによれば60，コペルニカスによれば$60\frac{1}{3}$，ストリートによれば$60\frac{2}{5}$，チコによれば$56\frac{1}{2}$である。我々は朔望に於ける平均距離を地球半徑の60倍と假定し、「多くの學者の決定にしたがつて」、月の公轉の週期を恆星時に

て27日7時43分とおかう。更に地球の周圍を佛人の測定により123249600パリ呎と假定しよう。今假りに月が運動を總て失ひ、それを軌道上に保つた力全體によつて地球へ向つて落下するとしよう。しかるときは、それは一分間に $15\frac{1}{12}$ パリ呎の距離を通過するであらう。此事は第一巻に於ける定理に因き計算すれば結論せられる。

月が地球の半徑の60倍の距離に於て、其平均運動によつて一分間に描く弧の正矢は、殆ど $15\frac{1}{12}$ 呎、精密にいへば15呎1吋 $1\frac{4}{9}$ 綫（パリ呎にて）に等しい。然るに此力は地球に近づくに從ひ、其距離の二乘に逆比例して增加し、從て地球の表面に於ては、月に於けるよりも 60×60 倍大きい。夫故に此力によつて我々の領域内に於て落下する物體は一分間に $60\times60\times15\frac{1}{12}$ 呎、一秒間に $15\frac{1}{12}$ 呎或は更に精密にいへば15呎1吋 $1\frac{4}{9}$ 綫（パリ呎）の距離を通過しなければならない。

しかるに實際地球上に於て重い物體は此力によつて落下する。ハイゲンスによればパリの緯度に於て一秒の週期を有つ振子の長さは3呎8.5吋（パリ呎）である。

重い物體が落下して一秒間に描く高さは一秒振子の長さの半分に對し、一つの圓の周圍が

其直徑に對する比の二乘の比をなす（ハイゲンスによる）。從て之は15呎1吋 $1\frac{7}{9}$ 綫に等しい。故に月を軌道上に保つ力は、若し月が地球に落下した場合には我々の重力と等しいものとなり、從て（規則一及び二により）我々が普通に重力とよんで居るものと同じ力である。若し假りに重力が之と異る力であるならば、此二つの合力によつて地球に近づいた物體は二倍の速さにて落下し、したがつて一秒間に $30\frac{1}{6}$ 呎の距離を通るべきである。之は經驗に反する。

上に掲げた計算は地球が靜止して居るとの假定の下に行つたものである。若し其公轉を考に入れるならば多少の修正を加へなければならない。

定理　木星の衞星は木星に向つて、土星の衞星は土星に向つて、又遊星は太陽に向つて引かれて居り、此引力によつて常に直線運動より偏らされ曲線軌道の上に保たれる。

何故といふに木星の衞星が木星をまはり、土星のものが土星をまはり、水星・金星及び其他の遊星が太陽の周圍をまはる運動は、月が地球をまはる運動と同じ種類の現象である。從て規則二により同じ種類の原因によらなければならない。

系　從て重力は總ての遊星及び衞星に存在する。しかるに凡て引力は法則三により相互的であるから、木星は其衞星の總てに、土星は其衞星に、地球は月に、而して太陽は總ての遊星に向つて引かれて居るであらう。

系　各遊星に向ふ重力は個々の位置より其中心に至る距離の二乘に逆比例する。

系　總ての遊星は、上の二つの系により相互に引きあつて居り、したがつて木星と土星とは其合の附近に於て相互に引きあひ、相互の運動を著しく擾亂する。同樣に後に示す如く太陽は月の運動を、太陽及び月は我々の海を擾亂する。

註　これ迄、天體を其軌道上に保つ處の力を求心力とよんで來た。併しそれが重力に外ならぬことが明かにせられた、夫故今後はそれを重力とよばうと思ふ。何となれば月を其軌道に保つ處の求心力の原因は、規則一・二及び四により、總ての遊星におし擴め得るからである。

定理　總ての物體は各遊星に向つて引かれ、此等の物體が各遊星に向ふ重さは、遊星の中心から等しい距離に於ては、各物體の有する物質の量に比例する。

總て重さのある物體の地上への落下は（大氣の小さい抵抗より起り、各物體によつて夫々異る處の遲れを除くときは）等しい時間を要することは既に久しい以前から他の人々によつて觀測せられて居り、之は振子の等時性によつて極めて精密に認める事が出來る。私は金・銀・鉛・ガラス・砂・普通の鹽・木・水及び麥を用ひて實驗を行つた。比較のために私は二つの圓筒形の大さの等しい木の小箱を用ひた。その一つに木を充たし、他の一つの振動の中心に（出來るだけ正確に）等しい重さの金を吊した。此等を夫々11呎の絲で吊り、重さ及び形狀及びそれが受ける空氣の抵抗の全く相等しい一對の振子をつくつた。而してそれを並べて同じ振動をせしめた處、極めて長い時間の間、雙方共に前後に振動を續けた。更に、金の中に含まれて居る物質の量が木の中に含まれて居る物質の量に對する比は、此金全體を動かす力の作用と此木全體への作用との比、卽ち此一つの重さが他の重さに對する比に等しい。他の物についても同樣である。同じ重さの物體に於ては其物質の量の差は、たとへそれは全體の $\frac{1}{1000}$ よりも更に小さくあらうとも、此實驗によつて明かに認め得られる筈であつた。

扨て遊星に向ふ重力の本質が地球に向ふものと同じである事は疑の餘地もない。例へば地

上の物體を月の軌道迄もち上げてそこで放し、地球に向つて落下せしめたと考へる。然るときは、等しい時間内に月が描くと等しい距離を確かに描くであらう。從て此物體の質量は月の有する物質量に對して丁度其重さが月の重さに對する比をなすであらう。同樣な事は太陽の周圍の遊星についても考へられる、從て太陽に向ふ遊星の重さは其等の物質の量に比例する。更に木星及び其衞星が太陽に向ふ重さが夫々其等の有する物質の量に比例することは、此等の衞星の運動が非常に規則正しいことから結論せられる。何となれば、若し此中の一二のものが、其有する物質の量の割合に、他のものよりも更に強く太陽の方に引かれるならば、此等衞星の運動は此不等な引力のために亂される筈であるからである。

　更に任意の一つの遊星の各部分が、他の遊星に向ふ重さは、其等の部分の含む物質の量に比例する。

　系　故に、物體の重さは其形狀或は組織に關係しない。

　系　地球の周圍の總ての物體は地球に向つて引かれる。而して其重さは地球の中心より等しい距離にあるときには、其等各〻の有する物質の量に比例する。假りにエーテル又は他の

任意の物體が全く重さを有たないか、或はその有する物質の量に比して小さい力で引かれるとしよう。さうすれば此種の物體は（アリストテレス、デカルト及び其他の人々によれば）他の物體と單に其部分の形によつてのみ異つて居るのであるから、其形を漸次に變へることによつて、其有する物質の量に比してそれよりも重い處の物體に移りかはることが起り得るであらう。又逆の方法によつて、非常に重い物體が時間のたつにしたがつて前者と同じ形になり、從て其重さを全く失ふことも出來るであらう。しかるときは、重さは形狀に關係することになり、形狀に從つて變ることになる、之は前の系に矛盾する。

　系　總ての空間は一樣な濃さでは充たされて居らない。若し一樣に充たされて居るならば、大氣を形成して居る流體の比重は、其物質の密度が甚だ大きいために、水銀・金又は甚だ密度の大きい如何なる物體の比重にも少しも劣らないであらう。從て金も、又其他の物體も、大氣中を落下することが出來ない筈である。

　系　若し總ての物體の固體的な粒子が總て同じ密度であり、而して此等は其間に隙間をつくることなしには稀薄になし得ないならば、空虛な空間がなければならない。玆に、粒子の

密度が等しいとは、其慣性の力が其大さに比例するといふ意味である。

系　重力は磁力とは異つた種類のものである。後者は引かれる物質の量に比例しない。物體の中磁石によつて強く引かれるものもあり、或は弱く引かれるものもある、しかし多くは全く引かれない。同一の物體の磁力は、增され又は減らされることが出來る。私の可なり粗雜な實驗によつて知り得た限りに於ては、磁力は磁石よりの距離の二乘にではなく殆ど三乘に比例して減ずる。

定理　重力は總ての物體にそなはつて居る。而して各〻の中に含まれて居る物質の量に比例する。

系　從て、一個の遊星全體に向ふ重力は、それのすべての部分に向ふ重力から合成せられて居る。

定理　相互に引き合ふ二つの球の物質が、各〻其中心より等距離に於て均質であるとする。しかるときは、此球の一つが他の一つに向ふ重さは、其中心より他の中心に至る距離の二乘に逆比例する。

系　之によつて種々なる遊星に向つての物體の重さを見出し、互に此等を比較することが出來る。

系　又此等の天體各〻の有つ物質の量を知る事が出來る。此量は其等の中心より等距離にあるものに對する引力に比例する、卽ち太陽・木星・土星及び地球の質量は夫々 1, 1/1067, 1/3021, 1/169282 に比例する。

系　又遊星の密度を定めることが出來る。卽ち太陽・木星・土星及び地球の直徑は 10000, 997, 791, 109 に、其等の重さは 10000, 943, 529, 435 に比例するから、密度は 100, 94.6, 66.9, 399 に比例する。

之によるに太陽は木星よりも密度が稍〻大きく、木星は土星よりも密度が大きく、地球は太陽よりも四倍ほども大きい。之は太陽の熱が物體を稀薄にするためと考へるべきであらう。月は後に述べる如く地球よりも密度が大きい。

系　從て遊星は、他の事情が等しい限りは、形の小さいものほど密度が大きい。從て重力は其等の表面に於ては、互に似よつた値になる。遊星は他の事情が同一な限りは、太陽に近

いものほど密度が大きい、例へば地球は木星よりも密に、木星は土星よりも密である。各遊星が或は多く或は少く太陽に熱せられて其の密度の比を保つ爲には、太陽からの距離が夫々異つて居なければならない。もし地球が土星の位置に行けば水は永久に氷となり、反對に水星の位置に行けば水は突然蒸發するであらう。

定理　遊星の内部に於ける重力は、大體中心からの距離に比例して減ずる。

定理　天空に於ける遊星の運動は、極めて長い時間存續することが出來る。

第二卷に於て示した如く、球形の氷塊は我々の大氣中を自由に運動するときは、大氣の抵抗によつて、其半徑に等しい長さを通過する間に、其運動の $\frac{1}{4586}$ を失ふ。之と同樣の關係が、數倍大きい球が前に述べたよりも遙かに大きい速度にて運動する場合にも、大體成立たなければならない。

扨て地球の質量はそれが全部水にて成立つて居るとしたときの多分5又は6倍であらう。木星の密度は水よりも少しく大きい。これは其半徑の459倍の長さを通過するに要する30日間に我々の空氣と同じ密度の媒質内に於て其運動の殆ど $\frac{1}{10}$ を失ふであらう。此抵抗は媒質

の密度が小なれば小さくなる、而して地上200哩の高さに於ては大氣は地球の表面に於ける 7.5×10^{13} 倍稀薄なることが知られて居る。夫故此上層空氣と同じ密度の媒質内を運動するときは、百萬年間に其運動の百萬分の一をも失はないであらう。地球表面の附近に於て抵抗を及ぼすのは、空氣・蒸氣のみである。此等を空氣ポンプにて注意深く容器からぬき去るときは、此器の中で物體は何等の抵抗を受けることなくして落下し、金も輕い羽毛も同じ速さで落ちることは實驗によつて明かである。天空には空氣も蒸氣もないのであるから、遊星及び彗星は其内に於て認め得られる程の抵抗を受けず、非常に長い間運動を續け得ることは明かである。

假說　宇宙の中心は靜止して居る。

これは總ての人が承認して居る、たゞ或人は地球が此中心であると論じ、他の人は之に反して太陽がそれであるとする。此假說より如何なる事が導き出されるかを見ようと思ふ。

定理　太陽及び總ての遊星の共同の重心は靜止して居る。

何故となれば、此重心は靜止して居るか或は直線上を等速度にて運動するかである、しか

るに若しそれが常に進行して居るとすれば、宇宙の中心は靜止して居ないであらう。之は上の假説に矛盾する。

定理　太陽は絕えず運動して居る、しかし遊星總體の共同の重心からは甚だ僅かより遠ざからない。

太陽の質量は木星の質量に對し1067:1の比をなし、更に太陽から木星に至る距離は太陽の半徑に對し上記の値より少しく大きい比をなす。夫故此兩者の共同の重心は太陽の表面より少しく離れた處の一點にあるであらう。同樣な考を總ての遊星にあてはめる。然る時は、地球及び總ての遊星が太陽の同一側に在る時に於ても、此等の天體の總ての共同の重心は太陽の中心から太陽の直徑の大さ程も離れない事が解る。扨て他の總ての場合に於ては、太陽の中心と此共同重心との間の距離は更に小さく、而して此重心は常に靜止して居る。夫故太陽は遊星の位置が異るに從つて動くけれども、決して此重心から遠ざからないであらう。

系　從て、太陽・地球及び總ての遊星の共同の重心は宇宙の中心と見做さるべきである。

定理　遊星は、一つの焦點が太陽の中心にある處の橢圓上を動き、其まはりに描く面積は

時間に比例する。

我々は上に、此運動を現象にもとづいて論じた。若し第一巻に述べた原理をひとわたり知つた上は、それから先驗的に天體の運動が導き出される。

定理　軌道の遠日點及び交點は靜止して居る。

系　恆星も亦靜止して居る。何故なれば、此等は遠日點及び交點に對して其位置を同一に保つて居るからである。

系　地球の公轉は恆星について何等認め得られる程の視差を惹起さないから、我々の太陽系との間の距離が極めて大きく、從て恆星の引力は太陽系の區域には何等認められるほどの作用を惹起さない。恐らく恆星も亦天空の總ての區域に一樣に散在して居り、互に方向の反對な引力によつて相互に作用しあつて居るのであらう。

問題　軌道の主直徑を見出すこと。

問題　軌道の離心率及び遠日點を見出せ。

定理　遊星の自轉運動は等速であり、月の秤動は其自轉によつて起る。

定理　遊星の軸は其赤道の直徑より短い。

問題　遊星の二つの軸の比を見出すこと。

ノルウッド、ピカール等の測定より計算するに

地球の周圍は　123249600　パリ呎

其半徑は　19615800　パリ呎

となる。但し地球を球形と假定してである。

しかし地球の重力及び其自轉による遠心力を考慮に入れるときは、其形狀は回轉楕圓形であり、

赤道の半徑は　19658600　呎

極の方向の半徑は　19573000　呎

となる。

木星に就ても同様であり、理論及び觀測によるに、其赤道直徑が極の方向の直徑に對する比は 12 : 11, 13 : 12 或は 14 : 13 であらう。

問題　地球の種々なる地方に於ける物體の重さを見出し、互に比較すること。

地球上の各點における重さは其中心からの距離に逆比例する。從て地球が回轉楕圓體なりとの假定によつて其比が與へられる。即ち地球上の赤道から極へ行くときの重さの増加は大體緯度の二倍の正矢に、即ち緯度の正弦の二乘に比例する。處でパリの緯度は 48° 50′, 赤道の緯度は 0° 0′, 極の緯度は 90° である。之から計算すると極に於ける重力は赤道の重力に對し 230 : 229 の比をなし、極の重力の過剩は赤道の重力に對し 1 : 229 の比をなすから、パリに於ける重力の過剩は赤道の重力に對し $\frac{11334}{20000} : 229$ 即ち 5667 : 2290000 の比をなす。

定理　分點は逆行し、地球の軸は一公轉毎に一つの動搖運動（章動）をなし、それがために軸は二度黃道面に近づき、二度舊位置にかへる。

定理　月の總ての運動及び其運動の不均等は、總て上に述べた原理より導き出される。

問題　木星及び土星の衞星の運動の不均等を月の運動より導き出すこと。

定理　海潮の滿干は太陽及び月の作用によつて惹起される。

海水は一太陽日の間及び一太陰日の間に二回づゝ昇降し、廣く且つ深い海に於ては水の最

高の上昇は此等の天體の子午線通過より六時間以内の或時間だけ遲れて起るべきことは第一卷によつて明かである。此等の天體によつて惹起される此二つの潮の運動を別々には認めることは出來ない、此雙方は全く合して一つの合成運動をかたちづくるのである。此兩天體の合及び衝に於ては此等の作用は互に助けあひ、最大の滿潮を惹起す。弦に於ては雙方の作用は互に逆になり、其差によつて滿干が起る、夫故此時に最小である。

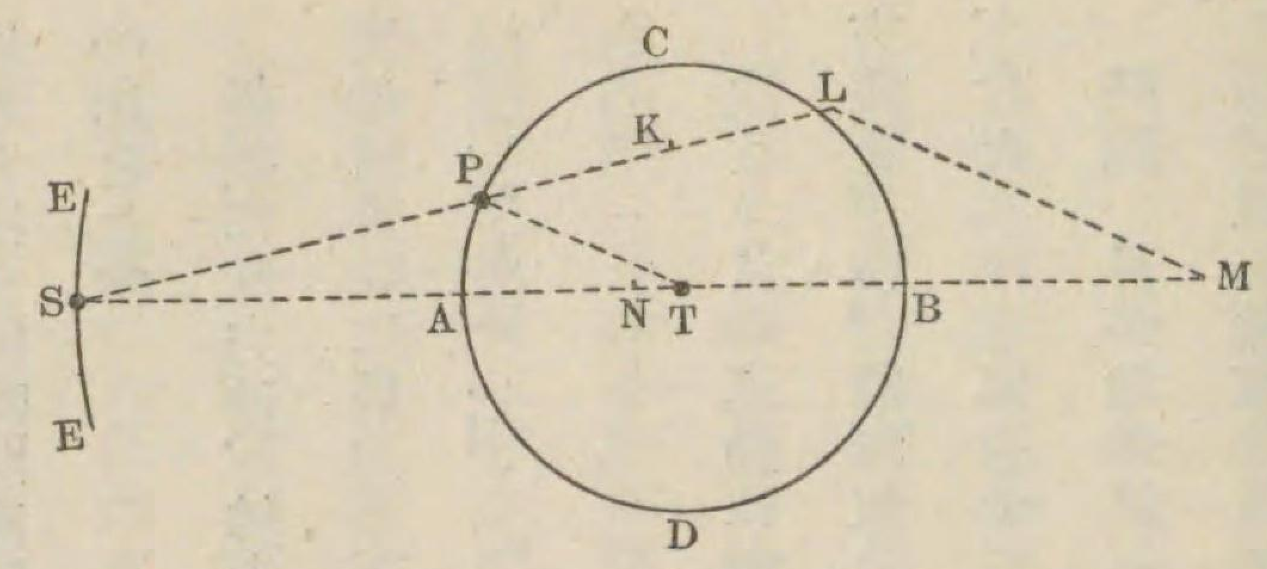
此兩天體の作用は地球からの距離に關係し、又其等の赤緯卽ち赤道からの距離に關係する。更に此等の作用は海のある場所の緯度にも依る。しかも玆に述べた海の運動は海水が相互に及ぼす力によつても少しく變る。卽ち之がために天體の作用が既に止んだ後にも猶暫くの間滿潮がつゞいて居ることが出來る。

以上に於て私は月及び海の運動の原因を述べた。次には其運動の大さを論じなければならない。

第二章　月の不均等運動の大さについて

問題　月の運動を擾き亂す太陽の力を見出せ。

Sを太陽、Tを地球、Pを月とし、CADBを月の軌道とする。SK=ST, $SL:SK=SK^2:SP^2$



第三十五圖

にとり、尚LMをPTに平行にひく。今地球が太陽に向ふ加速的重力をST又はSKにて表すときは、SLは月が太陽に向ふ加速的重力となり、之はSM及びMLなる部分から成立ち、其内LM及びSMの一部TMは月の運動を擾き亂すものである。

此力LMの平均値は、月を、地球からPTの距離に於て地球（之は靜止して居ると假定する）のまはりの軌道上を動かしめる求心力に對して、地球をまはる月の公轉の週期が、太陽のまはりの地球の週期に對する比の二乘の比をなす。卽ち此比は

$$(27^{\text{日}}\,7^{\text{時}}\,43^{\text{分}})^2:(365^{\text{日}}\,6^{\text{時}}\,9^{\text{分}})^2=1:178\frac{29}{40}$$

である。

しかるに本卷に於て、既に、地球と月とが其共同の重心のまはりを運動するときには、此兩者の平均距離は地球半徑の $60\frac{1}{2}$ に甚だ近い事を見出した。

更に月を、靜止せる地球の周りの軌道上を、PT＝地球半徑の $60\frac{1}{2}$ 倍の距離に於て運動せしめる力は、同時間内に地球半徑の60倍の距離に於て一公轉せしめ得る力に對して、$60\frac{1}{2}:60$ の比をなす。

最後に此力は、地上に於ける重力に比して $1:60^2$ に甚だ近い比をなす。從て平均の力 ML は地球表面に於ける重力に對し $1\times60\frac{1}{2}:60^3\times178\frac{29}{40}=1:638092.6$ の比をなす。此事と直線 TM 及び ML の比とより力 TM が見出され、之は月の運動を擾き亂す處の太陽の力である。

之より月の運動に關する種々の問題をとく事が出來る。それには上の例の如く、幾何學的方法を用ひ、觀測値を入れて所要の値を見出すのである。しかし玆には解法を省きたゞ問題だけを掲げる事とする。

問題　月が地球に引いた動徑によつて其まはりに描く面積の各時刻に於ける增加を定むること、但し軌道は圓形と假定する。

問題　月の各時刻の運動より、其地球よりの距離を見出すこと。

此距離は、動徑の描く面積の平方根と各時刻の運動の平方根の逆數との相乘に比例する。

問題　月が動くべき軌道の直徑を見出すこと、但し離心率はなきものと假定する。

問題　月の二均差（ヴァリエーション）を見出すこと。

問題　月の圓形軌道の交點の各時刻に於ける運動を見出すこと。

問題　楕圓軌道に於ける月の交點の各時刻に於ける運動を見出すこと。

問題　月の交點の平均の一年間の運動を見出すこと。

問題　月の交點の眞の運動を見出すこと。

註　グラスハアムの天文學教授マチン氏及びヘンリー・ペンバートン博士は夫々獨立に、著しく異つた方法によつて月の交點の運動を見出し、それを發表した。

問題　月の軌道が黄道面に對する傾きの毎時間の變化を見出すこと。

問題　與へられたる時刻に於ける、月の軌道が黄道面に對する眞の傾きを見出すこと。

註　此等の月の運動の計算により、私は重力の理論を用ひて月の運動がその物理的原因より導き出され得る事を示さうとしたのである。同じ理論によつて私は更に月の平均運動の年

差は太陽の力によつて月の軌道が伸縮するに因く事を見出した。

　此力は卽ち太陽の近地點にあるときに大きく從つて月の軌道を伸ばし、遠地點にあるときには小さく、從つて軌道を縮める。月は伸びた軌道上に於ては遲く、縮んだ軌道上にては速かに動く。此不均等を調節する處の年差は太陽の遠地點及び近地點に於ては零となり、太陽が地球からの平均距離にあるときに殆ど 11′50″ となり、他の位置にあるときには太陽の中心差に比例する。又月の近地點及び交點は、地球が近日點にあるとき、より太陽の力が強く作用するため、遠日點にあるときよりも速かに動き、且つ太陽からの地球の距離の三乘に逆比例することを見出した。

　重力の理論によつて太陽の月に及ぼす作用は月の軌道の長徑が太陽を通るときが、此長徑が太陽と地球とを結ぶ直線と直角をなすときよりも少しく大きい事は確かである。從て、月の軌道は前の場合には後の場合よりも幾分廣いであらう。故に月の遠地點が太陽に對する位置によつて月の平均運動の差が生ずる。之を半年差となづける。之は遠地點が八分點にあるとき最大となり、其値は凡そ 3′34″ である。

　同じ重力の理論によつて、太陽が月に及ぼす作用は月の交點を結ぶ直線が太陽を通る場合には、これが太陽と地球とを結ぶ直線に直角なる場合よりも少しく大きい。夫故に月の平均運動に更に一つの差が生ずる。之を第二の半年差となづけよう。之は八分點に於て極大となり、其値は地球が太陽よりの平均距離にあるとき 47″、近日點にあるとき 49″、遠日點にあるとき殆ど 45″ である。

　此重力の理論によれば月の遠地點はそれが太陽との合又は衝にあるときに最も進んで居り、太陽と弦にあるとき最も遲れて居る、而して離心率は前の場合には最大値を、後の場合には最小値をとる。第一卷に述べたる處により、此不均等は甚だ大きく、之が遠地點の差の主要部をなすのである。之を半年差となづけよう。其最大値は觀測によるに殆ど 12°18′ である。

　我國人ホロックス氏は、月が地球のまはりに地球を下の焦點とする楕圓上を運動するといふ理論を立てた最初の人である。ハレー博士は此楕圓の中心を、地球のまはりに一樣な速さで回轉するエピサイクル上にあるものとした。此エピサイクル上の運動より、前に述べた處の遠地點の進み・遲れ並びに離心率の値が生ずるのである。月の離心率・平均運動・其遠地點

の位置並びに其軌道の長徑を知るときは、之より普通の方法によつて、軌道上に於ける月の眞の位置及び地球からの距離が求められる。

併し月の理論は現象にてらして吟味され、かくして確證せられねばならぬ、殊に第一に朔望點に於ける、次に弦に於ける、最後に八分點に於ける現象と比べなければならぬ。

第三章　潮の滿干の大さについて

問題　太陽が海水の運動を惹起す力を見出すこと。

本卷の第二章のはじめに掲げた定理を用ひて計算するときは、此値は地上に於ける重力の 1:12868200 となる。此力は太陽に正しく向つて居る側及び丁度反對の側にある海の水を引き上げる力である。此以外の場所に於ては、其處に於ける太陽の水平線上の高度の二倍の正矢に比例し、地球からの距離の三乘に逆比例する。

問題　月が海の水を動かす力を見出すこと。

此力Lは前記の太陽の力Sに對する比から導き出され、此比は此等の力が同じ方向に作用するときと逆に作用するときとに於ける海の運動の比より求められる。此考によつて計算す

るに S:L=1:4.4815 となる、從て前記のSが重力に對する比を入れるときは、求める月の力は地上に於ける重力の 1:2871400 となる。

系　太陽の作用によつて水は 1呎 $11\frac{1}{30}$吋 上るから、月の作用は之を 8呎 $7\frac{5}{22}$吋 高め、兩天體の作用の共力によつて 10.5 呎までも上げられる。若し同時に月が近地點にあるときには 12.5 呎又はそれ以上にも達し殊に風が助けるときは高く上る。此様な大きい力は海の總ての運動を惹起すに十二分であり、それは觀測と十分精密に一致して居る。卽ち、太平洋・大西洋・エチオピア海では水は普通 6 9 12 或は15呎高まる。

系　海を動かす月の力は重力と 1:2871400 の比をなすから、振子の實驗及び他の靜力學的・靜水力學的の實驗によつて認め得られない程小さいものである。此力が多少でも認め得られる大さの効果を現すのはたゞ潮に於てのみである。

系　海水を動かす月の力が太陽の同様の力に對する比は 4.4815:1 であり、之は此兩天體の密度及び視直徑の三乘の相乘に比例する。之によつて計算すれば、月の密度は太陽の密度に對し 4891:1000、地球の密度に對し 4891:4000 卽ち 11:9 の比をなす。

系　月の直徑は地球の 100/365 であるから、月の質量は地球の質量に對し 1:39.788 である。

系　月の表面に於ける加速的の重力は地球の表面に於けるものの約三倍小さい。

系　月の中心が地球の中心よりの距離は前者の共同重心からの距離の 40.788:39.788 である。

系　月の中心が地球の中心からの平均距離は、月の八分點に於ては、地球の半徑の $60\frac{2}{5}$ 倍に甚だ近い。而して地球の赤道の半徑は 19658600 パリ呎であるから、兩天體中心の平均の距離は 1187379440 呎である。此等の値と月の週期より月に作用する地球の重力を求め、更に地上の重力を求めるに、パリの緯度に於ては、其地球の公轉より生ずる遠心力の影響を差引けば、落下物體は一秒間に 15呎 1吋 $1\frac{1}{2}$線 を描くことになる。之はさきに述べた觀測値と一致する。

系　月と地球との中心距離は、月の朔望に於ては、地球の平均半徑の $60\frac{1}{10}$ 倍、弦に於ては $60\frac{29}{30}$ 倍であらう。

此等の計算に於て私は地球の磁氣的引力を考慮に加へなかつた。此磁力は甚だ小さく且つ其値が未だ知られて居らないからである。併し、この値が見出され、又、緯度・一秒振子の長さ・潮の運動・太陽及び月の視直徑等が更に精密に決定されたならば、上の計算を更に精密になすことが出來るのである。

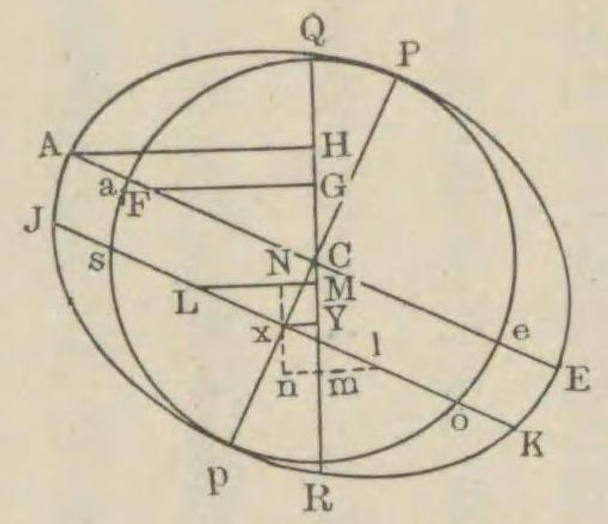
問題　月の形狀を見出すこと。

假りに月が地球上の海の如く流體であるならば、地球が此流體の最も近い及び最も遠い部分を引く力は、月が我々の海水中最も近い及び最も遠い部分を引く力に對して、月が地球に向ふ加速力對地球が月に向ふ加速力の比及び月の直徑對地球直徑の比の相乘積に比例する。夫故 39.788:1 と 100:365 との相乘、即ち 1081:100 の比をなす。扨て月の力は海を 8.6 呎もち上げるから、月の流體は地球の力によつて93呎もち上げられるであらう。此理由により月の形狀は回轉楕圓體であらう、而して其最も大きい直徑はそれを延長すれば地球の中心を通り、且つそれに直角な直徑よりも186呎大きいであらう。此様な形狀を月は現在有つて居り且つ最初からとつて居たものであらう。

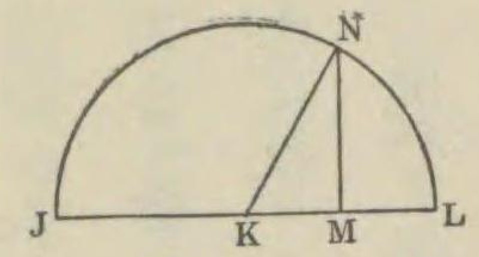
系　月が地球に對して常に同じ側を向けて居るのは之より出る一つの結果である。

第四章　分點の逆行

定理　APEp が密度の一樣な地球を表し、Cは其中心、AEを赤道、P及びpを其極とする。更にCを中心とし半徑 CP を以て描いた圓を Pape とし、QR は太陽の中心より地球の中心に引いた直線に直角なる平面を表す。



第三十六圖



第三十七圖

なほ此球の外にある地球の部分を形造る各〻の粒子は總て平面 QR の兩側に於て、此平面よりの距離に比例する力を以て之より離れようとの傾向を有つと假定する。しかる時は第一に、此赤道面 AE に存在し此球の周圍に一つの環狀をなして一樣に列んで居る總ての粒子は、地球のその中心のまはりの圓運動のために力を有ち、此力は、此等の總ての粒子が少くも平面 QR 上に於て赤道面上に存在する場合に及ぼす力に對し 1:2 の比をなす。更に此圓運動は赤道と平面 QR との交線上にある軸のまはりに行はれる。

定理　同じ假定の下に於て、第二に、此球をとりまいて居る總ての粒子が、上記の軸のまはりに地球をまはる時に有つ力及び總ての働きは、同數の粒子が赤道の圓を環狀にとりまいて居るときに地球の同樣の圓運動に關して有つべき力に對して 2:5 の比をなす。

定理　同じ假定の下に、第三に、上述の軸のまはりの地球全體の運動は、其總ての粒子の運動から成立つものであり、前に述べた環の運動に對して、地球の物質對環の物質の比及び任意の圓の一象限の弧の二乘の三倍對其直徑の二乘の二倍の比の相乘積に比例する。卽ち此兩運動の比は物質對物質の比及び數値の比 925275 : 1000000 の相乘積に比例する。

假說　地球の他の部分がとりさられ、上に述べた環のみが地球の軌道平面上に於て同轉し、年週運動をなし、且つ此間に、黃道面に $23\frac{1}{2}^\circ$ の傾きをなす軸のまはりに、日週運動にて同轉する。しかし、分點の運動は、此環が固體であつても流體であつても、同一であるであらう。

問題　分點の歲差（攝動）を見出すこと。

前定理と觀測の結果とを用ひて計算するに、分點の每年の遲れ（後退）は $9''56'''50''''$、

太陽の力に因る歳差（毎年の擺動）は $9''7'''20''''$ となり、月によるのは $40''52'''52''''$ となる、此雙方の和卽ち全擺動は $50''0'''12''''$ となり觀測値 $50''$ とよく一致する。

扨て以上太陽・地球・月及び遊星の組織について述べ了つた。尙之より彗星について說かなければならない。

第五章　彗星について

定理　彗星は月よりも上にあり、遊星の領域に入つて來る。

彗星には日週視差が存在しないから、之が月より上に在ることは明かであり、同樣に年週視差を有つことは之が遊星の領域迄も入り來る事を證明する。地球より見るに彗星の運動は或時は加速し、或時は減速し、又或時は後退する事さへある、而して此等は彗星の運動の方向や地球・太陽及び彗星の相互の位置に關係する。此樣な見掛けの運動より彗星の距離が導き出される。又此事は彗星の徑路の彎曲からも結論される。

彗星の近さはなほその頭部の光によつて確められる。何故ならば太陽によつて照らされ且つそれから非常に遠くにある天體の輝きは此距離の四乘に比例して減少する。卽ち太陽よりの距離の增加の爲に二乘に比例して減じ、なほ視直徑の減少のために更に二乘に比例して減ずる。夫故彗星の光度と視直徑とが與へられるならば彗星の距離は一つの遊星の距離に對し、其等の直徑に比例し、且つ照度の平方根に逆比例するものとして、其距離を知る事が出來る。例へば一六八二年フラムステードが觀測した彗星に就て計算すれば、地球からそれに至る距離は地球から土星に至る距離の $4/5$ をなす。更に其他の場合に就ても調べるに總ての彗星はその近日點に於ては土星の下にあるか、或は若し上ならば極めて近くにあるとすべきである。之が恆星の領域にあると考へる人々は甚だ誤つて居るのである。

以上此等の事情を考察するに當つて、彗星の頭を多くの濃い烟霧がとりまいて居り、そのために光は丁度雲を通つて來ると同樣に弱められる事を考慮に加へなかつた。之を考に入れれば彗星の反射する光が遊星のそれと同じ位であるためには彗星は太陽の近くにあるとしなければならない。それ故彗星は視差によつて證明した如く土星よりも下に來ることは甚だ確かであるらしい。此事は殊に其尾によつて證明せられる。此尾は彗星から生じエーテル內に擴がる微細物質から起るか又は頭部より出る光によるのである。いづれであるにせよ此尾の

光の程度から考へるに太陽に相當に近く來るとしなければならない。更に又此事柄は頭部の光が彗星が地球から遠ざかつて太陽に近づくときに增加し反對に太陽から遠ざかつて地球に近づくときに減少する事からも結論せられる。之は一六六五年の彗星、一六八三年の夏から秋に現れた彗星について、又一六一八年の十二月中頃の彗星及び一六八〇年の同じ頃の彗星の觀測によつて明かである。

系　故に彗星が光るのはそれが太陽の光を反射するによるのである。

系　上記述べた處により何故に彗星は天球の中、太陽の在る側に屢〻現れ、他の側には餘り現れないかが解る。卽ち若し彗星が土星よりも遙かに上にあるならば、之は太陽の在る側よりは反對の側の方に多く現れる筈である。何故といふに此天の部分にある彗星は他のものよりも地球に近いのであり、他の部分のものは、それ等と地球との間に太陽が來るため、太陽におほひかくされる事もあるべきであるからである。しかるに彗星出現の歴史をみるに太陽の側の方に其反對側に於けるよりも四五倍も多く現れて居るのである。更に又太陽の光のために彗星が蔽ひかくされたことも少くあるまいと思はれる。

系　從て天空は何等の抵抗をも有たないことが明かである。何故ならば、彗星は傾いた軌道上を運動し、或時には遊星と反對にすゝみ、いづれの方向にも甚だ自由に動き、非常に長時間其運動を持續するからである。彗星を遊星と同種の物體でないとし、或は常に夫々一定の軌道上を運動するものではないと考へるのは甚だしき誤りであらう。又或人々の如く、彗星の頭部が絶えず變化をして居る事により、之を流星と見做す事は何等正しい理由のない事である。

問題　彗星は其焦點を太陽の中心に有つところの圓錐曲線上を動き、且つ太陽に向つて引いた動徑によつて時間に比例した面積を描く。

系　故に彗星が軌道上を動くときは、軌道は楕圓であり、而して其週期は遊星の週期に對して其等の長軸の二分の三乘に比例する。

系　彗星の軌道は抛物線に甚だ近く、從て、抛物線を代用しても著しい誤差を生ずることはない。

系　故に各彗星の速度は、太陽のまはりに同じ距離に於て圓周上を運動して居る遊星の速

度に對して、大略太陽の中心より此遊星迄の距離の二倍對太陽より此彗星に至る距離の比の平方根の比をなすであらう。

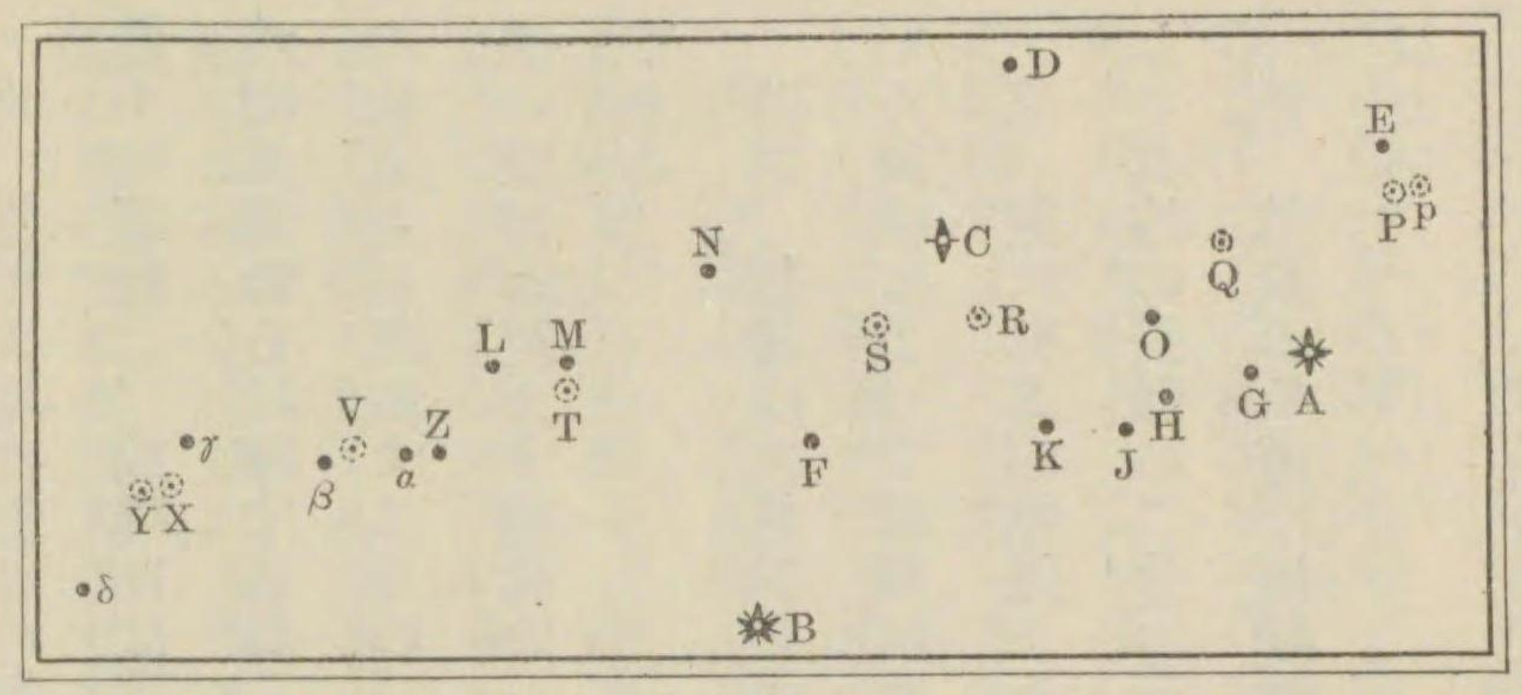
定理　任意の數の與へられたる點を通る拋物線を求むること。

定理　一つの彗星の數個の位置を觀測にて知つて居るとし、之より此等の中間の、任意に與へられた時刻に於ける此彗星の位置を見出すこと。

問題　與へられたる三つの觀測より、拋物線上を運動する彗星の軌道を定むること。

これは甚だむつかしい問題である。私はそれを種々樣々な方法によつて解かうと試みた。而して後に次の樣な解法を見出した。これの方が少し簡單なのである。

此解法を實例について考へる。それが爲めに一六八〇年の彗星をとらう。此彗星の運動についてフラムステードは彼の觀測



第三十八圖

から計算し、この同じ觀測をハレーは修正した。これになほ私の觀測の二三を附け加へておかう。

第三十八圖に於てAをペルセウスの左の踵にある四等星、Bを左脚にあつて之につゞく三等星、Cを同じ脚の踵にある五等星とし、DEFGHJKLMNOZ$\alpha\beta\gamma\delta$を同じ脚にある小さい恒星とする。更にpPQRSTVXYを、觀測した時刻、一六八一年二月二十五日、二十七日、三月一日、二日、五日、七日及び九日に於ける彗星の位置を表すものとする。

此等の恒星に對する彗星の位置を私は次の樣にして觀測したのである。

二月廿五日（舊曆）金曜日、午後八時半彗星はpにあり、恒星Eよりの其距離は$\frac{3}{13}$AEより小さく、$\frac{1}{5}$AEより大きく、從て殆ど$\frac{3}{14}$AEに等しい。角ApEは少しく鈍角であるが殆ど直角に近い。夫故Aより垂線をpEに下す時は、之より彗星に至る距離は$\frac{1}{5}$pEである。

同夜九時半に彗星はPにあり、恒星Eよりの距離は$\frac{1}{5\frac{1}{4}}$AEと$\frac{1}{4\frac{1}{2}}$AEとの間、即ち殆ど$\frac{8}{39}$AEに等しい。

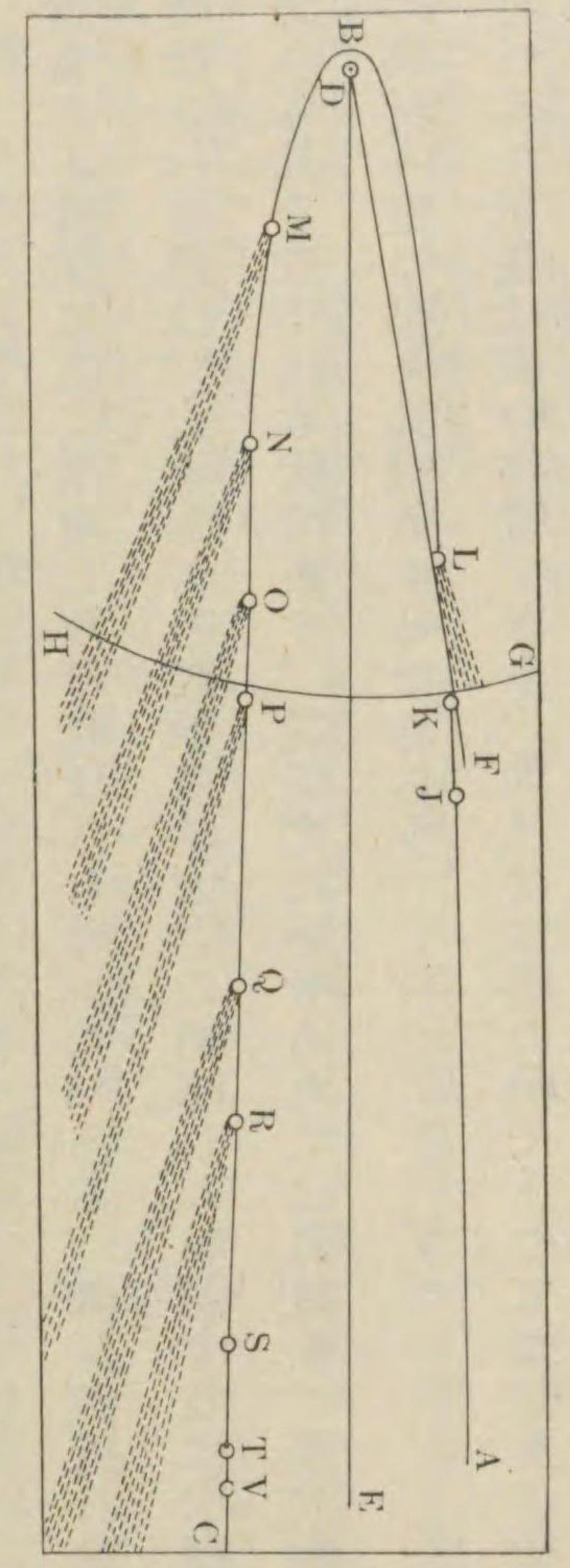
二月二十七日乃至三月九日についても同じ樣に觀測によつて彗星の位置を定めた。

此等の觀測から私は作圖及び計算によつて彗星の經度及び緯度を定めた。パウンド氏は恆星の位置を修正した。上の圖は此等によつたものである。

扨て此等より彗星の軌道を定めるために私は上記のフラムステードの觀測の中より三個を選んだ。斯樣にして得た軌道を實際に彗星が通つたか如何かを知るために觀測した二三の時刻に對する此星の位置を、一部は算術的に、一部は作圖によつて求めた。

尙ハレー博士は一つの著しい彗星が五七五年の間隔を以て四回、卽ち、ジュリアス・シーザーの死去の年・五三一年・一一〇六年及び一六八〇年に現れた事を指摘した。彼は此星の軌道を求め、太陽と地球との距離を 10000 とすれば其長軸は 1382957, 短軸は 18481.2, 又軌道面の黃道に對する傾斜は 61°6′48″ とし、更に其近日點の位置及びそこに來る時刻を見出した。之より彼は此軌道上の運動及び位置を計算し、之を觀測と比較し、丁度遊星の運動に於て計算と觀測が一致すると同樣に此場合にも雙方が甚だよく一致することを認めた。而して此一致によつて、此期間に現れたのは總て同一の彗星であること及び彼の定めた軌道が正しい事が證明せられたのである。

第三十九圖は此彗星の描いた軌道とそれが數ケ所に於て出して居た尾を示すものである。こゝに ABC は彗星の軌道、D は太陽、DE は軌道の軸、DF は交點線、GH は地球軌道を含む球と彗星軌道との交線である。更に、J は一六八〇年十一月四日、K は十一日、L は十九日、M は十二月十二日、N は二十一日、O は二十二日、P は一六八一年の一月五日、Q は二十五日、R は二月五日、S は二十五日、T は三月五日、V は九日に於ける彗星の位置である。



第三十九圖

玆に描いた圖を觀且つ此彗星に關する他の現象をも注意するならば、此彗星が遊星と同樣

に、固い、密な、さうして永續的な物體でなければならぬことは容易に解せられる。何故ならば若し之が地球・太陽及び遊星から出る蒸氣及び發散物に外ならぬならば、此彗星は太陽の附近を通過する瞬間に直に消散しなければならぬからである。彗星が近日點にあるときに太陽から受けるべき熱は、太陽からの距離及び太陽の熱等から推測するに、輝くほどに熱した鐵の熱よりも凡そ二千倍も大であり、從て之に熱せられては蒸氣も、發散物も、又如何なる揮發性の物質も直に燃え又飛散するであらう。

此等を考へるに彗星は固い物體であり、其尾は太陽の熱によつて頭部及び核より生ずる甚だ輕微な蒸氣に外ならぬとすべきであらう。

彗星の尾に就ては三つの異つた說が存在する。第一の說によれば、之は彗星の輝く頭部を通過した太陽の光線である。第二によれば之は彗星の頭部より地球に向つて進む光の屈折によつて惹起されたものである。第三の考によれば之は、彗星の頭部より絕えず立ち昇る、一種の雲又は蒸氣であり、それが太陽と反對の側に靡いて居るのである。第一の說は未だ光學の初步すら知らぬ人のみが同意するのである。光はそれを反射する物質のない天空に於ては

人がそれを見ることは全く出來ないから、此尾の見える部分には何等か物質が存在しなければならない。第二の說には多くの難點がある。何故といふに屈折には必ず色が伴ふものであるが、彗星の光には決して色が現れない。恆星及び遊星の光は純粹に、色をつけずに我々に達する。それが通つて來た空が何等光を屈折する媒質を含まぬ事を證據だてる。夫故第三に、彗星が光を反射する何等かの物質によつて惹起されるか否かを驗べなければならない。

扨て彗星の尾が其頭部から生じ、太陽と反對の側に向ふことは、更に尾の形狀や方向が變化する法則によつても確證せられる。

ケプレルは彗星の尾が其頭部の大氣より上昇すること及びそれが太陽の反對の側に進むことを光の作用によつて彗星の物質が引きずられるためとした。我々の大氣中に於ける濃い蒸氣は太陽の光線によつて殆ど動かされないとしても、全く抵抗を及ぼさぬ空間に於ては、非常に稀薄な蒸氣が光線の作用によつて動かされると想像することは、決して不合理ではないのである。或一人の天文學者は、微粒子に、比重の大きい物質から成るものと比重の小さいものとがあり、彗星の尾は此第二のものから成立ち、其輕いために上昇するのであると考へ

る。しかし地上の物體の重さはそれが含む物質の量に比例し、從て物質の量が同一ならば重さはより大きくもより小さくもなり得ない譯である。むしろ私は彗星の尾を形造る此蒸氣の上昇は物質の稀薄なことに因くと推測するのである。

以上述べた處により彗星は遊星と同じ種類の物體である事、及びそれが太陽の周りに著しく偏心的な軌道の上に運動する事が結論される。而して遊星の中小さい軌道上を動き太陽の近くにあるものが小さいと同樣に、彗星の中でも其近日點が太陽に近いものは恐らくは、他のものよりも遙かに小さく、從てそれは其引力によつて太陽を擾き亂すことがないであらう。

問題　上の樣にして見出した彗星の軌道を修正すること。

多くの觀測値を基にして計算を行ひ、其結果を更に他の觀測と比べて修正するのである。

此例により、彗星の運動は既に述べた理論によつて、遊星の運動が此理論から出されると同樣の精密さを以て導き出される事が十分に明かである。卽ち此理論によつて彗星の軌道を算出し、且つ之によつて任意の軌道上を動く彗星の週期を知ることが出來る。更に此方法によつて其軌道を橢圓と假定して其軸並びに遠日點の距離を求めることが出來るであらう。

併し彗星の數は多く、其等の遠日點は太陽より遠方にあり、且つ此點を通過するに長時間を要するから、彗星は相互の引力によつて其運動を擾き亂すであらう。之がために一つの彗星が永久に同一軌道を描く事も、又其週期が常に同一である事をも期待し難いのである。

一六八〇年に現れた彗星は近日點に於て太陽の直徑の$\frac{1}{6}$ほども太陽から離れて居らなかつた。而して其時の速度が非常に大きく且つ太陽の大氣の密度が恐らく大きいため、此星は多少抵抗を受けた筈であり、從て其運動は多少遲くなり、此星自身がさらに太陽に近づいた筈である。若し之が太陽を一週する每に益〻近づいてゆくならば終には太陽に落ちるであらう。遠日點に於ては其運動は最も遲いから他の彗星の引力によつて更に遲れさせられ、突然太陽に落下することもあり得るであらう。其故に恆星は輻射及び蒸發によつて次第に衰弱するけれども、其上に落下して來る彗星によつて若返らされる事もあり、更に又此新たな養分によつて點火され、新星として見える樣になる事もあり得るであらう。突然に現れ、始めは甚だしく輝き、後には次第に消えてゆく恆星は此種のものである。

太陽・恆星又は彗星の尾より生ずる蒸氣は最後に其重さのために遊星の大氣中に落ち込み、

其處に於て凝集して水や液狀の物質となり、それより徐々に熱せられて、次第に鹽・硫黄・丁幾・泥・粘土・砂・石・珊瑚其他の地上の物質に變つてゆくのである。

一般的な註　渦動の假說には多くの困難が伴ふ。卽ち各遊星が太陽のまはりに時間に比例する面積を描くためにはそれの渦動の其部分の週期は太陽からの距離の二乘に比例しなければならぬ。遊星の週期が太陽からの距離の二分の三乘に比例するためにはそれの渦動の此部分の週期は其距離の二分の三乘に比例しなければならぬ。更に土星・木星及び其他の遊星のまはりを回轉する小さい渦動が夫々獨立に成立ち且つ太陽の渦動の影響をうけずに運動し得るためには太陽の渦動の部分の週期は等しくなければならない。太陽及び遊星の其軸の周りの自轉は、其渦の運動と一致すべきものであるが、此等の割とは甚だしく異つて居る。彗星は非常に規則正しい運動をなし、其公轉は遊星と同一の法則に從ふ、而して之は渦動によつては說明する事が出來ないのである。何故といふに彗星は天空の到る處に於て非常に偏心的な運動をなし、これは渦動をすてぬ限りは到底說明し得られないのである。

地球の大氣より上の天空に於ては地上に於てつくつた眞空內に於けると同樣に總ての物體

は何等の抵抗を受けることなく自由に運動しなければならない、從て又遊星及び彗星は、前に說明した法則に從つて、種類及び位置の與へられた軌道上の運動をしなければならない。此等は重力の法則にしたがつて其軌道上に保たれるであらう、しかし此軌道が最初に規則正しい位置をとり得たのは此法則によつてではないのである。

六個の主遊星は太陽のまはりに、それを中心とする共心圓周上を運動し、殆ど同一平面上にあり、而して其運動は同じ方向に向つて居る。地球・木星及び土星のまはりには此等を中心とする共心圓周上を回轉する十個の月があり、しかも此等は同一の方向に且つ殆ど此等の遊星の軌道の平面內に於て運動して居る。此等の總ての規則正しい運動は力學的の原因から生じたのではない。何故といふに彗星は非常に偏心的な軌道を描き天の到る處に運動する。此樣な運動によつて彗星は甚だ速かに且つ容易に遊星の軌道を通り拔け、其運動が非常に遲く且つ長い時間留つて居る處の遠日點に於ては互に甚だ遠く離れて居り、したがつて其等相互の引力は殆ど影響を及ぼさない。此樣に驚嘆すべき、太陽・遊星及び彗星の配列はたゞ一つの全智全能の存在者の決意及び支配によつてのみ生ずることが出來る。若し各〻の恆星が

夫々我々のと相似た一つの系統の中心であるならば、此全體は一つの同じ目的の特徴を有つて居るから、一つの、同じ支配者の下に服さなければならない。恆星の光は太陽のそれと同一の性質であり、總ての恆星系が互に其光を送りあふ。更に此宇宙を組み立てた其者が恆星を互に遠く離して配置し、其等天體が其重力のために互に落下しない樣になしたといふ事が知られる。

此無限の存在者は宇宙の靈としてではなく、萬物の支配者として總てを支配する。此支配の故に我々の此君主は *παντοκρατωρ*, 即ち萬物の支配者とよび慣はされて居るのである。一つの靈的な存在者の支配が即ち神を形造るものである。從てこの眞の神は生きた智あり力ある神であり、彼は全宇宙を超越し且つ全く完全である。彼は永遠より永遠に、無限より無限に存在し、存在するもの及び存在し得るものの總てを支配し、總てを知る。彼に似るものは彼自身のみであり、彼の耳・眼・頭・腦・腕・感情・智力及び作用は少しも人間的でなく、況んや肉體的でなく、全く我々の窺ひ知り得ないものである。即ち我々は彼の性質については觀念を有ち得るけれども彼を形成する實質は我々の知力の及び得ない處である。

之が神について私の言ひ得る處である。神の働きを探究することは即ち自然哲學の任務である。

以上私は天體の現象及び海の運動を重力によつて說明したのであるが、しかし此重力の原因は少しも與へなかつた。此力は、太陽及び遊星の中心にまでも入りこみ、而も其作用を少しも失はないやうな或一つの原因より生ずる。之は、それが作用を及ぼす小さい部分の表面積に比例して（機械的原因の如く）作用せず、實質の量に比例して作用する、而して其作用は總ての方向に擴がり、無限の遠方に迄も及び、常に距離の二乘に比例して減ずる。太陽に向ふ重力は其各小部分に向ふ重力から合成せられたものであり、それは太陽からの距離の二乘に精密に比例して減ずる、之が土星の軌道に迄も及ぶことは此遊星の遠日點の靜止からも證明せられる。之は更に最も外側にある彗星の遠日點にも達することは此遠日點が靜止して居るときには明かである。

私は此等の現象より重力の此等の性質の原因を導き出す事は未だなしとげ得ないのであり、而も私は假說を作り出さうとは思はない。現象から導き出されないものは總て假說であり、

假説は、それが形而上的のものでも自然科學的のものでも機械的のものでも、或は潛在的性質のものであらうとも、實驗的自然科學に於ては採用せらるべきではない。此科學に於ては、定理を現象から導き出し、それを歸納法によつて一般化するのである。此樣な方法によつて我々は物體の不可入性・可動性・衝突・及び運動及び重力の法則を知る事が出來たのである。重力が存在すること、それが上に揭げた法則にしたがつて作用すること及び之が天體及び海の總ての運動の説明に用ひられることだけで滿足すべきである。

玆に於て總ての物體内に瀰漫し、其内に含み保たれて居る靈的の存在について多少の言を附け加ふべきであらう。此靈的のものの力及び働きによつて物體の粒子は非常に近距離に於て互に引きあひ、若し此等が觸れ合ふときは互に附著する。之によつて電氣的物體は非常に遠距離に於ても作用し、近くにある小物體を引きつけ或は反撥する。此靈的 Wesen によつて光は流れ出で、反射せられ、彎曲せられ、屈折せられ、又物體を暖める。其（Wesen の）振動によつて總ての感覺は刺戟せられ、動物の身體各部が意のまゝに動かされる、此時それは感覺の外部器官から神經の固い纖維をつたはつて腦に達し、此處から筋肉につたはるのである。此等の事柄は併し僅かの言葉では説明し得られないのであり、我々は未だ此普遍的な靈的實質が作用する處の法則を精密に決定し、證明し得る樣な實驗を十分多くは有つて居ないのである。

第三篇　自然哲學の數學的原理の史的地位

一

以上自然哲學原理の大要を述べ了つて之より二三の批評を加へ、史的地位を明かにしようと思ふ。第二篇に於ては原著の眞意を成るべく其儘に傳へる爲に、大略其文章を引用して掲げるに止め、之に註釋等を附して却て全體の脈絡を不明にすることをさけたのである。併し此書の中には其時代の學界の趨勢を知つてはじめて眞意を了解し得る如き論述が必ずしも些少ではない。例へば、質量をニュートンは物質の量と解釋して居り、之に對してマッハ等が批評を加へて居る。此等の批評は鋭利であるが、ニュートンの側からいへば多少的を失した論との反駁をなし得るであらう。或は又渦動説の誤りなる事をニュートンは屢〻論じ、彗星に就ては寧ろ多すぎる程の頁を費して居る。更に、焰から出る光は焰内の粒子の運動によるのではあるまいと論じて居る。此等の論述は何によつて起つたのであらうか。之に關して正

鵠を得た判斷を下し得るため、多少の說明を與へる事としよう。更に考へるに、此時代の學界の趨勢を知るのみにてニュートンの著書を正しく評價する事は出來ない。溯つて古代からニュートン時代に至る學問の變遷を知り、更にニュートン以後の發展を見なければならぬのである。

夫故に、先づニュートン以前に於ける自然科學、就中力學及び天文學の發達の大略を述べようと思ふ。

二

歐洲の學藝はギリシヤより始まるとせられて居る。此ギリシヤの學藝の始めは紀元前凡そ七世紀の頃である。之より紀元五世紀頃ローマの滅亡迄の凡そ千餘年を學問發達史上からいへば一起伏の時代と見做すことが出來る。此中最初の一二世紀間卽ち萌芽時代に於ては、宇宙を造る原質及び宇宙の構造論が哲學者の考察の中心をなした。先づギリシヤ哲學の祖と稱せられるタレースは萬物は水よりなるとした。次でアナキシマンダーは之を「無限なもの(ト・アペイロン)」

とし、アナキシメネースは大氣とし、ヘラクライタスは火とした。他方に於て數理が世界を支配するとするピタゴラス派あり、又本體は不變不動であつて現象は總て迷にすぎぬとするエレア學派も出でた。次で考察が多少複雜に赴き、エンペドクレスは火・大氣・水・土の四元素から萬物は成るとし、アナクサゴラスは無限の種類の種子よりなると說いた。次にアテネは文化の中心となり、ソクラテース頃より人事界が考察の中心となり、更にデモクリタス、プラトーン、アリストテレス等が自然・人文、雙方に亙る大組織を立てた。此ギリシヤ哲學の最盛時に於ける代表的なものはデモクリタス及びアリストテレスの說である。デモクリタスはレウキポスの原子論を發展せしめた。彼によれば宇宙は空虛と微小な粒狀の原子とより成立ち、原子は總て同じ質のものから出來て居り、不生・不滅・不可分であり、たゞ形狀・大さに於て互に異る。此等原子が不斷に運動して居り、其離合集散によつて總ての物體と其變化とが生ずるのである。之に反し、アリストテレスは四元素說を修正した型の論を立てた。彼によれば、宇宙には一樣の原質ともいふべきものが擴がり充ちて居り、之に暖・寒・乾・濕の四つの性質が二つ宛附いて火(暖乾)・大氣(暖濕)・水(寒濕)・土(寒乾)の四元素が出

來る。此四元素は其性質の變化によつて互に他に變り得るものであつて、例へば大氣が暖を失ひ寒を得れば水となる如きである。而して此等の元素の組合せからすべての物が出來て居る、此物質は粒子から成るのではなく、連續的にひろがり、空虛は存在しないのである。宇宙の構造に就ては彼は次の如くに考へた。全宇宙は球形をなして居る、其中心に球體の地球があり、其周圍に多くの同心球面が存在し、此等の球面に月・遊星・太陽が固著して居り、最も外側の球に太陽以外の總ての恆星が著いて居る、此等の天體の中、地球・月・遊星及び太陽は前に述べた四元素から成立つて居るけれども、恆星は此等と全く質の異る聖きものから成立つて居る。此中地球は移動も自轉もせず、他の球面は其軸のまはりに回轉し、此回轉の方向・速さが夫々の球によつて異り、從て、月・遊星・太陽及び恆星の運動が夫々異るのである。此說はアリストテレスの創案ではなく、其頃行はれた天文學者ユードキサスの說に多少の變更を加へたものである。

此後政權はマセドニアに、次でローマに歸し、學問の中心はアテネを去つてアレキサンドリアに移つた。之にともなつて人生問題が哲學の中心となり、從來哲學の中に包括せられて

居た數學・物理學・生物學等は夫々獨立の科學として取扱はれる樣になつた。

此時代の自然科學者中殊に大なのはユークリッド、アルキメディス、ヒパルカス等である、ユークリッドは幾何學の大成者、アルキメディスは數學者・物理學者であり、ヒパルカスは天文學者である。此ヒパルカスの觀測値を主な材料として、トレミーが天體運行に關する說を構成した。之は地球を宇宙の中心とするユードキサス等の流をくむものであるが、遊星の軌道を單純な圓としては其複雜な運動を說明し難いため、圓軌道上に小圓が動き此小圓上を星が運動する、卽ちエピサイクル上の運動であるとした。しかし古代に於て地動說が全く存在しなかつたのではない。旣に早くピタゴラス派に於ては、宇宙の中心に中心火と稱する特殊の天體があり、其周圍を地球も太陽も又他の天體もが運行すると說き、又アレキサンドリア時代にアリスタルカスは太陽中心說を考へて居た。

以上述べた處の中、後代への影響上から見て特に注意すべきは次の三點である。

第一に、力學に於て主として硏究せられたのは靜力學であり、アルキメディス等によつて梃子・浮力の問題等が解決せられた。しかし運動の法則は未だ知られず、運動に關するアリ

ストテレスの考には誤りが多かつた。例へば物體が同じ距離を落下するに要する時間は重い物體ほど短いと考へ、又天體は其儘に卽ち他から何の作用も受ける事なくして圓運動をなす等と考へた。

第二に、物質論に於てはアリストテレスの說とデモクリタスの說とが互に對立する二大學說をなした。

第三に、宇宙論には天動說と地動說とがあつたけれども、後者は未だ精密に構成せられず、其ため前者が主流をなした。なほ宇宙が無限か有限かについては、天動說には有限論が多く、地動說には有限・無限、雙方の論があつた。

三

ローマ時代の哲學者にはアリストテレスの物質論は餘り重んぜられず、例へばエピキュラス派は原子論をとり、ストア派はむしろピタゴラス派に近い自然觀をとつた。しかし中世期に於てはプラトーン及びアリストテレスが重んぜられた。卽ち、歐洲の中世思想の中心はキ

リスト敎にあるが、此一神敎がデモクリタスの說卽ち世界を原子の集合と見、すべての事柄を必然によつて起ると見る說と調和せぬ事は明かである。夫故之を異端視し、有神論的なプラトーン、アリストテレスの哲學を採用した事は當然といはなければならない。此中プラトーンは中世の前期に於て、アリストテレスは後期に於て重んぜられた。殊に敎會全盛期の十二三世紀に於てはアリストテレスの宇宙論にキリスト敎の衣をまとはしたものが敎會正統派の論とせられた。卽ち天界と地上とを峻別し、地上に於ては人間を中心に考へ、又此宇宙全體は天上の神の支配の下に在るとの說である。

四

十四世紀頃より變動が起りはじめ、文藝復興・新大陸の發見・民族國家の成立・宗敎改革等相ついで起り、十六世紀に至り新時代に入つた。權威・傳統よりの解放の時代に入つた。自然界を自己の眼を以て觀んとしはじめ、中世の沈滯をやぶつて先づ數學が發達し、對數・解析幾何等が發見建設せられ、天文學が、次で物理學が發展しはじめた。十六世紀より十七

世紀の中頃迄百餘年の間に學界に巨人が相續いて出で、自然界を探究し新しい宇宙觀を立てた。此等の學者の中、其功績からいふも、又ニュートンに對する關係からいふも、殊に重要なのはコペルニカス、ケプレル、ガリレイの三人である。

ニコラス・コペルニカスは一五四三年其著「天體圓運動論」に於て地動説を發表した。彼は天體の運動を精密に定めようと志し、ヒパルカスの觀測値を基として計算した結果、此頃行はれて居たトレミーの説が十分でない事を知つた。夫故更に適切な説を立てようと苦心し、古代に於てピタゴラス派やアリスタルカス等が地動説を説へた事を知り、遂に彼の地動説を立てたのである。此説によれば、宇宙の中心に太陽があり、其周圍に、夫々之を中心とする圓軌道、詳しくいへばエピサイクル上を地球及び他の遊星が公轉し、最も外側に恆星球が存在するのである。之をトレミーの説に比べるに、トレミーの地球中心説を太陽中心説としたのが根本的の改變である。遊星の軌道をエピサイクルとした事、及び總ての恆星が一個の球上にあるとした事はコペルニカスもトレミーと同樣である。但し、此恆星球の半徑をコペルニカスは非常に大きいものとした、即ち太陽系から恆星に至る距離を甚だ遠いものとした。

既に述べた處より明かな如くコペルニカスは太陽中心説の創説者ではないけれども、古代より近世迄約千數百年間の權威を保つて來た地球中心説に對し、確實なる材料を基礎として反抗の聲をあげた近世に於ける最初の人と言ふべきである。

併し、コペルニカスの説も未だ完全ではなかつた、そこに新しい觀測値によつて修正を加へる事が必要であつた。此觀測値を供給したのはティコ・ブラーへ（一五四八―一六〇一）である。彼は近世初期に於ける最大の天文觀測者である。しかし理論家としてはコペルニカス程に大膽ではなく、コペルニカス説にもトレミー説にも贊成せず其折衷説をとつた、即ち遊星は太陽を中心として公轉し、恆星球は地球を中心として一日に一回轉すると考へたのである。しかし彼は恆星は不變であるとする古代よりの説に反對した。此點はコペルニカスよりも進んで居るのである。

ヨハン・ケプレルは一六〇九年「火星遊動論」の附錄なる「新天文學」に於て遊星の軌道は太陽を焦點とする楕圓なりとの説を發表し、更に一六一九年「宇宙の調和」の中に於て之を補足した。之が既に述べた彼の第一・第二・及び第三法則である。彼ははじめティコ・ブ

ラーへの觀測値を資材として遊星の軌道を求め、此中火星の見掛けの運動は甚だ不規則であつて、從來の說によつては到底說明し難いことを認め、遂に上記の說に達したのである。天體の軌道は圓又は其組合せであるとなしたギリシャ以來三千年に亙る假定をすてたのはティコ・ブラーへが彗星軌道を卵形としたのが始めであらう。しかし彗星以外のものについて圓以外の曲線を用ひたのは實にケプレルが最初の人である。但し、彼は恆星球についてはコペルニカスと同樣に、それが存在するものと考へて居た。

此遊星の運動の原因としてケプレルは太陽からの力を考へた。しかし此力を太陽の方へ遊星を引きつけるものとせずして、軌道の接線の方向の力と見た樣である。彼は地球と月との間には丁度地球が地上の物體に及ぼすと同樣の引力があるとし、更に總ての物體は互に引力を及ぼすと考へたにも拘らず、太陽・遊星間の力を引力としないのは不思議に思はれる。しかし此時代には運動の法則が完全には知られて居らなかつたため、物體は力が作用しなければ自ら靜止するといふ考及び磁石を回轉すれば附近の鐵片が其まはりに回轉する如く太陽が自轉によつて其周圍に力の渦が生じ遊星を引きずるといふ考等によつて接線方向に力が作用

すると考へたのであらうと思はれる。

此ケプレルの說は觀測と甚だよく一致する。夫故に太陽中心說の正しいものが漸く出來上つた譯である。しかし運動をおこす原因に立ち入らず單に軌道の形や其上に於ける速さを論ずるならば、太陽が靜止して、其周圍を地球等がまはるとするも、地球が靜止して太陽等がまはるとするも、いづれを用ひても差支へはない。卽ち太陽を靜止として觀測と一致する說明が出來るならば、座標を轉換して、地球を靜止とする座標を用ふれば、地球を靜止としてしかも觀測にあふ軌道を得るのである。此場合孰れをとる方が軌道等が單純になるかによつて兩說を取捨するのが普通であり、トレミーの時代に、彼の天動說の用ひられたのも此理由に因くのである。今ケプレルにより、太陽靜止說を用ふれば甚だ軌道が簡單になる事を知つた。しかし更に圖形等の問題から一步を進め、力學的に物理的に、太陽中心・地球中心のいづれが正しいかを定めなければならない。之が爲には第一に運動と力との關係を明かにしなければならない。此力學の根本問題に對し正しい解決の基礎を置き、又天體觀測によつて地動說に確實有力な根據を與へたのはガリレオ・ガリレイ（一五六四—一六四七）である。