

大學叢書

機械原理

劉仙洲著

商務印書館發行

中華民國廿五年參月七日

致謝記

4461
893
3

大學叢書
機械原理



大學叢書委員會

委 員

丁燮林君 王世杰君 王雲五君
任鴻雋君 朱經農君 朱家驊君
李四光君 李建勛君 李書華君
李書田君 李聖五君 李權時君
余青松君 何炳松君 辛樹幟君
吳澤霖君 吳經熊君 周 仁君
周昌壽君 秉 志君 竺可楨君
胡 適君 胡庶華君 姜立夫君
翁之龍君 翁文灝君 馬君武君
馬寅初君 孫貴定君 徐誦明君
唐 鈺君 郭任遠君 陶孟和君
陳裕光君 曹惠羣君 張伯苓君
梅貽琦君 程天放君 程演生君
馮友蘭君 傅斯年君 傅運森君
鄒 魯君 鄭貞文君 鄭振鐸君
劉秉麟君 劉湛恩君 黎照寰君
蔡元培君 蔣夢麟君 歐元懷君
顏任光君 顏福慶君 羅家倫君
顧頡剛君

大學叢書
機械原理
劉仙洲著

國立清華大學叢書之三

商務印書館發行

序

西洋工程學術之輸入吾國，可略分爲三期。第一期在明末萬歷天啓年間。第二期在前清同治及光緒初年。第三期則自前清光緒二十一年以後，北洋南洋京師山西等各大學之相繼設立工科以迄於今。

在第一期，除少數具有遠識之士，一般人實不知加以重視。故彼時用中文譯著工程書籍者，除王徵之遠西奇器圖說，李之藻之測量法義，熊三拔之泰西水法，及焦島之火攻挈要外，實不多睹。

在第二期，實由於曾文正公之提倡。當時因內亂初平，外患日急，有識之士，多懷於西人之船堅礮利，而倡爲中學爲體西學爲用之論。故對於工程學術，急謀輸入。並由江南製造局錢版印行，以廣流傳。當時所譯各書中，計關於蒸汽機者，有徐壽之汽機發軔，徐建寅之汽機必以華備，華備鈺之兵船汽機等。關於工作法者，有徐壽之車工圖說，華備鈺之製機理法等。關於機械學與機械畫者，有徐壽之機動圖說及器象顯真等。關於採礦冶金者，有王德均之開煤要法，趙元益之井礦工程，徐家寶之煉鋼要言，及徐壽之寶藏興焉等。由公家從事提倡而爲

有計畫之譯書事業，蓋以此時爲最盛，惜其後未能繼續耳。

在第三期，設工科於大學之中，不可謂不重視工程學術。惟創辦之初，因人才缺乏，爲教授者，多延聘西人，故課本亦遂採用原文本。近年以來，雖大多數已由本國人擔任，然積習相沿，未易驟改。政府對此，又迄無一定之計畫，故吾國自興辦學校採用新式教育以來，雖已有四十年之歷史，而用中文編譯之工程書籍，反遠不及第二期爲多。本國人教授本國人，以實用學術，恆用外文課本，且有時更用外國語講解焉。長此不易，則吾國工程學術，恐永無獨立之期，其間接影響於工程學術之普及者，尤爲重大也。

鄙人服務於工程教育界，已十有六年，居恆以此爲念。授課之餘，每從事編譯，雖成就甚微，然各種工科課程應各有相當之中文課本，以漸達於能用本國文字教授工程學術之主張，則始終未變。

民國二十年二月，曾將在東北大學試教之中文機械學講義，與商務印書館訂立契約，按租賃版權法印行。正在製圖排版期間，竟遭一二八之變，全稿焚燬。去年冬間，始又得該館總經理王岫廬先生來函，囑重加整理，俾編入大學叢書中出版。茲幸又告竣事，然一稿之微，因國難之故，竟使出版之期遲緩三年之久，亦至堪紀念矣。

又查商務印書館此次大學叢書之計畫，係認定缺乏本國文之相當圖書爲吾國專門學術不能長足進步之主要原

因故計畫於五年之內，出大學各科用書三百種，所有工科主要課程，亦大體列入。倘此項計畫能按期實現，使吾國工程學術逐漸達於獨立之地步，是尤吾國工程教育前途之深幸也。

劉仙洲

二十三年三月三日。

國立清華大學工學院。

例 言

1. 是書程度,可供大學工科中機械,電機,土木,採冶,紡織等系機械學課本。

2. 全書約二十萬言,插圖五百三十,習題一百六十三,如每週教授三小時或四小時,至少可供一學年之用。

3. 如機械,電機,紡織機械各系採用,可以全授,如其他工科各系採用,則可由負責教授者,視其教授之目的,酌量略去數章及其餘各章中關係較少之若干節。

4. 此次之稿,全部爲張永哲君代爲繕清,圖則全部爲曹君國惠代繪,謹附此誌感。

5. 書中內容,多取自下列數書,又取之前列二書者,占全部十之八九。

(一) Elements of Mechanism.

P. Schwamb.

A. L. Merrill.

W. H. James.

(二) Mechanism.

R. M. Keown.

(三) Mechanism.

S. Dunkerley.

(四) Theory of Machines.

R. F. McKay.

(五) Theory of Machines.

R. W. Angus.

(六) American Machinist Gear Book.

C. H. Logue.

R. Trautschold.

(七) Applied Mechanics.

D. A. Low.

(八) Machine Design.

A. W. Smith.

O. H. Marx.

(九) The Elements of Machine Design.

S. J. Berard.

E. O. Waters.

目 錄

第一章 緒論	1
1. 機械之定義	1
2. 機械之計畫	2
3. 運動與靜止	4
4. 動路	5
5. 動向	5
6. 平面運動	6
7. 螺旋運動	6
8. 球面運動	7
9. 連續運動	7
10. 往復運動	7
11. 間歇運動	7
12. 擺動	7
13. 運動之循環	7
14. 運動之週期	8

15. 迴轉物體	8
16. 速率	8
17. 加速率	9
18. 角速率	10
19. 迴轉物體上一點之線速率	12
20. 距迴轉軸距離不同之兩點線速率之比	12
21. 原動部與從動部	13
22. 機架	13
23. 傳動方式	13
24. 桿與帶	14
25. 機械部分	14
26. 面接觸與線接觸	15
27. 機械之運動副	17
28. 合副或低副	17
29. 高副	18
30. 運動鍊	18
31. 不完全之運動副	19
32. 運動鍊中所含之運動副數與件數之關係	20

習 題

第二章 工作之定理與其例證	24
33. 作力與抵力	24
34. 力比	24

35. 速比	24
36. 工作之定理.....	25
37. 機械效率	25
38. 槓桿	26
39. 起重滑車	27
40. 起重滑車之組合	28
41. Weston 較差滑車	29
42. Morrie 起重機	31
43. 捲揚機	32

習 題

第三章 螺旋	37
44. 斜面	37
45. 螺旋線	39
46. 螺旋線之種類	40
47. 單線與複線.....	46
48. 螺旋之導程與螺節	47
49. 每吋之線數.....	47
50. 右螺旋與左螺旋	48
51. 螺旋或螺旋母之速率對於迴轉柄上一點之速 率之關係.....	49
52. 複式螺旋或較差螺旋.....	51

習 題

第四章 皮帶與皮帶輪	56
53. 皮帶	56
54. 皮帶輪迴轉之速比	59
55. 皮帶輪迴轉之方向	60
56. 皮帶之厚對於速比之關係	60
57. 滑動對於速比之關係	61
58. 上皮帶與退皮帶	61
59. 皮帶輪之緣	62
60. 定輪與遊輪	63
61. 兩個交叉軸之皮帶	64
62. 不平行不交叉之兩軸之皮帶	64
63. 皮帶之長度	65
64. 塔輪或階級輪	68
65. 用同一長度之皮帶之塔輪	68
66. 開口皮帶全長之近似公式	72
67. 相等塔輪	77
68. 變速圓錐	78
69. 惰輪	79
70. 皮帶上之牽力	81
71. 皮帶所傳達之馬力	82
72. 皮帶之應力	86
73. T_1 與 T_2 之比	87

74. μ 之數值	89
75. 接觸角 θ 之求法.....	89
76. 皮帶所生之離心力.....	93
77. 一定皮帶所傳達之最大工率.....	95
78. 鋼帶	97

習 題

第五章 繩與繩輪	101
79. 繩	101
80. 繩在繩輪上纏繞之方法.....	101
81. 繩輪周緣之形狀.....	103
82. 繩之直徑與輪之直徑	105
83. 繩輪輪槽對於 $\frac{T_1}{T_2}$ 之影響	106
84. 纖維繩之應力	109
85. 纖維繩之速率及其傳達之馬力	109
86. 繩之下垂	113
87. 起重用之纖維繩.....	114
88. 鋼絲繩之應用.....	115
89. 鋼絲繩之製法.....	116
90. 鋼絲繩輪之直徑.....	116

習 題

第六章 鍊與鍊輪	119
91. 鍊輪.....	119

92. 鍊之分類	120
93. 起重鍊	120
94. 運搬鍊	123
95. 傳達動力鍊	123
96. 轉子鍊輪齒之外形	130
97. 鍊條之長度	131
98. 塊狀鍊鍊輪直徑之算法	132
99. 轉子鍊鍊輪直徑之算法	133
100. 鍊輪之齒數	133
101. 鍊節之長與鍊輪之速	133

習 題

第七章 凸輪	136
102. 凸輪	136
103. 凸輪之分類	137
104. 凸輪與其從動部接觸之情形	140
105. 凸輪之理論節線與工作節線	141
106. 凸輪各部之名稱	141
107. 凸輪周線之形狀對於側面壓力與傳達速率之 關係	142
108. 凸輪之基圓	143
109. 基圓之半徑對於壓力角之關係	143
110. 凸輪與其從動部之相對運動圖	145

-
111. 高速運動凸輪與其從動部之相對運動圖146
112. 平板形凸輪 150
113. 等速運動,從動部運動之中心線經過凸輪之中心者.....150
114. 用轉子之結果152
115. 等速運動,從動部運動之中心線經過凸輪之中心,有轉子.....153
116. 單弦運動,從動部運動之中心線經過凸輪之中心,有轉子.....155
117. 等加速率運動,從動部運動之中心線經過凸輪之中心156
118. 從動部之運動係等減速率運動157
119. 從動部運動之中心線不經過凸輪之中心者158
120. 從動部之底部係一平板者.....161
121. 漸開線凸輪162
122. 從動部係一擺動桿者165
123. 從動部與凸輪之間仍有其他機件者.....168
124. 確定運動凸輪171
125. 定徑凸輪172
126. 主凸輪與回凸輪.....173
127. 定寬凸輪174
128. 平面滑動凸輪,從動部發生往復運動者176

129. 平面滑動凸輪,從動部發生擺動者	177
130. 圓柱形凸輪	178
131. 圓柱形凸輪理論節線之求法,不展開圓柱之皮 面積	179
132. 圓柱形凸輪理論節線之求法,展開圓柱之皮面 積	181
133. 圓柱形凸輪其從動部係一擺動之桿者	182
134. 反凸輪	183
135. 凸輪應用舉例	186

習 題

第八章 磨擦輪	196
136. 純粹滾動接觸	196
137. 磨擦輪與其特點	196
138. 磨擦輪需要之壓力	197
139. 兩圓柱形磨擦輪外面接觸	199
140. 關於外面接觸兩圓柱形磨擦輪之問題之解法	200
141. 兩圓柱形磨擦輪,內面接觸	203
142. 關於內面接觸兩圓柱形磨擦輪之問題之解法	204
143. 兩圓錐形磨擦輪,外面接觸	206
144. 關於外面接觸兩圓錐形磨擦輪之問題之解法	207
145. 兩圓錐形磨擦輪,內面接觸	211
146. 關於內面接觸兩圓錐形磨擦輪之問題之解法	219

147. 圓柱與球面之滾動接觸	214
148. 平盤與轉子	215
149. 磨擦輪之變速裝置	216
150. 凹槽磨擦輪	219
151. 兩個非圓形面之滾動	219
152. 已知一輪之形狀求相對之別一輪之形狀	222
153. Harfield's 轉舵輪	223
154. 發生急回運動之非圓輪	225
155. 橢圓輪	226
156. 兩個等斜度對數螺旋線之滾動接觸	227
157. 給予一定之斜度畫對數螺旋線之方法	228
158. 用對數螺旋線且能發生完全迴轉之輪	229

習 題

第九章 瞬時中心與機械上各點之相對

速率	234
159. 瞬時運動瞬時中軸與瞬時中心	234
160. 瞬心線與瞬軸面	235
161. 一運動物體瞬時中心之地位	235
162. 瞬時半徑	236
163. 瞬時速率	236
164. Kennedy 定理或三心定律	237
165. 一運動鍊上所有瞬時中心之數目	238

166. 一簡單運動鍊上所有瞬時中心之位置	239
167. 一複式運動鍊上所有瞬時中心之位置	241
168. 用瞬時中心法求相對線速率	243
169. 公共點之線速率	243
170. 開口四桿機構上各點之相對速率	244
(a) 相鄰兩桿上各點之速率	244
(b) 對面兩桿上各點之速率	246
171. 交叉四桿機構上各點之相對速率	246
(a) 相鄰兩桿上各點之速率	246
(b) 對面兩桿上各點之速率	247
172. 滑動曲柄機構上各點之相對速率	248
(a) 相鄰兩桿上各點之速率	248
(b) 對面兩桿上各點之速率	249
173. 用遷移法求相對線速率	250
174. 用速率分合法求相對線速率	251
175. 用速率分合法之例題	254
176. 用桿傳動角速率之比	264
177. 用帶傳動角速率之比	266
178. 直接接觸傳動角速率之比	267

習 題

第十章 齒輪	273
179. 齒輪之應用	273

180. 齒輪各部之名稱	274
181. 周節	275
182. 徑節與節數模數	275
183. 周節與模數之關係, 周節與徑節之關係	276
184. 一對齒輪之速比	277
185. 作用角與作用弧	278
186. 接觸線	279
187. 傾斜角或壓力角	279
188. 齒輪之基本定律	280
189. 漸開線制	284
190. 漸開線齒合於齒輪基本定律之證明	285
191. 法節	286
192. 法節與周節之關係	286
193. 接觸線之長度與接觸弧之長度之關係	287
194. 漸開線正齒輪	289
195. 最小齒輪其齒數之最低限度與其傾斜角之關係	290
196. 漸開線齒桿與小齒輪	292
197. 漸開線之環狀齒輪與小齒輪	293
198. 兩漸開線輪分離之可能性	294
199. 互換漸開線輪	297
200. 齒輪各部之標準	298

201. 一對標準漸開線正齒輪之畫法	303
202. 株狀齒輪	304
203. 株狀齒之計畫法	305
204. 株狀齒之優點	305
205. 擺線制	306
206. 擺線	306
207. 外擺線	307
208. 內擺線	310
209. 擺線齒合於齒輪基本定律之證明	310
210. 擺線輪齒之接觸線	311
211. 擺線正齒輪	312
212. 擺線齒桿與小齒輪	314
213. 直線齒腹之擺線齒桿	315
214. 擺線制之環狀輪與小齒輪	315
215. 擺線環狀輪之限制	316
216. 互換擺線輪	322
217. 擺線輪轉圓之標準直徑	323
218. 漸開線齒與擺線齒之比較	324
219. 針輪	325
220. 階級輪與螺旋輪	327
221. 正齒輪與環狀輪之製法	330
222. 製造能互相配合之多數齒輪所用之洗刀	331

223. 用共軛法製造齒輪	333
224. Fellows 齒輪成形機	335
225. 棒形刀製齒輪機	335
226. 斜齒輪	336
227. 斜齒輪之速比	339
228. Miter 輪	340
229. Tredgold's 方法	341
230. 冕狀輪	342
231. 螺旋斜齒輪	343
232. 斜齒輪之畫法	345
233. 製圖室中斜齒輪之畫法	345
234. 螺旋桿與螺旋輪	348
235. 螺旋桿與螺旋輪之速比	349
236. 螺旋桿與螺旋輪所用之輪齒曲線	349
237. 輪齒接觸之情形	351
238. 螺旋桿之長度	351

習 題

第十一章 輪系	355
239. 輪系之定義	355
240. 原動輪與從動輪	355
241. 惰輪或中輪	356
242. 輪系之值或輪系之速比	356

243. 單式輪系與複式輪系	357
244. 單式輪系	357
245. 單式輪系用中輪之利	359
246. 複式輪系	361
247. 用複式輪系之利	363
248. 原動輪與從動輪在同心軸上	364
249. 兩輪齒接觸之回數	366
250. 鑽床上之輪系	368
251. 自動變輪	372
252. 時鐘上之輪系	373
253. 帶動鉋床之輪系	374
254. 汽車上之輪系	376
255. 梳棉機上之輪系	378
256. 起重機上之輪系	379

習 題

第十二章 周轉輪系 383

257. 周轉輪系	383
258. 太陽與行星輪	390
259. 斜齒輪周轉輪系	392
260. 斜齒輪分速裝置	394

習 題

第十三章 速率圖 400

261. 速率圖	400
262. 直線速率圖	400
263. 極線速率圖	401
264. 活塞速率圖	401
265. 活塞之加速率	403
266. 在一衝程之兩端時活塞之加速率	406
267. 活塞加速率圖	407
268. 用算法求活塞之速率與加速率	408
269. 活塞速率圖之另一求法	409
270. 變速運動機構	411
271. 變速迴轉運動機構	412
272. Whitworth 急回運動機構	413
273. 搖桿急回運動機構	417

習 題

第十四章 連動裝置或連桿工	421
274. 四桿連動裝置	421
275. 含一滑動副之四桿連動裝置	422
276. 各桿之相對運動	424
277. 死點	425
278. 曲柄與搖桿	425
279. 拉桿	428
280. 雙搖桿	431

281. 平行曲柄之四桿連動裝置.....	432
282. 兩個不平行等長曲柄之四桿連動裝置	432
283. 由連動裝置發生之遲緩運動	432
284. 搖塊連動裝置.....	433
285. 擺動機.....	437
286. 迴轉塊連動裝置.....	437
287. 滑槽連動裝置.....	438
288. 合一滑動副之連動裝置上一件之膨大	439
289. 兩等邊連動裝置.....	444
290. 通用聯結器或 Hooke's 聯結器	445
291. Oldham's 聯結器	448
習 題	
第十五章 直線運動與平行運動機構	451
292. 直線運動機構.....	451
293. Peaucellier's 直線運動機構	451
294. Scott Russell's 直線運動機構.....	452
295. Watt's 直線運動機構.....	454
296. Robert's 近似直線運動機構	458
297. Tchebicheff's 近似直線運動機構.....	459
298. 由平行四邊形所得之平行運動	459
299. 由繩索所得之平行運動.....	461
300. 由四桿連動裝置所得之平行運動.....	462

301. Watt's 直線運動機構與一平行四邊形機構之
合併.....464
302. Thompson 示工器上之直線運動機構.....465
303. Richards 示工器上之直線運動機構.....466

習 題

- 第十六章 間歇運動.....469
304. 閘輪.....469
305. 多閘輪.....470
306. Weston 閘輪.....472
307. Armstrong 通用閘輪.....472
308. 雙擊閘輪.....472
309. 反轉閘.....473
310. 隱蔽閘輪.....474
311. 無聲閘輪.....475
312. 起重閘輪.....476
313. 確定運動接合子.....476
314. 磨擦力接合子.....477

習 題

- 第十七章 活塞與曲柄之作力圖飛輪.....480
315. 活塞作力圖.....480
316. 將工作圖改變為同一之作力尺寸.....481
317. 在立式機活塞工作圖對於上下運動部分之重

力改正	482
318. 因上下運動部分之惰性所生之力	483
319. 活塞作力圖因往復或上下運動各部之惰力之 改正	484
320. 曲柄作力	486
321. 曲柄作力圖	487
322. 能力之升降	490
323. 氣機能力之升降	492
324. 飛輪	493

習 題

第十八章 均衡裝置	497
325. 均衡之必要	497
326. 迴轉物體之離心力, 不同半徑之重量相當量	497
327. 用一迴轉物體使與別一迴轉物體均衡	498
328. 用一迴轉物體使與在一平面內之多數迴轉物 體均衡	498
329. 不平衡之車輪對於路上壓力之變化	499
330. 用兩個迴轉物體與一個迴轉物體均衡, 各物體 之迴轉平面均不相同	500
331. 用兩個迴轉物體與兩個或多個迴轉物體均衡, 各物體之迴轉平面均不相同	501
332. 因往復運動部分之加速率所生之擾動力	503

333. 將往復運動各部之重量遷移至曲柄軸針處之 結果.....	505
334. 變換攪動力之方向	506
335. 連桿重量之分配法	507
336. 機車之均衡	509
337. 內汽缸不連結機車	509
338. 外汽缸不連結機車	511
339. 連結機車	514
340. 連結機車往復運動各部之均衡	515
341. 有單弦運動之各往復運動部分之完全均衡	516

習 題

第十九章 調速器	520
342. 調速器與飛輪功用之不同.....	520
343. 調速器約束發動機所發作力之方法.....	520
344. 調速器之種類	521
345. 調速器調整速率之限度	523
346. 調速器之約束力.....	523
347. 靈敏度	524
348. 迴轉擺.....	525
349. 瓦特調速器	526
350. 載重調速器	527
351. Porter 調速器.....	528

352. 上部兩桿連於中軸之方法	530
353. 摩阻力對於調速器之影響	532
354. 調速器之穩定	532
355. 等時性	533
356. 調速器之作力與工率	533
357. 彈簧約束式調速器	534
358. 自動調速器或軸裝調速器	535
359. Westinghouse 調速器	537
360. Buckeye 調速器	538
361. Rites 調速器	539
362. Robb Armstrong 調速器	540

習 題

機 械 原 理

第一章 緒論

1. 機械(Machine)之定義 就廣義言之,凡能為吾人所利用,根據一定能力與運動之關係以代替吾人工作者,皆可稱之為機械,但因所受之能力與所發之能力,性質上微有不同,更可略分為三大類:

(一)所受之能力,非機械能力(Mechanical energy),而為風力水力熱力等他種能力,所發之能力則為機械能力,且大多數不直接作工,而由一種傳動機件傳其能力於別種機械始行作工者,普動謂之原動機(Prime movers)或發動機。如風輪水輪蒸汽機蒸汽輪油機煤氣機等是。

(二)所受之能力,多係機械能力,所發之能力,仍為一種機械能力,本身即直接作工者。習慣上多稱此一類為機械。如鑷床鉋床鑽床及各種工廠實際工作之機械皆是。

(三)所受之能力,或係機械能力,或係他種能力。在普通意義上只係表現一種運動而不認為工作者,(嚴格言之,發生運動即含有工作)普通多謂之儀器(Instrument)或

器械如風力表水流表及示工器 (Indicator) 等是。

以上三大類,性質上雖微有不同,然就機械之原理言,則莫不一致。且不能以構造上之繁簡加以區分。蓋一種儀器之構造,往往較之數十噸之材料試驗機,複雜若干倍。數萬馬力之發動機,就其關於機械上之構造言,有時反甚簡單也。茲謹就各種機械共同之點加以研究而定一定義焉。

第一,各機械皆有其一定之目的。或利用之以變更力量之大小,或利用之以變更運動之方向,或利用之以變更運動之種類 (如迴轉運動變為往復運動,連續運動變為間歇運動等),以期適合於吾人所預期之效果或工作。各種變化雖各不相同,然各有其一定之目的則無不同。

第二,各機械均不能自動,亦不能自身發生能力。故應用時恆須由外部加以相當之力。此層在普通機械固極為顯明,即在所謂原動機或發動機者,如蒸汽機油機煤氣機等,其所受蒸汽之膨脹力及燃料之爆炸力,亦應視為繼續由外部加入,而非機械本身所發生。

第三,各機械皆由兩個以上之部分或兩個以上之物體組合而成。最簡單之機械,如槓桿,亦係由一桿與一軸組合而成。若僅有一桿或僅有一軸,則不能成為一機械。又組成一機械之一部分或一物體,有時謂之一機素 (Element)。

第四,機械各部,均有一定之關係。加力以後,運動各部彼此恆有一定之相對運動。靜止各部則對於運動加以支持或

約束，亦各有其一定之關係，絲毫不容自由。

歸納以上四點，可定一機械之定義如下：機械者，兩個以上之物體或機素之組合體。動其一部，則其餘各部，各發生一定之相對運動（Relative motion）或限制運動（Constrained motion），吾人得利用之使一種天然能力或機械能力發生一定之效果或工作者也（大致取自 Realeaux）。

茲再舉三種定義如下，以備參閱。其辭句雖有繁簡之不同，其意義則無不一致。

（一）機械者，固定部分與運動部分之組合體，介乎能力（Energy）與工作（Work）之間，所以使能力變為有用之工作者也（Keown）。

（二）機械者，兩個以上之物體之組合體，其相對運動皆繼續受一定之限制，使一種能力由之變化或傳達以作一種特別之工作者也（Mckay）。

（三）機械者，無論其式樣如何，大小如何，皆所以變化運動與力量者也（Rankine）。

2. 機械之計畫 (Design of a machine) 計畫一種機械，大體可分為三步。第一步須先知計畫此機械之目的何在。目的既定，即可知機械上運動最後之一部發生何種運動，或發生幾許力量，即可達到預期之目的。其次對於所欲利用之原動力加以考慮，此兩層確定以後，然後即計畫用何種部分互相組合，即可將機械一部所受之原動力，傳達至最後一部使發

生吾人所預定之運動或工作。又規定各部分互相組合時，恆先作一種略圖 (Sketch or skeleton)，如用一點表示一軸，用一線表示一桿，用一圓表示一輪等等。用純粹幾何方法，使各部之相對運動及速率加速率等得以表出即可。至各部所傳之力之大小則暫不計及。第二步再計算各部應受之力，以便計畫各部分之形狀大小及應行採用之材料 (Material) 等，期與所受之力或所傳之力適合。第三步係將運動各部，當運動時，本身所發生之力加以研究。蓋機械上有圓周運動之部分，恆發生相當之離心力。有往復運動之部分，如速率變更，恆發生相當之惰力 (Force due to inertia)。計畫各部之大小時，亦須計畫在內也。

第一步專研究機械各部之形狀與運動，以及支持與約束各部之情形，對於所受或所傳之力之大小則暫不計及。有時謂之機械運動學 (Kinematics of machinery)，或機械幾何學 (Geometry of machinery)，或純粹機構學 (Pure mechanism)。

第二步專研究機械各部所受之力或所傳之力，而計畫其形狀大小及應行採用之材料，以期與所受或所傳之力相應，有時更須計及修理上之便利及製造上之易於施工等等。有時謂之製造機構學 (Constructive mechanism)。

第三步專研究機械上各運動部分自身所發生之力者，有時謂之機械動力學 (Dynamics of machinery)。

3. 運動與靜止 (Motion and rest) 運動與靜止乃相對

之名詞也。如有 AB 兩物體，倘 A 物體對於 B 物體之直線距離與方向不生改變時，則 A 物體對於 B 物體為靜止。 B 物體對於 A 物體亦然。即兩物體有時在空間有同一之運動，但使其相對之地位不生改變，則彼此亦稱為相對靜止。若距離與方向任變其一，或同時改變，則 A 物體對於 B 物體，或 B 物體對於 A 物體，均為有相對之運動。蓋就吾人現有之知識言，尚不知宇宙間有絕對靜止之物體，故稱運動與靜止時，只有相對之意義可言。或為研究便利起見，假定某物體為絕對靜止，而稱其他物體對於此物體之運動或靜止即為絕對運動或絕對靜止。在研究工程問題時，普通多假定地球為絕對靜止之物體，稱其他物體之運動與靜止時，則係對地球而言，故稱一物體之運動與靜止，即此物體對於地球有無地位變更之謂也。在研究自身全部亦有運動之機械，如火車輪船飛機等，則機械各部之運動，又多以機架為標準。即假定機架為絕對靜止，機械各部對於機架所有之運動即為其絕對運動也。

4. 動路 (Path) 一運動物體在空間所行之路，謂之此物體之動路。動路可為任何形狀，或係一直線，或係一圓周，或係一任意之曲線。

5. 動向 (Direction of motion) 如一物體沿一直線之動路運動，則此物體之動向，即係沿其動路之直線。又向此線某一端之運動若假定為正向 (Positive direction)，並用一 (+) 號表之，則向此線他一端之運動即應為負向 (Negative direction)。

並用一(-)號表之。如一物體沿一圓周或一任意之曲線動路運動,則此物體在任一時刻(Instant)之動向,恆係沿此物體所至之點之切線,亦可用(+)號或(-)號表示其動向之正負。

6. 平面運動(Plane motion) 一運動物體上之各點各沿一定之平面運動時,謂之平面運動。各種機械上最簡單最普通之運動也。例如在一普通蒸汽機(Steam engine)上,其曲柄(Crank)連桿(Connecting rod)丁頭(Crosshead)及活塞(Piston)等,所有各點各沿一垂直於機軸之平面運動,故均為平面運動。

又在平面運動,更可分為三種:當運動物體上之各點均沿直線運動時,謂之直線運動,如蒸汽機上活塞連桿(Piston Rod)及丁頭等部所有之運動是。當運動物體上之各點各沿一定之圓周運動時,謂之迴轉運動(Rotation)。各點圓周動路之中心,皆包含於一軸,各點圓周動路之平面,皆垂直於此軸。例如機軸(Shaft)飛輪(Flywheel)及皮帶輪(Belt pulley)等所有之運動是。當運動物體上之各點均沿一定之曲線運動時,謂之曲線運動。如蒸汽機連桿上各點所有之運動是。

7. 螺旋運動(Helical motion) 一運動物體上之各點,各繞一定之軸迴轉,同時更沿軸心之方向有一種等速直線運動時,謂之螺旋運動。一螺旋(Screw)沿一靜止之螺旋母(Nut)所有之運動,即屬於此類,可視為由迴轉運動與直線運動相

合併而成。

8. 球面運動 (Spherical motion) 當一物體運動時,其上各點,距一定之中心,各有一定之距離,但各點運動之範圍,則不限於在一平面內,此種運動謂之球面運動,如普通蒸汽機之調速器 (Governor) 上各旋轉球所有之運動是。

9. 連續運動 (Continuous motion) 當一運動物體沿同一之動路繼續運動時,謂之連續運動。在各種機械上所有之連續運動經一定之時間後,須仍歸其起動之點,如沿一圓周或沿一合口之曲線繼續運動者是。

10. 往復運動 (Reciprocating motion) 當一運動物體沿同一之直線動路往復運動時,謂之往復運動。

11. 間歇運動 (Intermittent motion) 一物體之運動,每間一定之時即有一定之靜止期時,謂之間歇運動。

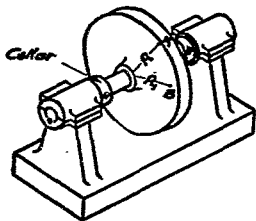
12. 擺動 (Oscillation) 一物體沿一弧線動路之往復運動,謂之擺動或搖動。

13. 運動之循環 (Cycle of motion) 當一種機械由一部起始發生運動後,其所含各運動部分必依次各發生一定之運動。且每經過一定之時間後,各部之運動必重複一次。與前次完全相同,周而復始,循環無端。此每一次各部所有之運動,謂之一循環。例如一蒸汽機之曲柄,每當迴轉一周時,活塞桿必繼續變更若干不同之地位。且此種變更,每當曲柄迴轉一週,即依樣重複一次。故每當曲柄迴轉一周之時間,所有相連

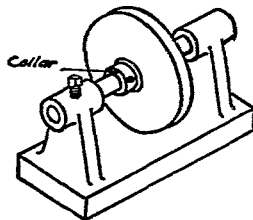
各部之運動，即為運動之一循環。在四衝程 (Four stroke) 之內燃機 (Internal combustion engines)，每當曲柄迴轉兩周時，各部之運動始完全重複一次。故每當曲柄迴轉兩周之時間，方為運動之一循環。

14. 運動之週期 (Period of motion) 一種機械，其一運動循環所占之時間，謂之運動之週期。

15. 迴轉物體 (Revolving bodies) 機械運動中最普通者為繞一軸作迴轉或旋轉運動。迴轉之物體或為圓柱體，或為圓錐體，或具一任何不規則之形狀。所繞之軸，或一面為軸承 (Bearing) 所支持，一面為軸環 (Collar) 所約束而與之同轉，或軸被固定，迴轉物體被軸環所約束而繞軸迴轉。如第 1 第 2 兩圖所示。



第 1 圖



第 2 圖

16. 速率 (Velocity) 一運動物體按一定之動向運動快慢之程度，謂之此物體之速率。為與角速率 (Angular velocity) 易於分別起見，有時稱之為線速率 (Linear velocity)。

在同大之時間內 (每段時間無論小至若何程度)，所

行之距離皆相等者，謂之等速率，否則謂之不等速率或變速率。

如係等速率，則速率之大小，可用所行之距離對於行此距離所用之時間之比表之。如 ΔS 代表所行之距離， Δt 代表行此距離所用之時間， V 代表速率，

$$\text{則 } V = \frac{\Delta S}{\Delta t} \dots\dots\dots (1)$$

如係變速率，則各時刻 (Instant) 之速率均彼此不同。上式只能代表 Δt 時間內之平均速率 (Average velocity)，

$$\text{即平均速率 } V_0 = \frac{\Delta S}{\Delta t} \dots\dots\dots (2)$$

若但就任一時刻言，倘所取之一段時間，在此時刻之前後愈短，則所得之平均速率必愈近於此時刻之速率。故倘使所取之一段時間小至極限 dt ，在此時間內所行之距離為 ds ，則此時刻之速率，

$$V = \frac{ds}{dt} \dots\dots\dots (3)$$

17. 加速率 (Acceleration) 一運動物體之速率對於時間之變化率，謂之此物體之加速率。與速率之性質相同，在同大之時間內 (每段時間無論小至若何程度)，其速率之變化皆相等者，謂之等加速率，否則謂之不等加速率，或變加速率。

如係等加速率，則加速率之大小，可用速率變化之大小對於發生此變化所用之時間之比表之。如 ΔV 代表變化之

速率, Δt 代表發生此變化所用之時間, f 代表加速率,

$$\text{則 } f = \frac{\Delta V}{\Delta t} \dots \dots \dots (4)$$

如係變加速率, 則各時刻之加速率均彼此不同, 上式只能代表 Δt 時間內之平均加速率,

$$\text{即平均加速率 } f_a = \frac{\Delta V}{\Delta t} \dots \dots \dots (5)$$

與速率之性質相同, 若就任一時刻言, 倘所取之一段時間, 在此時刻之前後愈短, 則所得之平均加速率必愈近於此時刻之加速率, 故倘使所取之一段時間小至極限 dt , 在此時間內速率之變化為 dV , 則此時刻之加速率,

$$f = \frac{dV}{dt} \dots \dots \dots (6)$$

$$\text{又因 } V = \frac{dS}{dt}$$

$$\text{故 } f = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2} \dots \dots \dots (7)$$

18. 角速率 (Angular Velocity) 一迴轉運動物體沿一定之圓周迴轉快慢之程度, 謂之此物體之角速率, 在同大之時間內 (每段時間無論小至若何程度) 所迴轉之角度皆相等者, 謂之等角速率, 否則謂之不等角速率或變角速率。

如係等角速率, 則角速率之大小, 可用迴轉之角度對於所用時間之比表之, 如 $\Delta\theta$ 代表迴轉之角度, Δt 代表迴轉此角度所用之時間, ω 代表角速率,

$$\text{則 } \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \dots\dots\dots(8)$$

與線速率之性質相同,若係不等角速率,

$$\text{則平均角速率 } \omega_a = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \dots\dots\dots(9)$$

若所取之一段時間,在某時刻之前後短至極限,則此時刻之角速率 $\omega = \frac{d\theta}{dt} \dots\dots\dots(10)$

角速率之單位,在工程上常用者為每分鐘之迴轉數 (Number of revolutions per minute),簡寫為 r. p. m. 如稱某發動機或某機械之 r. p. m. 為若干,即其軸每分鐘之迴轉數為若干次也,有時亦有用每秒鐘迴轉若干次為角速率之單位者。

研究比較近於理論之問題時,角速率多以每秒鐘或每分鐘若干半徑角 (Radian) 為單位,因半徑角係在圓周上量一段弧線,使其長度恰等於半徑,對中心所有之角度,而全圓周共含 2π 倍半徑,故全圓周共含 2π 半徑角。

但若以度 (Degree) 為角度之單位,全圓周共為 360° , 故每半徑角 $= \frac{360^\circ}{2\pi} = 57^\circ 17' 42''$ (約) $\dots\dots\dots(11)$

或設 d 為一定角度之度數,

θ 為此同一角度之半徑角數,

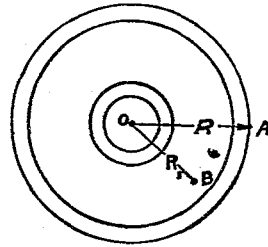
$$\text{則 } \frac{\theta}{2\pi} = \frac{d}{360}, \quad \text{或 } \frac{\theta}{\pi} = \frac{d}{180} \dots\dots\dots(12)$$

一定角度之半徑角數與其度數,可用上式互相換算。

又假設某輪或某軸每分鐘之迴轉數為 N 次,則此輪或此軸之角速率為 N r. p. m. 或 $2\pi N$ 半徑角。

19. 迴轉物體上一點之線速率(Linear velocity of a point on a revolving body) 參看第 3 圖,設 A 為輪周上之一點,輪

之半徑為 R 吋,則每當輪迴轉一周時,輪周上 A 點之線速率(此種方向常變之速率,有時單稱之曰速 speed)必為 $2\pi R$ 吋。如輪每分鐘迴轉 N 次,則輪周上一點每分鐘之線速率必為 $2\pi RN$ 吋。



第 3 圖

或 A 點之線速率 $= 2\pi RN$ 。

又因 A 點之角速率 $= 2\pi N$,

$$\text{故 } \frac{A \text{ 點之線速率}}{A \text{ 點之角速率}} = \frac{2\pi RN}{2\pi N} = \frac{R}{1}$$

或線速率 = 角速率 $\times R$ 。

$$v = \omega R. \dots\dots\dots (13)$$

20. 距迴轉軸距離不同之兩點線速率之比 仍參看前圖,再任取一點 B ,其距迴轉軸之半徑為 R_1 ,

$$\text{則 } \frac{A \text{ 點之線速率}}{B \text{ 點之線速率}} = \frac{2\pi RN}{2\pi R_1 N} = \frac{R}{R_1} \dots\dots\dots (14)$$

即同一迴轉物體上各點之線速率與其距迴轉軸或迴轉中心之距離成正比。

如不在一平面而固定於同一軸上之兩輪，輪上各點線速率之關係亦與此同理。

21. 原動部與從動部 (Driver and follower) 當一機械發生運動時，其起始運動之一部謂之原動部，其最後運動之一部，即吾人預期最後發生某種結果運動之一部，謂之從動部，有時凡互相連結之兩部，當發生運動時，先動者即謂之原動部，後動者即謂之從動部。

22. 機架 (Frame) 一機械不動之部分，除一二較小部分別予以特別名稱外（如導路 Guide 軸承 Bearing 等），其餘統稱之曰機架，所以支持運動各部並約束其運動者也，為便利起見，當研究各運動部分之運動時，多以機架為標準，即假定機架為絕對靜止，其他各部對於機架之運動即為其絕對運動，但事實上機架自身有時對於地球亦有相當之運動。如在火車及輪船上之機架等。不過若假定吾人與機架有同種之運動，即假定與之同行，則在吾人視之，各部之運動與對於靜止之機架固無異也。

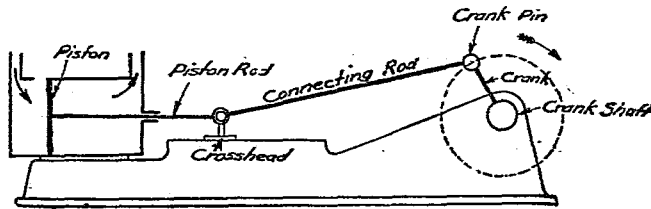
23. 傳動方式 (Modes of transmission) 如不計萬有引力磁力電力等直接作用之性質，則兩物體除直接接觸或由一能傳達運動之別一物體介乎其間，一物體決不能使別一物體發生運動。故普通論之，由原動部至從動部，運動之傳達可分為兩大類：

(一) 由直接接觸 (By direct contact),

(二) 由中間連接物 (By intermediate connectors)。

24. 桿與帶 (Links and bands) 中間連接物可分為堅固與柔軟兩種。堅固者謂之桿。能推能挽，如汽機上之連桿 (Connecting rod) 是。凡桿之原動部與從動部，均須有樞軸或他種關節以資聯貫。柔軟者謂之帶，只能挽不能推，如皮帶繩索等是。一種流體 (Fluid) 若限制於密閉之器中，亦可用以傳達運動，如水壓機內所有之水是。但只能推，不能挽。

25. 機械部分 (Parts of a machine) 一種機械恆因其各部互相關聯之情形，而各有其一定之運動。茲為清晰起見，就普通蒸汽機之主要部分加以研究，如第 4 圖所示。



第 4 圖

凡研究機械各部運動之問題時，為簡單起見，恆不計各部因彈性作用及溫度等所生之極微之變形 (Strain)。即恆視組成之各部，均為固體力學上所假設之剛體 (Rigid body)。

此機之主要部分為機架，丁頭，連桿及機軸 (Crank shaft)。曲柄 (Crank) 與曲柄軸針 (Crank-pin) 因係固定於機軸之上，可視為與機軸係一體。活塞 (Piston) 與活塞桿 (Piston rod) 則係

與丁頭發生同樣之運動,可視為與丁頭係一體。

丁頭因受固定於機架上之直線導路所約束,恆依直線往復運動。機軸則受固定於機架上之環形軸承(Bearing)所約束,只能發生迴轉運動。欲使丁頭之往復運動變為機軸之迴轉運動,須使各連於同一連桿之上,即於丁頭與曲柄上各置一軸針,使桿之兩端,分套於其上。當丁頭往復運動時,使兩軸針在連桿兩端之環孔中迴轉。結果曲柄軸針之迴轉運動,遂傳達於機軸亦使之發生迴轉運動。

凡此種因各部對於機架關聯之情形與各部彼此互相關聯之情形,使機械各部各有其一定運動之性質,實為各種機械所同具。

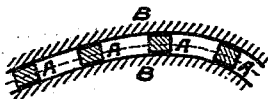
26. 面接觸與線接觸(Surface contact and line contact)

在普通機械,為抵抗壓力與減輕損傷起見,凡有相對運動之兩部,以使其接觸之處為面接觸較為相宜。前段所述之普通蒸汽機即其一例。丁頭對於導路係沿一平面或數平面彼此接觸。機軸對於軸承,連桿對於曲柄軸針及丁頭軸針(Cross-head pin),活塞對於汽缸(Cylinder),則皆係沿一筒狀面彼此接觸。又丁頭對於導路,活塞對於汽缸係面接觸之直線運動。其餘則係面接觸之迴轉運動。在螺旋運動,則兩部有相對之迴轉運動以外,同時更有相對之直線運動(可視為迴轉運動與直線運動相合併)。其接觸之情形亦係面接觸。

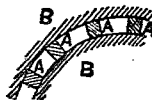
除此三種運動以外,則兩部相對之運動既由於直接接

觸,其接觸之情形復係面接觸,實際上為不可能。茲解釋之如下。

如第 5 圖,設 A 物體對於 B 物體運動,並使恆沿虛線所表示之動路,則將 A 物體相繼置於虛線上不同之地位,並在 B 物體上沿 A 上下兩邊各畫一線,使與 A 相接觸,則 B 物體上應切之槽形可以得出。如將 A 物體置此槽中而移動之,則 A 物體必為此槽形所限制而沿預定之虛線運動,但所切之槽形係任意之一曲線,其各點之曲率各不相同,則 A 物體決不能與 B 物體為永久之面接觸。如在某點完全適合,在其他各點,非失之鬆動,則互相妨礙。

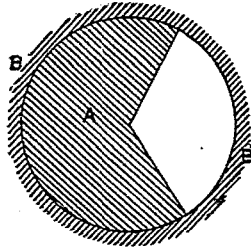


第 5 圖

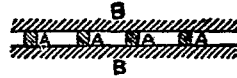


第 6 圖

如第 6 圖,若 A 物體所行之動路恰為一圓, B 物體上之槽形,其內外兩面亦各為一圓,則 A 物體如在某一地位適合,在其餘所有地位亦必完全適合,如此則面接觸可以連續。且 A 物體更不限定只向同一方向迴轉,亦可沿圓槽之一部往復擺動。且就此種運動之性質言,即使 A 物體充滿槽之外圓,或占外圓內之大部,均無不可,如第 7 圖,惟均變為一種迴轉運動。



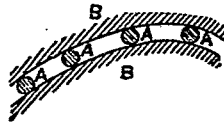
第 7 圖



第 8 圖

又槽之半徑若大至無限，則圓之一部即成爲一段直線，如第 8 圖。 A 物體之運動，即成爲一種直線運動，而接觸當然可以繼續。

又如第 9 圖，若 A 物體之外形，係一段圓柱， B 物體上之槽即爲任意之一曲線形， A 物體在各位置均能與 B 物體相接觸。惟所異者接觸



第 9 圖

之情形係線接觸而非面接觸耳，故就理論言之，線接觸可得到任意之曲線運動，但就接觸處壓力分配之情形與損傷之程度言，則遠不若面接觸耳。

27. 機件之運動副 (Kinematic pairs of elements) 凡機械之一件被別一件所限制，而沿一定之動路運動，則此兩件謂之一運動副。

28. 合副或低副 (Closed or lower pair) 凡兩件接觸之

情形係面接觸者，謂之合副或低副。低副只有三大類：

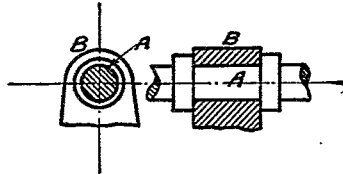
(a) 只有直線運動者，謂之滑動副(Sliding pair)如第10圖。

(b) 只有迴轉運動者，謂之迴轉副(Turning pair)如第11圖與第12圖。

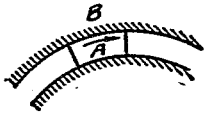
(c) 合直線運動與迴轉運動而為一者，謂之螺旋副(Screw pair)如第13圖。



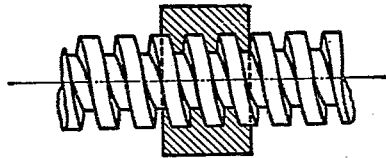
第 10 圖



第 11 圖



第 12 圖



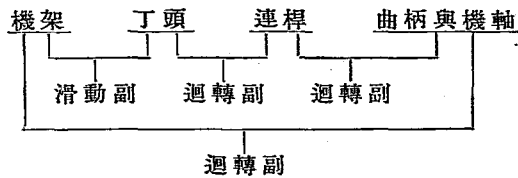
第 13 圖

29. 高副 (Higher pair) 凡兩件接觸之情形係線接觸者，謂之高副。齒輪凸輪 (Cam) 等，其最著者。

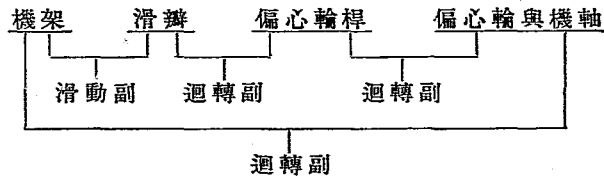
30. 運動鍊 (Kinematic chains) 如數運動副連續組成一體，其中任一件均為前後兩副所公有，且一件運動，其餘各

件即隨之各發生一定之相對運動者,則此組合體即謂之一運動鍊。

仍以普通蒸汽機為例,組成蒸汽機主要之四件為機架,丁頭,連桿及機軸,且每一件均為前後兩副所公有,如下表:



其管理開合汽門之機件,亦組成一運動鍊,如下表:



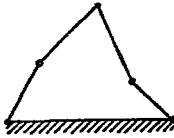
31. 不完全之運動副(Incomplete pairs) 以上所論,係假定組成一運動副之兩件彼此間互相限制之情形皆屬完全,即兩件之任何一件均能完全限制其餘之一件也,但有時為保持一副之關係,只需要一方向之力即足,他方向之力毫無必要,如機車 (Locomotive) 之軸承,水輪之軸托,鉋床 (Planer) 之導路,火車車輪之沿軌道而行等等,皆為不完全之運動副之實例,在此種運動副,兩件彼此限制之情形不完全,只由外力,如重力等等,保持其繼續接觸。

32. 運動鍊中所含之運動副數與件數之關係 一運動鍊係由數個運動副組合而成,但數個運動副未必定能組成一運動鍊。

如第14圖,由四桿之兩端彼此連貫,動其一桿,則各桿各有其一定之運動,故此四桿組成一運動鍊。但如第15圖,五桿之兩端,彼此連貫,當一桿起始運動,其餘各桿之運動殊不一定,故雖由數個運動副所組成,然實不能構成一運動鍊,尤不宜採用為一種機械也。若如第16圖,由三桿之兩端彼此連貫,則彼此合為一體。一件固定,則全體固定,一件運動,則全體整個運動。易言之,即相對運動已屬不可能,蓋此種組合,實為一



第 14 圖



第 15 圖



第 16 圖

堅固之架,可用作建築之部分,而不能用之為一機械也。就以上三例察之,可知欲由數個運動副組成一運動鍊,則運動副數與件數須有一定之關係,如運動副數一定(亦即連貫處之數目一定),若件數失之少,則使組合各部運動無定,若件數失之多,則使組合各部構成一堅固之架,運動不能發生,就多數運動鍊研究之結果,可得下列公式。

$$L = 2P - 4 \dots \dots \dots (15)$$

式中 L 代表組合之件數。

P 代表運動副數。

如數個運動副互相組合，與上式相符，則成爲一種完全之運動鍊。若件數失之多或失之少，則運動鍊不能構成。

又計算副數時，須按下列兩層之規定：

- (1) 對於每件所計算之副數不許超過 2。
- (2) 每副只計算一次，不許重複。

如第 14 圖，共含有四個運動副，即 P 之數目爲 4，故件數

$$L = 2 \times 4 - 4 = 8 - 4 = 4, \text{ 與上式相合。}$$

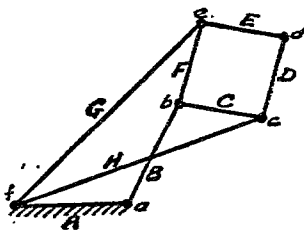
第 17 圖，係一種直線運動機構

(詳後)。由八桿互相連貫而成，共合六個運動副，故其件數

$$L = 2 \times 6 - 4 = 8, \text{ 與上式相合。}$$

如含有滑動副，則須與迴轉副同樣處理。如前第 4 圖，所表示之普

通蒸汽機，共合四件，即機架，丁頭，連桿及機軸。又共合四運動副，即三迴轉副與一滑動副，故 $L = 4$ ， $P = 4$ ，亦與上式相合。



第 17 圖

習 題

1. 將每點 45 哩 (Miles) 之速率變爲每秒鐘若干呎。每分鐘迴轉 80 次之角速率變爲每秒鐘若干半徑角。
2. 直徑 6 呎之輪，其圓周上一點之速率爲每分鐘 4200 呎。同

距輪心 2 呎之一點其速率爲何。

3. 一皮帶輪每分鐘迴轉 400 次，輪輻上某點之速率爲每分鐘 4000 呎，問此點距輪心之距離爲何。

4. 一直徑 8 呎之飛輪，裝置於一發動機之機軸上，此機每分鐘之衝程數 (Number of strokes) 爲 500，問飛輪圓周上一點之角速率與速率各爲何。

5. 一機車每點鐘行 40 哩，其原動車輪之直徑爲 72 吋，活塞一衝程之距離爲 24 吋，問曲柄軸針 (Crank pin) 每分鐘之平均速率爲若干呎。

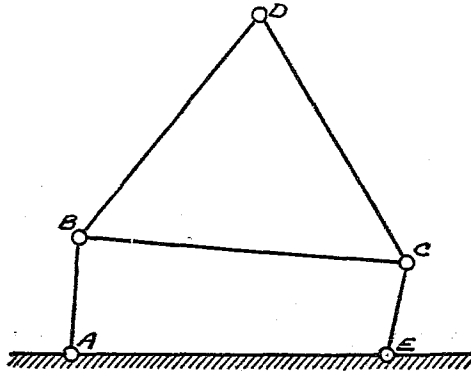
6. 一發動機每分鐘之迴轉數爲 150 次，其曲柄軸針之速率爲每分鐘 2400 呎，問曲柄之長度爲若干呎。

7. 兩輪相距 28 吋，其上各裝置一磨擦輪 (Friction wheel)，使彼此接觸，傳送轉動，若兩輪之速比爲 7:5，且接觸處不生滑動，問兩輪之直徑各爲若干吋。

8. 鐵鋼之速率假定不得超過每分鐘 80 呎，如欲鑽一直徑 6 吋之鋼軸，問此軸每分鐘之迴轉數須爲若干次。

9. 一賽跑汽車，其車輪之直徑爲 36 吋，如此車每點鐘行 72 哩，問車輪每分鐘之迴轉數若干 (不計滑動)；又倘依此速率前進，車輪上距輪心 12 吋之一點，其速率爲每分鐘若干呎。

10. 如第 18 圖，設 $AE=6$ 吋； $BC=6\frac{1}{4}$ 吋； $BD=CD=5\frac{1}{2}$ 吋； $AB=2\frac{3}{16}$

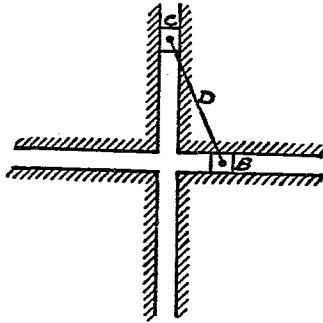


第 18 圖

吋； $EC=1\frac{11}{16}$ 吋。當曲柄 EG 運轉一週時，試求 D 點之動路。

11. 參看前第 4 圖，設曲柄之長為 1 呎，連桿之長為 3 呎，當曲柄運轉一週時，試求曲柄軸針，丁頭軸針及連桿上距曲柄軸針 1 呎與 2 呎處兩點之動路(畫圖時用 1 吋代表 1 呎)。

12. 參看第 19 圖，設 BC 桿之長為 4 吋， B 點水平左右運動時， C 點發生垂直上下運動，倘 B 點由最右端移向最左端，再由最左



第 19 圖

端移向最右端，試求 BC 桿上距 B 點 1 吋，2 吋與 3 吋之三點之動路。

第二章 工作之定理與其例證

33. 作力與抵力(Effort and resistance) 就機械之定義觀之,知無論何種機械,均須於原動部繼續加以相當之力,其從動部始能發生一定之效果或工作。又從動部所發生之效果或工作,普通多可認為係戰勝一種抵力,在原動部所加之力,謂之作力,在從動部所戰勝之抵力,有時稱之曰重力(Weight),有時稱之曰載荷(Load),普通則統稱之曰抵力(Resistance)。

34. 力比(Force ratio)或機械之利(Mechanical advantage) 任一機械,當起始運動以後,其抵力對於其作力之比,謂之該機械之力比,如 W 代表抵力, P 代表作力,

$$\text{則力比} = \frac{\text{抵力}}{\text{作力}} = \frac{W}{P} \dots\dots\dots(16)$$

普通機械,力比多大於一,即抵力多大於作力,然亦有少數例外。

35. 速比(Velocity ratio) 任一機械,當起始運動以後,在同一時間內,作力施力點所行之距離對於抵力施力點所行之距離之比,謂之速比。如 D_1 代表一定時間內作力施力點所行之距離, D_2 代表在同一時間內抵力施力點所行之距離。

$$\text{則速比} = \frac{\text{作力施力點所行之距離}}{\text{抵力施力點所行之距離}} = \frac{D_1}{D_2} \dots\dots (17)$$

36. 工作之定理 (Principle of work) 倘機械本身之重不計,且相對運動各部亦假定為絕對光滑,無磨擦力以消耗工作時,則其力比恆與其速比相等。

$$\text{即} \frac{\text{抵力}}{\text{作力}} = \frac{\text{作力施力點所行之距離}}{\text{抵力施力點所行之距離}} \text{或} \frac{W}{P} = \frac{D_1}{D_2} \dots (18)$$

或作力 \times 作力施力點所行之距離 = 抵力 \times 抵力施力點所行之距離。但作力 \times 作力施力點所行之距離 = 作力所成之工作,或稱之曰加入機械之工作。抵力 \times 抵力施力點所行之距離 = 對抵力所作之工作,或稱之曰由機械得出之工作。

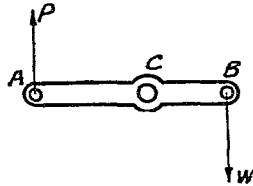
故無論用何種機械,倘其本身之重不計,且相對運動各部亦假定為無磨擦力時,則作力所成之工作恆等於對抵力所作之工作。或加入機械之工作恆等於由機械得出之工作,此謂之工作之定理。

如機械之力比大於一,是作力小於抵力,然在同一時間內,作力施力點所行之距離,必大於抵力施力點所行之距離,且二者恆依同一之比例焉。故無論用何種機械,得之於力者,必失之於速,得之於速者,必失之於力。蓋工作本與能力相當,固不能無因而增多也(實際上機械本身之重及各部之磨擦力恆消耗一部分工作)。

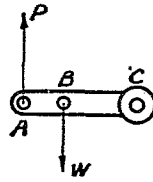
37. 機械效率 (Efficiency of a machine) 無論何種機械。

由機械得出之工作對於加入機械之工作之比，謂之機械效率。就前段觀之，倘不計機械各部本身之重與磨擦力，則二者之比，應恆等於一，即機械效率等於100%也。惟實際上兩種關係，皆不能免，故恆有一部分加入之工作，為所消耗，即機械效率恆小於一或恆小於100%也。

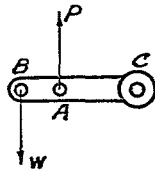
38. 槓桿 (Lever) 槓桿由一整固之桿與一軸組成，只具一迴轉副，機械中最簡單者也。就桿之形狀，分為直槓桿與曲槓桿兩種，如第20至第23圖所示。



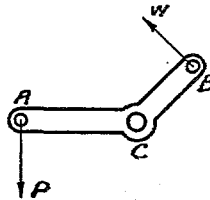
第 20 圖



第 21 圖



第 22 圖



第 23 圖

在各槓桿中，如 C 點代表軸之中心， P 代表作力， W 代表抵力， AC 代表作力施力線距軸心之垂直距離， BC 代表抵力施力線距軸心之垂直距離，倘不計槓桿本身之重與磨擦力，

則 $P \times AC = W \times BC$,

$$\text{或 比力} = \frac{W}{P} = \frac{AC}{BC}.$$

又就各圖觀之,在同一時間內,作力施力點所行之距離對於抵力施力點所行之距離之比,必等於 AC 對於 BC 之比。

即速比亦為 $\frac{AC}{BC}$ 。

39. 起重滑車 (Pulley-blocks for hoisting) 如第 24 圖設 P 代表所加之作力, W 代表所起之重, AB 兩滑車,能繞下部繫重架上之一軸迴轉。 CD 兩滑車,能繞上部固定架上之一軸迴轉。繩索之一端,固定於上部之架上,繞過四滑車後,由下端加力,重量即因之升起。

如滑車與繩索之重及各部磨擦力,均置之不計,則力比可求之如下:一就圖上觀之,可知抵力 W 被下部四段繩索所繫定。故 W 等於四段繩索所受牽力之和。又因四段原係一條,故每段上之牽力,必各等於 P , 即抵力 W 等於 $4P$ 。

$$\text{或力比} = \frac{\text{抵力}}{\text{作力}} = \frac{4P}{P} = 4.$$

即用一倍之力,可起四倍之重也。

又就圖上觀之,倘 W 上升一呎,則四段繩索,須各縮短一



第 24 圖

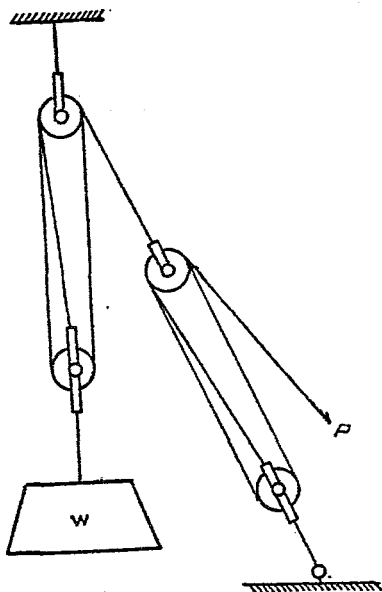
呎,即作力 P 須下降四呎。

$$\text{即速比} = \frac{\text{作力施力點所行之距離}}{\text{抵力施力點所行之距離}} = \frac{4}{1} = 4.$$

40. 起重滑車之組合

倘將兩個起重滑車,組合用之,其力比更大。如第25圖,將第一起重滑車之作力,易為第二起重滑車之抵力, P 為最後所加之作力, W 為所起之重。

就前段之理推之,第一起重滑車之力比必為3。即其作力應為起重之三分之一。第二起重滑車之力比必為4。即其作力應為其抵



第 25 圖

力四分之一。故組合後,作力 P 為起重之 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ 。

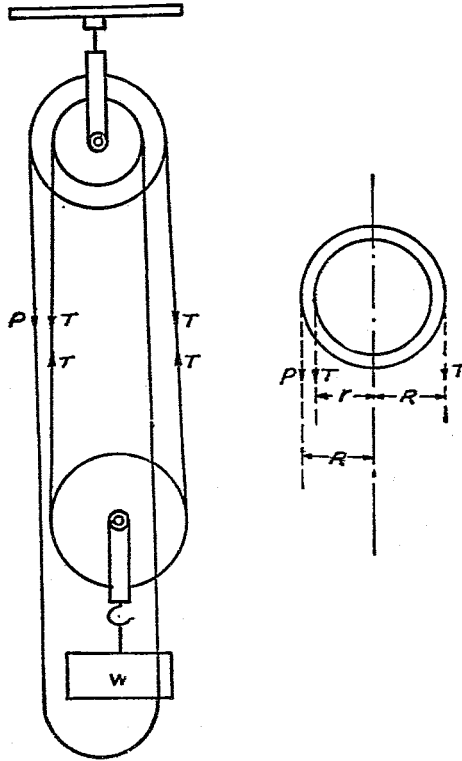
即力比 = 12 也。

又就圖上觀之,倘 W 上升一呎,第一起重滑車之作力,須下降 3 呎,第二起重滑車上部之各段,須各縮短 3 呎,故 P 須下行 12 呎。

即速比亦為12也。

41. Weston 較差滑車 (Weston differential pulley-block)

此較差滑車係由相連同軸直徑不同之二定滑車及一動滑車而成。又有連續之鍊條一，其經過各滑車之狀況，略如第26圖所示。



第 26 圖

自 P 點起,先經過定滑車中之大者,次繞動滑車,然後經過定滑車中之小者,復下行與 P 點遇,定滑車之週圍,具若干齒狀突起,與鍊條之環相銜接,使鍊條不致滑動,加力 P 於鍊條之 P 點,繫重 W 於動滑車之下。

如 R 爲大定滑車之半徑, r 爲小定滑車之半徑, T 爲經過動滑車之兩段鍊條上之牽力,則其力比可求之如下:—

因 W 爲 T T 兩牽力所繫,故 $2T=W$ 。

又就各力繞定滑車軸之力率計之。

$$\text{則 } P \times R + T \times r = T \times R$$

$$\text{或 } P = \frac{T(R-r)}{R} = \frac{W}{2} \times \frac{R-r}{R} = \frac{W(R-r)}{2R}$$

$$\text{故力比} = \frac{W}{P} = \frac{2R}{R-r} \dots\dots\dots (19)$$

就上式觀之,可知 R 與 r 相差愈少,則力比愈大。

此較差滑車之速比,可求之如下:—

如定滑車迴轉一週,作力 P 下降之距離 $= 2\pi R$ 。

鍊條向大定滑車纏繞之部分 $= 2\pi R$ 。

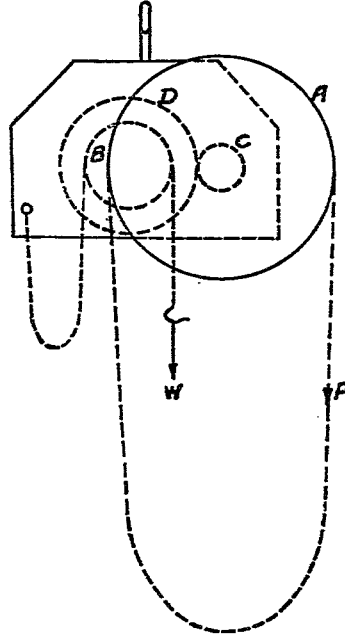
鍊條由小定滑車撤下之部分 $= 2\pi r$ 。

鍊條經過動滑車之部分必縮短 $2\pi(R-r)$ 。

$$W \text{ 上升之距離} = \frac{1}{2} \times 2\pi(R-r) = \pi(R-r)。$$

$$\text{故速比} = \frac{\text{作力所行之距離}}{\text{抵力所行之距離}} = \frac{2\pi R}{\pi(R-r)} = \frac{2R}{R-r} \dots\dots (20)$$

42. Morrie 起重機 此機之構造,如第27圖所示。 A 爲作力輪, B 爲抵力輪, C 與 D 爲互相銜接之二齒輪, D 與 B 在一軸上, C 與 A 在一軸上, 又 A B 二輪, 周緣各有齒狀突起, 與鍊環相銜, 故加力於 A 輪之鍊條, B 輪鍊條上所繫之重, 即因之提起。



第 27 圖

如 P 爲作力, W 爲所起之重, R_1 爲 A 輪之半徑, R_2 爲 B 輪之半徑, n_1 爲 C 齒輪之齒數, n_2 爲 D 齒輪之齒數, 其速比可求之如下:—

倘 A 輪旋轉一週。

$$P \text{ 下降之距離} = 2\pi R_1$$

$$C \text{ 齒輪旋轉之數} = 1$$

$$D \text{ 齒輪前進之齒數} = n_1$$

$$D \text{ 齒輪旋轉之數} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$B \text{ 輪旋轉之數} = -\frac{n_1}{n_2}$$

$$W \text{ 上升之距離} = \frac{n_1}{n_2} \times 2\pi R_2$$

$$\begin{aligned} \text{故速比} &= \frac{\text{作力所行之距離}}{\text{抵力所行之距離}} = \frac{2\pi R_1}{\frac{n_1}{n_2} \times 2\pi R_2} \\ &= \frac{n_2 R_1}{n_1 R_2} \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

倘不計機械本身之重與磨擦力,其力比可求之如下:—

設輪齒上所傳達之推力 = F (施力點經過二輪之節點)

C 齒輪節圓之半徑 = r_c (節點節圓等名詞詳後)。

D 齒輪節圓之半徑 = r_d 。

按力率或槓桿定理,

$$P \times R_1 = F \times r_c, \text{ 或 } F = \frac{PR_1}{r_c} \dots\dots\dots (1)$$

$$W \times R_2 = F \times r_d, \text{ 或 } F = \frac{WR_2}{r_d} \dots\dots\dots (2)$$

從(1)與(2)兩式得

$$\frac{PR_1}{r_c} = \frac{WR_2}{r_d}$$

$$\text{故力比} = \frac{\text{抵力}}{\text{作力}} = \frac{W}{P} = \frac{r_d R_1}{r_c R_2}$$

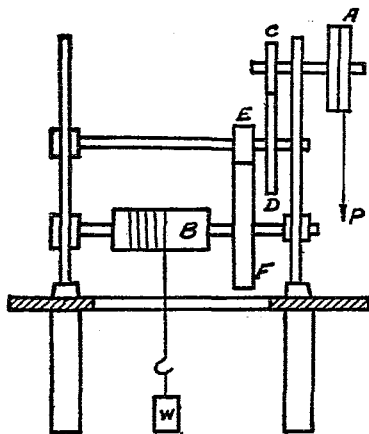
又按齒輪定理,互相銜接之二齒輪,其齒節須相等,齒節相等之齒輪,其節圓之半徑,恆與其齒數成正比。(詳後)

$$\text{即 } \frac{r_d}{r_c} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\text{故力比} = \frac{W}{P} = \frac{n_2 R_1}{n_1 R_2} \dots\dots\dots (22)$$

43. 捲揚機 (Windlass) 此機之構造,可用第 28 圖代表

之, A 爲作力輪, B 爲抵力輪, $CDEF$ 爲四齒輪, C 與 A 同軸, F 與 B 同軸, DE 固定於別一軸, C 與 D 相銜接, E 與 F 相銜接。加力於作力輪之繩索, 則抵力輪繩索上所繫之重即因之升起。



第 28 圖

如作力爲 P , 所起之重爲 W , 作力輪之半徑爲 R_1 , 抵力輪之半徑爲 R_2 , $CDEF$ 四齒輪之齒數爲 $n_1 n_2 n_3 n_4$ 其速比可求之如下:—

倘作力輪旋轉一週,

則作力 P 下降之距離 $= 2\pi R_1$

C 齒輪旋轉之數 $= 1$

D 齒輪前進之齒數 $= n_1$

D 齒輪旋轉之數 $= \frac{n_1}{n_2}$

E 齒輪旋轉之數 $= \frac{n_1}{n_2}$

F 齒輪前進之齒數 $= \frac{n_1}{n_2} \times n_3$

F 齒輪旋轉之數 $= \frac{n_1}{n_2} \times \frac{n_3}{n_4}$

$$\text{抵力輪旋轉之數} = \frac{n_1 n_3}{n_2 n_4}$$

$$W \text{ 上升之距離} = \frac{n_1 n_3}{n_2 n_4} \times 2\pi R_2$$

$$\begin{aligned} \text{故速比} &= \frac{\text{作力 } P \text{ 所行之距離}}{\text{抵力 } W \text{ 所行之距離}} = \frac{2\pi R_1}{\frac{n_1 n_3}{n_2 n_4} \times 2\pi R_2} \\ &= \frac{n_2 n_4 R_1}{n_1 n_3 R_2} \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

倘不計機械自身之重與磨擦力,其力比可求之如下:—

設 CD 二輪輪齒上所傳達之推力 = F_1

EF 二輪輪齒上所傳達之推力 = F_2

$CDEF$ 四齒輪節圓之半徑為 $r_1 r_2 r_3 r_4$

據力率或槓桿定理

$$P \times R_1 = F_1 \times r_1 \dots\dots\dots (1)$$

$$F_1 \times r_2 = F_2 \times r_3 \dots\dots\dots (2)$$

$$F_2 \times r_4 = W \times R_2 \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{從 (1) 式得 } F_1 = \frac{PR_1}{r_1}$$

$$\text{從 (3) 式得 } F_2 = \frac{WR_2}{r_4}$$

將 F_1 與 F_2 之值代入 (2) 式得

$$\frac{PR_1 r_2}{r_1} = \frac{WR_2 r_3}{r_4}$$

$$\text{故力比} = \frac{W}{P} = \frac{r_2 r_4 R_1}{r_1 r_3 R_2}$$

與前段同理,互相銜接之二齒輪,其節圓之半徑,恆與其齒數成正比。

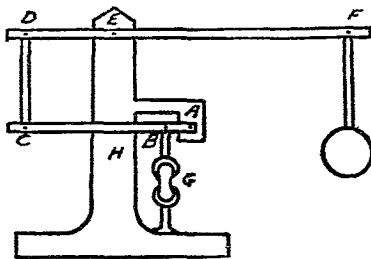
$$\text{即 } \frac{r_2}{r_1} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \frac{r_4}{r_3} = \frac{n_4}{n_3},$$

$$\text{故力比} = \frac{n_2 n_4 R_1}{n_1 n_3 R_2} \dots \dots \dots (24)$$

習 題

1. 試述工作之定理,並舉一二實例以證明之。

2. 第 29 圖,表示一試驗洋灰牽力之機械, G 為標本,其中圓之橫斷面積為一方吋。 H 為機架,借 ABC 與 DEF 兩槓桿之作用,加較小之重 W 於 F , 可生較大之力於 B 。如 $AB=2$ 吋, $BC=8$ 吋, $DE=6$ 吋, $EF=24$ 吋,倘 F 處之重,繼續增至 40 磅時,標本恰被牽斷。問此種洋灰每方吋能受之最大牽力為若干磅。



第 29 圖

3. 試述 Weston 較差滑車之構造,並求其力比。如

大定滑車之半徑為 18 吋,小定滑車之半徑為 17 吋。倘加作力 100 磅,如不計機械本身之重與磨擦力,問能起重若干磅。

4. 試述 Morrie 氏起重機之構造,並求其力比,如作力輪之半徑為 12 吋,抵力輪之半徑為 8 吋,與作力輪同軸之齒輪,其齒數為 16,與抵力輪同軸之齒輪其齒數為 80。如不計磨擦力與鍊條之重,倘加作力 100 磅,問能起重若干磅。

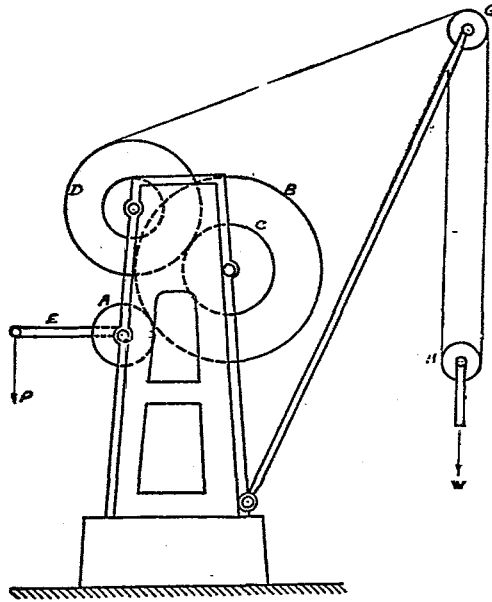
5. 試述捲揚機之構造,並求其力比。如第 28 圖,設 A 輪之半徑為 12 吋, B 輪之半徑為 5 吋, CDE 四齒輪之齒數等於 12, 30, 15, 90, 如不計磨擦力,倘欲起重 6000 磅,問須加作力若干磅。

6. 一較差滑車,如不計磨擦力,用 30 磅之作力,能起 1500 磅

之重，試求大定滑車之半徑對於小定滑車之半徑之比。

7. 一較差滑車，其小定滑車之直徑為 12 吋，如將加力處之鍊條向下牽引 7 呎時，重量只能上升 6 吋。問大定滑車之直徑應為若干吋，又如不計鍊條與滑車本身之重與磨擦力，問加力 40 磅，能起重若干。

8. 第 30 圖，表示一普通起重機。 $A B C D$ 為四齒輪， A 輪上附有運轉柄 E ， D 軸上附有纏繞軸 F ， G 為一定滑車， H 為一動滑車，用力迴轉 E 柄，動滑車下所繫之重，即因之提起。如作力為 P ，懸



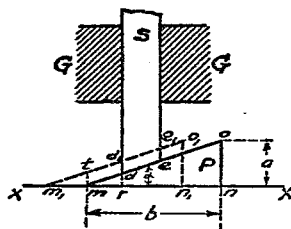
第 30 圖

重為 W ，運轉柄之長為 R_1 ，纏繞軸之半徑為 R_2 ，四齒輪之齒數為 n_1 n_2 n_3 n_4 試求其力比與速比。

第三章 螺旋

44. 斜面 (Inclined plane) 如第31圖,設 P 為一斜面,其下面 $m n$ 係一水平面,置於一水平面 $X X$ 上,並能沿之移動。其上面 $m o$ 則與水平面成一定之斜度,其背面 $n o$ 與 $m n$ 垂直。

S 為一滑桿,可沿導路 G 上下滑動,其下端與 P 之上面有同一之斜度。



第 31 圖

將 S 置於 P 上,設 P 向左移動一段距離 $m m_1$,至虛線所表示之地位。 S 必向上移動 $d d_1$ 一段

距離,倘 P 之長 b 與其高 a 已知,則每當 P 向左移動一定之距離時, S 向上移動之距離,不難計算而得。

畫垂線 $m t$ 與 $m_1 o_1$ 相遇於 t ,則 $m t = d d_1$, 因係一平行四邊形之兩對邊。

又因 $m_1 m t$ 與 $m_1 n_1 o_1$ 為相似三角形。

$$\text{故 } \frac{m t}{o_1 n_1} = \frac{m m_1}{m_1 n_1}$$

但 $o_1 n_1 = on,$

$m t = d d_1$

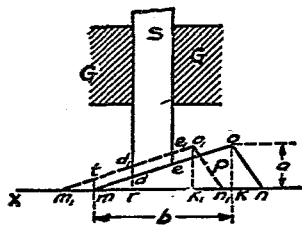
$m_1 n_1 = m n,$

故 $\frac{d d_1}{o n} = \frac{m m_1}{m n},$

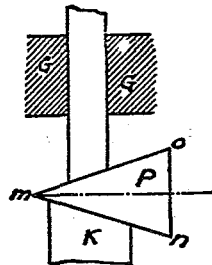
或 $d d_1 = m m_1 \times \frac{on}{mn} = m m_1 \tan \alpha \dots\dots\dots(25)$

即滑桿上升之距離,恆等於斜面移動之距離乘斜面高對長之比,或滑桿上升之距離,恆等於斜面移動之距離乘傾斜度之正切(tangent)。如第32圖,若斜面之背面no不與mn垂直,則計算S上升之距離時,除用垂直線oK代替no及mK代替mn以外,其餘並無差異。

如第33圖,若斜面之形狀不但上部有一斜面,其下部之面亦係傾斜,並置於一固定之斜面K上,則斜面向左移動時,其本身上升已足使S發生上升之運動,再因上部斜面之故,S上升之距離更因之增加,故在此種情形之下,S上升之總



第 32 圖



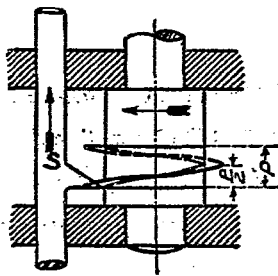
第 33 圖

距離，爲此兩種運動之和，又以上所得之結果，僅限於 S 運動之方向，恰與斜面運動之方向垂直時，方能適用。

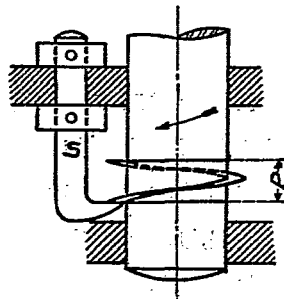
45. 螺旋線 (Screw threads) 在第31圖之斜面 mo 上，如覆以用柔軟物質製成之極薄狹條，並使纏繞於一圓柱上。圓柱之圓周，適等於 b 之長度，且當其纏繞時，仍使保持原來對於水平之傾斜度，則代表原來斜面之狹條，必成爲螺旋形如第34圖所示。

設滑桿 S 橫出一尖，止於狹條之面上，則當圓柱按箭頭之方向迴轉時， S 必被升起，蓋此時螺旋形之面，對於 S 之作用，與第31圖上之斜面對於滑桿之作用，完全相同也。當圓柱迴轉一整周時， S 上升之距離爲 P 。迴轉半周時， S 上升之距離爲 $P/2$ ，其餘依此類推。

如第35圖， S 桿固定不動，其下部亦橫出一尖，圓柱則於迴轉之外，同時更能向一端運動，圓柱之全重，由螺旋線狹片



第 34 圖

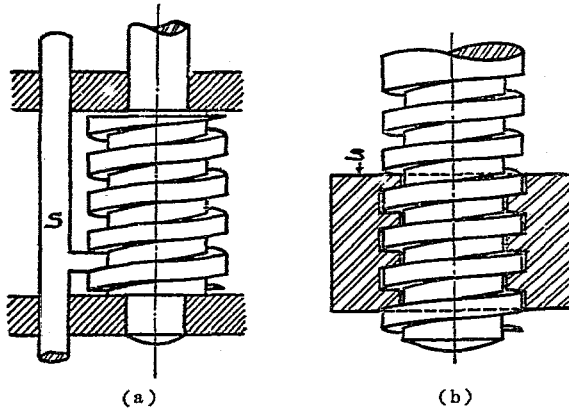


第 35 圖

之底面，傳達於 S 之橫尖上，此時若使圓柱沿箭頭所示之方向迴轉一周，則其本身必向下行一段距離 P 。

第36圖 (a)，亦表示一狹條，纏繞於一圓柱之上。其纏繞之方法，與前相同，所異者，只狹條較厚且纏繞之次數較多耳。

在實際上，係於一定直徑之金屬圓柱上切去一螺旋槽，則各槽間所餘之部分，即為前述之螺旋狹條，如第36圖 (b)。

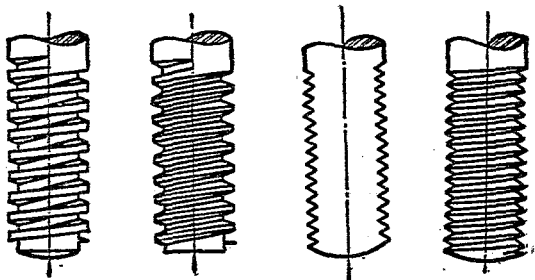


第 36 圖

經過此種工作後之圓柱，即謂之一螺旋 (Screw)，其突起之部，即前所稱之螺旋狹條者，謂之螺旋線 (Screw thread)。此種螺旋對於其從動部之作用，與第34第35兩圖所述之情形，毫無差異，即螺旋如在一定之位置迴轉，從動部即因之上下移動，如從動部在一定之位置不動，則螺旋當迴轉時，同時本身必上下移動。

又螺旋線與從動部接觸之處，實際上亦非只橫出之一部，而為從動部內切有同一大小，同一斜度，同一式樣之螺旋線孔，使恰與螺旋線相符合。備有此種螺旋線孔之圓柱或任何形狀之機件，謂之螺旋母 (Screw nut)。

46. 螺旋線之種類 (Forms of screw threads) 螺旋線之種類，最普通者，有第37至第40圖所表示之數種。



第 37 圖

第 38 圖

第 39 圖

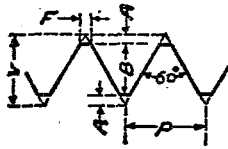
第 40 圖

第37圖所表示者，謂之方線 (Square thread)，多用以支持或運動一種重量，如螺旋起重器 (Screw jack 俗名千斤，日譯螺旋扛重器)。第38圖所示者，謂之改良方線 (Acme thread)，與方線螺旋極相似，惟線兩邊微行傾斜，使螺旋線比較強固，且易使兩半之螺旋母合併於其上，或由之取下，多用鐵床上之導軸 (Lead screw，俗名絲槓) 及刀架等處。

第39第40兩圖所示者，謂之V形線 (V thread)，無論在機械上或在建築上，用以連絡兩部時，多用之。此兩種除角度及

線尖線底之形狀微有差異外,其餘大致相同。

第41至第44圖及附屬各表,表示各種螺旋線各部之標準比例:—



美國標準螺旋線

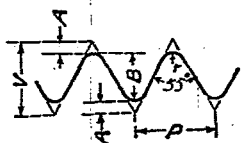
$$A = \frac{V}{8}, F = \frac{P}{8},$$

$$B = \frac{3}{4}V = \frac{5}{8}P \text{ (約)}$$

第 41 圖

螺旋直徑	每吋線數	螺旋直徑	每吋線數	螺旋直徑	每吋線數	螺旋直徑	每吋線數
$\frac{1}{4}$	20	$\frac{7}{8}$	9	2	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{4}$
$\frac{5}{16}$	18	$\frac{15}{16}$	9	$2\frac{1}{4}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{3}{4}$	$2\frac{5}{8}$
$\frac{3}{8}$	16	1	8	$2\frac{1}{2}$	4	5	$2\frac{5}{8}$
$\frac{7}{16}$	14	$1\frac{1}{8}$	7	$2\frac{3}{4}$	4	$5\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	13	$1\frac{1}{4}$	7	3	$3\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{8}$
$\frac{9}{16}$	12	$1\frac{3}{8}$	6	$3\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{2}$	$5\frac{3}{4}$	$2\frac{3}{8}$
$\frac{5}{8}$	11	$1\frac{1}{2}$	6	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{4}$	6	$2\frac{1}{2}$
$\frac{11}{16}$	11	$1\frac{5}{8}$	$5\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$	3		
$\frac{3}{4}$	10	$1\frac{3}{4}$	5	4	3		
$\frac{13}{16}$	10	$1\frac{7}{8}$	5	$4\frac{1}{4}$	$2\frac{7}{8}$		

Whitworth 或英國標準螺旋線



第 42 圖

$$A = \frac{V}{6} = 0.16 P,$$

$$B = 0.64 P,$$

$$r = 0.137 P.$$

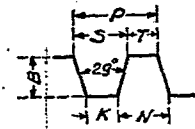
螺旋直徑	每吋線數	螺旋直徑	每吋線數	螺旋直徑	每吋線數	螺旋直徑	每吋線數
$\frac{1}{4}$	20	$\frac{3}{4}$	10	$1\frac{1}{2}$	6	3	$3\frac{1}{2}$
$\frac{5}{16}$	18	$\frac{13}{16}$	10	$1\frac{5}{8}$	5	$3\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{4}$
$\frac{3}{8}$	16	$\frac{7}{8}$	9	$1\frac{3}{4}$	5	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{4}$
$\frac{7}{16}$	14	$\frac{15}{16}$	9	$1\frac{7}{8}$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$	3
$\frac{1}{2}$	12	1	8	2	$4\frac{1}{2}$	4	3
$\frac{9}{16}$	12	$1\frac{1}{8}$	7	$2\frac{1}{4}$	4		
$\frac{5}{8}$	11	$1\frac{1}{4}$	7	$2\frac{1}{2}$	4		
$1\frac{1}{16}$	11	$1\frac{3}{8}$	6	$2\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$		

Acme 線

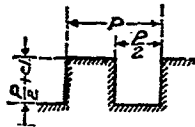
每吋線數	<i>B</i>	<i>T</i>	<i>K</i>	<i>S</i>	<i>N</i>
16	0.048	0.023	0.018	0.039	0.044
10	0.060	0.037	0.032	0.063	0.068
9	0.066	0.041	0.036	0.070	0.075
8	0.073	0.046	0.041	0.079	0.084
7	0.081	0.053	0.048	0.090	0.095
6	0.093	0.062	0.057	0.105	0.110
$5\frac{1}{2}$	0.104	0.070	0.064	0.118	0.123
5	0.110	0.074	0.070	0.126	0.131
$4\frac{1}{2}$	0.121	0.082	0.077	0.140	0.145
4	0.135	0.093	0.088	0.157	0.163
$3\frac{1}{2}$	0.153	0.106	0.101	0.180	0.185
$3\frac{1}{5}$	0.166	0.116	0.111	0.197	0.202
3	0.177	0.124	0.118	0.210	0.215
$2\frac{2}{3}$	0.198	0.139	0.134	0.236	0.241
$2\frac{1}{2}$	0.210	0.148	0.143	0.252	0.257
$2\frac{2}{7}$	0.229	0.162	0.157	0.275	0.280
2	0.260	0.185	0.180	0.315	0.320
$1\frac{7}{9}$	0.291	0.209	0.203	0.354	0.359

$1\frac{3}{5}$	0.323	0.232	0.223	0.393	0.399
$1\frac{1}{2}$	0.343	0.247	0.242	0.419	0.425
$1\frac{5}{11}$	0.354	0.255	0.250	0.433	0.438
$1\frac{1}{3}$	0.385	0.278	0.273	0.472	0.477
$1\frac{3}{13}$	0.416	0.301	0.296	0.511	0.516
$1\frac{1}{7}$	0.448	0.324	0.319	0.551	0.556
$1\frac{1}{15}$	0.479	0.348	0.342	0.590	0.596
1	0.510	0.371	0.366	0.629	0.635
$\frac{16}{17}$	0.541	0.394	0.389	0.669	0.674
$\frac{8}{9}$	0.573	0.417	0.412	0.708	0.713
$\frac{16}{19}$	0.604	0.440	0.535	0.747	0.753
$\frac{4}{5}$	0.635	0.463	0.458	0.787	0.792
$\frac{16}{21}$	0.666	0.487	0.481	0.826	0.831
$\frac{8}{11}$	0.698	0.510	0.505	0.865	0.870
$\frac{16}{23}$	0.729	0.533	0.528	0.905	0.910
$\frac{2}{3}$	0.760	0.556	0.551	0.944	0.949
$\frac{8}{13}$	0.823	0.603	0.597	1.023	1.028
$\frac{4}{7}$	0.885	0.649	0.644	1.101	1.106
$\frac{8}{15}$	0.948	0.695	0.690	1.180	1.185
$\frac{1}{2}$	1.010	0.741	0.736	1.259	1.264

方 線



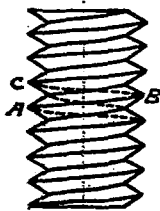
第 43 圖



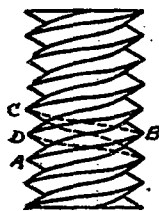
第 44 圖

又 Acme 線與方線螺旋每吋線數均大致可按美國標準四分之三核算。

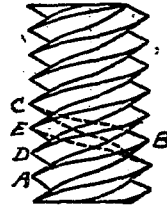
47. 單線與複線(Single and multiple threads) 以前所述各種螺旋線,皆係單線,即螺旋線係由圓柱上所切單一連續之螺線槽中間所留之部分所構成,如同時在圓柱上切彼此平行之兩螺線槽,則所留之部分,即為雙線,切彼此平行之三螺線槽,則所留之部分,即為三線,其餘以此類推,單線雙線及三線螺旋之實在情形如第45第46及第47三圖所示。



第 45 圖



第 46 圖



第 47 圖

在單線螺旋如用手指任意按線上之一點,例如按線上之A點,然後沿線迴轉一週,則手指必至一點C。即沿螺旋線

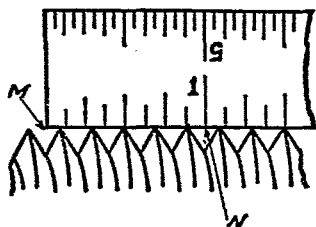
迴轉一週，手指沿螺旋軸之方向，前進一段距離 AC 。在雙線螺旋，迴轉一週後，手指亦至 C 點，但此時 AC 兩點之間，尚隔一 D 點， D 即第二線或平行線上之一點。依同理，如手指沿一三線螺旋線迴轉一週，由 A 至 C ， AC 兩點之間，即隔 DE 兩點，由此觀之，可知同係迴轉一週，在雙線螺旋，手指前進之距離，二倍於前，在三線螺旋，手指前進之距離，三倍於前。故當螺旋線須細，而螺旋之導程（見下節）須大時，多用複線螺旋。

48. 螺旋之導程與螺節 (Lead and pitch of a screw) 當螺旋迴轉一週，螺旋線上之一點沿螺旋軸之方向，前進之一段距離 AC ，普通多謂之螺節 (Pitch, 有譯螺距者)。但若稱之為導程，則似較為妥善。即無論單線或複線，當螺旋迴轉一週時，螺旋上一點前進之距離，均謂之導程。

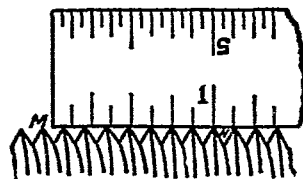
螺節則用以表示螺旋線上之一點至相鄰之別一螺旋線上相當之點之距離（不論單線或複線）。在單線螺旋，導程與螺節相同。

又如螺旋母固定不動，螺旋在其中迴轉一週，則螺旋前進之距離，恆等於導程之長，若螺旋只能迴轉不能向一端移動，同時使螺旋母不能迴轉，只能沿螺旋軸之方向移動，則螺旋迴轉一週，螺旋母向一邊移動之距離，亦恆等於導程之長。

49. 每吋之線數 (Threads per inch) 螺旋線之大小普通多用螺旋上每吋有若干線數表之，第48圖表示一尺與一螺旋之一邊相接觸，尺之一端 M 點正對一螺線槽之中心。



第 48 圖



第 49 圖

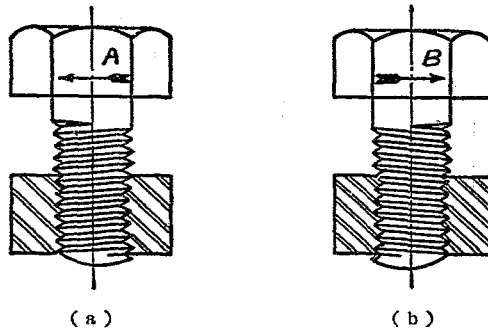
距 M 點一吋距離之 N 點，恰與另一螺旋槽相對兩槽之間共有五整線，此螺旋即稱之為每吋五線之螺旋，不計其為單線或複線也。在第 49 圖， M 點仍正對一螺旋槽， N 點則恰與一螺旋線之頂端相接。且兩點之間，有七線，故此螺旋每吋有七條半線，即此螺旋應稱之為每吋七個半線之螺旋。

又每吋之線數，恰為螺節 (Screw pitch) 之反數，在單線螺旋並為導程之反數。

50. 右螺旋與左螺旋 (Right-hand and left-hand threads)

如第 50 圖 (a)，當一人在螺旋之正面觀察，所有螺旋線，其向下傾斜度均係由右向左，此種螺旋線，謂之右螺旋線，如第 50 圖 (b)，如所有螺旋線，其向下之傾斜度，均係由左向右，則謂之左螺旋線。

又有右螺旋線之螺旋，如按箭頭 A 所指之方向迴轉，則必沿固定之螺旋母向下運動，若螺旋只能迴轉，不能上下，則螺旋母將被提升 (假定螺旋母不能迴轉只能上下)，有左螺



第 50 圖

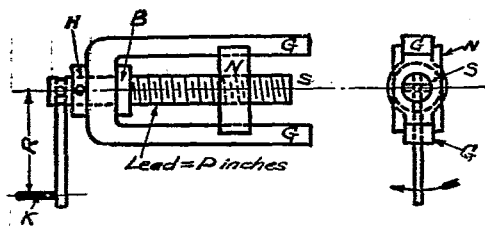
旋線之螺旋，如按箭頭 B 所指之方向迴轉，則向下行，或將螺旋母提升。

又如一人由螺旋之上端觀察，將一右螺旋線之螺旋向右迴轉，或按鐘表指針迴轉之方向迴轉，則螺旋將漸漸遠離，若將一左螺旋線之螺旋向左迴轉，則螺旋將漸漸遠離。

51. 螺旋或螺旋母之速率對於迴轉柄上一點之速率之關係 如第 51 圖，將螺旋 S 裝置於一軸承內，並由軸圈限制之，使不能左右移動，螺旋之導程為 P 吋，在 S 上更裝置一螺旋母 N ，此螺旋母可沿導路 GG 左右移動，惟不能迴轉。

將帶有 K 柄之曲柄，裝置於螺旋之一端， K 柄中心線，距螺旋軸之垂直距離為 R 吋，試求 K 柄之速率與螺旋母 N 之速率之關係。

將曲柄迴轉一週，螺旋當然亦迴轉一週，螺旋母沿導路



第 51 圖

所行之距離，必為 P 吋。但當曲柄迴轉一週時， K 柄之中心線必行半徑為 R 之一圓周，即所行之距離必為 $2\pi R$ 吋。

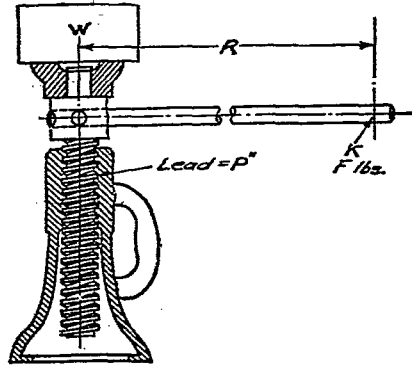
$$\text{故速比} = \frac{2\pi R}{P} \dots\dots\dots (25)$$

根據工作之定理，若不計磨擦力，則力比應與其速比相等。

$$\text{即力比} = \frac{N \text{處所生之力}}{K \text{處所加之力}} = \frac{2\pi R}{P} \dots\dots\dots (27)$$

第 52 圖，表示一普通螺旋起重機，實際上速比之數值與 (26) 式稍異。因當 K 柄迴轉時，同時更隨螺旋上升，迴轉一整周， K 在空間所行之線實為一螺旋線，而非一圓周，其直徑為 $2R$ ，其導程與螺旋線之導程相等，即亦為 P ，故所行之螺旋線之長度為 $\sqrt{(2\pi R)^2 + P^2}$ ，故實際上之速比為 $\frac{\sqrt{(2\pi R)^2 + P^2}}{P} \dots\dots (28)$

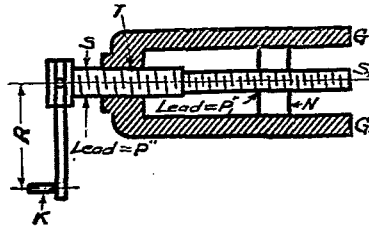
因 P 之數值常屬甚小， $\sqrt{(2\pi R)^2 + P^2}$ 與 $2\pi R$ 相差甚微，故 (28) 式雖理論上全合理，實際上用 (27) 式即亦足用也。



第 52 圖

52. 複式螺旋或較差螺旋(Compound or differential screws)

第 53 圖表示一種複式螺旋或較差螺旋，由導程相差極微之兩部組合而成。S 一部之導程等於 P 吋，裝置於架上備有螺旋母之一部 T。S₁ 一部則另



第 53 圖

具一種螺旋線，其導程等於 P_1 吋，裝置於螺旋母 N 。N 可沿導路 G 移動，惟不能迴轉，當螺旋迴轉時，其結果係使 S 一部沿 T 移動，而螺旋母 N 則沿 S_1 移動。設 $P = \frac{1}{2}$ 吋， $P_1 = \frac{7}{16}$ 吋，並同為右螺旋，倘 K 柄向右迴轉一週，全螺旋必向右移動 $\frac{1}{2}$ 吋。此時

如無 S_1 一部之螺旋線， N 亦必向右移動 $\frac{1}{2}$ 吋。但因 S_1 亦備右螺旋線之故，同時 N 必向回移動 $\frac{7}{16}$ 吋。故結果 N 向右移動之實在距離為 $\frac{1}{2} - \frac{7}{16}$ 或 $\frac{1}{16}$ 吋。

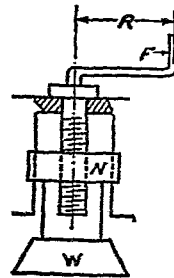
若 $P = \frac{1}{2}$ 吋，係右螺旋線 $P_1 = \frac{7}{16}$ 吋，係左螺旋線，則當 K 柄向同一方向迴轉一週時，結果 N 向右移動之實在距離為 $\frac{1}{2} + \frac{7}{16}$ 或 $\frac{15}{16}$ 吋。第一種有時用於不用極細之螺旋線每當螺旋迴轉一週，螺旋母發生極小運動之時。

例題 1. 如第 54 圖，設螺旋之導程為 $\frac{1}{2}$ 吋， $R = 20$ 吋。各部磨擦力之損失為百分之四十。倘加 60 磅之力於 F 點，問能起之重 W 為若干磅。

當螺旋迴轉一週時，作力施力點 F 所行之距離 $= 2\pi \times 20 = 125.66$ 吋，抵力 W 被提起之距離 $= \frac{1}{2}$ 吋，故此機之速比 $= \frac{125.66}{\frac{1}{2}}$

$= 251.32$ ，按工作之定理，其力比亦應等於 251.32。但所加之作力，有百分之四十，消耗於磨擦力，即有效之作力為 $0.6 \times 60 = 36$ 磅。

$$\text{故 } \frac{W}{36} = 251.32$$



第 54 圖

或 $W=36 \times 251.32=9047.5$ 磅。

例題 2. 在第 52 圖所示之螺旋起重機,設螺旋之導程為 $\frac{1}{2}$ 吋。 $R=3$ 呎 6 吋。 F 處所加之作力為 100 磅,倘不計磨擦力,試求所能起之重。

因用 26) 式,所差無幾,故

$$\text{速比} = \frac{2\pi R}{P} = \frac{2\pi \times 42}{\frac{1}{2}} = 4\pi \times 42$$

若不計磨擦力,其力比亦應等於 $4\pi \times 42$ 。

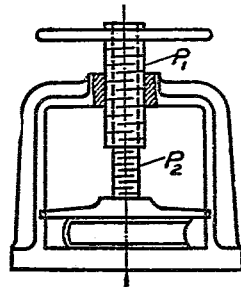
$$\text{即 } \frac{W}{P} = 4\pi \times 42$$

$$\text{或 } W = P \times 4\pi \times 42 = 100 \times 4\pi \times 42 = 52779 \text{ 磅。}$$

惟實際上計算此類問題時,因磨擦力普通多屬甚大,故恆須計算在內。

例題 3. 如第 55 圖, P_1 為導程 $\frac{3}{16}$ 吋之右螺旋, P_2 為導程 $\frac{1}{8}$ 吋之右螺旋,如欲使滑版下降 $\frac{1}{2}$ 吋,問手輪須迴轉之週數及其迴轉之方向。

因外螺旋係一右螺旋,且其導程為 $\frac{3}{16}$ 吋,將手輪向右迴轉一週(由上向下看),外螺旋必下行 $\frac{3}{16}$ 吋。又



第 55 圖

因內螺旋亦係右螺旋,當手輪迴轉一週,內螺旋必向外螺旋內升起 $\frac{1}{8}$ 吋。故結果手輪迴轉一週,滑版向下行 $\frac{3}{16} - \frac{1}{8} = \frac{1}{16}$ 吋,故欲滑版下降 $\frac{1}{2}$ 吋,手輪須向右迴轉 $\frac{1}{2} \div \frac{1}{16} = 8$ 次。

習 題

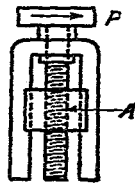
1. 一刨床之平台,係由一導程(Lead) $\frac{3}{4}$ 吋之螺旋所帶動,如欲使平台之速率為每分鐘18呎,問螺旋每分鐘須迴轉若干次。

2. 某螺旋起重機之導程為 $\frac{3}{8}$ 吋,迴轉柄之長度為20吋,如作力消耗於磨擦力之部分為百分之五十,倘擬起重兩噸,問須加力幾何。

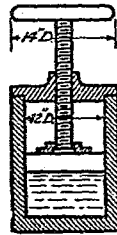
3. 某螺旋起重機之螺旋係一雙線螺旋,一螺旋線之厚為 $\frac{1}{4}$ 吋(方線,沿螺旋軸之方向量)如迴轉柄之長為20吋,問此機之速比為何。

4. 如第56圖,設迴轉輪每分鐘沿箭頭所指之方向迴轉40次,螺旋母N則於45秒鐘內被提升 $3\frac{3}{4}$ 吋,問螺旋之導程為何。又螺旋線係右螺旋線抑係左螺旋線。

5. 如第57圖,設迴轉輪之直徑為14吋,活塞之直徑為12吋,螺旋線係雙線,其導程為 $\frac{1}{4}$ 吋,作力消耗於磨擦力之部分假定為



第 56 圖

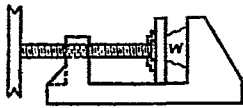


第 57 圖

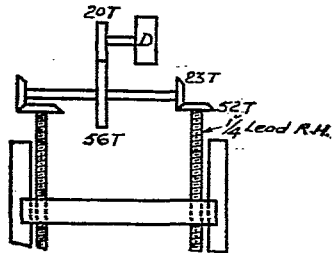
百分之20。倘加作力40磅，問活塞下之水每方吋上所受之壓力為若干磅。

6. 如第58圖，於迴轉輪周緣之槽中繞繩一條，其中心線距輪心之距離為 $4\frac{1}{2}$ 呎，倘在繩上所加之力為75磅，在F處所生之力為 $1\frac{3}{4}$ 噸，作力消耗於磨擦力之部分為百分之四十五，問螺旋之導程為若干吋。

7. 如第59圖，設D為原動輪，C為從動橫槓，兩螺旋桿之導程均為 $\frac{1}{4}$ 吋，且係右螺旋線。各齒輪之齒數如圖上所示，倘D輪每分鐘迴轉300次，問C橫槓每分鐘上升之距離為何。



第58圖



第59圖

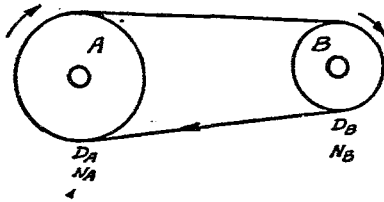
第四章 皮帶與皮帶輪

53. 皮帶 (Belt) 一軸之迴轉運動,擬傳達於他軸,若相距較近,所傳達之力較小,且兩軸迴轉之速比亦無須絕對一定時,則可用磨擦輪 (Friction wheel)。若所傳達之力較大,且兩軸迴轉之速比須有一定時,則多用齒輪,若相距較遠,且兩軸迴轉之速比,仍須一定,則多用鍊輪,若兩軸迴轉之速比,不必絕對一定,則多用皮帶或繩索,茲先就皮帶輪加以研究。

皮帶多由牛革製成,只用一層者,謂之單層帶 (Single belt)。連結兩層者,謂之雙層帶 (Double belt)。三層者,謂之三層帶 (Triple belt)。四層者,謂之四層帶 (Quadruple belt)。前兩種應用較為普通,後兩種應用較少,又有用棉線織成一種帶狀而塗以一種膠質者,在氣候太濕之地帶,亦有用橡皮製成者。

54. 皮帶輪迴轉之速比 如不計皮帶之厚,皮帶之伸縮性,及皮帶對於皮帶輪之滑動,則在同一時間內,兩皮帶輪迴轉數之比恆與其直徑或半徑成反比。

如第60圖,設 A 與 B 為兩皮帶輪,上套一皮帶, A 先動謂之原動輪, B 後動,謂之從動輪,如不計皮帶之厚,皮帶之伸縮性及滑動,則皮帶上任一點之速率必與兩皮帶輪圓周上各



第 60 圖

點之速率相等。

倘 D_A 為原動輪之直徑, R_A 為原動輪之半徑。

D_B 為從動輪之直徑, R_B 為從動輪之半徑。

N_A 為原動輪每分鐘之迴轉數。

N_B 為從動輪每分鐘之迴轉數。

則每分鐘原動輪圓周上任一點之速率必為 $\pi D_A N_A$, 或 $2\pi R_A N_A$, 每分鐘從動輪圓周上任一點之速率必為 $\pi D_B N_B$, 或 $2\pi R_B N_B$ 。但兩輪圓周上各點之速率, 必與皮帶上任一點之速率相等, 即彼此相等。

$$\text{故 } \pi D_A N_A = \pi D_B N_B, \text{ 或 } 2\pi R_A N_A = 2\pi R_B N_B.$$

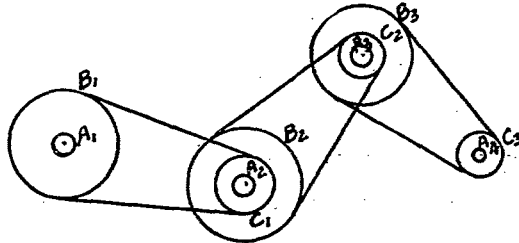
$$\text{即 } \frac{N_B}{N_A} = \frac{D_A}{D_B}, \dots\dots(29) \text{ 或 } \frac{N_B}{N_A} = \frac{R_A}{R_B} \dots\dots(30)$$

即從動輪對於原動輪每分鐘迴轉數之比, 與其直徑或半徑成反比也。如所擬傳達之速比甚大時, 或兩軸相距較遠, 不便直接傳達時, 則宜分為數步傳達。因皮帶所傳達之動力與皮帶在皮帶輪上所包之角度有關(詳後) 所包之角度太小時, 皮帶鬆緊兩邊之牽力相差太少, 即有效之力失之太少

也,例如速比 1:40,可分為 1:5 及 1:8 兩步傳達。

如分為數步傳達,則最末從動輪每分鐘之迴轉數,對於第一原動輪每分鐘迴轉數之比,等於各原動輪直徑連乘對於各從動輪直徑連乘之比(或上下均用半徑連乘)。

如第 61 圖,設 A_1 為第一原動輪之軸, A_4 為最末從動輪之軸, A_2, A_3 為二中軸。



第 61 圖

B_1, B_2, B_3 為三皮帶之原動輪。

C_1, C_2, C_3 為三皮帶之從動輪。

D_1, D_2, D_3 為各原動輪之直徑。

d_1, d_2, d_3 為各從動輪之直徑。

N_1, N_2, N_3 為各原動輪每分鐘之迴轉數。

n_1, n_2, n_3 為各從動輪每分鐘之迴轉數。

$$\text{則 } \frac{n_1}{N_1} = \frac{D_1}{d_1} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{n_2}{N_2} = \frac{D_2}{d_2} \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{n_3}{N_3} = \frac{D_3}{d_3} \dots \dots \dots (3)$$

三式兩邊相乘得

$$\frac{n_1 \times n_2 \times n_3}{N_1 \times N_2 \times N_3} = \frac{D_1 \times D_2 \times D_3}{d_1 \times d_2 \times d_3}$$

但 $n_1 = N_2$, $n_2 = N_3$

$$\text{故 } \frac{n_3}{N_1} = \frac{D_1 \times D_2 \times D_3}{d_1 \times d_2 \times d_3} \dots \dots \dots (31)$$

例題 4. 原動輪之直徑為 24 吋，每分鐘之迴轉數為 360。由一皮帶與一直徑 36 吋之皮帶輪相連，如不計皮帶之厚及滑動，問從動輪每分鐘之迴轉數。

設 $N_A D_A$ 代表原動輪每分鐘之迴轉數與直徑。

$N_B D_B$ 代表從動輪每分鐘之迴轉數與直徑。

$$\text{則 } \frac{N_B}{N_A} = \frac{D_A}{D_B}$$

此題 $N_A = 360$, $D_A = 24$ 吋, $D_B = 36$ 吋。

$$\text{故 } N_B = N_A \times \frac{D_A}{D_B} = 360 \times \frac{24}{36} = 240 \text{ 次。}$$

例題 5. 在第 61 圖，倘 A_1 代表一蒸汽機之機軸， A_4 代表一機器磨石之機軸。六皮帶輪之直徑依次為 20, 12, 26, 8, 36, 3 吋，蒸汽機每分鐘之迴轉數為 120 次，如不計皮帶之厚與滑動，問磨石之機軸每分鐘迴轉若干次。

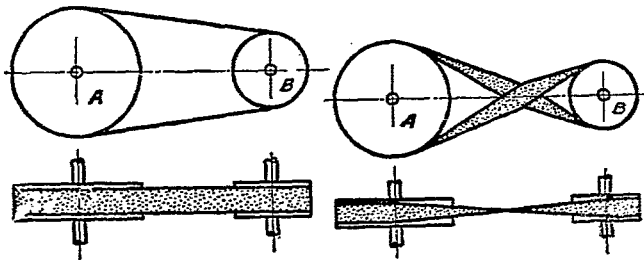
用第 (31) 式

$$\frac{n_3}{N_1} = \frac{D_1 \times D_2 \times D_3}{d_1 \times d_2 \times d_3}$$

此題 $N_1=120$, $D_1=20$, $D_2=26$, $D_3=36$, $d_1=12$, $d_2=8$, $d_3=6$.

$$\text{故 } n_3 = 120 \times \frac{20 \times 26 \times 36}{12 \times 8 \times 6} = 3600 \text{ 次.}$$

55. 皮帶輪迴轉之方向 皮帶經過兩皮帶輪之方法有二:其一如第62圖所示,謂之開口皮帶 (Open belt)。其二如第63圖所示,謂之交叉皮帶 (Crossed belt)。用開口皮帶時,兩輪迴轉之方向相同,用交叉皮帶時,兩輪迴轉之方向相反。



第 62 圖

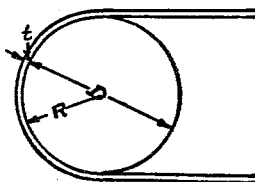
第 63 圖

又爲增加皮帶對於皮帶輪所包之角度起見,兩輪迴轉之方向,就原動輪言,多使皮帶之緊邊在下,鬆邊在上。

56. 皮帶之厚對於速比之關係 如將皮帶之厚計算在內,則兩輪圓周上任一點之速率,實小於皮帶之速率,因迴轉運動物體上各點之速率,均與其距圓心之半徑成正比,皮帶上各點之平均速率,實較皮帶輪圓周上各點之速率爲大也。

如第64圖,設皮帶輪之半徑爲 R ,直徑爲 D ,皮帶之厚爲 t ,則皮帶在輪上之一部,距輪心之平均距離爲 $R + \frac{t}{2}$ 。故如以

$R + \frac{t}{2}$ 為半徑,或以 $D+t$ 為直徑,作一圓,則此圓圓周上任一點之速率,方與皮帶上各點之平均速率相等,故前節之公式(29)應改正為



第 64 圖

$$\frac{N_B}{N_A} = \frac{D_A + t}{D_B + t} \dots\dots (32)$$

$$\text{或 } \frac{N_B}{N_A} = \frac{R_A + \frac{t}{2}}{R_B + \frac{t}{2}} \dots\dots (33)$$

第(31)式亦應比照改正,方為合理。

57. 滑動對於速比之關係 如每一從動輪,因滑動之故,其迴轉速率減少百分之 P ,即從動輪於應轉百次時,只迴轉 $(100-P)$ 次。故(29)式改正為

$$\frac{N_B}{N_A} = \frac{D_A}{D_B} \left(\frac{100-P}{100} \right) \dots\dots (34)$$

(31)式應改正為

$$\frac{n_3}{N_1} = \frac{D_1 \times D_2 \times D_3}{d_1 \times d_2 \times d_3} \left(\frac{100-P}{100} \right)^3 \dots\dots (35)$$

58. 上皮帶與退皮帶 欲使皮帶恆在皮帶輪上保持其地位,則其進輪之一部之中心線,須在包含皮帶輪之中心且與輪軸垂直之一平面內,因如此則進輪之一部,即繼續及於輪上也。

如沿輪軸之方向,用力橫推皮帶進輪之一部,如第 65 圖,

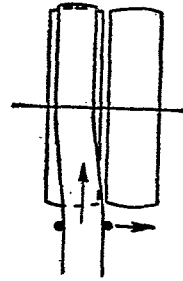
則繼續各部即將離開皮帶輪，故退皮帶時，須如此用力，如施力於退輪之一部，除力量過大能將皮帶整行移去外，則無效果。上皮帶時亦然，即亦應由進輪之一部先上也。

59. 皮帶輪之緣 當皮帶運動時速率一高，皮帶各部往往發生躍動，如無阻止方法，則皮帶往往離開皮帶輪，故實際

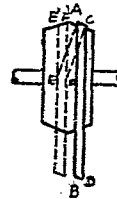
上有用凸緣皮帶輪以約束之者，有用一叉在皮帶進輪之一部約束之者，惟用凸緣皮帶輪，則皮帶之上下較難，用叉約束，又難免被磨擦所傷損。如第66圖，若將平面皮帶，置於一周緣隆起之皮帶輪上，則 AB 一邊之牽力，必大於 CD 一邊之牽力，因之 AB 一邊伸長， AC 處即平鋪於輪上，使其進輪之一部方向彎曲，如 AE 及 CF 所指示之方向，迨 EF 一部與輪接觸，則 E 點必至 E' ， F 點必至 F' 。故繼續迴轉，皮帶即自歸於皮帶輪較高之部分，換言之，即皮帶恆有在皮帶輪中間之趨勢也。此種周緣隆起之皮帶輪，謂之 Crowning 皮帶輪。又隆起之形狀，有作弧形者，有作兩截錐體形者。

普通以作成兩截錐形體者較多，因此比較工作易也。

又隆起或傾斜之程度，與皮帶輪之寬度，皮帶之速率，及兩軸心相距之距離有關。輪面愈寬，速率愈高，兩軸心相距愈



第 65 圖

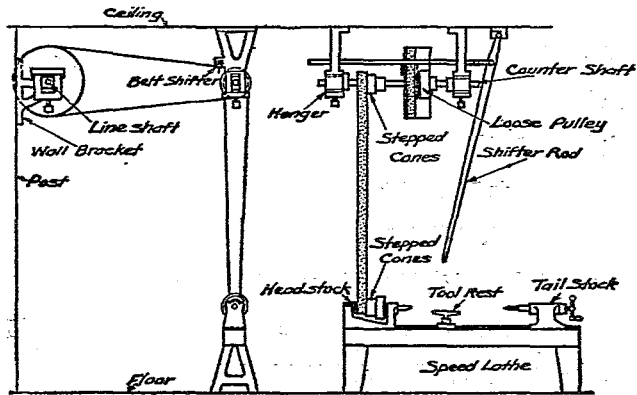


第 66 圖

遠者，則傾斜之程度愈小。

60. 定輪與遊輪(Fast and loose pulleys) 如兩個以上之機械用同一發動機之原動力，則恆將發動機所發之力，先傳達於一總軸(Main shaft or line shaft)，再各由一對軸(Counter shaft)傳達於機械。如此則任一機械不欲工作時，即可停止之。且無防於其他機械之工作。停止之法，最普通者，即用定輪與遊輪，即於對軸上，並列置兩個皮帶輪。定輪固定於其上，恆與對軸同轉，遊輪則僅套於對軸上，由定輪之軸頭及一軸環約束其地位。不與對軸同轉，當停止某機械時，即將由總軸至對軸之皮帶，移於遊輪，當起動某機械時，即移於定輪。移於遊輪時，對軸不動，機械自歸停止。

遊輪之直徑應微小。蓋皮帶傳達動力時，恆微行延長，不

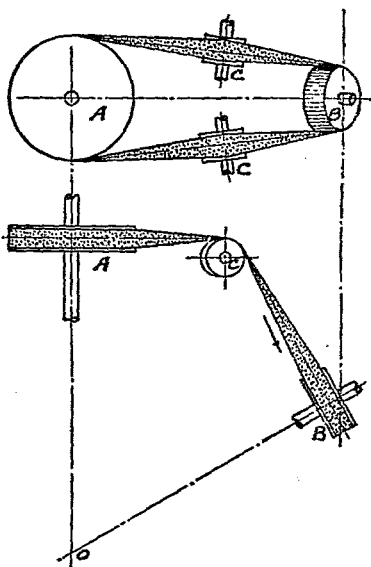


第 67 圖

傳達動力時,以使恢復原狀爲宜,無故意使之延長之必要也。第67圖,表示一鐵床由皮帶連接於總軸之方法。

在總軸上與定輪遊輪相對之皮帶輪,其表面恆不隆起,完全爲一圓柱形面,以便皮帶之移動,且其寬度至少須爲定輪與遊輪寬度之和。

61. 兩個交叉軸之皮帶 當互相交叉之兩軸,由皮帶連絡,則須用導輪 (Guide pulleys) 務使皮帶在兩皮帶輪上之方向,恰與皮帶輪在一平面上爲度,如第68圖,用兩導輪 CC , 第一使其輪軸之方向,對於 AB 兩輪之切線垂直,如上圖所示。第二使其輪面之位置,與 AB 兩輪之中心線相切。如下圖所示則上述之結果,可以得到。

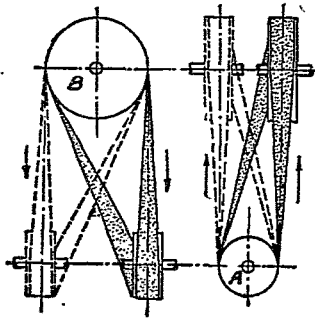


第 68 圖

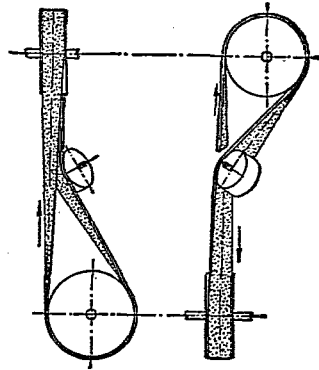
62. 不平行不交叉之兩軸之皮帶 在此類中之最普通者,爲兩軸傾斜之角度恰爲 90° 者。若將兩軸之位置斟酌適宜,且限於一定之方向運動,並可不用導輪。

第69圖,即表示此種裝置最重要之點,亦即設法調整皮

帶輪,使兩輪上向輪前進之一部,其中心線恆在皮帶輪之平面內。即務使上輪之一部,經過所上之輪中心線之平面,與其軸之方向垂直,同時更與所下之輪相切即可。但此種裝置,只限於在一定之方向運動。若向後運動,皮帶必立即退下。即有微行向後迴轉之運動,均所不能。若欲向反對方向迴轉,則每輪須沿其軸移動他一輪之直徑之一段距離,如圖上虛線所表示,否則須用導輪,如第70圖。



第 69 圖



第 70 圖

63. 皮帶之長度 (Length of belts) 如兩輪中心相距之距離及兩輪之直徑或半徑已知,欲求所需皮帶之長度。若皮帶輪已裝置於應在之位置,最簡單之方法,即用一種帶尺 (Tape) 繞兩皮帶輪以量其應有之長度,再酌留皮帶延長之部分 (約每10呎留1吋)。即可得所求之結果,若皮帶輪尚未裝置於應在之位置,只就圖以計算其應用皮帶之長度,則可

用公式算出之。如兩皮帶輪軸心之距離及皮帶輪之半徑已知，皮帶長度之公式，可求之如下：

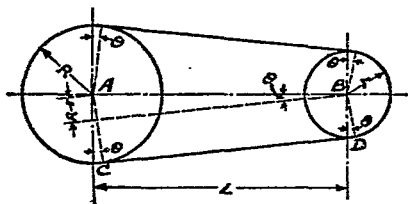
開口皮帶 如第71圖。

設 L = 兩皮帶輪中心相距之距離。

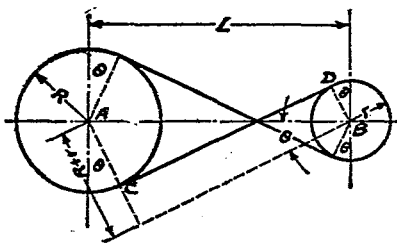
R = 大皮帶輪之半徑。

r = 小皮帶輪之半徑。

皮帶之全長為不與皮帶輪接觸之長度，加與大皮帶輪接觸之長度，再加與小皮帶輪接觸之長度之總和。



第 71 圖



第 72 圖

設 C 與 D 為皮帶與兩皮帶輪相切之點。

則 $2CD$ = 不與皮帶輪接觸之長度。

$$= 2\sqrt{L^2 - (R-r)^2}$$

與大皮帶輪接觸之長度

$$= R(\pi + 2\theta) = R\left(\pi + 2 \sin^{-1} \frac{R-r}{L}\right)$$

與小皮帶輪接觸之長度

$$= r(\pi - 2\theta) = r\left(\pi - 2 \sin^{-1} \frac{R-r}{L}\right)$$

故開口皮帶之全長

$$\begin{aligned} &= 2\sqrt{L^2 - (R-r)^2} + R\left(\pi + 2 \sin^{-1} \frac{R-r}{L}\right) + r\left(\pi - 2 \sin^{-1} \frac{R-r}{L}\right) \\ &= 2\sqrt{L^2 - (R-r)^2} + \pi(R+r) + 2(R-r) \sin^{-1} \frac{R-r}{L} \dots (36) \end{aligned}$$

如兩輪中心所距之距離甚長，且兩輪之半徑相差無幾時，則上式之第三項可略而不計，因 $\sin^{-1} \frac{R-r}{L}$ 之值甚微也。

如兩輪大小相等，或半徑之差 $(R-r)$ 與兩輪中心之距離 L 相較，可以略而不計時，則上式可直易為

$$\text{開口皮帶之全長} = 2L + \pi(R+r) \dots \dots \dots (37)$$

交叉皮帶 如第72圖，仍設 C 與 D 為皮帶與皮帶輪相切之點，則不與皮帶輪相接觸之長度為

$$2CD = 2\sqrt{L^2 - (R+r)^2}$$

與大皮帶輪接觸之長度

$$= R(\pi + 2\theta) = R\left(\pi + 2 \sin^{-1} \frac{R+r}{L}\right)$$

與小皮帶輪接觸之長度

$$= r(\pi + 2\theta) = r\left(\pi + 2 \sin^{-1} \frac{R+r}{L}\right)$$

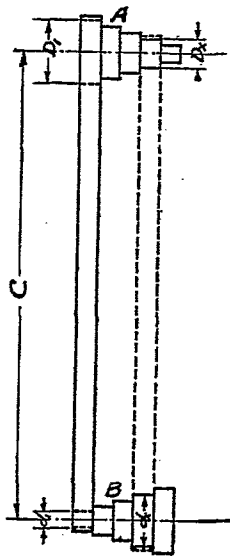
故交叉皮帶之全長

$$= 2\sqrt{L^2 - (R+r)^2} + R\left(\pi + 2\sin^{-1}\frac{R+r}{L}\right) + r\left(\pi + 2\sin^{-1}\frac{R+r}{L}\right)$$

$$= 2\sqrt{L^2 - (R+r)^2} + (R+r)\left(\pi + 2\sin^{-1}\frac{R+r}{L}\right) \dots\dots\dots (38)$$

64. 塔輪或階級輪 (Stepped pulleys) 同一機械,因工作

之性質不同,或同一工作,因材料之硬度不同,機械迴轉之速率,即應隨之變動,而發動機或總軸之迴轉速率,普通皆為一定。(即微有變動,亦往往非隨意者)欲由總軸上或對軸上一定之速率得到機械上種種不同之速率,最簡單之方法即用塔輪,如第73圖,於對軸上裝置一三級或四級之塔輪,而於機械軸上正相對之地位,亦裝置一三級或四級之塔輪,惟大小兩端與對軸上者恰相反。如此裝置若皮帶由一對皮帶輪上移於別一對皮帶輪上,則其速比必因之變化。



第 73 圖

65. 用同一長度之皮帶之塔輪 如欲在兩塔輪之各對皮帶輪上用同一之皮帶,則對於各對皮帶輪直徑之大小須有相當計畫,否則合於此對者,未必即合於別一對,其計畫方

法如下:—

交叉皮帶 按前段所得之結果,如 L 為兩輪中心相距之距離, R 為大皮帶輪之半徑, r 為小皮帶輪之半徑,則皮帶之全長為 $2\sqrt{L^2 - (R+r)^2} + (R+r) \left(\pi + 2 \sin^{-1} \frac{R+r}{L} \right)$ 。

如用於一對塔輪上, L 係一常數,故能變之數值只有 $(R+r)$ 。若 $(R+r)$ 不變,則皮帶之全長即不變。易言之,即使 R 與 r 各個之數值有變化,但使其相加之和不變,則皮帶之全長即不變。即使大皮帶輪與小皮帶輪半徑之和,仍與以前相同,則可用同一之皮帶也。設某對皮帶輪,傳達一定之速比,大皮帶輪之半徑為 R_1 , 小皮帶輪之半徑為 r_1 , 今欲用同一之皮帶傳達另一速比。設 R_2 為第二對大皮帶輪之半徑, r_2 為第二對小皮帶輪之半徑, 所欲傳達之速比為 b , 根據前理

$$R_2 + r_2 = R_1 + r_1 = a \text{ (常數)} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{R_2}{r_2} = b \dots\dots\dots (2)$$

由(2)式得 $R_2 = br_2$,

代入(1)式,得 $br_2 + r_2 = a$

$$r_2(b+1) = a$$

$$\text{故 } r_2 = \frac{a}{1+b} \dots\dots\dots (39)$$

$$R_2 = a - r_2 \dots\dots\dots (40)$$

又設第一對皮帶輪之直徑為 D_1 與 d_1 , 所求第二對

皮帶輪之直徑為 D_x 與 d_x 原動軸每分鐘之迴轉數為 N 。將皮帶套於第二對皮帶輪上，擬使從動軸每分鐘之迴轉數為 n_x ，則

$$D_x + d_x = D_1 + d_1 \dots\dots\dots (41)$$

$$\frac{n_x}{N} = \frac{D_x}{d_x} \dots\dots\dots (42)$$

由(41)與(42)兩式，亦可算出 D_x 與 d_x 之數值。

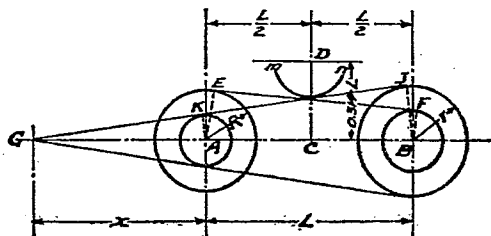
開口皮帶 在開口皮帶，則皮帶之全長為

$$2\sqrt{L^2 - (R-r)^2} + \pi(R+r) + 2(R-r)\sin^{-1}\frac{R-r}{L}$$

如用於一對塔輪上， L 雖仍係常數，惟能變之數值有 $(R+r)$ 與 $(R-r)$ 兩個。倘仍按以前之變化，即使 $R_2+r_2=R_1+r_1=$ 常數，則 $(R+r)$ 雖不變，而 $(R-r)$ 則與前不同矣。故前法決不適用。

此問題迄無一簡單公式，可資應用。故普通多用 C. A. Smith 之近似法。

如第74圖，設 A 與 B 為軸之中心， L 為兩軸心相距之距



第 74 圖

離，以時計，在 A 與 B 之中間 C 點上，立一垂直線 CD ，使其長度等於 $0.314L$ (此係數 0.314 係由實驗得來)。畫 EF 線，與第一對皮帶輪相切於 EF 二點。以 D 為中心，以適宜之半徑畫一圓弧 mn 。半徑之長度，以使 mn 恰與 EF 線相切為度。如此則任意與 mn 相切之一直線，即為用同一長度之一對皮帶輪之公切線。

設 BJ 為第二對中一皮帶輪之半徑。求此對中之別一皮帶輪。畫 JG 線，與 mn 弧相切。並與以 BJ 為半徑之圓相切。從 A 點畫此線之垂直線 AK 。則 AK 即為所求皮帶輪之半徑。

如第二對中之一皮帶輪，其直徑或半徑，未曾給予。而給予第二對之速比，與第一對兩輪之直徑，則兩輪大小求法如下：——

設 JK 引長線與中心線之引長線相交於 G 點，並設 A 之距離等於 x 。設 A 軸對於 B 軸之速比 $\frac{A}{B} = \frac{BJ}{AK} = a$ 。

按相似三角形定理，則 $\frac{x+L}{x} = \frac{BJ}{AK} = a$ 。

$$\therefore x = \frac{L}{a-1} \dots\dots\dots (43)$$

故使 $GA = x = \frac{L}{a-1}$ ，並由 G 畫一線 GKJ ，與 mn 相切，

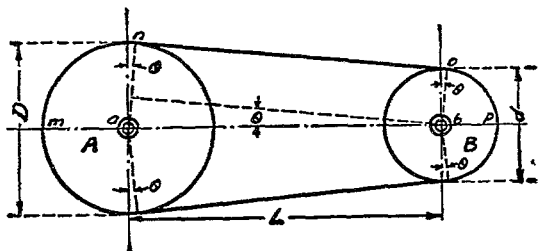
此線必為所求兩皮帶輪之公切線。

畫 AK 與 BJ ，與此線垂直，則 AK 與 BJ 即為所求兩皮帶輪之半徑。

如小皮帶輪應在 B 軸上, 則 a 之數值小於一, x 之數值必為負號, 即表示 x 之數值應由 A 向右量。

66. 開口皮帶全長之近似公式 就前段之結果觀之, 可知用開口皮帶之塔輪, 如各對皮帶輪欲用同一長度之皮帶, 則各對皮帶輪之半徑或直徑, 可用畫法求之。此外尚有用算法求各輪大小之方法, 惟所根據者, 係開口皮帶全長之近似公式。故亦只能求得近似值, 茲再擇要述之, 以備應用。

如第 75 圖, 設 D 與 d 為兩皮帶輪之直徑。 L 仍為兩輪中心相距之距離。



第 75 圖

其餘各點之符號, 均如圖上所示。

$$\text{皮帶之全長} = 2(mn + no + op)$$

$$= \left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)D + 2L \cos \theta + \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)d$$

$$= \frac{\pi}{2}(D+d) + \theta(D-d) + 2L \cos \theta \dots (44)$$

$$\sin \theta = \frac{an - bo}{L} = \frac{D-d}{L}$$

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \frac{(D-d)^2}{4L^2}}$$

在開口皮帶, θ 普通多屬甚小, 即 θ 可視為等於 $\sin \theta$ (近似)

$$\begin{aligned} \text{即全長} &= \frac{\pi}{2}(D+d) + \frac{(D-d)^2}{2L} + 2L\sqrt{1 - \frac{(D-d)^2}{4L^2}} \quad (\text{近似}) \\ &= \frac{\pi}{2}(D+d) + 2L\left\{\frac{(D-d)^2}{4L^2} + \sqrt{1 - \frac{(D-d)^2}{4L^2}}\right\} \end{aligned}$$

因 L 與 $(D-d)$ 相較, 多屬甚大, 故如將根號下之式展開, 並將分母包含 L 二次方以上之各項, 略去不計, 則

$$\begin{aligned} \text{全長} &= \frac{\pi}{2}(D+d) + 2L\left\{\frac{(D-d)^2}{4L^2} + 1 - \frac{(D-d)^2}{8L^2}\right\} \\ \text{或全長} &= \frac{\pi}{2}(D+d) + 2L + \frac{(D-d)^2}{4L} \quad (\text{近似}) \quad \dots\dots(45) \end{aligned}$$

根據此公式, 可計算用同一長度之皮帶之塔輪上, 相對各輪之直徑。

例如兩塔輪上第一對皮帶輪之直徑為 D_1 與 d_1 則

$$\text{皮帶之長度} = \frac{\pi}{2}(D_1+d_1) + 2L + \frac{(D_1-d_1)^2}{4L}$$

設套於兩塔輪之第二對皮帶輪上, 其直徑為 D_x 與 d_x 則

$$\text{皮帶之長度} = \frac{\pi}{2}(D_x+d_x) + 2L + \frac{(D_x-d_x)^2}{4L}$$

如同用同一之皮帶, 則

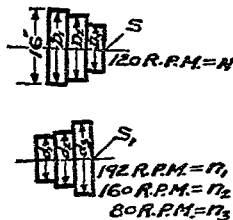
$$\begin{aligned} &\frac{\pi}{2}(D_x+d_x) + 2L + \frac{(D_x-d_x)^2}{4L} \\ &= \frac{\pi}{2}(D_1+d_1) + 2L + \frac{(D_1-d_1)^2}{4L} \quad \dots\dots\dots(46) \end{aligned}$$

又設原動軸每分鐘之迴轉數為 N ，套於第二對皮帶輪上時，從動輪每分鐘之迴轉數擬使為 n_x

$$\text{則 } \frac{n_x}{N} = \frac{D_x}{d_x}$$

由(46)及上式，即可算出 D_x 與 d_x 之數值。

例題 6. 第 76 圖，表示相對之兩塔輪。 $D_1 D_2 D_3$ 為原動軸上三皮帶輪之直徑， $d_1 d_2 d_3$ 為從動軸上三皮帶輪之直徑，原動軸每分鐘之迴轉數 N 為 120 次。從動軸上所需之三種速率 $n_1 n_2 n_3$ 為每分鐘 192 次 160 次及 80 次。 D_1 等於 16 吋。擬用同一之交叉皮帶於三對皮帶輪上，試求其餘各皮帶輪之直徑。



第 76 圖

$$\text{用 } \frac{n_1}{N} = \frac{D_1}{d_1} \text{ 公式，先求 } d_1$$

$$\text{得 } \frac{192}{120} = \frac{16}{d_1}$$

$$\text{或 } d_1 = \frac{120 \times 16}{192} = 10 \text{ 吋。}$$

根據(41)式，得

$$D_2 + d_2 = D_1 + d_1 = 16 + 10 = 26 \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{又 } \frac{D_2}{d_2} = \frac{160}{120} = \frac{4}{3}$$

$$\text{或 } D_2 = \frac{4}{3} d_2$$

將 D_2 之數值代入(1)式,得

$$\frac{4}{3}d_2 + d_2 = 26,$$

$$\text{或 } \frac{7}{3}d_2 = 26,$$

$$\text{故 } d_2 = \frac{26 \times 3}{7} = 11\frac{1}{7} \text{ 吋} = 11.14 \text{ 吋}.$$

$$D_2 = 26 - 11\frac{1}{7} = 14\frac{6}{7} \text{ 吋} = 14.86 \text{ 吋}.$$

又 $D_3 + d_3 = 26$ 吋,

$$\frac{D_3}{a_3} = \frac{80}{120} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{或 } D_3 = \frac{2}{3}d_3.$$

將 D_3 之數值代入(1),得

$$\frac{2}{3}d_3 + d_3 = 26,$$

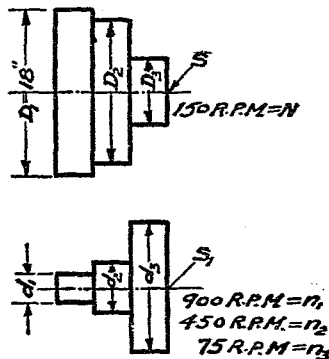
$$\frac{5}{3}d_3 = 26,$$

$$\text{故 } d_3 = \frac{26 \times 3}{5} = 15\frac{3}{5} \text{ 吋} = 15.6 \text{ 吋}.$$

$$D_3 = 26 - 15\frac{3}{5} = 10\frac{2}{5} \text{ 吋} = 10.4 \text{ 吋}.$$

例題 7. 第 77 圖,表示相對之兩塔輪, $D_1D_2D_3$ 爲原動軸上三皮帶輪之直徑, $d_1d_2d_3$ 爲從動軸上三皮帶輪之直徑,原

動軸每分鐘之迴轉數 N 爲 150 次。從動軸上所需之三種速率 n_1, n_2, n_3 爲每分鐘 900 次 450 次及 75 次， D_1 等於 18 吋。兩軸心相距之距離爲 24 吋，如擬用同一之開口皮帶於三對皮帶輪，試求其餘各皮帶輪之直徑。



第 77 圖

用 $\frac{n_1}{N} = \frac{D_1}{d_1}$ 公式，先求 d_1 。

$$\text{得 } \frac{900}{150} = \frac{18}{d_1}。$$

$$\text{即 } d_1 = \frac{18 \times 150}{900} = 3 \text{ 吋。}$$

將 D_1, d_1 及 L 之數值代入 (46) 式，以求 D_2 與 d_2

$$\text{得 } \frac{\pi}{2}(18+3) + \frac{(18-3)^2}{4 \times 24} = \frac{\pi}{2}(D_2+d_2) + \frac{(D_2-d_2)^2}{4 \times 24} \dots (1)$$

$$\text{又 } \frac{n_2}{N} = \frac{D_2}{d_2}, \text{ 即 } \frac{450}{150} = \frac{D_2}{d_2} \text{ 或 } D_2 = 3d_2$$

將 D_2 之數值代入 (1)，解之，得

$$d_2 = 5.43 \text{ 吋}, \quad D_2 = 16.29 \text{ 吋。}$$

$$\text{同法 } \frac{\pi}{2}(18+3) + \frac{(18-3)^2}{4 \times 24} = \frac{\pi}{2}(D_3+d_3) + \frac{(D_3-d_3)^2}{4 \times 24} \dots (2)$$

$$\text{又 } \frac{n_3}{N} = \frac{D_3}{d_3}, \text{ 即 } \frac{75}{150} = \frac{D_3}{d_3}, \text{ 或 } d_3 = 2D_3。$$

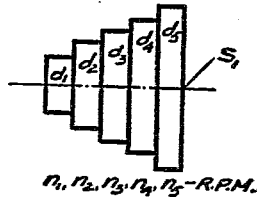
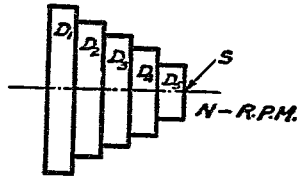
將 d_3 之數值代入(2),解之得

$$D_3 = 7.38 \text{ 吋}, \quad d_3 = 14.76 \text{ 吋}.$$

67. 相等塔輪(Equal stepped pulleys) 普通習慣,多將對

軸上及機械上之兩塔輪,作成相等者,即鑄造時可用同一之本樣 (pattern)。惟此種作法,兩塔輪上各對皮帶輪之速比受有相當之限制,不似前此之得以任意規定,茲舉一例以明之如下:—

如第 78 圖,設兩塔輪完全相等,則 $D_1 = d_6, D_2 = d_4, D_3 = d_3, D_4 = d_2, D_5 = d_1$ 又設原動軸每分鐘之迴轉數為 N ,從動軸之五種速率為每分鐘 $n_1 n_2 n_3 n_4$ 及 n_5 ,根據前段之理得



第 78 圖

$$\frac{n_1}{N} = \frac{D_1}{d_1},$$

$$\frac{n_5}{N} = \frac{D_5}{d_5}.$$

但 $\frac{D_5}{d_5} = \frac{d_1}{D_1},$

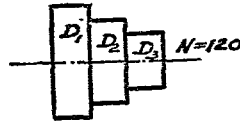
故 $\frac{n_1}{N} = \frac{N}{n_5}.$

$$\text{同理, } \frac{n_2}{N} = \frac{N}{n_4}.$$

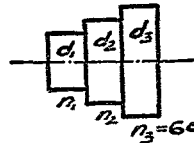
$$N = n_3.$$

即如用相等塔輪,則從動軸速率之選擇,須受一定之限制,其限制即須使原動軸之速率,恆為皮帶在兩輪中級(Middle step)兩邊相稱之地位所得兩種速率之比例中項。

又如兩塔輪上皮帶輪之對數,如為單數,則中級一對之速比等於一。



例題 8. 第 79 圖,表示一對相等之三級塔輪,由一皮帶以傳達兩軸之迴轉運動。設原動軸每分鐘之迴轉數為 120。從動軸之最低速率為每分鐘迴轉 60 次,試求從動軸所餘之兩種速率。



第 79 圖

$$\frac{n_1}{N} = \frac{N}{n_3}, \text{ 或 } \frac{n_1}{120} = \frac{120}{60}, \text{ 故 } n_1 = \frac{120 \times 120}{60} = 240.$$

$$n_2 = N = 120.$$

如擬用同一之皮帶,則各輪之直徑,可按前段之公式根據已得之速率以求之。

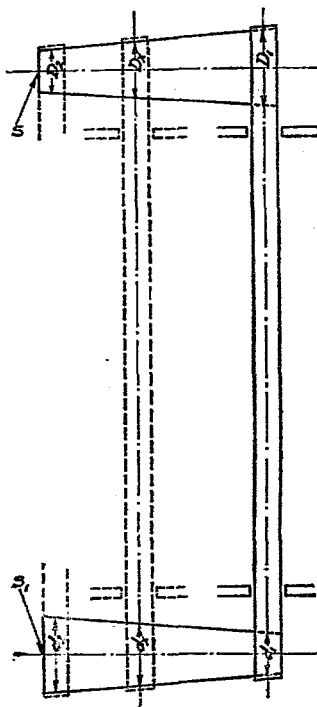
68. 變速圓錐(Speed cones) 欲將原動軸上一固定之速率傳達至從動軸使生種種不同之速率,有時不同塔輪,而用兩個截圓錐體以代之。(亦可認為係級數多至無限之兩塔輪)

如第80圖所示當皮帶在任
何位置,其兩截錐體之工作
直徑 (Working diameter, 即
相當皮帶輪之直徑)係沿皮
帶之中線量之。如圖中 D_s 與
 d_s 是。

又如用變速圓錐時,則
皮帶進兩圓錐之一部,須各
有移帶桿 (Belt shifter) 以約
束之。否則在兩圓錐上,均有
趨向較粗一端之傾向。又當
移動皮帶,以變更速率時,兩
移帶桿須同時動作。

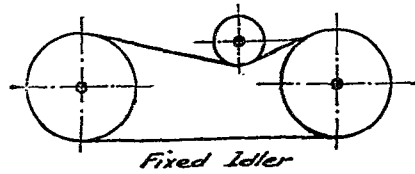
69. 惰輪 (Idlers) 惰輪
與導輪相似。惟導輪之應用,
係變換皮帶之方向。惰輪則
在傳達動力較大之皮帶,多

用以增加皮帶之牽力及皮帶與皮帶輪接觸之角度。在傳達
較遠之皮帶,並可用以防止過量之下垂。蓋皮帶當傳達動力
時,恆有相當之延長。傳達之動力增加時,其延長之程度愈甚,
不設法防止,往往發生滑動,或減小皮帶之牽力。第81圖至第
84圖,皆表示此種惰輪之應用。第81圖之惰輪,係裝置於一固

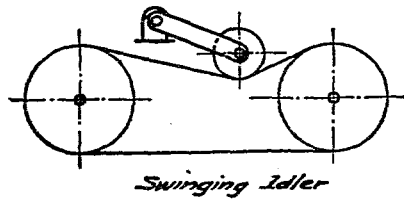


第 80 圖

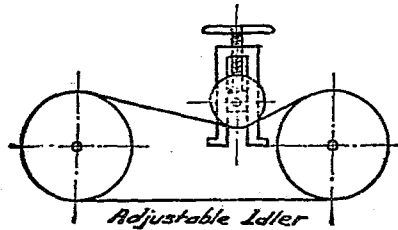
定軸，第82圖之惰輪，係裝置於能擺動之桿上，依皮帶鬆緊之程度而升降，第83圖之惰輪，其位置可以隨意調節，第84圖之惰輪，則裝置於一能擺動之曲桿上，桿之一端懸一重量 W 以增加惰輪對於皮帶之壓力，且惰輪沿曲桿之位置，亦可隨意變動之。



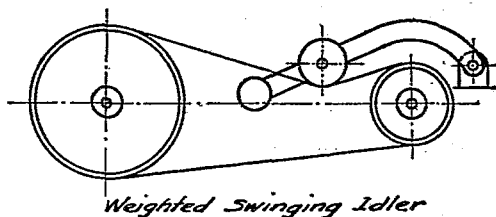
第 81 圖



第 82 圖

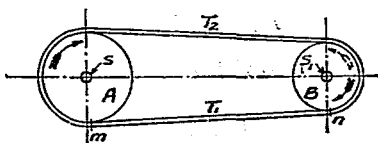


第 83 圖



第 84 圖

70. 皮帶上之牽力 (Tension in a belt) 如第 85 圖, 設皮帶輪 A 固定於 S 軸上, 皮帶輪 B 固定於 S_1 軸上。當兩軸靜止時, 設將一皮帶用力伸張而套於其上, 使皮帶上有相當之牽力, 以便皮帶在皮帶輪上有一定之緊度。此種牽力之大小, 在皮帶各部均大致一律, 稱之曰初



第 85 圖

牽力 (Initial tension) 由 T_0 代表之。

設 S 軸受一種外力, 擬使之向箭頭所指之方向迴轉。此種擬使 S 軸迴轉之力, 必使皮帶在下邊一段之牽力 (mn 之間) 增加, 而使皮帶在上邊一段之牽力減小。設在下邊一段之新牽力為 T_1 所代表, 在上邊一段之新牽力為 T_2 所代表, T_1 大於 T_0 , T_2 則小於 T_0 。

如皮帶附着於皮帶輪 B , 使彼此之間不致發生滑動, 則 T_1 必有使 B 輪沿實線箭頭所指之方向迴轉之勢。如 T_1 超過 T_2 至一定程度, 即使 S_1 軸迴轉之力勝過 S_1 軸對於迴轉

之抵力時，則 S_1 軸必起始沿實線箭頭所指之方向迴轉，此時使 B 輪迴轉之力，即為皮帶緊邊牽力 T_1 與鬆邊牽力 T_2 之差。此牽力之差，謂之皮帶之有效拽引力 (Effective pull of the belt) 如用 E 代表之，則 $E = T_1 - T_2$ 。

71. 皮帶所傳達之馬力 (Horse power of a belt) 就前段研究之結果，可知有效拽引力，為使皮帶傳達工作之力。故有效拽引力與皮帶每分鐘所行之呎數之乘積，必為皮帶每分鐘所傳之工作 (以呎磅計)。再用 33000 除之，即為皮帶所傳之馬力。

設 N 為 S 軸每分鐘之迴轉數，

D 為皮帶輪之直徑 (以呎計)，

$$\text{則皮帶所傳之馬力 H. P.} = \frac{\text{皮帶每分鐘之速率} \times E}{33000}$$

$$\text{或 H. P.} = \frac{\pi DN(T_1 - T_2)}{33000} = \frac{V(T_1 - T_2)}{33000} \dots\dots\dots (47)$$

式中 $V = \pi DN =$ 皮帶之速率。

由上式觀之，可知如皮帶之速率一定，則 T_1 與 T_2 之差愈大時，皮帶所傳之馬力必愈多，即其工率必愈大。

茲先將普通習慣上所假定之 T_1 與 T_2 之關係，及計算皮帶所傳之馬力之公式分述如下：——

在普通習慣， T_1 對於 T_2 之比，即 $\frac{T_1}{T_2}$ 多不使超過 $\frac{7}{3}$ ，又對於雙層帶，普通每吋寬度，其所受之牽力 (即 T_1) 多用 140 磅，對於單層帶，則每吋寬度其所受之牽力多用 75 磅。離心力之影響，

則略去不計。

根據以上規定，得在雙層帶，

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{7}{3}, T_1 = \text{每吋寬度 } 140 \text{ 磅}, T_2 = \frac{140 \times 3}{7} = 60 \text{ 磅};$$

故 $T_1 - T_2 = 140 - 60 = 80$ 磅。

= 雙層帶每吋寬度許用之最大有效拽引力。

又在單層帶 $\frac{T_1}{T_2} = \frac{7}{3}$, $T_1 = \text{每吋寬度 } 75$ 磅，

$$T_2 = \frac{75 \times 3}{7} = \frac{225}{7} = 32 \text{ 磅(約)}$$

故 $T_1 - T_2 = 75 - 32 = 43$ 磅

= 單層帶每吋寬度許用之最大有效拽引力。

將此結果代入(47)式。得，在雙層帶

$$\frac{\text{皮帶速率每分鐘之呎數} \times 80 \times \text{皮帶寬度之吋數}}{33000} = \text{H. P.} \dots (48)$$

在單層帶，

$$\frac{\text{皮帶速率每分鐘之呎數} \times 43 \times \text{皮帶寬度之吋數}}{33000} = \text{H. P.} \dots (49)$$

速率甚高時，離心力之影響加大，故須加以改正。又 80 與 43 兩數值，僅為普通常用之數值，非不能改變者。

又有一種計算皮帶所傳馬力之定則，完全係根據經驗而來。比較簡單，比較稍舊，謂之 Millwright's 定則。其規定如下：——

凡單層帶每分鐘行 100 尺時，每吋寬度即傳達一馬力。
雙層帶每分鐘行 560 呎時，每吋寬度即傳達一馬力。

即在單層帶

$$\frac{\text{皮帶速率每分鐘之呎數} \times \text{皮帶寬度之吋數}}{1000} = \text{H. P.} \dots (50)$$

在雙層帶,

$$\frac{\text{皮帶速率每分鐘之呎數} \times \text{皮帶寬度之吋數}}{560} = \text{H. P.} \dots (51)$$

例題 9. 一軸上有一直徑 48 吋之皮帶輪,每分鐘迴轉 180 次,將一寬度 8 吋之雙層帶套於其上,使帶動別一軸,問此皮帶所傳之馬力幾何。

$$\text{皮帶之速率} = \frac{\pi \times 48}{12} \times 180 = 2262 \text{ 呎,每分鐘.}$$

用(48)式,得

$$\frac{2262 \times 80 \times 8}{33000} = \underline{\underline{43 \frac{1}{2}}} \text{ 馬力.}$$

用(51)式,得

$$\frac{2262 \times 8}{560} = 32 \text{ 馬力.}$$

由此觀之,可知用 Millwright's 定則所得之結果,約小百分之 25,如速率高時,將離心力之關係計算在內,所差較少。但此種計算,多屬概算,其實 8 吋寬之雙層帶所傳之馬力,尚可高於 $43 \frac{1}{2}$,不過所傳之力愈大時,所用之時期愈短耳。

例題 10. 一軸每分鐘之迴轉數為 200 次,其皮帶輪之直徑為 24 吋,用一單層帶,欲傳 15 馬力之工率(Power)於別一軸,問皮帶之寬度應為若干吋。

$$\text{皮帶之速率} = \frac{\pi \times 24}{12} \times 200 = 1257 \text{ 呎,每分鐘.}$$

用(49)式,得

$$\frac{1257 \times 43 \times \text{皮帶之長度}}{33000} = 15$$

$$\text{故皮帶之寬度} = \frac{15 \times 33000}{1257 \times 43} = 9 \text{ 吋(約)}$$

用(50)式,得

$$\frac{1257 \times \text{皮帶之寬度}}{1000} = 15,$$

$$\text{故皮帶之寬度} = \frac{15 \times 1000}{1257} = 12 \text{ 吋.}$$

此處亦表明用 Millwright's 定則,所得之寬度較大。

例題 11. AB 二軸由一寬度 12 吋之雙層帶連絡之,傳達 72 馬力, A 爲原動軸,每分鐘迴轉 240 次。欲使 B 軸每分鐘迴轉 180 次,求 AB 二軸上皮帶輪之直徑。用 Millwright's 定則。

先求皮帶之速率,用(51)式,得

$$\frac{\text{皮帶之速率} \times 12}{560} = 72,$$

$$\text{皮帶之速率} = \frac{72 \times 560}{12} = 3360 \text{ 呎,每分鐘.}$$

因 B 輪每分鐘須迴轉 180 次。設其皮帶輪之直徑爲 D_B

$$\text{則 } \pi D_B \times 180 = 3360.$$

$$\text{或 } D_B = \frac{3360}{180\pi} = 5.49 \text{ 呎} = 71.28 \text{ 吋.}$$

用 72 吋,

$$\text{又因 } \frac{D_A}{D_B} = \frac{180}{240},$$

$$\text{故 } D_A = D_B \times \frac{180}{240} = 72 \times \frac{18}{240} = 54 \text{ 吋。}$$

72. 皮帶之應力(Stress of belt) 前段所用各公式,多係根據習慣或經驗而定,茲再就理論上加以研究。

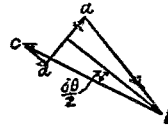
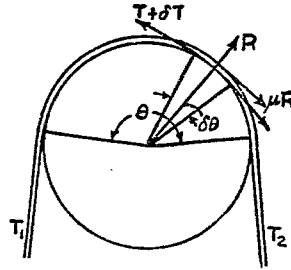
用橡樹皮所硝之革(Oak-tanned leather)其最後抗牽應力(Ultimate tensile stress)約為3500磅至6000磅,用重鉻酸鉀所硝之革(Chrome-tanned leather)其最後抗牽應力約為7000磅至12000磅,惟此種最後應力,對於計算皮帶之牽力時,普通不能依據,蓋皮帶必有連接處,其應力特弱,計算皮帶之牽力時,恆須就其連接處之力加以考慮也。

如連接處係縫合者(Laced together)實際上橫斷面每方吋之工作應力(Working stress)約由250磅至350磅,若連接處係膠固者, (Cemented together) 則每方吋之工作應力可至400磅,茲就皮帶之厚度,層數及連接情形對於每吋寬度應受之牽力列表於下:—

皮革之品質	平均厚度		緊邊每吋寬度應受之牽力(磅)			
	單層帶	雙層帶	單層帶	雙層帶	單層帶	雙層帶
			縫合者	縫合者	膠固者	膠固者
輕者	$\frac{1}{8}$ 至 $\frac{5}{32}$	$\frac{15}{64}$ 至 $\frac{17}{64}$	30	60	50	90
適中者	$\frac{5}{32}$ 至 $\frac{3}{16}$	$\frac{19}{64}$ 至 $\frac{21}{64}$	40	75	70	120
重者	$\frac{3}{16}$ 至 $\frac{7}{32}$	$\frac{23}{64}$ 至 $\frac{25}{64}$	60	100	90	150

(注) 根據 Kimball and Barr 所著之機械計畫。

73. T_1 與 T_2 之比 (Ratio between T_1 and T_2) 如第 86 圖, 設 A 爲一原動皮帶輪, 沿鐘表指針迴轉之方向迴轉, T_1 爲皮帶緊邊之牽力, T_2 爲皮帶鬆邊之牽力, θ 爲皮帶與皮帶輪接觸之部分在輪心所對之角度, 以半徑角計, μ 爲皮帶與皮帶輪接觸面之磨擦係數。



第 86 圖

在皮帶與皮帶輪接觸之部分, 任取其一小段, 使在輪心所對之角度爲 $d\theta$, 皮帶輪對於皮帶之抵抗力爲 R , 其方向係沿由輪心至此一小段皮帶中心之半徑線向外, 兩端之牽

力爲 T 與 $T+dT$ 磨擦力爲 μR , 其方向與 R 垂直。

按力之多邊形定律 (Polygon of forces) 此四力 $T, T+dT, \mu R$ 與 R 必可由一四邊形之四邊代表, 如附圖, 設 ab 代表 T , bc 代表 $T+dT$, cd 代表 μR , da 代表 R 。

因四力在此種情形之下, 彼此無相對運動, 即恰爲平衡, 按力學定理, 此四力向互相垂直之二方向, 其分力之代數和必各等於零。

如以 da 及垂直於 da 二方向爲標準方向, 則四力沿 da 方向各分力之代數和 $= R - T \sin \frac{d\theta}{2} - (T+dT) \sin \frac{d\theta}{2} = 0$ 。

$$\text{或 } R = T \sin \frac{d\theta}{2} + (T + dT) \sin \frac{d\theta}{2} = 2T \sin \frac{d\theta}{2} + dT \sin \frac{d\theta}{2}.$$

如 $d\theta$ 小至極限, 則 $dT \sin \frac{d\theta}{2}$ 一項可略去不計,

$$\text{故 } R = 2T \sin \frac{d\theta}{2} \dots\dots\dots (1)$$

沿 da 垂直方向各分力之代數和,

$$= \mu R - (T + dT) \cos \frac{d\theta}{2} + T \cos \frac{d\theta}{2} = 0.$$

$$\text{或 } \mu R = (T + dT) \cos \frac{d\theta}{2} - T \cos \frac{d\theta}{2} = dT \cos \frac{d\theta}{2} \dots\dots (2)$$

按極限定理, 如 $d\theta$ 甚小時, 則 $\sin \frac{d\theta}{2}$ 可視為等於 $\frac{d\theta}{2}$,
 $\cos \frac{d\theta}{2}$ 可視為等於 1.

$$\text{故 (1) (2) 二式可易為 } R = T d\theta \dots\dots\dots (3)$$

$$\mu R = dT \dots\dots\dots (4)$$

$$(4) \div (3) \quad \mu d\theta = \frac{dT}{T}$$

用積分法, 設從 T_2 至 T_1 為 dT 之界限, 從 0 至 θ 為 $d\theta$ 之界

$$\text{限, 則 } \int_{T_2}^{T_1} \frac{dT}{T} = \int_0^\theta \mu d\theta$$

$$\therefore \log_e \frac{T_1}{T_2} = \mu \theta \dots\dots\dots (52)$$

$$\text{或 } \frac{T_1}{T_2} = e^{\mu \theta} \dots\dots\dots (53)$$

式中 e 為 Napierian 或 Hyperbolic 對數之基數 = 2.718.....

按對數定理:

$$\log_e v = 2.3 \log_{10} v,$$

$$\text{故(52)式寫可爲 } 2.3 \log_{10} \frac{T_1}{T_2} = \mu \theta \dots \dots \dots (54)$$

74. μ 之數值 μ 之數值,對於兩接觸面構成之材料,兩接觸面粗糙之程度,皮帶之速率及皮帶之初牽力等,均有關係。惟迄無理論上之公式,可以應用。Carl Barth 氏曾本實驗與經驗,對於革帶與鐵製皮帶輪之間之磨擦係數,規定下列公式

$$\mu = 0.54 - \frac{140}{500 + V} \dots \dots \dots (55)$$

式中 V 係皮帶之速率,以每分鐘若干呎計。

此公式有時謂之 Barth's 公式。

今將根據此公式計算之結果,擇要列下:—

皮帶之速率 每分鐘若干呎	磨擦係數	皮帶之速率 每分鐘若干呎	磨擦係數	皮帶之速率 每分鐘若干呎	磨擦係數
0	0.260	700	0.423	2000	0.484
50	0.285	800	0.432	2500	0.493
100	0.297	900	0.440	3000	0.500
200	0.340	1000	0.446	3500	0.505
300	0.365	1200	0.458	4000	0.509
400	0.384	1400	0.466	4500	0.512
500	0.400	1600	0.473	5000	0.514
600	0.413	1800	0.479	5500	0.517

75. 接觸角 θ 之求法 (Determination of the angle of contact)

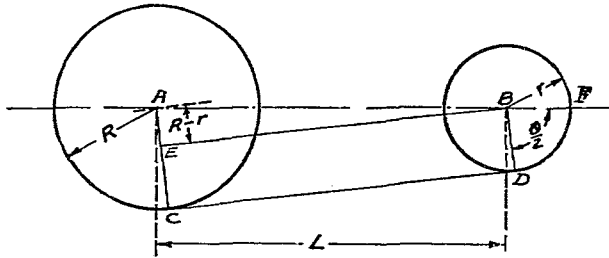
當兩皮帶輪之大小不同時, θ 角須取其較小者。即須用皮帶在小皮帶輪上所接觸之角度。因滑動恆由磨擦力較小處先

行發生也。

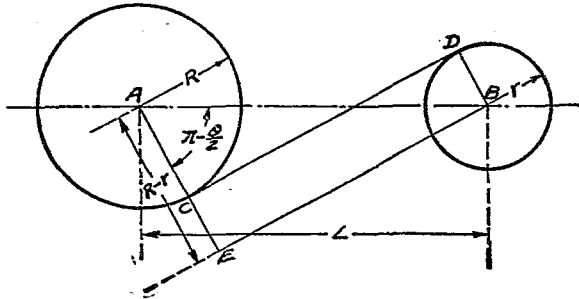
至 θ 角之求法,或用畫法,或用算法均可若用畫法,則畫出後再用量角器量之若用算法,則可用下列公式:—

(a)開口皮帶。

在開口皮帶, θ 須代表小皮帶輪上之接觸角如第 87 圖。



第 87 圖



第 88 圖

$$\frac{\theta}{2} = DBF \text{ 角} = CAB \text{ 角}$$

$$\therefore \cos \frac{\theta}{2} = \frac{AE}{AB} = \frac{R-r}{L}.$$

$$\text{或 } \theta = 2 \cos^{-1} \left(\frac{R-r}{L} \right) \dots\dots\dots (56)$$

(b) 交叉皮帶,如第 88 圖。

$$\frac{\theta}{2} = \pi - BAC \text{ 角。}$$

$$\pi - \frac{\theta}{2} = BAC \text{ 角。}$$

$$\cos \left(\pi - \frac{\theta}{2} \right) = \cos BAC = \frac{R+r}{L}$$

$$\therefore \pi - \frac{\theta}{2} = \cos^{-1} \left(\frac{R+r}{L} \right)$$

$$\text{或 } \frac{\theta}{2} = \pi - \cos^{-1} \left(\frac{R+r}{L} \right)$$

$$\theta = 2\pi - 2 \cos^{-1} \left(\frac{R+r}{L} \right) \dots\dots\dots (57)$$

又在交叉皮帶,兩皮帶輪上之接觸角恆相等。且較開口皮帶兩皮帶輪之接觸角均大,故其他各項如相同,用交叉皮帶時,所傳之力較大。

又 θ 恆用弧度法表示,即恆以半徑角為單位。

例題 12. 一軸之迴轉數為每分鐘 90 次,用皮帶帶動別一軸,其迴轉數為每分鐘 225 次,所傳之馬力數為 14。皮帶之寬為 $4\frac{1}{2}$ 吋,厚為 $\frac{7}{16}$ 吋。皮帶與皮帶輪間之磨擦係數為 0.25。兩軸中心之距離為 9 呎。小皮帶輪之直徑為 24 吋。試求皮帶之工作應力, (1) 當皮帶為開口皮帶時, (2) 當皮帶為交叉皮帶時。

$$\frac{(T_1 - T_2)l}{33000} = 14,$$

$$V = \pi DN = \pi \times \left(\frac{24\frac{7}{16}}{12} \right) \times 225 \text{ 呎, 每分鐘.}$$

$$\therefore T_1 - T_2 = \frac{14 \times 33000}{\pi \times \frac{24\frac{7}{16}}{12} \times 225} = 326 \text{ 磅.}$$

(1) 用畫圖法或用計算法, 求得當用開口皮帶時, 皮帶在大皮帶輪上之接觸角為 200° , 在小皮帶輪上之接觸角為 160° . 今取其較小者, 即 160° , 又 160° 約等於 2.79 半徑角.

$$\therefore 2.3 \log_{10} \frac{T_1}{T_2} = \mu\theta = 0.25 \times 2.79$$

$$\therefore \frac{T_1}{T_2} = 2.01$$

$$\therefore T_1 \left(1 - \frac{1}{2.01} \right) = 326$$

$$T_1 = 648 \text{ 磅.}$$

$$\text{故工作應力} = \frac{68}{4\frac{1}{2} \times \frac{7}{16}} = 328 \text{ 磅, 每平方吋.}$$

(2) 用圖畫法或計算法, 求得當用交叉皮帶時, 皮帶輪上之接觸角均為 227° , $227^\circ = 3.96$ 半徑角.

$$\therefore 2.3 \log_{10} \frac{T_1}{T_2} = 0.25 \times 3.96, \quad \therefore \frac{T_1}{T_2} = 2.7$$

$$T_1 \left(1 - \frac{1}{2.7} \right) = 326, \quad \text{故 } T_1 = 516 \text{ 磅.}$$

$$\text{故工作應力} = \frac{516}{4\frac{1}{2} \times \frac{7}{16}} = 263 \text{ 磅, 每平方吋.}$$

76. 皮帶所生之離心力 前述各節對於皮帶在皮帶輪上之一部所生之離心力, 均未計及。此種離心力, 係使皮帶所受之牽力, 因之增加。此增加之一部, 普通稱之為離心牽力 (Centrifugal tension) 當皮帶之速率較低時, 此離心牽力之影響, 尚可略去不計。當皮帶之速率高至每分鐘 2500 呎以上時, 則影響甚大, 如皮帶所受之最大牽力為皮帶之工作應力所限, 不能增加, 則此種離心牽力之影響, 足使皮帶對於傳達動力應有之牽力較小。實際上若皮帶之速率高至每分鐘 10000 呎以上時, 則所生之離心牽力, 已約與皮帶之工作應力相當。傳達動力之效果, 即勢須停止。

茲求得離心牽力之公式如下:—

設 W = 皮帶單位長度所有之重量, 以每呎若干磅計。

V = 皮帶之速率, 以每秒若干呎計。

r = 皮帶輪之半徑, 以呎計。

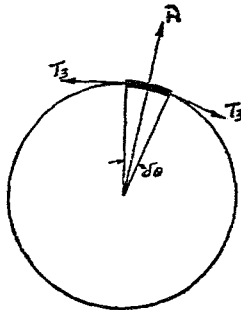
如第 86 圖在包圍皮帶輪之一段皮帶上, 設取極小之一段, 並設此一小段在皮帶輪中心所對之角度為 $d\theta$ 。

此一小段皮帶之重量必為 $Wr d\theta$

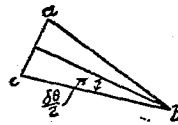
$$\therefore \text{離心力 } R = \frac{WV^2}{gr} = \frac{Wr d\theta V^2}{gr} = \frac{WV^2}{g} d\theta \dots (1)$$

又此一小段皮帶, 係由其兩端大小相等之二力 T_3 對於 R 保持其平衡狀態, 且 T_3 之方向, 係沿此段皮帶兩端之切線。

如第90圖按力之三角形律,畫 ab 線使代表此段皮帶右端之力 T_3 ,畫 bc 線,使代表此段皮帶左端之力 T_1 ,則 ca 必代表離心力 R 。



第 89 圖



第 90 圖

取各力沿 ac 方向分力之代數和得

$$2T_3 \sin \frac{d\theta}{2} - R = 0$$

$$\text{或離心力 } R = 2T_3 \sin \frac{d\theta}{2},$$

因 $\frac{d\theta}{2}$ 極小時, $\frac{d\theta}{2}$ 可視為與 $\sin \frac{d\theta}{2}$ 相等,

$$\text{故 } R = T_3 d\theta \dots\dots\dots (2)$$

由(1)與(2)兩式得

$$T_3 d\theta = \frac{WV^2}{g} d\theta$$

$$\text{或 } T_3 = \frac{WV^2}{g} \dots\dots\dots (53)$$

此種離心牽力之大小,完全由於皮帶在皮帶輪上發生迴轉運動時所生之離心力而起。與皮帶之初牽力及因傳達動力所需之牽力均無關。例如一皮帶當傳達一定馬力之工率時,若不計離心力之關係,其緊邊與鬆邊應有之牽力為 T_1 與 T_2 所代表。若將離心牽力計算在內,則皮帶兩邊之實在牽力必為 (T_1+T_3) 與 (T_2+T_3) 。即計畫皮帶之力量時,其緊邊之工作應力,須按 (T_1+T_3) 計算也。

又若一皮帶實際應受之牽力係根據皮帶之應力所計算且使其值為一定,則 T_3 愈大時, T_1 必愈小。

77. 一定皮帶所傳達之最大工率(Maximum power transmitted by a given belt) 就前段之結果觀之,可知離心牽力之影響,係減少皮帶對於傳達動力應有之牽力。如將離心牽力與傳達動力應有之牽力合併研究之,則得一定之皮帶,恆有其傳達動力最大之一速率。

設 T 為某皮帶所能負擔之最大工作應力,亦即此皮帶所應受之最大牽力。 T_1 與 T_2 為此同一之皮帶因傳達動力之故其緊邊與鬆邊所有牽力, T_3 為因離心力所生之牽力。並設 V 為皮帶之速率。

$$\text{則傳達之工作} = (T_1 - T_2)V \dots\dots\dots (1)$$

$$T = T_1 + T_3 = T_1 + \frac{WV^2}{g} \dots\dots\dots (2)$$

由(1)式觀之,可知若 $(T_1 - T_2)$ 保持一定,則所傳達之動力,

必隨 V 增加，然若由 (2) 式觀之，當 V 增加時， T_1 必減小，因之 $(T_1 - T_2)$ 亦必隨之減小，吾人應加以討論者，即 V 之數值至何程度， $(T_1 - T_2)V$ 之結果即至最大之問題。

$$\text{因 } \frac{T_1}{T_2} = e^{\mu\theta},$$

$$\begin{aligned} \text{故所傳達之工作} = P &= (T_1 - T_2)V = T_1V \left(1 - \frac{1}{e^{\mu\theta}}\right) \\ &= (T - T_3)KV. \quad \text{式中 } K = \left(1 - \frac{1}{e^{\mu\theta}}\right). \\ &= K \left(T - \frac{WV^2}{g}\right)V. \end{aligned}$$

用微分求最大最小法，得

$$\frac{d(P)}{dV} = K \left(T - \frac{WV^2}{g}\right) - \frac{2WV}{g} \times KV = 0$$

$$\text{或 } T - \frac{3WV^2}{g} = 0$$

$$\therefore \text{傳達之工作最大時, } T = \frac{3WV^2}{g} \dots\dots\dots (59)$$

$$\text{或 } V = \sqrt{\frac{T \cdot g}{3W}} \dots\dots\dots (60)$$

$$\text{但 } T_3 = \frac{WV^2}{g}, \text{ [見(58)式], 故 } T_3 = \frac{T}{3}.$$

即一定之皮帶，如欲使其傳達之工率或動力最大，則其速率須能使其所生之離心牽力恰為此皮帶最大工作應力之三分之一，其緊邊傳達動力之牽力則恰為此最大工作應力之三分之二。

例題 13. 某皮帶每立方吋之重量為 0.036 磅，橫斷面

每方吋許受之最大牽力爲 300 磅，如皮帶之寬度爲 10 吋，厚度爲 $\frac{7}{16}$ 吋， T_1 與 T_2 之比爲 2。試求所傳最大工率之馬力數。

$$\text{皮帶一呎之體積} = 10 \times \frac{7}{16} \times 12 \text{ 立方吋。}$$

$$\text{皮帶每尺長度之重量} = 10 \times \frac{7}{16} \times 12 \times 0.036 = 1.89 \text{ 磅。}$$

$$\text{皮帶所應受之最大牽力} = 10 \times \frac{7}{16} \times 300 = 1312.5 \text{ 磅。}$$

當傳達最大工率時，離心牽力之值應爲皮帶所受最大牽力之三分之一，即

$$T_3 = \frac{WV^2}{g} = \frac{1312.5}{3} = 437.5 \text{ 磅。}$$

$$\therefore V^2 = 437.5 \times \frac{32.2}{1.89} = 7453.6$$

$$V = 86.3 \text{ 呎/秒。}$$

緊邊牽力爲最大牽力之三分之二，

$$\text{即 } T_1 = \frac{2}{3} \times 1312.5 = 875 \text{ 磅。 } T_2 = \frac{T_1}{2} = 437.5 \text{ 磅。}$$

$$\text{故所傳之最大工率} = \frac{(T_1 - T_2)V}{550} = \frac{437.5 \times 86.3}{550} = 68.7 \text{ 馬力。}$$

78. 鋼帶(Steel belt) 近年以來，在德國與英國，多有用鋼帶以代替皮帶者。其厚度約由 0.008 吋至 0.04 吋，其寬度則約由 1 吋至 8 吋，其優點甚多，第一傳達同一之工率鋼帶之寬度，約當皮帶之 $\frac{1}{2}$ 至 $\frac{1}{4}$ 。故輪之寬度可減，因之其所占空間，所有重量及製造之價值，自均隨之減少，第二鋼帶本身之價值較之皮帶及橡皮帶等均低，第三伸縮性較小，滑動只約百分之

0.5 左右。即損失之迴轉數較少，第四受氣候溫度及濕度之影響特小，故在氣候太濕之地帶，用之尤宜。又在油漆工廠即有污濺，易於用汽油洗去，亦較他種皮帶為宜。惟所用之輪，周緣不能隆起，且鋼帶之動作又較為靈敏，故製造及裝置輪與軸時，須特別精細，特別規則，否則極易自行脫落。

又用鋼帶之輪，其周緣多覆一層粗布，軟木或橡皮等，以增其磨擦力。

習 題

1. 原動輪每分鐘之迴轉數為 120 次。從動輪每分鐘之迴轉數為 90 次。兩輪直徑之和為 49 吋。如不計皮帶之厚與滑動，問原動輪與從動輪之直徑各為若干吋。

2. 原動輪之直徑為 15 吋。從動輪之直徑為 60 吋。皮帶之厚為 $\frac{1}{2}$ 吋。原動輪每分鐘之迴轉數為 200 次。(a) 不計皮帶之厚與滑動。(b) 將皮帶之厚計算在內。(c) 除將皮帶之厚計算在內，並設滑動為百分之五。問從動輪每分鐘之迴轉數各為若干。

3. 設原動輪之直徑為 D_A 吋。每分鐘之迴轉數為 100 次，從動輪之直徑為 6 吋。每分鐘之迴轉數為 800 次。皮帶之厚為 $\frac{1}{4}$ 吋。滑動為百分之四。問 D_A 為若干吋。

4. 有磨石機一架。其磨石輪之直徑為 8 吋。其沿邊之速率為每分鐘 2500 呎。對軸上有皮帶輪二。其第一輪之直徑為 18 吋。由一皮帶與總軸上直徑 36 吋之一皮帶輪相連。其第二輪由一皮帶與磨石機上直徑 2 吋之皮帶輪相連。(與磨石輪同軸)。倘總軸每分鐘迴轉 80 次。不計皮帶之厚與滑動。問對軸上第二皮帶輪之直徑為若干吋。

5. A 與 B 兩皮帶輪，由一寬度 5 吋之單層帶連結之。傳遞之工率為 10 馬力。 A 為原動輪，每分鐘迴轉 200 次。 B 為從動輪，每分鐘迴轉 100 次。用 Millwright's 定則，試求兩皮帶輪之直徑。

6. 某軸每分鐘之迴轉數為250次。其皮帶輪之直徑為18吋。如用一雙層帶欲傳達20馬力之工率。問皮帶之寬度應為若干吋。

7. 一軸之迴轉運動。擬用皮帶傳達於平行之別一軸上。且原動軸對於從動軸之兩種速比為9比1及4比1。兩軸中心之距離為10呎。原動軸塔輪上小皮帶輪之直徑為6吋。如擬用同一之皮帶。並係交叉皮帶。試求兩塔輪上其餘各皮帶輪之直徑。及皮帶之全長。又就速比為9比1之兩輪。求一開口皮帶之長度。並問此皮帶若仍用為開口皮帶。是否適用於速比為4比1之兩輪。

8. 某原動軸之迴轉運動擬用兩塔輪傳達於從動軸。原動軸每分鐘之迴轉數為120次。從動軸所需三種不同之速率為每分鐘100次。200次。及300次。兩軸中心相距之距離為8呎。又當從動軸每分鐘迴轉100次時。兩軸上相對之二皮帶輪之直徑為 $12\frac{1}{2}$ 及15吋。如擬用同一之皮帶。並係開口皮帶。問其餘四皮帶輪之直徑各為若干吋。

9. 兩軸心相距之距離為24吋。原動每分鐘之迴轉數為200次。從動軸每分鐘之迴轉數為50, 100, 200, 400與800次。原動軸上之塔輪。其最小之一級。直徑為4吋。如擬用同一之皮帶。試計畫此對塔輪其餘各級皮帶輪之大小。(a)設皮帶係交叉皮帶。用算法求之。(b)設皮帶係開口皮帶用Smith氏之近似法求之。(第二步用圖畫法求出後。可根據求出之直徑。算出皮帶在各對時之長度。以考察其是否相等)。

10. 設 T_1 為一皮帶緊邊之牽力。 T_2 為此皮帶鬆邊之牽力。均以磅計。 V 為皮帶之速率。以每分鐘若干呎計。試證此皮帶所傳達之馬力 = $\frac{(T_1 - T_2)V}{33000}$ 。

如 $T_1 = 2T_2$ 。皮帶寬度 = 4吋。皮帶厚 = $\frac{1}{4}$ 吋。皮帶每分鐘之速率 = 1100呎。所傳達之馬力數 = 5。問皮帶緊邊橫斷面每方吋所受之牽力為若干磅。

11. 皮帶之速率為每分鐘100呎所傳達之馬力數 = 2。皮帶在皮帶輪上所包之角度為180度。磨擦係數為0.24。問緊邊與鬆邊之牽力各為若干。

12. 設皮帶緊邊之牽力為 T_1 磅。鬆邊之牽力為 T_2 磅。寬為6吋。厚為 t 吋。緊邊橫斷面每方吋所受之牽力為 f 磅。皮帶每分鐘之速率為 V 呎。 $T_2 = nT_1$ 試證:

$$\text{皮帶所傳達之馬力數} = \frac{(1-n) \cdot b \cdot t \cdot f \cdot V}{33000}$$

如 $t = \frac{1}{4}$ 吋, $f = 300$ 磅, $V = 2200$ 呎, $T_2 = \frac{1}{3}T_1$, 所傳達之馬力數為 10, 問皮帶之寬, 當為若干吋。

13. 一 5 馬力之電動機, 自一皮帶連於一總軸。電動機每分鐘迴轉 500 次。總軸每分鐘迴轉 300 次。電動機上皮帶輪之直徑為 10 吋。設皮帶緊邊率力對於鬆邊率力之比為 2 比 1。皮帶每吋寬度之最大工作率力 (Working Tension) 為 100 磅, 試求此皮帶之寬度。

14. 試求一定皮帶傳達工率最大時之速率, 並根據所得之結果, 推證此時皮帶緊邊率力對於鬆邊率力之比為 $\frac{3e^{\mu\theta}}{e^{\mu\theta} + 2}$ 。

15. 某皮帶之寬度為 8 吋。厚為 $\frac{5}{16}$ 吋。每立方吋之重量為 0.036 磅。倘此皮帶每分鐘之速率為 5500 呎。問所生之離心率力幾何。又設 $e^{\mu\theta} = 2$, 皮帶橫斷面每方吋應受之最大率力為 250 磅。問此皮帶依此種速率運動時, 所傳達之馬力若干。

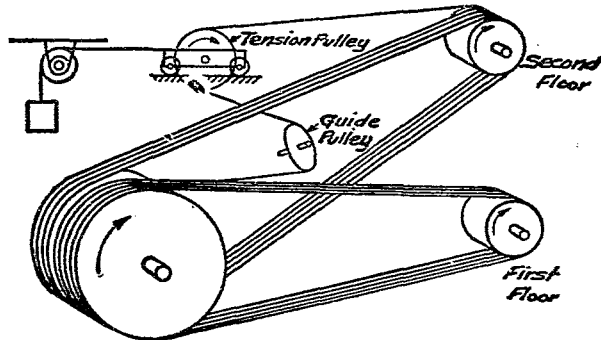
16. 試求皮帶離心率力之公式, 並證明皮帶傳達之工率最大時, 其速率應為 $\sqrt{\frac{Tg}{3W}}$ 式中 T 為皮帶緊邊之最大工作率力。 W 為皮帶每呎長度之重量。又倘皮帶橫斷面每方吋所受之率力不得超過 360 磅, 緊邊率力對於鬆邊率力之比為 1.8。皮帶每立方吋之重量為 0.036 磅。問皮帶橫斷面每方吋能傳達之最大馬力數為何。

第五章 繩與繩輪

79. 繩 (Rope) 將一軸之迴轉運動，傳達於他軸如傳達之動力 (Power) 甚大，且距離亦較遠時（如全廠之發動機傳其力於一總軸或數總軸）。則多用繩以代皮帶。繩有用麻製者，有用棉製者，有用馬尼拉纖維製者（即斐利賓香蕉樹之纖維）。可總稱之曰纖維繩 (Fibrous ropes)。又有用鋼絲或鐵絲製者，可總稱之曰鋼絲繩 (Wire ropes)。在室內工作者，用纖維繩之時較多。若在室外工作，易受風雨之侵蝕者則用鋼絲繩之時較多。如上山火車 (Cable and inclined railway) 等是。晚近以來，因電能力對於長距離之傳達，極為便利。故用長繩以傳達運動之範圍未免受相當影響。然多種工作，仍舊沿用者尚不在少也。

80. 繩在繩輪上纏繞之方法 因繩之彎曲性 (Flexibility) 隨其直徑之增加而減小。（其故因繩在繩輪上之一段，既有一定之曲度，其在中心線以下者，恆受一種壓力。其在中心線以上者，恆受一種牽力。繩愈粗時則壓力與牽力均愈大，故愈不易彎曲）。故傳達之工率較大時，多增加繩數而不用粗繩。至增加繩數之方法，則有兩大類：——

(一) 美國制 (American system 因美國普通多用此種) 或單繩制 (Single rope system), 或連續制 (Continuous system)。即用一長繩, 向兩繩輪或數繩輪往復纏繞, 最後再由導輪 (Guide pulleys 或 Guide sheaves) 與起始點相連, 爲調節各段繩之鬆緊度或起始工作後全繩之牽力, 多設一牽力輪 (Tension pulley) 如第91圖所示。

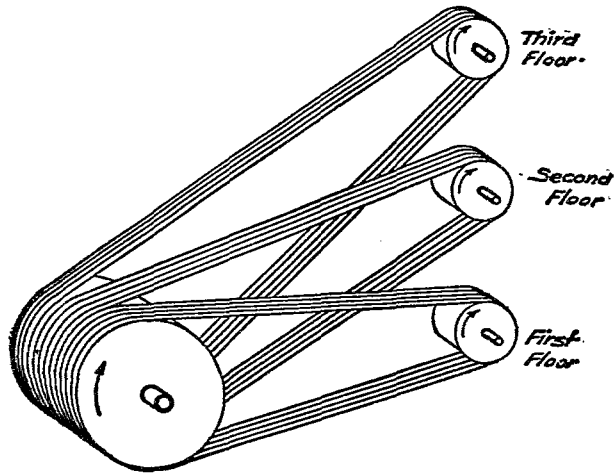


第 91 圖

(二) 英國制 (English system 因英國多用此種)。或多繩制 (Multiple rope system) 或個體制 (Individual system)。即兩輪上凡相對之槽中, 即有一繩纏繞, 與他槽之繩不相連屬。如第92圖所示, 茲將此兩制之利弊比較如下:—

美國制 利:—(a) 各段繩鬆緊之程度, 極易一致, 即所受之牽力極易相等, 無分配不均之弊。

(b) 全繩因所負載荷之增減而有伸縮時亦能由牽力



第 92 圖

輪調節之。

弊：——(a) 無論何段，一經破壞，則全體停頓，非待修理完畢不能復工。

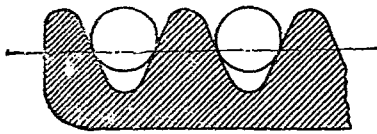
英國制 利：——(a) 如有一二繩損壞，仍能繼續工作，至適宜時間，再加修理。

(b) 用一原動輪，帶動數個從動輪，比較易於裝置。

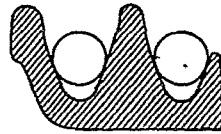
弊：——(a) 各繩鬆緊之程度，極難一致，故所受之牽力極難分配均勻，因之受牽力特大者，比較易於傷損，且各繩所負之載荷增大時，易失於鬆，遂因之易生滑動。

81. 繩輪周緣之形狀 欲使繩在繩輪上永保持其應處

之地位，繩輪之周緣，恆備若干平行之槽，以約束之纖維繩之繩輪，其槽形之橫斷面，多製成V字形，如第93第94兩圖所示，使繩在槽中，僅與兩邊接觸，不能與槽底接觸，因之繩與槽之兩邊有較大之壓力，以增加其磨擦力。



第 93 圖



第 94 圖

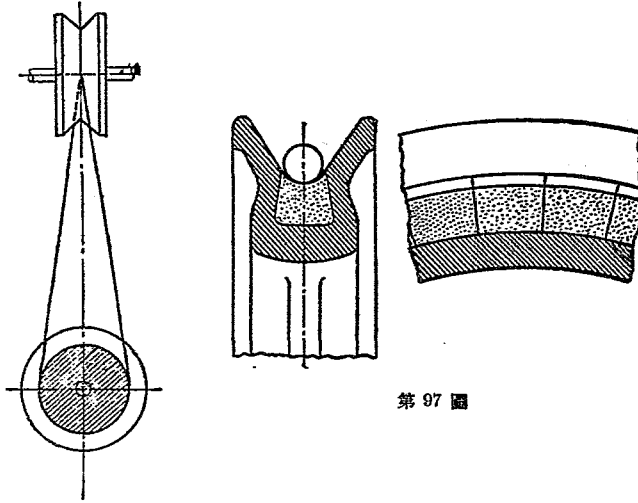
至繩槽兩邊所成之角度，則各廠之標準各不相同，例如 Dodge 工廠，對於美國制之繩輪，無論其為工作輪或導輪，其兩邊所成之角度，均用 60° 。Weller 工廠則均用 45° 。對於英國制，則普通多用 45° 。惟導輪及牽力輪繩槽之底部，多用圓形，使繩完全與底部接觸，槽之兩邊，除 Dodge 工廠所製者亦使之互成 60 度外，其餘多成直形，如第 95 圖所示。



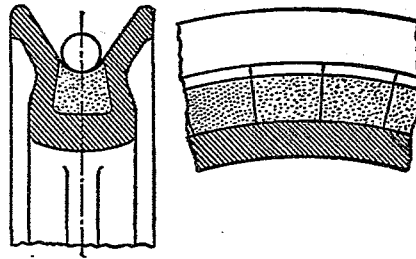
第 95 圖

又在紡織機械，多用一種棉線繩，以傳達不平行之兩軸之運動。用一橫軸之迴轉運動，可帶動多數立軸，使之發生同一之迴轉運動。其輪槽亦成V字形，如第96圖所示。鋼絲繩之繩輪，則恐損傷過速，其輪槽不製成V字形而製為平圓形。且使繩之底部，完全與槽底接觸。又為免避鋼鐵互相磨擦，以致易於損傷起見，槽之底部，多用樹膠木材或皮革等富於彈性

且磨擦係數較大之物質填充之。如第97圖所示。



第96圖



第97圖

82. 繩之直徑與輪之直徑 繩之損傷,可分為外部損傷與內部損傷兩種。外部損傷與繩對外面積之大小有關,對外面積大者,其外部損傷較多。反之則外部損傷較少。但繩對外面積與其直徑成正比。而繩之橫斷面積則與其直徑之自乘成正比。可知若增加繩之直徑,其結果使傳達牽力有關之橫斷面積增加之程度(繩能傳達之牽力,恆與橫斷面積成正比)較之受外部損傷之面積增加之程度為高。

故就傳達同一之工率及比較減輕外部之損傷言,用少數之粗繩,似較用多數之細繩適宜。惟內部損傷,則與此情形

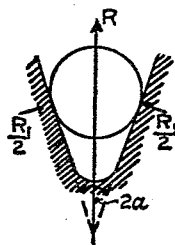
適反。蓋繩在輪上之一部，中心線以上者，恆受一種牽力，中心線以下者恆受一種壓力。繩之直徑若增加，其結果使此種變化愈大，即內部之損傷亦愈甚。故僅就減輕內部之損傷言，用多數之細繩，似又較用少數之粗繩適宜。

兩種關係，既係相反，故應兼顧。即一面比較的採用粗繩，一面並增加繩輪之直徑，以減輕繩之內部所受牽力與壓力之影響。蓋同一直徑之繩，若輪之直徑增大，亦可減輕其內部牽力與壓力之變化也。American Mfg., Co. 對於 Manila 繩，使輪之直徑，恆在繩之直徑之 36 倍以上。G. W. Hunt 工廠，則對於直徑 $\frac{7}{8}$ 吋，及 $\frac{7}{8}$ 吋以下之繩，使輪之直徑為繩之直徑之 40 倍。對於直徑 $\frac{7}{8}$ 吋以上之繩，則使輪之直徑為繩之直徑之 42 倍。Dodge Corporation 則使此種倍數，依繩之速率稍加變化。在每分鐘 4250 呎之速率時，使其倍數為 40。在每分鐘 5500 呎之速率時，使其倍數為 55。Kenyon 對於棉線繩，主張最低之倍數為 30。

增加繩之直徑之缺點，雖有增加輪之直徑之補救方法，然輪之直徑實不能無限的增加。故事實上繩之直徑，亦有相當限度。直徑至 $2\frac{1}{2}$ 吋者已屬罕見。直徑至 2 吋者，在普通即屬較粗之繩。至 $1\frac{3}{4}$ 吋之直徑者，則用之者最多。

83. 繩輪輪槽對於 $\frac{T_1}{T_2}$ 之影響

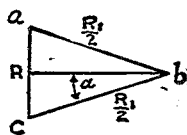
如第 98 圖，設 2α 為繩輪輪槽之底角，並設繩輪對於繩之總反抗力為 R_1 即輪槽兩邊對於繩之反抗力各等於 $\frac{R_1}{2}$ 。惟此力之方向，均未在繩輪平面內，故須求出在繩輪平面內向外之相當反抗力 R 。



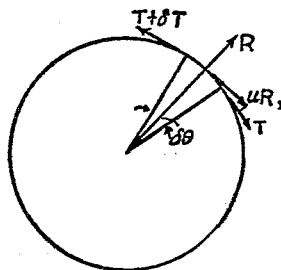
第 98 圖

如第 99 圖，按力之三角形定律，畫 ab 線使代表 $\frac{R_1}{2}$ 。畫 bc 線亦使代表 $\frac{R_1}{2}$ 則 ac

即代表 R ，又就圖上觀之，可知 $R = 2\left(\frac{R_1}{2} \sin \alpha\right) = R_1 \sin \alpha$ 。如第 100 圖，仍用從前研究皮帶之方法，取繩之一小段，使對輪心所對之角度為 $d\theta$ 兩端之牽力一為 $T+dT$ ，一為 T ，磨擦力為 μR ，反抗力為 R 。



第 99 圖



第 100 圖

$$\text{則 } R = R_1 \sin \alpha = T d\theta,$$

$$\mu R_1 = dT,$$

$$\therefore \frac{dT}{T} = \frac{\mu d\theta}{\sin \alpha}.$$

$$\text{或 } \log_e \frac{T_1}{T_2} = \frac{\mu\theta}{\sin \alpha} \dots\dots\dots(61)$$

$$\frac{T_1}{T_2} = e^{\frac{\mu\theta}{\sin \alpha}} \dots\dots\dots(62)$$

$$\text{或 } 2 \cdot 3 \log_{10} \frac{T_1}{T_2} = \frac{\mu\theta}{\sin \alpha} \dots\dots\dots(63)$$

例題 14. 一繩輪上,共有繩 10 條繩之速率為每分鐘 4000 呎。所傳達之馬力數為 140。如繩在輪上所包之角度為 180° 。輪槽兩邊所夾之角度為 45° , 繩與輪間之磨擦係數為 0.20。問繩上緊邊與鬆邊所受之牽力各若干。

因繩數為 10, 共傳達之馬力數為 140。

故每一繩所傳達之馬力數為 $\frac{140}{10} = 14$ 。

按(47)式:

$$H. P. = \frac{(T_1 - T_2)V}{33000}, \text{ 得,}$$

$$14 = \frac{(T_1 - T_2)4000}{33000},$$

$$\text{或 } T_1 - T_2 = \frac{14 \times 33000}{4000} = 115.5 \text{ 磅。} \dots\dots(1)$$

又按(61)式得,

$$\log_e \frac{T_1}{T_2} = \frac{0.20 \times \pi}{\sin 22.5^\circ} = \frac{0.6283}{0.3827} = 1.6417 = \log_e 5.172,$$

$$\therefore \frac{T_1}{T_2} = 5.172 \dots\dots\dots(2)$$

$$T_1 = 5.172 T_2 \dots\dots\dots(3)$$

將 T_1 之數值代入(1), 得

$$T_2(5.172-1)=115.5$$

$$T_2 = \frac{11.55}{4.172} = 27.6 \text{ 磅。}$$

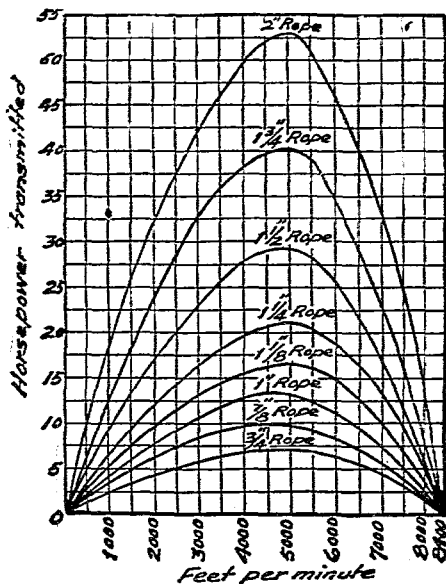
$$T_1 = 5.172 \times 27.6 = 142.75 \text{ 磅。}$$

84. 纖維繩之應力 (Strength of Fibrous Ropes) 設 d 為繩之直徑,以吋計,則 Manila 繩之最後應力,約為 $7000d^2$ 磅(約當橫斷面積每方吋 8900 磅),棉線繩之最後應力,約為 $4600d^2$ 磅(約當橫斷面積每方吋 5850 磅)。其工作應力 (Working Stress) 當然遠低於此數, Hunt 氏主張,對 Manila 繩,其緊邊實際傳達動力之牽力不宜超過 $200d^2$ 磅,對棉線繩,其緊邊實際傳達動力之牽力,不宜超過 $130d^2$ 磅,即其安全因數 (Factor of safety) 各在 35 倍以上也,但因棉繩之內部損傷較輕,故有時可用較高之數。

85. 纖維繩之速率及其傳達之馬力 (Velocity of and Horse Power Transmitted by Fibrous Ropes) 繩受離心力之影響,與皮帶相同,如 W 為每呎長度之繩之重量,以磅計, V 為繩之速率,以每秒若干呎計,則繩因離心力所生之離心牽力亦為 $\frac{WV^2}{g}$ 磅。

又設 d 為繩之直徑,以吋計,就實測之結果,各種纖維繩每呎之平均重量約為 $0.33d^2$ 磅。

倘繩緊邊傳達動力之工作牽力為 $200d^2$, 則當離心牽力增至與此相等時,則傳達動力之牽力即等於零。



第 101 圖

$$\text{即 } \frac{0.33T^2V^2}{g} = 200d^2 \text{ 時,}$$

$$\text{或 } V = \sqrt{\frac{200 \times g}{0.33}} = 140 \text{ 呎/秒} = 8400 \text{ 呎/分時,}$$

則無傳達動力之可言也。

又用第(77)節同一證明法,可得傳達動力最大時之速率。

$$V = \sqrt{\frac{Tg}{3W}}$$

式中 T 為繩緊邊許用之最大工作牽力, W 為每呎長度之重量,如 T 仍按 $200d^2$ 計算, W 仍按 $0.33d^2$ 計算,

$$\begin{aligned} \text{則 } V &= \sqrt{\frac{200d^2 \times g}{3 \times 0.33d^2}} = \sqrt{\frac{6440}{0.99}} = \sqrt{6505} = 80.3 \text{ 呎/秒。} \\ &= 4848 \text{ 呎/分。} \end{aligned}$$

又因繩緊邊之工作牽力及每呎長度之重量,均係與 d^3 成正比故此種結果,可適用於任何直徑之繩。

第 101 圖,即表示各種直徑之繩,在各種速率所傳達之工率之馬力數就實際之經驗察之,繩之速率,亦以每分鐘在 4000 呎至 5000 呎之間者,最為經濟。

茲再將 American Mfg. Co. 對於 Manila 繩研究之結果列下:

馬力數 直徑吋	繩之速率每分若干呎										
	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000	5500	6000
$\frac{3}{4}$	2.3	3.3	4.3	5.2	6.0	6.6	7.2	7.3	7.4	7.3	6.9
$\frac{7}{8}$	3.0	4.5	5.9	7.0	8.2	9.0	9.6	9.8	10.0	9.6	9.0
1	4.0	5.9	7.7	9.2	10.6	11.8	12.7	12.9	13.7	12.0	12.0
$1\frac{1}{8}$	5.0	7.5	9.7	11.6	13.5	14.9	16.0	16.3	16.7	16.5	15.3
$1\frac{1}{4}$	6.3	9.1	12.0	14.3	16.7	18.5	20.0	20.2	20.7	20.1	18.3
$1\frac{3}{8}$	7.5	10.8	14.4	17.4	20.0	22.1	23.7	24.5	24.6	24.0	22.3
$1\frac{1}{2}$	9.0	13.5	17.4	20.7	23.0	26.3	28.7	29.0	29.5	28.6	26.7
$1\frac{5}{8}$	10.5	15.5	20.1	24.3	27.9	30.8	32.9	34.1	34.3	33.3	31.0
$1\frac{3}{4}$	12.3	18.0	23.6	28.1	32.7	36.4	38.5	39.4	40.5	38.7	36.0
2	16.0	23.2	30.6	36.8	42.5	46.7	50.0	51.7	52.8	50.6	47.3
$2\frac{1}{4}$	20.0	29.6	38.6	46.6	53.6	59.2	63.6	65.8	66.3	64.4	60.3
$2\frac{1}{2}$	25.3	38.6	47.7	57.5	66.0	71.2	78.0	80.0	81.0	79.0	73.8

以上係 American Mfg. Co. 對於 Manila 繩研究之結果，但就 Kammerer 之試驗及 Kenyon 長期之經驗之結果，則麻繩與棉線繩其速率每分鐘增至7000呎，所傳達之工率，仍有增無減。茲將 Kenyon 對於棉線繩所傳達之馬力數，列表於下：——

繩輪直徑恆在繩之直徑30倍以上。

直徑 速 率 (呎分)	1	$1\frac{1}{8}$	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{3}{8}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{5}{8}$	$1\frac{3}{4}$	$1\frac{7}{8}$	2
1000	3.3	4.1	5.1	6.1	7.4	8.6	10.0	11.5	13.0
1200	3.9	4.9	6.1	7.3	8.9	10.3	12.0	13.8	15.6
1400	4.6	5.7	7.1	8.6	10.4	12.0	14.0	16.0	18.3
1600	5.2	6.6	8.1	9.8	11.9	13.8	16.0	18.4	20.9
1800	5.8	7.4	9.1	11.0	13.4	15.5	18.0	20.7	23.5
2000	6.5	8.2	10.1	12.2	14.9	17.2	20.0	22.9	26.1
2500	8.1	10.3	12.6	15.3	18.5	21.5	25.0	28.7	32.6
3000	9.7	12.3	15.1	18.3	22.3	25.8	30.0	34.5	39.1
3500	11.3	14.4	17.7	21.4	26.0	30.1	35.0	40.2	45.7
4000	13.0	16.4	20.2	24.5	29.7	34.5	40.0	46.0	52.2
4500	14.6	18.5	22.7	27.5	33.4	38.8	45.0	51.7	58.7
5000	16.2	20.6	25.3	30.6	37.1	43.1	50.0	57.5	65.3
5500	17.8	22.6	27.8	33.6	40.9	47.4	55.0	63.2	71.8
6000	19.5	24.7	30.3	36.7	44.6	51.4	60.0	69.0	78.3
6500	21.1	26.8	32.9	39.8	48.3	56.0	65.0	74.7	84.9
7000	22.7	28.8	35.4	42.8	52.0	60.3	70.0	80.5	91.4

86. 繩之下垂 (Sag of Ropes) 當兩繩輪相距之距離甚長時，繩之下垂往往成爲問題。因下垂之程度，與兩輪相距之距離、繩之粗細、繩之速率，與兩輪中心線對於水平面之傾斜度均有關係，故極難求得一簡單公式。

如兩輪中心線係水平時，在英國制與美國制之緊邊，因其工作牽力多屬一定，及美國制之鬆邊，因有牽力輪以調節其牽力，亦大致一定，故繩之下垂，比較易於計算。在英國制之鬆邊 (Slack side) 因其牽力，每依所受載荷之大小而變化。在新繩變化尤甚，故比較不易計算，茲將普通採用之近似公式列下：—

$$S = \frac{WL^2}{8T} \dots\dots\dots (64)$$

式中 S 爲繩下垂之距離，以呎計，

W 爲繩每呎長度之重量，以磅計。

L 爲兩輪中心之距離，以呎計。

T 爲緊邊或鬆邊之總牽力，以磅計。(如計算緊邊之下垂，則將緊邊之總牽力代入，如計算鬆邊之下垂，則將鬆邊之總牽力代入)。

此式係假定繩之下垂，其形爲一拋物線 (Parabola)，而非一垂物線 (Catenary)。故僅得近似結果，惟實際上已足應用。與皮帶同理，欲增加繩對輪所包之角度，故恆使繩之緊邊在下，鬆邊在上，按 (64) 式觀之，在一對繩輪，其 W 與 L 之數值必

爲常數，即 T 愈大時， S 愈小， T 愈小時， S 愈大，故鬆邊下垂之程度，較緊邊爲大。至一定之程度，兩邊之繩或致互相接觸，例如兩輪中心相距之距離爲 100 呎，緊邊之牽力爲 $200d^2$ ，鬆邊之牽力爲 $70d^2$ ，繩每呎長度之重量爲 $0.33d^2$ 則

$$\text{緊邊下垂之距離} = \frac{0.33d^2 \times 100^2}{8 \times 200d^2} = \frac{3300}{1600} = 2 \text{ 呎(約)}$$

$$\text{鬆邊下垂之距離} = \frac{0.33d^2 \times 100^2}{8 \times 70d^2} = \frac{3300}{560} = 6 \text{ 呎(約)}$$

若繩輪之直徑在 4 呎以下，則兩邊之繩，即有接觸之虞。

87. 起重用之纖維繩(Fibrous Ropes for Hoisting) 在傳達動力時，多使繩輪之直徑大至一定之程度以減輕繩在輪上因彎曲之故所發生之內部損傷。但在用以起重時，則輪之直徑，往往爲機械之他部所限，不能任意增大。故直徑 1 吋之繩，若用以傳達動力，則輪之直徑應約爲 40 吋。但用以起重，則或須在一直徑 12 吋或甚至直徑 8 吋之輪上經過。其內部之損傷當然增大，使用之時間當然縮短。惟於起重時，其速率多比較甚低，即同一部分之繩，在一定之時間與繩輪之槽接觸之次數較少，故外部之損傷比較減小。

茲將 Hunt 根據長時間之考察所規定之結果列表於下。就實際之經驗言，對於同一之載荷 (Load) 所用之繩其直徑若大於或小於表內所列之數目時，則使用之時間均較短云。

繩之直徑	最後壓力	工作載荷, 磅			繩輪最小之直徑, 吋			
		吋	磅	高速	中速	低速	高速	中速
1	7100		200	400	1000	40	12	8
$1\frac{1}{8}$	9000		250	500	1250	45	13	9
$1\frac{1}{4}$	11000		300	600	1500	50	14	10
$1\frac{3}{8}$	13400		380	750	1900	50	15	11
$1\frac{1}{2}$	15800		450	900	2200	60	16	12
$1\frac{5}{8}$	18800		530	1100	2600	65	17	13
$1\frac{3}{4}$	21800		620	1250	3000	70	18	14

式中所謂高速 (Rapid) 係指每分鐘 400 呎至 800 呎。

中速 (Medium) 係指每分鐘 150 呎至 300 呎。

低速 (Slow) 係指每分鐘 50 呎至 100 呎。

88. 鋼絲繩之應用 在三十年以前,用鋼絲繩以傳達遠距離之動力,在工程界本極屬重要,後因電工發達,電能力對於長距離之傳達,又極為便利,用鋼絲繩之範圍,遂受相當影響,然有多種工作,仍以鋼絲繩為要件。除按纖維繩同一之方法,以傳達動力外,如運搬煤石,升降機 (Elevator), 吊橋 (Suspension bridge), 上山火車 (Cable and inclined railway) 以及礦用與普通用之起重機 (Hoisting machines) 拖載機 (Haulage machines) 等,皆為利用鋼絲繩之地。故仍不失為機械中之一重要機件也。

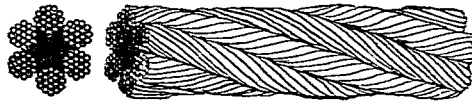
89. 鋼絲繩之製法(Make up of Wire Ropes) 鋼絲繩普通多為圓形。在深礦中所用者，有時亦有製成排形者，以其長度太大，比較易於纏繞也。稱之為圓鋼絲繩(Round wire rope)與平鋼絲繩(Flat wire rope)。

先將多數鐵絲或鋼絲扭轉為若干股(Strands)，在圓鋼絲繩，則用數股繞一麻線之中心軸扭轉為一繩。在平鋼絲繩，則用多股編為一排。

又在圓鋼絲繩由每繩所含之股數，及每股所含之絲數，與各繩以特別之名稱，以資分別。如 6-7, 6-19, 8-19, 6-37, 6-31 等等。第一數字係指每繩所含之股數，第二數字則係指每股所含之絲數。如云 6-7 鋼絲繩 (6-7 Wire rope)，即共含六股且每股含有七絲之鋼絲繩也。如第 102 及第 103 圖所示。



第 102 圖



第 103 圖

90. 鋼絲繩輪之直徑 欲破壞一鐵絲或鋼絲，最易之法莫過於往復彎曲之。此為吾人習見之事實。鋼絲繩在輪上纏繞與撤下，實受有此種往復彎曲之力。故欲使鋼絲繩之內部

損傷減輕，輪之直徑亦非大不可。普通言之，輪之直徑以在鋼絲繩內所含最粗之絲之直徑1000倍以上，方為適宜。普通實際上之實例約如下表：——

用途	繩之組成	輪之直徑相當繩之直徑之倍數
用於轉臂起重機者	6-19 8-19	20-30
用於運搬煤及礦石者	6-19	40
用於工廠中之起重機者	6-37	30
用於礦工之起重機者	6-19	60-100
用於吊橋者	6-19	50-80

習 題

- 繩在繩輪上纏繞之方法有幾，其利弊之比較如何。試述之。
- 某繩輪所傳之馬力數為120，繩之數目為15。如繩輪節圓之直徑 (Pitch diameter) 即以繩之中心線至輪心之距離為半徑之圓為4呎，繩輪之角速率為每分鐘1500半徑角。問每繩之有效牽力 (Effective pull) 為若干磅。
- 某繩輪共有繩15條，並係多繩制 (Multiple system) 所傳達之馬力為200。繩之速率為每分鐘1000呎。每繩之最大工作牽力為650磅，恰為此種繩最後應力之 $\frac{1}{4}$ (即安全因數為4)。試求 $\frac{T_1}{T_2}$ 之值。又設其中有三繩破壞，將全載荷分配於其餘各繩。若 $\frac{T_1}{T_2}$ 之值仍不變，問每繩之最大工作牽力為若干磅。此時之安全因數為何。
- 如繩之數目為14，繩之速率每分鐘4000呎，所傳達之馬力數為200，繩在輪上所包含之角度為 180° 。繩槽底角為 45° 。磨擦係數為0.2。不計離心力之影響，問緊旁與鬆旁之牽力各為若干磅。並證明所用之公式。
- 繩之速率為每分鐘5000呎。磨擦係數為0.25。繩槽之底角為 45° 。繩在輪上所包之角度為 200° 。繩每呎長度之重量為0.25

磅。緊邊許用之最大工作牽力為 200 磅，問此繩所傳達之馬力數若干。

6. 今有兩繩輪，第一輪每分鐘之迴轉數為 100，第二輪每分鐘之迴轉數為 150。所傳達之馬力數為 350。如擬用直徑 $1\frac{1}{2}$ 吋之繩，試根據下列與件(Data)求所用之繩數及兩輪之直徑：---

(1) 繩槽底角為 60° ，繩在輪上所包之角度為 165° ，(指較小者)。

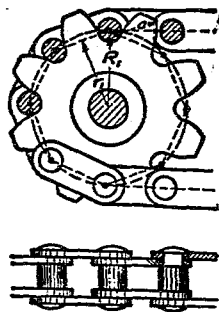
(2) 繩與輪間之磨擦係數為 0.28。

(3) 繩每尺長度之重為 0.69 磅。繩之有效橫斷面積(Effective cross-sectional area)為以上 $1\frac{1}{2}$ 吋為直徑之圓面積之 $\frac{9}{10}$ 。

(4) 繩每方吋橫斷面積上所受之最大工作牽力不得超過 350 磅。須將離心力之影響計算在內，又兩輪之直徑須使繩之速率為傳達工率最大時之速率。

第六章 鍊與鍊輪

91 鍊輪(Chain wheel or sprocket wheel) 當兩軸之距離,用皮帶失之短,用齒輪失之長時,則多用鍊輪又用皮帶與繩傳達動力,其兩軸迴轉數之比,多不能絕對一定,恆視滑動之程度而生變化。若用鍊輪,則迴轉速率之比雖亦有相當升降,惟其升降,係在一迴轉之內,且與外部之情形無關,非似皮帶及繩等,當鬆緊之程度有變化時,或當所傳達之動力有變化時,滑動之程度即因之變化。而兩軸迴轉數之比,亦發生變化者。第 104 圖,即表示鍊輪之一種,就圖上觀之,可知鍊輪之節線(Pitch line)非係一圓。實係一多邊形。邊之數目,與輪齒之數目相同。節線既非圓形,故當原動輪按等速率迴轉時,鍊條直線部分之速率,絕不能一致。設 R_1 為多邊形外切圓之半徑, r_1 為多邊形內切圓之半徑,當 R_1 與鍊條直線部分垂直時,則鍊條之速率高。當 r_1 與鍊條直線部分垂直時,則鍊條之速率低。故就長時間論,鍊條兩軸迴轉數



第 104 圖

之比,雖無變化,然在每次迴轉之內,則常微行升降。

當兩鍊輪之大小完全相等,且鍊條在兩輪上纏繞之情形亦完全相同時,則在一迴轉之內,速比亦可不生變化,與磨擦輪與齒輪相同,惟事實上此種情形,不易得到。

又在一定直徑之鍊輪上,其升降之程度,與鍊輪之齒數成反比,若齒數增多,或鍊環減短,升降之程度,即可減輕。普通在自行車上所用之鍊輪,其升降之程度,約為平均速率百分之五左右。

又當傳達動力時,鍊條鬆邊之牽力幾等於零,故多略去不計。所傳達之工作,可視為緊邊牽力與所行距離之乘積,故所傳達之工率

$$H. P. = \frac{TV}{33000} \dots\dots\dots(65)$$

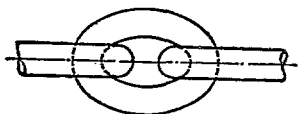
式中 T 為鍊條緊邊之牽力,以磅計。

V 為鍊條之平均速率,以每分鐘若干呎計。

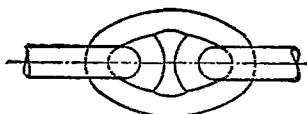
92. 鍊之分類(Classification of chains) 鍊可分為三大類:一為起重鍊 (Hoisting chains), 二為運搬鍊 (Conveyor chains), 三為傳達動力鍊 (Power transmission chains)。茲分段述之如下:—

93. 起重鍊 (Hoisting chains) 凡各種起重機上所用之鍊,及用以拽引重物之鍊(如輪船上繫錨之鍊等),皆屬於起重鍊,近年來代以鋼絲繩者不少。多由多數橢圓形之鍊環所

組成,如第105圖所示,謂之平環鍊 (Plain-link chain)。若所傳達之重力或拽引力甚大時,則製為第106圖所示之形狀,謂之柱環鍊 (Stud-link chains)。

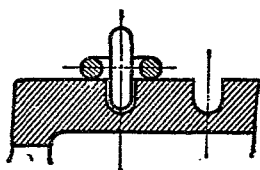


第105圖



第106圖

又如用以拽引重物時,多將鍊條之一端裝置於一捲筒 (Drum) 上。筒之周緣備一種螺線形之平槽即可。如第107及第108圖所示。如用於普通人力起重機,則鍊條多為套狀,並無固定之點。鍊輪之周緣,則多具齒狀突起或輪齒。

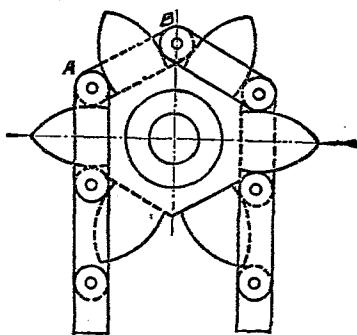


第107圖

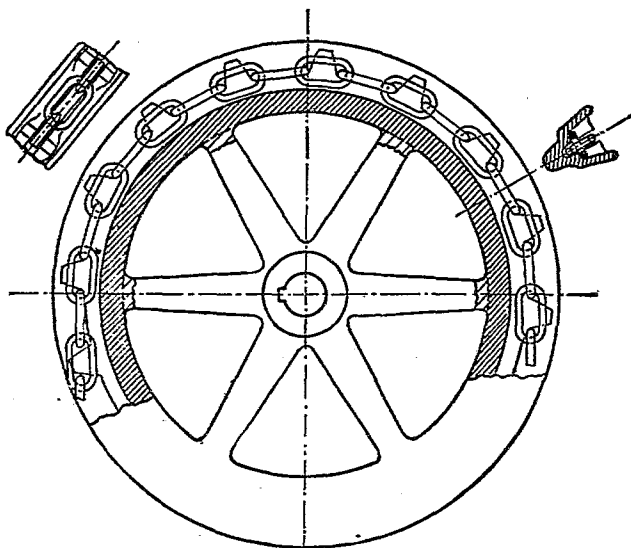


第108圖

第109圖所示者,其鍊條交替合雙鍊片與單鍊片,雙鍊片之一段,鍊輪上有一單齒。兩鍊片分位於單齒之兩邊,單鍊片之一段,鍊輪上有並列之二齒。單鍊片則位於兩齒之間,第110圖所示者,係每間一環,鍊輪上即有齒一對,鍊條之立環,位於兩齒之間,鍊條之平環,則平置於各對齒之中間,其一端為齒所阻而壓迫於其上。

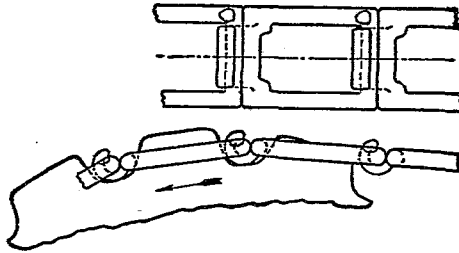


第 109 圖

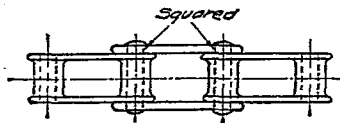


第 110 圖

94. 運搬鍊 (Conveyor chains) 運搬鍊可分為鈎連式 (Hook joint type) 與合連式 (Closed joint type) 兩種。如第 111 及第 112 圖所示。多用於各種運搬機械 (Conveying machinery) 或需用運搬工作之各種機械，如運搬煤石，運搬泥水及農具中運搬穀粒等皆是。將多數長方形之斗 (Buckets)，裝置於兩鍊條或一輪條上，再套於上下兩鍊輪上。鍊輪繼續迴轉，所欲運搬之物，即繼續被運搬於一定之處所。



第 111 圖



第 112 圖

又運搬鍊之速率，普通多比較甚低。較小之鍊，最高可至每分鐘 900 呎，較大之鍊，則每分鐘最高約 400 呎至 500 呎。實際上則多在半數以下。

95. 傳達動力鍊 (Power transmission chains) 傳達動力

鍊，與皮帶繩輪及齒輪等之作用相同，即亦傳達兩軸間之運動或動力者。多用於兩軸之間須有一定之速比，而中心距離或失之過長，中間地位或有其他妨礙，不便於用齒輪之時。

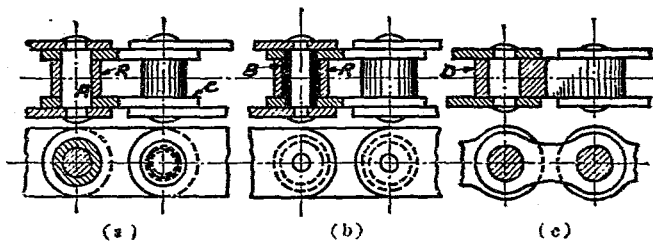
又在起重鍊與搬運鍊其速率多屬甚低，傳達動力鍊，其速率普通須較高，就其構造上言之，大致可分為三種，即塊狀鍊(Block chain)，轉子鍊(Roller chain)及無聲鍊(Silent chain)，各鍊環多由鋼製，形狀大小，均極有規律，易受損傷之部分，多使其硬度增強(Hardend)，套於精密計畫之輪上。

第113圖，表示Diamond廠(Diamond Chain and Mfg. Co.)所製之塊狀鍊。此種鍊較轉子鍊及無聲鍊易於製造，故價值較低，多用於傳達動力速率較低之時。



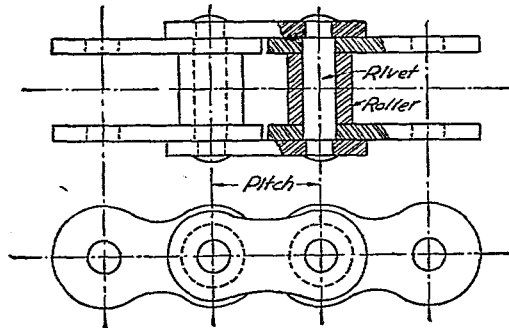
第 113 圖

第114圖(a)表示轉子鍊中之簡單者，軸針A固定於外環，內環可繞之迴轉，內環兩片之間，置一轉筒B以減輕軸針



第 114 圖

對於輪齒之磨阻力與傷損,在第115圖上,表示更為清晰。

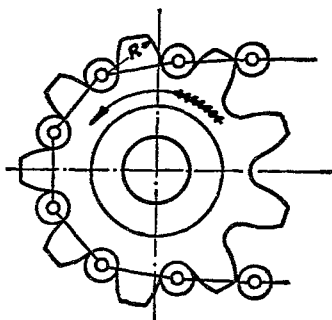


第115圖

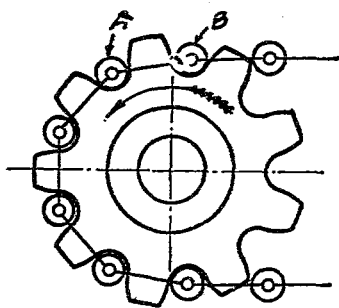
在此種鍊上,傷損最甚之處為內環與軸針之間,傳達較大之動力時,採用者日見減少。

第114圖(b)所表示者,用途較廣,將輪套B壓入內環中,軸針則仍固定於外環,與軸套之內面相接觸。若軸套用較硬金屬製成,則傷損之程度因之減輕。

第114圖(c)亦表示一種塊狀鍊。塊狀鍊與轉子鍊工作之缺點,可參看第116及第117兩圖。當鍊條新時,其鍊片之長度與鍊輪之齒節相同。鍊條各節在鍊輪上,均恰為符合,如第116圖所示。過一定之時間以後,因連接處傷損之故,鍊條伸長,鍊節之長度,亦即增加,同時鍊輪之齒,雖有相當傷損,但與其齒節無關,故鍊條在鍊輪上之情形,變為第117圖所表示之情形。因鍊節增大之故,使各節之轉筒(塊狀鍊無轉筒者即為內環之一端)在各齒背面之地位,逐漸增高,僅轉筒A完



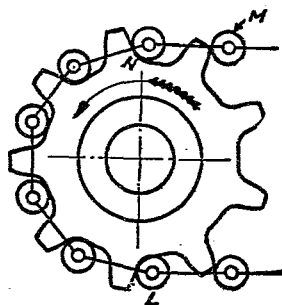
第 116 圖



第 117 圖

全在其應佔之地位。轉筒 B 則正向其應佔之地位運動。但因 AB 之距離，已超過鍊輪之齒節之故，當 B 至其底部之前， A 即須向上離開。如至此種情形時，鍊條所傳達之總載荷 (Load) 完全歸於 A 軸之上 (至多 B 軸分其一部分) 且全鍊之工作必至不勻靜而傷損則較前為重，故應用之時間減短。

此種缺點，有時用第 118 圖所示之構造以矯正之。即當新製時，使鍊節之長度較鍊輪齒節之長度稍小，即使轉筒與輪齒之間，有相當之餘隙，全鍊之載荷，則完全歸於最後接觸之一齒 L 。鍊節之長度，則以恰使將上鍊輪之轉筒 M 能與最初



第 118 圖

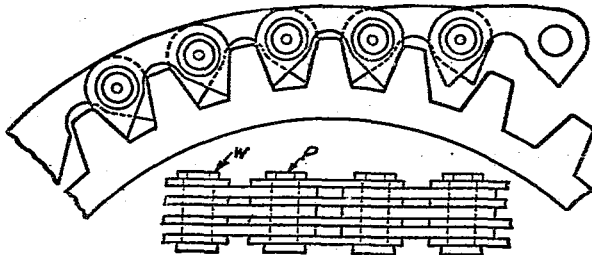
接觸之齒之背面不互相衝突為度。再進則恰歸於齒根如 N 。

當經過一定之時間以後，連接處被磨損，鍊節增長。各轉筒因之依次後退，與各齒面接近，直至第 116 圖所示之情形，即各轉筒一律與各齒之齒面相接觸，再用則各轉筒之地位，又逐漸增高，如第 117 圖所示之情形。

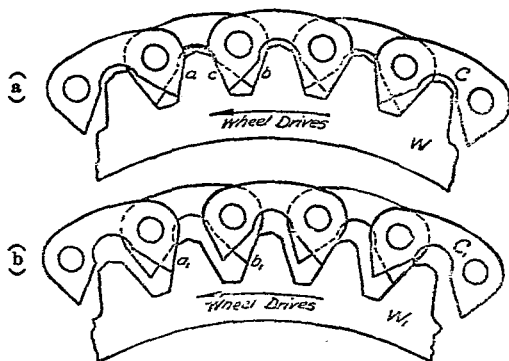
就上述之情形察之，可知應用之時間，必較前增長。

在無聲鍊，則鍊條不能免避之延長，用一種特別構造補正之。即當各鍊節因磨擦傷損之故逐漸延長，則鍊條在鍊輪之一段，即逐漸由鍊輪中心遠離，因之使鍊節多邊形各邊之長度增加，以適合各節延長之度。又自各鍊片起始與鍊輪之齒接觸，直至離開，並無滑動，故幾無聲音。用於高速率之傳達，結果甚為圓滿。又在無聲鍊中，應用較廣者，有 Renold 無聲鍊及 Morse 無聲鍊兩種。

Renold 無聲鍊之構造，如第 119 及第 120 兩圖所示，其鍊片之形狀，與塊狀鍊與轉子鍊完全不同，兩端各具一直線邊。



第 119 圖



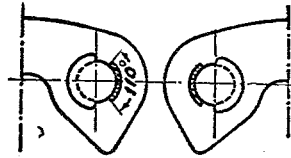
第 120 圖

如第120圖上之 ab ，與鍊輪上具有直線邊之齒相接觸。各鍊片依所傳達之力之大小，可任意組成若干層，再由圓柱形之橫針 P 橫貫之，兩端再各由一 W 鑷圈加以約束，使不致散開，如第119圖所示。

又第120圖(a)表示一新鍊在鍊輪上之情形。鍊片與鍊輪之齒，僅在直線部分接觸。且其斜度相同。故鍊條在鍊輪上能按其鍊節之長短自行調整其應佔之地位。即鍊節短時，鍊條在輪上之一部，比較近於鍊輪之中心。鍊節長時，鍊條在輪上之一部，比較遠於鍊輪之中心，易言之，即由各鍊片之節線所組成之多邊形，其大小恆依鍊節之長短自行調整也。第120圖(b)表示鍊條經用日久，鍊節增長，因之雖在同一之鍊輪上，其鍊條自行由輪心遠離之情形。

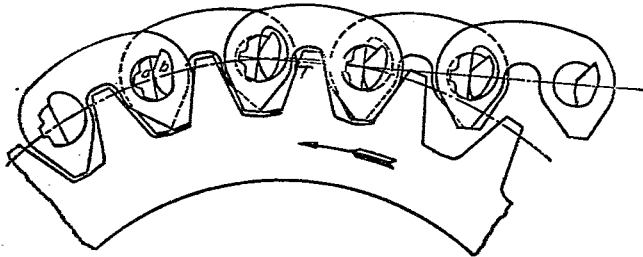
又較新式者，多於各鍊片之孔中，插以弧形之軸瓦，由黃

銅製成,如第121圖所示,使橫針外面與瓦相磨擦,以減輕傷損之程度,惟軸瓦對於橫針,仍為滑動耳。



第 121 圖

在 Morse 無聲鍊,則此種滑動,更由一種搖動橫針免去之,如第 122 圖, a 與 b 為硬鋼所製之兩橫針, a 謂之坐針 (Seat pin), b 謂之搖針 (Rocker pin),



第 122 圖

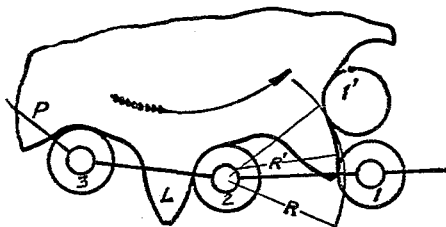
分別裝置於 cd 兩鍊片之上。當 c 與 d 有相對迴轉運動時,彼此只沿一定之線梭搖動,並無滑動發生。當在兩鍊輪間之直線部分時,則搖針上之一平面,與坐針相接觸。當鍊片進輪或退輪時,則兩橫針沿搖針上之一線梭搖動。故無被磨擦損傷之虞。至鍊片與輪齒之接觸,仍與 Renold 鍊相似。故既無聲音,又減輕損傷之程度至極微之限度。

又此種鍊條,因無磨擦動作,故普通可不用滑油,即使酌用,為量亦極微。此種特點,在傳達高速率時,極為重要。蓋必需

滑油之鍊條，當速率高至一定之程度，離心力每將滑油拋去也。飛塵較多之地，Morse 無聲鍊尤為適用。

又在無聲鍊，所傳達之載荷，分配於所有接觸各齒之上，不僅在一齒。

96. 轉子鍊輪齒之外形 轉子鍊鍊輪輪齒之外形，可由下法得出。即假設鍊輪固定不動，使鍊條由輪上撤下，則任意一鍊片，如第123圖上12，當撤下時，必係繞軸針之中心2點迴



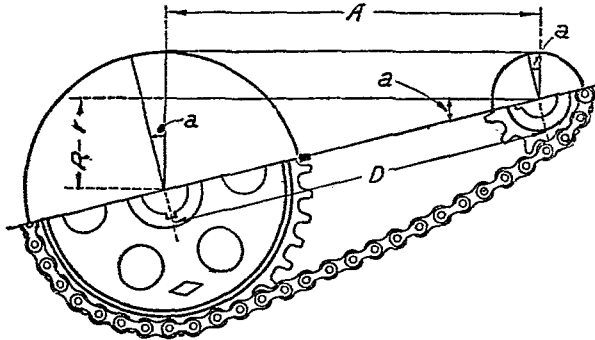
第 123 圖

轉。即 1 點必以 2 點為中心在空間畫一弧線。齒之一邊，其形狀當與此弧線相同。其中心亦為 2，其半徑則等於一鍊節之長，減去軸針或轉筒之半徑。若欲採用第 118 圖所示之構造，則齒之一邊，其形狀須加以變更，因鍊節之長度既較齒節之長度稍小，則當軸針 2 負擔載荷之時，軸針 3 尚未與齒邊接觸。當軸針 2 卸去載荷軸針 3 負擔載荷之前，軸針 3 須與輪齒先行接觸。若按普通方法計畫，則當軸針 2 卸去載荷之時，軸針 3 距其齒邊尚有一段距離。故當軸針 2 沿輪齒曲線向上轉動時同時應使軸針 3 繼續向後退，務使當軸針 2 卸去

載荷時，軸針 3 已與其齒接觸方好。即計畫齒面之弧線時，其中心宜使微在代表鍊輪節線之多邊形之裏面，而使齒面上部之曲度稍大。又用此種方法，其實際之速比，必較理論上之速比稍小。因每一鍊節，當迴轉時均向後退回一小段也。

97. 鍊條之長度 (Length of chain)

如第 124 圖，設 D = 兩鍊輪中心相距之距離。



第 124 圖

A = 鍊條不與鍊輪接觸部分之長度。

R = 大鍊輪節圓之半徑。

r = 小鍊輪節圓之半徑。

N = 大鍊輪之齒數。

n = 小鍊輪之齒數。

P = 鍊節或齒節。

$(180^\circ + 2a)$ = 鍊條在大鍊輪上所包之角度。

$(180^\circ - 2a) =$ 鍊條在小鍊輪上所包之角度。

$$a = \sin^{-1} \frac{R-r}{D},$$

$$A = D \cos a,$$

$$\text{則鍊之全長 } L = \frac{180^\circ + 2a}{360} NP + \frac{180^\circ - 2a}{360} np + 2D \cos a \dots (66)$$

98. 塊狀鍊鍊輪直徑之算法 (Calculations for diameters of sprockets for block chains) 如第125圖,

設 $N =$ 鍊輪之齒數。

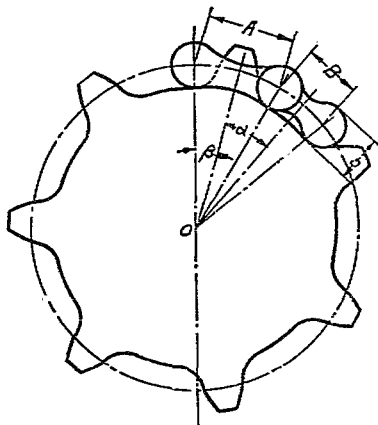
$b =$ 鍊塊兩端圓形部之直徑。

$B =$ 鍊塊兩端軸心之距離。

$A =$ 鍊環兩端軸心之距離。

$$\alpha = \frac{180^\circ}{N}$$

$$\tan \beta = \frac{\sin \alpha}{\frac{B}{A} + \cos \alpha}$$



第 125 圖

$$\text{節圓直徑} = \frac{A}{\sin \beta} \dots \dots \dots (67)$$

$$\text{外直徑} = \text{節圓直徑} + b \dots \dots \dots (68)$$

$$\text{內直徑} = \text{節圓直徑} - b \dots \dots \dots (69)$$

99. 轉子鍊鍊輪直徑之算法 (Calculations for diameters of sprockets for roller chains) 如第126圖。

設 N = 鍊輪之齒數。

P = 鍊節

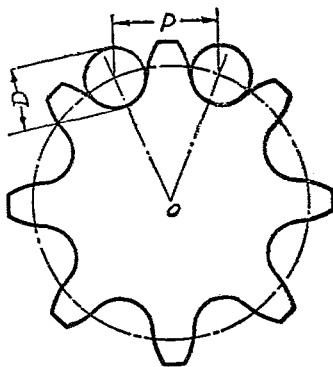
D = 轉筒或轉子之直徑。

$$\alpha = \frac{180^\circ}{N}$$

$$\text{節圓直徑} = \frac{P}{\sin \alpha}$$

外直徑 = 節圓直徑 + D 。

內直徑 = 節圓直徑 - D 。



第126圖

100. 鍊輪之齒數 (Number of teeth in sprockets) 同一直徑之鍊輪,如不被他種情形所限制,其齒數以愈多愈佳。蓋齒數愈多,鍊節愈小,不但速率之升降因之減輕,聲音及磨擦損傷之程度均比較減小也。如無其他限制,鍊輪之齒數以在16以上為宜。

又在塊狀鍊,兩輪齒數之比,不宜超過1比8,在鍊節 $\frac{3}{4}$ 吋以上之轉子鍊,兩輪齒數之比,不宜超過1比5,在無聲鍊根據Renold之意見,兩輪齒數之比,不宜超過1比6。

101. 鍊節之長與鍊輪之速 (Chain pitch and sprocket speed) 在塊狀鍊,鍊條之速,普通由每分鐘700呎至每分鐘800呎。在

轉子鍊鍊條之速,普通由每分鐘 1000 呎至 1200 呎。在無聲鍊,則鍊條之速,普通約為每分鐘 1300 呎。但有時可至每分鐘 1600 呎,甚至每分鐘 1800 呎。惟鍊條在鍊輪上所發聲音之大小及所受損傷之輕重,不僅與鍊條之速有關,與鍊節之長,亦頗有關係。因鍊條在輪齒撞擊之力,不僅與其速有關,並與其重有關也。故普通言之,鍊節短者,其速可以增高,鍊節長者,其速應行減低。設 P 代表鍊節應有之長, N 代表小鍊輪每分鐘之迴轉數,則 P 與 N 之關係可用下式求之。

$$P = \left(\frac{900}{N} \right)^{\frac{2}{3}} \dots \dots \dots (70)$$

$$N = \frac{900}{\sqrt{P^3}} \dots \dots \dots (71)$$

此兩式係根據 Diamond Chain and Mfg. Co. 之規定,依照此式計算,則鍊節 1 吋之鍊輪,其每分鐘之迴轉數不能超過 900 次,但鍊節 $\frac{1}{2}$ 吋之鍊輪,則每分鐘之迴轉數可達 2540 次。

習 題

1. 鍊之種類有幾,試擇要述之。
2. 某電動機由一鍊向外傳達 3 馬力。每分鐘之迴轉數為 500。原動輪節圓之直徑為 3 吋,如不計離心力之關係,並假設鬆邊牽力等於零。問鍊條緊邊之牽力為若干磅。
3. 某鍊條每分鐘之速率為 960 呎,所傳達之馬力數為 3。問其鬆邊之牽力為若干磅(鬆邊之牽力等於零)。若所傳達之馬力數仍如前,惟鍊條之速率增至每分鐘 1200 呎。問其鬆邊之牽力為

若干磅。

4. 兩鍊輪中心所距之距離等於3呎。小鍊輪之半徑為 $2\frac{2}{5}$ 吋，大鍊輪之半徑為 $4\frac{1}{5}$ 吋，鍊節之長為1吋。小鍊輪之齒數為15。大鍊輪之齒數30。試求所需鍊條之全長(轉子鍊)。

5. 兩鍊輪之中心相距4呎。鍊節之長度為1吋。速比為5:3。小鍊輪之齒數為9。問兩鍊輪節圓之直徑及鍊條之長度各為何(轉子鍊)。

6. 某鍊條之速率為每分鐘1000呎，小鍊輪節圓之直徑為6吋。問此鍊條之鍊節應為若干。

第七章 凸輪

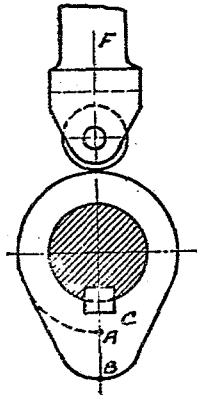
102. 凸輪 (Cam) 之定義 在多數機械,特別在備有自動裝置之機械 (Automatic machines), 其中之一部或數部,往往須發出一種不等速 (Non-uniform), 或不連續 (Intermittent), 或不規則 (Irregular) 之運動,方能完成其工作。且此種不等速,不連續或不規則之運動恆係由機械之總軸或機械某部之等速,連續或規則之運動而來。

例如鉋床 (Planer) 上之移帶桿 (Belt shifter), 其任務係按一定之時間交替將開口皮帶或交叉皮帶移置於鉋床之定輪上,以便使鉋床之平台,發生往復運動。但當平台運動時,在大部分之時間內,移帶桿,恆靜止不動。只於平台運動至一端時,由機械上一定之部分,直接或間接急劇動作移帶桿,使發生一定之運動,而移動兩種皮帶之位置。迨移動以後,平台回行,而移帶桿復歸於靜止。又如煤氣機 (Gas engines) 之氣門 (Valves), 恆於一定之時間內,完全關閉,至一定之時刻即行自開。開至一定之時間後,又自行關閉。其運動亦為不等速不連續者。惟鉋床上之移帶桿,其不等速不連續之運動,係間接由對軸上皮帶輪之等速迴轉運動而來。

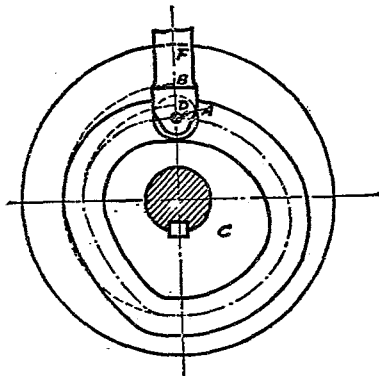
煤氣機之氣門,其不等速不連續之運動,係間接由煤氣機之機軸之等速迴轉運動而來。凡各種機械,由某部之等速運動變為別一部之不等速運動之機件,普通多為凸輪,故凸輪之定義可述之如下:—

凸輪者,係一平板或一圓柱或一任何形狀之固體,具有一曲線之周緣 (Curved outline), 或一曲線之凹槽 (Curved groove)。當繞一定之軸迴轉時 (平面滑動之凸輪,可視為繞無限遠之一軸迴轉) 即能將機械一部之等速連續運動,變為他一部所預期之不等速或不連續運動之機件也。

103. 凸輪之分類 凸輪之應用,極為複雜,故其形狀及名稱亦至繁夥,茲為清晰計,按從動部運動之方向對於凸輪軸之方向之關係,大體分為三大類:—



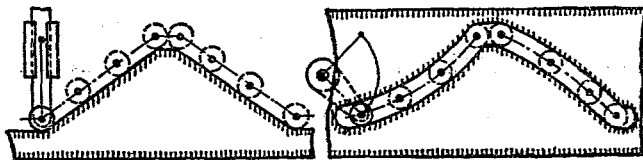
第 127 圖



第 128 圖

(一) 平板形凸輪(Plate cams)最普通者,如第127及第128圖所示。在此種凸輪,從動部運動之方向,多沿凸輪之輻射線之方向(Radial direction),故有時謂之輻射線凸輪(Radial cams)。

又平面滑動凸輪(Plane sliding cams)其凸輪係沿一定之直線導路,往復滑動,使從動部發生往復運動或擺動,如第129及第130圖所示。有時另別為一類,其實就其性質言,亦可歸入平板形凸輪之內。蓋此種凸輪之周緣,可視為軸心遠至無限之平板形凸輪之一部也。

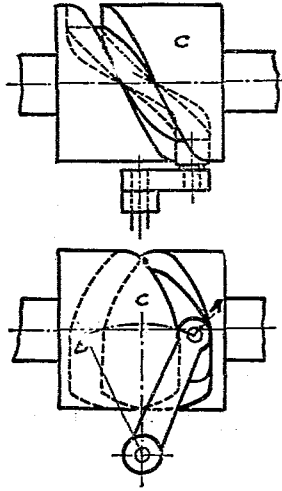


第 129 圖

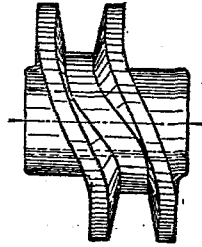
第 130 圖

(二) 圓柱形凸輪(Cylindrical cams)最普通者如第131及第132圖所示。在此種凸輪,從動部運動之方向,多與凸輪軸之方向平行。其周緣之形狀,或於圓柱表面洗出一定形狀之凹槽,或於圓柱表面,裝置若干曲形薄板,使彼此連貫成一定路線,如第133圖所示。

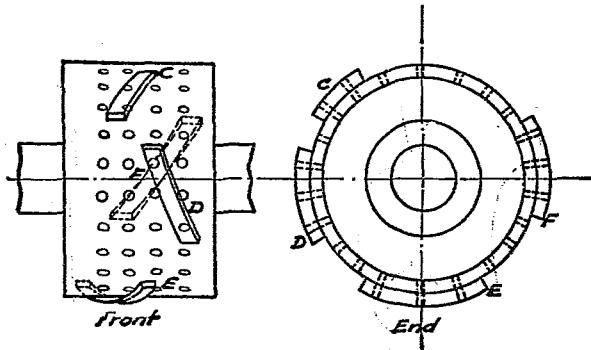
(三) 截錐體與截球體凸輪(Conical and spherical cams),如第134及第135圖所示。在此種凸輪,從動部運動之方向,多與凸輪軸成一定之斜度。



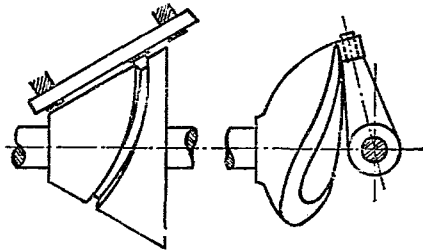
第 131 圖



第 132 圖



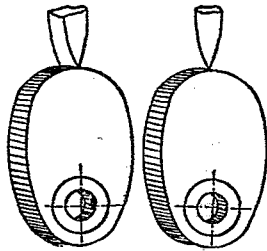
第 133 圖



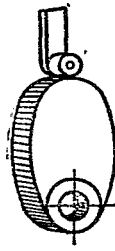
第 134 圖

第 135 圖

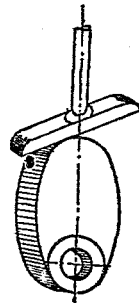
104. 凸輪與其從動部接觸之情形 就理上之運動言,凸輪與其從動部之接觸,可用點接觸或線接觸 (Point contact or line contact)。如第 136 圖所示,但為減輕損傷起見,多於從動部備一轉子,如第 137 圖所示。在從動部之下端,裝一橫針,上套一轉子,使轉子之外面與凸輪之周緣相觸,即使轉子對於凸輪之周緣為滾動接觸 (Rolling contact)。轉子對於橫針則為滑動接觸 (Sliding contact)。如此則磨擦傷損,幾完全歸



第 136 圖



第 137 圖

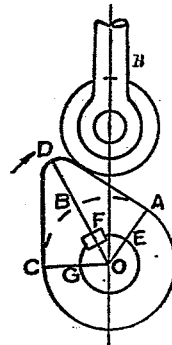


第 138 圖

於極易更換之橫針，又如從動部上升之距離比較甚小，所傳達之力亦甚微時，從動部之下部，有時用一平板而不用轉子，如第138圖所示。

105. 凸輪之理論節線與工作節線(Theoretical and working pitch lines of a cam) 假設凸輪與其從動部之接觸，係直接點接觸或直接線接觸，則能使從動部發生預定之運動之凸輪周緣所具之曲線，謂之凸輪之理論節線，若凸輪與其從動部之接觸，非係直接點接觸或直接線接觸，而別由一轉子或一平板介乎其間，則能使從動部發生預定之運動之凸輪周緣所具之曲線，謂之凸輪之工作節線，如前第136圖所示之凸輪，其周緣所具之曲線，即為其理論節線，或認為其工作節線與其理論節線合而為一。若從動部下端有轉子或有平板之凸輪，則其理論節線與工作節線係兩曲線(詳後)。

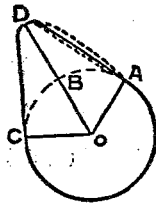
106. 凸輪各部之名稱 如第139圖， ADC 為一凸輪， R 為從動部， EFG 為凸輪之軸， O 為凸輪軸之中心， OA 為凸輪之最小半徑， OD 為凸輪之最大半徑。假設凸輪沿鐘表指針迴轉之方向迴轉，則從動部之上升，必始於 A ，而終於 D 。從動部之下降，必始於 D 而終於 C 。弧線 CA 一段，從動部必止而不動，故 AOC 角，謂之凸輪之作用角(Angle of action)， AOD 角，



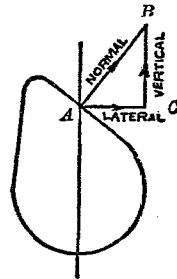
第139圖

謂之升角。 DOC 角謂之降角。又最大半徑與最小半徑之差 BD 一段，謂之從動部之總升距 (Total lift)。

107. 凸輪周緣之形狀對於側面壓力 (Lateral thrust) 與傳動速率之關係 如第 140 圖，設 AOC 為作用角， BD 為從動部之總升距，則凸輪 AD 一段周緣，無論為何形狀，當凸輪迴轉 AOD 角度時，從動部上升之距離，必均等於 BD 。是周緣之形狀，對於最終之總升距無關。然對於側面壓力與傳動速率，則頗有關係。如第 141 圖設凸輪施於從動部之力為 AB 所代表，



第 140 圖



第 141 圖

其方向恆沿接觸點 A 法線之方向，此力可分解為 AC 與 CB 兩部。 CB 一部為作用於從動部之力。 AC 一部則為側面壓力。此側面壓力，不僅消耗能力於無用，接觸部分更因之而受損傷。又就圖上觀之，此側面壓力之大小，一視 AD 一段對於 OD 傾斜之角度而異。傾斜之角度愈大，側面之壓力愈小。傾斜之角度愈小，側面之壓力愈大。是但就側面壓力一方面論之，周緣傾斜之角度，宜於大而不宜於小。然同一之升角，同一之總

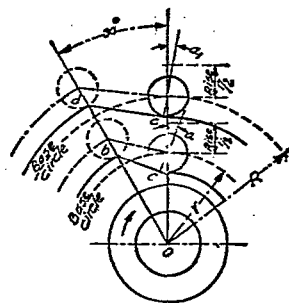
升距,如周緣傾斜之角度愈大,傳動之速率愈低,周緣傾斜之角度愈小,則傳動之速率愈高。故在傳動速率宜高之凸輪(如各種內燃機上司氣門開閉之凸輪),若就傳動速率一方面論之,周緣傾斜之角度,又宜於小而不宜於大。故計畫凸輪時,有時須斟酌二者關係之輕重而取決焉。

又凸輪施力線 AB 之方向對於從動部運動之方向所成之角度謂之壓力角 (Pressure angle)。壓力角大時側面壓力大,反之則側面壓力小。

108. 凸輪之基圓 (Base circle of a cam) 以凸輪之軸心為中心,以凸輪軸心距凸輪理論節線之最短距離為半徑所畫之圓,謂之凸輪之基圓。計畫凸輪之周緣時,恆以此為基礎。

109. 基圓之半徑對於壓力角之關係 同一之升角,同一之總升距,因基圓半徑之大小不同,凸輪之壓力角發生差異。即基圓之半徑愈小時,壓力角愈大,基圓之半徑愈大時,壓力角愈小。如第 142 圖所示,設 O 為凸輪軸之中心,升角為 30° , 總升距為 $\frac{1}{2}$ 吋。

如以 r 為凸輪基圓之半徑,則 bc 代表使從動部上升之一段周緣, a 代表其壓力角。如以 R 為凸輪基圓之半徑,則 de 代表使從動部上升之一段周



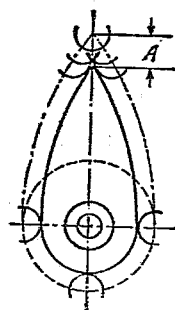
第 142 圖

緣, α_1 代表其壓力角。

就圖上觀之,可知 de 一段周緣較 bc 為平,且壓力角 α_1 較壓力角 α 為小,即同一之升角,同一之總升距,基圓之半徑愈大時,其壓力角愈小,反之其壓力角愈大也。故為減輕側面壓力使從動部易於上升起見,基圓之半徑,宜於大而不宜於小。但基圓愈大時,凸輪之本體必愈大,實際上有時為地位所限,不能隨意。

又基圓半徑之縮小,亦有一定之限制,即其最小半徑之部分須於凸輪軸之周圍,有相當之厚,以支持所傳達之力量。故計畫一凸輪基圓之大小時,宜對於能佔之地位及凸輪軸之粗細,雙方加以斟酌而取決焉。

又如在較小之升角內,欲使從動部發生較大之總升距,基圓之半徑若失之過小時,則凸輪最小半徑之部分,即使於輪軸之外,仍有相當之厚,有時更發生第 143 圖所表示之困難。圖中虛線代表凸輪之理論節線。若從動部下端有一轉子,則其工作節線之求法,係在理論節線上取若干點為中心,以轉子之半徑為半徑畫若干小圓或弧線,再畫一曲線與各小圓相切。如圖中實線所示,即為凸輪之工作節線。惟如此求法,所得之凸輪,其理論節線之頂點距其工作節線之頂點,所有之實際距離 A 實大



第 143 圖

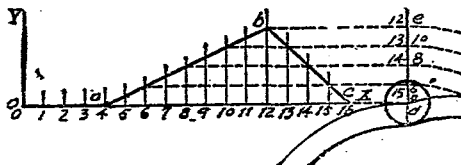
於轉子之半徑。故結果從動部上升之距離，較預定之總升距為低，其差等於 A 減轉子之半徑。

矯正此種缺點之方法，為增大基圓之半徑，或減小轉子之半徑，或兩法同時並用之。

110. 凸輪與其從動部之相對運動圖 除平面滑動凸輪一種外，凸輪本身之運動，多為等角速率運動，其從動部之運動，則依其工作之性質，變化甚多，且計畫時亦比較可以隨意，其應用較為普通，性質較有規律者，有等速運動，單弦運動及等加速率運動等減速率運動等，更有一凸輪兼備數種運動者。

又凸輪與其從動部之相對運動，均可用一圖表示之。即沿橫座標(Abscissae)任意選定一種長度之單位，使代表凸輪迴轉之角度沿縱座標(Ordinates)任意選定一種長度之單位，使代表當凸輪迴轉至任何角度時，從動部由其起始地位上升之距離。

如第144圖，設 OX 為橫座標， OY 為縱座標，沿 OX 截 OC 一段，使代表凸輪迴轉之全圓周，自從動部靜止時，其轉子之中



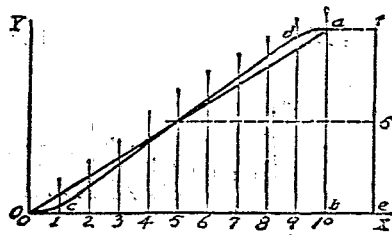
第 144 圖

心起，沿從動部運動之中心線，截 de 一段使代表從動部之總升距。將 oc 任意分為若干等分（在此圖共分為 16 等分）得 1, 2, 3, ……等點。（每等分必相當凸輪迴轉 $22\frac{1}{2}^\circ$ ）。由等分點上，各畫一垂線。再沿 de 線，截凸輪迴轉每分度時，從動部由靜止地位上升之距離，得 6, 8, 10, ……等點（因點數過多故未全行表出），然後由 6, 8, 10, ……等點各引至相當之垂線上，得若干交點，連所有交點，即得凸輪與其從動部之相對運動圖。

又圖上所表示者，係當凸輪迴轉時，由 0 至 4，從動部靜止不動，由 4 至 12，從動部依等速運動上升，由 12 至 16，從動部依等速運動下降。

111. 高速運動凸輪與其從動部之相對運動圖 凸輪之運動有時其速率須甚高，如前段所述之情形，凸輪從動部之運動，含有兩段等速運動。倘凸輪迴轉之速率甚高，則當運動變更之各點如 ab 及 c 三點，凸輪與從動部接觸處，極發生撞擊 (Shock) 之動作，因其變更失之太驟也。

若從動部運動之性質，可以變更，則圖上運動變更之各點，最好少加以變更，如第 145 圖所示。設凸輪迴轉 0 10 所代表之角度時，從動部依等速運動上升

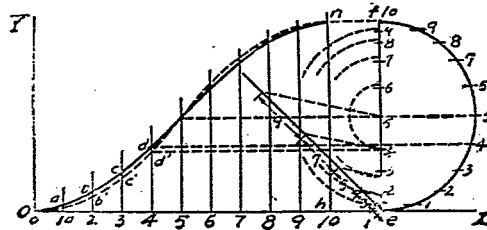


第 145 圖

ef 一段距離，則 oa 直線必代表凸輪與其從動部之相對運動，惟當凸輪迴轉之速率甚高時，在 o 與 a 兩點，必發生撞擊動作，若將 oa 直線之兩端，少與以變更，使成爲 $ocda$ 之形狀，則從動部起始上升與將升至最高點時，其運動之變化延緩，即無撞擊之動作矣。

若從動部之運動，採用一種單弦運動或等加速率與等減速率運動，則結果較前尤佳，茲再分別述之如下：—

如第 146 圖，設 ef 代表從動部之總升距， oh 代表從動部上升時所用之時間，或從動部上升時，凸輪迴轉之總角度。



第 146 圖

以 ef 爲直徑，畫一半圓 ef 。將 oh 任意分爲數等分，在此圖上係分爲十等分。將半圓亦分爲同數之等分。在此圖上，當然亦爲十等分。由半圓上之各等分點，畫水平線，使各與由 oh 線上之各等分點所畫之相當垂直線相交，得 $abcd$ 等交點，連各點畫一曲線，即得代表從動部發生單弦運動之曲線 $oabcd\dots$ 。其上升之速率，起始時爲零，逐漸增加，至中點時，其速率最高，

迫後又逐漸減小,至最高之點,其速率復變為零,故運動之結果極佳。

至等加速率運動與等減速率運動,可就等加速率運動公式研究之。按等加速率運動第二公式,得 $S = V_1 + \frac{1}{2}ft^2$ 。式中 V_1 為初速率, f 為等加速率, t 為運動之時間, S 為在 t 時間內所行之距離。

因凸輪之從動部,由靜止起始,故 V_1 為零。

假定凸輪迴轉一分度代表一單位時間,即每迴轉一分度,從動部上升之距離,代表一單位時間從動部上升之距離,則

1 單位時間後,從動部上升之距離

$$S = \frac{1}{2}f \times 1^2 = K \quad (K \text{ 爲一常數}) \quad \text{相差 } 1K$$

2 單位時間後,從動部上升之距離

$$S = \frac{1}{2}f \times 2^2 = 2f = 4K \quad \text{相差 } 3K$$

3 單位時間後,從動部上升之距離

$$S = \frac{1}{2}f \times 3^2 = 4\frac{1}{2}f = 9K \quad \text{相差 } 5K$$

4 單位時間後,從動部上升之距離

$$S = \frac{1}{2}f \times 4^2 = 8f = 16K \quad \text{相差 } 7K$$

5 單位時間後,從動部上升之距離

$$S = \frac{1}{2}f \times 5^2 = 12\frac{1}{2}f = 25K \quad \text{相差 } 9K$$

根據以上結果，如凸輪迴轉之角度及迴轉時其從動部按等加速率運動之總升距已知，則將迴轉之角度任意分為數等分，可算出 K 之數值。

例如將迴轉之角度分為 5 等分，其總升距假設為 3 吋，則

$$K = \frac{3}{25} = 0.12 \text{ 吋。}$$

在橫座標各分點上畫垂直線，在第一垂直線上，截 0.12 吋，在第二垂直線上，截 $4 \times 0.12 = 0.48$ 吋，在第三垂直線上，截 $9 \times 0.12 = 1.08$ 吋，在第四垂直線上，截 $16 \times 0.12 = 1.92$ 吋，在第五垂直線上，截 $25 \times 0.12 = 3$ 吋，連各垂直線上所截各點，即得代表從動部發生等加速率運動之曲線。

更有一種畫法，應用比較簡單，普通多採用之。

就以上結果觀之，可知從動部連續各單位時間內所升之距離，恆與各單數 1, 3, 5, 7, 9…… 成比例。若係等減速率運動，則從動部連續各單位時間內所升之距離，必與各單數 9, 7, 5, 3, 1 成比例。

仍參看第 146 圖，設 oh 仍代表從動部上升時所用之時間，或從動部上升時凸輪迴轉之總角度。 ef 仍代表從動部之總升距，並設從動部上升時一半時間為等加速率運動，一半時間為等減速率運動。

將 oh 分為任意雙數等分。在此圖上係分為十等分。將 ef 亦分為十分，惟其長短，使與 1, 3, 5, 7, 9, 9, 7, 5, 3, 1 成比例。再由

各分點畫水平線，使與 oh 線上相當之各分點之垂直線相交，得 $a'b'c'd'$ 等點，連各點所得之曲線，即代表從動部上升時按等加速率運動與等減速率運動之曲線，如圖中虛線所示。

112. 平板形凸輪 (Plate cams) 周緣之計畫法 平板形凸輪其從動部運動之方向，多沿凸輪之輻射線或近似輻射線，即從動部多被導路所約束，在與凸輪軸垂直之一平面內運動，其從動部運動之性質，完全依凸輪周緣之形狀而變化，或為間歇運動，或為連續運動，或為等速運動，或為變速運動，或在一部分時間為等速運動，別一部分時間則為變速運動，均可按工作之性質任意計畫，至從動部下端之形狀，從動部之地位及從動部運動之中心線等，亦有種種之不同，茲擇要分別述之如下：—

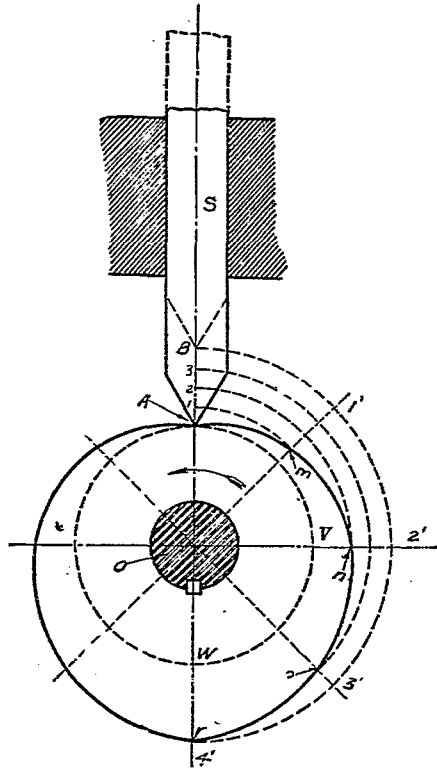
113. 等速運動從動部運動之中心線經過凸輪之中心者

凸輪從動部之運動，係等速運動，即在同一之時間內，或凸輪迴轉同大之角度時，從動部上升或下降之距離均相等之意。

如第147圖， O 為凸輪軸之中心， S 為從動桿， A 為從動桿之最下端，擬使凸輪迴轉 180° 時，從動桿按等速運動由 A 升至 B ，迴轉下餘之 180° 時，從動桿仍按等速運動由 B 降至 A ，假設不用轉子。

以 O 為中心， OA 為半徑，畫一圓，此圓即為凸輪之基圓。因凸輪迴轉 180° 時，從動桿按等速運動由 A 升至 B ，故將

AVW 半圓任意分爲若干等分。此圖係用 $O1', O2', O3',$ 及 $O4'$ 數線將半圓分爲四等分。(欲得精細之結果, 所分之等分數愈多愈佳)。將 AB 一段長度亦分爲同數之等分, 卽由 A 至 $1=$ 由 1 至 $2=$ 由 2 至 $3=$ 由 3 至 B 。以 O 爲中心, 以 $O1, O2, O3,$ 及 OB 爲半徑, 各畫一弧線, 使依次與 $O1', O2', O3',$ 及 $O4'$ 相交於 m, n, p 及 r 等點。連此等點畫一曲線, 卽爲凸輪前 180° 或前半迴轉周緣應具之形狀。



第 147 圖

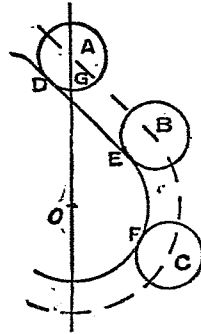
倘凸輪依箭頭所指之方向, 迴轉半圓周之四分之一時, 則 $O1'$ 線必至垂直向上之地位, m 點必至 1 點, 卽從動桿由 A 升至 1 也, 其餘依此類推, 至凸輪迴轉整半圓周或 180° 時, 則

從動桿由 A 升至 B 。且在同大之時間，上升之距離皆相等。又因從動桿須於凸輪迴轉其餘之 180° 時，仍按等速運動由 B 降至 A 。故凸輪後 180° 或後半迴轉周緣應具之形狀完全與前半相同。

此種凸輪有時名之曰心形凸輪(Heart-shaped cam)。

114. 用轉子之結果(Effect of a roller) 在本章第 112 節，曾言欲減輕損傷，多於從動部之下端，備一轉子，惟用轉子後，凸輪周緣之形狀，即須有相當之變更。

轉子既係裝置於從動部下端之橫針上，故轉子之中心（即橫針之中心）所有之運動，必可代表從動部之運動，故根據從動部應有之運動，先將凸輪之理論節線畫出。如第 148 圖上 ABC 虛線，再由此線上選若干點用作轉子之中心。以轉子之半徑為半徑，畫若干小圓，或向內畫若干弧線，此若干小圓之內函線 (Envelope) DEF ，即為凸輪之工作節線，亦即凸輪周圍應具之形狀也。

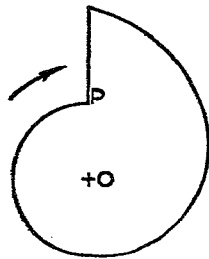


第 148 圖

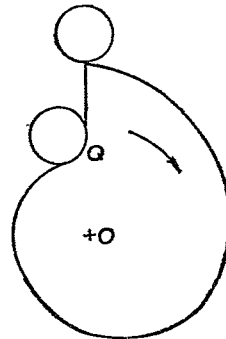
又當用轉子時，凸輪與轉子之接觸點，多在從動部運動之中心線以外。（從動部無運動之部分接觸點在從動部運動之中心線上）。故工作節線，決非由理論節線上之各點向凸輪軸心之方向各截去轉子半徑之一段，所得各點之軌跡

(Locus) 仍參看第 148 圖。在凸輪周緣甚直之部分，其實際接觸點 D ，與沿 AO 之方向由 A 點截去轉子半徑所得之點 G ，固相差甚大也。

又當轉子有急行下落之動作時，其落下之處，不宜製成一銳利之角，如第 149 圖 P 處所示，應使製成曲線狀，如第 150 圖 Q 處所示，其曲度之半徑與轉子之半徑相同。



第 149 圖

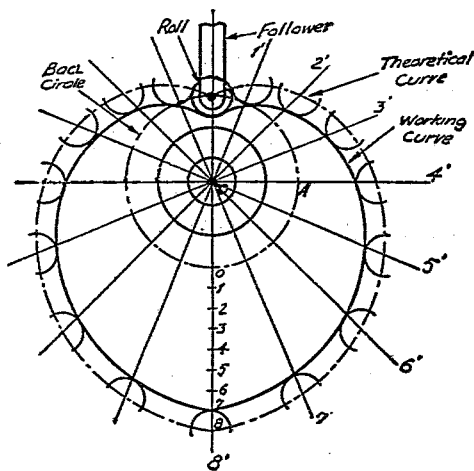


第 150 圖

115. 等速運動，從動部運動之中心線經過凸輪之中心，有轉子 如第 151 圖，設 OA 為凸輪基圓之半徑。並設當凸輪迴轉 180° 時，從動部依等速運動上升 OS 一段距離。迴轉下餘之 180° 時，從動部又依等速運動下降 OS 一段距離。

根據前段所述，從動部下端既帶有轉子則轉子中心之運動，即可代表從動部之運動。

將基圓之半圓周，任意分為數等分。在此圖係分為 8 等



第 151 圖

分。沿從動部運動之中心線(普通多係如此)。或沿任意之一分度線,自基圓起,截 OS 一段距離,使等於從動部之總升距,並由 1, 2, 3, 4, …… 等點,與半圓周分為同數之等分。

以 O 為中心,以 $O1$ 為半徑,截第一分度線 $O1$ 於 $1'$ 點。以 $O2$ 為半徑,截第二分度線 $O2'$ 於 $2'$ 點,其餘以此類推。得 $1', 2', 3', 4', \dots, 8'$, 等點。連各點畫一曲線,則此曲線即為凸輪前半之理論節線。

因凸輪迴轉下餘之 180° 時,從動部依等速運動下降。其周緣之形狀,應與前半相同。故如將基圓所餘之 180° 分為同數之等分,可得相同之各點,連各點畫一曲線,即為凸輪後半

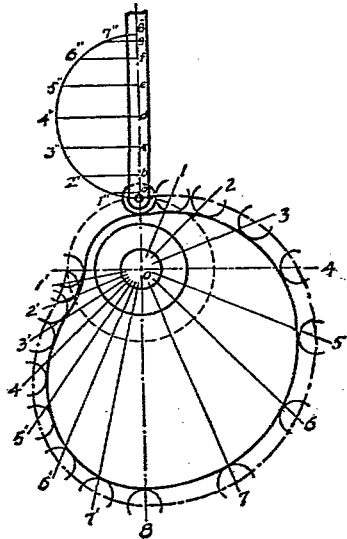
之節線。

以理論節線上之各點為中心，以轉子之半徑為半徑，畫若干小圓或弧線，再於各小圓或各弧線之內，畫一內函線，即畫一曲線與各小圓或各弧線相切，即為凸輪之工作節線。

又就以上之結果觀之，可知同一之理論節線，若變更轉子之半徑，可得多少不同之工作節線。

116. 單弦運動從動部運動之中心線經過凸輪之中心，有轉子 如第152圖，設 O 為凸輪基圓之半徑，並設當凸輪迴轉 180° 時，從動部依單弦運動上升 4 吋。當凸輪迴轉其次之 90° 時，從動部依單弦運動下降 4 吋，當凸輪迴轉其餘之 90° 時，從動部靜止不動。

將 180° 分為任意之數等分，此圖係分為 8 等分，畫分度線 $O1, O2, \dots$ 等等。在從動部運動之中心線上（或沿任意之一分度線）自基圓起，截 $O8''$ 一段距離，使等於從動部之總升距，在此處為 4 吋，以 $O8''$ 為直徑，畫一半圓。將半圓周分為同數之等分，得 $1'', 2'', 3'', \dots$ 等點，經過



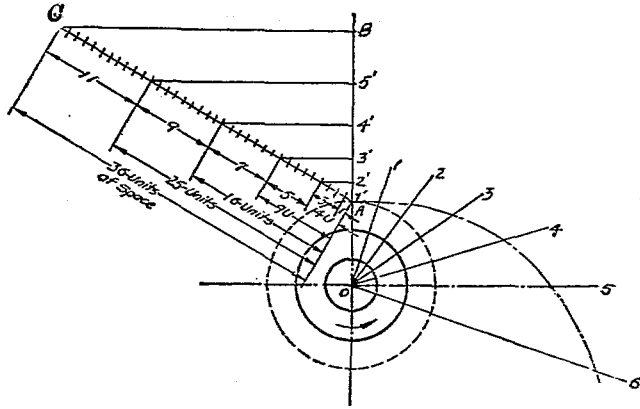
第 152 圖

1', 2', 3', 等點, 畫 80" 直徑之垂線, 得 a, b, c, \dots, g 等點, 則 oa, ob, oc, \dots 等等, 即為凸輪迴轉各分度時, 從動部依單弦運動上升之距離。

以 O 為中心, 以 oa, ob, oc, \dots 等等為半徑, 截分度線 $O1, O2, O3, \dots$ 等等於 1, 2, 3, 等點, 再經過 1, 2, 3, 等點畫一曲線, 則此曲線即為凸輪在前 180° 之理論節線。

將其次之 90° , 分為與前 180° 同數之等分, 則從動部之運動圖仍可應用。依同法得 1', 2', 3', 等點, 連為一曲線, 即為凸輪在次 90° 之理論節線。因在其餘之 90° 從動部靜止不動。即從動部在此一段, 對於凸輪之中心既不接近, 亦不遠離, 故其理論節線, 即為以 O 為中心, 以 OO 為半徑之圓之一部, 在此處亦即基圓之一部也。至工作節線之求法, 與前段相同。

117. 等加速率運動。從動部運動之中心線經過凸輪之中心 如第 153 圖設 AB 為凸輪迴轉 AOB 角度時, 從動部按等加速率運動上升之總升距, 將 AOB 角任意分為數等分。此處假定分為 6 等分。在任意之一直線 AC 上, 按 1—3—5—7—9—11 之次序, 截適宜之長度單位, 所用之數目, 與等分作用角之數目相同。故此亦為八個數目, (若等分五等分, 則至 9 為止, 等分四等分, 至 7 為止)。經過最終之點 C 與 B 點連一直線, 再經過 AC 線上各分點, 與 BC 平行, 畫平行線與 AB 相交於 5', 4', 3', 2', 1' 等點。如此則 AB 線上各分段必與 AC 線上各分段成比例。即 $A1', 1'2', 2'3', \dots$ 相比, 亦為 1 : 3 : 5 也。以 O 為中



第 153 圖

心,以 $O1', O2', O3', \dots$ 等等為半徑,截分度線 $O1, O2, O3,$ 等等於 $1, 2, 3, \dots$ 等點連所有各點,畫一曲線,即為凸輪之理論節線。

若從動部之下端帶一轉子,則凸輪之周緣或工作節線之求法仍如前。

118. 從動部之運動係等減速率運動 等減速率運動,恰與等加速率相反,故須將從動部運動之距離按 11—9—7—5—3—1 之次序劃分之。最普通者,多係將兩種運動合併用之。即當從動部上升時,其前半段係按等加速率運動,其後半段則按等減速率運動,使從動部起始運動與終止運動時之動作,均變為極緩。惟兩種運動合用時,則作用角須分為雙數之等分,以便等加與等減兩部劃分之數目相同。例如將作用角

分爲 8 等分，則總升距之劃分，應按 1—3—5—7—7—5—3—1 之次序，餘類推。

119. 從動部運動之中心線不經過凸輪之中心者 以前所研究者，從動部運動之中心線，均經過凸輪之中心，實際上有時從動部運動之中心線，不經過凸輪之中心，而偏於一旁，此種凸輪之周緣其求法與前微異，茲就一實例以說明之。

一凸輪當迴轉 90° 時，使帶有轉子之從動部，依單弦運動上升 3 吋，再轉 90° 之時間，則從動部靜止，其餘 180° 之時間，則從動部依等速運動下降。從動部運動之中心線在凸輪軸心之左 $\frac{3}{4}$ 吋。

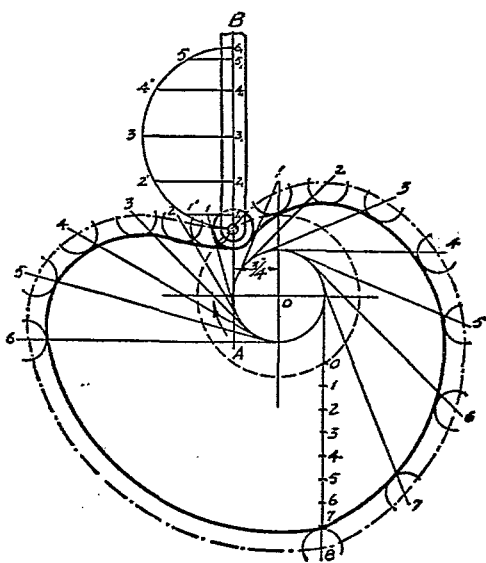
如第 154 圖，以任意之一點 O 爲凸輪之軸心，用適宜之半徑，畫一基圓，在圓心之左 $\frac{3}{4}$ 吋，畫從動部運動之中心線 AB ，以 O 爲中心，以 $\frac{3}{4}$ 吋爲半徑，再畫一圓。

自從動部運動之中心線與基圓相交之點起，將作用角分爲若干等分，並由基圓上之等分點起，畫以 $\frac{3}{4}$ 吋爲半徑之圓之切線。（此圖上係將作用角 90° 分爲六等分，故畫六切線）。

若假設凸輪不動，從動部向凸輪迴轉反對之方向移動，則此種切線，即代表從動部中心線應占之地位。

從 AB 線與基圓相交之點起，向上截從動部上升之總距離，在此題爲 3 吋。以此 3 吋之距離爲直徑畫一半圓，並將半圓周分爲 6 等分，得 1', 2', 3', 4', 5' 及 6' 等點，將各點投射於

直徑上得 $1_1, 2_1, 3_1, 4_1, 5_1$ 及 6_1 等點,以 O 為中心, $O1_1$ 為半徑畫一弧與第一分度線相交於 1 , 以 $O2_1$ 為半徑畫一弧與第二分度線相交於 2 , 其餘依此類推, 連 $1, 2, 3, 4, 5, 6$ 等點, 即為此 90° 內凸輪之理論節線。



第 154 圖

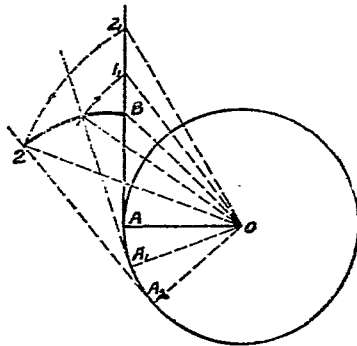
在其次之 90° 內,因凸輪之從動部係靜止,故凸輪在此 90° 內之理論節線,必係以 O 為中心,以 $O6$ 為半徑所畫之 90° 之弧線。

在其餘之 180° ,凸輪須按等速運動下降,故將 180° 任意

分爲數等分。在此題係分爲 8 等分，並將應行下降之距離 3 吋亦分爲 8 等分，與前相同。畫分度線均與以 $\frac{3}{4}$ 吋爲半徑之圓相切。然後求其理論節線，則全凸輪之周緣，即可求出。

求此種凸輪之周緣，更可用第 155 圖所示之方法。設 O 爲凸輪軸之中心， OA 爲從動部運動之中心線距凸輪軸心

之距離。 OB 爲基圓之半徑。並設從動部運動之中心線與以 OA 爲半徑之圓相切於 A 點，與基圓相交於 B 點。由 OA 線起，向下量作用角，並用 OA_1, OA_2 等半徑線分爲若干等分。經過 A_1, A_2 等點，畫 A_11, A_22



第 155 圖

等切線。再從 B 點起，向上

量在此作用角內之總升距，根據從動部運動之情形，求出當凸輪迴轉每分度時從動部上升之距離，得 $1_1, 2_1$ 等點。

以 O 爲中心， $O1_1, O2_1$ 等爲半徑，截切線於 $1, 2$ 等點，連 $1, 2$ 等點之曲線，即爲凸輪之理論節線。

連 $O1, O2$ 兩線。

在 $O A_1$ 與 $O A_1 1$ 兩正角三角形，因 $OA = OA_1, O1_1 = O1$ ，故 $A_1 1 = A_1 1_1$ 。故當凸輪迴轉一分度時， A_1 點移於 $A_1 1$ 點必移於 1_1 也。同法可證明當 A_2 點移於 $A_2 2$ 點必移於 2_1 。

120. 從動部之底部係一平板者 若從動部之底部係一平板，則凸輪周緣之求法，大致仍與以前相同。惟自求工作節線以後之方法稍有變易，仍用前段所有之與件，計畫一從動部底部係一平板之凸輪。平板之方向，假定與從動部運動部之方向垂直。

求理論節線以前之方法，完全與前段相同。茲設理論節線已經求出，而求其工作節線如下：——

如第 156 圖，設虛線代表已經求出之理論節線，經過各切線（即代表從動部運動中心線各地位之切線）與理論節線相交之點，畫 1a, 2b, 3c……等線，與各切線垂直（如平板之方向，係與從動部運動之方向，成一定之斜度，則畫此等線時亦須與各切線成同大之斜度）。所有垂直線已經畫出後，必生出若干三角形，如圖中畫斷面線之部分。然後畫一曲線，與各三角形底邊之中心點相切，即為所求之工作節線，亦即所求凸輪之周緣也。

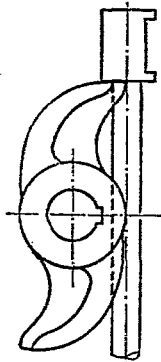
如有時合於上述之情形之曲線，不能得出，即與各底邊之中心點均相切同時並不與任何線相交叉，則所求之曲線不能畫出，即須用一半徑較大基圓。至平板應有之長度，可以下法求之：——

由各切線與理論節線相交之點起，用兩脚規或等分器沿垂直線量比較最長之距離。如圖上所示，由 G 點起量至與工作節線相切之點 D 止。如 CD 最長，則 CD 一段即為平板自

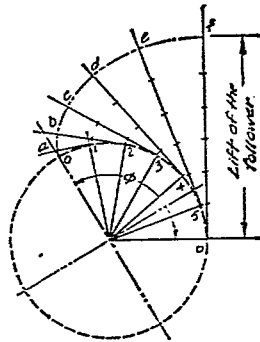
柱體之圓周相當之圓，亦謂之漸開線之基圖(Baso circle)。

凡凸輪周緣所具之曲線係一漸開線者，均謂之漸開線凸輪。其從動部升起之時間，多小於凸輪迴轉半圓周所用之時間，又其從動部下落，多係利用本身之重力或彈簧之彈力，在碎礦機上多用此種凸輪(詳後)，其實際形狀，如第157圖所示。

又實際上計畫此種凸輪之周緣時，多用第158圖所示之方法。設 ϕ 代表作用角，將 ϕ 角任意分為數等分，此處共分



第 157 圖



第 158 圖

為 6 等分。由等分線與基圖相交之 1, 2, 3, ……6 等點，畫切線 1a, 2b, 3c …… 等等。如基圖上各分段不甚長時（如每分段之長度為直徑長度十分之一，則假定每段之弦線與每段弧線相等，相差不過千分之一）。則每段弦線之長度，可假設與每段弧線之長度相等。

沿 1a 線，截 O1 弦線，得 a 點，沿 2b 線，截兩倍 O1 弦線，得 b 點。由此類推，得 c d e f 等點，經過 a b c d e f 等點，畫一曲線，則此曲

線即為所求之漸開線。

又按漸開線之性質，如 ϕ 為一定之一段弦線在基圓中心所對之角度，以半徑角計，則

$$\phi = \frac{\text{弦線之長度}}{\text{基圓之半徑}} \dots \dots \dots (72)$$

若使從動部運動之中心線距凸輪軸中心之距離，恰等於基圓之半徑，則可得兩種結果。第一從動部上升之距離，恰等於基圓上與作用角相對之一段弧線之長度，第二凸輪周緣與從動部之接觸點，恆在從動部運動之中心線上，且接觸點之切線，恆與從動部運動之中心線垂直。故凸輪及於從動部之力，幾全部用於升起從動部。力量之消耗特少。

例題 15. 某漸開線凸輪基圓之直徑為 5 吋。倘欲從動部上升 3 吋，問凸輪之作用角應為若干度。凸輪軸心距從動部動作之中心線之距離等於基圓之半徑。

根據(72)式，

因從動部上升之距離 = 弧線之長度 = 3 吋

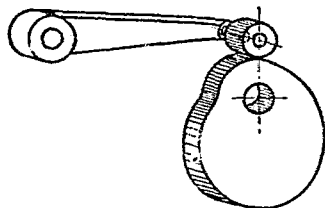
基圓之半徑 = $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ 吋。

故作用角 $\phi = \frac{3}{2\frac{1}{2}}$ 半徑角。

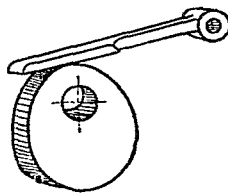
又按第一章(12)式，得

$$\text{作用角} = \frac{3 \times 180^\circ}{2\frac{1}{2} \times \pi} = \frac{540^\circ}{7.85} = 68.79^\circ.$$

122. 從動部係一擺動桿者 如凸輪之從動部，係一擺動桿，則從動部上各點之運動均係沿一弧線。其與凸輪周緣接觸之處，有用一轉子者，如第 159 圖所示。有直接由一平面接觸者，如第 160 圖所示。



第 159 圖

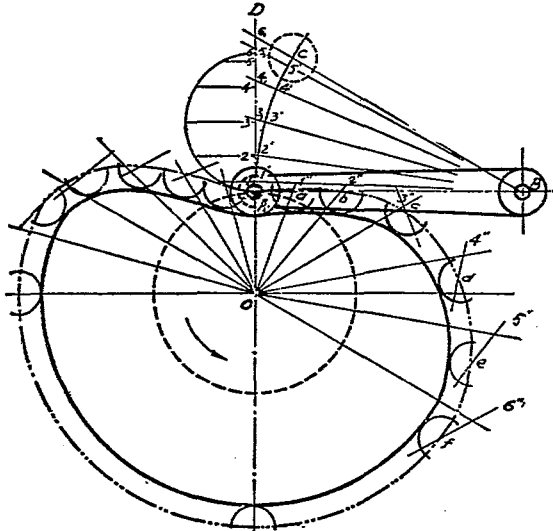


第 160 圖

此種凸輪周緣之計畫法，較為複雜，且畫法亦有數種，茲擇一二例述之如下：——

如第 161 圖，設 ABC 為凸輪迴轉 120° 時擺動桿依單弦運動被升起時所經過之角度，在其次之 150° 內，擺動桿靜止不動，在其餘之 90° 內，擺動桿又依單弦運動下降至原來地位。在此圖中， OA 為基圓之半徑。 AB 為從動部擺動桿之半徑（或稱之為擺動桿之長度）。 AC 為擺動桿被升起時，轉子中心所行之道路，因轉子之中心係依單弦運動沿 AC 弧線運動，而單弦運動在一弧線上又不能直接表出，故須先求一與 AC 弧線相當之直線，在此直線上將單弦運動表出，然後再根據所得各分點，求 AC 弧線相當之點。

沿 AD 線，截 $A6$ 一段，使等於 AC 弧線之長，（參考製圖課



第 161 圖

程求一直線等於一定弧線之長之方法)。以 AB 為直徑畫一半圓，並任意分為數等分。在此處分為六等分，將等分點投射於直線上，得 $1, 2, 3, 4, 5, 6$ 等點，將各點在弧線上相當之點求出（參考製圖課程求一弧線等於一定直線之長之方法）。得 $1', 2', 3', \dots$ 等點。即使 $A1' = A1, 1'2' = 12, 2'3' = 23, \dots$ 等等。再經過 $1', 2', 3', \dots, C$ 等點，與擺動桿之中心 B 畫若干直線，使與 OD 相交於 $1_1, 2_1, 3_1, \dots$ 等點。

將凸輪之前 120° ，與以 AB 為直徑之半圓分為同數之等分，在此處亦分六等分，並畫等分線而引長之。

以 O 爲中心,在各等分線上依次截 $O1''=O1_1$, $O2''=O2_1$, $O3''=O3_1$, $O6''=O6_1$ 。若從動部上之轉子,不沿 AC 弧線運動,而沿 AD 直線運動。則連 $1''$, $2''$, $3''$,……各點之曲線,即爲凸輪之理論節線。但實際上轉子係沿 AC 弧線運動,故 $O1''$, $O2''$, $O3''$,……等線,僅代表當凸輪迴轉至各分度時, OD 之相當地位。至轉子中心距此線之距離,尚須另法求出。

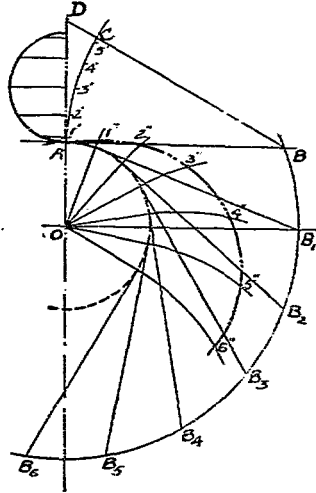
經過 $1''$, $2''$, $3''$,……等點,各畫一直線,使對於 $O1''$, $O2''$, $O3''$,……等線所成之角度,與 1_1B , 2_1B , 3_1B ,……等線對於 OD 所成之角度相同,並截 $1''a=1_11'$, $2''b=2_12'$, $3''c=3_13'$,…… $6''f=6_16'$ 。連 a , b , c , d , e , f 各點之曲線,即爲所求凸輪之理論節線。以理論節線上之各點爲中心,以轉子之半徑爲半徑,畫若干小圓,此若干小圓之內函線,即爲所求凸輪之工作節線。

計畫此種凸輪,尚有其他方法,茲再舉一例述之如下:—

如第 162 圖,仍用前圖之與件 (Data) 將凸輪之軸心 O 與擺動桿之中心 B 確定後,以 O 爲中心,以 OB 爲半徑,畫一弧線。將作用角分爲六等分,並由等分線與基圓相交之點,各畫一切線,使與以 OB 爲半徑之弧線相交於 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_6$ 各點,以此各點爲中心,以 AB 之長爲半徑,自基圓向外各畫一弧線,再按轉子運動之情形,依照前圖之方法,在 AC 弧線上求出 $1', 2', 3', 4'$ 及 $5'$ 各點,然後以 O 爲中心,以 $O1', O2', O3', \dots, O6'$ 爲半徑,各畫一弧,使與相當之弧線相交於 $1'', 2'', 3'', \dots, 6''$ 等點,連 $1', 2', 3', \dots, 6''$ 各點之曲線,即爲所求凸輪之理論節線。

又用此法畫圖時，所用之紙，其面積較前圖稍大。

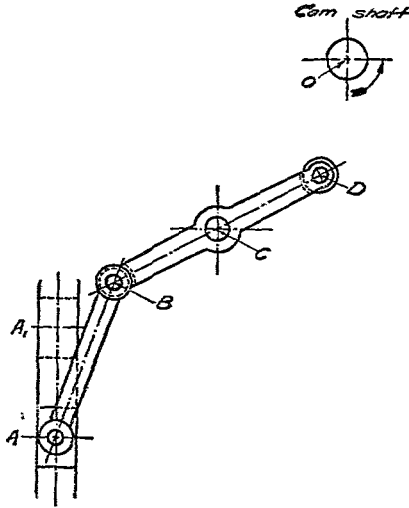
又在第 161 圖，若凸輪與從動部直接由一平面接觸，則其周緣之求法，直至求理論節線，均完全相同，惟求工作節線時，係將 $1''a$ ， $2''b$ ， $3''c$ ……等線比較畫長，使作成若干小三角形，如前第 156 圖之情形。然後連各小三角形底邊之中點畫一曲線，即為所求之工作節線。



第 162 圖

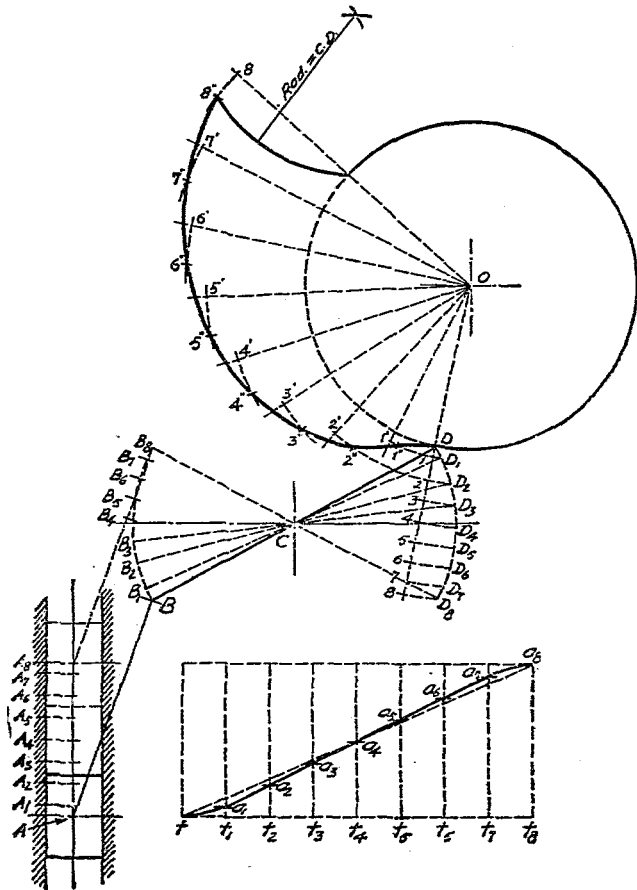
123. 從動部與凸輪之間仍有其他機件者。凸輪與發生預定運動之從動部，有時不直接接觸，而有其他機件介乎其間。此時凸輪之周緣，須根據從動部運動之情形，間接求出之。茲再舉一例如下：——

如第 163 圖，設 O 軸 $\frac{1}{3}$ 迴轉時，使滑塊 (Slider) 由 A 點升至 A_1 點，並使即刻落於原來地位。在其餘時間，則滑塊靜止不動。至運動之性質，可任意計畫，惟起始時與終止時之動作宜延緩，試計畫所需凸輪之周緣。滑塊與凸輪之間，有一連桿 AB 與一槓桿 BCD 。凸輪之周緣，係與槓桿 D 端之轉子接觸。



第 163 圖

如第 164 圖先畫相對運動圖。設 ω_3 代表 O 軸 $\frac{1}{3}$ 迴轉。 $a_3 \frac{t}{3}$ 代表從動部之總升距。設從動部之運動為等速運動。則其運動之情形，必為 ta_3 直虛線所代表。因起始時與終止時之動作擬使延緩，故稍加改正。使其大部仍為直線，惟起始時與終止時改為曲線，一與 t 點之水平線相切，一與 a_3 點之水平線相切，如圖中實線所示。將 ω_3 任意分為數等分。在此處係分為八等分，並在等分點上各畫一垂線，與代表從動部運動之線相交於 a_1, a_2, a_3, \dots 等點。將此各點投射於從動部運動之中心線上，得 A_1, A_2, A_3, \dots 等點。以 C 為中心，以 CB 及 CD 為半徑，各



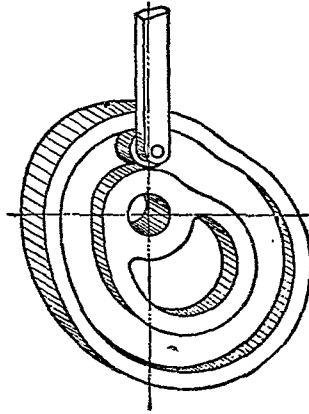
第 164 圖

畫一弧線。再以 A_1, A_2, A_3, \dots 等點爲中心，以 AB 爲半徑，截以 CB 爲半徑之弧線於 B_1, B_2, B_3, \dots 等點。經過此等點與 C 點，畫若干直線，與以 CD 爲半徑之弧線相交於 D_1, D_2, D_3, \dots 等點。

連 OD ，並引長之。由 OD 起，劃出 120° 。（即相當 $\frac{1}{3}$ 週轉），亦分爲八等分，以 O 爲中心，以 OD_1, OD_2, OD_3, \dots 等爲半徑，畫弧線，截 OD 引長線於 $1, 2, 3, \dots$ 等點，並截分度線於 $1', 2', 3', \dots$ 等點。再由 $1', 2', 3', \dots$ 等點，沿弧線向回截 $1'1''=1D$ ，截 $2'2''=2D_2$ ，截 $3'3''=3D_3, \dots$ 等，連 $D, 1'', 2'', 3'', \dots, 8''$ 等點，畫一曲線，此曲線即爲凸輪在 $\frac{1}{3}$ 週轉內之理論節線。又當週轉 $\frac{1}{3}$ 週轉後，須即刻落於原來地位，故凸輪上此一段周緣之形狀，須與 CD 向回擺動時， D 點應行之道路相合，即須爲以 CD 爲半徑之一段弧線也。至從動部應靜止之一大部，當然係以 OD 爲半徑，並包含 240° 之一部分圓周，如圖中所示。其工作節線之求法，則與前相同。

124. 確定運動凸輪 (Positive motion cam) 凡不待重力或彈簧之力，即能使從動部仍復其原來地位之凸輪，統謂之確定運動凸輪。以前所述之各種凸輪，對於其從動部只有使之遠離之力。其從動部常能與凸輪之周緣保持接觸者，普通多係依賴一種外力，如從動部本身之重力及彈力等，如欲使從動部遠離與接近均不待任何外力，即有確定之運動，則凸輪之

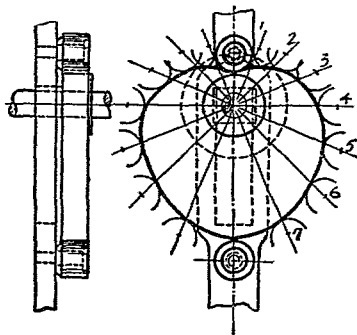
動作，亦須及於從動部轉子之兩邊。或凸輪兩邊各備一轉子。最普通者如第 165 圖所示。使從動部之轉子，在凸輪平面上之一槽中。槽之中心線，相當凸輪之理論節線。其寬度則與轉子之直徑相等。如此則從動部無論向上或向下，皆有確定之運動矣。此外尚有數種，茲分別述之如下：——



第 165 圖

125. 定徑凸輪 (Constant diameter cam) 此種凸輪為確定運動凸輪之一種。從動部上備有兩轉子。當從動部應向上運動時，凸輪之作用，及於上部之轉子。當從動部應向下運動時，凸輪之作用，及於下部之轉子。所以稱為定徑凸輪者，因經過凸輪軸之方向，兩轉子中心之距離須恆為一定也。因有此種限制，故凸輪及於從動部之運動，只於半週轉內或 180° 內，可以任意規定。其餘 180° ，須根據兩轉子中心之距離恆為一定之限制，比照規定，不能隨意。如第 166 圖，設凸輪前 180° ，按從動部預定之運動情形計畫，得出理論節線上之 1, 2, 3, 4, ……8 等點。自起始點經過凸輪之軸心至 8 點之距離，必為兩轉子中心所應距之距離。以此距離為半徑，以 1, 2, 3, 4, ……等

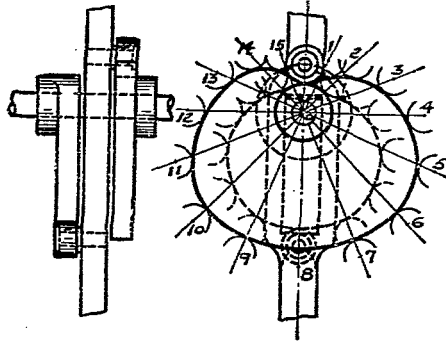
點爲中心,在各分度線經過中心向反對方向之引長線上各截一點,則此所有各點,必爲所餘 180° 之理論節線上之點。以各點爲中心,以轉子之半徑爲半徑,各畫一圓或一弧線。其內函線即爲所求凸輪之工作節線。又此種凸輪能傳達之力較前段所述者大。



第 166 圖

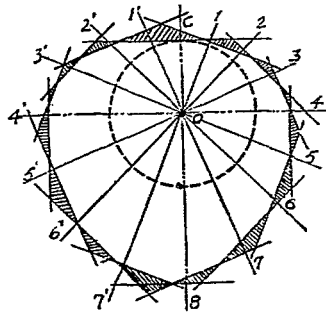
126. 主凸輪與回凸輪(Main and return cams) 在此種裝置,共合兩個凸輪,從動部亦備兩轉子。其與定徑凸輪不同之處,即主凸輪全迴轉或 360° 以內之運動,皆得隨意規定。其構造及畫法如第 167 圖所示。根據主凸輪全迴轉運動之性質,求出理論節線上 1, 2, 3, ……6 等點。再任意選擇兩轉子中心之距離,然後以此距離爲半徑,以 1, 2, 3, ……6 等點爲中心,沿各分度線經過主凸輪軸之引長線,各截一點,則此各點即爲回凸輪理論節線上相當之點。至求兩凸輪工作節線之方法,則與前相同。

又在此種凸輪與定徑凸輪,多將凸輪軸置於從動部之長方框中,別由一方形軸圈以約束從動部之上下運動。對於傳達較低速率與較大力量,特別適用。



第 167 圖

127. 定寬凸輪 (Constant breadth cams) 沿凸輪之周緣凡平行之兩平面其間所有之距離恆相等時謂之定寬凸輪，恆用於帶有平板之從動部上。惟與定徑凸輪相同，只在半週轉或 180° 內之運動，可以任意計畫。如第 168 圖設 1, 2, 3, ... 8 為半週轉內理論節線上之各點， O_8 之長度即限定從動部上兩平行邊中間所有之距離，經過 1, 2, ... 8 等點，畫各分度線之垂直線，並以 O_8 為半徑，以 1, 2, 3, ... 7 等點為中心，沿各分度線經過凸輪軸之引長線，各截一點，得 $1', 2', 3', \dots, 7'$ 等點，再經過



第 168 圖

此等點與經過1, 2, 3.....8等點之垂直線,各畫一平行線。

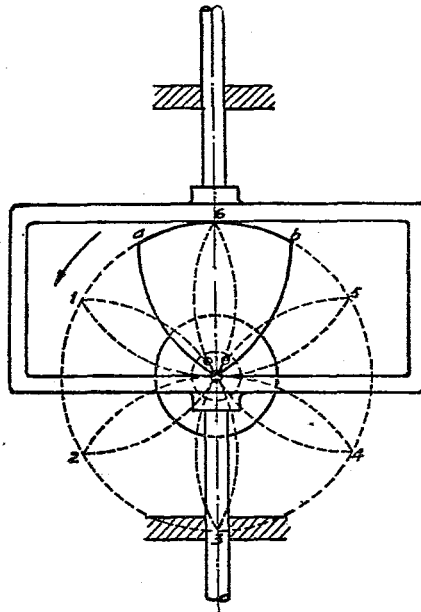
此各平行線作成若干小三角形。經過各小三角形底邊之中點,畫一曲線,此曲線即為所求凸輪之工作節線。

又就圖上觀之,可知此種凸輪,在求理論節線以前,其計畫法完全與定徑凸輪相同。

第 169 圖所示者,為定寬凸輪之一種,圖中 O 為凸輪之軸心。 aob 為凸輪三點相連恰為一三等邊三角形。其周緣係依次以三點為中心,

以一邊之長度為半徑,所畫之三段弧線所組成多用於傳達較輕之力量,如縫紉機械等。其相對之運動可分析之如下:

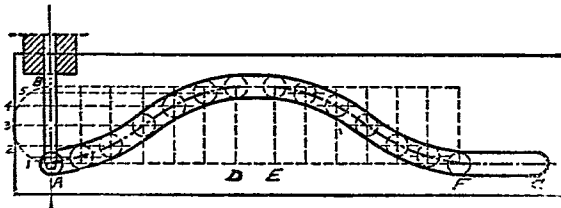
設凸輪按箭頭所指之方向,依等角速率運動。 a 點由 6 至 1, 從動部靜止不動, a 點由 1 至 3, 即相當 b 點由 6 至 2, 從動部均依單弦運動下降, a 點由 3 至



第 169 圖

4, 從動部又靜止不動, 迨 a 點由 4 至 5 及由 5 至 6, 從動部又各依單弦運動上升。故總計之, 從動部在最上與最下之地位, 各靜止凸輪迴轉 60° 之時間, 其餘則在 120° 內, 依單弦運動上升, 在 120° 內, 依單弦運動下降。

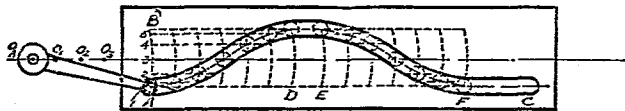
128. 平面滑動凸輪(Plane sliding cams)從動部發生往復運動 此種凸輪可視為軸心遠至無限之平板形凸輪之一部, 惟其運動係沿一定直線之導路而非迴轉耳。普通多係於一長方形之平面上, 根據從動部運動之情形, 計畫一曲線槽, 使從動部之轉子嵌入其中, 當凸輪往復運動時, 從動部遂發生預期之運動。如第 170 圖。設凸輪依等速率由右向左運動。當行 AD 一段距離時, 從動部按單弦運動由 A 升至 B , 當行 DE 一段距離時, 從動部靜止不動, 當行 EF 一段距離時, 從動部又按單弦運動由 B 降至 A 。當行 FC 一段距離時, 從動部又靜止不動。當凸輪依等速率由左向右運動, 則從動部由 C 至 F 靜止不動, 由 F 至 E 按單弦運動上升, 由 E 至 D 靜止不動, 由 D 至 A 按單弦運動下降。此種凸輪理論節線之求法如下:—



第 170 圖

以 AB 爲直徑，畫一半圓。任意分爲數等分。在此題係分爲六等分。由等分點向 AB 各畫一投射點，得 1, 2, 3, 4, 5 等點。將 AD 與 EF 二段，亦各分爲六等分。並於各等分點上各畫一垂直線。從 1, 2, 3……等點各畫一水平線，與各垂直線相交於相當之點 1', 2', 3'……。連各點所得之曲線，即爲所求之理論節線。若以各點爲中心轉子之半徑爲半徑各畫一小圓。與各小圓之上下相切各畫一曲線，即爲所求之工作節線或兩曲線之間。即爲應有之槽。

129. 平面滑動凸輪 (Plane sliding cams) 從動部發生擺動者 此種凸輪除從動部係一擺動之桿以外，其餘與前段無異。如第 171 圖，仍設凸輪由右向左行 AD 一段距離時，從動部依單弦運動由 A 升至 B 。行 DE 一段距離時，從動部靜止不動。行 EF 一段距離時，從動部依單弦運動由 B 降至 A 。行 FC 一段距離時，從動部靜止不動。凸輪由左向右時，從動部亦依原路而回。其理論節線與工作節線之求法如下：——

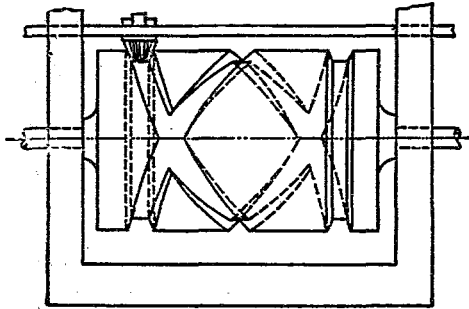


第 171 圖

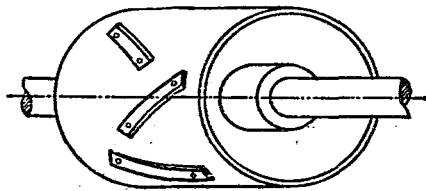
將 AB 弧線按單弦運動分爲數分。在此處亦係由 1, 2, 3, 4, 5 等點分爲六分。將 AD 與 EF 兩段，亦各分爲同數之等分。經過各等分點，各畫一弧線，均與 AB 弧線平行。從 1, 2, 3……等

點,各畫一水平線,與各弧線相交,得 1', 2', 3' …… 等點,連各點所得之曲線,即為所求之理論節線,至工作節線或曲線槽之求法,則與前段相同。

130. 圓柱形凸輪(Cylindrical cams) 此種凸輪之製法,係依照從動部動作之情形,或於一圓柱體之表面洗出一定形狀之凹槽,或於一圓柱體之表面裝置若干曲形薄板,使彼此連貫成一定之路線,如第172圖及第173圖所示。



第 172 圖



第 173 圖

又在第二種，普通多於圓柱體上多備若干釘孔，以便變更各曲形薄板之位置，因之變更從動部運動之情形。

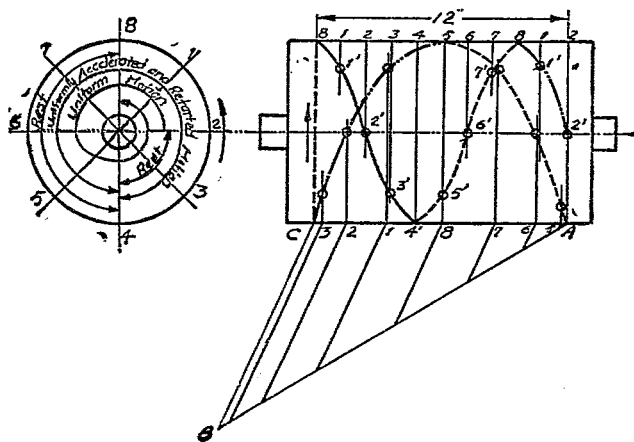
又計畫圓柱形凸輪，普通有兩種方法。(一)不展開圓柱之皮面積。(二)展開圓柱之皮面積。茲分別述之如下：—

131. 圓柱形凸輪理論節線之求法。不展開圓柱之皮面積

設擬計畫之圓柱形凸輪，當迴轉 $1\frac{1}{4}$ 周時，即使往復運動之從動部，按等速運動由左向右行 12 吋之距離。當迴轉其次之 $\frac{1}{4}$ 周時，從動部靜止不動，再迴轉一周時，從動部按等加速率運動與等減速率運動由右向左行 12 吋之距離。當迴轉其次之 $\frac{1}{2}$ 周時，從動部又靜止不動，使從動部仍歸於起始之點。

如第 174 圖，先畫圓柱之側視圖與正視圖，將代表圓柱一端之圓，分為若干等分。在此處係分為八等分。再將正視圖上代表 12 吋之一段距離，等分為側視圖上相當迴轉 $1\frac{1}{4}$ 周時所有之等分數。在此處為 10。並標明相當之數字。經過正視圖上之各分點，對於圓柱軸線之方向各畫一垂直線。然後經側視圖上 1, 2, 3……8 等點，對於圓柱之軸線，畫平行線，使各與正視圖上相當之垂直線相交，得 1', 2', 3'……等點。連各點所得之曲線，即為從動部由左向右時，凸輪之理論節線。

如假設圓柱迴轉，其頂端向外遠離，則此理論節線由 8 至 4'，係在前面，然後即轉歸後面。至一整周後再由 8 點復歸



第 174 圖

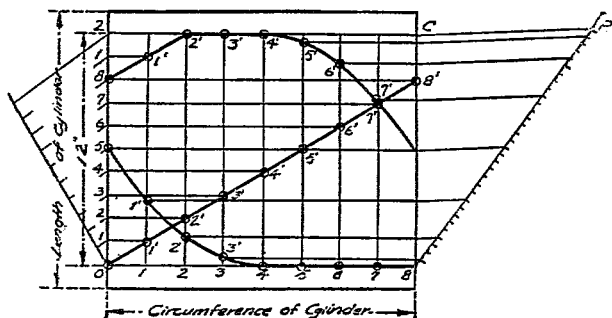
於前面。由 2' 至 A，因從動部靜止不動故曲線沿圓柱之方向無運動。

在其次之一迴轉內，從動部係按等加速率運動與等減速率運動由右向左行 12 吋之距離。

從 A 點任意畫一直線 AB。並用任意適宜尺寸，按 1—3—5—7—7—5—3—1 之比例，截八段距離。經過 B 點與距 A 點 12 吋之一點 C，連一直線。再經過 AB 線上之各分點，各畫一 BC 線之平行線，與 AC 線相交於 5, 6, 7, 8, 1, 2, 3 等點。經過此等點，對於圓柱軸線之方向，各畫一垂直線，然後經側視圖上相當之點。對於圓柱之軸線，畫平行線，使各與相當之垂直線相交，即得所求理論節線上之各點。即在圓柱之後面由 A 至 5 復歸

於前面由5至C之曲線也。至C點後，因從動部在 $\frac{1}{2}$ 周以內，又靜止不動，故此一部分理論節線，即由C直至S。與圓柱軸之方向垂直。

132. 圓柱形凸輪理論節線之求法。展開圓柱之皮面積。仍用前段所假定之情形，惟求理論節線時，係將圓柱之皮面積展開，如第175圖。將圓柱之長度及圓柱圓周展開之長度，先行畫出。將展開之圓周，分為與前段同數之等分，即八等分。

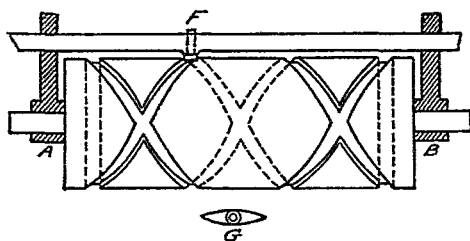


第 175 圖

再根據從動部運動之情形，將圓柱之長度分為若干分。由各分點上各畫垂直於圓柱軸方向之平線，再由圓周上之各等分點，各畫平行於圓柱軸之直線，兩種線相當之各交點，即為理論節線之上點，連各點即得理論節線。如圖上所示。

在平板形凸輪，其從動部之下端多係一圓柱狀之轉子。在圓柱形凸輪，其從動部之下端，則多係一截錐體形（參看

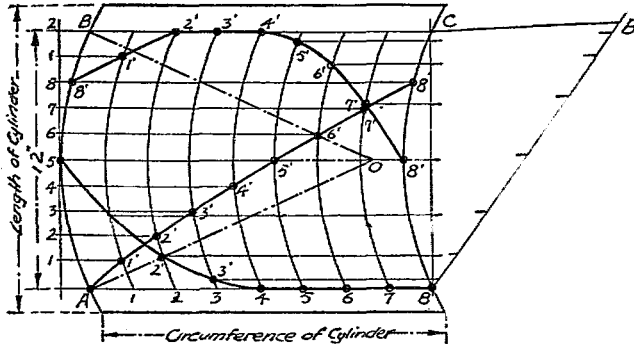
第172圖)。若凸輪之凹槽，有互相交叉之處，則從動部之下端普通多為棱形。如第176圖G所示。其兩側最寬之處，恰能容於凹槽，全體能繞F處之立軸迴轉。當經過凹槽交叉之處，須使最寬之處未至交叉點以前，其前端已達於應入之槽中。



第176圖

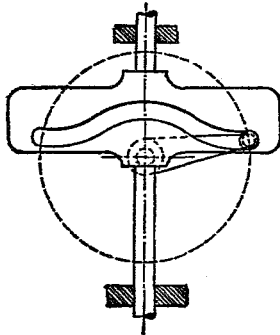
欲使圓柱形凸輪工作之結果較佳，則理論節線在展開面積上，對於垂直於圓柱軸之直線所成之角度，應不使超過 30° 。因如此則從動部運動時之摩擦力較小也。若角度超過此數，可增加凸輪之直徑以矯正之。

133. 圓柱形凸輪，其從動部係一擺動之桿者 此種凸輪理論節線之求法，如第177圖所示。設擺動桿之長度為 OA 。擺動之角度為 AOB 。其餘各種情形，均與前段相同。其畫法亦大致與前相同。所異者，由圓周上各等分點所畫之線，不與圓柱之軸平行，而為以 OA 為半徑，以經過 O 點且與圓柱軸垂直之線上之點為中心之弧線耳。連各弧線與相當之各平行線相交之點，即為所求之理論節線。

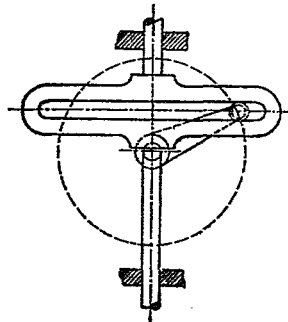


第 177 圖

134. 反凸輪 (Inverse cams) 凡轉子在原動部, 凹槽反在從動部者, 謂之反凸輪, 如第 178 及第 179 兩圖所示。在此種凸輪, 其從動部之運動, 亦只能於凸輪半週轉內可以任意規定。與前述之定徑凸輪相類。



第 178 圖



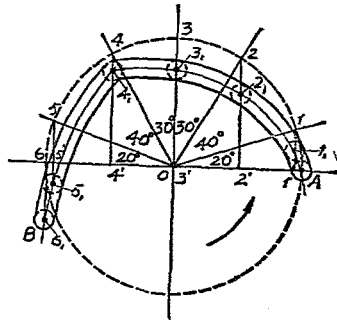
第 179 圖

第179圖代表一 Scotch crosshead。為從動部係往復運動之反凸輪之特例。多用於救火機械，其從動部上之凹槽係與運動之中心線垂直。

茲舉一例以表明反凸輪理論節線與工作節線之求法如下：—

一反凸輪原動桿之長度為6吋，向鐘表指針迴轉相反之方向迴轉，當迴轉第一個 20° 時，從動部上升1吋。迴轉其次之 40° 時，從動部上升 $\frac{1}{2}$ 吋。迴轉其次之 30° 時，從動部靜止不動。迴轉其次之 30° 時，從動部下降 $\frac{3}{4}$ 吋。迴轉其次之 40° 時，從動部又上升2吋。迴轉其次之 20° 時，從動部又靜止不動。試求此反凸輪之理論節線與工作節線。

如第180圖，以6吋之半徑 OA 畫一圓，使代表轉子中心之動路，畫 $O1, O2, O3, O4, O5, \text{及} O6$ 六線，代表原動桿中心不同之地位。經過1, 2, 3, 4, 5等點，各畫一線，均與以 OA 為半徑之圓之水平直徑垂直，得 $1', 2', 3', 4', 5'$ 五點



第 180 圖

假設凹槽係一直線水平者，如第179圖之情形，則當原

動桿從 OA 之地位已迴轉 40° 角度後，從動部應已上升 11 一段距離。但就題意察之，從動部在此角度內，只上升 1 吋，故凹槽須向上彎曲，其彎曲之距離，等與 11' 與 1 吋之差，即 $1'1_1$ 。又 1_1 點可由 1 點起沿 11' 截 1 吋距離直接得之。

當原動桿再迴轉 102° 角度時，從動部應再升 $\frac{1}{2}$ 吋，因已升 1 吋，故由 2 點起沿 22' 截 $1\frac{1}{2}$ 吋之距離，得 2_1 點。當迴轉 203° 角度時，從動部係靜止不動，故由 3 點起沿 33' 仍截 $1\frac{1}{2}$ 吋之距離，得 3_1 點。

當原動桿迴轉 304° 角度時，從動部下降 $\frac{3}{4}$ 吋，因已升 $1\frac{1}{2}$ 吋，即尚餘 $\frac{3}{4}$ 吋，故由 4 點沿 44' 截 $\frac{3}{4}$ 吋，得 4_1 點。迴轉其次之 40° 時，從動部又上升 2 吋，故由 5 點起截 $2\frac{3}{4}$ 吋，得 5_1 點。迴轉其餘之 20° 時，從動部靜止不動，故由 6 點起仍截 $2\frac{3}{4}$ 吋，得 6_1 點。

在此題 5 與 6_1 兩點落於凹槽上 A 點地位之下。但因原動桿迴轉半周時，從動部已上升 $2\frac{3}{4}$ 吋。故當原動桿水平向左時， 6_1 點實已在 6 點也。連 $1_1, 2_1, 3_1, \dots, 6_1$ 等點，畫一曲線，即為所求之理論節線，又由 2_1 至 3_1 及由 5_1 至 6_1 ，從動部均係靜止不動，故此兩段曲線皆係以 OA 為半徑之一段弧線。其中心皆在從動部運動之中心線上。

以理論節線上之各點為中心，以轉子之半徑為半徑，畫若干小圓，畫兩曲線，分與小圓之上下相切即得所求之工作

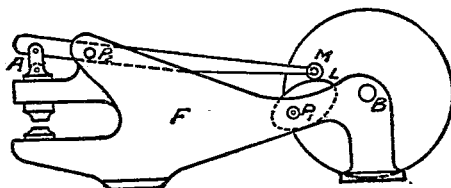
節線。

當原動桿迴轉下餘之 180° 時，轉子沿凹槽向回行。使從動部降至甚低之地位（因凹槽向上彎曲）。如此種動作，對於工作不適宜，可使凹槽之兩端開口，當原動桿迴轉下餘 180° 時，轉子離開凹槽。

135. 凸輪應用舉例 茲再將凸輪之實際應用略舉數例如下：——

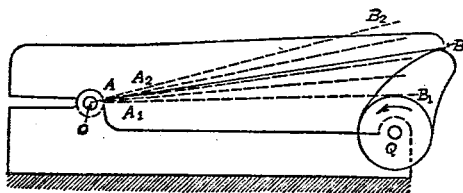
(a) 穿孔機與剪斷機 (Punching machine and shearing machine) 在穿孔機與剪斷機，普通多用凸輪，其所需動作之情形大致如下：第一當穿孔與剪斷時，其動作須緩而勻。第二當工具回行時，其動作須速。第三每次工作至下次工作之時間內，工具須停止相當之時間，使工人從事佈置。此種動作之條件，用凸輪極易使之實現。

第 181 圖表示簡單穿孔機之重要部分。 A 為一連桿，其上端連於一槓桿之一端，其下端連於一導桿 (Guide bar)。導桿下端即為裝置工具處。 B 為飛輪軸，上置飛輪。 F 為機架之一部， P_1 為凸輪軸， P_2 為槓桿軸， L 為凸輪， M 為轉子。因槓桿近凸輪之一端較長較重，故轉子恆與凸輪相接觸。 P_1 軸之運動，賴齒輪之作用，間接由飛輪軸傳來。故當工具無工作之時間，飛輪可儲蓄能力。當工具有工作之時間，飛輪可發出其能力，在工具上表現為工作。至凸輪周緣之形狀，則按前述之三種情形計畫之。



第 181 圖

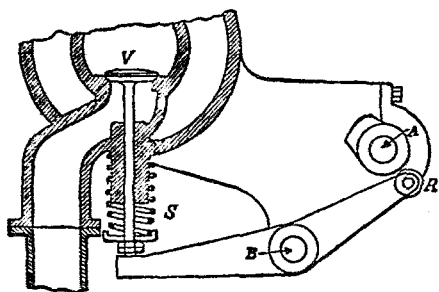
第 182 圖表示一簡單剪斷機之重要部分。 O 為剪刀軸， Q 為凸輪軸。當凸輪迴轉時，其大半之時間，亦宜使從動部不發生運動，即剪刀一邊完全開口，以便工人從事佈置。此時 AB 一邊，在其最低之位置 A_1B_1 。過此一部， AB 一邊即受凸輪之作用，按等速運動緩緩上升。剪刀一邊所置之鋼板或鋼條等遂被剪斷。至 AB 一邊達到其最高之位置 A_2B_2 時，則又急行下落，使剪刀一邊，又急行開口。此種凸輪之周線，亦按所述工作之情形計畫之。



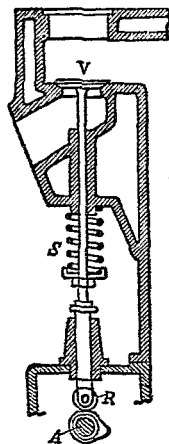
第 182 圖

(b) 煤氣機上之凸輪 (Gas engine cams) 煤氣機與汽油機之各氣門，多用凸輪與彈簧司其啓閉，第 183 圖及第 184 圖即表示此種裝置。圖中 A 為凸輪軸， V 為出氣門， S 為彈

簧。B 爲曲柄桿之轉軸，R 爲轉子。當凸輪軸迴轉時，凸輪動作轉子反抗彈簧之彈力，將出氣門推開。迨凸輪之作用角轉過氣門又由彈簧之彈力自行關閉。



(a)
第 183 圖

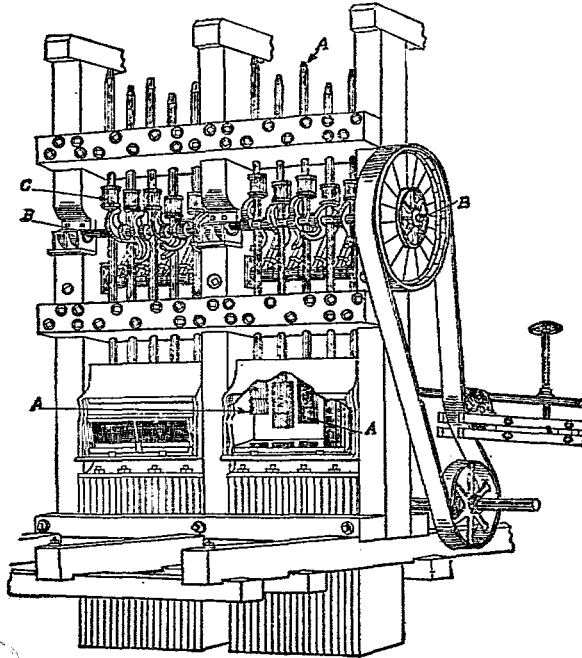


第 184 圖

凸輪軸 (Cam shaft) 之動作。多由螺旋輪之介紹，自機軸之動作傳來在四衝程循環 (Four stroke cycle) 之內燃機，凸輪軸之迴轉數恆爲機軸迴轉數之二分之一，又因在四衝程循環，係每四衝程中有一排除衝程 (Exhaust stroke) 即機軸每迴轉兩次或凸輪軸每迴轉一次之時間，其四分之一爲排除衝程所占。易言之，即作用出氣門之凸輪，其作用角原則上應爲 90° 也。(實際上出氣門多於排除衝程之前，即已開一小部，排除衝程之後，仍不即閉。(其原因見熱力機或內燃機)。故

作用角多大於 90° 。(有時至 120°)至氣門啓閉之速率及全開之時間,則視凸輪周緣之形狀而異,如第183圖所示者,則啓閉皆速,且氣門全開之時間長,如第184圖所示者,則啓閉皆緩,且氣門全開之時間短。

(c) 碎礦機(Stamp mill) 如第185圖所示, A 爲碎礦錘,當工作時,由凸輪升起之,至一定之高度,使急劇下落,置於其

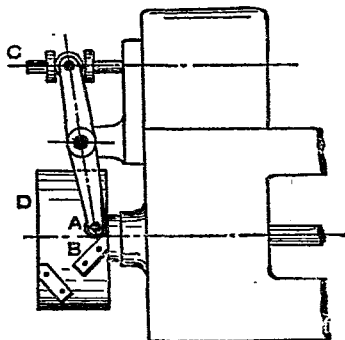


第 185 圖

下部之礦石遂被擊碎。將多數同樣之漸開線凸輪，裝置於一橫軸 B 上。並使其作用角彼此錯開。軸上所需之迴轉力因之比較均勻。又因升起碎礦錘時，並不作有用之工作，故消耗之動力，宜使愈少愈好。而升起時所需之力，不外戰勝錘之重力與運動發生加速率所需之力兩部。若使加速率等於零，則所需者只有戰勝錘之重力之一部，故當工作時，欲使消耗之動力減至最少，碎礦錘之上升，以採用等速運動為最宜。

如前第 157 圖所示，若使從動部運動之中心線，恰與漸開線之基圓相切，則當凸輪軸按等角速率迴轉時，不但碎礦錘上升之運動係一種等速運動，且凸輪與錘桿上部軸圈之接觸點，其切線恆與運動之中心線之方向垂直。側面壓力幾等於零，故動力之消耗特少。

(d) 螺旋床 (Screw machines) 製造螺旋釘時，不但需用迴轉運動，同時並須向一端運動。且在一定之時間以後，更須使之向回運動，以便施行不同之切法 (Various cutting operations)。如第 186 圖 A 為槓桿下端之轉子， B 為圓柱形凸輪 D 上之薄片。當 D 迴轉時，使 C 軸於迴轉運動以外，尚發生左右運動。



第 186 圖

以適應工作所需之情形。

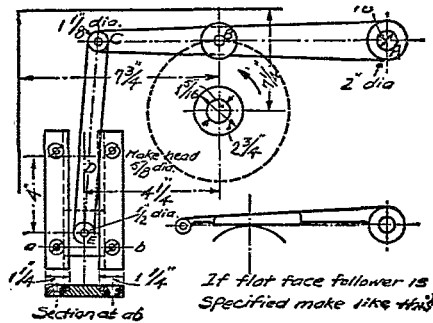
習 題

1. 試述凸輪之定義。
2. 某凸輪當迴轉 180° 時，使其往復運動且帶有轉子之從動部按單弦運動上升 4 吋。迴轉其次之 90° 時，從動部靜止不動。迴轉其餘之角度時，從動部按等速運動降至起始點。凸輪按鐘表指針迴轉之方向迴轉，從動部運動之中心線經過凸輪軸之中心，試求此凸輪之理論節線與工作節線。
3. 某凸輪當迴轉 120° 時，使其往復運動且帶有轉子之從動部，按等速運動上升 3 吋，迴轉其次之 60° 時，從動部靜止不動，迴轉其餘之角度時，從動部按單弦運動降至起始點。凸輪迴轉之方向與鐘表指針迴轉之方向相反，從動部運動之中心線在凸輪軸心左邊一吋之距離。試求其理論節線與工作節線。
4. 某凸輪當迴轉 120° 時，使其往復運動且底部係一平板之從動部，按等速運動上升 5 吋，迴轉其次之 60° 時，從動部靜止不動。迴轉其餘之角度時，從動部按單弦運動降至起始點。凸輪迴轉之方向與鐘表指針迴轉之方向相反。從動部運動之中心線經過凸輪之軸心。(a) 平板之方向與從動部之中心線垂直。(b) 平板之方向與從動部之中心線成 75° 之角度，試各求其理論節線與工作節線。
5. 某凸輪當迴轉 90° 時，使其往復運動且帶有轉子之從動部，按等加速率運動上升 2 吋。迴轉其次之 90° 時，從動部按等減速率運動上升 2 吋，迴轉其餘之 180° 時，從動部按等速運動降至起始點。凸輪按鐘表指針迴轉之方向迴轉。從動部運動之中心線經過凸輪之中心。基圓之直徑為 $3\frac{3}{4}$ 吋。轉子之直徑為 $1\frac{1}{10}$ 吋。從動部之寬度為 $\frac{5}{8}$ 吋。轉子橫針之直徑為 $\frac{5}{16}$ 吋。凸輪軸之直徑為 $1\frac{1}{8}$ 吋。試求其理論節線與工作節線。
6. 某漸開線凸輪，其從動部之總升距為 $5\frac{1}{2}$ 吋。凸輪軸心距從動部運動之中心線之距離為 6 吋。問此凸輪之作用角為若干度。

7. 某漸開線凸輪，當迴轉 100° 時，其從動部上升之距離為7吋。問從動部運動之中心線距凸輪軸心之距離為若干吋。

8. 某漸開線凸輪，其軸心距從動部之中心線之距離為4吋。問當凸輪迴轉 120° 時，其從動部上升之高度為何。

9. 如第187圖，設凸輪按鐘表指針迴轉相反之方向迴轉 180° 時，由擺動桿AC使滑塊按單弦運動上升4吋。迴轉其次之 45° 時，滑塊靜止不動。迴轉其餘之角度時，滑塊按等速運動下降4吋。試計畫此凸輪之周緣。



第 187 圖

$$\text{與件} \quad AB = 9 \frac{1}{2}''; \quad BC = 4 \frac{1}{2}''。$$

$$CE = 8 \frac{5}{8}''。$$

基圓之直徑 = 6''。

轉子之直徑 = $1 \frac{7}{16}''$ 。

轉子橫針之直徑 = $\frac{1}{2}''$ 。

10. 某主凸輪與回凸輪，當迴轉 90° 時，使其往復運動且帶有轉子之從動部，按單弦運動上升6吋。迴轉其次之 180° 時，從動部靜止不動，迴轉其餘之 90° 時，從動部按等速運動下降。凸輪按鐘表指針迴轉之方向迴轉。試求兩凸輪之理論節線與工作節線。

11. 某定徑凸輪當迴轉 90° 時，使其從動部按單弦運動上升

8吋。迴轉其餘之 60° 時，從動部靜止不動。再迴轉 60° 時，從動部又按等速運動上升3吋。凸輪按鐘表指針迴轉之方向迴轉。試求此凸輪之理論節線與工作節線。又倘基圓之直徑為6吋，問兩轉子中心之距離為何。

12. 某圓柱形凸輪，當迴轉一周時，使其往復運動之從動部按單弦運動由右向左移動8吋。迴轉其次之 $\frac{1}{2}$ 周時，從動部靜止不動。再迴轉 $\frac{1}{2}$ 周時，從動部按等速運動更向左移動2吋。再迴轉一周。從動部按等速運動復歸於起始點。試求此凸輪之理論節線。設凸輪迴轉時，正對正視圖，則頂端向外遠離。

13. 某反凸輪，當迴轉第一個 30° 時，使其往復運動之從動部上升1吋。迴轉其次之 30° 時，從動部上升 $\frac{1}{2}$ 吋。迴轉其次之 30° 時，從動部靜止不動。迴轉其次之 20° 時，從動部上升2吋。迴轉其次之 20° 時，從動部下降 $1\frac{1}{4}$ 吋。迴轉其次之 50° 時，從動部上升 $1\frac{1}{2}$ 吋。試求此凸輪之理論節線，原動桿之長度為 $6\frac{1}{2}$ 吋。沿鐘表指針迴轉相反之方向迴轉。

14. 如第188圖，設凸輪沿鐘表指針迴轉之方向迴轉 120° 時，其擺動桿使 CD 桿按等加速率運動與等減速率運動下降2吋。迴轉其次之 120° 時， CD 桿靜止不動。再迴轉 120° 時， CD 桿又按等加速率運動與等減速率運動上升2吋。試計畫此凸輪之周緣。

與件：—

$$\text{基圓直徑} = 5''.$$

$$BC = 3\frac{1''}{8}.$$

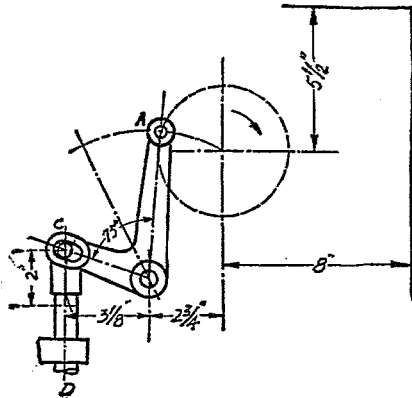
$$\text{轉子直徑} = 1\frac{1''}{8}.$$

$$\text{轉子橫針之直徑} = 1\frac{5''}{8}.$$

$$B \text{ 處軸頭之直徑} = 1\frac{3''}{8}.$$

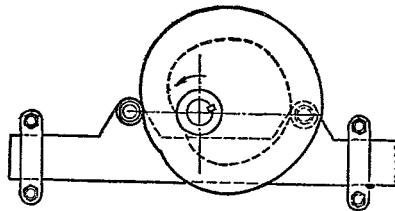
$$B \text{ 處橫針之直徑} = \frac{3''}{4}.$$

$$C \text{ 處橫針之直徑} = \frac{5''}{8}.$$



第 188 圖

15. 如第189圖,設主凸輪與迴凸輪沿箭頭所指之方向迴轉 135° 時,使其從動部按等速運動向左移動3吋。迴轉其次之 45° 時,從動部靜止不動。迴轉其次之 135° 時,從動部按等速運動復回於起始點。迴轉其餘之角度時,從動部又靜止不動。試計畫兩凸輪之周緣。其他與件如下:—



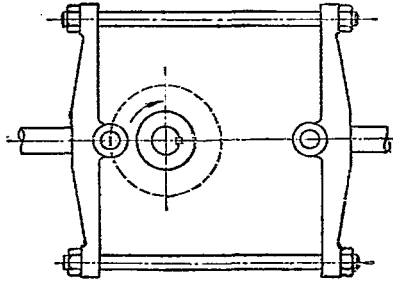
第 189 圖

基圓直徑 = 6"。軸之直徑 = $1\frac{1}{8}$ "。

軸頭之直徑 = 2"。轉子之直徑 = $1\frac{1}{8}$ "。

兩轉子中心之距離 = $7\frac{5}{8}$ "。

16. 如第 190 圖，設一定徑凸輪，當沿箭頭所指之方向運轉 135° 時，使其從動部按等加速率與等減速率運動向左移動 4 吋。當運轉其次之 45° 時，從動部靜止不動。試計畫此凸輪之周緣。



第 190 圖

與件如下：—

基圓直徑 = $5''$ 。

輪頭直徑 = $2\frac{5''}{8}$ 。

輪之直徑 = $1\frac{1''}{4}$ 。

轉子直徑 = $1\frac{1''}{2}$ 。

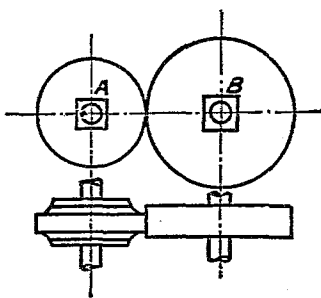
第八章 磨擦輪

136. 純粹滾動接觸 (Pure rolling contact) 當兩物體互相接觸並發生相對運動時,若一物體表面上連續之各點與別一物體表面上連續之各點,依次接觸,毫無滑動發生,則此種接觸,謂之純粹之滾動接觸。

因滾動接觸,既無滑動發生,故互相接觸之各點其線速 (Linear speed) 必恆相等。

137. 磨擦輪與其特點 一軸之迴轉運動,有時可用兩輪之滾動接觸直接傳達於別一軸,亦使之發生迴轉運動。此種直接由滾動接觸將一軸之迴轉運動傳達於別一軸之兩輪,謂之磨擦輪,因運動之所以能傳達,實賴兩輪間之磨擦力也。

如第191圖,設 AB 兩輪分別裝置於平行之二軸上,倘 A 輪迴轉時,兩輪接觸處發生相當之磨擦力,且此磨擦力使 B 輪發生迴轉之力



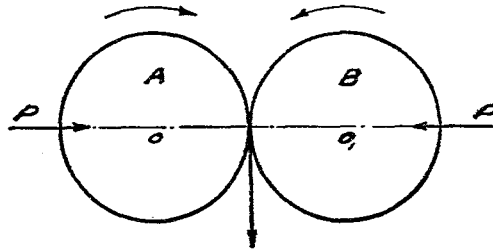
第 191 圖

率,若戰勝其抵力所生之力率時,則 A 輪迴轉, B 輪必隨之迴轉。故一軸之運動遂直接傳達於他軸。

惟實際上用磨擦輪傳達運動或動力時,恆難得到純粹之滾動接觸,普通總有相當之滑動發生。故兩輪之速比如欲絕對一定時,磨擦輪實不適用。又在一定之兩磨擦輪,從動輪之抵力(或稱之爲所負之載荷)如超過一定之限度時,則接觸處完全滑動。故用磨擦輪以傳達運動或動力之機械,其所需之力多係比較輕微者。但磨擦輪最要之優點,亦即在此。蓋各發生確定運動(Positive motion)之機件,如齒輪鍊輪等,若所負之載荷驟爾過量,則輪齒往往受傷,在磨擦輪則不致如此也。(皮帶輪亦有此優點)又磨擦輪起動時之和緩及運動時之勻靜,亦爲他種傳達運動之機件所不及。在載荷甚輕速率甚高之運動,有時極爲相宜。

138. 磨擦輪需要之壓力 (Pressure required for friction wheels) 因磨擦輪之所以能傳達運動或動力,全賴接觸處之磨擦力,而磨擦力又非壓力不能發生。故兩輪接觸處,若僅係彼此相切,毫無壓力,則磨擦力無由發生,因之一輪之運動即不能傳達於別一輪。

如第 192 圖,設沿兩輪之中心與接觸處相連之直線,由兩邊各加以相當之壓力 P 。則接觸處即發生相當之磨擦力。 A 輪之迴轉運動方能傳達於 B 輪。惟原來理論上之接觸線,實際上須變爲接觸面,輪之有效半徑因之減短耳。



第 192 圖

又原動輪之周邊,多用一種軟材料(Soft material)製成,如草纖維、革纖維(即用革之斷面)、革、木及紙等。從動輪,則多用生鐵等硬材料(Hard material)製成。因載荷增重時,發生部分滑動或發生完全滑動,若原動輪之周邊係用硬材料製成,則極易將從動輪上接觸之一部磨一部分平面。若原動輪之周邊用軟材料製成,則無此弊也。

至所需壓力之大小,則按材料之性質,微有差異,茲列表如下:

原動輪周邊所用之材料	接觸處每吋寬度應有之壓力(以磅計)
穀梗纖維(Straw fiber)	100
革纖維(Leather fiber)	240
革 (Leather)	150
木 (Wood)	100—150
紙 (Paper)	150

又如一輪之直徑為 D 呎,每分鐘之迴轉數 N 次,接觸處

之壓力為 P 磅, 接觸處之磨擦係數為 μ 。則此磨擦輪所傳達之馬力數 $H. P. = \frac{\pi D N P \mu}{33000} \dots\dots\dots(73)$

因所生之磨擦力 = $P\mu$ 磅也。

例題 16. 某磨擦輪之直徑為 16 吋, 每分鐘之迴轉數為 300 次, 接觸處之壓力為 200 磅, 磨擦係數為 0.20。問所傳達之馬力數若干。

$$H. P. = \frac{\pi D N P \mu}{33000}$$

此題 $D=16$ 吋 = $\frac{16}{12}$ 呎

$N=300$ 次

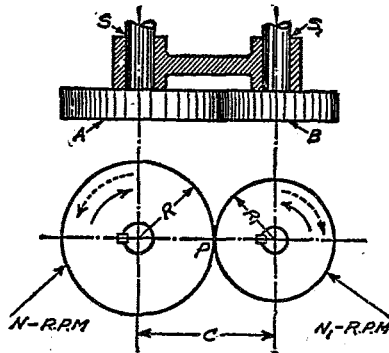
$P=200$ 磅

$\mu=0.20$ 。

故所傳達之馬力數 $H. P. = \frac{\pi \times 16 \times 300 \times 200 \times 0.20}{12 \times 33000} = \underline{\underline{1.5}}$

139. 兩圓柱形磨擦

輪, 外面接觸 如第 193 圖, 設 A 為一圓柱形磨擦輪, 固定於 S 軸上, B 亦為一圓柱形磨擦輪, 固定於 S_1 軸上, 並設兩軸心相距之距離 C 恰等於兩輪之半徑 R 與 R_1 之和, 即 $R+R_1=C$ 。兩



第 193 圖

輪周邊則在 P 接觸。又當兩輪各沿其軸迴轉時，設接觸處恆有相當之磨擦力，使不致發生滑動。如此則得兩種結果：第一兩輪互接觸之各點，其運動之方向必相同。即兩輪迴轉之方向必相反。（兩輪或按實線箭頭所指之方向迴轉，或按虛線箭頭所指之方向迴轉）。第二 A 輪周線上任一點之線速恆與 B 輪周線上任一點之線速相等。

根據第二種結果，

設 A 輪每分鐘之迴轉數為 N ， B 輪每分鐘之迴轉數為 N_1 。

則 A 輪周線上任一點之線速 $= 2\pi RN$ ，

B 輪周線上任一點之線速 $= 2\pi R_1 N_1$ 。

如兩輪周線上各點之線速恆相等，

得 $2\pi RN = 2\pi R_1 N_1$

$$\text{或 } \frac{N_1}{N} = \frac{R}{R_1} \dots\dots\dots (74)$$

即兩輪每分鐘之迴轉數與其半徑成反比也。

140. 關於外面接觸兩圓柱形磨擦輪之問題之解法 仍

參看前圖，設 C ， N 及 N_1 已知，欲求兩磨擦輪之半徑。

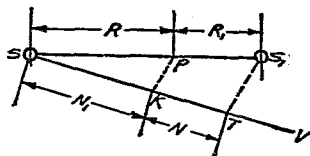
由第(74)式，得 $R = \frac{R_1 N_1}{N}$ 。

又知 $R + R_1 = C$ 。

由此兩式，可算出 R 與 R_1 之數值。

又此種問題之解法，更可用一簡單之畫法求之。如 194

圖所示畫 SS_1 線使等於或代表(即縮小若干倍)兩輪中心相距之距離。由 S 點畫 SV 線,使與 SS_1 線成任意之角度。沿 SV 線,選擇適宜之



第 194 圖

長度單位,截 SK 一段,使代 N_1 。再截 KT 一段,使代表 N 。則 $\frac{SK}{KT} = \frac{N_1}{N}$ 。連 T 點與 S_1 點,並由 K 點與 TS_1 線畫一平行線,使與 SS_1 線相交於 P 點。

按 SKP 與 STS_1 兩相似三角形,得

$$\frac{SP}{PS_1} = \frac{SK}{KT} = \frac{N_1}{N}$$

故 SP 即等於或代表半徑 R , PS_1 即等於或代表半徑 R_1 。

例題 17. AB 兩軸,其中心相距 16 吋。 A 軸每分鐘須迴轉 50 次。 B 軸每分鐘須迴轉 150 次。如兩軸迴轉之方向相反。問所需兩磨擦輪之大小如何。

用算法 用第(74)式,

$$\frac{A \text{ 輪之半徑}}{B \text{ 輪之半徑}} = \frac{B \text{ 輪每分鐘之迴轉數}}{A \text{ 輪每分鐘之迴轉數}} = \frac{150}{50} = \frac{3}{1}$$

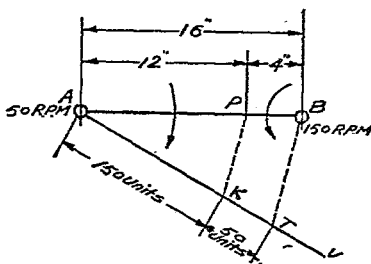
或 A 輪之半徑 = $3 \times B$ 輪之半徑。

又 A 輪之半徑 + B 輪之半徑 = 16 吋。

故 B 輪之半徑 = 4 吋。

A 輪之半徑 = $3 \times 4 = 12$ 吋。

用畫法 如第195圖,按任意縮小之尺寸,畫 AB 線,使等於16吋。由 A 點,畫 AV 線,對 AB 成任意之角度,截 AK 使等於150單位。截 KT 使等於50單位。(使 AK 等於3單位, KT 等於1單位亦可)。連 T 點與 B 點,並畫 KP 線,與 TB 平行,則 BP 必等於4吋, AP 必等於12吋。(當然各按縮小之尺寸)。即 AP 為 A 輪之半徑, BP 為 B 輪之半徑也。



第 195 圖

例題 18. AB 兩軸之迴轉運動,由兩磨擦輪傳達。 A 軸上磨擦輪之直徑等於 18 吋。 B 軸上磨擦輪之直徑等於 $4\frac{1}{2}$ 吋, A 軸每分鐘之迴轉數為 75 次。如兩軸迴轉之方向相反,問 B 軸每分鐘之迴轉數若干。

用算法

$$\frac{B \text{ 軸每分鐘之迴轉數}}{A \text{ 軸每分鐘之迴轉數}} = \frac{A \text{ 軸上磨擦輪之直徑}}{B \text{ 軸上磨擦輪之直徑}} = \frac{18}{4\frac{1}{2}} = \frac{4}{1}$$

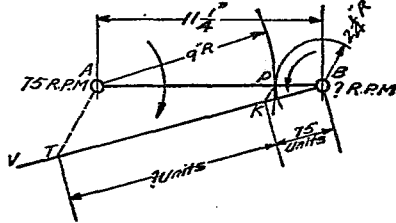
或 B 軸每分鐘之迴轉數 = $4 \times A$ 軸每分鐘之迴轉數。

$$4 \times 75 = 300 \text{ 次。}$$

用畫法 如第196圖,畫 AB 線,使等於兩磨擦輪半徑之

$$\text{和,即等於 } \frac{18}{2} + \frac{4\frac{1}{2}}{2} = 11\frac{1}{4} \text{ 吋。}$$

以A點為中心,以9吋為半徑畫弧,截AB於P點(此點距B點 $2\frac{1}{4}$ 吋),從B點(即欲求每分鐘迴轉數之磨擦輪之軸心)起,畫BV線,並

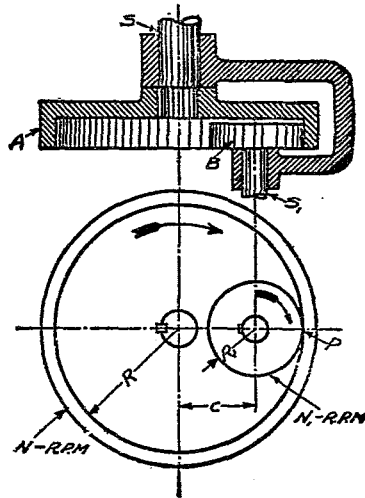


第 196 圖

截BK一段使等於75單位(即代表A軸之迴轉數)連KP兩點,從A點畫AT線與KP平行,截BV於T點,則KT一段之單位數,即為B軸每分鐘之迴轉數。

141. 兩圓柱形磨擦輪,

內面接觸 如第197圖。A與B仍為兩圓柱形磨擦輪。S與S₁仍為兩輪之軸。惟所異者A輪係中空,將B輪容納於其中。使A輪之內緣與B輪之外緣相接觸。故稱之為內面接觸。兩輪每分鐘之迴轉數與其半徑之關係,仍與外面接觸時相同。即第(74)式仍可通用。惟兩輪軸心相距之距離C不等於R+R₁,



第 197 圖

而等於 $R - R_1$ 。且兩輪迴轉之方向由相反而變為相同耳。

142. 關於內面接觸兩圓柱形磨擦輪之問題之解法 仍參看前圖，設 C, N 及 N_1 已知，欲求兩磨擦輪之半徑。

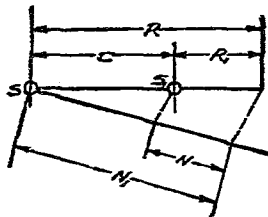
仍由第(74)式，得

$$R = \frac{R_1 N_1}{N}$$

又知 $R - R_1 = C$ 。

由此兩式可算出 R 與 R_1 之數值。

又此種問題之解法，亦可用畫法求之。其原理與外面接觸之兩磨擦輪同。第 198 圖即表示關於此種問題之畫法。



第 198 圖

例題 19. AB 兩輪其中心相距 8 吋，擬由迴轉方向相同之兩磨擦輪連接之， A 軸每分鐘迴轉 20 次， B 軸每分鐘迴轉 60 次，問兩輪之半徑各為何。

用算法 用第(74)式，

$$\frac{A \text{ 輪之半徑}}{B \text{ 輪之半徑}} = \frac{B \text{ 輪每分鐘之迴轉數}}{A \text{ 輪每分鐘之迴轉數}} = \frac{60}{20} = \frac{3}{1}$$

或 A 輪之半徑 $= 3 \times B$ 輪之半徑。

又因 A 輪之半徑 $- B$ 輪之半徑 $= 8$ 吋。

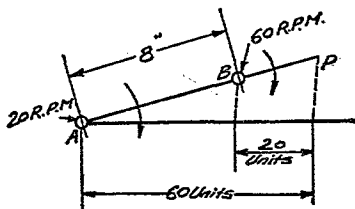
即 $3 \times B$ 輪之半徑 $- B$ 輪之半徑 $= 8$ 吋。

或 $2 \times B$ 輪之半徑 $= 8$ 吋。

故 B 輪之半徑 = 4 吋。

A 輪之半徑 = 3×4 吋 = 12 吋。

用畫法 第 199 圖, 表示此題之畫法解法。



第 199 圖

例題 20. A 軸上裝置一直徑 24 吋之磨擦輪, 每分鐘迴轉 60 次。由純粹滾動接觸, 帶動 B 軸上直徑 6 吋之磨擦輪, 使按同一之方向迴轉。問 B 軸上之磨擦輪每分鐘之迴轉數及兩軸心相距之距離。

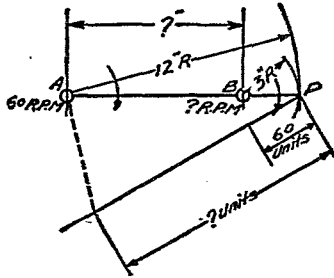
用算法

$$\frac{B \text{ 輪每分鐘之迴轉數}}{A \text{ 輪每分鐘之迴轉數}} = \frac{A \text{ 輪之直徑}}{B \text{ 輪之直徑}} = \frac{24}{6} = \frac{4}{1}$$

$$\begin{aligned} B \text{ 輪每分鐘之迴轉數} &= 4 \times A \text{ 輪每分鐘之迴轉數} \\ &= 4 \times 60 = 240 \text{ 次。} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{且兩軸心相距之距離} &= A \text{ 輪之半徑} - B \text{ 輪之半徑} \\ &= 12 - 3 = 9 \text{ 吋。} \end{aligned}$$

用畫法 第 200 圖, 表示此題之畫法解法。

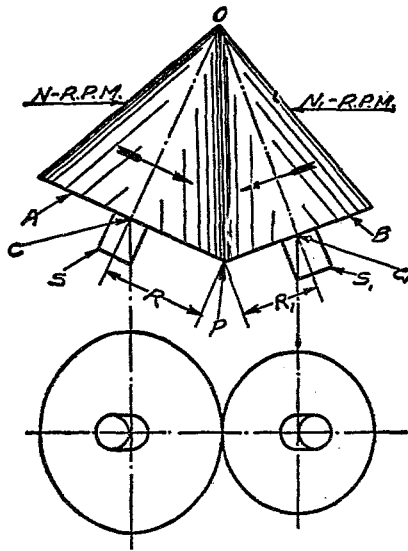


第 200 圖

143. 兩圓錐形磨擦輪,外面接觸 前數節所論,磨擦輪均

為圓柱形,故兩軸恆須平行.有時在同一平面互成一定角度之兩軸,亦可由磨擦輪傳達其運動,惟磨擦輪之形狀,須為兩整圓錐體,如第 201 圖所示.或有公共頂點之兩截圓錐體,如第 202 圖所示.

如以兩圓錐之底圓,代表兩圓柱形磨擦輪之圓周,則兩圓錐形磨擦輪底圓



第 201 圖

之半徑與其迴轉數之關係,仍與前同。即

$$\frac{N_1}{N} = \frac{R}{R_1} \dots\dots\dots (75)$$

但 $R = OP \sin POC$, $R_1 = OP \sin POC_1$

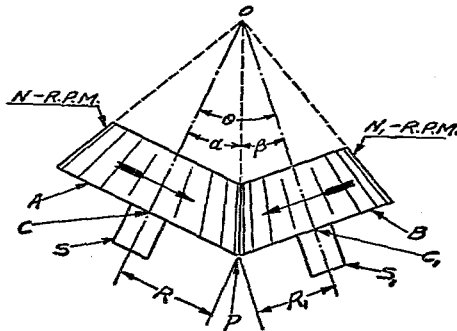
$$\text{故 } \frac{R}{R_1} = \frac{OP \sin POC}{OP \sin POC_1} = \frac{\sin POC}{\sin POC_1}$$

代入上式得

$$\frac{N_1}{N} = \frac{\sin POC}{\sin POC_1} \dots\dots\dots (76)$$

即純粹滾動接觸之兩圓錐形磨擦輪,其每分鐘之迴轉數與其半頂角之正弦成反比也。

144. 關於外面接觸兩圓錐形磨擦輪之問題之解法 如兩軸所成之角度及兩軸每分鐘之迴轉數或兩軸迴轉數之比已知,則可根據前段所得之結果,以計算兩圓錐之頂角。參看第202圖,設 $CO C_1$ 角 = θ 。



第 202 圖

POC 角 $= \alpha$, POC_1 角 $= \beta$

$$\begin{aligned} \text{則 } \frac{N}{N_1} &= \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{\sin \beta}{\sin(\theta - \beta)} = \frac{\sin \beta}{\sin \theta \cos \beta - \cos \theta \sin \beta} \\ &= \frac{\frac{\sin \beta}{\cos \beta}}{\sin \theta - \cos \theta \frac{\sin \beta}{\cos \beta}} = \frac{\tan \beta}{\sin \theta - \cos \theta \tan \beta} \end{aligned}$$

$$\text{故 } \tan \beta = \frac{\sin \theta}{\frac{N}{N_1} + \cos \theta} \dots \dots \dots (77)$$

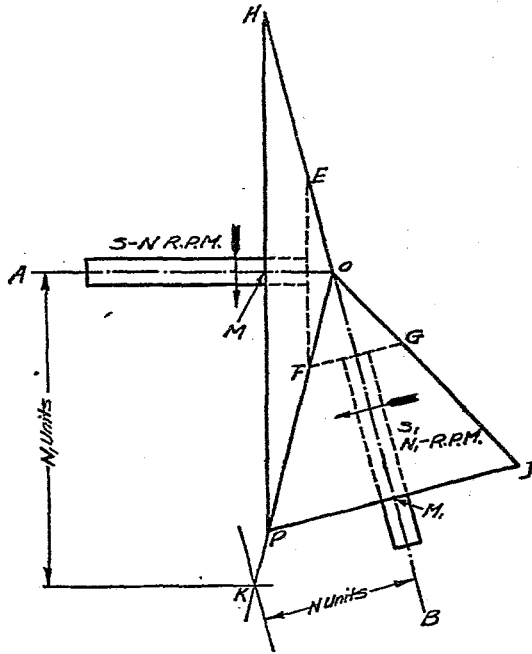
按同法得

$$\tan \alpha = \frac{\sin \theta}{\frac{N}{N_1} + \cos \theta} \dots \dots \dots (78)$$

此種問題，亦可用畫法解之。如第 203 圖。設 S 與 S_1 兩軸，沿箭頭所指之方向迴轉。由兩圓錐形磨擦輪連之。兩軸之中心線相交於 O 點。 S 軸每分鐘迴轉 N 次。 S_1 軸每分鐘迴轉 N_1 次。試求兩圓錐形磨擦輪之接觸線，並畫出兩圓錐形輪。

在箭頭所指示之一邊。畫一線與 OA 平行，使其距 OA 之距離為 N_1 長度單位，並畫一相同之線與 OB 平行，使其距 OB 之距離為 N 長度單位，此兩線相交於 K 點。連 OK 兩點之直線，即為所求兩圓錐形磨擦輪之接觸線。在 OK 線上任意擇一適宜之點 P ，並由 P 點對於 AO 與 BO 各畫一垂直線，遇

AO 與 BO 於 M 及 M_1 兩點。引長此兩垂線，至 H 與 J 兩點，使 $MH=MP$ ， $M_1J=M_1P$ 。連 HO 與 JO。則 OPH 與 OPJ 即為所求之兩圓錐形輪。

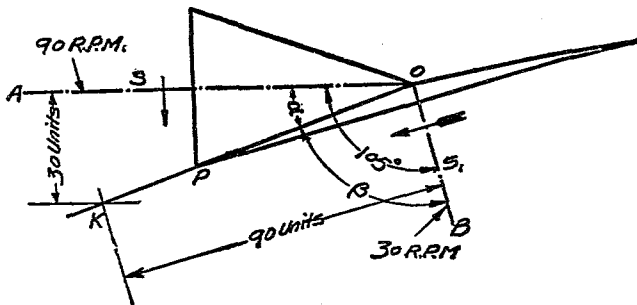


第 203 圖

如 P 點之選擇較近於 O，則兩圓錐之底圓較小。P 點之選擇較遠於 O，則兩圓錐之底圓較大。至兩軸或兩輪之速比則無變化。若兩輪之形狀欲用截錐體，則可任意由尖端截去。

一部,如圖中虛線 FE 與 FC 所示。

例題 21. 如第 204 圖,設在同一平面內,有 S 與 S_1 兩軸,彼此互成之角度為 105° 。 S 軸每分鐘之迴轉數為 90, S_1 軸每分鐘之迴轉數為 30。在 S 軸上之圓錐形磨擦輪,其底圓之直徑為 $\frac{3''}{4}$, 與 S_1 軸上之一圓錐形磨擦輪相連。發出所求之速比。兩軸迴轉之方向如圖中所示。試求 S_1 軸上圓錐形底圓之直徑,並畫出兩圓錐形輪。



第 204 圖

解法 畫一線與 S 軸平行,並使距 S 軸之距離為 30 長度單位。畫一線與 S_1 軸平行,並使距 S_1 軸之距離為 90 長度單位。此兩線相交於 K 點。則 KO 線即為兩圓錐形輪接觸線之方向。因 S 軸上圓錐形輪之底圓,其直徑為 $\frac{3}{4}$ 吋。故在 KO 線上求一 P 點,使其距 S 軸之距離為 $\frac{3}{8}$ 吋。則 PO 線必為兩圓錐形

之接觸線，再按前述之方法，即可求出兩圓錐形輪之底，並可畫出兩輪之形狀。

求 α 與 β 兩角度之算法。

用第(77)式

$$\tan \beta = \frac{\sin \theta}{\frac{N_1}{N} + \cos \theta}$$

此題 $\theta = 105^\circ$, $N_1 = 30$, $N = 90$,

$$\tan \beta = \frac{0.9656}{\frac{30}{90} - 0.2588} = 12.9530.$$

$\therefore \beta = 85^\circ 25'$ (近似)。

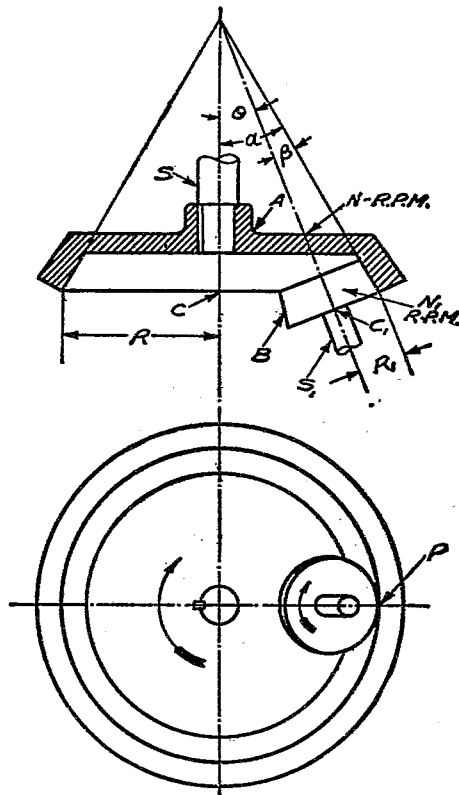
$2\beta = 170^\circ 50' = S_1$ 軸上之圓錐形輪之頂角。

$\alpha = 105^\circ - 85^\circ 25' = 19^\circ 35'$ 。

$2\alpha = 39^\circ 10' = S$ 軸上之圓錐形之頂角。

145. 兩圓錐形磨擦輪，內面接觸 兩軸之速比，兩軸所成之角度及兩軸迴轉之方向等，種種關係，有時有使兩圓錐形磨擦輪內面接觸之必要，雖實際上應用不多，然為備偶而需要起見，亦以加以相當之研究為宜。

第 205 圖表示此種磨擦輪所含之主要部分。各字母所表示者，大致與第 202 圖相同，求兩軸速比之公式，亦仍可應用。



第 205 圖

146. 關於內面接觸兩圓錐形磨擦輪之問題之解法 解
答此種問題時，亦與解答外面接觸之圓錐形磨擦輪之問題
大致相同，惟所異者，在內面接觸者，

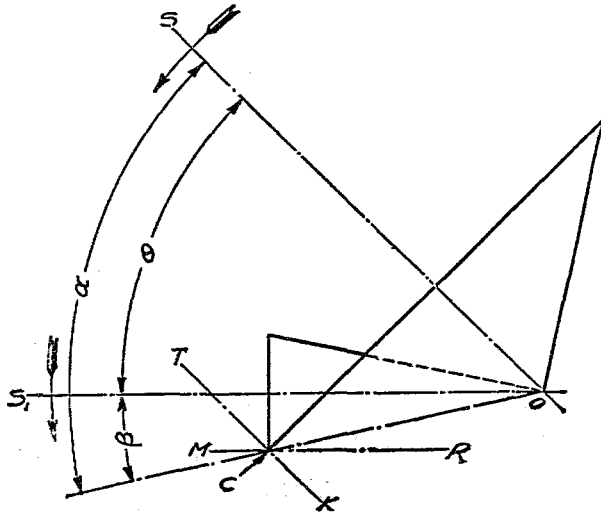
$$\theta = \alpha - \beta.$$

故(77)及(78)兩式變為

$$\tan \beta = \frac{\sin \theta}{\frac{N_1}{N} - \cos \theta} \dots \dots \dots (79)$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \theta}{\frac{N}{N_1} - \cos \theta} \dots \dots \dots (80)$$

例題 22. S 與 S_1 兩軸互成 45° 之角度。 S 軸每分鐘之迴轉數為 15。 S_1 軸每分鐘之迴轉數為 60。兩軸之迴轉運動，係由純粹滾動接觸之兩圓錐形磨擦輪傳達。兩軸迴轉之方向，如第 206 圖上箭頭所示。試畫出兩圓錐形磨擦輪之形狀，並計算兩圓錐之頂角。



第 206 圖

用畫法 如第206圖,畫兩軸之中心線 SO 與 S_1O 互成 45° 之角度,並標明表示方向之箭頭。在箭頭所指之一邊,畫一線 MR 與 S_1O 平行,並使距 S_1 軸之距離為15長度單位。同法畫 TK 線與 SO 平行,並使距 S 軸之距離為60長度單位。兩線相交於 C 點, CO 線即為兩圓錐形輪之接觸線。得到此接觸線後,則其餘畫法與前相同。

求頂角之算法。

用第(79)式。

$$\tan \beta = \frac{\sin \theta}{\frac{N_1}{N} - \cos \theta}$$

此題 $\theta = 45^\circ$, $N_1 = 60$, $N = 15$

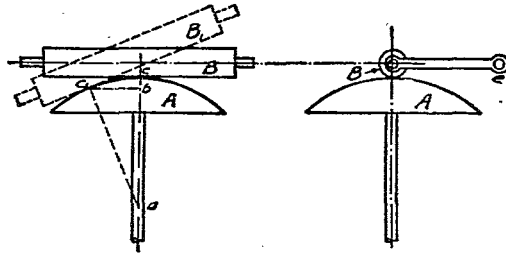
$$\tan \beta = \frac{0.7071}{\frac{60}{15} - 0.7071} = 0.2147$$

$\beta = 12^\circ 7'$ (約), $2\beta = 24^\circ 14' = S_1$ 軸上之圓錐形輪之頂角。

$\alpha = 15^\circ + 12^\circ 7' = 27^\circ 7'$ (約), $2\alpha = 54^\circ 14' = S$ 軸上之圓錐形輪之

頂角。

147. 圓柱與球面之滾動接觸 第207圖表示在 Coradi planimeter 上之一圓柱與一球面之滾動接觸。 A 為一球體之一部,可沿經過球心 a 之一垂直軸 ac 迴轉。 B 為一圓柱,其軸位於經過球心之一平面內,軸之兩端則由一架支持之, e 為架軸,可繞經過球心 a 並與 ac 垂直之一軸迴轉。

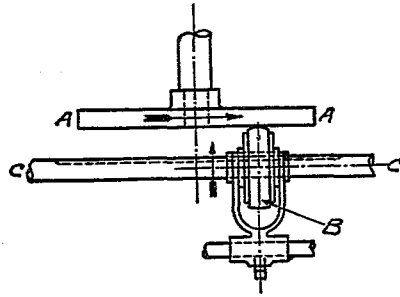


第 207 圖

當圓柱位於 B 之位置，即圓柱軸與 ac 垂直時，則球面之轉動不足使圓柱發生運動。但當圓柱向一方傾斜，位於 B_1 之位置，如圖上虛線所示，使其方向對於原來之方向成 bac_1 角，則接觸點亦移於自 a 點至圓柱軸之垂線上之一點 c_1 。此時若假設圓柱之半徑為 R ，則圓柱與球面之相對運動，與以 R 與 bc_1 為半徑之兩圓互相接觸時之相對運動同。即圓柱每分鐘之迴轉數對於球體每分鐘之迴轉數之比，等於 bc_1 對於 R 之比也。如將接觸點移於 ab 之他一邊，則圓柱迴轉之方向與前相反。此種機件之動作，係純粹滾動接觸，惟所傳達之力極微，故只用於纖巧之機構上。

148. 平盤與轉子 (Disk and roller) 如將前圖球之半徑 ac 增至無限，同時並將圓柱縮為一輪形，仍繞其軸迴轉，則變為平盤與轉子。如第 208 圖所示，圖中 A 代表平盤， B 代表轉子。實際上之形狀，多為一球形中間之一部。且能沿 C 軸左右移動。

如 C 軸按等角速率迴轉，則當 B 輪沿 C 軸移動時， A 盤之角速率必生變化。即 B 輪愈近 A 盤之中心時，其角速率必愈高，反之其角速率必愈低。若將 B 輪移於 A 盤中軸之他一邊，則 A 盤迴轉之方向，與前相反。

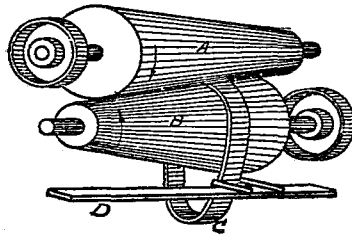


第 208 圖

又在此種機構，普通多用 B 輪為原動輪，因如此，則當載荷過重時， A 盤不動， B 輪對於 A 盤表面發生滑動，其損傷及於 B 輪之全圓周。若 A 盤為原動輪，則當載荷過重時， B 輪不動，損傷必在 B 輪周緣之一點上，結果往往須加以修理。

149. 磨擦輪之變速裝置 兩平行軸之速比，有時可用兩磨擦輪變更之。茲舉數例如下：

第 209 圖之裝置，謂之 Evans 磨擦圓錐 (Evans friction cones) A 與 B 為大小相等之兩截圓錐體。大小兩端，互相倒置。裝置於平行之兩軸上，中夾一皮帶套 C 。可由移帶桿 D 左



第 209 圖

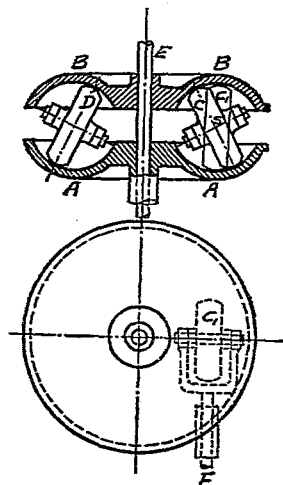
右移動之。以變更兩軸之速比。

由兩圓錐與皮帶接觸部分。其直徑之大小。依次變化。故自皮帶之一邊以達於邊。兩圓錐直徑之比或兩圓錐迴轉數之比。理論上亦必依次發生變化。而一軸又不能同時有兩種角速率。故皮帶對於兩輪之接觸面。難免有相當之滑動。兩輪實際上之速比。約與皮帶中間應生之速比相當。

又兩圓錐中間。可置一革面小輪。以代皮帶。亦可得到同一變更速率之結果。惟兩軸迴轉之方向由相反而變為相同。

第 210 圖。亦表示一種磨擦輪之變速裝置。係 Power and Speed Controller Co. 製。與 Evans 磨擦圓錐之原理。完全相同。

A 與 B 為兩空盤。A 套於 B 軸。B 固定於 B 軸。C 與 D 為兩小輪。周緣覆以較軟物質。置於兩空盤之空部。空部之直徑與小輪之直徑相同。小輪之軸則各由一叉形架支持之。兩叉形架之軸。由齒輪連接。使其迴轉方向恆相反。以便使兩小輪之上部同時向內或同時向外。AB 兩盤則由彈簧等物。使之互相接近。以便對於兩小輪之周緣發生相當之壓力。如 A 盤按等角速率運動。若迴轉兩小輪之

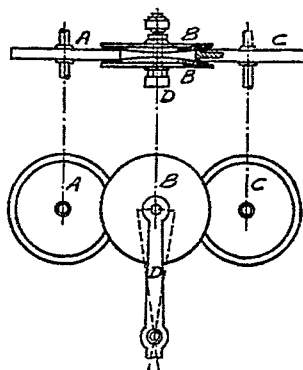


第 210 圖

軸,使其對兩盤之位置發生變化,則B盤之速率,即隨之變化。

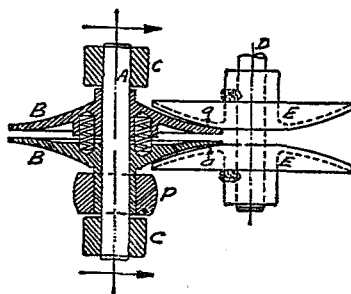
第211圖之裝置,謂之 Seller's 給盤(Seller's feed disks)亦係用以變更兩平行軸之速比者。一軸傳達動力,一軸約束一機械之給工動作(Feed 即變更工具吃入工作之量)。

外部之兩輪A與C,其周緣加厚,插於兩凸盤BB之間,兩凸盤更由彈簧之力,使彼此接近,以增加對於AC兩輪周緣之壓力或磨擦力。其軸則由具樞軸之叉形桿D支持之,如A輪按等角速率運動,則迴轉D桿使凸盤移近A或由A遠離,C輪之速率即因之增大或減小。



第 211 圖

第212圖表示一種 Seller's 給盤之改良者。A軸由皮帶輪P帶動,並由一叉形桿在CC兩處支持之,叉形桿之迴轉中心,近於皮帶輪P之原動輪之中心,BB兩盤恆隨A軸轉動,但能沿軸心之方向

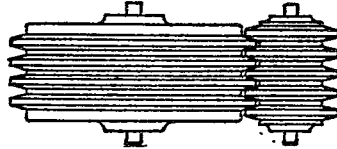


第 212 圖

移動。且由彈簧之力，使彼此遠離。以增加其外面對於 BB 兩凸盤之壓力。 BB 兩盤則固定於從動軸 D 。如 A 軸按等角速率迴轉。如欲變更 D 軸迴轉之速率，則使 A 軸移近 D 軸即可。

150. 凹槽磨擦輪 (Grooved friction gearing) 欲不待增加兩軸間之壓力而使兩輪周緣之磨擦力增加，有時用凹槽磨擦輪。其形狀如第 213 圖所示。於兩圓柱上各製成若干凹槽。

兩槽之間則遺留若干同形之凸稜，使兩輪之槽與稜，互相嵌入。如此則磨擦力因之增加。槽兩邊所成之角度，約在 30° 與 10° 之間。大於 30° ，則



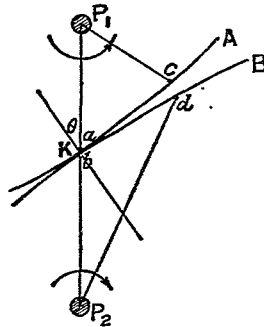
第 213 圖

槽之效果大減，小於 10° ，則彼此相嵌過緊，迴轉時能力之消耗太大。在此種磨擦輪，兩輪多盡用生鐵製成，且接觸之情形，不能為純粹滾動。除凹槽深度之中點處，仍可推想其為滾動外，其餘大部分接觸面積，均彼此滑動。又此種磨擦輪多用於礦廠之起重機及迴轉唧筒 (Rotary pumps)，其速比亦不甚確定。大致與兩圓柱沿兩輪凸稜頂點之中線互相滾動者相同（即假設兩圓柱之半徑係由兩輪之中心線至兩輪凸稜頂點之中線）。

151. 兩個非圓形面之滾動 (Rolling of non-cylindrical surfaces) 一軸之迴轉運動，有時更可用兩個非圓形輪以傳達於別一軸。惟兩軸之速比，時時發生變化，不能保持一定之關

係耳。茲分別研究其性質如下。

如第 214 圖，設 A 與 B 為兩個非圓形輪，其節線 (Pitch lines) 為任意之兩曲線， P_1 與 P_2 為其中心。因互相接觸之關係，一軸之運動，必可傳達於他軸，且無論兩輪周緣之形狀如何，其接觸點必有一公法線。



第 214 圖

設兩輪無論在何位置，其接觸點恆在兩軸之中心線上。如圖上所示。設 A 輪沿鐘表指針相反之方向繞 P_1 迴轉，由直接作用彼能使 B 輪沿鐘表指針相同之方向繞 P_2 迴轉。如 A 輪繞 P_1 之角速率已知，則 B 輪繞 P_2 之角速率及兩輪彼此滑動之速率可求之如下：

設 w_1 為 A 輪繞 P_1 之角速率 (已知)， w_2 為 B 輪繞 P_2 之角速率 (未知)。並設 a 與 b 各為兩輪上之一點。且在此時刻均與接觸點 K 相合。

則 a 點由左向右垂直於 P_1P_2 之線速率必為 w_1P_1a 。 b 點在同一方向垂直於 P_1P_2 之線速率必為 w_2P_2b 。兩點垂直於 P_1P_2 方向之相對速率必為 $(w_1P_1a - w_2P_2b)$ 。如 θ 為接觸點上之公法線對於兩軸中心線所成之角度。則沿接觸點公法線之方向之相對速率為 $(w_1P_1a - w_2P_2b) \sin \theta$ 。沿接觸點公切線之方向之相對速率為 $(w_1P_1a - w_2P_2b) \cos \theta$ 。如兩輪恆彼此互

相接觸，不分離亦不彼此嵌入。則沿公法線之方向之相對速率必為零。因之沿公切線之方向之相對速率亦必為零（因除兩輪為圓形外 θ 不能為零，即 $\sin \theta$ 之值不能為零，沿公法線之相對速率為零，非 $w_1 P_1 a - w_2 P_2 b$ 為零不可。 $w_1 P_1 a - w_2 P_2 b$ 若為零，則沿公切線之相對速率亦必為零也）。易言之，即接觸點無滑動也。

又 $w_1 P_1 a - w_2 P_2 b$ 若等於零，則 $w_1 P_1 a = w_2 P_2 b$,

$$\text{或 } \frac{w_2}{w_1} = \frac{P_1 a}{P_2 b} \dots\dots\dots (81)$$

故當兩個非圓形輪互相接觸，傳達運動時，但使兩輪之接觸點恆在兩軸之中心線上，則兩輪之角速率，恆與接觸點所分中心線之兩段之長度成反比。且兩輪接觸處毫無滑動發生。

由以上結果，可知除兩輪為圓形外，其兩軸之速比必時時發生變化。

又設兩輪之接觸點，恆在兩軸之中心線上，則相當之兩半徑之和，即由兩中心向兩曲線各畫一半徑，至某時刻即同時至中心線上之兩半徑相加之和，必為一常數 (Constant)。且必與兩中心之距離相等。

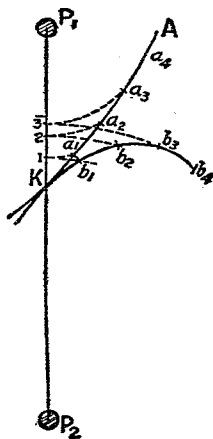
仍參看前圖，如兩輪之 cd 二點，至某時刻同時至中心線上，則 $P_1 c$ 與 $P_2 d$ 之和，必與 $P_1 P_2$ 相等也。又因兩輪接觸處無滑動， ac 一段曲線必與 ad 一段曲線同長。此兩種條件（即兩半

徑之和恆等於兩中心之距離及兩段曲線之長相等)。能使吾人就已知之一輪之形狀,用畫法求別一輪之形狀。

152. 已知一輪之形狀求相對之別一輪之形狀 如第215

圖。

設 A 輪節線之形狀已知。沿節線任取 $a_1 a_2 a_3 \dots$ 等點,使彼此相距不遠,務使各相鄰兩點間之弦線距離,若用以代表其弧線距離時,恆無顯著之差誤為度,以 P_1 為中心以 P_1 至各點之距離為半徑,畫圓弧,使於中心線相交於 $1, 2, 3, \dots$ 等點,以 P_2 為中心,經過 $1, 2, 3, \dots$ 等點畫圓弧,再以 K 為中心, Ka_1 為半徑畫弧,使與經過 1 點之圓弧相交於 b_1 點,以 b_1 為中心 $a_1 a_2$ 為半徑畫弧,使與經過 2 點之圓弧相交於 b_2 ,其餘依此類推。

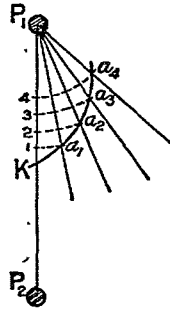


第 215 圖

畫一曲線,經過 $Kb_1 b_2 \dots$ 等點,則第二輪之節線即行得出,且各速比為 $\frac{P_2 K}{P_1 K}$, $\frac{P_2 b_1}{P_1 a_1}$, $\frac{P_2 b_2}{P_1 a_2}$, \dots 等等,接觸處恆無滑動,如 A 輪之形狀未明白給出,只給予一定之與件 (Data), 但可根據與件以畫出 A 輪之形狀,則其畫法如下:—

例如當 A 輪迴轉之一定角度時,擬使 P_1 對於 P_2 之角速

率之比,有一定之變化,如第 216 圖所示。假設每當 A 輪迴轉 15° 時,其速比依次變為 $1.0, 1.1, 1.2, 1.3, \dots$ 等等,則將兩軸之中心線按上述之比例,在 $K, 1, 2, 3, \dots$ 等點分開,再由 P_1 點畫分度線,依次各傾斜 15° , 以 P_1 為中心,以 P_11, P_12, P_13, \dots 等點為半徑畫弧,使與各分度線相交於 a_1, a_2, a_3, \dots 等點。連 a_1, a_2, a_3, \dots 等點得一曲線,此曲線即為 A 輪節線應具之形狀,然後再用前法求 B 輪之形狀。



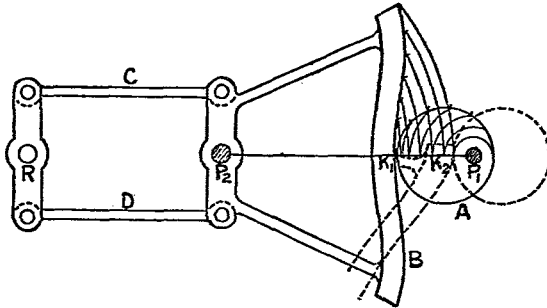
第 216 圖

153. Harfield's 轉舵輪 (Harfield's steering gear) 船舵之動作,恆係由轉舵機 (Steering engine) 經過齒輪鍊輪等機件傳達而來。且轉舵所需之力,恆依舵對船身傾斜之角度而增加。因反抗船舵迴轉之一部分分力,因船舵傾斜之角度而增加也。

故在多數迴轉船舵之機構,恆使舵頭迴轉之速率對於機軸迴轉之速率之比,依傾斜角度之增大而隨之減小,即欲其所發之迴轉力比較增大也。

第 217 圖所表示之 Harfield's 轉舵輪,即根據此種理由而計畫。 A 為一圓輪,裝置於一偏軸 P_1 上。轉舵時由齒輪鍊輪等,使之按等角速率迴轉, A 輪之一邊,與一非圓形輪桿 (可視為係非圓形輪周緣之一部) 相接觸。 B 桿裝置於 P_2 軸。 P_2

軸之迴轉運動,再由 GD 二桿傳達於舵頭 R 。 GD 二桿之長度相等,方向平行,故舵頭迴轉之速率對於 P_2 軸迴轉之速率之比,恆等於一,且恆一致。



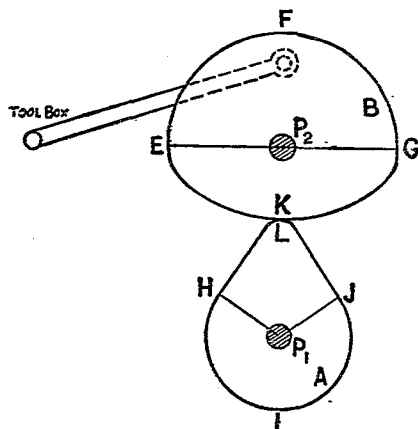
第 217 圖

若 P_1 軸與 A 輪同心, B 桿須為圓弧形,舵頭迴轉之速率對於轉舵機迴轉之速率之比必為一定,今將 A 輪裝置於偏軸 P_1 , 而 B 桿亦製成相當之非圓形,故速比時時變化,舵對船身傾斜之角度愈大時,使船舵迴轉之速率對於機軸迴轉之速率之比愈小。

如圖上所示,在中間之地位,其速比等於 $\frac{P_1 K_1}{P_2 K_1}$ 。在最遠之地位,當 A 輪迴轉半周,占虛線所表示之地位,其速比等於 $\frac{P_1 K_2}{P_1 K_2}$ 。普通船舵向一邊傾斜之角度,最大時約為 35° 。且在最遠之地位之速比,約為在中間地位之速比之 $\frac{1}{2}$ 至 $\frac{1}{3}$ 。(按 P_1 向一邊之偏度而變化)。 B 桿一邊之形狀即按前段所述之方法得出。

154. 發生急回運動 (Quick return motion) 之非圓輪。由兩個非圓輪以變更兩軸速比之理。有時應用於鉋床或穿孔機上，達到急回運動之目的，如第 218 圖。A 爲一輪，裝置於 P_1 軸上。

由皮帶輪及齒輪等，將對軸之運動傳達於其上。此 A 輪與一裝置於 P_2 軸上之 B 輪相接觸。故 P_1 軸之運動，可由 AB 兩輪傳達於 P_2 軸。在 B 輪上置一連桿，一端隨 B 輪迴轉，別一端則間接連於工具。



第 218 圖

B 輪上 EFG 一部，對 P_2 包括 180° 之角度，且其形狀完全爲半圓形，與 A 輪上 HII 一部圓周相當。B 輪上 BKG 一部，則予以任意之形狀，使其周線較半圓周短，與 A 輪上 HLJ 一部相當。 HLJ 之形狀則根據 BKG 之形狀，用前法畫出。

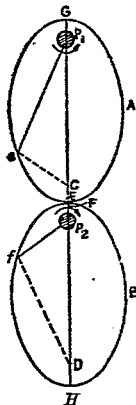
A 輪上 HII 對 P_1 軸所包之角度，對於 180° 之比。一如 EFG 之半徑對於 HII 之半徑之比。故每當 P_2 軸迴轉 180° 之時間， P_1 軸迴轉之角度則交替大於 180° 或小於 180° 。易言之，設 P_1 軸依等角速率迴轉，則 P_2 迴轉下半周之時間，必較迴轉上半

周之時間小，故此種機構，可用之發生急回運動。倘工具往復運動時，當工作之衝程(stroke)使 P_2 軸依等角速率迴轉，當同行之衝程，則使其角速率變速。 P_2 對於 P_1 之速比，最小時為 $\frac{P_1H}{P_2B}$ ，最大時則為 $\frac{P_1L}{P_2K}$ 。

155. 橢圓輪 (Elliptic wheels) 在前數段所論者，兩輪中之一輪，其形狀係任意規定，別一輪則根據能滾動迴轉之條件，按幾何方法畫出，但實際上有幾種極普通之曲線，其數學上之性質，實已具有上述之條件，最重要者，即為兩個相等之橢圓，各繞其一心迴轉，且使兩迴轉中心之距離，恰等於任一橢圓之大軸，用此種裝置，則每一迴轉中，兩輪必有兩次於其大軸之兩極端相接觸。

第 219 圖，即表示其一。兩迴轉軸，即為 P_1P_2 兩中心 O 與 D 為其餘之兩中心。

如在兩輪之緣邊，取 e 與 f 二點，使 Be 與 Ff 兩段弧線之長度相等，則 P_1e 與 Ce 必各與 Df 及 P_2f 相等。故 P_1e 與 P_2f 之和必等於 P_1e 與 Ce 之和，或等於 P_2f 與 Df 之和。但按橢圓之性質， P_1e 與 Ce 之和或 P_2f 與 Df 之和均等於橢圓大軸之長，故 P_1e 與 P_2f 之和必等於任一橢圓大軸之長，即必等於兩迴轉中心之距離。如此則當 ef 兩點迴轉至中心線時，必合於一點，且 Be 與 Ff 兩弧線相



第 219 圖

等，兩輪間亦必無滑動也。此時 P_2 軸對於 P_1 軸之速比等於 $\frac{P_1 e}{P_2 f}$ 。

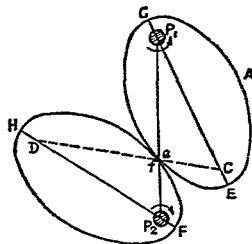
又兩軸之最大速比為 $\frac{P_1 B}{P_2 F}$ ，最小速比為 $\frac{P_1 G}{P_2 H}$ 。且互為反數。或別用一種表示。設 l 為一橢圓之大軸， f 為橢圓兩中心之距離，則 $l+f$ 必為 $P_1 B$ 或 $P_2 H$ 之二倍 $l-f$ 必為 $P_1 G$ 或 $P_2 F$ 之二倍。

$$\text{故兩軸之最大速比} = \frac{P_1 B}{P_2 F} = \frac{2P_1 B}{2P_2 F} = \frac{l+f}{l-f} \dots (82)$$

$$\text{兩軸之最小速比} = \frac{P_1 G}{P_2 H} = \frac{2P_1 G}{2P_2 H} = \frac{l-f}{l+f} \dots (83)$$

又從兩大軸均垂直之地位起，每半周之平均速比則恆相等。

又就第 220 圖觀之， $P_1 e c$ 與 $P_2 e D$ 兩三角形，完全相同，又因接觸點在連 $P_1 P_2$ 兩中心之線上，故接觸點亦必在連 CD 兩中心之線上，且 CD 兩中心間之距離，必為一定之大小而與 $P_1 P_2$ 之距離相

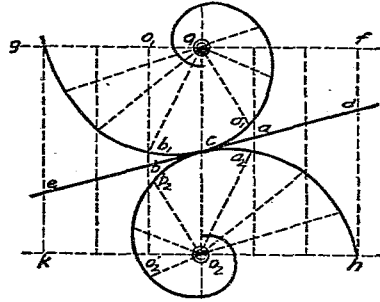


第 220 圖

等。即 CD 兩點可用一定長度之桿連接之，而無妨於彼此之運動。故就四點之關係言，實與一四桿聯動 (Four bar linkage) 相當也。

156. 兩個等斜度對數螺旋線之滾動接觸 (The rolling of two logarithmic spirals of equal obliquity) 第 221 圖表示兩

個此種螺旋線。如兩線各沿公切線 de 滾動，則其軸 O_1 與 O_2 即分沿 fg 與 hk 二平行線運動， a_1c 、 cb_1 等弧，與 a_2c 、 cb_2 等弧相等。就圖上觀之，可知如 O_1 與 O_2 兩軸不變位置，則兩螺旋線可

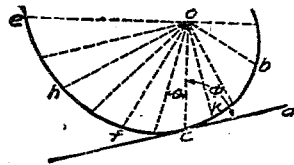


第 221 圖

按純粹滾動接觸繞之迴轉。因弧線 $cb_1 =$ 弧線 cb_2 ，且輻射線 $o_1b_1 +$ 輻射線 $o_2b_2 = o_1'b + o_2'b = o_1c + o_2c$ ，而其餘各弧線及各輻射線，均可依同理證其有相同之關係也。

157. 給予一定之斜度，畫對數螺旋線之方法 (To Construct two spirals with a given obliquity) 此種對數螺旋線之方程式為 $r = ae^{b\theta}$ 。式中 a 為當 θ 為零時， r 之數值。 $b = \frac{1}{\tan \phi}$ ， ϕ 為螺旋線上任一點之切線對於該點輻射線所成一定之角度 (在此種曲線，此角度恆一定)。 e 為 Napierian 對數之基數。

如第 222 圖，設 $oc = a$ ， ocd 角 $= \phi$ 。從 oc 線起，取 θ 角之連續值 (Successive values) 代入方程式中，可算出 r 每次相當之數值，然後即可將所求之曲線畫出，如擬使螺旋線經過相距一定角度之兩



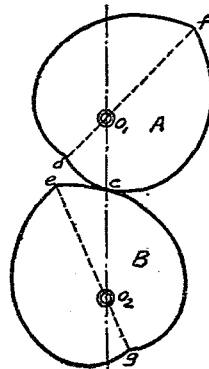
第 222 圖

輻射線上之兩點則就曲線之方程式觀之，可知若使 θ 之數值，連續按等量增加（如第一次使 θ 為 α 半徑角第二次使 θ 為 2α 半徑角等等）。其相當之輻射線之長度，必連續按幾何級數增加。如圖若欲畫一螺旋線使經過 be 兩點，則等分 boe 角，並使等分線 of 之長度恰為 ob 與 oe 之比例中項，則 f 點必為螺旋線上之一點。按同法，等分 foe 角，得出 oh ，等分 hof 角，得出 ok 。其餘依此類推。經過求出之各點，畫一曲線，即為所求之螺旋線。

158. 用對數螺旋線且能發生完全迴轉之輪(Wheels using logarithmic spirals to allow complete rotations) 因此種曲線，自身不能合口，故用一對曲線不能得到連續之迴轉運動。但若由同一之螺旋線上取其兩段，或不同之兩螺旋線上各取其一，合組一輪，則可得出一種單突輪 (Unilobed wheels) 取其一對，裝置於適宜之兩軸，即可由純粹滾動接觸，傳達兩軸之運動，如由同一之螺旋線上，取其相同之兩段，則得一對稱之單突輪 (Symmetrical unilobed wheel)。

如第 223 圖之 A 即能與一同樣之單突輪 B 為純粹之滾動接觸。設 A 為原動輪，則當 de 兩點接觸時， B 輪之角速率最小。且

$$\frac{B\text{輪之角速率}}{A\text{輪之角速率}} = \frac{o_1d}{o_2e} \dots\dots (84)$$



第 223 圖

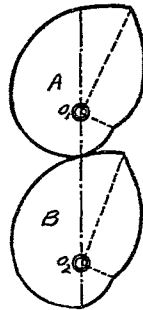
當 fg 兩點接觸時, B 輪之角速率最大。又當兩輪最大與最小之兩速比已知, 則按第 157 節之方法, 可求出兩輪之形狀。惟須注意者, 兩輪之最小速比恆為其最大速比之反數, 且各段螺旋線對軸心之角度, 恆為 180° 耳。

單突輪, 有時可不用相同之兩段組成。且此時兩段螺旋線之斜度, 及其在軸心所對之角度, 均不相同。但兩輪相連時, 其斜度相同之部分須互相接觸。

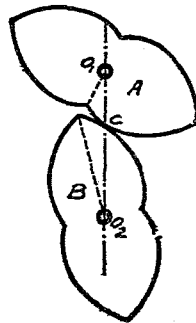
第 224 圖即表示此種情形之兩輪, 從最大速比至最小速比所用之時間各不相等。但最小速比仍為最大速比之反數。

按同法, 可製成兩輪, 使在一迴轉之內, 最大速比與最小速比發生兩次或三次, 即用對數螺旋線之部分, 組成對稱的或不對稱的雙突輪 (Bilobed wheels) 或三突輪 (Trilobed wheels)。

第 225 圖表示一對對稱雙突輪, 各段曲線均取之於同一之螺旋線。其長度相同。其在軸心所對之角度均為 90° 。如此裝置, 亦可得到純粹滾動接觸。且 A 軸若按等角速率迴轉, B 軸在每次迴轉中必有兩次最大速率與兩



第 224 圖



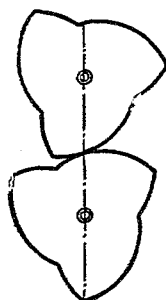
第 225 圖

次最小速率，若使每段在軸心所對之角度為 60° 。則可得一對稱的三突輪。

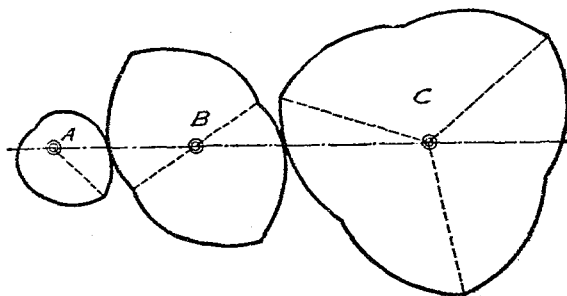
比照第 224 圖，製成不對稱之單突輪之方法，可製成不對稱之雙突輪，或三突輪。但須使互相接觸之部，其螺旋線之斜度相同，且在軸心所對之角度亦彼此相等耳。

第 226 圖，表示一對不對稱之三突輪。

又以上所述之各輪彼此均不能交替為用，但就對數螺旋線之性質察之，凡斜度相同之兩段，即能作純粹之滾動接觸。故一單突輪與一雙突輪，但使兩輪所用之螺旋線其斜度彼此相同，且在單突輪軸心成 90° 之一段，其長度亦彼此相同時，則兩輪必能為純粹之滾動接觸。同理一三突輪亦可被上述之單突輪或上述之雙突輪所帶動，此種輪可以交替用之。



第 226 圖



第 227 圖

第 227 圖。即表示一組可以互相交替之輪，且各輪之形狀均係對稱者，按同一理由，可製成一組不對稱者。

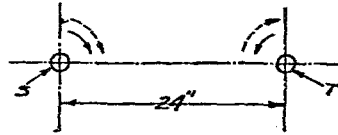
習 題

1. 某磨擦輪每分鐘之迴轉數為 300 次。接觸處之壓力為 500 磅。磨擦係數 0.25。所傳達之馬力數為 2。問輪之直徑為若干吋。

2. 如第 228 圖，設 S 軸之角速率為 T 軸之角速率之三分之一。用算法並用畫法。求兩圓柱形磨擦輪之直徑。

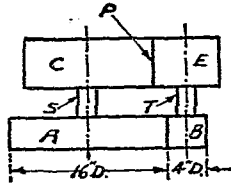
(a) 當兩軸按實線箭頭迴轉。

(b) 當兩軸按虛線箭頭迴轉。

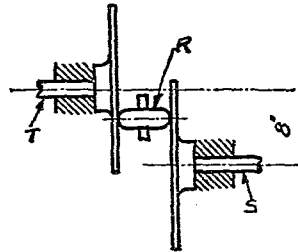


第 228 圖

3. 如第 229 圖，設 A 與 B 為彼此滾動接觸之兩磨擦輪，裝置於 S 與 T 兩軸上。 C 與 E 兩輪亦固定於此兩軸上，且迴轉時在接觸點 P 發生滑動，倘 E 輪圓周上一點之線速為 C 輪圓周上一點之線速之兩倍。試求 C 與 E 兩輪之直徑。



第 229 圖

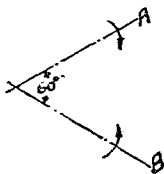


第 230 圖

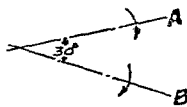
4. 如第 230 圖，設 S 軸之角速率為 T 軸之角速率之三倍。問轉子 R 中心之位置，距 T 軸之距離應為若干吋。

5. 如第 231 圖。 AB 兩軸，由兩圓錐形磨擦輪連接之。 A 輪每分鐘迴轉 100 次。 B 軸每分鐘迴轉 150 次。試求兩圓錐之頂角。又

如 A 軸上圓錐之底距其頂點之距離為 3 吋。試求兩圓錐底面之直徑。並用畫法解之，以資比較。



第 231 圖

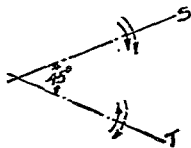


第 232 圖

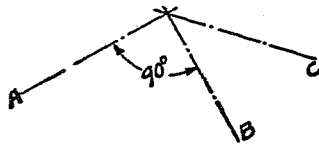
6. 如第 232 圖。 AB 兩軸，由兩圓錐形磨擦輪連接之，迴轉之方向，如箭頭所示。 A 軸每分鐘之迴轉數為 300 次， B 軸每分鐘之迴轉數為 100 次，試求兩圓錐之頂角，又如 B 軸上之圓錐之底距其頂點之距離為 2 吋，試求兩圓錐底面之半徑。並用畫法解之。

7. 如第 233 圖，設 S 軸每分鐘之迴轉數為 180 次。 T 軸每分鐘之迴轉數為 60 次。畫一對截錐形磨擦輪以連接之。小圓錐底面之直徑為 1 吋，接觸線之長度亦為 1 吋。

- (a) 當兩軸按實線箭頭所指之方向迴轉。
- (b) 當兩軸按虛線箭頭所指之方向迴轉。



第 233 圖

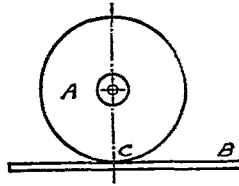


第 234 圖

8. 如第 234 圖， A, B 與 C 三軸由外面接觸之三圓錐形磨擦輪連接之，且迴轉數之比 $A : B : C = 3 : 2 : 4$ 如 B 圓錐底面之直徑為 6 吋，試畫出三圓錐並求出 AC 兩圓錐底面之直徑。

第九章 瞬時中心與機械上 各點之相對速率

159. 瞬時運動瞬時中軸與瞬時中心 就任一時刻言，一運動物體所有之運動，即謂之此物體之瞬時運動。如第 235 圖。設車輪 A 沿車軌 B 滾動，則在任一時刻，車輪與車軌沿 C 處與車軸平行與車軌垂直之一直線接觸。且在任一時刻，車輪上之各點均可視為繞此直線迴轉。此種就任一時刻言，所有之運動，謂之車輪之瞬時運動 (Instantaneous motion)。 C 處之接觸線則謂之瞬時中軸 (Instantaneous axis)。



第 235 圖

如不就全輪言，而就垂直於車軸之一平面言。(或假設車輪無厚)。則此平面與接觸線相交之一點，謂之瞬時中心 (Instantaneous center)，蓋就此時刻言，全平面上之各點，均可視為以此點為中心而迴轉也。

以上所述，係假定車軌靜止，車輪沿之迴轉，然若假定車輪靜止，車軌向車輪迴轉相反之方向，繞車輪迴轉，其相對運

動及接觸點之線速均與前無異。且在任一時刻，均可認為車軌繞接觸處之垂直線為瞬時中軸而迴轉。或就與車輪相切之一線言，則在任一時刻，均可認為繞相切之點為瞬時中心而迴轉也。故瞬時中心之定義，可述之如下：——

瞬時中心者，在兩物體有同一線速之一公同點也。或瞬時中心者，在一物體上當任何時刻，別一物體之全體有繞之作迴轉之勢之一點也。

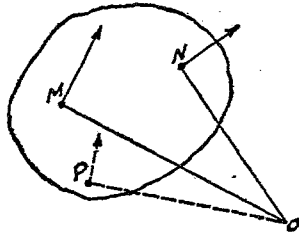
又所有運動，無論沿何動路，就一時刻言，均可認為係一種轉動。其動向恆沿所至之點之切線，其瞬時中心恆在所至之點之法線。若係直線運動，則其瞬時中心可視為在無限遠。若係圓周運動，則其瞬時中心即恆在圓周之中心。（此種中心，有時謂之永久中心）。若沿任意之一曲線運動，則其瞬時中心時時變更其地位。

160. 瞬心線與瞬軸面 (Centrode and axode) 如物體沿任意之一曲線運動，其瞬時中心或瞬時中軸必時時變更其地位。連各瞬時中心所成之線，謂之瞬心線。連各瞬時中軸所成之面，謂之瞬軸面。

161. 一運動物體瞬時中心之地位 當一物體發生迴轉運動時（將直線運動，圓周運動，與曲線運動均包括在內）其上任一點運動之方向，均垂直於該點至迴轉中軸之垂直線。反之言之，一物體之迴轉中軸，恆於物體上任一點迴轉平面內與運動方向之垂直線相交。

根據此理,如一物體上在同一迴轉平面之兩點,其運動之方向已知,即可求出其瞬時中心。若已知瞬時中心之地位,亦可定物體上任一點運動之方向。

如第 236 圖,設一物體上在同一平面之 M 與 N 兩點運動之方向,如箭頭所示,則就 M 點言,其迴轉中心,必在與運動方向垂直之線 MO 上,就 N 點言,其迴轉中心,必在與運動方向垂直之線 NO 上。故兩點之瞬時中心即為相交之點 O 。(若



第 236 圖

MN 兩點所在之平面,即代表全物體重心之迴轉平面,則全物體之瞬時中心,亦即為 O 點所代表)。

如已知瞬時中心,若欲求物體上任一點 P 在此時刻運動之方向,則連 PO 線,並在 P 點畫一垂直線,則此垂直線之方向,即為 P 點在此時刻運動之方向。

若兩點運動方向之垂直線不能相交,則物體之運動係直線運動。

162. 瞬時半徑 (Instantaneous radii) 就任一時刻言,一迴轉運動物體上任一點至其瞬時中心之距離,即謂之該點之瞬時半徑。仍參看前圖, MO 為 M 點之瞬時半徑, NO 為 N 點之瞬時半徑, PO 為 P 點之瞬時半徑。

163. 瞬時速率 (Instantaneous velocities) 如一物體上各

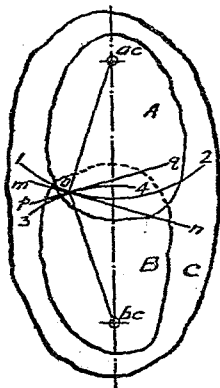
點之瞬時中心，時時變更地位，則就任一時刻言，各點所有之速率可稱之爲瞬時速率。

在第一章第20節，曾證明在同一迴轉物體上各點之速率與各點距迴轉中心之距離成正比。若就任一時刻言，瞬時運動與迴轉運動相同。故物體上各點之瞬時速率，亦與各點之瞬時半徑成正比。仍參看前圖， M 點之速率： N 點之速率： P 點之速率與 $MO : NO : PO$ 相同。

164. Kennedy 定理 (Kennedy's theorem) 或三心定律 (Law of three centers) 當三個物體彼此有相對運動，只有三個瞬時中心。恆在一直線上，此謂之 Kennedy 定理，或稱之爲三心定律。

如第237圖。設 A, B 與 C 爲彼此有相對運動之三個物體。爲簡單起見，設 C 物體靜止不動， A 與 B 兩物體則各由一針在 ac 與 bc 兩處，與 C 物體相連，瞬時中心之數目與名稱。可由所有物體中任意取其二個所有之組合求之。如 AB, AC 與 BC ，大字母多用以代表物體，小字母則多用以代表瞬時中心。

如係三個物體，則每次取兩物體能有之組合數有三，即 AB, AC 與 BC 其瞬時中心則爲 ab, ac 與 bc 亦只有三個。



第 237 圖

又無論用 ab 或用 ba , 字母前後之次序, 毫無差別。因 A 物體對於 B 物體之相對運動與 B 物體對於 A 物體之相對運動無異也。

根據以上之設定, A 物體所能有之運動只有繞 ac 迴轉之運動。 B 物體所能有之運動, 只有繞 bc 迴轉之運動。故兩個瞬時中心之地位, 已經確定。第三個瞬時中心 ab 之地位, 則根據本章第 159 節之理, 必為 AB 兩物體上有同一線速率之一公共點。

如圖上所示, 設 ab 位於任意之一點 o 。當 o 點認為係 A 物體上之一點時, 其至迴轉中心之半徑為 $o-ac$, 且沿弧線 1-2 運動。其運動之方向應與其半徑垂直, 或沿 $m-n$ 線。當 o 點認為係 B 物體上之一點時, 其至迴轉中心之半徑為 $o-bc$, 且沿弧線 3-4 運動。其運動之方向, 亦應與其半徑垂直, 或沿 $p-q$ 線。

由以上所得之結果, 得 o 點在同一時刻在兩個不同之方向運動。此實為不可能之事, 若同時沿同向運動, 則 $m-n$ 與 $p-q$ 兩線非係平行, 即係相合。又因須經過一公共點, 故兩線決非平行。即兩線只有相合。又因兩線相合, 只有 $o-ac$, $o-bc$ 兩半徑在一直線方可, 故三個瞬時中心 ab , ac 與 bc 恆在一直線也。

165. 一運動鍊上所有瞬時中心之數目 (Number of centros in a kinematic chain) 在數學上排列與組合法中 (Permuta-

tions and combinations) 知如有 n 個不同之物體, 一次取其 r 個, 則能得之組合數為

$${}_n C_r = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{r!}$$

當一運動鍊上之各桿發生運動時, 凡不同之兩桿, 彼此即有一定之相對運動。故每取其兩桿, 即有一瞬時中心, 故就全運動鍊言, 其所有之瞬時中心數, 實與於所有不同之桿數中一次取其兩個所能得之組合數相同。根據上式得

$$\text{一運動鍊上所有之瞬時中心數} = \frac{n(n-1)}{2} \cdots (85)$$

式中 n 代表運動鍊所含之桿數。

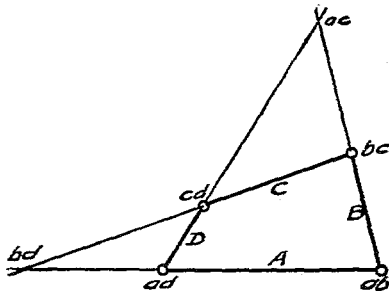
166. 一簡單運動鍊上所有瞬時中心之位置 第 238 圖, 表示一 $ABCD$ 四桿組成之運動鍊。按前段之公式, 得瞬時中心數為

$$\frac{4(4-1)}{2} = 6$$

其名稱則如下表

所列:

A	B	C, D
ab	bc	cd
ac	bd	
ad		



第 238 圖

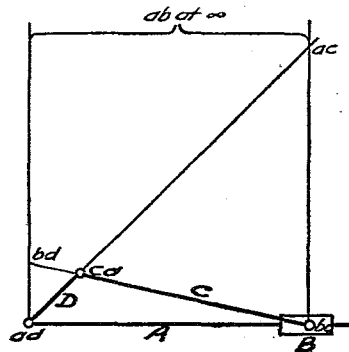
ab, bc, ad 及 cd 四個瞬時中心。即為四桿之連接點, 不待再求。故只餘 ac 與 bd 兩個, 求 ac 之位置, 則根據 Kennedy 定理,

即彼此有相對運動之三物體，其三個瞬時中心恆在一直線上。且因 ac 一瞬時中心，係 AC 兩桿所公有，故 AC 兩桿必用為三物體中之兩個，再任取一桿 B ，則 AB 與 C 三桿應有之瞬時中心必為 ab ， ac ，與 bc 。因 ab 與 bc 兩個之位置業經確定， ac 又應與之在同一之直線上。故經過 ab 與 bc 畫一直線，則 ac 必在此線之上。

然後再取未經用過之別一桿 D ，與 AB 組成三物體，則 AC 與 D 三桿應有之瞬時中心必為 ac ， ad ，與 cd 。因 ad 與 cd 兩個之位置業經確定， ac 又應與之在同一之直線上，故經過 ad 與 cd 畫一直線，則 ac 又必在此線之上。即 ac 一瞬時中心，應在此兩線之交點上也。同一方法，可求出瞬時中心 bd 之位置。如第 239 圖，倘一運動鍊上，含一滑動副，則此滑動副之瞬時中心，必在無限遠，如圖若 B 沿 A 作直線滑動，則 B 之迴轉中心，在任何時刻必在與 A 垂直之一直線上無限遠之位置。故 ab 一瞬時中心，其位置恆在無限遠。

ad ， cd 及 bc 三個瞬時中心，即在各部之連接點。不待再求。

求 ac 與 bd 兩個，則仍以根據 Kennedy 定理。最為簡

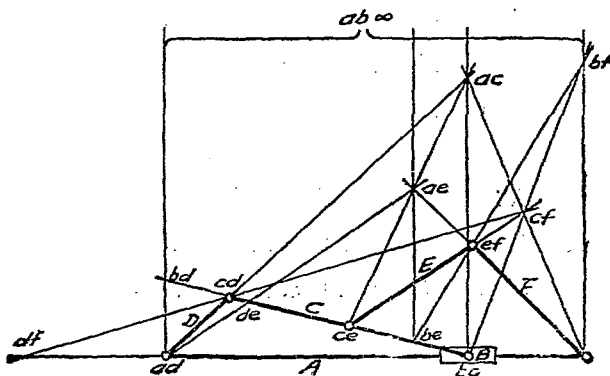


第 239 圖

度。

ao 即在 $ab-bc$ 與 $ad-cd$ 兩線之交點上。 bd 即在 $bc-cd$ 與 $ad-ab$ 兩線之交點上。

167. 一複式運動鍊上各瞬時中心之位置 第 240 圖表示一種複式運動鍊。試求所有瞬時中心之位置，此運動鍊係由六件組成，根據第 165 節之公式，知瞬時中心之數目。



第 240 圖

$$= \frac{6(6-1)}{2} = 15。其名稱如下：$$

- | | | | | | |
|------|------|------|------|------|-----|
| A | B | C | D | E | F |
| ab | bc | cd | de | ef | |
| ac | bd | ce | df | | |
| ad | be | cf | | | |
| ae | bf | | | | |
| af | | | | | |

ad , bc , af , cf , ce 及 cd 六個瞬時中心, 即為各桿之連接點, 一望而知, 無待再求。 ab , ac 及 bd 三個瞬時中心, 則按前段之方法求出之, 然後根據 Kennedy 定理, 就已知之各瞬時中心中, 擇其適宜之兩組, 即可求出一未知者。

$af-ef$ 與 $ac-ce$ 兩線之交點, 即為 ae 。

$ab-ae$ 與 $bc-ce$ 兩線之交點即為 be 。

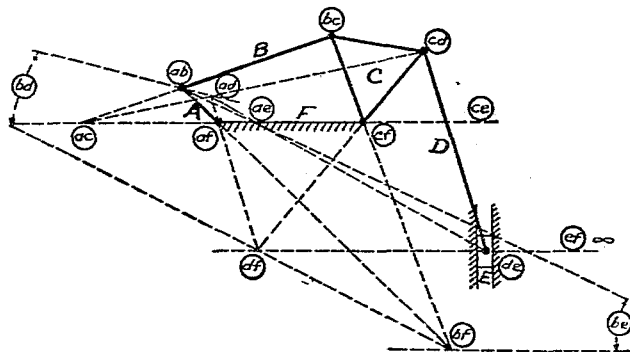
$ab-af$ 與 $be-ef$ 兩線之交點即為 bf 。

$ac-af$ 與 $bc-bf$ 兩線之交點即為 cf 。

$ad-ae$ 與 $bd-be$ 兩線之交點即為 de 。

$ad-af$ 與 $bd-bf$ 兩線之交點即為 df 。

如每次將已知者, 或已求出者劃去, 或記一標誌, 更比較清晰。又已知者愈多時, 選擇之範圍愈大, 不必為一定之某某兩組, 如由 $ad-af$ 與 $bd-bf$ 固可求得 df , 然由 $ad-af$ 與 $cd-cf$ 亦



第 241 圖

可求出 df 也。

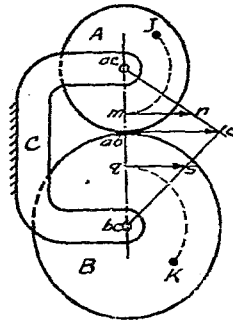
如全鍊之某一部,雖由數桿組成,然彼此不能有相互之運動,則此數桿須視為全鍊中之一件,如第 241 圖上之三角形部分 C 是。全體應視為由 $ABCDEF$ 六件組成。故其瞬時中心數亦為 15。各瞬時中心之位置如圖上所示。

168. 用瞬時中心法求相對線速率 在任意之一機械上或一機構上,如原動部上任一點之速率已知,欲求別一部分上任一點之速率,用瞬時中心法,有時比較最為簡便,茲擇要述之如下。

169. 公同點之線速率 一物體上任一點之速率,欲與別一物體上任一點之速率相比較,普通多先求出兩物體上一公同點之速率。

如第 242 圖設 A 與 B 為兩物體,由一固定之 C 架約束之,使彼此互相接觸。 ABC 三物體之瞬時中心為 ab , ac 與 bc 。如 C 物體假設為固定者,則 ac 與 bc 兩個瞬時中心,必均為永久中心,固定不動。因其為 C 物體上之兩點, A 與 B 繞之作迴轉者也。 ab 一瞬時中心,則為 AB 兩物體之公同點。且在兩物體上有同一之線速率。

又公同點之名稱,恆由此點所在之兩物體之名稱而定。



第 242 圖

設 J 爲 A 物體上之一點,其半徑與線速率已知。 K 爲 B 物體上之一點,只知其半徑,欲求其速率。 J 點之半徑爲 $J-ac$, 如將 J 點迴轉至他處,但使半徑不生變化,則其線速率必不受影響。茲將 J 點迴轉至中心線上,並選擇任意適宜尺寸。畫 $m-n$ 線,使代表 J 點之線速率。因在同一迴轉物體上,各點之線速率與各點距迴轉中心之距離成正比。(第 1 章第 20 節) 故 ab 與 J 之線速率與半徑 $ac-ab$ 及 $J-ac$ 成正比,即 ab 之線速率,可用相似三角形求之,而爲 $ab-o$ 所代表。

因 ab 爲 AB 兩物體上之公同點,故當假設爲 B 物體上之一點時,與假設爲 A 物體上之一點時,其迴轉之半徑,雖不相同。其在兩物體上之線速率必係相等,故就 B 物體言, K 點之線速率與 ab 點之線速率,亦與其半徑成正比。

畫 $bc-o$ 線,完成 $bc-ab-o$ 三角形。並將 K 點迴轉至中心線上之 q 點,經過 q 點畫 $q-s$ 線,與 $ab-o$ 平行。則按相似三角形定理,如 $ab-o$ 代表 ab 之線速率, $q-s$ 必按同一之尺寸代表 K 點之線速率。換言之,即設 $m-n$ 代表 J 點之線速率,則 $q-s$ 必按同一之尺寸代表 K 點之線速率也。

上述之方法,可總括記之如下,就給與之點之線速率,先求出公同點之線速率。再由公同點之線速率,以求所需之點之線速率。

170. 開口四桿機構(open four-linked mechanism) 上各點之相對速率。(a) 相鄰兩桿上各點之速率 如第 243 圖,設

$ABCD$ 爲一開口四桿機構。

並設 A 桿固定。假設各桿在此種位置時， B 桿上之一點 J 之線速率已知，欲求 C 桿上之一點 K 之線速率。

研究此種問題時，普通只對於包含已知其速率與欲求其速率之兩點之桿及固定之桿，加以考慮。在此題即 ABC 三桿，其瞬時中心爲

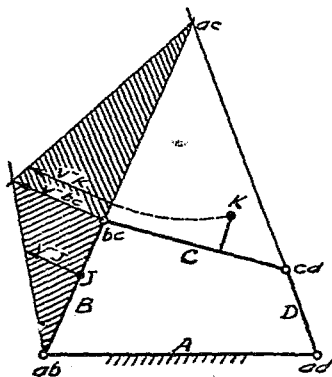
$A \quad B \quad C$
 $ab \quad bc$
 ac

bc 一瞬時中心爲 BC 兩桿之公同點，其名稱即由兩桿之名稱而定， ab 與 ac 兩瞬時中心，則爲 BC 兩桿之迴轉中心， ab ， ac 與 bc 三瞬時中心即確定前段所述之中心線。

從 J 點起，沿中心線垂直之方向，畫一段直線，使按任意適宜之尺寸，代表 J 點之線速率 $V-J$ 。

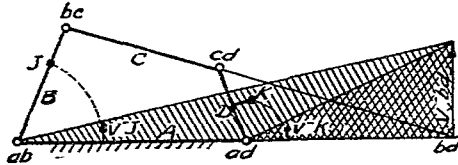
按相似三角形定理，可求出 bc 點之線速率 $V-bc$ 。

因同一桿上各點之線速率，均與其瞬時半徑成正比，如以 ac 爲中心，將 K 點迴轉至中心線上，再完成以 $V-bc$ 爲一邊之三角形，則可求出 K 點之線速率 $V-K$ 。



第 243 圖

(b) 對面兩桿上各點之速率 如第244圖設 $ABCD$ 仍爲一開口四桿機構。A 桿固定。並設各桿在此種位置時。B 桿



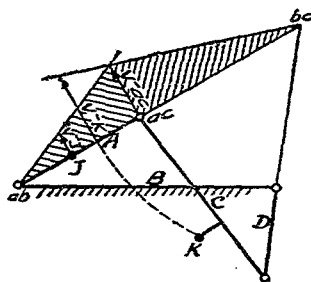
第 244 圖

上之一點 J 之線速率已知。欲求 D 桿上之一點 K 之線速率。應加以考慮者。仍爲包含兩點之兩桿及固定之桿。在此題即 ABC 三桿。其瞬時中心爲 ab 、 ad 與 bd 。因 A 桿係固定。故 ab 與 ad 兩瞬時中心。亦係固定。而 bd 一瞬時中心爲 BC 之共同點。且對兩桿言。有同一之線速率。將 J 點迴轉至中心線上。並沿中心線垂直之方向。畫一段直線。使代表 J 點之線速率 $V-J$ 。然後按相似三角形定理。求出共同點 bd 之線速率 $V-bd$ 。與前法相同。將 K 點迴轉至中心線上。再完成以 $V-bd$ 爲一邊之三角形。即可求出 K 點之線速率 $V-K$ 。

171. 交叉四桿機構上各點之相對速率。(a) 相鄰兩桿上各點之速率 如第245圖。設 $ABCD$ 爲交叉四桿機構。B 桿固定。並設各桿在此種位置時。A 桿上之一點 J 之線速率已知。欲求 C 桿上之一點 K 之線速率。

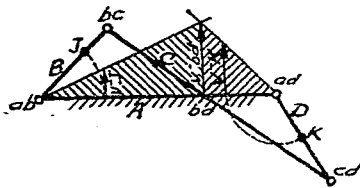
應加考慮之桿爲 ABC 三桿。其瞬時中心爲 ab 、 ac 與 bc 。恆在一直線之上。且 ac 一瞬時中心爲 AC 之共同點。對兩桿言。恆

有同一之線速率。從 J 點起，沿中心線垂直之方向，畫一段直線，使代表 J 點之線速率 $V-J$ 。然後按相似三角形定理，求出公共點 ac 之線速率 $V-ac$ 。與前法相同。將 K 點繞 bc 中心迴轉至中心線上，再按相似三角形定理，求出 K 點之線速率 $V-K$ 。如圖上所示。



第 245 圖

(b) 對面兩桿上各點之速率 如第 246 圖，設 $ABCD$ 為一交叉四桿機構。A 桿固定，並設各桿在此種位置時，B 桿上之一點 J 之線速率已知，欲求 D 桿上之一點 K 之線速率，應加以考慮之桿。為 ABD 三桿，其瞬時中心為 ab ， ad 與 bd 。因 A 桿係固定，故 ab 與 ad 兩瞬時中

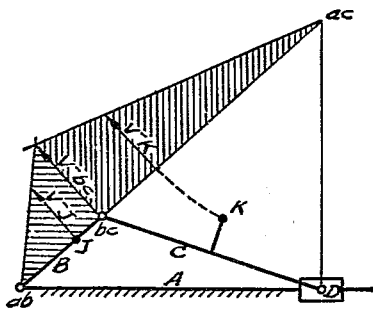


第 246 圖

心亦係固定，而 bd 一瞬時中心應與 ab 及 ad 在一直線上，且應視為 BD 之公共點。對兩桿言，有同一之線速率。就圖上觀之， bd 一瞬時中心，恰位於 AC 兩桿之交叉點，但事實上，此點上當然並無迴轉軸，因倘有一迴轉軸，則機構之全體當為兩個三角形之架，不能發生任何運動也。

B 桿係繞瞬時中心 ab 迴轉。因 J 為 B 桿上之一點，故 J 亦係繞瞬時中心 ab 迴轉。將 J 點迴轉至中心線上。並沿中心線垂直之方向，畫一直線使代表 J 點之線速率 $V-J$ 。按相似三角形定理，求出公同點 bc 之線速率 $V-bc$ 。又因 D 桿係繞瞬時中心 ad 迴轉， K 為 D 桿上之一點，故 K 亦係繞 ad 迴轉。將 K 點迴轉至中心線上。再按相似三角形定理，即可求出 K 點之線速率 $V-K$ 。

172. 滑動曲柄機構 (Slider crank mechanism) 上各點之相對速率。(a) 相鄰兩桿上各點之速率 第 247 圖表示一普通蒸汽機上之滑動曲柄機構。 B 代表曲柄， C 代表連桿， D 代表丁頭， A 代表機架及導路。設曲柄上之一點 J 之線速率已知，欲求連桿上一點 K 之線速率。應加以考慮之桿為 ABC 三桿。其瞬時中心為 ab ， ac 與 bc 。恆在一直線之上。且 bc 一瞬時中心為 BC 之公同點。對兩桿言，恆有同一之線

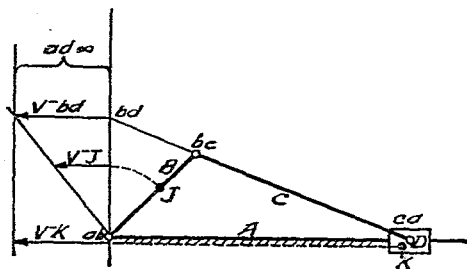


第 247 圖

速率。與前段同法。從 J 點起，沿中心線垂直之方向，畫一段直線，使代表 J 點之線速率 $V-J$ 。再按相似三角形定理，求出公同點 bc 之線速率。將 K 點繞 ac 中心迴轉至中心線上。再按相

以三角形定理求出 K 點之線速率如圖上所示。

(b) 對面兩桿上各點之速率 如第 248 圖，在一滑動曲柄機構上，設曲柄 B 上之一點 J 之線速率已知，欲求丁頭 D 上之一點 K 之線速率。



第 248 圖

AB 與 D 三桿之瞬時中心為 ab , ad 與 bd 。恆在一直線上。以 ab 為中心，將 J 點迴轉至中心線上，並沿中心線垂直之方向，畫一段直線，使代表 J 點之線速率 $V-J$ 。按相似三角形定理，求出公同點 bd 之線速率 V^{-bd} 。

因 ad 一瞬時中心，在無限遠，故以 ad 為中心，將 K 點迴轉至中心線上，其迴轉之路線，實為一直線或視為係半徑大至無限之一段弧線，又兩個同頂角之相似三角形，其頂角若遠至無限，其兩邊即可視為平行，故 K 點之線速率 $V-K$ 與公同點 bd 之線速率 V^{-bd} 相等，如圖所示。

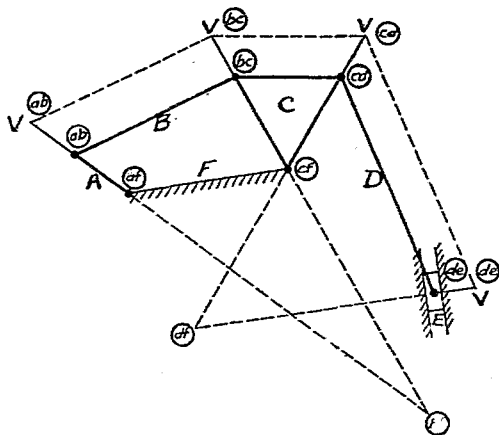
以上所求，不過擇舉數例，至實際應用，則變化尚多。又所言各點之速率，皆係一種瞬時速率。或當機構上各桿在圖上

所表示之位置時，各點所有之速率，若在其他位置，則各點之速率必時時變更即使 J 點之速率為一種等量者，其他各點之速率，亦恆按各桿之位置隨時變更也。

173. 用遷移法 (Method of transference) 求相對線速率

根據一機構上已知之一點之線速率，求任意之別一點之線速率，用遷移法，有時比較簡單。

遷移法係根據本章第 163 節所述之定理，即一物體上各點之瞬時速率，恆與各點之瞬時半徑成正比。如第 249 圖。



第 249 圖

設 ab 點之線速率已知，欲求 bc 點之線速率，若用瞬時中心法，則比較複雜，不若用遷移法之簡捷，如圖因 B 桿繞 F (即固定之機架) 之瞬時中心為 bf 。而 ab 與 bc 兩點又均在 B 桿上，故 ab

與 bc 兩點之瞬時速率,必各與其瞬時半徑 $ab-bf$ 及 $bc-bf$ 成正比,沿 ab 點瞬時半徑之引長線,截一段距離,使代表 ab 點之線速率,經過引長線之一端,畫一線與 B 桿平行,引長 bc 點之瞬時半徑,與平行線相遇,則按相似三角形定理,此引長之一段,必代表 bc 點之線速率。

依同法,因 cf 為 C 桿繞 F 之瞬時中心,根據 bc 之線速率,可求出 cd 點之線速率,因 df 為 D 桿繞 F 之瞬時中心,根據 cd 點之線速率,可求出 de 點之線速率。

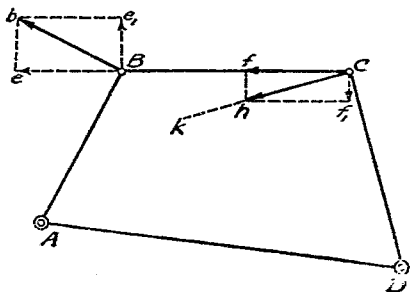
174. 用速率分合法求相對線速率 由機構上已知之一點之線速率,求任意別一點之線速率。有時可用速率分合法 (Method of resolution and composition of velocities) 此種方法,雖大部分係應用速率之分合法,然有時亦採用瞬時中心之理,又此種方法尙有一最要之根據如下:

凡研究一種機構之運動時,其組成機構之各件或各桿,恆假定為固體力學上所稱之剛體 (Rigid body) 即每桿上任意兩點間之距離,不因所受之力或所具之運動而發生變更。根據此種假定尙將一件或一桿上兩點所有之瞬時速率,分解為兩部,一部沿兩點間直線之方向,一部與兩點間之直線垂直,則沿兩點間直線之方向之分速率,必彼此相等。因不如此則兩點之距離,必發生變更,與假定為剛體之意義不符也。

如第 250 圖,設 $ABCD$ 為一四桿機構,並設 AD 桿固定,假設各桿在圖上所表示之位置時, B 點之線速率為 Bb 線所代

表。試求 C 點之線速率。

將 B 點之線速率分解為兩部。一部 Be 沿連桿 CB 之方向，一部 Be_1 與 CB 之方向垂直。

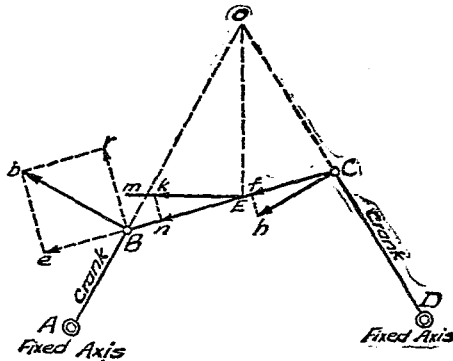


第 250 圖

經過 C 點，畫 CK 線，與 CD 垂直。在此時刻， C 點之線速率必係沿此方向。沿 CB 線截 Cf 一段，使與 Be 相等。經過 f 點畫一線，與 CB 垂直。並遇 CK 線於 h 點。則 Ch 即按 Bb 代表 B 點線速率同一之尺寸，以代表 C 點之線速率。

如擬求 BC 桿上任一點 E 之線速率，則須採用瞬時中心之理。如第 251 圖，連桿之一端 B ，在此時刻係沿 Bb 之方向運動，與 AB 垂直。連桿之他端 C ，則沿 Ch 之方向運動，與 DC 垂直。迴轉中心無論在 AB 線或 AB 引長線之何點，就此時刻言， B 點運動之方向恆相同。同一理由，迴轉中心無論在 DC 線或 DC 引長線之何點，就此時刻言， C 點運動之方向恆相同。故此時刻言， BC 兩點可視為同繞 AB 與 DC 引長線之交點 O

迴轉。又 BC 兩點可視為 AB 與 DC 兩曲柄上之點，同時亦可視為 BC 連桿上之兩點。連桿上 BC 兩點，在此時刻既可視為同繞 O 點迴轉，則按本章第 161 節之理，連桿全體即可視為以 O 點為瞬時中心而迴轉也。



第 251 圖

仍參看本圖，設 AB 與 DC 為一四桿機構上兩曲柄之中心線。 A 與 D 為兩個固定軸，並設曲柄軸針 B 之線速率為 Bb 所代表，其方向與 AB 垂直。試求曲柄軸針 C 及連桿中心線上之一點 E 之線速率。

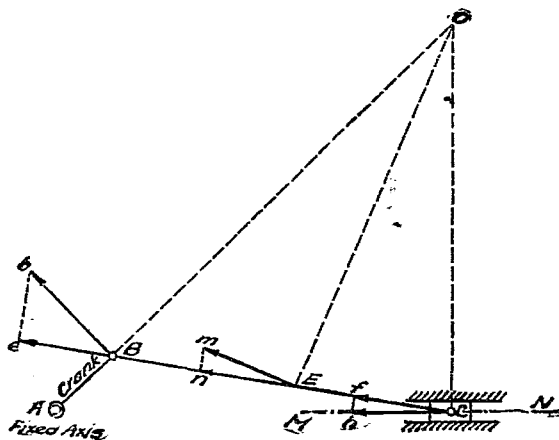
將速率 Bb 分解為兩部。一部 Be ，沿連桿 CB 之方向。一部 Br 與 CB 垂直。截 Cf 一段，使等於 Be 。經過 f 點，畫一線與 CB 垂直。經過 C 點，畫一線與 DC 垂直。兩線相遇於 h 點。如此則 Ch 即代表 C 點之線速率。

將 E 點連於瞬時中心 O 。經過 E 點，畫 Em 線，與 OE 垂直

此必爲 B 點在此時刻之動向。沿 CB 之方向，由 B 點起，截 Bn 一段，使等於 Be 。經過 n 點畫一線與 CB 垂直，遇 Bm 於 K 點。則 EK 即代表 B 點之線速率。

175. 用速率分合法之例題 欲明瞭及熟習此種方法之應用，最好就實際例題加以研究。茲擇舉數例如下

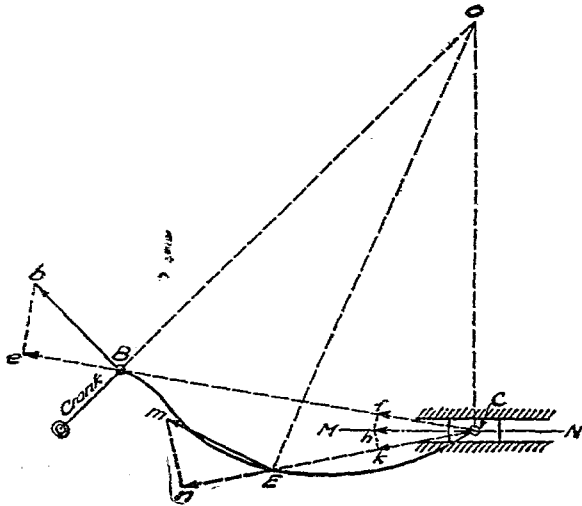
例題 23. 第 252 圖。表示一普通蒸汽機之曲柄連桿及丁頭。倘 Bb 代表曲柄軸針 B 之線速率。試求丁頭軸針 C 之中心及連桿中心線上之一點 E 之線速率。將 Bb 分解爲兩部。一沿 CB ，一與 CB 垂直。得沿 CB 之分速率 Be 。截 Cf 使等於 Be 。 C 點運動之方向，係沿 NM 線與導路平行。經過 f 點，畫一線與 CB 垂直，遇 NM 線於 h 點， Ch 即代表 C 點之線速率。



第 252 圖

經過 C 點畫一線與 NM 垂直，遇 AB 引長線於 O 點。 O 點即為 CB 之瞬時中心。得到 CB 之瞬時中心後，則 E 點之速率，可用前法求之。

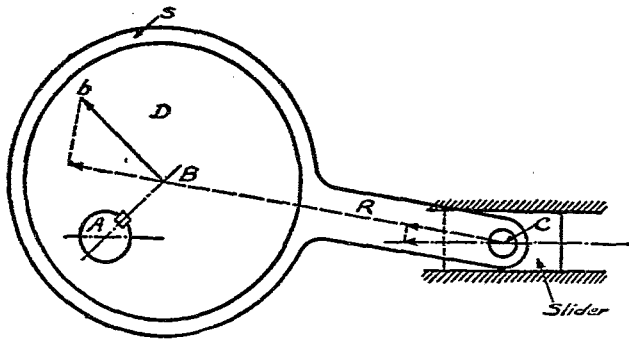
例題 24. 如第 253 圖。除連桿 CB 係一彎曲桿外，其他與件均與前題相同。試求 C 點與 E 點之線速率。因剛體上兩點間之距離恆不變，若用 BC 直線代替假定為剛體之 BEC 曲桿，則 B 點與 C 點之關係，必不受影響。故 BC 直線可視為 B 點與 C 點之連結線，即 C 點之線速率，可用前題之方法，由 B 點之速率求出。如圖上 Ch 所示。欲求 E 點之線速率，須按前題之方法，先將 BEC 桿之瞬時中心 O 求出。連 EO 線經過 E 點畫一直



第 253 圖

線 Em ，與 EO 垂直，即為 E 點之動向。連 CE 線，將 C 點之線速率 Ch 分解為兩部，一沿 CE ，一與 CE 垂直，沿 CE 之一部為 CK 。因 C 與 E 亦為剛體上之兩點，其距離亦不能變更，即 E 點沿 CE 方向之分速率，應與 C 點沿 CE 方向之分速率相等。經過 E 點，沿 CE 引長線，截一段直線 En ，使等於 CK ，再經過 n 點畫一直線，與 CE 垂直，並遇 Em 線於 m 點，則 Em 即代表 E 點之線速率。

例題 25. 如第 254 圖。設 D 為一圓盤，由一鍵固定於 A 軸上。 B 為圓盤之中心。 R 為一桿，右端套於滑塊之軸針 C 上。其左端擴大為環形 S ，恰包含於 D 盤之上。倘 A 軸迴轉，使圓盤之中心 B 所生線速率為 Bb 所代表（ Bb 恆與 AB 線垂直）。試求 C 點之線速率。

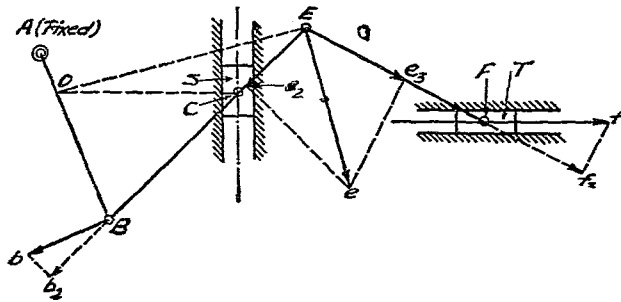


第 254 圖

因 R 桿之左端 S 與圓盤 D 係同心，又恰包含於其上，故機構無論位於何種位置， S 之中心恆與 B 點相合。即理論上

此種機構完全與第 252 圖之機構相同也。故此題可用例題 23 同樣之方法解答之。

例題 26. 如第 255 圖，設 AB 爲一曲柄，繞一固定之中心 A 迴轉。 BC 爲一連桿，在 C 點裝置於滑塊 S 之一軸上，並延長至 E 。 E 處之軸針更由一連桿 EF 與滑塊 T 上之軸針相連。倘 Bb 代表 B 點之線速率，試求 F 點之線速率（即滑塊 T 之線速率）。 BCE 之瞬時中心在圖上之 O 點，故 E 點之動向與 OE 垂直，即沿 Ee 之方向。

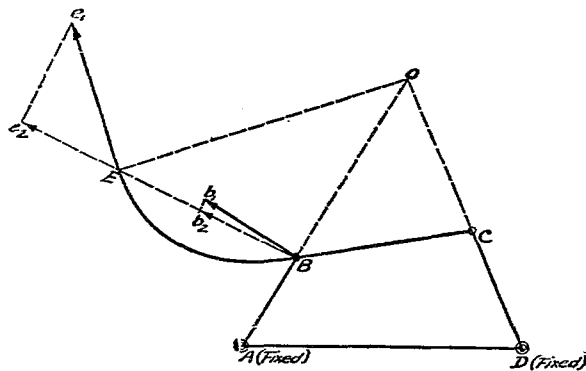


第 255 圖

將 Bb 分解爲兩部，一沿 ECB ，一與 ECB 垂直。其沿 ECB 之一部爲 Bb_2 ，將 Bb_2 遷移於 Ee_2 。經過 e_2 點畫一線，與 ECB 垂直，並遇 Ee 於 e 點，則 Ee 即代表 E 點之線速率。再將 Ee 分解爲兩部，一沿 EF ，一與 EF 垂直。其沿 EF 之一部爲 Ee_3 。由 F 點起，沿 EF 之引長線上，截 Ef_3 一段，使等於 Ee_3 。經過 f_3 畫一直線，與 Ef_3 垂直，並遇 F 點運動之中心線於 f 點，則 Ff 即代表 F 點之

線速率。

例題 27. 如第 256 圖。設四桿機構之連桿由 B 點伸長一曲線部分 BE 。倘 Bb_1 代表 B 點之線速率，試求 E 點之線速率。

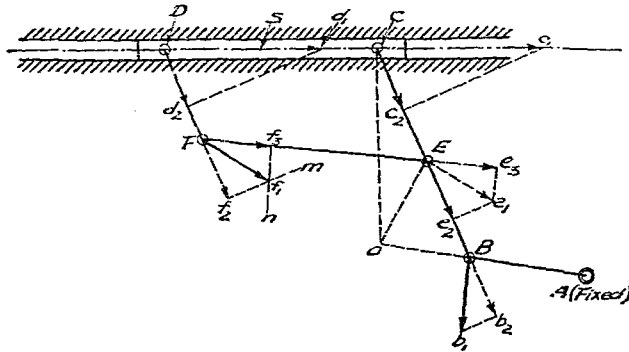


第 256 圖

CBE 之瞬時中心在圖上之 O 點，故 B 點之動向與 OE 垂直。即沿 Ee_1 之方向，連 BE 直線。因 B 與 E 為一剛體上之兩點，故用 BE 直線以代替 BE 曲桿。則 B 點與 E 點之關係不受影響。將 B 點之速率分解為沿 BE 線與垂直於 BE 線之兩部。得沿 BE 線之一部 Bb_2 。由 E 點起，沿 BE 引長線，截 Ee_2 一段直線，使與 Bb_2 相等。再經過 e_2 點畫一直線，使與 BE 引長線垂直，並遇 Ee_1 線於 e_1 點。則 Ee_1 即代表 E 點之線速率。

例題 28. 如第 257 圖。 S 為一長滑桿，可沿一水平導路運動。其兩端各有一軸針 C 與 D 。軸針 C 上裝置一連桿 CB 。 B

端與一曲柄 AB 相連，軸針 D 上裝置一連桿 DF ， F 端復由一桿 FE 與 CB 桿上之 E 點相連，連接處均係活動關節。倘 Bb_1 代表 B 點之線速率，試求 F 點之線速率。



第 257 圖

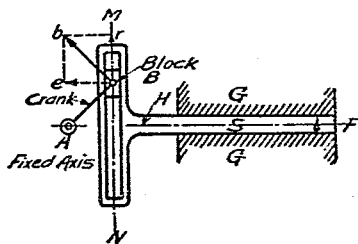
將 B 點之速率分解為沿 CB 線與垂直於 CB 線之兩部，得沿 CB 線之一部 Bb_2 ，截 Cc_2 使等於 Bb_2 ，並畫 c_2c_1 線與 Cc_2 垂直，遇 C 點之運動中心線於 c_1 點，則 Cc_1 即代表 C 點之線速率。

D 點之速率與 C 點之速率相同，故截 Dd_1 使等於 Cc_1 ，將 D 點之速率分解為沿 DF 線與垂直於 DF 線之兩部，得沿 DF 線之一部 Dd_2 ，沿 DF 之引長線，截 Ff_2 ，使等於 Dd_2 ，則 Ff_2 必為 F 點在 DF 方向之分速率（假設 F 點其他一部分速率與 DF 垂直），故代表 F 點速率之直線，其一端必落於經過 f_2 點且與 Ff_2 垂直之一線 $f_2 m$ 上。（或 Ff_2 為代表 F 點之速率之直線在

DF 引長線上之投射線)。

又就圖上觀之,可知 CEB 桿之瞬時中心為 O 點。 B 點運動之方向,必與 OB 垂直,即沿 Be_1 之方向,截 Be_2 使等於 Bb_2 。經過 e_2 點畫一直線,與 CEB 垂直,並遇 Be_1 於 e_1 點。則 Be_1 即代表 B 點之速率。再將 B 點之速率分解為沿 FE 線與垂直於 FE 線之兩部。得沿 FE 線之一部 Be_3 , 截 Ff_3 使等於 Be_3 , 則 Ff_3 必為 F 點在 FE 方向之分速率 (假設 F 點其他一部分速率與 FE 垂直) 故代表 F 點速率之直線,其一端又必落於經過 f_3 點且與 Ff_3 垂直之一線 f_3n 上。由以上兩層之結果,可知所求之線之一端,必在 f_2m 與 f_3n 之交點 f_1 。即 Ff_1 必代表所求 F 點之速率也。

例題 29. 如第 258 圖, AB 為一曲柄,繞 A 軸迴轉。曲柄軸針上帶一滑塊,沿 T 形滑桿 S 一端之槽中運動。槽之中心線 MN 與 S 桿之中心線 HF 垂直。 S 桿則沿導路 GG 運動。倘 Bb 代表 B 點之速率。試求 S 桿沿導路運動之速率與滑塊沿 MN 運動之速率。 Bb 一速率平行於 HF 之分速率,必為滑

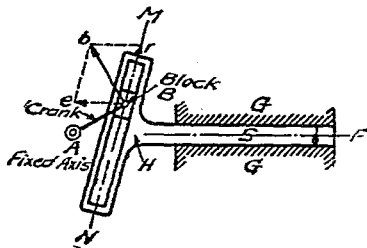


第 258 圖

塊使槽運動之速率,亦即為 S 桿運動之速率。 Bb 一速率平行於 MN 之分速率,必為滑塊沿槽運動之速率。故將 Bb 分解為

兩部。一部 Be ，與 HF 平行，即代表 S 桿沿導路運動之速率。一部 Br ，與 MN 平行，即代表滑塊沿 MN 運動之速率。

例題 30. 第 259 圖所表示之機構，除 MN 對於 HF 不垂直以外，其餘均與前題相同。故兩種速率之求法，亦與前無異，如圖上所示。

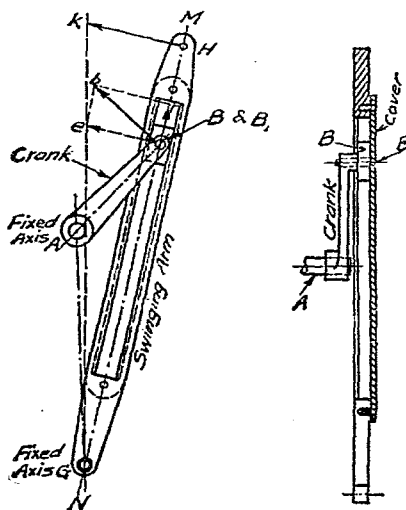


第 259 圖

例題 31. 如第 260 圖， AB 為一曲柄，繞 A 軸迴轉。曲柄軸針 B 上帶一滑塊，可沿搖桿上之槽中運動。搖桿自身則繞一定軸 G 擺動。槽之中心線 MN 經過 G 。倘 Bb 代表 B 點之速率，試求搖桿中心線 MN 上之一點 H 之線速率。

假設槽之背面，為一長方形之薄板所覆，如圖上所示。則此板上與 B 點恰在一線上之一點 B_1 在此時刻必有繞 G 迴轉之線速率。欲求 H 點之線速率，必須先將 B_1 點之線速率求出。

將 Bb 分解為兩部， Be 與 Br (或 eb)。 Be 一部沿 B_1 點運動之方向，即與 BG 垂直。 Br 一部則沿滑塊運動之中心線。則 Be 即代表 B_1 點之線速率。因 B_1 點與 H 點為同一迴轉物體上之兩點。故 H 點之線速率對於 Be 之比，與 GH 對於 GB 之比相同。又因 GB 與 GH 係在同一之直線上。故 H 點之線速率，可用畫



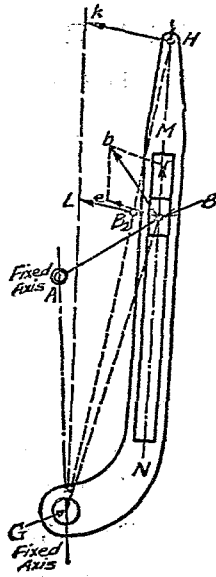
第 260 圖

圖法求之。即連 Ge 直線並引長之，再經過 H 點畫一直線，與 GH 垂直，並遇 Ge 引長線於 K 點。按相似三角形定理。 HK 對於 Be 之比與 GH 對於 GB 之比相同。故 HK 即代表 H 點之線速率。

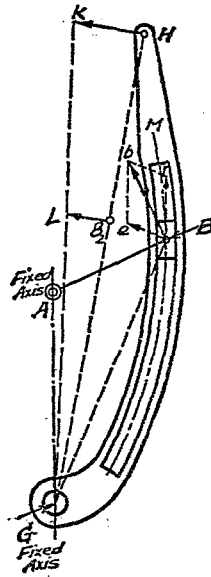
例題 32. 如第 261 圖所示，除槽之中心線 MN 不經過 G 點以外，其餘均與前題相同。解答此題之原理，與前題相同。惟 Be 一分速率之方向，係垂直於 GB ，非垂直於 MN 。 H 點之線速率，其方向係垂直於 GH ，亦非垂直於 MN 耳。

又 H 點之線速率，對於 Be 之比與 GH 對於 GB 之比相同。

沿 GH 線截 GB_2 一段，使等於 GB 。經過 B_2 點畫一直線 B_2L ，使與 GB_2 垂直，並使等於 B_0 。連 GL 直線，並引長之，再經過 H 點畫一直線，與 GH 垂直，並遇 GL 引長線於 K 點，則 HK 即代表 H 點之線速率，



第 261 圖

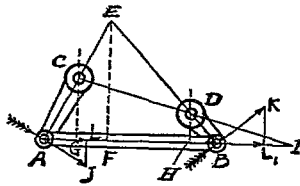


第 262 圖

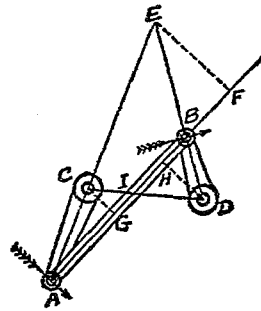
例題 33. 如第 262 圖所示，除槽形易為彎曲以外，與例題 31 相同。解答之方法亦與前題大致無異。惟 Bv 一分速率之方向，係沿槽之中心線上 B 點之切線為其特點耳。

176. 用桿傳動角速率之比(Angular velocity ratio in link motions) 如第 263 及第 264 兩圖,設 C 與 D 為兩個固定軸, AC 與 BD 為兩曲柄,能繞兩軸迴轉, A 端與 B 端更由一 AB 桿連之,為研究便利起見,設兩軸之方向與紙面垂直,兩曲柄迴轉運動之平面與紙面平行。

A 點運動之方向,恆與 AC 線垂直。 B 點運動之方向,恆與 BD 線垂直,故 AB 兩點之瞬時中心必在 AC 與 BD 引長線之交點 E 。



第 263 圖



第 264 圖

從 CDE 三點,向 AB 線或 AB 引長線畫 CG , DH 與 EF 三垂直線,並畫 CD 中心線,與 AB 或 AB 引長線相交於 I 。

設 $\omega_a = A$ 點繞 C 點之角速率,

$\omega_b = B$ 點繞 D 點之角速率,

$\omega = A$ 點或 B 點繞 E 點之角速率,

$V_a = A$ 點之線速率,

$V_a = B$ 點之線速率，

$$\text{則 } \omega_a = \frac{V_a}{AC}, \quad \omega = \frac{V_a}{AB},$$

$$\therefore \frac{\omega_a}{\omega} = \frac{V_a}{AC} \div \frac{V_a}{AB} = \frac{AB}{AC}.$$

又按相似三角形定理，

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BF}{CG}.$$

$$\text{故 } \frac{\omega_a}{\omega} = \frac{AB}{AC} = \frac{BF}{CG} \dots\dots\dots (1)$$

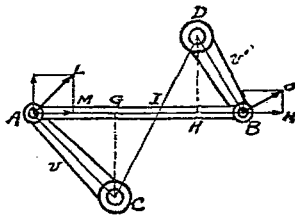
依同理得

$$\frac{\omega}{\omega_b} = \frac{BD}{BE} = \frac{DH}{EF} \dots\dots\dots (2)$$

(1)(2)兩式兩端相乘得

$$\frac{\omega_a}{\omega_b} = \frac{BF}{CG} \times \frac{DH}{EF} = \frac{DH}{CG} = \frac{DI}{CI} \dots\dots\dots (86)$$

此結果更可用下法求之——如第 265 圖，設 A 點之線速率為 AL 所代表，其方向與 AC 垂直。將此速率分解為沿 AB 線及垂直於 AB 線之兩部，其沿 AB 線之一部，必為 AM 所代表。 B 點沿 AB 方向之分速率 BN 必與 AM 相等。 B 點線速率之方向又恆與 BD 垂直。故由 N 點起，畫一垂直線 NO ，遇 BD 之垂直線於 O 點，則 BO 必代表 B



第 265 圖

點之線速率。

按角速率與線速率之關係及相似三角形定理得

$$\omega_a = \frac{AL}{AC} = \frac{AM}{CG} \dots \dots \dots (1)$$

$$\omega_b = \frac{BO}{BD} = \frac{BN}{DH} \dots \dots \dots (2)$$

(1) ÷ (2), 得

$$\frac{\omega_a}{\omega_b} = \frac{AM}{CG} \div \frac{BN}{DH} = \frac{AM}{CG} \times \frac{DH}{BN} = \frac{DH}{CG} = \frac{DI}{CI} \dots \dots \dots (87)$$

與上式相同。

以上所得之結果, 可用文字表之如下:—

(1) 兩曲柄之角速率與兩迴轉中心至連桿之垂直距離成反比。

(2) 兩曲柄之角速率與連桿直線劃分迴轉中心線之兩部之長短成反比。

177 用帶傳動角速率之比 (Angular velocity ratio in band motions) 如第 266 圖在 CD 兩軸上, 各裝置一曲線塊, 並假設由一柔軟而無伸縮性之帶連之帶之一端固定於 K 點, 他一端固定於 F 點。

設 C 軸向右迴轉, 如箭頭所示, 則此帶必一方向 AE 部分纏繞, 一方由 BF 部分撤下, 結果 D 軸必被迫而迴轉。

當運動時, 在彎曲部分纏繞者, 對動作不生何種關係, 故帶之有效長度 (Effective length) 僅介乎 AB 兩切點之間之一

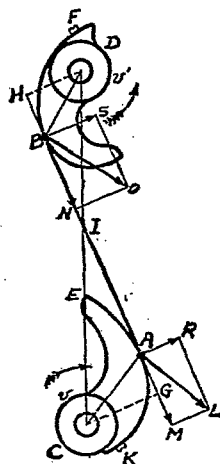
段，且此一段之長度，按兩彎曲部分之形狀，有時恆為一定，有時發生變化。在圖上所示之情形， AB 兩點為兩切點。此兩點運動之方向，在此時刻必係與 AC, BD 兩半徑線垂直。設 A 點之線速率為 AL 所代表， B 點之線速率為 BO 所代表，因假設帶無伸縮性，故此兩個線速率沿 BA 方向之分速率必彼此相等，其與 BA 垂直方向之分速率 AR 與 BS 則對於帶之運動，不生影響。

由 CD 兩中心向 AB 線畫垂直線 CG 與 DH ，並畫 CD 中心線，與 AB 線相交於 I 。與第 265 圖比照觀之，可知除將 AB 桿易為 AB 帶以外，無任何不同之處。故設 ω_a 代表 A 點繞 C 之角速率， ω_b 代表 B 點繞 D 之角速率，則

$$\frac{\omega_a}{\omega_b} = \frac{DH}{CG} = \frac{DI}{CI} \dots\dots\dots (88)$$

178. 直接接觸兩曲角速率之比 (Angular velocity ratio in contact motions) 如第 267 圖。設 C 與 D 仍為兩個迴轉曲線塊之中心，並設兩個曲線塊在 P 點接觸。 TT 為經過接觸點之公切線。

NN 為經過接觸點之公法線，如 C 軸上之曲線塊向箭



第 266 圖

$$\text{得 } \omega_a = \frac{PA}{PC} = \frac{PO}{CG} \dots\dots\dots (1)$$

$$\omega_b = \frac{PB}{PD} = \frac{PO}{DH} \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) \div (2) \text{ 得 } \frac{\omega_a}{\omega_b} = \frac{PO}{CG} \times \frac{DH}{PO} = \frac{DH}{CG} = \frac{DI}{GI} \dots\dots\dots (89)$$

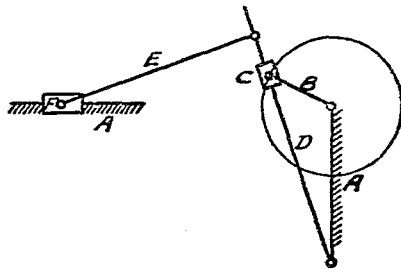
以上所得之結果,可用文字表之如下。

(1) 兩物體由直接接觸傳動,其迴轉之角速率,與迴轉中心至接觸點之公法線之垂直距離成反比。

(2) 兩物體由直接接觸傳動,其迴轉之角速率,與接觸點之公法線劃分中心線之兩部之長短成反比。

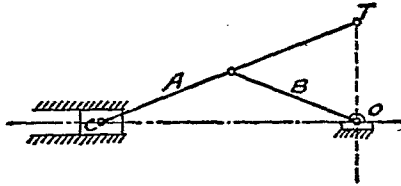
習 題

1. 試述 Kennedy 定律,並證明之。
2. 試求第 268 圖所表示之機構之各瞬時中心。



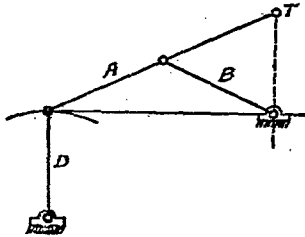
第 268 圖

3. 試求第 269 圖所表示之機構之各瞬時中心。

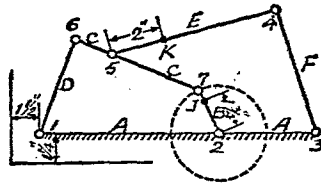


第 269 圖

4. 試求第 270 圖所表示之機構之各瞬時中心。



第 270 圖



第 271 圖

5. 在第 243 圖, 設 D 桿固定, 並假設 A 桿上之一點 J 之線速率已知, 試求 C 桿上之一點 K 之線速率。

6. 在第 246 圖, 設 C 桿固定, 並假設 A 桿上之一點 J 之線速率已知, 試求 K 點之線速率。

7. 在第 247 圖, 設 B 桿固定, 並假設 A 桿上之一點 J 之線速率已知, 試求 K 點之線速率。

8. 試求第 271 圖上各桿之瞬時中心。又設 A 桿固定, B 桿每秒鐘週轉兩週, 當 1-2-7 角恰為 60° 時, 試求 K 點之瞬時線速率。

條件: 長度 $1-2=7\frac{7''}{8}$; $2-3=6\frac{1''}{8}$; $3-4=5\frac{7''}{8}$; $4-5=6\frac{5''}{8}$;

$6-1=5\frac{1''}{4}$; $6-7=5\frac{1''}{2}$; $6-5=1\frac{1''}{2}$; $7-2=2''$ 。

1-2-7 角 = 60° 度, 代表 J 點速率之尺寸, 1 吋 = 10 吋。

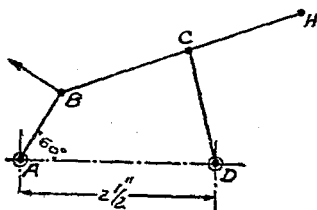
9. 試求第 272 圖上各桿之瞬時中心。設 A 桿固定, 並設丁頭之線速率為每秒鐘 4 呎。問當曲柄在圖上所表示之位置時, 其每

端之線速率，(b)梯中點之線速率及其方向，(c)梯上何點線速率最小，其大小及方向各如何。

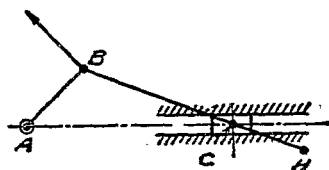
13. 如第 274 圖，設 A 與 D 為固定之兩軸 $AB=1''$ ； $BC=1\frac{3}{4}''$ ； $BH=3\frac{1}{4}''$ ； $DC=1\frac{1}{2}''$ 。假設 B 點之線速率為 $-\frac{3}{4}$ 吋長之直線所代表，試求 H 點之線速率。

14. 如第 275 圖，設 A 為一固定軸， $AB=1''$ ； $BC=2''$ ； $BH=3''$ 。

假設 B 點之線速率為 -1 吋長之直線所代表，試求 C 點與 H 點之線速率。

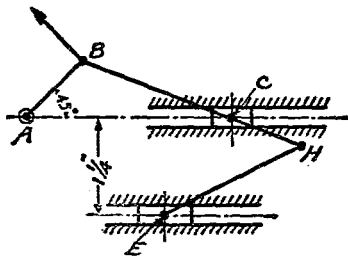


第 274 圖



第 275 圖

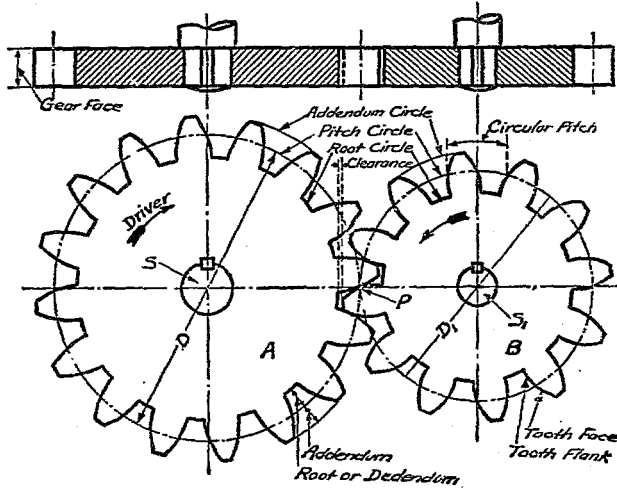
15. 如第 276 圖，設 A 為一固定軸， $AB=1''$ ； $BC=2''$ ； $BH=3''$ ； $HE=2''$ 。假設 B 點之線速率 $=1$ 吋，問 E 點之線速率。



第 276 圖

第十章 齒輪

179. 齒輪之應用 在第八章,知一軸之迴轉運動,可由兩磨擦輪之滾動接觸傳達於別一軸,惟此種傳達,係完全依賴磨擦力,且難免滑動發生,故當兩軸之速比須絕對確定或所擬傳達之動力較大時,即不適用,而別代以齒輪,使兩輪之周緣各備多數之齒,彼此互相銜接,當轉動時,齒與齒之間雖有相當滑動,而兩軸之速比則與理想上之兩磨擦輪無異。

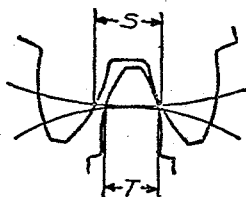


第 277 圖

如第 277 圖，設用虛線所表示之兩圓，仍相當兩磨擦輪。倘在 A 輪之周緣，沿輪軸平行之方向，備若干凸起部分，嵌入 B 輪周緣上之凹下部分。 B 輪周緣上兩個凹下部分之間，亦備相當之凸起部分，嵌入 A 輪周緣上之凹下部分。則原來兩磨擦輪遂變為兩齒輪。若計畫得宜，不但傳達之動力可以增加，且與兩磨擦輪理論上之速比完全一致。

180. 齒輪各部之名稱 仍參看前圖，與原來兩磨擦輪相當之兩圓，謂之節圓 (Pitch circle)。兩節圓相切之點，謂之節點 (Pitch point)。包含各齒頂部之圓，謂之頂圓 (Addendum circle)。包含各齒根部之圓，謂之根圓 (Root circle)。頂圓之半徑減節圓之半徑，謂之齒頂距離 (Addendum distance)。或簡稱之曰齒頂 (Addendum)。節圓之半徑減根圓之半徑，謂之齒根距離 (Root distance)。或簡稱之曰齒根 (Root)。齒頂與齒根相加之和，謂之齒長 (Length of tooth)，或謂之齒高 (Height of tooth)。輪齒曲面在節圓以外之一部，謂之齒面 (Face of the tooth or tooth face)。輪齒曲面在節圓以內之一部，謂之齒腹 (Flank of the tooth)。與別一輪之齒面能實際接觸之一部齒腹，謂之作用齒腹 (Acting flank)。輪齒自齒輪一面至彼面之寬度謂之齒寬 (Width of face of gear)。當兩輪互相銜接時，沿兩輪之中心線，自一輪之頂圓至別一輪之根圓之一段距離，謂之餘隙 (Clearance)。即相當一輪之齒根減別一輪之齒頂。一齒沿節圓所有之寬度，謂之齒厚 (Thickness of tooth)。兩

齒之間沿節圓所有之寬度，謂之齒間 (Width of space)。沿節圓，齒間與齒厚之差，謂之齒隙 (Backlash)。如第 278 圖，沿節圓弧線， S 減 T 之差，即為齒隙。精製之齒，多不用齒隙。但粗製者或鑄造者，則須有相當之齒隙。



第 278 圖

181. 周節 (Circular pitch) 沿節圓自第一齒之中心至第二齒之中心之一段弧線距離，謂之周節。或沿節圓自一齒上之任一點至相鄰之齒上相同之一點之弧線距離。且恆等於齒厚與齒間相加之和。

就定義觀之，可知節圓全圓周之長，必等於周節乘齒數。或周節必等於齒數除節圓圓周。仍參看第 277 圖。設 T 代表 A 輪之齒數， C 代表周節， D 代表節圓之直徑。則

$$C = \frac{\pi D}{T} \dots\dots\dots (90)$$

又互相銜接之兩齒輪，須用同一之周節。

182. 徑節與節數 (Diametral pitch and pitch number)，模數 (Module)。徑節一名詞，有兩種定義。其一為節圓直徑每吋所有之齒數，即齒數對於節圓直徑之比例。如某齒輪之齒數為 24，其節圓之直徑為 8 吋。則此齒輪之徑節為 8 除 24，即等於 3。即齒輪節圓直徑每有一吋，其圓周上即備有 3 個齒也。此種齒輪，有時簡稱之曰三節齒輪 (3-Pitch gear)。又徑節有

時亦謂之節數(Pitch number)。

其二為每一齒節圓直徑所有之長度。即節圓直徑對於齒數之比。恰為第一定義之反數。例如某齒輪之齒數為24,其節圓之直徑為8。則按第二定義,此齒輪之徑節為24除8即等於 $\frac{1}{3}$ 吋。又用第二定義所得之數,有時謂之模數(Module)。設 M 代表模數, P 代表節數或徑節, T 代表齒數, D 代表節圓之直徑;則得下列公式:

$$M = \frac{\text{節圓直徑}}{\text{齒數}} = \frac{D}{T} \dots\dots\dots (91)$$

$$P = \frac{\text{齒數}}{\text{節圓直徑}} = \frac{T}{D} \dots\dots\dots (92)$$

$$\text{故 } M = \frac{1}{P} \dots\dots\dots (93)$$

183. 周節與模數之關係 周節與徑節之關係

$$\text{按(91)式, } M = \frac{D}{T},$$

$$\text{按(90)式, } C = \frac{\pi D}{T},$$

$$(93) \div (94), \text{得 } \frac{C}{M} = \frac{\pi D}{T} \div \frac{D}{T} = \pi$$

$$\text{或 } C = M \times \pi \dots\dots\dots (94)$$

即周節恆等於模數乘 π 也。

$$\text{又按(93)式得 } C = \frac{\pi}{P} \dots\dots\dots (95)$$

$$\text{或 } C \times P = \pi \dots\dots\dots (96)$$

即周節恆等於徑節除 π ，或周節與徑節之乘積恆等於 π 也。

184. 一對齒輪之速比 (Speed ratio of a pair of gears) 仍參看第 277 圖，設 A 為原動輪，裝置於 S 軸上。 B 為從動輪，裝置於 S_1 軸上。 N 為 A 輪每分鐘之迴轉數。 N_1 為 B 輪每分鐘之迴轉數。 D 為 A 輪節圓之直徑， D_1 為 B 輪節圓之直徑。 T 為 A 輪之齒數。 T_1 為 B 輪之齒數。 C 為兩輪之周節，因兩齒輪互相銜接，故兩輪之周節相同。且 A 輪節圓上任一點之線速，必與 B 輪節圓上任一點之線速相等。

但 A 輪節圓上任一點之線速 $= \pi DN$,

B 輪節圓上任一點之線速 $= \pi D_1 N_1$,

故 $\pi DN = \pi D_1 N_1$

$$\text{或 } \frac{N_1}{N} = \frac{D}{D_1} \dots\dots\dots (97)$$

即兩輪每分鐘之迴轉數與其節圓之直徑成反比也。

又 A 輪節圓之圓周 $= \pi D = CT$,

B 輪節圓之圓周 $= \pi D_1 = CT_1$,

$$\text{兩式相除，得 } \frac{D}{D_1} = \frac{T}{T_1} \dots\dots\dots (98)$$

即兩輪之直徑與其齒數成正比也。

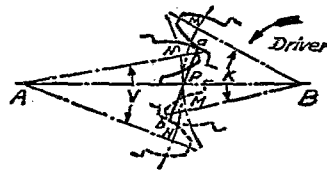
又由(97)及(98)兩式，得

$$\frac{N_1}{N} = \frac{T}{T_1} \dots\dots\dots (99)$$

即兩輪每分鐘之迴轉數與其齒數成反比也。

185. 作用角與作用弧 (Angle and arc of action) 原動輪上之一齒推動從動輪上相當之一齒所迴轉之總角度，謂之原動輪之作用角，同理從動輪上之一齒被原動輪上相當之一齒推動，所迴轉之總角度，謂之從動輪之作用角。又無論就原動輪言或就從動輪言，當兩輪上之兩齒起始接觸，直至接觸點至節點時，所經過之角度，謂之原動輪或從動輪之進角 (Angle of approach)。當兩輪上之兩齒在節點接觸，直至彼此離開，所經過之角度，謂之原動輪或從動輪之退角 (Angle of recess)。無論就原動輪言或就從動輪言，作用角恆等於進角加退角之和。

如第 279 圖，用實線所表示之二齒，係原動輪上之一齒 M 方起始推動從動輪上之一齒 N 。用虛線所表示者，仍爲此二齒，惟其地位係 N 齒將起始離開 M 齒。當 M 齒推動 N 齒之時間內， B 輪上



第 279 圖

任一輻射線，例如經過 M 齒中心之線，必經過一角度 K ，而 A 輪上任一輻射線則必經過一角度 V 。故 K 即爲 B 輪之作用角， V 即爲 A 輪之作用度。

又在節圓上正對作用角之一段弧線，謂之作用弧 (Arc of action)。正對進角之一段弧線，謂之進弧 (Arc of approach)。正對退角之一段弧線，謂之退弧 (Arc of recess)

因兩輪既互相銜接，傳達運動其作用弧恆屬相等，故其作用角須與其半徑成反比，但就前段之結果，知半徑與齒數成正比，故得下列公式

$$\frac{\text{原動輪之作用角}}{\text{從動輪之作用角}} = \frac{\text{從動輪之齒數}}{\text{原動輪之齒數}} \dots\dots\dots(100)$$

作用弧永不能小於周節，因若使作用弧小於周節，則當第二對齒未至起始接觸以前，第一對齒即已離開，事實上必不能繼續運動也。

186. 接觸線 (Path of contact) 仍參看前圖，用實線表示之二齒彼此在 a 點接觸，此接觸點實係二齒之接觸線對於紙面之投射點，接觸線之長度，與齒寬相同。為簡單起見，多就一點加以研究，用虛線表示之二齒，彼此在 b 點接觸，如將二齒畫在一中間位置，則彼此必在別一點接觸，由此類推，當二齒彼此有作用之時間內，每在一不同之地位，即必有一不同之接觸點，連所有各接觸點所成之線（在此圖上，即 aPb 線），謂之接觸線，按作成輪齒曲線之性質之不同，此接觸線或為直線，或為曲線，但所有製造合宜之齒，兩輪之節點 P 恆在此接觸線上。

187. 傾斜角或壓力角 (Angle of obliquity or pressure angle)

經過節點且與中心線垂直之一線，對於由節點至兩齒接觸點所畫之線中間所成之角，謂之傾斜角或壓力角，在某種輪齒此傾斜角係一定之大小，在別種輪齒，則隨兩齒接觸之

地位而變化。

原動輪齒及於從動輪齒之力,其方向恆沿由節點至兩齒接觸點之直線(見下段),故傾斜角或壓力角愈小時,原動力使從動輪迴轉之分力必愈大,使兩軸彼此遠離之分力必愈小。易言之,即較大之傾斜角結果使及於軸承之壓力較大也。

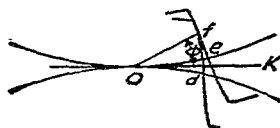
188. 齒輪之基本定律 (Fundamental law of gearing) 用齒輪傳達兩軸之運動,其最要之條件,即應使兩輪齒所具之曲線無論接觸點在何處,其兩軸迴轉之速比恆為一定,即應使兩軸迴轉之速比與理想上相當之兩磨擦輪毫無差異也。能達到此種條件之情形如下:—

從兩輪節點至兩輪齒接觸點之直線,須恆與接觸點之切線垂直。即兩輪齒所具之曲線,須使所有接觸點之公法線永經過節點也。此謂之齒輪之基本定律。可由下列數法說明之。

(a) 按前章第 178 段之理,知倘接觸點之公法線劃分中心線兩部之長短恆為一定,則兩軸迴轉數之比即恆為一定。若兩輪齒所具之曲線,能使所有接觸點之公法線永經過節點,則所分中心線兩部之長短,當然恆為一定。即恆為兩節圓之半徑,兩節圓之半徑其長短既恆為一定,故兩軸迴轉之速比亦恆為一定也。

(b) 如第 280 圖,設 O 為兩節圓之節點, f 為兩齒之接觸

點。當兩輪各繞其軸迴轉時，若假設兩軸之速比與理想上相當之兩磨擦輪無異，則兩輪節圓之節點 O 可視為其中之一輪繞別一輪之瞬時中心。 O 點既為兩輪之瞬時中心，兩輪上任一點運動之方向，必係與該點至 O 點之直線垂直。 f 點既為兩齒之接觸點，故兩齒上在 f 處彼此接觸之兩點，其相對運動之方向必與 O 點垂直。但兩齒在接觸點之相對運動，須為完全滑動



第 280 圖

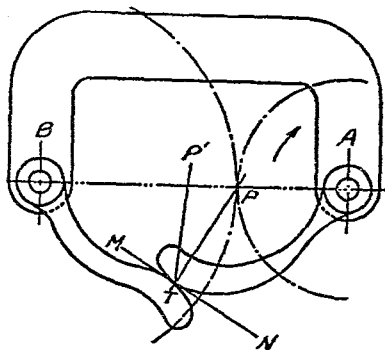
(即一齒沿別一齒滑動，不如此則不彼此相妨，即彼此不銜接)。易言之即相對運動之方向，恆沿接觸點切線之方向也。

由此觀之，可知與 O 點垂直之直線，即為兩齒接觸點之切線而 O 點即為兩齒接觸點之公法線也。故欲使兩輪迴轉之速比恆為一定，接觸點之公法線須永經過節點 O 。

(c) 如第 281 圖，設 A 與 B 為兩輪之中心。 P 為兩輪之節點，並假定有兩齒在 T 點接觸。其輪齒曲線之情形，係使 T 點之公法線，經過節點 P 。又 MN 為 T 點之公切線。

當兩輪迴轉時，不但兩輪有相對之運動。兩輪對於固定之輪架亦各有相對之運動。按相對運動言，若使一輪不動而使別一輪與輪架運動，必與使輪架不動而使兩輪運動，其結果相同。假設以 B 為中心之輪固定不動，而使以 A 為中心之輪按箭頭所指之方向迴轉同時使輪架向 B 輪原來迴轉相反之方向迴轉以就之，則 A 輪之接觸點 T 運動之方向必與

PT 垂直。易言之，即沿 MN 之方向，故能時與 B 輪之接觸部分為瞬時之接觸。（因運動之方向，恆沿切線之方向，故不致分離，亦不致彼此衝突）。而言之，若兩輪之曲線，其情形係使其公法線不經過節

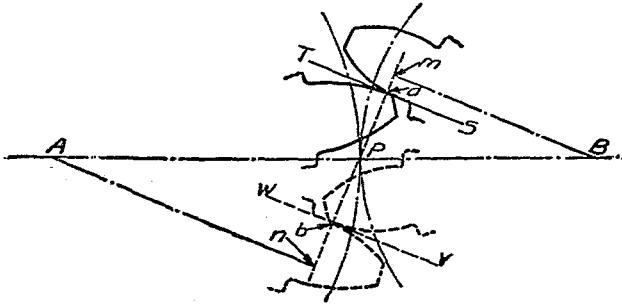


第 281 圖

點 P ，而經過任意之一點 P' 。並假設 A 輪仍按箭頭所指之方向迴轉，則 A 與 B 必致分離。因 TP' 既為公法線，則 B 輪接觸部分之方向必係與之垂直。 A 輪之接觸點 T 必沿 MN 之方向，向 M 運動也。若 A 輪向箭頭相反之方向迴轉， A 輪之接觸點 T 必向 N 運動，而 B 輪接觸部分之方向則高於此（因與 TP' 垂直），故 A 與 B 必致衝突。兩者既均屬不可能，故接觸點之公法線須恆經過 P 點。

(d) 如第 282 圖，設用實線所表示之二齒，在 a 點相接觸，即兩輪齒之曲線在 a 點相切。畫 ST 線在 a 點與兩齒曲線相切，此兩曲線之形狀，必須使此切線與由 a 點至節點 P 之直線垂直。

同一方法，用虛線表示之兩齒，其接觸點 b 之切線必須與由 b 點至 P 點之直線垂直。



第 282 圖

如欲使兩輪之速比恆為一定，則互相接觸之兩齒，無論在何地位，均須適合於此種條件。

茲證明之如下：

設 An 與 Bm 為 AB 兩中心至經過接觸點 a 之公法線之垂直線。

並設 $\omega_A = A$ 輪之角速率 (以半徑角計)， $\omega_B = B$ 輪之角速率則 n 點之線速率 $= \omega_A \times An$ ， m 點之線速率 $= \omega_B \times Bm$ 。就此時刻言， m 與 n 運動之方向，均係沿 nm 直線，且其動作與在 nm 兩點裝置一無伸縮性之繩，由 A 輪拽引 B 輪無異。即 m 點之線速率等於 n 點之線速率也。

$$\text{故 } \omega_A \times An = \omega_B \times Bm, \text{ 或 } \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{Bm}{An} \dots\dots (1)$$

但有同一線速率之兩點，其角速率恆與其半徑成反比。

$$\text{即 } \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{BP}{AP} \dots\dots\dots (2)$$

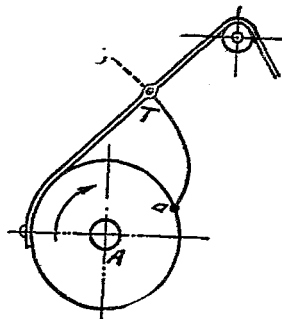
$$\text{由(1)與(2),得 } \frac{Bm}{An} = \frac{BP}{AP}.$$

故 nm 線須恆交中心線 AB 於 P 點也。

189. 漸開線制 (Involute system) 合於上段之定律且實際應用於輪齒者，計有兩種曲線，一為漸開線 (Involute)，一為擺線。茲先就漸開線制研究之如下。

漸開線之畫法，前曾於第七章第 121 段論及之。若但就漸開線之畫出論，按第 121 段所言之方法，使一帶或一繩由一靜止之圓柱上，時時引直，向下撤退。與第 283 圖所示之情形，將帶或繩時時引直而使圓柱迴轉，結果實無差異。

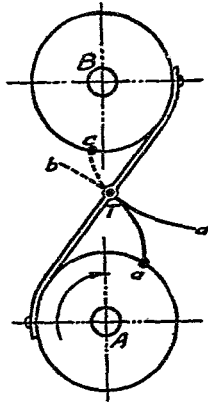
當圓柱 A 繞其心迴轉時，同時並時時將繩引直，若假定 A 之下部有一較大之平板與 A 同轉，則 T 處之筆必在其上畫出一漸開線 ab 。反之言之，若使圓柱 A 向反對方向迴轉，則 T 處之筆，必在其上畫出一漸開線 ba 。



第 283 圖

如第 284 圖，於 A 圓柱之上別設一圓柱 B ，並將帶之一端固定於其上。若 A 與 B 同時向相反之方向迴轉，使帶一面由 A 撤退，一面向 B 纏繞。且時時使帶引直，更假設 A 與 B 之下

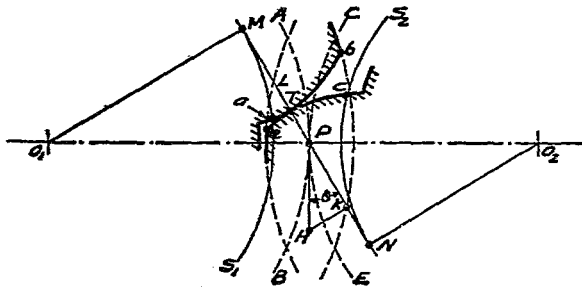
部各有共同迴轉之一平板,則當帶由 A 撤退時, T 處之筆必在 A 下部之平板上, 畫出漸開線 aT 。同時當帶向 B 纏繞時, T 處之筆必在 B 下部之平板上, 畫出一漸開線 bT 。曲線上虛線部分, 係表示當 A 與 B 再繼續迴轉時, 所應畫出之漸開線。



第 284 圖

曲線上任一點之法線, 恆與其基圓相切, 此為漸開線之一種特性。兩漸開線在接觸點 T 有一公法線。此公法線又恆為兩基圓之公切線, 畫兩漸開線之 T 點, 既恆在此公切線上, 即接觸點恆在此公切線上。

190. 漸開線齒合於齒輪基本定律之證明 如第 285 圖, 設 APB 與 CPE 為互相銜接且具有漸開線齒之兩輪之節圓。



第 285 圖

並設 aTb 與 cTe 爲兩齒表面。在 T 點互相接觸，且此兩齒表面之曲線爲 S_1 與 S_2 兩基圓之漸開線。

如前段所述，因漸開線之特性，從漸開線上任一點畫一法線，則此線即爲基圓之切線。可知兩漸開線之接觸點 T 之公法線，必爲兩基圓之公切線 MN 。故兩齒接觸點恆在兩基圓之公切線 MN 上。

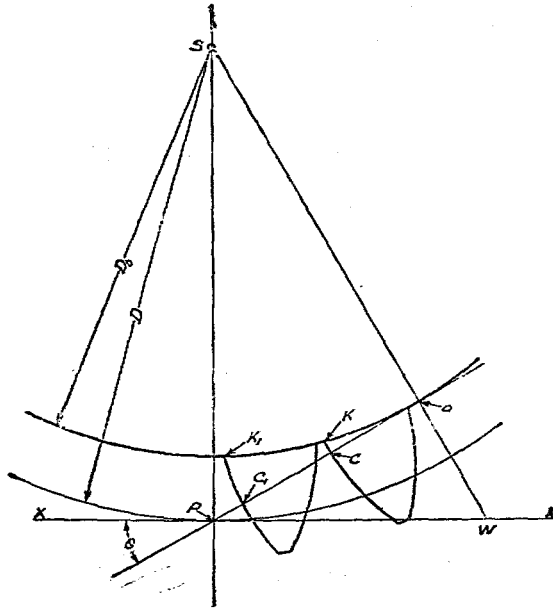
又就 O_1PM 與 O_2PN 兩相似三角形比較觀之，可知倘使兩基圓半徑之比與兩節圓半徑之比相同，且恆爲一定，則互相接觸之兩齒，其接觸點之公法線，必永經過節點 P 。即合於齒輪之基本定律也。

191. 法節 (Normal pitch) 沿接觸點之法線，自一齒上之一點至第二齒上相當之點之直線距離，謂之法節。如第 286 圖上之 CC_1 。按漸開線之畫法，此距離恆一定，且恆等於相鄰之二齒在基圓上相當之兩點之弧線距離，如圖上之 KK_1 。

192. 法節與周節之關係 (Relation between normal pitch and circular pitch) 仍參看 286 圖，設 D 代表節圓之直徑， D_b 代表基圓之直徑， N = 法節， C = 周節， T = 齒數， a 爲傾斜線與基圓相切之點， θ 爲壓力角，畫 Sa 並引長之，使遇節點 P 之切線 XX 於 W 。則 asP 角 = aPW 角 = θ 。且 aPW 與 asP 爲相似三角形。故 $\frac{cs}{sp} = \cos\theta$ 。按法節之定義，得 $N = \frac{\pi D_b}{T}$ 。

$$\text{前(90)式，爲 } C = \frac{\pi D}{T}, \quad \text{故得 } \frac{N}{C} = \frac{D_b}{D} = \cos\theta \dots\dots(101)$$

即法節恆等於周節與壓力角之餘弦之乘積。



第 286 圖

193. 接觸線之長度與作用弧之長度之關係 (Relation between length of path of contact and length of arc of action)

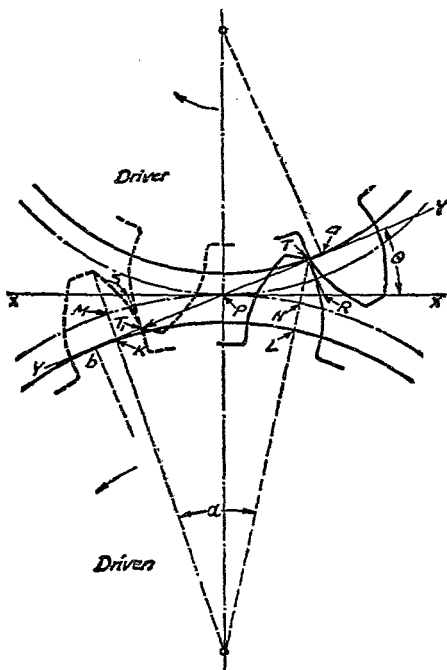
如第 287 圖,用實線所表示之兩齒,係兩齒起始在接觸線上接觸之情形,用虛線所表示之兩齒,係兩齒終止在接觸線上接觸之情形,故 α 為從動輪之作用角,而 NP 則為從動輪之作用弧,基圓上相當之弧為 LK .

根據前段之理得

$$\frac{\text{基圓之半徑}}{\text{節圓之半徑}} = \cos \theta.$$

$$\text{故 } \frac{LK \text{ 弧}}{NM \text{ 弧}} = \cos \theta.$$

又根據漸開線之性質，如想像 ab 線為兩個迴轉基圓之
連接線，則接觸線 TT_1 之長等於 LK 弧之長。



第 287 圖

$$\text{故 } \frac{TT_1}{NM \text{ 弧}} = \cos \theta \dots \dots \dots (102)$$

即接觸線恆等於作用弧與壓力角之餘弦之乘積。

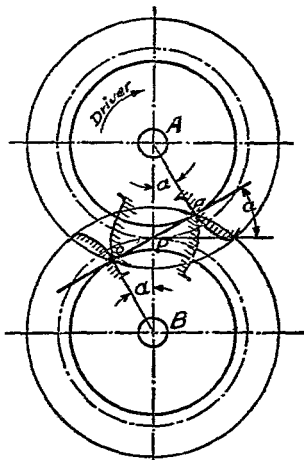
此種關係,更可用一種畫法求之如下:

畫 XX 線與兩節圓相切於 P 點。從 T 點與 T_1 點,畫 TR 與 T_1S , 與 TT_1 垂直,並遇 XX 於 R 與 S 兩點,則 RS 即等於作用弧之長度。 RP 為進弧之長度。 PS 為退弧之長度。反而言之,如進弧與退弧之長度已知,則在 XX 上各畫出其距離,再各畫一線垂直於 ab , 即可求出接觸線之兩端。

194. 漸開線正齒輪 (Involute spur gears) 如第 288 圖,設

A 與 B 為兩正齒輪之中心。 AP 與 BP 為兩輪節圓之半徑。至基圓半徑之求法,則係先畫傾斜線 ab , 然後由兩圓心各向傾斜線畫一垂線,此兩垂線即為兩圓基之半徑。畫基圓後,再由基圓上畫漸開線。

就圖上觀之,可知若傾斜角愈大,則傾斜線 ab 愈長。即接觸線與接觸弧可以延長之範圍愈大,反之則可以延長之範圍愈小,若傾斜度為零度,則基



第 288 圖

圓與節圓合而爲一，接觸線之長度不能不等於零，即兩輪之齒，只在節點相接觸（實際上無此用法，傾斜角普通在 $14\frac{1}{2}^{\circ}$ 至 $22\frac{1}{2}^{\circ}$ 之間）。若有一定之度數，接觸線即可規定一定之長度。惟亦有一定之界限，即最長不能超過 ab 。

仍參看第 238 圖設 A 爲原動輪，並沿鐘表指針迴轉之方向迴轉，則 AB 兩輪之齒其起始接觸點，不能在傾斜線與基圓相切之點 a 以前，即在原動輪上漸開線起始點以前，不能有所接觸。節點彼邊接觸之界限，亦以傾斜線與從動輪之基圓相切之點 b 爲止。故兩齒接觸不能超過 ab 線以外，倘從動輪齒頂之長度能及於 a ，原動輪齒頂之長度能及於 b ，則兩齒接觸線之最大限度，係起始於 a ，終止於 b 。若齒頂之長度不足使接觸起始於 a ，終止於 b ，則必以從動輪之頂圓與傾斜線相交之點，爲起始接觸點。以原動輪之頂圓與傾斜線相交之點，爲終止接觸點。在起始與終止兩點之間，兩齒須連續接觸。

又互相銜接之兩齒輪，其兩齒之接觸，恆起始於原動輪之齒腹，與從動輪之齒面，而終止於原動輪之齒面與從動輪之齒腹，其轉換之處，即在兩節圓之節點。

195. 最小齒輪其齒數之最低限度與其傾斜角之關係

當兩輪互相銜接欲使其繼續迴轉，則每對齒將離開之前，即應別有一對齒起始接觸。易言之，即每當一輪迴轉一作用弧

之時間內,至少須有一對齒彼此接觸。

仍參看前圖,如進弧與退弧相等(普通多屬如是)。則每有 $2PAa$ 角,即至少須有一齒,故就同周節或同徑節中最小之齒輪言,其齒數之最低限度 $T = \frac{360}{2PAa} = \frac{180}{PAa}$ 。

$$\text{或 } PAa \text{ 角} = \frac{180}{T}。$$

但 PAa 角等於傾斜角。

$$\text{故 } T = \frac{180^\circ}{\text{傾斜角}} \dots\dots\dots(103)$$

$$\text{或傾斜角} = \frac{180^\circ}{T} \dots\dots\dots(104)$$

如傾斜角等於 15° , 則最小齒輪之齒數 $T = \frac{180}{15} = 12$ 。

普通多用此數為標準。

若傾斜角等於 20° , 則 $T = \frac{180^\circ}{20^\circ} = 9$ 。

傾斜角等於 $22\frac{1}{2}^\circ$ 則 $T = \frac{180^\circ}{22\frac{1}{2}^\circ} = 8$ 。

欲使齒輪工作之情形順利,則同時接觸之齒數,宜使多於一對,即使周節小於作用弧,如使同時接觸之齒,恆有兩對,則每有 PAa 角,即有一齒,故輪之齒數,最少須為 $\frac{360}{PAa}$ 。

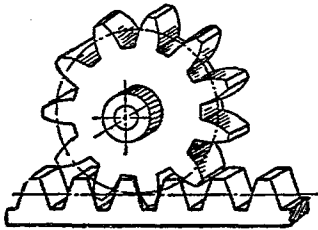
若 PAa 角仍為 15° , 則齒數 $= \frac{360}{15} = 24$ 。

因齒數絕對不能為分數或小數,故求得之數若不足一整數時,則恆用較高之整數。

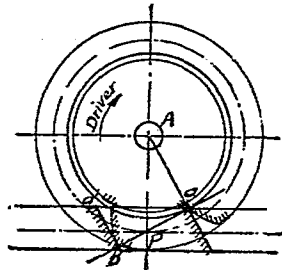
196. 漸開線齒桿與小齒輪 (Involute rack and pinion)

如一對齒輪,其中一輪之直徑增大至無限,則結果變為齒桿與小齒輪之組合。如第 289 圖所示。因一齒桿與直徑無限之正齒輪之一段相同也。

如第 290 圖,設 AP 為小齒輪節圓之半徑。齒桿之節圓,因其直徑大至無限,故變為一直線,有時稱之為節線 (Pitch line) 設 ab 為傾斜線,則 Aa 垂線必為小齒輪基圓之半徑。設小齒輪為原動輪,並沿箭頭所指之方向迴轉,則小輪上之齒,未至小輪基圓與傾斜線相切之點 a 以前,不能與齒桿之齒相接觸,故齒桿上之齒,其長度遂有一定之限度。即不能超過經過 a 點且與齒桿節線平行之直線也。但齒桿之基圓與傾斜線相切於無限遠,故理論上小齒輪之齒,其長度似亦可無限,惟實際上至一齒兩面之曲線合為一尖點時,即不能再行延長,與正齒輪之理相同, ab 線上之一點可以畫出小齒輪與齒桿之曲線,當小齒輪沿箭頭所指之方向迴轉時,齒桿必向左運



第 289 圖



第 290 圖

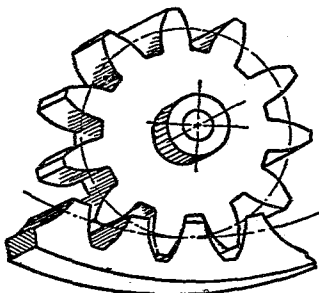
動，且其運動之線速率必與小齒輪節圓上之一點相同，故齒桿之線速率對於小齒輪基圓上一點之線速率之比與 AP 對於 Aa 之比相同。

當畫曲線之點沿傾斜線行至 b ，齒桿上之 a 點將行至 a' ，在 PAa 與 aba' 兩三角形，因 ab 與 Aa 垂直， aa' 與 AP 垂直，且 $\frac{aa'}{ab} = \frac{AP}{Aa}$ (因 aa' 可代表齒桿上一點之線速率， ab 可代表小齒輪基圓上一點之線速率)。故兩三角形為相似三角形，而 $a'ba$ 角等於 AaP 角等於一正角，即齒桿齒面之曲線，係與傾斜線垂直之一直線也。

小齒輪與齒桿運動方向之關係，不能永久連續，視齒桿之長度，一定時間後即須回行。

197. 漸開線之環狀齒輪與小齒輪 (Involute annular gear and pinion) 輪齒由節圓向內伸之齒輪，謂之環狀齒輪，第 291 圖，即表示一環狀齒輪與一小齒輪之組合。

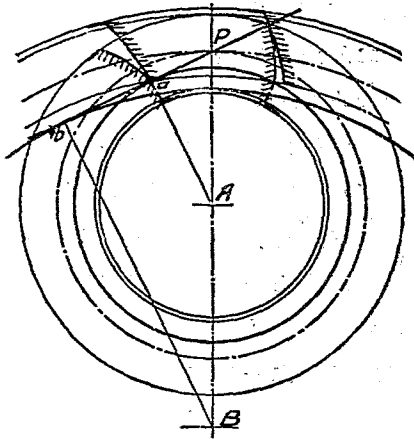
計畫環狀齒輪之方法與計畫正齒輪之方法，無甚差異，惟兩基圓與傾斜線之切點，不在傾斜線之兩邊而



第 291 圖

落於一邊，如第 292 圖，設 AP 與 BP 為小齒輪與環狀齒輪節圓之半徑，並設 aP 為傾斜線，則 Aa 與 Bb 兩垂直線，必為兩基圓

之半徑。設小齒輪為原動輪，因接觸點恆起始於原動輪之齒腹與從動輪之齒面，且起始接觸之點，不能在傾斜線與小齒輪基圓相切之點以前，即環狀齒輪之齒，不能超過 a 點以內。故 Ba 必為環狀齒輪頂圓之最短半徑，至小齒輪之齒，與前段同理，



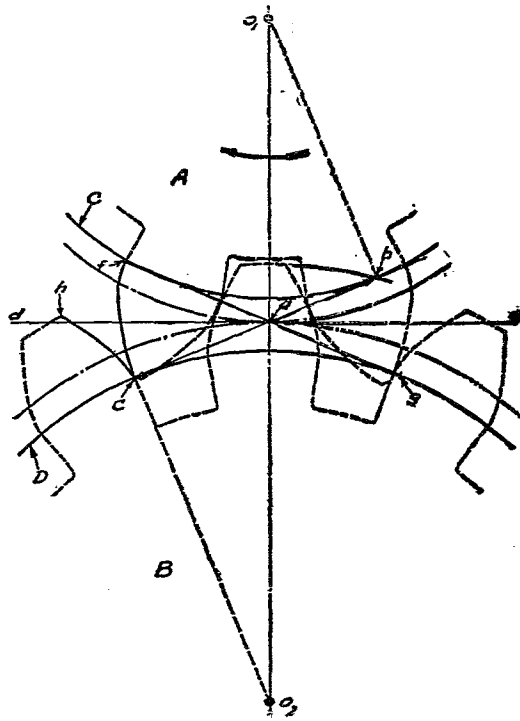
第 282 圖

其長度除一齒兩面之曲線變為一尖點外，理論上亦無限制，圖中所表示者，係以從動輪頂圓與傾斜線相交之點為接觸起始點，以原動輪頂圓與傾斜線相交之點為接觸終止點。

又在正齒輪，輪齒兩面之曲線，係向外凸，在環狀齒輪，輪齒兩面之曲線，則係向內凹，實際言之，除去齒頂與齒根之餘隙外，環狀齒輪之輪齒，完全與同一傾斜角，同一齒節，同一齒數之正齒輪之齒間相同。

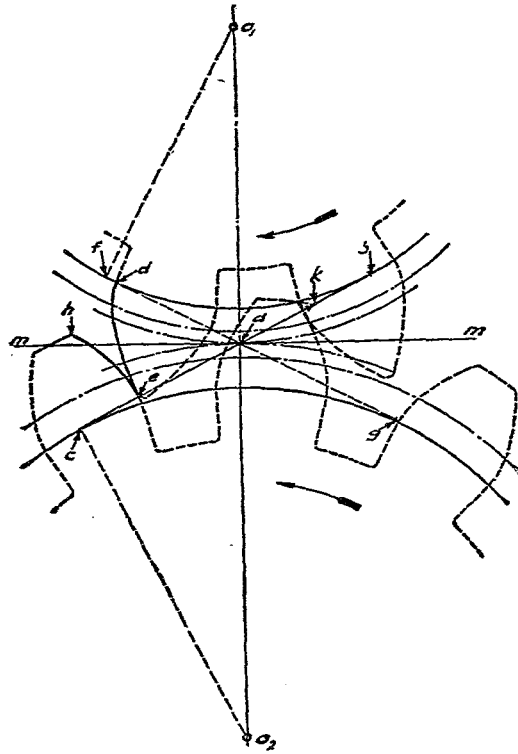
198. 兩漸開線輪分離之可能性 (Possibility of separating two involute wheels) 漸開線輪最重要之特點，為在一定界限以內使兩輪微行遠離或微行接近，其迴轉之速比仍不受影響，即原來之兩節圓，不必一定互相接觸，而齒隙之大小，亦

可隨意稍加以變更。第 293 圖，表示兩漸開線正齒輪互相銜接之情形。第 294 圖，則係將兩輪重畫一次，其節圓，其基圓完全與前相同，惟使兩輪微行遠離，齒與齒仍行接觸，用切線 bc 連接兩基圓。此時如假定在 bc 線之 e 點置一筆，則彼必能對於兩基圓畫出 de 與 he 兩漸開線，與第 293 圖上之漸開線完



第 293 圖

全相同。且此兩漸開線 de 與 he 必能使兩基圓迴轉數之比，一如其半徑之反比。但基圓之半徑與原來兩節圓之半徑成正比，故漸開線 de 與 he 能使兩輪迴轉數之比，仍與原來兩節圓之半徑成反比。至是否互相接觸實無甚關係也。



第 294 圖

此時之接觸線則較第293圖上之接觸線短，僅由 k 至 e 。但仍較法節為長，故作用仍能繼續。若接觸線短至與法節同長時，則兩輪不能再行遠離。故接觸線與法節同長為兩輪遠離之極限，又壓力角為 bam 角，較第293圖大齒隙亦當然較前增加。

遠離以後，兩輪可想像有兩個新節圓，在 a 點互相接觸，並有較大之周節。且就圖上觀之，可知兩新節圓之半徑與兩基圓之半徑成正比。即與原來兩節圓之半徑亦成正比。又因新傾斜線或兩齒接觸點之公法線仍經過新節點 a ，故與齒輪定律仍相合。

兩輪微行接近之結果，亦與此相同。故漸開線齒輪，兩中心微行遠離或微行接近，除遠至接觸線短於法節，或近至互相衝突之外，皆能照舊工作。僅接觸線稍變其長短，傾斜角稍變其大小耳。此種性質為他種曲線所無，在實際上頗關重要。因兩輪中心之距離，普通不易裝置準確，用他種曲線之齒輪，工作上必受相當影響。用漸開線齒輪則無妨礙也。

199. 互換漸開線輪(Interchangeable involute gears) 欲使多數大小不同之漸開線齒輪或齒桿可以互相交換，即任一齒輪均可與其餘之齒輪或齒桿互相銜接，互相工作，其最要之條件，即齒節(Pitch，無論就周節或徑節言)與傾斜角須彼此完全相同。蓋齒節不同，則兩輪必互相衝突。傾斜角不同，則兩齒接觸點之法線，將不能在一直線之上也。

200. 輪齒各部之標準(Standard sizes of teeth for gears)

輪齒各部如齒節齒頂齒根,餘隙等等。其彼此大小之關係,迄無一定之標準。各著名製造齒輪之工廠,往往彼此微有差異。茲擇數種最普通之標準列下,以備參考。

漸開線齒輪之標準。為 Brown and Sharpe 工廠所用。其各部之大小如下:

傾斜角(壓力角).....	$14\frac{1}{2}^{\circ}$
齒頂.....	等於模數。
餘隙.....	$\frac{1}{6}$ 模數(約)
齒根.....	$1\frac{1}{6}$ 模數(約)

美國機械工學會所提議之漸開線齒輪之標準。(A. S. M. E. standard)。

傾斜角(壓力角).....	$22\frac{1}{2}^{\circ}$
齒頂.....	$\frac{7}{8}$ 模數
餘隙.....	$\frac{1}{8}$ 模數
齒根.....	等於模數

又設 C 代表周節, P 代表徑節, 則 Brown and Sharpe 標準, 可表之如下:

傾斜角.....	$14\frac{1}{2}^{\circ}$
----------	-------------------------

$$\text{齒頂} = 0.3183C, \text{ 或 } \frac{1}{P}.$$

$$\text{齒根} = 0.3683C, \text{ 或 } \frac{1.157}{P}.$$

$$\text{餘隙} = 0.05C, \text{ 或 } \frac{0.157}{P}.$$

Grant's 標準。 Grant's 標準除傾斜角為 15° 外,其餘完全與 Brown and Sharpe 標準相同。

Sellers 標準。 Wm. Sellers and Co. 之標準,傾斜角為 20° 。齒頂為周節之 0.3,餘隙為周節之 0.05。

Hunt's 標準。 C. W. Hunt Co. 之標準,傾斜角為 $14\frac{1}{2}^\circ$ 。其各部之比例如下:

$$\text{齒頂} = 0.25C, \text{ 或 } \frac{0.7854}{P}.$$

$$\text{齒根} = 0.30C, \text{ 或 } \frac{0.9324}{P}.$$

$$\text{餘隙} = 0.05C, \text{ 或 } \frac{0.157}{P}.$$

Fellow's 標準。 Fellow's Gear Shaper Co. 所選定之株狀齒(Stub tooth 詳後)。其傾斜度為 20° ,其各部之大小對於齒節之關係,非係一律。計畫節圓直徑與齒數時,用一齒節,計畫齒頂與齒根時,則別用一數目較高之齒節,例如

$$\frac{\text{實際齒輪之節}}{\text{計畫深度時之節}} = \frac{2}{2\frac{1}{2}} \frac{2\frac{1}{2}}{3} \frac{3}{4} \frac{4}{5} \frac{5}{7} \frac{7}{9} \frac{8}{10} \frac{10}{12} \frac{12}{14} \frac{14}{18}$$

分子之數目，係表示計畫節圓直徑及齒數之徑節，分母之數目，則係表示計畫齒頂齒根等深度之徑節。

英國通行之標準。

傾斜角 = 15° 。

齒厚 = $0.47C$ ，或 $0.48C$ 。

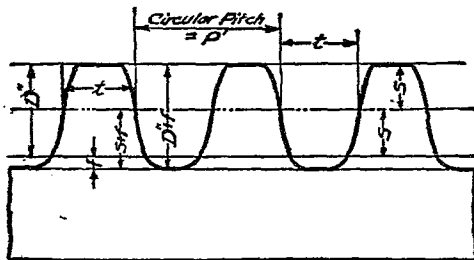
齒間 = $0.53C$ ，或 $0.52C$ 。

齒頂 = $0.3C$ 。

齒根 = $0.4C$ 。

齒寬 = $2C$ 至 $3C$ 。

又如第295圖，設 C 代表周節， P 代表徑節， t 代表齒厚， S 代表齒頂。 D'' 代表齒輪之工作深度 (Working depth of tooth) 即當兩輪互相銜接時，一輪之齒吃入他一輪之深度， $S+f$ 代表節線下之深度。 $D''+f$ 代表全深度。則各部之比例，根據 Brown and Sharpe 標準如下表所列：



第 295 圖

第一表 徑節在第一行

徑 節	周 節	齒 厚	齒 頂	工作深度	節 線 下 之 深 度	全 深 度
½	6.2832	3.1416	2.0000	4.0000	2.3142	4.3142
¾	4.1888	2.044	1.3333	2.6666	1.5428	2.8761
1	3.1416	1.5708	1.0000	2.0000	1.1571	2.1571
1¼	2.5133	1.2566	.8030	1.6000	.9257	1.7257
1½	2.0944	1.0472	.6666	1.3333	.7714	1.4381
1¾	1.7952	.8976	.5714	1.4200	.6612	1.2326
2	1.5708	.7854	.5000	1.0000	.5785	1.0785
2¼	1.3962	.6981	.4444	.8888	.5143	.9587
2½	1.2566	.6288	.4000	.8000	.4628	.8628
2¾	1.1424	.5712	.3636	.7273	.4208	.7844
3	1.0472	.5236	.3333	.6666	.3857	.7190
3½	.8976	.4488	.2857	.5714	.3306	.6163
4	.7854	.3927	.2500	.5000	.2893	.5393
5	.6283	.3142	.2000	.4000	.2314	.4314
6	.5236	.2618	.1666	.3333	.1928	.3595
7	.4488	.2244	.1429	.2857	.1653	.3081
8	.3927	.1963	.1250	.2500	.1446	.2696
9	.3491	.1745	.1111	.2222	.1286	.2397
10	.3142	.1571	.1000	.2000	.1157	.2157
11	.2856	.1428	.0909	.1818	.1052	.1961
12	.2618	.1309	.0833	.1666	.0964	.1798
13	.2417	.1208	.0769	.1538	.0890	.1659
14	.2244	.1122	.0714	.1429	.0826	.1541
15	.2094	.1074	.0666	.1333	.0771	.1435
16	.1963	.0982	.0625	.1250	.0723	.1348
17	.1848	.0924	.0588	.1176	.0681	.1269
18	.1745	.0873	.0555	.1111	.0643	.1195
19	.1653	.0827	.0526	.1053	.0609	.1135
20	.1571	.0785	.0500	.1000	.0579	.1079
22	.1428	.0714	.0455	.0909	.0528	.0980
24	.1309	.0654	.0417	.0833	.0482	.0898
26	.1208	.0604	.0385	.0769	.0445	.0829
28	.1122	.0561	.0357	.0714	.0413	.0770
30	.1047	.0524	.0333	.0666	.0386	.0719

第二表 周節在第一行

周 節	徑 節	齒 厚	齒 頂	工作深度	節 線 下 度	全 深 度
2	1.5708	1.0000	.6366	1.2132	.7366	1.3732
1 $\frac{7}{8}$	1.6755	.9375	.5968	1.1937	.6906	1.2874
1 $\frac{3}{4}$	1.7052	.8740	.5570	1.1141	.6445	1.2016
1 $\frac{5}{8}$	1.9033	.8150	.5173	1.0345	.5985	1.1158
1 $\frac{1}{2}$	2.0944	.7500	.4775	.9549	.5525	1.0299
1 $\frac{7}{16}$	2.1855	.7187	.4576	.9151	.5294	.9870
1 $\frac{3}{8}$	2.2848	.6875	.4377	.8754	.5064	.9441
1 $\frac{1}{4}$	2.3562	.6666	.4244	.8488	.4910	.9151
1 $\frac{5}{16}$	2.3936	.6552	.4178	.8356	.4834	.0912
1 $\frac{3}{4}$	2.5133	.6250	.3979	.7958	.4604	.8583
1 $\frac{7}{16}$	2.6456	.5937	.3780	.7560	.4374	.8156
1 $\frac{3}{8}$	2.7225	.5625	.3581	.7162	.4143	.7724
1 $\frac{1}{2}$	2.9568	.5312	.3382	.6764	.3913	.7295
1	3.1416	.5000	.3183	.6366	.3683	.6866
1 $\frac{5}{16}$	3.3510	.4687	.2984	.5968	.3453	.6437
$\frac{7}{8}$	3.5904	.4375	.2785	.5570	.3223	.6007
1 $\frac{3}{16}$	3.8666	.4026	.2586	.5173	.2993	.5579
$\frac{1}{2}$	3.9274	.4000	.2546	.5092	.2946	.5492
$\frac{3}{4}$	4.1888	.3750	.2387	.4775	.2762	.5150
1 $\frac{1}{16}$	4.5696	.3437	.2189	.4377	.2532	.4720
$\frac{3}{8}$	4.7124	.3333	.2122	.4244	.2455	.4577
$\frac{5}{8}$	5.0265	.3152	.1989	.3979	.2301	.4291
$\frac{3}{4}$	5.2360	.3000	.1919	.3820	.2210	.4120
$\frac{7}{8}$	5.4978	.2857	.1819	.3638	.2105	.3923
$\frac{9}{16}$	5.5851	.2812	.1790	.3581	.2071	.3862
$\frac{1}{2}$	6.2632	.2500	.1592	.3183	.1842	.3434
$\frac{5}{8}$	7.0685	.2222	.1415	.2830	.1637	.3052
$\frac{7}{16}$	7.1808	.2187	.1393	.2785	.1611	.3003
$\frac{3}{4}$	7.3304	.2143	.1364	.2738	.1578	.2942
$\frac{5}{8}$	7.8540	.2000	.1273	.2546	.1473	.2746
$\frac{3}{4}$	8.3776	.1875	.1194	.2387	.1381	.2575
$\frac{1}{2}$	8.6394	.1818	.1158	.2316	.1340	.2498
$\frac{1}{2}$	9.4248	.1666	.1061	.2122	.1223	.2289
$\frac{5}{16}$	10.0531	.1562	.0995	.1989	.1151	.2146
$\frac{3}{10}$	10.4719	.1500	.0955	.1910	.1105	.2060
$\frac{3}{8}$	10.9956	.1429	.0909	.1819	.1052	.1962

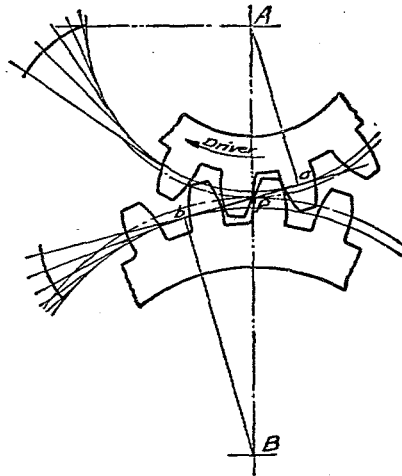
201. 一對標準漸開線正齒輪之畫法 畫一對漸開線正齒輪。一輪之齒數為24，一輪之齒數為16。徑節為2，傾斜角為 15° 。

大輪之齒數為24，徑節為2，其節圓直徑必為12吋。

小輪之齒數為16，徑節為2，其節圓直徑必為8吋。

如第296圖以4吋之半徑 AP 與6吋之半徑 BP 畫兩節圓。經過 P 點畫傾斜線 ab ，使與 P 點兩節圓之公切線成 15° 度。從 A 與 B 兩中心，向傾斜線各畫一垂直線，使與傾斜線相交於 a 與 b 兩點。則 Aa 與 Bb 必為兩基圓之半徑。畫兩基圓。

在前段第一表中，查出頂圓根圓與工作深度圓對於節



第 296 圖

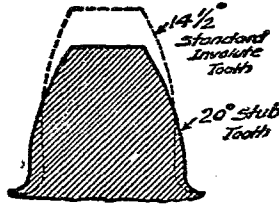
圓相差之距離，加減半徑，將各圓畫出。

將小齒輪之節圓，平分爲16等分，最好從節點起始，將大齒輪之節圓，平分爲24等分，每等分均等於周節，如不用齒隙，則齒厚與齒間在節圓上必彼此相等，將兩輪上之各周節，再等分之，則小輪節圓上必有32等分，大輪節圓上必有48等分。

在每輪之基圓上，任一點起始，各畫一漸開線，並在節圓之等分點上，每間一點，即將此漸開線在頂圓與基圓之間之一段畫上。（用畫出之線作標準，然後利用曲線板或自製模板均可）。如此則兩輪所有各齒之一邊，均行得出。至所有各齒之彼邊，則用所得漸開線之反面，經過其餘各點，畫於頂圓與基圓之間即得。各齒在基圓以下之部分，可畫直向中心之直線，齒根兩邊，根圓與工作深度圓之間，可畫一小弧形，以增加齒根之厚度。

202. 株狀齒輪(Stub tooth gear) 在 Brown and Sharpe 標準，齒之深度失之長，齒之根部失之薄，在齒數較少之小齒輪，此種現象尤甚，故對於傳達較大動力或常有衝撞等動作時，不甚適用，矯正此弊之方法有二，其一係使齒之深度變短，以減小齒根處之彎曲率(Bending moment)，其二係使傾斜角增大，因之齒根加厚，此種改變，雖對於輪軸之壓力或磨擦力比較增加爲一劣點，然對於傳達動力言則優點實多，1899年，Fellows Gear Shaper Co. 曾選定一種標準，其傾斜角爲20度，普通稱之爲株狀齒。

第 297 圖。即表示一株狀齒與一傾斜角 $14\frac{1}{2}$ 度之漸開線標準齒之比較。可知其高度與齒根部之厚之差別。



第 297 圖

203. 株狀齒之計畫法 (Method of designating the stub tooth) 計畫株狀齒時。恆用兩徑節，如 $\frac{5}{7}$ 。分子之數目，係用以計畫節圓之直徑與齒數者。分母之數目，則係用以計算齒頂與齒根者。其意即當計畫節圓之直徑與齒數時，以徑節為 5 之標準為標準，當計畫齒頂與齒根時，以徑節為 7 之標準為標準也。

在此制之餘隙，較標準制之餘隙稍大。恆使等於齒頂四分之一。

204. 株狀齒之優點 (Advantages of the stub tooth) 株狀齒之優點如下：

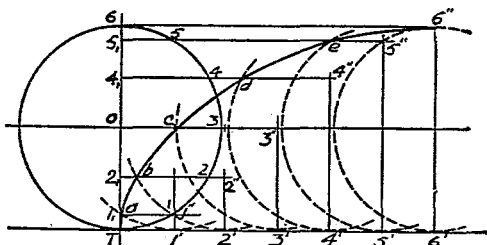
1. 力較強。
2. 因滑動之速率相差較少，故齒面之傷損較勻。
3. 使用之時間較長。
4. 當使之驟冷以增加堅固性時，因收縮而彎曲之結

果輕。

5. 因切去之部分少,故製造易。

205. 擺線制(Cycloidal system) 擺線制齒輪,即所有輪齒之曲線,皆係一種擺線按齒輪之歷史言,此種曲線採用較早。後因漸開線有種種優點之故,採用漸開線者較多,採用擺線者,遂日見減少,茲先就常用之數種擺線,一述其畫法如下:

206. 擺線(Cycloid) 當一圓在一直線上沿一定之平面轉動,則周圍上任一點在空間所行之曲線(或稱之為圓周上任一點之軌跡)。謂之擺線,如第298圖,設以 OT 為半徑之圓,為擺線之轉圓(Rolling circle),沿 $T6'$ 直線由左向右轉動,則圓周上任一點 T 所行之曲線,即為一擺線,其畫法如下:



第 298 圖

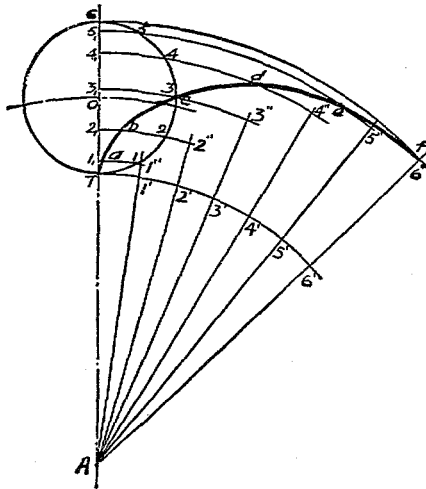
將轉圓之半圓周,任意平分為數等分,例如平分為六等分,並在直線截 $T1'=T1$, $1'2'=12$, $2'3'=23$, $3'4'=34$, $4'5'=45$, $5'6'=56$, 經過 $1'2'3'4'5'$ 與 $6'$ 畫垂直於 $T6'$ 之垂直線,並經過半圓上之 1, 2, 3, 4 與 5 等點,畫平行於 $T6'$ 之平行線,使與半圓之

直徑相交於 $1_1, 2_1, 0, 4_1$ 與 5_1 等點,並與垂直線相交於 $1'', 2'', 3'', 4'', 5''$ 與 $6''$ 等點。

在 $1_1 1''$ 上,從 $1''$ 點起,截 $1''a=11_1$, 在 $2_1 2''$ 上,從 $2''$ 點起,截 $2''b=22_1$, 其餘依此類推,再經過 a, b, c, d, e 及 $6''$ 等點,畫一曲線。則此曲線即為轉圓在直線上轉動時 T 點所畫出之擺線。

207. 外擺線 (Epicycloid) 當一圓在別一圓之外緣轉動則轉動之圓,圓周上任一點所畫出之曲線 (或稱之為圓周上任一點之軌跡)。謂之外擺線,轉動之圓,仍謂之轉圓,別一圓則謂之導圓 (Directing circle)。其畫法如下:

如第 209 圖,設 OT 為轉圓之半徑, AT 為導圓之半徑,將



第 209 圖

轉圓之半圓周，任意平分爲數等分，例如平分爲 6 等分，得 1, 2, 3……6 等點，並由 T 點起，沿導圓之圓周上，截與各等分相等之長度，得 $1', 2', 3', \dots, 6'$ 等點，經過 $1', 2', 3', \dots, 6'$ 等點與導圓之中心，畫直線以 A 爲中心，以 $A1, A2, A3, \dots, A6$ 爲半徑，畫弧線使與轉圓之直徑相交於 $1_1, 2_1, 3_1, \dots, 6_1$ 等點，並與直線相交於 $1'', 2'', 3'', \dots, 6''$ 等點。

在 $1''1_1$ 上，從 $1''$ 點起，截 $1''a=11_1$ ；在 $2''2_1$ 上，從 $2''$ 點起，截 $2''b=22_1$ ；在 $3''3_1$ 上，從 $3''$ 點起，截 $3''c=33_1$ ；其餘依此類推。

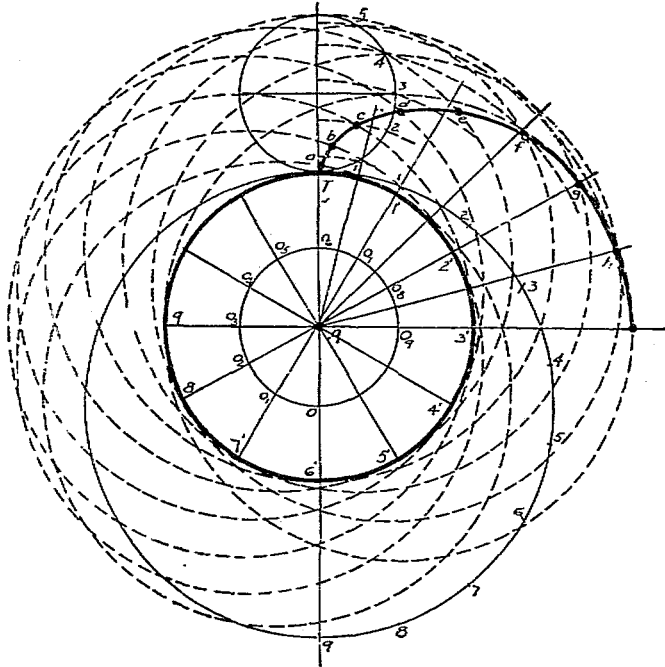
經過 a, b, c, d, e 與 $6''$ 等點，畫一曲線，即爲所求之外擺線。

又如轉圓直徑大於導圓之直徑，使轉圓圓周之裏面沿導圓圓周之外面轉動，亦可畫出外擺線，且大轉圓與小轉圓直徑之差若恰等於導圓之直徑時，則兩轉圓所畫出之外擺線恆相同。

如第 300 圖，設 AA' 爲導圓之半徑， OT 爲大轉圓之半徑， $O'T'$ 爲小轉圓之半徑，且使大轉圓之直徑爲導圓及小轉圓直徑之和，或導圓直徑恰等於兩轉圓直徑之差。

依照前法，用小轉圓畫出一外擺線 $abc\dots g$ 。

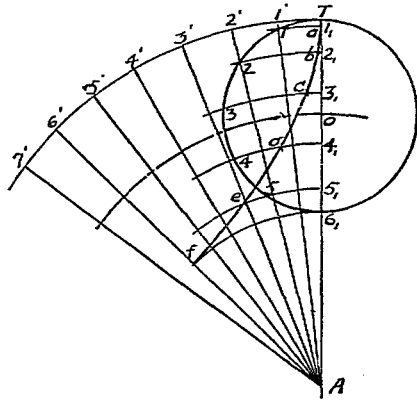
並在大轉圓上，截 $T1, 12, 23, \dots$ 使等於 $T1', 1'2', 2'3', \dots$ 然後以 A 爲中心，以大轉圓與導圓半徑之差 AO 爲半徑，畫一圓，當大轉圓之裏面沿導圓向右轉動時，則大轉圓之中心 O 必恆在此圓周上，引長 $1'A, 2'A, 3'A$ 等分度線，使與此圓相交於 O_1, O_2, O_3, \dots 等點，以 O_1, O_2, O_3, \dots 等點爲中心，各畫一圓，



第 300 圖

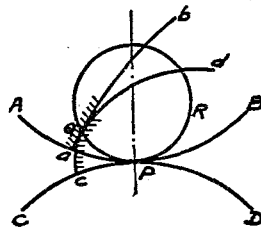
代表大轉圓迴轉至各分度時，所占之地位，然後以 $1'$ 為中心，以 $T1$ 為半徑，在以 O_1 為中心之圓上，截 $1'a$ 一段得 a 點，以 $2'$ 為中心，以 $T2$ 為半徑，在以 O_2 為中心之圓上，截 $2'b$ 一段得 b 點。由此類推得 c, d, e, f 及 g 等點，連各點所得之外擺線，與用小轉圓所得者完全相同，合而為一。此謂之外擺線之兩種畫成法 (Double generation of epicycloid)。

208. 內擺線 (Hypocycloid) 當一圓在別一圓之內緣轉動,則轉動之圓,其圓周上任一點所畫出之曲線 (亦可稱之為圓周上任一點之軌跡)。謂之內擺線,其畫法大致與外擺線之畫法相同,如第 301 圖所示。如轉圓之直徑,恰為導圓直徑之半時,則所得之內擺線,適為導圓之一直徑,又兩轉圓之直徑相加恰等於導圓之直徑時,則兩轉圓所畫出之內擺線互相同。



第 301 圖

209. 擺線齒合於齒輪基本定律之證明 如第 302 圖,設 APB 與 CPD 為兩齒輪之節圓,並設 APB 上一齒之齒腹,其表面係轉圓 PQR 在 APB 節圓內轉動時所畫出之內擺線 aQb 之一部,設 CPD 上一齒之齒面其表面曲線係轉圓 PQR 在 CPD 節圓外轉動時所畫出之外擺線 cQd 之一部,迴轉齒面 cQ 使與齒腹 aQ 相接觸,並設 Q 為其接觸點,則當轉圓 PQR 同時與兩

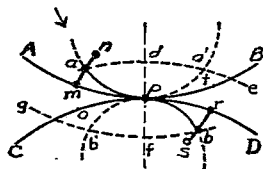


第 302 圖

節圓相切時，即與兩節圓之節點相切時，此 Q 點必在轉圓之上。因轉圓畫 Q 點之內擺線時，此內擺線在 Q 點之法線必經過轉圓與 APB 節圓之切點。同一理由，當轉圓畫 Q 點之外擺線時，此外擺線在 Q 點之法線，必經過轉圓與 CPD 節圓之切點。因此兩法線在此點合而為一，即公法線必經過轉圓與兩節圓同時相切之點。因曲線 aQb 與 cQd 在其接觸點 Q 之公法線，經過兩輪之節點 P 。故倘一輪所有之齒面與別一輪所有之齒腹，係同一轉圓所畫出之外擺線與內擺線，則彼此銜接，傳達運動，必與齒輪之基本定律相合。即所有接觸點之公法線恆經過節點 P 也。

互相銜接之兩齒輪，其一輪之齒腹與他一輪之齒面，須用同一轉圓畫出。一輪之齒面與他一輪之齒腹，須由同一轉圓畫出。至兩輪之齒腹或兩輪之齒面，則無須定由同一之轉圓畫出。因兩輪之齒面或兩輪之齒腹實無接觸時也。

210. 擺線輪齒之接觸線 就前段之理觀之，知兩擺線輪齒之接觸點，恆在與節點相切之兩轉圓上。故兩齒之接觸線必為轉圓上之兩段弧線所組成，如第 303 圖，設 APB 與 CPD 為互相銜接之擺線齒輪之節圓，並設 ade 為下面齒輪之齒頂圓， bf 為上面齒輪之齒頂圓，用虛線所表示者為兩轉圓，均於節圓相切於節點，若上輪為原動輪，下輪



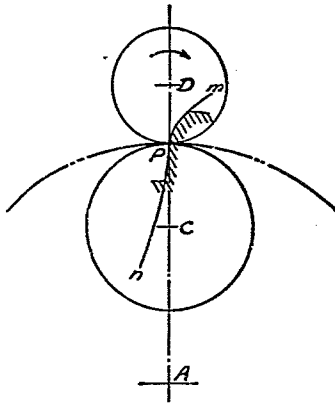
第 303 圖

爲從動輪，並按箭頭所指之方向迴轉，則兩頂圓與轉圓相交之點 a 與 b ，即爲接觸線之兩端，在 a 點原動輪齒腹上之一點，必與從動輪齒面上最高之點起始相接觸，再繼續運動，原動輪之齒腹對於從動輪之齒面滑動，其接觸點則恆沿 aP 弧線，直至 P 點，此後則原動輪之齒面對於從動輪之齒腹滑動，其接觸點則恆沿 Pb 弧線，直至 b 點。

aP 弧線謂之前進線 (Path of approach)， Pb 弧線謂之後退線 (Path of recess)，如原動輪向反對方向轉動，則接觸線必爲 $a'P$ 與 $b'P$ 弧線也。

211. 擺線正齒輪 (Cycloidal spur gears) 如第 304 圖，設 AP

爲一輪節圓之半徑， DP 爲一轉圓之半徑，在節圓之外邊轉動，並畫出一外擺線 Pm ， CP 亦爲一轉圓之半徑，在節圓之內邊轉動，並畫出一內擺線 Pn ， Pm 之一段，即用爲一輪齒之齒面， Pn 之一段，即用爲一輪齒之齒腹，如影線部分所表示。



第 304 圖

又如第 305 圖設 A 與 B 爲兩正齒輪之圓心， AP 與 BP 爲其節圓之半徑， CP 與 DP 則爲兩轉圓之半徑。

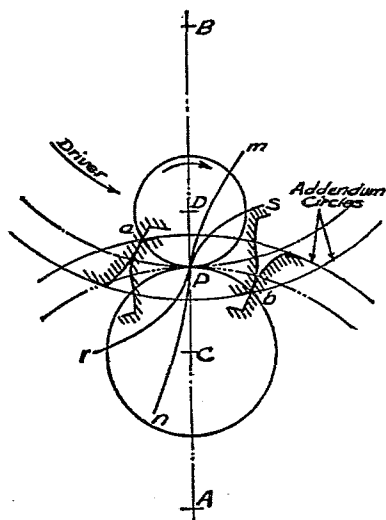
以 C 爲中心之轉圓，當在下面節圓之內邊轉動時，畫出內擺線 Pn 。當在上面節圓之外邊轉動時，則畫出外擺線 Pr 。此兩曲線同時由一轉圓畫出，且一爲下面齒輪之齒腹，一爲上面齒輪之齒面。

以 D 爲中心之轉圓，當在上面節圓之內邊轉動時，畫出內擺線 Pm 。當在下面節圓之外邊轉動時，則畫出外擺線 PS 。此兩曲線亦同時由一轉圓畫出，且一爲上面齒輪之齒腹，一爲下面齒輪之齒面。

同時畫出之輪齒曲線，即爲該兩齒互相接觸之部分，即一齒之齒面，恆與互相銜接之別一輪上之齒腹，同時由一轉圓畫出。一齒之齒腹恆與互相銜接之別一輪之齒面，同時由一轉圓畫出。

同時畫出之輪齒曲線，即爲該兩齒互相接觸之部分，即一齒之齒面，恆與互相銜接之別一輪上之齒腹，同時由一轉圓畫出。一齒之齒腹恆與互相銜接之別一輪之齒面，同時由一轉圓畫出。

如上面之輪爲原動輪，且依鐘表指針相反之方向迴轉，則如圖上所示，從動輪之頂圓與上面轉圓相交之點 a ，必爲兩輪輪齒起始接觸之點，接觸以後，繼續迴轉，則接觸點沿上



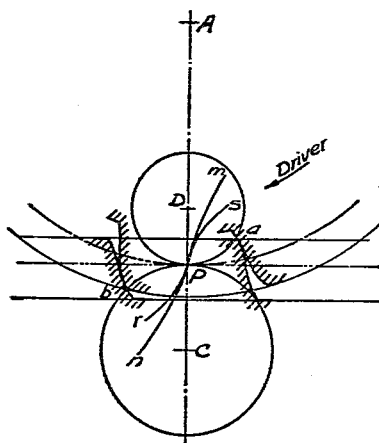
第 305 圖

面轉圓上 aP 一段弧線進行，直至節點 P 。經過此點，兩齒之接觸，將由原動輪之齒腹對於從動輪之齒面，易為原動輪之齒面對於從動輪之齒腹，仍繼續迴轉，則接觸點沿下面轉圓上 Pb 一段弧線進行，直至原動輪之齒頂與下面轉圓相交之點 b ，兩輪齒即開始離開。

又就圖上觀之，可知退角之大小，由原動輪齒面之長度而定，進角之大小，則由從動輪齒面之長度而定，故如不須進角，則從動輪之齒可不備齒面，而原動輪之齒可不備齒腹，在鉋床上所用之小齒輪與齒桿，有時如此製法，又如轉圓之直徑，使恰等於節圓之半徑，則齒腹必為直向圓心之直線。

212. 擺線齒桿與小齒輪 (Cycloidal rack and pinion) 如第

306 圖，設 AP 為小齒輪節圓之半徑， C 與 D 為兩轉圓之中心，當上面轉圓在小齒輪之節圓內邊轉動時，畫出內擺線 Pm 。小齒輪之齒腹，即為此內擺線之一部，當在齒桿之節線上轉動時，則畫出一擺線 Ps 。齒桿之齒面，即為此擺線之一部，當下面轉圓



第 306 圖

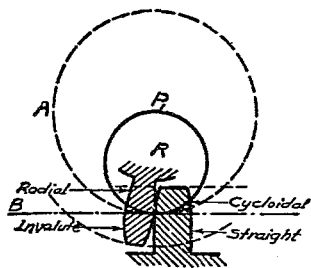
在小齒輪之節圓外邊轉動時，畫出一外擺線 P_r 。小齒輪之齒面，即爲此外擺線之一部，當在齒桿之節線下轉動時，則畫出一擺線 P_n 。齒桿之齒腹，即爲此擺線之一部。

如小齒輪沿鐘表指針迴轉之方向迴轉，如圖上所示，則起始接觸點，必在齒桿之頂線與上面轉圓相交之點 a 。起始離開點必在小齒輪之頂圓與下面轉圓相交之點 b 。

213. 直線齒腹之擺線齒桿 (Cycloidal rack teeth with straight flanks) 如第307圖，如欲使齒桿之齒腹爲一垂直

於節線之直線，則齒桿之轉圓，其直徑須爲無限大，由此直徑無限大之轉圓所畫出之小齒輪曲線，必爲一漸開線。

此種齒之劣點，即齒桿上之傷損，皆在節線與頂線之間，節線之下無接觸機會。因在擺線齒輪，接觸點恆沿轉圓之一段弧線，轉圓既與節線相合，故接觸點不能在節線以下也。

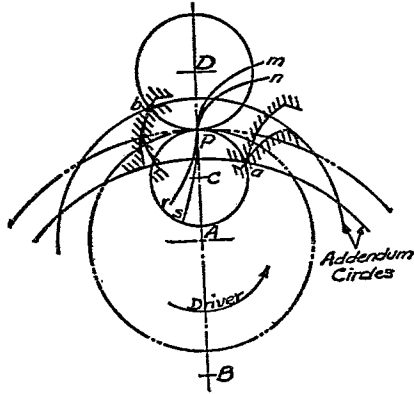


第 307 圖

214. 擺線制之環狀輪與小齒輪 (Cycloidal annular gear and pinion) 如第308圖，使 AP 爲小齒輪節圓之半徑， BP 爲環狀齒輪節圓之半徑，又設 PC 爲內轉圓之半徑， PD 爲外轉圓之半徑，當外轉圓轉動時，必畫出 P_m 與 P_n 兩外擺線，環狀輪之齒腹，與小齒輪之齒面，即各爲此兩外擺線之一段。當內

轉圓轉動時,必畫出
 P_r 與 P_s 兩內擺線。
 環狀輪之齒面與小
 齒輪之齒腹,即各為
 此兩內擺線之一段。

如小齒輪為原
 動輪,其迴轉之方向
 如箭頭所示,則起始
 接觸點,必為環狀輪
 之頂圓與內轉圓相



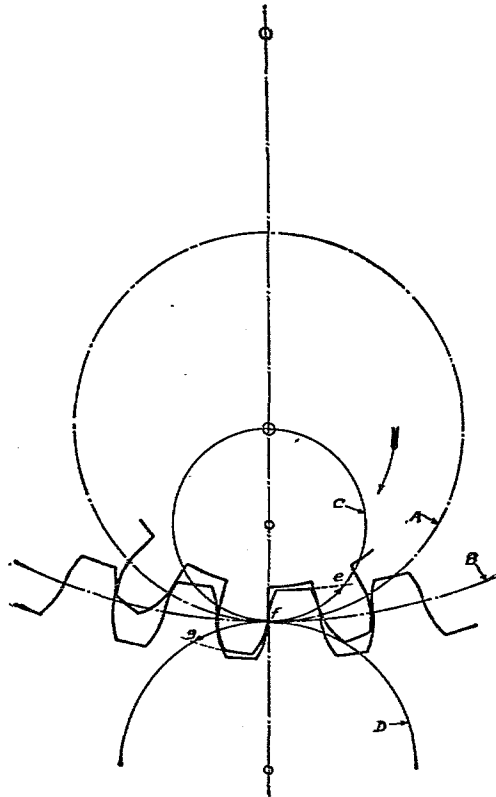
第 308 圖

交之點 a 。接觸終止點,必為小齒輪之頂圓與外轉圓相交之點 b 。至齒輪各部之畫法,則與正齒輪無大差異。

又在此種組合,因以 C 為中心之轉圓,無論畫小齒輪之齒腹,或環狀齒輪之齒面,恆在兩輪節圓之內。故謂之內轉圓 (Inside rolling circle)。以 D 為中心之轉圓,無論畫小齒輪之齒面,或環狀齒輪之齒腹,恆在兩輪節圓之外。故謂之外轉圓 (Outside rolling circle)。

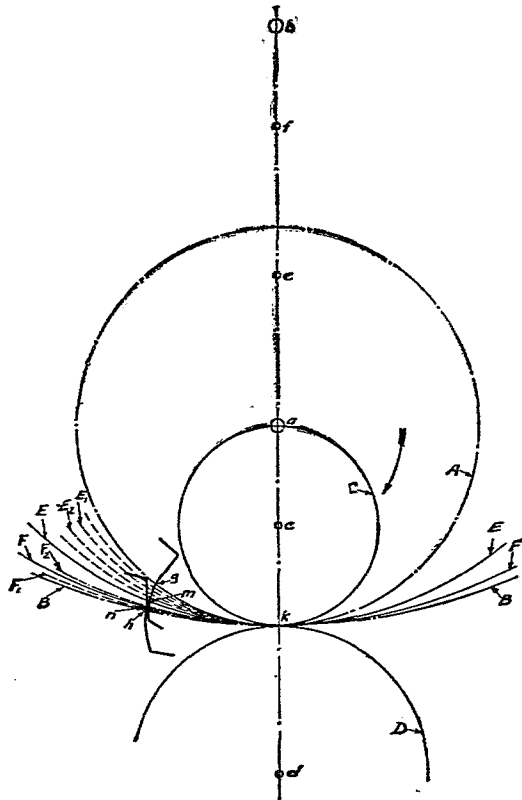
215. 擺線環狀輪之限制 (Limitation in the use of an annular wheel of the cycloidal system) 如第 309 圖,如小齒輪為原動輪,則在彼此遠離之一部,小齒輪之齒面對於環狀輪之齒面,有互相接近之趨勢。(在彼此前進之一邊,其兩齒無作用之邊亦然)。

在普通情形之下,兩齒面雖互相接近,不致互相接觸,或即使互相接觸,在一定退弧以內,尚不致互相衝突,但若超過一定之程度,則兩齒輪之齒面,即互相衝突,致不能繼續工作。



第 309 圖

欲判斷兩齒輪之工作,是否可能,應參考外擺線與內擺線之兩種畫成法,在第 309 圖,小齒輪之齒面,係外轉圓 D 所畫出,而環狀輪之齒面,則係內轉圓 C 所畫出。



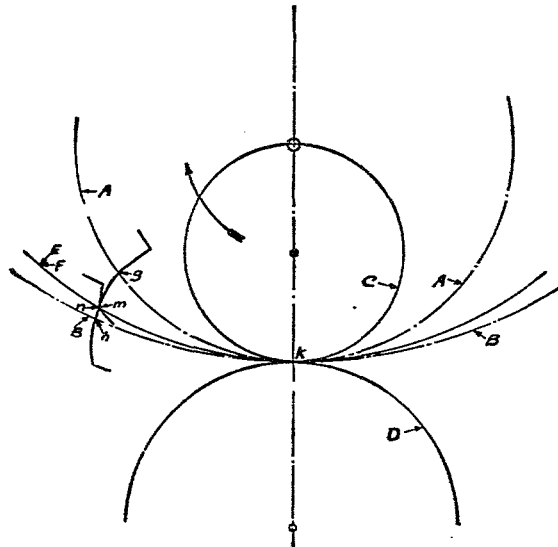
第 310 圖

第 310 圖,表示兩轉圓由距 k 點等距離之 g 與 h 兩點轉動時,所畫出之兩齒面。 A 輪之齒面,係 D 圓沿 A 輪節圓之外面向右轉動時之外擺線,但根據外擺線之兩種畫成法,若將 AD 兩圓直徑之和為直徑之圓用為轉圓。向同一方向轉動,則必能畫出同一之外擺線。此轉圓即由圖上之 E 圓表示之,謂之小齒輪之中間轉圓 (Intermediate describing circle)。又環狀輪之齒面,係 C 圓沿 B 輪節圓之內面,向左轉動時之內擺線,但根據內擺線之兩種畫成法,若將 BC 兩圓直徑之差為直徑之圓,用為轉圓。向相反之方向轉動,則必能畫出同一之內擺線。此轉圓即由圖上之 F 圓表示之,謂之環狀輪之中間轉圓。

$ABEF$ 四圓同時轉動,使各圓所轉之一段弧線均等於 kg 。則 k 點在各圓上之位置,必在 $ghmn$ 四點。且在 E 圓上之 k 點畫出一外擺線 gm 。在 F 圓上之 k 點畫出一內擺線 hn 。

如欲判斷此兩齒面是否互相接觸,或是否互相衝突,則如第 311 圖,假定 EF 兩圓合而為一。

即 A 之直徑 $+D$ 之直徑 $=E$ 之直徑 $=B$ 之直徑 $-C$ 之直徑 $=F$ 之直徑。此時如 AB 與 (EF) 三圓同時迴轉,則 k 點在 A 圓移至 g , 在 B 圓移至 h , 在公共之中間轉圓上則移至 (mn) , 其意即公共之中間轉圓。可同時畫出兩齒之表面。故兩齒面在公共之中間圓上,恆彼此恰相接觸,直至一輪之頂圓與公共中間圓相交為止。



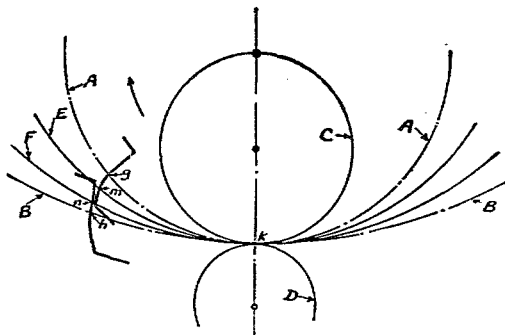
第 311 圖

以上結果,可述之如下:倘小齒輪之中間轉圓與環狀輪之中間轉圓合而為一,且小齒輪為原動輪則除原有之接觸線以外,兩齒之齒面在彼此遠離之一邊,將互相接觸。

若將第311圖中之外轉圓,易為直徑較小者,如第312圖,則小齒輪之中間轉圓必小於環狀輪之中間轉圓。但外轉圓較小時,小齒輪齒面之曲度必變大,即小齒輪之齒面 gm 將對環狀輪之齒面 hn 而遠離故兩齒面不能互相接觸,如第312圖所示。即除原有之接觸線以外,不能再有其他之接觸

線也。且當四圓同時迴轉， kg ， km ， kn 與 lh 四弧線必恆相等。若 D 愈小（ E 當然隨之愈小），則兩齒面相離之空間愈大。

以上結果可述之如下：



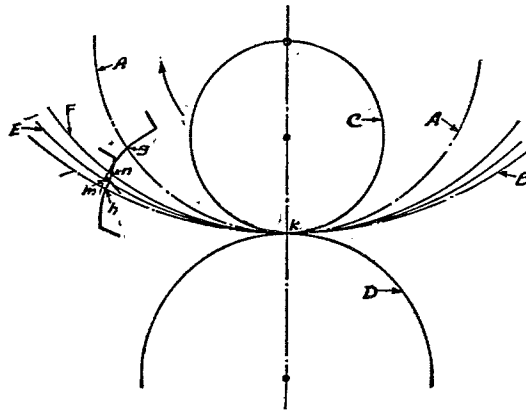
第 312 圖

倘小齒輪之中間轉圓小於環狀輪之中間轉圓，則兩輪之齒面不相接觸，且兩輪所有之動作均與外接齒輪相同。

若將第 311 圖中之外轉圓 D 易為直徑較大者，如第 313 圖所示，則小齒輪之中間轉圓 E 必大於環狀輪之中間轉圓 F 。但使 D 之直徑增大，則小齒輪齒面之曲度必變小。即使小齒輪之齒面 mg 對於環輪之齒面互相交叉，如圖上所示，事實上實為不可能。

以上結果，可述之如下：

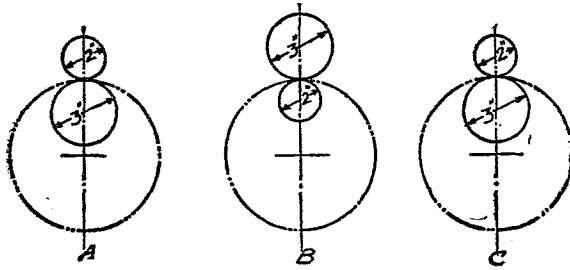
倘小齒輪之中間轉圓大於環狀輪之中間轉圓，則工作上為不可能。



第 313 圖

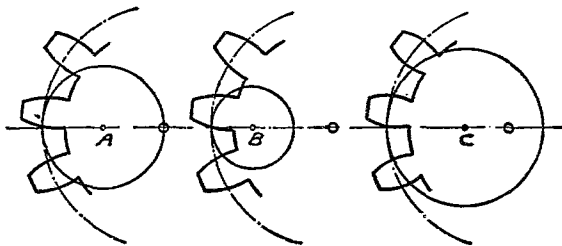
216. 互換擺線輪 (Interchangeable cycloidal gears) 以前所研究之擺線輪，其轉圓之直徑，彼此不同。在實際上若只就互相銜接之兩齒輪言，但使其齒節相同，則兩轉圓之直徑雖彼此不同，原無妨於兩輪之工作。但若在多數之齒輪中，如欲使其中之任一輪，均可與其餘之輪隨意配合，工作圓滿，則除各輪之齒節須完全一律外，其所用轉圓之直徑，更須完全相同。

如第314圖， ABC 三輪所有之齒節完全相同，但其齒面與齒腹則由直徑不同之轉圓所畫出。其轉圓之直徑，如圖中所示。如此則 B 輪對於 AC 兩輪，雖能得適當之銜接。然 A 輪對於 C 輪，則不能互相銜接。故欲多數擺線輪，均能彼此互換銜接適宜，非所有轉圓皆係同大不可。



第 314 圖

217. 擺線輪轉圓之標準直徑(Standard diameter of rolling circle for cycloidal gears) 按內擺線之性質言,如轉圓之直徑,恰為節圓直徑之半時,則內擺線為一通過圓心之直線,齒腹必為直向圓心之半徑線如第 315 圖 A。結果使齒根較弱。如轉圓之直徑小於節圓直徑之半時,則內擺線離半徑線而彎曲,如第 315 圖 B。結果使齒根力強。若轉圓之直徑大於節圓直徑之半時,則內擺線將向反對方向彎曲,如第 315 圖 C。結果使齒根更弱。故欲選擇一組擺線輪轉圓之直徑時,最好



第 315 圖

以能使全組中最小齒輪之齒腹爲直向節圓圓心之半徑線，卽最好使轉圓之直徑爲全組最小齒輪節圓直徑之半也。實際上多以能使12個齒之小齒輪之齒腹恰成直線之轉圓。其直徑卽爲轉圓之標準直徑。

例如某齒輪之齒數爲64，徑節爲4，欲求其轉圓之標準直徑。因徑節爲4，齒數爲12之齒輪，其節圓之直徑爲 $\frac{12}{4}=3$ 吋。其轉圓之標準直徑 $=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$ 吋。

又有以能使洗刀之程度爲標準者。就實際工作之情形察之，若轉圓之直徑爲節圓直徑 $\frac{5}{8}$ 吋，則齒根部之空間，其寬度恰能施用洗刀(Milling cutter)。再寬則不能洗。故有時有以全組中12個齒之小齒輪其節圓直徑之 $\frac{5}{8}$ 爲轉圓之標準直徑者。或以15個齒之小齒輪之齒腹恰成直線之轉圓之直徑，爲標準直徑，其結果相同。如用此標準，齒根部雖微嫌力弱，然所差無幾。

218. 漸開線齒與擺線齒之比較 (Comparison of involute and cycloidal systems) 此兩種曲線，用爲輪齒表面之曲線，實以漸開線之優點爲多，茲擇要列下：

1. 兩輪中心之距離微有變更，對於兩輪之速比，不生影響。
2. 接觸線係一直線，因之兩軸所受之壓力不變恆爲等量。

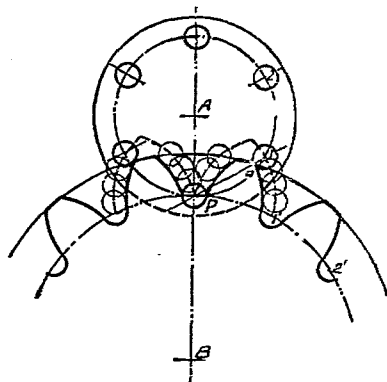
3. 輪齒曲線之曲度簡單。
4. 漸開線齒桿之齒,其表面係一直線,故洗刀易於製造。
5. 漸開線齒之損傷較擺線齒均勻。
6. 製造一組齒輪時,所用之刀數較少(詳後)。

219. 針輪 (Pin gears) 當轉圓之直徑小於導圓直徑之半時,則直徑愈大,所畫出之內擺線愈長。然當轉圓之直徑大於導圓直徑之半時,則直徑愈大,所畫出之內擺線愈短。若轉圓之直徑大至與導圓之直徑相同時,按理論推之,其所畫出之內擺線必為一點。

參看前第 805 圖,倘以 D 為中心之轉圓,大至與 B 輪之節圓相等,則 A 輪之齒,其齒面曲線,將為以 B 輪節圓緣 A 輪節圓轉動所畫出之外擺線,而 B 輪之齒則變為一點。因理論上之一點,決不能傳達運動,故實際上多用有一定直徑之針以替之。而齒輪之齒,其實際曲線,亦須改為與原來外擺線互相平行之曲線,其相距之距離,則恆等於針之半徑。

在擺線齒輪,理論上雖可計畫齒數甚少之小齒輪(從略),惟齒根部恆失之甚弱。若用針輪,則與齒數相當之針數雖少,而無齒根部力量較弱之弊。第 316 圖表示一相當六個齒之針輪與一齒輪相銜接之情形。圖中虛線表示假設輪針無直徑時,齒輪輪齒應具之曲線,用實線所表示者,為輪針有一定直徑時,齒輪輪齒應具之曲線,兩曲線互相平行,相距之

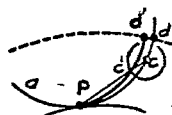
距離恆等於輪針之半徑。又小齒輪之輪齒，雖易為針狀，而輪之周節仍須彼此相等。即圖中齒輪節圓上之一段弧線 PI' ，仍須與針輪節圓上之一段弧線 PI 相等也。



第 316 圖

假設輪針無直徑，則理論上之接觸線係

沿針輪節圓上之一段弧線。若輪針有一定之直徑，則接觸線之求法，如第 317 圖所示。圖中 Pcd 為針輪節圓之一段弧線， P 為兩輪之節點。取 Pcd 弧線上之任一點 c ，並連 cP 直線。沿 cP ，截 ce' 一段，使等於輪針之半徑，則 e' 點即為接觸線上之一點。依同一方法，求得多數之點而連為一線，則實際之接觸線 $Pc'd'$ 即行得出。



第 317 圖

齒輪頂圓之最小半徑，可求之如下：

從 P 點起，沿針輪節圓之圓周，截一周節 PI 。連 PI 直線，此直線與代表輪針圓周之圓相交於 a 點，則 Pa 即為齒輪頂圓之半徑。

如欲使針與齒完全變為滾動，以減輕磨擦力，有時將針

上套一轉子。針之兩端各裝置一圓板以約束之。便不致滑出。此種裝置謂之燈輪(Lantern wheel)多用於鐘表之機件上。

又就理論言之，針輪可用為原動輪，亦可用為從動輪。惟因齒輪之輪齒並無齒腹之故。接觸之動作，只限於彼此前進之一段。或彼此遠離之一段。若齒輪為原動輪，則接觸之動作，只限於彼此遠離之一段。因齒輪在節點處，始與輪針發生接觸。若針輪為原動輪，則接觸之動作，只限於彼此前進之一段。因輪針至節點處即與輪齒停止接觸也。單就理論言之，無論用針輪或齒輪為原動輪，均無甚分別。惟就實際言之，用彼此遠離之一段較用彼此前進之一段，磨擦力小，動作順利。因之工作之消耗亦少。故實際上多用齒輪為原動輪。使推動針輪，即完全利用彼此遠離之一段也。

220. 階級輪(Stepped wheels) 與 螺線輪(Helical gears) 當兩齒輪互相銜接傳達運動時，若同時互相接觸之齒數愈多，則傳動之情形愈順利。聲音亦愈小。在普通漸開線齒，接觸弧(Arc of contact) 約為周節之 $1\frac{3}{4}$ 倍至 $2\frac{1}{2}$ 倍。在擺線齒則接觸弧約為周節之 $1\frac{1}{4}$ 倍至 2 倍。按此種比例，同時接觸之齒數至多只有三對。

至同時互相接觸之齒數愈多，則傳動之情形愈順利之原因，約有下列數層：

(1) 在擺線齒輪，若同時接觸之齒數愈多，則兩輪之間，

其壓力線之平均傾斜角必愈小。例如同時總有兩對齒互相接觸，則第二對齒起始接觸時，即壓力線傾斜角最大時第一對齒之接觸點已至節點處，其傾斜角為零度。若多對齒同時互相接觸，則全壓力平均分配於多齒之上，其傾斜角則由零度至最大傾斜角度之間。如此則平均對於有效之分力，必因之增加，而沿兩軸中心線方向之分力，平均必因之減小，即軸承上之壓力，與磨擦力亦必因之減少。

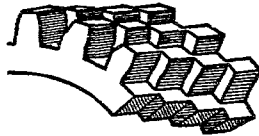
(2) 在漸開線齒輪，因接觸線之傾斜角恆為一定。故前述之利益，與之無關。惟無論何種曲線之輪齒，其接觸點滑動之速率，恆與由接觸點至節點之公法線之長度成正比。若同時有多數之齒互相接觸，則各接觸點至節點之公法線之平均長度必因之減小，即平均之滑動速率必因之減小。故戰勝磨擦力所須之工作，自亦因之減少。此亦為傳動順利之大原因。

欲使同時接觸之齒數增多，普通有兩種方法：

第一，齒節不變，增加齒之高度，因之作用角隨之增加。作用角增大，同時接觸之齒數必增多。而每齒上分配之壓力自然減少。惟齒高增加之程度，恆較作用角增加之程度大。且齒之形狀，就力量言，實為一控架（Cantilever 有譯懸桁者）高度增加，根部力弱。高度增加之程度既較作用角增加之程度大，即使齒根力量減弱之程度，較接觸齒數增加之程度大。故結果齒根變弱，利少弊多。

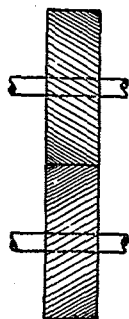
第二,作用角不變,減小齒節,同時接觸之齒數必增加。每齒上分配之壓力自然減少。惟減小齒節,齒厚必隨之減小。且齒厚減小之程度較之接觸齒數增加之程度亦大,故結果輪齒亦變弱。

用以上兩種方法,增加兩輪接觸之齒數,結果均使輪齒力量上,因之受相當損失,欲達到前述之目的,同時並無力量上之損失,則須用階級輪。其構造如第 318 圖所示,將多數同大同形之齒輪,並裝於一處,惟每輪均較相鄰之輪前進少許。其前進之度數,以重疊之輪數除周節之一段弧線距離為準。如此則齒節與齒高均不變,而同時接觸之齒數則因之增加。

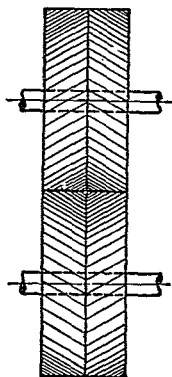


第 318 圖

若所分之階級數增至無限,則連各齒頂端之中心線,必為一螺旋線。其各齒之情形即變為第 319 圖所示之情形。謂之螺旋輪(Helical gear)或扭轉輪(Twisted gear)此種輪因輪齒係傾斜之故,恆有一部分分力,使一輪對於別一輪沿輪軸方向移動之勢。若所傳達之動力甚大時,此一部分分力往往失之甚大,欲矯正此弊,則在一軸上裝置大小相同螺旋線相反之輪,如第 320 圖所示,謂之鯊骨輪(Herring bone gears)又實際上階級輪與鯊骨輪多係由一件製成,非由兩輪以上裝置而成。



第 319 圖

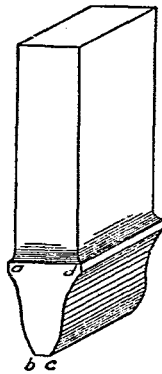


第 320 圖

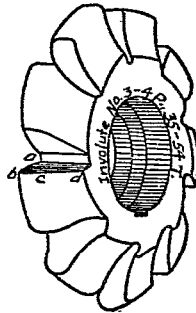
221. 正齒輪與環狀輪之製法(Methods of cutting spur and annular gears) 製造此類齒輪,普通係採用一種工具(Tool),稱之曰洗刀(Milling cutter),其橫面之形狀完全與兩齒中間之齒間相同如第321圖所示者,可用於成形機(Shaper)或鉋床之上,以製造正齒輪與環狀輪。

abcd 周緣之形狀完全與兩齒中間之齒間相同,洗刀用鈍時,可磨其前面,其周緣之形狀並不改變。

第322圖則表示一迴轉洗刀,(Rotary cutter),用於洗床之上,洗刀橫斷面之周緣 $abcd$,亦完全與兩齒中間之齒間相同,且用鈍時,亦可沿與軸平行之平面磨其刀面,周緣之形狀,亦不改變,惟此種洗刀用以製環狀輪時,不若用第321圖所示者易。



第 321 圖



第 322 圖

222. 製造能互相配合之多數齒輪所用之洗刀 同一齒節(徑節或周節)之輪,如齒數不同則齒間各異,同一齒數之輪如齒節不同,則齒間亦各異,可知如欲用上述兩種洗刀之任一種,製造齒輪,使之完全與理論相合,則各種齒節中各個齒數之輪,勢非各用一洗刀不可,故如欲製造任一齒節之全組齒輪,自齒數12直至齒桿,所用各個不同之洗刀數,當與所有之齒輪數相等。

但就實際考察之,若對於同一齒節齒數極近之數齒輪,用同一洗刀製造之,則其精確之程度,實際上亦足資應用,且齒輪愈大時,如增多數齒,其齒間之變化愈較小,下表所列,係Brown and Sharpe公司所用之洗刀與其所洗各輪之齒數,

漸 開 線 洗 刀 每 組 8 個		擺 線 洗 刀 每 組 24 個			
洗 刀 號 數	齒 輪 齒 數	洗 刀 號 數	齒 輪 齒 數	洗 刀 號 數	齒 輪 齒 數
No. 1 cuts	135 至齒桿	A cuts	12	M cuts	27 至 29
No. 2 cuts	55 至 134	B cuts	13	N cuts	30 至 33
No. 3 cuts	35 至 54	C cuts	14	O cuts	34 至 37
No. 4 cuts	26 至 34	D cuts	15	P cuts	38 至 42
No. 5 cuts	21 至 25	E cuts	16	Q cuts	43 至 49
No. 6 cuts	17 至 20	F cuts	17	R cuts	50 至 59
No. 7 cuts	14 至 16	G cuts	18	S cuts	60 至 74
No. 8 cuts	12 至 13	H cuts	19	T cuts	75 至 99
		I cuts	20	U cuts	100 至 149
		J cuts	21 至 22	V cuts	150 至 219
		K cuts	23 至 24	W cuts	250 以上
		L cuts	25 至 26	X cuts	齒 桿

晚近以來，欲使標準漸開線輪齒，更近於精確，一組洗刀之數目，增至15個。即於原來每兩號中間，各加一洗刀，而以半號表之，茲再列表於下。

漸開線洗刀 每組15個

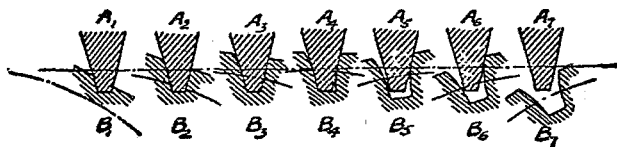
洗 刀 號 數	齒 輪 齒 數	洗 刀 號 數	齒 輪 齒 數
No. 1 cuts	135 至齒桿	No. 5 cuts	21 至 22
No. 1 $\frac{1}{2}$ cuts	80 至 134	No. 5 $\frac{1}{2}$ cuts	19 至 20
No. 2 cuts	55 至 79	No. 6 cuts	17 至 18
No. 2 $\frac{1}{2}$ cuts	42 至 54	No. 6 $\frac{1}{2}$ cuts	15 至 16
No. 3 cuts	35 至 41	No. 7 cuts	14
No. 3 $\frac{1}{2}$ cuts	30 至 34	No. 7 $\frac{1}{2}$ cuts	13
No. 4 cuts	26 至 29	No. 8 $\frac{1}{2}$ cuts	12
No. 4 $\frac{1}{2}$ cuts	23 至 25		

由以上兩表,可知欲製造一組漸開線齒輪,只須用 8 個或 15 個洗刀即可。在擺線齒輪,欲製造全組,則須用 24 個。其原因,因在漸開線齒輪,輪齒外形之變化,不若擺線輪齒變化之甚也。

223. 用共軛法製造齒輪 如所用洗刀之形狀,不使與兩齒中間之齒間相同,而使與一齒輪之齒相同,則用一個洗刀即可洗一定齒節之全組齒輪,此種方法謂之共軛法 (Conjugate method)。其原理有時謂之範成原理 (Molding generating principle)。製造正齒輪時,恆多用之。

假想有一蠟製或其他柔軟物質所製之齒輪原型 (Blank) 與一齒輪或一齒桿相接觸,並使齒輪原型之節圓,與齒輪之節圓或齒桿之節線相切,彼此迴轉,不生滑動,則蠟製或柔軟物質所製之齒輪原型上,凡對於齒輪或齒桿之齒有妨礙之處,必悉被擠開,其遺留之部分即作成相當之齒。且必能與原來之齒輪或齒桿互相銜接,傳達順利。

惟實際上齒輪之原型,決不能用蠟或其他柔軟物質製成,欲得同一之結果,恆將上述之齒輪,作成一輪形之刀,使上下運動以橫切齒輪原型之周圍。此輪形之刀與齒輪原型應有之迴轉運動,則於輪形刀已切一次重行提回預備將切第二次以前行之,如此繼續橫切,繼續迴轉,使所切之面不留顯著之痕跡,則結果原型上所餘之齒,即為所求之輪齒。如第 323 圖,設 A 代表一漸開線齒桿之一齒。 B 代表一欲切輪齒

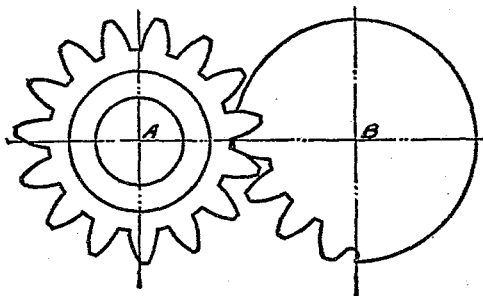


第 323 圖

之齒輪原型，並設齒桿與齒輪原型所有之運動，係齒桿之節線與齒輪之節圓彼此滾動且毫無滑動發生。齒桿之齒具一刀且使發生上下運動，以橫切齒輪原型之周圍。其各個不同之地位，表示切成一齒間之各步。由此理推之，倘齒桿具多數之齒，按同樣之運動，必能繼續切成一完全之齒輪。

如多數齒輪由此同一之齒桿形刀所切成，則必各能與之銜接，且必能彼此互相銜接。

第 324 圖，則表示一輪形之刀，切一齒輪原型之情形。輪形刀之各齒，亦具切刀迴轉以前，先使向原型接近一面使輪



第 324 圖

形刀上下運動。至切至一定之深度時，即兩節圓恰相接觸之時，然後於每次下切之前，使輪形刀與齒輪原型均迴轉少許，如此繼續工作，則全輪遂成。

224. Fellows 齒輪成形機 (Fellows gear shaper) 齒輪成形機，即完全根據前段所述之理，其刀即係一小齒輪。將輪形之刀與齒輪原型裝置於兩個垂直軸上，且使兩軸間接相連，務使當一軸有一部迴轉運動時，他一軸亦有一定之迴轉運動。兩輪節圓，當彼此迴轉時，恆係互相滾動，毫無滑動。又裝置輪形刀之軸能沿軸之方向上下運動，當向上運動時即橫切齒輪原型，與普通成形機工作之情形相似。

輪形刀之軸係裝置於可以移動之橫桿上，故此軸距齒輪原型之軸之距離，可以隨意變動，其工作之方法，大致如下：

將輪形刀與齒輪原型分別裝置於兩軸上。先均不令其迴轉，當輪形刀向上行時，切原型之一小部。輪形刀向下行時，兩軸均不動，落下以後，輪形刀之軸微行移近原型軸。再向上行，遂又切一小部分。此種繼續移近之動作，直至兩節圓相切為度，此後則每次輪形刀落下以後，兩輪均微行迴轉與兩節圓繼續作滾動接觸同。直至齒輪原型完全迴轉一周，則各齒均被切成，輪形刀上各齒之工作，亦係繼續更換，周而復始。

同一齒節所有之輪，均可由一輪形刀切成，切成之後，各輪不但均可與輪形刀互相銜接，且可彼此互相銜接。

225. 棒形刀製齒輪機 (Gear hobbing machine) 棒形刀製

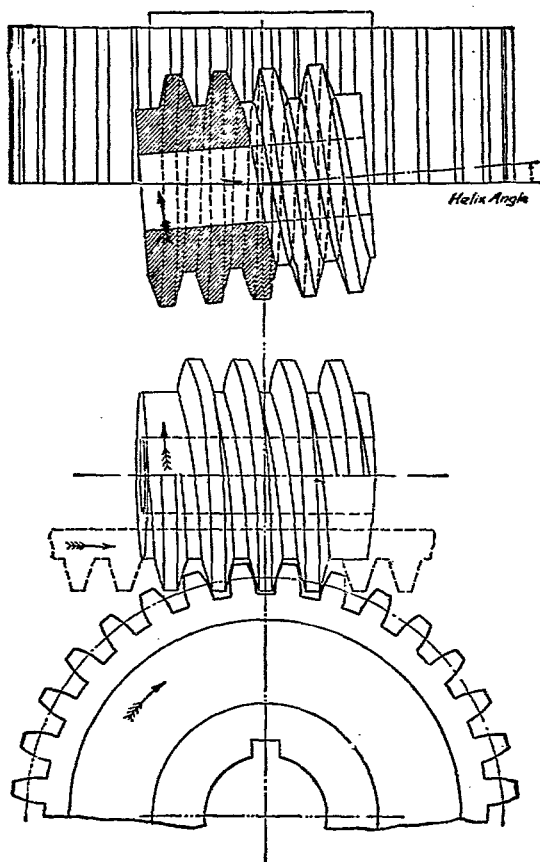
齒輪機亦係採用範成原理。惟其刀係一棒形，非一輪形。棒形刀之外形，如一螺旋桿。惟沿桿軸之方向，每隔一段即切去一部，使備相當之刀刃，與製螺旋錐(Tap)相彷彿，就原理言與採用齒桿之齒為切刀相同。惟易上下運動為迴轉運動，時間上比較經濟耳。

第 325 圖，即表示棒形刀與所製之齒輪之情形。惟棒形刀仍為原來螺旋桿之形狀，未表示切去之部分，與多數之刀刃。就圖上觀之，可知螺旋線之橫斷面，完全與一齒桿之齒相同，且當迴轉時，螺旋線繼續與齒輪原型接觸之情形。又與齒桿由左向右運動無異，如下圖虛線所示。故倘於螺旋桿上切出若干刀刃，使之向齒輪原型之周圍轉動，一面並使齒輪原型亦隨之迴轉，一如齒桿節線與齒輪節圓滾動接觸者然，則各刀刃能在原型周圍切出若干相當之齒。

又因棒形刀上之齒係螺旋線形與螺旋桿上之螺旋線情形相同。故如欲在齒輪原型上所切之齒其方向與輪軸平行。則棒形刀之方向，不能與輪軸之方向恰為垂直。應使所成之角度為 90 度減螺旋線之傾斜角(Helix angle)，如上圖所示。

工作時，先從原型之一邊起，切一整周後，再使原型微向一邊移動。直至棒形刀之中心線移至原型彼邊時，全輪即成。

226. 斜齒輪 (Bevel wheels) 當研究正齒輪時，為簡單起見，曾假設所有之運動，皆限於一平面之內。故一切研究，多係以點代線，以線代面，但實際上所稱之點多係垂直於紙面之



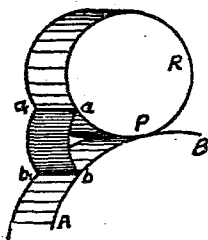
第 325 圖

線。所稱之線多係垂直於紙面之面也。

在漸開線齒輪基圓可視為一基圓柱 (Base cylinder) 之一端，畫漸開線之線可視為一柔軟帶之一邊，畫漸開線之點可視為垂直於紙面之一直線之一端。帶上垂直於紙面之一直線在空間所畫出之曲線面，實為輪齒之表面，即兩齒互相接觸，亦係沿一直線而非只在一點也。

在擺線齒輪節圓與轉圓，實可視為兩圓柱之兩端。可稱之為節圓柱 (Pitch cylinder) 與轉圓柱 (Rolling cylinder)。兩圓柱接觸之處，亦係一直線而非係一點。當轉圓柱沿節圓柱迴轉時，轉圓柱上之一線，在空中所畫出之曲線面，實為輪齒之表面。兩齒接觸，亦係沿一直線。此種觀念，對於研究斜齒輪輪齒之形狀，頗有相當助力。

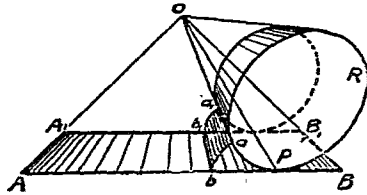
如第 326 圖，設 APB 為一正齒輪之節圓， aPR 為畫外擺線 ab 之轉圓。正齒輪輪齒之表面，其一端即為外擺線 ab 之一部。齒輪之節面 (Pitch surface) 為一圓柱之表面。若假設轉圓 aPR 為別一圓柱之一端。且此兩圓柱之長度相等，中軸平行。則輪上一齒之齒面 aa_1b_1b 為轉圓柱沿齒輪節面轉動時，其表面上之一直線 aa_1 所畫成。



第 326 圖

若在斜齒輪，如第 327 圖。其節面係一圓錐 OAB 之截錐 ABB_1B_1 之表面。前圖之轉圓柱，在此亦變為一圓錐之截錐 ab

曲線，則變為一球體外擺線 (Spherical epicycloid)。輪上一齒之齒面，為一轉截錐體沿齒輪節面之外面轉動時，其斜面上之一直線 aa_1 所畫成。其齒腹則為一轉截錐



第 327 圖

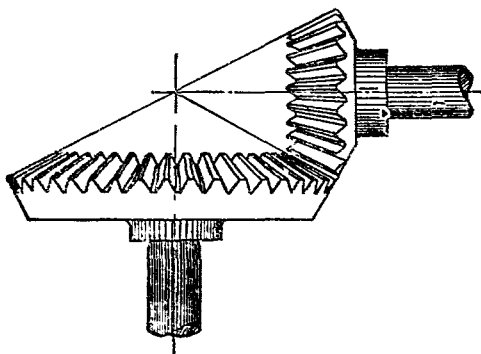
體沿齒輪節面之內面轉動時，其斜面上之一直線所畫成。

仍參看第 327 圖，當 $OaPR$ 圓錐，沿 OAB 圓錐轉動時，畫 ab 曲線之 a 點，距 O 點之距離，恆等於 $OAPB$ 圓錐斜面之長度。故 a 點實係沿以 O 點為中心，以 OA 為半徑之球面轉動。其齒腹之畫法亦然，即齒腹最外端之曲線亦係沿以 O 點為中心，以 OA 為半徑之球面。故由此法所作成之斜齒輪輪齒之外端，實為球面之一部。且無法展開。

又在斜齒輪，同時只計畫互相銜接之一對，非似在平行軸上之正齒輪，可計畫多數齒輪，互相配合。

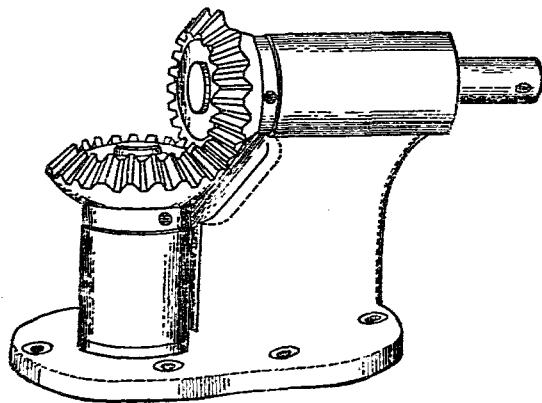
227. 斜齒輪之速比 斜齒輪可視為由圓錐形磨擦輪變化而成。如想像於第八章第 202 圖之兩個圓錐形磨擦輪上，各備若干凸起部分，與凹下部分，互相嵌入，則原來之兩個圓錐形磨擦輪，遂變為兩個斜齒輪。如第 328 圖所示。

斜齒輪既可視為由圓錐形磨擦輪變化而成，故其速比之關係，亦與兩圓錐形磨擦輪相同。即兩輪每分鐘之迴轉數恆與其節圓錐底圓之半徑成反比也。



第 328 圖

228. Miter 輪 (Miter gear) 大小相等且兩輪軸互成之角度為 90° 之兩斜齒輪,謂之 Miter 輪。如第 329 圖所示,其速比恆為 $1:1$ 。只能用之變換迴轉之方向。

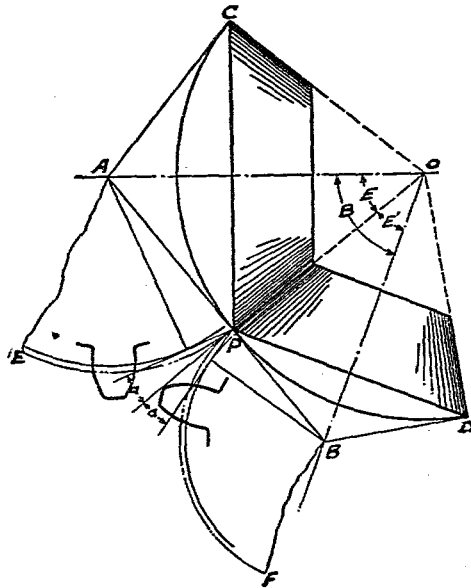


第 329 圖

229. Tredgold's 方法 (Tredgold's method) 就前數段所言, 可知欲計畫斜齒輪之輪齒, 使完全與理論相合, 則輪齒之外端須在球面上畫出, 但因球面不能展開, 實際畫出, 異常困難, 故普通恆用一種近似法, 最普通者為 Tredgold's 方法。

如第 330 圖, 設 OA 與 OB 為兩圓錐 COP 與 POD 之中軸, 兩圓錐之底, 係同一之球面。與兩圓錐之斜面垂直。

畫 PAC 與 PBD 兩圓錐, 此第二圓錐或背面圓錐之底圓, 與以前兩圓錐之底圓相合。



第 330 圖

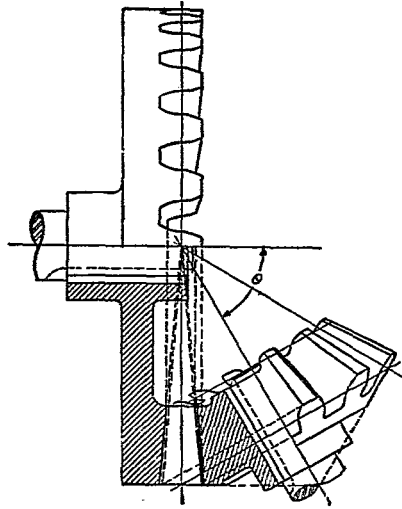
設此兩背面圓錐各沿其一斜面直線切開，並沿紙面向外展開，則上部圓錐所展開之面積，即以 A 為頂之面積，其半徑必為 AP 。其展開之一段弧線之長度為 $PE=PC \times \pi$ 。下部圓錐所展開之面積即以 B 為頂之面積，半徑必為 BP 。其展開之一段弧線之長度為 $PF=PD \times \pi$ 。

在 PE 與 PF 兩段弧線上，可畫輪齒之曲線，一如在半徑為 AP 與 BP 之兩節圓之兩正齒輪。所有齒節亦須使齒輪之齒數恆為一整數，當在展開之背面圓錐上，將齒之一端畫出後，然後假定仍行將展開之面積轉回其原來之位置，則輪齒即可畫於節圓錐上。

因輪齒所占之一部，恆比較甚小。就圖上觀之，可知對於原來之球面相差極微。故此種畫法就理論言，雖稍欠精確，實際上則無甚差別也。

又相當原來圓錐形磨擦輪之兩圓錐，有時謂之節圓錐 (Pitch cones) 背面之兩圓錐，有時謂之法圓錐 (Normal cones)。

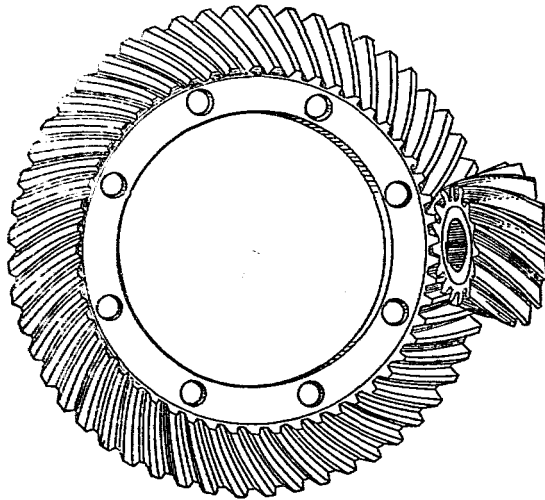
230. 冕狀輪 (Crown gears) 一對斜齒輪，當其中之一輪，其法圓錐之頂角為 180° 時，則法圓錐變為一平盤，而節圓錐則變為一圓柱狀。此種斜齒輪謂之冕狀輪。其形狀與將一齒桿彎成圓形相類。故有時稱之為斜齒輪之齒桿，如第 331 圖所示。各齒均向內傾斜。引長齒面之各部，均聚於平盤之中心點。任意齒數之別一斜齒輪均可計畫之與之互相銜接。惟兩軸間之傾斜度須按兩輪之齒數規定耳。



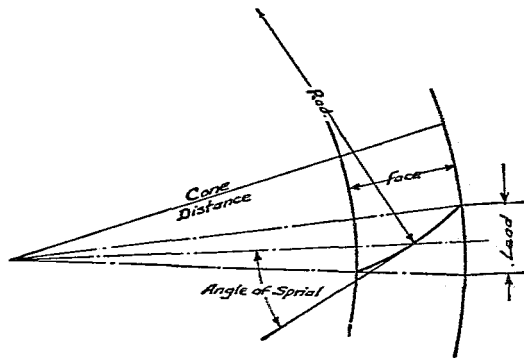
第 331 圖

231. 螺旋斜齒輪(Spiral bevel gears) 螺旋斜齒輪之形狀如第332圖所示。係 Gleason gear works 先行計畫製造。最初蓋欲採取螺旋齒輪之優點，以用於汽車上之斜齒輪。迨後則所有高速率之機械，欲使動力傳達順利亦多採用之。

參看第333圖，螺旋角(Angle of spiral)普通由 20° 至 35° 在汽車上4節輪(4-Pitch gear)至5節輪(5-Pitch gear)。其螺旋角平均為 50° 。導程普通則由 $1\frac{1}{4}$ 至 $1\frac{1}{2}$ 周節。又螺旋線通常皆係一段弧線，引長之均至節圓錐之頂點。

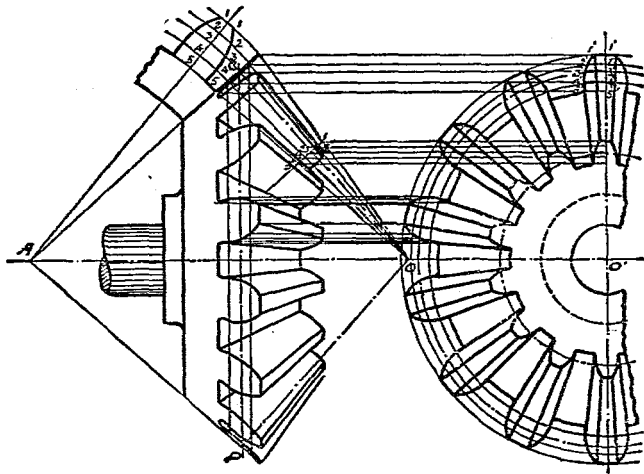


第 332 圖



第 333 圖

232. 斜齒輪之畫法 斜齒輪之畫法,如第 334 圖所示先用 Tredgold's 方法,將輪齒之一端畫出,然後用投影畫法畫於側視圖與正視圖,齒上各直線,則按引長後應均聚於圓錐頂點之理畫出,如圖上所示。



第 334 圖

233. 製圖室中斜齒輪之畫法(Shop drawing of bevel gears)

在工廠之製圖室中,欲製一斜齒輪圖,普通不必如前段之方法,將輪齒曲線完全畫出,實際上用一種簡單畫法,將各部應有之角度及必須之尺寸畫出即可。茲就一例題研究之如下:

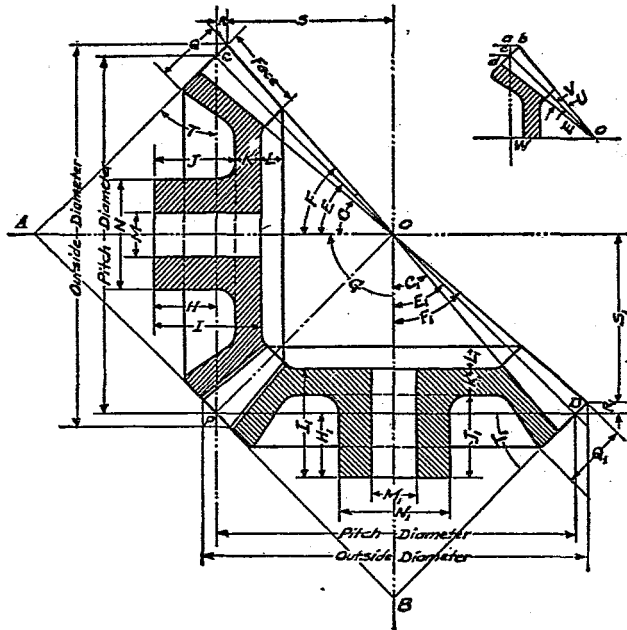
例題 34. 畫一對斜齒輪圖,其齒數一為 26,一為 20。徑節

爲 4, 漸開線齒, 兩軸互成之角度爲 90° . 齒寬爲 $1\frac{1}{2}$ 吋. 軸之直徑爲一吋. 軸頭之直徑爲 $2\frac{1}{4}$ 吋. 使大輪之位置水平.

齒數 26, 徑節 4. 則節圓錐底圓之直徑爲 $6\frac{1}{2}$ 吋.

齒數 20, 徑節 4. 則節圓錐底圓之直徑爲 5 吋.

如第 335 圖, 畫兩輪之中心線 OA 與 OB , 使彼此成 90° 之角度. 從 O 點起, 沿 OA 線截 $2\frac{1}{2}$ 吋. 使恰爲小齒輪節圓錐底圓



第 335 圖

之半徑，並畫 CP 線與 OA 垂直，再從 O 點起，沿 OB 線，截 $3\frac{1}{4}$ 吋，使恰等於大齒輪節圓錐底圓之半徑，並畫 PD 線與 OB 垂直。完成兩個節圓錐 POC 與 POD ，並畫法圓錐。 E 角與 E_1 角，謂之節角 (Pitch angles)，或心角 (Center angles)。按本章第 200 段第一表，查出齒頂與齒根之尺寸，並在 C, P 及 D 三處將其畫出。由畫出之各點連於節圓錐之頂點，並將齒寬截出。

齒頂線與輪之中心線所成之角度 F 或 F_1 ，謂之齒面角 (Face angle)。齒根線與輪之中心線所成之角度 C 或 C_1 ，謂之切角 (Cutting angle)。 T 謂之輪邊角 (Angle of the edge)。與節角或心角相等。

參看附屬之小圖，齒面角與節角之差 U ，謂之增角 (Angle increment)，切角與節角之差 V ，謂之減角 (Angle decreament)。如兩輪之軸互成正角，則各角之大小及斜齒輪之外直徑可求之如下：

仍參看附屬之小圖，

設 Wc 大輪節圓之半徑。

OW 小輪節圓之半徑。

$$\text{則 } \tan E = \frac{Wc}{OW} = \frac{\text{大輪節圓之半徑}}{\text{小輪節圓之半徑}} = \frac{\text{大輪之齒數}}{\text{小輪之齒數}}$$

(由此式可得 E 角)

$$Oc = \frac{Wc}{\sin E}, \text{ (由此式可得 } Oc)$$

$$\tan U = \frac{cb}{oc}, \text{ (由此式可得 } U)$$

$$\tan V = \frac{cd}{oc}. \text{ (由此式可得 } V \text{)}$$

cb 與 cd 爲輪之齒頂與齒根,可由本章第 200 段之表中查出。

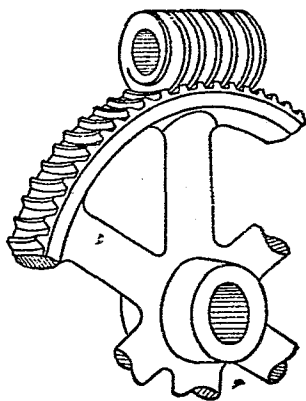
因 acb 角 = E 角。

故 $ac = cb \cos E$

故大輪節圓之直徑 $+2ac$ = 大輪之外直徑 (Outside diameter)。用同一之方法, R 之距離,可以求出。

小齒輪之角度與各部之尺寸,亦可用同一方法求之。

234. 螺旋桿與螺旋輪 (Worm and worm wheel) 當一螺旋桿之螺旋線與一齒輪之齒相銜接,且使輪齒之形狀恰與螺旋線間之空間相同,如此則當螺旋桿迴轉時,螺旋線必推動齒輪之齒使之轉動,此種組合,謂之螺旋桿與螺旋輪,多用以傳達互相垂直而不相交之兩軸之運動,與普通正齒輪不同之點,不但輪齒微行傾斜,且中間向內彎曲,使與螺旋桿上之螺旋線形狀相合。接觸之表面遂由之增大,其情形如第 336 圖所示。



第 336 圖

此種機件之優點,第一能

傳達甚高之速比較之普通之正齒輪及斜齒輪均高若干倍，第二不易倒行。此種性質，當用於起重機上時，極屬重要。第三工作時所發聲音特小，有前述螺旋輪之優點。

235. 螺旋桿與螺旋輪之速比 螺旋桿與螺旋輪尚有與正齒輪不同之點，即速比與輪之直徑無關，只與螺旋輪上之齒數及螺旋桿上螺旋線之爲單爲複有關。

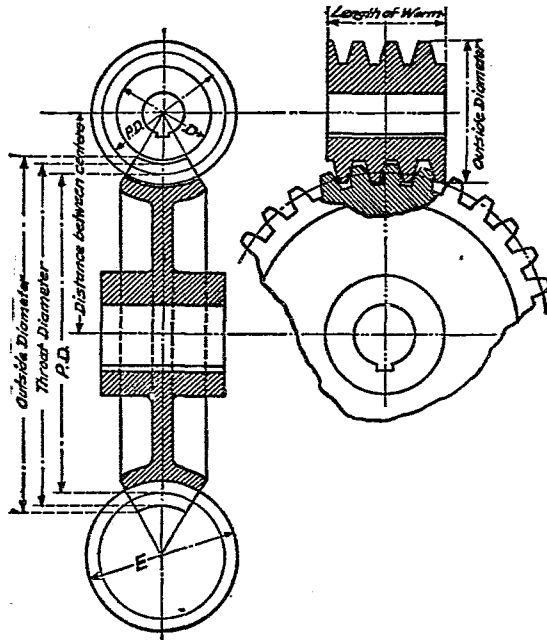
又螺旋桿通常皆用爲原動部，若係單線螺旋，則螺旋桿每迴轉一週，只使螺旋輪前進一齒。若係雙線螺旋，則使螺旋輪前進二齒，其餘依此類推。

例如螺旋桿係單線而螺旋輪有48齒，則欲使螺旋輪迴轉一週，螺旋桿須迴轉48次。若螺旋桿係雙線，則欲使螺旋輪迴轉一週，螺旋桿須迴轉24次。若螺旋桿係三線，則只須迴轉16次即足，由此可知螺旋桿與螺旋輪節圓之直徑，對於速比並無直接關係。

如螺旋輪之齒節及齒數及兩軸中心線之垂直距離已經給出，則螺旋桿節圓直徑之大小須以兩節圓恰能相切爲度。由螺旋輪之齒節及齒數，可算出節圓之直徑，再由兩中心線之垂直距離減去螺旋輪之半徑，即爲螺旋桿節圓之半徑。

236. 螺旋桿與螺旋輪所用之輪齒曲線 在螺旋桿與螺旋輪，其輪齒曲線恆用漸開線，因用此線則螺旋桿上之螺旋線，即相當漸開線之齒桿，齒之兩面均係直線，在鑄床上易於製造也。

第 337 圖，表示一螺旋桿與一螺旋輪之側面與正面。左圖表示螺旋輪經過輪軸之切面圖，右圖表示螺旋桿經過桿軸之切面圖。就圖中觀之，可知螺旋桿之切面，與漸開線之齒桿完全相同，螺旋輪之切面，除輪齒中間向內彎曲外，與同一節圓直徑同一齒數之正齒輪相同。



第 337 圖

經過各齒最高點之圓，其直徑謂之外直徑(Outside diameter)。經過各齒表面向內彎曲之底部之圓，其直徑謂之內

直徑(Throat diameter 直譯應爲喉直徑,因太不普通,故易之)。此圓與同齒節同齒數之正齒輪之頂圓相當。

在左圖下部所表示之直徑 B , 即切螺旋輪之棒形刀(Hob)應有之直徑。

237. 輪齒接觸之情形 螺旋桿與螺旋輪接觸之情形, 除在較大之螺旋輪, 因齒面較直, 偶或有一部分係面接觸外, 大致均係線接觸, 與正齒輪相似。爲使接觸之範圍增大起見, 故使螺旋輪之齒製成弧形, 包圍螺旋桿, 其包圍之角度, 約由 60° 至 90° 。

238. 螺旋桿之長度 (Length of worm) 螺旋桿之長度, 本無一定之限度, 但至短亦須使所有能與螺旋輪接觸之處, 均



第 338 圖

使接觸，實際上恆使較此為長，以便桿齒一段因應用損傷(螺旋桿上之螺旋線因被磨擦之次數多，故損傷較重)而用其別一段。

第338圖，表示傾斜度為 $14\frac{1}{2}$ 時，螺旋輪之齒數與螺旋桿之長度之關係。

習 題

- 試述齒輪之基本定律，並證明之。
- 設 P = 徑節， C = 周節， T = 齒數， D = 節圓直徑。
 (a) $P=10$, $D=5$, 求 T 。
 (b) $D=15$, $C=2$, 求 T 。
 (c) $T=48$, $D=4\frac{1}{2}$, 求 C 。
 (d) $C=1\frac{1}{4}$, $T=30$, 求 P 。
- 兩正齒輪互相銜接。當原動輪迴轉 5 次時，從動輪迴轉 3 次，周節 = $\frac{7}{8}$ 吋。從動輪之齒數 = 30。試求兩輪中心之距離及原動輪之齒數。
- 兩正齒輪互相銜接，原動輪之齒數 = 60，周節 = $1\frac{1}{2}$ 吋，兩輪中心之距離 = 20 吋，試求從動輪節圓之直徑及齒數。
- 兩正齒輪互相銜接，其中心相距之距離為 20 吋，徑節為 4。如一輪每分鐘之迴轉數為別一輪之 3 倍。問兩輪之齒數各為若干。
- 一環狀輪與一小齒輪互相銜接，其中心相距之距離為 8 吋。小齒輪之齒數為 36，徑節為 4。問兩輪節圓之直徑與其齒數。
- 兩正齒輪互相銜接，其齒數一為 80，一為 50，周節為 $1\frac{1}{2}$ 吋。問兩輪中心相距之距離。
- 畫一對漸開線正齒輪。傾斜角及節圓頂圓之直徑可斟酌設定，求接觸線，並於起始接觸處及終止接觸處各表示互相接

圖之兩齒。

9. 畫一漸開線之齒桿與一小齒輪,使齒桿為原動部,並由右向左運動,試求出其接觸線,傾斜角及頂圓或頂線(Addendum line)可歸酌設定。

10. 畫一漸開線之環狀輪與一小齒輪,使小齒輪為原動輪,按表針迴轉相反之方向迴轉,試表出其接觸線,傾斜角及頂圓可歸酌設定。

11. 試求一最小之三節齒輪之直徑與齒數,傾斜角為 20° 並使進弧等於退弧等於周節,畫節圓與頂圓,如用此小齒輪帶動一齒桿,問此齒桿之齒頂最大之限度為何。

12. 畫一對漸開線正齒輪,彼此互相銜接,並用木片或硬紙作齒形模板,試驗兩齒之接觸線,及起始接觸與終止接觸之情形,與件;兩齒輪之齒數為36與21。

徑節為 $1\frac{1}{2}$, 傾斜角為 15° 。

小齒輪為原動輪,按表針迴轉相反之方向迴轉。

13. 畫一對漸開線之齒桿與小齒輪,彼此互相銜接,用模板試驗兩齒接觸線及兩齒起始接觸與終止接觸之情形。

與件;小齒輪之齒數為21。

徑節為 $1\frac{1}{2}$, 傾斜角為 15° 。

小齒輪為原動輪,並沿表針迴轉相同之方向迴轉。

14. 畫一漸開線之環狀輪與一小齒輪,彼此互相銜接,與件與第12題相同。

15. 畫一對漸開線正齒輪,株狀齒,彼此互相銜接,傾斜角為 20° ,表示兩齒起始接觸與起始離開之情形。

與件;齒數為36與21。徑節為 $1\frac{1}{2}$

小齒輪為原動輪,按表針迴轉相反之方向迴轉。

16. 畫一轉圓直徑3吋導圓直徑8吋之外擺線。

17. 畫導圓直徑12吋,轉圓直徑4吋及7吋之兩內擺線。

18. 下列各擺線齒輪之標準轉圓直徑為何。

齒數28。 徑節2。 齒數49。 徑節2。

齒數100。 節圓直徑 $12\frac{1}{2}$ 吋。 齒數86。 徑節4。

徑節 4。節圓直徑 20 吋。

19. 畫一對擺線正齒輪,互相銜接,用輪齒模板試驗接觸情形。表示兩齒起始接觸與起始離開之情形。

與件:兩輪之齒數為 36 與 21。

徑節為 $1\frac{1}{2}$ 。

轉圓之直徑為 4 吋。

小輪為原動輪,按表針迴轉之方向迴轉。

20. 畫一擺線齒桿與一小齒輪互相銜接。用輪齒模板試驗接觸情形,表示兩齒起始接觸與起始離開之情形。

與件:小齒輪之齒數為 21。

徑節為 $1\frac{1}{2}$ 。

轉圓之直徑為 4 吋。

21. 畫一擺線環狀輪與一小齒輪,互相銜接。與件與第 19 題相同。

22. 用第 19 題所有之與件,畫一對擺線正齒輪, (a) 作用角要至最大限度。(b) 進角要最小。(c) 退角要最小。

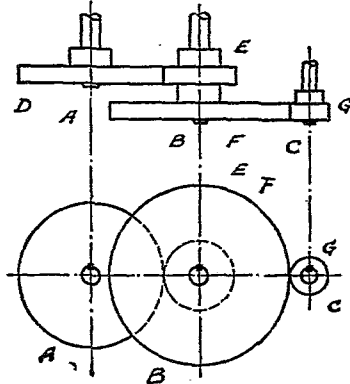
23. 畫一對斜齒輪。其齒數一為 36, 一為 27。徑節為 3。傾斜角為 15° 。齒寬為 $2\frac{1}{4}$ 吋, 漸開線齒。

24. 畫一對漸開線斜齒輪, 其速比為 1 比 2, 兩軸互成之角度為 90° 。徑節為 2。傾斜角為 15° 。齒寬為 $2\frac{1}{4}$ 吋。

第十一章 輪系(Gear trains or wheels in train)

239. 輪系之定義 凡兩個以上之齒輪,互相關聯,爲聯合動作,將一軸之運動傳達於別一軸者,統謂之輪系。

如第 339 圖, D 爲一齒輪,裝置於 A 軸上, E 爲一齒輪,裝置於 B 軸上,並與 D 輪互相銜接。 F 爲 B 軸上之另一齒輪,與 C 軸上之 G 輪互相銜接,如 A 軸迴轉, D 輪必與之同轉, E 輪亦必由之發生迴轉,因 E 輪係固定於 B 軸之上,故 B 軸與之同轉。 F 輪亦



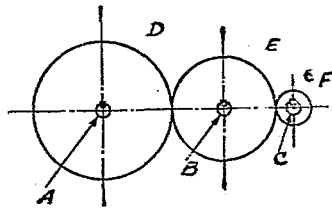
第 339 圖

按同大之角速率與之同轉,而 G 輪與 C 軸自亦因之迴轉,即 D 帶動 E , F 與 E 同轉而又帶動 G 。結果 A 軸之運動,遂傳達於 C 軸也。

240. 原動輪與從動輪(Driving wheel and driven wheel)

凡互相銜接之兩輪，當發生運動時，其原動者，謂之原動輪，其被動者，謂之從動輪。仍參看前圖，當 D 輪迴轉時， E 輪即隨之迴轉，故就 DE 兩輪言， D 為原動輪， E 為從動輪。同理，就 FG 兩輪言， F 為原動輪， G 為從動輪。

241. 惰輪 (Idle wheel) 或中輪 (Intermediate wheel) 如第 340 圖， A 軸上之 D 輪，帶動 B 軸上之 E 輪，而 B 軸上之 E 輪，同時又帶動 C 軸上之 F 輪，故 E 輪同時為原動輪與從動輪，此種輪與前後兩輪之速比無關。故謂之惰輪，亦謂之中輪。



第 340 圖

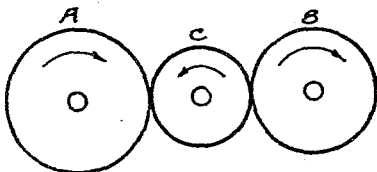
242. 輪系之值 (Train value) 或輪系之速比 (Speed ratio)
在同一時間內，一輪系最末一輪之迴轉數對於最初一輪之迴轉數之比。謂之此輪系之值 (Value of the train or train value)，或謂之此輪系之速比 (Speed ratio)。常用字母 e 代表之。

參看第 339 圖，設 A 軸每分鐘迴轉 25 次。按各輪之大小及齒數，結果可使 C 軸每分鐘迴轉 150 次。故此輪系之值為 $\frac{150}{25} = 6 = e$ 。又就圖上觀之，倘 A 軸向右迴轉， B 軸必向左迴轉， C 軸則又向右迴轉。即 C 軸迴轉之方向與 A 軸相同。此時輪系之值，謂之正號。而於輪系數值之前，置一 (+) 號以別之，如

中間所有之軸數或輪數，使最末之軸與最初之軸迴轉之方向相反，則輪系之值謂之負號，而於輪系數值之前，置一(-)號以別之。

243. 單式輪系與複式輪系 凡一輪系中各軸上只有一輪者，謂之單式輪系，如前第 340 圖之輪系是，凡一輪系中除首末兩輪外，各軸上各有兩輪，或其中有一軸或數軸上有兩輪者，謂之複式輪系，如前第 339 圖之輪系是。

244. 單式輪系 如第 341 圖。設 A 為最初之原動輪， B 為最末之從動輪， C 為惰輪或中輪。



第 341 圖

N_A, N_B, N_C 依次為三輪每分鐘之迴轉數， T_A, T_B, T_C 依次為三輪之齒數。

則就 A 與 C 兩輪言。

$$\frac{N_C}{N_A} = \frac{T_A}{T_C} \dots\dots\dots(1)$$

就 CB 兩輪言。

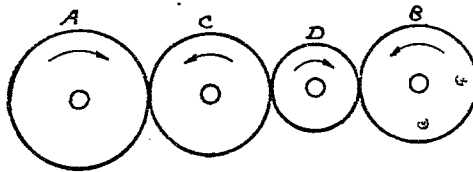
$$\frac{N_B}{N_C} = \frac{T_C}{T_B} \dots\dots\dots(2)$$

兩等式兩邊相乘，得

$$\frac{N_C}{N_A} \times \frac{N_B}{N_C} = \frac{T_A}{T_C} \times \frac{T_C}{T_B}$$

$$\text{或 } \frac{N_B}{N_A} = \frac{T_A}{T_B} \dots\dots\dots(105)$$

又如第 342 圖,設 A 爲最初之原動輪, B 爲最末之從動輪, C 與 D 爲兩惰輪或中輪, $N_A N_B N_C N_D$ 依次爲四輪每分鐘之迴轉數, $T_A T_B T_C T_D$ 依次爲四輪之齒數。



第 342 圖

則與前同理,得

$$\frac{N_C}{N_A} = \frac{T_A}{T_C} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{N_D}{N_C} = \frac{T_C}{T_D} \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{N_B}{N_D} = \frac{T_D}{T_B} \dots\dots\dots(3)$$

三等式兩邊相乘,得

$$\frac{N_C}{N_A} \times \frac{N_D}{N_C} \times \frac{N_B}{N_D} = \frac{T_A}{T_C} \times \frac{T_C}{T_D} \times \frac{T_D}{T_B}$$

$$\text{或 } \frac{N_B}{N_A} = \frac{T_A}{T_B} \dots\dots\dots(106)$$

由(105)與(106)兩式觀之,可知在單式輪系,所有中輪之

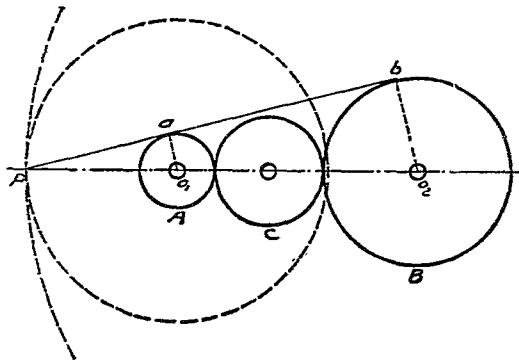
數目及各中輪之齒數對於輪系之值,不生關係,與首末兩輪直接互相接觸者相同。

245. 單式輪系用中輪之利 在單式輪系,中輪雖對於輪系之值無關,然對於首末兩輪迴轉之方向 (或輪系之值之爲正爲負)及其大小,則大有關係。

凡中輪之數爲一或任何奇數者,則首末兩輪迴轉之方向相同,即輪系之值爲正號,凡中輪之數爲二或任何偶數者,則首末兩輪迴轉之方向相反,即輪系之值爲負號。

又如首末兩輪迴轉之方向及其速比已經指定,則用中輪時,其首末兩輪較小,若首末兩輪直接銜接,則兩輪較大。

如第343圖,欲使 o_2 軸對於 o_1 軸之速比爲 $1:2$ 且使其迴轉之方向相同,則任意計畫兩輪 A 與 B ,使 B 輪節圓之半徑 o_2b 爲 A 輪節圓之半徑 o_1a 之二倍,再於中間置一適宜之中



第 343 圖

輪 C , 使彼此互相銜接即可, (C 輪之軸是否在 o_1o_2 線上均可)。

若不用中輪, 既欲迴轉同向, 則 B 輪須為一環狀輪。至兩輪之大小, 可求之如下:

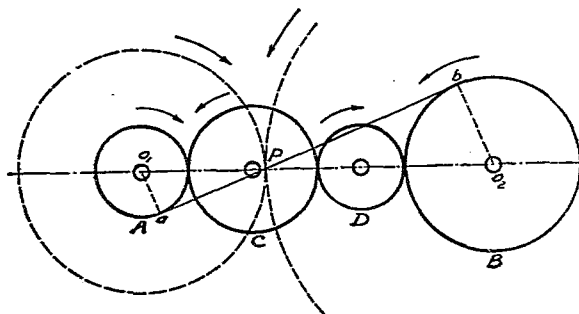
畫 AB 兩輪節圓之公切線 ba , 並引長之, 使與 o_1o_2 引長線相交於 P 點, 則 o_1P 即為所求小齒輪節圓之半徑, o_2P 即為所求環狀輪節圓之半徑。

因 Pa_o_1 與 Pb_o_2 兩三角形為相似三角形。

$$\frac{o_1P}{o_2P} = \frac{o_1a}{o_2b} = \frac{1}{2} = \text{所求之速比也。}$$

如第 344 圖, 欲使 o_2 軸對於 o_1 軸之速比為 $1:2$, 且使其迴轉之方向相反, 則任意計畫 AB 兩輪, 使 B 輪節圓之半徑 o_2b 為 A 輪節圓之半徑 o_1a 之二倍, 再於中間置兩中輪 C 與 D , 使彼此互相銜接即可。

若不用中輪, 則 B 輪節圓之半徑, 須為 o_1o_2 線之三分之



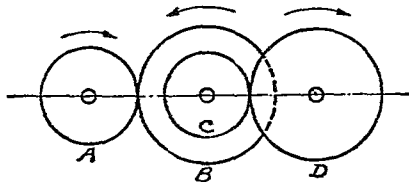
第 344 圖

二, A 輪節圓之半徑須為 o_1o_2 線之三分之一, 或與前圖之方法比照求之如下:

畫 AB 兩輪節圓之公切線 ab , 與 o_1o_2 線相交於 P 點, 則 o_1P 即為 A 輪節圓應有之半徑, o_2P 即為 B 輪節圓應有之半徑, 因 Pa_o_1 與 Pbo_2 兩三角形, 為相似三角形, $\frac{o_1P}{o_2P} = \frac{o_1a}{o_2b} = \frac{1}{2}$ 所求之速比也。

兩圖上用虛線所表示者, 為不用中輪時, 兩輪節圓應有之大小, 比較觀之, 可知用中輪時與不用中輪時, 輪之大小所差甚距, 大小既差, 則購置時之價值及所占之面積, 均因之而異。

246. 複式輪系 如第 345 圖, 設 $ABCD$ 四齒輪組成一複式輪系, A 為最初之原動輪, D 為最末之從動輪, B 與 C 為兩中輪, (在複式輪系中輪不能稱為惰輪) 並設 N_A, N_B, N_C, N_D 依次為四輪每分鐘之迴轉數, T_A, T_B, T_C, T_D 依次為四輪之齒數。



第 345 圖

$$\text{則 } \frac{N_B}{N_A} = \frac{T_A}{T_B} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{N_D}{N_C} = \frac{T_C}{T_D} \dots\dots\dots (2)$$

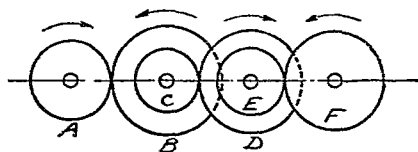
兩等式兩邊相乘得

$$\frac{N_B}{N_A} \times \frac{N_D}{N_C} = \frac{T_A}{T_B} \times \frac{T_C}{T_D}$$

但 BC 兩輪在一軸上,故 $N_B = N_C$,

$$\text{故 } \frac{N_D}{N_A} = \frac{T_A \times T_C}{T_B \times T_D} \dots\dots\dots(107)$$

又如第 346 圖,設 $ABCDEF$ 六輪組成一複式輪系, A 為最初之原動輪, F 為最末之從動輪, $BCDE$ 皆為中輪,裝置於兩個中軸上。



第 346 圖

並設 $N_A N_C N_D N_E N_F$ 依次為六輪每分鐘之迴轉數, $T_A T_B T_C T_D T_E T_F$ 依次為六輪之齒數。

$$\text{則 } \frac{N_B}{N_A} = \frac{T_A}{T_B} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{N_D}{N_C} = \frac{T_C}{T_D} \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{N_F}{N_E} = \frac{T_E}{T_F} \dots\dots\dots(3)$$

三等式兩邊相乘得

$$\frac{N_B}{N_A} \times \frac{N_D}{N_C} \times \frac{N_F}{N_E} = \frac{T_A}{T_B} \times \frac{T_C}{T_D} \times \frac{T_E}{T_F}$$

但 BC 兩輪在一軸上, DE 兩輪在一軸上, 故 $N_B = N_C$,
 $N_D = N_E$.

$$\text{故 } \frac{N_F}{N_A} = \frac{T_A \times T_C \times T_E}{T_b \times T_b \times T_F} \dots\dots\dots(108)$$

又就兩圖觀之, 按 AB 二輪言, A 爲原動輪, B 爲從動輪, 按 CD 二輪言, C 爲原動輪, D 爲從動輪, 按 EF 二輪言, E 爲原動輪, F 爲從動輪, 故(107)與(108)兩式, 又可用下文表之。

在複式輪系, 其輪系之值或末輪每分鐘之迴轉數對於首輪每分鐘之迴轉數之比, 恆等於所有原動輪齒數連乘對於所有從動輪齒數連乘之比。

因齒輪節圓直徑與其齒數成正比, 故在複式輪系, 其輪系之值又等於所有原動輪節圓直徑連乘對於所有從動輪節圓直徑連乘之比。

全系中若有惰輪雜於其中, 最好置之不計, 或使一次爲原動輪, 一次爲從動輪。

又在複式輪系首末兩輪迴轉方向之關係, 可易言之如下。

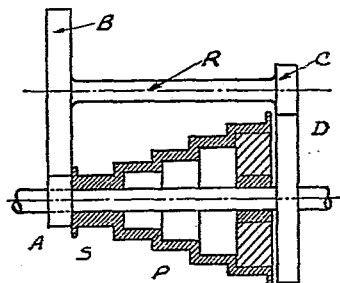
凡中軸之數爲一或任何奇數者, 則首末兩輪迴轉之方向相同, 即輪系之值爲正號。凡中軸之數爲二或任何偶數者, 則首末兩輪迴轉之方向相反, 即輪系之值爲負號。

247. 用複式輪系之利 就前段之結果觀之, 可知用複式輪系, 不但有變換方向及縮小所占面積之利, 且中輪之齒數

對於首末兩輪之速比，亦發生關係，倘備多數齒數不同之齒輪，由適宜之配合，則首末兩輪之速比，亦可任意變更。（在單式輪系無此結果），又在複式輪系，輪系之值，極易得到較大之數值，而各個輪之齒數或大小，則相去並不甚遠，若在單式輪系，倘輪系之值甚大時，則兩輪之齒數必相差太多，兩輪損傷之程度，必致太不平均。

248. 原動輪與從動輪在同心軸上 (Driving and driven gears having coincident axes) 如將一輪系最初之原動輪與最末之從動輪裝置於同心之兩軸上，則全輪系所占之面積尤小，普通鐵床之背輪 (Back gear) 即其一例。如第 347 圖， P 為鐵床之塔輪， $ABCD$ 為四齒輪， A 輪固定於塔輪上，與一平行軸 R 上之 B 輪相銜接。 R 軸上之 C 輪，復與工作軸上之 D 輪相銜接，工作軸與塔輪軸同心，但非係一軸。

R 軸對於 S 軸之位置，可以任意移動，移近之則輪系發生作用，遠移之則背輪不發生作用， D 輪對於塔輪，亦可由一螺旋分合之。



第 347 圖

當不用背輪時，將 R 軸遠移，一面將 D 輪管於塔輪上，工作軸之速率遂與塔輪之速率相同，如塔輪有四級，即可得四

種不同之速率。

當用背輪時，一面使 D 輪與塔輪分開，一面將 R 軸移近，使兩對齒輪均彼此銜接，塔輪之迴轉運動，先由 A 輪傳於 B 輪，再由 C 輪傳於 D 輪而達於工作軸。工作軸之速率遂與塔輪之速率不同，按(107)式得

$$\frac{\text{工作軸之速率}}{\text{塔輪之速率}} = \frac{A \text{ 輪之齒數} \times C \text{ 輪之齒數}}{B \text{ 輪之齒數} \times D \text{ 輪之齒數}}$$

如塔輪有四級，又可得四種不同之速率。故利用背輪之裝置，工作軸之速率數，可加倍。又因 R 軸與 S 軸係平行，故 AB 兩輪節圓直徑之和，恆須與 CD 兩輪節圓直徑之和相等。

例題 35. 某鑽床上之塔輪，共有四級，各級皮帶輪之直徑為 $3\frac{1}{4}$ "， $4\frac{1}{2}$ "， 6 "， $7\frac{3}{4}$ "。對軸上之塔輪，其各級皮帶輪之直徑為 $8\frac{13}{16}$ "， $7\frac{3}{4}$ "， 6 "， $4\frac{1}{2}$ "。對軸每分鐘之迴轉數為 275 次，其背輪輪系上各輪之齒數，計 $A=28$ 齒， $B=84$ 齒， $C=28$ 齒， $D=84$ 齒，問此鑽床之速率各為何。

(a) 不用背輪鑽床每分鐘之迴轉數對於對軸每分鐘之迴轉數之比，與皮帶輪之直徑成反比，故能得之四種速率為

$$(1) 8\frac{13}{16} \div 3\frac{1}{4} \times 275 = 675 \text{ 次。}$$

$$(2) 7\frac{3}{4} \div 4\frac{1}{2} \times 275 = 474 \text{ 次。}$$

$$(3) 6 \div 6 \times 275 = 275 \text{ 次.}$$

$$(4) 3\frac{1}{2} \div 7\frac{3}{4} \times 275 = 160 \text{ 次.}$$

(b) 用背輪時,因背輪輪系之值為 $\frac{28 \times 28}{84 \times 84} = +\frac{1}{9}$ 。故鑄

床每分鐘之迴轉數對於對軸每分鐘之迴轉數之比較前均減至九分之一,故又得四種速率如下:

$$(5) 675 \times \frac{1}{9} = 75 \text{ 次.}$$

$$(6) 474 \times \frac{1}{9} = 58 \text{ 次.}$$

$$(7) 275 \times \frac{1}{9} = 31 \text{ 次.}$$

$$(8) 160 \times \frac{1}{9} = 18 \text{ 次.}$$

在每次計算時,所得結果只用較近之整數,因在此種問題,對軸每分鐘之迴轉數及鑄床上塔輪每分鐘之迴轉數,因皮帶之滑動及皮帶之厚等,恆不能十分確定,精密計之,亦屬無用也。

249. 兩齒輪接觸之回數 (Frequency of contact between teeth) 設有兩齒輪 G_1 與 G_2 其齒數為 T_1 與 T_2 , 兩數之最大公約數為 a 。

$$\text{並設 } T_1 = at_1, \quad T_2 = at_2.$$

$$\text{得 } \frac{G_1 \text{ 之迴轉數}}{G_2 \text{ 之迴轉數}} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{at_2}{at_1} = \frac{t_2}{t_1}.$$

當一對齒互相接觸,至再行接觸,兩輪上各須經過之齒數為 T_1 與 T_2 之最小公倍數 at_1t_2 。

故一對齒自第一次接觸至再行接觸,

$$G_1 \text{ 輪之迴轉數} = \frac{at_1t_2}{at_1} = t_2,$$

$$G_2 \text{ 輪之迴轉數} = \frac{at_1t_2}{at_2} = t_1。$$

故 t_1 與 t_2 之數值愈小,則同對齒在一定之時間內重行接觸之回數必愈多。

設兩軸每分鐘迴轉數之比,須約為 5 比 2,

$$\text{如 } T_1 = 80, \quad T_2 = 32。$$

$$\text{則 } \frac{T_1}{T_2} = \frac{80}{32} = \frac{5}{2}。$$

即每當齒數 T_1 之輪迴轉 2 次,齒數 T_2 之輪迴轉 5 次,同對之齒即重行接觸一次。

若使 T_1 之數值改為 81,則 $\frac{T_1}{T_2} = \frac{81}{32}$ 仍約等於 $\frac{5}{2}$ 。即兩軸每分鐘迴轉數之比,實際上可謂無顯著之改變,但齒數 T_1 之輪須迴轉 32 次,齒數 T_2 之輪須迴轉 81 次,同對之齒方能重行接觸一次。

依此種方法加入一齒足減少同對之齒重行接觸之次數,同時即能使全輪上各齒之傷損,比較均勻,此種作用,在鑄造或製造較粗之齒輪,頗有相當好影響。因在此種齒輪,倘某齒上有不規則之部分,則使其影響分配於大多數之齒上,較

之恆及於一二齒上者，傷損自較均勻也。

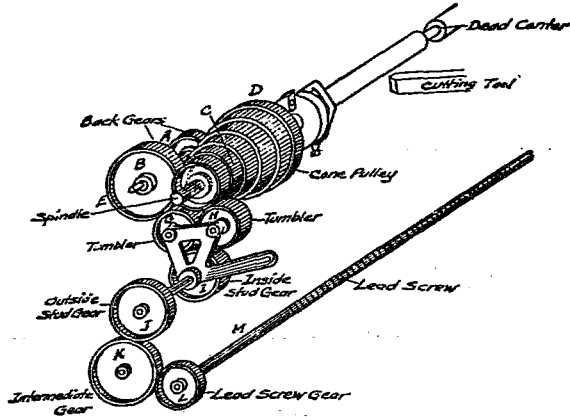
若兩輪之齒數，恰為互質數時，結果最好。如前例 T_1 與 T_2 一為 31，一為 32，即其一例。

350. 鏟床之上輪系 第 348 圖，表示普通鏟床之上輪系。在 E 軸上有 F, C 及 D 三齒輪與一塔輪。 D 輪對於塔輪，若由一栓管於一處，則同時迴轉，若不管於一處，則各自迴轉。 C 輪裝置於塔輪上，恆與之共同迴轉， A 與 B 則為背輪 (Back gear)，裝置於與 E 軸平行之一軸上，可使與 CD 兩輪互相銜接，亦可使之分離，其作用如第 248 段所述。

F 輪裝置於 E 軸上，用以傳達 E 軸之運動於全輪系者。 G 與 H 為兩個小齒輪，謂之翻轉輪 (Tumblers)。所以變換導螺旋 (Lead screw) M 迴轉之方向者，在圖上所表示之情形，係 F 帶動 H ， H 帶動 G ， G 再帶動 I 。然為變換 M 迴轉之方向起見， H 可離開 F 而使 G 直接與 F 相銜接，以減去一中軸之數目。 F 與 I 普通多係同大，如不係同大，則 I 多為 F 之兩倍。如此則 I 之迴轉數為 E 軸迴轉數之二分之一。

I 謂之內突出輪 (Inside stud gear)。在同軸上，復有一外突出輪 J (Outside stud gear)。 K 謂之中輪 (Intermediate gear) 一邊與 J 輪相銜接，一邊與導螺旋上之齒輪 L 相銜接，齒輪 L 有時謂之導螺旋輪 (Lead screw gear)。如按上述之情形，即假定 F 與 I 同大，則當鏟螺旋時，對於所鏟螺旋每吋之線數有關係之輪，僅為外突出輪 J 與導螺旋輪 L 。中輪 K 係裝置

於一活動架之長孔中。故其軸可遠可近，可上可下，以便與大小不同之 J 輪與 L 輪均能相接。



第 348 圖

鑷刀係裝置於一刀架上，此刀架備有陰螺旋，裝置於導螺旋之上，依導螺旋迴轉之方向，或向左移動，或向右移動。

如導螺旋上每吋有 8 線，則每當迴轉 8 次時，鑷刀必向一邊移動一吋，在此時間內，如擬鑷之螺旋迴轉 4 次則每吋必鑷出 4 線，如迴轉 6 次，則每吋必鑷出 6 線。

因 G 、 H 與 K 皆係惰輪，若 F 與 I 同大，則 J 輪之迴轉數，即可代表 B 軸之迴轉數，亦可代表所鑷螺旋之迴轉數。 L 輪之迴轉數，當然與導螺旋之迴轉數相同。

故 JL 兩輪之齒數與所鑷螺旋及導螺旋迴轉數之關係，

可求之如下：

設 N = 所鑿螺旋每吋擬出之線數。

n = 導螺旋每吋之線數。

T = 導螺旋輪 L 之齒數。

t = 外突出輪 J 之齒數。

因迴轉數與齒數成反比。

$$\begin{aligned} \text{故 } \frac{J \text{ 輪之迴轉數}}{L \text{ 輪之齒數輪}} &= \frac{L \text{ 輪之齒數}}{J \text{ 輪之齒數}} \\ \text{或 } \frac{N}{n} &= \frac{T}{t} \dots\dots\dots(109) \end{aligned}$$

若 F 與 I 之齒數不同，則須按複式輪系計算。除 GH 與 K 三惰輪不計外，得

$$\frac{N}{n} = \frac{L \text{ 輪之齒數} \times I \text{ 輪之齒數}}{J \text{ 輪之齒數} \times F \text{ 輪之齒數}} \dots\dots\dots(110)$$

若 I 輪之齒數，恰為 F 輪之二倍，則輪系中已有一比為 2:1，故求 L 與 J 兩輪之齒數時，將 $\frac{N}{n}$ 之比值中，先劈出一 $\frac{2}{1}$ 之因數（在一定之鑿床上， F 輪與 I 輪之齒數多係一定）。

例如 $n=6$ ，欲鑿一每吋 3 線之螺旋，則

$$\begin{aligned} \frac{N}{n} &= \frac{3}{6} = \frac{2 \times 3}{2 \times 6} = \frac{2}{1} \times \frac{3}{12} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{1} \times \frac{16}{64}, \\ \text{或 } &= \frac{2}{1} \times \frac{18}{72}, \\ \text{或 } &= \frac{2}{1} \times \frac{20}{80}, \end{aligned}$$

即 L 輪之齒數可用 16, 或用 18, 或用 20, J 輪之齒數可用 64, 或用 72, 或用 80, 均得同一之結果也。

如欲鑄一每吋 4 線之螺旋, 則

$$\frac{N}{z} = \frac{4}{6} = \frac{2}{1} \times \frac{2}{6} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{1} \times \frac{20}{60} = \frac{2}{1} \times \frac{24}{72}$$

例題 36. 參看前圖, 設導螺旋每吋之線數為 4, F 輪之齒數為 20, I 輪之齒數為 30, J 輪之齒數為 27, L 輪之齒數為 54, 問所鑄之螺旋每吋之線數若干。

按(110)式, 得

$$\frac{N}{z} = \frac{54 \times 30}{27 \times 20} = 3$$

$$\text{故 } N = 4 \times 3 = 12.$$

例題 37. 如導螺旋每吋之線數及 F 與 I 兩輪之齒數仍與前題相同, 如欲鑄一每吋 15 線之螺旋, 試求 J 與 L 兩輪之齒數

仍按(110)式, 得

$$\frac{15}{4} = \frac{L \text{ 輪之齒數}}{J \text{ 輪之齒數}} \times \frac{30}{20}$$

$$\text{即 } \frac{L \text{ 輪之齒數}}{J \text{ 輪之齒數}} = \frac{20}{30} \times \frac{15}{4} = \frac{5}{2}$$

即任擇適宜之兩輪, 但使 L 輪之齒數對於 J 輪之齒數之比為 5 比 2, 即可達到所求之結果, 如 50 與 20, 60 與 24 均可。

例題 38. 某鑄床導螺旋每吋之線數為 4, 附帶各齒輪之齒數為 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 69, 72, 78, 84, F 與 I 兩輪之齒數

相同,如欲鑽一每吋 6 線之螺旋,試求 L 與 J 兩輪之齒數。

$$\text{按公式 } \frac{N}{n} = \frac{T}{t}$$

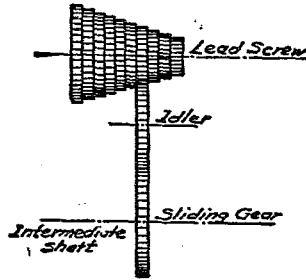
$$\text{得 } \frac{T}{t} = \frac{N}{n} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}.$$

即任擇適宜之兩輪,其齒數為 3 比 2 即可按所有之輪中察之,用 36 與 24,54 與 36,72 與 48,均可得同一結果。

251. 自動變輪 (Automatic change gears) 用前段所述之方法,若工人對於鑽床配輪無相當之知識與經驗,往往發生差誤,或耗費時間,故新式鑽床多備一種自動變輪裝置,不必臨時運算。

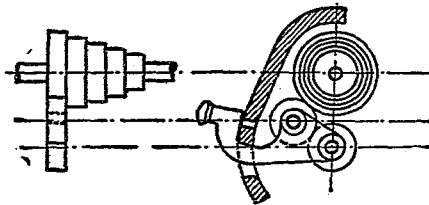
就(109)式觀之,可知倘導螺旋每吋之線數 n 及外突出輪 J (Outside stud gear) 之齒數均一定不變,則所鑽螺旋每吋之線數恆依導螺旋輪之齒數而變化,若根據 n 之數值及 J 輪之齒數,計算普通常用之螺旋線數應用之導螺旋輪齒數,製多數齒輪,並裝置於導螺旋上。

如第 349 圖所示,並於外突出輪與導螺旋輪之間,置一中軸 (Intermediate shaft)。中軸上置一滑輪 (Sliding gear)。由一惰輪與導螺旋輪互相銜接,此滑輪與惰輪係裝置於可以左右上下運動之一柄上,以便改變導螺旋上大小不同之輪。此一部分裝置,多置於一箱中,箱之表面與各輪對照處將應鑽螺旋每吋之線數,各記一數字,故鑽螺旋時,將柄移於正對



第 349 圖

某數字處，所錄螺旋每吋即出若干線數，其大致情形，如第 350 圖所示。



第 350 圖

252. 時鐘上之輪系 第 351 圖，表示一普通時鐘上之輪系。各輪附近之數字，皆係代表輪之齒數。掣子 (Verge or anchor) O 隨同擺 P 擺動，倘擺每秒鐘擺動一次，則每當擺動兩次或每經過兩秒鐘，掣子下之輪 (有時謂之逃輪 Escape wheel) 即迴轉一齒，故 A 軸每分鐘必迴轉一整周，用以帶動秒針 S 極為適宜。 A 與 C 兩軸間輪系之值為 $\frac{C \text{ 軸之迴轉數}}{A \text{ 軸之迴轉數}} = \frac{8 \times 8}{60 \times 64} = \frac{1}{60}$ 。

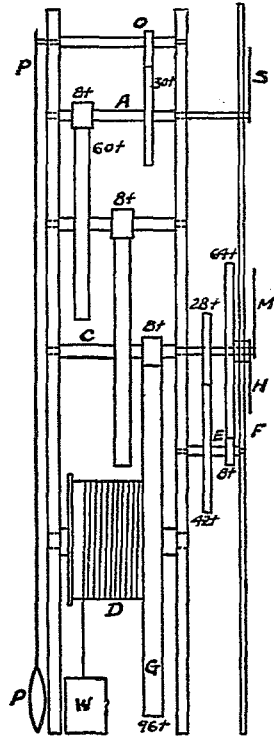
或 A 軸每當迴轉 60 周時, C 軸即迴轉一周, 故 C 軸宜於帶動分針 M 。

時針 H 與分針同心, 惟係用一空筒軸頭裝置於鬆輪 F 上 (F 輪並未固定於 C 軸上)。 F 輪對於 C 軸係由一輪系及一中軸 B 連接之, 此輪系之值為

$$\frac{H \text{ 針之迴轉數}}{M \text{ 針之迴轉數}} = \frac{28 \times 8}{42 \times 64} = \frac{1}{12}$$

故 F 輪宜於帶動時針 H 。

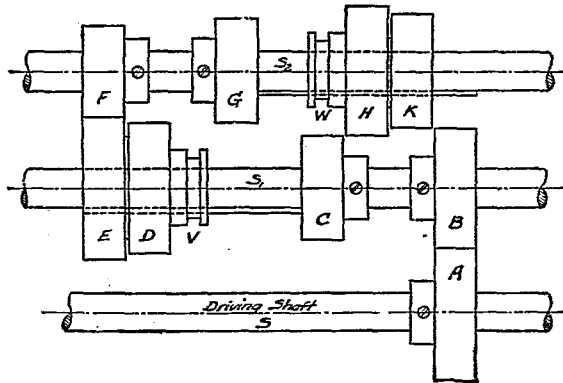
因 D 捲筒上所連之齒輪 G , 其齒數為 96, 與 C 軸上 8 齒之輪相銜接, 故每當分針迴轉 12 周時, D 筒即迴轉一周。即每一晝夜, D 筒即迴轉 2 周。若欲此鐘自行 8 日, D 筒上之繩索, 至少須纏繞 16 周。



第 351 圖

253. 帶動鉋床之輪系 (Planer drive) 第 352 圖表示一帶動鉋床之輪系之一部, S 軸被一電動機或一對軸帶動, 並由 AB 兩齒輪傳其運動於 S_1 軸, 在 S_1 軸上有 ED 兩齒輪, 彼此固定於一處, 但能沿軸上之一長鍵 (Key) 左右移動, 故一面須隨

軸迴轉，一面可由一移動裝置，在 V 槽沿軸移動之。在 S_2 軸上亦有同樣裝置之一對齒輪 HK 。至 BC 兩齒輪係固定於 S_1 軸上。 FG 兩齒輪係固定於 S_2 軸上。 S_2 軸之一端復裝置一皮帶輪（圖上未表示），由皮帶帶動鉋床之平台。此種組合，係使工人由 S 軸之一種速率，可在 S_2 軸上得出四種不同之速率，即使鉋床之平台得到四種不同之速率。



第 352 圖

使 HK 兩輪在圖上所示之位置，使 DE 兩輪向左移動，至 EF 兩輪互相銜接， E 輪即帶動 F 輪。輪系之值，或 S_2 軸對於 S 軸迴轉數之比為

$$\frac{A \text{ 輪之齒數} \times E \text{ 輪之齒數}}{B \text{ 輪之齒數} \times F \text{ 輪之齒數}}$$

其餘各輪如 $CDGHK$ 等均無作用。

如將 DE 兩輪向右移動，使移動之距離微長於 E 輪之齒寬， EF 兩輪互相離開，則全體位於中立之地位 (Neutral

Position), 即運動不能傳達。如將 DE 兩輪再向右移動, 使 DG 兩輪互相銜接, 則 S_2 軸對於 S 軸迴轉數之比為

$$\frac{A \text{ 輪之齒數} \times D \text{ 輪之齒數}}{B \text{ 輪之齒數} \times G \text{ 輪之齒數}}。$$

若仍將 DE 兩輪移於中立地位, 並向右移動 HK 兩輪, 直至 K 輪與 B 輪互相銜接, 則兩軸迴轉數之比為 $\frac{A}{B} \times \frac{B}{K}$ 。

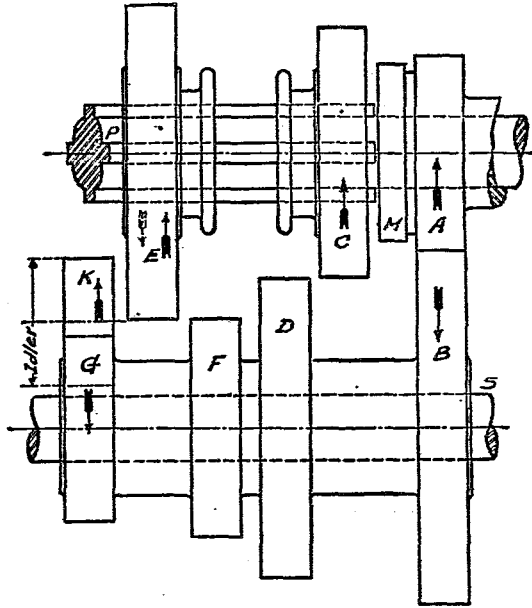
若向左移動 HK 兩輪, 使 CH 兩輪互相接觸, 則兩軸迴轉數之比為 $\frac{A}{B} \times \frac{C}{H}$ 。

移動此兩組滑動輪之槓桿, 有一定之關聯, 務使當一組能向左或向右移動以前, 別一組必歸於中立地位。

254. 汽車上之輪系 (Automobile transmission) 第 353 圖, 表示普通汽車上傳達速率之輪系, 能由之得到三種前進之速率及一種後退之速率。

齒輪 A 裝置於直接由發動機帶動之套管之一端, 在 P 軸之一端自由迴轉。在對軸 S 上, 有 $BDFG$ 四齒輪, 彼此固定於一處, 恆發生同一之迴轉運動。全組之目的, 係使 A 輪按一定之速率迴轉, 而使 P 軸在同一方向能得三種大小不同之速率迴轉, 在相反之方向, 能得一種速率迴轉。

B 輪與 A 輪互相銜接, 故對軸迴轉之方向與 A 輪相反。且對軸迴轉數對於 A 輪迴轉數之比等於 A 輪之齒數對於 B 輪齒數之比。



第 353 圖

CE 兩輪在圖上所示之位置時，對軸之迴轉，無甚作用，即全組位於中立之地位。*A* 輪左邊之軸頭 *M*，其周圍具有若干齒，*C* 輪右邊之內部，則具有相當之齒槽。當 *C* 輪向右移動時，能與 *M* 上之齒互相嵌合，結於一處，又因 *C* 輪係沿 *P* 軸上之長鍵滑向左右，故當 *C* 輪隨 *M* 迴轉時，*P* 軸即隨之迴轉，結果使 *P* 軸按 *A* 輪同一之速率迴轉，得傳動之高速(High speed)。如將 *C* 輪由現在之地位向左移動，使與 *D* 輪互相銜接，則

故有時須計算 AB 兩捲軸之表面速率 (Surface speed), 以資比較, 又因表面速率等於 $2\pi \times$ 迴轉數 \times 半徑, 或迴轉數 $\times \pi \times$ 直徑。

$$\text{故得 } \frac{B \text{ 捲軸之表面速率}}{A \text{ 捲軸之表面速率}} = \frac{B \text{ 捲軸之迴轉數} \times B \text{ 捲軸之直徑}}{A \text{ 捲軸之迴轉數} \times A \text{ 捲軸之直徑}}$$

$$37.84 \times \frac{4}{2.25} = 67.27.$$

256. 起重機上之輪系 (Hoisting machine train) 正齒輪之輪系, 有時用於起重機上, 前曾於第二章述其一二實例, 由其輪系之值, 可求其作力對於所能起之重之關係, 第 355 圖即表示其簡單之組織, 此輪系之值為

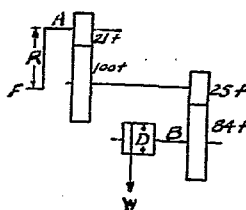
$$\frac{B \text{ 軸之迴轉數}}{A \text{ 軸之迴轉數}} = \frac{21 \times 25}{100 \times 84} = \frac{1}{16}$$

$$\text{設 } D = 15'', R = 1\frac{1}{4} = 15''.$$

$$\text{則 } \frac{W \text{ 之速率}}{F \text{ 之速率}} = \frac{1}{16} \times \frac{15}{30} = \frac{1}{32}$$

$$\therefore \frac{F}{W} = \frac{W \text{ 之速率}}{F \text{ 之速率}} = \frac{1}{32}$$

即倘不計磨擦力之消耗加一倍之作力, 可起 32 倍之重也。



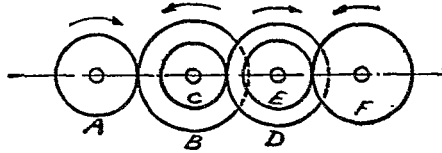
第 355 圖

習 題

1. 在單式輪系與複式輪系, 用中輪各有何利, 試分別述之。
2. $ABCDEF$ 六齒輪, 共組成一複式輪系, 其銜接之情形, 如

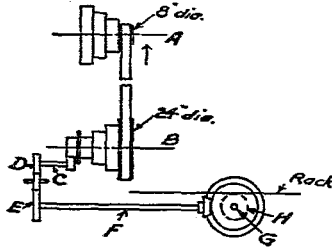
第 356 圖所示，齒 $T_A T_B T_C T_D T_E T_F$ 依次為六輪之齒數， $N_A N_B N_C N_D N_E N_F$ 依次為六輪每分鐘之迴轉數，試證

$$\frac{N_F}{N_A} = \frac{T_A \times T_C \times T_E}{T_B \times T_D \times T_F}$$

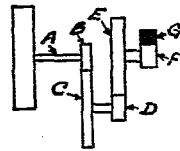


第 356 圖

3. 如第 357 圖，設 A 軸每分鐘按箭頭所指之方向迴轉 120 次，由一開口皮帶帶動 B 軸。皮帶在兩塔輪最右之一級，C 軸由一對齒輪連接於 B 軸。兩齒輪之大小，係使 B 軸每迴轉兩次時，C 軸即迴轉三次。D 輪有 28 齒，E 輪有 78 齒。F 軸之右端，裝置一 12 齒之斜齒輪，與 G 軸上一 120 齒之齒輪互相銜接，G 軸上復裝置徑節為 4 齒數 16 之正齒輪 H。H 輪更帶動一齒桿。問此齒桿每分鐘之速率為若干吋。又齒桿係向右移動抑係向左移動。



第 357 圖



第 358 圖

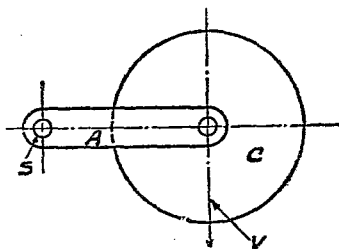
4. 第 358 圖表示一橫機上之輪系，A 軸上裝置一直徑 24 吋之皮帶輪，與對軸上直徑 12 吋之皮帶輪相連。對軸每分鐘之迴轉數為 150 次，BD 兩齒輪各有 12 齒，GE 兩齒輪各有 60 齒。E 輪與 F 輪裝置於一軸上，F 輪之齒數為 10，周節為 1.047 吋。與一齒桿 G 相銜接，G 之下端，裝置鑽錐。問鑽錐工作之速率為每分鐘若干吋。

8. 參看第 362 圖, AB 兩軸上之各輪皆係固定。 C 軸上之三輪係裝置於一處, 且能沿 C 軸上之一長鍵滑動, A 軸每分鐘之迴轉數為 60 次, B 軸上所需三種不同之速率為每分鐘 240 次, 60 次及 15 次。如各輪之徑節皆係 4。試求各齒輪應有之齒數。

第十二章 周轉輪系(Epicyclic gear train)

257. 周轉輪系 一輪系中,有一輪或數輪係繞固定之軸迴轉,其餘各輪,則繞自身亦有迴轉運動之軸迴轉,此種輪系,謂之周轉輪系,周轉輪系中之各輪,多由一桿連絡之,謂之系桿(Train arm),此桿能繞輪系中一輪之軸迴轉。

如第 363 圖,設 C 為一輪,裝置於 A 桿上,並用一軸針固定之,使不能繞其自身之軸迴轉,若使 A 桿繞 S 軸迴轉一周,則 C 輪上垂直向下之一標誌 V ,當 A 桿繼續迴轉時,必繼續變更其所指之方向,俟 A 桿迴轉一整周,此標誌線亦仍舊歸其原來之地位,即亦可視為迴轉一周也。



第 363 圖

如 C 輪與 S 軸上之別一輪相銜接,同時並使其能繞其自身之軸迴轉,則當隨 A 桿迴轉時,彼除去隨同 A 桿迴轉以外,同時並繞其自身之軸迴轉。且 A 桿迴轉一周之時間內,標

誌線指示原來方向之次數，必為 A 桿迴轉數與 C 輪繞其自身之軸之迴轉數之代數和。易言之，即 C 輪之速率恆等於 A 桿之速率與 C 輪繞自身之軸之速率之代數和也。

此結果總迴轉數謂之 C 輪之絕對迴轉數 (Number of absolute turns)。 C 輪繞其自身之軸之速率，則謂之相對速率 (Relative speed)，或 C 輪對於 A 桿之相對速率。

又任意之一迴轉方向如假定為正號，則其相反之方向即為負號。

如第 364 圖，設 B 為一輪，恆隨 S 軸迴轉。 S 軸之兩端則置於固定之軸承上，且由 RK 二輪帶動之。 C 輪與 B 輪互相銜接，套於 T 軸上。此 T 軸由 A 桿帶動之。 A 桿之軸頭上，固定一 E 輪，可由 D 輪帶動之。 F 輪一面與 C 輪連於一處，一面與 G 輪相銜接。 G 輪套於 S 軸上。對於 S 軸可迴轉自由，不與 B 輪同速率。

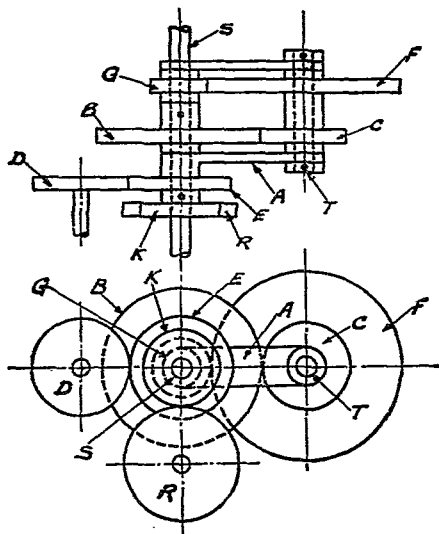
D 輪與 R 輪之迴轉，則源於外部之力。

G 輪之結果速率，由於 B 輪與 A 桿二者之合併，即先假定其一為靜止，其一為運動，再假定已運動者為靜止，原靜止者為運動，其結果速率，即為此兩種速率之代數和。

先假定 D 輪不動，因之 A 桿靜止，則可得下式：

$$\frac{G \text{ 輪之速率}}{B \text{ 輪之速率}} = \frac{B \text{ 輪之齒數} \times F \text{ 輪之齒數}}{C \text{ 輪之齒數} \times G \text{ 輪之齒數}}$$

或 G 輪之速率 = B 輪之速率 \times 輪系之值。……………(1)



第 364 圖

其次假定 B 輪不動, D 輪則依一定速率迴轉, 因之 E 輪與 A 桿必隨之轉動。 T 軸即繞 S 軸迴轉, C 輪繞 B 輪迴轉, 結果亦使 G 輪轉動, 其速率之求法如下:

設 A 桿有一每分鐘向右迴轉 a 次之速率, 則 C 輪繞其自身之軸之速率, 必一如使 A 不動, 使 B 輪每分鐘向左迴轉 a 次時, C 輪應行迴轉之速率, 即 C 輪應繞自身之軸或對於 A 桿每分鐘向右迴轉 $a \times \frac{B \text{ 輪之齒數}}{C \text{ 輪之齒數}}$ 。

此速率應使 G 輪對於 A 桿每分鐘向左迴轉

$$a \times \frac{B \text{ 輪之齒數} \times F \text{ 輪之齒數}}{A \text{ 輪之齒數} \times G \text{ 輪之齒數}} = a \times \text{輪系之值}$$

但 A 桿自身有每分鐘向右迴轉 a 次之速率，

故由 A 桿之速率，G 輪所得之實際速率為 $a - a \times$ 輪系之值 (2)

(1) 與 (2) 合併得

$$G \text{ 輪之速率} = B \text{ 輪之速率} \times \text{輪系之值} + \text{系桿之速率} - \text{系桿速率} \times \text{輪系之值} \dots\dots\dots (111)$$

設 n 代表一周轉輪系末輪之絕對迴轉數或速率 (在此題即 G 輪之速率)。

m 代表一周轉輪系首輪之絕對迴轉數或速率 (在此題即 B 輪之速率)，

a 代表系桿之絕對迴轉數或速率 (在此題即 A 桿之速率)， e 代表輪系之值，則上式可表示之如下：

$$n = me + a - ae \dots\dots\dots (112)$$

(112) 式普通多易為

$$e = \frac{n - a}{m - a} \dots\dots\dots (113)$$

又如此寫法，更可用文字表示之如下：

$$\begin{aligned} \text{輪系之值} &= \frac{\text{末輪對於系桿之迴轉數}}{\text{首輪對於系桿之迴轉數}} \\ &= \frac{\text{末輪之絕對迴轉數} - \text{系桿之迴轉數}}{\text{首輪之絕對迴轉數} - \text{系桿之迴轉數}} \end{aligned}$$

關於周轉輪系之問題,均可由以上兩式解答之,或另用一方法,稱之曰表解法,亦係假定 B 輪與 A 桿之運動為彼此交替者,而非彼此同時者。即先假定各輪均固定於桿,故彼此無相對之運動,使桿依應有之速率,向一定之方向迴轉,各輪亦當然隨之迴轉。然後假定系桿靜止,並使一輪(在此題即 B 輪) 向後或向前迴轉,務使於前次之迴轉數相合,恰等於應有之純迴轉數兩次結果之代數和,即給出所餘之一輪或數輪應有之迴轉數或速率。

如 m, n, a 及 e 仍代表(112)及(113)兩式中相同之值,則上述之方法,可列表如下:

	系桿之迴轉	B輪之迴轉數	G輪之迴轉數
1. 各輪固定	a	a	a
2. 系桿固定	0	$m-a$	$(m-a)e$
3. 結果運動	a	m	$(m-a)e+a$

如所得 G 輪之結果迴轉數或速率仍使等於 n 則

$$n = (m-a)e + a,$$

$$\text{或 } e = \frac{n-a}{m-a}.$$

與(113)式相同,

各數之前,依其數之為正為負,須加 + 號或 - 號,此層對於計算上極關重要。

又無論用公式計算,或用表解法計算,只限於屬於周轉

輪系之一部之各輪,如第364圖中之 DER 與 K 各輪,係只用以帶動周轉輪系之各部,而非包含於周轉輪系之中,故不列入公式或表解之中。

例題38. 在第364圖,設 B 有80齒, C 40齒, F 90齒, G 40齒, 並設 B 輪每分鐘向右迴轉100次, A 桿每分鐘向左迴轉60次,試求 G 輪之速率。

解答一。用(112)式,設向右迴轉假定為+號,則

$$m = +100 \quad a = -60.$$

$$e = \frac{80}{40} \times \frac{90}{30} = 6.$$

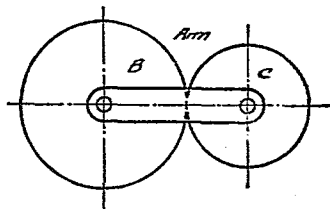
又 A 桿靜止時, G 輪與 B 輪迴轉之方向相同,故 e 之數值為正,即 $e = +6$. 代入(112)式。

$$n = 100 \times 6 + (-60) - (-60 \times 6) = 600 - 60 + 360 = 900.$$

解答二。用表解法,

	桿	B	G
1. 各輪固定於桿	-60	-60	-60
2. 系桿靜止	0	+160	160×6
	-60	+100	960-60
			=900.

例題39. 如第365圖,設 B 輪有24齒, C 輪有18齒,並設不使 B 輪迴轉,而使系桿向右迴轉一周,試求 C 輪之絕對迴轉數。



第 365 圖

解答一。用(112)式,

$$m=0, \quad e = -\frac{24}{18} = -\frac{4}{3}.$$

$$a = +1. \quad (\text{假定向右轉動爲正}).$$

代入(112)式,則

$$n = 0 + 1 - \left(-\frac{4}{3}\right) \times (+1)$$

$$\text{或} = \frac{7}{3}.$$

解答二。用表解法。

	桿	B	C
1. 各輪固定於桿	+1	+1	+1
2. 系桿靜止	0	-1	$1 - \left(-\frac{4}{3}\right)$
	+1	0	$1 + \frac{4}{3}$
			$= \frac{7}{3}.$

例題 40. 如第 366 圖。設 B 爲固定之環狀輪固定於機

架之上,不能迴轉, S 為 BE 兩輪之軸,系桿 A 可繞之迴轉, B 輪有24齒, C 輪有20齒, D 輪有16齒, E 輪有96齒,如欲使 B 輪之速率每分鐘向左迴轉75次,試求 A 桿之速率。

解答 假設 B 輪為全系之第一輪,並設向右迴轉為+號。

按(112)式,

$$n=0, \quad m=-75,$$

$$e=+\frac{24}{96}=+\frac{1}{4},$$

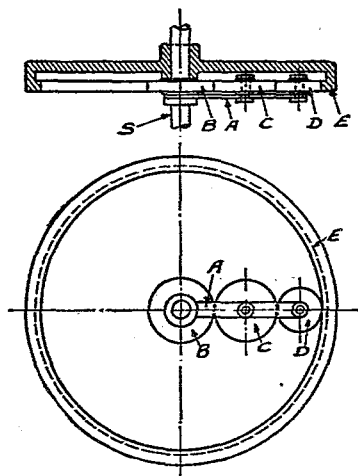
將各數值代入(112)式中,得

$$0=-75 \times \frac{1}{4} + a - a \times \frac{1}{4}$$

$$\text{故 } a=+25$$

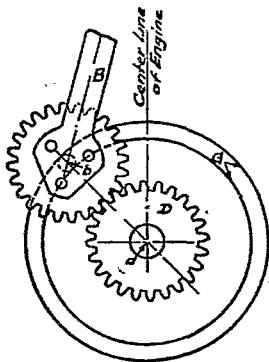
即欲使 B 輪之速率,每分鐘向左迴轉75次,則 A 桿每分鐘須向右迴轉25次,

258. 太陽與行星輪 (Sun and planet wheel) 第367圖表示一種兩輪之周轉輪系之應用。謂之太陽與行星輪,為瓦特所發明。因其時曲柄尚有專利權,故用此種以代替之,惟在此發明,其周轉輪系之系桿代以固定之環狀槽 G ,約束兩輪,恆



第 366 圖

使銜接。 a 爲機軸，將 D 齒輪固定於其上， B 爲連桿，裝置於機器上下運動之橫梁上。齒輪 C 則固定於連桿之下端。如此裝置，齒輪 C 雖不得謂爲無相當之運動，然當系桿（即連 GD 兩輪之中心線）迴轉一整周時， C 輪對於 D 輪之作用實與未曾迴轉相同。因當系桿迴轉一整周時， C 之地位，完全與起始時相同也。



第 367 圖

假設 GD 兩輪之齒數相同，

則輪系之值 $= -1$ 。設系桿 ab （相當之系桿）向右迴轉一周，試求 D 輪或機軸之迴轉數。

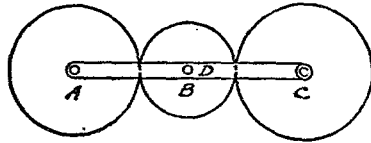
設 m 代表 D 輪之迴轉數， a 代表系桿之迴轉數， n 代表 C 輪之迴轉數。

解答 按(118)式得

$$-1 = \frac{0-1}{m-1}, \text{ 故 } m=2.$$

即當 C 輪繞機軸一周時，機軸即迴轉兩次。

例題 41. 第 368 圖，表示一三輪之周轉輪系，設 A 有 55 齒， C 有 50 齒， A 輪不迴轉，當系桿 D 迴轉 +10 次，試求 C 輪之迴轉數。



第 368 圖

解答

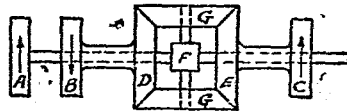
用表解法。

	A	C	D
1. 各輪固定於桿	+10	+10	+10
2. 系桿固定,各輪不固定	-10	$-10\left(\frac{55}{50}\right)$	0
結果運動	0	-1	+10

或當系桿 D 迴轉 +10 次時, C 輪迴轉 -1 次。

如 C 輪之齒數與 A 輪之齒數相同,則 C 輪將不迴轉。如 C 輪之齒數較 A 輪之齒數多,則 C 輪將與系桿迴轉之方向相同。

259. 斜齒輪周轉輪系 第 369 圖,表示一普通斜齒輪周轉輪系, D 與 B 為兩斜齒輪,各有一長軸筒,一與 B 輪相連,一與 C 輪相連,中間貫一長軸,長軸中間,裝置一十字桿 F ,為支持兩惰輪 GG 之用。(就動作言有一惰輪即足用,若用兩個,則動作比較均衡,且磨擦力與損傷均減輕)。



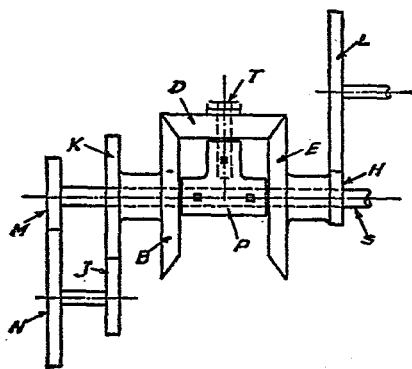
第 369 圖

長軸與十字桿,可由 A 輪迴轉之,隨意給予一種迴轉速率,同時斜齒輪 D 更可由 B 輪迴轉之,以求斜齒輪 E 之結果速率,此處長軸與十字桿即相當正齒輪周轉輪系之系桿。

當兩斜齒輪如此裝置,則 D 與 E 之齒數完全相同,其迴轉之方向則適相反,即其輪系之值為 -1 。為清晰起見,斜齒輪迴轉之方向,亦規定正負號,如規定較近之邊向上運動時為正,則向下運動時即為負,或規定較近之邊向下運動時為正,則向上運動時為負。

例題 42. 如第 370 圖, B 與 E 為兩斜齒輪,均可在 S 軸上自由迴轉,惟均未固定於其上, P 為一軸套,由鍵固定於 S 軸上,並於突出之部分,

用螺旋釘管定一橫軸 T 。上置惰輪 D 。得自由繞 T 迴轉,並與 BE 兩輪互相銜接。 BE 兩輪之齒數完全相同。 T 軸之方向與 S 軸垂直。 $MNKJL$ 及 H 為六個正齒輪,其連接之情形,如圖



第 370 圖

上所示, M 之齒數為 20, N 之齒數為 45, K 之齒數為 40, J 之齒數為 25, L 之齒數為 51, H 之齒數為 17, 如 J 輪每分鐘之迴轉

數為40,試求L輪之速率。

解答 第一步,先將屬於周轉輪系之各輪提出。在此輪系,屬於周轉輪系者,顯然為B, D與E三輪。T為系桿。假定B為輪系之首輪, E為輪系之末輪,並設 m 代表B輪之速率, n 代表E輪之速率。 a 代表S軸或T軸之速率, e 代表BE兩輪間之輪系之值。設J輪迴轉之方向為正。

按照(112)式得

$$e = -1$$

$$m = -\frac{25}{40} \times 40 = -25.$$

$$a = -\frac{45}{20} \times 40 = -90.$$

代入(112)式得

$$= (-25) \times (-1) + (-90) - \{(-90) \times (-1)\}$$

$$= 25 - 90 - 90 = -155 = E \text{ 輪之速率.}$$

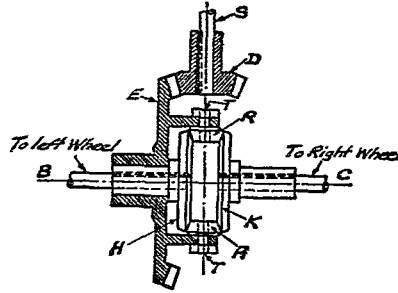
$$L \text{ 輪之速率} = -155 \times \left(-\frac{17}{51}\right) = 51\frac{2}{3}.$$

故L輪有每分鐘迴轉 $51\frac{2}{3}$ 次之速率,其迴轉之方向與J輪同。

此問題亦可用表解法解答之,其方法與正齒輪周轉輪系同。

260. 斜齒輪分速裝置(Bevel gear differential) 第371圖,表示一種汽車上之斜齒輪分速裝置。S軸由發動機迴轉, D

爲一斜齒輪，由一鍵固定於 S 軸上，一面並與斜齒輪 E 相銜接。 E 輪可沿 H 輪之軸頭自由迴轉， H 輪則用一鍵固定於汽車左輪之軸上。又 E 輪上有一向外突出之架，裝置小軸 T 。 T 軸上復裝置惰輪 R 。 R



第 371 圖

輪之數目，恆係數個，分擔所負之載荷。又 R 輪一面與固定於左輪軸上之 H 輪相銜接。一面與固定於右輪軸上之 K 輪相銜接。當汽車向前直進時， D 帶動 E ， E 傳於 R ，再由 R 分配原動力於 H K 兩輪，而帶動汽車之兩輪。即自 E 以下之各輪，不啻合爲一體，彼此均無相對運動。但當汽車轉灣時，例如向右轉灣，則左邊之車輪迴轉須加速，即 B 軸迴轉須較 C 軸爲速，則各輪須起始發生相對運動，其動作即須爲一種周轉輪系之動作矣。

假想將車之左輪懸起，因之 B 軸與 H 輪均可自由迴轉，車之右輪則仍留於地上，並不使迴轉，結果 K 輪即不能迴轉。設 K 輪爲輪系之首輪， E 爲系桿，當 E 迴轉一次時， $(+)$ 。試求 B 輪之迴轉數。

解答 按照(113)式得

$$-1 = \frac{n-1}{0-1},$$

或 $n=2$ 。

即左輪之迴轉數恰為 B 輪迴轉數之二倍也。

例題 43. 第 372 圖, 表示一斜齒輪之複式輪系, 如 B 輪為首輪, D 輪為末輪, 則輪系之值不為 -1 , 而為 $-\frac{125}{42} \times \frac{28}{15} =$

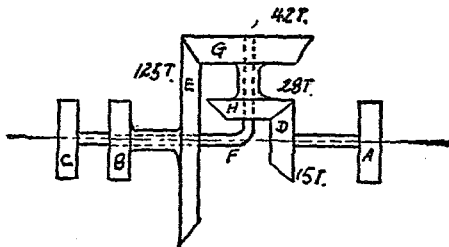
$$-\frac{50}{9}.$$

設 m 代表 B 輪之迴轉數, n 代表 D 輪之迴轉數, a 代表系桿之迴轉數, (與 C 輪之迴轉數同)。假設 A 輪迴轉 $+40$ 次, B 輪迴轉 -10 次, 試求系桿之迴轉數。

$$\text{按(113)式, 得 } -\frac{50}{9} = \frac{40-a}{-10-a}$$

$$\text{或 } = -\frac{140}{59}.$$

即 C 輪將與 BE 兩輪同一之方向迴轉 $\frac{140}{59}$ 次。



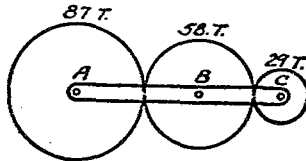
第 372 圖

習 題

1. 如第 373 圖, ABC 爲一周轉輪系上之三輪, 由一系桿聯絡之各輪之齒數如圖上所示。

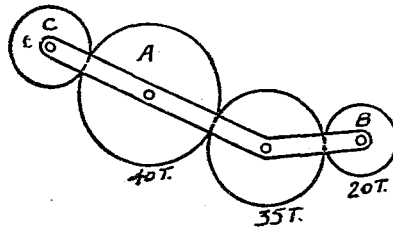
(a) 如 A 輪迴轉 $+1$ 次, 系桿迴轉 -3 次, 試求 BC 兩輪之迴轉數。

(b) 如 A 輪不動, B 輪迴轉 $+30$ 次, 試求系桿之迴轉數。



第 373 圖

2. 如第 374 圖, A 輪固定於一軸上, 系桿亦繞 A 輪之軸迴轉。 AB 兩輪及其中輪之齒數如圖上所示, 如擬使 C 輪之絕對迴轉數爲 B 輪絕對迴轉數之三倍, 且迴轉之方向恰相反, 問 C 輪之齒數應爲若干。

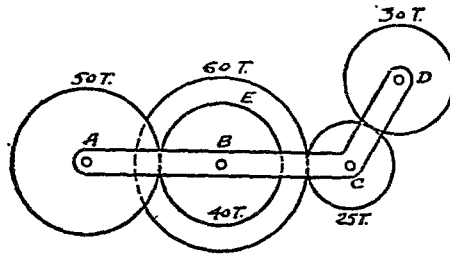


第 374 圖

3. 如第 375 圖, $ABCDE$ 五齒輪組成一套式周轉輪系, 其齒數如圖上所示。

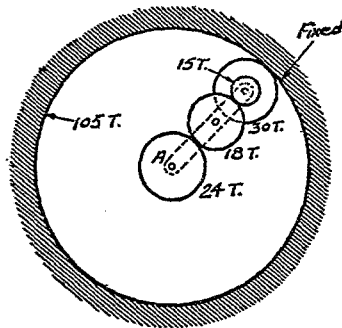
(a) 如 A 輪迴轉 $+3$ 次, 系桿迴轉 -5 次, 試求 BGD 三輪之迴轉數。

(b) 如 ED 兩輪之間用兩個惰輪, 其餘均與前相同。試求 D 輪之迴轉數。



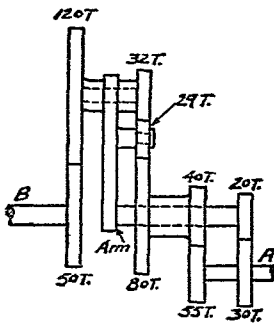
第 375 圖

4. 如第 375 圖, 倘 A 輪迴轉 $+38$ 次, 問系桿迴轉若干次。

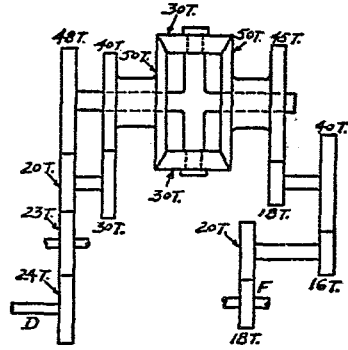


第 376 圖

5. 如第 377 圖, 倘 A 輪迴轉 $+20$ 次, 問 B 輪之迴轉數與其迴轉方向。



第 377 圖



第 378 圖

6. 如第 378 圖, 倘 D 輪運轉 -3 次, 問 F 輪之運轉數與其運轉方向。

第十三章 速率圖(Velocity Diagrams)

261. 速率圖 在第九章,曾研究一機構上任一點之速率之求法,但有時為比較上或研究上之便利起見,每將某點運動之全循環中各時刻所有之速率完全表出,且多用一種圖示法,此種表示一機構上任一點全循環中各時刻所有之速率(加速率同此)之圖,謂之速率圖。

如所研究之點為直線運動之點,則用一種直線速率圖(Linear velocity diagram)。

如所研究之點,為圓周運動之點,則用一種極線速率圖(Polar velocity diagram)。

262. 直線速率圖 如第 379 圖,設 A 塊沿一平面由左向右運動,並設 $A, 2, 3, 4$ 為 A 塊四個不同之地位,在每個地位,沿 A 塊運動之方向各畫一直線,使代表 A 塊行至各地位時所有之速率,在每一地位各畫一垂直線,並將代表速率之各直

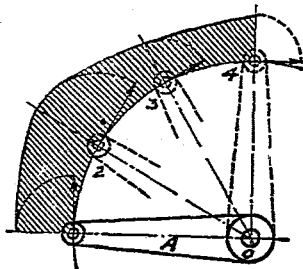


第 379 圖

線均迴轉於相當之垂直線上，連各線頂端畫一曲線，則此曲線即為所求之速率圖。

如欲求 A 塊在任一地位所有之速率，則於所在地位畫一垂直線，此垂直線在曲線下所有之長度，即代表在此地位應有之速率。

263. 極線速率圖 如第 380 圖，設 A 為一曲柄，繞 O 軸迴轉，並設 1, 2, 3, 4 為曲柄四個不同之地位，在每個地位，沿曲柄軸針運動之方向各畫一直線，使代表曲柄在各地位時，曲柄軸針所有之速率，在各地位，由 O 點起，各畫一半徑線，並引長之，將代表速率之各直線均迴轉於半徑引長線上，連各線之頂端畫一曲線，即為所求之速率圖。



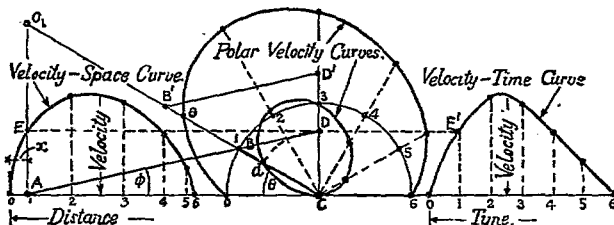
第 380 圖

如欲求曲柄軸針在任一地位所有之速率，則於所在地位畫一半徑引長線，此引長線在圓周與曲線之間之一段，即代表曲柄軸針在此地位應有之速率。

264. 活塞速率圖 (Piston velocity diagram) 在普通蒸汽機，活塞之往復運動，由曲柄 (Crank) 與連桿之作用，變為機軸之迴轉運動，因丁頭 (Crosshead) 之運動，完全與活塞之運動相同，故為簡單起見，在下列數段，專就丁頭之運動加以研究，

活塞之運動，即可完全由丁頭之運動代表之。

如第 381 圖，設 A 代表丁頭軸針之軸， AB 代表連桿， BC



第 381 圖

代表曲柄， C 代表機軸，並設活塞運動之中心線經過 C 點。

設 O_1 為連桿在圖上所示之位置時之瞬時中心， V 為曲柄軸針之線速率， v 為丁頭之線速率。（亦即活塞之線速率下仿此）。則

$$\frac{v}{V} = \frac{O_1A}{O_1B}$$

經過 C 點，畫 CD' 線，與 AC 垂直，並沿 CB 引長線，截 CB' 一段，使代表 V （按任意適宜尺寸），畫 $B'D'$ 與 AB 平行，遇 CD' 線於 D' 點，因 O_1AB 與 $C'D'B'$ 為相似三角形，故

$$\frac{CD'}{CB'} = \frac{O_1A}{O_1B} = \frac{v}{V}$$

即 CD' 一段按 CB' 代表 V 同一之尺寸代表 v 也。

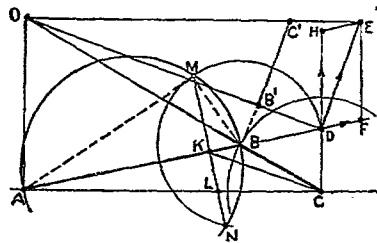
又因曲柄軸針之線速率，普通多係等量，故選擇速率之尺寸時，若即使曲柄之長度代表 V ，則必比較方便。如此則引長 AB 線，使與 CD' 線相遇於 D 點，則 CD 一段，必恆按 CB 代表

V 同一之尺寸代表 v 。畫 DE 線與 CA 平行，並使與 A 點之垂直線 AE 相遇於 E 點。則 AE 一段，即代表丁頭行至 A 點時，丁頭或活塞之線速率。多求數點連為一曲線，即得以活塞所行之距離為標準之活塞速率圖，如圖中左邊所示者，謂之速率空間曲線 (Velocity space curve)。若每次沿 CB 線截一段 Cd ，使等於 CD ，或每次沿 CB 引長線，截一段 Be ，使等於 CD ，而連所得各點為一曲線，即得以機軸中心為標準之活塞速率圖，如圖中中間所示者，謂之極線速率曲線 (Polar velocity curve)。圖中右邊所示者，則係以曲柄所轉之角度或機軸迴轉之時間為標準之活塞速率圖，謂之速率時間曲線 (Velocity time curve)。

若連桿之長至無限，或就構造上言，相當一無限長之連桿，如前第 258 圖所示，則 AB 線恆與活塞運動之方向平行。 BD 必與 CD 垂直。若仍以 CB 之長代表曲柄軸針之線速率。並設 CB 對於 AB 所成之角度為 θ ，則代表活塞線速率 v 之 CD 必等於 $CB \cos \theta = V \sin \theta$ 。倘 V 為等量，則活塞之運動即為一種單弦運動。以活塞所行距離為標準與以機軸迴轉之時間為標準之速率圖，皆係一種正切曲線 (Sine curve)。而以機軸中心為標準之速率圖，則為以曲柄之長度為直徑之圓。

265. 活塞之加速率 (Piston acceleration) 參看前圖及第 382 圖，因倘 CB 代表曲柄軸針之線速率，則 CD 代表活塞之線速率。又因加速率係速率對於時間之增加率。 D 點沿 CD

方向之速率即爲 CD 之增加率。故 D 點沿 CD 方向之速率即活塞之加速率也。設 D 點爲 AB 引長線上之一點，則 D 點在此時刻運動之方向必與 OD 垂直。且其



第 382 圖

線速率之大小必等於 $V \times \frac{OD}{OB}$ ，此線速率可用圖解法求之如下。

在 OD 線上，截 OB' 一段，使等於 OB 。畫 $B'C'$ 線，與 OD 垂直，並使等於 BC 。連 OC' 線並引長之，使與 OD 垂直線 DE 相遇於 E 點。

$$\text{則 } DE = V \times \frac{OD}{OB}.$$

倘將 DE 分解爲兩部，一 DF 沿 AB 線，一 DH 沿 CD 線。則 DH 即爲 D 點沿 CD 之線速率，亦即代表活塞之加速率。畫 CK 與 OD 平行，遇 AB 於 K 點。畫 KL 與 AB 垂直，遇 AC 於 L 點，則 CL 一段可證明與 DH 相等。

CKB 與 ODB 兩三角形，爲相似三角形，得

$$\frac{CK}{BC} = \frac{OD}{OB} = \frac{OD}{OB'} = \frac{DE}{B'C'} = \frac{DE}{BC},$$

故 $CK = DE$ 。

又因 CKL 三角形之三邊各與 DEH 三角形相當之邊

垂直,故兩三角形亦為相似三角形。即

$$\frac{CL}{CK} = \frac{DH}{DE}.$$

但 $CK=DE$, 故 $CL=DH$ 。

由此結果觀之,可知倘 O 點之地位不甚遠時,則畫 CK 與 OD 平行,遇 AB 於 K 點,再畫 LK 與 AB 垂直,遇 AC 於 L 點,則代表活塞加速率之 CL 線即可求出。但在活塞運動之全距離內,有一大部, O 點所佔之地位甚遠,用上述之畫法多感不便,故有另求一種方法之必要,茲將 Klein 氏求 LK 之方法述之如下:

以 AB 為直徑畫一圓,以 B 點為中心,以 BD 為半徑,再畫一圓,與第一圓相切於 M 與 N 兩點,連 MN 線,則 MN 線,即與前法之 KL 線相合。

仍參看用前法所得之 K 點,

$$\frac{BK}{BD} = \frac{BC}{OB}, \text{ 因 } \triangle CBK \text{ 與 } \triangle OBD \text{ 為相似三角形。}$$

$$\text{又 } \frac{BC}{OB} = \frac{BD}{AB}, \text{ 因 } \triangle CBD \text{ 與 } \triangle OBA \text{ 為相似三角形。}$$

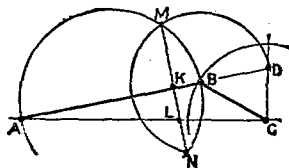
$$\text{故 } \frac{BK}{BD} = \frac{BD}{AB}, \text{ 或 } BK \times AB = BD^2$$

再參看用 Klein 氏方法所求得之 K 點。

$$\frac{BK}{BD} = \frac{BK}{BM} = \frac{BM}{AB} = \frac{BD}{AB}.$$

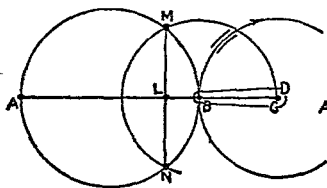
或 $BK \times AB = BD^2$ 。與前法之結果同。

爲清晰起見,用 Klein 氏方法所有之各重要線,再用第 383 圖表示之。

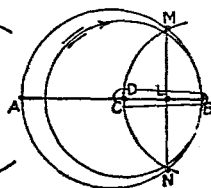


第 383 第

266. 在一衝程兩端時活塞之加速率 (Piston acceleration at ends of stroke) 當活塞在一衝程之任一端時,曲柄與連桿均在一直線上,第 384 圖,係用 Klein 氏作圖法表示活塞在一衝程外端時之結果,第 385 圖,係用 Klein 氏作圖法表示活塞在一衝程內端時之結果,參看第 384 圖,設 l 代表連桿之長, r 代表曲柄之長,在此時刻,連桿上 A 點繞 B 點之角速率爲 $\frac{V}{l}$,按向心加速率之理, A 點因此速率沿 AC 方向之加速率等於 $\frac{V^2}{l}$ 。



第 384 圖



第 385 圖

又曲柄之角速率爲 $\frac{V}{r}$ ， A 點因此速率沿 AC 方向之加速率等於 $\frac{V^2}{r}$ 。故在此時刻 A 點沿 AC 方向之總加速率等於 $\frac{V^2}{r} + \frac{V^2}{l}$ 。

參看第 385 圖，在此時刻，連桿上 A 點沿 AC 方向之加速率仍爲 $\frac{V^2}{l}$ 。若就沿 CA 方向論，則爲 $-\frac{V^2}{l}$ 。 A 點因曲柄角速率 $\frac{V}{r}$ 沿 CA 方向之加速率則爲 $\frac{V^2}{r}$ 。故在此時刻 A 點沿 CA 方向之總加速率等於 $\frac{V^2}{r} - \frac{V^2}{l}$ 。

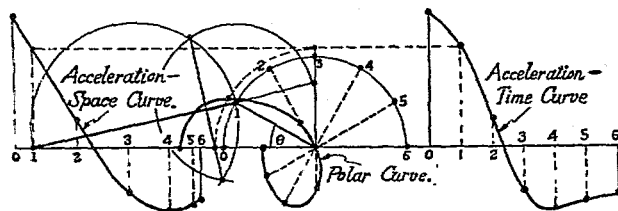
故總合論之，加速率 $f = V^2 \left(\frac{1}{r} \pm \frac{1}{l} \right) = \frac{V^2}{r} \left(1 \pm \frac{r}{l} \right) = \frac{V^2}{r} \left(1 \pm \frac{1}{n} \right)$ ，式中 n 爲連桿長度對於曲柄長度之比。正號者用於活塞在一衝程外端時，負號者用於活塞在一衝程內端時。

例如 $V =$ 每秒 10 呎， $r = 10$ 吋， $l = 50$ 吋。

$$f = \frac{10^2 \times 12}{10} \left(1 \pm \frac{10}{50} \right) = 144 \text{ 呎/秒}^2, \text{ 在一衝程外端。}$$

$$= 96 \text{ 呎/秒}^2, \text{ 在一衝程內端。}$$

267. 活塞加速率圖 (Piston acceleration diagram) 在前兩段已證明活塞在一衝程任一點之加速率之求法，若將活塞在一衝程上數點之加速率求出，亦可連爲一曲線，與前活塞速率圖相當之活塞加速率圖亦均可得出，第 386 圖即表示連桿長度爲曲柄長度 $2\frac{1}{4}$ 倍時之各種活塞加速率圖，與前比照觀之，自易明瞭。



第 386 圖

268. 用算法求活塞之速率與加速率 活塞之速率與加速率可用畫圖法求出,已如前數段所述。但當曲柄在任何地位時,活塞之速率及加速率,更可用下列公式算出。

仍參看第 381 圖,設 θ 代表曲柄對於衝程線 (Line of stroke) 所成之角度, ϕ 代表連桿對於衝程線所成之角度, n 代表連桿長度對於曲柄長度之比。即 $n = \frac{l}{r}$, 則

$$\frac{v}{V} = \frac{\sin(\theta + \phi)}{\cos \phi} = \frac{\sin \theta \cos \phi + \cos \theta \sin \phi}{\cos \phi} = \sin \theta + \frac{\cos \theta \sin \phi}{\cos \phi}.$$

(因 $\angle DBC = \theta + \phi$, $\angle BDC = (90^\circ - \phi)$.)

$$\text{但 } \sin \phi = \frac{r}{l} \sin \theta = \frac{\sin \theta}{n}.$$

$$\cos \phi = \sqrt{1 - \sin^2 \phi} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}.$$

$$\text{故 } \frac{v}{V} = \sin \theta + \frac{\sin \theta \cos \theta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} = \sin \theta + \frac{\sin 2\theta}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}.$$

$$\text{或 } v = V \left(\sin \theta + \frac{\sin 2\theta}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} \right) \dots \dots \dots (114)$$

就普通蒸汽機上 n 之數值研究之,若用 n 替代 $\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}$ 所差極微,故可直寫為 $v = V \left(\sin \theta + \frac{\sin 2\theta}{2n} \right)$ (115)

若用上式為 v 之公式,則加速率可求之如下:

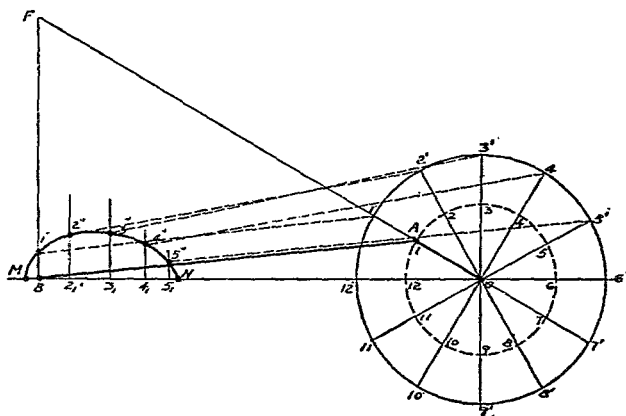
$$\begin{aligned} f &= \frac{dv}{dt} = V \left(\cos \theta \frac{d\theta}{dt} + \frac{2 \cos 2\theta}{2n} \frac{d\theta}{dt} \right), V \text{ 係一常數.} \\ &= V \left(\frac{V}{r} \cos \theta + \frac{V}{r} \frac{\cos 2\theta}{n} \right) \\ &= \frac{V^2}{r} \left(\cos \theta + \frac{\cos 2\theta}{n} \right) \dots\dots\dots (116) \end{aligned}$$

若用(114)式為 v 之公式,則加速率

$$f = \frac{dv}{dt} = \frac{V^2}{r} \left\{ \cos \theta + \frac{\frac{\cos 2\theta}{n} + \frac{\sin 4\theta}{n^3}}{\left(1 - \frac{\sin 2\theta}{n^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \right\} \dots\dots (117)$$

269. 活塞速率圖之另一求法 如第 387 圖,設 O 代表機軸, OA 代表曲柄, AB 代表連桿, B 點代表丁頭軸針。如曲柄每分鐘之迴轉數為 n , 則曲柄軸針 A 每分鐘之線速率 $V = 2\pi \times OA \times n$ 。如 n 係一定數, 即曲柄之角速率恆為一定。則 V 之數值亦係一等量。

畫曲柄軸針所行之圓周, 並任意等分為若干等份, 在此圖係分為 12 等份, 以 O 為中心, 以 AB 加 OA 及 AB 減 OA 為半徑, 截丁頭軸針所行之直線, 得丁頭軸針行至兩極端, 應在之地位 M 與 N 兩點, 以 1, 2, 3, 4, 12 等點為中心, 以連桿之長為半徑, 截丁頭軸針所行之直線, 得 $B, 2_1, 3_1, 4_1, \dots\dots$ 等點。



第 387 圖

從 A 點起,沿 OA 引長線上,截 $A1'$ 一段,使代表曲柄軸針之速率 V 。

如假設 V 之數值係等量,則代表 V 之直線必係等長,即曲柄軸針之極線速率圖,係以 $O1'$ 為半徑之一圓。

當連桿在圖上 AB 之地位時,其瞬時中心必在 F 點,又因在同一物體上,各點之瞬時速率恆與其瞬時半徑成正比,即 $\frac{B \text{ 點之線速率}}{A \text{ 點之線速率}} = \frac{BF}{AF}$ 。經過 $1'$ 點,畫 $1'1''$ 直線,與 AB 平行,並遇 B 點之垂直線於 $1''$ 點,則

$$\frac{B1''}{A1'} \text{ 必等於 } \frac{BF}{AF}。$$

故 $A1'$ 如代表曲柄軸針 A 之速率,則 $B1''$ 必按同一之尺

寸代表丁頭軸針之速率,即欲求丁頭軸針之速率,無須每次必求出 F 點,用同一方法,求出 $2_1 2''$, $3_1 3''$,……等線,代表 A 點行至 $2, 3, \dots$ 時,丁頭軸針應有之速率,連 $M, 1'', 2'', 3'' \dots$ 等點,畫一曲線即得所求之活塞速率圖。

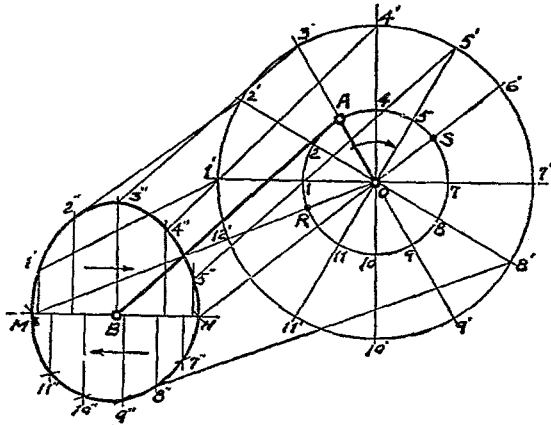
當丁頭軸針回行時,其速率圖完全與前行時相同,故下半圖完全與上半圖對稱。

270. 變速運動機構 (Variable motion mechanism) 如丁頭軸針所行之直線不經過機軸之中心,則活塞速率圖之上半與下半即不對稱。

如第 388 圖,設 O 為機軸之中心, OA 代表曲柄, AB 代表連桿, MN 代表丁頭軸針所行之中心線, M 與 N 兩點係以 O 為中心,以曲柄與連桿長度之和與較為半徑,各作一弧,截丁頭軸針所行之直線而得。

連 MO 線,遇曲柄軸針所行之圓於 R 點,連 NO 線,並引長之,遇曲柄軸針所行之圓於 S 點,則 R 與 S 兩點即為丁頭在一衝程兩端時,曲柄軸針所占之地位。

如曲柄按表針迴轉之方向迴轉,如箭頭所示,則當曲柄迴轉 ROS 角時,丁頭軸針由 M 行至 N 。當曲柄迴轉 SOR 角時,丁頭軸針由 N 行至 M ,但 ROS 角小於 180° , SOR 角則大於 180° 。故倘曲柄按一種等角速率迴轉,則丁頭軸針由 M 行至 N 時,其速率必較高,由 N 行至 M 時,其速率必較低。其情形如圖上所示,圖之畫法,與前段相同,茲不贅述。



第 388 圖

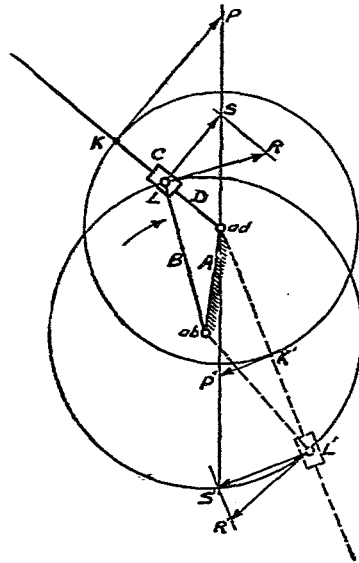
271. 變速迴轉運動機構 (Variable rotary motion mechanism)

仍用第 387 圖之組織，但將相當曲柄之一件，使之固定。相當機架之一件使改為能運動之件，並將各件之大小，加以相當之變更，則可得到另一種變速機構。

如第 389 圖，設 $ABCD$ 為組成此機構之四件， A 件靜止，迴轉桿 B 之上端，由活動軸裝置於滑塊上，假設 B 桿之上端按一定之速率迴轉，並設其速率之大小由 LR 線所代表，當全機構位於圖上所示之地位時，試求 D 桿上之一點 K 之速率。

B 桿上端之速率與滑塊 C 之速率相同，故 B 桿上端之速率 LB 即代表滑塊 C 繞 ad 中心之速率，求 C 繞 ab 中心之速率，將 LR 分解為兩部，一部 LS 與 D 桿垂直，一部 SR 與 D 桿平

行。與 D 桿垂直之一部，代表滑塊繞 ad 中心之速率。與 D 桿平行之一部，代表滑塊沿 D 桿滑動之速率。 K 點繞 ad 中心之速率與滑塊 C 繞 ad 中心之速率，必與其距 ad 之距離成正比。故按相似三角形理，可求出 K 點之速率 KP 。當 BCD 各件迴轉至別一地位，如圖上虛線所示，倘 $L'R'$ 仍代表 B 桿上端或滑塊 C 繞 ab 中心之速率，其大小仍不變， D 桿上 K 點之

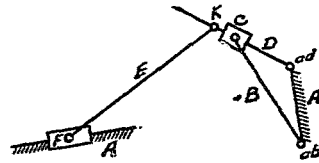


第 389 圖

速率，則為 $K'P'$ 所代表，較前為小。 B 桿謂之定徑桿 (Constant radius arm)。因其長度恆為一定，其迴轉之中心 ab ，則謂之定徑桿心 (Constant radius arm center)。 D 桿謂之變徑桿 (Variable radius arm)。因滑塊距其迴轉中心 ad 之半徑，隨時變更，其迴轉之中心 ad ，則謂之變徑桿心 (Variable radius arm center)。

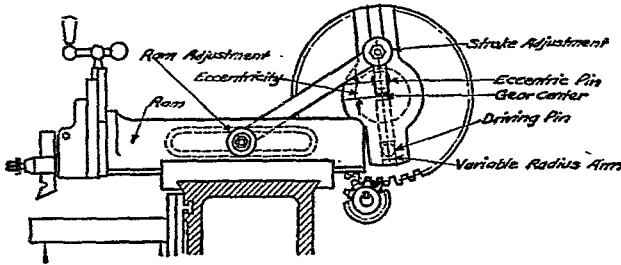
272. Whitworth 急回運動機構 (Whitworth quick return motion mechanism) 在前圖所表示之機構上，如於 D 桿上裝置一連桿與一丁頭，或一撞桿 (Ram)，如第 390 圖所示，則又

得到一種實用之機構，謂之 Whitworth 急回運動機構，多用於成形機上 (Shaper)。惟實際上之構造，微有變化，如第 391 圖所示。其原理則與第 390 圖所示無異。



第 390 圖

今就一例題研究其速率圖如下。



第 391 圖

例題 44. 計畫一成形機上應用之 Whitworth 急回運動機構，並將衝程最大時撞桿之速率圖畫出。

前進時對於後退時之速比為 1 : 2。

定徑桿心距變徑桿心之距離為 2 吋。

變徑桿心在撞桿運動之中心線以上 $2\frac{1}{2}$ 吋。

一衝程之長度——最大時， $5\frac{1}{2}$ 吋。

一衝程之長度——最小時，4 吋。

連 KK' 線，經過 O 點，畫 OG 線與 KK' 垂直，沿 OG 線，截 OG 一段，使等於定徑桿心距變徑桿心之距離（在此題為 2 吋），則 G 點即定徑桿心之地位。

其次求撞桿在一衝程兩端時，定徑桿所在之地位。

因在此題，前進時對於後退時之速比為 1:2 即前進時一衝程所用之時間為後退時一衝程所用之時間之兩倍。又因定徑桿係按等角速率運動，故定徑桿迴轉 240° 之時間，應為撞桿前進之衝程所占，定徑桿迴轉 120° 之時間應為撞桿後退之衝程所占，由 G 點起，畫兩線，使對 OG 占對稱之地位，並彼此成 120° 之角度，此兩線與 AO 及 BO 兩線相交於 L 及 L' 兩點，則 GL 與 GL' 即為撞桿在一衝程兩端時，定徑桿所在之地位。以 G 點為中心，以 GL 為半徑，畫一圓。此圓即為定徑桿外端之動路。 K_1KK' ，將變徑桿與連桿相連之點所行之圓，平分為 12 等分，與 OG 線對稱，使代表變徑桿不同之地位，並以 1, 2, 3, ……12 等點為中心，以連桿之長為半徑，截 AB 線以求撞桿相當之地位，並對於 AB 線各畫一垂直線。

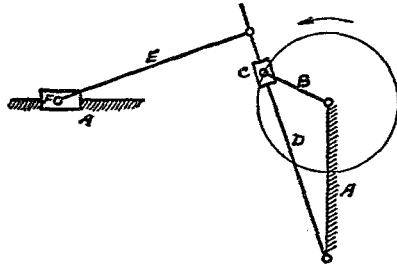
因定徑桿之速率係等量，故可由一定之長度代表之，畫 L_1R 線與定徑桿垂直代表定徑桿外端之速率，與前段同法，可求出 K_1P ，以代表 K_1 點之速率。迴轉 K_1P 至變徑桿上，得 P' 點，則 K_1P' 亦即代表 K_1 點之速率。經過 P' 點畫一線與連桿平行，得撞桿速率圖上之一點 q 。

用同一方法，得出撞桿速率圖上之各點，畫一曲線即得

出撞桿之速率圖,如圖上所示,由圖上觀之,可知撞桿在前進之衝程中,其速率較小,且較均勻。

又就圖上觀之,可知在此機構,定徑桿與變徑桿皆係迴轉一整圓周。

273. 搖桿急回運動機構 (Oscillating arm quick return motion mechanism) 仍用 Whitworth 急回運動機構之件數,但變更其長短之比例,則可另得一種機構,謂之搖桿急回運動機構,如第 393 圖所示。



第 395 圖

就圖上觀之,可知此種機構,與 Whitworth 急回運動機構之情形,大致相同。所異者為兩中心相距較遠,變徑桿較定徑桿特長耳,因變徑桿特別較長,故當定徑桿迴轉一整周時,變徑桿只往復擺動一次。變徑桿往復擺動之角度,與撞桿前進衝程對於後退衝程所用時間之比,可求之如下:

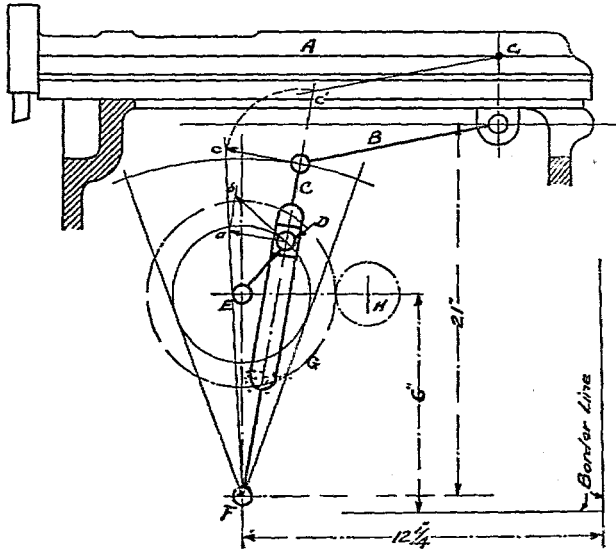
以定徑桿心為中心,以定徑桿之長為半徑畫一圓,經過變徑桿心,畫兩直線與此圓之兩邊相切,此兩線所夾之角度,

即為搖桿擺動之角度，將兩切點連於定徑桿心，此兩線分全圓為兩分，此兩分角度，大小之比，即為撞桿在前進衝程對於後退衝程所用時間之比。

至撞桿速率圖之畫法，則與前段無異。

習 題

1. 畫兩略圖，表示 Whitworth 急回運動機構與搖桿急回運動機構不同之點。
2. 第 394 圖，表示一撞桿成形機。試畫出撞桿 (Ram) 之速率圖，又如 G 輪之直徑為 12 吋， H 輪之直徑為 4 吋，如欲使鉋刀最大之速率達每分鐘 60 呎，問 H 輪每分鐘之運轉數若干。

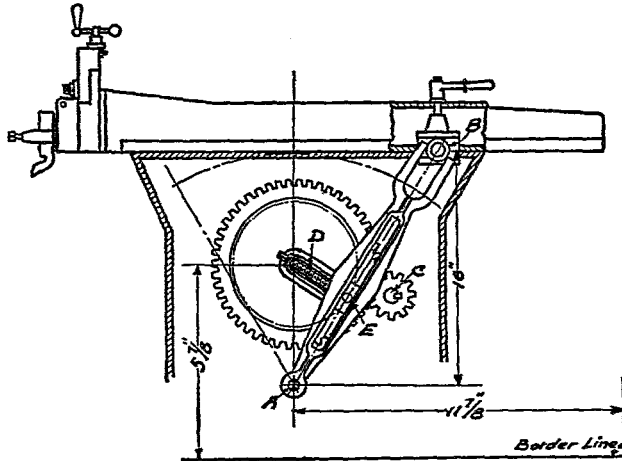


第 394 圖

與件;搖桿 C 之長度 $=20''$; 連桿 B 之長度 $=9\frac{1}{2}''$; DE 最大之長度 $=4\frac{1}{4}''$ 時間之比(最大衝程時) $=5:3$ 。畫圖尺寸縮小一倍。代表 D 點速率之直線,使等於 $\frac{DE}{3}$

3. 第 395 圖,亦表示一搖桿成形機。試畫出撞桿之速率圖,又如 C 輪每分鐘之迴轉數為 50 次,問鉋刀最大之速率為每分鐘若干呎。

與件;大齒輪之直徑 $=14''$; 小齒輪之直徑 $=4\frac{1}{4}''$; $DE=5''$; 速比 $=1:2$; 畫圖尺寸縮小一倍。



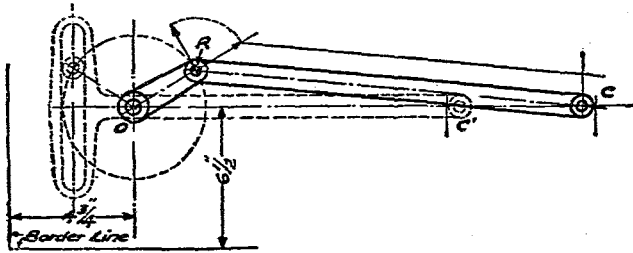
第 395 圖

4. 第 396 圖實線表示一普通蒸汽機之機構。虛線表示一 Scotch 丁頭機構。試畫出兩種機構丁頭軸針之速率圖,並重疊於同一之基線上以資比較。

與件: $OE=3''$; $BC=12''$;

O 處軸頭之直徑 $=\frac{5''}{8}$; B 與 C 處軸頭之直徑 $=\frac{1''}{2}$; E 與 O 處

軸針之直徑 $\frac{5''}{16}$; C 處軸針之直徑 $= \frac{3''}{8}$; R 點之速率用 $1\frac{1''}{2}$ 代表。

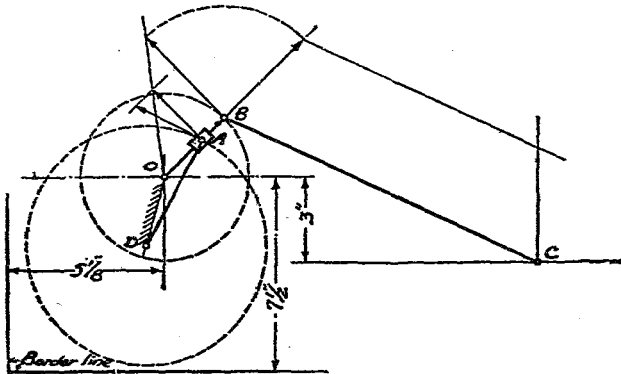


第 396 圖

第 397 圖表示 1 應用 Whitworth 急回運動之成形機之重要部分。試畫出撞桿之速率圖。

與件: $OB=3''$; $DA=4\frac{1''}{8}$; $OD=2\frac{1''}{8}$; $BC=12''$ 。

用 $1\frac{1}{2}$ 代表 A 點之速率。

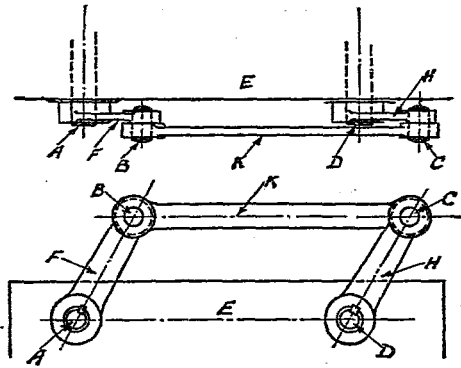


第 397 圖

第十四章 連動裝置或連

桿工(Linkwork)^①

274. 四桿連動裝置 (Four-bar linkage) 四桿連動裝置,如第398圖所示。 B 爲一固定之件,如一機械之機架, A 與 D 爲兩軸,其軸承係裝置於 B 。連 AD 兩軸心之直線,謂之中心線 (Line of centers)。 F 謂之曲柄,由一鍵固定於 A 軸。 H 亦爲一



第 398 圖

詹天佑華英工學字典,譯爲連桿工,日本英和工學字典譯爲連針工。

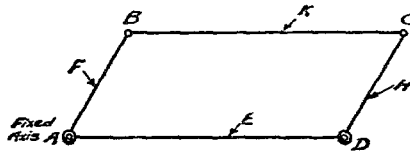
曲柄，由一鍵固定於 D 軸。 F 與 H 之外端復由一連桿 K 及 BC 兩軸針連接之。軸針 B 可固定於 K 而自由迴轉於 F 之孔中。或固定於 F 而自由迴轉於 K 之孔中，軸針 C 亦然。可固定於 K 或 H ，而自由迴轉於 H 或 K 之孔中。

如 A 軸迴轉，曲柄 F 必隨之迴轉。曲柄軸針 B 之中心沿一圓周運動，其中心，即 A 軸之中心。 B 之運動，由連桿 K 之傳達以帶動 C 。又因 C 只能繞以 D 為中心之一圓周運動，故結果使曲柄 H 及 D 軸亦發生迴轉運動。

B, F, K 與 H 四件，各謂之一連動桿 (Link)。或簡稱之曰桿。全組織謂之一四桿連動裝置。

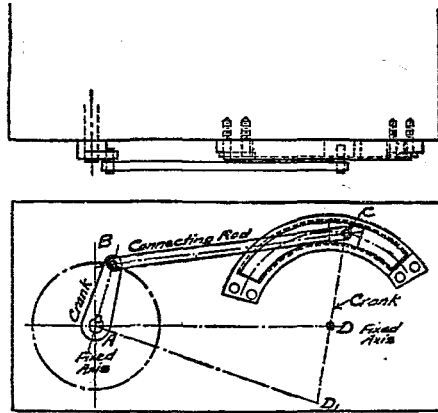
研究連動裝置時，為簡單起見，有時用各桿之中心線以代表各桿。

如第 399 圖所示可用以代表前圖同一之裝置。



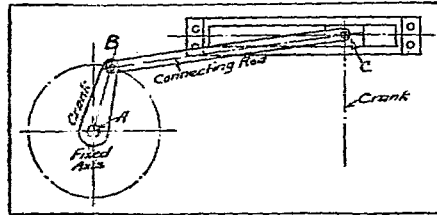
第 399 圖

275. 含一滑動副之四桿連動裝置 (Four-bar linkage with a sliding member) 如第 400 圖。在連桿之一端，由一軸針 C 裝置一滑塊。當曲柄 AB 迴轉時，滑塊沿一弧形槽往復滑動，弧形槽之中心在 D 點。就圖上觀之，可知如不用弧形槽，而將軸

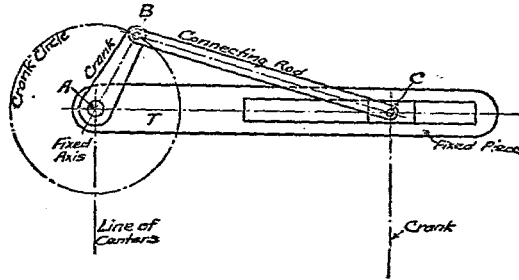


第 400 圖

針 C 連於一長度 CD 之曲柄上, 並使此曲柄繞 D 迴轉, 則當曲柄 AB 迴轉時, C 必發生同樣之運動。故此種機構實際上實為一四桿連動裝置。 AB 與 DC 為兩曲柄之中心線, AD 為兩軸之中心線, BC 為連桿之中心線。如使弧形槽之半徑較圖上所示者增大, 假設中心由 D 點移至 D_1 點, 則相當之四桿連動裝置為 $ABCD_1$, 仍與前述之理相合。依此類推, 若使弧形槽之半徑增大至無限, 則弧形槽變為一直形槽。如第 401 圖所示。然就原理言, 此種機構, 必仍相當一四桿連動裝置。 AB 為一實在之曲柄, 經過 O 點與直形槽垂直之一線可代表另一曲柄。 BC 為連桿經過 A 點與理想之曲柄平行之直線, 代表兩軸之中心線。第 402 圖所示者, 則為此種機構在實際上常



第 401 圖

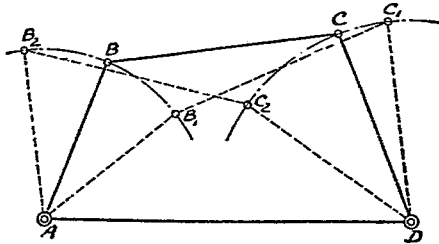


第 402 圖

被採用之形狀直形槽之中心線經過 A 軸之中心。凡普通蒸汽機內燃機及唧筒等，多係採用此種機構。由機軸曲柄連桿丁頭及導路等部組合而成。

276. 各桿之相對運動 (Relative motions of the links) 在第 403 圖所示之四桿連動裝置， A 與 D 為兩個固定軸， AB 與 DC 為兩曲柄， BC 為連桿。

如曲柄 AB 由實線所表示之地位迴轉至右邊虛線所表示之地位時，即迴轉 BAB_1 角時，軸針 B 移動 BB_1 一段弧線。



第 403 圖

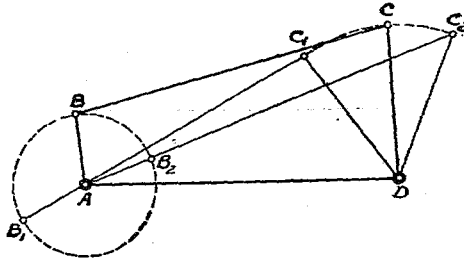
結果使連桿推動軸針 C 達於 C_1 點。若曲柄 AB 由實線所表示之地位，迴轉至左邊虛線所表示之地位，且使 BAB_2 角等於 BAB_1 角。軸針 B 移動 BB_2 一段弧線。結果使連桿牽引軸針 C 達於 C_2 點。就圖上觀之，可知 BB_2 一段弧線與 BB_1 一段弧線相等，而 CC_2 一段弧線則大於 CC_1 一段弧線。故在四桿連動裝置，除兩曲柄之長度完全相等外（詳後），倘一曲柄按等角速率迴轉，則別一曲柄之迴轉速率恆時時變化。又在一四桿連動裝置，先動之曲柄，有時謂之原動曲柄 (Driving crank)，被動之曲柄，有時謂之從動曲柄 (Driven crank)。

277. 死點 (Dead points) 一四桿連動裝置發生運動後，當從動曲柄行至與連桿成一直線時，則專由連桿所傳達之力即不能使從動曲柄迴轉。此種地位，謂之死點。如從動曲柄迴轉一整圓周，則有兩個此種地位。

278. 曲柄與搖桿 (Crank and rocker) 如第 404 圖，設 AD 桿係固定， AB 曲柄能迴轉一整圓周。而 DC 桿則繞 D 軸往復擺

動,欲得到此種結果,須合於下列四種條件:

- (a) $AB+BC+DC>AD$ 。 (b) $AB+AD+DC>BC$ 。
 (c) $AB+BC-DC<AD$ 。 (d) $BC-AB+DC>AD$ 。

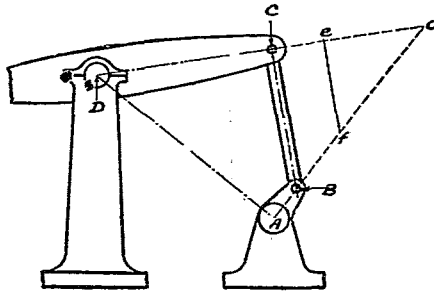


第 404 圖

(a)與(b)兩項爲顯然之事實,無待解釋。因不如此則運動之發生爲不可能。(c)項可由各桿在最右之位置 AB_2C_2D 時所作成之三角形 AC_2D 見之。因若欲使 AB 能迴轉一整圓周, DC 桿只繞 D 軸往復擺動,則 AB_2C_2D 決不能使之成一直線也(意即必成一三角形,若必成一三角形,則(c)項之情形即爲必要)。(d)項可由各桿在最左之位置 AB_1C_1D 時所作成之三角形 AC_1D 見之。

在 C 點動路上之 C_1 與 C_2 兩點,搖桿變其運動之方向。倘用搖桿 DC 爲原動部,則行至此兩點時,若無其他輔助之件(如飛輪等),則不能使曲柄 AB 繼續迴轉,因當 C 點行至 C_1 與 C_2 時, AB 與 BC 在一直線上,無論推力或挽力僅有壓力及於 A 軸,而無使 AB 迴轉之力也,若用曲柄 AB 爲原動部,則異是。

上述之連動裝置，曾應用於天秤機 (Beam engine) 如第 405 圖所示，固定桿 AD 為機架所代表， AB 相當前圖之曲柄， BC 相當前圖之連桿， DC 相當前圖之搖桿。在圖上所示之位置， BC 桿之瞬時中心在 O 點，且在此時刻 B 點之速率對於 C 點之速率之比，等於 OB 對於 OC 之比，或 Bf 對於 Ce 之比。 ef 為平行於 Bc 之直線。



第 405 圖

仍參看第 404 圖，如 AB, BC, CD 與 DA 之長度已知，則搖桿擺動之角度可以算出。

就 AC_2D 三角形言，

$$\cos ADC_2 = \frac{DC^2 + AD^2 - (BC + AB)^2}{2(DC \times AD)}$$

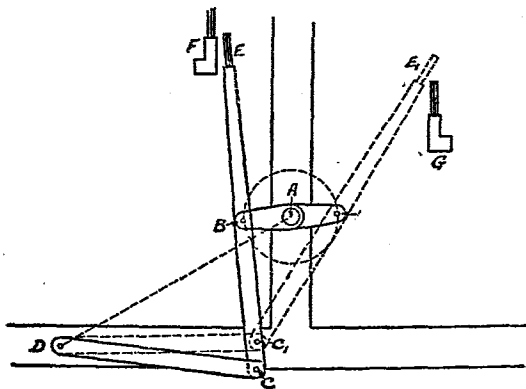
就 AC_1D 三角形言，

$$\cos ADC_1 = \frac{DC^2 + AD^2 - (BC - AB)^2}{2(DC \times AD)}$$

$$C_1DC_2 = ADC_2 - ADC_1 \dots\dots\dots(118)$$

ADC_2 與 ADC_1 兩角可以算出,兩角之差即為所求之角度。如使 BC 桿固定,使 AD 桿變為連桿,則機構仍與前相同,所異者,只連桿與固定桿相對之長度不同耳。

第 406 圖表示曲柄與搖桿應用於梳毛絨機上之情形, (Wool combing machinery) 曲柄 AB 按等角速率繞 A 軸迴轉, CD 桿則繞 D 軸擺動, A 與 D 兩軸均固定於機架上,故 AD 即代表固定桿 AD 。連桿 CB 由 B 端延長,並於上端裝置一梳 E 。

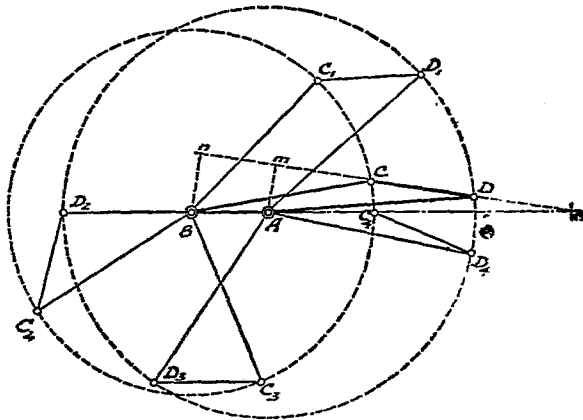


第 406 圖

在機架上復裝置兩梳 F 與 G 。當工作時,曲柄每迴轉一周, B 梳即由 F 梳取毛絨一束而傳之於 G 梳。圖中實線表示 B 梳正經 F 梳上之毛絨向上升起,因之能分離其一部,圖中虛線則表示 B 梳將放置毛絨於 G 梳之情形。

279. 拉桿(Drag link) 在第 404 圖之連動裝置,如使 AB 桿

固定, BC 與 AD 兩桿作為曲柄, 分繞 B 與 A 兩軸迴轉, CD 桿則變為連桿。如第 407 圖所示, 則得一種新連動裝置, 謂之拉桿, 欲使兩曲柄均能迴轉一整圓周, 且無死點, 則須合於下列兩種條件:



第 407 圖

(a) 每一曲柄均須長於兩軸之中心線, 此不待解釋。

(b) 較小之曲柄所畫之圓, 分較大之曲柄所畫之圓為兩圓分 (Segment), 連桿 CD 須大於較小之圓分 C_4f , 而小於較大之圓分 C_1D_2 。

此種關係, 更可表之如下;

$$CD > AB + AD - BC \text{ (見三角形 } AC_4D_4\text{),}$$

$$CD < AD + BC - AB \text{ (見三角形 } BC_2D_2\text{).}$$

引長連桿之中心線，使與兩軸中心線之引長線相交於 e 點，並由 AB 兩軸之中心，畫連桿引長線之垂線 Am 與 Bn 。

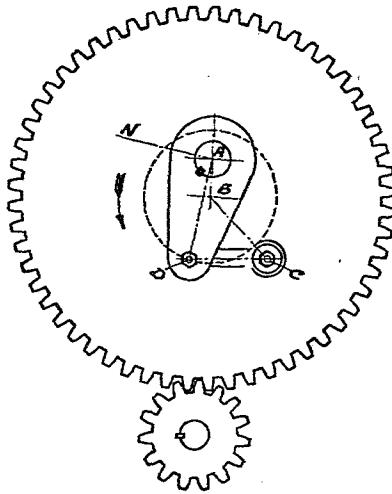
按第九章第176段之理，得

$$\frac{AD \text{ 之角速率}}{BC \text{ 之角速率}} = \frac{Be}{Ae} = \frac{Bn}{Am}$$

在 ABC_1D_1 與 ABC_3D_3 兩地位， CD 與兩軸之中心線平行，因此 Bn 與 Am 兩垂線相等。故 AD 與 BC 兩曲柄之角速率亦相等。

又假設 BC 為原動曲柄，並向左迴轉，則就圖上觀之，可知在 ABC_3D_3 與 ABC_1D_1 兩地位之間，曲柄 AD 之角速率較 BC 為高。在 ABC_1D_1 與 ABC_3D_3 兩地位之間，則曲柄 AD 之角速率較 BC 為低。

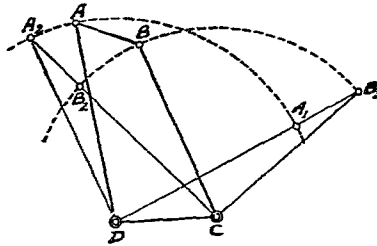
第408圖表示一種拉桿之應用，係用以帶動一 Dill slotter 之撞桿者，就圖上各字母與前圖比照觀之，可知何部相當何桿。大齒輪沿一固定之大軸頭迴轉，其中心在機架上之 B 點，輪上裝置一軸針 C 。 BC 即相當前圖上之 BC 一桿，大齒輪即相當前圖上之原動曲柄， A 軸係在大軸頭上之一孔中迴轉，並由一鍵將 AD 曲柄固定於其上。曲柄之 D 端，再由一連桿與軸針 C 相連， A 軸之一端，復有一曲柄，再由別一連桿以帶動撞桿 (Ram)。 AN 線代表 A 軸一端之曲柄之中心線，在圖上所示之地位，撞桿約行至向下衝程 (Downward stroke) 之中間。



第 408 圖

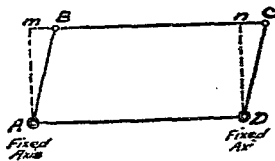
280. 雙搖桿 (Double rocking lever) 第 409 圖仍表示同

一之運動裝置惟使 DC
 一桿固定,使 AB 變為連
 桿。在此情形之下, CB 與
 DA 兩曲柄,只能各繞其
 軸 C 與 D 往復擺動,均不
 能迴轉一整圓周。其兩極
 端之地位,一為 A_1B_1 , 一為
 A_2B_2 。



第 409 圖

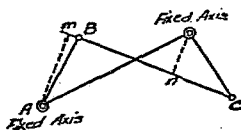
281. 平行曲柄之四桿運動裝置 (Parallel crank four bar linkage) 如第410圖設曲柄 AB 與曲柄 DC 之長度相等,兩軸中心線 AD 亦與連桿 BC 之長度相等,則兩曲柄向同一方向迴轉時,無論在何時刻,四桿之中心線恆為一平行四邊形,故自兩軸中心至連桿中心線之垂直線 Am 與 Dn 恆彼此相等。即兩曲柄迴轉之角速率恆相同。機關車上



第 410 圖

(Locomotive)兩曲柄與平行桿即其一例。兩原動輪軸心之中心線即相當圖上之 AD 。惟在機關車上,機構之全體亦有相當運動耳。

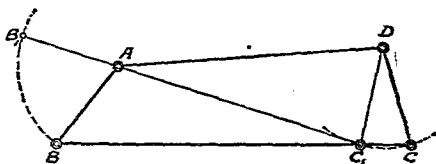
282. 兩個不平行等長曲柄之四桿運動裝置 (Non-parallel equal crank linkage) 如第411圖,設 AB 仍等於 DC , AD 仍等於 BC 。但兩曲柄迴轉之方向相反,如此則自兩軸中心線至連桿中心線之垂直線 Am 與 Dn 彼此不等,故在一定時間內,兩曲柄之平均迴轉數雖彼此相同,但如曲柄 AB 按等角速率迴轉,曲柄 DC 之角速率則時時變化。



第 411 圖

283. 由連動裝置發生之遲緩運動 (Slow motion by linkwork)

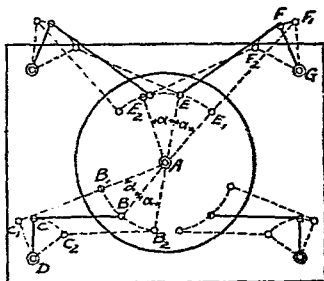
在一種四桿運動,如各桿之長短配合適宜,可使一曲柄發生一種遲緩運動,如第412圖, AB 與 DC 兩曲柄沿 A 與 D 兩定



第 412 圖

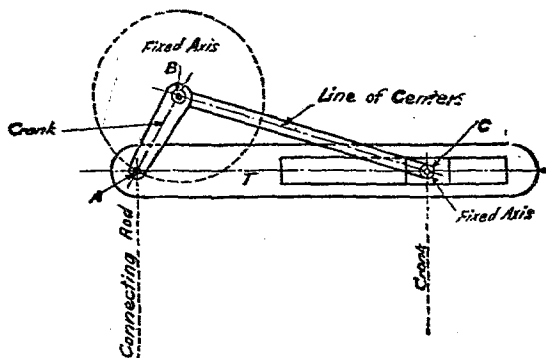
軸迴轉，並由連桿 BC 連其兩外端，倘曲柄 AB 向右迴轉，曲柄 DC 亦向右迴轉，但其迴轉之角速率特低，至曲柄 AB 達 AB_1 之地位，則曲柄 DC 之角速率等於零，如曲柄 AB 再向前運動，則使 DC 回其原來之地位，且起始時運動甚緩，迨後則逐漸加速，此種運動，在 Corliss 汽瓣上，曾採用之，如第 413 圖所示，連動裝置 $ABCD$ 帶動一出汽瓣

(Exhaust valve)。當汽瓣關閉，即當 C 近於 C_1 時，使曲柄 DC 發生一極遲緩之運動，但當汽瓣正開或正關時，即 C 在 C 與 C_2 之間時，使運動特別增速，帶動入汽瓣之連動裝置，亦有同樣之運動，如連動裝置 $AEEFG$ 所示。

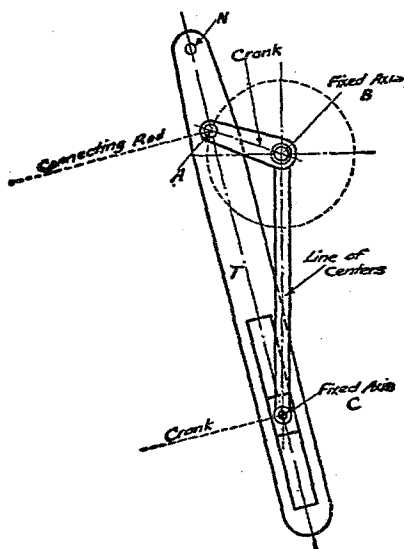


第 413 圖

284. 搖塊連動裝置 (Swinging or rocking block four bar linkage) 在前第 402 圖，係假設 T 桿為固定之件，當曲柄 AB 迴轉時，連桿 BC 與丁頭軸針 C 即隨之發生一定之運動，但若使 BG 一件固定，使 T 桿能運動，則又成一種機構，如第 414 圖

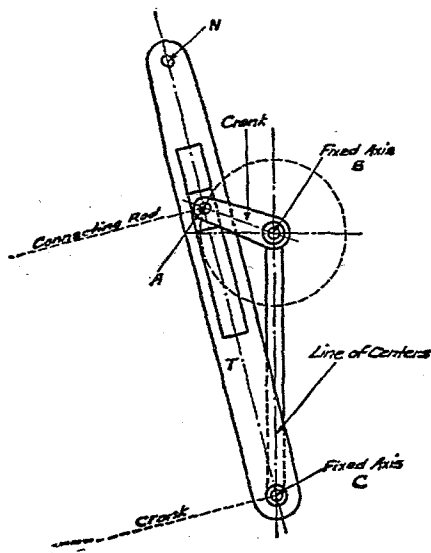


第 414 圖



第 415 圖

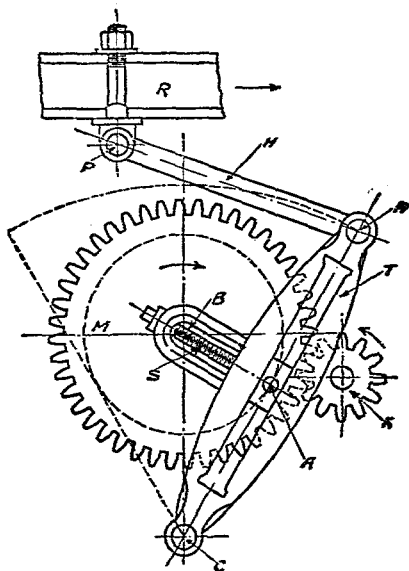
所示, BA 仍為曲柄, 但 A 端為曲柄軸針, C 針則改為一固定軸, 滑塊可繞之迴轉, 當曲柄 BA 繞 B 軸迴轉時, T 桿發生擺動, 且同時沿滑塊往復運動, 此種機構, 曾在數種機械上, 用之發生急回運動, 在成形機上用之者尤多, 惟有時稍加以改變耳。如第 415 圖所示, 使 BC 之位置垂直, 並使 T 桿向上延長一段, 以便由一點 N 裝置一連桿以帶動成形機之撞桿, 此種機構如此用法顯然有一種缺點, 即當 T 桿擺動時, 同時 N 點發生上下運動, 對於帶動撞桿之動作頗不適用, 但因 T 桿所以沿滑



第 416 圖

塊滑動之原因,完全係使曲柄 AB 迴轉時, A 點與 C 點之距離可以隨之變動,若將滑塊裝置於軸針 A ,而使 T 桿繞一固定軸 C 擺動,所得之結果相同,而 N 點除擺動以外,遂無上下運動,如第416圖所示。

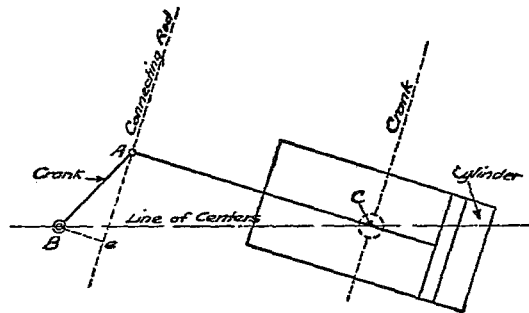
第417圖則表示此機構應用於成形機之實在情形,曲柄 AB 裝置於大齒輪 M 上,滑塊裝置於軸針 A 上,並能沿撞桿 T 上之槽中滑動, M 齒輪被小齒輪 K 帶動。 H 為一連桿。一端連於 T 桿上之 N 點,一端連於撞桿 R 上,又 AB 之長度(即由軸



第 417 圖

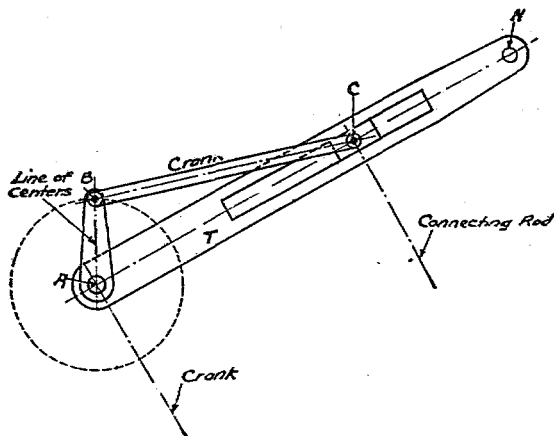
針 A 至 M 輪之中心) 可由螺旋 S 變更, 以變更撞桿或鉋刀之行程。

285. 擺動機 (Oscillating engine) 第 418 圖表示一種擺動機, 亦為搖塊連動裝置之一種應用, 曲柄軸針 A 直接連於活塞桿之一端, 汽筒則裝置於可以迴轉之軸上, 故汽筒恆隨活塞與活塞桿作同樣之擺動, 不但減去一連桿, 且曲柄所受之迴轉力亦較大。



第 418 圖

286. 迴轉塊連動裝置 (Turning block linkage) 在前第 402 圖。如使曲柄 AB 固定, 而使 T 桿能隨滑塊運動, 則變為迴轉塊連動裝置。如第 419 圖所示, 連桿 BC 在此變為一曲柄, 繞軸針 B 迴轉, 由滑塊之迴轉運動, 使 T 桿繞軸針 A 迴轉, 但迴轉之速率彼此不同耳。

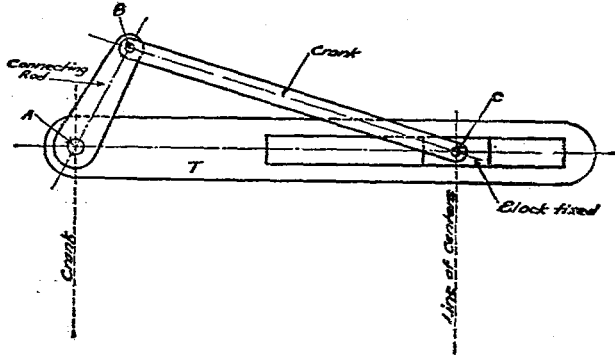


第 419 圖

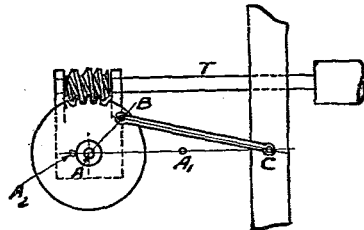
倘於 N 點裝置一連桿，則與前第 390 圖所示者無異。Whitworth 急回運動機構，即根據此種連動裝置製成，(參看第 272 段)。

287. 滑槽連動裝置 (Sliding slot linkage) 如將第 402 圖之滑塊固定，使 T 桿上之槽能沿之滑動，則變為滑槽連動裝置。如第 420 圖所示，連桿 BC 在此亦變為一曲柄，繞軸針 C 擺動。曲柄 AB 在此變為一連桿，能繞 A 軸迴轉一整周，惟同時 A 軸連同 T 桿發生一種直線運動。如 AB 繞 A 軸迴轉一整周， T 桿一衝程之距離等於 $2AB$ 。

第 421 圖表示此種連動裝置之一種應用，連桿 AB 在此處膨大為一螺旋輪 (Worm wheel)。由 T 桿上之一螺旋桿 (Worm) 帶動之，可繞 A 軸迴轉，螺旋桿與螺旋輪由 A 軸之架保持其接觸，此桿即懸於 T 桿之一端，如圖上所示。



第 420 圖



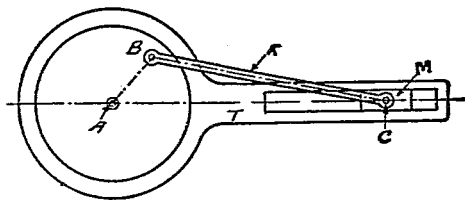
第 421 圖

如迴轉 T 桿，螺旋輪即隨之迴轉， A 軸即沿 AC 線之方向移動，因之 T 桿亦發生同樣之運動。其向左右移動之距離 A_1A_2 恆等於 AB 之兩倍。

288. 含一滑動副之連動裝置上一件之膨大 (Expansion of elements in the linkages with one sliding pair) 以前所研究之各種連動裝置，除於第 391 圖第 417 圖，及第 421 圖，曾大

略表示其實際應用之情形外,其餘對於各迴轉副 (Turning pair) 直徑之大小,及各桿之形狀或大小,均未論及,蓋就理論言,但使其中心線之長短與彼此相關之位置無變化,則各桿之形狀與大小以及各軸針軸頭之粗細不但對於各桿之相對運動,不生影響(當然以無礙彼此之相對運動為限)。且有時由一桿或數桿形式上適宜之變化,反使一種機構或一種運動裝置有實際見諸實用之可能,惟因一件或數件之膨大或變形,往往將全機構真實之性質隱去,驟觀之各件相關之情形,多不清晰,茲擇舉數例如下。

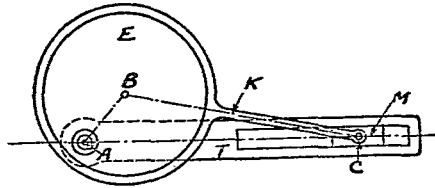
如第 422 圖所示,此機構就理論言之,與前第 397 圖所示者完全相同,惟將機軸 A 之直徑膨大,直至將曲柄軸針 B 包於其內, T 桿之左端亦膨大為環狀,包於其上。當 A 輪迴轉時,滑塊 C 所發生之運動,與第 402 圖所示者相同,多用於短衝程之唧筒。



第 422 圖

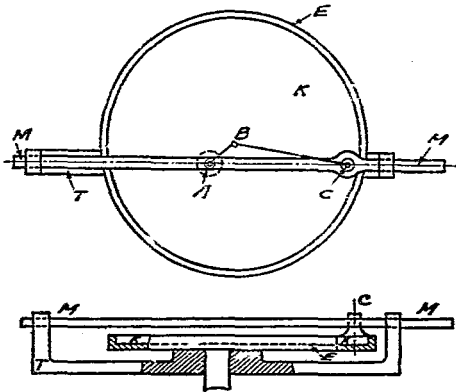
如將曲柄軸針之直徑膨大,直至將機軸 A 包於其內,則變為普通之偏心輪與偏心輪桿 (Eccentric and eccentric rod)。

如第423圖所示。



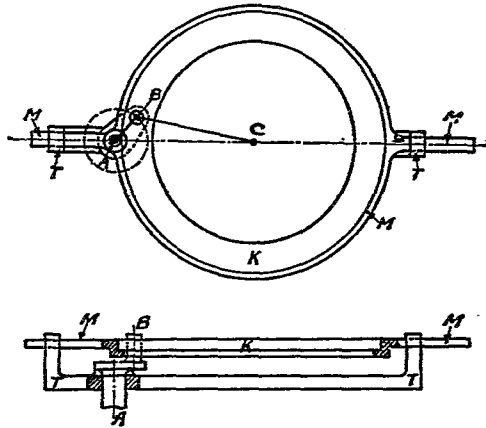
第 423 圖

B 為偏心輪,實際上即以 B 為心之一圓盤裝置於 A 軸上,相當曲柄之距離 AB 謂之偏心距 (Eccentricity)。多用於蒸汽機之汽瓣裝置,因動作汽瓣之原動力恆取之於機軸本身,而汽瓣一衝程之距離與機軸之直徑相比多屬較小也,如使曲柄軸針再行膨大,直至將丁頭軸針亦包含在內,則得到第



第 424 圖

424圖之裝置， A 仍相當機軸，裝置於 T 架上之軸承內， B 為以 B 為中心之空盤，連桿 BC 在此處變為一偏心盤 K ，其周緣恆與 B 之內緣接觸，當 B 隨 A 軸迴轉時，彼亦隨之迴轉，並由短軸 C 以達於 MM 桿，使發生相當之往復運動，反而言之，如不使曲柄軸針膨大，而使丁頭軸針膨大，直至將曲柄軸針包含在內，則得到第425圖之裝置， BC 桿在此處仍為一偏心盤或一偏心環 K ，恆與 MM 桿中間環狀部分之內緣接觸，當 AB 曲

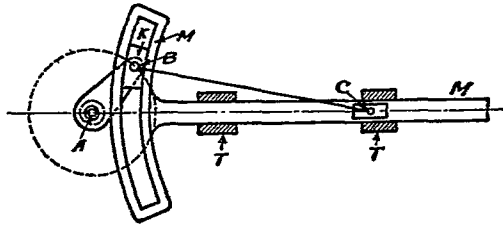


第 425 圖

柄迴轉時， K 環隨曲柄軸針 B 之迴轉運動，發生相當之擺動，以達於 MM 桿，使發生相當之往復運動，又為清晰起見，凡相當原來之曲柄連桿等部，均由一線表示之，又就前圖觀之，偏心環 K 可由一包含曲柄軸針之一環代之，而使擺動於 MM

桿中間相當之環狀槽中。但使環之中心相同，則所得結果必與前無異。

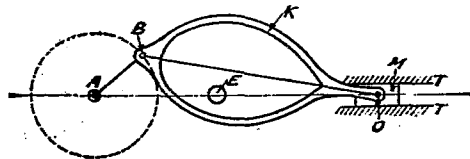
又因此環之運動僅係一種擺動，故此環之一部及環狀槽之一部已足應用，不必製備一全圓周，第 426 圖即可視為經過此種改變後之機構，與前圖相當之各部分，均用同一字母指示之，以資比較，連桿 BC 仍由 K 代替，其運動亦與前圖相同，環狀槽中心線之半徑即相當連桿之長度。



第 426 圖

又如環狀槽之半徑增大至無限，則變為第九章第 258 圖之機構。

又在一種機構上，有時改變一桿之形狀能使不可能之運動，變為可能，如第 427 圖所示，欲使曲柄 AB 迴轉一整周時

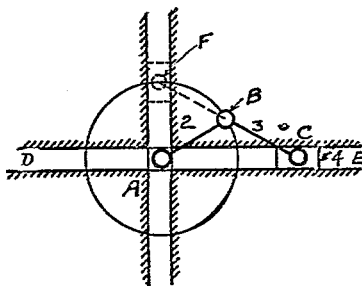


第 427 圖

乾字小圖 1179
1179

M 發生一定之往復運動，倘 B 處有一橫軸，若用普通直形之連桿，事實上即屬不可能。然若將連桿改變為開口形如 K 。使運動時恆包含 B 軸在內，則運動即無妨礙。

289. 兩等邊連動裝置 (Isosceles linkage) 在含一滑動副之四桿連動裝置，如使連桿之長度與曲柄之長度相等，則又得一種特別之連動裝置，如第 428 圖所示，在此種機構，因 AB 與 BC 兩桿對於滑動塊所行之直線 DE 恆作成一兩等邊三角形，故多稱之為兩等邊連動裝置。

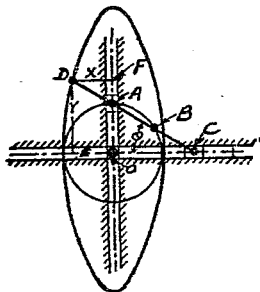


第 428 圖

就圖上觀之，可知當曲柄 2 迴轉一整周時，滑塊 C 所行之距離，即滑塊 C 一衝程之長度 $DE=4AB$ 。

因按此種裝置，當滑塊 C 行至一衝程之中間 A 時，不能得到確定之運動 (Positive motion)。故實際應用時，恆將 CB 桿延長至 F 點，並於 F 點裝置一同樣之滑塊，使沿與 DE 垂直之槽中滑動，如圖上所示。且如此裝置各桿之相對運動可離

AB 桿而獨立，故 AB 桿可以省去。畫橢圓器 (Ellipsograph) 即為兩等邊連動裝置應用之一種，其原理上各部相關之情形，略如第 429 圖所示，在 AC 桿之兩端各裝置一滑塊，沿互相垂直之兩導路滑動，則當兩滑塊在導路中滑動時，除 AC 兩點各畫一直線， AC 之中點 B 畫一圓周外（就理論言之，亦均可認為係一種橢圓）。其餘 AC 桿上之任一點如 D 皆畫出一橢圓。



第 429 圖

$$\text{設 } DC=b,$$

$$DA=a,$$

$$\text{則 } DE=y=b \sin \theta,$$

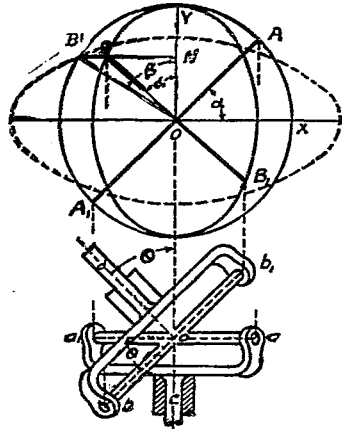
$$DF=x=a \cos \theta,$$

$$\text{得 } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1.$$

恰為一橢圓之公式。

290. 通用聯結器或 Hooke's 聯結器 (Universal coupling or Hooke's joint) 當兩軸彼此相交，惟極近於在一直線時，則一軸之迴轉運動可由通用聯結器以傳達於別一軸，在兩軸原在一直線上，因軸架上支持兩軸之軸承在一迴轉中，或微變其地位，因之軸之中心線亦隨之微變其地位，尤多用之。

參看第430圖之下圖,設 c 與 d 為位置水平之兩軸,其中
 心線彼此相交於 o 點,兩軸間所成之銳角為 θ , 兩軸互相聯
 結之端,各具一叉形部分,叉
 形部分之兩端,再由互成正
 角之兩組軸針組成一十字
 形架 aa_1bb_1 以聯絡之,十字
 形架之中心亦在 o 點,叉形
 部分與十字形架連接處,皆
 係迴轉副,故兩叉形部分可
 自由繞組成十字形架之兩
 軸迴轉。



第 430 圖

當兩軸迴轉時, aa_1 軸
 畫出一圓,其平面與 c 軸之
 中心線垂直。 bb_1 軸亦畫出一圓,其平面與 d 軸之中心線垂直。
 因假定兩軸之位置均係水平,故兩圓之平面皆係垂直,參看
 第 430 圖之上圖,設十字形架之兩軸所畫之兩圓皆投射於
 垂直於 c 軸之一平面上,則 aa_1 所畫出之圓仍投射為一相等
 之圓 AXA_1Y 。 bb_1 所畫出之圓則投射為一橢圓 YB_1B 。如 r 代
 表畫出之圓之半徑,則橢圓之小半徑等於 $r \cos \theta$ 。

設 OA 為 aa 之投射線, OB 為 ob 之投射線,因 oa 與 ob 原
 係互相垂直,且投射於包含 OA 之平面內,故 OB 仍垂直於 OA 。
 又當 OA 由水平之地位 OX 迴轉 α 角度時, OB 亦必由垂直之

地位 OY 迴轉 α 角度 (因兩投射線恆須互相垂直之關係), 但 ob 實際迴轉之角度, 則不為 BOY 角而為 $B'OY$ 角。 B' 點係引長 BN 垂線與 AXA_1Y 圓相交之點, 設 $B'OY$ 角為 β

α 與 β 之關係可求之如下:

$$\text{因 } BN = B'N \cos \theta, \text{ 即 } \frac{BN}{ON} = \frac{B'N}{ON} \cos \theta.$$

$$\text{故 } \tan \alpha = \tan \beta \cos \theta.$$

$$\text{或 } \sec^2 \alpha \frac{d\alpha}{dt} = \sec^2 \beta \frac{d\beta}{dt} \cos \theta.$$

$$\text{但 } \frac{d\alpha}{dt} \text{ 爲 } oa \text{ 之角速率 } \omega_a, \frac{d\beta}{dt} \text{ 爲 } ob \text{ 之角速率 } \omega_b.$$

$$\text{故 } \frac{\omega_b}{\omega_a} = \frac{\sec^2 \alpha}{\sec^2 \beta \cos \theta} = \frac{1}{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \alpha} \dots\dots (119)$$

當 $\cos \alpha = 1$ 或 -1 時, 即 $\alpha = 0^\circ$ 或 180° 時,

$$\frac{\omega_b}{\omega_a} \text{ 之數值最大, 等於 } \frac{1}{\cos \theta}.$$

當 $\cos \alpha = 0$ 時, 即當 $\alpha = 90^\circ$ 或 270° 時,

$$\frac{\omega_b}{\omega_a} \text{ 之數值最小, 等於 } \cos \theta.$$

假設 ω_a 係一種等角速率, 其數值為一, 則速率之升降,

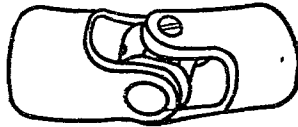
$$\text{對於平均速率之比爲 } \frac{1}{\cos \theta} - \cos \theta = \sin \theta \tan \theta.$$

$$\text{又當 } \cos \theta = 1 - \sin^2 \theta \cos^2 \alpha \text{ 時, 即當 } \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{1 - \cos \theta}}{\sin \theta}.$$

則 $\omega_a = \omega_b$, 即兩軸之速率相等。

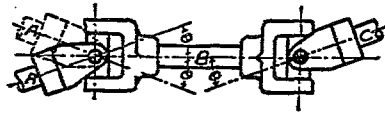
設 ω_0 係一種等角速率,其大小用 AXA_1Y 圓之半徑代表,按照(119)式,斟酌給予 α 角度數個不同之數值,將 ω_0 之數值算出,而畫於相當之半徑線或半徑引長線上,連所得各點為一曲線,則得圓上用虛線所表示之情形,又在圖上觀之,可知在一週轉中,有四個地位,兩軸之角速率相同,其餘則 ω_0 有時較大,有時較小。

通用聯結器實際之形狀,變化甚多,最普通者如第 431 圖所示,謂之 Bocorselski's 通用聯結器 (Bocorselski's universal



第 431 圖

joint)。又如第 432 圖所示,倘同時用兩個通用聯結器,並使 AC 兩軸與中軸 B 位於同一之平面內,且對於中軸 B 所成之角

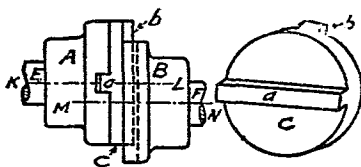


第 432 圖

度完全相等,則兩軸之角速率無論在何時刻均係相同,此種關係,就已證明之公式,極易瞭解,如就任一地位起,三軸迴轉之角度為 α, β 與 γ , 則 $\tan \alpha = \tan \beta \cos \theta = \tan \gamma$. 故 $\alpha = \gamma$. 但最要者,中軸兩叉形部分之軸,其中心線須恆在一平面之上,如圖上所示。

291. Oldham's 聯結器 (Oldham's coupling) 當兩軸之位

置平行,但相距之距離甚小或時有輕微之變動時,則兩軸之運動,可由一 Oldham's 聯結器傳達之,其形狀略如第433圖所示。



第 433 圖

KL與MN爲EF兩軸之中心,A與B爲兩軸端之擴大部,C爲中間圓盤在兩邊各有一突起長方條,彼此互成正角,可沿AB兩部之長方槽中滑動,如圖中所示。

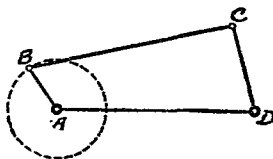
如此裝置,當A迴轉任何角度時,C必隨之迴轉同大之角度。當C迴轉任何角度時,B必隨之迴轉同大之角度。故無論在何時刻,ACB恆有同大之角速率。

習 題

1. 如第434圖,設AB桿固定,其長度爲10吋。 $BC=10\frac{1}{2}$ 吋。 $DC=4\frac{1}{2}$ 吋。 $AB=2\frac{1}{2}$ 吋。

倘AB迴轉一整周,問DC桿擺動之角度爲若干度。

2. 含一曲柄一連桿一丁頭及一導路之機構,係由一四桿連動裝置變化而來,試用圖說明之。



第 434 圖

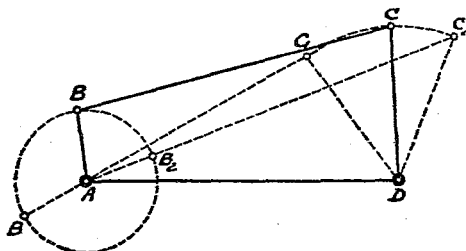
3. 如第 435 圖, 設 AB, BC, AD 與 DC 四桿組成一四桿連動裝置, 倘擬由四桿組成一曲柄與搖桿之機構, 問四桿長短之關係, 須合於何種條件。

4. 偏心輪機構原理上與何種機構相同, 在何種情況下應用最宜。

5. 一等角速率運動之軸, 由一通用聯結器帶動別一軸, 兩軸所成之角度為 20° , 倘原動軸每分鐘迴轉 100 次, 問從動軸最大速率與最小速率各為何。

6. 兩軸互成之角度為 θ , 其迴轉運動由一 Hooke's 聯結器傳達, 試證兩軸角速率之比 $= \frac{\cos \theta}{1 - \cos^2 \alpha \sin^2 \theta}$ 。

如 $\theta = 18^\circ$, 試求最大速比與最小速比, 並求速比為一時, 原動軸迴轉之角度。



第 435 圖

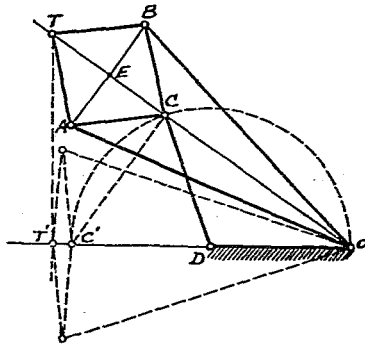
第十五章 直線運動與平行 運動機構

292. 直線運動機構 (A straight line motion mechanism)

凡一機構上有往復運動之一點，當計畫時能使免去導路上之磨擦力，即不賴直線導路之約束，即能發生直線運動者，謂之直線運動機構，所有直線運動機構，其所發之直線運動，有絕對在一直線上者，有只在極近似之直線上者，凡只在極近似之直線上時，多使運動範圍之中點及兩極端絕對在一直線，其餘各點亦相去極微。

293. Peaucellier's 直線

運動機構 此種機構之構造，如第 436 圖所示，包含七個運動桿與一個固定桿，各桿大小之比例，則 $AO=BO$ ； $AC=BC=BT=AT$ ； $CD=DO$ 。如此裝置， O 、 C 與 T 三點恆在一直線之上。



第 436 圖

沿 ac 方向左右移動。滑塊與 ab 桿對於 pc 桿則各由一軸針連接之。如圖上所示。 $ab=bc=pb$ 。

又因 P 點上下運動之範圍多不甚大，故滑塊左右移動之距離，恆屬極微。

以 b 點為中心，以 bc 或 pb 為半徑，畫半圓周，則此半圓周亦必經過 a 點，且 pac 角係一正角，當 pc 桿在其他地位時，亦可得到同一之結果，即 P 點恆沿經過 a 點且與 ac 線垂直之一直線 pp_1p_2 運動也。

a 點須位於 p 點動路之中。又如 ap 代表 P 點由其動路之中點向上或向下移動之距離，則滑塊移動之距離，

$$CC_1 = CP - \sqrt{CP^2 - ap^2}$$

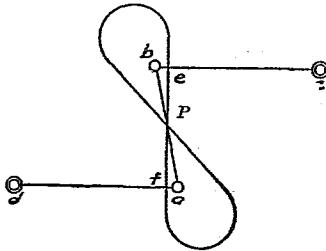
如不用滑塊與導路，完全由搖桿帶動 Pc 桿，可得到兩種近似之直線運動機構，與前述者極為相似。

(a) 仍參看前圖，在 CP 桿上，選擇一適宜之點 e 。當 pe 桿運動至中間之地位時，此點之地位為 e_1 。當 pe 桿運動至兩極端之地位時，此點之地位為 e 與 e_2 。經過此三點，畫一圓弧 ee_1e_2 ，其中心 f 必在 ac 線上。由一桿 ef 連 e 二點，並使能繞 f 處一固定軸擺動，則 ab 與 ef 兩桿即能帶動 pe 桿使其上之 p 點在其動路之中點及兩極端皆在 PP_2 直線之上。

(b) 仍參看前圖，倘於 c 點動路之中點畫一垂直線，並於此垂直線上，擇一適宜之點 d 。如不用滑塊導路而代以 cd 搖桿，使其上端由一軸針連於 pc 桿，下端能繞 d 處一固定軸擺

動。因此此種裝置， c 點之動路恆屬甚短，故極近於直線，即 p 點之動路亦極近於直線。且 cd 搖桿愈長時，所得之結果愈佳。

295. Watt's 直線運動機構 此種機構，只能得到一種極近似之直線運動，其構造略如第 438 圖所示。 e 為一固定軸， d 為一固定軸， ad 桿能繞 d 軸擺動， bc 桿能繞 c 軸擺動， ab 兩端復由一 ab 桿連接之。當 ab 與 bc 擺動時， ab 桿上之一點 p 畫出一複雜之曲線，但如 p 點選擇適宜，則 p 點畫出一雙環曲線 (Double-looped curve)。其中有兩段為極近似之直線，當計畫此種運動



第 438 圖

時，普通只用其近似直線之一段，如圖中 ef 。至各桿長短之比例，以當兩桿各在其中間地位時，即彼此恰為平行時，此一段上下兩端及中心 efp 三點相連之直線，恰與兩桿垂直，最為相宜。

如第 439 圖，設 $dabc$ 表示三桿在中間之地位， da_1b_1c 表示三桿在最上之地位， pp_1 為 p 點一衝程距離之半。

如已給予兩桿在中間之地位， d 與 c 兩固定軸之地位，衝程線 (Line of stroke) 及所欲求之一衝程之長度，欲求 ab 兩點而連成 ab 線，並證明 ab 線與 ss 線相交之點 p ，當兩桿向上擺動半衝程時，總在 ss 線上。

$b_1f = \frac{1}{2}$ 衝程, 即 a_1e 與 b_1f 平行且相等。

故 ea_1b_1f 爲一平行四邊形, 且 a_1b_1 必等於 ef 。

但 $ef = ab$, 因 $bh = hf$, $ag = ge$ 。

故倘 abc 爲原來三桿之地位, 必能使占 da_1b_1c 之地位。

又因 $ap = ep = a_1p_1$, $pp_1 = ea_1 = \frac{1}{2}$ 衝程, 即 p_1 點恰在 p 點之上二分之一衝程之地位也。

如給予 dg , ch , gh 及一衝程之長度 s , 欲計算各桿之長度則依照下列各式,

因 a 點所經過之弧線之弦線 (Chord) aa_1 被 dh 線垂直平分, 故得

$$gh^2 = (ag)(dg) = \frac{s^2}{16}.$$

$$ag = \frac{s^2}{16dg}, \quad ad = dg + \frac{s^2}{16dg}$$

同理, 得

$$bc = ch + \frac{s^2}{16ch}.$$

$$\begin{aligned} ab &= [gh^2 + (ag + bh)^2]^{\frac{1}{2}} \\ &= [gh^2 + (\frac{s^2}{16dg} + \frac{s^2}{16ch})^2]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

求 p 點之地位, 就圖上觀之, 得

$$ap : bp = ag : bh \dots\dots\dots (120)$$

$$\therefore ap : bp = \frac{s^2}{16dg} : \frac{s^2}{16ch} = ch : dg.$$

由此得 $ap : ab = ch : ch + dg$ 。

或 $bp : ab = dg : ch + dg$ 。

由此式可算出 p 點之地位。

如 $ad = bc$ ，則

$$ad = bc = dg + \frac{s^2}{16dg}$$

$$bp : ab = dg : 2dg$$

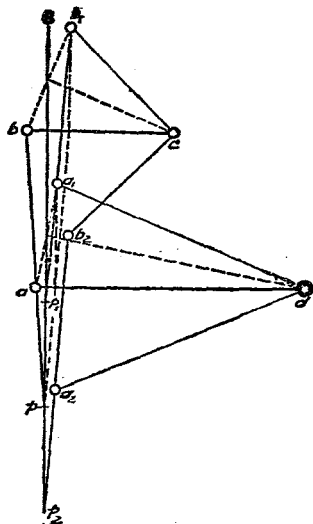
或 $bp = \frac{1}{2}ab$ 。

即 p 點應在 ab 桿之中點也。

又此種機構，更可按第 440 圖之情形裝置，使兩固定軸 c 與 d 在運動線之一邊。各步之畫法與前圖大致相同。惟 p 點落於 ba 引長線與衝程線 ss 相交之點。倘 p 點向上運動半衝程之距離，亦可證明其地位仍在衝程線 ss 上。

又在第 439 圖，設 ada_1 角 $= \theta$ ， $bc b_1$ 角 $= \phi$ ，則按(120)式得

$$\frac{ap}{bp} = \frac{ag}{bh} = \frac{ae}{bf} = \frac{ad(1 - \cos \theta)}{bc(1 - \cos \phi)} = \frac{ad^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{bc^2 \sin^2 \frac{\phi}{2}}$$



第 440 圖

$$\text{或 } \frac{ap}{bp} = \frac{bc}{ad} \times \frac{ad^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{bc^2 \sin^2 \frac{\phi}{2}}$$

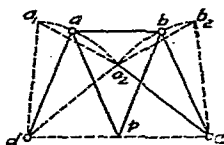
但 $ad \sin \theta = bc \sin \phi$ ，又因 θ 角與 ϕ 角超過 20° 之時極少，即可假設

$$ad \sin \frac{\theta}{2} = bc \sin \frac{\phi}{2}$$

$$\therefore \frac{ap}{bp} = \frac{bc}{ad} \text{ (近似) } \dots\dots\dots (121)$$

即 p 點分 ab 桿之兩段，與其接近之搖桿之長度成反比，當兩搖桿之長度相等時，此種關係絕對符合，若長度不相等，亦多採用此種關係，因由此所得之結果， p 點在兩極端之地位時，對於應在之直線相差極微也。

296. Robert's 近似直線運動機構 此種機構，亦謂之 W 形直線運動機構，其構造略如第 441 圖所示， apb 為一兩等邊三角形架，即 $ap = bp$ 。在 a 與 b 兩點由軸針裝置於 ad 與 bc 兩搖桿上，可繞 d 與 c 兩處之固定軸擺動，且 $ad = bc = ap = bp$ 。



第 441 圖

如此則當兩搖桿擺動時， p 點即極近似的沿 dc 直線運動。

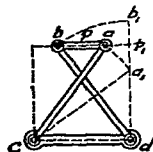
計畫此種機構時，設 dc 直線為擬使 p 點所沿之直線。 p 為此直線之中點，畫兩個兩等邊三角形 dap 與 cbp ，連 ab 線，此線當然與 dp 及 pc 均相等，則 apb 即為兩等邊三角形架， p 即

發生近似直線運動之點。d 與 c 即為兩搖桿所繞固定軸之中心。當 p 點在其兩極端之地位，即在 d 與 c 兩點之地位時，三角形架之地位，如 da_1a_2 與 ca_2b_2 所示， a_2 點為兩種地位之公共點。三角形每邊之長度如 $ap=da$ 應不使小於 $1.186dp$ 。因如此則 ca_2a_1 三點與 da_2b_2 三點各將落於一直線上，再長則可任意。且愈長時，則 p 點之運動愈近於直線，又在此種機構 p 點在 dc 兩點及其中心點 p，皆完全在一直線上，其餘各點則微有變化。

297. Tchebicheff's 近似直線運動機構 此種機構，略如第 442 圖所示，各桿長度之比例如下。

倘 $cd=4$ ，則 $ac=bd=5$ ， $ab=2$ ，發生近似直線運動之點 p 則位於 ab 桿上 ab 兩點之中點。且距 cd 之距離等於

$$\sqrt{5^2-3^2}=4。$$



第 442 圖

當 p 點運動至 p_1 點，即垂直位於 d 點之上時，則 $dp_1=db_1-b_1p_1=5-1=4$ 。當 p 點垂直位於 c 點之上時，其結果亦如此。故 p 點在其衝程線之中點及兩極端，皆在一直線上，其餘各點則微有差異，又欲使各桿之運動彼此不相妨礙，ac 與 bd 兩桿須互相離開，不在一平面之內。

298. 由平行四邊形所得之平行運動 平行運動多由一種平行四邊形之機構得出，有時雖外部形式微有變化，其原理則無甚差異。如第 443 圖，設 ABCD 為四桿組成之平行四邊

形架，並設 AD 與 CD 兩桿之軸針係固定，在 AB 桿延長之一段上，取一點 P ，並畫 PD 線，與 BC 桿相交於 T 點，則在 PBT 與 PAO 兩三角形得

$$\frac{BT}{AD} = \frac{PB}{PA}$$

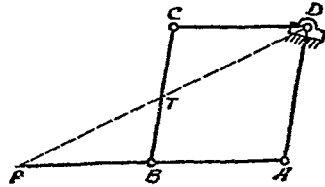
$$\text{或 } BT = \frac{PB}{PA} \times AD = \text{一常數}$$

即 P 點若在 AB 桿上之位置一定，則 T 點恆為 BC 桿上之一定點。

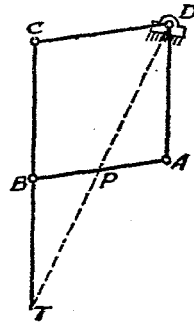
且無論四桿之位置如何， $\frac{DP}{DT}$ 恆等於 $\frac{AP}{AB}$ ，恆等於一常數，故倘 T 點沿任意之一線運動， P 點必隨之沿一同樣之線運動，其運動之方向恆與 T 點運動之方向平行，惟較 T 點運動之範圍擴大。

又如第 444 圖，設將 CB 桿延長，並於延長之一段上取 T 點，則在 AB 桿上之 P 點遂落於 D 與 T 之間，此時若 T 點沿任意之一線運動， P 點亦必隨之沿一同樣之線運動，運動之方向仍係平行，惟 P 點運動之範圍較 T 點縮小。

就圖上觀之可知如沿 BC 桿上移



第 443 圖

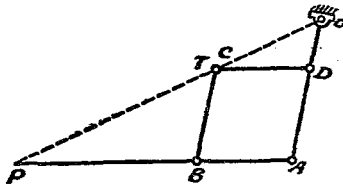


第 444 圖

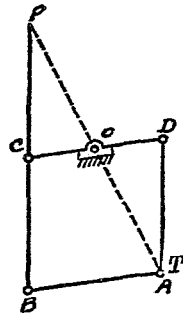
動 T 點,則 $\frac{DP}{DT}$ 之比值可以隨意變化,即 P 點運動之範圍對於 T 點運動之範圍之比,可以隨意變化,或 T 點之運動在 P 點可以放大或縮小也。

又 TP 兩點恆須與固定之軸在一直線上,此爲此種機構必要之條件。

第 445 圖係使固定點 O 位於一桿延長之一段上,第 446 圖,係使固定點 O 位於一桿之中點,理論上仍與前兩圖所表示者相同,又在第 446 圖,倘 CP 與 CB 同長,則 $\frac{OP}{OT} = 1$ 。即 P 點與 T 點運動之範圍相同,惟因在固定軸之兩邊,其方向相反耳。



第 445 圖



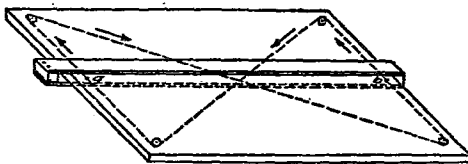
第 446 圖

此種機構,可用於放大及縮小一定之圖形及雕刻等工作,常用之放圖器(Pantograph)即其一例。

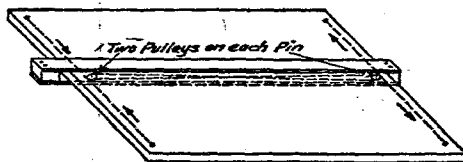
299. 由繩索所得之平行運動 在圖畫板上,爲便於畫多數平行線起見,常用繩索及滑車等帶動一直尺,使之發生平

行運動,茲舉一二實例如下:

如第 447 圖,在圖畫板之底面四角上,各裝置一小滑車,由直尺底板之 a 點,固定一繩之一端,經過對角之兩滑車後,復固定於底板之 b 點。另一繩則由 b 點起始,經過其餘對角之兩滑車後,復固定於 a 點,如此則當直尺上下移動時,其位置恆係平行。又第 448 圖所示者,大致與前相同,所異者惟在直尺底板上裝置兩滑車,而繩之兩端則固定圖畫板底面之兩對角耳。



第 447 圖



第 448 圖

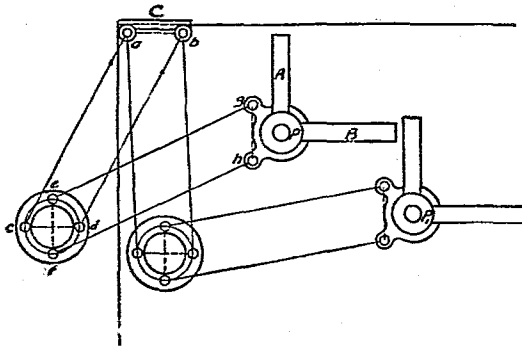
300. 由四桿連動裝置所得之平行運動 兩對邊等長之四桿連動裝置,可利用之得到平行運動機構,第 449 圖所示之平行尺 (Parallel



第 449 圖

ruler) 卽其一例。由平行且長度相等之兩連桿連接兩直尺，倘固定其下面之直尺，可由上面之直尺畫多數平行線。

第 450 圖則表示一通用畫圖機 (Universal drafting machine) 可視爲由兩個對邊等長之四桿連動裝置所組成，在畫圖室中爲用甚廣，可代替丁字尺與三角板之功用， C 爲一螺旋夾，固定於畫圖板之左上角，用以支持第一連動裝置 $abcd$ ， $cedf$ 爲一環帶動第二連動裝置 $efhg$ 。第二連動裝置之右端，則連於 P 。 A 與 B 爲互成正角之兩直尺，可繞 P 軸轉動。由 P 軸周圍之圓尺及鬆緊螺旋，可使 AB 兩尺迴轉任意之角度，以便畫傾斜任何角度之傾斜線卽具有分度器 (Protractor) 之功用。



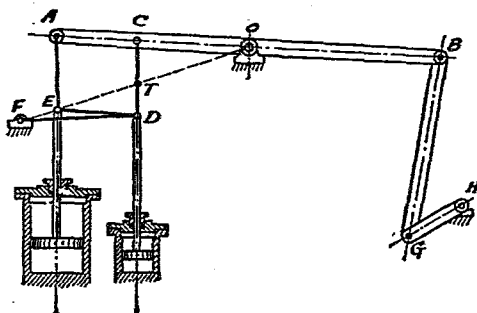
第 450 圖

因 ab 與 cd 永爲平行， ef 與 gh 永爲平行而 ef 與 cd 垂直。倘 ab 之方向不變，其他部分無論如何移動， cd 之方向必不變。因

之 ef 與 gh 之方向亦不變。即 AB 兩尺之方向必不變。故將 AB 兩尺固定於一定之方向，無論如何變更地位，其方向恆不變。即可畫多數之平行線也。圖上僅表示兩個不同之地位。

301. Watt's 直線運動機構與一平行四邊形機構之合併

第 451 圖表示一 Watt 直線運動機構與一平行四邊形機構合併用於天秤機 (Beam engine) 上之情形， O 為橫梁之中軸， F 為機架上之一軸， H 為機軸， OC ， CD 與 DF 三桿組成 Watt 直線運動機構，結果使 T 點在一垂直之直線上運動。

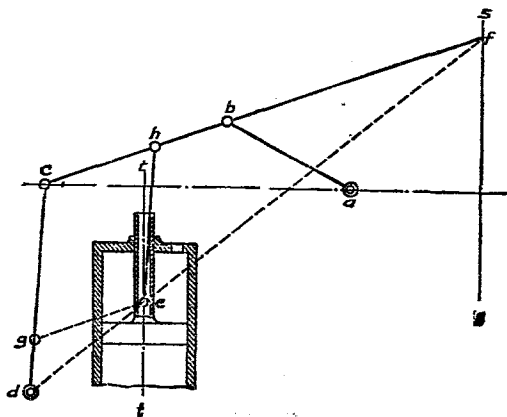


第 451 圖

OA ， AE ， ED 與 DC 四桿組成平行四邊形機構， T 點之地位按前第 298 段之方法求出， E 點則為 OT 引長線與 AE 桿之交點。在實際上 OC 與 FD 多為 OA 長度之半，活塞桿之上端連於 B 點，唧子桿之上端連於 T 點。當活塞上下運動時，唧子亦可發生同樣之上下運動，僅運動之距離按 $\frac{OC}{OA}$ 之比縮小耳。

302. Thompson 示工器 (Thompson indicator) 上之直線運動機構 此種示工器上所採用之機構如第 452 圖所示, ss 為捲紙筒之中軸, t 為汽筒之中軸, f 為置筆處, 畫圖時應沿捲紙圓筒之外周, 發生對於捲紙筒中軸平行之直線運動, 且其運動之距離對於活塞在汽筒內沿 t 所運動之距離, 恆有一定之比例, 圖中 $abcd$ 組成一 Scott-Russel 直線運動機構, he 一桿係用以傳達活塞之運動於 cb 桿者, e 點之位置係連 fd 線與 t 線之交點。

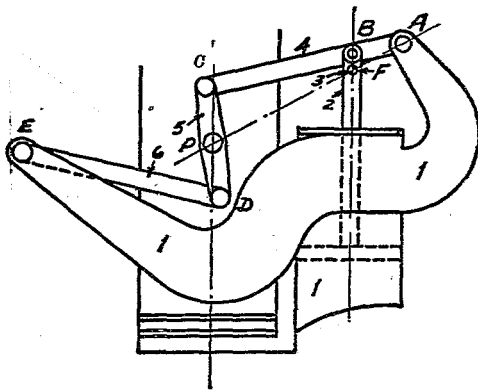
假定不用 ab 桿而能裝置一 eg 桿, 與 bc 平行, 則 dc, ch, eg 與 of 四桿即組成一平行四邊形機構, 倘 e 點隨活塞發生直線運動, 則 f 點必發生絕對之直線運動, 且 f 點運動之距離對於 e 點運動之距離之比, 恆等於 $ef : ch$ 或 $df : de$ 。



第 452 圖

但實際裝置上, eg 一桿為不可能故採用 ab 一桿, 變為 Scott-Russel 直線運動機構, 且因 cd 係一擺動桿, ab 與 ef 等部之長度微有變更之故, f 點不能發生絕對之直線運動, 但所差極微。

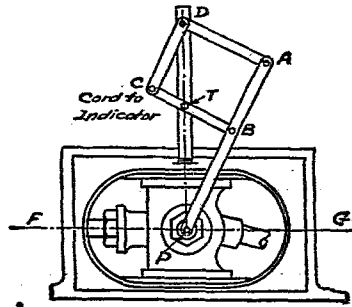
303. Richards 示工器上之直線運動機構 此種示工器上所採用之機構略如第 453 圖所示, 為一 Watt 直線運動機構與平行四邊形機構合併而成, AC , CD 與 DE 三桿組成 Watt 直線運動機構, AC , CP 與 BF 則組成一平行四邊形機構, 倘 F 點有直線之上下運動, 則 P 點亦隨之發生直線之上下運動, 且 P 點運動之距離點 F 點運動之距離等於 $AC:AB$ 或 $AP:AF$ 。



第 453 圖

爲 $4\frac{1}{2}$ 吋, ca 與 tt 垂直, 且在 e 點最高位置之上 $1\frac{1}{2}$ 吋。 ab 桿之長度爲 $1\frac{3}{4}$ 吋, de 桿向經過 d 點且與 tt 平行之一直線之兩邊擺動同大之角度。求 d 點之位置, 及 fo , do , bo 及 ho 之長度, 並求 a 點與 h 點之位置, 用算法或用畫法均可。並按尺寸畫一略圖。

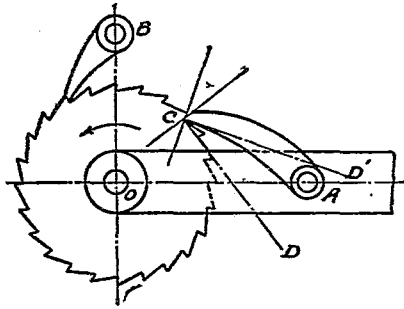
5. 如第 456 圖, 設某蒸汽機之丁頭, 其一衝程之距離爲 18 吋。定點 D 距丁頭軸針中心之垂直距離爲 19 吋, 計畫一平行運動機構, 將丁頭 18 吋之運動縮爲 4 吋, 以便傳其運動於示工器。



第 456 圖

第十六章 間歇運動(Intermittent Motion Mechanism)

304. 開輪(Ratchet wheel)有譯棘輪棘齒輪制輪等名稱者，開輪為間歇運動機構中之最普通者，共含兩個主要部分，一為開輪(Ratchet wheel 或 Pawl wheel)。二為開(Pawl 有譯制條簧開，插銷等名稱者)。第457圖為開輪中之最簡單者， O 為開輪之中心， OA 為一直桿，能繞開輪之軸自由轉動， A 與 B 兩軸上各裝置一開， A 軸上者為起動開， B 軸上者為止動開，各由其自身之重力或另一彈簧之彈力，使恆與開輪之齒接觸。



第 457 圖

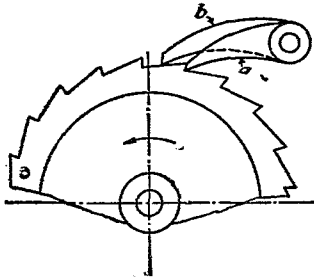
如此裝置，當 OA 桿向上擺動時，起動開必按擺動之範圍推動開輪，使向箭頭所示之方向迴轉一定之角度。止動開之尖端則沿開輪之齒滑動，不生若何阻力。當 OA 桿向回擺

動時，起動閘之尖端則沿閘輪之齒滑動。止動閘之尖端則阻止閘輪，使不能向回轉動，故由 OA 桿之連續往復擺動，得出閘輪軸之間歇迴轉運動。

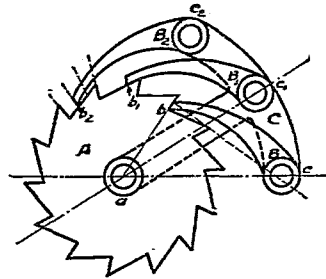
又閘輪之齒與閘之尖端接觸處之外形，須使當載荷 (Load) 加入時，閘之尖端不致與齒輪相離，欲得到此種結果，則閘之尖端與齒輪接觸點之公法線，須恆落於閘輪中心與起動閘中心之間，圖中 CD 線即為合此條件之公法線，若齒輪與起動閘接觸點之公法線不為 CD 而為 CD' ，則當載荷加入時，起動閘有離開閘輪之勢，普通多使齒輪之立面為由中心向外之半徑線。

305. 多閘輪 (Multiple pawl ratchet) 如前段所述，倘只用一個止動閘，以阻止閘輪向回轉動，則有時閘輪須向回轉動一定之角度，至閘端之前面與齒面相接觸方可。此種向回轉動之限度，最輕時可為零，即閘輪停止前進時，恰遇閘端面與齒輪立面相接觸之時，最重時為閘輪輪齒之一周節，即閘輪停止前進之時，恰遇閘端由一齒之斜面將落下未落下之時。減輕此種向回轉動之方法，第一為減小周節，惟用此法齒輪之力必隨之減弱，如所負之載荷較大時，實屬不宜。第二即在同一軸上或同一桿上裝置數個長短不同之閘，若使各閘在齒輪上繼續相差之長度等於閘數除閘輪之周節，則閘輪向回轉動之限度，亦必按同一之比例減輕，如第 458 圖，倘 a 與 b 兩閘之長度，在齒輪上相差閘輪周節二分之一，則向回轉動

之限度，即減至原來二分之一。



第 458 圖



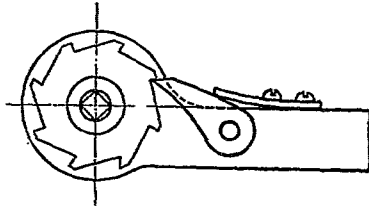
第 459 圖

若起動閘亦用數個，使其在輪齒上繼續相差之長度，亦等於閘數除閘輪之周節，則前進之運動，不待減小齒節，即可變為細密。若只用一閘，則前進之運動，每次至少須退一周節。第 459 圖表示一三閘輪， A 為閘輪， BB_1 與 B_2 為三個起動閘，裝置於搖桿 C 上之 c_1 與 c_2 三軸。在輪齒上長度之差，各為周節之三分之一，如此裝置，則當 A 輪向前迴轉一齒三分之一時，或 C 桿向回迴轉三分之一時， B_1 閘即與 b_1 齒之立面接觸。再迴轉三分之一，則 B_2 閘即與 b_2 齒之立面接觸，再迴轉其餘之三分之一，則 B 閘即與 b 齒之立面相接觸。故迴轉之運動可變為細密，且搖桿每次退回再向前運動時，無效力之運動，亦按同樣之比例減輕。

若將三閘裝置於一軸上，則閘輪須增寬。

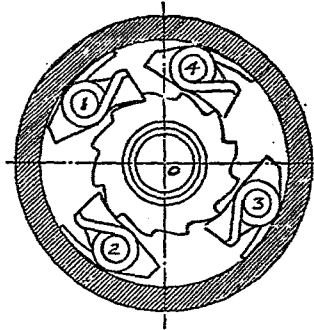
當所負之載荷甚大，迴轉之運動須細密者，用此種裝置，最為相宜，蓋輪齒之力不因之減弱也。

306. Weston 開輪 第 460 圖, 表示一種應用於 Scotch 鑽上之開輪, 只有起動開而無止動開, 因鑽在鑽孔中之磨擦力, 即能阻止開輪使不向回轉動也。



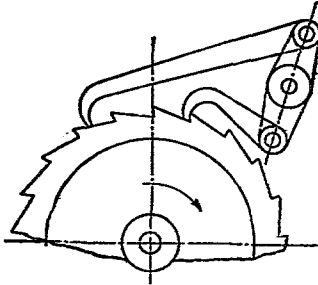
第 460 圖

307. Armstrong 通用開輪 (Universal ratchet) 此種開輪, 如第 461 圖所示, O 為開輪之中心, 輪上共有十二齒, 若只有一開, 則每次迴轉之角度至少須 30° 。若將搖桿變為一圓筒, 內置四開, 並使每開均較其前面之一個落後周節四分之一, 如圖上所示, 則每次迴轉之角度可減至 $\frac{30}{4} = 7.5^\circ$ 。

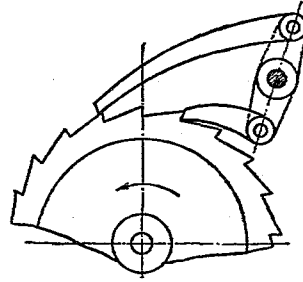


第 461 圖

308. 雙擊開輪 (Double acting ratchet) 以前所述各種開輪, 只搖桿向一方向迴轉時, 開輪發生運動。迨向回迴轉時, 開輪即歸靜止, 若欲使搖桿無論向前或向後迴轉時開輪均向同一方向運動, 則可用第 462 及第 463 兩圖之裝置, 在一兩臂長度相等之直槓桿或曲槓桿之兩端, 各裝置一開, 使均與輪齒相接觸, 如此則槓桿無論向何方向迴轉, 開輪均沿一定之



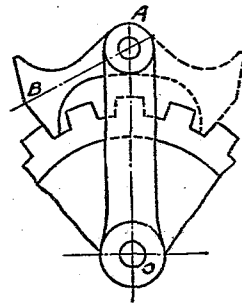
第 462 圖



第 463 圖

方向迴轉,此種開輪謂之雙擊開輪。又第 462 圖,係用挽力。第 463 圖係用推力。如傳達之力較大時,以用推力者為宜。此種開輪之運動,除槓桿變換方向之時刻,幾成為連續者。

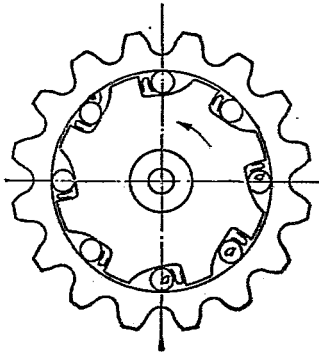
309. 反轉開 (Reversing pawl) 開輪迴轉之方向,有時須於一定時間以內改變一定,如刨床上管理給工 (Feed) 之開輪即其一例,此時須用一種反轉開如第 464 圖所示。開之形狀與開輪之齒均與前稍異,開之形狀須兩邊均能應用。輪齒表面亦須兩邊均能受力。如開在實線所表示之地位,則當搖桿擺動時,開輪即沿表針迴轉相反之方向迴轉,如開在虛線所表示之地位,則當搖桿擺動時,開輪即沿表針相同之方向迴轉。



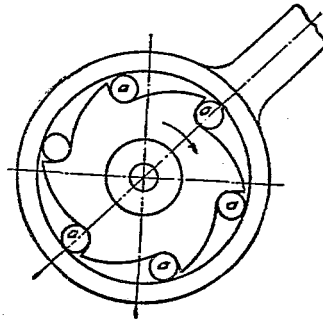
第 464 圖

之軸迴轉，復有一柄 c ，可延一弧形板轉動，當 c 柄位於弧形板上 1 之地位，則凸輪對於閘不發生任何影響，即閘每運動一次，閘輪即前進 8 個齒。若 c 柄位於弧形板上 2 之地位，則有一齒為其隱蔽，閘每運動一次，閘輪只能前進 7 個齒，若位於 3 之地位，則有 2 齒為其隱蔽。其餘依此類推，直至位於 9 之地位時，則 8 個齒均為其隱蔽，又在此種閘輪，其閘之寬度，恆等於閘輪及凸輪寬度之和，

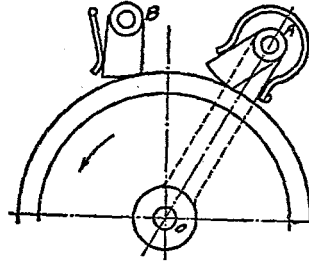
311. 無聲閘輪 (Silent ratchet) 以上所述各種閘輪，其輪齒與閘皆有一定之形式，且閘對於閘輪之地位，亦多係一定。運動時恆發出相當之聲音。但有數種閘輪，其閘與閘輪之外形，完全與以前不同。其起動與止動之力，完全係利用磨擦力，如第 467 第 468 及第 469 三圖。



第 467 圖



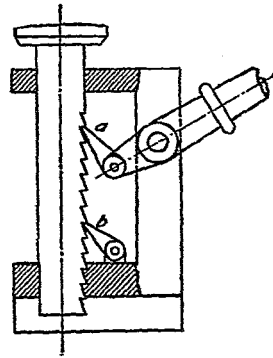
第 468 圖



第 469 圖

312. 起重閘輪(Jack ratchet)

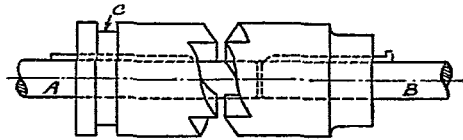
閘與閘輪一種機構，有時可利用之以傳達往復運動。第 470 圖所示者，即係利用閘輪之起重機。 a 為起動閘， b 為止動閘，當 a 自第一次作用之末至第二次作用之始，中間之時間，全部載荷均由止動閘負擔。



第 470 圖

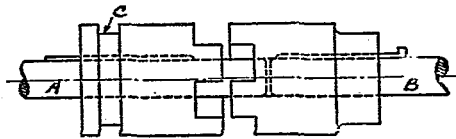
313. 確定運動接合子(Positive clutches) 一軸之迴轉運動，欲傳達於同一直線上之別一軸，使有時隨同運動，有時停止運動，則用一種接合子，接合子有能發生確定運動者，有係利用磨擦力難免微有滑動者。

第 471 圖，表示只能向一方向傳達確定運動之接合子， B 軸上由一鍵固定接合子之一半。 A 軸上之一半，則只由一鍵約束之，使不能沿軸迴轉，但可沿軸左右移動。當 B 軸由下



第 471 圖

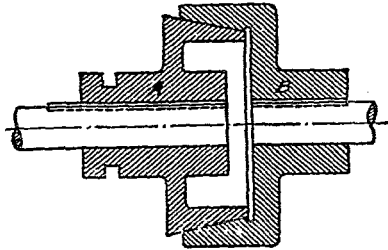
向上迴轉時，如於 C 處沿軸之方向，用一搖桿由左向右推動 A 軸上之一半，則兩半接合， A 軸即隨 B 軸迴轉，如欲使兩軸恆由上向下迴轉，則各突出部之形狀，須與前適反，如欲使之任意向上或向下迴轉，則兩半之突出部，可製成方形，如第 472 圖所示。



第 472 圖

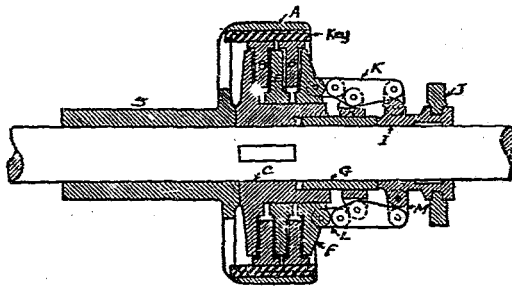
314. 磨擦力接合子(Friction clutches) 磨擦力接合子，其一軸之運動傳達於他軸，係利用兩部接觸表面之磨擦力。

第 473 圖所示者，係磨擦力接合子之最普通者，謂之圓錐形接合子(Cone clutch)。 B 軸上之一部，仍係由一鍵固定於軸上，中備一截圓錐形之槽， A 軸上之一部，則仍沿鍵左右移動，其表面亦係一截圓錐形，如使 A 軸上之一部插入 B 軸上之一部，則兩部接觸表面上之磨擦力，即可使 B 軸之迴轉運動傳達於 A 軸。



第 473 圖

若所欲傳達之力甚大時，則只此簡單之接觸面，其磨擦力往往失之過小，故多用一種多板式之接合子，(Multi-Plate clutches)。當接合時由一種肘形節(Toggle joint)之作用，使各組板同時接合，於壓力之分配上，亦較單一者為優。如第 474 圖所示，圖中 *S* 為一長軸筒，可繞軸自由迴轉，右端帶一環狀部 *A*。 *A* 之內部裝置數層向內伸張之環狀板 *BB*。 *C* 為一圓形盤，由一鍵固定於軸上，其左右伸張之軸筒上，裝置磨擦環板



第 474 圖

BF , 此環板亦能沿軸筒左右移動。 F 板則連於由 K, L 及 M 三部組成之肘形節上。又 S 筒上固定一皮帶輪, 欲使 S 軸筒與軸同時迴轉時, 則向左推動 J 部, 使肘形節發生作用, BB 各環狀板即互相接觸, 由 B 及於 A 再及於 S , 則 S 上之皮帶輪即同時迴轉。

又 BB 等環狀板有時全用生鐵製成, 有時 BB 等環板用木製成。

習 題

1. 多開輪較單開輪之優點為何, 試述之。
2. 何謂雙擊開輪。
3. 反轉開輪宜用於何種工作。
4. 試述隱蔽開輪之作用。
5. 試述接合子之應用及其種類。

第十七章 活塞與曲柄之作力圖 飛輪

(Piston and Crank Effort Diagrams Flywheel)

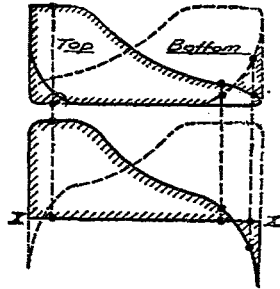
315. 活塞作力圖(Piston effort diagrams) 在各種往復運動之熱力機,其一衝程之中,工作物(Working substance)在氣缸內之壓力常有變化,此種變化可由工作圖得出,工作圖之高度代表工作物之壓力,其長度則代表一衝程之距離,故活塞在一衝程之任一點,其氣缸內之壓力均可由工作圖表出。在單擊式(Single acting)之發動機,只取一圖,在雙擊式(Double acting)之發動機,則活塞兩邊須各取一圖。又工作圖上所表示之壓力,係只表示其強度,普通多用每方吋若干磅計。

設 P_1 與 P_2 為某時刻活塞前後兩邊所有壓力之強度,並設 a_1 與 a_2 為活塞前後兩邊之有效面積,則在此時刻活塞之作力為 $P_1a_1 - P_2a_2$ 。若 $a_1 = a_2 = a$, 則作力為 $a(P_1 - P_2)$ 。在雙擊式,因活塞一邊有活塞桿之故,普通 a_1 與 a_2 不相等。

第 475 圖上部者,表示一立式蒸汽機汽缸內之工作圖。實線者係由汽缸上端取得,虛線者係由汽缸下端取得。

活塞上之有效壓力,恆為其兩邊壓力之差,故一衝程中之任一點,活塞上之有效壓力恆為該點一圖之頂端至別一

圖之底端之一段垂直距離表示之。如將一衝程中代表有效壓力之垂直距離多得若干點，再以一橫直線為基線而畫成一圖，則有效壓力或作力之表示更為清晰。第475圖下部者，即係以XX為基線之活塞作力圖。實線者表示活塞下行時之作力圖。虛線者表示



第475圖

活塞上行時之作力圖。當作力係負號時，則表示於基線之下。

316. 將工作圖改變為同一之作力尺寸 (Reduction of indicator diagrams to same effort scale) 在前段曾言活塞在一衝程中任一點之有效壓力或作力，恆為該點一圖之頂端至別一圖之底端之一段垂直距離表示之，惟此僅就活塞上下兩邊之有效面積及代表工作圖壓力之尺寸完全相等而言。倘代表壓力之尺寸相等，但有效面積不相等，則活塞面積較小之邊，其工作圖之高度應按小面積對於大面積之比減低之，或活塞面積較大之邊，其工作圖之高度，應按大面積對於小面積之比增高之，然後方能用兩邊同時代表壓力之高度差以代表活塞之有效壓力或作力。

第476圖即係就第475圖之情形，對於活塞下面活塞桿所占之面積加以改正而得者。圖中細虛線表示原來之工作圖，粗虛線則表示改正後之工作圖，當活塞下行時，其任一點之

有效壓力，即該點自實線圖之頂端至粗虛線圖之底端之垂直距離所代表。當活塞上行時，其任一點之有效壓力即為該點自粗虛線圖之頂端至實線圖之底端之垂直距離所代表。



第 476 圖

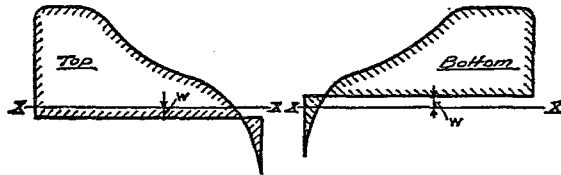
若原工作圖上代表壓力之尺寸，亦彼此不同，則除對於活塞上下面積加以改正以外，更須將代表壓力之尺寸改為一律，方能相減或比較。

在複式蒸汽機或三次膨脹之蒸汽機，由各汽缸所得之工作圖，代表壓力之尺寸多不相同。又各活塞一衝程之距離如相同，則活塞之面積恆彼此互異，如欲將一活塞上之作力圖與別一活塞上之作力圖互相比較，則代表壓力之尺寸必須改為一律，且其工作圖之高度均須改正，而求其相等面積之活塞上之相當壓力。

設 A 為活塞一邊之工作圖， a_1 為其有效面積， P_1 為代表工作圖上壓力之尺寸，以每吋高代表每方吋若干磅計。設 B 為活塞別一邊之工作圖，或別一活塞一邊之工作圖， a_2 為其有效面積， P_2 為代表工作圖上壓力之尺寸，亦以每吋高代表每方吋若干磅計。則當畫可以互相比較之活塞作力圖時，或用 $\frac{a_2 P_2}{a_1 P_1}$ 乘工作圖 B 之高度，或用 $\frac{a_1 P_1}{a_2 P_2}$ 乘工作圖 A 之高度，方能彼此互相比較。

317. 在立式機活塞工作圖對於上下運動部分之重力改

正 在立式機活塞活塞桿丁頭及連桿之一部,其重力等於一下行之力,當活塞下行時,其作力恆為重力所增加,當活塞上行時,其作力恆為重力所減少,其增加與減少之量即與上述各部之重相等,設 w 為上下運動各部分分配於活塞每方吋面積上之重力,則當活塞下行時,活塞每方吋面積上因工作物所生之作力,須增加 w 磅,故在作力圖上須加以相當改正,如第 477 圖,使 XX 基線按代表壓力之尺寸下移一段,使代表 w , 活塞上行時,活塞每方吋面積上,因工作物所生之作力須減少 w 磅,如第 478 圖,將 XX 基線按代表壓力之尺寸上移一段,使代表 w 兩圖中畫影線之部分為改正後之作力圖。



第 477 圖

第 478 圖

又連桿之重量,普通多將其一半計算為上下運動部分。

318. 因上下運動部分之惰性所生之力 前在第十三章第 265 段,曾對於活塞之加速率加以研究,設 f 代表活塞之加速率,以每秒若干呎計。 w 代表上下運動之總重量,以磅計,並設 P 為發生此加速率所需之力,以磅計,則按動力學之理,

$$\frac{P}{w} = \frac{f}{g} \quad \text{或} \quad P = \frac{wf}{g}$$

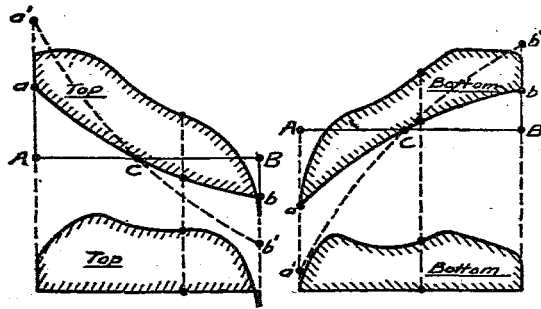
又在第 266 段，曾證明在一衝程之兩端 $f = -\frac{v^2}{r} \left(1 \pm \frac{1}{n}\right)$ 。式中 v 係曲柄軸針之速率，以每秒若干呎計， n 為連桿長度 l 對於曲柄長度 r 之比，正號者，用於活塞在一衝程外端時，負號者用於活塞在一衝程內端時。故在一衝程之兩端， $P = \frac{wv^2}{gr} \left(1 \pm \frac{1}{n}\right)$ 。設 w 為上下運動各部分分配於活塞每方吋面積上之重力， P 為活塞發生 f 加速率時每方吋面積所需之力，以磅計，則 $P = \frac{wf}{g}$ 。且在衝程之兩端 $P = \frac{wv^2}{gr} \left(1 \pm \frac{1}{n}\right)$ 。當加速率為零之一點經過後，加速率即變為負號，發生加速率所需之力，當然亦改變方向，與前適反。

319. 活塞作力圖因往復或上下運動各部之惰力之改正

活塞自一衝程之一端至速率最高或加速率為零之點，活塞之作力必有一部分為活塞及其他上下運動各部發生加速率所用，故此一部分作力即不能傳達於丁頭及曲柄軸針，然亦並非耗散，實係易為一種能力而蘊蓄於上下或往復運動各部，迨活塞經過最高速率點之後，其速率逐漸減低，即其加速率易為負號，此時上下運動各部所蘊蓄之動能力仍行給出，易為活塞之有效作力而傳達於丁頭及曲柄軸針。故在一衝程之前部，活塞之有效作力恆有一部分為上下運動各部所吸收，增其速率，易為動能力，在一衝程之後部，各部之動能力，因速率減低，復行給出而易為活塞之有效作力。

活塞之作力圖，因上述之惰力 (Inertia force) 必須加以改正，其改正之結果，如第 479 及第 480 圖所示。圖中以 AB 直線

爲基線之實線圖,表示工作物對於活塞之作力圖。 $AacbB$ 則爲仍以 AB 直線爲基線之加速力 (Accelerating force) 圖。即發生加速率時必須給予之力及發生負號加速率時,仍行給出之力也。



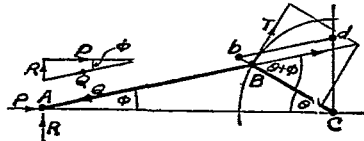
第 479 圖

第 480 圖

Aa 之高度係用代表壓力或作力之同一尺寸,以表示活塞在一衝程起始時所有活塞每方吋面積相當之加速力,即按代表壓力或作力之同一尺寸以表示 $P = \frac{wv^2}{gr} \left(1 \pm \frac{1}{n}\right)$ 。 $a'cb'$ 曲線,係代表按 Klein's 畫法所求出活塞在一衝程上各點之加速率。 acb 曲線則係按 $a'cb'$ 曲線上之各點,均依 aA 對於 $a'A$ 之比所改算者故 acb 曲線即爲對於惰力改正後活塞作力圖之新基線,如欲將基線仍改爲水平基線,則活塞作力圖經過惰力改正後之情形,如各圖下部所示,由上觀之,可知就全衝程之工作言,或全衝程之平均作力言,固不受上下運動各部惰力之影響,蓋前段所需用者,與後段所給出者完全相等也。

320. 曲柄作力(Crank effort) 參看第 481 圖,設 P 爲由活塞桿傳達於丁頭軸針之作力,此作力傳達於連桿上之推力 (Thrust) 或挽力 (Pull) Q

等於 $P/\cos \phi$ 。 Q 力在曲柄軸針可分解爲兩部。一部 T 沿曲柄軸針所行道路之切線等於 $Q \sin (\theta+\phi)$ 。



第 481 圖

一部沿曲柄軸針方向,直向機軸。

$$\text{故 } T = \frac{P \sin(\theta + \phi)}{\cos \phi} = P(\sin \theta + \cos \theta \tan \phi)。$$

$$\text{設 } n \text{ 爲連桿長度對於曲柄長度之比則 } \tan \phi = \frac{\sin \theta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}。$$

$$\text{故 } T = P \left\{ \sin \theta + \frac{\sin \theta \cos \theta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} \right\} = P \left\{ \sin \theta + \frac{\sin 2\theta}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} \right\}。$$

.....(122)

此謂之曲柄軸針之作力(Crank pin effort)。 T 力繞機軸中心之力率爲 T_r (r 代表曲柄之長度)。此謂之曲柄之作力(Crank effort)。因 r 係一常數,故曲柄作力恆與 T 成正比。

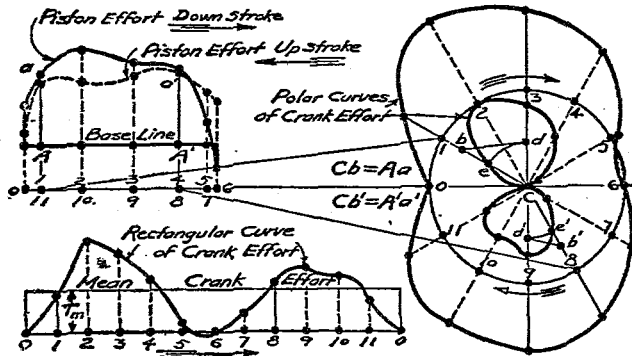
畫 Cd 線與 AC 垂直,沿 CB 線截 Cb 一段,使代表 P 。並畫 bd 線與 AB 平行,與 Cd 線相交於 d , 則

$$\frac{Cd}{Cb} = \frac{\sin(\theta + \phi)}{\sin(90^\circ - \phi)} = \frac{\sin(\theta + \phi)}{\cos \phi}。$$

$$\text{但 } \frac{T}{P} = \frac{\sin(\theta + \phi)}{\cos \phi}, \text{ 故 } \frac{cd}{cb} = \frac{T}{P}。 \dots\dots(123)$$

即倘使 Cb 代表 P ，則 Cd 一段必按同一之尺寸代表 T 。故由活塞之作力或丁頭軸針之作力以求曲柄之作力，實至為簡單，且與第 264 段，由曲柄軸針之速率以求活塞速率之作圖法之證明比照觀之，可知此處之作圖法實完全與之相同。

321. 曲柄作力圖 (Crank effort diagram) 表示曲柄在任何位置之作力圖，其畫法可參看第 482 圖，在曲柄作力之極線曲線 (Polar curve)。則作力之大小先按畫法或算法求出，然後或由機軸之中心起，或由曲柄軸針所行之道路上起，沿半徑線或半徑引長線，截一段長度以代表之，連接各段長度之外端，畫一曲線，即得曲柄作力之極線曲線，最有用之曲柄作力圖，為長方形圖 (Rectangular diagram)。此圖之基線係一直線，用以代表曲柄軸針所行之圓周，其垂直於基線之直線，則用以代表曲柄作力。



第 482 圖

若使曲柄作力之長方形圖之基線，恰等於曲柄軸針所行之圓周之長度，並不計磨擦力，則機軸每一迴轉中，曲柄作力圖所有之面積必與兩個活寒作力圖面積之和相等（因按工作之定理言，兩種圖所代表之工作應相等）。但就實際言，基線之長短無大關係，蓋實際上欲得之於曲柄作力圖者，不外考察當曲柄在任何位置時，其作力之大小，曲柄之平均作力及作力在全周內之變化等等（即能力之變化）。基線無論長短，均可得出同一之結果也。

長方形曲柄作力圖之主要應用，為求能力之變化或能力之升降（Fluctuation of energy）。當於下段詳論之，對於基線之長短無甚關係。

從極線曲線或長方形作力圖，其最大作力（Maximum crank effort）均極易得出，且曲柄作力最大之點，亦即機軸迴轉力最大之點（Maximum torque）。對於計畫機軸時，關係頗為重要。

在機軸迴轉一週時，設 T_m 為曲柄軸針之平均作力。 P_m 為活寒之平均作力，根據工作之定理，倘不計磨擦力，則在同一時間內，活寒所作之工作必與曲柄軸針所作之工作相等，

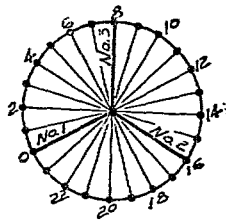
$$\text{即 } 2\pi r T_m = 2P_m \times 2r. \text{ 或 } T_m = \frac{2P_m}{\pi}. \dots\dots(124)$$

式中 r 代表曲柄之長度。

若一機軸上有兩個，或兩個以上之曲柄，則在任何時刻，

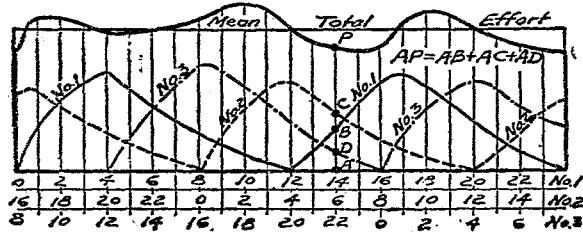
機軸之總迴轉力必等於在該時刻各曲柄迴轉力之和,且此總迴轉力可視為係加於任一曲柄之上,故將各曲柄作力圖相當之縱座標之高度,加於一曲柄之作力圖,即可得出總迴轉力圖,所謂相當之縱座標者,即在同一時刻各曲柄之作力之總座標也。

第 483 圖表示同一機軸上三個曲柄之相關位置,第 484 圖則表示三個曲柄之長方形曲柄作力圖,如何歸併於一圖,以得總迴轉力圖之畫法。



第 483 圖

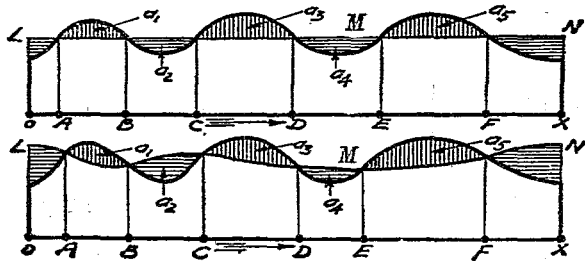
又就第 484 圖觀之,可知欲將相當之縱座標歸併於一處,則第二曲柄與第三曲柄之作力圖,各須向前移動一定之距離,其所移動之距離之長度,即分與第二第三兩曲柄對於第一曲柄所成之角度相當,又各作力圖合併以前,當然須改為同一尺寸,方能彼此合併。平均總作力與各曲柄平均作力之和相等。



第 484 圖

322. 能力之升降(Fluctuation of energy) 各種熱力機若工作物所發之工作,係由往復運動之活塞以傳達於機軸,且曲柄之數目只為一個時,則機軸迴轉力之變化極大。若用兩個或兩個以上之曲柄裝置於同一之機軸,彼此互成一定之角度,且分連於各個之活塞上,則機軸之迴轉力雖較近於均勻,然仍有相當之變化,此為各種有往復運動之活塞之熱力機所同具之特性,其結果除在極特別情形之下,機軸迴轉時所欲戰勝之阻力亦有同一之變化者外,則在一定之時間內,供給於機軸之能力較大於所欲戰勝之阻力。在其餘時間內,則供給於機軸之能力較小於所欲戰勝之阻力。發動機機軸之阻力,在一循環之內,普通均可視為等量,即傳達於曲柄軸針之阻力,可視為與曲柄軸針之平均作力相等。

第485圖,表示一長方形之曲柄作力圖。 OX 為基線,並代表曲柄軸針所經之道路, LMN 線之高度,則代表由機軸傳達於曲柄軸針之阻力。在上圖 LMN 線係與 OX 平行之一直



第 485 圖

線。在下圖則 LMN 線係一曲線，無論直線或曲線，由曲柄作力所作之工作，恆由作力曲線與基線間之面積所代表，消耗於阻力之工作，則恆由阻力線與基線間之面積所代表。由圖上觀之，可知在 $ABCDE$ 與 F 等點，作力與抵力皆相等，設 K 為曲柄軸針在 A 時各運動部分之動能力，則當曲柄軸針由 A 至 B ，作力所作之工作，大於抵力所需之工作，其大小由 a_1 面積所代表。故當曲柄軸針達至 B 時，各運動部分之動能力為 $K+a_1$ 。又當曲柄軸針由 B 至 C ，作力所作之工作小於抵力所作之工作，其大小由 a_2 面積所代表，故當曲柄軸針達至 C 時，各運動部分之動能力為 $k+a_1-a_2$ 。同一理由，當曲柄軸針達至 D ， E 及 F 等點時，各運動部分之動能力必為 $k+a_1-a_2+a_3$ ， $k+a_1-a_2+a_3-a_4$ ，與 $k+a_1-a_2+a_3-a_4+a_5$ 。在 O 與 X 之間，各運動部分動能力最大之點必為曲柄軸針速率最高之點，各運動部分動能力最小之點，必為曲柄軸針速率最低之點。在速率最高之點與速率最低之點，各運動部分所有動能力之差，謂之能力之升降。(Fluctuation of energy)。能力之升降對於全循環內之工作之比，謂之能力升降之係數，(Coefficient of fluctuation of energy)。在普通蒸汽機，機軸每迴轉一週即為一循環。在採用四衝程循環之內燃機，則機軸每迴轉兩週，即為一循環，仍參看前圖，設 OX 代表一循環內曲柄軸針所行之距離，並設 F 為最高速率點， C 為最低速率點。又設作力曲線至基線之面積為 a ，則能力之升降為 $a_3-a_4+a_5$ 所代表，能

力升降之係數則等於 $\frac{a_3 - a_4 + a_5}{a}$ 。

323. 氣機能力之升降 在一單氣缸單擊式採用四衝程循環之氣機,其全循環之動作如下:

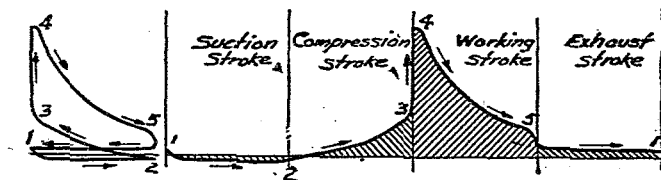
第一衝程。 活塞向外運動,將空氣與可燃氣體吸入,謂之吸入衝程。

第二衝程。 活塞向內運動,壓縮吸入之混合氣體,謂之壓縮衝程。

第三衝程。 將被壓縮之混合氣體燃着,爆炸發生,活塞被燃燒氣體之膨脹力所推出,謂之動力衝程。

第四衝程。 活塞向內運動,已燃燒之氣體被排除,謂之排除衝程。

第 486 圖,表示此種氣機之工作圖。但吸入與排除兩衝程之壓力,特為放大,以便辨認。第 487 圖則係將工作圖之四衝程展開之。



第 486 圖

第 487 圖

在全循環中,所有供給於機軸之工作,完全係於動力衝程中供給之,在其餘三衝程,則不但不能供給工作,其本身還

轉所需之工作,更須由飛輪供給之。

由長方形之曲柄作力圖,以得能力之升降,與在蒸汽機之方法相同,但須就全循環加以計算,對機軸上有用之抵力所作之純工作,及對機器本身磨擦力所作之工作恆為第486圖上動力衝程畫影線部分之面積減去其餘各衝程畫影線部分之面積所代表,機軸之最高速率約在動力衝程之末,其最低速率則約在動力衝程之始,故能力之升降約等於動力衝程所作之工作減去全循環純工作之 $\frac{1}{n}$, n 為全循環所有之衝程數。

如氣機之調速裝置,係採用變數法(Hit and Miss method),即在一循環中,完全停止可燃氣體之加入,如此則至少在兩迴轉中無爆炸,且無有效工作,計算全循環時其所含之迴轉數須以二倍之。

324. 飛輪 (Flywheel) 各種發動機上所以用飛輪之理,即欲一循環內因能力之升降所生速率之升降,賴以減輕也,設在一定之時間內,發動機所能供給之能力超過外部之抵力,則各運動部分之速率,必因之增高,故其動能力亦因之增多,其增多之量適與超過之量相等,在別一段時間內,發動機能供給之能力,少於外部之抵力,則各運動部分之速率必因之減低,故其動能力亦因之減少,其減少之量,亦恰與不及之能力之量相等。

若於機軸上置一飛輪,則其餘各運動部分,因其重量比

較甚小之故,其動能力之變化多略而不計,只計飛輪之動能力即在任意之一段時間內,發動機所能供給之能力與外部所需要之能力之差,恆認為與飛輪動能力之差相等。

設 R 為飛輪之環動半徑(Radius of gyration),以呎計。

V 為距軸心 R 呎之一點之速率,以每秒若干呎計。

ω 為飛輪之角速率,以每秒若干半徑角計。

N 為每分鐘之迴轉數。

W 為飛輪之全重量,以磅計。

K 為飛輪之動能力,以呎磅計。

$$\text{則 } K = \frac{WV^2}{2g} = M_1 V^2 = \frac{WR^2\omega^2}{2g} = M_2 \omega^2 = \frac{W \times 4\pi^2 R^2 N^2}{2 \times 60^2 g} = MN^2 \dots\dots\dots(125)$$

式中 M_1 , M_2 及 M , 就一定之飛輪言,皆為常數。

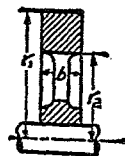
由上式觀之,可知飛輪之動能力,無論就線速率言,就角速率言,或就每分鐘之迴轉數言,皆等於速率之平方乘一常數在一定之問題中,此公式已足資應用。

設 I 為飛輪之慣性率,以呎磅單位計,則 $I = WR^2$, 與前式合觀之,則

$$K = \frac{IV^2}{2gR^2} = \frac{I\omega^2}{2g} = \frac{2\pi^2 IN^2}{60^2 g} \dots\dots\dots(126)$$

如第488圖,倘飛輪周緣之斷面為長方形, r_1 與 r_2 為飛輪之外半徑與內半徑,則環動半徑之平方等於 $\frac{r_1^2 + r_2^2}{2}$ 。又

周緣之容積為 $\pi(r_1^2 - r_2^2)b$ ，式中 b 為周緣之寬。設發動機在一循環之內，飛輪之最低速率與最高速率為每分鐘 N_1 與 N_2 次，則能力之升降為 $\frac{2\pi^2 I}{60^2 g} (N_2^2 - N_1^2)$ 。最高速率與最低速率之差，謂之速率之升降 (Fluctuation of speed)。



第 488 圖

速率之升降對平均速率之比，謂之速率升降之係數 (Coefficient of fluctuation of Speed)，設 N 為每分鐘之平均速率， C 為速率升降之係數。

$$則 C = \frac{N_2 - N_1}{N}$$

平均速率，多假設為最高速率與最低速率之平均數，故 $2N = N_2 + N_1$ 。

$$N_2^2 - N_1^2 = (N_2 + N_1)(N_2 - N_1) = 2N \times CN = 2CN^2$$

設 U 代表每循環所作之工作，以呎磅計， K 代表能力升降之係數，則能力之升降為 KU 。且 $KU = \frac{4\pi^2 WR^2 CN^2}{60^2 g}$

$\frac{4\pi^2 ICN^2}{60^2 g}$ 。設 H 為發動機之馬力數，則每迴轉之工作為 $\frac{33000H}{N}$ 式中 N 為每分鐘之迴轉數，下表係就實際考察所得

之速率升降之係數 C 之數值。

- 唧筒及剪斷機穿孔機等 0.05 至 0.03
- 麵粉機 0.04 至 0.03
- 織布造紙及普通鐵工機器 0.03 至 0.025

紡紗機	0.02 至 0.001
發電機	0.007

習 題

1. 某飛輪之重為 4 噸，環動半徑為 5 呎。倘每分鐘之迴轉數由 99 次增至 101 次，問多蓄之動能力為若干呎磅。

2. 某飛輪每分鐘之迴轉數由 170 次變至 168 次，發出之動能力為 6500 呎磅。問此飛輪每分鐘之迴轉數為 172 次時，所蓄之動能力為若干呎磅。

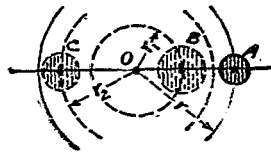
3. 一圓盤形鑄鐵飛輪，其厚為 6 吋，其直徑為 4 呎 6 吋，設鑄鐵每立方呎之重量為 450 磅，問此飛輪每分鐘之迴轉數為 200 次時所蓄之動能力為若干呎磅。

4. 某蒸汽機之指示馬力為 10，平均速率為每分鐘 100 次，速率之升降為平均速率之 $\frac{1}{30}$ ，能力之升降為全循環所有能力之 $\frac{1}{10}$ 。倘環動半徑為 $2\frac{1}{2}$ 呎，問飛輪之重應為若干磅。

第十八章 均衡裝置(Balancing)

325. 均衡之必要 發動機運動之部分,有為圓周運動者,有為直線運動者。圓周運動之部分,皆發生一種離心力,直線運動之部分,如速率有變更,皆發生一種惰力,此離心力與惰力如分配不均,不能設法抵消時,則發動機之機架與其周圍接近之物體,必受其影響,在地面固定之發動機,其機架與附近之地面,多生震盪,在火車,輪船,飛艇,飛機等,則全機安全與乘客之舒適繫焉,故計畫發動機時,多設均衡裝置,使離心力與惰力之全體或一部歸於平衡,以消滅或減輕其及於外部之影響。

326. 迴轉物體之離心力,不同半徑之重量相當量 如第489圖,設 A 物體之重量為 W , 裝置於一直桿 OA 上,其距迴轉中心 O 之半徑為 r , 其迴轉之角速率為 ω , 則所生之離心力為 $\frac{W}{g}\omega^2 r$ 。若將 A 移去,設有別一物體 B , 其重量為 W_1 , 裝置於直桿 OB 上,其距迴轉中心 O 之半徑為 r_1 , 迴轉之角速率亦為 ω , 則所生之離心力必為 $\frac{W_1}{g}\omega^2 r_1$ 。



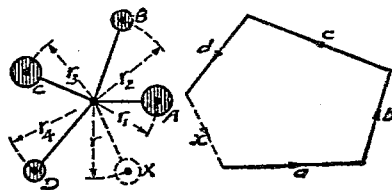
第 489 圖

如 B 之離心力與 A 之離心力相等，則 $\frac{W}{g}\omega^2 r = \frac{W_1}{g}\omega^2 r_1$ 。
 即 $Wr = W_1 r_1$ 。如得到此種關係，則在半徑 r_1 之重量 W_1 與在半徑 r 之重量 W ，謂之重量相當量 (Equivalent weight)。

327. 用一迴轉物體使與別一迴轉物體均衡 參看前圖。

物體 A 繞 O 軸迴轉所發生之離心力 $\frac{W}{g}\omega^2 r$ ，必在 OA 桿上生出一種牽力，且此牽力必傳達於軸承之上。又因 OA 桿係時時迴轉，故 A 物體所發生之離心力，其及於軸承之方向必時時變更，結果使機架發生震盪，且由機架而傳於機座及附近地面焉。然若於 OA 相反之方向置一物體 C ，其重量為 w_2 ，其距中心 O 之距離為 r_2 ，且使 $w_2 r_2 = wr$ ，則當全體迴轉時， C 物體所發生之離心力必與 A 物體所發生之離心力，大小相等，方向相反，故兩物體互相均衡，軸承上所受之影響互相抵消。

328. 用一迴轉物體使與在一平面內之多數迴轉物體均衡 如第 490 圖，設 $ABCD$ 等等為在一平面內繞同一之中心 O 之多數迴轉物體， $w_1 w_2 w_3 w_4$ 等等為其重量， $r_1 r_2 r_3 r_4$ 等等為其迴轉之半徑， ω 為角速率，茲欲求在同一平面內之一物體，使其所生之離心力與多數物體所生之離心力歸於平衡。



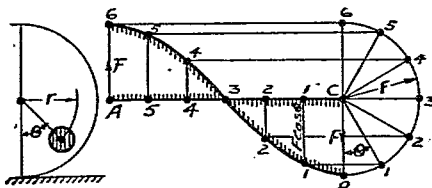
第 490 圖

設 X 爲所求之物體, w 代表其重量, r 爲其迴轉半徑, 則 A, B, C, D 等所發生之離心力爲 $\frac{w_1}{g}\omega^2r_1, \frac{w_2}{g}\omega^2r_2, \frac{w_3}{g}\omega^2r_3, \frac{w_4}{g}\omega^2r_4$, 而 X 所發生之離心力爲 $\frac{w}{g}\omega^2r$. 因各力中 $\frac{\omega^2}{g}$ 因數均相等, 故研究均衡問題時, 多略去之, 使各力之大小爲 $w_1r_1, w_2r_2, w_3r_3, w_4r_4$ 等所代表. 如此則問題變爲簡單, 即等於求一力 wr 使與各力 w_1r_1, w_2r_2 等相均衡. 根據力之多邊形律, 倘畫一力之多邊形 $abcd$ 使依次代表 w_1r_1, w_2r_2, w_3r_3 與 w_4r_4 之大小與方向, 則所餘之一邊 x , 必代表 wr 之大小與方向. 故設半徑 r 已定, 則 w 可以求出. 設物體之重量 w 先行規定, 則半徑 r 可以求出. 且由 O 點畫一直線 OX , 使與 x 邊平行, 則 OX 卽爲所求物體應在之方向.

329. 不平衡之車輪對於路上壓力之變化 如車輪本身之重與所負之重共爲 W . 車軸上或車輪上不均衡之重爲 w . 此不平衡之重對於輪心之半徑爲 r . 輪之角速率爲 ω . 則不平衡之部分必發生一種離心力 $F = \frac{w}{g}\omega^2r$. 且其方向時時變化, 其垂直之分力必使車輪及於路上之壓力發生變化, 當離心力垂直向下時, 路上所受之壓力最大, 其值爲 $W + F$. 當離心力垂直向上時, 路上所受之壓力最小, 其值爲 $W - F$.

如第 491 圖, 當離心力之方向, 對於其垂直向下時之方向所成之角度爲 θ 時, 則 F 對於垂直方向之分解部爲 $F \cos \theta$. 卽此時路上所受之壓力爲 $W + F \cos \theta$.

第 492 圖表示離心力垂直分解部在車輪迴轉半週時之變化,圖中 CA 基線代表車輪迴轉半週時輪心向前進之距離,縱座標則代表 $F \cos \theta$ 之數值。 CO 代表 F 。



第 491 圖

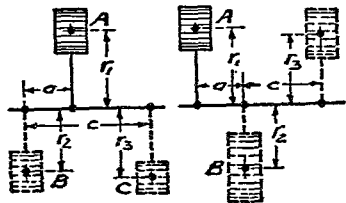
第 492 圖

又就 $W-F$ 式研究之,倘不均衡之重量所生之離心力大於 W 時,則車輪每迴轉一週必離車軌一次,又下擊一次,且 F 之數值與車輪迴轉之速率有關,速率高時,其量加大,故火車在橋上經過時,其速率恆使減低。

如 D 為車輪之直徑,以呎計, V 為輪前進之速率,以每點鐘若干哩計,則每秒鐘車輪之迴轉數為 $\frac{5280V}{\pi D \times 60 \times 60} = \frac{44V}{30\pi D}$
 車輪每秒鐘之角速率 $\omega = \frac{2\pi \times 44V}{30\pi D} = \frac{88V}{30D}$ 。

330. 用兩個迴轉物體與一個迴轉物體均衡,各物體之迴轉平面均不相同 如第 493 及第 494 兩圖,設 A 為一迴轉運動物體,擬用 BC 兩物體均衡之,設 w_1, w_2, w_3 為三物體之重量, r_1, r_2, r_3 為三物體之重心距迴轉中心之半徑,又設 A 與 C 兩物體迴轉之平面距 B 物體迴轉之平面之距離為 a 與 c , 又三物體之重心位於包含迴轉軸之一平面內,在第 493 與第 494

兩圖上,即以紙面爲此平面。 ABC 三物體所生之離心力與 w_1r_1, w_2r_2, w_3r_3 成正比。且此問題實爲在一平面內之三平行力之平衡問題,其平衡之條件如下:



第 493 圖

第 494 圖

在第 493 圖所示之情形,但使 $w_1r_1 = w_2r_2 + w_3r_3$, 又 $w_1r_1a = w_3r_3c$ 即可。

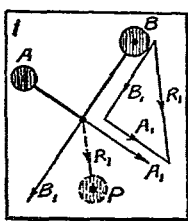
在第 494 圖所示之情形,但使 $w_1r_1 + w_3r_3 = w_2r_2$, 又 $w_1r_1a = w_3r_3c$ 即可。

在每種情形,各有兩個方程式,故可求出兩未知數。

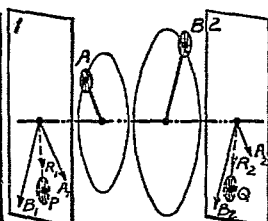
如 BC 兩物體之迴轉平面,恰爲一迴轉軸兩軸承之中心平面,且迴轉軸帶有一平衡之物體 A ,則當 A 物體未被其他物體所平衡時,上邊所求出 BC 兩物體所發生之離心力,即爲軸承上因 A 物體之離心力所受之力。

331. 用兩個迴轉物體與兩個或多個迴轉物體均衡,各物體之迴轉平面均不相同 如第 496 圖,設 A 與 B 爲兩個迴轉物體,欲用在 12 兩迴轉平面之兩物體 P 與 Q 均衡之。第 495 圖與第 497 圖爲 12 兩迴轉平面之側視圖,將 AB 兩物體及其連

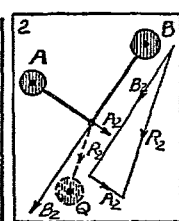
桿均投射於其上,根據前段之理,在12兩平面可求出 A_1 與 A_2 二力與 A 物體之離心力相均衡,根據同理,在12兩平面可求出 B_1 與 B_2 二力與 B 物體之離心力相均衡,再用力之三角形律,可求出 A_1 與 B_1 之結果力 R_1 及 A_2 與 B_2 之結果力 R_2 。 R_1 與 R_2 即代表 P 與 Q 兩物體之離心力,故設 P 與 Q 兩物體之迴轉半徑已定,則 P 與 Q 之重量即可求出。



第 495 圖



第 496 圖



第 497 圖

如所欲均衡之物體係三個或三個以上,則用同一方法為之,但求 R_1 與 R_2 時,用力之多邊形律,不用力之三角形律。

又解答此種問題時,有時用一種表解法如下:

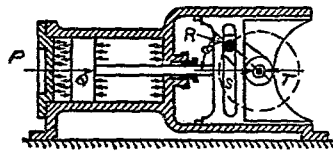
物 體	物 體 之 重 量 W	半 徑 r	離 心 力, 當 $\omega^2 = g_0$ Wr	物 體 距 2 平 面 之 距 離 x	均 衡 力, 當 $\omega^2 = g$	
					在 平 面 1 $F_1 = \frac{Wr x}{l}$	在 平 面 2 $F_2 = Wr - F_1$
A						
B						
C						
.....						
P	$W_1 = \frac{R_1}{r_1}$	r_1	$W_1 r_1 = R_1$	l	R_1
Q	$W_2 = \frac{R_2}{r_2}$	r_2	$W_2 r_2 = R_2$	0	R_2

對於末兩行之力之正負號，須特別注意，當第一行所有之各物體位於平面 1 與 2 之間時，則 F_1 與 F_2 同號，但若任一平面，位於物體與他一平面之間時，則 F_1 與 F_2 係異號。 R_1 與 R_2 係由 1 與 2 兩平面之力之多邊形得出。

如 1 與 2 兩平面恰為帶各迴轉物體之軸之軸承之中心平面。若不設法均衡之，則所求 P 與 Q 兩物體所發生之離心力，即為軸承，因各物體之離心力對軸上之力，亦即軸承所受各物體離心力之影響也。

332. 因往復運動部分之加速率所生之擾動力(Disturbing forces due to acceleration of reciprocating parts) 第 498 圖表

示一蒸汽機之機構，其連桿之構造與一長度無限之連桿相當，蒸汽對於汽缸一端之總壓力等於一力 P ，此力欲使機架向左運動，蒸汽對於活塞之總壓力等於一力 Q ，其大小與 P 相等。此力欲使活塞向右運動。



第 498 圖

如活塞靜止或按等速率運動，則對於曲柄軸針上必有一推力(Thrust) R ，與 P 及 Q 均相等，若假定有 S 與 T 二力，各等於 R ，沿曲柄軸針迴轉之平面加於機軸之 J ，如圖上所示(大小相等方向相反故對於全機之運動不生影響)。則 R 與 T 作成一作力偶力，其偶力率即等於機軸之迴轉力率 (Turning

moment)。且與抵力偶力互相平衡，所餘之一力 S 即變為機軸對於其軸承上之推力，亦間接傳於機架之上，故機架由一力 S 推之向右，同時並由一力 P 推之向左，二力大小相等方向相反，故結果機架並無對機座運動之趨勢，即無對外之攪動力。

然若活塞之速率增大或減小， R 力或 S 力必將小於 P 或大於 P 。故對於機架將有一種結果力，使之有向左或向右運動之趨勢，且此結果力之大小恆為 PS 二力之差，亦即為使活塞增速或減速之力，不待借用汽缸內所有汽壓之關係，即可直接求出。

仍參看前圖，如機軸按等速率迴轉，則活塞與其他隨之作往復運動各部，必有一種單弦運動，當活塞距一衝程之中點之距離為 x 時，則使往復運動各部分發生加速率之力必為 $\frac{wv^2x}{gr^2} = \frac{w\omega^2x}{g} = \frac{w\omega^2r \cos \theta}{g}$ 磅。式中 w 為往復運動各部之重量，以磅計。 v 為曲柄軸針之速率，以每秒若干呎計。 ω 為曲柄之角速率，以每秒若干半徑角計。 r 為曲柄之長度，以呎計。 θ 為曲柄對於衝程線所成之角度。

當一衝程之前半，活塞上發生加速率之力按等量變化，由最高值 $\frac{w}{g}\omega^2r$ 至於零，且其方向係沿活塞運動之方向，當一衝程之後半，發生加速率之力又由零變至 $\frac{w}{g}\omega^2r$ 。且其方向係與活塞運動之方向相反，即發生加速率之力變為負號，

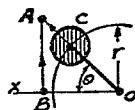
在任何時刻，欲使機架移動之力，恆與活塞上所需發生加速率之力大小相等，方向相反，故若機架未用螺旋釘管於機座，彼必向前後振動或擺動，每當機軸迴轉一週時，機架即作一全震動 (Complete oscillation)。若用螺旋釘管於機座，則振動仍未能完全免去，不過稍減其振幅，其減小之程度，則視接連鬆緊之程度及機座重量之大小而定。

又對於機架之攪動力，於發生加速率之力之原因或方法無關，即無論係一種流體及於活塞之壓力，如在一蒸汽機，或由於機軸上所受之扭轉率，如在一唧筒或空氣壓榨機，均能發生同樣之攪動力。

333. 將往復運動各部之重量遷移至曲柄軸針處之結果

如第 499 圖，假設將往復運動各部分移去，而置一等重量之物體 C 於曲柄軸針處，則因在軸針處，迴轉

所發生之離心力必等於 $\frac{w}{g} \omega^2 r$ 。設用 OA 代表此力之大小，並設 OX 代表原有之衝程線，畫 AB 線與 OX 垂直， OA 一力與加於 O 點之



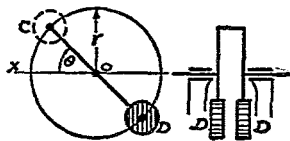
第 499 圖

OB 與 BA 兩力相當， $OB = \frac{w\omega^2 r}{g} \cos \theta$ 。 $BA = \frac{w\omega^2 r}{g} \sin \theta$ 。在前段曾證明因往復運動各部之加速率，使機軸沿衝程線之方向發生一種推力，其大小為 $\frac{w\omega^2 r}{g} \cos \theta$ 。

故將一與往復運動同重量之物體置於曲柄軸針處，其沿衝程線對於機架所生之攪動結果，與往復運動各部本身

所生之結果相同。

334. 變換攪動力之方向 如第 500 圖，將曲柄向反對方向延長一段，並置重量 DD 於其上，使與前段所述之物體 C 相均衡，則在任何時刻， DD 所發生之離心力沿衝程線之分力必與 C 物體所發離心力沿此方向之分力相均衡。



第 500 圖

故若將 C 移去，仍將往復運動部分裝置於原來地位，則因往復運動各部之加速率沿衝程線對於機架所生之推力，必完全為 DD 所均衡，但 DD 所發生之離心力對於衝程線垂直之方向尚有一分力，其大小為 $-\frac{w\omega^2 r}{g} \sin \theta$ 。則未曾均衡。

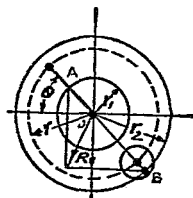
故均衡重量 (Balancing weight) DD ，係將沿衝程線之攪動力均衡之，而同時卻引出與衝程線垂直之別一攪動力，且第二攪動力與第一攪動力經過同一大小之變化。

第一攪動力在一衝程之始，其值為 $\frac{w\omega^2 r}{g}$ ，及至一衝程之中，則變為零。然後易為負號，至一衝程之末，其值為 $-\frac{w\omega^2 r}{g}$ 。第二攪動力則在一衝程之始，其值為零，及至一衝程之中，則變為 $\frac{w\omega^2 r}{g}$ ，然後逐漸減小，至一衝程之末，其值仍為零。

在第 500 圖，設在曲柄反對之方向，裝置重量 DD ，使其半徑與曲柄之長度相等，使其重量相加之和小於往復運動各部

之重量,而等於 w_1 ,則在衝程線之攪動力只有一部被均衡,所餘之攪動力,第一為沿衝程線之一部等於 $\frac{(w-w_1)\omega^2 r \cos \theta}{g}$ 。第二為與衝程線垂直之一部等於 $\frac{w_1\omega^2 r \sin \theta}{g}$ 。如 R 代表結果攪動力,則曲柄在任一位置時,其結果攪動力可用畫法求之如下:

如第501圖設 r_1 代表 $\frac{(w-w_1)\omega^2 r}{g}$, r_2 代表 $\frac{w_1\omega^2 r}{g}$ 。用 r_1 與 r_2 為半徑各畫一圓。當曲柄行至任一位置 OA 時,沿曲柄之方向畫一直線,與 r_1 圓交於 A 點,與 r_2 圓交於 B 點,則 OA 沿衝程線之分力,必代表此時刻沿衝程線之攪動力, OB 沿衝程線垂直方向之分力,必代表此時刻沿衝程線垂直方向之攪動力,兩力之結果力 R ,即為結果攪動力。



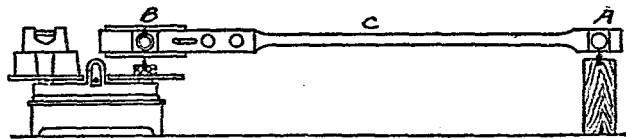
第 501 圖

此種均衡法,即在衝程之攪動力全部被均衡或一部被均衡,而同時在垂直之方向引出一等量之攪動力,有時認為比較有利,如機車之均衡是,有時則認為無差別即不必用此種均衡法也。

335. 連桿重量之分配法 在普通往復運動之發動機,其發生不均衡之力量之各部,有純係圓周運動者,如曲柄及曲柄軸針等是,有純係直線運動者如活塞活塞桿等是,惟普通有一定長度之連桿,其運動實兼二者而並有之,蓋連桿之為

物,本係由直線運動變為圓周運動,或由圓週運動變為直線運動之媒介,在丁頭軸針之一端,完全為直線運動在曲柄軸針之一端,完全為圓周運動,其中間各點,皆為橢圓運動,橢圓運動之大軸各處相同,惟愈近曲柄軸針則橢圓之小軸愈長,愈近丁頭軸針,橢圓之小軸愈短耳。普通多將其重量分為兩部,其分配法如下:

如第502圖,設 AB 為一連桿, A 為丁頭軸針之中心, B 為曲柄軸針之中心。 C 為全桿之重心。 W 為全桿之重,則普通習慣,多將 $\frac{AC}{AB}W$ 之一部,算為與曲柄軸針有同樣圓周運動之重量,即無異假定有此重量,聚集於曲柄軸針之中心,其餘一部 $\frac{BC}{AB}$,則算為與活塞有同樣直線運動之重量,即無異假定有此重量,聚集於丁頭軸針也(若假定如此,其證法如圖)。連桿重心之位置之求法可將連桿按水平位置,置於一刀刃上,視得到平衡之時,刀刃處即為重心所在之點又算為圓周運動及算為直線運動之兩部分,更可用直接稱法得之,如第502圖所示,將連桿置於平行之兩刀刃上,刀刃之方向與連桿之中心線垂直,並經過兩端軸承之中心,將一刀刃置於一



第 502 圖

磅秤之平台上，別一刀刃則置於地上。當與曲柄軸針接連之一端在磅秤上時，秤上所指之重量，即應算為圓周運動之部分，當與丁頭軸針接近之一端在磅秤上時，秤上所指之重量，即應算為直線運動之部分。

實際上大多數係將連桿全重之三分之二算為圓周運動之部分，三分之一算為直線運動之部分。

336. 機車之均衡 (Balancing of locomotive) 在機車上，圓周運動各部，擬使完全歸於均衡，尚非難事，惟欲使往復運動各部完全歸於均衡，則比較甚難，蓋若使沿水平方向因往復運動各部之加速率所生之攪動力，完全歸於均衡，如第 333 段所述之方法，則垂直方向所引出之攪動力，對於車軌橋梁及輪緣等處，或生甚烈之傷損也。故就多數機車工程師經驗之結果，實際上多將圓周運動各部完全使之均衡，往復運動各部，則只均衡其三分之二，即關於往復運動各部，使其由加速率所生之攪動力之三分之二用迴轉物體均衡之，但同時對於垂直方向所引出之攪動力，其大小實與所均衡者相等。

至均衡之重量，實際上多置於輪幅上近輪緣處。

以下數段，皆研究機車之均衡問題，活塞之運動，恆假設為單弦運動。

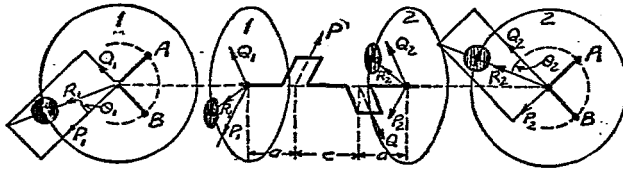
337. 內汽缸不連結機車 (Inside cylinder uncoupled locomotive) 在此種機車，其汽缸位於機架之間，各有一曲柄，彼

此互成 90° ，有迴轉運動之各重量，為曲柄曲柄軸針及用前法所分配之連桿之一部，所有各重量均求出其在曲柄軸針處之重量相當量。

在每個曲柄軸針處之重量相當量上，再各加其往復運動各部之重量之三分之二，其迴轉半徑均假定等於曲柄之長度，然後即求一相當重量，置於輪緣附近，其半徑視輪之大小而定，以與在曲柄軸針處之重量相當量相均衡。問題至此，本與第 331 段所述者完全相同，且比較簡單，因其極關重要之故，故再將解答詳述如下：

在此問題，因所有迴轉物體之角速率均完全相同，故離心力可用各物體之重量與其重心迴轉之半徑之乘積代表之。

參看第 503 圖，設 1 與 2 為所求均衡物體之重心所畫之圓。



第 503 圖

A 為左邊之曲柄， B 為右邊之曲柄， P 與 Q 則為前述迴轉運動各物體之全重量與往復運動各物體重量之三分之二在曲柄軸針處所發生之離心力，又 P 與 Q 普通恆係相等。

在 1 與 2 兩圓平面內與 P 力均衡之二力 P_1 與 P_2 可由下列兩式求出。

$$P_1(2a+c) = P(a+c), \text{ 又 } P_2(2a+c) = Pa.$$

在 1 與 2 兩圓平面內與 Q 力均衡之二力 Q_1 與 Q_2 可由下列兩式求出。

$$Q_1(2a+c) = Qa, \text{ 又 } Q_2(2a+c) = Q(a+c).$$

P_1 與 Q_1 之結果力 R_1 , P_2 與 Q_2 之結果力 R_2 可求之如下。

$$R_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2}, \quad R_2 = \sqrt{P_2^2 + Q_2^2}.$$

$$\tan \theta_1 = \frac{Q_1}{P_1}, \quad \tan \theta_2 = \frac{P_2}{Q_2}.$$

$$\text{或 } \theta_1 = \tan^{-1} \frac{Q_1}{P_1}, \quad \theta_2 = \tan^{-1} \frac{P_2}{Q_2}.$$

$$\text{如 } P=Q, \text{ 則 } P_1=Q_2, P_2=Q_1, R_1=R_2, \theta_1=\theta_2.$$

設 w 每個曲柄軸針處之重量相當量, 包括一汽缸各迴轉物體之重量相當量, 與往復運動各部重量之三分之二。

W = 每個均衡重量之重, r = 曲柄之半徑, R = 均衡重量之重心所行之圓之半徑。

$$\text{則 } P = wr, \quad P_1 = \frac{wr(a+c)}{2a+c}, \quad Q_1 = \frac{wr a}{2a+c}.$$

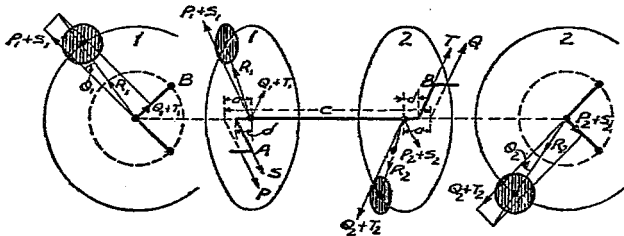
$$R_1 = WR = \frac{wr}{2a+c} \sqrt{(a+c)^2 + a^2}$$

$$\tan \theta_1 = \frac{a}{a+c}.$$

338. 外汽缸不連結機車(Outside cylinder uncoupled loco-

motive) 此種機車,其兩汽缸位於機架之外邊,兩曲柄位於原動軸之兩端,互成 90° 之角度,且普通曲柄臂即附製於兩輪之上。

參看第 504 圖,設 1 與 2 為所求均衡重量之重心所畫之圓,普通恆在兩原動輪上, P 與 Q 為假設在曲柄軸針 A 與 B 兩處所有迴轉運動物體所發生之離心力,此項重量係包括一汽缸往復運動各部總重量之三分之二,連桿重量中認為係迴轉運動之一部,連桿重量中認為係往復運動之一部之三分之二,及由曲柄臂伸出之一段曲柄軸針。



第 504 圖

設 S 與 T 為曲柄臂及曲柄臂上所包含之一段曲柄軸針所發生之離心力。

在 1 與 2 兩圓平面內與 P 力均衡之二力 P_1 與 P_2 可由下列兩式求出。

$$P_1(c-2a) = P(c-a), \text{ 又 } P_2(c-2a) = Pa.$$

在 1 與 2 兩圓平面內與 Q 力均衡之二力 Q_1 與 Q_2 可由

下列兩式求出。

$$Q_1(c-2a) = Qa, \text{ 又 } Q_2(c-2a) = Q(c-a)$$

在 1 與 2 兩圓平面內與 S 力均衡之二力 S_1 與 S_2 可由下列兩式求出。

$$S_1(c-2a) = S(c-2a+d), \text{ 又 } S_2(c-2a) = sd.$$

在 1 與 2 兩平面內，與 T 力均衡之二力 T_1 與 T_2 可由下列兩式求出。

$$T_1(c-2a) = Td, \text{ 又 } T_2(c-2a) = T(c-2a+d).$$

又就圖上觀之，可知 P_1 與 S_1 ， P_2 與 S_2 ， Q_1 與 T_1 ， Q_2 與 T_2 均各在一直線內，且係同一方向。

$$\text{故 } R_1 = \sqrt{(P_1 + S_1)^2 + (Q_1 + T_1)^2},$$

$$\text{又 } R_2 = \sqrt{(P_2 + S_2)^2 + (Q_2 + T_2)^2},$$

$$\tan \theta_1 = \frac{Q_1 + T_1}{P_1 + S_1}, \quad \tan \theta_2 = \frac{P_2 + S_2}{Q_2 + T_2},$$

如 $P=Q$ ， $S=T$ ，則 $P_1=Q_2$ ， $P_2=Q_1$ ， $S_1=T_2$ ， $S_2=T_1$ ， $R_1=R_2$ ， $\theta_1=\theta_2$ 。與前段用同一符號並 wc 一曲柄臂與其所包含曲兩軸針之一段在曲柄軸針中心處之重要相當量，則

$$P = wr, \quad P_1 = \frac{wr(c-a)}{c-2a}, \quad Q_1 = \frac{wr a}{c-2a}.$$

$$S = wcr, \quad S_1 = \frac{wcr(c-2a+d)}{c-2a}, \quad T_1 = \frac{wcr d}{c-2a},$$

$$\text{又 } R_1 = WR = \frac{r}{c-2a} \sqrt{\{w(c-a) + wc(c-2a+d)\}^2 + (wa + wc d)^2},$$

$$\tan \theta_1 = \frac{wa + wc d}{w(c-a) + wc(c-2a+d)},$$

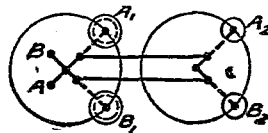
接各曲柄之排列法，連結桿 CD 所連結之兩曲柄與聯結桿 BF 所連結之兩曲柄彼此垂直，且曲柄軸針 C 與 B 對於汽機之曲柄軸針 A 與 B 適處於相反之地位。

在外汽缸連結機車，則原動曲柄同時亦作連結桿之曲柄，且在此曲柄上之軸針，其長度恆較長，使連桿及連結桿之一端均裝置於其上，又一邊之曲柄亦與別一邊之曲柄成 90° 之角度，如第 506 圖所示。

又在內汽缸機關車，連結桿之曲柄，普通多較原動曲柄短，在外汽缸機關車，則各曲柄均係等長。

340. 連結機車往復運動各部之均衡 在連結機關車，其往復運動各部或在原動輪均衡之，或分配於各連結輪上分別均衡之。若分配於各連結輪，則須假設各軸均為原動軸，並於各軸上設有想像之曲柄，其方向與原來實在之曲柄平行，及想像之曲柄軸針，附帶一迴轉物體，其重量與分配於此輪上所欲均衡之一部往復運動重量相等，所想像之曲柄，其重量當然不計，另一方法，即假定欲在原動輪將往復運動各部之重量均衡之，而求出其所需之均衡重量，然後平均分配於各輪上相同之地位，如第 507 圖，

設 A_1 與 B_1 為左右兩原動輪上之兩物體，恰足與往復運動各部全重量之三分之二相均衡，若於 A_1 與 B_1 之中各分出等量之一部 A_2



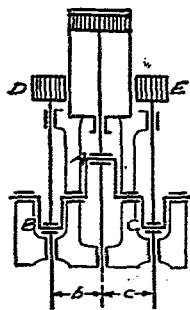
第 507 圖

與 B_2 使移於左右連結輪上,且 A_2B_2 之迴轉半徑與 A_1B_1 之迴轉半徑平行相等,則如此分配之均衡重量,在水平方向對於往復運動各部所生之均衡效果,必與前此完全相同,但在垂直方向,則分配於各輪上之壓力變化較前減小,各輪上依此方法求出之均衡重量,只係均衡往復運動各部者,再與均衡迴轉運動之均衡重量相合併,結果均衡重量即可求出。

341. 有單弦運動之各往復運動部分之完全均衡 在第 334 段,曾證明因往復運動各部之惰力所生之擾動力,與聚於曲柄軸針重量相同之迴轉運動物體,沿衝程線所生之擾動力相同。惟此迴轉運動物體在衝程線垂直之方向又生出一同大之擾動力。

假設有數組往復運動物體,分連於一軸上同數之曲柄上,其次假設將所有往復運動物體移去,而在各曲柄軸針上聚集同重量之迴轉運動物體,則在各衝程線上之擾動力,必與前此相同,但倘使各曲柄上所想像之迴轉物體其大小及相對之地位等配置適宜,恰得均衡,則其結果,不但沿各衝程線之擾動力彼此互相均衡,其與各衝程線垂直方向之擾動力,亦必彼此互相均衡。故完全均衡數個往復運動重量之問題,易為均衡數個迴轉物體之問題,與第 331 段所研究者相同,惟所異者,此數個迴轉物體皆係想像者。故只能採用其理論與方法,實際上往復運動之物體非用其他往復運動之物體不能完全均衡之,茲再舉一二實例如下:如第 508 圖,一單

汽缸發動機之活塞，連於一曲柄軸針 A ，其迴轉之半徑為 r 。設 B 與 C 另為二曲柄軸針，其迴轉半徑為 r_1 及 r_2 ，迴轉之平面距軸針 A 迴轉平面之距離為 b 與 c 。設與 A 相連往復運動各部之重量為 w 。又設 B 與 C 兩軸針與 A 軸針及機軸之中心皆在同一之平面，且 B 與 C 恰在 A 之反方面，則在 B 與 C 兩處分置 w_1 與 w_2 兩迴轉重量，並使 $w_1 r_1 (b+c) = w r c$ ，及 $w_2 r_2 (b+c) = w r b$ 。必能均衡在 A 處之一迴轉重量 w 。故若與 BC 兩曲柄軸針連接兩個往復運動重量 D 與 E ，使等於 w_1 與 w_2 ，則 D 與 E 兩個往復運動重量，必與往復運動重量 A 完全均衡，此另加之往復運動重量 D 與 E ，用以均衡其他往復運動重量者，謂之懸重 (Bob-weights)。除均衡效果外，無外應用。

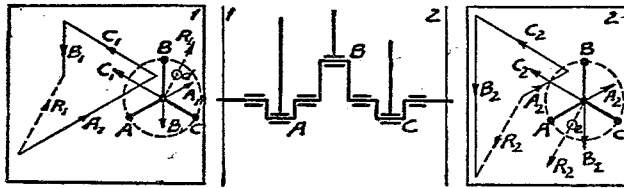


第 508 圖

若不用此種懸重 D 與 E ，而用兩汽缸代之，使屬於兩汽缸之往復運動重量與前此之懸重相同，則三汽缸之往復運動各部分必彼此完全均衡。

如懸重衡程較小時，可用偏心輪代替曲柄。又懸重之全重 w_1 與 w_2 當然包括與其相連之各往復運動部分在內。

第 509 圖，表示一三汽缸發動機，三曲柄互成 120° 之角度， ABC 為三曲柄軸針，試求在 1 與 2 兩平面內能與此三汽缸往復運動之重量，完全均衡之懸重。



第 509 圖

與前法同，先想像有與各往復運動同重量之迴轉重量，聚於三曲柄軸針， A 處重量所生之離心力，可由 1 與 2 兩平面內之二力 A_1 與 A_2 均衡之。在 1 與 2 兩平面內之 B_1 與 B_2 二力，及 C_1 與 C_2 二力，均可均衡 B 與 C 兩重量所生之離心力。然後用力之多邊形律，可求出 $A_1B_1C_1$ 之結果力 R_1 及 $A_2B_2C_2$ 之結果力 R_2 。

設 w_1 與 w_2 為所求懸重之重量，凡與相連之各往復運動部分均包括在內， r_1 與 r_2 為懸重應連接之曲柄軸針迴轉之半徑，則 $w_1r_1 = R_1$ ， $w_2r_2 = R_2$ 。各離心力之大小，均由重量與其迴轉半徑之相乘積代表之。

習 題

1. ABC 三物體在同一平面內繞一軸迴轉，迴轉之平面與軸相切於 O 點。 ABC 之重心距 O 點之距離為 $15'$ ， $18'$ 及 $20'$ 。 $\angle AOB$ 角為 90° 。 A 物體之重量為 80 磅， B 物體之重量為 50 磅，如欲使 C 物體對於 AB 兩物體完全均衡，問 C 之重量及 $\angle BOC$ 角之大小如何。

2. 今有兩物體，其重量一為 10 磅，一為 20 磅。同連於一軸上，彼此互成之角度為 90° ，距軸心之半徑一為 2 呎，一為 3 呎。如此軸每分鐘之迴轉數為 200 次，問兩物體施於軸上之結果力為何，又

如擬用一迴轉物體，使此兩物體完全均衡，其迴轉之半徑為 $2\frac{1}{2}$

呎。問此物體之重量與位置各如何。

3. 今有 $ABCD$ 四物體，其重量為 80, 100, 120, W 磅。同連於一軸上，其重心距軸心之半徑為 15, 12, 14, 12 吋，各物體排列之距離均屬相等，如擬全體完全均衡，試求 (a) W 之數值，(b) BCD 三物體對於 A 物體所成之角度。

4. 今有 $ABCD$ 四物體，同連於一軸上，其重心距軸心之距離均相等。 BCD 三物體之重量各為 10 磅， A 距 B 3 呎， A 距 C 4 呎， A 距 D 5 呎，如擬使全體完全均衡試求 (a) A 物體之重量，(b) 各物體互成之角度。

5. 在一直徑 6 呎之機關車車輪上，有一不均衡之重量 200 磅。其重心距軸心之距離為 1 呎，車輪自身之重與其所負之重共為 7 噸。倘機關車之速率為每點鐘 60 哩。問車軌上所受之壓力最大之時與最小時各為若干噸。又如欲使車軌上所受之壓力最小時恰等於零，問機關車之速率應為每點鐘若干哩。

6. 某氣機之機軸上裝置 AB 兩飛輪，其迴轉平面相距 3 呎 6 吋，曲柄迴轉之平面在兩飛輪之間但距 A 之迴轉平面為 1 呎 7 吋，曲柄臂與曲柄軸針相當在曲柄迴轉平面內重量 108 磅半徑 10 吋之一重量，如擬在兩飛輪上半徑 2 呎之處各置一重量使之完全均衡問兩重量各為若干磅。

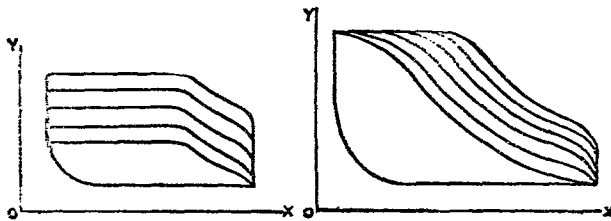
第十九章 調速器(Governors)

342. 調速器與飛輪功用之不同 一發動機速率上發生變化,普通有下列兩種原因:(1)在一循環(Cycle)內或一週轉內,發動機所發之作力,有時較多於外部所需之抵力,有時較少於外部所需之抵力,因之速率上發生變化。(2)在較長之時間內,發動機之載荷(Load)增大或減小,因之速率上發生變化。在第一種普通恆用一飛輪調節之,已如第十七章所述。在第二種普通恆用一種調速器,使發動機所發之作力,隨外部所需載荷之大小而變化,因之保持其計畫時之速率。故飛輪與調速器雖均為調節發動機速率之裝置,而其功用實彼此不同也。

343. 調速器約束發動機所發作力之方法 在蒸汽機調速器約束所發作力之方法,可分為兩大類:(1)阻瓣調速器(Throttle valve governor),即變動進入汽缸內之蒸汽之壓力者;(2)自動調速器(Automatic governor),即變動蒸汽在汽缸內停汽點之早晚者。

第 510 圖表示用阻瓣式調速器之蒸汽機之工作圖。在輕載荷時,汽壓較低,在重載荷時,汽壓較高,停汽點則保持不

變。又就圖上觀之，可知在輕載荷時，膨脹後之汽壓，約落至與大氣壓力相等。在重載荷時，則膨脹後之汽壓仍甚高，故比較不經濟。第 511 圖表示用自動調速器之蒸汽機之工作圖。蒸汽之初壓保持不變，載荷變化時則變動停汽點之早晚，就蒸汽量之消耗言，比第一種經濟，故大蒸汽機多採用此種調速器。

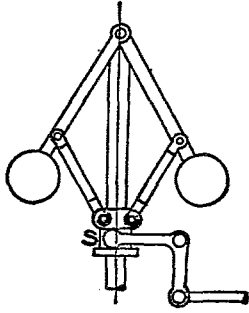


第 510 圖

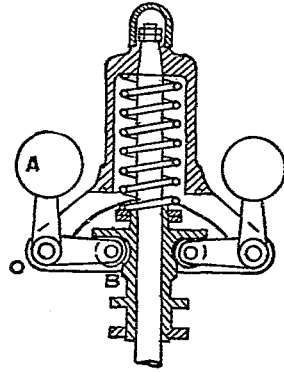
第 511 圖

至各種調速器動作之原理，則大致相同。即在發動機按計畫之速率迴轉時，調速器上，有一定之數力歸於平衡。速率一變，則平衡被攪動，調速器遂自行調節，按一種新地位，仍歸於平衡。當由原地位易為新地位時，利用其動作以變更蒸汽之壓力或蒸汽之停汽點，結果仍歸於原來平衡之地位為止。

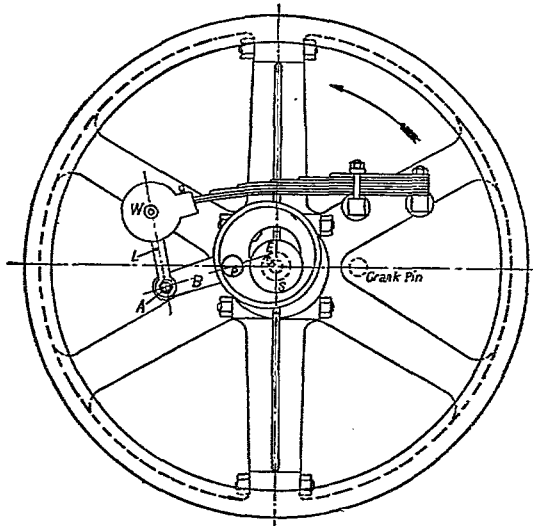
344. 調速器之種類 調速器變更地位所利用之力，普通不外兩種：一為離心力，一為惰力。故調速器可分為離心力調速器 (Centrifugal governors) 與惰力調速器 (Inertia governors) 兩大類。離心力調速器更可分為迴轉擺式 (Rotating pendulum type)，與彈簧約束式 (Spring-controlled type) 兩種。如第 512 圖



第 512 圖



第 513 圖



第 514 圖

與第513圖所示。惰力調速器有時稱之曰軸裝調速器 (Shaft governor), 如第514圖所示。

345. 調速器調整速率之限度 調速器調整速率之限度有二:第一,一定之調速器不能對於發動機之任何速率均能約束,只能約束平均速率上下一定界限以內之速率,速率如失於太低,所生之離心力(此處暫專就離心力調速器而言)不足與球之重力或彈簧之彈力相均衡,則套筒(Sleeve)必在一最低之地位對於一停止部而靜止。俟速率增至近於平均速率時,套筒始又浮起,此時之動作方可利用之為調整速率之用。反而言之,若速率繼續增加,至套筒已達到其最高地位而仍不能截斷或減少原動力之來源,使與外部之抵力相應,則調速器亦即失其作用。故調速器之作用,僅限於套筒運動範圍以內,計畫時使適與平均速率上下一定之速率相當,如擬使調速器完全約束原動力之供給,則計畫時須使套筒在最低之地位時,發動機須發生其全部之原動力,不能有再增之可能。套筒在最高之地位時,發動機須對外不發生原動力(即 $bhp=0$ 之意)。第二無絕對完全之調速器,即無一調速器能使所約束之發動機之速度絕對一律。蓋所有調速器之構造,非待速率已有變更,不能發生作用。計畫最善者,只能使變化之範圍減小,或變更以後使恢復原來平均速率之時間減短,不能使速率絕對不發生變化也。

346. 調速器之約束力(Controlling force) 當一調速器運

轉時,所生之離心力使球離迴轉軸向外移動,同時即有反對此力之一力,不使球遠離,此種沿迴轉軸垂直之方向反對每球向外移動之力,謂之調速器之約束力。在迴轉擺式,此種約束力原於各球之重力。在彈簧約束式,此種約束力,原於彈簧之彈力。在彈簧約束式,球之重量,按不同之位置有時反對本身向外移動,有時協助本身向外移動。又約束力之大小,說明時,只就一球之重量而言。

347. 靈敏度 (Sensitiveness) 當計畫一調速器時,在調速器之作用所限制之速率變化範圍以內,套筒沿垂直軸位置之變化愈大愈好。套筒沿垂直軸有一定之位置變化而速率之變化小者,則調速器謂之靈敏,反之,謂之不靈敏。故當速率有一定之變化時,若調速器愈靈敏,則球之地位必愈易變化,所發之原動力愈易約束,即結果發動機之速率,愈易保持一律。靈敏度之定義如下:

$$\text{靈敏度} = \frac{\text{調速器作用之平均速率}}{\text{調速器作用範圍內之總速率變化}} = \frac{N}{N_1 - N_2}$$

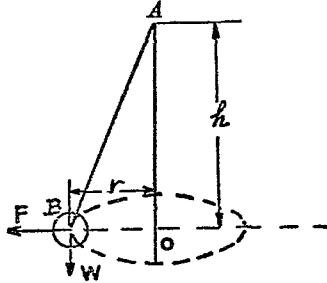
式中 N 為平均速率, N_1 為最高速率, N_2 為最低速率。

亦有稱此式之反數為靈敏度者,其不同之處,無甚關係,因所得之比值,只供給一調速器之靈敏度與他調速器之靈敏度作比較之用。知其原來之定義,即不難知其比較後之結果也。

一調速器若係無限靈敏 (Indefinitely sensitive), 則謂之

等時調速器(Isochronous governor)。其球無論在何地位,速率恆屬相同。在實際上不但因摩阻力之關係,等時性為不可能,且即使可能,亦不適於採用也。

348. 迴轉擺 (Revolving pendulum) 如第 515 圖,設 AB 為迴轉之桿, B 端懸一重球, A 端為活動關節。倘 AB 桿繞 AO 中軸迴轉時,則重球必生相當之離心力,遠離 AO 中軸。 AB 桿在空間畫出一尖錐形。



設 W = 球重,以磅計。

F = 離心力,以磅計。

h = 球距 A 軸之垂直高,以呎計。

r = 球距迴轉中軸之半徑,以呎計。

T = AB 桿上所受之牽力,以磅計。

倘重球沿一定之周線而迴轉,則 W, F , 與 T 三力必屬平衡。取三力繞 A 點之力率(Moment),得

$$F \times h = W \times r.$$

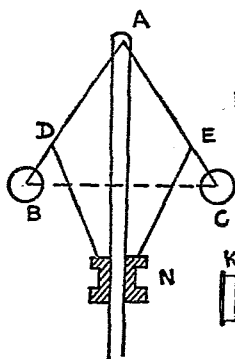
$$\text{但 } F = \frac{W}{g} \omega^2 r \text{ (}\omega \text{ 為重球之角速率),}$$

$$\text{故 } \frac{W}{g} \omega^2 r \times h = W r.$$

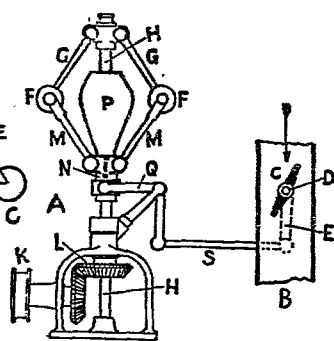
$$\text{或 } h = \frac{g}{\omega^2} \dots \dots \dots (127)$$

由上式觀之,可知重球之高,與其角速率之自乘成反比。

349. 瓦特調速器(Watt governor) 如第516圖,倘於AB桿相對之面,再裝置一AC桿,復於AB, AC兩桿上之DE二點,裝置DN, EN二桿,用活動關節以連於套筒N,則套筒N必因重球之升降而升降,且其升降之程度,更因多加此二桿而放大焉。利用此升降之動作,由適宜之機構以達於阻汽瓣,即能變更進入汽缸內之蒸汽之壓力。其情形如第517圖所示。瓦特最初發明之調速器,其構造即如此,故此種裝置,謂之瓦特調速器。



第 516 圖



第 517 圖

又就 $\frac{g}{\omega^2}$ 式推之,如 N 代表每分鐘之迴轉數,則 $\omega = \frac{2\pi N}{60}$ 。

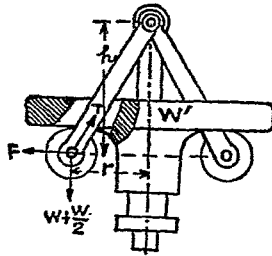
$$\text{故 } h = \frac{60^2 g}{4\pi^2 N^2} = \frac{900g}{\pi^2 N^2} \text{ 呎} = \frac{35235}{N^2} \text{ 吋。}$$

茲將 h 與 N 相對之數目列表如下:

每分鐘之迴轉數 N	球高之吋數 h
60.....	9.788
80.....	5.505
100.....	3.524
150.....	1.566
200.....	0.811
250.....	0.564
300.....	0.392

由上表觀之,可知重球之高,不因迴轉數之增加為同比例之減少。迴轉緩時,同樣之速率變化,球高減少之距離大,迴轉急時,同樣之速率變化,球高減少之距離小,如迴轉速度超過每分鐘 300 次以上時,則球高之變化,幾不能利用之以達到調速之作用焉。

350. 載重調速器(Loaded governor) 欲矯正前段所述之缺點,於兩重球上加重 W' 。則遇同一之速率變化,重球上升之距離較大,即調速器之靈敏度較高。此種調速器謂之載重調速器,其構造略如第 518 圖所示。



第 518 圖

設 W = 球重,以磅計。

W' = 載重,以磅計。

F = 一球所生之離心力,以磅計。

h = 球距擺動軸之垂直高,以呎計。

r = 球距迴轉中軸之半徑,以呎計。

T = 一桿上所受之牽力,以磅計。

因載重係加於兩球之上,故每球重心處向下之重力各等於 $W + \frac{W'}{2}$ 磅。取各力繞擺動軸之力率,得 $F \times h = \left(W + \frac{W'}{2} \right) \times r$ 。

$$\text{但 } F = \frac{W'}{g} \times \omega^2 r.$$

$$\text{故 } \frac{W'}{g} \omega^2 r \times h = \left(W + \frac{W'}{2} \right) \times r.$$

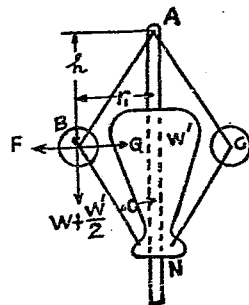
$$\text{或 } h = \left(\frac{2W + W'}{2W'} \right) \frac{g}{\omega^2} \dots \dots \dots (128)$$

與(1)式比較觀之,可知在同一之速度,載重調速器之球高恆大於迴轉擺之球高,故調速器之靈敏度因之增高。

351. Porter 調速器 此種調速器,可視為載重調速器復加改良者。其構造略如第 519 圖所示。於二重球之下,各裝置一桿,由活動關節以連於套筒 N 。 N 筒之上,置重 W' 。茲為計算便利起見,假設上部二桿與下部二桿之長相等。則重球之高,可求之如下:

設 W = 球重,以磅計。

W' = 外加之重,以磅計。



第 519 圖

F = 球所生之離心力,以磅計。

T = 桿上所受之牽力,以磅計。

Q = T 力之水平分力,以磅計。

h = 球之垂直高,以呎計。

r = 球距迴轉中軸之半徑,以呎計。

θ = 桿之傾斜角。

因 W' 爲二牽力所支持,且牽力之方向對於中軸之傾斜角爲 θ 。

$$\text{故 } 2T \cos \theta = W'$$

$$\text{或 } T = \frac{W'}{2 \cos \theta}$$

T 力在 B 點,又可分解爲水平與垂直二部。水平方向者 = $T \sin \theta = Q$, 垂直方向者 = $T \cos \theta = \frac{W'}{2 \cos \theta} \times \cos \theta = \frac{W'}{2}$ 。故加於 B 點之力有四: (一) 垂直向下者 = $\frac{W'}{2} + W$, (二) 水平向左者 = 球之離心力 $F = \frac{W}{g} \omega^2 r$, (三) 水平向右者 = T 力之水平分力 $Q = T \sin \theta = \frac{W'}{2} \tan \theta$, (四) AB 桿之牽力。

取各力繞 A 點之力率,得

$$(F - Q)h = \left(\frac{W'}{2} + W \right) r,$$

$$\text{或 } \left(\frac{W}{g} \omega^2 r - \frac{W'}{2} \tan \theta \right) h = \left(\frac{W'}{2} + W \right) r.$$

$$\text{但 } \tan \theta = \frac{r}{h} \text{ (假定上下桿等長).}$$

$$\text{故} \left(\frac{W}{g} \omega^2 r - \frac{W'}{2} \times \frac{r}{h} \right) h = \left(\frac{W'}{2} + W \right) r,$$

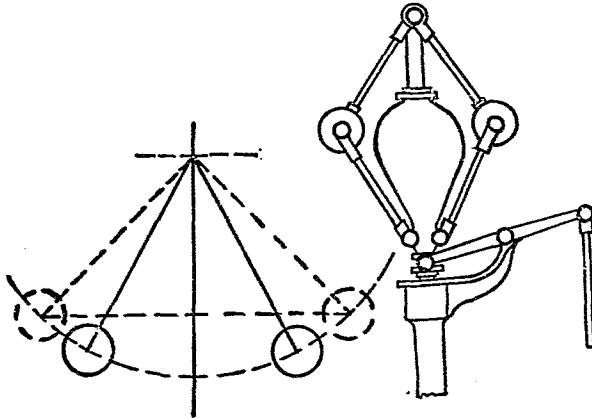
$$\frac{W}{g} \omega^2 h - \frac{W'}{2} = \frac{W'}{2} + W,$$

$$h = \left(\frac{W' + W}{W} \right) \frac{g}{\omega^2} \dots \dots \dots (129)$$

由(8)式觀之,可知 $\frac{g}{\omega^2}$ 之係數,由 $\frac{W' + 2W}{2W}$ 變為 $\frac{W' + W}{W}$ 。
如在兩種調速器, W 與 W' 之值假定相同,則後一係數之值恆較前一係數大,且因下部多加兩桿之故,套筒上升之距離,恆等於重球上升之距離之二倍,故靈敏度較前更大也。

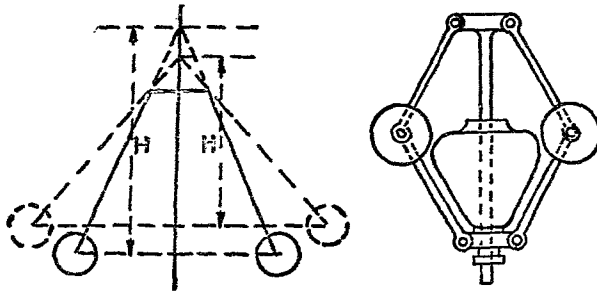
352. 上部兩桿連於中軸之方法 調速器上部兩桿連於中軸之方法有三:

(一) 兩桿皆連於中軸之中心線上,如第520圖。



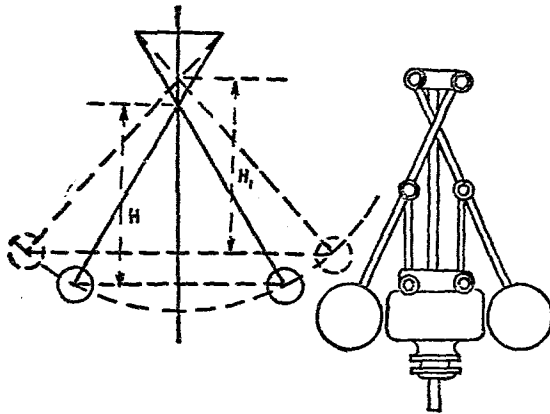
第 520 圖

(二) 兩桿上端距中軸各有一定之距離,如第 521 圖。



第 521 圖

(三) 兩桿上部交叉於中軸,其上端則超過中心線,在反對之方向距中心線各有一定之距離,如第 522 圖。



第 522 圖

以上三圖,實線者表示速率較低時重球之地位,虛線者

表示速率較高時重球之地位,如 H 等於速度較低時重球之高, H_1 等於速率較高時重球之高,則第一種連法,重球實升之高等於 $H-H_1$; 第二種連法,重球實升之高小於 $H-H_1$; 第三種連法,重球實升之高大於 $H-H_1$ 。故就靈敏度言,第三種連法最優,第一種次之,第二種最下。推就製造言之,第二種連法最簡,第一種次之,第三種較難。

353. 摩阻力對於調速器之影響 調速器本身及其所帶動之機構之各連接部分之摩阻力,可視為總合成一簡單之摩阻力 R , 作用於套筒之上,其方向恆與套筒運動之方向相反。當速率上升時,即調速器之速率增加時, R 作用之方向係向下。在載重調速器與 Porter 調速器,均相當將所加之重由 W' 變為 $W'+R$ 。當速度下降時,則恰與此相反,即相當將所加之重由 W' 變為 $W'-R$ 。故

在載重調速器

$$h = \left(\frac{2W + W' \pm R}{2W'} \right) \cdot \frac{g}{\omega^2} \dots \dots \dots (130)$$

在 Porter 調速器

$$h = \left(\frac{W + W' \pm R}{W'} \right) \cdot \frac{g}{\omega^2} \dots \dots \dots (131)$$

正號用於速率上升時,負號用於速率下降時。

354. 調速器之穩定 (Stability of Governor) 如不計摩阻力之影響,在一定之速率下,迴轉球所行之道路恆有一定之半徑,速率一增高,迴轉球所行之半徑即隨之增大,速率一減

低,迴轉球所行之半徑,即隨之減小,如此則調速器謂之穩定(Stable)。或用別一種說法如下:當一調速器按一定之速率迴轉時,如有一外力加於其上(假定加於套筒之上),使迴轉球所行之半徑發生變更,迨外力一去,迴轉球仍恢復其原來之地位,如此則調速器謂之穩定。

355. 等時性(Isochronism)——Hunting 在一定之速率之下,迴轉球能在調速器所允許之範圍以內任意之地位迴轉,如速率微變,則迴轉球即移至兩極端地位之一。即速率若微行升高,迴轉球即立移至最上之地位,速率若微行降低,迴轉球即立移至最下之地位,此種調速器謂之有等時性,即理論上能使速率絕對不變也,此種性質在實際上因摩擦阻力之關係,不能實現,且顯然過於靈敏,實際上即能實現,亦不適用於。因迴轉球將在兩極端之地位往復擺動,交替使蒸汽按全量加入,或完全停止也。調速器因過於靈敏,使迴轉球往復擺動之現象,謂之Hunting。

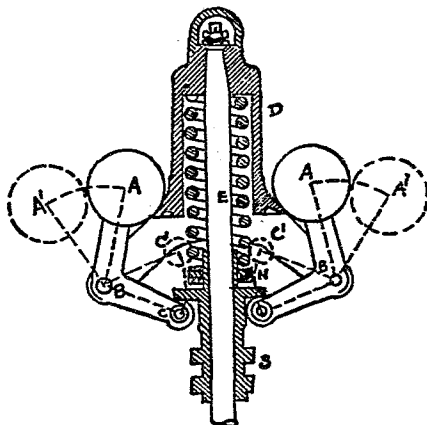
356. 調速器之作力與工率(Effort and Power) 當速率變更原來速率一定之百分數時,對於套筒所加之力,謂之速率之作力。當調速器按一定之速率迴轉時,套筒位於一定之高度,即套筒上所受各力之結果力等於零,當速率變更後,調速器因之又在一新地位歸於平衡,此時套筒上所受各力之結果力又等於零。惟當速率起始發生變化,調速器由原來平衡之地位,向新平衡地位變化時,對於套筒必有一種使之移動

之力發生，此力即調速器之作力。調速器本身及帶動阻塞瓣之機構各部之惰力及摩阻力，非待調速器之作力能戰勝之之後，不能發生移動也。

當速率變更原來速率一定之百分數時，套筒移動所作之工作，謂之調速器之工率。工率之大小，以平均作力與套筒移動之距離之乘積表之。如速率發生變化後，能恢復原來之速率較速者，則作力與工率必均較大。反之，則必均較小。

357. 彈簧約束式調速器 彈簧約束式調速器之種類亦甚多。茲將 Hartnell 調速器述之如下：

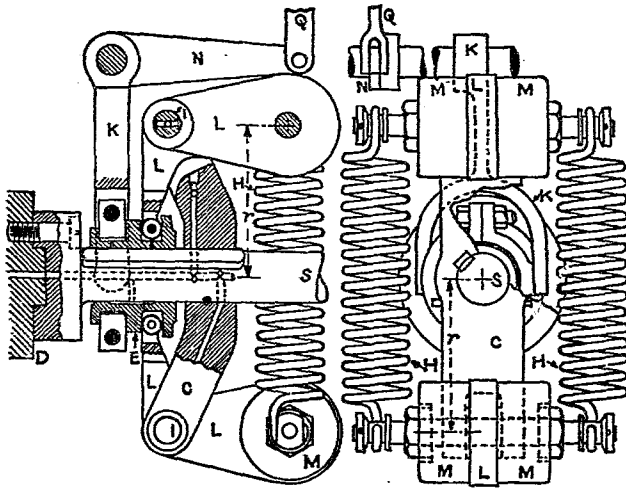
如第 523 圖， A 為重球， ABC 為曲槓桿， D 為彈簧， E 為中軸， N 為陰螺旋環， S 為套筒。如速率增高，則 A 球由離心力向



第 523 圖

外移動，槓桿之 C 端，遂反抗彈簧之彈力向上推動 S ，因之達到調速之目的。若速率減低，則彈簧推動 S 筒使之下降。

又 N 螺旋係用以變更彈簧原來所受之壓力，以調節調速器之靈敏度者。第 524 圖，為彈簧約束式調速器之另一種，圖中 S 為裝置於機軸上之一段短軸， C 為固定於 S 軸上之橫桿， I 為曲槓桿 L 之轉軸。當速率上升時， M 重因離心力增大反抗彈簧之彈力遠離 S 軸，結果使套筒 B 向右移動。再由 KNQ 等桿以傳達其動作於阻塞瓣。



第 524 圖

358. 自動調速器或軸裝調速器 此種調速器多用於速率較高，工率較大之蒸汽機，因其作用係自動的變更停汽點

之早晚，故稱之曰自動調速器，又因此種調速器恆直接裝置於飛輪或機軸之上，隨同機軸迴轉，故又稱之曰軸裝調速器。惟就前段所述者觀之，知彈簧約束式調速器，亦有直接裝置於機軸上者，惟不列入軸裝調速器之一類耳。

在所有軸裝調速器，其迴轉之平面，恆垂直於機軸之中心，其所在之地位，由迴轉時所發之離心力與惰力（Inertia force）反抗固定於輪上之一彈簧或數彈簧之牽力之結果而定。在採用此種調速器之蒸汽機，其偏心輪不固定於機軸上，而連結於調速器上。當調速器因速率變更而改變地位時，偏心輪之中心亦隨之移動，結果改變停汽點之早晚，以適應外部所需之工作。

調速器變更地位之結果，有以下兩種：

- (a) 進角變更。
- (b) 進角與偏心距同時變更。

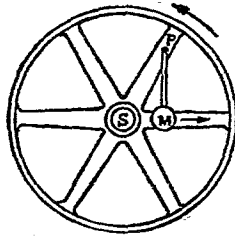
又按使調速器發生地位變更之力之性質，軸裝調速器，又可分為兩種：

- (a) 離心力軸裝調速器。
- (b) 惰力軸裝調速器。

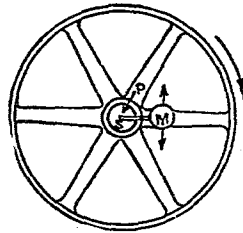
又在離心力軸裝調速器上，每有相當之惰力。在惰力軸裝調速器上，每有相當之離心力。

離心力軸裝調速器之原理，如第525圖所示。圖中 S 為機軸， M 為一重塊，由一彈簧固定於飛輪上之 P 點，當飛輪迴轉

時, M 發生相當之離心力, 反抗彈簧之彈力, 由機軸之中心向外移動。速率增高時, 向外移動之距離較大, 速率降低時, 由彈簧之彈力, 仍使之向內移動。利用此種內外之移動, 以變更偏心輪之地位。



第 525 圖

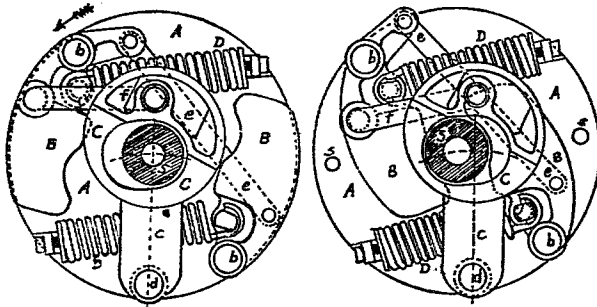


第 526 圖

惰力軸裝調速器之原理, 如第 526 圖所示, 重塊 M 裝置於軸上或輪上之點, 幾在軸之中心。當迴轉時所生之離心力, 對於調速器幾無甚影響。只在彈簧上或連桿上發生相當之牽力。但當速率忽而增高或忽而減低時, 則發生一種惰力, 亦反抗彈簧之彈力比較落後, 或比較趨前。利用此種前後之移動, 以變更偏心輪之地位。

359. Westinghouse 調速器 Westinghouse 調速器, 如第 527 圖所示。圖中 A 為一圓盤, 裝置於機軸上, 或即由飛輪代替之, 以支持調速器之各部。 BB 為兩重塊, 裝置於 bb 兩處之小軸上。偏心輪 C , 固定於 c 桿。 c 桿則由小軸 d 裝置於圓盤 A 上。 DD 為兩彈簧, 一端連於重塊 BB , 別一端則由螺旋連於圓盤 A 。

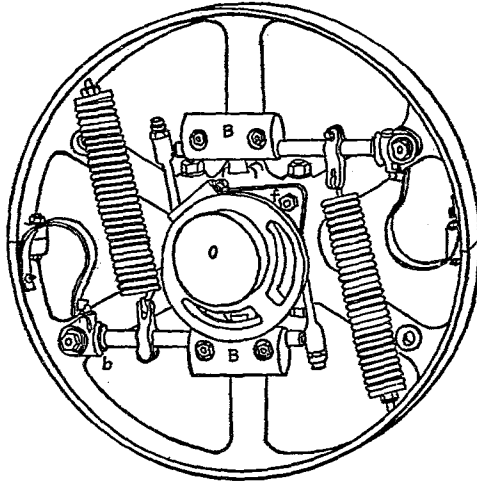
長桿 e 連接兩重塊 BB 。其連接之法，係使兩重塊同時向外運動，或同時向內運動。短桿 f 一端連於偏心輪，別一端連於一重塊，當兩重塊向外移動時，使偏心輪沿機軸轉動。



第 527 圖

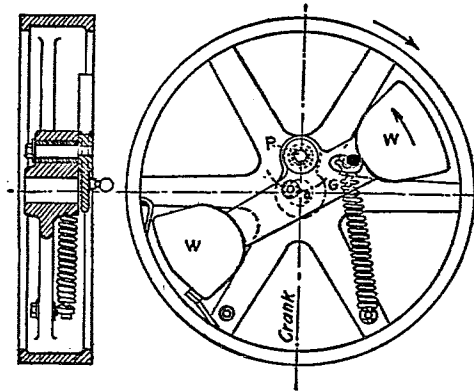
迴轉之方向如箭頭所示，由 d 點至偏心輪中心之距離長於由 d 點至機軸中心之距離所長之一段，約等於汽瓣之外餘面。當偏心輪由左圖所示之地位，向右移至右圖所示之地位時，其中心距機軸中心較前遠，即如此移動之結果，係使汽瓣所行之距離增長，同時使進角減小，合併之結果足使停汽點變晚而進汽點則不受多大影響。

360. Buckeye 調速器 Buckeye 調速器，如第 528 圖所示，大體與 Westinghouse 調速器相同，其主要差別之點，係當兩重塊向外移動，偏心輪之盤部繞機軸之中心 O 迴轉，結果只變更進角之大小，不變更偏心距。



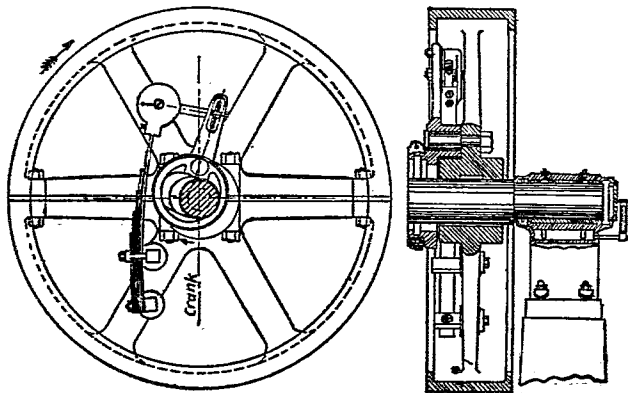
第 528 圖

361. Rites 調速器 此種調速器，為惰力調速器之一種，在高速蒸汽機上採用者頗多。其構造如第 529 圖所示。一重桿，兩端各懸一重塊 W ，裝置於一軸 P 上。全部之重心在 G 點，即想像全部之質量聚於 G 點，迴轉時其所生之離心力與彈簧之牽力相合，使調速器位於一定之地位。當載荷增加，速率減低時，重塊與重桿所生之惰力，使重桿繞 P 點向右迴轉，移動偏心輪，使停汽點變晚。反之，則使重桿繞 P 點向左迴轉，移動偏心輪，使停汽點變早。



第 529 圖

362. Robb-Armstrong 調速器 在此種調速器,大部係利用離心力,但同時亦助以相當之樁力。其構造如第 530 圖所



第 530 圖

示,無待詳述。

又在 Rites 與 Robb-Armstrong 調速器,均係同時變化偏心輪之偏心距與進角。

習 題

1. 瓦特調速器何以不能用於速率較高之發動機,試舉其理。

2. 在載重調速器,如 W 爲球重, W' 爲載重, ω 爲調速器每秒鐘之角速率, g 爲地心吸力之加速率,試證

$$\text{球高 } h = \left(\frac{2W + W'}{2W} \right) \frac{g}{\omega^2}。$$

如 $W=4$ 磅, $W'=40$ 磅,調速器之速率由每分 200 次變爲每分鐘 210 次,問球所升之高爲若干吋。

3. 在 Porter 調速器,設 W 爲每球之重, W' 爲中間所加之重, ω 爲調速器每秒鐘之角速率, g 爲地心吸力之加速率,試證

$$\text{球高 } h = \left(\frac{W + W'}{W} \right) \frac{g}{\omega^2}。 \text{ (註,假設上下各桿之長均相等)。}$$

某 Porter 調速器,上下各桿之長度均爲 10 吋,上下裝置之軸假定均在立軸之中心線上,每球之重量各等於 5 磅,中間所加之重爲 50 磅,起始發生作用時,各球中心距立軸中心之垂直距離爲 4 吋,在調速器有作用之範圍以內,套筒上升之距離爲 3 吋,試求此調速器迴轉速率之範圍 (Range of speed)。即在此調速器有作用之範圍以內,其最低與最高速率各爲每分鐘若干次。

中華民國二十四年五月初版

*D三六四四(三)

大學叢書
(教本)機械原理 一册

(6473-1續)

每册定價大洋叁元伍角

外埠酌加運費匯費

著者 劉 仙 洲

發行人 王 雲 五
上海河南路

印刷所 商務印書館
上海河南路

發行所 商務印書館
上海及各埠

版權所有
翻印必究

(本書校對者 朱廣福 徐培生)

